ISMAEL EMÍLIO DE OLIVEIRA JÚNIOR

MODELAGEM DO FUNCIONAMENTO DE UM SISTEMA DE JATOS DE GÁS FRIO PARA CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES

Dissertação

~~Tese~~ apresentada à Escola Politécnica da Usp para obtenção do Título de Mestre em Engenharia

São Paulo, 1987

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se um modelo para sistemas de jatos de gás frio que são empregados no controle de atitude de satélites. Este modelo inclui os períodos transitórios de ligamento e desligamento, nos quais a maior influência é exercida pela válvula de controle. Devido a isto, esta válvula é estudada em detalhe, sendo feita uma análise eletromagnética de sua atuação. A partir do modelo desenvolvido obtêm-se gráficos das principais grandezas relativas à válvula de controle e do empuxo produzido por um dos micromotores do sistema. Depois disto é feita a simulação de manobras de dessaturação de rodas de reação e de alteração de atitude do satélite.

ABSTRACT

In this work it is presented a model for cold gas jet systems which provide the attitude control for satellites. This model includes the on and off transient periods, in which the control valve exerts the major influence. Due to that, this valve is studied in detail, with an electromagnetic analisys of its actuation. From the model, one gets graphics of the main parameters related to the control valve and of the thrust produced by one of the micromotors of the system. Afterwards, one makes the simulation of reaction wheel dessaturation and attitude changing manoeuvers.

Agradecimentos

À minha Bete pelo apoio constante e pela compreensão nas minhas horas de ausência.

A meus pais por me haverem permitido chegar aonde estou.

Ao meu orientador Otávio de Mattos Silvares pelo auxílio prestado no decorrer de todo o trabalho.

Ao meu amigo Eduardo Augusto Gomes Pereira pela ajuda fundamental.

A todos os demais que, direta ou indiretamente, colaboraram para que este trabalho se tornasse realidade.

A todos os que creem que para o Homem atingir a felicidade não é necessário destruir a si mesmo, nem a natureza.

SUMÁRIO

pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

A - Área, m^2 ;

A_e - Área da secção e do bocal, m^2 ;

A_t - Área da tubulação, m^2 ;

B - Densidade de fluxo magnético, T ;

C - Custo de uma manobra de alteração de atitude, cruzados ;

c - Velocidade do som, m/s ;

C_g - Custo do gás empregado na manobra de alteração de atitude, cruzados ;

c_p - Calor específico, J/(kg.K) ;

C_t - Custo do tempo de duração de uma manobra de alteração de atitude, cruzados ;

D_t - Diâmetro da tubulação, m ;

D_v - Diâmetro mínimo de passagem do gás na válvula de controle, m ;

D_1, D_2, D_3, D_4 - Diâmetros na válvula de controle, m ;

e_1, e_2, e_3, e_4, e_c - Espessuras na válvula de controle, m ;

f - Coeficiente de atrito na tubulação ;

F_e - Empuxo do micromotor, N ;

F_{erp} - Empuxo de um micromotor em regime permanente, N ;

F_m - Força magnética, N ;

FMM - Força magnetomotriz, A ;

F_{mo} - Força da mola, N ;

F_p - Força de pressão, N ;

F_r - Força de resistência, N ;

G_1 - Variável auxiliar ;

G_2 - Variável auxiliar, H^{-1} ;

G_3 - Variável auxiliar, H ;

H - Campo magnético, A/m ;

h - Comprimento da bobina, m ;

h_{ev} - Entalpia específica do gás na entrada da válvula de controle, J/kg ;

h_{sr} - Entalpia específica do gás na saída do reservatório, J/kg ;

I - Corrente no solenóide, A ;

INT_1 - Integral do empuxo em relação ao tempo durante o transitório de abertura, N.s ;

INT_2 - Integral do empuxo em relação ao tempo durante o transitório de fechamento, N.s ;

INT_{12} - Integral segunda do empuxo em relação ao tempo durante o transitório de abertura, $N.s^2$;

INT_{22} - Integral segunda do empuxo em relação ao tempo durante o transitório de fechamento, $N.s^2$;

I_r - Momento de inércia da roda de reação em relação aoseu eixo de rotação, $kg.m^2$;

I_s - Momento de inércia do satélite em relação ao eixo considerado, $kg.m^2$;

k - Relação entre os calores específicos do gás, $k = c_p/c_v$;

K_g, K_t - Constantes de proporcionalidade do custo da manobra, cruzados/s ;

K_{gl} - Constante de proporcionalidade do custo do gás, cruzados/kg ;

k_m - Constante da mola, N/m ;

K_m, K_{61} - Constantes geométricas da válvula de controle, m^{-1} ;

L_t - Comprimento equivalente da tubulação, m ;

L - Comprimento, m ;

L_c - Indutância do circuito magnético, H ;

M - Número de Mach, M = v/c ;

$\dot{m}$ - Vazão em massa do gás, kg/s ;

m_c - Massa do cursor, kg ;

m_g - Massa de gás expelida em uma manobra, kg ;

N_b - Número de micromotores atuantes em cada sentido de cada eixo ;

N_e - Número de espiras do solenóide ;

p - Pressão, Pa ;

p_{at} - Pressão ambiente ou atmosférica, Pa ;

Q - Variável auxiliar ;

R - Relutância, H^{-1} ;

R_e - Relutância do entreferro, H^{-1} ;

R_g - Constante do gás, J/(kg.K) ;

R_p - Relutância equivalente no trecho 6-1, H^{-1} ;

R_s - Raio de fixação dos micromotores, m ;

R_{12} a R_{81} - Relutância do trecho considerado, H^{-1} ;

S - Área da secção transversal, m^2 ;

SCA - Significa **Sistema de Controle de Atitude** ;

S_{e1}, S_{e2} - Áreas transversais ao entreferro, m^2 ;

t - Tempo, s ;

T - Temperatura, K ;

t_{dr} - Tempo de dessaturação da roda de reação, s ;

T_e - Temperatura na secção e do bocal, K ;

T_r - Torque fornecido pela roda de reação, N.m ;

t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 - Tempos característicos da válvula de controle, s ;

U - Tensão aplicada no solenóide, V ;

v - Velocidade, m/s ;

VC - Significa **válvula de controle** ;

VR - Significa **válvula reguladora de pressão** ;

W - Energia, J;

w - Energia por unidade de volume, J/m^3 ;

x - Distância, m ;

x_0 - Deslocamento inicial da mola, m ;

Z - Resistência do solenóide, Ω ;

z - Comprimento do entreferro, m ;

α, α_1, α_2, α_3 - Acelerações angulares do satélite, s^{-2} ;

Δt_d – Tempo entre o desacionamento dos motores de um sentido e o acionamento dos motores opostos, s ;

Δt_s – Tempo entre o acionamento e o desligamento da VC, s ;

ζ_v – Coeficiente de pressão da VC ;

η_b – Rendimento do bocal ;

θ – Semi-ângulo do divergente do bocal, graus ;

λ – Fator de empuxo do bocal, $\lambda = (1 + \cos\theta)/2$;

μ – Permeabilidade magnética, H/m ;

μ_r – Permeabilidade magnética relativa, $\mu_r = \mu/\mu_0$;

ρ – Massa específica do gás, kg/m³ ;

Φ, Φ_1, Φ_2, Φ_3 – Posições angulares do satélite, graus ;

Φ_d – Ângulo da manobra de alteração de atitude, graus ;

Ψ – Fluxo magnético, Wb ;

ω – Velocidade angular, s^{-1} ;

ω_r – Velocidade angular da roda de reação, s^{-1} ;

ω_{ri} – Velocidade angular inicial da roda, s^{-1} ;

ω_{rf} – Velocidade angular final da roda, s^{-1} ;

ω_1, ω_2, ω_3 – Velocidades angulares do satélite, s^{-1} ;

Índices Inferiores

a – Referente à secção a da VC ;

b – Referente à secção b da VC ;

c – Referente à secção c da VC ;

e – Referente ao entreferro ;

eq – Significa equivalente ;

ev – Referente à entrada da VR ;

g – Referente à garganta do bocal ;

i – Referente ao isolante ;

m – Referente ao caminho 1-6 no circuito magnético ;

s - Referente à secção s do bocal ;

sr - Referente à saída do reservatório ;

o - Indica propriedade de estagnação ;

61 - Referente ao caminho 6-7-8-1 no circuito magnético ;

01 a 51 e 02 a 52 - Colocados após a letra **t**: o primeiro indica o número do pulso; o segundo indica a fase.

Índices Especiais

$(\dot{\ })$ - Indica derivada em relação ao tempo de ( ) ;

$(\bar{\ })$ - Indica propriedade real (não-isoentrópica) ;

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Na época atual, os satélites já fazem parte de nosso dia-a-dia e seus lançamentos já não causam surpresa nem chamam mais a atenção como faziam nos fins da década de 50.

Os satélites estão presentes mesmo em nossas atividades cotidianas, como, por exemplo, ao assistirmos a uma partida de futebol realizada na Europa, cuja recepção não seria possível sem um satélite para retransmissão das imagens. Também para se fazer a previsão de uma safra agrícola, ou o estudo das matas da Amazônia, ou mesmo uma análise da seca do Nordeste, em todos estes casos estão envolvidos satélites.

O que os satélites fazem, na verdade, é coletar algum tipo de informação em algum lugar e retransmiti-la a alguma estação de recepção. A informação coletada pode ser o conjunto das imagens de uma partida de futebol, as imagens de uma determinada região obtidas pelo próprio satélite, ou uma grande variedade de possibilidades.

Em qualquer dos casos, tanto a recepção quanto a retransmissão dos dados requerem um posicionamento do satélite bastante preciso, de forma a maximizar os sinais. Este posicionamento refere-se não apenas à órbita do satélite e à sua localização nesta órbita, mas também à sua orientação no espaço, ou **atitude**.

A precisão de apontamento do satélite, ou precisão em atitude, depende da missão a que ele se destina. Como exemplos de precisões típicas (Wertz, 1978), podem ser citados os seguintes satélites:

- Synphonie, França, 1974; missão de telecomunicações; precisão requerida: 1 °;

- Landsat C, EUA, 1977; missão de sensoriamento remoto; precisão requerida: 0,7 °;

- Landsat D, EUA, 1981; missão de sensoriamento remoto; precisão requerida: 0,01° ;

- ST, EUA, 1983; missão de observação de corpos celestes com telescópio transportado a bordo; precisão requerida: 0,1 segundos de arco ($\sim 2,8 \cdot 10^{-5}$ graus).

Há vários tipos tipos de perturbações que tendem a alterar a órbita e a atitude de um satélite, tais como o arrasto aerodinâmico, a pressão de radiação solar, ou o gradiente de gravidade, entre outros. Além destes fatores, os próprios movimentos de rotação e translação da Terra provocam alterações naqueles parâmetros.

Para compensar estes efeitos sobre sua atitude, o satélite é equipado com um sistema de controle de atitude (SCA) que visa deixá-lo dentro de uma determinada faixa de apontamento em relação aos pontos de interesse. Existe atualmente uma grande variedade destes sistemas, que se baseiam em princípios e conceitos diferentes.

Basicamente, os sistemas de controle de atitude podem ser de dois tipos: os passivos e os ativos.

Os sistemas passivos são aqueles que continuamente forçam o satélite a tender para um posicionamento estável, fazendo com que o meio aja sobre o satélite, sem necessidade de atuação e sem consumo de energia ou massa de propelente do satélite. São os sistemas mais baratos, mas, em contrapartida, a precisão obtida não é grande e o tempo de resposta é bastante elevado, podendo variar desde cerca de 1 segundo até algumas centenas de segundos. Como exemplo deste tipo de atuadores podem ser citados os mastros para utilização do gradiente de gravidade e as barras magnéticas que interagem com o campo magnético terrestre.

Os sistemas ativos, como o próprio nome diz, são os que provocam uma atuação do satélite sobre o meio. Estes sistemas atuam somente se solicitados e consomem energia ou massa de propelente do satélite. São mais caros que os passivos, mas possilitam precisões extremamente grandes , com tempos de resposta de alguns milissegundos.

Entre os sistemas ativos, dois grupos podem ser destacados: 1) o dos sistemas que não alteram a energia e a quantidade de movimento angular do satélite; 2) o dos que modificam estas grandezas.

Um exemplo de atuador do primeiro grupo é a roda de reação. Esta roda possui um eixo perpendicular ao seu plano, passando por seu centro, e pode ser acelerada em ambos os sentidos por meio de um sistema de controle. Quando o satélite sofre um desvio em torno deste eixo, a roda é acionada de forma a acelerar-se no mesmo sentido do desvio do satélite. Por reação, ela faz o satélite acelerar-se no sentido contrário. Controlando adequadamente os movimentos da roda, é possível corrigir o erro do satélite.

Um exemplo de atuador do segundo grupo é o dos jatos de gás. A Figura I.1 mostra o esquema de fixação dos micromotores no satélite, para um de seus eixos principais de inércia.

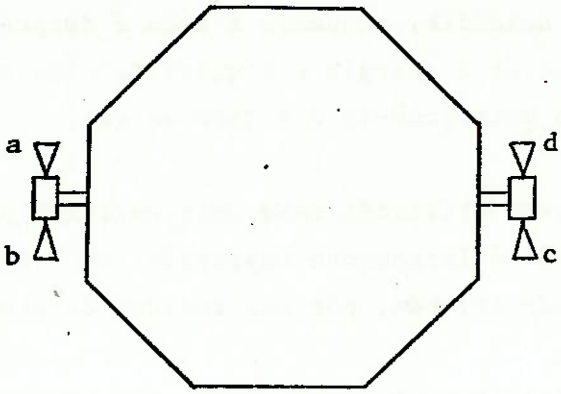


Fig. I.1 - Esquema dos micromotores no satélite.

Observe-se que só foram representados dois motores para cada sentido de rotação. Na verdade, este número é o mínimo para que se tenha um binário, podendo haver qualquer quantidade, desde que o número de motores atuantes em um sentido seja igual ao dos motores que atuam no sentido contrário.

Outro fato que deve ser mencionado é a representação de apenas um eixo de rotação. Admite-se que os outros eixos sejam análogos a este e que manobras mais complexas possam ser decompostas em rotações ao redor dos eixos de referência.

Como se pode constatar da figura, ao serem acionados simultaneamente os motores **a** e **c**, eles produzem momentos no sentido anti-horário, da mesma forma que os motores **b** e **d** produzem momentos no sentido horário.

Verifica-se que um satélite não pode ser equipado somente com sistemas do grupo 1. Para explicar esta afirmação, imagine-se um satélite que só conte com rodas de reação para o seu controle de atitude. Se o satélite for submetido a perturbações que tenham efeito acumulativo (torque aerodinâmico, por exemplo) sobre um eixo, a roda que atua neste eixo poderá fazer a compensação destes efeitos somente até certo ponto, pois sua velocidade não pode ultrapassar um certo limite. Este limite é determinado sobretudo pela resistência estrutural da massa girante e pelos seus mancais. Atingida esta velocidade limite, diz-se que a roda está saturada. Neste ponto há necessidae de dessaturar a roda, ou seja; trazer sua velocidade a valores próximos de zero. Para efetuar esta operação é preciso que haja um sistema que 'segure' o satélite, enquanto a roda é desacelerada. Em outras palavras, é preciso alterar a energia e a quantidade de movimento angular do satélite. O melhor meio para fazê-lo é o jato de gás.

Além de ser utilizado como meio auxiliar para outros sistemas, o jato de gás também é largamente empregado como meio principal para aquisição ou alteração de atitude, por sua rapidez de atuação.

Os maiores inconvenientes deste tipo de sistema são a falta de precisão no apontamento e a necessidade de se ter embarcada uma determinada massa de propelente. Esta última restrição vincula a vida útil do sistema e, conseqüentemente, do satélite, à quantidade de propelente que, por isto mesmo, deve ser muito bem dimensionada.

Os sistemas de jatos de gás podem ser de gás frio ou quente. Ao contrário do que possa parecer, estes nomes não estão relacionados à temperatura do gás, mas, sim, ao fato de existir ou não uma reação química para produzi-lo.

Sistemas de jatos de gás quente freqüentemente empregam hidrazina (N_2H_4), que é um líquido com aparência e propriedades físicas muito parecidas com as da água. Este líquido decompõe-se na presença de catalisadores, fornecendo, como produto principal, o gás nitrogênio (N_2).

Os sistemas de jatos de gás frio, por sua vez, armazenam o próprio gás que será empregado, por exemplo, nitrogênio, argônio ou outros. Este gás é armazenado sob pressão e é utilizado até que a pressão no reservatório caia ao ponto de não produzir atuação dos motores, quando o sistema pára de atuar.

As principais vantagens dos sistemas de jatos de gás quente sobre os de gás frio são possibilitar empuxos mais elevados e permitir reservatórios mais leves. Esta última característica se deve ao fato de o líquido ser armazenado a pressões muito inferiores às empregadas nos reservatórios de gás para os sistemas de gás frio. Em compensação, suas principais desvantagens são (Wertz, 1978): durante os primeiros segundos de atuação o empuxo fica abaixo do nominal, até que a reação química de catálise atinja seu regime permanente; o perfil do empuxo, ou sua dependência com o tempo, varia como função do tempo total de atuação. Estes problemas são críticos , sobretudo quando uma série longa de pulsos curtos é necessária.

Neste trabalho será feita a modelagem matemática dos jatos de gás frio a fim de que se possa prever seu desempenho. Esta previsão tem duas finalidades: torna-se possível programar com precisão o controle em um correção de atitude; pode-se fazer uma otimização dos parâmetros envolvidos, visando a um melhor desempenho ou um menor custo do sistema.

A modelagem feita leva em conta os períodos transitórios de ligamento e desligamento através do estudo detalhado da eletroválvula de controle, que é a componente que exerce maior influência nestes períodos. A importância de levar em conta estes trnsitórios é comprovada com a resolução de exemplos de manobras realizadas com este sistema.

O trabalho foi dividido em seis capítulos e três apêndices , de forma a facilitar a compreensão do leitor.

O Capítulo II mostra a modelagem do funcionamento do sistema em regime permanente, com base na teoria do escoamento compressível, de forma que, dadas as características do sistema em estudo, o modelo fornece o empuxo, o consumo de gás, etc.

No Capítulo III apresenta-se a modelagem dos transitórios de ligamento e desligamento dos atuadores. Para isto é feita uma análise eletromagnética da válvula de controle que, como já mencionado, é a principal responsável pelos atrasos do sistema. Obtêm-se, assim, em função do tempo, as curvas de abertura da válvula, do empuxo, da corrente no solenóide e da força magnética, além de outras curvas auxiliares.

Para uma avaliação do modelo final do sistema, desenvolve-se o equacionamento das manobras de dessaturação de uma roda de reação e de alteração de atitude. Isto está mostrado no Capítulo IV.

No Capítulo V são resolvidos exemplos de utilização do sistema de jatos de gás nas duas manobras mencionadas. Para isto, inicialmente apresenta-se a seqüência de resolução das equações, da forma como se programa para solução por computador. Também são descritos, de maneira sucinta, os métodos numéricos empregados.

O Capítulo VI traz as conclusões e os comentários concernentes ao trabalho, além de algumas sugestões para desenvolvimentos futuros.

Finalmente são incluídos, como complemento, três apêndices, que visam ajudar na compreensão do texto principal. O primeiro deles mostra o cálculo das áreas médias no circuito magnético da eletroválvula. O segundo mostra a integração das equações diferenciais do escoamento de Fanno e o terceiro apresenta as listagens dos programas de computador empregados.

CAPÍTULO II

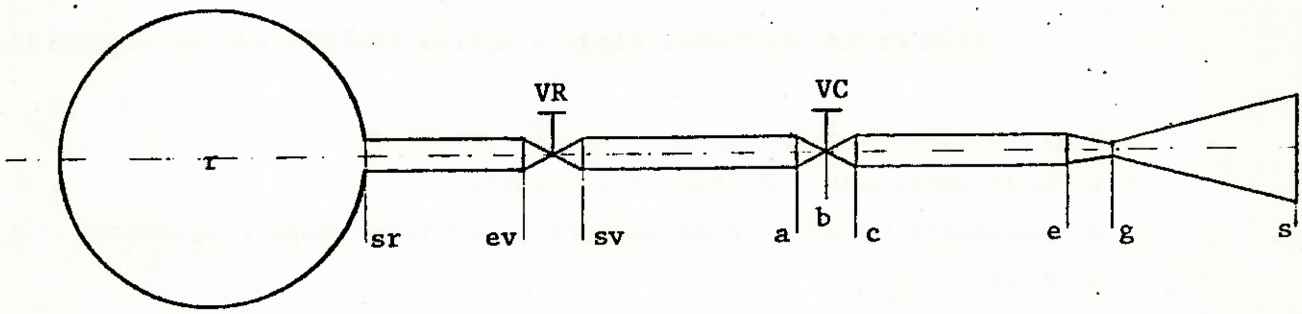
MODELAGEM DO REGIME PERMANENTE

O funcionamento do sistema de jatos de gás frio pode ser descrito como sendo composto de três fases: um período transitório de acionamento, um período de regime permanente e um outro período transitório, este de desligamento.

Durante os transitórios a válvula de controle passa de totalmente aberta a totalmente fechada, e vice-versa. Estes períodos serão estudados detalhadamente no Capítulo III.

Neste capítulo será analisado o desempenho do sistema durante o regime permanente.

A Figura II.1 esquematiza o Sistema de Controle de Atitude (SCA) do satélite.



r - reservatório ;
VR - válvula reguladora de pressão ;
sv - saída da VR ;
a - entrada da VC ;
c - saída da VC ;
g - garganta do bocal ;
sr - saída do reservatório ;
ev - entrada da VR ;
VC - válvula de controle de fluxo ;
b - menor área de passagem da VC ;
e - entrada do bocal ;
s - saída do bocal .

Fig. II.1 - Esquema do Sistema de Controle de Atitude do Satélite por Jatos de Gás Frio.

A válvula reguladora de pressão tem a função de manter constante a pressão a juzante de si. Na realidade, esta válvula trabalha dentro de uma faixa, isto é, se a pressão desejada é p, a pressão real de saída estará entre $p-l_i$ e $p+l_s$, l_i sendo o limite inferior e l_s o superior de variação da pressão. Quando a pressão a juzante da válvula cai ao valor $p-l_i$ ela permite a entrada de gás em seu interior, até que a pressão na saída atinja o valor $p+l_s$, quando ela interrompe a entrada do gás. Após esta interrupção, a pressão na saída começa a cair até atingir $p-l_i$, quando, então, o ciclo reinicia-se. Verifica-se, portanto, que a pressão na saída da válvula não é realmente constante, mas oscila em torno de um valor médio. Quanto melhor a válvula, menores os valores l_i e l_s. Uma válvula ideal teria $l_i = l_s = 0$, o que faria com que a pressão a juzante dela fosse constante.

Neste estudo, será admitido que a válvula reguladora de pressão seja ideal. Entretanto, levando em conta os cálculos do regime transitório (ver Cap. III), durante o qual a velocidade do gás na saída da válvula varia, ao invés de considerar a pressão a juzante constante, é mais razoável admitir que a pressão de estagnação neste ponto seja constante.

Além desta hipótese, algumas outras básicas são as seguintes:

- o gás utilizado comporta-se como gás perfeito;
- o bocal empregado é do tipo 'De Laval';
- o escoamento no bocal é adiabático e seu rendimento é constante e conhecido, η_b;
- a válvula de controle é adiabática e isoentálpica, tendo um coeficiente de pressão constante, ζ_v;
- a válvula reguladora de pressão é adiabática e isoentálpica;
- todas as dimensões do sistema e de seus componentes necessárias aos cálculos são conhecidas;
- o escoamento entre os pontos 'c' e 'e' é isoentrópico;
- o escoamento entre as válvulas é isoentrópico;
- entre o reservatório e a válvula reguladora de pressão o escoamento é adiabático com atrito (escoamento de Fanno).

As três últimas hipóteses baseiam-se no fato de, normalmente, ambas as válvulas e o bocal serem posicionados próximos, ficando distantes do reservatório.

No estudo do regime permanente, os dois aspectos mais importantes a serem analisados são o empuxo fornecido pelos bocais e o consumo de gás, pois eles definem o desempenho e a vida do sistema de controle de atitude.

O empuxo fornecido por um bocal é dado por:

$$F_e = \lambda.\dot{m}.v_s + (p_s - p_{at}).A_s \quad , \qquad \text{(II.1)}$$

sendo:

λ - fator de correção do empuxo do bocal;
$\dot{m}$ - vazão em massa do gás;
v_s - velocidade do gás na área de saída (s) do bocal;
p_s - pressão na secção 's';
p_{at} - pressão ambiente ou atmosférica;
A_s - área da secção de saída.

Como as dimensões do bocal são dadas, são conhecidos os valores de λ e A_s. Também considera-se dado o valor de p_{at}. Os demais fatores que comparecem nesta equação serão calculados nos próximos itens.

II.1 - Equacionamento do Escoamento na Tubulação

Durante uma atuação dos jatos de gás, pode-se calcular os valores da pressão, da temperatura ou de outra grandeza, na saída do reservatório ou na entrada da válvula reguladora de pressão. Neste caso deve-se analisar o escoamento do gás na tubulação.

Nos cálculos de escoamentos compressíveis, um adimensional de grande valia é o número de Mach, definido como a relação entre a velocidade do gás e a velocidade do som nas mesmas condições, isto é:

$$M = \frac{v}{c} \quad . \tag{II.2}$$

Como já mencionado, o escoamento entre o reservatório e a válvula reguladora de pressão é adiabático com atrito, ou escoamento de Fanno. As equações que regem este tipo de escoamento são (Shapiro, 1953):

$$\frac{dM^2}{M^2} = k.M^2 . \frac{1 + \frac{k-1}{2}.M^2}{1 - M^2} .f . \frac{dx}{D_t} \quad , \tag{II.3}$$

$$\frac{dp}{p} = -k.M^2 . \frac{1 + (k-1).M^2}{2.(1 - M^2)} .f . \frac{dx}{D_t} \quad , \tag{II.4}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = - \frac{k.M^2}{2.(1 - M^2)} .f . \frac{dx}{D_t} \quad , \tag{II.5}$$

$$\frac{dv}{v} = \frac{k.M^2}{2.(1 - M^2)} .f . \frac{dx}{D_t} \quad , \tag{II.6}$$

$$\frac{dT}{T} = - \frac{k.(k - 1).M^4}{2.(1 - M^2)} .f . \frac{dx}{D_t} \quad , \tag{II.7}$$

$$\frac{dp_o}{p_o} = \frac{d\rho_o}{\rho_o} = - \frac{k.M^2}{2} .f . \frac{dx}{D_t} \quad . \tag{II.8}$$

Nestas equações, dx é um incremento infinitesimal na distância ao longo da tubulação, cujo diâmetro é D_t. f é o fator de atrito que pode ser obtido facilmente de tabelas ou a partir do diagrama de Moody. Os símbolos p, T, ρ e v representam, respectivamente, a pressão, a temperatura , a densidade ou massa específica e a velociade do gás. O índice '$_0$' representa propriedade de estagnação.

A integração destas equações fornece o valor das grandezas envolvidas para cada ponto da tubulação, e pode ser encontrada no Apêndice B.

Note-se que este tipo de escoamento, por hipótese, só ocorre entre o reservatório e a válvula VR. Desta forma, segundo a Figura II.1, as equações integradas são aplicadas na saída 'sr' e na entrada da VR, secção 'ev'.

As formas integradas das Equações II.3 a II.8 são (Oliveira Jr., 1985):

$$\frac{1}{M_{sr}^2} - \frac{1}{M_{ev}^2} + \frac{k+1}{2} . \ln \frac{M_{sr}^2 . [2+(k-1).M_{ev}^2]}{M_{ev}^2 . [2+(k-1).M_{sr}^2]} = \frac{k.f.L_t}{D_t} , \qquad (II.9)$$

$$\frac{p_{ev}}{p_{sr}} = \frac{M_{sr}}{M_{ev}} . \left[\frac{2 + (k-1).M_{sr}^2}{2 + (k-1).M_{ev}^2} \right]^{1/2} , \qquad (II.10)$$

$$\frac{\rho_{ev}}{\rho_{sr}} = \frac{M_{sr}}{M_{ev}} . \left[\frac{2 + (k-1).M_{ev}^2}{2 + (k-1).M_{sr}^2} \right]^{1/2} , \qquad (II.11)$$

$$\frac{v_{ev}}{v_{sr}} = \frac{M_{ev}}{M_{sr}} . \left[\frac{2 + (k-1).M_{sr}^2}{2 + (k-1).M_{ev}^2} \right]^{1/2} , \qquad (II.12)$$

$$\frac{T_{ev}}{T_{sr}} = \frac{2 + (k-1).M_{sr}^2}{2 + (k-1).M_{ev}^2} , \qquad (II.13)$$

$$\frac{p_{0ev}}{p_{0sr}} = \frac{\rho_{0ev}}{\rho_{0sr}} = \frac{M_{ev}}{M_{sr}} . \left[\frac{2 + (k-1).M_{sr}^2}{2 + (k-1).M_{ev}^2} \right]^{\frac{k}{k-1}} . \qquad (II.14)$$

As equações acima foram integradas entre os pontos 'sr' e 'ev' (ver Figura II.1), por não haver grande interesse no valor destas grandezas em pontos intermediários da tubulação.

Como a válvula reguladora de pressão é isoentálpica, tem-se:

$$h_{ev} = h_{sv} \quad , \text{ ou}$$

$$h_{ev} - h_{sv} = 0 \quad .$$

Para um gás perfeito pode-se escrever:

$$c_p.(T_{ev} - T_{sv}) = 0 \quad ,$$

onde c_p é o calor específico a pressão constante do gás. Desta relação deduz-se:

$$T_{ev} = T_{sv} \quad . \tag{II.15}$$

Por hipótese, o escoamento entre as válvulas é isoentrópico, o que permite concluir que as condições em 'a' são idênticas às de 'sv'.

Para a válvula de controle, a análise a ser feita é semelhante. Por hipótese, ela é isoentálpica, de onde se conclui:

$$T_a = T_c \quad . \tag{II.16}$$

A partir deste ponto, será introduzido o coeficiente de pressão da válvula, mas para isto, é necessário fazer a distinção entre as grandezas reais e as isoentrópicas. Isto será feito através da colocação de uma barra sobre as reais.

Levando em conta essa distinção, define-se o coeficiente de pressão da válvula de controle, que quantifica a perda de pressão nesta válvula, como:

$$\zeta_v = \frac{\overline{p_c}}{p_c} = \frac{\overline{p_{0c}}}{p_{0c}} \quad , \tag{II.17}$$

para a mesma velocidade em 'c'. Conforme já mencionado, o índice '$_0$' indica propriedade de estagnação.

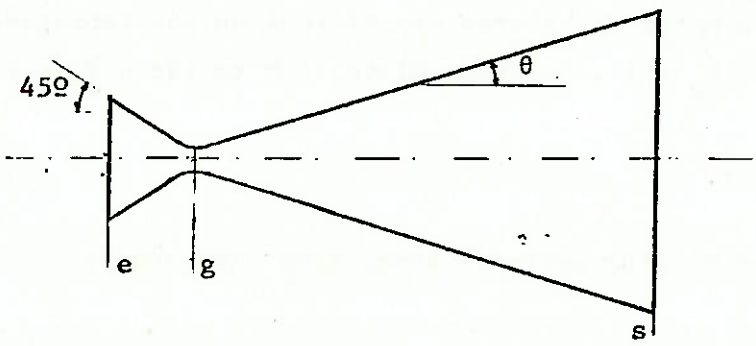
Observe-se que, não havendo mudança significativa na velocidade do gás em 'c' e levando em conta a Equação II.16, tanto a velocidade do som quanto o número de Mach não são afetados nesta secção. Portanto, conhecido o valor de ζ_v, têm-se todas as condições em 'c'.

Para poder aplicar a expressão do empuxo, relação II.1, precisa-se da pressão de estagnação em 'e'. Esta propriedade é calculada a partir da Equação II.17. Além disto, é preciso lembrar que, se o escoamento na válvula fosse isoentrópico, a pressão em 'a' seria igual à em 'c'. Desta forma,

$$\overline{p_{0e}} = p_{0a} . \zeta_v \quad . \tag{II.18}$$

II.2 - Equacionamento do Escoamento no Bocal

A figura II.2 mostra um bocal do tipo 'De Laval' e suas secções mais importantes.



e - secção de entrada ;

g - garganta do bocal ;

s - secção de saída ;

θ - semi-ângulo de abertura do bocal .

Fig. II.2 - Esquema de um bocal tipo 'De Laval'.

Para resolver a Equação II.1 é preciso analisar a figura acima. Como o sistema está operando em regime permanente, as condições em cada ponto não variam. Inicialmente será resolvido o caso de um bocal isoentrópico e depois será introduzido o rendimento do bocal real.

Do estudo de escoamentos compressíveis em bocais convergente-divergentes sabe-se que pequenas variações nas condições do escoamento (na pressão de estagnação, por exemplo) podem causar a mudança da velocidade do gás no divergente, de subsônica a supersônica, ou vice-versa. Por outro lado, a Expressão II.1 mostra que quanto maior a velocidade na secção de saída do bocal, maior o empuxo produzido. Assim, é desejável ter sempre escoamento supersônico após a garganta do bocal.

Para garantir esta condição é preciso lembrar que, para um bocal isoentrópico as propriedades de estagnação são as mesmas em qualquer secção. Assim, se a pressão de estagnação do bocal e a pressão na garganta satisfizerem a seguinte relação:

$$\frac{p_0}{p_g} \geq \left[\frac{k+1}{2}\right]^{\frac{k}{k-1}} , \qquad \text{(II.19)}$$

onde k é a relação entre os calores específicos do gás empregado, então na garganta ter-se-á $M_g = 1$. Se, além disto, for válida a seguinte relação:

$$p_s \geq p_{at} , \qquad \text{(II.20)}$$

então o escoamento no divergente do bocal será supersônico.

No caso de um bocal de um satélite que esteja em órbita da Terra, p_{at} pode ser considerada nula e a condição acima sempre é satisfeita. Desta forma, escolhendo as dimensões do bocal e regulando p_0 adequadamente, tem-se sempre escoamento supersônico após a garganta.

As seguintes relações são válidas para qualquer secção do bocal:

$$\frac{p_o}{p} = (1 + \frac{k-1}{2}.M^2)^{\frac{k}{k-1}} \quad , \qquad \text{(II.21)}$$

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \frac{k-1}{2}.M^2 \quad , \qquad \text{(II.22)}$$

$$\frac{\rho_o}{\rho} = (1 + \frac{k-1}{2}.M^2)^{\frac{1}{k-1}} \quad \text{e} \qquad \text{(II.23)}$$

$$c = \sqrt{k.R_g.T} \quad . \qquad \text{(II.24)}$$

O símbolo R_g, que aparece acima, representa a constante do gás em questão.

Em uma secção genérica a vazão em massa do gás é dada por:

$$\dot{m} = \rho.v.A \quad . \qquad \text{(II.25)}$$

Utilizando as expressões do escoamento, Equações II.21 a II.24, e a expressão da lei dos gases perfeitos,

$$p = \rho.R_g.T \quad ,$$

a relação da vazão toma a forma:

$$\dot{m} = A.\frac{k}{\sqrt{R_g}}.\frac{p_0}{\sqrt{T_0}}.\frac{M}{\left(1 + \frac{k-1}{2}.M^2\right)^{\frac{k+1}{2.(k-1)}}} \quad , \qquad \text{(II.26)}$$

sendo A a área da secção considerada.

A fim de simplificar as equações, define-se uma variável auxiliar e_p como o expoente do denominador da relação anterior, isto é:

$$e_p = \frac{k + 1}{2.(k - 1)} \quad . \qquad \text{(II.27)}$$

Da teoria do escoamento compressível sabe-se que, se na garganta do bocal o número de Mach é unitário, então a vazão em massa é a máxima possível. Nesta ocasião diz-se queo bocal está **bloqueado**. Fazendo estas considerações, a Equação II.26, aplicada à garganta do bocal, torna-se:

$$\dot{m} = \frac{A_g . p_o}{\sqrt{T_o}} . \frac{k}{\sqrt{R_g}} . \left[\frac{2}{k+1} \right]^{\frac{k+1}{k-1}} \qquad \text{(II.28)}$$

Uma relação bastante importante, que pode ser obtida desta última, é a que relaciona as áreas em duas secções e seus respectivos números de Mach. Assim, aplicando a Expressão II.26 a duas secções genéricas A_1 e A_2, com números de Mach M_1 e M_2, obtém-se:

$$\frac{M_2 . (1 + \frac{k-1}{2} . M_1^{\,2})^{e_p}}{M_1 . (1 + \frac{k-1}{2} . M_2^{\,2})^{e_p}} = \frac{A_1}{A_2} \qquad \text{(II.29)}$$

Particularmente, se em uma área A_g o número de Mach é unitário, esta relação torna-se:

$$\frac{1}{M} . \left[\left(\frac{2}{k+1} \right) . \left(1 + \frac{k-1}{2} . M^2 \right) \right]^{e_p} = \frac{A}{A_g} \quad , \qquad \text{(II.30)}$$

sendo M o número de Mach na secção genérica A. Esta relação permite obter o valor de M em uma secção qualquer, desde que seja fornecida a área da garganta (onde M = 1). A resolução desta equação, neste trabalho, é feita por meio de métodos numéricos, explicados no Capítulo V.

Para calcular v_s e p_s é preciso conhecer o número de Mach em 's', que é obtido da Relação II.30. Com este valor tira-se v_s de uma combinação entre as Expressões II.18 e II.24, isto é:

$$v_s = M_s.c_s = M_s.\sqrt{k.R_g.T_s} \quad , \tag{II.31}$$

sendo T_s dada pela Equação II.22, ou seja:

$$T_s = \frac{T_o}{1 + \frac{k-1}{2}.M_s^2} \quad . \tag{II.32}$$

O valor de p_s vem da aplicação de M_s na Equação II.21, resultando:

$$p_s = \frac{p_o}{\left(1 + \frac{k-1}{2} . M_s^2\right)^{\frac{k}{k-1}}} \quad . \tag{II.33}$$

O fator de correção do empuxo que aparece na Relação II.1 tem a função de corrigir o empuxo teórico devido ao fato de o escoamento na secção de saída do bocal não ser paralelo ao seu eixo. Seu valor é dado por (Oliveira Jr., 1985):

$$\lambda = \frac{1 + \cos\theta}{2} \quad . \tag{II.34}$$

É necessário, agora, corrigir as expressões obtidas com a introdução do rendimento do bocal, η_b. Sendo a pressão real de saída igual à do caso isoentrópico, define-se este rendimento como:

$$\eta_b = \frac{\overline{v_s}^2}{v_s^2} = \frac{\overline{v_s}^2/2 - v_e^2/2}{c_p.(T_e - T_s)} \quad , \tag{II.35}$$

onde $\overline{v_s}$ é a velocidade real do gás na secção de saída do bocal. Nesta equação somente $\overline{v_s}$ é desconhecida, o que permite escrever:

$$\overline{v_s} = \sqrt{[\ 2.c_p.(T_e - T_s) + v_e^2\ ].\eta_b} \quad . \tag{II.36}$$

Para se ter o empuxo real fornecido pelo bocal, falta apenas obter a vazão em massa real. Para isto, inicialmente calcula-se a temperatura real na secção 's'. Da 1ª Lei da Termodinâmica tem-se:

$$\frac{\overline{v_s}^2 - v_e^2}{2} = c_p.(T_e - \overline{T_s}) \quad , \quad \text{ou}$$

$$\overline{T_s} = T_e + \frac{v_e^2 - \overline{v_s}^2}{2.c_p} \quad . \tag{II.37}$$

Com a temperatura na secção 's', dada pela relação acima, e a pressão nesta secção, que é igual à do caso isoentrópico, calcula-se, com base na Lei dos Gases Perfeitos:

$$\overline{\rho_s} = \frac{p_s}{R_g.\overline{T_s}} \quad . \tag{II.38}$$

A expressão da vazão em massa real, então, pode ser obtida da Expressão II.25 aplicada à secção de saída e com os valores reais, resultando:

$$\overline{\dot{m}} = \overline{\rho_s}.\overline{v_s}.A_s \quad . \tag{II.39}$$

Com o valor da velocidade real em 's', dada pela Expressão II.36, pode-se calcular o número de Mach real nesta secção. A relação que o define é obtida de uma combinação entre as Equações II.22 e II.24, sendo:

$$\overline{M_s} = \frac{\overline{v_s}}{\sqrt{k.R_g.T_0 - \frac{k-1}{2}.\overline{v_s}^2}} \quad . \tag{II.40}$$

Obtidos os valores reais $\overline{\dot{m}}$ e $\overline{v_s}$, dados por II.39 e II.36, pode-se substituí-los na Equação II.1 para ter os valores reais do empuxo.

CAPÍTULO III

MODELAGEM DO REGIME TRANSITÓRIO

O regime transitório tem importância vital no estudo da dinâmica de um SCA, porque dele depende o atraso na resposta do sistema. Por meio de seu conhecimento, é possível estabelecer o controle ideal em função da correção de atitude necessária. O controle ideal de atitude é aquele que, determinada a correção de atitude necessária, permite realizá-la coadunando as condições de pequeno tempo de manobra e pequeno consumo de propelente.

O conhecimento do regime transitório permite, também, otimizar uma série de parâmetros em relação ao desempenho do sistema, tais como as dimensões da válvula, o material magnético de que esta válvula é feita, a pressão de armazenamento do gás no reservatório e outros.

