

WELLINGTON LACERDA GOMES

MODELO MATEMÁTICO DE MOAGEM EM MOINHO DE BOLAS COM  
DESCARGA POR DIAFRAGMA

São Paulo  
2022

WELLINGTON LACERDA GOMES

MODELO MATEMÁTICO DE MOAGEM EM MOINHO DE BOLAS COM  
DESCARGA POR DIAFRAGMA

Tese apresentada à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção do título  
de Doutor em Ciências

São Paulo  
2022

WELLINGTON LACERDA GOMES

MODELO MATEMÁTICO DE MOAGEM EM MOINHO DE BOLAS COM  
DESCARGA POR DIAFRAGMA

Tese apresentada à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção do título  
de Doutor em Ciências

Área de Concentração:  
Engenharia Mineral

Orientador: Prof. Dr. Homero Delboni Jr.

São Paulo  
2022

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

#### Catálogo-na-publicação

Gomes, Wellington

Modelo Matemático de Moagem em Moinho de Bolas com Descarga por Diafragma / W. Gomes – São Paulo, 2022.

353 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo.

1.Moagem de bolas 2.Modelagem 3.Descarga por diafragma 4.Simulação  
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo II.t.

## TERMO DE JULGAMENTO

Nome: Wellington Lacerda Gomes

Título: Modelo matemático de moagem de moinho de bolas com descarga por diafragma

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. \_\_\_\_\_  
Instituição: \_\_\_\_\_  
Julgamento: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. \_\_\_\_\_  
Instituição: \_\_\_\_\_  
Julgamento: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. \_\_\_\_\_  
Instituição: \_\_\_\_\_  
Julgamento \_\_\_\_\_

Prof. Dr. \_\_\_\_\_  
Instituição: \_\_\_\_\_  
Julgamento \_\_\_\_\_

Prof. Dr. \_\_\_\_\_  
Instituição: \_\_\_\_\_  
Julgamento \_\_\_\_\_

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu grande amigo e sócio Thiago Jatobá, por todas as aventuras, realizações, conquistas, discussões, aprendizados e apoio no desenvolvimento do trabalho. Igualmente, agradeço ao meu orientador Professor Dr. Homero Delboni Jr., por todo ensinamento, dedicação e confiança.

Agradeço aos meus pais, Dr. Jacaré e tia Dora, e ao meu irmão Washgol, por toda paciência e amor incondicional.

Agradeço aos técnicos do LTM/EPUSP Rogério, Juninho, Rosendo e Rodrigo por todo apoio, prestatividade e amizade.

Agradeço à Embu S.A., em especial ao engenheiro Renato Iwamoto, por doar o material para o desenvolvimento da pesquisa. Do mesmo modo, agradeço à Interfusão, em especial ao Sandro Marino, pela doação dos corpos moedores ao LTM/EPUSP para desenvolvimento do trabalho.

Agradeço também aos amigos politécnicos e CeMiRreiros: Nery, Uliana, Rafão, Juzinha, Thammi, Vitor, Fanta, Renato, Ingled, Josi, Babi.

E por último, mas não menos importante, agradeço aos grandes amigos da querida e Bella MOOCA Dudu, Daniel, Darinho, Juan, Renatinho, Rodrigo e Cabeção por todo apoio e incentivo.

## RESUMO

GOMES, W. L. Modelo matemático de moagem em moinho de bolas com descarga por diafragma. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022.

O presente trabalho estudou as características do descarregamento de polpa em moinhos de bolas e a sua influência no desempenho da moagem, em relação a capacidade e fragmentação resultante. Assim, foram investigadas as condições operacionais do moinho que interferem no descarregamento do mesmo e, conseqüentemente, no *hold-up* de sólidos formado. A formação do *hold-up* gera duas linhas de análise. Uma é o tempo de residência das partículas, para o qual entende-se que quanto maior, maior será a fragmentação resultante e maior será o *hold-up*. A segunda é a densidade específica dos eventos de fragmentação no interior do moinho. Isto é, para um conjunto de condições operacionais há um número finito de choques, impactos ou eventos de fragmentação. Logo, quanto maior o *hold-up* de sólidos menor será o número de eventos de fragmentação por unidade de massa de *hold-up* e, portanto, menor será a fragmentação resultante. Depreende-se, portanto, que para cada operação de moagem, há um conjunto de condições operacionais mais adequadas para promover uma capacidade de descarregamento e, por conseguinte, a formação do *hold-up* de sólidos que permita atender as especificações do empreendimento mineiro em relação a capacidade e granulometria. Para tanto, o trabalho compreendeu ensaios de moagem de bolas em escala piloto para estudar as relações entre as condições operacionais da moagem e a formação do *hold-up* de sólidos. Ademais, os trabalhos incluíram ensaios com condições operacionais semelhantes para descarga por diafragma e por *overflow*, para comparação do desempenho de processo gerado pelos dois métodos de descarregamento. Outrossim, foram estabelecidas relações matemáticas entre as condições operacionais de moagem e o *hold-up* de sólidos do moinho. Por fim, um modelo matemático de moinho de bolas com descarga por diafragma foi desenvolvido.

Palavras-chave: Moinho de bolas. Modelagem. Diafragma.

## ABSTRACT

GOMES, W. L. Modelo matemático de moagem em moinho de bolas com descarga por diafragma. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2022.

The present work studied the aspects of pulp discharging from ball mills and its influence on grinding performance in capacity product size distribution. Thus, it was investigated the influence of mill operating conditions in the mill discharge performance, as the hold-up of solids. The hold-up generates two lines of analysis. One is the residence time of the particles, which indicates increasing residence time promotes increasing in fragmentation and hold-up of solids. The second is a specific density of fragmentation events inside the mill. That is, for a set of operating conditions there are a finite number of shocks, impacts or fragmentation events. Therefore, the higher the hold-up of solids, the lower the number of fragmentation events per unit of hold-up mass, resulting in lower fragmentation. Therefore, for each industrial grinding circuit, there is a set of operating conditions that promotes an adequate discharge performance and hold-up of solids, that generate capacity and grinding performance to the specifications of the plant. Therefore, the work included pilot-scale ball grinding tests to study the relationship between the operational conditions and the formation of hold-up of solids. Furthermore, the work included tests with similar operating conditions for grate and overflow discharge, to compare the process performance. Furthermore, mathematical relationships were established between the operating conditions of ball milling and hold-up of solids. Finally, a mathematical model of ball mill grate discharge was developed.

Keywords: Ball mill. Modeling. Grate discharge.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Mecanismos de fragmentação em função da energia aplicada e distribuição de tamanhos dos fragmentos resultantes. ....	34
Figura 2 – Potência demandada <i>versus</i> grau de enchimento e <i>versus</i> % velocidade crítica.....	36
Figura 3 – Tipos de descarga de moinhos de bolas.....	37
Figura 4 – Perfis de revestimento.....	40
Figura 5 – Moinho de bolas cônico Hardinge.....	41
Figura 6 – Movimento da carga no interior do moinho. ....	42
Figura 7 – Aplicabilidade das Teorias da Cominuição segundo Hukki (1961).....	47
Figura 8 – Ilustração das forças de atrito e gravitacional para girar o moinho ao redor do seu centro.....	51
Figura 9 – Fatores para cálculo da potência aplicada aos moinhos de bolas. ....	54
Figura 10 – Fator do grau de enchimento para cálculo da potência aplicada aos moinhos de bolas. ....	56
Figura 11 – Esquema do perfil da carga moedora em moinhos de bolas. ....	57
Figura 12 – Esquema do movimento da carga dentro do moinho. ....	58
Figura 13 – Curva típica da razão específica de quebra proposta por Austin. ....	67
Figura 14 – Curva típica da energia específica da razão de quebra proposta por Herbst-Fuerstenau. ....	72
Figura 15 – Distribuição acumulada de quebra para moagem de quartzo -0,850 +0,600 mm. ....	74
Figura 16 – Curva típica da função classificação ou descarga.....	76
Figura 17 – Curva típica da distribuição do tempo de residência em moinhos de bolas.....	78
Figura 18 – Representação esquemática dos eventos de fragmentação e distribuição de fragmentos, para um instante $\Delta t$ , em um moinho.....	81
Figura 19 – Esquema do modelo para moinho de bolas com três misturadores perfeitos.....	84
Figura 20 – Curva típica da distribuição do parâmetro $r/d^*$ . ....	88

Figura 21 – Relação entre número de Peclet e coeficiente de dispersão axial em função do grau de enchimento. ....	90
Figura 22 – Curvas da variação do <i>hold-up</i> em função do grau de enchimento. ....	92
Figura 23 - Curvas da variação do <i>hold-up</i> de sólidos em função da rotação do moinho. ....	92
Figura 24 – Curvas da variação do <i>hold-up</i> da polpa em função da rotação do moinho. ....	93
Figura 25. Curvas da variação do <i>hold-up</i> da polpa em função do grau de enchimento. ....	94
Figura 26 – Influência da área aberta da grelha no <i>hold-up</i> da polpa. ....	98
Figura 27 – Aspecto de <i>Pulp lifters</i> : a) largura grande e formato radial; b) largura média e formato radial; c) largura pequena e formato radial; d) largura média e formato espiral. ....	99
Figura 28 – Detecção dos sensores de proximidade e condutividade elétrica. ....	103
Figura 29 – Comparação entre distribuições granulométricas experimentais e estimadas por modelos baseados na DTR e tempo de residência médio. ....	108
Figura 30 – Esquema do modelo para moinhos tubulares com <i>N</i> misturadores perfeitos em série e transporte de polpa entre interstícios da carga e piscina de polpa em cada misturador. ....	109
Figura 31 – Curvas típicas de comportamento de fluidos. ....	115
Figura 32 – Fração gerada da <i>attainable region</i> em função do grau de enchimento. ....	118
Figura 33 – Fração gerada na <i>attainable region</i> em função: a) grau de enchimento; b) concentração de sólidos, grau de enchimento e alimentação nova relativas. ....	119
Figura 34 – Moinho contínuo utilizado no desenvolvimento do presente trabalho. .	124
Figura 35 – Dispositivos do moinho contínuo: a) perfil do revestimento interno e calha de coleta; b) alimentador de tambor; c) descarga por <i>overflow</i> e d) descarga por diafragma. ....	126
Figura 36 – a) Alimentador vibratório e b) Tanque para alimentação da água. ....	128
Figura 37 – Sequência de descarregamento e lavagem da carga interna do moinho. ....	133
Figura 38 – Diafragma com diâmetro de aberturas de ¼” após a execução do Ensaio A. ....	135
Figura 39 – Distribuições granulométricas dos ensaios preliminares B e D. ....	137

Figura 40 – Peneirador suspenso utilizado nos peneiramentos a úmido. ....	142
Figura 41 – Procedimento sequencial dos ensaios de moagem em batelada. ....	148
Figura 42 – Curvas de distribuições granulométricas dos materiais passantes nas malhas inferiores dos ensaios de moagem em batelada com monofrações. ....	155
Figura 43 – Curva da função distribuição de quebra do material utilizado no desenvolvimento do presente trabalho.....	157
Figura 44 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada para determinação da razão específica de quebra.....	159
Figura 45 - Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada para determinação da razão específica de quebra.....	160
Figura 46 – Razões específicas de quebra para os ensaios de moagem em batelada. ....	162
Figura 47 – Razões específicas de quebra dos ensaios de moagem em batelada, segundo as hipóteses I (gráfico a) e hipótese II (gráfico b).....	165
Figura 48 – Comparação das distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada experimentais com as calibradas – Hipótese 0. ....	167
Figura 49 – Comparação das distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada experimentais com as calibradas – Hipótese I. ....	168
Figura 50 – Comparação das distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada experimentais com as calibradas – Hipótese II. ....	169
Figura 51 – Curvas das distribuições granulométricas das alimentações médias para os ensaios de moagem de bolas contínua. ....	172
Figura 52 – Curvas das distribuições granulométricas das alimentações finas para os ensaios de moagem de bolas contínua.....	173
Figura 53 – Curvas das distribuições granulométricas das alimentações grosseiras para os ensaios de moagem de bolas contínua.....	173
Figura 54 – Curvas das distribuições granulométricas das alimentações dos ensaios de moagem de bolas contínua. ....	175
Figura 55 – Contato do mancal de sustentação e munhão do moinho de bolas contínuo.....	179
Figura 56 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da vazão de sólidos para descarga por diafragma.....	185
Figura 57 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da rotação do moinho.....	188

Figura 58 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da concentração de sólidos da alimentação para descarga por diafragma. ....	191
Figura 59 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação grau de enchimento dos corpos moedores para descarga por diafragma. ....	194
Figura 60 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação do $F_{80}$ da alimentação para descarga por diafragma. ....	197
Figura 61 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da área aberta do diafragma. ....	200
Figura 62 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da posição radial das aberturas do diafragma.....	203
Figura 63 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da vazão de sólidos para descarga por <i>overflow</i> . ....	206
Figura 64 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios contínua com variação da rotação do moinho para descarga por <i>overflow</i> . ....	209
Figura 65 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da concentração de sólidos da alimentação para descarga por <i>overflow</i> . ....	212
Figura 66 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação do grau de enchimento dos corpos moedores para descarga por <i>overflow</i> . ....	215
Figura 67 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação do $F_{80}$ da alimentação para descarga por <i>overflow</i> . ....	218
Figura 68 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Casos Base. ....	221
Figura 69 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Vazão de alimentação de 50 kg/h.....	223
Figura 70 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Vazão de alimentação de 90 kg/h.....	226

Figura 71 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Rotação do moinho em 69% da velocidade crítica. ....	228
Figura 72 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Rotação do moinho com 75% da velocidade crítica. ....	230
Figura 73 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Alimentação com 65% sólidos. ....	232
Figura 74 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Alimentação com 75% sólidos. ....	235
Figura 75 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Grau de enchimento dos corpos moedores de 25%. ....	237
Figura 76 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Grau de enchimento dos corpos moedores de 35%. ....	239
Figura 77 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Alimentação com $F_{80}$ mais fino. ....	242
Figura 78 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Condição estudada: alimentação com $F_{80}$ grosseiro. ....	244
Figura 79 – Aderência entre fração de <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da vazão de alimentação de sólidos. ....	247
Figura 80 – Aderência entre fração de <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da rotação do moinho. ....	248
Figura 81 – Aderência entre fração de <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da concentração de sólidos da alimentação. ....	249
Figura 82 – Aderência entre fração de <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação do grau de enchimento dos corpos moedores. ....	251

Figura 83 – Aderência entre fração de <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação do $F_{80}$ da alimentação.....	252
Figura 84 – Aderência entre fração de <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da área aberta do diafragma.....	253
Figura 85 – Aderência entre <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculado para moinho de bolas com descarga por diafragma.....	257
Figura 86 – Aderência entre fração de <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da vazão de alimentação de sólidos – Descarga por <i>overflow</i> .....	259
Figura 87 – Aderência entre fração de <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da concentração de sólidos da alimentação – Descarga por <i>overflow</i> . ....	260
Figura 88 – Aderência entre a fração de <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação do grau de enchimento com corpos moedores – Descarga por <i>overflow</i> . ....	261
Figura 89 – Aderência entre <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculado para moinho de bolas com descarga por <i>overflow</i> . ....	265
Figura 90 – Aderência entre <i>hold-up</i> de sólidos experimental e calculado para moinho de bolas com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> . ....	266
Figura 91 – Diagrama esquemático do modelo matemático de moinho de bolas com descarga por diafragma. ....	267
Figura 92 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 01_CB. ....	274
Figura 93 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 02. ....	277
Figura 94 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 03. ....	280
Figura 95 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 04. ....	283
Figura 96 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 05. ....	286
Figura 97 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 06. ....	289

Figura 98 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 07. ....	292
Figura 99 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 08. ....	295
Figura 100 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 09. ....	298
Figura 101 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 10. ....	301
Figura 102 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 11. ....	304
Figura 103 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 12. ....	307
Figura 104 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 13. ....	310
Figura 105 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 14. ....	313
Figura 106 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 15. ....	316
Figura 107 – Parâmetro $K_0$ em função da vazão volumétrica específica de sólidos. ....	318
Figura 108 – Parâmetro $\mu$ em função da fração da velocidade crítica. ....	319
Figura 109 – Parâmetro $\mu$ em função da concentração de sólidos da alimentação. ....	320
Figura 110 – Parâmetro $K_0$ em função da fração do grau de enchimento dos corpos moedores. ....	321
Figura 111 – Parâmetro $\mu$ em função da fração do grau de enchimento dos corpos moedores. ....	321
Figura 112 – Parâmetro $K_0$ em função do $F_{80}$ da alimentação. ....	322
Figura 113 – Parâmetro $X_m$ em função do $F_{80}$ da alimentação. ....	323
Figura 114 – Parâmetro $X_m$ em função da posição radial das aberturas do diafragma. ....	324
Figura 115 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 02. ....	328

Figura 116 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 03. ....	329
Figura 117 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 04. ....	329
Figura 118 – Curvas das distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 05.....	330
Figura 119 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 06. ....	331
Figura 120 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 07. ....	332
Figura 121 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 08. ....	333
Figura 122 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 09. ....	333
Figura 123 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 10. ....	334
Figura 124 –Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 11. ....	335
Figura 125 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 12. ....	335
Figura 126 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 13. ....	336
Figura 127 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 14. ....	337
Figura 128 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 15. ....	337



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Fatores de correção da vazão de polpa para partículas maiores que $x_m$ . .....	96
Tabela 2 – Porcentagem de sólidos ótimas determinadas a partir de ensaios de moagem em batelada.....	116
Tabela 3 – Variáveis operacionais investigadas nos ensaios de moagem contínua. .....	122
Tabela 4 – Distribuição da carga de corpos moedores. ....	127
Tabela 5 – Parâmetros e resultados globais dos ensaios preliminares.....	134
Tabela 6 – Distribuição da carga moedora para o ensaio de $W_i$ de Bond para moagem de bolas.....	143
Tabela 7 – Distribuição da carga moedora para os ensaios de moagem em batelada. .....	146
Tabela 8 – Massas de sólidos e água para os ensaios de moagem em batelada. .	147
Tabela 9 – Resultados do ensaio de picnometria.....	152
Tabela 10 – Resultados do ensaio de $W_iB$ .....	153
Tabela 11 – Resultados dos ensaios de moagem em batelada em monofração. ...	154
Tabela 12 – Distribuições granulométricas do material passante na malha inferior dos ensaios de moagem em batelada em monofração.....	154
Tabela 13 – Função distribuição de quebra do material utilizado no desenvolvimento do presente trabalho. ....	156
Tabela 14 – Distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada para determinação da razão específica de quebra. ....	158
Tabela 15 – Parâmetros para parametrização da razão específica de quebra dos ensaios de moagem em batelada. ....	161
Tabela 16 – Parâmetros da razão específica de quebra dos ensaios de moagem em batelada – Hipóteses 0, I e II.....	164
Tabela 17 – Identificação e descrição dos ensaios de moagem de bolas contínua realizados.....	171
Tabela 18 – Distribuições granulométricas das alimentações dos ensaios de moagem de bolas contínua. ....	174

Tabela 19 – Resultados experimentais dos produtos e cargas internas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma.....	176
Tabela 20 – Resultados experimentais dos produtos e cargas internas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por <i>overflow</i> . ....	177
Tabela 21 – Potências demandadas do moinho de bolas contínuo. ....	178
Tabela 22 – Potências demandadas totais dos ensaios de moagem.....	180
Tabela 23 – Variâncias e desvios padrão das amostras para peneiramento a úmido das alimentações, produtos moídos e cargas internas de sólidos. ....	182
Tabela 24 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da vazão de sólidos para descarga por diafragma. ....	184
Tabela 25 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da rotação do moinho com descarga por diafragma.....	187
Tabela 26 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da concentração de sólidos da alimentação para descarga por diafragma. ....	190
Tabela 27 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação do grau de enchimento dos corpos moedores para descarga por diafragma. ....	193
Tabela 28 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação do $F_{80}$ da alimentação para descarga por diafragma.....	196
Tabela 29 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com variação da área aberta do diafragma.....	199
Tabela 30 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da posição radial das aberturas do diafragma. ....	202
Tabela 31 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da vazão de sólidos para descarga por <i>overflow</i> .....	205
Tabela 32 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da rotação do moinho para descarga por <i>overflow</i> .....	208
Tabela 33 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da concentração de sólidos da alimentação para descarga por <i>overflow</i> . ....	211
Tabela 34 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação do grau de enchimento dos corpos moedores para descarga por <i>overflow</i> . ....	214

Tabela 35 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação do $F_{80}$ da alimentação para descarga por <i>overflow</i> . .....	217
Tabela 36 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Casos Base. ....	220
Tabela 37 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Vazão de alimentação de 50 kg/h. .	222
Tabela 38 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Vazão de alimentação de 90 kg/h. .	225
Tabela 39 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Rotação do moinho com 69% da velocidade crítica.....	227
Tabela 40 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Rotação do moinho com 75% da velocidade crítica.....	229
Tabela 41 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Alimentação com 65% sólidos.....	231
Tabela 42 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Alimentação com 75% sólidos.....	234
Tabela 43 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Grau de enchimento dos corpos moedores de 25%. ....	236
Tabela 44 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> –Grau de enchimento dos corpos moedores de 35%. ....	238
Tabela 45 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Alimentação com $F_{80}$ mais fino. ....	241
Tabela 46 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por <i>overflow</i> – Condição estudada: alimentação com $F_{80}$ grosseiro.....	243
Tabela 47 – Sensibilidade da Equação 115 para cálculo do <i>hold-up</i> de sólidos para moinho de bolas com descarga por diafragma.....	255
Tabela 48 – Erros das estimativas dos cálculos dos <i>hold-ups</i> de sólidos para moinho de bolas com descarga por diafragma. ....	256

Tabela 49 – Sensibilidade da Equação 121 para cálculo do <i>hold-up</i> de sólidos para moinho de bolas com descarga por <i>overflow</i> . .....	263
Tabela 50 – Erros das estimativas dos cálculos dos <i>hold-ups</i> de sólidos para moinho de bolas com descarga por <i>overflow</i> . .....	264
Tabela 51 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 01_CB. .	273
Tabela 52 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 01_CB.....	274
Tabela 53 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 02. ....	276
Tabela 54 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 02. ....	277
Tabela 55 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 03. ....	279
Tabela 56 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 03. ....	280
Tabela 57 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 04. ....	282
Tabela 58 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 04. ....	283
Tabela 59 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 05. ....	285
Tabela 60 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 05. ....	286
Tabela 61 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 06. ....	288
Tabela 62 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 06. ....	289
Tabela 63 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 07. ....	291
Tabela 64 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 07. ....	292
Tabela 65 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 08. ....	294
Tabela 66 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 08. ....	295
Tabela 67 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 09. ....	297
Tabela 68 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 09. ....	298
Tabela 69 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 10. ....	300
Tabela 70 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 10. ....	301

Tabela 71 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 11. ....	303
Tabela 72 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 11. ....	304
Tabela 73 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 12. ....	306
Tabela 74 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 12. ....	307
Tabela 75 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 13. ....	309
Tabela 76 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 13. ....	310
Tabela 77 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 14. ....	312
Tabela 78 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 14. ....	313
Tabela 79 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 15. ....	315
Tabela 80 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibrada do Ensaio 15. ....	316
Tabela 81 – Condições operacionais e parâmetros simulados para os ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma. ....	325
Tabela 82 – Distribuições granulométricas experimentais e simuladas dos produtos moídos dos Ensaios 02 a 09. ....	326
Tabela 83 – Distribuições granulométricas experimentais e simuladas dos produtos moídos dos Ensaios 10 a 15. ....	327

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>25</b>
<b>1.1</b>	<b>OBJETIVOS</b>	<b>28</b>
1.1.1	ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO	29
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>31</b>
<b>2.1</b>	<b>COMINUIÇÃO</b>	<b>31</b>
2.1.1	MECANISMOS DE FRAGMENTAÇÃO	33
<b>2.2</b>	<b>MOAGEM</b>	<b>34</b>
2.2.1	MOINHOS DE BOLAS	35
2.2.1.1	<i>Potência Demandada</i>	35
2.2.1.2	<i>Tipo de Descarga</i>	37
2.2.1.3	<i>Revestimento</i>	38
2.2.1.4	<i>Variáveis Operacionais</i>	41
2.2.2	TEORIAS DA COMINUIÇÃO	43
2.2.2.1	<i>Primeira “Lei” da Cominuição</i>	44
2.2.2.2	<i>Segunda “Lei” da Cominuição</i>	45
2.2.2.3	<i>Terceira “Lei” da Cominuição</i>	45
2.2.2.4	<i>Quarta “Lei” da Cominuição</i>	47
2.2.3	MODELOS PARA CÁLCULO DA POTÊNCIA DEMANDADA EM MOINHOS DE BOLAS	50
2.2.3.1	<i>Modelo de Potência Baseado na Dinâmica da Carga - JKPMC</i>	56
<b>2.3</b>	<b>MODELOS MATEMÁTICOS DE MOAGEM</b>	<b>61</b>
2.3.1	MODELOS FUNDAMENTAIS	62
2.3.2	MODELOS FENOMENOLÓGICOS	63
2.3.2.1	<i>Razão Específica de Quebra</i>	66
2.3.2.2	<i>Função Distribuição de Quebra</i>	73
2.3.2.3	<i>Função Classificação</i>	75
2.3.2.4	<i>Distribuição do Tempo de Residência</i>	76
2.3.3	MODELO DO BALANÇO POPULACIONAL	79
2.3.3.1	<i>Modelo Cinético</i>	82
2.3.3.2	<i>Modelo do Misturador Perfeito</i>	85
<b>2.4</b>	<b>TRANSPORTE DE POLPA</b>	<b>88</b>
2.4.1	<i>HOLD-UP</i>	91

2.4.2	TEMPO DE RESIDÊNCIA MÉDIO E DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO DE RESIDÊNCIA	104
2.4.3	VELOCIDADE AXIAL DE POLPA .....	111
2.4.3.1	<i>Formação da Piscina de Polpa</i> .....	111
2.4.3.2	<i>Previsão da Formação da Piscina de Polpa</i> .....	112
2.4.3.3	<i>Redução do Risco da Formação da Piscina de Polpa</i> .....	113
2.4.4	REOLOGIA DE POLPA .....	114
2.4.5	CONTROLE GRANULOMÉTRICO E OPERACIONAL.....	117
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>121</b>
<b>3.1</b>	<b>ENSAIOS DE MOAGEM CONTÍNUA EM MOINHO DE BOLAS .....</b>	<b>123</b>
3.1.1	EXECUÇÃO DOS ENSAIOS DE MOAGEM CONTÍNUA .....	129
3.1.2	ENSAIOS PARA DETERMINAÇÃO DAS POTÊNCIAS DEMANDADAS PELO MOINHO CONTÍNUO.....	138
3.1.3	CÁLCULO DAS MASSAS MÍNIMAS .....	139
3.1.4	PENEIRAMENTO A ÚMIDO .....	141
<b>3.2</b>	<b>CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA .....</b>	<b>142</b>
3.2.1	<i>WORK INDEX</i> DE BOND PARA MOAGEM DE BOLAS .....	143
3.2.2	ENSAIOS DE MOAGEM EM BATELADA.....	145
3.2.3	PICNOMETRIA – DETERMINAÇÃO DA MASSA ESPECÍFICA DOS SÓLIDOS .....	149
3.2.4	DENSIDADE APARENTE .....	150
<b>4</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>152</b>
<b>4.1</b>	<b>RESULTADOS DA CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA.....</b>	<b>152</b>
4.1.1	PICNOMETRIA.....	152
4.1.2	DENSIDADE APARENTE .....	153
4.1.3	ENSAIO DE <i>WORK INDEX</i> DE BOND PARA MOAGEM DE BOLAS .....	153
4.1.4	ENSAIO DE MOAGEM EM BATELADA EM MONOFRAÇÃO .....	153
4.1.5	ENSAIOS DE MOAGEM EM BATELADA PARA DETERMINAÇÃO DA RAZÃO ESPECÍFICA DE QUEBRA.....	157
<b>4.2</b>	<b>RESULTADOS DOS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA</b>	<b>170</b>
4.2.1	ALIMENTAÇÃO DOS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA.....	171
4.2.2	RESULTADOS GLOBAIS DOS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA ....	175
4.2.3	POTÊNCIAS DEMANDADAS DOS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA	178
4.2.4	ANÁLISES DAS MASSAS MÍNIMAS AMOSTRADAS .....	181
4.2.5	ANÁLISES DOS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA COM DESCARGA POR DIAFRAGMA.....	183

4.2.5.1	<i>Análises dos Ensaio de Moagem com Variação da Vazão de Alimentação</i>	183
4.2.5.2	<i>Análises dos Ensaio de Moagem com Variação da Rotação do Moinho</i>	186
4.2.5.3	<i>Análises dos Ensaio de Moagem Contínua com Variação da Concentração de Sólidos da Alimentação.....</i>	189
4.2.5.4	<i>Análises dos Ensaio de Moagem Contínua com Variação do Grau de Enchimento dos Corpos Moedores .....</i>	193
4.2.5.5	<i>Análises dos Ensaio de Moagem Contínua com Variação do F<sub>80</sub> da Alimentação.....</i>	195
4.2.5.6	<i>Análises dos Ensaio de Moagem Contínua com Variação da Área Aberta do Diafragma.....</i>	198
4.2.5.7	<i>Análises dos Ensaio de Moagem Contínua com Variação da Posição Radial das Aberturas do Diafragma .....</i>	201
4.2.6	<b>ANÁLISES DOS ENSAIOS DE MOAGEM CONTÍNUA COM DESCARGA POR OVERFLOW</b>	204
4.2.6.1	<i>Análises dos Ensaio de Moagem Contínua com Variação da Vazão de Alimentação.....</i>	205
4.2.6.2	<i>Análises dos Ensaio de Moagem Contínua com Variação da Rotação do Moinho</i>	207
4.2.6.3	<i>Análises dos Ensaio de Moagem Contínua com Variação da Concentração de Sólidos da Alimentação.....</i>	210
4.2.6.4	<i>Análises dos Ensaio de Moagem Contínua com Variação do Grau de Enchimento dos Corpos Moedores .....</i>	213
4.2.6.5	<i>Análises dos Ensaio de Moagem Contínua com Variação do F<sub>80</sub> da Alimentação.....</i>	216
4.2.7	<b>ANÁLISES COMPARATIVAS ENTRE OS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA COM DESCARGA POR DIAFRAGMA E POR OVERFLOW .....</b>	219
4.2.7.1	<i>Casos Base.....</i>	219
4.2.7.2	<i>Vazão de Alimentação de 50 kg/h .....</i>	222
4.2.7.3	<i>Vazão de Alimentação de 90 kg/h .....</i>	224
4.2.7.4	<i>Rotação do Moinho com 69% da Velocidade Crítica .....</i>	227
4.2.7.5	<i>Rotação do Moinho com 75% da Velocidade Crítica .....</i>	229
4.2.7.6	<i>Alimentação com 65% Sólidos.....</i>	231
4.2.7.7	<i>Alimentação com 75% Sólidos.....</i>	233
4.2.7.8	<i>Grau de Enchimento dos Corpos Moedores de 25%.....</i>	236
4.2.7.9	<i>Grau de Enchimento dos Corpos Moedores de 35%.....</i>	238
4.2.7.10	<i>Alimentação com Granulometria mais Fina .....</i>	240
4.2.7.11	<i>Alimentação com Granulometria mais Grosseira.....</i>	243



<b>5</b>	<b>MODELO MATEMÁTICO DESENVOLVIDO.....</b>	<b>245</b>
<b>5.1</b>	<b>CÁLCULO DO <i>HOLD-UP</i> DE SÓLIDOS.....</b>	<b>245</b>
5.1.1	ETAPA I: CÁLCULO DAS RELAÇÕES MATEMÁTICAS ENTRE CONDIÇÕES OPERACIONAIS E <i>HOLD-UP</i> DE SÓLIDOS PARA MOINHO DE BOLAS COM DESCARGA POR DIAFRAGMA	246
5.1.1.1	<i>Relação Matemática entre Vazão de Alimentação de Sólidos e Hold-up de Sólidos</i> .....	246
5.1.1.2	<i>Relação Matemática entre Rotação do Moinho e Hold-up de Sólidos</i> ....	248
5.1.1.3	<i>Relação Matemática entre Concentração de Sólidos da Alimentação e Hold-up de Sólidos</i> .....	249
5.1.1.4	<i>Relação Matemática entre Grau de Enchimento dos Corpos Moedores e Hold-up de Sólidos</i> .....	250
5.1.1.5	<i>Relação Matemática entre <math>F_{80}</math> da Alimentação e Hold-up de Sólidos</i> .....	251
5.1.1.6	<i>Relação Matemática entre Área Aberta do Diafragma e Hold-up de Sólidos</i> .....	252
5.1.2	ETAPA II: ESTABELECIMENTO DA EQUAÇÃO INTEGRADA PARA CÁLCULO DO <i>HOLD-UP</i> DE SÓLIDOS PARA MOINHO DE BOLAS COM DESCARGA POR DIAFRAGMA .....	253
5.1.3	ETAPA I: CÁLCULO DAS RELAÇÕES MATEMÁTICAS ENTRE CONDIÇÕES OPERACIONAIS E <i>HOLD-UP</i> DE SÓLIDOS PARA MOINHO DE BOLAS COM DESCARGA POR <i>OVERFLOW</i>	257
5.1.3.1	<i>Relação Matemática entre Vazão de Alimentação de Sólidos e Hold-up de Sólidos</i> .....	258
5.1.3.2	<i>Relação Matemática entre Concentração de Sólidos da Alimentação e Hold-up de Sólidos</i> .....	259
5.1.3.3	<i>Relação Matemática entre Grau de Enchimento dos Corpos Moedores e Hold-up de Sólidos</i> .....	260
5.1.4	ETAPA II: ESTABELECIMENTO DA EQUAÇÃO INTEGRADA PARA CÁLCULO DO <i>HOLD-UP</i> DE SÓLIDOS PARA MOINHO DE BOLAS COM DESCARGA POR <i>OVERFLOW</i> .....	261
5.1.5	COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTIMATIVAS DE <i>HOLD-UP</i> PARA MOINHOS DE BOLAS COM DESCARGA POR DIAFRAGMA E POR <i>OVERFLOW</i> .....	265
<b>5.2</b>	<b>MODELO MATEMÁTICO DE MOINHO DE BOLAS COM DESCARGA POR DIAFRAGMA .....</b>	<b>266</b>
5.2.1	CÁLCULO DA FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DE QUEBRA .....	269
5.2.2	CÁLCULO DA RAZÃO ESPECÍFICA DE QUEBRA .....	270
5.2.3	CÁLCULO DA FUNÇÃO CLASSIFICAÇÃO .....	270
5.2.4	MODELAGEM DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA COM DESCARGA POR DIAFRAGMA .....	271
5.2.4.1	<i>Calibração do Ensaio 01_CB – Caso Base</i> .....	273
5.2.4.2	<i>Calibração do Ensaio 02 – Vazão de Alimentação de 50 kg/h</i> .....	275
5.2.4.3	<i>Calibração do Ensaio 03 – Vazão de Alimentação de 90 kg/h</i> .....	278
5.2.4.4	<i>Calibração do Ensaio 04 – 69% da Velocidade Crítica</i> .....	281

5.2.4.5	<i>Calibração do Ensaio 05 – 75% da Velocidade Crítica</i> .....	284
5.2.4.6	<i>Calibração do Ensaio 06 – Alimentação com 65% Sólidos</i> .....	287
5.2.4.7	<i>Calibração do Ensaio 07 – Alimentação com 75% Sólidos</i> .....	290
5.2.4.8	<i>Calibração do Ensaio 08 – 25% de Grau de Enchimento dos Corpos Moedores</i> .....	293
5.2.4.9	<i>Calibração do Ensaio 09 – 35% de Grau de Enchimento dos Corpos Moedores</i> .....	296
5.2.4.10	<i>Calibração do Ensaio 10 – Alimentação com F<sub>80</sub> Fino</i> .....	299
5.2.4.11	<i>Calibração do Ensaio 11 – Alimentação com F80 grosseiro</i> .....	302
5.2.4.12	<i>Calibração do Ensaio 12 – 9,0% de Área Aberta do Diafragma</i> .....	305
5.2.4.13	<i>Calibração do Ensaio 13 – 12,6% de Área Aberta do Diafragma</i> .....	308
5.2.4.14	<i>Calibração do Ensaio 14 – Posição Radial das Aberturas do Diafragma de 0,75</i> .....	311
5.2.4.15	<i>Calibração do Ensaio 15 – Posição Radial das Aberturas do Diafragma de 0,85</i> .....	314
5.2.5	<b>CÁLCULO DOS FATORES PARA SIMULAÇÃO</b> .....	317
5.2.5.1	<i>Fatores de Simulação para a Vazão de Alimentação</i> .....	317
5.2.5.2	<i>Fatores de Simulação para a Rotação do Moinho</i> .....	318
5.2.5.3	<i>Fatores de Simulação para a Concentração de Sólidos da Alimentação</i>	319
5.2.5.1	<i>Fatores de Simulação para o Grau de Enchimento dos Corpos Moedores</i> ..	320
5.2.5.2	<i>Fatores de Simulação para o F<sub>80</sub> da Alimentação</i> .....	322
5.2.5.3	<i>Fatores de Simulação para a Posição Radial das Aberturas do Diafragma</i> .	323
5.2.6	<b>SIMULAÇÕES DOS ENSAIOS REALIZADOS</b> .....	324
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	<b>339</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>342</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O dimensionamento correto de um circuito industrial de moagem compreende todo o processo de cominuição desde a lavra (desmonte, escarificação, etc.) até a geração da granulometria final para as etapas subsequentes do processo. Entretanto, devido ao alto custo de instalação e operação e importância no processo de beneficiamento, pois define a granulometria do material que será concentrado, a etapa de moagem tradicionalmente recebe grande atenção e incorpora a parcela significativa de estudos e investimentos de empreendimentos de mineração.

O processo de moagem pode ser dividido em duas abordagens, o transporte de material através do moinho e a fragmentação do material. Historicamente, o dimensionamento de moinhos de bolas foi realizado por meio de modelos empírico-energéticos, por exemplo o modelo proposto por Bond (1952).

Apesar da ampla aplicação dos modelos empírico-energéticos, estes não incluem aspectos importantes como distribuições granulométricas completas dos produtos, tampouco dos fluxos intermediários dos circuitos de moagem. Também não incluem determinação das eficiências dos classificadores, cargas circulantes ou mesmo fluxos de polpa através dos moinhos.

Devido às limitações dos modelos empírico-energéticos, a modelagem matemática e simulação de moinhos de bolas é amplamente utilizada, principalmente para melhoria do desempenho de tais circuitos. A versatilidade da simulação reside na sua capacidade de avaliar o desempenho de circuitos integrados de cominuição, além de determinar a interação entre as diversas unidades do circuito, permitindo assim, mudanças na configuração do circuito proposto. Mediante emprego da simulação é possível também dimensionar equipamentos e o modo como estes são integrados e operados para garantir uma maior eficiência do circuito. Além disso, a simulação fornece detalhes completos do circuito, incluindo distribuições granulométricas, vazões de sólidos e de água.

Embora os modelos matemáticos supram algumas das limitações dos métodos empírico-energéticos, em nenhuma das duas abordagens citadas há modelos

consolidados e amplamente validados que estabeleçam limites para o transporte de polpa através de moinhos.

A busca pelo entendimento e parametrização do transporte de polpa através de moinhos tem sido objeto de pesquisas detalhas, dentre as quais destacam-se: McArthur (1937), Taggart (1945), Swaroop, Abouzeid e Fuerstenau (1981), Weller (1980), Barratt e Sochocky (1982), Dor e Bassarear (1982), Rowland e Erickson (1983), Burns e Erskine (1983), Fuerstenau, Abouzeid e Swaroop (1986), Arbiter (1989 e 1990), Valery Jr. e Morrell (1995), Morrell e Stephenson (1996), Klimpel (1997), Latchireddi e Morrell (2003a e 2003b), Bazin e C-Chapleau (2005), Makokha, Moys e Bwalya (2011), Makokha e Moys (2011), Mulenga e Moys (2014a) e Mulenga, Mkonde e Bwalya (2016).

Dentre os parâmetros físicos e variáveis operacionais estudados que influenciam o transporte de polpa através de moinhos de bola destacam-se: a concentração de sólidos e reologia da polpa, grau de enchimento e velocidade de rotação do moinho, vazão de alimentação de sólidos, tipo de descarga (por *overflow* e por diafragma<sup>1</sup>), área aberta do diafragma, posição das aberturas (distância da abertura ao centro da diafragma) e *pulp lifters* (levantadores de polpa), além da relação comprimento/diâmetro ( $L/D$ ) do moinho. O conjunto destes parâmetros e variáveis operacionais determina a velocidade axial da polpa através de moinhos e, portanto, o tempo de residência da polpa no interior do moinho, que como resultado estabelece o grau de fragmentação do material processado.

Mantidos constantes os demais parâmetros, um maior tempo de residência do material no interior do moinho resulta em maior grau de fragmentação. No entanto o aumento da vazão de alimentação é limitado pelo aumento do *hold-up*, este último termo aqui definido como a quantidade de polpa retida na câmara de moagem. O valor do *hold-up* pode ser indicado em unidades de volume ou massa, assim como percentual do volume interno do moinho ou do volume dos interstícios da carga de corpos moedores.

---

<sup>1</sup> Os termos diafragma e grelha são utilizados na literatura para descrever o respectivo dispositivo de separação por tamanho de sólidos e descarga de polpa de moinhos. Neste trabalho o termo diafragma foi utilizado para descrever tais dispositivos em moinhos de bolas, enquanto que o termo grelha foi utilizado para descrever tais dispositivos em moinhos Autógeno (AG) e Semi-autógeno (SAG).

Por outro lado, um tempo de residência relativamente baixo possibilita um maior fluxo de polpa através do moinho e, portanto, um aumento da vazão de alimentação. Entretanto, neste caso, a fragmentação resultante é menor e, por conseguinte, há o aumento da carga circulante que por sua vez também limitará o aumento da vazão de alimentação. Em vista disto, para cada aplicação existe um conjunto de parâmetros físicos e condições operacionais, que resulta no melhor desempenho para atender as demandas de cada circuito, isto é, gerar produto com fragmentação adequada e com a maior capacidade de alimentação possível.

Segundo Arbiter (1990), são duas as premissas mais difundidas a respeito da influência do diâmetro no dimensionamento de moinhos de bolas. Uma primeira delas indica que o aumento do diâmetro do moinho acarreta em aumento da sua eficiência, consequentemente reduzindo a energia específica para uma determinada operação. A segunda premissa (ARBITER; HARRIS, 1982, 1983) aponta que existe um limite máximo para o diâmetro de moinhos de bolas devido ao limite da velocidade axial de polpa, esta última caracterizada pela formação de uma piscina de polpa no interior do moinho. Assim a passagem direta da polpa pelo interior do moinho, ou seja, fração da polpa que não penetra nos interstícios entre a carga moedora, determina a redução da fragmentação desta mesma fração, que por sua vez resulta em queda de desempenho de processo do moinho em relação à fragmentação e, consequentemente, aumento da energia específica consumida pelo processo.

Em contrapartida, o estudo Arbiter (1990) indicou que a adequação da razão comprimento/diâmetro permite aumento do diâmetro do moinho, sendo este limitado apenas pelos parâmetros eletromecânicos do conjunto. Esta situação é particularmente importante no dimensionamento e seleção de moinhos autógenos (AG) e semi-autógenos (SAG). É importante ressaltar que estes estudos datados da década de 1980 e início da década de 1990, basearam-se em moinhos com diâmetros muito menores do que os que surgiram posteriormente, onde operações com moinhos SAG de diâmetro de 42' e motor instalado de 28 MW são consolidadas e seguras (DELBONI JR.; SAMPAIO, 2018).

A formação de uma piscina de polpa no interior dos moinhos é decorrente dos parâmetros físicos e condições operacionais, assim como características do minério processado. Este último pode conter, por exemplo, ultrafinos e/ou argilominerais, os

quais aumentam a resistência ao escoamento da polpa e, conseqüentemente, dificultam o transporte da polpa através do moinho.

Como descrito por LO *et al.* (1988) os critérios energéticos, cinéticas de fragmentação, tempo de residência e transporte de polpa através de moinhos são igualmente imprescindíveis para um dimensionamento adequado de moinhos de grande diâmetro.

Deste modo, considera-se de alta relevância estudos para parametrização e desenvolvimento de métodos integrados que permitam quantificar as influências do transporte de polpa, assim como sua relação com os parâmetros físicos e variáveis operacionais dos moinhos, para o melhor dimensionamento e obtenção de desempenho elevado de circuitos de moagem.

## 1.1 OBJETIVOS

O presente trabalho tem por objetivo desenvolver um modelo de moinho de bolas com descarga por diafragma.

O desenvolvimento do modelo baseia-se em ensaios de moagem de bolas contínua com variação das seguintes condições operacionais: vazão de sólidos de alimentação, velocidade de rotação do moinho, concentração de sólidos da polpa de alimentação, grau de enchimento, granulometria da alimentação, área aberta do diafragma e posição radial das aberturas do diafragma.

O trabalho também contemplou a comparação de desempenho da moagem em moinho de bolas com descarga por diafragma com a descarga por *overflow*. Tal estudo comparativo foi executado em função de a descarga por *overflow* ser a mais frequente na indústria, tornando-se assim a referência para desempenho. Outrossim, a avaliação de especificidades estabelece um padrão de comparação e base para o desenvolvimento do modelo de moagem que possa estimar o desempenho, tanto para fins de projeto, como de otimização de moinho de bolas com descarga por *overflow*. A campanha de ensaios experimentais foi portanto abrangente, assim como as análises desta derivadas.

### 1.1.1 ETAPAS DE DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

O desenvolvimento do presente trabalho incluiu as seguintes etapas:

- Revisão da literatura para conhecimento do estado da arte atual em relação a modelos matemáticos de moinhos de bolas, bem como as relações de transporte de polpa através dos moinhos, tempo de residência das partículas, *hold-up* e granulometria do produto moído;
- Restauração, adequação e instalação de dispositivos e instrumentação no moinho de bolas contínuo existente no Laboratório de Tratamento de Minérios e Resíduos Industriais do Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (LTM/PMI/EPUSP), no qual foram realizadas as campanhas de ensaios para o desenvolvimento deste trabalho;
- Realização de ensaios de caracterização tecnológica do material estudado, neste caso pó de brita da pedreira Embu S.A., unidade de Mogi das Cruzes, SP. A caracterização tecnológica compreendeu: picnometria,  $W_i$  de Bond para moagem de bolas e ensaios de moagem de bolas em batelada;
- Realização de ensaios de moagem contínua em moinho de bolas com descarga por diafragma e por *overflow*. Para cada condição operacional estudada foram realizados três ensaios variando a respectiva condição, tanto para descarga por diafragma quanto para descarga por *overflow*:
  - Análises comparativas dos resultados dos ensaios de moagem contínua em moinho de bolas com três finalidades, quais sejam:
    - Influência no desempenho do processo da variação de cada condição operacional estudada para descarga por diafragma;
    - Influência no desempenho do processo da variação de cada condição operacional estudada para descarga por *overflow*;
    - Comparações de desempenho de processo dos ensaios gêmeos (sob mesmas condições operacionais) e com descarga por métodos distintos.
- Desenvolvimento do modelo matemático de moagem em moinho de bolas com descarga por diafragma, com base nos ensaios realizados:
  - Desenvolvimento da equação geral para cálculo do *hold-up* de sólidos;
  - Estabelecimento dos mecanismos envolvidos no processo:

- Desenvolvimento das equações paramétricas representativas dos mecanismos modelo;
- Calibrações das equações paramétricas para cada ensaio;
- Estabelecimento das equações paramétricas gerais do modelo, em função das condições operacionais estudadas;
- A partir do modelo calibrado para o Caso Base, realizar a simulação de cada condição operacional selecionada;

Comparações dos resultados estimados pelo modelo a os resultados experimentais correspondentes



## 2 REVISÃO DA LITERATURA

No presente capítulo são apresentados os conceitos envolvidos no processo de moagem em moinho de bolas, assim como os estudos realizados referentes ao transporte de polpa em moinhos. Também estão descritas revisões da literatura sobre modelos matemáticos selecionados para simulações de circuitos de moagem com moinhos de bolas.

### 2.1 COMINUIÇÃO

Na indústria mineral, o processo de cominuição pode ter diversas finalidades, como: obtenção de produto final; liberação de minerais de interesse da ganga, possibilitando assim sua concentração; adequação da área específica dos minerais para reações químicas subsequentes e/ou ajuste de granulometria para manuseio e transporte do material (CHAVES, 2009).

A distribuição granulométrica dos produtos resultantes dos processos de cominuição é essencial na indústria mineral, sendo que esta influencia diretamente a eficiência dos processos concentradores subsequentes, como concentração densitária, flotação, lixiviação, etc., onde o excesso de finos ou de grossos pode ser deletério ao processo.

De acordo com os mecanismos de cominuição e granulometrias envolvidas, os processos industriais são classificados em britagem e moagem. Os circuitos de cominuição podem operar a seco ou por via úmida.

No processo de britagem o material é geralmente grosseiro (alimentação de R.O.M. até produtos com centenas de milímetros), e os principais mecanismos de fragmentação são de compressão ou impacto (CHAVES, 2009). Devido à granulometria grosseira, a aplicação de energia nas partículas ocorre de maneira praticamente individual, o que resulta em alta energia aplicada por partícula, embora a energia aplicada por unidade mássica seja baixa (KELLY; SPOTTISWOOD, 1982).

Segundo Chaves (2009) no processo de moagem, exceto em moinhos autógenos e semi-autógenos, a granulometria do material trabalhado é geralmente fina, com alimentação da ordem de centímetros até produtos com dezenas de micrômetros. Todos os mecanismos de fragmentação são atuantes, quais sejam, de compressão, impacto e abrasão. Na moagem, a energia aplicada a uma partícula é pequena, entretanto, a energia total aplicada por unidade de massa é bastante elevada, exatamente o oposto da britagem (KELLY; SPOTTISWOOD, 1982).

A moagem autógena ou semi-autógena possui características distintas dos processos de britagem e moagem em moinho de bolas. A principal característica deste equipamento de cominuição é que o próprio minério é utilizado como corpo moedor.

No caso da moagem semi-autógena além do minério, bolas de aço também são utilizadas como corpos moedores. O volume interno do moinho ocupado pela carga de bolas pode variar de 2% a 18%. O material alimentado apresenta granulometria grosseira, da ordem de centenas de milímetros, e provém geralmente dos estágios primários de britagem em britadores giratórios ou de mandíbulas. A energia total por unidade de massa neste processo é alta, e os mecanismos de fragmentação são impacto e atrição para energias específicas altas e médias, assim como abrasão para baixas energias específicas (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).

Os circuitos de cominuição podem ser configurados de forma aberta ou fechada. Nos circuitos abertos o produto do equipamento é encaminhado diretamente para a próxima etapa do processo. Em circuitos fechados o produto cominuído é classificado, a fração grossa é realimentada no equipamento de cominuição e a fração fina é o produto final desta etapa do processo. Os circuitos fechados podem ser diretos ou reversos.

Os circuitos diretos são aqueles em que o material é alimentado no equipamento de cominuição e depois classificado. No circuito reverso o material é primeiramente classificado, e depois apenas a fração grossa é encaminhada ao equipamento de cominuição, este por sua vez, após ser cominuído é novamente classificado.

Os circuitos abertos são geralmente adotados nas etapas iniciais e intermediárias dos processos, enquanto os circuitos fechados são utilizados quando é necessário controlar a granulometria do produto. Segundo Napier-Munn *et al.* (1996), os circuitos

fechados são mais eficientes na obtenção da granulometria desejada, pois evitam a sobremoagem, conseqüentemente diminuindo o consumo energético.

Os processos de cominuição apresentam baixa eficiência mecânica e são grandes consumidores de energia. Beraldo (1987) estimou a eficiência energética da moagem da ordem de 2% a 3% e, segundo Cohen (1983), a moagem consome 30% a 70% da energia total em usinas de beneficiamento. Por isso, os processos de cominuição representam um grande desafio para a indústria e ciência, uma vez que o seu desempenho influencia diretamente os índices econômicos do empreendimento.

### 2.1.1 MECANISMOS DE FRAGMENTAÇÃO

A fragmentação de uma partícula ocorre ao longo de pontos ou planos de fraqueza, ou mesmo de falhas na estrutura atômica do material. A forma como a fragmentação ocorre, bem como a energia envolvida dependem da natureza das partículas e das forças aplicadas. Portanto, a distribuição característica do tamanho do produto depende não só da natureza das forças de coesão interna das partículas, como também da forma e da intensidade de energia que foi aplicada sobre a partícula.

Conforme Beraldo (1987) há três mecanismos de fragmentação que estão presentes nos processos de cominuição, quais sejam, compressão, impacto e abrasão.

O mecanismo de compressão ocorre quando a energia é aplicada de forma lenta e permite que, com a propagação de fraturas, o esforço seja aliviado. Assim a energia aplicada é pouco superior à energia necessária para causar a primeira fratura (BERALDO, 1987). Este tipo de fratura ocorre em britadores e produz poucos fragmentos de grande diâmetro.

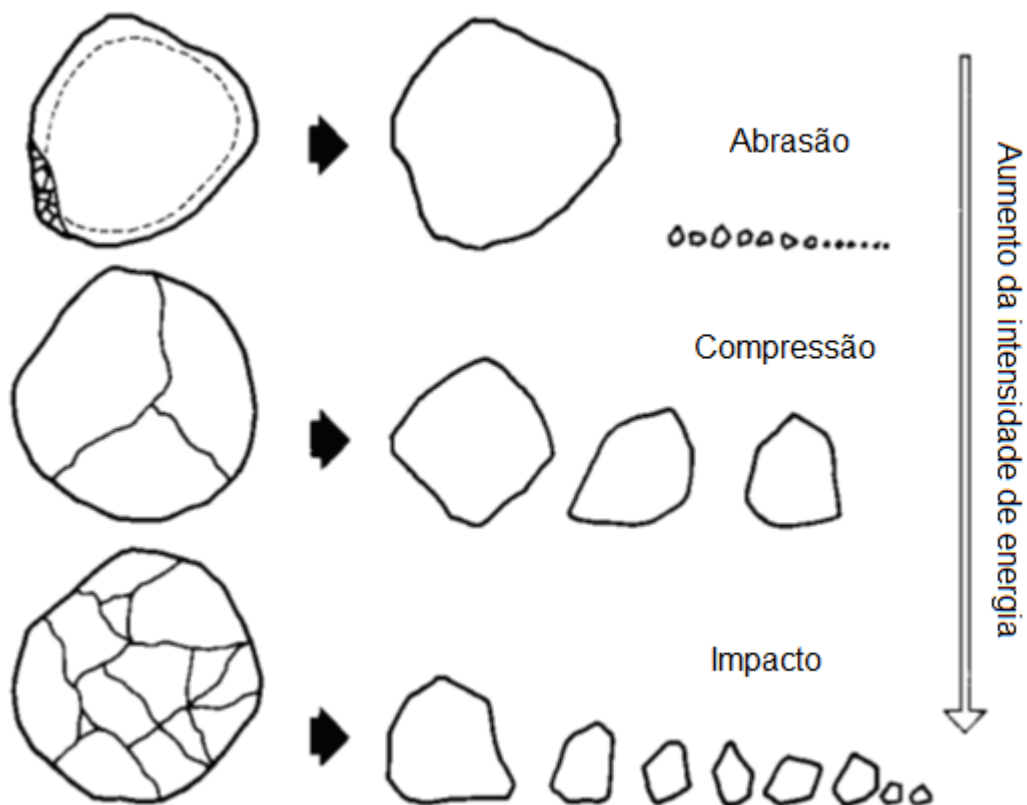
O mecanismo de impacto acontece quando a energia é aplicada de forma rápida e, portanto, muito superior à energia necessária para causar a primeira fratura (BERALDO, 1987). É o tipo de fratura que acontece nos moinhos, na zona de queda dos corpos moedores, e gera distribuição granulométrica fina.

O mecanismo de abrasão é o resultado do atrito entre as partículas do minério e entre corpos moedores e partículas; provoca o aparecimento de pequenas fraturas e

provoca o surgimento de partículas de distribuição granulométrica fina ao redor da partícula original (PEREIRA, 1989).

A Figura 1 ilustra os mecanismos de fragmentação e sua relação com a energia aplicada e a distribuição de tamanhos dos fragmentos resultantes.

Figura 1 – Mecanismos de fragmentação em função da energia aplicada e distribuição de tamanhos dos fragmentos resultantes.



Fonte: Adaptado de Kelly e Spottiswood (1982).

## 2.2 MOAGEM

A moagem é o último estágio do processo de fragmentação e, segundo Taggart (1951), é classificada em: moagem grossa (produto com tamanho máximo entre 3,36 mm e 0,841 mm); moagem intermediária (produto com tamanho máximo de 0,600 mm e com no máximo 75% passante em 0,074 mm), e moagem fina (produto com tamanho máximo de 0,074 mm).

Os equipamentos mais empregados em moagem industrial são os moinhos cilíndricos ou tubulares horizontais com corpos moedores formados por principalmente por barras, bolas, autógenos, semi-autógenos, seixos, moinhos verticais, moinhos de carga agitada, moinhos de martelos, moinhos de rolos e moinhos vibratórios. Embora a moagem possa ser conduzida a seco ou a úmido, esta última apresenta vantagens tais como: a água é um excelente meio de transporte e de dissipação de calor (CHAVES, 2009); moagem a úmido requer menor energia por tonelada processada para atingir mesma granulometria; a etapa de classificação a úmido requer estrutura física menor do que a seco; a água elimina o problema do controle da poeira; não necessita de secagem do material anterior à moagem; a maioria dos processos de concentração subsequentes à moagem é a úmido (KELLY; SPOTTISWOOD, 1982). No entanto, o consumo de corpos moedores é maior na moagem a úmido devido ao desgaste por corrosão (NATARAJAN; RIEMER; IWASAKI, 1983).

Muito embora as propriedades, parâmetros físicos e variáveis operacionais dos moinhos cilíndricos sejam razoavelmente similares, neste trabalho a revisão da literatura específica teve como foco moinhos cilíndricos horizontais com carga de bolas a úmido, aqui referidos genericamente como moinhos de bolas.

### 2.2.1 MOINHOS DE BOLAS

As principais variáveis de projeto de um moinho de bolas são suas dimensões (diâmetro e comprimento), a potência instalada, o tipo de descarga (por *overflow* ou por diafragma) e perfil do revestimento. Já as principais variáveis operacionais são o grau de enchimento de corpos moedores (bolas), velocidade de rotação do moinho e concentração (porcentagem) de sólidos da polpa alimentada

#### 2.2.1.1 *Potência Demandada*

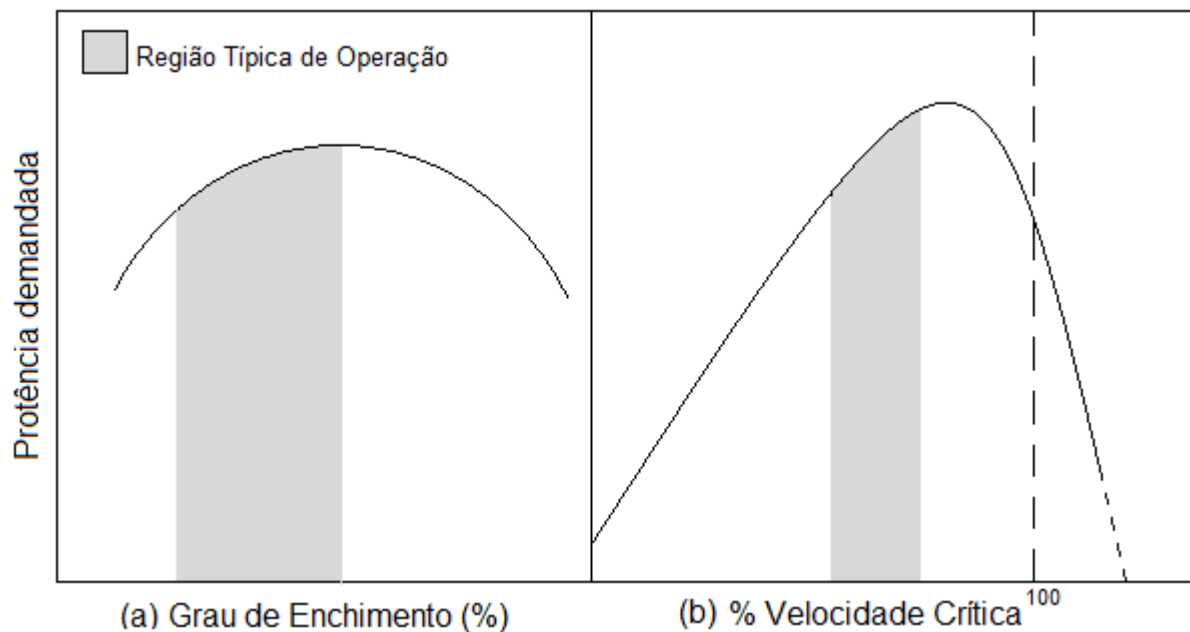
Conforme Kelly e Spottiswood (1982), um moinho de bolas demanda potência principalmente para dar movimento à carga moedora e ao minério, muito embora este último em uma proporção muito menor. Parte da demanda é também necessária para

movimentar o próprio corpo do moinho, além de superar os atritos mecânicos. A potência demandada por um moinho (kW) é diretamente relacionada à energia específica consumida por massa de material processado (kWh/t). Deste modo, uma operação de moagem eficiente é aquela em que o consumo energético específico é o menor possível, levando em consideração tanto a capacidade e os desgastes de corpos moedores e revestimentos (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984).

Seis parâmetros e variáveis operacionais são os principais responsáveis pela potência demandada aos moinhos de bolas, quais sejam: diâmetro e comprimento internos ao revestimento, tipo de descarga (por *overflow* ou por diafragma), perfil do revestimento, carga de bolas e velocidade de rotação do moinho (KELLY; SPOTTISWOOD, 1982).

Os gráficos da Figura 2 ilustram a variação aproximada da potência demandada com o grau de enchimento (Figura 2a) e porcentagem da velocidade crítica (Figura 2b), respectivamente.

Figura 2 – Potência demandada *versus* grau de enchimento e *versus* % velocidade crítica.



Fonte: Adaptado de Kelly e Spottiswood (1982).

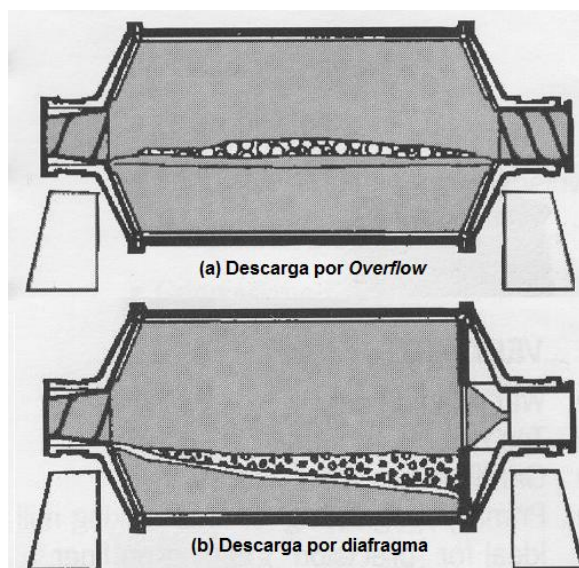
Nota-se da Figura 2a que a maior potência demandada é atingida com grau de enchimento de aproximadamente 50% e decresce com a redução do grau de

enchimento. Já a potência demandada aumenta linearmente com o aumento da porcentagem da velocidade crítica até um ponto máximo, a partir do qual a potência cai rapidamente até zero, devido ao fenômeno da centrifugação da carga.

### 2.2.1.2 Tipo de Descarga

Moinhos de bolas são também classificados conforme o tipo de descarga e podem ser de dois tipos. O primeiro é a descarga por derramamento ou *overflow*, no qual a polpa é descarregada por transbordo através do munhão, enquanto que o segundo tipo de descarga é por meio do conjunto d diafragma e elevador de polpa, o qual é instalado na extremidade de descarga entre o corpo e o munhão do moinho. Assim, entre o diafragma e a descarga do moinho são instalados elevadores de polpa, os quais são responsáveis pelo transporte da polpa que atravessa as aberturas do diafragma para fora do moinho, através do munhão do mesmo. A Figura 3 ilustra os dois tipos de descarga dos moinhos de bolas.

Figura 3 – Tipos de descarga de moinhos de bolas.



Fonte: Adaptado de Metso Minerals (2002).

Segundo Wills (2008) as principais diferenças entre os dois tipos de descarga de moinhos de bolas estão listadas abaixo:

- Moinhos com diafragma apresentam um nível decrescente de polpa da alimentação para a descarga. menor que os moinhos de *overflow*;
- Devido à maior facilidade das partículas serem descarregadas pelo moinho com diafragma por causa das aberturas próximas à periferia do mesmo, o tempo de residência das partículas é menor neste tipo de moinho e, portanto, a ocorrência de sobre모agem é reduzida e o produto apresenta maior fração de material grosseiro;
- Moinhos com diafragma usualmente são aplicados em operações com alimentação mais grosseira e que não requerem produtos muito finos. A principal razão é por não terem carga de corpos moedores formada por bolas de pequeno diâmetro, as quais entupiriam as aberturas do diafragma, que por sua vez acarretariam em problemas para a operação;
- Moinhos com descarga por *overflow* têm operação mais simples que moinhos com diafragma e são os mais amplamente utilizados, principalmente para geração de produtos finos;
- Moinhos com descarga por *overflow* consomem aproximadamente 15% menos energia do que os moinhos com diafragma para um mesmo diâmetro e comprimento, embora ambos apresentem a mesma eficiência de moagem (LEWIS *et al.*, 1976).

### 2.2.1.3 Revestimento

Segundo Kelly e Spottiswood (1982) e Wills (2008) as principais funções dos revestimentos dos moinhos são: proteger o corpo do moinho; reduzir o escorregamento da carga de corpos moedores; promover de modo eficiente o levantamento da carga de corpos moedores e, conseqüentemente, o lançamento da mesma. Embora sejam necessários, os revestimentos representam, geralmente, custos operacionais elevados associados à operação de moinhos, além de requererem parada de produção para sua troca, fato este que acarreta elevação de custos indiretos.

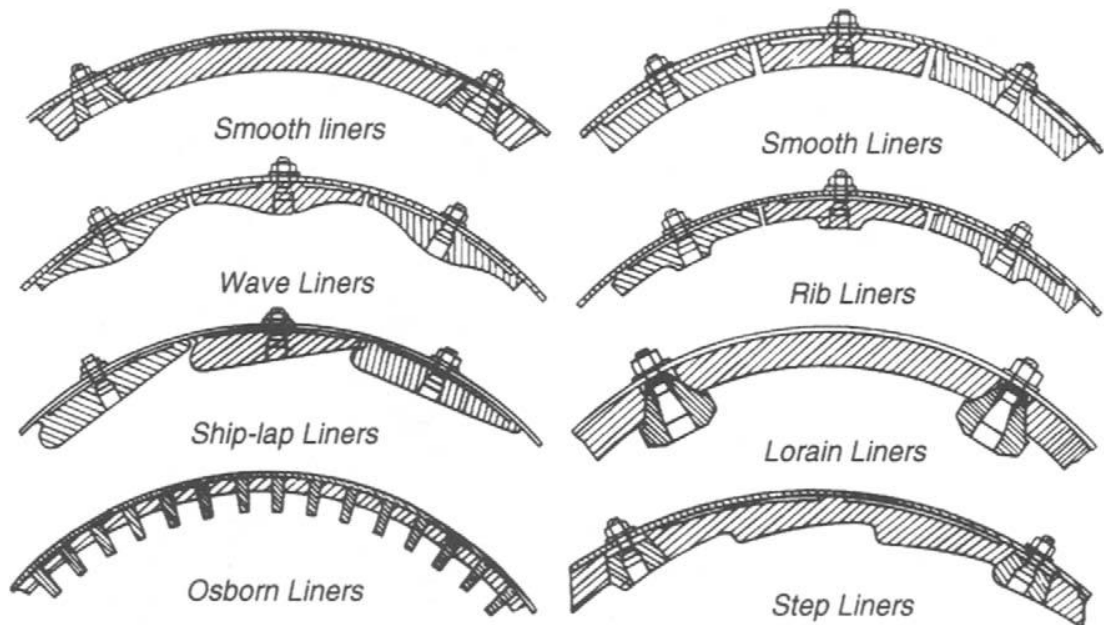


Os revestimentos de moinhos são definidos por duas principais características, quais sejam: o perfil e o material de fabricação, dentre os quais metal, borracha, ou ainda uma combinação de ambos, estes últimos denominados híbridos.

Devido aos altos custos envolvidos nos revestimentos dos moinhos, muitos estudos e melhorias são realizados pelos próprios fabricantes em relação aos materiais de construção e perfis, de modo a oferecer revestimentos com maior vida útil, bem como assistência na seleção e dimensionamento dos mesmos (METSO, 2005).

Revestimentos metálicos são produzidos por ligas de aços com adições de cromo, molibdênio, níquel, entre outros, que assim fornecem propriedades importantes aos revestimentos em relação à resistência ao desgaste e ao impacto (COATES, 2002). Os revestimentos de borracha e híbridos têm como vantagens em relação aos metálicos: a maior resistência ao desgaste e, portanto, maior vida útil; redução do ruído e troca mais segura devido à menor massa. Entretanto apresentam, geralmente, maior custo inicial (KELLY; SPOTTISWOOD, 1982).

Os perfis dos revestimentos apresentam grande variedade de formatos. Os mesmos são selecionados de acordo com as características de cada operação, dependendo do material do revestimento, do diâmetro dos corpos moedores e do tipo de movimento estipulado para a carga. Perfis mais suaves (menos profundos) promovem predominantemente movimento de cascata, onde prevalece a fragmentação por abrasão, enquanto que maiores profundidades ou ângulos de ataque favorecem movimentos de cataratas, onde prevalece a fragmentação por impacto da carga (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984; WILLS, 2008). A Figura 4 apresenta alguns modelos de perfis de revestimentos de moinhos.

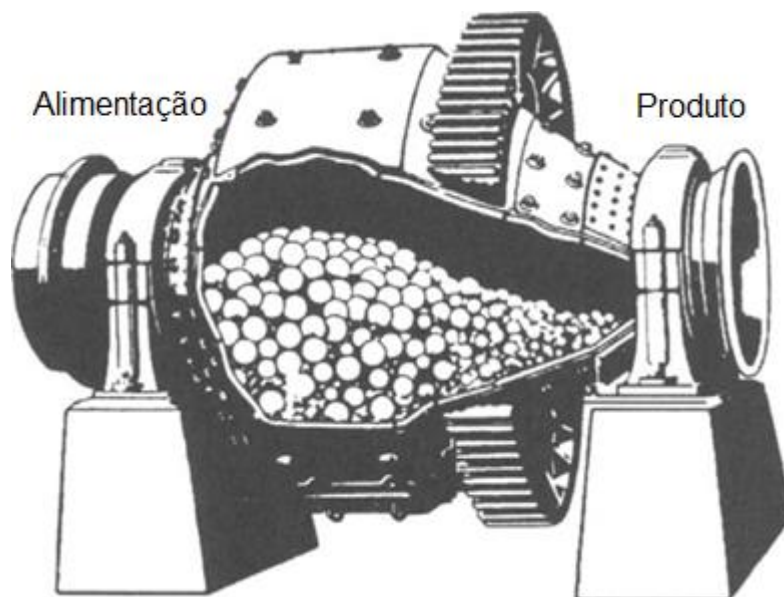
Figura 4 – Perfis de revestimento<sup>2</sup>.

Fonte: Wills (2008).

Moinhos de bolas que requerem grandes relações de redução necessitam de segregação da carga, ou seja, bolas de grande diâmetro devem se posicionar próxima à tampa de alimentação do moinho, de forma a fragmentar partículas maiores. Já bolas com diâmetros relativamente menores devem ser posicionadas próximas à tampa de descarga do moinho, para geração de produto final. Tais moinhos utilizam como alternativa um perfil de revestimento com ligeira torção ascendente ao longo do corpo do moinho (KELLY; SPOTTISWOOD, 1982; AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984). Outra alternativa são os moinhos cônicos Hardinge que têm a extremidade de saída em formato cônico com ângulo de aproximadamente 30°, favorecendo assim a segregação das bolas maiores no início e menores na parte final cônica, conforme ilustrado na Figura 5.

<sup>2</sup> Decidiu-se manter os nomes originais dos perfis de revestimento em inglês.

Figura 5 – Moinho de bolas cônico Hardinge.



Fonte: Adaptado de Wills (2008).

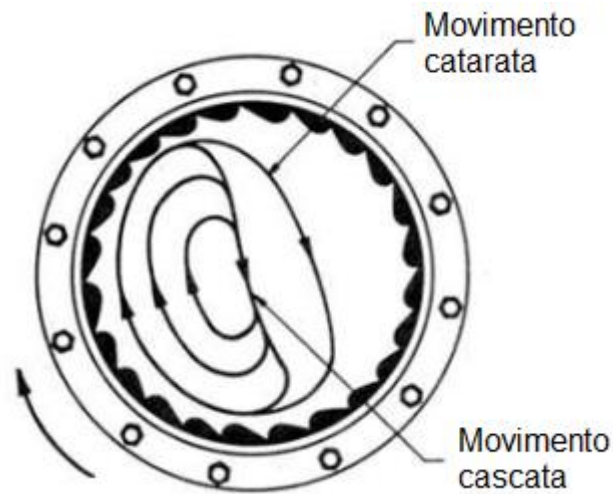
#### 2.2.1.4 Variáveis Operacionais

Segundo Kelly e Spottiswood (1982) o grau de enchimento é a porcentagem do volume interno do moinho ocupado com corpos moedores, incluindo os vazios entre os mesmos.

A velocidade de rotação e o grau de enchimento influenciam o movimento da carga dentro do moinho. A rotação do moinho, em combinação com o atrito da carga com o revestimento, eleva a carga no sentido radial do corpo do moinho, até que uma posição de equilíbrio dinâmico seja atingida e os corpos moedores caem sobre a superfície livre de outros corpos, no assim denominado pé da carga (WILLS, 2008).

Segundo Taggart (1951) em baixas rotações e alto grau de enchimento, a carga rola sobre ela mesma, fenômeno a que denominou de movimento de “cascata”. Com o aumento progressivo da rotação e redução do grau de enchimento, os corpos moedores são lançados em trajetórias parabólicas, movimento denominado “catarata”. Entre as regiões dos movimentos de cascata e catarata da carga forma-se a “zona morta”, região onde pouco movimento e/ou fragmentação ocorrem. A Figura 6 ilustra os movimentos e regiões da carga no interior do moinho.

Figura 6 – Movimento da carga no interior do moinho.



Fonte: Adaptado de Austin e Klimpel (1964).

A velocidade em que ocorre a centrifugação completa de um único corpo moedor é denominada velocidade crítica, função do diâmetro interno ao revestimento do moinho. A rotação do moinho é geralmente referida como porcentagem da velocidade crítica. A velocidade crítica do moinho é representada pela Equação 1 que se segue (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984).

$$V_c = \frac{42,305}{\sqrt{D-d_b}} \quad (1)$$

Onde:

$V_c$  = velocidade crítica de rotação do moinho (rpm);

$D$  = diâmetro interno ao revestimento do moinho (m);

$d_b$  = diâmetro máximo dos corpos moedores.

É importante ressaltar que a Equação 1 assume que não há escorregamento entre a carga e o revestimento do moinho.

Em circuitos configurados em modo fechado, a concentração de sólidos ótima para a moagem é função da distribuição granulométrica da carga circulante do circuito. Nestes casos, a quantidade de água adicionada causa mudanças no tempo de

residência das partículas no interior do moinho, na viscosidade e na densidade da polpa, que levam a variações no desempenho do processo de moagem (WILLS, 2008).

## 2.2.2 TEORIAS DA COMINUIÇÃO

Historicamente, a modelagem matemática de circuitos de cominuição tem sido dependente do poder da computação, para a resolução, com velocidade adequada, dos cálculos necessários. Entretanto, antes do avanço da computação, os modelos de cominuição relacionavam a energia aplicada com a fragmentação resultante do material alimentado, sendo esta expressa como a malha onde uma determinada porcentagem é passante, geralmente 50%, 80% ou 90%, ou ainda como a proporção de produto final gerado.

Nos estudos e experimentos realizados sempre foi evidente que, para relações de redução similares, a energia requerida é crescente para produtos progressivamente mais finos (LYNCH, 1977). Também foi observado que a energia consumida e a fragmentação resultante se relacionam de acordo com a expressão da Equação 2 (CHARLES, 1957).

$$dE = -K \frac{dx}{x^n} \quad (2)$$

Onde:

$dE$  = incremento de energia aplicada a uma massa unitária de minério;

$dx$  = incremento na diminuição de tamanho das partículas;

$x$  = tamanho das partículas;

$K$  = constante dependente do minério;

$n$  = expoente dependente da relação considerada.

Embora a expressão proposta por Charles tenha se mostrado bastante satisfatória nos modelos de previsão de energia consumida *versus* fragmentação resultante, Rose

(1967) a partir de uma série de experimentos, com medições precisas de energia consumida, mostrou que apenas uma pequena parcela da energia consumida pelos moinhos é efetivamente transformada em fragmentação. Deste modo, a maior parte da energia aplicada aos moinhos é consumida por calor, som (ruído) e transformação de fases. O mesmo foi confirmado por (BERALDO, 1987).

Foram desenvolvidas teorias diferentes relacionando a energia aplicada com a fragmentação resultante, nas quais cada autor propôs estimativas distintas para a constante  $n$ . Três destas teorias são conhecidas como “leis da cominuição”. No entanto, estas não são leis, mas sim relações entre energia aplicada e fragmentação resultante.

### 2.2.2.1 Primeira “Lei” da Cominuição

Proposta por Rittinger (1867), a “primeira lei da cominuição”, considerava que a energia específica necessária para a quebra é diretamente proporcional à nova superfície gerada por volume. A Equação 3 expressa a relação energia consumida *versus* fragmentação proposta por Rittinger.

$$E = K \left( \frac{1}{dp} - \frac{1}{df} \right) \quad (3)$$

Onde,  $dp$  e  $df$  representam, respectivamente, os diâmetros do produto e da alimentação, correspondendo àquele tamanho de partícula com área superficial equivalente à média aritmética das áreas do conjunto de partículas.

Devido à dificuldade e ou impossibilidade de determinar o tamanho mínimo da partícula, Figueira; Almeida e Pereira Neto (1995), propuseram utilizar o tamanho 80% passante para  $dp$  e  $df$  e consideram este modelo aplicável em operações de moagem com relações de redução próximas a seis.

Um outro método é a determinação da área superficial através do permeâmetro Blaine. Com base na área superficial específica, a expressão (Equação 4) da teoria de Rittinger é dada por:

$$E = K (S_p - S_f) \quad (4)$$

Onde:

$E$  = energia específica (kWh/t);

$K$  = constante de proporcionalidade;

$S_p, S_f$  = superfícies do produto e da alimentação, respectivamente.

#### 2.2.2.2 Segunda “Lei” da Cominuição

Desenvolvida por Kick (1885), a “segunda lei da cominuição”, considera a energia específica diretamente proporcional à redução de volume das partículas, para corpos geometricamente similares. A Equação 5 representa a relação proposta por Kick.

$$E = K \ln \left( \frac{d_f}{d_p} \right) \quad (5)$$

As variáveis são as mesmas da teoria de Rittinger, com a diferença que o tamanho característico é a média logarítmica da população de partículas ensaiadas.

#### 2.2.2.3 Terceira “Lei” da Cominuição

A partir de uma extensa série de ensaios laboratoriais e avaliações de operações industriais de moagem em moinhos de bolas compreendendo uma grande variedade de minérios, Bond (1952) propôs a “terceira lei da cominuição” para relacionar energia consumida e fragmentação resultante. Bond fundamentou a sua teoria de modo que a energia específica necessária para a quebra é inversamente proporcional à raiz quadrada do tamanho das partículas. A expressão consagrada por Bond (1961) é representada pela Equação 6.

$$E = K \left( \frac{1}{\sqrt{d_p}} - \frac{1}{\sqrt{d_f}} \right) \quad (6)$$

Bond define o tamanho como a malha ( $\mu\text{m}$ ) em que 80% do material é passante, e a constante  $K$  como  $10 \times WI$ . O índice  $WI$  (*Work Index*) é uma característica do minério e indica o trabalho em kWh necessário para reduzir uma tonelada curta (907 kg) de material, desde um tamanho inicial infinito até um tamanho final de 80% passante em 0,100 mm (100  $\mu\text{m}$ ) (PEREIRA, 1989). Este índice é determinado laboratorialmente, através de um procedimento desenvolvido e padronizado por Bond (1961).

Em 1957 Charles e Holmes propuseram, independentemente, outra expressão para a correlação da energia consumida e fragmentação resultante, que ficou conhecida como “Lei Geral”, onde a relação entre a variação do diâmetro das partículas e da energia é inversamente proporcional a uma fração exponencial do diâmetro. A expressão proposta é apresentada na Equação 7.

$$E = K \left( \frac{1}{d_p^{(n-1)}} - \frac{1}{d_f^{(n-1)}} \right) \quad (7)$$

Segundo Prasher (1987), todas as expressões para a correlação de energia consumida e fragmentação resultante, necessitam de correções para suas devidas aplicações.

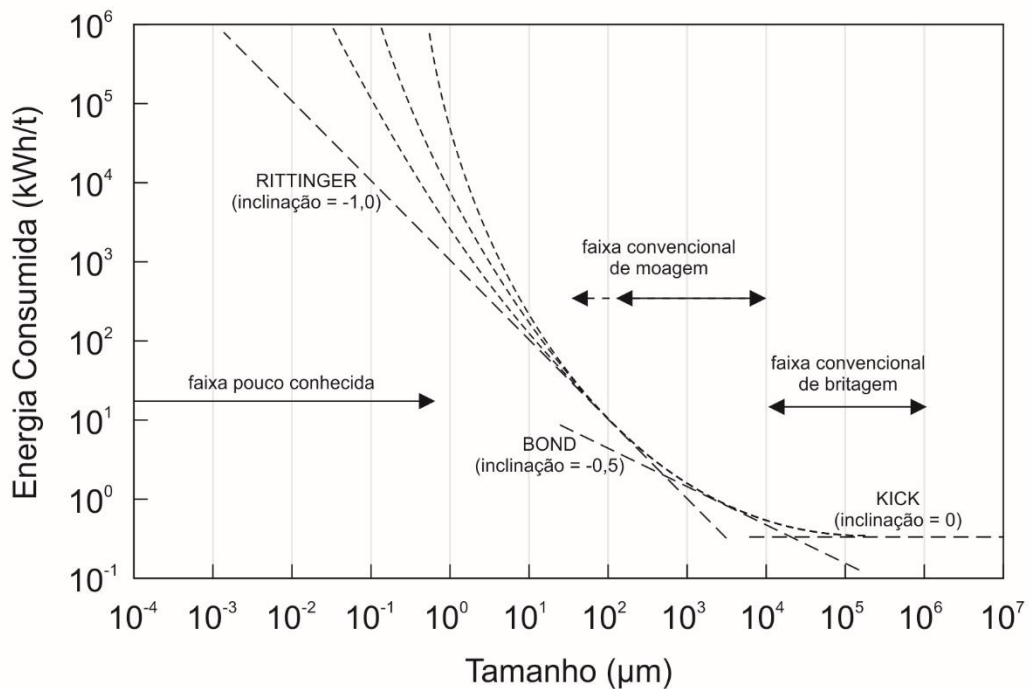
Em 1961, Hukki confirmou que Charles e Holmes estavam certos e que as leis de cominuição anteriores se aplicam a determinados intervalos granulométricos, propondo a Equação 8.

$$\partial E = -K \left( \frac{\partial d}{d^{f(d)}} \right) \quad (8)$$

O gráfico da Figura 7 apresenta a aplicabilidade das “Leis da Cominuição” em relação ao tamanho das partículas, conforme descrita por Hukki (1961).



Figura 7 – Aplicabilidade das Teorias da Cominuição segundo Hukki (1961).



Fonte: Adaptado de Hukki (1961).

Do gráfico da Figura 7, depreende-se que a teoria de Kick ( $n = 1$ ), é aplicável em processos de britagem, enquanto que as teorias de Rittinger ( $n = 2$ ) e Bond ( $n = 1,5$ ) são válidas para moagens ultrafinas e moagens convencionais, respectivamente. Segundo Donda (1998), a aplicação da teoria de Rittinger para moagens ultrafinas é melhor do que o modelo de Bond, pois esta permite a determinação do consumo energético específico em função da área superficial específica, e que, além do mais, o método de Bond demanda um tempo de trabalho laboratorial muito maior

#### 2.2.2.4 Quarta “Lei” da Cominuição

Proposta por Morrell (2006, 2008a, 2008b), a chamada “quarta lei da cominuição” estabelece relações para prever a energia específica total de um circuito de cominuição, a partir dos resultados de ensaios laboratoriais de caracterização tecnológica quanto à cominuição.

Este método divide os circuitos de cominuição em três categorias de equipamentos, quais sejam, moinhos tubulares (moinhos AG e SAG, moinho de

barras e moinho de bolas), britadores (giratório, mandíbulas e cônico) e prensa de rolos.

Deste modo, a energia específica total ( $W_T$ ) do circuito de cominuição, compreende a fragmentação desde o *ROM* (*run of mine*) até o produto final do circuito. A soma das energias específicas de cada etapa do circuito de cominuição determina a energia específica total, conforme apresentado na Equação 9.

$$W_T = W_a + W_b + W_c + W_h + W_s \quad (9)$$

Onde:

$W_T$  = energia específica total (kWh/t);

$W_a$  = energia específica para moer a fração grosseira em moinhos tubulares (kWh/t). Compreende a fragmentação desde o produto do último estágio de britagem até a geração de um produto de moagem com  $P_{80}$  de 0,750 mm;

$W_b$  = energia específica para moer a fração fina em moinhos tubulares (kWh/t). Compreende a fragmentação desde o  $F_{80}$  de 0,750 mm até a geração do produto final do circuito de moagem;

$W_c$  = energia específica para britagem do material (kWh/t);

$W_h$  = energia específica para fragmentar o material em prensa de rolos (kWh/t);

$W_s$  = energia específica de correção, referente às distribuições granulométricas entre as etapas do circuito (kWh/t).

