

JEAN CARLO GRIJÓ LOUZADA

Princípio da Entropia Máxima aplicado à reologia de suspensões de minério de ferro

São Paulo

2021

JEAN CARLO GRIJÓ LOUZADA

Princípio da Entropia Máxima aplicado à reologia de suspensões de minério de ferro

Versão Original

Tese apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mineral da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração:
Engenharia Mineral

Orientador:
Prof. Dr. Laurindo de Salles Leal Filho

São Paulo

2021

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo-na-publicação

Louzada, Jean Carlo Grijó

Princípio da Entropia Máxima aplicado à reologia de suspensões de minério de ferro / J.C.G. Louzada – São Paulo, 2021.

194p.

Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo.

1. PROCESSAMENTO MINERAL. 2. MINÉRIO DE FERRO 3. ENTROPIA. 4. REOLOGIA I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo II.t.

Nome: LOUZADA, Jean Carlo Grijó.

Título: Princípio da Entropia Máxima aplicado à reologia de suspensões de minério de ferro

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____

Julgamento: _____

Dedico este trabalho...
a Deus, à minha família, aos meus alunos e
à Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

AGRADECIMENTOS

A gratidão é algo que deve ser praticada constantemente pelo ser humano. Tenho a plena convicção de que sem as graças de DEUS e o apoio irrestrito de pessoas muito especiais, este caminho não teria sido trilhado, nem tampouco a vitória alcançada!

Por esta razão, ofereço minha gratidão a DEUS e à Santíssima Trindade, por permitirem essa conquista, concedendo-me a saúde, a força e a perseverança necessárias.

Agradeço ao meu orientador professor Dr. Laurindo de Salles Leal Filho, ao Dr. Thiago César de Sousa Pinto e ao professor Dr. Podalyro Amaral de Sousa pela amizade, confiança, incentivo, ensinamentos e apoio irrestrito. Exemplos de profissionais, não mediram esforços para que este trabalho se realizasse. Não há palavras para expressar minha gratidão!

A família é um bem precioso que Deus nos concede e um dos pilares fundamentais que nos sustenta. Reconheço todo apoio e orações que sempre recebi da minha família. De mãos dadas comigo sempre estiveram: Maria Eduarda Andrade Louzada (filha), Maria Aparecida Diniz (mãe), Alcebíades Louzada (pai), Elaine Cristina Andrade (esposa), Mariana Louzada (irmã), Pedro Grijó Louzada (sobrinho), Edith Diniz (tia), Eunice Diniz (tia), Cinobilina Andrade Neta (sogra) e o saudoso Edson Silva (padrasto) *in memorian*. Obrigado pela presença de vocês em minha vida! Não fosse o amparo de todos dificilmente este sonho teria se realizado!

Dirijo também meus agradecimentos à professora Dra. Patrícia Matai, chefe do Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo, aos alunos Kaison Ferreira e Israel Cavalcante, ao amigo José Wilmar Calderón pelas valiosas ajudas nas atividades experimentais e aos colegas do Laboratório de Fenômenos de Transporte e Físico-Química de Interfaces: Alexandre Vale, André Braga, Eva França, Flávia Silvas, Ivani Vilanova, José Tadeu Golveia e Livia Marques.

Jamais deixaria de reconhecer também o apoio da instituição da qual eu me orgulho muito de pertencer: a Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (UNIFESSPA), instituição que abriu as portas e me acolheu quando cheguei ao Pará. O apoio dos colegas professores do Instituto de Geociências e Engenharias (IGE) e da Faculdade de Engenharia de Minas e Meio Ambiente (FEMMA), foi fundamental para que esta vitória se concretizasse. Ao saudoso amigo Professor Dennin Tomas Quispe Arapa (*in memorian*) meus sinceros agradecimentos por sua generosidade e incentivo!

Manifesto minha gratidão também ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (PMI/EPUSP), ao Instituto Tecnológico Vale (ITV) e à CAPES pelo suporte financeiro.

Finalmente agradeço aos meus alunos, pela motivação que me oferecem à missão da docência!

HOMENAGEM ÀS VÍTIMAS DA COVID-19

Parte desta tese foi desenvolvida durante a pandemia da Covid-19, causada pelo vírus Sars-Cov-2 e que mudou o cenário mundial nos anos de 2020 e de 2021. Milhares de vidas foram perdidas, trazendo um dos maiores sofrimentos na história recente da humanidade. No momento em que escrevo estas palavras, mais de 600.000 brasileiros sucumbiram à doença. Neste trabalho deixo minha homenagem às vítimas que tiveram suas vidas ceifadas em decorrência da pandemia no Brasil e no mundo e manifesto minha solidariedade a todas as famílias enlutadas.

RESUMO

LOUZADA, Jean Carlo Grijó. **Princípio da Entropia Máxima aplicado à reologia de suspensões de minério de ferro.** 2021. Tese (Doutorado em Ciências) – Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2021.

Muitas operações unitárias de processamento mineral são realizadas sob condições hidrodinâmicas turbulentas caracterizadas por valores elevados de taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma} > 1000 \text{ s}^{-1}$), os quais não são reprodutíveis em estudos reológicos conduzidos em reômetros convencionais. Os valores de vazão volumétrica e do gradiente de pressão, fornecidos pelos experimentos conduzidos em tubos pressurizados (loops de bombeamento) e realizados em condições muito turbulentas, podem ser convertidos em tensão de cisalhamento (τ) e taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) utilizando uma abordagem proposta por Chiu e colaboradores com base no Princípio da Entropia Máxima (PEM). Entretanto, o modelo de Chiu é aplicável a polpas minerais somente quando suas viscosidades aparentes (número de Reynolds) e o modelo reológico do fluido (Bingham, Pseudoplástico e Dilatante) são previamente conhecidos. Para preencher esta lacuna encontrada na literatura corrente, esta tese desenvolveu uma metodologia para determinar $\dot{\gamma}$ de polpas minerais em condições altamente turbulentas ($\dot{\gamma} > 1000\text{s}^{-1}$), juntamente com sua tensão de cisalhamento correspondente (τ), permitindo a construção de reogramas, desenhando os perfis de velocidade axial em tubos e determinando a viscosidade aparente da polpa sob aquelas condições de alta turbulência. A nova metodologia é amparada pelo modelo de Louzada e colaboradores (LCW), que se baseia no Princípio da Entropia Máxima. O modelo LCW relaciona o fator de atrito (f_E) do escoamento da polpa em tubos ao

Parâmetro de Entropia (M) a partir da expressão: $f_E = \frac{32}{[416,667(e^M - 1)]^{1,0028}} \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^{M+1})} \right]$. A

concepção do modelo LCW baseou-se em resultados encontrados na literatura (Mckeen *et al* 2004), obtidos experimentalmente com gases escoando em tubos rugosos. Foi aplicado ao escoamento de polpas de minério de ferro em dutos pressurizados (loop de bombeamento) cujos resultados obtidos permitiram a avaliação do Parâmetro de Entropia (M) em função de f_E . Suspensões preparadas com os minérios de ferro provenientes de Carajás (MC) e da Serra da Serpentina (MSS), exibindo diferentes concentrações de sólidos (35 – 50% w/w), foram submetidas ao escoamento em um conduto forçado de diâmetro 76,2mm, operando em um aparato de bombeamento em loop. Os resultados (vazão volumétrica e gradiente de pressão da polpa) permitiram a determinação de f_E e, conseqüentemente, o valor de M via modelo LCW. Ademais, o conhecimento da magnitude de M possibilitou o cálculo de $\dot{\gamma}$, do número de Reynolds do escoamento e da viscosidade aparente da polpa. Os gráficos de τ versus $\dot{\gamma}$ obtidos a partir dos experimentos conduzidos em reômetro rotacional (em $\dot{\gamma} \leq 1450\text{s}^{-1}$) ou em ensaios de bombeamento (em $\dot{\gamma} \geq 740\text{s}^{-1}$) compuseram os “reogramas ampliados”, visto que os mesmos abrangem os resultados obtidos, a partir de duas técnicas distintas, em curvas simples (reogramas) com coeficientes de correlação (R^2) superiores a 0,995. Os reogramas obtidos com os minérios de ferro de Carajás (MC) e da Serra da Serpentina (MSS) exibiram comportamentos dilatantes dentro da faixa aproximada de taxas de cisalhamento investigada (até 3.844s^{-1}),

independentemente do método utilizado para determinar $\dot{\gamma}$ e τ . Para o minério MC, desvios foram observados em uma faixa de taxa de cisalhamento ($740\text{s}^{-1} < \dot{\gamma} < 1250\text{s}^{-1}$) dentro da qual houve uma falta de turbulência no sistema de bombeamento para promover uma completa mistura/suspensão de partículas.

Palavras-chave: Princípio da entropia máxima, minério de ferro, reogramas.

ABSTRACT

LOUZADA, Jean Carlo Grijó. **Maximum Entropy Principle applied to rheology of iron ore slurries**. 2021. Tese (Doutorado em Ciências) – Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2021.

Many mineral processing unit operations are carried out under turbulent hydrodynamic conditions characterized by high values of shear rate ($\dot{\gamma} > 1,000 \text{ s}^{-1}$), which are not reproducible in rheological studies conducted by conventional rheometers. Pulp flowrate and pressure gradient values yielded by experiments conducted in pressurized pipes (pumping loops) conducted under very turbulent conditions can be converted in shear stress (τ) and shear rate ($\dot{\gamma}$) by using an approach proposed by Chiu and co-workers which is based on the Principle of Maximum Entropy (PME). However, Chiu's model is solely applicable to mineral slurries when its apparent viscosity (Reynolds number) and fluid model (Bingham, Pseudoplastic, Dilatant) are previously known. To fill this existing gap found in current literature, this thesis developed a methodology to determine $\dot{\gamma}$ of mineral slurries under highly turbulent conditions ($\dot{\gamma} > 1,000\text{s}^{-1}$), accompanied by its corresponding shear stress (τ), allowing the construction of rheograms, drawing axial velocity profiles in pipes and determining the slurry apparent viscosity under those high turbulent conditions. The novel methodology is supported by the Louzada and Co-workers' Model (LCW), which is based on the Principle of Maximum Entropy. The LCWM relates the friction factor (f_E) of slurry flow through pipelines to the Entropy Parameter (M) by the expression: $f_E = \frac{32}{[416,667(e^M - 1)]^{1,0028}} \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^{M+1})} \right]$. The conception of the LCM Model is supported by results found in literature (Mckeen et al 2004) obtained with experiments conducted with gases flowing in rough tubes. It was applied to the flow of iron ore slurries in pressurized pipelines (pumping loop) whose yielded results allowed the assessment of the Entropy Parameter (M) in function of f_E . Slurries prepared with iron ore from Carajás (MC) and Serra da Serpentina (MSS) exhibiting different solids concentration (35-50% w/w) were prepared and submitted to flow in a pressurized pipeline of 76,2mm of diameter working in a pumping loop apparatus. The results (pulp flowrate and pressure gradient) from those tests allowed the determination of f_E and, consequently, the value of M via LCW Model. Furthermore, knowledge on the magnitude of M supported the calculation of $\dot{\gamma}$, flow Reynolds number and slurry apparent viscosity. Plots of τ versus $\dot{\gamma}$ obtained either from experiments conducted by rotational rheometers (at $\dot{\gamma} \leq 1,450\text{s}^{-1}$) or from pumping tests (at $\dot{\gamma} \geq 740\text{s}^{-1}$) composed "broadened rheograms" as they embrace results obtained from two different techniques in single curves (rheograms) bearing correlation coefficients (R^2) higher than 0.995. Rheograms obtained with iron ore from Carajás (MC) and Serra da Serpentina (MSS) showed dilatant behavior within the approached range of shear rates (up to $3,844 \text{ s}^{-1}$), regardless of the method used to determine $\dot{\gamma}$ and τ . For MC, deviations from the main trend were observed in a range of shear rate ($740\text{s}^{-1} < \dot{\gamma} < 1,250\text{s}^{-1}$) under which there was a lack of turbulence in the pumping system to promote fully particle mixing/suspension.

Keywords: Maximum entropy principle, iron ore, rheograms

LISTA DE FIGURAS

Capítulo 2

- Figura 2.1 – Elemento de fluido submetido ao cisalhamento da placa superior.....31
- Figura 2.2 – Forças atuando em um elemento infinitesimal de área.....32
- Figura 2.3 – Distribuição de velocidade e da tensão de cisalhamento de um fluido escoando em um duto circular sem o efeito do deslizamento.....36
- Figura 2.4 – Forças atuando em um elemento de fluido durante o escoamento em duto circular.....37
- Figura 2.5 – Curvas reológicas de fluidos com comportamento independente do tempo.....47
- Figura 2.6 – Fator de atrito em função do número de Reynolds obtidos pelos pesquisadores das universidades de Oregon (Swanson et al., 2002) e Princeton (Zagarola e Smits, 1998; McKeon *et al.* 2004; McKeon, Zagarola e Smits, 2005).....53
- Figura 2.7 – Perda de carga em função da velocidade de escoamento para suspensões heterogêneas (A) e homogêneas (B).....63
- Figura 2.8 – Representação gráfica do método proposto por Bagley para obtenção da tensão de cisalhamento corrigida.....71
- Figura 2.9 – Distribuição de velocidade em um duto circular com o efeito de deslizamento na parede.....72
- Figura 2.10 – Representação gráfica do método de Mooney para determinação da velocidade de deslizamento.....74

Capítulo 3

- Figura 3.1 – Pilhas longitudinais das amostras provenientes da mina Serra da Serpentina (a) e de Carajás (b).....88
- Figura 3.2 – Picnômetro a gás nitrogênio instalado no instalado no LFQI.....91

| | |
|--|-----|
| Figura 3.3 – Unidade de bombeamento com dutos de diâmetros 76,2 e 101,6 milímetros..... | 93 |
| Figura 3.4 – Painel de controle da unidade de bombeamento e o processo de aquisição dos dados de vazão volumétrica (m^3/h) e diferença de pressão (mbar)..... | 94 |
| Figura 3.5 – Polpa de minério de ferro de Carajás sob agitação vigorosa no tanque da unidade de bombeamento (a) e alíquota retirada para determinação da massa específica (b)..... | 95 |
| Figura 3.6 – Reômetro Anton Paar e geometrias dos tipos cilindros concêntricos e vane..... | 96 |
| Figura 3.7 – Diagrama ilustrativo da sequência de experimentos e cálculos que propiciaram o desenvolvimento da tese..... | 98 |
| Capítulo 4 | |
| Figura 4.1. – Algoritmo para determinação do parâmetro de entropia (M) e fator de atrito entrópico (f_E)..... | 99 |
| Figura 4.2 – Ajuste dos dados do parâmetro de entropia em função do número de Reynolds..... | 100 |
| Figura 4.3 – Interseção dos reogramas de fluidos Newtonianos e não Newtonianos..... | 103 |
| Capítulo 5 | |
| Figura 5.1 – Tensão de cisalhamento em função da taxa, obtidas por reometria rotacional, referentes às suspensões preparadas com o minério MC..... | 107 |
| Figura 5.2 – Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento, obtidas por reometria rotacional, referentes às suspensões preparadas com o minério MC..... | 107 |
| Figura 5.3 – Número de Taylor em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério de Carajás..... | 110 |
| Figura 5.4 – Gradiente de pressão em função da velocidade média de escoamento referentes às suspensões preparadas com o minério de ferro de Carajás..... | 113 |

| | |
|--|-----|
| Figura 5.5 – Algoritmo de cálculo para a determinação do fator de atrito, do parâmetro de entropia (M) e do número de Reynolds referentes às suspensões de minério de ferro..... | 115 |
| Figura 5.6 – Algoritmo de cálculo para a determinação da velocidade máxima de escoamento e do perfil de velocidades, com base no PEM..... | 119 |
| Figura 5.7 – Perfis de velocidade referentes às suspensões preparadas com o minério MC a 36,8% de sólidos em massa..... | 120 |
| Figura 5.8 – Perfis de velocidade referentes às suspensões preparadas com o minério MC a 43,6% de sólidos em massa..... | 120 |
| Figura 5.9 – Algoritmo de cálculo para determinação dos reogramas com base no PEM e na equação de Louzada et al. (2021)..... | 122 |
| Figura 5.10 – Algoritmo de cálculo para determinação dos reogramas com base no PEM e na equação de Chiu et al. (1993)..... | 123 |
| Figura 5.11 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério MC..... | 124 |
| Figura 5.12 – Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério MC..... | 126 |
| Figura 5.13 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação obtidas por reometria rotacional e tubular, para a suspensão preparada com o minério MC a 36,8% de sólidos..... | 130 |
| Figura 5.14 – Viscosidade aparente em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular, para a suspensão preparada com o minério MC a 36,8% de sólidos..... | 130 |
| Figura 5.15 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular para a suspensão preparada com o minério MC a 43,6% de sólidos..... | 131 |

Figura 5.16 – Viscosidade aparente em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular para a suspensão preparada com o minério MC a 43,6% de sólidos.....131

Capítulo 6

Figura 6.1 – Tensão de cisalhamento em função da taxa referentes às suspensões de minério de ferro da Serra da Serpentina, obtidas por reometria rotacional.....134

Figura 6.2 – Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões de minério de ferro da Serra da Serpentina, obtidas por reometria rotacional.....135

Figura 6.3 – Número de Taylor em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério da Serra da Serpentina.....137

Figura 6.4 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina.....139

Figura 6.5 – Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina.....140

Figura 6.6 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular para a suspensão preparada com o minério MSS a 41,1% de sólidos.....142

Figura 6.7 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular para a suspensão preparada com o minério MSS a 47% de sólidos.....142

Figura 6.8 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular para a suspensão preparada com o minério MSS a 50,6% de sólidos.....143

LISTA DE TABELAS

Capítulo 2

| | |
|--|----|
| Tabela 2.1 – Valores típicos de taxas de cisalhamento..... | 34 |
| Tabela 2.2 – Números de Reynolds para transição turbulenta..... | 36 |
| Tabela 2.3 – Perfis de velocidade correspondentes às diferentes regiões do escoamento turbulento..... | 43 |
| Tabela 2.4 – Correlações para o fator de atrito em função do número de Reynolds..... | 54 |
| Tabela 2.5 – Expressões para tensão e taxa de cisalhamento referentes aos viscosímetros tubulares..... | 56 |
| Tabela 2.6 – Correlações para tensão e taxa de cisalhamento referentes aos viscosímetros e reômetros rotacionais..... | 59 |
| Tabela 2.7 – Equações para a determinação da viscosidade de suspensões..... | 65 |
| Tabela 2.8 – Dados referentes à concentração de sólidos, ao tipo de equipamento utilizado e à classificação reológica de polpas de minério de ferro..... | 68 |
| Tabela 2.9 – Restrições relacionadas à maximização da entropia de Shannon e à função Lagrangeana..... | 79 |
| Tabela 2.10 – Equações para a determinação da tensão (τ_w) e da taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}_w$) em viscosímetros tubulares..... | 87 |

Capítulo 3

| | |
|---|----|
| Tabela 3.1 – Técnicas de caracterização utilizadas..... | 89 |
| Tabela 3.2 – Composição mineralógica..... | 89 |
| Tabela 3.3 – Análise química dos minérios da Serra de Serpentina (MSS) e de Carajás (MC)..... | 90 |

| | |
|--|----|
| Tabela 3.4 – Resultados da caracterização granulométrica dos minérios da Serra de Serpentina e de Carajás..... | 90 |
|--|----|

Capítulo 4

| | |
|--|-----|
| Tabela 4.1 – Número de Reynolds e fator de atrito (Mckeon <i>et al</i> 2004) usados para determinar o parâmetro de entropia (M) e o termo exponencial ($e^M - 1$)..... | 101 |
|--|-----|

| | |
|---|-----|
| Tabela 4.2 – Vantagens e limitações das equações empregadas na determinação do parâmetro de entropia (M), propostas por Chiu et al. (1993) e Louzada et al. (2021)..... | 105 |
|---|-----|

Capítulo 5

| | |
|---|-----|
| Tabela 5.1 – Propriedades das suspensões preparadas com o minério MC..... | 106 |
|---|-----|

| | |
|--|-----|
| Tabela 5.2 – Parâmetros de ajuste do modelo lei da potência aplicado aos reogramas das suspensões preparadas com o minério MC..... | 108 |
|--|-----|

| | |
|--|-----|
| Tabela 5.3 – Parâmetros de ajuste do modelo de Tscheuschner aplicado aos reogramas das suspensões preparadas com o minério MC..... | 108 |
|--|-----|

| | |
|---|-----|
| Tabela 5.4 – Modelos reológicos obtidos para as suspensões preparadas com o minério MC..... | 108 |
|---|-----|

| | |
|--|-----|
| Tabela 5.5 – Rotação requerida (N_R) para o início da ocorrência dos vórtices de Taylor e rotação efetivamente aplicada (N_A) às suspensões preparadas com o minério de Carajás..... | 111 |
|--|-----|

| | |
|--|-----|
| Tabela 5.6 – Velocidades críticas de sedimentação referentes às suspensões preparadas com o minério de ferro de Carajás..... | 114 |
|--|-----|

| | |
|--|-----|
| Tabela 5.7 – Fator de atrito (f), parâmetro de entropia (M) e número de Reynolds (Re), determinados a partir dos dados de velocidade média e do gradiente de pressão da suspensão do minério MC a 36,8% de sólidos em massa..... | 116 |
|--|-----|

| | |
|---|-----|
| Tabela 5.8 – Fator de atrito (f), parâmetro de entropia (M) e número de Reynolds (Re) determinados a partir dos dados de velocidade média e do gradiente de pressão da suspensão do minério MC a 43,6% de sólidos em massa..... | 117 |
|---|-----|

| | |
|--|-----|
| Tabela 5.9 – Parâmetros de ajuste do modelo reológico lei da potência aplicado aos reogramas, obtidos por reometria tubular, das suspensões preparadas com o minério MC..... | 125 |
|--|-----|

Capítulo 6

| | |
|--|-----|
| Tabela 6.1 – Propriedades das suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina..... | 133 |
|--|-----|

| | |
|---|-----|
| Tabela 6.2 – Parâmetros de ajuste do modelo lei da potência aplicado aos reogramas das suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina..... | 134 |
|---|-----|

| | |
|---|-----|
| Tabela 6.3 – Parâmetros de ajuste do modelo de Tscheuschner aplicado aos reogramas das suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina..... | 135 |
|---|-----|

| | |
|--|-----|
| Tabela 6.4 – Modelos reológicos obtidos para as suspensões preparadas com o minério MSS..... | 135 |
|--|-----|

| | |
|---|-----|
| Tabela 6.5 – Rotação requerida (N_R) para o início da ocorrência dos vórtices de Taylor e rotação efetivamente aplicada (N_A) às suspensões preparadas com o minério MSS..... | 137 |
|---|-----|

| | |
|---|-----|
| Tabela 6.6 – Parâmetros de ajuste do modelo reológico lei da potência aplicado aos reogramas, obtidos por reometria tubular, das suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina..... | 140 |
|---|-----|

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|---------------------|---|
| F | força |
| F_n | força normal |
| F_t | força tangencial |
| A | área |
| u | velocidade |
| y | distância a partir da parede |
| (du/dy) | gradiente de velocidade |
| K | índice de consistência |
| n | índice de comportamento |
| Re | número de Reynolds |
| \bar{u} | velocidade média de escoamento |
| D | diâmetro interno do tubo |
| L | distância/altura |
| r | distância radial |
| R | raio interno do tubo |
| u_z | distribuição de velocidade |
| u_{max} | velocidade máxima de escoamento |
| Q | vazão volumétrica |
| \bar{u}_z | velocidade média temporal |
| u'_z | componente da velocidade referente à flutuação |
| u', v' | componentes da velocidade referentes à flutuação |
| U | escala de velocidade |
| e | energia cinética por unidade de massa |
| t, t_0 | tempo |
| u^* | velocidade de cisalhamento |
| A_1, A_2 | parâmetros do perfil logarítimo de velocidades |
| n'' | parâmetro do modelo lei da potência da velocidade |
| $a, b \text{ e } c$ | parâmetros de ajuste do modelo de Tscheuschner |
| n' | fator do modelo de Rabinowitsch-Mooney |
| F_{EC} | força decorrente da energia cinética do fluido |
| F | fator de atrito |

| | |
|-----------------|---|
| E_C | energia cinética |
| g | aceleração da gravidade |
| Ta | número de Taylor |
| R_e | raio do cilindro externo |
| R_i | raio do cilindro interno |
| u_{ci} | velocidade periférica do cilindro interno |
| N | rotação |
| D_i | diâmetro do cilindro interno |
| T' | torque |
| H | distância entre as placas |
| T'_m | torque máximo |
| k' | fator dependente das características geométricas do sensor vane |
| H_v | altura da geometria vane |
| D_v | largura da geometria vane |
| v_c | velocidade crítica |
| F_L | fator adimensional dependente do tamanho da partícula |
| s | razão entre as massas específicas das partículas e do fluido |
| d_{32} | diâmetro médio de Sauter |
| $C_{v/v}$ | é a fração em volume das partículas |
| n_e | fator de correção do método de Bagley |
| u_s | velocidade de deslizamento |
| R_a, R_b, R_c | raios dos cilindros empregados no método de Mooney |
| dS | variação infinitesimal da entropia |
| dQ_{rev} | calor envolvido em um processo reversível |
| T | temperatura |
| S_B | entropia de Boltzmann |
| k | constante de Boltzmann |
| W | número de microestados de um sistema termodinâmico |
| $H(u)$ | entropia de Shannon da velocidade u |
| N_E | número de eventos |
| u_i | valor aleatório que a velocidade pode assumir |
| $p(u_i)$ | probabilidade associada à velocidade u_i |
| $f(u)$ | função densidade de probabilidade da velocidade u |

| | |
|--------------------|--|
| C_1 | restrição referente à probabilidade total |
| C_2 | restrição referente à conservação de massa |
| C_3 | restrição referente à conservação de momento |
| C_4 | restrição referente à conservação de energia |
| \mathcal{L} | função Lagrangeana |
| $f(x)$ | função densidade de probabilidade da variável aleatória x |
| C_o, C_r | restrições associadas à função Lagrangeana |
| $u_E(\xi)$ | distribuição de velocidade entrópica em função da coordenada isoveloz |
| $u_E(r)$ | distribuição de velocidade entrópica em função da distância radial |
| M | parâmetro de entropia |
| (du_E/dr) | gradiente de velocidade entrópico para escoamento em tubo |
| $(du_E/dr) _{r=R}$ | gradiente de velocidade na parede entrópico para escoamento em tubo |
| f_E | fator de atrito entrópico |
| Re_a | número de Reynolds aparente |
| d_{10} | tamanho através do qual 10% do minério passa |
| d_{50} | tamanho através do qual 50% do minério passa |
| d_{90} | tamanho através do qual 90% do minério passa |
| V_a | volume de água |
| V_t | volume total da polpa |
| C_s | fração de sólidos em massa |
| m_s | massa de minério |
| C_L | fator de correção referente à geometria CC39 |
| $C_{m/m}$ | concentração de sólidos em massa |
| N_{1A}, N_{2A} | rotação aplicada (reômetro rotacional) |
| N_{1R}, N_{2R} | rotação requerida (reômetro rotacional) para início dos vórtices de Taylor |
| M_1 | parâmetro de entropia obtido a partir do modelo de Louzada et al. (2021) |
| $Re_{(1)}$ | número de Reynolds aparente obtido a partir de M_1 |
| M_2 | parâmetro de entropia obtido a partir do modelo de Chiu et al. (1993) |
| $Re_{(2)}$ | número de Reynolds aparente obtido a partir de M_2 |
| u_1 | distribuição de velocidade obtida a partir de M_1 |
| u_{max1} | velocidade máxima de escoamento obtida a partir de M_1 |

Letras Gregas

| | |
|------------------|---|
| τ | tensão de cisalhamento |
| $\dot{\gamma}$ | taxa de cisalhamento |
| μ | viscosidade dinâmica |
| η | viscosidade aparente |
| τ_{yx} | fluxo da quantidade de movimento de direção x que é transferido na direção de y |
| ρ | massa específica |
| τ_{rz} | distribuição de tensão de cisalhamento |
| ΔP | diferença de pressão |
| τ_w | tensão de cisalhamento na parede |
| $\dot{\gamma}_w$ | taxa de cisalhamento na parede |
| ε | a taxa de dissipação de energia cinética; |
| η_k | escala de comprimento |
| ν | viscosidade cinemática |
| τ_k | escala de tempo |
| ν_k | escala de velocidade |
| η_0 | viscosidade aparente em baixas taxas de cisalhamento |
| $\tau_{1/2}$ | tensão de cisalhamento na qual a viscosidade corresponde à metade de seu valor |
| α' | parâmetro de ajuste do modelo reológico de Ellis |
| η_∞ | viscosidade aparente em altas taxas de cisalhamento |
| τ_0 | tensão de escoamento |
| ΔH | perda de carga distribuída |
| κ | rugosidade do tubo |
| Ω | velocidade angular |
| Ω_i | velocidade angular aplicada ao cilindro interno |
| θ | ângulo formado pela superfície cônica e pela placa |
| ρ_p | massa específica da polpa |
| μ_f | viscosidade dinâmica do fluido carreador |
| Ψ | esfericidade |
| Φ | fração volumétrica das partículas |

| | |
|--|--|
| ϕ_o | constante |
| ϕ_{\max} | fração volumétrica correspondente ao máximo empacotamento |
| τ_{ef} | tensão de cisalhamento efetiva (método de Bagley) |
| $\dot{\gamma}_a$ | taxa de cisalhamento aparente |
| β_s | coeficiente de deslizamento |
| τ_e | tensão de cisalhamento na superfície cilíndrica externa |
| τ_i | tensão de cisalhamento na superfície cilíndrica interna |
| $\Omega_{ab}, \Omega_{bc}, \Omega_{ac}$ | velocidades angulares correspondentes às diferentes combinações de sensores cilíndricos |
| K | fator de distribuição de massa |
| β | fator de distribuição de <i>momentum</i> |
| α | fator de distribuição de energia cinética |
| $\lambda_0, \lambda_r, \lambda_1, \lambda_2$ | multiplicadores de Lagrange |
| ξ, ξ_o, ξ_{\max} | coordenadas isovelozes |
| $\dot{\gamma}_{w(E)}$ | taxa de cisalhamento na parede entrópica |
| ε_w | coeficiente de transferência de momento na parede |
| ρ_s | massa específica dos sólidos |
| ρ_f | massa específica do fluido carreador |
| ρ_a | massa específica da água |
| ω | velocidade angular do cilindro interno da geometria CC39 |
| δ | razão entre os raios dos cilindros externo e interno |
| η_1, η_2 | viscosidades aparentes correspondentes a duas taxas de cisalhamento aplicadas no reômetro rotacional |

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| CAPÍTULO 1 | 28 |
| INTRODUÇÃO, RELEVÂNCIA E OBJETIVOS | 28 |
| CAPÍTULO 2 | 31 |
| REVISÃO DA LITERATURA | 31 |
| 2.1. Reologia e Escoamento de Fluidos Newtonianos | 31 |
| 2.2. Reologia e Escoamento de Fluidos Não Newtonianos | 44 |
| 2.2.1. Fluidos Não Newtonianos: Comportamento Independente do Tempo | 44 |
| 2.2.2. Tensão de Escoamento | 48 |
| 2.2.3. Fluidos Não Newtonianos: Comportamento Dependente do Tempo | 49 |
| 2.2.4. Modelo de Rabinowitsch-Mooney | 49 |
| 2.3. Fator de Atrito e Número de Reynolds | 50 |
| 2.4. Tipos de Viscosímetros e Reômetros | 55 |
| 2.4.1. Viscosímetro Tubular | 55 |
| 2.4.2. Viscosímetros e Reômetros Rotacionais | 56 |
| 2.4.2.1. Cilindros Concêntricos | 56 |
| 2.4.2.2. Cone e Placa | 58 |
| 2.4.2.3. Placas Paralelas | 58 |
| 2.4.2.4. Vane | 58 |
| 2.4.2.5. Mooney-Ewart ou Cone-Cilindro | 59 |
| 2.5. Reologia de Suspensões | 61 |
| 2.5.1. Reofísica de Suspensões Particuladas | 65 |
| 2.5.2. Reologia de Polpas de Minério de Ferro | 67 |
| 2.6. Efeitos Deletérios à Reologia de Suspensões Particuladas | 69 |
| 2.6.1. Sedimentação das Partículas | 69 |
| 2.6.2. Efeitos de Entrada e Saída em Dutos | 70 |
| 2.6.3. Efeitos de Deslizamento na Parede | 71 |
| 2.6.3.1. Deslizamento em Dispositivos Tubulares | 72 |
| 2.6.3.2. Deslizamento em Dispositivos Rotacionais | 75 |
| 2.7. As Diferentes Faces da Entropia e o Princípio Variacional da Entropia Máxima (PEM) | 76 |

| | |
|---|------------|
| 2.8. escoamentos Turbulentos de Fluidos Não-Newtonianos e o Protagonismo do PEM..... | 86 |
| CAPÍTULO 3 | 88 |
| MATERIAIS E MÉTODOS | 88 |
| 3.1. Origem e características dos minérios utilizados | 88 |
| 3.2. Preparação de polpas minerais para estudos reológicos..... | 91 |
| 3.3. Experimentos de reometria tubular | 92 |
| 3.4. Experimentos de Reometria Rotacional | 95 |
| 3.5. Sequência de experimentos e seu racional | 97 |
| CAPÍTULO 4 | 99 |
| RESULTADOS E DISCUSSÃO: DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DE ENTROPIA (M)..... | 99 |
| CAPÍTULO 5 | 106 |
| RESULTADOS E DISCUSSÃO: REOLOGIA DO ESCOAMENTO DO MINÉRIO DE CARAJÁS | 106 |
| 5.1. Reometria Rotacional..... | 106 |
| 5.1.1. Reogramas e Modelos Reológicos | 106 |
| 5.1.2. Sedimentação das Partículas | 109 |
| 5.1.3. Efeitos Inerciais, Instabilidade de Fluxo e Número de Taylor..... | 110 |
| 5.2. Reometria Tubular..... | 112 |
| 5.2.1. Curvas de Fluxo e Velocidade Crítica..... | 112 |
| 5.2.2. Fator de Atrito, Parâmetro de Entropia (M) e Número de Reynolds | 114 |
| 5.2.3. Perfis de Velocidade..... | 118 |
| 5.2.4. Reogramas e Modelos Reológicos | 121 |
| 5.2.4.1. Modelo de Chiu, Lin e Lu (1993) <i>versus</i> modelo de Louzada <i>et al.</i> (2021) | 126 |
| 5.2.4.2. Comportamentos Reológicos | 127 |
| 5.3. Reometria Rotacional e Reometria Tubular..... | 129 |
| CAPÍTULO 6 | 133 |
| RESULTADOS E DISCUSSÕES: REOLOGIA E ASPECTOS RELEVANTES DO ESCOAMENTO DO MINÉRIO DE FERRO DA SERRA DA SERPENTINA | 133 |

| | |
|--|------------|
| 6.1. Reometria Rotacional..... | 133 |
| 6.1.1. Reogramas e Modelos Reológicos | 133 |
| 6.1.2. Sedimentação das Partículas | 136 |
| 6.1.3. Efeitos Inerciais, Instabilidade de Fluxo e Número de Taylor..... | 136 |
| 6.2. Reometria Tubular..... | 138 |
| 6.2.1. Curvas de Fluxo, Fator de Atrito, Parâmetro de Entropia (M) e Número de Reynolds | 138 |
| 6.2.2. Reogramas e Modelos Reológicos | 139 |
| 6.2.2.1. Modelo de Chiu, Lin e Lu (1993) <i>versus</i> Modelo de Louzada <i>et al.</i> (2021)..... | 141 |
| 6.2.2.2. Comportamentos Reológicos | 141 |
| 6.3. Reometria Rotacional e Tubular | 141 |
| CAPÍTULO 7 | 144 |
| CONCLUSÕES..... | 144 |
| CAPÍTULO 8..... | 149 |
| SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS..... | 149 |
| REFERÊNCIAS | 150 |
| APÊNDICE A | 158 |
| A1. Distribuição de Velocidades para Condutos Forçados..... | 158 |
| A2. Gradiente de Velocidade | 162 |
| A3. Fator de Atrito Entrópico Conceitual | 163 |
| A4. Fator de atrito entrópico desenvolvido a partir do modelo de velocidade proposto por Nikuradse | 164 |
| APÊNDICE B..... | 166 |
| B1. Consistência dos Modelos Entrópicos..... | 166 |
| APÊNDICE C | 169 |
| APÊNDICE D | 177 |
| ANEXO A..... | 185 |
| A.1. Caracterização Tecnológica do Minério de Carajás..... | 185 |
| A.1.1. Difratomia de Raios-X | 185 |
| ANEXO A..... | 186 |

| | |
|---|------------|
| ANEXO A | 187 |
| A.1.2. Fluorescência de Raios-X..... | 187 |
| ANEXO A | 188 |
| A.1.3. Distribuição do Tamanho de Partículas..... | 188 |
| ANEXO A | 189 |
| ANEXO B | 190 |
| B.1.1. Difratomia de Raios-X | 190 |
| ANEXO B | 191 |
| ANEXO B | 192 |
| B.1.2. Fluorescência de Raios-X..... | 192 |
| ANEXO B | 193 |
| B.1.3. Distribuição do Tamanho de Partículas..... | 193 |
| ANEXO B | 194 |

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO, RELEVÂNCIA E OBJETIVOS

Minérios são comumente processados a úmido, na forma de suspensões particuladas, que também são chamadas de polpas. Estas são continuamente transportadas dentro das usinas de processamento mineral através de operações unitárias de bombeamento de curta distância. Como fruto do processamento mineral, concentrados e rejeitos são obtidos frequentemente em forma de polpas que, após conveniente espessamento, precisam ser encaminhadas até seus destinos finais através de sistemas de transporte hidráulico de mais longa distância: os chamados “minerodutos”. Deste sucinto cenário se infere que a reologia de polpas é de grande relevância para projeto e operação de sistemas de transporte hidráulico de minerais, incluindo-se o dimensionamento (de dutos, bombas, conexões, transferências), condições operacionais (velocidade de fluxo, perda de carga) e consumo de energia. Assim, o conhecimento das propriedades reológicas de polpas minerais pode dar embasamento científico ao já existente e consolidado conhecimento empírico/tecnológico (traduzido em ábacos, fatores de correção) que tem sido adotado pela indústria para projetar e operar sistemas de transporte hidráulico tanto em curta (bombeamento dentro de uma usina) como longas distâncias (“minerodutos”).

Como será abordado no Capítulo 3 desta tese, a reologia de polpas minerais é comumente traduzida por gráficos bidimensionais denominados de reogramas, onde valores de tensão de cisalhamento (τ) são plotados em função das respectivas taxas de deformação ($\dot{\gamma}$) a que a polpa é submetida durante os experimentos. A lei matemática (reta ou curva) que melhor se ajusta à população de dados experimentais (τ versus $\dot{\gamma}$) informa com acurácia o tipo de fluido (Newtoniano, de Bingham, Dilatante ou Pseudoplástico) que melhor se ajusta ao comportamento exibido por uma determinada polpa e ainda permite inferir a mínima tensão de cisalhamento (yield stress) que é necessária para fazer a polpa sair do repouso, assim como a viscosidade aparente da mesma em qualquer taxa de deformação de interesse. Os valores de τ versus $\dot{\gamma}$ são obtidos principalmente através de reômetros rotacionais, onde a polpa é confinada numa câmara para se medir a tensão de cisalhamento a que se encontra submetida ao se aplicar uma taxa de deformação decorrente da aplicação da rotação de um elemento geométrico (cilindro, paddle, etc) concêntrico.

Os clássicos reômetros rotacionais apresentam limitações quando empregados nas investigações de suspensões constituídas por partículas minerais grossas e densas. São

recorrentes nestes dispositivos rotacionais os efeitos da força centrífuga, da sedimentação de partículas (KAWATRA; BAKSHI, 1996; KLEIN; LASKOWSKY, 1999) e do deslizamento na parede (MOONEY, 1931), os quais podem comprometer drasticamente a qualidade das medidas realizadas. Uma possível alternativa ao uso dos reômetros rotacionais clássicos é a utilização de dispositivos tubulares através dos quais a polpa mineral é continuamente bombeada (*loop* de bombeamento), medindo-se o gradiente de pressão experimentado pela polpa sob diferentes velocidades de fluxo. Esta abordagem ainda traz como vantagens: a concepção e operação simples, similaridade geométrica em relação aos minerodutos e a possibilidade de se aplicar à polpa taxas de cisalhamento mais altas e, portanto, mais próximas de algumas aplicações industriais (SLATTER, 1997). Apesar das vantagens mencionadas, as investigações conduzidas nos reômetros tubulares podem se deparar com efeitos também capazes de afetar os resultados, quais sejam: efeitos de entrada (BAGLEY, 1957; SENAPATI; MISHRA, 2014) e de deslizamento na parede (MOONEY, 1931; LAM *et al.*, 2007; SENAPATI; MISHRA, 2014). O primeiro pode ser superado recorrendo-se a um comprimento de tubo suficientemente longo para garantir um escoamento plenamente desenvolvido. Em relação ao deslizamento na parede, a literatura reporta que tal efeito pode ser mitigado pela rugosidade da superfície (COUSSOT, 2005) e pelo aumento no diâmetro do tubo (BARNES, 1995). Diante disto, dispositivos tubulares do tipo *loop* de bombeamento, com rugosidade, diâmetro e taxa de cisalhamento que garantam condições de turbulência plena, em consonância com a realidade industrial, revelam-se alternativas muito interessantes e promissoras, motivando a escolha do tema desta tese. Entretanto, o desafio imposto pelos dispositivos tubulares de grande porte que possibilitam escoamentos turbulentos, é a determinação da taxa de cisalhamento para fluidos não-Newtonianos, em virtude da limitação do consagrado modelo de Rabinowitsch – Mooney concebido para regime laminar (CHILTON; STAINSBY, 1998; CHHABRA; RICHARDSON, 1999). Chiu e colaboradores (1993) propuseram um modelo baseado no Princípio da Entropia Máxima (PEM) que, por ser aplicável a qualquer fluido e em qualquer condição experimental, poderia ser empregado para os escoamentos de polpas minerais em condições altamente turbulentas. Todavia, tal modelo demanda conhecimento prévio do número de Reynolds e/ou viscosidade aparente da polpa, deixando uma lacuna no estado da arte que clama por contribuições. Assim, esta tese tem como objetivos:

(1) Desenvolver modelo baseado no Princípio da Entropia Máxima (PEM) que permita estudar a reologia de polpas minerais sob altas taxas de cisalhamento, sem depender de prévio conhecimento sobre o modelo de fluido, número de Reynolds e viscosidade aparente;

- (2) Aplicar tal modelo a resultados de ensaios de bombeamento realizados com polpas de minério de ferro, construindo-se reogramas e perfis de velocidade da polpa em tubos, assim como a identificação do modelo de escoamento das polpas (Newtoniano, Bingham, Pseudoplástico, Dilatante) e a determinação da magnitude da viscosidade aparente da polpa;
- (3) Comparar reogramas obtidos por reômetros rotacionais ($\dot{\gamma} < 1.450 \text{ s}^{-1}$) com aqueles obtidos por ensaios de bombeamento ($\dot{\gamma} > 700 \text{ s}^{-1}$) para um mesmo tipo de minério;
- (4) Com base no cumprimento dos objetivos (1), (2) e (3), propor metodologia para estudar a reologia de polpas minerais através do seu escoamento em dutos pressurizados sob altas taxas de cisalhamento ($\dot{\gamma} > 1.000 \text{ s}^{-1}$).

CAPÍTULO 2

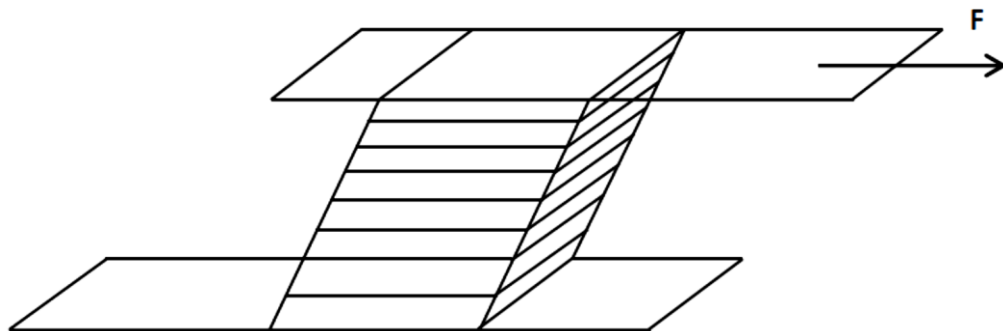
REVISÃO DA LITERATURA

2.1. Reologia e Escoamento de Fluidos Newtonianos

A reologia estuda a deformação e o escoamento da matéria, quando esta é submetida a forças externas. No que se refere ao comportamento reológico, a diferença entre um sólido e um fluido reside na resposta de ambos quando submetidos a uma força externa. Um sólido elástico responde a uma tensão aplicada com uma deformação. O fluido, por outro lado, é uma espécie susceptível a uma deformação contínua e ao escoamento, quando submetido a uma tensão tangencial, denominada tensão de cisalhamento. Durante o escoamento, elementos laminares de fluidos se deslocam com velocidades diferentes, que variam com a distância entre os mesmos (MACHADO, 2002).

A Figura 2.1 mostra um sistema constituído por duas placas planas, paralelas e separadas entre si por uma distância y , entre as quais se encontra um fluido. A placa inferior permanece em repouso e a placa superior movimenta-se a uma velocidade constante, promovendo dessa forma uma variação de velocidade entre os elementos laminares do fluido.

Figura 2.1 – Elemento de fluido submetido ao cisalhamento da placa superior.



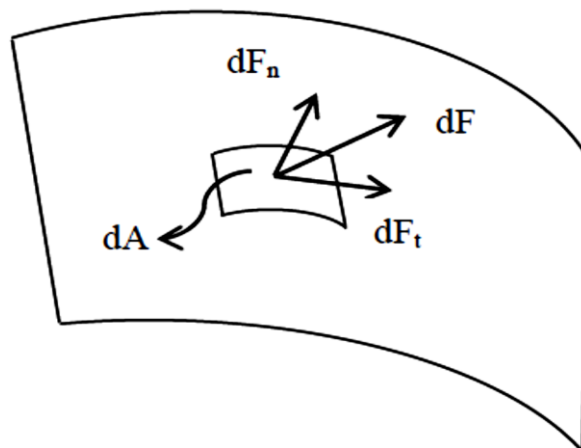
Fonte: Machado (2002).

O princípio da aderência estabelece que o fluido tenha, necessariamente, a mesma velocidade da superfície sólida sobre a qual se encontra em contato direto. Dessa forma, o elemento de fluido em contato com a placa inferior permanece em repouso e aquele em contato com a placa superior possui a mesma velocidade desta. Tal condição permite que um gradiente de

velocidade no interior do fluido seja estabelecido, o que se reflete em uma variação no módulo do vetor velocidade.

É de fundamental importância o entendimento dos tipos de forças que atuam em um determinado elemento de fluido. As forças de superfície, tais como a pressão e o atrito, são aquelas que decorrem do contato direto entre os elementos de fluidos ou pelo contato entre estes e as superfícies sólidas (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006). Forças desta natureza geram tensões ao atuarem sobre os elementos de fluidos, conforme mostrado na Figura 2.2.

Figura 2.2 – Forças atuando em um elemento infinitesimal de área.



Fonte: Adaptado de Fox; Mcdonald; Pritchard, (2006).

Nesta figura encontra-se representado um elemento infinitesimal de área dA na qual atua uma força dF , cuja componente tangencial dF_t é responsável por uma tensão de cisalhamento (τ), expressa pela Equação 2.1.

$$\tau = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dF_t}{dA} \quad (2.1)$$

O estudo reológico de qualquer fluido, seja ele Newtoniano ou não-Newtoniano, busca conhecer a relação funcional entre as propriedades reológicas tensão de cisalhamento (τ), taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) e viscosidade. A tensão de cisalhamento é definida como sendo a força cisalhante por unidade de área, capaz de proporcionar e manter o escoamento de um fluido. A taxa de cisalhamento corresponde ao deslocamento relativo dos elementos de fluido em relação à distância entre eles. A viscosidade, por sua vez, traduz a resistência que um determinado fluido oferece ao escoamento, sendo uma propriedade intrínseca do mesmo. Aquela à qual se convencionou denominar de viscosidade aparente, engloba também o estado de escoamento do fluido e será discutida mais detalhadamente nos parágrafos subsequentes.

As equações constitutivas, designadas por Barnes, Hutton e Walters, (1989) como equações reológicas de estado, estabelecem as relações entre a tensão de cisalhamento, a viscosidade e a taxa de cisalhamento. O modelo reológico mais simples, concebido por Newton, estabelece uma relação linear entre a tensão de cisalhamento (τ) e a taxa de deformação ($\dot{\gamma}$), de acordo com a Equação 2.2.

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma} = \mu \left(\frac{du}{dy} \right) \quad (2.2)$$

Desta forma, a tensão é diretamente proporcional à taxa de cisalhamento, sendo a constante de proporcionalidade (μ) denominada viscosidade dinâmica ou viscosidade Newtoniana, sendo esta uma propriedade inerente ao fluido. Para um fluido não-Newtoniano que obedece à lei da potência, o modelo reológico é descrito pela Equação 2.3 (FOX; MCDONALD; PRITTCARD, 2006).

$$\tau = K \left(\frac{du}{dy} \right)^n \quad (2.3)$$

Neste modelo, o parâmetro K é denominado índice de consistência e representa a resistência que o fluido oferece ao escoamento. O parâmetro n é o índice de comportamento e indica o quão próximo o fluido se encontra do comportamento Newtoniano. A Equação 2.3 pode ser expressa como uma generalização da lei de Newton da viscosidade através de uma simples manipulação algébrica, conforme mostrado na Equação 2.4.

$$\tau = K \left(\frac{du}{dy} \right)^n = K \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1} \left(\frac{du}{dy} \right) = \eta \left(\frac{du}{dy} \right) \quad (2.4)$$

Tal generalização traz consigo o conceito de viscosidade aparente (η), que no presente caso depende dos índices de comportamento e consistência, além da taxa de cisalhamento. De outro modo, η não é exclusivamente uma propriedade intrínseca do fluido, dependendo também do seu estado de escoamento.

Fluidos que obedecem à relação funcional estabelecida pela Equação (2.2) são denominados fluidos newtonianos. Todos os demais são classificados como não Newtonianos. Do ponto de vista dos fenômenos de transporte, Bird, Stewart e Lightfoot (2005) discutem a lei de Newton da viscosidade e o sistema de fluido confinado entre placas paralelas (FIGURA 2.1) sob a abordagem do fluxo da quantidade de movimento. Visto que a camada de fluido em contato direto com a placa superior encontra-se igualmente em movimento com a mesma velocidade

da placa, transfere uma quantidade de movimento à camada de fluido adjacente. Esse fenômeno de transferência ocorre de forma sucessiva entre os elementos de fluido na direção normal ao escoamento. Dessa forma, τ_{yx} pode ser interpretada como sendo o fluxo da quantidade de movimento de direção x que é transferido na direção de y .

A Tabela 2.1 apresenta os valores típicos para as taxas de cisalhamento envolvidas em algumas aplicações cotidianas e industriais.

Tabela 2.1 – Valores típicos de taxas de cisalhamento.

| Situação | Faixa Típica de Taxa de Cisalhamento (s^{-1}) | Aplicação |
|--|---|---|
| Sedimentação de partículas finas suspensas em líquidos | $10^{-6} - 10^{-4}$ | Medicamentos, tintas |
| Extrusoras | $10^0 - 10^2$ | Polímeros |
| Revestimento por imersão | $10^1 - 10^2$ | Tintas |
| Mistura e agitação | $10^1 - 10^3$ | Fabricação de líquidos |
| Escoamento em dutos | $10^0 - 10^3$ | Bombeamento, fluxo sanguíneo |
| Fricção | $10^4 - 10^5$ | Aplicação de cremes e loções sobre a pele |
| Lubrificação | $10^3 - 10^7$ | Motores |

Fonte: Barnes, Hutton e Walters, (1989).

No que concerne aos regimes de escoamento, o fluxo laminar é caracterizado pelo movimento ordenado dos elementos de fluido, como se fossem “lâminas” sobrepostas. Por outro lado, o escoamento turbulento decorre da impossibilidade das forças viscosas de conterem as flutuações da velocidade no movimento do fluido, tendo como consequências um movimento consideravelmente caótico, no qual os elementos de fluido rapidamente se misturam (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2005). Neste tipo de escoamento, vórtices de diferentes tamanhos coexistem e são responsáveis pela transferência de energia (NIEUWSTADT; BOERSMA; WESTERWEEL, 2016).

A classificação do escoamento é feita com base no número de Reynolds (Re), definido como a razão entre as forças inerciais e as forças viscosas (MCCABE; SMITH; HARRIOTT, 1993), conforme apresentado pela Equação 2.5.

$$Re = \frac{\bar{u} \cdot D \cdot \rho}{\mu} \quad (2.5)$$

Sendo:

\bar{u} a velocidade média de escoamento;

D o diâmetro interno do duto;

ρ a massa específica do fluido;

μ a viscosidade absoluta.

A literatura clássica da mecânica dos fluidos reporta que o regime será laminar se $Re \leq 2100$ e turbulento se $Re > 2100$ (BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2004). Todavia, trabalhos mais recentes discutem o número de Reynolds correspondente à transição de regime. Dentre os referidos trabalhos destaca-se a contribuição de Novopashin e Muriel (2002), na qual foi demonstrado a não universalidade do número de Reynolds crítico correspondente ao início do regime turbulento. Conduzindo as investigações com gases diatômicos, gases nobres e líquidos, os pesquisadores mostraram que os fluidos que exibiram maiores magnitudes de Reynolds crítico foram o monóxido de carbono ($Re = 3700$), o neônio ($Re = 3570$) e o etanol ($Re = 3700$). Em outra relevante contribuição, Swanson et al (2002) utilizaram um dispositivo tubular de pequeno diâmetro (0,4672 cm) e conduziram seus experimentos de modo a alcançarem uma ampla faixa para o número de Reynolds ($10 \leq Re \leq 10^6$). Os fluidos investigados foram o hélio, o nitrogênio, o oxigênio, o dióxido de carbono e o hexafluoreto de enxofre, mantidos em temperatura ambiente, além do hélio líquido na temperatura de 4,2 K. Uma espécie de anteparo (tela) foi instalado na entrada do tubo com o objetivo de auxiliar o desenvolvimento do regime turbulento. Os resultados mostraram que o número de Reynolds crítico alcançou valores entre 2820 e 4660, conforme reportado na Tabela 2.2. É, portanto, razoável afirmar que esses trabalhos representaram uma quebra de paradigma no que tange ao número de Reynolds de transição de regime, os quais revelaram valores acima daqueles frequentemente reportados pela literatura consagrada.

A discussão subsequente refere-se ao escoamento sob pressão de fluidos em dutos circulares, que é o sistema mais frequente e de maior interesse no âmbito da engenharia.

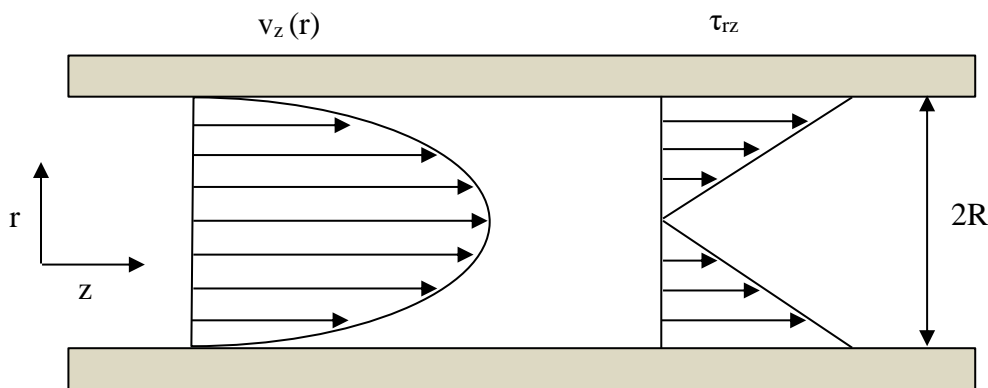
Tabela 2.2 – Números de Reynolds para transição turbulenta.

| Fluido | Configuração do Equipamento | Reynolds (crítico) |
|-----------------|-----------------------------|--------------------|
| N ₂ | Com anteparo | 2870 +/- 20 |
| O ₂ | Com anteparo | 2940 +/- 10 |
| CO ₂ | Com anteparo | 2890 +/- 20 |
| SF ₆ | Com anteparo | 2820 +/- 50 |
| CO ₂ | Sem anteparo | 4660 +/- 40 |
| SF ₆ | Sem anteparo | 4650 +/- 30 |

Fonte: Adaptado de Swanson et al. (2002).

A Figura 2.3 apresenta os perfis de velocidade e de tensão de cisalhamento, correspondentes ao escoamento incompressível e completamente desenvolvido de um fluido Newtoniano, em regime permanente e laminar, sem deslizamento na parede, ocorrendo em um duto circular de raio R .

Figura 2.3 – Distribuição de velocidade e da tensão de cisalhamento de um fluido escoando em um duto circular sem o efeito do deslizamento.

