

HUMBERTO DE CAMARGO GISSONI

**ANÁLISE MECÂNICA DE VIBRAÇÕES EM TRAVESSAS
DO PRÉ-DISTRIBUIDOR DE TURBINAS HIDRÁULICAS**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

São Paulo
2005

HUMBERTO DE CAMARGO GISSONI

**ANÁLISE MECÂNICA DE VIBRAÇÕES EM TRAVESSAS
DO PRÉ-DISTRIBUIDOR DE TURBINAS HIDRÁULICAS**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica

Orientador:
Prof. Livre-Docente
Clóvis de Arruda Martins

São Paulo
2005

À minha noiva Tereza, pela paciência demonstrada durante estes quatro anos de pesquisa.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins, pelo apoio e sugestões.

Ao aluno de iniciação científica Ulisses Lourenço Filho pela inestimável ajuda prestada.

À Voith Siemens Hydro pelo suporte à realização deste trabalho.

RESUMO

A crescente busca por novas formas de geração de energia elétrica e/ ou barateamento das formas já existentes tem levado a um contínuo aumento no tamanho e potência das turbinas hidráulicas. Isto decorre do fato que o custo por megawatt diminui com o aumento da potência unitária da máquina. Proporcionalmente as turbinas se tornaram mais esbeltas e problemas dinâmicos desconhecidos até então, passaram a ocorrer. Um destes é a vibração da travessa do pré-distribuidor excitada pela geração e desprendimento de vórtices. O presente trabalho visa esclarecer os mecanismos mecânicos dessa vibração através de três enfoques: experimental, analítico e numérico pelo método dos elementos finitos. As principais simplificações adotadas atualmente são avaliadas e um método de dimensionamento mecânico da travessa é proposto.

ABSTRACT

The ever growing search for cheaper ways to produce electrical energy has led to a steady increase in the size of hydraulic turbines. This is due to the fact that bigger machines have a smaller ratio of cost to megawatt produced. Since the hydraulic turbines become more slender, more dynamic problems are beginning to occur. One of these problems is the stay vane vibration caused by vortex shedding. This work presents the analysis of the mechanical aspects of this vibration based on three approaches: experimental, analytical and numerical by the finite element method. The main assumptions adopted today are evaluated and a procedure for stay vanes mechanical design is proposed.

ERRATA

PÁGINA	LINHA	ONDE SE LÊ	LEIA-SE
2	11 ^a	Lesler A. Pelton	Lester A. Pelton
2	14 ^a	Victor Kaplan	Viktor Kaplan
8	16 ^a	pelo menos outros 22 foram relatados	pelo menos outros 21 foram relatados
14	23 ^a	sendo os mais recentes	sendo o mais recente
18	3 ^a	um completo alívio de tensões não é possível.	um completo alívio de tensões nem sempre é possível.
22	11 ^a	tensões dinâmicas da ordem de 20 MPa pico a pico podem levar travessas a trincarem.	tensões dinâmicas da ordem de 20 MPa pico a pico podem levar travessas a trincarem se a frequência de excitação estiver ao redor de 50~150 Hz.
38	3 ^a	obedece uma lei de potências	obedece a uma lei de potências
51	27 ^a	e como toda solda possui minúsculos defeitos típicos do processo, independentemente do cuidado empregado na execução.	e como toda solda possui minúsculos defeitos típicos do processo.
67	5 ^a e 14 ^a	Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli	Teoria de Vigas
68	3 ^a	Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli	Teoria de Vigas
91	3 ^a	os valores de frequência natural calculados nas seções anteriores	os valores de frequência natural calculados conforme o procedimento indicado nas seções anteriores
116	7 ^a	foram registradas as acelerações durante 15 segundos	foram registradas as acelerações durante 5 segundos
124	Fig.6.27	----	Na ordenada do gráfico, leia-se Deformação [1E-6]
125	Fig.6.28	----	Na ordenada do gráfico, leia-se Deformação [1E-6]

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

LISTA DE SÍMBOLOS

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. História das Máquinas Hidráulicas	1
1.2. Tipos de Turbinas Hidráulicas	3
1.3. Motivações deste Trabalho	8
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
2.1. Retrospecto das Trincas em Travessas	11
2.2. Tensões Estáticas	22
2.3. Tensões Dinâmicas Causadas pelo Escoamento	24
2.3.1. Frequência de Emissão dos Vórtices	25
2.3.2. Intensidade das Forças Hidráulicas	40
2.4. Realimentação pelo Movimento da Travessa – <i>Lock-in</i>	47
2.5. Ensaio de Modelo	51
2.6. Resistência à Fadiga	51
2.7. Medidas de Reparo	54
3. FREQUÊNCIAS NATURAIS NO AR - MODELOS DE CÁLCULO	55
3.1. Geometria das Placas Analisadas	55
3.2. Análise pelo Método dos Elementos Finitos	57
3.3. Cálculo pela Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli	64
3.4. Cálculo pela Teoria de Placas Finas	66
3.5. Resultados e Primeiras Conclusões	67
3.6. Fator de Redução da Frequência Natural	68
3.6.1. Teoria de Vigas de Timoshenko – Solução Numérica	68
3.6.2. Teoria de Vigas de Timoshenko – Solução Analítica	73
3.6.3. Estimativa da Variável J	74
3.6.4. Fator de Redução da Frequência Natural em Função da Espessura	78
3.7. Cálculo para Perfis Não-Retangulares	86

3.8. Efeito da Pré-Tensão na Travessa	87
3.9. Efeito da Flexibilidade dos Anéis do Pré-Distribuidor	91
4. FREQUÊNCIAS NATURAIS NA ÁGUA - MODELOS DE CÁLCULO	94
4.1. Massa Adicional – Método Analítico	94
4.2. Análise pelo Método dos Elementos Finitos	97
5. ANÁLISE DE RESSONÂNCIA - MODELOS DE CÁLCULO	102
5.1. Frequências Passíveis de Ressonância	102
5.2. Tensões Associadas a cada Modo Natural	104
6. ANÁLISE EXPERIMENTAL DAS TRAVESSAS DA USINA A	109
6.1. Procedimento de Medição	112
6.2. Dados Medidos	119
6.3. Resultados	126
7. VALORES TEÓRICOS X VALORES EXPERIMENTAIS	128
7.1. Usina de Djerdap I	128
7.2. Usina de Capivara	134
7.3. Usina A	142
7.4. Usina B	147
8. CONCLUSÕES	154
LISTA DE REFERÊNCIAS	156
Apêndice A – VIBRAÇÃO LIVRE DE VIGAS – EULER-BERNOULLI	
Apêndice B – FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIGAS E PLACAS – COMPARAÇÃO	
Apêndice C – TEORIA DE VIGAS DE TIMOSHENKO	
Apêndice D – VIGA DE TIMOSHENKO – RESOLUÇÃO POR MÉTODO NUMÉRICO	
Apêndice E – TRATAMENTO DE SINAIS – VIBRAÇÃO LIVRE	

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.1	Roda d'água com pás de madeira [2].....	2
Fig. 1.2	Turbina Pelton da usina Electroperu.....	4
Fig. 1.3	Principais componentes de uma turbina Francis (Usina de Três Gargantas - China).	5
Fig. 1.4	Principais componentes de uma turbina Kaplan (Usina de Yacyretá – Argentina) [2].....	5
Fig. 1.5	Pré-distribuidor pouco antes da montagem na obra.....	6
Fig. 1.6	Campo de aplicação das turbinas Pelton, Francis e Kaplan [2].	7
Fig. 2.1	Modificação da aresta de saída da pá do rotor da usina de Parker [5].....	12
Fig. 2.2	Amplitude da aceleração na pá do rotor da turbina de Parker [5].....	13
Fig. 2.3	Aresta de saída com concavidade no centro [6].....	14
Fig. 2.4	Novo conceito de projeto de pré-distribuidores [14].	18
Fig. 2.5	Placas amortecedoras – vista em perspectiva [13].....	20
Fig. 2.6	Placas amortecedoras – vista em corte e planta [13].....	20
Fig. 2.7	Usina de Donje - Suécia [9].	21
Fig. 2.8	Condições do escoamento no canal formado pelas travessas [8].....	24
Fig. 2.9	Resposta forçada de um sistema de 1 grau de liberdade.....	26
Fig. 2.10	Frequência de excitação e deformação da travessa em função da potência da máquina (ou vazão) [13].....	28
Fig. 2.11	Modos de vibração [13].	28
Fig. 2.12	Efeito da aresta de saída na frequência de emissão dos vórtices [23]...	31
Fig. 2.13	Dimensões da seção transversal da travessa.	33
Fig. 2.14	Variação do ângulo de ataque em função da posição circunferencial da travessa [30].	34
Fig. 2.15	Configuração do ensaio de Belykh et al. [31].....	35
Fig. 2.16	Largura da esteira em [mm] com e sem palheta diretriz a jusante [31].....	35
Fig. 2.17	Croqui orientativo para cálculo da velocidade da água.	37

Fig. 2.18	Espessura média da camada limite em função da largura da travessa.....	39
Fig. 2.19	Estrutura do aparato de testes de Donaldson [6].....	41
Fig. 2.20	Perfis de aresta de saída analisados [6].....	41
Fig. 2.21	Amplitude de vibração em função da velocidade da água para vários perfis [6].	42
Fig. 2.22	Amplitude de vibração para velocidades mais altas [6].....	42
Fig. 2.23	Intensidade da amplitude de vibração em função do perfil da aresta de saída [26].....	43
Fig. 2.24	Visualização da esteira para diferentes arestas de saída [29].....	44
Fig. 2.25	Amplitude relativa de vibração em função do perfil da aresta de saída [24].....	46
Fig. 2.26	Efeito do <i>lock-in</i> [8].	47
Fig. 2.27	Amplitudes de vibração durante o <i>lock-in</i> [8].....	48
Fig. 2.28	Efeito da vibração transversal na correlação do desprendimento dos vórtices [36].	49
Fig. 2.29	Diagrama de vida constante para soldas em aço carbono [38].	53
Fig. 3.1	Geometria das placas analisadas.	56
Fig. 3.2	Elemento hexaédrico de 20 nós.....	57
Fig. 3.3	Placa 1 – Malha.....	58
Fig. 3.4	Placa 1 – Condições de contorno.	58
Fig. 3.5	Placa 1 – 1º Modo – Freq. 923,1 Hz.	59
Fig. 3.6	Placa 1 – 2º Modo – Freq. 942,7 Hz.	59
Fig. 3.7	Placa 1 – 3º Modo – Freq. 1026,1 Hz.	59
Fig. 3.8	Placa 1 – 4º Modo – Freq. 1196,7 Hz.	59
Fig. 3.9	Placa 2 – Malha.....	60
Fig. 3.10	Placa 2 – Condições de contorno.	60
Fig. 3.11	Placa 2 – 1º Modo – Freq. 410,2 Hz.	61
Fig. 3.12	Placa 2 – 2º Modo – Freq. 629,8 Hz.	61
Fig. 3.13	Placa 2 – 3º Modo – Freq. 1073,7 Hz.	61
Fig. 3.14	Placa 2 – 4º Modo – Freq. 1274,7 Hz.	61
Fig. 3.15	Placa 3 – Malha.....	62

Fig. 3.16	Placa 3 – Condições de contorno.	62
Fig. 3.17	Placa 3 – 1º Modo – Freq. 133,1 Hz.	63
Fig. 3.18	Placa 3 – 2º Modo – Freq. 246,6 Hz.	63
Fig. 3.19	Placa 3 – 3º Modo – Freq. 364,9 Hz.	63
Fig. 3.20	Placa 3 – 4º Modo – Freq. 544,5 Hz.	63
Fig. 3.21	Fatores para teoria de placas (placa bi-engastada) [39].	66
Fig. 3.22	Funções M e $-D$ – 1º Modo.	75
Fig. 3.23	Funções M e $-D$ – 2º Modo.	75
Fig. 3.24	Funções M e $-D$ – 3º Modo.	75
Fig. 3.25	Funções M e $-D$ – 4º Modo.	75
Fig. 3.26	Funções M e $-D$ – 5º Modo.	75
Fig. 3.27	Funções M e $-D$ – 6º Modo.	75
Fig. 3.28	Funções M e $-D$ – 7º Modo.	76
Fig. 3.29	Funções M e $-D$ – 8º Modo.	76
Fig. 3.30	Gráfico de J para o modo (12).	83
Fig. 3.31	Gráfico de J para o modo (13).	83
Fig. 3.32	Gráfico de J para o modo (14).	83
Fig. 3.33	Gráfico de J para o modo (22).	83
Fig. 3.34	Gráfico de $f(h/L)$ para os dois primeiros modos flexionais.	85
Fig. 3.35	Gráfico de $f(h/L)$ para o 1º modo torcional (12).	86
Fig. 3.36	Efeito da pré-tensão na 1ª frequência natural de uma placa.	90
Fig. 3.37	Fatores para teoria de placas (placa bi-apoiada) [39].	93
Fig. 4.1	Modelo de placa plana imersa em fluido com as condições de contorno [48].	98
Fig. 4.2	Malha para o modelo com setor fluido de 15º [48].	99
Fig. 4.3	Malha para o modelo com setor fluido de 45º [48].	99
Fig. 4.4	Malha para o modelo com setor fluido de 45º e largura de 3200 mm [48].	101
Fig. 5.1	Modos naturais de uma viga de Euler-Bernoulli.	104
Fig. 5.2	Modelo em elementos finitos para análise de ressonâncias [48].	108
Fig. 5.3	Resultado das análises de ressonância pelo MEF [48].	108
Fig. 6.1	Corte pela turbina – Usina A.	110

Fig. 6.2	Planta do pré-distribuidor – Usina A.	111
Fig. 6.3	Geometria da travessa 5 – Usina A.	111
Fig. 6.4	Extensômetros colados na travessa.	113
Fig. 6.5	Extensômetro com cabos.....	113
Fig. 6.6	Extensômetro protegido com <i>Durepoxi</i>	113
Fig. 6.7	Extensômetro com bolsa de proteção (cantoneira).	113
Fig. 6.8	Tubo soldado na tampa externa (em vermelho).	114
Fig. 6.9	Cantoneira soldada.	114
Fig. 6.10	Cantoneira soldada.	114
Fig. 6.11	Proteção por resina nas bolsas.....	114
Fig. 6.12	Degrau entre pré-distribuidor e tampa.	114
Fig. 6.13	Entrada dos cabos pelo furo inferior da tampa.....	114
Fig. 6.14	Manta de amianto.	115
Fig. 6.15	Acabamento na junção das cantoneiras (<i>Durepoxi</i>).....	115
Fig. 6.16	Cobertura com <i>Devcon</i> (antes do lixamento).....	115
Fig. 6.17	Tubo com resina e cabos identificados.	115
Fig. 6.18	Cobertura com <i>Devcon</i> (após lixamento).....	115
Fig. 6.19	Posicionamento dos extensômetros.....	118
Fig. 6.20	Encaminhamento dos cabos.	118
Fig. 6.21	Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05), após impacto de martelo, sem tratamento do sinal.....	120
Fig. 6.22	Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05), após impacto de martelo, com tratamento do sinal.	120
Fig. 6.23	Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05-3), após impacto de martelo, sem tratamento do sinal.	121
Fig. 6.24	Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05-3) após impacto de martelo, com tratamento do sinal.	121
Fig. 6.25	Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05-4), após impacto de martelo, sem tratamento do sinal.	122
Fig. 6.26	Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05-4), após impacto de martelo, com tratamento do sinal.	122

Fig. 6.27	Deformação em função do tempo para SG5-V da travessa 5 com P=145 MW.....	124
Fig. 6.28	Deformação em função da frequência para SG5-V da travessa 5 com P=145 MW.....	125
Fig. 7.1	Geometria das travessas de Djerdap I [16].	129
Fig. 7.2	Djerdap I – 1º Modo – Freq. 62,8 Hz.....	131
Fig. 7.3	Djerdap I – 2º Modo – Freq. 124,2 Hz.....	131
Fig. 7.4	Djerdap I – 3º Modo – Freq. 166,0 Hz.....	131
Fig. 7.5	Djerdap I – 4º Modo – Freq. 258,9 Hz.....	131
Fig. 7.6	Estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Djerdap I.....	133
Fig. 7.7	Geometria da travessa de Capivara.	134
Fig. 7.8	Perfil modificado da aresta de saída de Capivara [12].....	134
Fig. 7.9	Distribuição das travessas de Capivara.	135
Fig. 7.10	Aspectos construtivos da travessa de Capivara.....	136
Fig. 7.11	Capivara – 1º Modo – Freq. 87,7 Hz.....	138
Fig. 7.12	Capivara – 2º Modo – Freq. 132,4 Hz.....	138
Fig. 7.13	Capivara – 3º Modo – Freq. 225,6 Hz.....	138
Fig. 7.14	Capivara – 4º Modo – Freq. 282,5 Hz.....	138
Fig. 7.15	Estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Capivara.....	141
Fig. 7.16	Usina A – 1º Modo – Freq. 47,5 Hz.....	144
Fig. 7.17	Usina A – 2º Modo – Freq. 91,5 Hz.....	144
Fig. 7.18	Usina A – 3º Modo – Freq. 128,6 Hz.....	144
Fig. 7.19	Usina A – 4º Modo – Freq. 196,4 Hz.....	144
Fig. 7.20	Estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Usina A.....	146
Fig. 7.21	Modificações na aresta de saída – Usina B [15].	147
Fig. 7.22	Geometria da travessa do modelo da usina B.	148
Fig. 7.23	Usina B – 1º Modo – Freq. 149,8 Hz.....	150
Fig. 7.24	Usina B – 2º Modo – Freq. 269,0 Hz.....	150
Fig. 7.25	Usina B – 3º Modo – Freq. 395,6 Hz.....	150
Fig. 7.26	Usina B – 4º Modo – Freq. 561,7 Hz.....	150
Fig. 7.27	Aresta de saída da travessa do protótipo da usina B.	152
Fig. 7.28	Estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Usina B.	153

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Incidências de trincas em travessas.....	15
Tabela 2.2	Fatores de amortecimento medidos no ar.....	26
Tabela 2.3	Números de Strouhal experimentais [28].....	33
Tabela 2.4	Número de Strouhal em função da abertura da palheta ($a0$) [31].	36
Tabela 2.5	Valores calculados da espessura da camada limite de deslocamento em travessas.	39
Tabela 3.1	Geometria das travessas X nq	56
Tabela 3.2	Resultados para placa 1.....	67
Tabela 3.3	Resultados para placa 2.....	67
Tabela 3.4	Resultados para placa 3.....	68
Tabela 3.5	Resultados para placa 1 – Viga de Timoshenko – Método numérico...	71
Tabela 3.6	Resultados para placa 2 – Viga de Timoshenko – Método numérico...	71
Tabela 3.7	Resultados para placa 3 – Viga de Timoshenko – Método numérico...	71
Tabela 3.8	Resultados para placa 1 – Viga de Timoshenko corrigida pelo fator de aspecto.	72
Tabela 3.9	Resultados para placa 2 – Viga de Timoshenko corrigida pelo fator de aspecto.	72
Tabela 3.10	Resultados para placa 3 – Viga de Timoshenko corrigida pelo fator de aspecto.	73
Tabela 3.11	Variável J para os três primeiros modos flexionais.	76
Tabela 3.12	Freqs. naturais calculadas analiticamente utilizando a variável J – Placa 1.	77
Tabela 3.13	Freqs. naturais calculadas analiticamente utilizando a variável J – Placa 2.	77
Tabela 3.14	Freqs. naturais calculadas analiticamente utilizando a variável J – Placa 3.	77
Tabela 3.15	Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de vigas – Placa 1. ..	80
Tabela 3.16	Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de vigas – Placa 2. ..	81
Tabela 3.17	Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de vigas – Placa 3. ..	81

Tabela 3.18	Valores de J para os modos torcionais.....	82
Tabela 3.19	Constantes para determinação de J para os modos torcionais.	82
Tabela 3.20	Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de placas – Placa 1.	84
Tabela 3.21	Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de placas – Placa 2.	84
Tabela 3.22	Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de placas – Placa 3.	84
Tabela 3.23	Efeito da pré-tensão – Placa 1.....	88
Tabela 3.24	Efeito da pré-tensão – Placa 2.....	88
Tabela 3.25	Efeito da pré-tensão – Placa 3.....	89
Tabela 3.26	Fator para consideração da flexibilidade dos anéis do pré- distribuidor [39].	92
Tabela 3.27	Influência da rigidez da mola de torção nos modos flexionais.	92
Tabela 3.28	Influência da rigidez da mola de torção no modo (12).	93
Tabela 4.1	Fatores de transposição da frequência natural ar-água para o modelo de placa plana imersa [48].....	100
Tabela 4.2	Fatores de transposição da frequência natural ar-água em função da largura do meio fluido [48].	100
Tabela 4.3	Comparação dos fatores de transposição ar-água para o MEF e método analítico.	101
Tabela 5.1	Tensões relativas entre os modos naturais.	107
Tabela 6.1	Numeração dos extensômetros.....	117
Tabela 6.2	Valores médios de deformação na travessa 5 em $\mu\text{m}/\text{m}$	123
Tabela 6.3	Valores médios de amplitude característica na travessa 5 em $\mu\text{m}/\text{m}$. ..	124
Tabela 6.4	Frequências naturais experimentais da travessa 5 da usina A.....	126
Tabela 7.1	Frequências naturais experimentais da travessa 5 de Djerdap I [16]..	129
Tabela 7.2	Dados principais da seção transversal das travessas 5 a 12 – Djerdap I.....	129
Tabela 7.3	Frequências naturais no ar: método analítico e MEF – Djerdap I.....	130
Tabela 7.4	Estimativa do efeito da flexibilidade dos anéis nas frequências naturais – Djerdap I.....	130

Tabela 7.5	Fatores de transposição ar/ água para Djerdap I.	130
Tabela 7.6	Dados para estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Djerdap I.....	132
Tabela 7.7	Frequências naturais experimentais das travessas do grupo III de Capivara.	137
Tabela 7.8	Dados principais da seção transversal das travessas do grupo III – Capivara.	137
Tabela 7.9	Frequências naturais no ar: método analítico e MEF – Capivara.	137
Tabela 7.10	Estimativa do efeito da flexibilidade dos anéis nas frequências naturais - Capivara.	139
Tabela 7.11	Fatores de transposição ar/ água para Capivara.....	139
Tabela 7.12	Dados para estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Capivara.	140
Tabela 7.13	Frequências naturais experimentais da travessa 5 da usina A.....	142
Tabela 7.14	Dados principais da seção transversal da travessa 5 – Usina A.	142
Tabela 7.15	Frequências naturais no ar: método analítico e MEF – Usina A.....	143
Tabela 7.16	Estimativa do efeito da flexibilidade dos anéis nas frequências naturais – Usina A.	143
Tabela 7.17	Fatores de transposição ar/ água para a usina A.	143
Tabela 7.18	Dados para estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Usina A.....	145
Tabela 7.19	Frequências naturais experimentais das travessas da usina B [34].	149
Tabela 7.20	Dados principais da seção transversal – Usina B.....	149
Tabela 7.21	Frequências naturais no ar: método analítico e MEF – Usina B.....	149
Tabela 7.22	Estimativa do efeito da flexibilidade dos anéis nas frequências naturais – Usina B.	151
Tabela 7.23	Fatores de transposição ar/ água para a usina B.....	151
Tabela 7.24	Dados para estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Usina B.....	152

LISTA DE ABREVIATURAS

MEF Método dos Elementos Finitos

FFT *Fast Fourier Transform* – Transformada Rápida de Fourier

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da seção transversal
DT_i	Diâmetro de localização da aresta de saída da travessa
E	Módulo de elasticidade do aço
G	Módulo de cisalhamento do aço
H	Queda líquida da turbina
I	Momento de inércia da seção transversal
I_p	Momento polar de inércia da seção transversal
J	Variável auxiliar no cálculo de f
K'	Fator de cisalhamento
L	Comprimento (altura) da travessa ou placa
M	Momento fletor
P	Carregamento axial
P_b	Carregamento axial para flambagem
Q	Vazão de água da turbina
Re	Número de Reynolds
S	Número de Strouhal
S_m	Tensões axiais médias
S_a	Tensões alternadas admissíveis
V	Força cortante
V_e	Velocidade do escoamento
a_0	Abertura das palhetas diretrizes
b	Largura da travessa, placa ou grade
b_{eq}	Largura equivalente da travessa
c	Velocidade do som na água
d	Largura da esteira de vórtices
f	Fator de redução da frequência natural em função da espessura
f_v	Frequência de emissão dos vórtices (em Hz)
f_{vib}	Frequência de vibração (em Hz)
h	Espessura da travessa, placa ou grade

h_{eq}	Espessura equivalente da travessa
k	Rigidez da mola de torção
m	Massa por unidade de comprimento
m_w	Massa adicional por unidade de comprimento
n	Rotação da turbina
nq	Rotação específica da turbina
t	Tempo
x	Coordenada paralela ao comprimento da viga
y	Deslocamento na direção transversal da viga
$\Delta\alpha$	Ângulo de ataque na travessa
β	Ângulo entre a travessa e uma linha radial que passa pela sua aresta de saída
δ	Deslocamento
δ_d	Espessura da camada limite de deslocamento
ν	Coefficiente de Poisson do aço
ν_w	Viscosidade cinemática da água
ρ	Densidade do aço
ρ_w	Densidade da água
σ	Tensão
ω_i	i -ésima frequência natural (em rad/ s)
ω_v	Frequência de emissão dos vórtices (em rad/ s)
ψ	Inclinação (<i>slope</i>) decorrente do momento fletor
ζ	Fator de amortecimento

1. INTRODUÇÃO

1.1. História das Máquinas Hidráulicas

O comportamento da água e os fenômenos por ela produzidos têm sido observados pelo homem há milhares de anos. Civilizações muito anteriores à era cristã já construía obras hidráulicas voltadas à irrigação e ao armazenamento de água. Os gregos foram os primeiros a desenvolver máquinas hidráulicas para bombeamento, com a finalidade de retirar água dos porões dos navios [1] e, por volta de 250 a.C., Arquimedes propôs a primeira bomba hidráulica [2]. As rodas d'água, apesar de já conhecidas pelos romanos, passaram a ser utilizadas intensivamente apenas no século XIV, enquanto que o desenvolvimento da primeira turbina "moderna" é creditado a Benoit Fourneyron em 1833 [3].

Grande parte da evolução no projeto das turbinas hidráulicas se deu na Europa, especialmente na França, durante o século XIX. O interesse francês decorreu do fato de o país não dispor de reservas de carvão natural abundantes como a Inglaterra, e necessitar de energia para a implementação da revolução industrial. Dessa forma, no final do século XIX, a transformação da energia hídrica em elétrica se tornou um promissor ramo de estudos e investimentos, além de seu papel estratégico. Até então, a energia desenvolvida pelas turbinas vinha sendo utilizada diretamente, de forma mecânica, através de eixos, correias e polias.

A aplicação de energia hídrica mais antiga na América do Norte remonta a 1605, com uma roda d'água fornecendo energia mecânica para um moinho em Port Royal [2]. As primeiras rodas d'água eram de madeira, conforme figura 1.1, e consistiam de cinco partes principais: o eixo, os braços, os anéis externos, o anel interno de fechamento e as pás ou conchas.

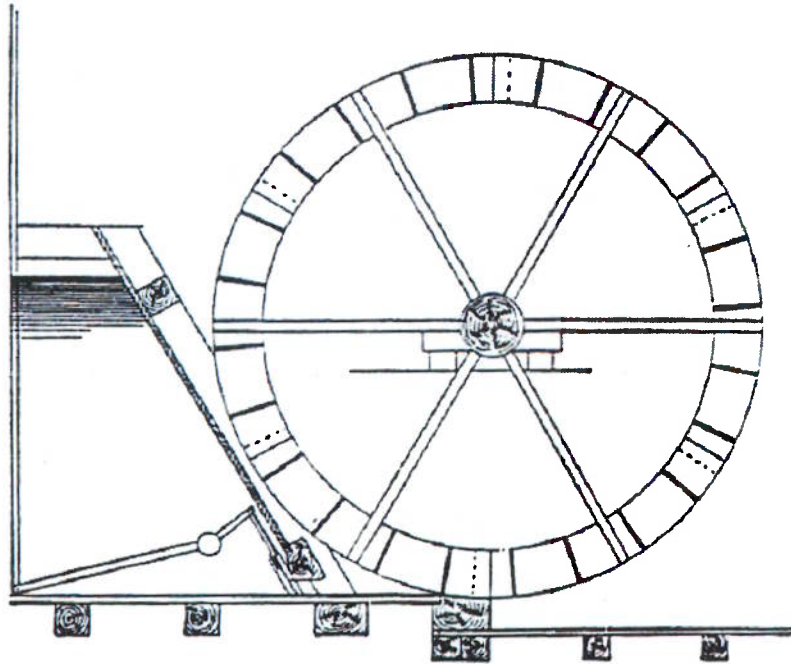


Fig. 1.1 Roda d'água com pás de madeira [2].