Entre os componentes de um SCA (ver Fig. II.1), a principal responsável pelo atraso do sistema é a válvula de controle. Caso esta componente fosse ideal, ela passaria de totalmente fechada a totalmente aberta, e vice-versa, instantaneamente; como ela não o é, há um atraso em sua resposta. Isto se deve a dois fatos: primeiro, como o cursor possui massa, para passar de uma posição a outra, ele deve ser acelerado para deslocar-se, o que consome tempo; em segundo lugar, a força magnética que atua no cursor é função da corrente e, portanto, sua variação leva tempo. Enquanto o cursor está parado e o equilíbrio de forças não é rompido, não há movimento, caracterizando-se um atraso.

Um tipo de válvula de controle desenvolvida no INPE para uso em sistemas de controle de atitude é mostrado na Figura III.1. Esta figura apresenta um esquema da válvula de controle com suas partes mais importantes.

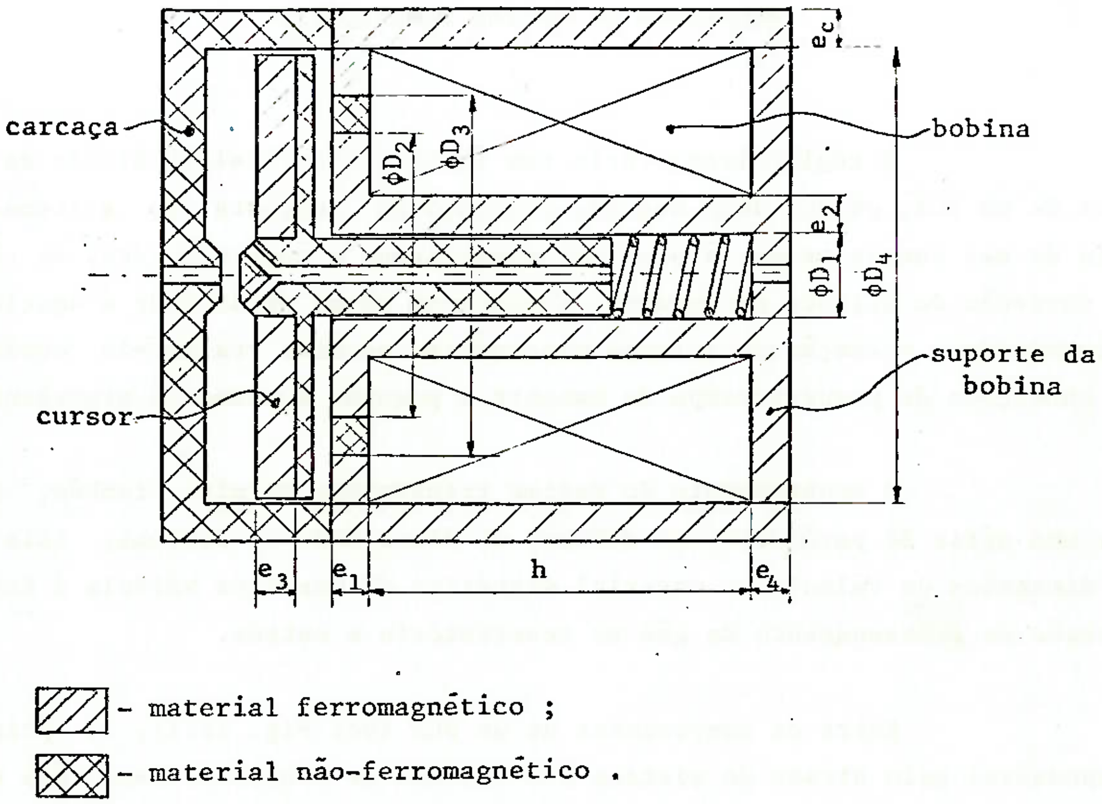


Fig. III.1 - Esquema da Válvula de Controle .

Nesta figura, o que se chama de material não- ferromagnético é um material com permeabilidade relativa muito próxima à do vácuo.

Quando não está sendo solicitada, a válvula permanece fechada, pois a bobina (solenóide) está desenergizada e a mola pressiona o cursor contra a carcaça, vedando o orifício de passagem do fluido. Ao ser acionada a válvula, uma tensão constante é aplicada aos terminais do solenóide, fazendo crescer a corrente que o percorre e criando um campo magnético que atrai o cursor em direção ao suporte da bobina. Quando a força magnética gerada por este campo supera as forças de resistência, o cursor começa a deslocar-se.

Um raciocínio análogo pode ser aplicado durante o fechamento: inicialmente há uma força magnética, maior que as forças de resistência, que mantém o cursor encostado no suporte da bobina. Ao ser dado o sinal de desligamento, imediatamente desaparece a tensão nos terminais do solenóide, o que faz cair a corrente e, conseqüentemente, o campo magnético. Com isto, cai a força magnética e, quando seu valor torna-se menor que as forças de resistência, o cursor começa a mover-se em direção à carcaça, diminuindo a área mínima de passagem do gás, até eliminar o escoamento.

Verifica-se, então, que é necessário conhecer a localização do cursor no tempo, ou seja, é preciso determinar uma função que forneça sua posição em cada instante. Isto vai permitir determinar o escoamento através da válvula, segundo o modelo que será apresentado no item III.1.

Um balanço de forças no cursor fornece sua equação do movimento:

$$m_c \, . \, \ddot{x} = F_m - F_{mo} - F_r \quad , \qquad \text{(III.1)}$$

onde m_c - massa do cursor ;
F_m - força magnética ;
F_{mo} - força da mola ;
F_r - somatória das forças de resistência.

Uma outra hipótese que se faz é considerar, nas forças de resistência, apenas a força de pressão do fluido, desprezando-se os atritos. Para justificar esta hipótese, basta ver que, se a válvula estiver ao nível do mar, o peso de seu cursor será da ordem de 0,15 N (ver exemplos no Capítulo V). Considerando um coeficiente de atrito de 0,15 entre aço-aço, verifica-se que a força de atrito é da ordem de 0,02 N. Comparando este valor com as forças de pressão calculadas nos exemplos do Capítulo V, da ordem de 2 N, nota-se que a força de atrito realmente pode ser desprezada. Além desta hipótese, admite-se também que não haja rebatimento do cursor, ou seja, quando ele atinge uma extremidade, ele bate e pára instantaneamente.

O item III.1 mostra o modelo admitido para o escoamento do gás. Os itens seguintes mostram as expressões das forças que comparecem na Equação III.1, que vai permitir determinar a posição do cursor em função do tempo.

III.1 - Modelo Termodinâmico da Válvula de Controle

A válvula de controle é um elemento cuja função é permitir ou impedir a passagem do gás, de acordo com sinais de comando recebidos.

Conforme já mencionado, uma válvula ideal seria aquela que passasse da posição fechada à aberta, e vice-versa, instantaneamente, além de que, quando totalmente aberta, não introduzisse perdas no escoamento.

Infelizmente, as válvulas reais dispendem tempo para mudar de posição e introduzem perdas de pressão na linha. Assim, torna-se necessário estudar o escoamento do gás na válvula durante os transitórios.

O modelo admitido para a válvula é o de um bocal convergente-divergente com área de garganta variável em função do tempo e com coeficiente de pressão constante (ver item II.2). A Figura III.2 mostra o modelo adotado e a equivalência de seus pontos principais com os da válvula real.

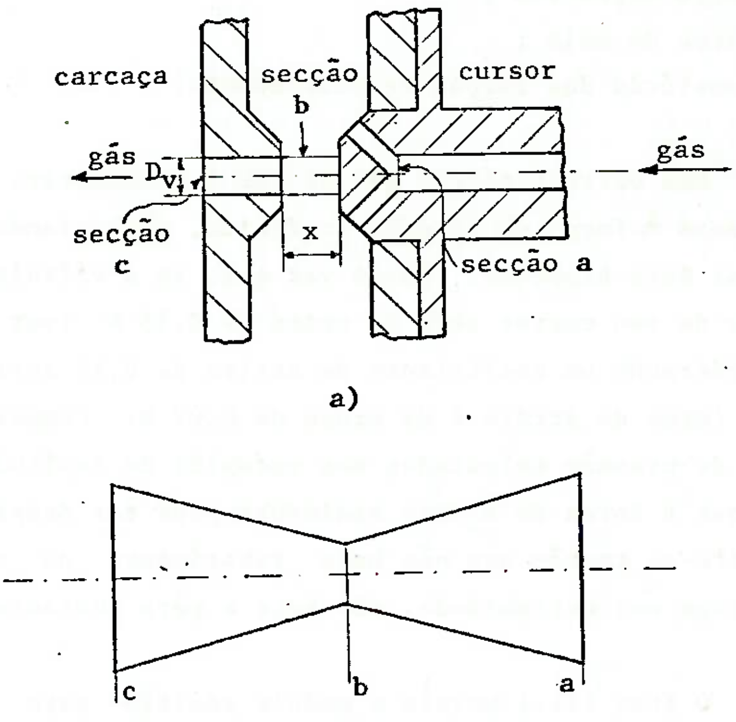


Fig. III.2 - Válvula de Controle:

a) esquema das principais secções ;

b) modelo adotado .

Observe-se que os diâmetros das secções 'a' e 'c' são iguais ao diâmetro da tubulação. A área da secção 'b' é dada por:

$$A_b(t) = \pi . D_v . x(t) \quad , \qquad \text{(III.2)}$$

x e D_v podendo ser visualizados na figura acima.

Verifica-se, pela figura, que o escoamento do gás é radial entre o cursor e o corpo da válvula, sendo a área A_b calculada na secção cilíndrica indicada por 'b'.

O equacionamento do escoamento é feito admitindo, inicialmente, que o bocal seja isoentrópico e aplicando, após isto, o coeficiente ζ_v aos resultados obtidos.

Serão empregadas no modelo as equações para escoamento compressível mostradas no capítulo precedente.

No acionamento da válvula, a partir do instante inicial de sua abertura, a área A_b aumenta. Enquanto esta área for inferior a A_g, a área da garganta do bocal, ela será a menor área de escoamento e haverá número de Mach unitário em A_b e escoamento supersônico em todo o restante da linha. Quando A_b iguala-se a A_g, o número de Mach unitário desloca-se instantaneamente para a secção 'g' (ver Figura II.1). Subseqüentes aumentos em A_b não afetarão o escoamento.

Conforme mencionado, o equacionamento empregado é o mesmo desenvolvido no item II.2. Assim, as equações utilizadas para o cálculo do empuxo e da vazão em massa durante o transitório são:

$$\frac{1}{M_a} . \left[\frac{2}{k+1} . \left(1 + \frac{k-1}{2} . M_a^2\right) \right]^{e_p} = \frac{A_a}{A_b} \quad ; \qquad \text{(III.3)}$$

$$\frac{1}{M_c} . \left[\frac{2}{k+1} . \left(1 + \frac{k-1}{2} . M_c^2\right) \right]^{e_p} = \frac{A_c}{A_b} \quad ; \qquad \text{(III.4)}$$

$$T_{oc} = T_{oa} \quad ; \tag{III.5}$$

$$T_c = T_{oc} \cdot \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_c^2\right) \quad ; \tag{III.6}$$

$$p_{oe} = p_{oc} = p_{oa} \cdot \zeta_v \quad ; \tag{III.7}$$

$$p_a = p_{oa} \cdot \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_a^2\right)^{\frac{k}{1-k}} \quad ; \tag{III.8}$$

$$p_c = p_{oc} \cdot \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_c^2\right)^{\frac{k}{1-k}} \quad . \tag{III.9}$$

Pelas hipótese feitas e pelas equações obtidas, verifica-se que o número de Mach em 'c' é o mesmo para o caso real ou isoentrópico. O mesmo ocorre com T_{0c}. Com isto, constata-se que a vazão em massa ($\dot{m}$) diminui, no caso real, por um fator igual a ζ_v. Considerando a importância de $\dot{m}$ no cálculo do empuxo, conclui-se que é fundamental escolher uma válvula que tenha um coeficiente de pressão o mais próximo possível da unidade.

Como o escoamento entre 'c' e 'e' (Ver Figura II.1) é isoentrópico, as condições em 'e' são idênticas às de 'c', isto é, conhece-se o escoamento na entrada do bocal.

Para o escoamento no bocal e o cálculo do empuxo, aplicam-se as Expressões II.21 a II.40 e II.1.

Falta, ainda, obter a função x(t) que determinará $A_b(t)$, para que as equações acima sejam empregadas e se obtenha o empuxo desejado.

Este cálculo de x(t) não é trivial e será mostrado no restante deste capítulo.

III.2 - Cálculo da Força Magnética

A Figura III.3 mostra o referencial adotado e também o caminho percorrido pelo fluxo magnético. Para reconhecer os materiais magnéticos e não-magnéticos, veja-se a Figura III.1.

Note-se que o valor do entreferro máximo é pequeno (da ordem de 0,5 mm) quando comparado com as demais dimensões da válvula. Isto permite fazer a hipótese de que não haja fugas magnéticas. Além disto, admite-se também que o fluxo magnético siga o caminho indicado na figura.

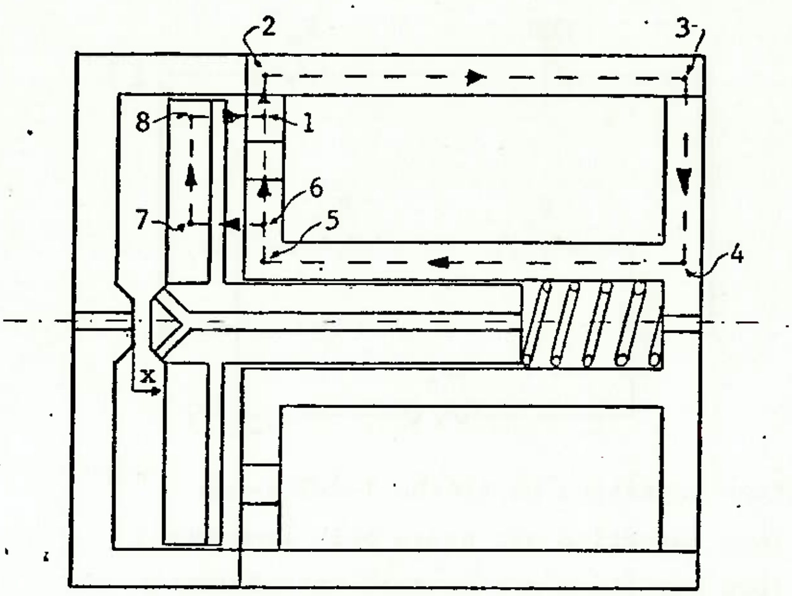


Fig. III.3 - Referencial de Deslocamento e Caminho Percorrido pelo Fluxo Magnético.

O caminho seguido pelo fluxo é 1-2-3-4-5-6; no ponto 6 há uma bifurcação e uma parte do fluxo prossegue por 6-7-8-1 e a outra pelo caminho 6-1 diretamente.

A força magnética entre os pólos de um entreferro, supondo fluxo magnético constante durante um deslocamento elementar, é calculada como (Kraus e Carver, 1978):

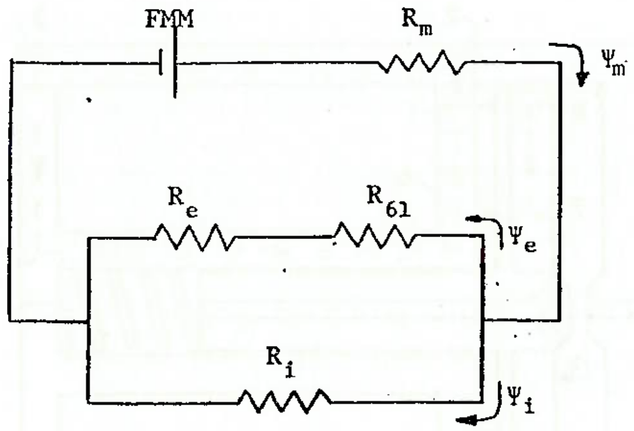
$$F_m = \frac{dW_m}{dz} \quad , \tag{III.10}$$

onde:

W_m - energia magnética do circuito ;

z - comprimento do entreferro .

Para poder equacionar a energia magnética desejada é feita uma analogia entre circuitos magnéticos e elétricos. Nesta analogia, o fluxo magnético Ψ equivale à corrente, as relutâncias às resistências e a força magnetomotriz, à tensão elétrica. A Figura III.4 fornece o circuito elétrico análogo.



Ψ_m - fluxo magnético no trecho 1-2-3-4-5-6 ;

Ψ_i - fluxo magnético que passa pelo isolante ;

Ψ_e - fluxo magnético que cruza o entreferro ;

R_i - relutância do isolante ;

R_e - relutância do entreferro ;

R_{61} - relutância entre os pontos 6 e 1 no caminho 6-7-8-1, excluído o entreferro ;

R_m - relutância equivalente do trecho 1-2-3-4-5-6 ;

FMM- força magnetomotriz .

Fig, III.4 - Circuito Elétrico Equivalente ao Circuito Magnético.

Os pontos 1 e 6 indicados nesta figura correspondem aos pontos 1 e 6 da Figura III,3.

A força magnetomotriz é definida como:

$$FMM = N_e . I \quad , \qquad \text{(III.11)}$$

onde N_e é o número de espiras do solenóide e I é a corrente elétrica que o percorre. De acordo com a analogia feita, a força magnetomotriz relaciona-se com o fluxo magnético e com a relutância do circuito segundo a relação:

$$FMM = \Psi_m . R_{eq} \quad , \tag{III.12}$$

sendo Ψ_m o fluxo magnético total e R_{eq} a relutância equivalente do circuito.

Das duas últimas equações obtém-se:

$$\Psi_m = \frac{N_e . I}{R_{eq}} \quad . \tag{III.13}$$

É preciso, agora, calcular os valores de Ψ_e e de Ψ_i. Da Figura III.4 e tendo em mente a analogia feita, tem-se:

$$\Psi_m = \Psi_e + \Psi_i \quad , \tag{III.14}$$

sendo Ψ_i o fluxo magnético que passa pelo isolante. Além disto, é válida a relação

$$\Psi_i . R_i = \Psi_e . (R_e + R_{61}) \tag{III.15}$$

por ser a queda de potencial magnético idêntica para R_i e para $R_e + R_{61}$ (no circuito elétrico corresponderiam à tensão).

Isolando Ψ_i de III.14 e substituindo seu valor em III.15, obtém-se:

$$\Psi_e = \frac{R_i}{R_i + R_e + R_{61}} . \Psi_m \quad .$$

Definindo uma grandeza auxiliar Q como

$$Q = \frac{R_i}{R_i + R_e + R_{61}} \quad , \qquad \text{(III.16)}$$

chega-se a:

$$\Psi_e = Q.\Psi_m \quad \text{e} \qquad \text{(III.17)}$$

$$\Psi_i = (1 - Q).\Psi_m \quad . \qquad \text{(III.18)}$$

III.2.1 - Equacionamento da Energia Magnética

A energia magnética é definida como:

$$W_m = \int_V w_m \, dV \quad , \qquad \text{(III.19)}$$

onde V é o volume do caminho percorrido pelo fluxo magnético dentro do material e w_m é a densidade de energia magnética, definida como

$$w_m = \int_0^B H \, dB \quad , \qquad \text{(III.20)}$$

sendo H o campo magnético e B a densidade de fluxo magnético.

Define-se a permeabilidade magnética de um meio como:

$$\mu = \frac{B}{H} \quad . \qquad \text{(III.21)}$$

No vácuo seu valor é :

$$\mu_0 = 4\pi \, . \, 10^{-7} \;\; H/m \quad .$$

Utilizando a Relação III.21, a Equação III.20 modifica-se para:

$$w_m = \int_0^B \frac{B}{\mu}\, dB \quad , \qquad \text{(III.22)}$$

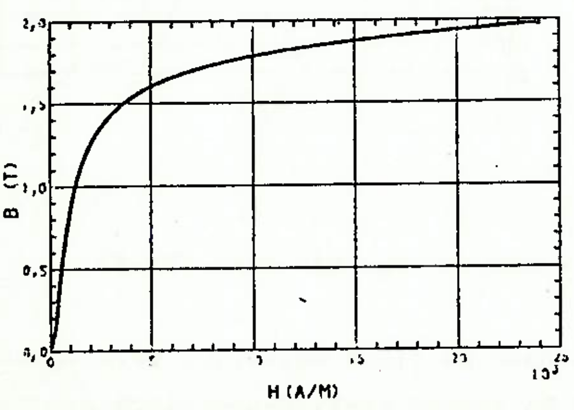
A permeabilidade magnética relativa de um meio é dada por:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad , \qquad \text{(III.23)}$$

tendo o vácuo, portanto, $\mu_r = 1$.

Materiais diamagnéticos e paramagnéticos são aqueles que possuem permeabilidade relativa constante e muito próxima da unidade, respectivamente abaixo e acima dela. Nos materiais ferromagnéticos, por outro lado, esta grandeza varia bastante em função da densidade de fluxo magnético, podendo facilmente atingir vários milhares de unidades.

Nos exemplos do Capítulo V, três materiais são utilizados: o aço 1030, o aço 430 e a liga MAG PERM IPT-49, preparada pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas. Seus gráficos de B x H e μ_r x B são mostrados nas figuras III.5, III.6 e III.7.



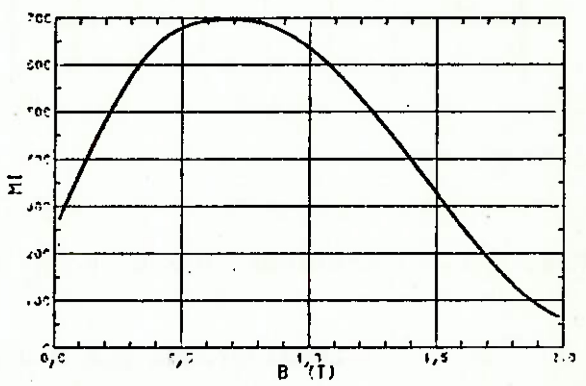


Fig. III.5 - Gráficos B x H e μ_r x B para o aço 1030.

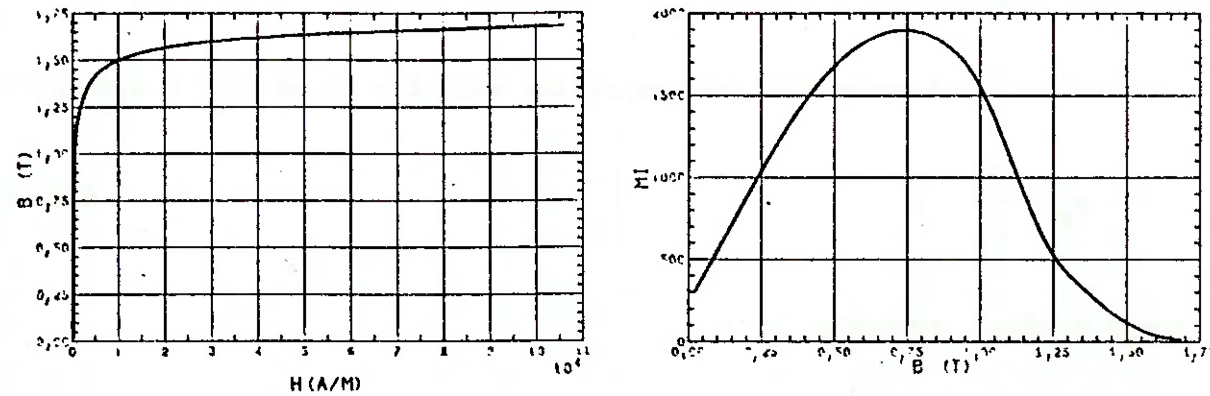


Fig. III.6 - Gráficos B x H e μ_r x B para o aço 430.

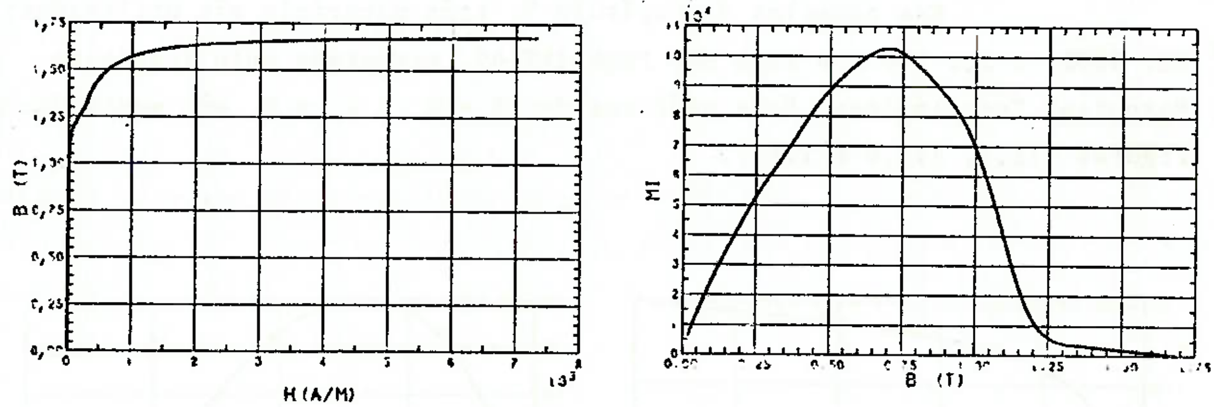


Fig. III.7 - Gráficos B x H e μ_r x B para a liga MAG PERM IPT-49.

Considerando que a densidade de fluxo magnético relaciona-se com o fluxo magnético por meio da área da secção considerada, isto é:

$$\Psi = B.S \quad , \tag{III.24}$$

então, numa dada secção, uma variação de B produz uma alteração em Ψ segundo a relação:

$$d\Psi = S\ dB \quad . \tag{III.25}$$

Com III.24 e III.25, a Expressão III.22 torna-se:

$$w_m = \int_0^{\Psi} \frac{\Psi}{\mu . S^2}\ d\Psi \quad . \tag{III.26}$$

Como o volume infinitesimal é:

$$dV = S\ dl \quad , \tag{III.27}$$

a Equação III.19 modifica-se para:

$$W_m = \int_0^{L} \frac{1}{S} \int_0^{\Psi} \frac{\Psi}{\mu} \cdot d\Psi \cdot dl \quad . \tag{III.28}$$

A rigor, esta equação deveria ser aplicada a todo o circuito, vale dizer, a toda a válvula, para se ter a energia magnética total. Entretanto, segundo procedimentos de vários autores (Kraus e Carver, 1978, por exemplo), considera-se apenas a energia acumulada no entreferro, por ser esta substancialmente maior que a energia do resto do circuito.

A energia magnética do entreferro pode ser calculada como:

$$W_e = \int_e \frac{1}{S} \int_0^{\Psi} \frac{\Psi}{\mu_0} . d\Psi\ dl = \int_e \frac{\Psi_e^2}{2\,\mu_0\,S} .\ dl \quad , \quad \text{ou}$$

$$W_e = \frac{\Psi_e^2 . z}{2\,\mu_0\,S_{e1}} + \frac{\Psi_e^2 . z}{2\,\mu_0\,S_{e1}} = \frac{\Psi_e^2 . z}{2\,\mu_0\,S_{eq}} \quad . \tag{III.29}$$

Na expressão acima, z representa o comprimento do entreferro e relaciona-se com x pela equação:

$$z = x_{máx} - x \quad .$$

A letra e colocada em um dos limites da integral indica que a integração se dá ao longo do entreferro. Nestas equações, S_{e1} e S_{e2} são as áreas, respectivamente, da coroa interna e da externa ao isolante, através das quais o fluxo magnético Ψ_e cruza o entreferro. São dadas por:

$$S_{e_1} = \frac{\pi}{4} \cdot (D_2^{\,2} - D_1^{\,2}) \quad \text{e} \qquad \text{(III.30)}$$

$$S_{e_2} = \frac{\pi}{4} \cdot (D_4^{\,2} - D_3^{\,2}) \quad . \qquad \text{(III.31)}$$

O valor de S_{eq} que aparece representa uma área equivalente transversal ao caminho do fluxo no entreferro, e é dado por:

$$\frac{1}{S_{eq}} = \frac{1}{S_{e_1}} + \frac{1}{S_{e_2}} \quad , \text{ ou}$$

$$S_{eq} = \frac{S_{e_1} \cdot S_{e_2}}{S_{e_1} + S_{e_2}} \quad . \qquad \text{(III.32)}$$

III.2.2 - Equacionamento das Relutâncias do Circuito Magnético

A relutância equivalente do circuito é calculada como:

$$R_{eq} = R_p + R_m \quad , \qquad \text{(III.33)}$$

onde R_p é a relutância equivalente entre os pontos 6 e 1. Pela Figura III.4 pode-se calcular R_p, que resulta:

$$R_p = \frac{R_i.(R_e + R_{61})}{R_i + R_e + R_{61}} \quad . \tag{III.34}$$

Desprezam-se as relutâncias entre o ponto 6 e o isolante e entre este e o ponto 1 por serem muito menores que a relutância do isolante.

As relutâncias podem ser calculadas a partir da fórmula geral:

$$R = \int_0^L \frac{dx}{\mu.S} \quad , \tag{III.35}$$

onde x é a distância medida no caminho do fluxo magnético e S é a área transversal da secção.

Seguindo o caminho do fluxo magnético, verifica-se que a área somente varia ao longo do percurso nos trechos 6-1, 7-8 e 3-4. A relutância nestes casos é calculada sabendo que a área é dada por uma função do raio multiplicada pela espessura e. Assim, tem-se:

$$dR = \frac{dr}{\mu.2\pi r.e} \quad . \tag{III.36}$$

Então,

$$R = \frac{1}{2\pi e} \int_{\frac{D_i}{2}}^{\frac{D_f}{2}} \frac{dr}{\mu.r} \quad . \tag{III.37}$$

Na expressão acima, D_i e D_f são os diâmetros inicial e final da secção no caminho do fluxo magnético e μ é a permeabilidade no trecho cuja relutância deseja-se calcular.

Nos demais trechos, que possuem secção constante, a relutância é dada por:

$$R = \frac{1}{S} \int_0^L \frac{dx}{\mu} \quad . \qquad \text{(III.38)}$$

A integração destas equações depende do conhecimento da permeabilidade magnética ao longo do circuito magnético. Como esta grandeza é função apenas da densidade de fluxo magnético (B) e esta relaciona-se com o fluxo (Ψ) por meio da Expressão III.24, o procedimento adotado é descrito a seguir.

De acordo com a analogia feita, a Figura III.4 permite observar que o fluxo Ψ_m não varia ao longo do caminho 1-2-3-4-5-6 em um dado instante. Por outro lado, como a área transversal neste caminho varia em função do trecho, o valor de B também varia. Para simplificar os cálculos, entretanto, será feita uma aproximação. Serão consideradas duas áreas médias, uma para o caminho 1-2-3-4-5-6, designada por S_m, e a outra para o caminho 6-7-8-1, denominada S_{61}. Cada uma delas é calculada como a média das áreas do percurso, ponderadas com seu comprimento. O detalhamento do cálculo destas áreas está no Apêndice A.

Feita esta aproximação, obtêm-se dois valores de densidades de fluxo magnético médios a partir da Expressão III.24, isto é:

$$B_m = \frac{\Psi_m}{S_m} = \frac{N_e . I}{S_m . R_{eq}} \qquad \text{e} \qquad \text{(III.39)}$$

$$B_{61} = \frac{\Psi_e}{S_{61}} \quad . \qquad \text{(III.40)}$$

Com estes valores, μ assume, então, dois valores médios também, denominados μ_m e μ_{61}. Com base nestes valores médios de μ, a integração das Equações III.37 e III.38 simplifica-se, resultando:

$$R = \frac{1}{2\pi.\mu.e} \ln \frac{D_f}{D_i} , \qquad \text{(III.41)}$$

para as secções variáveis e

$$R = \frac{L}{\mu.S} \qquad \text{(III.42)}$$

para as secções constantes com comprimento L; nestas equações, μ representa um dos dois valores médios calculados, ou μ_0, dependendo de qual área esteja sendo considerada.

A relutância R_m é calculada como a soma das relutâncias dos trechos do caminho 1-2-3-4-5-6 e pode ser visualizada na Figura III.3. Seu valor é dado por:

$$R_m = R_{12} + R_{23} + R_{34} + R_{45} + R_{56} \quad . \qquad \text{(III.43)}$$

Com base nas Equações III.41 e III.42 podem-se definir as relutâncias desta última equação. Desta forma obtêm-se:

$$R_{12} = \frac{1}{2\pi.\mu_m.e_1} . \ln \frac{2.(D_4 + e_c)}{D_3 + D_4} \quad ; \qquad \text{(III.44)}$$

$$R_{23} = \frac{2h + e_1 + e_4}{2\pi.\mu_m.e_c.(D_4 + e_c)} \quad ; \qquad \text{(III.45)}$$

$$R_{34} = \frac{1}{2\pi.\mu_m.e_4} . \ln \frac{D_4 + e_c}{D_1 + e_2} \quad ; \qquad \text{(III.46)}$$

$$R_{45} = \frac{2h + e_1 + e_4}{2\pi.\mu_m.e_2.(D_1 + e_2)} \quad ; \qquad \text{(III.47)}$$

$$R_{56} = \frac{1}{2\pi.\mu_m.e_1} . \ln \frac{D_1 + D_2}{2.(D_1 + e_2)} \quad . \qquad \text{(III.48)}$$

Para simplificar a Equação III.43, define-se a constante K_m, que só depende da geometria da válvula, como a soma das relutâncias acima, multiplicada por μ_m:

$$K_m = \frac{1}{2\pi} \cdot \left\{ \frac{1}{e_1} \ln \frac{(D_1 + D_2).(D_4 + e_c)}{(D_1 + e_2).(D_3 + D_4)} + \frac{1}{e_4} \ln \frac{D_4 + e_c}{D_1 + e_2} + \right.$$

$$\left. + (2h + e_1 + e_4) . \left[\frac{1}{e_c.(D_4 + e_c)} + \frac{1}{e_2.(D_1 + e_2)} \right] \right\} \quad . \qquad (III.49)$$

Com isto a equação III.43 torna-se:

$$R_m = \frac{K_m}{\mu_m} \quad . \qquad (III.50)$$

Para calcular R_p, obtêm-se suas componentes e aplicam-se estes valores na Expressão III.34.

O cálculo de R_{61} é semelhante ao de R_m, isto é:

$$R_{61} = R_{67} + R_{78} + R_{81} \quad . \qquad (III.51)$$

Vale lembrar que neste caminho a permeabilidade magnética é μ_{61} e não μ_m. Novamente, das Equações III.37 e III.38 obtêm-se:

$$R_{67} = \frac{e_1 + e_3}{2\mu_{61}.S_{e_1}} \quad , \qquad (III.52)$$

$$R_{78} = \frac{1}{2\pi.\mu_{61}.e_3} \ln \frac{D_3 + D_4}{D_1 + D_2} \quad \text{e} \qquad (III.53)$$

$$R_{81} = \frac{e_1 + e_3}{2\mu_{61}.S_{e_2}} \quad . \qquad (III.54)$$

Analogamente a K_m, define-se uma constante K_{61} a ser introduzida em III.51 que, também, só depende da geometria da válvula:

$$K_{61} = \frac{1}{2}\left(\frac{e_1 + e_3}{S_{eq}} + \frac{1}{\pi . e_3} \ln \frac{D_3 + D_4}{D_1 + D_2}\right) . \qquad \text{(III.55)}$$

Tem-se, então:

$$R_{61} = \frac{K_{61}}{\mu_{61}} . \qquad \text{(III.56)}$$

O cálculo de R_i é feito com base na Equação III.37 e admitindo que a permeabilidade magnética do material seja igual à do vácuo. Então:

$$R_i = \frac{1}{2\pi . \mu_0 . e_1} \ln \frac{D_3}{D_2} . \qquad \text{(III.57)}$$

Por último deve-se calcular a relutância do entreferro. Como já foi mencionado, o fluxo magnético cruza o entreferro em dois lugares: o primeiro na coroa interna ao isolante e o segundo na coroa externa a ele. Desta forma, a relutância total é a soma dessas duas componentes, que pode ser obtida com a ajuda da equação III.42, resultando:

$$R_e = \frac{z}{\mu_0 . S_{e_1}} + \frac{z}{\mu_0 . S_{e_2}} .$$

Lembrando a equação III.32, fica-se com:

$$R_e = \frac{z}{\mu_0 . S_{eq}} . \qquad \text{(III.58)}$$

III.2.3 - Equacionamento da Corrente no Solenóide

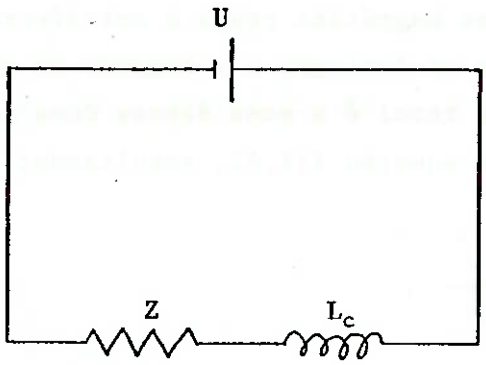
Para se obter a força magnética é necessário conhecer, a cada instante, a corrente que circula no solenóide e as relutâncias do circuito. A corrente pode ser obtida de uma análise do circuito elétrico do solenóide. Este circuito é do tipo R-L com indutância variável, e sua equação característica é:

$$U = Z.I + \frac{d}{dt}(L_c.I) \quad .$$

A expressão acima pode ser reescrita como:

$$U = Z.I + L_c.\frac{dI}{dt} + I.\frac{dL_c}{dt} \quad . \qquad \text{(III.59)}$$

A Figura III.8 esquematiza este circuito.



U - tensão elétrica aplicada ;

Z - resistência elétrica total ;

L - indutância .

Fig. III.8 - Esquema do Circuito Elétrico da Válvula.