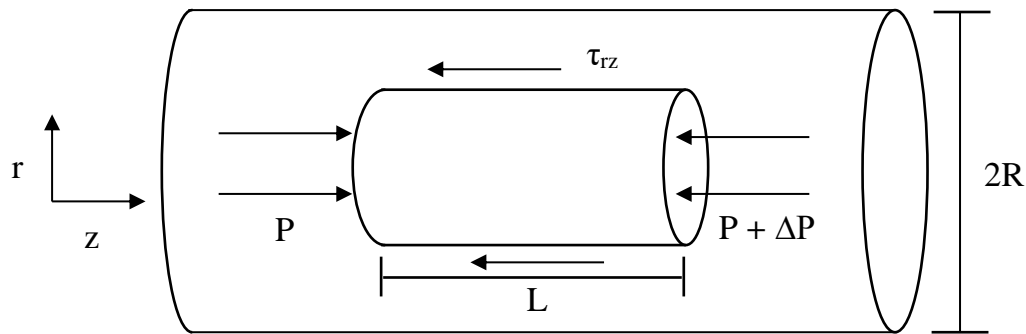


Fonte: Adaptado de Chhabra e Richardson (1999).

A distribuição da tensão de cisalhamento (τ_{rz}) apresentada na Figura 2.3 é obtida matematicamente a partir de um balanço de forças aplicado a um elemento de fluido que escoava sob a ação de forças de pressão e cisalhantes, conforme ilustrado na Figura 2.4.

O balanço de forças permite obter a relação entre a tensão de cisalhamento (τ_{rz}) em função do gradiente de pressão ($-\Delta P/L$) e da distância radial (r), para o escoamento em um duto circular, conforme descrito na Equação 2.6.

Figura 2.4 – Forças atuando em um elemento de fluido durante o escoamento em duto circular.



Fonte: Adaptado de Chaabra e Richardson (1999).

$$\tau_{rz} = \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \cdot \left(\frac{r}{2}\right) \quad (2.6)$$

Esta equação representa a distribuição da tensão de cisalhamento apresentada na Figura 2.3, que exibe um valor nulo no centro do tubo e magnitude máxima na parede. Deste modo, aplicando-se a condição de contorno $\tau_{rz}(R) = \tau_w$ na Equação 2.6, é possível obter a tensão de cisalhamento na parede (τ_w), expressa pela Equação 2.7, a qual revela-se de fundamental importância em reometria tubular.

$$\tau_w = \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \cdot \left(\frac{R}{2}\right) \quad (2.7)$$

Em que:

$\left(-\frac{\Delta P}{L}\right)$ é o gradiente de pressão;

r é a distância radial;

R é o raio interno do tubo.

Cumprе destacar que a aplicabilidade da Equação (2.7) independe do regime de escoamento e do modelo reológico do fluido (PEKER; HELVACI, 2008).

No que se refere à distribuição de velocidade ilustrada na Figura 2.3, a mesma corresponde ao escoamento em regime permanente e laminar de um fluido Newtoniano, podendo ser obtida substituindo-se a Equação (2.6) na lei de Newton da viscosidade escrita para geometria cilíndrica, em conformidade com a Equação 2.8.

$$\left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \cdot \left(\frac{r}{2}\right) = -\mu \left(\frac{du_z}{dr}\right) \quad (2.8)$$

Uma vez satisfeito o princípio da aderência que estabelece velocidade nula na parede, ($u_z(R) = 0$), sendo este uma condição de contorno, a solução desta equação diferencial resulta na Equação 2.9.

$$u_z(r) = \left(-\frac{\Delta P \cdot}{L}\right) \frac{R^2}{4\mu} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \quad (2.9)$$

A Equação 2.9 representa, portanto, a distribuição de velocidades para um escoamento incompressível e laminar de um fluido Newtoniano de viscosidade (μ) ocorrendo em um tubo circular de raio (R) e comprimento (L). O perfil de velocidade exibido na Figura 2.3 deixa claro que a máxima magnitude do vetor velocidade se verifica no centro do tubo. Deste modo, aplicando-se a condição de contorno $u_z(0) = u_{max}$, na Equação 2.9, obtém-se a Equação 2.10.

$$u_z(0) = u_{max} = \left(-\frac{\Delta P \cdot}{L}\right) \frac{R^2}{4\mu} \quad (2.10)$$

A distribuição de velocidades $u_z(r)$ em função da velocidade máxima (u_{max}), para escoamento laminar e plenamente desenvolvido, pode ser obtida dividindo-se a Eq. 2.9 pela Eq. 2.10, o que resulta na clássica formulação descrita pela Equação 2.11 (BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2005).

$$\frac{u_z(r)}{u_{max}} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad (2.11)$$

As Equações 2.9 e 2.11 estão em plena consonância com o princípio da aderência, visto que a velocidade é nula na parede ($r = R$). Ademais, para o mesmo escoamento laminar supracitado, a velocidade média corresponde à metade da velocidade máxima, conforme observado na Equação 2.12 (BRODKEY; HERSHEY, 1988).

$$\bar{u} = \frac{u_{max}}{2} = \left(-\frac{\Delta P \cdot}{L}\right) \frac{R^2}{8\mu} \quad (2.12)$$

Finalmente, a Equação (2.12) também pode ser expressa em função da vazão volumétrica (Q) conforme demonstrado pela Equação 2.13.

$$Q = \bar{u}A = \frac{\Delta P}{8\mu L} (\pi R^4) \quad (2.13)$$

Esta é a clássica formulação proposta por Hagen e Poiseuille, empregada na determinação da viscosidade de fluidos Newtonianos em regime laminar. Tal objetivo pode ser alcançado

recorrendo-se aos dados experimentais de vazão e gradiente de pressão obtidos em viscosímetros capilares. Desta tratativa, amplamente abordada na literatura da mecânica dos fluidos, depreende-se que o perfil de velocidade é obtido a partir da distribuição da tensão de cisalhamento e do modelo reológico do fluido, conforme evidenciado pela Equação 2.8. Muito embora esta discussão tenha sido limitada aos fluidos Newtonianos, a forma de obtenção da distribuição de velocidade é a mesma também para fluidos não-Newtonianos, conforme reportado por Chhabra e Richardson (1999) quando apresentaram os perfis de velocidade para os fluidos que obedecem à Lei da Potência e para os fluidos de Bingham. A conclusão crucial a qual se chega é que a distribuição de velocidade de um fluido emerge do seu modelo reológico. Diante de tal conclusão, é imperioso indagar: é possível obter uma distribuição de velocidade universal que não dependa do conhecimento prévio do modelo reológico do fluido? A resposta para tal questionamento é apresentada na seção 2.7 da presente tese.

Da mesma forma que a tensão de cisalhamento, a taxa de cisalhamento ou de deformação é igualmente fundamental na determinação do comportamento reológico de qualquer fluido. A Equação 2.14 permite determinar a taxa de cisalhamento na parede ($\dot{\gamma}_w$) para fluidos Newtonianos em regime laminar.

$$\dot{\gamma}_w = \frac{8\bar{u}}{D} = \frac{4Q}{\pi R^3} \quad (2.14)$$

Sendo:

\bar{u} a velocidade média de escoamento;

D o diâmetro interno do duto;

Q a vazão volumétrica;

R o raio do duto.

Diferentemente da tensão de cisalhamento, a taxa de cisalhamento expressa pela Equação 2.14 está relacionada tão somente ao escoamento de fluidos Newtonianos em regime laminar. Isto posto, torna-se evidente a necessidade de modelos que sejam aplicáveis aos fluidos não-Newtonianos em dispositivos tubulares.

No que tange aos regimes de escoamento e à reologia, a turbulência representa um desafio adicional às suas investigações. Nas palavras de Fox, McDonald e Pritchard (2006): “*A turbulência é um fenômeno quase sempre indesejável, porém inevitável, porque cria maior resistência ao escoamento*”. A discussão de Chhabra e Richardson (1999) sobre as dificuldades

impostas pelo fluxo turbulento se coaduna àquela de Fox, Mcdonald e Pritchard (2006), ou seja, não existe uma análise matemática exata desenvolvida para este tipo de escoamento no universo determinístico. Por esta razão, assumem protagonismo os modelos empíricos e os resultados experimentais.

No regime turbulento ocorre a variação temporal da velocidade de forma caótica em cada ponto do escoamento. Desse modo, a velocidade do fluido é obtida a partir da velocidade média temporal (\bar{u}_z) com acréscimo da componente relacionada à flutuação (u'_z), de acordo com Equação 2.15 (BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2005).

$$u_z = \bar{u}_z + u'_z \quad (2.15)$$

Ou, alternativamente representada pela Equação 2.16.

$$u_z = \frac{1}{t_0} \int_{t_0 - \frac{1}{2}}^{t_0 + \frac{1}{2}} u_z(s) ds + u'_z \quad (2.16)$$

As componentes atinentes às flutuações aleatórias da velocidade u' e v' , são capazes de promover a transferência de quantidade de movimento entre os elementos de fluido e dão origem às tensões de Reynolds, definidas pela Equação 2.17 (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006).

$$\tau_{turbulenta} = -\rho u'v' \quad (2.17)$$

Uma relevante abordagem fenomenológica acerca da turbulência é apresentada por Nieuwstadt, Boersma e Westerweel (2016). Esses autores discorrem sobre as características e fenômenos físicos que ocorrem na macroescala e microescala turbulentas, também designadas por eles como macroestrutura e microestrutura, respectivamente.

A macroestrutura, detentora da maior parte da energia cinética do escoamento, é caracterizada pelas escalas de tamanho (L) e velocidade (U), sendo estas dependentes da geometria do fluxo. Os maiores vórtices presentes no escoamento turbulento fazem parte da macroestrutura, são consideravelmente instáveis e se convertem em vórtices menores. O processo de colapso dos vórtices maiores e a conseqüente formação de outros menores evolui até o nível da microestrutura, na qual a energia é dissipada na forma de calor sob ação da viscosidade. Deste modo, o fenômeno de transferência de energia da macroestrutura turbulenta à microestrutura ocorre pelo processo de colapso dos grandes vórtices e a geração de outros menores por um

mecanismo “em cascata”, sendo por essa razão denominado cascata de energia (NIEUWSTADT; BOERSMA; WESTERWEEL, 2016).

No que se refere à microescala (ou microestrutura) turbulenta, seus dois parâmetros fundamentais são a viscosidade e a taxa de energia por unidade de massa que é dissipada, sendo esta última definida pela Equação 2.18.

$$-\varepsilon = \frac{de}{dt} \quad (2.18)$$

Sendo:

ε a taxa de dissipação de energia cinética;

e a energia cinética por unidade de massa.

Kolmogorov lançou as bases da teoria da turbulência na microestrutura e propôs as escalas de comprimento, tempo e velocidade da microescala, as quais são expressas de acordo com as Equações 2.19, 2.20 e 2.21, respectivamente (NIEUWSTADT; BOERSMA; WESTERWEEL, 2016).

$$\eta_K = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.19)$$

$$\tau_K = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.20)$$

$$v_K = (\nu\varepsilon)^{\frac{1}{4}} \quad (2.21)$$

Em que:

η_K , τ_K e v_K são as escalas de comprimento, tempo e velocidades, respectivamente;

ν é a viscosidade.

Desta discussão depreende-se que a turbulência traz consigo grande complexidade, oferecendo um considerável desafio aos pesquisadores. O desenvolvimento de um modelo para a distribuição de velocidade para escoamentos turbulentos encontra óbice face à inexistência de uma formulação que relacione os campos de tensão e de velocidade. Essa realidade obriga os pesquisadores a recorrerem aos modelos semi-empíricos e aos resultados experimentais concomitantemente (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2005).

Uma abordagem recorrente do escoamento turbulento é realizada dividindo o fluxo em distintas regiões, quais sejam (CHHABRA; RICHARDSON, 1999; BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2005):

- i. Subcamada Viscosa: Trata-se de uma camada delgada localizada próxima à parede do tubo, na qual os efeitos viscosos são significativos. O princípio da aderência estabelece que o fluido em contato direto com a superfície encontra-se na mesma velocidade desta, ou seja, em repouso. Ademais, os elementos de fluido próximos à parede escoam com velocidades baixas. Os resultados destes comportamentos da velocidade incluem um perfil linear desta e valores aproximadamente constantes para a tensão e taxa de cisalhamento na subcamada viscosa;
- ii. Camada Tampão: Compreende uma região intermediária, entre as subcamadas viscosa e inercial, na qual ambos os efeitos viscosos e de turbulência são significativos (DODGE; METZNER, 1959).
- iii. Subcamada Inercial: Localiza-se próxima ao fluxo turbulento principal;
- iv. Corrente Turbulenta: Nesta ocorre a maior parte do fluxo e verifica-se a plenitude da turbulência. Como já discutido, as correntes turbilhonares são responsáveis pela transferência de energia.

Em relação à distribuição de velocidade em regime turbulento, a literatura consagrada da mecânica dos fluidos frequentemente reporta modelos semilogarítmicos para escoamentos em condutos forçados. Um desses modelos é o clássico perfil logarítmico de velocidades definido pela Equação 2.22 (CHHABRA; RICHARDSON, 1999).

$$\frac{u_z}{u^*} = A_1 \ln\left(\frac{yu^*\rho}{\mu}\right) + A_2 \quad (2.22)$$

Os parâmetros A_1 e A_2 foram determinados experimentalmente e dependem da região do escoamento. A Tabela 2.3 apresenta os perfis de velocidades correspondentes à subcamada viscosa e às regiões de transição e turbulenta (BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2005; PEKER; HELVACI, 2008).

Tabela 2.3 – Perfis de velocidade correspondentes às diferentes regiões do escoamento turbulento.

| Região | Condição | Perfil de Velocidade |
|-------------------|---------------------------------|---|
| Subcamada viscosa | $\frac{yu^*\rho}{\mu} < 5$ | $\frac{u}{u^*} = \frac{yu^*\rho}{\mu}$ |
| Transição | $5 < \frac{yu^*\rho}{\mu} < 30$ | $\frac{u}{u^*} = 5,0 \ln\left(\frac{yu^*\rho}{\mu}\right) - 3,05$ |
| Turbulenta | $\frac{yu^*\rho}{\mu} > 30$ | $\frac{u}{u^*} = 2,5 \ln\left(\frac{yu^*\rho}{\mu}\right) + 5,5$ |

Fonte: Adaptado de Peker e Helvacı, 2008.

Sendo:

y a distância a partir da parede;

μ a viscosidade dinâmica;

ρ a massa específica do fluido;

u^* a velocidade de cisalhamento, definida a partir da tensão de cisalhamento na parede e da massa específica do fluido, conforme demonstrado pela Equação 2.23.

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.23)$$

O modelo empírico representado pela lei da potência e definido pelas Equações 2.24 e 2.25, também é comumente apresentado na literatura para descrever o perfil de velocidade em escoamentos turbulentos (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2005).

$$\frac{u}{u_{max}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{n''}} \quad (2.24)$$

$$n'' = -1,7 + 1,8 \log Re \quad (2.25)$$

Sendo:

u_{max} a velocidade máxima de escoamento;

r a distância radial;

R o raio do tubo;

n'' um parâmetro dependente do número de Reynolds e definido a partir da Equação 2.25.

Em que pese a relevância dos perfis de velocidade reportados na Tabela 2.4 e por meio da Equação 2.22, convém ponderar que os mesmos possuem falhas conceituais. No caso do perfil logarítmico de Prandtl-von Kármán, uma das inconsistências decorre do fato de que a velocidade não é nula na parede, o que viola o princípio da aderência. Além disso, o gradiente de velocidade é infinito na parede e não nulo no centro do tubo (CHIU; LIN; LU, 1993). Em relação ao modelo lei da potência definido pela Equação 2.24, o gradiente de velocidade é infinito na parede e não nulo no centro do tubo (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2005). Por óbvio, as ditas inconsistências físicas impedem que os modelos ofereçam acurácia em toda área de seção transversal do tubo.

O objetivo desta tratativa é mostrar a complexidade do regime turbulento, fato este que pode e deve ensejar a utilização de um modelo conceitual para a caracterização reológica de suspensões em qualquer regime de fluxo, sendo esta, a proposta da presente tese.

2.2. Reologia e escoamento de Fluidos Não Newtonianos

Suspensões particuladas, emulsões, polímeros fundidos e pastas são alguns exemplos pertencentes a essa classe de fluidos. Por estarem inseridos em uma ampla categoria, modelos matemáticos diversos têm sido propostos para descrever o comportamento reológico daqueles fluidos que não obedecem à lei de Newton da Viscosidade.

2.2.1. Fluidos Não Newtonianos: Comportamento Independente do Tempo

As relações funcionais entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação são governadas pelas equações reológicas constitutivas (PEKER; HELVACI, 2008). A literatura é vasta na abordagem de modelos reológicos para fluidos não-Newtonianos (SISKO, 1958; TURIAN *et al.*, 1997; ESHTIAGHI *et al.*, 2013). Diferentes categorias de fluidos com comportamentos independentes do tempo são reportadas, quais sejam: pseudoplásticos, viscoplásticos e dilatantes.

Os modelos reológicos mais frequentemente reportados na literatura para fluidos não-Newtonianos são:

i. Modelo de Ostwald de Waale ou Lei da Potência (1923, 1925): Trata-se do modelo mais simples para descrever o comportamento reológico de muitos fluidos não-Newtonianos. Definido pela Equação 2.26, descreve satisfatoriamente o comportamento reológico quando taxas de cisalhamento intermediárias são aplicadas (PEKER; HELVACI, 2008).

$$\tau = K(\dot{\gamma})^n \quad (2.26)$$

Como já mencionado anteriormente, os parâmetros K e n são denominados índices de consistência e de comportamento, respectivamente. Dessa forma, se:

$n < 1$, o fluido será classificado como pseudoplástico;

$n = 1$, o fluido será newtoniano;

$n > 1$, o fluido exibirá um comportamento dilatante.

Fluidos pseudoplásticos são aqueles que exibem um decréscimo na viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento. Por outro lado, nos fluidos dilatantes, a viscosidade aumenta com o aumento da taxa de cisalhamento. O comportamento dilatante pode ser classificado como dilatante contínuo e dilatante descontínuo. O primeiro é caracterizado por um aumento suave da viscosidade com a taxa de cisalhamento. O segundo se faz presente em suspensões com frações volumétricas elevadas e se caracteriza por um aumento abrupto da viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento em uma faixa estreita de valores (MELROSE; BALL, 2004; MORRIS, 2020). A distinção entre ambos pode ser feita recorrendo-se ao modelo Lei da Potência. Segundo Brown e Jaeger (2014), o comportamento dilatante descontínuo ocorre quando o índice de comportamento for maior ou aproximadamente 2 e dilatante contínuo se n for maior que 1 e menor ou muito próximo de 2.

ii. Modelo de Ellis (1967): Adequado diante das limitações oferecidas pela Lei da Potência em valores baixos da taxa de cisalhamento (CHHABRA; RICHARDSON, 1999). A viscosidade aparente (η) é expressa matematicamente pela Equação 2.27.

$$\eta = \frac{\eta_o}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_{1/2}}\right)^{\alpha'-1}} \quad (2.27)$$

Sendo:

η_o a viscosidade aparente verificada em baixas taxas de cisalhamento;

α' o parâmetro de ajuste do modelo;

$\tau_{1/2}$ a tensão de cisalhamento na qual a viscosidade aparente reduziu à metade de seu valor.

iii. Modelo de Sisko (1958): Trata-se de um modelo que “incorpora” a lei da potência, adequada para valores intermediários da taxa de cisalhamento e o modelo Newtoniano, o qual descreve satisfatoriamente o comportamento de fluidos em valores elevados da taxa. Segundo Barnes (2000) este modelo, representado pela Equação 2.28, é adequado para descrever o comportamento de muitas suspensões em uma ampla faixa de valores para taxa de cisalhamento.

$$\tau = K(\dot{\gamma})^n + \eta_{\infty}\dot{\gamma} \quad (2.28)$$

Fluidos viscoplásticos são aqueles que se deformam e escoam somente quando tensões superiores à tensão de escoamento (τ_o) lhes são impostas. Exemplos comuns dessa classe de fluidos são: suspensões particuladas, emulsões, lamas de perfuração, dentre outros. Os modelos reológicos mais consagrados que contemplam a tensão de escoamento são:

iv. Modelo Plástico de Bingham (1916): É o modelo reológico mais simples para descrever um comportamento viscoplástico e estabelece uma relação linear entre a tensão e taxa de cisalhamento. É representado pela Equação 2.29.

$$\tau = \eta(\dot{\gamma}) + \tau_o \quad (2.29)$$

v. Modelo Herschel-Bulkley (1926): Conhecido também como fluido de potência modificado ou fluido de potência com limite de escoamento, cuja equação constitutiva (Equação 2.30) possui três parâmetros reológicos. A evolução em relação ao modelo de Ostwald consiste na incorporação da tensão de escoamento τ_o .

$$\tau = K(\dot{\gamma})^n + \tau_o \quad (2.30)$$

Muito embora não seja conveniente esperar que um modelo reológico preveja o comportamento de todas as suspensões minerais, o fato da equação constitutiva de Herschel-Bulkley incorporar a tensão de escoamento ao comportamento pseudoplástico, permite que o mesmo represente de forma satisfatória muitas suspensões, ainda que inexistam as assíntotas Newtonianas, representadas pelas viscosidades η_o e η_{∞} em baixas e altas taxas de cisalhamento, respectivamente (SLATTER, 2000).

vi. Modelo de Casson (1959): Aplicável satisfatoriamente na descrição de fluidos que exibem comportamentos não lineares em baixas taxas de cisalhamento (WILSON *et al.*, 2006). Sua lei constitutiva é expressa pela Equação 2.31.

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\eta(\dot{\gamma})} + \sqrt{\tau_o} \quad (2.31)$$

Além dos modelos com tensão de escoamento supracitados, há outros menos difundidos, todavia não menos importantes, tais como (AGWU *et al.* 2021):

vii. Modelo de Casson-Steiner (1958):

$$\tau = \left(\frac{2}{1+a} \sqrt{\tau_o} + \sqrt{\eta(\dot{\gamma})} \right)^2 \quad (2.32)$$

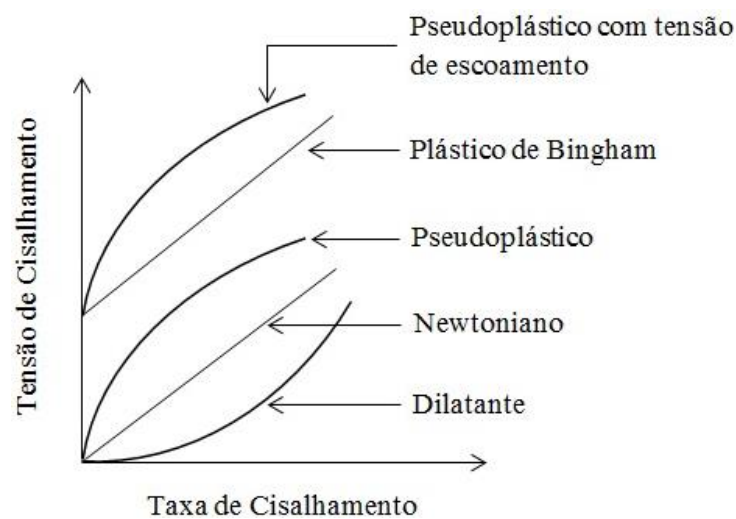
viii. Modelo de Tscheuschner (2006):

$$\tau = \tau_o + a\dot{\gamma} + b\dot{\gamma}^c \quad (2.33)$$

Nas Equações 2.32 e 2.33, a, b, c e a tensão de escoamento τ_o são os parâmetros de ajuste dos modelos.

A Figura 2.5 apresenta as curvas reológicas de fluidos com comportamento independente do tempo

Figura 2.5 – Curvas reológicas de fluidos com comportamento independente do tempo.



Fonte: Adaptado de Chhabra e Richardson (1999).

2.2.2. Tensão de Escoamento

O significado da tensão de escoamento (τ_o) transcende a condição de mero parâmetro de ajuste dos modelos reológicos de Bingham, Herschel-Bulkley e de Casson. A tensão de escoamento é uma característica do material, sendo definida como a tensão de cisalhamento presente no momento em que se inicia o escoamento do fluido e, por essa razão é determinada quando taxas de cisalhamento suficientemente baixas foram aplicadas (BOGER, 2009). Trata-se de uma propriedade reológica de grande importância no projeto de sistemas de transporte hidráulico, em especial, no dimensionamento de bombas e dutos (DZUY; BOGER, 1983).

A determinação da tensão de escoamento envolve métodos indiretos e diretos. Os primeiros consistem no ajuste dos dados experimentais de tensão e taxa de cisalhamento, recorrendo-se às equações constitutivas que evidentemente contemplem a tensão de escoamento, como os modelos de Bingham, Herschel-Bulkley e de Casson (DZUY; BOGER, 1983; ESHTIAGHI *et al.*, 2013). Entretanto, ajustes mais satisfatórios com os modelos supracitados, são alcançados em baixas taxas de cisalhamento. Dzuy e Boger (1983), Boger (2009) e Eshtiaghi *et al.*, (2013) são unânimes ao afirmar que baixas taxas de cisalhamento acarretam o indesejável efeito de deslizamento na parede em viscosímetros e reômetros do tipo cilindros concêntricos. Portanto, valores da tensão e da taxa de cisalhamento obtidos por extrapolação, muito frequentemente trazem consigo erros significativos (BOGER, 2000).

Alternativamente, existem os métodos diretos para a determinação da tensão de escoamento, dentre os quais destacam-se os ensaios oscilatórios (ESHTIAGHI *et al.*, 2013), o método da tangente (MEZGER, 2006) e os experimentos com a geometria vane (DZUY; BOGER, 1983; TURIAN *et al.*, 1997).

No que se refere à geometria do tipo vane, sua configuração geométrica clássica consiste de quatro lâminas retangulares fixas em um eixo vertical, de modo que duas lâminas subsequentes são sempre perpendiculares entre si. O experimento é realizado com a geometria completamente imersa na amostra, sendo a mesma girada lentamente a uma velocidade constante. Valores do torque são obtidos em função do tempo e a tensão de escoamento é determinada a partir do torque máximo medido (BOGER, 2009). Segundo Dzuy e Boger (1983), a obtenção de valores satisfatórios de tensão de escoamento requer velocidades de rotação do sensor vane suficientemente baixas. Estes mesmos autores obtiveram resultados acurados de tensão de escoamento em velocidades de rotação compreendidas entre 0,1 e 8,0

rpm. Uma das grandes virtudes da geometria vane é sua capacidade de evitar o deslizamento na parede (BOGER, 2009).

2.2.3. Fluidos Não Newtonianos: Comportamento Dependente do Tempo

São fluidos nos quais a viscosidade aparente (η) depende da taxa de cisalhamento e do tempo de cisalhamento. Os representantes dessa classe de fluidos são denominados tixotrópicos e reopéticos. Fluidos Tixotrópicos são aqueles que exibem uma redução em suas viscosidades com o tempo de cisalhamento, ao serem submetidos a uma taxa de cisalhamento constante. Fluidos Reopéticos apresentam um aumento na viscosidade aparente com o tempo de cisalhamento.

2.2.4. Modelo de Rabinowitsch-Mooney

Como já mencionado, a taxa de cisalhamento expressa pela Equação (2.14) se aplica tão somente aos fluidos Newtonianos em regime laminar. Esta limitação ensejou o desenvolvimento de um modelo que seja aplicável aos fluidos não-Newtonianos, como é o caso da consagrada formulação de Rabinowitsch-Mooney, descrita pelas Equações 2.34 e 2.35 e amplamente difundida na literatura (METZNER; REED, 1955; CHABBRA; RICHARDSON, 1999; LU; ZHANG, 2002; KITANOVSKI *et al.*, 2005). O modelo foi concebido para o escoamento laminar de fluidos não-Newtonianos com comportamento independente do tempo (CHILTON; STAINSBY, 1998). Dessa forma, a taxa de cisalhamento na parede para fluidos não-Newtonianos é diretamente proporcional à taxa de cisalhamento dos fluidos Newtonianos, sendo a constante de proporcionalidade correspondente ao fator de correção.

$$\dot{\gamma}_w = \left(\frac{8\bar{u}}{D}\right) \left(\frac{3n' + 1}{4n'}\right) \quad (2.34)$$

$$n' = \frac{d(\ln\tau_w)}{d\left[\ln\left(\frac{8\bar{u}}{D}\right)\right]} \quad (2.35)$$

Sendo:

$\dot{\gamma}_w$ a taxa de cisalhamento na parede, para um fluido não-Newtoniano;

\bar{u} a velocidade média de escoamento;

D o diâmetro interno do duto;

$(8\bar{u}/D)$ a taxa de cisalhamento na parede para um fluido Newtoniano em escoamento laminar;

$(3n' + 1)/4n'$ o fator de correção do modelo, no qual n' é a inclinação da curva $(\ln\tau_w)$ em função de $\ln(8\bar{u}/D)$ na região correspondente ao escoamento laminar.

De outro modo, a correlação de Rabinowitsch-Mooney também pode ser empregada na obtenção da curva do gradiente de pressão em função da velocidade de escoamento, quando resultados experimentais de tensão e taxa de cisalhamento forem obtidos a partir da reometria rotacional. Assim sendo, a inclinação da curva τ_w em função de $\dot{\gamma}_w$ fornece o parâmetro n' , de modo que o termo $8\bar{u}/D$ possa ser determinado (WILSON *et al.*, 2006).

Muito embora o modelo proposto por Rabinowitsch e Mooney tenha representado um avanço considerável para a reologia de fluidos não-Newtonianos, possui limitações no tocante à sua aplicação. Além de ter sido concebido para regime laminar, necessita de correção quando o efeito de deslizamento na parede se faz presente (SENAPATI; MISHRA, 2014). Esta abordagem também é objeto de análise em seções subsequentes do presente trabalho.

2.3. Fator de Atrito e Número de Reynolds

Ao discorrer sobre a força exercida pelo fluido sobre as superfícies sólidas, em especial sobre as paredes de um tubo, Bird, Stewart e Lightfoot (2004) explicam que tal força pode ser expressa em função de duas componentes: uma exercida pelo fluido em repouso e outra existente em decorrência do movimento do mesmo (F_{EC}). Uma vez que está associada ao movimento, F_{EC} é diretamente proporcional à área da superfície molhada (A) (no caso do escoamento em dutos) e à energia cinética (E_C), conforme observado na Equação 2.36 (BIRD; STEWART; LIGHTFOOT, 2004).

$$F_{EC} = f \cdot A \cdot E_C \quad (2.36)$$

Nesta equação f é a constante de proporcionalidade, denominada fator de atrito. Na prática, a diferença de pressão é avaliada em detrimento da força F_{EC} , o que permite definir o fator de atrito como sendo o quociente entre a tensão de cisalhamento na parede (τ_w) e a energia cinética do fluido, de acordo com a Equação 2.37.

$$f = \frac{\tau_w}{\left(\frac{1}{2}\rho\bar{u}^2\right)} \quad (2.37)$$

Sendo ρ a massa específica do fluido e \bar{u} a velocidade média de escoamento.

No que se refere ao fator de atrito e sua influência no escoamento em tubos, Henry Darcy (1803 – 1858) e Julius Weinsback (1806 – 1871) contribuíram de modo relevante com seus estudos voltados à essa área do conhecimento. Os pesquisadores mostraram a influência do diâmetro do tubo e da rugosidade da superfície de escoamento nas perdas por atrito. A equação proposta por esses mesmos autores para a perda de carga distribuída (ΔH) foi concebida com base em análise dimensional, na qual um fator adimensional (f) foi introduzido de modo a garantir a consistência dimensional do modelo (SOUZA; MORAES, 2017). A formulação que permite determinar a perda de carga distribuída, a partir da velocidade de escoamento (ou da vazão) e do diâmetro do tubo, ficou consagrada como equação de Darcy-Weisback, sendo definida pela Equação 2.38 (CHILTON; STAINSBY, 1998; PEKER; HELVACI, 2008; ZEGHADNIA *et al.* 2019).

$$\Delta H = f \frac{L \bar{u}^2}{D 2g} = \frac{8fLQ^2}{\pi^2 D^5 g} \quad (2.38)$$

Em que:

f é o fator adimensional denominado fator de atrito;

L é a distância;

\bar{u} é a velocidade média de escoamento;

Q é a vazão volumétrica;

D é o diâmetro interno do tubo;

g é a aceleração da gravidade.

Em regime laminar, o fator de atrito depende unicamente do número de Reynolds conforme indicado pela Equação 2.39.

$$f = \frac{64}{Re} \quad (2.39)$$

Afora as equações já apresentadas para o fator de atrito, há uma formulação, definida pela Equação 2.40, que o relaciona às velocidades média (\bar{u}) e de cisalhamento (u^*).

$$\frac{\bar{u}}{u^*} = \sqrt{\frac{8}{f}} \quad (2.40)$$

Como já mencionado na presente tese, o escoamento turbulento é caracterizado pelo movimento desordenado dos elementos de fluidos, os quais rapidamente se misturam como consequência das flutuações aleatórias na velocidade e na direção do fluxo. Ademais, inexistem relações

universais capazes de correlacionar os campos de tensão e de velocidade. Em decorrência disso, assumem relevância as correlações semi-empíricas e os resultados experimentais (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006). Esses mesmos autores destacam que, em geral, escoamentos internos são turbulentos, excetuando-se aqueles que envolvem fluidos muito viscosos em dutos de pequenos diâmetros. Disso decorre a necessidade de se investigar esse tipo de escoamento.

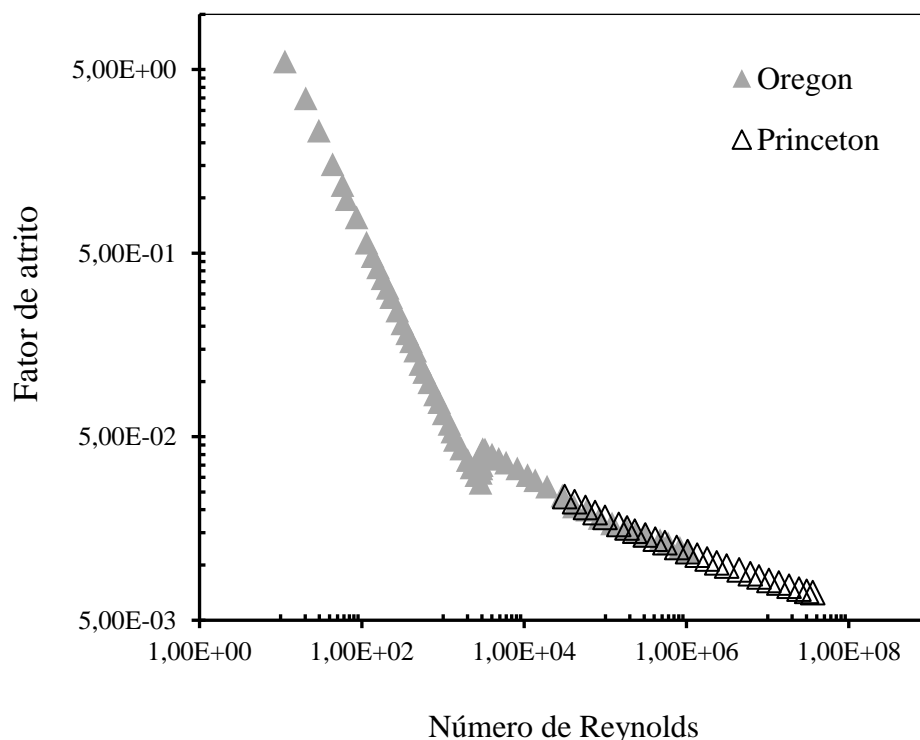
A despeito dos desafios oferecidos pelo regime turbulento à concepção de modelos para o fator de atrito (f), muitos pesquisadores têm buscado superar as dificuldades propondo formulações empíricas para f em tubos lisos e rugosos (ZAGAROLA; SMITH, 1998; MCKEON *et al.*, 2005; TALER, 2016). O trabalho pioneiro de Blasius (1873 – 1970) resultou em uma correlação desenvolvida para escoamentos turbulentos em tubos lisos, em que o fator de atrito é função somente do número de Reynolds. Há que se discutir também a relevante contribuição dada por Nikuradse (1933) no que se refere à influência da rugosidade no escoamento. Em seu clássico experimento, Nikuradse revestiu internamente os tubos com grãos de areia de granulometria uniforme a fim de alcançar uma rugosidade maximamente homogênea. As investigações permitiram-no concluir que para pequenos números de Reynolds, as imperfeições inerentes à rugosidade permanecem no interior da camada laminar de fluido, de modo que o fator de atrito é o mesmo para tubos lisos e rugosos. Por outro lado, para escoamentos turbulentos com elevados números de Reynolds, as ditas imperfeições ultrapassam a camada laminar e, neste caso, o fator de atrito depende unicamente da rugosidade relativa da superfície (AVCI; KARAGOZ, 2019).

Os estudos conduzidos por Colebrook (1910 – 1997) e White (1898 – 1993) representaram um avanço em relação ao trabalho de Nikuradse (1933), visto que os experimentos foram realizados com tubos de rugosidade não uniforme (AVCI; KARAGOZ, 2019). Como fruto deste trabalho, propuseram a clássica formulação empírica para o fator de atrito, em que o mesmo depende da rugosidade relativa e do número de Reynolds, sendo aplicável aos escoamentos turbulentos hidraulicamente mistos (SOUZA; MORAES, 2017).

Em que pesem os desafios, avanços consideráveis na pesquisa relacionada ao escoamento de fluidos têm sido alcançados com a utilização de dispositivos experimentais sofisticados. Dentro deste contexto é oportuno destacar os esforços dos grupos de pesquisadores das Universidades de Oregon (SWANSON *et al.*, 2002) e Princeton (ZAGAROLA; SMITS, 1998; MCKEON *et al.* 2004; MCKEON; ZAGAROLA; SMITS, 2005) que obtiveram resultados de grande

acurácia para o fator de atrito e número de Reynolds, trabalhando com diferentes fluidos e equipamentos de dimensões muito distintas. Swanson *et al.* (2002) conduziram seus estudos em um dispositivo tubular com diâmetro de 4.672 milímetros, utilizando diferentes fluidos (hélio, oxigênio, nitrogênio, dióxido de carbono e hexafluoreto de enxofre) e trabalhando em uma ampla faixa de Reynolds ($1,121E+1 \leq Re \leq 1,050E+06$). Por outro lado, os pesquisadores da Universidade de Princeton, recorreram a um aparato experimental com diâmetro nominal de 129 mm, tendo como fluido de trabalho o ar comprimido e realizaram seus experimentos em valores mais elevados de Reynolds ($3,131E+04 \leq Re \leq 3,554E+07$). Os resultados para o fator de atrito e número de Reynolds, obtidos nas duas universidades supracitadas, são apresentados na Figura 2.6, os quais permitiram que McKeon *et al.* (2004) propusessem um modelo empírico para o fator de atrito baseados em resultados experimentais muito precisos.

Figura 2.6 – Fator de atrito em função do número de Reynolds obtidos pelos pesquisadores das universidades de Oregon (Swanson *et al.*, 2002) e Princeton (Zagarola e Smits, 1998; McKeon *et al.* 2004; McKeon, Zagarola e Smits, 2005).



Fonte: Adaptado de McKeon *et al.* (2004).

Muito embora diferentes fluidos tenham sido investigados em aparatos experimentais distintos, fica evidente na Figura 2.6 a precisão e a coincidência dos dados obtidos para o escoamento turbulento liso. Ademais, os resultados obtidos pelos pesquisadores de Oregon mostram que a

transição do regime laminar para o turbulento ocorre em números de Reynolds próximos de 3000. De fato, isto representa uma quebra de paradigma em relação à literatura clássica, que reporta valores como 2100 (BIRD; STEWART; LIGHFOOT, 2004) ou 2300 (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2006) para o número de Reynolds de transição.

Dentre as diversas correlações disponíveis na literatura para o fator de atrito, alguns modelos clássicos são apresentados na Tabela 2.4, que mostra a evolução das formulações propostas. É importante destacar que o modelo proposto por Avci e Karagoz (2019) é aplicado para os regimes laminar, transição e turbulento.

Tabela 2.4 – Correlações para o fator de atrito em função do número de Reynolds.

| Autor | Correlação | Reynolds |
|------------------------------|---|----------------------------------|
| Blasius (1913) | $f = 0.3164Re^{-0.25}$ | $3.10^3 \leq Re \leq 2.10^5$ |
| Prandtl-von Kármán-Nikuradse | $\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(Re\sqrt{f}) - 0,08$ | $3.1.10^3 \leq Re \leq 3.2.10^6$ |
| Colebrook-White (1937) | $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2,0 \log\left(\frac{\kappa}{3,71D} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)$ | $4.10^3 \leq Re \leq 10^8$ |
| Prandtl (1952) | $\frac{1}{\sqrt{f}} = 4.0 \log(Re\sqrt{f}) - 0,4$ | $2.3.10^3 \leq Re \leq 4.10^6$ |
| Zagarola and Smith (1998) | $\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.884 \log(Re\sqrt{f}) - 0,331$ | $10^5 \leq Re \leq 3.5.10^7$ |
| McKeon et al. (2005) | $\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,930 \log(Re\sqrt{f}) - 0,537$ | $3.1.10^5 \leq Re \leq 1.8.10^7$ |
| Avci and Karagoz (2019) | $f = \frac{1}{\left[\ln\left(\frac{1}{Re} + 0.01\kappa\left(1 + \frac{10\sqrt{\kappa}}{1 + 225\kappa^2 + 5000\kappa^3}\right)\right) \right]^{2.4}}$ | |

Fonte: Adaptado de Bird, Stewart e Lighfoot (2004); McKeon *et al.* (2005); Avci e Karagoz (2019).

Sendo:

f o fator de atrito;

Re o número de Reynolds;

κ a rugosidade do tubo;

D o diâmetro interno do tubo.

2.4. Tipos de Viscosímetros e Reômetros

Viscosímetros são dispositivos que permitem determinar a resposta reológica dos fluidos puramente viscosos e com comportamento independente do tempo. As concepções dos viscosímetros mais usuais se fundamentaram nos escoamentos em regime permanente e laminar, através de geometrias bem definidas como os escoamentos em torno de esfera, entre placas paralelas, em dutos de seção circular, em região anular, entre cone e placa e entre discos (ou placas) paralelos (MACHADO, 2002). Nos reômetros é possível avaliar as propriedades viscosas e elásticas que alguns materiais podem exibir concomitantemente. Ademais, trata-se de um equipamento imprescindível ao estudo reológico de fluidos com comportamento dependente do tempo, permitindo a investigação dos comportamentos tixotrópicos e reopéticos. Os principais tipos de equipamentos são discutidos nas seções subsequentes.

2.4.1. Viscosímetro Tubular

Trata-se de um equipamento de concepção e operação simples, limitados aos fluidos com comportamento independente do tempo. São constituídos por um ou mais dutos conectados a um reservatório capaz de comportar o fluido em análise. Um sistema de bombeamento se encarrega de transportar o fluido, cuja operação se dá em circuito fechado. Transdutores de pressão, instalados em posições distintas do tubo, fornecem os valores da pressão, correspondentes a cada velocidade de escoamento aplicada ao sistema. Descrições detalhadas de aparatos desta natureza são reportadas nos trabalhos de Fangary *et al.*, 1997 e Guigère *et al.*, 2009.

Esses equipamentos permitem a solução do chamado problema inverso em reologia, ou seja, a determinação da curva reológica, tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento, a partir de um conjunto discreto de dados do gradiente de pressão ($\Delta P/L$) e da velocidade média de escoamento (\bar{u}). Tal objetivo é alcançado com auxílio das equações apresentadas anteriormente e novamente reportadas na Tabela 2.5. Todavia, cumpre enfatizar que essas mesmas expressões fornecem resultados consistentes quando inexitem os fenômenos de entrada e de deslizamento na parede, os quais serão discutidos nas seções subsequentes do presente trabalho.

Tabela 2.5 – Expressões para tensão e taxa de cisalhamento referentes aos viscosímetros tubulares.

| Variável Reológica | Fluido | Regime | Equação |
|---|-----------------------------|----------------------|---|
| Tensão de Cisalhamento (τ_w) | Newtoniano e não-Newtoniano | Laminar e turbulento | $\tau_w = \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \cdot \left(\frac{R}{2}\right)$ |
| Taxa de Cisalhamento ($\dot{\gamma}_w$) | Newtoniano | Laminar | $\dot{\gamma}_w = \frac{8\bar{u}}{D} = \frac{4Q}{\pi R^3}$ |
| Taxa de Cisalhamento ($\dot{\gamma}_w$) | não-Newtoniano | Laminar | $\dot{\gamma}_w = \left(\frac{8\bar{u}}{D}\right) \left[\frac{3n' + 1}{4n'}\right]$ |

2.4.2. Viscosímetros e Reômetros Rotacionais

A concepção destes equipamentos baseou-se na dinâmica dos movimentos circulares, de modo que algumas variáveis características dessa classe de movimento, tais como a velocidade angular e o torque, são relacionadas à tensão e à taxa de cisalhamento. Sensores com diferentes configurações geométricas e em contato com o fluido, são submetidos a um movimento de rotação. A viscosidade do fluido evidentemente oferece uma resistência ao movimento rotacional. Estes equipamentos estão inseridos dentro de duas categorias, quais sejam:

- i. Viscosímetro/Reômetro Rotativo de Tensão Controlada: Neste tipo de equipamento uma tensão de cisalhamento é aplicada ao sistema de modo a se obter a taxa de cisalhamento correspondente;
- ii. Viscosímetro/Reômetro Rotativo de Taxa de Cisalhamento Controlada: Fornece uma tensão de cisalhamento correspondente à taxa de cisalhamento imposta ao fluido.

No que se refere à geometria do sensor, estes dispositivos se subdividem em cinco categorias: cilindros concêntricos, cone e placa, placas paralelas, cone-cilindro e geometria do tipo vane.

2.4.2.1. Cilindros Concêntricos

Como a própria denominação sugere, nesta configuração um cilindro é acoplado no interior de outra superfície cilíndrica, de modo a preservar um espaço anular entre ambos dentro do qual o fluido é inserido. Quando um dos cilindros é girado o outro permanece em repouso durante um determinado tempo, um cisalhamento é aplicado e fluxos laminares devem ser estabelecidos. No sistema Couette, a rotação é imposta ao cilindro externo e conseqüentemente ao fluido. O

cilindro interno, mantido em repouso, é submetido ao torque ocasionado pelo movimento circular do fluido. No sistema Searle, o cilindro interno é girado, permanecendo o externo em repouso (BISCO, 2009). É importante destacar que é frequente a ocorrência de turbulência nos dispositivos Searle, sobretudo quando estes operam com fluidos pouco viscosos em elevadas taxas de cisalhamento (MEZGER, 2006). De acordo com Mezger (2006) e Shi (2016), uma rotação alta do cilindro interno impõe ao fluido uma elevada força centrífuga, instabilidades do escoamento, fluxos secundários, vórtices de Taylor e evidentemente, turbulência. Segundo Shi (2016), para um sistema do tipo cilindros concêntricos Searle, a instabilidade do escoamento pode ser delineada pelo número de Taylor (Ta), o qual estabelece a relação entre as forças centrífugas e as forças viscosas, sendo definido pela Equação 2.41.

$$Ta = \frac{(R_e - R_i)u_{ci}\rho}{\eta} \sqrt{\frac{R_e - R_i}{R_i}} \quad (2.41)$$

A velocidade periférica u_i , expressa em m/s, é calculada a partir da Equação 2.42.

$$u_{ci} = \Omega R_i = 2\pi N R_i = \pi D_i N \quad (2.42)$$

Em que:

R_e é o raio do cilindro externo;

R_i é o raio do cilindro interno;

u_{ci} é a velocidade periférica do cilindro interno;

ρ é a massa específica do fluido;

η é a viscosidade aparente do fluido;

Ω é a velocidade angular do cilindro interno;

N é a rotação do cilindro interno;

D_i é o diâmetro do cilindro interno.

Conforme reportado no trabalho de Shi (2016), o número de Taylor permite classificar os regimes de escoamento no sistema cilindros concêntricos em:

- i. Regime Laminar se $Ta < 41,3$;
- ii. Regime Laminar com a presença de vórtices quando $41,3 < Ta < 400$;
- iii. Regime Turbulento para $Ta > 400$.

A configuração do tipo cilindros concêntricos também pode ser classificada, de acordo com a distância radial entre as superfícies cilíndricas, em cilindros concêntricos de *gap* estreito e de *gap* largo. O critério de classificação, que enquadra esses dispositivos como sendo de *gap* estreito, estabelece que a razão entre os raios interno e externo deve ser superior a 0,97 (BARNES; HUTTON; WALTERS, 1989). São inadequados quando altas velocidades de rotação e líquidos pouco viscosos forem utilizados, em virtude da possibilidade de ocorrência da turbulência. De acordo com esses mesmos autores, equipamentos com espaços anulares muito estreitos encontram óbice em virtude da dificuldade de alinhamento paralelo das superfícies e quando utilizados para suspensões que contenham partículas grandes.

2.4.2.2. Cone e Placa

Esta geometria é constituída por uma superfície cônica invertida montada sobre outra plana e circular. O ângulo entre o cone e a placa é pequeno (em geral inferior a um grau) e deve ser criteriosamente definido de modo que a taxa de cisalhamento seja constante em qualquer ponto da superfície cônica. Quando suspensões constituídas por partículas abrasivas são investigadas, o procedimento usual é a utilização de geometrias cônicas truncadas. A remoção da ponta do cone evita um desgaste indesejável da mesma e do centro da placa, o que poderia acarretar um posicionamento inadequado das superfícies (SCHRAMM, 2000).

2.4.2.3. Placas Paralelas

Nos dispositivos do tipo placas paralelas, os sensores são constituídos por duas placas planas, paralelas, com o mesmo diâmetro e separadas por uma determinada distância (h). Segundo Schramm (2000), essa geometria pode substituir satisfatoriamente os sistemas cone-placa em investigações reológicas de suspensões com grandes tamanhos de partícula. Este mesmo autor recomenda que a distância entre as placas seja, no mínimo, três vezes maior do que o maior tamanho de partícula. Além disso, não deve ser inferior a 0,3 milímetros ou superior a 3 milímetros. Para fluidos não-Newtonianos que obedecem à Lei da Potência ($n < 1$), a expressão para a tensão de cisalhamento deve ser corrigida ($\tau_{(LP)}$) de acordo com a correlação apresentada na Tabela 2.6.

2.4.2.4. Vane

Este dispositivo é instalado de modo a operar no interior de um compartimento cilíndrico, podendo ficar imerso no fluido em diferentes alturas. Como já mencionado, consiste de quatro lâminas acopladas a um eixo vertical, cuja configuração permite que posições perpendiculares

entre lâminas subsequentes sejam estabelecidas. De acordo com Dzuy e Boger (1983), essa geometria apresenta eficácia na minimização do efeito de deslizamento na parede, o qual ainda será discutido em detalhes no presente trabalho.

2.4.2.5. Mooney-Ewart ou Cone-Cilindro

Sua configuração geométrica híbrida combina as geometrias cone-placa e cilindro. A geometria acoplada internamente ao cilindro externo é cilindro-cônica, de modo que a terminação cônica forma uma geometria do tipo cone-placa com a base do cilindro externo (MEZGER, 2006). De acordo com esse mesmo autor, o espaço relativamente pequeno entre o cone e a base do cilindro retarda a sedimentação das partículas.

Na Tabela 2.6 são apresentadas correlações para a tensão e taxa de cisalhamento referentes aos dispositivos rotacionais, as quais são amplamente reportadas na literatura (BARNES; HUTTON; WALTERS, 1989; KELESSIDIS; MAGLIONE, 2008; BOGER, 2009; COUSSOT, 2005).

Tabela 2.6 – Correlações para tensão e taxa de cisalhamento referentes aos viscosímetros e reômetros rotacionais.

| Geometria | Correlações | |
|--|----------------------------------|--|
| Cilindros Concêntricos | $\tau = \frac{T'}{2\pi R_e^2 L}$ | $\dot{\gamma} = \Omega_i \left(\frac{R_e}{R_e - R_i} \right)$ |
| Cilindros Concêntricos (<i>gap</i> largo) | $\tau = \frac{T'}{2\pi R_i^2 L}$ | $\dot{\gamma} = \frac{2\Omega_i}{n \left[1 - \left(\frac{R_i}{R_e} \right)^{\frac{2}{n}} \right]}$ |
| Cone e Placa | $\tau = \frac{3T'}{2\pi R^3}$ | $\dot{\gamma} = \frac{\Omega}{\tan\theta}$ |
| Placas Paralelas | $\tau = \frac{2T'}{\pi R^3}$ | $\tau_{(LP)} = \frac{2T'}{\pi R^3} \left(\frac{3+n}{4} \right)$ $\dot{\gamma} = \frac{R \cdot \Omega}{h}$ |
| Vane | $\tau_o = \frac{T'_m}{k'}$ | $k' = \left(\frac{\pi}{2} \right) D^3 \left(\frac{H_v}{D_v} + \frac{1}{3} \right)$ |

Para estas correlações:

$\dot{\gamma}$ e τ são a taxa e a tensão de cisalhamento, respectivamente;

Ω_i é a velocidade angular aplicada ao cilindro interno;

T' é o torque;

R_i e R_e são os raios dos cilindros interno e externo, respectivamente;

L é a altura do líquido submetido ao cisalhamento;

Ω é a velocidade angular;

θ é o ângulo formado pela superfície cônica e pela placa;

R é o raio da superfície cônica (geometria cone-placa) ou raio da placa (geometria placas paralelas);

h é a distância entre as placas paralelas;

n é o expoente da lei da potência;

τ_o é a tensão de escoamento;

T'_m é o torque máximo aplicado;

k' é um fator dependente das características geométricas do sensor;

H_v é a altura das lâminas da geometria vane;

D_v é a largura total de duas lâminas situadas no mesmo plano (geometria vane).

Em seu relevante trabalho, Slatter (1997) elenca as vantagens e desvantagens dos viscosímetros e reômetros dos tipos tubular e rotacional. Segundo o autor, as seguintes vantagens estão associadas aos dispositivos tubulares: são mecanicamente simples, preservam uma similaridade geométrica em relação aos minerodutos, possibilitam aplicar altas taxas de cisalhamento ao fluido, permitem investigar a transição entre os regimes laminar e turbulento e os efeitos decorrentes do diâmetro. Por outro lado, tais dispositivos apresentam as seguintes desvantagens: variação da taxa de cisalhamento na seção transversal do tubo, são limitados às investigações de fluidos com comportamento independente do tempo, além do fato de exigirem maiores quantidades de amostras. Esse mesmo autor apresenta as seguintes vantagens dos dispositivos rotacionais, tais como: a possibilidade de investigar fluidos com comportamento dependente do tempo, o fato de serem equipamentos compactos, amplamente aceitos e terem grande disponibilidade no mercado. Além disso, necessitam de pequenas quantidades de amostras e permitem obter reogramas de forma direta. Por outro lado, o espaço anular desses dispositivos deve ser criteriosamente definido de modo que seja maior que o maior tamanho de partícula e, ao mesmo tempo, suficientemente estreito a fim de evitar a turbulência. Outras desvantagens como a incapacidade de indicar a transição de regime (laminar – turbulento) e a possibilidade da força centrífuga de promover uma distribuição de tamanho de partículas e um gradiente de concentração no espaço anular, também são inerentes ao equipamento. Além das limitações relacionadas aos equipamentos rotacionais apontadas por Slatter (1997), é imperioso

mencionar os deletérios efeitos de sedimentação das partículas e de deslizamento na parede, muito recorrentes em dispositivos rotacionais e que serão discutidos em detalhes nas seções subsequentes.

2.5. Reologia de Suspensões

Suspensões minerais são sistemas muito complexos, haja vista a existência de uma população de partículas com diferentes tamanhos, formas, composições químicas, massas específicas e cargas superficiais. Além das características inerentes às partículas, a velocidade de escoamento, as propriedades do fluido e a concentração de sólidos têm significativa influência no escoamento e, por conseguinte, no comportamento reológico desses sistemas.

Em relação às interações entre as fases presentes na suspensão, Barnes, Hutton e Walters (1989), Zhou, Scales e Boger (2001) e Boutenel *et al.* (2021) discorrem sobre três categorias de forças coexistentes:

i. Coloidais: Causadas pelas diferentes formas de interação entre as partículas, sendo influenciadas pela polarizabilidade do fluido. Interações eletrostáticas são capazes de promover atração ou repulsão entre as partículas. No entanto, outras interações devem ser consideradas, para efeitos de atração e repulsão, quais sejam:

a) Atração decorrente das Forças de London-Van der Waals ou das interações eletrostáticas;
b) Repulsão também de natureza eletrostática ou ocasionada por espécies poliméricas ou surfactantes, eventualmente adsorvidas nas partículas. Esta discussão é relevante para suspensões minerais oriundas dos processos de beneficiamento, tendo em vista a indispensável utilização de diferentes classes de surfactantes e/ou polímeros em algumas operações tais como a flotação.

ii. Forças do Movimento Browniano: Dependem da forma e do tamanho das partículas. Possuem significativa influência em tamanhos de partícula inferiores a 1 μm (BARNES; HUTTON; WALTERS, 1989).

iii. Forças Viscosas: De acordo com esses mesmos autores, estão relacionadas à diferença entre as velocidades da partícula e do fluido circundante.

Diferentemente dos fluidos monofásicos, as suspensões minerais exibem fluxos heterogêneos ou homogêneo e heterogêneo concomitantemente, muito embora em alguns casos, a consideração de um regime de fluxo homogêneo seja útil e satisfatória. Os tipos de escoamento

que caracterizam as suspensões minerais são (THOMAS, 1976; WILSON *et al.* 2006; GIGUÈRE *et al.* 2009):

i. Escoamento homogêneo: é verificado em suspensões constituídas por partículas finas (inferiores a 40 μm) e de baixas densidades, sendo caracterizado por uma distribuição uniforme de partículas no interior do fluido de transporte.

