

**CELSO YUKIO NAKASHIMA**

# **Modelagem e Simulação de uma Bomba Multifásica do Tipo Duplo Parafuso**

**Tese apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para a  
obtenção do título de Doutor em  
Engenharia**

**Área de concentração:  
Energia e Fluidos**

**Orientador:  
Prof. Dr. Silvio de Oliveira Júnior**

**São Paulo**

**2005**



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

**Relatório de Defesa**

Relatório de defesa pública de Tese do(a) Senhor(a) Celso Yukio Nakashima no Programa: Engenharia Mecânica, do(a) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Aos 29 dias do mês de agosto de 2005, realizou-se a Defesa da Tese do(a) Senhor(a) Celso Yukio Nakashima, apresentada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia - Área: Engenharia Mecânica, intitulada:

"Modelagem e simulação de uma bomba multifásica do tipo duplo parafuso"

Após declarada aberta a sessão, o(a) Sr(a) Presidente passa a palavra aos examinadores para as devidas arguições que se desenvolvem nos termos regimentais. Em seguida, a Comissão Julgadora proclama o resultado:

Nome dos Participantes da Banca	Vínculo do Docente	Sigla da Unidade	Resultado
Silvio de Oliveira Junior	Presidente	EP	APROVADO
Marcos de Mattos Pimenta	Titular	EP	APROVADO
Otavio de Mattos Silveiras	Titular	EP	APROVADO
Elisio Caetano Filho	Titular	Docente Externo	APROVADO
Sergio Nascimento Bordalo	Titular	Docente Externo	APROVADO
<b>Resultado Final:</b>			
<b>Parecer da Comissão Julgadora</b>			

Eu, Elisabete Aparecida F da Silva Ramos, Técnico Acadêmico, lavrei a presente ata, que assino juntamente com os(as) Senhores(as), São Paulo, aos 29 dias do mês de agosto de 2005.

*Marcos de Mattos Pimenta*  
 Marcos de Mattos Pimenta

*Otavio de Mattos Silveiras*  
 Otavio de Mattos Silveiras

*Elisio Caetano Filho*  
 Elisio Caetano Filho

*Silvio de Oliveira Junior*  
 Silvio de Oliveira Junior  
 Orientador(a)

*Sergio Nascimento Bordalo*  
 Sergio Nascimento Bordalo

Obs: Se o candidato for reprovado por algum dos membros, o preenchimento do parecer é obrigatório.  
 Nos termos do artigo 110, do RG-USP, encaminhe-se o presente relatório à CPG, para homologação.

*Codpes/Os:*  
*2087370*  
*PME*

### Horizonte

Ó mar anterior a nós, teus medos  
Tinham coral e praias e arvoredos.  
Desvendadas a noite e a cerração,  
As tormentas passadas e o mistério,  
Abria em flor o Longe, e o Sul sidério  
'Splendia sobre as naus da iniciação.

Linha severa da longínqua costa –  
Quando a nau se aproxima ergue-se a encosta  
Em árvores onde o Longe nada tinha;  
Mais perto, abre-se a terra em sons e cores:  
E, no desembarcar, há aves, flores,  
Onde era só, de longe a abstracta linha.

O sonho é ver as formas invisíveis  
Da distância imprecisa, e, com sensíveis  
Movimentos da esp'rança e da vontade,  
Buscar na linha fria do horizonte  
A árvore, a praia, a flor, a ave, a fonte –  
Os beijos merecidos da Verdade.

Fernando Pessoa, Mensagem

Para a minha família.



## Agradecimentos

---

Quem diria! Tanto trabalho árduo para aperfeiçoar esta tese ao máximo mas ela já começou com um grande defeito. Deixei os agradecimentos para serem escritos apenas ao final de tudo. Devia tê-los escrito aos poucos, junto com o desenvolvimento de todo o trabalho para que o tempo não apagasse ou esfriasse os sentimentos originais despertados após cada contribuição. Mesmo assim, vou tentar passar ao frio papel ao menos um pouco da minha gratidão por toda ajuda que recebi. Jamais teria terminado este trabalho sem ela.

O primeiro agradecimento, o mais especial, dedico à minha família. A fortaleza em que sempre me refugiei nos momentos mais difíceis. Sempre me proporcionou aconchego, paz e alegria nas horas de dúvida e angústia.

Ao professor Silvio de Oliveira Júnior, também um parágrafo separado. Sua orientação sempre respeitou a minha opinião e nunca me deixou sem rumo. Sem ser opressor ou impositivo, mostrou-me sempre o melhor caminho. Sem esquecer, é claro, dos inestimáveis almoços com boa conversa, boa companhia e bom vinho.

Ao doutor Elisio Caetano Filho, grande responsável pelo andamento do projeto da bomba multifásica na Petrobras. Este trabalho teria outra cara se não fossem os seus conselhos, questionamentos e dicas. Proporcionou-me um grande contato com o projeto da bomba, o que mudou consideravelmente a minha lista de prioridades.

À Petrobras, por todo o precioso apoio técnico e financeiro que fez com este trabalho fosse muito mais completo e robusto.

À FINEP, por todo o apoio financeiro à minha pesquisa.

À UNICAMP, Funcamp, Cepetro e ao professor Sérgio Bordalo, pelo gerenciamento do projeto multi-institucional, pela ajuda na organização das minhas apressadas viagens e de todas as despesas do projeto.

Aos amigos da Poli: Amaury, Carlos, Luiz, Hector, Leonardo, Wilson, Gian, Cyro, entre tantos outros, pela convivência tranquila e divertida que fez o dia-a-dia na Poli ser sempre agradável.

Aos amigos que não “desistiram” de mim: Amaury, Noboru, Jabu, Thais, Chu, Tânia, Cris e Akira, Sil, Eli, Dani e Dan, Ju e Daniel, Ana e Inglês... Nunca me deixaram afundar completamente na neurose da tese. Um pouquinho a gente sempre afunda. Faz parte da vida do pós-graduando. O importante é que não deixaram que me afogasse.

# Sumário

---

Agradecimentos.....	v
Lista de Figuras .....	x
Lista de Tabelas.....	xvii
Nomenclatura .....	xx
Resumo.....	xxii
Abstract .....	xxiv
Capítulo 1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Histórico e Motivação.....	1
1.2 Objetivo.....	5
1.3 Organização do trabalho .....	6
1.4 Nomenclatura utilizada .....	6
Capítulo 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
2.1 Bombas multifásicas de duplo parafuso.....	8
2.2 Canais anulares.....	24
2.2.1 Introdução .....	24
2.2.2 Escoamento .....	31
2.2.3 Transferência de calor .....	42
2.2.4 Excentricidade.....	49
2.2.5 Torque .....	56
2.2.6 Escoamento bifásico.....	62
Capítulo 3 MODELO TERMO-HIDRÁULICO.....	64
3.1 Introdução .....	64
3.2 Balanços de energia e massa .....	68
3.3 Transferência de calor .....	72
3.3.1 Transferência de calor nos parafusos .....	73

3.3.2	Transferência de calor na carcaça .....	75
3.3.3	Coefficientes de transferência de calor.....	77
3.4	Refluxo .....	88
3.4.1	Fenda Radial.....	88
3.4.2	Fenda de Flanco .....	89
3.4.3	Fenda Periférica .....	91
3.5	Potência .....	100
3.6	Propriedades termodinâmicas e de transporte.....	106
3.7	Infiltração de gás e escoamento bifásico.....	106
Capítulo 4	IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA .....	109
4.1	Introdução .....	109
4.2	Descrição geral.....	109
4.3	Refluxo.....	115
4.3.1	Fenda Radial.....	116
4.3.2	Fenda de Flanco .....	116
4.3.3	Fenda Periférica .....	118
4.4	Balancos de energia e massa .....	120
4.5	Transferência de calor .....	120
Capítulo 5	SIMULAÇÕES E RESULTADOS .....	125
5.1	Introdução .....	125
5.2	Dados experimentais .....	126
5.2.1	HATTON (1993).....	126
5.2.2	EGASHIRA et al. (1996).....	127
5.2.3	KÖNNER (1998) .....	127
5.2.4	PETROBRAS (2003).....	128
5.3	Calibração .....	129
5.3.1	Coefficiente de perda de carga localizada .....	129
5.3.2	Infiltração de gás nas fendas .....	134
5.4	Comparação com dados experimentais .....	136
5.4.1	Vazão.....	136
5.4.2	Perfil de pressão .....	139
5.4.3	Potência .....	149

5.4.4	Temperatura de descarga.....	152
5.5	Outros resultados.....	152
5.5.1	Transferência de calor .....	152
5.5.2	Influência da rotação na vazão de refluxo.....	153
Capítulo 6	CONCLUSÕES .....	154
	Referências Bibliográficas .....	157
	Apêndices .....	A1
Apêndice A	Sistema de coordenadas utilizado na carcaça.....	A2
A.1	Transformação de coordenadas.....	A2
A.2	Cálculo das derivadas parciais .....	A5
Apêndice B	Equação modificada de Colebrook-White .....	A7
Apêndice C	Cálculo do coeficiente de torque levando em conta a influência o escoamento axial .....	10
Anexos.....		B1
Anexo A	Propriedades termodinâmicas e de transporte – comparação com dados de outros programas.....	B2
Anexo B	Dados experimentais utilizados nas comparações com o modelo . .....	B7
B.1	Dados de HATTON (1993).....	B7
B.2	Dados de EGASHIRA et al. (1996) .....	B9
B.3	Dados de KÖNNER (1998) .....	B10
B.4	Dados de PETROBRAS (2003).....	B11

## Lista de Figuras

---

Fig. 2.1: Princípio de funcionamento da bomba de duplo parafuso.....	8
Fig. 2.2: Configuração típica de uma bomba multifásica de duplo parafuso (fabricante: Leistritz, modelo L4 HK) – sucção pelos flancos (setas vazadas) e descarga pelo centro (seta cheia).....	10
Fig. 2.3: Tipos de fendas nas bombas tipo duplo parafuso. ....	10
Fig. 2.4: Ilustração do refluxo através das fendas periférica e radial.....	11
Fig. 2.5: Modelo de uma bomba multifásica de duplo parafuso (WINCEK (1992)).	12
Fig. 2.6: Ilustração da recirculação ao longo da bomba.....	12
Fig. 2.7: Perfil de pressão ao longo do parafuso (COOPER (1996)).	14
Fig. 2.8: Comportamento da eficiência de uma bomba multifásica de duplo parafuso (fonte: NAKASHIMA (2000)).	18
Fig. 2.9: Modelo de bomba de três câmaras (adaptado de WINCEK (1992)).....	20
Fig. 2.10: Modelo para a simulação do comportamento termodinâmico de uma bomba multifásica tipo duplo parafuso. ....	22
Fig. 2.11: Ilustração dos tipos de escoamento no canal periférico (anular) em uma bomba tipo parafuso: a) Couette, b) Taylor e c) Poiseuille.....	24
Fig. 2.12: Ilustração dos tipos de escoamento em um canal anular com rotação do eixo interno e diferença de na direção axial (fonte: KAYE e ELGAR (1958)).	27
Fig. 2.13: Perfil de velocidade axial normalizado para escoamento laminar com vórtices (LV), vórtices ondulados (VO), vórtices helicoidais (VH), vórtices ondulados helicoidais (VOH) e vórtices ondulados aleatórios (VOA) – fonte: WERELEY e LUEPTOW (1999).	28
Fig. 2.14: Influência do escoamento axial sobre o número de Taylor crítico: comparação entre valores calculados (linhas) e experimentais (pontos) (fonte: DIPRIMA (1960)).	29

Fig. 2.15: Influência do escoamento axial sobre o número de Taylor crítico ( $s_p/R_m=0,105$ ): comparação entre dados experimentais (pontos) e teóricos (---, Hughes e Reid (1968); - - - - , ..... , Chung e Astill (1977); — , Hasoon e Martin (1977)).	30
Fig. 2.16: Transição laminar/laminar com vórtices e laminar/turbulenta (fonte: YAMADA (1962)).	30
Fig. 2.17: Coeficiente de atrito em função dos números de Reynolds e Taylor (fonte: YAMADA (1962)).	32
Fig. 2.18: Perfis de velocidade com rotação do eixo interno: a) $Re=950$ ; b) $Re=9000$ ; c) $Re=26600$ (fonte: NOURI e WHITELOW (1994)).	33
Fig. 2.19: Flutuações da velocidade axial (fonte: ESCUDIER e GOULDSON (1995)).	34
Fig. 2.20: Velocidades médias axiais experimentais e calculadas (fonte: SUZUKI (1929)).	36
Fig. 2.21: Perfis de velocidade tangencial: a) Eq. 2.19 e b) medições de NOURI e WHITELOW (1994), $n=300$ rpm.	37
Fig. 2.22: Influência da rotação no coeficiente de atrito: a) $s_p/R_m = 0,0135$ , b) $s_p/R_m = 0,0194$ , c) $s_p/R_m = 0,0292$ , d) $s_p/R_m = 0,0464$ , e) $s_p/R_m = 0,0714$ e f) $s_p/R_m = 0,1087$ (fonte: YAMADA (1962)).	38
Fig. 2.23: Comparação dos resultados da equação 2.22 com dados experimentais obtidos para várias geometrias (fonte: YAMADA (1962)).	39
Fig. 2.24: Influência da rotação no coeficiente de atrito (fonte: SALHI, REY e ROSANT (1992)).	41
Fig. 2.25: Número de Nusselt na carcaça (fonte: SIMMERS e CONEY (1979)).	44
Fig. 2.26: Número de Nusselt normalizado no rotor e entre rotor e carcaça (fonte: GARDINER e SABESKY (1978)).	44
Fig. 2.27: Influência dos escoamentos axial e tangencial sobre o número de Nusselt no estator. Valores experimentais (pontos) e calculados (linhas) (fonte: PFITZER e BEER (1990)).	45
Fig. 2.28: Comparação dos valores do número de Nusselt na carcaça simulados por vários autores: a) Launder e Sharma; b) Nagano et al. e c) Torii e Yang (apud TORII e YANG (1994)).	45

Fig. 2.29: Influência dos escoamentos axial e tangencial sobre o número de Nusselt (a) na carcaça e (b) no rotor (BOUAFIA et al (1998)).	46
Fig. 2.30: Excentricidade entre duas circunferências.	50
Fig. 2.31: Coeficiente de atrito no escoamento laminar em função da razão entre diâmetros ( $N$ ) para diferentes excentricidades ( $\epsilon$ ) (fonte: CAETANO, SHOHAM e BRILL (1992)).	51
Fig. 2.32: Comparação entre os resultados da equação 2.34 e de ESCUDIER et al. (2000) para $Ta = 0$ .	52
Fig. 2.33: Resultados fornecidos pela equação 2.38 e função do número de Taylor, da excentricidade e da relação entre diâmetros: a) $s_p/R_i = 0,1$ e $\epsilon = 0,5$ ; b) $s_p/R_i = 0,1$ e $Ta = 100$ ; c) $\epsilon = 0,5$ e $Ta = 60$ .	53
Fig. 2.34: Resultados numéricos e experimentais obtidos por OOMS e KAMPMAN-REINHARTZ (1996): a) $s_p/R_i = 1,0$ e $\epsilon = 0,5$ ; b) $s_p/R_i = 2/3$ e $Ta = 60$ ; c) $\epsilon = 0,5$ e $Ta = 60$ .	54
Fig. 2.35: Resultados numéricos obtidos por ESCUDIER et al. (2000) para $N = 0,8$ : a) coeficiente de atrito e b) razão entre coeficientes.	54
Fig. 2.36: Relação entre a vazão de canais concêntricos e excêntricos no regime turbulento com e sem rotação do eixo interno (fonte: TAO e DONOVAN (1955)).	55
Fig. 2.37: Coeficiente de atrito em canais anulares excêntricos obtido por NOURI e WHITELAW (1997) em diferentes posições circunferenciais.	56
Fig. 2.38: Comparação dos valores de coeficiente de torque fornecidos pela equação 2.41 com dados experimentais de NAKABAYASHI et al. (1972).	58
Fig. 2.39: Comparação dos valores de coeficiente de torque fornecidos pela equação 2.41 com dados experimentais de WENDT (1933) apud DONNELLY e SIMON (1960).	59
Fig. 2.40: Dados experimentais de coeficiente de torque obtidos para escoamento turbulento rugoso: a) NAKABAYASHI, YAMADA e KISHIMOTO (1982) e b) BERG et al. (2003).	60
Fig. 2.41: Efeito da excentricidade sobre o coeficiente de torque: comparação da equação 2.46 com dados experimentais de NAKABAYASHI et al. (1972).	61



Fig. 2.42: Vazão em canais anulares com rotação do eixo interno em função da altura do canal utilizando-se os modelos homogêneo e estratificado (fonte: BEATTY e HUGHES (1990)).....	63
Fig. 3.1: Representação simplificada da dinâmica de um dos rotores da bomba.....	65
Fig. 3.2: Ilustração do comportamento cíclico das câmaras: ao final de um ciclo, o estado de cada câmara $k$ definirá o estado da câmara $k+1$ no início do ciclo seguinte. ....	66
Fig. 3.3: Representação simplificada do método de cálculo para o modelo. ....	67
Fig. 3.4: Parafusos da bomba e volume de controle para o fluido.....	68
Fig. 3.5: Balanço de energia e massa em uma câmara da bomba. ....	69
Fig. 3.6: Representação simplificada das trocas de calor nas câmaras da bomba.....	72
Fig. 3.7: Condução em uma câmara do parafuso: elemento modelado, discretização e sistema de coordenadas. ....	73
Fig. 3.8: Ilustração do sistema de coordenadas, domínio, discretização e condições de contorno no parafuso.....	74
Fig. 3.9: Condução na carcaça: modelagem, discretização, sistema de coordenadas e domínio transformado. ....	75
Fig. 3.10: Ilustração das superfícies de transferência de calor por convecção forçada entre o fluido de trabalho e os parafusos e a carcaça. ....	78
Fig. 3.11: Comportamento do número de Nusselt no escoamento anular com rotação do eixo interno: a) Região laminar/laminar com vórtices e b) Região turbulenta/turbulenta com vórtices (fonte: BECKER e KAYE (1962)). ....	79
Fig. 3.12: Comparação entre os valores obtidos com a equação 3.27 e os dados experimentais de AOKI, NOHIRA e ARAI (1967) – $Re=0$ . ....	80
Fig. 3.13: Comparação dos resultados da equação 3.28 com os dados experimentais de BECKER e KAYE (1962).....	81
Fig. 3.14: Comparação dos resultados da equação 3.28 com os dados experimentais de SIEMMERS e CONEY (1979): a) $N=0,955$ e b) $N=0,8$ – $Re=0$ . ....	81
Fig. 3.15: Comparação dos resultados da equação 3.28 com os dados experimentais de AOKI, NOHIRA e ARAI (1967) – $Re=0$ .....	81
Fig. 3.16: Comparação dos resultados da equação 3.28 com os dados experimentais de GAZLEY (1958) – $Re=0$ .....	82

Fig. 3.17: Comparação dos resultados da equação 3.31 com os dados experimentais de BECKER e KAYE (1962) para transferência de calor entre os cilindros interno e externo.....	84
Fig. 3.18: Comparação dos resultados da equação 3.31 com os dados experimentais de PFITZER e BEER (1992) para transferência de calor entre fluido e cilindro externo.....	84
Fig. 3.19: Comparação dos resultados da equação 3.31 com os dados numéricos obtidos por TORII e YANG (1994) para transferência de calor para o cilindro externo utilizando dois modelos: a) Torii e Yang e b) Launder e Sharma.....	84
Fig. 3.20: Comparação dos resultados da equação 3.31 com os dados numéricos de TORII e YANG (1998) para transferência de calor para o cilindro interno com diferentes $Pr$ .....	85
Fig. 3.21: escoamento induzido por arraste nos canais devido à rotação do parafuso: representações euleriana ( $xyz$ ) e lagrangeana ( $x'y'z'$ ) (adaptado de CAMPBELL et al. (1998)).	86
Fig. 3.22: Parâmetros geométricos para o cálculo do refluxo através da fenda radial (WINCEK (1992)).	89
Fig. 3.23: Parâmetros geométricos para o cálculo do refluxo através da fenda de flanco (WINCEK (1992)).	90
Fig. 3.24: Comparação entre dados experimentais de YAMADA (1962) e obtidos pelas equações 2.22 e 3.56.	93
Fig. 3.25: Comparação entre dados experimentais de SALHI, REY e ROSANT (1992) e obtidos pela equação 3.56.	94
Fig. 3.26: Comparação entre dados experimentais de SUZUKI (1929) e obtidos pela equação 3.56.	94
Fig. 3.27: Comparação entre as equações para escoamento anular turbulento excêntrico sugeridas por diversos autores.	98
Fig. 3.28: Comparação dos valores da equação 3.64 com dados experimentais de YAMADA, NAKABAYASHI e MAEDA (1969): a) $\varepsilon=0,25$ , b) $\varepsilon=0,50$ e c) $\varepsilon=0,75$ .	99
Fig. 3.29: Comparação dos valores da equação 3.70 com dados experimentais de STUART (1968) – $s_p/R_i = 0,028$ .	102

Fig. 3.30: Dados experimentais de NAKABAYASHI et al (1972) evidenciando a transição dos vórtices de Taylor em um determinado coeficiente de torque ( $s_p/R_m = 0,0286$ ). .....	104
Fig. 3.31: Comparação da equação 3.69 e 3.70 com dados experimentais de NAKABAYASHI et al (1972) ( $s_p/R_m = 0,0286$ ): a) $\varepsilon=0$ ; b) $\varepsilon=0,25$ ; c) $\varepsilon=0,50$ e d) $\varepsilon=0,75$ . .....	105
Fig. 4.1: Representação simplificada das conexões entre as diversas câmaras da bomba através das fendas periférica, radial e de flanco para parafusos de rosca simples e dupla. ....	110
Fig. 4.2: Ponto de referência para a contagem dos ciclos. ....	112
Fig. 4.3: Condições do fluido que sai de uma determinada câmara. ....	112
Fig. 4.4: Fluxograma simplificado do programa principal. ....	114
Fig. 4.5: Fluxograma do cálculo do refluxo na fenda radial. ....	117
Fig. 4.6: Fluxograma do cálculo do refluxo na fenda de flanco. ....	118
Fig. 4.7: Fluxograma do cálculo do refluxo na fenda periférica. ....	119
Fig. 4.8: Fluxograma do cálculo dos balanços de energia e massa. ....	121
Fig. 4.9. Orientação do volume de controle. ....	122
Fig. 5.1: Comparação entre resultados calculados e experimentais para 1000 rpm: (a) Modelo utilizando-se $k_l=0,25$ x KÖNNER (1998) e (b) Modelo de Wincek (1992) x PETROBRAS (2003). ....	129
Fig. 5.2: Processo de criação e abertura de câmaras na bomba utilizada por KÖNNER (1998). ....	130
Fig. 5.3: Processo de criação e abertura de câmaras na bomba utilizada pela PETROBRAS (2003). ....	132
Fig. 5.4: Comparação entre resultados experimentais de KÖNNER (1998) e calculados com o número de câmaras corrigido e $k_l=1,30$ . ....	133
Fig. 5.5: Comparação entre resultados experimentais da PETROBRAS (2003) e calculados com o número de câmaras corrigido e $k_l=1,30$ . ....	133
Fig. 5.6: Relação entre a FVG em uma determinada câmara e a FVG que infiltra nas fendas utilizada nas simulações. ....	135
Fig. 5.7: Comparação dos perfis de pressão experimentais de EGASHIRA et al. (1996) e calculados: a) $n=1200$ rpm, $P_s=1,5$ bar e $\Delta P=30,0$ bar; b) $n=1200$ rpm,	

$P_s=4,5$ bar e $\Delta P=30,0$ bar; c) $n=1800$ rpm, $P_s=1,5$ bar e $\Delta P=30,0$ bar; d) $n=1200$ rpm, $P_s=3,0$ bar e $\Delta P=10,0$ bar. ....	140
Fig. 5.8: Ilustração do processo de abertura da última câmara na descarga. ....	141
Fig. 5.9: Comparação dos perfis de pressão experimentais de KÖNNER (1998) e calculados: $n=2900$ rpm, $P_s=1,0$ bar e $\Delta P=15,0$ bar. ....	143
Fig. 5.10: Comparação dos perfis de pressão experimentais de KÖNNER (1998) e calculados: $n=2900$ rpm, $P_s=1,0$ bar e $\Delta P=10,0$ bar. ....	144
Fig. 5.11: Comparação dos perfis de pressão experimentais de KÖNNER (1998) e calculados: $n=2900$ rpm, $P_s=1,0$ bar e $\Delta P=5,0$ bar. ....	145
Fig. 5.12: Comparação dos perfis de pressão experimentais de KÖNNER (1998) e calculados: $n=2000$ rpm, $P_s=1,0$ bar e $\Delta P=15,0$ bar. ....	145
Fig. 5.13: Influência da FVG no perfil de pressão para frações de gás elevadas: $n=2900$ rpm, $P_s=1,0$ bar e $\Delta P=15,0$ bar. ....	146
Fig. 5.14: Influência da rotação no perfil de pressão: $FVG=0,50$ , $P_s=1,0$ bar e $\Delta P=15,0$ bar. ....	146
Fig. 5.15: Perfil de pressão calculado para baixas FVGs: $n=2900$ , $P_s=1,0$ bar e $\Delta P=10,0$ bar. ....	148
Fig. 5.16: Formação do perfil de pressão para $FVG=0$ . ....	148
Fig. 5.17: Diferença entre os perfis de pressão calculados com e sem a hipótese de fluido incompressível para $FVG<5\%$ . ....	149
Fig. 5.18: Transferência de calor no parafuso e carcaça da bomba multifásica. ....	152
Fig. 5.19: Influência da rotação no refluxo para (a) água e (b) óleo. ....	153
Fig. A.1: Transformação de coordenadas cartesianas para coordenadas polares “excêntricas”. ....	A2
Fig. A.2: Relações geométricas entre arcos, cordas e ângulos. ....	A3
Fig. B.1: Bomba multifásica de duploparafuso ensaiada por EGASHIRA et al. (1996). ....	B10
Fig. B.2: Bomba multifásica de duploparafuso ensaiada por KÖNNER. (1998). ...	B10
Fig. B.3: Bomba multifásica de duploparafuso ensaiada por PETROBRAS (2003). ....	B11

## Lista de Tabelas

---

Tabela 2.1: Geometria dos cilindros utilizados nos ensaios de YAMADA (1962)..	37
Tabela 2.2: Correlações para calcular o aumento da perda de carga laminar – $Re \leq 2100$ .	42
Tabela 2.3: Correlações para calcular o aumento da perda de carga turbulento – $Re \geq 4000$ .	42
Tabela 2.4: Correlações para o coeficiente de transferência de calor.	47
Tabela 2.4 (cont.): Correlações para o coeficiente de transferência de calor.	48
Tabela 2.5: Coeficientes para a equação 2.46 para diversas excentricidades.	61
Tabela 3.1: Dados de diversos autores utilizados para a comparação dos dados experimentais com a equação 3.28.	80
Tabela 3.2: Dados geométricos de diversos autores utilizados para a comparação dos dados experimentais com a equação 3.28.	83
Tabela 3.3: Dados geométricos de diversos autores utilizados para a comparação dos dados experimentais com a equação 3.56.	93
Tabela 4.1: Dados de entrada utilizados no programa.	111
Tabela 4.2: Critérios de convergência utilizados no programa.	114
Tabela 5.1: Fluidos de trabalhos utilizados nos experimentos dos diversos autores.	125
Tabela 5.2: Parâmetros geométricos da bomba multifásica estudada por HATTON (1993).	126
Tabela 5.3: Parâmetros geométricos da bomba multifásica estudada por EGASHIRA et al (1996).	127
Tabela 5.4: Parâmetros geométricos da bomba multifásica estudada por KÖNNER (1998).	128

Tabela 5.5: Parâmetros geométricos da bomba multifásica estudada pela PETROBRAS (2003).....	128
Tabela 5.6: Comparação entre alguns resultados experimentais e calculados utilizando-se as hipóteses de WINCEK (1992), KÖNNER (1998) e a utilizada neste trabalho.....	135
Tabela 5.7: Comparação entre resultados de vazão volumétrica calculados pelo modelo e dados experimentais de EGASHIRA et al. (1996) – mistura água-ar. ....	137
Tabela 5.8: Comparação entre resultados de vazão volumétrica calculados pelo modelo e dados experimentais de KÖNNER (1998) –mistura água-ar, $P_s=1,0$ bar.138	
Tabela 5.9: Comparação entre resultados de vazão volumétrica calculados pelo modelo e dados experimentais de HATTON (1993) – mistura gás-óleo.....	139
Tabela 5.10: Comparação entre resultados de potência consumida calculados pelo modelo e dados experimentais de HATTON (1993) – mistura gás-óleo.....	150
Tabela 5.11: Comparação entre resultados de temperatura de descarga calculados pelo modelo e dados experimentais de EGASHIRA et al. (1996) – mistura água-ar. ....	151
Tabela 5.12: Comparação entre resultados de temperatura de descarga calculados pelo modelo e dados experimentais de HATTON (1993) – mistura gás-óleo.....	151
Tabela A.1: Valores das derivadas em pontos específicos.....	A6
Tabela B.1: Entalpia e volume específico da água na região de saturação para títulos diferentes.....	B2
Tabela B.2: Temperatura de saturação, entalpia, volume específico e viscosidade da água na região de saturação.....	B3
Tabela B.3:Entalpia, volume específico e viscosidade da água: líquido comprimido. ....	B4
Tabela B.4:Entalpia, volume específico e viscosidade do ar. ....	B5
Tabela B.5:Entalpia, volume específico e viscosidade do ar seco e saturado.....	B6
Tabela B.6 Propriedades características do óleo.....	B7
Tabela B.7 Viscosidade dinâmica em função da pressão e temperatura.....	B7
Tabela B.8 Dados experimentais utilizados para a comparação com o modelo (HATTON (1993)). ....	B8

Tabela B.9 Dados experimentais utilizados para a comparação com o modelo (EGASHIRA et al. (1996)). .....	B9
--	----

# Nomenclatura

---

## Símbolos Latinos

<b>a</b>	: distância entre eixos (m)	<b>k<sub>rot</sub></b>	: coeficiente de correção para rotação
<b>A</b>	: área (m <sup>2</sup> )	<b>k<sub>l</sub></b>	: coeficiente de perda de carga localizada
<b>B</b>	: largura da rosca ou canal (m)	<b>k<sub>f</sub></b>	: número de entradas da rosca
<b>c</b>	: calor específico (kJ/kg)	<b>k<sub>s</sub></b>	: rugosidade absoluta (m)
<b>C</b>	: número de componentes da mistura	<b>l</b>	: comprimento (m)
<b>C<sub>f</sub></b>	: coeficiente de atrito de Fanning	<b>m</b>	: massa (kg)
<b>C<sub>M</sub></b>	: coeficiente de torque	<b>m<sub>0</sub>, n<sub>0</sub></b>	: coeficientes experimentais das equações 2.23 e 2.24
<b>D<sub>i</sub></b>	: diâmetro interno do parafuso (m)	<b>n</b>	: rotação (rpm)
<b>D<sub>e</sub></b>	: diâmetro externo do parafuso (m)	<b>N</b>	: relação entre os raios interno e externo
<b>D<sub>h</sub></b>	: diâmetro hidráulico (m)	<b>N<sub>BM</sub></b>	: número de estágios da bomba multifásica
<b>e</b>	: excentricidade (m)	<b>Nu</b>	: número de Nusselt
<b>Ex</b>	: exergia (kJ)	<b>p</b>	: pressão (bar), passo (m)
<b>f</b>	: fator de correção da perda de carga definido na equação 2.26	<b>Pr</b>	: número de Prandtl
<b>F</b>	: número de fases	<b>Q</b>	: calor (kJ)
<b>Fg</b>	: fator geométrico definido na equação 2.8c	<b>r, θ, ζ</b>	: coordenadas helicoidais (m, rad, m)
<b>FVG</b>	: fração volumétrica de gás	<b>r, θ, z</b>	: coordenadas cilíndricas (m, rad, m)
<b>g</b>	: aceleração da gravidade (m/s <sup>2</sup> )	<b>r<sub>e</sub>, θ, z</b>	: coordenadas cilíndricas excêntrica (m, rad, m)
<b>G</b>	: fator de correção do torque, variância do sistema	<b>R</b>	: raio (m)
<b>h</b>	: entalpia (kJ/kg), coeficiente de transferência de calor por convecção	<b>Ra</b>	: número de Rayleigh
<b>H</b>	: altura do canal retangular (m)	<b>Re</b>	: número de Reynolds
<b>J</b>	: jacobiano	<b>Ro</b>	: número de Rossby
<b>k</b>	: câmara k, condutividade térmica (kW/m)	<b>s</b>	: altura da fenda (m)
<b>k<sub>an</sub></b>	: coeficiente de correção para escoamento anular	<b>t</b>	: tempo (s)
<b>k<sub>e</sub></b>	: coeficientes da equação 2.46 definidos na tabela 2.5	<b>T</b>	: temperatura (K), torque (Nm)
		<b>Ta</b>	: número de Taylor
		<b>u</b>	: velocidade (m/s), energia interna específica (kJ/kg)
		<b>U</b>	: velocidade média (m/s), energia interna (kJ)



**v, V** : volume específico ( $\text{m}^3/\text{kg}$ ),  
volume ( $\text{m}^3$ )  
**W** : trabalho (kJ), largura do canal  
(m)  
**x, y, z** : coordenadas cartesianas (m)  
**x', y', z'**: coordenadas cartesianas em  
representação lagrangeana (m)  
**X** : fração mássica de gás  
**z** : fração mássica dos  
componentes

### Símbolos Gregos

**$\alpha$**  : ângulo de hélice (rad),  
coeficiente de proporcionalidade  
na equação 2.29, difusividade  
térmica ( $\text{m}^2/\text{s}$ )  
 **$\alpha, \beta, \gamma$**  : parâmetros de transformação na  
equação 3.22  
 **$\beta$**  : parâmetro de correção  
experimental da equação 2.21,  
coeficiente de expansão térmica  
volumétrica na equação 3.24  
( $\text{K}^{-1}$ )  
 **$\Delta$**  : variação  
 **$\varepsilon$**  : excentricidade relativa  
 **$\gamma$**  : ângulo de intersecção (rad),  
expoente da equação 2.1  
 **$\eta$**  : eficiência, coordenadas  
transformadas pelas equações  
2.30c e 2.30d  
 **$\nu$**  : viscosidade cinemática ( $\text{m}^2/\text{s}$ )  
 **$\lambda$**  : coeficiente de atrito  
 **$\mu$**  : viscosidade dinâmica (Pa.s)  
 **$\theta$**  : ângulo (rad)  
 **$\rho$**  : massa específica ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )  
 **$\tau$**  : tensão de cisalhamento ( $\text{N}/\text{m}^2$ )  
 **$\omega$**  : velocidade angular (rad/s)

### Subscritos

**amb** : ambiente  
**an** : anular  
**at** : atrito  
**b** : bomba  
**c** : carcaça, circular, crítico  
**corr** : corrigido

**BF** : bifásico  
**BM** : bomba multifásica  
**D** : descarga  
**dp** : diferença de pressão  
**e** : externo  
**ef** : efetivo  
**ex** : exergético  
 **$\varepsilon$**  : excêntrico  
**dp** : diferença de pressão  
**eixo** : eixo  
**exp** : experimental  
**f** : fluido  
**F** : fenda de flanco  
**g** : gás  
**i** : interno; instante i  
**ise** : isoentrópica  
**isot** : isotérmica  
**j** : componente j  
**k** : câmara ou estágio k  
**l** : líquido, laminar  
**lv** : laminar com vórtices  
**m** : médio  
**ml** : média logarítmica  
**max** : máximo  
**mec** : mecânica  
**p** : Poiseuille  
**P** : fenda periférica  
 **$\theta$**  : tangencial  
**r** : rotor, rugoso  
**rot** : rotação  
**rc** : rotor/carcaça  
**R** : fenda radial  
**rec** : recirculação  
**s** : superfície  
**S** : sucção  
**t** : turbulento  
**th** : teórico  
**u** : velocidade (m/s)  
**U** : velocidade média (m/s)  
**v** : volumétrico  
**z** : axial

### Sobrescritos

**.** : quantidade por unidade de  
tempo  
**i** : instante i

## Resumo

---

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo termo-hidráulico para uma bomba multifásica do tipo duplo parafuso. Dadas as condições de operação da bomba, o modelo deve ser capaz de calcular diversos parâmetros tais como: distribuição de pressão e temperatura ao longo dos parafusos, vazão de refluxo, potência consumida e transferência de calor para os parafusos e a carcaça, entre outros.

Devido à complexidade do escoamento dentro da bomba, optou-se por um modelo termo-hidráulico baseado em balanços de energia e massa. Dividindo-se o movimento dos parafusos em pequenos passos, é possível calcular tais balanços para cada câmara da bomba desde a sua formação na sucção até a sua abertura para a região de descarga.

Cada fluxo material ou de energia necessários para que se possa realizar os balanços foi modelado separadamente. O cálculo da transferência de calor através da carcaça da bomba foi modelado utilizando-se um novo sistema de coordenadas desenvolvido para levar em conta a geometria da mesma. O cálculo da transferência de calor através dos parafusos foi feito utilizando-se coordenadas helicoidais. Para o cálculo das vazões de refluxo foram desenvolvidas correlações que permitem levar em conta o efeito da rotação do eixo sobre o refluxo, a qual, até o momento, havia sido desconsiderada em todos os outros modelos. Também se deduziu correlações para calcular a potência convertida em energia interna do fluido por atrito e que, somada à potência de bombeamento teórica, fornece a potência consumida pela bomba.

Os resultados fornecidos pelas correlações desenvolvidas foram comparados a dados experimentais encontrados na literatura. Uma boa concordância foi encontrada entre eles. No caso das correlações para cálculo do refluxo, os resultados

são significativamente melhores que os valores obtidos sem levar em conta a rotação do eixo.

A comparação dos dados calculados pelo modelo com dados experimentais mostrou que o ele consegue reproduzir muito bem o comportamento da bomba, com resultados muito melhores que os obtidos por modelos previamente propostos. Para escoamentos de líquido, a modelagem mostrou que a forma como se calcula o número de câmaras úteis da bomba está errada e uma nova fórmula foi proposta. No caso de escoamentos líquido-gás, os maiores erros aparecem quando a fração de gás é muito elevada e o parafuso é muito curto. Nesses casos, a obtenção de uma função mais completa para relacionar a FVG das fendas com a das câmaras é necessária. Para tanto, é preciso um levantamento maior de dados experimentais que abranja várias condições de operação e de geometria da bomba. Além da validação, as diversas simulações e dados apresentados permitiram uma significativa modificação na compreensão do real funcionamento da bomba e dos parâmetros que influenciam o seu comportamento e desempenho. Assim, o modelo na forma atual, embora ainda necessite de outros desenvolvimentos, pode ser utilizado no desenvolvimento da bomba e na simulação da sua eficiência em diferentes cenários de operação.

# Abstract

---

The research described in this work aimed the development of a thermo-hydraulic model of a twin-screw multiphase pump. With given operational conditions of the pump, the model must be able of calculating several parameters such as: pressure and temperature distribution along the pump screws, backflow rate, consumed power and heat transfer through screws and casing, among others.

Due to the high flow complexity inside the pump, a thermo-hydraulic model based on energy and mass balances was chosen. By dividing the screw movement in small steps, it is possible to calculate all the balances for each pump chamber since its suction until the opening to the discharge region.

Each material or energy flow, which is necessary to accomplish the cited balances, is individually modeled. The calculation of the heat transfer through pump casing was modeled by using a new coordinate system developed to take into account its geometry. The heat transfer through casing uses the helicoidal coordinate system. The backflow rate is determined with correlations which take into account the effect of screw rotation on the backflow. Such correlations were developed in this work because all the correlations commonly used do not consider the rotation influence. Correlations for friction were also developed to calculate the power that is converted in internal energy. The results obtained by the correlations were compared with experimental data found in literature and a good agreement was found. In the case of the backflow correlations, the results are significantly better than that obtained with previously proposed correlations.

The comparison of the model results with experimental data showed that it can represent the pump behavior very well. When compared to previous models, the results are notably better. For liquid flow, the modeling demonstrated that the method used to calculate the number of useful chambers of the pump is incorrect and

a new formula was proposed. In the liquid-gas flow, the worst results appear when the gas fraction is very high and the screw is short. In these cases, the relationship between the GVF (gas volumetric fraction) in pump chambers and clearances is highly complex and a better equation should be developed. For this purpose, however, it is necessary an acquisition of a huge amount of experimental data that would cover several operational conditions and pump geometries. Besides the validation, the several data generated by the simulations allowed a significant change in the comprehension of the real pump operation and the parameters that influence pump behavior and performance. Therefore, in its present evolution stage, the model can be used to help pump design and to simulate pump efficiency under different operational scenarios, even though new refinements are still necessary for the model.

---

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

---

### *1.1 Histórico e Motivação*

A história da exploração de petróleo no Brasil estende-se ao ano de 1939, quando as primeiras jazidas de petróleo foram descobertas na localidade de Lobato, Bahia. No entanto, apenas a partir da década de 50, com a constituição da Petrobrás, é que a exploração de petróleo no país teve início efetivo. Inicialmente, todas as jazidas encontravam-se na plataforma continental, localizadas principalmente no Recôncavo Baiano. A história de sucesso na exploração marítima, que projetou mundialmente o Brasil como líder em tecnologia neste nicho da indústria petrolífera, começou efetivamente apenas em 1968. Neste ano foram perfurados os primeiros poços marítimos no Espírito Santo e em Sergipe e que culminaram com a descoberta do campo de Guaricema, no litoral deste estado. Nesse mesmo ano, iniciaram-se os primeiros levantamentos geológicos na bacia de Campos, litoral do Rio de Janeiro. A partir de 1974, com a descoberta do campo de Garoupa, essa bacia rapidamente tornou-se a principal região produtora no Brasil e revelou a “vocação marítima” do país na exploração do petróleo.

Os primeiros poços perfurados no litoral brasileiro encontravam-se em águas rasas, onde a profundidade da lâmina d’água não ultrapassava os 400 metros. A expansão da produção para águas profundas começou a partir de 1984 e 1985, quando foram descobertos, respectivamente, os campos gigantes de Albacora e Marlim, os primeiros localizados em águas profundas. Com isso, tem-se início a busca de capacitação técnica para a perfuração e produção em grandes profundidades

através dos PROCAP (Programas da Petrobras de Desenvolvimento Tecnológico de Sistemas de Produção em Águas Profundas). Os dois primeiros programas, PROCAP-1000 e PROCAP-2000, que buscaram desenvolver tecnologias para a exploração em profundidades de até 1000 e 2000 metros, respectivamente, levaram a sucessivos recordes de profundidade nas décadas de 1980 e 1990 e, em 1999, a Petrobrás atinge a produção a 1850 metros no campo de Roncador. Com todos esses avanços, cerca de 82% do petróleo brasileiro vem de plataformas marítimas hoje em dia. Sendo 18% em águas rasas e 64% em águas profundas. A tendência para o futuro é que a participação da produção em águas profundas aumente ainda mais tendo em vista que 46% das reservas comprovadas encontram-se em profundidades de 400 a 1000 metros e 30% em profundidades maiores do que 1000 metros.

Em sua terceira versão, PROCAP-3000, o programa tem agora como objetivo desenvolver a capacitação para a exploração de poços localizados em até 3000 metros de profundidade. Este terceiro programa busca, além de viabilizar a produção de poços em profundidades de até 3000 metros, reduzir os gastos de capital para o desenvolvimento de produção em profundidades maiores que 1000 metros e diminuir os custos de elevação (transporte até a superfície) nos campos atualmente em produção. Ou seja, para que seja economicamente viável, a expansão da produção para águas ultraprofundas depende de avanços tecnológicos que reduzam os custos de instalação e de operação para o desenvolvimento dos poços. Um dos projetos deste programa consiste no desenvolvimento de bombas multifásicas para o transporte de petróleo não processado. A utilização deste tipo de equipamento permitiria o transporte do petróleo não processado dos poços em grandes profundidades para unidades de produção estacionárias localizadas a grandes distâncias, preferencialmente em águas rasas. Dessa forma, propiciar-se-ia o desenvolvimento de poços onde a grande profundidade inviabilizaria o uso de plataformas marítimas devido ao alto custo. Outra possível aplicação, atualmente já utilizada, é o transporte de petróleo em superfície.

Após alguns protótipos instalados com sucesso em superfície, a Petrobras deu início ao projeto SBMS-500 (Sistema de Bombeamento Multifásico Submarino), visando o projeto, construção e instalação de um protótipo em uma profundidade de 1000 metros.

Até recentemente, as três formas mais comuns de transportar petróleo (uma mistura multifásica) eram utilizar a própria energia (pressão) do reservatório; separar o líquido do gás e transportá-los independentemente através de bombas e compressores ou utilizar o “gas lift” – técnica que consiste na injeção de gás nos dutos de produção para a redução do peso específico e aumento de produção. As primeiras tentativas de se utilizar as bombas multifásicas remetem aos primeiros anos da década de 70 quando, segundo CAETANO et al. (1997), a indústria de petróleo começa a concentrar pesquisas no desenvolvimento de uma máquina de fluxo capaz de adicionar, diretamente, energia para o fluido multifásico proveniente de poços de petróleo. Existem basicamente dois tipos de bombas multifásicas: as helico-axiais e as parafuso. As bombas helico-axiais têm diversos estágios que comprimem a mistura dinamicamente, ou seja, a rotação do eixo gera a força centrífuga responsável pela aceleração do fluido que, no difusor, será desacelerado com um correspondente aumento de pressão. Já as bombas parafuso são máquinas de deslocamento positivo. Embora os dois tipos de bomba estejam sendo avaliados, as bombas helico-axiais apresentam algumas limitações como blocagem da bomba ao atingir certas quantidades críticas de gás, necessidade de maior velocidade do eixo para bombear porcentagens maiores de gás para uma mesma diferença de pressão, mudanças no torque com as variações na quantidade de gás e a necessidade de desenvolvimento de geometrias especiais para o bombeamento multifásico. Assim, para aplicação na extração do petróleo, onde as pressões de sucção são altas (100 a 200 bar, usualmente) e o volume de gás varia muito, a bomba de duplo parafuso surge como uma atraente alternativa para esse tipo de escoamento e, segundo CAETANO et al.(1997), é a que tem, até o momento, maior número de unidades fabricadas para este fim. A utilização das bombas multifásicas no lugar de equipamentos convencionais, segundo CAETANO et al. (1997), apresenta vantagens como economia no equipamento e instrumentos, redução do espaço ocupado e do peso do equipamento, além de proporcionar menores custos de operação devido à redução do equipamento a ser mantido e do pessoal necessário para a operação. No entanto, a eficiência energética das bombas multifásicas é pequena (30 a 50%) comparada à eficiência das bombas (60 a 70%) e compressores (70 a 90%)



convencionais. Ou seja, investe-se menos capital no equipamento e na sua operação, mas a energia consumida é maior.

Tendo em vista que se trata de uma tecnologia ainda em desenvolvimento, é muito importante a realização de estudos que permitam a compreensão dos fenômenos envolvidos no funcionamento da bomba multifásica. A correta modelagem deste equipamento facilitaria não apenas a solução de problemas técnicos da bomba, mas, também, a comparação com outras tecnologias. A identificação de nichos de operação em que o bombeamento multifásico é mais ou menos conveniente é fundamental para a redução de custos de operação. É nesse contexto que se insere a pesquisa descrita neste trabalho.

Esta pesquisa iniciou-se com o projeto de mestrado (NAKASHIMA (2000)) e fez parte da Carteira de Projetos Cooperativos PETROBRAS/CTPETRO para desenvolver o modelo termodinâmico de uma bomba multifásica de duplo parafuso, incorporando aspectos relativos à recirculação de líquido, simulação dos estágios de bombeamento e rendimento volumétrico, de forma a tornar possível a sua utilização em uma comparação *exérgica* e termoeconômica com sistemas convencionais de processamento primário de petróleo. Pesquisando-se a literatura relacionada na época, verificou-se que havia pouca informação publicada a respeito da modelagem e simulação de bombas multifásicas de duplo parafuso, o que impedia uma comparação. Dois modelos encontrados (WINCEK (1992) e EGASHIRA et al. (1996)) preocupavam-se apenas com o comportamento hidráulico a fim de prever a capacidade volumétrica da bomba, adotando hipóteses simplificadoras que inviabilizavam a sua utilização em análises comparativas. Um terceiro modelo publicado posteriormente (FENG et al. (2001)) simula o comportamento termodinâmico de uma bomba multifásica, mas também ignora fatores importantes como: cálculo de potência consumida, mudança de fase do gás e do líquido e transferência de calor, entre outros. Assim, já no projeto de mestrado (NAKASHIMA (2000)), buscou-se desenvolver um modelo que calculava vazão de refluxo, potência consumida, perfil de pressão e condições do fluido na descarga. No entanto, com os resultados obtidos, mostrou-se que algumas hipóteses, amplamente utilizadas nas pesquisas, não eram válidas em todas as condições de operação. Além disso, acompanhando-se o desenvolvimento do projeto SBMS-500 de perto, pôde-se

perceber que alguns fenômenos que se revelaram de fundamental importância não eram abordados pelos modelos citados. Como exemplo, pode-se citar a transferência de calor para a carcaça e parafusos da bomba e a sua conseqüente dilatação. Todos os modelos desenvolvidos assumem escoamento adiabático. Assim, dando continuidade ao projeto, é necessário rever hipóteses e estratégias de simulação de forma a aumentar a abrangência e exatidão do modelo.

Dessa forma, é muito importante construir um modelo que permita calcular dados como vazão, perfil de pressão e temperatura ao longo do parafuso, temperatura de descarga, potência consumida e transferência de calor na bomba. Com isso é possível não apenas prever o comportamento termodinâmico da bomba como utilizar o modelo para auxiliar a compreensão, desenvolvimento e otimização da bomba multifásica e realizar análises comparativas frente a outros métodos de processamento primário de petróleo.

## ***1.2 Objetivo***

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo do comportamento termo-hidráulico de uma bomba multifásica do tipo duplo parafuso. Como na operação real, o modelo deve considerar a possibilidade de trabalhar com líquido apenas ou com misturas gás-líquido e ser capaz de simular o comportamento com os tipos de fluido (água, água-ar e mistura de hidrocarbonetos) comumente encontrados na operação da bomba. Uma vez fornecidos os dados da bomba e as condições de operação, o modelo deve ser capaz de calcular os seguintes parâmetros:

- Perfil de pressão e temperatura e ao longo da bomba;
- Condições do fluido na descarga da bomba;
- Vazão de refluxo;
- Potência consumida;
- Transferência de calor para os rotores e a carcaça e
- Parâmetros de desempenho: eficiências volumétrica, isotérmica, adiabática e exergética.

Os resultados gerados pelo modelo serão comparados com dados experimentais de ensaios da bomba multifásica tipo duplo parafuso, parte do sistema SBMS-500, que a Petrobras está desenvolvendo e, também, com dados obtidos na

literatura. Para misturas água-ar, serão utilizados os dados de EGASHIRA et al (1996) e KÖRNER (1998) e para hidrocarbonetos, os dados de HATTON (1993).

### ***1.3 Organização do trabalho***

O capítulo 2 mostra uma revisão dos principais trabalhos publicados considerados importantes para a compreensão do funcionamento da bomba. Inicialmente, é feita uma introdução sobre bombas multifásicas de duplo parafuso, com as principais pesquisas relacionadas. Uma vez tendo-se proporcionado uma compreensão geral do equipamento, passa-se a abordar os principais fenômenos que, acredita-se, sejam importantes para o funcionamento da bomba.

No capítulo 3, a modelagem da bomba é apresentada em detalhes. Mostram-se os balanços de massa e energia para as câmaras da bomba, o modelo de transferência de calor na carcaça e nos parafusos e as correlações desenvolvidas para calcular os coeficientes de atrito e de torque.

A implementação do modelo desenvolvido é feita no capítulo 4. Nele estão apresentados os métodos de solução, os programas e algoritmos utilizados para elaborar o programa de simulação da bomba multifásica de duplo parafuso.

Todas as comparações dos resultados gerados pelo modelo com dados experimentais de outros autores estão no capítulo 5. Uma discussão crítica e detalhada da modelagem e dos resultados obtidos encontra-se nesse capítulo.

O capítulo 6 apresenta as conclusões do trabalho e as recomendações para a continuidade da pesquisa.

### ***1.4 Nomenclatura utilizada***

Embora a nomenclatura utilizada esteja listada no início deste trabalho, é importante que algumas observações sejam feitas a fim de facilitar a compreensão do texto. A principal dificuldade encontrada foi a grande variedade de símbolos e definições de números adimensionais presente nos diversos trabalhos consultados. Assim, na tentativa de se homogeneizar a nomenclatura, muitas equações tiveram que ser modificadas e, portanto, apresentam pequenas diferenças em relação às originais. Também os resultados numéricos e experimentais de outros pesquisadores

apresentados neste trabalho foram recalculados utilizando as definições e fórmulas aqui apresentadas.

Dentre as manipulações mais corriqueiras, cita-se o cálculo do número de Taylor de acordo com as equações 2.9, a utilização do coeficiente de atrito ( $\lambda$ ) ao invés do coeficiente de atrito de Fanning ( $C_f = \lambda/4$ ) e o uso do diâmetro hidráulico ( $D_h = 2s_p$ ) ao invés da espessura da fenda ( $s_p$ ) como dimensão característica do canal anular no cálculo do número de Reynolds. O número de Nusselt foi calculado sempre baseado no raio médio logarítmico e no diâmetro hidráulico (equações 2.28).

---

## Capítulo 2

# REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

### 2.1 Bombas multifásicas de duplo parafuso

As bombas parafuso são um tipo especial de bomba rotativa de deslocamento positivo na qual o fluxo através do eixo de bombeamento é axial. Nesse tipo de bomba, um ou mais rotores com a forma de um parafuso giram impulsionados por um motor. A rotação dos parafusos faz com que os seus filetes se engrenem formando câmaras fechadas como mostra a figura 2.1. Essas câmaras aprisionam o fluido na entrada e o transportam ao longo do eixo até a descarga, onde os filetes desengrenam e liberam o fluido. Sendo uma bomba de deslocamento positivo, ela teoricamente consegue transportar para a descarga qualquer substância - sólida, líquida ou gasosa - que possa ser introduzida nas passagens de sucção. Isto permite que a bomba de duplo parafuso trabalhe com frações volumétricas de gás (FVG) variando de zero a 95% e que sua eficiência, com a adequada especificação dos

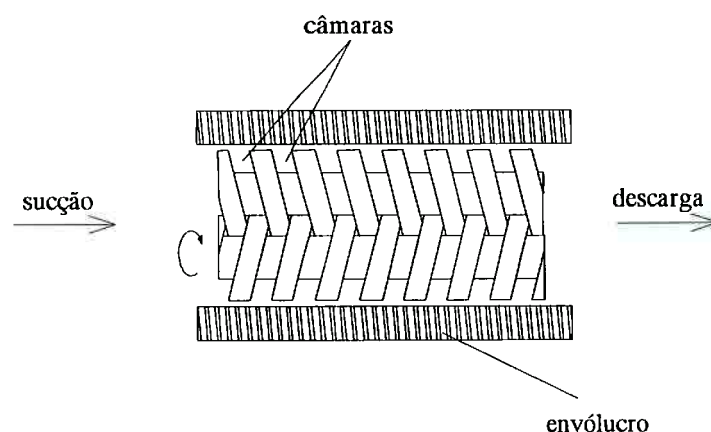
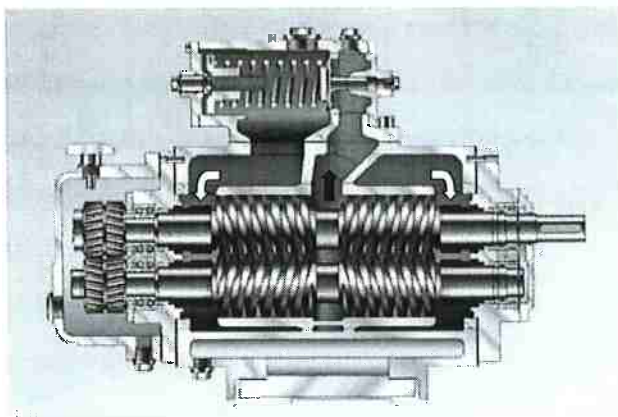


Fig. 2.1: Princípio de funcionamento da bomba de duplo parafuso.

materiais de contato, não se deteriore com a presença de areia na mistura. Em algumas configurações, pode-se atingir frações de 100% de gás bastando, para isso, garantir que cerca de 5% de líquido seja separado na descarga e recirculado para a sucção utilizando-se um tanque de acumulação a jusante da bomba.

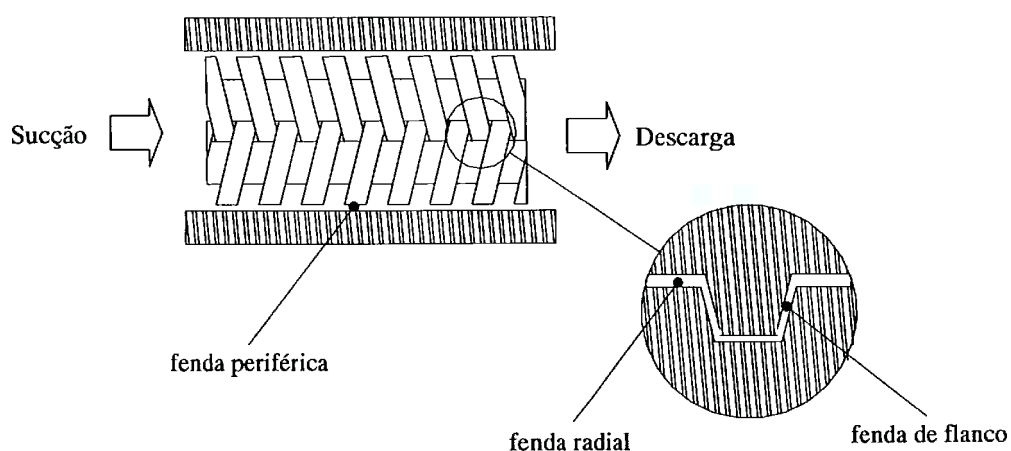
Segundo CZARNECKI (1976), as bombas parafuso podem ser classificadas em três tipos básicos: parafuso único, múltiplos parafusos sincronizados e múltiplos parafusos não sincronizados. Nas bombas de parafuso único, a carcaça que envolve o parafuso constitui um estator que se engrena com o mesmo para a formação das câmaras. As mais utilizadas, no entanto, são as bombas de parafusos múltiplos. Nesse tipo de bomba, dois ou mais parafusos engrenam-se para a formação das câmaras. Se os parafusos forem acionados simultaneamente através de engrenagens que mantêm a rotação dos parafusos em fase, diz-se que eles são sincronizados. A vantagem, nesse caso, é que os filetes dos parafusos teoricamente não entram em contato entre si, evitando o desgaste e diminuindo a sensibilidade da bomba à presença de partículas sólidas. Se, entretanto, não houver engrenagens de acoplamento, não há sincronia, e o movimento é transmitido de um parafuso para o outro diretamente, num processo semelhante ao funcionamento de engrenagens helicoidais. Essa configuração, embora mais simples, exige uma maior precisão de usinagem e acabamento além de aumentar o desgaste dos parafusos. O número de filetes dos parafusos varia bastante, no entanto, no bombeamento multifásico, o mais comum é encontrar parafusos com um ou dois filetes (rosca simples ou dupla). Uma configuração bastante comum é a que utiliza parafusos gêmeos, ou seja, dois conjuntos de parafusos contrapostos que operam no mesmo eixo. Nesse caso, além de se conseguir duplicar a vazão sem um acréscimo significativo na complexidade do equipamento, as forças axiais sobre os parafusos são opostas e se anulam. No caso do bombeamento multifásico com bomba parafuso, a configuração mais utilizada é a bomba de parafusos duplos, sincronizados e gêmeos, como mostra a figura 2.2. Além disso, usualmente a sucção é feita pelos extremos da bomba, sendo a descarga feita pelo centro. Essa característica permite que a pressão sobre os selos mecânicos que impedem vazamentos para o ambiente seja menor.



**Fig. 2.2:** Configuração típica de uma bomba multifásica de duplo parafuso (fabricante: Leistritz, modelo L4 HK) – sucção pelos flancos (setas vazadas) e descarga pelo centro (seta cheia).

A vazão teórica de uma bomba de duplo parafuso pode ser obtida através dos parâmetros geométricos do parafuso. A vazão real, entretanto, é sempre menor porque, nesse tipo de bomba, existe um refluxo. Esse refluxo ocorre devido à presença necessária de espaços entre os componentes fixos e rotativos da bomba, que formam fendas por onde passa o fluido. WINCEK (1992) define as seguintes fendas (figura 2.3):

- Fenda periférica: localizada entre os filetes do parafuso e o seu invólucro;
- Fenda radial: localizada entre os filetes de um parafuso e a raiz dos filetes do outro parafuso;
- Fenda de flanco: localizada entre os filetes dos dois parafusos.

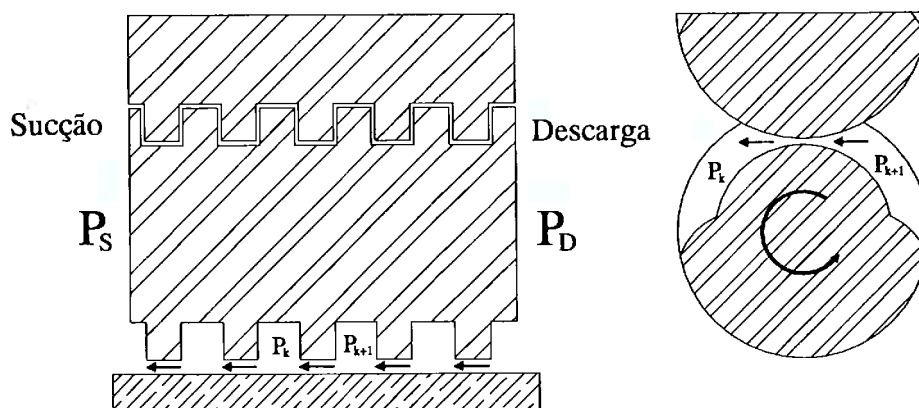


**Fig. 2.3:** Tipos de fendas nas bombas tipo duplo parafuso.



Essas fendas, devido ao movimento de rotação da bomba que arrasta o fluido e, principalmente, à diferença de pressão entre duas câmaras, permitem que uma parte do fluido bombeado retorne através delas (ver figura 2.4). Deve-se observar que, apesar de o refluxo ocorrer de todas as câmaras posteriores para as imediatamente anteriores, o que define o refluxo total da bomba é o refluxo que ocorre entre a primeira câmara e a região de sucção. Ou seja, o refluxo total depende, além do movimento de rotação, do gradiente de pressão entre a primeira câmara e a região de sucção. De forma geral, a fenda periférica é a que mais influencia o comportamento da bomba uma vez que contribui com a maior parcela – cerca de 70% - da vazão de refluxo. Em seguida vem a fenda radial e, por último, a fenda de flanco. No caso de escoamentos multifásicos, a presença dessas passagens obriga que sempre haja um pouco de líquido disponível para selar as fendas das câmaras sob o risco de se reduzir demasiadamente a capacidade da bomba. A presença de gás nas fendas reduz a densidade e a viscosidade do fluido, o que provoca um aumento da vazão de refluxo. Segundo DAL PORTO e LARSON (1997) isso torna necessária a recirculação de parte do líquido da região de descarga para a sucção para os casos em que a FVG é muito alta (acima de 95%).

Um modelo de funcionamento da bomba multifásica parafuso foi proposto por CHRISTIANSEN apud WINCEK (1992). Segundo ele, durante o transporte multifásico a bomba de duplo parafuso atua como uma mistura de bomba e compressor. O parafuso pode ser subdividido em uma série de câmaras com fendas que se deslocam axialmente da sucção para a descarga (ver figura 2.5). Devido ao movimento de rotação do parafuso, existe uma força centrífuga que faz com que o



**Fig. 2.4: Ilustração do refluxo através das fendas periférica e radial.**



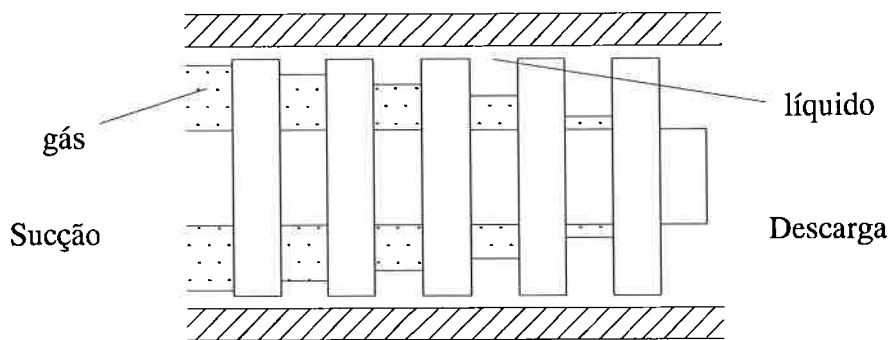


Fig. 2.5: Modelo de uma bomba multifásica de duplo parafuso (WINCEK (1992)).

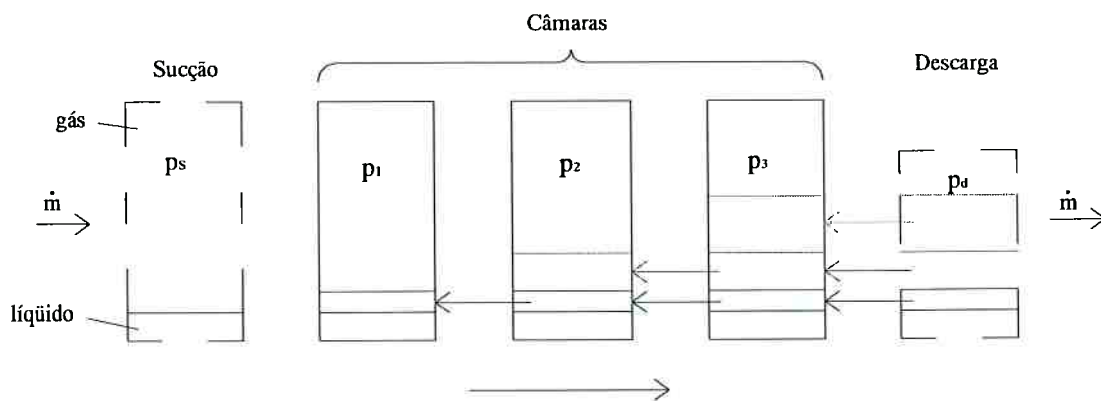


Fig. 2.6: Ilustração da recirculação ao longo da bomba.

líquido permaneça na periferia, preenchendo as fendas, e que o gás fique aprisionado no centro das câmaras. Dessa forma, supõe-se que o refluxo seja apenas de líquido. Como ilustram as figuras 2.5 e 2.6, o refluxo provoca um acúmulo de líquido dentro da câmara, o que comprime o gás, provocando uma diminuição do seu volume conforme as câmaras se aproximam da região de descarga. Para que esse acúmulo ocorra, a vazão de refluxo que chega a uma câmara ( $\dot{V}_{3,2}$ ), proveniente de uma câmara posterior, mais próxima da descarga, deve ser maior que o refluxo que deixa essa câmara para a anterior ( $\dot{V}_{2,1}$ ). Isso só é possível se a diferença de pressão entre uma câmara e a posterior é maior que a diferença entre a mesma câmara e a anterior ( $P_3 - P_2 > P_2 - P_1$ ). Assim, o gradiente de pressão ao longo da bomba operando com misturas gás-líquido é progressivamente crescente no sentido da descarga. A hipótese de fendas totalmente preenchidas com líquido, no entanto, falha quando a quantidade de gás no escoamento é muito grande. Segundo afirma KÖRNER (1998), embora os detalhes sobre a configuração do escoamento não sejam conhecidos, é certo que as

fendas são preenchidas somente com líquido apenas quando a espessura do anel de líquido em uma câmara é sempre maior que a espessura da fenda periférica. Isso, no entanto, somente ocorre quando a fração de gás na sucção é maior do que aproximadamente 80%. A partir desses valores, existe infiltração de gás nas fendas que é dependente da fração de gás na câmara. Nesse caso, o autor sugere que devem ser utilizadas as propriedades médias da câmara no cálculo do refluxo.