A indutância é calculada como a relação entre o enlace total de fluxo magnético e a corrente que passa pelo indutor (solenóide), ou:

$$L_c = \frac{N_e . \Psi_m}{I} \quad . \tag{III.60}$$

Lembrando a Relação III.13, obtém-se:

$$L_c = \frac{N_e}{I} . \frac{N_e . I}{R_{eq}} = \frac{N_e^2}{R_{eq}} \quad . \tag{III.61}$$

Verifica-se, portanto, que L_c é função apenas de N_e e de R_{eq}. Esta última, por sua vez, é função da posição do cursor da válvula (que determina o entreferro) e da corrente no solenóide. Então, como o solenóide tem um número fixo de espiras, pode-se escrever:

$$L_c = L_c(x, I) \quad ,$$

o que permite escrever:

$$\frac{dL_c}{dt} = \frac{\partial L_c}{\partial x} . \frac{dx}{dt} + \frac{\partial L_c}{\partial I} . \frac{dI}{dt} \quad . \tag{III.62}$$

Deve-se, agora, calcular as duas derivadas parciais de L_c. Com base na Equação III.61 tem-se:

$$\frac{\partial L_c}{\partial x} = - \frac{N_e^2}{R_{eq}^2} . \frac{\partial R_{eq}}{\partial x} \quad . \tag{III.63}$$

e, a partir das Expressões III.33 e III.34,

$$\frac{\partial R_{eq}}{\partial x} = \frac{\partial R_m}{\partial x} + \frac{R_i}{(R_i + R_e + R_{61})^2} . \left[(R_i + R_e + R_{61}) . \frac{\partial (R_e + R_{61})}{\partial x} - (R_e + R_{61}) . \frac{\partial (R_i + R_e + R_{61})}{\partial x} \right] \quad .$$

Como R_i é constante, as duas derivadas dentro dos colchetes são iguais, o que produz:

$$\frac{\partial R_{eq}}{\partial x} = \frac{\partial R_m}{\partial x} + Q^2 . \frac{\partial (R_e + R_{61})}{\partial x} . \qquad \text{(III.64)}$$

Lembrando a definição da Relutância R_m, Equação III.50, tem-se:

$$\frac{\partial R_m}{\partial x} = - \frac{K_m}{\mu_m^2} . \frac{\partial \mu_m}{\partial x} .$$

Como a permeabilidade magnética é função apenas da densidade de fluxo magnético, a relação acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial R_m}{\partial x} = - \frac{K_m}{\mu_m^2} . \frac{d\mu_m}{dB_m} . \frac{\partial B_m}{\partial x} . \qquad \text{(III.65)}$$

A partir da Equação III.39 pode-se escrever:

$$\frac{\partial B_m}{\partial x} = - \frac{N_e . I}{S_m . R_{eq}^2} . \frac{\partial R_{eq}}{\partial x} . \qquad \text{(III.66)}$$

Designando $d\mu_m/dB_m$ por μ_m', a substituição de III.66 em III.65 produz a seguinte expressão:

$$\frac{\partial R_m}{\partial x} = \frac{K_m . N_e . I}{S_m . R_{eq}^2} . \frac{\mu_m'}{\mu_m^2} . \frac{\partial R_{eq}}{\partial x} . \qquad \text{(III.67)}$$

Da Figura III.3 obtém-se facilmente:

$$x = x_{máx} - z \tag{III.68}$$

e, portanto, a Equação III.58 fornece:

$$\frac{\partial R_e}{\partial x} = \frac{dR_e}{dx} = - \frac{1}{\mu_0 . S_{eq}} \quad . \tag{III.69}$$

O cálculo de $\partial R_{61}/\partial x$ é semelhante ao de $\partial R_m/\partial x$. Assim,

$$\frac{\partial R_{61}}{\partial x} = - \frac{K_{61}}{\mu_{61}^2} . \frac{\partial \mu_{61}}{\partial x} = - \frac{K_{61}}{\mu_{61}^2} . \frac{d\mu_{61}}{dB_{61}} . \frac{\partial B_{61}}{\partial x} \quad . \tag{III.70}$$

Com base nas Equações III.40, III.17 e III.13 obtém-se, então:

$$\frac{\partial B_{61}}{\partial x} = \frac{N_e . I}{S_{61}} . \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q}{R_{eq}} \right) = \frac{N_e . I}{S_{61} . R_{eq}^2} \left(R_{eq} . \frac{\partial Q}{\partial x} - Q . \frac{\partial R_{eq}}{\partial x} \right) \quad . \tag{III.71}$$

A Expressão III.16 permite calcular:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = - \frac{R_i}{(R_i + R_e + R_{61})^2} . \frac{\partial (R_i + R_e + R_{61})}{\partial x} =$$

$$= - \frac{Q^2}{R_i} . \left(- \frac{1}{\mu_0 . S_{eq}} + \frac{\partial R_{61}}{\partial x} \right) \quad . \tag{III.72}$$

Assim, a Relação III.71 torna-se:

$$\frac{\partial B_{61}}{\partial x} = \frac{N_e . I . Q}{S_{61} . R_{eq}} . \left(\frac{Q}{\mu_0 . S_{eq} . R_i} - \frac{Q}{R_i} . \frac{\partial R_{61}}{\partial x} - \frac{1}{R_{eq}} . \frac{\partial R_{eq}}{\partial x} \right) . \tag{III.73}$$

Portanto, tem-se a forma final para III.70:

$$\frac{\partial R_{61}}{\partial x} = - \frac{K_{61}.N_e.I.Q}{S_{61}.R_{eq}} . \frac{\mu_{61}'}{\mu_{61}^2} . \left(\frac{Q}{\mu_0.S_{eq}.R_i} - \frac{Q}{R_i}.\frac{\partial R_{61}}{\partial x} - \frac{1}{R_{eq}}.\frac{\partial R_{eq}}{\partial x} \right) .$$

Nesta equação, μ_{61}' é a forma reduzida para indicar $d\mu_{61}/dB_{61}$. Isolando $\partial R_{61}/\partial x$, obtém-se:

$$\frac{\partial R_{61}}{\partial x} = \frac{\dfrac{K_{61}.N_e.I.Q}{S_{61}.R_{eq}} . \dfrac{\mu_{61}'}{\mu_{61}^2} . \left(\dfrac{1}{R_{eq}}.\dfrac{\partial R_{eq}}{\partial x} - \dfrac{Q}{\mu_0.S_{eq}.R_i} \right)}{1 - \dfrac{K_{61}.N_e.I.Q^2}{S_{61}.R_{eq}.R_i} . \dfrac{\mu_{61}'}{\mu_{61}^2}} . \qquad \text{(III.74)}$$

Definem-se as seguintes variáveis auxiliares:

$$G_1 = 1 - \frac{K_m.N_e.I}{S_m.R_{eq}^2} . \frac{\mu_m'}{\mu_m^2} , \qquad \text{(III.75)}$$

$$G_2 = \frac{K_{61}.N_e.I.Q^2}{S_{61}.R_{eq}} . \frac{\mu_{61}'}{\mu_{61}^2} \quad \text{e} \qquad \text{(III.76)}$$

$$G_3 = \frac{1}{R_i} + \frac{Q}{R_{eq}.G_1} . \qquad \text{(III.77)}$$

Substituindo as Equações III.67, III.69 e III.74 na III.64 e utilizando as definições acima, obtém-se:

$$\frac{\partial R_{eq}}{\partial x} = (1 - G_1).\frac{\partial R_{eq}}{\partial x} - \frac{Q^2}{\mu_0.S_{eq}} + \frac{G_2.Q.\left(\dfrac{1}{R_{eq}}.\dfrac{\partial R_{eq}}{\partial x} - \dfrac{Q}{.S_{eq}.R_i} \right)}{1 - \dfrac{G_2}{R_i}} .$$

Isolando $\partial R_{eq}/\partial x$ chega-se a:

$$\frac{\partial R_{eq}}{\partial x} = \frac{Q^2}{\mu_0 . S_{eq} . G_1 . (G_2 . G_3 - 1)} \quad . \tag{III.78}$$

Com este resultado a Expressão III.63 toma a forma:

$$\frac{\partial L_c}{\partial x} = \frac{Q^2 . N_e^2}{\mu_0 . S_{eq} . R_{eq}^2 . G_1 . (1 - G_2 . G_3)} \quad . \tag{III.79}$$

O procedimento para o cálculo da outra derivada parcial de L_c é semelhante. Analogamente ao que foi feito para obter a Equação III.63, parte-se da Relação III.61:

$$\frac{\partial L_c}{\partial I} = - \frac{N_e^2}{R_{eq}^2} . \frac{\partial R_{eq}}{\partial I} \quad . \tag{III.80}$$

Têm-se também:

$$\frac{\partial R_{eq}}{\partial I} = \frac{\partial R_m}{\partial I} + Q^2 . \frac{\partial R_{61}}{\partial I} \quad . \tag{III.81}$$

A primeira parcela destas equação é calculada como:

$$\frac{\partial R_m}{\partial I} = - \frac{K_m}{\mu_m^2} . \frac{\partial \mu_m}{\partial I} = - \frac{K_m}{\mu_m^2} . \frac{d\mu_m}{dB_m} . \frac{\partial B_m}{\partial I} \quad .$$

Com base em III.39 calcula-se:

$$\frac{\partial B_m}{\partial I} = \frac{N_e}{S_m . R_{eq}^2} . \left(R_{eq} - I . \frac{\partial R_{eq}}{\partial I} \right) \quad , \tag{III.82}$$

o que fornece:

$$\frac{\partial R_m}{\partial I} = - \frac{K_m . N_e}{S_m . R_{eq}^2} . \frac{\mu_m'}{\mu_m^2} . \left[R_{eq} - I . \frac{\partial R_{eq}}{\partial I} \right] \quad , \text{ ou}$$

$$\frac{\partial R_m}{\partial I} = (G_1 - 1) . \left[\frac{R_{eq}}{I} - \frac{\partial R_{eq}}{\partial I} \right] \quad . \qquad \text{(III.83)}$$

Para a segunda parcela tem-se:

$$\frac{\partial R_{61}}{\partial I} = - \frac{K_{61}}{\mu_{61}^2} . \frac{\partial \mu_{61}}{\partial I} = - \frac{K_{61}}{\mu_{61}^2} . \frac{d\mu_{61}}{dB_{61}} . \frac{\partial B_{61}}{\partial I} \quad . \qquad \text{(III.84)}$$

A partir das Equações III.40, III.17 e III.13 pode-se escrever:

$$\frac{\partial B_{61}}{\partial I} = \frac{N_e}{S_{61}} . \left[\frac{I}{R_{eq}} . \frac{\partial Q}{\partial I} + \frac{Q}{R_{eq}} - \frac{Q . I}{R_{eq}^2} . \frac{\partial R_{eq}}{\partial I} \right] \quad . \qquad \text{(III.85)}$$

Da Expressão III.16 tira-se:

$$\frac{\partial Q}{\partial I} = - \frac{R_i}{(R_i + R_e + R_{61})^2} . \frac{\partial R_{61}}{\partial I} = - \frac{Q^2}{R_i} . \frac{\partial R_{61}}{\partial I} \quad .$$

Portanto, a Equação III.85 torna-se:

$$\frac{\partial B_{61}}{\partial I} = \frac{N_e}{S_{61}} . \left[- \frac{Q^2 . I}{R_{eq} . R_i} . \frac{\partial R_{61}}{\partial I} + \frac{Q}{R_{eq}} - \frac{Q . I}{R_{eq}^2} . \frac{\partial R_{eq}}{\partial I} \right] \quad . \qquad \text{(III.86)}$$

e a Expressão III.84:

$$\frac{\partial R_{61}}{\partial I} = - \frac{K_{61}.N_e.Q}{S_{61}.R_{eq}} . \frac{\mu_{61}'}{\mu_{61}^2} . \left[- \frac{Q.I}{R_i} . \frac{\partial R_{61}}{\partial I} + 1 - \frac{I}{R_{eq}} . \frac{\partial R_{eq}}{\partial I} \right] , \quad \text{(III.87)}$$

ou, isolando $\partial R_{61}/\partial I$ e substituindo nesta última as definições III.75 a III.77, chega-se a:

$$\frac{\partial R_{61}}{\partial I} = \frac{R_i.G_2}{Q.R_{eq}.(R_i - G_2)} . \frac{\partial R_{eq}}{\partial I} - \frac{R_i.G_2}{Q.I.(R_i - G_2)} . \quad \text{(III.88)}$$

Com a Relação III.88 e mais a III.83 substituídas na III.81 obtém-se:

$$\frac{\partial R_{eq}}{\partial I} = (G_1 - 1) . \left(\frac{R_{eq}}{I} - \frac{\partial R_{eq}}{\partial I} \right) + \frac{Q.R_i.G_2}{R_{eq}.(R_i - G_2)} . \frac{\partial R_{eq}}{\partial I} + $$
$$- \frac{Q.R_i.G_2}{I.(R_i - G_2)} , \quad \text{(III.89)}$$

Isolando o valor de $\partial R_{eq}/\partial I$ nesta equação, fica-se com:

$$\frac{\partial R_{eq}}{\partial I} = \frac{R_{eq}}{I} . \frac{R_{eq}.(G_1 - 1).(R_i - G_2) - Q.R_i.G_2}{R_{eq}.G_1.(R_i - G_2) - Q.R_i.G_2} . \quad \text{(III.90)}$$

Com esta última relação, a Equação III.80 torna-se:

$$\frac{\partial L_c}{\partial I} = - \frac{N_e^2}{R_{eq}.I} . \frac{R_{eq}.(G_1 - 1).(R_i - G_2) - Q.R_i.G_2}{R_{eq}.G_1.(R_i - G_2) - Q.R_i.G_2} . \quad \text{(III.91)}$$

Lembrando que, para o cursor, $dx/dt = v_c$, e substituindo as Expressões III.79 e III.91 na Relação III.62, obtém-se a derivada temporal da indutância do circuito:

$$\frac{dL_c}{dt} = \frac{N_e^2 . Q^2 . v_c}{\mu_0 . S_{eq} . R_{eq}^2 . G_1 . (1 - G_2 . G_3)} - \frac{N_e^2}{R_{eq} . I} .$$

$$. \frac{R_{eq} . (G_1 - 1) . (R_i - G_2) - Q . R_i . G_2}{R_{eq} . G_1 . (R_i - G_2) - Q . R_i . G_2} . \frac{dI}{dt} . \qquad \text{(III.92)}$$

Com este último resultado substituído na Relação III.59, esta equação toma a seguinte forma:

$$U = Z . I + \frac{N_e^2}{R_{eq}} . \frac{dI}{dt} + \frac{N_e^2 . Q^2 . I . v_c}{\mu_0 . S_{eq} . R_{eq}^2 . G_1 . (1 - G_2 . G_3)} +$$

$$- \frac{N_e^2}{R_{eq}} . \frac{R_{eq} . (G_1 - 1) . (R_i - G_2) - Q . R_i . G_2}{R_{eq} . G_1 . (R_i - G_2) - Q . R_i . G_2} . \frac{dI}{dt} .$$

Isolando dI/dt nesta relação obtém-se:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{R_{eq} . G_1 . (R_i - G_2) - Q . R_i . G_2}{N_e^2 . (R_i - G_2)} . \left[U - Z . I + \right.$$

$$\left. - \frac{N_e^2 . I . Q^2 . v_c}{\mu_0 . S_{eq} . R_{eq}^2 . G_1 . (1 - G_2 . G_3)} \right] . \qquad \text{(III.93)}$$

Esta última equação, integrada, fornecerá a expressão da corrente no solenóide, em função do tempo. Com esta corrente, torna-se possível avaliar as grandezas magnéticas envolvidas e obter a força magnética que atrai o cursor. Isto feito, tem-se o valor de x (ou z, o entreferro), da integração da Relação III.1. O próximo item mostra a expressão da força magnética.

III.2.4 - Forma Final para a Força Magnética

Para o cálculo da força magnética, basta introduzir a Expressão III.29 na III.10, ou seja, diferenciar a primeira em relação a z. Assim, obtém-se, para a força magnética:

$$F_m = \frac{\Psi_e^2}{2\mu_0 . S_{eq}} \quad . \tag{III.94}$$

Substituindo as Equações III.17 e III.13 nesta última, obtém-se:

$$F_m = \left(\frac{N_e . I . Q}{R_{eq}} \right)^2 . \frac{1}{2\mu_0 . S_{eq}} \quad . \tag{III.95}$$

Como algumas grandezas que comparecem nesta equação são obtidas por processos numéricos, não foi possível explicitar F_m em função do tempo.

III.3 - Cálculo das Demais Forças

Tendo obtido a força magnética com a última relação, para ser possível utilizar a Expressão III.1 no cálculo da abertura da válvula, falta avaliar as duas outras forças, a saber, as resistivas e a da mola. Os dois próximos itens estão dedicados a este cálculo.

III.3.1 - Forças Resistivas

Como já mencionado anteriormente, a única força resistiva a ser considerada será a de pressão do fluido, desconsiderando-se atritos no interior da válvula.

Retomando a Figura III.1, verifica-se que, quando a válvula está fechada, a pressão em c é a ambiente; se a válvula estiver instalada em um satélite que esteja em órbita da Terra, esta pressão será nula.

No outro extremo do funcionamento da válvula, quando ela está totalmente aberta, a pressão em c é igual à pressão em a multiplicada pelo coeficiente de pressão ζ_v.

A força de pressão F_p é provocada pela diferença entre as pressões em a e em c, que atuam sobre a área A_c. Tem-se, então:

$$F_r = F_p = (p_a - p_c).A_c \quad . \tag{III.96}$$

Com esta equação,basta obter as pressões nos pontos a e c por meio das Expressões III.8 e III.9 para poder calcular esta força. Observe-se que se a válvula de controle for perfeita, seu coeficiente de pressão será unitário e só haverá diferença de pressão entre a e c enquanto a área A_b for menor que A_g, pois durante este período o escoamento em a é subsônico e em c é supersônico.

III.3.2 - Força da Mola

A mola empregada pode ser de diversos tipos. De qualquer forma, admite-se que a variação máxima de seu comprimento, nos limites de sua atuação, seja suficientemente pequeno para que se possa considerar a força produzida por ela como linear com seu comprimento.

Desta forma, a força efetuada pela mola é proporcional ao deslocamento do cursor, que está ligado a uma de suas extremidades, isto é,

$$F_{mo} = F_{ab} + k_m.x \quad , \tag{III.97}$$

sendo F_{ab} a força produzida pela mola quando a válvula está totalmente fechada. Esta força, somada à força de pressão máxima, é a resistência total a ser vencida pela força magnética para iniciar a abertura da válvula.

Tendo sido calculadas todas as forças que participam da Equação III.1, pode-se resolvê-la para obter x(t). No Capítulo V mostra-se a seqüência de resolução destas equações.

CAPÍTULO IV

MODELAGEM DAS MANOBRAS

Como já mencionado, as principais funções de um sistema de jatos de gás são dessaturar rodas de reação e permitir ao satélite uma alteração ou aquisição de atitude. Neste capítulo serão modeladas estas duas manobras para que se possa avaliar o modelo e para que, posteriormente, se possa verificar o desempenho do sistema.

A resolução de algumas das equações obtidas para o modelo foi efetuada por meio de métodos numéricos, os quais estão descritos no próximo capítulo.

IV.1 - Dessaturação de Rodas de Reação

A aquisição de atitude de um satélite pode ser e freqüentemente é feita com um sistema de jatos de gás. O apontamento fino do satélite, todavia, normalmente é obtido por meio de rodas de reação, que propiciam precisões maiores que os jatos de gás.

Quando o satélite começa a perder seu apontamento, aciona-se a roda de reação que, ao acelerar-se em um sentido, acelera o satélite em sentido contrário.

Se a perturbação é cíclica, como por exemplo, a pressão de radiação solar, seus efeitos em uma metade da órbita são compensados na outra metade. Neste caso, a roda só tem a função de acumular a energia retirada do satélite em uma das metades da órbita para devolver-lha na outra.

Quando, por outro lado, as perturbações são seculares, como, por exemplo, o arrasto aerodinâmico, para compensar seus efeitos, a roda pode ficar **saturada**, conforme explicação dada no Capítulo I. Quando isto ocorre, é preciso **dessaturá-la**, isto é, diminuir sua velocidade a valores próximos de zero.

A dessaturação da roda é feita como descrito a seguir. Inicialmente é enviado à roda um sinal para que ela seja freada. Durante esta desaceleração, o satélite, por reação, tende a acelerar-se, de forma a manter constante a quantidade de movimento do conjunto satélite-roda de reação. Para evitar este movimento do satélite, aciona-se o jato de gás, que é encarregado de suprir o torque contrário que visa manter o satélite em sua posição nominal.

Para efeito desta modelagem, será admitido que a roda de reação tenha respostas instantâneas aos comandos.

Os jatos de gás, por seu turno, apresentam um período transitório de ligamento e outro de desligamento, que serão levados em conta nesta modelagem. Se os micromotores fossem ideais, o perfil do empuxo fornecido por eles seria um retângulo. Como há atrasos, conforme foi estudado no Capítulo III, este perfil é diferente, tendo o aspecto mostrado na Figura IV.1.

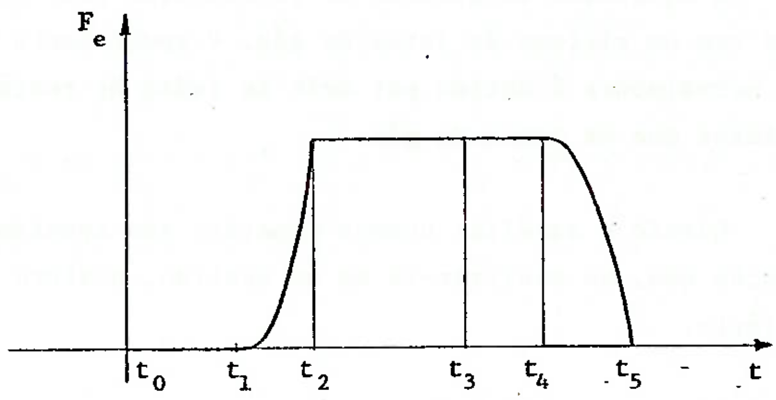


Fig. IV.1 - Evolução do Empuxo dos Micromotores.

O funcionamento da válvula é dividido em etapas, conforme descrito a seguir. O acionamento da válvula se dá em t_0; em t_1 inicia-se sua abertura, isto é, entre t_0 e t_1 nenhum empuxo é fornecido, sendo este intervalo de tempo chamado **atraso de abertura**; em t_2 a válvula está totalmente aberta e o transitório de abertura encerrado; em t_3 a válvula recebe o sinal para fechar, mas somente em t_4 terá início esta operação, devido ao **atraso de fechamento**; em t_5 a válvula está totalmente fechada e o micromotor não fornece mais qualquer empuxo.

Fixada a válvula a ser empregada, são conhecidos os seguintes intervalos de tempo, referentes ao transitório:

$\Delta t_1 = t_1 - t_0$;

$\Delta t_2 = t_2 - t_1$;

$\Delta t_4 = t_4 - t_3$;

$\Delta t_5 = t_5 - t_4$.

Define-se o intervalo de tempo entre o sinal de abertura e o de fechamento como t_s, ou seja:

$\Delta t_s = t_3 - t_0$.

Denomina-se t_{dr} ao tempo necessário para a total dessaturação da roda, ou seja, é o tempo entre seu acionamento e seu desligamento. O equacionamento deste tempo é mostrado mais adiante.

Como a roda de reação é utilizada para manobras mais precisas que os jatos de gás, seus torques são mais baixos que os destes últimos. Assim, uma manobra de dessaturação com uso do jato de gás de forma contínua pode ser descrita como segue:

- inicia-se a desaceleração da roda no instante $t = 0$;

- no instante $t = t_0$ acionam-se os micromotores de forma a produzir um torque contrário ao da roda ;

- no instante $t = t_3$ desligam-se os micromotores, com a roda ainda em desaceleração ;

- em $t = t_{dr}$ a roda é desligada; neste instante ela deve estar com a velocidade final desejada (próxima de zero) e o satélite deve estar com seu apontamento fixo no ponto desejado.

A Figura IV.2 mostra a aceleração, a velocidade e a posição angulares do satélite durante esta manobra.

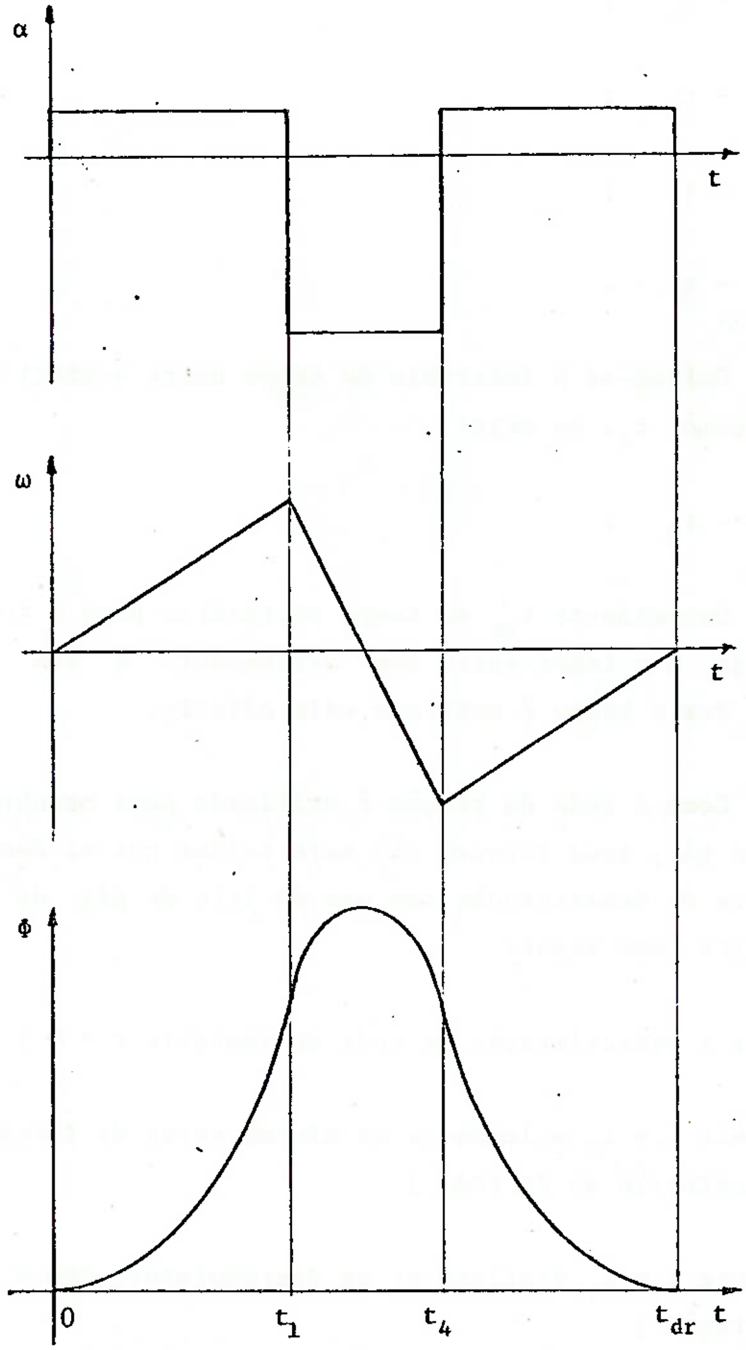


Fig. IV.2 - Aceleração, Velocidade e Posição Angulares do Satélite durante a Dessaturação da Roda de Reação.

Os instantes t_0, t_2, t_3 e t_5 não foram representados na figura devido à escala de tempo. Como os intervalos de tempo dos transitórios são consideravelmente menores que os tempos de regime permanente, t_0 e t_2 coincidiriam com t_1, e t_3 e t_5 coincidiriam com t_4.

A modelagem desta manobra será feita por fases. Para identificação dos tempos mencionados a seguir, veja-se a Figura IV.1. A primeira fase vai desde $t = 0$ até $t = t_1$; a segunda inicia-se em $t = t_1$ e vai até $t = t_5$; a terceira e última começa neste instante e termina em $t = t_{dr}$.

Para a roda, o equacionamento de sua desaceleração é o seguinte:

$$\alpha_r = - \frac{T_r}{I_r} \quad . \tag{IV.1}$$

$$\omega_r = \int - \frac{T_r}{I_r}\, dt \quad , \text{ ou seja:}$$

$$\omega_{rf} - \omega_{ri} = - \frac{T_r}{I_r} \cdot t_{dr} \quad . \tag{IV.2}$$

Nas equações acima, I_r e T_r são, respectivamente, o momento de inércia da roda de reação em relação ao seu eixo de rotação e o torque fornecido por ela. A velocidade da roda quando da decisão de dessaturá-la é ω_{ri} e a velocidade final desejada é ω_{rf}. t_{dr} é o tempo necessário para a dessaturação. Então:

$$t_{dr} = \frac{I_r}{T_r} \cdot (\omega_{ri} - \omega_{rf}) \quad . \tag{IV.3}$$

Portanto, dadas as características da roda, sua velocidade inicial (no estado de saturação) e a velocidade final desejada, o tempo de dessaturação já está determinado. Os tempos relacionados aos jatos de gás são equacionados levando em conta as fases mencionadas. O equacionamento mostrado a seguir diz respeito somente ao satélite.

Primeira Fase: $0 \leqq t \leqq t_1$.

Nesta fase somente a roda atua. Tem-se, então,

$$\alpha_1(t) = \frac{T_r}{I_s} \quad ; \tag{IV.4}$$

$$\omega_1(t) = \frac{T_r}{I_s} . t \quad ; \tag{IV.5}$$

$$\phi_1(t) = \frac{T_r}{2.I_s} . t^2 \quad . \tag{IV.6}$$

Em $t = t_1$, estas duas últimas equações fornecem:

$$\omega_1(t_1) = \frac{T_r}{I_s} . t_1 \quad ;$$

$$\phi_1(t_1) = \frac{T_r}{2.I_s} . t_1^2 \quad .$$

Segunda Fase: $t_1 \leqq t \leqq t_5$.

Nesta fase atuam simultaneamente a roda e os micromotores. Incluem-se aqui, também, os transitórios de ligamento e desligamento dos micromotores, ocorrendo o primeiro entre t_1 e t_2 e o segundo entre t_4 e t_5. As equações do movimento do satélite durante esta fase são:

$$\alpha_2(t) = \frac{T_r}{I_s} - \frac{N_b.R_s.F_e(t)}{I_s} \quad , \tag{IV.7}$$

onde:

N_b - número de micromotores (bocais) que atuam em cada sentido;

R_s - raio de fixação dos micromotores em relação ao eixo de rotação;
$F_e(t)$ - empuxo fornecido por um micromotor no instante t;
I_s - momento de inércia do satélite em relação ao eixo considerado.

A velocidade angular do satélite é dada pela integral no tempo da Equação IV.7:

$$\omega_2(t) = \int_{t_1}^{t} \alpha_2 \, dt = \frac{T_r}{I_s} . (t - t_1) - \frac{N_b . R_s}{I_s} . \int_{t_1}^{t} F_e \, dt + \omega_1(t_1) \quad .$$

Como o intervalo de tempo entre t_1 e t_2, durante o qual ocorre o transitório, é muito menor que o tempo em que o sistema opera em regime permanente (entre t_2 e t_4), admite-se que o sinal de desligamento da válvula seja enviado durante o regime permanente. Assim sendo, pode-se dividir a integral considerada em duas parcelas:

$$\int_{t_1}^{t} F_e \, dt = \int_{t_1}^{t_2} F_e \, dt + \int_{t_2}^{t} F_e \, dt \quad .$$

A primeira parcela envolve o empuxo no transitório de abertura. Seu cálculo depende da evolução do empuxo quando da movimentação do cursor da VC. É função da válvula de controle e das características do sistema, mas não da manobra. Define-se, então:

$$INT_1 = \int_{t_1}^{t_2} F_e \, dt \quad .$$

Para a segunda parcela, nota-se que o empuxo é constante por ter assumido seu valor de regime permanente, denominado F_{erp}. Esta parcela é dada por:

$$\int_{t_2}^{t} F_e \, dt = F_{erp}.(t - t_2) \quad .$$

Após a obtenção destes dois últimos resultados e lembrando o valor de $\omega_1(t_1)$ calculado no final da primeira fase, pode-se escrever:

$$\omega_2(t) = \frac{T_r}{I_s}.t - \frac{N_b.R_s.F_{erp}}{I_s}.(t - t_2) - \frac{N_b.R_s.INT_1}{I_s} \quad . \tag{IV.8}$$

A determinação da posição angular do satélite é conseguida com a integração desta última equação. Para proceder a esta integração é necessário lembrar que as duas últimas parcelas referem-se aos efeitos dos micromotores na velocidade. Assim, a parcela com INT_1 deve ser integrada lembrando que ela vai fornecer dois termos: um que será sua participação no ângulo de giro durante o transitório e outro que considera sua influência total após o transitório. Desta forma, fica-se com:

$$\Phi_2(t) = \int_{t}^{t} \omega_2(t) \, dt + \omega_1(t_1).(t - t_1) + \alpha_1(t_1) \quad .$$

O resultado final é:

$$\Phi_2(t) = \frac{T_r}{2.I_s}.t^2 - \frac{N_b.R_s}{I_s}.\left[\frac{F_{erp}}{2}.(t - t_2)^2 + INT_1.(t - t_2) + \right.$$

$$\left. + INT_{12}\right] \quad , \tag{IV.9}$$

onde $\quad INT_{12} = \left[\int \left(\int F_e \, dt \right) dt \right]_{t_1}^{t_2} \quad .$

É necessário saber os valores de ω_2 e Φ_2, dados pelas Equações IV.8 e IV.9 no instante t_5, que é o ponto divisor entre as fases 2 e 3. Para isto é preciso considerar que há um outro transitório, de fechamento, entre t_4 e t_5. Este transitório é tratado da mesma forma que o de abertura. Definindo:

$$INT_2 = \int_{t_4}^{t_5} F_e \, dt \qquad e$$

$$INT_{22} = \left[\int \left(\int F_e \, dt \right) dt \right]_{t_4}^{t_5} \quad \text{, tem-se:}$$

$$\omega_2(t_5) = \frac{T_r}{I_s} . t_5 - \frac{N_b . R_s}{I_s} . \left[F_{erp} . (t_4 - t_2) + INT_1 + INT_2 \right] \quad e$$

$$\Phi_2(t_5) = \frac{T_r}{2 . I_s} . t_5^2 - \frac{N_b . R_s}{I_s} . \left[\frac{F_{erp}}{2} . (t_4 - t_2)^2 + \right.$$

$$\left. + INT_1 . (t_5 - t_2) + INT_{12} + INT_{22} \right] \quad .$$

<u>Terceira Fase: $t_5 \leq t \leq t_{dr}$.</u>

Nesta fase os micromotores já cessaram sua atuação e, novamente, só a roda atua sobre o satélite. As equações para esta fase são:

$$\alpha_3(t) = \frac{T_r}{I_s} \quad ; \qquad \text{(IV.10)}$$

$$\omega_3(t) = \frac{T_r}{I_s} . (t - t_5) + \omega_2(t_5) \quad \text{, ou}$$

$$\omega_3(t) = \frac{T_r}{I_s} . t - \frac{N_b . R_s}{I_s} . \left[F_{erp.} (t_4 - t_2) + INT_1 + INT_2 \right] \quad ; \qquad \text{(IV.11)}$$

$$\Phi_3(t) = \frac{T_r}{2 . I_s} . t^2 - \frac{N_b . R_s}{I_s} . \left[F_{erp.} (t_4 - t_2) + INT_2 \right] . (t - t_5) +$$

$$- \frac{N_b . R_s . INT_1}{I_s} . (t - t_2) - \frac{N_b . R_s}{I_s} . \left[\frac{F_{erp}}{2} . (t_4 - t_2)^2 + \right.$$

$$\left. + INT_{12} + INT_{22} \right] \quad . \qquad \text{(IV.12)}$$

Ao final desta terceira fase, em t_{dr}, o satélite deve estar na mesma posição inicial e com velocidade angular nula. Então:

$$\omega_3(t_{dr}) = 0 \quad e$$

$$\Phi_3(t_{dr}) = 0 \quad .$$

Estas duas condições de contorno permitirão achar os valores de Δt_s e de mais um dos tempos envolvidos, de forma que será possível determinar os demais tempos. Com a primeira destas condições a Equação IV.11 fornece:

$$\frac{T_r}{I_s} . t_{dr} - \frac{N_b . R_s}{I_s} . \left[F_{erp} . (t_4 - t_2) + INT_1 + INT_2 \right] = 0 \quad , \text{ ou}$$

$$T_r . t_{dr} - N_b . R_s . [F_{erp} . (t_3 + \Delta t_4 - t_0 - \Delta t_1 - \Delta t_2) + INT_1 + INT_2] = 0$$

Lembrando que $t_3 - t_0 = \Delta t_s$, pode-se isolar esta variável, o que resulta:

$$\Delta t_s = \Delta t_1 + \Delta t_2 - \Delta t_4 + \frac{T_r . t_{dr}}{N_b . R_s . F_{erp}} - \frac{INT_1 + INT_2}{F_{erp}} \quad . \qquad \text{(IV.13)}$$

Esta equação mostra o tempo que se deve esperar para enviar à válvula o sinal de fechamento, após o sinal de abertura. A outra incógnita procurada, um dos tempos da válvula, pode ser obtida utilizando a segunda condição de contorno na Equação IV.12. Assim,

$$\frac{T_r}{2 . I_s} . t_{dr}^2 - \frac{N_b . R_s}{I_s} . [F_{erp} . (t_4 - t_2) + INT_2] . (t_{dr} - t_5) +$$

$$- \frac{N_b . R_s . INT_1}{I_s} . (t_{dr} - t_2) - \frac{N_b . R_s}{I_s} . \left[\frac{F_{erp}}{2} . (t_4 - t_2)^2 + \right.$$

$$+ INT_{12} + INT_{22} \Big] = 0 \quad .$$

Da equação IV.13 tira-se:

$$t_4 - t_2 = \frac{T_r . t_{dr}}{N_b . R_s . F_{erp}} - \frac{INT_1 + INT_2}{F_{erp}} \quad .$$

Substituindo este resultado na equação anterior e juntando os termos semelhantes, chega-se a:

$$T_r . t_{dr} . (t_5 - \frac{t_{dr}}{2}) - \frac{T_r^2 . t_{dr}^2}{2.N_b . R_s . F_{erp}} + \frac{T_r . t_{dr} . INT_2}{F_{erp}} +$$

$$- \frac{N_b . R_s}{T_r . t_{dr}} . \left(\frac{INT_2^2 - INT_1^2}{2.F_{erp}} + INT_1 . \Delta t_5 + INT_{12} + INT_{22} \right) = 0 \quad .$$

Isolando t_5 obtém-se:

$$t_5 = \frac{t_{dr}}{2} + \frac{T_r . t_{dr}}{2.N_b . R_s . F_{erp}} - \frac{INT_2}{F_{erp}} + \frac{N_b . R_s}{T_r . t_{dr}} . \left(\frac{INT_2^2 - INT_1^2}{2.F_{erp}} + \right.$$

$$\left. + INT_1 . \Delta t_5 + INT_{12} + INT_{22} \right) \quad . \qquad \text{(IV.14)}$$

As equações IV.13 e IV.14 fornecem os valores de Δt_s e de t_5. De posse destes tempos, todos os demais podem ser obtidos através das definições dos intervalos referentes aos transitórios. Fica-se com:

$$t_4 = t_5 - \Delta t_5 \quad ; \qquad \text{(IV.15)}$$

$$t_3 = t_4 - \Delta t_4 \quad ; \qquad \text{(IV.16)}$$

$$t_0 = t_3 - \Delta t_s \quad ; \qquad \text{(IV.17)}$$

$$t_1 = t_0 + \Delta t_1 \quad ; \qquad \text{(IV.18)}$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t_2 \quad . \qquad \text{(IV.19)}$$

IV.2 - Alteração de Atitude

Uma alteração de atitude em um satélite difere de uma correção de atitude, quanto à manobra em si, por ser o ângulo de giro muito maior no primeiro caso.

Inicialmente o satélite tem velocidade angular nula em relação ao eixo considerado, e ângulo de rotação nulo, ou seja, o referencial coincide com sua posição inicial. Ao final da manobra, o satélite deverá ter girado de um ângulo Φ_d, dado e deverá estar novamente com velocidade nula.

Um gráfico qualitativo da atuação dos micromotores pode ser visto na Figura IV.3.

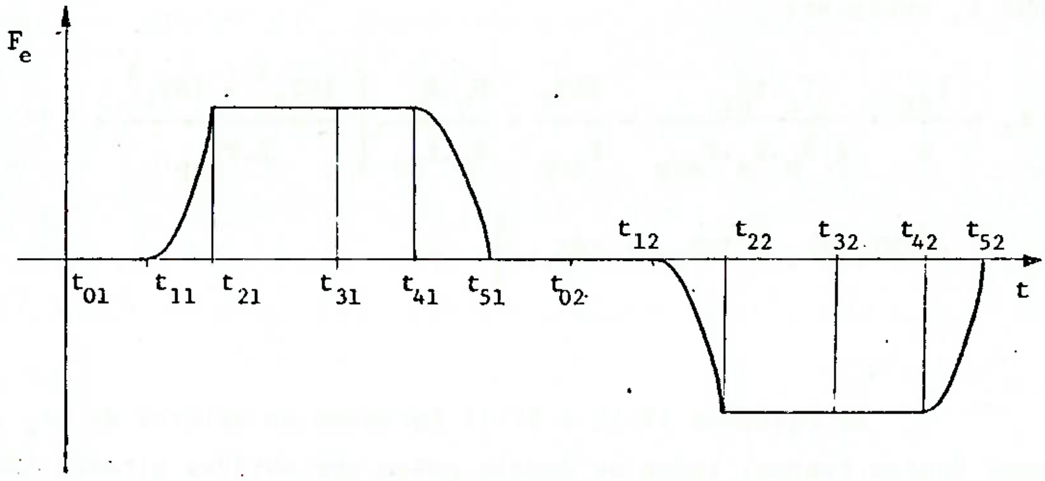


Fig. IV.3 - Empuxo de dois micromotores opostos durante uma alteração de atitude.

Esta manobra pode, então, ser descrita da forma que se segue, lembrando a Figura I.1:

- no instante inicial ligam-se os motores a e c, que permanecem funcionando até o instante t_{51} ;

- neste instante os dois motores deixam de atuar e o satélite gira livremente até t_{12} ;

- em t_{12} começam a atuar os motores **b** e **d** ;

- em t_{52} estes motores cessam sua atuação e a manobra está encerrada.

Neste ponto define-se um novo intervalo de tempo, Δt_d, que é o intervalo entre o sinal de desligamento dos primeiros motores e o sinal de ligamento dos outros. Com base nos símbolos da Figura IV.3 tem-se:

$$\Delta t_d = t_{02} - t_{31} \quad . \tag{IV.20}$$

O comportamento do satélite em termos de sua aceleração, sua velocidade e sua posição angulares durante esta manobra está mostrado na Figura IV.4.

Para simplificar o equacionamento, divide-se a manobra total em três fases: a primeira tem início em t_{11} e término em t_{51} ; a segunda vai de t_{51} a t_{12}; e a terceira começa em t_{12} e prolonga-se até t_{52}. Os índices **1, 2** e **3** colocados nos símbolos α, β e Φ indicam a que fase se refere a grandeza.

Não estão representados nesta figura todos os instantes de tempo envolvidos na manobra devido à escala de tempo (ver comentário após a Figura IV.2).

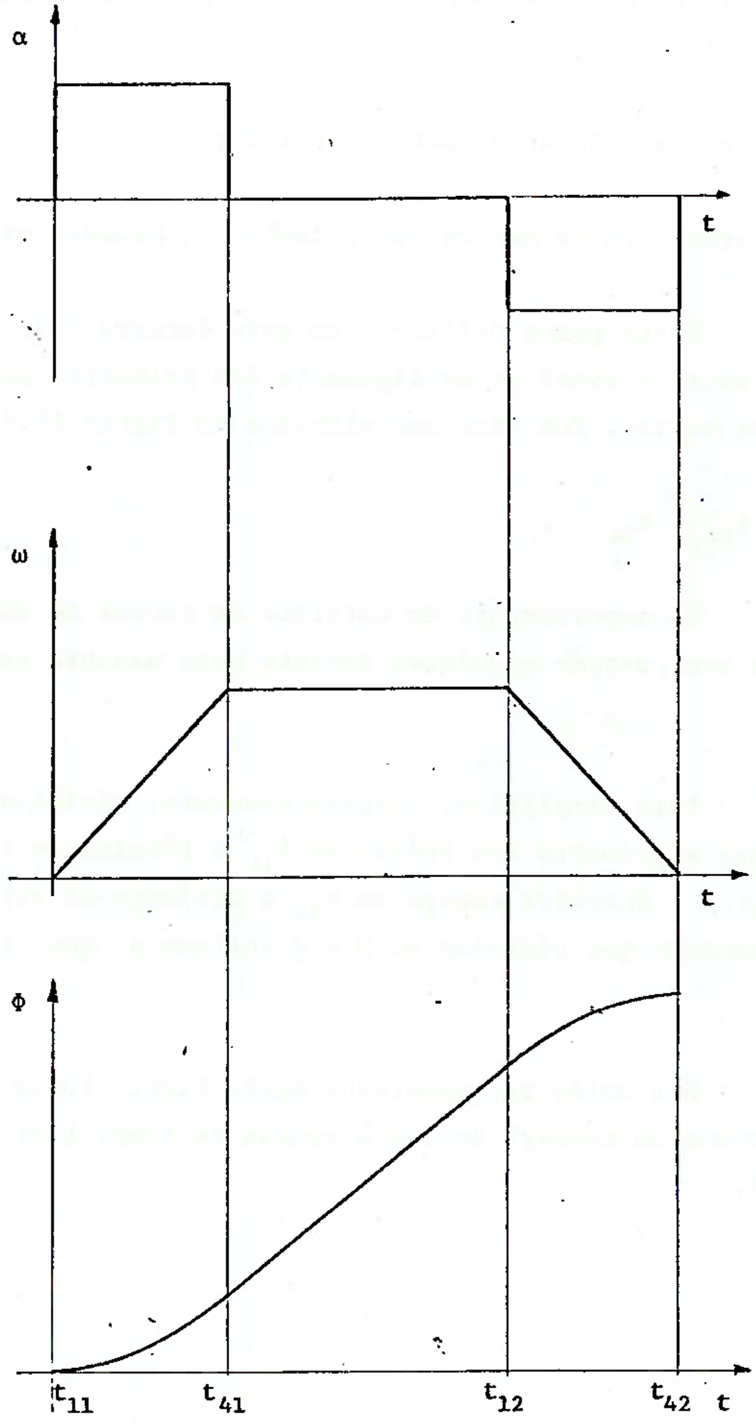


Fig. IV.4 - Aceleração, Velocidade e Posição angulares do Satélite durante uma Alteração de Atitude.