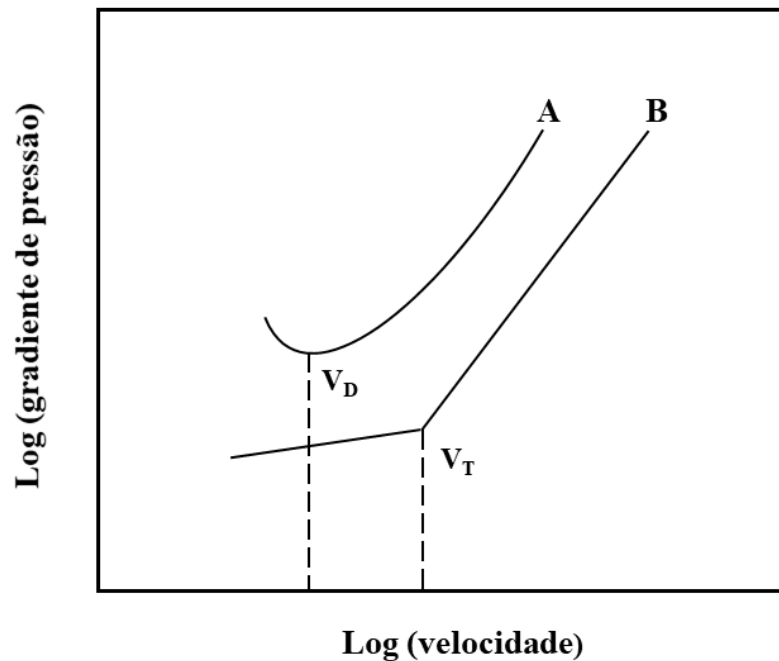
ii. Escoamento heterogêneo: ocorre em virtude da presença de partículas suficientemente grossas e densas, capazes de sedimentar. Evidentemente exibem uma complexidade maior em relação aos primeiros. Em sistemas com grandes concentrações de partículas finas e frações suficientes de partículas grossas, um regime intermediário pode ser estabelecido. Deste modo, as partículas finas estarão homogeneamente distribuídas, ao contrário das partículas grossas que poderão se sedimentar. Regimes intermediários são muito recorrentes em suspensões minerais, visto que o regime de fluxo depende do tamanho da partícula.

iii. Escoamento heterogêneo com formação de leito móvel: neste caso as partículas maiores e mais densas sedimentam e se acumulam na região inferior do tubo. O deslocamento do leito formado é garantido pelas forças de cisalhamento oriundas do movimento do fluido. A região superior do tubo é ocupada por uma mistura heterogênea.

iv. Escoamento heterogêneo com formação de leito estacionário: a velocidade de escoamento é suficientemente baixa sendo, portanto, incapaz de movimentar todas as partículas imersas. A consequência imediata é a formação de um leito estacionário de partículas acima do qual os sólidos são transportados como uma camada móvel separada.

A Figura 2.7 apresenta as curvas da perda de carga em função da velocidade de escoamento para suspensões heterogêneas e homogêneas, nas quais ocorrem as velocidades crítica de deposição e crítica de transição de regime, respectivamente. A velocidade crítica de sedimentação, como a própria denominação sugere, é a velocidade abaixo da qual tem início a sedimentação e a consequente formação do leito de partículas no tubo.

Figura 2.7 – Perda de carga em função da velocidade de escoamento para suspensões heterogêneas (A) e homogêneas (B).



Fonte: Adaptado de Wasp *et al.* 1977.

A literatura oferece muitas formulações que permitem determinar a velocidade supracitada (TURIAN; HSU; MA, 1987; SOUZA PINTO, 2012; SOUZA PINTO *et al.*, 2014). Em seu trabalho pioneiro, Durand (1953) propôs a seguinte relação empírica para a velocidade crítica (v_c), definida pela Equação 2.43.

$$v_c = F_L \sqrt{2gD(s-1)} \quad (2.43)$$

Sendo:

F_L é o fator adimensional que depende do tamanho de partícula;

g é a aceleração da gravidade;

D é o diâmetro interno do tubo;

s é a razão entre as massas específicas das partículas e do fluido carreador.

Em seu relevante trabalho que mostra a influência da forma das partículas, Souza Pinto *et al.* (2014) dedicaram-se à investigação dessa característica e à proposta de um modelo para a velocidade crítica de transporte que contemplou o fator de forma das partículas, conforme demonstrado na Equação 2.44.

$$v_c = 0,124(s - 1)^{0,5} \left(\frac{d_{32}\rho_s\sqrt{gD}}{\mu_f} \right)^{0,37} \left(\frac{d_{32}\Psi}{D} \right)^{-0,007} e^{3,10C_{v/v}} \quad (2.44)$$

Onde:

s é a razão entre as massas específicas das partículas (ρ_s) e do fluido carreador (ρ_f);

d_{32} é o diâmetro médio de Sauter;

ρ_s é a massa específica das partículas;

g é a aceleração da gravidade;

D é o diâmetro interno do tubo;

μ_f é a viscosidade do fluido carreador;

Ψ é a esfericidade.

$C_{v/v}$ é a fração em volume das partículas;

No que se refere à viscosidade de suspensões, muitos modelos propostos são amplamente difundidos na literatura (ROSCOE, 1952; SHAHEEN, 1971; PEKER; HELVACI, 2008; ZHOU *et al.*, 2018) e alguns deles são reportados na Tabela 2.7.

O modelo proposto por Einstein representou o pioneirismo do cientista neste estudo e foi concebido para suspensões diluídas de partículas esféricas. A diluição é de tal magnitude (tipicamente inferior a 1%, em volume) que as interações entre as partículas foram negligenciadas. Por outro lado, Batchelor e Mooney propuseram seus modelos considerando tais interações. A contribuição de Hatschek foi a proposta de uma correlação para suspensões com concentrações de sólidos superiores a 40%. De acordo com Peker e Helvacı (2008) a expressão semi-empírica desenvolvida por Krieger-Dougherty e amplamente aceita, modela satisfatoriamente a viscosidade de suspensões constituídas por partículas esféricas e rígidas ($\phi_m \approx 0,605$). Para suspensões de partículas esféricas, rígidas e de mesmo tamanho, a correlação de Roscoe é aplicável a baixas e elevadas concentrações de sólidos (MURSHED; ESTELLÉ, 2017).

Os modelos apresentados na Tabela 2.7 representam importantes contribuições, todavia, é importante enfatizar que cada um deles foi concebido para condições muito específicas, tornando limitadas as suas aplicações. Esta realidade deve fomentar a busca por um método que permita determinar a viscosidade aparente de qualquer fluido, independentemente do seu regime de escoamento. Tal busca constitui uma das motivações desta tese.

Tabela 2.7 – Equações para a determinação da viscosidade de suspensões.

| Pesquisador | Correlação |
|-------------------|---|
| Einstein | $\eta = \eta_o(1 + 2,5\phi)$ |
| Hatschek | $\eta = \eta_o(1 + 4,5\phi)$ |
| Batchelor | $\eta = \eta_o(1 + 2,5\phi + 6,2\phi^2)$ |
| Mooney | $\eta = \eta_o \cdot \exp\left[\frac{2,5\phi}{1 - \left(\frac{\phi}{\phi_o}\right)}\right]$ |
| Roscoe | $\eta = \eta_o \left[1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}\right]^{-2,5}$ |
| Krieger-Dougherty | $\eta = \eta_o \left[1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}\right]^{-A\phi_{max}}$ |
| Nielsen | $\eta = \eta_o \cdot (1 + 1,5\phi) \cdot \exp\left[\frac{\phi}{1 - \phi_{max}}\right]$ |

Fonte: Adaptado de Murshed e Estellé (2017).

Para os modelos apresentados na Tabela 2.7:

η é a viscosidade da suspensão;

η_o é a viscosidade do líquido;

ϕ é a fração volumétrica das partículas;

ϕ_o é uma constante, com valores entre 0,74 e 0,52;

ϕ_{max} é a fração volumétrica correspondente ao máximo empacotamento;

2.5.1. Reofísica de Suspensões Particuladas

Os mecanismos responsáveis pelo comportamento reológico de suspensões têm representado um desafio e, ao mesmo tempo, despertado o interesse de muitos pesquisadores preocupados em elucidá-los (HOFFMAN, 1972; BOSSIS; BRADY, 1989; PETERS; MAJUMDAR; JAEGER, 2016; GÜRGEN; KUSHAN; LI, 2017).

Quando pequenas taxas de cisalhamento são aplicadas, as partículas encontram-se randomicamente dispersas no fluido carreador (GÜRGEN; KUSHAN; LI, 2017). Hoffman (1972) postulou que, com o aumento moderado da taxa de cisalhamento, o sinergismo entre as forças de atração-repulsão das partículas e as forças de cisalhamento, possibilita o arranjo das partículas em camadas ordenadas que se deslocam facilmente umas sobre as outras. Esta situação oferece menor resistência ao escoamento em relação ao estado caótico, o que se reflete em uma menor viscosidade e, portanto, no comportamento pseudoplástico (GÜRGEN; KUSHAN; LI, 2017). No que tange ao comportamento dilatante de suspensões particuladas, Hoffman (1972) lançou as bases do que se convencionou denominar teoria da ordem-desordem. Segundo esse mesmo pesquisador, quando a suspensão exibe um comportamento pseudoplástico e é submetida a um aumento mais significativo da taxa de deformação, ocorre um aumento da tensão de cisalhamento, a qual é transmitida de uma camada de partículas para outra, através do fluido intersticial. Quando a tensão alcança um determinado valor considerado crítico, ela supera as forças entre as partículas que as mantêm ordenadas e coesas. Deste modo, as forças hidrodinâmicas promovem uma desorganização das camadas, de modo que os aglomerados de partículas adquirem movimentos caóticos, gerando turbilhões e fluxos desordenados (HOFFMAN, 1972). De acordo com a teoria supracitada, o comportamento dilatante é fruto da transição do estado de ordem para o de desordem, sempre acompanhada de um aumento da viscosidade (HOFFMAN, 1972; HASANZADEH; MOTTAGHITALAB, 2014).

Motivados pelo mesmo interesse em explicar os mecanismos da dilatância, Bossis e Brady (1989) sugerem que em elevadas taxas de cisalhamento, as forças hidrodinâmicas prevalecem sobre as forças de repulsão entre as partículas, favorecendo a formação de agregados, denominados *hidroclusters*, os quais aumentam de tamanho com o aumento da concentração de sólidos. Uma vez formados, os *hidroclusters* oferecem resistência ao escoamento, ocasionando um aumento da viscosidade (GÜRGEN; KUSHAN; LI, 2017).

Após seus estudos pioneiros, Hoffman (1998) reviu alguns conceitos relevantes que serviram de pilares à teoria da ordem-desordem. O pesquisador sugere que os *hidroclusters* não são os únicos responsáveis pelo comportamento dilatante de suspensões não-coloidais. Segundo esse mesmo pesquisador, as partículas estruturadas em camadas não estão rigorosamente ordenadas, permitindo que as mesmas tenham uma espessura variável. Assim sendo, em taxas de cisalhamento mais elevadas a partir das quais tenha início o comportamento dilatante, as partículas interagem de modo que o contato entre elas assuma um protagonismo no

comportamento supracitado (HOFFMAN, 1998). Segundo Coussot e Ancey (1999), o contato entre as partículas ocorre a partir dos mecanismos de fricção, lubrificação e colisão, conforme a taxa de cisalhamento aumenta. Evidentemente, o aumento da concentração de sólidos tende a acentuar as características dilatantes de uma suspensão, visto que a interação entre as partículas e, por conseguinte, o atrito, o efeito de lubrificação e as colisões entre elas serão intensificados (HASANZADEH; MOTTAGHITALAB, 2014).

Além dos mecanismos reportados, é fundamental discutir o papel da turbulência no comportamento dilatante das suspensões. Segundo Mezger (2006), uma maior resistência ao escoamento, que se reflete em um aumento da viscosidade, pode ocorrer em virtude das instabilidades do escoamento que são capazes de promover fluxos secundários, vórtices e turbulência em elevadas taxas de cisalhamento. O modo pelo qual a turbulência influencia no comportamento reológico das suspensões é discutido no relevante trabalho de Lashgari et al. (2014).

No tocante aos regimes de escoamento de suspensões particuladas, Lashgari *et al.* (2014) propõem 3 regimes de escoamento para suspensões particuladas, com transições muito sutis entre eles:

- i. Regime Laminar: ocorre em baixos valores de Reynolds e menores frações de sólidos. Há o domínio dos efeitos viscosos e, portanto, as tensões viscosas contribuem decisivamente para a transferência total de momento;
- ii. Regime Turbulento: verificado em altos valores de Reynolds e frações de sólidos suficientemente baixas. Neste regime o atrito de parede é elevado em virtude do transporte turbulento e a participação das tensões de Reynolds na transferência de momento é significativa;
- iii. Regime Dilatante Inercial: Segundo Lashgari *et al.* (2014), este regime ocorre em concentrações de sólidos mais elevadas e se caracteriza por um aumento significativo do atrito de parede com a taxa de cisalhamento, desencadeado por crescentes tensões induzidas pelas partículas. Neste caso, o atrito de parede é superior ao que ocorre no mecanismo turbulento e suas causas estão associadas às tensões induzidas pelas partículas.

2.5.2. Reologia de Polpas de Minério de Ferro

O comportamento reológico de suspensões de minério de ferro tem despertado o interesse de pesquisadores, empenhados em investigar o efeito de aditivos químicos nas características

reológicas das polpas (JENNINGS JR, 1969; BRAGANÇA, 2008; MELORIE; KAUSHAL, 2017) e a influência da reologia em diferentes operações tais como moagem (VIEIRA; PERES, 2013) e o transporte hidráulico (RAO; THATOI; BISWAL, 2020).

Não obstante o deletério efeito da sedimentação de partículas recorrente em viscosímetros e reômetros rotacionais, os estudos envolvendo a reologia de suspensões de hematita ainda têm sido conduzidos predominantemente em tais equipamentos (RAMOS-TEJADA *et. al.*, 2003; KHELIFI *et. al.*, 2013; VIEIRA; PERES, 2013; SAHOO *et al.*, 2017).

Na Tabela 2.8 são apresentadas algumas recentes contribuições dadas ao estudo reológico de polpas de minério de ferro. Informações relacionadas à concentração de sólidos, granulometria, equipamento empregado e comportamento reológico são também reportadas.

Tabela 2.8 – Dados referentes à concentração de sólidos, ao tipo de equipamento utilizado e à classificação reológica de polpas de minério de ferro.

| Autores | % Sólidos e granulometria | Reômetro (Taxa máxima) | Modelo Reológico (Comportamento) |
|---------------------------|--|-------------------------------------|---|
| Vieira e Peres (2013) | $P_{77} = 149 \mu\text{m}$ | Rotacional (500 s^{-1}) | Herschel – Bulkley (Dilatante/pseudoplástico) |
| Melorie e Kaushal (2017) | 18,8 – 25,2% (em volume) $P_{89} = 75\mu\text{m}$ | Rotacional (300 s^{-1}) | Herschel – Bulkley/ (Dilatante) |
| Sing <i>et al.</i> (2018) | 30 – 50% (em massa) $P_{97,6} = 106\mu\text{m}$ | Rotacional (600 s^{-1}) | Pseudoplástico |
| Rao <i>et al.</i> (2020) | 60 – 75% (em massa) $P_{76,92} = 45\mu\text{m}$ | Rotacional (250 s^{-1}) | Pseudoplástico |

Melorie e Kaushal (2018) estudaram a influência de aditivos químicos (cal, hexametáfosfato de sódio e acti-gel) no comportamento reológico de polpas de minério de ferro. Em todas as condições experimentais investigadas, ou seja, na ausência e na presença de aditivos, o modelo de Herschel-Bulkley proporcionou o melhor ajuste dos dados experimentais e o índice de comportamento (n) exibiu sempre uma magnitude superior a 1, indicando assim um

comportamento de fluido dilatante com tensão de escoamento. Por outro lado, as investigações conduzidas por Singh *et al.* (2018) e Rao, Thatoi e Biswal (2020), revelaram comportamentos pseudoplásticos para suspensões de minério de ferro em concentrações de sólidos mais elevadas, conforme reportado na Tabela 2.8. O aumento na concentração de sólidos acarreta maior aglomeração e interação entre as partículas. Como já mencionado, estes aglomerados de partículas comumente designados por *clusters*, oferecem maior resistência ao escoamento refletindo no aumento da viscosidade aparente da polpa (SINGH *et al.*, 2018). A taxa de cisalhamento também exerce influência sobre o comportamento reológico de um fluido. Baixas taxas podem assegurar a preservação dos *clusters* de partículas. Por outro lado, altas taxas de cisalhamento podem promover a ruptura desses agregados, acarretando uma diminuição da viscosidade aparente (YANG; ALDRICH, 2005; SINGH *et al.*, 2018).

2.6. Efeitos Deletérios à Reologia de Suspensões Particuladas

Coussot e Ancey (1999) consideram que, do ponto de vista reológico, suspensões concentradas e pastas constituem os sistemas mais complexos e difíceis de serem estudados, principalmente quando as investigações são conduzidas em reômetros rotacionais em virtude dos fenômenos de sedimentação, migração, deslizamento na parede e força centrífuga. Alguns destes fenômenos são discutidos nas seções subsequentes.

2.6.1. Sedimentação das Partículas

Trata-se de um fenômeno recorrente em dispositivos rotacionais quando empregados para suspensões constituídas por partículas grossas e densas, podendo levar à obtenção de resultados errôneos (KLEIN; PARTRIDGE; LASKOWSKY, 1990; KLEIN; LASKOWSKY, 1999). O fenômeno ocorre quando as partículas supracitadas sedimentam, sendo favorecido também pela impossibilidade de se aplicar taxas de cisalhamento excessivamente altas de modo a evitar a turbulência. A sedimentação promove uma separação de fases, de modo que a suspensão cisalhada pela geometria rotacional, possui uma concentração de sólidos significativamente menor comparada àquela da parte inferior do dispositivo. Além disso, o sensor pode entrar em contato com as partículas sedimentadas e acumuladas no fundo do compartimento, resultando em valores inconsistentes para o torque (KLEIN; LASKOWSKI; PARTRIDGE, 1995) Muito embora este efeito possa comprometer significativamente a precisão dos resultados, alguns procedimentos podem ser adotados e dispositivos modificados têm sido desenvolvidos com o objetivo de mitigar o efeito supracitado (KAWATRA; BAKSHI, 1995; SHI; NAPIER-MUNN,

1996; KAWATRA; BAKSHI; EISELE, 1999). Em relação aos tradicionais reômetros do tipo cilindros concêntricos, Coussot (2005) sugere que uma recirculação vertical da suspensão pode minimizar o efeito de sedimentação. Esse mesmo autor recomenda também a aplicação da tensão de cisalhamento em uma área restrita da geometria, na qual a concentração de sólidos seja mais homogênea. Alternativamente, Cruz e Peng (2016) propõem que a obtenção experimental das curvas reológicas seja feita em intervalos de tempo menores como forma de minimizar o efeito de sedimentação.

2.6.2. Efeitos de Entrada e Saída em Dutos

Um escoamento completamente desenvolvido ocorre quando o perfil de velocidade não se modifica em função do aumento da distância longitudinal do tubo (FOX; MCDONALD; PRITCHARD, 2005). Caso esse escoamento não seja verificado, os valores da tensão de cisalhamento obtidos a partir da Equação (2.7) podem não ser consistentes, sendo requerida uma correção do modelo. Uma relevante contribuição ao escoamento com efeitos de entrada e saída foi feita por Bagley (1957), que empregou com sucesso a mesma metodologia de fluidos Newtonianos, ao escoamento de polímeros fundidos. A correção da Equação (2.7), levando-se em conta os referidos efeitos, se traduz na correlação para a tensão de cisalhamento efetiva (τ_{ef}), sendo definida pela Equação 2.45.

$$\tau_{ef} = \frac{\Delta P}{2 \left[\left(\frac{L}{R} \right) + n_e \right]} \quad (2.45)$$

A Equação (2.45) mostra a relação linear estabelecida entre a diferença de pressão (ΔP) e a razão entre o comprimento e o raio do duto (L/R). A determinação do fator de correção (n_e) é feita extrapolando-se a curva para $\Delta P = 0$, o que resulta na Equação 2.46.

$$n_e = - \left(\frac{L}{R} \right) \quad (2.46)$$

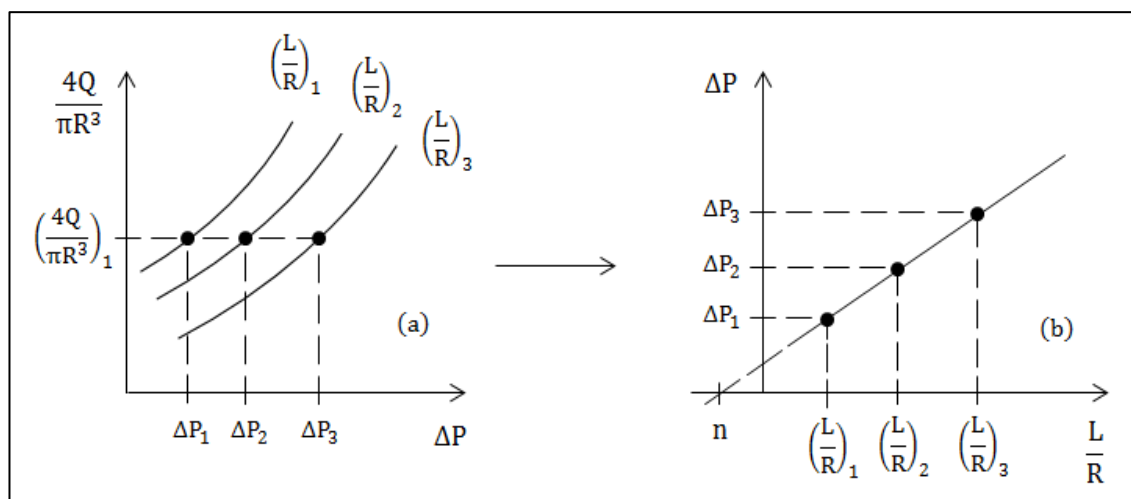
A metodologia desenvolvida por Bagley é apresentada na Figura 2.8. O método é sistematizado em quatro etapas, quais sejam:

- i. Obtenção das curvas do (ΔP) em função de ($4Q/\pi R^3$) em diferentes valores de (L/R);
- ii. Selecionar nas curvas mencionadas na etapa (i), valores arbitrários ($4Q/\pi R^3$). Para cada valor arbitrário deverão ser determinadas as diferenças de pressão correspondentes, obtidas a partir das curvas referentes às razões (L/R);

- iii. Construção da curva que representa a diferença de pressão em função da razão (L/R) . O comportamento linear da mesma permite a determinação de n_e por extrapolação ($\Delta P = 0$). Cada curva linear corresponde a um valor arbitrário $(4Q/\pi R^3)$ selecionado na etapa (ii);
- iv. Obtenção do reograma (tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação) recorrendo-se à Equação (2.45).

Dessa forma, o efeito de entrada em tubos requer, impreterivelmente, a correção da tensão de cisalhamento a fim de se obter resultados consistentes. Analogamente, efeitos de deslizamento na parede demandam adequações dos modelos empregados na determinação da taxa de cisalhamento, conforme abordado na seção subsequente.

Figura 2.8 – Representação gráfica do método proposto por Bagley para obtenção da tensão de cisalhamento corrigida.



Fonte: Autor.

2.6.3. Efeitos de Deslizamento na Parede

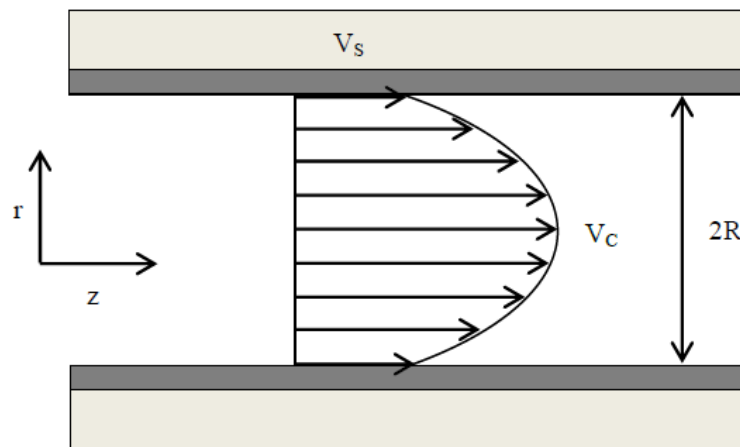
O efeito de deslizamento, verificado em suspensões particuladas, ocorre em virtude da existência de um gradiente de velocidade mais alto na região adjacente à parede e da tendência de migração das partículas deste local para a região bulk. Consequentemente, uma camada delgada, com baixa concentração de partículas e viscosidade menor, se forma próxima à parede. Pesquisadores denominam esse fenômeno como “deslizamento aparente” (MACOSKO, 1994). Barnes, Hutton e Walters (1989) argumentam que, diferentemente da disposição das partículas na fase bulk, a configuração geométrica pode ser um fator impeditivo para um arranjo semelhante ao bulk das partículas próximas à parede. O resultado prático desse efeito em viscosímetros tubulares é a diminuição na viscosidade da suspensão.

Muito embora esse efeito seja recorrente e possa comprometer a precisão dos resultados, o mesmo pode ser minimizado ou até evitado quando o escoamento ocorrer em superfícies rugosas (Coussot, 2005).

2.6.3.1. Deslizamento em Dispositivos Tubulares

No escoamento com deslizamento, duas velocidades estão presentes: a velocidade correspondente ao escoamento cisalhante propriamente dito (u_c) e a velocidade de deslizamento (u_s). A Figura 2.9 ilustra o efeito supracitado no perfil de velocidade em um duto circular de raio R.

Figura 2.9 – Distribuição de velocidade em um duto circular com o efeito de deslizamento na parede.



Fonte: Adaptado de Kwon e Ahn (1995).

Dessa forma, a velocidade de escoamento no tubo (u) passa a ser constituída por duas componentes: a velocidade cisalhante (u_c) e a velocidade de deslizamento (u_s). Conseqüentemente, as correlações envolvendo a velocidade de escoamento ou a vazão volumétrica devem ser corrigidas, de modo a incorporar a velocidade de deslizamento. A taxa de cisalhamento correspondente ao escoamento em dutos, com deslizamento na parede, é expressa de acordo com a Equação 2.47 (RAHMAN; FOWLER; MARTIN, 2013; CHEN *et al.*, 2010; MA; DUAN; LI, 2012).

$$\dot{\gamma}_a = \frac{4Q}{\pi R^3} = \frac{4}{\tau_w^3} \int_0^{\tau_w} (-\dot{\gamma}) \cdot \tau^2 d\tau + \frac{4u_s}{R} \quad (2.47)$$

Em que:

Q é a vazão volumétrica;

R é o raio do tubo;

\bar{u} é a velocidade média de escoamento;
 D é o diâmetro interno do tubo;
 τ_w é a tensão de cisalhamento na parede;
 $\dot{\gamma}$ é a taxa de cisalhamento;
 τ é a tensão de cisalhamento;
 u_s é a velocidade de deslizamento.

A taxa de cisalhamento $\dot{\gamma}_a$ é dita aparente, visto que a mesma não depende unicamente da velocidade cisalhante. A Equação 2.47 é uma equação integral de Volterra, a qual pode ser resolvida numericamente por meio de técnicas de regularização (MARTIN; WILSON, 2005). Todavia, Mooney (1931) propôs um método elegante para se determinar a velocidade de deslizamento a partir da Equação 2.48, recorrendo às seguintes premissas:

- i) Fluxo homogêneo;
- ii) Velocidade de deslizamento independente do diâmetro do tubo, sendo função somente da tensão de cisalhamento na parede;
- iii) Escoamento plenamente desenvolvido e, portanto, livre do efeito de entrada.

Admitidas estas premissas, foi possível derivar a Equação 2.48 em relação à $(1/R)$, mantendo-se a tensão de cisalhamento na parede constante. Deste modo, Mooney explicitou a velocidade de deslizamento conforme demonstrado pela Equação 2.48.

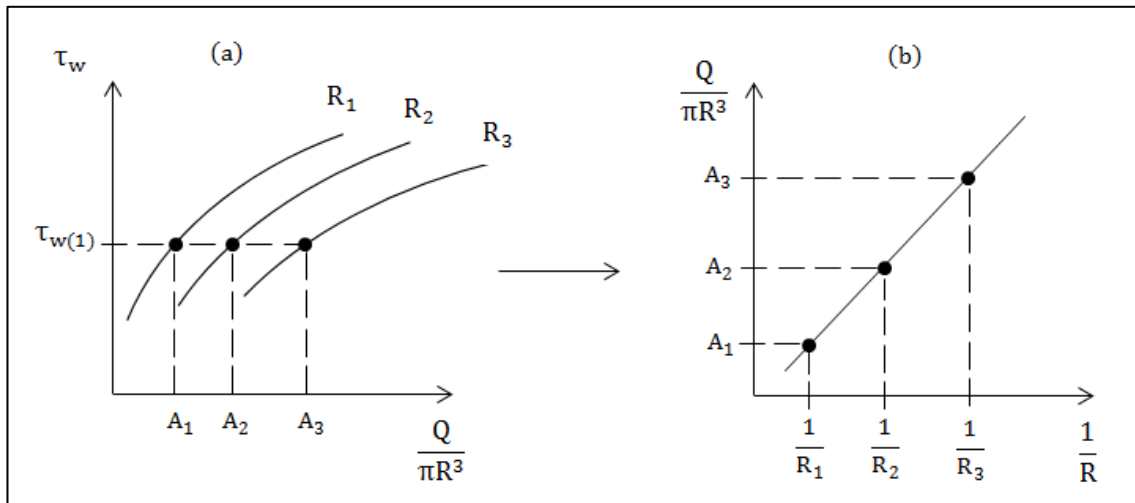
$$u_s = \beta_s \tau_w = \left(\frac{\partial \left(\frac{Q}{\pi R^3} \right)}{\partial \left(\frac{1}{R} \right)} \right) \Bigg|_{\tau_w} \quad (2.48)$$

Sendo β o coeficiente de deslizamento. A Figura 2.10 ilustra o método de Mooney, aplicado a partir dos dados experimentais de reometria tubular, para determinação da velocidade de deslizamento.

O método de Mooney requer a obtenção dos valores do gradiente de pressão ($\Delta P/L$) em função da vazão volumétrica (Q) em dutos com diferentes diâmetros. Estes resultados permitem construir o gráfico da tensão de cisalhamento na parede (calculada pela Equação 2.7) em função de $(Q/\pi R^3)$ correspondentes aos diferentes diâmetros. A partir deste mesmo gráfico, cada tensão de cisalhamento arbitrária (representada por $\tau_{w(1)}$ na Figura 2.12) fornecerá os valores de $Q/\pi R^3$ para cada diâmetro (A_1 , A_2 e A_3). Finalmente, é necessário obter a curva linear de

$Q/\pi R^3$ em função do inverso do raio ($1/R$) (para cada tensão de cisalhamento arbitrária), na qual o coeficiente angular corresponde à velocidade de deslizamento (u_s) expressa pela Equação 2.48.

Figura 2.10 – Representação gráfica do método de Mooney para determinação da velocidade de deslizamento.



Fonte: Autor.

Muito embora o deslizamento na parede seja deletério, podendo levar à obtenção de resultados imprecisos para a taxa de cisalhamento, é possível mitigar seus efeitos incorporando a velocidade de deslizamento nos modelos consagrados pela literatura. De forma análoga ao efeito de entrada na tensão de cisalhamento, o deslizamento na parede requer a correção das expressões que permitem determinar a taxa de cisalhamento. Assim o fizeram Senapati e Mishra (2014), quando investigaram ambos os efeitos de entrada e de deslizamento para suspensões de jarosita, constituídas por partículas finas ($d_{50} = 3,31 \mu\text{m}$) e em concentrações de sólidos compreendidas entre 40 e 60%. Conduzindo as investigações em dispositivos rotacional e tubular, os pesquisadores supracitados utilizaram o modelo de Rabinowitsch-Mooney modificado, que incorpora a velocidade de deslizamento (u_s) à taxa de cisalhamento, conforme demonstrado pela Equação 2.49.

$$\dot{\gamma}_w = \left[\frac{8(\bar{u} - u_s)}{D} \right] \left[\frac{(3n' + 1)}{n'} \right] \quad (2.49)$$

Deste modo, a Equação 2.49 consolida a segunda limitação inerente ao modelo de Rabinowitsch-Mooney, ou seja, além do modelo supracitado ter seu uso restrito ao regime

laminar, requer a incorporação da velocidade associada ao efeito de deslizamento (u_s) na parede.

2.6.3.2. Deslizamento em Dispositivos Rotacionais

A metodologia de Mooney (1931) estende-se também à investigação do fenômeno de deslizamento na parede em reômetros rotacionais. O modelamento matemático preserva uma certa analogia em relação aos reômetros tubulares, ou seja, a velocidade angular (Ω) contempla as velocidades de deslizamento nas superfícies cilíndricas interna, externa e aquela relacionada ao movimento cisalhante e viscoso do fluido, conforme apresentado na Equação 2.50 (YOSHIMURA; PRUD'HOMME, 1988).

$$\Omega = \frac{u_s \tau_e}{R_e} + \frac{u_s \tau_i}{R_i} + \frac{1}{2} \int_{\tau_e}^{\tau_i} \frac{\dot{\gamma} d\tau}{\tau} \quad (2.50)$$

Sendo:

u_s a velocidade de deslizamento nas superfícies cilíndricas;

τ_e e τ_i as tensões de cisalhamento nas superfícies cilíndricas externa e interna, respectivamente;

R_e e R_i os raios das superfícies cilíndricas externa e interna, respectivamente;

$\dot{\gamma}$ a taxa de cisalhamento.

O procedimento experimental proposto por Mooney (1931) para determinação do coeficiente de deslizamento (β_s) em dispositivos rotacionais, consiste na realização dos experimentos empregando-se três combinações de cilindros com diferentes diâmetros. A Equação (2.51) permite a determinação de β_s a partir das velocidades angulares (Ω_{ab} , Ω_{bc} e Ω_{ac}), correspondentes às diferentes combinações de sensores cilíndricos ($R_a R_b$, $R_b R_c$ e $R_a R_c$).

$$\Omega_{ab} + \Omega_{bc} - \Omega_{ac} = \frac{T' \beta_s}{\pi R_b^3} \quad (2.51)$$

A literatura reporta também procedimentos experimentais capazes de mitigar, ou mesmo eliminar o efeito de deslizamento na parede. Klein, Laskowski e Partridge (1995) empregaram superfícies cisalhantes cilíndricas e rugosas, em suas investigações reológicas com suspensões de magnetita com tamanho máximo de partícula de 100 μm . Sulcos com profundidades de 250 μm foram produzidos nas superfícies, de modo a permitir a comparação dos resultados experimentais em superfícies lisas e rugosas. Valores maiores para a tensão de cisalhamento foram verificados em superfícies rugosas, principalmente quando taxas de cisalhamento

superiores a 150 s^{-1} foram aplicadas ao sistema. De fato, valores menores para a tensão de cisalhamento são esperados quando o deslizamento existe, haja vista a relação entre sua ocorrência e a migração de partículas para regiões mais afastadas da parede. Tal migração resulta em uma suspensão com concentração de sólidos, viscosidade e tensão de cisalhamento menores nas regiões adjacentes à parede.

2.7. As Diferentes Faces da Entropia e o Princípio Variacional da Entropia Máxima (PEM)

O termo “entropia” encontra-se invariavelmente associado à Termodinâmica. Trata-se de uma função de estado, ou seja, depende somente dos estados inicial e final de um sistema termodinâmico. Ao mesmo tempo, revela-se uma propriedade extensiva, isto é, seu valor total para um dado sistema corresponde à soma das entropias dos seus subsistemas constituintes (Singh, 1997). A clássica definição da entropia, sempre presente na literatura termodinâmica e que acompanha um processo reversível, é apresentada pela Equação 2.52 (CASTELLAN, 1986; SMITH; VAN NESS; ABBOTT, 2000).

$$dS = \frac{dQ_{reversível}}{T} \quad (2.52)$$

Sendo:

dS a entropia associada a uma mudança infinitesimal de estado;

$dQ_{reversível}$ o calor envolvido no processo reversível;

T a temperatura.

A desigualdade de Clausius define a entropia associada aos processos irreversíveis, de acordo com a Inequação 2.53 (CASTELLAN, 1986).

$$dS > \frac{dQ_{irreversível}}{T} \quad (2.53)$$

A partir da desigualdade de Clausius, depreende-se que todo processo irreversível que ocorra sem a transferência de calor entre sistema e vizinhança, é acompanhado de um aumento da entropia, o que resulta na Inequação 2.54.

$$dS > 0 \quad (2.54)$$

A entropia também é abordada no âmbito da termodinâmica estatística, cujos pilares foram estabelecidos pela teoria cinética dos gases formulada por Boltzmann. De acordo com essa

tratativa, a entropia pode ser definida com base no número de microestados que compõem um sistema termodinâmico. Um microestado possui as mesmas propriedades macroscópicas do sistema e pode ser definido como uma combinação de partículas constituintes do mesmo (CASTELLAN, 1986; SINGH, 1997). A entropia (S_B) contempla o número total de combinações possíveis, sendo expressa de acordo com a Equação 2.55.

$$S_B = k \ln W \quad (2.55)$$

Em que:

k é a constante de Boltzmann;

W é o número de microestados constituintes do sistema termodinâmico.

A despeito da discussão precedente, é importante destacar que a entropia transcende as fronteiras da termodinâmica. A terceira abordagem para entropia e a mais importante para o presente trabalho, é aquela advinda da teoria da informação. Um dos pilares fundamentais sobre o qual a entropia da informação se sustenta é a teoria das probabilidades. Assim, Claude Shannon propôs um conceito para entropia, definindo-a com uma medida da informação ou da incerteza. A entropia de Shannon (H) de uma variável aleatória discreta u , capaz de assumir valores u_i ($i = 1, 2, \dots, N_E$) com probabilidades p_i ($i = 1, 2, \dots, N_E$) é definida de acordo com a Equação 2.56 (SHANNON, 1948; SONUGA, 1972; KUMBHAKAR; KUNDU; GHOSHAL, 2018).

$$H(u) = -K \sum_{i=1}^{N_E} p(u_i) \log [p(u_i)] \quad (2.56)$$

Sendo:

$H(u)$ a entropia de Shannon da velocidade;

N_E o número de eventos, ou seja, o número de valores u_i que a variável aleatória assume;

$p(u_i)$ a probabilidade da variável u assumir os valores u_i .

A entropia de Shannon (H) pode então ser definida como sendo a informação média, obtida pela ocorrência concomitante dos N_E eventos. De outro modo, corresponde às informações da variável aleatória ou uma medida da incerteza representada pela distribuição de probabilidades. A premissa básica estabelece que cada valor assumido por uma variável aleatória corresponde a um evento com uma determinada probabilidade de ocorrência. Singh (2014) recorre ao conceito proposto por Shannon e refere-se à entropia como uma medida da incerteza, desordem ou caos. Ademais, propõe uma análise útil que permite um raciocínio intuitivo e uma

compreensão satisfatória acerca da probabilidade e incerteza. De acordo com esse mesmo autor, se um determinado evento se realiza, ainda que uma pequena probabilidade de ocorrência esteja associada ao mesmo, a previsão e o evento foram incertos. O modelamento dessa classe de evento requer, portanto, muitas observações e informações de modo a reduzir as incertezas. Por outro lado, a ocorrência de um evento com elevada probabilidade não transmite “surpresa”, sendo a previsão caracterizada por uma ínfima incerteza. Com esses argumentos, Singh (2014) tenta mostrar a conexão entre entropia, informação, incerteza e surpresa.

Acerca da discussão sobre incerteza, cumpre mencionar o princípio da razão insuficiente de Laplace, segundo o qual todos os resultados de um determinado experimento terão a mesma probabilidade de ocorrência, desde que inexista qualquer informação que indique o contrário. O Princípio da Entropia Máxima (PEM) está em consonância com o de Laplace, visto que considera todas as informações relacionadas à variável aleatória em análise e, ao mesmo tempo, evita quaisquer considerações sobre informações não fornecidas. Esse mesmo princípio estabelece a seleção de uma função densidade de probabilidade que possui uma máxima entropia. De acordo com Singh (2014), a distribuição baseada no PEM é menos tendenciosa.

O PEM, aplicado ao escoamento de fluidos, é sistematizado de acordo com as seguintes etapas:

- i) Definição da variável aleatória: considerando o escoamento em canais abertos ou em condutos forçados, a velocidade é considerada uma variável aleatória;
- ii) Determinação da entropia de Shannon, $H(u)$, para a variável supracitada. Para variáveis aleatórias contínuas a entropia de (u) é definida pela Equação 2.57 (CHIU, 1989).

$$H(u) = - \int_0^{u_{max}} f(u) \ln f(u) du \quad (2.57)$$

Sendo $f(u)$ a função densidade de probabilidade da variável u . Chiu (1987) afirma que a entropia de Shannon representa a proximidade de uma dada distribuição de probabilidade em relação a uma distribuição uniforme.

- iii) Especificação das restrições: estas decorrem da probabilidade total e, no âmbito da engenharia hidráulica, das leis de conservação da massa, momento e energia. De acordo com Singh (2014), estas leis representam um elo entre a análise estatística, baseada na entropia, e os conceitos físicos da engenharia hidráulica. Assim, as restrições mencionadas são apresentadas na Tabela 2.9.

Tabela 2.9 – Restrições relacionadas à maximização da entropia de Shannon e à função Lagrangeana.

| Restrição | Condição | Equação |
|-----------|------------------------|---|
| C_1 | Probabilidade total | $C_1 = \int_0^{u_{max}} f(u)du = 1$ |
| C_2 | Conservação da massa | $C_2 = \int_0^{u_{max}} (u)f(u)du = u_m$ |
| C_3 | Conservação de momento | $C_3 = \int_0^{u_{max}} (u)^2 f(u)du = \beta(u_m)^2$ |
| C_4 | Conservação de energia | $C_4 = \int_0^{u_{max}} (u)^3 f(u)du = \alpha(u_m)^3$ |

Fonte: Singh (2014).

iv) Maximização da Entropia de Shannon: Segundo Chiu (1987), a maximização da entropia, sujeita às restrições, permite que uma dada distribuição de probabilidade se torne mais uniforme possível. Tal processo, associado às restrições impostas pelas Equações reportadas na Tabela 2.9, é obtido pelo método dos multiplicadores de Lagrange. A função Lagrangeana (\mathcal{L}) é definida de acordo Equação 2.58 (SINGH, 2011).

$$\mathcal{L} = - \int_a^b f(x) \ln[f(x)] dx - (\lambda_o - 1) \left[\int_a^b f(x) dx - C_o \right] - \sum_{r=1}^n \lambda_r \left[\int_a^b f(x) g_r(x) dx - C_r \right] \quad (2.58)$$

Sendo λ_o e λ_r os multiplicadores de Lagrange associados às restrições C_o e C_r , respectivamente. Evidentemente a complexidade do método aumenta com o número de restrições, todavia, a literatura reporta a abordagem satisfatória do PEM com duas delas, relacionadas à probabilidade total e conservação da massa (SINGH, 2014). Neste caso, a função Lagrangeana (\mathcal{L}) para a variável velocidade (u) é definida de acordo com a Equação 2.59.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & - \int_0^{u_{max}} f(u) \ln[f(u)] du + \lambda_1 \left[\int_0^{u_{max}} f(u) du - 1 \right] \\ & + \lambda_2 \left[\int_0^{u_{max}} u f(u) du - \bar{u} \right] \end{aligned} \quad (2.59)$$

v) Determinação da função densidade de probabilidade da variável aleatória e dos multiplicadores de Lagrange: esses propósitos são alcançados quando a derivada da função Lagrangeana (\mathcal{L}), dada pela Equação (2.60), em relação à função densidade de probabilidade é igual a zero. Tal derivação resulta na Equação 2.65 (SINGH, V.; SINGH, K., 1985; SINGH, 2011).

$$f(u) = e^{[(\lambda_1-1)+\lambda_2 u]} \quad (2.60)$$

A Equação (2.60) representa a função densidade de probabilidade da velocidade (u) sujeita às restrições. O método de maximização é apresentado em detalhes no Apêndice A da presente tese.

Em seu trabalho, Chiu (1987) lança as bases do Princípio da Entropia Máxima (PEM) aplicado à engenharia hidráulica, propondo modelos conceituais para as distribuições de velocidade, tensão de cisalhamento e concentração de sedimentos em canais abertos. Apesar das relevantes contribuições envolvendo escoamentos em canais abertos, Chiu, Lin e Lu (1993) aplicaram os conceitos da Entropia Máxima ao escoamento em condutos forçados. Diferentemente dos canais abertos, a geometria tubular é expressa de forma mais simples em virtude da geometria circular predominante. Ademais, o fluxo em condutos forçados é axialmente simétrico, sendo máxima a velocidade no centro e nula na parede (SINGH, 2014).

A distribuição entrópica de velocidades proposta por Chiu, Lin e Lu (1993) para escoamentos em dutos circulares, expressa em coordenadas “iso-velozes” e em função do parâmetro de entropia M , é representada pela Equação 2.61.

$$u_E(\xi) = \left(\frac{u_{max}}{M} \right) \ln \left\{ 1 + [e^M - 1] \left[\frac{\xi - \xi_0}{\xi_{max} - \xi_0} \right] \right\} \quad (2.61)$$

No caso do escoamento em tubos, as curvas “iso-velozes” são representadas por círculos concêntricos. Deste modo, ξ pode ser expresso de acordo com a Equação 2.62 (CHIU; SAID, 1995; SINGH, 2014).

$$\xi = \frac{\pi R^2 - \pi r^2}{\pi R^2} = 1 - \frac{r^2}{R^2} \quad (2.62)$$

Alternativamente, a distribuição de velocidades também pode ser expressa em função da distância radial, relacionando-se as Equações 2.61 e 2.62, o que resulta na Equação 2.63 (CHIU; HSU, 2006; SINGH, 2014).

$$u_E(r) = \left(\frac{u_{max}}{M}\right) \ln \left\{ 1 + [e^M - 1] \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] \right\} \quad (2.63)$$

Em que:

$u_E(r)$ distribuição de velocidade entrópica em função da distância radial;

u_{max} é a velocidade máxima de escoamento no centro do tubo;

M é o parâmetro de entropia;

ξ é a coordenada que representa as curvas isovelozes;

r é a distância radial;

R é o raio do tubo.

Cumprе enfatizar que a literatura clássica da mecânica dos fluidos, sustentada em pilares do campo determinístico, tem mostrado que os perfis de velocidade são obtidos a partir da distribuição da tensão de cisalhamento e do modelo reológico do fluido, conforme evidenciado na Equação 2.8. Por outro lado, o modelo entrópico concebido por Chiu, Lin e Lu (1993) e expresso pela Equação 2.63, representa uma inequívoca evolução conceitual e uma quebra de paradigma ao romper as amarras da abordagem determinística. Diferentemente dos tradicionais modelos para a distribuição de velocidades, a Equação 2.63 foi concebida sem a dependência do modelo reológico do fluido, podendo ser aplicada em todo campo de escoamento, independentemente da natureza do fluido, do tipo de escoamento e da rugosidade do tubo. Neste momento está respondida a indagação anteriormente apresentada na seção 2.1, página 25 da presente tese, ou seja, o PEM é capaz de prover uma distribuição de velocidade sem recorrer ao modelo reológico do fluido. Além disso, por ser um modelo conceitual, é fisicamente consistente e obedece às premissas de um escoamento em condutos forçados, quais sejam (MORAES, 2010)

- i) A velocidade máxima de escoamento ocorre no centro do tubo;
- ii) O gradiente de velocidade é nulo no eixo do tubo;
- iii) A velocidade do fluido na parede é nula (Princípio da Aderência);

iv) O gradiente de velocidade é diferente de zero junto à parede do tubo.

Ainda em relação à distribuição de velocidade representada pelas Equações 2.66 e 2.68, o parâmetro M denominado parâmetro de entropia, é expresso matematicamente como o produto da velocidade máxima de escoamento pelo segundo multiplicador de Lagrange (λ_2), conforme descrito na Equação 2.64 (CHIU, 1988).

$$M = u_{max} \lambda_2 \quad (2.64)$$

Chiu (1988) define o parâmetro de entropia como “...uma medida da uniformidade da probabilidade e das distribuições de velocidade”, cuja magnitude varia de zero (regime laminar) até infinito (máxima turbulência). Adicionalmente, M pode ser interpretado como um parâmetro modelador do perfil de velocidades. O parâmetro entrópico se faz presente em todas as equações desenvolvidas com base no PEM, para fluxos em canais ou dutos, o que evidentemente o torna basilar quando o PEM é aplicado ao escoamento de fluidos, seja em canais abertos ou condutos forçados. Isso torna sua determinação absolutamente indispensável.

O gradiente de velocidade, obtido por derivação do perfil de velocidade em relação à distância radial, é expresso em função do parâmetro de entropia (M), da velocidade máxima (u_{max}) e do raio do duto, de acordo com a Equação 2.65 (CHIU; LIN; LU, 1993; LIMA, 2006).

$$\left(\frac{du_E}{dr}\right) = \frac{-2ru_{max}}{R^2} \left[\frac{(e^M - 1)}{M}\right] \frac{1}{\left\{1 + [e^M - 1] \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]\right\}} \quad (2.65)$$

Para os propósitos de caracterização reológica em dispositivos tubulares, é fundamental obter a taxa de cisalhamento na parede. Esta corresponde ao gradiente de velocidade na parede do tubo, sendo expressa pela Equação 2.66.

$$\dot{\gamma}_{w(E)} = \left(-\frac{du_E}{dr}\right)\Big|_{r=R} = \frac{2u_{max}(e^M - 1)}{MR} \quad (2.66)$$

Chiu (1988) desenvolveu um outro modelo conceitual, expresso pela Equação 2.67, no qual o parâmetro M define a razão entre as velocidades média (\bar{u}) e máxima (u_{max}) de escoamento (SOUZA; MORAES, 2017).

$$\frac{\bar{u}}{u_{max}} = \frac{e^M}{(e^M - 1)} - \frac{1}{M} \quad (2.67)$$

A partir da Equação (2.67) é possível demonstrar que para $M = 0$ o regime de escoamento é laminar e quando $M \rightarrow \infty$, em regime de máxima turbulência, a velocidade se torna uniforme, ou seja, $\bar{u} = u_{max}$ (SOUZA; MORAES, 2017). Substituindo-se a Eq. (2.67) na Eq. (2.66) e procedendo-se uma manipulação algébrica, é possível determinar a taxa de cisalhamento entrópica, $(\dot{\gamma}_{w(E)})$ em função da velocidade média, de acordo com a Equação 2.68 (LOUZADA et al. 2021).

$$\dot{\gamma}_{w(E)} = \left(-\frac{du_E}{dr} \right) \Big|_{r=R} = \left(\frac{8\bar{u}}{D} \right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{2(Me^M - e^M + 1)} \right] \quad (2.68)$$

Sendo:

$\left(\frac{8\bar{u}}{D} \right)$ a taxa de cisalhamento para fluidos Newtonianos;

$\left[\frac{(e^M - 1)^2}{2(Me^M - e^M + 1)} \right]$ o fator de correção entrópico.

A estrutura algébrica da Equação (2.68) é interessante, pois evidencia o fator corretivo entrópico que deve ser aplicado à taxa de cisalhamento de um fluido Newtoniano $\left(\frac{8\bar{u}}{D} \right)$, sendo análogo ao fator de correção $\left[\frac{3n'+1}{4n'} \right]$ do modelo de Rabinowitsch-Mooney.

Como já discutido na presente tese, muito embora o modelo de Rabinowitsch-Mooney tenha sua importância inegavelmente reconhecida, o mesmo traz consigo limitações, visto que sua aplicabilidade está restrita ao regime laminar. Ademais, torna-se necessário incorporar a velocidade associada ao efeito de deslizamento na parede em sua formulação. Por outro lado, em reometria rotacional, além da possibilidade de ocorrência do deslizamento e dos efeitos da força centrífuga, a sedimentação de partículas é extremamente crítica e recorrente, principalmente quando suspensões constituídas por partículas grossas e densas são investigadas. Sob a égide desses argumentos reiteradamente discutidos, assume relevância a taxa de cisalhamento entrópica, expressa pela Equação 2.68, graças à importante contribuição de Chiu, Lin e Lu (1993). O esforço desses pesquisadores foi coroado de êxito, ao unirem de forma harmônica e profícua os universos determinístico e probabilístico, o que resultou na concepção de uma distribuição de velocidade fisicamente consistente.

Evidentemente, a inserção do PEM no campo da engenharia hidráulica requer, impreterivelmente, equacionamentos que relacionem o parâmetro M ao fator de atrito e ao número de Reynolds. Com essa percepção e recorrendo à equação de Darcy-Weisbach, Chiu,

Lin e Lu (1993) obtiveram uma importante equação para o fator de atrito entrópico (f_E) associado aos escoamentos turbulentos em tubos rugosos e expresso pela Equação 2.69.

$$f_E = \left(\frac{32}{Re}\right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)} \right] \left(\frac{\varepsilon_w}{\nu}\right) \quad (2.69)$$

Para escoamentos laminares ou turbulentos em tubos hidraulicamente lisos, a razão (ε_w/ν) corresponde à unidade, o que resulta na Equação 2.70 (SOUZA; MORAES, 2017).

$$f_E = \left(\frac{32}{Re_a}\right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)} \right] \quad (2.70)$$

Em que Re_a é o número de Reynolds aparente, cuja dependência da viscosidade aparente (η) é mostrada na Equação 2.71.

$$Re_a = \frac{\bar{u}D\rho}{\eta} \quad (2.71)$$

Ao mesmo tempo em que oferece equações conceituais e matematicamente consistentes, o PEM impõe um novo desafio que é a determinação do parâmetro de entropia (M). De fato, M pode ser determinado a partir das velocidades máxima e média, todavia, a determinação da primeira nem sempre é uma tarefa simples para escoamentos em dutos, especialmente quando envolve fluidos complexos como as polpas minerais. Nestas situações o modelo conceitual para o fator de atrito entrópico representado pela Equação (2.70) pode ser uma ferramenta muito útil. Contudo, é importante observar que essa mesma formulação para o fator de atrito depende do número de Reynolds aparente, condição esta que, evidentemente, requer o conhecimento prévio da viscosidade aparente (η) do material. Uma vez que essa viscosidade depende do estado de escoamento do fluido e o PEM representa uma alternativa à obtenção das propriedades reológicas de qualquer fluido, o parâmetro M pode representar um caminho para se determinar a viscosidade aparente e não o contrário. Tal premissa guiou esta tese.

Frente ao desafio de se determinar o valor de M , alguns pesquisadores têm se dedicado ao desenvolvimento de modelos que relacionam o fator de atrito unicamente ao parâmetro entrópico. Com efeito, modelos do tipo $f = f(M)$ permitem determinar M a partir de dados de velocidade média de escoamento (\bar{u}), do gradiente de pressão ($\Delta P/L$) e da consagrada equação de Darcy-Weisbach concomitantemente.

Além dos modelos conceituais, Chiu, Lin e Lu (1993) utilizaram a clássica distribuição de velocidade semi empírica de Nikuradse (1932), expressa pela Equação 2.72, para obter uma formulação do tipo $f = f(M)$ definida pela Equação 2.73.

$$\frac{\bar{u}}{u_{max}} = 1,17 \left[1 + 9,02 \left(\frac{\bar{u}}{u^*} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (2.72)$$

$$f_E = 0,0983 \left[\frac{0,17Me^M + e^M - 1,17M - 1}{(Me^M - e^M + 1)} \right]^2 \quad (2.73)$$

Percorrendo outro caminho para alcançar o mesmo objetivo, Moraes (2010) logrou êxito no desenvolvimento da formulação $f = f(M)$ ao utilizar resultados de grande acurácia, obtidos pelos pesquisadores das Universidades de Princeton e Oregon em diferentes aparatos experimentais. Para cada valor de Reynolds e do fator de atrito, foi determinado o parâmetro de entropia correspondente por meio da Equação 2.70. O melhor ajuste foi alcançado relacionando-se o número de Reynolds e a função exponencial do parâmetro de entropia (e^M). O número de Reynolds e o fator de atrito em função de M , ambos obtidos por Moraes (2010), são expressos pelas Equações (2.74) e (2.75), respectivamente.

$$Re = 435,11e^M \quad (2.74)$$

$$f_E = \left(\frac{32}{435} \right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{e^M (Me^M - e^M + 1)} \right] \quad (2.75)$$

De acordo com esse mesmo pesquisador, o arredondamento do valor da constante de 435,11 para 435, gerou um erro inferior a 0,02%, o que justifica a forma da Equação 2.80.

A dedução de todo equacionamento relacionado ao Princípio da Entropia Máxima para escoamentos em condutos forçados é apresentada no APÊNDICE A da presente tese. Além disso, é salutar a demonstração da consistência física das equações advindas do PEM, assim como fizeram Chiu, Lin e Lu (1993), Lima (2006) e Singh (2014). No APÊNDICE B do presente trabalho são demonstradas as consistências dos modelos entrópicos.

Em que pesem os relevantes trabalhos que abordam aplicação do PEM em engenharia hidráulica (CHIU; CHIOU, 1986; CHIU; LIN; LU, 1993; SINGH, 2014), a literatura carece de trabalhos que envolvam a entropia máxima aplicada à reologia de polpas minerais. Tal realidade

ensejou a proposta e o desenvolvimento da presente tese, com a perspectiva de que a mesma possa representar uma contribuição no âmbito do transporte hidráulico de suspensões minerais.