A potência teórica de bombeamento multifásico, para uma bomba tipo duplo parafuso, deve ser dada pelo produto da vazão volumétrica teórica da bomba pela diferença de pressão entre a sucção e a descarga. Já o consumo total da bomba é dado pela soma da potência teórica com a potência de atrito que depende, basicamente, da rotação, da viscosidade do fluido e da geometria da bomba. Os dados sobre potência obtidos por COOPER et al. (1996) e, também, por MEZZEDIMI et al. (1999) ajudam a confirmar essa composição para a potência consumida. COOPER et al. (1996) registraram uma variação linear da potência com a diferença de pressão e, além disso, a potência altera-se muito pouco com a FVG, diminuindo um pouco quando a FVG aumenta. No trabalho de MEZZEDIMI et al. (1999), pode-se observar que, para uma mesma condição de operação (vazão volumétrica e  $\Delta p$ ) a potência diminui, de forma aproximadamente linear, com o aumento da FVG. Essa diminuição pode ser atribuída à redução da viscosidade, devido ao maior aumento de temperatura, e à infiltração de gás nas fendas, devido à maior quantidade de gás presente no escoamento. Ambas provocam uma redução na potência de atrito nas fendas e explicam a diminuição da potência consumida. Ao contrário do que alguns autores citam, a eficiência volumétrica não afeta a potência consumida, mas, sim, a potência aproveitada. A potência total consumida sempre será dada pela soma das potências teórica e de atrito. Quando algum fluido retorna através das fendas, isso significa apenas que parte da potência consumida está sendo desperdiçada.

De acordo com o modelo proposto acima, a vazão mássica ( $\dot{m}$ ) aparentemente aumenta ao longo dos estágios como mostra a figura 2.5, isso, no entanto, não viola a lei de conservação de massa como mostra NAKASHIMA (2000). Isso pode ser explicado com o auxílio da figura 2.6. Se uma câmara da bomba for acompanhada desde a sua formação na sucção até a descarga, então se pode perceber que entre o primeiro e o último passo o volume total deve se manter

constante às custas do líquido que retorna das câmaras posteriores, já que o volume da câmara ao longo da bomba é constante. Ou seja, a diminuição do volume do gás é compensada pelo aumento do volume do líquido, havendo, como consequência, um progressivo aumento da massa de líquido. Quando a câmara abre-se para a descarga, então há apenas uma redução no volume do gás, uma vez que não existe mais a condição de volume constante devido à ausência dos limites da câmara. Então, todo o líquido acumulado ao longo da bomba retorna para as câmaras anteriores e a vazão mássica na descarga é a mesma da sucção. Isso significa que parte da potência no eixo é desperdiçada na recirculação do líquido. A única forma de evitar ou, ao menos, reduzir esse desperdício seria construir a bomba multifásica com parafusos que tivessem uma relação de compressão (câmaras com tamanho decrescente), o que evitaria ou, pelo menos, diminuiria a recirculação do líquido. No entanto, não é possível aplicar essa solução pois a bomba multifásica deve prever a possibilidade de trabalhar com 100% de líquido. Nesse caso uma bomba com relação de compressão seria danificada.

O desenvolvimento da pressão entre a sucção e a descarga depende da quantidade de gás no fluido bombeado. Para  $FVG=0$ , o fluido é incompressível e esse desenvolvimento dá-se de forma gradual e uniforme conforme o fluido se move ao longo do eixo. Já para fluidos compressíveis, como os multifásicos, o gradiente de pressão é maior próximo da área de descarga (figura 2.7, COOPER (1996)), como visto no parágrafo anterior, tornando o perfil mais parabólico. Uma característica das bombas parafuso é que elas não geram pressão como as helico-axiais, mas o fluido é

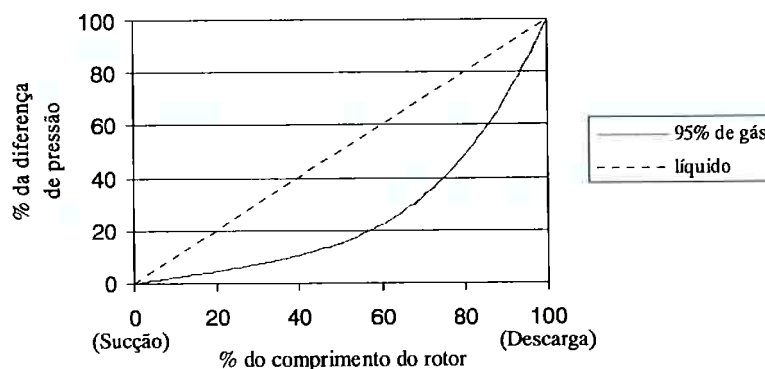


Fig. 2.7: Perfil de pressão ao longo do parafuso (COOPER (1996)).

comprimido pelo fluido que reflui através das passagens. BRANDT e WIETSTOCK (1992) realizaram testes que confirmam esse comportamento da bomba multifásica. Para uma mistura água-nitrogênio, mediram um perfil praticamente linear para 0% de gás e, para 90% de gás, verificaram um aumento abrupto da pressão a partir da metade do comprimento do parafuso. EGASHIRA et al. (1996) mediram o perfil de pressão para diversas condições de operação e propuseram que o perfil de pressão seja dado por:

$$\left( \frac{P_k - P_S}{P_D - P_S} \right) = \left( \frac{k}{N_{BM} + 1} \right)^\gamma \quad (2.1)$$

Onde o expoente  $\gamma$  é ajustado a partir dos dados experimentais obtidos. KÖRNER (1998) realizou um extenso levantamento experimental para verificar a influência de diversos parâmetros sobre o perfil de pressão e eficiência volumétrica. O autor verificou a influência dos seguintes parâmetros sobre a distribuição de pressão: FVG, rotação e diferença de pressão. Os resultados mostram que, quanto maior a FVG e a rotação e quanto menor a diferença de pressão, mais o aumento de pressão se desloca para a região de descarga, o que torna o perfil mais parabólico. A partir de uma determinada FVG (75 a 80%), entretanto, há uma reversão desse comportamento, com o perfil voltando a tornar-se linear. A partir desse instante a eficiência volumétrica tende a cair bastante com o aumento da diferença de pressão. Uma observação interessante é que, embora a evolução do perfil de pressão seja diferente dependendo da diferença de pressão ou rotação, o ponto de reversão por volta de 70 a 80% é sempre o mesmo. NAKASHIMA (2000) mostrou que baixas pressão de sucção e diferenças de pressão e altas FVG's, rotações e viscosidade favorecem um perfil de pressão mais parabólico, com grandes gradientes de pressão apenas próximo da descarga. Esse comportamento está de acordo com a teoria e experimentos encontrados na literatura. Além desses fatores, segundo EGASHIRA et al. (1996), outros como viscosidade do gás e temperatura do fluido também contribuem para alterar o perfil de pressão. NAKASHIMA (2000) sugere que uma forma de classificar esses fatores seria dividi-los em dois grupos: fatores que alteram a compressibilidade do fluido multifásico e fatores que alteram o acúmulo de líquido nas câmaras do parafuso. No primeiro caso entram parâmetros como a pressão de

sucção e a FVG. Aumentos na pressão e baixas FVG's reduzem a compressibilidade do fluido fazendo com que seu comportamento aproxime-se do fluido incompressível, ou seja, do perfil de pressão linear. Isso acontece porque a possibilidade de acúmulo de líquido é reduzida e, nesse caso, as vazões e, portanto, as diferenças de pressão, na entrada e na saída da câmara devem ser semelhantes. Já o segundo caso engloba fatores como diferença de pressão entre sucção e descarga, rotação e viscosidade. Baixas diferenças de pressão e alta viscosidade reduzem a vazão de refluxo, diminuindo a quantidade de líquido que ingressa nas câmaras e favorecendo um perfil achatado. Já as rotações elevadas diminuem o tempo de vida de uma câmara, assim para uma mesma vazão de refluxo a quantidade de líquido acumulada também será menor. Dentro dos fatores que alteram o acúmulo de líquido, também se poderiam incluir parâmetros geométricos da bomba tais como diâmetros interno e externo, largura do filete e espessura das fendas.

A eficiência volumétrica da bomba, razão entre a vazão real e a teórica na sucção da bomba, depende diretamente da magnitude do refluxo: quanto maior o refluxo, menor a eficiência volumétrica. Observando-se a figura 2.7, pode-se ver que o gradiente de pressão na região de sucção diminui com o aumento da fração volumétrica de gás, reduzindo o refluxo devido ao gradiente de pressão e, conseqüentemente, aumentando a eficiência volumétrica. Diversos trabalhos confirmam essa relação entre eficiência volumétrica e FVG. Os testes de BRANDT e WIETSTOCK (1992), que realizaram ensaios com três FVG's diferentes (0, 50 e 90%), mostram um grande aumento da eficiência volumétrica conforme a FVG aumenta. A diferença entre a eficiência volumétrica obtida para 0 e 90% de gás aumenta bastante para diferenças de pressão maiores. COOPER et al. (1996) e MEZZEDIMI et al. (1999) obtiveram resultados semelhantes. No entanto, como os ensaios foram realizados com FVG de até 100%, é possível observar uma degradação da eficiência volumétrica para altas porcentagens de gás. A partir de 80% (MEZZEDIMI et al. (1999)) ou 90% (COOPER et al. (1996)) de gás há uma queda na eficiência volumétrica causada, provavelmente, pela insuficiência de líquido disponível para a selagem das fendas do parafuso. Além da fração volumétrica de gás, outro fator que influencia a eficiência volumétrica é o passo do parafuso. Segundo COOPER (1996), para dois parafusos de mesmo comprimento, aquele que

tiver menor passo apresentará menor refluxo e provocará menos pulsação do escoamento. Isso ocorre porque passos menores implicam câmaras menores e mais numerosas o que, teoricamente, reduziria a diferença de pressão na sucção.

A eficiência volumétrica, no entanto, não é a mais adequada para avaliar o desempenho já que não leva em conta a potência consumida pela bomba. No trabalho de WINCEK (1992), encontram-se duas fórmulas para a avaliação de desempenho da bomba: a eficiência isotérmica e a eficiência adiabática. A primeira, proposta por KARGE apud WINCEK (1992), é uma das mais utilizadas sendo dada por:

$$\eta_{BM} = \frac{\dot{W}_{isot,g} + \dot{W}_{ise,l}}{\dot{W}_{eixo}} \quad (2.2)$$

onde:  $\dot{W}_{isot,g} = FVG \cdot \dot{V}_{BM,S} \cdot p_S \cdot \ln(p_D/p_S)$ , é a potência isotérmica de compressão de gás;  $\dot{W}_{ise,l} = (1 - FVG) \cdot \dot{V}_{BM,S} \cdot (p_D - p_S)$ , é a potência isentrópica de bombeamento de líquido e  $\dot{W}_{eixo}$  é a potência no eixo da bomba de duplo parafuso.

A segunda, proposta por CHRISTIANSEN apud WINCEK (1992), é semelhante, bastando substituir a potência de compressão isotérmica pela adiabática.

Um comportamento típico para a eficiência isotérmica encontra-se na figura 2.8 abaixo. Esse comportamento pode ser compreendido desde que se perceba que a eficiência isotérmica, como mostra NAKASHIMA (2000), é composta de três fatores:

- Eficiência mecânica: relação entre a potência teórica e a real

$$\eta_{mec} = \frac{\dot{V}_{th} \Delta p}{\dot{V}_{th} \Delta p + \dot{W}_{at}} = \frac{\dot{V}_{th} \Delta p}{\dot{W}_{eixo}} \quad (2.3)$$

- Eficiência volumétrica: relação entre a vazão volumétrica real e a teórica na sucção

$$\eta_v = \frac{\dot{V}_{BM,S}}{\dot{V}_{th}} \quad (2.4)$$

- Eficiência isotérmica teórica: relação entre potência transmitida ao fluido e potência teórica gasta

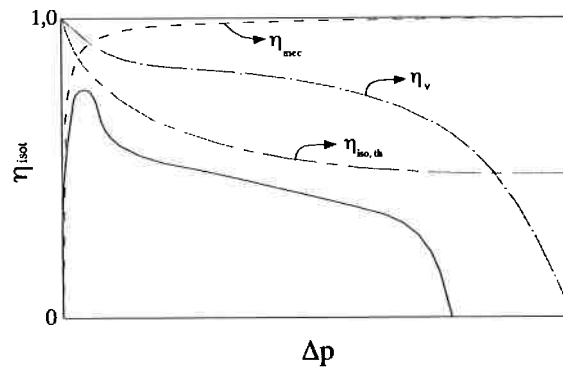


Fig. 2.8: Comportamento da eficiência de uma bomba multifásica de duplo parafuso (fonte: NAKASHIMA (2000)).

$$\eta_{isot,th} = \frac{FVG \cdot \dot{V}_{th} \cdot p_S \cdot \ln(p_D/p_S) + (1 - FVG) \dot{V}_{th} (p_D - p_S)}{\dot{V}_{th} (p_D - p_S)} \quad (2.5)$$

A multiplicação desses três fatores leva à equação 2.2 da eficiência isotérmica como mostra a figura 2.8. Inicialmente, o que define o comportamento crescente da eficiência total é a eficiência mecânica, representando o fato de a potência de atrito ser aproximadamente constante para uma determinada vazão (rotação fixa) e ficar, proporcionalmente, pouco relevante conforme a potência teórica aumenta linearmente com a diferença de pressão. Para diferenças de pressão muito pequenas, praticamente toda a potência do eixo é utilizada para vencer o atrito. A redução na eficiência isotérmica teórica com o aumento da diferença de pressão indica um menor aproveitamento da potência do eixo, refletindo o fato de ter-se cada vez mais potência sendo perdida em vazões de recirculação crescentes. A redução na eficiência isotérmica passa a compensar o aumento na eficiência mecânica para diferenças de pressão maiores. A tendência da eficiência seria atingir um valor constante e igual a  $(1-FVG)$  pois, no limite em que a diferença de pressão fosse infinitamente grande, o valor da eficiência mecânica tenderia a 1 e o da eficiência isotérmica a  $(1-FVG)$ . Isso só não ocorre devido à redução da eficiência volumétrica, que mostra as vazões de refluxos cada vez maiores para diferenças de pressão crescentes. Das equações 2.3 a 2.5, pode-se concluir que a eficiência da bomba é determinada pela potência de atrito, vazão de recirculação e, principalmente, pela FVG. O aumento desses fatores provoca uma redução na eficiência da bomba. Dessa maneira, como mostra NAKASHIMA (2000), várias características influenciam a



eficiência da bomba: geometria (diâmetros, passo, altura das fendas, etc.), condições de operação (rotação, diferença de pressão, etc.) e características do fluido (FVG, viscosidade, etc.), sendo que não há nenhuma forma simples de relacionar todas elas.

O problema das eficiências isotérmica e adiabática é que elas aproximam o processo de compressão como sendo um processo ideal: isotérmico ou adiabático. Se existe líquido suficiente para absorver todo o calor liberado pelo processo de compressão ou se a quantidade de líquido é tão pequena que praticamente nenhum calor é absorvido, poder-se-ia idealizar os processos como isotérmico ou adiabático, respectivamente. No entanto, existe pouca informação a respeito das porcentagens de líquido que permitiriam a utilização de uma ou outra eficiência, ou em que faixa nenhuma delas se aplicaria, supondo que haja uma região de transição em que o processo não possa ser idealizado. WINCEK (1992), diz que o processo de compressão aproxima-se do isotérmico para escoamentos água-ar com FVG de até 90%. Para petróleo, COOPER et al (1998) afirma que o processo tende a ser isotérmico para quantidades típicas de líquido, embora não defina valores em que se poderia aplicar a eficiência isotérmica. Para escoamentos só de gás, sugere a utilização da eficiência adiabática. Uma outra opção seria a utilização da eficiência exergética para se avaliar o desempenho da bomba multifásica, como mostra NAKASHIMA (2000). A vantagem da sua utilização é que, ao contrário das eficiências isotérmica e adiabática tradicionalmente propostas, ela não depende de idealizações do processo, sendo calculada a partir das propriedades termodinâmicas reais do fluido na entrada e na descarga da bomba. Para a bomba multifásica, define-se a seguinte eficiência exergética:

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{Ex}_D - \dot{Ex}_S}{\dot{W}_{eixo}} \quad (2.6)$$

e os resultados obtidos mostram que, para baixas FVG's os valores das eficiências exergética e isotérmica aproximam-se bastante. Já para altas FVG's os valores tendem a se distanciar uma vez que o escoamento, neste caso, começa a se afastar do comportamento isotérmico fazendo com que a eficiência isotérmica deixe de representar a realidade.



O dimensionamento de uma bomba de duplo parafuso depende de diversos fatores tais como, segundo DAL PORTO e LARSON (1997): fluxos de óleo, gás e água, pressões de sucção e descarga, temperatura de sucção, regime de escoamento, quantidade de areia no escoamento e variação das condições de escoamento com o tempo. No entanto, embora os parâmetros de projeto sejam bastante estudados e conheça-se, qualitativamente, o comportamento da bomba multifásica parafuso, é muito difícil encontrar, na literatura, métodos de cálculo e dimensionamento.

Um modelo foi formulado por WINCEK (1992) para misturas ar-água. Nele o movimento contínuo das câmaras é “discretizado”. Ou seja, considera-se que as câmaras, ao invés de aprisionarem o fluido na entrada e moverem-se continuamente até a descarga, onde liberam o fluido, move-se em passos. Assim, uma bomba com 3 câmaras poderia ser representada como na figura 2.9: quando a última câmara se abre para a descarga, o resto das câmaras desloca-se uma posição para a frente. Admitindo-se que o perfil de velocidades nas fendas é uma superposição dos escoamentos de Couette, devido à rotação do parafuso, e Poiseuille, devido ao gradiente de pressão, e que todas as fendas estão preenchidas com líquido, podem-se calcular as vazões volumétricas de refluxo em todas as câmaras. A componente da vazão devida à rotação é calculada a partir da geometria das fendas, já a componente devida à diferença de pressão entre duas câmaras é calculada a partir da equação de perda de carga em canais, que relaciona a velocidade média do escoamento com a perda de carga:

$$\Delta p = \frac{\rho U^2}{2} \left( \frac{\lambda l}{2s} \right) \quad (2.7)$$

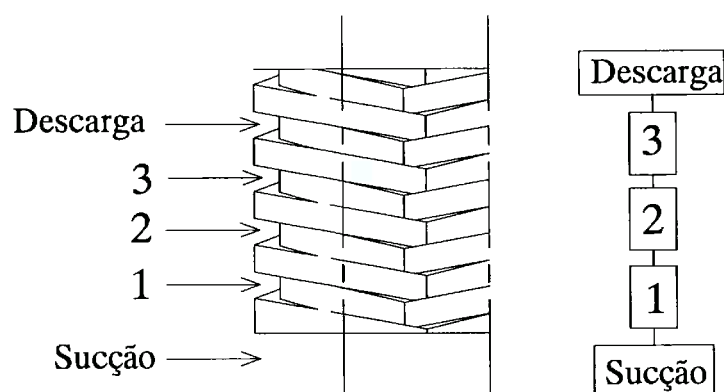


Fig. 2.9: Modelo de bomba de três câmaras (adaptado de WINCEK (1992))

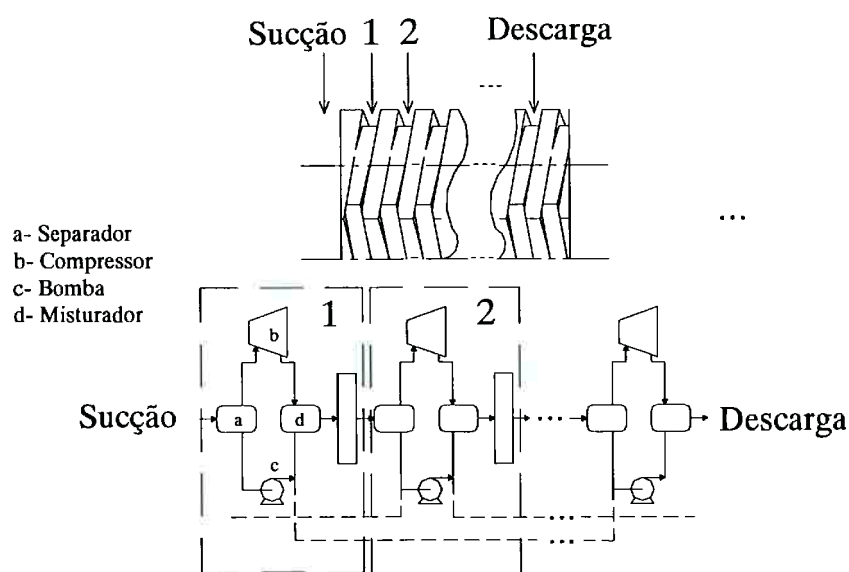
O coeficiente de atrito,  $\lambda$ , é calculado de acordo com o regime do escoamento. Adotando-se a hipótese de escoamento isotérmico e que o gás é perfeito ( $p \cdot V = \text{constante}$ ), encontra-se a relação entre perfil de pressão e vazão de refluxo. Uma limitação desse modelo é que a descrição do comportamento hidráulico é feita desacoplando-se os processos termodinâmicos dos hidráulicos, uma vez que a temperatura do fluido é admitida constante. Além disso, as propriedades do fluido são constantes ao longo da bomba, o que não representa a realidade quando o fluido bombeado é óleo ou uma mistura gás-óleo. Porém, o principal problema encontrado está no cálculo da vazão de refluxo através da fenda periférica. As equações desenvolvidas consideram apenas escoamento laminar ou escoamento turbulento rugoso, além de não levar em conta as perdas localizadas que certamente ocorrem na entrada e saída do canal. No entanto, como mostrado por NAKASHIMA (2000), o escoamento pode estar na região turbulenta lisa, o que modificaria completamente as equações de refluxo. Dadas as condições usuais de operação das bombas multifásicas, dificilmente o escoamento através das fendas periféricas é turbulento rugoso, sendo muito mais provável que seja laminar ou turbulento liso. Principalmente se for levado em conta que a bomba transportará produtos com alta viscosidade.

Outro modelo, formulado por EGASHIRA et al. (1996), calcula os valores de refluxo e condições na saída da bomba a partir do perfil de pressão obtido experimentalmente (ver equação 2.1). Ao contrário do modelo de WINCEK (1992), o perfil de pressão não é calculado. Admite-se que a pressão varia exponencialmente com o comprimento do fuso e adapta-se um expoente para que a curva se ajuste da melhor forma possível aos dados experimentais. Essa curva é utilizada nos cálculos do modelo e, portanto, ele depende de dados experimentais. Da mesma forma que WINCEK (1992), a vazão de refluxo é calculada utilizando-se a equação 2.7. No entanto, os autores consideraram escoamento laminar ou turbulento liso e levaram em conta as perdas localizadas.

FENG et al. (2001) propôs um modelo termodinâmico que calcula o aumento de temperatura ao longo da bomba, conforme a pressão aumenta. Para tanto, adotaram as seguintes hipóteses: gás ideal com calor específico constante e não existe mudança de fase do gás e óleo. Da mesma forma que nos modelos anteriores, a

vazão de refluxo é calculada a partir da equação 2.7. Neste caso, os autores consideraram apenas escoamento laminar e sem perdas localizadas para o cálculo.

NAKASHIMA (2001) desenvolveu um modelo de comportamento termodinâmico para a bomba baseando-se no modelo de WINCEK (1992). Analogamente a este, dividiu o movimento contínuo da bomba em uma seqüência de passos. No entanto, como o modelo de WINCEK (1992) foi feito para misturas água-ar e não levava em conta processos termodinâmicos importantes, o método de solução empregado foi diferente, dividindo-se o processo de bombeamento multifásico em uma seqüência de processos simples (separação, bombeamento, compressão e mistura) como mostra a figura 2.10. Dessa forma, foi possível construir o modelo com o auxílio de um simulador de processos (*Hysys.Process v2.1*) o que permitiu a simulação da bomba operando com fluidos complexos e escoamento não isotérmico. O cálculo da vazão de refluxo adota a mesma abordagem dos outros modelos, porém as equações foram desenvolvidas para escoamento laminar, turbulento liso e rugoso com perdas localizadas sendo a escolha correta feita através do número de Reynolds do escoamento. Além disso, modelaram-se as perdas por atrito e refluxo o que permitiu que o modelo fosse capaz de calcular a potência total consumida e, também, a vazão volumétrica real. As comparações com dados experimentais mostram que o modelo é capaz de prever o comportamento de uma



**Fig. 2.10: Modelo para a simulação do comportamento termodinâmico de uma bomba multifásica tipo duplo parafuso.**

bomba real quando a FVG é baixa. Para alta FVG, o modelo passa a superestimar a potência consumida indicando que a hipótese de fendas totalmente preenchidas de líquido não é válida nessas condições.

Os testes realizados com bombas multifásicas parafuso são apresentados em diversos artigos. BRANDT e WIETSTOCK (1992) mostram os resultados de testes de duas bombas parafuso. Esses testes, feitos com uma mistura de água e nitrogênio, além de confirmar o comportamento da eficiência volumétrica e do perfil de pressão, mostram que a deflexão do eixo é influenciada, principalmente, pela diferença de pressão entre a sucção e a descarga: quanto maior essa diferença, maior a deflexão. Os efeitos do escoamento pistonado (“slug flow”) também foram avaliados. Esse regime de escoamento é caracterizado por uma série de bolhas de gás, grandes e individuais, que ocupam a quase totalidade da seção transversal de escoamento, o que faz com que o escoamento fique intermitente, alternando períodos em que há apenas líquido e períodos em que só escoa gás. Segundo os testes, a passagem das bolhas pela bomba provoca a diminuição do torque e da temperatura de descarga, e o aumento da deflexão do eixo, do esforço dos mancais e da pressão de descarga. Quando as bolhas passam pela bomba, o perfil de pressão antes linear torna-se parabólico. Isso faz com que o ponto de aplicação da força resultante desloque-se em direção ao centro do eixo, aumentando o momento fletor.

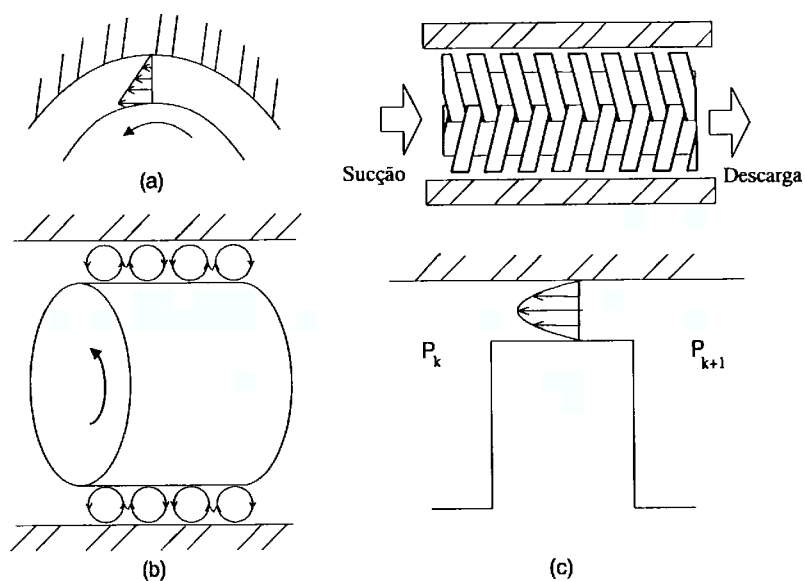
Estudos sobre a viabilidade da utilização de bombas multifásicas são escassos. DARRIGAN (1995) comparou diferentes formas de extrair petróleo: extração natural, “air lift”, bomba multifásica helico-axial, bomba elétrica submersível (ESP) e separação submarina, para dois diferentes cenários: equipamento localizado em águas rasas (150 metros) ou profundas (1000 metros), a uma distância de 20 ou 50 km de uma plataforma. Os resultados mostram que o bombeamento multifásico e, depois, a separação submarina são os dois métodos mais econômicos. NAKASHIMA, OLIVEIRA e CAETANO (2002a e 2002b) realizaram uma comparação exergo-econômica entre três métodos de elevação artificial de petróleo: bomba multifásica de duplo parafuso, “gas lift” e separação em plataforma marítima. Embora os custos iniciais não tenham sido levados em conta, algumas constatações interessantes foram feitas. A principal delas é que, quando se leva todo o sistema em conta (desde a saída do poço até a obtenção dos produtos separados),

em diversas condições de operação a bomba multifásica é a que apresenta maior vantagem. Embora a bomba multifásica, analisada isoladamente, apresente uma eficiência menor que o compressor do “gas lift”, a forma como proporciona o aumento de produção, com a transferência direta de energia ao escoamento, é mais eficiente e compensa a vantagem inicial do “gas lift”. O resultado final é que em diversas condições de operação o consumo de gás para a geração de eletricidade é menor quando se usa a bomba multifásica.

## 2.2 Canais anulares

### 2.2.1 Introdução

O cálculo do refluxo nas bombas multifásicas de duplo parafuso depende fundamentalmente da compreensão do escoamento em fendas anulares nas quais há a rotação do eixo interno. Como o escoamento através da fenda periférica da bomba, cuja geometria remete aos canais anulares, contribui com a maior parte do refluxo total e este, por sua vez, influencia diretamente a eficiência volumétrica e os perfis de pressão e temperatura da bomba, então a avaliação correta dos fenômenos envolvidos nesse tipo de escoamento passa a ser extremamente importante quando se avalia o desempenho da bomba.



**Fig. 2.11: Ilustração dos tipos de escoamento no canal periférico (anular) em uma bomba tipo parafuso: a) Couette, b) Taylor e c) Poiseuille.**

De forma geral, pode-se dizer que o escoamento em canais anulares com rotação do eixo interno pode ser uma combinação de três escoamentos básicos: escoamento de Couette, Poiseuille e Taylor, sendo que o escoamento no canal pode ser tanto laminar como turbulento. A figura 2.11 ilustra os três tipos de escoamento. O escoamento de Couette ocorre no sentido tangencial devido à rotação do eixo interno que arrasta o fluido. O escoamento de Poiseuille, no sentido axial, é provocado pela diferença de pressão entre a entrada e a saída do canal. Já o escoamento de Taylor é induzido devido à curvatura da superfície de escoamento e à rotação do eixo interno. A força centrífuga resultante propela as partículas de fluido em direção à parede externa. Quando um determinado número de Reynolds crítico é ultrapassado, o escoamento passa a mostrar uma série de vórtices (denominados vórtices de Taylor) toroidais. Esses vórtices distribuem-se tangencialmente e apresentam sentidos de rotação alternados. Muitos autores (CONSTANTINESCU, GALETUSE e KENNEDY (1975), por exemplo) utilizam a expressão “superlaminar” para se referirem ao escoamento de Taylor. Isso porque, apesar da presença dos vórtices de Taylor, o escoamento não apresenta flutuações de velocidade típicas do escoamento turbulento. Neste trabalho prefere-se utilizar a outra expressão tanto em reconhecimento ao trabalho de G.I. Taylor (1923) como por se considerar que ela descreve melhor as características do escoamento uma vez que os vórtices de Taylor podem aparecer tanto no escoamento laminar como no turbulento. Idealmente dever-se-ia referir a esse tipo de escoamento como escoamento com vórtices de Taylor laminar ou turbulento, mas a expressão “escoamento de Taylor” laminar ou turbulento será utilizada preferencialmente por ser mais compacta.

No canal anular, os escoamentos de Couette e Poiseuille existem sempre que há rotação do eixo e diferença de pressão na direção axial. Assim, para a bomba multifásica, pode-se considerar que esses dois escoamentos existem sempre que a bomba está em operação. Já o aparecimento dos vórtices de Taylor no escoamento depende de diversos fatores como: velocidade de rotação do eixo interno, geometria e curvatura do canal e velocidade axial do fluido. Dependendo destes fatores, uma série de padrões de escoamento pode ser observada.

Para o caso em que não há escoamento axial, a primeira investigação a respeito do aparecimento dos vórtices de Taylor no escoamento foi feita por RAYLEIGH (1916) apud SCHLICHTING (1964), que estudou o caso de um fluido não viscoso. Para o caso de escoamento viscoso, no entanto, o primeiro trabalho que se tem notícia foi o realizado por TAYLOR (1923), que, em um clássico artigo, estudou o escoamento entre dois cilindros (com rotação do cilindro interno) sem escoamento axial. Ele verificou que a partir de uma determinada velocidade de rotação crítica o escoamento começa a apresentar vórtices toroidais dispostos na direção tangencial entre os dois cilindros (ver figura 2.11b). Para identificar a condição em que o escoamento passa a apresentar os vórtices, ele propôs um número adimensional, o número de Taylor, definido como:

$$Ta = \frac{1}{Fg} \frac{\omega R_i s_p}{\nu} \sqrt{\frac{s_p}{R_m}} = \frac{Re_\theta}{Fg} \sqrt{\frac{s_p}{R_m}} \quad (2.8a)$$

$$R_m = \frac{(R_i + R_e)}{2}, Re_\theta = \frac{\omega R_i s_p}{\nu} \quad (2.8b)$$

$$Fg = \frac{\pi^2}{41,2} \left(1 - \frac{s_p}{2R_m}\right)^{-1} P^{-1/2} \quad (2.8c)$$

$$P = 0,0571 \left(1 - 0,652 \frac{s_p}{R_i}\right) + 0,00056 \left(1 - 0,652 \frac{s_p}{R_i}\right)^{-1} \quad (2.8d)$$

Onde  $\omega$  é a velocidade do cilindro interno,  $s_p$  é a altura da fenda periférica,  $\nu$  é a viscosidade dinâmica e  $R_m$  é o raio médio. Esse número fornece a relação entre as forças inerciais que surgem devido à aceleração centrífuga e as forças viscosas. De acordo com TAYLOR (1923), o valor crítico a partir do qual aparecem os vórtices, quando o cilindro externo está em repouso, é dado por:

$$Ta_c = \pi^2 \left(1 + \frac{s_p}{2R_i}\right) P^{-1/2} \quad (2.9)$$

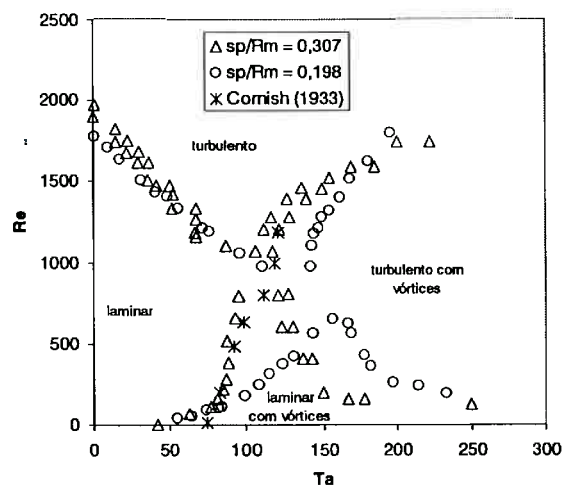
Para o caso em que a fenda é muito estreita ( $s_p/R_m \rightarrow 0$ ), o fator geométrico ( $Fg$ ) vale 1,0 e o valor crítico para o surgimento dos vórtices é 41,2. Segundo SCHLICHTING (1968), o aparecimento dos vórtices não significa que o escoamento



tornou-se turbulento. Mesmo que o número crítico tenha sido ultrapassado, o escoamento passa a ser turbulento apenas quando o número de Taylor aumenta muito. Ele define os seguintes limites de transição:

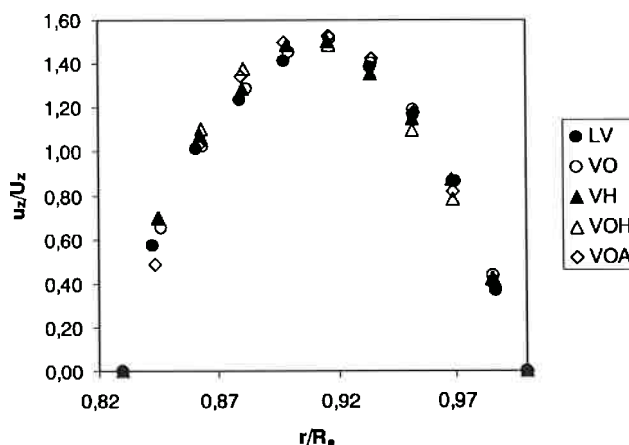
- $Ta < 41,3$  : escoamento laminar;
- $41,3 < Ta < 400$  : escoamento laminar com vórtices de Taylor e
- $Ta > 400$  : escoamento turbulento.

A presença do escoamento axial, que normalmente ocorre nas fendas anulares da bomba multifásica, altera completamente os limites de transição e os padrões de escoamento. KAYE e ELGAR (1958), por exemplo, analisaram experimentalmente o escoamento de ar entre dois cilindros com a rotação do cilindro interno e com escoamento axial, procurando identificar os limites de transição do escoamento. Entre os principais resultados encontrados, os autores verificaram a existência de quatro possíveis regimes de escoamento: laminar, laminar com vórtices de Taylor, turbulento com vórtices de Taylor e turbulento, de acordo com o número de Reynolds axial e de Taylor do escoamento. A figura 2.12 mostra os padrões identificados para duas geometrias diferentes comparadas aos resultados de CORNISH (1933) apud KAYE e ELGAR (1958), obtidos para  $s_p/R_m = 0,0047$  e água como fluido de operação. Como se pode observar, apesar de os dados concordarem qualitativamente, os valores para cada geometria são diferentes. Apenas pode-se inferir que os dados de Cornish para canal estreito concordam melhor com os dados obtidos por Kaye e Elgar para canal largo.



**Fig. 2.12:** Ilustração dos tipos de escoamento em um canal anular com rotação do eixo interno e diferença de na direção axial (fonte: KAYE e ELGAR (1958)).

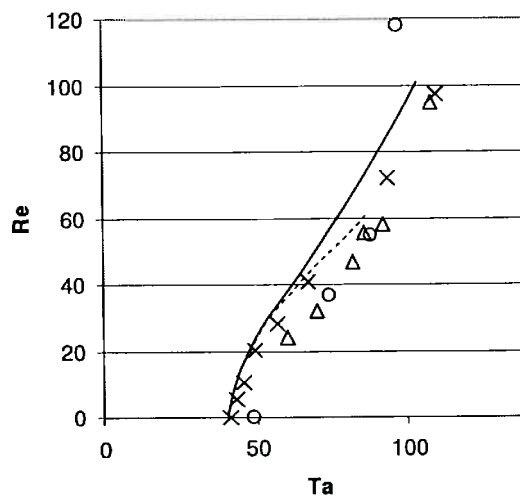




**Fig. 2.13: Perfil de velocidade axial normalizado para escoamento laminar com vórtices (LV), vórtices ondulados (VO), vórtices helicoidais (VH), vórtices ondulados helicoidais (VOH) e vórtices ondulados aleatórios (VOA) – fonte: WERELEY e LUEPTOW (1999).**

Além dos padrões identificados por Kaye e Elgar, padrões intermediários de escoamento foram também encontrados posteriormente. LUEPTOW, DOCTER e MIN (1992), por exemplo, registraram a presença de padrões secundários como escoamentos laminar e turbulento com vórtices ondulados, helicoidais ou aleatórios. Porém, o efeito dessas variantes sobre o escoamento axial é muito pequeno como mostram WERELEY e LUEPTOW (1999). A figura 2.13 mostra a comparação do perfil de velocidade axial para cinco padrões diferentes. Como pode ser visto, a diferença do perfil dos diversos padrões para o escoamento laminar com vórtices é apenas marginal.

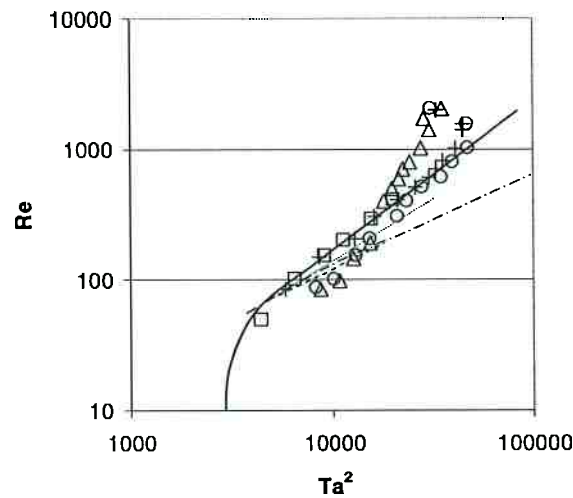
Ainda observando-se a figura 2.12, pode-se inferir outra consequência da presença simultânea dos escoamentos de Couette-Poiseuille e Taylor: a modificação dos valores críticos de transição. Quanto maior a velocidade axial, maior é a rotação necessária para o aparecimento dos vórtices de Taylor. Além disso, o número de Reynolds crítico que define a transição laminar/turbulento passa a ser cada vez menor conforme a rotação do eixo interno aumenta. DIPRIMA (1960) estudou o problema do atraso analiticamente para casos em que o número de Reynolds axial é pequeno e o escoamento é laminar. Para tanto, ele superpôs uma perturbação à solução exata obtida quando não há escoamento axial e considerou apenas os casos em que o canal anular é muito estreito quando comparado ao raio de curvatura. Com isso, ele conseguiu calcular o número crítico de Taylor em função do número de



**Fig. 2.14: Influência do escoamento axial sobre o número de Taylor crítico: comparação entre valores calculados (linhas) e experimentais (pontos) (fonte: DIPRIMA (1960)).**

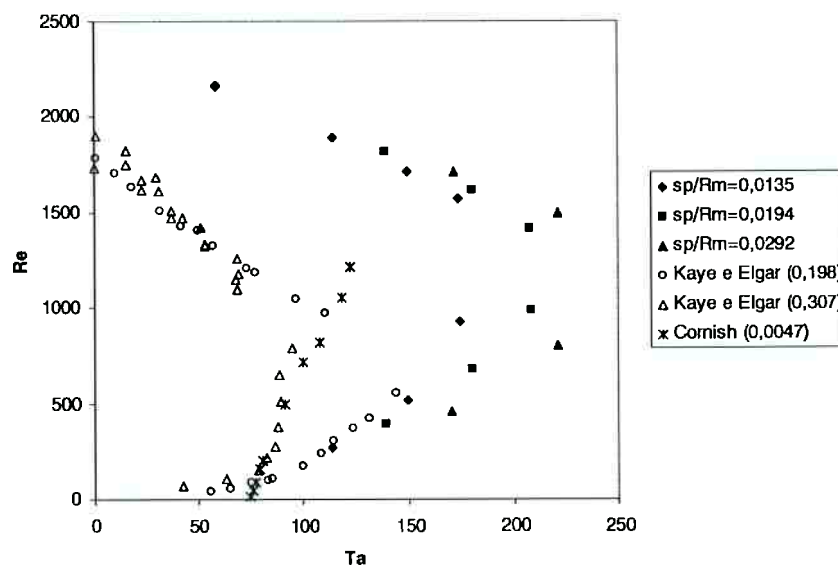
Reynolds. Segundo os seus resultados (ver figura 2.14), confirmados através de comparações com dados experimentais, o número de Taylor crítico aumenta significativamente com o número de Reynolds, confirmando os resultados experimentais de outros autores.

GRAVAS e MARTIN (1978) estudaram experimentalmente a transição para maiores velocidades axiais e compararam os valores com resultados obtidos analiticamente por outros autores (HUGHES e REID (1968), HASOON e MARTIN (1977) e CHUNG e ASTILL (1977)). Como mostra a figura 2.15 a seguir, os resultados obtidos por HASOON e MARTIN (1977) foram os que melhor se aproximaram dos dados experimentais coletados. Estes pesquisadores utilizaram métodos analíticos e numéricos para verificar a influência do escoamento axial sobre a transição para o escoamento laminar com vórtices. Os resultados obtidos pelos métodos foram praticamente os mesmos e mostram um aumento do número de Taylor crítico conforme se aumenta o número de Reynolds. Quando o número de Reynolds atinge valores próximos de 1000, os dados começam a apresentar diferenças em relação ao calculado teoricamente. Provavelmente isso se deve ao fato de que, nesta região, o escoamento está na transição laminar/turbulento, como pode-se ver na figura 2.12.



**Fig. 2.15:** Influência do escoamento axial sobre o número de Taylor crítico ( $s_p/R_m=0,105$ ): comparação entre dados experimentais (pontos) e teóricos (—, Hughes e Reid (1968); - - - , ..... , Chung e Astill (1977); —, Hasoon e Martin (1977)).

Para as outras transições, apenas trabalhos experimentais foram encontrados, reforçando o trabalho de KAYE e ELGAR (1958). Em geral, as evidências experimentais confirmam a influência da rotação do eixo interno. YAMADA (1962), por exemplo, obteve experimentalmente a fronteira entre as regiões laminar, laminar com vórtices e turbulenta. Como mostra a figura 2.16, apesar de os dados



**Fig. 2.16:** Transição laminar/laminar com vórtices e laminar/turbulenta (fonte: YAMADA (1962)).

concordarem qualitativamente, os valores de transição são diferentes. Uma possibilidade para essa diferença seria a influência da geometria do canal sobre as transições. No entanto, não é possível confirmar isso a partir dos dados apresentados.

### 2.2.2 Escoamento

A influência da rotação do eixo interno sobre a vazão axial que passa pelo canal anular foi e continua sendo objeto de diversos estudos. O cálculo dessa vazão é importante para diversas aplicações podendo-se citar, entre outras: mancais de deslizamento, perfuração de poços de petróleo e transferência de calor em eixos de máquinas elétricas e turbo-máquinas. Neste item, serão abordadas as principais pesquisas que se preocuparam com o cálculo da vazão e/ou perda de carga ao longo de canais anulares com a rotação do eixo interno.

Para o caso em que a rotação do eixo interno não existe, IDELCHIK (1994) sugere as seguintes relações para o cálculo do coeficiente de atrito ( $\lambda$ , definido na equação 2.7) nos regimes laminar e turbulento, respectivamente, por:

$$\lambda_l = \frac{(1 - R_i/R_e)^2}{1 + (R_i/R_e)^2 + [1 - (R_i/R_e)^2] / \ln(R_i/R_e)} \lambda_{c,l} \quad (2.10)$$

e

$$\lambda_t = \left( \frac{0,04R_i}{2R_e + 0,98} \right) \left( \frac{1}{\lambda_{c,t}} - 0,27 \frac{R_i}{R_e} + 0,01 \right) \quad (2.11)$$

Onde  $\lambda_{c,l}$  e  $\lambda_{c,t}$  são os coeficientes de atrito laminar e turbulento para um tubo de seção circular, dados, respectivamente, por:

$$\lambda_{c,l} = \frac{64}{Re} \quad (2.12)$$

$$\lambda_{c,t} = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} \quad (2.13)$$

E  $Re$  é o número de Reynolds axial, dado por:

$$Re = \frac{U_z D_h}{\nu} = \frac{2U_z S_p}{\nu} \quad (2.14)$$

A equação 2.10 pode ser obtida a partir da solução exata das equações de Navier-Stokes que, como mostra HASOON e MARTIN (1977), a velocidade média axial para o escoamento laminar é dada por:

$$U_z = -\frac{1}{8\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \cdot \left[ (R_e^2 + R_i^2) - \frac{(R_e^2 - R_i^2)}{\ln(R_e^2/R_i^2)} \right] \quad (2.15)$$

Como mostra IDELCHIK (1994), as equações 2.10 e 2.11, para fendas muito estreitas reduzem-se a:

$$\lambda_l = 1,5\lambda_{c,l} = \frac{96}{Re} \quad (2.16)$$

$$\lambda_l = 1,06\lambda_{c,l} = \frac{0,3354}{Re^{0,25}} \quad (2.17)$$

Entretanto, é razoável esperar que, conforme se inicie o movimento do eixo interno, a rotação passe a afetar o escoamento de forma que as relações 2.10 e 2.11 deixem de ser válidas. De fato, os dados obtidos por YAMADA (1962) mostram claramente a influência da rotação sobre a perda de carga. A figura 2.17 a seguir mostra alguns resultados obtido por ele. Quando o número de Taylor é pequeno, a

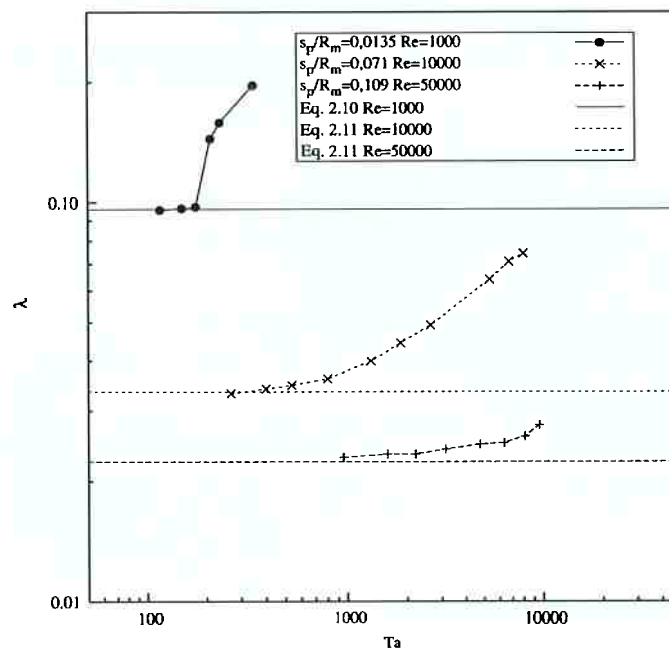
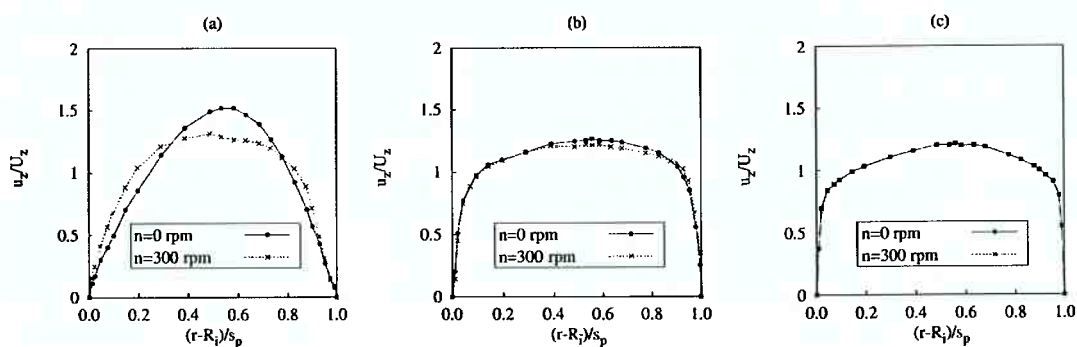


Fig. 2.17: Coeficiente de atrito em função dos números de Reynolds e Taylor (fonte: YAMADA (1962)).

perda de carga pode ser descrita perfeitamente pelas equações 2.10 e 2.11, como mostram as linhas horizontais no gráfico, e não é influenciada pela rotação do eixo. Conforme se aumenta a velocidade de rotação, o coeficiente de atrito medido passa a distanciar-se dos valores calculados. Portanto, a partir de determinada rotação, as equações para cálculo de perda de carga, tanto no regime laminar como no turbulento, devem ser função, também, da velocidade do escoamento tangencial.

Quando o regime é laminar ( $Re=1000$  na figura 2.17), inicialmente a rotação do eixo não tem influência alguma, uma vez que as componentes da velocidade são independentes. A partir de um determinado ponto, que coincide com o aparecimento dos vórtices de Taylor, há um aumento repentino do coeficiente de atrito. Com a presença dos vórtices de Taylor, as componentes da velocidade deixam de ser independentes e parte da energia do escoamento principal é transferida para vórtices e dissipada, o que aumenta as perdas do escoamento. Para o escoamento turbulento ( $Re=10000$ ), o aumento do coeficiente de atrito é gradual e inicia-se cada vez mais tarde conforme o número de Reynolds aumenta. Como as componentes da velocidade não são independentes no escoamento turbulento, provavelmente a influência da rotação começa desde o momento em que o eixo começa a girar. No entanto, quanto maior o número de Reynolds axial, menor será a contribuição relativa da rotação para as perdas no escoamento. Ou, em outras palavras, quanto maior o número de Reynolds axial, maior deverá ser a rotação a partir da qual pode-se perceber a influência da componente tangencial nas perdas. O aparecimento dos vórtices de Taylor no escoamento turbulento provavelmente não aumenta as perdas abruptamente como no caso laminar, sua influência sobre as perdas deve ser menor e



**Fig. 2.18: Perfis de velocidade com rotação do eixo interno: a)  $Re=950$ ; b)  $Re=9000$ ; c)  $Re=26600$  (fonte: NOURI e WHITELAW (1994)).**

difícil de ser notada. As medições do perfil de velocidade feitas por NOURI e WHITELOW (1994) confirmam esse comportamento. Como pode-se ver na figura 2.18, o perfil de velocidade axial no escoamento laminar altera-se significativamente com a rotação do eixo interno. O aparecimento dos vórtices de Taylor provoca uma maior transferência de momento na direção radial, o que explica o perfil de velocidade mais homogêneo ou “achatado”. Quando o escoamento é turbulento, a influência da rotação diminui bastante, praticamente deixando de existir quando se aumenta bastante a velocidade do escoamento axial. Nesses casos, a turbulência é o principal mecanismo de transferência de momento.

Outro resultado que sustenta essa afirmação está apresentado na figura 2.19. A medição das flutuações da velocidade axial realizada por ESCUDIER e GOULDSON (1995) mostra que, apenas quando não há rotação do eixo interno é que existe uma transição clara do escoamento laminar para o turbulento, onde há flutuações aleatórias de pequena amplitude e grande frequência. Quando existe a rotação do eixo, a região de baixo número de Reynolds apresenta flutuações de grande amplitude, típicas da presença dos vórtices de Taylor. Conforme se aumenta a velocidade do escoamento axial, no entanto, a amplitude das flutuações diminui e

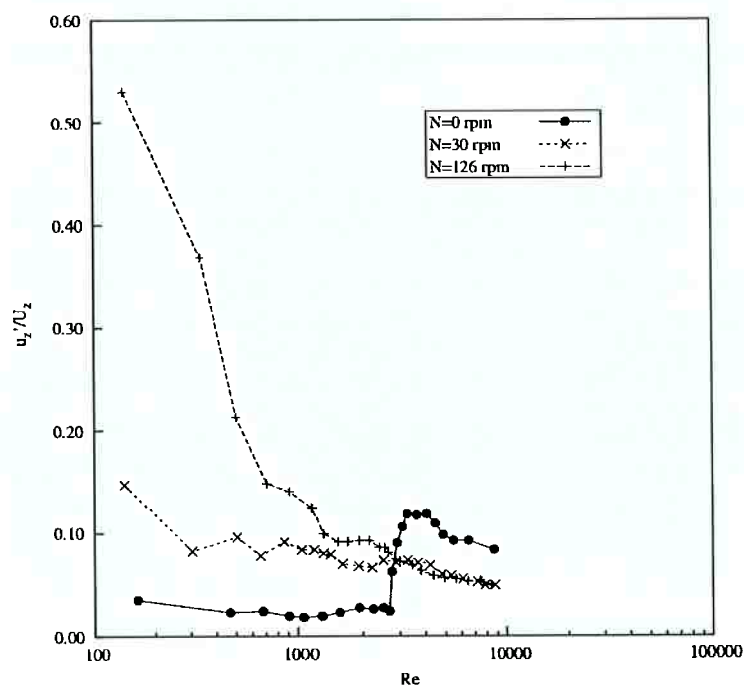


Fig. 2.19: Flutuações da velocidade axial (fonte: ESCUDIER e GOULDSON (1995)).

passa a apresentar as mesmas características das flutuações turbulentas. Quando o número de Reynolds é muito elevado, a influência da rotação já não é percebida. Assim, existe uma transição em que as flutuações turbulentas deixam de ser causadas pelos vórtices (gerados por forças centrífugas) e passam a ser produzidas/alimentadas pelo gradiente de velocidade que a presença da parede provoca.

SUZUKI (1929) desenvolveu uma fórmula para calcular a perda de carga no escoamento anular com rotação do eixo interno quando o regime é turbulento. Admitindo que o perfil de velocidade perto da parede é proporcional à potência 1/7 da distância da parede ( $u \sim y^{1/7}$ ), tanto na direção axial como na tangencial, o autor propôs as seguintes equações para os perfis axial e tangencial:

$$u_z = \frac{8}{7} U_z \left( \frac{2y}{s_p} \right)^{1/7} \quad (2.18)$$

$$u_\theta = \omega R_i \left\{ 1 - \left( \frac{y}{s_p} \right)^{1/7} + \beta \left[ \left( \frac{s_p - y}{s_p} \right)^{1/7} - \frac{s_p - y}{s_p} \right] \right\} \quad (2.19)$$

onde  $y$  é a distância a partir da superfície em movimento e  $\beta$  é um parâmetro determinado a partir de dados experimentais. Deve-se observar que esses perfis foram sugeridos porque satisfazem a lei da potência nas regiões próximas à parede. Não se pode afirmar que eles sejam representativos longe dessas regiões. A tensão de cisalhamento nas paredes é calculada a partir da equação 2.20, como mostra SCHLICHTING (1968):

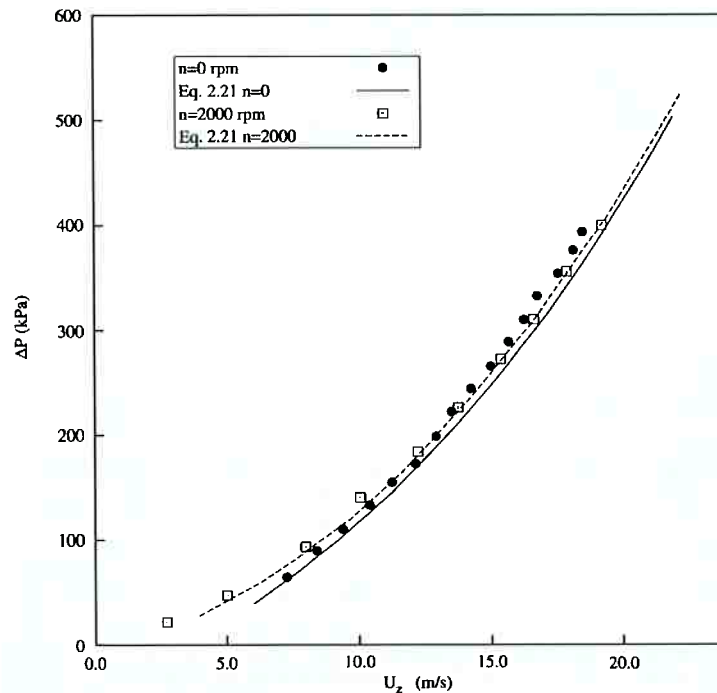
$$\tau = 0,0225 u^2 \left( \frac{v}{y} \right)^{1/4} \quad (2.20)$$

Admitindo-se uma superposição das tensões devido aos escoamentos de Couette e Poiseuille, utiliza-se a soma das velocidades axial e tangencial ( $u^2 = u_\theta^2 + u_z^2$ ) na equação anterior para calcular as tensões de cisalhamento nas paredes. A equação para o coeficiente de atrito é obtida fazendo-se o equilíbrio entre forças de pressão e de tensão de cisalhamento:



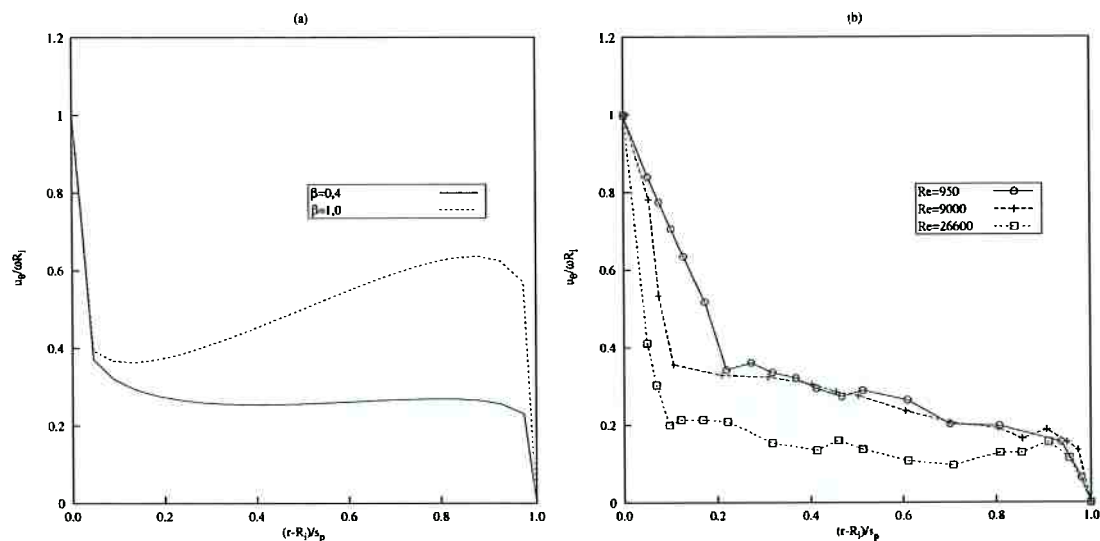
$$\lambda_t = \frac{0,1608}{Re^{1/4}} \left\{ \left[ 1 + 0,629 \left( \frac{\omega R_i}{U_z} \right)^2 \right]^{3/8} + \left[ 1 + 0,629 \left( \beta \frac{\omega R_i}{U_z} \right)^2 \right]^{3/8} \right\} \quad (2.21)$$

Os resultados dessa equação mostram excelente concordância com os dados experimentais, como mostra a figura 2.20.



**Fig. 2.20: Velocidades médias axiais experimentais e calculadas (fonte: SUZUKI (1929)).**

Embora SUZUKI (1929) não tenha deixado claro no seu texto qual o significado de  $\beta$ , aparentemente este fator trata-se de uma forma de o autor levar em conta o fato de que o gradiente de velocidades na parede que se move é maior do que na que está parada. A figura 2.21 a seguir mostra o perfil de velocidade tangencial para dois valores de  $\beta$  e medições feitas por NOURI e WHITELAW (1994). Quando o valor de  $\beta$  é 1, os gradientes são iguais nas duas paredes, como ocorre com placas planas. Assim, para que os gradientes sugeridos por SUZUKI (1929) sejam compatíveis com os valores medidos, o valor de  $\beta$  deve estar no intervalo  $0 \leq \beta \leq 1$ . Além disso, os valores medidos mostram que o escoamento axial tem influência sobre os gradientes, uma vez que os perfis de velocidade são diferentes quando se muda o número de Reynolds. De fato, SUZUKI (1929) cita em seu trabalho que o valor de  $\beta$  pode não ser o mesmo para diferentes velocidades de escoamento.



**Fig. 2.21: Perfis de velocidade tangencial: a) Eq. 2.19 e b) medições de NOURI e WHITELAW (1994),  $n=300$  rpm.**

YAMADA (1962) propôs uma forma de calcular a perda de carga e realizou um extenso levantamento experimental de coeficientes de atrito para várias condições de operação e geometrias. A tabela 2.1 mostra todas as geometrias utilizadas nos experimentos. As figuras 2.22a a 2.22f resumem os resultados experimentais obtidos por ele.

**Tabela 2.1: Geometria dos cilindros utilizados nos ensaios de YAMADA (1962).**

$R_i$ (mm)	$s_p$ (mm)	$s_p/R_m$	$Ta_c$
31,720	0,431	0,0135	355
31,533	0,618	0,0194	297
31,228	0,923	0,0292	243
30,695	1,456	0,0464	194
29,950	2,216	0,0714	158
28,836	3,315	0,109	130

Para o cálculo do coeficiente de atrito, YAMADA (1962) utilizou uma metodologia semelhante à de SUZUKI (1929). A principal diferença está no perfil de velocidade tangencial próximo à parede. Diferente de SUZUKI (1929), considerou-se que a velocidade é igualmente proporcional à distância das paredes, tanto na que se move como na que está parada. Ou seja, considera-se que não há diferença nos gradientes de velocidade próximos às duas paredes. A equação obtida dessa forma é dada por:

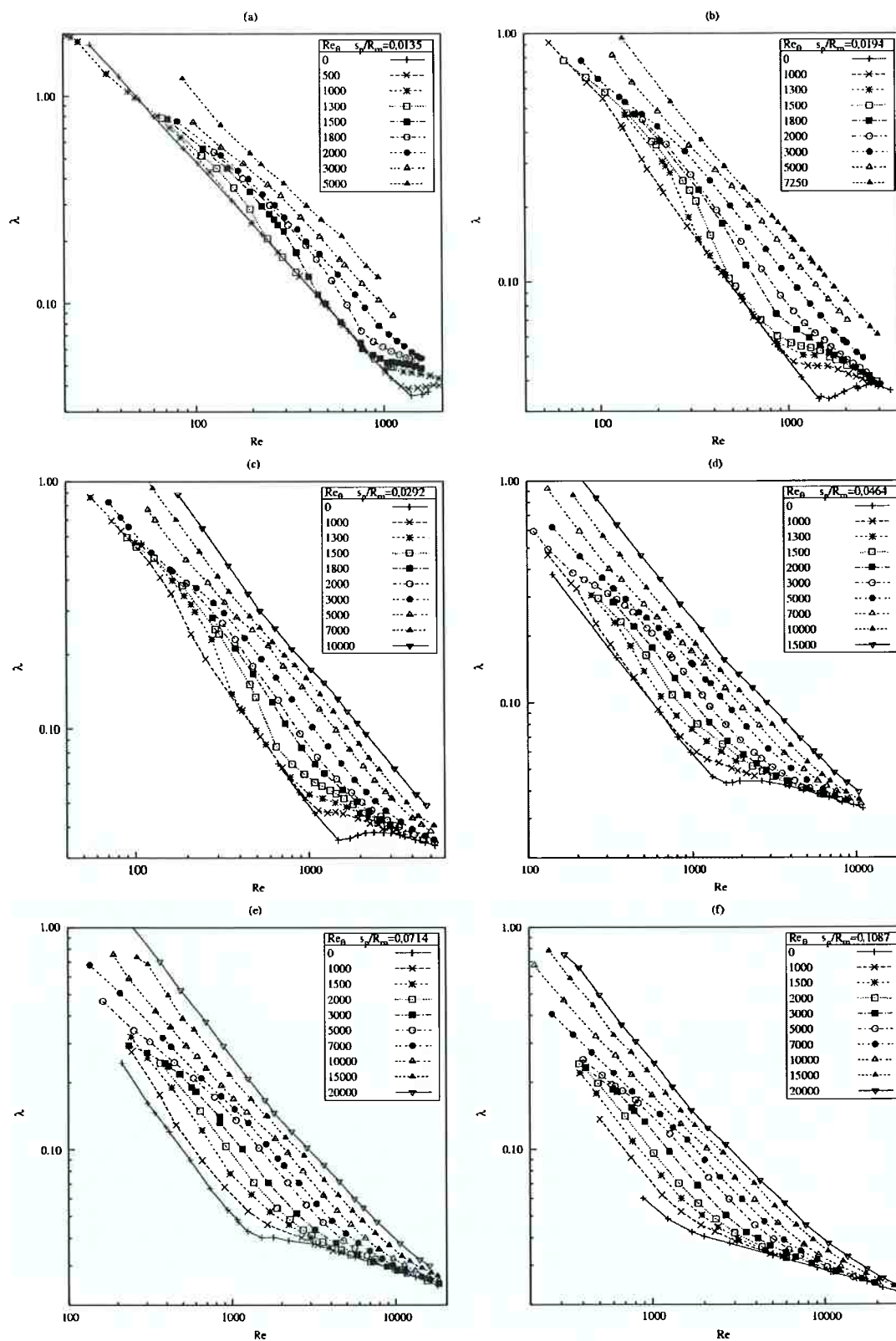


Fig. 2.22: Influência da rotação no coeficiente de atrito: a)  $s_p/R_m = 0,0135$ , b)  $s_p/R_m = 0,0194$ , c)  $s_p/R_m = 0,0292$ , d)  $s_p/R_m = 0,0464$ , e)  $s_p/R_m = 0,0714$  e f)  $s_p/R_m = 0,1087$  (fonte: YAMADA (1962)).

$$\lambda_t = \frac{0,3071}{Re^{0,24}} \left[ 1 + \left( \frac{7}{16} \right)^2 \left( \frac{\omega R_i}{U_z} \right)^2 \right]^{0,38} \quad (2.22)$$

e é muito semelhante à equação 2.21 para o caso em que  $\beta = 1$ . A comparação dos resultados dessa equação com dados experimentais próprios e de outros autores (CORNISH (1933) e SUZUKI (1929)) realizada por YAMADA (1962) está apresentada na figura 2.23. Quando o número de Reynolds tangencial é pequeno (baixas rotações), o coeficiente de atrito não depende da rotação do eixo e segue as equações 2.16 e 2.17. Conforme a rotação aumenta, nota-se uma clara modificação nos valores do coeficiente. A equação 2.22 apresenta bons resultados principalmente quando o número de Reynolds axial ou tangencial têm valor alto. Para valores de Reynolds axial baixos, a equação apresenta desvios consideráveis na região em que aparecem o vórtices de Taylor. Conforme se aumenta a rotação, os resultados calculados e experimentais se aproximam, mostrando uma transição para o escoamento turbulento. Para maiores valores de Reynolds axial, os desvios são progressivamente menores e tendem a desaparecer.