Durante o século XIX, o desenvolvimento das máquinas hidráulicas fez com que estas rodas fossem enclausuradas para manter a água confinada e melhorar o rendimento, além disto, alguns mecanismos de regulação foram criados. Com a viabilização da luz elétrica, por Thomas Edison, o interesse em converter energia mecânica em elétrica fez com que os estudos nesta área se tornassem bem mais intensos e justamente nesta época diversos tipos de turbinas foram patenteados. Os três tipos de turbina mais utilizados atualmente foram desenvolvidos a partir da metade do século XIX [4]. O primeiro deles é a turbina Francis, que foi proposta por James B. Francis em 1847 através de um aperfeiçoamento da turbina Howd (1837), que por sua vez era baseada na turbina de Fourneyron. Em 1877, Lesler A. Pelton construiu uma turbina em que jatos tangenciais acionavam pás em forma de concha; esta máquina recebeu o nome de turbina Pelton e teve sua patente registrada em 1880. E finalmente em 1913, Victor Kaplan patenteou um novo tipo de máquina *Propeller* com variação do passo das pás, surgindo então, a máquina Kaplan.

1.2. Tipos de Turbinas Hidráulicas

As turbinas hidráulicas convertem a energia de um fluxo hidráulico em energia mecânica, que é disponibilizada às pontas de um eixo motriz. Em uma usina hidrelétrica, essa energia é entregue a um gerador elétrico, e este, converte-a em energia elétrica.

Existem vários modos de se classificar os diferentes tipos de turbinas hidráulicas, um dos mais conhecidos é dividi-las em duas categorias, turbinas de ação e turbinas de reação:

- Turbinas de ação: operam somente com a energia cinética da água. Toda a energia potencial da água é transformada em cinética antes de chegar às conchas do rotor da turbina, isto significa que a pressão à entrada do rotor é igual à pressão à saída do mesmo. O tipo de turbina de ação mais conhecido é a turbina Pelton. Os rotores das turbinas tipo Pelton são acionados por jatos de água que atingem suas conchas que têm formato de colher dupla (lado a lado), separadas por um septo. Os jatos são gerados e direcionados através de um ou mais injetores que possuem agulhas reguladoras acionadas por servomotores hidráulicos que controlam a vazão. Quando o jato atinge o rotor, ele é dividido pelo septo das conchas e é expulso pelas laterais das mesmas. A figura 1.2 apresenta um croqui de um rotor Pelton de seis jatos.

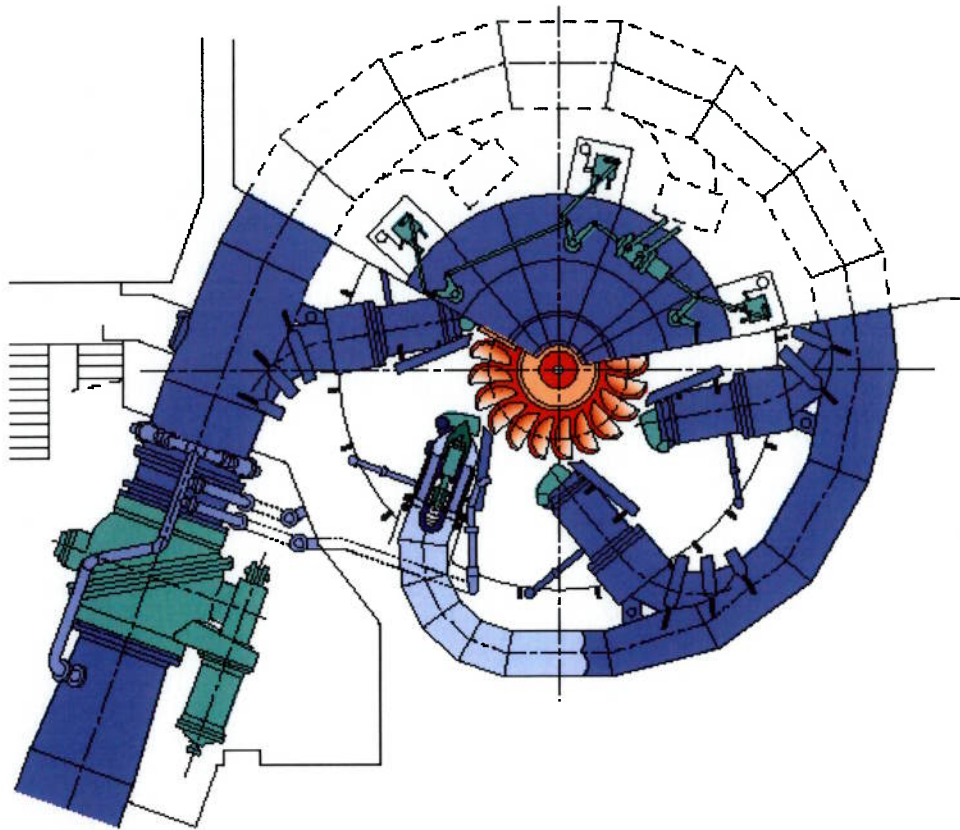


Fig. 1.2 Turbina Pelton da usina Electroperu.

- Turbinas de reação: estas turbinas operam com a energia em forma cinética e de pressão, pois só parte da energia potencial é transformada em cinética, isto significa que as pressões à entrada e à saída do rotor são diferentes. Os dois tipos de turbinas de reação mais conhecidos são Francis e Kaplan. A turbina Kaplan possui pás móveis, comandadas por um servomotor hidráulico localizado dentro do rotor ou no eixo da turbina, enquanto que os rotores Francis possuem pás fixas. Os principais componentes das turbinas Francis e Kaplan aparecem respectivamente nas figuras 1.3 e 1.4 (extraída da referência [2]). A travessa do pré-distribuidor, que é o principal foco deste trabalho, é típica de máquinas Francis e Kaplan.

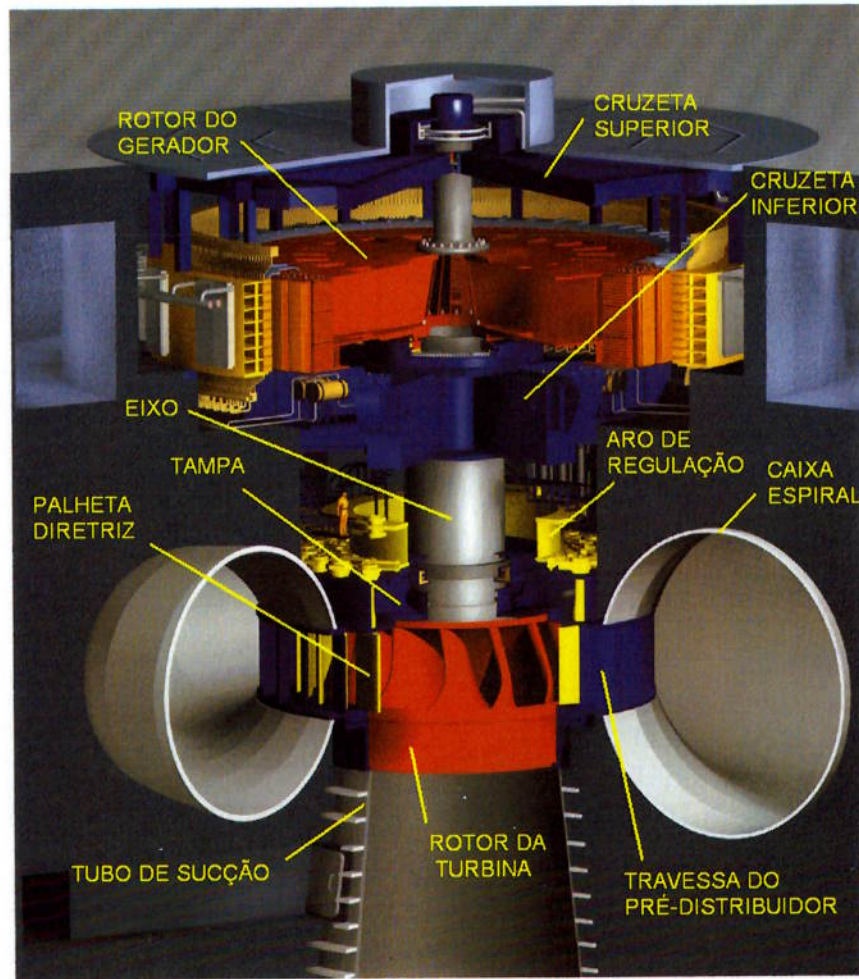


Fig. 1.3 Principais componentes de uma turbina Francis (Usina de Três Gargantas - China).

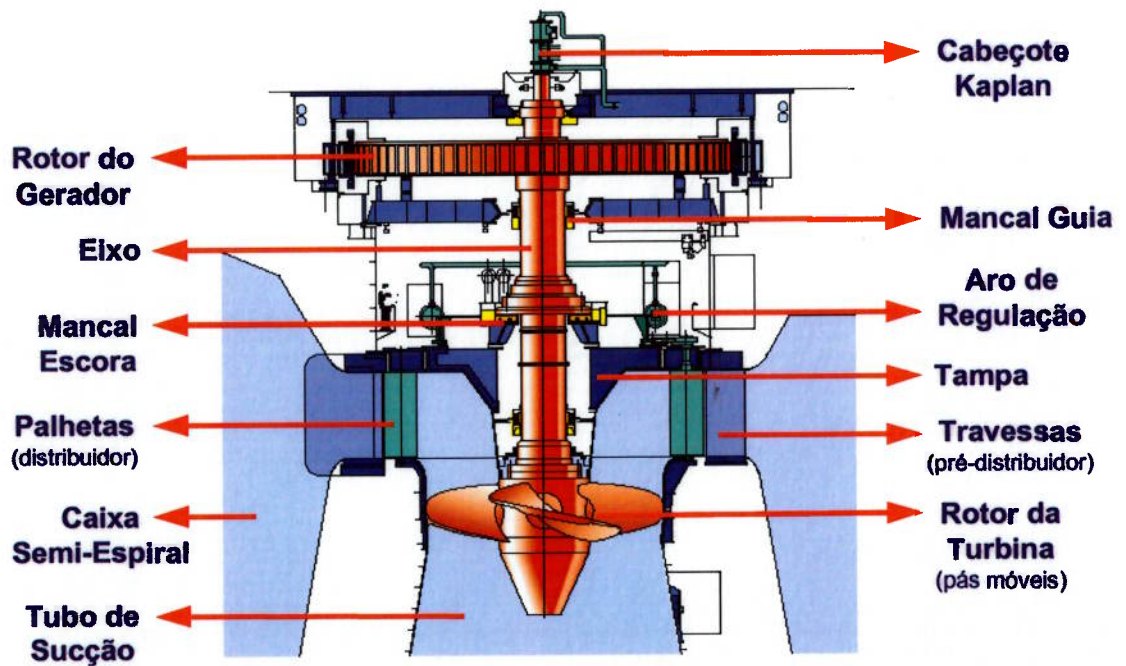


Fig. 1.4 Principais componentes de uma turbina Kaplan (Usina de Yacyretá – Argentina) [2].

O pré-distribuidor aparece com mais detalhes na foto da figura 1.5.

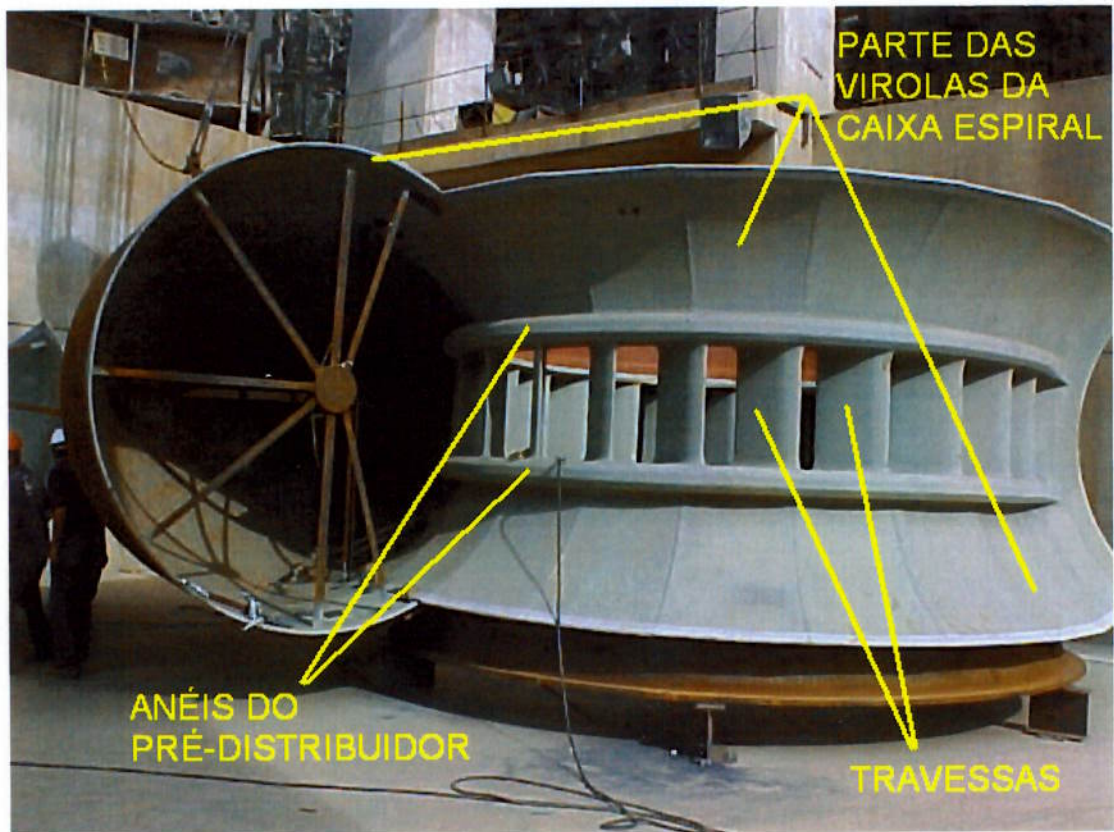


Fig. 1.5 Pré-distribuidor pouco antes da montagem na obra.

O percurso da água nas turbinas de reação pode ser explicado, resumidamente, da seguinte forma: a água que vem do reservatório de montante é guiada para o rotor da turbina, num primeiro momento, pela caixa espiral. A caixa espiral é normalmente um conduto com a forma de um caracol que tem como principal finalidade distribuir o fluxo de água igualmente por toda a periferia do rotor. A seguir, a água segue por entre as travessas do pré-distribuidor, que além da função de manter o ângulo de entrada adequado, transmitem esforços da turbina para as fundações em concreto. As travessas também evitam que a caixa espiral se “abra” demasiadamente devido à pressão da água em seu interior. A vazão de água admitida na turbina é controlada pelo posicionamento das palhetas diretrizes. Quanto mais abertas as palhetas, maior a vazão engolida. Finalmente, no rotor da turbina, a energia da água é transformada em energia cinética. A transformação para energia elétrica se dará no gerador.

O campo de aplicação de cada um dos três tipos mais importantes de turbinas hidráulicas é apresentado na figura 1.6 reproduzida de [2]. A turbina bulbo é uma variação da turbina Kaplan.

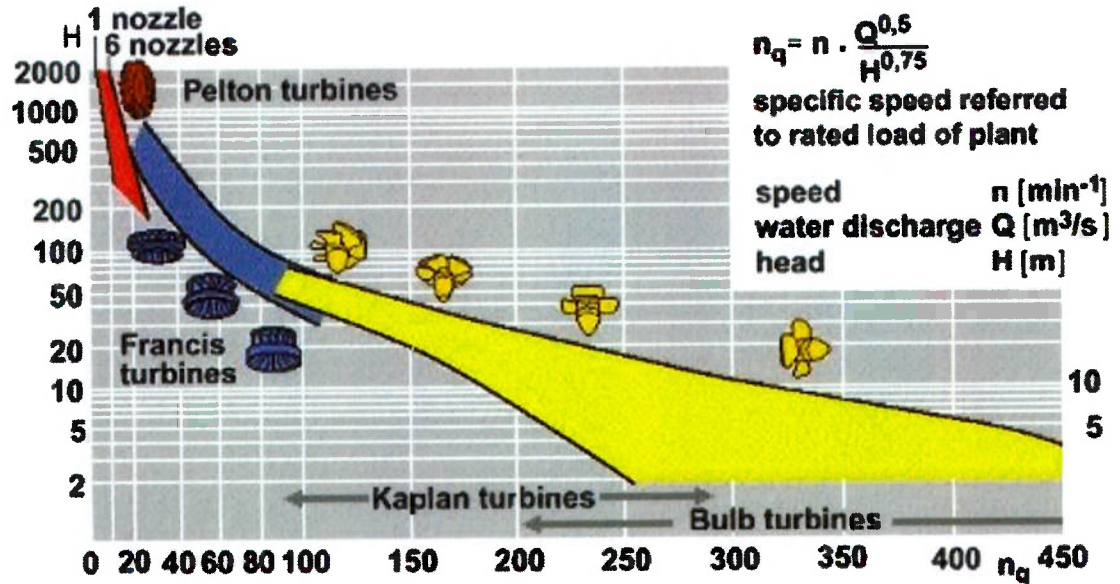


Fig. 1.6 Campo de aplicação das turbinas Pelton, Francis e Kaplan [2].

A escolha do tipo e das dimensões da máquina depende basicamente da queda onde esta irá operar e da vazão a ser turbinada. A rotação específica da turbina (nq), que aparece na abscissa do gráfico acima, é calculada pela seguinte equação:

$$nq = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{0,75}} \quad (1.1)$$

Onde:

n é rotação da turbina em rpm,

Q é a vazão de água em m³/s,

H é a queda líquida da máquina em mca (metros de coluna de água).

A rotação específica, conforme definição acima, corresponde à rotação que uma máquina teria no seu ponto de maior rendimento se operasse com uma queda de 1 mca, e uma vazão de 1 m³/s. Fundamentada nas leis de semelhança, a rotação específica é utilizada para escalar o protótipo em função do modelo, em escala reduzida, testado em laboratório.

1.3. Motivações deste Trabalho

Desde o surgimento da primeira turbina hidráulica, a potência destas máquinas só fez aumentar. Existem hoje, turbinas Francis com potência de até 800 megawatts. Cada uma destas máquinas poderia alimentar uma cidade brasileira com cerca de 3,8 milhões de habitantes.

Este contínuo aumento da potência é motivado por razões econômicas já que o custo por megawatt gerado diminui com o aumento da potência unitária da máquina. Uma consequência direta desta tendência é o aumento do tamanho das turbinas. A experiência adquirida pelos fabricantes e os modernos métodos de cálculo disponíveis fizeram com que a massa das turbinas não precisasse aumentar no mesmo ritmo. Isto, por outro lado, reduziu a rigidez destas estruturas e as tornou mais suscetíveis a problemas de vibração. Um destes problemas, que é o foco deste trabalho, é a vibração das travessas do pré-distribuidor causada pela emissão e desprendimento de vórtices.

Desde o primeiro caso de falha em travessas, publicado em 1968 e atribuído aos vórtices de von Kármán, pelo menos outros 22 foram relatados, sendo o mais recente deles em 2002. Isto indica que, apesar das muitas análises teóricas e experimentais realizadas, a fundamentação do problema ainda não está totalmente compreendida ou adequadamente difundida.

As travessas de uma turbina hidráulica possuem um perfil semelhante a uma chapa plana (ou hidrofólio, dependendo da usina) e estão sujeitas ao efeito de vórtices quando submetidas ao escoamento. A determinação da frequência destes vórtices, bem como de suas intensidades, não é trivial. São diversos os fatores citados na literatura que afetam o comportamento dos vórtices, a saber:

- Uma usina hidrelétrica possui, em geral, em torno de 22 travessas e devido à diferença do ângulo de incidência do fluido em cada uma delas, os vórtices gerados em cada travessa de uma mesma usina não têm comportamentos idênticos,
- Sendo a formação dos vórtices muito sensível à aresta de saída da travessa, pequenas diferenças de fabricação podem levar a diferentes tipos de vibrações induzidas. Em outras palavras, perfis hidráulicos semelhantes (porém não

idênticos) podem levar a resultados, em termos de vibração, completamente distintos,

- O posicionamento das palhetas diretrizes a jusante das travessas afeta a geração dos vórtices, especialmente quando o descolamento do fluido se dá no meio da travessa e não na borda de fuga,
- Muitas usinas hidrelétricas são projetadas para operar com vazões entre 40% e 110% da vazão nominal e a variação na vazão implica em uma variação na frequência de emissão dos vórtices.

Mesmo no caso do escoamento nas travessas estar perfeitamente definido, ainda resta uma série de incertezas a respeito do comportamento mecânico da travessa, como por exemplo:

- Determinação do fator de amortecimento do sistema,
- Quantificação da redução das frequências naturais pelo fato de a travessa estar imersa em água,
- Condições de contorno na região de união da travessa com os anéis do pré-distribuidor,
- Efeito das tensões atuantes na travessa, normalmente de tração, no valor da frequência natural,
- Modos naturais passíveis de excitação pelos vórtices,
- Tensão dinâmica máxima que uma travessa pode suportar sem apresentar trincas.

Faz-se necessário, portanto, além de uma análise mais detalhada do escoamento, um estudo mais acurado deste comportamento incluindo considerações de fadiga.

O enfoque principal desta dissertação está no comportamento mecânico da travessa e se dará basicamente em três frentes: analítica, experimental e numérica, pelo método dos elementos finitos.

No capítulo 2 é apresentada uma análise crítica dos diversos trabalhos publicados sobre a ocorrência de trincas em travessas nos últimos 40 anos. Estes trabalhos são utilizados também como referência para a estimativa da frequência de emissão dos vórtices e de um valor prático de tensão limite de resistência à fadiga para travessas. A análise matemática da vibração em travessas se inicia no capítulo 3. Primeiro são escolhidas três geometrias significativas com as frequências sendo calculadas pelo método dos elementos finitos. A seguir, os valores de frequência obtidos são

utilizados como base para a avaliação dos diversos métodos analíticos de cálculo disponíveis. Foram analisados: viga de Euler-Bernoulli, teoria de placas finas e viga de Timoshenko. Na seção 3.6 propõe-se um fator de redução da frequência natural em função da espessura, baseado na viga de Timoshenko, para utilização conjunta com a teoria de placas. No capítulo 3 são ainda avaliados os efeitos da pré-tensão na travessa, da flexibilidade dos anéis do pré-distribuidor e do fato de a seção transversal da travessa não ser perfeitamente retangular.

A estimativa da frequência natural da travessa na água, tanto analiticamente como pelo MEF, aparece no capítulo 4. As frequências passíveis de ressonância com os vórtices, bem como as tensões associadas a cada modo natural, são calculadas no capítulo 5. O capítulo 6 apresenta o tratamento dos sinais e os resultados das medições de deformações realizadas na usina A. Os valores experimentais da usina A e de outras três usinas são comparados com os valores teóricos, no capítulo 7. As conclusões deste trabalho são mostradas no capítulo 8.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

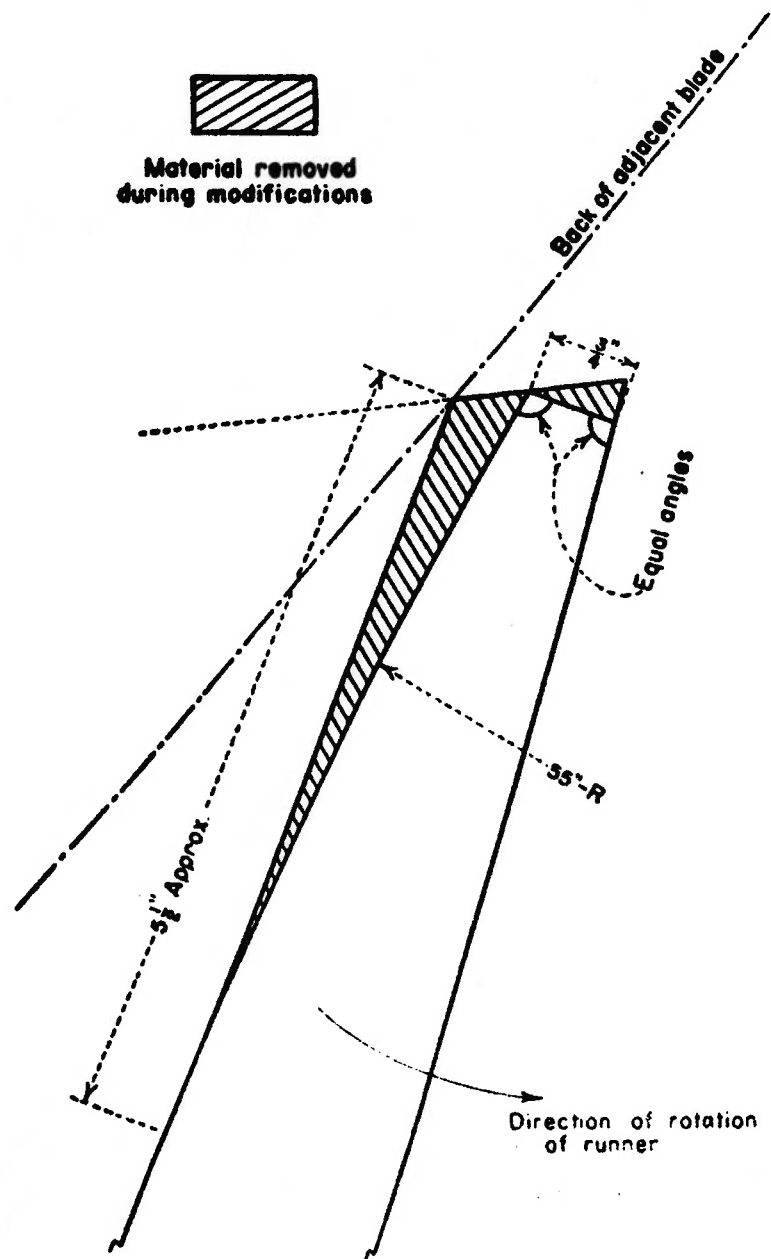
Este capítulo consiste num compêndio dos principais trabalhos publicados sobre vibrações em travessas. Estes trabalhos são avaliados e comparados. Uma lista com os principais casos de falha é apresentada e são tecidas considerações sobre as tensões estáticas e dinâmicas atuantes na travessa. É proposto um procedimento analítico para estimativa da frequência de emissão dos vórtices. O fenômeno do *lock-in* é introduzido e o limite de resistência à fadiga da travessa é calculado. Para finalizar, são indicadas as principais medidas de reparo no caso de trincas em travessas.

2.1. Retrospecto das Trincas em Travessas

Para um melhor entendimento do histórico das trincas em travessas de pré-distribuidores de turbinas hidráulicas, vale a pena analisar, primeiramente, um fenômeno correlato que foi o aparecimento de trincas em pás de rotores Francis.

Como será visto mais adiante, se o primeiro caso documentado de trincas em travessas apareceu em 1968, já em 1952 Parmakian e Jacobson [5] relataram um caso de trincas nas pás do rotor Francis da usina de Parker. Relatos de vibrações indesejadas em rotores Francis já existiam desde 1930, mas não havia nenhum registro do aparecimento de trincas. Nestes casos o problema foi solucionado basicamente através de dois enfoques: soldando um perfil de aço entre pás adjacentes na altura do meio destas ou afinando por esmerilhamento a aresta de saída da pá.

Na usina de Parker, após uma tentativa infrutífera com os perfis de aço decidiu-se pela modificação da aresta de saída. Ver figura 2.1.



**CROSS SECTION OF TRAILING EDGE AND MODIFICATION OF
TURBINE BLADE**

Fig. 2.1 Modificação da aresta de saída da pá do rotor da usina de Parker [5].

As vibrações foram eliminadas e as trincas não voltaram a aparecer. A variação na amplitude de aceleração da pá, antes e depois da modificação, pode ser conferida no gráfico da figura 2.2.