2.8. Escoamentos Turbulentos de Fluidos Não-Newtonianos e o Protagonismo do PEM

Como já discutido no presente trabalho, a literatura clássica da mecânica dos fluidos e da reologia fornecem subsídios teóricos consagrados que atendem às necessidades do escoamento laminar de fluidos Newtonianos e não-Newtonianos. Por outro lado, essa mesma realidade não se verifica para escoamentos turbulentos no universo determinístico. Deste modo, esta lacuna que persiste constitui um ambiente fértil ao protagonismo que o PEM pode assumir. Com o advento da Entropia Máxima aplicada à engenharia hidráulica, um novo modelo para a distribuição de velocidade fisicamente consistente, é capaz de suprir as deficiências apresentadas pelas equações semiempíricas utilizadas em escoamentos turbulentos. Ademais, a taxa de cisalhamento entrópica, representada pela Equação 2.68, constitui um avanço considerável no campo da reologia. A Tabela 2.10 sumariza grande parte da discussão apresentada nesta tese, apresentando as expressões para a determinação da tensão e da taxa de cisalhamento em dispositivos tubulares.

Deste modo, fica evidenciada a universalidade do PEM, frente aos diferentes tipos de fluidos, aos distintos regimes de escoamento e aos efeitos deletérios que possam ocorrer. Polpas minerais constituídas por partículas grossas e densas, necessitam de uma turbulência capaz de manter as partículas em um estado de suspensão que possibilite uma adequada caracterização reológica. Não sendo assim, diferentes concentrações de sólidos ocorrerão ao longo da seção transversal do duto, o que na prática significa a presença concomitante de diferentes fluidos em um mesmo escoamento.

É imperioso enfatizar que uma das grandes virtudes da taxa de cisalhamento entrópica, definida pela Equação 2.73, é sua utilização em escoamentos turbulentos que ocorrem em tubos rugosos e com grandes diâmetros, ou seja, em condições capazes de erradicar o efeito de deslizamento na parede. Tais condições evidentemente são muito distintas daquelas verificadas nos clássicos viscosímetros capilares e, ao mesmo tempo, refletem com fidelidade o cotidiano industrial.

Tabela 2.10 – Equações para a determinação da tensão (τ_w) e da taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}_w$) em viscosímetros tubulares.

| Variável Reológica | Fluido | Regime/Efeito Deletério | Equação |
|--------------------|-----------------------------|---|---|
| τ_w | Newtoniano e não-Newtoniano | Laminar e Turbulento/sem efeito de entrada | $\tau_w = \left(-\frac{\Delta P}{L}\right) \cdot \left(\frac{R}{2}\right)$ |
| τ_w | Newtoniano e não-Newtoniano | Laminar e Turbulento/com efeito de entrada | $\tau_{ef} = \frac{\Delta P}{2 \left[\left(\frac{L}{R}\right) + n_e \right]}$ |
| $\dot{\gamma}_w$ | Newtoniano | Laminar/sem deslizamento na parede | $\dot{\gamma}_w = \frac{8\bar{u}}{D} = \frac{4Q}{\pi R^3}$ |
| $\dot{\gamma}_w$ | Não-Newtoniano | Laminar/sem deslizamento na parede | $\dot{\gamma}_w = \left(\frac{8\bar{u}}{D}\right) \left[\frac{3n' + 1}{4n'}\right]$ |
| $\dot{\gamma}_w$ | Não-Newtoniano | Laminar/com deslizamento na parede | $\dot{\gamma}_w = \left(\frac{8\bar{u} - 8u_s}{D}\right) \left(\frac{3n' + 1}{4n'}\right)$ |
| $\dot{\gamma}_w$ | Newtoniano e não-Newtoniano | Laminar e Turbulento/sem deslizamento na parede | $\dot{\gamma}_w = \left(\frac{8\bar{u}}{D}\right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{2(Me^M - e^M + 1)}\right]$ |

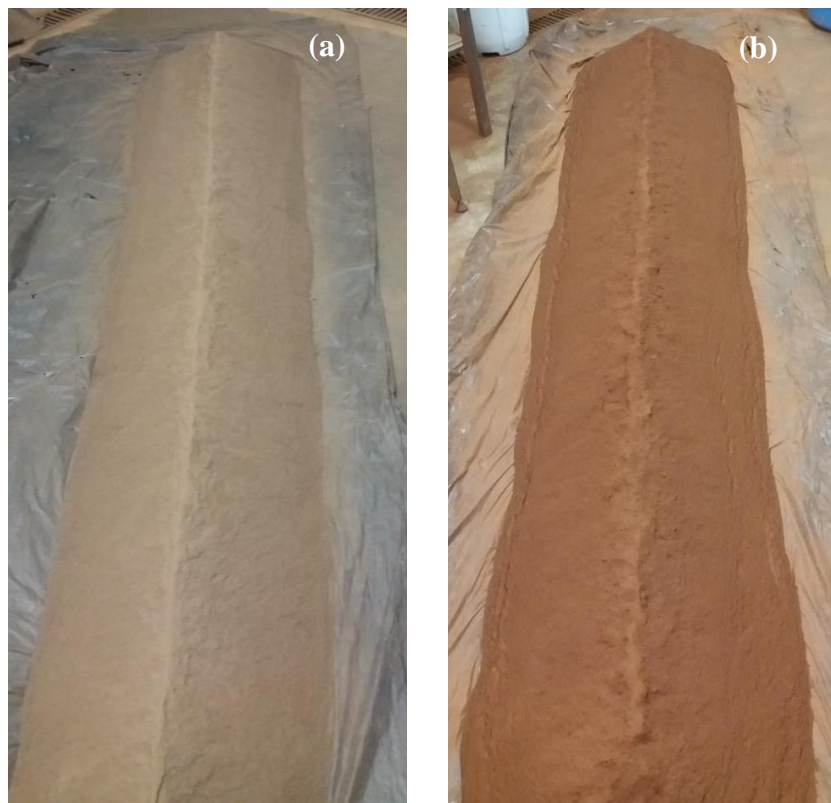
CAPÍTULO 3

MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Origem e características dos minérios utilizados

Duas amostras de minério de ferro foram utilizadas nos experimentos de bombeamento que dão suporte a esta tese. Elas foram fornecidas pela mineradora Vale S.A. A primeira delas é proveniente da mina de Serra da Serpentina (Minas Gerais) e a outra é oriunda de Carajás (Pará). Após recebimento, as amostras foram pesadas e homogeneizadas em pilha longitudinal (Figura 3.1) de onde foram retiradas alíquotas para estudos de caracterização que foram conduzidos através das técnicas sumarizadas na Tabela 3.1.

Figura 3.1 – Pilhas longitudinais das amostras provenientes da mina Serra da Serpentina (a) e de Carajás (b).



Fonte: Autor.

Com base nas informações sobre mineralogia (Tabela 3.2) e composição química (Tabela 3.3) de ambas as amostras, observa-se que:

- i. O minério da Serra da Serpentina (MSS), quando comparado ao minério de Carajás (MC), exibe menor teor de ferro (45% versus 64%) e mais alto teor de sílica (31,5% versus 2,5%). Deste modo, pode-se inferir que MSS é um minério de ferro (itabirito), enquanto MC mais se assemelha a um concentrado de hematita;
- ii. MSS é composto por apenas um mineral portador de ferro (hematita), que responde por ~64% de sua massa. Por outro lado, MC é composto de três minerais portadores de ferro (hematita, magnetita e goethita), embora se possa inferir que a hematita é o principal mineral portador de ferro presente em tal amostra;
- iii. A perda ao fogo (PF) exibida por MC (3,44%) é quase três vezes mais alta do que daquela observada para MSS (1,22%), sinalizando em MC uma presença mais significativa de minerais que exibem material volátil em sua composição: filossilicatos e goethita;
- iv. O conteúdo de Al_2O_3 em ambos os minérios é muito próximo, embora em MSS o alumínio ocorra associado aos minerais gibbsita caulinita, enquanto no MC tal elemento se deve à presença de sillimanita e caulinita;
- v. Por seu baixo teor tanto em MSS como em MC, os demais componentes químicos (P, Mn, TiO_2 , CaO e MgO) pouco contribuem para elucidar a composição mineralógica das amostras.

Tabela 3.1. Técnicas de caracterização utilizadas.

| Atributos das amostras | Técnicas | Equipamentos [1] |
|------------------------|--------------------------|--|
| Mineralogia | Difratometria de raios-x | Difratômetro X'Pert, Philips 1997 |
| Composição química | Fluorescência de raios-x | Malvern Panalytical - Modelo Zetium |
| Tamanho das partículas | Difração de laser | Mastersizer 2000 - Malvern Instruments Ltd |

[1] Laboratório de Caracterização Tecnológica (LCT) – Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo da EPUSP.

Tabela 3.2. Composição mineralógica.

| Minérios | Minerais |
|---------------------------|---|
| Serra da Serpentina (MSS) | Hematita (64%) ^[1] , quartzo e caulinita |
| Carajás (MC) | Hematita, goethita, quartzo e magnetita. |

[1] Cálculo estequiométrico com base no teor de Fe exibido pela amostra (Tabela 3.3)

Tabela 3.3. Análise química dos minérios da Serra de Serpentina (MSS) e de Carajás (MC).

| MSS | | MC | |
|--------------------------------|------------|--------------------------------|------------|
| Elementos | Teores (%) | Elementos | Teores (%) |
| Fe | 45,0 | Fe | 64,3 |
| SiO ₂ | 31,5 | SiO ₂ | 2,50 |
| Al ₂ O ₃ | 1,20 | Al ₂ O ₃ | 1,50 |
| P | 0,049 | P | 0,077 |
| Mn | 0,10 | Mn | 0,22 |
| TiO ₂ | < 0,10 | TiO ₂ | 0,13 |
| CaO | < 0,10 | CaO | < 0,10 |
| MgO | < 0,10 | MgO | < 0,10 |
| PF | 1,22 | PF | 3,44 |

Com base na distribuição de tamanho de partículas de ambas as amostras (Tabela 3.4), pode-se observar que, em termos de tamanho médio ($d_{3,2}$) e de “*top size*” (d_{90}), MSS exibe distribuição granulométrica mais grosseira do que MC, embora o último exiba menor conteúdo de partículas ultrafinas (d_{10}) que MSS. Portanto, deparamos aqui com um paradoxo: embora a distribuição granulométrica de MSS seja mais grosseira do que MC, ela contém maior conteúdo de partículas ultrafinas que, teoricamente, poderiam mais afetar seu comportamento reológico.

Tabela 3.4. Resultados da caracterização granulométrica dos minérios da Serra de Serpentina e de Carajás.

| Minério | $d_{3,2}$ (μm) | d_{10} (μm) | d_{50} (μm) | d_{90} (μm) |
|---------------------|-----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Serra da Serpentina | 18,31 | 9,89 | 50,33 | 146,34 |
| Carajás | 4,37 | 1,55 | 21,54 | 76,25 |

A massa específica das partículas foi determinada por picnometria (picnômetro Quantachrome – Figura 3.2), utilizando-se uma célula com volume de 150,87 cm³. A temperatura de análise

foi de 21,8°C e o gás utilizado foi o nitrogênio. As massas específicas das amostras provenientes da Serra da Serpentina (MSS) e de Carajás (MC) foram de 3.954 kg/m³ e 4.805 kg/m³, respectivamente. A mais baixa massa específica apresentada por MSS é consequência de seu maior conteúdo de SiO₂ e menor teor de Fe (Tabela 3.3). Devido à presença concomitante de minerais leves (silicatos) e mais densos (óxidos de ferro) em ambas as amostras, tais valores de massa específica constituem a média de todas as fases mineralógicas presentes.

Figura 3.2 – Picnômetro a gás nitrogênio instalado no LFQI.



Fonte: Autor.

3.2. Preparação de polpas minerais para estudos reológicos

Os experimentos de reologia foram realizados com suspensões preparadas a partir das amostras de MSS e MC, adotando-se diferentes concentrações de sólidos em massa:

- i. Polpas contendo MSS foram preparadas com 40%, 45% e 50% de sólidos em massa;
- ii. Suspensões contendo MC foram preparadas com 35% e 40% de sólidos em massa.

As polpas foram preparadas imediatamente antes da realização de cada ensaio reológico. Volume de água (V_a) e massa de minério (m_s) necessários à preparação de uma polpa com determinada concentração de sólidos em massa, foram calculados a partir das Equações (3.1) e (3.2), respectivamente.

$$V_a = \frac{\rho_s V_t (C_s - 1)}{\rho_s C_s - \rho_a C_s - \rho_s} \quad (3.1)$$

$$m_s = \frac{\rho_s \rho_a V_t C_s}{\rho_s - \rho_s C_s + \rho_a C_s} \quad (3.2)$$

Sendo:

ρ_s a massa específica do minério, determinada por picnometria;

V_t o volume total da polpa preparada;

C_s a fração mássica de sólidos;

ρ_a a massa específica da água.

3.3. Experimentos de reometria tubular

Os experimentos de reometria tubular foram realizados em uma unidade de bombeamento (Figura 3.3) existente no Departamento de Engenharia de Minas e Petróleo da Universidade de São Paulo.

Inicialmente preparou-se a polpa de minério em um tanque com volume útil de 1m³. A homogeneização da polpa foi alcançada graças ao agitador acoplado ao tanque, movido por um motor elétrico WEG com potência de 6 HP e equipado com um inversor de frequência (WEG – CFW 500) controlado manualmente. A geometria do impelidor é do tipo pás inclinadas, com diâmetro de 33,5 cm e um ângulo de inclinação de 45° para as quatro pás.

Uma bomba centrífuga Warman, modelo 4/3C-AH horizontal, foi responsável pelo transporte da suspensão, em dutos com diâmetro interno de 76,2 milímetros, equipados com válvulas do tipo guilhotina fabricadas pela Isogate, série WS, modelo 04WSRSUMUS. Um motor trifásico de indução Weg W22, com potência de 22 kW, rotação nominal de 1765 rpm e um inversor de frequência Weg CFW700 também compõem o sistema. Trechos horizontais da tubulação foram construídos em acrílico, de modo a permitir a visualização do escoamento e, com isto, evitando que baixas velocidades fossem aplicadas, cuja consequência imediata seria a sedimentação das partículas e até obstrução do duto. Transdutores de pressão (Siemens) e de vazão (Krohne Conaut), forneceram informação sobre: diferença de pressão, velocidade média e vazão volumétrica. A unidade experimental também dispõe de um sistema de aquisição de dados, equipado com um indicador digital (Presys, modelo DMY-2015), que permite monitorar as

variáveis de processo e o software para registro virtual (VR2000 versão 3.3), também concebido pela Presys e cujas principais funções são:

- i) Configurar de modo on-line os indicadores;
- ii) Monitorar em tempo real as variáveis de processo (diferença de pressão e vazão volumétrica);
- iii) Armazenar todos os dados provenientes das leituras dos instrumentos e exportá-los para uma planilha do Microsoft Excel.

Figura 3.3 – Unidade de bombeamento com dutos de diâmetros 76,2 e 101,6 milímetros.



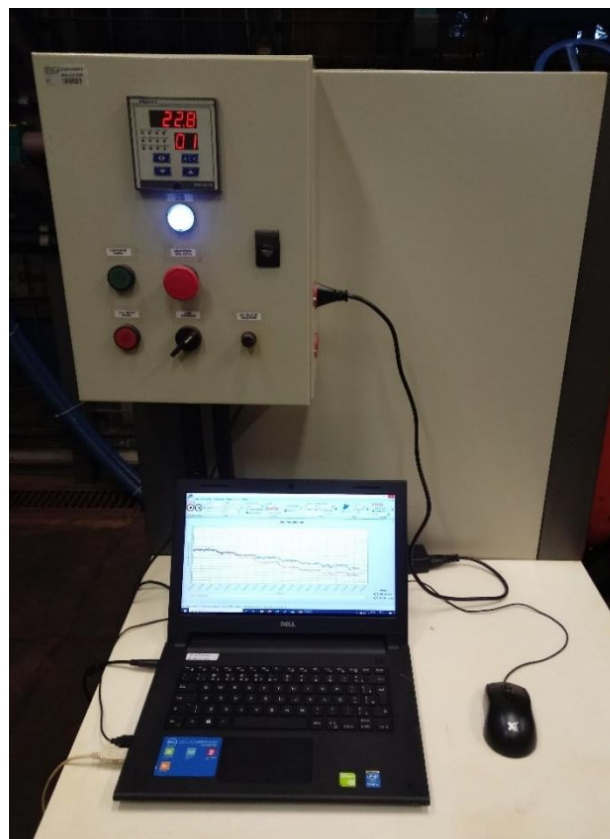
Fonte: Autor.

A Figura 3.4 ilustra o painel de controle da unidade de bombeamento e o processo de aquisição dos dados.

Após a preparação das polpas, o agitador acoplado ao tanque foi acionado, a fim de proporcionar uma vigorosa agitação capaz de manter os sólidos homogeneamente suspensos, conforme mostrado na Figura 3.5. Alcançada esta condição, a bomba foi acionada, aumentando-se progressivamente a vazão de operação por meio do inversor de frequência.

A operação da unidade experimental na maior vazão, antes do início dos experimentos, decorreu da necessidade de se garantir a plena suspensão das partículas nos trechos horizontais dos tubos. Nesta condição de maior turbulência, propiciada pela mais elevada vazão de operação, foram realizadas duas amostragens da polpa, no ponto de descarga, para cada concentração de sólidos praticada. A partir das alíquotas da polpa retiradas, foram determinados a massa específica, a concentração de sólidos e o pH.

Figura 3.4 – Painel de controle da unidade de bombeamento e o processo de aquisição dos dados de vazão volumétrica (m^3/h) e diferença de pressão (mbar).

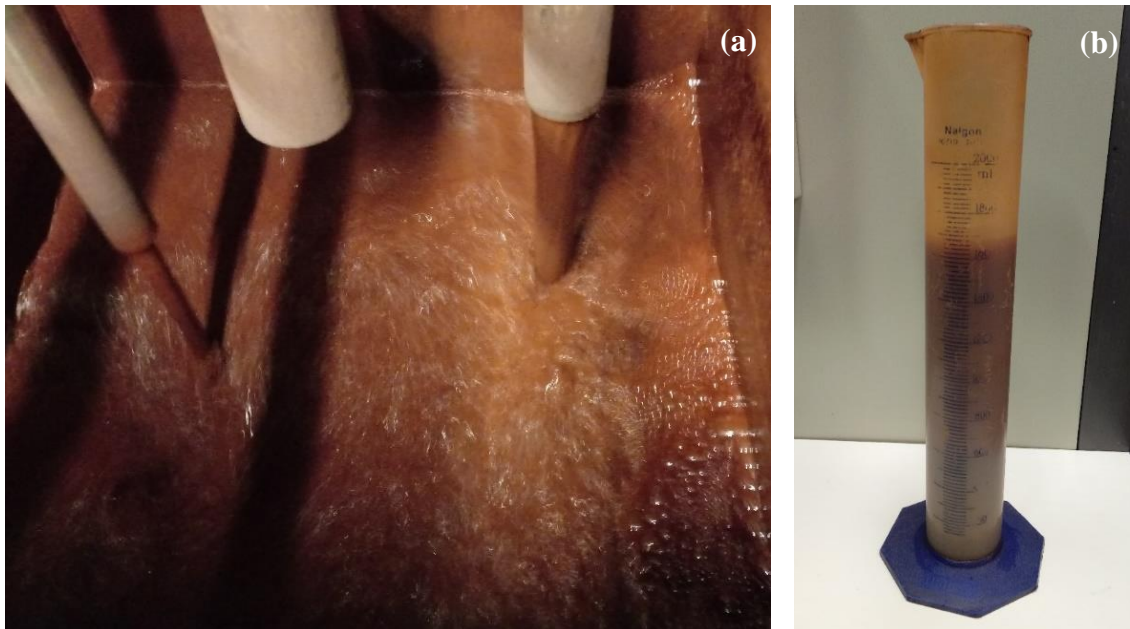


Fonte: Autor.

O procedimento experimental consistiu no transporte hidráulico, em circuito fechado, das suspensões preparadas com diferentes concentrações de sólidos. Durante o experimento propriamente dito, foram determinadas as diferenças de pressão correspondentes às vazões de operação aplicadas ao sistema. Em cada etapa do experimento em que a vazão era reduzida e a unidade experimental se estabilizava, media-se a temperatura da polpa no local de descarga dentro do tanque, com termômetro digital Gulterm 180 fabricado pela Gulton. Cada valor de vazão volumétrica (Q) e diferença de pressão (ΔP) foi obtido a partir das médias de trezentos

pares de valores de vazão (Q_i) e diferença de pressão (ΔP_i) medidos e aquisitados com auxílio do software VR2000 a cada segundo de operação. Para cada experimento foi determinada a velocidade crítica de sedimentação empregando-se o modelo proposto por Souza Pinto *et al.* (2014), definido pela equação 2.44. O diâmetro de partícula utilizado foi o diâmetro médio de Sauter. O valor da esfericidade empregado nesta tese ($\Psi = 0,54$) foi o mesmo determinado no trabalho de Souza Pinto (2012) para partículas de hematita que se acumularam na base da tubulação.

Figura 3.5 – Polpa de minério de ferro de Carajás sob agitação vigorosa no tanque da unidade de bombeamento (a) e alíquota retirada para determinação da massa específica (b).



Fonte: Autor.

A obtenção do reograma de um determinado fluido a partir dos dados de vazão volumétrica (ou velocidade média) e do gradiente de pressão é denominado problema inverso em reologia. Na presente tese o Princípio da Entropia Máxima possibilitou determinar, além da taxa de cisalhamento entrópica e da viscosidade aparente, o número de Reynolds, a velocidade máxima e a distribuição de velocidades para todas as condições experimentais investigadas.

3.4. Experimentos de Reometria Rotacional

As investigações reológicas também foram conduzidas em um reômetro rotacional Anton Paar modelo MCR 92, que opera em sistema Searle. Na Figura 3.6 é apresentado o reômetro Anton Paar e as geometrias que o compõe.

O dispositivo é equipado com o software RheoCompass™, que permite definir a temperatura, os valores da taxa de cisalhamento e da velocidade angular, o número de pontos experimentais, o tempo de processamento de cada ponto e o tempo total do experimento. Além disso, o software do equipamento dispõe de vários modelos reológicos que permitem fazer o ajuste dos dados experimentais. O aparato experimental possui diferentes tipos de geometria tais como vane, Mooney-Ewart (cone-cilindro) e cilindros concêntricos com duplo gap e permite obter dados da tensão de cisalhamento, viscosidade, torque, rotação, temperatura dentre outros. No presente trabalho foi empregada a geometria do tipo Mooney-Ewart (CC39) padrão ISO 3219 para a caracterização reológica de todas as polpas minerais. Os diâmetros dos cilindros interno e externo medem 38,716 mm e 42,010 mm, respectivamente. A altura do cilindro interno corresponde à 60,014 mm e o ângulo da superfície cônica é de 120°.

Figura 3.6 – Reômetro Anton Paar e geometrias dos tipos cilindros concêntricos e vane.



Fonte: Autor.

A taxa de deformação e a tensão de cisalhamento referentes à geometria CC39 são definidas pelas Equações 3.3 e 3.4, respectivamente.

$$\dot{\gamma} = \omega \frac{1 + \delta^2}{\delta^2 - 1} \quad (3.3)$$

$$\tau = \frac{1 + \delta^2}{2\delta^2} \frac{T'}{2\pi LR_i^2 C_L} \quad (3.4)$$

Em que:

ω é a velocidade angular;

δ é a razão entre os raios dos cilindros externo e interno;

T' é o torque;

L é a altura do cilindro interno;

R_i é o raio do cilindro interno;

C_L é o fator de correção.

Os ensaios foram realizados com suspensões preparadas nas mesmas concentrações de sólidos praticadas nos experimentos de reometria tubular. Os valores para a taxa de cisalhamento aplicados ao sistema foram definidos entre 0,1 e 1450 s⁻¹, sendo todos os experimentos realizados na mesma temperatura média obtida a partir dos valores aferidos nos experimentos de bombeamento, ou seja, a 20,6°C para a polpa a 36,8% de sólidos e na temperatura de 22,7°C para a suspensão preparada a 43,6% de sólidos. Antes de iniciar os experimentos, foi adotada uma etapa prévia de agitação da suspensão durante 120 segundos, na taxa de cisalhamento de 1450 s⁻¹, a fim de manter as partículas homoganeamente suspensas e mitigar o efeito de sedimentação. Ao término dos ensaios, foram feitos os ajustes dos resultados experimentais, recorrendo-se aos modelos reológicos Lei da Potência e de Tscheuschner, definidos pelas Equações 2.25 e 2.37 respectivamente, para todas as suspensões investigadas.

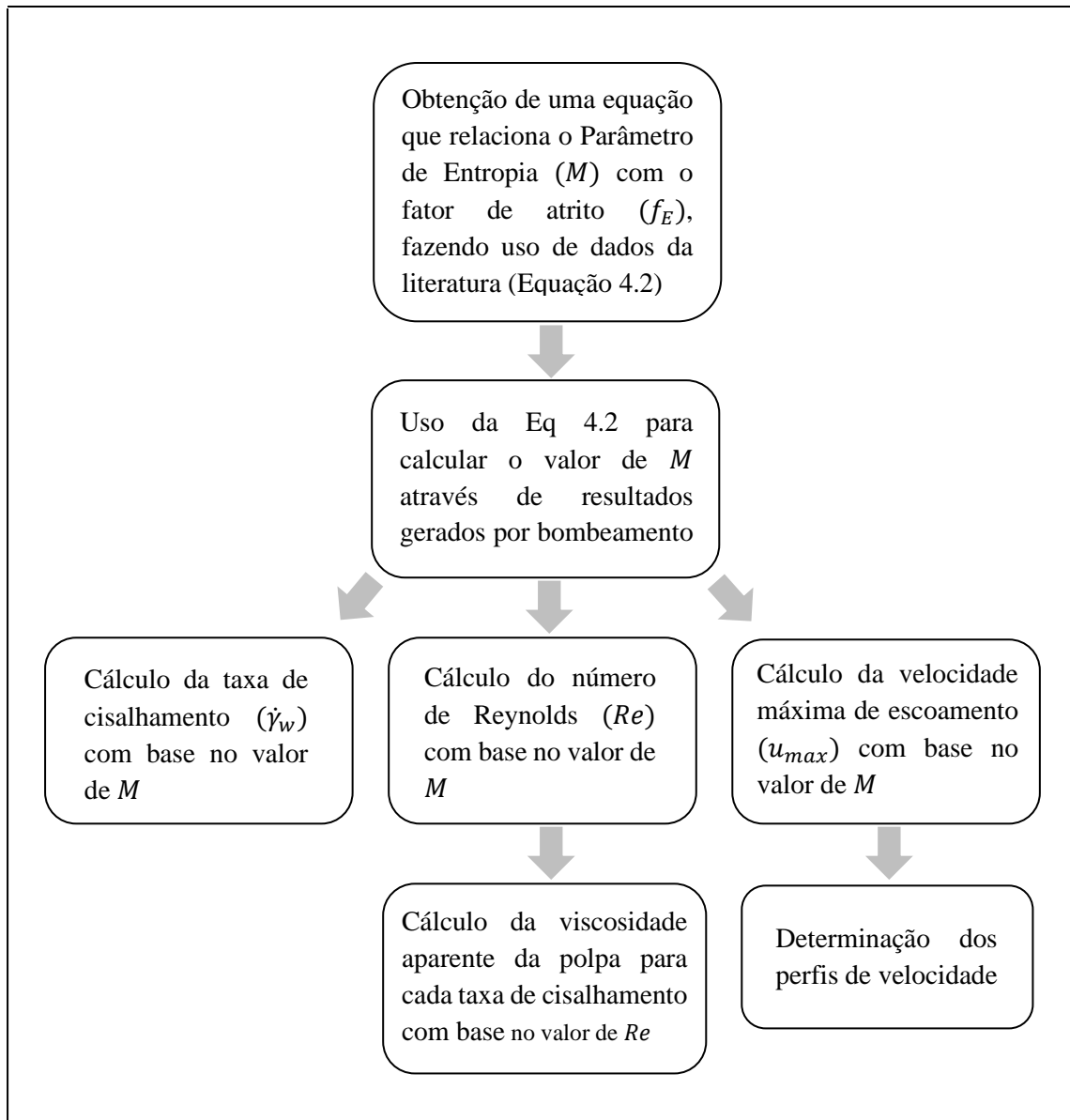
3.5. Sequência de experimentos e seu racional

Como se viu de modo detalhado no Capítulo 2, a essência de todo racional desenvolvido com base no Princípio da Entropia Máxima (PEM) reside na magnitude do Parâmetro Entrópico (M) que, juntamente com a equação universal de Darcy-Weisbach, permite estudar a reologia de polpas em regime turbulento. Assim, a sequência de experimentos e cálculos que deram suporte ao desenvolvimento desta tese (Figura 3.7) se inicia com a obtenção de uma lei (modelo) em que o fator de atrito (f_E), aqui chamado de Fator de Atrito Entrópico, é função do Parâmetro de Entropia (M), isto é: $f_E = f(M)$.

Conforme se detalha no Capítulo 4, o modelo foi obtido a partir de dados encontrados na literatura (MCKEON et al., 2004). Conhecido o modelo $f_E = f(M)$, nele foram alimentados resultados de ensaios de bombeamento (velocidade de fluxo e gradiente de pressão) obtidos

com polpas preparadas com minérios MSS e MC, permitindo-se determinar o valor de M para cada condição experimental (Capítulo 4).

Figura 3.7 – Diagrama ilustrativo da sequência de experimentos e cálculos que propiciaram o desenvolvimento da tese.



Fonte: Autor.

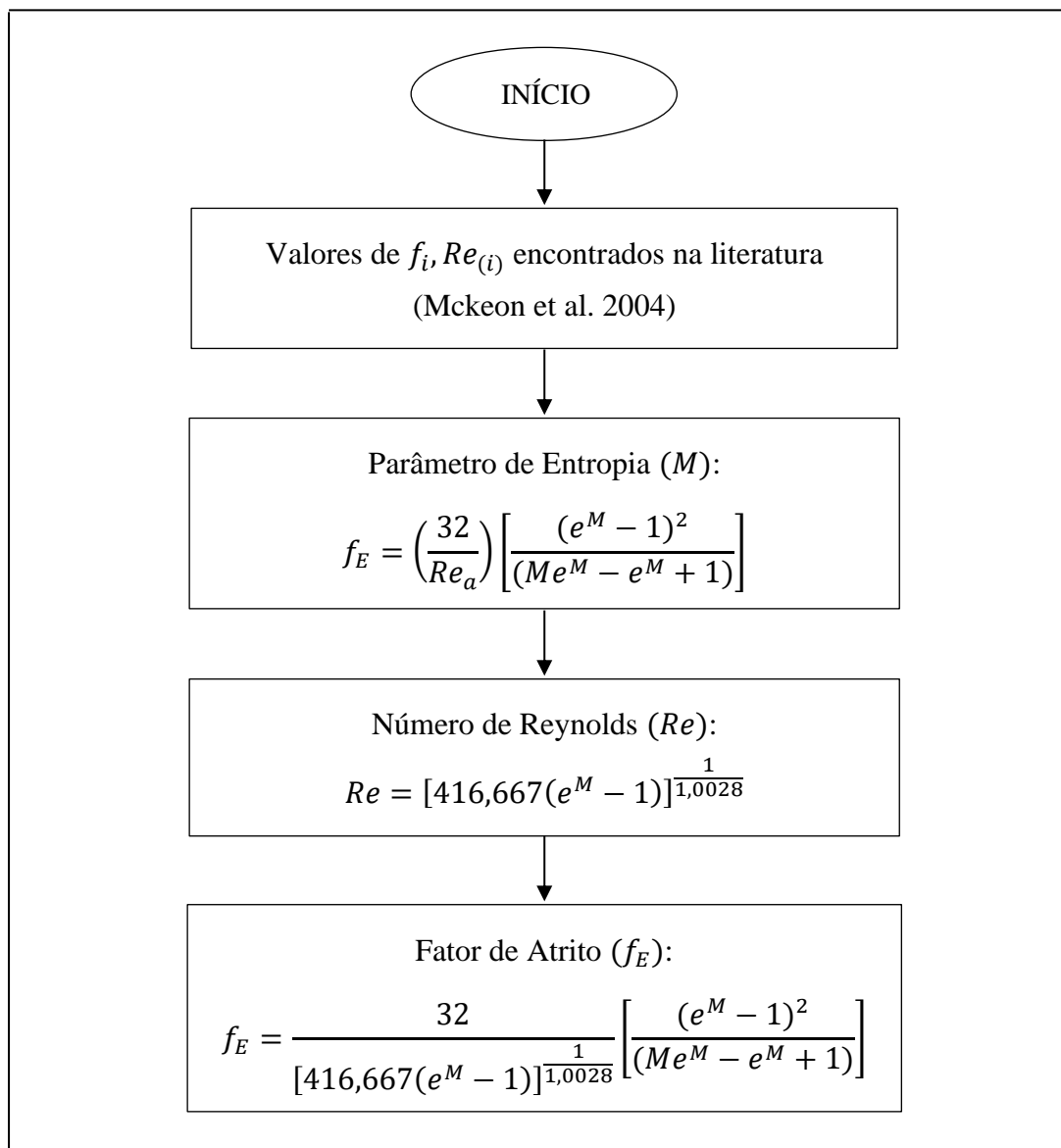
Seguindo a sequência de experimentos e cálculos que é exibida na Figura 3.7, observa-se que o conhecimento do valor de M permitiu a determinação do número de Reynolds (Re), a taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) e a velocidade máxima de escoamento (u_{max}). Com base na magnitude dessas variáveis foi possível delinear perfis de velocidade de fluxo, determinar a viscosidade aparente da polpa e ainda desenhar os reogramas. Tais resultados são apresentados em função do minério utilizado na preparação das polpas: MC (Capítulo 5) e MSS (Capítulo 6).

CAPÍTULO 4

RESULTADOS E DISCUSSÃO: DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO DE ENTROPIA (M)

Para se estudar a reologia de polpas preparadas com minérios MSS e MC através de fluxo turbulento em dutos (reômetro tubular), utilizando-se o Princípio da Entropia Máxima (PEM), faz-se necessário determinar o Parâmetro de Entropia (M). Com este propósito, M foi determinado através do algoritmo ilustrado na Figura 4.1.

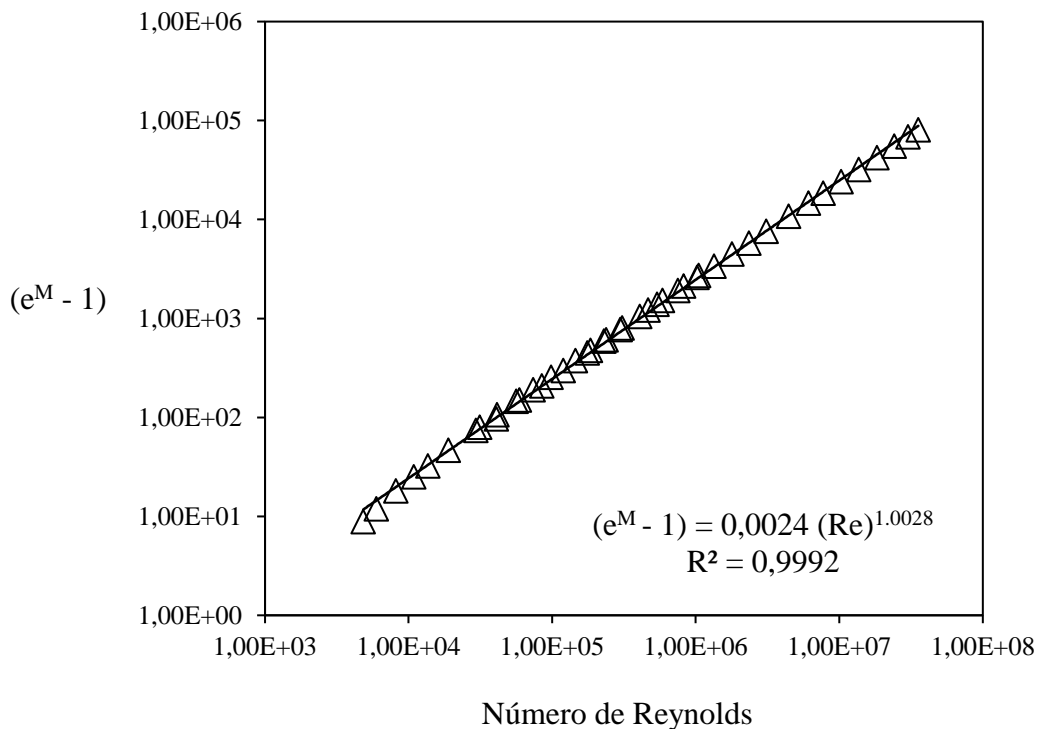
Figura 4.1. – Algoritmo para determinação do parâmetro de entropia (M) e fator de atrito entrópico (f_E).



Fonte: Autor.

A Tabela 4.1 apresenta valores de Número de Reynolds (Re_i) versus fator de atrito (f_i) para o fluxo de gases em tubos. Tais resultados foram produzidos por pesquisadores das universidades de Oregon e Princeton e reportados por McKeon e colaboradores (2004). Tais valores alimentaram o algoritmo ilustrado na Figura 3.7, permitindo a determinação de valores para o parâmetro entrópico (M) e o termo exponencial $e^M - 1$, cujos resultados também são exibidos na Tabela 4.1. Plotando-se o termo $(e^M - 1)$ em função do número de Reynolds, temos a Figura 4.2.

Figura 4.2 – Ajuste dos dados do parâmetro de entropia em função do número de Reynolds.



A partir da correlação apresentada na Figura 4.2, pode-se explicitar o número de Reynolds em função de M , de acordo com a Equação 4.1. Finalmente, substituindo-se a Equação (4.1) na Equação 2.73 chega-se a uma expressão que relaciona o fator de atrito entrópico com o Parâmetro de Entropia (M), conforme definido pela Equação 4.2.

$$Re = [416,667(e^M - 1)]^{\frac{1}{1,0028}} \quad (R^2 = 0,99) \quad (4.1)$$

$$f_E = \frac{32}{[416,667(e^M - 1)]^{\frac{1}{1,0028}}} \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)} \right] \quad (4.2)$$

Tabela 4.1 – Número de Reynolds e fator de atrito (Mckeon *et al* 2004) usados para determinar o parâmetro de entropia (M) e o termo exponencial ($e^M - 1$).

| Reynolds | Fator de Atrito | M | ($e^M - 1$) |
|-----------|-----------------|-------|---------------|
| 4.835 | 0,03797 | 2,291 | 8,89 |
| 5.959 | 0,03610 | 2,559 | 11,92 |
| 8.162 | 0,03364 | 2,952 | 18,15 |
| 10.900 | 0,03088 | 3,265 | 25,19 |
| 13.650 | 0,02903 | 3,509 | 32,41 |
| 18.990 | 0,02670 | 3,865 | 46,71 |
| 29.430 | 0,02386 | 4,319 | 74,11 |
| 31.310 | 0,02364 | 4,391 | 79,70 |
| 40.850 | 0,02086 | 4,581 | 96,62 |
| 41.440 | 0,02216 | 4,681 | 106,90 |
| 56.360 | 0,02061 | 4,991 | 146,12 |
| 59.220 | 0,02000 | 5,017 | 149,90 |
| 73.970 | 0,01929 | 5,258 | 191,09 |
| 84.760 | 0,01805 | 5,347 | 209,07 |
| 98.460 | 0,01815 | 5,545 | 255,05 |
| 120.000 | 0,01686 | 5,702 | 298,50 |
| 145.600 | 0,01666 | 5,929 | 374,85 |
| 176.000 | 0,01594 | 6,110 | 449,15 |
| 184.800 | 0,01594 | 6,170 | 477,09 |
| 229.600 | 0,01529 | 6,385 | 591,96 |
| 237.700 | 0,01511 | 6,413 | 608,73 |
| 298.200 | 0,01462 | 6,649 | 770,75 |
| 308.500 | 0,01461 | 6,689 | 802,46 |
| 408.100 | 0,01384 | 6,961 | 1.053,22 |
| 467.800 | 0,01365 | 7,107 | 1.219,85 |
| 537.800 | 0,01324 | 7,237 | 1.389,00 |
| 587.500 | 0,01313 | 7,332 | 1.527,56 |
| 750.700 | 0,01249 | 7,563 | 1.924,08 |
| 824.200 | 0,01244 | 7,668 | 2.137,60 |
| 1.024.000 | 0,01183 | 7,863 | 2.599,36 |
| 1.050.000 | 0,01198 | 7,907 | 2.716,41 |
| 1.342.000 | 0,01131 | 8,126 | 3.381,23 |
| 1.791.000 | 0,01079 | 8,406 | 4.473,77 |

Tabela 4.1 – – Número de Reynolds e fator de atrito (McKeon *et al* 2004) usados para determinar o parâmetro de entropia (M) e o termo exponencial ($e^M - 1$) (CONTINUAÇÃO).

| Reynolds | Fator de Atrito | M | ($e^M - 1$) |
|------------|-----------------|--------|---------------|
| 2.352.000 | 0,01028 | 8,664 | 5.792,23 |
| 3.109.000 | 0,00989 | 8,940 | 7.630,52 |
| 4.438.000 | 0,00941 | 9,289 | 10.818,86 |
| 6.103.000 | 0,00897 | 9,596 | 14.706,94 |
| 7.757.000 | 0,00862 | 9,822 | 18.435,20 |
| 10.310.000 | 0,00825 | 10,093 | 24.170,55 |
| 13.680.000 | 0,00798 | 10,373 | 31.975,83 |
| 18.300.000 | 0,00767 | 10,654 | 42.344,60 |
| 24.130.000 | 0,00740 | 10,922 | 55.364,92 |
| 30.150.000 | 0,00720 | 11,139 | 68.779,31 |
| 35.540.000 | 0,00708 | 11,302 | 81.010,80 |

Fonte: Autor; McKeon *et al* 2004.

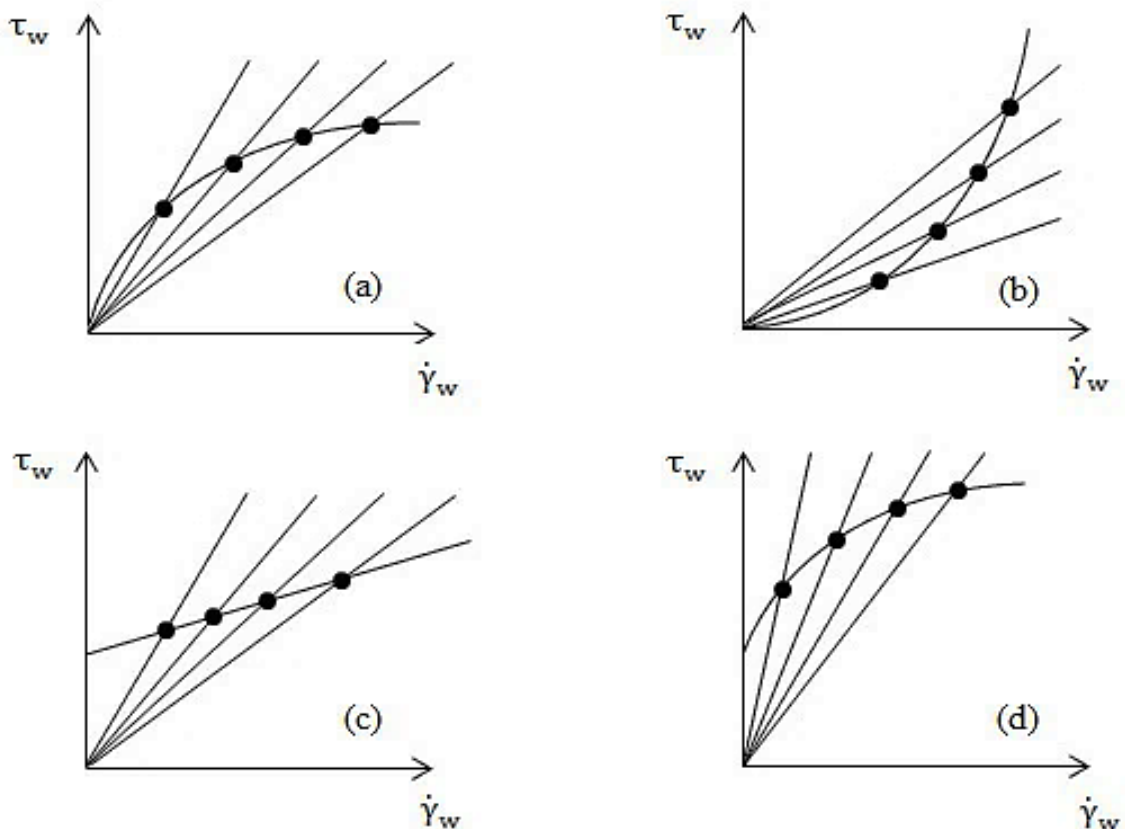
A Equação 4.2 é uma relação funcional entre o parâmetro de entropia (M) e o fator de atrito, aqui chamado de Fator de Atrito Entrópico (f_E). Como este pode ser determinado a partir de dados experimentais de velocidade média de fluxo e gradiente de pressão, recorrendo-se à equação universal de Darcy-Weisbach, a magnitude de M pode ser determinada com vistas ao cumprimento dos objetivos desta tese.

Como já mencionado anteriormente, os pesquisadores das Universidades de Oregon (Swanson *et al.*, 2002) e de Princeton (Zagarola e Smits, 1998; McKeon *et al.* 2004; McKeon, Zagarola e Smits, 2005) empregaram aparatos experimentais com dimensões muito distintas e utilizaram diferentes gases como fluidos de trabalho. O cerne desta discussão é que, a partir do número de Reynolds e do fator de atrito de fluidos gasosos e Newtonianos, foi possível obter um modelo para fator de atrito entrópico que, por definição, é válido para qualquer fluido (Newtoniano ou não-Newtoniano), independentemente do regime de escoamento e da rugosidade do tubo. Deste modo, é oportuno indagar: é razoável obter um modelo universal para o fator aplicável a qualquer fluido, inclusive polpas minerais, partindo-se de dados de fluidos newtonianos e gasosos? A Figura 4.3 pode lançar luz sobre essa questão. Nela são apresentados os reogramas característicos de quatro fluidos não-Newtonianos hipotéticos: pseudoplástico (a), dilatante (b), plástico de Bingham (c) e pseudoplástico com tensão de escoamento (d). Esta mesma figura mostra que, independentemente do fluido não-Newtoniano, sua curva reológica sempre exibirá

diversos pontos de interseção com diversas retas, que nada mais são do que os reogramas de fluidos Newtonianos. As diferentes inclinações das retas decorrem das distintas viscosidades que os fluidos newtonianos exibem. A partir dos reogramas da Figura 4.3 depreende-se que:

- i) Qualquer que seja o fluido não-Newtoniano, seu comportamento pode ser explicado por um conjunto de fluidos Newtonianos concomitantemente;
- ii) Para qualquer fluido não-Newtoniano, a variação da taxa de cisalhamento implica em uma mudança de sua viscosidade aparente, a qual depende também do estado de escoamento;
- iii) A modificação da viscosidade aparente por ser visualizada nos reogramas quando selecionamos um outro ponto na curva não-Newtoniana. Todavia, esse outro ponto selecionado pertence também à outra reta Newtoniana. Em outras palavras, quando a taxa de cisalhamento aplicada a um fluido não-Newtoniano se modifica, ocorre a “transição” de um “estado Newtoniano” para outro.

Figura 4.3 – Interseção dos reogramas de fluidos Newtonianos e não Newtonianos.



Fonte: Autor.

Com o amparo desta discussão, aliada à universalidade do Princípio da Entropia Máxima (PEM), que independe do tipo de fluido, foi possível obter a Equação 4.2, aplicável a qualquer

fluido, inclusive aqueles de grande complexidade como as polpas minerais, independentemente do seu regime de escoamento e da rugosidade do tubo.

No que tange à relevância do modelo proposto como ferramenta para determinação do parâmetro entrópico (M), pode-se elencar as seguintes vantagens:

- i) Pode ser empregada como alternativa à Equação 2.72, haja vista o desafio de se medir a velocidade máxima de escoamento no centro do tubo, sobretudo quando se trata de polpas minerais;
- ii) Ao contrário das Equações 2.74 e 2.75, não necessita do conhecimento prévio da viscosidade aparente do fluido;
- iii) Em que pese a relevância do trabalho de Chiu, Lin e Lu (1993), a Equação 2.78 foi concebida a partir da equação de Nikuradse (Equação 2.77), que traz consigo inconsistências físicas. Por outro lado, o modelo proposto no presente trabalho foi fruto da união de uma teoria robusta e dados experimentais de grande acurácia. A Tabela 4.2 sumariza as vantagens e limitações das equações propostas por Chiu, Lin e Lu (1993) e Louzada *et al.* (2021) para a determinação do parâmetro entrópico.

Tabela 4.2 – Vantagens e limitações das equações empregadas na determinação do parâmetro de entropia (M), propostas por Chiu, Lin e Lu (1993) e Louzada *et al.* (2021).

| Chiu, Lin e Lu (1993) | Vantagens | Limitações para determinação do parâmetro M |
|---|--|---|
| $\frac{\bar{u}}{u_{max}} = \frac{e^M}{(e^M - 1)} - \frac{1}{M}$ | Modelo analítico sem inconsistências | Requer o conhecimento da velocidade máxima de escoamento do fluido |
| $f_E = \left(\frac{32}{Re}\right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)} \right] \left(\frac{\varepsilon_w}{\nu}\right)$ | Modelo analítico sem inconsistências | Requer o conhecimento do número de Reynolds e da viscosidade aparente do fluido |
| $f_E = \left(\frac{32}{Re_\alpha}\right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)} \right]$ | Modelo analítico sem inconsistências | Requer o conhecimento do número de Reynolds ou da viscosidade aparente do fluido |
| $f_E = 0,0983 \left(\frac{0,17Me^M + e^M - 1,17M - 1}{Me^M - e^M + 1} \right)^2$ | Não necessita da viscosidade aparente do fluido | Proveniente do modelo de velocidade de Nikuradse, o qual possui inconsistências físicas |
| Louzada <i>et al.</i> (2021) | Vantagens | |
| $f_E = \frac{32}{[416,667(e^M - 1)]^{\frac{1}{1,0028}}} \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)} \right]$ | Obtida a partir de resultados experimentais de grande acurácia e não necessita da viscosidade aparente do fluido. O parâmetro M é obtido a partir do fator de atrito, sendo este calculado a partir da velocidade do fluxo e gradiente de pressão via equação de Darcy-Weisbach. | |

Fonte: Adaptado de Louzada *et al.* (2021).

CAPÍTULO 5

RESULTADOS E DISCUSSÃO: REOLOGIA DO ESCOAMENTO DO MINÉRIO DE CARAJÁS

5.1. Reometria Rotacional

A Tabela 5.1 apresenta os dados de massa específica, concentração de sólidos, temperatura e pH das suspensões preparadas com o minério MC, utilizadas em reometria rotacional e tubular.

Tabela 5.1 – Propriedades das suspensões preparadas com o minério MC.

| Massa Específica (Kg/m ³) | Porcentagem de Sólidos em Massa (%) | Temperatura (°C) | pH |
|--|--|---------------------|-----|
| 1363,25 | 36,8 | 20,6 | 6,9 |
| 1483,71 | 43,6 | 22,7 | 6,9 |

5.1.1. Reogramas e Modelos Reológicos

Os resultados da tensão de cisalhamento e da viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento, obtidos para as suspensões nas concentrações de 36,8% e 43,6% de sólidos, são apresentados nas Figuras 5.1 e 5.2, respectivamente. Os experimentos foram conduzidos aplicando-se valores decrescentes da taxa de cisalhamento de modo a mitigar o efeito de sedimentação das partículas. Assim, aplicou-se uma taxa de cisalhamento inicial de 1450 s⁻¹ que foi continuamente reduzida até 50 s⁻¹. Por meio do software RheoCompassTM, os dados experimentais foram ajustados pelos modelos reológicos da Lei da Potência e de Tscheuschner, conforme reportado nas Tabelas 5.2 e 5.3. Na Tabela 5.2, os índices de comportamento (n) correspondentes às suspensões com 36,8% e 43,6% de sólidos foram de 1,535 e 1,493 respectivamente, indicando que as polpas minerais se comportam como um fluido dilatante. Uma vez que o valor dos índices de comportamento (n) ficou na faixa de 1 < n < 2, as polpas são classificadas como fluidos do tipo dilatante contínuo (BROWN; JAEGER, 2014). Além disto, o crescimento contínuo da viscosidade aparente das duas polpas com o aumento da taxa de cisalhamento (Figura 5.2) corrobora seu comportamento dilatante.

Figura 5.1 – Tensão de cisalhamento em função da taxa, obtidas por reometria rotacional, referentes às suspensões preparadas com o minério MC.

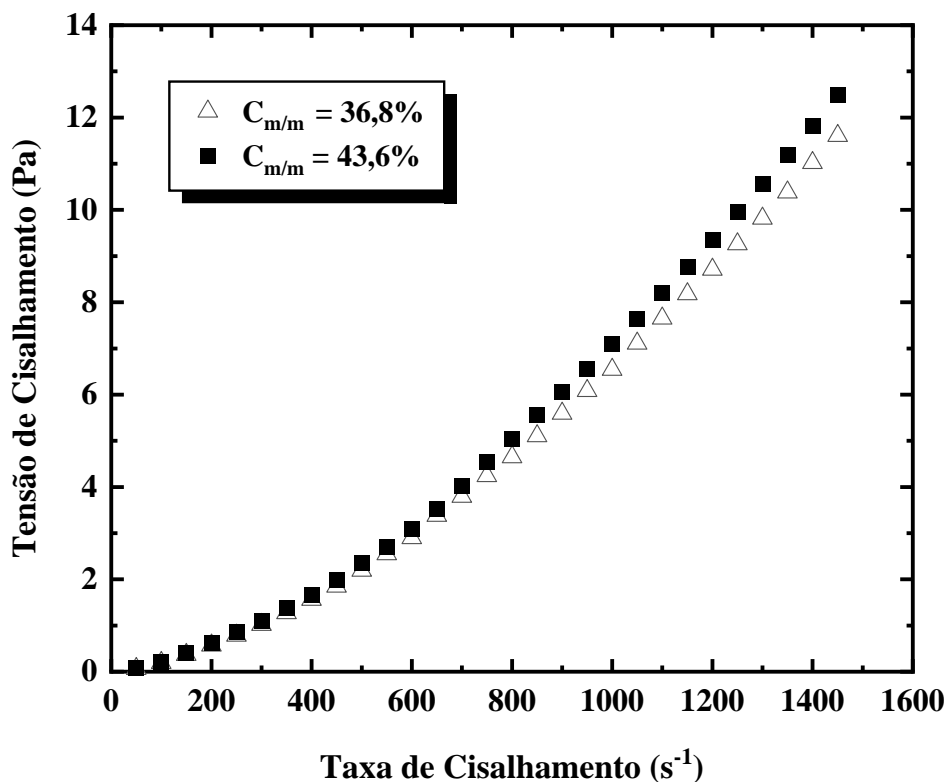


Figura 5.2 – Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento, obtidas por reometria rotacional, referentes às suspensões preparadas com o minério MC.

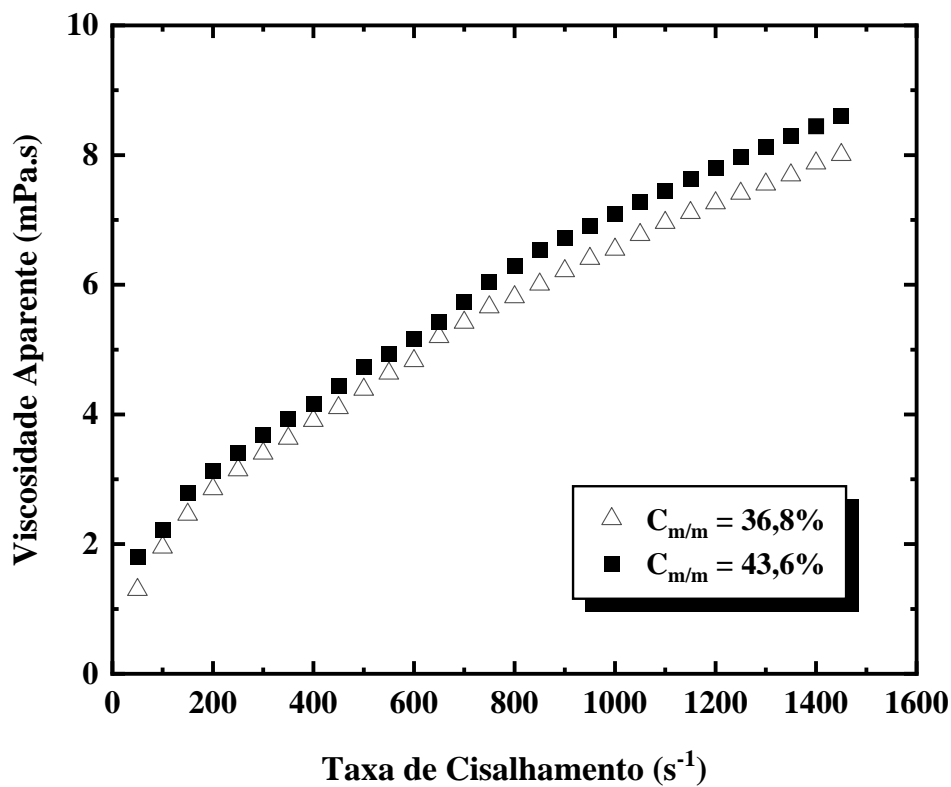


Tabela 5.2 – Parâmetros de ajuste do modelo lei da potência aplicado aos reogramas das suspensões preparadas com o minério MC.

| $C_{m/m}$ (%) | K | n | R^2 |
|---------------|-----------------------|-------|-------|
| 36,8 | $1,62 \times 10^{-4}$ | 1,535 | 0,99 |
| 43,6 | $2,30 \times 10^{-4}$ | 1,493 | 0,99 |

Tabela 5.3 – Parâmetros de ajuste do modelo de Tscheuschner aplicado aos reogramas das suspensões preparadas com o minério MC.

| $C_{m/m}$ (%) | τ_0 (Pa) | a | b | c | R^2 |
|---------------|---------------|------|-------|------|-------|
| 36,8 | 0,16 | 0,27 | -0,28 | 0,99 | 0,99 |
| 43,6 | 0,20 | 0,30 | -0,31 | 0,99 | 0,99 |

Os modelos reológicos Lei da Potência e de Tscheuschner obtidos para as suspensões preparadas com o minério MC são apresentados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Modelos reológicos obtidos para as suspensões preparadas com o minério MC.

| $C_{m/m}$ (%) | Lei da Potência | Tscheuschner |
|---------------|---|--|
| 36,8 | $\tau = 1,62 \times 10^{-4} \dot{\gamma}^{1,532}$ | $\tau = 0,16 + 0,27\dot{\gamma} - 0,28\dot{\gamma}^{0,99}$ |
| 43,6 | $\tau = 2,30 \times 10^{-4} \dot{\gamma}^{1,493}$ | $\tau = 0,20 + 0,30\dot{\gamma} - 0,31\dot{\gamma}^{0,99}$ |

Observa-se na Figura 5.2 que o aumento da taxa de cisalhamento promove um aumento na viscosidade aparente das suspensões investigadas. Além disso, para uma mesma taxa de cisalhamento, a viscosidade das suspensões aumenta com o aumento da concentração de sólidos, muito embora esse comportamento seja mais significativo nas taxas mais elevadas.