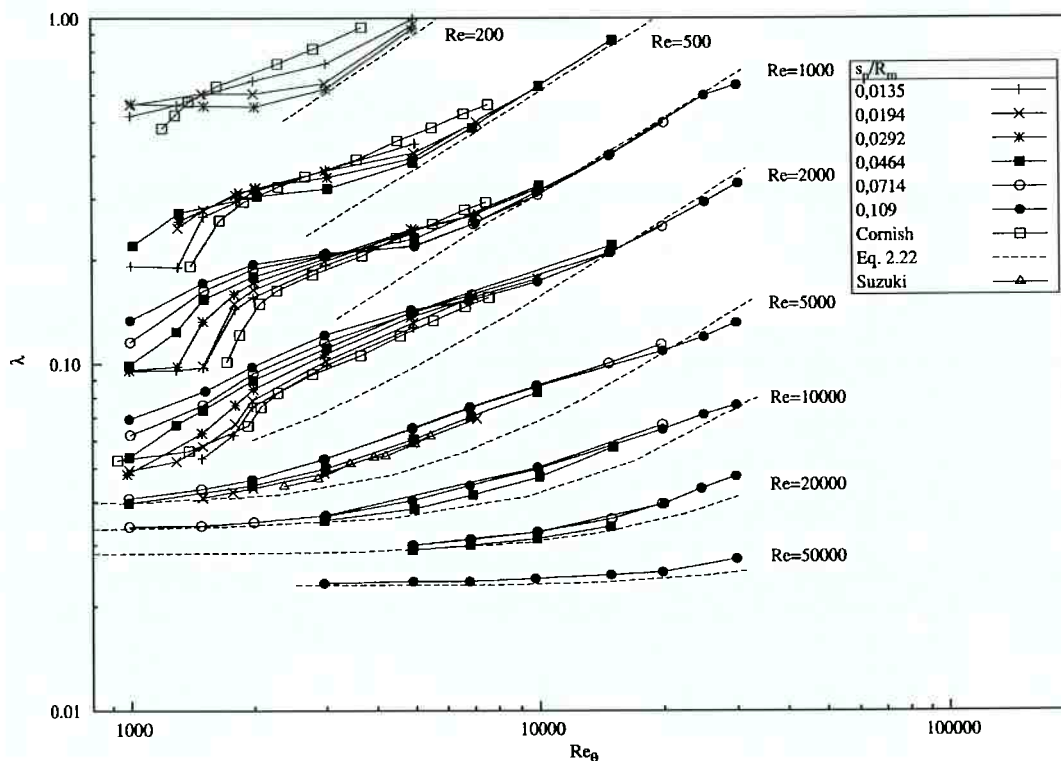


Fig. 2.23: Comparação dos resultados da equação 2.22 com dados experimentais obtidos para várias geometrias (fonte: YAMADA (1962)).

Outra observação possível de ser feita na figura 2.23 é a influência da geometria do canal no coeficiente de atrito. Nota-se que a transição para o regime turbulento faz com que os valores do coeficiente sejam praticamente os mesmos qualquer que seja a espessura do canal. No regime laminar, também o valor do coeficiente de atrito independe da geometria. As principais diferenças quando se varia a geometria são encontradas na região em que o escoamento é laminar com vórtices de Taylor. No entanto, mesmo nessa região, as diferenças tendem a diminuir quando a espessura do canal é pequena.

HIRS (1973) estudou o escoamento em filmes lubrificantes turbulentos e desenvolveu as seguintes equações para o escoamento médio:

$$-\frac{s_p^2}{v\omega R_i} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{n_0}{2} Re_\theta^{1+m_0} \left\{ \overline{U_z} (\overline{U_\theta} + \overline{U_z})^{\frac{1+m_0}{2}} + \overline{U_z} \left[ (\overline{U_\theta} - 1)^2 + \overline{U_z}^2 \right]^{\frac{1+m_0}{2}} \right\} + \quad (2.23)$$

$$+ Re_\theta \left\{ \frac{s_p}{\omega R_i} \frac{\partial \overline{U_z}}{\partial t} + \frac{s_p \overline{U_\theta}}{r} \frac{\partial \overline{U_z}}{\partial \theta} + s_p \overline{U_z} \frac{\partial \overline{U_z}}{\partial z} \right\}$$

$$-\frac{s_p^2}{v\omega R_i} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{n_0}{2} Re_\theta^{1+m_0} \left\{ \overline{U_\theta} (\overline{U_\theta} + \overline{U_z})^{\frac{1+m_0}{2}} + (\overline{U_\theta} - 1) \left[ (\overline{U_\theta} - 1)^2 + \overline{U_z}^2 \right]^{\frac{1+m_0}{2}} \right\} + \quad (2.24)$$

$$+ Re_\theta \left\{ \frac{s_p}{\omega R_i} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial t} + \frac{s_p \overline{U_\theta}}{r} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial \theta} + s_p \overline{U_z} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial z} \right\}$$

onde  $\overline{U_z} = U_z / \omega R_i$  e  $\overline{U_\theta} = U_\theta / \omega R_i$  são as velocidades médias normalizadas e  $m_0$  e  $n_0$  são, respectivamente, o expoente e o coeficiente da equação 2.13. Essencialmente, essas equações foram obtidas da mesma forma que nos casos anteriores, ou seja, fazendo-se um balanço de forças para o fluido e utilizando correlações empíricas para calcular a tensão de cisalhamento nas paredes. Ou, como o próprio autor diz, essas equações são obtidas considerando-se apenas o escoamento médio e não se faz nenhuma hipótese sobre as flutuações da velocidade local devido à turbulência nem sobre a forma do perfil de velocidade médio do escoamento. Apenas o escoamento médio relativo às paredes e as correspondentes tensões de cisalhamento são considerados e correlacionados. A vantagem dessas equações é a inclusão de termos inerciais que poderiam ser importantes, por exemplo, no caso de excentricidade do

eixo. De fato, CHILDS (1983) mostra que a solução dessas equações para o caso em que não existe excentricidade e o regime é permanente leva à seguinte relação:

$$\lambda_t = \frac{n_0}{Re^{m_0}} \left[ 1 + \left( \frac{\omega R_i}{2U_z} \right)^2 \right]^{\frac{1+m_0}{2}} \quad (2.25)$$

que é comparável diretamente à equação 2.22 proposta por YAMADA (1962).

SALHI, REY e ROSANT (1992) obtiveram experimentalmente o coeficiente de atrito para duas geometrias ( $s_p/R_m = 0,0198$  e  $0,0392$ ). Eles chegaram a resultados praticamente idênticos aos de YAMADA (1962), como mostra a figura 2.24. Para correlacionar os dados experimentais obtidos, os autores sugeriram a utilização de um fator  $f$  que expressa o aumento da perda de carga quando existe rotação do eixo:

$$f = \frac{\Delta p}{\Delta p_p} = \frac{\lambda}{\lambda_p} \quad (2.26)$$

onde  $\lambda_p$  é o coeficiente de atrito no escoamento de Poiseuille anular para fendas estreitas (equações 2.16 e 2.17). As tabelas 2.2 e 2.3 mostram as equações sugeridas pelos autores para diversos regimes de operação. Na tabela 2.2, a divisão das regiões é feita com o número de Taylor e compreende os regimes laminar ( $Ta \leq 250$ ),

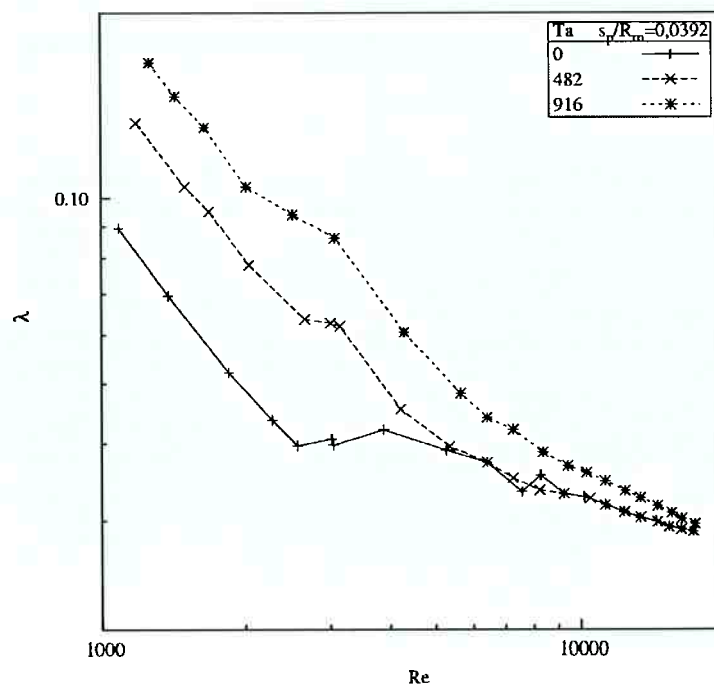


Fig. 2.24: Influência da rotação no coeficiente de atrito (fonte: SALHI, REY e ROSANT (1992)).

laminar com vórtices ( $Ta > 450$ ) e transição ( $250 < Ta \leq 450$ ). Já na tabela 2.3, utiliza-se o número de Rossby ( $Ro = \omega R_i / u_z$ ) para separar regiões em que a força centrífuga é ou não importante.

**Tabela 2.2: Correlações para calcular o aumento da perda de carga laminar –  $Re \leq 2100$ .**

	$Ta \leq 250$	$250 < Ta \leq 450$	$Ta > 450$
$Re \leq 2100$	$f = 1,0$	$f = 0,1Ta^{0,5}$	$f = A_0(0,94 + 10^{-3}Ta)$ $A_0 = 1,6 (s_p/R_m = 0,0198)$ $A_0 = 1,0 (s_p/R_m = 0,0392)$

**Tabela 2.3: Correlações para calcular o aumento da perda de carga turbulento –  $Re \geq 4000$ .**

	$Ro \leq 1,0$	$Ro > 1,0$
$Re > 4000$	$f = 0,94 + 10^{-4}Ta$	$f = 0,94 + 0,23Ro$

Para a faixa  $Re > 4000$  e  $Ro > 1$ , eles ainda sugerem que o coeficiente de atrito pode ser calculado por:

$$\lambda_t = A \left[ \frac{Re}{(0,94 + 0,23Ro)^4} \right]^{-n} \quad (2.27)$$

$$A = 0,1(s_p / R_i)^{-0,37}$$

$$n = 0,15(s_p / R_i)^{-0,16}$$

Um outro conjunto de pesquisadores (WINCEK (1992); EGASHIRA et al. (1996), NAKASHIMA (2000) e FENG et al. (2001)) procurou modelar o escoamento através das fendas anulares visando unicamente a aplicação na modelagem de bombas multifásicas. Esses pesquisadores buscavam calcular o refluxo através dessas fendas para utilizá-lo no cálculo do comportamento termo-hidráulico da bomba. No entanto, como foi visto neste item, os métodos utilizados falham uma vez que não levam em conta a influência da rotação do eixo interno no coeficiente de atrito.

### 2.2.3 Transferência de calor

Os primeiros estudos de transferência de calor em canais anulares com rotação do eixo interno encontrados foram os realizados por KAYE e ELGAR

(1958). Em seu artigo, eles obtiveram qualitativamente o coeficiente global de transferência de calor do cilindro interno para o cilindro externo. Apesar de não terem apresentado valores, eles mostraram qualitativamente o comportamento do número de Nusselt. Segundo seus resultados, é possível identificar claramente que o comportamento do coeficiente é diferente para cada um dos regimes de escoamento identificado por eles. O aparecimento dos vórtices de Taylor provoca um aumento abrupto do número de Nusselt no regime laminar. Quando o escoamento é turbulento, também os vórtices tendem a aumentar a transferência de calor, porém, com menor intensidade.

No regime laminar, a transferência de calor é dominada pela condução. Assim, não existe influência das velocidades axial e tangencial e o número de Nusselt é constante e dado por:

$$Nu_{rc,l} = \frac{2s_p h_{rc}}{k_f} = \frac{2s_p / R_{ml}}{\ln(R_e / R_i)} = 2 \quad (2.28a)$$

$$Nu_{r,l} = \frac{2s_p h_r}{k_f} = \frac{2s_p / R_{ml}}{\ln(R_{ml} / R_i)} \quad (2.28b)$$

$$Nu_{c,l} = \frac{2s_p h_c}{k_f} = \frac{2s_p / R_{ml}}{\ln(R_e / R_{ml})} \quad (2.28c)$$

Onde  $Nu_{rc}$  é o número de Nusselt laminar para a transferência de calor entre rotor e carcaça e  $Nu_r$  e  $Nu_c$  são, respectivamente, os números para a transferência entre rotor e fluido e carcaça e fluido. Nessas equações,  $R_{ml}$  é o raio médio logarítmico dado por:

$$R_{ml} = \frac{R_e - R_i}{\ln(R_e / R_i)} = \frac{s_p}{\ln(R_e / R_i)} \quad (2.28c)$$

Para fendas estreitas, a diferença entre os valores para a transferência de calor no rotor e na carcaça é marginal. Quando a velocidade de rotação aumenta além da velocidade crítica e surgem os vórtices de Taylor, no entanto, a velocidade de rotação passa a influenciar a transferência de calor. Os dados experimentais de GARDINER e SABERSKY (1978) e SIMMERS e CONEY (1979), apresentados nas figuras 2.25 e 2.26 confirmam esse comportamento, mostrando o número de Nusselt independente da rotação e vazão axial até o momento em que surgem os vórtices de



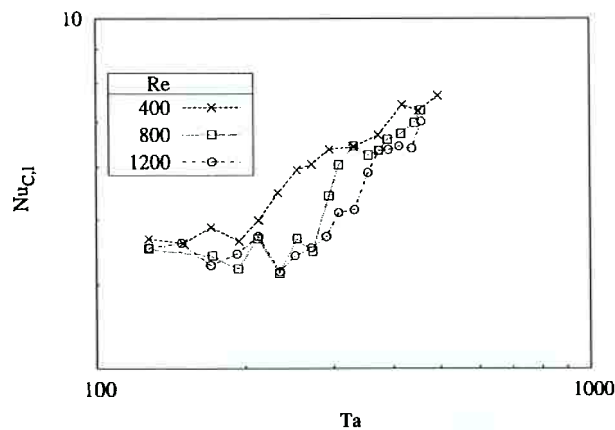


Fig. 2.25: Número de Nusselt na carcaça (fonte: SIMMERS e CONEY (1979)).

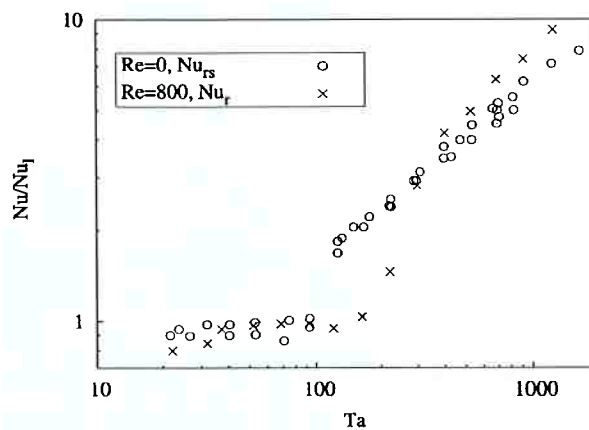
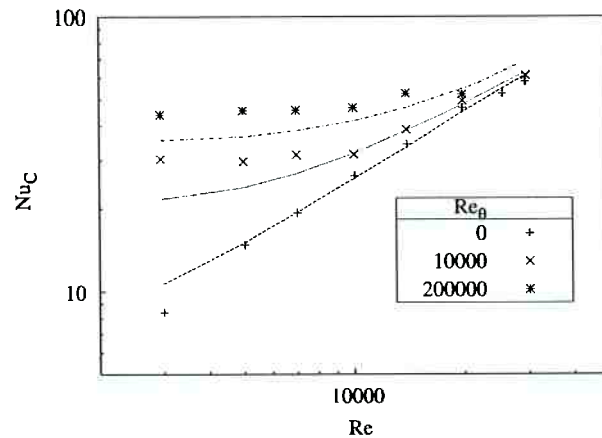


Fig. 2.26: Número de Nusselt normalizado no rotor e entre rotor e carcaça (fonte: GARDINER e SABESKY (1978)).

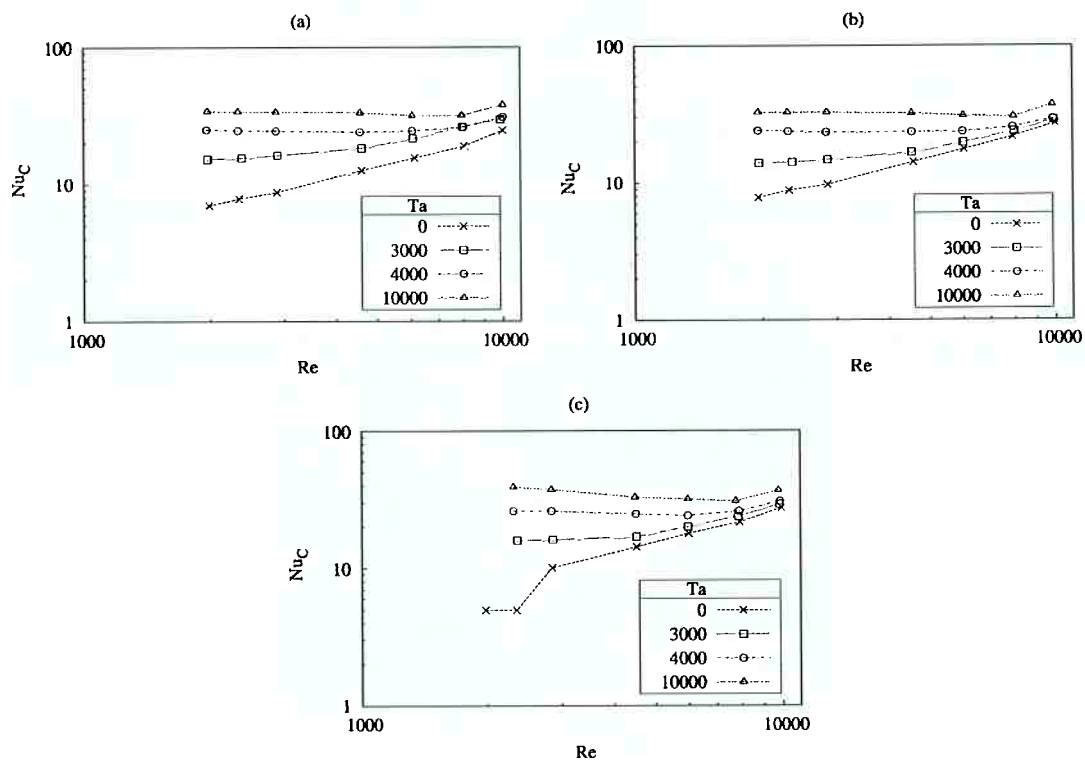
Taylor. Os valores de número de Nusselt para o regime laminar variam pouco com o número de Reynolds axial. A principal influência do escoamento axial está no atraso que provoca no aparecimento dos vórtices, que pode ser identificado nas figuras através do aumento do número de Nusselt que ocorre para valores cada vez maiores de número de Taylor. Outro fator que influencia o surgimento dos vórtices é a geometria da fenda, que também pode alterar a velocidade crítica.

Para o regime turbulento, quando uma das componentes da velocidade é muito alta em relação à outra, a transferência de calor é pouco afetada pela outra, como pode ser visto no trabalho de PFITZER e BEER (1992). Eles realizaram um trabalho numérico e experimental para estudar a transferência de calor para o cilindro externo no regime turbulento. A figura 2.27 mostra os resultados conseguidos, considerando-se escoamento de ar e superfície interna adiabática. Tanto a velocidade

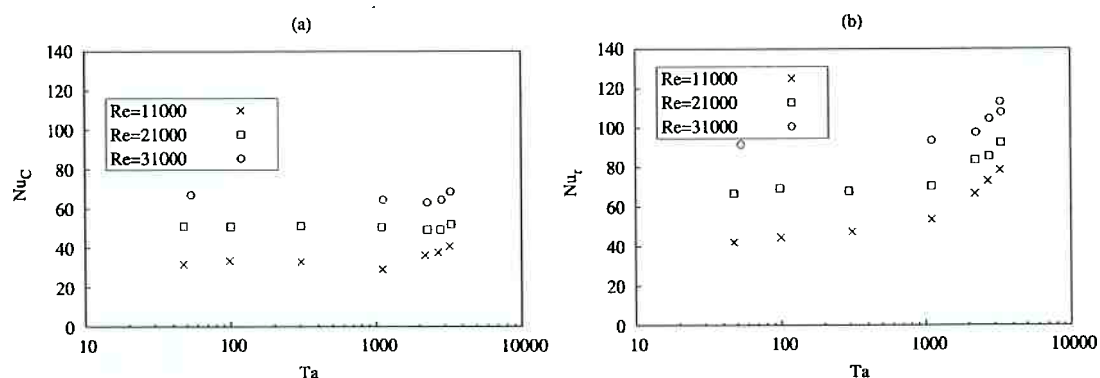


**Fig. 2.27: Influência dos escoamentos axial e tangencial sobre o número de Nusselt no estator.**  
Valores experimentais (pontos) e calculados (linhas) (fonte: PFITZER e BEER (1990)).

do escoamento axial como do tangencial ajudam a aumentar o coeficiente de transferência de calor. Quando a velocidade de rotação é muito elevada, a influência do escoamento axial é pequena como se pode notar pela curva aproximadamente horizontal para  $Re_\theta = 200000$ . O contrário também é válido: quando o escoamento axial é muito elevado, as curvas convergem para um mesmo valor, dado pela reta em



**Fig. 2.28: Comparação dos valores do número de Nusselt na carcaça simulados por vários autores: a) Launder e Sharma; b) Nagano et al. e c) Torii e Yang (apud TORII e YANG (1994)).**



**Fig. 2.29: Influência dos escoamentos axial e tangencial sobre o número de Nusselt (a) na carcaça e (b) no rotor (BOUAFIA et al (1998)).**

que não há rotação do eixo. O comportamento do número de Nusselt está claramente dividido em duas regiões. Na primeira, os valores de  $Nu$  são praticamente constantes e na outra, quando o número de Reynolds aumenta muito, os valores são muito próximos da reta obtida sem a rotação do eixo interno. Esses resultados podem ser confirmados com trabalhos numéricos e experimentais conduzidos posteriormente. TORII e YANG (1994), por exemplo, estudaram o regime turbulento numericamente utilizando modelos de turbulência próprio e de outros autores (LAUNDER e SHARMA (1974) e NAGANO, HISHIDA e ASANO (1987)), todos baseados no modelo  $k-\varepsilon$ . Já BOUAFIA et al (1998) levantaram experimentalmente valores do número de Nusselt em escoamentos turbulentos, tanto no rotor como no estator. Em ambos casos, os resultados obtidos para a transferência de calor para o cilindro externo no escoamento completamente desenvolvido foram semelhantes aos de PFITZER e BEER (1992), como mostram as figuras 2.28 e 2.29. Devido à complexidade da transferência de calor nesse tipo de escoamento, uma forma muito comum de se obter os coeficientes de transferência de calor é por meio de correlações empíricas ou semi-empíricas propostas por diversos autores. A tabela 2.3 a seguir mostra um levantamento feito na literatura. CHILDS e LONG (1996) compilaram diversos trabalhos relacionados à transferência de calor em canais anulares. Seu trabalho serviu como base para o levantamento das correlações. SIEMMERS e CONEY (1979) utilizaram a analogia de Reynolds para deduzir uma correlação válida no escoamento laminar com vórtices. Para tanto, admitiram fendas estreitas e número de Prandtl baixo para que a analogia fosse possível. GAZLEY (1958) estudou o escoamento turbulento e propôs correlacionar o número de Nusselt

Tabela 2.4: Correlações para o coeficiente de transferência de calor.

Correlação	Faixa de validade	Escoamento Axial	Rotação do eixo interno	Escoamento*	Autor	Fonte
$Nu_{rc} = 0,139Ta^{0,734}$	$41,2 < Ta < 100$	não	sim	lv	Becker e Kaye (1962)	
$Nu_{rc} = 0,431Ta^{0,482}$	$100 < Ta < 3200$	não	sim	t	Becker e Kaye (1962)	
$Nu_{rc} = 0,431Ta^{0,482} - 116,37Ta^{-1,5}$	$41,2 < Ta < 3200$	não	sim	lv, t	Becker e Kaye (1962)	
$Nu_{rc} = 0,44(Ta \cdot Fg)^{0,5} Pr^{0,3}$	$70 < Ta < 450$ $0,70 < Pr < 160$	não	sim	t	Aoki, Nohira e Arai (1967)	Bouafia et al (1999)
$\frac{Nu_{rc}}{Nu_{rc,l}} = 0,175Ta^{0,5}$	$90 < Ta < 2000$	não	sim	lv, t	Bjorklund e Kaye (1959)	Childs e Long (1996)
$Nu_{rc} = 0,264Ta^{0,6}$	$78 < Ta < 1200$	não	sim		Bouafia et al (1999)	
$Nu_{rc} = 0,058Ta^{0,8}$	$1200 < Ta < 1560$	não	sim		Bouafia et al (1999)	
$Nu_r = 0,031Re^{0,8} Pr^{1/3} (R_e/R_i)^{0,15} (s_p/R_i)^{0,20}$	$Re > 2000$	sim	não	t	Davis (1944)	Carpenter et al (1946)
$Nu_r = 0,023Re^{0,8} Pr^{1/3} (R_e/R_i)^{0,14}$	$Re > 2000$	sim	não	t	?	Bouafia et al (1999)
$Nu_r = 0,0181Re^{0,8} Pr^{0,4} (R_e/R_i)^{0,2}$	$Re > 2000$	sim	não	t	Donne e Meerwald (1966)	Torii e Yang (1998)
$Nu_c = 0,046 \left[ (Re^2 + 0,25 Re_\theta^2)^{0,5} \right]^{0,7}$		sim	sim	t	Bouafia et al (1998)	
$Nu_r = 0,025 \left[ (Re^2 + 0,5 Re_\theta^2)^{0,5} \right]^{0,8}$		sim	sim	t	Bouafia et al (1998)	

\* l – laminar, lv – laminar com vórtices, t – turbulento

Tabela 2.4 (cont.): Correlações para o coeficiente de transferência de calor.

Correlação	Faixa de validade	Escoamento Axial	Rotação do eixo interno	Escoamento*	Autor	Fonte
$Nu_c = \frac{4 Pr Re^{0,5} Ta^{0,735}}{B [A / (1 - N)]^{0,5} [N / (1 - N)]^{0,25} Ta_c^{1,335}}$ $A = \left[ 1 + N^2 + \left( \frac{1 - N^2}{\ln N} \right) \right] \left[ 2 + \left( \frac{1 - N^2}{\ln N} \right) \right]^{-1}$ $B = Pr + \ln \left[ 1 + Pr \cdot \exp \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{1 - N}{N} \right)^{0,25} \right] \right]$	$Ta > Ta_c$ $Re < 2000$ $Pr \approx 1,0$	sim	sim	lv	Siemmers e Coney (1979)	
$\left( \frac{N \cdot A}{(1 - N)^2} \right)^{0,5} Re^{-0,5} Ta^{0,265} Ta_c^{0,235} - 1 \left[ -Pr \right]$	$3 \times 10^3 < Re < 3 \times 10^4$ $Re_0 < 1 \times 10^5$	sim	sim	t	Kosterin e Finatov (1962)	Childs (1996)
$Nu_{rc} = 0,015 \left( 1 + 2,3 \frac{2s_p}{L} N^{0,45} Re_{ef}^{0,8} Pr^{1/3} \right)$ $Re_{ef} = \left( Re^2 + 0,25 Re_0^2 \right)^{0,5}$		sim	sim	t	Tachibana e Fukui (1964)	
$Nu_{rc} = 0,022 \left[ 1 + \left( \frac{2 s_p \omega R_i}{\pi R_i U_z} \right)^2 \right]^{0,8714} Re^{0,8} Pr^{0,5}$		sim	sim	t	Kuzay e Scott (1977)	

\* l - laminar, lv - laminar com vórtices, t - turbulento

utilizando um número de Reynolds efetivo – definido como uma combinação de  $Re$  e  $Re_\theta$ . TACHIBANA e FUKUI (1964) utilizaram essa definição para propor uma correlação, baseada em dados experimentais, que leva em conta o comprimento aquecido,  $L$ , da seção de testes. KOSTERIN e FINATEV (1962) e BOUAFIA et al (1998) também utilizaram um número de Reynolds efetivo, embora a combinação entre as parcelas seja feita utilizando-se frações diferentes de  $Re_\theta$ . Já KUZAY e SCOTT (1977) definiram essa mesma fração em função de parâmetros geométricos. De forma geral, pode-se definir o número de Reynolds efetivo da seguinte maneira:

$$Re_{ef} = \left( Re^2 + \alpha Re_\theta^2 \right)^{0,5} \quad (2.29)$$

Onde  $\alpha$  é uma constante de proporcionalidade.

## 2.2.4 Excentricidade

O deslocamento do eixo interno gerando uma excentricidade no canal anular pode afetar o escoamento e, conseqüentemente, a vazão através das fendas anulares. Como mostram YOUNES e MOBBS (1978), aparentemente a excentricidade tem um efeito estabilizador e, assim como o escoamento axial, tende a adiar o aparecimento dos vórtices de Taylor. Além disso, simulações feitas por ESCUDIER et al. (2000) mostram o aparecimento de uma zona de recirculação na parte mais larga da fenda quando a excentricidade aumenta. Nessa parte da fenda, também as velocidades axiais são maiores que nas partes mais estreitas.

A influência sobre o coeficiente de atrito, que define a vazão média na fenda, é bastante complexa, pois a configuração do escoamento varia bastante com a excentricidade e a rotação do eixo interno. Quando não há rotação do eixo interno, existem vários estudos que verificam a influência da excentricidade tanto no escoamento laminar quanto no turbulento. CAETANO, SHOHAM e BRILL (1992), para escoamento laminar, e GUNN e DARLING (1963) para escoamento turbulento, por exemplo, mostram que a excentricidade reduz o coeficiente de atrito e aumenta a vazão através do canal. As equações para o coeficiente de atrito fornecidas pelos autores são, respectivamente:

$$\lambda_{\varepsilon,l} = \frac{1}{Re} \frac{16(1-N)^2(1-N^2)}{\phi \cdot \sinh^4 \eta_e} \quad (2.30a)$$

$$\phi = (\coth\eta_i - \coth\eta_e)^2 \left[ \frac{1}{\eta_e - \eta_i} - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n}{\exp(2n\eta_i) - \exp(2n\eta_e)} \right] + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\sinh^4 \eta_e} - \frac{1}{\sinh^4 \eta_i} \right) \quad (2.30b)$$

$$\eta_e = a \cosh \left[ \frac{N(1 + \varepsilon^2) + (1 - \varepsilon^2)}{2N\varepsilon} \right] \quad (2.30c)$$

$$\eta_i = a \cosh \left[ \frac{N(1 - \varepsilon^2) + (1 + \varepsilon^2)}{2\varepsilon} \right] \quad (2.30d)$$

e

$$\frac{1}{\left[ \lambda_{\varepsilon,l} \left( \frac{\lambda_{c,l}}{\lambda_{\varepsilon,l}} \right)^{\frac{0,45 \exp(3000 - Re)}{10^6}} \right]^{0,5}} = 2 \log \left\{ \operatorname{Re} \left[ \lambda_{\varepsilon,t} \left( \frac{\lambda_{c,t}}{\lambda_{\varepsilon,t}} \right)^{\frac{0,45 \exp(3000 - Re)}{10^6}} \right]^{0,5} \right\} - 0,80 \quad (2.31)$$

onde  $N$  é a relação entre o raio interno e o externo  $\lambda_{c,l}$  e  $\lambda_{\varepsilon,l}$  são dados pelas equações 2.16 e 2.30, respectivamente,  $\varepsilon$  é a excentricidade relativa dada por:

$$\varepsilon = \frac{e}{R_e - R_i} \quad (2.32)$$

e  $e$  é a distância entre os eixos dos cilindros interno e externo, como pode ser visto na figura 2.30.

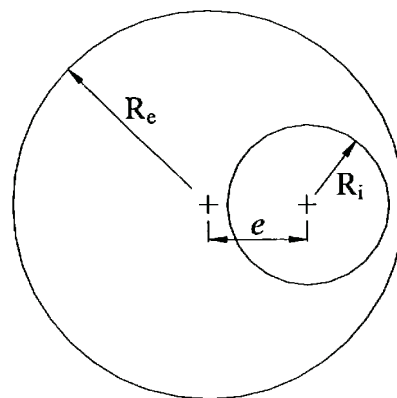


Fig. 2.30: Excentricidade entre duas circunferências.

A equação 2.30 para o regime laminar é obtida diretamente da solução analítica do escoamento, enquanto que a equação 2.31 está baseada em dados experimentais. Os resultados dessas equações podem ser visualizados na figura 2.31 a seguir.

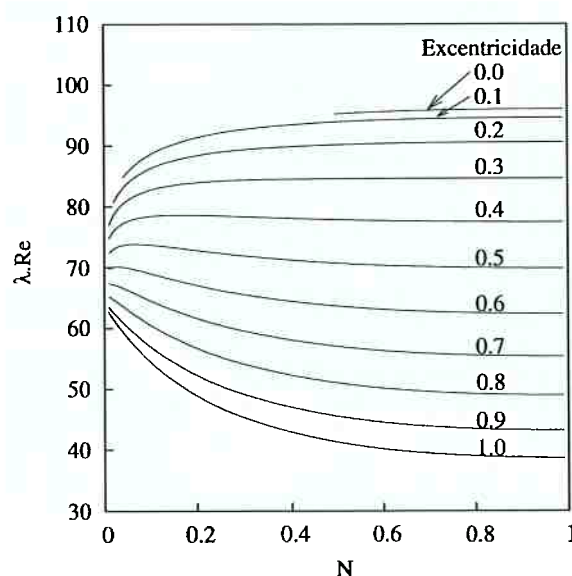
Ainda desconsiderando a rotação do eixo interno, WINCEK (1992) sugere a seguinte equação para corrigir a vazão no regime laminar:

$$\dot{V}_\varepsilon = \dot{V}(1 + 1,5\varepsilon^2) \quad (2.33)$$

Entretanto, essa equação não fornece resultados adequados visto que resulta em um aumento de 2,5 vezes na vazão contra o valor de 1,55 obtido com as soluções analíticas e numéricas quando a excentricidade é máxima ( $\varepsilon = 1$ ). Embora não se tenha obtido as referências originais, acredita-se que o fator de correção da equação 2.33 deva ser aplicado ao coeficiente de atrito, como se segue:

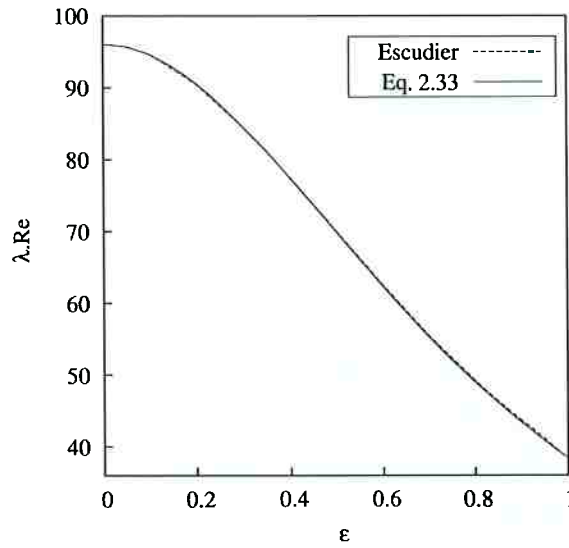
$$\lambda_{\varepsilon,l} = \left( \frac{\lambda_l}{1 + 1,5\varepsilon^2} \right) \quad (2.34)$$

A figura 2.33 na próxima página mostra uma comparação entre os valores fornecidos por esta equação e os calculados numericamente por ESCUDIER et al. (2000) e sustenta essa hipótese. Essa equação apenas é válida para fendas estreitas,



**Fig. 2.31:** Coeficiente de atrito no escoamento laminar em função da razão entre diâmetros ( $N$ ) para diferentes excentricidades ( $\varepsilon$ ) (fonte: CAETANO, SHOHAM e BRILL (1992)).





**Fig. 2.32: Comparação entre os resultados da equação 2.34 e de ESCUDIER et al. (2000) para  $Ta = 0$ .**

pois, conforme pode ser visto na figura 2.31, para  $N < 0,7$  a razão entre raios passa a influenciar os resultados. Nesses casos, as equações 2.30 são mais adequadas.

WINCEK (1992) também sugeriu a seguinte correção para o coeficiente no regime turbulento sem rotação do eixo:

$$\lambda_{\varepsilon,t} = \lambda_t \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1 + \varepsilon \cdot \cos \phi)^{\frac{3}{1,75}} d\phi \right]^{-2} \quad (2.35)$$

Essa equação é muito semelhante à proposta por TAO e DONOVAN (1955) que sugerem a seguinte equação para escoamentos turbulento liso e rugoso:

$$\lambda_{\varepsilon,t} = \lambda_t \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1 + \varepsilon \cdot \cos \phi)^{\frac{3}{2-n}} d\phi \right]^{-(2-n)} \quad (2.36a)$$

$$n = \begin{cases} 0,25 & (\text{turbulento liso}) \\ 0 & (\text{turbulento rugoso}) \end{cases} \quad (2.36b)$$

Já IDELCHIK (1994) sugere a utilização da equação 2.37 a seguir quando  $N \geq 0,7$  e o escoamento é turbulento:

$$\lambda_{\varepsilon,t} = \lambda_t \left[ 1 - 0,9 \left( 1 - \frac{2}{3} \varepsilon \right) \varepsilon^2 \right] \quad (2.37)$$

OOMS e KAMPMAN-REINHARTZ (1996) estudaram analítica, numérica e experimentalmente a influência da excentricidade em escoamento laminar com rotação do eixo interno e sem os vórtices de Taylor. Introduzindo pequenas perturbações nas equações do escoamento, os autores chegaram à seguinte correção para o coeficiente de atrito:

$$\frac{\lambda_{\varepsilon,l}}{\lambda_l} = \left(1 + \frac{3}{2}\varepsilon^2\right) \left[ \left(1 + \frac{3}{2}\varepsilon^2\right) + \frac{1}{739200} \left(\frac{s_p}{R_i}\right)^2 \cdot Ta^2 \frac{\varepsilon^2}{(1 + \varepsilon^2)^2} \left(-13120 + 38112\varepsilon^2 - 10608\varepsilon^4 - 33062\varepsilon^6 - 1221\varepsilon^8\right) \right]^{-1} \quad (2.38)$$

Onde  $\lambda_l$  é o coeficiente de atrito para o caso em que não há rotação do eixo (equação 2.10). Essa equação corrige o coeficiente de atrito e mostra a influência das forças inerciais provocadas pela excentricidade. Porém, ela é válida apenas quando as forças inerciais não são grandes ( $\varepsilon \cdot Ta \cdot (s_p/R_i) \ll 1$ ). As figuras 2.33 e 2.34 a seguir mostram os resultados da equação 2.38 comparados com os numéricos e experimentais. Como se pode ver, quando existe excentricidade, a rotação do eixo influencia a perda de carga mesmo que não haja vórtices de Taylor. O aumento da excentricidade inicialmente faz com que esse efeito seja amplificado, havendo uma diminuição seguida de um novo aumento para valores maiores. Quando a espessura da fenda anular diminui bastante, no entanto, esse efeito de amplificação torna-se praticamente desprezível.

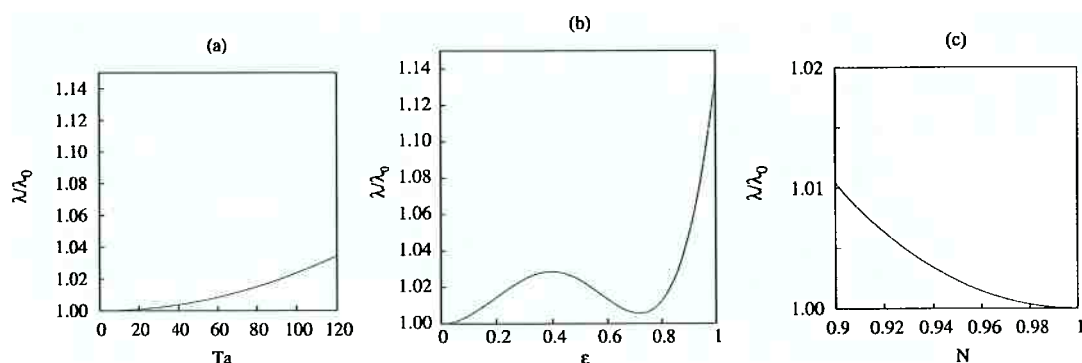
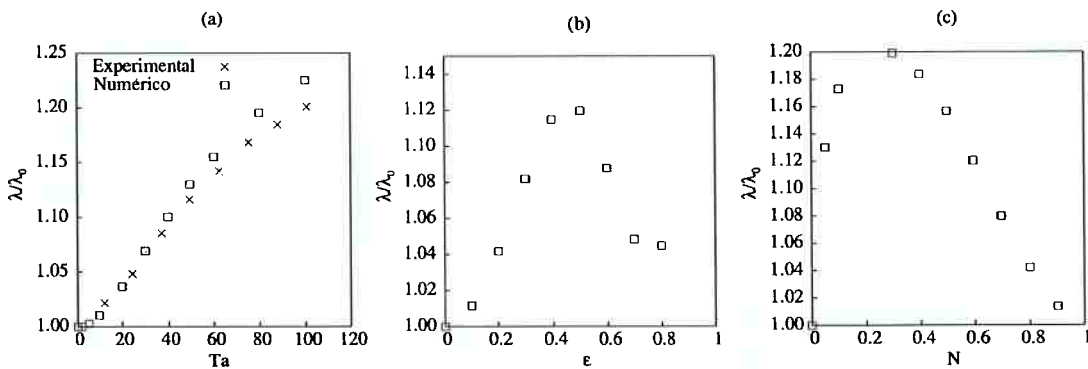


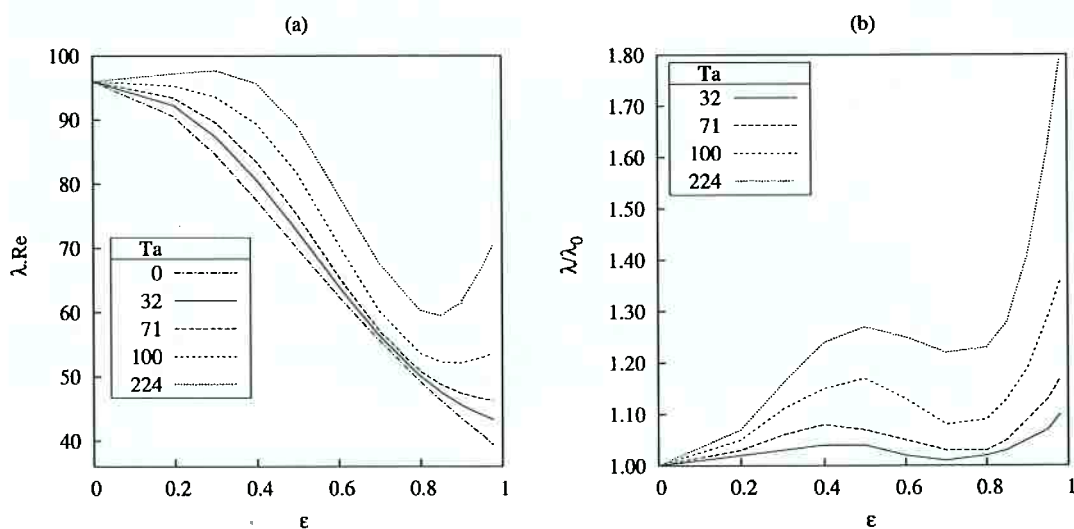
Fig. 2.33: Resultados fornecidos pela equação 2.38 e função do número de Taylor, da excentricidade e da relação entre diâmetros: a)  $s_p/R_i = 0,1$  e  $\varepsilon = 0,5$ ; b)  $s_p/R_i = 0,1$  e  $Ta = 100$ ; c)  $\varepsilon = 0,5$  e  $Ta = 60$ .



**Fig. 2.34: Resultados numéricos e experimentais obtidos por OOMS e KAMPMAN-REINHARTZ (1996): a)  $s_p/R_i = 1,0$  e  $\epsilon = 0,5$ ; b)  $s_p/R_i = 2/3$  e  $Ta = 60$ ; c)  $\epsilon = 0,5$  e  $Ta = 60$ .**

ESCUDIER et al. (2000) estudaram o mesmo problema numérica e experimentalmente e chegaram a resultados bastante parecidos, como pode ser visto na figura 2.35. Os perfis de velocidade obtidos por eles revelam uma forte influência da rotação do eixo e da excentricidade sobre a distribuição de velocidades axial. Em geral, a tendência é que o coeficiente de atrito diminua com a excentricidade. Apenas para rotações muito elevadas é que pode existir um aumento desse coeficiente.

Para o regime turbulento, poucas pesquisas considerando a rotação do eixo interno foram encontradas, sendo mais comum o estudo de canais anulares excêntricos estáticos. Quando não há rotação, segundo WINCEK (1992), corrige-se a vazão supondo-se que o coeficiente de atrito é independente da excentricidade. Isso, porém, não condiz com os resultados experimentais obtidos por JOHNSON e

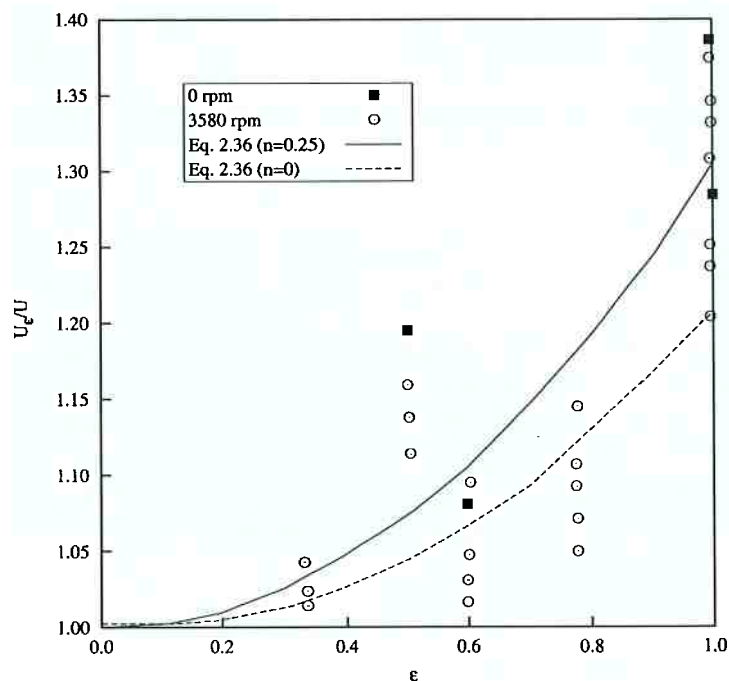


**Fig. 2.35: Resultados numéricos obtidos por ESCUDIÉ et al. (2000) para  $N = 0,8$ : a) coeficiente de atrito e b) razão entre coeficientes.**

SPARROW (1966) e por NOURI, UMUR e WHITELAW (1993), que mostram um decréscimo no coeficiente conforme se aumenta a excentricidade. Segundo TAO e DONOVAN (1955), isso só é esperado no caso do escoamento turbulento rugoso.

TAO e DONOVAN (1955) estudaram experimental e analiticamente o escoamento turbulento em passagens anulares estreitas com rotação do eixo interno. Os autores afirmam que, para fendas estreitas, as mesmas relações de correção são válidas quando há ou não rotação do eixo. Seus dados experimentais, apresentados na figura 2.36, mostram que o aumento da vazão quando existe excentricidade é semelhante quando existe ou não rotação do eixo interno. A figura 2.36 também mostra os valores previstos pela equação 2.36 que apresentam boa concordância com os valores experimentais, embora a oscilação dos valores seja grande.

YAMADA, NAKABAYASHI e MAEDA (1969) realizaram um extenso trabalho experimental para verificar a influência da excentricidade em passagens anulares com rotação do eixo interno. Eles verificaram que o aumento da excentricidade adianta o aparecimento da turbulência e inibe o aparecimento dos vórtices de Taylor. O comportamento qualitativo do coeficiente de atrito é o mesmo observado por YAMADA (1962).



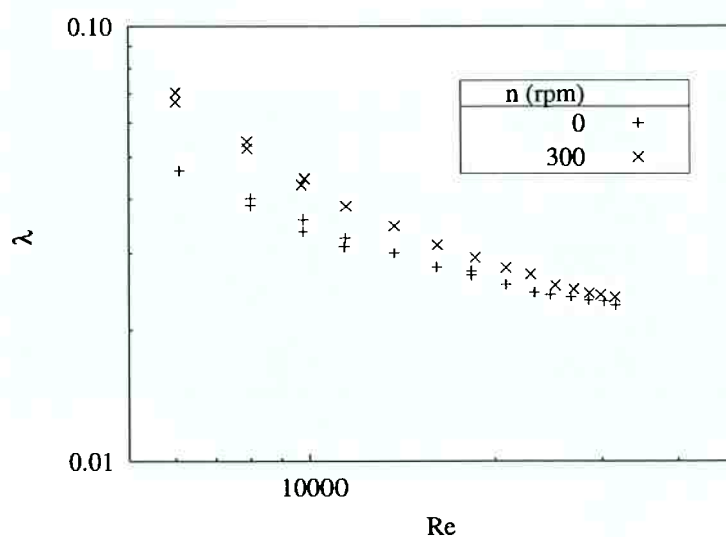
**Fig. 2.36:** Relação entre a vazão de canais concêntricos e excêntricos no regime turbulento com e sem rotação do eixo interno (fonte: TAO e DONOVAN (1955)).

NOURI e WHITELAW (1997) realizaram um estudo experimental do escoamento turbulento excêntrico com rotação do eixo interno. Segundo os seus dados, o coeficiente de atrito mantém-se constante ao longo de toda a circunferência do canal. Não há variação angular do coeficiente de atrito. Assim como no caso concêntrico, a rotação do eixo provoca um aumento do coeficiente de atrito que praticamente desaparece para valores de Reynolds muito elevados como mostra a figura 2.37). A rotação do eixo faz com que a diferença entre as velocidades na parte mais larga e mais estreita da fenda diminua. Segundo eles, a rotação do eixo provoca um aumento no coeficiente de atrito em proporção semelhante à obtida quando a excentricidade é nula.

### 2.2.5 Torque

O cálculo do torque na região periférica da bomba é importante para que se possa estimar a potência real necessária não apenas para mover o fluido como para superar o atrito que transforma parte da potência do eixo em energia interna do fluido. Como será visto na modelagem, admite-se que a potência total transferida ao fluido é dada pela soma das potências teórica e de atrito.

No regime laminar as componentes da velocidade são independentes e a potência de atrito pode ser calculada a partir das equações do escoamento de Couette, como dado na equação a seguir:



**Fig. 2.37: Coeficiente de atrito em canais anulares excêntricos obtido por NOURI e WHITELAW (1997) em diferentes posições circunferenciais.**

$$T_l = \frac{2\pi R_i^3 B \mu_f \omega}{s_p} \left[ 1 + \frac{s_p}{R_i} \left( \frac{2R_e + R_i}{R_e + R_i} \right) \right] \quad (2.39)$$

Para o caso em que existe excentricidade, DIPRIMA e STUART (1972) estudaram analiticamente o escoamento entre cilindros rotativos excêntricos, admitindo canais muito estreitos e baixos números de Reynolds. Para o caso em que o cilindro externo está parado, encontraram a seguinte solução, válida para qualquer excentricidade:

$$T_{\varepsilon,l} = \frac{2\pi R_i^3 B \mu_f \omega}{s_p} \left\{ \frac{2(1 + 2\varepsilon^2) + 3s_p/R_i}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2} (2 + \varepsilon^2)} \right\} \quad (2.40)$$

Para os casos laminar com vórtices e turbulento, existe a influência do escoamento axial devido à dependência das componentes da velocidade. A maior parte dos trabalhos encontrados, no entanto, relata estudos em que não existe escoamento axial. STUART (1958), por exemplo, estudou analítica e experimentalmente o escoamento laminar concêntrico com vórtices de Taylor, supondo fendas muito estreitas em sua análise. Dentre as diversas contribuições apresentadas em seu artigo, o autor fornece uma equação para o torque, que, após integração numérica para obtenção de alguns coeficientes, permite chegar à seguinte equação para o coeficiente de torque na presença de vórtices:

$$C_{M,lv} = \frac{1}{Re_\theta} \left[ 4 + 5,79 \left( 1 - \frac{Ta_c^2}{Re_\theta^2 s_p/R_i} \right) \right] \quad (2.41)$$

Onde o coeficiente de torque é definido como em SCHLICHTING (1968):

$$C_M = \frac{T}{\frac{1}{2} \pi \rho U_\theta^2 R_i^2 B} = \frac{T}{\frac{1}{2} \pi \rho \omega^2 R_i^4 B} \quad (2.42)$$

Para o mesmo regime, outra equação foi sugerida por DONNELLY e SIMON (1960). A partir de dados experimentais, eles chegaram à seguinte equação para o coeficiente de torque:

$$C_{M,lv} = \frac{1}{Re_\theta} \left( a Re_\theta^n - b Re_\theta^{-2} \right) \quad (2.43)$$

Onde  $a$  e  $b$  são coeficientes obtidos a partir de dados experimentais. Esta equação está diretamente relacionada à equação 2.41 e busca corrigir a inclinação da curva desta equação para valores elevados de  $Re_\theta$ , região onde ocorrem os maiores desvios como pode ser observado na figura 2.38. Segundo os autores o valor de  $n=0,36$  aparentemente é um valor adequado qualquer que seja a geometria do canal, porém, nenhuma relação analítica para os coeficientes  $a$  e  $b$  pode ser obtida sendo necessário ajustar a curva para cada caso. Além disso, essa equação carece de sentido físico uma vez que a forma  $\tau = \tau_{laminar} + \tau_{vórtices}$  da equação 2.41, válida ao menos para velocidades menores, perde-se com essa correção.

No caso turbulento liso, SCHLICHTING (1968) sugere que o coeficiente de torque seja dado por uma fórmula em que:

$$C_{M,t} \sim Ta^{-0,2} \quad (2.44)$$

embora nada a respeito do coeficiente de proporcionalidade tenha sido sugerido por ele. As figuras 2.38 e 2.39 mostram a comparação das equações 2.39, 2.41 e 2.44 com resultados experimentais de diversos autores Para o coeficiente de

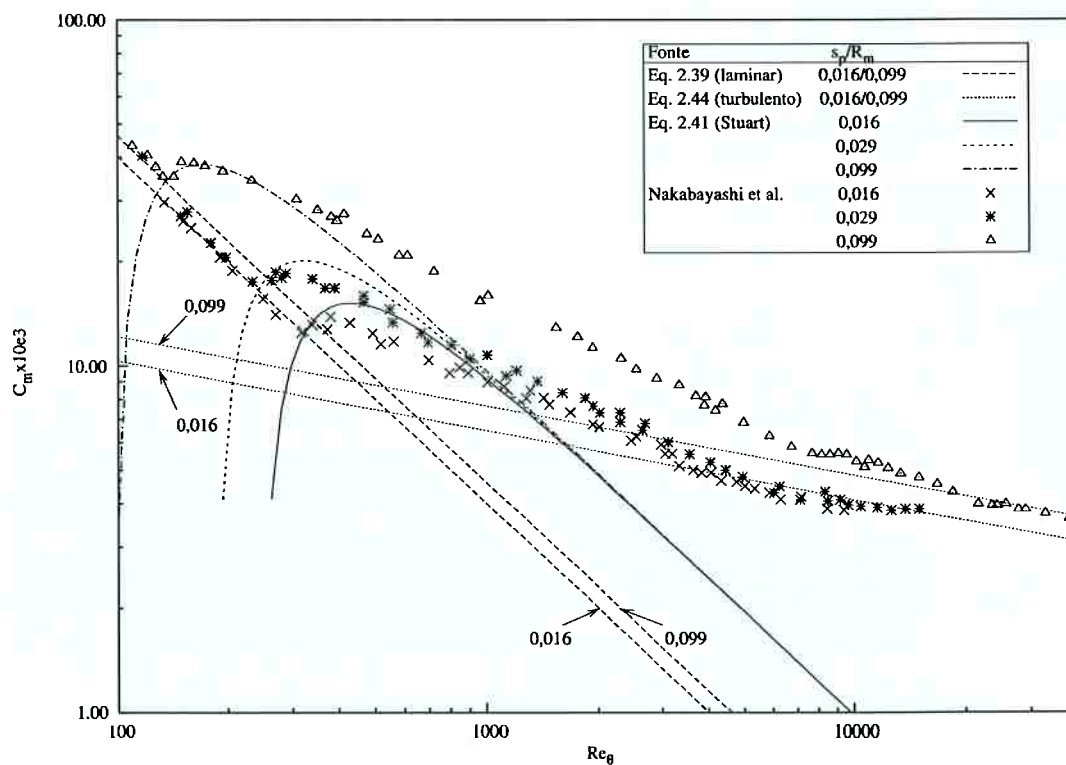
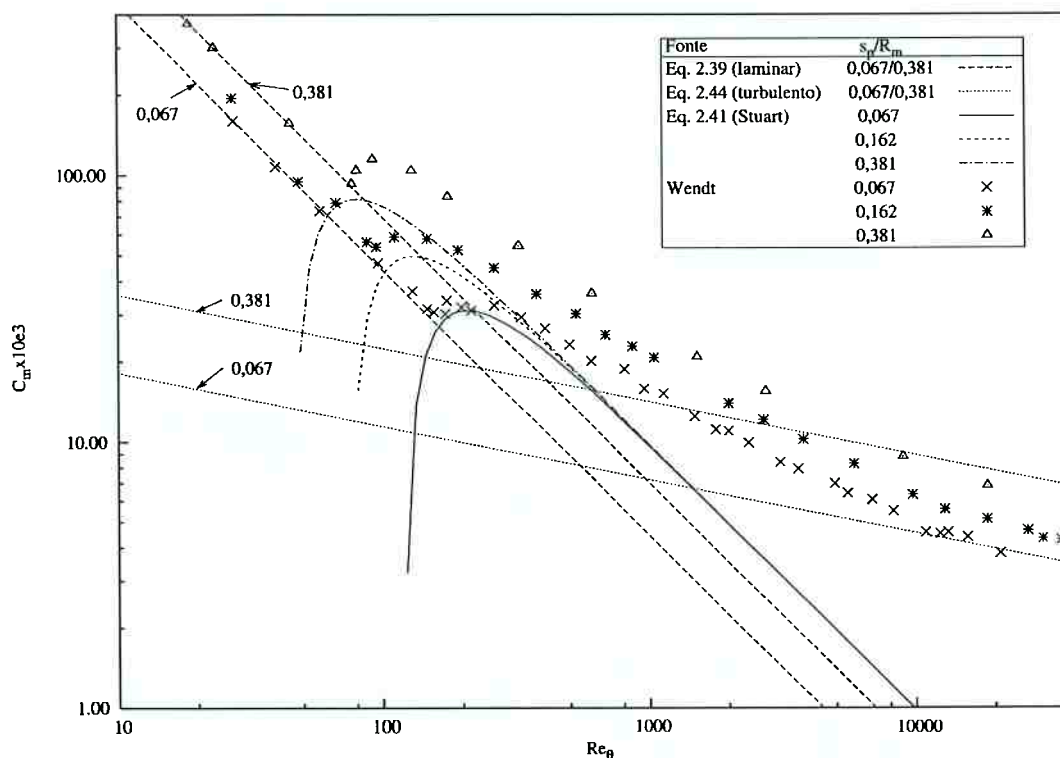


Fig. 2.38: Comparação dos valores de coeficiente de torque fornecidos pela equação 2.41 com dados experimentais de NAKABAYASHI et al. (1972).



**Fig. 2.39: Comparação dos valores de coeficiente de torque fornecidos pela equação 2.41 com dados experimentais de WENDT (1933) apud DONNELLY e SIMON (1960).**

proporcionalidade, utilizou-se os valores sugeridos por NAKABAYASHI et al. (1972), calculados conforme a equação 2.46 para o caso concêntrico. Como pode ser observado, assim como o coeficiente de atrito, o coeficiente de torque aumenta abruptamente com o surgimento dos vórtices. Para fendas muito largas como as da figura 2.39, a diferença entre os valores calculados e os medidos aumenta bastante no quando surgem os vórtices.

O regime turbulento rugoso foi estudado por NAKABAYASHI, YAMADA e KISHIMOTO (1982), que fizeram um estudo experimental para verificar o efeito da rugosidade no torque em cilindros rotativos concêntricos. No caso em que o cilindro interno gira, eles estudaram duas situações: superfície interna rugosa e externa lisa e vice-versa. BERG et al (2003) também estudaram o coeficiente de torque em quatro combinações para as paredes interna e externa: lisa/lisa, lisa/rugosa, rugosa/lisa e rugosa/rugosa. As figuras 2.40a e 2.40b mostram os resultados obtidos nas duas pesquisas. O comportamento do coeficiente de torque, como seria esperado, segue o mesmo comportamento observado para o coeficiente de atrito quando as duas paredes são rugosas (figura 2.40b). Nesse caso, o coeficiente tende a um valor



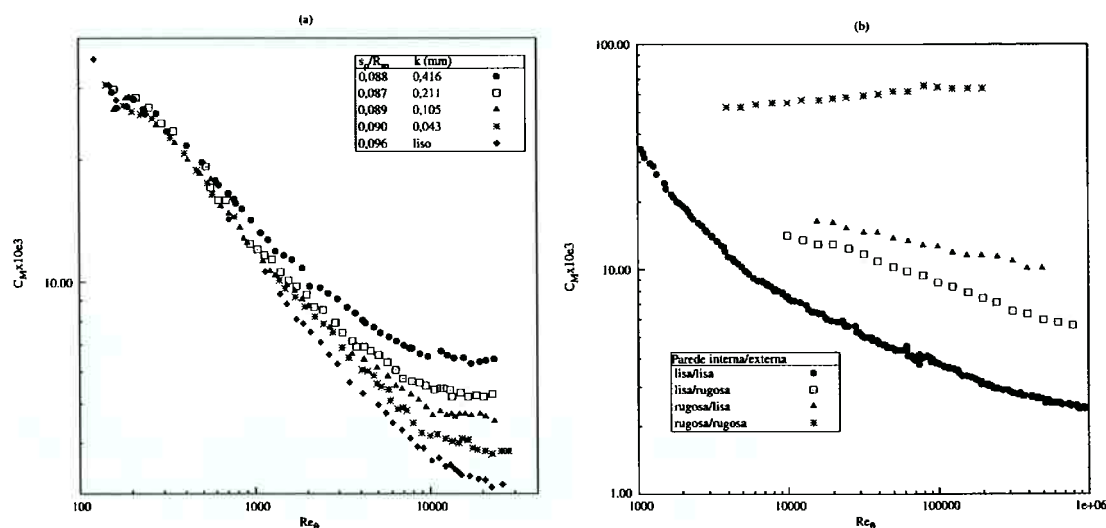


Fig. 2.40: Dados experimentais de coeficiente de torque obtidos para escoamento turbulento rugoso: a) NAKABAYASHI, YAMADA e KISHIMOTO (1982) e b) BERG et al. (2003).

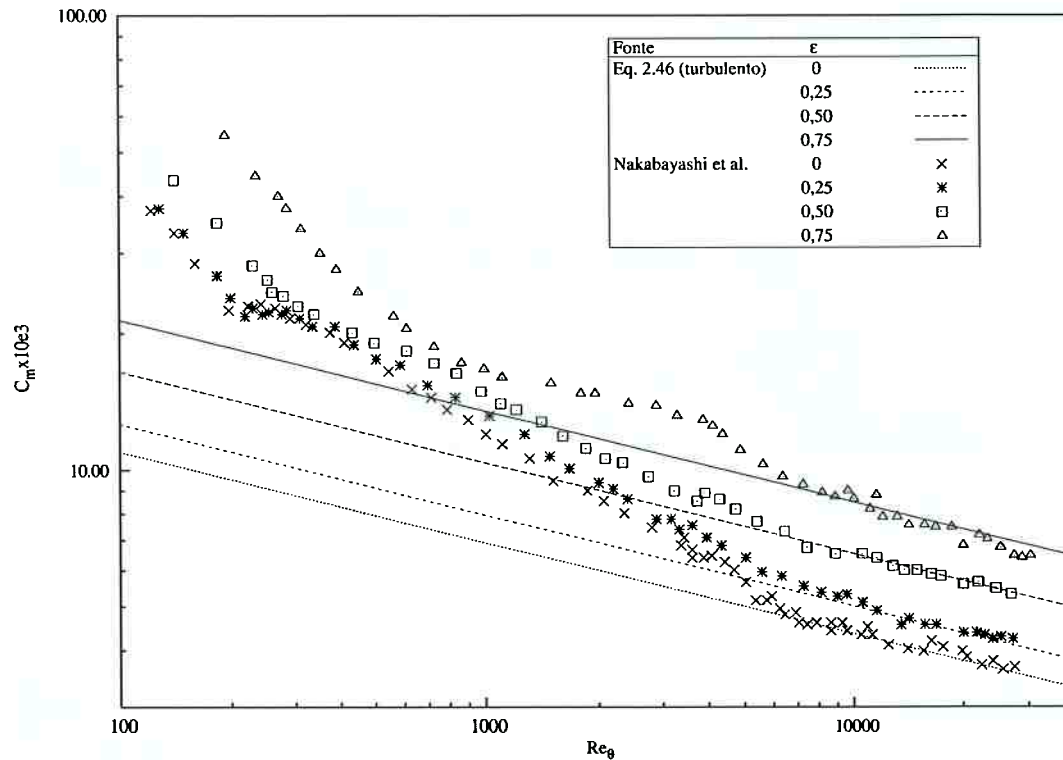
constante quando a velocidade do escoamento aumenta muito. Quando apenas uma das paredes é lisa, o coeficiente de torque apresenta um comportamento intermediário entre os escoamentos totalmente lisos e totalmente rugosos. Os valores obtidos por BERG et al. (2003) são maiores pois ele não utilizou uma rugosidade distribuída mas, sim, varetas colocadas perpendicularmente ao escoamento. Assim, apesar da rugosidade relativa ser pequena ela corresponde a uma rugosidade distribuída equivalente elevada, como observou SCHLICHTING (1968).