Primeira Fase: $t_{11} \leq t \leq t_{51}$.

Esta fase possui três subfases, a primeira e a última levando em conta os transitórios e a segunda considerando o regime permanente. Para melhor compreensão, cada subfase será tratada independentemente.

- $t_{11} \leq t \leq t_{21}$

$$\alpha_1(t) = \frac{N_b.R_s.F_e(t)}{I_s} \quad ; \tag{IV.21}$$

$$\omega_1(t) = \frac{N_b.R_s}{I_s} . \int_{t_{11}}^{t} F_e(t)\, dt \quad ; \tag{IV.22}$$

$$\Phi_1(t) = \frac{N_b.R_s}{I_s} . \left[\int \left(\int F_e(t)\, dt \right) dt \right]_{t_{11}}^{t} . \tag{IV.23}$$

Para os cálculos referentes à próxima subfase é preciso especificar as expressões IV.22 e IV.23 no instante t_{21}:

$$\omega_1(t_{21}) = \frac{N_b.R_s.INT_1}{I_s} \quad ;$$

$$\Phi_1(t_{21}) = \frac{N_b.R_s.INT_{12}}{I_s} \quad .$$

- $t_{21} \leq t \leq t_{41}$

$$\alpha_1(t) = \frac{N_b.R_s.F_{erp}}{I_s} \quad ; \tag{IV.24}$$

$$\omega_1(t) = \omega_1(t_{21}) + \frac{N_b.R_s.F_{erp}}{I_s}.(t - t_{21}) \quad ; \qquad \text{(IV.25)}$$

$$\Phi_1(t) = \Phi_1(t_{21}) + \omega_1(t_{21}).(t - t_{21}) + \frac{N_b.R_s.F_{erp}}{2.I_s}.(t - t_{21})^2 \quad . \qquad \text{(IV.26)}$$

As duas últimas equações, calculadas no ponto t_{41} fornecem as condições iniciais para a próxima subfase. Então têm-se:

$$\omega_1(t_{41}) = \frac{N_b.R_s}{I_s}.\left[F_{erp}.(t_{41} - t_{21}) + INT_1\right] \quad ;$$

$$\Phi_1(t_{41}) = \frac{N_b.R_s}{I_s}.\left[\frac{F_{erp}}{2}.(t_{41} - t_{21})^2 + INT_1.(t_{41} - t_{21}) + INT_{12}\right]$$

- $t_{41} \leq t \leq t_{51}$

$$\alpha_1(t) = \frac{N_b.R_s.F_e(t)}{I_s} \quad ; \qquad \text{(IV.27)}$$

$$\omega_1(t) = \omega_1(t_{41}) + \frac{N_b.R_s}{I_s}.\int_{t_{41}}^{t} F_e(t)\,dt \quad ; \qquad \text{(IV.28)}$$

$$\Phi_1(t) = \Phi_1(t_{41}) + \omega_1(t_{41}).(t - t_{41}) + \frac{N_b.R_s}{I_s}.\left[\int\left(\int F_e(t)\,dt\right)dt\right]_{t_{41}}^{t} \quad . \qquad \text{(IV.29)}$$

Aplicando essas duas últimas equações ao instante t_{51}, obtêm-se as condições iniciais para a segunda fase:

$$\omega_1(t_{51}) = \frac{N_b.R_s}{I_s} . \left[F_{erp}.(t_{41} - t_{21}) + INT_1 + INT_2\right] \quad ;$$

$$\Phi_1(t_{51}) = \frac{N_b.R_s}{I_s} . \left[\frac{F_{erp}}{2}.(t_{41} - t_{21})^2 + F_{erp}.(t_{41} - t_{21}). \right.$$

$$\left. .(t_{51} - t_{41}) + INT_1.(t_{51} - t_{21}) + INT_{12} + INT_{22}\right] .$$

<u>Segunda Fase: $t_{51} \leq t \leq t_{12}$.</u>

Nesta fase não há torques sendo aplicados ao satélite, que gira livremente com velocidade constante. Portanto, têm-se:

$$\alpha_2(t) = 0 \quad ; \qquad \text{(IV.30)}$$

$$\omega_2(t) = \omega_1(t_{51}) \quad ; \qquad \text{(IV.31)}$$

$$\Phi_2(t) = \Phi_1(t_{51}) + \omega_1(t_{51}).(t - t_{51}) \quad . \qquad \text{(IV.32)}$$

Interessam nesta fase os valores de ω_2 e Φ_2 no instante t_{12}, que é quando começa a fase 3. Têm-se:

$$\omega_2(t_{12}) = \frac{N_b.R_s}{I_s} . \left[F_{erp}.(t_{41} - t_{21}) + INT_1 + INT_2\right] \quad ;$$

$$\Phi_2(t_{12}) = \frac{N_b.R_s}{I_s} . \left[F_{erp}.(t_{41} - t_{21}).(t_{12} - t_{41}) + \frac{F_{erp}}{2}.(t_{41} - t_{21})^2 + \right.$$

$$\left. + INT_1.(t_{12} - t_{21}) + INT_2.(t_{12} - t_{51}) + INT_{12} + INT_{22}\right] .$$

<u>Terceira Fase: $t_{12} \leq t \leq t_{52}$.</u>

Analogamente à primeira fase, três subfases são definidas.

Têm-se, então:

- $t_{12} \leq t \leq t_{22}$

$$\alpha_3(t) = - \frac{N_b . R_s . F_e(t)}{I_s} \quad ; \tag{IV.33}$$

$$\omega_3(t) = \omega_2(t_{12}) - \frac{N_b . R_s}{I_s} . \int_{t_{12}}^{t} F_e(t)\, dt \quad ; \tag{IV.34}$$

$$\Phi_3(t) = \Phi_2(t_{12}) + \omega_2(t_{12}).(t - t_{12}) + - \frac{N_b . R_s}{I_s} . \left[\int \left[\int F_e(t)\, dt \right] dt \right]_{t_{12}}^{t} . \tag{IV.35}$$

No instante t_{22}, quando se inicia a segunda subfase, têm-se:

$$\omega_3(t_{22}) = \frac{N_b . R_s}{I_s} . \left[F_{erp} .(t_{41} - t_{21}) + INT_2 \right] \quad ;$$

$$\Phi_3(t_{22}) = \frac{N_b . R_s}{I_s} . \left[\frac{F_{erp}}{2} . (t_{41} - t_{21})^2 + F_{erp} .(t_{41} - t_{21}).(t_{22} - t_{41}) + \right.$$

$$\left. + INT_1 .(t_{22} - t_{21}) + INT_2 .(t_{22} - t_{51}) + INT_{22} \right] .$$

- $t_{22} \leq t \leq t_{42}$

Para esta subfase, as equações válidas são:

$$\alpha_3(t) = - \frac{N_b . R_s . F_{erp}}{I_s} \quad ; \tag{IV.36}$$

$$\omega_3(t) = \omega_3(t_{22}) - \frac{N_b.R_s.F_{erp}}{I_s}.(t - t_{22}) \quad ; \qquad (IV.37)$$

$$\Phi_3(t) = \Phi_3(t_{22}) + \omega_3(t_{22}).(t - t_{22}) - \frac{N_b.R_s.F_{erp}}{2.I_s}.(t - t_{22})^2 \quad . \qquad (IV.38)$$

Esta subfase termina em t_{42}. Neste instante têm-se:

$$\omega_3(t_{42}) = \frac{N_b.R_s}{I_s} . \left[F_{erp}.(t_{41} - t_{21}) - F_{erp}.(t_{42} - t_{22}) + INT_2 \right] ;$$

$$\Phi_3(t_{42}) = \frac{N_b.R_s}{I_s} . \left[\frac{F_{erp}}{2}.(t_{41} - t_{21})^2 - \frac{F_{erp}}{2}.(t_{42} - t_{22})^2 + \right.$$

$$+ F_{erp}.(t_{41} - t_{21}).(t_{42} - t_{41}) + INT_1.(t_{22} - t_{21}) +$$

$$\left. + INT_2.(t_{42} - t_{51}) + INT_{22} \right] .$$

- $t_{42} \leq t \leq t_{52}$

Nesta subfase, que é a última componente da manobra total, as equações do movimento são:

$$\alpha_3(t) = - \frac{N_b.R_s.F_e(t)}{I_s} \quad ; \qquad (IV.39)$$

$$\omega_3(t) = \omega_3(t_{42}) - \frac{N_b.R_s}{I_s} . \int_{t_{42}}^{t} F_e(t)\, dt \quad ; \qquad (IV.40)$$

$$\Phi_3(t) = \Phi_3(t_{42}) + \omega_3(t_{42}).(t - t_{42}) +$$

$$- \frac{N_b.R_s}{I_s} . \left[\int \left[\int F_e(t)\, dt \right] dt \right]_{t_{42}}^{t} . \qquad \text{(IV.41)}$$

No instante t_{52} termina a manobra completa e as duas últimas equações fornecem:

$$\omega_3(t_{52}) = \frac{N_b.R_s}{I_s} . \left[F_{erp}.(t_{41} - t_{21}) - F_{erp}.(t_{42} - t_{22}) \right] \quad ;$$

$$\Phi_3(t_{52}) = \frac{N_b.R_s}{I_s} . \left[\frac{F_{erp}}{2} . (t_{41} - t_{21})^2 - \frac{F_{erp}}{2} . (t_{42} - t_{22})^2 + \right.$$

$$+ F_{erp}.(t_{41} - t_{21}).(t_{52} - t_{41}) - F_{erp}.(t_{42} - t_{21}).(t_{52} - t_{42}) +$$

$$\left. + INT_1.(t_{22} - t_{21}) + INT_2.(t_{52} - t_{51}) \right] .$$

No final da manobra deseja-se que o satélite esteja com velocidade angular nula e com o apontamento desejado, ou seja, $\omega_3(t_{52}) = 0$ e $\Phi_3(t_{52}) = \Phi_d$. Com a primeira destas condições de contorno obtém-se:

$$(t_{42} - t_{22}) = (t_{41} - t_{21}) \quad .$$

Introduzindo os intervalos de tempo, este resultado pode ser reescrito como:

$$t_{32} + \Delta t_4 - (t_{02} + \Delta t_1 + \Delta t_2) = t_{31} + \Delta t_4 - (t_{01} + \Delta t_1 + \Delta t_2) ,$$

ou seja:

$$\Delta t_{s1} = \Delta t_{s2} = \Delta t_s \quad . \qquad \text{(IV.42)}$$

A conclusão a que esta equação conduz é de que a largura dos pulsos deve ser a mesma. A outra condição produz:

$$\frac{N_b . R_s}{I_s} . [\, F_{erp} . (t_{41} - t_{21}) . (t_{42} - t_{41}) + INT_1 . (t_{22} - t_{21}) +$$

$$+ INT_2 . (t_{52} - t_{51}) \,] = \Phi_d \quad ,$$

ou, simplificando os termos e introduzindo os intervalos de tempo:

$$F_{erp} . (\Delta t_s + \Delta t_4 - \Delta t_1 - \Delta t_2) . (\Delta t_s + \Delta t_d) + INT_1 . (\Delta t_s + \Delta t_d) +$$

$$+ INT_2 . (\Delta t_s + \Delta t_d) = \frac{I_s . \Phi_d}{N_b . R_s} \quad .$$

Isolando Δt_d nesta equação, obtém-se:

$$\Delta t_d = \frac{I_s . \Phi_d}{N_b . R_s . [F_{erp} . (\Delta t_s + \Delta t_4 - \Delta t_1 - \Delta t_2) + INT_1 + INT_2]} - \Delta t_s \quad . \qquad (IV.43)$$

A equação IV.43 relaciona Δt_d com Δt_s. Entretanto, há infinitos valores que estes intervalos de tempo podem assumir, bastando apenas que respeitem esta relação. É preciso, então, fornecer o valor de um destes intervalos, ou obter uma outra equação para formar um sistema com a Expressão IV.43. Uma possibilidade é empregar algum critério de otimização que relacione estes dois intervalos de tempo. No Capítulo V serão resolvidos exemplos de alteração de atitude de satélites e será apresentado um critério simples de otimização de custos.

CAPÍTULO V

RESOLUÇÃO DE EXEMPLOS

Todo o equacionamento desenvolvido nos capítulos precedentes é bastante complexo, de forma que se torna necessário resolver alguns exemplos para poder avaliar a consistência do modelo. Inicialmente apresentam-se de forma sucinta os métodos numéricos que foram empregados no modelo. Em seguida mostra-se a seqüência de resolução das equações do modelo, para o regime permanente e para o transitório.

Por último são resolvidos alguns exemplos representativos para comprovar o equacionamento.

V.1 - Métodos Numéricos Empregados

Embora os procedimentos numéricos apresentados a seguir possam ser encontrados em qualquer bom livro sobre o assunto (ver bibliografia no final do trabalho), foi reservada uma seção deste trabalho para sua apresentação por causa da grande dificuldade em sua implementação para as equações obtidas.

Os problemas que tiveram de ser resolvidos numericamente foram: ajuste de curvas a um conjunto de pontos; localização de zeros de funções; resolução de sistema de equações diferenciais não-lineares.

Nos próximos itens serão explicados esses métodos e onde eles foram aplicados.

V.1.1 - Ajuste de Curvas

Este tipo de problema surgiu quando da utilização das curvas de magnetização (B x H) dos materiais magnéticos componentes das válvulas de controle.

Normalmente dispõe-se de gráficos fornecidos em livros ou manuais com as curvas desejadas. Mais raramente encontram-se tabelas com os pares de pontos. Este último é o melhor caso, pois no primeiro é preciso fazer a leitura dos pontos nos gráficos.

Em qualquer dos dois casos, após dispor de uma tabela com os pares (H,B) é preciso ajustar uma curva a eles para que se possa realizar os cálculos necessários em qualquer região da curva.

Dentre os vários métodos existentes, o escolhido foi o ajuste por polinômio de terceiro grau suavizado (em Inglês o método é conhecido como **spline**) [Forsythe et alli, 1977].

O método da suavização já é conhecido há muito tempo. As réguas flexíveis, usadas por desenhistas para traçar curvas que passem por uma série de pontos, fazem este ajuste mecanicamente (em Inglês estas réguas se chamam justamente **spline**, de onde surgiu o nome do método). Ao se ajustar a régua aos pontos, o perfil que ela assume é aquele que minimiza sua energia potencial e com base nisto é possível equacionar as curvas.

Da teoria da resistência dos materiais [Forsythe et alli, 1977], sabe-se que esta energia é proporcional à integral do quadrado da curvatura da régua. Se as tangentes ao perfil não tiverem valores elevados, será válido escrever:

$$E_p \cong \int [\ s''(x)\ ]^2\ dx \quad . \qquad (V.1)$$

Se se dispõe de n pontos (x_i, y_i), com conseqüentes n-1 intervalos, deve-se ter n-1 segmentos de polinômios cúbicos, gerando 4n-4 parâmetros a serem determinados.

As primeiras n condições surgem da imposição de se ter

$$s(x_i) = y_i \quad , \quad i = 1,2,3,\ldots,n. \qquad (V.2)$$

Exige-se da função interpoladora que ela tenha derivadas contínuas nos n-2 pontos interiores, o que estabelece mais n-2 condições.

Com a condição de energia potencial mínima obtêm-se mais 2n-2 restrições, perfazendo, até aqui, 4n-4 condições de contorno.

Uma análise matemática destes polinômios de ajuste [Ahlberg et alli, 1967] revela que, para que eles tenham a menor curvatura possível é necessário ter:

$$s''(x_1) = s''(x_n) = 0 \quad . \tag{V.3}$$

Desta forma obtêm-se as duas últimas condições que faltavam e torna-se possível obter os coeficientes de todos os polinômios. Para uma análise detalhada deste método deve-se consultar Forsythe et alli (1977).

V.1.2 - Localização de Zeros de Funções

Para a solução de duas das equações finais, optou-se pelo uso de métodos numéricos: a equação II.29, que permite calcular o número de Mach em uma dada secção, e a Equação III.39, com a qual se obtém o valor da densidade de fluxo magnético B_m.

Vários são os métodos disponíveis, cada um com vantagens e desvantagens em relação aos demais. Dois deles foram empregados: para a resolução da Equação II.12 foi usado o método de Newton-Raphson; para a solução da Expressão III.39 empregou-se o método denominado "Regula Falsi". A seguir estão explicados estes procedimentos.

V.1.2.1 - Método de Newton-Raphson

Este é o mais conhecido procedimento para localização de zeros de funções, principalmente pela sua rápida convergência para a solução desejada. A Figura V.1 ilustra sua aplicação.

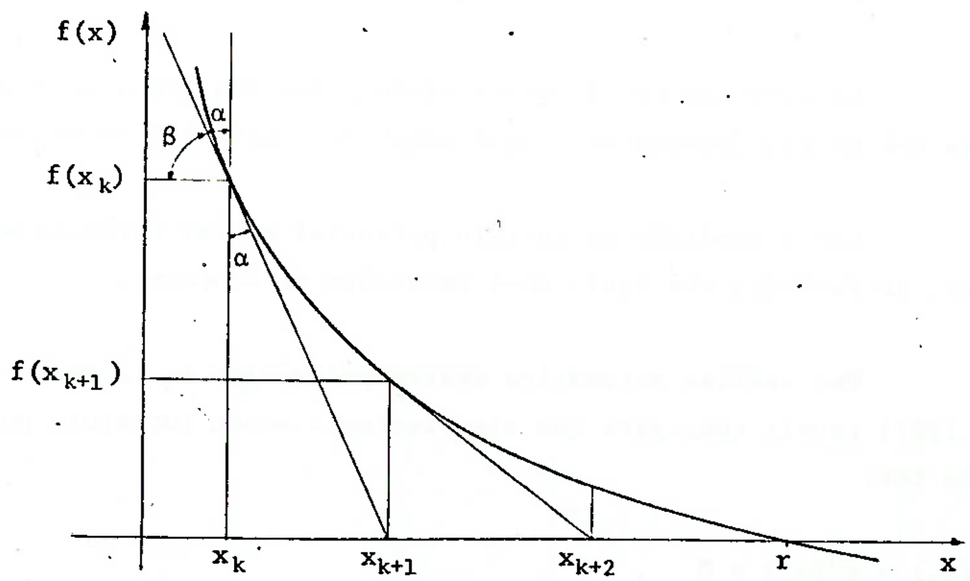


Fig. V.1 - Interpretação Gráfica do Método de Newton-Raphson.

Na figura acima, a reta que passa pelos pontos $(x_k, f(x_k))$ e $(x_{k+1}, 0)$ é tangente à curva no ponto x_k. Considere-se o triângulo com vértices em $(x_k, 0)$, $(x_{k+1}, 0)$ e $(x_k, f(x_k))$. Tem-se:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x_{k+1} - x_k}{0 - f(x_k)} \quad . \tag{V.4}$$

Da figura também se deduz:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta \quad .$$

Da trigonometria tem-se:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{cotg} \beta = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} \tag{V.5}$$

Observando o ângulo β verifica-se facilmente que:

$$\operatorname{tg} \beta = f'(x_k) \quad ,$$

o que, juntamente com as Equações V.4 e V.5, fornece:

$$\frac{x_{k+1} - x_k}{-f(x_k)} = \frac{1}{f'(x_k)} \quad , \text{ ou}$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad . \qquad \text{(V.6)}$$

Esta é a equação que define o método de Newton-Raphson. Normalmente obtém-se convergência rápida com esta equação, mas há três inconvenientes. O primeiro é a necessidade de se calcular a derivada da função em cada ponto da iteração. Quando se trabalha com polinômios o problema é minimizado, mas ao lidar-se com equações transcendentais o cálculo de sua derivada pode se algo bastante fastidioso.

O segundo inconveniente é a inaplicabilidade do método quando se tem um ponto com derivada nula (máximo ou mínimo local), ou mesmo em suas proximidades. Nesta região, por ser a derivada bastante pequena, a variação em x, calculada pelo método, pode resultar tão grande que o ponto x_{k+1} pode vir a localizar-se em uma região totalmente diferente da função, talvez até próximo de outro zero.

O terceiro inconveniente deste método é a possibilidade de não haver convergência. Esta situação pode ocorrer quando se está numa região em que a função é positiva (negativa) e há nas proximidades um mínimo (máximo) local também positivo (negativo).

Por estas razões, deve-se tomar cuidado ao empregar este procedimento com funções de comportamento desconhecido.

Foi utilizado este método com a equação II.12, que tem gráfico similar ao de uma parábola para $x > 0$ e com único ponto de derivada nula (mínimo) em $x = 1$, onde $f(x) = 1$. Considerando que é possível saber quando o número de Mach é maior ou menor que a unidade - o que equivale a dizer escoamento supersônico ou subsônico - dada a relação de áreas, admite-se um valor inicial adequado e o método sempre converge.

V.1.2.2 - Método "Regula Falsi"

Este método também é bastante conhecido e empregado e tem a vantagem de não ser influenciado por derivadas nulas, apesar de normalmente precisar de mais iterações que o método anterior para atingir a mesma precisão. A figura V.2 ilustra o procedimento.

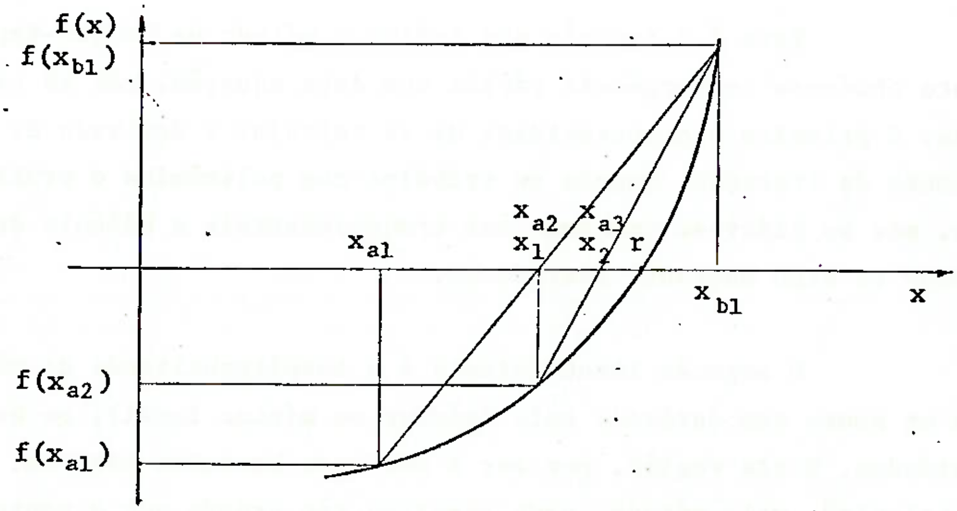


Fig. V.2 - Interpretação Geométrica do Método "Regula Falsi".

Para começar a procura é preciso localizar dois valores de x nos quais a função tenha sinais diferentes. Sendo a função contínua, sabe-se que entre estes dois pontos há um número ímpar de raízes. Se o comportamento da função é conhecido, é possível afirmar que dentro deste intervalo há apenas uma raiz.

Sejam x_{a1} e x_{b1} os extremos deste intervalo. No procedimento geométrico, traça-se a corda que liga os pontos $(x_{a1}, f(x_{a1}))$ e $(x_{b1}, f(x_{b1}))$. O ponto onde esta reta cruza o eixo x, denominado x_1, vai substituir x_{a1} ou x_{b1}, diminuindo o intervalo de busca. Para decidir qual dos dois valores ele vai substituir, basta comparar o sinal da função neste novo ponto com o sinal nos extremos. O novo ponto será colocado no lugar do extremo cuja função tenha o mesmo sinal de $f(x_1)$. No exemplo mostrado na Figura V.2, $f(x_1)$ tem o mesmo sinal de $f(x_{a1})$. Assim sendo, x_1 passa a ser x_{a2}, de forma que $f(x_{a2})$ e $f(x_{b1})$ continuem tendo sinais opostos.

Matematicamente, x_1 é dado por:

$$x_1 = \frac{x_{b1}.f(x_{a1}) - x_{a1}.f(x_{b1})}{f(x_{b1}) - f(x_{a1})} \quad . \qquad (V.7)$$

Este método é bastante semelhante ao da bisecção, podendo mesmo ser considerado um aperfeiçoamento deste, do qual difere apenas na escolha de x_1. Neste, o novo ponto é escolhido como o ponto médio do intervalo (x_{a1}, x_{b1}).

O critério aqui explicado foi empregado para obter o valor de B da Equação III.39. Como a função em questão não era conhecida, para evitar os problemas mencionados com o método anterior optou-se por este processo ao invés do de Newton-Raphson.

V.1.3 - Solução de Sistema de Equações Diferenciais

A necessidade de resolver equações diferenciais surgiu com a Expressão III.1 que, integrada, fornece o valor de x, ou seja, da abertura da válvula em função do tempo. Esta equação, entretanto, requer o valor da corrente que percorre o solenóide, dada pela Equação III.93 sob forma diferencial. Como esta última depende de x, tem-se um sistema de duas equações diferenciais com duas funções incógnitas.

Considerando que os métodos de solução de sistemas de equações diferenciais trabalham com equações de 1ª ordem, foi reduzida a ordem da Expressão III.1, efetuando a seguinte mudança de variáveis:

$$\dot{x} = v_c \qquad e \qquad (V.8)$$

$$\dot{v}_c = \frac{1}{m_c}.(F_m - F_{mo} - F_r) \quad , \qquad (V.9)$$

esta última sendo a própria Relação III.1, já com a nova variável. Agora as Equações III.93, V.8 e V.9 formam um sistema de 3 equações diferenciais de primeira ordem com 3 funções incógnitas: I, v_c e x.

V.1.3.1 - Método de Runge-Kutta

Para a resolução da equação diferencial

$$y' = f(x,y) \quad , \tag{V.10}$$

sendo dado $y(x_n) = y_n$ e o passo de integração h, este método propõe, para um erro da ordem de h^5, uma solução através de:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6} \cdot (k_1 + 2.k_2 + 2.k_3 + k_4) \quad , \tag{V.11}$$

onde

$$k_1 = h.f(x_n \ , \ y_n) \quad ;$$

$$k_2 = h.f(x_n + h/2 \ , \ y_n + k_1/2) \quad ;$$

$$k_3 = h.f(x_n + h/2 \ , \ y_n + k_2/2) \quad ;$$

$$k_4 = h.f(x_n + h \ , \ y_n + k_3) \quad .$$

A explicação geométrica deste processo é dada a seguir.

No ponto (x_n, y_n) calcula-se a tangente usando V.10, resultando k_1/h. Caminha-se meio passo à frente e utiliza-se esta tangente para calcular a função, obtendo-se o ponto $(x_n+h/2 \ , \ y_n+k_1/2)$. Neste ponto calcula-se a nova tangente, k_2/h, a qual é aplicada no ponto inicial para, novamente, calcular-se o valor da função no ponto médio, resultando $(x_n+h/2 \ , \ y_n+k_2/2)$. Calcula-se, então uma terceira inclinação k_3/h, com a qual parte-se uma vez mais do ponto inicial. Desta vez a função é avaliada um passo inteiro à frente, resultando o ponto $(x_n+h \ , \ y_n+k_3)$. Com este novo ponto, computa-se a tangente à curva, resultando k_4/h.

Com as quatro tangentes obtidas, calcula-se uma inclinação média, ponderando-as com pesos 1, 2, 2 e 1, respectivamente.

Esta inclinação resultante é utilizada para calcular o valor da função em $x_{n+1} = x_n+h$, por meio da Relação V.11.

Esta expressão pode ser obtida a partir da função y, expandindo-a em série de Taylor e truncando-a no termo de quarta ordem. Daí ser este método chamado "Runge-Kutta de quarta ordem". Obviamente, pode-se expandir a função até onde se deseje, sendo também bastante conhecidos os métodos de 2ª e 3ª ordem.

Um detalhamento maior da obtenção desta solução foge ao escopo deste trabalho e poderá ser encontrado, por exemplo, em Carnahan et alli (1969), em Hamming (1962) ou ainda em Hildebrand (1956).

V.1.3.2 - Método Preditor-Corretor

O método descrito no item anterior tem bom desempenho, mas tem o inconveniente de exigir muitos cálculos para chegar ao novo ponto integrado. Um meio de contornar este problema é utilizar o método tratado neste item.

Neste procedimento faz-se uma previsão do novo ponto por meio de uma fórmula e, partindo deste novo ponto, corrige-se seu valor por meio de outra equação.

Para a previsão foi escolhido o preditor de Milne de 4ª ordem:

$$y_{i+1,0} = y_{i-3} + \frac{4.h}{3}.(2.f_i - f_{i-1} + 2.f_{i-2}) \quad , \qquad (V.12)$$

onde $f_i = f(x_i) = y'(x_i)$. O segundo índice de y no lado esquerdo da igualdade indica o número da correção. Quando o ponto já foi corrigido e está integrado, elimina-se este segundo índice, como ocorre com o valor de y no lado direito da igualdade.

Em seguida melhora-se o valor desta previsão admitindo que o erro de truncamento em intervalos adjacentes não difira apreciavelmente, obtendo:

$$y^{*}_{i+1,0} = y_{i+1,0} + \frac{112}{121} \cdot (y_{i,k} - y_{i,0}) \quad . \qquad (V.13)$$

O valor de $y_{i,k}$ representa a solução final do corretor para o ponto atual.

Agora faz-se a correção do valor atual por meio do corretor de Hamming de 4ª ordem:

$$y_{i+1,j+1} = \frac{1}{8} \cdot \Big\{ 9.y_i - y_{i-2} + 3.h.[f(x_{i+1},y_{i+1,j}) + $$
$$+ 2.f_i - f_{i-1}] \Big\} \quad . \qquad (V.14)$$

Esta equação pode ser aplicada até que seja satisfeito algum critério de convergência pré-estabelecido.

Os valores de $y_{i+1,k}$ e $y_{i+1,0}$ são, então, usados para estimar o erro de truncamento E_t para o corretor através de:

$$E_t = \frac{9}{121} \cdot (y_{i+1,k} - y_{i+1,0}) \quad . \qquad (V.15)$$

Depois disto, o valor final para y_{i+1} é obtido da relação:

$$y_{i+1} = y_{i+1,k} - E_t \quad . \qquad (V.16)$$

Uma análise da Relação V.12 revela que o primeiro ponto que pode ser calculado por aquela fórmula é o de número 4. Isto significa que, para usar este método, é preciso conhecer o valor de y em 3 pontos de antemão. Em outras palavras, este procedimento precisa de um outro que forneça estes pontos. Neste trabalho estes três primeiros pontos foram calculados por Runge-Kutta.

Este método pode ser estudado detalhadamente em Carnahan et alli (1969).

V.2 - Seqüência de Resolução

Como o número de equações do modelo é bastante elevado, e como a ordem de resolução nem sempre é a mesma apresentada no texto, torna-se interessante mostrar a seqüência segundo a qual se resolve um caso.

O Capítulo IV mostrou que uma determinada manobra depende do empuxo fornecido pelos micromotores e dos tempos de atraso devidos aos transitórios. Assim, basta saber o valor do empuxo de regime permanente e ter sua curva em função do tempo durante os períodos transitórios para resolver as manobras.

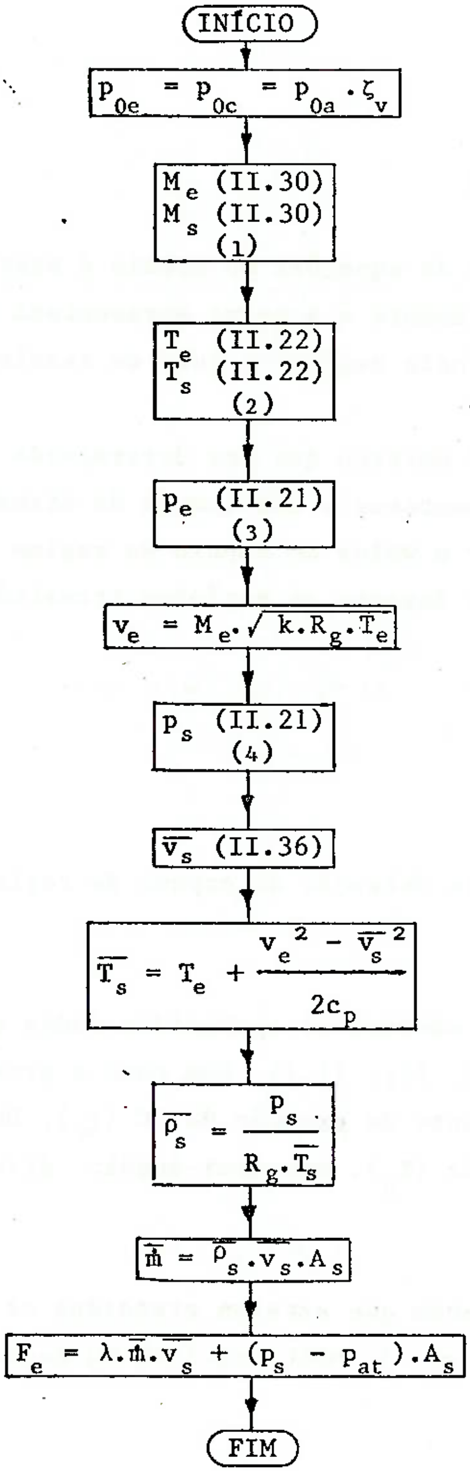
V.2.1 - Regime Permanente

A seqüência de obtenção do empuxo de regime permanente (F_{erp}) é descrita a seguir.

Inicialmente admitem-se conhecidas todas as dimensões de interesse do sistema global (V. Fig. II.1), bem como a pressão de estagnação regulada (p_{0sv}) e o coeficiente de pressão da VC (ζ_v). Do bocal conhecem-se sua temperatura de estagnação (T_0), seu semi-ângulo divergente (θ) e seu rendimento (η_b).

Admite-se também que estejam atendidas as restrições II.3 e II.4. Desta forma tem-se número de Mach unitário na garganta e maior que 1 na secção s do bocal.

O diagrama de blocos mostrado a seguir esquematiza a seqüência de resolução. Quando, em um bloco, aparece uma variável e um número de equação entre parênteses, isto significa que a variável em questão é obtida por meio da equação citada. Esta expressão é encontrada no final do diagrama. Números pequenos entre parênteses indicam observações que podem ser encontradas após as equações.



$$\frac{1}{M} \cdot \left[\frac{2}{k+1} \cdot \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2 \right) \right]^{ep} = \frac{A}{A_g} \quad ; \qquad \text{(II.30)}$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2 \quad ; \qquad \text{(II.22)}$$

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad ; \qquad \text{(II.21)}$$

$$v_s = \sqrt{[2 . c_p . (T_e - T_s) + v_e^2] \cdot \eta_b} \quad . \qquad \text{(II.36)}$$

Observações:

(1) Para obter M_e, substitui-se A por A_e; analogamente, para obter M_s, coloca-se o valor de A_s.

(2) Para obter T_e, substitui-se M por M_e; para obter T_s coloca-se M_s.

(3) substitui-se M por M_e.

(4) substitui-se M por M_s.

V.2.2 - Regime Transitório

Para os cálculos relativos aos regimes transitórios a solução é muito mais complexa, conforme se mostra a seguir.

O processo principal nesta seqüência é a integração das três equações diferenciais que fornecem a corrente no solenóide e a velocidade e a posição do cursor da VC. Esta integração possui cinco fases distintas e consecutivas:

1ª fase - inicia-se quando do sinal de acionamento do sistema e termina quando a força magnética iguala a soma da força da mola com a força de pressão; em toda esta fase o empuxo é nulo por não haver área de passagem para o fluido na VC.

2ª fase - começa no final da anterior; a partir daí o cursor movimenta-se, aumentando a área de passagem para o fluido (A_b); termina quando a válvula está totalmente aberta.

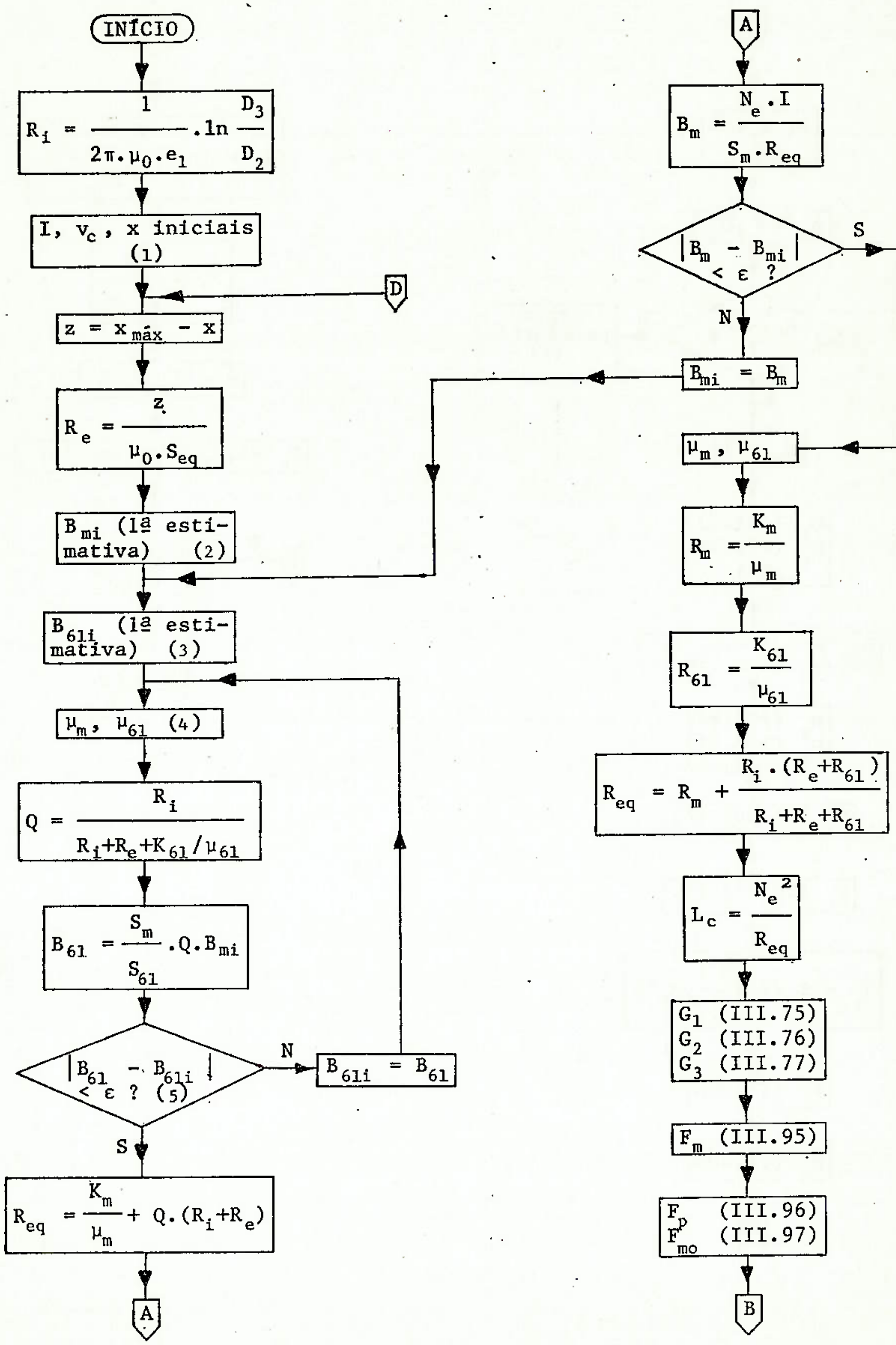
3ª fase - tem início no instante em que a válvula adquire sua abertura máxima e prolonga-se até a corrente no solenóide atingir seu valor de regime permanente; durante esta fase o empuxo é constante e tem o valor de regime permanente (F_{erp}).