As energias específicas de cada etapa do circuito de cominuição, apresentadas na Equação 9, são calculadas pelas Equações 10 a 16 que se seguem.

$$W_a = K_1 M_{ia} 4 \left( X_{750\mu m}^{f(X_{750\mu m})} - F_{80}^{f(F_{80})} \right) \quad (10)$$

$$f(X_j) = - \left( 0,295 + \frac{X_j}{1000000} \right) \quad (11)$$

$$W_b = M_{ib} 4 \left( P_{80}^{f(P_{80})} - X_{750\mu m}^{f(X_{750\mu m})} \right) \quad (12)$$

$$M_{ib} = \frac{18,18}{P_1^{0,295} G_{pb} (P_{80}^{f(P_{80})} - F_{80}^{f(F_{80})})} \quad (13)$$

$$W_c = K_2 M_{ic} 4 \left( P_{80}^{f(P_{80})} - F_{80}^{f(F_{80})} \right) \quad (14)$$

$$W_h = K_3 M_{ih} 4 \left( P_{80}^{f(P_{80})} - F_{80}^{f(F_{80})} \right) \quad (15)$$

$$W_s = 0,19 M_{ia} 4 \left( P_{80}^{f(P_{80})} - F_{80}^{f(F_{80})} \right) \quad (16)$$

Onde:

$K_1$  = constante igual a 1,0 para circuitos de moagem sem a presença de britador de *pebbles* e igual a 0,95 para circuitos de moagem com a presença de britador de *pebbles*;

$M_{ia}$  = *work index* da fração grosseira (kWh/t). Obtido do *SMC Test*;

$X_{750\mu m}$  = 750  $\mu m$ ;

$P_{80}$  = tamanho em que 80% do produto do estágio é passante ( $\mu m$ );

$F_{80}$  = tamanho em que 80% da alimentação do estágio é passante ( $\mu m$ );

$X_j$  = tamanho característico  $j$  ( $\mu m$ );

$M_{ib}$  = *work index* da fração fina. Calculado com a Equação 13, a partir do resultado do ensaio de *Wi* de Bond para moagem de bolas (kWh/t);

$P_1$  = malha teste do ensaio de *Wi* de Bond para moagem de bolas ( $\mu m$ );

$G_{pb}$  = gramas de produto *undersize* geradas por revolução do moinho, no ensaio de *Wi* de Bond para moagem de bolas (g/rev);

$K_2$  = constante igual a 1,0 para circuitos de britagem operando de modo fechado com peneiramento e 1,19 para circuitos de britagem operados de modo aberto;

$M_{ic}$  = *work index* de britagem (kWh/t). Obtido do *SMC Test*;

$K_3$  = constante igual a 1,0 para prensas de rolos operando de modo fechado com peneiramento e 1,19 para prensas de rolos operando de modo aberto;

$M_{ih}$  = *work index* de prensa de rolos (kWh/t). Obtido do *SMC Test*

### 2.2.3 MODELOS PARA CÁLCULO DA POTÊNCIA DEMANDADA EM MOINHOS DE BOLAS

Nesta seção o termo “potência líquida” refere-se à potência demandada apenas para movimentar a carga do moinho (*net power*), ou seja, superar as forças gravitacional e de atrito da carga. O termo “potência total” refere-se à potência demandada no pinhão (*gross power*), isto é, somatório das potências para movimentar o moinho com carga e perdas mecânicas. Morrell (1996b) desenvolveu a Equação 17 para cálculo da potência em vazio (*no-load power*) e respectivas perdas mecânicas, a partir de nove moinhos com diâmetros variando de 1,75 m a 9,75 m.

$$P_V = 1,68 D^{2,5} [f_{vc}(0,667 L_d + L)]^{0,82} \quad (17)$$

Onde:

$P_V$  = potência em vazio – *no-load power* (kW);

$D$  = diâmetro interno do moinho (m);

$f_{vc}$  = fração da velocidade crítica do moinho;

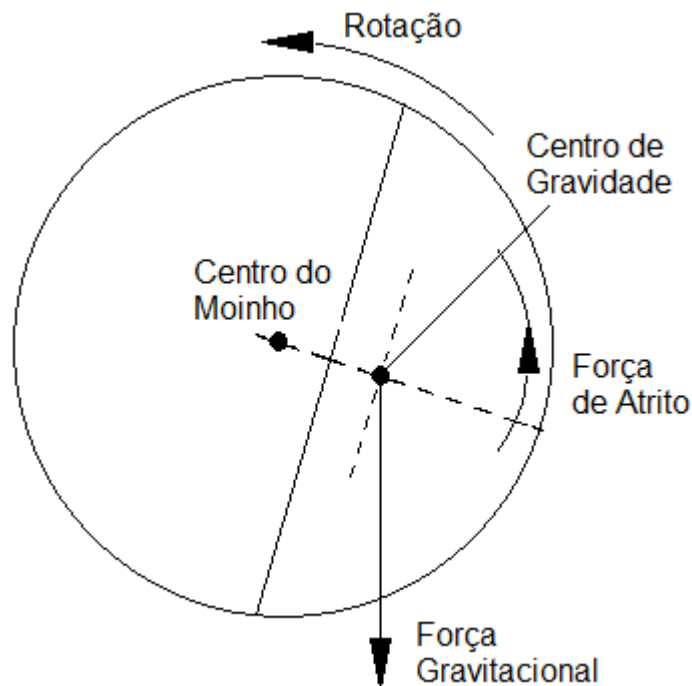
$L_d$  = comprimento da seção cônica do moinho (m);

$L$  = comprimento da seção cilíndrica do moinho (m).

Vários autores propuseram equações para calcular a potência demandada em moinhos de bolas, que podem ser agrupadas em duas abordagens. Uma consiste na somatória das energias necessárias para elevar cada corpo moedor em seu respectivo movimento. Esta abordagem tem como grande desvantagem a dificuldade em se determinar o movimento de cada corpo moedor, devido à complexidade das forças envolvidas entre os corpos moedores e corpo moedor-moinho movimentando-se para dentro e fora da carga (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984).

A outra abordagem (HOGG; FUERSTENAU, 1972) assume que a potência demandada em moinhos de bolas deve-se ao balanceamento dos momentos causados pela força de atrito e pelo centro de gravidade da carga ao redor do centro do moinho. A força de atrito surge devido aos atritos entre corpos moedores e o moinho e corpos moedores entre si, quando estas começam a se movimentar, conforme ilustrado na Figura 8.

Figura 8 – Ilustração das forças de atrito e gravitacional para girar o moinho ao redor do seu centro.



Fonte: Adaptado de Austin, Klimpel e Luckie (1984).

Bond (1960) propôs a expressão apresentada na Equação 18 para cálculo da potência total demandada em moinhos de bolas de grande diâmetro ( $D > 2,44$  mm), operando por via úmida e descarga por *overflow*.

$$P_{T/M} = 15,6 D^{0,3} \phi_c (1 - 0,937 J) \left(1 - \frac{1}{2^{9-10\phi_c}}\right) \quad (18)$$

Onde:

$P_{TM}$  = potência total demandada por tonelada da carga moedora (kWh/t);

- $D$  = diâmetro do moinho interno ao revestimento (m);  
 $\phi_c$  = fração da velocidade crítica do moinho;  
 $J$  = fração do grau de enchimento da carga moedora.

Rose e Sullivan (1958) propuseram a expressão apresentada na Equação 19 para cálculo da potência líquida demandada em moinhos de bolas operando a seco.

$$P_{L/M} = 2,38 D^{0,5} \phi_c \left( 1 + 0,4 \sigma \frac{U}{\rho_b} \right) ( 3,045 + 4,55 J - 20,4 J^2 + 12,9 J^3 ) \quad (19)$$

Onde:

- $P_{L/M}$  = potência líquida demandada por tonelada da carga moedora (kW/t);  
 $D$  = diâmetro do moinho interno ao revestimento (m);  
 $\phi_c$  = fração da velocidade crítica do moinho;  
 $\sigma$  = densidade dos interstícios da carga moedora (t/m<sup>3</sup>);  
 $U$  = fração de vazios da carga preenchida com polpa;  
 $\rho_b$  = densidade das bolas (t/m<sup>3</sup>);  
 $J$  = fração do grau de enchimento da carga moedora.

A partir de uma série de ensaios de moagem em batelada a seco com moinho de 0,850 m de diâmetro e 1,53 m de comprimento, Austin, Klimpel e Luckie (1984) desenvolveram a Equação 20 para cálculo da potência líquida demandada para moagens em batelada a seco.

$$P_{L/M} = 13,0 D^{0,5} (\phi_c - 0,1) \left( \frac{1}{1 + e^{[15,7(\phi_c - 0,94)]}} \right) \left( \frac{1 - 0,937 J}{1 + 5,95 J^5} \right) \quad (20)$$

Onde:

- $P_{L/M}$  = potência líquida demandada por tonelada da carga moedora (kW/t);

- $D$  = diâmetro do moinho interno ao revestimento (m);
- $\phi_c$  = fração da velocidade crítica;
- $J$  = fração do grau de enchimento da carga moedora.

Para obtenção da potência total e potência líquida para moinhos de bolas contínuos, por via úmida e com descarga por *overflow* foram desenvolvidos dois fatores de escalonamento, tendo como referência a Equação 18 (BOND, 1960). O primeiro fator de 1,07 escalona a moagem em batelada a seco para moagem contínua, por via úmida e descarga por *overflow*. Enquanto o segundo fator de 1,10 escalona a potência líquida para potência total (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984).

Fornecedores de moinhos de bolas como Nordberg (ANON, 1970) também desenvolveram equações para o cálculo da potência líquida demandada em moinhos de bolas, conforme apresentado na Equação 21.

$$P = 8,44 D_M^{2,5} L K_{Mt} K_L K_{Sp} \quad (21)$$

Onde:

$P$  = potência líquida demandada (kW);

$D_M$  = diâmetro do moinho interno ao revestimento (m);

$L$  = comprimento do moinho interno ao revestimento (m);

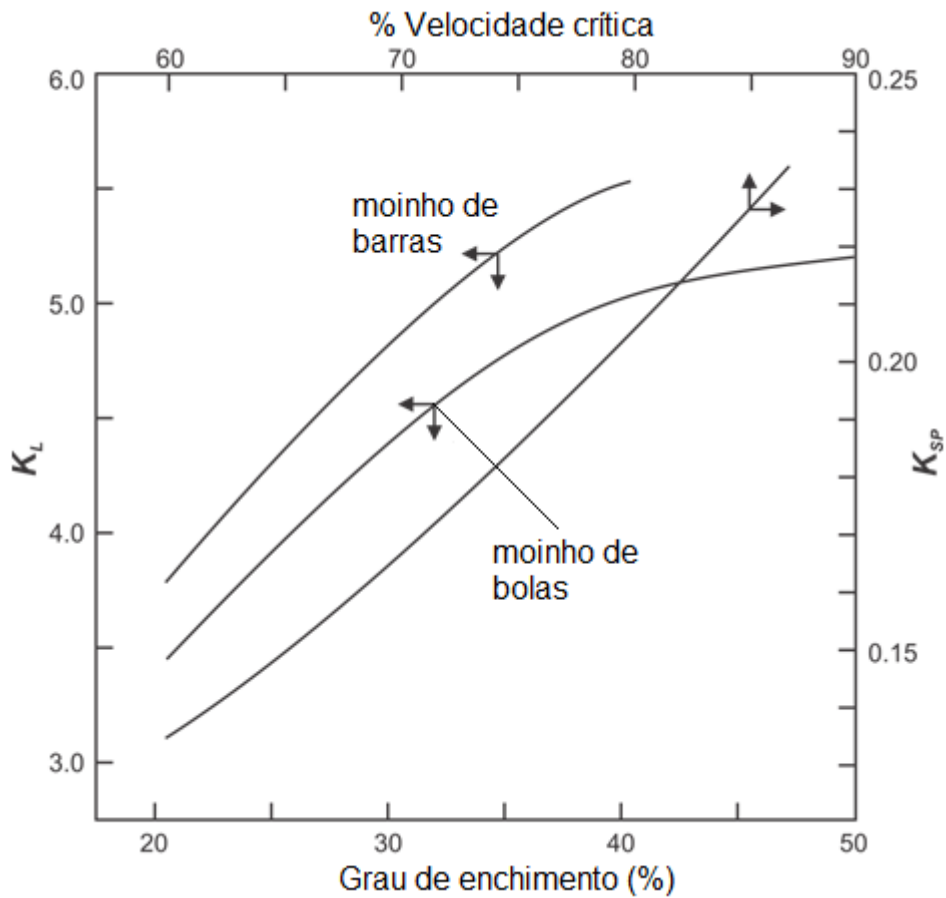
$K_{Mt}$  = fator do tipo de descarga do moinho. 1,0 para *overflow*; 1,13 para diafragma;

$K_L$  = fator do grau de enchimento da carga moedora;

$K_{Sp}$  = fator da porcentagem velocidade crítica.

Os fatores  $K_{Mt}$ ,  $K_L$  e  $K_{Sp}$  são determinados a partir do gráfico apresentado na Figura 9.

Figura 9 – Fatores para cálculo da potência aplicada aos moinhos de bolas.



Fonte: Adaptado de Kelly e Spottiswood (1982).

O modelo clássico desenvolvido por Bond (1960) para cálculo da potência total demandada em moinhos de bolas foi posteriormente revisado por Rowland e Kjos (1980) e Rowland e Erickson (1983), conforme mostram, respectivamente as Equações 22 e 23.

$$K_{W_b} = 4,879 D^{0,3} (3,2 - 3fV_b) fC_s \left( 1 - \frac{0,1}{29-10fC_s} \right) + S_s \quad (22)$$

$$S_s = 1,102 \left( \frac{D_b - 12,5 D}{50,8} \right) \quad (23)$$

Onde:

$K_{W_b}$  = potência demandada por tonelada de carga moedora (kW/tbola);

$D$  = diâmetro do moinho interno ao revestimento (m);



$fV_b$  = fração do moinho preenchido por bolas;

$fC_s$  = fração da velocidade crítica do moinho;

$S_s$  = fator do tamanho de bola (kW/tbola);

$D_b$  = diâmetro máximo de bola (mm).

O fator do tamanho de bola ( $S_s$ ) é aplicado para moinhos com diâmetro interno maior que 2,44 m (8') e tamanhos de bolas menores de 1/80 de  $D$ .

Rowland (1986) propôs uma correção para cálculo da potência de moinhos de bolas com diâmetro menor do que 2,44 m, conforme apresentado na Equação 24.

$$KW_b = 6,3 D^{0,3} \text{sen} \left( 51 - 22 \left( \frac{2,44-D}{2,44} \right) \right) (3,2 - 3fV_b) fC_s \left( 1 - \frac{0,1}{2^{9-10fC_s}} \right) \quad (24)$$

É importante salientar que a literatura não descreve o tamanho mínimo do moinho para o qual tal equação pode ser utilizada. Nos moinhos de menor diâmetro, a equação proposta inclui um redutor de potência em relação aos moinhos de grande diâmetro, devido ao fato do menor ângulo de elevação dos corpos moedores.

Segundo King (2001) a potência líquida aplicada aos moinhos de bolas pode ser calculada pela expressão apresentada na Equação 25.

$$P = 2,00 \varphi_c D_m^{2,5} L K_L \quad (25)$$

Onde:

$P$  = potência líquida demandada ao moinho (kW);

$\varphi_c$  = fração da velocidade crítica do moinho;

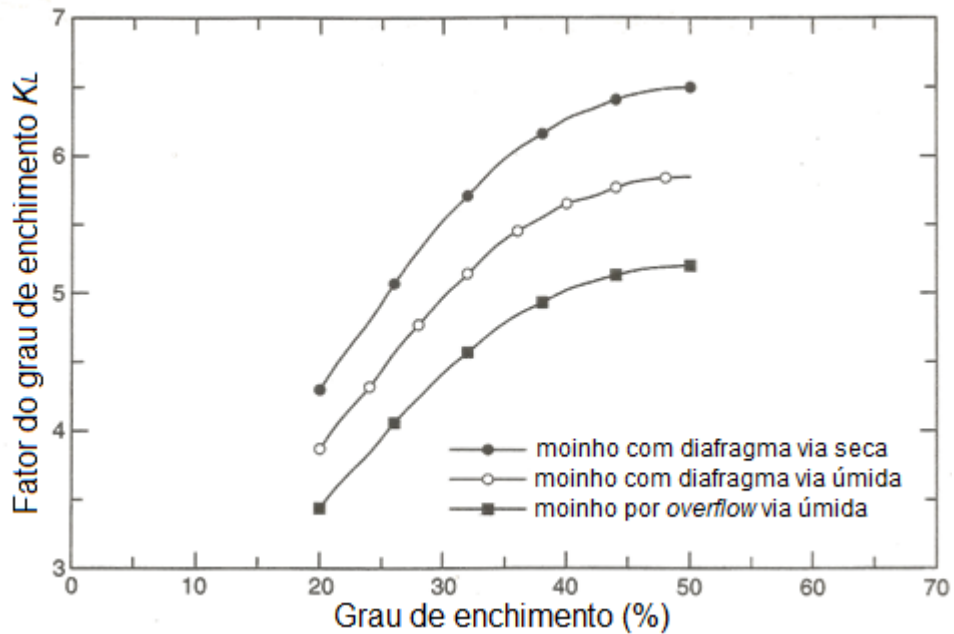
$D_m$  = diâmetro do moinho interno ao revestimento (m);

$L$  = comprimento do moinho interno ao revestimento (m);

$K_L$  = fator do grau de enchimento da carga moedora.

O fator  $K_L$  é determinado a partir do gráfico da Figura 10.

Figura 10 – Fator do grau de enchimento para cálculo da potência aplicada aos moinhos de bolas.



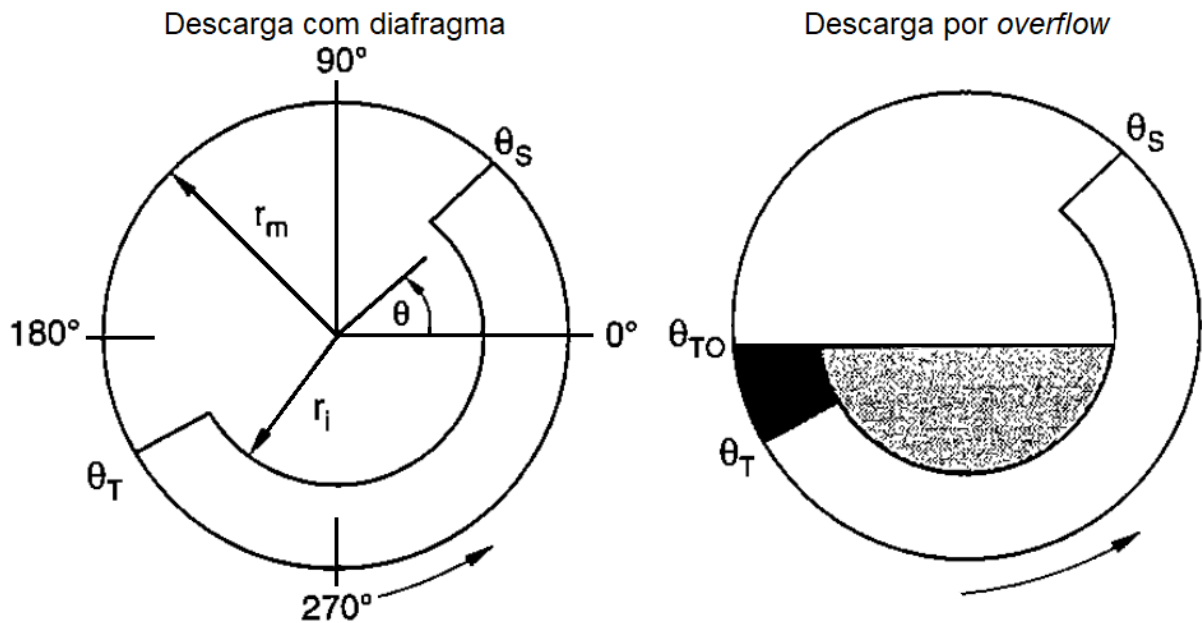
Fonte: Adaptado de King (2001).

### 2.2.3.1 Modelo de Potência Baseado na Dinâmica da Carga - JKRCM

Com base na dinâmica da carga, um novo modelo para cálculo da potência de moinhos tubulares foi desenvolvido no JKRCM (MORRELL, 1996a, 1996b) a partir de um grande banco de dados. O modelo descreve simplificada a dinâmica da carga no interior do moinho, bem como os efeitos da “piscina de polpa” que se forma nos moinhos.

As equações do modelo descrevem a dinâmica da carga do moinho pela posição do “pé” e “ombro” da carga e suas variações com a velocidade e grau de enchimento do moinho, conforme apresentado na Figura 11.

Figura 11 – Esquema do perfil da carga moedora em moinhos de bolas.



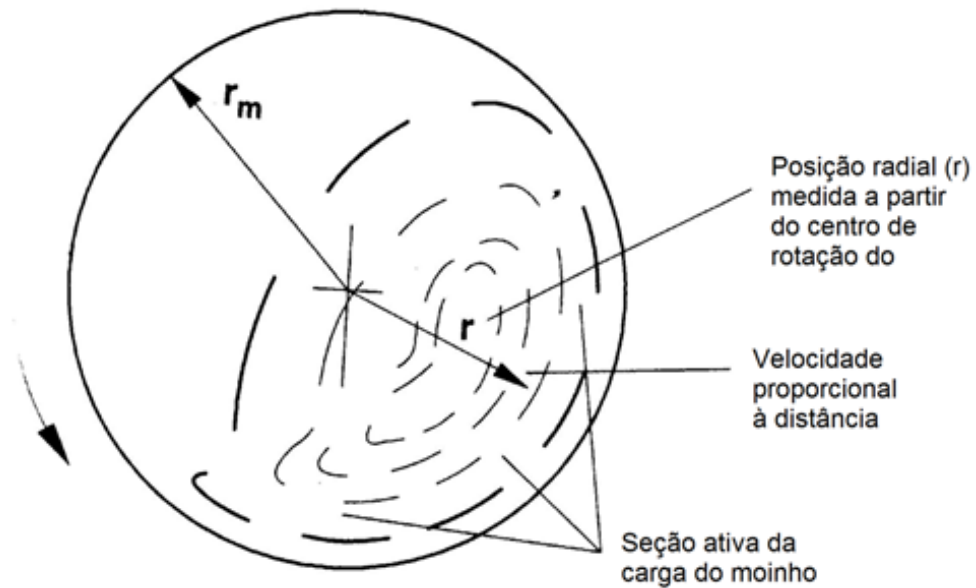
Fonte: Adaptado de Napier-Munn *et al.* (1996).

As seções seguintes descrevem em detalhe os efeitos das principais variáveis operacionais na potência demandada por moinhos de bolas, segundo o modelo desenvolvido no JKRCMC.

#### *DINÂMICA DA CARGA*

A dinâmica da carga pode ser descrita como várias linhas de corrente localizadas na seção ativa da carga, como apresentado na Figura 12.

Figura 12 – Esquema do movimento da carga dentro do moinho.



Fonte: Adaptado de Napier-Munn *et al.* (1996).

A velocidade das partículas em cada linha de corrente da carga pode ser expressa em termos da velocidade do moinho, enquanto que sua posição pode ser expressa em relação ao raio do moinho. Pode-se também obter uma velocidade tangencial normalizada ( $V_n$ ) associada a uma posição radial normalizada ( $R_n$ ), conforme apresentado nas Equações 26 e 27.

$$R_n = \frac{r}{r_m} \quad (26)$$

$$V_n = \frac{V_r}{V_m} \quad (27)$$

Onde:

$r$  = posição radial (m);

$r_m$  = raio do moinho interno ao revestimento (m);

$V_r$  = velocidade tangencial no raio  $r$  (m/s);

$V_m$  = velocidade tangencial do moinho no raio interno ao revestimento (m/s).

### *EFEITO DA VELOCIDADE*

Com o aumento da velocidade de rotação do moinho o ângulo do “ombro da carga” aumenta acarretando em uma elevação maior da carga. A posição do “pé da carga” não apresenta grande variação com a velocidade do moinho, conforme descrito por Liddell e Moys (1988).

### *EFEITO DO GRAU DE ENCHIMENTO*

De acordo com Napier-Munn *et al.* (1996) o aumento do grau de enchimento acarreta em aumento do ângulo do “ombro da carga” e diminuição do ângulo do “pé da carga”.

Quanto maior o grau de enchimento menor é a velocidade de rotação para que a carga centrifugue, isto é, a velocidade de centrifugação não depende apenas do balanço das forças gravitacional e centrífuga, mas também da interação entre corpo moedor e o moinho e corpos moedores entre si. Deste modo, estas interações não podem ser desprezadas (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).

Devido a estas interações, os corpos moedores ascendentes empurram os corpos moedores que estão sobre estes em posições mais elevadas do moinho, ocasionando uma elevação da carga maior do que aquela que ocorre quando considera-se apenas o movimento individual de um corpo moedor no moinho. Este fenômeno está relacionado com a velocidade do moinho e a magnitude das forças de atrito da carga moedora. Este fenômeno torna-se mais significativo quanto maior for o grau de enchimento do moinho (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).

### *CÁLCULO DA POTÊNCIA*

A partir da descrição matemática da dinâmica da carga e sua variação com a velocidade e grau de enchimento do moinho foi possível formular as equações para o cálculo da potência do moinho. A abordagem adotada pelo JKMRC considera a proporção das energias potencial e cinética transferidas para a carga. Na sequência

são apresentadas as Equações 28 e 29 para cálculo dos ângulos do pé e ombro da carga.

$$\theta_T = A(1 - e^{-B(\phi_c - \phi)}) + \pi/2 \quad (28)$$

$$\theta_S = \pi/2 - (\theta_T - \pi/2)(E + FJ_T) \quad (29)$$

Onde:

$\theta_T; \theta_S$  = ângulos do pé e do ombro da carga (radiano);

$A; B$  = constantes em função do grau de enchimento da carga moedora ( $J_t$ );

$\phi_c$  = fração da velocidade crítica, na qual a centrifugação da carga considera as interações entre corpos moedores e o moinho;

$\phi$  = fração da velocidade crítica, na qual a centrifugação da carga considera apenas o balanço das forças gravitacional e centrífuga;

$E; F$  = constantes em função da velocidade crítica ( $\phi$ ) do moinho;

$J_t$  = fração do grau de enchimento da carga moedora.

Para uma dada posição ( $r$ ) em metros, a velocidade tangencial ( $V_r$ ) em m/s, pode ser expressa em função da rotação ( $N_r$ ) em revoluções por segundo (rps), conforme descrito na Equação 30.

$$N_r = \frac{V_r}{2\pi r} \quad (30)$$

A partir da relação linear entre a velocidade tangencial normalizada ( $V_n$ ) e posição radial normalizada ( $R_n$ ), e expressando a velocidade tangencial em função da rotação ( $N_r$ ) surgem as relações apresentadas nas Equações 31 e 32.

$$N_r = \frac{N_m r_m (r - z r_i)}{r (r_m - z r_i)} \quad (31)$$

$$z = (1 - J_t)^{0,4532} \quad (32)$$

Onde:

$N_m$  = rotação no raio do moinho interno ao revestimento (rps);

$z$  = constante relativa ao grau de enchimento da carga moedora;

$r_i$  = raio interno da carga ativa, a qual compreende os limites entre as seções ativa e inativa da carga (m).

Considerando a potência como energia por unidade de tempo, a razão de energia potencial e cinética que é transferida para a carga permite estimar a potência demandada pelo moinho, conforme apresentado na Equação 33.

$$P_{net} = \frac{\pi g L N_m r_m}{3(r_m - z r_i)} \{2r_m^3 - 3z r_m^2 r_i + r_i^3 (3z - 2)\} \{ \rho_c [\text{sen}(\theta_S) - \text{sen}(\theta_T)] + \rho_p [\text{sen}(\theta_T) - \text{sen}(\theta_{TO})] \} + L \rho_c \left\{ \frac{\pi N_m r_m}{(r_m - z r_i)} \right\}^3 \{ (r_m - z r_i)^4 - r_i^4 (z - 1)^4 \} \quad (33)$$

Onde:

$P_{net}$  = potência líquida demandada. Representa a potência total subtraída a potência em vazio;

$L$  = comprimento interno do moinho (m);

$\rho_p$  = densidade da polpa;

$\rho_c$  = densidade da carga do moinho;

$\theta_{TO}$  = ângulo do pé da carga para moinhos de descarga por *overflow* (= 3,395 x radianos). Para moinho com diafragma  $\theta_{TO} = \theta_T$ .

## 2.3 MODELOS MATEMÁTICOS DE MOAGEM

Apesar da grande aplicação do modelo empírico e energético de Bond na indústria mineral, grandes esforços têm sido empregados por diversos pesquisadores na

formulação e verificação de relações matemáticas teóricas, que caracterizem os diversos mecanismos de fragmentação que ocorrem nos processos de cominuição, de modo a descrever o balanço de massas dos materiais processados. Estes modelos incluem como parâmetros as variáveis operacionais dos processos de cominuição para cada tipo de equipamento, permitindo obter resultados com níveis de precisão e detalhe satisfatórios para várias aplicações de relevância prática, quais sejam:

- Evolução de circuitos alternativos de processamento;
- Melhoria de desempenho de instalações em operação;
- Dimensionamento de novas instalações;
- Controle de processos.

Há duas classes de modelos matemáticos de cominuição, as quais têm aplicações práticas bem sucedidas na indústria mineral, quais sejam (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996):

- Modelos Fundamentais: consideram as interações entre partículas e elementos do equipamento, estabelecendo relações entre os parâmetros físicos e variáveis operacionais do equipamento com a fragmentação obtida no produto;
- Modelos Fenomenológicos: consideram o equipamento como um elemento de transformação entre a granulometria da alimentação e do produto.

### 2.3.1 MODELOS FUNDAMENTAIS

Os modelos fundamentais consideram a interação entre cada elemento no interior do equipamento e são baseadas na mecânica newtoniana. O objetivo dos modelos fundamentais é gerar uma relação detalhada entre os parâmetros físicos, variáveis operacionais do equipamento e o processo de cominuição envolvido. Uma característica importante destes modelos é a sua dependência da computação, a qual tem apresentado avanços significativos em relação a velocidade e capacidade de processamento de dados. Este fato tem contribuído para o desenvolvimento e aplicação dos modelos de elementos discretos (DEM) e dinâmica de fluidos computacional (CFD) na indústria mineral (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).



Os primeiros trabalhos desenvolvidos nesta área foram realizados no *Comminution Centre* da Universidade de Utah, sob direção de J. A. Herbst e P. R. King, com destaque para os seguintes trabalhos: Herbst e Fuerstenau (1980), Austin, Klimpel e Luckie (1984), Kinneberg e Herbst (1984), Hoyer e Austin (1985), Herbst, Lo e Rajamani (1986), Lo e Herbst (1986 e 1988), Austin, Menacho e Percy (1987), Schneider (1995), King e Schneider (1998), Tavares e King (1998). Destaca-se também com contribuições importantes nesta área o trabalho de P. Radziszewski da Universidade de Quebec, Mishra e Rajamani (1992, 1994a e 1994b), Inoue e Okya (1994 e 1995).

Os pesquisadores e desenvolvedores de modelos fundamentais, devido à alta dependência da capacidade da computação em processar dados, utilizam como artifício nos respectivos modelos selecionar zonas dos moinhos para cada parâmetro ou variável relacionada à modelagem. Radziszewski *et al.* (1989) reduziram a demanda computacional dividindo o moinho em zonas de impacto, abrasão e baixa ação e depois caracterizaram cada uma das zonas. A simples aplicação da Lei da Dinâmica de Newton torna qualquer modelo bastante complexo. Enquanto as bolas e/ou barras de aço sejam consideradas perfeitamente elásticas, as partículas de minério entre elas não o são. Mishra e Rajamani (1994a) aproximaram o comportamento das bolas com um modelo de mola e amortecimento. Enquanto Inoue e Okya (1994), por exemplo, utilizaram um modelo de mola com atrito e histerese.

### 2.3.2 MODELOS FENOMENOLÓGICOS

Os modelos fenomenológicos, também conhecidos como “*Black Box Models*” (*BBM*) ou Modelos da Caixa Preta, são aqueles que estimam a distribuição granulométrica do produto a partir da distribuição granulométrica da alimentação, da caracterização de quebra do minério e da experiência com operações similares, ou seja, um banco de dados modelado com algum algoritmo apropriado.

São conhecidos como modelos fenomenológicos, pois representam o fenômeno de quebra, não levando necessariamente em consideração os princípios físicos envolvidos no processo. Portanto, estes modelos estimam a distribuição granulométrica do produto em função da distribuição granulométrica alimentação,

características do minério, como resistência à fragmentação, parâmetros físicos do equipamento e das variáveis operacionais.

De acordo com Kelly e Spottiswood (1982), os conceitos envolvidos no processo de cominuição destes modelos podem ser descritos por quatro funções, quais sejam:

- Razão de Quebra ou Função Seleção: definida como a frequência dos eventos de fragmentação que ocorrem no equipamento de cominuição. Representa a velocidade de desaparecimento das partículas para cada faixa granulométrica. É expressa pela relação entre a massa cominuída e a massa inicial para uma determinada faixa granulométrica. O comportamento dinâmico da carga dos moinhos determina a forma e a magnitude desta função;
- Função Quebra ou Função Distribuição de Quebra (*appearance function*): representa a distribuição granulométrica resultante das partículas devido à aplicação de energia nestas. Esta fragmentação depende das características do minério e da forma que a energia é aplicada;
- Função Classificação: classifica cada fração granulométrica após um evento de quebra, e antes do evento posterior. Desta forma, partículas classificadas como grosseiras são encaminhadas ao próximo evento de fragmentação, enquanto que as classificadas como finas são descarregadas do equipamento de cominuição;
- Função Distribuição do Tempo de Residência: representa o tempo que cada partícula ou polpa permanece no equipamento, do momento que entra ao momento em que é descarregada.

A notação vetorial pode ser utilizada nos modelos fenomenológicos para representar as vazões de alimentação e produto de cada fração granulométrica presente nos fluxos. Da mesma forma, a matriz quebra de um determinado tamanho torna-se um vetor de quebra para cada fração granulométrica, assim como as razões de quebra também podem ser representadas por vetores. Alguns pesquisadores preferem trabalhar com funções contínuas ou integrais ao invés de somatórios. Contudo, funções analíticas não têm obtido sucesso nestas aplicações e fazem parecer que estes modelos são mais complexos do que realmente são (NAPIER-MUNN, 1996).

A estrutura destes modelos associa-se aos mecanismos cinéticos que controlam os fenômenos de fragmentação dentro de um equipamento. Para tanto, apresentam o conceito de “evento de fragmentação”, o qual corresponde a um período extremamente curto em que energia em forma de impacto, abrasão ou compressão é aplicada a um conjunto de partículas de uma determinada fração granulométrica, as quais poderão ou não ser fragmentadas. Caso seja fragmentada, cada partícula do conjunto gerará novas partículas. Por sua vez, cada nova partícula gerada estará acessível para absorver as energias disponíveis e sofrerem ou não fragmentação. Este processo é repetido sucessivamente até que as partículas geradas sejam descarregadas do equipamento e novas partículas sejam alimentadas para serem submetidas aos eventos de fragmentação. A distribuição de tamanhos das partículas fragmentadas é descrita pela função distribuição de quebra. Estes eventos de fragmentação ocorrem com grande frequência em moinhos, podendo assim ser caracterizados como um processo contínuo, premissa que permite uma modelagem efetiva do processo de moagem baseado no balanço populacional (KING, 2001).

A premissa fundamental dos modelos fenomenológicos é que um determinado conjunto de partículas é proveniente de uma única partícula-primária (ou partícula-mãe), assim a razão de quebra da  $i$ -ésima fração granulométrica é proporcional à quantidade de material presente na  $i$ -ésima fração granulométrica. Deste modo, é razoável assumir que a razão de quebra da  $i$ -ésima fração granulométrica pode ser calibrada pela “lei de primeira ordem” (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984; GARDNER; AUSTIN, 1962; KING, 2011), conforme descrito na Equação 34.

$$\text{Razão de Quebra} = k_i M m_i \quad (34)$$

Onde:

$k_i$  = razão específica de quebra, correspondente à  $i$ -ésima fração granulométrica ( $h^{-1}$ );

$M$  = massa de sólidos no interior do moinho (t);

$m_i$  = fração da carga no interior do moinho, correspondente à  $i$ -ésima fração granulométrica.

Como a razão de quebra varia com o tamanho de partículas é fortemente recomendável utilizar frações granulométricas com intervalos estreitos de modo que as práticas computacionais de modelagem resultem em estimativas boas e adequadas do fenômeno de fragmentação (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984; KELLY; SPOTTISWOOD, 1982; NAPIER-MUNN *et al.*, 1996; KING, 2011; WILLS, 2008).

### 2.3.2.1 Razão Específica de Quebra

A razão específica de quebra varia com o tamanho das partículas, de modo que esta cresce com o aumento do tamanho das partículas, indicando assim redução da resistência à fragmentação com o aumento do tamanho das partículas. Isto pode ser explicado pelo aumento da densidade das microfraturas em partículas grossas em conjunto com a premissa de que para uma partícula considerada grossa há uma maior oportunidade de propagação de uma fratura que acarretará em sua fragmentação (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984; KING, 2011).

Entretanto, há um tamanho de partícula que é significativamente grande em relação às condições internas do moinho, no qual a energia disponível torna-se insuficiente para causar a fragmentação da mesma. Deste modo, a curva típica da razão específica de quebra de um moinho de bolas apresenta um máximo para um determinado tamanho e decresce em ambos os sentidos, portanto para redução ou aumento do tamanho de partícula (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984; KELLY; SPOTTISWOOD, 1982; NAPIER-MUNN *et al.*, 1996; KING, 2001; WILLS, 2008).

#### RAZÃO ESPECÍFICA DE QUEBRA PROPOSTA POR AUSTIN

Austin, Klimpel e Luckie (1984) descrevem a razão específica de quebra pela Equação 35.

$$k(d_p) = \frac{s_1 d_p^\alpha}{1 + (d_p/\mu)^\lambda} \quad (35)$$

Onde:

$K(d_p)$  = razão específica de quebra, correspondente ao tamanho  $d_p$  ( $\text{min}^{-1}$ );

$S_1$  = razão específica de quebra para o tamanho 1 mm ( $\text{min}^{-1}$ );

$d_p$  = tamanho correspondente (mm);

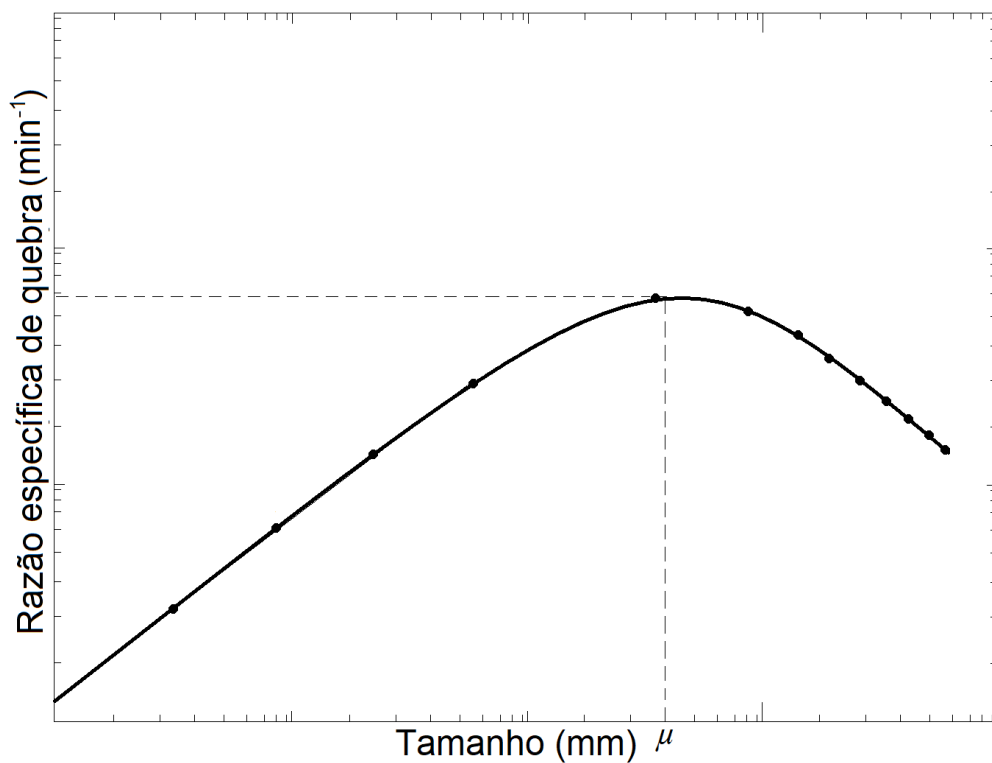
$\alpha$  = inclinação da curva razão específica de quebra para os tamanhos em que esta cresce linearmente. Tamanhos menores que o ponto de inflexão da curva;

$\mu$  = tamanho em que a razão específica de quebra é máxima (mm);

$\lambda$  = inclinação da reta auxiliar definida por  $[S_1 d_p^\alpha / k(d_p)]$  e  $d_p$  como abscissa para determinação do parâmetro  $\mu$ .

A curva típica da razão específica de quebra proposta por Austin é apresentada na Figura 13.

Figura 13 – Curva típica da razão específica de quebra proposta por Austin.



Fonte: Adaptado de King (2001).

Os valores  $S_i$  de razão específica de quebra podem ser estimados a partir de ensaios de moagem em batelada em laboratório para cada minério, ou mesmo a partir das distribuições granulométricas da alimentação e produto de moinhos em operação, tomados por uma campanha de amostragem.

O procedimento proposto por Austin para escalonamento da razão específica de quebra para moinhos industriais a partir de ensaios de moagem em batelada a seco, assume que os parâmetros  $\alpha$  e  $\lambda$  são características do minério apenas, enquanto os  $S_1$  e  $\mu$  são dependentes dos parâmetros físicos do moinho. Neste caso apenas estes dois últimos parâmetros precisam ser escalonados.

As principais variáveis que influenciam o escalonamento da razão específica de quebra são o diâmetro do moinho interno ao revestimento e o diâmetro dos corpos moedores, as quais determinam a energia de fragmentação média aplicada no interior do moinho (AUSTIN, 1973; AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984; KING, 2001).

Como é um parâmetro cinético, a razão específica de quebra aumenta com o número de impactos por unidade de tempo por unidade de volume do moinho. Segundo Austin, Klimpel e Luckie (1984) a frequência dos impactos no interior do moinho varia proporcionalmente com a velocidade de rotação do mesmo. A variação da frequência dos impactos no interior do moinho com o grau de enchimento é complexa e, portanto, é recomendável que técnicas empíricas para o escalonamento desta variável sejam aplicadas.

O efeito do preenchimento dos interstícios da carga de corpos moedores ( $U$ ) também influencia a razão específica de quebra, visto que nem toda a polpa no interior do moinho permanece na região dos interstícios da carga moedora, onde será submetida a impactos e, conseqüentemente, fragmentação. A formação da piscina de polpa no interior do moinho acarreta em redução significativa dos impactos nas partículas e fragmentação das mesmas. Em relação ao preenchimento dos interstícios da carga moedora, a razão específica de quebra é máxima na região onde  $U$  é próximo a 1. Esta variável é também calibrada através de técnicas empíricas (AUSTIN, 1984; KING, 2001).

O escalonamento do parâmetro  $S_1$  para a razão específica de quebra proposta por Austin é dado pela Equação 36.

$$\frac{S_1}{S_{1T}} = \left(\frac{D}{D_T}\right)^{N_1} \left(\frac{1+6,6J_T^{2,3}}{1+6,6J^{2,3}}\right) \left(\frac{f_{vc-0,1}}{f_{vcT-0,1}}\right) \left(\frac{1+e^{[15,7(f_{vcT-0,94})]}}{1+e^{[15,7(f_{vc-0,94})]}}\right) e^{-c(U-U_T)} \quad (36)$$

Na Equação 36, as variáveis identificadas com a letra “*T*” subscritas referem-se às variáveis determinadas pelos ensaios de moagem, enquanto as variáveis sem a respectiva letra “*T*” subscritas referem-se às variáveis para os moinhos industriais. As variáveis *J* e *U* são calculadas em relação à carga moedora para o moinho em modo estacionário. As variáveis *N*<sub>1</sub> e *c* são constantes empíricas, com valores recomendados de 0,5 e 1,3, respectivamente (KING, 2001).

Segundo King (2001) o diâmetro dos corpos moedores também influencia a razão específica de quebra. Corpos moedores pequenos produzem menores energias de impacto e afetam um número menor de partículas, visto que o espaço intersticial entre os corpos moedores diminui com a redução do diâmetro dos mesmos. Ademais, corpos moedores pequenos têm menor probabilidade de impactar partículas grosseiras. No entanto, a redução do diâmetro dos corpos moedores aumenta o número de impactos no interior do moinho devido ao aumento do número de corpos moedores presentes, posto que o número de destes por unidade de volume varia como  $1/d_b^3$ . A competição dos efeitos da redução dos corpos moedores tende a favorecer o aumento da razão específica de quebra, com esta última variando na razão  $1/d_b^n$ , com *n* aproximadamente 1.

O parâmetro  $\mu$ , que indica o tamanho em que a razão específica de quebra é máxima, aumenta com o aumento do diâmetro de corpos moedores e depende do diâmetro interno do moinho (AUSTIN, 1984; AUSTIN; SHOJI; LUCKIE, 1976; KING, 2001; SHOJI *et al.*, 1982; SHOJI; LOHRASB; AUSTIN, 1980). Como os moinhos apresentam uma distribuição de diâmetros de corpos moedores, o escalonamento do parâmetro  $\mu$  pode ser representado pelas Equações 37 e 38.

$$k(d_p) = S_1 d_p^\alpha \sum_i \frac{m_{bi} \left(\frac{d_{bT}}{d_{bi}}\right)^{N_0}}{1 + \left(\frac{d_p}{\mu_i}\right)^\lambda} \quad (37)$$

$$\frac{\mu_i}{\mu_{iT}} = \left(\frac{D}{D_T}\right)^{N_2} \left(\frac{d_{bi}}{d_{biT}}\right)^{N_3} \quad (38)$$

O parâmetro  $d_{bi}$  representa o diâmetro da  $i$ -ésima classe/fração de bolas enquanto  $m_{bi}$  representa a fração da  $i$ -ésima classe de bolas na carga do moinho. As variáveis  $N_0$ ,  $N_2$  e  $N_3$  são constantes empíricas, com valores recomendados de 1,0; 0,2 e 1,0, respectivamente (KING, 2001).

#### *RAZÃO ESPECÍFICA DE QUEBRA PROPOSTA POR HERBST-FUERSTENAU*

Herbst e Fuerstenau (1980) descrevem a razão específica de quebra, bem como a função distribuição de quebra a partir da potência específica aplicada aos moinhos de bolas, de modo a caracterizar a variação destas funções com o diâmetro e variáveis operacionais dos moinhos. Este método é bastante útil para o escalonamento de moinhos industriais a partir de ensaios de moagem em batelada e campanhas piloto de moagem, sendo denominado como procedimento de escalonamento pela energia específica (KING, 2001). Deste modo, a razão específica de quebra pode ser descrita pela potência específica líquida aplicada ao moinho de bolas segundo a Equação 39.

$$k_i \tau = S_i^E \frac{P}{W} \quad (39)$$

Onde:

$k_i$  = razão específica de quebra, correspondente à  $i$ -ésima fração granulométrica ( $h^{-1}$ );

$\tau$  = tempo de residência médio das partículas no interior do moinho (h);

$S_i^E$  = energia específica da razão de quebra, correspondente à  $i$ -ésima fração granulométrica (t/kWh);

$P$  = potência líquida aplicada ao moinho (kW);

$W$  = vazão de sólidos através do moinho (t/h).

Para ensaios de moagem em batelada, a variável  $W$  pode ser substituída por  $M$ , que representa a massa de sólidos dentro do moinho.



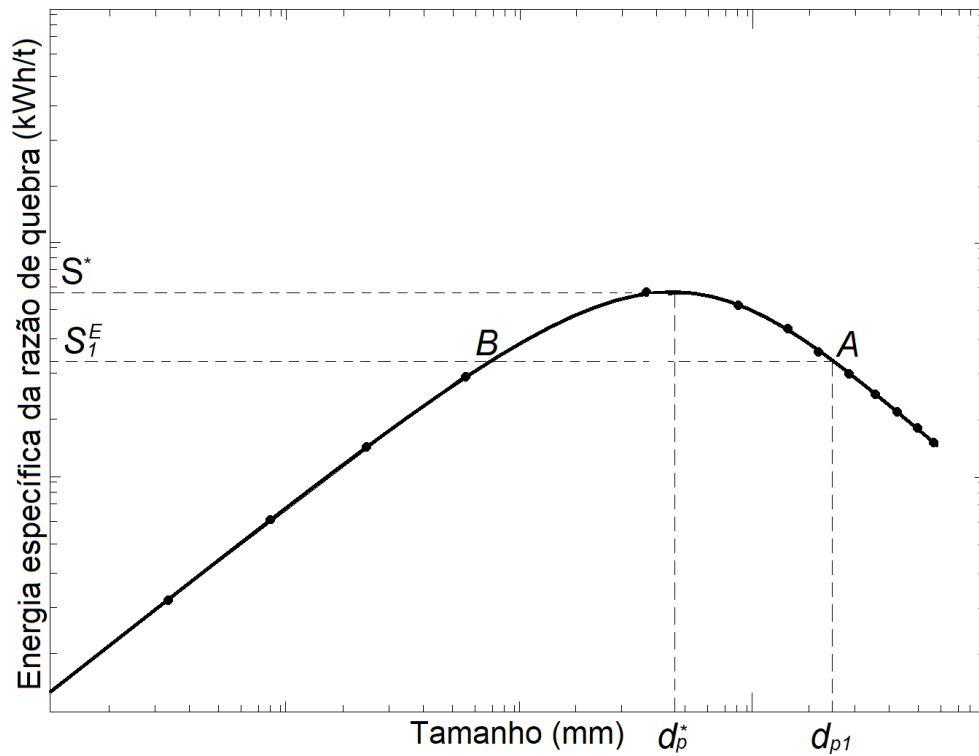
A premissa do modelo de Herbst-Fuerstenau é que a função energia específica da razão de quebra para a  $i$ -ésima fração granulométrica ( $S_i^E$ ) depende apenas do material processado, e não varia com o moinho ou variáveis operacionais, isto é, assume que fragmentação dentro do moinho é proporcional à energia absorvida pelo material processado, sendo irrelevante o modo de aplicação desta energia. Entretanto, segundo King (2001) a  $S_i^E$  varia com a distribuição do diâmetro dos corpos moedores. Deste modo, ensaios em laboratório ou piloto devem utilizar a mesma distribuição de diâmetro de corpos moedores do moinho industrial a ser modelado ou simulado. Por outro lado, uma grande vantagem deste modelo é que o tempo de residência médio ( $\tau$ ) e a razão de quebra específica ( $k_i$ ) não precisam ser calculados para os propósitos de escalonamento de moinhos industriais.

A variação da energia específica da razão de quebra por fração granulométrica pode ser representada pela Equação 40.

$$\ln\left(\frac{S_i^E}{S_1^E}\right) = \zeta_1 \ln\left(\frac{d_{pi}}{d_{p1}}\right) + \zeta_2 \left[\ln\left(\frac{d_{pi}}{d_{p1}}\right)\right]^2 \quad (40)$$

Os parâmetros  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  da Equação 30 são calculados segundo o procedimento descrito na sequência, bem como pela Figura 14.

Figura 14 – Curva típica da energia específica da razão de quebra proposta por Herbst-Fuerstenau.



Fonte: Adaptado de King (2001).

- Adotar um tamanho de referência  $d_{p1}$  para obter o valor de referência  $S_1^E$ . O ponto  $d_{p1}$  é usualmente adotado como o *top size* da distribuição estudada;
- O ponto onde a  $S_1^E$  é máxima é localizado entre os pontos A e B (*vide* Figura 14) e suas coordenadas são definidas como  $(d_p^*, S^*)$ ;
- Os parâmetros  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  são relacionados com o ponto de máxima  $S_1^E$  de acordo com as Equações 41 e 42.

$$\zeta_1 = \frac{2 \ln\left(\frac{S^*}{S_1^E}\right)}{\ln\left(\frac{d_p^*}{d_{p1}}\right)} \quad (41)$$

$$\zeta_2 = - \frac{\ln\left(\frac{S^*}{S_1^E}\right)}{\left[\ln\left(\frac{d_p^*}{d_{p1}}\right)\right]^2} \quad (42)$$

As Equações 41 e 42 são obtidas derivando a Equação 40 e igualando-a a zero. Este procedimento deve ser resolvido simultaneamente com a Equação 43.

$$\ln\left(\frac{S^*}{S_1^E}\right) = \zeta_1 \ln\left(\frac{d_p^*}{d_{p1}}\right) + \zeta_2 \left[\ln\left(\frac{d_p^*}{d_{p1}}\right)\right]^2 \quad (43)$$

O parâmetro  $\zeta_1$  determina o tamanho de partícula que apresenta a maior razão específica de quebra conforme a Equação 44. O parâmetro  $\zeta_2$  determina o perfil da curva  $S_1^E$  versus  $d_p$  na região onde a energia específica da razão de quebra é máxima, assim este valor deve ser sempre negativo para garantir que a curva tenha um ponto máximo e não mínimo. Valores numéricos altos de  $\zeta_2$  indicam curva com formato agudo no ponto de máximo, enquanto valores numéricos baixos indicam perfil achatado no ponto de máximo. Corpos moedores com pequeno diâmetro são associadas a valores numéricos baixos de  $\zeta_2$ .

$$\ln\left(\frac{d_p^*}{d_{p1}}\right) = -\frac{\zeta_1}{2\zeta_2} \quad (44)$$

#### *RAZÃO ESPECÍFICA DE QUEBRA PROPOSTA POR WHITEN – JKPMC*

O modelo para razão específica de quebra desenvolvido por Whiten (1976) no JKPMC (*Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre*) assume o moinho como um misturador perfeito e define um parâmetro ( $r/d$ ) arbitrário para caracterizar a cinética de fragmentação do moinho. Tal parâmetro consiste na divisão da razão específica de quebra pela função descarga ou classificação. As equações e detalhes do modelo estão apresentados na seção 0 deste trabalho.

#### *2.3.2.2 Função Distribuição de Quebra*

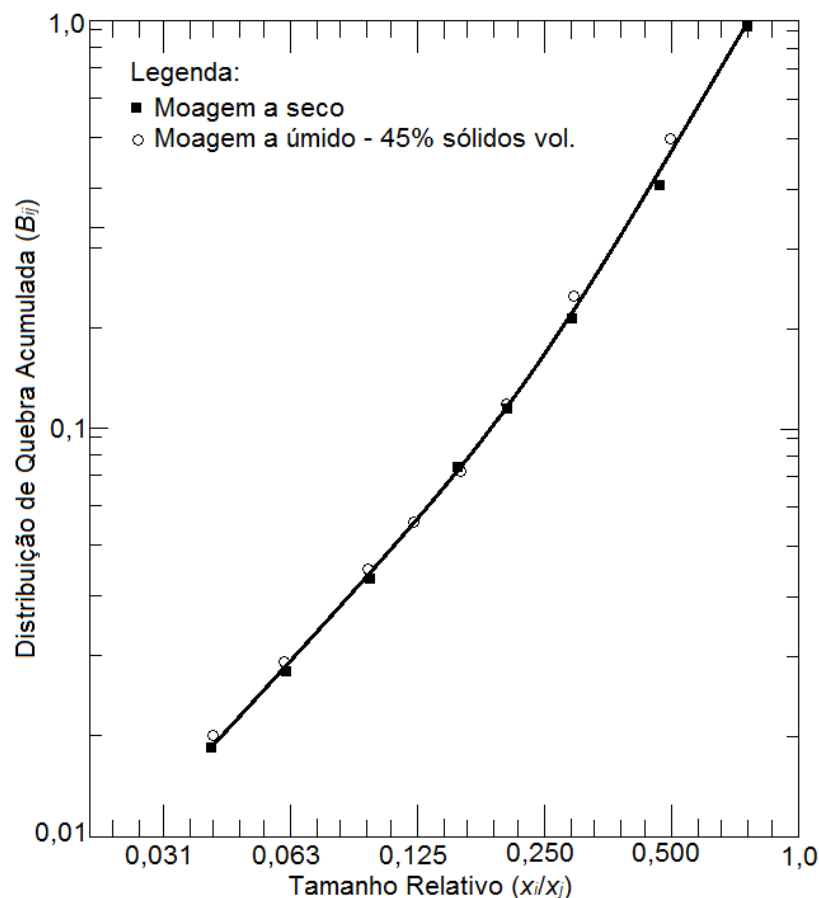
A função distribuição de quebra representa a distribuição das partículas após serem submetidas a um evento de fragmentação e usualmente é descrita de como uma distribuição acumulada (KELLY; SPOTTISWOOD, 1982). Deste modo, a matriz

distribuição de quebra ( $B_{ij}$ ) representa a fração do material presente na fração inicial  $j$  que após um evento de fragmentação estará presente na fração  $i$ .

Segundo Austin, Klimpel e Luckie (1984) e Gardner e Austin (1962) a função distribuição de quebra pode ser determinada a partir de ensaios de fragmentação em laboratório com amostras de monotamanho, isto é, de uma fração granulométrica específica (amostras bitoladas). Ademais, para moinhos de bolas esta função é independente das variáveis operacionais do moinho (operando em intervalo de condições normais) e do tamanho inicial da partícula fragmentada. Em vista disto, é aceitável assumir que os valores da matriz  $B_{ij}$  possam ser normalizados, assim a matriz  $B_{ij}$  é reduzida ao vetor  $b_{ij}$  (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984; KELSALL; REID; RESTARICK, 1968a, 1968b, 1970; SHOJI; LOHRASB; AUSTIN, 1980).

A Figura 15 ilustra uma curva típica da função distribuição de quebra determinada a partir de ensaios de moagem em batelada em laboratório.

Figura 15 – Distribuição acumulada de quebra para moagem de quartzo -0,850 +0,600 mm.



Fonte: Adaptado de Austin, Klimpel e Luckie (1984).

Pesquisas de (KELSALL; STEWART; WELLER, 1973a, 1973b) apontam que a função distribuição de quebra varia com a forma de aplicação dos mecanismos de fragmentação e material processado. Enquanto que Heyes, Kelsall e Stewart (1973a, 1973b) indicaram que a função distribuição de quebra varia com o formato dos corpos moedores.

Segundo Kelly e Spottiswood (1982) poucos materiais mostraram não permitir a normalização das suas respectivas funções distribuição de quebra. Algumas pesquisas que indicaram este fenômeno, bem como indicaram métodos alternativos para a determinação da função distribuição de quebra, podem ser observadas em Austin e Luckie (1972a, 1972b), Austin, Luckie e von Seebach (1975) e Austin, Luckie e Wightman (1975).

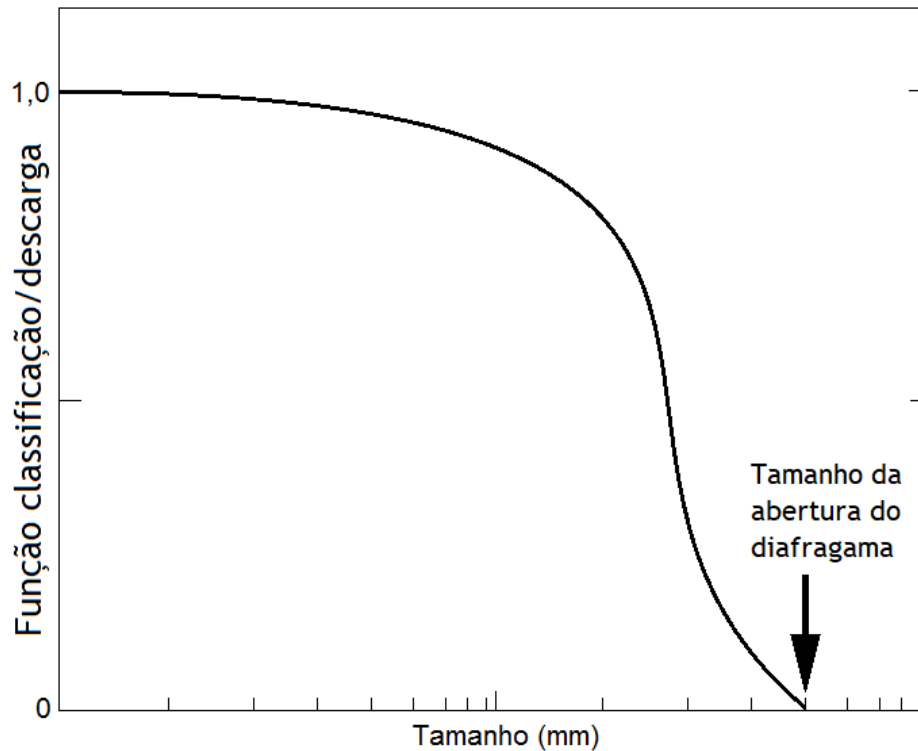
### 2.3.2.3 *Função Classificação*

Segundo King (2001), independentemente do tipo de descarga dos moinhos de bolas, há restrições para que as partículas grosseiras sejam descarregadas pelo moinho. Nos moinhos com descarga por diafragma, as partículas são classificadas de modo que as partículas menores que as aberturas do diafragma são descarregadas, enquanto as partículas maiores que a abertura do diafragma não são descarregadas.

Por outro lado, nos moinhos com descarga por *overflow*, as partículas grosseiras têm dificuldade para moverem-se acima da carga e serem descarregadas. Em contrapartida as partículas finas acompanham a água e são descarregadas com facilidade. Deste modo, as descargas dos moinhos comportam-se como um classificador que permitem seletivamente descarregar as partículas finas, em contrapartida recircular as partículas grosseiras de volta à carga moedora do moinho (KING, 2001).

A Figura 16 ilustra uma curva típica da função classificação ou descarga para moinhos de bolas.

Figura 16 – Curva típica da função classificação ou descarga.



Fonte: Adaptado de Kelly e Spottiswood (1982).

#### 2.3.2.4 Distribuição do Tempo de Residência

A distribuição do tempo de residência (DTR) de um moinho pode ser determinada através da adição de um traçador (geralmente um sal solúvel) e tomada de amostras na descarga do moinho sucessivas durante um período pré-determinado. A DTR, após análises químicas das amostras tomadas, é então determinada a partir da concentração de cada amostra tomada em tempos distintos (KELSALL, 1965; KELSALL; STEWART; REID, 1968).

Segundo Austin, Klimpel e Luckie (1984) a granulometria do produto final e capacidade dos circuitos de moagem fechados do circuito não são sensíveis à DTR. Entretanto a carga circulante, as granulometrias da alimentação e produto do moinho são bastante influenciadas pela DTR. Desta forma, uma modelagem acurada e simulação de um circuito de moagem requer uma DTR acurada, embora um dimensionamento global possa ser realizado com uma estimativa da DTR.

Pelo método do traçador solúvel, a DTR pode ser descrita matematicamente pela função  $E(t)$  representada pelas Equações 45 a 47 (LEVENSPIEL, 1999).

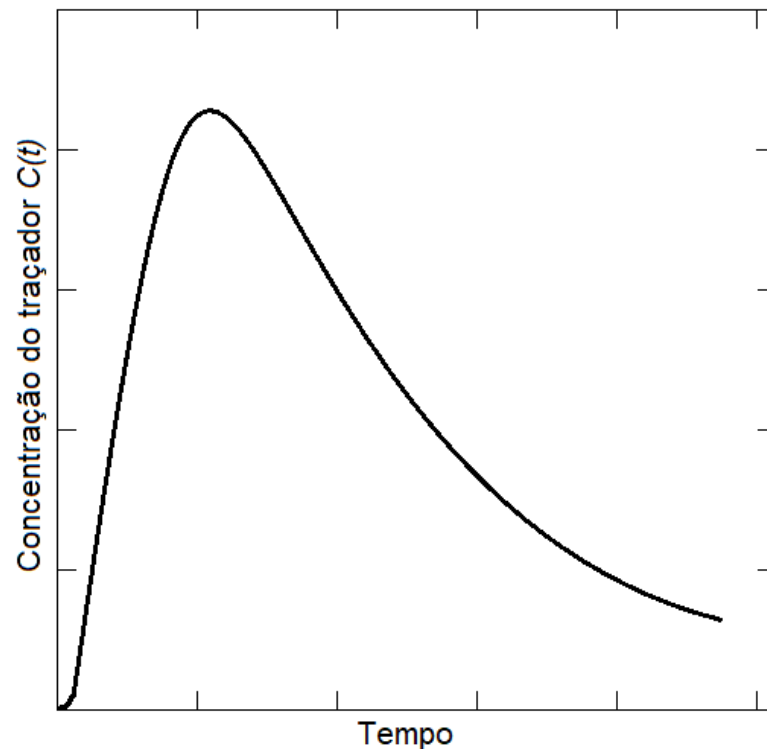
$$E(t) = \frac{C(t)}{\int_0^{\infty} C(t)dt} \quad (45)$$

$$\tau = \int_0^{\infty} tE(t)dt \quad (46)$$

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} (t - \tau)^2 E(t)dt \quad (47)$$

A variável  $C(t)$  é a concentração do traçador no tempo  $t$  após a adição do traçador, enquanto  $\tau$  é o tempo de residência médio e  $(\sigma^2)$  é a variância da DTR próximo ao  $\tau$ . É importante ressaltar que o método do traçador de sal solúvel para determinação da DTR é válido para a fase líquida. Para a fase sólida é recomendável utilizar um traçador radioativo, visto que o tempo de residência da fase líquida é significativamente menor que o da fase sólida devido à classificação que as partículas são submetidas no interior do moinho. Logo, o *hold-up* dos sólidos no interior do moinho é maior do que o da água (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984; KING, 2001). A Figura 17 ilustra uma curva típica da DTR.

Figura 17 – Curva típica da distribuição do tempo de residência em moinhos de bolas.



Fonte: Adaptado de Austin, Klimpel e Luckie (1984).

O fluxo de polpa através dos moinhos pode ser caracterizado por dois modelos, quais sejam: *plug flow* e misturador perfeito. No fluxo *plug flow* todas as partículas/polpa levam o mesmo tempo para serem descarregadas pelo moinho equivalente ao tempo de residência médio. No fluxo misturador perfeito as partículas possuem tempos de residência distintos, com algumas sendo descarregadas instantaneamente, enquanto que aproximadamente 15% levam o dobro do tempo de residência médio (KELLY; SPOTTISWOOD, 1982).

Moinhos operando com comportamento próximo ao misturador perfeito geram produtos com ampla distribuição granulométrica, enquanto que moinhos operando com comportamento *plug flow* geram produtos com distribuição granulométrica mais estreita (KELSALL; REID; RESTARICK, 1970).

Uma prática utilizada na avaliação da DTR é dividir o tempo de residência médio em dois componentes. O componente de retardo ( $\tau_p$ ) representa o comportamento *plug flow* e o de equilíbrio ( $\tau_m$ ) representa o comportamento do misturador perfeito (KELLY; SPOTTISWOOD, 1982).



Kelsall, Reid e Restarick (1968a, 1968b, 1970) indicaram que para uma primeira aproximação, é razoável assumir que partículas de diferentes tamanhos possuam fluxo com as mesmas características, as quais são similares às da água. Os mesmos pesquisadores demonstraram ainda que grandes mudanças nas variáveis como vazão de polpa, grau de enchimento e diâmetro das bolas acarretam em efeito significativo no tempo de residência médio. Do mesmo modo, Shoji, Lohrasb e Austin (1980) indicaram que as variáveis como densidade de polpa, composição mineral e formato dos corpos moedores também produzem efeito significativo no tempo de residência médio.

### 2.3.3 MODELO DO BALANÇO POPULACIONAL

Historicamente o modelo do balanço populacional ou *Population Balance Model* (*PBM*) teve sua primeira formulação descrita por Brown (1941). Este trabalho foi continuado por Epstein (1947) e Broadbent e Callcott (1956), os quais formularam e aplicaram novos conceitos ao *PBM*. Independentemente, Sedlatschek e Bass (1953), Filippov (1961), Gaudin e Meloy (1962) e Gardner e Austin (1962) também estenderam o desenvolvimento do *PBM* e validaram os conceitos a aplicação destes conceitos para dados experimentais. Vários desenvolvimentos posteriores de destaque foram publicados por autores como Austin e Kimpel (1964), Austin, Klimpel e Luckie (1984), Kelsall, Reid e Stewart (1969), Herbst e Fuerstenau (1968 e 1980) e Herbst; Lo e Rajamani (1986).

O *PBM* é um modelo de taxa de primeira ordem, pois nele é considerado que o produto gerado no interior do moinho por intervalo de tempo é determinado por uma única fração granulométrica presente no interior do moinho. Desta forma, cada fração apresenta uma constante própria que representa sua razão de desaparecimento  $k_i$ , utilizada para calcular sua razão específica de quebra. A premissa de quebra de primeira ordem resultou em simplicidade do modelo, o que facilita sua utilização. No entanto, o mesmo torna-se limitado na aplicação a faixas de operação muito amplas. (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).

A razão específica de quebra  $k_i$ , pode ser estimada a partir de ensaios de laboratório, ou ser retrocalculada através da equação básica do *PBM*. A dedução

desta equação tem por base o balanço de massas para uma faixa granulométrica individual, conforme a Equação 48 (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).

$$f_i + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} k_j s_j = p_i + k_i s_i \quad (48)$$

Onde:

$f_i$  = vazão de sólidos da alimentação do moinho, correspondente à i-ésima fração granulométrica (t/h);

$p_i$  = vazão de sólidos do produto do moinho, correspondente à i-ésima fração granulométrica (t/h);

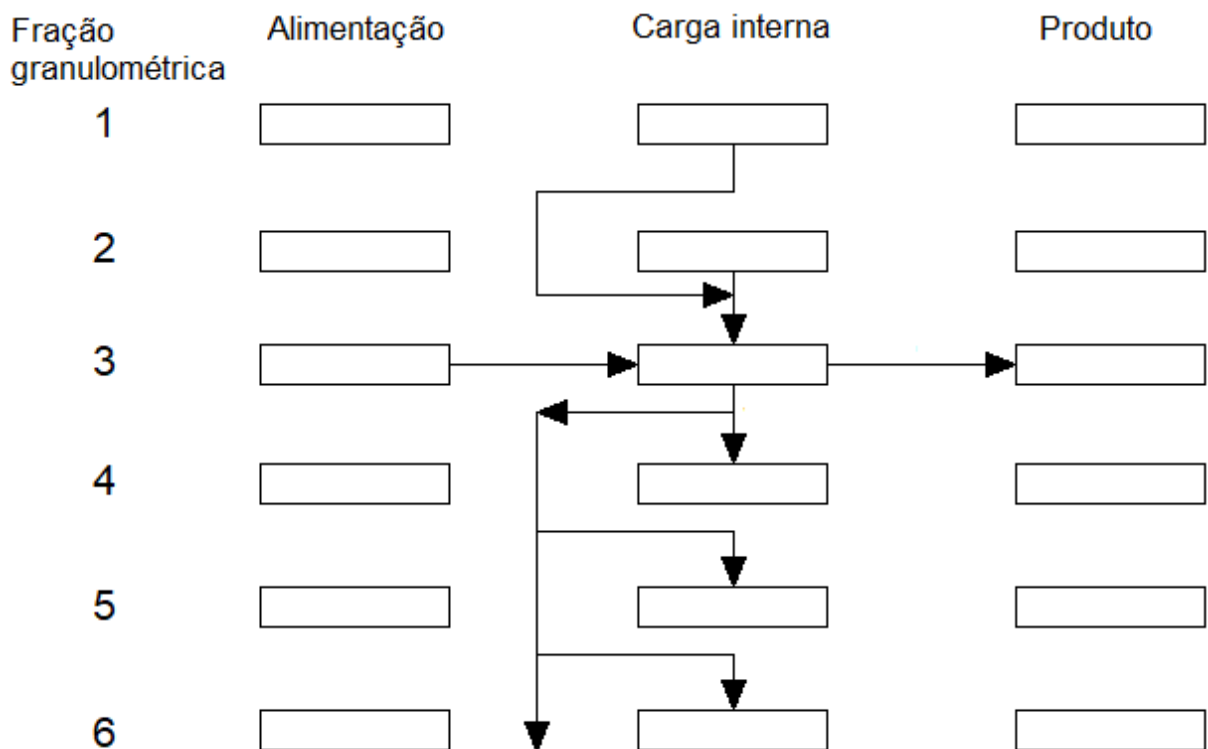
$b_{ij}$  = função distribuição de quebra, correspondente a fração da j-ésima faixa granulométrica, que aparece na i-ésima fração granulométrica devido à fragmentação;

$k_j$  = função razão específica de quebra, correspondente à j-ésima fração granulométrica ( $h^{-1}$ );

$s_j$  = massa da carga no interior do moinho, correspondente à j-ésima fração granulométrica (t).

A Figura 18 apresenta um esquema dos eventos de fragmentação e distribuição de fragmentos para um instante  $\Delta t$ , dentro de um moinho.

Figura 18 – Representação esquemática dos eventos de fragmentação e distribuição de fragmentos, para um instante  $\Delta t$ , em um moinho.



Fonte: Adaptado de Delboni Jr. (2012).

Portanto, durante um intervalo  $\Delta t$ , algumas partículas serão fragmentadas e seus fragmentos redistribuídos entre as malhas inferiores segundo a distribuição resultante. Para os sólidos retidos em uma malha  $i$  qualquer, a função razão de quebra  $k_i$  representa a velocidade de fragmentação, ou seja, a fração das partículas que se fraturam por unidade de tempo. O produto  $(k_i \Delta t)$  representa a fração, em massa, do material retido na malha  $i$ , no instante  $t$ , que é fragmentado pela ação do meio moedor durante o período  $\Delta t$  imediatamente posterior. A função quebra  $b_{ij}$  representa a fração, em massa, dos fragmentos provenientes da fratura de partículas retidas na malha  $j$  que serão retidos na malha  $i$  inferior (ALVES, 2006).

A vantagem deste modelo é apresentar resultados em termos de índices técnicos, permitindo a melhoria de desempenho de instalações industriais e de projetos de equipamentos de cominuição. Esta melhoria é obtida por meio de simulações da operação de circuitos de cominuição, que possibilitam a seleção de alternativas integradas de melhor desempenho sob o enfoque técnico de processo ou mesmo econômico (LYNCH; MORRELL, 1992).

Para modelagem de moinho de bolas há duas variações desta classe de modelos que são bastante difundidas na indústria mineral, quais sejam: o Modelo Cinético e o Modelo do Misturador Perfeito. Apesar de que, por um longo período estes modelos tiveram uma grande rivalidade acadêmica, o trabalho de Morrell, Sterns e Weller (1993) confirmou que para determinadas condições assumidas, ambas as abordagens convergem para modelos comuns. Atualmente, ambos os modelos são largamente utilizados na indústria mineral e sua diferença essencial está nas premissas que assumem sobre a carga no interna do moinho e o tempo de residência das partículas (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).

### 2.3.3.1 Modelo Cinético

O Modelo Cinético ou *Kinetic Model (KM)* desenvolvido por Leonard Austin e descrito em Austin, Klimpel e Luckie (1984) tem como base o modelo de balanço populacional, e emprega a distribuição granulométrica contida nos três fluxos, quais sejam a alimentação, a carga e o produto do moinho, sendo representado pelas Equações 49 e 50.

$$m_{pi} = \frac{m_{fi} + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} k_j \tau m_{pj}}{1 + k_i \tau} \quad (49)$$

$$\tau = \frac{M}{Q_s} \quad (50)$$

Onde:

$m_{fi}$  = fração da alimentação nova do moinho presente na i-ésima fração granulométrica;

$m_{pi}$  = fração do produto do moinho presente na i-ésima fração granulométrica;

$b_{ij}$  = função distribuição de quebra, correspondente a fração da j-ésima faixa granulométrica, que aparece na i-ésima fração granulométrica devido à fragmentação;

$k_j$  = função razão específica de quebra, correspondente à j-ésima fração

granulométrica ( $h^{-1}$ );

$\tau$  = tempo de residência médio dos sólidos (h);

$M$  = massa de sólidos no interior do moinho (t);

$Q_s$  = vazão de sólidos através do moinho (t/h);

$m_i$  = fração da massa de sólidos no interior do moinho presente na  $i$ -ésima fração granulométrica.

O modo comumente utilizado para determinação do tempo de residência médio é mediante o método do traçador solúvel, conforme descrito anteriormente na seção 2.3.2.4.

Quando o circuito de moagem é fechado por uma etapa de classificação, Weller (1981) descreve que o tempo de residência médio global é calculado assumindo que os tempos de residência do traçador, da água e dos sólidos em todas as frações granulométricas são iguais. Desta forma, é possível estimar o tempo de residência médio dos sólidos  $\tau$  e a carga de sólidos total no interior do moinho  $M$ , assumindo que a densidade de polpa da descarga e no interior do moinho é igual.

Contudo, esse método fornece uma estimativa do tempo de residência médio de toda a carga do moinho, sendo necessário o cálculo deste parâmetro para cada fração granulométrica, ou seja, é necessário estimar  $m_i$ . Segundo estudos de Kelsall, Reid e Stewart (1969) e Weller (1981), pode-se assumir que a distribuição do tempo de residência, possa ser modelada a partir de um conjunto formado por uma série de misturadores perfeitos iguais. Deste modo, o método insere dois novos parâmetros, a fração de retenção do misturador completo e o número de pequenos misturadores.

Como são misturadores perfeitos assume-se que,  $m_i = m_{pi}$ . Utilizando o produto de um misturador como alimentação do próximo, é possível calcular  $k_i$ , conseqüentemente, pode-se calcular também a carga total do moinho  $M$ , a partir do produto de cada misturador ( $m_{pin}$ ), do número total de misturadores ( $N$ ) e da vazão total de sólidos. Muitos estudos a respeito da DTR em moinhos industriais em operação foram realizados e os resultados indicaram que, em geral, três misturadores perfeitos distintos são adequados. Neste aspecto são aqui destacados os estudos de Makokha e Moys (2011), Makokha, Moys e Bwalya (2011), assim como Mulenga,

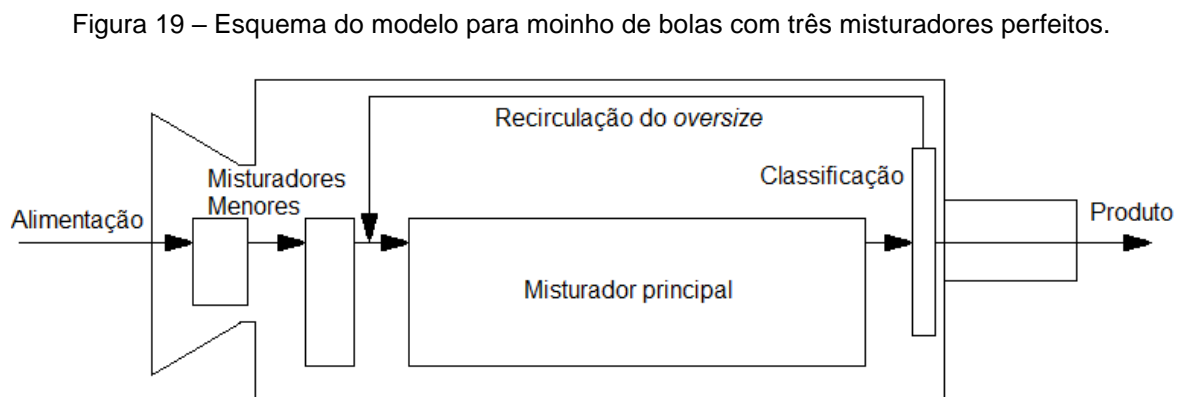
Mkonde e Bwalya (2016). Usualmente o último misturador é maior que os dois primeiros, fato que é consistente com o conceito da classificação intrínseca presente na descarga dos moinhos que acumulam as partículas mais grossas e as recirculam para a carga do moinho. Neste modelo o material é descarregado pelo último misturador após ser classificado (KING, 2001; SCHNEIDER, 1995).

De acordo com a descrição na seção 2.3.2.3 todos os moinhos de bolas possuem intrinsecamente uma classificação em sua descarga, que faz com que parte dos sólidos retorne à carga de bolas do moinho. Assim com a inclusão da função classificação as Equações 49 e 50 passam a serem expressas pelas Equações 51 e 52. Na sequência a

$$m_i^* = \frac{m_{fi} + \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} k_j \tau' m_j^*}{1 + \tau' k_i - c_i} \quad (51)$$

$$\tau' = \frac{M}{Q_s (1+C)} = \frac{\tau}{(1+C)} \quad (52)$$

Onde,  $\tau'$  representa o tempo de residência médio efetivo dos sólidos.  $C$  é a fração de recirculação de sólidos no moinho, enquanto  $c_i$  é a função classificação ou descarga do moinho, correspondente à  $i$ -ésima fração granulométrica. A variável  $m_i^*$  é igual a " $m_i(1 + C)$ ". A Figura 19 ilustra um esquema do modelo para moinhos de bolas com três misturadores perfeitos distintos, incluindo uma classificação na descarga.



Fonte: Adaptado de King (2001).

Como são misturadores perfeitos, a Equação 51 pode ser resolvida assumindo que  $m_{pi} = (1 - c_i)m_i^*$ . Como  $\tau'$  não é conhecido e este só pode ser calculado conhecendo-se a distribuição granulométrica do misturador estudado, a resolução da equação requer um processo iterativo, de modo que se assume um  $\tau'$  inicial para calcular  $m_i^*$  a partir da Equação 53.

$$C = \sum_i c_i (1 + C)m_i = \sum_i c_i m_i^* \quad (53)$$

Em cada caso, a função classificação pode ser calculada por meio da Equação 54, determinando-se as distribuições granulométricas do material no interior do moinho e do produto do moinho.

$$1 - c_i = \frac{m_{pi}}{(1+C)m_i} \quad (54)$$

### 2.3.3.2 Modelo do Misturador Perfeito

O texto da presente seção é baseado em Napier-Munn *et al.* (1996).

O Modelo do Misturador Perfeito ou *Perfect Mixing Model (PMM)* proposto por Whiten (1976) pode ser considerado um caso particular do *PBMe* atualmente é o principal modelo empregado em modelagem de circuitos industriais de moagem.

O *PMM* baseia-se também no balanço de massas para cada fração granulométrica, isto é, a soma das vazões de entrada, é igual a soma das vazões de saída para cada fração granulométrica. Entretanto, Whiten, utiliza a terminologia  $r_i$  para a razão específica de quebra e  $a_{ij}$  para a função distribuição de quebra (*appearance function*). A Equação 55 apresenta a expressão do balanço de massas para o *PMM*.

$$f_i + \sum_{j=1}^i r_j s_j a_{ij} = p_i + r_i s_i \quad (55)$$

Como o conteúdo do moinho está perfeitamente misturado, a carga do moinho está relacionada com o produto por meio de uma razão de descarga  $d_i$ , para cada fração granulométrica de acordo com a Equação 56.

$$p_i = d_i s_i \quad (56)$$

Subtraindo-se a condição de  $j$  igual a  $i$  na somatória da massa proveniente da fragmentação de frações mais grossas que a considerada, chega-se à forma mais comum da equação básica do *PMM* (DELBONI JR., 2012), conforme ilustrada na Equação 57.

$$f_i - p_i + \sum_{j=1}^{i-1} r_j s_j a_{ij} - r_i s_i (1 - a_{ii}) = 0 \quad (57)$$

Os vetores  $f_i$ ,  $p_i$  e  $s_i$  representam, respectivamente, a vazão de alimentação do moinho, a vazão do produto do moinho e o conteúdo interno de minério do moinho (carga) em cada intervalo granulométrico. A variável  $a_{ij}$  representa a fração retida na malha  $i$  proveniente da malha  $j$ , após um evento de fragmentação, e o parâmetro  $r_i$  corresponde à frequência destes eventos para a  $i$ -ésima fração granulométrica.

Segundo Napier-Munn *et al.* (1996) uma limitação de ordem prática importante, sob o ponto de vista da modelagem matemática, é a impossibilidade de se quantificar diretamente a distribuição granulométrica do minério contido na câmara interna dos moinhos.

Para tanto, as equações 55 e 57, básicas do *PMM* foram combinadas, de forma a possibilitar a sua aplicação em modelagem de moinhos, mediante a normalização dos parâmetros razão específica de quebra e função descarga, conforme a Equação 58.

$$f_i - p_i \left( 1 + \frac{r_i}{d_i} (1 - a_{ii}) \right) + \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \left( \frac{r_i}{d_i} \right) p_i = 0 \quad (58)$$

Portanto, o quociente  $r/d$  torna-se o principal parâmetro do modelo e pode ser determinado por meio da distribuição granulométrica da alimentação e do produto do moinho, além de uma função distribuição de quebra que represente com fidelidade o minério processado (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).



A divisão do parâmetro  $r/d$  pelo tempo de residência médio das partículas no interior do moinho leva à normalização do mesmo, independente das dimensões e condições operacionais do moinho de bolas estudado. A Equação 59 apresenta a normalização do parâmetro  $r/d$ .

$$\frac{\frac{r_i}{d_i}}{\left(\frac{D^2 L}{4Q}\right)} = \frac{r_i}{d^*_i} \quad (59)$$

Onde:

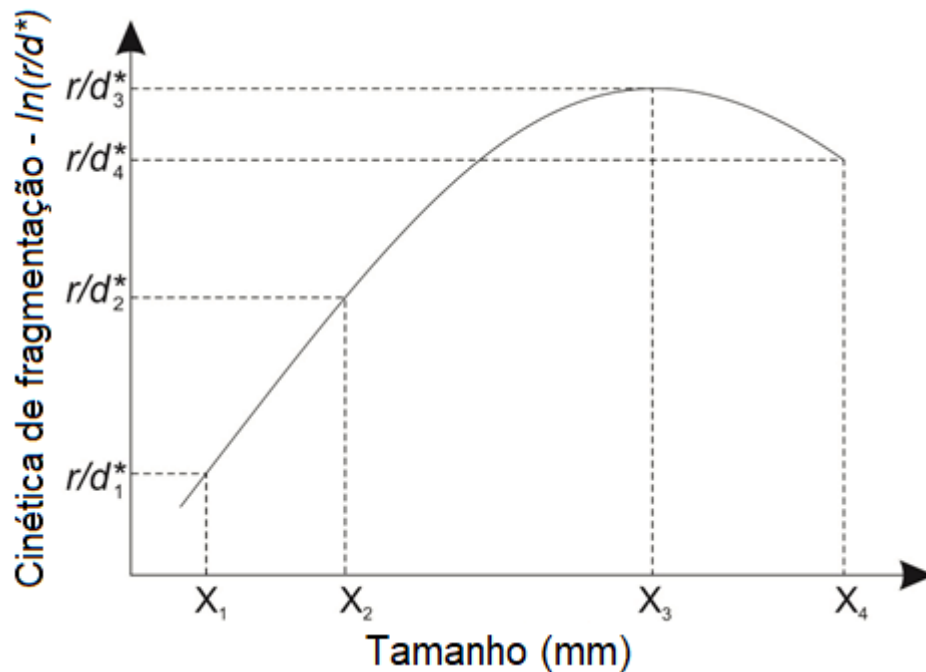
$D$  = diâmetro interno do moinho (m);

$L$  = comprimento interno do moinho (m);

$Q$  = vazão volumétrica de polpa da alimentação do moinho (m<sup>3</sup>/h).

Portanto, o modelo matemático da operação de moinhos fica definido pelas características do minério  $a_{ij}$  (*appearance function*) e pela interação das características do equipamento e minério, representado por  $r/d^*$ . Este último é representado por uma curva quadrática definida por três ou no máximo quatro pontos, como ilustrado na Figura 20. Para que se possa abranger toda a fração granulométrica estudada, utiliza-se o método *spline function* (WHITEN, 1972).

Figura 20 – Curva típica da distribuição do parâmetro  $r/d^*$ .



Fonte: Adaptado de Napier-Munn *et al.* (1996).

## 2.4 TRANSPORTE DE POLPA

A presente seção descreve e analisa estudos selecionados referentes ao transporte de polpa em moinhos tubulares e as relações entre as variáveis operacionais do processo, as variáveis características do transporte de polpa e o impacto no desempenho da moagem.

As principais variáveis operacionais e parâmetros físicos que influenciam o transporte de polpa nos moinhos tubulares são: vazão de alimentação, concentração (porcentagem) de sólidos, grau de enchimento, velocidade de rotação, tipo de descarga (*overflow* ou diafragma), área aberta do diafragma e posição das aberturas (distância da abertura ao centro do diafragma), diâmetro e comprimento internos do moinho. A reologia da polpa também influencia no transporte da polpa através do moinho, contudo no desenvolvimento do presente trabalho esta variável não foi abordada.

O transporte de polpa nos moinhos tubulares pode ser caracterizado pelas seguintes variáveis: *hold-up* da polpa, tempo de residência médio, distribuição do tempo de residência, velocidade axial da polpa.

O *hold-up* representa a quantidade relativa de material presente no interior do moinho, incluindo sólidos e água. Geralmente é quantificado como a fração volumétrica que a polpa ocupa em relação ao volume intersticial da carga moedora, ou seja, a razão entre o volume de polpa contido no moinho e o volume de vazios da carga moedora ( $U$ ), conforme apresentado pela Equação 60 (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984).

$$U = \frac{V_p}{V_{int}} \quad (60)$$

Onde,  $U$  é a fração do *hold-up*,  $V_p$  é o volume de polpa no interior do moinho e  $V_{int}$  é o volume intersticial da carga moedora. Quando não é medido, o volume intersticial da carga é adotado como sendo 40% do grau de enchimento com o moinho em modo estacionário (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984).

A distribuição do tempo de residência (DTR) é a função que parametriza o período que a polpa permanece no interior do moinho previamente à descarga. Uma descrição mais detalhada da DTR foi apresentada anteriormente na seção 2.3.2.2.