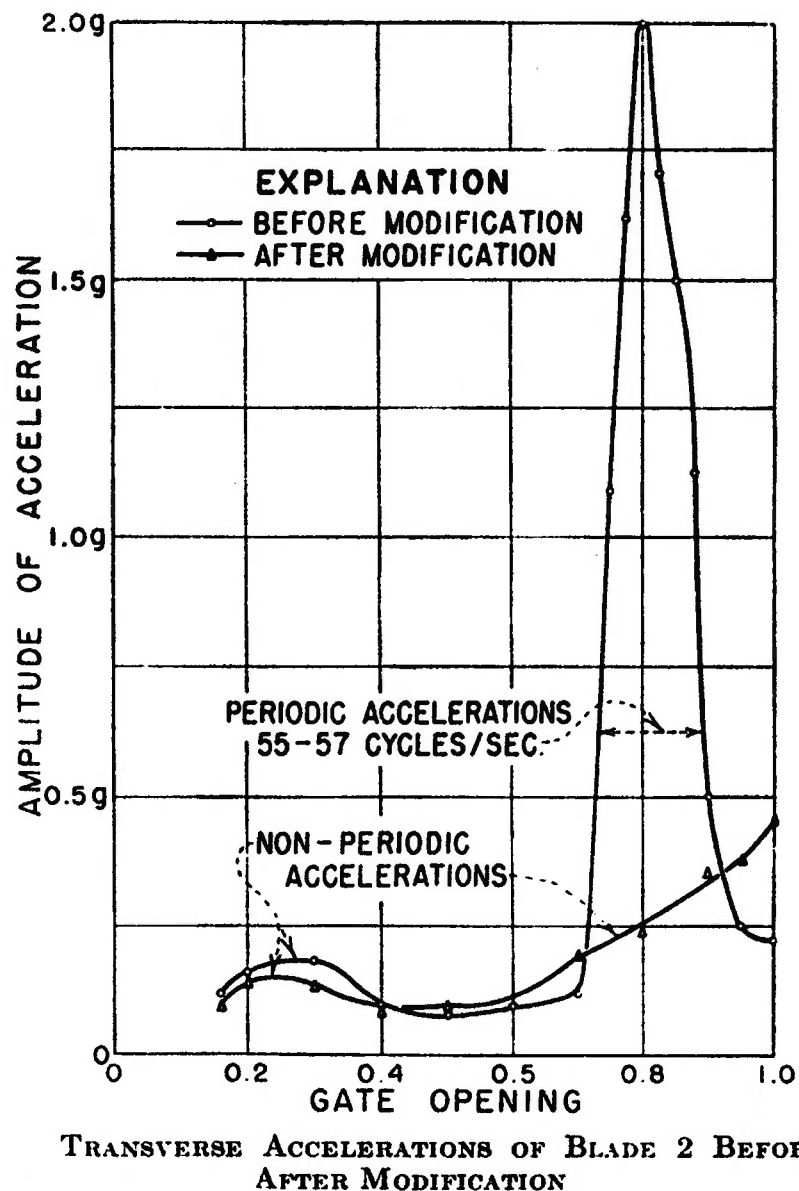


Fig. 2.2 Amplitude da aceleração na pá do rotor da turbina de Parker [5].

Foi especulado que a provável causa seria a ressonância com vórtices de von Kármán. É digno de nota que as mais bem sucedidas estratégias utilizadas na década de 50 para redução da vibração de rotores teriam efeito num eventual caso de ressonância com vórtices. A soldagem do perfil de aço evitaria a ressonância através do aumento da frequência natural das pás enquanto que a mudança da aresta de saída deslocaria a frequência de excitação. Entre as duas alternativas discutidas, o chanfro na aresta de saída parece a mais adequada pelos seguintes motivos: é normalmente mais simples de ser implementada já que a geometria da aresta pode ser alterada por esmerilhamento, não há soldas adicionais o que minimiza o risco de eventuais

tensões residuais no rotor e, conforme verificado em algumas usinas, pode elevar sensivelmente a potência da turbina, pois se aumenta a área de descarga de água na saída do rotor e, com a redução dos vórtices, diminuem-se as perdas no escoamento associadas à força de arrasto. Apesar de aparentemente não testada em laboratório, a alternativa da solda do perfil nas pás deve reduzir levemente o rendimento e chegou a causar problemas de cavitação em algumas unidades. A cavitação foi eliminada com a modificação da localização do perfil. As arestas de saída eram originalmente espessas devido ao fato de as pás dos rotores Francis serem normalmente fundidas e para se evitar trabalho e custo adicional de retirada de material.

Conforme comentado por Donaldson [6], em 1953 foram testadas, supostamente pela primeira vez, arestas de saída de pás com uma concavidade no centro. Os testes foram realizados nos rotores das usinas de Osage e Canyon Ferry com resultados satisfatórios.



Fig. 2.3 Aresta de saída com concavidade no centro [6].

Em 1968 Goldwag e Berry [7] apresentaram o primeiro trabalho sobre a ocorrência de trincas em travessas de pré-distribuidores, referente à usina de Little Long de propriedade da Ontario Hydro. As trincas foram associadas à fadiga causada por forças dinâmicas produzidas pela emissão de vórtices de von Kármán. A aresta de saída foi modificada e o problema resolvido. Desde então diversos estudos sobre vibrações em pás e travessas associadas aos vórtices de von Kármán foram produzidos. Dessa forma, seria de se imaginar que a questão dos vórtices estaria equacionada. Isto, entretanto, não é o caso. Desde 1968 pelo menos outros 21 casos de trincas em travessas foram relatados, sendo os mais recentes em 2002, ver tabela 2.1. Fica claro, portanto, que apesar de todos os esforços, o cálculo da ocorrência ou não de ressonância associada à geração e desprendimento de vórtices ainda não está dominado ou suficientemente difundido.

Nome da Usina País Tipo de Máquina	Ano em que as Trincas Foram Encontradas	Queda da Máquina [mca]	Potência Unitária [MW]	Tipo de Pré- Distribuidor	Frequência de Vibração [Hz]	Perfil da Aresta de Saída		Tensões Dinâmicas Medidas Pico a Pico [MPa]		Observações	Ref.
						Antes	Depois	Antes	Depois		
Malpaso México Francis	1977	85	185	Soldado.	---	---	---	---	---	---	[8]
Água Vermelha Brasil Francis	1978	60	250	Soldado, do tipo caixa.	---			82 (com 234 MW)	12 (com 252 MW)	---	[8] [11] [14]
São Simão Brasil Francis	1979	71	272	Soldado, do tipo caixa. Concreto com a caixa espiral pressurizada. Travessas com 90 e 100 mm de espessura.	73			200 (p/ travessa de 90 mm) 9,5 (p/ travessa de 100 mm)	3,5 (p/ travessa de 90 mm) 9,5 (p/ travessa de 100 mm)	Somente as travessas de 90 mm apresentaram trincas. As trincas também só apareceram nas unidades 1, 3 e 5. Unidades 2, 4 e 6 não apresentaram problemas. Atribuído a diferenças na geometria do conduto forçado. Ressonância ocorre na região de sobre-potência da máquina.	[8] [11] [14]
Sobradinho Brasil Kaplan	1980	27	178	Soldado. Caixa espiral em concreto. 3 Tipos de travessas: I Trav. 2 e 3, II Trav. 4 e III Trav. 5 a 12.	---			16 (m. máx.) 7 (mín.)	---	Apenas as travessas 5 e 12 (Grupo III) apresentaram trincas.	[8]
Itumbiara Brasil Francis	1981	80	354	Soldado, do tipo caixa.	100			170	6,4	---	[15]
Djerdap I Sérvia Kaplan	1983	27,2	193,5	Soldado.	37			15	---	Tensões foram medidas a 90 mm da região de aparecimento de trincas.	[16] [17]
Nipawin Canadá Kaplan	1986	32,6	86	Soldado.	---			166	20	---	[8]
— Iugoslávia Kaplan	1986	---	60	Soldado.	52	---	---	80	---	Ressonância com as palhetas. Visível pela vibração das alevancas. Vibração eliminada através da conexão de travessas adjacentes.	[18]
Nkula Falls Malawi Francis	1992	52	21	Soldado.	329			---	---	---	[19]
Yacyreta Argentina Kaplan	1996	21,3	154	Soldado.	25 e 58			26 (25 Hz) 68 (58 Hz)	4	Com a potência da máquina igual a 50 MW, travessa vibrava com frequência de 25 Hz. Com a potência de 107 MW, travessa vibrava a 58 Hz.	---
Mian Hua Tan China Francis	2002	87,6	153	Soldado.	165 e 200	---	---	---	---	Com P=120 MW travessas 15 a 22 vibram a 165 Hz. Quando P=140 MW travessas 6 a 14 vibram a 200 Hz.	---

A década de 60, quando as primeiras trincas em travessas começaram a aparecer, foi um período de grandes mudanças no projeto de turbinas hidráulicas. Em 1960 o tamanho e a potência das turbinas não eram muito diferentes daqueles do pós-guerra, porém já no final da década, os valores de potência haviam sido multiplicados por quatro. Como nessa época a ênfase estava nas unidades de baixa queda localizadas nas Américas e na Rússia, a maior parte das mudanças ficou concentrada em unidades de alta rotação específica, o que juntamente com altas potências, implica em grandes máquinas.

Questões financeiras influenciaram o aumento do tamanho das máquinas, a adoção de máquinas com maior rotação específica para uma dada queda e a utilização de métodos de cálculo mais sofisticados para reduzir os fatores de segurança e obter componentes mais otimizados.

O aumento no tamanho dos componentes acarretou mudanças nos processos de fabricação e montagem na obra. Componentes fundidos e parafusados na obra não eram mais viáveis e os fabricantes passaram, então, para as construções soldadas, com muitas destas soldas sendo realizadas no campo. Como consequência, aumentou-se também a quantidade de usinagem realizada na obra.

Todos os fatores citados acima contribuíram de alguma forma para o surgimento de trincas em travessas do pré-distribuidor, a saber:

- Se para uma mesma queda utiliza-se o projeto de uma turbina com rotação específica igual ao de uma turbina já em operação, as leis da homologia indicam que esta nova máquina deve operar satisfatoriamente. Se por outro lado, a rotação específica é aumentada e não existem mais referências em funcionamento, o fabricante passa a depender tão somente de ensaios em modelo reduzido e cálculos para prever o funcionamento da nova turbina,
- O aumento da rotação específica para uma dada queda leva a um aumento na velocidade do escoamento e a travessas mais finas, o que aumenta sobremaneira a possibilidade de ressonância com vórtices,
- Componentes fundidos, com seus grandes raios de arredondamento e por consequência, menores tensões concentradas, possuem grande resistência à fadiga enquanto componentes soldados, com seus inevitáveis defeitos de solda, não,

- Soldas realizadas no campo, não importa quão cuidadosamente tenham sido executadas, sempre induzem tensões residuais, já que um completo alívio de tensões não é possível.

Os primeiros pré-distribuidores soldados tinham uma geometria muito similar a dos fundidos, ou seja, os anéis superior e inferior possuíam uma curvatura que acompanhava a curvatura da caixa espiral. Ver o exemplo da usina de Capivara mostrado na figura 7.10. Este tipo de projeto, apesar de excelente hidraulicamente, acarretava altas tensões de flexão na região da aresta de entrada das travessas quando a caixa espiral era pressurizada. Para resolver este problema, foi criado o pré-distribuidor do tipo caixa onde a inércia do anel era muito maior, o que proporcionava uma distribuição mais uniforme do momento fletor pela seção transversal das travessas. A usina B, discutida na seção 7.4, possui um pré-distribuidor deste tipo. Isto permitiu travessas mais finas ou mais curtas na direção do escoamento mantendo-se o mesmo nível de tensões admissíveis. As frequências naturais, porém, caíram sensivelmente.

A figura 2.4 extraída da referência [14] ilustra bem a mudança.

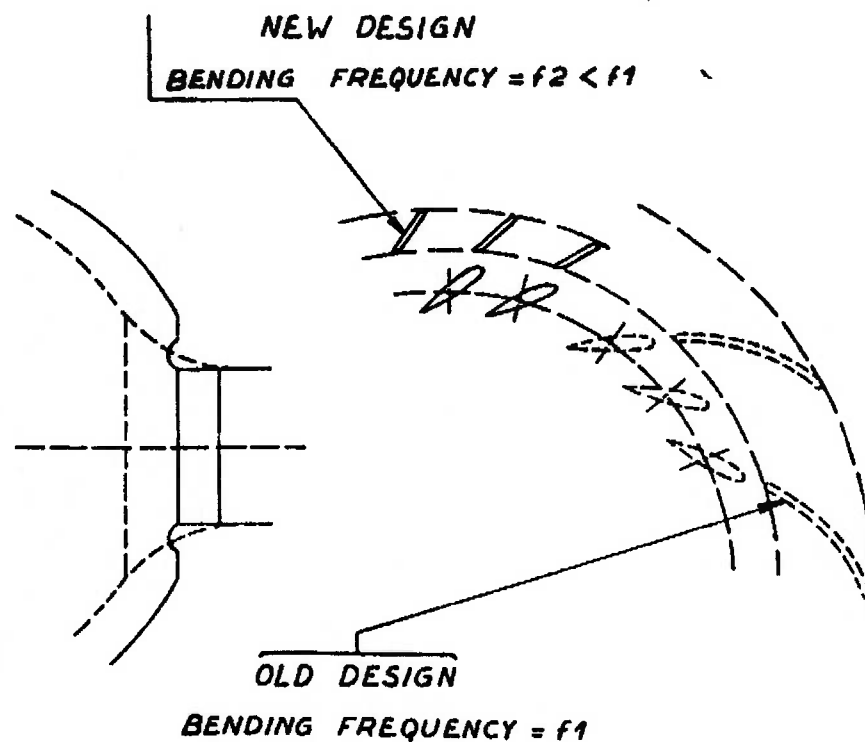


Fig. 2.4 Novo conceito de projeto de pré-distribuidores [14].

Entre as ocorrências de trincas em travessas citadas na tabela 2.1 não há evidências de nenhum caso onde o fabricante da turbina não tivesse assumido a responsabilidade pela correção do problema, mas problemas deste tipo sempre acarretam perdas de geração e só depois de algum tempo de operação, a solução apresentada pode ser considerada confiável. As turbinas da tabela 2.1 foram projetadas pelos mais diversos fabricantes o que indica claramente que o problema é geral e não restrito a um fabricante em particular.

A descrição do fenômeno é similar para a maioria delas (para maiores detalhes, ver exemplos no capítulo 7 deste trabalho). A primeira indicação de que algo estava errado foram ruídos ou vibrações, normalmente a partir de aberturas do distribuidor iguais ou superiores a 70%. Apesar de incomuns, estes efeitos não foram considerados graves o bastante para impedir a operação comercial da máquina. Porém, já na primeira inspeção, ao redor de 2000 horas de operação, trincas foram encontradas nas travessas no ponto de união destas com os anéis do pré-distribuidor. Estas trincas tipicamente se originam na aresta de saída, mas podem partir também da aresta de entrada. As trincas têm seu início em defeitos localizados na solda. Para turbinas com diferentes tipos de travessas é muito comum que apenas algumas delas apresentem trincas, normalmente as mais flexíveis.

Na imensa maioria dos casos a causa das trincas foi associada aos vórtices de von Kármán.

A solução consistiu em reparo da solda e modificação da aresta de saída para reduzir a amplitude das vibrações. A solução, porém só pôde ser considerada adequada após considerável tempo em operação e paradas para vistoria da máquina. Nos poucos casos onde a modificação da aresta de saída não foi suficiente para resolver o problema, referência [13] por exemplo, o fabricante instalou “placas amortecedoras” que são chapas horizontais conectando travessas adjacentes pela seção localizada no meio da altura da travessa. Esta solução, entretanto causa uma diminuição no rendimento da turbina além de perder a homologia com o modelo. As figuras 2.5 e 2.6, ilustram esta solução.

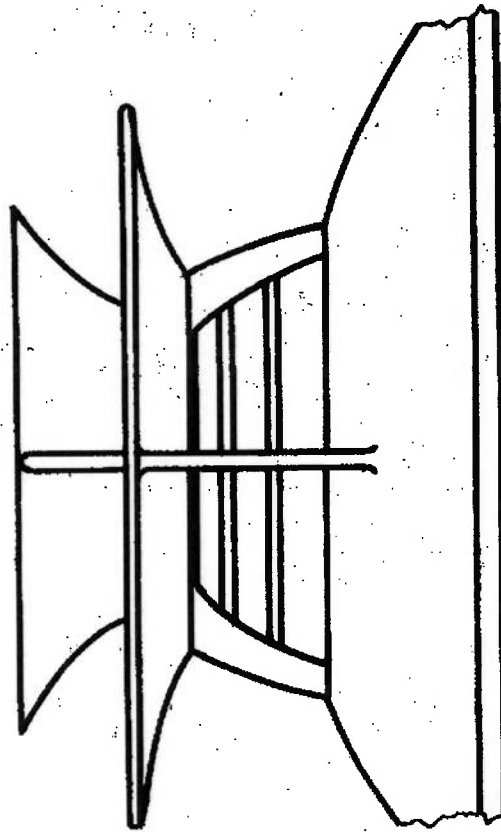


Fig. 2.5 Placas amortecedoras – vista em perspectiva [13].

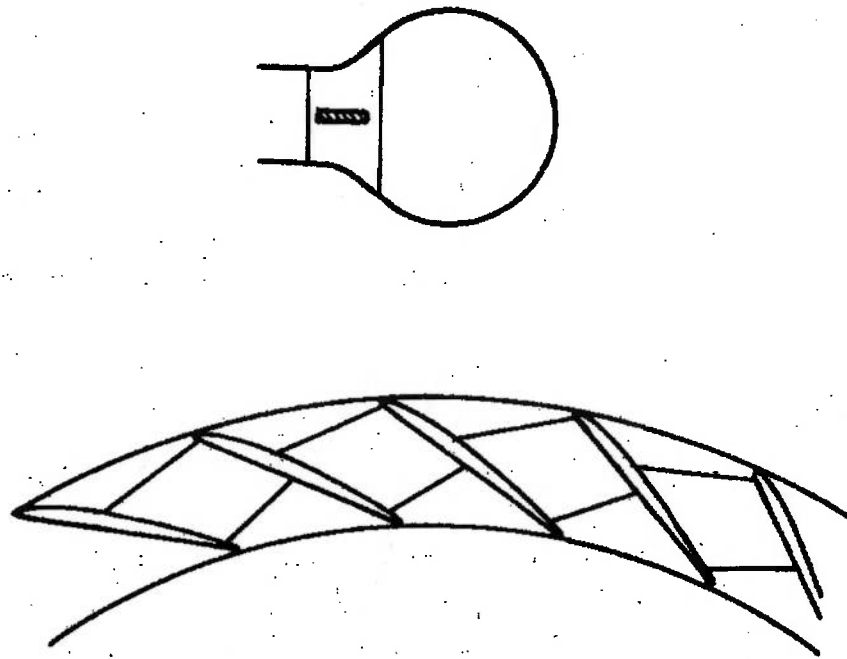


Fig. 2.6 Placas amortecedoras – vista em corte e planta [13].

Não raro, as vibrações nas travessas, induzidas pelos vórtices, podem ser sentidas em outros pontos da usina. Um exemplo é a usina de Donje na Suécia, conforme relatado por Benkö e Holmén em [9]. A usina é do tipo Kaplan com potência de 30 MW e queda de 33 mca e está representada na figura 2.7.

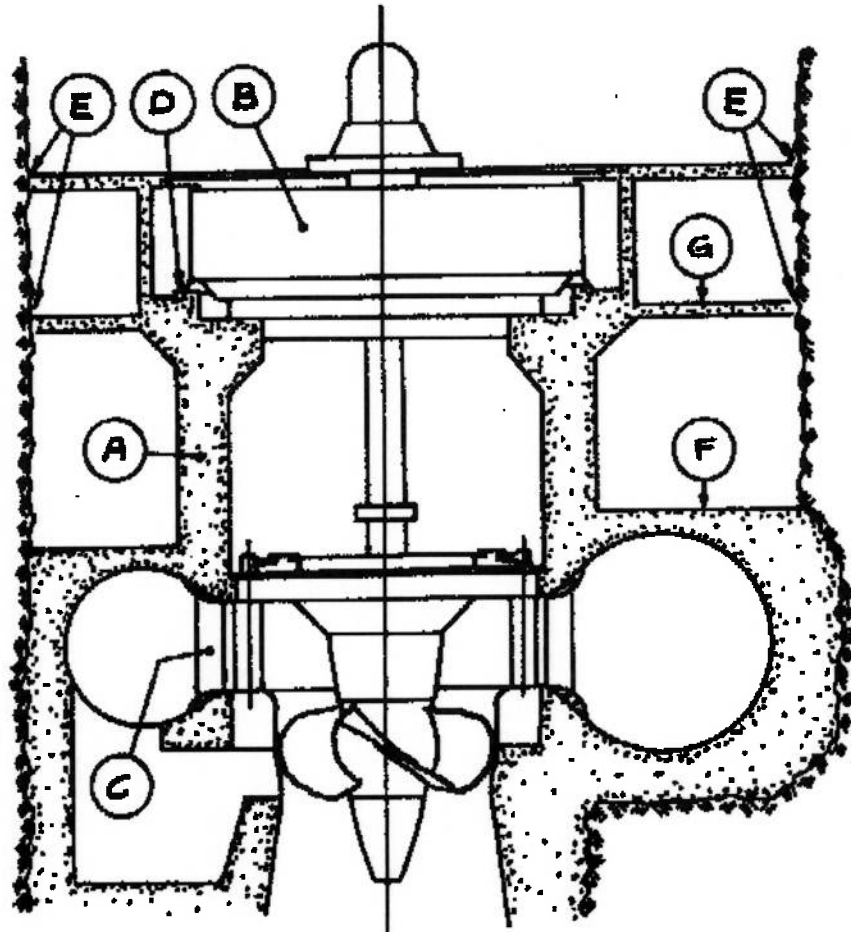


Fig. 2.7 Usina de Donje - Suécia [9].

As vibrações eram tão intensas que eram sentidas no piso da turbina (F) e no piso do gerador (G). Chegaram a provocar inclusive movimento relativo entre os pisos da casa de força e a rocha ao redor (E). Uma inspeção constatou que várias travessas estavam trincadas. As arestas de saída foram, então, chanfradas. Após esta modificação, a tensão máxima medida nas travessas foi 10 MPa pico a pico. Com um novo ajuste nas arestas de saída, a tensão máxima foi reduzida para 4 MPa pico a pico.

Os dados da tabela 2.1 permitem chegar às seguintes conclusões:

- Todos os pré-distribuidores que apresentaram trincas eram soldados.
- Não foram documentadas trincas em turbinas cuja queda fosse superior a 101 mca.
- Em todos os casos onde a frequência de vibração foi medida, as travessas estavam vibrando em uma de suas frequências naturais na água, ou seja, a travessa estava em ressonância, situação em que as tensões dinâmicas são altas o bastante para causar fadiga.
- Com base nos valores de tensão medidos antes das modificações pode-se inferir que tensões dinâmicas da ordem de 20 MPa pico a pico podem levar travessas a trincarem.
- Uma travessa em ressonância pode atingir tensões dinâmicas da ordem de 200 MPa pico a pico.
- Após as modificações as tensões dinâmicas máximas se mantiveram, em geral, abaixo de 10 MPa pico a pico.

2.2. Tensões Estáticas

O pré-distribuidor está sujeito basicamente às forças de pressurização da caixa espiral, às cargas transmitidas através da tampa da turbina e do concreto e às reações hidráulicas do fluxo passando pelas travessas. Normalmente apenas os dois primeiros fatores são considerados relevantes no projeto de pré-distribuidores.

Os carregamentos decorrentes da pressão da água são calculados a partir da queda máxima nominal, máxima pressão durante rejeição de carga e pressão do ensaio hidrostático, que é usualmente 50% superior à máxima pressão transitória durante uma rejeição de carga. Quando a caixa espiral é concretada envolta por uma manta elástica, todos os esforços decorrentes da variação de pressão são absorvidos pela caixa espiral e pelo pré-distribuidor. Por outro lado se a caixa espiral é concretada pressurizada com água, usualmente com pressão equivalente a 80% da queda mínima da usina, o concreto ao redor absorve parte dos esforços.

O valor dos esforços transmitidos pela tampa e pelo concreto para o pré-distribuidor depende basicamente do posicionamento do mancal escora da unidade. Para

máquinas verticais pequenas em que o mancal escora é posicionado acima do gerador, o peso das partes rotativas e o empuxo axial são suportados quase que exclusivamente pela estrutura civil da casa de força e este carregamento não atinge as travessas. Para máquinas maiores existem duas alternativas: mancal de escora instalado na cruzeta abaixo do gerador e mancal de escora instalado no cone sobre a tampa da turbina. No primeiro caso, parte da carga do mancal é suportada pelo concreto e parte é transmitida pelas travessas do pré-distribuidor. No segundo caso todo o carregamento é absorvido pelas travessas. Esta situação é benéfica para a travessa, pois induz tensões de compressão o que contrabalança as tensões de tração causadas pela pressão da água, além de melhorar, em geral, a resistência à fadiga da peça. A figura 1.3 mostra uma máquina com mancal escora instalado na cruzeta inferior do gerador, enquanto que as figuras 1.4 e 6.1 apresentam exemplos de mancais escora apoiados na tampa da turbina.

Independentemente do arranjo do mancal escora escolhido, as tensões nas travessas podem ser estimadas através de modelos analíticos, ou mais recentemente, pelo método dos elementos finitos, com uma boa precisão. Isto foi comprovado através de medições em travessas no campo, especialmente nas travessas com trincas, e posterior comparação com as tensões previstas.

Considerando-se que o material usual para travessas é o aço carbono de granulação fina, com tensão de escoamento da ordem de 320 MPa e tensão de ruptura ao redor de 500 MPa, aliado ao fato de que as especificações técnicas pedem, em geral, tensões médias não superiores a $\frac{1}{3}$ do escoamento ou $\frac{1}{4}$ da ruptura do material pode-se inferir que a tensão média presente nos pré-distribuidores da tabela 2.1 é da ordem de 100 MPa. Dessa forma, mesmo adotando-se um fator de concentração de tensão para a região de conexão da travessa com o anel da ordem de 1,5, ver por exemplo Peterson [20], a tensão máxima de trabalho não ultrapassaria 50% da tensão de escoamento ou 40% da tensão de ruptura do material. Fraturas frágeis são descartadas com a adoção de valores apropriados de trabalho de impacto, por exemplo, 27 J a -20°C .

Dessa forma conclui-se que se apenas forças estáticas estivessem presentes as travessas jamais trincariam.

2.3. Tensões Dinâmicas Causadas pelo Escoamento

As condições do escoamento numa travessa típica podem ser vistas na figura 2.8 retirada da referência [8]. Esta figura apresenta a configuração em cascata formada pelas travessas (*stay vanes*) e palhetas diretrizes (*guide vanes*). O valor do número de Reynolds (Re) na região da aresta de saída é normalmente ao redor de $10^6 \sim 10^7$, com estes valores obedecendo à seguinte definição:

$$Re = \frac{V_e \times b}{\nu_w} \quad (2.1)$$

Onde:

V_e é a velocidade do escoamento nas imediações da aresta de saída,

b é a dimensão da travessa representada na figura 2.8,

ν_w é viscosidade cinemática da água.

Como uma aproximação aceitável, o escoamento pode ser considerado composto de duas regiões: uma camada limite viscosa próxima à superfície da travessa e uma região de escoamento invíscido entre as travessas.

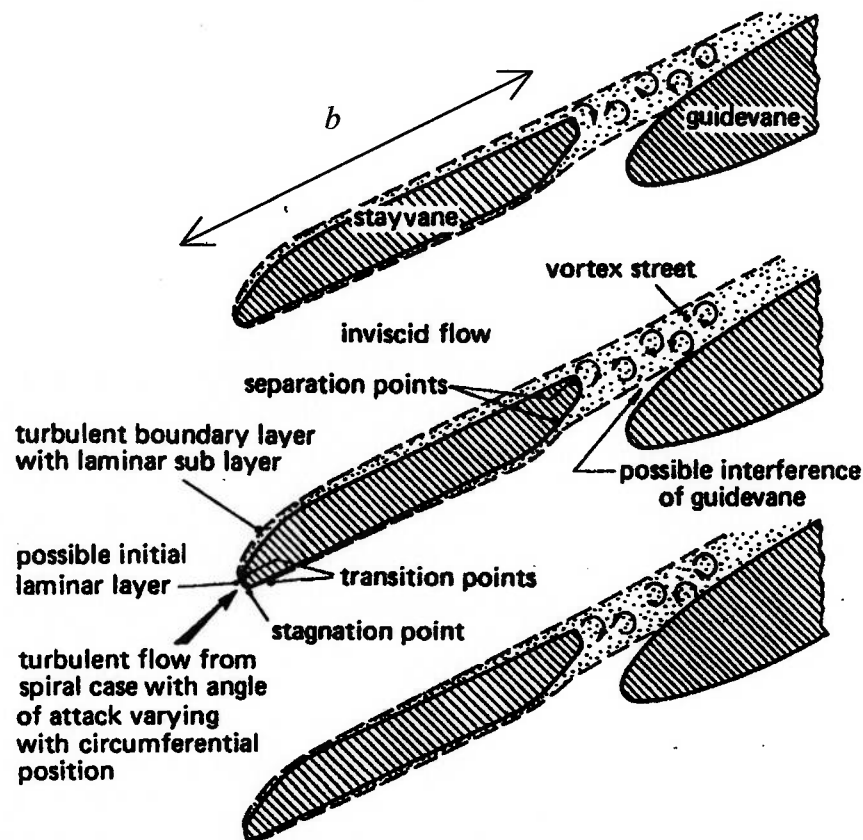


Fig. 2.8 Condições do escoamento no canal formado pelas travessas [8].

O escoamento na camada limite tem uma influência desprezível na região do escoamento invíscido, porém, o crescimento da camada limite é determinado pelos gradientes de pressão na região invíscida.

A camada limite começa logo após o ponto de estagnação e após uma curta distância o escoamento na camada limite passa de laminar a turbulento. A camada limite turbulenta continua então a aumentar de espessura ao redor das duas superfícies da travessa, lado de alta pressão e lado de baixa pressão, sob a influência do escoamento invíscido, até que ocorra a separação do escoamento da superfície da travessa. A separação ocorre pelo fato de a camada limite ter atingido uma espessura crítica ou por haver uma mudança brusca na geometria da travessa que force a separação. A separação do escoamento não precisa necessariamente ocorrer à mesma distância do ponto de estagnação nos dois lados da travessa, especialmente se não houver uma mudança abrupta na geometria.