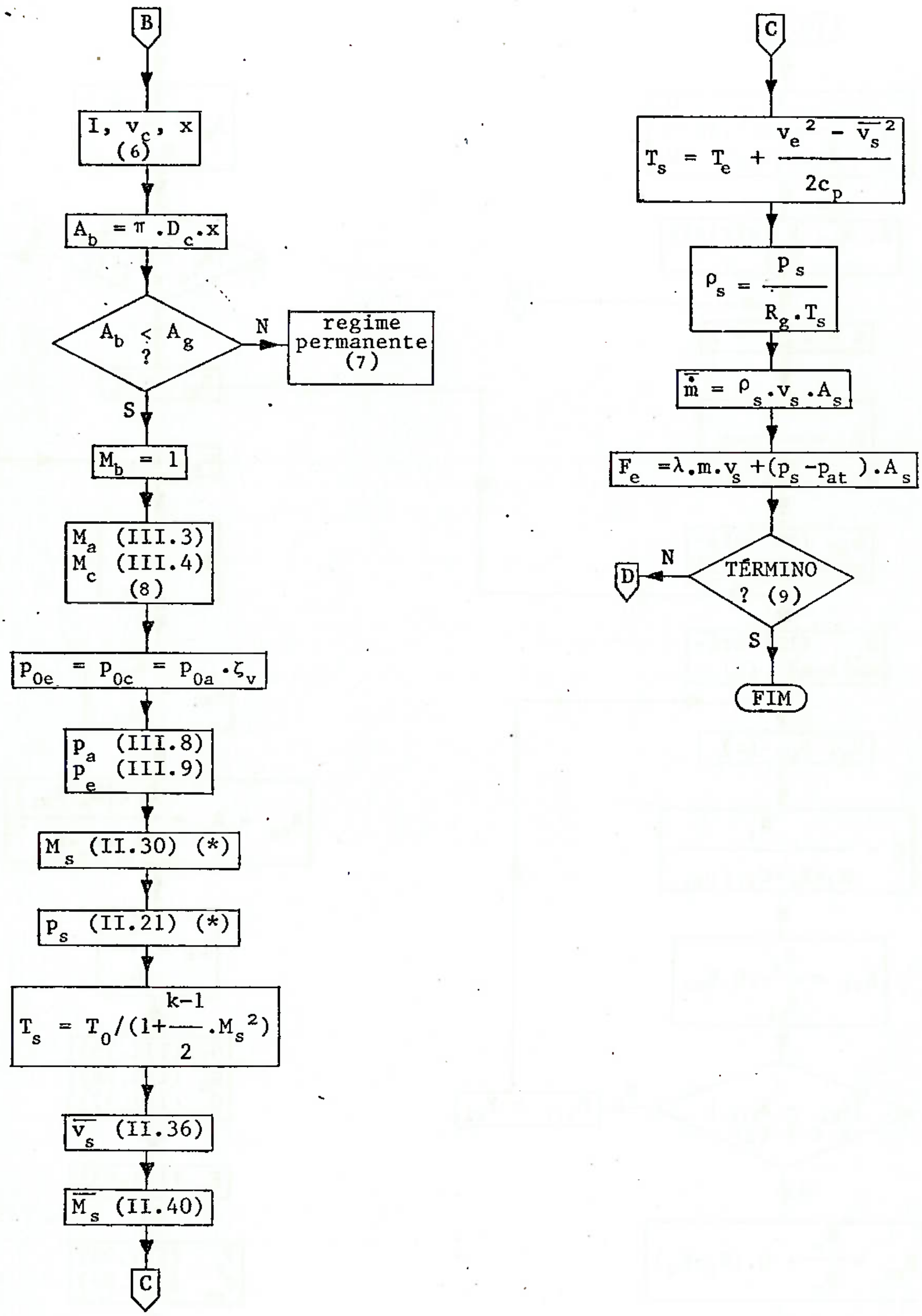
4ª fase - inicia-se após a corrente estabilizar-se, no instante em que a VC recebe o sinal de desligamento e termina quando a força magnética, após uma diminuição, iguala-se à força da mola somada à força de pressão; o empuxo nesta fase ainda é igual ao da anterior (F_{erp}).

5ª fase - começa no instante da igualdade entre as forças; a partir deste momento o cursor movimenta-se no sentido de diminuir a área de passagem do gás; esta fase termina quando o cursor atinge sua posição inicial, impedindo a passagem do gás.

Como se pode notar, as fases 2 e 5 são onde ocorrem, respectivamente, a abertura e o fechamento da válvula propriamente ditos. Na fase 1 não há empuxo e nas fases 3 e 4 seu valor é o de regime permanente. Assim, somente nas fases 2 e 5 faz-se a integração das três equações; nas demais, somente a corrente varia.

A seguir apresenta-se um diagrama de blocos que mostra a sequência de obtenção das variáveis. Assim como no regime permanente, quando um bloco apresenta a variável calculada e o número da equação com a qual ela é avaliada, esta expressão pode ser encontrada após o final do diagrama. Números pequenos entre parênteses indicam observações que podem ser encontradas após as equações. Um asterisco após o número da equação indica que ela pode ser encontrada no final do item anterior, o regime permanente.


INÍCIO
$R_i = \frac{1}{2\pi.\mu_0.e_1}.\ln\frac{D_3}{D_2}$
I, v_c, x iniciais (1)
D
$z = x_{máx} - x$
$R_e = \frac{z}{\mu_0.S_{eq}}$
B_{mi} (1ª estimativa) (2)
B_{61i} (1ª estimativa) (3)
μ_m, μ_{61} (4)
$Q = \frac{R_i}{R_i+R_e+K_{61}/\mu_{61}}$
$B_{61} = \frac{S_m}{S_{61}}.Q.B_{mi}$
$|B_{61} - B_{61i}| < \varepsilon$? (5)
N
$B_{61i} = B_{61}$
S
$R_{eq} = \frac{K_m}{\mu_m} + Q.(R_i+R_e)$
A
A
$B_m = \frac{N_e.I}{S_m.R_{eq}}$
$|B_m - B_{mi}| < \varepsilon$?
S
N
$B_{mi} = B_m$
μ_m, μ_{61}
$R_m = \frac{K_m}{\mu_m}$
$R_{61} = \frac{K_{61}}{\mu_{61}}$
$R_{eq} = R_m + \frac{R_i.(R_e+R_{61})}{R_i+R_e+R_{61}}$
$L_c = \frac{N_e^2}{R_{eq}}$
G_1 (III.75)
G_2 (III.76)
G_3 (III.77)
F_m (III.95)
F_p (III.96)
F_{mo} (III.97)
B


B
I, v_c, x (6)
$A_b = \pi . D_c . x$
$A_b < A_g$?
N
regime permanente (7)
S
$M_b = 1$
M_a (III.3)
M_c (III.4)
(8)
$p_{0e} = p_{0c} = p_{0a} . \zeta_v$
p_a (III.8)
p_e (III.9)
M_s (II.30) (*)
p_s (II.21) (*)
$T_s = T_0/(1+\frac{k-1}{2}.M_s^2)$
$\overline{v_s}$ (II.36)
$\overline{M_s}$ (II.40)
C
C
$T_s = T_e + \frac{v_e^2 - \overline{v_s}^2}{2c_p}$
$\rho_s = \frac{p_s}{R_g . T_s}$
$\dot{m} = \rho_s . v_s . A_s$
$F_e = \lambda . \dot{m} . v_s + (p_s - p_{at}) . A_s$
TÉRMINO ? (9)
N
D
S
FIM

$$G_1 = 1 - \frac{K_m . N_e . I}{S_m . R_{eq}^2} . \frac{\mu_m'}{\mu_m^2} \quad ; \tag{III.75}$$

$$G_2 = \frac{K_{61} . N_e . I . Q^2}{S_{61} . R_{eq}} . \frac{\mu_{61}'}{\mu_{61}^2} \quad ; \tag{III.76}$$

$$G_3 = \frac{1}{R_i} + \frac{Q}{R_{eq} . G_1} \quad ; \tag{III.77}$$

$$F_m = \left(\frac{N_e . I . Q}{R_{eq}} \right)^2 . \frac{1}{2 . \mu_0 . S_{eq}} \quad ; \tag{III.95}$$

$$F_p = (p_a - p_c) . A_c \quad ; \tag{III.96}$$

$$F_{mo} = F_{ab} + k_m . x \quad ; \tag{III.97}$$

$$p_a = p_{0a} . \left(1 + \frac{k - 1}{2} . M_a^2 \right)^{\frac{k}{1-k}} \quad ; \tag{III.8}$$

$$p_c = p_{0c} . \left(1 + \frac{k - 1}{2} . M_c^2 \right)^{\frac{k}{1-k}} \quad ; \tag{III.9}$$

$$\overline{M_s} = \frac{\overline{v_s}}{\sqrt{k . R_g . T_0 - \frac{k-1}{2} . \overline{v_s}^2}} \quad ; \tag{II.40}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{R_{eq} . G_1 . (R_i - G_2) - Q . R_i . G_2}{N_e^2 . (R_i - G_2)} . \left[U - Z . I + \right.$$

$$\left. - \frac{N_e^2 . I . Q^2 . v_c}{. S_{eq} . R_{eq}^2 . G_1 . (1 - G_2 . G_3)} \right] \quad ; \tag{III.93}$$

$$\dot{x} = v_c \qquad ; \tag{V.8}$$

$$\dot{v}_c = \frac{1}{m_c} \cdot (F_m - F_{mo} - F_r) \qquad . \tag{V.9}$$

Observações:

(1) os valores iniciais de I, v_c e x dependem da fase em questão; por exemplo, na 1ª fase estas variáveis têm todas valor inicial nulo.

(2) o valor de B_m, conforme já mencionado, é calculado pelo método "Regula Falsi"; assim, a 1ª estimativa é sempre o limite inferior do primeiro intervalo de busca.

(3) o valor de B_{61} é calculado iterativamente para cada valor de B_m; a 1ª estimativa é sempre igual ao valor de B_m.

(4) a permeabilidade magnética μ é função da densidade de fluxo magnético B; esta função é definida por uma equação, o que faz com que, dados os valores de B_m e B_{61}, esta expressão forneça os valores de μ_m e μ_{61}.

(5) o valor de ε é definido de acordo com a precisão que se deseja.

(6) as Expressões III.93, V.8 e V.9 formam um sistema de três equações diferenciais; em cada passo de integração obtêm-se os valores de I, v_c e x.

(7) neste caso o empuxo é o de regime permanente, sendo desnecessário calculá-lo. Os próximos passos são pulados até onde indica a seta.

(8) as expressões III.3 e III.4 são idênticas à II.30; a diferença está nas áreas colocadas no lado direito da igualdade: o denominador é a área onde M = 1 e o numerador é a secção onde se deseja o número de Mach.

(9) o término aqui mencionado refere-se ao fim da fase em estudo.

V.3 - Exemplos

Conforme mencionado no Capítulo IV, para determinar os valores dos intervalos de tempo Δt_s e Δt_d, é necessário encontrar uma equação a mais que os relacione, ou fornecer o valor de um deles.

Uma forma de relacionar estes tempos, conforme sugerido naquele capítulo, é proceder a uma otimização que leve em conta os dois intervalos.

Para a resolução dos exemplos que seguem, o critério de otimização escolhido foi o de minimizar o custo de uma manobra, levando em conta apenas a massa de gás expelida e o tempo de duração da manobra.

Observe-se que este é apenas um critério de otimização, existindo muitos outros, cada um conduzindo a resultados diferentes.

Para este caso, então, o custo de uma manobra completa é dado por:

$$C = C_g + C_t \quad , \tag{V.17}$$

sendo C_g o custo do gás e C_t o custo do tempo.

O custo do gás é admitido proporcional à massa de gás expelida, isto é:

$$C_g = K_{g1} . m_g \quad ,$$

sendo K_{g1} a constante de proporcionalidade e m_g a massa de gás, dada por:

$$m_g = \int_{t_{01}}^{t_{52}} \dot{m}\, dt \quad . \tag{V.18}$$

Observando a simetria dos jatos e considerando os intervalos em que nenhuma massa é expelida (V. Fig. IV.1 e IV.3), pode-se reescrever esta última expressão como:

$$m_g = 2.\int_{t_1}^{t_5} \dot{m}\, dt \quad .$$

Entre os instantes t_2 e t_4 tem-se regime permanente e conforme foi visto no Capítulo II, nestas condições a vazão é constante. Assim, divide-se esta última integral em três parcelas, uma entre t_1 e t_2, outra entre t_2 e t_4 e a última entre t_4 e t_5, e faz-se outra hipótese: admite-se que a massa de gás expelida nos intervalos Δt_2 e Δt_5 seja desprezável quando comparada à quantidade de gás utilizada no intervalo $(t_4 - t_2)$ por ser este intervalo muito maior que aqueles e porque durante os transitórios a vazão é sempre menor que a nominal. Assim,

$$m_g = 2.\dot{m}.(t_4 - t_2) \quad . \tag{V.19}$$

Como a vazão é constante, pode-se reuni-la com a constante de proporcionalidade K_{g1}, resultando:

$$C_g = K_g.(t_4 - t_2) \quad ,$$

sendo $K_g = 2.K_{g1}.\dot{m}$.

Da Figura IV.1 constata-se que

$$t_4 - t_2 = \Delta t_s + \Delta t_4 - \Delta t_1 - \Delta t_2 \quad ,$$

o que permite escrever o custo do gás como:

$$C_g = K_g.(\Delta t_s + \Delta t_4 - \Delta t_1 - \Delta t_2) \quad . \tag{V.20}$$

Para o custo da duração da manobra, também será admitido que ele seja proporcional ao tempo total da manobra, ou seja,

$$C_t = K_t.(t_{52} - t_{01}) \quad , \tag{V.21}$$

onde K_t é a constante de proporcionalidade. Com base na Figura IV.3, escreve-se:

$$t_{52} - t_{01} = 2.\Delta t_s + \Delta t_d + \Delta t_4 + \Delta t_5 \quad ,$$

que permite equacionar o custo do tempo como:

$$C_t = K_t.(2.\Delta t_s + \Delta t_d + \Delta t_4 + \Delta t_5) \quad . \qquad (V.22)$$

O custo final da manobra, Relação V.17, torna-se, então:

$$C = K_g.(\Delta t_s + \Delta t_4 - \Delta t_1 - \Delta t_2) + K_t.(2.\Delta t_s + \Delta t_d + \Delta t_4 + \Delta t_5), \quad \text{ou}$$

$$C = (K_g \quad K_t).\Delta t_s + K_g.(\Delta t \quad - \Delta t \quad - \Delta t \;) + K_t.(\Delta t \quad + \Delta t \;) \quad . \qquad (V.23)$$

Substituindo nesta relação o valor de Δt_d dado por IV.43, fica-se com:

$$C = (K_g + K_t).\Delta t_s + K_g.(\Delta t_4 - \Delta t_2 - \Delta t_1) + K_t.(\Delta t_4 + \Delta t_5) +$$

$$+ \frac{K_t.\Phi_d.I_s}{N_b.R_s.\,[F_{erp}.(\Delta t_s + \Delta t_4 - \Delta t_1 - \Delta t_2) + INT_1 + INT_2\,]^2} \quad . \qquad (V.24)$$

Uma análise desta equação revela que, sendo conhecido o satélite e seu SCA, conhecem-se os valores de I_s, F_{erp} e todos os intervalos de tempo relativos à válvula (Δt_1, Δt_2, Δt_4 e Δt_5), bem como as integrais INT_1 e INT_2. Se forem estabelecidos os valores de K_g e K_t, por meio de uma análise dos custos envolvidos, verifica-se que somente Δt_s pode variar na expressão acima. Assim, para minimizar o custo com respeito a esta variável, deriva-se essa equação em relação a Δt_s e iguala-se o resultado a zero, ou seja:

$$K_g + K_t - \frac{K_t.\Phi_d.I_s.F_{erp}}{N_b.R_s.\,[F_{erp}.(\Delta t_s + \Delta t_4 - \Delta t_1 - \Delta t_2) + INT_1 + INT_2]^2} = 0 \quad . \qquad (V.25)$$

Para que o valor de Δt_s obtido desta relação realmente forneça o custo mínimo, é preciso também que a derivada segunda de V.24 seja positiva no ponto Δt_s. Esta derivada segunda resulta:

$$\frac{d^2C}{d(\Delta t_s)^2} = \frac{2.K_t.\Phi_d.I_s.F_{erp}^2}{N_b.R_s.[F_{erp}.(\Delta t_s + \Delta t_4 - \Delta t_1 - \Delta t_2) + INT_1 + INT_2]^3} .$$

Sendo a soma $\Delta t_s + \Delta t_4$ muito maior que a soma $\Delta t_1 + \Delta t_2$, verifica-se que esta função é positiva para qualquer valor de Δt_s, o que garante que a relação V.25 forneça o valor de Δt_s para custo mínimo.

Isolando em V.25 o valor de Δt_s, chega-se a:

$$\Delta t_s = \Delta t_1 + \Delta t_2 - \Delta t_4 - \frac{INT_1 + INT_2}{F_{erp}} + \sqrt{\frac{K_t.\Phi_d.I_s}{N_b.R_s.F_{erp}.(K_g + K_t)}} . \quad (V.26)$$

Os valores de K_t e K_g são de determinação muito difícil porque dependem do estabelecimento de critérios de otimização, o que é extremamente complexo. Considerando que o objetivo dos exemplos a seguir é apenas mostrar a viabilidade do modelo, estas constantes não serão calculadas, mas serão admitidos valores para elas.

Da Equação V.26 percebe-se que o simples conhecimento da proporção $K_t:K_g$ já permitiria o cálculo de Δt_s. Vários valores podem ser assumidos por esta proporção, e para os exemplos de alteração de atitude foi admitida a razão 5:2, o que permitiu definir as constantes como $K_t = 5$ e $K_g = 2$. Assim, tem-se o valor de Δt_s dessa última relação e o de Δt_d da Expressão IV.31.

Todos os dados apresentados nestes exemplos, embora fictícios, baseiam-se em estudos efetuados sobre o segundo satélite da Missão Espacial Completa Brasileira (MECB), que deverá ser equipado com rodas de reação e jatos de gás.

Para todos os exemplos será considerado apenas um eixo de rotação. O satélite em questão tem momento de inércia, I_s, de 100 $kg.m^2$, em relação a este eixo.

O sistema de jatos de gás possui, neste eixo, dois micromotores atuando em cada sentido, sendo as dimensões básicas dos bocais:

- diâmetro da garganta, D_g = 1,3 mm ;
- diâmetro da secção de entrada, D_e = 2,4 mm ;
- diâmetro da secção de saída, D_s = 24,0 mm ;
- semi-ângulo divergente, $\theta = 15^o$.

Além destes dados geométricos, tem-se também:

- pressão de estagnação regulada, $p_{0a} = 5.10^5$ Pa ;
- rendimento do bocal, η_b = 0,995 ;
- coeficiente de pressão da válvula de controle, ζ_v = 0,94 ;
- gás empregado: nitrogênio, N_2 ;
- pressão atmosférica, p_{at} = 0 (espaço) .

Para estas condições, o empuxo de regime permanente produzido pelo micromotor é de 1,001 N. A título de comparação, se D_g fosse aumentado para 1,5 mm, o empuxo de regime permanente passaria a ser 1,341 N.

A seguir mostram-se as dimensões básicas, os tempos característicos obtidos e os gráficos relativos ao desempenho de duas válvulas de controle diferentes que serão empregadas nos exemplos de manobras do satélite. Para apresentar seus tempos característicos, a seguinte nomenclatura será aplicada:

TAA - tempo de atraso na abertura ;
TFA - tempo final de abertura ;
TRP - tempo para regime permanente ;
DTS - intervalo de tempo entre sinais ;
TAF - tempo de atraso no fechamento ;
TFF - tempo final de fechamento .

Apenas para esclarecer melhor os tempos acima, eles se relacionam com os intervalos de tempo mostrados nos itens anteriores através de:

$$TAA = \Delta t_1 \quad ;$$

$$TFA = \Delta t_1 + \Delta t_2 \quad ;$$

$$DTS = \Delta t_s \quad ;$$

$$TAF = \Delta t_4 \quad ;$$

$$TFF = \Delta t_4 + \Delta t_5 \quad .$$

O tempo TRP é o tempo necessário à válvula, a partir do instante inicial, para que a corrente do solenóide atinja seu valor de regime permanente.

As válvulas empregadas têm as seguintes caractarísticas (V. Fig. III.1):

<u>Válvula V1:</u>

- D_1 = 4 mm ;
- D_2 = 12 mm ;
- D_3 = 21 mm ;
- D_4 = 26 mm ;
- h = 20 mm ;
- e_1 = 1,0 mm ;
- e_2 = 1,0 mm ;
- e_3 = 1,0 mm ;
- e_4 = 1,0 mm ;
- e_c = 0,5 mm ;
- $z_{máx}$ = 0,5 mm ;
- $z_{mín}$ = 0,25 mm ;
- D_t = 2,4 mm ;
- D_v = 2,4 mm ;
- m_c = 15 g ;
- para a mola:

. k_m = 11500 N/m ;

. F_{ab} = 6 N ;

- para o solenóide:

  . U = 12 V ;

  . Z = 76,127 Ω ;

- material magnético da válvula: aço 430
- tempos característicos:

  . TAA = 19,20 ms ;

  . TFA = 25,20 ms ;

  . TRP = 96,45 ms ;

  . TAF = 20,55 ms ;

  . TFF = 26,19 ms ;

Válvula V2:

- D_1 = 4 mm ;
- D_2 = 10 mm ;
- D_3 = 21 mm ;
- D_4 = 26 mm ;
- h = 20 mm ;
- e_1 = 1,0 mm ;
- e_2 = 1,0 mm ;
- e_3 = 1,0 mm ;
- e_4 = 0,5 mm ;
- e_c = 0,5 mm ;
- $z_{máx}$ = 0,45 mm ;
- $z_{mín}$ = 0,20 mm ;
- D_t = 2,4 mm ;
- D_v = 2,4 mm ;
- m_c = 15 g ;
- para a mola:

  . km = 11500 N/m ;

  . F_{ab} = 6 N ;

- para o solenóide:

  . U = 12 V ;

  . Z = 76,127 Ω ;

- material magnético da válvula: aço MAG PERM IPT-49 ;

- tempos característicos:
  - . TAA = 13,27 ms;
  - . TFA = 16,72 ms;
  - . TRP = 103,27 ms ;
  - . TAF = 49,35 ms ;
  - . TFF ≐ 54,48 ms ;

Nas figuras a seguir são apresentados, para cada válvula, os gráficos das forças atuantes sobre elas, da corrente no solenóide, da indutância do circuito, das relutâncias, das permeabilidades magnéticas, das densidades de fluxo magnético e da abertura da válvula, todos em função do tempo. O tempo Δt_s dado tem a função única de permitir o traçado dos gráficos, não tendo qualquer significado.

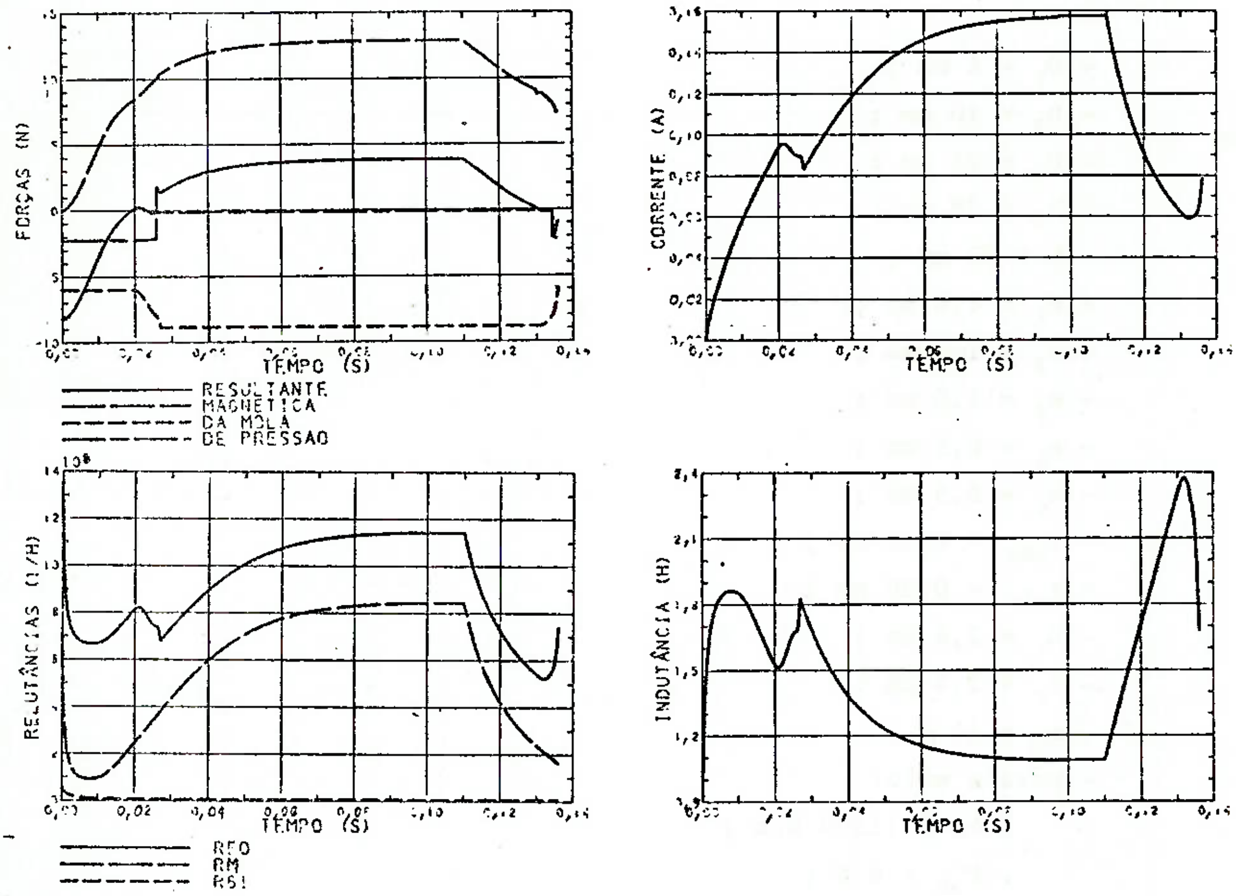


Fig. V.3 - Gráficos para a Válvula V1 e Empuxo de um Micromotor.

(continua)

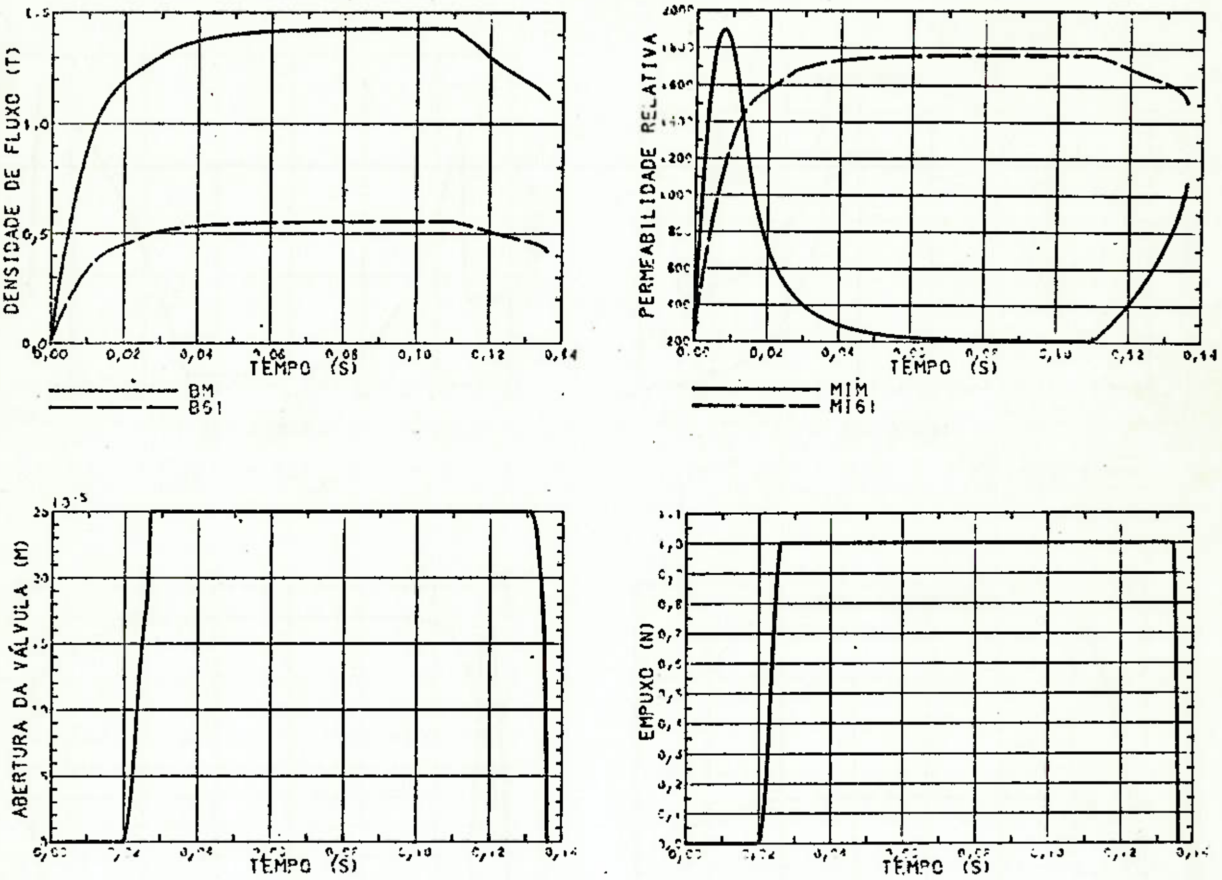


Fig. V.3 - Conclusão.

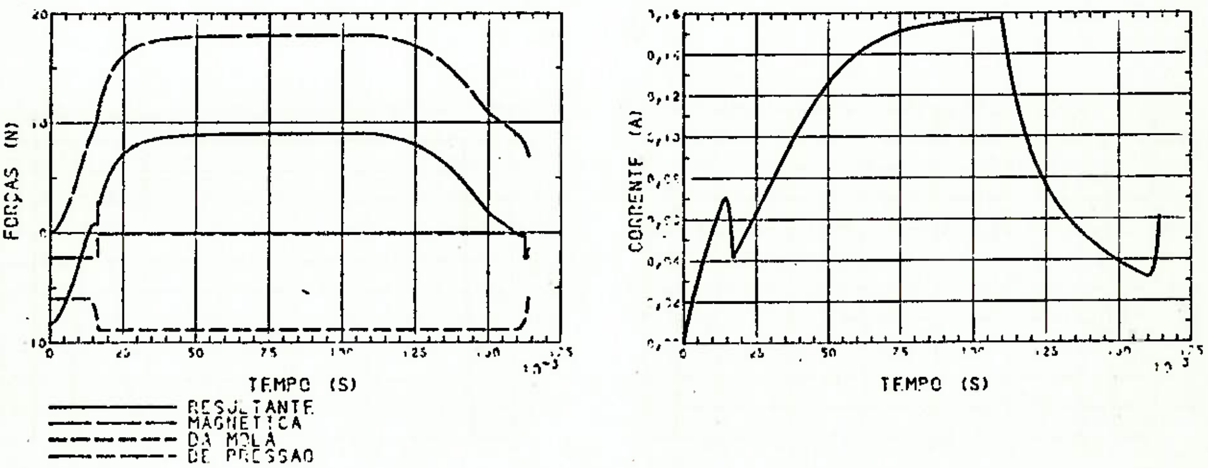


Fig. V.4 - Gráficos para a Válvula V2 e Empuxo de um Micromotor.

(continua)

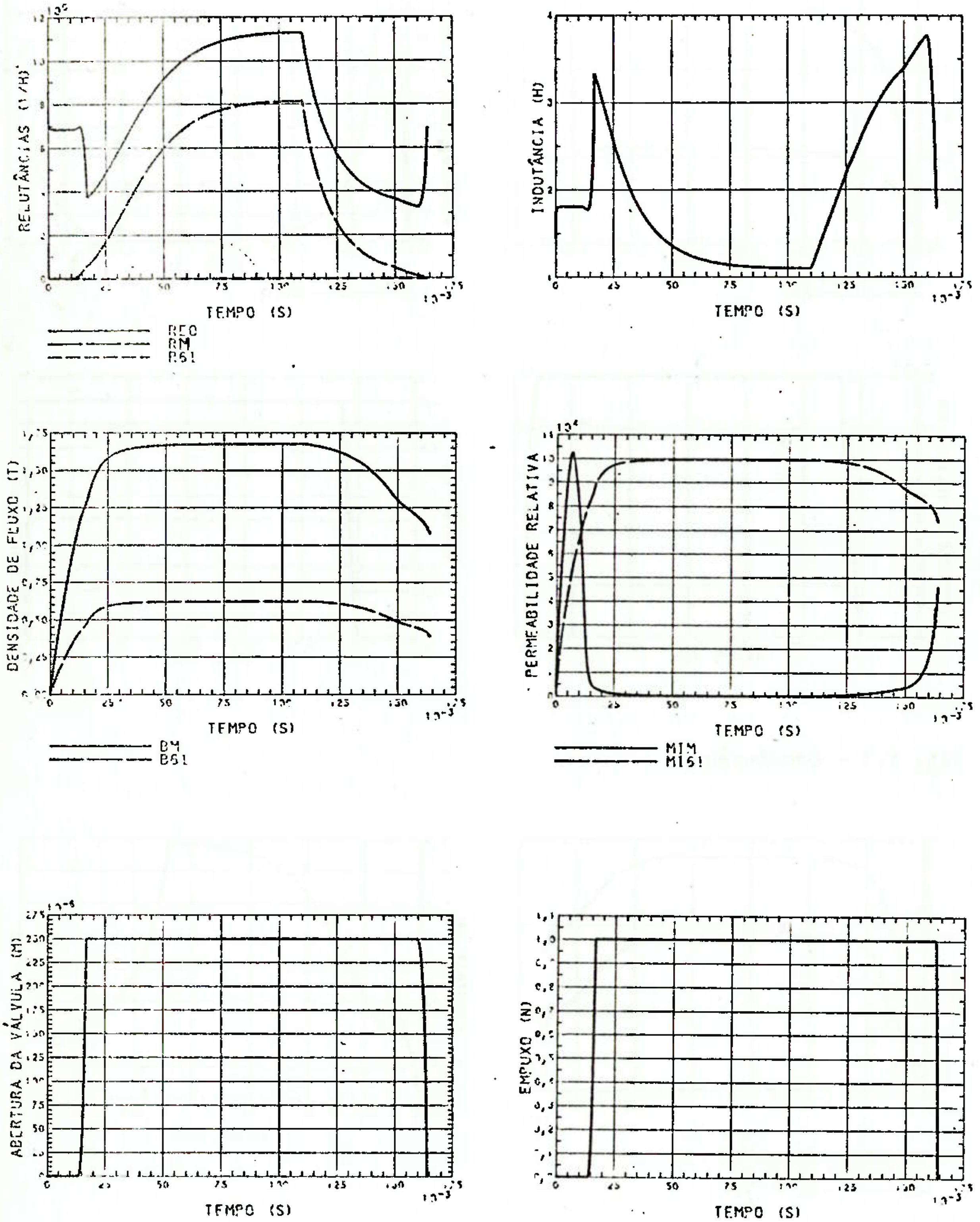


Fig. V.4 - Conclusão

Além destas duas válvulas, várias outras foram analisadas e seus tempos característicos estão mostrados na Tabela V.1. As dimensões básicas destas válvulas, bem como as condições de utilização são as mesmas da válvula V1, a menos de uma grandeza que varia em cada nova válvula. O objetivo desta tabela é mostrar a influência que cada parâmetro pode exercer no desempenho deste componente. Na tabela, em cada linha é mostrada uma nova válvula, cuja única diferença em relação a V1 é mostrada na primeira coluna. A válvula V1 é confeccionada em aço 430, denominado, para fins de programação, de material 2. Os materiais 1 e 3 são o aço 1030 e a liga MAG PERM IPT-49.

Tabela V.1 - Tempos Característicos das Válvulas, em ms.

FATOR MODIFICADO	TAA	TFA	TRP	TAF	TFF
Material 1	19,54	24,46	100,51	16,20	19,99
Material 3	15,31	19,14	118,29	51,90	56,80
U = 24 V	7,54	11,18	54,68	27,90	33,53
e_1 = 0,5 mm	18,28	26,68	92,83	18,15	24,26
D_2 = 16 mm (1)	---	---	---	---	---
D_4 = 30 mm	22,84	28,76	127,61	29,10	35,94
h = 28 mm	33,07	47,70	130,05	17,55	28,55
$z_{máx}$ = 0,4 mm (2)	17,02	22,35	100,05	32,55	41,64
D_{fio} = 0,2 mm	29,82	43,05	120,60	16,65	23,22
k_m = 1000 N/m	19,20	23,63	96,08	35,55	39,91

(1) - com este valor de D_2, a força magnética máxima não é suficiente para superar as forças de resistência; conseqüentemente, a válvula não se abre.

(2) - o valor de $z_{mín}$ foi modificado para 0,15 mm, de forma a manter constante a abertura máxima da válvula.

Nos exemplos simulados a seguir mostram-se gráficos da velocidade e da posição angulares do satélite em função do tempo para a manobra completa. Para os casos de dessaturação de roda de reação, também é mostrado um gráfico da velocidade angular da roda em função do tempo.

EXEMPLO 1 - Dessaturação de Roda de Reação

Para este exemplo a válvula empregada é a V1. Os dados da roda de reação são:

- quantidade de movimento angular, QMA = 0,6 N.m.s ;
- velocidade angular inicial, ω_{ri} = 2000 rpm ;
- velocidade angular final desejada, ω_{rf} = 4 rpm ;
- momento de inércia, I_r = 0,003 kg.m^2 ;
- torque máximo, T_r = 0,01 N.m .

Para este caso, o tempo total de dessaturação da roda resultou:

t_{dr} = 62,71 s .

Segundo os cálculos efetuados, o instante de ligação dos jatos resultou:

t_0 = 31,017 s

e o tempo entre os sinais de abertura e fechamento foi

Δt_s = 0,592 s .

Para este exemplo, a velocidade angular final da roda resultou 4,00 rpm, a do satélite, $1{,}954.10^{-11}$ o/s e o desalinhamento final do satélite foi de $6{,}253.10^{-10}$ o.

A Figura V.5, a seguir, mostra a velocidade da roda de reação em função do tempo durante sua dessaturação; a Figura V.6 apresenta a curva da velocidade angular do satélite e a V.7 fornece a curva de sua posição angular durante esta manobra.

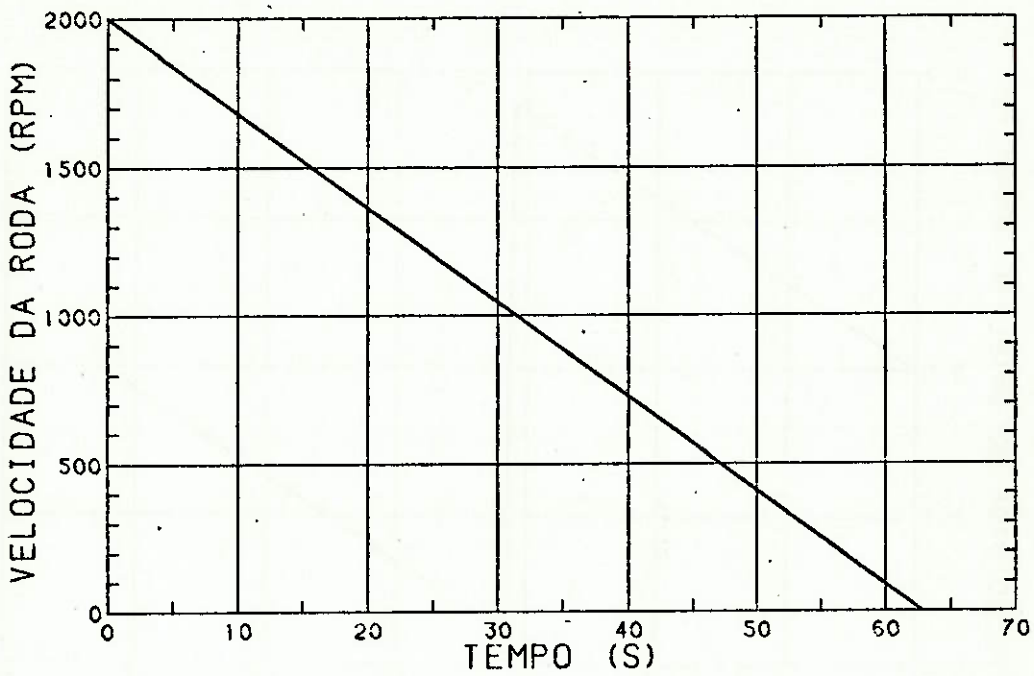


Fig. V.5 - Velocidade Angular da Roda de Reação durante sua Dessaturação - Exemplo 1.

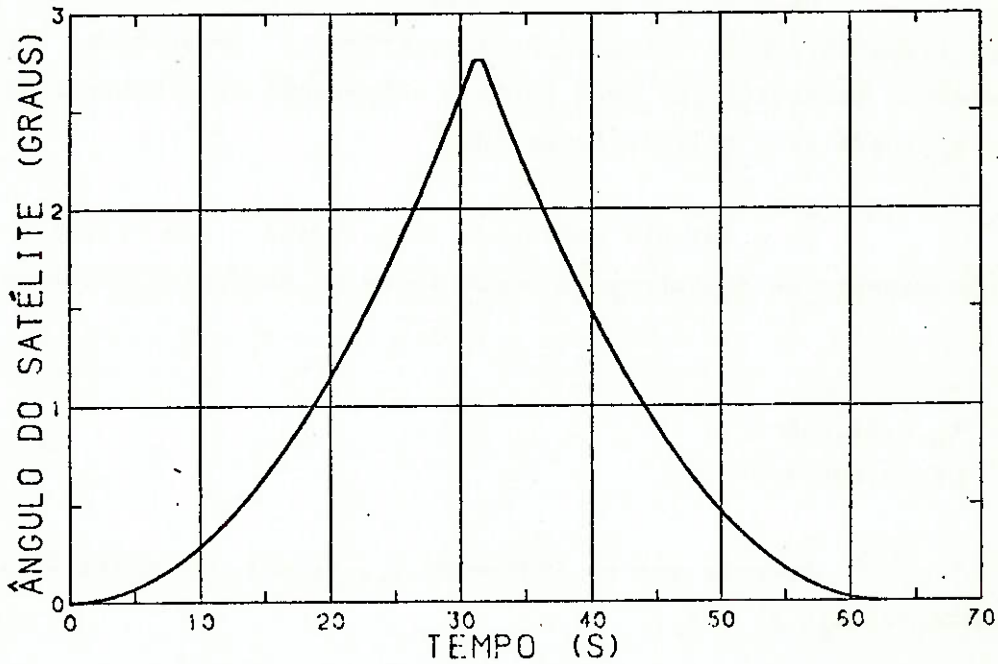


Fig. V.6 - Posição Angular do Satélite durante a Dessaturação da Roda de Reação - Exemplo 1.