O comportamento reológico das polpas expresso pela Lei da Potência sugere que elas não exibem tensão de escoamento (τ_0). Embora o foco desta tese esteja no escoamento em regime turbulento, o valor de τ_0 assume importância em projetos de minerodutos e, atendendo a

demandas postas pela empresa financiadora desta tese (Vale S.A.), buscou-se determinar a magnitude de τ_0 . Por isso, os dados experimentais também foram ajustados pelo modelo de Tscheuschner, que permite determinar a tensão de escoamento indiretamente. A utilização do modelo supracitado em detrimento do modelo de Bingham, deve-se ao fato de que este último não é adequado para o ajuste de dados reológicos que seguem comportamentos não-lineares em baixas taxas de cisalhamento, podendo levar à obtenção de resultados errôneos (SLATTER, 2000; BOGER, 2009). Os parâmetros de ajuste do modelo de Tscheuschner são apresentados na Tabela 5.3: 0,16Pa e 0,20Pa para as polpas com concentração de sólidos de 36,8% e 43,6%, respectivamente.

5.1.2. Sedimentação das Partículas

Os dois reogramas exibidos na Figura 5.1 apresentam uma tendência interessante: em taxas de cisalhamento mais baixas ($\dot{\gamma} < 700\text{s}^{-1}$), as duas curvas se sobrepõem, mesmo exibindo diferentes % de sólidos. Por outro lado, os reogramas tendem a se diferenciar sob mais altas taxas de cisalhamento. Em outras palavras, é como se as duas suspensões fossem pouco a pouco “se convertendo” em um mesmo fluido à medida que ocorre redução da taxa de cisalhamento. Tal comportamento sugere a ocorrência da sedimentação das partículas durante os experimentos, efeito este muito frequente em reômetros rotacionais e que se revela mais intenso em taxas de cisalhamento cada vez mais baixas.

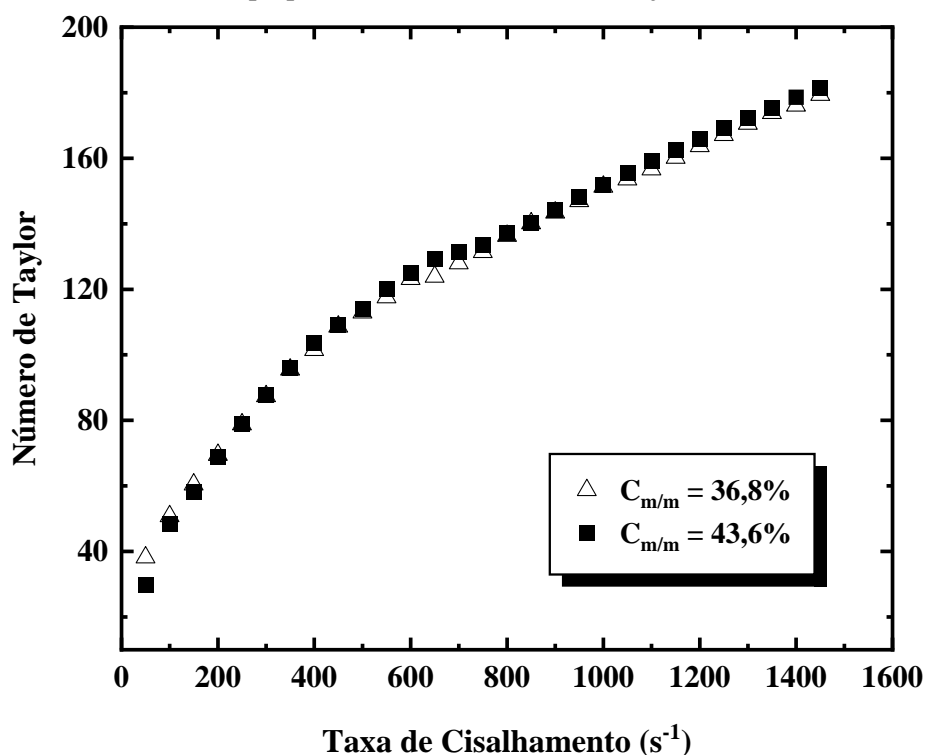
Na Figura 5.2 constata-se que, em taxas de cisalhamento superiores a 700s^{-1} , a viscosidade da suspensão a 43,6% de sólidos é maior do que a viscosidade da polpa a 36,8%. Por outro lado, em taxas inferiores a 700 s^{-1} , é evidente a aproximação dos valores das viscosidades, corroborando assim os resultados da Figura 5.1.

Conforme discussão apresentada por Kawatra e Bakshi (1996), a sedimentação de partículas em reômetros rotacionais, é acompanhada por uma contínua variação na concentração de sólidos da suspensão, de modo que uma polpa significativamente mais diluída é cisalhada durante o experimento, oferecendo evidentemente uma menor resistência ao movimento rotacional (KLEIN; PARTRIDGE; LASKOWSKI, 1990; KLEIN; LASKOWSKI; PARTRIDGE, 1995).

5.1.3. Efeitos Inerciais, Instabilidade de Fluxo e Número de Taylor

A partir dos dados de rotação do cilindro interno fornecido pelo software RheoCompass, foi calculada a velocidade periférica do sensor, de acordo com a Equação 2.46. Subsequentemente foi determinado o número de Taylor (Ta), que define a relação entre as forças centrífugas e as forças viscosas, correspondente a todas as taxas de cisalhamento praticadas nos experimentos, a partir da Equação 2.45. Os resultados do número de Taylor em função da taxa de cisalhamento para as suspensões do minério de Carajás são apresentados na Figura 5.3. Os valores do número de Taylor para as duas suspensões são muito próximos, visto que foram obtidos nas mesmas rotações e com os mesmos sensores. Além disso, as concentrações de sólidos das suspensões e, por conseguinte, as massas específicas não são tão díspares. Os resultados mostram que, exceto para a taxa de cisalhamento inferior a 100s^{-1} , as magnitudes de Ta exibiram valores compreendidos entre 41 e 400, o que se traduz na ocorrência de regime laminar com a presença dos vórtices de Taylor, conforme o critério apresentado por Shi (2016).

Figura 5.3 – Número de Taylor em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério de Carajás.



Observa-se na Figura 5.3 que o valor do número de Taylor (Ta) diminui mais intensamente quando $\dot{\gamma} < 500\text{s}^{-1}$, faixa esta em que há suspeita da ocorrência de sedimentação das partículas minerais durante a execução das medidas reológicas. Assim sendo, os números de Taylor

determinados em taxas inferiores a 500s^{-1} podem ser menos precisos, uma vez que as massas específicas das suspensões cisalhadas (mais diluídas em virtude da sedimentação) serão menores que os valores correspondentes às suspensões a 36,8% e 43,6% de sólidos em massa (como reportado na Tabela 5.1). Deste modo, para dirimir quaisquer dúvidas que pudessem persistir no tocante à ocorrência das instabilidades de fluxo e dos vórtices de Taylor, aplicou-se a condição para o início da formação dos vórtices. Uma vez que o fluxo laminar sem vórtices ocorre quando $Ta < 41,3$, para o surgimento dos primeiros vórtices as Inequações 5.1, 5.2 e 5.3 devem ser satisfeitas.

$$Ta > 41,3 \quad (5.1)$$

$$\frac{(R_e - R_i)u_i\rho}{\eta} \sqrt{\frac{R_e - R_i}{R_i}} > 41,3 \quad (5.2)$$

$$N > \frac{41,3\eta}{2\pi R_i\rho(R_e - R_i)} \sqrt{\frac{R_i}{R_e - R_i}} \quad (5.3)$$

Deste modo, determinou-se a rotação requerida para o surgimento das instabilidades de fluxo e dos vórtices, as quais foram comparadas com as rotações efetivamente aplicadas às suspensões. Dentre todos os valores do conjunto de dados experimentais, foram selecionadas duas viscosidades designadas por η_1 e η_2 e correspondentes às taxas de cisalhamento de 1450s^{-1} e 500s^{-1} , respectivamente. Para η_1 e η_2 foram obtidas, a partir do software RheoCompass, as rotações aplicadas N_{1A} e N_{2A} respectivamente, que foram comparadas às rotações queridas N_{1R} e N_{2R} , determinadas a partir da Inequação 5.3, conforme apresentado na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Rotação requerida (N_R) para o início da ocorrência dos vórtices de Taylor e rotação efetivamente aplicada (N_A) às suspensões preparadas com o minério de Carajás.

| $C_{m/m}$ (%) | η_1 (mPa.s) | N_{1R} (s^{-1}) | N_{1A} (s^{-1}) | η_2 (mPa.s) | N_{2R} (s^{-1}) | N_{2A} (s^{-1}) |
|---------------|------------------|------------------------------|------------------------------|------------------|------------------------------|------------------------------|
| 36,8 | 8,01 | > 4,33 | 18,8 | 4,38 | > 2,37 | 6,48 |
| 43,6 | 8,61 | > 4,28 | 18,8 | 4,73 | > 2,35 | 6,48 |

Os dados apresentados na Tabela 5.5 demonstram que as rotações aplicadas foram significativamente superiores às rotações mínimas requeridas para o início dos vórtices de Taylor. A despeito da grande popularidade dos dispositivos rotacionais que operam em sistema

Searle, são muito recorrentes nestes equipamentos os efeitos da força centrífuga que podem promover instabilidades no fluxo, vórtices de Taylor e turbulência. Mezguer (2006) destaca que as instabilidades de fluxo podem acarretar num aumento da resistência ao escoamento, o que em última análise significa um comportamento dilatante.

Insta, portanto, destacar o grande impasse ao qual se chega quando dispositivos rotacionais operam com suspensões particuladas com tendência à sedimentação. Altas taxas de cisalhamento podem manter as partículas homogeneamente suspensas, todavia, possibilitam a ocorrência de força centrífuga, fluxos secundários, vórtices de Taylor e turbulência. Por outro lado, taxas de cisalhamento mais baixas favorecem fluxos laminares em detrimento da turbulência, porém, favorecem a sedimentação das partículas. Evidentemente que ambos os efeitos, sedimentação e formação de turbilhões, isolados ou associados, comprometem a acurácia dos resultados reológicos.

Face às limitações dos reômetros rotacionais reiteradamente discutidas, as investigações reológicas das suspensões de minério de ferro também foram conduzidas por reometria tubular, preservando-se as mesmas condições experimentais da reometria rotacional no que tange à concentração de sólidos, temperatura e pH. Os resultados são descritos na seção subsequente.

5.2. Reometria Tubular

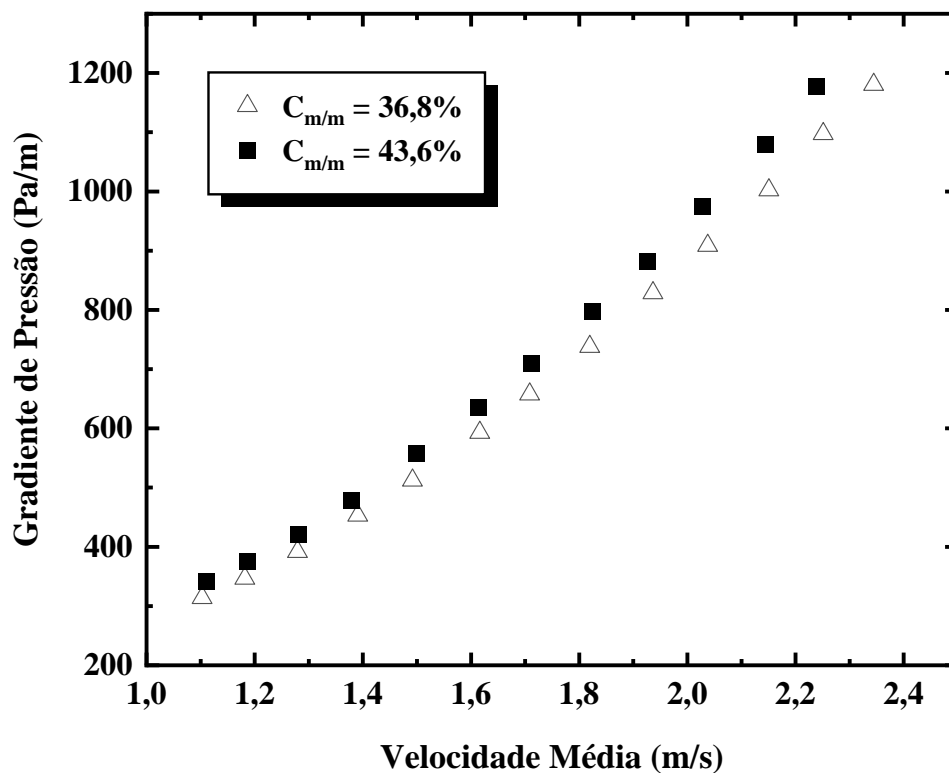
5.2.1. Curvas de Fluxo e Velocidade Crítica

O cerne da reometria tubular é o escoamento sob pressão do fluido de interesse em dutos. Os dados experimentais de velocidade média e do gradiente de pressão são absolutamente indispensáveis na solução do problema inverso da reologia. Apesar da utilização dos consagrados viscosímetros tubo-capilares, nos quais se verificam escoamentos laminares, no presente trabalho foi empregado um aparato experimental com operação em circuito fechado e capaz de proporcionar escoamentos turbulentos e plenamente desenvolvidos. A Figura 5.4 apresenta os resultados do gradiente de pressão em função da velocidade média de escoamento para as polpas do minério MC.

Os experimentos tiveram início a partir da maior velocidade, visto que esta propicia escoamento plenamente desenvolvido. Em todos os testes, cada velocidade de escoamento da polpa foi mantida por 6 minutos. No caso da suspensão a 36,8% de sólidos, a velocidade correspondente ao início do experimento foi de 2,34 m/s. Para a suspensão preparada a 43,6% de sólidos, a

maior velocidade praticada foi de 2,24m/s. Os dados reportados na Figura 5.4 mostram que o gradiente de pressão também diminui quando a velocidade média de escoamento é reduzida. O comportamento característico das curvas indica que as partículas permaneceram suspensas durante todo o tempo de realização dos experimentos. Caso houvesse sedimentação e formação de leito de partículas na região inferior do tubo, a consequência imediata seria um aumento do gradiente de pressão diante da diminuição da área de escoamento.

Figura 5.4 – Gradiente de pressão em função da velocidade média de escoamento referentes às suspensões preparadas com o minério de ferro de Carajás.



A partir dos dados das massas específicas das partículas e do fluido carreador, do diâmetro médio de Sauter, da viscosidade do fluido carreador e da esfericidade das partículas, foram determinadas as velocidades críticas de sedimentação a partir do modelo de Souza Pinto *et al.* (2014), as quais são apresentadas na Tabela 5.6. Nos experimentos de transporte hidráulico, a menor velocidade aplicada às suspensões com 36,8% e 43,6% de sólidos foi 1,1 m/s. Muito embora o sistema tenha operado próximo da velocidade crítica na menor velocidade de escoamento, não foi constatada a formação de leito de partículas a partir da observação visual do fluxo na seção do tubo construída em acrílico.

Tabela 5.6 – Velocidades críticas de sedimentação referentes às suspensões preparadas com o minério de ferro de Carajás.

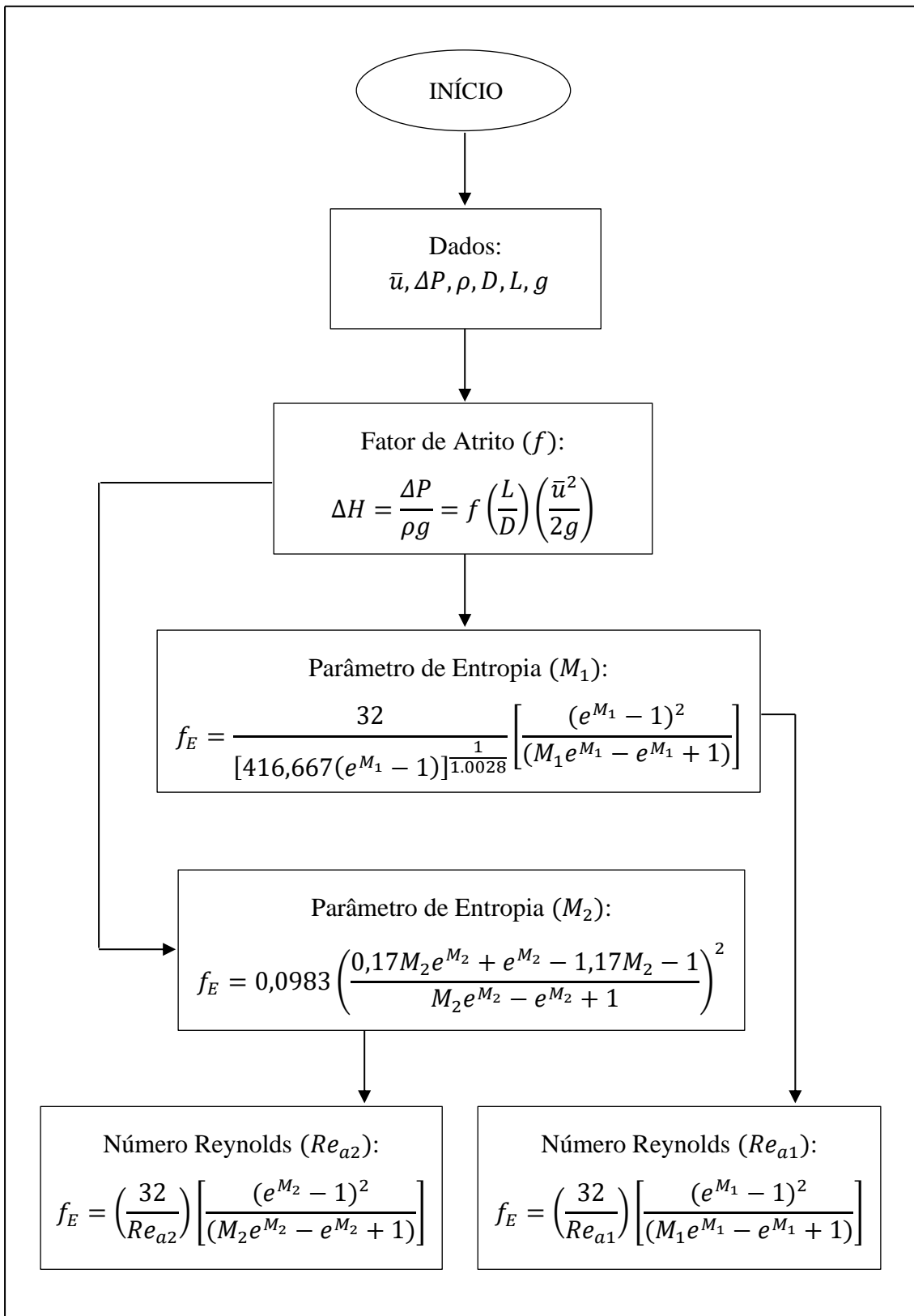
| $C_{m/m}$ (%) | Souza Pinto <i>et al.</i> (2014) |
|---------------|----------------------------------|
| 36,8 | $v_c = 1,05$ m/s |
| 43,6 | $v_c = 1,18$ m/s |

5.2.2. Fator de Atrito, Parâmetro de Entropia (M) e Número de Reynolds

A partir dos dados de velocidade média de escoamento, do gradiente de pressão, das massas específicas das suspensões, do diâmetro do tubo e da equação de Darcy-Weisbach, foi determinado o fator de atrito para todas as condições de escoamento investigadas. Subsequentemente, o parâmetro de entropia foi calculado a partir das Equações 4.2 (modelo proposto por esta tese) e 2.73 (CHIU; LIN; LU, 1993), sendo os mesmos designados por M_1 e M_2 , respectivamente e, finalmente, determinou-se o número de Reynolds a partir de M_1 e M_2 e da Equação 2.70 (CHIU; LIN; LU, 1993). A Figura 5.5 exibe o diagrama de blocos que representa a metodologia descrita, enquanto as Tabelas 5.5 e 5.6 apresentam os valores calculados para fator de atrito, parâmetro de entropia e número de Reynolds referentes aos escoamentos das suspensões preparadas nas concentrações de 36,8% e 43,6% de sólidos em massa, respectivamente.

Os resultados apresentados na Tabela 5.7 mostram que, dentre todas as condições de escoamento da suspensão a 36,8% de sólidos, os menores valores para o número de Reynolds foram de 14.170,21 e 15.679,66, correspondentes a $M_1 = 3,58$ e $M_2 = 3,73$, respectivamente. Trata-se, portanto, de escoamentos plenamente turbulentos.

Figura 5.5 – Algoritmo de cálculo para a determinação do fator de atrito, do parâmetro de entropia (M) e do número de Reynolds referentes às suspensões de minério de ferro.



Fonte: Autor.

Tabela 5.7 – Fator de atrito (f), parâmetro de entropia (M) e número de Reynolds (Re), determinados a partir dos dados de velocidade média e do gradiente de pressão da suspensão do minério MC a 36,8% de sólidos em massa.

| f | Modelo proposto pela tese (*) | | Modelo de Chiu (Chiu <i>et al</i> , 1993) (**) | |
|---------|-------------------------------|-------------------|---|-------------------|
| | M ₁ | Re ₍₁₎ | M ₂ | Re ₍₂₎ |
| 0,02445 | 4,17 | 25703,65 | 4,29 | 28055,59 |
| 0,02465 | 4,14 | 24986,05 | 4,26 | 27301,07 |
| 0,02467 | 4,14 | 24914,98 | 4,26 | 27226,21 |
| 0,02492 | 4,10 | 24067,01 | 4,23 | 26332,17 |
| 0,02516 | 4,07 | 23287,41 | 4,20 | 25507,67 |
| 0,02538 | 4,04 | 22614,15 | 4,17 | 24794,09 |
| 0,02564 | 4,01 | 21846,92 | 4,14 | 23978,46 |
| 0,02583 | 3,98 | 21315,87 | 4,11 | 23412,72 |
| 0,02621 | 3,93 | 20313,73 | 4,07 | 22342,03 |
| 0,02667 | 3,88 | 19192,23 | 4,01 | 21138,74 |
| 0,02726 | 3,81 | 17887,46 | 3,95 | 19731,86 |
| 0,02825 | 3,70 | 15985,04 | 3,84 | 17666,44 |
| 0,02939 | 3,58 | 14170,21 | 3,73 | 15679,66 |

(*) Equação 4.2. (**) Equação 2.73

Os resultados referentes à suspensão com 43,6% de sólidos e reportados na Tabela 5.8, também apontam para escoamentos turbulentos, uma vez que as menores magnitudes de Reynolds foram de 14780,91 (M₁ = 3,62) e 16350,08 (M₂ = 3,77). Assim, pode-se concluir que tanto o número de Reynolds como o Parâmetro de Entropia (M) são indicativos do nível de turbulência de um escoamento. O Parâmetro de Entropia (M), todavia, ainda permite modelar o perfil de velocidades ao longo do raio do duto.

De fato, um considerável nível de turbulência é requerido para manter homogêneas as partículas que exibem alta tendência à sedimentação: normalmente as partículas mais grossas. Daí se infere que o estado de suspensão das partículas é fundamental para a realização de uma realista caracterização reológica de polpas minerais, visto que os escoamentos com a ocorrência de leitos de partículas (fixos ou móveis) revelam a coexistência de diferentes fluidos em virtude das distintas concentrações de sólidos verificadas ao longo da seção transversal do tubo.

Tabela 5.8 – Fator de atrito (f), parâmetro de entropia (M) e número de Reynolds (Re) determinados a partir dos dados de velocidade média e do gradiente de pressão da suspensão do minério MC a 43,6% de sólidos em massa.

| f | Modelo proposto pela tese (*) | | Modelo de Chiu (Chiu <i>et al</i> , 1993) (**) | |
|---------|-------------------------------|-------------------|---|-------------------|
| | M ₁ | Re ₍₁₎ | M ₂ | Re ₍₂₎ |
| 0,02458 | 4,15 | 25227,47 | 4,27 | 27554,86 |
| 0,02454 | 4,15 | 25371,64 | 4,27 | 27706,51 |
| 0,02480 | 4,12 | 24467,38 | 4,24 | 26754,57 |
| 0,02490 | 4,10 | 24134,67 | 4,23 | 26403,66 |
| 0,02505 | 4,08 | 23635,49 | 4,21 | 25875,90 |
| 0,02535 | 4,04 | 22705,26 | 4,17 | 24890,80 |
| 0,02559 | 4,01 | 21995,04 | 4,14 | 24136,22 |
| 0,02595 | 3,97 | 20988,39 | 4,10 | 23063,20 |
| 0,02640 | 3,91 | 19838,52 | 4,05 | 21832,83 |
| 0,02687 | 3,85 | 18728,16 | 3,99 | 20639,08 |
| 0,02789 | 3,74 | 16638,82 | 3,88 | 18378,18 |
| 0,02898 | 3,62 | 14780,91 | 3,77 | 16350,08 |

(*) Equação 4.2. (**) Equação 2.73

Há que se discutir também outro aspecto relevante dos resultados apresentados nas Tabelas 5.7 e 5.8. Verifica-se que, a partir dos mesmos dados experimentais de velocidade e do gradiente

de pressão, M_2 obtido a partir da Equação 2.76 exibiu sistematicamente uma magnitude maior do que o valor de M_1 determinado pela Equação 4.2. Deste modo, a Equação 2.78, proposta por Chiu, Lin e Lu (1983), fornece um Parâmetro de Entropia (M) que aponta para um estado de maior turbulência.

A origem da Equação 2.78, obtida a partir do modelo da velocidade proposto por Nikuradse e expresso pela Equação 2.77, pode lançar luz sobre essa questão. Movido pelo interesse em investigar escoamentos em tubos rugosos, Nikuradse (1932) empregou grãos de areia com diâmetro médio de 0,8 mm para revestir internamente os tubos e produzir uma rugosidade artificial. Uma vez que a rugosidade contribui para aumentar a turbulência, a Equação 2.77, desenvolvida com base nos escoamentos conduzidos em “ambientes” significativamente rugosos como os tubos empregados por Nikuradse, pode ter uma capacidade de superestimar a turbulência.

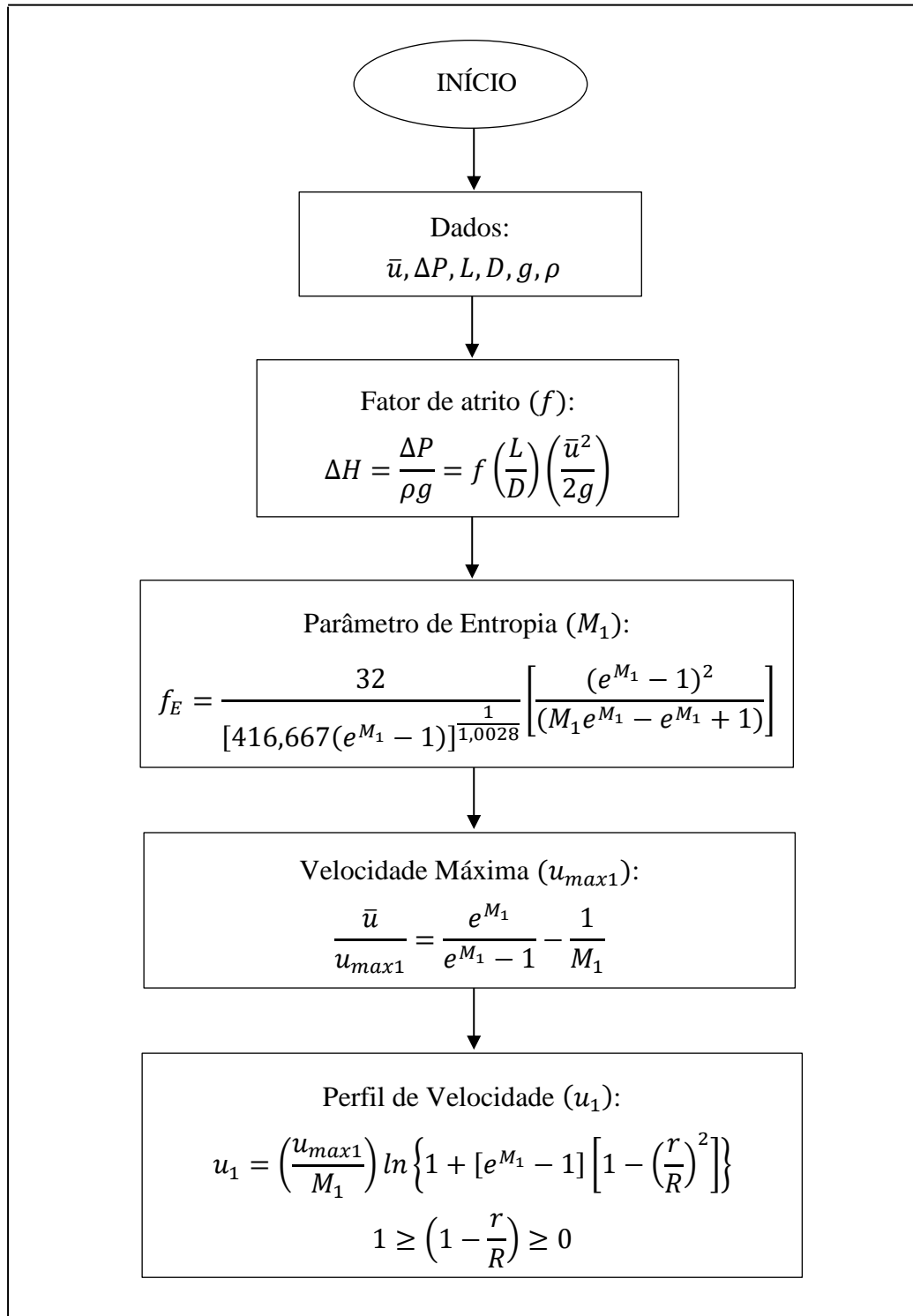
5.2.3. Perfis de Velocidade

A distribuição de velocidades entrópicas de escoamentos sob pressão (forçados) em dutos é basilar à aplicação do PEM em reometria tubular, uma vez que é da distribuição de velocidade que se obtém a expressão para o gradiente de velocidade na parede, também denominado taxa de cisalhamento. Por essa razão, antes de apresentar nesta tese os reogramas das suspensões minerais, é salutar mostrar a consistência dos perfis de velocidade destas mesmas suspensões, calculados a partir dos resultados experimentais e da Equação 2.68. Deste modo, com base nos dados de velocidade média, do gradiente de pressão, do diâmetro interno do tubo e da massa específica da polpa, foram calculados o fator de atrito, o parâmetro de entropia, a velocidade máxima de escoamento e, finalmente, a velocidade em função da distância radial. O parâmetro de entropia foi determinado a partir do modelo de Louzada *et al.* (2021) definido pela Equação 4.2, de acordo com o algoritmo de cálculo apresentado na Figura 5.6. Os perfis de velocidade referentes às suspensões preparadas com o minério MC são reportados nas Figuras 5.7 e 5.8 e comprovam a consistência física da Equação 2.66, uma vez que:

- i. As premissas fundamentais sobre as quais se baseia um escoamento são rigorosamente obedecidas, ou seja, em todos os perfis de velocidade verifica-se a velocidade máxima ocorrendo no centro do tubo ($1 - r/R = 1$) e velocidade nula na parede ($1 - r/R = 0$ e $1 - r/R = 2$), em obediência ao princípio da aderência;
- ii. Os gradientes de velocidade são nulos no centro do tubo;

iii. Retratam escoamentos plenamente desenvolvidos, nos quais inexistem os deletérios efeitos de entrada e de deslizamento na parede.

Figura 5.6 – Algoritmo de cálculo para a determinação da velocidade máxima de escoamento e do perfil de velocidades, com base no PEM.



Fonte: Autor.

Figura 5.7 – Perfis de velocidade referentes às suspensões preparadas com o minério MC a 36,8% de sólidos em massa.

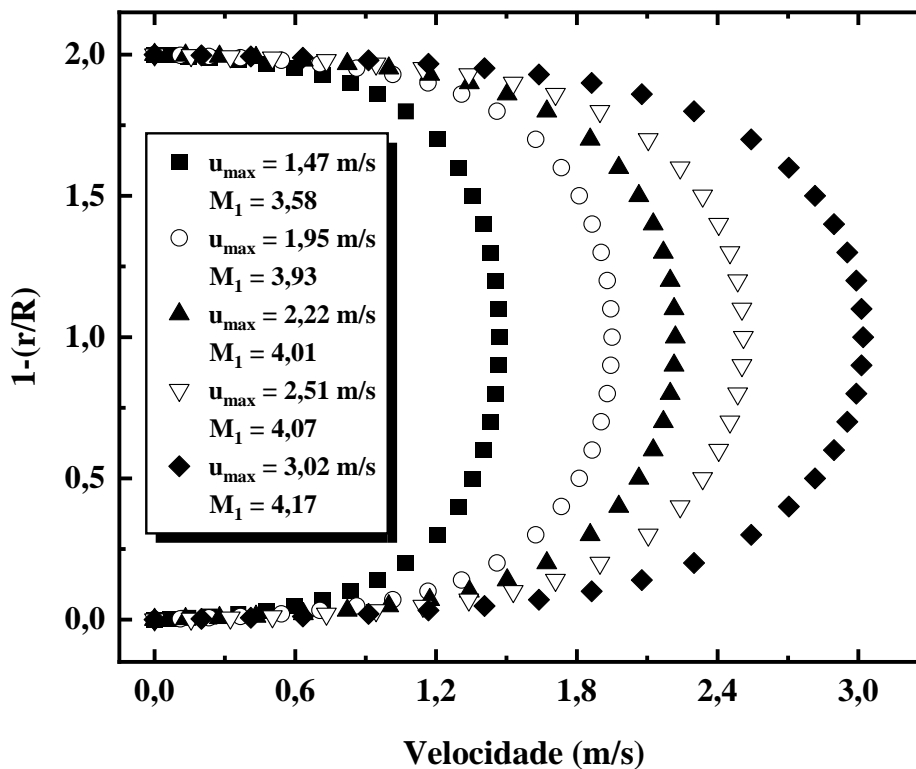
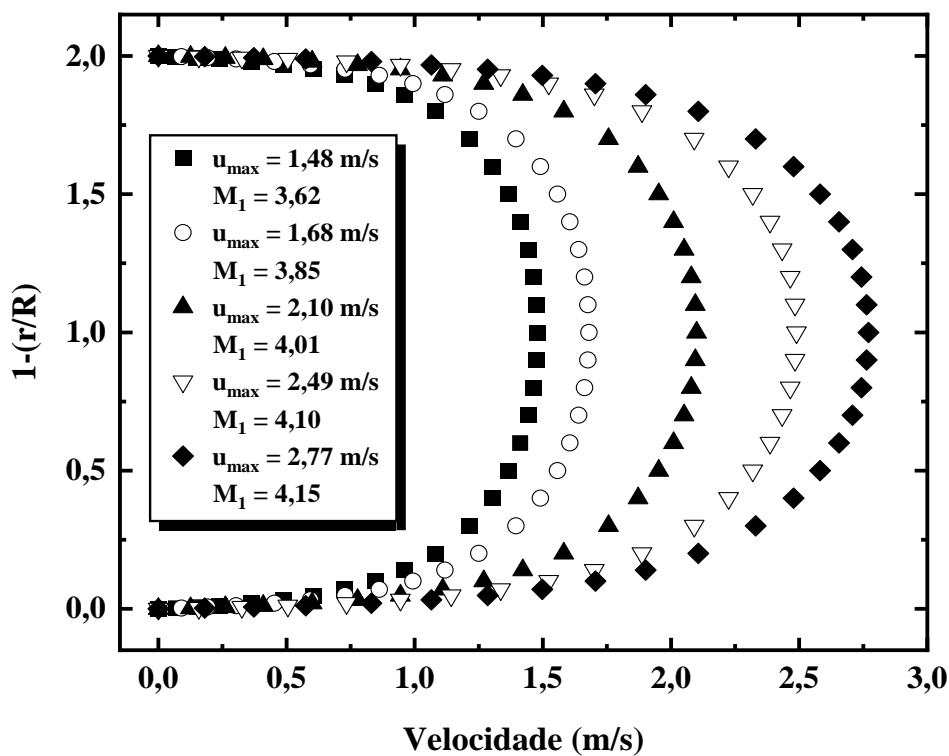


Figura 5.8 – Perfis de velocidade referentes às suspensões preparadas com o minério MC a 43,6% de sólidos em massa.



De fato, não se vislumbra a ocorrência dos efeitos supracitados experimentalmente, tendo em vista as características construtivas do loop de bombeamento empregado neste estudo. Como já mencionado, a unidade experimental foi construída com tubos rugosos de diâmetro interno de 3 polegadas.

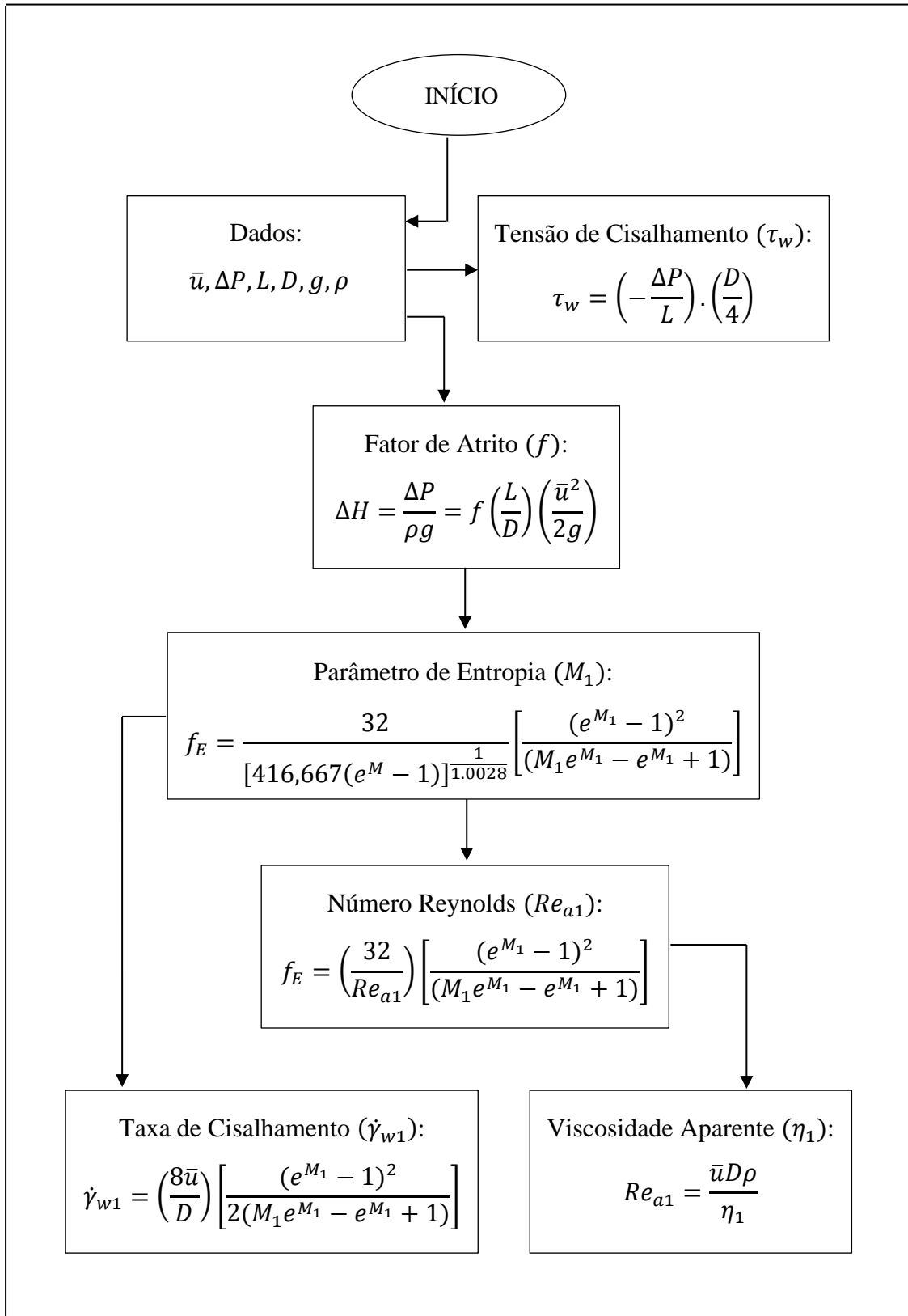
Diâmetros maiores aliados à rugosidade, são capazes de inibir o efeito de deslizamento. Além disso, nos trechos horizontais em que se realizam as medições de velocidade e de diferença de pressão, o escoamento é plenamente desenvolvido. Todas estas características mencionadas contribuem para a não ocorrência dos indesejados efeitos supracitados.

Uma vez que os perfis de velocidades supracitados são fisicamente consistentes, pode-se concluir que os gradientes (ou taxas de cisalhamento) que dele decorrem também serão.

5.2.4. Reogramas e Modelos Reológicos

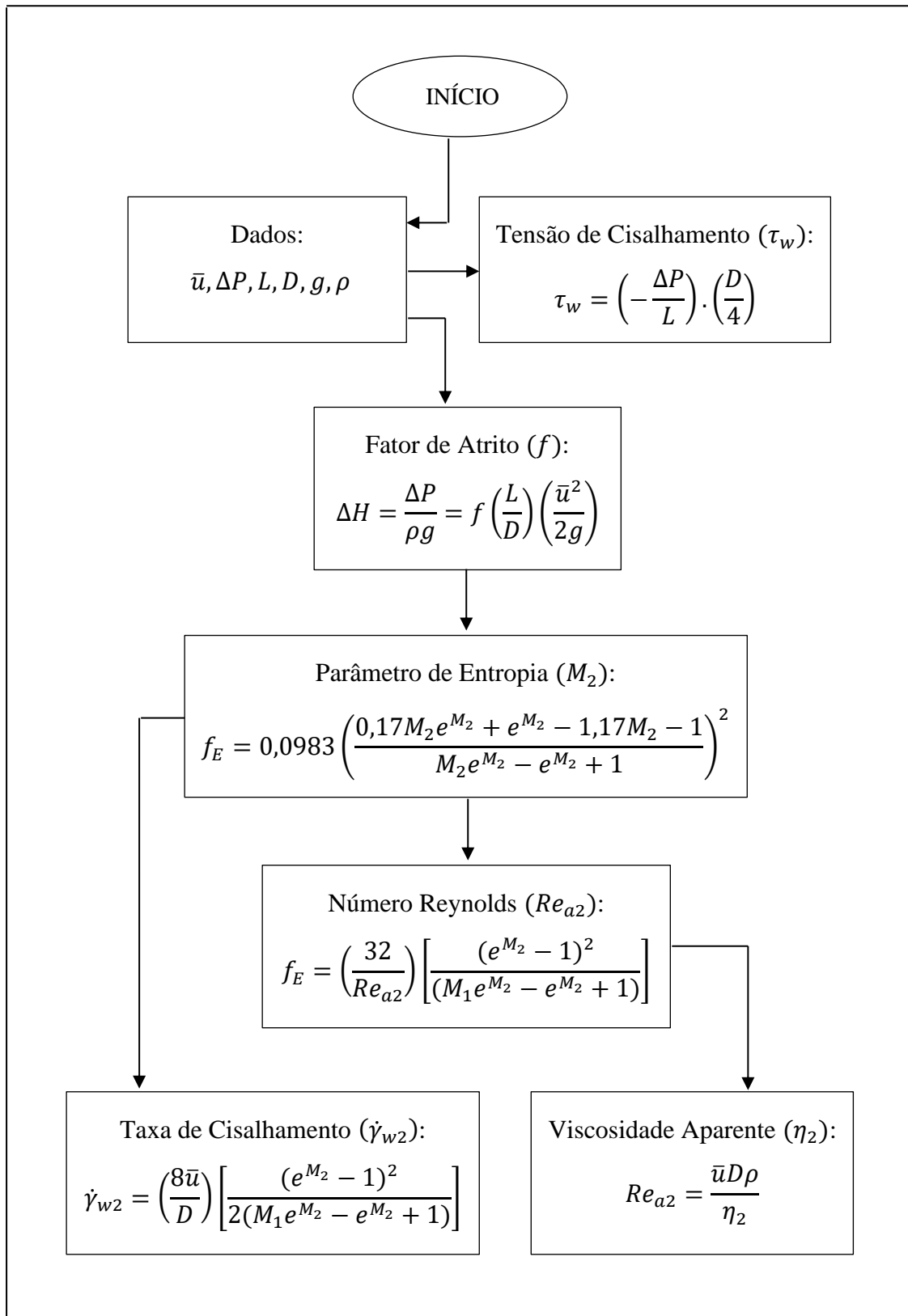
Como já mencionado, em reologia, a determinação da taxa e da tensão de cisalhamento de qualquer fluido a partir da velocidade média e do gradiente de pressão em dispositivos tubulares é denominado problema inverso. Na presente tese, a solução do problema inverso foi alcançada graças ao Princípio da Entropia Máxima, de acordo com os algoritmos de cálculo apresentados nas Figuras 5.9 e 5.10. O método consiste em determinar inicialmente a tensão de cisalhamento na parede e o fator de atrito a partir dos dados de velocidade, gradiente de pressão, diâmetro interno do tubo, aceleração da gravidade e massa específica da polpa. O fator de atrito, calculado a partir da equação de Darcy-Weisbach, permite obter o parâmetro de entropia a partir do modelo proposto por Louzada *et al.* (2021), expresso pela Equação 4.2 e definido por M_1 , conforme demonstrado na Figura 5.9. Alternativamente, esse mesmo parâmetro de entropia foi determinado a partir da formulação de Chiu, Lin e Lu (1993), definida pela Equação 2.76 e designado por M_2 , de acordo com a Figura 5.10. O parâmetro M permite determinar a taxa de cisalhamento entrópica, o número de Reynolds e a viscosidade aparente da polpa em todas as condições de escoamento.

Figura 5.9 – Algoritmo de cálculo para determinação dos reogramas com base no PEM e na equação de Louzada *et al.* (2021).



Fonte: Autor.

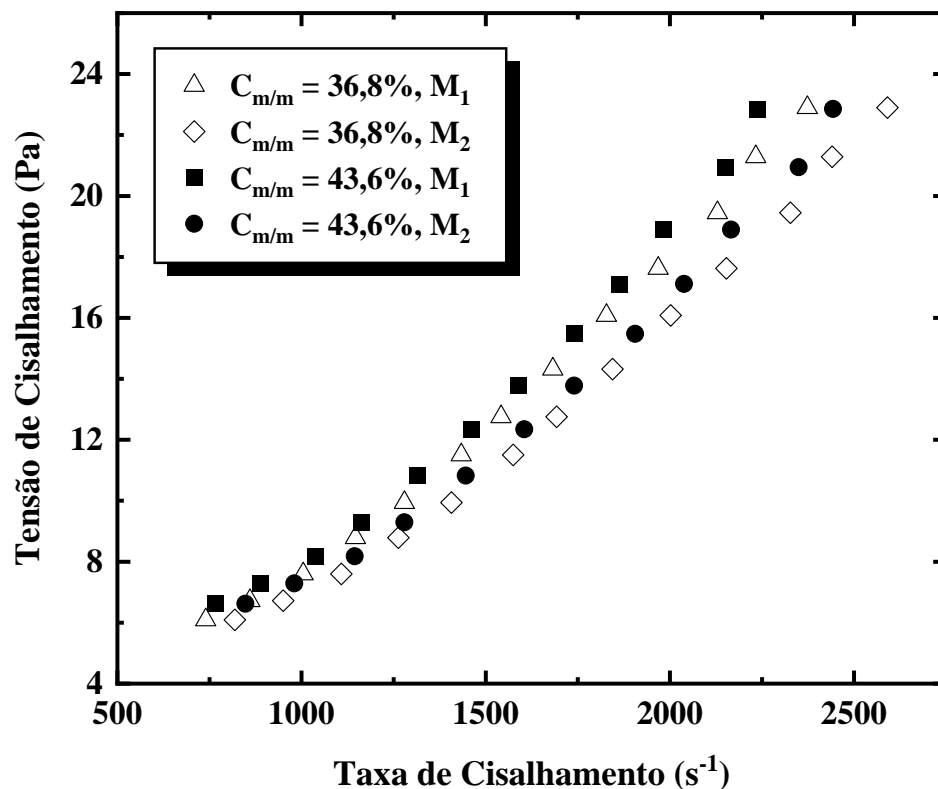
Figura 5.10 – Algoritmo de cálculo para determinação dos reogramas com base no PEM e na equação de Chiu, Lin e Lu (1993).



Fonte: Autor.

Os reogramas obtidos para as suspensões do minério MC nas concentrações de 36,8% e 43,6% de sólidos em massa, são apresentados na Figura 5.11. Para as mesmas condições experimentais de velocidade média e gradiente de pressão, as taxas de cisalhamento entrópicas determinadas a partir de M_1 exibiram valores menores do que os valores das taxas decorrentes de M_2 . Para a polpa a 36,8% de sólidos em massa, a menor e a maior taxa de cisalhamento obtidas a partir de M_1 foram de 739,86 e 2373,24 s^{-1} , respectivamente. Para essa polpa e nas mesmas condições de velocidade e gradiente de pressão, a menor e a maior taxa de cisalhamento advindas de M_2 foram 818,67 e 2590,40 s^{-1} . Em relação à suspensão preparada na concentração de 43,6% de sólidos, a menor e maior taxa oriundas de M_1 foram 766,05 e 2236,68 s^{-1} , respectivamente. Finalmente, o menor e o maior valor da taxa de cisalhamento calculados a partir de M_2 foram 847,38 e 2443,03 s^{-1} respectivamente para a polpa a 43,6% de sólidos. Portanto, quando comparado ao reômetro rotacional Anton Paar empregado neste trabalho, o dispositivo tubular permite alcançar taxas de cisalhamento muito mais elevadas. Todavia, existe um intervalo de valores de taxa comum aos dois equipamentos e que será objeto de discussão nos parágrafos subsequentes.

Figura 5.11 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério MC.



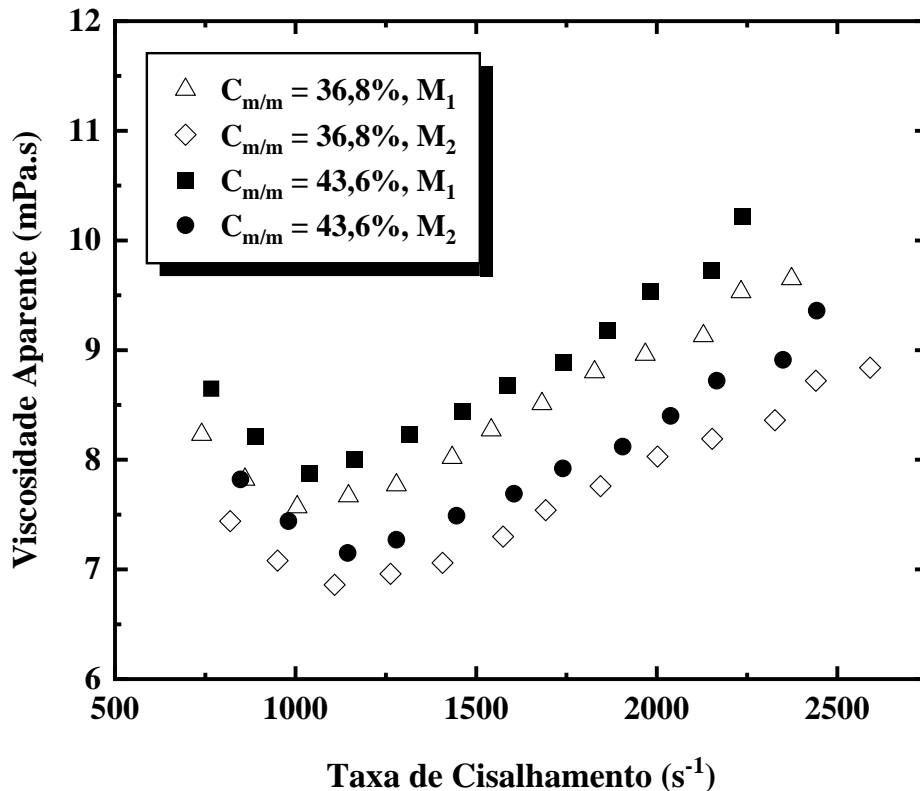
Os resultados experimentais apresentados na Figura 5.11 foram ajustados pelo modelo reológico lei da potência e seus parâmetros são reportados na Tabela 5.9. Nos intervalos que compreendem as menores taxas, os índices de comportamento (n) exibiram sempre magnitudes menores do que 1, característica dos fluidos pseudoplásticos. Por outro lado, os valores de n foram sempre maiores do que 1 nos intervalos que contemplaram as maiores taxas, indicando comportamentos dilatantes. Além disso, de acordo com o que sugere Brown e Jaeger (2014), o comportamento dilatante das suspensões investigadas pode ser classificado como contínuo, visto que ocorre um aumento suave da viscosidade com a taxa de cisalhamento e os valores dos índices de comportamento (n) estão na faixa de $1 < n < 2$.

Os comportamentos pseudoplásticos e dilatantes estão evidenciados na Figura 5.12, onde se verifica um decréscimo da viscosidade aparente com o aumento da taxa de cisalhamento em suas três menores magnitudes. Por outro lado, o aumento da taxa de cisalhamento, a partir do seu terceiro menor valor, é acompanhado de um aumento progressivo da viscosidade das suspensões.

Tabela 5.9 – Parâmetros de ajuste do modelo reológico lei da potência aplicado aos reogramas, obtidos por reometria tubular, das suspensões preparadas com o minério MC.

| $C_{m/m}$ (%) | M | Taxa de Cisalhamento (s^{-1}) | K | n | R^2 |
|---------------|-------|-----------------------------------|-----------------------|-------|-------|
| 43,6 | M_1 | 766,05 – 1038,54 | 0,065 | 0,696 | 0,998 |
| 43,6 | M_1 | 1038,54 – 2236,68 | $5,76 \times 10^{-4}$ | 1,369 | 0,996 |
| 36,8 | M_1 | 739,86 – 1004,65 | 0,049 | 0,728 | 0,995 |
| 36,8 | M_1 | 1004,65 – 2373,24 | $7,43 \times 10^{-4}$ | 1,329 | 0,999 |
| 43,6 | M_2 | 847,38 – 1144,51 | 0,057 | 0,705 | 0,998 |
| 43,6 | M_2 | 1144,51 – 2243,03 | $4,50 \times 10^{-4}$ | 1,386 | 0,996 |
| 36,8 | M_2 | 818,67 – 1108,24 | 0,044 | 0,736 | 0,995 |
| 36,8 | M_2 | 1108,24 – 2590,40 | $5,80 \times 10^{-4}$ | 1,346 | 0,999 |

Figura 5.12 – Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério MC.



5.2.4.1. Modelo de Chiu, Lin e Lu (1993) versus modelo de Louzada *et al.* (2021)

Ainda em relação aos resultados apresentados nas Figuras 5.11 e 5.12, é importante destacar que o parâmetro de entropia é fundamental para o entendimento dos comportamentos da taxa de cisalhamento e da viscosidade aparente. Conforme se observa a partir dos algoritmos das Figuras 5.9 e 5.10, a tensão de cisalhamento independe de M e, portanto, sua magnitude será a mesma, independentemente da equação empregada na determinação de M . Por outro lado, a taxa de cisalhamento é uma função do parâmetro entrópico e , tendo em vista a maior magnitude de M_2 em relação à M_1 , a taxa de cisalhamento obtida a partir de M_2 exibirá sempre um maior valor do que a taxa decorrente de M_1 , nas mesmas condições experimentais. Tais comportamentos são observados na Figura 5.11, ou seja, para a mesma concentração de sólidos e a partir de uma determinada tensão, a taxa de cisalhamento calculada de M_2 é sempre maior.