Esta separação resulta numa esteira de vórtices sendo gerada a partir da aresta de saída, o que cria uma variação na pressão hidráulica atuando na travessa, com frequência igual à de emissão dos vórtices. Se a intensidade da força hidráulica for grande o bastante e a frequência de vibração próxima à frequência natural da travessa na água, irá ocorrer ressonância, resultando em vibrações ainda maiores. Grandes amplitudes de vibração, por outro lado, podem afetar o ponto de separação do escoamento levando a frequência de emissão dos vórtices para o mesmo valor da frequência natural da travessa na água, mesmo variando-se os valores da velocidade do escoamento numa determinada faixa. Este fenômeno é chamado *lock-in*.

Assim, é importante estudar-se a frequência de emissão dos vórtices bem como sua intensidade.

2.3.1. Frequência de Emissão dos Vórtices

A figura 2.9 explica porque a frequência de emissão dos vórtices é um dos fatores mais importantes na determinação da intensidade das tensões nas travessas. O gráfico apresenta a resposta de um sistema de um grau de liberdade, e fator de amortecimento igual a 2,5%, a uma excitação harmônica. Na escala das ordenadas aparece a razão entre o deslocamento dinâmico e o deslocamento estático, enquanto

que nas abscissas está indicada a razão entre a frequência de excitação e a frequência natural. Como o fator de amortecimento é baixo, percebe-se que os valores de deslocamento aumentam muito quando a razão entre as frequências se aproxima de um.

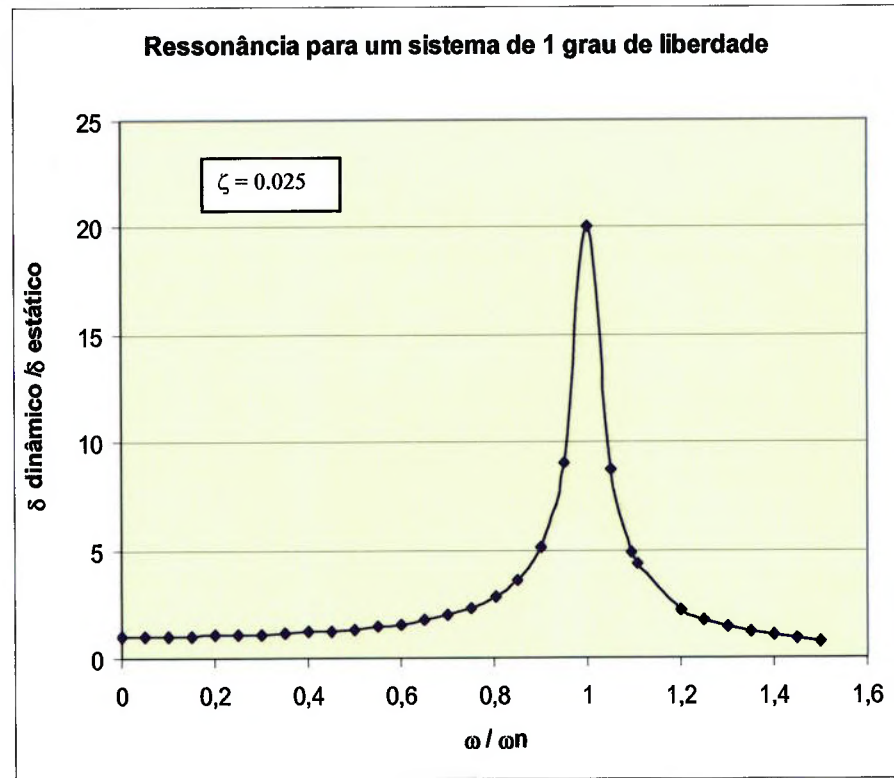


Fig. 2.9 Resposta forçada de um sistema de 1 grau de liberdade.

Albjanic et al. apresentam em [21] valores experimentais do fator de amortecimento de uma travessa de máquina Kaplan no ar. A referência [22] relata os valores medidos na usina de Três Gargantas (figura 1.3). Também neste caso, as medições foram realizadas sem água. A tabela 2.2 mostra uma comparação dos resultados.

Tabela 2.2 Fatores de amortecimento medidos no ar.

	Tipo de Vibração	Máq. Kaplan [21]	Máq. Francis [22]
1º Modo	Flexional	1,0%	0,5%
2º Modo	Torcional	0,5%	0,2%
3º Modo	Flexional	0,5%	0,5%
4º Modo	Torcional	0,3%	0,5%

Grein e Staehle [13] também mencionam fatores de amortecimento inferiores a 1,0% para este tipo de estrutura. Os baixos valores são esperados para uma estrutura metálica soldada e isto aumenta a incerteza relativa da medição experimental. Na referência [22] esta incerteza é estimada em 0,5%, ou seja, da mesma ordem do valor medido. Desta forma, face às imprecisões envolvidas, soa plausível do ponto de vista de engenharia, adotar um fator de amortecimento igual a 0,5% para todos os modos naturais de uma travessa vibrando no ar.

Nenhum dos trabalhos pesquisados apresenta a medição do fator de amortecimento da travessa na água. Este valor, porém, pode ser estimado através dos gráficos de tensão na travessa (ou pá do rotor) em função da vazão, apresentados em várias referências. Tomando como base as referências [5], [6], [10], [12], [14] e [23] pode-se verificar que, em geral, mesmo na condição de ressonância, a tensão não é multiplicada por um fator de 20. Assim pode-se adotar, de forma aproximada e bastante conservadora, um fator de amortecimento igual a 2,5% para a vibração da travessa na água, conforme apresentado na figura 2.9. Esta afirmação parte do pressuposto que nas imediações de uma frequência natural o comportamento da travessa pode ser aproximado pelo de um sistema de um grau de liberdade. Isto implica que as frequências naturais da travessa devem estar suficientemente afastadas umas das outras. Esta hipótese pode ser comprovada, por exemplo, nos gráficos das figuras 5.3 e 6.22, apresentados mais adiante neste trabalho. Vale lembrar que para um sistema de um grau de liberdade com baixo amortecimento ($\zeta < 5\%$) vale a seguinte aproximação:

$$\frac{\delta_{\text{dinâmico}}}{\delta_{\text{estático}}} \cong \frac{1}{2\zeta} \quad (2.2)$$

A frequência natural da travessa no ar pode ser calculada com razoável acurácia por métodos analíticos ou pelo método dos elementos finitos. É importante ressaltar que a frequência natural fundamental, ou primeira frequência de flexão, não é a única a ser considerada, a primeira frequência natural torcional também é relevante. Esta afirmação pode ser comprovada analisando-se as observações da tabela 2.1 ou através das figuras seguintes, extraídas do trabalho de Grein e Staehle relativo à usina de Angostura [13]. Este assunto será retomado no capítulo 5 deste trabalho.

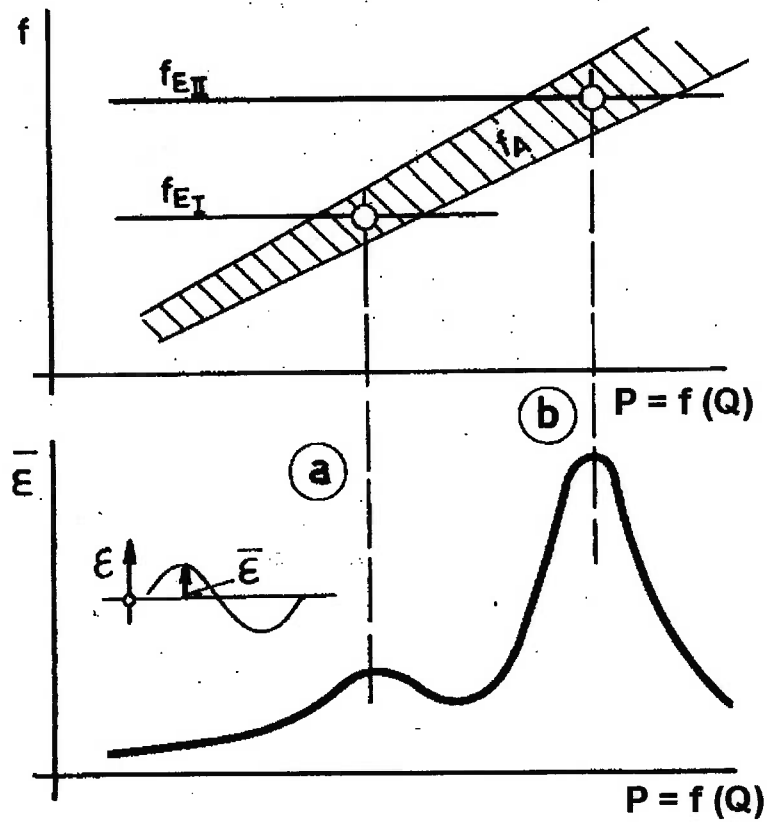


Fig. 2.10 Freqüência de excitação e deformação da travessa em função da potência da máquina (ou vazão) [13].

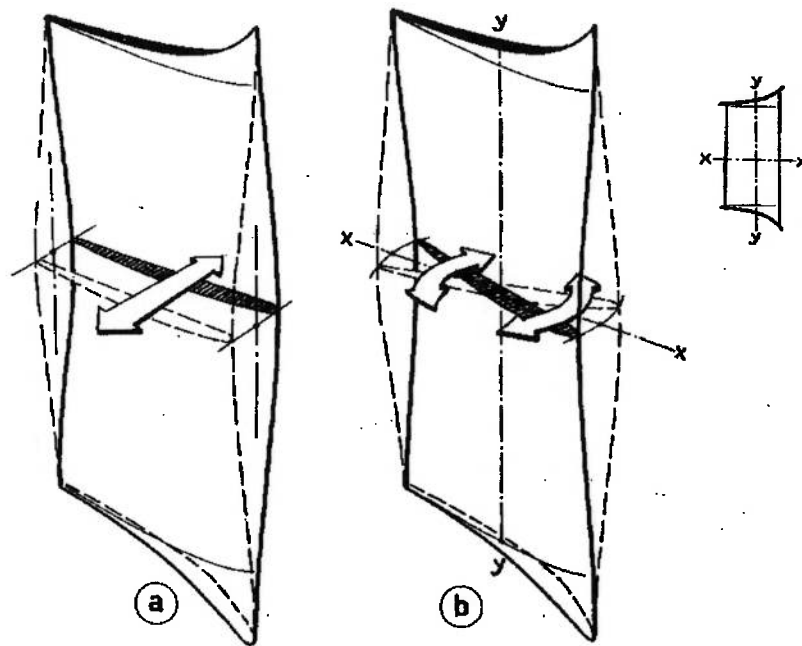


Fig. 2.11 Modos de vibração [13].

Os cálculos da seção 5.2 indicam também que frequências de excitação muito altas não têm energia suficiente para causar danos às travessas. Em seu trabalho sobre a vibração de chapas-guia d'água em cotovelos hidráulicos (*guide-vanes in elbow-bends*), Brepson e Léon [24] intuíram conclusão similar ao afirmar que “parece que não é possível excitar modos de vibração mais altos das chapas-guia d'água”, já que não se ouvia mais o ruído associado à vibração (*singing*) para vazões superiores a 75% da vazão nominal. Antes, várias notas diferentes podiam ser ouvidas e supôs-se que estas vinham das diferentes chapas-guia, cada uma com um tamanho diferente. De modo a levar em conta o efeito da água, diversas referências utilizam o fator 0,7 para redução da frequência natural, neste trabalho, porém, são mostradas maneiras mais eficazes, tanto analíticas quanto através do MEF, para se calcular este fator. A frequência de emissão dos vórtices pode ser estimada, de forma simplificada, utilizando-se o número de Strouhal (S), através da seguinte equação:

$$S = \frac{f_v \times d}{V_e} \quad (2.3)$$

Onde:

f_v é a frequência de emissão dos vórtices,

V_e é a velocidade livre da corrente no ponto de separação do escoamento,

d é a largura da esteira no ponto de separação.

O número de Strouhal definido pela fórmula acima é denominado número universal de Strouhal e deveria ser independente da geometria e do número de Reynolds, no intervalo do número de Reynolds de interesse.

Na prática, porém, é difícil determinar o valor deste número de Strouhal universal. Estudos experimentais conduzidos com corpos rombudos como esferas e cilindros mostram valores consistentes do número universal de Strouhal na faixa de 0,16 a 0,19. As condições do escoamento ao redor destes corpos são, todavia mais fáceis de calcular que as de um escoamento numa placa plana com aresta de saída em cunha.

Infelizmente as poucas referências disponíveis sobre escoamento em placas planas não possuem a mesma consistência no enfoque. Em alguns casos a dimensão da aresta de saída é utilizada, em outros a espessura da placa e em raros casos, a espessura da camada limite é também considerada. Dessa forma os números de Strouhal obtidos na literatura para placas devem ser utilizados com cuidado já que na

maioria das vezes não correspondem aos números universais.

Uma das primeiras referências experimentais disponíveis sobre a vibração de placas em água foi escrita por Gongwer em 1952 [25] em busca de maior entendimento sobre o fenômeno de *singing* em propulsores marítimos. Através de análises experimentais Gongwer comprovou que a frequência de vibração da placa variava linearmente com a velocidade do fluxo e concluiu que esta se devia aos vórtices de von Kármán. Observou também que um afinamento da aresta de saída, mantendo a velocidade da água constante, fazia a frequência subir e se a aresta de saída fosse fina o bastante, nenhuma vibração era perceptível. Gongwer também propôs utilizar a espessura da aresta de saída mais a espessura da camada limite como dimensão característica na equação do número de Strouhal.

A importância da seleção de fatores consistentes na eq.(2.3) pode ser vista na figura 2.12 extraída do trabalho experimental de Heskestad e Olberts [23]. Na figura, todas as placas testadas possuíam a mesma espessura, porém devido a diferenças na geometria da aresta de saída e, por consequência, do ponto de descolamento, os valores da frequência de emissão dos vórtices chegam a variar por um fator de dois. É bom ressaltar que o fator dois aparece porque no caso da referência [23] a espessura da placa (6,3 mm) não é muito maior que a espessura final da aresta de saída. No caso de uma travessa real com espessura, por exemplo, de 90 mm e aresta de saída de 4 mm este fator deve ser bem maior. No raciocínio anterior está implícito que o escoamento não descole antes da aresta de saída.

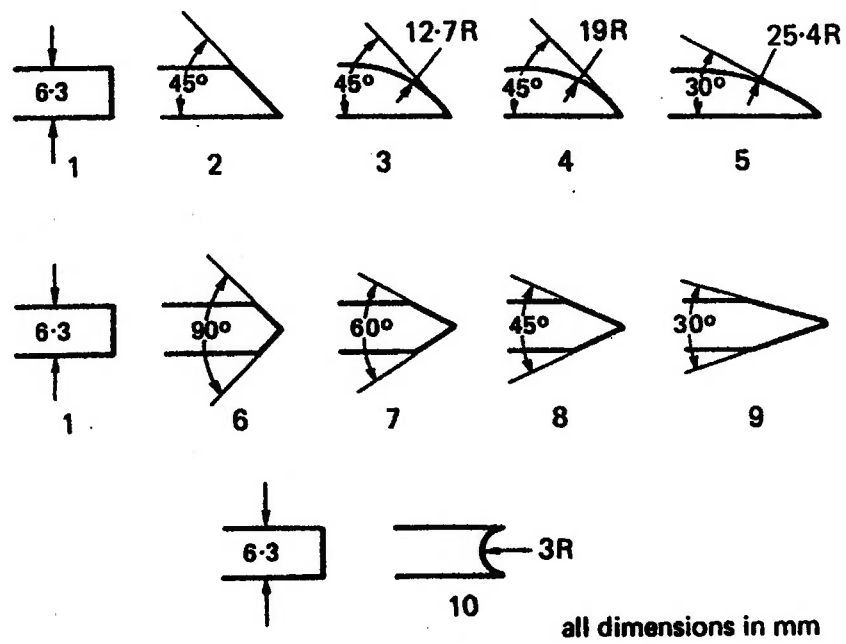
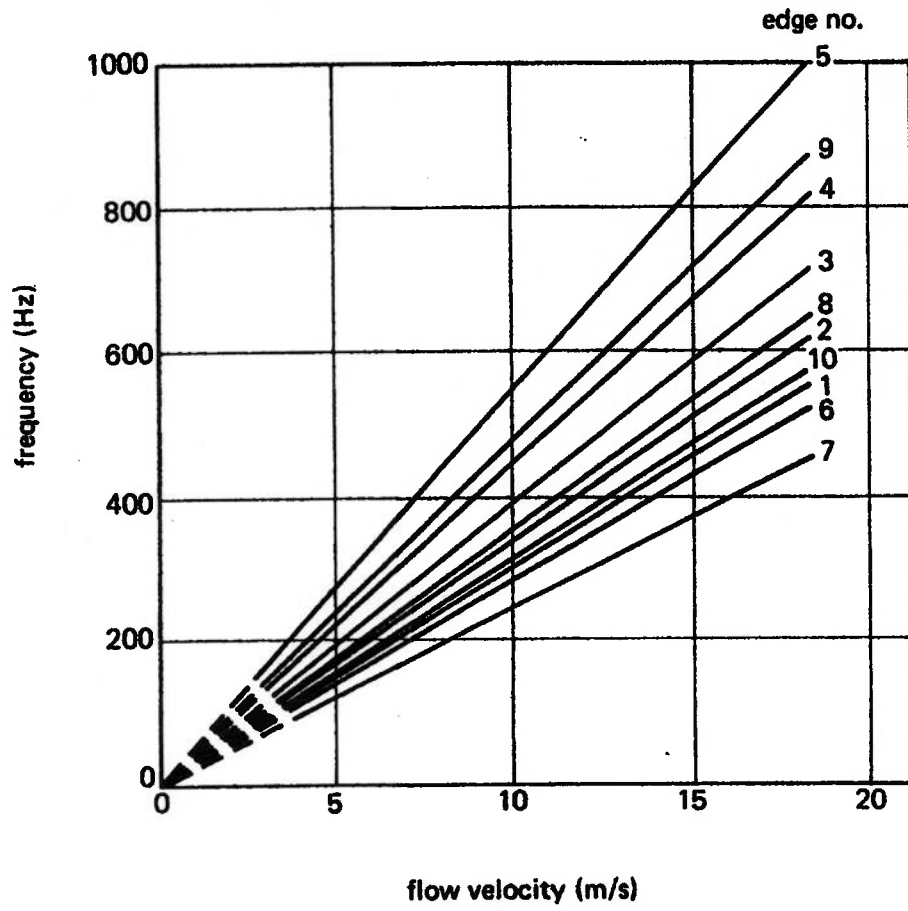


Fig. 2.12 Efeito da aresta de saída na frequência de emissão dos vórtices [23].

Brepson e Léon [24] tentaram, a partir de diversas referências, obter um número universal de Strouhal colocando-os na mesma normalização. Neste caso quando a espessura da camada limite foi considerada, os valores do número de Strouhal variaram entre 0,18 e 0,26, valores estes, similares aos encontrados por Chen e Florjancic [26].

Outra referência é a norma brasileira para cálculo de grades de tomada d'água para instalações hidráulicas [27] que sugere as seguintes fórmulas para cálculo do número de Strouhal.

$$S = 0,120 + 0,012 \frac{b}{h} \quad (2.4)$$

para $2,8 < b/h \leq 10,0$

e

$$S = 0,24 \quad (2.5)$$

para $b/h > 10$

Onde:

h é a espessura da barra,


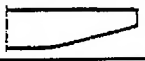

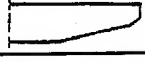

b é a largura da seção transversal.

Neste caso a dimensão característica na definição do número de Strouhal é a espessura da barra (h).

Utilizando-se os valores usuais de razão largura por espessura para travessas, encontram-se números de Strouhal entre 0,20 e 0,24.

Uma excelente referência para determinação do número de Strouhal para o escoamento em travessas é o trabalho de Liess [28] que a partir de valores experimentais de vibração, calculou o número de Strouhal utilizando como dimensão característica a largura da esteira, ou em outras palavras, a espessura da aresta de saída mais a espessura da camada limite de deslocamento dos dois lados da travessa. Estes resultados podem ser vistos na tabela 2.3.

Tabela 2.3 Números de Strouhal experimentais [28].

Usina	Aresta de Saída	Número de Strouhal	L [mm]	b [mm]	h [mm]
São Simão		0,28	2035	840	100
Água Vermelha		0,24	2215	777	89
Ilha Solteira		0,26	2140	755	90
Marimbondo		0,22	1830	730	80
Itumbiara		0,22	2130	954	140

Na tabela 2.3 L é a altura da travessa enquanto b e h podem ser vistos na figura 2.13.

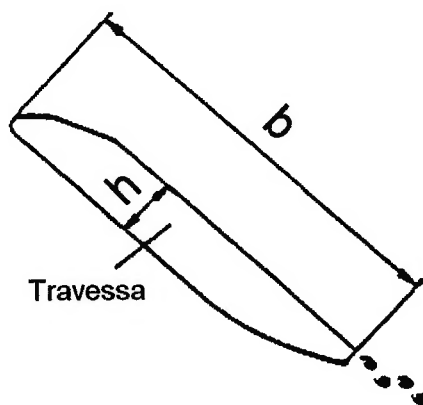


Fig. 2.13 Dimensões da seção transversal da travessa.

A referência mais recente disponível, trabalho de Miyagawa, Fukao e Kawata [29] publicado em 2004, compara resultados experimentais do escoamento em uma travessa, com resultados numéricos, utilizando modelos bi-dimensionais e tri-dimensionais e demonstra que para os diversos tipos de aresta de saída analisados o número de Strouhal oscila entre 0,20 e 0,24 quando a distância entre os pontos de separação do escoamento é utilizada como a dimensão característica d na eq.(2.3).

Com base nas considerações acima, nas próximas etapas deste trabalho, o número de Strouhal para o escoamento em travessas será considerado como aproximadamente igual a 0,22.

Além da própria aproximação do número de Strouhal, o cálculo conforme eq.(2.3) apresenta outras limitações. Por exemplo, o escoamento que deixa a caixa espiral não é verdadeiramente bi-dimensional, este escoamento é turbulento e com variados

graus de recirculação. Além disso, é sabido através de ensaios de modelo que o ângulo de ataque nas travessas varia com a posição circunferencial de cada travessa. Assim, tomando-se como referência a vista em planta do pré-distribuidor (ver figuras 6.2, 7.1 e 7.9, por exemplo) cada uma das travessas da usina experimenta um ângulo de incidência diferente. No caso em que todas as travessas da usina possuem o mesmo perfil e o mesmo posicionamento angular, típico de máquinas Francis até a década de 80, a variação do ângulo de incidência pode ser representada pela figura 2.14 extraída da referência [30]. Conforme dados desta referência e das referências [14] e [19] uma variação no ângulo de ataque da ordem de 20° pode levar a uma variação na frequência de emissão dos vórtices de até 25%. Máquinas Kaplan e máquinas Francis mais recentes, que em geral apresentam mais de um tipo de geometria de travessa, experimentam variações menores no ângulo de incidência e, por consequência, na frequência de emissão dos vórtices.

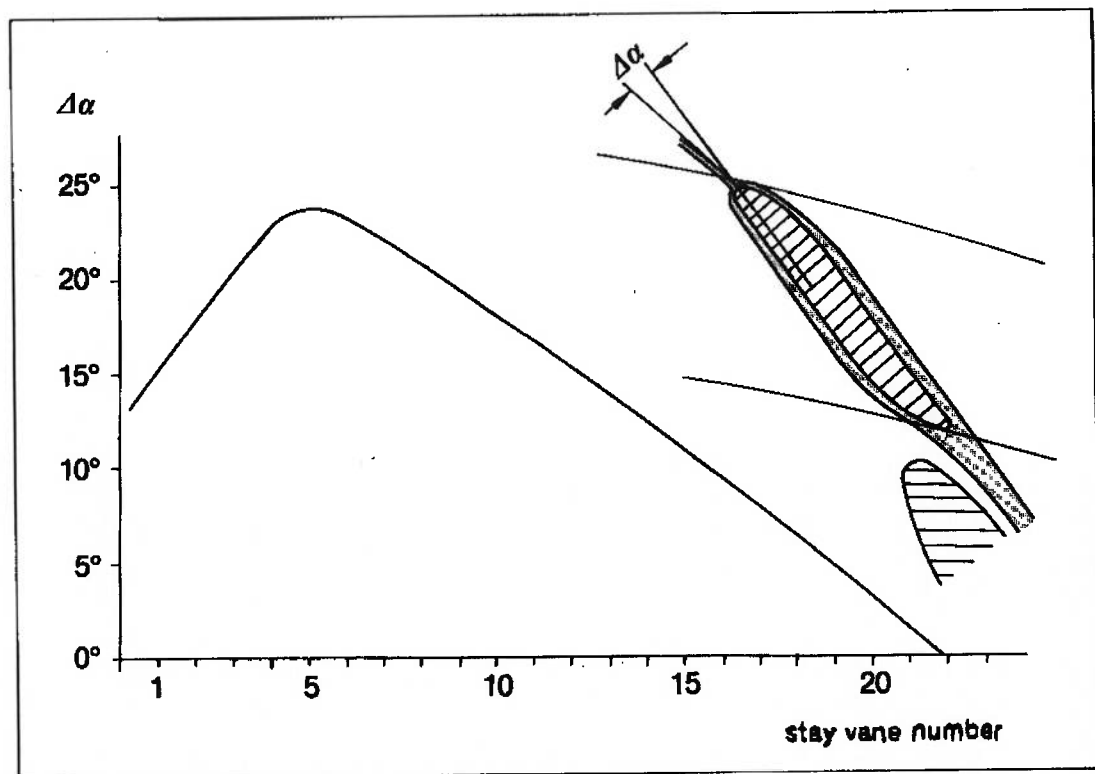


Fig. 2.14 Variação do ângulo de ataque em função da posição circunferencial da travessa [30].

Outro fator de imprecisão é o fato de que a presença da palheta diretriz a jusante da travessa pode afetar a esteira de vórtices e os resultados do escoamento em placas planas já não podem ser imediatamente utilizados. Isto pode ser conferido no

trabalho de Belykh et al. [31]. As medições foram realizadas em modelo reduzido e a figura 2.15 mostra a configuração do ensaio.

A largura da esteira foi observada para quatro condições: palhetas diretrizes com abertura $a_0 = 40, 32$ e 24 mm e sem nenhuma palheta. Os diferentes comportamentos da esteira de vórtices podem ser vistos na figura 2.16.

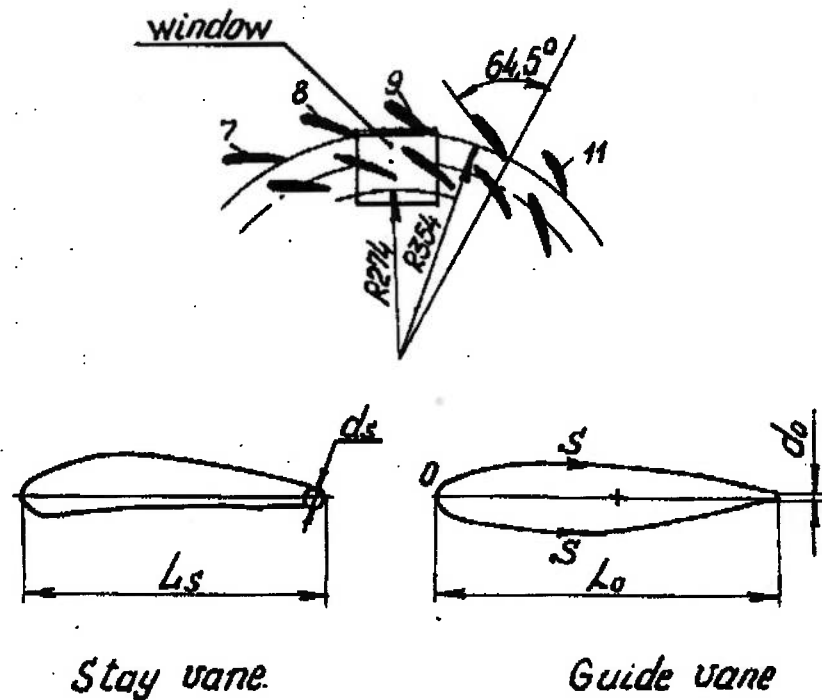


Fig. 2.15 Configuração do ensaio de Belykh et al. [31].