Muitos pesquisadores avaliam a DTR utilizando o método do traçador solúvel, por meio do número de Peclet ( $P_e$ ) em relação ao coeficiente de dispersão axial ( $D_{ca}$ ), os quais são relacionados entre si e com o tempo de residência médio ( $\tau$ ) segundo a Equação 61 (ABOUZEID, 1974).

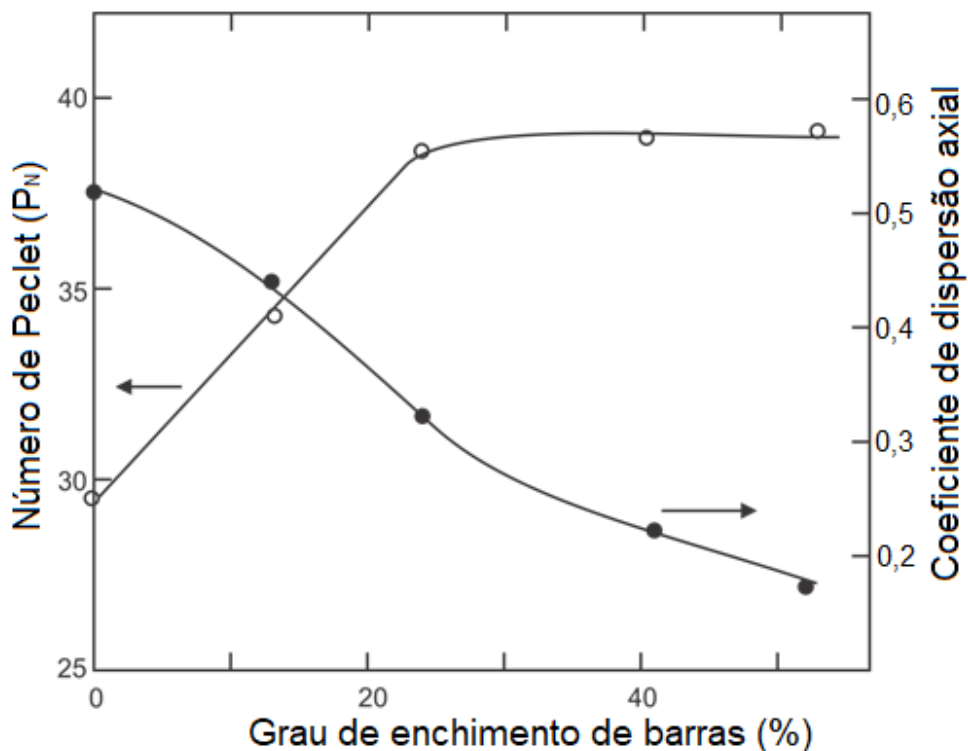
$$P_e = \frac{v_{ap} L}{D_{ca}} = \frac{L^2}{D_{ca} \tau} \quad (61)$$

Onde,  $P_e$  é adimensional e  $D_{ca}$  é dado em unidade de área por tempo ( $[A]/[T]$ ).

Embora a Equação 61 mostre que a relação entre  $P_e$  e  $D_{ca}$  seja inversamente proporcional para um determinado comprimento do moinho  $L$ , isto não pode ser assumido como verdade para todos os casos, devido à possibilidade da variação do

tempo de residência médio  $\tau$ . Swaroop, Abouzeid e Fuerstenau (1981) demonstraram em seus experimentos que o coeficiente de dispersão axial decresce continuamente com o aumento do grau de enchimento, enquanto o número de Peclet cresce até um determinado valor com o aumento do grau de enchimento e, para valores maiores, mantem-se aproximadamente constante, conforme pode ser observado na Figura 21.

Figura 21 – Relação entre número de Peclet e coeficiente de dispersão axial em função do grau de enchimento.



Fonte: Adaptado de Swaroop, Abouzeid e Fuerstenau (1981).

A velocidade axial da polpa ( $v_{ap}$ ) indica a vazão volumétrica de polpa que atravessa o comprimento do moinho por unidade de área, ou seja, a velocidade axial de polpa tem relação direta com a DTR. A velocidade axial de polpa é calculada segundo a Equação 62 (SWAROOP, ABOUZEID E FUERSTENAU, 1981).

$$v_{ap} = \frac{Q_p}{f_{int} A_s} \quad (62)$$

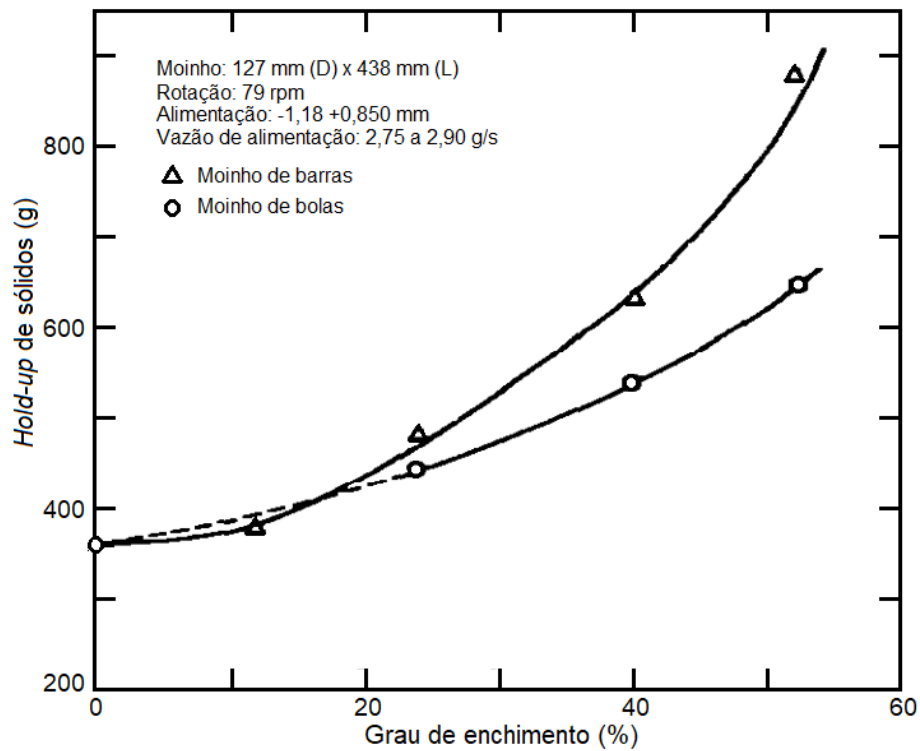
Onde,  $Q_p$  é a vazão volumétrica de polpa,  $f_{int}$  é a fração dos interstícios da carga em relação ao volume total do moinho e  $A_s$  é a área da seção transversal do moinho.

#### 2.4.1 *HOLD-UP*

Diversos estudos indicaram que o *hold-up* da polpa aumenta com o aumento da vazão de alimentação (SWAROOP; ABOUZEID; FUERSTENAU, 1981; FUERSTENAU; ABOUZEID; SWAROOP, 1986; ARBITER, 1990; VALERY JR.; MORRELL, 1995; MORRELL; STEPHENSON, 1996; LATCHIREDDI; MORRELL, 2003a, 2003b).

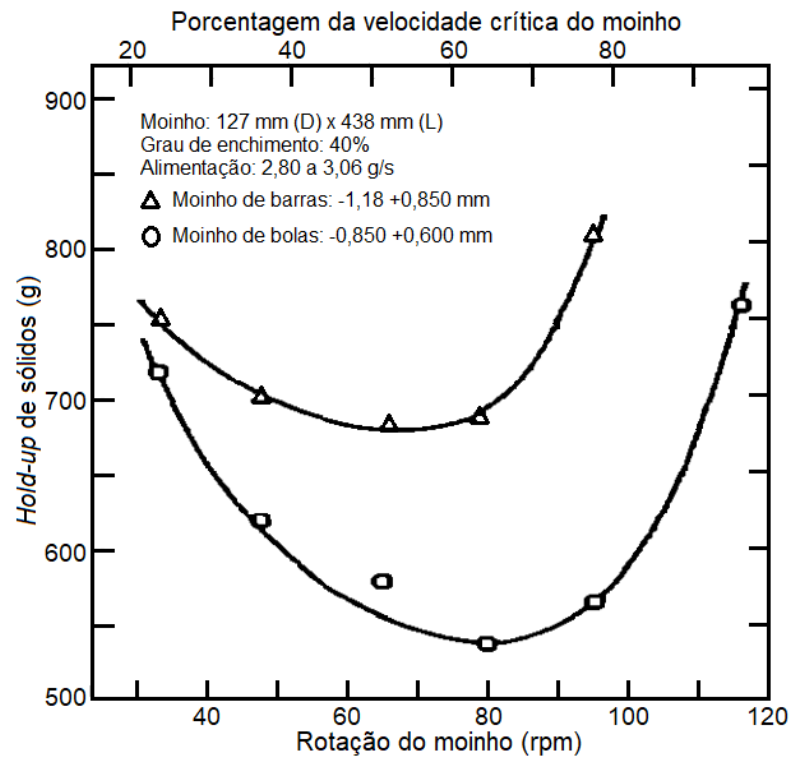
Swaroop, Abouzeid e Fuerstenau (1981) realizaram experimentos em um moinho de laboratório contínuo com 127 mm de diâmetro, 438 mm de comprimento e presença de oito aletas levantadoras de 3 mm de altura. O mesmo moinho apresentava entrada circular com diâmetro de 25 mm, enquanto a descarga era totalmente aberta, contendo apenas uma grade de arame para reter a carga moedora no interior do moinho. Os resultados indicaram que o *hold-up* da polpa cresceu com o aumento do grau de enchimento, enquanto que a variação da rotação do moinho indicou um ponto onde o *hold-up* era mínimo, aumentando a partir deste ponto com o aumento ou redução da rotação, conforme ilustrado nos gráficos da Figura 22 e da Figura 23.

Figura 22 – Curvas da variação do *hold-up* em função do grau de enchimento.



Fonte: Adaptado de Swaroop, Abouzeid e Fuerstenau (1981).

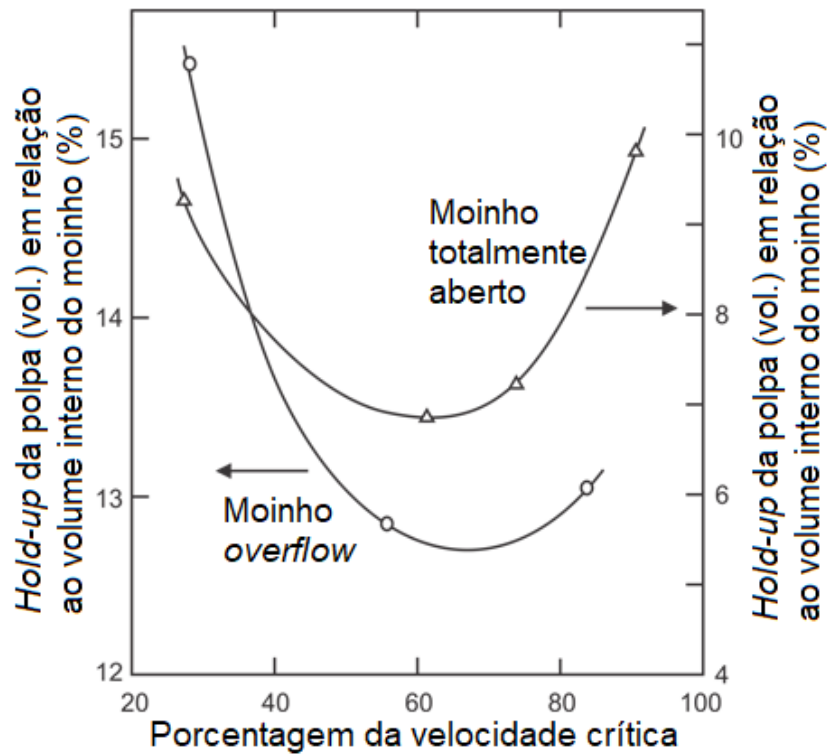
Figura 23 - Curvas da variação do *hold-up* de sólidos em função da rotação do moinho.



Fonte: Adaptado de Swaroop, Abouzeid e Fuerstenau (1981).

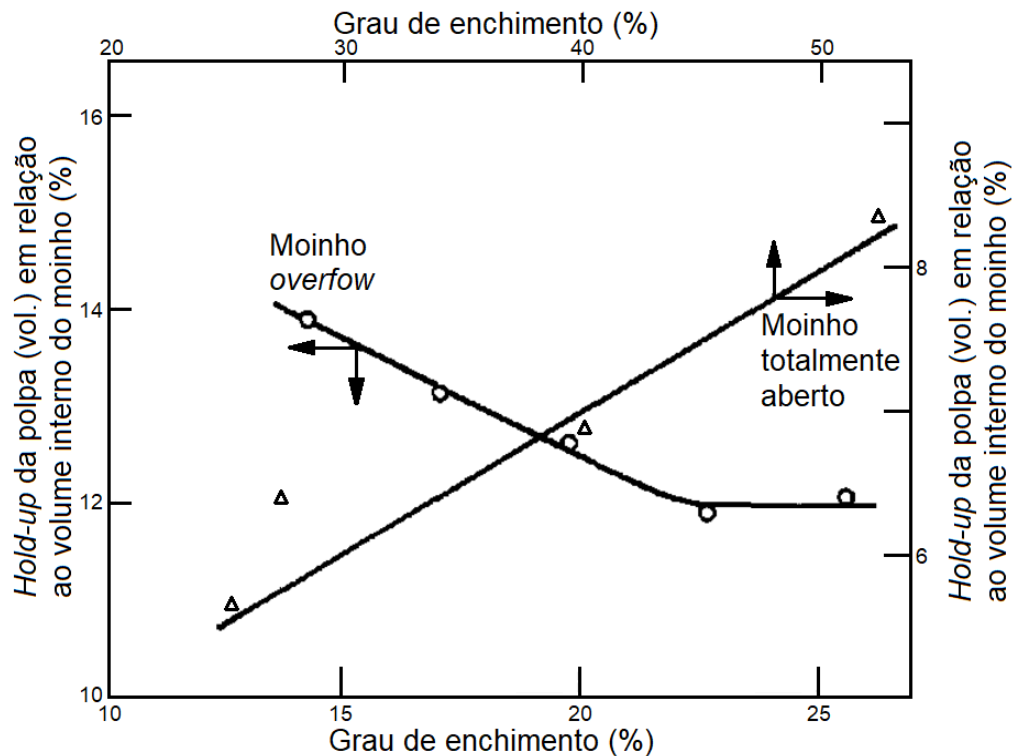
Fuerstenau, Abouzeid e Swaroop (1986) realizaram experimentos com o mesmo moinho comparando-os com experimentos em um moinho de laboratório contínuo de 80 mm de diâmetro por 240 mm de comprimento, descarga circular de 45 mm que assim simulou, segundo os mesmos pesquisadores, um moinho *overflow*. Assim como no trabalho de 1981, os resultados indicaram comportamentos semelhantes entre *hold-up* e variação da rotação para ambos os tipos de moinho, conforme ilustrado na Figura 24. Entretanto, o aumento do grau de enchimento indicou aumento do *hold-up* para o moinho *overflow* e diminuição para o moinho totalmente aberto, conforme ilustrado na Figura 25.

Figura 24 – Curvas da variação do *hold-up* da polpa em função da rotação do moinho.



Fonte: Adaptado de Fuerstenau, Abouzeid e Swaroop (1986).

Figura 25. Curvas da variação do *hold-up* da polpa em função do grau de enchimento.



Fonte: Adaptado de Fuerstenau, Abouzeid e Swaroop (1986).

Morrell e Stephenson (1996) realizaram uma série de ensaios contínuos em moinho de 150 mm de diâmetro e 300 mm e de comprimento, dotado de nove levantadores para a carga moedora e descarga com grelha, esta última construída com material transparente. Ademais, o desenvolvimento do trabalho compreendeu também dados de campanhas piloto e operações industriais com moinhos autógenos e semi-autógenos com até 32' de diâmetro. A partir de todos estes dados foi desenvolvido um conjunto de equações para cálculo da vazão volumétrica através de moinhos autógenos e semi-autógenos, em que consideraram a variação da rotação do moinho, área aberta da grelha e posição das aberturas e os respectivos impactos no *hold-up* e vazão da polpa.

O modelo desenvolvido Morrell e Stephenson (1996) divide a vazão de polpa através dos moinhos em duas componentes referentes às duas zonas de transporte de polpa, quais sejam: pelos interstícios da carga ( $Q_{int}$ ) e pela piscina de polpa ( $Q_{pis}$ ). As Equações 63 a 67 apresentam o modelo desenvolvido.



$$Q_{int} = k_{int} J_{pint}^{2,0} r_a^{2,5} A_a f_{vc}^{-1,38} D^{0,5} J_{pint} \leq J_{max} \quad (63)$$

$$Q_{pis} = k_{pis} J_{ppis} r_a^{2,0} A_a D^{0,5} J_p > J_{max} \quad (64)$$

$$r_a = \frac{\sum r_i a_i}{r_m \sum a_i} \quad (65)$$

$$J_{max} = 0,5 J_t - J_{po} \quad (66)$$

$$J_{po} = 0,33 (1 - r_n) \quad (67)$$

Onde:

$Q_{int}$  = vazão volumétrica de polpa através dos interstícios da carga do moinho ( $m^3/h$ );

$Q_{pis}$  = vazão de polpa através da piscina formada no moinho ( $m^3/h$ );

$J_{int}$  = fração líquida que a polpa ocupa dos interstícios;

$J_{pis}$  = fração líquida que a polpa ocupa na piscina ( $J_{ppis} = J_p - J_{max}$ );

$J_p$  = fração líquida que a polpa ocupa nos interstícios e na piscina;

$J_{max}$  = fração líquida máxima que a polpa pode ocupar dos interstícios;

$J_t$  = fração total do moinho ocupado pela carga e interstícios;

$J_{po}$  = fração líquida da zona morta. Fração do volume do moinho abaixo da linha de aberturas mais próxima à periferia do moinho;

$k_{int}$  = coeficiente de descarga para os interstícios da carga;

$k_{pis}$  = coeficiente de descarga para a piscina;

$r_a$  = distância relativa média das aberturas ao centro da grelha;

$r_i$  = posição radial da linha de aberturas  $i$  como uma fração do raio interno do moinho;

$r_n$  = posição radial da linha de aberturas da grelha mais próxima à periferia do moinho como uma fração do raio do interno do moinho;

$A_a$  = área aberta da grelha ( $m^2$ );

$a_i$  = área aberta total da grelha na posição radial  $i$  ( $m^2$ );

$f_{vc}$  = fração da velocidade crítica;

$D$  = diâmetro do moinho interno ao revestimento (m).

Morrell e Stephenson (1996) estimaram valores para as constantes  $k_{int}$  e  $k_{pis}$  de 6100 e 935, respectivamente.

É importante ressaltar que as equações do modelo de Morrell e Stephenson foram elaboradas para polpa com partículas menores que o assim denominado tamanho  $x_m$ , ou seja, tamanho de partículas menores que a abertura da grelha, para as quais é assumido que se comportam como água em relação ao transporte e descarga do moinho (AUSTIN *et al.*, 1976 e LEUNG, 1987). Para tanto Morrell e Stephenson (1996), sugeriram a correção da vazão total de polpa através dos moinhos ( $Q_p = Q_{int} + Q_{pis}$ ) para partículas maiores que  $x_m$  e menores que a abertura máxima da grelha por meio de um fator multiplicativo  $k_{qpc}$  conforme apresentada na Tabela 1.

Tabela 1 – Fatores de correção da vazão de polpa para partículas maiores que  $x_m$ .

Descrição	Fator de correção $k_{qpc}$
sem <i>pebble ports</i> ; aberturas < 19 mm	1,05 - 1,10
sem <i>pebble ports</i> ; 19 mm < aberturas < 38 mm	1,10 - 1,15
com <i>pebble ports</i> ; aberturas > 38 mm	1,25 - 1,25

Fonte: Adaptado de Morrell e Stephenson (1996).

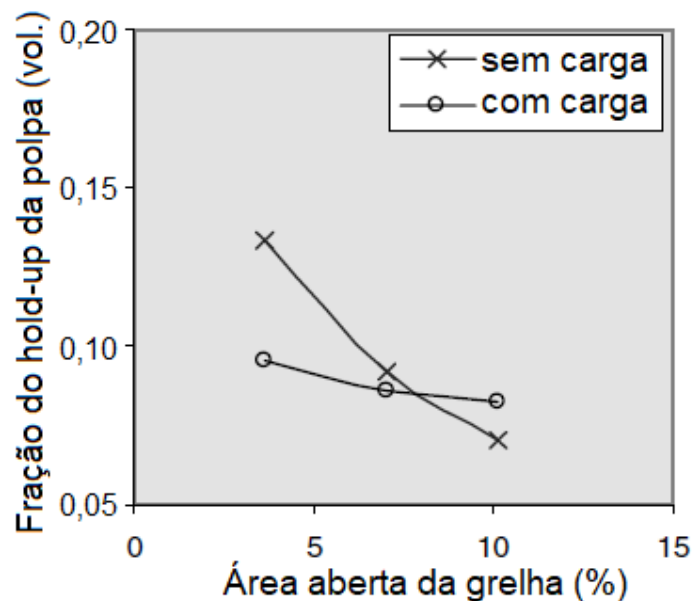
Latchireddi e Morrell (2003a, 2003b) estudaram a influência da área aberta e posição das aberturas da grelha, bem como influência dos *pulp lifters* no transporte de polpa através dos moinhos tubulares. Para tanto, realizaram uma série de ensaios variando os parâmetros mencionados, utilizando um moinho de laboratório contínuo de 150 mm de diâmetro e 300 mm e de comprimento, dotado de nove levantadores para a carga moedora e descarga com grelha, esta última construída com material transparente. Nos mesmos estudos foram também investigadas outras variáveis operacionais como: alimentação nova, grau de enchimento e porcentagem da velocidade crítica.

Latchireddi e Morrell (2003a) indicaram que o *hold-up* máximo nos interstícios da carga promovem a melhor condição de fragmentação no interior do moinho. O *hold-up* máximo representa assim a condição anterior à formação da piscina de polpa no interior do moinho. O mesmo estudo demonstrou também que a polpa (*hold-up*) no interior do moinho primeiramente preenche os interstícios presentes no ombro da carga e, conforme a vazão de polpa de alimentação aumenta, os interstícios da carga vão sendo preenchidos progressivamente no sentido do pé da carga, até que todos os interstícios sejam preenchidos. A partir do preenchimento total de interstícios, o aumento da vazão faz com que a polpa se acumule no pé da carga, acarretando na formação da piscina de polpa.

De acordo com o trabalho de Latchireddi e Morrell (2003a) o aumento da rotação do moinho aumenta a fração de interstícios da carga e vice-versa, devido ao fenômeno de dilatação da carga. Todavia, esta influência da rotação do moinho na fração de interstícios da carga depende diretamente do grau de enchimento praticado, sendo máxima com baixo grau de enchimento e mínima em alto grau de enchimento. Assim, com baixo grau de enchimento há mais volume disponível para dilatação da carga, ou pouco volume disponível para tal com alto grau de enchimento.

Em relação à área aberta da grelha, Latchireddi e Morrell (2003a) indicaram pouca mudança do *hold-up* com a variação da área aberta, até o valor de vazão que preenche todos os interstícios ( $U \leq 1$ ). Para vazões maiores do que este valor ( $U > 1$ ) e, conseqüentemente, formação da piscina de polpa, o *hold-up* diminui com o aumento da área aberta, pois maiores áreas abertas facilitam a descarga da polpa do moinho exatamente pela região da piscina. Tal como a influência da rotação do moinho no *hold-up* da polpa depende do grau de enchimento, a área aberta da grelha também se mostrou dependente desta variável. Assim a resistência que a carga exerce na fluidez da polpa através do moinho limita a influência da área aberta para  $U \leq 1$ . Conforme ilustrado no gráfico da Figura 26, a ausência de carga no moinho indica influência significativa da área aberta da grelha no *hold-up* da polpa. Além disto, os resultados indicaram que as aberturas devem estar o mais próximo possível da periferia da grelha, para assim propiciar o fluxo máximo de polpa através do moinho.

Figura 26 – Influência da área aberta da grelha no *hold-up* da polpa.

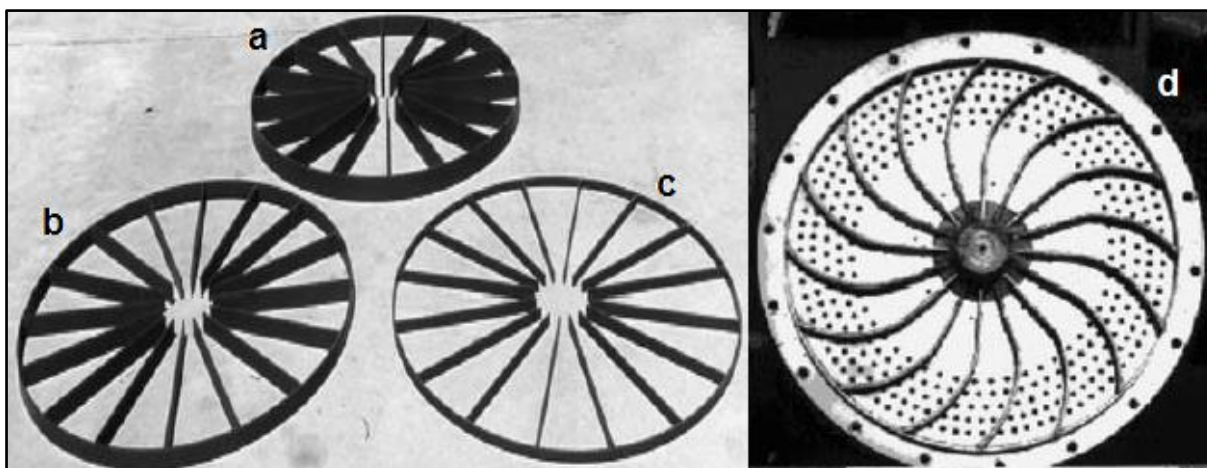


Fonte: Adaptado de Latchireddi e Morrell (2003a).

Idealmente, a descarga através do diafragma de um moinho deveria ser igual à descarga para fora do moinho, contudo isto não ocorre na prática. Segundo Mokken, Blendulf e Young (1975) e Stromayr (1994) isto ocorre devido ao curto-circuito da polpa nos *pulp lifters*, ou seja, sugerem que a polpa fica armazenada nos *pulp lifters* sem ser descarregada (*carry-over*). Entretanto Latchireddi e Morrell (1997) observaram em seus experimentos que o fenômeno de curto-circuito nos *pulp lifters* ocorre apenas para altas rotações do moinho. Deste modo, sugeriram que além do curto-circuito outro fator que causa a diferença entre as vazões através da grelha e para fora do moinho, principalmente em baixas rotações, é o fenômeno *flow-back*. O fenômeno *flow-back* é caracterizado pelo material que atravessou o diafragma para os *pulp lifters* e depois reatravessou o diafragma retornando ao interior do moinho.

Latchireddi e Morrell (2003b) utilizando um moinho piloto com 1,0 m de diâmetro e 0,5 m de comprimento estudaram o desempenho dos *pulp lifters* convencionais utilizados na indústria mineral. Neste estudo os mesmos autores variaram dois parâmetros, quais sejam: largura e formato (radial ou espiral) dos *pulp lifters*, conforme ilustrado na Figura 27.

Figura 27 – Aspecto de *Pulp lifters*: a) largura grande e formato radial; b) largura média e formato radial; c) largura pequena e formato radial; d) largura média e formato espiral.



Fonte: Adaptado de Latchireddi e Morrell (2003b).

Para quantificar o desempenho ou eficiência dos *pulp lifters* Latchireddi e Morrell (2003b) também realizaram ensaios nas mesmas condições operacionais, quais sejam, vazão de alimentação, grau de enchimento, rotação do moinho e configuração do diafragma, sem a utilização dos *pulp lifters*. Assim, consideraram a vazão descarregada pelo moinho como a ideal e, portanto, o decréscimo da vazão com a utilização dos *pulp lifters* representaria a ineficiência dos mesmos.

Latchireddi e Morrell (2003b) concluíram no respectivo estudo que a eficiência dos *lifters* aumenta com o aumento da largura. Isto pode ser explicado em razão da polpa espalhar-se em um espaço maior nos *pulp lifters* e, por conseguinte, ficar exposta a um número menor de aberturas que podem promover o *flow-back*. No mesmo estudo foi verificado que a eficiência dos *pulp lifters* diminui com o aumento da rotação do moinho e que rotações maiores que cerca de 80% da velocidade crítica, geram curto-circuito nos mesmos em adição ao *flow-back*. Além do mais, os experimentos indicaram que o formato espiral dos *pulp lifters* em relação ao radial é mais eficiente. De acordo com Burgess (1989) e Denlay, Woods e Royston (1997) a maior eficiência dos *pulp lifters* com formato espiral é devido a este formato favorecer uma descarga mais rápida da polpa para fora do moinho.

Com base nos resultados descritos, deduz-se que o fenômeno *flow-back* é inevitável em moinhos operando com diafragma/grelha na descarga e, como resultado, tal fato acarreta nas seguintes desvantagens para o processo de moagem:

formação de piscina, ineficiência de fragmentação, redução da capacidade volumétrica do moinho e aumento do desgaste interno (LATCHIREDDI; MORRELL, 2003b; MORRELL; KOJOVIC, 1996).

Latchireddi (2002) em seus experimentos propôs a Equação 68 para indicar o máximo *hold-up* ( $J_{max}$ ), a partir do qual ocorre a formação de piscina no interior dos moinhos.

$$J_{max} = 0,435 \left( \frac{f_{vc}^{0,07}}{J^{0,18}} \right) J_{int} J \quad (68)$$

Latchireddi (2002) propôs também equações para cálculo do *hold-up* da polpa ( $J_p$ ) para três sistemas de descarga de moinhos tubulares com grelhas, quais sejam: sistema apenas com grelha e sem *pulp lifters* (Equações 69 e 70); sistema com grelha e *pulp lifter* radial (Equações 71 e 72) e sistema com grelha e turbo *pulp lifter* (Equação 73). As Equações 74 a 80 apresentam os cálculos para as constantes desenvolvidas por Latchireddi (2002).

$$J_p = k_g Q_p^{0,46} J^{0,26} f_{vc}^{0,34} A_a^{-0,13} r_a^{-0,12} D^{-1,33} \quad (69)$$

$$k_g = 0,0404 + 0,2C_{v1mm} + b_3 C_{v1mm}^2 \quad (70)$$

$$J_p = k_{RPL} Q_p^{P1} J^{P2} f_{vc}^{P3} A_a^{P4} r_a^{P5} D^{P6} \quad (71)$$

$$k_{RPL} = \frac{k_g}{1 - 1,12 e^{(30,44 PLS)}} \quad (72)$$

$$J_p = k_{TC} Q_p^{0,49} J^{0,26} f_{vc}^{0,46} A_a^{-0,11} r_a^{-0,12} D^{-1,4} \quad (73)$$

$$P1 = 0,46 + 0,36 e^{(-40,16 PLS)} \quad (74)$$

$$P2 = 0,26 - 0,48 e^{(-73,9 PLS)} \quad (75)$$

$$P3 = 0,34 + 0,35 e^{(-14,06 PLS)} \quad (76)$$

$$P4 = 0,57 e^{(-47 PLS)} - 0,13 \quad (77)$$

$$P5 = 2,91 e^{(-47 PLS)} - 0,12 \quad (78)$$

$$P6 = -0,52 e^{(-25,94 PLS)} - 1,33 \quad (79)$$

$$PLS = \frac{\text{altura do pulp lifter}}{D} \quad (80)$$

Onde:

$J_p$  = fração líquida que a polpa ocupa nos interstícios e na piscina;

$k_g$  = coeficiente de resistência para grelha sem a presença de *pulp lifters*;

$k_{RPL}$  = coeficiente de resistência para *pulp lifter* radial;

$k_{TC}$  = coeficiente de resistência para turbo *pulp lifter* (= 1,08kg);

$Q_p$  = vazão de polpa através do moinho (ft<sup>3</sup>/h);

$J$  = fração total do moinho ocupado pela carga e interstícios;

$f_{vc}$  = fração da velocidade crítica;

$A_a$  = área aberta da grelha (ft<sup>2</sup>);

$r_a$  = distância relativa média das aberturas ao centro da grelha;

$D$  = diâmetro do moinho interno ao revestimento (ft).

Como já descrito, moinhos com descarga por *overflow* demandam potência menor do que moinhos com descarga por diafragma para as mesmas condições operacionais. Isto é explicado pela piscina de polpa que se forma nos moinhos por *overflow* (KING, 2001; NAPIER-MUNN *et al.* (1996).

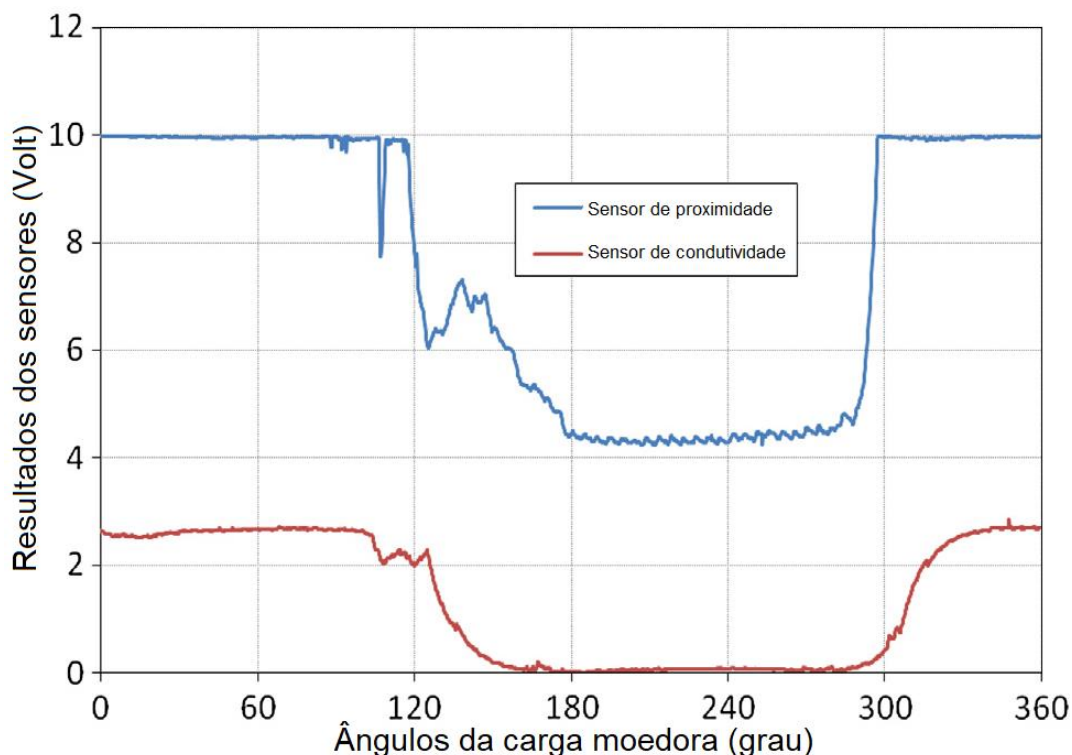
Com o intuito de entenderem este efeito, Mulenga e Moys (2014a) estudaram os efeitos do *hold-up* e rotação do moinho na potência líquida demandada em moinhos tubulares. Para tanto os dois autores realizaram diversos experimentos em batelada em moinho de laboratório de 552 mm de diâmetro e 400 mm de comprimento, denominado de *Wits mill*, dotado de 18 levantadores com formato trapezoidal: altura

de 25 mm; base maior de 25 mm e base menor de 17 mm. A carga moedora foi formada por bolas de aço forjadas de 10 mm, o grau de enchimento utilizado foi de 20% e a concentração de sólidos adotada foi de 65% em peso. A rotação do moinho foi variada para cinco valores de frações da velocidade crítica, quais sejam: 60%, 65%, 70%, 80% e 85%. O *hold-up* da polpa foi investigado para o intervalo de  $0 < U \leq 3,0$ , variando  $U$  em 0,1 para cada rotação explorada. O trabalho relacionou as variáveis estudadas com a potência líquida demandada, a qual foi medida durante os ensaios, por meio do modelo de potência proposto por Morrell (1996a, 1996b) descrito na Seção 2.2.3.1. Para tanto, utilizaram dois tipos de sensores para estimar os ângulos do ombro e pé da carga, bem como a superfície da piscina de polpa quando esta estivesse presente.

Os dois sensores utilizados no respectivo trabalho foram conectados ao corpo do moinho e giraram com o mesmo. Um dos sensores consistiu de um sensor de condução elétrica que quando passava pela carga moedora, detectava a presença da mesma, conseqüentemente, definindo os ângulos do ombro e pé da carga. Já o segundo consistiu de um sensor de condutividade elétrica que identificava uma mudança desta propriedade quando passava pela região da superfície da piscina de polpa. O gráfico da Figura 28 exemplifica a detecção originada por ambos os sensores.



Figura 28 – Detecção dos sensores de proximidade e condutividade elétrica.



Fonte: Adaptado de Mulenga e Moys (2014a).

Mulenga e Moys (2014a) verificaram que a posição da carga, definida por ângulos do ombro e pé, não varia com a mudança do *hold-up*. Resultados similares foram também demonstrados por Katubilwa e Moys (2011). Em relação à potência líquida demandada ao moinho, Mulenga e Moys (2014a) indicaram que esta aumenta linearmente com o aumento do *hold-up* até que todos os interstícios da carga sejam preenchidos pela polpa ( $U \leq 1$ ). O aumento contínuo do *hold-up* além deste ponto ( $U > 1$ ) acarreta em redução contínua da potência demandada. Todavia, os experimentos com 65% e 70% da velocidade crítica indicaram que o ponto de mudança entre aumento e redução da potência líquida demandada foi para  $U = 1,2$ , aproximadamente. Como não há formação de piscina para  $U \leq 1$  e a posição da carga não varia com o *hold-up*, ambos os pesquisadores presumiram que a variação da potência líquida demandada foi devida essencialmente à alteração na rotação do moinho.

Outra importante conclusão de Mulenga e Moys (2014a) é que o ângulo da piscina formada para  $U > 1$  é praticamente constante, portanto, independente da variação da rotação do moinho para um *hold-up* fixo.

#### 2.4.2 TEMPO DE RESIDÊNCIA MÉDIO E DISTRIBUIÇÃO DO TEMPO DE RESIDÊNCIA

Os experimentos realizados por Swaroop, Abouzeid e Fuerstenau (1981) indicaram que, para moinhos de bolas, o tempo de residência é aproximadamente constante com o aumento da vazão de alimentação, embora o número de Peclet aumente. Similarmente Fuerstenau, Abouzeid e Swaroop (1986) obtiveram resultados em que o número de Peclet cresce com o aumento da alimentação nova para os moinhos estudados, porém a razão de aumento foi maior no moinho com descarga por *overflow*.

Para moinhos de bolas Swaroop, Abouzeid e Fuerstenau (1981) indicaram que o número de Peclet diminui com o aumento da rotação do moinho até aproximadamente 50% da velocidade crítica e mantém-se constante para valores acima deste. Por outro lado, o mesmo estudo indicou comportamento bastante distinto do coeficiente de dispersão com a variação da rotação do moinho, apresentando máximo para valor aproximadamente de 60% da velocidade crítica, diminuindo constantemente para valores de rotação menores ou maiores do que este.

Fuerstenau, Abouzeid e Swaroop (1986) observaram que o número de Peclet decresceu rapidamente com o aumento da rotação para ambos os moinhos estudados, no entanto o moinho totalmente aberto indicou que para valores acima de 60% da velocidade crítica o número de Peclet torna-se constante, enquanto que para o moinho *overflow* o número de Peclet continua diminuindo para valores até de 85% da velocidade crítica (valor máximo estudado no respectivo trabalho). Conforme observado na Figura 24, no intervalo de 50% a 80% da velocidade crítica para ambos os moinhos estudados, o *hold-up* da polpa não indicou variação significativa. Tal conclusão sugere que o tempo de residência médio da polpa é aproximadamente constante ou pouco afetado pela rotação do moinho neste intervalo de velocidade crítica, o qual compreende a grande maioria das operações industriais.

Além disto, o trabalho supracitado indicou que o aumento do grau de enchimento resulta em rápido decréscimo do número de Peclet e aumento do coeficiente de dispersão axial. Entretanto, acima de valores de 25% e 50% do grau de enchimento, respectivamente para os moinhos totalmente aberto e por *overflow*, o número de Peclet independente do grau de enchimento.

Makokha, Moys e Bwalya (2011) estudaram a DTR pelo método do traçador solúvel, neste caso cloreto de sódio, para um moinho de bolas com diâmetro de 7,47 m e comprimento de 9,60 m com descarga por *overflow*, operando em circuito aberto no processamento de minério de platina. O moinho analisado era dotado de 44 levantadores de 100 mm de altura, com carga de bolas de aço forjado de 40 mm de tamanho máximo, rotação de 75% da velocidade crítica. O estudo consistiu na avaliação da influência da concentração de sólidos, grau de enchimento e vazão de alimentação no tempo de residência da polpa no interior do moinho. Por meio do Método dos Mínimos Quadrados, os dados experimentais obtidos foram comparados com aqueles estimados por dois modelos, quais sejam, o modelo de moinhos tubulares divididos em três misturadores e uma zona morta (KING, 2001), conforme descrito na seção 2.3.3.1, bem como por um modelo simples considerando o tempo de residência médio. Além disto, utilizaram as transformadas de Laplace e os *softwares* MATLAB e KYPLOT para resolução dos cálculos envolvidos na determinação da DTR.

Os resultados do trabalho supracitado indicaram que o tempo de residência médio da polpa no interior do moinho aumentou com o aumento da porcentagem de sólidos, assim como diminuiu com o aumento da vazão de alimentação. Os mesmos autores ressaltaram que os resultados não permitiram uma quantificação exata da relação do grau de enchimento de bolas do moinho e o tempo de residência da polpa no interior do mesmo. No entanto, indicaram que este último aumenta com o aumento do grau de enchimento, tal qual com a porcentagem de sólidos, porém com menor influência.

A partir de regressões dos resultados dos experimentos mencionados, Makokha, Moys e Bwalya (2011) definiram relações entre o tempo de residência médio da polpa e os tempos de residência dos misturadores perfeitos (grande, pequeno e zona morta). Neste caso incluíram como as variáveis: a porcentagem de sólidos, o grau de enchimento e a vazão de alimentação, conforme apresentadas nas Equações 81 a 84.

$$\tau = 0,278C_s - 0,072J + \frac{40,501}{Q_p} \quad (81)$$

$$\tau_g = 0,841\tau - 2,531 \quad (82)$$

$$\tau_p = 0,057\tau + 1,377 \quad (83)$$

$$\tau_G = 0,046\tau - 0,222 \quad (84)$$

Onde:

$\tau$  = tempo de residência médio (min);

$\tau_g$  = tempo de residência no misturador grande (min);

$\tau_p$  = tempo de residência nos misturadores pequenos (min);

$\tau_m$  = tempo de residência da zona morta (min);

$Q_p$  = vazão de alimentação de polpa (m<sup>3</sup>/min);

$C_s$  = porcentagem de sólidos;

$J$  = fração do volume interno do moinho ocupado pela carga moedora e interstícios.

Além do mais, Makokha, Moys e Bwalya (2011) previram a distribuição granulométrica do produto moído por meio das equações obtidas, utilizando os parâmetros razão específica de quebra e a função distribuição de quebra a partir dos modelos e procedimentos descritos em Austin, Klimpel e Luckie (1984). Deste modo, a distribuição granulométrica do produto moído foi estimada mediante as Equações 85 a 88.

$$m(t) = T J(t) T^{-1} m(0) \quad (85)$$

$$T_{ij} = \sum_{n=j}^{i-1} \frac{b_{in} k_n T_{nj}}{k_i - k_j} \quad i > j \quad (86)$$

$$J_{ij}(t) = \left[ \frac{1}{(1+k_j\tau_g)} (1+k_j\tau_p)^2 \right] e^{(-k_j\tau_m)} \quad (87)$$

$$J_{ij}(\tau) = e^{(-k_j\tau)} \quad (88)$$

Onde:

$\tau$  = tempo de residência médio (min);

$\tau_g$  = tempo de residência do misturador grande (min);

$\tau_p$  = tempo de residência dos misturadores pequenos (min);

$\tau_m$  = tempo de residência da zona morta (min);

$m(t)$  = vetor da distribuição granulométrica do produto do moinho;

$m(0)$  = vetor da distribuição granulométrica da alimentação do moinho;

$T$  = matriz transferência;

$J(\tau)$  = matriz transporte;

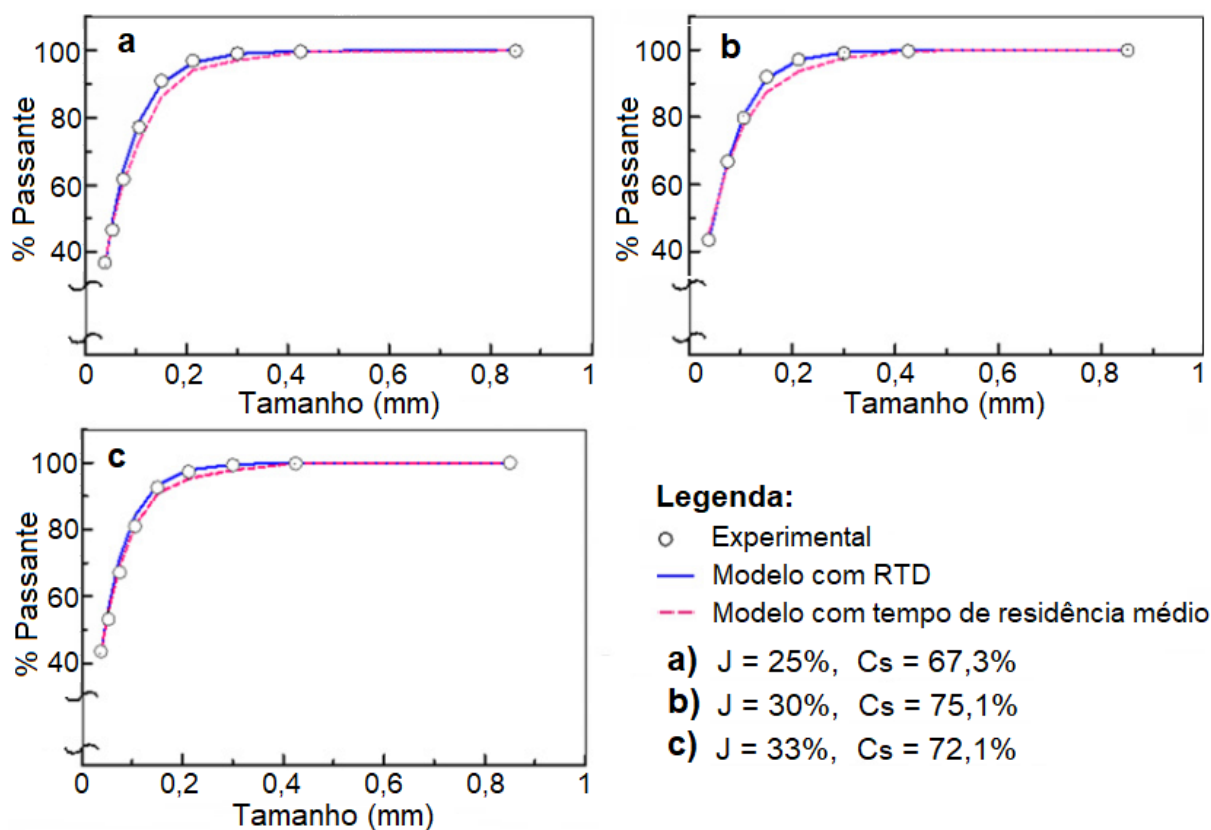
$k_i$  = razão específica de quebra, correspondente da  $i$ -ésima ( $h^{-1}$ )

$b_{ij}$  = função distribuição de quebra, correspondente a fração da  $j$ -ésima faixa granulométrica, que aparece na  $i$ -ésima faixa granulométrica devido à fragmentação;

Obs: a Equação 88 é utilizada no caso do transporte ser caracterizado apenas pelo tempo de residência médio.

Os gráficos da Figura 29 ilustram a comparação entre as distribuições granulométricas do produto experimentais e estimadas pelos modelos propostos.

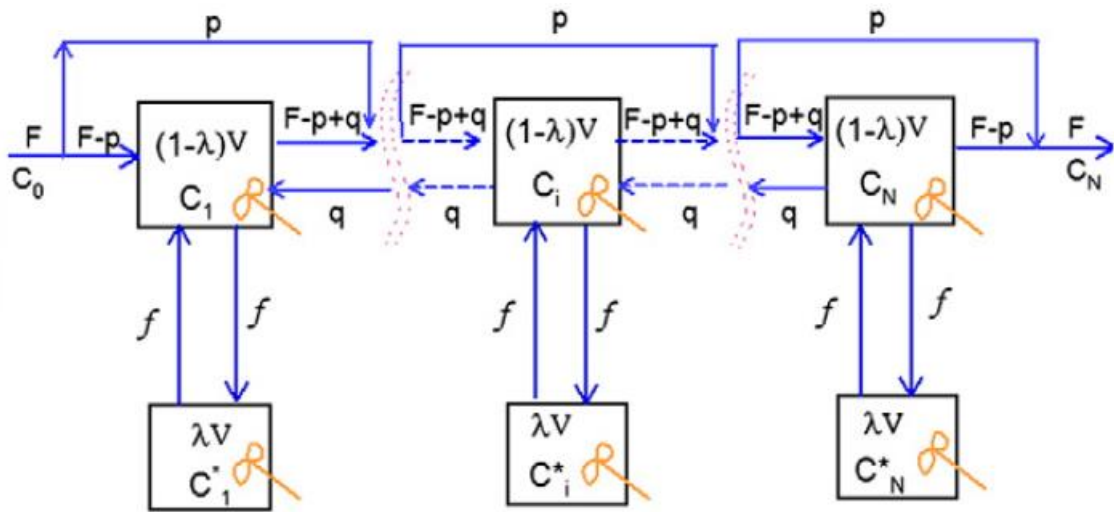
Figura 29 – Comparação entre distribuições granulométricas experimentais e estimadas por modelos baseados na DTR e tempo de residência médio.



Fonte: Adaptado de Makokha, Moys e Bwalya (2011).

Tomando como base o trabalho preliminar (MAKOKHA; MOYS; BWALYA, 2011), Makokha e Moys (2011) propuseram um aperfeiçoamento do modelo anterior que descreve o transporte de polpa através dos moinhos tubulares por meio da DTR. Este aperfeiçoamento, conduzido com base nos mesmos resultados dos experimentos do trabalho previamente citado, consistiu essencialmente em considerar o transporte de polpa entre interstícios da carga moedora e da piscina de polpa existente dentro de cada misturador perfeito, conforme esquema ilustrado na Figura 30. Por se tratar de um moinho com descarga por *overflow* há conseqüentemente, presença da piscina de polpa através da qual a polpa é descarregada pelo moinho. O novo modelo proposto inseriu a variável  $\lambda$ , que representa a fração do *hold-up* ou do volume de polpa presente em cada misturador ( $v_p$ ) que está presente nos interstícios da carga moedora. Logo,  $(1 - \lambda)$  representa a fração do *hold-up* presente na piscina de polpa para cada misturador. Nota-se que neste modelo todos os misturadores são considerados perfeitos e iguais.

Figura 30 – Esquema do modelo para moinhos tubulares com  $N$  misturadores perfeitos em série e transporte de polpa entre interstícios da carga e piscina de polpa em cada misturador.



Fonte: Makokha e Moys (2011).

Deste modo, Makokha e Moys (2011) criaram as Equações 89 a 92 para descrever o respectivo modelo.

Para transporte na piscina de polpa:

$$v_p(1 - \lambda) \frac{dc_1}{dt} + (F - p + q + f)c_1 = (F - p)c_0 + qc_2 + fc_1^* \quad \text{para } i = 1 \quad (89)$$

$$v_p(1 - \lambda) \frac{dc_i}{dt} + (F - p + 2q + f)c_i = (F - p + q)c_{i-1} + qc_{i+1} + fc_i^* \quad \text{para } 2 \leq i \leq (N - 1) \quad (90)$$

$$v_p(1 - \lambda) \frac{dc_N}{dt} + (F - p + q + f)c_N = (F - p + q)c_{N-1} + fc_N^* \quad \text{para } i = N \quad (91)$$

Para transporte nos interstícios da carga moedora:

$$\lambda v_p \frac{dc_i^*}{dt} + fc_i^* = fc_i \quad \text{para qualquer } i \quad (92)$$

Onde,  $F$  é a alimentação nova, e  $f$ ,  $p$  e  $q$  indicam, respectivamente, as vazões entre os interstícios e piscina de polpa, a vazão que atravessa diretamente um misturador sem passar pelos interstícios da carga moedora (curto-circuito) e a vazão que retorna de um misturador para o misturador anterior. O parâmetro  $c_i$  representa a concentração do traçador utilizado. Como todos os misturadores são considerados perfeitos e iguais, o tempo de residência médio em cada misturador ( $\tau_m$ ) é igual para todos os misturadores e, portanto, a somatória dos tempos de residência de cada misturador define o tempo de residência médio total ( $\tau_T$ ), conforme apresentada na Equação 93.

$$\tau_T = \sum_{i=1}^N \tau_{mi} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\lambda v_p + (1-\lambda)v_p}{F} \right) = \frac{Nv_p}{F} \quad (93)$$

Para facilitar a avaliação dos resultados em relação ao transporte de polpa nos moinhos tubulares Makokha e Moys (2011) desenvolveram três variáveis adicionais apresentadas nas Equações 94 a 96.

$$\delta_{int-pis} = \frac{f}{\lambda v_p} \quad (94)$$

$$\delta_{pis-int} = \frac{f}{(1-\lambda)v_p} \quad (95)$$

$$\beta = \frac{q}{F-p+q} \quad (96)$$

Onde,  $\delta_{int-pis}$  e  $\delta_{pis-int}$  representam, respectivamente, as razões de transferência de polpa dos interstícios para a piscina e da piscina para os interstícios, ambas medidas em  $\text{min}^{-1}$ . O parâmetro  $\beta$  representa o coeficiente de retorno/recirculação da polpa para os misturadores anteriores. A solução das equações do modelo proposto previamente foi realizada através do método numérico de quarta ordem de Runge-Kutta, com o auxílio do *software* SIMULINK. Makokha e Moys (2011) desenvolveram as relações das Equações 97 e 98, entre os coeficientes propostos para a porcentagem de sólidos normalizada ( $\hat{C}_s = C_s/\sigma_{Cs}$ ) e para o grau de enchimento



normalizado ( $\hat{j} = J/\sigma_j$ ) do moinho estudado. De acordo com os resultados observados  $\lambda$  foi definido como 0,5, resultando em igualdade entre os parâmetros  $\delta_{int-pis}$  e  $\delta_{pis-int}$ .

$$\delta_{int-pis} = -6,1897 + 0,1870 \hat{j} + \frac{62,731}{\hat{c}_s} \quad (97)$$

$$\beta = 5,7735 + \frac{2,1189}{\hat{j}} + \frac{65,538}{\hat{c}_s} \quad (98)$$

Com base nos resultados obtidos por Makokha e Moys (2011), nota-se que a razão de transferência entre interstícios da carga moedora e piscina de polpa aumenta com o grau de enchimento e diminui com o aumento da porcentagem de sólidos. Ao passo que o coeficiente de recirculação da polpa diminui com o aumento do grau de enchimento e da porcentagem de sólidos do moinho, confirmando o previsto por Sherritt *et al.* (2003). Todavia, os resultados indicaram que ambos os parâmetros são muito mais influenciados pela porcentagem de sólidos do que pelo grau de enchimento, como já previsto pelos mesmos pesquisadores nos trabalhos anteriormente citados. Além do mais, o modelo previu a possibilidade da existência de curto-circuito da polpa para operação com porcentagem de sólidos em volume abaixo de 37%.

### 2.4.3 VELOCIDADE AXIAL DE POLPA

Arbiter (1990) quantificou o fenômeno da formação da piscina de polpa no interior dos moinhos e sua relação com parâmetros físicos e variáveis dos moinhos de bolas como: grau de enchimento, rotação do moinho e razão  $L/D$ , por meio da velocidade axial de polpa através dos moinhos.

#### 2.4.3.1 Formação da Piscina de Polpa

A formação de piscina de polpa pode acarretar na passagem direta da polpa através do moinho sem ser submetida aos eventos de fragmentação. Esta situação é denominada de curto-circuito. A formação da piscina de polpa é consequência do

aumento da vazão de polpa através do moinho, seja causado por aumento da alimentação nova ou da carga circulante, acarretando em velocidade axial de polpa próxima ao assim definido limite crítico para moinhos tubulares. Deste modo, existe uma vazão de polpa máxima (crítica) de transporte através dos moinhos tubulares, a qual depende da geometria do moinho, das condições operacionais e da reologia da polpa. Moinhos operando acima desta vazão crítica, ou seja, na condição de velocidade axial de polpa crítica, têm como resultado a formação da piscina de polpa no interior do moinho, assim como possibilidade de excesso de transbordamento da polpa através da descarga ou “*golfamento*” da mesma pelo munhão de alimentação (ARBITER, 1990).

De acordo com Arbiter (1990) a formação da piscina de polpa resulta em:

- Redução da potência aplicada;
- Amortecimento da carga de bolas;
- Redução da fragmentação de partículas grossas;
- Aumento da carga circulante;
- Limitação da capacidade.

#### 2.4.3.2 *Previsão da Formação da Piscina de Polpa*

Arbiter (1990) a partir de dados tomados em cinco circuitos industriais de moinhos de bolas operando próximo à vazão de polpa crítica, estabeleceu relações empíricas, apresentadas nas Equações 99 e 100, para previsão da formação da piscina de polpa por meio dos parâmetros físicos e variáveis operacionais. No mesmo trabalho, o autor indicou que a formação da piscina ocorre para velocidades axiais de polpa iguais ou superiores a aproximadamente 7,2 cm/s.

$$N_q = \frac{v_{ap}}{v_t} < 0,022 \quad (99)$$

$$N_q = \frac{Q_p}{f_{vc} D^{2,5} (0,5-0,66J)} < 4,16 \quad (100)$$

Onde:

$N_q$  = número de vazão de polpa;

$v_{ap}$  = velocidade axial de polpa através do moinho (ft/min);

$v_t$  = velocidade tangencial do corpo do moinho (ft/min);

$Q_p$  = vazão de alimentação de polpa (ft<sup>3</sup>/min);

$D$  = diâmetro interno ao revestimento do moinho (ft);

$f_{vc}$  = fração da velocidade crítica;

$J$  = fração total do moinho ocupado pela carga e interstícios.

#### 2.4.3.3 *Redução do Risco da Formação da Piscina de Polpa*

Arbiter (1990) apresentou duas abordagens para redução do risco da formação da piscina de polpa no interior de moinhos de bolas, sendo uma para operações já existentes e outra para dimensionamento de novos circuitos de moagem.

Para operações existentes e mantendo-se constantes as dimensões e a potência instalada do moinho, assim como das características do minério, Arbiter afirmou ser possível determinar, por meio da Equação 101, os valores de grau de enchimento e porcentagem da velocidade crítica para diminuir a velocidade axial de polpa e, por conseguinte, o risco da formação da piscina de polpa.

$$\frac{V_{ap}}{V_{ap}^*} = C_1 \frac{F_{vc} J (1-J)}{0,50-0,66J} \quad (101)$$

Onde:

$V_{ap}; V_{ap}^*$  = velocidades axiais de polpa estimada e crítica, respectivamente;

$C_1$  = constante;

$V_c$  = fração da velocidade crítica do moinho;

$J_t$  = fração do grau de enchimento do moinho.

A constante  $C_1$  pode ser determinada a partir dos dados iniciais de  $f_{vc}$  e  $J$  e assumindo  $v_{ap}/V_{ap}^* = 1$ .

No caso do dimensionamento de circuitos novos de moagem e mantendo-se constantes valores pré-determinados de vazão de alimentação de polpa, potência instalada, porcentagem da velocidade crítica, grau de enchimento e características do minério (reologia da polpa) Arbiter afirmou ser possível determinar, a partir da Equação 102, valores da razão  $L/D$  do moinho os quais reduzem o risco da formação da piscina de polpa.

$$\frac{V_{ap}}{V_{ap}^*} = C_2 D^{0,5} L \quad (102)$$

Onde:

$v_{ap}; V_{ap}^*$  = velocidades axiais de polpa estimada e crítica, respectivamente;

$C_2$  = constante;

$D$  = diâmetro interno ao revestimento do moinho (ft);

$L$  = comprimento interno ao revestimento do moinho (ft).

A constante  $C_2$  pode ser determinada a partir das dimensões iniciais do moinho e assumindo  $v_{ap}/V_{ap}^* = 1$ . Neste caso, a relação  $D^{2,5}L$  deve ser mantida constante devido a potência instalada, independente das variações na razão  $L/D$ .

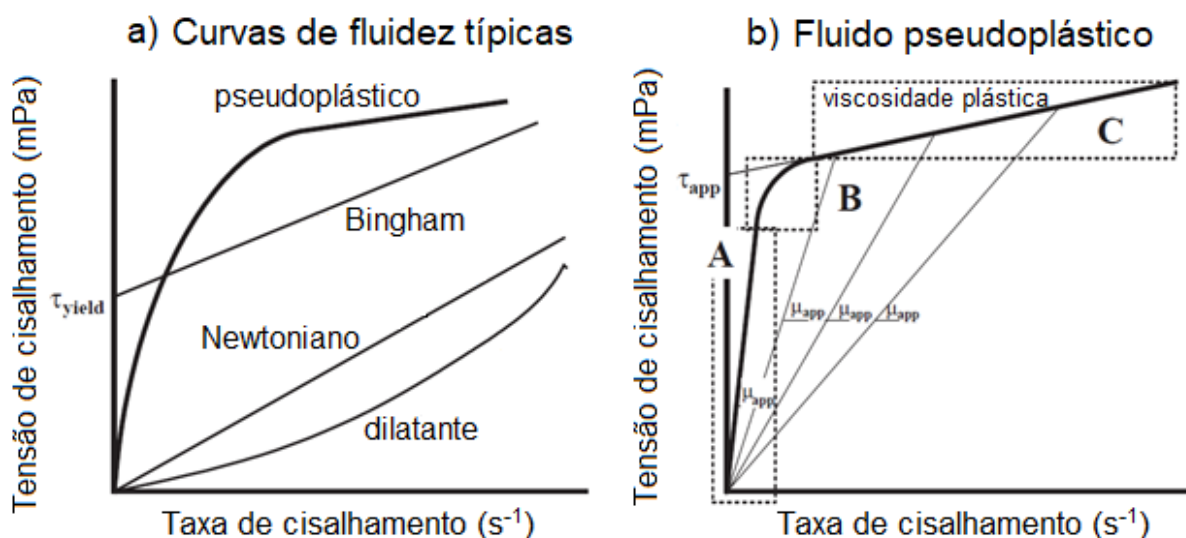
#### 2.4.4 REOLOGIA DE POLPA

Diversos estudos foram realizados visando estimar as características reológicas da polpa presente no interior de moinhos tubulares, dentre os quais cita-se (BAZIN; B-CHAPELEAU, 2005; FUERSTENAU; VENKATARAMAN; VENKATARAMAN, 1985; HINTIKKA; KALAPUDAS; VIITANEN, 1999; KLIMPEL, 1997; SHI; NAPIER-MUNN, 2002; TANGSATHITKULCHAI, 2003). A reologia da polpa pode ser caracterizada genericamente por sua curva de fluidez conforme ilustrado na Figura 31, assim como pela viscosidade aparente da polpa expressa pela Equação 103.

$$\mu_{app} = \frac{\tau(\dot{\gamma})}{\dot{\gamma}} \quad (103)$$

Onde,  $\mu_{app}$  é a viscosidade aparente da polpa expressa em centipoises (1 cP = 1 mPa.s), enquanto  $\tau(\dot{\gamma})$  é a tensão de cisalhamento (mPa) e  $\dot{\gamma}$  representa a taxa de cisalhamento ( $s^{-1}$ ).

Figura 31 – Curvas típicas de comportamento de fluidos.



Fonte: Adaptado de Bazin e C-Chapleau (2005).

Embora ocorram polpas com comportamentos dilatantes e Newtonianos, dependendo da porcentagem de sólidos e distribuição granulométrica (KLIMPEL, 1997; SHI; NAPIER-MUNN, 2002), o comportamento pseudoplástico é o mais comumente observado para polpas densas. De acordo com a Figura 31b o comportamento pseudoplástico apresenta um rápido crescimento da tensão de cisalhamento com a taxa de cisalhamento (região A), seguido por uma mudança de perfil da curva (região B) e posteriormente um crescimento linear da tensão de cisalhamento com a taxa de cisalhamento (região C). Um dos principais problemas encontrados na medição da viscosidade aparente de polpa é que, devido ao comportamento pseudoplástico, medições com diferentes taxas de cisalhamento indicam viscosidades aparentes distintas. Bakshi, Eisele e Kawatra (1999) reportaram para a mesma amostra de polpa medições de 2.000 cP para taxa de cisalhamento de  $1,7 s^{-1}$  com um instrumento Brookfield, e 15 cP para taxa de cisalhamento de  $3.500 s^{-1}$ .

<sup>1</sup> com um instrumento Nametre. Deste modo, como a taxa de cisalhamento selecionada na medição depende do equipamento utilizado, taxas de cisalhamento altas (região C) podem indicar falsamente que o fluido possui uma tensão de cisalhamento inicial  $\tau_{app}$ , conforme indicado Figura 31b, assim como taxas de cisalhamento baixas (região A) podem indicar um errôneo comportamento Newtoniano com alta viscosidade aparente (BAZIN; B-CHAPLEAU, 2005).

Duas dificuldades principais são encontradas na caracterização da reologia da polpa. A primeira refere-se à seleção da taxa de cisalhamento adequada, conforme presente no interior do moinho, enquanto a segunda diz respeito à determinação da curva de fluidez do material estudado. Este último aspecto implica na escolha do equipamento correto para realizar as respectivas medições, principalmente para polpas que apresentem comportamentos pseudoplásticos (BAZIN; B-CHAPLEAU, 2005). O mesmo trabalho inclui, conforme reproduzido na Tabela 2, os intervalos ótimos de concentração de sólidos determinados a partir de diversos estudos em ensaios de moagem em batelada em laboratório para uma série de materiais.

Tabela 2 – Porcentagem de sólidos ótimas determinadas a partir de ensaios de moagem em batelada.

<b>Estudos</b>	<b>Material</b>	<b>Porcentagem de sólidos ótima volumétrica (%)</b>
Bazin e B-Chapleau (2005)	Minérios de Cu-Au	38 - 42
Bazin, B-Chapleau e Bouajila (2003)	Concentrado de óxido de ferro	37 - 44
Klimpel (1982)	Carvão (monotamanho)	maior que 45
Klimpel (1997)	Minério de cobre com presença de finos	35 - 46
Tangsathikulchai e Austin (1989)	Quartzo (monotamanho)	40 - 45
Tangsathikulchai e Austin (1985)	Minério de cobre e carvão	42 - 47
Tucker (1982)	Minério de Pb-Zn	38 - 44
Watson e Morrison (1986)	Taconito	33 - 37
	Minério molidênito	35 - 46
Yen e Salman (1969)	Quartzo	36 - 46

Fonte: Adaptado de Bazin e B-Chapleau (2005).

#### 2.4.5 CONTROLE GRANULOMÉTRICO E OPERACIONAL

Mulenga, Mkonde e Bwalya (2016) estudaram o efeito das variáveis concentração de sólidos, grau de enchimento e vazão de alimentação no processo de fragmentação de um moinho de bolas com dimensões de 7,47 m de diâmetro por 9,6 m de comprimento (24,5' x 31,5') com descarga por *overflow* operando em circuito aberto, dotado de 44 levantadores de 100 mm de altura, com carga de bolas de aço forjado de 40 mm, rotação de 75% da velocidade crítica e processando minério de platina. O estudo consistiu na avaliação da influência das variáveis mencionadas em relação à fração do produto moído gerado em uma determinada fração granulométrica “*attainable region – AR*”, neste caso -0,075 +0,010 mm. Para tanto, utilizaram o modelo de DTR desenvolvido para o mesmo moinho em operação por (MAKOKHA; MOYS; BWALYA, 2011), bem como os modelos de razão específica de quebra específica, função distribuição de quebra e moinho divididos em três misturadores perfeitos e uma zona morta, sem a classificação função classificação (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984; KING, 2001), conforme anteriormente descrito nas seções 2.3.2.1, 2.3.2.2 e 2.3.3.1.

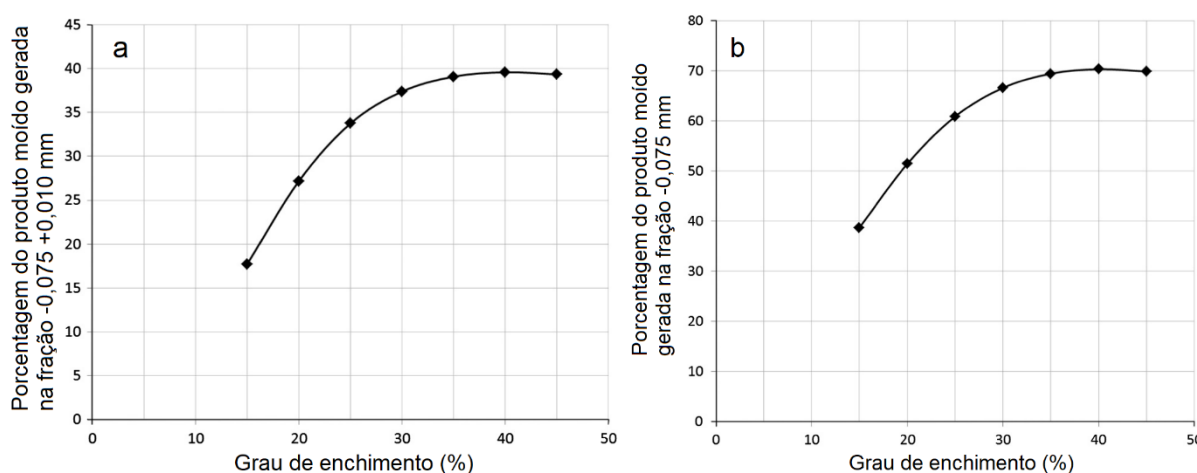
*Attainable region* representa o intervalo granulométrica de interesse para um determinado estudo ou operação, ou seja, segundo os mesmos autores é a fração granulométrica na qual almeja-se gerar a maior fração do produto de um circuito de cominuição. Em um circuito de moagem industrial existente, a fração granulométrica de interesse é aquela na qual a recuperação metalúrgica das etapas subsequentes de concentração é a maior possível, isto é, a fração granulométrica na qual é obtido o melhor desempenho possível de processo.

Trabalhos similares utilizam a técnica da *attainable region* para melhoria de desempenho do processo de moagem de bolas, dos quais cita-se Chimwani *et al.* (2014, 2015), Chimwani, Mulenga e Hildebrant (2015), Metzner *et al.* (2009, 2011), Mulenga e Chimwani (2013).

Mulenga, Mkonde e Bwalya (2016) indicaram em seus estudos que o produto moído se torna mais fino com o aumento do grau de enchimento, conforme também observado em (MULENGA; MOYS, 2014b). Foi observado que a maior geração de produto na fração estipulada ocorreu para grau de enchimento igual a 40%, conforme

observado no gráfico da Figura 32a. O gráfico da Figura 32b apresenta os resultados para os mesmos ensaios utilizando, no entanto, o conceito da “*grind curve*”, conforme Powell, van der Westhuizen e Mainza (2009) e Gomes (2014). O conceito de *grind curve* representa a fração mássica do produto cominuído menor do que um determinado tamanho.

Figura 32 – Fração gerada da *attainable region* em função do grau de enchimento.



Fonte: Adaptado de Mulenga, Mkonde e Bwalya (2016).

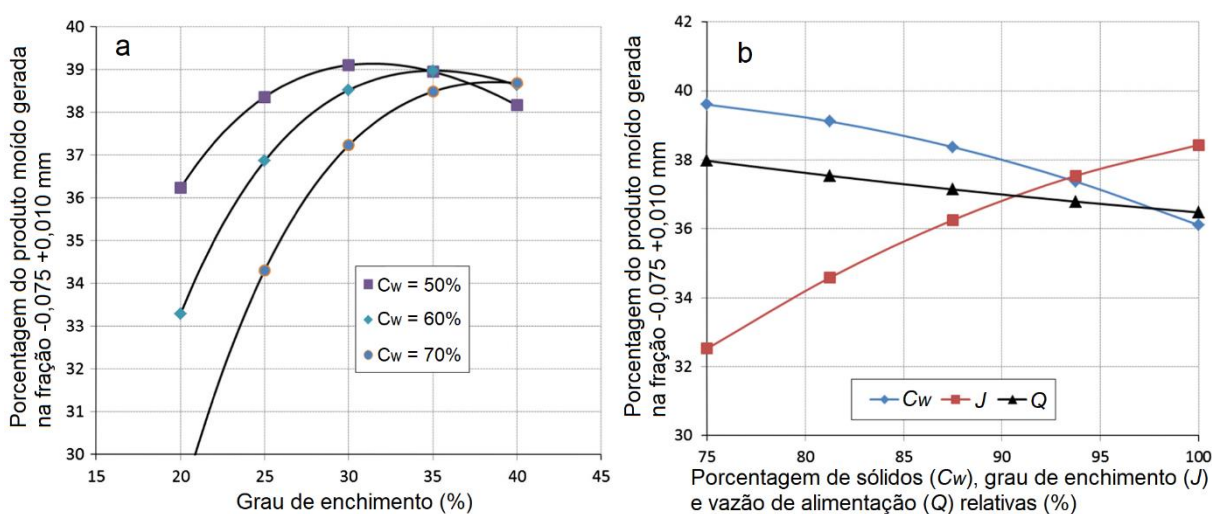
É importante ressaltar que a avaliação da fração gerada na *attainable region* considerando conjuntamente o grau de enchimento e a porcentagem de sólidos indica diferentes resultados. Assim, para baixas concentrações de sólidos, graus de enchimento menores geram maior fração na *AR*, enquanto que porcentagens de sólidos maiores resultam em maior fração gerada na *AR* para graus de enchimento altos, conforme ilustrado no gráfico da Figura 33.

Mulenga, Mkonde e Bwalya (2016) indicaram que concentrações de sólidos menores resultam em produtos mais finos. Os autores creditaram este resultado à suposição que em baixas concentrações de sólidos, uma quantidade menor de partículas estaria por volume na polpa e assim, embora o *hold-up* não se altere, a quantidade de material a ser moída seria menor. Do mesmo modo, vazões de alimentação menores indicariam produtos moídos mais finos, pois vazões menores acarretam em maior tempo de residência que gerariam produtos mais finos. O gráfico da Figura 33 apresenta a influência das três variáveis estudadas concentração de sólidos, grau de enchimento e alimentação nova na fração do produto moído presente



na AR. Para tanto, as variáveis foram normalizadas para o intervalo de 75% a 100%, de acordo com o intervalo estudado experimentalmente. Ou seja, as vazões ensaiadas de 100, 150, 200, 250 e 300 m<sup>3</sup>/h foram referidas, respectivamente, como 75%, 81,25%, 87,5%, 93,75% e 100%.

Figura 33 – Fração gerada na *attainable region* em função: a) grau de enchimento; b) concentração de sólidos, grau de enchimento e alimentação nova relativas.



Fonte: Adaptado de Mulenga, Mkonde e Bwalya (2016).

Valery Jr. e Morrell (1995) realizaram um estudo para desenvolvimento de um modelo para controle operacional de circuitos de moagem autógena e semi-autógena. O grande mérito do modelo é permitir o controle operacional dos respectivos circuitos a partir de variáveis que, embora importantes para o desempenho da moagem, raramente são medidas, devido a dificuldades intrínsecas e/ou de instrumentação. Para tanto o trabalho consistiu em um levantar um vasto banco de dados dinâmicos de dois moinhos autógenos com grande razão  $D/L$ , de modo que a estrutura do modelo permitisse estimar a potência aplicada, o nível da carga total (bolas, minério e polpa) e a granulometria do produto descarregado por meio de mudanças na alimentação nova, adição de água, carga circulante, granulometria da alimentação e tenacidade do minério. O modelo desenvolvido é compatível com o modelo estacionário (*steady state*) para moinhos AG/SAG desenvolvido no JKMRRC como os de Leung (1987), Morrell (1993) e Morrell e Stephenson (1966).

O estudo de Valery Jr. e Morrell (1995) supracitados indicou que o aumento da carga circulante e, conseqüentemente, formação de piscina de polpa no interior do moinho acarreta em redução da potência aplicada, ou seja, embora a carga total interna do moinho aumente, a potência diminui. A interrupção da vazão de alimentação promoveu uma redução linear da carga total no interior do moinho, enquanto a potência demanda teve um breve aumento para depois reduzir-se rapidamente. Entretanto, a redução gradativa da vazão de alimentação indicou comportamento idêntico para a carga total do moinho e redução contínua da potência demandada, sem o breve pico de aumento.

A adição de água nos moinhos AG/SAG industriais é uma prática operacional comum para reduzir a potência demandada ao mesmo, em situações em que a carga total do moinho atinge valores acima do permitido. Para o estudo em questão (VALERY JR.; MORRELL, 1995) a adição extra de água resultou em rápida redução da potência aplicada, a qual após algum tempo aumentou estabilizando-se em um patamar menor do que o anterior. Neste caso a redução da potência aplicada foi atribuída a dois efeitos distintos. O primeiro foi a lavagem e descarga do material fino presente no moinho, reduzindo assim a densidade da carga e, o segundo, a formação da piscina de polpa (VALERY JR.; MORRELL, 1995).

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

O desenvolvimento do presente trabalho compreendeu a execução de ensaios de moagem contínua em moinho de bolas, configurado de modo aberto, assim como ensaios de moagem de bolas em batelada em moinho de laboratório. Foram também realizados os seguintes ensaios para caracterização do material utilizado neste trabalho: ensaio para determinação do *Work index* de Bond para moagem de bolas (WiB) e ensaio de picnometria para determinação da massa específica.

Todos os ensaios realizados neste trabalho utilizaram o mesmo material, denominado pó de brita, provindo da pedreira Embu S.A., unidade de Mogi das Cruzes, SP, Brasil.

Os ensaios de moagem de bolas em batelada em moinho de laboratório tiveram como objetivo determinar as seguintes características quanto à cominuição do material: função distribuição de quebra e razão específica de quebra.

Os ensaios de moagem contínua incluíram um único moinho de bolas, porém configurado com descarga por diafragma e descarga por *overflow*, mediante modificações na tampa de descarga do equipamento.

A partir dos ensaios de moagem contínua foi investigada a influência que distintos parâmetros e condições operacionais exercem no transporte da polpa através de moinhos de bolas, assim como no desempenho de fragmentação e capacidade do equipamento.

Os parâmetros e variáveis operacionais investigadas nos ensaios de moagem contínua em moinho de bolas, tanto para descarga por diafragma como para descarga por *overflow*, incluíram: vazão de alimentação de sólidos, rotação do moinho, concentração de sólidos da polpa alimentada, grau de enchimento da carga moedora e granulometria do material alimentado. Além destes, para o moinho com descarga por diafragma foram investigados dois parâmetros adicionais, quais sejam, a quantidade de aberturas do diafragma e posição radial das aberturas. A quantidade de aberturas foi avaliada em função da porcentagem da área aberta do diafragma. Já

a posição radial foi avaliada como a fração do raio do diafragma em que está a posição média de todas as aberturas, calculada conforme a Equação 65.

Para cada parâmetro ou variável operacional investigada foram executados três ensaios, conforme apresentado na Tabela 3.

Tabela 3 – Variáveis operacionais investigadas nos ensaios de moagem contínua.

Variável	Descarga por diafragma	Descarga por overflow
Vazão de alimentação de sólidos	50 kg/h	50 kg/h
	70 kg/h	70 kg/h
	90 kg/h	90 kg/h
Rotação do moinho (porcentagem da velocidade crítica)	69% VC	69% VC
	72% VC	72% VC
	75% VC	75% VC
Concentração de sólidos na alimentação	65%	65%
	70%	70%
	75%	75%
Grau de enchimento de corpos moedores	25%	25%
	30%	30%
	35%	35%
F <sub>80</sub> da alimentação	0,390 mm	0,390 mm
	2,16 mm	2,16 mm
	3,02 mm	3,02 mm
Área aberta do diafragma	9,0%	-
	10,8%	-
	12,6%	-
Posição radial das aberturas do diafragma em relação ao raio do moinho	0,75	-
	0,80	-
	0,85	-

Fonte: Elaborada pelo autor.

Todos os ensaios de moagem contínua com descarga por diafragma foram realizados com aberturas de formato circular e diâmetro de 7,94 mm (5/16”).

Toda a etapa experimental deste trabalho foi realizada no Laboratório de Tratamento de Minérios e Resíduos Industriais do Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (LTM/PMI/EPUSP).

### **3.1 ENSAIOS DE MOAGEM CONTÍNUA EM MOINHO DE BOLAS**

O moinho de bolas utilizado nos ensaios contínuos foi fabricado pela empresa Denver, com 308 mm de diâmetro e 650 mm de comprimento interno, ambas as medidas tomadas internamente ao revestimento. O moinho tem, portanto, uma câmara de moagem com volume de 48,3 litros. O mesmo moinho esteve sustentado por um mancal posicionado na parte próxima à alimentação, assim como por duas rodas posicionadas no centro do corpo do moinho, uma do lado esquerdo e outra do lado direito. O acionamento do moinho foi realizado por meio de polias e correias, as quais estavam conectadas a um redutor acoplado a um motor com potência nominal de 2 cv. O conjunto moinho, motor, redutor, mancais, polias e correias foram montados sobre uma base de aço, dotada de rodas para facilitar o deslocamento do conjunto. É importante ressaltar que estas rodas possuíam travas para evitar deslocamentos imprevistos durante a operação do moinho. A Figura 34 ilustra o moinho utilizado nos ensaios de moagem de bolas contínua para o desenvolvimento do presente trabalho.

Figura 34 – Moinho contínuo utilizado no desenvolvimento do presente trabalho.



Fonte: Arquivo pessoal.

Internamente o moinho foi equipado com perfil ondulado de aço, com levantadores de 5 mm de altura. A condução da polpa para o interior do moinho foi realizada por um alimentador de tambor. Foram confeccionadas tampas diferentes para possibilitar a descarga por *overflow* ou por diafragma. Esta última não incluiu levantadores de polpa, uma vez que o próprio diafragma já se constituía na tampa externa. Ademais, uma calha metálica com formato semicircular foi instalada junto à descarga do moinho, de forma a coletar a polpa que vertia para fora do mesmo. Esta calha era dotada de um orifício de 2" na sua parte inferior, conduzindo assim a polpa para uma caixa de coleta posicionada abaixo da mesma, conforme ilustrado na Figura 35.



Figura 35 – Dispositivos do moinho contínuo: a) perfil do revestimento interno e calha de coleta; b) alimentador de tambor; c) descarga por *overflow* e d) descarga por diafragma.



Fonte: Arquivo pessoal.

Para controlar a velocidade de rotação do motor foi instalado no conjunto um dispositivo inversor de frequência. Foi também instalado um medidor da energia consumida pelo motor, com precisão de 0,01 kWh.



A carga moedora utilizada nos ensaios de moagem contínua foi formada por corpos moedores com diâmetros de 50,8 mm (2"), 38,1 mm (1½") e 25,4 mm (1"), cuja distribuição é apresentada na Tabela 4.

Tabela 4 – Distribuição da carga de corpos moedores.

Diâmetro do corpo moedor (mm)	Grau de enchimento de 25%			Grau de enchimento de 30%			Grau de enchimento de 35%		
	Quantidade	Massa (kg)	Distribuição (%)	Quantidade	Massa (kg)	Distribuição (%)	Quantidade	Massa (kg)	Distribuição (%)
50,8	37	21,6	40,6	44	25,7	40,4	51	29,8	40,3
38,1	96	24,6	46,2	115	29,5	46,4	134	34,4	46,5
25,4	107	7,0	13,2	129	8,4	13,2	151	9,8	13,2
Total	240	53,2	100	288	63,6	100	336	74,0	100

Fonte: Elaborada pelo autor.

As medições dos interstícios da carga moedora resultaram em 45,6%, valor este determinado para 30% de enchimento do volume do moinho. Esta medição consistiu inicialmente em acomodar a carga de corpos moedores em um balde com diâmetro similar ao diâmetro do moinho e adicionar água, até que esta cobrisse a carga moedora. O volume de água adicionado representou assim o volume de interstícios da carga moedora.

Outros dois equipamentos foram utilizados para realização dos ensaios de moagem contínua, quais sejam, um alimentador vibratório da marca Eriez para alimentação do minério utilizado, assim como um tanque para alimentação da água ao moinho, conforme ilustrado na Figura 36.

Figura 36 – a) Alimentador vibratório e b) Tanque para alimentação da água.



Fonte: Arquivo pessoal.

Acima do alimentador vibratório foi instalado um silo de aço, destinado a conter o material a ser alimentado no moinho. Assim, o minério seco escoava pelo silo até a parte inferior e de menor diâmetro, sendo descarregado sobre a calha vibratória do alimentador, que por sua vez, modulava a vazão de alimentação do material no moinho. O conjunto contou também com tanque destinado a prover e estabilizar alimentação de água do moinho, formando assim a polpa nas concentrações de sólidos estipuladas.

### 3.1.1 EXECUÇÃO DOS ENSAIOS DE MOAGEM CONTÍNUA

Os procedimentos adotados para a execução dos ensaios de moagem contínua foram mantidos o mais constante possível, a menos obviamente das condições específicas praticadas para cada ensaio realizado.

Inicialmente, todo o material sólido utilizado foi secado em estufa a 100° C, visando facilitar o escoamento do mesmo, assim como evitar flutuações de umidade no decorrer da realização dos ensaios.

Após a secagem, todo o material foi submetido a um peneiramento a seco na malha de 6,35 mm ( $\frac{1}{4}$ "), sendo considerada somente a fração passante, garantindo assim o *top size* da alimentação de sólidos para todos os ensaios. O material assim peneirado foi homogeneizado em pilha alongada, quarteado em alíquotas de cerca de 25 kg, destinadas à alimentação do silo durante a execução dos ensaios. A fração retida em 6,35 mm no peneiramento inicial foi britada em britador de mandíbulas e posteriormente peneirada, de forma a gerar produto com *top size* de 9,52 mm ( $\frac{3}{8}$ "). Esta fração foi utilizada na proporção de 15% com a fração passante em 6,35 mm, formando assim a alimentação para um ensaio específico, denominado de alimentação grosseira.