Esse mesmo parâmetro entrópico fornece amparo às discussões referentes aos resultados de viscosidade. Como já mencionado, o modelo de Chiu, Lin e Lu (1993) superestima a turbulência em virtude dos maiores valores de M e de Reynolds que dele decorrem. Uma vez que a viscosidade aparente é inversamente proporcional ao número de Reynolds, se $M_2 > M_1$ e $Re_2 > Re_1$, por óbvio $\eta_2 < \eta_1$, para uma mesma concentração de sólidos. De fato, este

comportamento é observado na Figura 5.12, ou seja, as viscosidades da suspensão a 36,8% de sólidos obtidas de M_1 exibiram maiores magnitudes que as viscosidades decorrentes de M_2 para a mesma polpa. Do mesmo modo, os valores das viscosidades obtidos de M_1 para a suspensão a 43,6% de sólidos, foram sistematicamente maiores que as viscosidades calculadas de M_2 para a mesma suspensão. Entretanto, um resultado inesperado é apresentado nessa mesma Figura 5.12. Para taxas de cisalhamento superiores a 1000 s^{-1} , as viscosidades obtidas de M_1 da suspensão a 36,8% de sólidos foram significativamente maiores que as viscosidades determinadas de M_2 e referentes à polpa com 43,6% de sólidos. Em taxas inferiores a 1000 s^{-1} , as viscosidades exibem valores próximos. De fato, não há coerência nestes resultados, visto que para duas suspensões preparadas com o mesmo minério e submetidas a taxas de cisalhamento semelhantes, espera-se que a maior viscosidade seja verificada na polpa com maior concentração de sólidos. Os resultados permitem concluir que, valores inconsistentes para a viscosidade como estes apresentados na Figura 12, muito provavelmente decorrem da superestimativa da turbulência ocasionada pela equação de Chiu, Lin e Lu (1993), concebida a partir do modelo de Nikuradse para a velocidade.

5.2.4.2. Comportamentos Reológicos

As suspensões com minério MC exibem comportamento pseudoplástico em taxas de cisalhamento inferiores a 1000 s^{-1} e dilatante quando submetidas a taxas de cisalhamento mais elevadas ($\dot{\gamma} > 1000 \text{ s}^{-1}$). De fato, comportamentos pseudoplásticos para suspensões exibidos em taxas de cisalhamento mais baixas e dilatantes observados em taxas elevadas particuladas são reportados na literatura conforme discutido na Seção 2.5.1 e nos trabalhos de Stickel e Powell (2005) e Brown e Jaeger (2014). Todavia, cumpre ponderar que, nas taxas de cisalhamento mais baixas nas quais o comportamento pseudoplástico foi observado, pode ter ocorrido uma estratificação das partículas. Tal comportamento já foi identificado em estudos pretéritos, como no trabalho envolvendo a modelagem da velocidade crítica de sedimentação de Souza Pinto (2012). Conduzindo seus estudos com amostras de hematita, quartzo e um concentrado de apatita, esse mesmo autor realizou experimentos de bombeamento em aparatos com diâmetros de 25,4 mm e 50,8 mm. Uma calha distribuidora foi acoplada no ponto de descarga e possibilitou a amostragem de fluxos em três seções do tubo. Souza Pinto (2012) comprovou experimentalmente que independentemente do mineral, mais de 60% da massa de sólidos foi coletada na seção inferior dos dutos.

Na presente tese, o comportamento pseudoplástico apresentado pelas suspensões em taxas de cisalhamento mais baixas, pode ter ocorrido em virtude da disposição das partículas em camadas que se orientam na direção do fluxo (GÜRGEN; KUŞHAN; LI, 2017). Tal condição de fluxo pode ter sido ocasionada pela estratificação das partículas, fomentada pelas velocidades de escoamento menores e menor turbulência.

Por outro lado, não se vislumbra a estratificação do fluxo particulado nas taxas de cisalhamento mais elevadas que proporcionaram o comportamento dilatante. Este comportamento manifestado por sistemas não-coloidais ($d > 10\mu\text{m}$), como é o caso das suspensões preparadas com o minério MC, pode resultar da formação dos *hidroclusters* e da presença de forças de lubrificação hidrodinâmicas entre as partículas em elevadas taxas de cisalhamento (SALUNKHE; OVERNEY; BERG, 2018). Além disso, o efeito de lubrificação pode evoluir para um contato mais próximo provocado pela rugosidade das partículas. O contato das partículas favorece a fricção entre suas superfícies acarretando um aumento da viscosidade (SETO *et al.*, 2013).

É imperioso ainda discutir a influência da turbulência na reologia das suspensões, sobretudo no que diz respeito ao comportamento dilatante. As magnitudes de Reynolds e do parâmetro de entropia (M) apresentadas nas Tabelas 5.5 e 5.6, comprovam a ocorrência de escoamentos significativamente turbulentos das suspensões preparadas com o minério MC. Como já mencionado, o escoamento turbulento contempla a velocidade média temporal e as flutuações aleatórias. Estas últimas são responsáveis pelas tensões de Reynolds, que desempenham um papel importante na transferência da quantidade de movimento entre as camadas de fluidos adjacentes (FOX; MCDONALD; PRITTCARD, 2006) e estão relacionadas à elevada energia cinética do escoamento (GROISMAN; STEINBERG, 2000). Além disso, os vórtices presentes nos escoamentos turbulentos, aumentam a taxa de cisalhamento local no fluido e a dissipação de energia (BROWN; JAEGER, 2014).

Para discutir a influência da turbulência no comportamento dilatante, é fundamental também invocar novamente as palavras de Fox, McDonald e Pritchard (2006), que declararam: “*Na maioria dos problemas de mecânica dos fluidos (...) a turbulência é um fenômeno quase sempre indesejável, porém inevitável, porque cria maior resistência ao escoamento*”. Desta afirmação depreende-se que, se a turbulência promove uma maior resistência ao escoamento, evidentemente responde também por um aumento da viscosidade aparente. O aumento da viscosidade que acompanha o aumento da taxa de cisalhamento (e da turbulência) é a principal

característica do comportamento dilatante. Há que se mencionar também que a turbulência pode fomentar os efeitos da reologia de contato, visto que o escoamento caótico, inerente à turbulência, deve favorecer a colisão e o contato entre as partículas. No que diz respeito à formação dos *hidroclusters*, Seto *et al.* (2013) sustenta que no escoamento em tubos, a taxa de cisalhamento “empurra” as partículas ao longo do “eixo de compressão” e quando altas taxas são aplicadas, a distância entre as partículas é menor. O aglomerado de partículas que porventura se formar irá oferecer maior resistência ao escoamento.

Pode-se concluir, portanto, que as atuações concomitantes da turbulência, das interações entre as partículas (colisão, atrito e lubrificação) e a possível formação dos *hidroclusters* podem ocasionar um comportamento dilatante das suspensões em taxas de cisalhamento elevadas.

5.3. Reometria Rotacional e Reometria Tubular

Nesta seção os resultados de tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento obtidos por reometria rotacional e tubular para o minério MC, foram apresentados concomitantemente em uma única curva. Do mesmo modo, os resultados da viscosidade aparente em função da taxa, obtidos no reômetro rotacional e no dispositivo tubular também foram reportados em uma única curva. As Figuras 5.13 e 5.14 referem-se aos resultados obtidos para a polpa preparada na concentração de 36,8% de sólidos em massa. As Figuras 5.15 e 5.16 apresentam os resultados atinentes à suspensão preparada a 43,6% de sólidos em massa. É importante destacar que, em virtude das inconsistências verificadas nas viscosidades determinadas a partir de M_2 , os resultados reportados nesta seção se referem somente aos dados reológicos advindos de M_1 , calculados a partir do modelo de Louzada *et al.* (2021).

Os reogramas compreendem uma ampla faixa de taxa de cisalhamento. Para a suspensão a 36,8% de sólidos, a curva reológica contemplou taxas de cisalhamento com valores compreendidos entre $50,01\text{s}^{-1}$ e $2373,24\text{s}^{-1}$. Em relação à polpa a 43,6% de sólidos, o intervalo da taxa de cisalhamento compreendeu valores entre $50,01\text{s}^{-1}$ e $2236,68\text{s}^{-1}$. O modelo reológico lei a potência proporcionou um ajuste satisfatório dos dados experimentais ($R^2 = 0,995$), revelando comportamentos dilatantes para as duas suspensões investigadas.

Em todas as curvas apresentadas nas Figuras 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16, percebe-se uma divergência nos resultados reológicos para valores de taxa de cisalhamento compreendidos entre 750s^{-1} e 1000s^{-1} .

Figura 5.13 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação obtidas por reometria rotacional e tubular, para a suspensão preparada com o minério MC a 36,8% de sólidos.

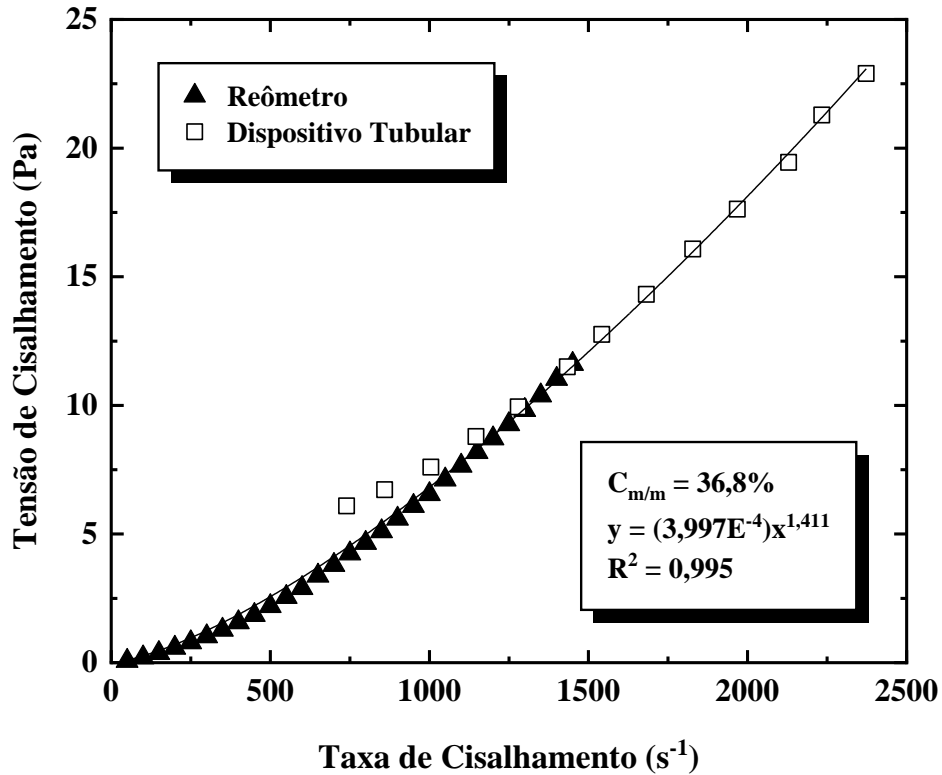


Figura 5.14 – Viscosidade aparente em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular, para a suspensão preparada com o minério MC a 36,8% de sólidos.

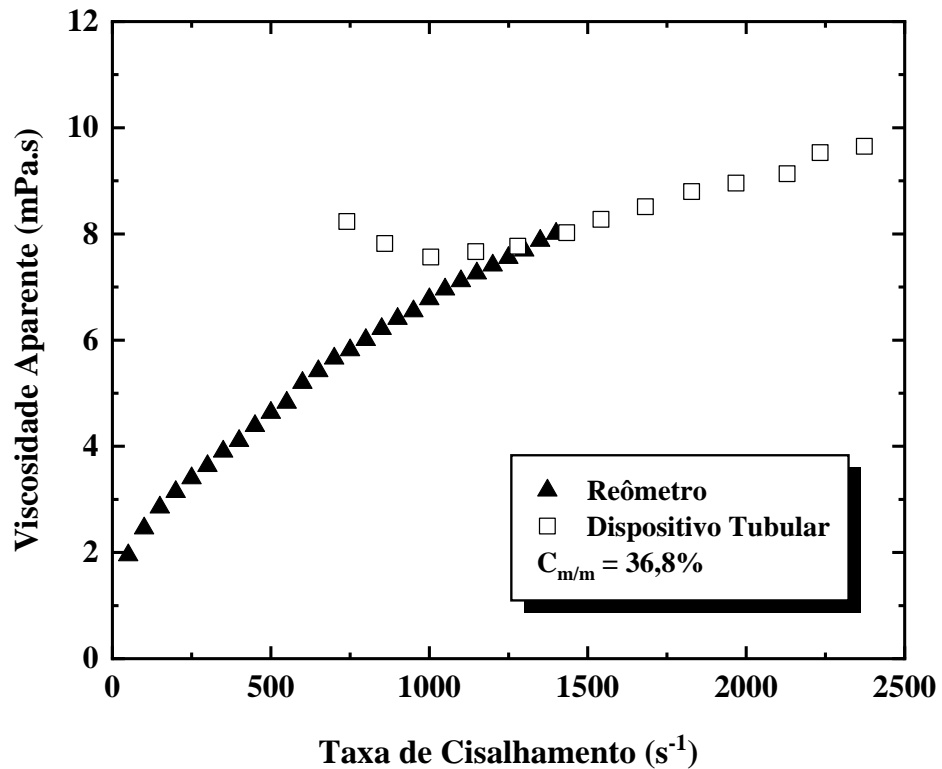


Figura 5.15 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular para a suspensão preparada com o minério MC a 43,6% de sólidos.

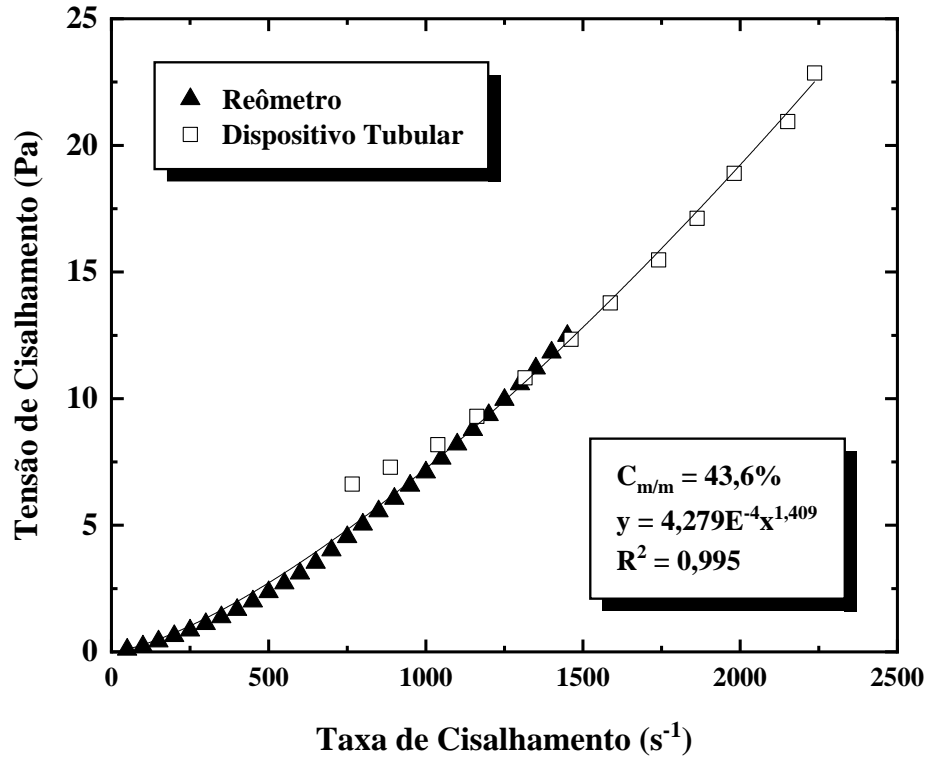
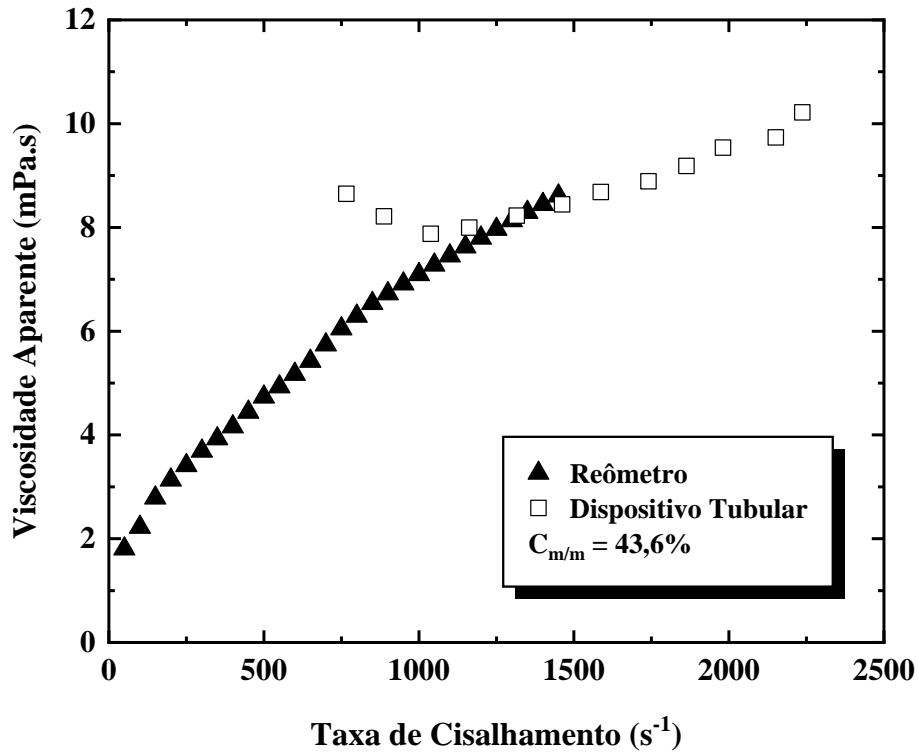


Figura 5.16 – Viscosidade aparente em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular para a suspensão preparada com o minério MC a 43,6% de sólidos.



Muito embora nesta faixa de cisalhamento não tenha se verificado efetivamente a sedimentação de partículas no dispositivo tubular, uma estratificação do fluxo particulado pode ter ocorrido, o qual pode ter sido o responsável pelo comportamento pseudoplástico no dispositivo tubular na faixa de cisalhamento supramencionada.

Portanto, no que refere à reometria rotacional, limitações como a sedimentação de partículas, efeitos de forças centrífugas e os vórtices de Taylor estão presentes. Em relação à reometria tubular, existe uma faixa de cisalhamento em que muito provavelmente ocorre a estratificação do fluxo particulado, devendo a mesma, ser evitada para os propósitos de projetos de sistemas de bombeamento de polpas minerais.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS E DISCUSSÕES: REOLOGIA E ASPECTOS RELEVANTES DO ESCOAMENTO DO MINÉRIO DE FERRO DA SERRA DA SERPENTINA

6.1. Reometria Rotacional

A Tabela 6.1 apresenta os dados de massa específica, concentração de sólidos, temperatura e pH das suspensões preparadas com o minério da Serra da Serpentina, utilizadas em reometria rotacional e tubular.

Tabela 6.1 – Propriedades das suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina.

| Massa Específica (Kg/m ³) | Porcentagem de Sólidos em Massa (%) | Temperatura Média (°C) | pH |
|--|--|---------------------------|-----|
| 1395,91 | 41,12 | 26,30 | 7,3 |
| 1482,27 | 46,96 | 25,45 | 7,3 |
| 1564,53 | 50,59 | 25,08 | 7,6 |

6.1.1. Reogramas e Modelos Reológicos

A Figura 6.1 apresenta os resultados da tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento, obtidos por reometria rotacional para as suspensões supracitadas nas concentrações de 41,1%, 47,0% e 50,6% de sólidos em massa. Os experimentos foram conduzidos de acordo com a metodologia aplicada ao minério de Carajás e tiveram início com taxas de cisalhamento mais elevadas, com o objetivo promover a necessária suspensão das partículas e mantê-las neste estado, de modo a evitar o efeito de sedimentação. A taxa inicialmente aplicada foi de 1450 s⁻¹, a qual foi reduzida até o valor de 37,28 s⁻¹. Os dados experimentais também foram ajustados pelos modelos reológicos Lei da Potência e de Tscheuschner conforme reportado nas Tabelas 6.2 e 6.3. Semelhantemente ao minério de Carajás, a reometria rotacional revelou comportamentos dilatantes para as suspensões em todas as taxas de cisalhamento praticadas, conforme se verifica a partir das magnitudes dos índices de comportamento ($n > 1$) exibidas na Tabela 6.2. O comportamento dilatante é confirmado a partir do comportamento da viscosidade frente à taxa de cisalhamento, conforme apresentado

Figura 6.2, onde se verifica o aumento da viscosidade das suspensões diante da crescente taxa de cisalhamento.

Figura 6.1 – Tensão de cisalhamento em função da taxa referentes às suspensões de minério de ferro da Serra da Serpentina, obtidas por reometria rotacional.

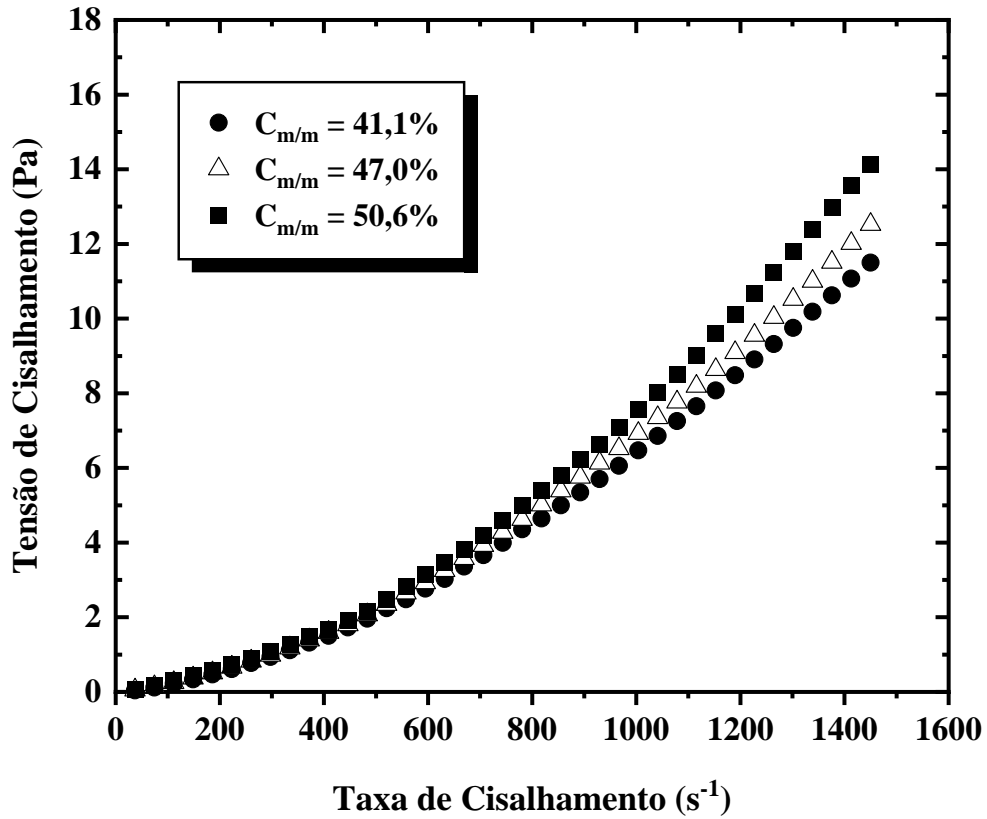


Tabela 6.2 – Parâmetros de ajuste do modelo lei da potência aplicado aos reogramas das suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina.

| $C_{m/m}$ (%) | K | n | R^2 |
|---------------|-----------------------|------|-------|
| 41,1 | $1,40 \times 10^{-4}$ | 1,55 | 0,99 |
| 47,0 | $1,83 \times 10^{-4}$ | 1,52 | 0,99 |
| 50,6 | $2,59 \times 10^{-4}$ | 1,48 | 0,98 |

Além disso, viscosidade aparente das suspensões aumenta com o aumento da concentração de sólidos em uma mesma taxa de cisalhamento. Os modelos reológicos para as suspensões preparadas com o minério MSS são apresentados na Tabela 6.4.

Tabela 6.3 – Parâmetros de ajuste do modelo de Tscheuschner aplicado aos reogramas das suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina.

| $C_{m/m}$ (%) | τ_0 (Pa) | A | B | C | R^2 |
|---------------|---------------|------|-------|------|-------|
| 41,1 | 0,13 | 0,25 | -0,26 | 0,99 | 0,98 |
| 47,0 | 0,15 | 0,27 | -0,29 | 0,99 | 0,98 |
| 50,6 | 0,20 | 0,31 | -0,32 | 0,99 | 0,97 |

Figura 6.2 – Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões de minério de ferro da Serra da Serpentina, obtidas por reometria rotacional.

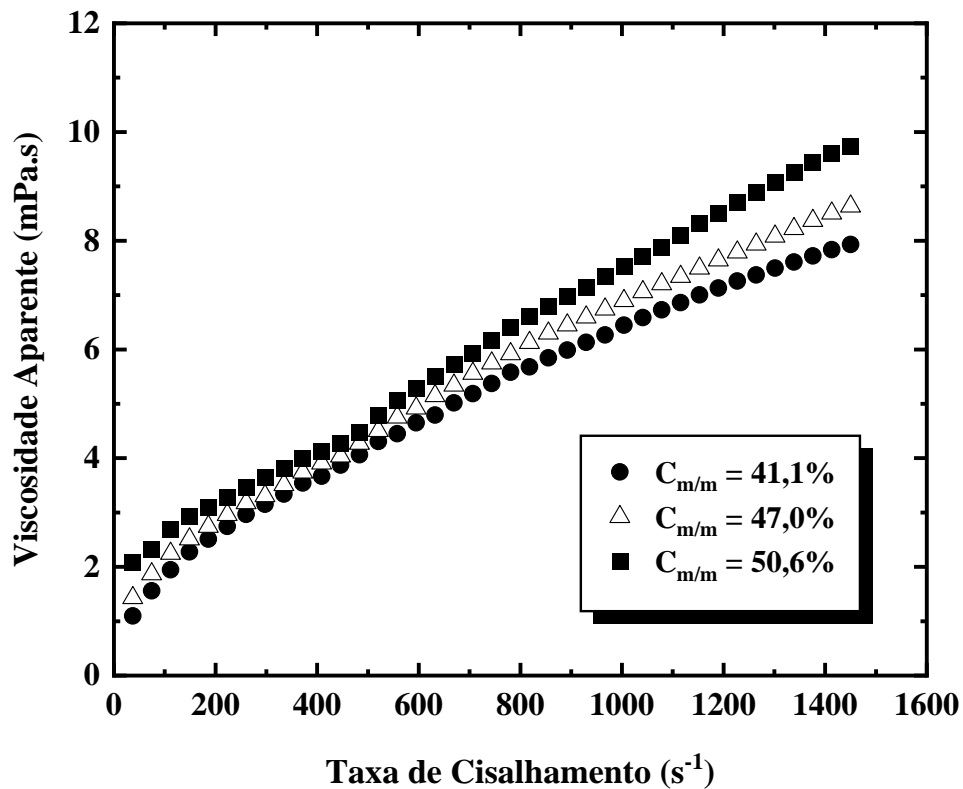


Tabela 6.4 – Modelos reológicos obtidos para as suspensões preparadas com o minério MSS.

| $C_{m/m}$ (%) | Lei da Potência | Tscheuschner |
|---------------|--|--|
| 41,1 | $\tau = 1,40 \times 10^{-4} \dot{\gamma}^{1,55}$ | $\tau = 0,13 + 0,25 \dot{\gamma} - 0,26 \dot{\gamma}^{0,99}$ |
| 47,0 | $\tau = 1,83 \times 10^{-4} \dot{\gamma}^{1,52}$ | $\tau = 0,15 + 0,27 \dot{\gamma} - 0,29 \dot{\gamma}^{0,99}$ |
| 50,6 | $\tau = 2,59 \times 10^{-4} \dot{\gamma}^{1,48}$ | $\tau = 0,20 + 0,31 \dot{\gamma} - 0,32 \dot{\gamma}^{0,99}$ |

6.1.2. Sedimentação das Partículas

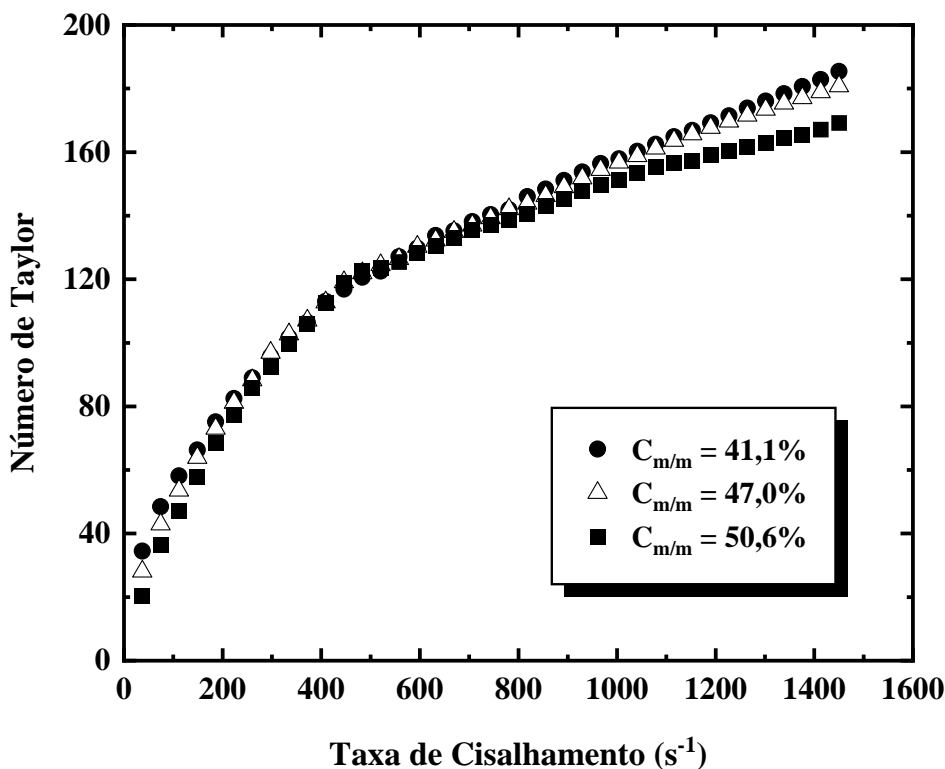
O mesmo comportamento observado para as suspensões preparadas com o minério de Carajás também foi constatado nas suspensões do minério da Serra da Serpentina, conforme evidenciado na Figura 6.1. Em taxas de cisalhamento mais elevadas, verifica-se um maior afastamento das três curvas reológicas. A redução da taxa de cisalhamento é acompanhada de uma progressiva aproximação das três curvas, que tendem a convergir para um único reograma em taxas de cisalhamento mais baixas, em especial para valores menores que 600 s^{-1} . Neste caso o efeito de sedimentação das partículas parece ser mais intenso quando comparado ao efeito presente nas suspensões do minério de Carajás. De fato, o minério da Serra da Serpentina apresenta uma granulometria mais grossa ($d_{90} = 146,34\mu\text{m}$) em relação ao minério de Carajás ($d_{90} = 76,25 \mu\text{m}$). Na Figura 6.1, nas três condições experimentais investigadas, a “conversão” das três curvas reológicas em um único reograma, significa o surgimento de suspensões mais diluídas, as quais evidentemente oferecem menor resistência ao cisalhamento.

6.1.3. Efeitos Inerciais, Instabilidade de Fluxo e Número de Taylor

A ocorrência de efeitos inerciais, dos fluxos secundários e dos vórtices de Taylor nos experimentos com o minério proveniente da Serra da Serpentina também foram avaliados a partir do número de Taylor. Para cada taxa de cisalhamento aplicada, foram determinados a rotação do cilindro interno e o número de Taylor. Na Figura 6.3 são apresentados os dados atinentes ao número de Taylor em função da taxa de cisalhamento para o minério supracitado. A semelhança do que ocorreu com o minério de Carajás, as magnitudes do número de Taylor, para as suspensões preparadas com o minério da Serra da Serpentina, foram superiores a 41,3 e inferiores a 400 em todas as taxas de cisalhamento acima de 100 s^{-1} . Deste modo os fluxos estabelecidos na região entre os cilindros concêntricos foram laminares com a existência dos vórtices de Taylor, em conformidade com o critério reportado por Shi (2016). Assim como no minério MC, as investigações com o minério MSS indicam a sedimentação das partículas em taxas de cisalhamento iguais ou inferiores a 500s^{-1} . Neste caso, o fenômeno pode ter sido mais acentuado, em virtude da granulometria mais grossa do minério MSS ($d_{90} = 146,34\mu\text{m}$) comparada a do minério MC ($d_{90} = 76,25\mu\text{m}$). Assim sendo, os números de Taylor determinados em taxas inferiores a 500s^{-1} podem ser imprecisos, visto que as massas específicas das suspensões cisalhadas e que se encontram mais diluídas, serão menores que aquelas correspondentes às polpas preparadas inicialmente.

Deste modo, para o minério MSS, também foi aplicada a condição para o surgimento dos vórtices de Taylor com base nas Inequações 5.1, 5.2 e 5.3.

Figura 6.3 – Número de Taylor em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério da Serra da Serpentina.



A Tabela 6.5 apresenta a rotação requerida para o início dos turbilhões e as rotações que foram efetivamente aplicadas às suspensões.

Tabela 6.5 – Rotação requerida (N_R) para o início da ocorrência dos vórtices de Taylor e rotação efetivamente aplicada (N_A) às suspensões preparadas com o minério MSS.

| $C_{m/m}$ (%) | η_1 (mPa.s) | N_{1R} (s ⁻¹) | N_{1A} (s ⁻¹) | η_2 (mPa.s) | N_{2R} (s ⁻¹) | N_{2A} (s ⁻¹) |
|---------------|------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 41,1 | 7,93 | > 4,19 | 18,8 | 4,31 | > 2,27 | 6,75 |
| 47,0 | 8,64 | > 4,30 | 18,8 | 4,50 | > 2,24 | 6,75 |
| 50,6 | 9,74 | > 4,59 | 18,8 | 4,79 | > 2,26 | 6,75 |

Do conjunto de dados experimentais, foram selecionadas duas viscosidades obtidas nas taxas de cisalhamento de 1450s^{-1} e $520,6\text{s}^{-1}$ e designadas por η_1 e η_2 , respectivamente. De acordo com a Tabela 6.5, as rotações aplicadas foram significativamente superiores às rotações mínimas

nas quais têm início os vórtices de Taylor. Estes se traduzem em instabilidades de fluxo. Deste modo, é fundamental invocar novamente a discussão apresentada por Mezguer (2006), segundo a qual as instabilidades de fluxo podem acarretar um aumento da resistência ao escoamento.

As investigações reológicas das suspensões preparadas com o minério MSS também foram conduzidas por reometria tubular e seus resultados são apresentados nas seções subsequentes.

6.2. Reometria Tubular

A reologia das suspensões do minério MSS também foi investigada no dispositivo tubular, à semelhança do que foi realizado com o minério MC. Todavia, em virtude deste último exibir uma granulometria mais fina comparada à do minério MSS, taxas de cisalhamento mais elevadas foram aplicadas às suspensões deste último, visando manter as partículas homoganeamente suspensas. As condições experimentais de concentração de sólidos, temperatura e pH da reometria rotacional foram preservadas na reometria tubular.

6.2.1. Curvas de Fluxo, Fator de Atrito, Parâmetro de Entropia (M) e Número de Reynolds

Os resultados do gradiente de pressão em função da velocidade média de escoamento para as polpas de minério de ferro MSS são apresentados nas Tabelas de C5 a C10, contidas no Apêndice C. Os experimentos também tiveram início a partir da maior velocidade, a qual foi sendo reduzida no decorrer dos experimentos. Os dados mostram que o gradiente de pressão também diminui quando a velocidade média de escoamento é reduzida.

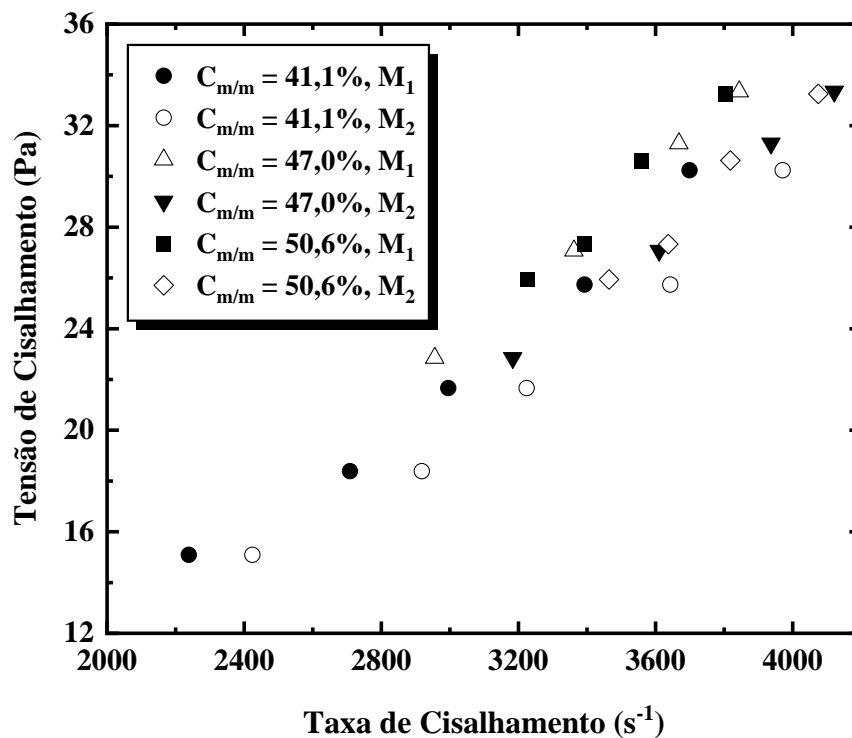
O fator de atrito, o parâmetro M e o número de Reynolds para todas as condições de escoamento, foram obtidos de acordo com a metodologia empregadas nas investigações com o minério MC e descrita pelo algoritmo da Figura 5.4. Os parâmetros de entropia também foram calculados a partir das Equações 4.2 e 2.75, sendo os mesmos designados por M_1 e M_2 , respectivamente. As Tabelas de C5 a C10 apresentam os resultados do fator de atrito, parâmetro de entropia e número de Reynolds referentes aos escoamentos das suspensões preparadas nas concentrações de 41,1%, 47,0% e 50,6% de sólidos em massa, respectivamente. Dentre todos os resultados apresentados nas Tabelas 6.4, 6.5 e 6.6, os menores valores apresentados pelo parâmetro de entropia e número de Reynolds foram 4,09 e 23833,05 respectivamente, indicando portanto escoamentos altamente turbulentos.

Ademais, a partir dos mesmos dados experimentais de velocidade e do gradiente de pressão, M_2 também apresentou uma magnitude maior do que o valor de M_1 . Como já discutido, estas evidências experimentais indicam que o modelo do fator de atrito entrópico de Chiu, Lin e Lu (1993) superestima o estado de turbulência de um dado sistema.

6.2.2. Reogramas e Modelos Reológicos

Os reogramas apresentados neste capítulo, também foram obtidos de acordo com as metodologias aplicadas ao minério MC, sucintamente descritas nas Figuras 5.9 e 5.10. Na Figura 6.4 são apresentados os resultados da tensão em função da taxa de cisalhamento para o minério da Serra da Serpentina. As curvas reológicas foram ajustadas pelo modelo lei da potência, cujos parâmetros se encontram na Tabela 6.6.

Figura 6.4 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina.



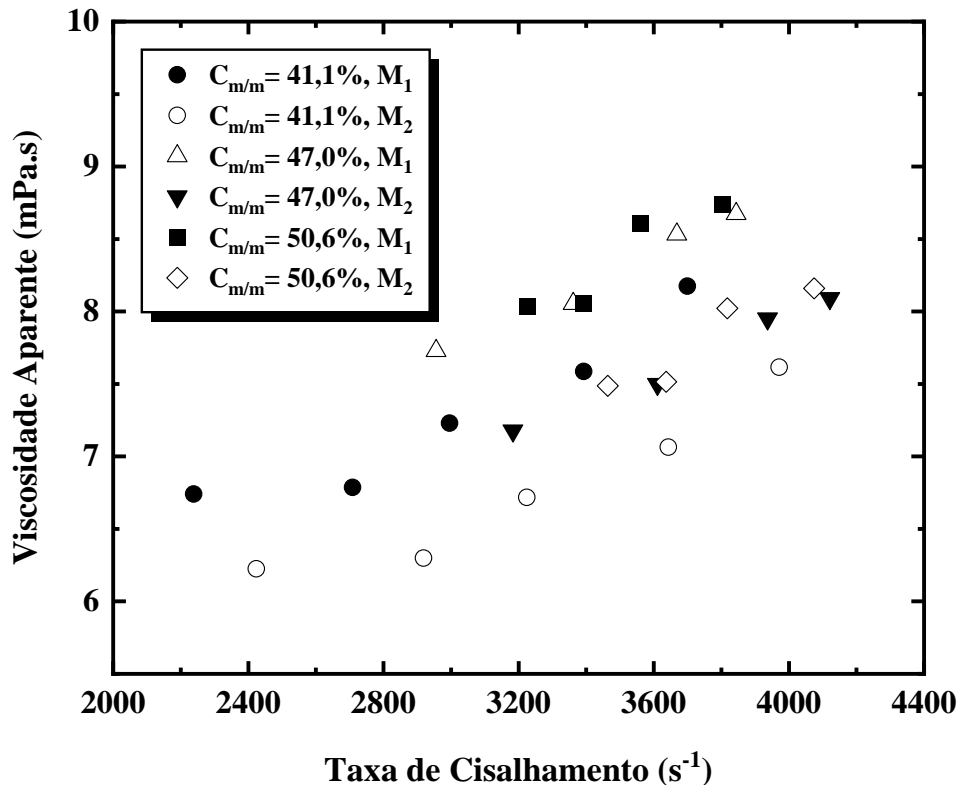
Diferentemente do minério MC, que em virtude da sua granulometria ($d_{90} = 76,25 \mu m$) permitiu a aplicação de taxas de cisalhamento mais baixas, o minério MSS ($d_{90} = 146,34 \mu m$) não possibilitou alcançar taxas menores em virtude da possível sedimentação e formação do leito de partículas. Por essa razão, as velocidades de escoamento e, conseqüentemente, as taxas de cisalhamento foram consideravelmente altas. Em todas as condições experimentais verificou-se o comportamento dilatante das suspensões constituídas pelo minério MSS, conforme

demonstrado pelas magnitudes do índice de comportamento ($n > 1,0$) mostradas na Tabela 6.6. Os resultados da Figura 6.5 corroboram o comportamento dilatante das suspensões revelado pela magnitude do índice de comportamento.

Tabela 6.6 – Parâmetros de ajuste do modelo reológico lei da potência aplicado aos reogramas, obtidos por reometria tubular, das suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina.

| $C_{m/m}$ (%) | M | K | n | R^2 |
|---------------|-------|-----------------------|-------|-------|
| 41,1 | M_1 | $2,08 \times 10^{-4}$ | 1,445 | 0,987 |
| 41,1 | M_2 | $1,54 \times 10^{-4}$ | 1,469 | 0,988 |
| 47,0 | M_1 | $1,86 \times 10^{-4}$ | 1,465 | 0,996 |
| 47,0 | M_2 | $1,38 \times 10^{-4}$ | 1,489 | 0,997 |
| 50,6 | M_1 | $7,86 \times 10^{-5}$ | 1,572 | 0,969 |
| 50,6 | M_2 | $5,86 \times 10^{-5}$ | 1,594 | 0,972 |

Figura 6.5 – Viscosidade aparente em função da taxa de cisalhamento referentes às suspensões preparadas com o minério de ferro da Serra da Serpentina.



Em todas as condições experimentais impostas às suspensões do minério MSS, a viscosidade aumenta com o aumento da taxa de cisalhamento. Para as viscosidades determinadas a partir de M_1 , verifica-se que seus valores aumentam com a concentração de sólidos. O mesmo comportamento é observado para as viscosidades oriundas de M_2 .

6.2.2.1. Modelo de Chiu, Lin e Lu (1993) versus Modelo de Louzada *et al.* (2021)

As mesmas inconsistências reveladas pelas viscosidades das suspensões do minério MC determinadas de M_2 também se fazem presentes no minério MSS. As viscosidades obtidas de M_1 da suspensão a 41,1% de sólidos foram maiores que as viscosidades determinadas de M_2 referentes às polpas com 47% e 50,6% de sólidos. Como já discutido, tais inconsistências decorrem do fato de que o modelo Chiu, Lin e Lu (1993) superestimar a turbulência, fornecendo valores de M mais elevados.

6.2.2.2. Comportamentos Reológicos

Conforme discussão apresentada anteriormente para o minério MC, diferentes mecanismos podem atuar de forma colaborativa conferindo características dilatantes a uma suspensão. A turbulência por si só já é um fenômeno dissipativo. Além do mecanismo de transferência de energia “em cascata” conforme proposto por Kholmorov, os turbilhões aumentam a taxa de cisalhamento localmente. As flutuações aleatórias da velocidade são responsáveis pelas tensões de Reynolds. Se por um lado as elevadas taxas podem diminuir a distância entre as partículas empurrando-as juntas na direção longitudinal do tubo, o fluxo turbulento desordenado favorece a colisão e o contato entre as partículas. Neste caso, a colisão, o atrito e a lubrificação podem ser favorecidos. Todos esses efeitos podem ter atuado em harmonia para o comportamento dilatante de suspensões preparadas com o minério MSS.

6.3. Reometria Rotacional e Tubular

Para as suspensões preparadas com o minério MSS, os resultados obtidos por reometria rotacional e tubular também foram apresentados concomitantemente em uma mesma curva. Os reogramas correspondentes às concentrações de sólidos de 41,1%, 47,0% e 50,6% são apresentados nas Figuras 6.6, 6.7 e 6.8, respectivamente. Os resultados reportados nesta seção se referem tão somente aos dados reológicos advindos de M_1 , tendo em vista as inconsistências associadas às viscosidades determinadas a partir de M_2 .

Figura 6.6 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular para a suspensão preparada com o minério MSS a 41,1% de sólidos.

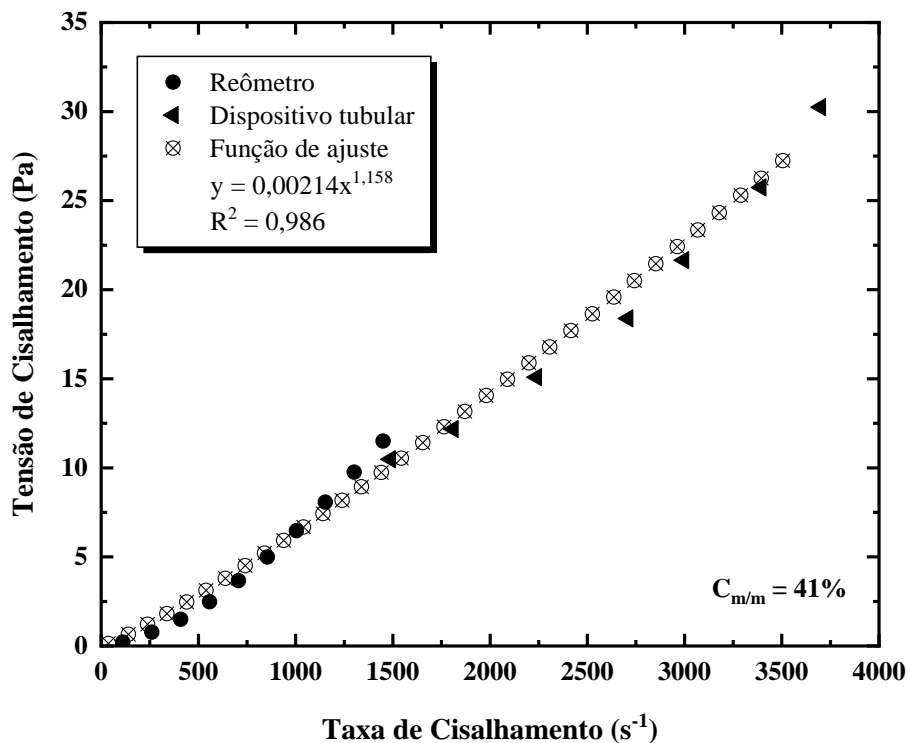


Figura 6.7 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular para a suspensão preparada com o minério MSS a 47% de sólidos.

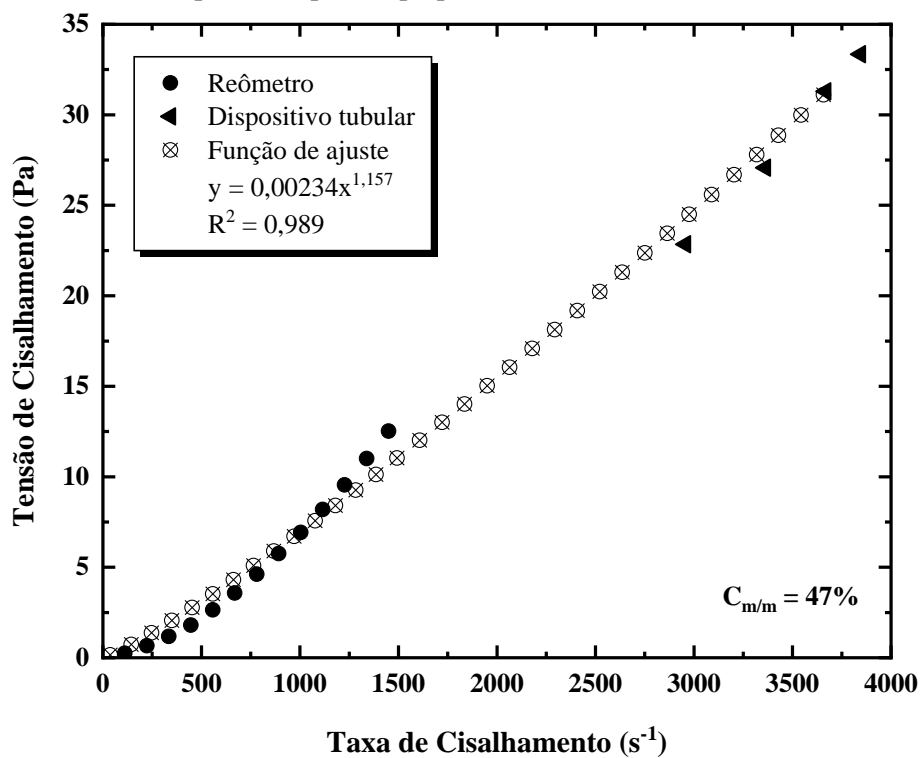
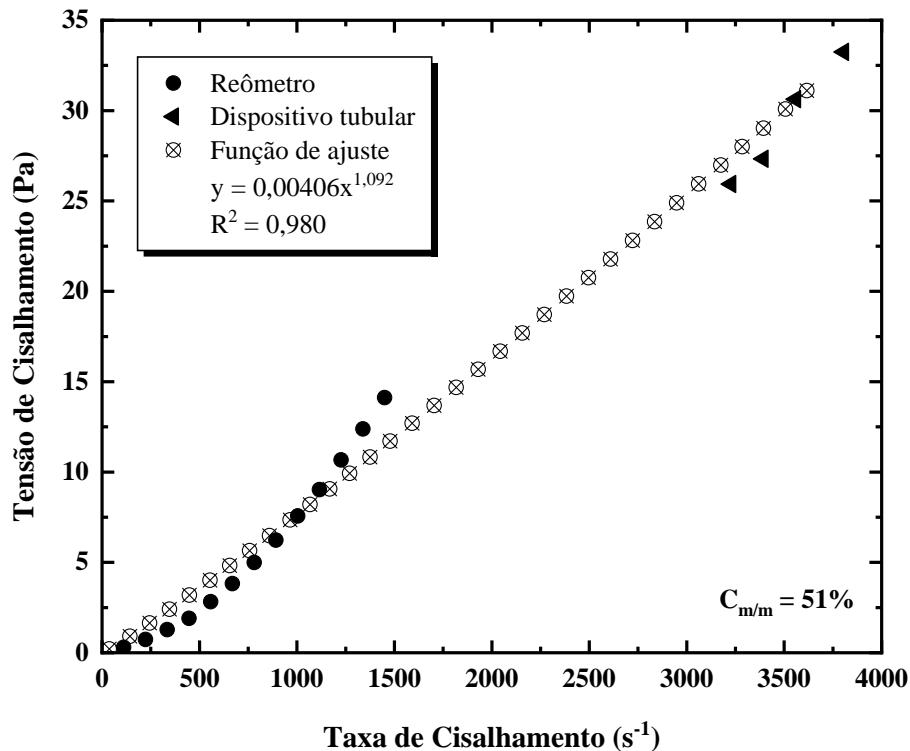


Figura 6.8 – Tensão de cisalhamento em função da taxa de deformação, obtidas por reometria rotacional e tubular para a suspensão preparada com o minério MSS a 50,6% de sólidos.



Para a suspensão do minério MSS a 41,1% de sólidos, os dados reológicos foram ajustados pelo modelo Lei da Potência ($R^2 = 0,986$), o qual indicou um comportamento dilatante ($n = 1,16$). Como já mencionado, a reometria tubular não revelou um comportamento pseudoplástico para este minério, uma vez que altas taxas de cisalhamento foram praticadas com o intuito de se evitar a sedimentação.

Em relação às suspensões preparadas nas concentrações de 47,0% e 50,6% de sólidos, os comportamentos dilatantes também foram revelados pelo modelo Lei da Potência utilizado no ajuste dos dados experimentais, conforme apresentado nas Figuras 6.7 e 6.8.

Todavia, para estas concentrações de 47,0% e 50,6%, observa-se nos reogramas um intervalo, entre os dados de reometria rotacional e tubular, em que se verifica a ausência de dados experimentais. Concentrações de sólidos mais altas aliadas à granulometria mais grossa do minério ($d_{90} = 146,34 \mu\text{m}$) impossibilitaram a aplicação de taxas de cisalhamento mais baixas no dispositivo tubular em virtude da estratificação do fluxo particulado e a subsequente sedimentação das partículas nos dutos.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

Dentro do universo desta investigação e em plena consonância com seus objetivos, é possível concluir:

1) Reômetros rotacionais constituem uma opção viável para o estudo da reologia de polpas minerais desde que operados sob condições hidrodinâmicas que sejam capazes de inibir a sedimentação de partículas durante as medidas. Todavia, por limitações físicas, eles somente podem ser operados sob taxas de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) que são muito distantes das condições altamente turbulentas ($\dot{\gamma} > 1000\text{s}^{-1}$) que caracterizam as aplicações industriais. Embora dispositivos tubulares (*loops* de bombeamento) possam operar com rugosidade, diâmetro do tubo e taxa de cisalhamento capazes de garantir escoamentos plenamente turbulentos a polpas minerais, eles não podem facilmente atender a esta aplicação pois carecem de modelos capazes de permitir uma determinação acurada de $\dot{\gamma}$ a partir dos resultados gerados pelos experimentos de bombeamento: gradiente de pressão *versus* vazão de fluxo. Esta tese preenche tal lacuna do estado da arte porque:

(a) Desenvolveu metodologia para determinar taxas de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) de polpas de minério de ferro sob condições altamente turbulentas ($\dot{\gamma} > 1000\text{s}^{-1}$) e devidamente acompanhadas de suas respectivas tensões de cisalhamento (τ), permitindo a construção de reogramas e perfis axiais de velocidade de fluxo, assim como determinação da viscosidade aparente das polpas. Por considerar tal metodologia como inovadora, a Agência USP de Inovação e a mineradora Vale S.A. (financiadora parcial do projeto de doutorado) realizaram depósito de patente no Instituto Nacional de Propriedade Intelectual (BR 10 2021 017605 9), que é intitulada de “Método para determinação da taxa de cisalhamento e da viscosidade aparente de suspensões de sólidos particulados”;

(b) A metodologia desenvolvida por esta tese é sustentada por um modelo baseado no Princípio da Entropia Máxima (PEM), que relaciona o fator de atrito (f_E) ao parâmetro entrópico M , resultando numa expressão doravante denominada de Modelo de Louzada e colaboradores (MLC):

$$f_E = \frac{32}{[416,667(e^M - 1)]^{\frac{1}{1,0028}}} \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)} \right]$$

(c) A concepção do MLC se baseou em acurados resultados publicados na literatura corrente (MCKEON *et al.* 2004). Eles são oriundos de experimentos executados com gases que escoavam em tubos. Tal expressão foi aplicada ao fluxo de polpas de minério de ferro em dutos pressurizados (*loop* de bombeamento), permitindo-se o cálculo do Parâmetro de Entropia (M) em função do fator de atrito (f_E) para esses sistemas de interesse. Esta abordagem gerou uma publicação no *Journal of Hydraulic Engineering* intitulada “*Entropic friction factor modeling for mineral slurry flow in pressurized pipes*”.

(d) Antes da contribuição dada por esta tese, quem necessitasse estudar a reologia de polpas minerais em condições hidrodinâmicas próximas da realidade industrial ($\dot{\gamma} > 1000 \text{ s}^{-1}$) estaria limitado à aplicação do Modelo de Chiu e colaboradores (MCC) cuja aplicação apresenta sérias restrições. Isto porque, embora aplicável a qualquer fluido e regime de fluxo (visto que é baseado no PEM), o MCC demanda conhecimento prévio do número de Reynolds do escoamento (e conseqüentemente da viscosidade aparente do fluido); o que constitui uma incógnita *ab initio* para polpas minerais. Assim, esta tese, embora seguindo o racional inovador baseado na contribuição Chiu, alarga as fronteiras do estado da arte ao propor modelo que permite determinar o Parâmetro de Entropia (M) sem conhecimento prévio do número de Reynolds do escoamento, da viscosidade aparente da polpa e do modelo comportamental do fluido (Plástico de Bingham, Dilatante e Pseudoplástico). A concepção de um modelo matemático aderente a um fenômeno físico (escoamento de fluidos em dutos pressurizados) com a conseqüente publicação dos resultados em revista de referência na área de hidráulica constitui inquestionável evidência do cumprimento do Objetivo (1) desta tese. A aplicação de tal modelo no desenvolvimento de metodologia para o estudo da reologia de polpas minerais constitui um marco para o cumprimento do Objetivo (4).