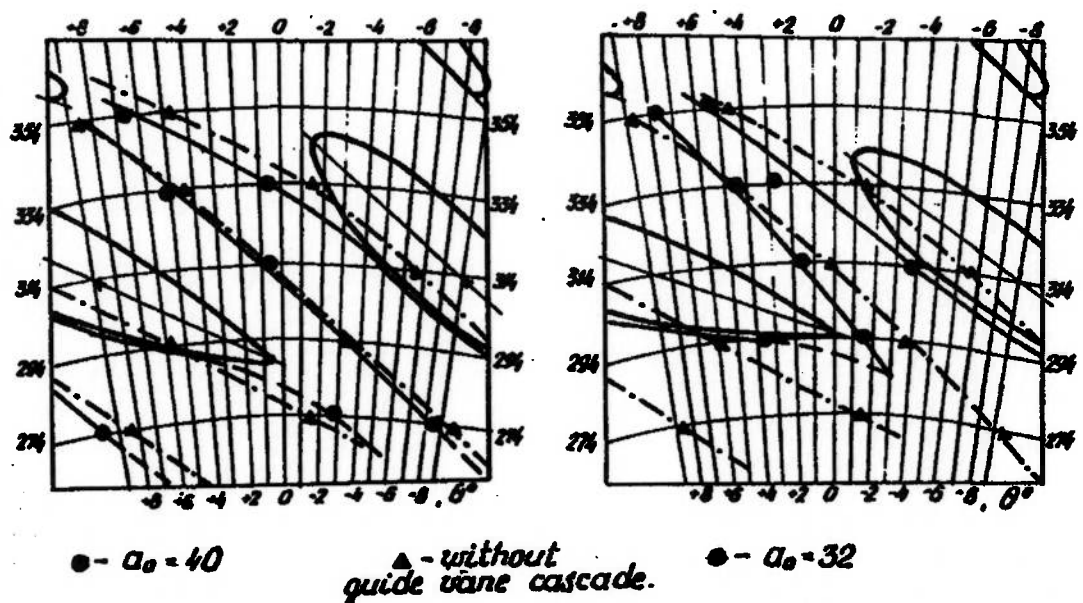


Fig. 2.16 Largura da esteira em [mm] com e sem palheta diretriz a jusante [31].

Para o cálculo do número de Strouhal foi utilizada como dimensão característica, o diâmetro da aresta de saída da travessa (d_s de acordo com a figura 2.15).

Os resultados aparecem na tabela 2.4.

Tabela 2.4 Número de Strouhal em função da abertura da palheta ($a\theta$) [31].

$a\theta$, [mm]	40	32	24
S	0,285	0,334	0,366

Para este caso em particular, $a\theta = 40$ mm representa a condição de máxima potência da máquina, $a\theta = 32$ mm representa o ponto ótimo e $a\theta = 24$ mm indica uma operação em cargas parciais.

O aumento do número de Strouhal, ou em outras palavras da frequência adimensional, decorre do fato de que o fechamento das palhetas causa um estreitamento da passagem diminuindo, portanto, a largura da esteira; como pela teoria dos vórtices de von Kármán, a frequência de emissão varia inversamente com a largura da esteira esta diminuição na largura da esteira deve aumentar a frequência de emissão dos vórtices. De acordo com Fisher, Gummer e Liess [19] travessas com um ponto de separação bem definido, normalmente chanfradas na aresta de saída, são menos sensíveis a variações no ângulo de abertura da palheta.

Atualmente, com a disponibilidade de equipamentos e programas de dinâmica dos fluidos computacional, espera-se que um estudo mais detalhado do problema venha a sanar algumas das dúvidas expostas acima. Vale ressaltar que os recentes trabalhos de Miyagawa, Fukao e Kawata [29] e Antonsen e Nielsen [32] sugerem que, de forma geral, simulações bi-dimensionais fornecem resultados extremamente similares aos modelos tri-dimensionais o que permite uma análise mais expedita do problema.

Face às dificuldades apresentadas, a frequência de emissão dos vórtices será estimada, neste trabalho, a partir das seguintes hipóteses:

- Escoamento é bi-dimensional e no plano da seção transversal da travessa,
- O termo da velocidade da eq.(2.3) é a velocidade da água nas imediações da aresta de saída, sendo calculado pela seguinte equação:

$$V_e = \frac{Q}{\pi \times DTi \times L \times \cos \beta} \quad (2.6)$$

Onde:

Q é vazão da turbina para uma dada condição de operação,

DTi é o diâmetro de localização da aresta de saída da travessa (ver figura 2.17),

L é a altura da passagem de água = altura da travessa,

β é o ângulo entre a travessa e uma linha radial que passa pela aresta de saída (ver figura 2.17).

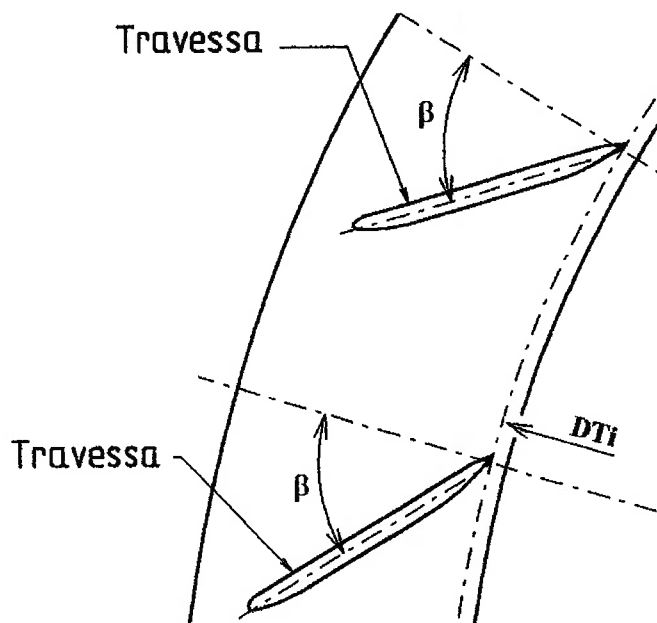


Fig. 2.17 Croqui orientativo para cálculo da velocidade da água.

- O descolamento se dá na aresta de saída e não numa região intermediária da travessa. Este comportamento é típico para as condições de alto rendimento da máquina, normalmente ao redor da potência nominal,
- A dimensão característica d da eq.(2.3), ou largura da esteira, pode ser adequadamente estimada através da soma da espessura da aresta de saída da travessa e das espessuras da camada limite de deslocamento, no lado de alta pressão e no lado de baixa pressão, nesta região.

Um cálculo preciso da espessura da camada limite da travessa demandaria uma análise de dinâmica dos fluidos, porém, algumas conclusões podem ser obtidas apenas analisando-se as fórmulas para cálculo da espessura da camada limite de deslocamento (δ_d) de placas planas com ângulo de incidência nulo e sem gradiente de

pressão. Para maiores detalhes sobre a teoria, ver, por exemplo, Schiozer [33]. Gongwer [25], utiliza a seguinte equação, baseada num perfil de velocidades que obedece uma lei de potências com expoente 7.

$$\delta_d = 0,04625 \frac{x}{\text{Re}^{0,2}} \quad (2.7)$$

Shen e Florjancic [26], porém, sugerem um expoente 10 para a distribuição de velocidades, o que resulta na eq.(2.8):

$$\delta_d = 0,022 \frac{x}{\text{Re}^{0,154}} \quad (2.8)$$

Estas duas equações podem ser resumidas numa equação geral, da seguinte forma:

$$\delta_d = C1 \frac{x}{\text{Re}^{C2}} \quad (2.9)$$

Onde:

$C1$ e $C2$ são duas constantes a serem determinadas.

Relembrando que o objetivo é estimar a espessura da camada limite de deslocamento na região da aresta de saída, a variável x da eq.(2.9) pode ser substituída pela dimensão b , conforme definição apresentada na figura 2.8 e, pelo mesmo motivo, pode-se introduzir a eq.(2.1) na eq.(2.9) obtendo-se:

$$\delta_d = C1 \left(\frac{V_w}{V_e \times b} \right)^{C2} b = C1 \times V_w^{C2} \times V_e^{-C2} \times b^{1-C2} = C3 \times V_e^{-C2} \times b^{C4} \quad (2.10)$$

Onde:

$C3$ e $C4$ são duas novas constantes.

Admitindo-se que, no caso específico do escoamento em travessas, o valor de $C2$ seja da ordem de 0,154~0,2, percebe-se que uma variação de 200% no valor da velocidade da água corresponde a uma variação inferior a 20% no valor da espessura da camada limite, por esta razão e face às simplificações já adotadas, será assumido que o termo V_e^{-C2} é aproximadamente constante no intervalo de interesse e a espessura da camada limite de deslocamento na aresta de saída da travessa pode ser estimada através da seguinte fórmula:

$$\delta_d = C5 \times b^{C4} \quad (2.11)$$

Onde:

$C4$ e $C5$ são as duas constantes a serem determinadas.

Estas constantes podem ser estimadas a partir das poucas referências onde o cálculo da camada limite foi efetivamente realizado. Os dados aparecem na tabela 2.5.

Tabela 2.5 Valores calculados da espessura da camada limite de deslocamento em travessas.

Largura da Travessa b [mm]	Espessura da Camada Limite de Deslocamento			Ref.
	Lado de Alta Pressão - δ_{dp} [mm]	Lado de Baixa Pressão - δ_{ds} [mm]	Média δ_d [mm]	
300	2,0	2,2	2,10	[19]
800	5,4	6,0	5,70	[14]
910	5,0	8,3	6,65	[34]

Calculando-se $C4$ e $C5$ de modo a minimizar o erro quadrático encontra-se $C4=1$ e $C5=7,207 \times 10^{-3}$, conclui-se, portanto, que uma reta passando pela origem proporciona uma estimativa adequada da espessura média da camada limite, conforme pode ser conferido no gráfico da figura 2.18.

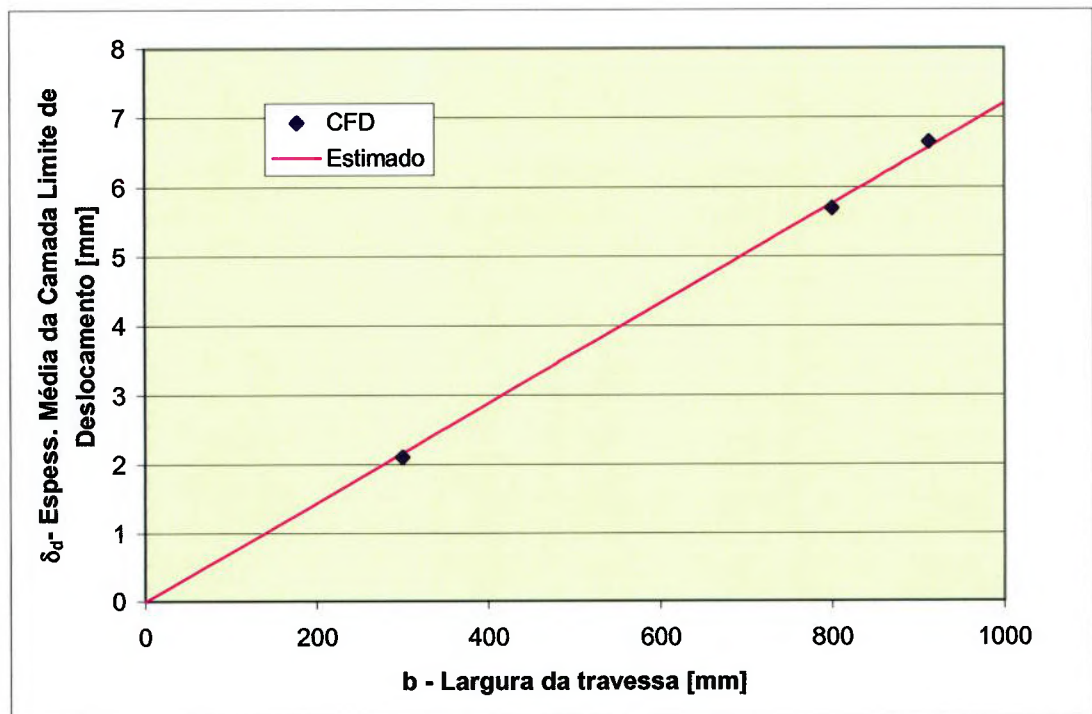


Fig. 2.18 Espessura média da camada limite em função da largura da travessa.

Dessa forma, a espessura média da camada limite de deslocamento na região da aresta de saída de travessas de turbinas hidráulicas pode ser estimada através da eq.(2.12):

$$\delta_d = \frac{b}{138,8} \quad (2.12)$$

Restam ainda as seguintes hipóteses a serem consideradas para o cálculo da frequência de emissão dos vórtices:

- Eventuais efeitos dos diferentes ângulos de incidência da água em cada travessa da usina e do posicionamento das palhetas diretrizes a jusante das travessas serão desconsiderados,
- O número de Strouhal adotado será 0,22.

Com base nas simplificações apresentadas e no efeito do *lock-in*, ver seção 2.4 mais adiante, será adotada uma margem de incerteza de $\pm 20\%$ para a frequência de emissão dos vórtices.

2.3.2. Intensidade das Forças Hidráulicas

Independentemente de a travessa estar em ressonância ou não com a frequência de emissão dos vórtices, é sempre desejável que as forças hidráulicas de excitação sejam as mais fracas possíveis já que, em teoria, forças de excitação muito elevadas poderiam levar uma travessa à falha mesmo fora da ressonância. Se as forças forem extremamente baixas ou pouco organizadas pode-se imaginar que, mesmo em ressonância, a travessa poderia funcionar com segurança. Infelizmente a determinação da intensidade das forças hidráulicas é uma das maiores dificuldades presentes até hoje. Talvez o primeiro trabalho publicado sobre o assunto seja o de Donaldson em 1956 [6].

A estrutura utilizada e os perfis de aresta de saída testados podem ser vistos nas figuras seguintes.

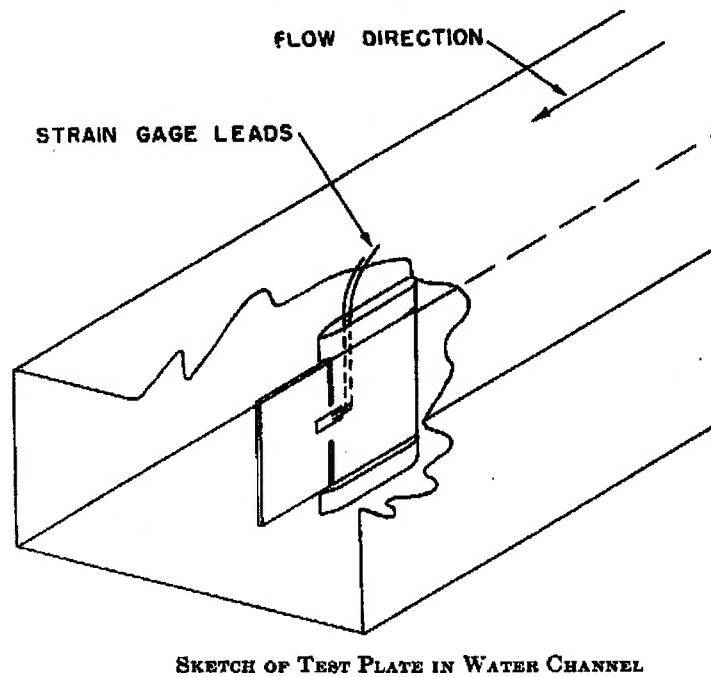


Fig. 2.19 Estrutura do aparato de testes de Donaldson [6].

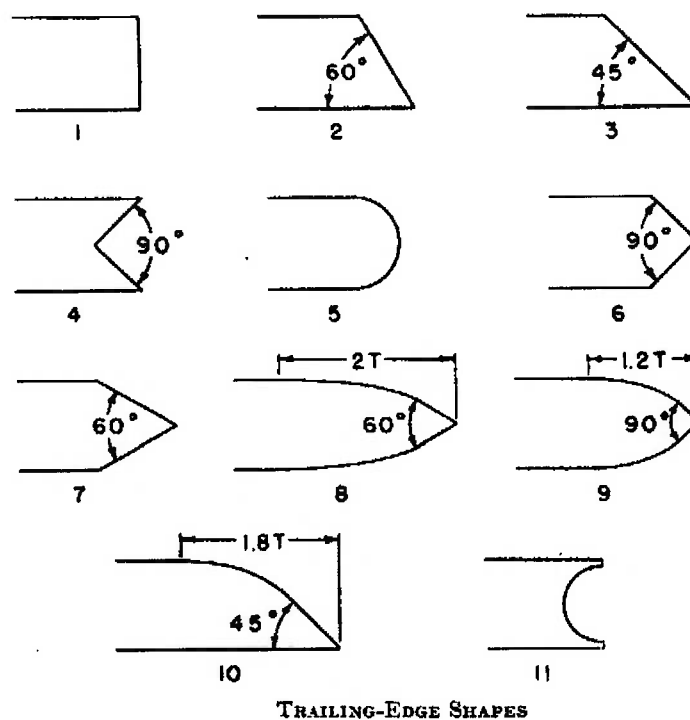


Fig. 2.20 Perfis de aresta de saída analisados [6].

Os resultados estão representados nas figuras 2.21 e 2.22. As notas dos gráficos comparam as amplitudes de vibração dos diferentes perfis com o perfil retangular (número 1) adotado como 100%.

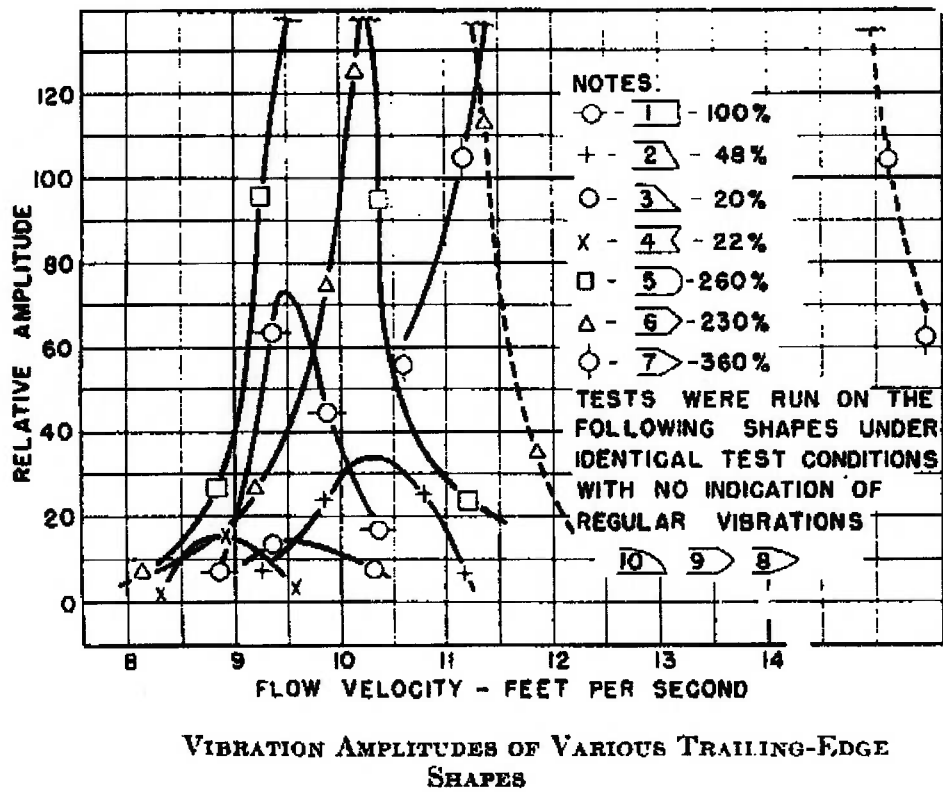


Fig. 2.21 Amplitude de vibração em função da velocidade da água para vários perfis [6].

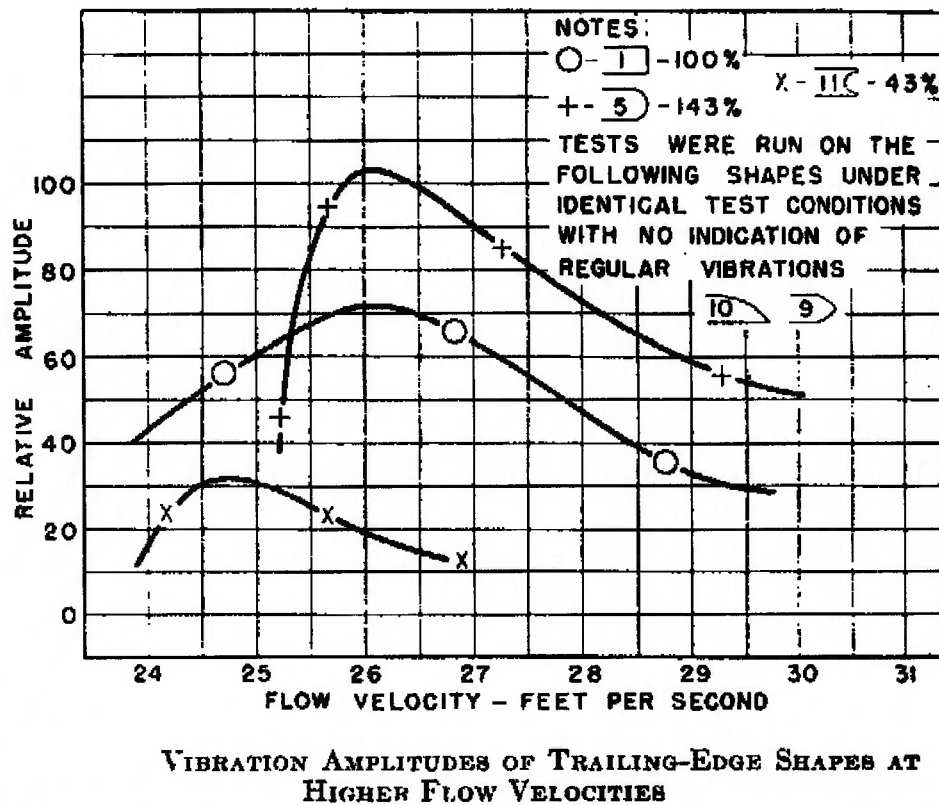


Fig. 2.22 Amplitude de vibração para velocidades mais altas [6].

Os resultados de Donaldson apresentam diferentes frequências de ressonância porque as placas utilizadas no teste eram continuamente diminuídas a cada nova aresta de saída a ser testada, supostamente para permitir a usinagem do novo perfil. Os resultados de Heskestad e Olberts [23], que mantiveram a ressonância da placa sempre no mesmo intervalo, concordam bem com os valores de amplitude relativa de vibração obtidos por Donaldson, como pode ser observado na figura 2.23 extraída de [26]. Este gráfico, baseado em resultados experimentais de diversos trabalhos, apresenta uma visão qualitativa da intensidade da força induzida pelos vórtices. É uma compilação dos trabalhos de Donaldson em 1956 [6], Heskestad e Olberts em 1960 [23], Toebes e Eagleson em 1961, Eagleson, Noutsopoulos e Daily em 1963 e finalmente Brepson e Leon em 1972 [24].

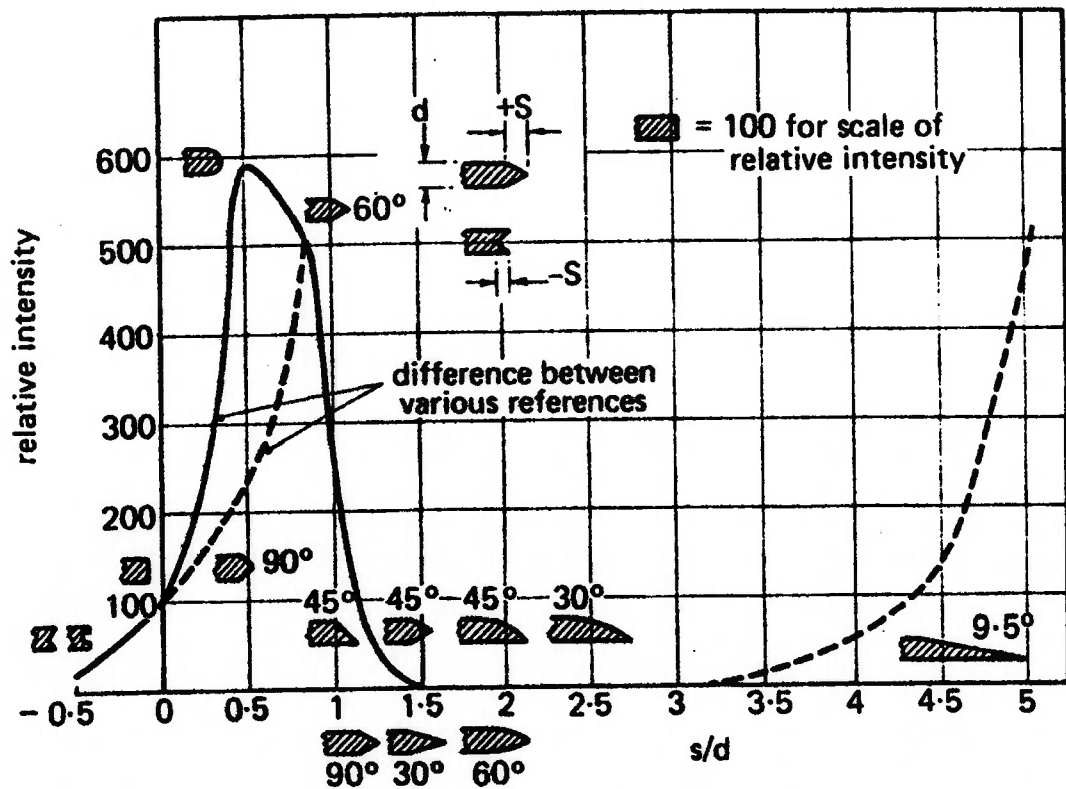


Fig. 2.23 Intensidade da amplitude de vibração em função do perfil da aresta de saída [26].

Pode-se perceber que as arestas de saída em cunha apresentam, de forma geral, a menor intensidade. De forma similar, o trabalho de Miyagawa, Fukao e Kawata [29], indica que arestas de saída menores ou iguais a 10 mm não apresentam uma

freqüência definida de vibração. O formato da esteira de vórtices pode ser visto na figura 2.24.

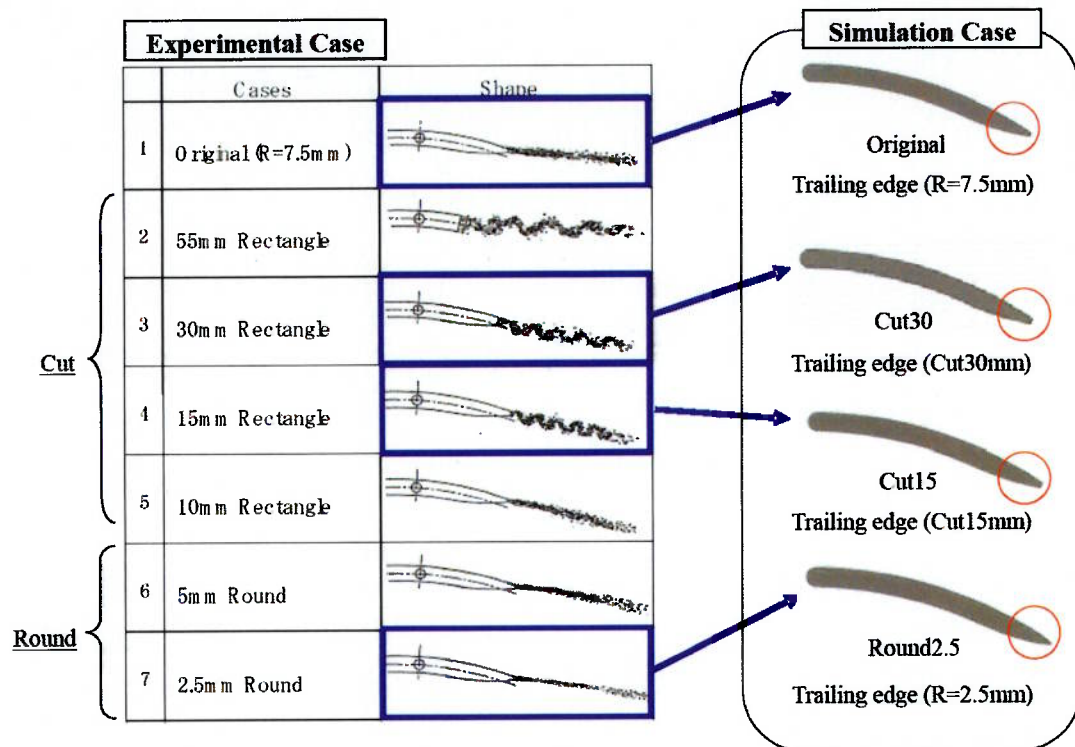


Fig. 2.24 Visualização da esteira para diferentes arestas de saída [29].