A influência da excentricidade no torque quando o escoamento é laminar com vórtices foi estudado analiticamente por EAGLES, STUART e DIPRIMA (1978). Seu estudo, embora válido apenas para pequenas excentricidades e velocidades de escoamento, permite verificar o aumento do torque quando os cilindros são excêntricos e que a influência dos vórtices de Taylor diminui para excentricidades maiores. Para o torque, o trabalho apresenta a seguinte equação:

$$T_{\varepsilon,lv} = \frac{2\pi R_i^3 B \mu_f \omega}{s_P} (G_l + G_{lv}) \quad (2.45)$$

Onde  $G_l$  e  $G_{lv}$  são fatores de correção devido à excentricidade e aos vórtices de Taylor.

No caso do regime turbulento, NAKABAYASHI et al. (1972) levantaram experimentalmente o coeficiente de atrito entre cilindros rotativos concêntricos e



**Fig. 2.41: Efeito da excentricidade sobre o coeficiente de torque: comparação da equação 2.46 com dados experimentais de NAKABAYASHI et al. (1972).**

excêntricos para os regimes laminar, laminar com vórtices e turbulento liso. A partir dos resultados fornecidos os autores verificaram que a relação 2.44 continua válida, apenas o coeficiente de proporcionalidade deve ser corrigido. Assim, os autores sugerem que o coeficiente de torque seja calculado por:

$$C_{M\epsilon,t} = k_{\epsilon,t} \left( \frac{1 + R_i/R_e}{2R_i/R_e} \right)^{3,8} Re_{\theta}^{-0,2} \quad (2.46)$$

Onde o coeficiente varia com a excentricidade  $k_{\epsilon,t}$  e foi levantado a partir dos dados experimentais como mostra a tabela 2.5. Como pode ser visto na figura 2.41, a correção do coeficiente da equação para regime turbulento proporciona bons resultados.

**Tabela 2.5: Coeficientes para a equação 2.46 para diversas excentricidades.**

	$\epsilon$			
	0	0,25	0,50	0,75
$k_{\epsilon,t}$	0,02524	0,02904	0,03788	0,04920

YANG, SAN ANDRES e CHILDS (1993a e 1993b) e PEREIRA, McGRATH e JOSEPH (2001) estudaram numericamente escoamentos turbulentos excêntricos com vazão axial e rotação do eixo interno. Seus resultados mostram um aumento do torque com o aumento da excentricidade. A influência da vazão axial sobre o torque, entretanto, não é possível de ser avaliada pois nos dois casos os resultados consideraram uma única vazão axial.

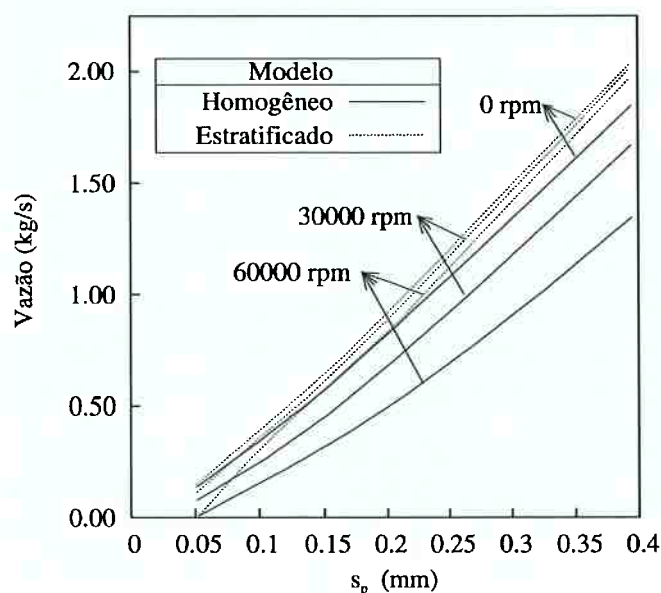
### 2.2.6 Escoamento bifásico

O escoamento bifásico em canais anulares com rotação do eixo interno é bastante complexo e pouco estudado. O padrão de escoamento bifásico depende bastante da rotação do eixo. BEATTY e HUGHES (1990), por exemplo, consideram que em selos de turbo-máquinas, a elevada força centrífuga provocaria uma estratificação do escoamento. No entanto, as rotações usualmente praticadas em bombas parafuso não são muito elevadas nem os raios envolvidos são muito pequenos. SHIOMI et al. (1993), estudando o escoamento de Taylor bifásico com uma fração volumétrica de 15% a 20%, sem escoamento axial, em rotações moderadas (0 a 800 rpm), observaram um escoamento borbulhante, mesmo em baixas rotações. Conforme a velocidade aumenta, as bolhas – antes dispersas por todo o canal – passam a concentrar-se em anéis devido à ação dos vórtices de Taylor. Entretanto, mesmo com essa concentração, as bolhas não coalescem. ATHKEN et al. (2000) estudaram o mesmo tipo de escoamento, porém, com fendas mais estreitas, rotações maiores (40 a 3000 rpm) e escoamento axial ( $0 < Re < 590$ ). Eles verificaram que o aumento da rotação provoca uma diminuição do tamanho das bolhas e faz com que elas migrem para a vizinhança do cilindro interno. O escoamento axial inicialmente faz com que os anéis de bolhas transformem-se em espirais e, quando aumenta muito, provoca novamente a dispersão das bolhas.

A tentativa de calcular a vazão em canais anulares estreitos geralmente passa pela utilização de métodos homogêneos, nos quais a densidade e viscosidade da mistura bifásica são ponderadas entre os valores das propriedades de cada fase, ou pela utilização de correlações empíricas. Para o caso em que não há rotação do eixo interno, ECKBERG et al. (1999) comparou resultados experimentais com um modelo homogêneo e as correlações de BEATTIE e WHALLEY (1982) e FRIEDEL

(1989) (apud ECKBERG et al. (1999)). Os resultados mostram que a correlação de FRIEDEL (1979) obtém os melhores resultados. Porém, o cálculo de ECKBERG et al. (1999) foi feito integrando-se as perdas locais ao longo de toda a seção de testes. Como mostra, BEATTIE (2001), se o cálculo for feito considerando-se um valor médio para a pressão entre a entrada e a saída, a correlação de BEATTIE e WHALLEY (1982) apresenta melhores resultados.

No caso em que há rotação do eixo interno, SALHI, REY e ROSANT (1992), utilizaram com bons resultados o modelo homogêneo. Porém, a quantidade de gás no escoamento era pequena ( $GVF \approx 5\%$ ). ARAUZ e SAN ANDRÉS (1998a e 1998b) simularam o escoamento médio, calculando as propriedades médias do fluido no canal. Obtiveram bons resultados comparando com dados experimentais para escoamentos de líquido ou de gás. Não houve comparação com escoamentos bifásicos por falta de dados. O único trabalho que modelou separadamente as duas fases foi o de BEATTY e HUGHES (1990). Estudando selos anulares de turbomáquinas, eles compararam os resultados fornecidos pelo modelo deles e por um modelo homogêneo. O gráfico 2.42 mostra que, para baixas rotações e fendas estreitas, a diferença entre os dois modelos é reduzida.



**Fig. 2.42: Vazão em canais anulares com rotação do eixo interno em função da altura do canal utilizando-se os modelos homogêneo e estratificado (fonte: BEATTY e HUGHES (1990)).**

---

## Capítulo 3

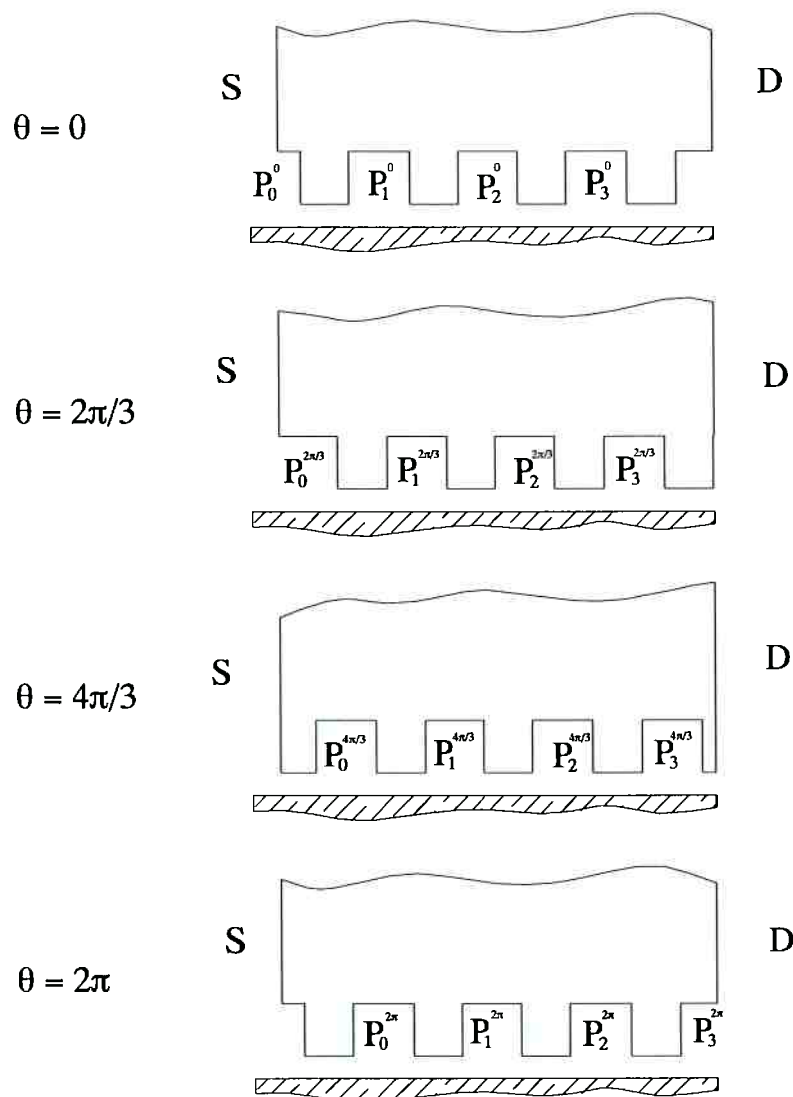
# MODELO TERMO-HIDRÁULICO

---

### *3.1 Introdução*

O escoamento do petróleo não processado ao longo da bomba multifásica parafuso é muito complexo por diversos motivos. Primeiro, o fluido que escoar, o petróleo, é composto por diversos elementos químicos e apresenta muitas fases (óleo, água, gás e também, ocasionalmente, areia, hidratos de gás natural e depósitos orgânicos), e toda essa complexa mistura escoar em câmaras que possuem movimento de translação e rotação. Além disso, existem processos de transferência de calor e massa entre as fases, devido a processos de mistura, evaporação e condensação, e entre as câmaras, devido aos fluxos que escoam entre as câmaras através das fendas. Para contornar esse problema e viabilizar a construção do modelo, decidiu-se adotar a mesma formulação “discretizada” adotada por WINCEK (1992), em que a bomba foi representada por um determinado número de câmaras e admitiu-se que o fluido desloca-se em passos da câmara de sucção até a de descarga. Assim, considera-se que a formação e deslocamento de uma determinada câmara até a sua abertura para a descarga ocorre em pequenos passos. Para cada passo, obtém-se a quantidade de matéria e energia que entra e sai da câmara e, considerando-se que o volume da mesma é constante, calcula-se a nova pressão e temperatura que ela terá na posição seguinte por meio dos balanços de massa e energia.

Essa forma de cálculo procura seguir aproximadamente a dinâmica de uma bomba de duplo parafuso. A figura 3.1 mostra momentos distintos da seção transversal de um parafuso com um filete durante uma volta completa. Embora um



**Fig. 3.1: Representação simplificada da dinâmica de um dos rotores da bomba.**

número de divisões maior seja melhor para a simulação, a simples divisão em três passos desta figura facilita a compreensão da dinâmica dos processos. Na posição  $\theta=0$ , admite-se que o fluido da região de sucção acaba de ser aprisionado na câmara 1 e o conteúdo de cada câmara encontra-se em um determinado estado. Conforme o parafuso gira, as câmaras deslocam-se em direção à descarga, acumulando massa e energia. Após um terço de rotação, o estado do fluido em cada câmara no instante  $\theta=2\pi/3$  será definido pelos estados iniciais em  $\theta=0$  e pelo acúmulo de matéria e energia que ocorre durante o tempo de transição entre as posições  $0$  e  $2\pi/3$ . Da mesma forma, o estado na posição  $4\pi/3$  será definido pelo estado no instante  $2\pi/3$  e pelo acúmulo de matéria e energia que ocorre entre as duas posições. Assim, o estado



mostram as correntes materiais que chegam de uma câmara posterior ou que seguem para uma câmara anterior. Trata-se de uma representação simplificada uma vez que nem sempre as correntes de refluxo conectam duas câmaras consecutivas, mas facilita a compreensão geral da forma de cálculo. Já as setas vazadas representam as transferências de energia (transferência de calor ou potência transmitida ao fluido). Como pode ser visto, estão representados dois momentos distintos da rotação do parafuso – as posições para os passos  $i$  e  $i+1$ . Conhecendo-se as condições (pressão,  $P_k^i$ , temperatura,  $T_k^i$ , e a composição) para cada câmara  $k$  no instante  $i$  e mantendo-se inalteradas as condições na sucção e descarga, pode-se calcular as vazões que entram e saem de uma câmara ( $\dot{m}_{k+1,k}^i$  e  $\dot{m}_{k,k-1}^i$ ), a troca de calor ( $\dot{Q}_i$ ) e potência transferida pelo eixo ( $\dot{W}_i$ ) ao fluido dentro da câmara. Com a velocidade de rotação conhecida, o tempo decorrido para a câmara sair da posição  $i$  e chegar na posição  $i+1$  é conhecido e, portanto, consegue-se calcular a quantidade de matéria e energia acumulada/perdida neste intervalo em cada câmara. O balanço de massa e energia fornece as novas condições da câmara no instante  $i+1$ . Isso é feito sucessivamente

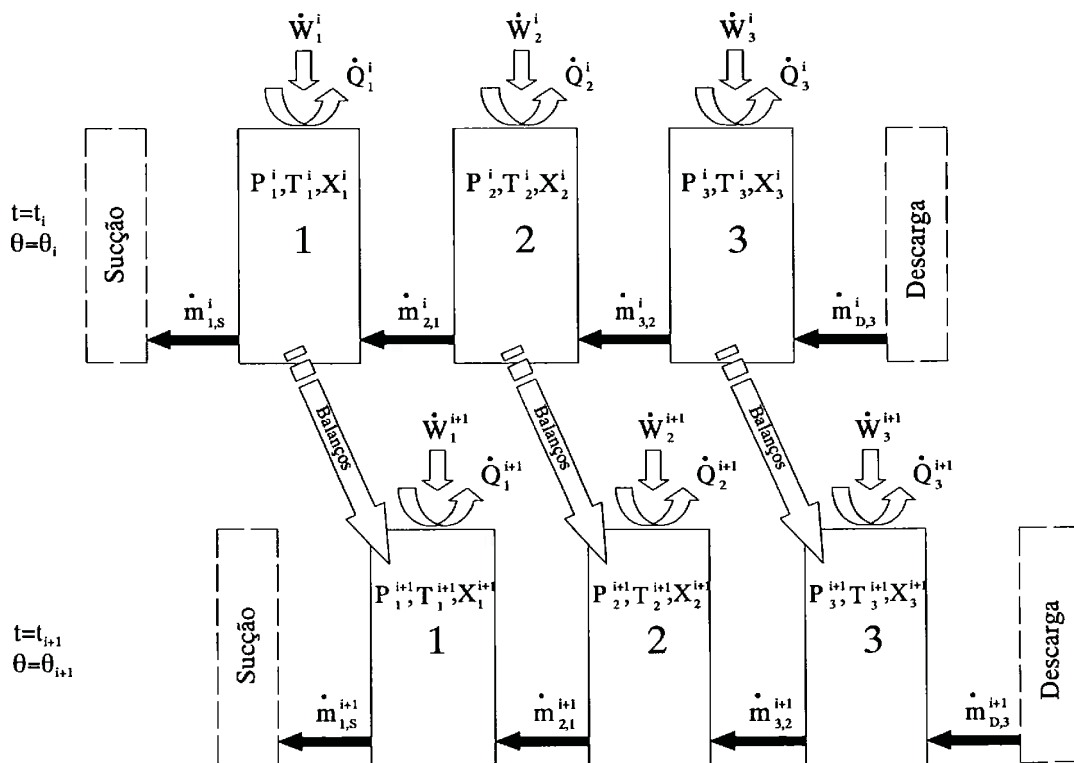


Fig. 3.3: Representação simplificada do método de cálculo para o modelo.

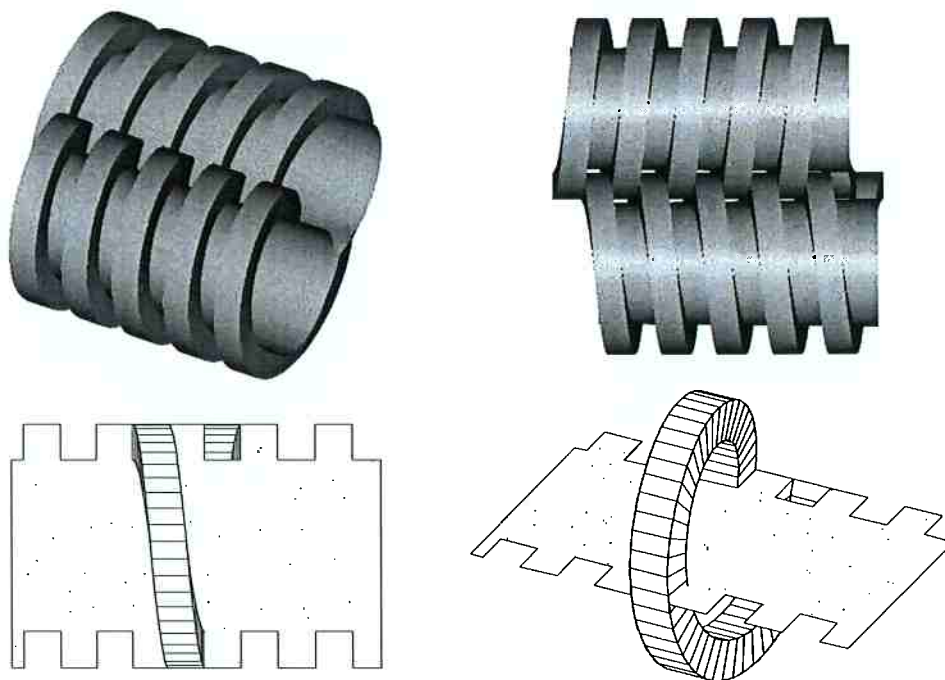


até que se complete um ciclo. Ao se completar um ciclo, o estado final calculado de cada câmara  $k$  é utilizado como estado inicial da câmara  $k+1$  e os cálculos voltam a ser feitos. A convergência é atingida quando o estado final calculado de cada câmara  $k$  é igual ao estado inicial das câmaras  $k+1$ . É claro que as vazões materiais e fluxos de energia variam com o tempo, porém, se o passo entre dois instantes calculados for pequeno o suficiente, pode-se admitir que as condições não se alteram significativamente no período de transição.

Nos próximos itens, serão fornecidos mais detalhes necessários para a completa compreensão do modelo e dos procedimentos de cálculo. Seguindo a figura 3.3, será adotada a seguinte seqüência para a construção do modelo: formulação dos balanços de massa e energia que definem o comportamento termo-hidráulico da bomba, cálculo das vazões de refluxo através das fendas, cálculo da troca de calor, cálculo da potência transferida ao fluido, cálculo das propriedades termodinâmicas e de transporte, infiltração de gás nas fendas e método de solução.

### 3.2 *Balanços de energia e massa*

A figura 3.4 a seguir mostra os parafusos da bomba multifásica e o volume de controle utilizado para calcular as mudanças nas propriedades do fluido dentro de



**Fig. 3.4: Parafusos da bomba e volume de controle para o fluido.**

uma câmara. O volume de controle foi sobreposto a uma seção transversal que passa pelo eixo dos parafusos para facilitar a visualização. Conforme o parafuso gira, o volume translada em direção à descarga, acompanhando o deslocamento da câmara.

Utilizando-se esse volume, pode-se representar uma câmara  $k$  qualquer, em um dado instante  $i$ , como mostra figura 3.5. A câmara  $k$ , com uma certa quantidade de fluido, recebe massa proveniente das câmaras posteriores e perde para as anteriores através das vazões de refluxo, transfere calor para a carcaça e os parafusos e recebe potência transferida pelo eixo.

Para determinar completamente o estado do fluido dentro do volume no instante  $i+1$ , deve-se conhecer um determinado número de propriedades intensivas. Este número, caso não haja reação química, pode ser calculado usando-se a regra das fases de Gibbs:

$$F + G = C + 2 \quad (3.1)$$

Onde  $F$  é o número de fases,  $G$  é a variância do sistema (ou graus de liberdade ou número de propriedades intensivas que precisam ser conhecidas) e  $C$  é o número de componentes da mistura.

No caso de uma mistura com uma única fase, a variância é  $C+1$ . Assim, pode-se determinar o sistema especificando-se  $C-1$  frações molares e duas

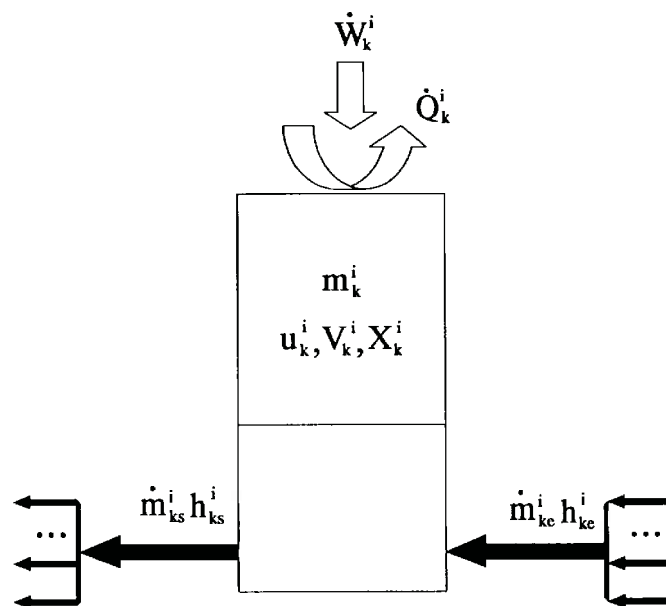


Fig. 3.5: Balanço de energia e massa em uma câmara da bomba.

propriedades termodinâmicas (temperatura, pressão, entalpia, entropia, entre outras). Para uma mistura bifásica, o valor da variância é  $C$ . Assim, o estado do sistema está completamente definido especificando-se as  $C-1$  frações molares e uma propriedade termodinâmica. No entanto, esta especificação não permite saber as quantidades relativas das duas fases. Assim, para conhecer a proporção de gás e líquido da corrente, é necessário especificar mais uma propriedade intensiva.

Os balanços de energia e massa fornecem as equações que permitem calcular as variáveis desconhecidas no próximo instante  $i+1$  para a completa determinação do estado neste novo instante.

Para o volume de controle considerado, o balanço de energia, desprezando-se a variação das energias cinética e potencial, é dado por:

$$\frac{dU_k^i}{dt} = \frac{d(m_k^i u_k^i)}{dt} = \dot{Q}_k^i - \dot{W}_k^i + \dot{m}_{ke}^i \cdot h_{ke}^i - \dot{m}_{ks}^i \cdot h_{ks}^i \quad (3.2)$$

Já o balanço de massa é dado por:

$$\frac{dm_k^i}{dt} = \dot{m}_{ke}^i - \dot{m}_{ks}^i \quad (3.3)$$

Onde  $\dot{m}_{ke}^i$  e  $\dot{m}_{ks}^i$  são respectivamente as vazões totais que entram e saem no volume através das diversas fendas.

Quando o fluido de trabalho possui mais de um componente, é necessário, também, fazer um balanço de massa por componente:

$$\frac{d(z_j m_k^i)}{dt} = z_{je} \dot{m}_{ke}^i - z_{js} \dot{m}_{ks}^i \quad (3.4)$$

Onde  $z_j$  é a fração mássica de um componente  $j$  qualquer.

Lembrando que as  $j$  equações 3.4 não são independentes pois:

$$\sum_{j=1}^C z_j = 1,0 \quad (3.5)$$

Então os balanços de energia e massa fornecem as  $C+1$  equações (3.2 a 3.4) que permitem que o problema seja resolvido. Especificamente: com a equação 3.2 calcula-se a nova entalpia do fluido no próximo instante e as equações 3.3 e 3.4

forneem a nova composição e massa. Esta última, considerando-se que o volume da câmara é constante, permite calcular a nova densidade do fluido.

As equações de balanço podem, também, ser escritas em função de  $\theta$ . Como  $\theta = \omega t$ , as equações podem ser transformadas em:

$$\omega \frac{dU_k^i}{d\theta} = \omega \frac{d(m_k^i u_k^i)}{d\theta} = \dot{Q}_k^i - \dot{W}_k^i + \dot{m}_{ke}^i \cdot h_{ke}^i - \dot{m}_{ks}^i \cdot h_{ks}^i \quad (3.6)$$

$$\omega \frac{dm_k^i}{d\theta} = \dot{m}_{ke}^i - \dot{m}_{ks}^i \quad (3.7)$$

$$\omega \frac{d(z_j^i m_k^i)}{d\theta} = z_{je}^i \dot{m}_{ke}^i - z_{js}^i \dot{m}_{ks}^i \quad (3.8)$$

Admitindo-se que as condições das correntes materiais e de energia mantêm-se constantes durante o intervalo entre os dois passos, pode-se, então, calcular as novas propriedades, como se segue:

$$m_k^{i+1} u_k^{i+1} = \left( \dot{Q}_k^i - \dot{W}_k^i + \dot{m}_{ke}^i \cdot h_{ke}^i - \dot{m}_{ks}^i \cdot h_{ks}^i \right) \Delta t + m_k^i u_k^i \quad (3.9)$$

$$m_k^{i+1} = \left( \dot{m}_{ke}^i - \dot{m}_{ks}^i \right) \Delta t + m_k^i \quad (3.10)$$

$$z_j^{i+1} m_k^{i+1} = \left( z_{je}^i \dot{m}_{ke}^i - z_{js}^i \dot{m}_{ks}^i \right) \Delta t + z_j^i m_k^i \quad (3.11)$$

ou

$$m_k^{i+1} u_k^{i+1} = \left( \dot{Q}_k^i - \dot{W}_k^i + \dot{m}_{ke}^i \cdot h_{ke}^i - \dot{m}_{ks}^i \cdot h_{ks}^i \right) \frac{\Delta \theta}{\omega} + m_k^i u_k^i \quad (3.12)$$

$$m_k^{i+1} = \left( \dot{m}_{ke}^i - \dot{m}_{ks}^i \right) \frac{\Delta \theta}{\omega} + m_k^i \quad (3.13)$$

$$z_j^{i+1} m_k^{i+1} = \left( z_{je}^i \dot{m}_{ke}^i - z_{js}^i \dot{m}_{ks}^i \right) \frac{\Delta\theta}{\omega} + z_j^i m_k^i \quad (3.14)$$

Assim, como pode ser visto nas equações acima, todas as correntes materiais e de energia no instante  $i$  devem estar completamente definidas para que seja possível calcular o próximo passo. A forma como o cálculo de cada uma delas é feito será mostrado nos itens seguintes na seguinte ordem: cálculo da transferência de calor, das correntes de refluxo e da potência transferida pelo eixo ao fluido.

### 3.3 Transferência de calor

O calor transferido do ou para o fluido pode ser dividido em duas parcelas: transferência através do parafuso e da carcaça da bomba. Como ilustra a figura 3.6, a transferência de calor através da carcaça é provocada pela diferença de temperatura entre fluido e meio ambiente. Caso a temperatura ambiente seja menor que a do fluido, como geralmente ocorre, a transferência para o ambiente resfria o fluido de trabalho. Já no caso dos parafusos, o que provoca o fluxo de calor é a diferença de temperatura entre as câmaras. Considerando-se que a temperatura do fluido aumenta continuamente até atingir a descarga, existe transferência de calor das câmaras posteriores para as anteriores. Dessa forma, o problema consiste em encontrar, dadas as condições do fluido e do ambiente, a taxa de transferência de calor através dos parafusos e da carcaça.

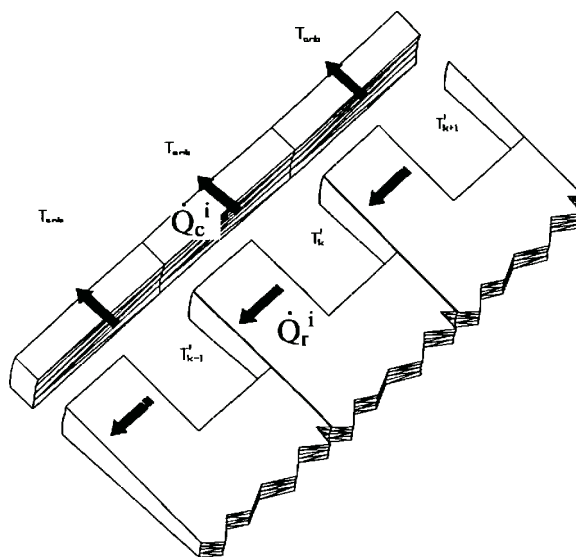


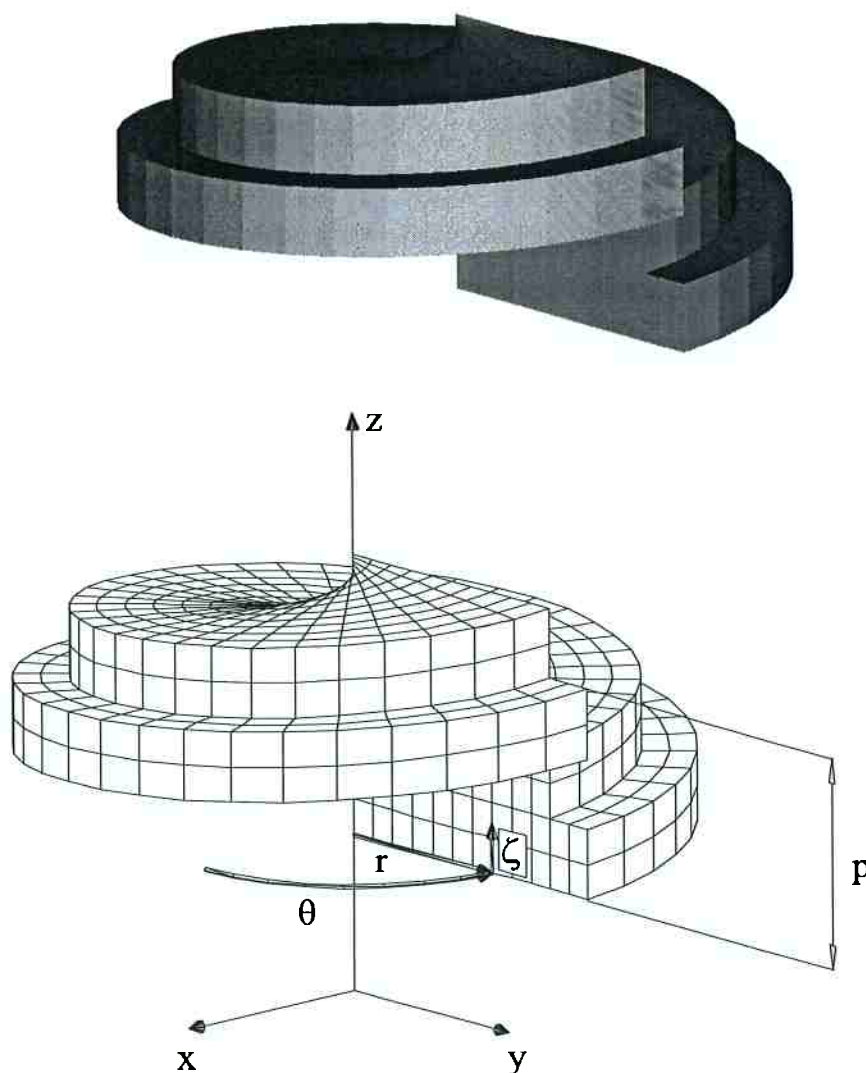
Fig. 3.6: Representação simplificada das trocas de calor nas câmaras da bomba.

### 3.3.1 Transferência de calor nos parafusos

A transferência de calor nos parafusos é modelada utilizando-se as coordenadas helicoidais mostradas na figura 3.7 a seguir. A transformação entre este sistema a o sistema de coordenadas cartesianas é dada por:

$$\begin{aligned}x &= r \cdot \cos\theta \\y &= r \cdot \sin\theta \\z &= \frac{p}{2\pi}\theta + \zeta\end{aligned}\quad (3.15)$$

Onde  $p$  é o passo do parafuso e  $\zeta$  é a distância a partir do flanco do parafuso.



**Fig. 3.7: Condução em uma câmara do parafuso: elemento modelado, discretização e sistema de coordenadas.**

Dessa forma, a equação da conservação da energia para os parafusos no sistema de coordenadas helicoidais fica:

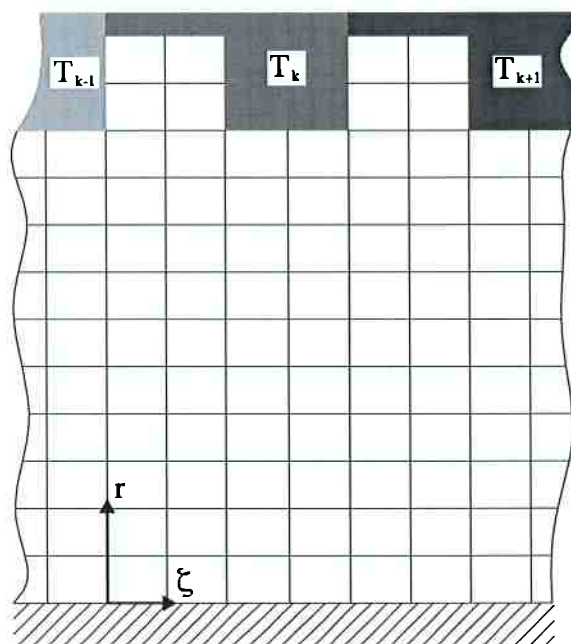
$$\frac{\rho_r c_r}{k_r} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \left[ 1 + \left( \frac{p}{2\pi r} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} - \frac{p}{2\pi r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta \partial \zeta} \quad (3.16)$$

Considerando que o ângulo de hélice é pequeno, pode-se admitir que a variação da temperatura tangencialmente é pequena. Ou seja, se o ângulo de hélice for pequeno, a figura 3.7 aproxima-se de cilindros submetidos a uma temperatura constante circunferencialmente. Desprezando-se a variação da temperatura tangencialmente, a equação 3.16 reduz-se a:

$$\frac{\rho_r c_r}{k_r} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \left[ 1 + \left( \frac{p}{2\pi r} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} \quad (3.17)$$

Que nada mais é do que a equação em coordenadas cilíndricas com um fator que leva em conta o ângulo de hélice para corrigir o cálculo das áreas dos flancos.

Portanto, o cálculo da transferência de calor através do parafuso reduz-se a um problema bidimensional, regido pela equação 3.17, cujo domínio e condições de contorno são mostrados na figura a seguir.



**Fig. 3.8: Ilustração do sistema de coordenadas, domínio, discretização e condições de contorno no parafuso.**

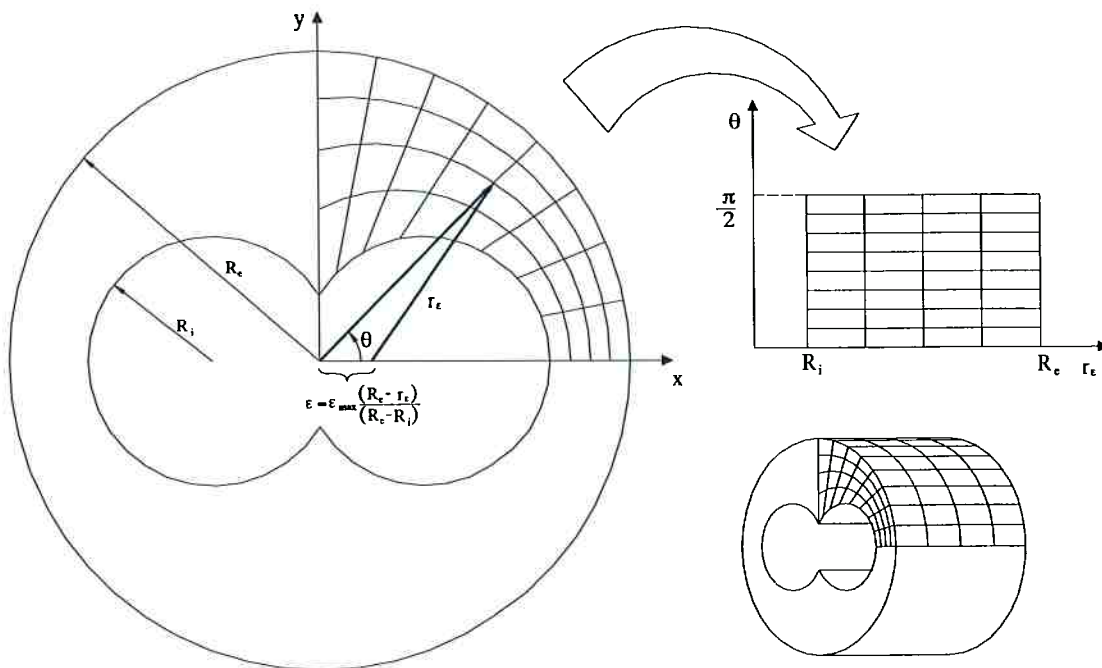


Fig. 3.9: Condução na carcaça: modelagem, discretização, sistema de coordenadas e domínio transformado.

### 3.3.2 Transferência de calor na carcaça

O próximo passo para completar o cálculo da transferência de calor total é modelar a troca de calor através da carcaça. Admitindo-se que existe simetria nos eixos  $x$  e  $y$ , pode-se considerar essas fronteiras adiabáticas, o que simplifica o cálculo da transferência de calor, como mostra a figura 3.9. Para resolver a transferência de calor nessa região, desenvolveu-se o sistema de coordenadas que está ilustrado na figura 3.9 juntamente com uma seção transversal da carcaça. Nesse sistema, é utilizado o ângulo  $\theta$  - o mesmo do sistema de coordenadas cilíndricas, medido a partir do centro na circunferência externa - e o “raio excêntrico”  $r_\epsilon$ . Este último é medido a partir de uma excentricidade  $\epsilon$  que varia linearmente com raio em consideração, como mostra a figura. A excentricidade é nula quando o raio é igual ao raio externo e máxima quando o raio é igual ao raio interno. A vantagem desse sistema de coordenadas é que o domínio computacional é simplificado como pode ser visto na mesma figura.



Esse sistema de coordenadas não é ortogonal e a transformação pode ser calculada analiticamente como mostra o Apêndice A. As equações dessa transformadas são:

$$\begin{aligned}
 x &= r_\varepsilon \cdot \cos \theta_\varepsilon + \varepsilon = \\
 &\pm r_\varepsilon \sqrt{\cos^2 \theta - 2R_\varepsilon \sin^2 \theta \cos^2 \theta + R_\varepsilon^2 \sin^2 \theta - 2R_\varepsilon \sin^2 \theta \cos \theta} \sqrt{1 - R_\varepsilon^2 \sin^2 \theta} + \varepsilon \\
 y &= r_\varepsilon \cdot \sin \theta_\varepsilon = \\
 &\pm r_\varepsilon \sin \theta \sqrt{1 + 2R_\varepsilon^2 \cos^2 \theta - R_\varepsilon^2 + 2R_\varepsilon \cos \theta} \sqrt{1 - R_\varepsilon^2 \sin^2 \theta} \\
 z &= z
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Onde

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \frac{(R_e - r_\varepsilon)}{(R_e - R_i)}, \varepsilon_{max} = \frac{(R_e + R_i)}{2}, R_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \tag{3.19}$$

Para esse novo sistema de coordenadas, a equação da conservação de energia é dada por:

$$\frac{1}{J} \frac{\rho_c c_c}{k_c} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r_\varepsilon} \left( J \alpha \frac{\partial T}{\partial r_\varepsilon} - J \beta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( J \gamma \frac{\partial T}{\partial \theta} - J \beta \frac{\partial T}{\partial r_\varepsilon} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \tag{3.20}$$

Onde o Jacobiano e os demais coeficientes são dados por:

$$\begin{aligned}
 J &= \left( \frac{\partial x}{\partial r_\varepsilon} \frac{\partial y}{\partial \theta} - \frac{\partial y}{\partial r_\varepsilon} \frac{\partial x}{\partial \theta} \right)^{-1}, \alpha = \left( \frac{\partial x}{\partial \theta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \theta} \right)^2, \\
 \beta &= \frac{\partial x}{\partial r_\varepsilon} \frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{\partial y}{\partial r_\varepsilon} \frac{\partial y}{\partial \theta}, \gamma = \left( \frac{\partial x}{\partial r_\varepsilon} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial r_\varepsilon} \right)^2
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

e podem ser obtidos analiticamente como mostra o Apêndice A.

Como a diferença de temperatura entre o fluido de trabalho e o meio ambiente é consideravelmente maior que a diferença entre duas câmaras consecutivas, neste trabalho será admitido que o fluxo principal de calor ocorre no plano perpendicular ao eixo da carcaça. Dessa forma, será admitido que os gradientes de temperatura na direção  $z$  não contribuem significativamente na determinação da distribuição de temperaturas na carcaça. Dessa forma, a equação 3.20 pode ser simplificada para:

$$\frac{1}{J} \frac{\rho_c c_c}{k_c} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r_\varepsilon} \left( J \alpha \frac{\partial T}{\partial r_\varepsilon} - J \beta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( J \gamma \frac{\partial T}{\partial \theta} - J \beta \frac{\partial T}{\partial r_\varepsilon} \right) \tag{3.22}$$

Além disso, considera-se que a temperatura do fluido é homogênea ao longo de todo o perímetro interno de forma que se pode considerar a simetria em relação aos planos  $zx$  e  $yz$ . Assim, apenas um quarto da seção transversal precisa ser calculado, como mostra a figura anterior.

### 3.3.3 Coeficientes de transferência de calor

O acoplamento térmico entre fluido de trabalho, parafusos, carcaça e meio ambiente é feito através dos coeficientes de transferência de calor. Para o coeficiente de transferência entre carcaça e meio ambiente, será utilizada a correlação de CHURCHILL e CHU (1975), desenvolvida para estimar o número de Nusselt médio ao redor de cilindros horizontais e longos:

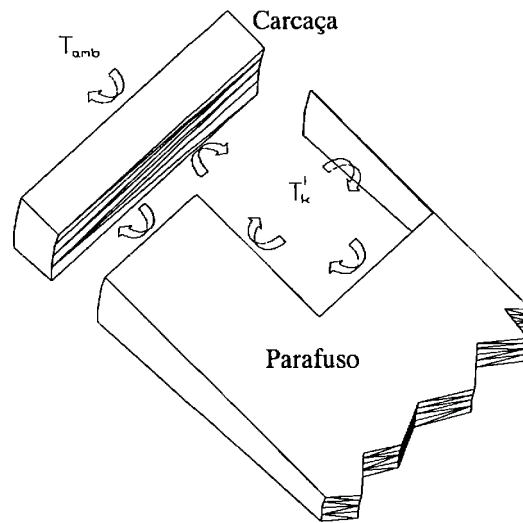
$$Nu_D = \left\{ 0,60 + \frac{0,387 Ra_D^{\frac{1}{4}}}{\left[ 1 + (0,559 / Pr)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2 \quad (3.23)$$

Essa correlação é válida para convecção natural na faixa  $10^{-5} < Ra_D < 10^{12}$ .  $Nu_D$  e  $Ra_D$  são os números de Nusselt e Rayleigh baseados no diâmetro do cilindro. Sendo  $Ra_D$  definido como:

$$Ra_D = \frac{g\beta(T_s - T_{amb})D_e^3}{\nu\alpha} \quad (3.24)$$

No caso do coeficiente de transferência entre o fluido de trabalho e os parafusos e a carcaça, existem quatro superfícies onde existe transferência de calor e é necessário estimar o coeficiente de transferência de calor. Como ilustra a figura 3.10, essas superfícies são: flancos, topo e base dos filetes do parafuso e superfície interna da carcaça.

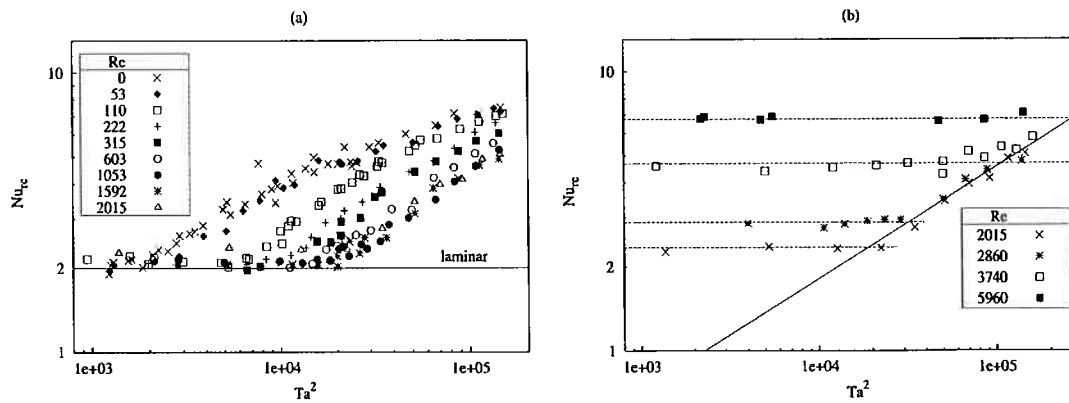
No canal formado entre o topo do parafuso e a parede interna da carcaça o número de Nusselt poderia ser calculado aproximadamente utilizando-se dados obtidos na literatura para canais anulares com rotação do eixo interno e escoamento axial. As correlações para esse tipo de escoamento levantadas e listadas na tabela 2.4, no entanto, não apresentaram bons resultados e, portanto, foi necessário desenvolver correlações que apresentassem resultados melhores.



**Fig. 3.10: Ilustração das superfícies de transferência de calor por convecção forçada entre o fluido de trabalho e os parafusos e a carcaça.**

A análise dos dados experimentais de BECKER e KAYE (1962) para transferência de calor entre rotor e carcaça mostra que o número de Nusselt apresenta basicamente dois comportamentos distintos. Como mostra a figura 3.11a, quando o número de Reynolds axial é menor do que 2000, inicialmente o valor de  $Nu_{rc}$  é constante e pode ser calculado pela equação 2.28a para escoamento laminar e não depende de  $Re$  ou  $Ta$ . A partir do surgimento dos vórtices de Taylor, no entanto, tanto a velocidade axial como a tangencial passam a influenciar o valor de  $Nu_{rc}$ . Conforme se aumenta o número de Taylor, os valores convergem e passam a depender apenas de  $Ta$ . Quando o número de Reynolds ultrapassa 2000, o comportamento do número de Nusselt passa a apresentar um comportamento diferente. A figura 3.11b mostra que nesse caso o valor de  $Nu_{rc}$  apresenta inicialmente um valor constante que depende apenas de  $Re$ , representado pelas linhas tracejadas horizontais. Após um certo valor crítico, os valores convergem para uma curva única (linha sólida inclinada na figura 3.11b) indicando, que, nessa região, tais valores dependem apenas de  $Ta$ . Os dados numéricos e experimentais de vários outros autores (SIEMMERS e CONNEY (1979), PFITZER e BEER (1992), TORII e YANG (1994), por exemplo) confirmam esse comportamento.

Para o regime laminar com vórtices, utilizou-se os dados experimentais de BECKER e KAYE (1962) para desenvolver a seguinte correlação para calcular o número de Nusselt:



**Fig. 3.11: Comportamento do número de Nusselt no escoamento anular com rotação do eixo interno: a) Região laminar/laminar com vórtices e b) Região turbulenta/turbulenta com vórtices (fonte: BECKER e KAYE (1962)).**

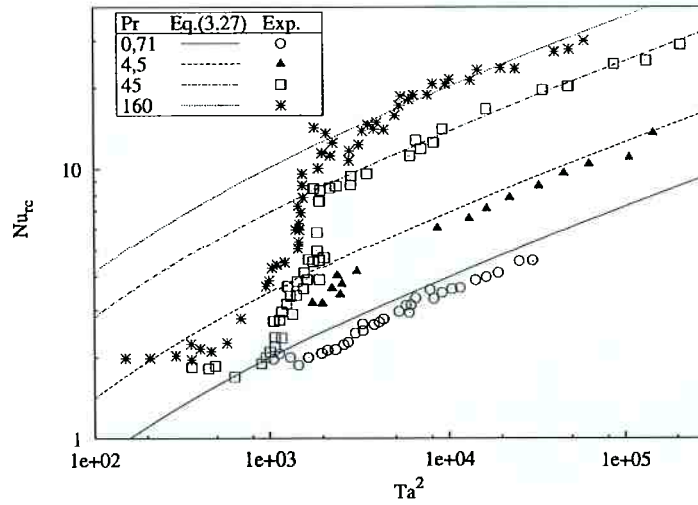
$$Nu_{rc,lv} = 85,24 \ln(Ta^{0,46} + A) - 422,92 \quad (3.25)$$

$$A = 136,44 + 4,83e^{-3,75 \times 10^{-3} Re} \quad (3.26)$$

Essa correlação, no entanto, não inclui a influência do número de Prandtl que, como mostram GARDINER e SABERSKY (1978), passa a influenciar a transferência de calor quando surgem os vórtices de Taylor. AOKI, NOHIRA e ARAI (1967), estudaram experimentalmente a influência do número de Prandtl sobre a transferência de calor para casos em que não existe escoamento axial. Como mostrado na tabela 2.4, eles encontraram que o número de Nusselt é proporcional a  $Pr^{0,3}$  ( $Nu_{rc} \sim Pr^{0,3}$ ). Como os resultados da correlação desenvolvida por eles apresentam resultados muito próximos aos das correlações de BECKER e KAYE (1962) e 3.25 – com diferenças menores do que 5% e 2%, respectivamente – quando  $Pr=0,7$ , admite-se que a mesma influência é válida para ambas. Dessa forma, a equação 3.25 fica:

$$Nu_{rc,lv} = \left[ 94,87 \ln(Ta^{0,46} + A) - 470,69 \right] Pr^{0,3} \quad (3.27)$$

A figura 3.12 mostra a comparação dos resultados obtidos com esta equação e dados experimentais. Como pode ser visto, a concordância entre os valores é boa exceto, nos casos em que  $Pr$  é elevado, para a região em que surgem os vórtices de Taylor. A correção para essa região pode ser obtida introduzindo-se um fator de ajuste obtido a partir dos dados de AOKI, NOHIRA e ARAI (1967), como mostra a equação 3.28 a seguir. O termo  $A$  desta equação é o mesmo dado pela equação 3.26.



**Fig. 3.12: Comparação entre os valores obtidos com a equação 3.27 e os dados experimentais de AOKI, NOHIRA e ARAI (1967) –  $Re=0$ .**

$$Nu_{rc,tv} = \left[ 94,87 \ln(Ta^{0,46} + A) - 470,69 \right] Pr^{0,3} - \frac{5112[1 - \exp(-0,1443Pr)]}{Ta^2} \quad (3.28)$$

As figuras 3.13 a 3.15 a seguir mostram uma comparação entre esta equação e os dados experimentais de BECKER e KAYE (1962), AOKI, NOHIRA e ARAI (1967) e de SIEMMERS e CONNEY (1979). A tabela 3.1 mostra os dados geométricos dos canais ensaiados pelos autores. No caso de SIEMMERS e CONNEY (1979), apenas a transferência de calor entre fluido e cilindro externo foi estudada. Neste trabalho, admite-se que a seguinte relação entre os números de Nusselt para transferência de calor no cilindro interno, externo e entre cilindros interno e externo é válida:

$$Nu_r = Nu_c = 2Nu_{rc} \quad (3.29)$$

Embora essa aproximação seja válida apenas para canais estreitos, nenhum estudo detalhado que permitisse evitar esta simplificação foi encontrado.

**Tabela 3.1: Dados de diversos autores utilizados para a comparação dos dados experimentais com a equação 3.28.**

	BECKER e KAYE (1962)	AOKI, NOHIRA e ARAI (1967)	SIEMMERS e CONEY (1979)	
$R_i$ (mm)	34,67	36,47 e 37,29	55,90	66,70
$R_e$ (mm)	42,65	40,00	69,85	69,85
N	0,81	0,91 e 0,93	0,96	0,90
Fluido	ar	ar, água, álcool e óleo	ar	ar

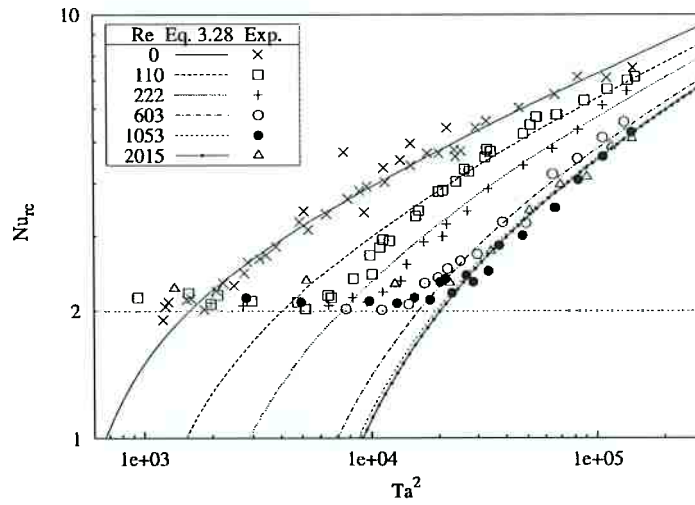


Fig. 3.13: Comparação dos resultados da equação 3.28 com os dados experimentais de BECKER e KAYE (1962).

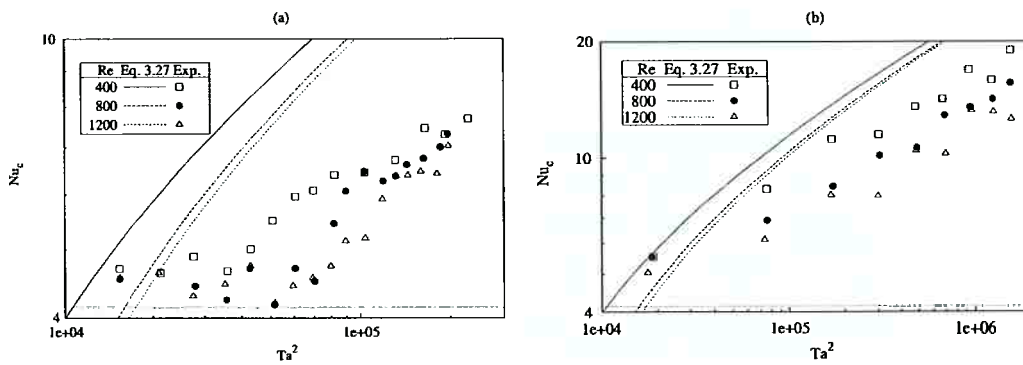


Fig. 3.14: Comparação dos resultados da equação 3.28 com os dados experimentais de SIEMMERS e CONEY (1979): a)  $N=0,955$  e b)  $N=0,8 - Re=0$ .

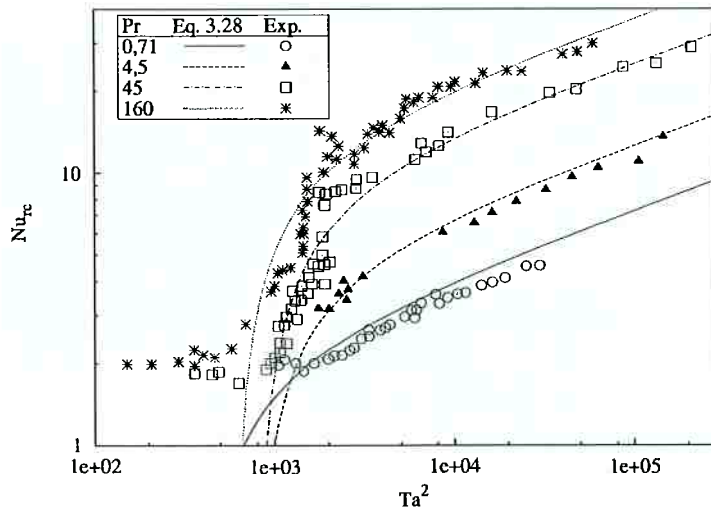
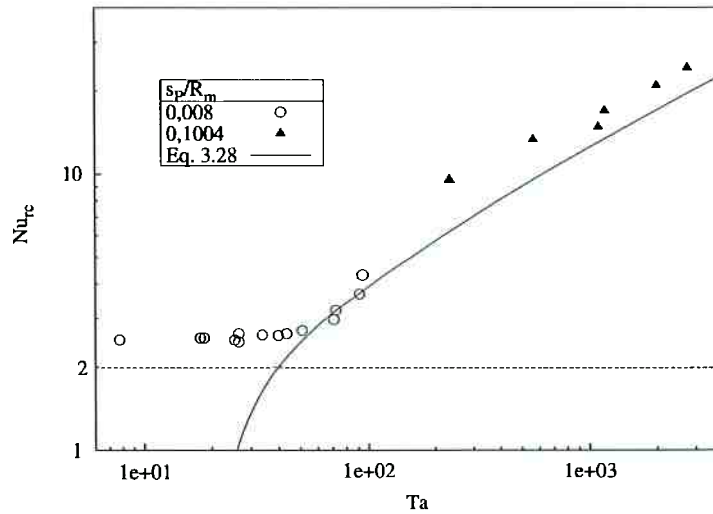


Fig. 3.15: Comparação dos resultados da equação 3.28 com os dados experimentais de AOKI, NOHIRA e ARAI (1967) –  $Re=0$ .



**Fig. 3.16: Comparação dos resultados da equação 3.28 com os dados experimentais de GAZLEY (1958) –  $Re=0$ .**

A comparação dos resultados mostra que a correlação prevê resultados bons para a transferência entre os cilindros interno e externo. Quando a comparação é feita com dados do número de Nusselt na transferência entre cilindro externo e fluido, no entanto, os valores são superestimados. Uma possível explicação para isso seria que os vórtices de Taylor surgem próximos ao cilindro externo e apenas com o aumento da rotação eles crescem até ocupar a totalidade da fenda. Segundo SIEMMERS e CONEY (1977), devido a este fato, a influência destes vórtices na transferência de calor no cilindro externo começaria apenas em rotações maiores.

Para os casos turbulentos em que  $Re > 2000$ , pode-se estimar o número de Nusselt admitindo que existem apenas duas regiões: uma em que o número de Nusselt é depende apenas da vazão axial e outra que é influenciada apenas pela rotação. Para a região em que apenas o escoamento axial influi na transferência de calor (representadas pelas retas horizontais na figura 3.11b), pode-se utilizar correlações desenvolvidas para canais anulares. Neste trabalho, a correlação desenvolvida por DONNE e MEERWALD (1966) será utilizada pois apresentou os resultados mais próximos aos dados experimentais e analíticos de KAYS e LEUNG (1963):

$$Nu_r = 0,0181 Re^{0,8} Pr^{0,4} (R_e/R_i)^{0,2} \quad (3.30)$$

Já no caso da região em que o comportamento do número de Nusselt é determinado pela rotação (reta inclinada na figura 3.11b), admite-se que os valores

podem ser determinados pela equação 3.28. Os resultados calculados por essa equação para  $Re=2000$  fornecem o número de Nusselt não apenas para este caso mas, também para os casos em que o número de Reynolds é maior. Isso porque, como pode ser visto na figura 3.11b, nessa região, os valores para  $Re \geq 2000$  praticamente coincidem.

Uma vez tendo as equações determinadas para cada região, elas podem ser combinadas como sugere CHUCHILL e USAGI (1972) para que representem aproximadamente também a transição entre a região de influência apenas do número de Reynolds e a região de influência de Taylor. Assim, combinando-se as duas equações tem-se:

$$Nu_{rc} = \left( Nu(Re)^n + Nu(Ta)^n \right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.31)$$

Onde os termos na direita desta equação, como visto, podem ser obtidos através das equações 3.28 e 3.30:

$$Nu(Re) = \frac{0,0181 Re^{0,8} Pr^{0,4} (R_e/R_i)^{0,2}}{2} \quad (3.32)$$

$$Nu(Ta) = \left[ 94,87 \ln(Ta^{0,46} + 136,44) - 470,69 \right] Pr^{0,3} - \frac{5112[1 - \exp(-0,1443Pr)]}{Ta^2} \quad (3.33)$$

As figuras 3.17 a 3.20 a seguir mostram uma comparação dos valores obtidos por estas equações – utilizando-se  $n=4$  – e resultados numéricos e experimentais de diversos pesquisadores. A tabela 3.1 mostra os dados geométricos utilizados e, como anteriormente, admite-se que as relações 3.29 são válidas.

**Tabela 3.2: Dados geométricos de diversos autores utilizados para a comparação dos dados experimentais com a equação 3.28.**

	<b>BECKER e KAYE (1962)</b>	<b>PFITZER e BEER (1992)</b>	<b>TORII e YANG (1994)</b>	<b>TORII e YANG (1998)</b>
$R_i$ (mm)	34,67	77,18	-	-
$R_e$ (mm)	42,65	90,00	-	-
N	0,81	0,8575	0,5	0,8
Pr	0,7	0,7	0,7	0,01 a 104



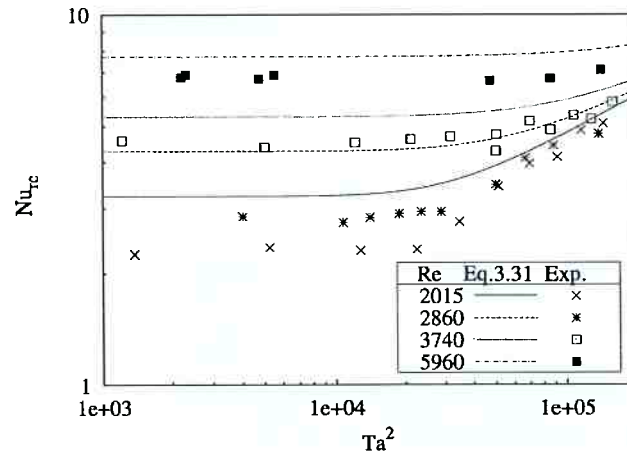


Fig. 3.17: Comparação dos resultados da equação 3.31 com os dados experimentais de BECKER e KAYE (1962) para transferência de calor entre os cilindros interno e externo.

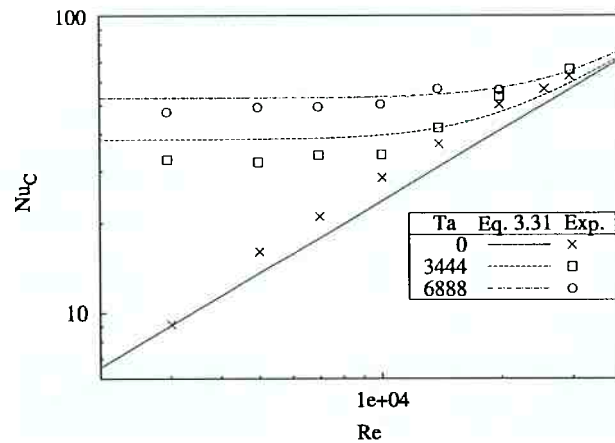


Fig. 3.18: Comparação dos resultados da equação 3.31 com os dados experimentais de PFITZER e BEER (1992) para transferência de calor entre fluido e cilindro externo.

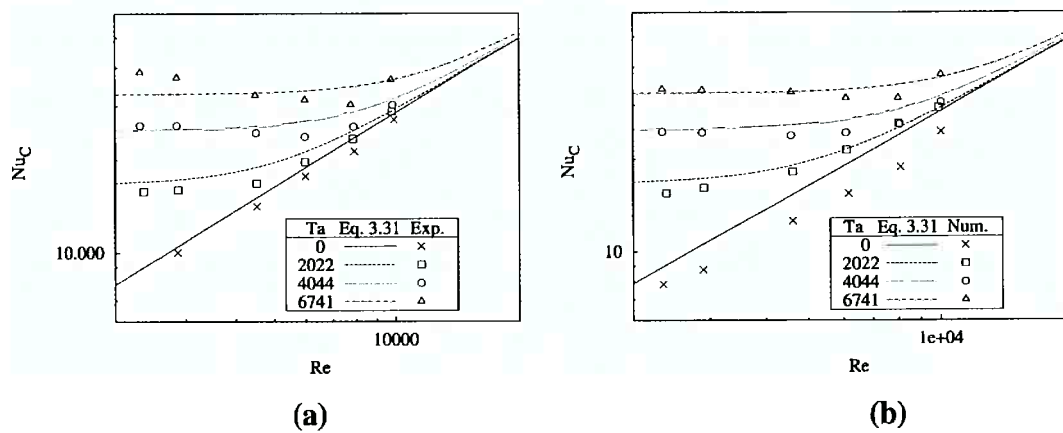
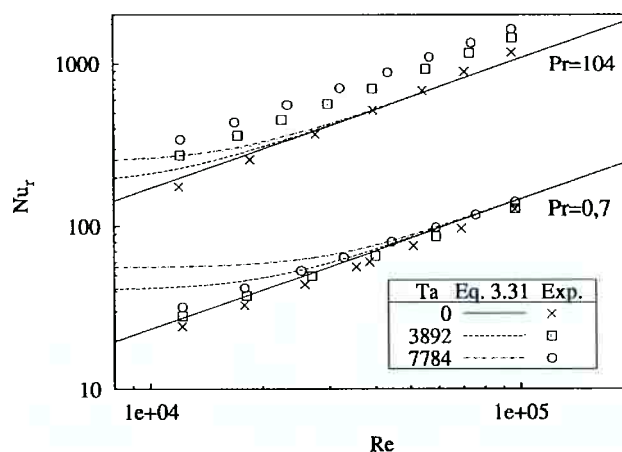


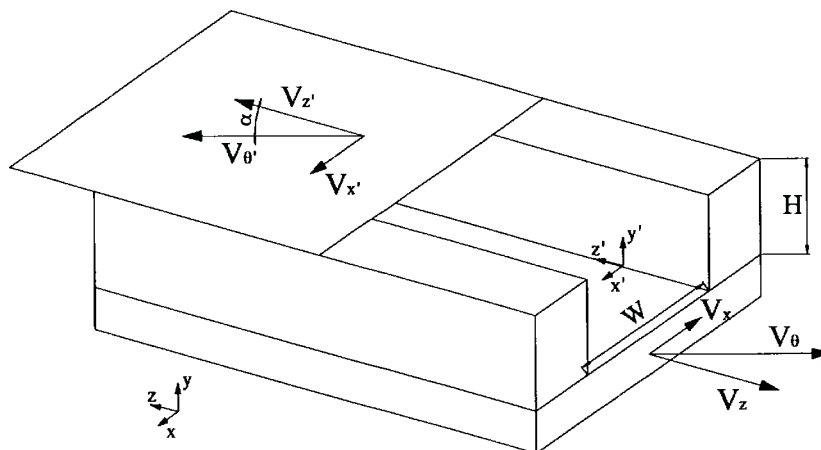
Fig. 3.19: Comparação dos resultados da equação 3.31 com os dados numéricos obtidos por TORII e YANG (1994) para transferência de calor para o cilindro externo utilizando dois modelos: a) Torii e Yang e b) Launder e Sharma.