2) Polpas contendo minério de ferro da Serra da Serpentina-MG e de Carajás-PA foram preparadas em diferentes concentrações mássicas (35-50%) e submetidas a escoamento em *loop* de bombeamento (duto com $D = 76,2 \text{ mm}$) cujos resultados (vazão de fluxo e gradiente de pressão) permitiram calcular o fator de atrito, assim como determinar a magnitude do Parâmetro de Entropia (M), viscosidade aparente da polpa e número de Reynolds do escoamento através do modelo proposto por esta tese (MLC). A partir de tais informações, foi possível construir reogramas para as citadas polpas minerais sob taxas de cisalhamento próximas da realidade industrial ($\dot{\gamma} > 1.000 \text{ s}^{-1}$). Assim, a construção dos reogramas, levantamento dos perfis axiais de

velocidade de fluxo e a determinação da magnitude da viscosidade aparente das polpas minerais marcam o cumprimento do Objetivo (2) desta tese.

3. No que concerne a polpas preparadas com minério de ferro de Carajás, plotando-se num mesmo plano cartesiano os valores de tensão de cisalhamento (τ) versus taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) obtidos tanto por reômetro rotacional como por escoamento pressurizado em duto (*loop* de bombeamento), foi possível encontrar "reogramas universais", assim chamados por exibirem alta aderência dos pontos ($\dot{\gamma}$, τ) à lei matemática que define o reograma ($R^2 = 0,995$) que abraça resultados obtidos por duas técnicas experimentais complementares: reometria rotacional ($\dot{\gamma} \leq 1.450 \text{ s}^{-1}$) e *loop* de bombeamento ($\dot{\gamma} \geq 766 \text{ s}^{-1}$). Assim, temos:

(a) Para a polpa contendo 37% de sólidos (em massa), o reograma universal foi descrito pela expressão $\tau = 3,997 \times 10^{-4} \dot{\gamma}^{1,411}$;

(b) Para a polpa contendo 44% de sólidos, (em massa) o reograma é representado pela expressão $\tau = 4,279 \times 10^{-4} \dot{\gamma}^{1,409}$;

(c) Em ambos os casos, a taxa de cisalhamento é elevada à potência $n \sim 1,41$, sinalizando um comportamento dilatante ($n > 1$) para o escoamento das tais polpas. Todavia, dentro de uma estreita faixa ($750 \text{ s}^{-1} < \dot{\gamma} < 1.000 \text{ s}^{-1}$) de valores de tensão de cisalhamento, três pontos ($\dot{\gamma}$, τ) obtidos por *loop* de bombeamento se desviam do reograma universal, endereçando às polpas um comportamento pseudoplástico. Em tal estreita faixa problemática ($750 \text{ s}^{-1} < \dot{\gamma} < 1.000 \text{ s}^{-1}$) de taxas de cisalhamento, suspeita-se que o sistema de bombeamento falhe em fornecer à polpa turbulência necessária para garantir plena suspensão das partículas minerais. Havendo estratificação de partículas no fluxo, a literatura prevê o comportamento pseudoplástico, sinalizando uma limitação da metodologia, que poderia ser solucionada realizando-se bombeamento em dutos de maior diâmetro;

(d) A comparação entre os pontos ($\dot{\gamma}$, τ) obtidos por reometria rotacional versus ensaios de bombeamento para minério de Carajás configuram o cumprimento do Objetivo (3) desta tese.

4. No que diz respeito às polpas preparadas com minério de ferro da Serra de Serpentina, plotando-se num mesmo plano cartesiano os valores de tensão de cisalhamento (τ) versus taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) obtidos tanto por reômetro rotacional como por escoamento pressurizado em duto (*loop* de bombeamento), foi possível encontrar curvas (reogramas universais) capazes de abraçar todos os pontos ($\dot{\gamma}$, τ), visto que exibem alto coeficiente de correlação ($R^2 \geq 0,980$):

(a) Para a polpa contendo 41% de sólidos (em massa), o reograma universal é descrito pela expressão $\tau = 2,14 \times 10^{-3} \dot{\gamma}^{1,158}$ ($R^2 = 0,986$);

(b) Para a polpa contendo 47% de sólidos, o reograma universal é representado pela expressão $\tau = 2,34 \times 10^{-3} \dot{\gamma}^{1,157}$ ($R^2 = 0,989$);

(c) Para polpa contendo 51% de sólidos, o reograma universal é representado pela expressão $\tau = 4,06 \times 10^{-3} \dot{\gamma}^{1,092}$ ($R^2 = 0,980$).

(d) Na expressão matemática que representa cada um dos três diagramas em estudo, a taxa de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) se encontra elevada a potências (n) que caem no intervalo de $1,092 \leq n \leq 1,158$, sinalizando que as respectivas polpas preparadas com minério da Serra da Serpentina se comportam como fluidos dilatantes ($n > 1$);

(e) Nos “reogramas universais” obtidos com MSS, comparando-se os pontos ($\dot{\gamma}$, τ) obtidos por reômetros rotacionais com aqueles produzidos por ensaios de bombeamento, verifica-se que os primeiros produziram pontos que se desviam da tendência geral quando se trabalhou com as mais altas taxas de cisalhamento permitas por tal técnica ($1.000s^{-1} < \dot{\gamma} < 1.500s^{-1}$);

(f) A comparação entre os pontos ($\dot{\gamma}$, τ) obtidos por reometria rotacional versus ensaios de bombeamento para minério de Serra da Serpentina configuram o cumprimento do Objetivo (3) desta tese.

6. A metodologia desenvolvida por esta tese para o estudo da reologia de polpas minerais sob condições hidrodinâmicas mais próximas da realidade industrial deve ser adaptada às condições de contorno postas pelos minérios usados na preparação das polpas, ou seja:

(a) Polpas preparadas com minério de Carajás (MC) exibindo concentração de sólidos na faixa de 37-44% (em massa) permitiram que a metodologia desenvolvida por esta tese pudesse ser aplicada em taxas de cisalhamento ($\dot{\gamma}$) tão baixas ($750-1.000s^{-1}$) que se justapõem aos máximos valores de $\dot{\gamma}$ oferecidos pelos reômetros rotacionais, muito embora se tenha verificado que os ensaios de bombeamento falharam em proporcionar plena suspensão (mistura) das partículas minerais nessa faixa. Mesma inabilidade para realizar completa suspensão de partículas foi observada para polpa preparada com o minério de Serra da Serpentina em concentração de sólidos dentro da mesma faixa das polpas preparadas com MC. Neste caso, devido ao fato de MSS ($D_{50} = 50\mu m$) apresentar granulometria mais grossa que MC ($D_{50}=22\mu m$), a aplicação da

tecnologia desenvolvida por esta tese somente pôde ser aplicada acima de 1.500s^{-1} ($\dot{\gamma} > 1.500\text{ s}^{-1}$);

(b) Polpas preparadas com minério de Serra da Serpentina que exibiam concentração de sólidos mais alta (47-51% em massa) somente permitiram que a metodologia desenvolvida por esta tese apresentasse resultados acurados quando os experimentos de bombeamento foram executados sob taxas de cisalhamento superiores a 3.000 s^{-1} ($\dot{\gamma} > 3.000\text{ s}^{-1}$), onde um fluxo turbulento plenamente desenvolvido foi finalmente capaz de promover plena suspensão das partículas. Este comportamento exibido pelo MSS não permitiu que se obtivessem “reogramas universais” contendo pontos ($\tau \times \dot{\gamma}$) obtidos por reômetros rotacionais justapostos àqueles produzidos por ensaios de bombeamento.

CAPÍTULO 8

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para trabalhos futuros o autor propõe:

- 8.1. Aplicar o Princípio da Entropia Máxima ao escoamento heterogêneo de suspensões particuladas em condutos forçados e propor um modelo entrópico para a velocidade crítica de sedimentação;
- 8.2. Desenvolver um modelo para a distribuição de concentração de sólidos entrópica em condutos forçados;
- 8.3. Investigar a reofísica de suspensões particuladas e os domínios nos quais os efeitos coloidais, brownianos, hidrodinâmicos e da turbulência existem. Estudos dessa natureza são fundamentais para o entendimento dos mecanismos responsáveis pelo comportamento reológico de suspensões particuladas.

REFERÊNCIAS

- AGWU, O.E.; AKPABIO, J.U.; EKPENYONG, M.E.; INYANG, U.G.; ASUQUO, D.E.; EYOH, I.J.; ADEOYE, O.S. A critical review of drilling mud rheological models. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 203, p. 1 – 21, 2021.
- AVCI, A.; KARAGOZ, I. A new explicit friction factor formula for laminar, transition and turbulent flows in smooth and rough pipes. **European Journal of Mechanics/B Fluids**, v.78, p. 182 – 187, 2019.
- BAGLEY, E.B. End corrections in the capillary flow of polyethylene. **Journal of Applied Physics**, v. 28, p. 624-626, 1957.
- BARNES, H.A. **A handbook of elementary rheology**. Aberystwyth: Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics. The University of Wales, 2000. 209 p.
- BARNES, H.A. A review of the slip (wall depletion) of polymer solutions, emulsions and particle suspensions in viscometers: its cause, character, and cure. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 56, p. 221 – 251, 1995.
- BARNES, H.A.; HUTTON, J.F.; WALTERS, K. **An introduction to rheology**. Amsterdam: Elsevier Science Publishers, 1989. 200 p.
- BIRD, R.B.; STEWART, W.E.; LIGHTFOOT, E.N. **Fenômenos de transporte**. Rio de Janeiro: LTC, 2004. 895 p.
- BISCO, A.P.R. **A influência de algumas variáveis sobre a reologia de polpas minerais**. 2009. 99 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Minas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.
- BOGER, D.V. Rheology and the minerals industry. **Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review**, v. 20, p.1-25, 2000.
- BOGER, D.V. Rheology and the resource industries. **Chemical Engineering Science**, v. 64, p. 4525-4536, 2009.
- BOSSIS, G.; BRADY, J.F. The rheology of Brownian suspensions. **Journal of Chemical Physics**, v. 91, p. 1866-1874, 1989.
- BOUTENEL, F.; DUSSERRE, G.; AIMABLE, A.; CHARTIER, T.; CUTARD, T. Rheophysical study of dispersed alumina suspensions. **Powder Technology**, v. 393, p. 630-638, 2021.
- BRAGANÇA, A.C.C.R. Avaliação de reagentes alternativos para substituição da cal em sistema de bombeamento de longa distância de polpa de minério de ferro. 2008. 116 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Minas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.
- BRODKEY, R.S.; HERSHEY, H.C. **Transport phenomena: a unified approach**. Singapore: MacGraw-Hill, 1988. 847 p.

BROWN, E.; JAEGER, H.M. Shear thickening in concentrated suspensions: phenomenology, mechanisms and relations to jamming. **Reports on Progress in Physics**, v. 77, p. 1-23, 2014.

CASTELLAN, G. **Fundamentos de físico-química**. Rio de Janeiro: LTC, 1986. 527 p.

CHEN, L.; DUAN, Y.; LIU, M.; ZHAO, C. Slip flow of coal water slurries in pipelines. **Fuel**, v. 89, p. 1119-1126, 2010.

CHHABRA, R.P.; RICHARDSON, J.F. **Non-Newtonian flow in the process industries: fundamentals and engineering applications**. Oxford: Butterworth; Boston: Heinemann, 1999. 436 p.

CHILTON, R.A.; STAINSBY, R. Pressure loss equations for laminar and turbulent non-Newtonian pipe flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 124, p. 522-529, 1998.

CHIU, C.L.; CHIOU, J.D. Structure of 3-D flow in rectangular open channels. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 112, p. 1050-1067, 1986.

CHIU, C.L. Entropy and probability concepts in hydraulics. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 113, p.583-599, 1987.

CHIU, C.L. Entropy and 2-D velocity distribution in open channels. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 114, p.738-756, 1988.

CHIU, C.L. Velocity distribution in open channel flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 115, p.576-594, 1989.

CHIU, C.L.; LIN, G.F.; LU, J.M. Application of probability and entropy concepts in pipe-flow study. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 119, p.742-756, 1993.

CHIU, C.L.; SAID, C.A.A. Maximum and mean velocities and entropy in open-channel flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 121, p. 26-35, 1995.

CHIU, C.L.; HSU, S.M. Probabilistic approach to modeling of velocity distributions in fluid flows. **Journal of Hydrology**, v.316, p. 28 – 42, 2006.

COUSSOT, P. **Rheometry of pastes, suspensions and granular materials: applications in industry and environment**. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005. 291 p.

COUSSOT, P.; ANCEY, C. Rheophysical classification of concentrated suspensions and granular pastes. **Physical Review E**, v. 59, p. 4445-4457, 1999.

CRUZ, N.; PENG, Y. Rheology measurements for flotation slurries with high clay contents – A critical review. **Minerals Engineering**, v. 98, p. 137-150, 2016.

DODGE, D.W.; METZNER, A.B. Turbulent flow of non-Newtonian systems. **A.I.Ch.E. Journal**, v. 5, p. 189-204, 1959.

DZUY, N.Q.; BOGER, D.V. Yield stress measurement for concentrated suspensions. **Journal of Rheology**, v. 27, p. 321-349, 1983.

ESHTIAGHI, N.; MARKIS, F.; YAP, S.D.; BAUDEZ, J.C.; SLATTER, P. Rheological characterization of municipal sludge: a review. **Water Research**, v. 47, p. 5493-5510, 2013.

FANGARY, Y.S.; ABDEL GHANI, A.S.; EL HAGGAR, S.M.; WILLIAMS, R.A. The effect of fine particles on slurry transport processes. **Minerals Engineering**, v. 10, p. 427 – 439, 1997.

FOX, R.W.; MCDONALD, A.T.; PRITCHARD, P.J. **Introdução à mecânica dos fluidos**. Rio de Janeiro, LTC, 2006. 798 p.

GIGUÈRE, R.; FRADETTE, L.; MIGNON, D.; TANGUY, P.A. Analysis of slurry flow regimes downstream of a pipe bend. **Chemical Engineering Research and Design**, v. 87, p. 943-950, 2009.

GROISMAN, A.; STEINBERG, V. Elastic turbulence in a polymer solution flow. **Nature**, v. 405, p. 53-55, 2000.

GÜRGEN, S.; KUŞHAN, M.C.; LI, W. Shear thickening fluids in protective applications: a review. **Progress in Polymer Science**, v. 75, p. 48-72, 2017.

HASANZADEH, M.; MOTTAGHITALAB, V. The role of shear-thickening fluids (STFs) in ballistic and stab-resistance improvement of flexible armor. **Journal of Materials Engineering and Performance**, v. 23, p. 1182-1196, 2014.

HOFFMAN, R.L. Discontinuous and dilatant viscosity behavior in concentrated suspensions. **Transactions of the Society of Rheology**, v. 16, p. 155 – 173, 1972.

HOFFMAN, R.L. Explanations for the cause of shear thickening in concentrated colloidal suspensions. **Journal of Rheology**, v. 42, p. 111-123, 1998.

JENNINGS JR, H.Y. Effect of surfactants on the rheology of hematite slurries. **Journal of the American Oil Chemists' Society**, v. 46, p. 642-644, 1969.

KAWATRA, S.K.; BAKSHI, A.K. On-line viscometry in particulate processing. **Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review: An International Journal**, v. 14, p. 249-273, 1995.

KAWATRA, S.K.; BAKSHI, A.K. On-line measurement of viscosity and determination of flow types for mineral suspensions. **International Journal of Mineral Processing**, v. 47, p. 275-283, 1996.

KAWATRA, S.K.; BAKSHI, A.K.; EISELE, T.C. An on-line pressure vessel rheometer for slurries. **Powder Technology**, v. 105. p. 418-423, 1999.

KELESSIDIS, V.C.; MAGLIONE, R. Yield stress of water–bentonite dispersions. **Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects**, v. 318, p. 217-226, 2008.

KHELIFI, S.; FÜNFSCHILLING, D.; LI, H.Z.; LAPICQUE, F. Rheology and sedimentation velocity of alkaline suspensions of hematite particles at elevated temperature. **Chemical Engineering and Processing: Process Intensification**, v. 70, p. 233 – 240, 2013.

KITANOVSKI, A.; VUARNOZ, D.; ATA-CAESAR, D.; EGOLF, P.W.; HANSEN, T.M.; DOETSCH, C. The fluid dynamics of ice slurry. **International Journal of Refrigeration**, v. 28, p. 37–50, 2005.

KLEIN, B.; PARTRIDGE, S.J.; LASKOWSKI, J.S. Rheology of unstable mineral suspensions. **Coal Preparation**, v. 8, p. 123-134, 1990.

KLEIN, B.; LASKOWSKI, J.S.; PARTRIDGE, S.J. A new viscometer for rheological measurements on settling suspensions. **Journal of Rheology**, v. 39, p. 827-840, 1995.

KLEIN, B.; LASKOWSKI, J.S. Rheological measurements on settling suspensions: characterization of a cyanide leach pulp. **Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review**, v. 20, p. 41-55, 1999.

KUMBHAKAR, M.; KUNDU, S.; GHOSHAL, K. An explicit analytical expression for bed-load layer thickness based on maximum entropy principle. **Physics Letters A**, v. 382, p. 2297-2304, 2018.

KWON, T.H.; AHN, S.Y. Slip characterization of powder/binder mixtures and its significance in the filling process analysis of powder injection molding. **Powder Technology**, v. 85, p. 45-55, 1995.

LAM, Y.C.; WANG, Z.Y.; CHEN, X.; JOSHI, S.C. Wall slip of concentrated suspension melts in capillary flows. **Powder Technology**, v. 177, p. 162-169, 2007.

LASHGARI, I.; PICANO, F.; BREUGEM, W.P.; BRANDT, L. Laminar, turbulent, and inertial shear-thickening regimes in channel flow of neutrally buoyant particle suspensions. **Physical Review Letters**, v. 113, n. 2517, p. 1-5, Dec. 2014. Article n° 254502.

LIMA, L.F.M. **Termo de atrito em escoamento transitório para condutos forçados**. 2006. 131 f. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

LOUZADA, J.C.G.; SOUZA PINTO, T.C.; SOUZA, P.A.; LEAL FILHO, L.S. **Método para determinação da taxa de cisalhamento e da viscosidade aparente de suspensões sólidos particulados**. BR 10 2021 017605 9. Depósito: 3 set. 2021.

LOUZADA, J.C.G.; SOUZA PINTO, T.C.; MEIER, R.G.; SOUZA, P.A.; LEAL FILHO, L.S. Entropic friction factor modeling for mineral slurry flow in pressurized pipes. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.147, n. 121, p. 1-6, Dec. 2021. Article n° 06021018.

LU, P.; ZHANG, M. Resistance properties of coal-water paste flowing in pipes. **Fuel**, v. 81, p. 877-881, 2002.

MACHADO, J.C.V. **Reologia e escoamento de fluidos: ênfase na indústria do petróleo**. Rio de Janeiro: Interciência, 2002. 257 p.

MACOSKO, C.W. **Rheology: principles, measurements, and applications**. New York, Wiley – VCH, 1994. 578 p.

MA, X.; DUAN, Y.; LI, H. Wall slip and rheological behavior of petroleum-coke sludge slurries flowing in pipelines. **Powder Technology**, v. 230, p. 127-133, 2012.

MARTIN, P.J.; WILSON, D.I. A critical assessment of the Jastrzebski interface condition for the capillary flow of pastes, foams and polymers. **Chemical Engineering Science**, v. 60, p. 493-502, 2005.

MCCABE, W.L.; SMITH, J.C.; HARRIOT, P. **Unit operations of chemical engineering**. New York: McGraw Hill, 1993. 1130 p.

MCKEON, B.J.; SWANSON, C.J.; ZAGAROLA, M.V.; DONNELLY, R.J.; SMITS, A.J. Friction factors for smooth pipe flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 511, p. 41-44, 2004.

MCKEON, B.J.; ZAGAROLA, M.V.; SMITS, A.J. A new friction factor relationship for fully developed pipe flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 538, p. 429-443, 2005.

MELORIE, A.K.; KAUSHAL, D.R. Experimental investigations of the effect of chemical additives on the rheological properties of highly concentrated iron ore slurries. **Kona Powder and Particle Journal**, v. 35, p. 186-199, 2018.

MELROSE, J.R.; BALL, R.C. Continuous shear thickening transitions in model concentrated colloids - The role of interparticle forces. **Journal of Rheology**, v. 48, p. 937-960, 2004.

METZNER, A.B.; REED, J.C. Flow of non-Newtonian fluids – Correlation of the laminar, transition and turbulent-flow regions. **A.I.Ch.E. Journal**, v. 1, p. 434-440, 1955.

MEZGER, T.G. **The rheology handbook**. Hannover: Vincentz Network, 2006. 299 p.

MOONEY, M. Explicit formulas for slip and fluidity. **Journal of Rheology**, v. 2, p. 210-222, 1931.

MORAES, A.G. **Entropia máxima na modelação do fator de atrito (f) de escoamento forçado**. 2009. 145 p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

MORRIS, J.F. Shear thickening of concentrated suspensions: recent developments and relation to other phenomena. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 52, p. 121-144, 2020.

MURSHED, S.M.S.; ESTELLÉ, P. A state of the art review on viscosity of nanofluids. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 76, p. 1134-1152, 2017.

NIEUWSTADT, F.T.M.; BOERSMA, B.J.; WESTERWEEL, J. **Turbulence - introduction to theory and applications of turbulent flows**. [s. L.]: Springer, 2016. 284 p.

NIKURADSE, J. **Laws of flow in rough pipe**. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 1950. (Technical Memorandum, nº 1292). Versão em inglês do original “Stromungsgesetze in rauhen Rohren” VDI-Caderno 361, v.4, July/August 1933.

NOVOPASHIN, S.A.; MURIEL, A. Is the critical Reynolds number a universal constant? **Engineering Turbulence Modelling and Experiments**, v. 5, p. 547-553, 2002.

PEKER, S.M.; HELVACI, Ş.Ş. **Solid-liquid two phase flow**. Amsterdam: Elsevier, 2008. 535 p.

PETERS, I.R.; MAJUMDAR, S.; JAEGER, H.M. Direct observation of dynamic shear jamming in dense suspensions. **Nature**, v. 532, p. 214-217, 2016.

RAHMAN, N.A.A.; FOWLER, A.; MARTIN, P.J. Wall slip and viscous dissipation in ice cream pipe rheometry. **Journal of Food Engineering**, v. 119, p. 731-737, 2013.

RAMOS-TEJADA, M.M.; ONTIVEROS, A.; VIOTA, J.L.; DURÁN, J.D.G. Interfacial and rheological properties of humic acid/hematite suspensions. **Journal of Colloid and Interface Science**, v. 268, p. 85-95, 2003.

RAO, N.D.; THATOI, D.N.; BISWAL, S.K. Rheological study and numerical analysis of high concentration iron ore slurry pipeline transportation. **Materials Today: Proceedings**, v. 22, p. 3197-3202, 2020.

ROSCOE, R. The viscosity of suspensions of rigid spheres. **British Journal of Applied Physics**, v. 3, p. 267-269, 1952.

SAHOO, B.K.; DAS, T.K.; GUPTA, A.; DE, S.; CARSKY, M.; MEIKAP, B.C. Application of response surface analysis to iron ore slurry rheology using microwave pre-treatment. **South African Journal of Chemical Engineering**, v. 23, p. 81-90, 2017.

SALUNKHE, A.A.; OVERNEY, R.M.; BERG, J.C. The use of boundary lubricants for the reduction of shear thickening and jamming in abrasive particle slurries. **Colloids and Surfaces A**, v. 537, p. 13-19, 2018.

SCHRAMM, G. **A Practical approach to rheology and rheometry**. Karlsruhe: Thermo Haake Rheology, 2000. 291 p.

SENAPATI, P.K.; MISHRA, B.K. Rheological characterization of concentrated jarosite waste suspensions using Couette e rheometry techniques. **Powder Technology**, v. 263, p. 58-65, 2014.

SETO, R.; MARI, R.; MORRIS, J.F.; DENN, M.M. Discontinuous shear thickening of frictional hard-sphere suspensions. **Physical Review Letters**, v. 111, p. 1-5, Nov. 2013. Article n° 218301.

SHAHEEN, E. Rheological study of viscosities and pipeline flow of concentrated slurries. **Powder Technology**, v. 5, p. 245-256, 1971.

SHANNON, C.E. A mathematical theory of communication. **The Bell System Technical Journal**, v. 27, p. 379-423, 1948.

SHI, F.N.; NAPIER-MUNN, T.J. Measuring the rheology of slurries using an on-line viscometer. **International Journal of Mineral Processing**, v.47. p. 153-176, 1996.

SHI, F. Determination of ferrosilicon medium rheology and stability. **Minerals Engineering**, v. 98, p. 60-70, 2016.

SINGH, M.; KUMAR, S.; KUMAR, S.; NANDAN, G.; GUPTA, M. Characterization of Iron-ore suspension at In-situ conditions. **Materials Today: Proceedings**, v. 5, p. 17845-17851, 2018.

SINGH, V.P.; SINGH, K. Derivation of the Pearson type (PT) III distribution by using the Principle of Maximum Entropy (POME). **Journal of Hydrology**, v. 80, p. 197-214, 1985.

SINGH, V.P. The use of entropy in hydrology and water resources. **Hydrological Processes**, v. 11, p. 587-626, 1997.

SINGH, V.P. Hydrologic synthesis using entropy theory: review. **Journal of Hydrologic Engineering**, v.16, p. 421-433, 2011.

SINGH, V.P. **Entropy theory in hydraulic engineering: an introduction**. Reston: American Society of Civil Engineers, 2014. 785 p.

SISKO, A.W. The flow of lubricating greases. **Industrial Engineering Chemistry**, v. 50, p. 1789-1792, 1958.

SLATTER, P.T. The role of rheology in the pipelining of mineral slurries. **Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review: An International Journal**, v. 20, p. 281-300, 2000.

SLATTER, P.T. The rheological characterization of sludges. **Water Science Technology**, v. 36, p. 9-18, 1997.

SONUGA, J.O. Principle of maximum entropy in hydrologic frequency analysis. **Journal of Hydrology**, v. 17, p. 177-191, 1972.

SMITH, J.M.; VAN NESS, H.C.; ABBOTT, M.M. **Introdução à termodinâmica da engenharia química**. Rio de Janeiro: LTC, 2000. 697 p.

SOUZA PINTO, T.C. **Modelagem da velocidade crítica de transporte de polpas minerais contendo partículas grossas**. 2012. 191 p. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

SOUZA PINTO, T.C.; MORAES JUNIOR, D.; SLATTER, P.T.; LEAL FILHO, L.S. Modelling the critical velocity for heterogeneous flow of mineral slurries. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 65, p. 31-37, 2014.

SOUZA, P.A.; MORAES, E.L. The flow resistance factor treated by the Maximum Entropy Principle. **International Journal of Hydraulic Engineering**, v. 6, p. 1-8, 2017.

STICKEL, J.J.; POWELL, R.L. Fluid mechanics and rheology of dense suspensions. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 37, p. 129-149, 2005.

SWANSON, C.J.; JULIAN, B.; IHAS, G.G.; DONNELLY, R.J. Pipe flow measurements over a wide range of Reynolds numbers using liquid helium and various gases. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 461, p. 51-60, 2002.

TALER, D. Determining velocity and friction factor for turbulent flow in smooth tubes. **International Journal of Thermal Sciences**, v. 105, p. 109-122, 2016.

THOMAS, A.D. Scale-up methods for pipeline transport of slurries. **International Journal of Mineral Processing**, v. 3, p. 51-69, 1976.

TURIAN, R.M.; HSU, F.L.; MA, T.W. Estimation of the critical velocity in pipeline flow of slurries. **Powder Technology**, v. 51, p. 35-47, 1987.

TURIAN, R.M.; MA, T.W.; HSU, F.L.G.; SUNG, D.J. Characterization, settling, and rheology, of concentrated fine particulate mineral slurries. **Powder Technology**, v. 93, p. 219-233, 1997.

VIEIRA, M.G.; PERES, A.E.C. Effect of rheology and dispersion degree on the regrinding of an iron ore concentrate. **Journal of Materials Research and Technology**, v. 2, p. 332-339, 2013.

WASP, E.J.; KENNY, J.P.; GANDHI, R.L. **Solid-liquid flow slurry pipeline transportation**. 3. ed. Clausthal: Trans Tech Publications, 1977. 224 p. (Series on Bulk Materials Handling, v. 1 (1975/77), n.4).

WILSON, K.C.; ADDIE, G.R.; SELLGREN, A.; CLIFT, R. **Slurry transport using centrifugal pumps**. New York: Springer, 2006. 432 p.

YANG, X., ALDRICH, C. Rheology of aqueous magnetite suspensions in uniform magnetic fields. **International Journal of Mineral Processing**, v. 77, p. 95-103, 2005.

YOSHIMURA, A.; PREUD'HOMME, R. K. Wall slip corrections for Couette and Parallel Disk viscometers. **Journal of Rheology**, v. 32, p. 53-67, 1988.

ZAGAROLA, M.V.; SMITS, A.J. Mean-flow scaling of turbulent pipe flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 373, p. 33-79, 1998.

ZEGHADNIA, L.; ROBERT, J.L.; ACHOUR, B. Explicit solutions for turbulent flow friction factor: A review, assessment and approaches classification. **Ain Shams Engineering Journal**, v.10, p. 243-252, 2019.

ZHOU, J.; SHEN, Z.; LIANG, Q.; XU, J.; LIU, H. A new prediction method for the viscosity of the molten coal slag. Part 1: The effect of particle morphology on the suspension viscosity. **Fuel**, v. 220, p. 296-302, 2018.

ZHOU, Z.; SCALES, P.J.; BOGER, D.V. Chemical and physical control of the rheology of concentrated metal oxide suspensions. **Chemical Engineering Science**, v. 56, p. 2901-2920, 2001.

APÊNDICE A

Dedução do equacionamento referente ao Princípio da Entropia Máxima para condutos forçados

A1. Distribuição de Velocidades para Condutos Forçados

v) Como já mencionado no presente trabalho, a velocidade média de escoamento, aqui designada por u , é a variável aleatória. Portanto, a entropia de Shannon, $H(u)$, para a função densidade de probabilidade de u , $f(u)$, é expressa de acordo com a Equação A1 (CHIU, 1989).

$$H(u) = - \int_0^{u_{max}} f(u) \ln f(u) du \quad (A1)$$

O processo de maximização requer a definição das restrições. Nesta discussão serão consideradas duas restrições, sendo a primeira (C_0) relacionada à probabilidade total e a segunda (C_1) associada ao princípio de conservação da massa. As Equações (A2) e (A3) definem as restrições.

$$C_0 = \int_0^{u_{max}} f(u) du = 1 \quad (A2)$$

$$C_1 = \int_0^{u_{max}} uf(u) du = \bar{u} \quad (A3)$$

Sendo \bar{u} a velocidade média de escoamento. Visto que o processo de maximização recorre ao método dos multiplicadores de Lagrange, é necessário obter a função Lagrangeana (\mathcal{L}), a qual é definida, em função das duas restrições supracitadas, pela Equação A4 (SINGH, 2014)

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & - \int_0^{u_{max}} f(u) \ln[f(u)] du + \lambda_1 \left[\int_0^{u_{max}} f(u) du - 1 \right] \\ & + \lambda_2 \left[\int_0^{u_{max}} uf(u) du - \bar{u} \right] \end{aligned} \quad (A4)$$

Sendo λ_1 e λ_2 os multiplicadores de Lagrange, associados às restrições. Derivando-se a Lagrangeana em relação à função densidade de probabilidade e igualando-se a zero, é possível obter a Equação A5.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial f(u)} = -\{1 + \ln[f(u)]\} + \lambda_1 + \lambda_2 u = 0 \quad (\text{A5})$$

A Equação (A5) permite determinar a função densidade de probabilidade de u em função dos multiplicadores de Lagrange λ_1 e λ_2 , conforme apresentado pela Equação A6.

$$f(u) = e^{[(\lambda_1-1)+\lambda_2 u]} \quad (\text{A6})$$

Para se determinar os multiplicadores é imprescindível recorrer às restrições. Deste modo, a substituição da expressão (A6) na Equação (A2) resulta na Equação A7.

$$\int_0^{u_{max}} f(u) du = \int_0^{u_{max}} e^{[(\lambda_1-1)+\lambda_2 u]} du = 1 \quad (\text{A7})$$

E conseqüentemente na Equação A8.

$$e^{(\lambda_1-1)} = \frac{\lambda_2}{[e^{(\lambda_2 u_{max})} - 1]} \quad (\text{A8})$$

A fim de se obter a relação entre as velocidades média e máxima se faz necessário recorrer à segunda restrição, substituindo-se a Equação (A6) na Equação (A3), resultando na Equação A9.

$$\int_0^{u_{max}} u f(u) du = \int_0^{u_{max}} u e^{[(\lambda_1-1)+\lambda_2 u]} du = e^{(\lambda_1-1)} \int_0^{u_{max}} u e^{\lambda_2 u} du = \bar{u} \quad (\text{A9})$$

Resolvendo-se a integral da Equação (A9) por partes, obtém-se a expressão da velocidade média em função dos multiplicadores de Lagrange, de acordo com a Equação A10.

$$\bar{u} = e^{(\lambda_1-1)} \left\{ \frac{u_{max} e^{(\lambda_2 u_{max})}}{\lambda_2} - \frac{[e^{(\lambda_2 u_{max})} - 1]}{\lambda_2^2} \right\} \quad (\text{A10})$$

O termo $e^{(\lambda_1-1)}$ é definido pela Equação (A8), a qual deve ser substituída na Equação (A10) para que se possa expressar a velocidade somente em função do multiplicador λ_2 , de acordo com a Equação A11.

$$\bar{u} = \frac{\lambda_2}{[e^{(\lambda_2 u_{max})} - 1]} \left\{ \frac{u_{max} e^{(\lambda_2 u_{max})}}{\lambda_2} - \frac{[e^{(\lambda_2 u_{max})} - 1]}{\lambda_2^2} \right\} \quad (A11)$$

Ou, alternativamente, conforme apresentado pela Equação A12.

$$\bar{u} = \frac{u_{max} e^{(\lambda_2 u_{max})}}{[e^{(\lambda_2 u_{max})} - 1]} - \frac{1}{\lambda_2} \quad (A12)$$

Chiu definiu o produto $(\lambda_2 u_{max})$ como número de Entropia (M), sendo este um parâmetro modelador do perfil de velocidades. Deste modo, a Equação (A12) pode ser escrita em função do referido parâmetro, multiplicando-se o numerador e denominador do termo $(1/\lambda_2)$ por u_{max} , conforme mostrado na Equação A13.

$$\bar{u} = \frac{u_{max} e^{(\lambda_2 u_{max})}}{[e^{(\lambda_2 u_{max})} - 1]} - \frac{u_{max}}{\lambda_2 u_{max}} \quad (A13)$$

Ou alternativamente apresentado pela Equação A14(CHIU; LIN; LU, 1993; SINGH, 1997).

$$\frac{\bar{u}}{u_{max}} = \frac{e^M}{e^M - 1} - \frac{1}{M} \quad (A14)$$

A Equação (A14) é absolutamente conceitual, podendo ser empregada para escoamentos em canais abertos e tubos.

Em seu relevante trabalho, no qual propõe o perfil de velocidade entrópico para condutos forçados, Chiu, Lin e Lu (1993) utiliza coordenadas adimensionais e define a distribuição de velocidade acumulada, $F(u)$, de acordo com a Equação A15.

$$F(u) = \left(\frac{\xi - \xi_o}{\xi_{max} - \xi_o} \right) = \int_0^u f(u) du \quad (A15)$$

A função densidade de probabilidade de u é definida a partir da Equação A16.

$$f(u) = \frac{dF(u)}{du} = \frac{\left(\frac{d\xi}{du} \right)}{(\xi_{max} - \xi_o)} \quad (A16)$$

Igualando-se as Equações (A6) e (A16) tem-se a Equação A17.

$$\left(\frac{d\xi}{du}\right) = (\xi_{max} - \xi_o)e^{[(\lambda_1-1)+\lambda_2u]} \quad (A17)$$

A Equação diferencial (A17) é resolvida por separação de variáveis e subsequente integração, conforme demonstrados pelas Equações A18 e A19.

$$\int \frac{d\xi}{(\xi_{max} - \xi_o)} = \int e^{[(\lambda_1-1)+\lambda_2u]} du \quad (A18)$$

$$\frac{\xi}{(\xi_{max} - \xi_o)} = e^{(\lambda_1-1)} \left(\frac{e^{\lambda_2u}}{\lambda_2}\right) + C \quad (A19)$$

Para $u = 0$, $\xi = \xi_o$ e a partir desta condição de contorno, a constante de integração pode ser determinada, de acordo com a Equação A20.

$$C = \frac{\xi_o}{(\xi_{max} - \xi_o)} - \frac{e^{(\lambda_1-1)}}{\lambda_2} \quad (A20)$$

E, conseqüentemente, a Equação (A19) pode ser expressa de acordo com a Equação A21.

$$\left(\frac{\xi - \xi_o}{\xi_{max} - \xi_o}\right) = \frac{e^{(\lambda_1-1)}}{\lambda_2} [e^{\lambda_2u} - 1] \quad (A21)$$

Explicitando-se u na Equação (A21), é possível obter a variável aleatória em função dos dois multiplicadores de Lagrange, conforme apresentado na Equação A22.

$$u = \left(\frac{1}{\lambda_2}\right) \ln \left[1 + \frac{\lambda_2}{e^{(\lambda_1-1)}} \left(\frac{\xi - \xi_o}{\xi_{max} - \xi_o}\right)\right] \quad (A22)$$

A Equação (A22) deve ser expressa somente em função de λ_2 . Tal propósito é alcançado substituindo-se a Eq (A8) em (A22), a fim de se obter a Equação A23.

$$u = \left(\frac{1}{\lambda_2}\right) \ln \left[1 + [e^{(\lambda_2u_{max})} - 1] \left(\frac{\xi - \xi_o}{\xi_{max} - \xi_o}\right)\right] \quad (A23)$$

Como já mencionado, Chiu definiu o produto (λ_2u_{max}) como o parâmetro de entropia (M). Deste modo, multiplicando-se os dois membros da Equação (A23) por $(1/u_{max})$, é possível determinar a distribuição de velocidade entrópica (CHIU, 1988; CHIU; SAID, 1995) em função das coordenadas isovelozes, segundo a Equação A24.

$$\frac{u_E(\xi)}{u_{max}} = \left(\frac{1}{M}\right) \ln \left[1 + [e^M - 1] \left(\frac{\xi - \xi_o}{\xi_{max} - \xi_o} \right) \right] \quad (A24)$$

Visto que ξ é definida pela Equação A25 (CHIU; SAID, 1995), o perfil de velocidade entrópico em função da distância radial é definido de acordo com a Equação A26.

$$\xi = \frac{\pi R^2 - \pi r^2}{\pi R^2}, \quad \xi_o = 0 \quad \text{e} \quad \xi_{max} = 1 \quad (A25)$$

$$\frac{u_E(r)}{u_{max}} = \left(\frac{1}{M}\right) \ln \left[1 + [e^M - 1] \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \right] \quad (A26)$$

Como já mencionado, a Equação (A26) é um modelo conceitual que não traz consigo nenhuma inconsistência.

A2. Gradiente de Velocidade

A derivação do perfil de velocidade em relação à distância radial fornece:

$$\left(\frac{du_E}{dr}\right) = \left(\frac{u_{max}}{M}\right) \frac{(e^M - 1)}{\left[1 + (e^M - 1) \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\right]} \left(\frac{-2r}{R^2}\right) \quad (A27)$$

A caracterização reológica de qualquer substância envolve a determinação da taxa de cisalhamento na parede sendo esta, definida a partir da Equação (A28).

$$\left(\frac{du_E}{dr}\right)_{r=R} = \frac{-2u_{max}(e^M - 1)}{MR} \quad (A28)$$

Em dispositivos tubulares é usual medir a velocidade média de escoamento e, por esta razão, é conveniente expressar a Equação (A28) em função da mesma. Graças à Equação (A14), que representa a relação funcional entrópica entre as velocidades máxima e média, é possível obter a seguinte expressão para a taxa de cisalhamento na parede (LOUZADA *et al.* 2021), definida pela Equação A.29.

$$\left(-\frac{du_E}{dr}\right)_{r=R} = \left(\frac{8\bar{u}}{D}\right) \left\{ \frac{(e^M - 1)^2}{[2(Me^M - e^M + 1)]} \right\} \quad (A29)$$

Sendo:

R e D o raio e o diâmetro do tubo, respectivamente;

\bar{u} a velocidade média de escoamento.

A estrutura algébrica da Equação (A29) é particularmente interessante. O termo $8\bar{u}/D$ corresponde à taxa de cisalhamento para fluidos Newtonianos e o termo entrópico é o fator de correção para fluidos não-Newtonianos, análogo ao fator corretivo do modelo de Rabinowitsch-Mooney.

A3. Fator de Atrito Entrópico Conceitual

Para o equacionamento do fator de atrito entrópico é necessário reportar a definição da tensão de cisalhamento na parede (CHIU et al. 1993):

$$\tau_w = \rho \varepsilon_o \left(-\frac{du_E}{dr} \right)_{r=R} = \rho \varepsilon_o \left(\frac{8\bar{u}}{D} \right) \left\{ \frac{(e^M - 1)^2}{[2(Me^M - e^M + 1)]} \right\} \quad (\text{A30})$$

Sendo:

ρ a massa específica;

ε_o o coeficiente de transferência de momento na parede.

Da equação universal de Darcy-Weinsback, temos:

$$\Delta H = \frac{\Delta P}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{\bar{u}^2}{2g} \quad (\text{A31})$$

Em que:

ΔH é a perda de carga;

$\left(\frac{\Delta P}{L} \right)$ é o gradiente de pressão;

f é o fator de atrito;

\bar{u} é a velocidade média de escoamento;

ρ é a massa específica do fluido;

D é o diâmetro;

Além disso, a tensão de cisalhamento na parede está relacionada ao gradiente de pressão por:

$$\tau_w = \left(\frac{\Delta P}{L} \right) \left(\frac{D}{4} \right) \quad (\text{A32})$$

Substituindo-se (A32) em (A31) tem-se:

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho\bar{u}^2} \quad (\text{A33})$$

O fator de atrito entrópico é obtido substituindo-se (A30) em (A33):

$$f_E = \frac{8}{\rho\bar{u}^2} \rho\varepsilon_o \left(\frac{8\bar{u}}{D}\right) \left\{ \frac{(e^M - 1)^2}{[2(Me^M - e^M + 1)]} \right\} \quad (\text{A34})$$

Procedendo-se as simplificações e multiplicando-se numerador e denominador pela viscosidade cinemática, ν , chega-se a:

$$f_E = \left(\frac{32}{Re}\right) \left(\frac{\varepsilon_o}{\nu}\right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)} \right] \quad (\text{A35})$$

Para escoamento laminar ou turbulento com subcamada viscosa o coeficiente de transferência de momento na parede é igual à viscosidade cinemática, de modo que a Equação (A35) se reduz a Equação A36 (SOUZA; MORAES, 2017).

$$f_E = \left(\frac{32}{Re_a}\right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)} \right] \quad (\text{A36})$$

A4. Fator de atrito entrópico desenvolvido a partir do modelo de velocidade proposto por Nikuradse

A distribuição de velocidade empírica proposta por Nikuradse é dada por (CHIU, LIN e LU, 1993):

$$\frac{\bar{u}}{u_{max}} = 1,17 \left[1 + 9,02 \left(\frac{u^*}{\bar{u}} \right) \right]^{-1} \quad (\text{A37})$$

A expressão do fator de atrito em função unicamente do parâmetro M é obtida substituindo-se o modelo conceitual representado pela Equação (A14) e (A38) em (A37):

$$\frac{e^M}{e^M - 1} - \frac{1}{M} = 1,17 \left[1 + 9,02 \left(\sqrt{\frac{f}{8}} \right) \right]^{-1} \quad (\text{A38})$$

Explicitando-se o fator de atrito, após a manipulação algébrica, tem-se (CHIU, LIN e LU, 1993):

$$f = 0,0983 \left[\frac{0,17Me^M + e^M - 1,17M - 1}{Me^M - e^M + 1} \right]^2 \quad (\text{A39})$$

APÊNDICE B

B1. Consistência dos Modelos Entrópicos

No que diz respeito ao perfil de velocidades representado pela Equação 2.71, a velocidade é máxima no eixo do tubo e nula na parede, ou seja, $u(0) = u_{max}$ e $u(R) = 0$. Ademais, aplicando-se o limite quando M tende a zero, obtém-se a seguinte indeterminação:

$$\lim_{M \rightarrow 0} u = \lim_{M \rightarrow 0} \left(\frac{u_{max}}{M} \right) \ln \left\{ 1 + [e^M - 1] \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \right\} = \frac{0}{0} \quad (B1)$$

Aplicando-se a regra de L'Hopital à Equação (2.85) e tomando-se novamente o limite, é possível obter o perfil de velocidades para regime laminar, representado pela Equação (2.91):

$$\lim_{M \rightarrow 0} u = u_{max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (B2)$$

No que concerne ao gradiente de velocidade (Equação 2.73), o mesmo é nulo no eixo do tubo e possui um valor finito na parede do conduto.

A consistência da Equação 2.75, que relaciona as velocidades média e máxima, também foi demonstrada por Chiu, Lin e Lu (1993). Tomando-se o limite quando o parâmetro M tende a zero, obtém-se a seguinte indeterminação:

$$\lim_{M \rightarrow 0} \left(\frac{\bar{u}}{u_{max}} \right) = \lim_{M \rightarrow 0} \left[\frac{e^M}{(e^M - 1)} - \frac{1}{M} \right] = \frac{0}{0} \quad (B3)$$

Recorrendo-se à regra de L'Hopital, aplicada duas vezes, é possível obter a clássica relação entre as velocidades média e máxima:

$$\lim_{M \rightarrow 0} \left(\frac{\bar{u}}{u_{max}} \right) = \frac{1}{2} \quad (B4)$$

Portanto a Equação (2.75) se converte na Equação 2.13 quando o parâmetro de entropia tende à zero, ou seja, em regime laminar.

Por outro lado, em condições de máxima turbulência ($M \rightarrow \infty$), tem-se:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \left(\frac{\bar{u}}{u_{max}} \right) = \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\frac{e^M}{(e^M - 1)} - \frac{1}{M} \right] = \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\frac{Me^M - e^M + 1}{M(e^M - 1)} \right] = \frac{\infty}{\infty} \quad (B5)$$

A indeterminação revelada pela Equação (B5) é superada aplicando-se a regra de L'Hopital três vezes, conforme mostrado pelas Equações (2.95), (2.96) e (2.97):

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \left(\frac{\bar{u}}{u_{max}} \right) = \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\frac{Me^M}{Me^M + e^M - 1} \right] = \frac{\infty}{\infty} \quad (B6)$$

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \left(\frac{\bar{u}}{u_{max}} \right) = \lim_{M \rightarrow \infty} \left[\frac{1 + M}{2 + M} \right] = \frac{\infty}{\infty} \quad (B7)$$

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \left(\frac{\bar{u}}{u_{max}} \right) = 1 \quad (B8)$$

Dessa forma, é demonstrado a partir da Equação (B8) que em fluxo maximamente turbulento ($M \rightarrow \infty$), a distribuição de velocidade se torna uniforme, ou seja, $\bar{u} = u_{max}$.

A discussão presente estende-se à análise do fator de atrito entrópico expresso pela Equação 2.81. Ao aplicar o limite quando M tende a zero, o resultado também é uma indeterminação:

$$\lim_{M \rightarrow 0} f_E = \lim_{M \rightarrow 0} \left(\frac{32}{Re_a} \right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)} \right] = \frac{0}{0} \quad (B9)$$

A regra de L'Hopital, aplicada duas vezes, elimina tal indeterminação e permite obter a consagrada expressão para o fator de atrito de Darcy-Weisbach para escoamento laminar:

$$\lim_{M \rightarrow 0} f_E = \frac{64}{Re} \quad (B10)$$

A robustez e a consistência do PEM também se reverberam na possibilidade de obtenção da equação de Darcy-Weisbach a partir dos modelos entrópicos conceituais. A demonstração matemática necessita recorrer à Lei de Newton da viscosidade, em sua forma generalizada, expressa por:

$$\tau_{w(E)} = \eta \left(- \frac{du}{dr} \right) \Big|_{r=R} \quad (B11)$$

Contudo, a tensão e a taxa de cisalhamento na parede são determinadas por:

$$\tau_w = \left(\frac{\Delta P}{L} \right) \cdot \left(\frac{D}{4} \right) \quad \text{e} \quad \left(- \frac{du}{dr} \right) \Big|_{r=R} = \left(\frac{8\bar{u}}{D} \right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{2(Me^M - e^M + 1)} \right]$$

Deste modo a Equação (B11) pode ser reescrita como:

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right) \cdot \left(\frac{D}{4}\right) = \eta \left(\frac{8\bar{u}}{D}\right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{2(Me^M - e^M + 1)}\right] \quad (\text{B12})$$

A perda de carga (ΔH) e a diferença de pressão (ΔP) estão relacionadas por:

$$\Delta H = \frac{\Delta P}{\rho g} \quad (\text{B13})$$

Portanto, a Equação (B12) pode ser expressa em função da perda de carga:

$$\rho g \left(\frac{\Delta H}{L}\right) \cdot \left(\frac{D}{4}\right) = \eta \left(\frac{8\bar{u}}{D}\right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{2(Me^M - e^M + 1)}\right] \quad (\text{B14})$$

Multiplicando-se numerador e denominador da Equação (B14) por \bar{u} e explicitando-se a perda de carga (ΔH) tem-se:

$$\Delta H = 32 \left(\frac{\eta}{\bar{u}D\rho}\right) \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{\bar{u}^2}{2g}\right) \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)}\right] \quad (\text{B15})$$

Ou alternativamente:

$$\Delta H = \left\{ \frac{32}{Re_a} \left[\frac{(e^M - 1)^2}{(Me^M - e^M + 1)}\right] \right\} \left(\frac{L}{D}\right) \left(\frac{\bar{u}^2}{2g}\right) \quad (\text{B16})$$

De fato, a Equação (B16) é a fórmula universal de Darcy-Weisbach, visto que o termo entre chaves corresponde ao fator de atrito entrópico de acordo com a Equação (2.81).