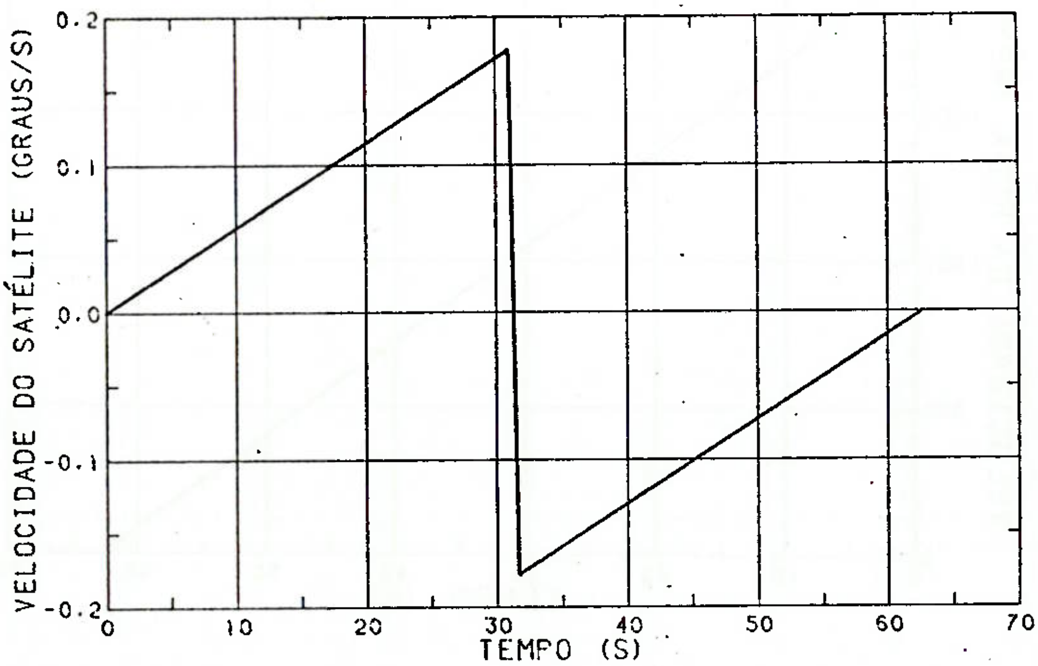


Fig. V.7 - Velocidade Angular do Satélite durante a Dessaturação da Roda de Reação - Exemplo 1.

Os gráficos acima mostram a manobra ideal levando em conta os tempos transitórios da válvula. Para verificar a importância de levar em conta estes transitórios, será feita a comparação da manobra acima com a que seria efetuada se a válvula fosse ideal.

Se a válvula empregada fosse ideal - com transitórios nulos - a mesma manobra de dessaturação acima teria os seguintes tempos característicos:

$t_0 = 31{,}040$ s ,

$\Delta t_s = 0{,}627$ s .

Note-se que os instantes t_0 , t_1 e t_2 coincidiriam, bem como os instantes t_3 , t_4 e t_5 .

Caso a manobra com a válvula real (com transitórios) fosse efetuada levando em conta os tempos da válvula real (acima), os valores finais de velocidade e posição angulares do satélite seriam:

$\omega_{sf} = -2{,}02.10^{-2}$ $^o/s$ e

$\Phi_{sf} = -0{,}619$ ^{o} .

Apesar de a diferença em relação aos valores desejados ser aparentemente pequena, uma nova correção na posição do satélite pode tornar-se necessária a seguir, pois os erros acima podem ser considerados elevados.

EXEMPLO 2 - Alteração de Atitude.

Neste exemplo o satélite está equipado com a mesma válvula V1.

O ângulo total de correção é

$\Phi_d = 60^o$.

Neste caso os tempos Δt_s e Δt_d resultaram

$\Delta t_s = 8{,}647$ s e

$\Delta t_d = 3{,}456$ s .

Após a manobra, o ângulo total de giro do satélite foi de $60{,}00^o$ e sua velocidade angular residual foi nula.

As curvas que fornecem a posição e a velocidade angulares do satélite em função do tempo estão nas Figuras V.8 e V.9.

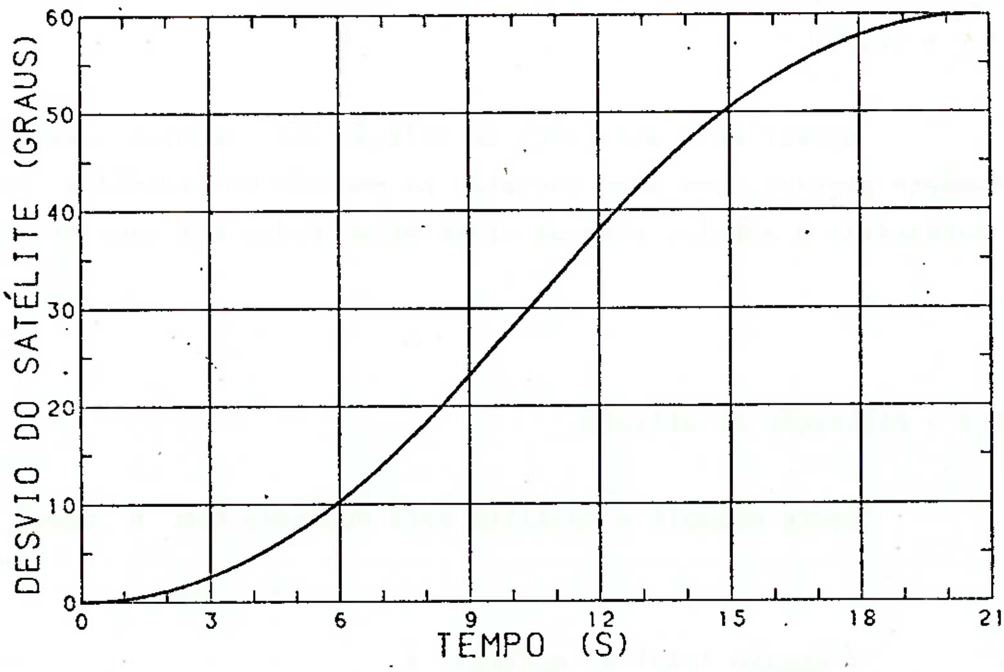


Fig. V.8 - Posição Angular do Satélite Durante a Alteração de Atitude - Exemplo 2.

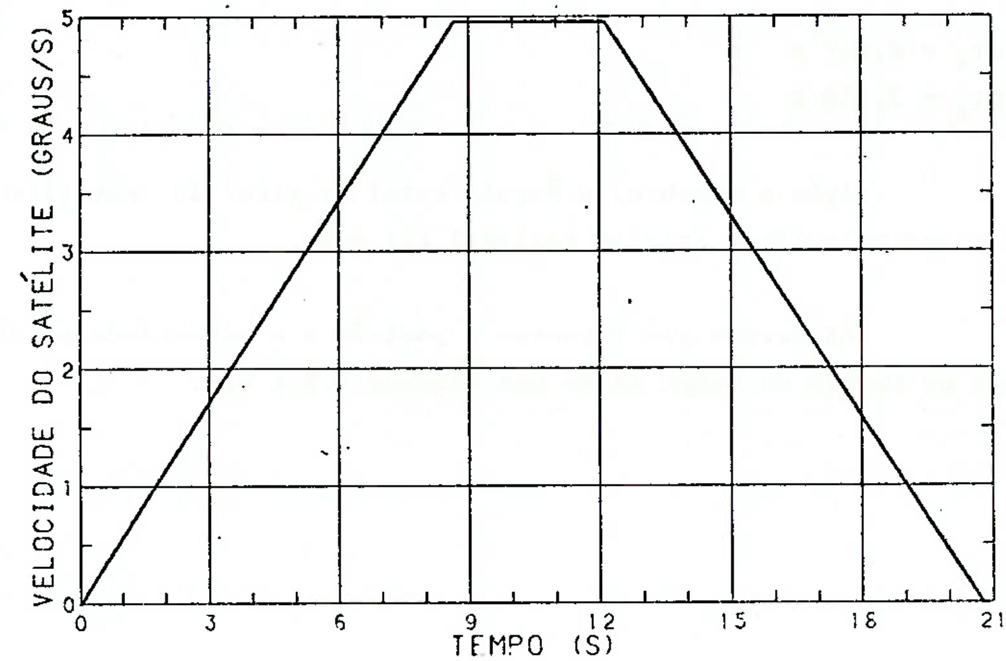


Fig. V.9 - Velocidade Angular do Satélite durante a Alteração de Atitude - Exemplo 2.

Analogamente ao que foi feito no exemplo anterior, foram calculados os intervalos de tempo Δt_s e Δt_d para uma válvula ideal, tendo sido encontrados os seguintes valores:

$$\Delta t_s = 8,645 \text{ s} \quad \text{e}$$
$$\Delta t_d = 3,458 \text{ s} \quad .$$

Se estes valores de tempo fossem aplicados na manobra com o sistema real, que possui transitórios, a posição e a velocidade angulares finais do satélite seriam:

$$\omega_{sf} = 0 \quad ,$$
$$\Phi_{sf} = 59,985\ ^o \quad .$$

Neste caso não se introduz erro na velocidade por serem os jatos simétricos. Observe-se, entretanto, o erro em apontamento que, talvez necessite de uma correção.

EXEMPLO 3 - Dessaturação de Roda de Reação

Para este exemplo a válvula empregada é a V2. Os dados da roda de reação são:

- quantidade de movimento angular, QMA = 2 N.m.s ;
- velocidade angular inicial, ω_{ri} = 3500 rpm ;
- velocidade angular final desejada, ω_{rf} = 4 rpm ;
- momento de inércia, I_r = 0,01714 kg.m² ;
- torque máximo, T_r = 0,1 N.m .

Para este caso, o tempo total de dessaturação da roda resultou:

$$t_{dr} = 62,75 \text{ s} \quad .$$

Segundo os cálculos efetuados, o instante de acionamento dos jatos resultou

$t_0 = 28,22$ s

e o tempo entre os sinais de abertura e fechamento foi:

$\Delta t_s = 6,234$ s .

Para este exemplo, a velocidade angular final da roda resultou 4,00 rpm, a do satélite foi de $1,303.10^{-11}$ °/s e o desalinhamento final do satélite também foi nulo.

A Figura V.10 mostra a velocidade da roda de reação em função do tempo durante sua dessaturação e as figuras V.11 e V.12 apresentam as curvas da velocidade e da posição angulares do satélite durante esta manobra.

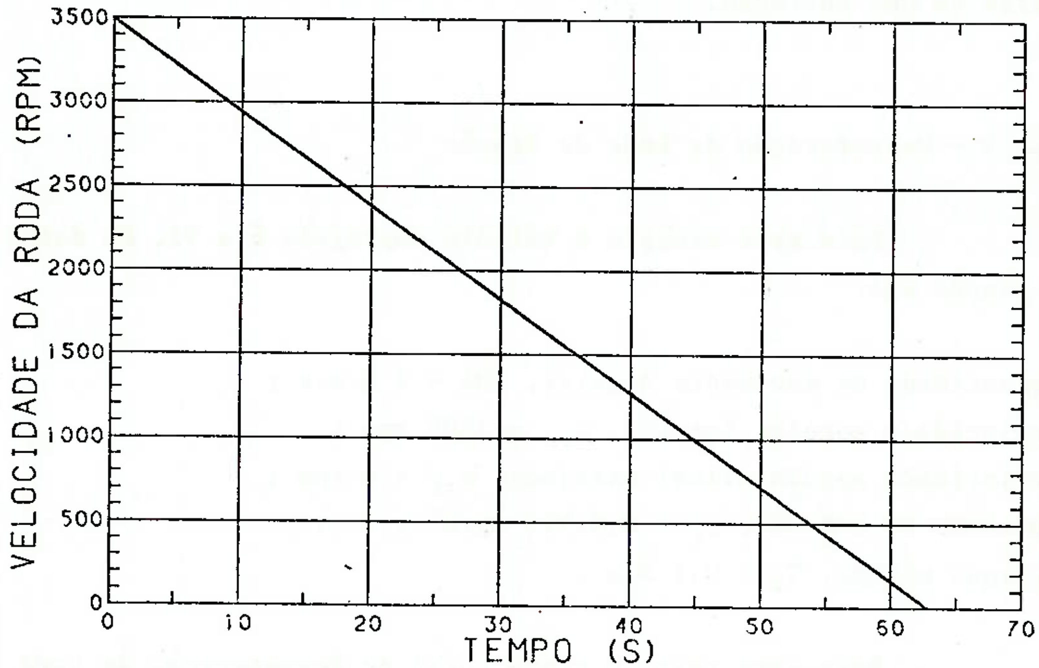


Fig. V.10 - Velocidade Angular da Roda de Reação durante sua Dessaturação - Exemplo 3.

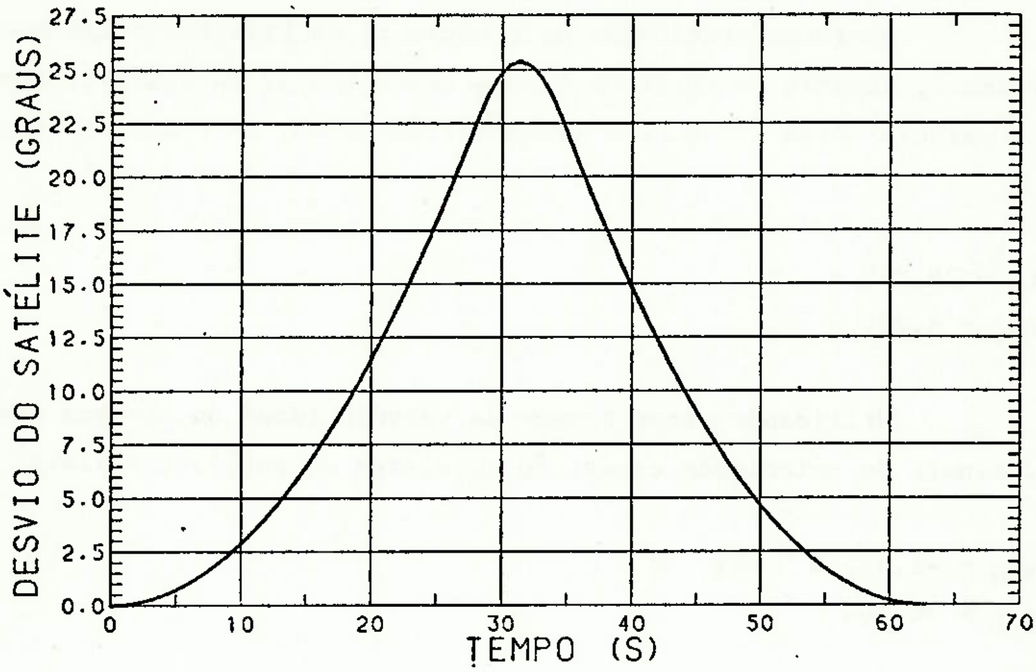


Fig. V.11 - Posição Angular do Satélite durante a Dessaturação da Roda de Reação - Exemplo 3.

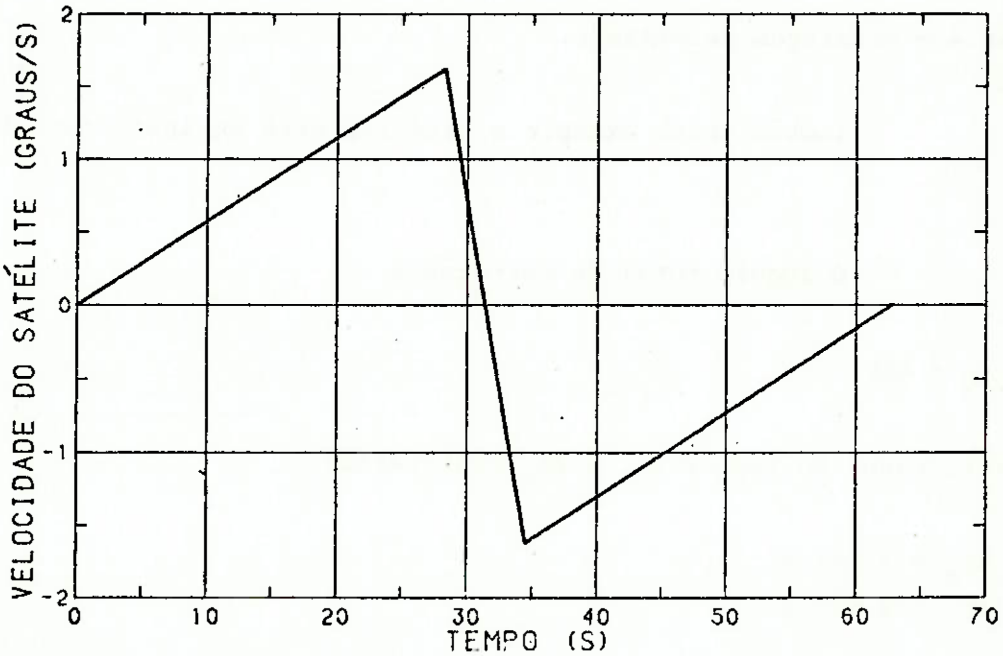


Fig. V.12 - Velocidade Angular do Satélite durante a Dessaturação da Roda de Reação - Exemplo 3.

Conforme mencionado no Exemplo 1, os gráficos acima mostram a manobra ideal, levando em conta os tempos transitórios da válvula. Neste caso, se a válvula fosse ideal, com transitórios nulos, os tempos t_0 e Δt_s seriam:

$$t_0 = 28{,}240 \text{ s} \quad ;$$
$$\Delta t_s = 6{,}269 \text{ s} \quad .$$

Utilizando estes tempos da válvula ideal no sistema real, os valores finais de velocidade e posição angulares do satélite seriam:

$$\omega_{sf} = -1{,}98.10^{-2} \text{ °/s} \quad ;$$
$$\Phi_{sf} = -0{,}486 \text{ °} \quad .$$

Neste caso nota-se uma diferença bem maior entre os valores finais reais e os desejados. Numa situação como esta, é altamente provável que seja necessária uma correção de atitude para o satélite.

EXEMPLO 4 - Alteração de Atitude.

Também neste exemplo o satélite está equipado com a válvula V2.

O ângulo total de correção é

$$\Phi_d = 45° \quad .$$

Para este caso, os tempos Δt_s e Δt_d resultaram:

$$\Delta t_s = 7{,}452 \text{ s} \quad ;$$
$$\Delta t_d = 3{,}029 \text{ s} \quad .$$

Após a manobra, o ângulo total de giro do satélite resultou 45,00° e sua velocidade angular residual foi nula.

As curvas que fornecem a posição e a velocidade angulares do satélite em função do tempo, para este exemplo, estão nas Figuras V.13 e V.14.

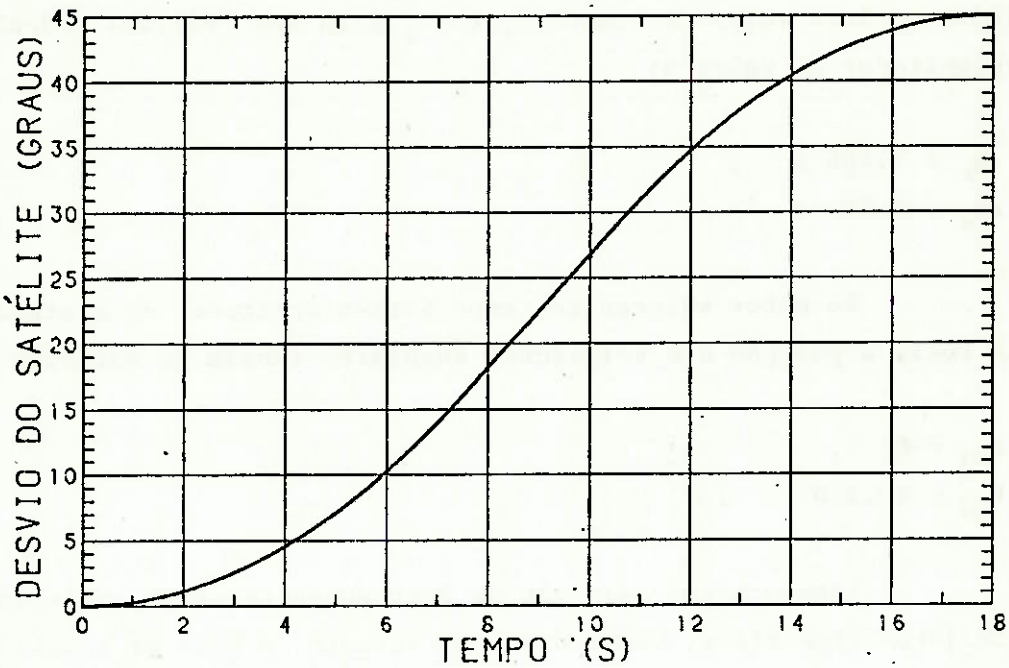


Fig. V.13 - Posição Angular do Satélite Durante a Alteração de Atitude - Exemplo 4.

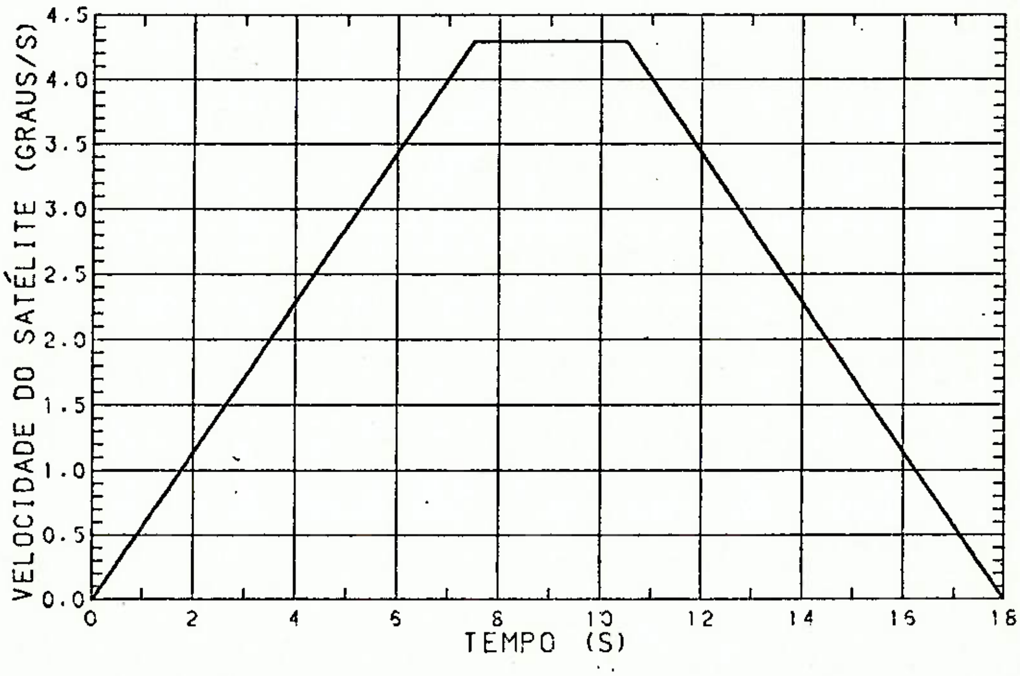


Fig. V.14 - Velocidade Angular do Satélite durante a Alteração de Atitude - Exemplo 4.

Analogamente ao que foi feito nos exemplos anteriores, foram calculados os intervalos de tempo Δt_s e Δt_d para uma válvula ideal, tendo sido encontrados os valores:

$$\Delta t_s = 7{,}486 \text{ s} \quad ,$$
$$\Delta t_d = 2{,}995 \text{ s} \quad .$$

Se estes valores de tempo fossem aplicados no sistema com a válvula real, a posição e a velocidade angulares finais do satélite seriam:

$$\omega_{sf} = 0 \quad ,$$
$$\Phi_{sf} = 45{,}250 \; ^{o} \quad .$$

Também neste caso não se introduzem erros na velocidade por serem os jatos simétricos. Observe-se, entretanto, o erro em apontamento que pode ser considerado elevado.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Verifica-se que o objetivo básico deste trabalho, a saber, obter um modelo que descrevesse o comportamento do sistema de jatos de gás e do satélite durante uma manobra, foi atingido.

O modelo obtido permite calcular os parâmetros de interesse em todos os instantes da manobra, inclusive durante os períodos transitórios de acionamento e desacionamento. Isto possibilita uma confiança muito maior quando do projeto do sistema de controle.

Particularmente o Capítulo III, que estuda os transitórios, é importante porque permite analisar o desempenho de uma válvula com o modelo desenvolvido, quaisquer que sejam suas dimensões, os materiais de que ela é feita, a mola ou o enrolamento.

Vale salientar que o modelo desenvolvido para o estudo de circuitos magnéticos é bastante poderoso, pois mesmo que se estude um circuito diferente daquele mostrado neste trabalho, a metodologia ainda será válida.

Com o modelo desenvolvido neste trabalho, é possível selecionar, de uma série de válvulas de modelos diferentes, aquela que apresenta a melhor combinação entre desempenho e baixo consumo de energia. Para uma seleção simples, basta simular o comportamento das válvulas e levantar os parâmetros de interesse, como foi feito na Tabela V.1. Segundo se pode notar destes dados, por exemplo, o material magnético utilizado na confecção da válvula tem papel fundamental em seu desempenho. Da mesma forma, a tensão de alimentação da bobina, ou a mola empregada têm grande influência sobre a escolha, assim como as dimensões.

Na Tabela V.1, como se verifica, nem todas as dimensões foram variadas, mas somente as consideradas mais importantes. As demais, entretanto, têm faixas dentro das quais sua influência torna-se significativa.

Quanto ao bocal empregado, vários livros e trabalhos analisam o empuxo fornecido por estes aparatos em função de suas dimensões. Por esta razão, apenas citou-se uma variação no diâmetro da garganta do bocal e o novo empuxo produzido.

A importância de se levar em conta o que ocorre durante os períodos transitórios torna-se patente quando se analisam os resultados dos exemplos de manobras mostrados no item V.3. Nesses exemplos, os períodos transitórios, aparentemente pequenos, chegam a provocar desalinhamentos de cerca de 0,5°, erro este inaceitável para praticamente qualquer tipo de missão.

Como o controle da atuação do sistema de jatos de gás depende de uma programação prévia, que deve levar em conta os transitórios, verifica-se que um aspecto muito importante deste trabalho é a possibilidade de se programar o controle com um conhecimento muito maior do sistema, permitindo ao satélite precisões de apontamento significativamente melhores.

Embora não tenha sido abordado neste trabalho, este estudo também pode ser empregado em um sistema de controle de órbita. A principal diferença residiria no fato de estes normalmente empregarem hidrazina como propelente. Neste caso, a maior mudança no modelo seria considerar a existência de uma reação de decomposição catalítica da hidrazina, de forma a produzir os gases que geram o empuxo. Do reservatório até o leito catalítico o fluido seria um líquido muito semelhante à água, mas a partir daí, haveria gás.

Os próximos passos no sentido de aperfeiçoar este modelo devem incluir os seguintes pontos:

- simulação física do sistema ;

- melhoria do modelo termodinâmico da válvula de controle, através de um estudo mais detalhado do escoamento em seu interior ;

- inclusão da energia magnética de todo o circuito no cálculo da força magnética ;

- melhoria do modelo termodinâmico da válvula reguladora de pressão; ao invés de considerar a pressão de estagnação a juzante constante, seria feita uma análise detalhada dos processos ocorridos com o gás em seu interior ;

- otimização dos parâmetros da válvula de controle, tais como dimensões, tensão de alimentação da bobina e outros, em relação à massa ou ao desempenho da válvula ;

- inclusão das imprecisões e ruídos inerentes ao sistema; são estes erros que impedem que o sistema de jatos de gás possa ser usado para manobras precisas; referem-se, sobretudo, a variações no empuxo em função do tempo ;

- adaptação do modelo para uso com hidrazina; com isto seria possível analisar sistemas de controle de atitude por jatos de gás quente, além de ser possível modelar sistemas de controle de órbita, conforme explicado anteriormente.

- desenvolver um estudo que permita obter as constantes K_g e K_t, obtidas na otimização de custos, levando em conta o maior número possível de fatores.

BIBLIOGRAFIA

AMERICAN SOCIETY FOR METALS (ASM). Metals Handbook. 8.ed., Ohio, 1976, v.1.

BARRÈRE, M.; JAUMOTTE, A.; VEUBEKE, B. F. de; VANDENKERCKHOVE, J. Rocket Propulsion. Netherlands, Nederland Boekdruk Inrichting N. V., 'S - Hertogenbosch, 1960.

BOURG, P. E. Thruster Performances Modelling and Parameters Estimation, In Spacecraft Flight Dynamics, Darmstadt, Germany, May, 18-22, 1981. Proceedings of an International Simposium. Paris, European Space Agency (ESA), 1981, 479-484.

CARNAHAN, B.; LUTHER, H. A.; WILKES, J. O. Applied Numerical Methods. N. York, John Wiley and Sons Inc., 1969.

CARRARA, V. As Rotinas Gráficas Curva e Grafi: Descrição e Utilização. S. José dos Campos, INPE, 1984, INPE-3009-RPI/087.

CARTON, D. S.; SIRPAL, J.P. Nozzle Geometry Optimization. Journal of the Aeronautical Society of India, 14(3):72-76, Aug. 1962.

CONFERENCE OF MAGNETIC MATERIALS AND THEIR APPLICATIONS, Tunbridge Wells, Kent, IEE, Sep. 26-28, 1967.

ECKERT, E. R. G.; DRAKE, R. M., Jr. Analisys of Heat and Mass Transfer. Tóquio, Mc Graw Hill Kogakusha, Ltd., 1972.

EMMONS, H. W. Fundamentals of Gas Dynamics. Princeton, N. J., Princeton University Press, 1967, v.3.

FORSYTHE, G. E.; MALCOLM, M. A.; MOLER, C. B. Computer Methods for Mathematical Computations. N. Jersey, Prentice-Hall Inc., 1977.

GIACAGLIA, G. E. O. Mecânica Geral. 10.ed. Rio de Janeiro, Editora Campus Ltda., 1982.

HAMMING, R. W. Numerical Methods for Scientists and Engineers. York, Pa, Mc Graw Hill Book Company Inc., 1962.

HENNEY, K. Radio Engineering Handbook. 5.ed. N. York, Mc Graw Hill Book Company Inc., 1959.

HILDEBRAND, F. B. Introduction to Numerical Analisys. York, Pa, Mc Graw Hill Book Company Inc., 1956.

KELLY, L. G. Handbook of Numerical Methods and Applications. Reading, Ma, Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1967.

KRAUS, J. D.; CARVER, K. R. Eletromagnetismo. 2.ed., Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1978.

KUESER, P. E.; PAVLOVIC, D. M.; LANE, D. H.; CLARK, J. J.; SPEWOCK, M. Properties of Magnetic Materials for Use in High Temperature Space Power Systems. Cleveland, NASA, 1967, NASA SP-3043.

NASA Control, Guidance and Navigation of Spacecraft. Washington, D. C., 1962. NASA SP-17.

OLIVEIRA Jr., I. E. Modelagem Matemática, Otimização e Análise de Sistemas de Jatos de Gás Frio para Controle de Atitude de Satélites. S. José dos Campos, INPE, 1985, INPE-3638-RPI/138.

REITZ, J. R.; FREDERICK, J. M.; CHRISTY, R. W. Foundations of Electromagnetic Theory. 3.ed. Reading, Ma, Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1980.

ROTERS, H. Electromagnetic Devices. N. York, John Wiley and Sons, Inc., 1941.

SCOTT, W. T. The Physics of Electricity and Magnetism. 2.ed., N. York, John Wiley and Sons Inc., 1966.

SEELY, S.; POULARIKAS, A. D. Electromagnetics. N. York, Marcel Dekker Inc., 1979.

SHAPIRO, A. H. Compressible Fluid Flow. Arlington, Ma, John Wiley and Sons, 1953, 2v.

STREETER, V. L. Mecânica dos Fluidos. São Paulo, Editora Mc Graw Hill do Brasil Ltda., 1974.

SUTTON, G. P. Rocket Propulsion Elements. 3.ed. Los Angeles, John Wiley and Sons, 1967.

VAN Wylen, G. J.; SONNTAG, R. E. Fundamentos da Termodinâmica Clássica. 2.ed., São Paulo, Editora Edgard Blucher Ltda., 1976.

WELSBY, V. G. The Theory and Design of Inductance Coils. 2.ed., London, Macdonald and Co. (Publishers) Ltd., 1964.

WERTZ, J. R. Spacecraft Attitude Determination and Control. Dordrecht, Holland, D. Reidel Publishing Co., 1978.

WHITE, F. M. Fluid Mechanics. Tóquio, Mc Graw Hill Kogakusha Ltd., 1979.

APÊNDICE A

CÁLCULO DAS ÁREAS MÉDIAS NO CIRCUITO MAGNÉTICO

Para o cômputo das permeabilidades magnéticas médias é necessário determinar as áreas médias do circuito. A figura a seguir mostra um esquema da válvula e o caminho seguido pelo fluxo magnético.

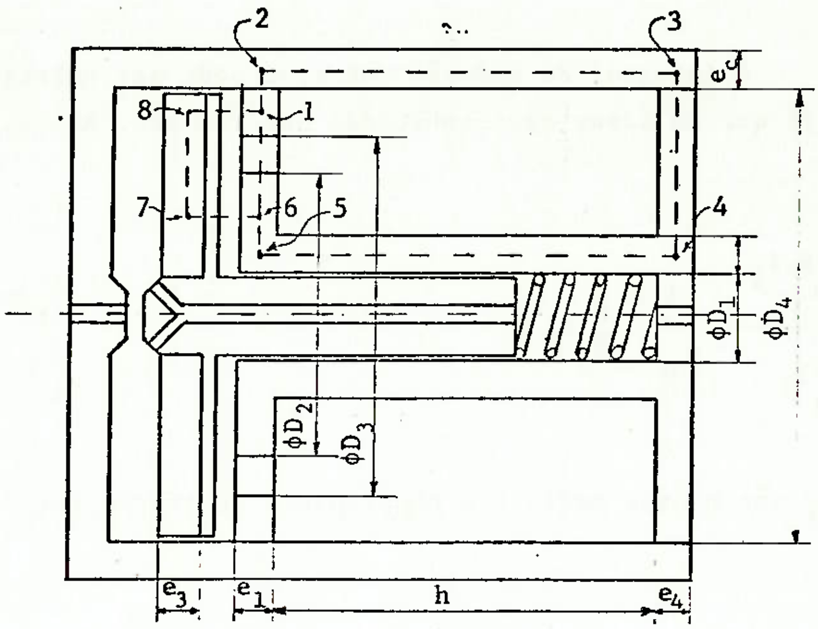


Fig. A.1 - Caminho do Fluxo Magnético na Válvula.

Conforme mencionado no Capítulo III, o caminho seguido pelo fluxo é 1-2-3-4-5-6, havendo no ponto 6 uma bifurcação; uma parte do fluxo segue para o ponto 1 diretamente, através do isolante, e outra percorre o caminho 6-7-8-1.

Assim, duas áreas médias serão consideradas: a primeira entre os pontos 1 e 6 no caminho 1-2-3-4-5-6; a segunda entre os pontos 6 e 1 no caminho 6-7-8-1.

A primeira delas, denominada S_m é calculada como segue:

$$S_m = \frac{\int_1^6 S \, dl}{\int_1^6 dl} = \frac{1}{L_m} \cdot \int_1^6 S \, dl \quad , \tag{A.1}$$

sendo L_m o comprimento total entre os pontos 1 e 6, e S a área no comprimento dl.

A integral da equação anterior pode ser substituída por uma somatória, já que as áreas são conhecidas por trechos. Assim, tem-se:

$$S_m = \frac{\sum_{i=1}^{5} S.l_i}{\sum_{i=1}^{5} l_i} = \frac{1}{L_m} \cdot \sum_{i=1}^{5} S_i . l_i \quad , \tag{A.2}$$

onde S_i e l_i são a área média e o comprimento do trecho entre os pontos i e i+l e

$$L_m = \sum_{i=1}^{5} l_i \quad . \tag{A.3}$$

Desenvolvendo esta somatória, obtém-se:

$$L_m = 2.h + e_1 + e_4 + 2.\left[\frac{D_4 + e_c}{2} - \frac{D_1 + e_2}{2}\right] - \left[\frac{D_3 + D_4}{4} - \frac{D_1 + D_2}{4}\right] \text{, ou}$$

$$L_m = 2.h + e_1 + e_4 + (e_c - e_2) + \frac{3}{4} . (D_4 - D_1) - \frac{1}{4} . (D_3 - D_2) \quad . \tag{A.4}$$

Voltando à Equação A.2, verifica-se que o produto dentro da somatória é o volume V_i de material do trecho i. A soma de todos estes volumes fornece o volume total do caminho, denominado V_m, isto é:

$$V_m = \sum_{i=1}^{5} V_i \quad \text{, ou seja:}$$

$$V_m = (h + e_1 + e_4) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot [(D_4 + 2.e_c)^2 - D_1^2] - \frac{\pi}{4} . h \, . [D_4^2 + \ldots$$

$$- (D_1 + 2.e_c)^2] - \frac{\pi}{16} . e_1 \, . [(D_3 + D_4)^2 - (D_1 + D_2)^2] \quad \text{, ou}$$

$$V_m = \pi . h . e_c . (2.e_c + D_1 + D_4) + \frac{\pi}{4} . (e_1 + e_4) \, . [(D_4 + 2.e_c)^2 - D_1^2] +$$

$$- \frac{\pi}{16} . e_1 \, . [(D_3 + D_4)^2 - (D_1 + D_2)^2] \quad . \qquad (A.5)$$

Os resultados das Expressões A.4 e A.5, substituídos na Equação A.2 permitem obter o valor de S_m.

De forma análoga, a área média entre os pontos 6 e 1, designada por S_{61}, é dada por:

$$S_{61} = \frac{V_{61}}{L_{61}} \quad . \qquad (A.6)$$

O comprimento e o volume deste caminho são dados por:

$$L_{61} = e_1 + e_3 + \frac{1}{4} . (D_4 + D_3 - D_2 - D_1) \quad ; \qquad (A.7)$$

$$V_{61} = \frac{\pi}{4} . \left(e_3 + \frac{e_1}{2} \right) . (D_4^2 - D_1^2) - \frac{\pi}{4} . e_1 \, . (D_3^2 - D_2^2) \quad \text{, ou}$$

$$V_{61} = \frac{\pi}{4} . \left\{ e_3 . (D_4^2 - D_1^2) + \frac{e_1}{2} . [(D_4^2 + 2.D_2^2) - (D_1^2 + 2.D_3^2)] \right\} . \qquad (A.8)$$

Com A.7 e A.8 obtém-se S_{61} de A.6.

APÊNDICE B

INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS QUE REGEM O ESCOAMENTO DE FANNO

O escoamento de Fanno (adiabático com atrito) é regido pelas seguintes equações (Shapiro, 1953):

$$\frac{dM^2}{M^2} = k.M^2 \cdot \frac{1 + \frac{k-1}{2}.M^2}{1 - M^2} . f. \frac{dx}{D} \quad ; \tag{B.1}$$

$$\frac{dp}{p} = - k.M^2 . \frac{1 + (k-1).M^2}{2.(1 - M^2)} . f. \frac{dx}{D} \quad ; \tag{B.2}$$

$$\frac{dT}{T} = - \frac{k.(k-1).M^4}{2.(1-M^2)} . f . \frac{dx}{D} \quad ; \tag{B.3}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = - \frac{k.M^2}{2.(1-M^2)} . f . \frac{dx}{D} \quad ; \tag{B.4}$$

$$\frac{dV}{V} = - \frac{d\rho}{\rho} = \frac{k.M^2}{2.(1-M^2)} . f . \frac{dx}{D} \quad ; \tag{B.5}$$

$$\frac{dp_0}{p_0} = - \frac{k.M^2}{2} . f . \frac{dx}{D} \quad ; \tag{B.6}$$

$$\frac{d\rho_0}{\rho_0} = \frac{dp_0}{p_0} = - \frac{k.M^2}{2} . f . \frac{dx}{D} \quad . \tag{B.7}$$

A primeira expressão (B.1), que vai fornecer o número de Mach do escoamento em função da posição na tubulação, é resolvida como mostrado a seguir:

$$\frac{(1 - M^2)\, dM^2}{M^4.\,[2 + (k-1).M^2]} = \frac{k.f}{2.D}\, dx \quad .$$

Fazendo $y = M^2$, fica-se com:

$$\frac{(1 - y)\, dy}{y^2.\,[2 + (k-1).y]} = \frac{k.f}{2.D}\, dx \quad , \text{ ou}$$

$$\frac{dy}{y^2.\,[2 + (k-1).y]} - \frac{dy}{y.\,[2 + (k-1).y]} = \frac{k.f}{2.D}\, dx \quad . \tag{B.8}$$

Agora pode-se proceder a uma integração destas equações, ou simplesmente procurar suas soluções em uma tabela de integrais. Assim, integrando y desde y_1 até y_2 e x de 0 a L, fica-se com:

$$\frac{1}{2.y_1} - \frac{1}{2.y_2} + \frac{k-1}{4}.\ln\frac{y_1.[2+(k-1).y_2]}{y_2.[2+(k-1).y_1]} - \frac{1}{2}.\ln\frac{y_2.[2+(k-1).y_1]}{y_1.[2+(k-1).y_2]} =$$

$$= \frac{k.f.L}{2.D} \quad .$$

Utilizando as propriedades dos logaritmos e fazendo algumas simplificações, chega-se à solução final, já substituindo y por M^2:

$$\frac{1}{M_1^{\,2}} - \frac{1}{M_2^{\,2}} + \frac{k+1}{2}.\ln\frac{M_1^{\,2}.[2+(k-1).M_2^{\,2}]}{M_2^{\,2}.[2+(k-1).M_1^{\,2}]} = \frac{k.f.L}{D} \quad , \tag{B.9}$$

sendo M_1 o número de Mach no início da tubulação (onde x = 0) e M_2 o do final (onde x = L).