**Fig. 3.20: Comparação dos resultados da equação 3.31 com os dados numéricos de TORII e YANG (1998) para transferência de calor para o cilindro interno com diferentes  $Pr$ .**

A comparação entre os dados calculados pela equação 3.31 e os obtidos numérica e experimentalmente por outros autores mostra uma boa concordância entre os valores na maioria dos casos. Quando o número de Reynolds é próximo de 2000, como pode ser visto na figura 3.17, o número de Nusselt calculado é maior que o observado. Tal fato deve-se provavelmente devido ao fato de que, nessas condições, o escoamento encontra-se na região de transição laminar/turbulento. Além disso, outro fator que contribui para erros maiores é o número de Prandtl. Como mostra a figura 3.20, quando  $Pr$  é muito elevado, a rotação do eixo influencia o número de Nusselt mesmo quando  $Re$  é elevado. Apenas quando  $Pr$  é baixo, a hipótese de duas regiões distintas é válida. No entanto, para a geometria e condições de operação encontradas pela bomba multifásica, não se espera valores de  $Ta$  tão elevados quanto os utilizados por TORII e YANG (1998). Com as fendas da bomba preenchidas com óleo – caso em que o número de Prandtl terá valores elevados – o número de Taylor não será maior do que 200 devido à elevada viscosidade. Dessa forma, como pode ser visto na figura 3.20 os valores do número de Nusselt devem ser muito próximo dos valores para o caso em que  $Ta=0$ , o que faz que as correlações obtidas possam ser utilizadas mesmo quando  $Pr$  é elevado.

Para completar o cálculo dos coeficientes de transferência de calor, resta estimar o número de Nusselt dentro das câmaras nas quais o fluido é transportado. Para tanto, admite-se que o número de Nusselt é equivalente ao de um duto retangular cujo fluido move-se a uma velocidade média igual à velocidade média



**Fig. 3.21: Escoamento induzido por arraste nos canais devido à rotação do parafuso: representações euleriana ( $xyz$ ) e lagrangeana ( $x'y'z'$ ) (adaptado de CAMPBELL et al. (1998)).**

longitudinal ( $\overline{V}_{z'}$ ) induzida em um canal retangular pelo movimento de uma de suas faces, como ilustra a figura 3.21. CAMPBELL et al. (1996) calcularam analiticamente os perfis de velocidade para essa geometria considerando escoamento laminar. A velocidade média na direção longitudinal obtida pelos autores é dada por:

$$\overline{V}_{z'} = \frac{\omega R_e \cos(\alpha) F_d}{2} \quad (3.34)$$

Onde  $F_d$  é um fator de forma dado aproximadamente por<sup>1</sup>:

$$F_d = \frac{2}{\pi} a \tan\left(1,019 \frac{W}{H}\right) \quad 0 \leq F_d \leq 1 \quad (3.35)$$

A equação 3.34 fornece a velocidade média do fluido em relação às paredes da câmara do parafuso e é calculada em relação ao sistema  $x'y'z'$  mostrado na figura 3.21. Para a face superior, que representa a carcaça que envolve o parafuso, a velocidade do fluido relativamente a ela é calculada usando-se o sistema  $xyz$ :

$$\overline{V}_z = \omega R_e \cos(\alpha) \left[ \frac{F_d}{2} - \left(1 - \frac{H}{2R_e}\right) \right] \quad (3.36)$$

As equações 3.34 e 3.36 para a velocidade média calculada foram desenvolvidas para extrusores com parafusos únicos em que o fluxo pode ser

<sup>1</sup> Obtido a partir dos resultados da equação original:  $F_d = \frac{16}{\pi^3} \frac{W}{H} \sum_{i=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{i^3} \tanh\left(\frac{i\pi W}{2H}\right)$

considerado bidimensional na direção z devido à ausência de engrenamento. No caso da bomba de duplo parafuso, devido ao engrenamento que bloqueia completamente as extremidades do canal, isso não é verdade. No entanto, segundo HONG e WHITE (1998), o escoamento no canal pode ser dividido em duas regiões: uma, longe das extremidades, onde as características do escoamento são as mesmas dos equipamentos de parafuso simples, e outra, onde há o engrenamento, em que isso não é verdade. Assim, pode-se esperar que o cálculo da velocidade média, embora não seja exata, consiste em uma boa aproximação em pelo menos uma parte do canal.

Com as velocidades médias calculadas, pode-se estimar o número de Nusselt através das seguintes correlações para dutos retangulares para os regimes laminar e turbulento, respectivamente:

$$Nu_l = 4,89 \exp\left(\frac{-4,30}{W/H}\right) + 3,20 \quad (3.37)$$

$$Nu_t = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3} \quad (3.38)$$

A equação 3.37 foi obtida a partir dos dados tabelados em INCROPERA e De WITT (1990) e a equação 3.38 é a equação de *Dittus-Boelter* para escoamento turbulento em dutos de seção circular com  $Re$  calculado baseado no diâmetro hidráulico ( $D_h = W.H$ ). As propriedades necessárias para o cálculo do número de Nusselt e do coeficiente de transferência de calor são as propriedades médias do fluido dentro da câmara. A circulação induzida no plano  $x'y'$  dentro do canal pela componente  $V_x$ , e que pode intensificar a transferência de calor é desprezada pois se admite que o ângulo de hélice  $\alpha$  é pequeno.

Deve-se observar que o número de Nusselt para o interior da câmara calculado dessa forma trata-se apenas de uma estimativa uma vez que uma série de hipóteses precisou ser assumida. Além do uso de correlações para dutos, o cálculo da velocidade média feito supondo-se escoamento laminar bidimensional, o desprezo da circulação no plano  $x'y'$ , o uso de propriedades médias e o cálculo de um número de Nusselt médio – enquanto sabe-se que ele deve variar ao longo da parede – devem implicar diferenças significativas em relação ao que ocorre realmente no canal. No entanto, o estudo detalhado deste fenômeno está fora do escopo deste trabalho, devendo ser analisado de forma aprofundada posteriormente.

### 3.4 Refluxo

O refluxo que ocorre na bomba pode ser dividido em três parcelas: refluxo através das fendas periféricas, de flanco ou radial. De acordo com as simulações realizadas por NAKASHIMA (2000), a maior parcela do refluxo – cerca de 70% – ocorre através das fendas periféricas, pois a sua área de passagem é maior. Em seguida vem a fenda radial e, com uma contribuição bem pequena, as fendas de flanco. Outra observação relevante é que a vazão devido ao arraste de fluido nas fendas é, em geral, pouco importante diante da vazão provocada pela diferença de pressão. Para as fendas radiais e de flanco, a mesma abordagem utilizada por WINCEK (1992) será aproveitada. No entanto, diferente do que foi feito por ele, toda a região turbulenta (lisa, transição e rugosa) será considerada. Já para as fendas anulares, será proposta a utilização de novas correlações que incluam o efeito da rotação do eixo.

#### 3.4.1 Fenda Radial

A vazão volumétrica total através da fenda radial é composta por duas parcelas. Uma devida ao arraste provocado pela rotação do parafuso e outra provocada pela diferença de pressão, como se segue:

$$\dot{V}_R = \dot{V}_{R,dp} + \dot{V}_{R,rot} \quad (3.39)$$

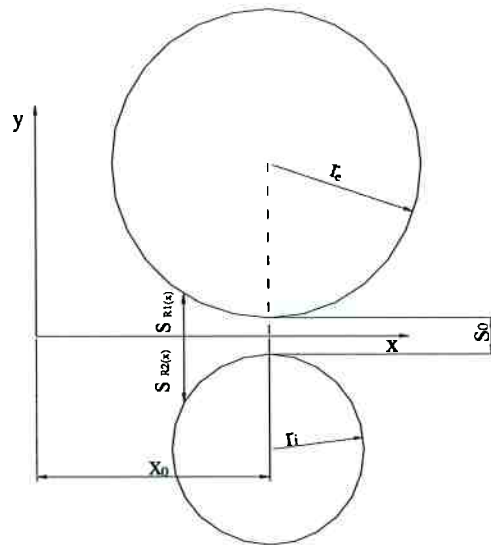
A componente da diferença de pressão é dada por:

$$\dot{V}_{R,dp} = \frac{B \cdot \Delta p}{12 \mu_f \int_0^{2x_o} \frac{1}{s_R(x)^3} dx} \quad (3.40)$$

para escoamento laminar e

$$\dot{V}_{R,dp} = \frac{2\sqrt{\Delta p B^3}}{\sqrt{\rho_f \int_0^{2x_o} f(x) dx}} \quad (3.41a)$$

$$f(x) = \frac{s_R(x)^3}{\lambda(s_R(x) + B)} \quad (3.41b)$$



**Fig. 3.22: Parâmetros geométricos para o cálculo do refluxo através da fenda radial (WINCEK (1992)).**

para escoamento turbulento. Onde o coeficiente de atrito para toda a região turbulenta pode ser calculado usando-se a equação estabelecida por COLEBROOK e WHITE (1939) (apud SCHLICHTING (1968)):

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,74 - 2,00 \cdot \log\left(\frac{2k}{D_h} + \frac{18,7}{Re\sqrt{\lambda}}\right) \quad (3.42)$$

$$D_h = \frac{2s_R(x)B}{s_R(x) + B}$$

A espessura da fenda  $s_R(x)$ , ilustrada na figura 3.22, é calculada a partir dos raios interno e externo do parafuso:

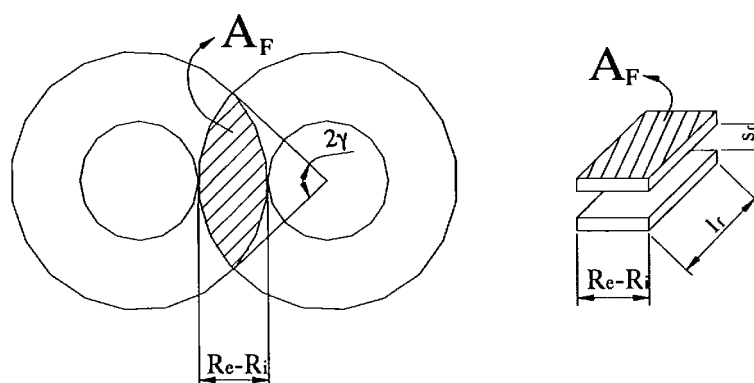
$$s_R(x) = s_{R1}(x) + s_{R2}(x) = R_e + R_i + s_{R0} - \sqrt{R_e^2 - (x - x_0)^2} - \sqrt{R_i^2 - (x - x_0)^2} \quad (3.43)$$

Já a componente devida à rotação é dada aproximadamente por:

$$\dot{V}_{R,rot} = \frac{\varpi(R_e - R_i)}{2} B \cdot s_{R0} \quad (3.44)$$

### 3.4.2 Fenda de Flanco

A fenda de flanco está representada na figura 3.23. De forma análoga à fenda radial, a vazão volumétrica na fenda de flanco é dada por:



**Fig. 3.23: Parâmetros geométricos para o cálculo do refluxo através da fenda de flanco (WINCEK (1992)).**

$$\dot{V}_F = \dot{V}_{F,dp} + \dot{V}_{F,rot} \quad (3.45)$$

Como mostra a figura 3.23, a vazão nessa fenda é calculada usando-se uma geometria equivalente, que possui a mesma largura e área da fenda original. Assim, os cálculos são feitos utilizando-se um comprimento de fenda fictício dado por<sup>2</sup>:

$$l_F = \frac{R_e^2}{R_e - R_i} (2\gamma - \text{sen}2\gamma) \quad (3.46a)$$

$$\gamma = \arccos \frac{R_e + R_i}{2R_e} \quad (3.46b)$$

Onde  $2\gamma$  é o ângulo de intersecção dos parafusos.

Com a inclusão das perdas localizadas, a vazão devida à diferença de pressão será dada por:

$$\dot{V}_{F,dp} = A_F \cdot U_F = (R_e - R_i) \cdot s_F \cdot U_F \quad (3.47)$$

Onde  $U_F$ , é a velocidade média na fenda e é dada por:

$$U_F = \frac{\sqrt{\left(\frac{24l_F\mu_f}{s_F^2}\right)^2 + 12\rho_f \cdot \Delta p} - \frac{24l_F\mu_f}{s_F^2}}{3\rho_f} \quad (3.48)$$

<sup>2</sup> A equação do comprimento equivalente é, originalmente, diferente desta. Esta, no entanto, é uma forma mais simples de se escrever a mesma equação.

para escoamento laminar ou:

$$U_F = \sqrt{\frac{2}{\left(\frac{\lambda \cdot l_F}{2s_F} + 1,5\right)} \frac{\Delta p}{\rho_l}} \quad (3.49)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,74 - 2,00 \cdot \log\left(\frac{k}{s_F} + \frac{18,7}{Re\sqrt{\lambda}}\right)$$

para escoamento turbulento.

A componente devida à rotação é dada por:

$$\dot{V}_{F,rot} = \frac{\varpi \cdot s_F (R_e^2 - R_i^2)}{2} \quad (3.50)$$

### 3.4.3 Fenda Periférica

O cálculo da vazão através da fenda periférica deve levar em conta o efeito que a rotação do eixo tem sobre a perda de carga. As correlações vistas anteriormente serão analisadas para verificar qual delas melhor se aplica ao modelo. O desenvolvimento das equações será feito sempre se considerando que as fendas periféricas de bombas parafuso são muito estreitas. Em geral, a razão entre raio interno e externo nesse tipo de bomba fica acima de 0,99.

#### 3.4.3.1 Fendas concêntricas

Analisando-se inicialmente o caso concêntrico, o escoamento mais simples seria o laminar, em que o coeficiente de atrito é calculado pela equação 2.16. Essa equação é utilizada pois a diferença em relação à equação 2.10 é desprezível. Mesmo para razões entre raios de cerca de 0,5 a diferença entre os valores dessas duas equações é menor do que 1%.

Para o regime turbulento, como pôde ser visto, uma série de correlações foram propostas. Uma análise preliminar delas, no entanto, revela que a equação 2.21 desenvolvida por SUZUKI (1929) é mais flexível que a desenvolvida por YAMADA (1962). Fazendo-se  $\beta=0$ , a equação 2.21 fornece valores muito próximos aos da equação 2.22. Outra vantagem é que, embora tenha sido desenvolvida para escoamentos turbulentos, a equação de SUZUKI (1929) pode ser utilizada para



prever os valores do coeficiente de atrito no escoamento laminar com vórtices bastando, para isso, correlacionar adequadamente o valor de  $\beta$  nesta região. Ainda que isso não seja fisicamente consistente. Utilizando-se os dados experimentais de YAMADA (1962) e admitindo-se que a influência da geometria do canal é pequena para fendas estreitas, estabeleceu-se a seguinte correlação:

$$\beta = \begin{cases} A Re_{\theta}^B + Ce^{\left(\frac{D}{Re_{\theta}}\right)} & (Re_{\theta} \leq 4000 \text{ e } Re < 2000) \\ 0,1713 * Re^{0,288} - 1,7e^{\left(\frac{-10410}{Re_{\theta}}\right)} & (\text{demais regiões}) \end{cases} \quad (3.51)$$

Os coeficientes  $A$  a  $D$  são dados por:

$$A = \begin{cases} 2,62x10^{-2} Re^2 - 8,08x10^{-1} Re + 18,43 & (Re < 200) \\ 2,64x10^{-3} Re^2 - 3,20x10^{-1} Re + 7990 & (Re \geq 200) \end{cases} \quad (3.52)$$

$$B = \begin{cases} 4,40x10^{-6} Re^2 - 2,92x10^{-3} Re - 0,49 & (Re < 200) \\ -7,67x10^{-8} Re^2 + 1,29x10^{-4} Re - 1,17 & (Re \geq 200) \end{cases} \quad (3.53)$$

$$C = \begin{cases} -8,00x10^{-4} & (Re < 200) \\ 2,19x10^{-8} Re^2 - 3,14x10^{-5} Re - 3,00x10^{-2} & (Re \geq 200) \end{cases} \quad (3.54)$$

$$D = \begin{cases} 32,77Re + 1608 & (Re < 200) \\ 4,14x10^{-4} Re^2 + 2,67Re + 3923 & (Re \geq 200) \end{cases} \quad (3.55)$$

O levantamento do fator  $\beta$  para o caso em que  $Re=0$  foi obtido a partir da correlação para coeficiente de torque desenvolvida no Apêndice C e dos dados experimentais de STUART (1968). A equação para o coeficiente de torque, que caracteriza as perdas tangenciais, será explicada em detalhes no item 3.5.

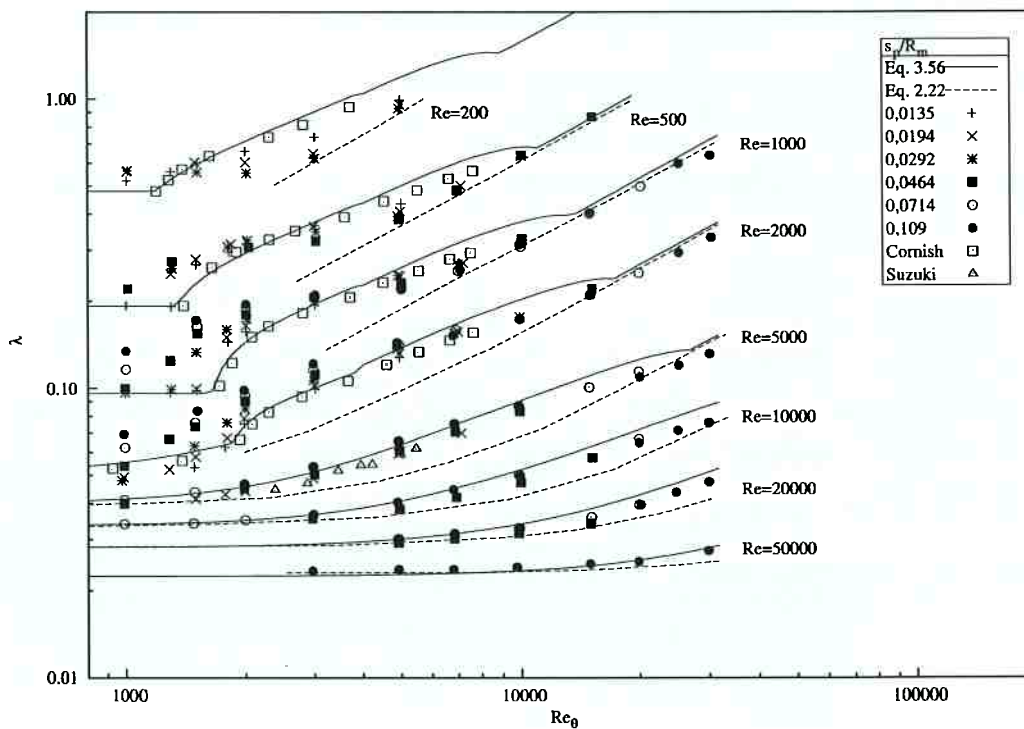
Além do equacionamento do fator  $\beta$ , quando compara-se as equações 2.17 e 2.21, pode-se perceber que, com o cilindro interno parado, os coeficientes das duas equações são ligeiramente diferentes. Dessa forma, alterou-se o coeficiente da equação de SUZUKI (1929) para que esta se reduza à equação para escoamento em canais anulares estreitos quando a velocidade angular é nula. Portanto, para o regime laminar com vórtices e turbulento, a seguinte equação foi obtida:

$$\lambda_r = \frac{0,1677}{Re^{1/4}} \left\{ \left[ 1 + 0,629 \left( \frac{\omega R_i}{U_z} \right)^2 \right]^{3/8} + \left[ 1 + 0,629 \left( \beta \frac{\omega R_i}{U_z} \right)^2 \right]^{3/8} \right\} \quad (3.56)$$

As figuras 3.24 a 3.26 mostram uma comparação entre os dados experimentais fornecidos por diversos pesquisadores e a equação 3.56. Os dados geométricos e condições de ensaio de cada trabalho estão detalhados na tabela 3.3 a seguir.

**Tabela 3.3: Dados geométricos de diversos autores utilizados para a comparação dos dados experimentais com a equação 3.56.**

Autor	SUZUKI (1929)	YAMADA (1962)	SALHI, REY e ROSANT (1992)
$Re$ ( $\times 10^3$ m)	88,89	32,151	50,5
$s_p$ ( $\times 10^3$ m)	0,285; 0,47 ; 0,66 e 1,29	0,431; 0,618; 0,923; 1,456; 2,216 e 3,315	0,5 e 1,0
$B$ ( $\times 10^3$ m)	29,0	200,0	312,0
$n$ (rpm)	0 - 2000	0 - 5000	0 - 10000



**Fig. 3.24: Comparação entre dados experimentais de YAMADA (1962) e obtidos pelas equações 2.22 e 3.56.**

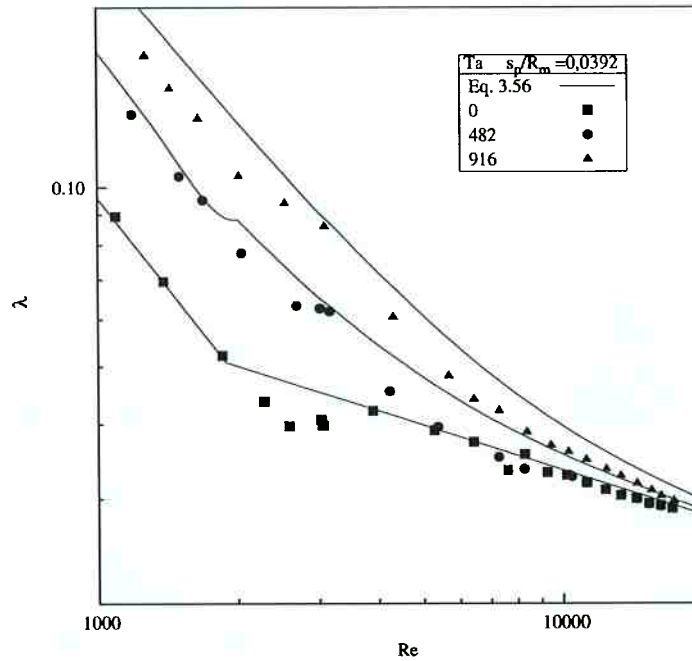


Fig. 3.25: Comparação entre dados experimentais de SALHI, REY e ROSANT (1992) e obtidos pela equação 3.56.

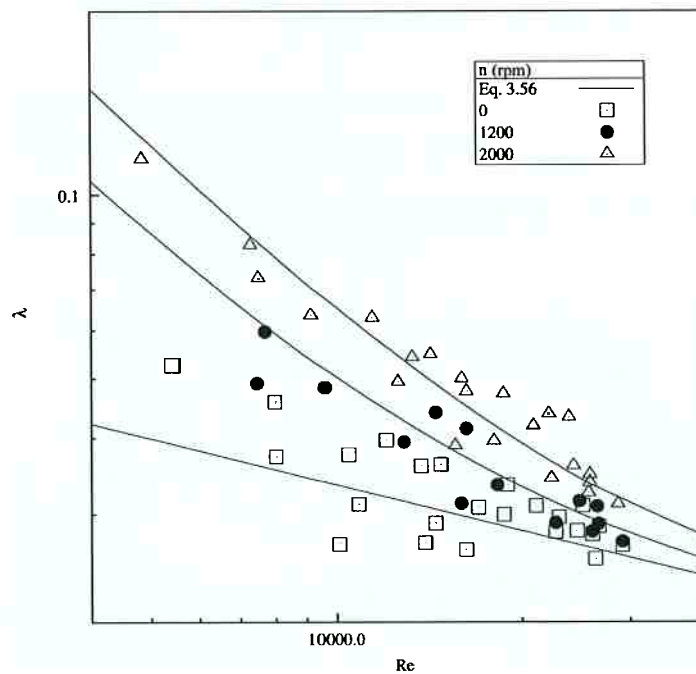


Fig. 3.26: Comparação entre dados experimentais de SUZUKI (1929) e obtidos pela equação 3.56.

Como pode ser observado, os dados obtidos com a equação desenvolvida por SUZUKI (1929) com o fator  $\beta$  dado pela equação 3.51 apresenta bons resultados.

Apenas uma pequena descontinuidade aparece quando  $Re=2000$  ou  $Re_\theta=4000$  devido à mudança nas equações para cálculo do fator  $\beta$ .

Uma vez tendo comprovado os bons resultados da equação 3.56, pode-se analisá-la mais detalhadamente. Reorganizando os termos desta equação, chega-se facilmente ao seguinte formato:

$$\lambda_t = k_{an} k_{rot} \frac{0,3164}{Re^{1/4}} \quad (3.57a)$$

$$k_{an} = 1,06 \quad (3.57b)$$

$$k_{rot} = \frac{\left[ 1 + 0,629 \left( \frac{\omega R_t}{U_z} \right)^2 \right]^{3/8} + \left[ 1 + 0,629 \left( \beta \frac{\omega R_t}{U_z} \right)^2 \right]^{3/8}}{2} \quad (3.57c)$$

Ou seja, a equação corresponde à equação de *Blasius* corrigida por dois fatores: um que leva em conta o fato do escoamento ser anular e outro que inclui o efeito da rotação do eixo. No entanto, sabe-se que a equação de *Blasius* deixa de apresentar bons resultados para valores muito elevados de  $Re$ . Nesses casos, a lei universal para o coeficiente de atrito – desenvolvida por *Prandtl* – apresenta melhores resultados. Considerando-se que as equações de *Blasius* e *Prandtl* apresentam resultados muito próximos na região em que os valores de  $Re$  não são extremamente elevados ( $Re \leq 10^5$ ), então os coeficientes de correção da equação 3.57 poderiam ser aplicados aos valores da lei universal, como se segue:

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda_t}{k_{an} k_{rot}}}} = 2 \log \left( Re \sqrt{\frac{\lambda_t}{k_{an} k_{rot}}} \right) - 0,8 \quad (3.58)$$

Esta equação, na região de calibração ( $Re \leq 5 \times 10^4$  e  $Re_\theta \leq 3 \times 10^4$ , ver figura 3.24), apresenta praticamente os mesmos resultados que a anterior. Para valores muito grandes de  $Re$ , o coeficiente  $k_{rot}$  aproxima-se de 1, ou seja, o valor do coeficiente de atrito deve ser igual ao do canal sem rotação, sem que haja influência da rotação, como pode ser comprovado na figura 3.24 para  $Re = 5 \times 10^5$ . Nesse caso, o valor correto dado pela lei universal garante melhores resultados que a equação de

*Blasius*. Além disso, a equação nessa forma será útil na definição de uma equação geral para toda a região turbulenta (lisa e rugosa), como será visto a seguir.

O próximo passo para que se possa ter uma avaliação do coeficiente de atrito em todos os regimes de escoamento seria avaliar o escoamento turbulento rugoso. Embora não se espere que o escoamento atinja essa região – principalmente quando o fluido de trabalho é altamente viscoso como o petróleo – é importante ter-se o equacionamento completo.

Para se obter uma correlação para esse regime de escoamento supõe-se que o método desenvolvido por YAMADA (1962) seja aproximadamente válido para números de Reynolds elevados, o que é razoável admitir como pode ser visto na figura 3.24. Dessa forma, neste trabalho será assumido que a mesma abordagem pode ser utilizada para calcular o coeficiente de atrito no escoamento turbulento rugoso. Assim, como feito por YAMADA (1962), calcula-se uma velocidade efetiva a partir da soma das velocidades médias dos escoamentos de Couette e Poiseuille. O escoamento médio é calculado admitindo-se que a distribuição de velocidade obedece a lei de potência. Entretanto, como mostra SCHLICHTING (1968), no caso do escoamento turbulento rugoso o expoente muda de  $1/7$  para  $1/4$  ou  $1/5$  e, além disso, sabe-se que o coeficiente de atrito nessa região não depende da velocidade do escoamento. Assim, a equação do coeficiente de atrito para essa região fica:

$$\lambda_{t,r} = \frac{1,06}{\left(2 \log \left(\frac{s_p}{k_s}\right) + 1,74\right)^2} \left[ 1 + \left(\frac{5}{12}\right)^2 \left(\frac{\omega R_i}{U_z}\right)^2 \right]^{0,5} \quad (3.59)$$

Assim como no caso liso, esta equação pode ser escrita em termos de coeficientes de correção:

$$\lambda_{t,r} = k_{an} k_{rot,r} \frac{1}{\left(2 \log \left(\frac{s_p}{k_s}\right) + 1,74\right)^2} \quad (3.60)$$

$$k_{rot,r} = \left[ 1 + \left(\frac{5}{12}\right)^2 \left(\frac{\omega R_i}{U_z}\right)^2 \right]^{0,5}$$

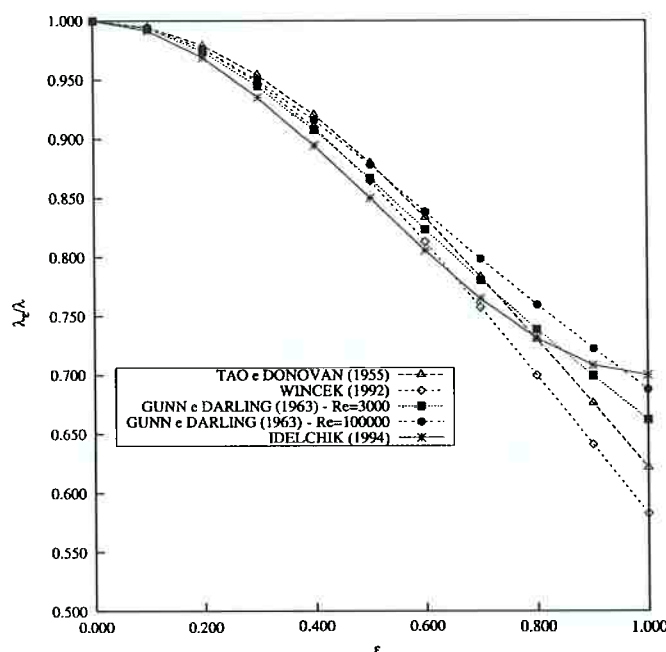
Como mostrado no Apêndice B, a similaridade das equações 3.58 e 3.60 com as equações para dutos de seção circular permite que se escreva uma equação geral para os regimes turbulento liso e rugoso, bem como para a transição entre eles. Isso, é claro, se for admitido que a transição turbulento liso/rugoso sempre ocorre da mesma forma que na equação obtida por *Colebrook e White*. Assim, o coeficiente de atrito para toda a região turbulenta fica:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_t}} = \frac{1,74}{\sqrt{k_{an}k_{rot,r}}} - 2 \log \left( \left( \frac{k_s}{s_p} \right)^{\frac{1}{\sqrt{k_{an}k_{rot,r}}}} + \frac{10^{\frac{1}{2} \left( \frac{1,74}{\sqrt{k_{an}k_{rot,r}} + \frac{0,8 + \log(k_{an}k_{rot})}{\sqrt{k_{an}k_{rot}}} \right)}}}{(Re\sqrt{\lambda_t})^{1/\sqrt{k_{an}k_{rot}}}} \right) \quad (3.61)$$

### 3.4.3.2 Fendas excêntricas

Como foi visto anteriormente, no regime laminar não existe a influência da rotação sobre o escoamento. Assim, para calcular a influência da excentricidade no regime laminar será utilizada a equação 2.34 uma vez que as fendas são muito estreitas e essa relação fornece bons resultados nesse caso. Para o regime turbulento, será assumido que o aumento relativo da vazão é o mesmo que existe quando não há rotação do eixo. Tal hipótese foi adotada em vista dos resultados de TAO e DONOVAN (1955) cujos dados mostram que o aumento é praticamente o mesmo considerando-se os erros experimentais.

Para escolher as equações a serem utilizadas no regime turbulento, inicialmente comparou-se as equações desenvolvidas por TAO e DONOVAN (1955), WINCEK (1992), GUNN e DARLING (1963) e IDELCHIK (1994) – equações 2.31, 2.35, 2.36 e 2.37, respectivamente – como mostra a figura 3.27. De todas essas relações, apenas a sugerida por GUNN e DARLING (1963) foi obtida a partir de dados experimentais. Observando-se a figura, pode-se perceber que a influência do número de Reynolds é muito pequena e, portanto, considerar o aumento do coeficiente de atrito como sendo função exclusiva da excentricidade não implica erros significativos. Assim, o uso da correção na forma sugerida por GUNN e DARLING (1963), que inclui a influência de  $Re$  e é muito mais complexa, pode ser evitada sem que haja muito desvio. Além disso, pode-se perceber que todas as outras equações mostram valores bastante próximos, principalmente para  $\varepsilon \leq 0,8$ . Sendo



**Fig. 3.27: Comparação entre as equações para escoamento anular turbulento excêntrico sugeridas por diversos autores.**

assim, a equação de TAO e DONOVAN (1955) parece ser mais adequada por dois motivos: apresenta valores muito próximos dos obtidos por GUNN e DARLING (1963) e permite que a correção seja feita tanto para o escoamento turbulento liso como para o rugoso.

Portanto, as equações para a correção do coeficiente de atrito para os regimes turbulento liso e rugoso quando existe excentricidade ficam:

$$k_{\varepsilon} = \frac{\lambda_{\varepsilon,l}}{\lambda_l} = \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1 + \varepsilon \cdot \cos \phi)^{\frac{3}{2-n}} d\phi \right]^{-(2-n)} \quad (3.62a)$$

$$n = \begin{cases} 0,25 & (\text{turbulento liso}) \\ 0 & (\text{turbulento rugoso}) \end{cases} \quad (3.62b)$$

Que, para serem utilizadas de forma mais simples, podem ser representadas por polinômios, como se segue:

$$k_{\varepsilon} = 0,237\varepsilon^3 - 0,6314\varepsilon^2 + 0,0132\varepsilon + 0,9998 \quad (\text{turbulento liso}) \quad (3.63a)$$

$$k_{\varepsilon,r} = -0,2577\varepsilon^2 - 0,0561\varepsilon + 1,0039 \quad (\text{turbulento rugoso}) \quad (3.63b)$$

E, de forma análoga ao que foi feito no item anterior, pode-se combinar as relações para escoamento turbulento liso e rugoso ao estilo da equação de *Colebrook e White*:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_t}} = \frac{1,74}{\sqrt{k_{an}k_{rot,r}k_{\varepsilon,r}}} - 2 \log \left[ \left( \frac{k_s}{s_p} \right) \frac{1}{\sqrt{k_{an}k_{rot,r}k_{\varepsilon,r}}} + \frac{10^{\frac{1}{2} \left( \frac{1,74}{\sqrt{k_{an}k_{rot,r}k_{\varepsilon,r}}} + \frac{0,8 + \log(k_{an}k_{rot}k_{\varepsilon})}{\sqrt{k_{an}k_{rot}k_{\varepsilon}}} \right)}}{(Re\sqrt{\lambda_t})^{1/\sqrt{k_{an}k_{rot}k_{\varepsilon}}}} \right] \quad (3.64)$$

A figura 3.28 a seguir mostra uma comparação entre os valores obtidos com esta equação e dados experimentais encontrados na literatura. Como pode ser visto, apesar da concordância não ser tão boa quando a excentricidade é muito grande, a equação segue a mesma tendência dos dados experimentais. A vantagem desta equação sobre as utilizadas por WINCEK (1992), EGASHIRA et al. (1996) e FENG

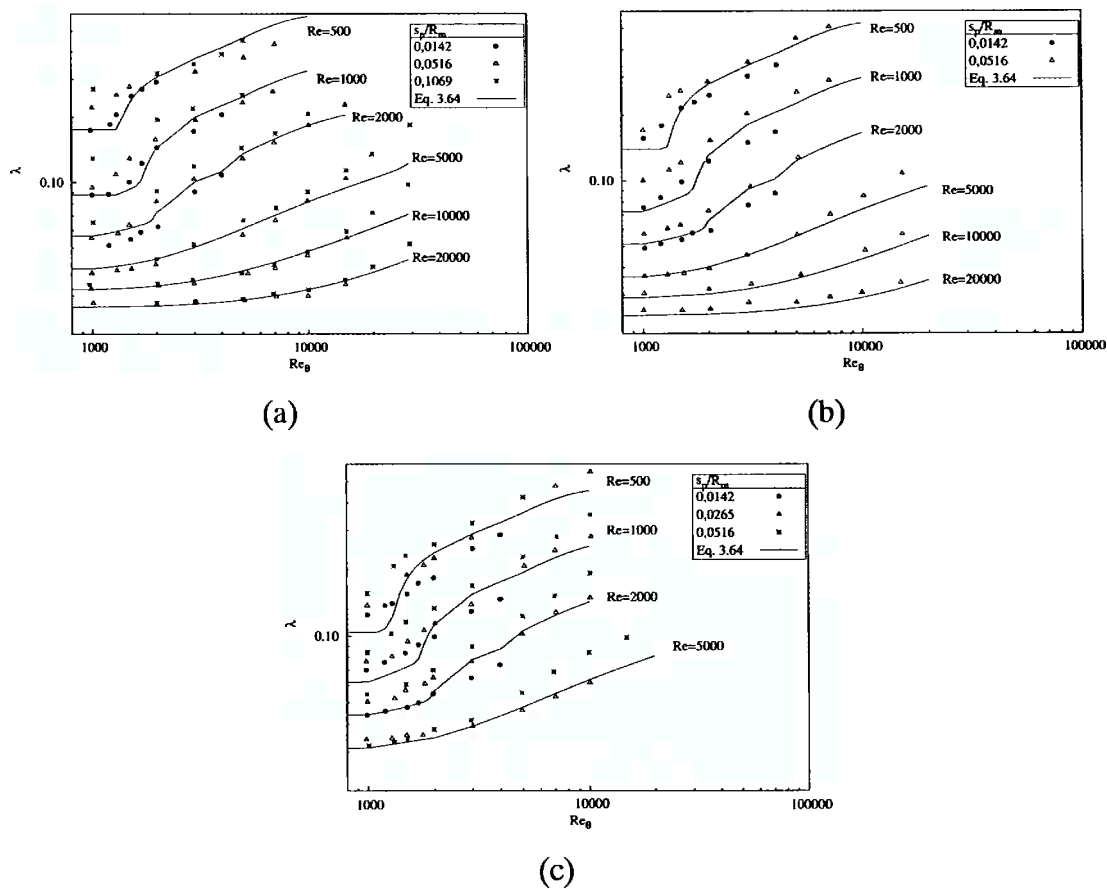


Fig. 3.28: Comparação dos valores da equação 3.64 com dados experimentais de YAMADA, NAKABAYASHI e MAEDA (1969): a)  $\varepsilon=0,25$ , b)  $\varepsilon=0,50$  e c)  $\varepsilon=0,75$ .



et al. (2001) é clara pois, além de levar em consideração todos os possíveis regimes de escoamento, leva em consideração a influência da rotação. Os valores de coeficiente de atrito obtidos pelas correlações dos outros autores são os mesmos calculados pela equação 3.64 quando se considera rotação nula.

### 3.4.3.3 Cálculo da vazão

Uma vez tendo sido desenvolvida a equação para o coeficiente de atrito na fenda periférica, pode-se escrever a equação para a vazão através dela. A vazão total será dada por:

$$\dot{V}_P = \dot{V}_{P,dp} + \dot{V}_{P,rot} = (U_z + U_\theta \cdot \text{sen} \alpha) A_p \quad (3.65)$$

Onde

$$A_p = s_p l_p, \quad l_p = \frac{\pi - \gamma}{\pi} \sqrt{p^2 + (D_e \pi)^2} \quad (3.66)$$

são a área e o comprimento da passagem anular e  $\gamma$  é dado pela equação 3.46.

A velocidade do fluido devido à diferença de pressão é dada por:

$$U_z = \sqrt{\frac{2}{\left( \frac{\lambda \cdot B \cdot \cos \alpha}{2s_p} + 1,5 \right)} \frac{\Delta p}{\rho}} \quad (3.67)$$

Onde  $\lambda$  é calculado como visto nos itens anteriores e  $\alpha$  é o ângulo de hélice.

A componente devida à rotação é dada aproximadamente por:

$$U_\theta = \frac{R_i^2 \varpi}{(R_e - R_i)} \left[ \ln \left( \frac{R_e}{R_i} \right) \cdot \left( 1 + \frac{R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (3.68)$$

## 3.5 Potência

A potência total necessária para a bomba pode ser dada pela soma de duas parcelas: potência teórica necessária para transportar o fluido mais a potência – denominada aqui potência de atrito – que é transformada em energia interna do fluido de trabalho devido ao atrito. Neste trabalho, considera-se a potência de atrito apenas

na região da fenda periférica por se considerar que as perdas nessa região são muito maiores devido ao maior gradiente de velocidade nessa região.

Para o regime laminar, as componentes da velocidade são independentes umas das outras e a potência de atrito para escoamentos concêntricos ou excêntricos será calculada com a equação 2.40. Isso é possível uma vez que as fendas periféricas da bomba são muito estreitas. Assim, utilizando-se a definição de coeficiente de torque apresentada (equação 2.42), tem-se:

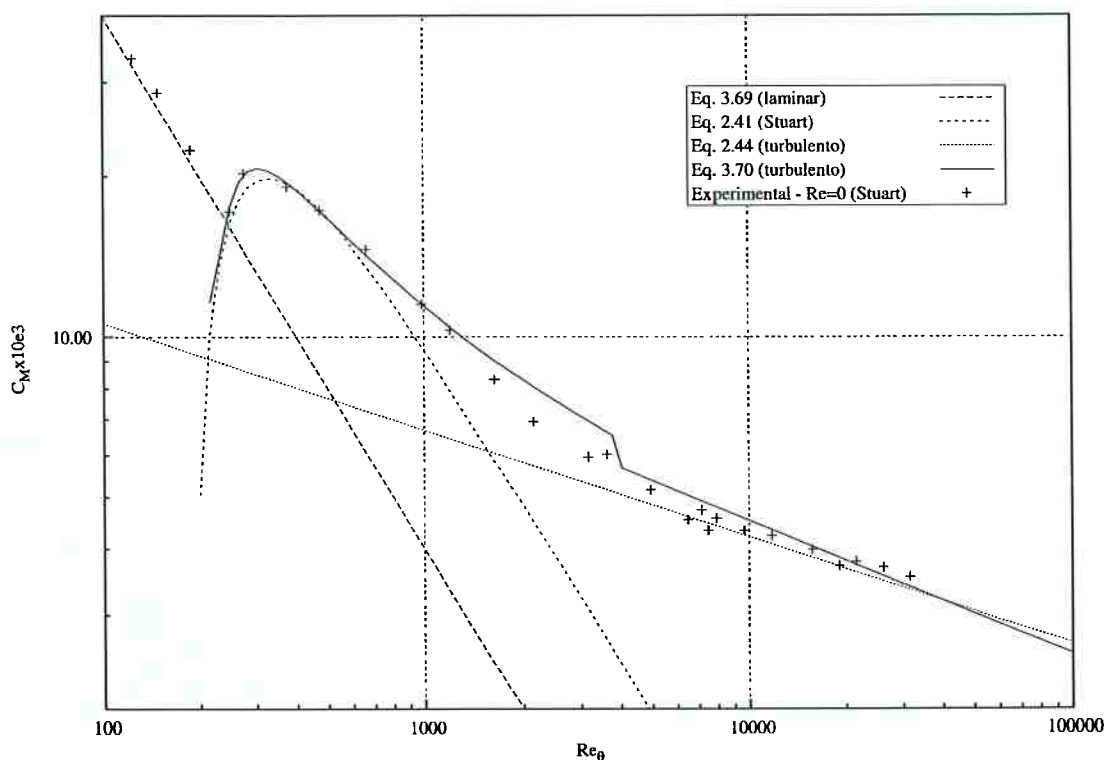
$$C_{M,t,\varepsilon} = \frac{4}{Re_\theta} \left\{ \frac{2(1 + 2\varepsilon^2) + 3s_p/R_i}{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}(2 + \varepsilon^2)} \right\} \quad (3.69)$$

Para os casos laminar com vórtices e turbulento, existe a influência do escoamento axial sobre o coeficiente de torque. Como foi visto na revisão bibliográfica, apenas foram encontradas correlações para o cálculo do coeficiente de torque para situações em que não existia o escoamento axial. Para o caso concêntrico, uma alternativa para contornar essa limitação foi utilizar a mesma metodologia de SUZUKI (1929), porém, tendo como objetivo principal calcular as perdas na direção tangencial ao invés das perdas axiais focadas no trabalho dele. Como mostra o Apêndice C, as perdas tangenciais, representadas pelo coeficiente de torque, pode ser deduzida como:

$$C_{M,t} = \frac{0,045}{Re_\theta^{0,25}} \left\{ \left[ 1,592 \left( \frac{Re_z}{2Re_\theta} \right)^2 + 1 \right]^{\frac{3}{8}} + \beta \left[ 1,592 \left( \frac{Re_z}{2Re_\theta} \right)^2 + \beta^2 \right]^{\frac{3}{8}} \right\} \quad (3.70)$$

O fator  $\beta$  é o mesmo utilizado no cálculo do coeficiente de atrito e é dado pela equação 3.51. A figura 3.29 a seguir mostra uma comparação entre os valores obtidos por esta equação, os dados analíticos e experimentais de STUART (1968) e os obtidos com as equações 3.69 e 2.44 para os regimes laminar e turbulento. Como pode ser visto, existe uma boa concordância com os valores experimentais. Em relação à equação para escoamento turbulento existe uma pequena diferença na inclinação das curvas, porém, o desvio passa a ser significativo apenas para números de Reynolds muito elevados.

Analisando-se a equação 3.70, pode-se perceber que ela é semelhante à equação 3.56 para o coeficiente de atrito, o que é esperado uma vez que as equações



**Fig. 3.29:** Comparação dos valores da equação 3.70 com dados experimentais de STUART (1968) –  $s_p/R_i = 0,028$ .

foram obtidas a partir de procedimentos análogos. Assim, é possível utilizar a mesma metodologia adotada no item 3.4.3 para se obter uma equação geral para o coeficiente de torque, a qual seria válida para todos os regimes de operação.

Concentrando-se inicialmente no caso concêntrico, pode-se reescrever a equação 3.70 utilizando-se, como feito anteriormente, os coeficientes de correção:

$$C_{M,t} = k_{\theta} k_{rot} k_{\varepsilon} \frac{0,3164}{Re_{\theta}^{0,25}} \quad (3.71)$$

$$k_{\theta} = 1/7 \quad (3.72)$$

$$k_{rot} = \left\{ \left[ 1,592 \left( \frac{Re_z}{2Re_{\theta}} \right)^2 + 1 \right]^{\frac{3}{8}} + \beta \left[ 1,592 \left( \frac{Re_z}{2Re_{\theta}} \right)^2 + \beta^2 \right]^{\frac{3}{8}} \right\} \quad (3.73)$$

Para o escoamento rugoso, o coeficiente de torque será dado por:

$$C_{M,r} = \frac{0,143}{\left(2 \log \left( \frac{s_p}{2k_s} \right) + 1,74 \right)^2} \left[ 1 + \left( \frac{12}{5} \right)^2 \left( \frac{U_z}{\omega R_i} \right)^2 \right]^{0,5} \quad (3.74)$$

Ou

$$C_{M,r} = k_\theta k_{rot,r} k_\varepsilon \frac{1}{\left(2 \log \left( \frac{s_p}{2k_s} \right) + 1,74 \right)^2} \quad (3.75)$$

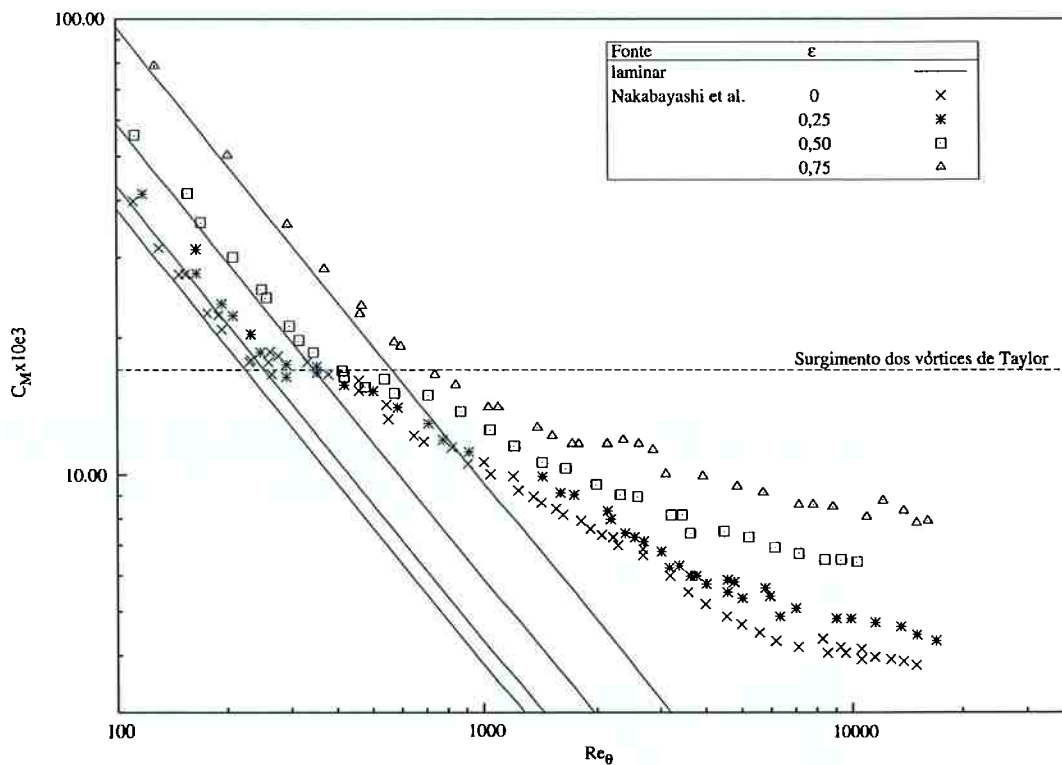
$$k_{rot,r} = \left[ 1 + \left( \frac{12}{5} \right)^2 \left( \frac{U_z}{\omega R_i} \right)^2 \right]^{0,5} \quad (3.76)$$

A correção do coeficiente de torque devido à excentricidade no caso turbulento liso pode ser obtida através dos dados de NAKABAYASHI et al. (1972) listados na tabela 2.5. Utilizando-se esses dados, buscou-se ajustar uma curva que fosse semelhante ao fator de correção, que pode ser visto na equação 3.69, obtido analiticamente por DIPRIMA e STUART (1972) para o regime laminar. O resultado desse ajuste é dado pela equação 3.77 a seguir.

$$k_\varepsilon = \frac{C_{M,t}}{C_{M,t\varepsilon}} = \frac{2(1 + 2\varepsilon^{1,85})}{(1 - \varepsilon^{8,3})^{1/2} (2 + \varepsilon^{3,74})} \quad (3.77)$$

Assim como para o regime laminar, essa equação resulta em um aumento abrupto do torque quando a excentricidade aproxima-se de 1. Porém, nenhum dado para excentricidades maiores que 0,75 foi encontrado para comparação. Para o regime turbulento rugoso será admitido que a mesma correção é válida, embora não seja possível a verificação com dados experimentais.

Quando se trata do escoamento laminar com vórtices, nenhuma forma de se corrigir o coeficiente de torque foi encontrada. As únicas observações que puderam ser feitas são de que a excentricidade provoca um atraso na formação dos vórtices de Taylor e que o surgimento dos vórtices ocorre a um valor aproximadamente constante de coeficiente de torque. Além disso, pode-se perceber que a influência dos vórtices de Taylor tende a diminuir conforme se aumenta a excentricidade. Na figura



**Fig. 3.30: Dados experimentais de NAKABAYASHI et al (1972) evidenciando a transição dos vórtices de Taylor em um determinado coeficiente de torque ( $s_p/R_m = 0,0286$ ).**

3.30 é possível observar este comportamento notando-se que o desvio da reta laminar ocorre aproximadamente a um valor constante de coeficiente de torque.

Utilizando-se o fato de o surgimento dos vórtices ocorrer a um determinado coeficiente de torque, pode-se calcular aproximadamente o atraso na formação dos vórtices, como se segue:

$$\frac{Re_{c,\epsilon}}{Re_c} = \frac{Ta_{c,\epsilon}}{Ta_c} = \frac{2(1+2\epsilon^2) + 3s_p/R_i}{(1-\epsilon^2)^{1/2}(2+\epsilon^2)} \quad (3.78)$$

Já a influência dos vórtices sobre o coeficiente de torque será admitida a mesma ( $k_\epsilon = 1$ ), embora isso implique erros maiores quando a excentricidade é elevada. Nesses casos, como visto anteriormente, a influência dos vórtices tende a diminuir. A figura 3.31 a seguir mostra uma comparação dos resultados obtidos com as hipóteses acima.

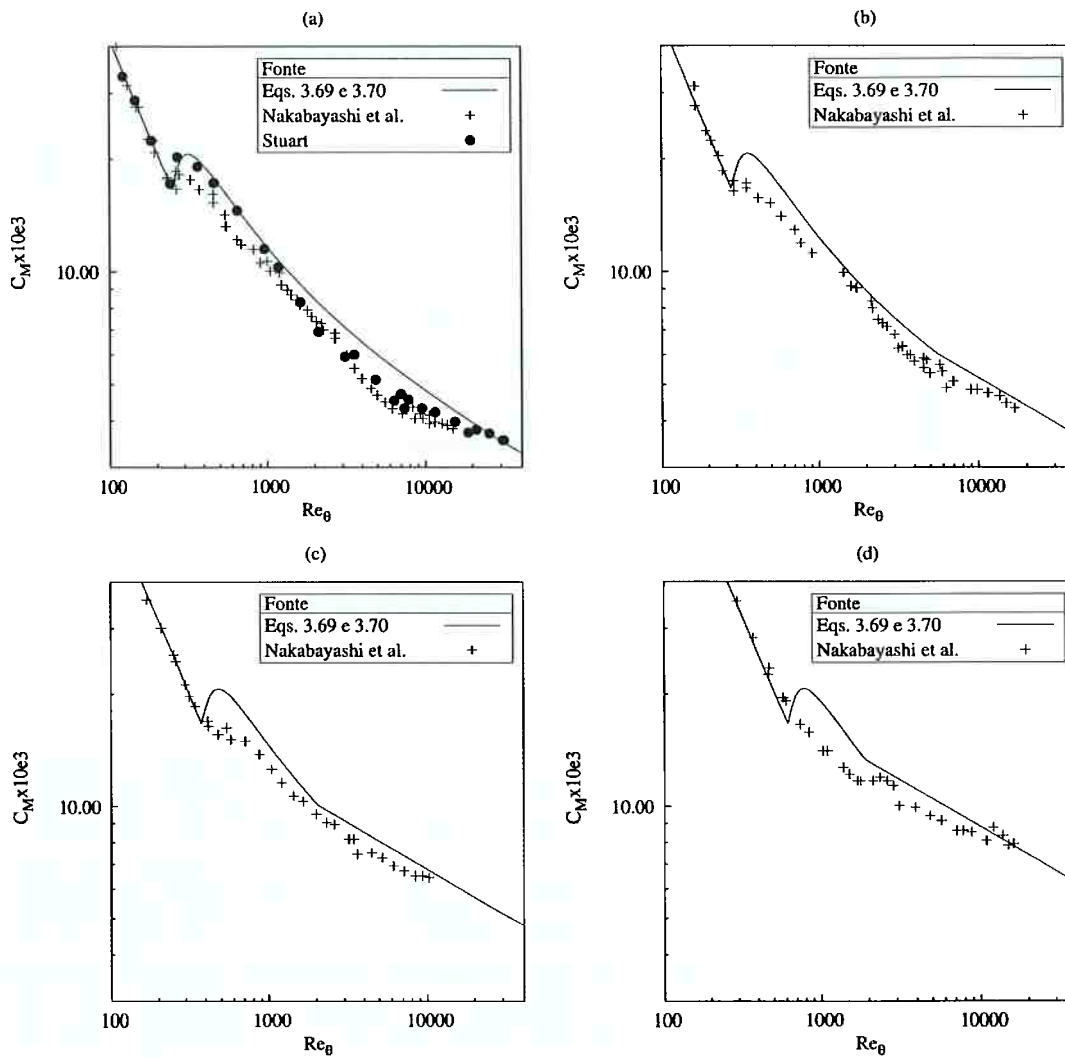


Fig. 3.31: Comparação da equação 3.69 e 3.70 com dados experimentais de NAKABAYASHI et al (1972) ( $s_p/R_m = 0,0286$ ): a)  $\varepsilon=0$ ; b)  $\varepsilon=0,25$ ; c)  $\varepsilon=0,50$  e d)  $\varepsilon=0,75$ .

Agrupando-se todos os coeficientes em uma equação geral para os regimes liso e rugoso como feito para o coeficiente de atrito, tem-se, para o regime turbulento:

$$\frac{1}{\sqrt{C_{M,t}}} = \frac{1,74}{\sqrt{k_\theta k_{rot,r} k_\varepsilon}} - 2 \log \left( \left( \frac{k_s}{2s_p} \right) \frac{1}{\sqrt{k_\theta k_{rot,r} k_\varepsilon}} + \frac{1}{10} \frac{\left( \frac{1,74}{\sqrt{k_\theta k_{rot,r} k_\varepsilon}} + \frac{0,8 + \log(k_\theta k_{rot,r})}{\sqrt{k_\theta k_{rot,r} k_\varepsilon}} \right)}{\left( Re_\theta \sqrt{C_{M,t}} \right)^{1/2} \sqrt{k_\theta k_{rot,r} k_\varepsilon}} \right) \quad (3.79)$$

Quando o escoamento é laminar com vórtices, esta mesma equação é válida, porém deve-se corrigir o número de Reynolds tangencial de acordo com a equação 3.78 e utilizar  $k_\varepsilon = 1$ .

Dessa forma, tendo-se calculado o coeficiente de torque, a potência total fornecida pelo eixo será dada por:

$$\dot{W} = \frac{1}{2} C_M \pi \rho \omega^3 R_i^4 B + \dot{V}_{th} \Delta p \quad (3.80)$$

### ***3.6 Propriedades termodinâmicas e de transporte***

O cálculo das propriedades termodinâmicas e de transporte é necessário tanto para os balanços de energia e massa como no cálculo das vazões de refluxo. Neste trabalho, utilizou-se as rotinas para cálculo de propriedades termodinâmicas e de transporte do programa NIST SUPERTRAPP v2.0 (2002). Elas permitem o cálculo de equilíbrio de fases e de propriedades termodinâmicas e de transporte de misturas de hidrocarbonetos com até 20 componentes – incluindo frações pesadas de petróleo. O programa possui um banco de dados com 201 tipos de hidrocarbonetos e as frações pesadas de petróleo são caracterizadas através da sua viscosidade API e do ponto de ebulição (TNBP – “true normal boiling point”). O equilíbrio de fases é calculado através das equações de estado de Peng e Robinson e as propriedades de transporte, através ou das equações de Peng e Robinson ou do método de estados correspondentes (EXCT – “extended corresponding states”).

As rotinas do programa não são recomendadas quando a fração de água é muito elevada. No entanto, para poder utilizar essas mesmas rotinas para simulações com água ou misturas água-ar, foram escritas rotinas de correção para permitir que o modelo simule esses tipos de fluido. Os dados conseguidos com essas rotinas foram comparados com os obtidos com os programas EES (2003) (“Engineering Equation Solver”) – para água e ar seco – e IX-DIAGRAM (1996) – para ar seco e ar úmido saturado. Os dados para comparação foram calculados usando-se equações de estado que assumem comportamento real para os fluidos. O Anexo A mostra a comparação das propriedades termodinâmicas e de transporte para a água, ar seco e ar úmido saturado.

### ***3.7 Infiltração de gás e escoamento bifásico***

Como visto na Revisão Bibliográfica, a hipótese de fendas totalmente preenchidas com líquido não é suficiente para descrever sempre o comportamento da

bomba. Quando a FVG é muito elevada, os modelos de cálculo que consideram somente líquido apresentam grandes erros. Para calcular a quantidade de gás que infiltra nas fendas, será utilizada a observação feita por KÖRNER (1998) segundo a qual nota-se uma modificação na evolução do perfil de pressão e da eficiência volumétrica a partir de 80% de FVG. Conforme sugestão do autor, as propriedades do fluido que escoar através das fendas devem ser corrigidas levando-se em conta a infiltração de gás. No entanto, KÖRNER (1998) admitiu que, quando o valor crítico de 80% de gás era atingido na sucção, devia-se corrigir as propriedades de todas as fendas da bomba. Aparentemente isto não está correto porque é conhecido que as câmaras próximas à descarga apresentam uma maior quantidade de líquido e, portanto, teriam condições de manter o fluxo de líquido. Além disso, KÖRNER (1998) calculou as propriedades na fenda utilizando a composição volumétrica de cada câmara, o que causaria uma mudança abrupta na viscosidade do fluido nas fendas das câmaras quando o valor de 80% de FVG fosse atingido na câmara. Neste trabalho, será admitido que apenas as câmaras cujos conteúdos de gás que ultrapassem 80% de FVG passam a ter infiltração de gás. Além disso, admite-se que apenas a parcela gás que exceder os 80% escoará misturada com o líquido. Assim, a composição volumétrica do fluido que escoar através da fenda periférica saindo de uma determinada câmara pode ser calculada a partir da FVG desta câmara através da seguinte relação:

$$FVG_P = \frac{FVG_k - 0,8}{0,2}, \quad FVG_k \geq 0,8 \quad (3.81)$$

O cálculo do coeficiente de atrito do escoamento bifásico será feito utilizando-se o mesmo método de BEATTIE e WHALLEY (1982), que consiste em calcular a densidade e a viscosidade da corrente bifásica através das seguintes relações:

$$\rho_{BF} = \left( \frac{X_P}{\rho_g} + \frac{1 - X_P}{\rho_l} \right)^{-1} \quad (3.82)$$

$$\mu_{BF} = (1 - FVG_P)(1 + 2,5FVG_P)\mu_l + FVG_P\mu_g \quad (3.83)$$



e utilizá-las normalmente no cálculo do coeficiente de atrito e do coeficiente de transferência de calor. A variável  $X_P$ , neste caso, representa o título da mistura na fenda periférica.

---

## Capítulo 4

# IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

---

### 4.1 Introdução

Neste capítulo serão descritas as principais rotinas e métodos utilizados na implementação numérica do modelo proposto no capítulo 3, incluindo uma descrição do seu funcionamento juntamente com fluxogramas simplificados do código implementado. O programa para simulação de bombas de duplo parafuso foi implementado utilizando-se a linguagem de programação  $C^{++}$ . Para tanto, utilizou-se o compilador  $g^{++}$  versão 2.95.3<sup>3</sup> e a ferramenta de depuração de programa  $gdb$  versão 5.1<sup>4</sup>. Toda a programação e posteriormente as simulações foram feitas em ambiente *Linux* versão 2.4.18-2cl.

### 4.2 Descrição geral

A simulação do comportamento termo-hidráulico de bombas de duplo parafuso é feita dividindo-se o movimento de rotação dos parafusos em pequenos passos. No programa, dividiu-se cada rotação do parafuso em 50 passos. Dessa forma, o tempo e o ângulo decorridos entre dois passos e que são utilizados no cálculo dos balanços e na contagem dos ciclos são dados pela equações 4.1 e 4.2:

$$\Delta t = \frac{60}{50 \cdot n \cdot k_f} = \frac{1,2}{n \cdot k_f} \quad (4.1)$$

---

<sup>3</sup> GNU C++ Compiler

<sup>4</sup> GNU Debugger

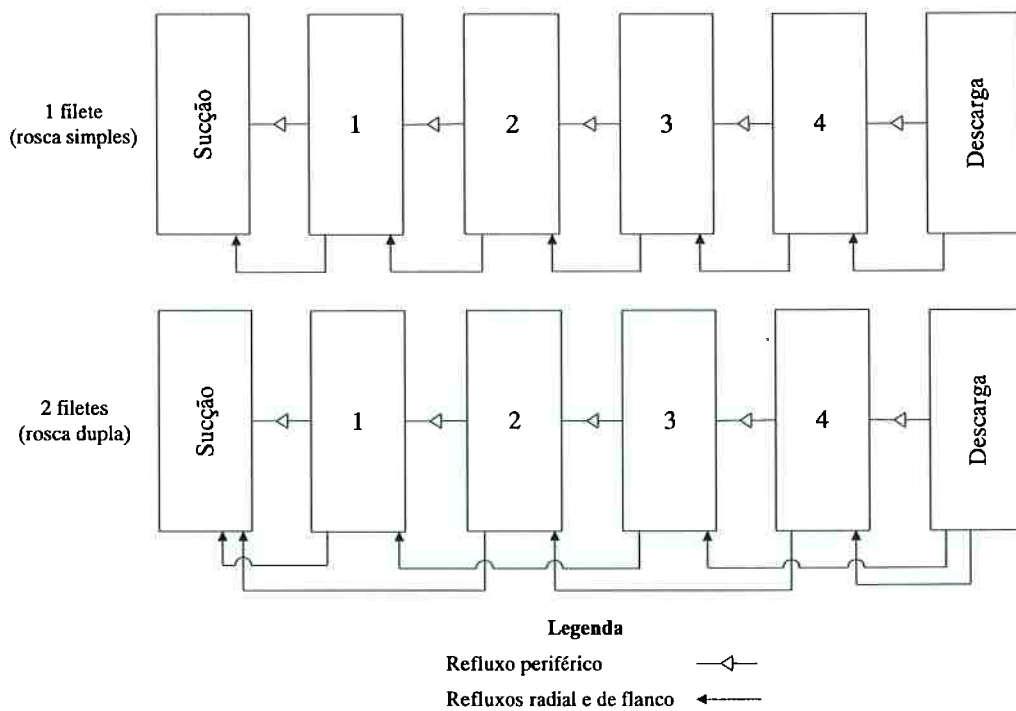
$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{50} \quad (4.2)$$

Onde  $n$  é a velocidade de rotação do parafuso em rpm.

Todos os balanços são feitos para um único parafuso admitindo-se que o fluido que chega à sucção distribui-se igualmente para todos os parafusos. Posteriormente, o resultado final é multiplicado pelo número de parafusos da bomba.

Numericamente, cada instante (ou cada passo da rotação) é representado por uma série de volumes e correntes que armazenam as informações sobre a composição, as propriedades termodinâmicas e de transporte e a quantidade de matéria (no caso de volumes) ou a vazão (no caso de correntes) das câmaras e das correntes que refluem através das fendas. A forma como a conexão entre os diversos volumes por meio das correntes é feita depende do número de roscas do parafuso, como mostra a figura 4.1. Deve-se observar que as fendas radial e de flanco não conectam duas câmaras consecutivas quando o parafuso possui rosca dupla.

As condições de contorno utilizadas são as condições do fluido que chega à sucção (pressão, temperatura e composição) e a pressão na descarga da bomba. Para



**Fig. 4.1:** Representação simplificada das conexões entre as diversas câmaras da bomba através das fendas periférica, radial e de flanco para parafusos de rosca simples e dupla.

o cálculo da transferência de calor na carcaça da bomba, também é necessário saber as condições do meio ambiente (tipo de ambiente, pressão e temperatura). Outros dados necessários aos cálculos são a geometria da carcaça e dos parafusos da bomba. A tabela **Erro! A origem da referência não foi encontrada.**4.1 a seguir mostra os dados de entrada necessários para a simulação.

**Tabela 4.1: Dados de entrada utilizados no programa.**

<b>Dados</b>				
<b>Condições de Operação</b>	<b>Fluido na sucção</b>	<b>Parafuso</b>	<b>Carcaça</b>	<b>Meio Ambiente</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Rotação</li> <li>• Temperatura de sucção</li> <li>• Pressão de sucção</li> <li>• <math>\Delta P</math></li> <li>• FVG na sucção</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Número de componentes</li> <li>• Nome dos componentes</li> <li>• Composição</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Raio externo</li> <li>• Raio interno</li> <li>• Distância entre parafusos</li> <li>• Passo</li> <li>• Número de filetes</li> <li>• Largura do filete</li> <li>• Número de câmaras</li> <li>• Rugosidade</li> <li>• Excentricidade</li> <li>• Densidade</li> <li>• Condutividade térmica</li> <li>• Calor específico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Raio externo</li> <li>• Raio interno</li> <li>• Excentricidade</li> <li>• Rugosidade</li> <li>• Massa específica</li> <li>• Condutividade térmica</li> <li>• Calor específico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ambiente (ar ou água)</li> <li>• Temperatura</li> <li>• Pressão</li> </ul>

Para as condições iniciais da primeira iteração, o modelo admite um perfil de pressão parabólico qualquer e que toda a bomba encontra-se na mesma temperatura que a do fluido na sucção. O ponto inicial de referência para os cálculos é o instante em que uma câmara acaba de ser formada na sucção, como ilustra a figura 4.2. Este ponto é utilizado para definir quando um ciclo começa e termina.