Segundo Chen e Florjancic [26] esta menor intensidade se deve ao fato de o final da travessa estar localizado na região de formação do primeiro vórtice da esteira, aquele com maior energia associada. Assim, perturbando-se o primeiro vórtice, reduz-se substancialmente a intensidade da vibração associada aos vórtices de forma geral. Outra hipótese, aventada por F. E. Jaski em [6], seria que, como o escoamento não descola exatamente à mesma distância da aresta de saída no lado de alta pressão e no lado de baixa pressão, é possível que os vórtices emitidos de uma lado cancelem parcialmente os do outro. Na mesma linha de raciocínio, Heskestad e Olberts [23] sugerem que este cancelamento dos vórtices está relacionado com a razão entre a espessura da camada limite e a distância entre os pontos de separação (perpendicular à direção do escoamento). Dessa forma, quanto mais próximos estiverem os pontos de separação, mais um vórtice atenua o outro e menor é o efeito sobre a travessa. Outra consideração feita por Heskestad e Olberts é que este efeito de cancelamento pode ser eliminado se for colocada uma barreira física entre os vórtices superiores e os inferiores, isto explicaria porque arestas de saída triangulares produzem vibrações

elevadas, pois o prolongamento da aresta se tornaria esta barreira. Isto aparece nos resultados de [23]. Chen, agora num trabalho posterior, de 1978 [35], propõe outra explicação para a atenuação dos vórtices de placas com aresta de saída em cunha e não simétrica: o primeiro vórtice a se desprender fica preso pelo formato da cunha faltando espaço físico para este se desenvolver, assim o vórtice não cresce além de uma certa intensidade. Se o ângulo da aresta de saída, porém, for muito agudo, há espaço para o fluido, após se separar, aderir novamente à estrutura levando a excitações mais elevadas, quando este se separar novamente mais adiante na aresta de saída. Esta é a explicação de Chen e Florjancic para o aumento da intensidade dos vórtices mostrado no lado direito da figura 2.23. Chen e Florjancic foram motivados neste estudo pelo aparecimento de trincas na travessa de uma bomba cuja aresta de saída possuía um chanfro de $9,5^\circ$.

Conforme demonstrado por Liess em [28], as forças induzidas pelos vórtices não são capazes de danificar uma travessa se esta não estiver em ressonância. Liess encontrou tensões menores que 2 MPa pico a pico para este caso.

A utilização da aresta de saída com uma concavidade no meio, figura 2.3, como utilizado em Little Long e Capivara, supostamente reduz a intensidade das forças hidráulicas pela formação de um vórtice estacionário dentro desta concavidade que tenderia a amortecer a emissão dos vórtices e por consequência reduzir sua energia. A idéia da estabilização do vórtice foi sugerida por R. M. Donaldson, D.C. Hazen e C.P. Kittredge em [6] e aparentemente comprovada pelos resultados experimentais de Heskestad e Olberts [23]. Heskestad e Olberts também propõem que a intensidade do vórtice diminui com o aumento da frequência.

A natureza qualitativa do gráfico da figura 2.23, bem como a diferença entre o escoamento em uma travessa real e o escoamento em laboratório de placas planas, sugere que a utilização deste gráfico para travessas seja feita com extremo cuidado.

Outro resumo, sobre a intensidade da vibração associada aos vórtices em função da aresta de saída, e talvez de consulta mais fácil, pode ser visto na figura a seguir extraída de [24]. Novamente a aresta de saída retangular foi adotada como referência (valor 100).

VIBRATION RELATIVE AMPLITUDES

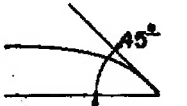
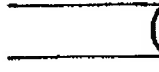
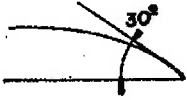


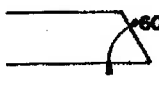

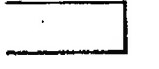
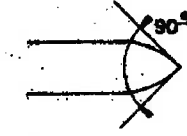
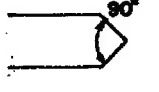


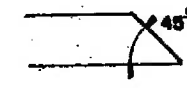

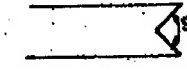
Trailing edge	Author		Trailing edge	Author	
	DONALDSON	HESKE STAD		DONALDSON	HESKE STAD
		0		(43)	31
		0			43
		0		48	
	# 0			100	100
	# 0			230	190
	# 0	3		260	
	20	38		360	380
	22				

Fig. 2.25 Amplitude relativa de vibração em função do perfil da aresta de saída [24].

2.4. Realimentação pelo Movimento da Travessa – *Lock-in*

Como demonstrado em diversos trabalhos sobre escoamento em cilindros ou placas suportados em bases elásticas, se a amplitude de oscilação do corpo submetido ao escoamento for grande o bastante, esta pode realimentar a esteira de vórtices de tal forma que a frequência de emissão dos vórtices “trave” na frequência natural do corpo na água e se torne, num determinado intervalo, independente da velocidade de aproximação do fluido. Este fenômeno conhecido por *lock-in* pode ser observado nas figuras a seguir, extraídas da referência [8].

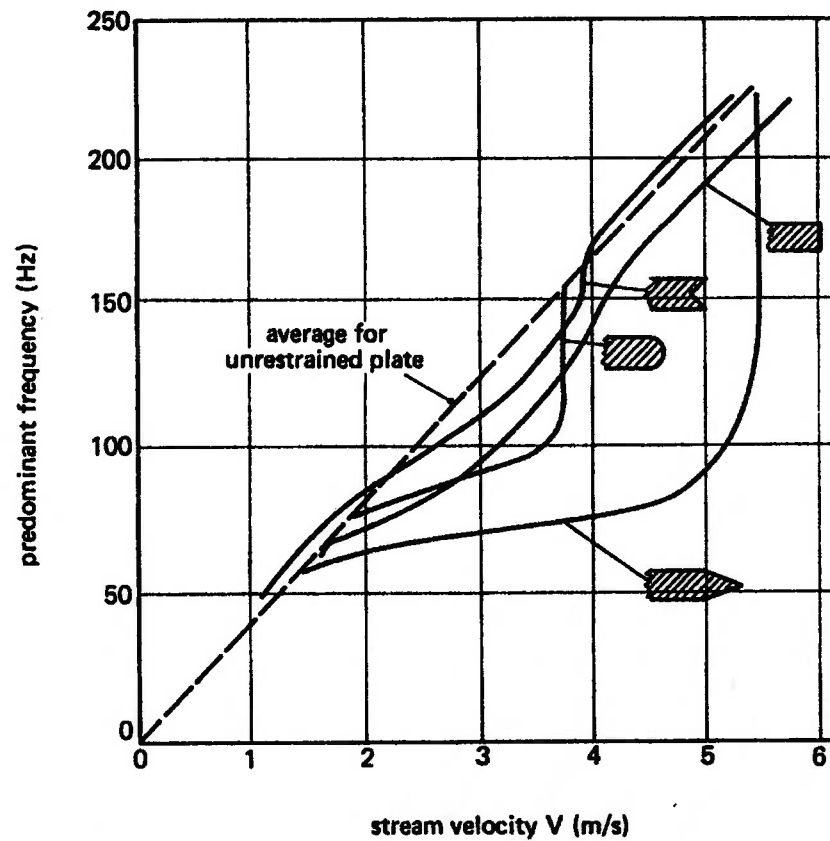


Fig. 2.26 Efeito do *lock-in* [8].

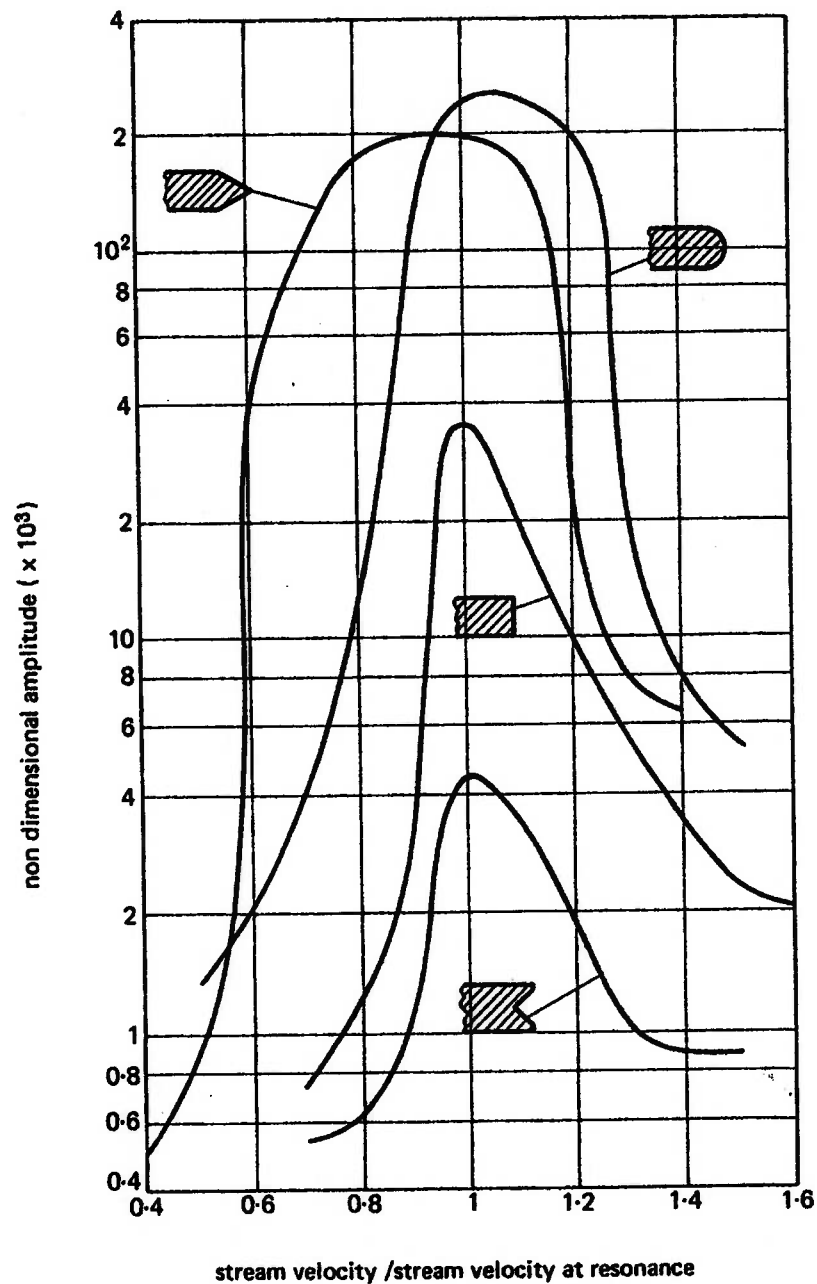


Fig. 2.27 Amplitudes de vibração durante o *lock-in* [8].

Mais do que isso, conforme apontado por Blevins em [36], esta vibração do corpo próxima da frequência de emissão dos vórtices possui um forte efeito de organização da esteira. Sob estas condições a correlação no desprendimento dos vórtices aumenta rapidamente. Um exemplo desta correlação para o caso de um escoamento ao redor de cilindro pode ser visto na figura 2.28. No gráfico A_y corresponde à amplitude transversal de vibração e D ao diâmetro do cilindro. Neste caso, a dimensão D é também representativa da largura da esteira.

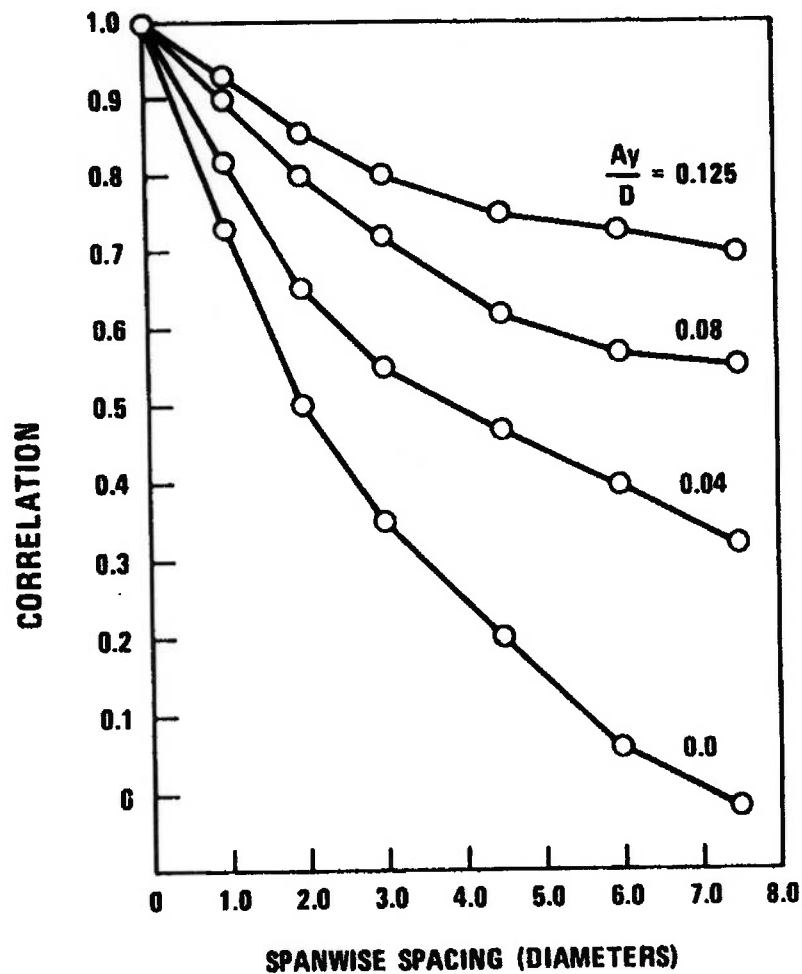


Fig. 2.28 Efeito da vibração transversal na correlação do desprendimento dos vórtices [36].

A correlação é uma medida da tri-dimensionalidade do escoamento, assim uma correlação igual a 1 indica que o escoamento é bi-dimensional com todos os vórtices sendo desprendidos com a mesma fase e frequência por toda a altura do corpo. Do ponto de vista estrutural esta é a condição mais crítica. Para travessas de máquinas hidráulicas em ressonância, de acordo com a referência [28], a razão entre a amplitude de deslocamento transversal e largura da esteira é da ordem de 0,03. Este valor é sensivelmente menor que os deslocamentos medidos em ensaios típicos de *lock-in* para cilindros, como os mostrados na figura 2.28. Assim, será adotada, de forma conservadora, uma margem de $\pm 10\%$ de variação na frequência de emissão dos vórtices como efeito do *lock-in*, conforme sugerido por Liess em [28]. Isto é parcialmente confirmado pelo trabalho de Eagleson, Daily e Noutsopolous

citado por Brepson e Léon [24]. Neste trabalho Eagleson et al. experimentaram um sistema de um grau de liberdade consistindo de uma placa rígida fixa a uma mola de torção. Foi percebida a existência de três regiões, no que diz respeito ao comportamento da placa em relação à velocidade do fluxo:

1- Região de aumento da velocidade. Vibração é senoidal e amplitude variável. O número de Strouhal é constante, ou seja, a frequência de vibração aumenta linearmente com a velocidade do fluxo.

2- Amplitude de vibração é grande e estável. Análise do sinal de vibração mostra uma frequência harmônica superposta à frequência natural. A amplitude desta parcela harmônica aumenta com a frequência. Número de Strouhal varia inversamente com a velocidade.

3- Amplitude de vibração é pequena e variável e o número de Strouhal volta a aumentar linearmente com a velocidade.

Verificou-se que na segunda região a frequência não mais aumentou com a velocidade, mas sim estacionou perto da frequência natural, e a frequência de excitação passou a depender da vibração. Isto nada mais é que o fenômeno do *lock-in*. Calculando o número de Strouhal, Eagleson e seus colegas encontraram que este variava entre 0,185 e 0,255 para placas com grande vibração (aresta de saída arredondada) e entre 0,234 e 0,251 para placas com pequenas vibrações (aresta com concavidade), o que corresponde a uma variação no número de Strouhal de apenas $\pm 4\%$ para o segundo caso. Não por coincidência, o maior número de Strouhal é calculado no limiar do aparecimento da vibração enquanto que o menor aparece na máxima amplitude. Isto indica que durante o *lock-in* a frequência de vibração continua constante enquanto a velocidade do fluxo aumenta, o que diminui o número de Strouhal.

2.5. Ensaio de Modelo

Aparentemente uma solução para verificação das possíveis ressonâncias com os vórtices seria analisar o comportamento da travessa em um ensaio de modelo. Infelizmente isto não pode ser feito no ensaio de rendimento, normalmente preparado pelos fabricantes, pelas seguintes razões:

- A aresta de saída de uma travessa de protótipo normalmente é da ordem de 3 a 4 mm de espessura. Considerando uma máquina média (diâmetro nominal do rotor = 4000 mm), e para o tamanho usual dos rotores dos modelos (< 400 mm), a espessura da aresta de saída da travessa do modelo seria inferior a 0,4 mm o que é extremamente difícil de controlar.
- As frequências envolvidas são altas o que causa dificuldades adicionais na medição das frequências, além disso, os equipamentos necessários para estas medições não fazem parte da bancada tradicional do laboratório dos fabricantes.
- O modelo deveria possuir um número de Reynolds idêntico ao do protótipo o que não é praticável no ensaio de rendimento.

Assim seria necessária a construção de um novo modelo, específico para as medições das frequências de emissão de vórtices, o que é proibitivo tanto em termos de tempo quanto em termos de custo.

2.6. Resistência à Fadiga

Quando a frequência de emissão dos vórtices é próxima à frequência natural da travessa na água, assumindo 70 Hz, no caso de uma máquina grande, tem-se $2,52 \times 10^5$ ciclos por hora de operação.

Dessa forma, para garantir a integridade da peça, o nível de tensões deve ser inferior ao limite de resistência à fadiga do componente, se este limite existir.

Torna-se útil, portanto, verificar o limite de resistência à fadiga de uma típica solda de pré-distribuidor. Esta solda é uma solda de penetração total e como toda solda possui minúsculos defeitos típicos do processo, independentemente do cuidado empregado na execução. Na região da solda aparecem também descontinuidades geométricas que causam uma concentração de tensão adicional. Assim considerando-

se os pequenos defeitos e as altas tensões, esta região apresenta características propícias a uma falha por fadiga. Vale ressaltar, também, que na imensa maioria dos casos a tensão é de tração o que aumenta a possibilidade de propagação da trinca.

Uma referência quanto ao limite de resistência à fadiga de uma solda típica de travessa do pré-distribuidor pode ser obtida do British Standard BS 7608:1993 – *Code of practice for fatigue design and assessment of steel structures* [37]. Nesta norma a solda do pré-distribuidor equivale à classe F que possui um limite de resistência à fadiga de 40 MPa pico a pico, já considerando uma probabilidade nominal de falha de 2,3% (assumindo uma distribuição normal). O fato de um componente estar imerso em água, sem qualquer tipo de proteção, afeta significativamente sua resistência à fadiga, no caso da água do mar, por exemplo, conforme [37] a vida esperada deve ser reduzida à metade. Deixa de existir também, um limite de resistência à fadiga, ou seja, mesmo tensões extremamente baixas podem levar o componente à falha se o número de ciclos for elevado. Por esta razão, é extremamente importante que as travessas do pré-distribuidor sejam pintadas. A pintura é normalmente de alcatrão de hulha com espessura mínima de 400 micra. Para juntas soldadas grossas, o limite de resistência à fadiga deve ser ainda corrigido

pelo seguinte fator: $\left(\frac{h_e}{h}\right)^{1/4}$ onde h_e é a espessura relativa ao ensaio, no caso 16 mm,

e h a espessura da peça em análise. Assumindo uma espessura de 90 mm, obtém-se uma redução de 35% no limite de resistência a fadiga que passa a 26 MPa pico a pico. Este resultado é próximo do valor de 20 MPa estimado com base nos dados da tabela 2.1.

A tensão limite de resistência à fadiga pode ser aumentada em até 30% com o esmerilhamento da raiz da solda [37] ou entre 20 e 40% pelo jateamento com granalha de aço (*shot-peening*) [38], mas ainda assim os valores são baixos, o que indica que uma condição livre de ressonância deve ser perseguida. Nos poucos casos onde a tensão média é de compressão, algumas máquinas Kaplan com caixa espiral em concreto ou um arranjo onde o peso das partes rotativas seja carregado predominantemente pelas travessas e consiga superar os esforços de tração na travessa causados pela pressão de água, o alívio de tensões do pré-distribuidor pode ter um efeito relevante na resistência à fadiga. Isto ocorre porque, em peças não

aliviadas, a tensão residual é de tração e pode chegar a valores da ordem da tensão de escoamento do material. Portanto, mesmo estando a travessa submetida a um carregamento de compressão, a tensão resultante na peça pode continuar de tração. Com o alívio de tensões o objetivo é reduzir estas tensões residuais de tração e manter a peça permanentemente sob compressão.

Na maior parte dos casos, porém, a tensão será sempre de tração e, além disso, é extremamente complicado numa estrutura tão grande e complexa, como é o pré-distribuidor, conseguir-se um alívio de tensões para todas as soldas. Os casos onde as tensões residuais foram medidas no campo indicaram que estas podem chegar até o escoamento do material mesmo em pré-distribuidores que já tenham sofrido alívio de tensões.

Com base na mesma linha de raciocínio exposta acima, a norma BS 7608 sugere que o possível efeito benéfico do alívio de tensões não seja considerado durante o projeto do componente. Dessa forma é mais seguro que o projetista considere, para efeito de cálculo, que o pré-distribuidor não foi “aliviado”.

Vale ressaltar que o procedimento de cálculo apresentado acima não leva em consideração as tensões médias, apenas as tensões alternadas. Parte da explicação aparece no gráfico da figura 2.29 extraído da referência [38]. Neste gráfico percebe-se que as tensões médias de tração ($+S_m$) possuem pouca influência nas tensões alternadas admissíveis (S_a). Esta característica aliada à dificuldade de se estimar as tensões residuais, explica porque as tensões médias são normalmente desprezadas.

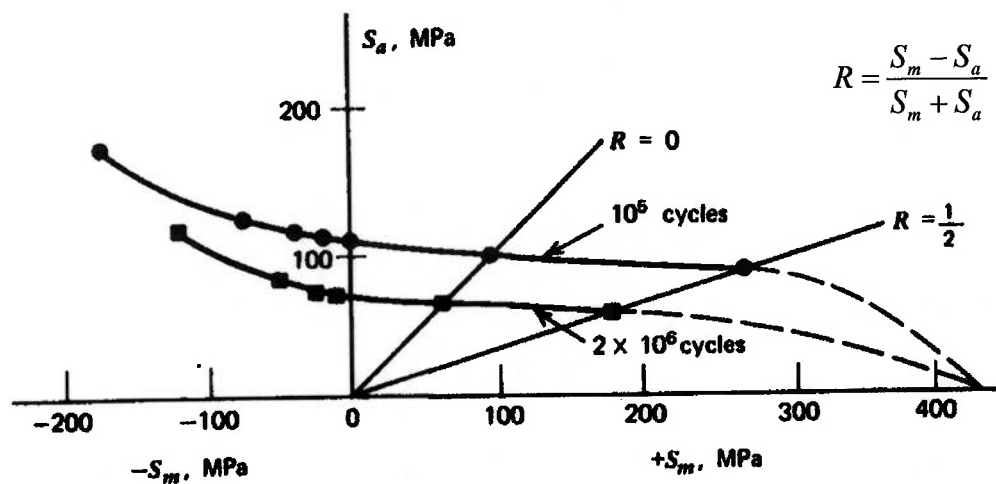


Fig. 2.29 Diagrama de vida constante para soldas em aço carbono [38].

2.7. Medidas de Reparo

Nos casos de trinca em travessas o reparo se deu usualmente da seguinte maneira: o material trincado foi removido e a região esmerilhada. Foi então realizado um pré-aquecimento e uma seqüência de solda de modo a minimizar as deformações, normalmente alternando os lados a serem soldados e, quando possível, soldando travessas na ordem diagonal. Uma vez a deposição de material concluída, a solda foi esmerilhada polida e pintada.

As alternativas para se reduzir as tensões nas travessas e, por consequência, evitar o aparecimento de trincas são, em ordem de preferência:

- Aumentar o raio da solda,
- Modificar a aresta de saída da travessa,
- Instalar placas amortecedoras,
- Substituir a travessa por uma travessa mais espessa.

Obviamente as duas últimas alternativas só devem ser consideradas se as duas primeiras não forem suficientes. De qualquer forma, após as modificações é necessário verificar com extensômetros as tensões nas travessas e uma cuidadosa rotina de inspeções deve ser posta em prática, pelo menos pelas próximas 20000 horas de operação.

3. FREQUÊNCIAS NATURAIS NO AR - MODELOS DE CÁLCULO

Um fenômeno físico pode ser modelado matematicamente de diversas formas. Neste capítulo alguns modelos para cálculo das frequências naturais de uma travessa serão avaliados. Como ponto de partida serão escolhidas três placas cujas geometrias representem o intervalo possível de variação da forma de uma travessa de máquina hidráulica. A placa 1 se aproxima de uma travessa de máquina Francis de altíssima queda e corresponde à geometria mais robusta. A placa 3, se encontra do outro lado do espectro, assemelhando-se ao perfil de uma travessa extremamente esbelta, típica de máquinas Kaplan. Como geometria intermediária tem-se a placa 2, representativa de uma travessa de máquina Francis de baixa queda. As frequências naturais destas placas serão calculadas pelo método dos elementos finitos e, posteriormente, comparadas com outros métodos numéricos e analíticos de cálculo. A comparação dos métodos analisados com os resultados experimentais se dará no capítulo 7. Ainda no capítulo 3, serão analisados os efeitos da pré-tensão da travessa e da flexibilidade dos anéis do pré-distribuidor nas frequências naturais.

3.1. Geometria das Placas Analisadas

Como grande parte das variáveis que definem uma máquina hidráulica, a geometria das travessas pode ser relacionada com a rotação específica da máquina (nq). Relembrando a eq.(1.1):

$$nq = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{0.75}}$$

A vazão (Q) está intimamente relacionada ao tamanho da máquina pelo fato de a velocidade da água não variar tanto de uma turbina para outra, enquanto que a queda líquida (H) representa uma medida dos esforços a que a máquina estará submetida, já que a pressão da água é o principal carregamento de uma turbina hidráulica. Grandes vazões, ou grandes dimensões, e pequenos esforços implicam em uma rotação específica alta. Implicam, também, em máquinas esbeltas.

Por esta razão, de forma geral, quanto maior a rotação específica da máquina, mais esbelta se torna a travessa do pré-distribuidor. Assim, adotando-se um comprimento

da travessa (L) igual a 1000 mm, as demais dimensões, em função da rotação específica, seguiriam a tabela 3.1.

Tabela 3.1 Geometria das travessas X nq .

nq	h - Espessura da Travessa [mm]	b - Largura da Travessa [mm]	Típico para	Nome Adotado
28	220	2500	Turbinas Francis Alta queda	Placa 1
90	80	500	Turbinas Francis Baixa queda	Placa 2
140	25	400	Turbinas Kaplan	Placa 3

Para facilitar a análise e a comparação com o método dos elementos finitos, as travessas escolhidas serão modeladas como placas planas de seção retangular, engastadas nas extremidades superior e inferior. Mais adiante, estas hipóteses serão relaxadas. As geometrias estudadas podem ser comparadas na figura 3.1.

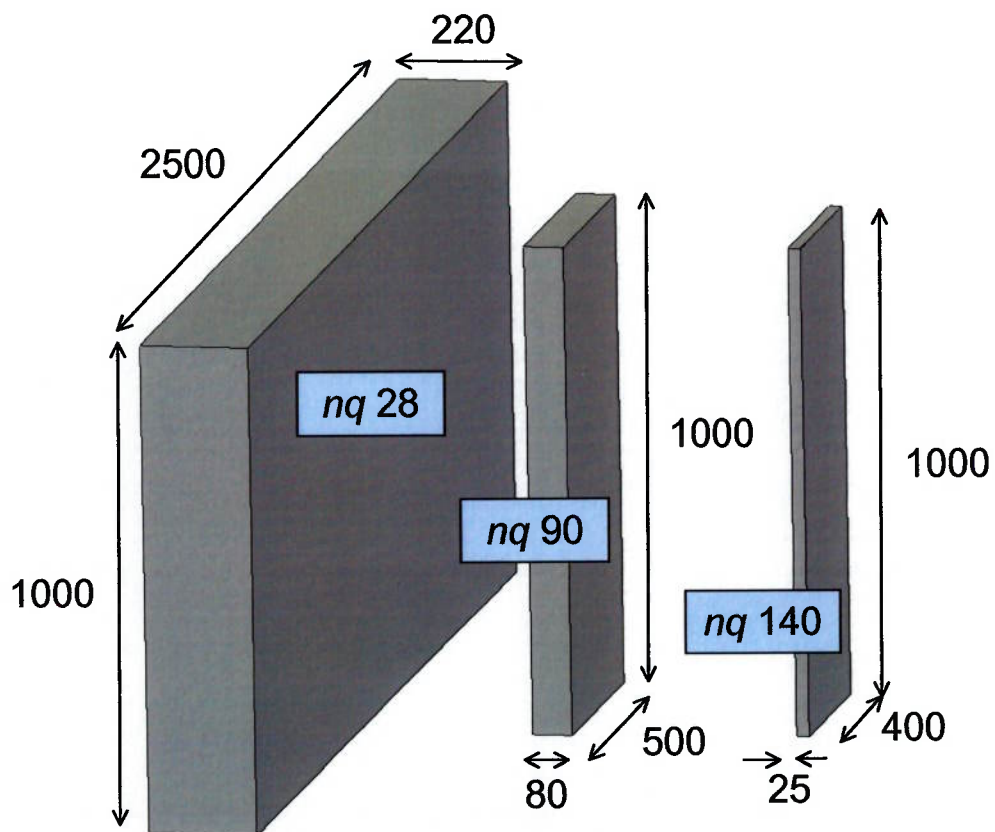


Fig. 3.1 Geometria das placas analisadas.