Após a preparação do material, os ensaios de moagem contínua em moinho de bolas foram executados conforme a seguinte sequência:

- Com o moinho aberto na parte de descarga, adicionava-se a carga de corpos moedores no interior do moinho;
- Fechava-se o moinho com o respectivo dispositivo de descarga estipulada para o ensaio;
- Ajustava-se a rotação do moinho estipulada para o ensaio por meio de ajuste no inversor de frequência e verificação com um tacômetro;
- Posicionava-se a caixa de coleta abaixo da calha de descarga da polpa;
- Preenchia-se o silo de alimentação com o material a ser moído até uma marca de controle, a qual representava, aproximadamente, 80% do volume do silo;
- Ajustava-se a frequência do alimentador vibratório para fornecer a vazão de sólidos estipulada para o ensaio;

- Com o alimentador vibratório ligado, posicionava-se uma bandeja ao final da calha do alimentador e tomava-se uma amostra em um intervalo de 20 segundos;
- Pesava-se a massa da amostra e calculava-se a vazão de sólidos obtida. Caso a vazão medida não fosse a estipulada para o ensaio, variava-se a frequência de vibração do alimentador e repetia-se o procedimento até que este valor fosse atingido;
- A frequência de vibração do alimentador e, conseqüentemente, a vazão de sólidos era considerada aceita, quando três amostragens sequenciais de 20 segundos fornecessem vazões com tolerância de  $\pm 2,5\%$  em relação à vazão estipulada para o ensaio.
- A água para alimentação do moinho provinha de um tanque, dotado de um dispositivo para garantir um enchimento máximo e constante durante toda a duração de cada ensaio. O controle da vazão de água para o moinho foi efetuado por meio de uma válvula de esfera:
  - A vazão de água era ajustada por meio de variação da abertura da válvula e calculada por meio de amostras tomadas em um béquer de 1 litro em períodos de 20 segundos;
  - Este procedimento era repetido até que se determinasse a posição da válvula que fornecesse a vazão estipulada para o ensaio com tolerância de  $\pm 2,5\%$ ;
- Após todos os ajustes supracitados, a calha do alimentador vibratório e a mangueira para alimentação da água eram posicionadas próximas ao alimentador de tambor do moinho, de modo a que tanto os sólidos como a água escoassem para dentro do alimentador de tambor e, conseqüentemente, deste último para dentro do moinho;
- Ligava-se o moinho para iniciar o ensaio e abria-se a válvula que liberava o fluxo de água do tanque. Na sequência, ligava-se o alimentador vibratório para alimentação dos sólidos. Neste exato momento iniciava-se a cronometragem do ensaio e registrava-se a energia indicada no respectivo medidor;
- A cada dois minutos decorridos do ensaio, repetia-se três procedimentos, quais sejam:
  - Completava-se o silo do conjunto de alimentação de sólidos até a marca de controle estipulada;
  - Completava-se o volume de 100% do tanque de água e,

- Registra-se o tempo e energia indicada no respectivo medidor.
- Os procedimentos supracitados eram repetidos até o final do ensaio, que durava aproximadamente 30 minutos;
- Após decorridos 20 minutos do ensaio, iniciava-se o período de amostragem do produto do moinho, que consistia em quatro incrementos, tomados por 20 segundos em intervalos de dois minutos. A bacia para coleta desta amostra era preliminarmente pesada e tarada;
- A massa da amostra em polpa era pesada e colocada para secar em estufa a 100 °C. Após a secagem, esta amostra era pesada novamente para determinação da concentração de sólidos do produto moído. A amostra de sólidos seca era desagregada, homogeneizada por pilha alongada e quarteada em alíquotas de 400 g. Uma destas alíquotas era submetida a um peneiramento a úmido para determinação da distribuição granulométrica do produto moído de cada ensaio;
- Após a tomada do quarto e último incremento do produto moído, era realizado um procedimento de *crash stop*, isto é, parada total do equipamento, com interrupção simultânea da alimentação de sólidos e de água. Simultaneamente a estes procedimentos, a calha de coleta da polpa descarregada pelo moinho era lavada, e no momento da parada total uma segunda caixa menor era posicionada embaixo desta calha para coleta da carga interna do moinho, conforme ilustrado na Figura 37. Uma peneira de abertura ½” era colocada sobre esta caixa para reter a carga de bolas. O procedimento para tomada da carga interna, após a finalização e parada do moinho consistia em:
  - Com a caixa de coleta da carga interna devidamente posicionada, a tampa de descarga do moinho era desparafusada para se ter acesso ao interior do moinho. Deste modo, a carga de corpos moedores e polpa interna eram retiradas do moinho e descarregadas sobre esta peneira e caixa de coleta, conforme ilustrado Figura 37. Após a lavagem completa do interior do moinho com auxílio de uma mangueira, a amostra da carga de polpa da carga interna era colocada para secar em estufa a 100 °C;
  - Após a secagem, esta amostra era pesada novamente, determinando-se a carga interna de sólidos no interior do moinho. Como muita água era adicionada a esta amostra para a lavagem completa da câmara de moagem, não foi possível determinar a porcentagem de sólidos da carga interna de sólidos do moinho. A amostra de sólidos seca era desagregada,

homogeneizada por pilha alongada e quarteada em alíquotas de 0,5 kg. Uma destas alíquotas foi submetida a um peneiramento a úmido para determinação da distribuição granulométrica da carga interna do moinho de cada ensaio.

- Foram tomadas amostras da alimentação de sólidos para execução de peneiramento a úmido e determinação da distribuição granulométrica. Estas amostras foram compostas por dois incrementos, tomados no início e no final do ensaio, no ponto de descarregamento da calha vibratória do alimentador de sólidos, por um período de 20 segundos. Tal procedimento foi realizado visando o peneiramento a úmido de amostras de alimentação com granulometria fina, média e grosseira, sendo que as duas primeiras, com massa de cerca de 1 kg e a última com massa de 0,5 kg;
- Para as amostras de alimentação granulométrica média seis amostras foram tomadas e submetidas ao peneiramento a úmido. Já para a alimentação granulométrica fina e grosseira três amostras de cada uma foram tomadas submetidas ao peneiramento a úmido;
- Deste modo, para cada ensaio foram obtidas as distribuições granulométricas do produto moído e da carga interna de sólidos, bem como a potência demandada e a massa de sólidos da carga interna.



Figura 37 – Sequência de descarregamento e lavagem da carga interna do moinho.



Fonte: Arquivo pessoal.

Além de consolidar os procedimentos adotados, a execução de ensaios preliminares visou estabelecer limites para as variáveis que seriam praticadas no conjunto de ensaios considerados como base para o presente trabalho. A Tabela 5

apresenta os valores de cada uma das variáveis de operação praticadas, em cada um dos quatro ensaios preliminares.

Tabela 5 – Parâmetros e resultados globais dos ensaios preliminares.

Parâmetros	Ensaio A	Ensaio B	Ensaio C	Ensaio D
Descarga	diafragma	diafragma	diafragma	diafragma
Vazão de alimentação (kg/h)	70	70	90	70
Rotação do moinho (porcentagem da velocidade crítica)	72	72	72	72
Concentração de sólidos da alimentação	70	65	75	65
Grau de enchimento de corpos moedores (%)	30	30	30	30
F <sub>80</sub> da alimentação (mm)	2,16	2,16	2,16	2,16
Área aberta do diafragma (%)	9,3	10,8	10,8	10,8
Posição radial das aberturas do diafragma (fração)	0,75	0,80	0,80	0,80
Diâmetro das aberturas do diafragma (polegada)	1/4	5/16	5/16	5/16
Tempo de duração do ensaio (min)	60	60	60	30
P <sub>80</sub> do produto moído (mm)	0,275	0,299	0,447	-
Porcentagem <0,038 mm no produto moído	26,3	22,7	19,9	-
Massa de sólidos da carga interna (kg)	8,93	1,36	11,8	1,74

Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir da análise dos resultados dos ensaios apresentados na Tabela 5 foram definidos os procedimentos e parâmetros para execução dos ensaios de moagem contínua em moinho de bolas.

As amostras do produto moído para os Ensaio A, B e C foram formadas por quatro incrementos tomados decorridos 50 minutos de ensaio, cada incremento sendo tomado por um período de 40 segundos sob intervalo de dois minutos. A seguir são listadas observações sobre cada um dos ensaios:

- O Ensaio A foi realizado com quatro faixas de aberturas de 6,35 mm (1/4") no diafragma, valor este selecionado com base no *top size* da alimentação de sólidos. Notou-se neste ensaio que a descarga de polpa ocorria de irregular, com períodos de alta ou baixa vazão, razão pela qual decidiu-se aumentar o diâmetro das aberturas e também da área aberta do diafragma nos ensaios subsequentes;



- Ao final do ensaio notou-se ainda que a faixa de aberturas mais próxima ao centro do diafragma ficou completamente obstruída por sólidos, conforme ilustrado na Figura 38.

Figura 38 – Diafragma com diâmetro de aberturas de 1/4” após a execução do Ensaio A.

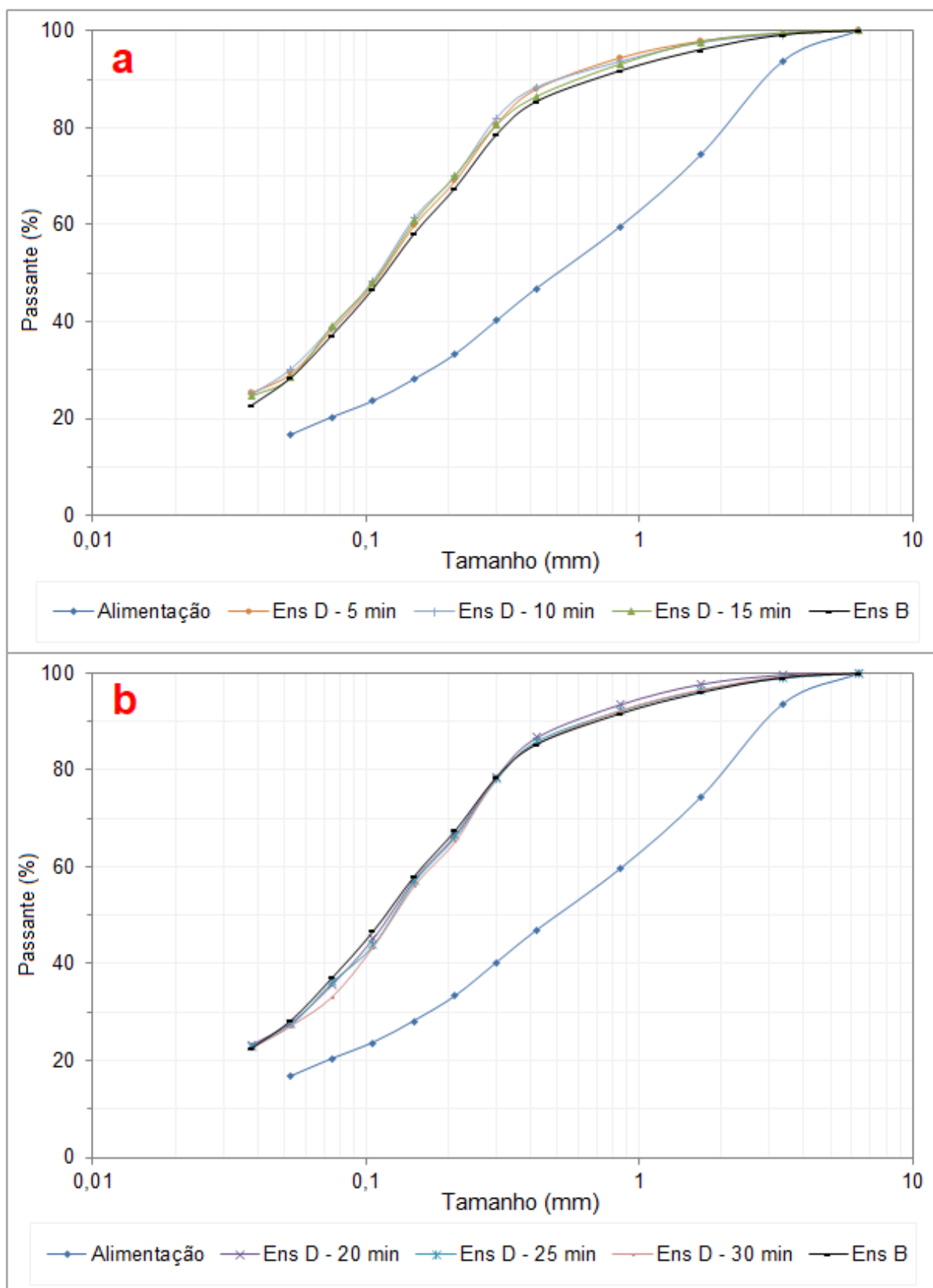


Fonte: Arquivo pessoal.

- O Ensaio B foi realizado com diâmetro das aberturas de 7,94 mm (5/16”), assim como redução de 70% para 65% de concentração de sólidos em massa da polpa. Os resultados obtidos para o Ensaio B foram considerados bastante, adotando-se assim aberturas de 7,94 mm (5/16”) e área aberta total de 10,8% para o diafragma.
- No Ensaio C a vazão de sólidos de alimentação foi elevada de 70 kg/h para 90 kg/h, assim como aumentada a concentração de sólidos de 65% para 75%. Como os resultados obtidos no Ensaio C foram também considerados bastante satisfatórios, adotou-se para o Caso Base, vazão de alimentação de 70 kg/h, assim como mínimas e máximas, respectivamente de 50 kg/h e 90 kg/h. Analogamente, a concentração de sólidos para Caso Base foi fixada em 70%. Os demais parâmetros para o ensaio Caso Base foram definidos a partir de valores típicos utilizados em operações industriais de moagem em moinho de bolas, quais sejam:
  - Rotação do moinho em porcentagem da velocidade crítica = 72%;
  - Grau de enchimento de corpos moedores = 30%;

- $F_{80}$  da alimentação de sólidos = 2,16 mm, com *top size* de 6,35 mm;
- Com o intuito de reduzir o tempo de ensaio e diminuir o consumo de material o ensaio D foi realizado nas mesmas condições praticadas no Ensaio B, porém com tempo de duração menor, ou seja, 30 minutos no Ensaio D ante 60 minutos do ensaio B. O método de avaliação consistiu em se comparar as granulometrias do produto do moinho, conforme obtidas a partir de amostras tomadas por 20 segundos após 5 min, 10 min, 15 min, 20 min, 25 min e 30 min de duração do Ensaio D e compará-las àquela determinada no Ensaio B. Os resultados estão apresentados nos gráficos da Figura 39.

Figura 39 – Distribuições granulométricas dos ensaios preliminares B e D.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se no gráfico “a” da Figura 39 que os produtos moídos tomados nos períodos de 5 min, 10 min e 15 min são ligeiramente mais finos do que o produto moído do ensaio B. No gráfico “b” da Figura 39 nota-se que os produtos moídos tomados nos períodos de 20 min, 25 min e 30 min são muito similares ao produto moído do Ensaio B.

Depreende-se, portanto, que até o período de 15 minutos, o ensaio não havia atingido a estabilidade. A partir de 20 minutos o ensaio atingiu a estabilidade gerando produto moído com distribuição granulométrica praticamente constante e decorridos 30 minutos, tanto a distribuição granulométrica do produto moído como a massa da carga interna foram similares aos obtidos no Ensaio B, este último com duração de 60 minutos.

Com base nestes resultados foi adotado um período de 30 minutos para execução de todos os ensaios de moagem contínua deste trabalho, com tomada de amostras do produto moído decorridos 20 minutos do ensaio.

### 3.1.2 ENSAIOS PARA DETERMINAÇÃO DAS POTÊNCIAS DEMANDADAS PELO MOINHO CONTÍNUO

Foram realizados quatro ensaios visando determinar a potência demandada conforme condições selecionadas. Em todos os ensaios a velocidade de rotação foi fixada em 72% da VC. As demais condições praticadas nos quatro ensaios foram as seguintes:

- **Ensaio de Potência 1:** determinação da potência vazio, isto é, a potência demandada para girar o moinho sem a presença de carga moedora ou polpa de minério. Ensaio com duração de uma hora e registro de energia consumida à intervalos de dois minutos;
- **Ensaio de Potência 2:** determinação da potência demanda pelo moinho com carga moedora de 30% do volume interno. Ensaio com duração de 30 minutos e registro de energia consumida à intervalos de um e meio minutos;
- **Ensaio de Potência 3:** determinação da potência demanda pelo moinho com descarga por diafragma, com carga moedora de 30% do volume interno e

alimentação somente de água, sob vazão de 72,6 L/h. Ensaio com duração de 30 minutos e registro de energia consumida à intervalos de um e meio minutos;

- **Ensaio de Potência 4:** determinação da potência demanda pelo moinho com descarga por *overflow*, com carga moedora de 30% do volume interno e alimentação de sólidos e água, sob vazões de 72,6 L/h e 90 kg/h, respectivamente. Ensaio com duração de 30 minutos e registro de energia consumida à intervalos de um e meio minutos.

### 3.1.3 CÁLCULO DAS MASSAS MÍNIMAS

O processo de amostragem pode ser definido como um conjunto de operações que visam recolher, de um universo, uma parcela significativa que o represente da melhor maneira possível não inserindo mudanças significativas em suas propriedades. Segundo Gy (1998), "o único objetivo da amostragem é reduzir a massa de um lote  $L$  sem inserir mudanças significativas em suas outras propriedades".

A Teoria da Amostragem desenvolvida por Pierre Gy é construída com base no conceito de que, se um número suficiente de unidades de uma população é selecionado com mínima variância (precisas) e sem enviesamento (acuradas), o valor médio das unidades irá se aproximar daquele da população total (YAMAMOTO, 1992), isto é, o conjunto das unidades selecionadas é uma amostra representativa da população.

A tomada da amostra de cada fluxo deve ser equiprobabilística, ou seja, todas as partículas que compõem o fluxo devem ter a mesma probabilidade de serem coletadas, assim como fazerem parte da amostra composta. Para tanto, o procedimento de amostragem consistiu na tomada de todo o fluxo de alimentação de sólidos e descarga de polpa, para cada incremento da amostra total.

Com base na Teoria da Amostragem proposta por Pierre Gy foram calculadas as variâncias e desvios padrões das amostras tomadas e submetidas ao peneiramento a úmido, conforme a Equação 104 (PITARD, 1993).

$$S_{FSE}^2 = \frac{f \rho}{M_S} \left( \frac{1}{a_{Lx}} - 2 \right) d_{FLx}^3 \quad (104)$$

Onde:

$S^2_{FSE}$  = variância do erro fundamental de amostragem;

$f$  = fator de forma do material amostrado;

$\rho$  = massa específica do material amostrado;

$M_s$  = massa da amostra tomada (g);

$a_{Lx}$  = fração mássica da faixa granulométrica de interesse no lote amostrado;

$d_{FLx}$  = tamanho médio da fração granulométrica de interesse (cm).

Visto que o erro fundamental de amostragem nunca será zero, Pitard (2013) definiu valores de desvios padrões do erro fundamental de amostragem aceitáveis para os cálculos de massas mínimas de amostras tomadas de um lote.

Para procedimentos de balanços de massas e controle de processos, nos quais as amostragens realizadas no presente trabalho se enquadram, Pitard (2013) definiu que os desvios padrão aceitáveis são de 2,5% para o primeiro estágio de amostragem e 1,8% para o segundo estágio de amostragem.

Deste modo, para as amostragens realizadas nos ensaios de moagem contínua do presente trabalho, foram assumidos como aceitáveis os seguintes desvios padrão para cada tipo de amostra tomada:

- Alimentação de sólidos: como toda a amostra tomada foi submetida ao peneiramento a úmido, ocorreu somente um estágio de redução de massa, qual seja, a amostragem na descarga da calha do alimentador vibratório. Portanto, foi assumido um desvio padrão aceitável de 2,5%;
- Produto moído: ocorreram dois estágios de redução de massa para o peneiramento a úmido, quais sejam, amostragem da descarga do moinho e quarteamento da amostra após secagem. Portanto, foi assumido um desvio padrão aceitável de 1,8%;
- Carga interna de sólidos: como toda a massa da carga interna de sólidos foi tomada do moinho, ocorreu somente um estágio de redução de massa, qual seja, o quarteamento da amostra para o peneiramento a úmido. Portanto, foi assumido um desvio padrão de 2,5%.

Chierregati e Pitard (2018) indicaram que o fator de forma  $f$  da Equação 103 pode ser considerado como uma constante igual a 0,5 para a maioria dos minerais, valor este adotado para esta variável neste trabalho.

#### 3.1.4 PENEIRAMENTO A ÚMIDO

Todas as amostras geradas nos ensaios de moagem contínua e moagem em batelada foram submetidas ao peneiramento a úmido para determinação das respectivas distribuições granulométricas.

Os peneiramentos foram realizados em um peneirador suspenso, no qual foi fixada uma mangueira no topo do mesmo para alimentação da água ao ensaio. Esta mangueira estava conectada à rede de água do LTM/EPUSP por meio de um rotâmetro, que permitia o controle da vazão de água adicionada ao ensaio, conforme ilustrado na Figura 40. Todos os peneiramentos foram executados por um período de 25 minutos, com vazão de água de 50 L/h e realizados nas seguintes malhas: 6,35 mm, 3,35 mm, 1,68 mm, 0,850 mm, 0,425 mm, 0,300 mm, 0,212 mm, 0,150 mm, 0,106 mm, 0,075 mm, 0,053 mm e 0,038 mm.

Figura 40 – Peneirador suspenso utilizado nos peneiramentos a úmido.



Fonte: Arquivo pessoal.

Após a execução de cada peneiramento, as frações geradas eram colocadas para secar em estufa a 100 °C. Após a secagem, cada alíquota foi pesada, visando a determinação da distribuição granulométrica de cada amostra.

### 3.2 CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA

Nesta seção estão descritos os procedimentos de execução dos ensaios de caracterização tecnológica conduzidos no LTM/EPUSP com o material utilizado. Os ensaios executados foram o *Work index* de Bond para moagem de bolas, ensaios de moagem em batelada, picnometria e determinação da densidade aparente.



### 3.2.1 *WORK INDEX* DE BOND PARA MOAGEM DE BOLAS

No ensaio para determinação do WiB foi utilizado um moinho com diâmetro e comprimento internos iguais a 305 mm (12"), com cantos arredondados e revestimento interno liso. Durante o ensaio o moinho gira com rotação de 70 rpm, equivalente a 91,4% da velocidade crítica. A carga de corpos moedores é formada por 285 bolas de aço, segundo a distribuição apresentada na Tabela 6.

Tabela 6 – Distribuição da carga moedora para o ensaio de Wi de Bond para moagem de bolas.

<b>Diâmetro de corpos moedores (mm)</b>	<b>Quantidade</b>
36,8	43
29,7	67
25,4	10
19,1	71
15,5	94
Total	285

Fonte: Delboni Jr., Sampaio e Lima (2010).

#### O ENSAIO

O material a ser ensaiado é britado sucessivamente, até que todo material seja passante na malha 3,35 mm (6# *Tyler*). É importante salientar a necessidade de se efetuar a cominuição do material em estágios, devido ao efeito deletério da presença de finos em excesso, comum na cominuição realizada em estágios únicos.

Após os estágios de cominuição e peneiramento iniciais, o material é homogeneizado e quarteado, e uma fração é encaminhada ao peneiramento para determinação da distribuição granulométrica da alimentação, possibilitando o cálculo do  $F_{80}$ .

Uma outra fração do material é colocada sob pequenas doses, em uma proveta de 1000 mL até que, através de batimentos sucessivos seja obtido 700 mL de material compactado. Este material serve como alimentação do moinho para o primeiro ciclo do ensaio. Efetua-se o cálculo da densidade aparente através da Equação 105.

$$d_a = \frac{m_s}{V_p} \quad (105)$$

Onde:

$d_a$  = densidade aparente;

$m_s$  = massa de sólidos adicionada à proveta;

$V_p$  = volume preenchido pela amostra (neste caso 700 mL).

O material é despejado no interior do moinho e este acionado até que atinja um número pré-determinado de rotações iniciais. O material é então descarregado e peneirado na malha selecionada (malha de controle).

A seleção da malha de controle é de extrema importância, pois influencia diretamente o resultado do *WI*. A malha de controle é selecionada de acordo com o  $P_{80}$  desejado para o dado minério e determina o *top size* do produto. Isto é, escolhe-se a malha em que é esperado que o material do último ciclo do ensaio passante por ela, tenha  $P_{80}$  igual do produto desejado para o minério em questão.

A fração passante na malha de controle é separada, enquanto que o material retido será adicionado material fresco, de modo a repor o peso original da carga.

O material assim composto é reconduzido ao moinho para o próximo ciclo do teste. O número de rotações deste próximo ciclo é calculado de modo a produzir uma carga circulante de 250%. Assim, o número de rotações requerido é obtido a partir dos resultados do ciclo antecedente, de modo a produzir uma fração passante igual a 1/3,5 da carga total dentro do moinho.

Os ciclos de moagem do teste são repetidos até que o peso líquido da fração passante na malha de controle por revolução do moinho ( $G_{bp}$ ) se estabilize, ou seja, os valores dos últimos dois ciclos apresentem valores semelhantes.

A média dos últimos três valores do  $G_{bp}$  é o valor final a ser considerado nos cálculos subsequentes. O teste termina com a determinação das distribuições granulométricas do produto passante na malha de controle e da carga circulante do material referente ao último ciclo. O cálculo do *WI* (kWh/st) é efetuado mediante a Equação 106 apresentada a seguir.

$$WI = \frac{44,5}{P_c^{0,23} G_{pb}^{0,82} \left( \frac{10}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{10}{\sqrt{F_{80}}} \right)} \quad (106)$$

Onde:

$P_c$  = tamanho da malha de controle ( $\mu\text{m}$ );

$F_{80}, P_{80}$  = tamanho no qual 80% da alimentação e do produto do último ciclo são passantes, respectivamente ( $\mu\text{m}$ );

$G_{bp}$  = valores de gramas por revolução referente aos três últimos ciclos do ensaio (g/rev).

### 3.2.2 ENSAIOS DE MOAGEM EM BATELADA

Os ensaios de moagem em batelada em laboratório foram realizados em um moinho de aço carbono 1020, com diâmetro e comprimento iguais a 203 mm (8") e presença de quatro levantadores ao longo do corpo do moinho com formato quadrado e dimensão de 5 por 5 mm.

Foram realizados dois tipos de ensaios de moagem em batelada para o desenvolvimento do presente trabalho, quais sejam:

- Ensaios executados em monofração para determinação da função de distribuição de quebra do material estudado. Estes ensaios foram realizados a seco para seguintes frações granulométricas: -1,18 +0,850 mm, -0,850 +0,600 mm e -0,600 +0,425 mm;
- Ensaios executados com a alimentação de sólidos semelhante aos ensaios de moagem contínua (<6,35 mm) para determinação da razão específica de quebra do material estudado. Foram realizados quatro destes ensaios, sendo dois deles a seco e dois deles a úmido.

A preparação das amostras para os ensaios de moagem em batelada em monofração compreendeu duas etapas. A primeira consistiu em britar o material estudado (<6,35 mm) de forma estagiada em britador de rolos e controlar o produto gerado com peneira até que todo ele fosse passante na malha 1,18 mm. A segunda etapa consistiu em peneiramento a seco do material britado nas malhas 0,850 mm,

0,600 mm e 0,425 mm, de modo a gerar massa suficiente para execução de um ensaio de moagem em batelada em cada das frações granulométricas selecionadas.

A massa de sólidos para os ensaios de moagem em batelada foi determinada a partir da densidade aparente e do volume de interstícios da carga moedora para os ensaios a seco. Para os ensaios a úmido a massa de sólidos foi determinada a partir da concentração de sólidos do ensaio, da massa específica dos sólidos e do volume de interstícios da carga moedora.

A distribuição da carga de corpos moedores utilizada nos ensaios de moagem em batelada está apresentada na Tabela 7. Esta carga moedora apresentou grau de enchimento de 38,5% para o moinho utilizado, com massa total de 11,2 kg. O volume de interstícios da carga moedora foi determinado para a carga em modo estacionário em 42,5%.

Tabela 7 – Distribuição da carga moedora para os ensaios de moagem em batelada.

Diâmetro do corpo moedor (mm)	Quantidade de corpos moedores	Distribuição (%)
38,0	24	46,1
30,0	36	34,0
25,0	6	3,3
20,0	38	10,6
15,0	50	5,9
Total	154	100,0

Fonte: Elaborada pelo autor.

Na sequência foram determinadas a densidade aparente (*vide* seção 3.2.4) e massa específica (picnometria, *vide* seção 3.2.3) do material estudado. Os valores determinados para a densidade aparente e para a massa específica foram de 1,68 g/cm<sup>3</sup> e 2,65 g/cm<sup>3</sup>, respectivamente. A partir destes valores foram determinadas as massas de sólidos e água para os ensaios de moagem em batelada, as quais estão apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8 – Massas de sólidos e água para os ensaios de moagem em batelada.

Variáveis	Ensaio em monofração	Ensaio com alimentação <6,35 mm a seco	Ensaio com alimentação <6,35 mm a úmido
Densidade aparente (g/cm <sup>3</sup> )	1,68	-	-
Massa específica (g/cm <sup>3</sup> )	-	2,65	2,65
Fração do volume ocupado dos interstícios da carga moedora por sólidos (seco e sólidos + água (úmido))	0,7	1,0	1,0
Massa de sólidos (kg)	1,27	1,81	1,34
Massa de água (kg)	seco	seco	0,574
Porcentagem de sólidos	seco	seco	70
Tempo de moagem	20 segundos	5 e 10 minutos	5 e 10 minutos

Fonte: Elaborada pelo autor.

Todos os ensaios de moagem em batelada foram realizados com moinho sob rotação equivalente a 72% da VC (75 rpm), calculada a partir da Equação 1, apresentada anteriormente.

O procedimento de execução dos ensaios de moagem em batelada consistiu em dividir a carga de corpos moedores e a massa de sólidos do ensaio, em três frações iguais. O moinho foi então carregado em sequência alternada, de um terço de carga de corpos moedores e um terço de massa de sólidos, de modo a favorecer uma boa distribuição inicial dos sólidos nos interstícios da carga moedora. No caso dos ensaios a úmido, após este procedimento adicionou-se o volume de água necessário para que a polpa atingisse a concentração de sólidos previamente estipulada. Em seguida o moinho foi fechado e dava-se início ao ensaio, conforme apresentado na Figura 41 (GOMES, 2014).

Figura 41 – Procedimento sequencial dos ensaios de moagem em batelada.



Fonte: Gomes (2016).

Os três ensaios de moagem em batelada em monofração (-1,18 +0,850 mm, -0,850 +0,600 mm e -0,600 +0,425 mm) para determinação da função distribuição de quebra do material foram realizados por um período de 20 segundos. Estes ensaios foram denominados como: ensaio -1,18 +0,850 mm, ensaio -0,850 +0,600 mm e ensaio -0,600 +0,425 mm.

Após a execução do ensaio, todo o material era retirado do moinho e peneirado a seco na malha inferior da respectiva fração granulométrica. Após o peneiramento pesava-se o material passante (*undersize*) e retido (*oversize*). Austin, Klimpel e Luckie (1984) recomendam que o material passante nestes ensaios, para determinação da função distribuição de quebra, represente 20% a 30% da amostra moída.

O material passante (*undersize*) era submetido a um peneiramento a úmido, conforme procedimento descrito na seção 3.1.4 deste trabalho. A distribuição granulométrica obtida do peneiramento a úmido da fração passante do ensaio em monofração representa a função distribuição de quebra para a *i*-ésima fração granulométrica.

A partir dos resultados experimentais de distribuições granulométricas supracitados, bem como do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ) foram calculados os parâmetros adimensionais  $\Phi_j$ ,  $\gamma$  e  $\beta$ , que normalizam a função distribuição de quebra, conforme a Equação 107 (AUSTIN; KLIMPEL; LUCKIE, 1984).

$$B_{ij} = \Phi_j \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\gamma + (1 + \Phi_j) \left( \frac{x_{i-1}}{x_j} \right)^\beta \quad \text{para } 0 \leq \Phi_j \leq 1 \quad (107)$$

Para a amostra tal qual (<6,35 mm) foram realizados quatro ensaios de moagem em batelada, conforme os procedimentos descritos nesta seção. Dois destes ensaios foram realizados a seco moagens de 5 minutos e 10 minutos. Os outros dois ensaios foram realizados a úmido com polpa de 70% de sólidos, em períodos de moagem de 5 minutos e 10 minutos. Estes ensaios foram assim denominados:

- **Ensaio I:** moagem em batelada a seco de 5 minutos;
- **Ensaio II:** moagem em batelada a seco de 10 minutos;
- **Ensaio III:** moagem em batelada a úmido de 5 minutos;
- **Ensaio IV:** moagem em batelada a úmido de 10 minutos.

Segundo Austin, Klimpel e Luckie (1984) a partir de ensaios de moagem em batelada em laboratório é possível calcular a razão específica de quebra do material moído a partir da Equação 35, assim como escaloná-la para moinhos industriais mediante a Equação 36.

### 3.2.3 PICNOMETRIA – DETERMINAÇÃO DA MASSA ESPECÍFICA DOS SÓLIDOS

A fração -0,300 mm +0,038 mm, obtida do produto moído do Ensaio A de moagem contínua foi homogeneizada por pilha alongada e quarteada em alíquotas de 20 g. Estas alíquotas foram utilizadas para determinação da massa específica do material, a partir de um ensaio de picnometria.

O ensaio para determinação da massa específica dos sólidos foi conduzido em picnômetro de vidro de 50 mL. Foi utilizada uma balança de precisão com três casas

decimais. Conforme o procedimento estabelecido, inicialmente o picnômetro vazio e seco foi pesado ( $M_1$ ), bem como preenchido integralmente por água ( $M_4$ ). Na sequência secou-se o picnômetro e uma alíquota de sólidos de 20 g foi adicionado ao mesmo, o conjunto foi então pesado ( $M_2$ ). O volume vazio do picnômetro foi completado com água e novamente o conjunto foi pesado ( $M_3$ ).

O procedimento foi repetido para três alíquotas de 20 g. A massa específica dos sólidos foi então calculada pela Equação 108.

$$\rho_s = \frac{M_2 - M_1}{(M_4 - M_1) - (M_3 - M_2)} \quad (108)$$

Onde:

$\rho_s$  = massa específica dos sólidos;

$M_1$  = massa do picnômetro vazio;

$M_2$  = massa do picnômetro com minério;

$M_3$  = massa do picnômetro com minério e preenchido integralmente por água;

$M_4$  = massa do picnômetro preenchido integralmente por água.

#### 3.2.4 DENSIDADE APARENTE

O material de alimentação dos ensaios de moagem contínua com granulometria <6,35 mm, foi submetido ao ensaio para determinação da densidade aparente conforme o seguinte procedimento:

1. Tarar uma balança analítica com uma proveta de 1 L;
2. Preencher a proveta com amostra seca até o volume de aproximadamente 300 ml;
3. Elevar a proveta a uma altura aproximada de 50 mm e soltá-la sobre uma superfície de borracha por 20 vezes;
4. Preencher a proveta com amostra seca até o volume de aproximadamente 600 ml;



5. Elevar a proveta a uma altura aproximada de 50 mm e soltá-la sobre uma superfície de borracha por 20 vezes;
6. Preencher a proveta com amostra seca até o volume de aproximadamente 1.000 ml;
7. Elevar a proveta a uma altura aproximada de 50 mm e soltá-la sobre uma superfície de borracha por 20 vezes;
8. Medir o volume ocupado pela amostra;
9. Pesar a proveta cheia na balança analítica previamente tarada;
10. A razão da massa medida no item 9 pelo volume medido no item 8 representa a densidade aparente do material.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 RESULTADOS DA CARACTERIZAÇÃO TECNOLÓGICA

Neste capítulo são apresentados os resultados de ensaios caracterização tecnológica do material utilizado no desenvolvimento do presente trabalho.

#### 4.1.1 PICNOMETRIA

A fração -0,300 mm +0,038 mm, obtida do produto moído do Ensaio A de moagem contínua foi submetida ao ensaio de picnometria para determinação da massa específica dos sólidos. A Tabela 9 apresenta os resultados detalhados do ensaio de picnometria realizado para a respectiva amostra.

Tabela 9 – Resultados do ensaio de picnometria.

Variáveis	Alíquota 1	Alíquota 2	Alíquota 3
Massa de sólidos (g)	20,100	19,930	20,080
Picnômetro vazio - M1 (g)	55,276	55,496	55,222
Picnômetro + sólidos - M2 (g)	75,126	74,658	76,067
Picnômetro + sólidos + água - M3 (g)	172,659	172,441	173,570
Picnômetro + água - M4 (g)	160,321	160,594	160,474
Massa específica (g/cm <sup>3</sup> )	2,64	2,62	2,69
Massa específica média (g/cm <sup>3</sup> )	2,65		

Fonte: Elaborada pelo autor.

O ensaio indicou massa específica de 2,65 g/cm<sup>3</sup>.

#### 4.1.2 DENSIDADE APARENTE

O material utilizado no desenvolvimento do presente trabalho (<6,35 mm) foi submetido a ensaio para determinação da densidade aparente, conforme descrito na seção 3.2.4 deste trabalho. O resultado do ensaio indicou densidade aparente de 1,68 g/cm<sup>3</sup>.

#### 4.1.3 ENSAIO DE *WORK INDEX* DE BOND PARA MOAGEM DE BOLAS

O ensaio para determinação do *Work index* de Bond para moagem de bolas (WiB) foi realizado na malha teste 0,150 mm e indicou WiB de 16,3 kWh/t, conforme mostra Tabela 10.

Tabela 10 – Resultados do ensaio de WiB.

Malha teste (mm)	% Passante na malha teste na alimentação	F <sub>80</sub> (mm)	P <sub>80</sub> (mm)	G <sub>pb</sub> (g/rev)	WiB (kWh/t)
0,150	20,6	1,65	0,117	1,509	16,3

Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.1.4 ENSAIO DE MOAGEM EM BATELADA EM MONOFRAÇÃO

Foram realizados ensaios de moagem em batelada em monofração para determinação da função distribuição de quebra do material utilizado no desenvolvimento do presente trabalho.

A Tabela 11 apresenta os resultados obtidos para cada um dos ensaios de moagem em batelada em monofração.

Tabela 11 – Resultados dos ensaios de moagem em batelada em monofração.

Variáveis	-1,18	-0,850	-0,600
	+0,850 mm	+0,600 mm	+0,425 mm
Massa de sólidos do ensaio (g)	1271,6	1270,4	1271,1
Massa passante na malha inferior após o ensaio (g)	369,4	342,2	263,5
% passante na malha inferior após o ensaio	29,1	26,9	20,7

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se que as três moagens em batelada resultaram em produtos com granulometria entre 20% e 30% passantes na malha inferior, portanto, de acordo com o critério recomendado por Austin, Klimpel e Luckie (1984).

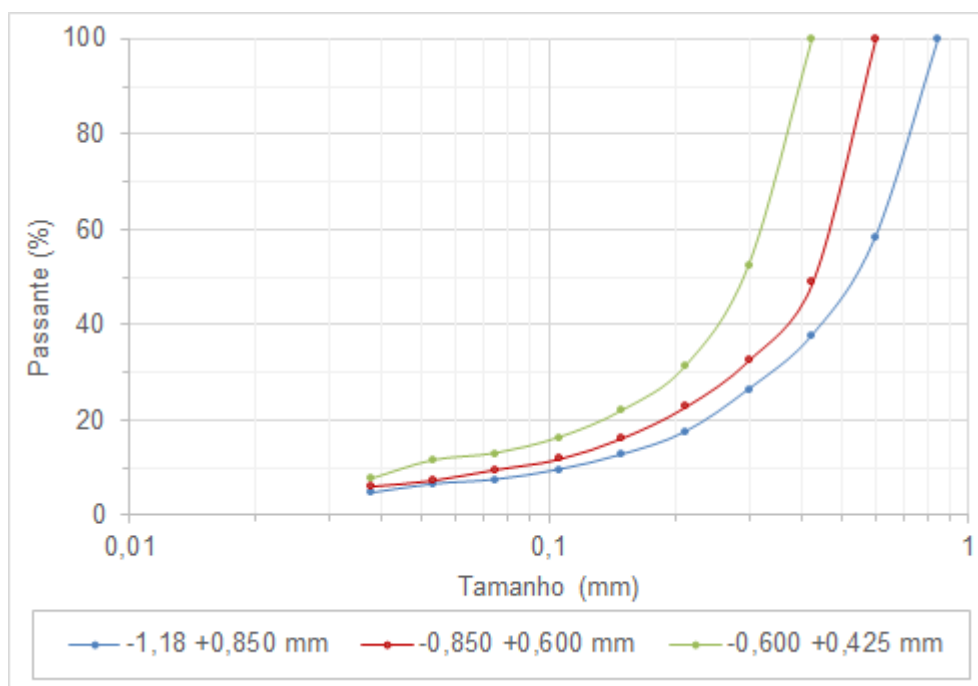
A Tabela 12 e a Figura 42 apresentam as distribuições granulométricas obtidas do material passante na malha inferior da monofração de cada ensaio de moagem em batelada.

Tabela 12 – Distribuições granulométricas do material passante na malha inferior dos ensaios de moagem em batelada em monofração.

Malha (mm)	Porcentagem passante		
	-1,18 +0,850 mm	-0,850 +0,600 mm	-0,600 +0,425 mm
0,850	100	100	100
0,600	58,1	100	100
0,425	37,7	49,0	100
0,300	26,4	32,6	52,4
0,212	17,4	22,8	31,2
0,150	12,7	16,3	21,9
0,106	9,5	11,8	16,2
0,075	7,4	9,6	12,9
0,053	6,4	7,4	11,4
0,038	4,6	6,1	7,5

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 42 – Curvas de distribuições granulométricas dos materiais passantes nas malhas inferiores dos ensaios de moagem em batelada com monofrações.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Com base nos resultados obtidos dos ensaios de moagem em batelada em monofração foram calculados os parâmetros  $\Phi_j$ ,  $\gamma$  e  $\beta$ , para normalização da função distribuição de quebra a partir da Equação 107. Os valores calculados para os parâmetros  $\Phi_j$ ,  $\gamma$  e  $\beta$  foram, respectivamente, de 0,4627, 0,7631 e 3,6362.

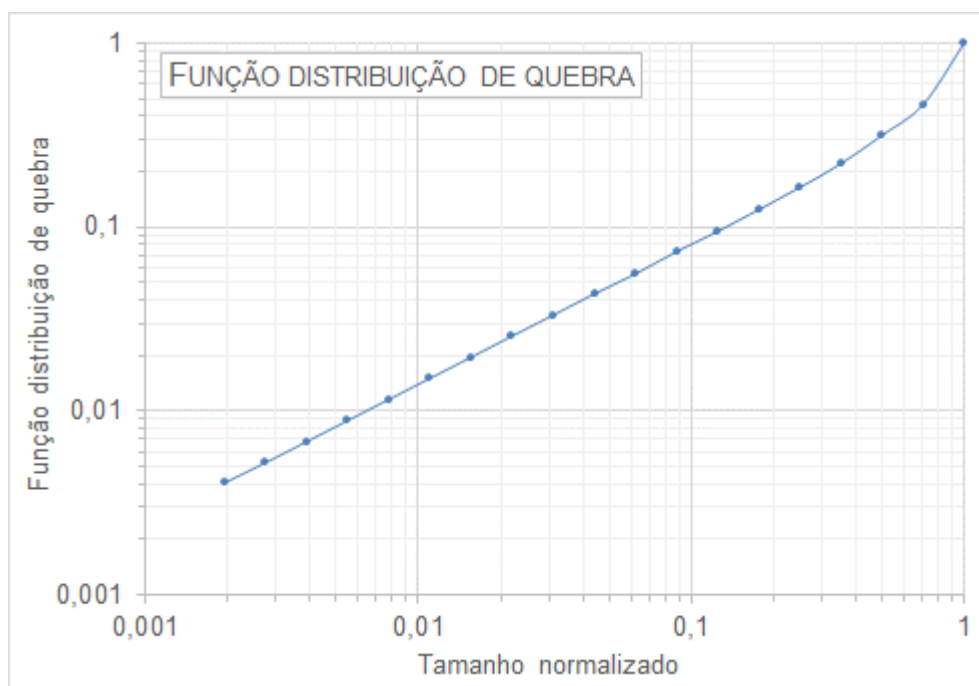
A Tabela 13 e a Figura 43 apresentam a função distribuição de quebra normalizada calculada a partir da Equação 106.

Tabela 13 – Função distribuição de quebra do material utilizado no desenvolvimento do presente trabalho.

<b>Tamanho normalizado</b>	<b>Função distribuição de quebra</b>
1	1
0,707	0,463
0,500	0,315
0,354	0,220
0,250	0,164
0,177	0,124
0,125	0,094
0,088	0,073
0,063	0,055
0,044	0,043
0,031	0,033
0,022	0,025
0,016	0,019
0,011	0,015
0,008	0,011
0,006	0,009
0,004	0,007
0,003	0,005
0,002	0,004

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 43 – Curva da função distribuição de quebra do material utilizado no desenvolvimento do presente trabalho.



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.1.5 ENSAIOS DE MOAGEM EM BATELADA PARA DETERMINAÇÃO DA RAZÃO ESPECÍFICA DE QUEBRA

Foram realizados ensaios de moagem em batelada para determinação da razão específica de quebra do material utilizado no desenvolvimento do presente trabalho. Para tanto, foram realizados quatro ensaios, sendo dois via seca e dois via úmida, conforme apresentado na Tabela 8, cujas distribuições granulométricas obtidas são apresentadas na Tabela 14 e a Figura 44.

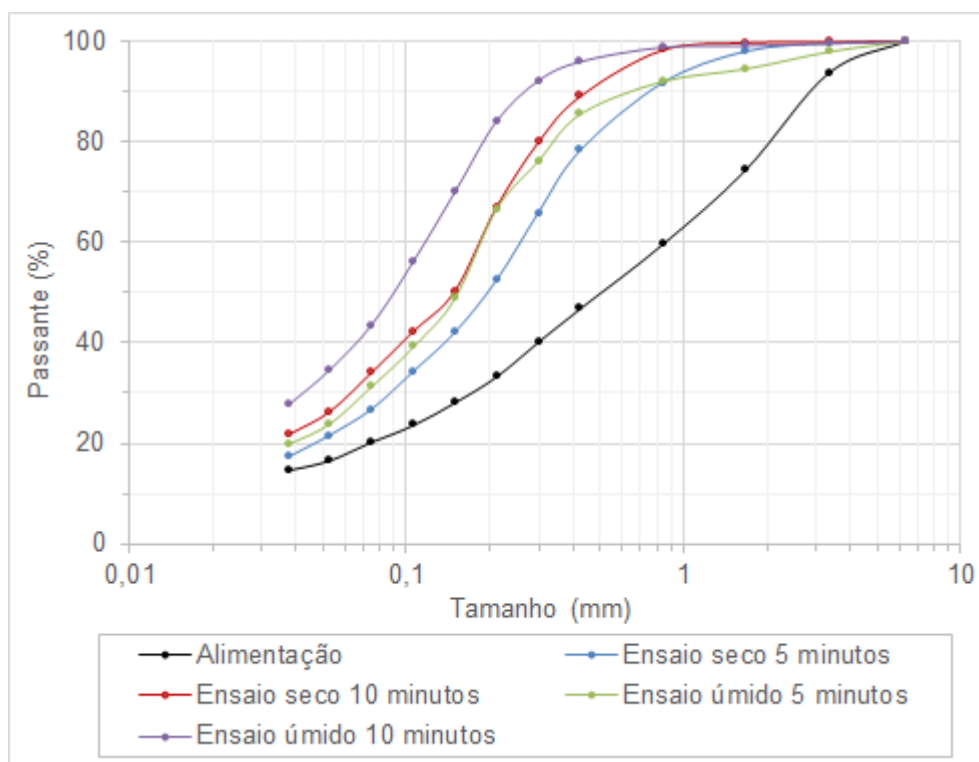
Tabela 14 – Distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada para determinação da razão específica de quebra.

Malha (mm)	Porcentagem passante				
	Alimentação	Ensaio seco 5 minutos	Ensaio seco 10 minutos	Ensaio úmido 5 minutos	Ensaio úmido 10 minutos
6,35	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,6	99,9	97,9	99,5
1,680	74,4	98,0	99,7	94,5	99,1
0,850	59,6	91,7	98,3	92,0	98,8
0,425	46,8	78,3	89,1	85,5	95,9
0,300	40,2	65,9	79,9	76,1	92,1
0,212	33,3	52,4	67,0	63,8	84,1
0,150	28,2	42,0	51,5	48,8	70,0
0,106	23,7	34,2	42,2	39,2	56,1
0,075	20,3	26,7	34,0	31,3	43,5
0,053	16,7	21,5	26,3	24,0	34,6
0,038	14,8	17,3	21,8	19,9	27,8
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,479	0,301	0,352	0,194

Fonte: Elaborada pelo autor.



Figura 44 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada para determinação da razão específica de quebra.

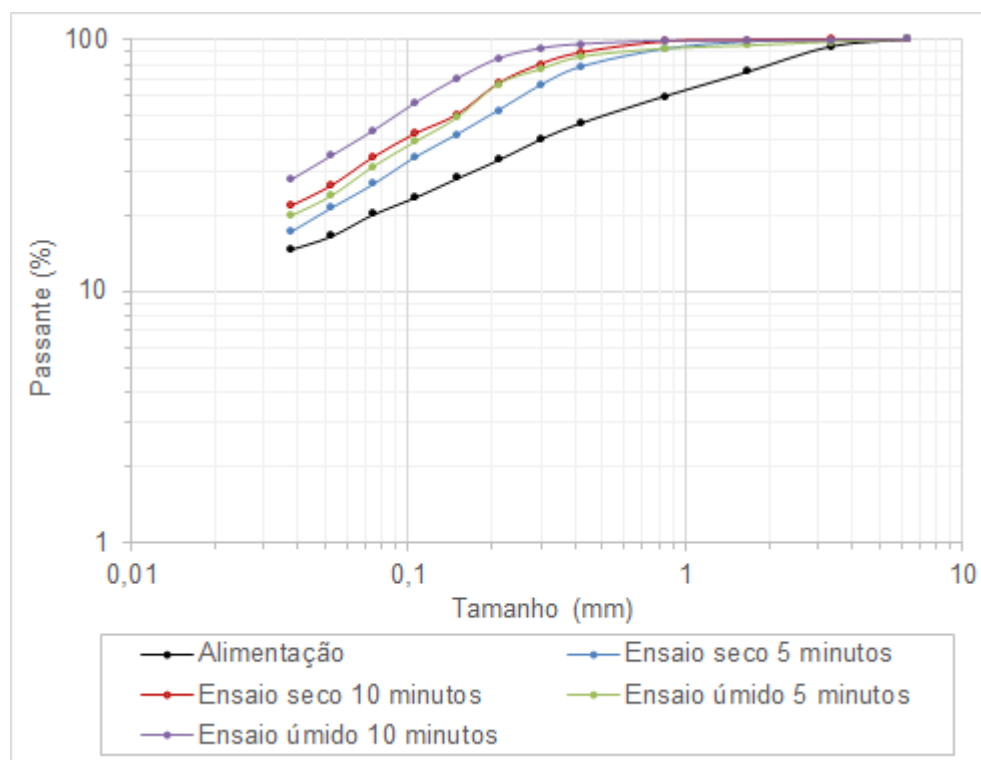


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se do gráfico da Figura 44 que o “Ensaio seco 5 minutos” indicou o produto moído mais grosseiro entre os quatro ensaios, enquanto o “Ensaio úmido 10 minutos” indicou o produto moído mais fino. O “Ensaio seco 10 minutos” indicou produto moído pouco mais fino do que o “Ensaio úmido 5 minutos” para as frações granulométricas menores do que 0,425 mm e, em contrapartida, indicou produto significativamente mais fino para as frações granulométricas maiores do que 0,425 mm.

A Figura 45 apresenta as curvas de distribuições granulométricas obtidas nos ensaios de moagem em batelada para determinação da razão específica de quebra.

Figura 45 - Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada para determinação da razão específica de quebra.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Observa-se na Figura 45 que os produtos moídos dos ensaios de moagem em batelada para determinação da razão específica de quebra apresentaram curvas com tendências paralelas para os tamanhos menores do que 0,212 mm. Com base nestes mesmos ensaios foram calculados os parâmetros  $K_0$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda$  e  $\mu$  a partir da Equação 35 (AUSTIN, KLIMPEL E LUCKIE, 1984).

A função distribuição de quebra calculada para o material em questão e apresentada na Tabela 13 e na Figura 43, foi utilizada no cálculo para determinação dos parâmetros da Equação 35.

O cálculo dos parâmetros da razão específica de quebra foi realizado mediante processo iterativo e utilizando o Método dos Mínimos Quadrados, por meio da função *Solver* do *software* Microsoft Excel, cujos resultados estão apresentados na Tabela 15.

Tabela 15 – Parâmetros para parametrização da razão específica de quebra dos ensaios de moagem em batelada.

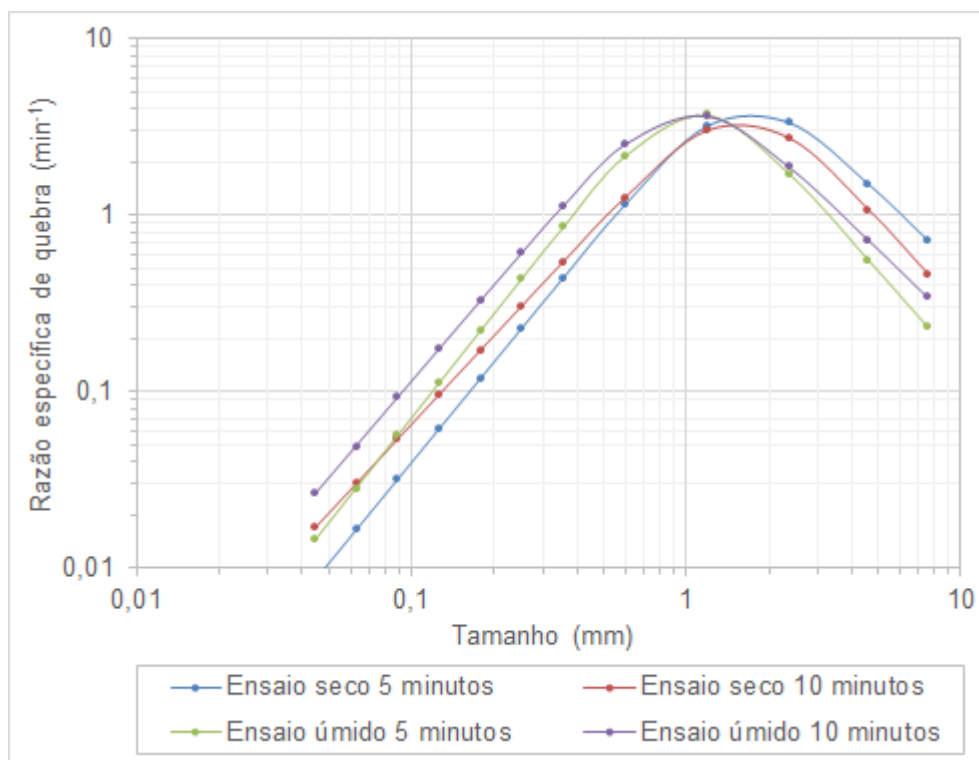
Parâmetro	Ensaio	Ensaio	Ensaio	Ensaio
	seco	seco	úmido	úmido
	5 minutos	10 minutos	5 minutos	10 minutos
$K_0$	3,142	3,060	6,726	7,717
$\alpha$	1,900	1,674	1,980	1,831
$\Lambda$	3,418	3,399	3,751	3,347
$\mu$	1,597	1,603	1,059	0,984

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Tabela 15 que o parâmetro  $K_0$  foi maior para os ensaios via úmida em relação aos ensaios via seca. Uma hipótese para tal circunstância é o fenômeno de amortecimento que ocorre em moagens a seco devido ao recobrimento dos corpos moedores com o material sendo moído. Valores menores do parâmetro  $K_0$  para moagens a seco em relação a moagens a úmido, mantendo-se os demais parâmetros condições operacionais constantes, já foram obtidas por outros autores, conforme citado por Austin, Klimpel e Luckie (1984).

O gráfico da Figura 46 apresenta as curvas das razões de quebra específicas calculadas para os ensaios de moagem em batelada via seca e via úmida.

Figura 46 – Razões específicas de quebra para os ensaios de moagem em batelada.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se do gráfico da Figura 46 que:

- Os ensaios de moagem a seco para ambos os tempos indicaram ponto máximo da razão específica de quebra em tamanhos ( $\mu$ ) similares, independente do tempo de moagem. O mesmo fenômeno foi observado para os ensaios de moagem a úmido;
- Os tamanhos nos quais a razão específica de quebra é máxima foram maiores para os ensaios de moagem a seco (aproximadamente 1,6 mm), do que para os ensaios de moagem a úmido (aproximadamente 1,0 mm). Tal fenômeno corrobora a hipótese de que a fragmentação de partículas grosseiras, mediante o lançamento e impacto dos corpos moedores, é amortecido pela polpa, isto é, em condições operacionais semelhantes a fragmentação de partículas grosseiras em moagens de bolas a seco é mais eficaz do que em moagens de bolas a úmido;
- Para as frações mais grosseiras (maiores do que  $\mu$ ), a moagem a seco de 5 minutos indicou razão específica de quebra maior do que a moagem a seco de 10 minutos. Em contrapartida, a razão específica de quebra para as frações menores

do que o tamanho  $\mu$  foi maior para a moagem a seco de 10 minutos em relação à de 5 minutos;

- Para as moagens a úmido, a razão específica de quebra foi maior para o ensaio de moagem a úmido de 10 minutos do que o ensaio de moagem de 5 minutos para quase todos os tamanhos, com exceção para os tamanhos próximos a 1,19 mm;
- Devido ao método de cálculo empregado, a combinação dos quatro parâmetros calculados para a respectiva função pode promover uma análise incoerente sobre os fenômenos reais ocorridos nos ensaios. Segundo Austin, Klimpel e Luckie (1984) os parâmetros  $\alpha$  e  $\lambda$  da razão específica de quebra são característicos do material, ou seja, são constantes independente das condições operacionais da moagem. Por esse motivo, duas análises adicionais foram realizadas com recálculos dos parâmetros  $K_0$  e  $\mu$ , considerando-se as seguintes duas hipóteses:
  - Hipótese I: parâmetros  $\alpha$  e  $\lambda$  constantes para os dois ensaios a seco, assim como constantes para os dois ensaios a úmido;
  - Hipótese II: parâmetros  $\alpha$  e  $\lambda$  são constantes para todos os ensaios;
  - Hipótese 0 (original): os quatro parâmetros da razão específica de quebra são independentes
  - Nestas análises e cálculos e complementares a função distribuição de quebra utilizada foi a mesma calculada para o material em questão, conforme apresentada na Tabela 13 e na Figura 43.

A Tabela 16 apresenta os valores calculados dos parâmetros  $K_0$  e  $\mu$  para cada uma das três hipóteses.

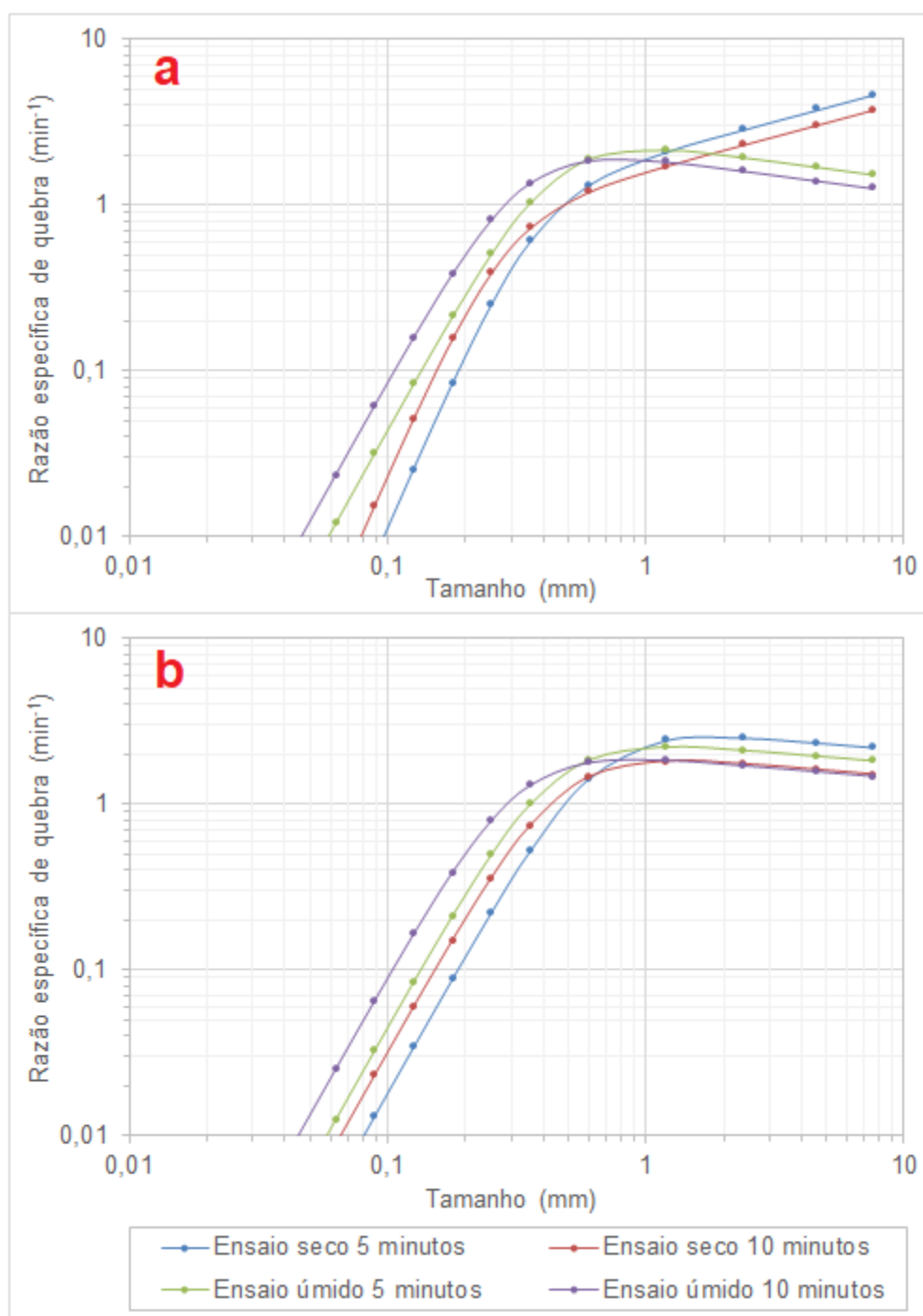
Tabela 16 – Parâmetros da razão específica de quebra dos ensaios de moagem em batelada – Hipóteses 0, I e II.

Método de cálculo	Parâmetro	Ensaio	Ensaio	Ensaio	Ensaio
		seco 5 minutos	seco 10 minutos	úmido 5 minutos	úmido 10 minutos
Hipótese 0: Parâmetros $\alpha$ e $\Lambda$ independentes em cada ensaio	$K_0$	3,142	3,060	6,726	7,717
	$\alpha$	1,900	1,674	1,980	1,831
	$\Lambda$	3,418	3,399	3,751	3,347
	$\mu$	1,597	1,603	1,059	0,984
Hipótese I: Parâmetros $\alpha$ e $\Lambda$ são constantes para os ensaios a seco e para os ensaios a úmido	$K_0$	47,650	100,157	29,670	57,845
	$\alpha$	3,624	3,624	2,824	2,824
	$\Lambda$	3,205	3,205	3,033	3,033
	$\mu$	0,372	0,276	0,434	0,326
Hipótese II: Parâmetros $\alpha$ e $\Lambda$ são constantes para todos os ensaios	$K_0$	11,084	19,672	27,911	56,686
	$\alpha$	2,790	2,790	2,790	2,790
	$\Lambda$	2,921	2,921	2,921	2,921
	$\mu$	0,631	0,455	0,430	0,314

Fonte: Elaborada pelo autor.

O gráfico da Figura 47 apresenta as curvas das razões de quebra específicas calculadas para os ensaios de moagem em batelada via seca e via úmida, considerando as hipóteses I (gráfico a) e II (gráfico b).

Figura 47 – Razões específicas de quebra dos ensaios de moagem em batelada, segundo as hipóteses I (gráfico a) e hipótese II (gráfico b).



Fonte: Elaborada pelo autor.

Da Tabela 16 e do gráfico da Figura 47-a depreende-se para a Hipótese I que:

- Os valores dos parâmetros  $K_0$  foram maiores do que aqueles obtidos na Hipótese 0. Por outro lado, os tamanhos onde a razão específica de quebra é máxima ( $\mu$ ) foram significativamente menores;
- Os valores dos parâmetros  $K_0$  foram maiores para os ensaios a seco do que para os ensaios a úmido, enquanto os tamanhos onde a razão específica de quebra é máxima ( $\mu$ ) foram maiores para os ensaios a úmido do que os a seco. Tal fenômeno foi o oposto do que ocorreu nos cálculos considerando os parâmetros independentes entre os ensaios (Hipótese 0);
- Os parâmetros  $\alpha$  indicaram valores maiores do que aqueles obtidos na Hipótese 0. Ademais, para este método de cálculo os valores do parâmetro  $\alpha$  para moagem a seco e moagem a úmido foram, respectivamente, de 3,624 e 2,824;
- Os parâmetros  $\lambda$  indicaram valores da mesma ordem de grandeza em relação àqueles obtidos na Hipótese 0. Ademais, para este método de cálculo os valores do parâmetro  $\lambda$  para moagem a seco e moagem a úmido foram, respectivamente, de 3,205 e 3,033.

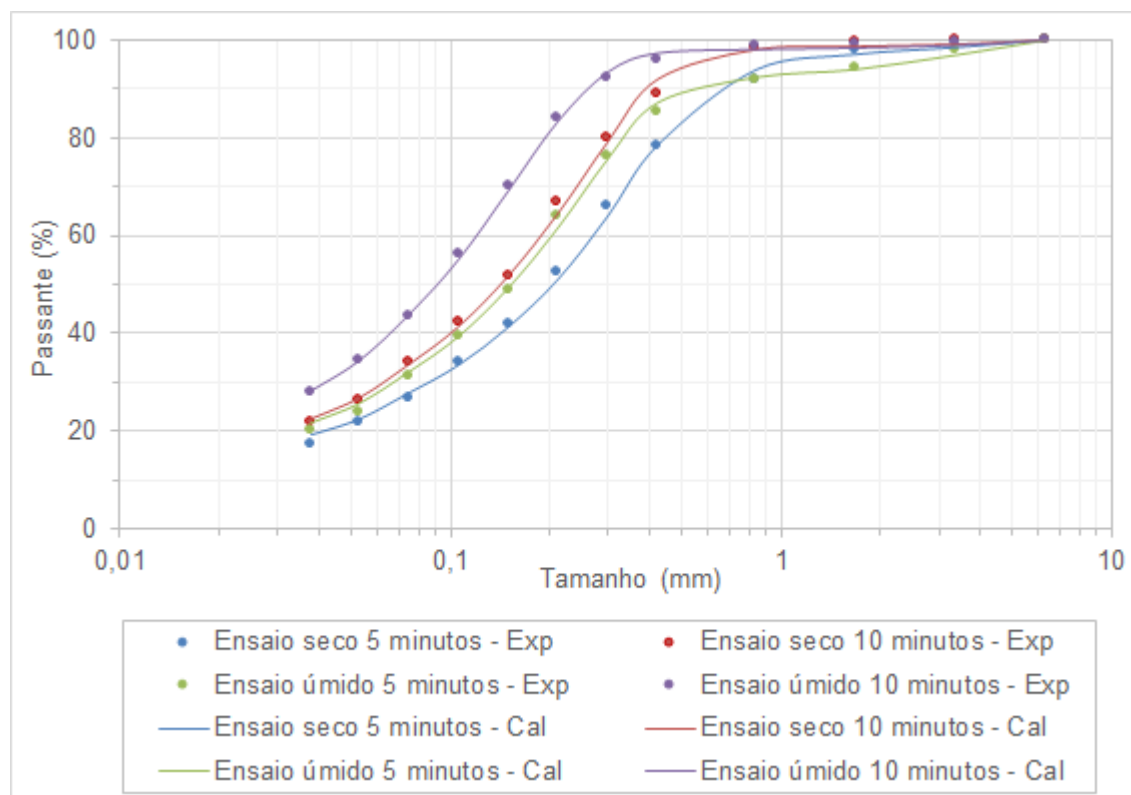
Da Tabela 16 e do gráfico da Figura 47-b depreende-se para a Hipótese II que:

- Os valores dos parâmetros  $K_0$  foram maiores do que aqueles obtidos na Hipótese 0. Por outro lado, os tamanhos onde a razão específica de quebra é máxima ( $\mu$ ) foram significativamente menores;
- Os valores dos parâmetros  $K_0$  foram maiores para os ensaios a úmido do que para os ensaios a seco, enquanto os tamanhos onde a razão específica de quebra é máxima ( $\mu$ ) foram maiores para os ensaios a seco do que os a úmido. Tal fenômeno foi similar do que ocorreu nos cálculos considerando os parâmetros independentes entre os ensaios;
- Os parâmetros  $\alpha$  e  $\lambda$ , considerados constantes para todos os ensaios, indicaram valores de 2,790 e 2,921, respectivamente;
- Nota-se da Tabela 16 e dos gráficos da Figura 47 que as razões de quebra específicas calculadas para os dois ensaios de moagem a úmido (5 e 10 minutos) foram similares para as hipóteses I e II.



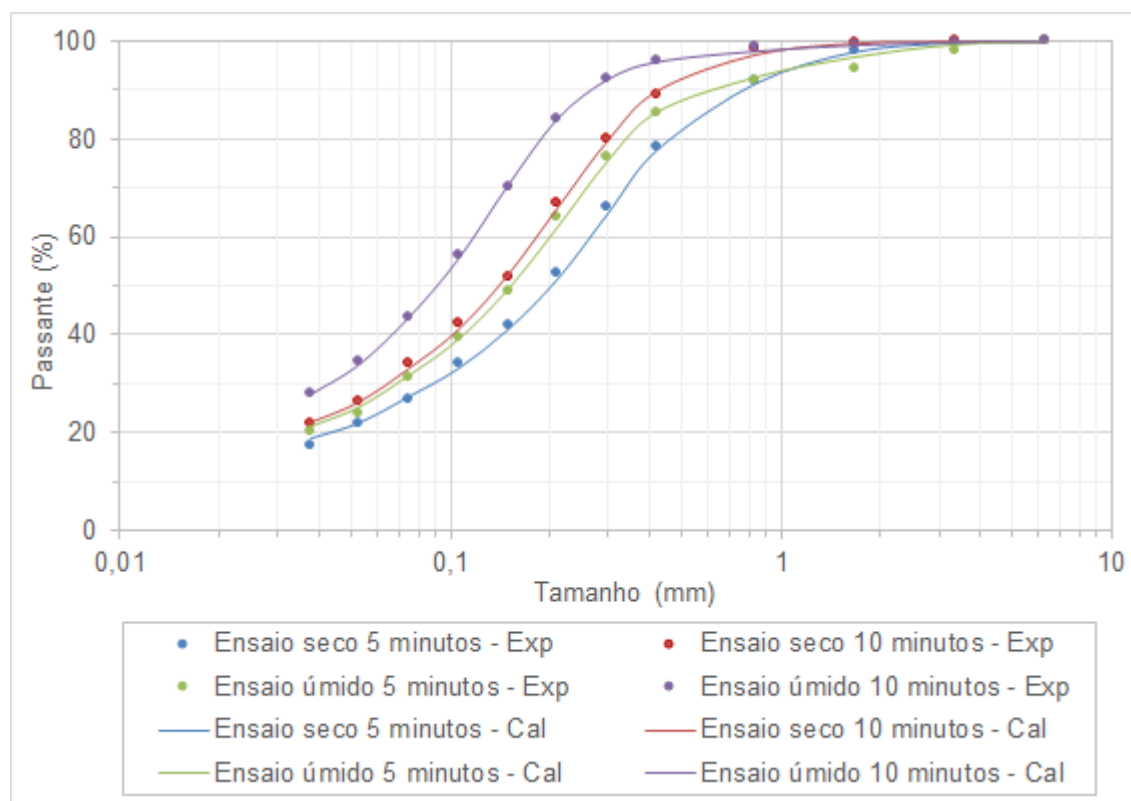
A Figura 48, Figura 49 e Figura 50 apresentam as curvas de distribuições granulométricas obtidas, respectivamente, para a Hipótese 0, Hipótese I e Hipótese II.

Figura 48 – Comparação das distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada experimentais com as calibradas – Hipótese 0.



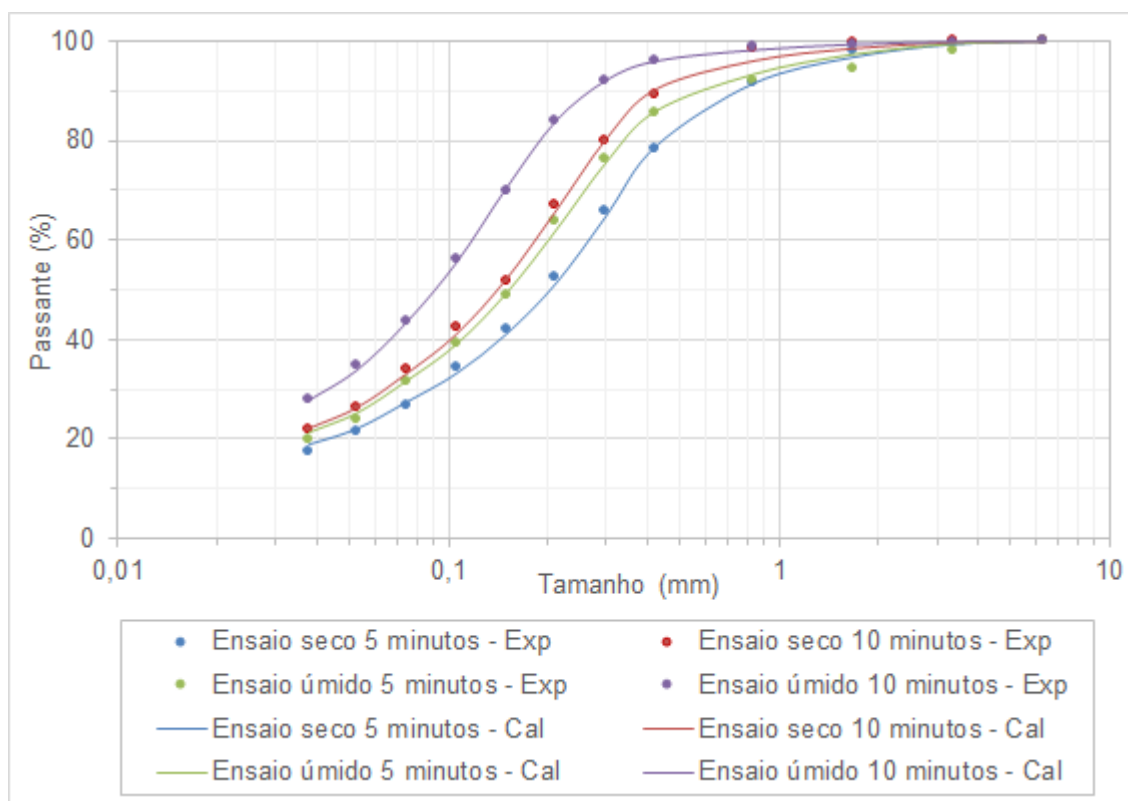
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 49 – Comparação das distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada experimentais com as calibradas – Hipótese I.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 50 – Comparação das distribuições granulométricas dos ensaios de moagem em batelada experimentais com as calibradas – Hipótese II.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 48, Figura 49 e Figura 50 que independentemente do método de cálculo dos parâmetros da razão específica de quebra, as distribuições granulométricas calibradas foram bastante aderentes aos resultados experimentais.

Depreende-se assim que:

- Devido ao método de cálculo aplicado, o qual minimiza a diferença entre as distribuições granulométricas experimentais e calibradas, os valores dos quatro parâmetros da Equação 35 podem apresentar muitas combinações que minimizem a diferença entre as respectivas distribuições granulométricas. Deste modo, tal circunstância pode acarretar em análises equivocadas de cada parâmetro da função, assim como gerar resultados imprecisos com a utilização destes parâmetros para realizar simulações de condições operacionais de moagem e/ou escalonamento de moinho de laboratório para industriais:
  - Assim, a recomendação é que se aplique limites inferiores e superiores para calcular os parâmetros da razão específica de quebra. Para tanto, é

necessário criar um banco de dados do material a ser estudado mediante dados experimentais ou estimar tais limites mediante a literatura publicada.

- Os parâmetros  $K_0$  e  $\mu$  indicaram ser dependentes e inversamente proporcionais. Deste modo, para um mesmo conjunto de dados a calibração da razão específica de quebra pode ser calculada com o aumento de um dos parâmetros e redução do outro e vice-versa.

## **4.2 RESULTADOS DOS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA**

Nesta seção são apresentados os resultados e análises dos ensaios de moagem de bolas contínua realizados para o desenvolvimento deste trabalho.

A Tabela 17 apresenta a identificação e as variáveis operacionais selecionadas para todos os ensaios de moagem de bolas contínua realizados. A variável estudada em cada ensaio está destacada em negrito na Tabela 17.

Tabela 17 – Identificação e descrição dos ensaios de moagem de bolas contínua realizados.

Variáveis	Ensaio	Tipo de descarga	Vazão de alimentação de sólidos (kg/h)	Rotação do moinho em função da velocidade crítica (%)	Concentração de sólidos em massa da alimentação (%)	Grau de enchimento dos corpos moedores (%)	F <sub>80</sub> da alimentação (mm)	Área aberta do diafragma (%)	Posição radial das aberturas do diafragma em relação ao raio do moinho
<b>Caso Base DIA</b>	<b>Ensaio 01_CB</b>	<b>diafragma</b>	<b>70</b>	<b>72</b>	<b>70</b>	<b>30</b>	<b>2,16</b>	<b>10,8</b>	<b>0,80</b>
Vazão de alimentação de sólidos	Ensaio 02	diafragma	50	72	70	30	2,16	10,8	0,80
	Ensaio 03	diafragma	90	72	70	30	2,16	10,8	0,80
Rotação do moinho (porcentagem da velocidade crítica)	Ensaio 04	diafragma	70	69	70	30	2,16	10,8	0,80
	Ensaio 05	diafragma	70	75	70	30	2,16	10,8	0,80
Concentração de sólidos da alimentação	Ensaio 06	diafragma	70	72	65	30	2,16	10,8	0,80
	Ensaio 07	diafragma	70	72	75	30	2,16	10,8	0,80
Grau de enchimento de corpos moedores	Ensaio 08	diafragma	70	72	70	25	2,16	10,8	0,80
	Ensaio 09	diafragma	70	72	70	35	2,16	10,8	0,80
F <sub>80</sub> da alimentação	Ensaio 10	diafragma	70	72	70	30	0,390	10,8	0,80
	Ensaio 11	diafragma	70	1	70	30	3,02	10,9	0,80
Área aberta do diafragma	Ensaio 12	diafragma	70	72	70	30	2,16	9,0	0,80
	Ensaio 13	diafragma	70	72	70	30	2,16	12,6	0,80
Posição radial das aberturas do diafragma	Ensaio 14	diafragma	70	72	70	30	2,16	10,8	0,75
	Ensaio 15	diafragma	70	72	70	30	2,16	10,8	0,85
<b>Caso Base OF</b>	<b>Ensaio 16_CB</b>	<b>overflow</b>	<b>70</b>	<b>72</b>	<b>70</b>	<b>30</b>	<b>2,16</b>	-	-
Vazão de alimentação de sólidos	Ensaio 17	overflow	50	72	70	30	2,16	-	-
	Ensaio 18	overflow	90	72	70	30	2,16	-	-
Rotação do moinho (porcentagem da velocidade crítica)	Ensaio 19	overflow	70	69	70	30	2,16	-	-
	Ensaio 20	overflow	70	75	70	30	2,16	-	-
Concentração de sólidos da alimentação	Ensaio 21	overflow	70	72	65	30	2,16	-	-
	Ensaio 22	overflow	70	72	75	30	2,16	-	-
Grau de enchimento dos corpos moedores	Ensaio 23	overflow	70	72	70	25	2,16	-	-
	Ensaio 24	overflow	70	72	70	35	2,16	-	-
F <sub>80</sub> da alimentação	Ensaio 25	overflow	70	72	70	30	0,390	-	-
	Ensaio 26	overflow	70	72	70	30	3,02	-	-

Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.2.1 ALIMENTAÇÃO DOS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA

A alimentação média com F<sub>80</sub> de 2,16 mm, foi a amostra comum utilizada para a maioria dos ensaios, exceto para aqueles onde o objetivo foi estudar a influência de uma alimentação mais fina e mais grosseira. A alimentação fina apresentou F<sub>80</sub> de 0,390 mm, enquanto a alimentação grosseira apresentou F<sub>80</sub> de 3,02 mm.

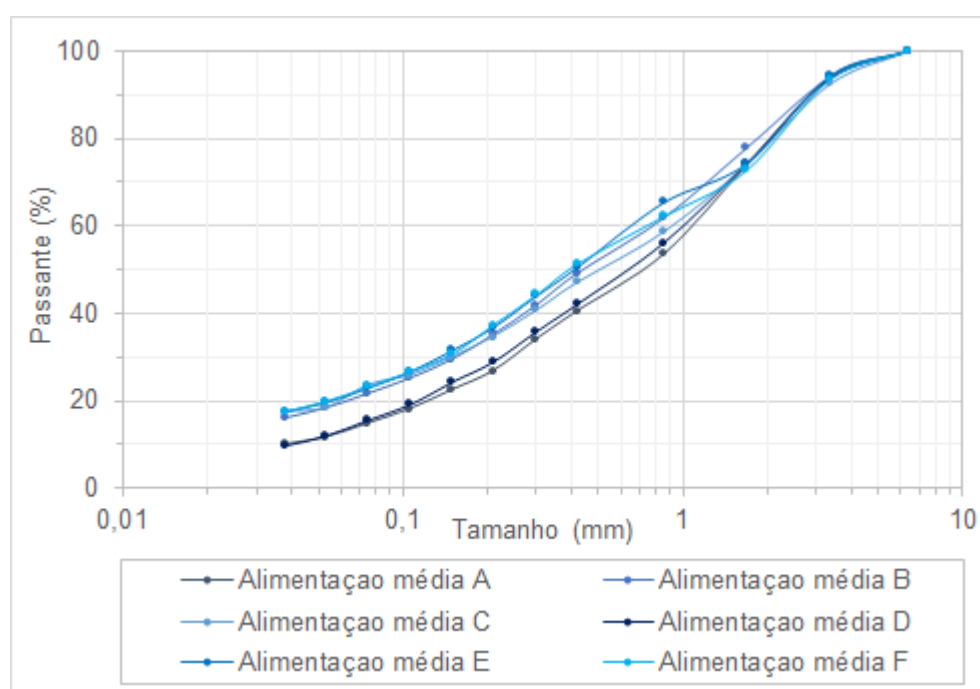
No presente trabalho a “Alimentação média” também foi denominada de “Alimentação Caso Base” ou “Alimentação\_CB”.

Conforme mencionado na seção 3.1.1, para alimentação média foram tomadas seis amostras para serem submetidas ao peneiramento a úmido, sendo denominadas

de *Alimentação média A, B, C, D, E e F*. Já para a alimentação fina e grosseira três amostras foram tomadas e submetidas ao peneiramento a úmido, sendo denominadas, respectivamente, de *Alimentação fina A, B e C* e de *Alimentação grosseira A, B e C*.

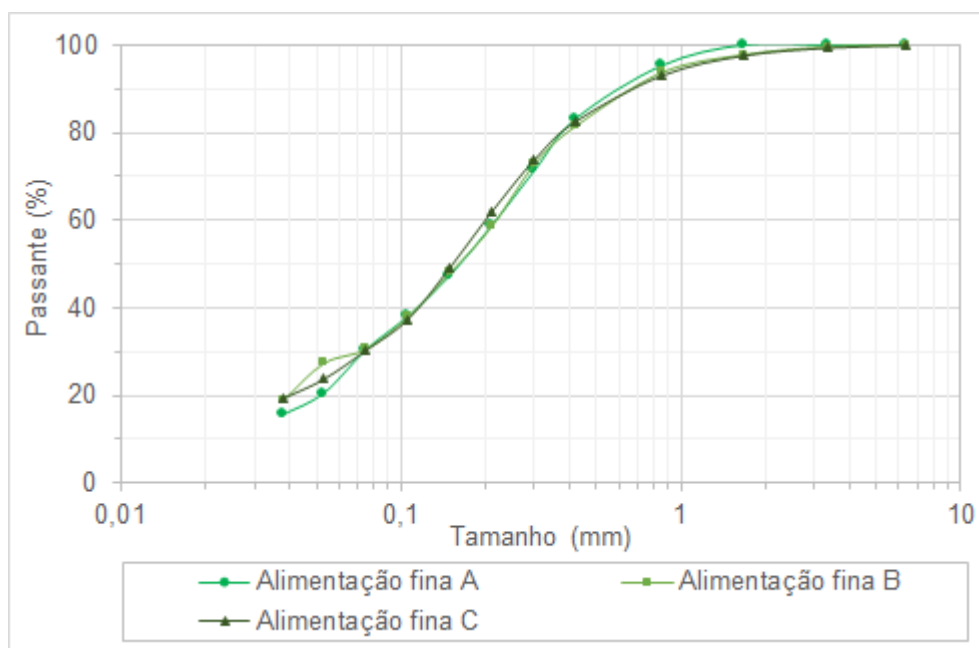
A Figura 51, a Figura 52 e a Figura 53 apresentam as distribuições granulométricas das alimentações média, fina e grosseira.

Figura 51 – Curvas das distribuições granulométricas das alimentações médias para os ensaios de moagem de bolas contínua.



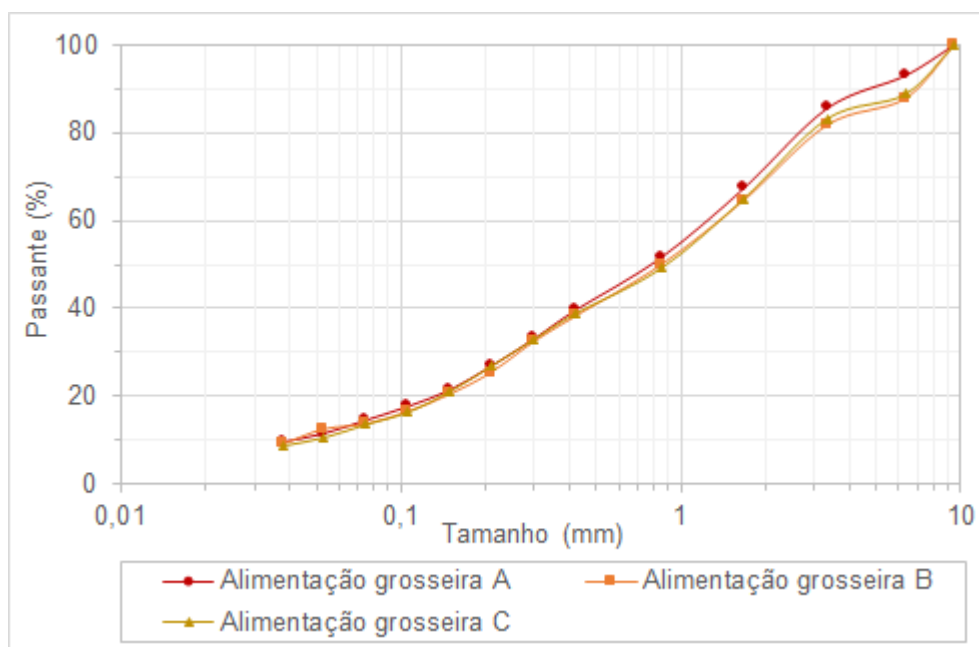
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 52 – Curvas das distribuições granulométricas das alimentações finas para os ensaios de moagem de bolas contínua.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 53 – Curvas das distribuições granulométricas das alimentações grosseiras para os ensaios de moagem de bolas contínua.



Elaborada pelo autor.

A partir das distribuições granulométricas apresentadas na Figura 51, Figura 52 e Figura 53 foi calculada uma distribuição granulométrica por meio da média para cada tipo de alimentação, quais sejam: média, fina e grosseira, conforme apresentadas na Tabela 18 e a Figura 54.

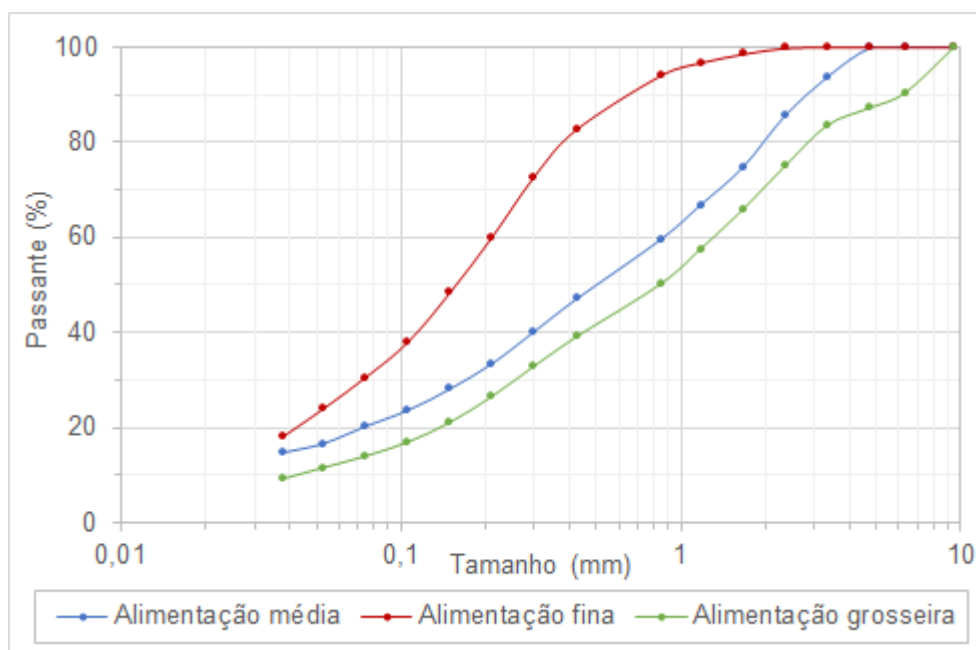
Tabela 18 – Distribuições granulométricas das alimentações dos ensaios de moagem de bolas contínua.