Partindo-se destas condições, o modelo inicialmente atualiza as condições do fluido que entra nas fendas para que esteja compatível com as condições do fluido nas câmaras. O cálculo da composição que entra nas fendas é feita considerando-se a fração de gás calculada pela equação 3.81. Após a atualização das condições,

utilizando-se as diferenças de pressão entre as câmaras e as equações para cálculo de refluxo, determina-se a vazão e as condições do fluido na saída de cada fenda.

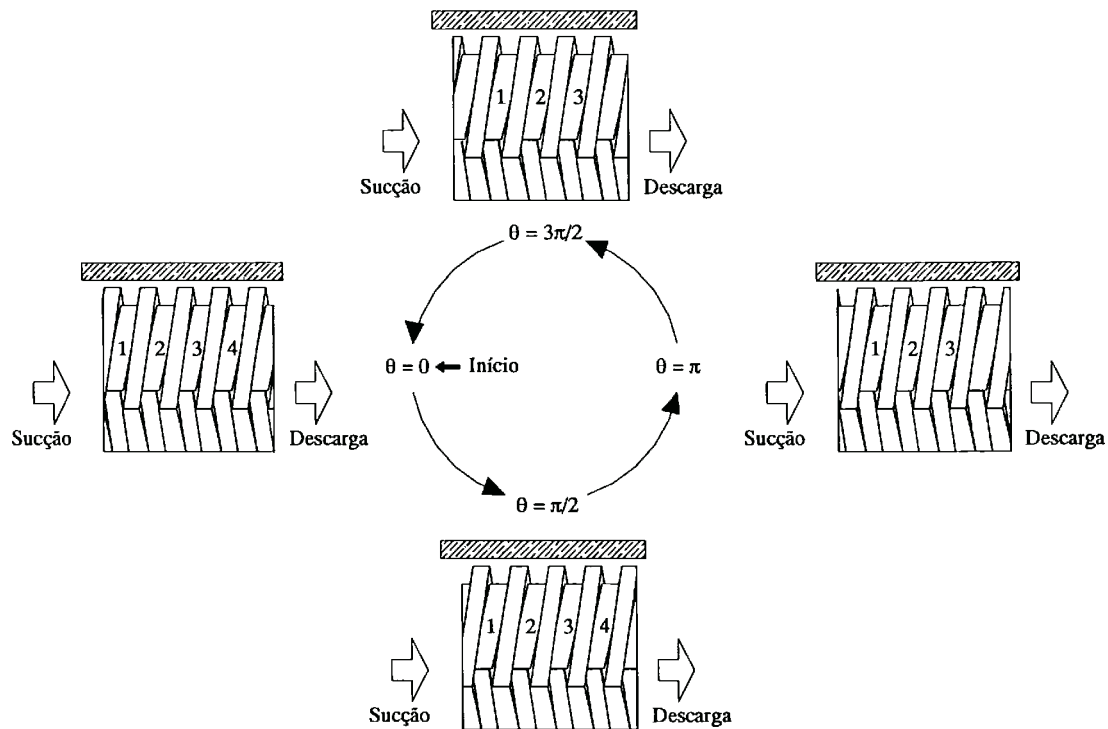


Fig. 4.2: Ponto de referência para a contagem dos ciclos.

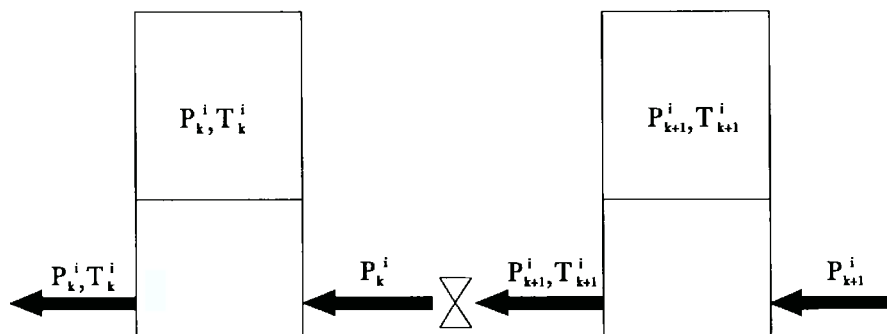
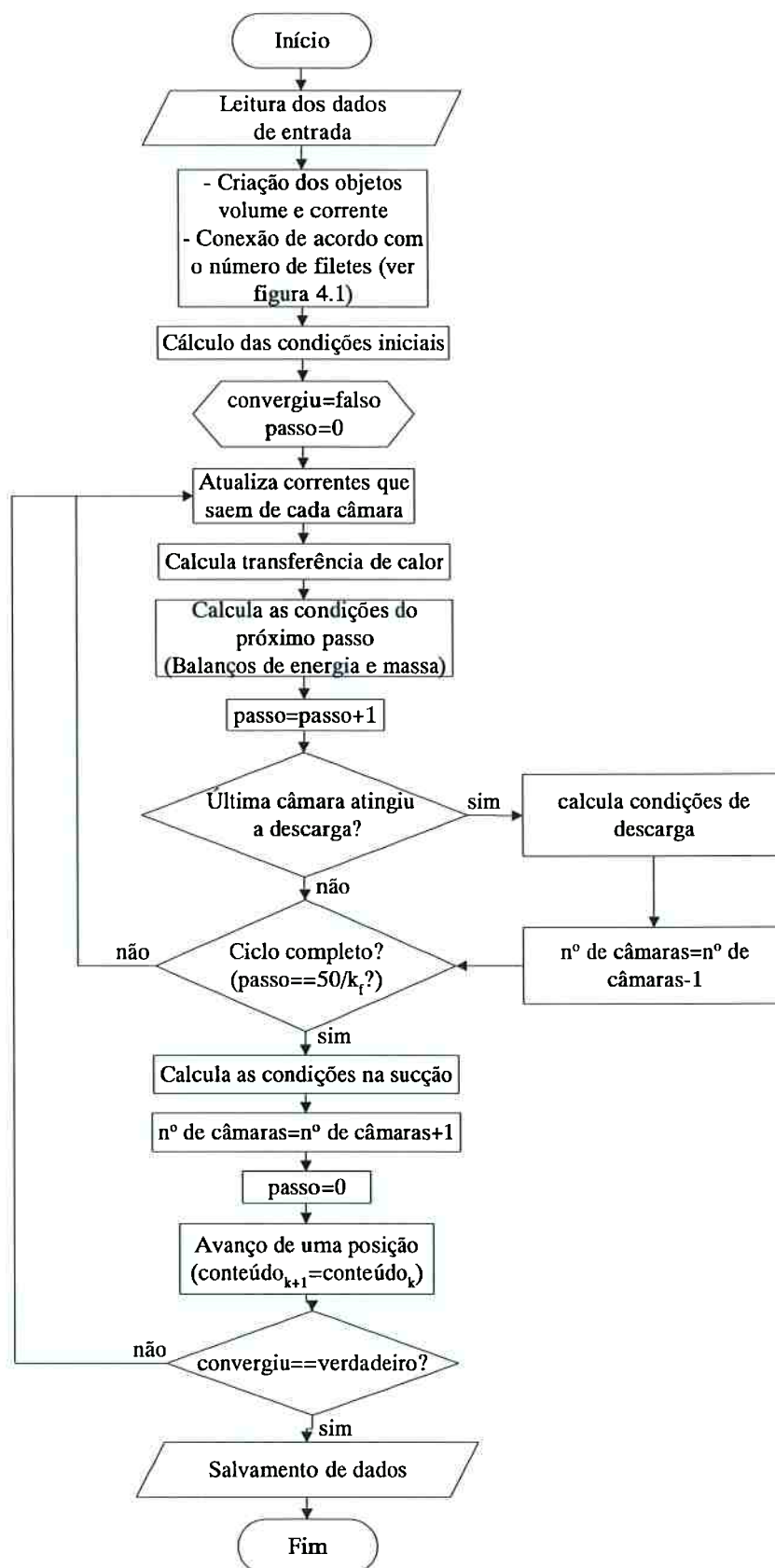


Fig. 4.3: Condições do fluido que sai de uma determinada câmara.

Admite-se que o refluxo entra nas fendas com a mesma pressão e temperatura das câmaras e sai delas na pressão da câmara em que o refluxo chega, como mostra a figura 4.3.

Uma vez conhecidas as condições do fluido em cada câmara e as condições e vazões que entram e saem de cada uma delas, utiliza-se as equações de balanço e de transferência de calor (equações 3.9 a 3.11, 3.17 e 3.22) para calcular as condições que cada câmara terá no passo seguinte. Com essas novas condições, procede-se da

mesma forma para se calcular sucessivamente os passos seguintes, como mostra o fluxograma da figura 4.4.



**Fig. 4.4: Fluxograma simplificado do programa principal.**

Quando a seqüência de passos completa um ciclo<sup>5</sup>, todas as câmaras devem avançar uma posição. Numericamente isto é feito copiando-se todo o conteúdo de cada câmara para a câmara na posição imediatamente posterior. O conteúdo da câmara de sucção é copiado para a câmara 1 e o conteúdo da última câmara, após ter sua pressão aumentada para a pressão de descarga é copiado para a câmara de descarga. O aumento de pressão representaria o aumento abrupto de pressão que ocorre quando a última câmara abre-se para a descarga. Esta nova condição é então utilizada como condição inicial para a próxima iteração. Isso é feito até que a diferença entre as condições iniciais de duas iterações consecutivas seja menor que os critérios de convergência mostrados na tabela 4.2, os quais foram obtidos a partir de diversos testes de convergência.

**Tabela 4.2: Critérios de convergência utilizados no programa.**

Grandeza	Critério de convergência
Temperatura	$\Delta T/T \leq 1 \times 10^{-4}$
Pressão	$\Delta P/P \leq 1 \times 10^{-4}$
Velocidade	$\Delta U/U \leq 1 \times 10^{-6}$
Volume	$\Delta V/V \leq 1 \times 10^{-6}$
Composição	$\Delta z/z \leq 1 \times 10^{-4}$
Coeficiente de atrito	$\Delta z/z \leq 1 \times 10^{-5}$

Todos os modelos anteriormente propostos consideram que as bombas trabalham com um número inteiro de câmaras. O mais comum, no entanto, é que esse tipo de bomba apresente um número fracionado delas. Isso significa que existe uma defasagem entre a formação de uma câmara na sucção e a abertura da última câmara para a descarga, como mostra a figura 4.2. A conseqüência disso é que a bomba opera uma parte do ciclo com um número de câmaras e a outra parte, com outro. Uma bomba com 2,3 câmaras, por exemplo, opera 30% do tempo com três câmaras efetivas e o restante com duas. Simulações preliminares realizadas mostraram que, ao se ignorar essa característica, erros significativos podem ocorrer principalmente nos casos em que os parafusos são curtos. Portanto, o modelo proposto neste trabalho

<sup>5</sup> Um ciclo significa meia volta em parafusos de rosca dupla e uma volta em parafusos de rosca simples. Em outras palavras, um ciclo é completado a cada  $2\pi/k_f$  rad.

leva em conta a parcela fracionada, postergando a abertura da última câmara pelo tempo adequado. Como a criação de uma nova câmara no início do ciclo não ocorre necessariamente junto com a abertura de uma câmara para a descarga, o modelo pode simular a variação do número de estágios efetivos como ocorre na bomba real.

Apesar de as condições do fluido que chega à região de sucção da bomba serem fixas – definidas pelas condições de contorno na sucção – existe uma mistura com o fluido que reflui através das fendas. Se essa vazão é muito pequena, a influência do refluxo sobre as condições na sucção pode ser desprezada. Isso, no entanto, não ocorre para vazões de refluxo maiores. Dessa forma, as condições do fluido na sucção devem ser corrigidas levando-se em conta que há uma mistura do fluido que chega na sucção com o fluido que reflui através das fendas. No programa de simulação, isso é feito considerando-se que todo fluido que reflui é acumulado na câmara de sucção sem que haja mistura com o fluido da sucção. Apenas ao se iniciar o próximo ciclo calcula-se a mistura deste fluido acumulado com o fluido que vem da sucção. É o resultado dessa mistura que segue para a primeira câmara, dando início aos cálculos. A mistura é calculada ajustando-se o volume de fluido da sucção necessário para que, após a mistura com o refluxo, a totalidade do volume da câmara de sucção esteja ocupada. Caso o refluxo acumulado na câmara de sucção tenha um volume maior ou igual ao volume de uma câmara, então se atinge uma condição de perda de escorva. Ou seja, os parafusos não serão mais capazes de transportar o fluido que vêm da sucção pois todo o volume da câmara de sucção estará ocupado por fluido de refluxo.

Após esta descrição geral do funcionamento do programa, aborda-se as principais rotinas necessárias para a sua implementação efetiva.

### ***4.3 Refluxo***

O cálculo da velocidade é feito utilizando-se sempre a substituição direta dos valores antigos pelos valores calculados até que se atinja a convergência. Todos os cálculos de refluxo utilizam a média das propriedades do fluido na entrada e na saída de cada fenda e, em todos os casos, compara-se a velocidade calculada com a velocidade do som estimada pela seguinte equação:



$$c = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} \quad (4.3)$$

Caso se verifique que há bloqueio, corrige-se a velocidade calculada para a velocidade do som. Considera-se que a pressão e temperatura do fluido que entra nas fendas são as mesmas da câmara. Já a composição depende se há ou não infiltração de gás seguindo o critério dado pela equação 3.81. Caso não haja infiltração, admite-se que a composição é a mesma do líquido. Se houver infiltração, utiliza-se a composição do gás e do líquido e a fração calculada pela equação 3.81 para calcular a composição na entrada da fenda.

### 4.3.1 Fenda Radial

O fluxograma da figura 4.5 mostra a seqüência de cálculo para obter a vazão na fenda radial. Inicialmente, determina-se as condições do fluido na saída da fenda copiando-se a corrente que entra na fenda e reduzindo-se sua pressão para a pressão da câmara em que é descarregada. Como a altura da fenda é variável, é necessário avaliar uma integral como mostram as equações 3.24 e 3.25. Isto é feito dividindo-se o comprimento da fenda em pequenos trechos. Considerando-se que a vazão mássica é constante, pode-se calcular a velocidade do fluido, o número de Reynolds e o coeficiente de atrito em cada trecho para avaliar a integral. Com a integral conhecida, calcula-se a nova vazão através das equações 3.40 e 3.41 e o valor obtido é utilizado em uma nova iteração até que a diferença entre as vazões seja menor que o critério de convergência. Após calcular a componente da vazão provocada pela diferença de pressão, soma-se a ela a componente devida à rotação (equação 3.44).

### 4.3.2 Fenda de Flanco

O cálculo da vazão na fenda de flanco é muito parecido com o visto no item anterior como mostra o fluxograma na figura 4.6. A única diferença reside no fato de que a altura da fenda é constante, não sendo necessário avaliar uma integral. A única iteração necessária acontece devido à equação 3.49 não ser explícita.

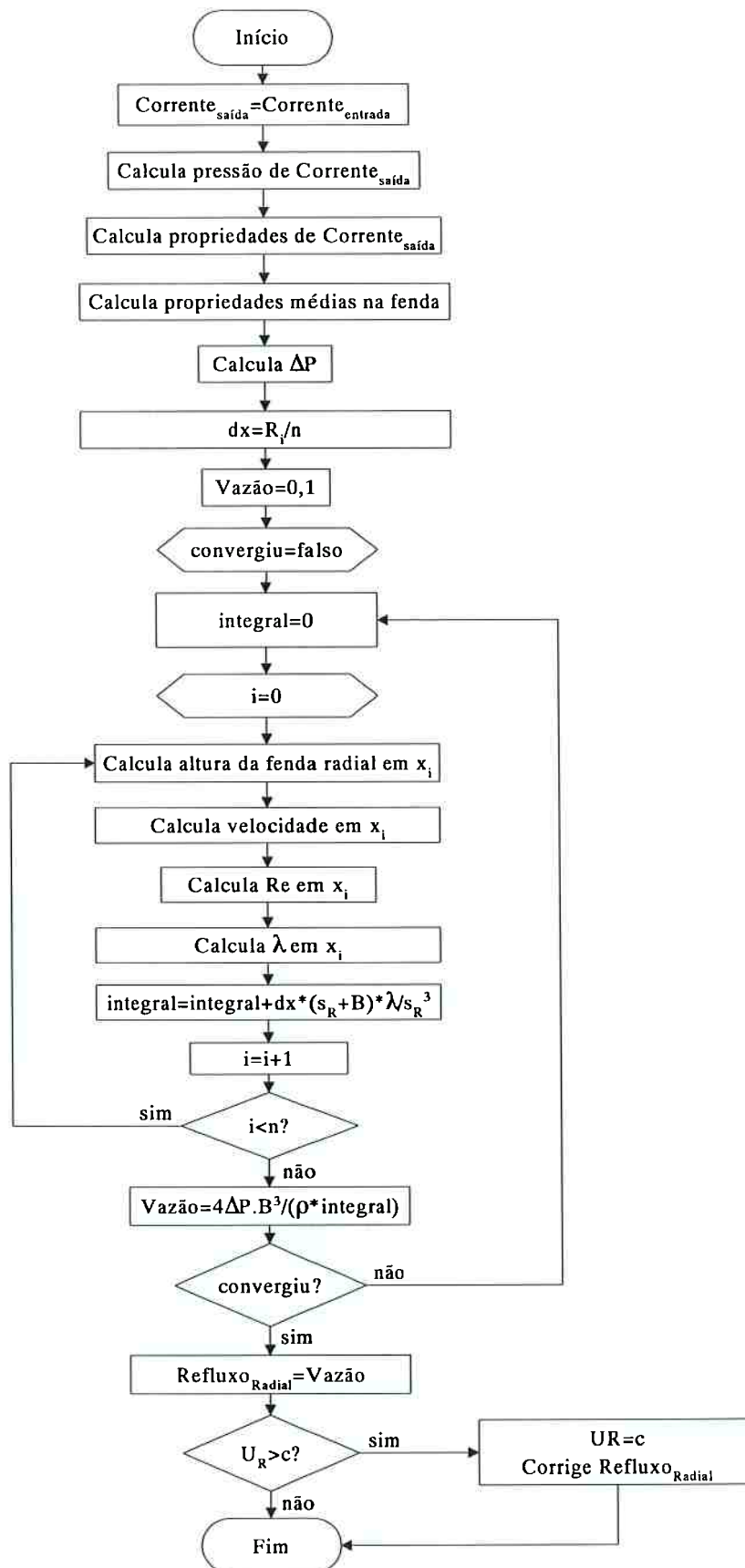


Fig. 4.5: Fluxograma do cálculo do refluxo na fenda radial.

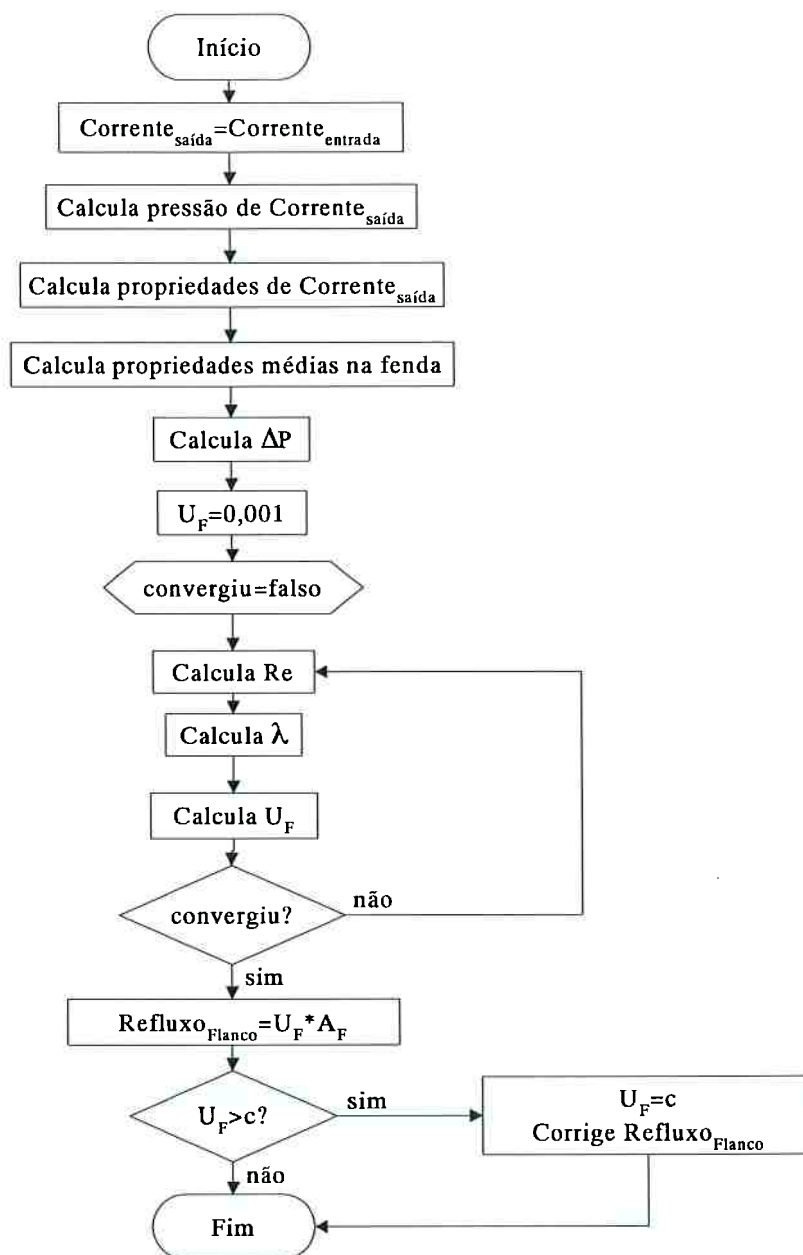


Fig. 4.6: Fluxograma do cálculo do refluxo na fenda de flanco.

### 4.3.3 Fenda Periférica

O procedimento para avaliar a vazão na fenda periférica é semelhante aos anteriores. No entanto, como se pode perceber no fluxograma da figura 4.7, o fluido que passa pela fenda periférica recebe a potência de atrito calculada pela equação 3.79. Assim as propriedades médias, que influem no cálculo da velocidade, precisam ser reavaliadas a cada iteração até que haja convergência.

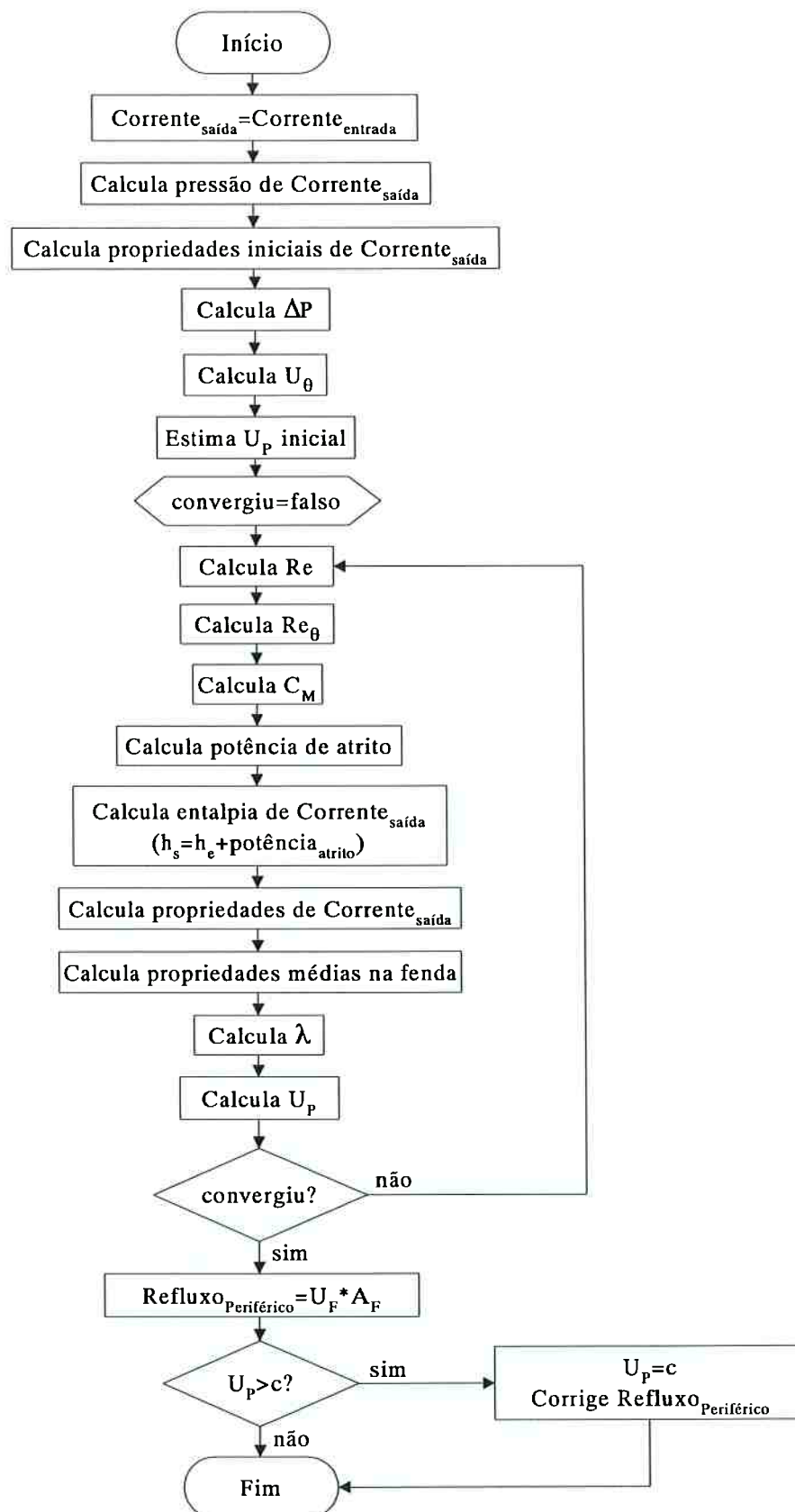


Fig. 4.7: Fluxograma do cálculo do refluxo na fenda periférica.

#### 4.4 Balanços de energia e massa

Os balanços de energia e massa em uma câmara  $k$  permitem calcular, a partir das condições no instante  $i$ , a quantidade de matéria e energia da mesma câmara no passo seguinte. Considerando-se o intervalo de tempo dado pela equação 4.1 – e utilizando-se as equações 3.9 a 3.11 – calcula-se a energia interna, a massa e a composição no instante  $i+1$ . Como o volume das câmaras da bomba é constante, pode-se calcular a nova massa específica do fluido. O valor da nova pressão dentro da câmara  $k$  é encontrado utilizando-se o método de Newton-Rapson ou, caso haja problemas de convergência, o da dicotomia. O diagrama de blocos da figura 4.8 mostra simplificadamente a seqüência de cálculo utilizada.

Quando a fração de gás em uma determinada câmara é muito pequena encontrou-se alguns problemas de convergência para calcular a nova pressão. Dessa forma, admite-se que o comportamento do fluido é incompressível sempre que a fração volumétrica de gás é menor do que 5%.

#### 4.5 Transferência de calor

Para calcular a transferência de calor nos parafusos e carcaça, resolve-se numericamente as equações 3.17 e 3.22 utilizando-se o método dos volumes finitos. Ou seja, as duas equações diferenciais parciais são integradas considerando-se um volume de controle infinitesimal e um passo de tempo. A integração da equação 3.22, por exemplo, considerando-se o volume mostrado na figura 4.9, fornece a seguinte equação:

$$\frac{\rho_c c_c}{k} \frac{\Delta r_\varepsilon \Delta \theta}{J} \frac{T_c^{i+1} - T_c^i}{\Delta t} = \left( J \alpha \Delta \theta \frac{\partial T_c}{\partial r_\varepsilon} - J \beta \Delta \theta \frac{\partial T_c}{\partial \theta} \right)_e - \left( J \alpha \Delta \theta \frac{\partial T_c}{\partial r_\varepsilon} - J \beta \Delta \theta \frac{\partial T_c}{\partial \theta} \right)_w + \left( J \gamma \Delta r_\varepsilon \frac{\partial T_c}{\partial \theta} - J \beta \Delta r_\varepsilon \frac{\partial T_c}{\partial r_\varepsilon} \right)_n - \left( J \gamma \Delta r_\varepsilon \frac{\partial T_c}{\partial \theta} - J \beta \Delta r_\varepsilon \frac{\partial T_c}{\partial r_\varepsilon} \right)_s \quad (4.4)$$

Onde as temperaturas nas faces e as derivadas parciais são aproximadas por:

$$T_e = \frac{T_c + T_E}{2} ; \quad T_w = \frac{T_c + T_W}{2} ; \quad T_n = \frac{T_c + T_N}{2} ; \quad T_s = \frac{T_c + T_S}{2} \quad (4.5)$$

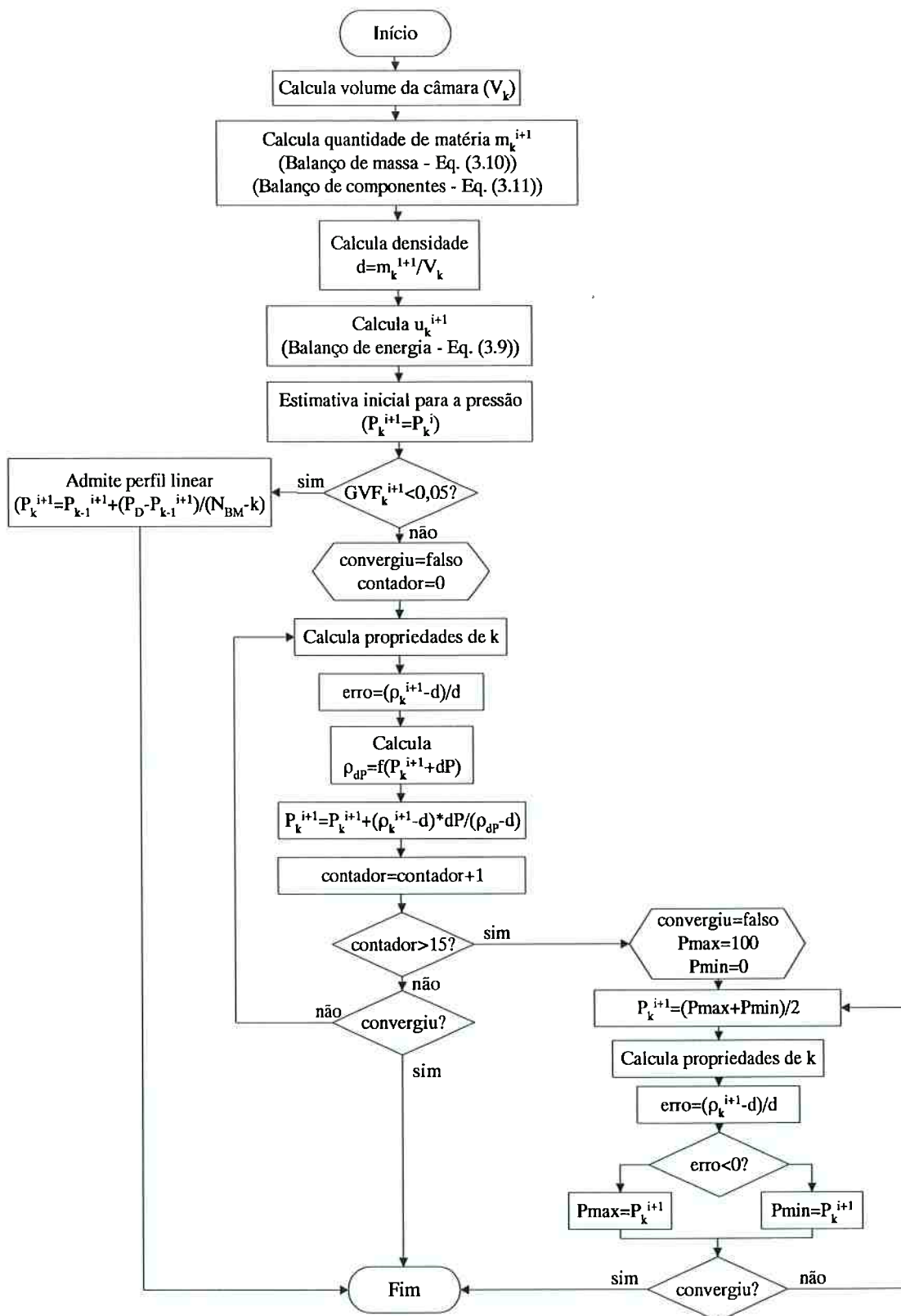


Fig. 4.8: Fluxograma do cálculo dos balanços de energia e massa.

$$\left. \frac{\partial T_c}{\partial r_\varepsilon} \right|_e = \frac{T_E - T_c}{\Delta r_\varepsilon} ; \left. \frac{\partial T_c}{\partial r_\varepsilon} \right|_w = \frac{T_c - T_W}{\Delta r_\varepsilon} ; \left. \frac{\partial T_c}{\partial \theta} \right|_n = \frac{T_N - T_c}{\Delta \theta} ; \left. \frac{\partial T_c}{\partial \theta} \right|_s = \frac{T_c - T_S}{\Delta \theta} \quad (4.6)$$

$$\left. \frac{\partial T_c}{\partial r_\varepsilon} \right|_n = \frac{T_E + T_{NE} - T_W - T_{NW}}{4\Delta r_\varepsilon} ; \left. \frac{\partial T_c}{\partial r_\varepsilon} \right|_s = \frac{T_E + T_{SE} - T_W - T_{SW}}{4\Delta r_\varepsilon} \quad (4.7)$$

$$\left. \frac{\partial T_c}{\partial \theta} \right|_e = \frac{T_N + T_{NE} - T_S - T_{SE}}{4\Delta \theta} ; \left. \frac{\partial T_c}{\partial \theta} \right|_w = \frac{T_N + T_{NW} - T_S - T_{SW}}{4\Delta \theta} \quad (4.8)$$

Substituindo-se essas equações na equação 3.22, obtém-se a seguinte forma algébrica:

$$A_c T_c^{t+1} = A_t T_c^t + A_e T_E + A_w T_W + A_n T_N + A_s T_S + A_{ne} T_{NE} + A_{nw} T_{NW} + A_{se} T_{SE} + A_{sw} T_{SW} \quad (4.9)$$

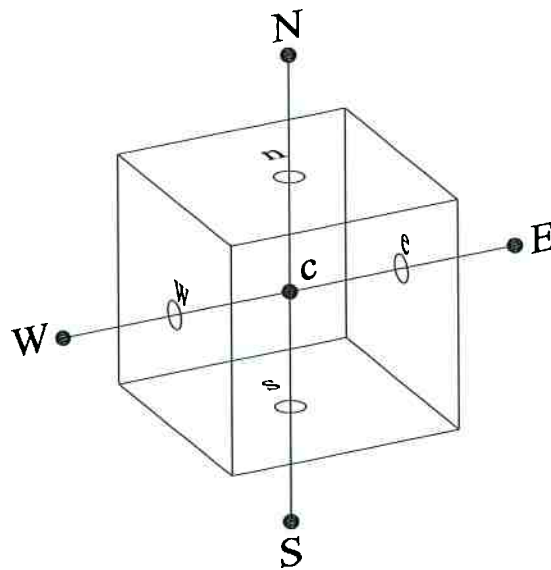


Fig. 4.9. Orientação do volume de controle.

Onde os coeficientes  $A_{ij}$  são dados por:

$$A_c = k_c + \frac{k_{11e} + k_{11w}}{\Delta r_\varepsilon} + \frac{k_{22n} + k_{22s}}{\Delta \theta} ; \quad A_t = k_c \quad (4.10)$$

$$A_e = \frac{4k_{11e} + k_{21n} - k_{21s}}{4\Delta r_\varepsilon} ; \quad A_w = \frac{4k_{11w} - k_{21n} + k_{21s}}{4\Delta r_\varepsilon} \quad (4.11)$$

$$A_n = \frac{4k_{22n} + k_{12e} - k_{12w}}{4\Delta\theta} ; A_s = \frac{4k_{22s} - k_{12e} + k_{12w}}{4\Delta\theta} \quad (4.12)$$

$$A_{ne} = \frac{k_{12e}}{4\Delta\theta} + \frac{k_{21n}}{4\Delta r_\varepsilon} ; A_{nw} = -\frac{k_{12w}}{4\Delta\theta} - \frac{k_{21n}}{4\Delta r_\varepsilon} \quad (4.13)$$

$$A_{se} = -\frac{k_{12e}}{4\Delta\theta} - \frac{k_{21s}}{4\Delta r_\varepsilon} ; A_{sw} = \frac{k_{12w}}{4\Delta\theta} + \frac{k_{21s}}{4\Delta r_\varepsilon} \quad (4.14)$$

Já os coeficientes  $k_{ij}$  são dados por:

$$k_c = \frac{\rho_c c_c \Delta r_\varepsilon \Delta\theta}{k J} ; k_{11} = J\alpha\Delta\theta ; k_{12} = -J\beta\Delta\theta ; \quad (4.15)$$

$$k_{21} = -J\beta\Delta r_\varepsilon ; k_{22} = J\gamma\Delta r_\varepsilon$$

As condições de contorno para a carcaça são a temperatura do fluido de trabalho na parte interna e a temperatura ambiente na parte externa. Além disso, admite-se simetria nos eixos  $x$  e  $y$  como visto no capítulo 3.3.2.

Considerando-se os parafusos da bomba, de forma semelhante ao que foi feito acima, pode-se integrar a equação 3.17 e obter a seguinte forma algébrica:

$$A_c T_c^{t+1} = A_t T_c^t + A_e T_E + A_w T_W + A_n T_N + \quad (4.16)$$

$$A_s T_S + A_{ne} T_{NE} + A_{nw} T_{NW} + A_{se} T_{SE} + A_{sw} T_{SW}$$

Onde os coeficientes da equação são dados por:

$$k_c = \frac{\rho_c c_c \Delta r_\varepsilon \Delta\theta}{k J} ; k_{11} = J\alpha\Delta\theta ; k_{12} = -J\beta\Delta\theta ; \quad (4.17)$$

$$k_{21} = -J\beta\Delta r_\varepsilon ; k_{22} = J\gamma\Delta r_\varepsilon$$

Neste caso, as condições de contorno são as temperaturas do fluido de trabalho nas câmaras da bomba. O cálculo é feito admitindo-se simetria axial e, também, paredes adiabáticas nas seções transversais na sucção e descarga.

Os sistemas lineares obtidos das relações 4.9 e 4.16 são resolvidos utilizando-se o método de Gauss-Seidel. Considera-se que a transferência de calor ocorre em regime permanente ( $k_p=0$ ), embora isso seja uma simplificação. Deve-se observar que as condições de contorno são na verdade periódicas no lado interno da carcaça e



na superfície dos parafusos. No entanto, a amplitude da oscilação dos valores em uma determinada câmara não é muito grande e não deve implicar grandes erros.

---

## Capítulo 5

# SIMULAÇÕES E RESULTADOS

---

### 5.1 Introdução

O modelo de comportamento termo-hidráulico implementado no capítulo 4 foi utilizado para simular o funcionamento da bomba em diversas condições de operação e comparar os resultados obtidos com dados experimentais de diversos autores. Inicialmente foi feita uma calibração do modelo. Dois parâmetros precisavam ser escolhidos para consolidar o modelo: o coeficiente de perdas localizadas (na entrada e saída das fendas periféricas e de flanco) e a FVG limite (na equação 3.81) a partir do qual haveria infiltração de gás nas fendas. Após o ajuste desses valores, apresentado no item 5.3, partiu-se para a comparação com dados experimentais.

Os dados experimentais utilizados nas comparações provêm de quatro fontes diferentes: HATTON (1993), EGASHIRA et al. (1996), KÖNNER (1998) e ensaios feitos pela PETROBRAS (2003) com o protótipo SBMS-500. Desses dados, apenas os de HATTON (1993) foram realizados com misturas gás-óleo. Todos os outros foram feitos com água ou misturas água-ar. A tabela 5.1 a seguir apresenta os fluidos de trabalho utilizados pelos diversos autores.

**Tabela 5.1: Fluidos de trabalhos utilizados nos experimentos dos diversos autores.**

<b>Autor</b>	<b>Fluido de trabalho</b>
HATTON (1993)	Gás-óleo
EGASHIRA et al. (1996)	Água, água-ar
KÖNNER (1998)	Água, água-ar
PETROBRAS (2003)	Água

Alguns dados dos experimentos e da geometria das bombas ensaiadas são apresentados no item 5.2 a seguir. Os dados experimentais detalhados, com todas as condições de operação utilizadas, medições realizadas e desenhos das bombas utilizadas, podem ser encontrados no anexo B.

## 5.2 Dados experimentais

### 5.2.1 HATTON (1993)

HATTON (1993) realizou diversos ensaios com a bomba L4HK 200-54, de parafusos duplos e gêmeos, do fabricante Leistritz. Esta bomba possui as características geométricas descritas na tabela 5.2.

**Tabela 5.2: Parâmetros geométricos da bomba multifásica estudada por HATTON (1993).**

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Diâmetro externo ( $10^{-3}$ m)	200,00
Diâmetro interno ( $10^{-3}$ m)	140,00
Passo ( $10^{-3}$ m)	54,00
Filetes	2
Rugosidade ( $10^{-6}$ m)	4,00
Altura das fendas ( $10^{-3}$ m):	
- periférica	0,200
- flanco	0,150
- radial	0,150
Número de câmaras	7

O gás utilizado nos ensaios é composto por uma mistura de 90% de metano e 10% de etano (em base molar). A composição química do óleo não é fornecida, sendo este caracterizado somente através de suas propriedades físicas como pode ser visto no anexo B. Também neste anexo, os dados selecionados dos ensaios da bomba L4HK 200-54 podem ser vistos. Dentre todos os experimentos realizados escolheu-se, para cada velocidade do eixo (1000, 2000 e 3000 rpm), ensaios com baixas e altas FVGs (respectivamente 50% e 90/95%) e, para cada uma destas condições, comparou-se três pontos (diferenças de pressão entre sucção e descarga) distintos, uma vez que o consumo de potência varia de forma aproximadamente linear com a diferença de pressão.

### 5.2.2 EGASHIRA et al. (1996)

EGASHIRA et al. (1996) trabalharam com misturas água-ar para estudar o comportamento de uma bomba multifásica parafuso. A bomba tem a mesma configuração normalmente utilizada nas bombas multifásicas, ou seja, parafusos duplos e gêmeos. Além de medições de vazão e temperatura, também fizeram um levantamento detalhado do perfil de pressão ao longo da bomba para diversas condições de operação, embora não tenham medido a potência consumida. Os estudos foram feitos para rotações variando entre 1200 e 1800 rpm, diferenças de pressão de até 2942 kPa (30 kgf/cm<sup>2</sup>) e FVG's de até 90%. Os dados geométricos (EGASHIRA (2000)) estão na tabela 5.3. Os resultados dos ensaios encontram-se no anexo B.

**Tabela 5.3: Parâmetros geométricos da bomba multifásica estudada por EGASHIRA et al (1996)<sup>6</sup>.**

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
Diâmetro externo (10 <sup>-3</sup> m)	179,73
Diâmetro interno (10 <sup>-3</sup> m)	99,89
Distância entre eixos (10 <sup>-3</sup> m)	140,02
Filetes	1
Largura axial do filete do parafuso (10 <sup>-3</sup> m)	17,765
Largura de uma câmara (10 <sup>-3</sup> m)	18,115
Altura das fendas (10 <sup>-3</sup> m):	
- periférica e radial	0,21
- flanco	0,18

### 5.2.3 KÖNNER (1998)

KÖNNER (1998) também trabalhou com misturas água-ar. Assim como EGASHIRA et al. (1996), fez um levantamento detalhado do refluxo e do perfil de pressão utilizando a bomba L4MK 100-50 do fabricante Leistritz – de parafusos duplos e gêmeos. Além disso, mediu também alguns dados de potência consumida. Ele investigou rotações de até 3000 rpm e diferenças de pressão de até 20 bar. A tabela 5.4 a seguir mostra os dados geométricos da bomba multifásica. Os demais detalhes experimentais encontram-se no anexo B.

<sup>6</sup> Correspondência eletrônica pessoal

Tabela 5.4: Parâmetros geométricos da bomba multifásica estudada por KÖNNER (1998).

Parâmetro	Valor
Diâmetro externo ( $10^{-3}$ m)	100,00
Diâmetro interno ( $10^{-3}$ m)	70,00
Passo ( $10^{-3}$ m)	50,00
Comprimento do parafuso ( $10^{-3}$ m)	120,00
Número de câmaras	3,347
Filetes	2
Largura axial do filete do parafuso ( $10^{-3}$ m)	12,50
Rugosidade ( $10^{-6}$ m)	4,00
Altura das fendas ( $10^{-3}$ m):	
- periférica	0,186
- radial	0,105
- flanco	0,075

#### 5.2.4 PETROBRAS (2003)

O protótipo SBMS-500 projetado e construído pela Petrobras em parceria com a Leistritz e Curtiss Wright possui uma bomba L4HK 330-70 com parafusos duplos e gêmeos. Uma característica especial desta bomba é a montagem excêntrica dos parafusos que fazem com que as fendas periféricas apresentem uma excentricidade. Os ensaios iniciais foram realizados apenas com água e foram levantados dados para rotações de até 1800 rpm e diferenças de pressão de até 60 bar. Os dados geométricos da bomba estão na tabela 5.5 a seguir. Os resultados experimentais e demais detalhes encontram-se no anexo B.

Tabela 5.5: Parâmetros geométricos da bomba multifásica estudada pela PETROBRAS (2003).

Parâmetro	Valor
Diâmetro externo ( $10^{-3}$ m)	329,04
Diâmetro interno ( $10^{-3}$ m)	230,00
Passo	70,00
Número de câmaras	7,9
Filetes	2
Largura axial do filete do parafuso ( $10^{-3}$ m)	17,50
Excentricidade ( $10^{-3}$ m)	0,095
Rugosidade ( $10^{-6}$ m)	4,00
Altura das fendas ( $10^{-3}$ m):	
- periférica	0,550
- radial e flanco	0,300

## 5.3 Calibração

### 5.3.1 Coeficiente de perda de carga localizada

A escolha do coeficiente de perdas localizadas,  $k_l$ , foi feita a partir de dados experimentais provenientes de ensaios feitos apenas com água por EGASHIRA (1996), KÖNNER (1998) e PETROBRAS (2003). Com a utilização desses dados é possível garantir que não existe qualquer influência da infiltração de gás.

As primeiras tentativas feitas utilizando-se os dados fornecidos pelas diversas fontes apresentaram resultados incoerentes. Apenas quando se reduzia o valor das perdas localizadas para valores muito baixos ( $k_l \approx 0,25$ ) conseguia-se bons resultados, como pode ser visto na figura 5.1a. Isso estaria aproximadamente de acordo com a modelagem feita por WINCEK (1992) e KÖNNER (1998), que ignoraram a presença das perdas localizadas (ou seja, adotaram  $k_l \approx 0$ ) com bons resultados. Porém, quando o seu modelo é utilizado para calcular bombas com um número maior de câmaras, o desvio entre os valores calculados e os experimentais são muito grandes, como mostra a figura 5.1b a seguir. Além disso, SUZUKI (1929) sugere um coeficiente  $k_l$  de 1,30 baseado nos seus dados experimentais.

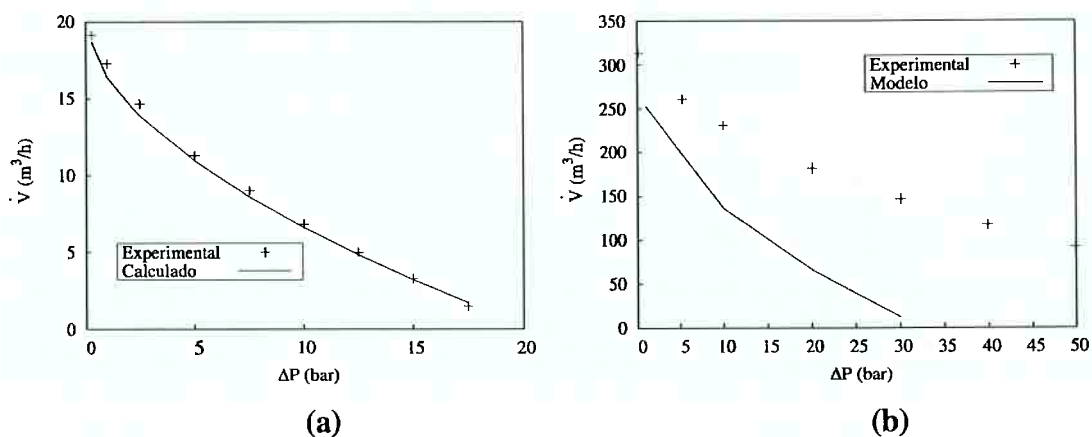
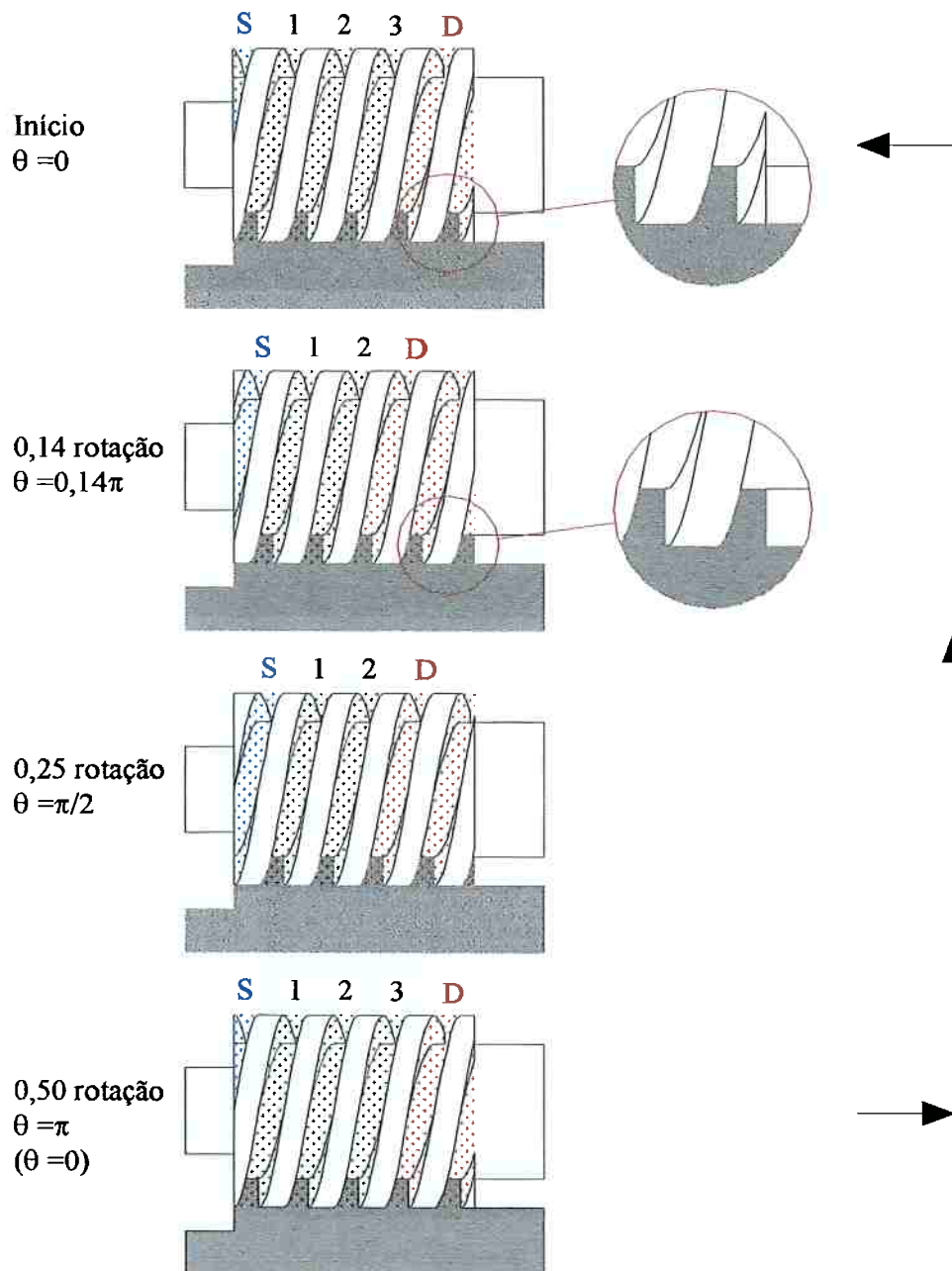


Fig. 5.1: Comparação entre resultados calculados e experimentais para 1000 rpm: (a) Modelo utilizando-se  $k_l=0,25$  x KÖNNER (1998) e (b) Modelo de Wincek (1992) x PETROBRAS (2003).

Após analisar inúmeros motivos que pudessem explicar o desvio, conseguiu-se localizar a verdadeira razão: tanto a forma como o fabricante Leistritz calcula o número efetivo de câmaras com que a bomba trabalha como a não consideração das

perdas localizadas utilizado por WINCEK (1992) e KÖNNER (1998) estão equivocados.

Para sustentar este argumento, pode-se utilizar a figura 5.2 a seguir, que mostra um ciclo da bomba utilizada por KÖNNER (1998). Segundo o fabricante, o número de câmaras desta bomba é de 3,347 como pode ser visto na tabela 5.4. Na figura 5.2, no entanto, pode-se analisar todo o processo de formação de câmaras na



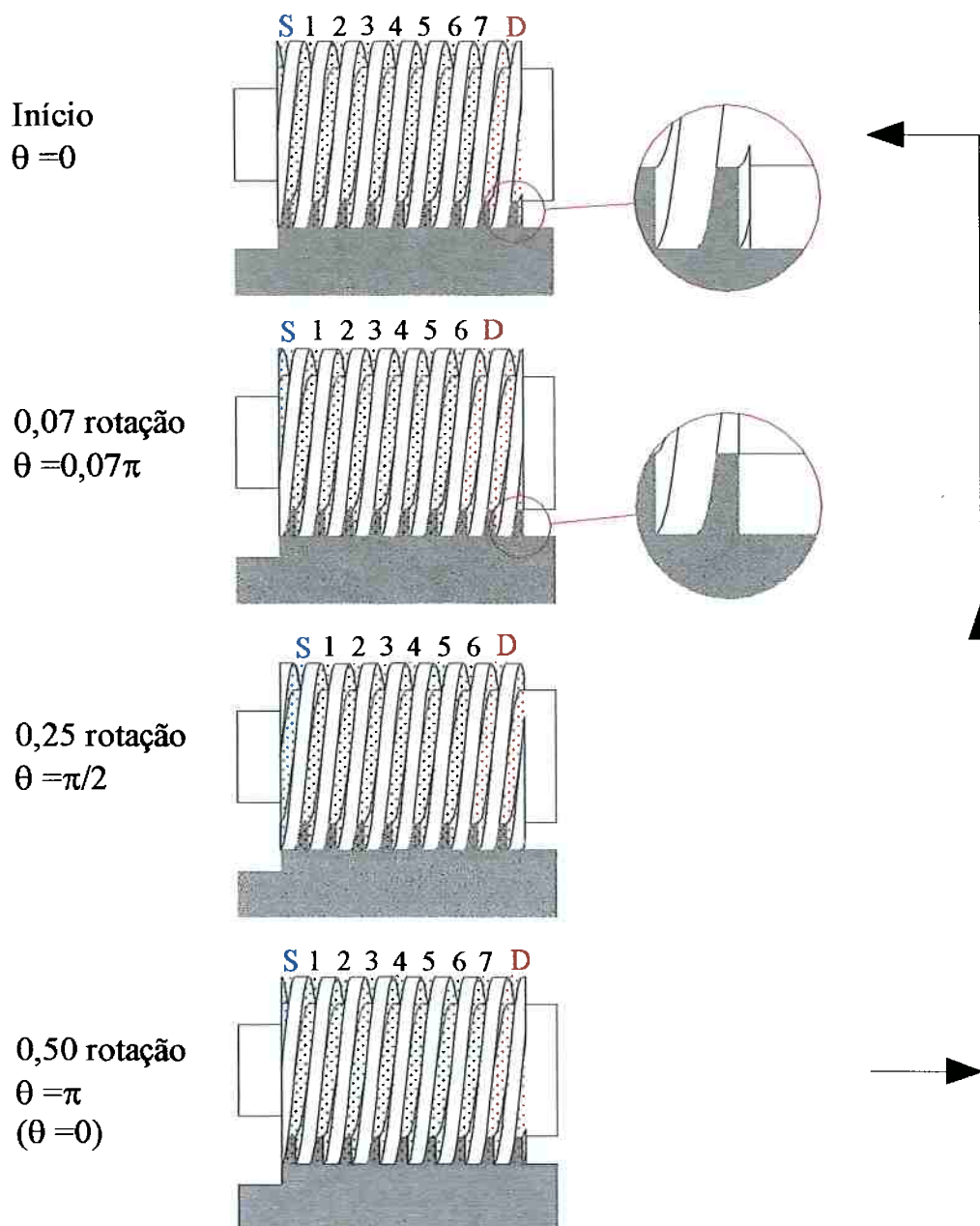
**Fig. 5.2: Processo de criação e abertura de câmaras na bomba utilizada por KÖNNER (1998).**

sucção e abertura na descarga. Nesta figura, retirada dos desenhos de fabricação da bomba apresentada por KÖNNER (1998), a região em cinza representa o outro parafuso com cujo engrenamento formam-se as câmaras. As câmaras em azul encontram-se na pressão da sucção e as que estão em vermelho têm a pressão de descarga por estarem aberta para esta região. As demais câmaras em preto já podem ser consideradas completamente criadas.

No instante inicial, uma câmara acaba de ser formada na sucção e, nessa configuração, a bomba terá três câmaras. Como pode ser visto no primeiro detalhe, as câmaras 2 e 3 podem ser consideradas completamente formadas pois o engrenamento completo ainda existe. Quando o parafuso avança 0,14 rotação, no entanto, pode-se observar no segundo detalhe que ocorre o desengrenamento do parafuso no fim da câmara 3. Desta forma, a partir deste instante, a bomba passa a operar efetivamente com duas câmaras, pois a pressão da câmara 3, com a sua abertura, será a mesma da descarga. A bomba operará com apenas duas câmaras até o instante em que se forma uma nova câmara quando se inicia um novo ciclo após 0,5 rotação, como pode ser visto no último desenho da figura 5.2. Assim, considerando-se o processo de formação e abertura de câmaras mostrado, é impossível que a bomba opere com mais de três câmaras efetivas. Segundo o processo mostrado, a bomba de KÖNNER (1998) opera 28% do tempo com três câmaras e o restante com duas, ou seja, apresenta 2,28 câmaras efetivas e não 3,347.

O mesmo problema pode ser encontrado na bomba utilizada pela PETROBRAS (2003), como pode ser visto na figura 5.3. Segundo o fabricante, a câmara apresenta 7,9 câmaras como pode ser visto na tabela 5.5. Seguindo a mesma notação utilizada na figura anterior, pode-se ver no instante inicial sete câmaras completamente formadas, pois como pode ser visto no primeiro detalhe, o engrenamento da câmara 7 ainda está formado. Após 0,07 rotação, a câmara 7 desengrena como pode ser visto no detalhe. A partir deste instante, a bomba passa a operar com 6 câmaras e fica assim até a formação de uma nova câmara na sucção, após 0,5 rotação, quando se inicia um novo ciclo. Assim, a bomba opera 14% do tempo com 7 câmaras e 86% com 6 e tem, portanto, 6,14 câmaras efetivas.

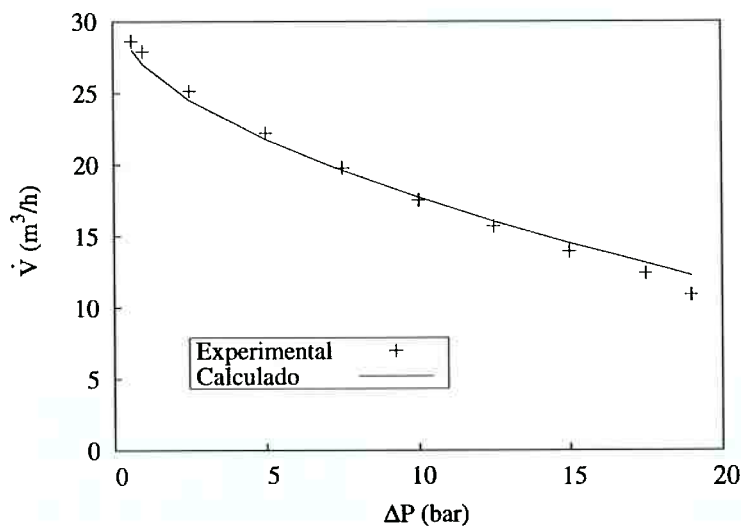




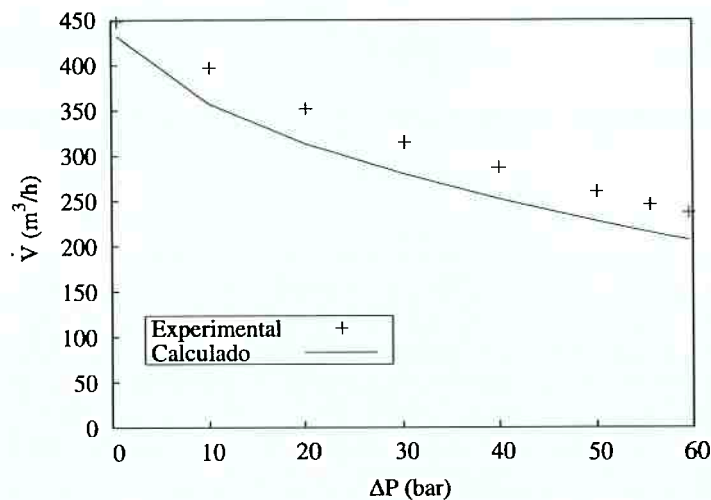
**Fig. 5.3: Processo de criação e abertura de câmaras na bomba utilizada pela PETROBRAS (2003).**

Não apenas os desenhos de fabricação das bombas permitem a afirmação de que o número de câmaras efetivas deve ser corrigido, como os resultados obtidos com o número de câmaras corrigido apresentam resultados muito melhores. As figuras 5.4 e 5.5 a seguir mostram, respectivamente, os resultados para as bombas de KÖNNER (1998) e da PETROBRAS (2003) para 1500 rpm. Para realizar os

cálculos, utilizou-se duas configurações diferentes: a bomba operando com o número de câmaras sugerido pelo fabricante e o com o número de câmaras corrigido. No primeiro caso, ajustou-se o coeficiente de perdas localizadas para 0,25 e no segundo, para 1,30.



**Fig. 5.4:** Comparação entre resultados experimentais de KÖNNER (1998) e calculados com o número de câmaras corrigido e  $k_f=1,30$ .



**Fig. 5.5:** Comparação entre resultados experimentais da PETROBRAS (2003) e calculados com o número de câmaras corrigido e  $k_f=1,30$ .

Como pode ser visto, no caso da bomba utilizada por KÖNNER (1998), os valores calculados apresentam bons resultados em ambas configurações. Porém, quando se analisa os resultados da bomba da PETROBRAS (2003), nota-se que os

valores obtidos pelo modelo com primeira configuração discordam completamente dos resultados experimentais enquanto que os valores no caso da segunda configuração continuam a concordar com os valores medidos.

A explicação para isso pode ser elaborada da seguinte forma: quando o parafuso da bomba é curto e com poucas câmaras como no caso da bomba de KÖNNER (1998), o uso de aproximadamente uma câmara a mais pode compensar o desprezo das perdas localizadas. Ou seja, a perda de carga distribuída na fenda adicional associada a esta câmara, embora não exista na realidade, equivaleria aproximadamente às perdas localizadas ignoradas e as compensaria. Entretanto, quando a bomba apresenta um parafuso longo, com muitas câmaras, como no caso da bomba da PETROBRAS (2003), uma câmara a mais não é suficiente para compensar as diversas perdas localizadas existentes na entrada e saídas das fendas, pois a sua quantidade é muito maior. Dessa forma, a vazão de refluxo calculada utilizando-se a primeira configuração será muito maior do que a observada na realidade.

Assim, neste trabalho será utilizado um coeficiente de perdas localizadas de 1,30, como sugerido por SUZUKI (1929). Além disso, baseado na geometria dos parafusos de filetes simples ou duplos, desenvolveu-se a seguinte forma de calcular o número efetivo de câmaras para a bomba:

$$N_{BM} = \frac{k_f l}{p} - (k_f + 0,50) \quad (5.18)$$

Onde  $k_f$  é o número de filetes,  $l$  é o comprimento do parafuso e  $p$  é o passo.

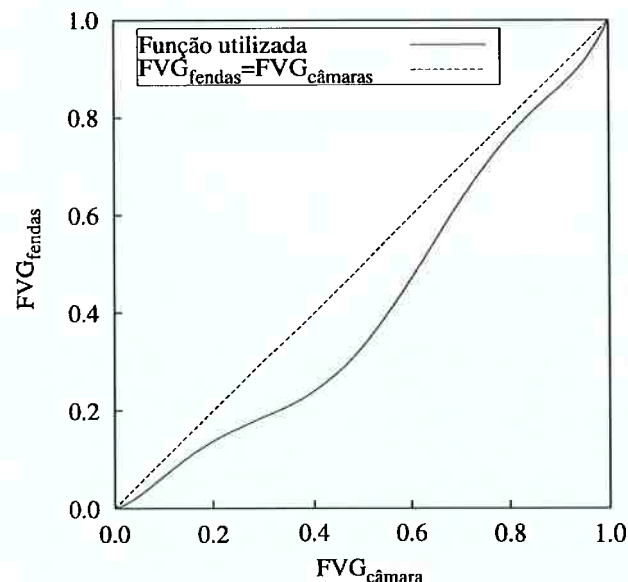
### 5.3.2 Infiltração de gás nas fendas

A equação 3.81 proposta no capítulo 3 revelou-se logo no início dos testes ser inadequada, gerando resultados incoerentes. Seja qual fosse a FVG de transição escolhida, a mudança no comportamento da bomba era muito abrupta ao se ultrapassar esse limite. As propostas de WINCEK (1992) e KÖNNER (1998): fendas totalmente preenchidas com líquido e FVG nas fendas igual ao da câmara, respectivamente, também foram avaliadas, mas os resultados não foram bons. Como mostra a tabela 5.6, no primeiro caso, os valores de vazão calculados eram muito maiores que os experimentais. Já no segundo, quando a fração de gás no escoamento era mais alta, os valores calculados eram muitos menores que os observados

experimentalmente. Dessa forma, buscou-se uma outra função que relacionasse a FVG na fenda com a FVG do canal com melhores resultados. Dentre as diversas relações estudadas, a que apresentou os melhores resultados pode ser vista na figura 5.6. É esta relação que foi utilizada em todas as comparações mostradas no item a seguir.

**Tabela 5.6: Comparação entre alguns resultados experimentais e calculados utilizando-se as hipóteses de WINCEK (1992), KÖNNER (1998) e a utilizada neste trabalho.**

<i>FVG</i>	$\Delta P$ (bar)	$\dot{V}_{exp}$ (m <sup>3</sup> /h)	Utilizada		WINCEK (1992)		KÖNNER (1998)	
			$\dot{V}_{calc}$ (m <sup>3</sup> /h)	Erro (%)	$\dot{V}_{calc}$ (m <sup>3</sup> /h)	Erro (%)	$\dot{V}_{calc}$ (m <sup>3</sup> /h)	Erro (%)
0,61	29,3	35,2	41,1	-16,7	47,5	-34,8	24,7	29,9
0,88	29,3	37,0	32,9	11,0	61,1	-65,1	0,0	100,0
0,60	29,3	26,7	30,8	-15,2	41,5	-55,5	14,5	45,9
0,90	9,7	49,6	41,7	16,0	65,8	-30,7	0,0	100,0
0,50	14,9	51,4	53,7	4,6	55,3	-7,6	51,6	-0,6
0,90	15,0	48,4	50,7	4,8	56,4	-16,6	36,4	24,8
0,94	15,0	38,2	47,6	-24,7	56,1	-46,8	17,0	55,4
0,98	6,0	32,4	30,9	4,7	55,2	-70,0	0,0	100,0



**Fig. 5.6: Relação entre a FVG em uma determinada câmara e a FVG que infiltra nas fendas utilizada nas simulações.**

## ***5.4 Comparação com dados experimentais***

Tendo feito as calibrações necessárias para completar o modelo, partiu-se para a comparação com dados experimentais de diversos autores. Foram comparados os dados de vazão, perfil de pressão, potência e temperatura de descarga, como mostrado a seguir.