Embora a Equação B.1 tenha permitido uma solução direta para o número de Mach em função de x, as Expressões B.2 a B.7 não o permitem em relação a suas variáveis por dependerem explicitamente do número de Mach.

Nota-se, entretanto, que todas elas apresentam o termo (f.dx/D), o que sugere que uma divisão entre duas delas fará desaparecer este fator. Assim, serão obtidas equações que relacionarão as diversas grandezas apenas com o número de Mach. Uma integração destas equações fornecerá cada grandeza em função unicamente do número de Mach; como este último é função apenas da posição na tubulação (Relação B.9), têm-se também as variáveis das Equações B.2 a B.7 como função da posição.

Assim, dividindo a Equação B.2 pela B.1 e reordenando-a, obtém-se:

$$\frac{dp}{p} = - \frac{[1 + (k-1).M^2]\ dM^2}{[2 + (k-1).M^2]\ M^2} \quad , \tag{B.10}$$

ou, integrando esta equação:

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = - \int_{M_1^2}^{M_2^2} \frac{dM^2}{[2 + (k-1).M^2].M^2} - \int_{M_1^2}^{M_2^2} \frac{(k-1)\ dM^2}{2 + (k-1).M^2} \quad . \tag{B.11}$$

Os resultados de cada integral são os seguintes:

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = \ln \frac{p_2}{p_1} \quad ,$$

$$\int_{M_1^2}^{M_2^2} \frac{dM^2}{[2 + (k-1).M^2].M^2} = \frac{1}{2}.\ln \frac{M_2^2.[2 + (k-1).M_1^2]}{M_1^2.[2 + (k-1).M_2^2]} \quad ,$$

$$\int_{M_1^2}^{M_2^2} \frac{(k-1)\ dM^2}{2 + (k-1).M^2} = \ln \frac{2 + (k-1).M_2^2}{2 + (k-1).M_1^2} \quad .$$

Substituindo estes valores na Relação B.10 e melhorando sua forma, chega-se a:

$$\therefore \frac{p_2}{p_1} = \frac{M_1}{M_2} \cdot \left[\frac{2 + (k-1).M_1^2}{2 + (k-1).M_2^2} \right]^{1/2} . \qquad (B.12)$$

Dividindo a Equação B.3 pela B.1 obtém-se:

$$\frac{dT}{T} = - \frac{(k-1)\ dM^2}{2 + (k-1).M^2} . \qquad (B.13)$$

Após a integração, o resultado final é:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2 + (k-1).M_1^2}{2 + (k-1).M_2^2} . \qquad (B.14)$$

A divisão da Relação B.4 pela B.1 produz:

$$\frac{d\rho}{\rho} = - \frac{dM^2}{[2 + (k-1).M^2].M^2} , \qquad (B.15)$$

equação esta que, após integrada, resulta:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{M_1}{M_2} \left[\frac{2 + (k-1).M_2^2}{2 + (k-1).M_1^2} \right]^{1/2} . \qquad (B.16)$$

A primeira igualdade da Expressão B.5 simplifica o cálculo das velocidades. Esta equação dividida por B.1 fornece:

$$\frac{dv}{v} = \frac{dM^2}{[2 + (k-1).M^2].M^2} . \qquad (B.17)$$

Portanto, sua integral resulta:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{M_2}{M_1} \left[\frac{2 + (k-1).M_1^2}{2 + (k-1).M_2^2} \right]^{1/2} . \qquad (B.18)$$

Da divisão da Expressão B.6 pela B.1 obtém-se:

$$\frac{dp_0}{p_0} = - \frac{(1-M^2).dM^2}{[2 + (k-1).M^2].M^2} \quad , \qquad (B.19)$$

que, após integrada, resulta:

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{M_1}{M_2} . \left(\frac{2 + (k-1).M_2^{\,2}}{2 + (k-1).M_1^{\,2}} \right)^{k/(k-1)} \quad . \qquad (B.20)$$

A última equação a ser integrada, B.7, é idêntica à anterior; assim, seu resultado será o mesmo, ou seja:

$$\frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} \quad \frac{M_1}{M_2} . \left(\frac{2 + (k-1).M_2^{\,2}}{2 + (k-1).M_1^{\,2}} \right)^{k/(k-1)} \quad . \qquad (B.21)$$

APÊNDICE C

LISTAGENS DE COMPUTADOR

Este apêndice destina-se a mostrar os programas de computador que foram empregados nas simulações.

Basicamente, dois programas principais foram utilizados, um deles de nome VÁLVULA e outro denominado MANOBRA.

O primeiro deles, definido o satélite e as características do sistema, fornece o desempenho deste último durante os transitórios e durante o regime permanente, além de traçar todos os gráficos de interesse referentes à válvula e mais o do empuxo em função do tempo (V. Figs. V.3 e V.4).

Este programa, o VÁLVULA, utiliza sub-rotinas externas a ele para o traçado dos gráficos, denominadas CURVA e GRAFI, para localização de zeros de funções, de nome ZERO, e para aproximação de uma curva a uma série de pontos, denominada INTCUB.

A maneira de utilização das sub-rotinas CURVA e GRAFI, que efetuam o traçado dos gráficos, pode ser encontrada detalhadamente em Carrara (1984). As listagens das demais sub-rotinas são mostradas a seguir.

Além de sub-rotinas externas, o VÁLVULA necessita de arquivos de dados de entrada e de saída. Os de entrada contêm as dimensões e as características básicas do SCA necessárias ao cálculo de seu desempenho . O principal arquivo de saída acumula os valores dos intervalos de tempo Δt_1, Δt_2, Δt_4 e Δt_5, além de também guardar o empuxo de regime permanente F_{erp} e as integrais INT_1 , INT_2, INT_{12} e INT_{22} . Este arquivo, denominado EMP, é utilizado como entrada no programa MANOBRA, que tem a função de simular as manobras de dessaturação de uma roda de reação e as de alteração de atitude.

O programa MANOBRA aplica as equações desenvolvidas no Capítulo IV e verifica o desempenho do Sistema de Controle de Atitude com aquelas determinadas características.

A seguir estão as listagens de ambos os programas e das sub-rotinas, concebidos na linguagem Algol.

MANOBRA (01/23/87)

```
$SET AUTOBIND
$BIND = FROM (GRBAT)GRAF,ROTINAS/PLOTTER1051/=
$USE RA FOR /CURT1/
$USE RE FOR /GRACO/
BEGIN
FILE LEIA(KIND=REMOTE),ESCREVA(KIND=REMOTE),IMPRIMA(KIND=PRINTER);
FILE EMP(KIND=DISK,TITLE="EMP.",FILETYPE=7);
INTEGER NC,I,J,J1,J2,J3,J4,J5,JF;
REAL DT,DTS,DT1,DT2,DT4,DT5,FERP,INT1,INT2,INT12,INT22,TORR,
   IR,WRI,WRF,PI,TC,T1,T2,T3,T4,T5,TOR,NB,AR,RS,ISAT,K1,K2,
   X1,X2,FID,DELTA,A,B,C,DTD,T11,T21,T31,T41,T51,T02,T12,
   T22,T32,T42,T52;
ARRAY T,WR,AS,WS,FISÇ0:120Ä , RA,REÇ1:30Ä;
ALPHA ARRAY TX,TYÇ0:10Ä;
PROCEDURE CURVA(N,X,Y,TX,TY);
  INTEGER N;
  ARRAY X,YÇ*Ä;
  ALPHA ARRAY TX,TYÇ*Ä;
  EXTERNAL;
PROCEDURE GRAFI(N,X,Y,TX,TY);
  INTEGER N;
  ARRAY X,YÇ*Ä;
  ALPHA ARRAY TX,TYÇ*Ä;
  EXTERNAL;
READ(EMP,/,DT1,DT2,DT4,DT5);
READ(EMP,/,FERP,INT1,INT12,INT2,INT22);
WRITE(ESCREVA,</,X10,"FORNECA OS DADOS DO SATELITE:",/,
   X15,"ISAT , NB , RS">);
READ(LEIA,/,ISAT,NB,RS);
%
WRITE(IMPRIMA,<//,X15,"DADOS DO SATELITE:",//,
  "MOMENTO DE INERCIA: ",F7.2," KG.M**2",/,
  "NUMERO DE MICROMOTORES ATUANTES EM CADA SENTIDO: ",I2,/,
  "RAIO DE FIXACAO DOS MICROMOTORES: ",F6.3," M">,
  ISAT,NB,RS);
%
WRITE(ESCREVA,</,X15,"INDIQUE O CASO ANALISADO:",//,
     X10,"1 - DESSATURACAO DE RODA DE REACAO;",/,
     X10,"2 - ALTERACAO DE ATITUDE.">);
READ(LEIA,/,NC);
PI:=ARCCOS(-1);
CASE NC OF
  BEGIN
%
%           MANOBRA DE DESSATURACAO DE RODA DE REACAO
%
 1:WRITE(ESCREVA,</,X10,"FORNECA O TEMPO ENTRE SINAIS DA ",
       "VALVULA. PARA",/, X10,"OTIMIZAR OS TEMPOS, ",
       "FORNECA UM VALOR NEGATIVO.">);
  READ(LEIA,/,DTS);
  WRITE(ESCREVA,</,X15,"FORNECA OS DADOS DA RODA.",/,
     "MOMENTO DE INERCIA ÇKG*M**2Ä:">);
  READ(LEIA,/,IR);
  WRITE(ESCREVA,</,"TORQUE ÇN*MÄ:">);
  READ(LEIA,/,TORR);
  WRITE(ESCREVA,</,"VELOCIDADES INICIAL E FINAL ÇRPMÄ:">);
  READ(LEIA,/,WRI,WRF);
```

```
%
WRITE(IMPRIMA,<//,X10,"DESSATURACAO DE RODA DE REACAO",//,
  X15,"DADOS DA RODA:",/,
  "MOMENTO DE INERCIA: ",F6.3," KG.M**2",/,
  "TORQUE: ",F6.3," N.M",/,
  "VELOCIDADE INICIAL: ",F7.1," RPM",/,
  "VELOCIDADE FINAL DESEJADA: ",F6.2," RPM">,
  IR,TORR,WRI,WRF);
  WRI:=WRI * PI/30;
  WRF:=WRF * PI/30;
  AR:=-TORR/IR;
  TDR:=(WRF-WRI)/AR;
  IF DTS GTR 0 THEN
    BEGIN
    WRITE(ESCREVA,</,X10,"FORNECA O INSTANTE DE LIGACAO",
         " DOS JATOS.">);
    READ(LEIA,/,T0);
    T1:=T0 + DT1;
    T2:=T1 + DT2;
    T3:=T0 + DTS;
    T4:=T3 + DT4;
    T5:=T4 + DT5;
    END
                 ELSE
    BEGIN
    T5:=TDR/2 + TORR*TDR/(2*NB*RS*FERP) - INT2/FERP +
      NB*RS/(TORR*TDR) * ( (INT2**2-INT1**2)/(2*FERP) +
      INT1*DT5 + INT12 + INT22);
    T4:=T5 - DT5;
    T3:=T4 - DT4;
    T2:=T4 - TORR*TDR/(NB*RS*FERP) + (INT1+INT2)/FERP;
    T1:=T2 - DT2;
    T0:=T1 - DT1;
    END;
  WRITE(ESCREVA,</,X10,"T0 = ",E10.4," S",X10,"T1 = ",E10.4," S",
     /,X10,"T2 = ",E10.4," S",X10,"T3 = ",E10.4," S",/,
     X10,"T4 = ",E10.4," S",X10,"T5 = ",E10.4," S",/,
     X20,"TDR = ",E10.4," S",/>,T0,T1,T2,T3,T4,T5,TDR);
  WRITE(IMPRIMA,</,X10,"T0 = ",E10.4," S",X10,"T1 = ",E10.4," S",
     /,X10,"T2 = ",E10.4," S",X10,"T3 = ",E10.4," S",/,
     X10,"T4 = ",E10.4," S",X10,"T5 = ",E10.4," S",/,
     X20,"TDR = ",E10.4," S",/>,T0,T1,T2,T3,T4,T5,TDR);
  DT:=TDR/80;
  TÇ0Ā:=WSÇ0Ā:=FISÇ0Ā:=0;
  WRÇ0Ā:=WRI;
%
%          CALCULOS DE 0 A T1
%
  FOR J:=1 STEP 1 WHILE TÇJ-1Ā LSS T1-DT DO
    BEGIN
    TÇJĀ:=TÇJ-1Ā + DT;
    WRÇJĀ:=(WRI + AR*TÇJĀ);
    ASÇJĀ:=TORR/ISAT;
    WSÇJĀ:=ASÇJĀ*TÇJĀ;
    FISÇJĀ:=ASÇJĀ/2 *TÇJĀ**2;
    END;
  J1:=J;
  TÇJ1Ā:=T1;
  WRÇJ1Ā:=(WRI + AR*T1);
  ASÇJ1Ā:=TORR/ISAT;
```

```
     WSÇJ1Ã:=ASÇJ1Ã *T1;
     FISÇJ1Ã:=ASÇJ1Ã/2 *T1**2;
     J2:=J1+1;
%
%              CALCULOS DE T2 A T4
%
     FOR J:=J2 STEP 1 WHILE TÇJ-1Ã LSS T4-DT DO
       BEGIN
       TÇJÃ:=T2 + (J-J2)*DT;
       WRÇJÃ:=(WRI + AR*TÇJÃ);
       ASÇJÃ:=TORR/ISAT - NB*RS*FERP/ISAT;
       WSÇJÃ:=TORR/ISAT*TÇJÃ - NB*RS/ISAT*(FERP*(TÇJÃ-T2) +INT1);
       FISÇJÃ:=TORR/(2*ISAT)*TÇJÃ**2 - NB*RS/ISAT *(FERP/2*
           (TÇJÃ-T2)**2 + INT1*(TÇJÃ-T2) + INT12);
       END;
     J4:=J;
     TÇJ4Ã:=T4;
     WRÇJ4Ã:=(WRI + AR*T4);
     ASÇJ4Ã:=ASÇJ4-1Ã;
     WSÇJ4Ã:=TORR/ISAT*T4 - NB*RS/ISAT*(FERP*(T4-T2) + INT1);
     FISÇJ4Ã:=TORR/(2*ISAT)*T4**2 - NB*RS/ISAT*(FERP/2*
         (T4-T2)**2 + INT1*(T4-T2) + INT12);
%
%              CALCULOS EM T5
%
     J5:=J4+1;
     TÇJ5Ã:=T5;
     WRÇJ5Ã:=(WRI + AR*T5);
     ASÇJ5Ã:=TORR/ISAT;
     WSÇJ5Ã:=TORR/ISAT*T5 - NB*RS/ISAT *(FERP*(T4-T2) + INT1
         +INT2);
     FISÇJ5Ã:=TORR/(2*ISAT)*T5**2 - NB*RS/ISAT *(FERP/2*
         (T4-T2)**2 + INT1*(T5-T2) +INT12 + INT22);
%
%              CALCULOS DE T5 A TDR
%
     FOR J:=J5+1 STEP 1 WHILE TÇJ-1Ã LSS TDR-DT DO
       BEGIN
       TÇJÃ:=T5 + (J-J5)*DT;
       WRÇJÃ:=(WRI + AR*TÇJÃ);
       ASÇJÃ:=TORR/ISAT;
       WSÇJÃ:=TORR/ISAT*TÇJÃ - NB*RS/ISAT *(INT1 +FERP*(T4-T2)
           +INT2);
       FISÇJÃ:=TORR/(2*ISAT)*TÇJÃ**2 - NB*RS/ISAT *(INT1*(TÇJÃ-T2)
           +INT2*(TÇJÃ-T5) +FERP*(T4-T2)*(TÇJÃ-T5) +INT12 +FERP/2 *
           (T4-T2)**2 +INT22);
       END;
     JF:=J;
     TÇJFÃ:=TDR;
     WRÇJFÃ:=(WRI + AR*TDR);
     ASÇJÃ:=0;
     WSÇJFÃ:=TORR/ISAT*TDR - NB*RS/ISAT *(INT1 +FERP*(T4-T2)
         +INT2);
     FISÇJFÃ:=TORR/(2*ISAT)*TDR**2 - NB*RS/ISAT *(INT1*(TDR-T2) +
         INT2*(TDR-T5) +FERP*(T4-T2)*(TDR-T5) +INT12 +FERP/2 *
         (T4-T2)**2 +INT22);
     FOR J:=0 STEP 1 UNTIL JF DO
       WRÇJÃ:=WRÇJÃ * 30/PI;
     WRITE(ESCREVA,</,X15,"CARACTERISTICAS FINAIS:",//,
         X10,"VELOCIDADE DA RODA: ",E10.3," RPM",/,
```

```
        X10,"VELOCIDADE DO SATELITE: ",E1C.3," GRAUS/S",/,
      . X10,"POSICAO ANGULAR DO SATELITE: ",E10.3," GRAUS",/>,
        WRÇJFÃ,WSÇJFÃ*130/PI,FISÇJFÃ*180/FI);
    WRITE(IMPRIMA,</,X15,"CARACTERISTICAS FINAIS:",//,
        X10,"VELOCIDADE DA RODA: ",E10.3," RPM",/,
        X10,"VELOCIDADE DO SATELITE: ",E1C.3," GRAUS/S",/,
        X10,"POSICAO ANGULAR DO SATELITE: ",E10.3," GRAUS",/>,
        WRÇJFÃ,WSÇJFÃ*180/PI,FISÇJFÃ*180/PI);
%
%         MANOBRA DE ALTERACAO DE ATITUDE
%
    2:WRITE(ESCREVA,</,X10,"FORNECA O ANGULO DE GIRO, EM GRAUS">);
    READ(LEIA,/,FID);
%
    WRITE(IMPRIMA,<//,X10,"ALTERACAO DE ATITUDE",//,
       "ANGULO DE GIRO DO SATELITE: ",F7.2," GRAUS">,FID);
%
    FID:=FID*PI/180;
%
    WRITE(ESCREVA,</,X10,"FORNECA O TEMPO DE DURACAO DE UM ",
       "PULSO (DTD). PARA",/, X10,"OTIMIZAR OS TEMPOS, FORNECA ",
       "UM VALOR NEGATIVO.">);
    READ(LEIA,/,DTD);
%
    IF DTD LEQ 0 THEN
      BEGIN
      WRITE(ESCREVA,</,X15,"FORNECA OS VALORES DE K1 E K2">);
      READ(LEIA,/,K1,K2);
      DTS:=DT1 + DT2 - DT4 + SQRT(K2*FID*ISAT/(NB*RS*FERP*
           (K1+K2))) - (INT1+INT2)/FERP;
      DTD:= FID*ISAT/(NB*RS*(FERP*(DTS+DT4-DT1-DT2)+INT1+
           INT2)) - DTS;
      WRITE(IMPRIMA,</,X10,"TEMPOS OTIMIZADOS">);
      END
                ELSE
      BEGIN
      WRITE(ESCREVA,</,X10,"FORNECA O INTERVALO ENTRE SINAIS",
        " (DTS).">);
      READ(LEIA,/,DTS);
      WRITE(IMPRIMA,</,X10,"INTERVALOS DE TEMPO DTD E DTS DADOS">);
      END;
%
    WRITE(ESCREVA,</,X10,"DTS = ",F10.4," S",X10,"DTD = ",
       F10.4," S">,DTS,DTD);
    WRITE(IMPRIMA,</,X10,"DTS = ",F10.4," S",X10,"DTD = ",
       F10.4," S">,DTS,DTD);
%
%          DEFINICAO DOS TEMPOS DA MANOBRA
%
    T11:=DT1;
    T21:=T11 + DT2;
    T31:=DTS;
    T41:=T31 + DT4;
    T51:=T41 + DT5;
    T02:=T31 + DTD;
    T12:=T02 + DT1;
    T22:=T12 + DT2;
    T32:=T02 + DTS;
    T42:=T32 + DT4;
    T52:=T42 + DT5;
```

```
  DT:=T52/100;
%
%      DEFINICAO DOS PRIMEIROS VALORES, EM T0, T11 E T21
%
  TÇ0Ā:=WSÇ0Ā:=FISÇ0Ā:=0;
  TÇ1Ā:=T11;
  WSÇ1Ā:=FISÇ1Ā:=0;
  TÇ2Ā:=T21;
  WSÇ2Ā:=NB*RS*INT1/ISAT;
  FISÇ2Ā:=NB*RS*INT12/ISAT;
%
%            CALCULOS DA PRIMEIRA FASE
%
  FOR J:=3 STEP 1 WHILE TÇJ-1Ā LSS T41-DT DO
    BEGIN
    TÇJĀ:=TÇJ-1Ā + DT;
    WSÇJĀ:=NB*RS/ISAT *(INT1 + FERP*(TÇJĀ-T21));
    FISÇJĀ:=NB*RS/ISAT *(FERP/2*(TÇJĀ-T21)**2 + INT1*
          (TÇJĀ-T21) + INT12);
    END;
%
%            DEFINICAO DOS VALORES EM T41 E T51
%
  J1:=J;
  TÇJ1Ā:=T41;
  WSÇJ1Ā:=NB*RS/ISAT *(INT1 + FERP*(T41-T21));
  FISÇJ1Ā:=NB*RS/ISAT *(FERP/2*(T41-T21)**2 + INT1*
          (T41-T21) + INT12);
  TÇJ1+1Ā:=T51;
  WSÇJ1+1Ā:=NB*RS/ISAT *(INT1 + FERP*(T41-T21) + INT2);
  FISÇJ1+1Ā:=FISÇJ1Ā + NB*RS/ISAT*(FERP*(T41-T21)*DT5 +
              INT1*DT5 + INT22);
%
%            CALCULOS DA SEGUNDA FASE
%
  FOR J:=J1+2 STEP 1 WHILE TÇJ-1Ā LSS T12-DT DO
    BEGIN
    TÇJĀ:=TÇJ-1Ā + DT;
    WSÇJĀ:=WSÇJ-1Ā;
    FISÇJĀ:=WSÇJĀ*(TÇJĀ-T51) + FISÇJ1+1Ā;
    END;
%
%            DEFINICAO DOS VALORES EM T12 E T22
%
  J2:=J;
  TÇJ2Ā:=T12;
  WSÇJ2Ā:=WSÇJ2-1Ā;
  FISÇJ2Ā:=WSÇJ2Ā*(T12-T51) + FISÇJ1+1Ā;
  TÇJ2+1Ā:=T22;
  WSÇJ2+1Ā:=WSÇJ2Ā - NB*RS*INT1/ISAT;
  FISÇJ2+1Ā:=FISÇJ2Ā - NB*RS*INT12/ISAT + WSÇJ2Ā*DT2;
%
%            CALCULOS DA TERCEIRA FASE
%
  FOR J:=J2+2 STEP 1 WHILE TÇJ-1Ā LSS T42-DT DO
    BEGIN
    TÇJĀ:=TÇJ-1Ā + DT;
    WSÇJĀ:=WSÇJ2+1Ā - NB*RS*FERP/ISAT*(TÇJĀ-T22);
    FISÇJĀ:=FISÇJ2+1Ā + WSÇJ2+1Ā*(TÇJĀ-T22) - NB*RS*FERP/
          (2*ISAT)*(TÇJĀ-T22)**2;
```

```
       END;
    %
    %             DEFINICAO DOS VALORES FINAIS, EM T42 E T52
    %
      J3:=J;
      TÇJ3Ã:=T42;
      WSÇJ3Ã:=NB*RS*INT2/ISAT;
      FISÇJ3Ã:=FISÇJ2+1Ã + WSÇJ2+1Ã*(T42-T22) - NB*RS*FERP/
                (2*ISAT)*(T42-T22)**2;
      TÇJ3+1Ã:=T52;
      WSÇJ3+1Ã:=0;
      FISÇJ3+1Ã:=FISÇJ3Ã + WSÇJ3Ã*DT5 - INT22;
      JF:=J3+1;
    %
      WRITE(ESCREVA,</,X10,"POSICAO FINAL DO SATELITE: ",F10.3,
         " GRAUS",/,X10,"VELOCIDADE FINAL DO SATELITE: ",F10.3,
         " GRAUS/S">,FISÇJFÃ*180/PI,WSÇJFÃ*180/PI);
    %
      WRITE(IMPRIMA,</,X10,"POSICAO FINAL DO SATELITE: ",F10.3,
         " GRAUS",/,X10,"VELOCIDADE FINAL DO SATELITE: ",F10.3,
         " GRAUS/S">,FISÇJFÃ*180/PI,WSÇJFÃ*180/PI);
      END;
    FOR J:=0 STEP 1 UNTIL JF DO
      BEGIN
      WSÇJÃ:=WSÇJÃ * 180/PI;
      FISÇJÃ:=FISÇJÃ * 180/PI;
      END;
    RAÇ2Ã:=REÇ2Ã:=1;
    RAÇ12Ã:=2;
    RAÇ16Ã:=REÇ16Ã:= 6;
    REÇ10Ã:=1;
    JF:=JF+1;
    %
    %                      TRACAGEM DOS GRAFICOS
    %
    TXÇ0Ã:="TEMPO ";
    TXÇ1Ã:="(S)   ";
    IF NC = 1 THEN
      BEGIN
    %
    %                  GRAFICO DA VELOCIDADE DA RODA
    %
      TYÇ0Ã:="VELOCI";
      TYÇ1Ã:="DADE D";
      TYÇ2Ã:="A RODA";
      TYÇ3Ã:=" (RPM)";
      CURVA(JF,T,WR,TX,TY);
      GRAFI(JF,T,WR,TX,TY);
      END;
    %
    %                  GRAFICO DA VELOCIDADE DO SATELITE
    %
    TYÇ0Ã:="VELOCI";
    TYÇ1Ã:="DADE D";
    TYÇ2Ã:="O SATE";
    TYÇ3Ã:="LITE (";
    TYÇ4Ã:="GRAUS/";
    TYÇ5Ã:="S)    ";
    CURVA(JF,T,WS,TX,TY);
    GRAFI(JF,T,WS,TX,TY);
```

```
REÇ5Ã:=4;
%
%                    GRAFICO DA POSICAO ANGULAR DO SATELITE
%
TYÇ0Ã:="DESVIO";
TYÇ1Ã:=" DO SA";
TYÇ2Ã:="TELITE";
TYÇ3Ã:=" (GRAU";
TYÇ4Ã:="S)    ";
TYÇ5Ã:=0;
CURVA(JF,T,FIS,TX,TY);
GRAFI(JF,T,FIS,TX,TY);
END.
```