APÊNDICE C

Dados referentes às variáveis de escoamento e reológicas

Tabela C1 – Dados referentes ao escoamento e à reologia da polpa preparada com minério MC a 36,8% de sólidos em massa. O parâmetro de entropia foi determinado a partir do modelo de Louzada *et al.* (2021) definido pela Equação 4.2.

| \bar{u} (m/s) | $\Delta P/L$ (Pa/m) | f | M | $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | Re | η (Pa.s) | u_{max} (m/s) | \bar{u}/u_{max} |
|-----------------|---------------------|---------|------|-------------------------------------|---------------|----------|---------------|-----------------|-------------------|
| 2,34 | 1180,48 | 0,02445 | 4,17 | 2373,24 | 22,90 | 25703,65 | 0,00965 | 3,02 | 0,78 |
| 2,25 | 1097,26 | 0,02465 | 4,14 | 2233,30 | 21,29 | 24986,05 | 0,00953 | 2,91 | 0,77 |
| 2,15 | 1002,40 | 0,02467 | 4,14 | 2129,42 | 19,45 | 24914,98 | 0,00913 | 2,78 | 0,77 |
| 2,04 | 908,56 | 0,02492 | 4,10 | 1968,12 | 17,63 | 24067,01 | 0,00896 | 2,64 | 0,77 |
| 1,94 | 828,77 | 0,02516 | 4,07 | 1827,74 | 16,08 | 23287,41 | 0,00880 | 2,51 | 0,77 |
| 1,82 | 738,01 | 0,02538 | 4,04 | 1682,07 | 14,32 | 22614,15 | 0,00851 | 2,36 | 0,77 |
| 1,71 | 657,53 | 0,02564 | 4,01 | 1541,86 | 12,76 | 21846,92 | 0,00827 | 2,22 | 0,77 |
| 1,62 | 592,81 | 0,02583 | 3,98 | 1433,67 | 11,50 | 21315,87 | 0,00802 | 2,10 | 0,77 |
| 1,49 | 512,33 | 0,02621 | 3,93 | 1279,33 | 9,94 | 20313,73 | 0,00777 | 1,95 | 0,77 |
| 1,39 | 453,08 | 0,02667 | 3,88 | 1146,57 | 8,79 | 19192,23 | 0,00767 | 1,82 | 0,76 |
| 1,28 | 391,78 | 0,02726 | 3,81 | 1004,65 | 7,60 | 17887,46 | 0,00757 | 1,68 | 0,76 |
| 1,18 | 346,58 | 0,02825 | 3,70 | 859,73 | 6,72 | 15985,04 | 0,00782 | 1,57 | 0,76 |
| 1,10 | 314,04 | 0,02939 | 3,58 | 739,86 | 6,09 | 14170,21 | 0,00823 | 1,47 | 0,75 |

Tabela C2 – Dados referentes ao escoamento e à reologia da polpa preparada com minério MC a 36,8% de sólidos em massa. O parâmetro de entropia foi determinado a partir do modelo de Chiu, Lin e Lu (1993) definido pela Equação 2.73.

| \bar{u} (m/s) | $\Delta P/L$ (Pa/m) | f | M | $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | Re | η (Pa.s) | u_{max} (m/s) | \bar{u}/u_{max} |
|-----------------|---------------------|---------|------|-------------------------------------|---------------|----------|---------------|-----------------|-------------------|
| 2,34 | 1180,48 | 0,02445 | 4,29 | 2590,40 | 22,90 | 28055,59 | 0,00884 | 3,00 | 0,78 |
| 2,25 | 1097,26 | 0,02465 | 4,26 | 2440,23 | 21,29 | 27301,07 | 0,00872 | 2,89 | 0,78 |
| 2,15 | 1002,40 | 0,02467 | 4,26 | 2326,96 | 19,45 | 27226,21 | 0,00836 | 2,76 | 0,78 |
| 2,04 | 908,56 | 0,02492 | 4,23 | 2153,36 | 17,63 | 26332,17 | 0,00819 | 2,62 | 0,78 |
| 1,94 | 828,77 | 0,02516 | 4,20 | 2002,00 | 16,08 | 25507,67 | 0,00803 | 2,49 | 0,78 |
| 1,82 | 738,01 | 0,02538 | 4,17 | 1844,21 | 14,32 | 24794,09 | 0,00776 | 2,35 | 0,78 |
| 1,71 | 657,53 | 0,02564 | 4,14 | 1692,29 | 12,76 | 23978,46 | 0,00754 | 2,21 | 0,77 |
| 1,62 | 592,81 | 0,02583 | 4,11 | 1574,70 | 11,50 | 23412,72 | 0,00730 | 2,09 | 0,77 |
| 1,49 | 512,33 | 0,02621 | 4,07 | 1407,08 | 9,94 | 22342,03 | 0,00706 | 1,93 | 0,77 |
| 1,39 | 453,08 | 0,02667 | 4,01 | 1262,86 | 8,79 | 21138,74 | 0,00696 | 1,81 | 0,77 |
| 1,28 | 391,78 | 0,02726 | 3,95 | 1108,24 | 7,60 | 19731,86 | 0,00686 | 1,67 | 0,77 |
| 1,18 | 346,58 | 0,02825 | 3,84 | 950,16 | 6,72 | 17666,44 | 0,00708 | 1,55 | 0,76 |
| 1,10 | 314,04 | 0,02939 | 3,73 | 818,67 | 6,09 | 15679,66 | 0,00744 | 1,46 | 0,76 |

Tabela C3 – Dados referentes ao escoamento e à reologia da polpa preparada com minério MC a 43,6% de sólidos em massa. O parâmetro de entropia foi determinado a partir do modelo de Louzada *et al.* (2021) definido pela Equação 4.2.

| \bar{u} (m/s) | $\Delta P/L$ (Pa/m) | f | M | $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | Re | η (Pa.s) | u_{max} (m/s) | \bar{u}/u_{max} |
|-----------------|---------------------|---------|------|-------------------------------------|---------------|----------|---------------|-----------------|-------------------|
| 2,24 | 1178,08 | 0,02458 | 4,15 | 2236,68 | 22,85 | 25227,47 | 0,01022 | 2,89 | 0,77 |
| 2,14 | 1079,45 | 0,02454 | 4,15 | 2151,44 | 20,94 | 25371,64 | 0,00973 | 2,77 | 0,78 |
| 2,03 | 973,97 | 0,02480 | 4,12 | 1981,06 | 18,90 | 24467,38 | 0,00954 | 2,62 | 0,77 |
| 1,93 | 882,19 | 0,02490 | 4,10 | 1863,39 | 17,11 | 24134,67 | 0,00918 | 2,49 | 0,77 |
| 1,82 | 797,60 | 0,02505 | 4,08 | 1740,68 | 15,47 | 23635,49 | 0,00889 | 2,36 | 0,77 |
| 1,71 | 710,27 | 0,02535 | 4,04 | 1587,16 | 13,78 | 22705,26 | 0,00868 | 2,22 | 0,77 |
| 1,61 | 636,30 | 0,02559 | 4,01 | 1462,16 | 12,34 | 21995,04 | 0,00844 | 2,10 | 0,77 |
| 1,50 | 557,88 | 0,02595 | 3,97 | 1315,75 | 10,82 | 20988,39 | 0,00823 | 1,95 | 0,77 |
| 1,38 | 479,11 | 0,02640 | 3,91 | 1162,32 | 9,29 | 19838,52 | 0,00800 | 1,80 | 0,76 |
| 1,28 | 421,58 | 0,02687 | 3,85 | 1038,54 | 8,18 | 18728,16 | 0,00788 | 1,68 | 0,76 |
| 1,19 | 375,68 | 0,02789 | 3,74 | 887,34 | 7,29 | 16638,82 | 0,00821 | 1,57 | 0,76 |
| 1,11 | 341,44 | 0,02898 | 3,62 | 766,05 | 6,62 | 14780,91 | 0,00865 | 1,48 | 0,75 |

Tabela C4 – Dados referentes ao escoamento e à reologia da polpa preparada com minério MC a 43,6% de sólidos em massa. O parâmetro de entropia foi determinado a partir do modelo de Chiu, Lin e Lu (1993) definido pela Equação 2.73.

| \bar{u} (m/s) | $\Delta P/L$ (Pa/m) | f | M | $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | Re | η (Pa.s) | u_{max} (m/s) | \bar{u}/u_{max} |
|-----------------|---------------------|---------|------|-------------------------------------|---------------|----------|---------------|-----------------|-------------------|
| 2,24 | 1178,08 | 0,02458 | 4,27 | 2443,03 | 22,85 | 27554,86 | 0,00936 | 2,87 | 0,78 |
| 2,14 | 1079,45 | 0,02454 | 4,27 | 2349,43 | 20,94 | 27706,51 | 0,00891 | 2,75 | 0,78 |
| 2,03 | 973,97 | 0,02480 | 4,24 | 2166,25 | 18,90 | 26754,57 | 0,00872 | 2,60 | 0,78 |
| 1,93 | 882,19 | 0,02490 | 4,23 | 2038,57 | 17,11 | 26403,66 | 0,00840 | 2,47 | 0,78 |
| 1,82 | 797,60 | 0,02505 | 4,21 | 1905,68 | 15,47 | 25875,90 | 0,00812 | 2,35 | 0,78 |
| 1,71 | 710,27 | 0,02535 | 4,17 | 1739,94 | 13,78 | 24890,80 | 0,00792 | 2,21 | 0,78 |
| 1,61 | 636,30 | 0,02559 | 4,14 | 1604,50 | 12,34 | 24136,22 | 0,00769 | 2,08 | 0,77 |
| 1,50 | 557,88 | 0,02595 | 4,10 | 1445,82 | 10,82 | 23063,20 | 0,00749 | 1,94 | 0,77 |
| 1,38 | 479,11 | 0,02640 | 4,05 | 1279,16 | 9,29 | 21832,83 | 0,00727 | 1,79 | 0,77 |
| 1,28 | 421,58 | 0,02687 | 3,99 | 1144,51 | 8,18 | 20639,08 | 0,00715 | 1,67 | 0,77 |
| 1,19 | 375,68 | 0,02789 | 3,88 | 980,09 | 7,29 | 18378,18 | 0,00744 | 1,55 | 0,76 |
| 1,11 | 341,44 | 0,02898 | 3,77 | 847,38 | 6,62 | 16350,08 | 0,00782 | 1,46 | 0,76 |

Tabela C5 – Dados referentes ao escoamento e à reologia da polpa preparada com minério MSS a 41,1% de sólidos em massa. O parâmetro de entropia foi determinado a partir do modelo de Louzada *et al.* (2021) definido pela Equação 4.2.

| \bar{u} (m/s) | $\Delta P/L$ (kPa/m) | f | M | $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | Re | η (Pa.s) | u_{max} (m/s) | \bar{u}/u_{max} |
|-----------------|----------------------|---------|------|-------------------------------------|---------------|----------|---------------|-----------------|-------------------|
| 2,80 | 1558,90 | 0,02210 | 4,53 | 3699,47 | 30,24 | 37107,17 | 0,00817 | 3,54 | 0,79 |
| 2,58 | 1326,71 | 0,02214 | 4,52 | 3392,89 | 25,74 | 36859,85 | 0,00759 | 3,27 | 0,79 |
| 2,35 | 1116,44 | 0,02240 | 4,48 | 2995,69 | 21,66 | 35268,86 | 0,00723 | 2,99 | 0,79 |
| 2,16 | 947,60 | 0,02253 | 4,46 | 2708,72 | 18,38 | 34516,22 | 0,00679 | 2,75 | 0,79 |
| 1,93 | 777,74 | 0,02319 | 4,35 | 2238,36 | 15,09 | 31033,36 | 0,00674 | 2,47 | 0,78 |
| 1,71 | 627,40 | 0,02399 | 4,23 | 1810,11 | 12,17 | 27467,07 | 0,00672 | 2,19 | 0,78 |
| 1,55 | 540,41 | 0,02499 | 4,09 | 1487,64 | 10,48 | 23833,05 | 0,00705 | 2,01 | 0,77 |

Tabela C6 – Dados referentes ao escoamento e à reologia da polpa preparada com minério MSS a 46,9% de sólidos em massa. O parâmetro de entropia foi determinado a partir do modelo de Louzada *et al.* (2021) definido pela Equação 4.2.

| \bar{u} (m/s) | $\Delta P/L$ (kPa/m) | f | M | $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | Re | η (Pa.s) | u_{max} (m/s) | \bar{u}/u_{max} |
|-----------------|----------------------|---------|------|-------------------------------------|---------------|----------|---------------|-----------------|-------------------|
| 2,86 | 1718,84 | 0,02197 | 4,55 | 3844,00 | 33,35 | 37950,41 | 0,00867 | 3,62 | 0,79 |
| 2,77 | 1613,36 | 0,02207 | 4,53 | 3668,37 | 31,30 | 37293,65 | 0,00853 | 3,50 | 0,79 |
| 2,57 | 1395,55 | 0,02217 | 4,52 | 3361,65 | 27,07 | 36665,68 | 0,00805 | 3,25 | 0,79 |
| 2,34 | 1177,74 | 0,02247 | 4,47 | 2956,06 | 22,85 | 34865,69 | 0,00773 | 2,97 | 0,79 |

Tabela C7 – Dados referentes ao escoamento e à reologia da polpa preparada com minério MSS a 50,6% de sólidos em massa. O parâmetro de entropia foi determinado a partir do modelo de Louzada *et al.* (2021) definido pela Equação 4.2.

| \bar{u} (m/s) | $\Delta P/L$ (kPa/m) | f | M | $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | Re | η (Pa.s) | u_{max} (m/s) | \bar{u}/u_{max} |
|-----------------|----------------------|---------|------|-------------------------------------|---------------|----------|---------------|-----------------|-------------------|
| 2,79 | 1713,70 | 0,02185 | 4,57 | 3804,56 | 33,25 | 38752,50 | 0,00874 | 3,52 | 0,79 |
| 2,67 | 1578,77 | 0,02202 | 4,54 | 3559,30 | 30,63 | 37629,30 | 0,00861 | 3,37 | 0,79 |
| 2,52 | 1408,90 | 0,02196 | 4,55 | 3392,40 | 27,33 | 38011,65 | 0,00806 | 3,19 | 0,79 |
| 2,45 | 1336,99 | 0,02212 | 4,53 | 3226,54 | 25,94 | 36980,31 | 0,00804 | 3,10 | 0,79 |

Tabela C8 – Dados referentes ao escoamento e à reologia da polpa preparada com minério MSS a 41,1% de sólidos em massa. O parâmetro de entropia foi determinado a partir do modelo de Chiu, Lin e Lu (1993) definido pela Equação 2.73.

| \bar{u} (m/s) | $\Delta P/L$ (kPa/m) | f | M | $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | Re | η (Pa.s) | u_{max} (m/s) | \bar{u}/u_{max} |
|-----------------|----------------------|---------|------|-------------------------------------|---------------|----------|---------------|-----------------|-------------------|
| 2,80 | 1558,90 | 0,02210 | 4,62 | 3971,13 | 30,24 | 39832,01 | 0,00762 | 3,53 | 0,794 |
| 2,58 | 1326,71 | 0,02214 | 4,62 | 3643,34 | 25,74 | 39580,71 | 0,00706 | 3,25 | 0,793 |
| 2,35 | 1116,44 | 0,02240 | 4,58 | 3224,10 | 21,66 | 37958,01 | 0,00672 | 2,97 | 0,792 |
| 2,16 | 947,60 | 0,02253 | 4,56 | 2918,42 | 18,38 | 37188,38 | 0,00630 | 2,73 | 0,791 |
| 1,93 | 777,74 | 0,02319 | 4,46 | 2423,95 | 15,09 | 33606,53 | 0,00622 | 2,45 | 0,788 |
| 1,71 | 627,40 | 0,02399 | 4,35 | 1970,57 | 12,17 | 29901,83 | 0,00618 | 2,18 | 0,783 |
| 1,55 | 540,41 | 0,02499 | 4,22 | 1628,20 | 10,48 | 26084,87 | 0,00644 | 1,99 | 0,778 |

Tabela C9 – Dados referentes ao escoamento e à reologia da polpa preparada com minério MSS a 46,9% de sólidos em massa. O parâmetro de entropia foi determinado a partir do modelo de Chiu, Lin e Lu (1993) definido pela Equação 2.73.

| \bar{u} (m/s) | $\Delta P/L$ (kPa/m) | f | M | $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | Re | η (Pa.s) | u_{max} (m/s) | \bar{u}/u_{max} |
|-----------------|----------------------|---------|------|-------------------------------------|---------------|----------|---------------|-----------------|-------------------|
| 2,86 | 1718,84 | 0,02197 | 4,65 | 4121,39 | 33,35 | 40688,97 | 0,00809 | 3,60 | 0,79 |
| 2,77 | 1613,36 | 0,02207 | 4,63 | 3936,68 | 31,30 | 40021,36 | 0,00795 | 3,48 | 0,79 |
| 2,57 | 1395,55 | 0,02217 | 4,61 | 3610,76 | 27,07 | 39382,72 | 0,00750 | 3,24 | 0,79 |
| 2,34 | 1177,74 | 0,02247 | 4,57 | 3183,32 | 22,85 | 37546,20 | 0,00718 | 2,96 | 0,79 |

Tabela C10 – Dados referentes ao escoamento e à reologia da polpa preparada com minério MSS a 50,6% de sólidos em massa. O parâmetro de entropia foi determinado a partir do modelo de Chiu, Lin e Lu (1993) definido pela Equação 2.73.

| \bar{u} (m/s) | $\Delta P/L$ (kPa/m) | f | M | $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | Re | η (Pa.s) | u_{max} (m/s) | \bar{u}/u_{max} |
|-----------------|----------------------|---------|------|-------------------------------------|---------------|----------|---------------|-----------------|-------------------|
| 2,79 | 1713,70 | 0,02185 | 4,66 | 4074,53 | 33,25 | 41502,41 | 0,00816 | 3,51 | 0,80 |
| 2,67 | 1578,77 | 0,02202 | 4,64 | 3817,90 | 30,63 | 40363,20 | 0,00802 | 3,36 | 0,79 |
| 2,52 | 1408,90 | 0,02196 | 4,65 | 3636,86 | 27,33 | 40750,86 | 0,00752 | 3,18 | 0,79 |
| 2,45 | 1336,99 | 0,02212 | 4,62 | 3464,10 | 25,94 | 39702,96 | 0,00749 | 3,09 | 0,79 |

APÊNDICE D

Dados referentes aos reogramas obtidos no reômetro Anton Paar.

Tabela D1 – Dados obtidos por reometria rotacional da polpa preparada com o minério MC na concentração de 36,8% de sólidos em massa.

| $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | η (Pa.s) | T (mN.m) | Ta |
|-------------------------------------|---------------|---------------|------------|--------|
| 1.450,00 | 11,61 | 0,00800 | 1,95 | 179,36 |
| 1.400,01 | 11,02 | 0,00787 | 1,85 | 176,08 |
| 1.350,00 | 10,38 | 0,00769 | 1,75 | 173,83 |
| 1.300,00 | 9,81 | 0,00755 | 1,65 | 170,50 |
| 1.249,99 | 9,26 | 0,00741 | 1,56 | 167,08 |
| 1.200,00 | 8,71 | 0,00726 | 1,46 | 163,69 |
| 1.150,00 | 8,18 | 0,00711 | 1,37 | 160,13 |
| 1.100,01 | 7,65 | 0,00696 | 1,29 | 156,60 |
| 1.050,01 | 7,11 | 0,00677 | 1,20 | 153,55 |
| 999,99 | 6,54 | 0,00654 | 1,10 | 151,31 |
| 950,01 | 6,08 | 0,00640 | 1,02 | 146,94 |
| 900,00 | 5,59 | 0,00621 | 0,94 | 143,45 |
| 850,01 | 5,10 | 0,00600 | 0,86 | 140,16 |
| 800,01 | 4,65 | 0,00581 | 0,78 | 136,32 |
| 750,01 | 4,24 | 0,00565 | 0,71 | 131,35 |
| 700,01 | 3,79 | 0,00542 | 0,64 | 127,95 |
| 650,00 | 3,38 | 0,00520 | 0,57 | 123,84 |
| 600,01 | 2,89 | 0,00482 | 0,49 | 123,15 |
| 550,01 | 2,55 | 0,00463 | 0,43 | 117,54 |
| 500,01 | 2,19 | 0,00438 | 0,37 | 112,95 |
| 450,01 | 1,85 | 0,00410 | 0,31 | 108,64 |
| 400,01 | 1,56 | 0,00390 | 0,26 | 101,49 |
| 350,01 | 1,27 | 0,00363 | 0,21 | 95,49 |
| 300,01 | 1,02 | 0,00340 | 0,17 | 87,39 |
| 250,01 | 0,79 | 0,00314 | 0,13 | 78,81 |
| 200,01 | 0,57 | 0,00285 | 0,10 | 69,47 |
| 150,01 | 0,37 | 0,00246 | 0,06 | 60,46 |
| 100,01 | 0,20 | 0,00195 | 0,03 | 50,76 |
| 50,01 | 0,06 | 0,00130 | 0,01 | 38,18 |

Tabela D2 – Dados obtidos por reometria rotacional da polpa preparada com o minério MC na concentração de 43,6% de sólidos em massa.

| $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | η (Pa.s) | T (mN.m) | Ta |
|-------------------------------------|---------------|---------------|------------|--------|
| 1.450,00 | 12,48 | 0,00861 | 2,10 | 181,53 |
| 1.400,00 | 11,82 | 0,00844 | 1,99 | 178,67 |
| 1.350,01 | 11,19 | 0,00829 | 1,88 | 175,48 |
| 1.300,00 | 10,57 | 0,00813 | 1,78 | 172,29 |
| 1.250,00 | 9,96 | 0,00797 | 1,67 | 169,11 |
| 1.200,00 | 9,36 | 0,00780 | 1,57 | 165,88 |
| 1.150,01 | 8,77 | 0,00762 | 1,47 | 162,54 |
| 1.100,01 | 8,20 | 0,00745 | 1,38 | 159,08 |
| 1.050,00 | 7,64 | 0,00727 | 1,28 | 155,56 |
| 1.000,00 | 7,09 | 0,00709 | 1,19 | 151,96 |
| 950,01 | 6,57 | 0,00691 | 1,10 | 148,15 |
| 900,00 | 6,05 | 0,00672 | 1,02 | 144,32 |
| 850,01 | 5,55 | 0,00654 | 0,93 | 140,17 |
| 800,01 | 5,03 | 0,00629 | 0,85 | 137,10 |
| 750,00 | 4,53 | 0,00605 | 0,76 | 133,69 |
| 700,01 | 4,02 | 0,00574 | 0,67 | 131,53 |
| 650,00 | 3,52 | 0,00542 | 0,59 | 129,23 |
| 600,00 | 3,10 | 0,00517 | 0,52 | 125,08 |
| 550,01 | 2,71 | 0,00493 | 0,46 | 120,24 |
| 500,01 | 2,36 | 0,00473 | 0,40 | 113,93 |
| 450,01 | 2,00 | 0,00444 | 0,34 | 109,28 |
| 400,01 | 1,66 | 0,00416 | 0,28 | 103,66 |
| 350,00 | 1,37 | 0,00393 | 0,23 | 96,05 |
| 300,01 | 1,11 | 0,00369 | 0,19 | 87,63 |
| 250,01 | 0,85 | 0,00341 | 0,14 | 79,03 |
| 200,01 | 0,63 | 0,00313 | 0,11 | 68,79 |
| 150,01 | 0,42 | 0,00278 | 0,07 | 58,07 |
| 100,01 | 0,22 | 0,00222 | 0,04 | 48,50 |
| 50,01 | 0,09 | 0,00180 | 0,02 | 29,89 |

Tabela D3 – Dados obtidos por reometria rotacional da polpa preparada com o minério MSS na concentração de 41,1% de sólidos em massa.

| $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | η (Pa.s) | T (mN.m) | Ta |
|-------------------------------------|---------------|---------------|------------|--------|
| 1.450,00 | 11,5 | 0,00793 | 1,93 | 185,40 |
| 1.412,82 | 11,07 | 0,00783 | 1,86 | 182,84 |
| 1.375,65 | 10,62 | 0,00772 | 1,79 | 180,65 |
| 1.338,47 | 10,18 | 0,00761 | 1,71 | 178,39 |
| 1.301,29 | 9,75 | 0,00750 | 1,64 | 176,04 |
| 1.264,13 | 9,32 | 0,00737 | 1,57 | 173,86 |
| 1.226,94 | 8,91 | 0,00726 | 1,50 | 171,38 |
| 1.189,77 | 8,48 | 0,00713 | 1,43 | 169,21 |
| 1.152,58 | 8,07 | 0,00700 | 1,36 | 166,85 |
| 1.115,41 | 7,65 | 0,00686 | 1,29 | 164,83 |
| 1.078,24 | 7,26 | 0,00673 | 1,22 | 162,46 |
| 1.041,06 | 6,86 | 0,00659 | 1,15 | 160,28 |
| 1.003,88 | 6,47 | 0,00645 | 1,09 | 157,90 |
| 966,70 | 6,06 | 0,00627 | 1,02 | 156,44 |
| 929,53 | 5,70 | 0,00613 | 0,96 | 153,72 |
| 892,35 | 5,34 | 0,00599 | 0,90 | 151,09 |
| 855,18 | 5,00 | 0,00584 | 0,84 | 148,37 |
| 818,00 | 4,65 | 0,00568 | 0,78 | 146,02 |
| 780,82 | 4,36 | 0,00558 | 0,73 | 141,91 |
| 743,64 | 4,00 | 0,00537 | 0,67 | 140,32 |
| 706,46 | 3,66 | 0,00519 | 0,62 | 138,14 |
| 669,29 | 3,36 | 0,00502 | 0,56 | 135,26 |
| 632,11 | 3,03 | 0,00479 | 0,51 | 133,76 |
| 594,93 | 2,77 | 0,00465 | 0,46 | 129,77 |
| 557,75 | 2,48 | 0,00445 | 0,42 | 127,11 |
| 520,58 | 2,24 | 0,00431 | 0,38 | 122,57 |
| 483,40 | 1,96 | 0,00406 | 0,33 | 120,65 |
| 446,22 | 1,73 | 0,00387 | 0,29 | 116,88 |
| 409,04 | 1,50 | 0,00367 | 0,25 | 113,04 |
| 371,87 | 1,32 | 0,00354 | 0,22 | 106,42 |

Tabela D3 – Dados obtidos por reometria rotacional da polpa preparada com o minério da MSS na concentração de 41,1% de sólidos em massa (CONTINUAÇÃO).

| $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | η (Pa.s) | T (mN.m) | Ta |
|-------------------------------------|---------------|---------------|------------|--------|
| 334,70 | 1,12 | 0,00334 | 0,19 | 101,62 |
| 297,51 | 0,94 | 0,00315 | 0,16 | 95,74 |
| 260,34 | 0,77 | 0,00297 | 0,13 | 88,98 |
| 223,16 | 0,61 | 0,00274 | 0,10 | 82,48 |
| 185,99 | 0,47 | 0,00251 | 0,08 | 75,13 |
| 148,81 | 0,34 | 0,00228 | 0,06 | 66,31 |
| 111,63 | 0,22 | 0,00195 | 0,04 | 58,16 |
| 74,45 | 0,12 | 0,00156 | 0,02 | 48,44 |
| 37,28 | 0,04 | 0,00110 | 0,01 | 34,50 |

Tabela D4 – Dados obtidos por reometria rotacional da polpa preparada com o minério MSS na concentração de 46,9% de sólidos em massa.

| $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | η (Pa.s) | T (mN.m) | Ta |
|-------------------------------------|---------------|---------------|------------|--------|
| 1.450,00 | 12,52 | 0,00864 | 2,10 | 180,78 |
| 1.412,83 | 12,02 | 0,00850 | 2,02 | 178,87 |
| 1.375,65 | 11,51 | 0,00837 | 1,94 | 177,00 |
| 1.338,47 | 11,00 | 0,00822 | 1,85 | 175,32 |
| 1.301,29 | 10,51 | 0,00808 | 1,77 | 173,40 |
| 1.264,12 | 10,03 | 0,00794 | 1,69 | 171,52 |
| 1.226,94 | 9,55 | 0,00779 | 1,61 | 169,65 |
| 1.189,76 | 9,09 | 0,00764 | 1,53 | 167,65 |
| 1.152,59 | 8,63 | 0,00749 | 1,45 | 165,64 |
| 1.115,41 | 8,19 | 0,00734 | 1,38 | 163,58 |
| 1.078,24 | 7,77 | 0,00720 | 1,31 | 161,16 |
| 1.041,05 | 7,35 | 0,00706 | 1,24 | 158,79 |
| 1.003,88 | 6,92 | 0,00690 | 1,16 | 156,74 |
| 966,71 | 6,52 | 0,00674 | 1,10 | 154,44 |
| 929,53 | 6,13 | 0,00659 | 1,03 | 151,77 |
| 892,35 | 5,75 | 0,00645 | 0,97 | 149,01 |
| 855,18 | 5,38 | 0,00630 | 0,91 | 146,23 |
| 818,00 | 5,01 | 0,00612 | 0,84 | 143,84 |
| 780,82 | 4,62 | 0,00592 | 0,78 | 142,11 |
| 743,63 | 4,27 | 0,00575 | 0,72 | 139,28 |
| 706,47 | 3,92 | 0,00556 | 0,66 | 136,91 |
| 669,29 | 3,57 | 0,00534 | 0,60 | 134,95 |
| 632,11 | 3,25 | 0,00515 | 0,55 | 132,24 |
| 594,93 | 2,93 | 0,00492 | 0,49 | 130,26 |
| 557,75 | 2,65 | 0,00475 | 0,45 | 126,40 |
| 520,58 | 2,34 | 0,00450 | 0,39 | 124,48 |
| 483,40 | 2,06 | 0,00427 | 0,35 | 121,93 |
| 446,22 | 1,80 | 0,00403 | 0,30 | 119,10 |
| 409,05 | 1,60 | 0,00390 | 0,27 | 112,79 |
| 371,87 | 1,39 | 0,00374 | 0,23 | 107,06 |
| 334,69 | 1,17 | 0,00351 | 0,20 | 102,69 |
| 297,52 | 0,98 | 0,00331 | 0,17 | 96,89 |
| 260,34 | 0,83 | 0,00318 | 0,14 | 88,23 |
| 223,16 | 0,66 | 0,00296 | 0,11 | 81,20 |

Tabela D4 – Dados obtidos por reometria rotacional da polpa preparada com o minério MSS na concentração de 46,9% de sólidos em massa (CONTINUAÇÃO).

| $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | η (Pa.s) | T (mN.m) | Ta |
|-------------------------------------|---------------|---------------|------------|-------|
| 185,98 | 0,51 | 0,00274 | 0,09 | 73,05 |
| 148,81 | 0,37 | 0,00251 | 0,06 | 63,86 |
| 111,63 | 0,25 | 0,00224 | 0,04 | 53,57 |
| 74,45 | 0,14 | 0,00187 | 0,02 | 42,90 |
| 37,28 | 0,05 | 0,00143 | 0,01 | 28,06 |

Tabela D5 – Dados obtidos por reometria rotacional da polpa preparada com o minério MSS na concentração de 50,6% de sólidos em massa.

| $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | η (Pa.s) | T (mN.m) | Ta |
|-------------------------------------|---------------|---------------|------------|--------|
| 1.450,00 | 14,12 | 0,00974 | 2,37 | 169,20 |
| 1.412,83 | 13,57 | 0,00961 | 2,28 | 167,14 |
| 1.375,65 | 12,99 | 0,00945 | 2,18 | 165,52 |
| 1.338,47 | 12,39 | 0,00926 | 2,08 | 164,34 |
| 1.301,30 | 11,81 | 0,00907 | 1,98 | 162,99 |
| 1.264,12 | 11,23 | 0,00889 | 1,89 | 161,67 |
| 1.226,93 | 10,67 | 0,00870 | 1,79 | 160,32 |
| 1.189,77 | 10,12 | 0,00850 | 1,70 | 159,01 |
| 1.152,58 | 9,59 | 0,00832 | 1,61 | 157,37 |
| 1.115,42 | 9,02 | 0,00809 | 1,52 | 156,67 |
| 1.078,24 | 8,50 | 0,00788 | 1,43 | 155,48 |
| 1.041,05 | 8,02 | 0,00771 | 1,35 | 153,52 |
| 1.003,88 | 7,57 | 0,00754 | 1,27 | 151,38 |
| 966,70 | 7,09 | 0,00734 | 1,19 | 149,72 |
| 929,52 | 6,64 | 0,00714 | 1,12 | 147,94 |
| 892,34 | 6,23 | 0,00698 | 1,05 | 145,29 |
| 855,17 | 5,81 | 0,00679 | 0,98 | 143,05 |
| 818,00 | 5,41 | 0,00661 | 0,91 | 140,68 |
| 780,82 | 5,00 | 0,00640 | 0,84 | 138,67 |
| 743,64 | 4,58 | 0,00617 | 0,77 | 137,07 |
| 706,46 | 4,19 | 0,00593 | 0,70 | 135,45 |
| 669,29 | 3,83 | 0,00572 | 0,64 | 133,09 |
| 632,11 | 3,48 | 0,00551 | 0,58 | 130,49 |
| 594,93 | 3,14 | 0,00527 | 0,53 | 128,17 |
| 557,76 | 2,82 | 0,00505 | 0,47 | 125,42 |
| 520,58 | 2,49 | 0,00479 | 0,42 | 123,60 |
| 483,41 | 2,16 | 0,00448 | 0,36 | 122,75 |
| 446,23 | 1,91 | 0,00427 | 0,32 | 118,69 |
| 409,04 | 1,69 | 0,00413 | 0,28 | 112,64 |
| 371,87 | 1,48 | 0,00399 | 0,25 | 105,91 |
| 334,69 | 1,28 | 0,00381 | 0,21 | 99,81 |
| 297,51 | 1,09 | 0,00365 | 0,18 | 92,55 |
| 260,34 | 0,90 | 0,00345 | 0,15 | 85,68 |
| 223,16 | 0,73 | 0,00328 | 0,12 | 77,35 |

Tabela D5 – Dados obtidos por reometria rotacional da polpa preparada com o minério da MSS na concentração de 50,6% de sólidos em massa (CONTINUAÇÃO).

| $\dot{\gamma}_w$ (s ⁻¹) | τ_w (Pa) | η (Pa.s) | T (mN.m) | Ta |
|-------------------------------------|---------------|---------------|------------|-------|
| 185,98 | 0,57 | 0,00309 | 0,10 | 68,37 |
| 148,81 | 0,44 | 0,00293 | 0,07 | 57,80 |
| 111,63 | 0,30 | 0,00269 | 0,05 | 47,13 |
| 74,45 | 0,17 | 0,00232 | 0,03 | 36,41 |
| 37,28 | 0,08 | 0,00208 | 0,01 | 20,36 |

ANEXO A

A.1. Caracterização Tecnológica do Minério de Carajás

A.1.1. Difractometria de Raios-X

| | | |
|---|---|---|
|  | <p>Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo Laboratório de Caracterização Tecnológica Av. Prof. Mello Moraes, 2373 CEP 05508-030 São Paulo - SP www.lct.poli.usp.br Tel: 11 3091-5151 e-mail: lct@lct.poli.usp.br</p> |  |
|---|---|---|

RESULTADO DE IDENTIFICAÇÃO DE FASES POR DIFRATOMETRIA DE RAIOS X**RELATÓRIO:** DRX 1162/19**DATA:** 02/12/2019**CLIENTE:** Laurindo de Salles Leal Filho**AMOSTRA:** 13325**IDENT. LCT:** 497-9647.HPF**1. MÉTODO**

O estudo foi efetuado através do método do pó, mediante o emprego de difratômetro de raios X com detector sensível a posição.

A identificação das fases cristalinas, abaixo discriminadas, foi obtida por comparação do difratograma da amostra com os bancos de dados PDF2 do ICDD - International Centre for Diffraction Data e ICSD – Inorganic Crystal Structure Database.

2. RESULTADOS

Os resultados obtidos estão listados na tabela abaixo:

| ICDD | Mineral | Fórmula Química | Obs |
|-------------|-------------|--|-----|
| 01-089-0599 | Hematita | Fe ₂ O ₃ | |
| 01-081-0464 | Goethita | FeO(OH) | |
| 01-085-0794 | Quartzo | SiO ₂ | |
| 01-074-1910 | Magnetita | Fe ₃ O ₄ | |
| 01-089-0888 | Sillimanita | Al ₂ (SiO ₄)O | pp |
| 01-075-1593 | Caulinita | Al ₂ Si ₂ O ₅ (OH) ₄ | pp |

Nota: pp = possível presença

O difratograma obtido (cor vermelha), onde são assinaladas as linhas de difração correspondente(s) à(s) fase(s) identificada(s) (cada fase em uma cor distinta) é apresentado anexo.

ANEXO A

A.1. Caracterização Tecnológica do Minério de Carajás

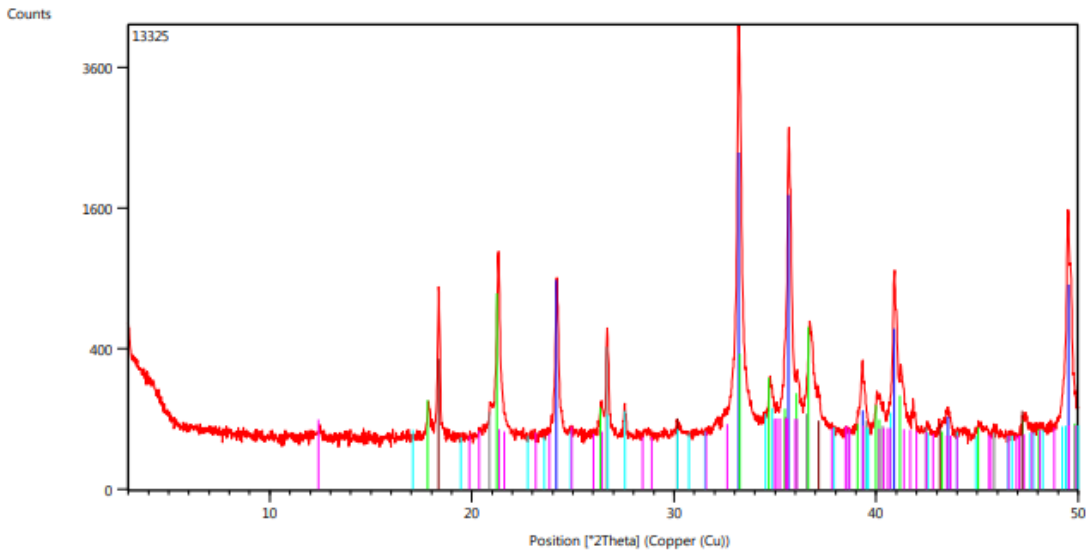
A.1.1. Difratometria de Raios-X



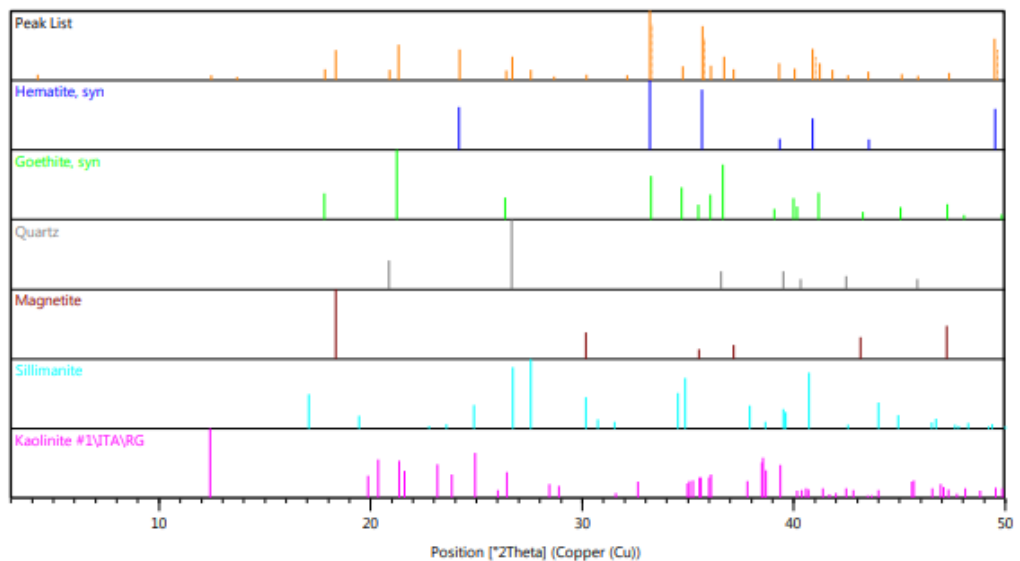
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
 Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo
 Laboratório de Caracterização Tecnológica
 Av. Prof. Mello Moraes, 2373 CEP 05508-030 São Paulo - SP www.lct.poli.usp.br
 Tel: 11 3091-5151 e-mail: lct@lct.poli.usp.br



DIFRATOGRAMA DE RAIOS X



FASES IDENTIFICADAS



ANEXO A

A.1. Caracterização Tecnológica do Minério de Carajás

A.1.2. Fluorescência de Raios-X

| | | |
|---|---|---|
|  | <p>Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo Laboratório de Caracterização Tecnológica Av. Prof. Mello Moraes, 2373 CEP 05508-030 São Paulo - SP www.lct.poli.usp.br Tel: 11 3091-5151 e-mail: lct@lct.poli.usp.br</p> |  |
|---|---|---|

RESULTADOS DE ANÁLISE QUÍMICA**RELATÓRIO:** FRX 762-19**REQ:** 1299-19**DATA:** 28/11/2019**CLIENTE:** Laurindo de Salles Leal Filho

1. MÉTODO: Os teores apresentados foram determinados em amostra fundida com tetraborato de lítio, na calibração FER (Minérios de ferro), relativa a análise quantitativa por comparação com materiais de referência certificados, em espectrômetro de fluorescência de raios X, marca Malvern Panalytical, modelo Zetium. A Perda ao Fogo (PF) foi realizada a 1.020°C por 2h.

2. RESULTADOS:

| | |
|------------------------------------|-------|
| Nº LCT | 9647 |
| Amostra | 13325 |
| Fe (%) | 64,3 |
| SiO ₂ (%) | 2,50 |
| Al ₂ O ₃ (%) | 1,50 |
| P (%) | 0,077 |
| Mn (%) | 0,22 |
| TiO ₂ (%) | 0,13 |
| CaO (%) | <0,10 |
| MgO (%) | <0,10 |
| PF (%) | 3,44 |


Executado por: Dra. Gislayne Kelmer - CRQ 04165656-4^ªR (28/11/2019 17:56 BRT)

Revisado por: Dra. Maria Manuela Tassinari (28/11/2019 18:30 BRT)

Prof. Dra. Carina Ulzen
Coordenadora do LCT - Poli/USP

NOTA: Os resultados expostos acima referem-se apenas à(s) amostra(s) enviada(s) ao LCT; a representatividade da(s) mesma(s) é de inteira responsabilidade do cliente.

Verifique a autenticidade deste documento em www.lct.poli.usp.br utilizando o código **DRQQ-BBxB-GDRT-MIRB**

Relatório FRX 762-19

Página 1 de 1

ANEXO A

A.1. Caracterização Tecnológica do Minério de Carajás

A.1.3. Distribuição do Tamanho de Partículas

| | | |
|---|---|---|
|  | <p>Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo Laboratório de Caracterização Tecnológica Av. Prof. Mello Moraes, 2373 CEP 05508-030 São Paulo - SP www.lct.poli.usp.br Tel: 11 3091-5151 e-mail: lct@lct.poli.usp.br</p> |  |
|---|---|---|

RESULTADOS DE DISTRIBUIÇÃO DE TAMANHO DE PARTÍCULAS

| | | |
|--|--|--|
| Relatório: MAL 026-2020 Cliente: LAURINDO DE SALLES LEAL FILHO Amostra: 13325 Notas: Meio de dispersão: Água deionizada Vel. Bomba: 2500 rpm | POP: Analista: Igor Fonte de resultados: Edited | Data da medida: segunda-feira, 20 de janeiro de 2020 12:20:22 Data da análise: quarta-feira, 22 de janeiro de 2020 14:08:54 |
|--|--|--|

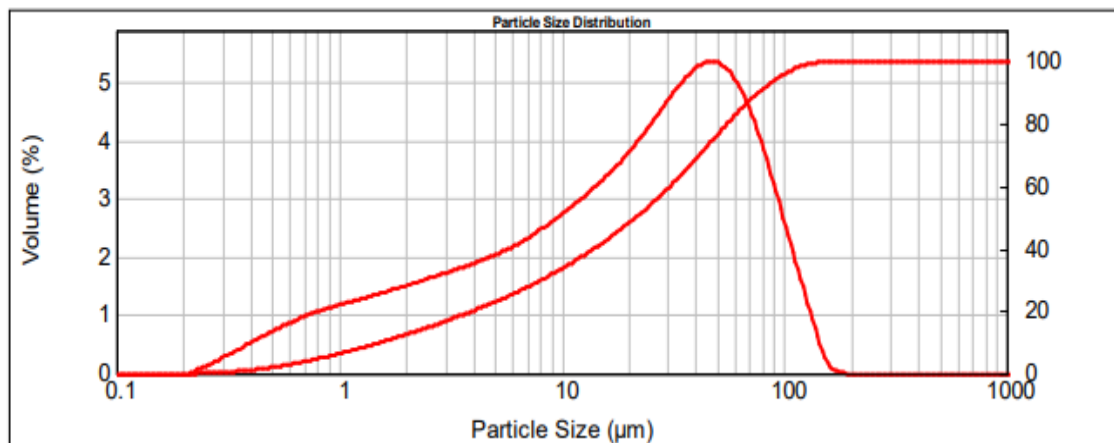
| | | | |
|--|---|---|---|
| Código I.R.: 2.94_0.1 I.R. da partícula: 2.940 Dispersante: Water | Amostrador: Hydro 2000MU (A) Absorção: 0.1 I.R. do dispersante: 1.330 | Tipo de análise: General purpose Faixa de tamanho: 0.020 to 2000.000 μm Resíduo: 0.714 % | Sensitividade: Normal Obscurecência: 7.74 % Result Emulation: Off |
| Concentração: 0.0038 %Vol Área superf. espec.: 1.37 m^2/g d(0.1): 1.548 μm | Span : 3.468 D[3,2]: 4.370 μm d(0.5): 21.540 μm | Uniformidade: 1.1 D[4,3]: 31.210 μm d(0.9): 76.246 μm | Tipo de distribuição: Volume |

| Size (μm) | Vol Under % | Size (μm) | Vol Under % | Size (μm) | Vol Under % | Size (μm) | Vol Under % | Size (μm) | Vol Under % | Size (μm) | Vol Under % |
|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|
| 0.020 | 0.00 | 0.142 | 0.00 | 1.002 | 6.37 | 7.096 | 27.88 | 50.238 | 76.63 | 355.656 | 100.00 |
| 0.022 | 0.00 | 0.159 | 0.00 | 1.125 | 7.27 | 7.962 | 29.68 | 56.368 | 80.60 | 399.052 | 100.00 |
| 0.025 | 0.00 | 0.178 | 0.00 | 1.262 | 8.22 | 8.934 | 31.58 | 63.246 | 84.42 | 447.744 | 100.00 |
| 0.028 | 0.00 | 0.200 | 0.00 | 1.416 | 9.21 | 10.024 | 33.58 | 70.963 | 87.97 | 502.377 | 100.00 |
| 0.032 | 0.00 | 0.224 | 0.00 | 1.589 | 10.23 | 11.247 | 35.69 | 79.621 | 91.15 | 563.677 | 100.00 |
| 0.036 | 0.00 | 0.252 | 0.07 | 1.783 | 11.30 | 12.619 | 37.92 | 89.337 | 93.87 | 632.456 | 100.00 |
| 0.040 | 0.00 | 0.283 | 0.19 | 2.000 | 12.41 | 14.159 | 40.27 | 100.237 | 96.09 | 709.627 | 100.00 |
| 0.045 | 0.00 | 0.317 | 0.40 | 2.244 | 13.57 | 15.887 | 42.74 | 112.468 | 97.80 | 796.214 | 100.00 |
| 0.050 | 0.00 | 0.356 | 0.68 | 2.518 | 14.77 | 17.825 | 45.36 | 126.191 | 99.00 | 893.367 | 100.00 |
| 0.056 | 0.00 | 0.399 | 1.03 | 2.825 | 16.02 | 20.000 | 48.13 | 141.589 | 99.72 | 1002.374 | 100.00 |
| 0.063 | 0.00 | 0.448 | 1.46 | 3.170 | 17.31 | 22.440 | 51.06 | 158.866 | 99.95 | 1124.683 | 100.00 |
| 0.071 | 0.00 | 0.502 | 1.97 | 3.557 | 18.65 | 25.179 | 54.19 | 178.250 | 100.00 | 1261.915 | 100.00 |
| 0.080 | 0.00 | 0.564 | 2.55 | 3.991 | 20.04 | 28.251 | 57.51 | 200.000 | 100.00 | 1415.892 | 100.00 |
| 0.089 | 0.00 | 0.632 | 3.20 | 4.477 | 21.48 | 31.698 | 61.03 | 224.404 | 100.00 | 1588.656 | 100.00 |
| 0.100 | 0.00 | 0.710 | 3.91 | 5.024 | 22.98 | 35.566 | 64.74 | 251.785 | 100.00 | 1782.502 | 100.00 |
| 0.112 | 0.00 | 0.796 | 4.68 | 5.637 | 24.54 | 39.905 | 68.61 | 282.508 | 100.00 | 2000.000 | 100.00 |
| 0.126 | 0.00 | 0.893 | 5.50 | 6.325 | 26.17 | 44.774 | 72.60 | 316.979 | 100.00 | | |


ANEXO A

A.1. Caracterização Tecnológica do Minério de Carajás

A.1.3. Distribuição do Tamanho de Partículas



Executado por: Guilherme Pinho Nery (23/01/2020 10:31 BRT)
Revisado por: Dra. Maria Manuela Tassinari (23/01/2020 10:41 BRT)


Prof. Dra. Carina Ulsen
Coordenadora do LCT - Poli/USP

ANEXO B

B.1. Caracterização Tecnológica do Minério de Carajás

B.1.1. Difractometria de Raios-X



RESULTADO DE IDENTIFICAÇÃO DE FASES POR DIFRATOMETRIA DE RAIOS X

RELATÓRIO: DRX 847/19

DATA: 09/08/2019

CLIENTE: Laurindo de Salles Leal Filho

AMOSTRA: 13080

IDENT. LCT: 347-6782.HPF

1. MÉTODO

O estudo foi efetuado através do método do pó, mediante o emprego de difratômetro de raios X com detector sensível a posição.

A identificação das fases cristalinas, abaixo discriminadas, foi obtida por comparação do difratograma da amostra com os bancos de dados PDF2 do ICDD - International Centre for Diffraction Data e ICSD – Inorganic Crystal Structure Database.

2. RESULTADOS

Os resultados obtidos estão listados na tabela abaixo:

| ICDD | Mineral | Fórmula Química | Obs |
|-------------|-----------|---|-----|
| 98-004-0750 | Hematita | Fe ₂ O ₃ | |
| 01-083-0539 | Quartzo | SiO ₂ | |
| 98-002-1829 | Caulinita | Al ₂ (Si ₂ O ₅ (OH) ₄) | |
| 01-074-1775 | Gibbsita | Al(OH) ₃ | pp |

Nota: pp = possível presença

O difratograma obtido (cor vermelha), onde são assinaladas as linhas de difração correspondente(s) à(s) fase(s) identificada(s) (cada fase em uma cor distinta) é apresentado anexo.

ANEXO B

B.1. Caracterização Tecnológica do Minério de Carajás

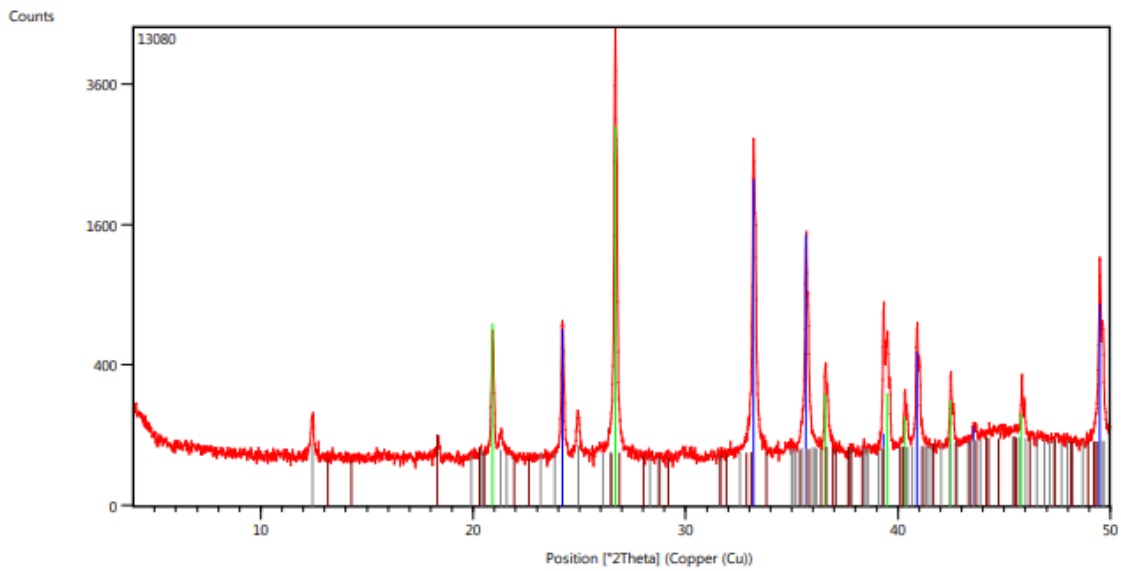
B.1.1. Difratometria de Raios-X



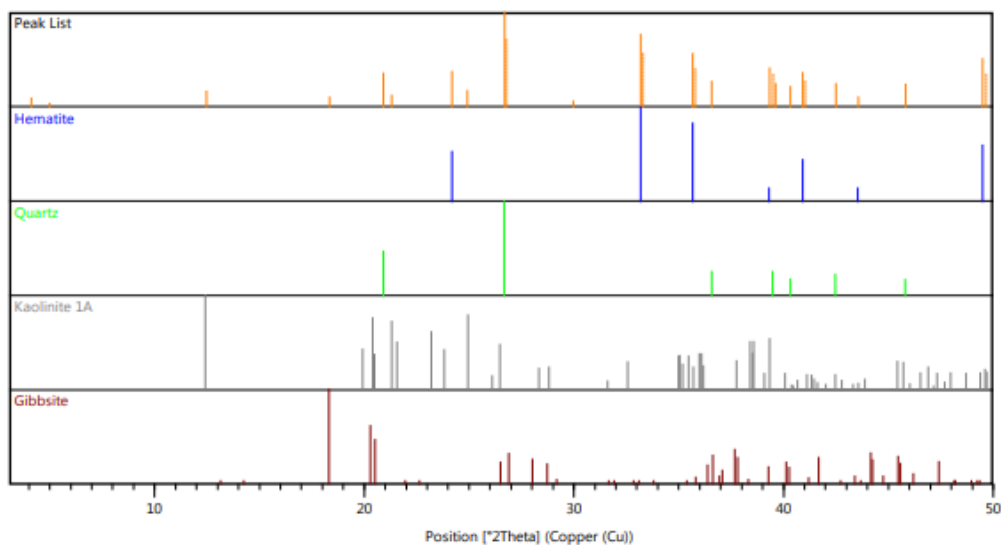
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo
Laboratório de Caracterização Tecnológica
 Av. Prof. Mello Moraes, 2373 CEP 05508-030 São Paulo - SP www.lct,poli,usp.br
 Tel: 11 3091-5151 e-mail: lct@lct,poli,usp.br



DIFRATOGRAMA DE RAIOS X



FASES IDENTIFICADAS



ANEXO B

B.1. Caracterização Tecnológica do Minério de Carajás

B.1.2. Fluorescência de Raios-X

| | | |
|---|---|---|
|  | <p>Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo Laboratório de Caracterização Tecnológica Av. Prof. Mello Moraes, 2373 CEP 05508-030 São Paulo - SP www.lct.poli.usp.br Tel: 11 3091-5151 e-mail: lct@lct.poli.usp.br</p> |  |
|---|---|---|

RESULTADOS DE ANÁLISE QUÍMICA**RELATÓRIO:** FRX 494-19**REQ:** 0848-19**DATA:** 07/08/2019**CLIENTE:** Laurindo de Salles Leal Filho

1. MÉTODO: Os teores apresentados foram determinados em amostra fundida com tetraborato de lítio, na calibração FER (Minérios de ferro), relativa a análise quantitativa por comparação com materiais de referência certificados, em espectrômetro de fluorescência de raios X, marca Malvern Panalytical, modelo Zetium. A Perda ao Fogo (PF) foi realizada a 1.020°C por 2h.

2. RESULTADOS:

| | |
|------------------------------------|-------|
| N° LCT | 6782 |
| Amostra | 13080 |
| Fe (%) | 45,0 |
| SiO ₂ (%) | 31,5 |
| Al ₂ O ₃ (%) | 1,20 |
| P (%) | 0,049 |
| Mn (%) | 0,10 |
| TiO ₂ (%) | <0,10 |
| CaO (%) | <0,10 |
| MgO (%) | <0,10 |
| PF (%) | 1,22 |

Executado por: Dra. Gislayne Kelmer - CRQ 04165656-4^ªR (07/08/2019 14:59 BRT)

Revisado por: Dra. Maria Manuela Tassinari (07/08/2019 17:32 BRT)



Prof. Dra. Carina Ulsen
 Coordenadora do LCT - Poli/USP

NOTA: Os resultados expostos acima referem-se apenas à(s) amostra(s) enviada(s) ao LCT; a representatividade da(s) mesma(s) é de inteira responsabilidade do cliente.

Verifique a autenticidade deste documento em www.lct.poli.usp.br utilizando o código **RMQF-ALQQ-JETO-YZWB**

Relatório FRX 494-19

Página 1 de 1

ANEXO B

B.1. Caracterização Tecnológica do Minério de Carajás

B.1.3. Distribuição do Tamanho de Partículas



RESULTADOS DE DISTRIBUIÇÃO DE TAMANHO DE PARTÍCULAS

| | | |
|---|---------------------------------------|--|
| Relatório: MAL 274-2019 | POP: | Data da medida: segunda-feira, 5 de agosto de 2019 10:19:33 |
| Cliente: LAURINDO DE SALLES LEAL FILHO | Analista: Mastersizer | Data da análise: segunda-feira, 5 de agosto de 2019 10:19:34 |
| Amostra: 13080 | Fonte de resultados: Edited | |
| Notas: Meio de dispersão: Água deionizada Vel. Bomba: 2500 rpm | | |

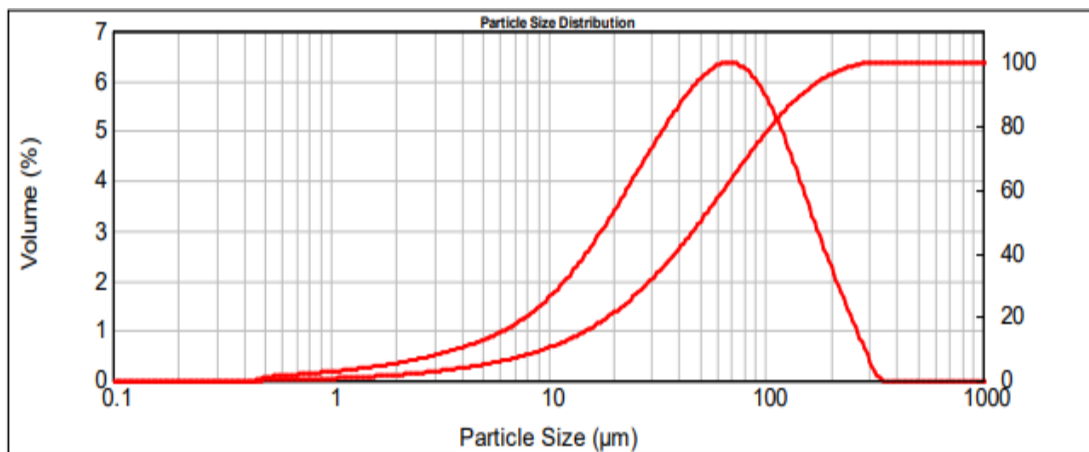
| | | | |
|--|--|---|--|
| Código I.R.: 2.94_0.001 | Amostrador: Hydro 2000MU (A) | Tipo de análise: General purpose | Sensitividade: Normal |
| I.R. da partícula: 2.940 | Absorção: 0.001 | Faixa de tamanho: 0.020 to 2000.000 μm | Obscurecência: 6.50 % |
| Dispersante: Water | I.R. do dispersante: 1.330 | Resíduo: 0.432 % | Result Emulation: Off |
| Concentração: 0.0156 %Vol | Span : 2.711 | Uniformidade: 0.837 | Tipo de distribuição: Volume |
| Área superf. espec.: 0.328 m^2/g | D[3,2]: 18.306 μm | D[4,3]: 66.297 μm | |
| d(0.1): 9.886 μm | d(0.5): 50.326 μm | | d(0.9): 146.337 μm |

| Size (μm) | Vol Under % | Size (μm) | Vol Under % | Size (μm) | Vol Under % | Size (μm) | Vol Under % | Size (μm) | Vol Under % | Size (μm) | Vol Under % |
|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|------------------------|-------------|
| 0.020 | 0.00 | 0.142 | 0.00 | 1.002 | 0.54 | 7.096 | 7.07 | 50.238 | 49.93 | 355.656 | 100.00 |
| 0.022 | 0.00 | 0.159 | 0.00 | 1.125 | 0.68 | 7.962 | 7.97 | 56.368 | 54.55 | 399.052 | 100.00 |
| 0.025 | 0.00 | 0.178 | 0.00 | 1.262 | 0.83 | 8.934 | 8.99 | 63.246 | 59.29 | 447.744 | 100.00 |
| 0.028 | 0.00 | 0.200 | 0.00 | 1.416 | 1.01 | 10.024 | 10.15 | 70.963 | 64.08 | 502.377 | 100.00 |
| 0.032 | 0.00 | 0.224 | 0.00 | 1.589 | 1.20 | 11.247 | 11.46 | 79.621 | 68.83 | 563.677 | 100.00 |
| 0.036 | 0.00 | 0.252 | 0.00 | 1.783 | 1.42 | 12.619 | 12.95 | 89.337 | 73.48 | 632.456 | 100.00 |
| 0.040 | 0.00 | 0.283 | 0.00 | 2.000 | 1.66 | 14.159 | 14.64 | 100.237 | 77.91 | 709.627 | 100.00 |
| 0.045 | 0.00 | 0.317 | 0.00 | 2.244 | 1.94 | 15.887 | 16.55 | 112.468 | 82.04 | 796.214 | 100.00 |
| 0.050 | 0.00 | 0.356 | 0.00 | 2.518 | 2.24 | 17.825 | 18.70 | 126.191 | 85.80 | 893.367 | 100.00 |
| 0.056 | 0.00 | 0.399 | 0.00 | 2.825 | 2.58 | 20.000 | 21.10 | 141.589 | 89.13 | 1002.374 | 100.00 |
| 0.063 | 0.00 | 0.448 | 0.00 | 3.170 | 2.95 | 22.440 | 23.77 | 158.866 | 91.99 | 1124.683 | 100.00 |
| 0.071 | 0.00 | 0.502 | 0.01 | 3.557 | 3.37 | 25.179 | 26.72 | 178.250 | 94.39 | 1261.915 | 100.00 |
| 0.080 | 0.00 | 0.564 | 0.07 | 3.991 | 3.84 | 28.251 | 29.94 | 200.000 | 96.32 | 1415.892 | 100.00 |
| 0.089 | 0.00 | 0.632 | 0.14 | 4.477 | 4.35 | 31.698 | 33.44 | 224.404 | 97.84 | 1588.656 | 100.00 |
| 0.100 | 0.00 | 0.710 | 0.22 | 5.024 | 4.92 | 35.666 | 37.20 | 251.785 | 98.95 | 1782.502 | 100.00 |
| 0.112 | 0.00 | 0.796 | 0.31 | 5.637 | 5.56 | 39.905 | 41.22 | 282.508 | 99.66 | 2000.000 | 100.00 |
| 0.126 | 0.00 | 0.893 | 0.42 | 6.325 | 6.27 | 44.774 | 45.47 | 316.979 | 99.99 | | |

ANEXO B

B.1. Caracterização Tecnológica do Minério de Carajás

B.1.3. Distribuição do Tamanho de Partículas



Profa. Dra. Carina Ulsen
Coordenadora do LCT - Poli/USP

Executado por: Guilherme Pinho Nery (06/08/2019 15:52 BRT)
Revisado por: Dra. Maria Manuela Tassinari (06/08/2019 17:08 BRT)

NOTA: Os resultados expostos acima referem-se apenas à(s) amostra(s) enviada(s) ao LCT; a representatividade da(s) mesma(s) é de inteira responsabilidade do cliente. Verifique a autenticidade deste documento em www.lct.poli.usp.br utilizando o código **ZKQB-SRQO-MESO-AHGB**