### **5.4.1 Vazão**

As tabelas 5.7 a 5.9 mostram a comparação entre dados calculados e experimentais de EGASHIRA et al. (1996), KÖNNER (1998) e HATTON (1993). Os resultados obtidos representam muito bem a realidade, com desvios relativos médios de 15,9% para os dados de EGASHIRA et al. (1996), 6,2% para os dados de KÖNNER (1998) e 2,6% para os dados de HATTON (1993). Já os desvios máximos para os três casos foram, respectivamente, de 24,4%, 33,1% e 9,6%.

De forma geral, os desvios são maiores para os casos em que a fração de gás é elevada e quando o parafuso é curto como no caso da bomba utilizada por EGASHIRA et al. (1996). No caso de frações elevadas de gás, os resultados refletem a dificuldade de se utilizar uma função simples como a proposta na figura 5.6. Na realidade, espera-se que uma função relacionando as frações de gás da câmara e das fendas, caso exista, deva incluir também fatores como geometria do parafuso, velocidade de rotação, propriedades do gás e do líquido, entre outros. Os desvios observados, quando o parafuso é muito curto, ocorrem pois a oscilação das condições dentro de cada câmara é maior, uma vez que a pressão não é distribuída de forma gradual como nos casos de parafusos mais longos. Dessa forma, a abertura de uma câmara na descarga provoca modificações significativas nas primeiras câmaras, onde o refluxo é definido, como foi visto na Revisão Bibliográfica. Isso dificulta o estabelecimento de uma relação entre as FVGs. No caso da bomba de EGASHIRA et al. (1996), por exemplo, a bomba possui 1,75 câmaras o que implica que a após 0,75 rotação operando com duas câmaras, ocorre a abertura de uma câmara para a descarga. Dessa forma, durante 0,25 rotação a primeira câmara fica submetida à influência direta da pressão de descarga, o que altera significativamente suas condições e, conseqüentemente, o refluxo.

No caso de escoamento de óleo e gás (dados de HATTON (1993)), os resultados são muito bons, com desvios muito pequenos. Neste caso, além do parafuso da bomba ser longo, o fluido de trabalho é muito viscoso. Esses dois fatores conjuntos propiciam uma menor influência da oscilação provocada devido ao processo de abertura de câmaras para a descarga. A vazão, nos casos estudados, tende a ser mais próxima da vazão teórica, pois a alta viscosidade reduz bastante a vazão de refluxo, e o modelo reproduz esse comportamento. No entanto, mesmo com os bons resultados, algumas críticas podem ser feitas. As duas principais são a incapacidade de o modelo prever de forma adequada a queda na vazão volumétrica quando a diferença de pressão aumenta e de prever um aumento na capacidade de bombeamento quando a FVG aumenta de 50% para 90% em rotações elevadas. Em geral, como pode ser visto na tabela 5.9, os valores calculados pelo modelo são praticamente constantes para uma determinada FVG, o que é correto apenas quando a rotação é de 3000 rpm. Para rotações mais baixas, o aumento da diferença de pressão para uma mesma FVG deteriora a capacidade volumétrica da bomba. Na mesma tabela, analisando-se os dados para 2000 rpm, nota-se que o modelo até consegue prever um pequeno aumento na vazão volumétrica, porém este aumento ocorre tardiamente, apenas quando a FVG passa de 90% para 95%. Os dados experimentais mostram que a capacidade volumétrica já aumentou e começa se deteriorar nessa região. Assim, também os dados para misturas gás-óleo mostram que a função escolhida para calcular a FVG nas fendas é mais complexa do que a adotada, sendo necessárias novas pesquisas para encontrar uma relação mais exata.

**Tabela 5.7: Comparação entre resultados de vazão volumétrica calculados pelo modelo e dados experimentais de EGASHIRA et al. (1996) – mistura água-ar.**

$N$ (rpm)	$P_s$ (bar)	$FVG$	$\Delta P$ (bar)	$\dot{V}_{exp}$ (m <sup>3</sup> /h)	$\dot{V}_{calc}$ (m <sup>3</sup> /h)	Erro (%)
1205	1,4	0,61	29,3	35,2	41,1	-16,7
	1,5	0,88	29,3	37,0	32,9	11,0
1205	4,4	0,60	29,3	26,7	30,8	-15,2
	4,4	0,90	29,2	30,3	26,3	13,3
1805	1,2	0,59	29,3	105,2	95,4	9,3
	1,1	0,91	29,4	111,4	84,2	24,4
1205	3,0	0,64	9,7	71,5	56,3	21,2
	3,0	0,90	9,7	49,6	41,7	16,0

Tabela 5.8: Comparação entre resultados de vazão volumétrica calculados pelo modelo e dados experimentais de KÖNNER (1998) –mistura água-ar,  $P_s=1,0$  bar.

n (rpm)	FVG	$\Delta P$ (bar)	$\dot{V}_{exp}$ (m <sup>3</sup> /h)	$\dot{V}_{calc}$ (m <sup>3</sup> /h)	Erro (%)	n (rpm)	FVG	$\Delta P$ (bar)	$\dot{V}_{exp}$ (m <sup>3</sup> /h)	$\dot{V}_{calc}$ (m <sup>3</sup> /h)	Erro (%)
1500	0,80	1,0	25,8	27,4	-6,1	2900	0,25	1,6	57,9	55,7	3,9
		2,6	24,2	25,1	-3,7			5,0	56,7	53,9	4,9
		5,1	21,0	25,4	-21,1			8,7	54,7	51,8	5,3
	0,90	1,0	25,0	24,7	1,1			11,2	52,9	50,2	5,2
		2,1	18,8	22,6	-19,9			15,0	49,7	47,7	4,0
		1,1	40,0	37,5	6,3			1,0	54,2	56,8	-4,8
2000	0,25	5,0	36,0	34,2	5,1		0,50	3,7	53,9	56,0	-3,8
		8,7	32,3	31,1	3,6			8,7	53,1	55,0	-3,6
		11,3	29,7	29,1	2,0			11,2	52,5	54,5	-3,9
		15,0	26,2	26,4	-0,9			14,9	51,4	53,7	-4,6
		1,2	34,7	38,4	-10,7			1,1	52,4	56,6	-8,0
		5,0	32,6	36,4	-11,5			5,0	51,8	55,6	-7,5
	0,50	8,7	30,9	34,6	-11,9	0,75	8,7	51,0	54,9	-7,6	
		11,2	30,0	33,4	-11,2		12,5	50,3	54,4	-8,1	
		15,0	28,8	31,3	-8,6		16,9	49,3	53,8	-9,1	
		2,5	35,9	37,7	-4,9		1,2	53,1	54,6	-2,7	
		6,2	34,9	36,4	-4,2		5,0	51,8	52,7	-1,8	
		10,0	34,0	35,1	-3,4		0,90	8,7	50,6	52,2	-3,2
	0,75	13,7	33,0	33,8	-2,2	12,5		49,3	51,3	-4,2	
		17,5	32,1	32,1	0,1	15,0		48,4	50,7	-4,8	
		1,4	36,3	36,7	-1,0	1,1		52,4	54,1	-3,2	
		5,0	35,7	35,6	0,2	5,0		51,4	50,9	1,0	
		0,85	8,8	34,2	34,5	-0,7		0,92	8,8	49,5	50,8
			12,5	32,2	33,2	-3,2	12,5		47,0	50,2	-6,7
15,0	30,4		32,2	-6,1	16,9	43,2	49,6		-14,8		
0,90	0,8	35,9	36,4	-1,2	0,94	1,1	53,0	53,2	-0,3		
	2,5	32,6	33,6	-3,2		5,0	50,5	47,8	5,4		
	5,0	25,1	33,4	-33,1		8,7	47,0	47,8	-1,8		
2500	0,80	1,1	46,7	48,1		-3,0	12,5	42,1	48,0	-14,1	
		5,1	46,4	47,0		-1,3	15,0	38,2	47,6	-24,7	
		10,0	45,9	45,8		0,2	1,4	51,5	51,1	0,9	
	0,90	15,0	44,2	44,8	-1,3	0,96	3,7	49,4	45,3	8,3	
		17,0	44,1	44,3	-0,5		6,4	43,7	40,7	6,9	
		1,0	46,7	46,4	0,5		8,7	36,5	39,7	-8,6	
5,1		44,7	44,2	1,2	10,0		30,9	40,0	-29,4		
10,0		42,3	43,4	-2,8	0,9		51,7	49,8	3,8		
15,0		38,8	42,1	-8,6	0,98		3,3	46,7	41,5	11,2	
17,0	36,4	41,6	-14,1	6,0		32,4	30,9	4,7			
1,0	47,6	45,0	5,4	0,2		51,3	50,8	1,0			
0,94	5,0	42,1	38,4	8,7	0,99	2,0	44,5	41,6	6,4		
	7,5	32,8	38,8	-18,2							



Tabela 5.9: Comparação entre resultados de vazão volumétrica calculados pelo modelo e dados experimentais de HATTON (1993) – mistura gás-óleo.

n (rpm)	FVG	$P_s$ (bar)	$\Delta P$ (bar)	$\dot{V}_{exp}$ (m <sup>3</sup> /h)	$\dot{V}_{calc}$ (m <sup>3</sup> /h)	Erro (%)
1000	0,50	6,36	9,65	89,1	86,9	2,4
		6,46	27,06	86,4	86,9	-0,6
		6,53	38,19	87,0	86,5	0,5
	0,90	6,49	3,79	85,3	86,7	-1,6
		6,42	10,97	84,2	86,7	-2,9
		6,48	17,34	82,2	86,7	-5,5
2000	0,47	6,49	2,15	177,3	173,9	1,9
		6,49	25,83	177,3	173,9	1,9
		6,49	46,64	175,5	173,9	0,9
	0,90	6,54	2,82	191,0	172,6	9,6
		6,37	28,45	190,6	172,5	9,5
		6,37	56,49	184,4	172,6	6,4
3000	0,50	6,41	3,12	182,2	172,7	5,2
		6,36	29,07	174,8	172,9	1,1
		6,42	46,74	172,7	173,0	-0,2
	0,90	6,48	8,48	260,2	260,8	-0,2
		6,48	20,86	255,7	260,8	-2,0
		6,54	37,83	263,5	260,9	1,0
0,95	6,54	4,64	266,0	260,4	2,1	
	6,48	20,63	265,4	260,4	1,9	
	6,53	41,57	270,0	260,4	3,6	
0,95	6,55	6,6	262,7	259,9	1,1	
	6,42	29,61	259,7	259,9	-0,1	
	6,42	51,5	262,2	259,9	0,9	

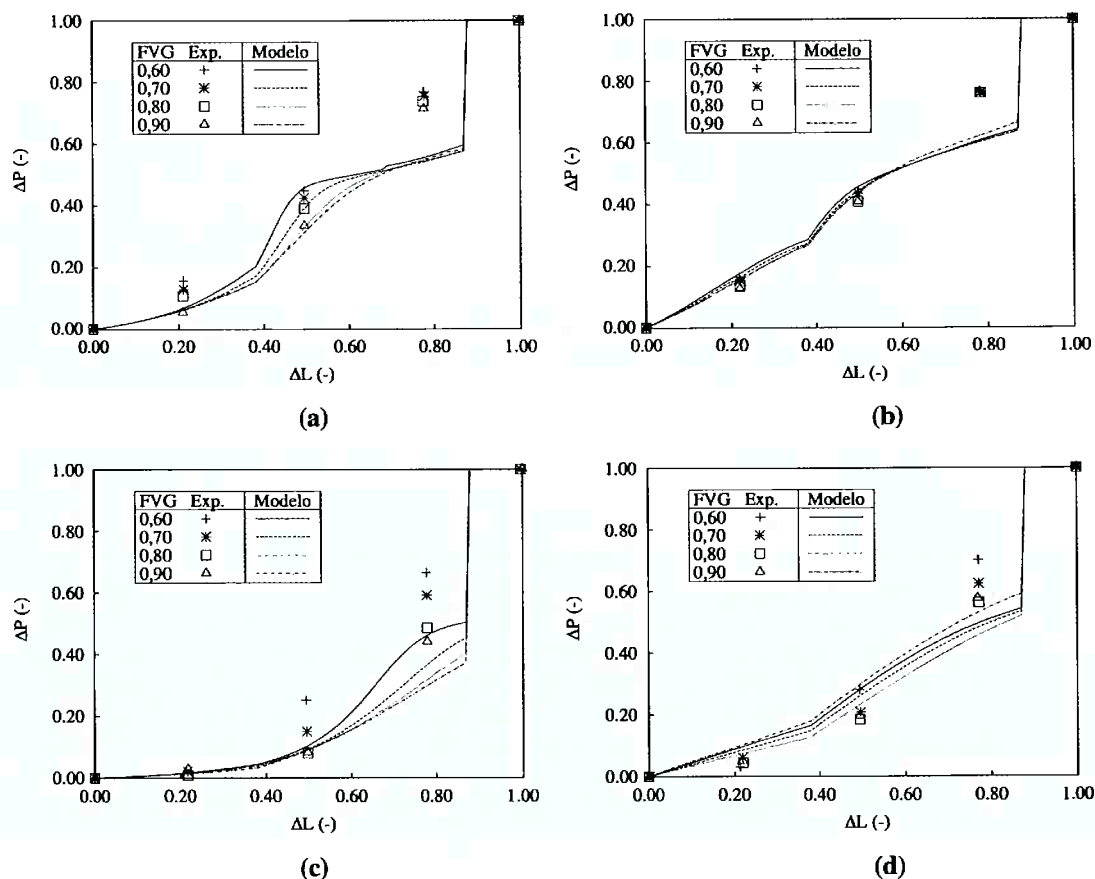
#### 5.4.2 Perfil de pressão

O perfil de pressão foi comparado com os dados medidos por EGASHIRA et al. (1996) e KÖNNER (1998). A comparação com os resultados de EGASHIRA et al. (1996) foi prejudicada por dois motivos. O primeiro deve-se ao fato de não se saber ao certo qual a definição do comprimento adimensional utilizado pelos autores nos gráficos. Em segundo lugar, as posições exatas dos sensores de pressão não são conhecidas. E, dependendo do seu posicionamento circunferencial, um sensor localizado em uma mesma distância da sucção irá captar diferentes momentos de



uma determinada câmara. Além disso, os autores informam que a frequência de amostragem é arbitrária, o que deve prejudicar as medições. Para captar a pressão de uma mesma câmara, em uma dada posição, a coleta dos dados deveria ser sincronizada com a rotação do parafuso.

As figuras 5.7a a 5.7d mostram a comparação entre os dados de EGASHIRA et al. (1996) e os calculados pelo modelo para diferentes condições de operação. Como pode ser observado nessas figuras, o modelo consegue capturar bem o comportamento geral do perfil de pressão para as diversas condições. Quando a pressão de sucção é baixa (figuras 5.7a e 5.7c) a influência da fração é mais importante. Nesses casos, quanto maior a fração de gás, mais parabólico é o perfil de pressão. Porém, quando a rotação é mais baixa (figura 5.7a), a tendência é que a



**Fig. 5.7:** Comparação dos perfis de pressão experimentais de EGASHIRA et al. (1996) e calculados: a)  $n=1200$  rpm,  $P_s=1,5$  bar e  $\Delta P=30,0$  bar; b)  $n=1200$  rpm,  $P_s=4,5$  bar e  $\Delta P=30,0$  bar; c)  $n=1800$  rpm,  $P_s=1,5$  bar e  $\Delta P=30,0$  bar; d)  $n=1200$  rpm,  $P_s=3,0$  bar e  $\Delta P=10,0$  bar.

diferença entre as pressões na região de descarga seja menor, com uma convergência dos perfis nessa região. Já para pressões de sucção maiores (figuras 5.7b e 5.7d), a influência da FVG é menor. No caso da figura 5.7b, que apresenta a maior pressão de sucção, praticamente não se percebe esta influência.

No entanto, embora qualitativamente o modelo reproduza bem os dados experimentais, nota-se que existe uma tendência de ele subestimar o valor das pressões na região próxima à descarga. Uma provável explicação para isto, seria a forma como o modelo calcula a abertura da última câmara para a descarga. Na figura 5.8a, a linha *b* tracejada vertical mostra o instante em que ocorre a abertura da última câmara para a descarga. Essa linha corresponde ao momento em que o limite do filete cruza a linha de  $\theta=0$  como mostra a imagem *b* central da figura 5.8b. O modelo considera uma abertura instantânea, que pode ser intuído pelo aumento abrupto da pressão, nesta posição. No entanto, vendo-se a figura 5.8b percebe-se que o processo de desengrenamento não é pontual. Entre o início e o fim do desengrenamento, o parafuso percorre cerca de 0,22 rotação. Em termos de comprimento adimensional, isso equivale à região compreendida entre as duas linhas *a* e *c* contínuas na figura 5.8a. Assim, nesta região, o comprimento da fenda de flanco diminui gradualmente até zero. Ou seja, entre as posições *a* e *c* a vazão através da fenda de flanco aumenta bastante na última câmara, o que faria com que o aumento da pressão na região da descarga fosse maior e mais gradual, diferente do aumento repentino que o modelo calcula. Outra consequência deste aumento abrupto é a mudança no gradiente de pressão calculado a partir de  $\Delta L \approx 0,4$ , como pode ser visto nas figuras 5.7. Neste

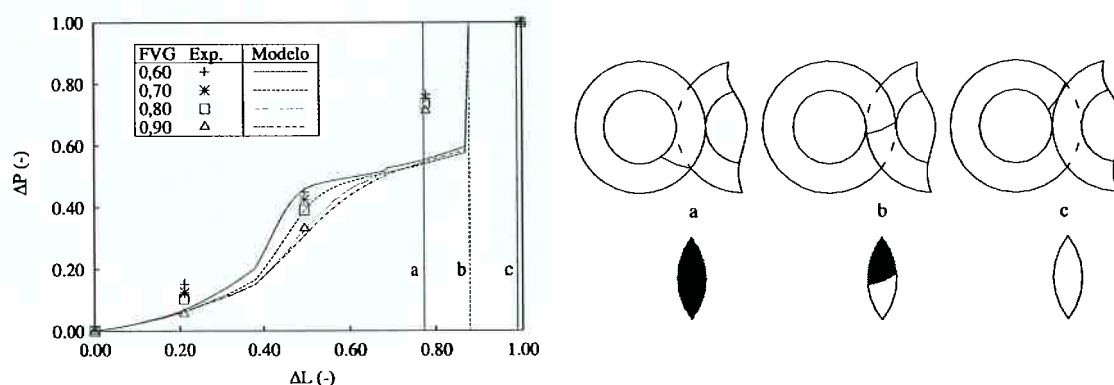


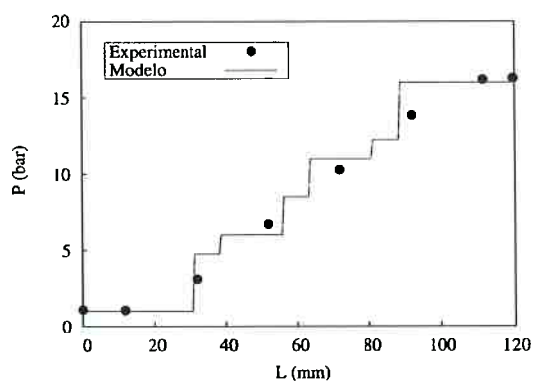
Fig. 5.8: Ilustração do processo de abertura da última câmara na descarga.

ponto, a abertura da última câmara para a descarga faz com que haja um aumento repentino no refluxo para a câmara próxima da sucção, o que altera o gradiente com o qual a pressão vinha aumentando.

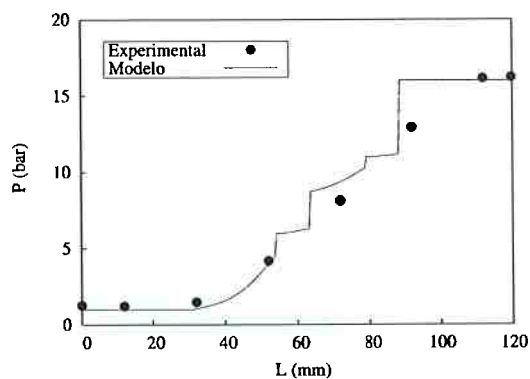
Ainda analisando-se o gradiente de pressão, uma outra observação importante que pode ser feita é que o perfil de pressão não necessariamente apresenta gradientes de pressão sempre crescentes. Quando a pressão aumenta muito, a diminuição da compressibilidade do gás faz com que o comportamento da pressão dentro da câmara aproxime-se do comportamento observado com fluidos incompressíveis. Como será visto a seguir, isso significa a presença de patamares de pressão constante ao longo do parafuso. No caso do escoamento bifásico, conforme a compressibilidade do gás diminui, a capacidade de acúmulo de fluido dentro de uma câmara diminui. Assim, quando a pressão aumenta muito, o gradiente de pressão começa a diminuir, tendendo a um patamar constante.

As figuras 5.9 a 5.12 mostram a comparação com os dados experimentais de KÖNNER (1998). Observando-se as figuras, pode-se notar que a concordância dos perfis de pressão é muito boa para frações de até cerca de 90% de gás. Novamente nesses casos, a maior diferença encontra-se na região de descarga, onde o processo de abertura das câmaras é considerado instantâneo, como visto nos parágrafos anteriores. Como o parafuso é mais longo, no entanto, a diferença só é percebida muito próximo da região de descarga. Para valores maiores de FVG, o desvio passa a aumentar. Isto está de acordo com os resultados obtidos para a vazão volumétrica, que é superestimada pelo modelo quando as frações são elevadas. Como pode ser visto na figura 5.9f a 5.9h, quando a fração de gás é elevada as pressões reais ao longo do parafuso são maiores do que as calculadas. Ou seja, a diferença de pressão calculada na região de sucção é menor do que a real. Dessa forma, a vazão de refluxo calculada é menor do que a real já que a diferença de pressão na região da sucção é que define o refluxo.

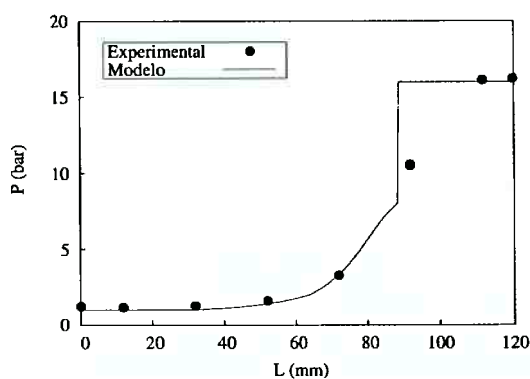
As figuras 5.13 e 5.14 mostram que o modelo reproduz muito bem o comportamento do perfil de pressão observado experimentalmente. Quanto maiores são a quantidade de gás e a rotação, mais parabólico é o perfil de pressão. Esse comportamento altera-se apenas quando as frações de gás aumentam muito (acima de 90%), quando, como observado por KÖNNER (1998), o perfil passa a recuar



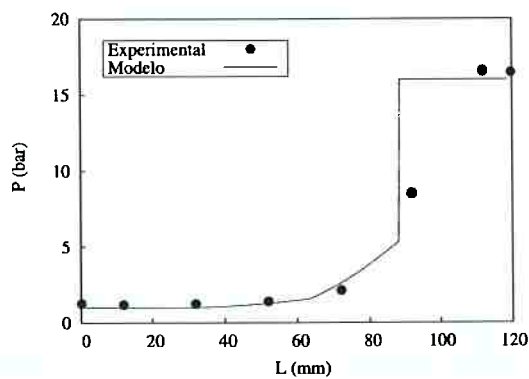
(a) FVG=0



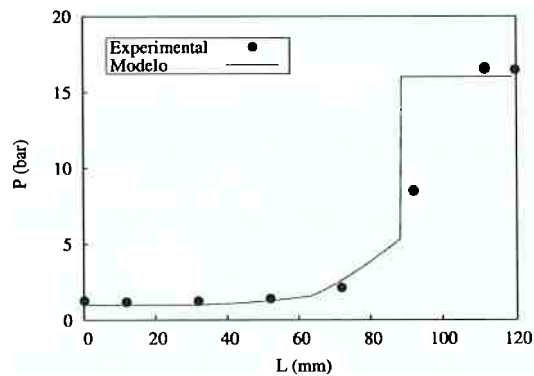
(b) FVG=0,25



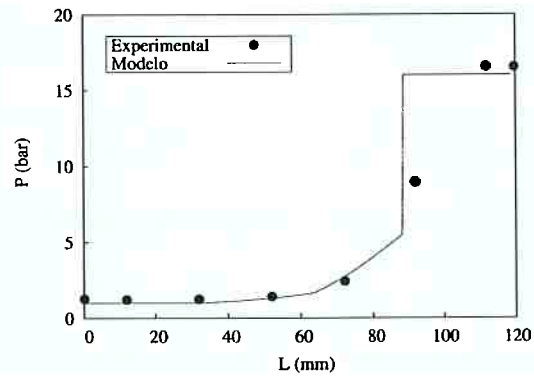
(c) FVG=0,50



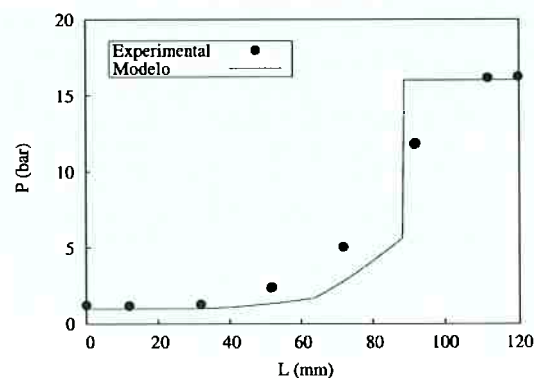
(d) FVG=0,75



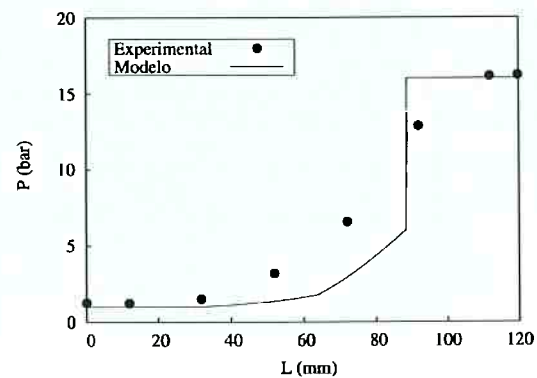
(e) FVG=0,85



(f) FVG=0,90



(g) FVG=0,92



(h) FVG=0,94

Fig. 5.9: Comparação dos perfis de pressão experimentais de KÖNNER (1998) e calculados:  $n=2900$  rpm,  $P_s=1,0$  bar e  $\Delta P=15,0$  bar .

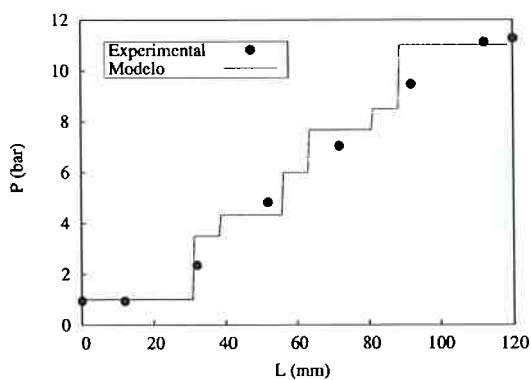
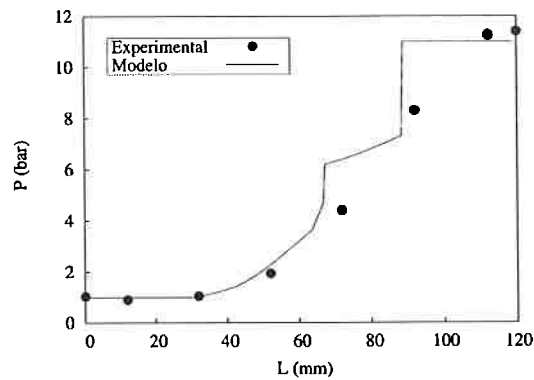
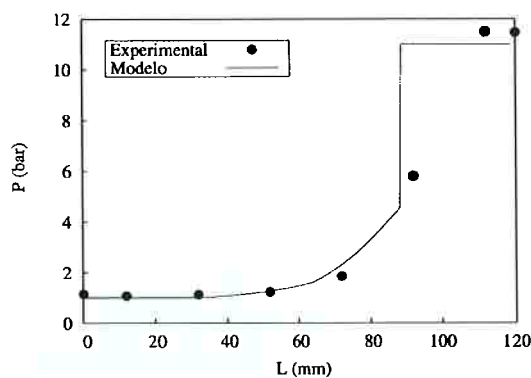
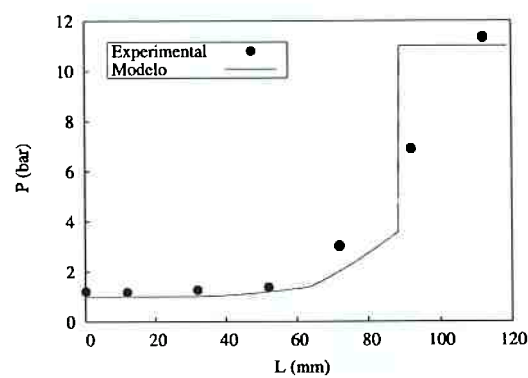
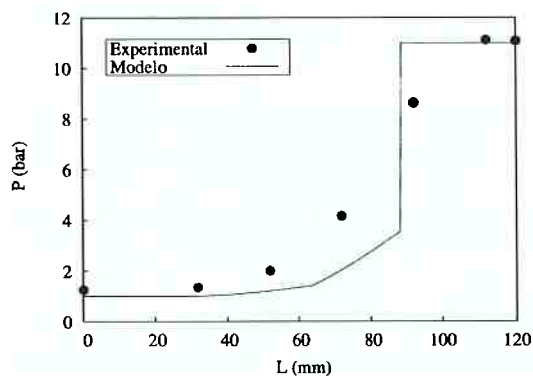
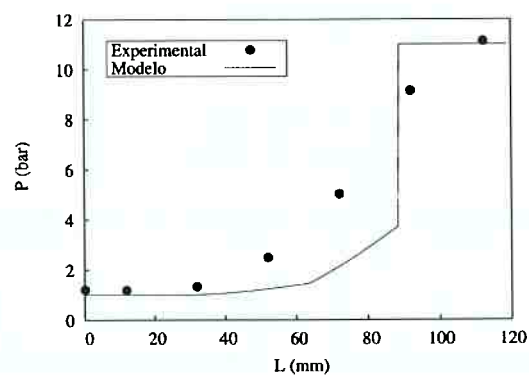
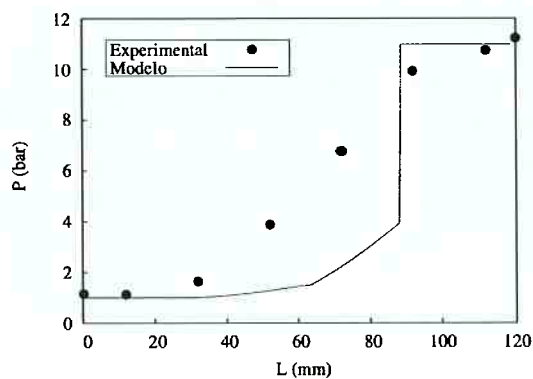
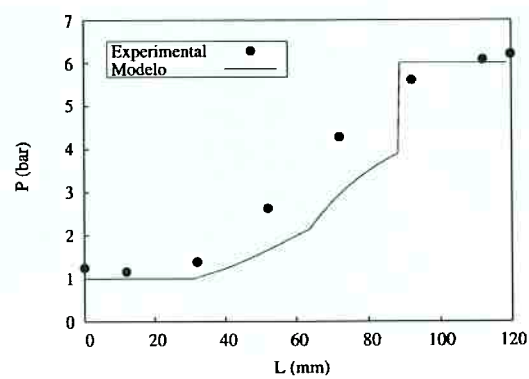
(a)  $FVG=0$ (b)  $FVG=0,25$ (c)  $FVG=0,75$ (d)  $FVG=0,90$ (e)  $FVG=0,92$ (f)  $FVG=0,94$ (g)  $FVG=0,96$ (h)  $FVG=0,98$ 

Fig. 5.10: Comparação dos perfis de pressão experimentais de KÖNNER (1998) e calculados:  $n=2900$  rpm,  $P_s=1,0$  bar e  $\Delta P=10,0$  bar.

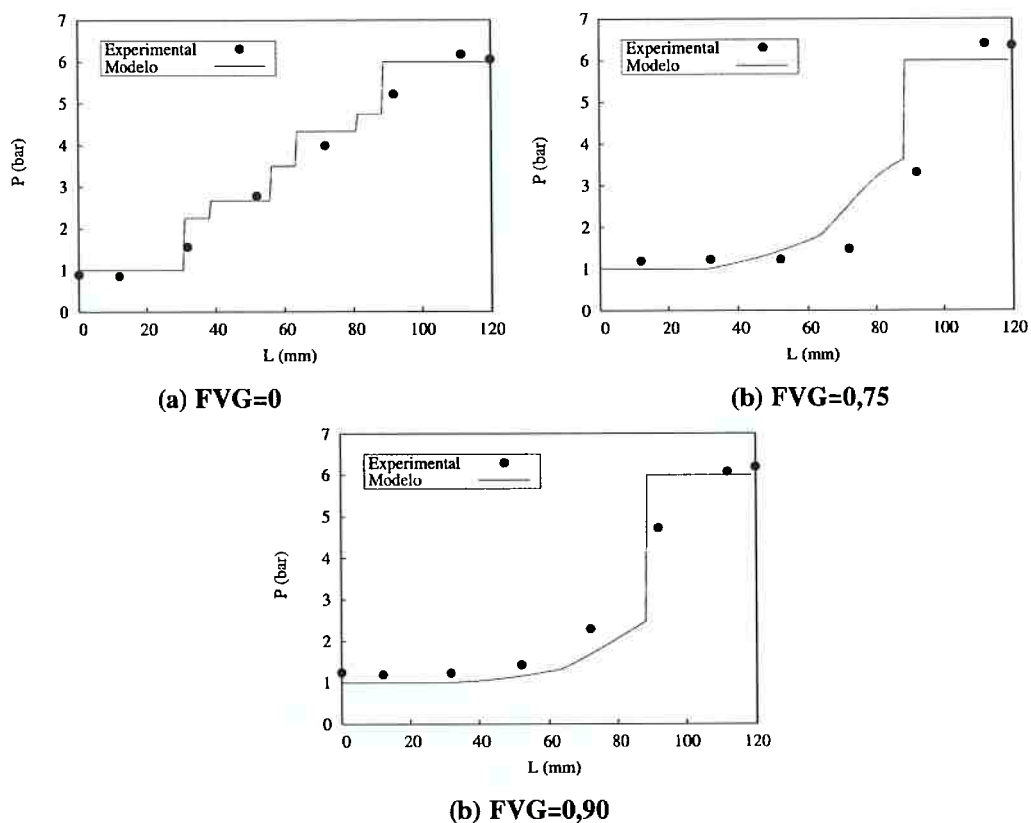


Fig. 5.11: Comparação dos perfis de pressão experimentais de KÖNNER (1998) e calculados:  $n=2900$  rpm,  $P_s=1,0$  bar e  $\Delta P=5,0$  bar.

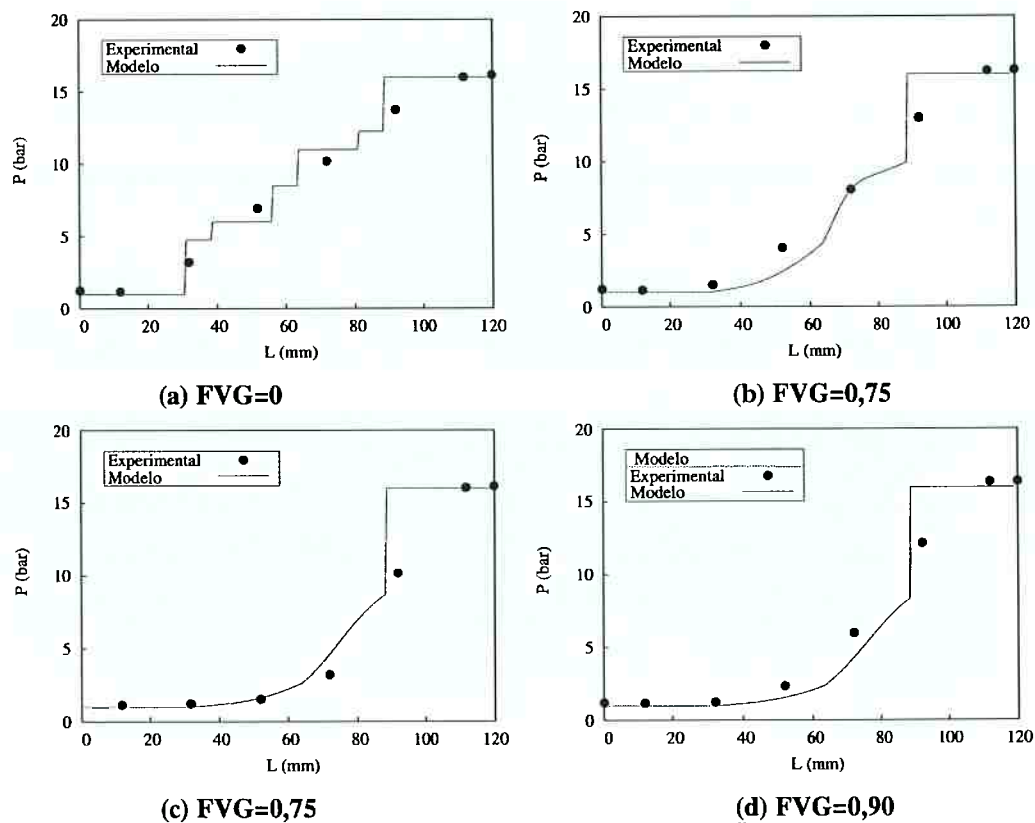


Fig. 5.12: Comparação dos perfis de pressão experimentais de KÖNNER (1998) e calculados:  $n=2000$  rpm,  $P_s=1,0$  bar e  $\Delta P=15,0$  bar.

novamente para a posição linear. No caso do modelo, a figura 5.13 mostra que este comportamento observado por KÖNNER (1998) é previsto. No entanto, a magnitude deste recuo é muito menor do que a observada nos dados experimentais. Isso está diretamente ligado ao fato de não ter sido possível encontrar uma função relacionando as FVGs da câmara e das fendas que respondesse muito bem nos casos em que a FVG é elevada. Uma função adequada para esses casos deveria aumentar a vazão de refluxo para valores altos de FVG, o que tornaria o perfil mais linear. A influência da rotação é reproduzida sem problemas como mostra a figura 5.14.

Uma outra análise importante de ser feita é a do perfil de pressão para baixas FVGs. Olhando-se a figura 5.15, pode-se notar que, quando não há gás no escoamento (FVG=0), o aumento de pressão não é linear e contínuo como mostrado

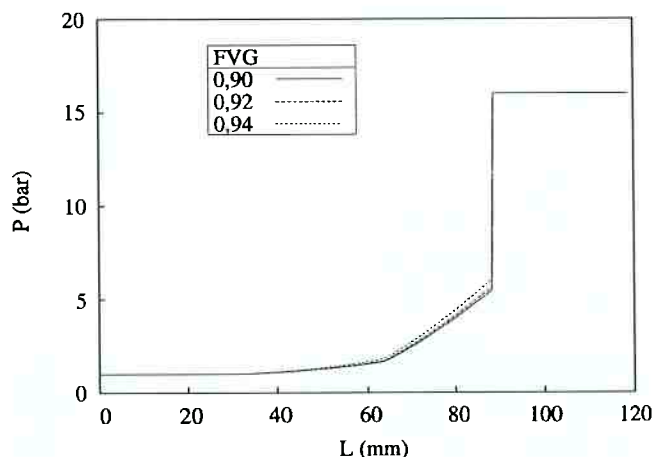


Fig. 5.13: Influência da FVG no perfil de pressão para frações de gás elevadas:  $n=2900$  rpm,  $P_s=1,0$  bar e  $\Delta P=15,0$  bar.

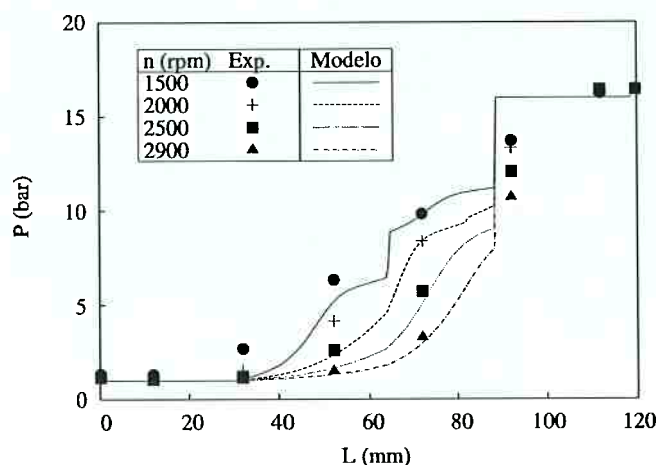


Fig. 5.14: Influência da rotação no perfil de pressão:  $FVG=0,50$ ,  $P_s=1,0$  bar e  $\Delta P=15,0$  bar.

no item 2 (figura 2.7) como encontra-se normalmente na literatura, mas ocorre em saltos sempre que uma câmara  $k$  “transforma-se” na câmara  $k+1$ . A justificativa para isso pode ser dada com a ajuda da figura 5.16. A figura mostra dois instantes consecutivos da evolução de um parafuso de duas câmaras. No instante  $i$ , como o fluido é incompressível, os refluxos e as diferenças de pressão devem ser iguais entre as câmaras. Assim, como mostrado na figura, tem-se a seguinte situação:

$$P^i_S = P_S, P^i_1 = P_1, P^i_2 = P_2, P^i_D = P_D \quad (5.19)$$

$$\Delta P^i_{1S} = P^i_1 - P^i_S = P_1 - P_S \quad (5.20)$$

$$\Delta P^i_{21} = P^i_2 - P^i_1 = P_2 - P_1 \quad (5.21)$$

$$\Delta P^i_{D2} = P^i_D - P^i_2 = P_D - P_2 \quad (5.22)$$

$$\Delta P^i_{1S} = \Delta P^i_{21} = \Delta P^i_{D2} = (P_D - P_S)/3 = \Delta P^i \quad (5.23)$$

No instante  $i+1$ , admitindo-se que fosse possível haver um aumento qualquer  $dP$  de pressão nas câmaras 1 e 2, e lembrando-se que as pressões de sucção e descarga mantêm-se constantes ter-se-ia a seguinte situação:

$$P^{i+1}_S = P_S, P^{i+1}_1 = P_1 + dP, P^{i+1}_2 = P_2 + dP, P^{i+1}_D = P_D \quad (5.24)$$

$$\Delta P^{i+1}_{1S} = P^{i+1}_1 - P^{i+1}_S = P_1 - P_S + dP = \Delta P^i + dP \quad (5.25)$$

$$\Delta P^{i+1}_{21} = P^{i+1}_2 - P^{i+1}_1 = P_2 - P_1 = \Delta P^i \quad (5.26)$$

$$\Delta P^{i+1}_{D2} = P^{i+1}_D - P^{i+1}_2 = P_D - P_2 - dP = \Delta P^i - dP \quad (5.27)$$

E, portanto:

$$\Delta P^{i+1}_{1S} > \Delta P^{i+1}_{21} > \Delta P^{i+1}_{D2} \quad (5.28)$$

Assim, se fosse possível haver um aumento da pressão nas câmaras 1 e 2, a diferença de pressão entre as câmaras não seria mais constante como pode ser visto na equação 5.28. Como o fluido é incompressível isso é – como foi visto anteriormente – impossível, o que significa que o proposto aumento  $dP$  não pode ocorrer. Dessa forma, a mudança de pressão só ocorre nos momentos em que há a criação ou abertura de uma câmara. No caso específico da figura 5.15, o fato de a



criação e abertura de câmaras não ocorrerem ao mesmo tempo faz com que apareçam sub-patamares de pressão constante. Durante um período a bomba opera com três câmaras e no outro, com duas.

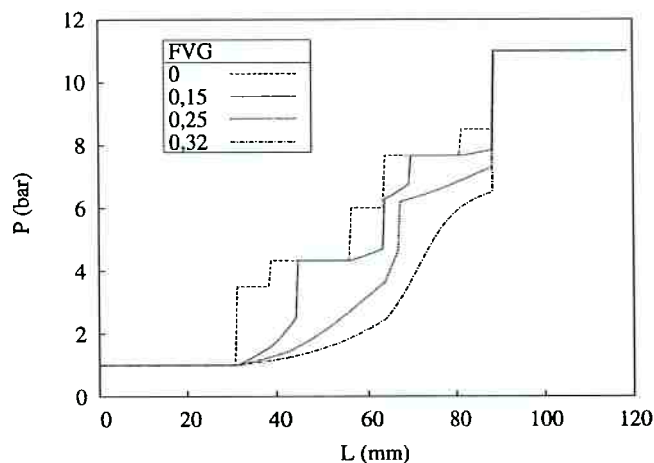


Fig. 5.15: Perfil de pressão calculado para baixas FVGs:  $n=2900$ ,  $P_s=1,0$  bar e  $\Delta P=10,0$  bar.

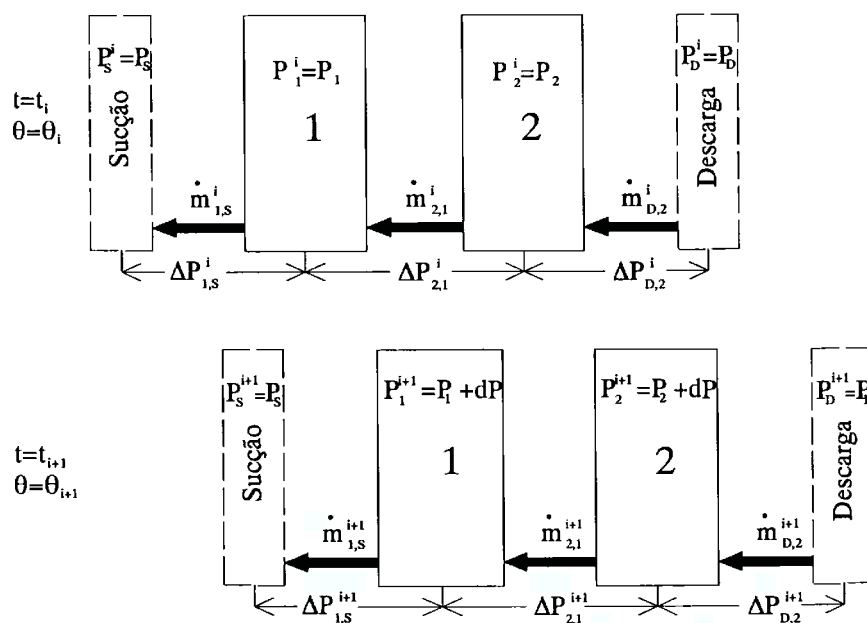
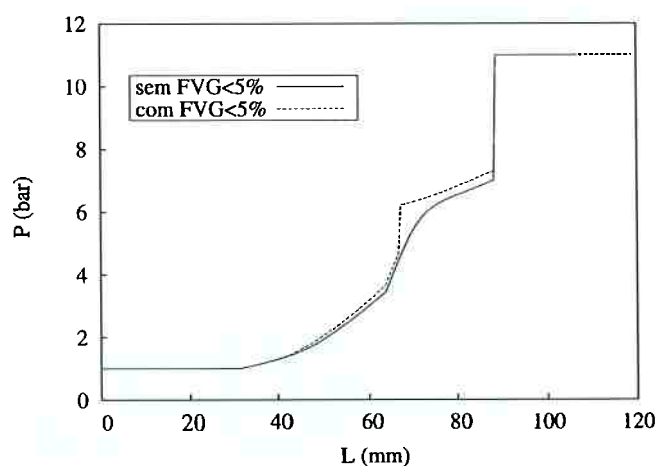


Fig. 5.16: Formação do perfil de pressão para  $FVG=0$ .

Ainda observando-se a figura 5.15, pode-se ver a transição entre escoamento compressível e incompressível. Como pode ser visto, quando a FVG na sucção passa de 32% para 25% existe uma descontinuidade que surge por volta de  $L \approx 67$  mm. Essa descontinuidade deve-se ao fato de que, como visto no capítulo anterior, o modelo considera o fluido incompressível para  $FVG < 5\%$  por motivos de instabilidade numérica. Quando esta FVG é atingida em um dado ponto do parafuso,

automaticamente os cálculos são feitos admitindo-se fluido incompressível. Todavia, observando-se a figura 5.17 que compara os cálculos feitos com e sem o artifício dos 5%, vê-se que o erro causado não é significativo. Ao se diminuir mais a FVG na sucção, o limite de 5% é atingido cada vez mais próximo à sucção e o perfil apresenta um comportamento intermediário entre escoamento totalmente compressível e incompressível até que se atinja o limite em que o escoamento é todo incompressível.



**Fig. 5.17: Diferença entre os perfis de pressão calculados com e sem a hipótese de fluido incompressível para FVG<5%.**

### 5.4.3 Potência

HATTON (1993) mediu a potência consumida pelo motor elétrico durante os diversos ensaios realizados. A comparação entre os resultados obtidos pelo modelo e os dados experimentais estão mostrados na tabela 5.10. Os valores desta tabela evidenciam três erros sistemáticos em relação aos dados experimentais. Inicialmente, pode-se perceber o aumento da diferença entre os valores calculados e experimentais com a rotação. Isso ocorre pois a potência experimental medida inclui a potência de atrito dos selos e engrenagens da bomba. Essa potência, que aumenta exponencialmente com a rotação, não é levada em consideração no modelo. Utilizando-se, por exemplo, algumas relações do protótipo SBMS-500 para estimar a potência dos selos e engrenagens e corrigir os valores calculados, mostrados na coluna central, obtém-se a última coluna da tabela 5.10. Como pode ser observado, os valores corrigidos aproximam-se mais dos experimentais. Descontado-se

diferença provocada pelos selos e engrenagens, ainda restam dois erros: a diferença entre os valores é maior para FVGs menores e diferenças de pressão maiores, que estão relacionados. Nesse caso, a diferença pode ser explicada pela potência de atrito no interior das câmaras, que não foi considerada neste trabalho. Quando a FVG é alta, as câmaras possuem maior quantidade de gás em seu interior. Neste caso, a potência de atrito em seu interior é pequena e pode ser desprezada. Para FVGs menores, no entanto, essa potência passa a ser significativa e provoca a diferença dos

**Tabela 5.10: Comparação entre resultados de potência consumida calculados pelo modelo e dados experimentais de HATTON (1993) – mistura gás-óleo.**

n (rpm)	FVG	$P_s$ (bar)	$\Delta P$ (bar)	$\dot{W}_{exp}$ (kW)	$\dot{W}_{calc}$ (kW)	$\dot{W}_{exp} - \dot{W}_{calc}$ (kW)	$\dot{W}_{corr}$ (kW)	$\dot{W}_{exp} - \dot{W}_{corr}$ (kW)	Erro (%)
1000	0,50	6,36	9,65	33,5	26,3	7,2	30,5	3,0	8,9
		6,46	27,06	78,9	70,0	8,9	74,2	4,7	6,0
		6,53	38,19	107,8	98,2	9,6	102,4	5,4	5,0
	0,90	6,49	3,79	16,6	10,6	6,0	14,8	1,8	10,8
		6,42	10,97	34,9	28,6	6,3	32,8	2,1	6,0
		6,48	17,34	50,7	44,6	6,1	48,8	1,9	3,7
2000	0,47	6,49	2,15	44,6	19,5	25,1	32,1	12,5	28,1
		6,49	25,83	169,1	138,3	30,8	150,8	18,3	10,8
		6,49	46,64	276,9	243,0	33,9	255,6	21,3	7,7
	0,90	6,54	2,82	36,0	17,4	18,6	30,0	6,0	16,7
		6,37	28,45	163,1	146,9	16,2	159,4	3,7	2,2
		6,37	56,49	302,5	289,2	13,3	301,8	0,7	0,2
0,95	6,41	3,12	34,9	18,2	16,7	30,7	4,2	12,0	
	6,36	29,07	163,2	148,8	14,4	161,4	1,8	1,1	
	6,42	46,74	250,7	238,7	12,0	251,2	-0,5	-0,2	
3000	0,50	6,48	8,48	151,9	85,3	66,6	110,3	41,6	27,4
		6,48	20,86	252,6	177,9	74,7	202,9	49,7	19,7
		6,54	37,83	390,2	304,5	85,7	329,5	60,7	15,6
	0,90	6,54	4,64	83,8	42,0	41,8	67,0	16,8	20,0
		6,48	20,63	215,4	164,8	50,6	189,8	25,6	11,9
		6,53	41,57	381,7	323,7	58,0	348,7	33,0	8,6
0,95	6,55	6,6	75,6	53,0	22,6	78,0	-2,4	-3,2	
	6,42	29,61	255,7	228,3	27,4	253,3	2,4	0,9	
	6,42	51,5	432,4	395,3	37,1	420,3	12,1	2,8	

**Tabela 5.11: Comparação entre resultados de temperatura de descarga calculados pelo modelo e dados experimentais de EGASHIRA et al. (1996) – mistura água-ar.**

$N$ (rpm)	$P_s$ (bar)	$FVG$	$\Delta P$ (bar)	$T_{D,exp}$ (K)	$T_{D,calc}$ (K)	Erro (%)
1205	1,4	0,61	29,3	297,4	295,0	0,8
	1,5	0,88	29,3	309,3	304,7	1,5
1205	4,4	0,60	29,3	312,5	309,6	0,9
	4,4	0,90	29,2	328,2	322,7	1,7
1805	1,2	0,59	29,3	295,2	294,7	0,1
	1,1	0,91	29,4	313,3	313,3	0,0
1205	3,0	0,64	9,7	289,9	289,9	0,0
	3,0	0,90	9,7	297,7	296,2	0,5

**Tabela 5.12: Comparação entre resultados de temperatura de descarga calculados pelo modelo e dados experimentais de HATTON (1993) – mistura gás-óleo.**

$n$ (rpm)	$FVG$	$P_s$ (bar)	$\Delta P$ (bar)	$T_{D,exp}$ (K)	$T_{D,calc}$ (K)	Erro (%)
1000	0,50	6,36	9,65	300,8	305,5	-1,6
		6,46	27,06	302,5	305,5	-1,0
		6,53	38,19	303,6	305,3	-0,6
	0,90	6,49	3,79	301,9	305,5	-1,2
		6,42	10,97	305,4	309,2	-1,3
		6,48	17,34	310,0	312,1	-0,7
2000	0,47	6,49	2,15	297,5	303,1	-1,9
		6,49	25,83	301,3	306,9	-1,9
		6,49	46,64	303,3	306,0	-0,9
	0,90	6,54	2,82	304,0	310,6	-2,2
		6,37	28,45	316,3	324,5	-2,6
		6,37	56,49	328,4	335,6	-2,2
3000	0,95	6,41	3,12	309,5	310,4	-0,3
		6,36	29,07	332,4	328,5	1,2
		6,42	46,74	351,2	341,6	2,7
	0,50	6,48	8,48	295,9	302,4	-2,2
		6,48	20,86	298,8	305,7	-2,3
		6,54	37,83	306,1	312,1	-2,0
0,90	6,54	4,64	297,9	304,3	-2,2	
	6,48	20,63	306,7	315,9	-3,0	
	6,53	41,57	320,8	329,1	-2,6	
0,95	6,55	6,6	315,0	317,2	-0,7	
	6,42	29,61	335,4	335,9	-0,2	
		6,42	51,5	357,3	356,9	0,1

valores calculados. No caso de diferenças de pressão menores a compressão do gás no interior das câmaras é menor, o que significa uma menor redução no volume do gás no interior das câmaras e uma potência de atrito menor. Aumentando-se a diferença de pressão, o volume de gás nas câmaras é reduzido e a maior quantidade de líquido em seu interior faz com que a potência de atrito aumente, ampliando a diferença entre os valores calculados e reais.

#### 5.4.4 Temperatura de descarga

As tabelas 5.11 e 5.12 mostram a comparação entre valores experimentais de EGASHIRA et al. (1996) e HATTON (1993) e calculados pelo modelo. Como pode ser visto, a concordância é muito boa com erros menores que 3%.

### 5.5 Outros resultados

#### 5.5.1 Transferência de calor

Os resultados para a transferência de calor são apresentados na figura 5.18. Apesar de não haver dados experimentais para a comparação, é possível verificar que os resultados são coerentes, indicando a transferência de calor para o meio ambiente através da carcaça e para a sucção através do parafuso.

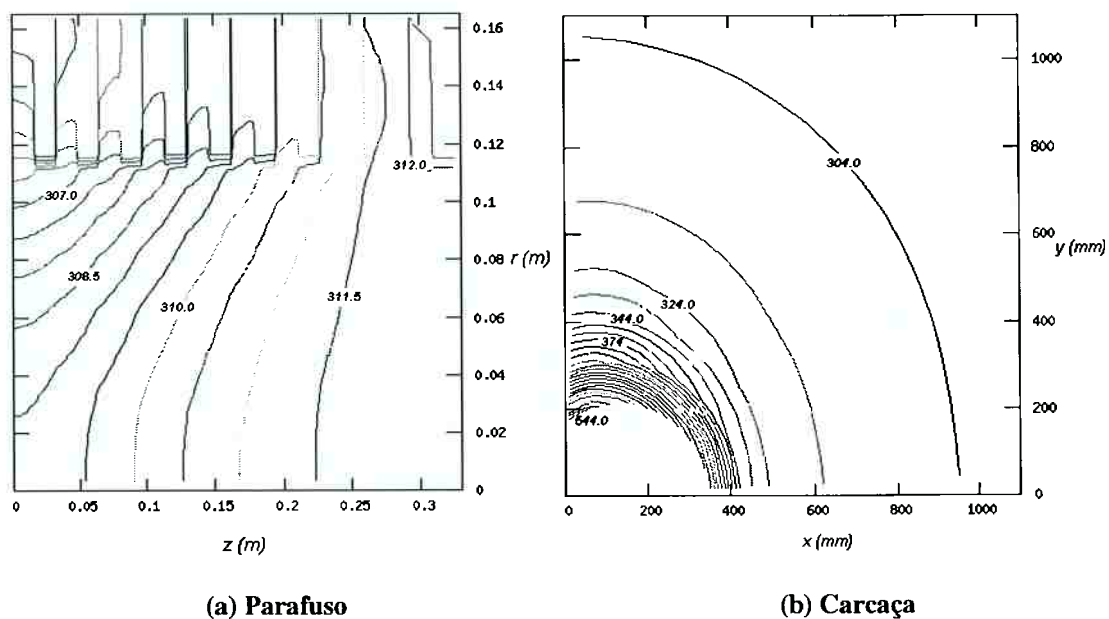


Fig. 5.18: Transferência de calor no parafuso e carcaça da bomba multifásica.

### 5.5.2 Influência da rotação na vazão de refluxo

A figura 5.19 a seguir mostra a influência da rotação na vazão de refluxo simulada para a bomba de EGASHIRA et al. (1996) trabalhando com dois líquidos diferentes: água e óleo. Os valores obtidos com água são comparados com dados experimentais, como mostrado na figura 5.19a.

Analisando-se os dados obtidos com água, pode-se ver que os valores calculados levando-se em conta o efeito da rotação aproximam-se mais dos valores experimentais. No entanto, a influência da rotação não é muito grande. Comparando-se com os dados experimentais, pode-se afirmar que o fator de correção devido à rotação deveria ser maior para que os valores calculados se aproximassem mais dos medidos. Um fator de correção maior, teria influência principalmente na região de menores diferenças de pressão, que é onde os maiores erros são encontrados. Nas regiões de maior diferença de pressão, como a velocidade axial na fenda periférica é muito grande, o fator de correção tem pouca influência como foi visto no desenvolvimento das correlações para o coeficiente de atrito. Portanto, é provável que um maior fator de correção melhorasse bastante os resultados em baixas diferenças de pressão e alterasse pouco os valores para altas diferenças de pressão, aproximando a curva calculada da experimental.

Para escoamento de óleos muito viscosos, como mostra a figura 5.19b, a influência da rotação não é perceptível. Assim, a correção devido à rotação é significativa apenas para fluidos menos viscosos como óleos leves e água.

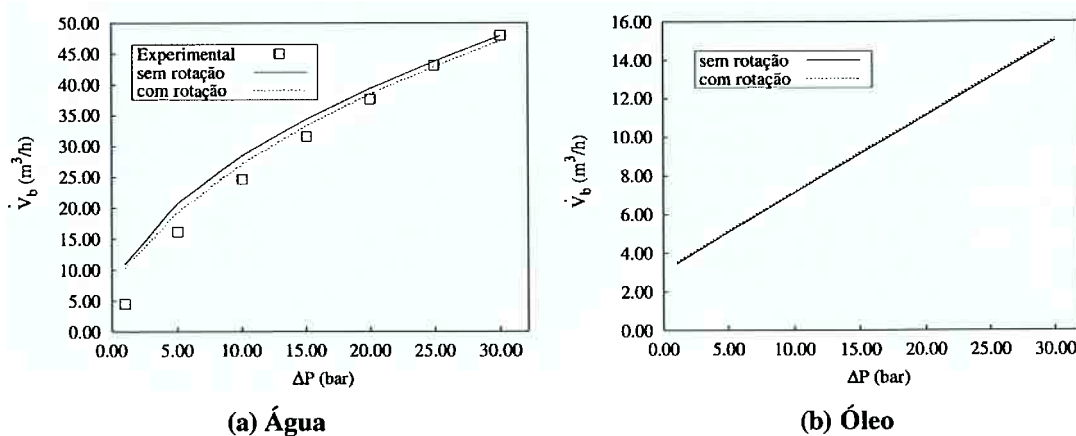


Fig. 5.19: Influência da rotação no refluxo para (a) água e (b) óleo.

---

## Capítulo 6

# CONCLUSÕES

---

Neste trabalho, um modelo do comportamento termo-hidráulico de uma bomba multifásica de duplo parafuso foi proposto, desenvolvido, implementado e validado com dados experimentais. Ele baseia-se no balanço de massa e energia de cada estágio da bomba sendo que, como visto, tais balanços dependem do cálculo dos diversos fluxos de matéria e energia que entram e saem de cada estágio. Dentre as principais contribuições dessa modelagem, cita-se a capacidade de simular o transporte de misturas água-ar e gás-óleo, o cálculo da transferência de calor, a modelagem realista da dinâmica da bomba com a possibilidade de simular bombas com número fracionado de câmaras úteis e a inclusão da infiltração de gás nas fendas, entre outras.

As correlações desenvolvidas para o cálculo do refluxo fornecem resultados melhores dos que os obtidos com correlações utilizadas por outros autores. A inclusão do efeito da rotação sobre o refluxo aumenta a abrangência do modelo. Algumas melhorias nas correlações ainda podem ser obtidas posteriormente. Uma delas seria a utilização do número de Taylor ao invés do número de Reynolds tangencial para a obtenção do fator de correção  $\beta$  da equação 3.56. Embora os dados de YAMADA (1962) tenham sido apresentados em termos de  $Re_\theta$ , colocando-se o fator de atrito em função do número de Taylor (na figura 3.24) tenderia a diminuir as diferenças de valor encontradas entre as diferentes geometrias de canal. Em outras palavras, a utilização do número de Taylor na figura 3.24 faria com que os valores das diferentes geometrias se aproximassem, facilitando a obtenção de um parâmetro  $\beta$  mais abrangente. Outra ação interessante seria a validação das correlações para

escoamento rugoso com dados experimentais. Uma crítica que pode ser feita sobre a utilização dessas correlações está na sua relevância quando o escoamento é composto por óleos muito viscosos como os encontrados no petróleo. Realmente, nesses casos o efeito da rotação mostrou-se irrelevante, no entanto, conforme maiores diâmetros, rotações e diferença de pressão sejam utilizados em novas bombas, é possível que a rotação passe a ser importante e, neste caso o modelo continuará sendo capaz de calcular adequadamente o refluxo.

A comparação com dados experimentais de diversos autores mostrou que o modelo consegue reproduzir muito bem o comportamento da bomba, com resultados muito melhores que os obtidos por modelos previamente propostos. Para escoamentos de líquido, a modelagem mostrou que a forma como tradicionalmente se calcula o número de câmaras úteis da bomba está errada e uma nova fórmula foi proposta. A inclusão das perdas localizadas no cálculo do refluxo também mostrou-se extremamente importante, principalmente nos casos de parafusos longos e quando as diferenças de pressão são elevadas. Os modelos que ignoraram tais perdas são válidos apenas para geometrias específicas e condições de operação muito limitadas. Pode-se dizer que o fato de estes modelos terem apresentado bons resultados quando comparados com alguns dados experimentais foi mera coincidência. Assim, tais modelos não são confiáveis fora da faixa de operação em que foram validados experimentalmente.

No caso de escoamentos líquido-gás, o modelo fornece bons resultados de forma geral. Os maiores erros aparecem quando a fração de gás é muito elevada e o parafuso é muito curto. Nesses casos, a obtenção de uma função mais completa para relacionar a FVG das fendas com a das câmaras é necessária. Para tanto, é preciso um levantamento maior de dados experimentais que abranja várias condições de operação e de geometria da bomba. Outro fator que prejudicou a exatidão do modelo foi a modelagem não adequada do processo de abertura de câmaras para a descarga. Uma representação mais realista, que leve em conta que a abertura não é instantânea pode melhorar os resultados obtidos para os perfis de pressão com influência no cálculo da vazão refluxo e, provavelmente, com reflexos sobre a função que relaciona as FVGs na câmara e fendas, a qual deverá ser modificada.



Além da validação, as diversas simulações e dados apresentados permitiram uma significativa modificação na compreensão do real funcionamento da bomba e dos parâmetros que influenciam o seu comportamento e desempenho. Assim, o modelo na forma atual, embora ainda necessite de outros desenvolvimentos, pode ser utilizado no desenvolvimento da bomba e na simulação da sua eficiência em diferentes cenários de operação. Para o aperfeiçoamento futuro, deve-se, além de encontrar uma relação entre as FVGs mais adequada, melhorar a representação do processo de abertura das câmaras para a descarga.

## Referências Bibliográficas

---

- ANDERECK, C.D.; LIU, S.S; SWINNEY, H.L. “Flow Regimes in a Circular Couette System With Independently Rotating Cylinders”. *Journal of Fluid Mechanics*, v.164, p.155-183, Mar. 1986.
- AOKI, H.; NOHIRA, H. e ARAI, H. “Convective Heat Transfer in an Annulus With an Inner Rotating Cylinder”. *Bulletin of the JSME*, v.10, p.523-532, 1967.
- ATKHEN, K.; FONTAINE, J.; WESFREID, J.E. “Highly Turbulent Couette Taylor bubbly flow patterns”. *Journal of Fluid Mechanics*, v.422, p.55-68, Nov. 2000.
- BEATTIE, D.R.H. “Gas-Liquid Two-Phase Pressure Losses in Narrow Horizontal Annuli”. *Nuclear Engineering and Design*, v.203, n.2, p.107-109, 2001.
- BEATTIE, D.R.H. e WHALLEY, P.B. “A Simplified Two-Phase Frictional Pressure Drop Calculation Method”. *International Journal of Multiphase Flow*, v.8, p.83–87, 1982.
- BECKER, K.M. e KAYE, J. “Measurements of Diabatic Flow in an Annulus With an Inner Rotating Cylinder”. *Journal of Heat Transfer – Transactions of the ASME*, v.84c, p.97-105, 1962.
- BEATTY, P.A. e HUGHES, W.F. “Stratified Two-Phase Flow in Annular Seals”. *Journal of Tribology-Transactions of The Asme*, v109, n.1, p. 91-99, Jan. 1987.
- BERG, T.H.; DOERING, C.R.; LOHSE, D. e LATHROP, D.P. “Smooth and Rough Boundaries in Turbulent Taylor-Couette Flow”. *Physical Review E*, v68, n2, p. 363071-363075, Set. 2003.
- BJORKLUNG, I.S. e KAYS, W.M. “Heat Transfer Between Concentric Rotating Cylinders”. *Journal of Heat Transfer*, v. 81, p. 175-186, 1959.
- BRANDT, J.U. e WIETSTOCK, P. “Screw Pumps for Multiphase Pumping”. *4th EC S Berl.*, p. 38-48, 1992.
- BOUAFIA, M.; BERTIN, Y.; SAULNIER, J.B. e ROPERT, P. “Experimental Analysis of Heat Transfer in a Narrow and Grooved Annular Gap with Rotating Inner Cylinder”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.41, n.10, p.1279-1291, Maio 1998.