<b>Ensaio</b>	<b>Alimentação Caso Base</b>	<b>Alimentação fina</b>	<b>Alimentação grosseira</b>
<b>Tamanho (mm)</b>	<b>Porcentagem passante</b>		
9,52	100	100	100
6,35	100,0	100,0	90,4
3,35	93,7	100,0	83,6
1,68	74,9	98,5	66,0
0,850	59,6	94,0	50,2
0,425	47,1	82,7	39,1
0,300	40,2	72,7	33,0
0,212	33,5	60,0	26,6
0,150	28,2	48,3	21,1
0,106	23,7	37,9	16,9
0,075	20,3	30,5	14,0
0,053	16,7	23,9	11,6
0,038	14,8	18,0	9,2
<b>F<sub>80</sub> (mm)</b>	<b>2,16</b>	<b>0,390</b>	<b>3,02</b>

Fonte: Elaborada pelo autor.



Figura 54 – Curvas das distribuições granulométricas das alimentações dos ensaios de moagem de bolas contínua.



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.2.2 RESULTADOS GLOBAIS DOS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA

A Tabela 19 e a Tabela 20 apresentam as distribuições granulométricas experimentais obtidas, respectivamente, para ensaios de moagem contínua com descarga por diafragma e descarga por *overflow*.

Tabela 19 – Resultados experimentais dos produtos e cargas internas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma.

Ensaio	01_CB	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
<b>Malha (mm)</b>	<b>Porcentagem passante dos produtos moídos</b>														
9,52	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
3,35	99,6	100,0	100,0	99,2	99,8	99,1	100,0	99,6	99,9	100,0	98,9	99,5	100,0	99,9	100,0
1,68	98,9	99,6	98,7	95,5	99,3	95,7	99,6	97,8	99,5	100,0	96,8	98,4	100,0	99,4	99,6
0,850	97,4	98,7	93,1	91,8	97,3	91,2	97,4	95,1	98,1	99,9	93,1	96,5	93,6	97,9	98,2
0,425	91,3	94,9	80,6	86,1	87,1	83,2	87,1	86,0	91,7	98,4	82,8	89,2	88,4	90,6	88,4
0,300	82,1	88,7	70,1	79,0	77,2	76,5	75,1	74,9	82,3	94,1	73,5	81,5	82,0	83,5	79,7
0,212	68,7	76,8	58,4	69,5	65,0	66,9	63,5	64,5	70,7	85,9	61,9	70,4	70,4	70,5	66,0
0,150	56,4	63,4	45,9	56,9	53,7	57,3	52,7	51,7	55,6	69,0	50,8	57,7	61,4	58,1	54,0
0,106	45,6	51,6	38,2	47,3	43,4	46,5	43,2	42,5	46,8	59,0	40,7	45,0	48,4	46,8	43,6
0,075	37,8	41,3	30,9	36,1	34,5	36,7	36,4	35,6	37,9	46,4	32,4	37,7	38,9	38,1	36,1
0,053	30,6	33,6	24,1	29,4	27,0	28,6	28,1	25,8	30,1	36,7	25,1	29,9	30,2	30,3	28,4
0,038	24,3	27,1	19,0	23,6	22,0	23,2	24,2	21,1	24,2	31,7	20,2	24,7	24,8	23,9	22,5
P <sub>80</sub> (mm)	0,285	0,234	0,417	0,315	0,333	0,361	0,348	0,354	0,281	0,189	0,385	0,287	0,284	0,275	0,304
<b>Malha (mm)</b>	<b>Porcentagem passante das cargas internas</b>														
9,52	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	94,0	100,0	100,0	100,0	100,0
3,35	98,7	99,4	98,6	97,0	99,9	97,2	99,6	98,7	99,1	100,0	87,9	99,1	98,9	99,5	99,8
1,68	95,9	97,1	95,5	92,0	98,0	91,1	96,6	93,0	97,1	99,9	82,8	96,3	95,4	97,9	98,6
0,850	91,7	94,0	88,4	87,5	93,0	84,7	89,2	86,8	94,0	99,4	77,9	92,5	91,3	95,3	94,9
0,425	82,6	86,2	73,6	79,1	79,1	77,6	77,6	77,8	84,7	95,0	70,6	82,9	85,4	88,0	84,1
0,300	74,4	78,8	62,9	71,9	68,5	71,4	69,3	70,2	73,4	88,4	65,7	74,3	78,8	80,5	74,5
0,212	60,8	67,6	51,3	61,9	55,6	63,3	58,6	59,8	61,8	78,8	58,7	62,9	66,7	66,8	62,9
0,150	49,9	55,9	42,4	51,0	47,2	51,6	49,8	52,4	50,3	62,2	50,8	50,6	58,0	54,4	50,0
0,106	40,0	45,9	34,4	42,5	37,8	42,6	41,0	40,6	41,2	53,5	41,8	39,1	45,1	44,1	38,8
0,075	32,5	37,2	27,7	35,0	30,7	34,7	32,8	32,4	33,1	43,1	33,3	32,4	35,6	35,6	32,1
0,053	25,6	29,7	22,1	25,0	24,3	26,8	26,4	24,8	26,3	33,8	26,2	27,6	26,7	28,0	24,8
0,038	20,4	24,4	18,1	19,6	20,0	20,9	21,9	19,9	21,2	27,7	21,2	23,5	21,0	22,2	20,4
P <sub>80</sub> (mm)	0,382	0,318	0,583	0,459	0,446	0,543	0,496	0,507	0,370	0,222	1,14	0,379	0,320	0,297	0,368
<b>Massa carga interna (kg)</b>	3,18	3,00	10,54	2,10	9,81	1,74	12,84	2,01	7,27	11,56	1,68	4,75	1,77	4,36	8,20
<b>Potência demandada total (kW)</b>	0,813	0,804	0,823	0,794	0,836	0,841	0,810	0,751	0,836	0,797	0,828	0,817	0,790	0,811	0,821

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 20 – Resultados experimentais dos produtos e cargas internas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por *overflow*.

Ensaio	16_CB	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
<b>Malha (mm)</b>	<b>Porcentagem passante dos produtos moídos</b>										
9,52	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
3,35	99,9	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	99,9	100,0	99,9	100,0	96,8
1,68	99,6	99,9	99,7	99,8	99,8	99,8	99,6	99,9	99,4	100,0	95,1
0,850	97,3	99,6	98,0	98,7	98,4	98,4	98,7	98,9	97,9	99,8	92,0
0,425	88,6	97,5	87,4	93,9	92,7	92,2	91,6	92,5	89,1	98,3	81,8
0,300	78,8	93,1	76,4	87,4	85,0	83,4	79,4	82,1	80,4	94,4	72,3
0,212	65,2	86,3	64,3	77,2	73,9	70,2	68,8	69,5	68,3	85,8	60,5
0,150	55,2	74,1	50,3	61,6	58,1	55,3	55,4	55,7	56,6	70,3	50,0
0,106	43,7	62,2	40,8	50,4	48,4	45,5	42,9	45,3	46,4	58,1	40,2
0,075	35,5	50,6	33,1	40,2	38,5	36,0	38,1	35,9	37,3	46,6	31,9
0,053	27,8	38,7	25,1	31,0	30,4	28,3	28,7	28,0	29,4	36,5	24,6
0,038	24,3	24,3	20,0	24,1	24,1	23,1	23,4	22,6	24,1	28,8	18,8
P <sub>80</sub> (mm)	0,314	0,178	0,338	0,234	0,258	0,276	0,306	0,284	0,297	0,188	0,399
<b>Malha (mm)</b>	<b>Porcentagem passante das cargas internas</b>										
9,52	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	93,2
3,35	99,5	99,7	99,5	99,8	99,9	99,7	99,3	99,7	99,3	100,0	91,3
1,68	98,2	97,8	97,1	97,3	98,9	98,7	96,4	97,0	96,9	100,0	88,4
0,850	94,7	96,7	92,2	94,2	96,3	95,3	93,4	93,9	93,2	99,5	85,3
0,425	83,8	94,4	81,2	87,2	88,4	86,8	86,9	85,0	82,9	97,3	75,4
0,300	73,5	91,2	70,8	79,2	81,1	76,0	78,8	75,7	74,0	92,9	66,6
0,212	61,3	86,5	58,8	67,0	68,5	62,3	65,2	61,8	61,4	84,4	55,7
0,150	52,4	74,9	46,8	53,8	58,0	48,3	53,5	52,3	50,1	68,6	50,5
0,106	41,0	64,7	37,7	43,8	46,5	38,4	43,5	41,0	40,5	57,9	39,6
0,075	33,5	52,7	29,8	34,4	37,1	30,2	35,4	31,7	32,4	46,7	33,1
0,053	26,2	41,5	23,5	26,2	28,8	23,1	27,9	24,6	25,0	36,7	26,6
0,038	21,5	32,8	18,7	20,4	23,2	18,5	21,9	19,5	20,4	28,9	22,5
P <sub>80</sub> (mm)	0,376	0,176	0,410	0,312	0,292	0,344	0,316	0,355	0,381	0,194	0,592
<b>Massa carga interna (kg)</b>	10,60	7,52	13,73	11,80	10,50	12,76	7,26	12,87	5,99	10,73	10,35
<b>Potência demandada total (kW)</b>	0,797	0,792	0,770	0,758	0,795	0,791	0,793	0,748	0,866	0,791	0,797

Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 4.2.3 POTÊNCIAS DEMANDADAS DOS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA

As potências demandadas dos ensaios de moagem de bolas contínua foram calculadas mediante a divisão da energia consumida pelo intervalo de tempo de cada medida. Os valores de energia consumida foram obtidos mediante leitura do medidor em intervalos aproximados de um e meio minutos. Neste caso, a potência demandada de cada ensaio foi assumida como a média de cada uma destas medidas, descartando possíveis *outliers*.

A Tabela 21 apresenta os resultados dos ensaios para determinação das potências demandadas pelo moinho de bolas contínuo, conforme anteriormente descritos na seção 3.1.2.

Tabela 21 – Potências demandadas do moinho de bolas contínuo.

Ensaio	Descrição	Potência
Ensaio de Potência 1	Potência demandada total em vazio do moinho de bolas contínuo, com rotação de 72% da velocidade crítica	0,454 kW
Ensaio de Potência 2	Potência demandada total do moinho de bolas contínuo, com rotação de 72% da velocidade crítica e G.E. de 30% dos corpos moedores	0,676 kW
Ensaio de Potência 3	Potência demandada total do moinho de bolas contínuo com descarga por diafragma, com rotação de 72% da velocidade crítica, G.E. de 30% dos corpos moedores e alimentação com vazão de água de 72,6 L/h	0,670 kW
	Potência demandada líquida do moinho de bolas contínuo com descarga por diafragma, com rotação de 72% da velocidade crítica, G.E. de 30% dos corpos moedores e alimentação com vazão de água de 72,6 L/h	0,216 kW
Ensaio de Potência 4	Potência demandada total do moinho de bolas contínuo com descarga por <i>overflow</i> , com rotação de 72% da velocidade crítica, G.E. de 30% dos corpos moedores e alimentação com vazão de água de 72,6 L/h	0,641 kW
	Potência demandada líquida do moinho de bolas contínuo com descarga por <i>overflow</i> , com rotação de 72% da velocidade crítica, G.E. de 30% dos corpos moedores e alimentação com vazão de água de 72,6 L/h	0,187 kW

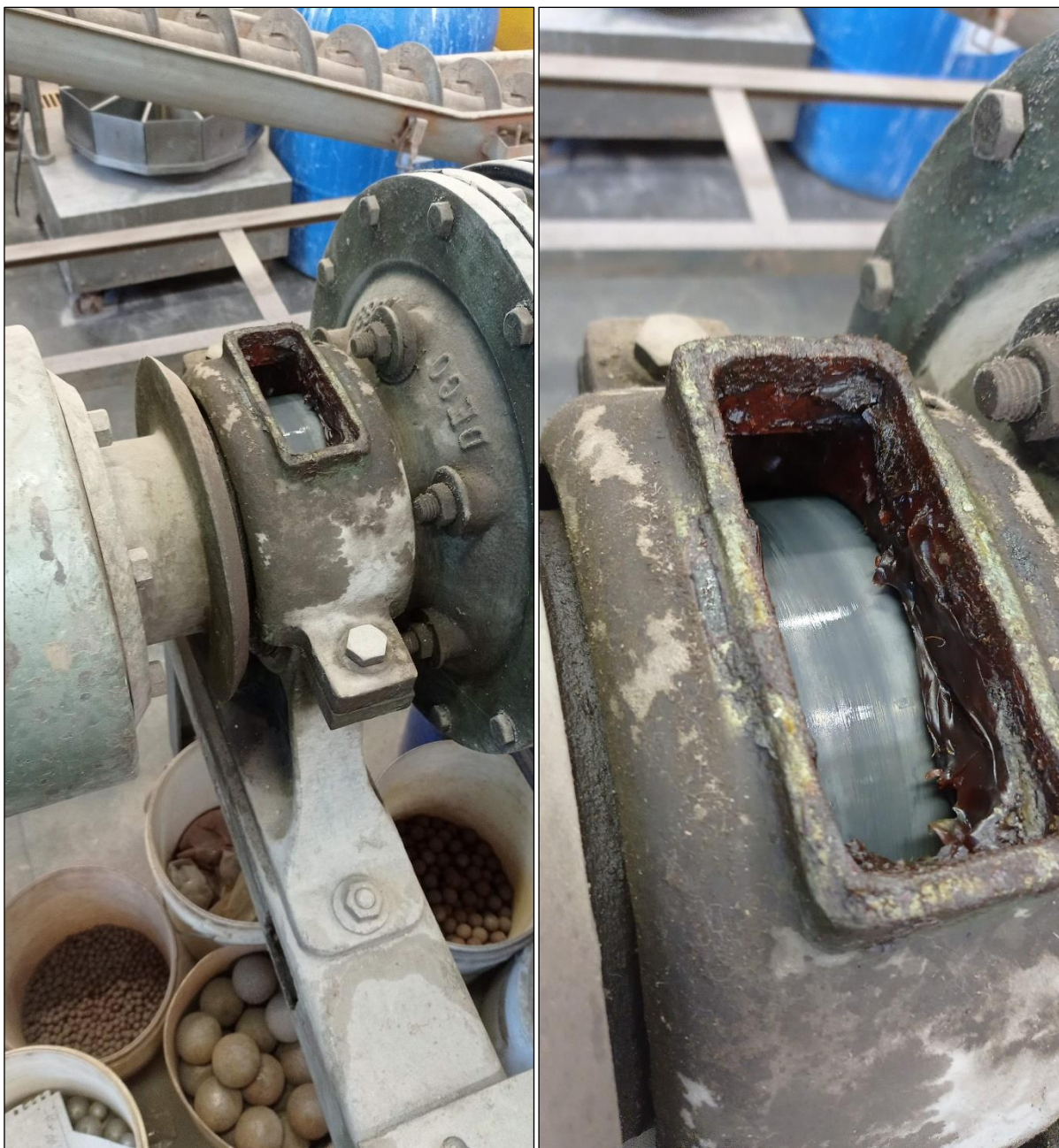
Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se a partir da Tabela 21 que a potência demanda em vazio do moinho de bolas contínuo representou 67% do valor da potência demandada total do moinho de bolas com 30% de corpos moedores. Tal resultado indica que conjunto utilizado



apresentou alta perda de energia. As perdas elétricas poderiam ser atribuídas ao fato de o motor elétrico ser muito antigo, enquanto que as perdas mecânica poderiam ser atribuídas à lubrificação apenas com graxa do contato entre o mancal estático e o munhão do moinho, conforme mostra a Figura 55.

Figura 55 – Contato do mancal de sustentação e munhão do moinho de bolas contínuo.



Fonte: Arquivo pessoal.

As potências demandas líquidas do moinho de bolas para as mesmas condições de operação apresentadas na Tabela 21, indicaram para descargas por diafragma e por *overflow*, respectivamente, valores de 0,216 kW e 0,187 kW. Analisando tais dados tem-se que a potência demandada líquida do moinho de bolas com descarga por diafragma é 15,5% maior do que a do moinho de bolas com descarga por *overflow*, ou ainda que o moinho de bolas com descarga por *overflow*, demanda 13,4% menos potência do que o moinho de bolas com descarga por diafragma. Tal resultado confirma o estudo de Lewis *et al.* (1976), conforme mencionado na seção 2.2.1.2.

A Tabela 22 apresenta as potências demandas totais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descargas por diafragma e por *overflow*, conforme realizados no desenvolvimento do presente trabalho.

Tabela 22 – Potências demandadas totais dos ensaios de moagem.

Variável modificada		Descarga por diafragma		Descarga por <i>overflow</i>	
		Ensaio	Potência demandada total (kW)	Ensaio	Potência demandada total (kW)
Caso Base	-	Ensaio 01_CB	0,813	Ensaio 16_CB	0,797
Vazão de alimentação de sólidos	50 kg/h	Ensaio 02	0,804	Ensaio 17	0,792
	90 kg/h	Ensaio 03	0,823	Ensaio 18	0,770
Rotação do moinho	69% VC	Ensaio 04	0,794	Ensaio 19	0,758
	75% VC	Ensaio 05	0,836	Ensaio 20	0,795
Concentração de sólidos da alimentação	65%	Ensaio 06	0,841	Ensaio 21	0,791
	75%	Ensaio 07	0,810	Ensaio 22	0,793
Grau de enchimento dos corpos moedores	25%	Ensaio 08	0,751	Ensaio 23	0,748
	35%	Ensaio 09	0,836	Ensaio 24	0,866
F <sub>80</sub> da alimentação	0,390 mm	Ensaio 10	0,797	Ensaio 25	0,791
	3,02 mm	Ensaio 11	0,828	Ensaio 26	0,797
Área aberta do diafragma	9,0%	Ensaio 12	0,817	-	-
	12,6%	Ensaio 13	0,790	-	-
Posição radial das aberturas do diafragma	0,75	Ensaio 14	0,811	-	-
	0,85	Ensaio 15	0,821	-	-

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Tabela 22 que, para as mesmas condições de operação, as potências demandadas totais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma foram maiores do que aquelas dos ensaios com descarga por *overflow*, com exceção dos ensaios com 35% grau de enchimento dos corpos moedores

Os ensaios com variação da rotação do moinho indicaram maiores potências demandadas com o aumento da rotação, assim como indicaram maiores potências demandas com o aumento do grau de enchimento dos corpos moedores.

Comparando as potências demandas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e *overflow*, nota-se que essas diferenças foram distintas para cada condição operacional, sendo que para alguns casos, a potências demandada foi maior para o ensaio com descarga por diafragma, em outra foi maior para o moinho com descarga por *overflow* e em outras foram similares. Não obstante às dificuldades e imprecisões para medição da potência, é notório o efeito de *hold-ups* elevados nos resultados, principalmente nos ensaios com descarga por *overflow* (*vide* Tabela 19 e Tabela 20). Tomando-se 10 kg como média de *hold-up* de sólidos para ensaios com descarga por *overflow*, esta representa 15,7% em relação aos 63,6 kg de carga de corpos moedores para 30% de enchimento. Ou seja, trata-se de uma parcela significativa da massa contida na câmara de moagem nestes ensaios.

Muito embora os valores de potência obtidos fossem consistentes, decidiu-se adotar nas análises subsequentes a Equação 24, conforme proposta por Rowland (1986), uma vez que segundo Gomes (2014) e Bergerman (2013) apresenta resultados adequados para estimativas de potências demandadas de moinhos de bolas de diâmetro menor do que 2,44 m.

#### 4.2.4 ANÁLISES DAS MASSAS MÍNIMAS AMOSTRADAS

A Tabela 23 apresenta as variâncias e desvios padrão calculados a partir da Equação 104, para as massas das amostras tomadas para os peneiramentos a úmido das alimentações, produtos moídos e cargas internas de sólidos dos ensaios de moagem de bolas contínua. A fração de interesse para os cálculos das variâncias das amostras tomadas para peneiramento a úmido, foi a fração utilizada em cada para determinação dos  $t_{80}$  mediante interpolação.

Tabela 23 – Variâncias e desvios padrão das amostras para peneiramento a úmido das alimentações, produtos moídos e cargas internas de sólidos.

Variável modificada	Ensaio	Produto moído		Carga interna de sólidos	
		Variância	Desvio padrão (%)	Variância	Desvio padrão (%)
	Alimentação média	5,8E-05	0,76%	-	-
	Alimentação fina	9,7E-07	0,10%	-	-
	Alimentação grosseira	6,5E-05	0,81%	-	-
Caso Base	- Ensaio 01_CB	2,30E-07	0,05%	1,22E-06	0,11%
Vazão de alimentação de sólidos	50 kg/h Ensaio 02	2,74E-07	0,05%	1,40E-06	0,12%
	90 kg/h Ensaio 03	9,09E-07	0,10%	2,73E-06	0,17%
Rotação do moinho	69% VC Ensaio 04	1,47E-06	0,12%	5,73E-06	0,24%
	75% VC Ensaio 05	9,77E-07	0,10%	2,98E-06	0,17%
Concentração de sólidos da alimentação	65% Ensaio 06	1,54E-06	0,12%	6,97E-06	0,26%
	75% Ensaio 07	7,66E-07	0,09%	3,80E-06	0,20%
Grau de enchimento dos corpos moedores	25% Ensaio 08	8,40E-07	0,09%	5,22E-06	0,23%
	35% Ensaio 09	2,82E-07	0,05%	8,22E-07	0,09%
F <sub>80</sub> da alimentação	0,390 mm Ensaio 10	5,89E-08	0,02%	3,60E-07	0,06%
	3,02 mm Ensaio 11	1,06E-06	0,10%	8,33E-05	0,91%
Área aberta do diafragma	9,0% Ensaio 12	3,00E-07	0,05%	1,16E-06	0,11%
	12,6% Ensaio 13	2,79E-07	0,05%	1,59E-06	0,13%
Posição radial das aberturas do diafragma	0,75 Ensaio 14	2,42E-07	0,05%	2,26E-07	0,05%
	0,85 Ensaio 15	1,15E-06	0,11%	1,01E-06	0,10%
Caso Base	- Ensaio 16_CB	9,91E-07	0,10%	9,29E-07	0,10%
Vazão de alimentação de sólidos	50 kg/h Ensaio 17	9,22E-08	0,03%	9,96E-08	0,03%
	90 kg/h Ensaio 18	8,51E-07	0,09%	9,25E-07	0,10%
Rotação do moinho	69% VC Ensaio 19	3,31E-07	0,06%	1,27E-06	0,11%
	75% VC Ensaio 20	3,00E-07	0,05%	2,53E-07	0,05%
Concentração de sólidos da alimentação	65% Ensaio 21	2,37E-07	0,05%	8,75E-07	0,09%
	75% Ensaio 22	7,48E-07	0,09%	1,26E-06	0,11%
Grau de enchimento dos corpos moedores	25% Ensaio 23	2,51E-07	0,05%	1,05E-06	0,10%
	35% Ensaio 24	2,68E-07	0,05%	1,12E-06	0,11%
F <sub>80</sub> da alimentação	0,390 mm Ensaio 25	6,65E-08	0,03%	6,49E-08	0,03%
	3,02 mm Ensaio 26	1,03E-06	0,10%	4,65E-06	0,22%

Fonte: Elaborada pelo autor.



Nota-se da Tabela 23 que as variâncias e desvios padrões calculados para as massas das amostras tomadas nos ensaios de moagem de bolas contínua foram significativamente menores do que aqueles máximos recomendados por Pitard (2013), de 2,5% para o primeiro estágio de amostragem e 1,8% para o segundo estágio de amostragem, conforme apresentado na seção 3.1.3.

#### 4.2.5 ANÁLISES DOS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA COM DESCARGA POR DIAFRAGMA

Nesta seção são apresentadas as análises dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma por variável operacional estudada. As análises incluíram a influência de cada variável estudada nas distribuições granulométricas e *hold-up* de sólidos resultantes em cada ensaio.

##### 4.2.5.1 *Análises dos Ensaios de Moagem com Variação da Vazão de Alimentação*

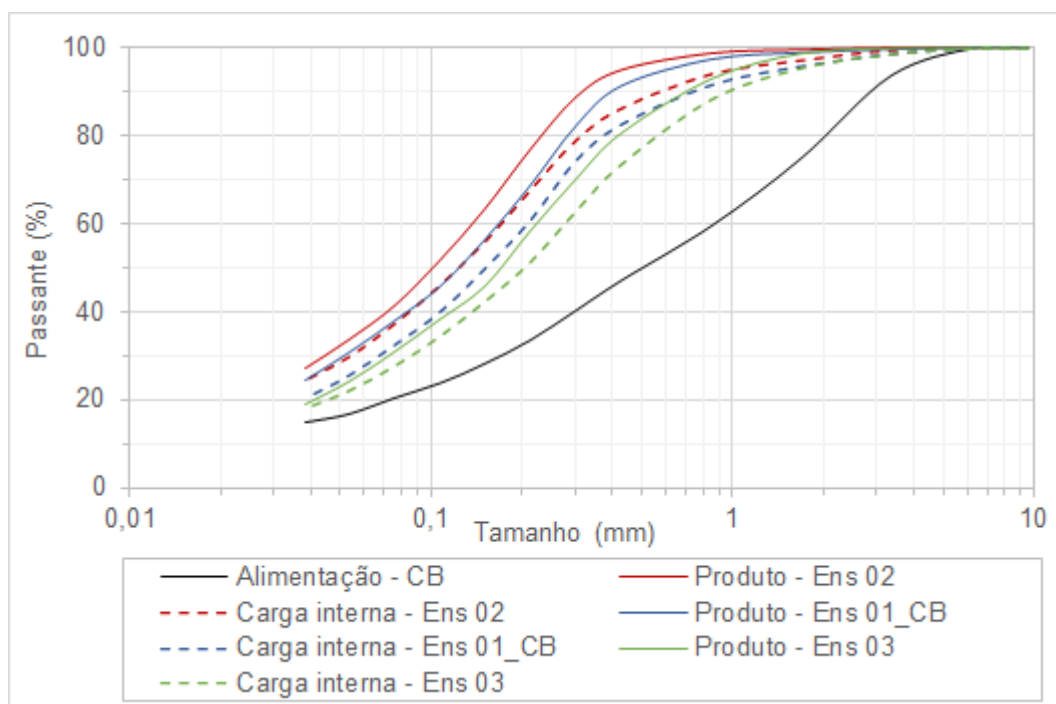
A Tabela 24 e a Figura 56 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma, com variação da vazão de alimentação de sólidos.

Tabela 24 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da vazão de sólidos para descarga por diafragma.

Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 02		Ensaio 01_CB		Ensaio 03	
Vazão de sólidos		50 kg/h		70 kg/h		90 kg/h	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)		Porcentagem passante					
9,52	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	100
3,35	93,7	100	99,4	99,6	98,7	100	98,6
1,68	74,9	99,6	97,1	98,9	95,9	98,7	95,5
0,850	59,6	98,7	94,0	97,4	91,7	93,1	88,4
0,425	47,1	94,9	86,2	91,3	82,6	80,6	73,6
0,300	40,2	88,7	78,8	82,1	74,4	70,1	62,9
0,212	33,5	76,8	67,6	68,7	60,8	58,4	51,3
0,150	28,2	63,4	55,9	56,4	49,9	45,9	42,4
0,106	23,7	51,6	45,9	45,6	40,0	38,2	34,4
0,075	20,3	41,3	37,2	37,8	32,5	30,9	27,7
0,053	16,7	33,6	29,7	30,6	25,6	24,1	22,1
0,038	14,8	27,1	24,4	24,3	20,4	19,0	18,1
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,234	0,318	0,285	0,382	0,417	0,583
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	3,00 (0,0234)		3,18 (0,0248)		10,54 (0,0823)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 56 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da vazão de sólidos para descarga por diafragma.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 24 e da Figura 56 que:

- Quanto maior a vazão de alimentação de sólidos mais grosseiro foi o produto do moinho, assim como mais grosseira foi a distribuição granulométrica da carga interna de sólidos;
- À menos das vazões de alimentação, os três Ensaios 01, 02 e 03 foram realizados sob as mesmas condições de operação, resultando em potências demandadas semelhantes e, portanto, energia consumidas semelhantes. Nestes casos, vazões de alimentação crescentes significam menor energia disponível para fragmentação por unidade de massa alimentada, resultando assim em produtos de moagem progressivamente mais grosseiros;
- Para as três vazões de alimentação estudadas as distribuições granulométricas das cargas internas foram sempre mais grosseiras do que as dos produtos moídos:
  - Tal circunstância indica que as partículas mais finas foram transportadas e descarregadas com frequência maior do que as partículas mais grosseiras, resultando assim em maior tempo de residência no interior do moinho das

partículas mais grosseiras. Quanto maior a vazão de alimentação de sólidos maior foi o *hold-up* de sólidos.

- Conforme discutido anteriormente nesta seção, quanto maior a vazão de sólidos, mais grosseiras foram as distribuições granulométricas do produto e também da carga interna de sólidos, devido à redução da razão energia disponível para fragmentação por unidade de massa. Como partículas grosseiras apresentam frequência menor de descarregamento, o resultado combinado foi a maior acumulação de massa na carga (*hold-up*) para vazões crescentes de alimentação. A descarga por diafragma acentua os efeitos combinados listados acima, uma vez que modula a descarga de partículas grosseiras da câmara de moagem.

#### 4.2.5.2 *Análises dos Ensaios de Moagem com Variação da Rotação do Moinho*

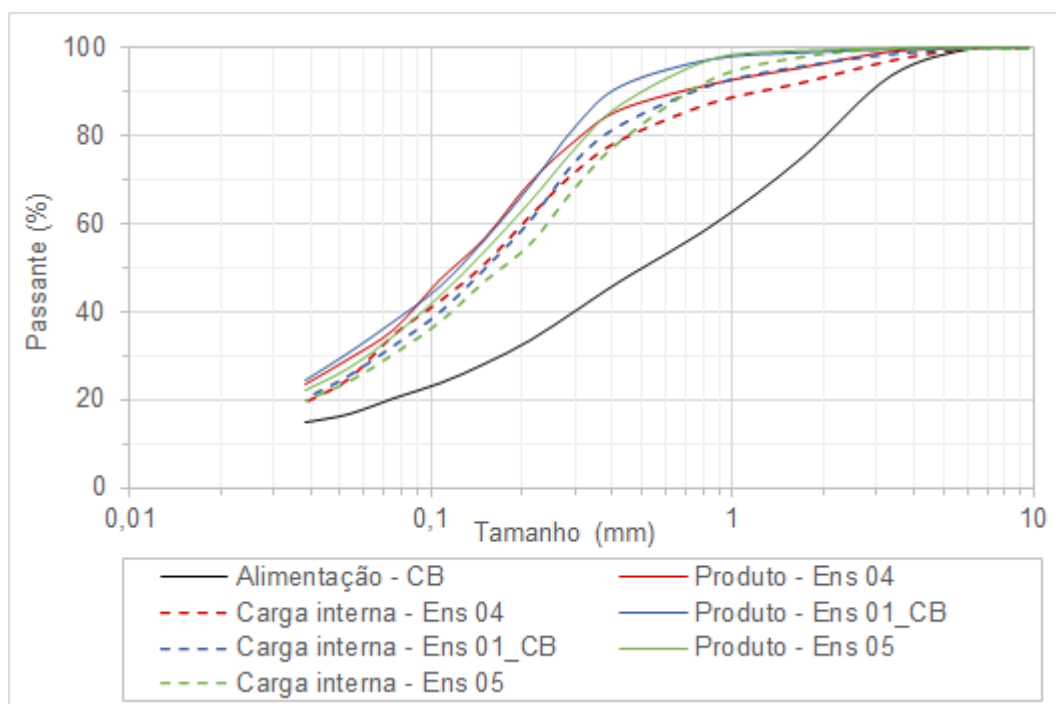
A Tabela 25 e a Figura 57 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma, com variação da rotação do moinho. Neste caso considerou-se velocidade baixa, média e alta, respectivamente 69%, 72% e 75% da velocidade crítica – VC.

Tabela 25 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da rotação do moinho com descarga por diafragma.

Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 04		Ensaio 01_CB		Ensaio 05	
Rotação do moinho		69% VC		72% VC		75% VC	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante						
9,52	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,2	97,0	99,6	98,7	99,8	99,9
1,68	74,9	95,5	92,0	98,9	95,9	99,3	98,0
0,850	59,6	91,8	87,5	97,4	91,7	97,3	93,0
0,425	47,1	86,1	79,1	91,3	82,6	87,1	79,1
0,300	40,2	79,0	71,9	82,1	74,4	77,2	68,5
0,212	33,5	69,5	61,9	68,7	60,8	65,0	55,6
0,150	28,2	56,9	51,0	56,4	49,9	53,7	47,2
0,106	23,7	47,3	42,5	45,6	40,0	43,4	37,8
0,075	20,3	36,1	35,0	37,8	32,5	34,5	30,7
0,053	16,7	29,4	25,0	30,6	25,6	27,0	24,3
0,038	14,8	23,6	19,6	24,3	20,4	22,0	20,0
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,315	0,459	0,285	0,382	0,333	0,446
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	2,10 (0,0164)		3,18 (0,0248)		9,81 (0,0766)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 57 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da rotação do moinho.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 25 e da Figura 57 que:

- Para baixa velocidade ocorreu fragmentação relativamente mais baixa das frações mais grosseiras, neste caso frações retidas em 0,85 mm, se comparadas à velocidade média e alta, estas últimas com fragmentações similares:
  - No entanto, nota-se produto e carga interna mais finas em frações retidas em 1,00 mm para velocidade mais alta. A interpretação deste fato se baseia na inferência da dinâmica da carga no interior do moinho, ou seja, velocidades maiores tendem a resultar em maior lançamento da carga moedora, aumentando assim a quantidade e intensidade do impacto proporcionado por estes corpos cadentes no interior do moinho. Estas interações de relativa alta energia seriam suficientes para fragmentar com maior frequência partículas mais grosseiras, resultando assim em distribuições mais finas em tais faixas para operação com velocidade de rotação mais alta. O regime de movimentação da carga assim caracterizado é descrito como catarata;
  - A geração de material fino, neste caso fração passante em 0,038 mm, foi menor para a velocidade alta, em relação à média e baixa. Se por um lado a

velocidade de rotação mais alta promove maior lançamento da carga, diminui-se a quantidade relativa de corpos moedores em movimento de rolamento, que assim reduz a moagem por atrição e, conseqüentemente a quantidade de finos gerados na câmara de moagem. Já para velocidades menores, a maior parte da carga movimentada-se por rolamento, regime este denominado cascata e que assim promove a geração de finos. Este aspecto é corroborado pelo pivotamento das distribuições granulométricas de velocidade alta e baixa para a malha 0,400 mm, conforme mostra o gráfico da Figura 57. Ou seja, é ao redor desta malha que se nota a maior geração de finos para velocidade menor (regime de cascata) e menor geração de grossos para velocidade maior (regime de catarata);

- Para as três rotações do moinho estudadas as distribuições granulométricas das cargas internas foram sempre mais grosseiras do que as dos produtos moídos:
  - Tal circunstância indica que as partículas mais finas foram transportadas e descarregadas sob frequência maior em relação as partículas maiores.
- Quanto maior a rotação do moinho maior foi o *hold-up* de sólidos. Contudo, o aumento do *hold-up* de sólidos com o aumento da rotação não foi linear:
  - A mudança de velocidade baixa para média resultou em aumento do *hold-up* de sólidos de 0,0164 para 0,0248, enquanto que de velocidade média para alta o aumento foi significativamente maior, neste caso de 0,0248 para 0,0766:
  - A interpretação dos fatos acima seria que a maior velocidade do moinho, maior o volume de polpa que ocuparia a assim denominada zona morta do diafragma, neste caso a região entre a periferia do diafragma e a abertura mais próxima da periferia do diafragma. O resultado seria o menor descarregamento da polpa e conseqüente aumento do *hold-up* de sólidos.

#### 4.2.5.3 *Análises dos Ensaios de Moagem Contínua com Variação da Concentração de Sólidos da Alimentação*

A Tabela 26 e a Figura 58 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma, com variação da concentração de sólidos da polpa de alimentação do moinho. Neste caso considerou-

se concentração baixa, média e alta, respectivamente 65%, 70% e 75% de sólidos em peso.

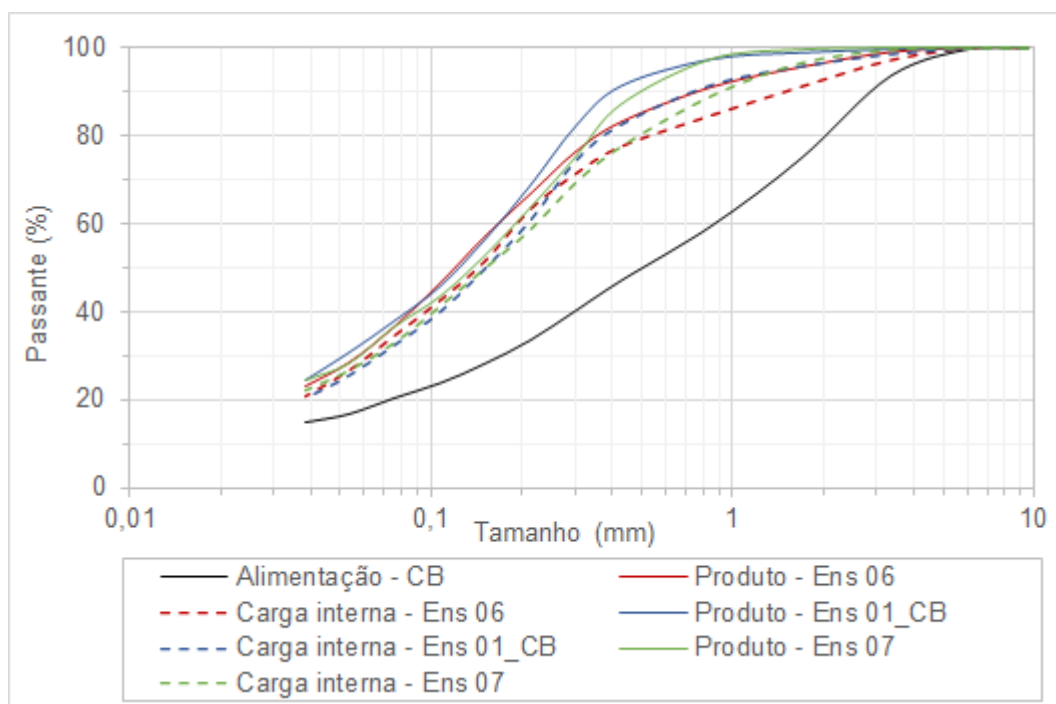
Tabela 26 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da concentração de sólidos da alimentação para descarga por diafragma.

Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 06		Ensaio 01_CB		Ensaio 07	
Concentração de sólidos da alimentação		65%		70%		75%	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante						
9,52	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,1	97,2	99,6	98,7	100	99,6
1,68	74,9	95,7	91,1	98,9	95,9	99,6	96,6
0,850	59,6	91,2	84,7	97,4	91,7	97,4	89,2
0,425	47,1	83,2	77,6	91,3	82,6	87,1	77,6
0,300	40,2	76,5	71,4	82,1	74,4	75,1	69,3
0,212	33,5	66,9	63,3	68,7	60,8	63,5	58,6
0,150	28,2	57,3	51,6	56,4	49,9	52,7	49,8
0,106	23,7	46,5	42,6	45,6	40,0	43,2	41,0
0,075	20,3	36,7	34,7	37,8	32,5	36,4	32,8
0,053	16,7	28,6	26,8	30,6	25,6	28,1	26,4
0,038	14,8	23,2	20,9	24,3	20,4	24,2	21,9
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,361	0,543	0,285	0,382	0,348	0,496
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	1,74 (0,0136)		3,18 (0,0248)		12,84 (0,1003)	

Fonte: Elaborada pelo autor.



Figura 58 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da concentração de sólidos da alimentação para descarga por diafragma.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 26 e da Figura 58 que:

- Para concentração baixa ocorreu menor fragmentação das frações mais grosseiras, neste caso retidas em 0,850 mm, se comparadas às concentrações média e alta, sendo esta última pouco mais alta que as demais. Neste caso, a interpretação destes resultados inclui aqui dois fenômenos:
  - O primeiro seria a maior fluidez da polpa de minério e, conseqüentemente, maior velocidade no transporte e descarregamento da mesma. O segundo fenômeno seria o maior amortecimento relativo dos impactos dos corpos moedores, devido ao maior volume de polpa na câmara de moagem.
- A geração de material fino, neste caso passante em 0,038 mm foi similar entre os três ensaios, porém foi maior para o com concentração média:
  - O ensaio com concentração mais baixa aumentaria a fluidez da polpa, reduzindo o tempo de residência dos sólidos e também a quantidade de finos gerados na moagem. Nesta mesma linha, o ensaio com maior concentração de sólidos e conseqüente maior tempo de residência deveria implicar em maior geração de finos. Contudo, a menor fluidez da polpa de minério resultou

em acúmulo de sólidos na câmara de moagem, diminuindo assim a razão de energia disponível para fragmentação por massa de sólidos, promovendo assim menor geração de finos.

- Para as três concentrações de sólidos de alimentação, as distribuições granulométricas das cargas internas foram sempre mais grosseiras do que as dos produtos moídos:
  - Tal resultado seria consequência da maior fluidez das partículas finas pela carga do moinho, o que ocasionaria a relativa maior acumulação de partículas grosseiras na mesma carga do moinho.
- Nota-se que a curva de distribuição granulométrica do produto moído do ensaio com menor concentração de sólidos na polpa de alimentação pivota com as curvas dos ensaios de maior e média concentrações, respectivamente nas malhas 0,350 mm e 0,150 mm. Além disto as três curvas de produto coincidem na malha próxima a 0,075 mm. Ou seja, para granulometrias intermediárias o ensaio de menor concentração indicou maior geração de produto em relação aos outros dois ensaios. Este resultado revela uma característica importante de moagens com polpa relativamente diluídas, que assim promovem a moagem mais intensa de frações específicas intermediárias que podem coincidir com a *attainable region* (Seção 0);
- Observa-se também que quanto maior a concentração de sólidos de alimentação do moinho maior foi o *hold-up* de sólidos. Contudo, a relação de aumento do *hold-up* de sólidos com o aumento da porcentagem de sólidos de alimentação do moinho não foi linear:
  - Para o intervalo entre baixa e média concentrações houve um aumento do *hold-up* de sólidos de 0,0136 para 0,0248, enquanto que para o intervalo entre média e alta concentrações, a variação do *hold-up* de sólidos foi significativamente maior, de 0,0248 para 0,1003;
  - A interpretação destes resultados seria que a menor concentração promove uma maior fluidez dos sólidos e, portanto, menor tempo de residência no interior da câmara de moagem, o que assim acarretaria variações na granulometria do produto da moagem.

#### 4.2.5.4 Análises dos Ensaios de Moagem Contínua com Variação do Grau de Enchimento dos Corpos Moedores

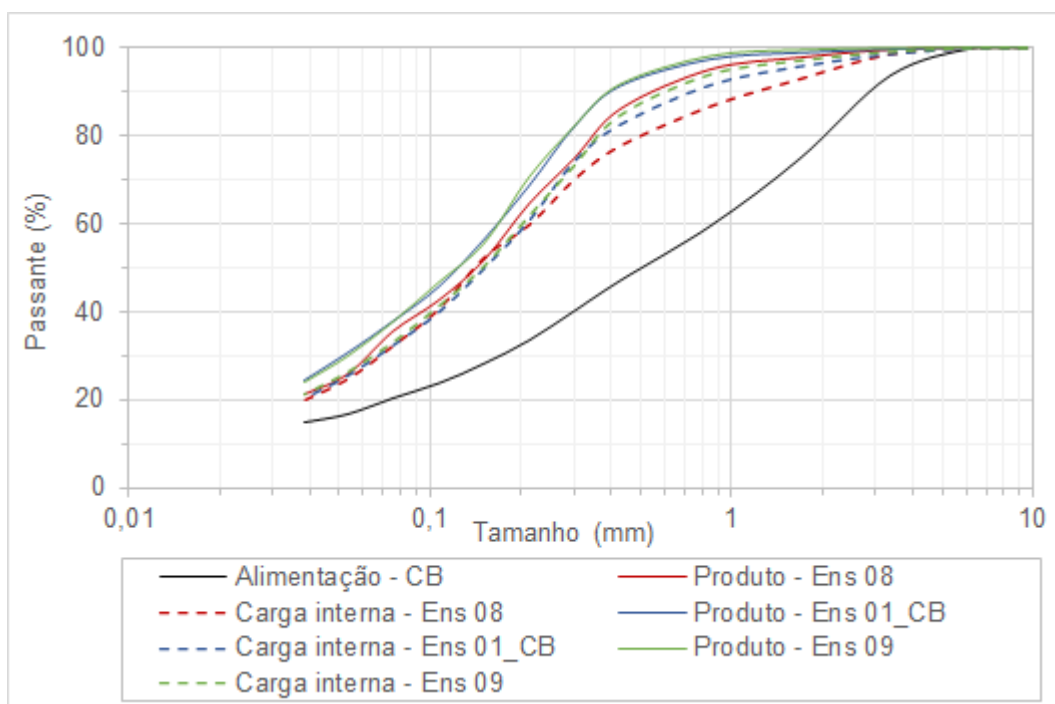
A Tabela 27 e a Figura 59 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma, com variação do grau de enchimento com corpos moedores. Neste caso considerou-se grau de enchimento baixo, médio e alto, respectivamente 25%, 30% e 35% do volume interno da câmara de moagem.

Tabela 27 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação do grau de enchimento dos corpos moedores para descarga por diafragma.

Ensaios	Alimentação_CB	Ensaio 08		Ensaio 01_CB		Ensaio 09	
Grau de enchimento dos corpos moedores		25%		30%		35%	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante						
9,52	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,6	98,7	99,6	98,7	99,9	99,1
1,68	74,9	97,8	93,0	98,9	95,9	99,5	97,1
0,850	59,6	95,1	86,8	97,4	91,7	98,1	94,0
0,425	47,1	86,0	77,8	91,3	82,6	91,7	84,7
0,300	40,2	74,9	70,2	82,1	74,4	82,3	73,4
0,212	33,5	64,5	59,8	68,7	60,8	70,7	61,8
0,150	28,2	51,7	52,4	56,4	49,9	55,6	50,3
0,106	23,7	42,5	40,6	45,6	40,0	46,8	41,2
0,075	20,3	35,6	32,4	37,8	32,5	37,9	33,1
0,053	16,7	25,8	24,8	30,6	25,6	30,1	26,3
0,038	14,8	21,1	19,9	24,3	20,4	24,2	21,2
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,354	0,507	0,285	0,382	0,281	0,370
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	2,01 (0,0157)		3,18 (0,0248)		7,27 (0,0568)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 59 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação grau de enchimento dos corpos moedores para descarga por diafragma.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 27 e da Figura 59 que:

- Para baixo grau de enchimento de corpos moedores ocorreu menor fragmentação para todas as frações granulométricas em relação aos ensaios com maiores graus de enchimento. A menor quantidade de corpos moedores resulta em menor frequência de interações e, portanto, menor número de eventos de fragmentação no interior do moinho;
- As distribuições granulométricas dos produtos moídos dos com médio e alto graus de enchimento foram praticamente iguais. Por outro lado, as distribuições granulométricas das cargas internas foram mais finas com o aumento do grau de enchimento de corpos moedores, principalmente, para as frações granulométricas mais grosseiras, neste caso retidas em 0,300 mm. Já para as frações mais finas do que esta malha, as distribuições granulométricas das cargas internas de sólidos foram muito próximas, independente do grau de enchimento de corpos moedores:
  - Embora o aumento do grau de enchimento e conseqüente aumento da quantidade de eventos de fragmentação promovesse maior fragmentação da

carga interna de sólido, o descarregamento desta mesma carga interna de sólidos foi dificultado, o qual é demonstrado pelo aumento do *hold-up* de sólidos, com conseqüente diminuição da razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos. Como ambos são efeitos antagônicos na fragmentação, o efeito combinado foi que a geração de fração fina pelo moinho não se alterou significativamente com a variação do grau de enchimento;

- Para os três graus de enchimento, as distribuições granulométricas das cargas internas foram sempre mais grosseiras do que as dos produtos moídos:
  - A interpretação destes resultados seria que prevaleceu uma maior fluidez dos finos, o que aumentou a quantidade de partículas grosseiras na câmara de moagem. Deste modo, as distribuições granulométricas das cargas internas de sólidos foram mais grosseiras do que as dos produtos moídos.
- Quanto maior o grau de enchimento de corpos moedores maior foi o *hold-up* de sólidos. Contudo, a relação de aumento do *hold-up* de sólidos com o aumento da porcentagem de sólidos de alimentação do moinho não foi linear:
  - Para o intervalo de grau de enchimento baixo para médio houve um aumento do *hold-up* de sólidos de 0,0157 para 0,0248, enquanto que de médio para alto, o aumento do *hold-up* foi de 0,0248 para 0,0568.
  - A interpretação destes resultados seria que o aumento de corpos moedores aumentaria a resistência ao escoamento da polpa e, por conseguinte, aumentaria o tempo de residência dos sólidos. O maior *hold-up* resultaria em diminuição da razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos, o que afetaria a granulometria do produto moído.

#### 4.2.5.5 *Análises dos Ensaios de Moagem Contínua com Variação do $F_{80}$ da Alimentação*

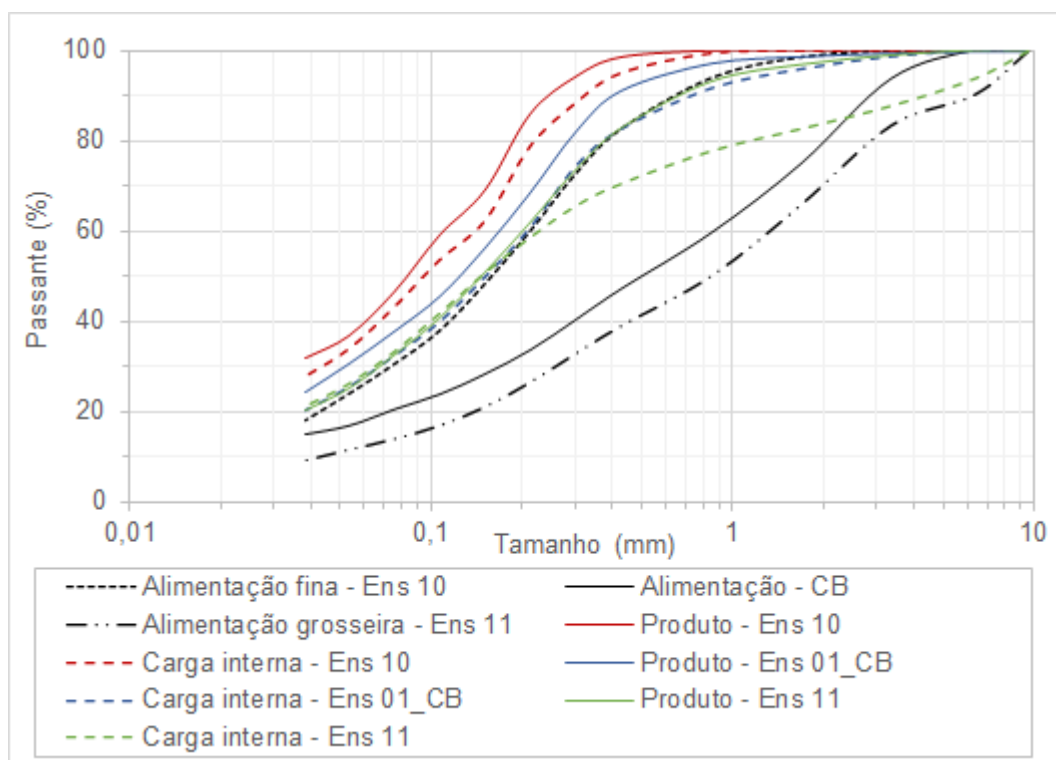
A Tabela 28 e a Figura 60 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma, com variação da granulometria da alimentação. A granulometria neste caso foi assim denominada: grossa com  $F_{80}$  de 3,02 mm, média com  $F_{80}$  de 2,16 mm e fina com  $F_{80}$  de 0,39 mm.

Tabela 28 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação do  $F_{80}$  da alimentação para descarga por diafragma.

Ensaio	Ensaio 10			Ensaio 01_CB			Ensaio 11		
$F_{80}$ da Alimentação	$F_{80}$ fino (0,390 mm)			$F_{80\_CB}$ (2,16 mm)			$F_{80}$ grosseiro (3,02 mm)		
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Alimentação	Produto	Carga interna	Alimentação	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante								
9,52	100	100	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	90,4	100	94,0
3,35	100	100	100	93,7	99,6	98,7	83,6	98,9	87,9
1,68	98,5	100	99,9	74,9	98,9	95,9	66,0	96,8	82,8
0,850	94,0	99,9	99,4	59,6	97,4	91,7	50,2	93,1	77,9
0,425	82,7	98,4	95,0	47,1	91,3	82,6	39,1	82,8	70,6
0,300	72,7	94,1	88,4	40,2	82,1	74,4	33,0	73,5	65,7
0,212	60,0	85,9	78,8	33,5	68,7	60,8	26,6	61,9	58,7
0,150	48,3	69,0	62,2	28,2	56,4	49,9	21,1	50,8	50,8
0,106	37,9	59,0	53,5	23,7	45,6	40,0	16,9	40,7	41,8
0,075	30,5	46,4	43,1	20,3	37,8	32,5	14,0	32,4	33,3
0,053	23,9	36,7	33,8	16,7	30,6	25,6	11,6	25,1	26,2
0,038	18,0	31,7	27,7	14,8	24,3	20,4	9,2	20,2	21,2
$P_{80}$ (mm)	0,390	0,189	0,222	2,16	0,285	0,382	3,02	0,385	1,143
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	11,56 (0,0903)	-	3,18 (0,0248)	-	1,68 (0,0131)	-	-	-

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 60 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação do  $F_{80}$  da alimentação para descarga por diafragma.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 28 e da Figura 60 que:

- Quanto maior o  $F_{80}$  da alimentação mais grosseiro foi o produto do moinho, assim como mais grosseira foi a distribuição granulométrica da carga interna de sólidos:
  - Uma vez que os três ensaios foram realizados com parâmetros operacionais semelhantes, os resultados indicam que a granulometria do produto está diretamente relacionada a granulometria da alimentação, ou seja, quanto mais grosseiro foi o material alimentado, mais grosseiro foi o produto moído.
- Para granulometrias fina e média, as distribuições granulométricas das cargas internas foram mais grosseiras do que os produtos moídos. Neste caso as partículas mais finas foram transportadas e descarregadas com maior facilidade do que as partículas mais grosseiras, resultando em maior tempo de residência no interior do moinho das partículas mais grosseiras. Para a alimentação mais grosseira, a distribuição granulométrica de sólidos da carga em relação ao produto moído foi significativamente mais grosseira nas frações granulométricas retidas

em 0,150 mm e pouco mais fina nas frações granulométricas passantes nesta mesma malha;

- Quanto mais fina a alimentação, maior foi o *hold-up* de sólidos:
  - O mecanismo proposto para este resultado seria a diminuição da fluidez da polpa para uma relativa grande quantidade de finos na câmara de moagem. A maior resistência ao escoamento aumentaria assim a quantidade de finos gerados na moagem, adicionando-se assim aos finos alimentados ao moinho, potencializando o efeito. É importante ressaltar que o ensaio com granulometria fina representa um ensaio de remoagem, pois o material alimentado foi proveniente de um agrupamento de produtos moídos neste mesmo moinho de bolas.

#### 4.2.5.6 *Análises dos Ensaios de Moagem Contínua com Variação da Área Aberta do Diafragma*

A Tabela 29 e a Figura 61 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma, com variação da área aberta do diafragma. Neste caso considerou-se área aberta pequena, média e grande, respectivamente 9,0%, 10,8% e 12,6% da área da seção transversal do moinho.

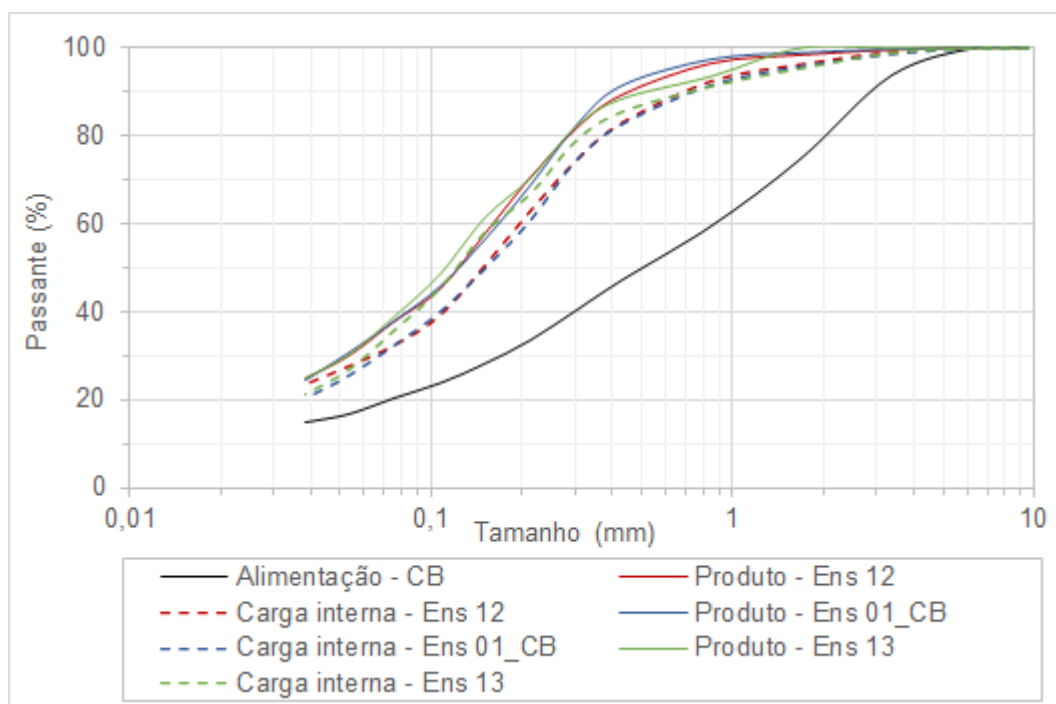


Tabela 29 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com variação da área aberta do diafragma.

Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 12		Ensaio 01_CB		Ensaio 13	
Área aberta do diafragma		9,0%		10,8%		12,6%	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante						
9,52	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,5	99,1	99,6	98,7	100	98,9
1,68	74,9	98,4	96,3	98,9	95,9	100	95,4
0,850	59,6	96,5	92,5	97,4	91,7	93,6	91,3
0,425	47,1	89,2	82,9	91,3	82,6	88,4	85,4
0,300	40,2	81,5	74,3	82,1	74,4	82,0	78,8
0,212	33,5	70,4	62,9	68,7	60,8	70,4	66,7
0,150	28,2	57,7	50,6	56,4	49,9	61,4	58,0
0,106	23,7	45,0	39,1	45,6	40,0	48,4	45,1
0,075	20,3	37,7	32,4	37,8	32,5	38,9	35,6
0,053	16,7	29,9	27,6	30,6	25,6	30,2	26,7
0,038	14,8	24,7	23,5	24,3	20,4	24,8	21,0
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,287	0,379	0,285	0,382	0,284	0,320
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	4,75 (0,0371)		3,18 (0,0248)		1,77 (0,0138)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 61 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da área aberta do diafragma.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 29 e da Figura 61 que:

- Para as três áreas abertas do diafragma estudadas as distribuições granulométricas dos produtos moídos foram similares. Em termos da fração passante em 0,038 mm, os resultados foram 24,7%, 24,3% e 24,8% respectivamente para áreas abertas pequena, média e grande;
- Para as três áreas abertas do diafragma estudadas, as distribuições granulométricas das cargas internas foram sempre mais grosseiras do que as dos produtos moídos:
  - Tal circunstância indica que as partículas mais finas foram transportadas e descarregadas com maior fluidez do que as partículas mais grosseiras, resultando em maior tempo de residência no interior do moinho das partículas mais grosseiras.
- Quanto maior a área aberta do diafragma menor foi o *hold-up* de sólidos. A relação de aumento do *hold-up* de sólidos com o aumento da área aberta da grelha foi aproximadamente linear:

- Para o intervalo de área aberta do diafragma de pequena para média, houve redução do *hold-up* de sólidos de 0,0371 para 0,0248, enquanto que de média para grande, a redução do *hold-up* de sólidos foi de 0,0248 para 0,0138;
- Depreende-se que quanto maior a área aberta do diafragma, maior a facilidade para descarregamento da polpa de minério do interior do moinho.

#### *4.2.5.7 Análises dos Ensaios de Moagem Contínua com Variação da Posição Radial das Aberturas do Diafragma*

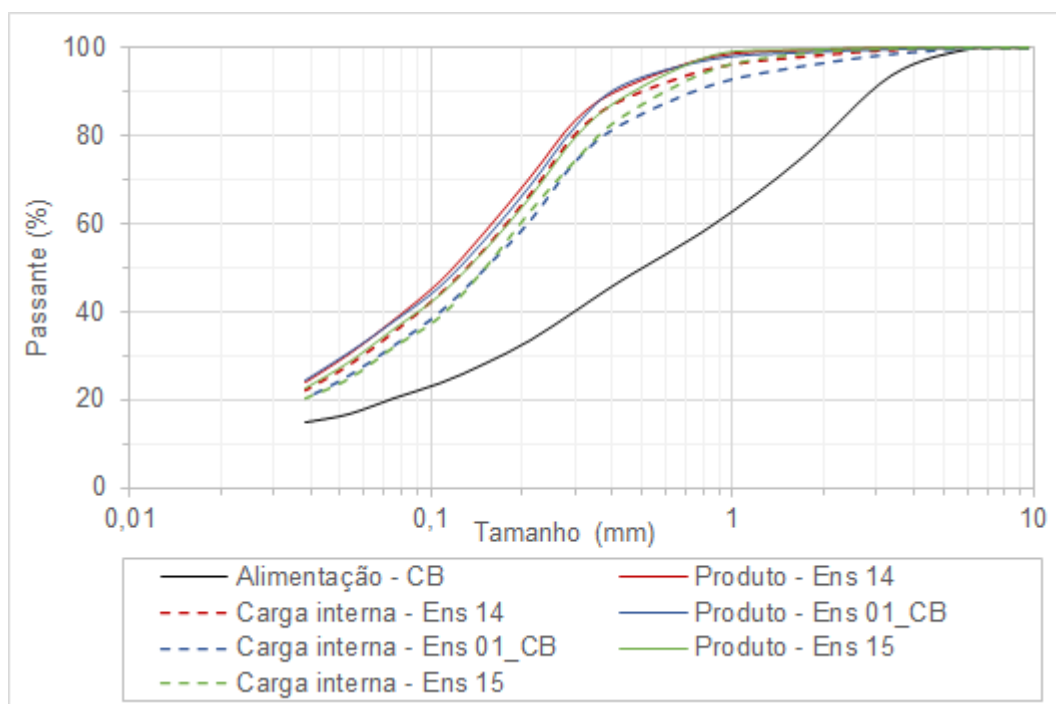
A Tabela 30 e a Figura 62 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma, com variação da posição radial das aberturas do diafragma, variável esta classificada como interna, intermediária e externa, em função da fração do raio, respectivamente de 0,75, 0,80 e 0,85.

Tabela 30 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da posição radial das aberturas do diafragma.

Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 14		Ensaio 01_CB		Ensaio 15	
Posição radial das aberturas do diafragma		0,75		0,80		0,85	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante						
9,52	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,9	99,5	99,6	98,7	100	99,8
1,68	74,9	99,4	97,9	98,9	95,9	99,6	98,6
0,850	59,6	97,9	95,3	97,4	91,7	98,2	94,9
0,425	47,1	90,6	88,0	91,3	82,6	88,4	84,1
0,300	40,2	83,5	80,5	82,1	74,4	79,7	74,5
0,212	33,5	70,5	66,8	68,7	60,8	66,0	62,9
0,150	28,2	58,1	54,4	56,4	49,9	54,0	50,0
0,106	23,7	46,8	44,1	45,6	40,0	43,6	38,8
0,075	20,3	38,1	35,6	37,8	32,5	36,1	32,1
0,053	16,7	30,3	28,0	30,6	25,6	28,4	24,8
0,038	14,8	23,9	22,2	24,3	20,4	22,5	20,4
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,275	0,297	0,285	0,382	0,304	0,368
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	4,36 (0,0341)		3,18 (0,0248)		8,20 (0,0640)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 62 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da posição radial das aberturas do diafragma.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 30 e da Figura 62 que:

- A posição radial externa apresentou produto moído com distribuição granulométrica mais grosseira, enquanto que as de posição intermediária e interna indicaram distribuições granulométricas dos produtos moídos similares:
  - Como o ensaio com aberturas externas apresentou *hold-up* de sólidos muito maior do que os outros dois ensaios, houve uma redução da razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos.
- Para as três posições radiais as distribuições granulométricas das cargas internas foram sempre mais grosseiras do que as dos produtos moídos:
  - O mecanismo aqui proposto para este resultado é a maior fluidez das partículas mais finas em relação as partículas mais grosseiras, resultando em maior tempo de residência no interior do moinho das partículas mais grosseiras.
  - As distribuições granulométricas das cargas internas de sólidos dos ensaios com posições externa e interna foram similares entre si para as frações granulométricas retidas em 0,850 mm e mais finas do que a distribuição obtida

para o ensaio com posição intermediária. Já para as frações granulométricas passantes em 0,300 mm as distribuições granulométricas dos ensaios com aberturas intermediária e externa foram similares e ambas mais grosseiras do que a distribuição do ensaio com grelha interna.

- Para o intervalo da posição radial das aberturas interna e intermediária houve uma redução do *hold-up* de sólidos de 0,0341 para 0,0248, enquanto que da intermediária para a externa houve aumento do *hold-up* de sólidos de 0,0248 para 0,0640:
  - Os resultados do *hold-up* de sólidos para os ensaios com variação da posição radial das aberturas do diafragma indicaram que há um valor de posição radial das aberturas que gera um menor *hold-up* de sólidos. Isto é, para valores menores ou maiores do que esse valor de posição radial das aberturas o *hold-up* de sólidos gerado é maior. Esta observação contrasta com aquelas apresentadas por Latchireddi e Morrell (2003a), que afirmaram que menores posições radiais das aberturas, resultam em maior o *hold-up*. Para estes autores, há necessidade de preenchimento total da zona morta do diafragma para que a polpa de minério atinja a primeira abertura do diafragma mais próxima à periferia do moinho e possa ser descarregada. Portanto, quanto menor a posição radial das aberturas, maior é a zona morta e maior é o *hold-up*.

#### 4.2.6 ANÁLISES DOS ENSAIOS DE MOAGEM CONTÍNUA COM DESCARGA POR OVERFLOW

Nesta seção são apresentadas as análises dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por *overflow* por variável operacional estudada. As análises incluíram a influência de cada variável estudada nas distribuições granulométricas e *hold-up* de sólidos resultantes em cada ensaio.

#### 4.2.6.1 Análises dos Ensaio de Moagem Contínua com Variação da Vazão de Alimentação

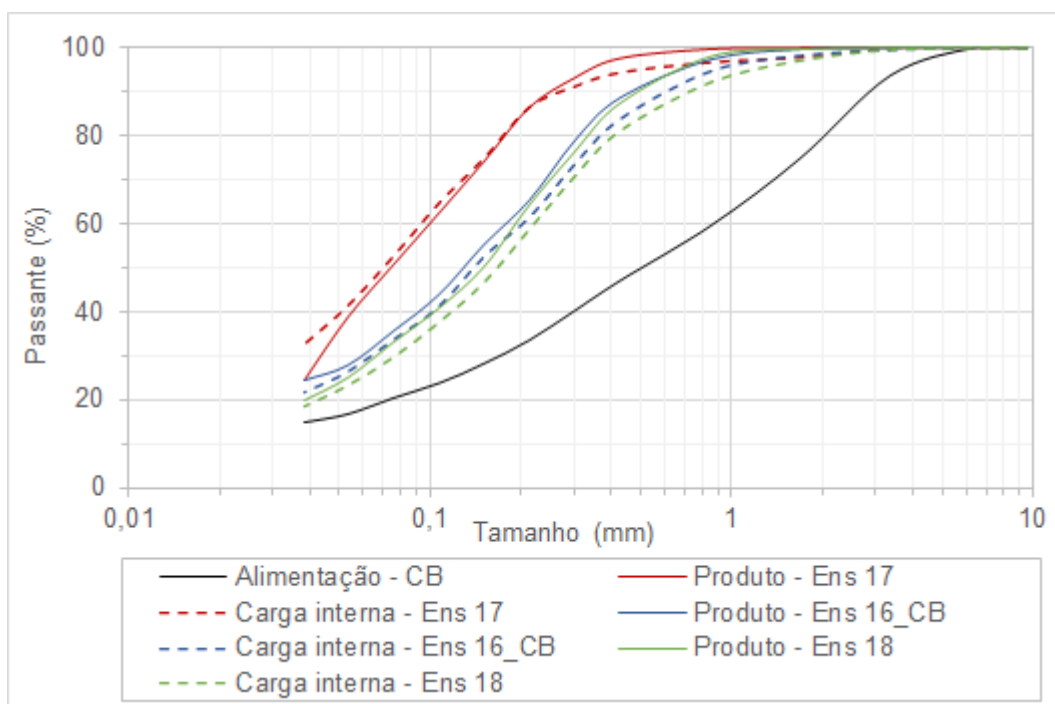
A Tabela 31 e a Figura 63 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com variação da vazão de alimentação de sólidos. Neste caso as adotou-se a nomenclatura alta, média e baixa, respetivamente para as vazões de 50 kg/h, 70 kg/h e 90 kg/h.

Tabela 31 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da vazão de sólidos para descarga por *overflow*.

Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 17		Ensaio 16_CB		Ensaio 18	
Vazão de sólidos		50 kg/h		70 kg/h		90 kg/h	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante						
9,52	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	100
3,35	93,7	100	99,7	99,9	99,5	100	99,5
1,68	74,9	99,9	97,8	99,6	98,2	99,7	97,1
0,850	59,6	99,6	96,7	97,3	94,7	98,0	92,2
0,425	47,1	97,5	94,4	88,6	83,8	87,4	81,2
0,300	40,2	93,1	91,2	78,8	73,5	76,4	70,8
0,212	33,5	86,3	86,5	65,2	61,3	64,3	58,8
0,150	28,2	74,1	74,9	55,2	52,4	50,3	46,8
0,106	23,7	62,2	64,7	43,7	41,0	40,8	37,7
0,075	20,3	50,6	52,7	35,5	33,5	33,1	29,8
0,053	16,7	38,7	41,5	27,8	26,2	25,1	23,5
0,038	14,8	24,3	32,8	24,3	21,5	20,0	18,7
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,178	0,176	0,314	0,376	0,338	0,410
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	7,52 (0,0587)		10,60 (0,0828)		13,73 (0,1073)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 63 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da vazão de sólidos para descarga por *overflow*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 31 e da Figura 63 que:

- Quanto maior a vazão de alimentação de sólidos mais grosseiros foram os produtos moídos, assim como mais grosseiras foram as distribuições granulométricas das cargas internas de sólidos. As vazões de alimentação crescentes significam menor energia disponível para fragmentação por unidade de massa alimentada, resultando assim em produtos de moagem progressivamente mais grosseiros:
  - Ressalta-se que a diferença entre as distribuições granulométricas obtidas para os ensaios com vazões média e alta não foram tão significativas quanto foi para o ensaio com vazão baixa, uma vez que este último indicou distribuições granulométricas do produto moído e da carga interna de sólidos extremamente mais finas do que os outros dois ensaios;
  - É importante destacar também que apesar do produto moído do ensaio com alimentação baixa ter sido extremamente mais fino do que os demais, a fração passante na malha 0,038 mm do produto moído deste ensaio foi semelhante àquela obtida para do ensaio com vazão média. Nota-se ainda



que a curva de distribuição granulométrica do produto moído do ensaio com baixa vazão apresentou uma queda bastante acentuada da malha 0,053 mm para a malha 0,038 mm. Este resultado aponta para um possível viés no tratamento das amostras, uma vez que a distribuição granulométrica da carga interna de sólidos do ensaio com baixa vazão foi mais grosseira nas frações retidas em 0,212 mm e mais fina nas frações passantes nesta mesma malha. Corroborando tal hipótese, nota-se que as distribuições granulométricas das cargas internas dos demais dois ensaios, ou seja, seria coerente que tal condição ocorresse para o ensaio de baixa vazão também.

- Quanto maior a vazão de alimentação de sólidos, maior foi o *hold-up* de sólidos:
  - Conforme discutido anteriormente nesta seção, quanto maior a vazão de sólidos, mais grosseiras foram as distribuições granulométricas do produto e também da carga interna de sólidos, devido à redução da razão energia disponível para fragmentação por unidade de massa. Como partículas grosseiras apresentam frequência menor de descarregamento, o resultado combinado foi a maior acumulação de massa na carga (*hold-up*). Uma vez que a descarga das partículas do moinho se dá por transbordo, é razoável supor que partículas mais grosseiras sedimentem com maior velocidade do que as partículas finas e, conseqüentemente, apresentem maior tempo de residência no interior do moinho até serem descarregadas.

#### 4.2.6.2 *Análises dos Ensaios de Moagem Contínua com Variação da Rotação do Moinho*

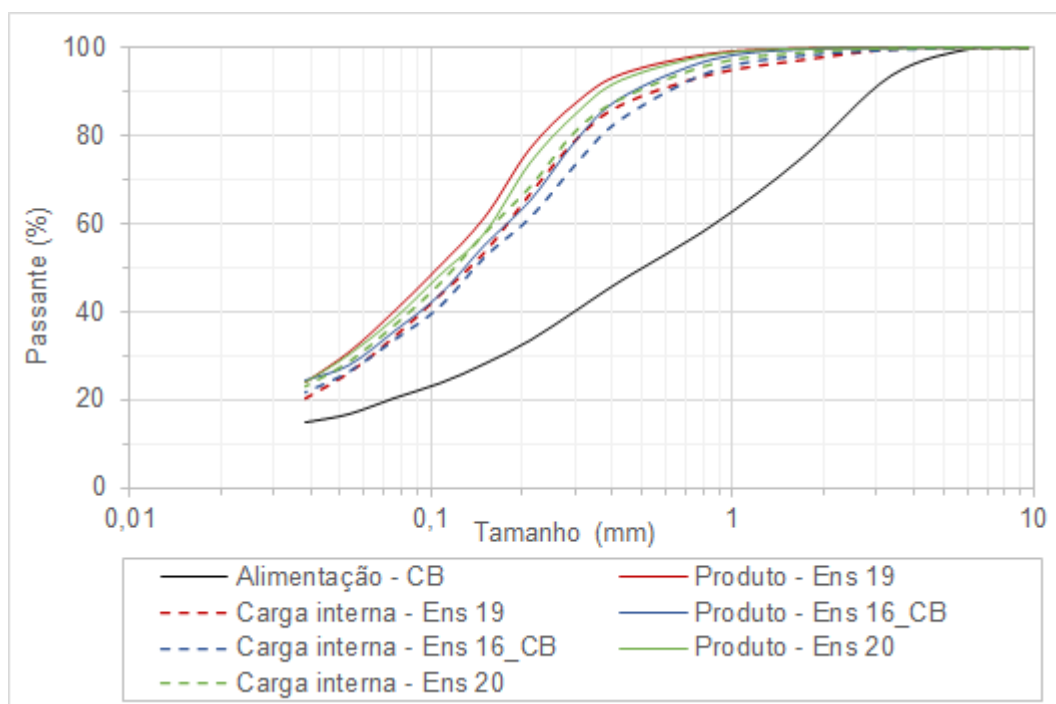
A Tabela 32 e a Figura 64 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por *overflow*, com variação da rotação do moinho. Neste caso considerou-se velocidade baixa, média e alta, respectivamente 69%, 72% e 75% da velocidade crítica – VC.

Tabela 32 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da rotação do moinho para descarga por *overflow*.

Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 19		Ensaio 16_CB		Ensaio 20	
Rotação do moinho		69% VC		72% VC		75% VC	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante						
9,52	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	100
3,35	93,7	100	99,8	99,9	99,5	100	99,9
1,68	74,9	99,8	97,3	99,6	98,2	99,8	98,9
0,850	59,6	98,7	94,2	97,3	94,7	98,4	96,3
0,425	47,1	93,9	87,2	88,6	83,8	92,7	88,4
0,300	40,2	87,4	79,2	78,8	73,5	85,0	81,1
0,212	33,5	77,2	67,0	65,2	61,3	73,9	68,5
0,150	28,2	61,6	53,8	55,2	52,4	58,1	58,0
0,106	23,7	50,4	43,8	43,7	41,0	48,4	46,5
0,075	20,3	40,2	34,4	35,5	33,5	38,5	37,1
0,053	16,7	31,0	26,2	27,8	26,2	30,4	28,8
0,038	14,8	24,1	20,4	24,3	21,5	24,1	23,2
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,234	0,312	0,314	0,376	0,258	0,292
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	11,80 (0,0922)		10,60 (0,0828)		10,50 (0,0820)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 64 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios contínua com variação da rotação do moinho para descarga por *overflow*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 32 e da Figura 64 que:

- O ensaio com velocidade de rotação mais baixa apresentou o produto moído mais fino em comparação aos demais dois ensaios. Além disto, o ensaio com velocidade alta apresentou produto moído mais fino do que o ensaio com velocidade média; Ensaio 16\_CB;
- Para as três rotações do moinho estudadas, as distribuições granulométricas das cargas internas foram sempre mais grosseiras do que as dos produtos moídos:
  - Tal circunstância indica que as partículas mais finas foram transportadas e descarregadas com maior fluidez do que as partículas mais grosseiras, resultando em maior tempo de residência no interior do moinho das partículas mais grosseiras;
  - As distribuições granulométricas das cargas internas indicaram que para as frações retidas na malha 0,850 mm a intensidade de fragmentação foi maior quanto maior foi a rotação do moinho. Analogamente, a interpretação deste fato se baseia na inferência da dinâmica da carga no interior do moinho, ou seja, velocidades maiores tendem a resultar em maior lançamento da carga

moedora, aumentando assim a quantidade e intensidade do impacto proporcionado por estes corpos cadentes no interior do moinho. Estas interações de relativa alta energia seriam suficientes para fragmentar com maior frequência partículas mais grosseiras, resultando assim em distribuições mais finas em tais faixas para operação com velocidade de rotação mais alta. O regime de movimentação da carga assim caracterizado é descrito como catarata.

- O *hold-up* de sólidos foi semelhante para os ensaios com velocidades média e alta de rotação do moinho. O ensaio com velocidade baixa indicou maior *hold-up* de sólidos do que os outros dois ensaios:
  - Infere-se, portanto, que apesar da pouca variação do *hold-up* de sólidos com a variação da rotação do moinho de bolas com descarga por *overflow*, quanto maior a rotação do moinho menor o *hold-up* de sólidos;
  - Deste modo, como o ensaio com baixa rotação apresentou o maior *hold-up* de sólidos e, conseqüentemente, o maior tempo de residência dos sólidos no interior do moinho, o produto moído gerado apresentou distribuição granulométrica mais fina, se comparado aos demais dois ensaios.

#### 4.2.6.3 *Análises dos Ensaios de Moagem Contínua com Variação da Concentração de Sólidos da Alimentação*

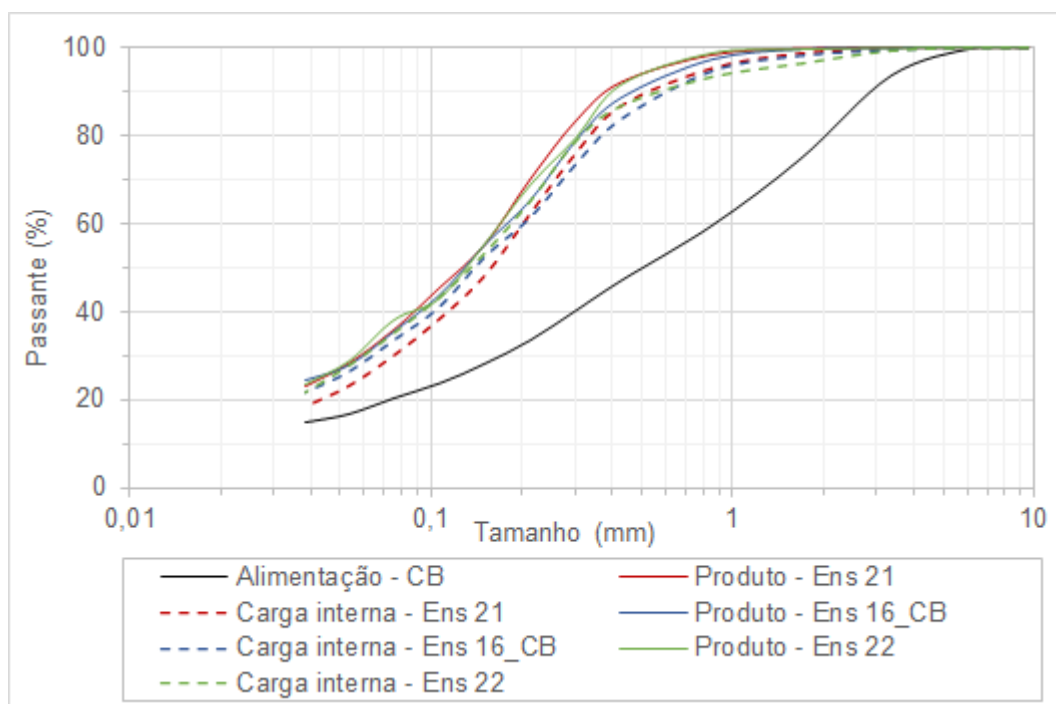
A Tabela 33 e a Figura 65 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por *overflow*, com variação da concentração de sólidos da polpa de alimentação do moinho. Neste caso considerou-se concentração baixa, média e alta, respectivamente 65%, 70% e 75% de sólidos em peso.

Tabela 33 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação da concentração de sólidos da alimentação para descarga por *overflow*.

Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 21		Ensaio 16_CB		Ensaio 22	
Concentração de sólidos da alimentação		65%		70%		75%	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante						
9,52	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	100
3,35	93,7	100	99,7	99,9	99,5	99,9	99,3
1,68	74,9	99,8	98,7	99,6	98,2	99,6	96,4
0,850	59,6	98,4	95,3	97,3	94,7	98,7	93,4
0,425	47,1	92,2	86,8	88,6	83,8	91,6	86,9
0,300	40,2	83,4	76,0	78,8	73,5	79,4	78,8
0,212	33,5	70,2	62,3	65,2	61,3	68,8	65,2
0,150	28,2	55,3	48,3	55,2	52,4	55,4	53,5
0,106	23,7	45,5	38,4	43,7	41,0	42,9	43,5
0,075	20,3	36,0	30,2	35,5	33,5	38,1	35,4
0,053	16,7	28,3	23,1	27,8	26,2	28,7	27,9
0,038	14,8	23,1	18,5	24,3	21,5	23,4	21,9
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,276	0,344	0,314	0,376	0,306	0,316
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	12,76 (0,0997)		10,60 (0,0828)		7,26 (0,0567)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 65 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação da concentração de sólidos da alimentação para descarga por *overflow*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 33 e da Figura 65 que:

- As distribuições granulométricas dos produtos moídos para os três ensaios foram similares, exceto para o intervalo granulométrico  $-0,850 +0,150$  mm, no qual o ensaio com concentração média apresentou distribuição granulométrica ligeiramente mais grosseira:
  - Ademais, ressalta-se que a curva de distribuição granulométrica do produto moído do ensaio com concentração alta não apresentou perfil liso.
- Para os três ensaios, as distribuições granulométricas das cargas internas foram sempre mais grosseiras do que as dos produtos moídos:
  - Tal resultado seria consequência da maior fluidez das partículas finas pela carga do moinho, o que ocasionaria a relativa maior acumulação de partículas grosseiras na mesma carga do moinho;
  - Nota-se que as curvas de distribuições granulométricas das cargas internas dos ensaios com baixa e alta concentrações pivotam próximos à malha 0,425 mm, indicando que esses ensaios apresentaram desempenhos opostos em relação a fragmentação das partículas grosseiras e partículas finas;

- Além disto, a distribuição granulométrica da carga interna de sólidos do ensaio com alta concentração foi a mais grosseira dentre os três ensaios para a frações retidas em 0,850 mm e a mais fina para as frações passantes nesta mesma malha. Este resultado indica que o ensaio de maior concentração apresentou a menor intensidade de fragmentação de partículas grosseiras, assim como a maior capacidade de fragmentação para geração de partículas finas;
- O oposto ocorreu com o ensaio de menor concentração, ou seja, carga interna mais fina para frações retidas em 0,850 mm e mais grosseira para frações passantes nesta mesma malha. Ou seja, dentre os três ensaios, o de menor concentração de sólidos na polpa apresentou a maior intensidade de fragmentação das partículas grosseiras, assim como a menor capacidade de fragmentação para geração de partículas finas;
- Quanto maior a concentração de sólidos de alimentação do moinho, menor foi o *hold-up* de sólidos. Tal resultado diverge do mecanismo de que menores concentrações de sólidos da alimentação aumentam a fluidez da polpa na câmara de moagem e, por conseguinte, mais facilmente é descarregada do moinho, acarretando em menor *hold-up* de sólidos:
  - Uma hipótese para explicar o fenômeno observado é que menores concentrações de sólido resultariam também em menores concentrações de sólidos da polpa no interior da câmara de moagem, o que neste cenário aumentaria a velocidade de sedimentação de partículas relativamente mais grosseiras, o que diminuiria o seu descarregamento do moinho, acarretando assim em maior *hold-up*.

#### 4.2.6.4 *Análises dos Ensaios de Moagem Contínua com Variação do Grau de Enchimento dos Corpos Moedores*

A Tabela 34 e a Figura 66 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por *overflow*, com variação do grau de enchimento com corpos moedores. Neste caso considerou-se grau de enchimento baixo, médio e alto, respectivamente 25%, 30% e 35% do volume interno da câmara de moagem.

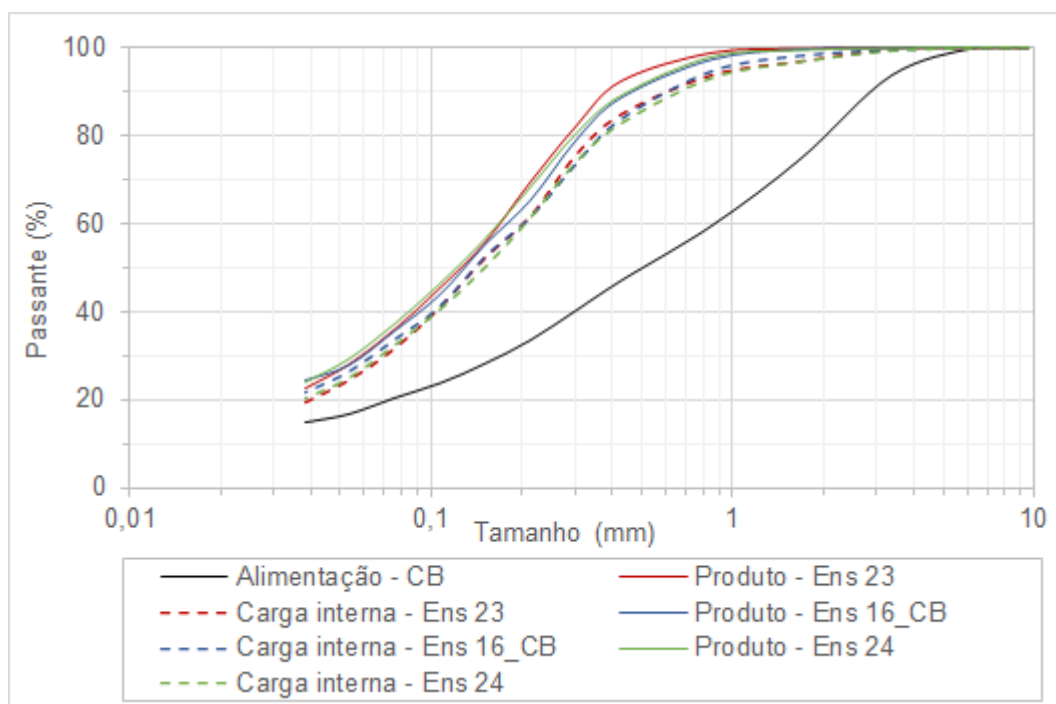
Tabela 34 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação do grau de enchimento dos corpos moedores para descarga por *overflow*.

Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 23		Ensaio 16_CB		Ensaio 24	
Grau de enchimento dos corpos moedores		25%		30%		35%	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante						
9,52	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	100
3,35	93,7	100	99,7	99,9	99,5	99,9	99,3
1,68	74,9	99,9	97,0	99,6	98,2	99,4	96,9
0,850	59,6	98,9	93,9	97,3	94,7	97,9	93,2
0,425	47,1	92,5	85,0	88,6	83,8	89,1	82,9
0,300	40,2	82,1	75,7	78,8	73,5	80,4	74,0
0,212	33,5	69,5	61,8	65,2	61,3	68,3	61,4
0,150	28,2	55,7	52,3	55,2	52,4	56,6	50,1
0,106	23,7	45,3	41,0	43,7	41,0	46,4	40,5
0,075	20,3	35,9	31,7	35,5	33,5	37,3	32,4
0,053	16,7	28,0	24,6	27,8	26,2	29,4	25,0
0,038	14,8	22,6	19,5	24,3	21,5	24,1	20,4
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,284	0,355	0,314	0,376	0,297	0,381
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	12,87 (0,1006)		10,60 (0,0828)		5,99 (0,04668)	

Fonte: Elaborada pelo autor.



Figura 66 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação do grau de enchimento dos corpos moedores para descarga por *overflow*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 34 e da Figura 66 que:

- As distribuições granulométricas dos produtos moídos para os três ensaios foram similares para as frações granulométricas passantes na malha 0,150 mm. No intervalo granulométrico -0,300 +0,150 mm, o ensaio com grau de enchimento médio apresentou distribuição granulométrica do produto moído mais fino do que os outros dois ensaios. Já para o intervalo granulométrico mais grosseiro do que a malha 0,300 mm o ensaio com menor grau de enchimento apresentou distribuição granulométrica do produto moído mais fina do que os dois demais ensaios;
- Para os três graus de enchimento dos corpos moedores estudados, as distribuições granulométricas das cargas internas foram sempre mais grosseiras do que as dos respectivos produtos moídos, assim como foram similares entre si:
  - Tal resultado indica que as partículas mais finas foram transportadas e descarregadas com maior fluidez do que as partículas mais grosseiras, resultando em maior tempo de residência no interior do moinho das partículas mais grosseiras.

- Quanto maior o grau de enchimento dos corpos moedores menor foi o *hold-up* de sólidos:
  - Uma hipótese para tal resultado é que para haver descarregamento de partículas do moinho seja necessário um volume mínimo de *hold-up* que assim proporcionaria o derramamento (*overflow*). Em consequência, quanto maior o volume de corpos moedores (maior grau de enchimento), menor será o volume inicial de *hold-up* necessário a ser preenchido para permitir o descarregamento das partículas.

#### 4.2.6.5 *Análises dos Ensaios de Moagem Contínua com Variação do $F_{80}$ da Alimentação*

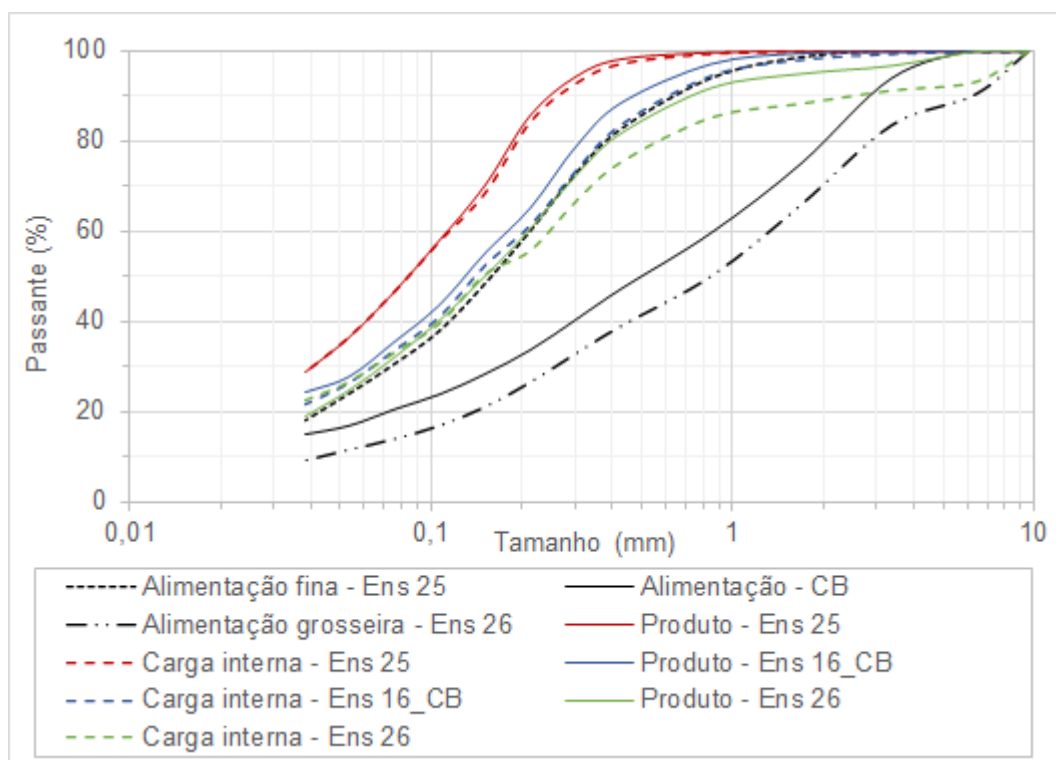
A Tabela 35 e a Figura 67 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por *overflow*, com variação da granulometria da alimentação. A granulometria neste caso foi assim denominada: grossa com  $F_{80}$  de 3,02 mm, média com  $F_{80}$  de 2,16 mm e fina com  $F_{80}$  de 0,390 mm.

Tabela 35 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem contínua com variação do  $F_{80}$  da alimentação para descarga por *overflow*.

Ensaio	Ensaio 25			Ensaio 16_CB			Ensaio 26		
$F_{80}$ da alimentação	$F_{80}$ fino (0,390 mm)			$F_{80\_CB}$ (2,16 mm)			$F_{80}$ grosseiro (3,02 mm)		
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Alimentação	Produto	Carga interna	Alimentação	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante			Porcentagem passante			Porcentagem passante		
9,52	100	100	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	90,4	100	93,2
3,35	100	100	100	93,7	99,9	99,5	83,6	96,8	91,3
1,68	98,5	100	100	74,9	99,6	98,2	66,0	95,1	88,4
0,850	94,0	99,8	99,5	59,6	97,3	94,7	50,2	92,0	85,3
0,425	82,7	98,3	97,3	47,1	88,6	83,8	39,1	81,8	75,4
0,300	72,7	94,4	92,9	40,2	78,8	73,5	33,0	72,3	66,6
0,212	60,0	85,8	84,4	33,5	65,2	61,3	26,6	60,5	55,7
0,150	48,3	70,3	68,6	28,2	55,2	52,4	21,1	50,0	50,5
0,106	37,9	58,1	57,9	23,7	43,7	41,0	16,9	40,2	39,6
0,075	30,5	46,6	46,7	20,3	35,5	33,5	14,0	31,9	33,1
0,053	23,9	36,5	36,7	16,7	27,8	26,2	11,6	24,6	26,6
0,038	18,0	28,8	28,9	14,8	24,3	21,5	9,2	18,8	22,5
$P_{80}$ (mm)	0,390	0,188	0,194	2,16	0,314	0,376	3,02	0,399	0,592
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	10,73 (0,0838)	-	10,60 (0,0828)	-	10,35 (0,0809)	-	-	-

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 67 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem contínua com variação do  $F_{80}$  da alimentação para descarga por *overflow*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 35 e da Figura 67 que:

- Quanto maior o  $F_{80}$  da alimentação mais grosseiro foi o produto do moinho, assim como mais grosseira foi a distribuição granulométrica da carga interna de sólidos:
  - Uma vez que os três ensaios foram realizados com parâmetros operacionais semelhantes, os resultados indicam que a granulometria do produto está diretamente relacionada a granulometria da alimentação, ou seja, quanto mais grosseiro foi o material alimentado, mais grosseiro foi o produto moído.
- Para granulometria mais fina, a distribuição granulométrica da carga interna foi similar à do produto moído, enquanto que para a granulometria de alimentação média, a distribuição granulométrica da carga interna foi mais grosseira do que a do produto moído. Já para alimentação mais grosseira a distribuição granulométrica da carga interna de sólidos em relação ao produto moído foi significativamente mais grosseira nas frações granulométricas retidas em 0,212 mm e mais fina nas frações granulométricas passantes em 0,150 mm.

- O *hold-up* de sólidos foi aproximadamente constante com a variação da granulométrica da alimentação do moinho. Contudo, foi observado uma ligeira redução do *hold-up* de sólidos com o aumento do  $F_{80}$  da alimentação;
- É importante ressaltar que o ensaio alimentado com granulometria fina representou uma remoagem, pois o material alimentado foi proveniente de um agrupamento de produtos moídos previamente no mesmo moinho de bolas.

#### 4.2.7 ANÁLISES COMPARATIVAS ENTRE OS ENSAIOS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA COM DESCARGA POR DIAFRAGMA E POR *OVERFLOW*

Nesta seção são apresentadas as análises comparativas dos ensaios de moagem de bolas contínua em função do tipo de descarga, quais sejam, por diafragma e por *overflow*. Para cada condição operacional estudada, foi analisado comparativamente o desempenho do ensaio com descarga por diafragma e descarga por *overflow* em relação a distribuições granulométricas e *hold-up* de sólidos.

##### 4.2.7.1 Casos Base

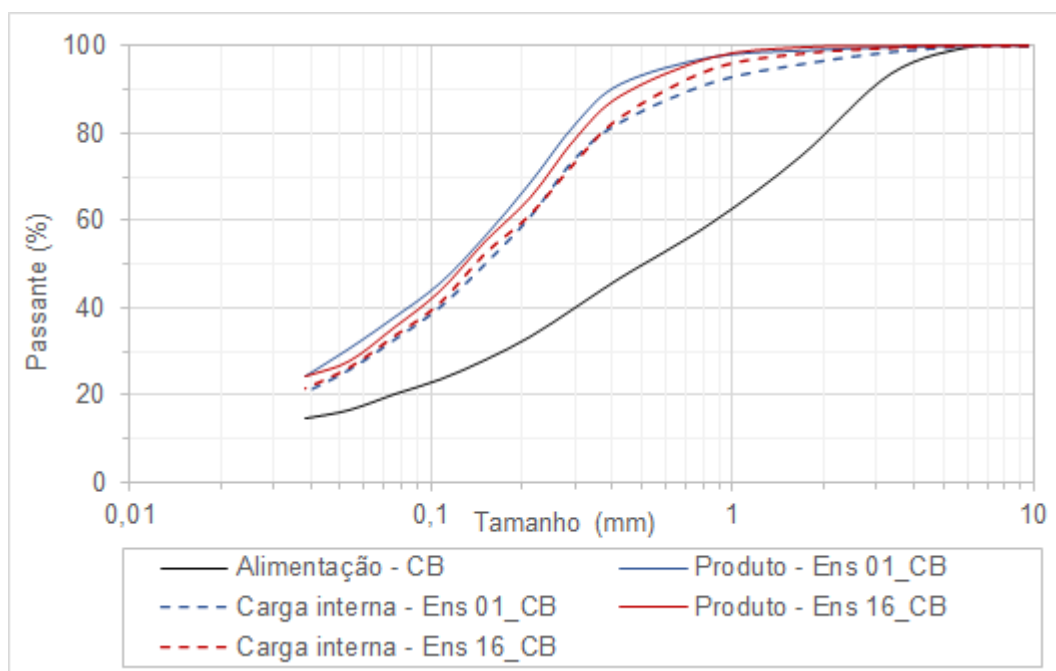
A Tabela 36 e a Figura 68 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow*, para as condições dos Casos Base.

Tabela 36 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Casos Base.

Método de descarga		Diafragma		Overflow	
Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 01_CB		Ensaio 16_CB	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante				
9,52	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,6	98,7	99,9	99,5
1,68	74,9	98,9	95,9	99,6	98,2
0,850	59,6	97,4	91,7	97,3	94,7
0,425	47,1	91,3	82,6	88,6	83,8
0,300	40,2	82,1	74,4	78,8	73,5
0,212	33,5	68,7	60,8	65,2	61,3
0,150	28,2	56,4	49,9	55,2	52,4
0,106	23,7	45,6	40,0	43,7	41,0
0,075	20,3	37,8	32,5	35,5	33,5
0,053	16,7	30,6	25,6	27,8	26,2
0,038	14,8	24,3	20,4	24,3	21,5
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,285	0,382	0,314	0,376
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	3,18 (0,0248)		10,60 (0,0828)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 68 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Casos Base.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 36 e da Figura 68 que:

- O produto moído com descarga por diafragma apresentou distribuição granulométrica mais fina do que o ensaio com descarga por *overflow*, com exceção da fração passante na malha 0,038 mm, na qual os produtos moídos foram semelhantes;
- Por outro lado, a distribuição granulométrica da carga interna do ensaio com descarga por *overflow* foi mais fina do que a do ensaio com descarga por diafragma, principalmente para a fração granulométrica retida na malha 0,425 mm;
- O *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* foi muito maior do que o do ensaio com descarga por diafragma. Isto é, para as condições do Caso Base, a capacidade de descarregamento por diafragma foi muito maior do que por *overflow*:
  - Infere-se assim que a menor capacidade de descarregamento do moinho por *overflow* em comparação ao moinho por diafragma promoveu distribuição granulométrica do produto moído mais grosseira, mesmo apresentando

distribuição da carga interna de sólidos mais fina do que a do ensaio com descarga por diafragma.

#### 4.2.7.2 Vazão de Alimentação de 50 kg/h

A Tabela 37 e a Figura 69 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow*, para a alimentação com vazão de sólidos de 50 kg/h.

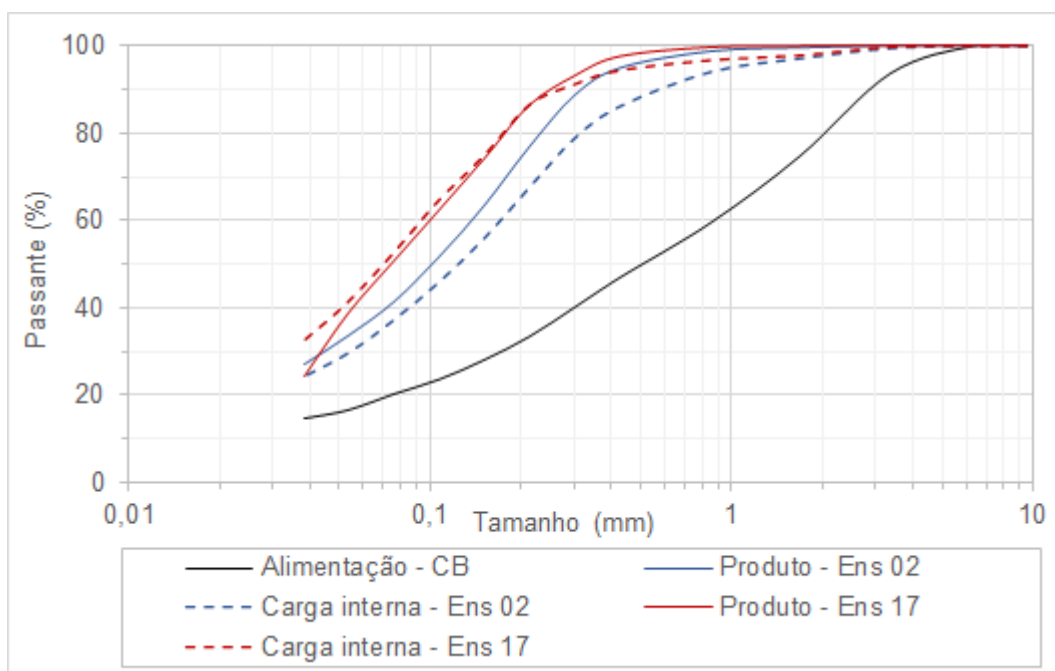
Tabela 37 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Vazão de alimentação de 50 kg/h.

Método de descarga		Diafragma		Overflow	
Vazão de alimentação de sólidos de 50 kg/h					
Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 02		Ensaio 17	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante				
9,52	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100
3,35	93,7	100	99,4	100	99,7
1,68	74,9	99,6	97,1	99,9	97,8
0,850	59,6	98,7	94,0	99,6	96,7
0,425	47,1	94,9	86,2	97,5	94,4
0,300	40,2	88,7	78,8	93,1	91,2
0,212	33,5	76,8	67,6	86,3	86,5
0,150	28,2	63,4	55,9	74,1	74,9
0,106	23,7	51,6	45,9	62,2	64,7
0,075	20,3	41,3	37,2	50,6	52,7
0,053	16,7	33,6	29,7	38,7	41,5
0,038	14,8	27,1	24,4	24,3	32,8
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,234	0,318	0,178	0,176
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	3,00 (0,0234)		7,52 (0,0587)	

Fonte: Elaborada pelo autor.



Figura 69 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Vazão de alimentação de 50 kg/h.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 37 e da Figura 69 que:

- O produto moído e a carga interna de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* apresentaram distribuições granulométricas significativamente mais finas do que o ensaio com descarga por diafragma, exceção à fração granulométrica passante na malha 0,038 mm do produto moído.
  - Nota-se que a curva de distribuição granulométrica do produto moído do ensaio *overflow* apresentou uma queda bastante acentuada da fração passante na malha 0,053 mm para a malha 0,038 mm. Uma vez que a distribuição granulométrica da carga interna do ensaio *overflow* foi mais grosseira nas frações retidas na malha 0,212 mm e mais fina nas frações passantes nesta mesma malha, infere-se um possível viés no tratamento laboratorial da amostra do produto moído do ensaio *overflow*;
- O *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* foi substancialmente maior do que o do ensaio com descarga por diafragma, o que indica que a capacidade de descarregamento por diafragma foi muito maior do que por *overflow* para este conjunto de condições operacionais:

- Embora o maior *hold-up* de sólidos implique em menor valor da razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos, tal condição indica maior tempo de residência das partículas no interior do moinho. Isto é, para o ensaio overflow, o maior tempo de residência dos sólidos no interior do moinho foi preponderante em relação à redução da razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos.

#### 4.2.7.3 Vazão de Alimentação de 90 kg/h

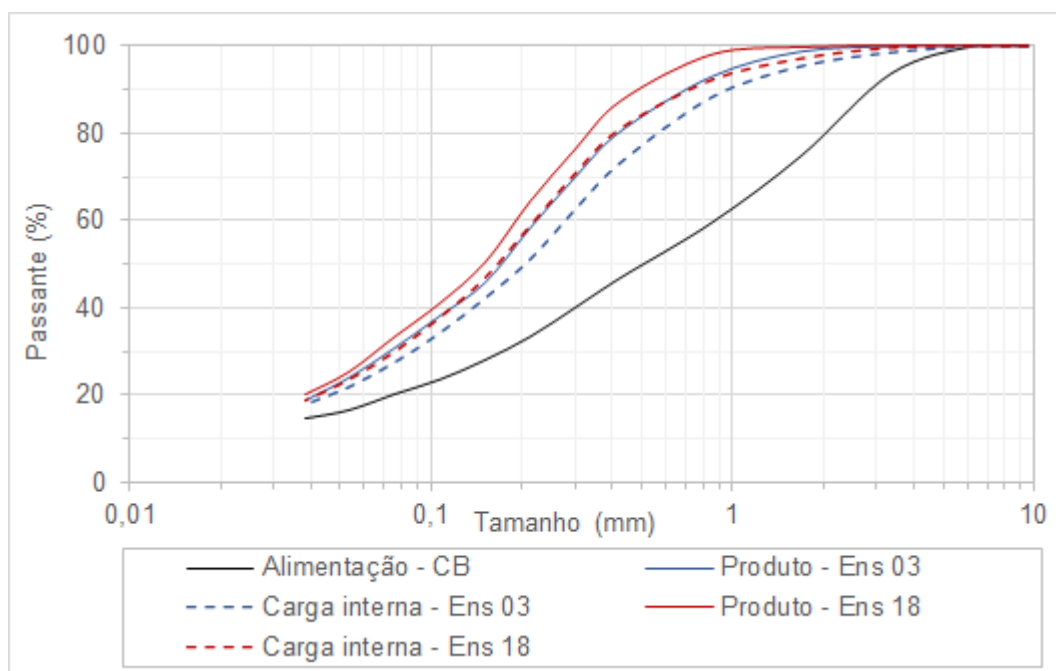
A Tabela 38 e a Figura 70 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow*, para alimentação com vazão de sólidos de 90 kg/h.

Tabela 38 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Vazão de alimentação de 90 kg/h.

Método de descarga		Diafragma		<i>Overflow</i>	
Vazão de alimentação de sólidos de 90 kg/h					
Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 03		Ensaio 18	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante				
9,52	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100
3,35	93,7	100	98,6	100	99,5
1,68	74,9	98,7	95,5	99,7	97,1
0,850	59,6	93,1	88,4	98,0	92,2
0,425	47,1	80,6	73,6	87,4	81,2
0,300	40,2	70,1	62,9	76,4	70,8
0,212	33,5	58,4	51,3	64,3	58,8
0,150	28,2	45,9	42,4	50,3	46,8
0,106	23,7	38,2	34,4	40,8	37,7
0,075	20,3	30,9	27,7	33,1	29,8
0,053	16,7	24,1	22,1	25,1	23,5
0,038	14,8	19,0	18,1	20,0	18,7
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,417	0,583	0,338	0,410
<i>Hold-up</i> de sólidos - kg (fração do moinho)	-	10,54 (0,0823)		13,73 (0,1073)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 70 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Vazão de alimentação de 90 kg/h.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 38 e da Figura 70 que:

- O produto moído e a carga interna de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* apresentaram distribuições granulométricas significativamente mais finas do que as obtidas para ensaio com descarga por diafragma, sendo tal diferença mais acentuada nas frações mais grosseiras e menos acentuada nas frações mais finas;
- Nota-se que o *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* foi maior do que o do ensaio com descarga por diafragma. Contudo, essa diferença foi menor do que a apontada para os ensaios com vazão de alimentação de sólidos de 50 kg/h. Ou seja, para a vazão de alimentação de sólidos de 90 kg/h, o *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por diafragma também foi considerado bastante alto:
  - Embora o maior *hold-up* de sólidos implique em menor valor da razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos, tal condição indica maior tempo de residência das partículas no interior do moinho. Isto é, para o ensaio com vazão de 90 kg/h com descarga por *overflow*, o maior tempo de residência dos sólidos no interior do moinho foi preponderante em relação à

redução da razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos, quando comparado ao ensaio análogo com descarga por diafragma.

#### 4.2.7.4 Rotação do Moinho com 69% da Velocidade Crítica

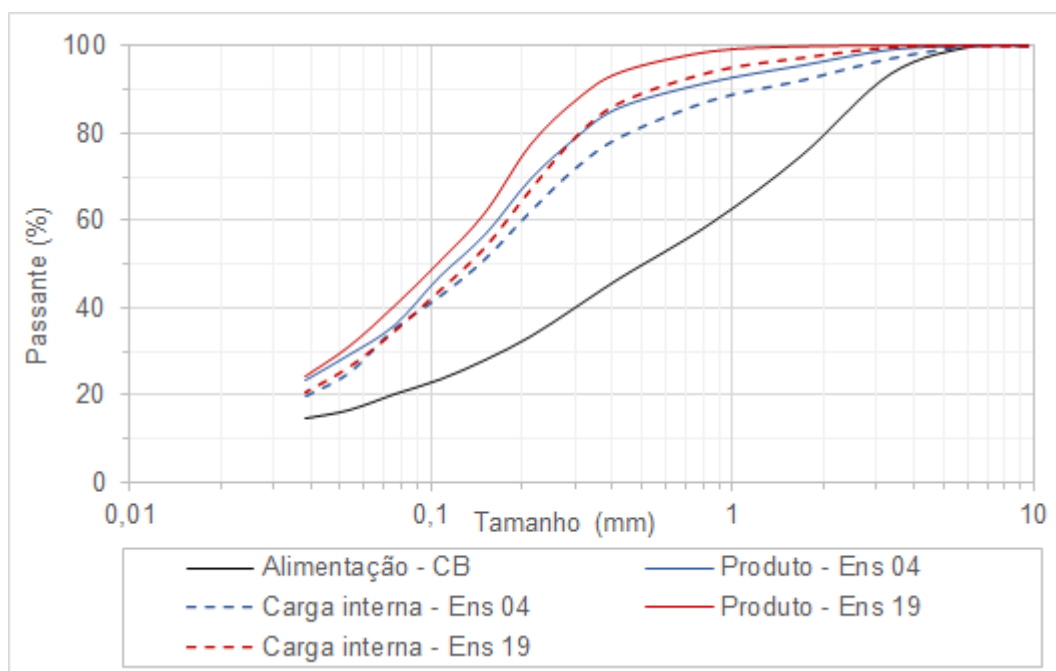
A Tabela 39 e a Figura 71 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow*, para a rotação do moinho correspondente a 69% da velocidade crítica – VC.

Tabela 39 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Rotação do moinho com 69% da velocidade crítica.

Método de descarga		Diafragma		Overflow	
Rotação do moinho com 69% da velocidade crítica					
Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 04		Ensaio 19	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante				
9,52	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,2	97,0	100	99,8
1,68	74,9	95,5	92,0	99,8	97,3
0,850	59,6	91,8	87,5	98,7	94,2
0,425	47,1	86,1	79,1	93,9	87,2
0,300	40,2	79,0	71,9	87,4	79,2
0,212	33,5	69,5	61,9	77,2	67,0
0,150	28,2	56,9	51,0	61,6	53,8
0,106	23,7	47,3	42,5	50,4	43,8
0,075	20,3	36,1	35,0	40,2	34,4
0,053	16,7	29,4	25,0	31,0	26,2
0,038	14,8	23,6	19,6	24,1	20,4
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,315	0,459	0,234	0,312
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	2,10 (0,0164)		11,80 (0,0922)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 71 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Rotação do moinho em 69% da velocidade crítica.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 39 e da Figura 71 que:

- O produto moído e a carga interna de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* apresentaram distribuições granulométricas significativamente mais finas do que o ensaio com descarga por diafragma, sendo tal diferença mais acentuada nas frações mais grosseiras e menos acentuada nas frações mais finas:
  - Além disto, observa-se que o ensaio com descarga por diafragma apresentou relativamente grande quantidade de partículas grosseiras, neste caso retidas na malha 0,850 mm, tanto no produto moído como na carga interna de sólidos, indicando assim menor fragmentação destas partículas;
- Nota-se que o *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* foi substancialmente maior do que o do ensaio com descarga por diafragma. Portanto, a capacidade de descarregamento por diafragma foi muito maior do que por *overflow* para este conjunto de condições operacionais:
  - Embora o maior *hold-up* de sólidos implique em redução da razão entre energia disponível para a fragmentação e massa de sólidos, tal condição indica maior tempo de residência das partículas no interior do moinho. Isto é, para o ensaio com descarga por *overflow*, o maior tempo de residência dos

sólidos no interior do moinho teve efeito maior para a geração de um produto moído mais fino, do que a redução da razão entre energia disponível para a fragmentação e massa de sólidos, quando comparado ao ensaio análogo com descarga por diafragma.

#### 4.2.7.5 Rotação do Moinho com 75% da Velocidade Crítica

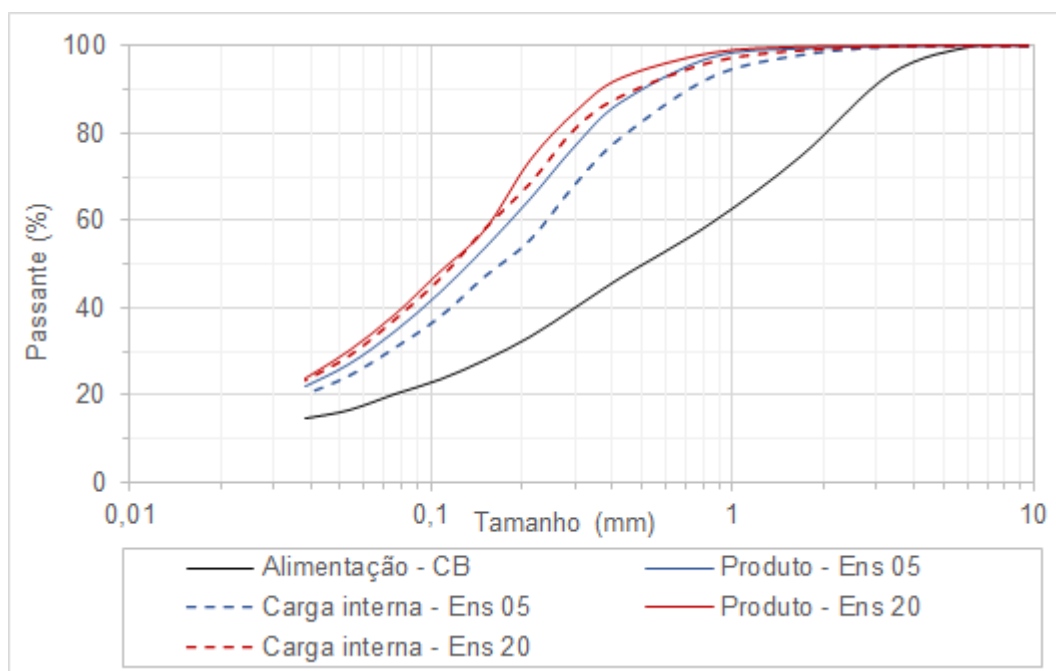
A Tabela 40 e a Figura 72 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow*, para rotação do moinho equivalente a 75% da velocidade crítica – VC.

Tabela 40 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Rotação do moinho com 75% da velocidade crítica.

Método de descarga		Diafragma		Overflow	
Rotação do moinho com 75% da velocidade crítica					
Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 05		Ensaio 20	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante				
9,52	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,8	99,9	100	99,9
1,68	74,9	99,3	98,0	99,8	98,9
0,850	59,6	97,3	93,0	98,4	96,3
0,425	47,1	87,1	79,1	92,7	88,4
0,300	40,2	77,2	68,5	85,0	81,1
0,212	33,5	65,0	55,6	73,9	68,5
0,150	28,2	53,7	47,2	58,1	58,0
0,106	23,7	43,4	37,8	48,4	46,5
0,075	20,3	34,5	30,7	38,5	37,1
0,053	16,7	27,0	24,3	30,4	28,8
0,038	14,8	22,0	20,0	24,1	23,2
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,333	0,446	0,258	0,292
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	9,81 (0,0766)		10,50 (0,0820)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 72 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Rotação do moinho com 75% da velocidade crítica.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 40 e da Figura 72 que:

- O produto moído e a carga interna de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* apresentaram distribuições granulométricas significativamente mais finas do que o ensaio com descarga por diafragma, sendo tal diferença mais acentuada nas frações mais grosseiras e menos acentuada nas frações mais finas:
  - Observa-se também que a diferença de distribuições granulométricas geradas pelos dois métodos de descarregamento foi menos acentuada do que esta diferença obtida para os ensaios com 69% da VC (*vide* Figura 71 e Figura 72).
- O *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* foi ligeiramente maior do que o do ensaio com descarga por diafragma. Contudo, essa diferença não foi tão grande em relação àquela obtida para a velocidade de 69% da VC. Isto é, para a rotação do moinho com 75% da VC, o *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por diafragma também foi considerado bastante alto:
  - Embora o maior *hold-up* de sólidos implique em menor valor da razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos, tal condição indica maior tempo de residência das partículas no interior do moinho. Isto é, para o ensaio com 75% da VC, o maior tempo de residência dos sólidos no interior



do moinho, teve efeito preponderante em relação à diminuição da razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos, quando comparado ao ensaio análogo com descarga por diafragma.

#### 4.2.7.6 Alimentação com 65% Sólidos

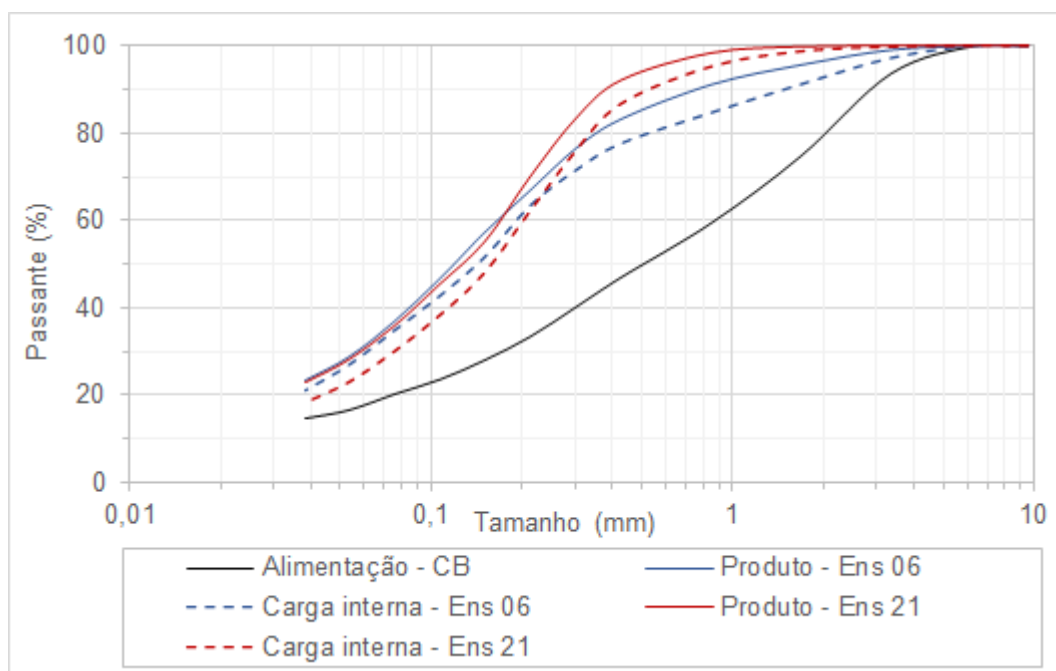
A Tabela 41 e a Figura 73 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow*, para alimentação com concentração de 65% de sólidos em massa.

Tabela 41 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Alimentação com 65% sólidos.

Método de descarga		Diafragma		Overflow	
Alimentação com 65% sólidos em massa					
Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 06		Ensaio 21	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante				
9,52	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,1	97,2	100	99,7
1,68	74,9	95,7	91,1	99,8	98,7
0,850	59,6	91,2	84,7	98,4	95,3
0,425	47,1	83,2	77,6	92,2	86,8
0,300	40,2	76,5	71,4	83,4	76,0
0,212	33,5	66,9	63,3	70,2	62,3
0,150	28,2	57,3	51,6	55,3	48,3
0,106	23,7	46,5	42,6	45,5	38,4
0,075	20,3	36,7	34,7	36,0	30,2
0,053	16,7	28,6	26,8	28,3	23,1
0,038	14,8	23,2	20,9	23,1	18,5
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,361	0,543	0,276	0,344
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	1,74 (0,0136)		12,76 (0,0997)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 73 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Alimentação com 65% sólidos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 41 e da Figura 73 que:

- O produto moído do ensaio com descarga por *overflow* apresentou distribuição granulométrica significativamente mais fina do que o ensaio com descarga por diafragma para as frações granulométricas mais grosseiras do que a malha 0,212 mm. Em contrapartida, próximo à malha 0,150 mm, as curvas de distribuições granulométricas dos produtos moídos dos dois ensaios pivotaram, sendo que para as frações granulométricas mais grosseiras do que esta malha, o produto moído do ensaio com diafragma apresentou distribuição granulométrica ligeiramente mais fina em comparação à descarga por *overflow*.
  - Observa-se que para o ensaio com diafragma, registrou-se grande quantidade de partículas grosseiras, neste caso retidas na malha 0,850 mm, no produto moído e na carga interna de sólidos, indicando menor fragmentação destas partículas;
  - Similarmente aos produtos moídos, a carga interna de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* apresentou distribuição granulométrica significativamente mais fina do que o ensaio com descarga por diafragma para as frações granulométricas mais grosseiras do que 0,300 mm. Por outro lado,

próximo à malha 0,212 mm essas curvas de distribuições granulométricas pivotam-se e em frações mais finas do que esta malha a carga interna de sólidos do ensaio com diafragma apresentou distribuição granulométrica mais fina em comparação ao com descarga por *overflow*.

- O *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* foi substancialmente maior do que o do ensaio com descarga por diafragma. Portanto, a capacidade de descarregamento por diafragma foi muito maior do que por *overflow* para este conjunto de condições operacionais:
  - Embora o maior *hold-up* de sólidos implique em menor valor da razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos, tal condição indica maior tempo de residência das partículas no interior do moinho. Isto é, para o ensaio com descarga por *overflow*, o maior tempo de residência dos sólidos no interior do moinho, teve maior influência na geração de finos do que a razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos, quando comparado ao ensaio análogo com descarga por diafragma.

#### 4.2.7.7 Alimentação com 75% Sólidos

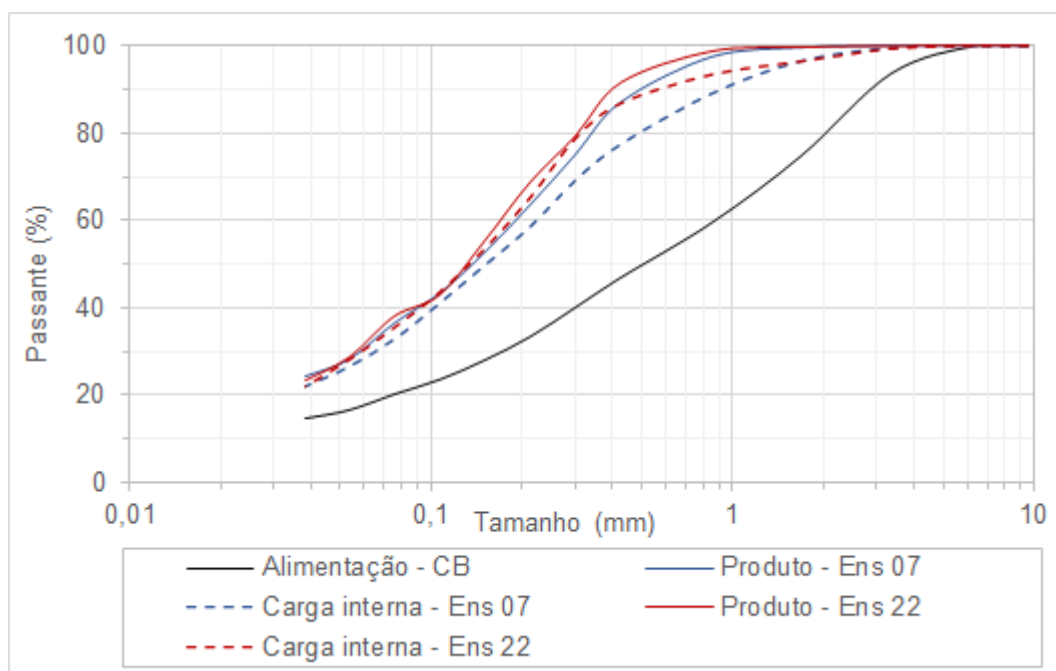
A Tabela 42 e a Figura 74 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow*, para alimentação com concentração de 75% de sólidos em massa.

Tabela 42 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Alimentação com 75% sólidos.

Método de descarga		Diafragma		<i>Overflow</i>	
Alimentação com 75% sólidos em massa					
Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 07		Ensaio 22	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante				
9,52	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100
3,35	93,7	100	99,6	99,9	99,3
1,68	74,9	99,6	96,6	99,6	96,4
0,850	59,6	97,4	89,2	98,7	93,4
0,425	47,1	87,1	77,6	91,6	86,9
0,300	40,2	75,1	69,3	79,4	78,8
0,212	33,5	63,5	58,6	68,8	65,2
0,150	28,2	52,7	49,8	55,4	53,5
0,106	23,7	43,2	41,0	42,9	43,5
0,075	20,3	36,4	32,8	38,1	35,4
0,053	16,7	28,1	26,4	28,7	27,9
0,038	14,8	24,2	21,9	23,4	21,9
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,348	0,496	0,306	0,316
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	12,84 (0,1003)		7,26 (0,0567)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 74 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Alimentação com 75% sólidos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 42 e da Figura 74 que:

- O produto moído e a carga interna de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* apresentou distribuições granulométricas mais finas do que o ensaio com descarga por diafragma, sendo tal diferença mais acentuada nas frações mais grosseiras e menos acentuadas nas frações mais finas:
  - As frações granulométricas mais grosseiras do que a malha 0,150 mm, as distribuições granulométricas dos produtos moídos foram bastante próximas;
  - Ressalta-se que a curva de distribuição granulométrica do produto moído do Ensaio 22 (descarga por *overflow*) não apresentou perfil liso.
- Contrariamente ao que foi observado em função do tipo de descarga para as demais condições operacionais analisadas, o *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por diafragma, foi substancialmente maior do que o do ensaio com descarga por *overflow*:
  - Conforme discutido anteriormente na seção 4.2.5.3, a baixa fluidez da polpa de minério para 75% de sólidos em massa (53,1% em volume) promoveu maior tempo de residência das partículas no interior do moinho e, conseqüentemente, maior *hold-up* de sólidos para o ensaio com descarga por

diafragma. Já para o ensaio com a mesma concentração de sólidos, porém com descarga por *overflow* a elevada densidade da polpa teria efeito de diminuir a velocidade de sedimentação das partículas mais grosseiras e assim diminuiria os respectivos tempo de residência, conforme discutido na Seção 4.2.6.3.

#### 4.2.7.8 Grau de Enchimento dos Corpos Moedores de 25%

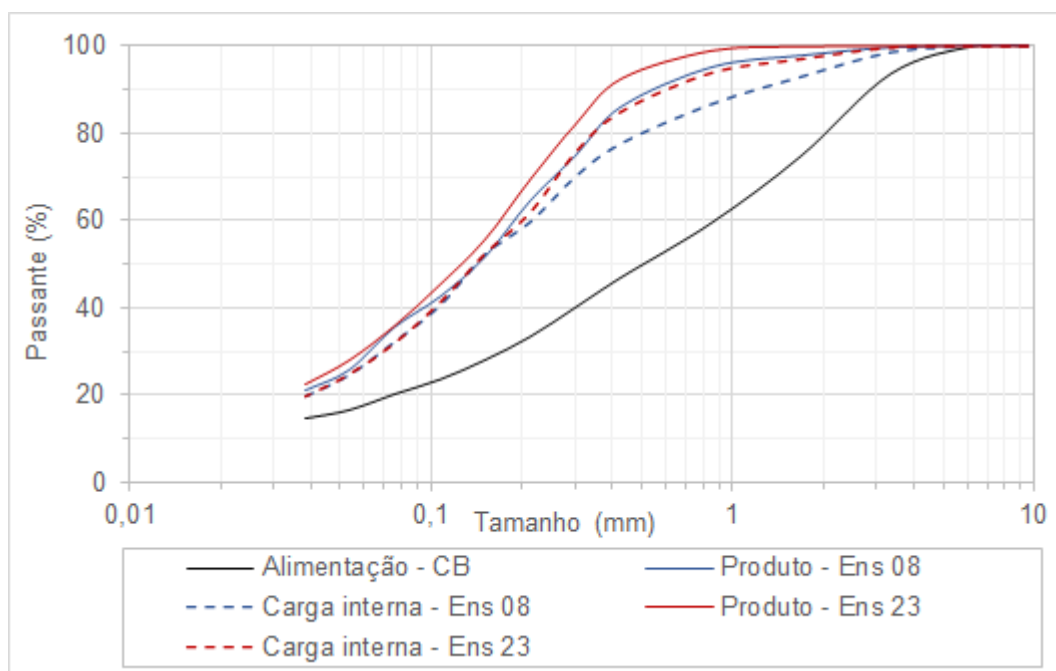
A Tabela 43 e a Figura 75 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow*, para 25% de grau de enchimento com corpos moedores.

Tabela 43 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Grau de enchimento dos corpos moedores de 25%.

Método de descarga		Diafragma		<i>Overflow</i>	
Grau de enchimento dos corpos moedores de 25%					
Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 08		Ensaio 23	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante				
9,52	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,6	98,7	100	99,7
1,68	74,9	97,8	93,0	99,9	97,0
0,850	59,6	95,1	86,8	98,9	93,9
0,425	47,1	86,0	77,8	92,5	85,0
0,300	40,2	74,9	70,2	82,1	75,7
0,212	33,5	64,5	59,8	69,5	61,8
0,150	28,2	51,7	52,4	55,7	52,3
0,106	23,7	42,5	40,6	45,3	41,0
0,075	20,3	35,6	32,4	35,9	31,7
0,053	16,7	25,8	24,8	28,0	24,6
0,038	14,8	21,1	19,9	22,6	19,5
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,354	0,507	0,284	0,355
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	2,01 (0,0157)		12,87 (0,1006)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 75 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* –Grau de enchimento dos corpos moedores de 25%.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 43 e da Figura 75 que:

- O produto moído e a carga interna de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* apresentaram distribuições granulométricas mais finas do que o ensaio com descarga por diafragma, sendo tal diferença mais acentuada nas frações mais grosseiras e menos acentuadas nas frações mais finas:
  - As frações granulométricas mais finas do que a malha 0,150 mm das cargas internas de sólidos foram muito próximas.
- O *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* foi substancialmente maior do que o do ensaio com descarga por diafragma, para 25% de grau de enchimento dos corpos moedores. Portanto, a capacidade de descarregamento por diafragma foi muito maior do que por *overflow* para este conjunto de condições operacionais:
  - Embora o maior *hold-up* de sólidos implique em menor valor da razão entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos, tal condição indica maior tempo de residência das partículas no interior do moinho. Isto é, para o ensaio com descarga por *overflow*, o maior tempo de residência dos sólidos no interior do moinho, teve efeito maior para geração de finos do que a razão

entre energia disponível para fragmentação e massa de sólidos, quando comparado ao ensaio análogo com descarga por diafragma.

#### 4.2.7.9 Grau de Enchimento dos Corpos Moedores de 35%

A Tabela 44 e a Figura 76 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow*, para 35% de grau de enchimento com corpos moedores.

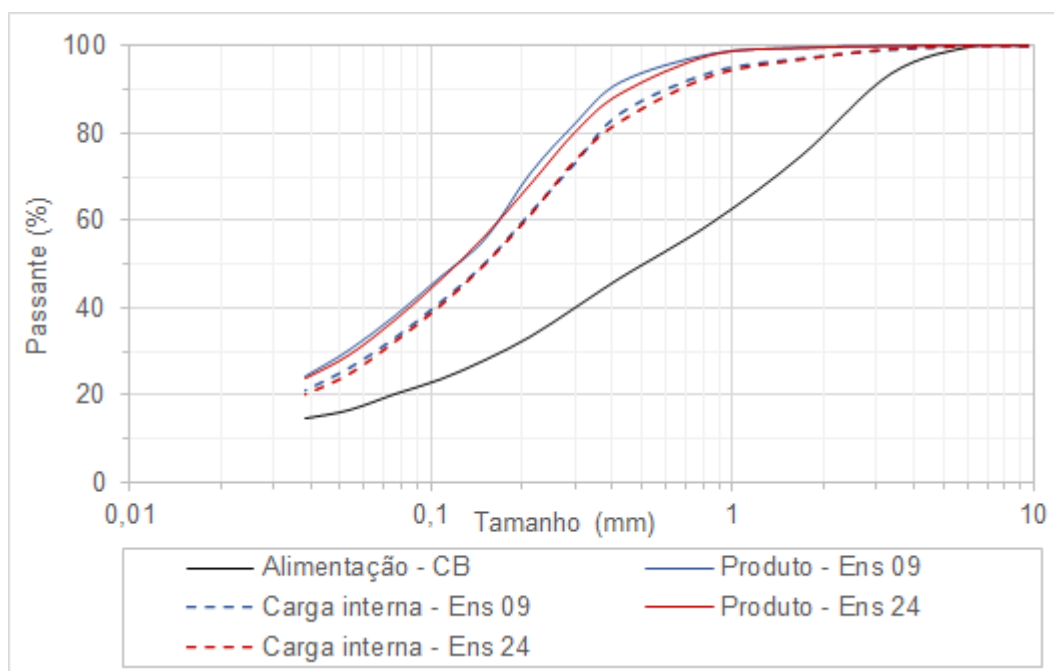
Tabela 44 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* –Grau de enchimento dos corpos moedores de 35%.

Método de descarga		Diafragma		Overflow	
Grau de enchimento dos corpos moedores de 35%					
Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 09		Ensaio 24	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante				
9,52	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100
3,35	93,7	99,9	99,1	99,9	99,3
1,68	74,9	99,5	97,1	99,4	96,9
0,850	59,6	98,1	94,0	97,9	93,2
0,425	47,1	91,7	84,7	89,1	82,9
0,300	40,2	82,3	73,4	80,4	74,0
0,212	33,5	70,7	61,8	68,3	61,4
0,150	28,2	55,6	50,3	56,6	50,1
0,106	23,7	46,8	41,2	46,4	40,5
0,075	20,3	37,9	33,1	37,3	32,4
0,053	16,7	30,1	26,3	29,4	25,0
0,038	14,8	24,2	21,2	24,1	20,4
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,281	0,370	0,297	0,381
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	7,27 (0,0568)		5,99 (0,04668)	

Fonte: Elaborada pelo autor.



Figura 76 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Grau de enchimento dos corpos moedores de 35%.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 44 e da Figura 76 que:

- Os produtos moídos e as cargas internas de sólidos dos ensaios apresentaram distribuições granulométricas similares entre si, sendo as distribuições granulométricas ligeiramente mais finas para o ensaio com descarga por diafragma:
  - Em ambos os ensaios as distribuições granulométricas das cargas internas de sólidos foram mais finas do que as respectivas distribuições granulométricas dos produtos moídos.
- O *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por diafragma foi moderadamente maior do que o do ensaio com descarga por *overflow*:
  - É importante ressaltar que o ensaio com descarga por diafragma apresentou um dos maiores valores de *hold-up* de sólidos de toda a série de ensaios com descarga por diafragma. Por outro lado, o ensaio com descarga por *overflow* apresentou um dos menores valores de *hold-up* de toda a série de ensaios com descarga por *overflow*;
- Comparando a condição de 35% de grau de enchimento com as demais estudadas, nota-se que as distribuições granulométricas, tanto dos produtos

moídos como das cargas internas de sólidos dos ensaios com descarga por diafragma foram, em sua maioria, mais grosseiras do que as dos ensaios com descarga por *overflow*. Na mesma comparação, os *hold-up* de sólidos foram, em sua maioria, maiores para os ensaios com descarga por *overflow*. Deste modo, como o maior *hold-up* do ensaio com descarga por diafragma, implica em maior tempo de residência das partículas no interior do moinho, infere-se que tal condição resultou em distribuições granulométricas com descarga por diafragma mais finas do que as do ensaio com descarga por *overflow*.

#### 4.2.7.10 Alimentação com Granulometria mais Fina

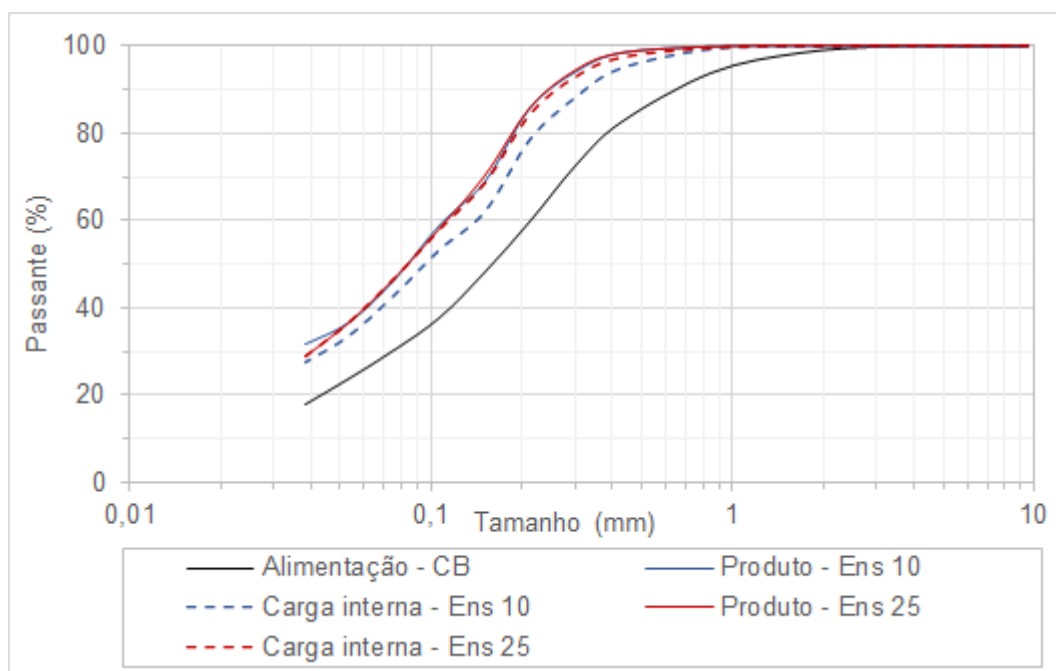
A Tabela 45 e a Figura 77 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow*, para granulometria de alimentação mais fina, neste caso parametrizada pelo índice  $F_{80}$ .

Tabela 45 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Alimentação com  $F_{80}$  mais fino.

Método de descarga		Diafragma		<i>Overflow</i>	
Alimentação com $F_{80}$ mais fino (0,390 mm)					
Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 10		Ensaio 25	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante				
9,52	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100
3,35	100	100	100	100	100
1,68	98,5	100	99,9	100	100
0,850	94,0	99,9	99,4	99,8	99,5
0,425	82,7	98,4	95,0	98,3	97,3
0,300	72,7	94,1	88,4	94,4	92,9
0,212	60,0	85,9	78,8	85,8	84,4
0,150	48,3	69,0	62,2	70,3	68,6
0,106	37,9	59,0	53,5	58,1	57,9
0,075	30,5	46,4	43,1	46,6	46,7
0,053	23,9	36,7	33,8	36,5	36,7
0,038	18,0	31,7	27,7	28,8	28,9
$P_{80}$ (mm)	0,390	0,189	0,222	0,188	0,194
<i>Hold-up</i> de sólidos - kg (fração do moinho)	-	11,56 (0,0903)		10,73 (0,0838)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 77 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Alimentação com F<sub>80</sub> mais fino.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 45 e da Figura 77 que:

- Os produtos moídos dos ensaios com descarga por diafragma e com descarga por *overflow* apresentaram distribuições granulométricas similares, com exceção da fração passante na malha 0,038 mm, a qual indicou produto moído mais fino para o ensaio com descarga por diafragma;
- A distribuição granulométrica da carga interna de sólidos para o ensaio com descarga por diafragma foi mais grosseira do que a respectiva distribuição granulométrica do produto moído. Já para o ensaio com descarga por *overflow*, as distribuições granulométricas da carga interna e do produto moído foram similares;
- Os *hold-ups* de sólidos de ambos os ensaios foram próximos e altos, sendo a descarga por diafragma indicou *hold-up* moderadamente maior:
  - Similarmente à condição estudada de 35% de grau de enchimento dos corpos moedores (*vide* seção 4.2.7.9), a alimentação mais fina indicou maior *hold-up* para o ensaio com descarga por diafragma, em comparação ao ensaio com descarga por *overflow*. Tal resultado indica tempo de residência maior das

partículas no interior do moinho, o que justificaria distribuições granulométricas similares dos produtos moídos de ambos os ensaios.

#### 4.2.7.11 Alimentação com Granulometria mais Grosseira

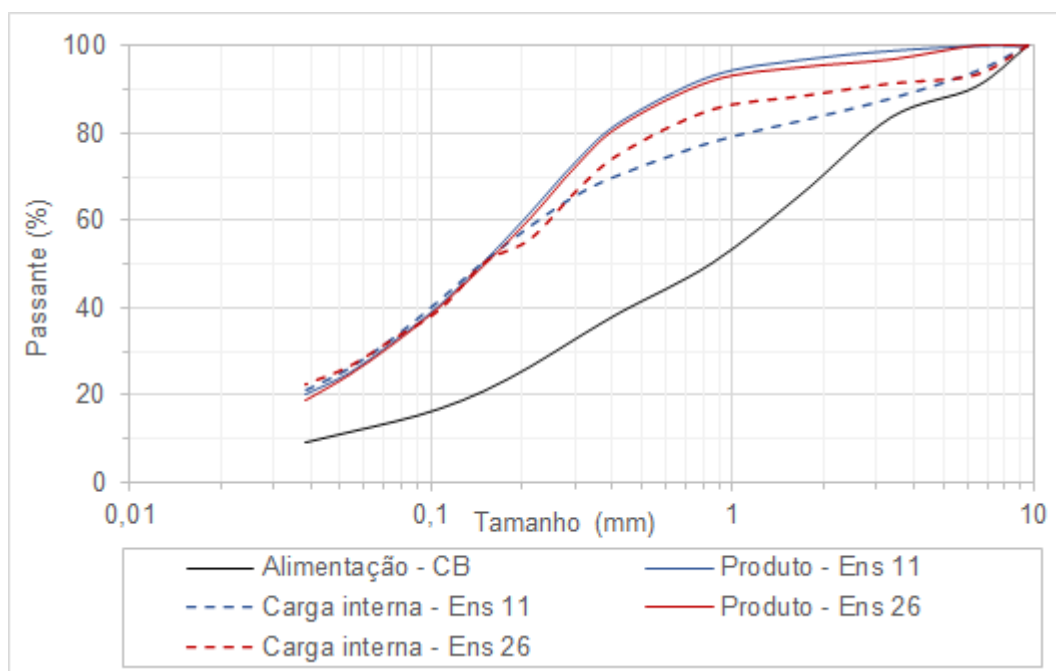
A Tabela 46 e a Figura 78 apresentam as distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow*, para granulometria de alimentação mais grosseira, neste caso parametrizada pelo índice  $F_{80}$ .

Tabela 46 – Resultados experimentais dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Condição estudada: alimentação com  $F_{80}$  grosseiro.

Método de descarga		Diafragma		Overflow	
Alimentação com $F_{80}$ mais grosseiro (3,02 mm)					
Ensaio	Alimentação_CB	Ensaio 11		Ensaio 26	
Fluxo	Alimentação	Produto	Carga interna	Produto	Carga interna
Malha (mm)	Porcentagem passante				
9,52	100	100	100	100	100
6,35	90,4	100	94,0	100	93,2
3,35	83,6	98,9	87,9	96,8	91,3
1,68	66,0	96,8	82,8	95,1	88,4
0,850	50,2	93,1	77,9	92,0	85,3
0,425	39,1	82,8	70,6	81,8	75,4
0,300	33,0	73,5	65,7	72,3	66,6
0,212	26,6	61,9	58,7	60,5	55,7
0,150	21,1	50,8	50,8	50,0	50,5
0,106	16,9	40,7	41,8	40,2	39,6
0,075	14,0	32,4	33,3	31,9	33,1
0,053	11,6	25,1	26,2	24,6	26,6
0,038	9,2	20,2	21,2	18,8	22,5
$P_{80}$ (mm)	3,02	0,385	1,143	0,399	0,592
Hold-up de sólidos - kg (fração do moinho)	-	1,68 (0,0131)		10,35 (0,0809)	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 78 – Curvas de distribuições granulométricas dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma e por *overflow* – Condição estudada: alimentação com F<sub>80</sub> grosseiro.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Depreende-se da Tabela 46 e da Figura 78 que:

- Os produtos moídos dos ensaios foram similares, sendo ligeiramente mais fina para o ensaio com descarga por diafragma;
- Para ambos os ensaios, as frações granulométricas mais grosseiras que 0,150 mm, as distribuições granulométricas das cargas internas de sólidos foram mais grosseiras do que as distribuições granulométricas dos produtos moídos. Já para as frações granulométricas passantes em 0,106 mm as distribuições granulométricas das cargas internas de sólidos foram mais finas do que as dos respectivos produtos moídos:
  - Além disto, para a fração granulométrica mais grosseira do que a malha 0,300 mm, a distribuição granulométrica da carga interna do ensaio com diafragma foi significativamente mais grosseira do que a distribuição correspondente obtida para o ensaio com descarga por *overflow*.
- Nota-se que o *hold-up* de sólidos do ensaio com descarga por *overflow* foi substancialmente maior do que o do ensaio com descarga por diafragma. Portanto, deduz-se que a capacidade de descarregamento por diafragma foi muito maior do que por *overflow* para este conjunto de condições operacionais.

## 5 MODELO MATEMÁTICO DESENVOLVIDO

Nesta seção é apresentado o modelo matemático desenvolvido para moinho de bolas com descarga por diafragma, baseado no *hold-up* de sólidos. São descritas as equações, funções e os mecanismos associados ao modelo, assim como os cálculos e regressões que geraram as respectivas equações do modelo.

### 5.1 CÁLCULO DO *HOLD-UP* DE SÓLIDOS

Como base para o modelo matemático foi elaborada uma equação para cálculo do *hold-up* de sólidos em função das condições operacionais do moinho de bolas com descarga por diafragma. Neste caso as variáveis avaliadas foram: vazão de alimentação de sólidos, rotação do moinho, concentração de sólidos da polpa de alimentação, grau de enchimento com corpos moedores, granulometria de alimentação, área aberta do diafragma e posição radial das aberturas.

Para cada uma das condições operacionais analisadas foram avaliadas quatro funções matemáticas para relacioná-las ao *hold-up* de sólidos, quais sejam: linear, potência, exponencial e logarítmica.

Os cálculos de regressões foram realizados com a função *Solver* do *software* Microsoft Excel, assim como utilizando o Método dos Mínimos Quadrados para minimizar o erro de estimativa do *hold-up* de sólidos.

Para analisar de forma estanque as variáveis individuais, as regressões foram realizadas em duas etapas, quais sejam:

- Etapa I: estabelecimento de uma relação matemática para cada uma das condições operacionais estudadas com base nos três ensaios com variação das respectivas condições:
  - Nesta etapa, em função das análises apresentadas na seção 4.2.5.7, o ensaio com variação da posição radial das aberturas do diafragma para 0,85 (Ensaio 15) foi considerado *outlier* e, portanto, excluído das análises.

- Etapa II: integração das relações matemáticas estabelecidas para cada condição operacional estudada, de forma a estabelecer uma equação geral para cálculo do *hold-up* de sólidos de moinho de bolas com descarga por diafragma.

Embora o objetivo do trabalho foi desenvolver um modelo matemático para moinho de bolas com descarga por diafragma, também foi elaborada uma equação para cálculo do *hold-up* de sólidos para moinho de bolas com descarga por *overflow*. Neste caso foi empregado o mesmo método de desenvolvimento descrito para a descarga por diafragma

#### 5.1.1 ETAPA I: CÁLCULO DAS RELAÇÕES MATEMÁTICAS ENTRE CONDIÇÕES OPERACIONAIS E *HOLD-UP* DE SÓLIDOS PARA MOINHO DE BOLAS COM DESCARGA POR DIAFRAGMA

##### 5.1.1.1 *Relação Matemática entre Vazão de Alimentação de Sólidos e Hold-up de Sólidos*

A função matemática que melhor representou a relação entre vazão de alimentação de sólidos e *hold-up* de sólidos foi a exponencial, conforme apresentada na Equação 109. Neste caso, a variável vazão de alimentação de sólidos foi normalizada pelo volume interno do moinho, conforme apresentado na Equação 110.

$$J_{Cl} = 0,0009 e^{6,476 Q_{esp}} \quad (109)$$

$$Q_{esp} = \frac{Q_{sól}}{\rho_s V_{mo}} \quad (110)$$

Onde:

$J_{Cl}$  = fração do volume do moinho ocupado por sólidos;

$Q_{esp}$  = vazão volumétrica específica de sólidos (moinhos/h);

$Q_{sól}$  = vazão mássica de sólidos (t/h);



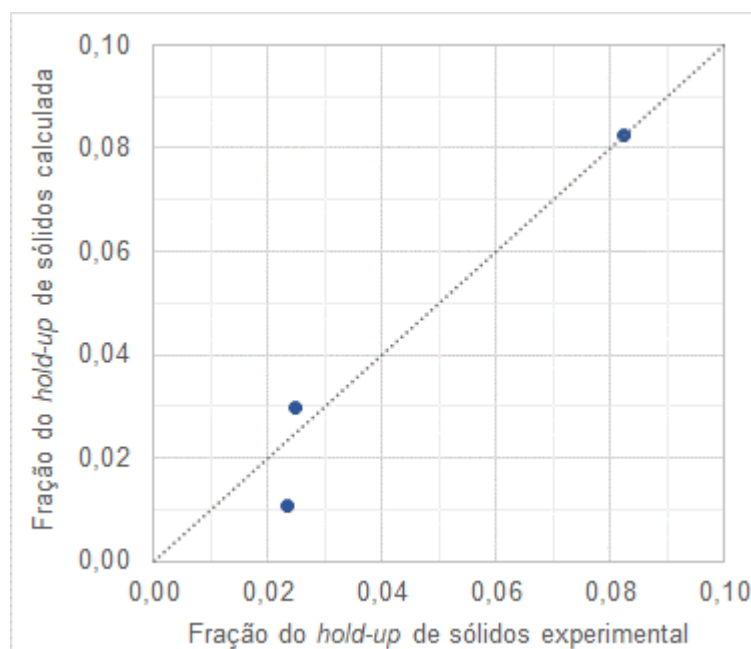
$\rho_s$  = massa específica os sólidos ( $t/m^3$ );

$V_{mo}$  = volume interno do moinho ( $m^3$ ).

A utilização do parâmetro ( $Q_{esp}$ ) vazão volumétrica específica de sólidos teve como objetivo normalizar esta variável operacional, de modo que a equação desenvolvida possa ser aplicada para vazões de alimentação e moinhos de dimensões industriais. A unidade “*moinhos/h*”, representa a quantidade de volumes internos do moinho preenchidos por sólidos, que está sendo alimentada em uma hora.

O gráfico da Figura 79 apresenta a aderência entre os valores de *hold-up* de sólidos experimentais e aqueles calculados a partir da Equação 109. Os Ensaios 02, 01\_CB e 03 foram selecionados para estas análises.

Figura 79 – Aderência entre fração de *hold-up* de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da vazão de alimentação de sólidos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.1.1.2 Relação Matemática entre Rotação do Moinho e Hold-up de Sólidos

A função matemática que melhor representou a relação entre rotação do moinho (fração da velocidade crítica) e *hold-up* de sólidos foi a potência, conforme apresentada na Equação 111.

$$J_{Cl} = 75,293 fVC^{23,950} \quad (111)$$

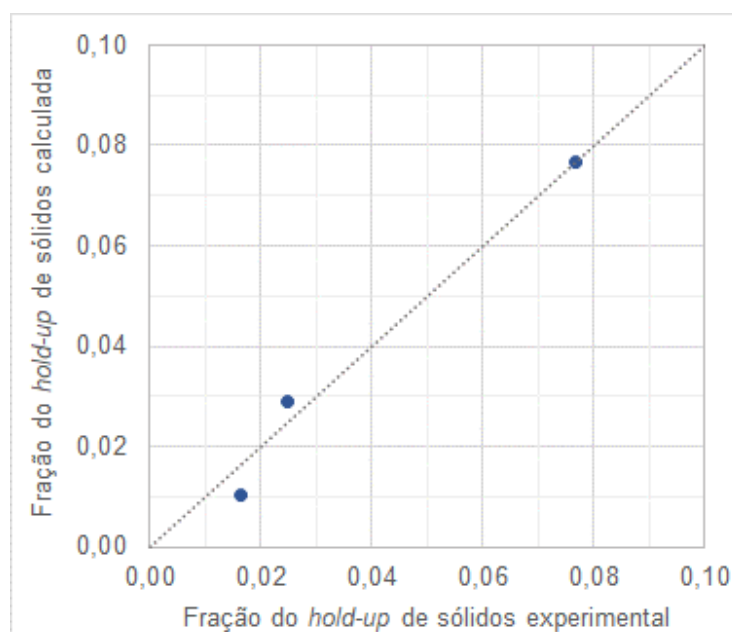
Onde:

$J_{Cl}$  = fração do volume do moinho ocupado por sólidos;

$fVC$  = fração da velocidade crítica do moinho.

O gráfico da Figura 80 apresenta a aderência entre os valores de *hold-up* de sólidos experimentais e aqueles calculados a partir da Equação 111. Os Ensaios 04, 01\_CB e 05 foram selecionados para estas análises.

Figura 80 – Aderência entre fração de *hold-up* de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da rotação do moinho.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.1.1.3 Relação Matemática entre Concentração de Sólidos da Alimentação e Hold-up de Sólidos

A função matemática que melhor representou a relação entre concentração de sólidos da alimentação do moinho e o *hold-up* de sólidos foi a exponencial, conforme apresentada na Equação 112.

$$J_{Cl} = 2,60 \times 10^{-6} e^{0,199 C_v} \quad (112)$$

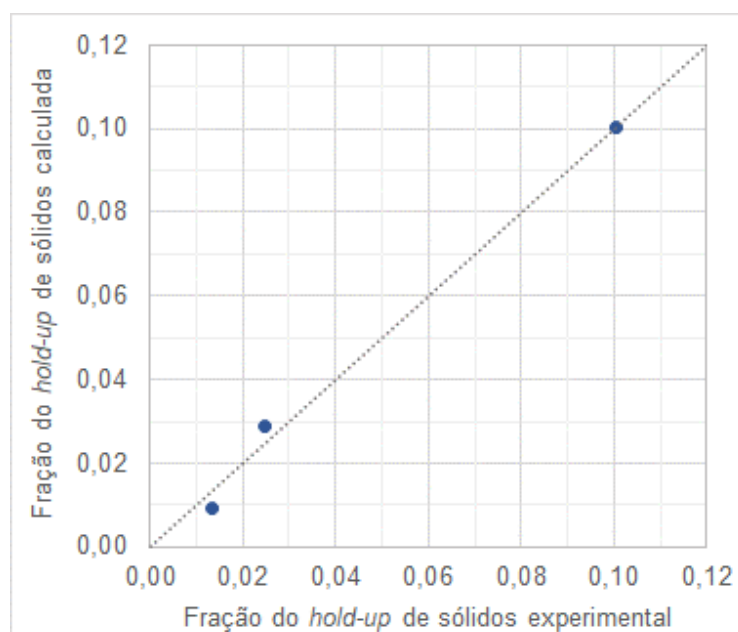
Onde:

$J_{Cl}$  = fração do volume do moinho ocupado por sólidos;

$C_v$  = porcentagem de sólidos da alimentação em volume.

O gráfico da Figura 81 apresenta a aderência entre os valores de *hold-up* de sólidos experimentais e aqueles calculados a partir da Equação 112. Os Ensaios 06, 01\_CB e 07 foram selecionados para estas análises.

Figura 81 – Aderência entre fração de *hold-up* de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da concentração de sólidos da alimentação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 5.1.1.4 Relação Matemática entre Grau de Enchimento dos Corpos Moedores e Hold-up de Sólidos

A função matemática que melhor representou a relação entre o grau de enchimento dos corpos moedores e *hold-up* de sólidos foi a potência, conforme apresentada na Equação 113.

$$J_{CI} = 5,747 fGE^{4,398} \quad (113)$$

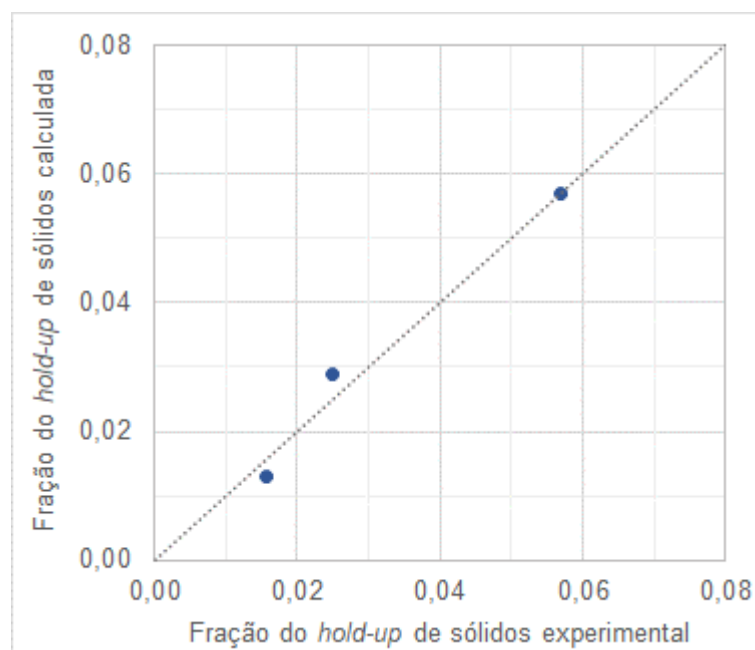
Onde:

$J_{CI}$  = fração do volume do moinho ocupado por sólidos;

$fGE$  = grau de enchimento dos corpos moedores, como fração do volume interno do moinho.

O gráfico da Figura 82 apresenta a aderência entre os valores de *hold-up* de sólidos experimentais e aqueles calculados a partir da Equação 113. Os Ensaios 08, 01\_CB e 09 foram selecionados para estas análises.

Figura 82 – Aderência entre fração de *hold-up* de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação do grau de enchimento dos corpos moedores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 5.1.1.5 Relação Matemática entre $F_{80}$ da Alimentação e Hold-up de Sólidos

A função matemática que melhor representou a relação entre a granulometria da alimentação, parametrizada pelo índice  $F_{80}$  e *hold-up* de sólidos foi a potência, conforme apresentada na Equação 114.

$$J_{Cl} = 0,048 F_{80}^{-0,670} \quad (114)$$

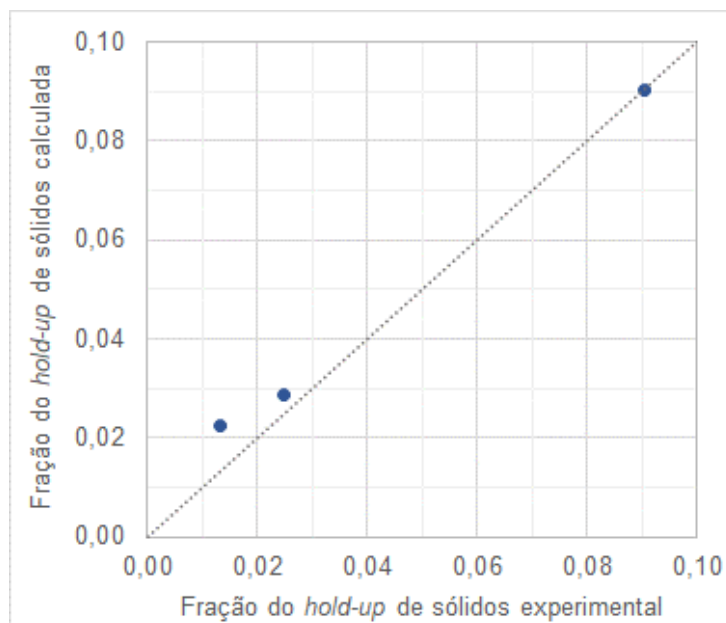
Onde:

$J_{Cl}$  = fração do volume do moinho ocupado por sólidos;

$F_{80}$  = tamanho no qual 80% da alimentação de sólidos é passante (mm).

O gráfico da Figura 83 apresenta a aderência entre os valores de *hold-up* de sólidos experimentais e aqueles calculados a partir da Equação 114. Os Ensaios 10, 01\_CB e 11 foram selecionados para estas análises.

Figura 83 – Aderência entre fração de *hold-up* de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação do  $F_{80}$  da alimentação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 5.1.1.6 Relação Matemática entre Área Aberta do Diafragma e *Hold-up* de Sólidos

A função matemática que melhor representou a relação entre a área aberta do diafragma e *hold-up* de sólidos foi a potência, conforme apresentada na Equação 115.

$$J_{Cl} = 0,672 AA^{-1,386} \quad (115)$$

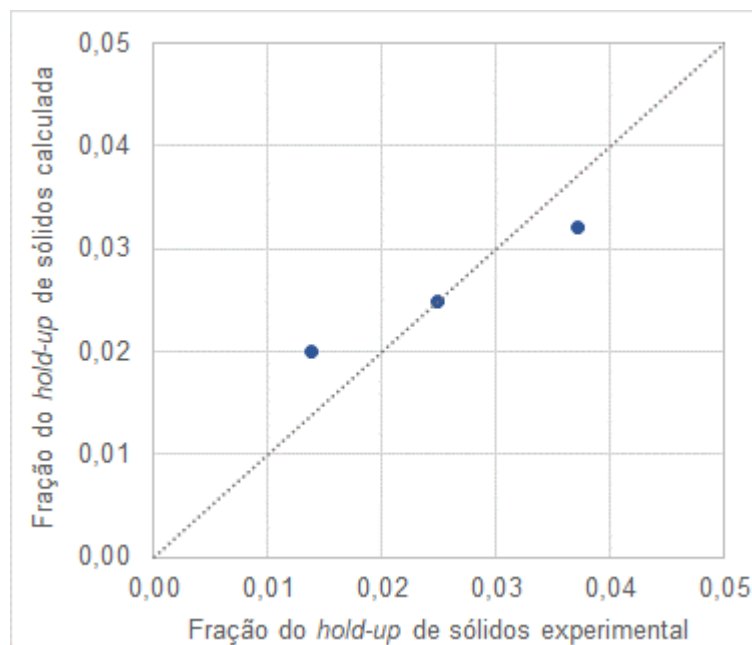
Onde:

$J_{Cl}$  = fração do volume do moinho ocupado por sólidos;

$AA$  = área aberta do diafragma, medida como porcentagem da área transversal do moinho.

O gráfico da Figura 84 apresenta a aderência entre os valores de *hold-up* de sólidos experimentais e aqueles calculados a partir da Equação 115. Os Ensaios 12, 01\_CB e 13 foram selecionados para estas análises.

Figura 84 – Aderência entre fração de *hold-up* de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da área aberta do diafragma.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.1.2 ETAPA II: ESTABELECIMENTO DA EQUAÇÃO INTEGRADA PARA CÁLCULO DO *HOLD-UP* DE SÓLIDOS PARA MOINHO DE BOLAS COM DESCARGA POR DIAFRAGMA

A partir das equações matemáticas estabelecidas na **Etapa I** foi desenvolvida a Equação 116 para cálculo do *hold-up* de sólidos para moinho de bolas com descarga por diafragma em função de cada uma das variáveis selecionadas.

$$J_{Cl} = 1,072 e^{6,476 Q_{esp}} fVC^{23,950} e^{0,199 Cv} fGE^{4,398} F_{80}^{-0,670} AA^{-1,386} P_{rad}^{-2,263} \quad (116)$$

Onde:

$J_{Cl}$  = fração do volume do moinho ocupado por sólidos;

$Q_{esp}$  = vazão volumétrica específica de sólidos (moinhos/h);

$f_{VC}$  = fração da velocidade crítica do moinho;

$C_v$  = porcentagem de sólidos da alimentação em volume;

$GE$  = grau de enchimento dos corpos moedores, como fração do volume interno do moinho;

$F_{80}$  = tamanho no qual 80% da alimentação de sólidos é passante (mm);

$AA$  = área aberta do diafragma, medida como porcentagem da área transversal do moinho;

$P_{rad}$  = posição radial das aberturas do diafragma, como fração do raio do moinho medindo do centro para a periferia.

Depreende-se da Equação 115 que as variáveis operacionais vazão de alimentação de sólidos, rotação do moinho, concentração de sólidos da alimentação e grau de enchimento dos corpos moedores apresentaram expoentes positivos, indicando assim que o *hold-up* de sólidos aumenta com o aumento dessas variáveis. Em contrapartida, as variáveis operacionais  $F_{80}$  da alimentação, área aberta do diafragma e posição radial apresentaram expoentes negativos, indicando assim que o *hold-up* de sólidos diminui com o aumento dessas variáveis.

Destaque-se que o expoente da variável rotação do moinho é, em módulo, o maior valor obtido, indicando assim a alta importância relativa. Contudo, como as variáveis operacionais apresentam ordens de grandeza e unidades diferentes (por exemplo fração e porcentagem), assim como foram estudadas em intervalos de modificação diferentes, uma simples análise do valor absoluto dos expoentes dessas funções pode ser enviesada. Para tanto, foi realizado um estudo de sensibilidade da Equação 115, com variações proporcionais de cada uma das condições operacionais estudadas.

O estudo de sensibilidade consistiu na variação de 15% do intervalo de variação estudado para cada condição operacional. À título de exemplo, para a vazão de alimentação de sólidos, como o intervalo foi 40 kg/h (90 kg/h – 50 kg/h), a variação analisada foi 6 kg/h, ou seja, 15% de 40 kg/h. A Tabela 47 apresenta os resultados do estudo de sensibilidade da Equação 115 assim conduzido.



Tabela 47 – Sensibilidade da Equação 115 para cálculo do *hold-up* de sólidos para moinho de bolas com descarga por diafragma.

Variável modificada		Qesp (moinhos/h)	fVC (fração)	Cv (%)	fGE (fração)	F <sub>80</sub> (mm)	AA (%)	Prad (fração)	Hold-up de sólidos calculado	Variação percentual do <i>hold-up</i> de sólidos	
Caso Base		-	0,547	0,72	46,8	0,300	2,16	10,8	0,80	0,0288	-
Vazão de alimentação de sólidos	50 kg/h -15%	<b>0,500</b>	0,72	46,8	0,300	2,16	10,8	0,80	0,0213	-26,2%	
	90 kg/h +15%	<b>0,594</b>	0,72	46,8	0,300	2,16	10,8	0,80	0,0391	35,5%	
Rotação do moinho	69% VC -15%	0,547	<b>0,71</b>	46,8	0,300	2,16	10,8	0,80	0,0213	-26,0%	
	75% VC +15%	0,547	<b>0,73</b>	46,8	0,300	2,16	10,8	0,80	0,0388	34,7%	
Concentração de sólidos da alimentação	65% -15%	0,547	0,72	<b>45,0</b>	0,300	2,16	10,8	0,80	0,0202	-29,9%	
	75% +15%	0,547	0,72	<b>48,6</b>	0,300	2,16	10,8	0,80	0,0411	42,6%	
Grau de enchimento dos corpos moedores	25% -15%	0,547	0,72	46,8	<b>0,285</b>	2,16	10,8	0,80	0,0230	-20,2%	
	35% +15%	0,547	0,72	46,8	<b>0,315</b>	2,16	10,8	0,80	0,0357	23,9%	
F <sub>80</sub> da alimentação	0,390 mm -15%	0,547	0,72	46,8	0,300	<b>1,77</b>	10,8	0,80	0,0330	14,5%	
	3,02 mm +15%	0,547	0,72	46,8	0,300	<b>2,55</b>	10,8	0,80	0,0258	-10,6%	
Área aberta do diafragma	9,0% -15%	0,547	0,72	46,8	0,300	2,16	<b>10,3</b>	0,80	0,0310	7,4%	
	12,6% +15%	0,547	0,72	46,8	0,300	2,16	<b>11,3</b>	0,80	0,0270	-6,5%	
Posição radial das aberturas do diafragma	0,75 -15%	0,547	0,72	46,8	0,300	2,16	10,8	<b>0,79</b>	0,0301	4,4%	
	0,85 +15%	0,547	0,72	46,8	0,300	2,16	12,6	<b>0,82</b>	0,0223	-22,6%	

Fonte: Elaborada pelo autor.

A última coluna da Tabela 47 indica o percentual de variação do *hold-up* de sólidos calculado pela Equação 115 para cada alteração em cada variável.

Nota-se na mesma Tabela 47 que a concentração de sólidos da alimentação indicou proporcionalmente a maior variação do *hold-up* de sólidos, seguida pelas variáveis vazão de alimentação de sólidos e rotação do moinho, estes com valores próximos. Na sequência, aparecem o grau de enchimento e o F<sub>80</sub> da alimentação. A área aberta do diafragma indicou a menor variação proporcional do *hold-up* de sólidos, muito embora esta variável apresentasse o menor intervalo de variação do conjunto.

A posição radial das aberturas do diafragma requer uma análise pormenorizada. Neste caso, em função das análises descritas, a equação 116 fica restrita a valores de posição radial das aberturas do diafragma inferiores a 0,80.

Em consequência da análise supracitada, foi desenvolvida uma equação adicional para cálculo do *hold-up* de sólidos para moinho de bolas com descarga por diafragma, excluindo-se a variável posição radial das aberturas do diafragma. A Equação 117 foi

assim obtida mediante o emprego da função *Solver* do *software* Microsoft Excel, utilizando-se o Método dos Mínimos Quadrados para minimizar o erro de estimativa do *hold-up* de sólidos.

$$J_{CI} = 1,775 e^{6,476 Q_{esp}} fVC^{23,950} e^{0,199 C_v} fGE^{4,398} F_{80}^{-0,670} AA^{-1,386} \quad (117)$$

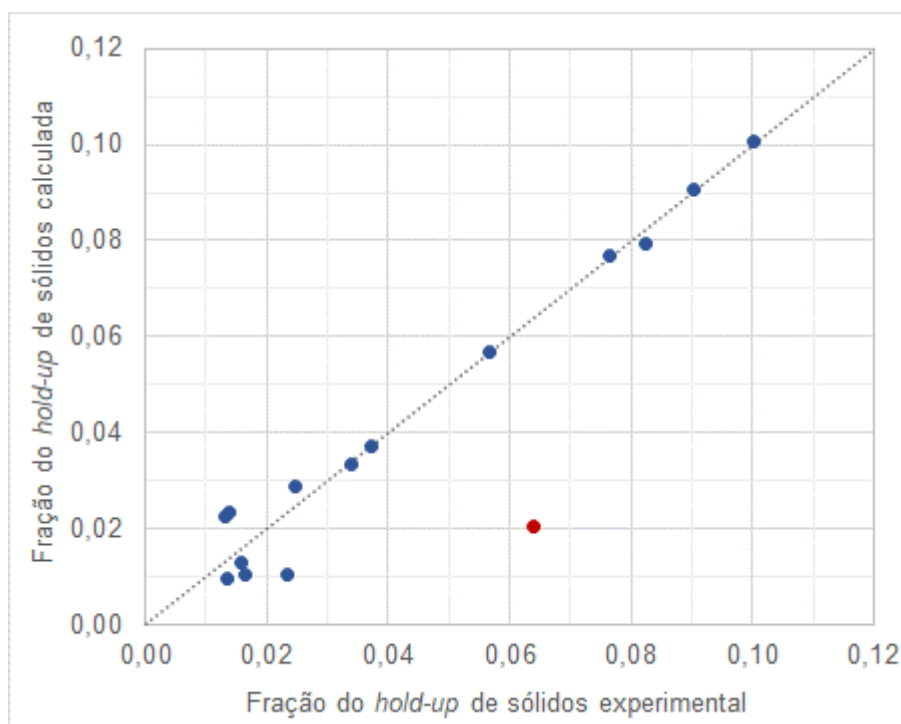
A Tabela 48 e a Figura 85 apresentam, respectivamente, os cálculos dos erros e aderência entre valores experimentais e calculados pela Equação 116 para as estimativas dos *hold-ups* de sólidos.

Tabela 48 – Erros das estimativas dos cálculos dos *hold-ups* de sólidos para moinho de bolas com descarga por diafragma.