.VALVULA (02/26/87)

```
$SET AUTOBIND
$BIND = FROM OBJECT/ZERO,(ORBAT)GRAF,ROTINAS/PLOTTER1051/=
$BIND YCX FROM OBJECT/INTERPCL
$BIND INTEGRA FROM OBJECT/INTEGRACAO
$USE RA FOR /CURT1/
$USE RE FOR /GRACO/
$USE NS FOR /GRACA/
$USE TIE FOR /TITUL/
BEGIN
FILE LEIA(KIND=REMOTE) , ESCREVA(KIND=REMOTE) ,
     IMPRIMA(KIND=PRINTER);
FILE ARQMI(KIND=DISK,TITLE="ARQMI.",FILETYPE=7);
FILE MAG(KIND=DISK,TITLE="MAG.",FILETYPE=7);
FILE BOCAL(KIND=DISK,TITLE="BOCAL.",FILETYPE=7);
FILE EMP(KIND=DISK,TITLE="EMP.",FILETYPE=7);
REAL D1,D2,D3,D4,S1,S2,SEQ,RLI,RLE,KR,K61,KB,E1,E2,E3,E4,EC,H,V,
 ZI,ZF,DZ,MIO,PI,X0,XM,LM,VM,SM,Q,L61,V61,S61,G1,G2,G3,B61,BM,
 FAB,DI,R,ZMAX,ZMIN,MCUR,AE,AS,DM,K,SOMA,LX,LI,K1,AV,ME,MS,MC,PC,
 POA,PAT,PE,PA,FS,ROS,RGAS,CP,TE,TC,TS,PCE,POS,VE,VS,EP,XA1,XA2,DE,
 AG,DG,DS,KF,DFIO,DTS,KM,LB,DV,FERP,FPRP,PRE,ETA,ZETA,MA,FATOR,
 INT1,INT2,INT12,INT22;
INTEGER J,J1,J2,J3,J4,J5,JA,JF,NE,ND,NN,NDIV,JX,MAT,DEC,ITMAX;
ARRAY RA,REÇ1:30Ã,     XX,Z1,Z2,BB1,BB2,CC1,CC2,DD1,DD2Ç0:40Ã,
   DADOÇ1:20Ã,  T,FM,I,XV,FE,FMO,FP,HI61,B2,RR,R61,LÇ-1:1700Ã,
   B1,MIMÇ0:3400Ã,  YAÇ1:3,0:1700Ã,  REBÇ-1:5100Ã, FRESÇ-1:6800Ã;
ALPHA ARRAY TX,TYÇ0:10Ã,NOMEÇ1:20Ã,TIEÇ0:50Ã;
INTEGER ARRAY VAR,NPÇ1:20Ã,NSÇ1:50Ã;
LABEL AA,BB,AC,AD;
PROCEDURE INTEGRA(NEQN,X,Y,DY,II,H,FIM);
  INTEGER NEQN,II;
  REAL H;
  ARRAY XÇ*Ã,  YÇ*,*Ã;
  REAL PROCEDURE DY;
  BOOLEAN PROCEDURE FIM;
  EXTERNAL;
PROCEDURE CURVA(N,X,Y,TX,TY);
  INTEGER N;
  ARRAY X,YÇ*Ã;
  ALPHA ARRAY TX,TYÇ*Ã;
  EXTERNAL;
PROCEDURE GRAFI(N,X,Y,TX,TY);
  INTEGER N;
  ARRAY X,YÇ*Ã;
  ALPHA ARRAY TX,TYÇ*Ã;
  EXTERNAL;
REAL PROCEDURE YCX(XD,X,Z,B,C,D,N,JX);
  REAL XD;
  INTEGER N,JX;
  ARRAY X,Z,B,C,DÇ*Ã;
  EXTERNAL;
REAL PROCEDURE MI(BM);
  REAL BM;
  BEGIN
  MI:=YCX(BM,XX,Z1,BB1,CC1,DD1,NPÇMATÃ,JX)*MIO;
  END;
REAL PROCEDURE DMI(BM);
  REAL BM;
```

```
      BEGIN
      REAL FB;
      DMI:=YCX(BM,XX,Z2,BB2,CC2,DD2,NPÇMATĀ,JX)*MIO;
      END;
    REAL PROCEDURE F(B);
      REAL B;
      BEGIN
      REAL AUX,BA;
      Q:=RLI/(RLI+RLE+K61/MI(B));
      BA:=SM/S61*Q*B;
      AUX:=KR/MI(B)+RLI*(RLE+K61/MI(BA))/(RLI+RLE+K61/MI(BA));
      F:=KB/AUX - B;
      END;
    REAL PROCEDURE GM(M);
      REAL M;
      BEGIN
      GM:=K1*(1+(K-1)/2*M*M)**EP/M - KF;
      END;
    REAL PROCEDURE DGM(M);
      REAL M;
      BEGIN
      DGM:=K1*(M*M-1)/M**2*(1+(K-1)/2*M*M)**(EP-1);
      END;
    PROCEDURE RAIZ(X,VA,F,KF,XO,XM,PRE,ITMAX);
      REAL X,XO,XM,KF,PRE;
      INTEGER ITMAX;
      ALPHA VA;
      REAL PROCEDURE F;
      EXTERNAL;
    PROCEDURE RAIZNE(X,F,DF,KF,XO,PRE,ITMAX);
      REAL X,XO,KF,PRE;
      INTEGER ITMAX;
      REAL PROCEDURE F,DF;
      EXTERNAL;
    REAL PROCEDURE DY(M,X,Y,J);
      INTEGER M,J;
      ARRAY XÇ*Ā, YÇ*,*Ā;
      BEGIN
      IF FMÇJĀ EQL 0 THEN
        BEGIN
        KB:=NE*ABS(YÇ1,JĀ)/SM;
        IF J1 EQL 0 THEN
          YÇ3,JĀ:=ZMAX
                  ELSE
          IF J3 GTR 0 AND J5 EQL 0 THEN
            YÇ3,JĀ:=ZMIN;
        RLE:=YÇ3,JĀ/(MIO*SEQ);
        RAIZ(BM,"BM",F,BM,XO,XM,PRE,ITMAX);
        B61:=BM*Q*SM/S61;
        B1ÇJĀ:=BM;
        B2ÇJĀ:=B61;
        MIMÇJĀ:=MI(BM)/MIO;
        MI61ÇJĀ:=MI(B61)/MIO;
        RRÇJĀ:=KR/(MIMÇJĀ*MIO);
        R61ÇJĀ:=K61/(MI61ÇJĀ*MIO);
        REQÇJĀ:=RRÇJĀ + Q*(RLE+R61ÇJĀ);
        LÇJĀ:=NE*NE/REQÇJĀ;
        G1:=1 - KR*NE*YÇ1,JĀ*DMI(BM)/(SM*(REQÇJĀ*MI(BM))**2);
        G2:=Q*Q*K61*NE*YÇ1,JĀ*DMI(B61) / (S61*REQÇJĀ*MI(B61)**2);
        G3:=1/RLI + Q/(REQÇJĀ*G1);
```

```
LX:= (Q*NE)**2/(MIO*SEQ*REQÇJĀ**2*G1*(1-G2*G3));
LI:= - NE*NE/(REQÇJĀ*YÇ1,JĀ)*(REQÇJĀ*(G1-1)*(RLI-G2)
     -Q*RLI*G2)/(REQÇJĀ*G1*(RLI-G2)-Q*RLI*G2);
FMÇJĀ:=(NE*YÇ1,JĀ*Q/REQÇJĀ)**2/(2*MIO*SEQ);
CASE SOMA OF
  BEGIN
  0:    FEÇJĀ:=XVÇJĀ:=0;
        FPÇJĀ:=-POA*AV;
  1:4: XVÇJĀ:=ZMAX - YAÇ3,JĀ;
        IF XVÇJĀ GTR 0 THEN
          IF XVÇJĀ GEQ AG/(PI*DV) THEN
            BEGIN
            IF SOMA EQL 1 AND FEÇJ-1Ā LSS FERP THEN
              JA:=J;
            FEÇJĀ:=FERP;
            FPÇJĀ:=FPRP;
            END
                                   ELSE
            BEGIN
            IF SOMA EQL 4 AND FEÇJ-1Ā EQL FERP THEN
              JF:=J;
            KF:=AV/(PI*DV*XVÇJĀ);
            RAIZNE(MA,GM,DGM,KF,XA1,PRE,ITMAX);
            PA:=POA/(1+(K-1)/2*MA*MA)**(EP+0.5);
            RAIZNE(MC,GM,DGM,KF,XA2,PRE,ITMAX);
            POE:=POA*ZETA;
            PC:=POE/(1+(K-1)/2*MC*MC)**(EP+0.5);
            KF:=AS/(PI*DV*XVÇJĀ);
            RAIZNE(MS,GM,DGM,KF,XA2,PRE,ITMAX);
            PS:=PCE/(1+(K-1)/2*MS*MS)**(EP+0.5);
            TS:=TO/(1+(K-1)/2*MS*MS);
            VS:=MS*SQRT(K*RGAS*TS) * SQRT(ETA);
            MS:=VS / SQRT(K*RGAS*TO -(K-1)/2 *VS*VS);
            TS:=TO/(1 + (K-1)/2 *MS*MS);
            ROS:=PS/(RGAS*TS);
            DM:=ROS*VS*AS;
            FPÇJĀ:=(PC-PA)*AV;
            FEÇJĀ:=LB*DM*VS + (PS-PAT)*AS;
            END
                       ELSE
          BEGIN
          FEÇJĀ:=0;
          FPÇJĀ:=-POA*AV;
          END;
  2:3: XVÇJĀ:=ZMAX-ZMIN;
       FEÇJĀ:=FERP;
       FPÇJĀ:=FPRP;
  END;
FMOÇJĀ:=-FAB - KM*XVÇJĀ;
FRESÇJĀ:=FMÇJĀ + FMOÇJĀ + FPÇJĀ;
IF YAÇ1,JĀ LEQ 0 THEN
  WRITE(ESCREVA,</,"J = ",I3,X5,"I = ",E10.3,X3,"FM = ",E9.3,/,
     "BM = ",E9.3,X5,"B61 = ",E9.3>,J,YAÇ1,JĀ,FMÇJĀ,BM,B61);
END;
CASE M OF
  BEGIN
  1: DY:=(V - (R-LX*YÇ2,JĀ) * YÇ1,JĀ) / (LÇJĀ + LI * YÇ1,JĀ);
  2: DY:=-FRESÇJĀ/MCUR;
  3: DY:=YÇ2,JĀ;
  END;
```

```
        END;
      PROCEDURE PLOT(A,B,C);
        REAL A,B;
        INTEGER C;
        EXTERNAL;
      BOOLEAN PROCEDURE FIM1(J);
        INTEGER J;
        BEGIN
        FIM1:=FALSE;
        IF FRES[J] GTR 0 OR T[J] GTR DTS THEN
          FIM1:=TRUE;
        END;
      BOOLEAN PROCEDURE FIM2(J);
        INTEGER J;
        BEGIN
        FIM2:=FALSE;
        IF YA[3,J] LSS ZMIN OR T[J] GTR DTS THEN
          FIM2:=TRUE;
        END;
      BOOLEAN PROCEDURE FIM3(J);
        INTEGER J;
        BEGIN
        FIM3:=FALSE;
        IF T[J] GTR DTS OR YA[1,J] GEQ 0.994*V/R THEN
          FIM3:=TRUE;
        END;
      BOOLEAN PROCEDURE FIM4(J);
        INTEGER J;
        BEGIN
        FIM4:=FALSE;
        IF FRES[J-1] LSS 0 THEN
          FIM4:=TRUE;
        END;
      BOOLEAN PROCEDURE FIM5(J);
        INTEGER J;
        BEGIN
        FIM5:=FALSE;
        IF YA[3,J] GEQ ZMAX THEN
          FIM5:=TRUE;
        END;
      BOOLEAN PROCEDURE FIM6(J);
        INTEGER J;
        BEGIN
        FIM6:=FALSE;
        IF YA[1,J] LSS 1@-3 THEN
          FIM6:=TRUE;
       END;
      %
      %            INICIO DAS LEITURAS
      %
      REWIND (BOCAL);
      READ(BOCAL,/,DG,DS,DE,POA,TO,K,RGAS,ETA);
      CP:=K*RGAS/(K-1);
      REWIND (MAG);
      ND:=17;
      FOR J:=1 STEP 1 UNTIL ND DO
        READ(MAG,<X1,A4,X5,E11.4>,NOME[J],DADO[J]);
      BB: WRITE(ESCREVA,<X10,"INDIQUE O NUMERO DO MATERIAL ",
              "(1 , 2 OU 3)">);
      READ(LEIA,/,MAT);
```

```
WRITE(IMPRIMA,</,X20,"MATERIAL ",I2,//>,MAT);
READ(ARQMIÇ0Ā,/,NPÇ1Ā);
FOR J:=2 STEP 1 UNTIL MAT DO .
  BEGIN
  INTEGER AUX;
  AUX:=0;
  FOR J1:=1 STEP 1 UNTIL J-1 DO
    AUX:=AUX + 2*NPÇJ1Ā + 1;
  READ(ARQMIÇAUXĀ,/,NPÇJĀ);
  END;
FOR J:=0 STEP 1 UNTIL NPÇMATĀ-1 DO
  READ(ARQMI,/,XXÇJĀ,Z1ÇJĀ,BB1ÇJĀ,CC1ÇJĀ,DD1ÇJĀ);
FOR J:=0 STEP 1 UNTIL NPÇMATĀ-1 DO
  READ(ARQMI,/,XXÇJĀ,Z2ÇJĀ,BB2ÇJĀ,CC2ÇJĀ,DD2ÇJĀ);
WRITE(ESCREVA,</,X17,"INDIQUE QUANTAS DAS SEGUINTES VARIAVEIS",/,
  X16,"DESEJA MUDAR , SEGUNDO NUMERACAO A SEGUIR:",//,
  X17,"NUMERO",X7,"GRANDEZA",X7,"VALOR ATUAL",/,
  *(/,X18,I3,X12,A3,X8,E11.4)>,
  ND,FOR J:=1 STEP 1 UNTIL ND DO  ÇJ,NOMEÇJĀ,DADOÇJĀĀ);
AA: READ(LEIA,/,NM);
IF NM NEQ 0 THEN
  IF NM LSS 0 OR NM GTR ND THEN
    BEGIN
    WRITE(ESCREVA,</,X15,"NUMERO ERRADO; DIGITE-O NOVAMENTE.">);
    GO TO AA;
    END
                                  ELSE
    BEGIN
    WRITE(ESCREVA,</,X15,"INDIQUE QUAIS DESEJA MUDAR.">);
    READ(LEIA,/,FOR J:=1 STEP 1 UNTIL NM DO VARÇJĀ);
    WRITE(ESCREVA,</,X15,"FORNECA OS NOVOS VALORES.">);
    FOR J:=1 STEP 1 UNTIL NM DO
      BEGIN
      WRITE(ESCREVA,<X15,A4>,NOMEÇVARÇJĀĀ);
      READ(LEIA,/,DADOÇVARÇJĀĀ);
      END;
    REWIND (MAG);
    FOR J:=1 STEP 1 UNTIL ND DO
      WRITE(MAG,<X1,A4,X5,E11.4>,NOMEÇJĀ,DADOÇJĀ);
    LOCK (MAG);
    END;
FOR J:=1 STEP 1 UNTIL ND DO
  WRITE(IMPRIMA,<X15,A4," = ",E11.4>,NOMEÇJĀ,DADOÇJĀ);
%
PRE:=1@-4;
PI:=ARCCOS(-1);
LB:=(1 + COS(PI/12)) / 2;
AE:=PI*DE*DE/4;
AG:=PI*DG*DG/4;
AS:=PI*DS*DS/4;
MIO:=PI*4@-7;
YAÇ1,0Ā:=1@-6;
V:=DADOÇ1Ā;
E1:=DADOÇ2Ā;
E2:=DADOÇ3Ā;
E3:=DADOÇ4Ā;
E4:=DADOÇ5Ā;
EC:=DADOÇ6Ā;
D1:=DADOÇ7Ā;
D2:=DADOÇ8Ā;
```

```
D3:=DADO$9];
D4:=DADO$10];
H:=DADO$11];
ZMAX:=DADO$12];
ZMIN:=DADO$13];
DV:=DADO$14];
MCUR:=DADO$15];
DFIO:=DADO$16];
FAB:=DADO$17];
KM:=DADO$18];
ZETA:=DADO$19];
%
%              INICIO DOS CALCULOS
%
AV:=PI/4 * DV*DV;
S1:=PI/4*(D2*D2-D1*D1);
S2:=PI/4*(D4*D4-D3*D3);
SEQ:=S1*S2/(S1+S2);
LM:=2*H+E1+E4+EC-E2+3/4*(D4-D1)-(D3-D2)/4;
VM:=PI/4*(4*H*(EC*(D4+EC)+E2*(D1+E2))+(E1+E4)*((D4+2*EC)**2-
     D1*D1)-E1/4*((D3+D4)**2-(D1+D2)**2));
SM:=VM/LM;
L61:=E1+E3 + (D3+D4-D1-D2)/4;
V61:=PI/4*((D4*D4-D1*D1)*(E1+E3) - E1*(D3*D3-D2*D2));
S61:=V61/L61;
NE:=0.9*H*(D4-D1-2*E2)/(2*DFIO*DFIO);
R:=3.448@-8 * NE *(D4+D1+2*E2)/DFIO**2;
RLI:=LN(D3/D2) / (2*PI*MIO*E1);
KR:=1/(2*PI) * (1/E1*LN((D4+EC)*(D1+D2)/((D1+E2)*(D3+D4)))+
     1/E4*LN((D4+EC)/(D1+E2)) + (2*H+E1+E4)*(1/(EC*(D4+EC))+
     1/(E2*(D1+E2))));
K61:=((E1+E3)/SEQ+LN((D3+D4)/(D1+D2))/(PI*E3))/2;
EP:=(K+1)/(2*K-2);
RI:=(2/(K+1))**EP;
%
WRITE(ESCREVA,</,X6,"R  = ",F8.3,X10,"NE  = ",I6,X10,"RI = ",
   E10.3,//,X4,"KM = ",E10.3,X8,"K61 = ",E10.3,X8,"SEQ = ",
   E10.3,//,"SM = ",E10.3,X3,"S61 = ",E10.3,X3,"LM = ",E10.3,
   X3,"L61 = ",E10.3>,R,NE,RLI,KR,K61,SEQ,SM,S61,LM,L61);
WRITE(IMPRIMA,</,X8,"R  = ",F8.3,X10,"NE  = ",I6,X10,"RI = ",
   E10.3,//,X4,"KM = ",E10.3,X8,"K61 = ",E10.3,X8,"SEQ = ",
   E10.3,//,"SM = ",E10.3,X3,"S61 = ",E10.3,X3,"LM = ",E10.3,
   X3,"L61 = ",E10.3>,R,NE,RLI,KR,K61,SEQ,SM,S61,LM,L61);
%
WRITE(ESCREVA,</,X15,"FORNECA OS VALORES DE DT E DTS">);
READ(LEIA,/,DT,DTS);
%
WRITE(ESCREVA,</,X15,"INDIQUE O FATOR DE AMPLIACAO DOS ",
   "GRAFICOS">);
READ(LEIA,/,RE$11]);
ITMAX:=600;
X0:=1@-9;
XM:=XX$NP$MAT]-1]*0.999;
XA1:=4@-7;
XA2:=4;
%
%           CALCULO DO EMPUXO DE REGIME PERMANENTE
%
POE:=POA*ZETA;
KF:=AE/AG;
```

```
RAIZNE(ME,GM,DGM,KF,XA1,PRE,ITMAX);
PE:=POE/(1 + (K-1)/2*ME*ME)**(EP+0.5);
KF:=AS/AG;
RAIZNE(MS,GM,DGM,KF,XA2,PRE,ITMAX);
TE:=T0/(1 + (K-1)/2*ME*ME);
TS:=T0/(1 + (K-1)/2*MS*MS);
PS:=POE/(1 + (K-1)/2*MS*MS)**(EP+0.5);
VS:=SQRT((2*CP*(TE-TS) + ME*ME*(K*RGAS*TE))*ETA);
TS:=TE -(VS**2-ME**2*(K*RGAS*TE))/(2*CP);
ROS:=PS/(RGAS*TS);
DM:=ROS*VS*AS;
KF:=AV/AG;
RAIZNE(MC,GM,DGM,KF,XA1,PRE,ITMAX);
FPRP:=AV* (POE-POA)/(1+(K-1)/2*MC*MC)**(EP+0.5);
FERP:=LB*DM*VS + (PS-PAT)*AS;
WRITE(ESCREVA,<//,X20,"FERP = ",E10.3," N", /, X20,"FPRP = ",
   E10.3," N", /, X20,"FPO = ",E11.3," N",//>,FERP,FPRP,-POA*AV);
WRITE(IMPRIMA,<//,X20,"FERP = ",E10.3," N", /, X20,"FPRP = ",
   E10.3," N", /, X20,"FPO = ",E11.3," N",//>,FERP,FPRP,-POA*AV);
%
%              INTEGRACAO DA 1. FASE
%
J1:=0;
SOMA:=0;
INTEGRA(1,T,YA,DY,J1,DT,FIM1);
IF TŞJ1Ā LEQ DTS THEN
   BEGIN
   FATOR:= -FRESŞJ1-1Ā /(FRESŞJ1Ā-FRESŞJ1-1Ā);
   TŞJ1Ā:=TŞJ1-1Ā + DT*FATOR;
   YAŞ1,J1Ā:=YAŞ1,J1-1Ā + (YAŞ1,J1Ā-YAŞ1,J1-1Ā) *FATOR;
   FMŞJ1Ā:=FAB + POA*AV;
   FPŞJ1Ā:=FPŞJ1-1Ā;
   FRESŞJ1Ā:=0;
   YAŞ3,J1Ā:=ZMAX;
   WRITE(ESCREVA,</,X10,"J1 = ",I4,X9,"T = ",F6.2," MS",X10,
     "X = ",F6.3," MM",/,X10,"I =",F6.3," A",X7,"FM = ",F6.2,
     " N",X10,"FRES = ",F6.2," N">,J1,TŞJ1Ā*1000,XVŞJ1Ā*1000,
     YAŞ1,J1Ā,FMŞJ1Ā,FRESŞJ1Ā);
%
%              INTEGRACAO DA 2. FASE
%
   J2:=J1;
   DT:=DT/4;
   SOMA:=1;
   INTEGRA(3,T,YA,DY,J2,DT,FIM2);
   IF TŞJ2Ā GTR DTS THEN
     BEGIN
     FATOR:= (DTS - TŞJ2-1Ā)/DT;
     YAŞ1,J2Ā:=YAŞ1,J2-1Ā + (YAŞ1,J2Ā-YAŞ1,J2-1Ā) *FATOR;
     YAŞ2,J2Ā:=YAŞ2,J2-1Ā + (YAŞ2,J2Ā-YAŞ2,J2-1Ā) *FATOR;
     YAŞ3,J2Ā:=YAŞ3,J2-1Ā + (YAŞ3,J2Ā-YAŞ3,J2-1Ā) *FATOR;
     XVŞJ2Ā:=ZMAX - YAŞ3,J2Ā;
     RECŞJ2Ā:=RECŞJ2-1Ā + (RECŞJ2Ā - RECŞJ2-1Ā) *FATOR;
     LŞJ2Ā:=LŞJ2-1Ā + (LŞJ2Ā - LŞJ2-1Ā) *FATOR;
     FMŞJ2Ā:=FMŞJ2-1Ā + (FMŞJ2Ā - FMŞJ2-1Ā) *FATOR;
     FRESŞJ2Ā:=FRESŞJ2-1Ā + (FRESŞJ2Ā - FRESŞJ2-1Ā) *FATOR;
     FEŞJ2Ā:=FERP;
     TŞJ2Ā:=DTS;
     WRITE(ESCREVA,<//,X10,"J2 = ",I4,X9,"T = ",F6.2," MS",X10,
       "X = ",F6.3," MM",/,X10,"I =",F6.3," A",X7,"FM = ",F6.2,
```

```
            " N",X10,"FRES = ",F6.2," N">,J2,TÇJ2Ā*1000,XVÇJ2Ā*1000,
            YAÇ1,J2Ā,FMÇJ2Ā,FRESÇJ2Ā);
        V:=0;
        J5:=J2;
        GO TO AO;
        END
                          ELSE
        BEGIN
        FATOR:=(ZMIN - YAÇ3,J2-1Ā)/(YAÇ3,J2Ā/YAÇ3,J2-1Ā);
        TÇJ2Ā:=TÇJ2-1Ā +DT*FATOR;
        YAÇ1,J2Ā:=YAÇ1,J2-1Ā + (YAÇ1,J2Ā-YAÇ1,J2-1Ā) * FATOR;
        FMÇJ2Ā:=FMÇJ2-1Ā + (FMÇJ2Ā-FMÇJ2-1Ā) * FATOR;
        REQÇJ2Ā:=REQÇJ2-1Ā + (REQÇJ2Ā - REQÇJ2-1Ā) *FATOR;
        LÇJ2Ā:=LÇJ2-1Ā + (LÇJ2Ā - LÇJ2-1Ā) *FATOR;
        FRESÇJ2Ā:=FRESÇJ2-1Ā + (FRESÇJ2Ā-FRESÇJ2-1Ā) * FATOR;
        YAÇ2,J2Ā:=0;
        YAÇ3,J2Ā:=ZMIN;
        XVÇJ2Ā:=ZMAX - ZMIN;
        WRITE(ESCREVA,<//,X10,"J2 = ",I4,X9,"T = ",F6.2," MS",X10,
            "X = ",F6.3," MM",/,X10,"I =",F6.3," A",X7,"FM = ",F6.2,
            " N",X10,"FRES = ",F6.2," N">,J2,TÇJ2Ā*1000,XVÇJ2Ā*1000,
            YAÇ1,J2Ā,FMÇJ2Ā,FRESÇJ2Ā);
    WRITE(ESCREVA,<X10,"BM = ",E10.3,X5,"B61 = ",E10.3,/,X10,
       "MIM = ",E10.3,X10,"MI61 = ",E10.3>,BM,B61,MIMÇJ2Ā,MI61ÇJ2Ā);
    %
    %             INTEGRACAO DA 3. FASE
    %
        J3:=J2;
        DT:=4*DT;
        SOMA:=2;
        INTEGRA(1,T,YA,DY,J3,DT,FIM3);
        IF TÇJ3Ā LSS DTS THEN
          BEGIN
          YAÇ1,J3Ā:=(YAÇ1,J3-1Ā + V/R)/2;
          YAÇ1,J3+1Ā:=V/R;
          YAÇ2,J3+1Ā:=0;
          YAÇ3,J3Ā:=YAÇ3,J3+1Ā:=ZMIN;
          TÇJ3+1Ā:=DTS;
          XVÇJ3+1Ā:=XVÇJ3Ā:=ZMAX - ZMIN;
          FMÇJ3+1Ā:=FMÇJ3Ā;
          FMOÇJ3+1Ā:=FMOÇJ3Ā;
          FPÇJ3+1Ā:= FPÇJ3Ā;
          FRESÇJ3+1Ā:=FRESÇJ3Ā;
          LÇJ3+1Ā:=LÇJ3Ā;
          B1ÇJ3+1Ā:=B1ÇJ3Ā;
          B2ÇJ3+1Ā:=B2ÇJ3Ā;
          MIMÇJ3+1Ā:=MIMÇJ3Ā;
          MI61ÇJ3+1Ā:=MI61ÇJ3Ā;
          RRÇJ3+1Ā:=RRÇJ3Ā;
          R61ÇJ3+1Ā:=R61ÇJ3Ā;
          REQÇJ3+1Ā:=REQÇJ3Ā;
          FEÇJ3+1Ā:=FERP;
          END
                          ELSE
          BEGIN
          FATOR:= (DTS-TÇJ3-1Ā)/DT;
          YAÇ1,J3Ā:=YAÇ1,J3-1Ā + (YAÇ1,J3Ā-YAÇ1,J3-1Ā)* FATOR;
          YAÇ2,J3Ā:=0;
          YAÇ3,J3Ā:=ZMIN;
          XVÇJ3Ā:=ZMAX - ZMIN;
```

```
         FMÇJ3Ã:=FMÇJ3-1Ã + (FMÇJ3Ã - FMÇJ3-1Ã)* FATOR;
         FRESÇJ3Ã:=FRESÇJ3-1Ã + (FRESÇJ3Ã - FRESÇJ3-1Ã)* FATOR;
         TÇJ3Ã:=DTS;
         END;
       XVÇJ3Ã:=ZMAX - ZMIN;
       WRITE(ESCREVA,<//,X10,"J3 = ",I4,X9,"T = ",F6.2," MS",X10,
         "X = ",F6.3," MM",/,X10,"I =",F6.3," A",X7,"FM = ",F6.2,
         " N",X10,"FRES = ",F6.2," N">,J3,TÇJ3Ã*1000,XVÇJ3Ã*1000,
         YAÇ1,J3Ã,FMÇJ3Ã,FRESÇJ3Ã);
   WRITE(ESCREVA,<X10,"BM = ",E10.3,X5,"B61 = ",E10.3,/,X10,
     "MIM = ",E10.3,X10,"MI61 = ",E10.3>,BM,B61,MIMÇJ3Ã,MI61ÇJ3Ã);
      J4:= IF TÇJ3Ã LSS DTS THEN J3+1   ELSE J3;
      END;
   %
   %              INTEGRACAO DA 4. FASE
   %
     V:=0;
     SOMA:=3;
     INTEGRA(1,T,YA,DY,J4,DT,FIM4);
     J5:=J4:=J4-1;
     FATOR:= -FRESÇJ1-1Ã /(FRESÇJ1Ã-FRESÇJ1-1Ã);
     YAÇ1,J4Ã:=YAÇ1,J4-1Ã + (YAÇ1,J4Ã-YAÇ1,J4-1Ã) *FATOR;
     TÇJ4Ã:=TÇJ4-1Ã + DT *FATOR;
     FMÇJ4Ã:=FAB + KM*(ZMAX-ZMIN) + FPRP;
     FRESÇJ4Ã:=0;
     XVÇJ4Ã:=ZMAX - ZMIN;
     YAÇ3,J4Ã:=ZMIN;
     WRITE(ESCREVA,<//,X10,"J4 = ",I4,X9,"T = ",F6.2," MS",X10,
       "X = ",F6.3," MM",/,X10,"I =",F6.3," A",X7,"FM = ",F6.2,
       " N",X10,"FRES = ",F6.2," N">,J4,TÇJ4Ã*1000,XVÇJ4Ã*1000,
       YAÇ1,J4Ã,FMÇJ4Ã,FRESÇJ4Ã);
   %
   %              INTEGRACAO DA 5. FASE
   %
     AD:   DT:=DT/4;
     SOMA:=4;
     INTEGRA(3,T,YA,DY,J5,DT,FIM5);
     FATOR:= (ZMAX-YAÇ3,J5-1Ã)/(YAÇ3,J5Ã-YAÇ3,J5-1Ã);
     YAÇ1,J5Ã:=YAÇ1,J5-1Ã + (YAÇ1,J5Ã - YAÇ1,J5-1Ã) *FATOR;
     FMÇJ5Ã:=FMÇJ5-1Ã + (FMÇJ5Ã - FMÇJ5-1Ã) *FATOR;
     FPÇJ5Ã:= -PA*AV;
     FRESÇJ5Ã:= FMÇJ5Ã -FAB + FPÇJ5Ã;
     TÇJ5Ã:= TÇJ5-1Ã + DT* FATOR;
     YAÇ3,J5Ã:=ZMAX;
     XVÇJ5Ã:=0;
     WRITE(ESCREVA,<//,X10,"J5 = ",I4,X9,"T = ",F6.2," MS",X10,
       "X = ",F6.3," MM",/,X10,"I =",F6.3," A",X7,"FM = ",F6.2,
       " N",X10,"FRES = ",F6.2," N">,J5,TÇJ5Ã*1000,XVÇJ5Ã*1000,
       YAÇ1,J5Ã,FMÇJ5Ã,FRESÇJ5Ã);
     WRITE(ESCREVA,<//,X10,"RELACAO DOS TEMPOS PRINCIPAIS EM MS.",//,
        X5,"TAA = ",F6.2,X10,"TFA = ",F6.2,X10,"TRP = ",F6.2,/,
        X5,"DTS = ",F6.2,X10,"TAF = ",F6.2,X10,"TFF = ",F6.2>,
        TÇJ1Ã*1000,TÇJ2Ã*1000,TÇJ3-1Ã*1000,DTS*1000,(TÇJ4Ã-DTS)*
        1000,(TÇJ5Ã-DTS)*1000);
     WRITE(IMPRIMA,<//,X10,"RELACAO DOS TEMPOS PRINCIPAIS EM MS.",//,
        X5,"TAA = ",F6.2,X10,"TFA = ",F6.2,X10,"TRP = ",F6.2,/,
        X5,"DTS = ",F6.2,X10,"TAF = ",F6.2,X10,"TFF = ",F6.2>,
        TÇJ1Ã*1000,TÇJ2Ã*1000,TÇJ3-1Ã*1000,DTS*1000,(TÇJ4Ã-DTS)*
        1000,(TÇJ5Ã-DTS)*1000);
     END
```

```
                                        ELSE
        BEGIN
        FATOR:= (DTS-TÇJ1-1Ã)/DT;
        YAÇ1,J1Ã:=YAÇ1,J1-1Ã + (YAÇ1,J1Ã-YAÇ1,J1-1Ã) *FATOR;
        YAÇ2,J1Ã:=0;
        FMÇJ1Ã:=FMÇJ1-1Ã + (FMÇJ1Ã - FMÇJ1-1Ã) *FATOR;
        FRESÇJ1Ã:= FPÇJ1Ã -FAB -PA*AV;
        TÇJ1Ã:=DTS;
        WRITE(ESCREVA,<//,X10,"J1 = ",I4,X9,"T = ",F6.2," MS",X10,
          "X = ",F6.3," MM",/,X10,"I =",F6.3," A",X7,"FM = ",F6.2,
          " N",X10,"FRES = ",F6.2," N">,J1,TÇJ1Ã*1000,XVÇJ1Ã*1000,
          YAÇ1,J1Ã,FMÇJ1Ã,FRESÇJ1Ã);
        J5:=J1;
        J1:=0;
        V:=0;
        INTEGRA(1,I,YA,DY,J5,DT,FIM6);
        WRITE(ESCREVA,<//,X10,"J5 = ",I4,X9,"T = ",F6.2," MS",X10,
          "X = ",F6.3," MM",/,X10,"I =",F6.3," A",X7,"FM = ",F6.2,
          " N",X10,"FRES = ",F6.2," N">,J5,TÇJ5Ã*1000,XVÇJ5Ã*1000,
          YAÇ1,J5Ã,FMÇJ5Ã,FRESÇJ5Ã);
        END;
      AC: FOR J:=0 STEP 1 UNTIL J5 DO
        BEGIN
        IÇJÃ:=YAÇ1,JÃ;
        MIMÇJ5+J+1Ã:=MI61ÇJÃ;
        B1ÇJ5+J+1Ã:=B2ÇJÃ;
        REQÇJ5+J+1Ã:=RKÇJÃ;
        REQÇ2*J5+J+2Ã:=R61ÇJÃ;
        FRESÇJ5+J+1Ã:=FMÇJÃ;
        FRESÇ2*J5+J+2Ã:=FMCÇJÃ;
        FRESÇ3*J5+J+3Ã:=FPÇJÃ;
        END;
      J5:=J5+1;
      %
      INT1:=FERP/3 *(TÇJAÃ - TÇJ1Ã);
      INT12:=FERP/12 *(TÇJAÃ - TÇJ1Ã)**2;
      INT2:=2*FERP/3 *(TÇJ5-1Ã - TÇJFÃ);
      INT22:=5*FERP/12 *(TÇJ5-1Ã - TÇJFÃ)**2;
      %
      WRITE(ESCREVA,<//,X10,"JA = ",I4,X10,"T(JA) = ",F8.3,X10,/,X10,
         "JF = ",I4,X10,"T(JF) = ",F8.3,/>,JA,TÇJAÃ*1000,JF,TÇJFÃ*1000);
      WRITE(ESCREVA,<//,X15,"INT1 = ",E12.5," N.S",/,
         X15,"INT12 = ",E12.5," N.S**2",/,
         X15,"INT2 = ",E12.5," N.S",/,
         X15,"INT22 = ",E12.5," N.S**2">,INT1,INT12,INT2,INT22);
      WRITE(EMP,/,TÇJ1Ã, TÇJ2Ã-TÇJ1Ã, TÇJ4Ã-DTS, TÇJ5-1Ã-TÇJ4Ã);
      WRITE(EMP,/,FERP,INT1,INT12,INT2,INT22);
      LOCK (EMP);
      %
      FOR J:=0,1,2,3 DO
        NSÇJ+1Ã:=J;
      RAÇ2Ã:=REÇ2Ã:=1;
      REÇ17Ã:= 3;
      REÇ10Ã:=1;
      RAÇ12Ã:=10;
      TXÇ0Ã:="TEMPO ";
      TXÇ1Ã:="(S)    ";
      %
      %                GRAFICO DAS FORCAS
      %
```

```
RAÇ1Ã:=REÇ1Ã:=4;
TYÇ0Ã:="FORCAS";
TYÇ1Ã:=" (N)   ";
TTEÇ0Ã:="RESULT";
TTEÇ1Ã:="ANTE   ";
TTEÇ3Ã:="MAGNET";
TTEÇ4Ã:="ICA    ";
TTEÇ6Ã:="DA MOL";
TTEÇ7Ã:="A      ";
TTEÇ9Ã:="DE PRE";
TTEÇ10Ã:="SSAO   ";
CURVA(J5,T,FRES,TX,TY);
GRAFI(J5,T,FRES,TX,TY);
%
%                    GRAFICO DA CORRENTE
%
RAÇ1Ã:=REÇ1Ã:=1;
TYÇ0Ã:="CORREN";
TYÇ1Ã:="TE (A)";
CURVA(J5,T,I,TX,TY);
GRAFI(J5,T,I,TX,TY);
%
%                    GRAFICO DA INDUTANCIA
%
TYÇ0Ã:="INDUTA";
TYÇ1Ã:="NCIA (";
TYÇ2Ã:="H)     ";
CURVA(J5,T,L,TX,TY);
GRAFI(J5,T,L,TX,TY);
%
%                    GRAFICO DAS RELUTANCIAS
%
RAÇ1Ã:=REÇ1Ã:=3;
TYÇ0Ã:="RELUTA";
TYÇ1Ã:="NCIAS ";
TYÇ2Ã:="(1/H) ";
TTEÇ0Ã:=" REQ   ";
TTEÇ3Ã:=" RR    ";
TTEÇ6Ã:=" R61   ";
TTEÇ1Ã:=TTEÇ4Ã:=TTEÇ7Ã:=0;
CURVA(J5,T,REQ,TX,TY);
GRAFI(J5,T,REQ,TX,TY);
%
%                    GRAFICO DAS PERMEABILIDADES
%
RAÇ1Ã:=REÇ1Ã:=2;
TYÇ0Ã:="PERMEA";
TYÇ1Ã:="BILIDA";
TYÇ2Ã:="DE REL";
TYÇ3Ã:="ATIVA ";
TTEÇ0Ã:="MIM    ";
TTEÇ3Ã:="MI61   ";
CURVA(J5,T,MIM,TX,TY);
GRAFI(J5,T,MIM,TX,TY);
%
%                    GRAFICO DAS DENSIDADES DE FLUXO
%
TYÇ0Ã:="DENSID";
TYÇ1Ã:="ADE DE";
TYÇ2Ã:=" FLUXO";
```

```
TYÇ3Ā:=" (T)  ";
TTEÇ0Ā:="BM     ";
TTEÇ3Ā:="B61    ";
CURVA(J5,T,B1,TX,TY);
GRAFI(J5,T,B1,TX,TY);
%
%                             GRAFICO DA ABERTURA
%
RAÇ1Ā:=REÇ1Ā:=1;
TYÇ0Ā:="ABERTU";
TYÇ1Ā:="RA DA  ";
TYÇ2Ā:="VALVUL";
TYÇ3Ā:="A (M) ";
CURVA(J5,T,XV,TX,TY);
GRAFI(J5,T,XV,TX,TY);
%
%                             GRAFICO DO EMPUXO
%
TYÇ0Ā:="EMPUXO";
TYÇ1Ā:=" (N)  ";
TYÇ2Ā:=TYÇ3Ā:=0;
CURVA(J5,T,FE,TX,TY);
GRAFI(J5,T,FE,TX,TY);
%
X0:=0.516151;
XM:=0.612538;
J:=999;
PLOT(X0,XM,J);
END.
```

ZERO (02/26/87)

```
PROCEDURE RAIZ(X,VA,F,KF,XO,XM,PRE,ITMAX);
  REAL X,XO,XM,KF,PRE;
  INTEGER ITMAX;
  ALPHA VA;
  REAL PROCEDURE F;
  BEGIN
  FILE LE(KIND=REMOTE,MYUSE=IN),ESC(KIND=REMOTE,MYUSE=OUT);
  INTEGER N;
  REAL A,B,AUXA,AUXB,AUXX,DX;
  BOOLEAN CHAVE;
  LABEL BB;
BB: DX:=(XM-XO)/100;
  A:=XO;
  B:=XO + DX;
  AUXA:=F(A);
  CHAVE:=TRUE;
  WHILE CHAVE DO
   IF B GTR 1.001*XM THEN
      CHAVE:=FALSE
                         ELSE
      BEGIN
      AUXB:=F(B);
      IF AUXA*AUXB GTR 0 THEN
        BEGIN
        AUXA:=AUXB;
        A:=B;
        B:=B+DX;
        END
                              ELSE
        CHAVE:=FALSE;
      END;
  CHAVE:=TRUE;
  N:=0;
  IF B GTR 1.001*XM THEN
    BEGIN
    WRITE(ESC,<//,X10,"A VARIAVEL ",A3," NAO POSSUI RAIZES NO ",
       "INTERVALO",/,X20,"[",E10.3," , ",E10.3,"]">,VA,XO,XM);
    WRITE(ESC,</,X15,"FORNECA OS NOVOS VALORES DE XO E XM">);
    READ(LE,/,XO,XM);
    GO TO BB;
    END
                         ELSE
    WHILE CHAVE DO
      BEGIN
      N:=N+1;
      X:=(B*AUXA-A*AUXB)/(AUXA-AUXB);
      AUXX:=F(X);
      IF ABS(AUXX/KF) LEQ PRE OR N GTR ITMAX THEN
        CHAVE:=FALSE
                                                ELSE
        IF AUXX*AUXA LSS 0 THEN
          BEGIN
          B:=X;
          AUXB:=AUXX;
          END
                              ELSE
          BEGIN
```

```
                A:=X;
                AUXA:=AUXX;
              . END;
             END;
           IF N GTR ITMAX THEN
            WRITE(ESC,<//,X18,"O PROCESSO NAO CONVERGIU PARA ",A3,/,
                X25,"ULTIMOS VALORES:",/,X10,"A = ",E10.3,X6,"B = ",
                E10.3,X5,"X = ",E10.3,/,X8,"F(A) = ",E10.3,X5,"F(B) = ",
                E10.3,X5,"F(X) = ",E10.3,/,X10,"N = ",I4,X10,"ITMAX = ",
                I4>,VA,A,B,X,F(A),F(B),F(X),N,ITMAX);
        END;
      PROCEDURE RAIZNE(X,F,DF,KF,X0,PRE,ITMAX);
        REAL X,X0,KF,PRE;
        INTEGER ITMAX;
        REAL PROCEDURE F,DF;
        BEGIN
        FILE ESC(KIND=REMOTE);
        INTEGER I;
        BOOLEAN CHAVE;
        CHAVE:=TRUE;
        X:=X0;
        FOR I:=1 STEP 1 WHILE CHAVE DO
          IF ABS(F(X)/KF) LEQ PRE OR I GTR ITMAX THEN
            CHAVE:=FALSE
                                                ELSE
            IF DF(X) NEQ 0 THEN
              X:=X - F(X)/DF(X)
                               ELSE
              BEGIN
              WRITE(ESC,</,X10,"A DERIVADA RESULTOU NULA.">);
              CHAVE:=FALSE;
              END;
        IF I GTR ITMAX THEN
          WRITE(ESC,<//,X10,"SUPERADO O NUMERO DE ITERACOES: ",
             I4,//,X10,"X = ",E10.3,X5,"F(X) = ",E10.3,X5,"KF = ",
             E10.3>,I,X,F(X),KF);
        END;
```

INTERPOL (02/26/87)

```
PROCEDURE INTCUB(N,X,Y,B,C,D);
  INTEGER N;
  ARRAY X,Y,B,C,D[*];
  BEGIN
  INTEGER I;
  REAL D20,D21,D2N3,D2N4,D30,D3N4;
  ARRAY ALF,BET,DEL,SIG,H[0:N];
  FOR I:=0 STEP 1 UNTIL N-2 DO
    BEGIN
    H[I]:=X[I+1]-X[I];
    DEL[I]:=(Y[I+1]-Y[I])/H[I];
    END;
  D20:=(DEL[1]-DEL[0]) / (X[2]-X[0]);
  D21:=(DEL[2]-DEL[1]) / (X[3]-X[1]);
  D2N4:=(DEL[N-3]-DEL[N-4]) / (X[N-2]-X[N-4]);
  D2N3:=(DEL[N-2]-DEL[N-3]) / (X[N-1]-X[N-3]);
  D30:=(D21-D20) / (X[3]-X[0]);
  D3N4:=(D2N3-D2N4) / (X[N-1]-X[N-4]);
  ALF[0]:=-H[0];
  BET[0]:=H[0]**2*D30;
  FOR I:=1 STEP 1 UNTIL N-2 DO
    BEGIN
    ALF[I]:=2*(H[I-1]+H[I]) - H[I-1]**2/ALF[I-1];
    BET[I]:=(DEL[I]-DEL[I-1]) - H[I-1]*BET[I-1]/ALF[I-1];
    END;
  ALF[N-1]:=-H[N-2]* (1 + H[N-2]/ALF[N-2]);
  BET[N-1]:=-H[N-2]* (H[N-2]*D3N4 + BET[N-2]/ALF[N-2]);
  SIG[N-1]:=BET[N-1]/ALF[N-1];
  FOR I:=N-2 STEP -1 UNTIL 0 DO
    SIG[I]:=(BET[I]-H[I]*SIG[I+1]) / ALF[I];
  FOR I:=0 STEP 1 UNTIL N-2 DO
    BEGIN
    B[I]:=(Y[I+1] - Y[I]) / H[I] - H[I]*(SIG[I+1]+2*SIG[I]);
    C[I]:=3*SIG[I];
    D[I]:=(SIG[I+1]-SIG[I])/H[I];
    END;
  END;
REAL PROCEDURE YCX(XD,X,Y,B,C,D,N,JX);
  REAL XD;
  INTEGER N,JX;
  ARRAY X,Y,B,C,D[*];
  BEGIN
  INTEGER I;
  FOR I:=0 STEP 1 WHILE I LSS N DO
    IF XD GEQ X[I] AND XD LEQ X[I+1] THEN
      BEGIN
      YCX:=Y[I] + B[I]*(XD-X[I]) + C[I]*(XD-X[I])**2 + D[I]*
          (XD-X[I])**3;
      JX:=I;
      I:=N+1;
      END;
  END;
REAL PROCEDURE INTPARAB(XD,X,Y,N);
  REAL XD;
  INTEGER N;
  ARRAY X,Y[*];
  BEGIN
```

```
      REAL A0,A1,A2,Y1,Y2;
      INTEGER I;
      BOOLEAN CHAVE;
      CHAVE:=FALSE;
      FOR I:=0 STEP 1 WHILE I LSS N-1 DO
        IF XD GEQ XÇIĀ AND XD LEQ XÇI+1Ā THEN
          BEGIN
          IF I EQL N-2 THEN
            BEGIN
            I:=I+1;
            CHAVE:=TRUE;
            END;
%
          A0:= (-YÇI+1Ā*XÇI+2Ā**2*XÇIĀ + YÇI+1Ā*XÇI+2Ā*XÇIĀ**2
             + YÇIĀ*XÇI+2Ā**2*XÇI+1Ā - YÇIĀ*XÇI+2Ā*XÇI+1Ā**2 +
             XÇI+1Ā**2*XÇIĀ*YÇI+2Ā - XÇI+1Ā*XÇIĀ**2*YÇI+2Ā) /
             (XÇI+2Ā**2*XÇI+1Ā - XÇI+2Ā**2*XÇIĀ - XÇI+2Ā*XÇI+1Ā
             **2 + XÇI+2Ā*XÇIĀ**2 + XÇI+1Ā**2*XÇIĀ - XÇI+1Ā*
             XÇIĀ**2);
%
          A1:= (YÇI+1Ā*XÇI+2Ā**2 - YÇI+1Ā*XÇIĀ**2 - YÇIĀ*XÇI+2Ā
             **2 + YÇIĀ*XÇI+1Ā**2 - XÇI+1Ā**2*YÇI+2Ā +XÇIĀ**2*
             YÇI+2Ā) / (XÇI+2Ā**2*XÇI+1Ā - XÇI+2Ā**2*XÇIĀ -
             XÇI+2Ā*XÇI+1Ā**2 + XÇI+2Ā*XÇIĀ**2 + XÇI+1Ā**2*
             XÇIĀ - XÇI+1Ā*XÇIĀ**2);
%
          A2:= (-YÇI+1Ā*XÇI+2Ā + YÇI+1Ā*XÇIĀ + YÇIĀ*XÇI+2Ā -
             YÇIĀ*XÇI+1Ā + XÇI+1Ā*YÇI+2Ā - XÇIĀ*YÇI+2Ā) /
             (XÇI+2Ā**2*XÇI+1Ā - XÇI+2Ā**2*XÇIĀ - XÇI+2Ā*
             XÇI+1Ā**2 + XÇI+2Ā*XÇIĀ**2 + XÇI+1Ā**2*XÇIĀ -
             XÇI+1Ā*XÇIĀ**2);
%
          Y1:= A0 + A1*XD + A2*XD**2;
          IF CHAVE THEN
            I:=N-2;
          IF I EQL 0 OR I EQL N-2 THEN
            Y2:=Y1
                                         ELSE
            BEGIN
%
            A0:= (-YÇIĀ*XÇI+1Ā**2*XÇI-1Ā + YÇIĀ*XÇI+1Ā*XÇI-1Ā**2
               + YÇI-1Ā*XÇI+1Ā**2*XÇIĀ - YÇI-1Ā*XÇI+1Ā*XÇIĀ**2 +
               XÇIĀ**2*XÇI-1Ā*YÇI+1Ā - XÇIĀ*XÇI-1Ā**2*YÇI+1Ā) /
               (XÇI+1Ā**2*XÇIĀ - XÇI+1Ā**2*XÇI-1Ā - XÇI+1Ā*XÇIĀ
               **2 + XÇI+1Ā*XÇI-1Ā**2 + XÇIĀ**2*XÇI-1Ā - XÇIĀ*
               XÇI-1Ā**2);
%
            A1:= (YÇIĀ*XÇI+1Ā**2 - YÇIĀ*XÇI-1Ā**2 - YÇI-1Ā*XÇI+1Ā
               **2 + YÇI-1Ā*XÇIĀ**2 - XÇIĀ**2*YÇI+1Ā +XÇI-1Ā**2*
               YÇI+1Ā) / (XÇI+1Ā**2*XÇIĀ - XÇI+1Ā**2*XÇI-1Ā -
               XÇI+1Ā*XÇIĀ**2 + XÇI+1Ā*XÇI-1Ā**2 + XÇIĀ**2*
               XÇI-1Ā - XÇIĀ*XÇI-1Ā**2);
%
            A2:= (-YÇIĀ*XÇI+1Ā + YÇIĀ*XÇI-1Ā + YÇI-1Ā*XÇI+1Ā -
               YÇI-1Ā*XÇIĀ + YÇIĀ*YÇI+1Ā - XÇI-1Ā*YÇI+1Ā) /
               (XÇI+1Ā**2*XÇIĀ - XÇI+1Ā**2*XÇI-1Ā - XÇI+1Ā*
               XÇIĀ**2 + XÇI+1Ā*XÇI-1Ā**2 + XÇIĀ**2*XÇI-1Ā -
               XÇIĀ*XÇI-1Ā**2);
%
          Y2:= A0 + A1*XD + A2*XD**2;
```

```
          END;
        INTPARAB:=(Y1 + Y2)/2;
        I:=N+1;
        END;
     END;
```

INTEGRACAO (02/26/87)

```
PROCEDURE INTEGRA(NEQN,X,Y,DY,II,H,FIM);
  INTEGER NEQN,II;
  REAL H;
  ARRAY XÇ*Ã,  YÇ*,*Ã;
  REAL PROCEDURE DY;
  BOOLEAN PROCEDURE FIM;
  BEGIN
  INTEGER I,J,L;
  ARRAY E,YP,YC,AUX,A,B,CÇ1:NEQNÃ;
  PROCEDURE RK(NEQN,X,Y,DY,H,JJ);
    INTEGER NEQN,JJ;
    REAL H;
    ARRAY XÇ*Ã,YÇ*,*Ã;
    REAL PROCEDURE DY;
    BEGIN
    INTEGER J;
    ARRAY KÇ1:4,1:12Ã , Y0,Y1,Y2,Y3Ç1:12,JJ:JJÃ , X0ÇJJ:JJÃ;
    X0ÇJJÃ:=XÇJJÃ;
    FOR J:=1 STEP 1 UNTIL NEQN DO
      Y0ÇJ,JJÃ:=YÇJ,JJÃ;
    FOR J:=1 STEP 1 UNTIL NEQN DO
      BEGIN
      KÇ1,JÃ:=DY(J , X0 , Y0 , JJ);
      Y1ÇJ,JJÃ:=Y0ÇJ,JJÃ + H/2*KÇ1,JÃ;
      END;
    X0ÇJJÃ:=X0ÇJJÃ + H/2;
    FOR J:=1 STEP 1 UNTIL NEQN DO
      BEGIN
      KÇ2,JÃ:=DY(J , X0 , Y1 , JJ);
      Y2ÇJ,JJÃ:=Y0ÇJ,JJÃ + H/2*KÇ2,JÃ;
      END;
    FOR J:=1 STEP 1 UNTIL NEQN DO
      BEGIN
      KÇ3,JÃ:=DY(J , X0 , Y2 , JJ);
      Y3ÇJ,JJÃ:=Y0ÇJ,JJÃ + H*KÇ3,JÃ;
      END;
    X0ÇJJÃ:=X0ÇJJÃ + H/2;
    FOR J:=1 STEP 1 UNTIL NEQN DO
      BEGIN
      KÇ4,JÃ:=DY(J , X0 , Y3 , JJ);
      YÇJ,JJ+1Ã:=YÇJ,JJÃ + H/6*(KÇ1,JÃ + 2*KÇ2,JÃ + 2*KÇ3,JÃ +
              KÇ4,JÃ);
      END;
    END;
  FOR I:=II STEP 1 WHILE I LEQ II+2 AND NOT FIM(I) DO
    BEGIN
    RK(NEQN,X,Y,DY,H,I);
    XÇI+1Ã:=XÇIÃ + H;
    END;
  FOR J:=1 STEP 1 UNTIL NEQN DO
    BEGIN
    AUXÇJÃ:=0;
    AÇJÃ:=DY(J,X,Y,I-2);
    BÇJÃ:=DY(J,X,Y,I-1);
    CÇJÃ:=DY(J,X,Y,I);
    END;
  FOR I:=II+3 STEP 1 WHILE NOT FIM(I) DO
```

Doc 7
23/06/87
~~PMC~~ BC


```
        BEGIN
        XÇI+1Ā:=XÇIĀ+H;
        FOR J:=1 STEP 1 UNTIL NEQN DO
          BEGIN
          YPÇJĀ:=YÇJ,I-3Ā + H*(2*CÇJĀ - BÇJĀ + 2*AÇJĀ) *4/3;
          YÇJ,I+1Ā:=YPÇJĀ + 112/121*AUXÇJĀ;
          END;
        FOR J:=1 STEP 1 UNTIL NEQN DO
          BEGIN
          YCÇJĀ:=(9*YÇJ,IĀ - YÇJ,I-2Ā + 3*H*(DY(J,X,Y,I+1) +
                   2*CÇJĀ - BÇJĀ)) /8;
          AUXÇJĀ:=YCÇJĀ - YPÇJĀ;
          EÇJĀ:=9/121*AUXÇJĀ;
          YÇJ,I+1Ā:=YCÇJĀ - EÇJĀ;
          AÇJĀ:=BÇJĀ;
          BÇJĀ:=CÇJĀ;
          CÇJĀ:=DY(J,X,Y,I+1);
          END;
        END;
      II:=1;
      END;
```