- BOUAFIA, M.; ZIOUCHI, A.; BERTIN, Y. e SAULNIER, J.B. "Experimental and numerical study of heat transfer in an annular gap without axial flow with a rotating inner cylinder". *Revue Generale de Thermique*, v. 38, n. 7, p. 547-559, Julho, 1999.
- CAETANO, E.F.; SHOHAM, O. e BRILL, J.P. "Upward Vertical Two-Phase Flow Through an Annulus – Part I: Single Phase Friction Factor , Taylor Bubble Rise Velocity and Flow Pattern Prediction". *Journal of Energy Resources Technology – Transactions of the ASME*, v. 114, n. 1, p. 1-13, Mar 1992.
- CAMPBELL, G.A. ; SWEENEY, P.A. ; DONTULA, N. e WANG, C.H. "Frame indifference: Fluid flow in single screw pumps and extruders". *International Polymer Processing*, v11, n 3, p. 199-207, Set. 1996.
- CARPENTER, F.G.; COLBURN, A.P.; SCHOENBORN, E.M. e WURSTER, A. "Heat Transfer and Friction of Water in an Annular Space". *Transactions of the American Institute of Mechanical Engineers*, v.42, p.165-187, 1946.
- CHILDS, D.W. "Finite-Length Solutions for Rotordynamic Coefficients of Turbulent Annular Seals". *Journal of Lubrication Technology -Transactions ASME*, v 105, n 3, p. 437-445, 1983.
- CHILDS, P.R.N. e LONG C.A. "Review of Forced Convective Heat Transfer in Stationary and Rotating Annuli". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, v. 210, n. 2, p. 123-134, 1996.
- CHUNG, K.C. e ASTILL, K.N. "Hydrodynamic Instability of Viscous-Flow Between Rotating Coaxial Cylinders With Fully Developed Axial-Flow". *Journal of Fluid Mechanics*, v 81 (5 de agosto), p 641-655, 1977.
- CHURCHILL, S.W. e USAGI, R. "A General Expression for the Correlation of Rates of Transfer and Other Phenomena". *AIChE Journal*, v.18, n.6, p.1121-1128, 1972.
- COLEBROOK, C.F. "Turbulent Flow in Pipes With Particular Reference to the Transition Region Between Smooth and Rough Pipe Laws". *Journal of the Institution of Civil Engineers*, v. 11, p. 139-156, 1939.
- CONSTANTINESCU, V.N., GALETUSE, S. e KENNEDY, F. "Comparison Between Lubrication Theory, Including Turbulence And Inertia Forces, And Some Existing Experimental-Data". *Journal of Lubrication Technology - Transactions ASME*, v 97, n 3, p. 439-449, 1975.
- COOPER, P. ; SCHIAVELLO, B. ; DE MAROLLES, C. ; DE SALIS, J. ; PRANG, A.J. e BROUSSARD, D.H. "Tutorial on Multiphase Gas-Liquid Pump," *Proceedings of the Thirteenth International Pump Users Symposium*, Texas A&M University, p.159-173, Mar. 1996.

- CORNISH, R.J. “Flow of Water Through Fine Clearances With Relative Motion of the Boundaries”. *Proceedings of the Royal Society of London- Series A, Mathematical and Physical Sciences*, v 140, p 227-240, 1933.
- CZARNECKI, G.J. ; LIPPINCOTT, J.K. “Screw Pumps”, *Pump Handbook*, ed. Karassic, I.J., Krutzsch, W. C., Fraser, W. H., Messina, J. P.; McGraw-Hill Book Company, 1976.
- DAL PORTO, D.F. e LARSON, L.A. “Multiphase Pump Field Trials Demonstrate Practical Applications for the Technology”. *SPE Production and Facilities*, v 12, n 3, p. 159-164, Ago. 1997.
- DARRIGAN, P.R. “Multiphase Boosting: Do We Need This Emerging Technology?”. *7th International Conference Multiphase 95*, França, p. 171-195, Jun. 1995.
- DAVIS, E.S. *Transactions of the ASME*, v.65, p.755-759, 1943.
- DIPRIMA, R.C. “The Stability Of A Viscous Fluid Between Rotating Cylinders With An Axial Flow”. *Journal of Fluid Mechanics*, v 9, n 4, p. 621-631, 1960.
- DIPRIMA, R.C. e STUART, J.T. “Flow between Eccentric Rotating Cylinders”. *Journal of Lubrication Technology*, v 94, p. 266-274, 1972.
- DONNE, M.D. e MEERWALD, E. “Experimental Local Heat Transfer and Average Friction Coefficients for Subsonic Turbulent Flow of Air in an Annulus at High Temperatures”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.9, p.1361-1376, 1966.
- DONNELLY, R.J. e SIMON, N.J. “An Empirical Torque Relation for Supercritical Flow Between Rotating Cylinders”. *Journal of Fluid Mechanics*, v 7, n 3, p. 401-418, 1960.
- EAGLES, P.M. “On the Torque of Wavy Vortices”. *Journal of Fluid Mechanics*, v 62, p. 1-, 1974.
- EAGLES, P.M.; STUART, J.T. e DIPRIMA, R.C. “The Effects of Eccentricity on Torque and Load in Taylor-Vortex Flow”. *Journal of Fluid Mechanics*, v 87, n 2, p. 209-231, 1978.
- EES v6.867-3D. F-Chart Software, 2003, Programa para resolução de equações e cálculo de propriedades termodinâmicas e de transporte de substâncias simples.
- EKBERG, N.P.; GHIAASIAAN , S.M.; ABDEL-KHALIK, S.I.; YODA, M. e JETER, S.M. “Gas-Liquid Two-Phase Flow in Narrow Horizontal Annuli”. *Nuclear Engineering and Design*, v.192 ,59-80, 1999.
- EGASHIRA, K. ; SHODA, S. ; TOCHIKAWA, T. e FURUKAWA, A. “Backflow in Twin-Screw-Type Multiphase Pump”. *Production Operations and Engineering*

*General Proceedings of the 1996 SPE Annual Technical Conference and Exhibiton*, v Pi, Denver, CO, USA, p. 221-230, 1996.

ESCUDIER, M.P. e GOULDSON, I.W. “Concentric Annular Flow With Centerbody Rotation of a Newtonian and a Shear-Thinning Liquid”. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v.16, n.3 , p. 156-162, 1995.

ESCUDIER, M.P.; GOULDSON, I.W.; OLIVEIRA, P.J. e PINHO, F.T. “Effects of inner cylinder rotation on laminar flow of a Newtonian fluid through an eccentric annulus”. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 21, n. 1, p. 92-103, Jan 2000.

FENG, C.; YUEYUAN, P.; ZIWEN, X. e PENGCHENG, S. “Thermodynamic Performance Simulation of a Twin-Screw Multiphase Pump”. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers – Part E*, v 215, p. 157-163, 2001.

FRIEDEL, L. “Improved friction pressure drop correlations for horizontal and vertical two-phase pipe flow”. *3R International*, v.18, p.485–492, 1979.

GARDINER, S.R.M. e SABERSKY, R.H. “Heat Transfer in an Annular Gap”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.21, p.1459-1466, 1978.

GAZLEY Jr., C. “Heat Transfer Characteristics of the Rotational and Axial Flow Between Concentric Cylinders”. *Transactions of ASME*, v. 80, p. 79-90, 1958.

GRAVAS, N.; MARTIN B.W. “Instability of Viscous Axial-Flow in Annuli Having a Rotating Inner Cylinder”. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 86 (maio), p. 385-394, 1978.

GUNN, D.J. e DARLING, C.W.W. “Fluid Flow and Energy Losses in Non Circular Conduits”. *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, v. 41, p. 163-173, 1963.

HASOON, M.A. e MARTIN B.W. “The stability of Viscous Axial Flow in an Annulus With a Rotating Inner Cylinder”. *Proceedings of the Royal Society of London- Series A, Mathematical and Physical Sciences*, v. 352, p. 351-380, 1977.

HATTON, G, *Performance Evaluation of the Neptunia and L4H Pumps and Multiphase Meters*, JIP Report, TEXACO Inc., E&P Technology Division, Houston., 1993.

HENLEY, E.J. e SEADER, J.D. *Equilibrium-Stage Separation Operations in Chemical Engineering*. John Wiley & Sons. 1981.

HIRS, G.G. “A Bulk Flow Theory for Turbulence in Lubricant Films”. *Journal of Lubrication Technology -Transactions ASME*, v. 95, n. 2, p. 137-146, 1973.

- HONG, M.H. e WHITE, J.L. "Fluid mechanics of intermeshing counter-rotating twin screw extruders," *International Polymer Processing*, v 13, n 4, p. 342-346, Dez. 1998.
- IDELCHIK, I. E. *Handbook of Hydraulic Resistance*. 3ª edição, Boca Raton, FL : CRC Press, 1994.
- INCROPERA, F.P. e De WITT, D.P. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. A 3ª edição, John Wiley & Sons, Inc., Singapura, 1990.
- IX-DIAGRAM v1.0. Departamento de Engenharia Mecânica – Universidade Técnica da Dinamarca (DTU), 1996. Propriedades do ar úmido até 50 bar.
- KAYE, J. e ELGAR, E.C. "Modes of Adiabatic and Diabatic Fluid Flow in an Annulus with an Inner Rotating Cylinder". *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, v. 80, n. 3, p. 753-765, 1957.
- KAYS, W.M. e LEUNG E.Y. "Heat Transfer in Annular Passages: Hydrodynamically Developed Turbulent Flow With Arbitrarily Prescribed Heat Flux". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 6, p. 537-557, 1963.
- KÖRNER, H. *Com relação ao Comportamento de Transporte de Bombas de Fusos Helicoidais para Misturas de Duas Fases com Elevado Teor de Gás*. Trad. de José Santa Rita Filho. Erlangen-Nürnberg, 1998. Tese (Doutorado), Universidade de Friedrich-Alexander de Erlangen-Nürnberg.
- KOSTERIN, S.I. e FINATEV, Y.P. "Heat Transfer in Turbulent Airflow in the Annular Space Between Rotating Coaxial Cylinders". *Inzh. Fiz. Z. H.*, v. 8, p.3-9, 1962.
- KRUEGER, E.R. e DIPRIMA, R.C. "The Stability Of A Viscous Fluid Between Rotating Cylinders With An Axial Flow". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 19, n. 4, p. 528-538, 1964.
- KUZAY, T.M. e SCOTT, C.J. "Turbulent Heat Transfer Studies in Annulus with Inner Cylinder Rotation". *Journal of Heat Transfer – Transactions of the ASME*, v. 99, p. 12-19, 1977.
- LAUNDER, B.E. e SHARMA, B.I. "Application of the Energy-Dissipation Model for Wall Turbulent Shear Flows". *Letters in Heat and Mass Transfer*, v. 1, p. 131-138, 1974.
- LUEPTOW, R.M.; DOCTER, A. e MIN, K. "Stability of Axial Flow in na Annulus With a Rotating Inner Cylinder". *Physics of Fluids A*, v. 4, n. 11, p.2446-2455, 1992.
- MEZZEDIMI, V. ; RANIERI, P. ; AGGRADI, G.F. ; GHETTO, G. ; GRANATO, M. ; RADICIONI, A. ; RIGHI, F. e D'ALOISIO, G. "A Solution for Deepwater Multiphase Boosting". IMechE, 1999 (C556/028).

- MICHAELI, W. ; GREFENSTEIN, A. e BERGHAUS, U. "Twin-Screw Extruders for Reactive Extrusion". *Polymer Engineering and Science*, v 35, n 19, p. 1485-1504, Out. 1995.
- NAGANO, Y.; HISHIDA, M. e ASANO, T.; "Improved Form of the k-e Model for Wall Turbulent Shear Flow". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 191, p. 156-160, 1987.
- NAKABAYASHI, K.; YAMADA, Y. e KISHIMOTO, T. "Viscous Frictional Torque in the Flow Between Two Concentric Rotating Rough Cylinders". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 119, p. 409-422, 1982.
- NAKABAYASHI, K.; YAMADA, Y.; MIZUHARA, S. e HIRAOKA, K. "Viscous Frictional Moment and Pressure Distribution Between Eccentric Rotating Cylinders, When Inner Cylinder Rotates". *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, v. 38, n. 312, p. 2075-2084, 1972.
- NAKASHIMA, C.Y. *Modelo de Comportamento Termodinâmico de uma Bomba Multifásica do Tipo Duplo Parafuso*, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2000.
- NAKASHIMA, C.Y.; OLIVEIRA., S. e CAETANO, E.F. "Subsea Multiphase Pumping System x Gas Lift: An exergo-economic comparison". *Proceedings of the 15<sup>th</sup> International Conference on Efficiency, Costs, Optimization, Simulation and Enviromental Impact of Energy Systems*, ECOS 2002, v. 2, Berlin, p. 1087 – 1096, 2002a.
- NAKASHIMA, C.Y.; OLIVEIRA., S. e CAETANO, E.F. "Subsea Multiphase Pumping System x Gas Lift: An exergo-economic comparison". *Proceedings of the 9<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences*, ENCIT 2002, Caxambu, 2002b. 1CD-ROM. CIT02-0319. ISBN 85-87978-03-9.
- NIST SUPERTRAPP v2.0. National Institute of Standards and Technology, 2002. Programa para cálculo de propriedades termodinâmicas e de transporte de misturas de hidrocarbonetos.
- NOURI, J.M.; UMUR, H. e WHITELAW, J.H. "Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in Concentric and Eccentric Annuli". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 253, p. 617-641, 1993.
- NOURI, J.M. e WHITELAW, J.H. "Flow of Newtonian and Non-Newtonian Fluids in a Concentric Annulus With Rotation of the Inner Cylinder". *Journal of Fluids Engineering – Transactions of the ASME*, v.116, n.4 , p. 821-827, 1994.
- NOURI, J.M. e WHITELAW, J.H. "Flow of Newtonian and non-Newtonian fluids in an eccentric annulus with rotation of the inner cylinder". *International Journal of Heat and Fluid Flow* ,v. 18, n. 2, p. 236-246 , Abril, 1997.



- OOMS, G. e KAMPMAN-REINHARTZ, B.E. "Influence of drill pipe rotation and eccentricity on pressure drop over borehole during drilling". *European Journal of Mechanics, B/Fluids*, v. 15, n. 5, p. 695-711, 1996.
- PEREIRA, A.; MCGRATH, G.; JOSEPH, D.D. "Flow and stress induced cavitation in a journal bearing with axial throughput". *Journal of Tribology*, v.123, n.4, p.742-754, 2001.
- PETROBRAS, *Dados de Operação do Protótipo SBMS-500*, comunicação pessoal, 2003.
- PFITZER, H.; BEER, H. "Heat Transfer in an Annulus Between Independently Rotating Tubes With Turbulent Axial Flow". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.35, n.3, p.623-633, 1992.
- SALHI, A.; REY, C. e ROSANT, J.M. "Pressure drop in single phase and two phase Couette Poiseuille flow". *Journal of Fluids Engineering – Transactions of ASME*, v.114, n.1, p. 80-84, Mar. 1992.
- SCHLICHTING, H. *Boundary Layer Theory*. McGraw-Hill Book Company, 1968.
- SHIOMI, Y.; KUTSUNA, H.; AKAGAWA, K.; OZAWA, M. "Two-Phase Flow in an Annulus With a Rotating Inner Cylinder (Flow Pattern in Bubbly Flow Region)". *Nuclear Engineering And Design*, v.141, n.1-2, p.27-34, Jun. 1993
- SIEMMERS, D.A. e CONEY, J.E.R. "A Reynolds Analogy Solution for the Heat Transfer Characteristics of Combined Taylor Vortex and Axial Flows". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v.22, p.679-689, 1979.
- SUZUKI, S. "On the Leakage of Water Through Clearance Space." *Journal of the Faculty of Engineering, Tokyo Imperial University*, v.18, n.2, 1929.
- STUART, J.T. "On the Non-Linear Mechanics of Hydrodynamic Stability". *Journal of Fluid Mechanics*, v.4, p.1-21, 1958.
- TACHIBANA F. e FUKUI, S. "Convective Heat Transfer of the Rotational and Axial Flow Between Two Concentric Cylinders". *Bulletin of JSME*, v. 3, n. 9, p. 395-391, 1964.
- TAO, L.N. e DONOVAN, W.F. "Through-Flow in Concentric and Eccentric Annuli of Fine Clearance With and Without Relative Motion of the Boundaries". *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, v. 77, p.1291-1301, 1955.
- TAYLOR, G. I. "Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders", *Philosophical Transactions Of The Royal Society Of London – Series A , Mathematical & Physical Sciences*, v 223, p. 289, 1923.



- TORII, S.; YANG W.J. "Numerical study on turbulent flow and heat transfer in circular Couette flows". *Numerical Heat Transfer – Part A: Applications*, v.26, n.3, p.321-336, Set. 1994.
- TORII, S.; YANG, W.J. "Thermal transport in turbulent Couette flows in concentric annuli for various Prandtl numbers". *Numerical Heat Transfer - Part A: Applications*, v.34, n.5, p.537-552, Out. 1998.
- WERELEY, S.T. e LUEPTOW, R.M. "Velocity Field for Taylor-Couette Flow With an Axial Flow". *Physics of Fluids*, v. 11, n. 12, p. 3637-3649, 1999.
- WINCEK, M. *Contribuição para o Cálculo do Comportamento de Transporte de Bombas de Fuso Helicoidal no Transporte de Misturas Líquido-Gás*. Trad. de Adriana B. Costa. Erlangen-Nürnberg, 1992. Tese (Doutorado), Universidade de Friedrich-Alexander de Erlangen-Nürnberg.
- YAMADA, Y. "Resistance of Flow Through an Annulus with an Inner Rotating Cylinder". *Bulletin of the JSME*, v.5, n.18, p.302-310, 1962.
- YAMADA, Y., NAKABAYASHI K. e MAEDA, K. "Pressure Drop Measurements of the Flow Through Eccentric Cylinders With Rotating Inner Cylinders". *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers*, v.13, n.53, p.1032-1040, 1969.
- YANG, Z.; SAN ANDRES, L. e CHILDS, D. "Thermal Effects in Cryogenic Liquid Annular Seals. Part I: Theory and Approximate Solutions". *Journal of Tribology – Transactions of the ASME*, v. 115, p.267-176, Abril 1993a.
- YANG, Z.; SAN ANDRES, L. e CHILDS, D. "Thermal Effects in Cryogenic Liquid Annular Seals. Part II: Numerical Solution and Results". *Journal of Tribology – Transactions of the ASME*, v. 115, p.277-284, Abril 1993b.
- YOUNES, M.A.M.A e MOBBS, F.R. "The Taylor Vortex Regime in the Flow Between Eccentric Rotating Cylinders". *Journal of Lubrication Technology – Transactions of the ASME*, v. 96, n. 1, p. 127-134, 1974.

# Apêndices

---

---

## Apêndice A

# Sistema de coordenadas utilizado na carcaça

---

### A.1 Transformação de coordenadas

Considerando uma circunferência, mostrada na figura A.1, cujo centro  $O'$  está localizado no eixo  $x$  a uma distância  $\varepsilon$  qualquer da origem  $O$ , a transformação entre as coordenadas  $xy$  e  $r_\varepsilon\theta_\varepsilon$  é dada por:

$$\begin{aligned}x &= r_\varepsilon \cdot \cos\theta_\varepsilon + \varepsilon \\y &= r_\varepsilon \cdot \sin\theta_\varepsilon\end{aligned}\tag{A.1}$$

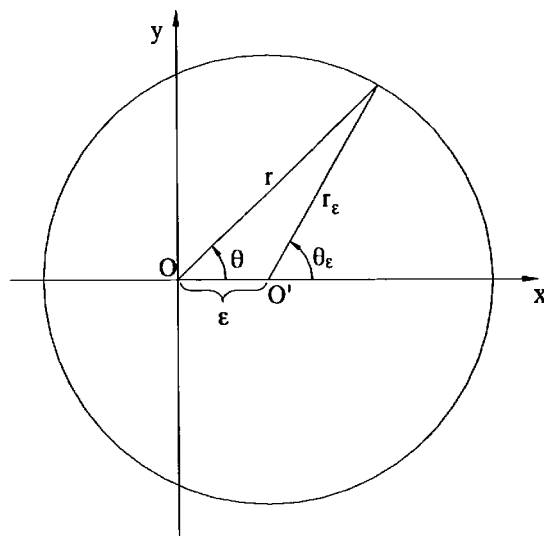


Fig. A.1: Transformação de coordenadas cartesianas para coordenadas polares “excêntricas”.

Porém, deseja-se estabelecer uma relação de  $xy$  com  $r_\varepsilon\theta$  de forma que, para a geometria da carcaça estudada, possa-se variar sempre o ângulo  $\theta$  entre  $0$  e  $\pi/2$ , independente do raio  $r_\varepsilon$  em consideração. Ou seja, deve-se encontrar uma relação entre  $\theta$  e  $\theta_\varepsilon$  que permita reescrever as equações A.1 em função de  $r_\varepsilon$  e  $\theta$ .

Observando-se a figura A.2 a seguir, pode-se visualizar as seguintes equações da geometria plana que permitirão chegar à relação desejada:

- Lei dos senos:

$$\frac{\overline{AA'}}{\text{sen}\theta_\varepsilon} = \frac{\overline{BB'}}{\text{sen}(\gamma + \pi)} = -\frac{\overline{BB'}}{\text{sen}\gamma} \quad (\text{A.2})$$

- Lei das cordas:

$$\frac{\overline{AO}}{\overline{CO}} = \frac{\overline{C'O}}{\overline{BO}} \Rightarrow \frac{r}{(r_\varepsilon + \varepsilon)} = \frac{(r_\varepsilon - \varepsilon)}{r'} \quad (\text{A.3})$$

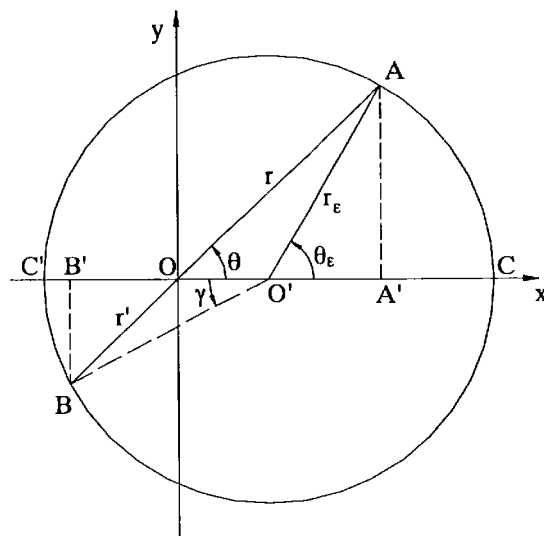


Fig. A.2: Relações geométricas entre arcos, cordas e ângulos.

Como

$$\gamma = 2\theta - \theta_\varepsilon \quad (\text{A.4})$$

A equação A.1 fica:

$$\frac{\overline{AA'}}{\text{sen}\theta_\varepsilon} = -\frac{\overline{BB'}}{\text{sen}(2\theta - \theta_\varepsilon)} \quad (\text{A.5})$$

desde que  $\theta_\varepsilon \neq 0$  e  $\theta \neq \theta_\varepsilon/2$ .

Além disso,

$$\overline{AA'} = r \cdot \text{sen} \theta \quad e \quad \overline{BB'} = r \cdot \text{sen}(\theta + \pi) \quad (\text{A.6})$$

Combinando as equações A.5 e A.6, tem-se:

$$r' = r \frac{\text{sen}(2\theta - \theta_\varepsilon)}{\text{sen} \theta_\varepsilon} \quad (\text{A.7})$$

Substituindo-se esta relação em A.3:

$$\frac{r^2}{(r_\varepsilon + \varepsilon)(r_\varepsilon - \varepsilon)} = \frac{\text{sen} \theta_\varepsilon}{\text{sen}(2\theta - \theta_\varepsilon)} \quad (\text{A.8})$$

Mas, como pode ser visto na figura A.2:

$$r_\varepsilon \text{sen} \theta_\varepsilon = r \text{sen} \theta \Rightarrow r = r_\varepsilon \frac{\text{sen} \theta_\varepsilon}{\text{sen} \theta} \quad (\text{A.9})$$

E, substituindo-se esta equação em A.8, chega-se a:

$$\frac{r_\varepsilon^2}{(r_\varepsilon^2 - \varepsilon^2)} = \frac{\text{sen}^2 \theta}{\text{sen}(2\theta - \theta_\varepsilon) \text{sen} \theta_\varepsilon} \quad (\text{A.10})$$

Utilizando-se as relações trigonométricas, a equação A.8 pode ser simplificada, chegando-se a:

$$\frac{1}{\text{tg} \theta} \text{sen} 2\theta_\varepsilon + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\text{sen}^2 \theta} - 2 \right) \left( \frac{\cos 2\theta_\varepsilon}{2} - \frac{1}{2} \right) = \left( 1 - \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right)^2 \right) \quad (\text{A.11})$$

Fazendo-se

$$a = \frac{1}{\text{tg} \theta}, \quad b = \left( \frac{1}{\text{sen}^2 \theta} - 2 \right) \quad e \quad c = \left( 1 - \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right)^2 \right) \quad (\text{A.12})$$

E lembrando-se das relações entre senos e co-senos, chega-se ao seguinte sistema:

$$\begin{cases} a \cdot \text{sen} 2\theta_\varepsilon + \frac{b}{2} \cos 2\theta_\varepsilon = c + \frac{b}{2} \\ \text{sen}^2 2\theta_\varepsilon + \cos^2 2\theta_\varepsilon = 1 \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

Que, após enfadonhas manipulações, fornece o seguinte resultado:

$$\cos 2\theta_\varepsilon = \cos 2\theta \left[ 1 - 2\text{sen}^2\theta \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right)^2 \right] - 4\text{sen}^2\theta \cos\theta \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right) \sqrt{1 - \text{sen}^2\theta \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right)^2} \quad (\text{A.14})$$

Lembrando-se que:

$$\cos\theta_\varepsilon = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos 2\theta_\varepsilon}{2}} \quad (\text{A.15})$$

Chega-se a:

$$\cos\theta_\varepsilon = \pm \sqrt{\cos^2\theta - 2\text{sen}^2\theta \cos^2\theta \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right)^2 + \text{sen}^2\theta \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right)^2 - 2\text{sen}^2\theta \cos\theta \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right) \sqrt{1 - \text{sen}^2\theta \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right)^2}} \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} \text{sen}\theta_\varepsilon &= \pm \sqrt{1 - \cos^2\theta_\varepsilon} = \\ &\pm \text{sen}\theta \sqrt{1 + 2\cos^2\theta \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right)^2 - \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right)^2 + 2\cos\theta \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right) \sqrt{1 - \text{sen}^2\theta \left( \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \right)^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Assim, substituindo-se estas duas últimas relações em A.1, chega-se às relações que transformam o sistema de coordenadas cartesianas para o sistema desejado:

$$\begin{aligned} x &= \pm r_\varepsilon \sqrt{\cos^2\theta - 2(R_\varepsilon \text{sen}\theta \cos\theta)^2 + R_\varepsilon^2 \text{sen}^2\theta - 2R_\varepsilon \text{sen}^2\theta \cos\theta \sqrt{1 - R_\varepsilon^2 \text{sen}^2\theta}} + \varepsilon \\ y &= \pm r_\varepsilon \text{sen}\theta \sqrt{1 + 2R_\varepsilon^2 \cos^2\theta - R_\varepsilon^2 + 2R_\varepsilon \cos\theta \sqrt{1 - R_\varepsilon^2 \text{sen}^2\theta}} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Onde

$$R_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{r_\varepsilon} \quad (\text{A.19})$$

## A.2 Cálculo das derivadas parciais

Para calcular o Jacobiano e demais coeficientes da transformada, necessários para estabelecer a equação da conservação de energia no novo domínio, é preciso

calcular as derivadas parciais em relação a  $\theta$  e  $r_\epsilon$ . Os resultados dessas derivadas, que puderam ser obtidas analiticamente, são:

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \pm \frac{r_\epsilon \operatorname{sen} 2\theta (R_\epsilon^2 - 2R_\epsilon^2 \cos 2\theta - 1) \sqrt{1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta} - 2R_\epsilon (2\operatorname{sen} \theta - 3\operatorname{sen}^3 \theta - 3R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^3 \theta + 4R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^5 \theta)}{2 \sqrt{(1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta) (\cos^2 \theta - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta \cos 2\theta - 2R_\epsilon \operatorname{sen}^2 \theta \cos \theta \sqrt{1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta})}} \quad (\text{A.20})$$

$$\frac{\partial x}{\partial r_\epsilon} = \pm \left\{ \sqrt{\cos^2 \theta - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta \cos 2\theta - 2R_\epsilon \operatorname{sen}^2 \theta \cos \theta \sqrt{1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta}} + \frac{\epsilon_{\max} R_\epsilon \operatorname{sen}^2 \theta [R_\epsilon \cos 2\theta \sqrt{1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta} + \cos \theta (1 - 2R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta)]}{R_\epsilon - R_i r_\epsilon \sqrt{(1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta) (\cos^2 \theta - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta \cos 2\theta - 2R_\epsilon \operatorname{sen}^2 \theta \cos \theta \sqrt{1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta})}} \right\} \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{\partial y}{\partial \theta} = \pm \frac{r_\epsilon \operatorname{sen} 2\theta (1 - R_\epsilon^2 + 2R_\epsilon^2 \cos 2\theta) \sqrt{1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta} - 2R_\epsilon (2\operatorname{sen} \theta - 3\operatorname{sen}^3 \theta - 3R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^3 \theta + 4R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^5 \theta)}{2 \sqrt{(1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta) (\operatorname{sen}^2 \theta + R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta \cos 2\theta + 2R_\epsilon \operatorname{sen}^2 \theta \cos \theta \sqrt{1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta})}} \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{\partial y}{\partial r_\epsilon} = \pm \left\{ \operatorname{sen} \theta \sqrt{1 + R_\epsilon^2 \cos 2\theta + 2R_\epsilon \cos \theta \sqrt{1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta}} + \frac{\epsilon_{\max} R_\epsilon \operatorname{sen} \theta [R_\epsilon \cos 2\theta \sqrt{1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta} + \cos \theta (1 - 2R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta)]}{R_\epsilon - R_i r_\epsilon \sqrt{(1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta) (1 + R_\epsilon^2 \cos 2\theta + 2R_\epsilon \cos \theta \sqrt{1 - R_\epsilon^2 \operatorname{sen}^2 \theta})}} \right\} \quad (\text{A.23})$$

Devido ao fato que o denominador das equações A.20 a A.23 não podem se anular, existem alguns ângulos em que as relações acima não estão definidas. Por isso, as equações A.20/A.21 e A.22/A.23 não são definidas quando  $\theta_\epsilon = 0$  e  $\pi/2$ , respectivamente. No entanto, os valores das derivadas nesses ângulos específicos podem ser facilmente obtidos e estão listados na tabela A.1 a seguir.

Tabela A.1: Valores das derivadas em pontos específicos.

	$\partial x / \partial r_\epsilon$	$\partial x / \partial \theta$	$\partial y / \partial r_\epsilon$	$\partial y / \partial \theta$
$\theta_\epsilon = 0$	-	-	0	$r_\epsilon (1 + R_\epsilon)$
$\theta_\epsilon = \pi/2$	$1/\operatorname{tg}(\theta)$	$r_\epsilon (1 + R_\epsilon^2)$	-	-

---

## Apêndice B

### Equação modificada de Colebrook-White

---

Para o escoamento em dutos de seção circular, as equações para o coeficiente de atrito turbulento nos regimes liso e rugoso são, respectivamente:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_s}} = 2 \log(A) + B \quad (\text{B.1})$$

$$A = Re \sqrt{\lambda_s}, \quad B = -0,8$$

$$\lambda_r = (2 \log(C) + D)^{-2} \quad (\text{B.2})$$

$$C = \frac{2s_p}{k_s}, \quad D = 1,74$$

A equação de COLEBROOK e WHITE relaciona essas duas equações para obter a seguinte relação, válida para toda a região turbulenta:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = D - 2 \log \left( C^{-1} + 10^{\frac{D-A}{2}} A^{-1} \right) \quad (\text{B.3})$$

Como foi visto em detalhes no item 3.4.3, para canais anulares com rotação do eixo interno, as seguintes equações podem ser utilizadas para calcular o coeficiente de atrito nos regimes liso e rugoso:



$$\frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda_t}{k_{an}k_{rot}}}} = 2 \log \left( \operatorname{Re} \sqrt{\frac{\lambda_t}{k_{an}k_{rot}}} \right) + B \quad (\text{B.4})$$

$$\lambda_{t,r} = k_{an}k'_{rot} \left( 2 \log \left( \frac{2s_p}{k_s} \right) + D \right)^{-2} \quad (\text{B.5})$$

Que, rearranjadas da seguinte forma

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_t}} = 2 \log \left( \operatorname{Re} \sqrt{\lambda_t} \right)^{1/\sqrt{k_{an}k_{rot}}} + \frac{B - \log(k_{an}k_{rot})}{\sqrt{k_{an}k_{rot}}} \quad (\text{B.6})$$

$$\lambda_{t,r} = \left( 2 \log \left( \frac{2s_p}{k_s} \right)^{1/\sqrt{k_{an}k'_{rot}}} + \frac{D}{\sqrt{k_{an}k'_{rot}}} \right)^{-2} \quad (\text{B.7})$$

Permite-se que sejam escritas assim

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_t}} = 2 \log(E) + F \quad (\text{B.8})$$

$$E = \left( \operatorname{Re} \sqrt{\lambda_t} \right)^{1/\sqrt{k_{an}k_{rot}}}; \quad F = \frac{B - \log(k_{an}k_{rot})}{\sqrt{k_{an}k_{rot}}}$$

$$\lambda_{t,r} = (2 \log(G) + H)^{-2} \quad (\text{B.9})$$

$$G = \left( \frac{2s_p}{k_s} \right)^{1/\sqrt{k_{an}k'_{rot}}}; \quad H = \frac{D}{\sqrt{k_{an}k'_{rot}}}$$

Comparando-se B.8 e B.9 com B.1 e B.2, e admitindo-se que o comportamento da equação B.3 pode ser transposto para B.8 e B.9, chega-se à seguinte relação:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = H - 2 \log \left( G^{-1} + 10^{\frac{H-F}{2}} E^{-1} \right) \quad (\text{B.10})$$

Ou

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_t}} = \frac{1,74}{\sqrt{k_{an}k'_{rot}}} - 2 \log \left( \left( \frac{k_s}{2s_p} \right)^{\frac{1}{\sqrt{k_{an}k'_{rot}}}} + \frac{10^{\frac{1}{2} \left( \frac{1,74}{\sqrt{k_{an}k'_{rot}}} + \frac{0,8 + \log(k_{an}k'_{rot})}{\sqrt{k_{an}k'_{rot}}} \right)}}{(Re \sqrt{\lambda_t})^{1/\sqrt{k_{an}k'_{rot}}}} \right) \quad (\text{B.11})$$

Esta equação, de forma similar à equação de *Colebrook e White*, reduz-se à equação B.4 quando o escoamento é liso ( $k_s=0$ ) e à equação B.5 quando  $Re$  é muito grande.

---

## Apêndice C

# Cálculo do coeficiente de torque levando em conta a influência o escoamento axial

---

As equações para cálculo do coeficiente de torque para os escoamentos laminar com vórtices e turbulento liso podem ser deduzidas a partir do mesmo método desenvolvido por SUZUKI (1929). Como será visto, a única diferença é que, ao invés de buscar as perdas axiais abordadas por ele, preocupar-se-á com as perdas tangenciais produzidas pela rotação do cilindro interno.

SUZUKI (1929) admite que os perfis de velocidade próximos à parede são proporcionais à distancia da parede elevada a 1/7. Assim, para as regiões próximas às paredes fixa e móvel do canal, as seguintes relações seriam válidas:

$$u_z = \frac{8}{7} U_{z,max} \left( \frac{2y}{s_P} \right)^{\frac{1}{7}} \quad (C.1)$$

$$u_\theta = \omega R_i \left[ 1 - \left( \frac{y}{s_P} \right)^{\frac{1}{7}} + \beta \left[ \left( \frac{y}{s_P} \right)^{\frac{1}{7}} - \frac{y}{s_P} \right] \right] \quad (C.2)$$

A velocidade resultante próxima às paredes é dada pela soma das componentes axial e tangencial:

$$u^2 = u_z^2 + u_\theta^2 \quad (C.3)$$

A tensão de cisalhamento na parede será dada por:

$$\tau = 0,0225 \rho u^{\frac{2}{3}} \left( \frac{v}{y} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{C.4})$$

E as componentes nas direções axial e tangencial podem ser calculadas, respectivamente, por:

$$\tau_z = \tau \frac{u_z}{u} \quad (\text{C.5})$$

$$\tau_\theta = \tau \frac{u_\theta}{u} \quad (\text{C.6})$$

SUZUKI (1929) utilizou a primeira expressão (equação C.5) para calcular as perdas na direção axial. As expressões desenvolvidas por ele para a parede móvel e a fixa são dadas, respectivamente, por:

$$\tau_z = 0,0338 \rho \left( \frac{v}{s_p} \right)^{\frac{1}{3}} U_z^{\frac{2}{3}} \left[ 1 + 0,629 \left( \frac{\omega R_i}{U_z} \right)^2 \right]^{\frac{3}{8}} \quad (\text{C.7})$$

$$\tau'_z = 0,0338 \rho \left( \frac{v}{s_p} \right)^{\frac{1}{3}} U_z^{\frac{2}{3}} \left[ 1 + 0,629 \left( \beta \frac{\omega R_i}{U_z} \right)^2 \right]^{\frac{3}{8}} \quad (\text{C.8})$$

E, considerando-se que o canal é muito estreito se comparado ao raio médio, o cálculo das perdas axiais é feito desprezando-se o efeito da força centrífuga:

$$s_p \Delta p = (\tau_z + \tau'_z) B \quad (\text{C.9})$$

Para as perdas tangenciais, pode-se utilizar a equação C.6 e deduzir, de forma análoga às perdas axiais, as seguintes relações:

$$\tau_\theta = 0,09 \rho \left( \frac{v}{s_p} \right)^2 \left( \frac{\omega R_i s_p}{v} \right) \left[ 1,592 \left( \frac{U_z}{\omega R_i} \right)^2 + 1 \right]^{\frac{3}{8}} \quad (\text{C.10})$$

$$\tau'_\theta = 0,09 \rho \left( \frac{v}{s_p} \right)^2 \left( \beta \frac{\omega R_i s_p}{v} \right) \left[ 1,592 \left( \frac{U_z}{\beta \omega R_i} \right)^2 + 1 \right]^{\frac{3}{8}} \quad (\text{C.11})$$

Comparando-se essas duas relações, no entanto, pode-se perceber um problema. Quando não existe escoamento axial e o problema reduz-se ao escoamento de Couette, as tensões de cisalhamento nos cilindros interno e externo apresentam valores diferentes a menos que  $\beta$  seja igual a 1. Como se sabe, o escoamento de Couette com superfícies paralelas deve sempre apresentar uma tensão de cisalhamento constante através do escoamento. Além disso, a influência dos vórtices de Taylor conseguida correlacionando-se o fator  $\beta$  não aparece na equação C.10. Dessa forma, o torque calculado a partir desta equação não seria influenciado pelo surgimento dos vórtices, o que contradiz diversos resultados experimentais. Assim, para contornar esse problema, será admitido que a tensão de cisalhamento possa ser calculada pela média dos dois valores obtidos. Ou seja, o coeficiente de torque calculado a partir das relações anteriores será dado por uma equação semelhante à que calcula as perdas axiais, como mostra a equação C.12 a seguir.

$$C_M = \frac{0,045}{Re_\theta^{0,25}} \left\{ \left[ 1,592 \left( \frac{Re_z}{2Re_\theta} \right)^2 + 1 \right]^{\frac{3}{8}} + \beta \left[ 1,592 \left( \frac{Re_z}{2Re_\theta} \right)^2 + \beta^2 \right]^{\frac{3}{8}} \right\} \quad (C.12)$$

# **Anexos**

---

## Anexo A

# Propriedades termodinâmicas e de transporte – comparação com dados de outros programas

Tabela B.1: Entalpia e volume específico da água na região de saturação para títulos diferentes.

X=0,1						
P (bar)	h (kJ/kg)			v (m <sup>3</sup> /kg)		
	Calculado	EES	Erro (%)	Calculado	EES	Erro (%)
1	643,2	644,4	-0,19	1,71E-01	1,71E-01	-0,44
2	724,9	724,13	0,11	8,96E-02	9,02E-02	-0,64
5	851,1	849,06	0,24	3,85E-02	3,89E-02	-1,03
10	964,3	962,85	0,15	2,05E-02	2,08E-02	-1,40
20	1098	1098,14	-0,01	1,10E-02	1,12E-02	-1,69
50	1318	1319,36	-0,10	5,10E-03	5,16E-03	-1,20
100	1539	1531,32	0,50	3,11E-03	3,07E-03	1,41
200	1885	1874,98	0,53	2,42E-03	2,26E-03	7,20
X=0,9						
P (bar)	h (kJ/kg)			v (m <sup>3</sup> /kg)		
	Calculado	EES	Erro (%)	Calculado	EES	Erro (%)
1	2449	2486,19	-1,50	1,53E+00	1,53E+00	-0,46
2	2486	2520,18	-1,36	7,98E-01	8,03E-01	-0,65
5	2538	2569,53	-1,23	3,38E-01	3,41E-01	-1,07
10	2576	2608,37	-1,24	1,75E-01	1,78E-01	-1,54
20	2610	2643,39	-1,26	8,98E-02	9,17E-02	-2,09
50	2630	2659,96	-1,13	3,56E-02	3,67E-02	-3,02
100	2593	2598,82	-0,22	1,64E-02	1,71E-02	-4,12
200	2355	2289,34	2,87	5,49E-03	6,01E-03	-8,60

Tabela B.2: Temperatura de saturação, entalpia, volume específico e viscosidade da água na região de saturação.

P (bar)	T <sub>sat</sub> (K)		h <sub>l</sub>		h <sub>g</sub>		v <sub>l</sub>		v <sub>g</sub>	
	Calc.	EES	Calc.	EES	Calc.	EES	Calc.	EES	Calc.	EES
1,0E-02	8,0	7,0	34,4	29,3	2515,9	2513,3	1,00E-03	1,00E-03	129,70	129,10
5,0E-02	33,5	32,9	142,1	137,7	2564,1	2560,7	1,00E-03	1,01E-03	28,28	28,19
1,0E-01	46,2	45,8	195,0	191,8	2586,7	2583,8	1,01E-03	1,01E-03	14,72	14,68
5,0E-01	81,2	81,3	339,3	340,5	2644,9	2645,5	1,03E-03	1,03E-03	3,25	3,24
1,0E+00	99,2	99,6	414,1	417,5	2672,9	2675,5	1,04E-03	1,04E-03	1,70	1,69
5,0E+00	150,8	151,9	633,9	640,4	2744,6	2748,4	1,09E-03	1,09E-03	0,38	0,37
1,0E+01	178,5	179,9	757,1	762,9	2775,6	2777,9	1,11E-03	1,13E-03	0,20	0,19
5,0E+01	262,2	264,0	1151,7	1154,0	2803,2	2793,0	1,22E-03	1,29E-03	0,04	0,04
1,0E+02	309,4	311,1	1397,8	1407,0	2732,3	2724,0	1,31E-03	1,45E-03	0,02	0,02
2,0E+02	365,3	365,8	1823,1	1827,0	2399,6	2413,5	1,79E-03	2,04E-03	0,01	0,01
2,2E+02	373,8	373,8	2034,9	2026,0	2186,2	2155,6	2,34E-03	2,78E-03	0,00	0,00

P (bar)	$\mu_l$ (Pa.s)		$\mu_g$ (Pa.s)	
	Calculado	EES	Calculado	EES
1,0E-02	1,34E-03	1,43E-03	1,05E-05	9,39E-06
5,0E-02	7,54E-04	7,51E-04	1,12E-05	1,01E-05
1,0E-01	5,94E-04	5,88E-04	1,16E-05	1,05E-05
5,0E-01	3,49E-04	3,49E-04	1,27E-05	1,16E-05
1,0E+00	2,82E-04	2,83E-04	1,33E-05	1,23E-05
5,0E+00	1,78E-04	1,80E-04	1,49E-05	1,41E-05
1,0E+01	1,49E-04	1,50E-04	1,58E-05	1,50E-05
5,0E+01	1,02E-04	1,00E-04	1,89E-05	1,80E-05
1,0E+02	8,22E-05	8,18E-05	2,14E-05	2,03E-05
2,0E+02	5,59E-05	5,62E-05	2,73E-05	2,75E-05
2,2E+02	1,13E-04	4,68E-05	2,94E-05	3,75E-05

P (bar)	erro (%)		erro (%)	
	Calculado	EES	Calculado	EES
1,0E-02	14,51	17,39	0,10	0,00
5,0E-02	1,88	3,21	0,13	-0,25
1,0E-01	0,92	1,66	0,11	-0,35
5,0E-01	-0,17	-0,36	-0,02	-0,47
1,0E+00	-0,42	-0,81	-0,10	-0,44
5,0E+00	-0,72	-1,01	-0,14	-0,68
1,0E+01	-0,76	-0,76	-0,08	-1,08
5,0E+01	-0,67	-0,20	0,36	-5,34
1,0E+02	-0,53	-0,65	0,30	-9,44
2,0E+02	-0,13	-0,21	-0,58	-12,15
2,2E+02	0,00	0,44	1,42	-15,67



Tabela B.3: Entalpia, volume específico e viscosidade da água: líquido comprimido.

T (oC)	v (m <sup>3</sup> /kg)			h (kJ/kg)			μ (Pa.s)		
	EES	Calc.	erro (%)	EES	Calc.	erro (%)	EES	Calc.	erro (%)
<b>P=1 bar</b>									
1	1,00E-03	1,00E-03	0,08	4,3	4,4	3,05	1,73E-03	1,61E-03	-6,81
20	1,00E-03	1,00E-03	-0,18	83,9	85,7	2,09	1,00E-03	1,01E-03	0,36
40	1,01E-03	1,00E-03	-0,37	167,6	169,3	1,02	6,53E-04	6,65E-04	1,85
60	1,02E-03	1,01E-03	-0,44	251,2	252,0	0,31	4,67E-04	4,72E-04	1,22
80	1,03E-03	1,02E-03	-0,45	335,0	334,5	-0,16	3,55E-04	3,55E-04	0,11
99	1,04E-03	1,04E-03	-0,46	414,8	413,3	-0,35	2,85E-04	2,82E-04	-0,81
<b>P=5 bar</b>									
1	1,00E-03	1,00E-03	0,10	4,7	4,8	2,41	1,73E-03	1,61E-03	-6,71
30	1,00E-03	1,00E-03	-0,24	126,1	128,1	1,55	7,98E-04	8,10E-04	1,59
60	1,02E-03	1,01E-03	-0,44	251,6	252,3	0,29	4,67E-04	4,72E-04	1,24
90	1,04E-03	1,03E-03	-0,46	377,3	376,2	-0,28	3,15E-04	3,13E-04	-0,39
120	1,06E-03	1,06E-03	-0,39	504,0	501,9	-0,42	2,32E-04	2,29E-04	-1,52
150	1,09E-03	1,08E-03	-0,48	632,3	630,7	-0,25	1,83E-04	1,79E-04	-1,84
<b>P=10 bar</b>									
1	1,00E-03	1,00E-03	0,12	5,2	5,3	1,76	1,73E-03	1,62E-03	-6,60
36	1,01E-03	1,00E-03	-0,30	151,7	153,5	1,21	7,06E-04	7,19E-04	1,91
72	1,02E-03	1,02E-03	-0,48	302,2	302,2	0,01	3,94E-04	3,96E-04	0,59
108	1,05E-03	1,05E-03	-0,35	453,5	451,7	-0,40	2,60E-04	2,57E-04	-1,18
144	1,08E-03	1,08E-03	-0,51	606,8	605,0	-0,30	1,91E-04	1,87E-04	-1,87
179	1,13E-03	1,12E-03	-0,95	758,8	759,2	0,06	1,51E-04	1,49E-04	-1,51
<b>P=50 bar</b>									
1	9,98E-04	1,00E-03	0,28	9,2	9,2	-0,67	1,72E-03	1,62E-03	-5,67
52	1,01E-03	1,01E-03	-0,29	222,0	223,5	0,65	5,30E-04	5,41E-04	1,98
104	1,04E-03	1,04E-03	-0,30	439,6	438,2	-0,32	2,72E-04	2,69E-04	-0,94
156	1,09E-03	1,09E-03	-0,48	660,9	659,7	-0,18	1,76E-04	1,73E-04	-1,90
208	1,17E-03	1,14E-03	-1,83	889,7	892,6	0,33	1,30E-04	1,29E-04	-0,78
260	1,28E-03	1,21E-03	-4,82	1134,0	1140,6	0,58	1,02E-04	1,03E-04	0,73
<b>P=100 bar</b>									
1	9,95E-04	1,00E-03	0,47	14,3	14,1	-1,49	1,71E-03	1,63E-03	-4,49
62	1,01E-03	1,01E-03	-0,21	267,9	269,1	0,46	4,55E-04	4,63E-04	1,73
124	1,06E-03	1,06E-03	-0,16	527,6	526,0	-0,29	2,27E-04	2,23E-04	-1,58
186	1,13E-03	1,12E-03	-1,00	794,1	794,9	0,10	1,47E-04	1,45E-04	-1,55
248	1,24E-03	1,19E-03	-4,00	1076,0	1079,9	0,37	1,09E-04	1,09E-04	0,14
310	1,45E-03	1,32E-03	-8,91	1401,0	1401,5	0,03	8,23E-05	8,19E-05	-0,41
<b>P=200 bar</b>									
1	9,90E-04	9,99E-04	0,87	24,2	23,8	-1,62	1,69E-03	1,65E-03	-2,27
74	1,02E-03	1,02E-03	0,05	325,9	327,3	0,42	3,88E-04	3,93E-04	1,32
148	1,08E-03	1,07E-03	-0,16	636,1	635,2	-0,14	1,90E-04	1,86E-04	-2,07
222	1,17E-03	1,14E-03	-2,40	958,1	960,0	0,20	1,25E-04	1,24E-04	-0,92
296	1,35E-03	1,23E-03	-8,44	1312,0	1303,0	-0,69	9,16E-05	9,07E-05	-1,04
370	6,91E-03	4,40E-03	-36,22	2524,0	2397,1	-5,03	2,63E-05	5,31E-05	101,54

Tabela B.4: Entalpia, volume específico e viscosidade do ar.

T (oC)	h (kJ/kg)			v (m <sup>3</sup> /kg)			μ (Pa.s)		
	EES	Calc.	erro (%)	EES	Calc.	erro (%)	EES	Calc.	erro (%)
<b>P = 1 bar</b>									
0	0	0,0	-	7,83E-01	7,83E-01	0,01	1,76E-05	1,77E-05	1,01
60	60,4	60,2	-0,31	9,56E-01	9,56E-01	0,02	2,04E-05	2,05E-05	0,68
120	121,1	120,8	-0,21	1,13E+00	1,13E+00	0,04	2,29E-05	2,28E-05	-0,32
180	182,1	182,0	-0,07	1,30E+00	1,30E+00	-0,01	2,53E-05	2,48E-05	-1,91
240	243,7	243,6	-0,02	1,47E+00	1,47E+00	0,02	2,75E-05	2,64E-05	-3,85
300	306,1	305,9	-0,06	1,65E+00	1,65E+00	0,03	2,96E-05	2,78E-05	-6,08
<b>P = 5 bar</b>									
0	-1,3	-1,4	5,19	1,56E-01	1,56E-01	0,21	1,76E-05	1,78E-05	1,09
60	59,4	59,2	-0,27	1,91E-01	1,91E-01	0,22	2,04E-05	2,05E-05	0,74
120	120,3	120,1	-0,15	2,25E-01	2,26E-01	0,20	2,29E-05	2,29E-05	-0,31
180	181,5	181,4	-0,06	2,60E-01	2,60E-01	0,19	2,53E-05	2,48E-05	-1,89
240	243,3	243,2	-0,05	2,94E-01	2,95E-01	0,19	2,75E-05	2,65E-05	-3,85
300	305,7	305,5	-0,06	3,29E-01	3,30E-01	0,15	2,96E-05	2,78E-05	-6,07
<b>P = 10 bar</b>									
0	-3	-3,1	2,51	7,74E-02	7,77E-02	0,49	1,77E-05	1,79E-05	1,20
60	58,2	58,0	-0,29	9,49E-02	9,54E-02	0,49	2,04E-05	2,06E-05	0,85
120	119,4	119,2	-0,16	1,12E-01	1,13E-01	0,45	2,30E-05	2,29E-05	-0,22
180	180,8	180,7	-0,06	1,30E-01	1,30E-01	0,40	2,53E-05	2,49E-05	-1,82
240	242,7	242,6	-0,04	1,47E-01	1,48E-01	0,39	2,76E-05	2,65E-05	-3,82
300	305,2	305,0	-0,06	1,64E-01	1,65E-01	0,36	2,97E-05	2,79E-05	-6,06
<b>P = 50 bar</b>									
0	-16,2	-16,4	1,09	1,48E-02	1,51E-02	2,64	1,85E-05	1,90E-05	2,23
60	48,9	48,7	-0,36	1,86E-02	1,90E-02	2,41	2,11E-05	2,14E-05	1,81
120	112,4	112,3	-0,05	2,22E-02	2,27E-02	2,19	2,35E-05	2,36E-05	0,50
180	175,5	175,4	-0,05	2,58E-02	2,63E-02	1,99	2,57E-05	2,54E-05	-1,28
240	238,5	238,4	-0,04	2,94E-02	2,99E-02	1,80	2,79E-05	2,69E-05	-3,44
300	301,9	301,6	-0,10	3,29E-02	3,34E-02	1,65	2,99E-05	2,82E-05	-5,78
<b>P = 100 bar</b>									
0	-30,8	-31,0	0,49	7,16E-03	7,47E-03	4,44	2,06E-05	2,08E-05	1,04
60	38,9	38,7	-0,60	9,16E-03	9,54E-03	4,07	2,24E-05	2,28E-05	1,97
120	105,1	105,0	-0,07	1,11E-02	1,15E-02	3,69	2,44E-05	2,47E-05	1,05
180	170	169,9	-0,03	1,29E-02	1,34E-02	3,42	2,65E-05	2,63E-05	-0,71
240	234,3	234,2	-0,03	1,47E-02	1,52E-02	3,07	2,85E-05	2,77E-05	-2,88
300	298,7	298,4	-0,11	1,65E-02	1,70E-02	2,88	3,05E-05	2,88E-05	-5,35
<b>P = 200 bar</b>									
0	-50	-50,3	0,59	3,70E-03	3,84E-03	3,61	2,71E-05	2,46E-05	-9,26
60	25,5	25,2	-1,03	4,73E-03	4,93E-03	4,25	2,65E-05	2,54E-05	-3,87
120	95,5	95,4	-0,06	5,70E-03	5,95E-03	4,41	2,73E-05	2,68E-05	-1,95
180	163	163,0	0,01	6,64E-03	6,92E-03	4,35	2,87E-05	2,81E-05	-2,17
240	229,3	229,2	-0,04	7,55E-03	7,87E-03	4,20	3,03E-05	2,92E-05	-3,54
300	295,2	294,7	-0,16	8,46E-03	8,80E-03	4,01	3,19E-05	3,01E-05	-5,53

Tabela B.5: Entalpia, volume específico e viscosidade do ar seco e saturado.

P (bar)	Seco				Saturado			
	T (oC)	h (kJ/kg)			T (oC)	h (kJ/kg)		
		IX- DIAGRAM	Calc.	erro (%)		IX- DIAGRAM	Calc.	erro (%)
1,01	0,0	0,0	0,1	-	0,9	10,9	10,4	-4,38
	20,0	20,1	20,2	0,40	6,5	21,6	20,7	-4,00
	40,0	40,3	40,3	-0,12	10,8	31	30,0	-3,30
	60,0	60,4	60,4	-0,06	14,1	39,5	38,1	-3,66
	80,0	80,5	80,5	0,03	16,9	47,4	45,7	-3,56
	100,0	101,0	100,7	-0,26	19,3	54,9	53,0	-3,55
5	0,0	-1,1	-1,2	9,71	0,5	1,36	1,2	-12,47
	30,0	29,3	29,1	-0,80	6,2	8,17	7,9	-3,13
	60,0	60,1	59,4	-1,18	10,4	13,5	13,1	-2,76
	90,0	90,2	89,8	-0,46	13,8	17,9	17,6	-1,95
	120,0	121,0	120,3	-0,60	16,6	21,8	21,4	-2,03
	150,0	151,0	150,9	-0,10	19,1	25,3	24,9	-1,58
10	0,0	-2,5	-2,9	17,97	0,2	-1,28	-1,7	36,52
	35,0	33,4	32,7	-2,01	5,9	5,1	4,6	-10,62
	70,0	69,1	68,4	-1,06	10,2	9,96	9,5	-5,12
	105,0	105,0	104,0	-0,91	13,6	13,9	13,4	-3,44
	140,0	140,0	139,8	-0,13	16,4	17,3	16,8	-3,04
	175,0	176,0	175,7	-0,17	18,9	20,4	19,8	-2,74
30	0,0	-7,9	-9,7	22,65	0,9	-6,6	-8,3	26,11
	45,0	39,8	37,7	-5,16	8,2	1,5	-0,3	-120,48
	90,0	86,8	84,7	-2,45	13,4	7,19	5,5	-23,86
	112,5	110,0	108,1	-1,77	15,5	9,55	7,8	-17,99
	135,0	134,0	131,4	-1,94	17,3	11,6	9,9	-14,96
	157,5	157,0	154,8	-1,43	19	13,6	11,8	-13,27
50	0,0	-13,2	-16,2	22,93	1,3	-11,4	-14,5	27,09
	50,0	41,4	38,2	-7,81	6,2	-5,89	-9,0	52,15
	100,0	94,5	91,4	-3,30	10	-1,65	-4,7	182,65
	150,0	147,0	144,1	-2,00	13,1	1,84	-1,1	-162,25
	200,0	200,0	196,6	-1,72	15,7	4,86	1,8	-62,62
	250,0	253,0	249,1	-1,55	19,1	8,64	5,7	-33,92

## Anexo B

# Dados experimentais utilizados nas comparações com o modelo

### B.1 Dados de HATTON (1993)

Tabela B.6 Propriedades características do óleo.

Propriedade	Valor
Densidade a 15,6/15,6 °C	0,9093 g/cc
Densidade API	23,93
Peso Molecular	264.8 g/g-mol

Tabela B.7 Viscosidade dinâmica em função da pressão e temperatura.

Pressão (kPa)	Temperatura (°C)			
	26,7	37,8	48,9	60,0
	Viscosidade ( $10^{-3}$ Pa.s)			
1724	32,36	20,13	13,60	9,58
3447	33,62	20,89	14,07	9,90
5171	34,93	21,68	14,55	10,21
6895	36,30	22,50	15,04	10,53
8619	37,72	23,35	15,54	10,86
10342	39,19	24,23	16,04	11,19
12066	40,72	25,14	16,56	11,52

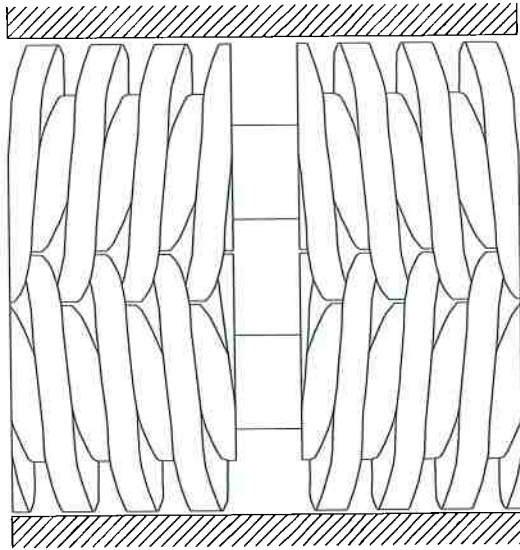
Tabela B.8 Dados experimentais utilizados para a comparação com o modelo (HATTON (1993)).

Ensaio	Rotação rpm	FVG %	ps kPa	$\Delta p$ kPa	T <sub>s</sub> °C	T <sub>D</sub> °C	$\dot{V}_o$ m <sup>3</sup> /h	$\dot{V}_g$ m <sup>3</sup> /h	$\dot{V}$ m <sup>3</sup> /h	Torque KN.m	$W_{real}$ kW
311031	1000	50	636	965	26,2	27,6	43,4	45,7	89,1	0,32	33,5
			646	2706	26,2	29,3	42,4	44,0	86,4	0,76	78,9
			653	3819	26,3	30,4	42,1	44,9	87,0	1,03	107,8
311032	1000	90	649	379	26,0	28,7	9,0	76,3	85,3	0,16	16,6
			642	1097	26,2	32,2	8,9	75,3	84,2	0,33	34,9
			648	1734	26,6	36,8	8,8	73,4	82,2	0,48	50,7
311030	2000	47	649	215	23,8	24,3	91,9	85,5	177,3	0,21	44,6
			649	2583	24,9	28,1	92,2	85,1	177,3	0,81	169,1
			649	4664	25,5	30,1	89,7	85,8	175,5	1,32	276,9
303032	2000	90	654	282	28,2	30,8	21,3	169,7	191,0	0,17	36,0
			637	2845	28,1	43,1	20,9	169,7	190,6	0,78	163,1
			637	5649	28,4	55,2	21,0	163,4	184,4	1,45	302,5
304034	2000	95	641	312	27,4	36,3	8,9	173,3	182,2	0,17	34,9
			636	2907	28,9	59,2	9,0	165,8	174,8	0,78	163,2
			642	4674	30,0	78,0	8,7	164,0	172,7	1,20	250,7
312030	3000	50	648	848	20,8	22,7	124,5	135,7	260,2	0,48	151,9
			648	2086	22,1	25,6	125,0	130,7	255,7	0,80	252,6
			654	3783	28,0	32,9	127,1	136,4	263,5	1,24	390,2
308030	3000	90	654	464	19,6	24,7	28,2	237,9	266,0	0,27	83,8
			648	2063	20,1	33,5	28,9	236,5	265,4	0,69	215,4
			653	4157	21,9	47,6	28,9	241,1	270,0	1,21	381,7
309533	3000	95	655	660	29,7	41,8	13,6	249,1	262,7	0,24	75,6
			642	2961	29,8	62,2	13,4	246,4	259,7	0,82	255,7
			642	5150	30,8	84,1	13,2	249,1	262,2	1,38	432,4

## B.2 Dados de EGASHIRA et al. (1996)

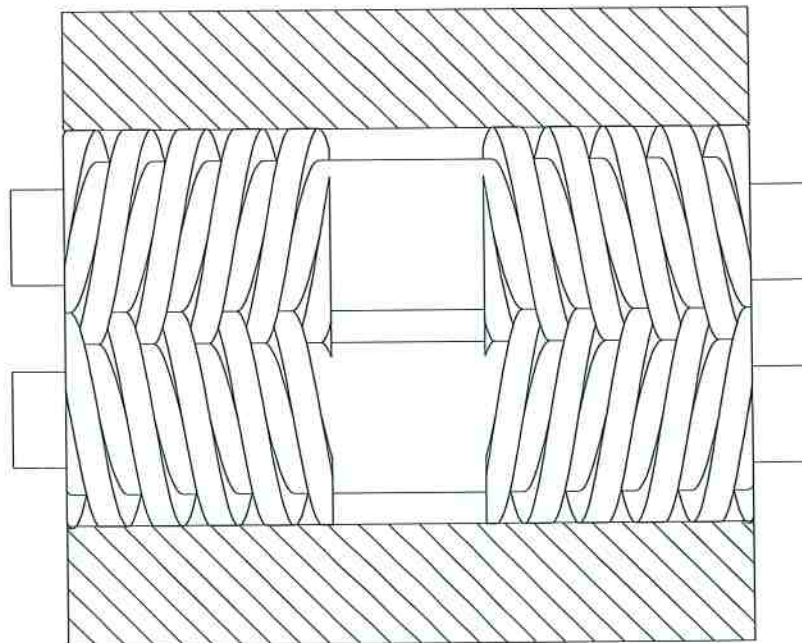
Tabela B.9 Dados experimentais utilizados para a comparação com o modelo (EGASHIRA et al. (1996)).

Ensaio	Teste 1	Teste 2	Teste 3	Teste 4	Teste 5	Teste 6	Teste 7	Teste 8	
FVG (%)	61	88	60	90	59	91	64	90	
$\Delta p$ (kPa)	2932,2	2932,2	2932,2	2922,4	2932,2	2932,2	970,9	970,9	
Rotação (rpm)	1205	1205	1205	1205	1805	1804	1206	1205	
$p_s$ (kPa)	137,3	147,1	441,3	441,3	117,7	107,9	304,0	294,2	
Condições de operação	$\dot{V}_{ar,S}$ (m <sup>3</sup> /h)	22,0	32,5	16,1	27,2	62,4	101,4	45,7	44,6
	$\dot{V}_{agua,S}$ (m <sup>3</sup> /h)	14,2	4,6	10,6	3,1	43,1	10,3	25,9	4,9
	$\dot{V}_{ar,D}$ (m <sup>3</sup> /h)	1,7	2,6	2,6	4,5	4,4	7,0	13,5	13,1
	$\dot{V}_{agua,D}$ (m <sup>3</sup> /h)	14,2	4,6	10,6	3,1	43,1	10,3	25,9	4,9
$T_s$ (°C)	21,3	25,7	35,2	42,0	21,0	32,7	16,5	21,0	
$T_D$ (°C)	24,3	36,2	39,3	55,1	22,0	40,1	16,8	24,5	



**Fig. B.1:** Bomba multifásica de duploparafuso ensaiada por EGASHIRA et al. (1996).

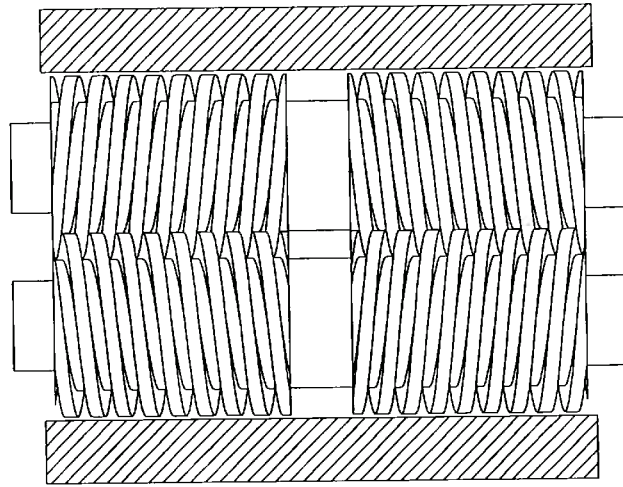
### ***B.3 Dados de KÖNNER (1998)***



**Fig. B.2:** Bomba multifásica de duploparafuso ensaiada por KÖNNER. (1998).



#### ***B.4 Dados de PETROBRAS (2003)***



**Fig. B.3: Bomba multifásica de duploparafuso ensaiada por PETROBRAS (2003).**