Ensaio	Variável modificada		Hold-up de sólidos experimental	Hold-up de sólidos calculado	Erro (Exp - Calc)
Ensaio 01_CB	Caso Base	-	0,0248	0,0288	-0,0040
Ensaio 02	Vazão de alimentação de sólidos	50 kg/h	0,0234	0,0105	0,0129
Ensaio 03		90 kg/h	0,0823	0,0794	0,0030
Ensaio 04	Rotação do moinho	69% VC	0,0164	0,0104	0,0060
Ensaio 05		75% VC	0,0766	0,0767	0,0000
Ensaio 06	Concentração de sólidos da alimentação	65%	0,0136	0,0094	0,0041
Ensaio 07		75%	0,1003	0,1005	-0,0002
Ensaio 08	Grau de enchimento dos corpos moedores	25%	0,0157	0,0129	0,0028
Ensaio 09		35%	0,0568	0,0568	-0,0001
Ensaio 10	F <sub>80</sub> da alimentação	0,390 mm	0,0903	0,0908	-0,0005
Ensaio 11		3,02 mm	0,0131	0,0227	-0,0095
Ensaio 12	Área aberta do diafragma	9,0%	0,0371	0,0371	0,0000
Ensaio 13		12,6%	0,0138	0,0233	-0,0095
Ensaio 14	Posição radial das aberturas do diafragma	0,75	0,0341	0,0334	0,0007
Ensaio 15		0,85	0,0640	0,0203	0,0437

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 85 – Aderência entre *hold-up* de sólidos experimental e calculado para moinho de bolas com descarga por diafragma.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Tabela 48 e da Figura 85 que o Ensaio 15 (posição radial das aberturas do diafragma de 0,85) apresentou um significativo erro de estimativa do *hold-up* de sólidos e, portanto, foi considerado como *outlier* (ponto vermelho do gráfico da Figura 85).

Além do mais, observa-se no gráfico da Figura 85, que a estimativa dos valores de *hold-up* de sólidos maiores do que 0,03 é bastante mais precisa em relação as estimativas de inferiores a este valor.

### 5.1.3 ETAPA I: CÁLCULO DAS RELAÇÕES MATEMÁTICAS ENTRE CONDIÇÕES

#### OPERACIONAIS E *HOLD-UP* DE SÓLIDOS PARA MOINHO DE BOLAS COM DESCARGA POR *OVERFLOW*

Como discutido na seção 4.2.6, a variação das condições operacionais rotação do moinho e  $F_{80}$  da alimentação praticamente não alteraram os *hold-ups* de sólidos obtidos nos ensaios de moagem contínua com descarga por *overflow*. Deste modo, a

equação para cálculo do *hold-up* de sólidos para moinho com descarga por *overflow*, incluiu apenas as variáveis vazão de alimentação de sólidos, concentração de sólidos da alimentação e grau de enchimento com corpos moedores. No entanto, na Etapa II as variáveis rotação do moinho e  $F_{80}$  da alimentação foram incluídas.

#### 5.1.3.1 Relação Matemática entre Vazão de Alimentação de Sólidos e Hold-up de Sólidos

A função matemática que melhor representou a relação entre vazão de alimentação de sólidos e *hold-up* de sólidos foi a potência, conforme apresentada na Equação 118. Neste caso, a variável vazão de alimentação de sólidos foi normalizada pelo volume interno do moinho, conforme apresentado anteriormente na Equação 110.

$$J_{Cl} = 0,155 Q_{esp}^{1,036} \quad (118)$$

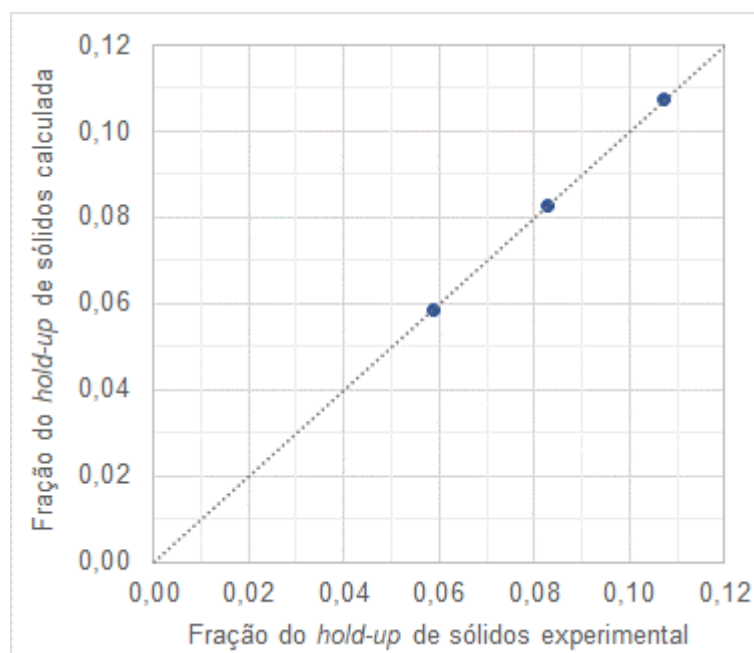
Onde:

$J_{Cl}$  = fração do volume do moinho ocupado por sólidos;

$Q_{esp}$  = vazão volumétrica específica de sólidos (moinhos/h).

O gráfico da Figura 86 apresenta a aderência entre os valores de *hold-up* de sólidos experimentais e aqueles calculados a partir da Equação 118. Os Ensaios 17, 16\_CB e 18 foram selecionados para estas análises.

Figura 86 – Aderência entre fração de *hold-up* de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da vazão de alimentação de sólidos – Descarga por *overflow*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.1.3.2 Relação Matemática entre Concentração de Sólidos da Alimentação e *Hold-up* de Sólidos

A função matemática que melhor representou a relação entre concentração de sólidos da alimentação do moinho e o *hold-up* de sólidos foi a exponencial, apresentada na Equação 119.

$$J_{Cl} = 0,674 e^{-0,046 C_v} \quad (119)$$

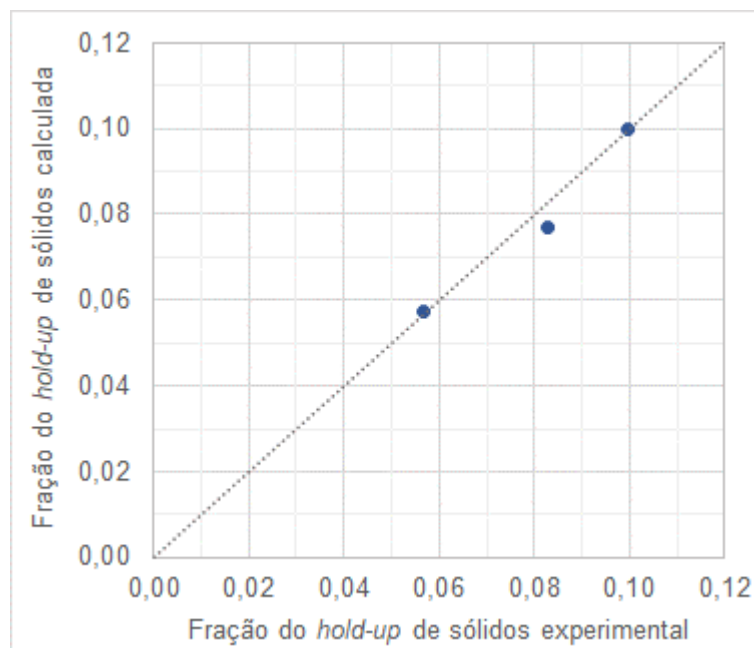
Onde:

$J_{Cl}$  = fração do volume do moinho ocupado por sólidos;

$C_v$  = porcentagem de sólidos da alimentação em volume.

O gráfico da Figura 87 apresenta a aderência entre os valores de *hold-up* de sólidos experimentais e aqueles calculados a partir da Equação 119. Os Ensaios 21, 16\_CB e 22 foram selecionados para estas análises.

Figura 87 – Aderência entre fração de *hold-up* de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação da concentração de sólidos da alimentação – Descarga por *overflow*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### 5.1.3.3 Relação Matemática entre Grau de Enchimento dos Corpos Moedores e *Hold-up* de Sólidos

A função matemática que melhor representou a relação entre o grau de enchimento com corpos moedores e *hold-up* de sólidos foi a potência, conforme apresentada na Equação 120.

$$J_{Cl} = 0,013 fGE^{-1,499} \quad (120)$$

Onde:

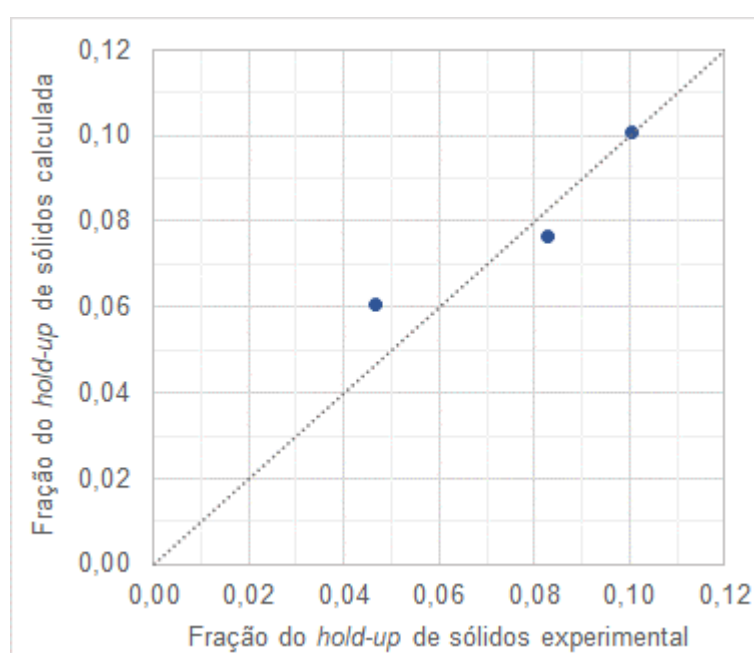
$J_{Cl}$  = fração do volume do moinho ocupado por sólidos;

$fGE$  = grau de enchimento dos corpos moedores, como fração do volume interno

do moinho.

O gráfico da Figura 88 apresenta a aderência entre os valores de *hold-up* de sólidos experimentais e aqueles calculados a partir da Equação 120. Os Ensaios 23, 16\_CB e 24 foram selecionados para estas análises

Figura 88 – Aderência entre a fração de *hold-up* de sólidos experimental e calculada para moinho de bolas com variação do grau de enchimento com corpos moedores – Descarga por *overflow*.



Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 5.1.4 ETAPA II: ESTABELECIMENTO DA EQUAÇÃO INTEGRADA PARA CÁLCULO DO *HOLD-UP* DE SÓLIDOS PARA MOINHO DE BOLAS COM DESCARGA POR *OVERFLOW*

A partir das equações matemáticas estabelecidas na **Etapa I**, foi desenvolvida a Equação 121 para cálculo do *hold-up* de sólidos para moinho de bolas com descarga por *overflow* em função de cada uma das variáveis selecionadas.

$$J_{Cl} = 0,221 Q_{eps}^{1,036} e^{-0,046Cv} fGE^{-1,499} \quad (121)$$

Onde:

$J_{Cl}$  = fração do volume do moinho ocupado por sólidos;

$Q_{esp}$  = vazão volumétrica específica de sólidos (moinhos/h);

$C_v$  = porcentagem de sólidos da alimentação em volume;

$GE$  = grau de enchimento dos corpos moedores, como fração do volume interno do moinho.

Depreende-se da Equação 120 que a vazão de alimentação de sólidos apresentou função com expoente positivo, indicando assim que o *hold-up* de sólidos cresce com o aumento da mesma. Em contrapartida, as variáveis operacionais concentração de sólidos da alimentação e grau de enchimento com corpos moedores apresentam expoentes negativos, indicando assim que o *hold-up* de sólidos diminui com o aumento dessas variáveis, portanto, efeito oposto ao que ocorreu com o moinho com descarga por diafragma.

Destaque-se que o expoente da variável concentração de sólidos é, em módulo, o menor valor obtido, indicando assim a alta importância relativa. Como as variáveis operacionais apresentam ordens de grandeza e unidades diferentes (por exemplo fração e porcentagem), assim como foram estudadas em intervalos de modificação diferentes, uma simples análise do valor absoluto dos expoentes dessas funções pode ser enviesada. Para tanto, foi realizado um estudo de sensibilidade da Equação 120, com variações proporcionais de cada uma das condições operacionais incluídas na equação.

Analogamente ao descrito anteriormente, o estudo de sensibilidade aqui conduzido consistiu na variação de 15% do intervalo de variação estudado para cada condição operacional. À título de exemplo, para a vazão de alimentação de sólidos, como o intervalo foi 40 kg/h (90 kg/h – 50 kg/h), a variação analisada foi 6 kg/h, ou seja, 15% de 40 kg/h. A Tabela 49 apresenta os resultados do estudo de sensibilidade da Equação 121 assim conduzido.



Tabela 49 – Sensibilidade da Equação 121 para cálculo do *hold-up* de sólidos para moinho de bolas com descarga por *overflow*.

Variável modificada		Qesp (moinhos/h)	Cv (%)	fGE (fração)	Hold-up de sólidos calculado	Variação percentual do <i>hold-up</i> de sólidos	
Caso Base		-	0,547	46,8	0,300	0,0820	-
Vazão de alimentação de sólidos	50 kg/h	-15%	<b>0,500</b>	46,8	0,300	0,0748	-8,9%
	90 kg/h	+15%	<b>0,594</b>	46,8	0,300	0,0893	8,9%
Concentração de sólidos da alimentação	65%	-15%	0,547	<b>45,0</b>	0,300	0,0891	8,6%
	75%	+15%	0,547	<b>48,6</b>	0,300	0,0755	-7,9%
Grau de enchimento dos corpos moedores	25%	-15%	0,547	46,8	<b>0,285</b>	0,0886	8,0%
	35%	+15%	0,547	46,8	<b>0,315</b>	0,0762	-7,1%

Fonte: Elaborada pelo autor.

A última coluna da Tabela 49 indica o percentual de variação do *hold-up* de sólidos calculado pela Equação 121 para cada alteração em cada variável.

Nota-se na mesma Tabela 49 que o *hold-up* de sólidos apresentou praticamente a mesma ordem de grandeza de variação para todas as alterações das três condições operacionais avaliadas. Além disto, a variação percentual do *hold-up* de sólidos para o moinho de bolas com descarga por *overflow* indicou valores similares às menores variações de *hold-up* de sólidos para o moinho de bolas com descarga por diafragma (*vide* Tabela 47).

Uma análise atenta indica que o *hold-up* de sólidos do moinho de bolas com descarga por *overflow* é menos afetado pelas condições operacionais em comparação ao moinho de bolas com descarga por diafragma. Com base neste estudo de sensibilidade, bem como nas análises conduzidas anteriormente nas seções 4.2.6 e 4.2.7, depreende-se que o moinho de bolas com descarga por *overflow* tende a apresentar *hold-up* de sólidos mais alto e com poucas variações relativas. O mecanismo discutido é que para moinhos com descarga por *overflow*, há necessidade de um volume mínimo de *hold-up* para que as partículas transbordem. Neste caso o *hold-up* mínimo é aquele que preenche o volume entre a periferia e o início da saída de descarga.

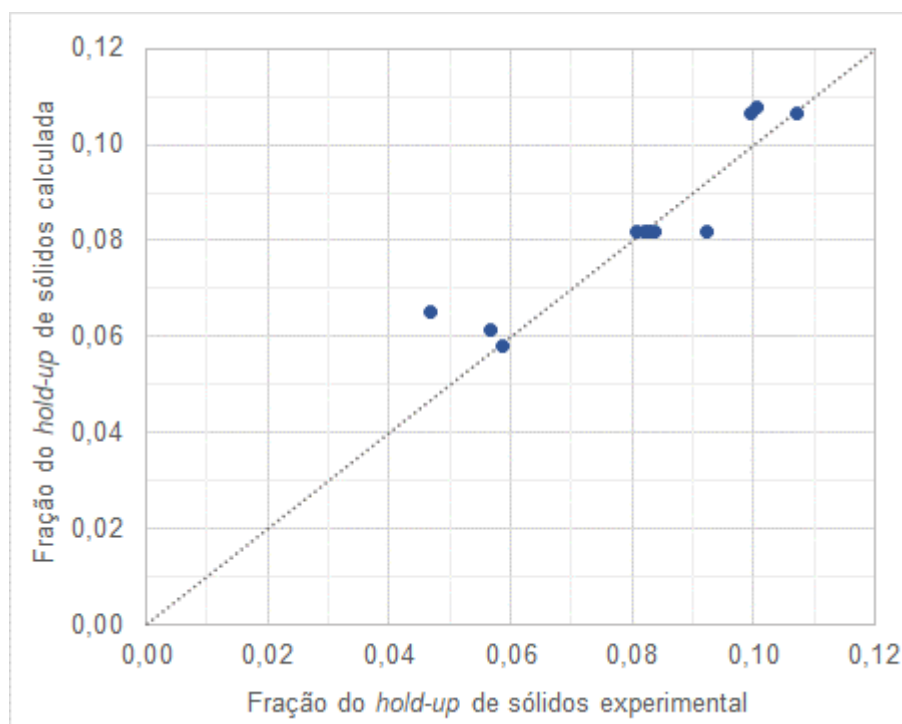
A Tabela 50 e a Figura 89 apresentam, respectivamente, os cálculos dos erros e aderência entre valores experimentais e calculados pela Equação 121 para as estimativas dos *hold-ups* de sólidos para moinho com descarga por *overflow*.

Tabela 50 – Erros das estimativas dos cálculos dos *hold-ups* de sólidos para moinho de bolas com descarga por *overflow*.

Ensaio	Variável modificada		Hold-up de sólidos experimental	Hold-up de sólidos calculado	Erro (Exp - Calc)
Ensaio 16_CB	Caso Base	-	0,0828	0,0820	0,0008
Ensaio 17	Vazão de alimentação de sólidos	50 kg/h	0,0587	0,0579	0,0008
Ensaio 18		90 kg/h	0,1073	0,1064	0,0008
Ensaio 19	Rotação do moinho	69% VC	0,0922	0,0820	0,0102
Ensaio 20		75% VC	0,0820	0,0820	0,0000
Ensaio 21	Concentração de sólidos da alimentação	65%	0,0997	0,1065	-0,0068
Ensaio 22		75%	0,0567	0,0613	-0,0046
Ensaio 23	Grau de enchimento dos corpos moedores	25%	0,1006	0,1078	-0,0073
Ensaio 24		35%	0,0468	0,0651	-0,0183
Ensaio 25	F <sub>80</sub> da alimentação	0,390 mm	0,0838	0,0820	0,0018
Ensaio 26		3,02 mm	0,0809	0,0820	-0,0012

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 89 – Aderência entre *hold-up* de sólidos experimental e calculado para moinho de bolas com descarga por *overflow*.

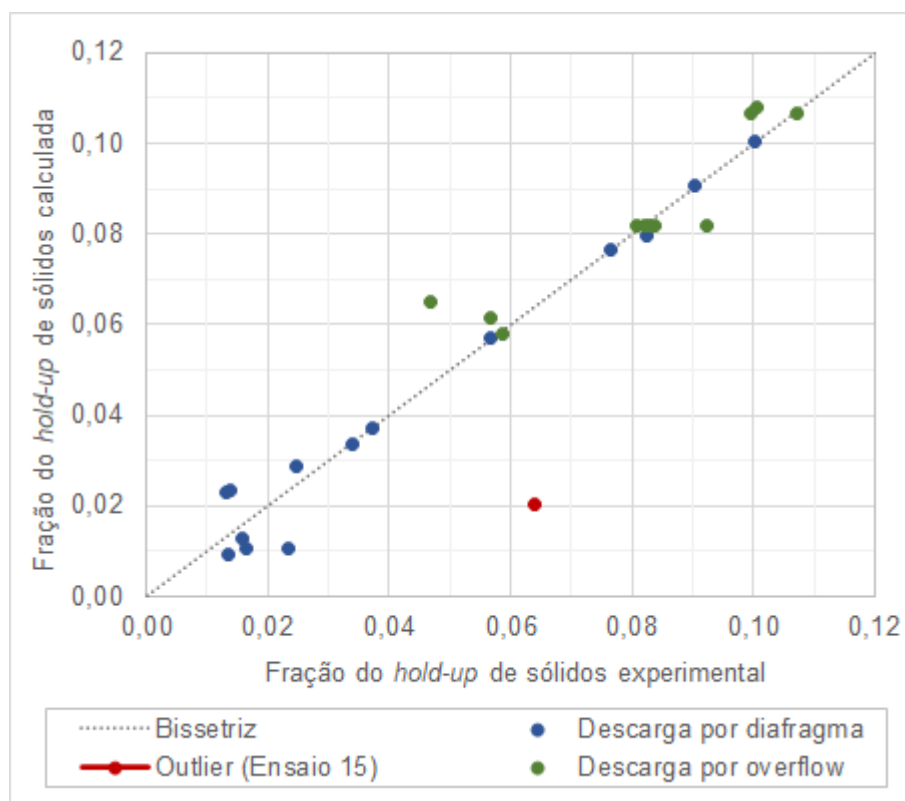


Fonte: Elaborada pelo autor.

#### 5.1.5 COMPARAÇÃO ENTRE AS ESTIMATIVAS DE *HOLD-UP* PARA MOINHOS DE BOLAS COM DESCARGA POR DIAFRAGMA E POR *OVERFLOW*

A Figura 90 apresenta aderência de modo comparativo as aderências entre valores experimentais e calculados para as estimativas dos *hold-ups* de sólidos para moinho de bolas com descarga por diafragma (Equação 116) e por *overflow* (Equação 121).

Figura 90 – Aderência entre *hold-up* de sólidos experimental e calculado para moinho de bolas com descarga por diafragma e por *overflow*.



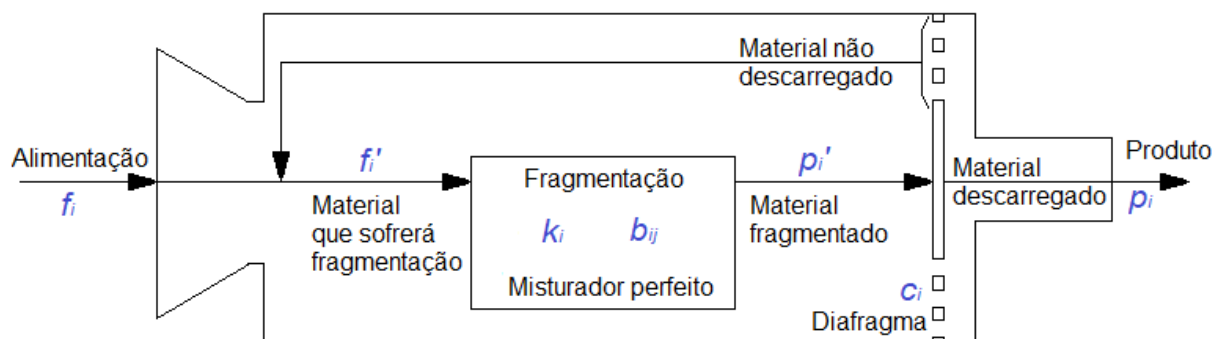
Fonte: Elaborada pelo autor.

Observa-se do gráfico da Figura 90, que os *hold-ups* de sólidos do moinho de bolas com descarga por *overflow* são todos maiores do que 0,055, considerados relativamente altos. Deste modo, para o intervalo de operação dos moinhos com descarga por *overflow* (*hold-up* de sólidos  $>0,055$ ), as estimativas dos *hold-ups* de sólidos para os moinhos com descarga por diafragma (Equação 116) foram mais aderentes aos dados experimentais em comparação às estimativas aos moinhos com descarga por *overflow* (Equação 121).

## 5.2 MODELO MATEMÁTICO DE MOINHO DE BOLAS COM DESCARGA POR DIAFRAGMA

A Figura 91 apresenta o diafragma esquemático do modelo matemático de moinho de bolas com descarga por diafragma desenvolvido no presente trabalho.

Figura 91 – Diagrama esquemático do modelo matemático de moinho de bolas com descarga por diafragma.



Fonte: Elaborada pelo autor.

De acordo com a Figura 91, o modelo matemático de balanço populacional compreende um único misturador perfeito. O modelo consiste na fragmentação do material alimentado em um misturador perfeito, seguido por uma etapa de classificação, de acordo com a qual uma parcela do material moído é descarregada pelo moinho (produto final), enquanto o restante do material não descarregado retorna para a etapa de fragmentação.

Conforme descrito em Mazzinghy (2009), para um intervalo de tempo  $\Delta t$  aproximando-se de zero, o modelo de balanço populacional cinético pode ser representado de forma diferencial pela Equação 122.

$$\frac{d(h_i)}{dt} = -k_i h_i + \sum_{j=i-1}^1 b_{ij} k_j h_j \quad (122)$$

Onde:

$h_i$  = fração em massa das partículas da  $i$ -ésima faixa granulométrica contidas no *hold-up* de sólidos do moinho;

$k_i$  = razão específica de quebra da  $i$ -ésima faixa granulométrica ( $h^{-1}$ );

$b_{ij}$  = função distribuição de quebra, correspondente a  $j$ -ésima faixa granulométrica, que aparece na  $i$ -ésima faixa granulométrica devido à fragmentação.

Considerando que os parâmetros  $k_i$  e  $b_{ij}$  não variam com o tempo, uma solução analítica para a Equação 122 em forma matricial é a Equação 123.

$$P' = T J T^{-1} F' \quad (123)$$

$$T_{ij} = \sum_{n=j}^{i-1} \frac{b_{in} k_n T_{nj}}{k_i - k_j} \quad i > j \quad (124)$$

$$T_{ij} = 0 \quad i < j \quad (125)$$

$$T_{ij} = 1 \quad i = j \quad (126)$$

$$J_{ij} = \frac{1}{1 + k_i \left( \frac{P_{ot}}{H} \right)^{a_0}} \quad (127)$$

$$F' = P' x (I - C) + F \quad (128)$$

Onde:

$P'$  = distribuição granulométrica do produto fragmentado do misturador perfeito.

Fluxo  $p_i'$  da Figura 91;

$F'$  = distribuição granulométrica da alimentação do misturador perfeito do moinho. Fluxo  $f_i'$  da Figura 91;

$T_{ij}$  = matriz transferência;

$J_{ij}$  = matriz transporte;

$P_{ot}$  = potência demandada líquida pelo moinho de bolas (kW);

$H$  = *hold-up* de sólidos do moinho (t);

$a_0$  = constante de atenuação do fator  $(P_{ot} / H)$ , a qual é calibrada para cada moinho com descarga por diafragma modelado;

$C$  = matriz diagonal classificação. Neste caso opera como uma função descarga, ou seja, descarrega a uma parcela do que lhe é apresentada e retém o restante;

$F$  = distribuição granulométrica da alimentação nova do moinho.

Deste modo, a Equação 129 representa a forma matricial do modelo de moinho de bolas com descarga por diafragma desenvolvido.

$$P = T J T^{-1} F' C \quad (129)$$

Onde:

$P$  = distribuição granulométrica do produto descarregado pelo moinho.

Para calibração do modelo obtém-se experimentalmente as vazões e distribuições granulométricas da alimentação ( $f_i$ ) e produto ( $p_i$ ) do moinho.

O *hold-up* de sólidos ( $H$ ) é calculado mediante a Equação 116, apresentada na seção 5.1.2.

A potência demandada pelo moinho pode ser medida diretamente no motor do moinho, ou ainda estimada por uma equação selecionada. Nos exercícios de calibração do presente trabalho, optou-se por calcular a potência demandada líquida pelo moinho por meio da Equação 24, proposta por Rowland (1986) e apresentada na seção 2.2.3.

### 5.2.1 CÁLCULO DA FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DE QUEBRA

A função distribuição de quebra ( $b_{ij}$ ) é determinada a partir de ensaios de moagem em batelada em escala de bancada, com alimentação por monofração, conforme descritos na seção 0.. A partir dos resultados experimentais de distribuições granulométricas destes ensaios, calcula-se por meio de um processo iterativo e utilizando o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), os parâmetros numéricos adimensionais  $\Phi_j$ ,  $\gamma$  e  $\beta$ , que normalizam a função distribuição de quebra mediante a Equação 107, conforme apresentada na seção 3.2.2.

## 5.2.2 CÁLCULO DA RAZÃO ESPECÍFICA DE QUEBRA

A razão específica de quebra ( $s_i$ , função seleção) é determinada mediante o cálculo dos parâmetros  $K_0$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda$  e  $\mu$  da Equação 35, conforme descrito apresentada na seção 2.3.2.1.

Deste modo, a determinação da razão específica de quebra para calibração do modelo de moinho de bolas com descarga por diafragma consiste em calcular, por meio do MMQ, os parâmetros  $K_0$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda$  e  $\mu$  da Equação 35, a partir dos resultados de ensaios de moagem em batelada em escala de bancada, conforme descritos na seção 0. Na sequência, os parâmetros  $K_0$  e  $\mu$  são calibrados, por meio do MMQ, para as condições operacionais do moinho de bolas contínuo que se deseja modelar.

## 5.2.3 CÁLCULO DA FUNÇÃO CLASSIFICAÇÃO

Conforme King (2001), o descarregamento do interior dos moinhos de bolas é seletivo conforme o tamanho das partículas, sendo que as relativamente finas fluem com maior intensidade, enquanto as grosseiras são retidas, ficando portanto suscetíveis a novos eventos de fragmentação pelos corpos moedores.

Neste caso, optou-se por função discretizante para representar a classificação que ocorre na câmara de moagem pelo diafragma. Assim, partículas menores do que um determinado tamanho ( $X_m$ ) apresentam valor máximo e constante da função classificação, enquanto que para partículas maiores do que  $X_m$  e menores do que a abertura do diafragma ( $X_g$ ), a função classificação é logarítmica. Para partículas maiores do que  $X_g$  é atribuído valor nulo para a função classificação.

Deste modo, três parâmetros precisam ser definidos para determinação da função classificação, quais sejam:

- $X_m$ : tamanho máximo de partículas que são descarregadas do moinho com uma frequência máxima e constante;
- $X_g$ : tamanho da maior abertura do diafragma;
- $D_{máx}$ : frequência de descarregamento máxima do moinho de bolas com descarga por diafragma com unidade  $h^{-1}$  e calculada a partir da Equação 130.



$$D_{m\acute{a}x} = \frac{Q_{s\acute{o}l}}{H} \quad (130)$$

Onde:

$Q_{s\acute{o}l}$  = vazão de alimentação de sólidos do moinho de bolas com descarga por diafragma (t/h);

$H$  = *hold-up* de sólidos (t).

As Equações 131, 132 e 133 apresentam a função classificação para o modelo matemático de moinho de bolas com descarga por diafragma:

$$c_i = D_{m\acute{a}x} \quad i \leq X_m \quad (131)$$

$$c_i = D_{m\acute{a}x} \frac{\ln(X_g) - \ln(i)}{\ln(X_g) - \ln(X_m)} \quad X_m < i < X_g \quad (132)$$

$$c_i = 0 \quad i \geq X_g \quad (133)$$

Onde:

$c_i$  = é o valor da função classificação para o tamanho  $i$  ( $h^{-1}$ ).

#### 5.2.4 MODELAGEM DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS DE MOAGEM DE BOLAS CONTÍNUA COM DESCARGA POR DIAFRAGMA

A partir do modelo matemático e respectivas funções e equações descritas nas seções anteriores, foi realizada a calibração dos 15 ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma. O procedimento de calibração para cada ensaio consistiu em:

- Obtenção das condições operacionais de cada ensaio, quais sejam: vazão de alimentação, rotação do moinho, concentração de sólidos da alimentação, grau de enchimento,  $F_{80}$  da alimentação, área aberta do diafragma, posição radial das

aberturas do diafragma e tamanho da maior abertura do diafragma, assim como das distribuições granulométricas da alimentação e produto moído;

- Cálculo da função distribuição de quebra, a partir dos resultados ensaios de moagem em batelada com alimentação em monofração, mediante a Equação 107;
- Cálculo da razão específica de quebra, a partir dos ensaios de moagem em batelada com a mesma alimentação dos ensaios de moagem de bolas contínua, mediante a Equação 35, incluindo os parâmetros  $K_0$ ,  $\alpha$ ,  $\lambda$  e  $\mu$ . Neste caso foi selecionado o “Ensaio de moagem a seco 10 minutos”.
- Cálculo da potência líquida demandada pelo moinho, mediante a Equação 24;
- Cálculo do *hold-up* de sólidos, mediante a Equação 116;
- Cálculo da frequência de descarregamento máxima ( $D_{máx}$ ), mediante a Equação 130;
- Estabelecimento do parâmetro  $X_g$ ;
- Conforme já discutido anteriormente neste trabalho, foi assumido que os parâmetros  $\alpha$  e  $\lambda$  são característicos do material, ou seja, são constantes independente das condições operacionais da moagem. Deste modo, os valores destes parâmetros calculados a partir dos ensaios de moagem em batelada foram mantidos para a calibração dos ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma;
- Na sequência foi realizada a calibração do modelo para cada ensaio. Para o ensaio Caso Base essa calibração consistiu no cálculo dos parâmetros  $a_0$ ,  $X_m$  e  $\mu$  mediante um processo iterativo, utilizando o MMQ disponível no programa Microsoft Excel. Em particular, o valor obtido para o Caso Base do parâmetro  $a_0$  foi considerado constante e adotado a todos os demais ensaios:
  - A partir destas calibrações foram determinadas as relações de variação dos parâmetros modelados em função das respectivas condições operacionais estudadas.
  - 
  - As calibrações efetuadas para cada ensaio são descritas na sequência em seções individuais.

### 5.2.4.1 Calibração do Ensaio 01\_CB – Caso Base

A Tabela 51 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o ensaio Caso Base (Ensaio 01\_CB). A Tabela 52 e a Figura 92 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 51 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 01\_CB.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,303	
Hold-up de sólidos (ton)	0,00369	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	18,97
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,225
	$a_0$	0,3079
	$K_0$	3,060
Razão específica de quebra	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	2,551

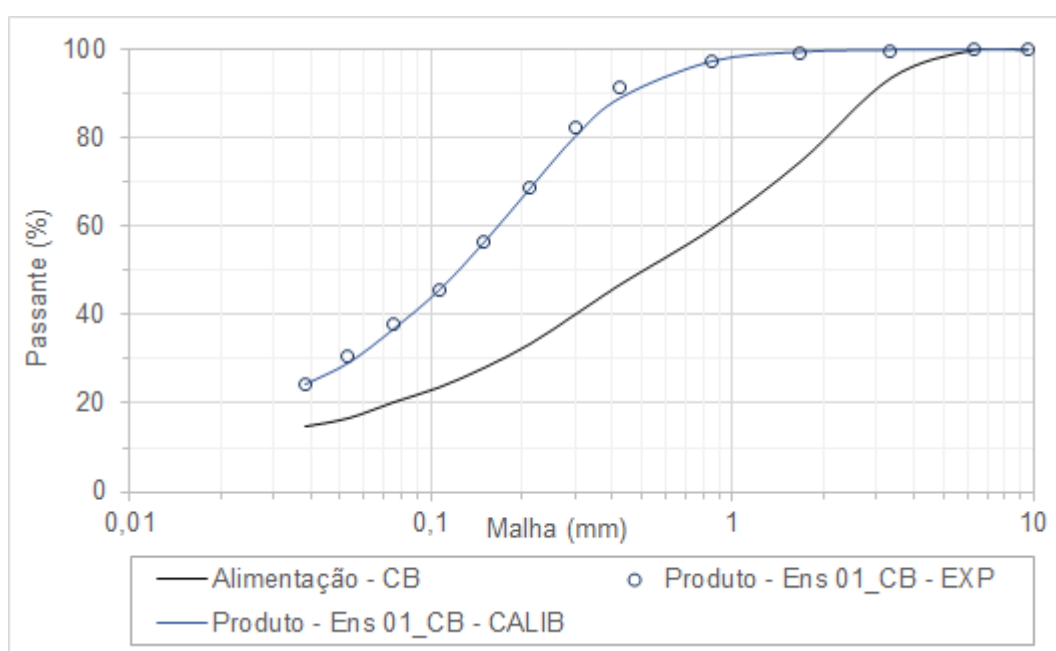
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 52 – Distribuições granulométricas experimental e calbrada do produto moído do Ensaio 01\_CB.

Ensaio 01_CB - Caso Base			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	99,6	99,9
1,68	74,9	98,9	99,5
0,850	59,6	97,4	97,3
0,425	47,1	91,3	89,2
0,300	40,2	82,1	80,4
0,212	33,5	68,7	68,7
0,150	28,2	56,4	56,6
0,106	23,7	45,6	45,7
0,075	20,3	37,8	36,9
0,053	16,7	30,6	29,2
0,038	14,8	24,3	24,3
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,285	0,297

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 92 – Distribuições granulométricas experimental e calbrada do produto moído do Ensaio 01\_CB.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 92 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 01\_CB, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.2 Calibração do Ensaio 02 – Vazão de Alimentação de 50 kg/h

A calibração do ensaio realizado com vazão de alimentação de sólidos de 50 kg/h (Ensaio 02) consistiu no cálculo do parâmetro  $K_0$ . Os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, com exceção do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 53 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 02. A Tabela 54 e a Figura 93 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 53 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 02.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,050	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,303	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,00134	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	37,32
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,224
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	3,599
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	2,551

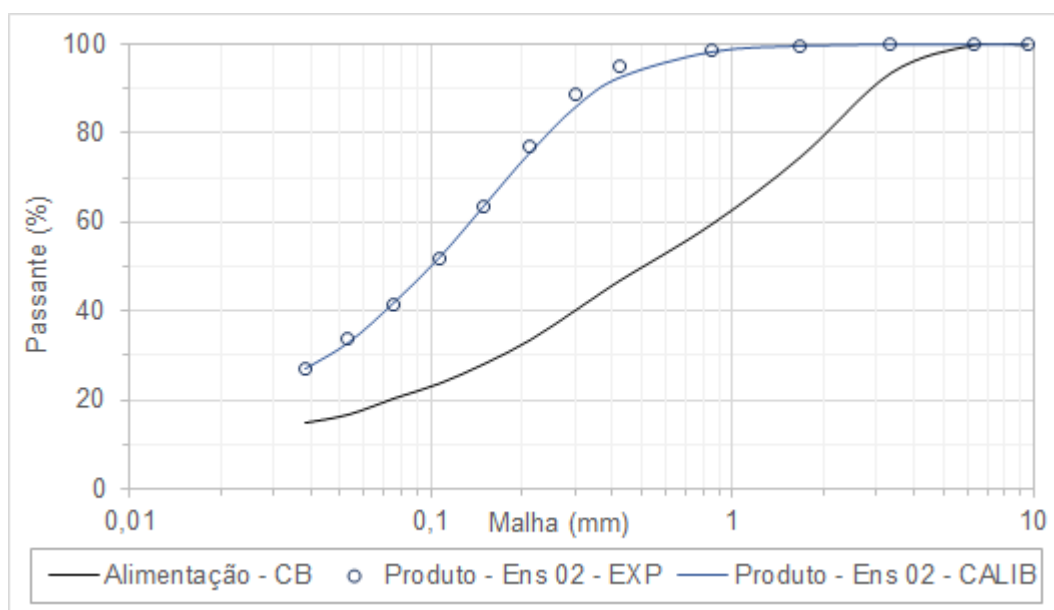
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 54 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 02.

Ensaio 02 - Vazão de alimentação de sólidos de 50 kg/h			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	100	100
1,68	74,9	99,6	99,7
0,850	59,6	98,7	98,3
0,425	47,1	94,9	92,7
0,300	40,2	88,7	86,0
0,212	33,5	76,8	75,8
0,150	28,2	63,4	64,0
0,106	23,7	51,6	52,2
0,075	20,3	41,3	42,1
0,053	16,7	33,6	33,1
0,038	14,8	27,1	27,2
$P_{80}$ (mm)	2,16	0,234	0,246

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 93 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 02.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 93 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 02, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.3 Calibração do Ensaio 03 – Vazão de Alimentação de 90 kg/h

Analogamente, A calibração do ensaio realizado com vazão de alimentação de sólidos de 90 kg/h (Ensaio 03), consistiu no cálculo do parâmetro  $K_0$ . Os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, com exceção do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 55 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 03. A Tabela 56 e a Figura 94 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.



Tabela 55 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 03.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,090	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,303	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,01015	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	8,87
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,224
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	1,943
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	2,551

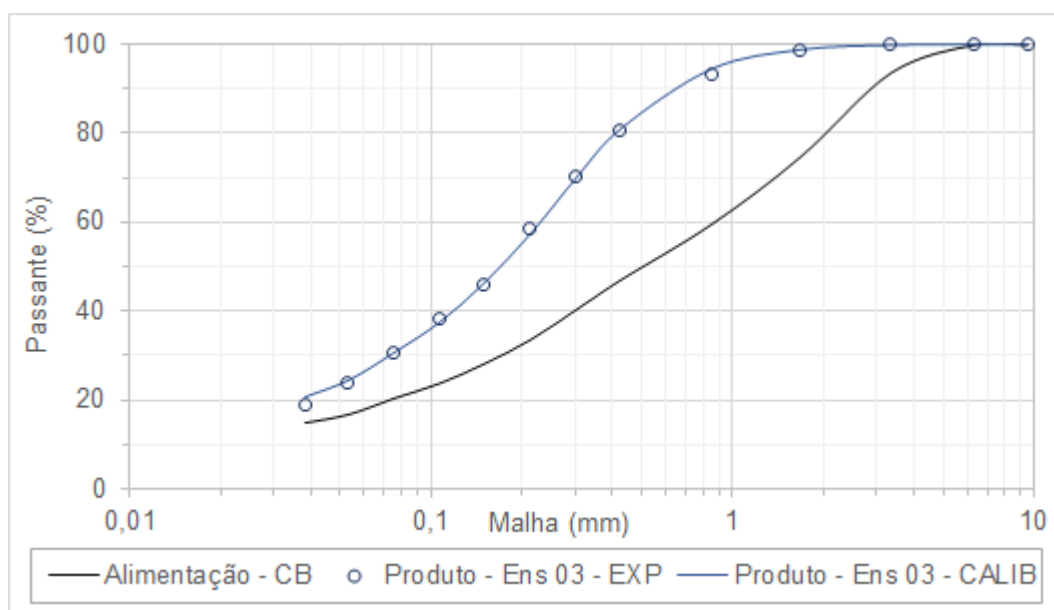
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 56 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 03.

Ensaio 03 - Vazão de alimentação de sólidos de 90 kg/h			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	100	99,9
1,68	74,9	98,7	98,9
0,850	59,6	93,1	94,6
0,425	47,1	80,6	81,2
0,300	40,2	70,1	69,9
0,212	33,5	58,4	57,5
0,150	28,2	45,9	46,6
0,106	23,7	38,2	37,6
0,075	20,3	30,9	30,8
0,053	16,7	24,1	24,7
0,038	14,8	19,0	20,9
$P_{80}$ (mm)	2,16	0,417	0,411

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 94 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 03.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 94 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 03, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.4 Calibração do Ensaio 04 – 69% da Velocidade Crítica

A calibração do realizado com rotação do moinho de 69% da velocidade crítica consistiu no cálculo do parâmetro  $\mu$  mediante um processo iterativo, enquanto o parâmetro  $K_0$  foi escalonado mediante a relação para rotação do moinho descrita na Equação 36. Os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, com exceção da potência demandada líquida, do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 57 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 04. A Tabela 58 e a Figura 95 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 57 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 04.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,69	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,294	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,00133	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	52,60
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,224
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	2,946
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	0,915

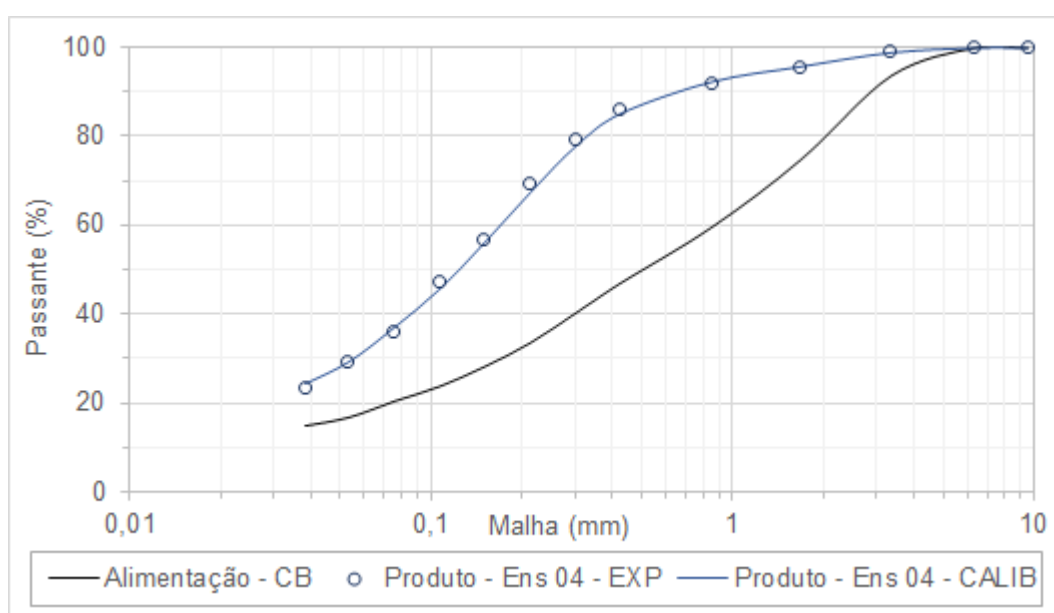
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 58 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 04.

Ensaio 04 - 69% da velocidade crítica			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	99,2	99,0
1,68	74,9	95,5	95,8
0,850	59,6	91,8	92,4
0,425	47,1	86,1	85,3
0,300	40,2	79,0	77,8
0,212	33,5	69,5	67,4
0,150	28,2	56,9	56,2
0,106	23,7	47,3	45,6
0,075	20,3	36,1	36,9
0,053	16,7	29,4	29,2
0,038	14,8	23,6	24,2
$P_{80}$ (mm)	2,16	0,315	0,333

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 95 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 04.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 95 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 04, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.5 Calibração do Ensaio 05 – 75% da Velocidade Crítica

Analogamente, a calibração do ensaio realizado com rotação do moinho de 75% da velocidade crítica, consistiu no cálculo do parâmetro  $\mu$  mediante um processo iterativo, enquanto que o parâmetro  $K_0$  foi escalonado mediante a relação para rotação do moinho descrita na Equação 36. Os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, com exceção da potência demandada líquida, do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 59 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 05. A Tabela 60 e a Figura 96 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 59 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 05.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,75	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,311	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,00980	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	7,14
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,224
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	3,150
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	4,800

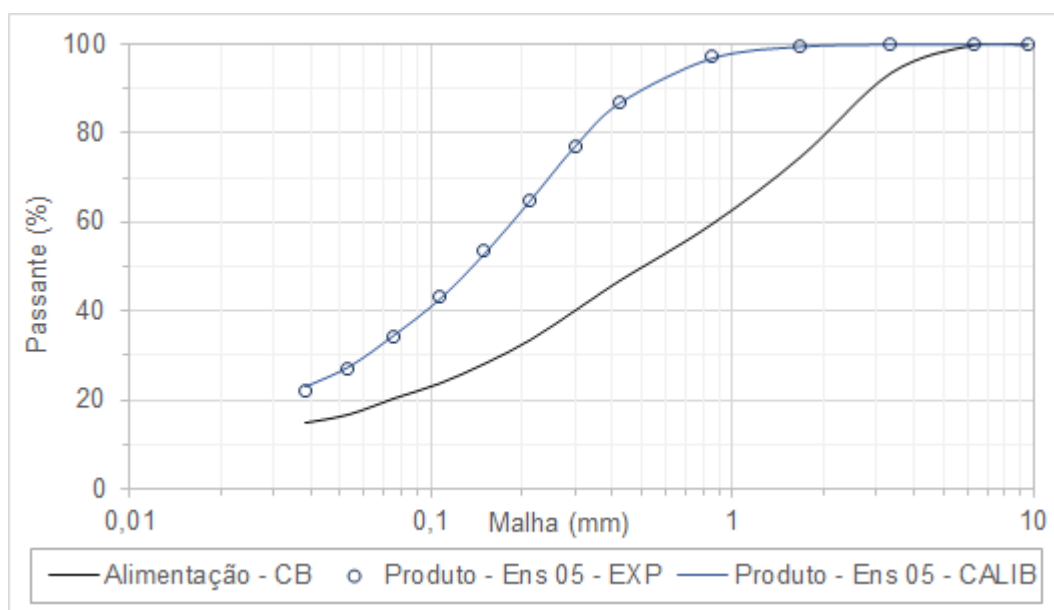
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 60 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 05.

Ensaio 05 - 75% da velocidade crítica			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	99,8	100
1,68	74,9	99,3	99,5
0,850	59,6	97,3	96,9
0,425	47,1	87,1	87,0
0,300	40,2	77,2	77,2
0,212	33,5	65,0	64,9
0,150	28,2	53,7	53,1
0,106	23,7	43,4	42,7
0,075	20,3	34,5	34,7
0,053	16,7	27,0	27,5
0,038	14,8	22,0	23,0
$P_{80}$ (mm)	2,16	0,333	0,333

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 96 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 05.



Fonte: Elaborada pelo autor.



Nota-se da Figura 96 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 05, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.6 Calibração do Ensaio 06 – Alimentação com 65% Sólidos

A calibração do ensaio realizado com concentração de sólidos na polpa de alimentação de 65%, consistiu no cálculo do parâmetro  $\mu$  mediante um processo iterativo, enquanto que os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 61 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 06. A Tabela 62 e a Figura 97 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 61 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 06.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	65,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,303	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,00121	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	58,03
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,224
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	3,060
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	0,825

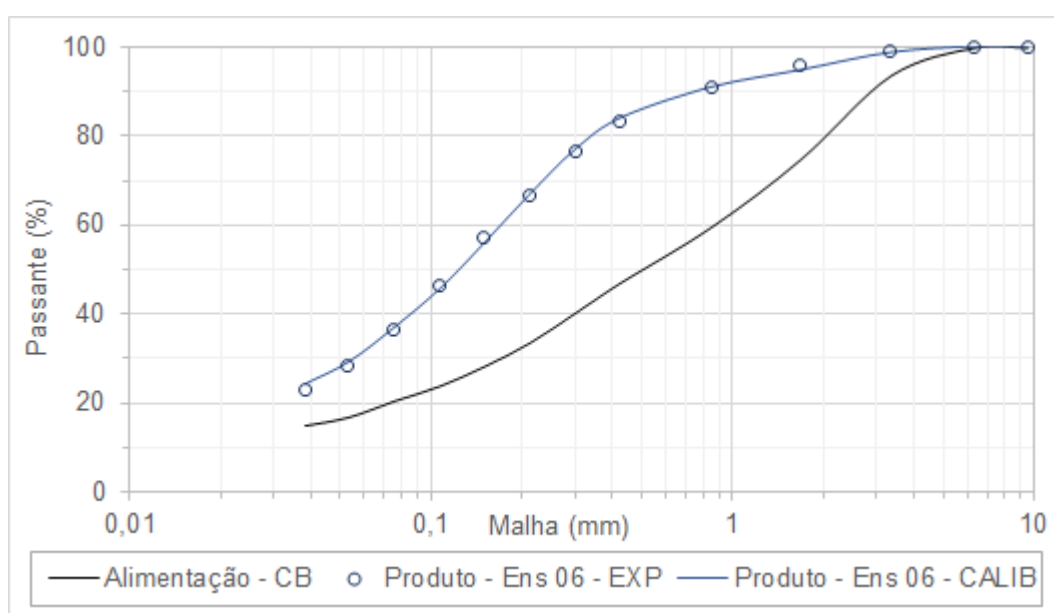
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 62 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 06.

Ensaio 06 - Alimentação com 65% sólidos			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	99,1	98,7
1,68	74,9	95,7	94,7
0,850	59,6	91,2	90,9
0,425	47,1	83,2	84,1
0,300	40,2	76,5	77,0
0,212	33,5	66,9	67,0
0,150	28,2	57,3	56,0
0,106	23,7	46,5	45,6
0,075	20,3	36,7	36,9
0,053	16,7	28,6	29,2
0,038	14,8	23,2	24,2
$P_{80}$ (mm)	2,16	0,361	0,349

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 97 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 06.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 97 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 06, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.7 Calibração do Ensaio 07 – Alimentação com 75% Sólidos

Analogamente, a calibração do ensaio realizado com concentração de sólidos na polpa de alimentação de 75%, consistiu no cálculo do parâmetro  $\mu$  mediante um processo iterativo, enquanto que os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 63 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 07. A Tabela 64 e a Figura 98 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 63 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 07.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	75,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,303	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,01285	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	5,45
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,224
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	3,060
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	3,540

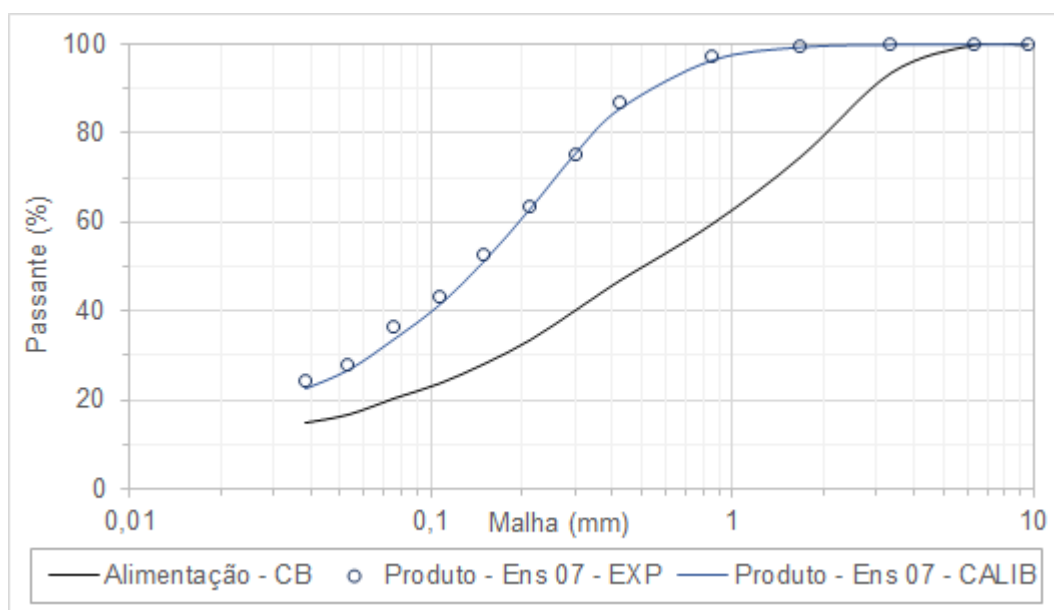
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 64 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 07.

Ensaio 07 - Alimentação com 75% sólidos			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	100	100
1,68	74,9	99,6	99,4
0,850	59,6	97,4	96,4
0,425	47,1	87,1	85,7
0,300	40,2	75,1	75,5
0,212	33,5	63,5	63,0
0,150	28,2	52,7	51,4
0,106	23,7	43,2	41,4
0,075	20,3	36,4	33,7
0,053	16,7	28,1	26,8
0,038	14,8	24,2	22,5
$P_{80}$ (mm)	2,16	0,348	0,352

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 98 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 07.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 98 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 07, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.8 *Calibração do Ensaio 08 – 25% de Grau de Enchimento dos Corpos Moedores*

A calibração do ensaio realizado com 25% de grau de enchimento consistiu no cálculo dos parâmetros  $K_0$  e  $\mu$  mediante um processo iterativo, enquanto que os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, com exceção da potência demandada líquida, do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 65 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 08. A Tabela 66 e a Figura 99 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 65 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 08.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,25	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,265	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,00165	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	42,33
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,224
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	1,796
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	1,611

Fonte: Elaborada pelo autor.

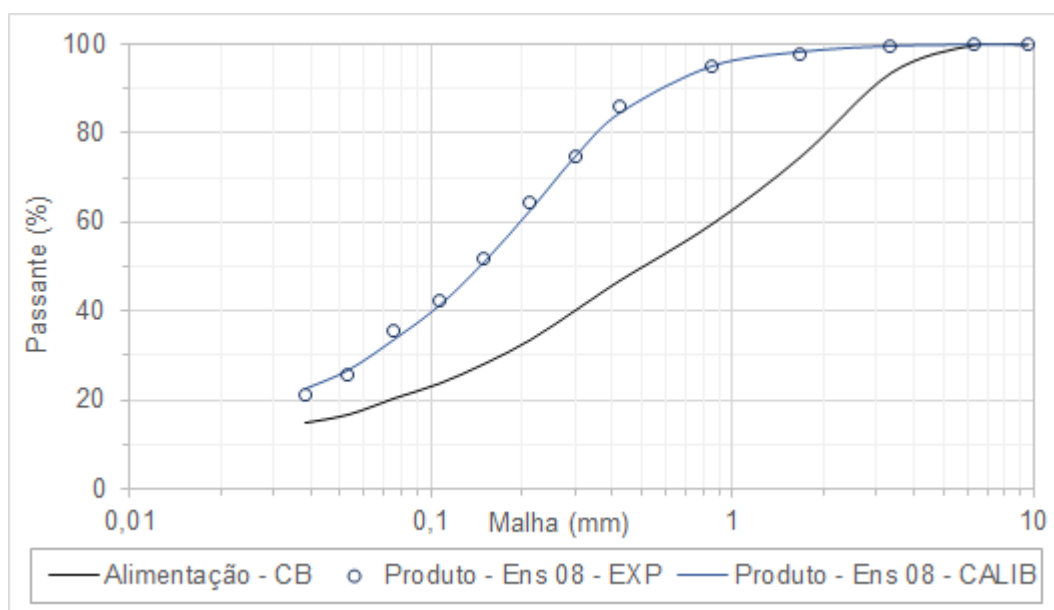


Tabela 66 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 08.

Ensaio 08 - 25% de G.E.			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	99,6	99,7
1,68	74,9	97,8	98,4
0,850	59,6	95,1	95,1
0,425	47,1	86,0	84,8
0,300	40,2	74,9	74,9
0,212	33,5	64,5	62,7
0,150	28,2	51,7	51,2
0,106	23,7	42,5	41,2
0,075	20,3	35,6	33,5
0,053	16,7	25,8	26,7
0,038	14,8	21,1	22,4
$P_{80}$ (mm)	2,16	0,354	0,361

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 99 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 08.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 99 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 08, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.9 *Calibração do Ensaio 09 – 35% de Grau de Enchimento dos Corpos Moedores*

A calibração do ensaio realizado com 35% de grau de enchimento consistiu no cálculo dos parâmetros  $K_0$  e  $\mu$  mediante um processo iterativo, enquanto que os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, com exceção da potência demandada líquida, do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 67 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 09. A Tabela 68 e a Figura 100 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 67 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 09.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,35	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,335	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,00726	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	9,64
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,224
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	4,130
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	4,243

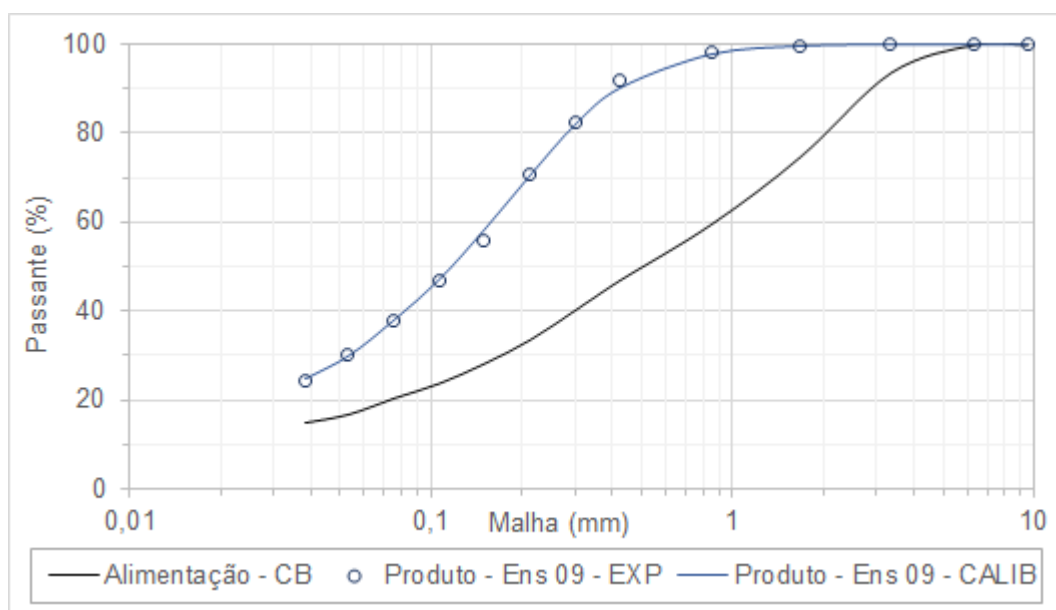
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 68 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 09.

Ensaio 09 - 35% de G.E.			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	99,9	100
1,68	74,9	99,5	99,7
0,850	59,6	98,1	97,8
0,425	47,1	91,7	90,4
0,300	40,2	82,3	82,1
0,212	33,5	70,7	70,7
0,150	28,2	55,6	58,6
0,106	23,7	46,8	47,4
0,075	20,3	37,9	38,3
0,053	16,7	30,1	30,2
0,038	14,8	24,2	25,0
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,281	0,282

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 100 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 09.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 100 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 09, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.10 Calibração do Ensaio 10 – Alimentação com $F_{80}$ Fino

A calibração do ensaio realizado com granulometria ( $F_{80}$ ) fina consistiu no cálculo dos parâmetros  $K_0$  e  $X_m$  mediante um processo iterativo, enquanto que os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, com exceção do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 69 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 10. A Tabela 70 e a Figura 101 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 69 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 10.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	0,390	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,303	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,01106	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	6,33
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,375
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	7,360
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	2,551

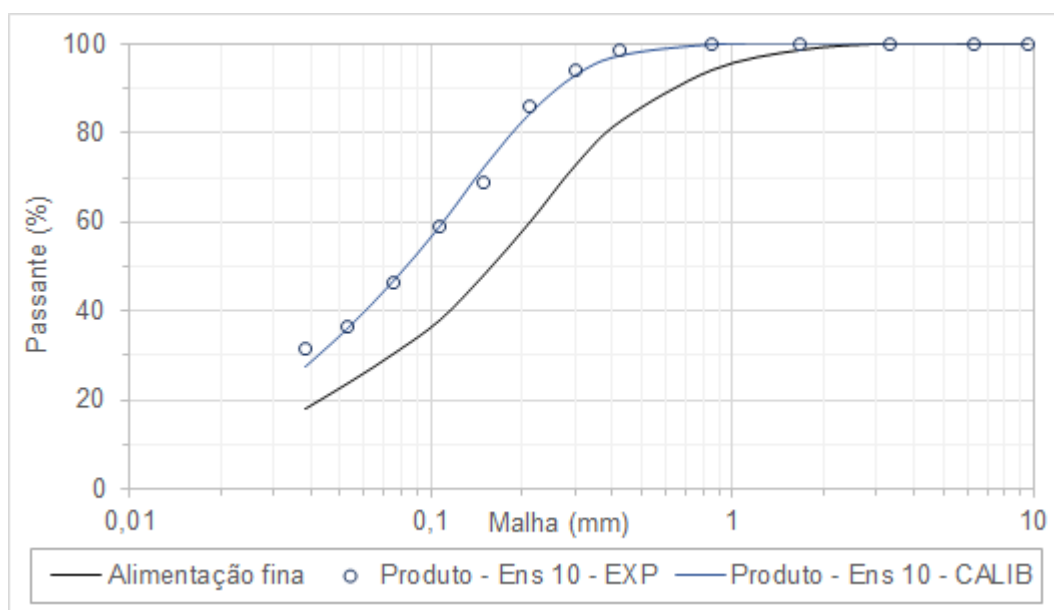
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 70 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 10.

Ensaio 10 - Alimentação com F <sub>80</sub> fino (0,390 mm)			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	100	100	100
1,68	98,5	100	100
0,850	94,0	99,9	99,7
0,425	82,7	98,4	97,2
0,300	72,7	94,1	92,8
0,212	60,0	85,9	84,3
0,150	48,3	69,0	72,4
0,106	37,9	59,0	58,8
0,075	30,5	46,4	46,8
0,053	23,9	36,7	36,2
0,038	18,0	31,7	27,3
P <sub>80</sub> (mm)	0,390	0,189	0,188

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 101 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 10.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 101 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 10, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais, exceção a malha mais fina, neste caso 0,038 mm.

#### 5.2.4.11 Calibração do Ensaio 11 – Alimentação com F80 grosseiro

Analogamente, a calibração do ensaio realizado com granulometria ( $F_{80}$ ) grosseira consistiu no cálculo dos parâmetros  $K_0$  e  $X_m$  mediante um processo iterativo, enquanto que os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, com exceção do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 71 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 11. A Tabela 72 e a Figura 102 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.



Tabela 71 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 11.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	3,02	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,303	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,00287	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	24,38
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	7,025
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	2,699
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	2,551

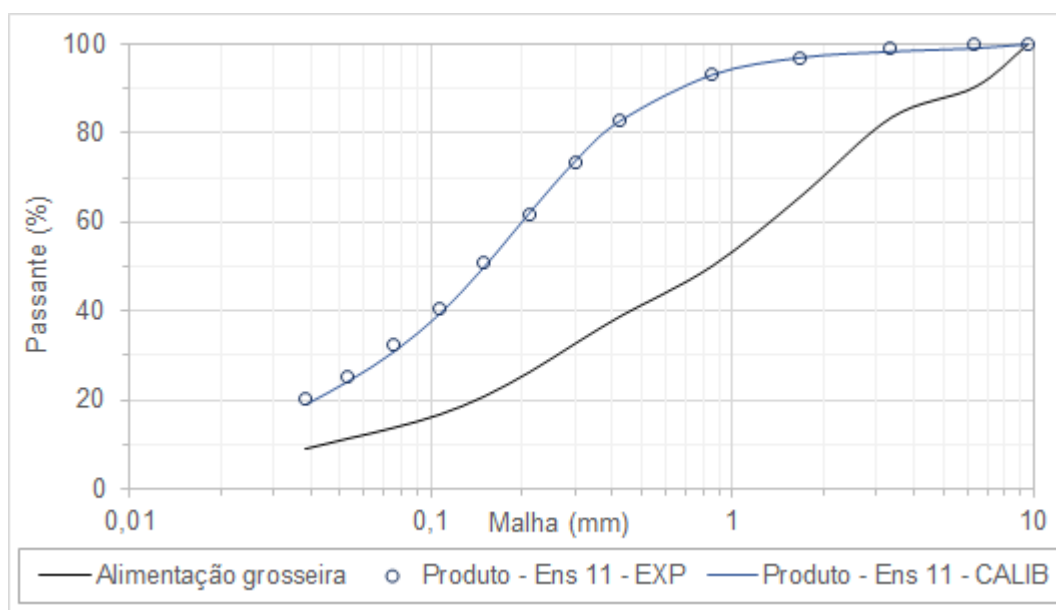
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 72 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 11.

Ensaio 11 - Alimentação com F <sub>80</sub> grosseiro (3,02 mm)			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	90,4	100	99,1
3,35	83,6	98,9	98,3
1,68	66,0	96,8	97,0
0,850	50,2	93,1	93,1
0,425	39,1	82,8	82,9
0,300	33,0	73,5	73,9
0,212	26,6	61,9	62,3
0,150	21,1	50,8	50,2
0,106	16,9	40,7	39,4
0,075	14,0	32,4	30,9
0,053	11,6	25,1	24,3
0,038	9,2	20,2	19,0
P <sub>80</sub> (mm)	3,02	0,385	0,381

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 102 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 11.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 102 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 11, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.12 Calibração do Ensaio 12 – 9,0% de Área Aberta do Diafragma

A calibração do ensaio realizado com 9,0% de área aberta do diafragma consistiu apenas nos cálculos do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima. Os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais aos do Caso Base.

A Tabela 73 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 12. A Tabela 74 e a Figura 103 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 73 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 12.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	9,0	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,303	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,00475	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	14,74
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,224
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	3,060
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	2,551

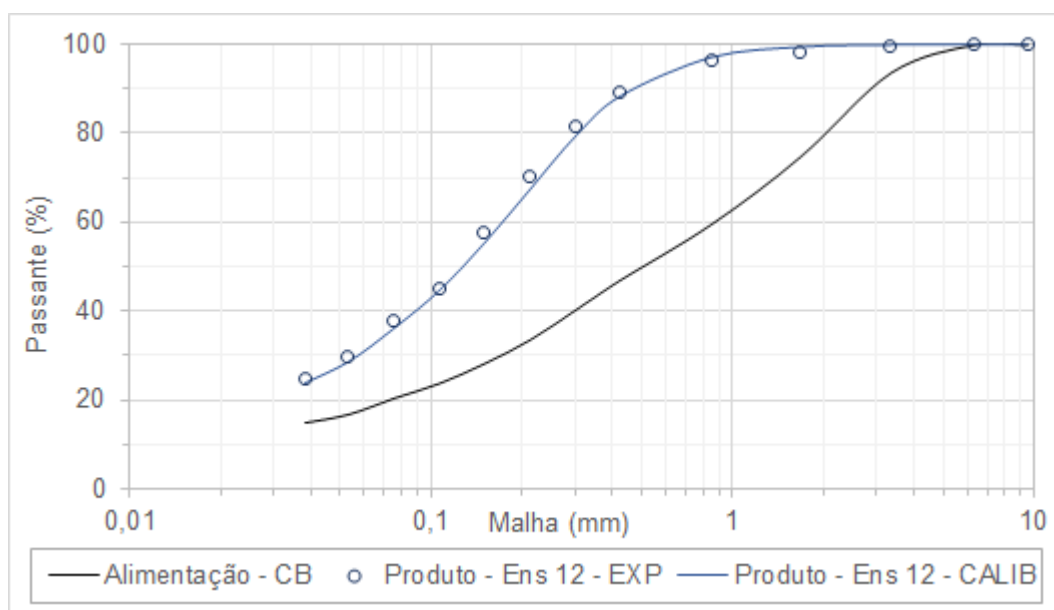
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 74 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 12.

Ensaio 12 - 9,0% de área aberta do diafragma			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	99,5	99,9
1,68	74,9	98,4	99,4
0,850	59,6	96,5	97,1
0,425	47,1	89,2	88,5
0,300	40,2	81,5	79,4
0,212	33,5	70,4	67,5
0,150	28,2	57,7	55,5
0,106	23,7	45,0	44,7
0,075	20,3	37,7	36,2
0,053	16,7	29,9	28,7
0,038	14,8	24,7	23,9
$P_{80}$ (mm)	2,16	0,287	0,307

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 103 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 12.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 103 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 12, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.13 *Calibração do Ensaio 13 – 12,6% de Área Aberta do Diafragma*

A calibração do ensaio realizado com 12,6% de área aberta do diafragma consistiu apenas nos cálculos do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima. Os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais aos do Caso Base.

A Tabela 75 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 13. A Tabela 76 e a Figura 104 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 75 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 13.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	12,6	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,303	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,00298	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	23,50
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,224
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	3,060
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	2,551

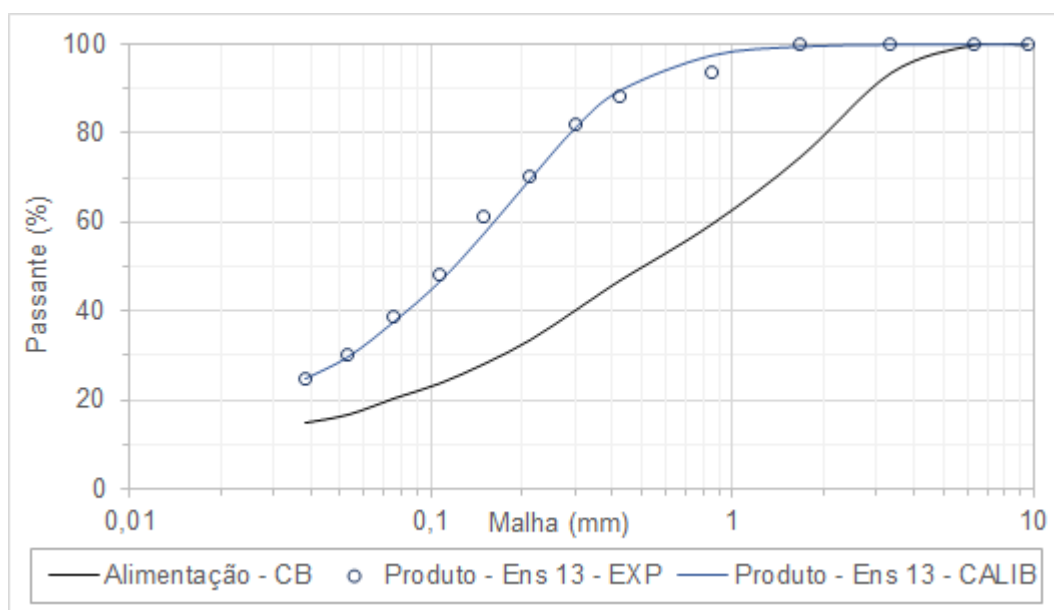
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 76 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 13.

Ensaio 13 - 12,6% de área aberta do diafragma			
Fluxo	Alimentação	Experimental	Calibrada
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	100	99,9
1,68	74,9	100	99,5
0,850	59,6	93,6	97,5
0,425	47,1	88,4	89,7
0,300	40,2	82,0	81,2
0,212	33,5	70,4	69,7
0,150	28,2	61,4	57,6
0,106	23,7	48,4	46,5
0,075	20,3	38,9	37,6
0,053	16,7	30,2	29,7
0,038	14,8	24,8	24,6
$P_{80}$ (mm)	2,16	0,284	0,290

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 104 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 13.



Fonte: Elaborada pelo autor.



Nota-se da Figura 104 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 13, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais., com exceção da estimativa para a malha 0,850 mm.

#### 5.2.4.14 Calibração do Ensaio 14 – Posição Radial das Aberturas do Diafragma de 0,75

A calibração do ensaio realizado com posição radial das aberturas do diafragma de 0,75 consistiu no cálculo do parâmetro  $X_m$ , enquanto que demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, com exceção do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 77 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 14. A Tabela 78 e a Figura 105 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 77 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 14.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,75	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,303	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,00427	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	16,40
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,148
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	3,060
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	2,551

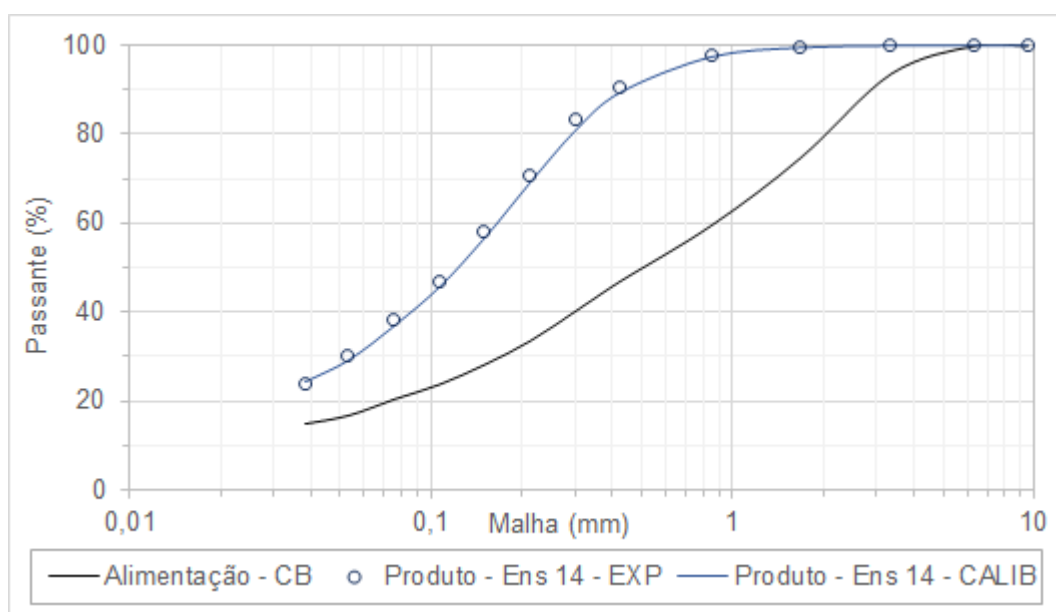
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 78 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 14.

Ensaio 14 - Posição radial das aberturas do diafragma de 0,75			
Fluxo	Alimentação	Produto experimental	Produto calibrado
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	99,9	99,9
1,68	74,9	99,4	99,5
0,850	59,6	97,9	97,4
0,425	47,1	90,6	89,5
0,300	40,2	83,5	80,9
0,212	33,5	70,5	69,2
0,150	28,2	58,1	56,7
0,106	23,7	46,8	45,6
0,075	20,3	38,1	36,9
0,053	16,7	30,3	29,2
0,038	14,8	23,9	24,2
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,275	0,293

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 105 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 14.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 105 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 14, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais.

#### 5.2.4.15 *Calibração do Ensaio 15 – Posição Radial das Aberturas do Diafragma de 0,85*

Analogamente, a calibração do ensaio realizado com posição radial das aberturas do diafragma de 0,85 consistiu no cálculo do parâmetro  $X_m$ , enquanto que os demais parâmetros do modelo foram mantidos iguais ao do Caso Base, com exceção do *hold-up* de sólidos e da frequência de descarregamento máxima.

A Tabela 79 apresenta as condições operacionais e os parâmetros calibrados para o Ensaio 15. A Tabela 80 e a Figura 106 apresentam as distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibradas.

Tabela 79 – Condições operacionais e parâmetros calibrados do Ensaio 15.

Parâmetros	Valor	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,85	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627
	$\gamma$	0,7631
	$\beta$	3,6362
Potência líquida demandada (kW)	0,303	
<i>Hold-up</i> de sólidos (ton)	0,00321	
Função classificação	$D_{máx}$ ( $h^{-1}$ )	21,77
	$X_g$ (mm)	7,94
	$X_m$ (mm)	0,387
Razão específica de quebra	$a_0$	0,3079
	$K_0$	3,060
	$\alpha$	1,674
	$\Lambda$	3,399
	$\mu$	2,551

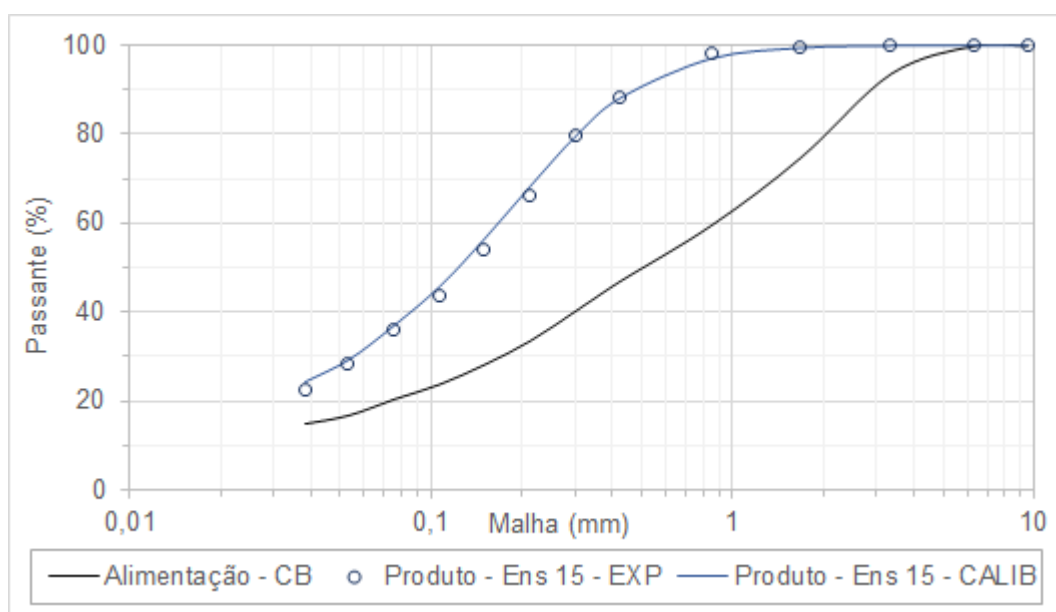
Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 80 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e calibrada do Ensaio 15.

Ensaio 15 - Posição radial das aberturas do diafragma de 0,85			
Fluxo	Alimentação	Produto experimental	Produto calibrado
Malha (mm)	Porcentagem passante		
9,52	100	100	100
6,35	100	100	100
3,35	93,7	100	99,9
1,68	74,9	99,6	99,4
0,850	59,6	98,2	97,1
0,425	47,1	88,4	88,3
0,300	40,2	79,7	79,6
0,212	33,5	66,0	68,3
0,150	28,2	54,0	56,6
0,106	23,7	43,6	45,7
0,075	20,3	36,1	37,0
0,053	16,7	28,4	29,3
0,038	14,8	22,5	24,3
P <sub>80</sub> (mm)	2,16	0,304	0,306

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 106 – Distribuições granulométricas experimental e calibrada do produto moído do Ensaio 15.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 106 que a distribuição granulométrica obtida pela calibração do modelo para o Ensaio 15, apresentou aderência adequada aos resultados experimentais. Ressalte-se que, apesar do Ensaio 15 ter sido considerado como *outlier* em relação ao *hold-up* de sólidos experimental, o modelo desenvolvido foi adequado para representação da distribuição granulométrica do produto moído.

#### 5.2.5 CÁLCULO DOS FATORES PARA SIMULAÇÃO

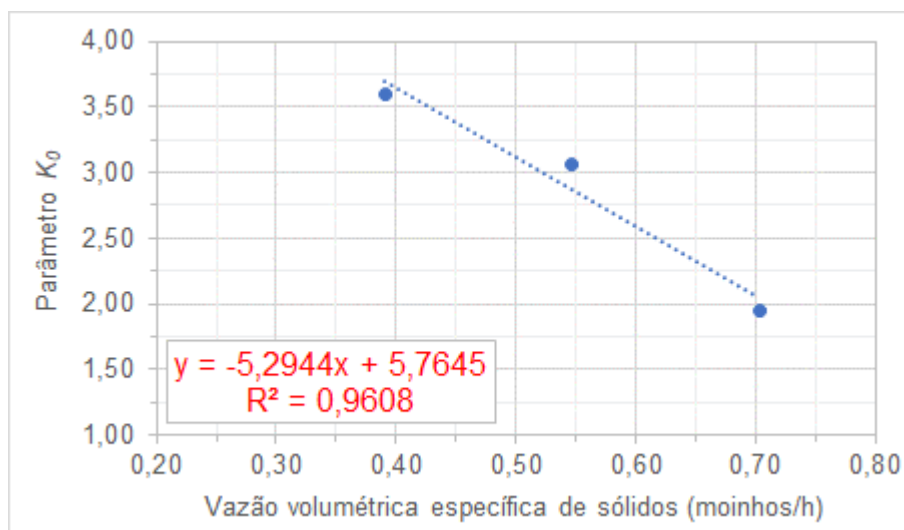
A partir dos resultados das calibrações dos ensaios individuais foram desenvolvidas funções integradas por tipo de variável. Isto é, foram calculadas as relações matemáticas entre as condições operacionais estudadas e os respectivos parâmetros do modelo.

É importante salientar que nas calibrações da variável calibrações área aberta do diafragma (Ensaio 12 e 13) não foram alterados os parâmetros da razão específica de quebra, assim como das funções distribuição de quebra e classificação em relação ao Caso Base. Deste modo, a influência da área aberta do diafragma no modelo desenvolvido é representada apenas no *hold-up* de sólidos calculado pela Equação 115.

##### 5.2.5.1 Fatores de Simulação para a Vazão de Alimentação

A relação do parâmetro  $K_0$  da razão específica de quebra em função da vazão de alimentação de sólidos foi desenvolvida a partir do gráfico apresentado na Figura 107.

Figura 107 – Parâmetro  $K_0$  em função da vazão volumétrica específica de sólidos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

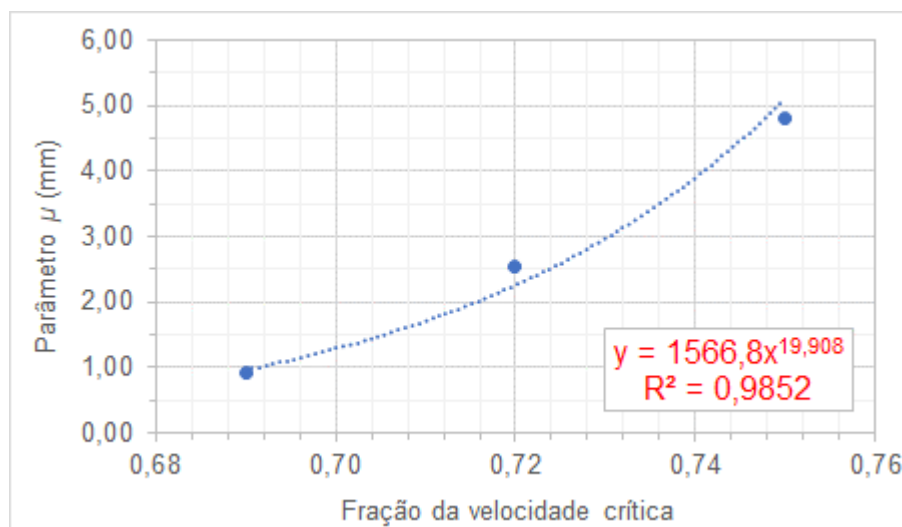
A equação assim obtida foi a seguinte:

$$K_{0\ SIM} = -29,76 \frac{Q_{esp\ SIM}}{K_{o\ MOD}} + 5,76 \quad (134)$$

#### 5.2.5.2 Fatores de Simulação para a Rotação do Moinho

A relação do parâmetro  $\mu$  da razão específica de quebra em função da velocidade de rotação do moinho foi desenvolvida a partir do gráfico apresentado na Figura 108.



Figura 108 – Parâmetro  $\mu$  em função da fração da velocidade crítica.

Fonte: Elaborada pelo autor.

A equação assim obtida foi a seguinte:

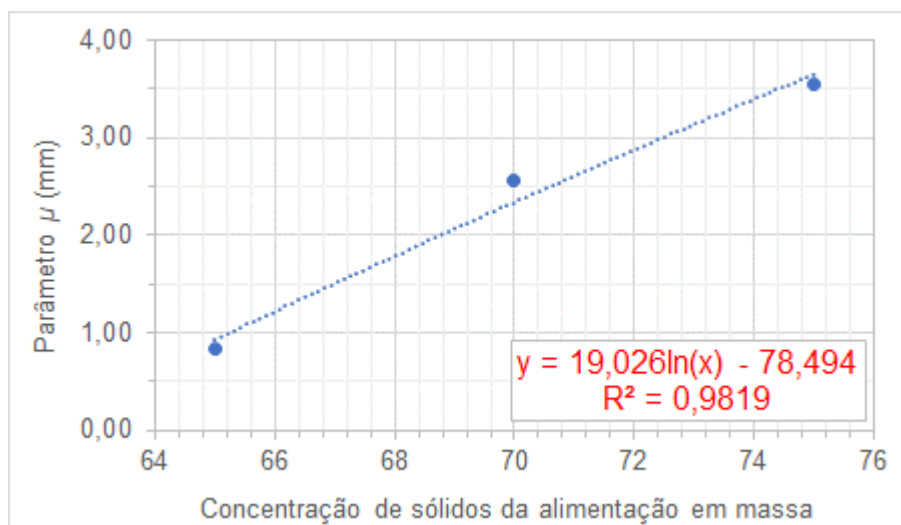
$$\mu_{SIM} = 1,8 \times 10^{-8} \left( \frac{fVC_{SIM} \mu_{MOD}}{fVC_{MOD}} \right)^{19,91} \quad (135)$$

Neste caso, o modelo incluiu a relação matemática do parâmetro  $K_0$  da razão específica de quebra, conforme apresentado na Equação 36.

### 5.2.5.3 Fatores de Simulação para a Concentração de Sólidos da Alimentação

A relação do parâmetro  $\mu$  da razão específica de quebra em função da concentração de sólidos da popa de alimentação do moinho foi desenvolvida a partir do gráfico apresentado na Figura 109.