3.2. Análise pelo Método dos Elementos Finitos

Para a análise das placas pelo método dos elementos finitos foi utilizado o programa comercial ANSYS Workbench 7.1 desenvolvido pela empresa Ansys Inc.

O elemento utilizado na análise foi o hexaedro de 20 nós (SOLID 186) que pode ser visto na figura 3.2.

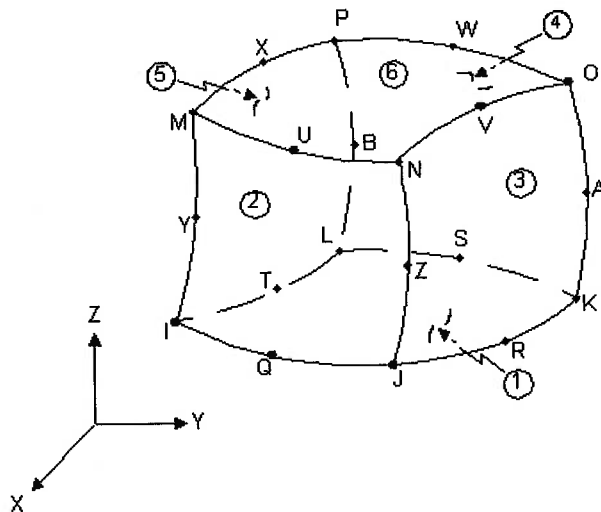


Fig. 3.2 Elemento hexaédrico de 20 nós.

As travessas do pré-distribuidor são fabricadas em aço carbono. Para todos os cálculos apresentados neste trabalho foram adotadas as seguintes propriedades:

Módulo de Elasticidade	$E =$	200000	MPa
Coefficiente de Poisson	$\nu =$	0,3	
Densidade do Aço	$\rho =$	7850	kg / m ³

Para a análise da placa 1, após uma análise de convergência, foram utilizados 2352 elementos com um total de 11965 nós. A malha pode ser vista na figura 3.3, enquanto que a figura 3.4 apresenta as condições de contorno adotadas. Os modos naturais e as frequências naturais estão representados nas figuras 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8.

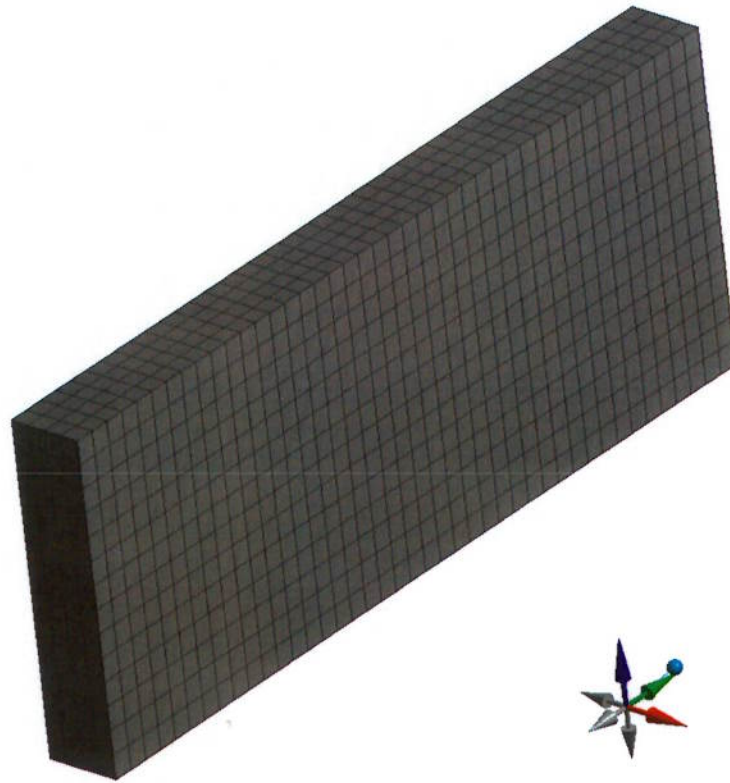


Fig. 3.3 Placa 1 – Malha.

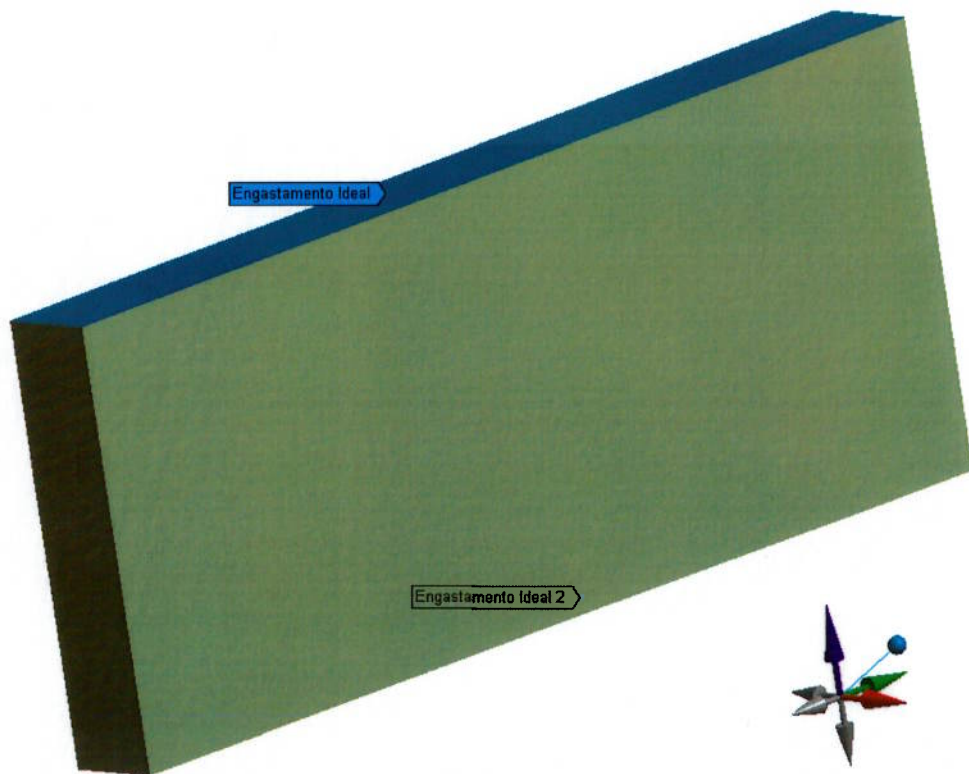


Fig. 3.4 Placa 1 – Condições de contorno.

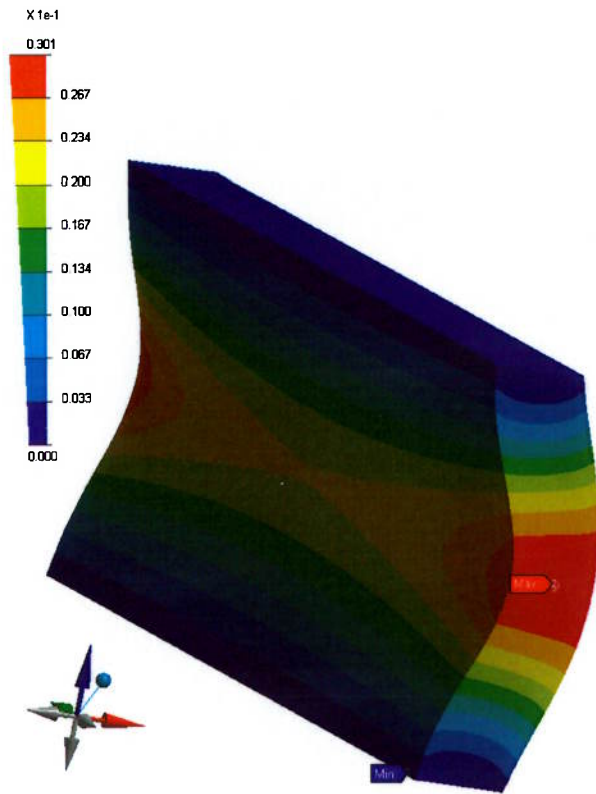


Fig. 3.5 Placa 1 – 1º Modo – Freq. 923,1 Hz.

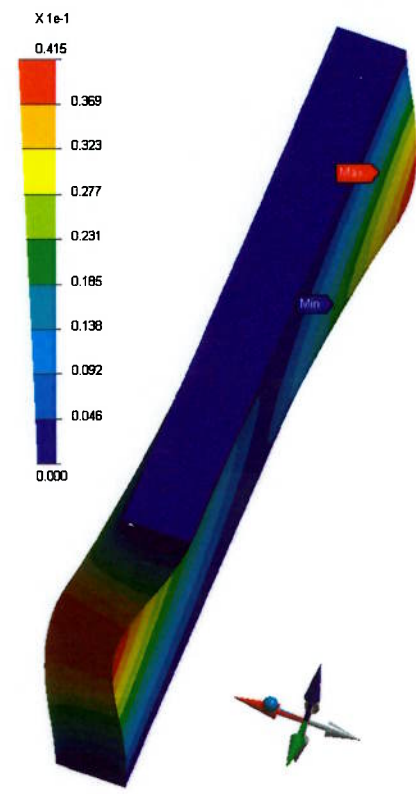


Fig. 3.6 Placa 1 – 2º Modo – Freq. 942,7 Hz.

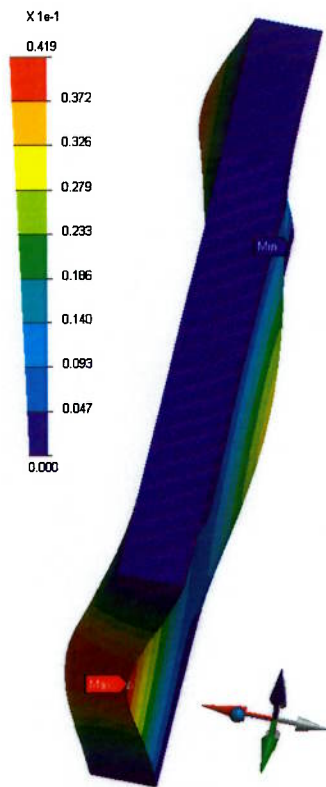


Fig. 3.7 Placa 1 – 3º Modo – Freq. 1026,1 Hz.

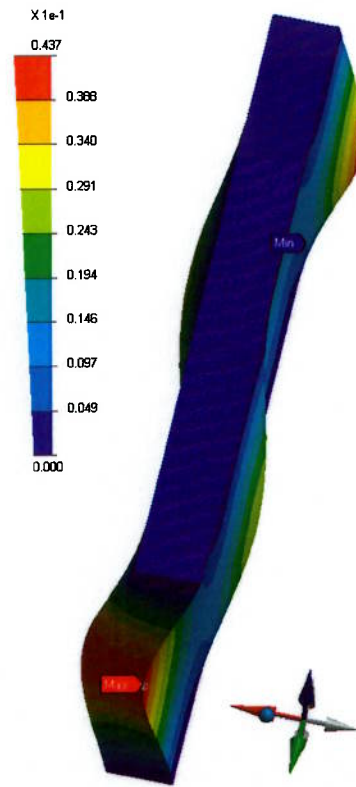


Fig. 3.8 Placa 1 – 4º Modo – Freq. 1196,7 Hz.

A placa 2 foi modelada com 4611 elementos resultando em 23964 nós. A malha e as condições de contorno podem ser vistas nas figuras 3.9 e 3.10, respectivamente.



Fig. 3.9 Placa 2 – Malha.

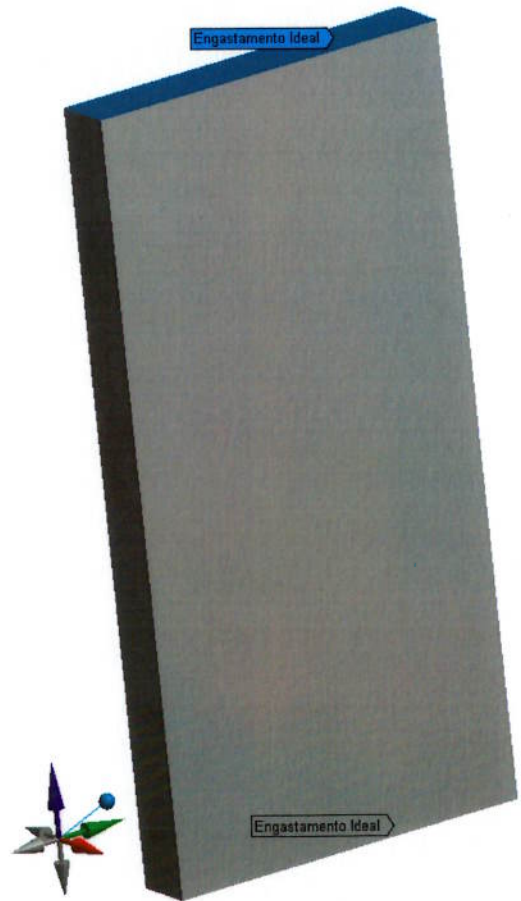


Fig. 3.10 Placa 2 – Condições de contorno.

As figuras 3.11, 3.12, 3.13 e 3.14 apresentam os modos naturais e as correspondentes frequências.

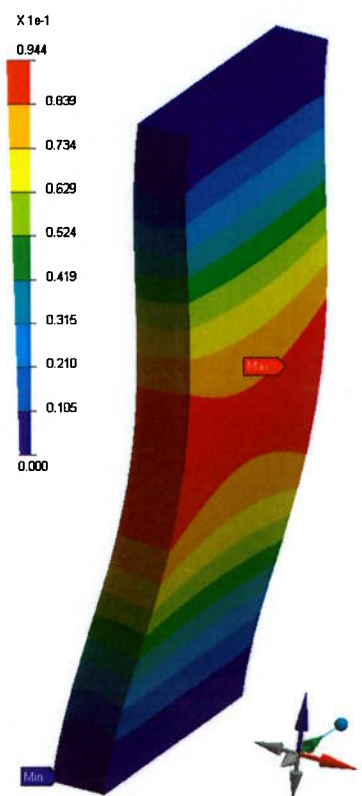


Fig. 3.11 Placa 2 – 1º Modo – Freq. 410,2 Hz.

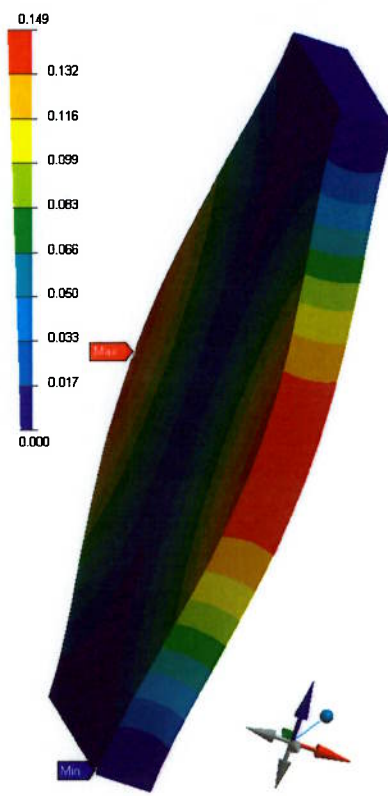


Fig. 3.12 Placa 2 – 2º Modo – Freq. 629,8 Hz.

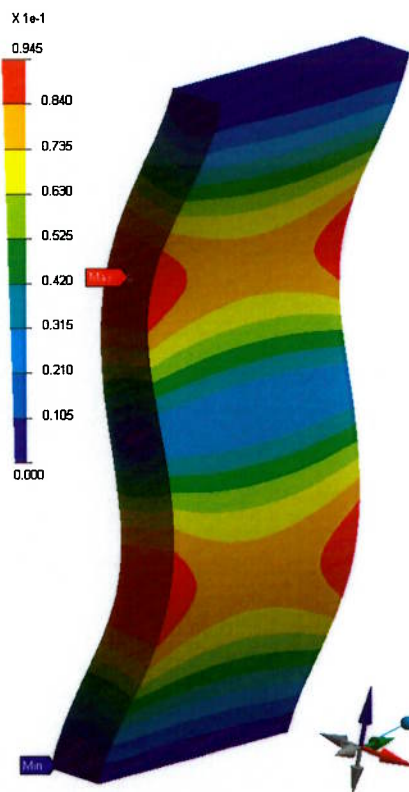


Fig. 3.13 Placa 2 – 3º Modo – Freq. 1073,7 Hz.

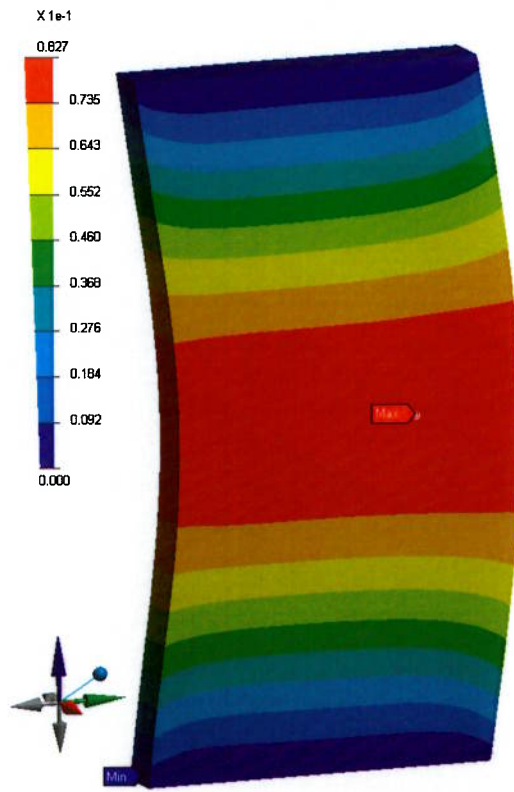


Fig. 3.14 Placa 2 – 4º Modo – Freq. 1274,7 Hz.

Foram utilizados 1862 elementos para a análise da placa 3. O número de nós foi de 10790. A malha pode ser vista na figura 3.15 enquanto que a figura 3.16 mostra os dois engastamentos considerados.



Fig. 3.15 Placa 3 – Malha.

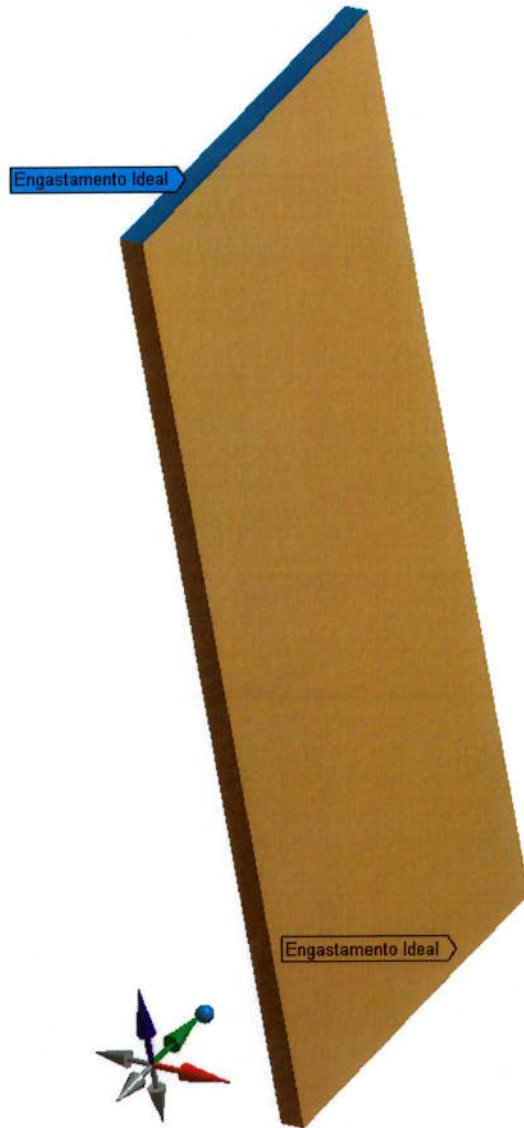


Fig. 3.16 Placa 3 – Condições de contorno.

Ver figuras 3.17, 3.18, 3.19 e 3.20 para os quatro primeiros modos naturais, e respectivas frequências, da placa 3.

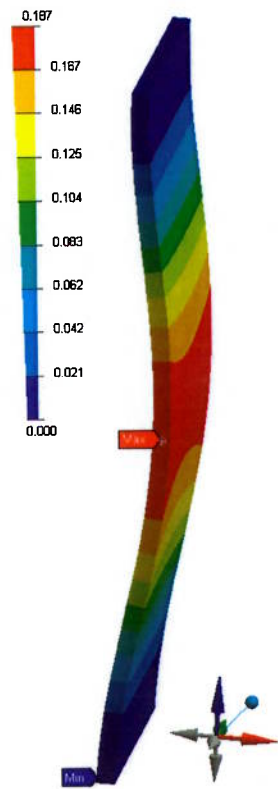


Fig. 3.17 Placa 3 – 1º Modo – Freq. 133,1 Hz.

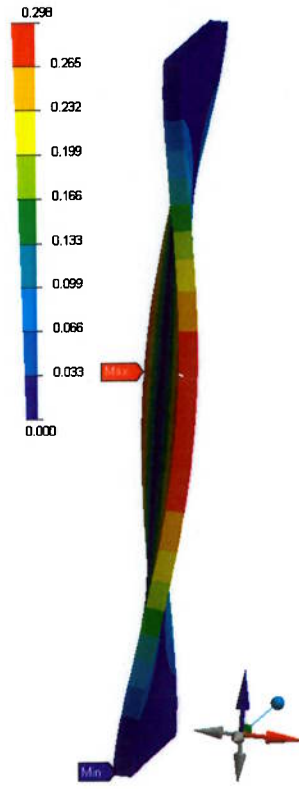


Fig. 3.18 Placa 3 – 2º Modo – Freq. 246,6 Hz.

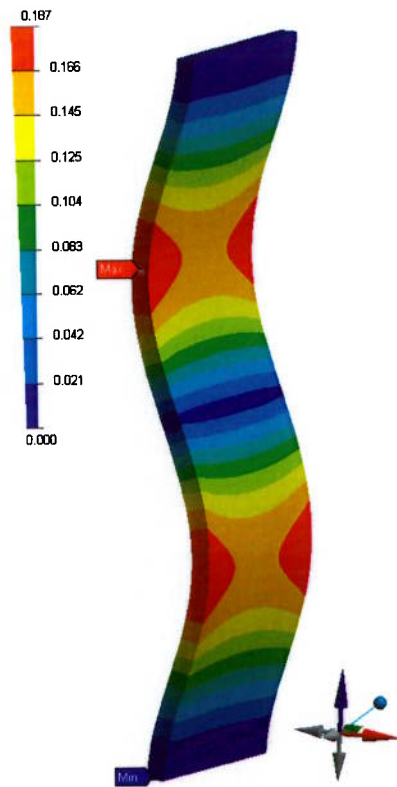


Fig. 3.19 Placa 3 – 3º Modo – Freq. 364,9 Hz.

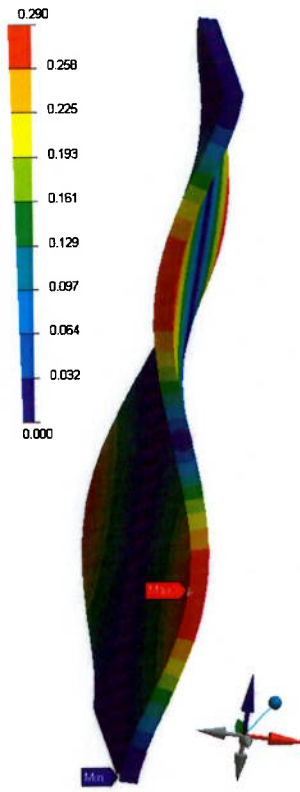


Fig. 3.20 Placa 3 – 4º Modo – Freq. 544,5 Hz.

3.3. Cálculo pela Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli

O primeiro enfoque se dará pelo método mais difundido e mais simples, a teoria de vigas de Euler-Bernoulli.

Esta teoria parte do pressuposto que a rotação do elemento pode ser desprezada em relação à translação vertical e que as deformações decorrentes da força cortante são pequenas em relação àquelas relacionadas ao momento fletor. Normalmente esta teoria é aplicada quando a razão entre o comprimento da viga e a maior dimensão da seção transversal é superior a 10.

Conforme demonstrado no Apêndice A, admitindo módulo de elasticidade e inércia da seção constantes, as frequências naturais de flexão de uma viga bi-engastada obedecem à eq.(3.1):

$$\omega_i = \phi_i^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (3.1)$$

com:

$$\phi_1 = 4,7300, \quad \phi_2 = 7,8532, \quad \phi_3 = 10,9956, \quad \phi_4 = 14,1372 \text{ e } \phi_5 = 17,2788$$

De acordo com Blevins [39] para $i > 5$ vale a eq.(3.2):

$$\phi_i = (2i + 1) \frac{\pi}{2} \quad (3.2)$$

Onde:

ω_i é a i -ésima frequência natural em rad/ s,

I é o momento de inércia da seção transversal da viga. No caso, $I = \frac{bh^3}{12}$,

m é a massa por unidade de comprimento da viga = $\rho \times A$,

A é a área da seção transversal da viga. No caso, $A = bh$,

e conforme já definido anteriormente:

E é o módulo de elasticidade do material,

ρ é a densidade do material,

L é o comprimento da viga.

Para uma viga bi-engastada e com seção retangular, as frequências naturais de torção podem ser calculadas através da eq.(3.3). Ver, por exemplo, Blevins [39] e Roark [40].

$$\omega_i = \frac{\varphi_i}{L} \sqrt{\frac{C.G}{\rho.I_p}} \quad (3.3)$$

com

$$\varphi_i = i\pi \quad (3.4)$$

$$C = \frac{bh^3}{16} \left[\frac{16}{3} - 3.36 \frac{h}{b} \left(1 - \frac{h^4}{12b^4} \right) \right] \quad (3.5)$$

Sendo as arestas do retângulo iguais a b e h .

$$G = \text{Módulo de cisalhamento} = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

I_p = Momento polar de inércia da seção transversal.

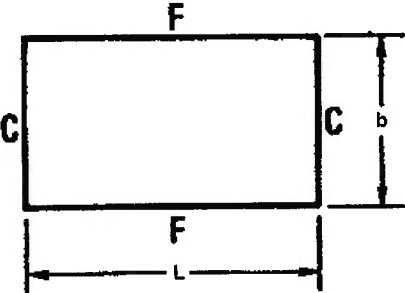
3.4. Cálculo pela Teoria de Placas Finas

Para uma placa retangular de espessura constante, as freqüência naturais são calculadas através da seguinte equação [39].

$$\omega_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{L^2} \sqrt{\frac{Eh^3}{12\rho h(1-\nu^2)}} \quad (3.6)$$

Onde λ_{ij}^2 depende das condições de contorno e da razão L/b .

A figura 3.21 apresenta os valores para o caso em estudo.

Description		λ_{ij}^2 and (ij)					
Clamped-Free - Clamped-Free		Mode Sequence					
$\frac{L}{b}$		1	2	3	4	5	6
0.4		22.35 (11)	23.09 (12)	25.67 (13)	30.63 (14)	38.69 (15)	49.86 (16)
2/3		22.31 (11)	24.31 (12)	31.70 (13)	46.82 (14)	61.57 (21)	64.34 (22)
1.0		22.27 (11)	26.53 (12)	43.66 (13)	61.47 (21)	67.55 (22)	79.90 (14)
1.5		22.21 (11)	30.90 (12)	61.30 (21)	70.96 (13)	74.26 (22)	118.3 (23)
2.5		22.13 (11)	41.69 (12)	61.00 (21)	92.38 (22)	119.9 (31)	157.8 (32)

$\nu = 0.3$

Fig. 3.21 Fatores para teoria de placas (placa bi-engastada) [39].

Vale um comentário com relação aos modos naturais de flexão e torção. Esta distinção só se aplica para vigas. No caso de placas, os diferentes modos são representados pelo número de meias-ondas (*half-waves*) numa determinada direção. Utilizando como referência a figura 3.21, a notação (ij) indica *i* meias-ondas na direção da coordenada *L* e *j* meias-ondas na direção da coordenada *b*. O modo (21), por exemplo, para o estudo em questão corresponde ao 2º modo flexional da teoria de vigas. Por simplicidade e para facilitar a comparação com a teoria de vigas será utilizada neste trabalho a denominação “modo torcional” mesmo nos cálculos pela teoria de placas.

3.5. Resultados e Primeiras Conclusões

A tabela 3.2 mostra os resultados para a placa 1.

Tabela 3.2 Resultados para placa 1.

Modo	Tipo	Frequência [Hz]			Razão Placas/ MEF
		MEF	Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli	Teoria de Placas Finas	
1°	(11)	923,1	1141,4	1195,3	1,29
2°	(12)	942,7	266,7	1234,9	1,31
3°	(13)	1026,1	533,4	1372,9	1,34
4°	(14)	1196,7	800,1	1638,2	1,37

Os resultados para placa 2, podem ser vistos na tabela 3.3.