Figura 109 – Parâmetro  $\mu$  em função da concentração de sólidos da alimentação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A equação assim obtida foi a seguinte:

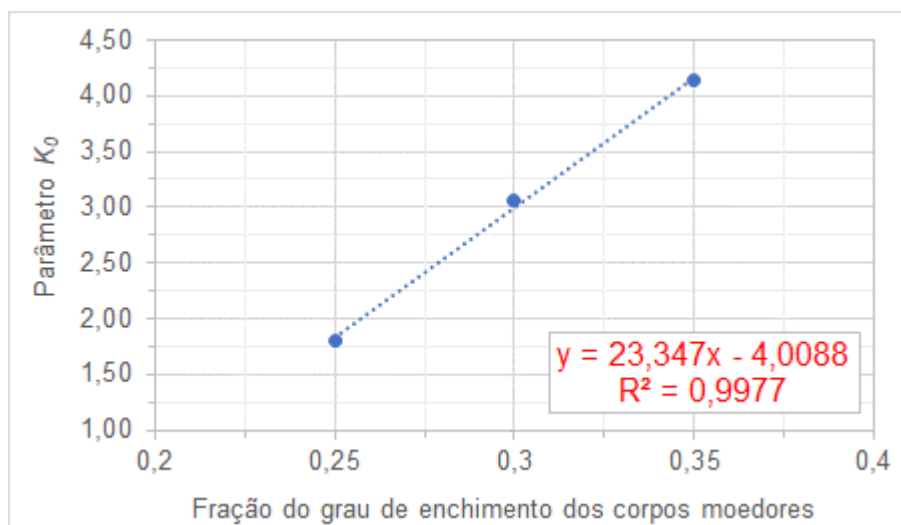
$$\mu_{SIM} = 19,03 \operatorname{Ln} \left( \frac{C_{m_{SIM}} \mu_{MOD}}{C_{m_{MOD}}} \right) - 15,48 \quad (136)$$

A variável  $C_m$  representa a concentração de sólidos da alimentação em massa.

#### 5.2.5.1 Fatores de Simulação para o Grau de Enchimento dos Corpos Moedores

A relação do parâmetro  $K_0$  da razão específica de quebra em função do grau de enchimento foi desenvolvida a partir do gráfico apresentado na Figura 110Figura 107.

Figura 110 – Parâmetro  $K_0$  em função da fração do grau de enchimento dos corpos moedores.



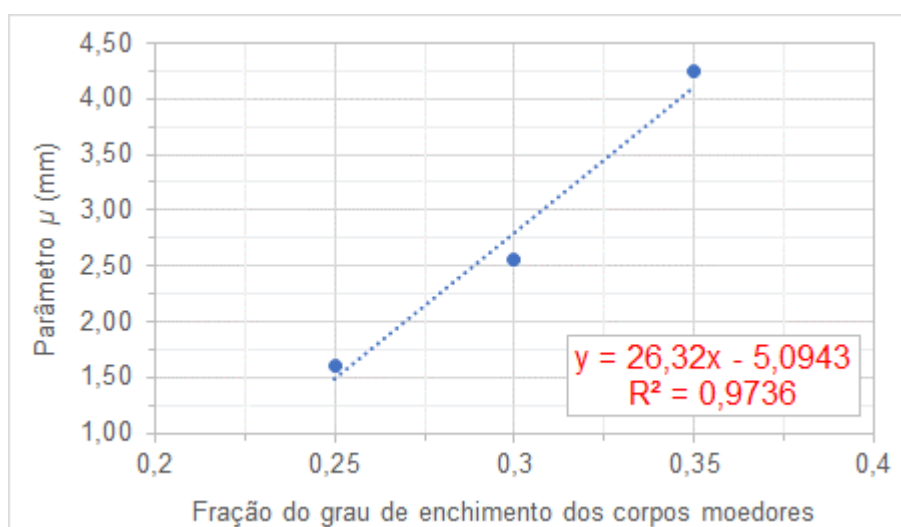
Fonte: Elaborada pelo autor.

A equação assim obtida foi a seguinte:

$$K_{0\ SIM} = 2,29 \frac{f_{GE\ SIM} K_{0\ MOD}}{f_{GE\ MOD}} - 4,01 \quad (137)$$

A relação do parâmetro  $\mu$  da razão específica de quebra em função do grau de enchimento foi desenvolvida a partir do gráfico apresentado Figura 111.

Figura 111 – Parâmetro  $\mu$  em função da fração do grau de enchimento dos corpos moedores.



Fonte: Elaborada pelo autor.

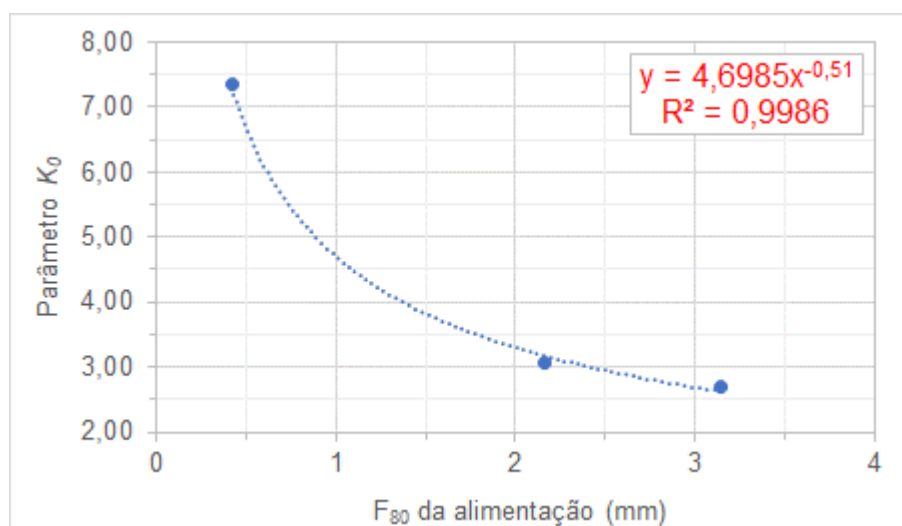
A equação assim obtida foi a seguinte:

$$\mu_{SIM} = 3,09 \frac{f^{GE}_{SIM} \mu_{MOD}}{f^{GE}_{MOD}} - 5,09 \quad (138)$$

### 5.2.5.2 Fatores de Simulação para o $F_{80}$ da Alimentação

A relação do parâmetro  $K_0$  da razão específica de quebra em função do  $F_{80}$  da alimentação foi desenvolvida a partir do gráfico apresentado na Figura 112.

Figura 112 – Parâmetro  $K_0$  em função do  $F_{80}$  da alimentação.



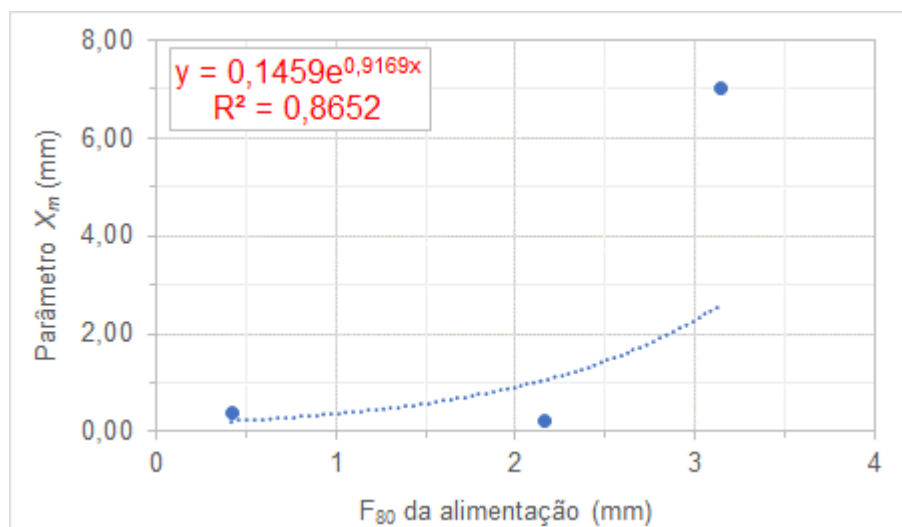
Fonte: Elaborada pelo autor.

A equação assim obtida foi a seguinte:

$$K_{0\ SIM} = 3,94 \left( \frac{F_{80\ SIM} F_{80\ MOD}}{K_{0\ MOD}} \right)^{-0,51} \quad (139)$$

A relação do parâmetro  $X_m$  da razão específica de quebra em função do  $F_{80}$  da alimentação foi desenvolvida a partir do gráfico apresentado na Figura 113.

Figura 113 – Parâmetro  $X_m$  em função do  $F_{80}$  da alimentação.



Fonte: Elaborada pelo autor.

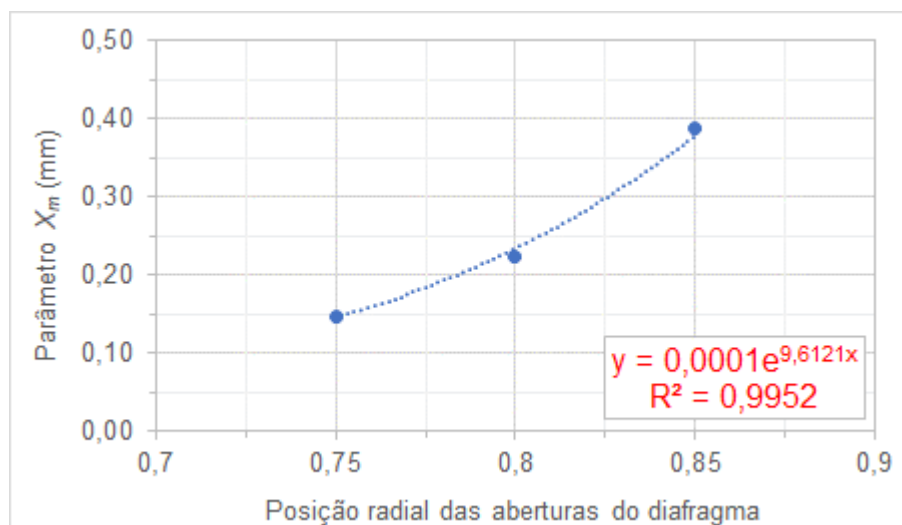
A equação assim obtida foi a seguinte:

$$X_{m\ SIM} = 0,15 \times \text{Exp} \left( 8,83 \times \frac{F_{80\ SIM} \times X_{m\ MOD}}{F_{80\ MOD}} \right) \quad (140)$$

### 5.2.5.3 Fatores de Simulação para a Posição Radial das Aberturas do Diafragma

A relação do parâmetro  $X_m$  da razão específica de quebra em função da posição radial das aberturas do diafragma foi desenvolvida a partir do gráfico apresentado na Figura 114.

Figura 114 – Parâmetro  $X_m$  em função da posição radial das aberturas do diafragma.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A equação assim obtida foi a seguinte:

$$X_{m\ SIM} = 1,07 \times 10^{-4} \times \text{Exp} \left( 34,26 \times \frac{P_{rad\ SIM} \times X_{m\ MOD}}{P_{rad\ MOD}} \right) \quad (141)$$

## 5.2.6 SIMULAÇÕES DOS ENSAIOS REALIZADOS

A partir da calibração do Caso Base e das equações apresentadas na seção anterior foram conduzidas simulações dos demais 14 ensaios realizados.

A Tabela 81 apresenta as condições operacionais de todos os ensaios de moagem. A mesma tabela inclui também os parâmetros calculados pelo modelo desenvolvido.

Na sequência, a Tabela 82 e a Tabela 83 apresentam as distribuições granulométrica experimentais e simuladas, respectivamente para os Ensaio 02 a 09 e para os Ensaio 10 a 15

Tabela 81 – Condições operacionais e parâmetros simulados para os ensaios de moagem de bolas contínua com descarga por diafragma.

Parâmetros	Ensaio 01	Ensaio 02	Ensaio 03	Ensaio 04	Ensaio 05	Ensaio 06	Ensaio 07	Ensaio 08	Ensaio 09	Ensaio 10	Ensaio 11	Ensaio 12	Ensaio 13	Ensaio 14	Ensaio 15	
Vazão de alimentação de sólidos (t/h)	0,070	<b>0,050</b>	<b>0,090</b>	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	0,070	
Rotação do moinho (fração da velocidade crítica)	0,72	0,72	0,72	<b>0,69</b>	<b>0,75</b>	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	0,72	
Porcentagem de sólidos da alimentação em massa	70,0	70,0	70,0	70,0	70,0	<b>65,0</b>	<b>75,0</b>	70,0	70,0	70,0	70,0	70,0	70,0	70,0	70,0	
Grau de enchimento dos corpos moedores (fração do volume do moinho)	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	<b>0,25</b>	<b>0,35</b>	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	
$F_{80}$ da alimentação (mm)	2,16	2,16	2,16	2,16	2,16	2,16	2,16	2,16	2,16	<b>0,390</b>	<b>3,02</b>	2,16	2,16	2,16	2,16	
Porcentagem da área aberta do diafragma	10,8	10,8	10,8	10,8	10,8	10,8	10,8	10,8	10,8	10,8	10,8	<b>9,0</b>	<b>12,6</b>	10,8	10,8	
Posição radial das aberturas do diafragma (fração do raio do moinho)	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	<b>0,75</b>	<b>0,85</b>	
Diâmetro interno do moinho (m)	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	0,3075	
Diâmetro máximo dos corpos moedores (mm)	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	50,8	
Tamanho da maior abertura do diafragma (mm)	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	
Função distribuição de quebra	$\Phi_j$	0,4627	0,4627	0,4627	0,4627	0,4627	0,4627	0,4627	0,4627	0,4627	0,4627	0,4627	0,4627	0,4627	0,4627	
	$\gamma$	0,7631	0,7631	0,7631	0,7631	0,7631	0,7631	0,7631	0,7631	0,7631	0,7631	0,7631	0,7631	0,7631	0,7631	
	$\beta$	3,6362	3,6362	3,6362	3,6362	3,6362	3,6362	3,6362	3,6362	3,6362	3,6362	3,6362	3,6362	3,6362	3,6362	
Potência líquida demandada (kW)	0,303	0,303	0,303	0,294	0,311	0,303	0,303	0,265	0,335	0,303	0,303	0,303	0,303	0,303	0,303	
Hold-up de sólidos (ton)	0,0037	0,0013	0,0101	0,0013	0,0098	0,0012	0,0128	0,0017	0,0073	0,0111	0,0029	0,0047	0,0030	0,0043	0,0032	
Função classificação	$D_{máx}$ (h <sup>-1</sup> )	18,97	37,32	8,87	52,60	7,14	58,03	5,45	42,33	9,64	6,33	24,38	14,74	23,50	16,40	21,77
	$X_g$ (mm)	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	7,94	
	$X_m$ (mm)	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	<b>0,214</b>	<b>2,602</b>	0,225	0,225	<b>0,145</b>	<b>0,378</b>
$a_o$	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	0,3079	
Razão específica de quebra	$K_o$	3,060	<b>3,695</b>	<b>2,040</b>	<b>2,946</b>	<b>3,150</b>	3,060	3,060	<b>1,828</b>	<b>4,163</b>	<b>7,314</b>	<b>2,620</b>	3,060	3,060	3,060	3,060
	$\alpha$	1,674	1,674	1,674	1,674	1,674	1,674	1,674	1,674	1,674	1,674	1,674	1,674	1,674	1,674	
	$\Lambda$	3,399	3,399	3,399	3,399	3,399	3,399	3,399	3,399	3,399	3,399	3,399	3,399	3,399	3,399	
	$\mu$	2,551	2,551	2,551	<b>0,973</b>	<b>5,014</b>	<b>0,928</b>	<b>3,651</b>	<b>1,486</b>	<b>4,118</b>	2,551	2,551	2,551	2,551	2,551	2,551

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 82 – Distribuições granulométricas experimentais e simuladas dos produtos moídos dos Ensaio 02 a 09.

Malha (mm)	Ensaio 02		Ensaio 03		Ensaio 04		Ensaio 05		Ensaio 06		Ensaio 07		Ensaio 08		Ensaio 09	
	50 kg/h		90 kg/h		69% VC		75% VC		65% sólidos		75% sólidos		25% G.E.		35% G.E.	
	Porcentagens passante dos produtos moídos															
	EXP	SIM	EXP	SIM	EXP	SIM	EXP	SIM	EXP	SIM	EXP	SIM	EXP	SIM	EXP	SIM
9,52	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
3,35	100	100	100	99,9	99,2	99,1	99,8	100	99,1	99,1	100	100,0	99,6	99,6	99,9	100
1,68	99,6	99,7	98,7	98,9	95,5	96,5	99,3	99,5	95,7	96,2	99,6	99,4	97,8	98,1	99,5	99,7
0,850	98,7	98,4	93,1	94,8	91,8	93,4	97,3	96,9	91,2	93,1	97,4	96,4	95,1	94,7	98,1	97,8
0,425	94,9	92,9	80,6	81,7	86,1	86,3	87,1	87,0	83,2	86,4	87,1	85,8	86,0	84,5	91,7	90,5
0,300	88,7	86,2	70,1	70,6	79,0	78,9	77,2	77,2	76,5	79,3	75,1	75,5	74,9	74,7	82,3	82,2
0,212	76,8	76,2	58,4	58,1	69,5	68,3	65,0	64,9	66,9	69,0	63,5	63,1	64,5	62,6	70,7	70,8
0,150	63,4	64,5	45,9	47,2	56,9	57,0	53,7	53,1	57,3	57,8	52,7	51,4	51,7	51,1	55,6	58,7
0,106	51,6	52,6	38,2	38,0	47,3	46,2	43,4	42,7	46,5	46,9	43,2	41,4	42,5	41,2	46,8	47,5
0,075	41,3	42,4	30,9	31,2	36,1	37,4	34,5	34,7	36,7	38,0	36,4	33,7	35,6	33,5	37,9	38,3
0,053	33,6	33,4	24,1	24,9	29,4	29,6	27,0	27,5	28,6	30,0	28,1	26,8	25,8	26,7	30,1	30,3
0,038	27,1	27,4	19,0	21,0	23,6	24,5	22,0	23,0	23,2	24,8	24,2	22,5	21,1	22,4	24,2	25,1
P <sub>80</sub> (mm)	0,234	0,243	0,417	0,404	0,315	0,317	0,333	0,333	0,361	0,312	0,348	0,351	0,354	0,364	0,281	0,281

Fonte: Elaborada pelo autor.



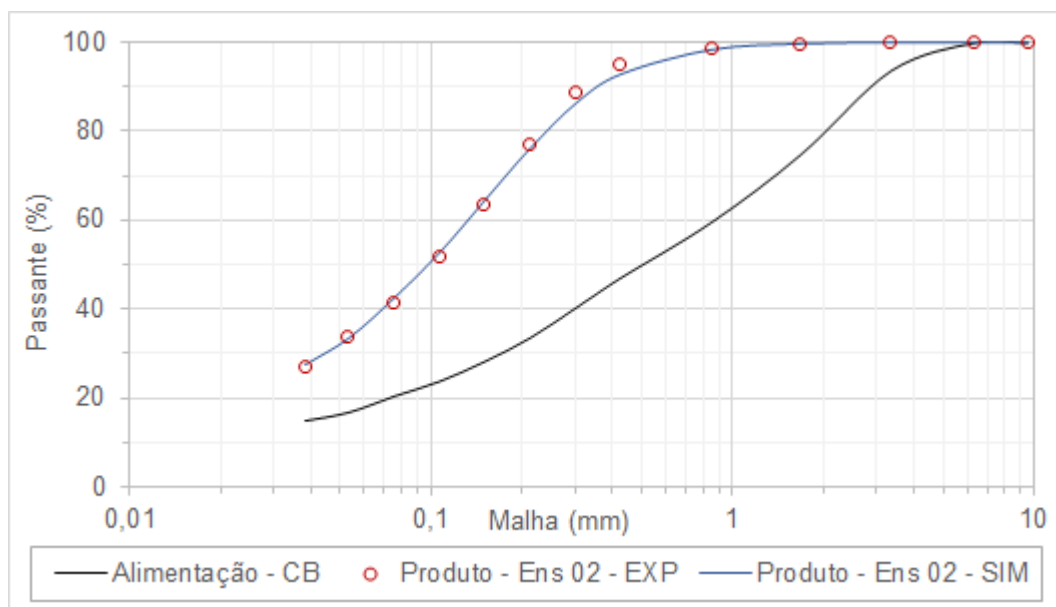
Tabela 83 – Distribuições granulométricas experimentais e simuladas dos produtos moídos dos Ensaio 10 a 15.

Malha (mm)	Ensaio 10		Ensaio 11		Ensaio 12		Ensaio 13		Ensaio 14		Ensaio 15	
	F <sub>80</sub> fino		F <sub>80</sub> grosseiro		A.aberta 9,0%		A.aberta 12,6%		P.rad 0,75		P.rad 0,85	
	Porcentagens passante dos produtos moídos											
	EXP	SIM	EXP	SIM	EXP	SIM	EXP	SIM	EXP	SIM	EXP	SIM
9,52	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
6,35	100	100	100	99,8	100	100	100	100	100	100	100	100
3,35	100	100	98,9	99,3	99,5	99,9	100	99,9	99,9	99,9	100	99,9
1,68	100	100	96,8	97,9	98,4	99,4	100	99,5	99,4	99,5	99,6	99,4
0,850	99,9	99,8	93,1	93,8	96,5	97,1	93,6	97,5	97,9	97,4	98,2	97,1
0,425	98,4	97,6	82,8	83,1	89,2	88,5	88,4	89,7	90,6	89,5	88,4	88,4
0,300	94,1	93,4	73,5	73,7	81,5	79,4	82,0	81,2	83,5	81,0	79,7	79,6
0,212	85,9	84,7	61,9	62,0	70,4	67,5	70,4	69,7	70,5	69,2	66,0	68,4
0,150	69,0	72,7	50,8	49,8	57,7	55,5	61,4	57,6	58,1	56,8	54,0	56,6
0,106	59,0	58,9	40,7	39,0	45,0	44,7	48,4	46,5	46,8	45,7	43,6	45,8
0,075	46,4	46,9	32,4	30,7	37,7	36,2	38,9	37,6	38,1	36,9	36,1	37,0
0,053	36,7	36,3	25,1	24,1	29,9	28,7	30,2	29,7	30,3	29,2	28,4	29,3
0,038	31,7	27,3	20,2	18,8	24,7	23,9	24,8	24,6	23,9	24,3	22,5	24,3
P <sub>80</sub> (mm)	0,189	0,186	0,385	0,380	0,287	0,307	0,284	0,290	0,275	0,292	0,304	0,305

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 115 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 02, com vazão de alimentação de sólidos de 50 kg/h.

Figura 115 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 02.

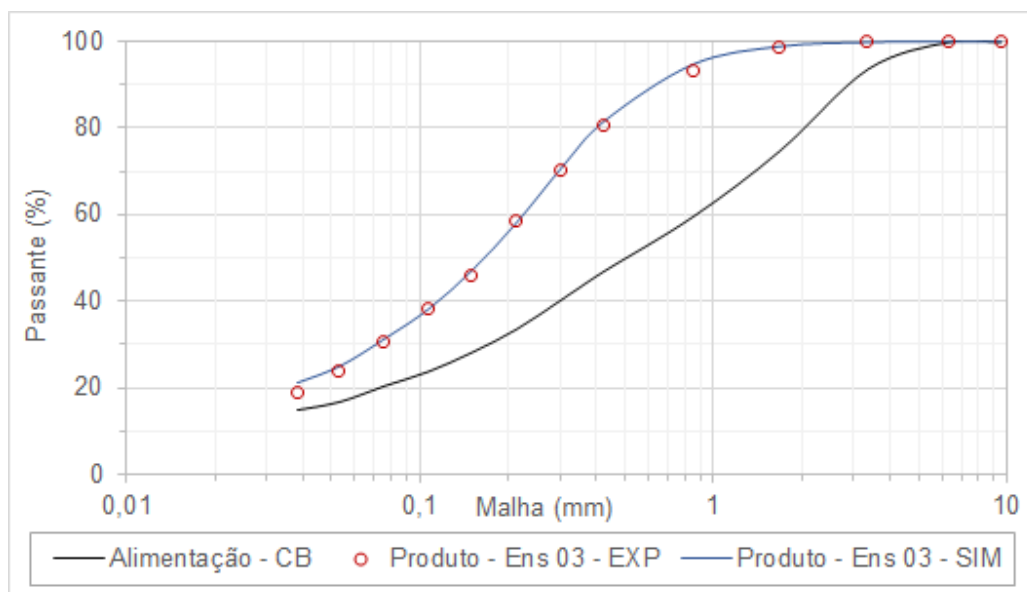


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 115 que a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para a condição de vazão de 50 kg/h apresentou excelente aderência com os resultados experimentais, com pequena dispersão para as malhas 0,425 mm e 0,300 mm.

A Figura 116 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 03, com vazão de alimentação de sólidos de 90 kg/h.

Figura 116 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 03.

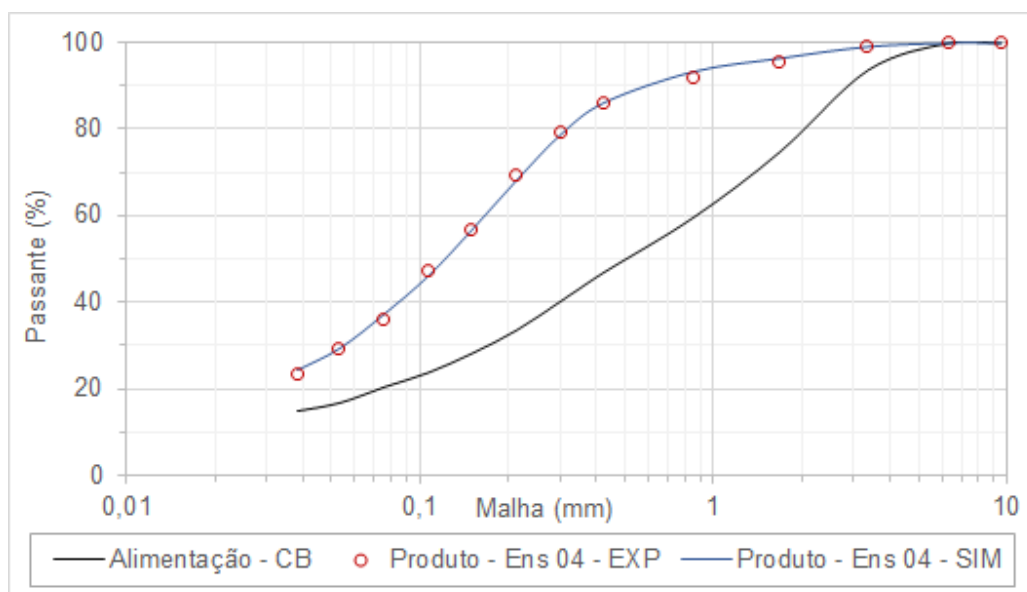


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 116 que a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para a condição de vazão de 90 kg/h apresentou excelente aderência com os resultados experimentais, com pequena dispersão para a malha 0,038 mm.

A Figura 117 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 04, com rotação do moinho em 69% da velocidade crítica.

Figura 117 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 04.

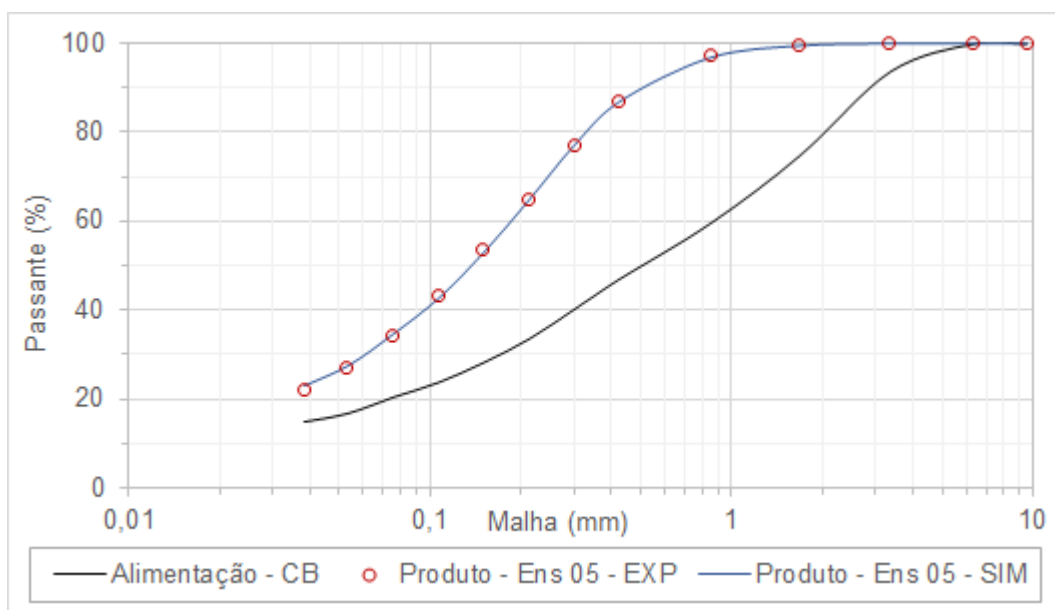


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 117 que a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para a condição de 69% da velocidade crítica apresentou excelente aderência com os resultados experimentais.

A Figura 118 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 05, com rotação do moinho em 75% da velocidade crítica.

Figura 118 – Curvas das distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 05.

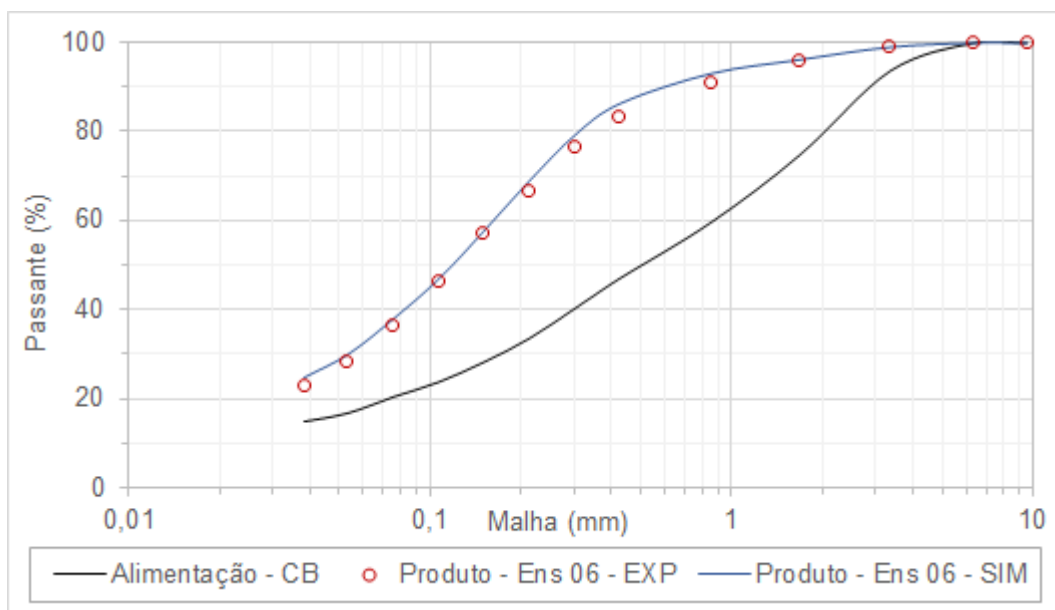


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 118 que a distribuição granulométrica a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para a condição de 75% da velocidade crítica apresentou excelente aderência com os resultados experimentais.

A Figura 119 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 06, com alimentação de 65% sólidos em massa.

Figura 119 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 06.

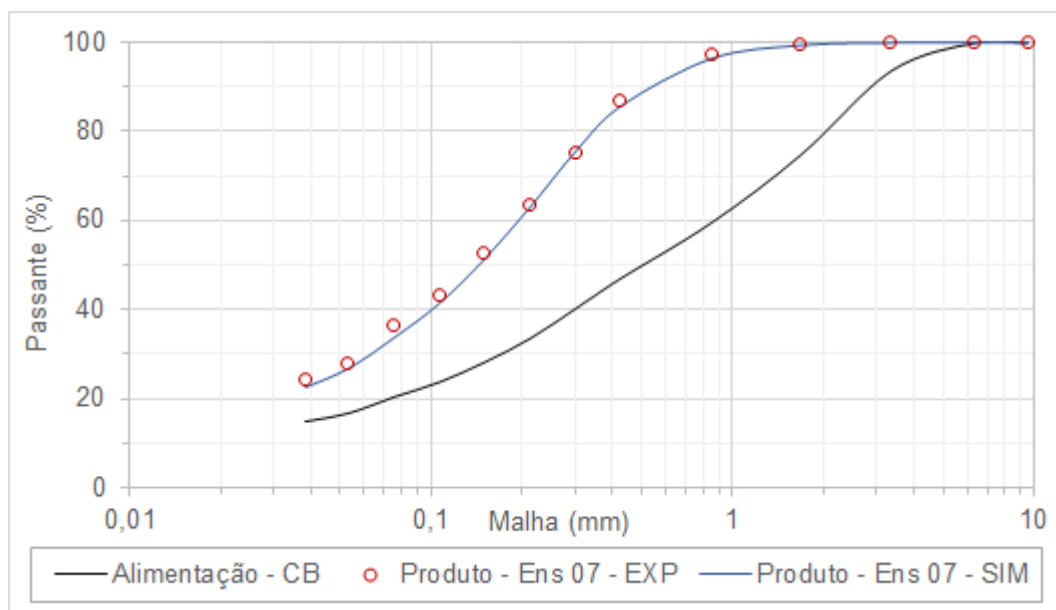


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 119 que a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para a condição de com alimentação de 65% de sólidos em massa apresentou aderência muito boa aos resultados experimentais, sendo a distribuição simulada ligeiramente mais fina do que a experimental.

A Figura 120 apresenta de distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 07, com alimentação de 75% sólidos em massa.

Figura 120 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 07.

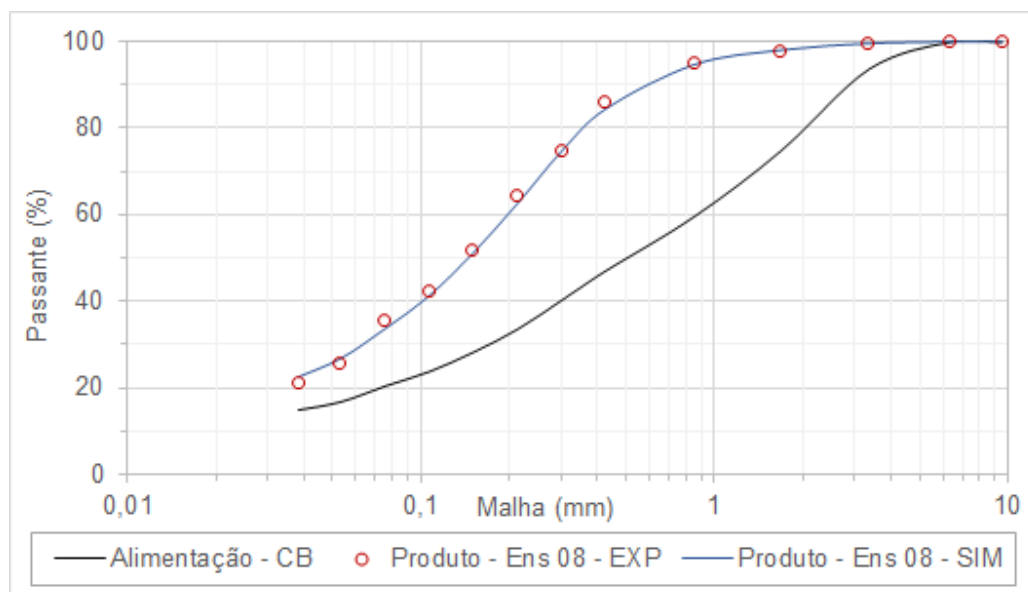


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 120 que a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para a condição de com alimentação de 65% de sólidos em massa apresentou aderência muito boa aos resultados experimentais, sendo a distribuição simulada levemente mais grosseira para malhas mais finas do que 0,106 mm.

A Figura 121 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 08, com 25% de grau de enchimento dos corpos moedores.

Figura 121 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 08.

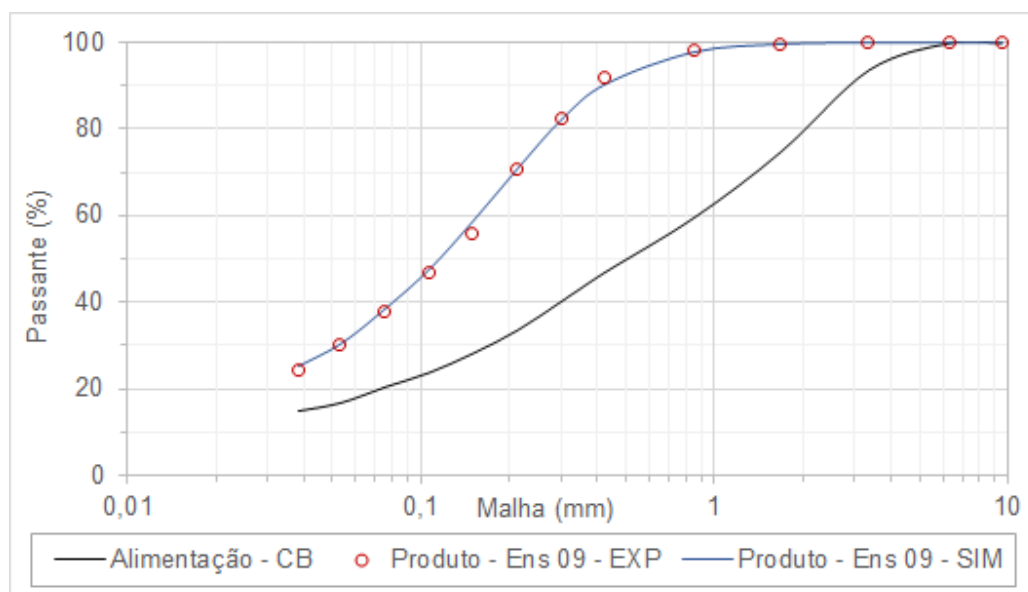


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 121 que a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para a condição de 25% de grau de enchimento dos corpos moedores apresentou excelente aderência com os resultados experimentais.

A Figura 122 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 09, com 35% de grau de enchimento dos corpos moedores.

Figura 122 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 09.

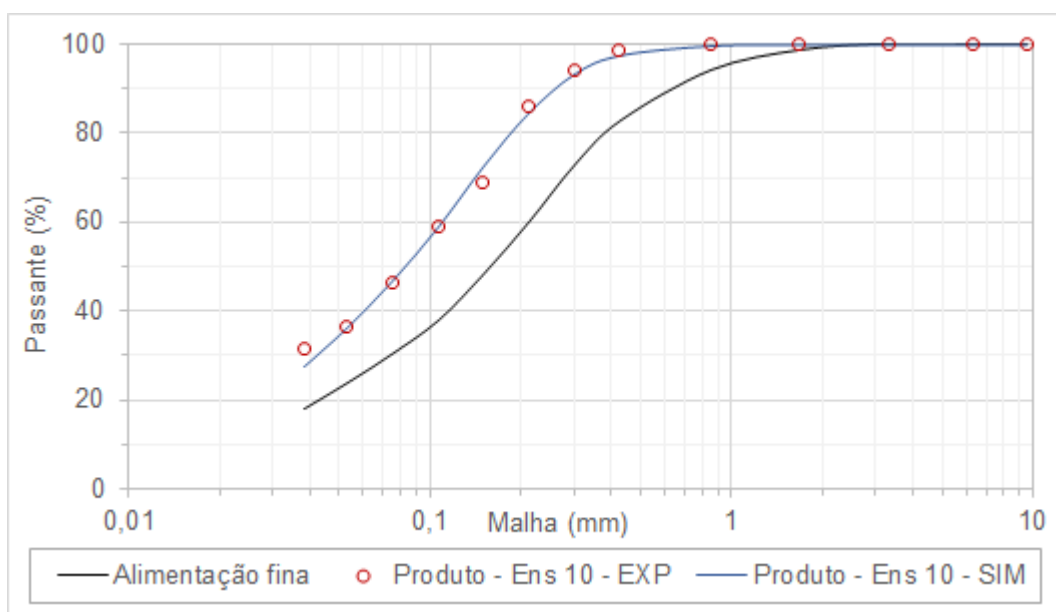


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 122 que a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para a condição de 35% de grau de enchimento dos corpos moedores apresentou excelente aderência com os resultados experimentais.

A Figura 123 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 10, com alimentação relativamente mais fina.

Figura 123 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 10.



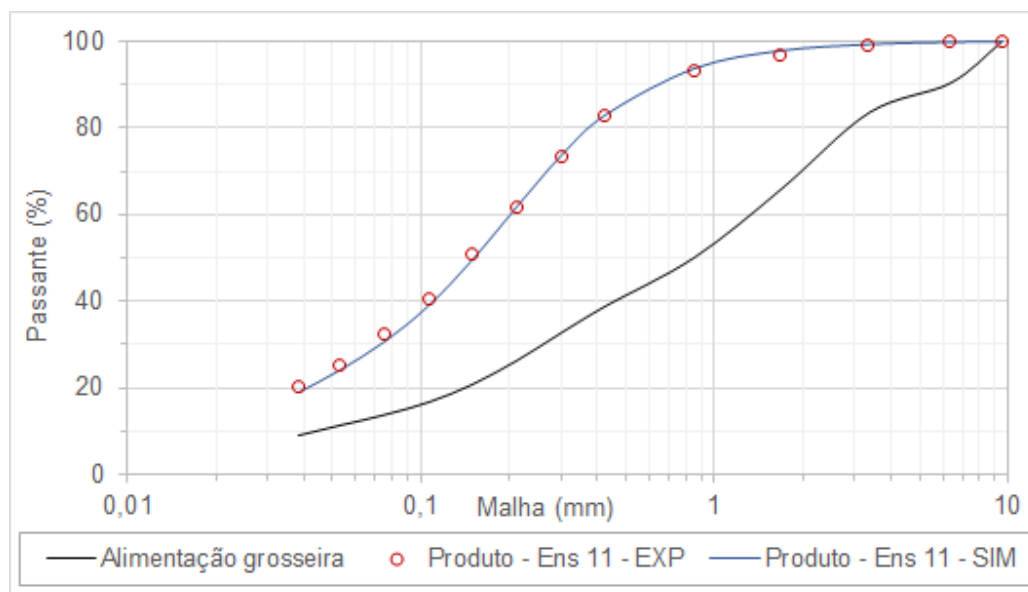
Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 123 que a distribuição granulométrica estimada para a granulometria de alimentação mais fina apresentou aderência excelente aos resultados experimentais, a menos da fração granulométrica passante na malha 0,038 mm.

A Figura 124 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 11, com alimentação relativamente mais grosseira.



Figura 124 –Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 11.

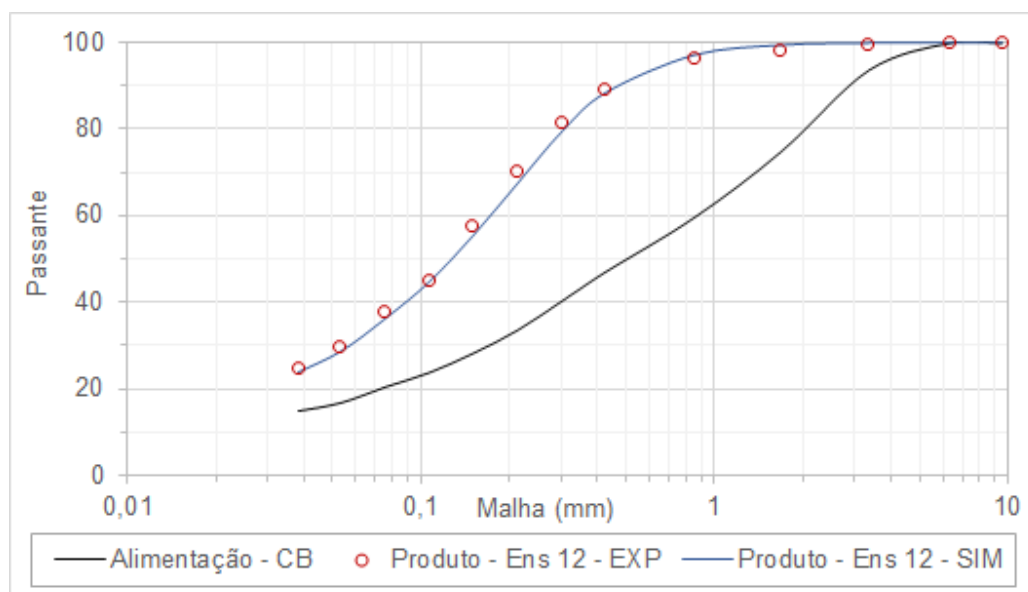


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 124 que a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para a condição com alimentação relativamente mais grosseira apresentou excelente aderência com os resultados experimentais.

A Figura 125 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 12, com 9,0% de área aberta do diafragma.

Figura 125 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 12.

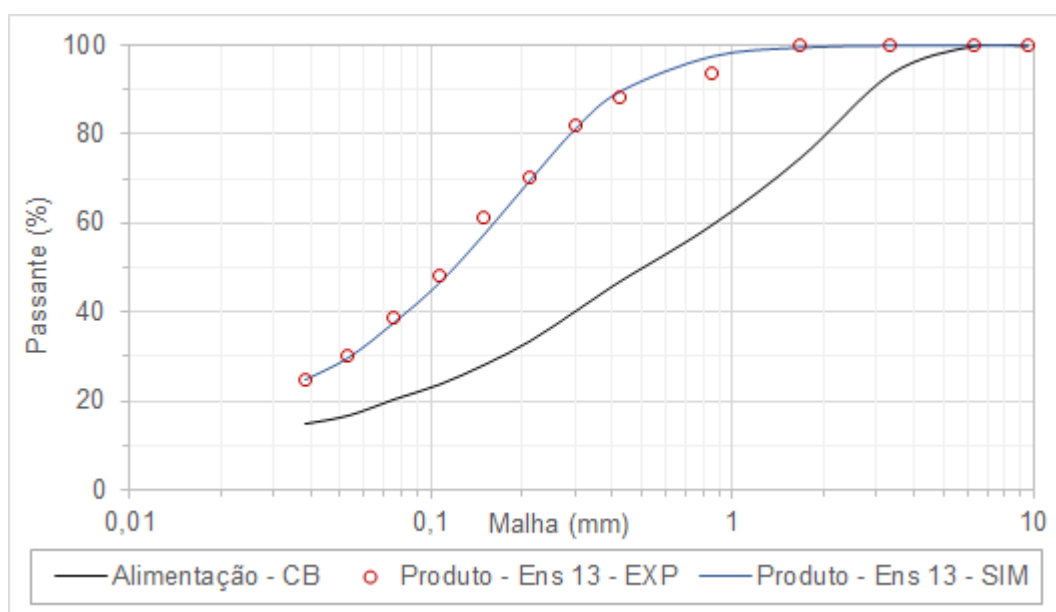


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 125 que a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para 9,0% de área aberta apresentou aderência muito boa aos resultados experimentais, sendo o produto moído simulado levemente mais fino do que o experimental para malhas mais finas do que 0,5 mm.

A Figura 126 apresenta de distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 13, com 12,6% de área aberta do diafragma.

Figura 126 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 13.

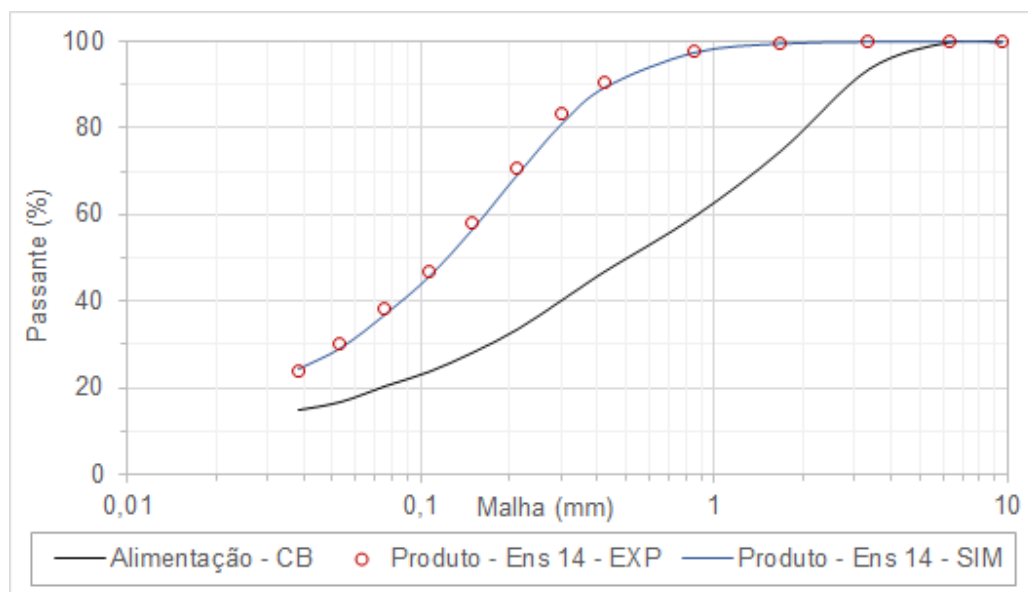


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 126 que a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para a condição de 12,6% da área aberta do diafragma apresentou excelente aderência com os resultados experimentais, porém com ligeiras divergências nas malhas 0,850 mm e 0,150 mm.

A Figura 127 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 14, com posição radial do diafragma de 0,75.

Figura 127 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 14.

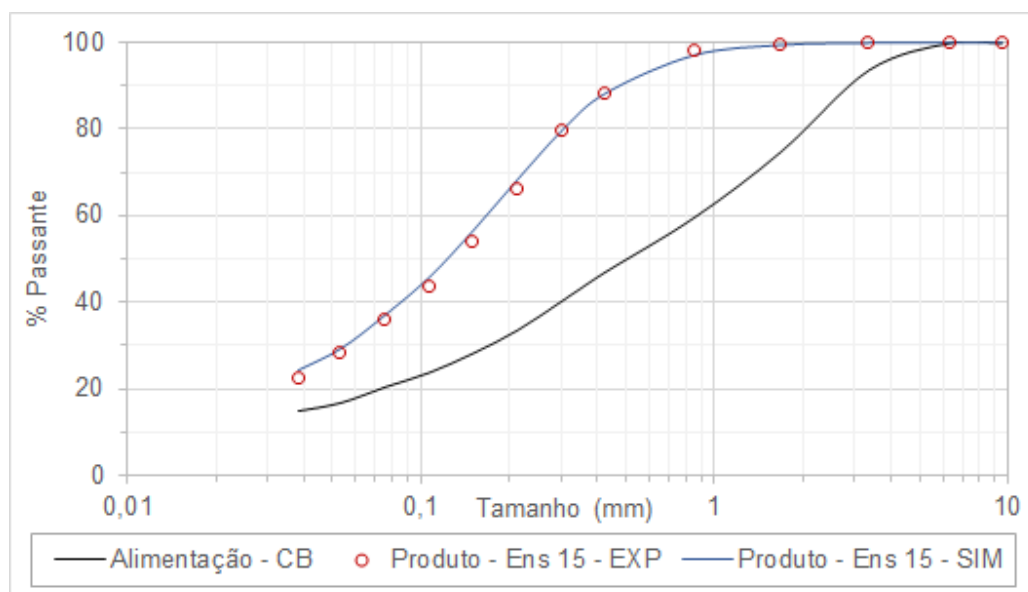


Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 127 que a distribuição granulométrica simulada pelo modelo para posição radial de 0,75 das aberturas do diafragma apresentou aderência excelente aos resultados experimentais.

A Figura 128 apresenta as distribuições granulométricas experimentais e simuladas para o Ensaio 15, com posição radial do diafragma de 0,85.

Figura 128 – Distribuições granulométricas do produto moído experimental e simulada do Ensaio 15.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nota-se da Figura 128 que a distribuição granulométrica estimada pelo modelo para posição radial das aberturas de 0,85 apresentou excelente aderência com os resultados experimentais. Ressalta-se que apesar de este último ensaio ter sido considerado como *outlier* em relação ao *hold-up* de sólidos experimental, o modelo desenvolvido foi adequado para simulação da distribuição granulométrica do produto moído.

## 6 CONCLUSÕES

O presente estudo que houve um acréscimo de 15% na potência demandada pelo moinho de bolas com descarga por diafragma em relação ao mesmo moinho com descarga por *overflow*. Tal conclusão está de acordo com a literatura investigada.

Uma das conclusões fundamentais para o desenvolvimento do modelo foi que na campanha experimental, os valores de *hold-up* do moinho com descarga por *overflow* foram significativamente maiores em relação à descarga por diafragma. O mecanismo proposto foi que no primeiro há necessidade de preenchimento de um volume mínimo na câmara de moagem para que haja o extravasamento de polpa, enquanto que as aberturas próximas à periferia do diafragma proporcionam o transporte de polpa para fora do moinho, mesmo que esta apresente volumes internos

O maior *hold-up* e, por conseguinte, o maior tempo de residência das partículas no interior dos moinhos de bolas com descarga por *overflow* promovem assim produtos moídos mais finos em relação àqueles equipados com descarga por diafragma, considerando parâmetros e condições operacionais semelhantes.

Expandindo-se estas conclusões, as análises dos resultados experimentais indicaram que a capacidade de descarregamento do moinho é função que depende do conjunto de condições de operação do moinho, o que torna o volume de *hold-up* também bastante específico para cada conjunto particular de valores de variáveis de processo. Como o *hold-up* determina o tempo de residência e este a fragmentação que ocorre na câmara de moagem, conclui-se que a capacidade de descarregamento determina a granulometria do produto moído.

Para o material utilizado na campanha experimental, os ensaios de moagem em batelada com alimentação de monofrações distintas apresentaram curvas de distribuições granulométricas dos produtos moídos aproximadamente paralelas em escala bi-logarítmica. Concluiu-se assim que, para este material, as distribuições granulométricas de produtos moídos independem do tamanho original da partícula.

Os cálculos da razão específica de quebra para os ensaios de moagem em batelada em condições distintas, resultaram em valores similares dos parâmetros  $\alpha$  e

$\lambda$  para todos os ensaios. Estes resultados corroboram a hipótese de que esses parâmetros são característicos do material e, portanto, são constantes independente das condições operacionais da moagem, não havendo assim necessidade de escaloná-los.

Devido a importância constatada no desempenho global da moagem, foram desenvolvidas equações para cálculo do *hold-up* de sólidos, Equações 116 e 121, respectivamente, para os moinhos de bolas com descarga por diafragma e por *overflow*. A Equação 116 incluiu os parâmetros vazão de alimentação, velocidade de rotação do moinho, concentração de sólidos da alimentação, grau de enchimento, granulometria da alimentação, área aberta do diafragma e posição radial das aberturas do diafragma. Por outro lado, a Equação 121 incluiu os parâmetros vazão de alimentação, concentração de sólidos da alimentação e grau de enchimento. A variação da rotação do moinho e da granulometria da alimentação para o moinho de bolas com descarga por *overflow* apresentou valores de *hold-up* similares, ou seja, a variação desses parâmetros não alterou o *hold-up* de sólidos para o moinho de bolas com descarga por *overflow*.

De acordo com a Figura 91, a modelagem de moagem em moinho de bolas com descarga por diafragma foi desenvolvida com base no modelo de balanço populacional, compreendendo um único misturador perfeito. O modelo consiste na fragmentação do material alimentado em um misturador perfeito, seguido de classificação, cuja fração grosseira retorna ao estágio anterior de fragmentação, enquanto que a fração fina é descarregada do moinho. O modelo inclui assim funções distribuição de quebra, seleção e classificação. A função distribuição de quebra é calculada por meio da Equação 107, enquanto a função seleção é calculada pela Equação 35. A função classificação ou descarga é discretizante e calculada pelas Equações 130, 131, 132 e 133.

Para calibração, o modelo executa ciclos completos de moagem, tendo como critério de convergência a distribuição granulométrica do produto e o valor estimado de *hold-up* pela Equação 116.

As calibrações do modelo desenvolvido a partir dos ensaios de moagem continua com moinho de bolas com descarga por diafragma apresentaram distribuições granulométricas dos produtos moídos muito próximas aos valores experimentais, indicando excelente aderência do modelo para tais dados.

A partir das calibrações supracitadas, foram desenvolvidas equações gerais que relacionaram os parâmetros da razão específica de quebra  $K_0$  e  $\mu$  e o parâmetro  $X_m$  da função classificação para cada uma das variáveis operacionais selecionadas. O conjunto destas equações, assim como aquela que compõe a estimativa de *hold-up* formam assim o modelo matemático desenvolvido neste trabalho.

As simulações realizadas com o modelo calibrado a partir do Caso Base resultou em aderências consideradas excelentes entre dados experimentais e aqueles assim estimados. Conclui-se assim que o modelo criado é adequado para a reprodução, com fidelidade, da operação contínua do moinho de bolas com descarga por diafragma.

Para expansão da aplicação do modelo recomenda-se que o mesmo seja validado para operações industriais de moagem de bolas com descarga por diafragma. Embora a validação direta do *hold-up* de sólidos ambientes industriais seja inviável, recomenda-se empregar para tal o procedimento o *crash stop*, seguido de inspeção e medição interna.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABOUZEID, A. Z. M.; MIKA, T. S.; SASTRY, K. V.; FUERSTENAU, D. W. **The influence of operating variables on the residence time distribution for material transport in a continuous rotary drum.** Powder Technology, 1974. v. 10. p. 273-288.

ALVES, V. K. **Otimização de Carga Moedoras Utilizando Ferramentas de Modelamento Matemático e Simulação de Moagem.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006. 122 p.

ANON. **Nordberg Grinding Mills: Ball, Rod and Pebble.** Bulletin. Nordberg Mfg. Co., 1970.

ARBITER, N. **Comparative dynamics of tumbling mills.** SAG Conference. Vancouver, British Columbia, 1989.

ARBITER, N. **Dimensionality in ball mill dynamics.** SME-AIME. Salt Lake City, Utah, 1990.

ARBITER, N; HARRIS, C.C. **Scale-up and Dynamics of Large Grinding Mills.** In: MULAR, A. L.; JERGENSEN, G. V. Design and Installation of Comminution Circuits. SME-AIME, New York, 1982. p. 491-508.

ARBITER, N; HARRIS, C.C. **Scale-up Problems with Large Ball Mills.** In: Mill Design and Performance of Large Ball Mills. SME-AIME, New York, 1983. p. 15-21.

AUSTIN, L. G. **Understanding ball mill sizing.** Industrial and Engineering Chemistry. In: Process, Design and Development, 1973, v. 12. p. 1973.

AUSTIN, L. G.; KLIMPEL, R. R. **Theory of grinding operations.** Industrial and Engineering Chemistry, Washington, November, 1964. v. 56, n. 11, p. 18-29.

AUSTIN, L. G.; KLIMPEL, R. R.; LUCKIE, P. T. **The process engineering of size reduction: ball milling.** AIME, New York, 1984.

AUSTIN, L. G.; LUCKIE, P. T. **Methods for determination of breakage distribution parameters.** Powder Technology, 1972a. v. 5. p. 215-222.

AUSTIN, L. G.; LUCKIE, P. T. **The estimation of non-normalised breakage distribution parameters from batch grinding tests.** Powder Technology, 1972b. v. 5. p. 267-271.

AUSTIN, L. G.; LUCKIE, P. T. von Seebach, H. M. **Optimisation of a cement milling circuit with respect to particle size distribution and strength development, by simulation models.** 4<sup>th</sup> European Symposium on Size Reduction, Nuremberg, September, 1975. p. 519-537.



AUSTIN, L. G.; LUCKIE, P. T. WIGHTMAN, D. **Steady-state simulation of a cement-milling circuit.** International Journal of Mineral Processing, 1975. v. 2. p. 127-150.

AUSTIN, L. G.; MENACHO, J. M.; PEARCY, F. **Proceedings 20<sup>th</sup> International Symposium on the Application of Computers and Mathematics in the Mineral Industries.** S Afr Inst Min Metall, Johannesburg, 1987. p. 107-126.

AUSTIN, L. G.; SHOJI, K.; LUCKIE, P. T. **The effect of ball size on mill performance.** Powder Technology, 1976. p. 71-79.

AUSTIN, L. G.; WEYMONT, N. P. PRISBEY, K. A.; HOOVER, M. **Preliminary results on modelling autogenous grinding.** Proceedings, International APCOM Conference, 1976. p. 207-266.

BAKSHI, A. K.; EISELE, T. C.; KAWATRA, S. K. **On-line viscometer for mineral slurries.** SME Annual Meeting, Denver, March, 1999.

BARRATT, D. J.; SOCHOCHY, M. A. **Factors which influence selection of comminution circuits.** In: MULAR, A. L.; JERGENSEN, G. V. Design and Installation of Comminution Circuits. SME-AIME, New York, 1982. p. 1-27.

BAZIN, C.; B-CHAPLEAU, C. **The difficulty associated with measuring slurry rheological properties and linking them to grinding mill performance.** International Journal of Mineral Processing, 2005. v. 76. p. 93-99.

BAZIN, C.; B-CHAPLEAU, C.; BOUAJILA, A. **Slurry rheology and grinding.** In: Proceedings of the 35<sup>th</sup> Annual Meeting of the Canada Mineral Processors, CIM, Ottawa, 2003. p. 653-667.

BERALDO, J. L. **Moagem de minérios em moinhos tubulares.** São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1987. 143 p.

BERGERMAN, M. G. **Dimensionamento e simulação de moinhos verticais.** Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2013. 282 p.

BOND, F. C. **The Third Theory of Comminution.** Transactions AIME, May, 1952. p. 484-494.

BOND, F. C. **British Chemical Engineering.** 1960. v. 6. pp. 378-391, 543-548.

BOND, F. C. **Crushing and Grinding Calculations.** Allis Chalmers Publication, 1961.

BOND, F. C. **Crushing and Grinding Calculations: Selection Circuits to Prepare Beneficiation Feeds.** Allis Chalmers Bulletin, May 1983.

BRODBENT, S. R.; CALLCOTT, T. G. **A matrix of analysis of processes involving particle assemblies.** Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1956. v. A249. p. 99-123.

BROWN, R. L. **Broken Coal-III generalized law of size reduction.** Journal of the Institute of Fuel, London, 1941. v. 14. p. 129-134.

BURGESS, D. **High or low aspect – which one?** In: Stockton, N. D. SAG Milling Conference, Murdoch University, 1989. P. 132-170.

BURNS; R. S.; ERSKINE, J. G. **Experience with large diameter ball mills at bougainville.** In: Mill Design and Performance of Large Ball Mills. SME-AIME, New York, 1983. p. 39-53.

CHARLES, R. J. **Energy-size reduction relationships in comminution.** Transactions SME/AIME, New York, January, 1957. v. 208, p. 80–88.

CHAVES, A. P. **Britagem, Peneiramento e Moagem: Teoria e Prática do Tratamento de Minérios.** 4. ed. São Paulo: Ed. Signus, 2009. v. 3.

CHIEREGATI, A. C.; PITARD, F. F. **Amostragem.** In: LUZ, A. B.; FRANÇA, S. C. A.; BRAGA, P. F. A. Tratamento de Minérios. 6. ed. CETEM, Rio de Janeiro, 2018. p. 26-65.

CHIMWANI, N.; MULENGA, F. K.; HILDEBRANT, D. **Ball size distribution for the maximum production of a narrowly-sized mill product.** Powder Technology, 2015. v. 284. p. 12-18.

CHIMWANI, N.; MULENGA, F. K.; HILDEBRANT, D.; GLASSER, D.; BWALYA, M. M. **Scale-up of batch grinding data for simulation of industrial milling of platinum group minerals ore.** Minerals Engineering, 2014. v. 63. p. 100-109.

CHIMWANI, N.; MULENGA, F. K.; HILDEBRANT, D.; GLASSER, D.; BWALYA, M. M. **Use of the attainable region method to simulate a full-scale ball mill with a realistic transport model.** Minerals Engineering, 2015. v. 73. p. 116-123.

COATES, G. **Selection of metallic materials for the Mining/Metallurgical Industry.** In: MULAR, A. L.; HALBE, D. N.; BARRATT, D. J. Mineral Processing Plant Design, Practice and Control: Proceedings. v. 2. SME, Vancouver, October, 2002. p. 1911-1931.

COHEN, H. E. **Energy usage in mineral processing.** Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section C, London, 1983. v. 92, p. 160-163.

DELBONI JR., H. **Modelagem e Simulação de Circuitos de Cominuição e Classificação.** Apostila do curso. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2012.

DELBONI JR., H.; SAMPAIO, J. A. **Circuitos Industriais de Moagem Autógena e Semi-autógena.** In: LUZ, A. B.; FRANÇA, S. C. A.; BRAGA, P. F. A. Tratamento de Minérios. 6. ed. CETEM, Rio de Janeiro, 2018. p. 186-221.

DELBONI JR., H.; SAMPAIO, J. A.; LIMA, R. A. **Circuitos Industriais de Moagem Autógena e Semi-autógena.** In: LUZ, A. B.; SAMAPAIO, J. A.; FRANÇA, S. C. A. Tratamento de Minérios. 5. ed. CETEM, Rio de Janeiro, 2010. p. 213-253.

DENLAY, D.; WOODS, R.; ROYSTON, D. **Development of the AN1 Bradken Vortex Pulp Lifter and the spherical head bolt mill liner fastener system.** In: 6<sup>th</sup> Mill Operators Conference, Madang, October, 1997. p. 67-71.

DJORDJEVIC, N.; SHI, F. N.; BENZER, A. H. **Determination of lifter design, speed, and filling effects in AG mills by 3D DEM.** Minerals Engineering, 2004. v. 17. p. 1135-1142.

DOR, A. A.; BASSAREAR, J. H. **Primary grinding mill selection, sizing and current practice.** In: MULAR, A. L.; JERGENSEN, G. V. Design and Installation of Comminution Circuits. SME-AIME, New York, 1982. p. 439-473.

EPSTEIN, B. **The Material Description of Certain Breakage Mechanisms Leading to the Logarithmic-Normal Distribution.** Journal of the Franklin Institute, 1947.

FIGUEIRA, V. F.; ALMEIDA, S. L. M.; PEREIRA NETO, J. **Cominuição.** Tratamento de Minérios, CETEM/CNPQ, Rio de Janeiro, 1995. p. 105-205.

FILIPPOV, A. F. **Distribution of the sizes which undergo splitting.** In: Theory of Probability and Its Applications, english translation, USSR, 1961. v. 6. p. 275-280.

FUERSTENAU, D. W.; ABOUZEID, A. Z. M.; SWAROOP, S. H. R. **Material transport in ball mills: effect of discharge-end design.** Powder Technology, 1986. v. 46. p. 273-279.

FUERSTENAU, D. W.; VENKATARAMAN, K. S.; VENKATARAMAN, B. V. **Effect of chemical additives on the dynamics of grinding media in wet ball mill grinding.** International Journal of Mineral Processing, 1985. v. 15. p. 251-257.

GARDNER, R. P.; AUSTIN, L. G. **A chemical engineering treatment of batch grinding.** Proceedings, 1<sup>st</sup> European Symposium Zerkleinern, Verlag Chemie, Weinheim, 1962. p. 217-247.

GAUDIN; A. M. MELOY, T. P. **Model and a comminution distribution equation for repeated fracture.** Transactions AIME-SME, 1962. v. 223. p. 43-50.

GÓES, M. A. C.; LUZ, A. B.; POSSA, M. V. **Amostragem.** In: LUZ, A. B.; SAMAPAIÓ, J. A.; FRANÇA, S. C. A. Tratamento de Minérios. 5. ed. CETEM, Rio de Janeiro, 2010. p. 23-54.

GOMES, W. L. **Integração de modelos energéticos e de balanço populacional para simulação de moagem em moinhos de bolas.** Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2014. 197 p.

GOMES, W. L.; DELBONI JR, H.; CHIEREGATI, A. C.; JATOBÁ, T. L. A. **Development of ball mill test for simulation of industrial circuit.** REM, Janeiro-Março, 2016. v. 69. p. 91-96.

GY, P. **Sampling for analytical purposes.** 1<sup>st</sup> ed., translated by A.G. Royle, John Wiley & Sons, West Sussex, England, 1998.

HERBST, J.A.; FUERSTENAU D.W. **The zero order production of fines in comminution and its implication in simulation.** Transactions SME/AIME, 1968. p. 531-549.

HERBST, J. A.; FUERSTENAU, D. W. **Influence of mill speed and ball loading on the parameters of the batch grinding equation.** Transactions AIME/SME, 1972. v. 252. p. 169-176.

HERBST, J. A.; FUERSTENAU, D. W. **Scale-Up procedure for Continuous Grinding Mill Design Using Population Balance Models.** International Journal of Mineral Processing, 1980. p 1-31.

HERBST, J. A.; LO, Y. C.; RAJAMANI, K. **Population balance model predictions of the performance of large diameters mills.** Minerals and Metallurgical Engineering, 1986. p. 114-120.

HEYES, G. W.; KELSALL, D. F.; STEWART, P. S. B. **Continuous grinding in a small wet rod mill – Part I: Comparison with a small ball mill.** Powder Technology, 1973. v. 7. p. 319-325.

HEYES, G. W.; KELSALL, D. F.; STEWART, P. S. B. **Continuous grinding in a small wet rod mill – Part II: Breakage of some common ore minerals.** Powder Technology, 1973. v. 7. p. 337-341.

HINTIKKA, V. V.; KALAPUDAS, R. P.; VIITANEN, P. I. **Effect of rheology on grinding efficiency in the laboratory scale continuous classifying mill.** Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review, 1999. v. 20. p. 133-154.

HOGG, R.; FUERSTENAU, D. W. **Power Relations for Tumbling Mills.** Transactions SME-AIME, 1972. v. 252. p. 418-432.

HOLMES, J. A. **A Contribution to the study of comminution: a modified form of Kick's Law.** Transactions of the Institute of Chemical Engineering, London, 1957. v. 35. p. 126–156.

HOYER, D. I.; HERBST, J. A. **A simulation model for autogenous pebble mills.** SME-AIME Fall Meeting, Albuquerque, October, 1985.

HUKKI, R. T. **Minerals beneficiation: proposal for a solomonic settlement between the theories of von Rittinger, Kick, and Bond.** AIME Transactions, New York, January, 1961. v. 220. p. 403-408.

INOUE, T.; OKYA, K. **Grinding mechanism in centrifugal mills.** 8<sup>th</sup> European Symposium on Comminution, Stockholm, 1994. p. 431-440.

INOUE, T.; OKYA, K. **Discrete element method to simulate several types of mill.** Progeny, ICRA, 1995.

JKMRC – **Julius Kruttschnitt Mineral Research Center.** Queensland, Australia.

KATUBILWA, F. M.; MOYS, M. H. **Effects of slurry degree and viscosity of slurry on mill load orientation.** Minerals Engineering, 2011. v. 24.p. 1502-1512.

KELLY, E. G.; SPOTTISWOOD, D. J. **Introduction to mineral processing.** New York: Ed. Wiley, 1982. 491 p.

KELSALL, D. F. **A study of breakage in a small continuous open circuit wet ball mill.** Proceedings, 7<sup>th</sup> International Mineral Processing Congress, New York, 1965. p. 33-42.

KELSALL, D. F.; REID, K. J.; RESTARICK, C. J. **Continuous grinding in a small wet ball mill – Part I: A study of the influence of ball diameter.** Powder Technology, 1968a. v. 1. p. 291-300.

KELSALL, D. F.; REID, K. J.; RESTARICK, C. J. **Continuous grinding in a small wet ball mill – Part II: A study of the influence of hold-up weight.** Powder Technology, 1968b. v. 2. p. 162--168.

KELSALL, D. F.; REID, K. J.; RESTARICK, C. J. **Continuous grinding in a small wet ball mill – Part III: A study of distribution of residence time.** Powder Technology, 1970. v. 3. p. 170-178.

KELSALL, D. F.; STEWART, P. S. B.; REID, K. J. **Confirmation of a dynamic model of closed-circuit grinding with a wet ball mill.** Transactions IMM, 1968.

KELSALL, D. F.; STEWART, P. S. B.; WELLER, K. L. **Continuous grinding in a small wet ball mill – Part IV: A study of the influence of grinding media load and density.** Powder Technology, 1973a. v. 7. p. 293-301.

KELSALL, D. F.; STEWART, P. S. B.; WELLER, K. L. **Continuous grinding in a small wet ball mill – Part V: A study of the influence of media shape.** Powder Technology, 1973b. v. 8. p. 77-83.

KELSALL, D. F.; REID, K. J.; STEWART, P. S. B. **The study of grinding processes by dynamic modeling.** Elec Eng Trans Inst Eng, Australia, 1969. p. 155-169.

KICK, F. **Das Gesetz der Proportionalem Widerstand und Seine Anwendung.** Ed. Felix. Leipiz, 1885.

KINNEBER, D. J.; HERBST, J. A. **A comparison of linear and nonlinear models for open-circuit ball mill grinding.** International Journal of Mineral Processing, 1984. p. 143-165.

KING, R. P. **Modeling & Simulation of Mineral Processing Systems.** Ed. Butterworth-Heinemann, 2001.

KING, R. P.; SCHNEIDER, C. L. **Mineral liberation and the batch comminution equation.** Minerals Engineering, 1998. p. 1143-1160.

KLIMPEL, R. R. **Slurry rheology influence on the performance of mineral/coal grinding circuits.** Minerals Engineering, 1982. v. 34. p. 1665-1668.

KLIMPEL, R. R. **The impact on industrial grinding circuits of changing and/or controlling the slurry rheology.** In: KAWATRA, S. K. Comminution Practices. SME. Littleton, 1997. cap. 1. p. 1-9.

LATCHIREDDI, S. R. **Modelling the performance of grates and pulp lifters in autogenous and semi-autogenous mills.** PhD Thesis, University of Queensland (JKMRC), 2002.

LATCHIREDDI, S; MORRELL, S. **A laboratory study of the performance characteristics of mill pulp lifters.** Minerals Engineering, 1997. v. 10. p. 1233-1244.

LATCHIREDDI, S; MORRELL, S. **Slurry flow in mills: grate-only discharge mechanism (Part 1).** Minerals Engineering, 2003a. p. 625-633.

LATCHIREDDI, S; MORRELL, S. **Slurry flow in mills: grate-pulp lifter discharge systems (Part 2).** Minerals Engineering, 2003b. p. 635-642.

LEVENSPIEL, O. **Chemical Reaction Engineering.** 3. ed. New York, Ed: Wiley, 1999.

LEUNG, K. **An energy based ore specific model for autogenous and semi-autogenous mills.** PhD Thesis, University of Queensland (JKMRC), 1976.

LEWIS, F. M.; COBURN, J. L.; BHAPPU, R. B. **Comminution: a guide to size reduction system design.** Minerals Engineering, 1976.

LIDDELL, K. S.; MOYS, M. H. **The effect of mill speed and filling on the behaviour of the load in a rotary grinding mill.** J S Afr Inst Min Metall, 1988. p. 49-57.

LO, Y. C. *et al.* **Design Considerations for Large Diameter Ball Mills.** International Journal of Mineral Processing, 1988. p. 75-93.

LO, Y. C.; HERBST, J. A. **Consideration of ball size effects in the population balance approach to mill scale-up.** In: SUMASUNDARAN, P. Advances in Mineral Processing: A Half-Century of Progress in Application of Theory to Practice. Proceedings of a Symposium honoring Nathaniel Arbiter on his 75<sup>th</sup>, birthday, New Orleans, Louisiana, March. Society of Mining Engineers, Littleton, 1986.

LO, Y. C.; HERBST, J. A. **Analysis of the performance of large-diameter mills at Bougainville using the population balance approach.** Minerals and Metallurgical Processing, 1988. p. 221-226.

LYNCH, A. J. **Mineral crushing and grinding circuits: their simulation, optimisation, design and control.** New York: Ed. Elsevier, 1977. 342 p.

LYNCH, A. J.; MORRELL, S. **The understanding of comminution and classification and its practical application in plant design and operation.** In: KAWATRA, S. K. Comminution: Theory and Practice. SME, Littleton, 1992. cap. 30, p. 405-425.

MAKOKHA, A. B.; MOYS, M. H.; BWALYA, M. M. **Modeling the RTD of an industrial overflow ball mill as a function of load volume and slurry concentration.** Minerals Engineering, 2011. p. 335-340.

MAKOKHA, A. B.; MOYS, M. H. **Characterizing slurry hydrodynamic transport in a large overflow tubular ball mill by an improved mixing cell model based on tracer response data.** Powder Technology, 2011. p. 207-214.

MAZZINGHT, D. B. **Modelagem e simulação do circuito de moagem através da determinação dos parâmetros de quebra e da energia específica de fragmentação**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, 2009. 128 p.

METSO. **Basics in Minerals Processing**. USA, 2002.

METSO. **Manual de Britagem**. 4. ed. Metso Minerals, 2005.

METZER, M. J.; DESAI, S. P.; GLASSER, D.; HILDEBRANT, D.; GLASSER, B. J. **Using the attainable region analysis to determine the effect of process parameters on breakage in a ball mill**. Am Inst Chem Eng J, 2011. v. 58. p. 2665-2673.

METZER, M. J.; GLASSER, D.; HAUSBERGER, B.; HILDEBRANT, D.; GLASSER, B. J. **Use of the attainable region analysis to optimize particle breakage in a ball mill**. Chemical Engineering Science, 2009. v. 64. p. 3766-3777.

MOKKEN, A. H.; BLENDULF, G. K. I. YOUNG, G. J. C. **A study of the arrangements for pulp discharge on pebble mills, and their influence on mill performance**. Journal of South African IMM, May, 1975. P. 257-289.

MORRELL, S. **The prediction of power draw in wet tumbling mills**. PhD Thesis, University of Queensland (JKMRC), 1993.

MORRELL, S. **Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics – Part 1: a continuum approach to mathematical modeling of mill power draw**. Trans Inst Min Metall, January-April, 1996a.

MORRELL, S. **Power draw of wet tumbling mills and its relationship to charge dynamics – Part 2: an empirical approach to modelling of mill power draw**. Trans Inst Min Metall, January-April, 1996b.

MORRELL, S. **Rock characterization for High Pressure Grinding Rolls circuit design**. Proceedings International Autogenous and Semi Autogenous Grinding Technology, Vancouver. 2006. v. IV. p. 267-278.

MORRELL, S. **A method for predicting the specific energy requirement of comminution circuits and assessing their energy utilization efficiency**. Trans Minerals Engineering, 2008a. v. 21.

MORRELL, S. **Predicting the overall specific energy requirements of AG/SAG, ball mill and HPGR circuits on the basis of small-scale laboratory ore characterisation tests**. Proceedings Procemin Conference, Santiago, Chile, 2008b.

MORRELL, S.; KOJOVIC, T. **The influence of slurry transport on the power draw of autogenous and semi-autogenous mills**. In: Proceedings, 2<sup>nd</sup> International Conference on Autogenous and Semi-autogenous Grinding Technology, Vancouver, 1996. p. 378-389.

MORRELL, S. STEPHENSON, I. **Slurry discharge capacity of autogenous and semi-autogenous mills and the effect of grate design.** International Journal of Mineral Processing, 1996. p. 53-72.

MORRELL, S.; STERNS, U. J.; WELLER, K. R. **The application of population balance models to very fine grinding in tower mills.** XIX Int Min Proc Congress (AusIMM), Sydney, 1993. p. 61-66.

MISHRA, B. K.; RAJAMANI, R. K. **Analysis of media motion in industrial mills.** In: KAWATRA, S. K. Comminution: Theory and Practice. SME, Littleton 1992. p. 427-440.

MISHRA, B. K.; RAJAMANI, R. K. **Simulation of charge motion in ball mills.** Part 1: experimental verifications. International Journal of Mineral Processing, 1994a. p. 171-186.

MISHRA, B. K.; RAJAMANI, R. K. **Simulation of charge motion in ball mills.** Part 2: numerical simulations. International Journal of Mineral Processing, 1994b. p. 187-197.

MOKKEN, A. H. BLENDULF, G. K. I.; YOUNG, G. J. C. **A study of the arrangements for pulp discharge on pebble mills, and their influence on mill performance.** Journal of South African IMM, may, 1975. p. 275-289.

MULENGA, F. K.; CHIMWANI, N. **Introduction to the use of the attainable region technique in determining the optimal residence time of a ball mill.** International Journal of Mineral Processing, 2013. v. 125. p. 39-50.

MULENGA, F. K.; MOYS, M. H. **Effects of slurry filling and mill speed on the net power draw of a tumbling ball mill.** Minerals Engineering, 2014a. p. 45-56.

MULENGA, F. K.; MOYS, M. H. **Effects of slurry pool volume on milling efficiency.** Powder Technology. 2014b. v. 256. p. 428-435.

MULENGA, F. K.; MKONDE, A. A.; BWALYA, M. M. **Effects of load filling, slurry concentration and feed flowrate on the attainable region path of an open milling circuit.** Minerals Engineering, 2016. p. 30-41.

NAPIER-MUNN, T. J.; MORRELL, S.; MORRISON, R. D.; KOJOVIC, T. **Mineral Comminution Circuits: their operation and optimization.** Queensland (JKMRC), 1996. 413 p.

NARAYANAN, S. S. **Development of a laboratory single particle breakage technique and its application to ball mill modelling and scale-up.** PhD Thesis, University of Queensland (JKMRC), 1985. 209 p.

NATARAJAN, K. A.; RIEMER, S. C.; IWASAKI, I. **Corrosive and erosive wear in magnetic taconite grinding.** SME-AIME, Atlanta, 1983.

PEREIRA, C. E. **Moagem: Curso de beneficiamento de Minérios.** Belo Horizonte, 1989. p. 60-65.



PITARD, F.F. **Pierre Gy's sampling theory and sampling practice: heterogeneity, sampling correctness, and statistical process control**. 2. ed. CRC Press, Boca Raton, 1993. 488 p.

PITARD, F. F. **Guidelines for acceptable allotted sampling uncertainty**. 6<sup>a</sup> World Conference on Sampling and Blending, Sydney, 2013.

POWELL, M. S.; van der Westhuizen; MAINZA, A. N. **Applying grind curves to mill operation and optimisation**. Minerals Engineering, 2009. v. 22. p. 625-632.

PRASHER, C. L. **Crushing and grinding process handbook**. 1. ed. New York: Ed. Wiley, 1987. 474 p.

RADZISZEWSKI, P.; TARASIEWICZ, S. **Autogenous mill design using comminution energetics**. In: Advances in Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology – SAG, Vancouver, 1989. p. 773-782.

RITTINGER, R. P. **Textbook of mineral dressing**. Ernst and Korn. Berlin, 1867.

ROSE, H. E. **Proceedings, 2<sup>nd</sup> European Symposium Zerkleinern**. Ed: Dechema Monographien, Verlag Chemie, Weinheim, 1967. p. 27-62.

ROSE, R. H.; SULLIVAN, R. M. **Ball, Tube and Rod Mills**. Chemical Publishing Co, New York, 1958. p. 69-108.

ROWLAND, C. A. **Selection of Rod Mills, Ball Mills, Pebble Mills and Re grind Mills: Selection Circuits to Prepare Beneficiation Feeds**. Allis Chalmers Bulletin, May 1983.

ROWLAND, C. A. **Ball mill scale-up – diameter factors**. In: SUMASUNDARAN, P. Advances in Mineral Processing: A Half-Century of Progress in Application of Theory to Practice. Proceedings of a Symposium honoring Nathaniel Arbiter on his 75<sup>th</sup>, birthday, New Orleans, Louisiana, March. Society of Mining Engineers, Littleton, 1986.

ROWLAND, C.A.; KJOS, D.M. **Rod and Ball Mills**. In: MULAR, A. L.; BHAPPU, R. B. Mineral Processing Plant Design. 2. ed. AIME, New York, 1980. p. 239-278.

ROWLAND, C. A.; ERICKSON, M. T. **Large ball mill scale-up factors. Mill Design and Performance of Large Ball Mills**. SME-AIME, New York, 1983. p. 29-33.

SCHNEIDER, C. L. **The Measurement and Calculations of Liberation in Continuous Grinding Circuits**. PhD Thesis, University of Utah, 1995.

SEDLATSCHEK, K.; BASS, L. **Contribution to the theory of milling processes**. Powder Metallurgy Bulletin, 1953. v. 6. p. 148-153.

SHERRITT, R. G.; CHAOUKI, J.; MEHROTRA, A. K.; BEHIE, L. A. **Axial dispersion in the 3-dimensional mixing of particles in a rotating drum reactor**. Chemical Engineering Science, 2003. v. 58. p. 401-415.

- SHI, F. N.; NAPIER-MUNN, T. J. **Effects of slurry rheology on industrial grinding mill performance**. International Journal of Mineral Processing, 2002. v. 65. p. 125-140.
- SHOJI, K.; AUSTIN, L. G.; SMAILA, F.; BRAME, K.; LUCKIE, P. T. **Further studies of ball and powder filling effects in ball milling**. Powder Technology, 1982. p. 121-126.
- SHOJI, K.; LOHRASB, S.; AUSTIN, L. G. **The variation of breakage parameters with ball and powder loading in dry ball milling**. Powder Technology, 1980. p. 109-114.
- STROMAYR, S. **Capacity limitations of pan lifter in grate discharge mills**. B. E. Thesis, Department of Mining and Metallurgical Engineering, University of Queensland, 1994.
- SWAROOP, S. H. R.; ABOUZIED, A. Z. M.; FUERSTENAU, D. W. **Flow of particulate solids through tumbling mills**. Powder technology, 1981. v. 28. p. 253-260.
- TANGSATHITKULCHAI, C. **The effect of slurry rheology on fine grinding in a laboratory ball mill**. International Journal of Mineral Processing, 2003.v. 69. p. 29-47.
- TANGSATHITKULCHAI, C., AUSTIN, L. G. **The effect of slurry density on breakage parameters of quartz, coal and copper ore in a laboratory ball mill**. Powder Technology, 1985. v. 42. p. 287- 296.
- TANGSATHITKULCHAI, C., AUSTIN, L. G. **Rheology of concentrated slurries of particles of natural size distribution produced by grinding**. Powder Technology, 1988. v. 56. p. 293-299.
- TAGGART, A. F. **Handbook of Ore Dressing**. Section 5. Wiley, New York, 1945. p. 99.
- TAGGART, A. F. **Elements of ore dressing**. 2. Ed. New York: Ed. Wiley, 1951. v. 1. cap. 22, p. 388-433.
- TAVARES, L. M.; KING, R. P. **Single-particle fracture under impact loading**. International Journal of Mineral Processing, 1998. p. 1-28.
- TUCKER, P. **Rheological factors that effect the wet grinding of ores**. In: Transactions of the Institute of Mining and Metallurgy, 1982. p. 117-122.
- VALERY JR, W.; MORRELL, S. **The development of a dynamic model for autogenous and semi-autogenous grinding**. Minerals Engineering, 1995. v. 8. p. 1285-1297.
- WATSON, J. L.; MORRISON, S. D. **Estimation of pulp viscosity and grinding mill performance by means of mill noise measurements**. Minerals and Metallurgical Processing. v. 3. p. 216-221.
- WILLS, B. A. **Wills' Mineral Processing Technology: An introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery**. 7. ed. Queensland (JKMRC), 2008. 444 p.

WELLER, K. R. **Hold-up and residence time characteristics of full scale grinding circuits**. IFAC Mining. Mineral and Metal Processing, Montreal, 1980. p. 303-309.

WELLER, K. R. **Hold-Up and Residence Time Characteristics of Full Scale Grinding Circuits**. IFAC Automation in mining; Mineral and Metal Processing; Pergamon, Oxford, 1981. p. 303-307.

WHITEN, W. J. **The use of periodic spline functions for regression and smoothing**. Aust Comp J, 1972. p. 31-34.

WHITEN, W. J. **A matrix theory of comminution machines**. Chemical Engineering Science, 1974. v. 29. p. 585-599.

WHITEN, W. J. **Ball mill simulation using small calculators**. Proceedings AusIMM, 1976. p. 47-53.

YAMAMOTO, J. K. **Geoestatística aplicada**. Apostila do curso, Instituto de Geologia da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

YEN, W. T.; SALMAN, T. **Pulp density of the ball mill and grindability**. Canadian Mining Journal, 1969. v. 90. p. 63-66.