Tabela 3.3 Resultados para placa 2.

Modo	Tipo	Frequência [Hz]			Razão Placas/ MEF
		MEF	Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli	Teoria de Placas Finas	
1°	(11)	410,2	415,1	431,0	1,05
2°	(12)	629,8	469,0	699,2	1,11
3°	(21)	1073,7	1144,2	1189,1	1,11
4°	(Lat)	1274,7	2594,2	----	----

O 4° modo, conforme pode ser observado na figura 3.14, corresponde a um modo flexional de viga, neste caso, porém, a vibração se dá no plano determinado pelo comprimento e largura da placa. O valor de 2594,2 Hz apresentado na tabela 3.3 foi calculado com a teoria de vigas de Euler-Bernoulli apenas invertendo-se a largura e a espessura. Para diferenciá-lo dos demais modos, neste trabalho este modo será denominado Lateral (Lat).

A tabela 3.4 apresenta os resultados para a placa 3.

Tabela 3.4 Resultados para placa 3.

Modo	Tipo	Frequência [Hz]			Razão Placas/ MEF
		MEF	Teoria de Vigas de Euler-Bernoulli	Teoria de Placas Finas	
1°	(11)	133,1	129,7	134,5	1,01
2°	(12)	246,6	191,4	253,4	1,03
3°	(21)	364,9	357,6	370,7	1,02
4°	(22)	544,5	383,8	561,4	1,03

Analisando-se os resultados percebe-se que a teoria de vigas só é satisfatória para os modos flexionais. Mesmo para a esbelta placa 3, os modos torcionais divergem bastante do cálculo por elementos finitos. Conclui-se que o cálculo das frequências naturais de torção pela teoria de vigas deve ser descartado.

A teoria de placas finas se mostrou mais robusta e adequada. Mesmo para a placa 1 onde a razão entre a espessura e a menor dimensão da placa é 0,22 (o ideal seria menor que 0,1) os resultados são coerentes. Os modos foram determinados na seqüência correta e a razão entre o valor calculado pela teoria de placas e pelo MEF é aproximadamente igual para todos os modos. Isto sinaliza que um eventual fator de redução da frequência natural em função da espessura pode melhorar e muito a aplicabilidade desta teoria de placas.

Por simplicidade e levando-se em conta a similaridade entre o cálculo flexional da teoria de vigas de Euler-Bernoulli e o cálculo de acordo com a teoria de placas finas (ver Apêndice B) será buscado um fator de redução da frequência natural para a teoria de vigas de Euler-Bernoulli e a seguir este fator será validado, ou não, para a teoria de placas.

3.6. Fator de Redução da Frequência Natural

3.6.1. Teoria de Vigas de Timoshenko – Solução Numérica

Quando as dimensões da seção transversal da viga não são pequenas em relação ao comprimento vale a seguinte equação diferencial de acordo com Timoshenko [41]

(ver também Apêndice C).

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho I \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I \partial^4 y}{K'G \partial t^4} = 0 \quad (3.7)$$

Em um primeiro momento esta equação será resolvida através de um enfoque numérico conforme sugerido por Thomson [42].

A eq.(3.7) de 4ª ordem pode ser reescrita por meio de quatro equações de 1ª ordem, como mostrado a seguir:

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{M}{EI} \quad (3.8)$$

$$\frac{dy}{dx} = \psi - \frac{V}{K'AG} \quad (3.9)$$

$$\frac{dM}{dx} = V - \omega^2 \rho I \psi \quad (3.10)$$

$$\frac{dV}{dx} = \omega^2 \rho A y \quad (3.11)$$

Onde:

ψ é a inclinação (*slope*) decorrente do momento fletor,

y é a deflexão da linha de centro da viga,

M é o momento fletor e,

V é a força cortante.

Este sistema pode ser resolvido pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem utilizando Δx como passo de integração.

As condições de contorno numa extremidade da viga ($L0$) proporcionam um ponto de partida. Neste caso:

$$\psi(L0) = 0, \quad y(L0) = 0, \quad M(L0) = M_0, \quad V(L0) = V_0 \quad (3.12)$$

Estas condições de contorno podem ser consideradas uma combinação linear de dois vetores, como indicado abaixo:

$$\begin{Bmatrix} \psi(L0) \\ y(L0) \\ M(L0) \\ V(L0) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} + \alpha \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = C_{L0} + \alpha D_{L0} \quad (3.13)$$

Como o sistema é linear pode-se iniciar a solução do problema com cada vetor separadamente. Partindo de C_{L0} obtêm-se os seguintes resultados na extremidade

final da viga (L).

$$C_L = \begin{Bmatrix} \psi(L) \\ y(L) \\ M(L) \\ V(L) \end{Bmatrix}_C \quad (3.14)$$

Partindo de D_{L_0} obtém-se:

$$\alpha D_L = \begin{Bmatrix} \psi(L) \\ y(L) \\ M(L) \\ V(L) \end{Bmatrix}_D \quad (3.15)$$

A soma destes dois vetores deve satisfazer as condições de contorno na extremidade final da viga que, no caso em questão, são similares às condições de contorno na extremidade inicial.

$$\begin{Bmatrix} \psi(L) \\ y(L) \\ M(L) \\ V(L) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ M(L) \\ V(L) \end{Bmatrix} = C_L + \alpha D_L \quad (3.16)$$

Se a frequência natural (ω) for escolhida corretamente, estas condições de contorno implicam que:

$$\psi(L)_C + \alpha \psi(L)_D = 0 \quad (3.17)$$

$$y(L)_C + \alpha y(L)_D = 0 \quad (3.18)$$

e

$$\alpha = -\frac{\psi(L)_C}{\psi(L)_D} = -\frac{y(L)_C}{y(L)_D} \quad (3.19)$$

Satisfeitas pelo determinante:

$$\begin{vmatrix} \psi(L)_C & y(L)_C \\ \psi(L)_D & y(L)_D \end{vmatrix} = 0 \quad (3.20)$$

Assim o cálculo das frequências naturais da viga de Timoshenko se transforma em um processo iterativo em que se deve variar ω até que o determinante da eq.(3.20) resulte igual a zero. Este procedimento foi implementado no programa comercial Mathcad, com a viga sendo dividida em 50 partes no processo de integração. Um exemplo deste cálculo aparece no Apêndice D.

As frequências naturais flexionais das placas 1, 2 e 3, calculadas por este método, aparecem nas tabelas 3.5, 3.6 e 3.7, respectivamente.

Tabela 3.5 Resultados para placa 1 – Viga de Timoshenko – Método numérico.

Tipo do Modo	Frequência [Hz]		Razão Timoshenko/ MEF
	Viga de Timoshenko	MEF	
(11)	886,2	923,1	0,960
(21)	1990,4	2067,2	0,963
(31)	3285,3	3415,5	0,962

Tabela 3.6 Resultados para placa 2 – Viga de Timoshenko – Método numérico.

Tipo do Modo	Frequência [Hz]		Razão Timoshenko/ MEF
	Viga de Timoshenko	MEF	
(11)	397,9	410,2	0,970
(21)	1042,9	1073,7	0,971
(Lat)	1245,4	1274,7	0,977
(31)	1927,0	1987,9	0,969

Tabela 3.7 Resultados para placa 3 – Viga de Timoshenko – Método numérico.

Tipo do Modo	Frequência [Hz]		Razão Timoshenko/ MEF
	Viga de Timoshenko	MEF	
(11)	129,2	133,1	0,971
(21)	354,0	364,9	0,970
(31)	688,8	713,0	0,966

Verifica-se que todos os valores calculados utilizando-se a hipótese de Timoshenko ficaram levemente abaixo dos resultados em elementos finitos. Sendo o desvio da ordem de 3 a 4%. Esta diferença pode ser explicada comparando-se as equações para determinação das frequências naturais de Euler-Bernoulli eq.(3.1) e da teoria de

placas finas eq.(3.6) para o caso de uma placa retangular. No Apêndice B está demonstrado que estas equações se tornam idênticas se:

$$\phi_i^2 = \frac{\lambda_{ij}^2}{\sqrt{(1-\nu^2)}} \quad (3.21)$$

Ou, de outra forma, para uma mesma geometria, a frequência natural calculada pela teoria de placas finas é superior àquela calculada pela teoria de Euler-Bernoulli por

um fator $\frac{\lambda_{ij}^2}{\phi_i^2 \sqrt{(1-\nu^2)}}$ onde λ_{ij} é função da razão de aspecto L/b , além das condições

de contorno. Denominando-se este fator como fator de aspecto e assumindo-se que possa ser aplicado aos resultados da viga de Timoshenko, encontra-se:

Tabela 3.8 Resultados para placa 1 – Viga de Timoshenko corrigida pelo fator de aspecto.

Tipo do Modo	Frequência [Hz]		Razão Timoshenko com Fator de Aspecto/ MEF
	Viga de Timoshenko com Fator de Aspecto	MEF	
(11)	928,0	923,1	1,005
(21)	2085,7	2067,2	1,009
(31)	3443,9	3415,5	1,008

Obs: os valores de λ_{21} e λ_{31} foram extrapolados.

Tabela 3.9 Resultados para placa 2 – Viga de Timoshenko corrigida pelo fator de aspecto.

Tipo do Modo	Frequência [Hz]		Razão Timoshenko com Fator de Aspecto/ MEF
	Viga de Timoshenko com Fator de Aspecto	MEF	
(11)	413,3	410,2	1,008
(21)	1084,0	1073,7	1,010
(Lat)	1245,3	1274,7	0,977
(31)	2003,3	1987,9	1,008

Obs: os valores de λ_{11} para o modo lateral e λ_{31} foram extrapolados.

Tabela 3.10 Resultados para placa 3 – Viga de Timoshenko corrigida pelo fator de aspecto.

Tipo do Modo	Frequência [Hz]		Razão Timoshenko com Fator de Aspecto/ MEF
	Viga de Timoshenko com Fator de Aspecto	MEF	
(11)	134,0	133,1	1,007
(21)	367,0	364,9	1,006
(31)	716,1	713,0	1,004

Os resultados indicam que a teoria de vigas de Timoshenko corrigida por um fator de aspecto é perfeitamente adequada para calcular as frequências naturais flexionais das placas analisadas. Resta estender este cálculo para os modos torcionais e tentar uma solução mais expedita do problema, se possível, sem processos iterativos.

3.6.2. Teoria de Vigas de Timoshenko – Solução Analítica

Retomando a eq.(3.7).

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho I \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I \partial^4 y}{K'G \partial t^4} = 0$$

Assumindo, então, que y possa ser escrito na forma:

$$y = \left\{ \cosh\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) - \sigma_i \left[\sinh\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) - \sin\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) \right] \right\} (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) \quad (3.22)$$

que envolve a mesma função para o modo natural da teoria de vigas de Euler-Bernoulli (ver Apêndice A).

Como:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \left(\frac{\phi_i}{L}\right)^2 \left\{ \cosh\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) + \cos\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) - \sigma_i \left[\sinh\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) + \sin\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) \right] \right\} \times (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) \quad (3.23)$$

e

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \left(\frac{\phi_i}{L}\right)^4 \left\{ \cosh\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) - \sigma_i \left[\sinh\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) - \sin\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) \right] \right\} \times (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) \quad (3.24)$$

Tem-se:

$$\begin{aligned}
 & EI \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^4 \left\{ \cosh \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) - \cos \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) - \sigma_i \left[\sinh \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) - \sin \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) \right] \right\} - \\
 & - \rho A \left\{ \cosh \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) - \cos \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) - \sigma_i \left[\sinh \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) - \sin \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) \right] \right\} \omega_i^2 + \\
 & + \rho I \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \left(\frac{\lambda_i}{L} \right)^2 \left\{ \cosh \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) + \cos \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) - \sigma_i \left[\sinh \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) + \sin \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) \right] \right\} \omega_i^2 + \\
 & + \frac{\rho^2 I}{K'G} \left\{ \cosh \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) - \cos \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) - \sigma_i \left[\sinh \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) - \sin \left(\frac{\phi_i x}{L} \right) \right] \right\} \omega_i^4 = 0
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Assumindo-se que o 3º termo entre chaves é múltiplo dos demais termos entre chaves (esta hipótese será discutida mais adiante), tem-se:

$$EI \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^4 - \rho A \omega_i^2 + \rho I \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^2 J \omega_i^2 + \frac{\rho^2 I}{K'G} \omega_i^4 = 0 \tag{3.26}$$

Onde J é o múltiplo em questão.

Reagrupando:

$$\frac{\rho}{K'G} \omega_i^4 + \left[\left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^2 J - \frac{A}{I} \right] \omega_i^2 + \frac{E}{\rho} \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^4 = 0 \tag{3.27}$$

E resolvendo para ω_i^2

$$\omega_i^2 = \frac{\left[\frac{A}{I} - J \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^2 \right] \pm \sqrt{\left[J \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^2 - \frac{A}{I} \right]^2 - 4 \frac{E}{K'G} \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^4}}{\frac{2\rho}{K'G}} \tag{3.28}$$

Dessa forma se a variável J puder ser definida, a frequência natural da viga estará determinada. Esta equação é similar à apresentada por Anderson em [43].

3.6.3. Estimativa da Variável J

Retomando agora a eq.(3.25), denominando por M o primeiro termo entre chaves (que é idêntico ao segundo e quarto termo entre chaves) e por D o terceiro termo, podem-se desenhar gráficos do comportamento destas funções para diferentes modos naturais.

De forma analítica:

$$M = \cosh\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) - \sigma_i \left[\sinh\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) - \sin\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) \right] \quad (3.29)$$

$$D = \cosh\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) + \cos\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) - \sigma_i \left[\sinh\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) + \sin\left(\frac{\phi_i x}{L}\right) \right] \quad (3.30)$$

O comportamento de M e $-D$ pode ser visto nos gráficos a seguir.

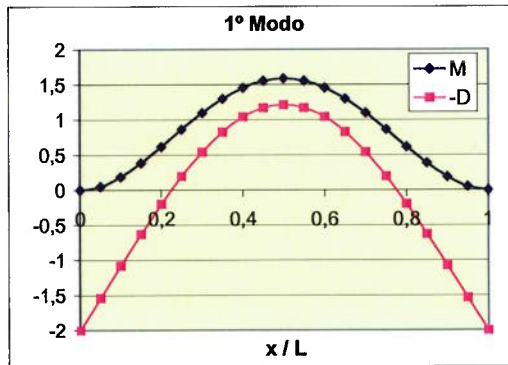


Fig. 3.22 Funções M e $-D$ – 1º Modo.

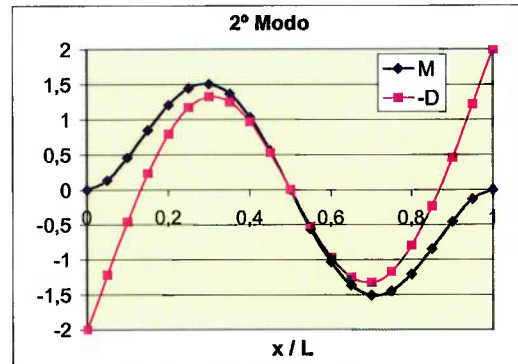


Fig. 3.23 Funções M e $-D$ – 2º Modo.

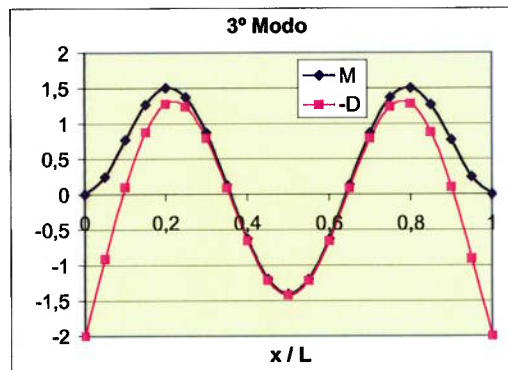


Fig. 3.24 Funções M e $-D$ – 3º Modo.

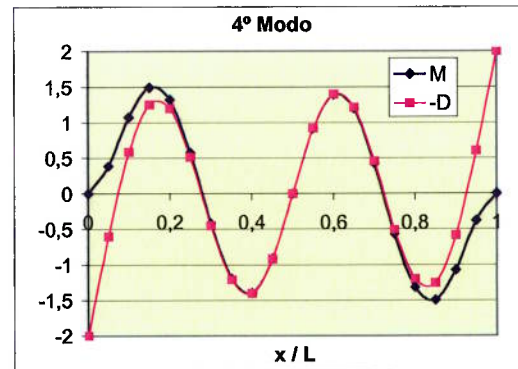


Fig. 3.25 Funções M e $-D$ – 4º Modo.

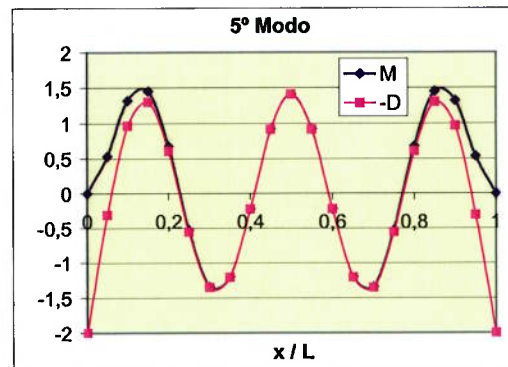


Fig. 3.26 Funções M e $-D$ – 5º Modo.

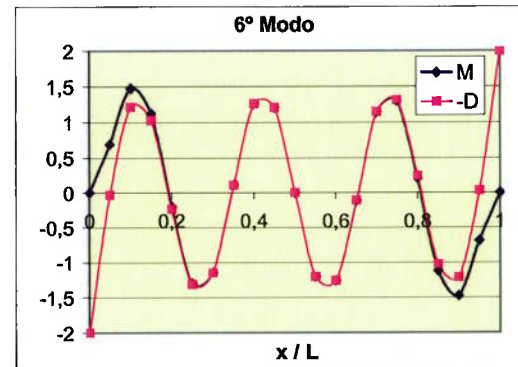
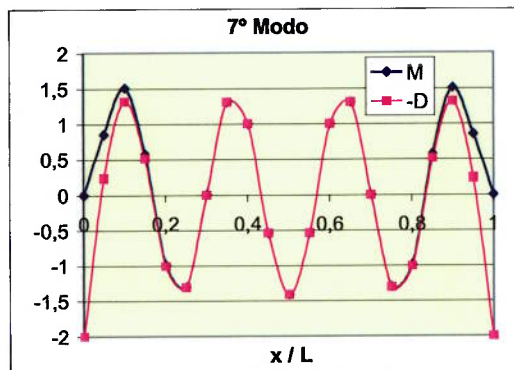
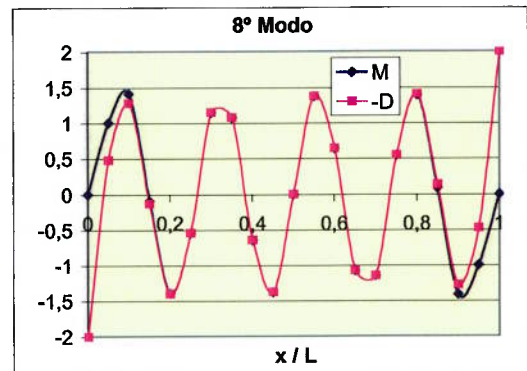


Fig. 3.27 Funções M e $-D$ – 6º Modo.

Fig. 3.28 Funções M e $-D$ – 7º Modo.Fig. 3.29 Funções M e $-D$ – 8º Modo.

Observa-se que a razão D por M , ou a própria variável J , tende a -1 para os modos mais altos e assim, a hipótese de D e M serem múltiplos é aceitável. Na prática, isto implica que os termos hiperbólicos da eq.(3.22) foram desprezados e o modo natural passou a ser definido apenas através das funções trigonométricas. Para os três primeiros modos naturais a variável J será calculada com base nos resultados numéricos das placas 1, 2 e 3 conforme tabelas 3.5, 3.6 e 3.7, respectivamente. O valor de J na eq.(3.28) que proporciona o mesmo valor de frequência natural encontrado pela solução numérica da eq.(3.7), para cada uma das placas, está mostrado na tabela 3.11.

Tabela 3.11 Variável J para os três primeiros modos flexionais.

Tipo do Modo	Variável J			J Médio
	Placa 1	Placa 2	Placa 3	
(11)	-1,814	-1,809	-1,810	-1,811
(21)	-1,538	-1,523	-1,519	-1,527
(31)	-1,361	-1,372	-1,369	-1,367

Os valores das frequências naturais encontrados para as placas 1, 2 e 3, utilizando-se a eq.(3.28) e os valores de J médio da tabela 3.11, podem ser conferidos nas tabelas a seguir.

Tabela 3.12 Freqs. naturais calculadas analiticamente utilizando a variável J – Placa 1.

		Frequência [Hz]	
Tipo do Modo	Solução Numérica	Sol. analítica com variável J	Razão Sol. Analítica / Sol. Numérica
(11)	886,2	886,4	1,000
(21)	1990,4	1994,9	1,002
(31)	3285,3	3279,6	0,998

Tabela 3.13 Freqs. naturais calculadas analiticamente utilizando a variável J – Placa 2.

		Frequência [Hz]	
Tipo do Modo	Solução Numérica	Sol. analítica com variável J	Razão Sol. Analítica / Sol. Numérica
(11)	397,9	397,8	1,000
(21)	1042,9	1042,7	1,000
(Lat)	1245,4	1247,9	1,002
(31)	1927,0	1927,9	1,000

Tabela 3.14 Freqs. naturais calculadas analiticamente utilizando a variável J – Placa 3.

		Frequência [Hz]	
Tipo do Modo	Solução Numérica	Sol. analítica com variável J	Razão Sol. Analítica / Sol. Numérica
(11)	129,2	129,2	1,000
(21)	354,0	354,0	1,000
(31)	688,8	688,9	1,000

Verifica-se, então, que a solução analítica utilizando a variável J substitui com eficiência o método numérico iterativo na determinação das frequências naturais flexionais de uma viga (desvios inferiores a 0,2% dentro do universo de placas pesquisado).

Resta implementar procedimento semelhante para a teoria de placas.

3.6.4. Fator de Redução da Frequência Natural em Função da Espessura

Retomando a eq.(3.26):

$$EI\left(\frac{\phi_i}{L}\right)^4 - \rho A \omega_i^2 + \rho I \left(1 + \frac{E}{K'G}\right) \left(\frac{\phi_i}{L}\right)^2 J \omega_i^2 + \frac{\rho^2 I}{K'G} \omega_i^4 = 0$$

Nesta equação, os dois primeiros termos correspondem à equação de Euler-Bernoulli, enquanto o terceiro e quarto termos são parcelas adicionais que levam em conta a rotação do elemento de viga e as deformações decorrentes da força cortante. De forma a simplificar a equação acima, é importante verificar se estas parcelas adicionais possuem a mesma ordem de grandeza, ou uma delas pode ser desprezada sem afetar demasiadamente o cálculo.

Assumindo numa primeira aproximação que:

$$\omega_i = \left(\frac{\phi_i}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad \omega_i \text{ em rad/s} \quad (3.31)$$

que é a solução da viga de Euler-Bernoulli e é também a solução da eq.(3.7) se o 3º e o 4º termos da equação forem desconsiderados, percebe-se que o 3º termo da eq.(3.26) se torna:

$$\rho I \left(1 + \frac{E}{K'G}\right) \left(\frac{\phi_i}{L}\right)^2 J \omega_i^2 = J \frac{EI^2}{A} \left(1 + \frac{E}{K'G}\right) \left(\frac{\phi_i}{L}\right)^6 \quad (3.32)$$

e o 4º termo obedece à seguinte equação:

$$\frac{\rho^2 I}{K'G} \omega_i^4 = \frac{E^2 I^3}{K'GA^2} \left(\frac{\phi_i}{L}\right)^8 \quad (3.33)$$

De modo a comparar a magnitude de cada termo, divide-se agora um termo pelo outro:

$$\frac{3^\circ \text{ termo}}{4^\circ \text{ termo}} = J \left(1 + \frac{E}{K'G}\right) \frac{K'GA}{EI} \frac{L^2}{\phi_i^2} \quad (3.34)$$

Assumindo-se uma seção retangular de largura b e espessura h e material do tipo aço carbono, obtém-se:

$$\frac{3^\circ \text{ termo}}{4^\circ \text{ termo}} = 15,84 \frac{J}{\phi_i^2} \left(\frac{L}{h}\right)^2 \quad (3.35)$$

De acordo com a eq.(3.35) o 4º termo se torna mais significativo para vigas de

grande espessura e quando ϕ_i aumenta, ou seja, modos mais altos de vibração. Por esta razão, em face da geometria das placas pesquisadas, será admitido que o 4º termo da eq.(3.26) pode ser desprezado apenas no cálculo das duas primeiras frequências naturais flexionais. Isto não se transforma numa grande limitação considerando-se que no estudo das travessas do pré-distribuidor, o interesse maior está nos primeiros modos naturais e de acordo com a tabela da figura 3.21, no intervalo de geometrias analisado, o 3º modo flexional (31) nunca está entre os quatro primeiros modos naturais da placa. De forma numérica: nas geometrias analisadas $\left(\frac{L}{h}\right)^2$ varia de 20,66 (placa 1) a 1600 (placa 3). Restringindo a análise até o 2º modo, tem-se, $\phi_1^2 = 22,37$, $\phi_2^2 = 61,67$ e, conforme tabela 3.11, $|J_1| = 1,811$ e $|J_2| = 1,527$. Portanto, no pior caso, que é o 2º modo flexional da placa 1, a razão entre os termos se torna:

$$= 15,84 \frac{1,527}{61,67} 20,66 = 8,10$$

Ou em outras palavras, o 4º termo da eq.(3.26) corresponde a uma magnitude de 12% do 3º termo. É importante ressaltar que a grande maioria das travessas se aproxima da geometria das placas 2 e 3, a placa 1 é um caso extremo, e no caso do cálculo da 2ª frequência natural flexional da placa 2, por exemplo, o 4º termo corresponde a apenas 1,6% do 3º termo.

Desprezando-se, por esta razão, o 4º termo da eq.(3.26), tem-se:

$$EI\left(\frac{\phi_i}{L}\right)^4 - \rho A \omega_i^2 + \rho I \left(1 + \frac{E}{K'G}\right) \left(\frac{\phi_i}{L}\right)^2 J \omega_i^2 = 0 \quad (3.36)$$

cuja solução é:

$$\omega_i^2 = \frac{EI\left(\frac{\phi_i}{L}\right)^4}{\rho A - J\rho I \left(1 + \frac{E}{K'G}\right) \left(\frac{\phi_i}{L}\right)^2} \quad (3.37)$$

Lembrando que de acordo com a teoria de Euler-Bernoulli, vale a eq.(3.31):

$$\omega_i = \left(\frac{\phi_i}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$

que é equivalente a:

$$\omega_i^2 = \frac{EI}{\rho A} \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^4$$

Encontra-se o fator de redução da frequência natural em função da espessura (f):

$$f = \frac{1}{\sqrt{1 - J \frac{I}{A} \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^2}} \quad (3.38)$$

Com J obedecendo os valores de J médio da tabela 3.11.

E a frequência natural da viga de Timoshenko pode ser aproximada através da seguinte equação:

$$\omega_{Timoshenko} = f \omega_{Euler-Bernoulli} \quad (3.39)$$

Vale ressaltar que para $J = -1$ a eq.(3.38) se torna idêntica à encontrada por Timoshenko em [41] como fator de redução para uma viga bi-apoiada.

Assumindo uma seção transversal retangular de largura b e espessura h , a espessura aparece explicitamente na fórmula como pode ser visto na eq.(3.40).

$$f = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{J}{12} \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \left(\frac{h}{L} \right)^2 \phi_i^2}} \quad (3.40)$$

A eq.(3.39) deve agora ser validada para as placas 1, 2 e 3. Os resultados destes cálculos aparecem nas tabelas 3.15, 3.16 e 3.17.

Tabela 3.15 Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de vigas – Placa 1.

Tipo do Modo	Frequência [Hz]			Razão Sol. Analítica com f / Sol. Numérica
	Solução Numérica	Sol. analítica com variável J	Sol. analítica com fator f	
(11)	886,2	886,4	882,4	0,996
(21)	1990,4	1994,9	1964,5	0,987

Tabela 3.16 Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de vigas – Placa 2.

Tipo do Modo	Frequência [Hz]			Razão Sol. Analítica com f / Sol. Numérica
	Solução Numérica	Sol. analítica com variável J	Sol. analítica com fator f	
(11)	397,9	397,8	397,7	0,999
(21)	1042,9	1042,7	1041,5	0,999
(Lat)	1245,4	1247,9	1225,8	0,984

Tabela 3.17 Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de vigas – Placa 3.

Tipo do Modo	Frequência [Hz]			Razão Sol. Analítica com f / Sol. Numérica
	Solução Numérica	Sol. analítica com variável J	Sol. analítica com fator f	
(11)	129,2	129,2	129,2	1,000
(21)	354,0	354,0	354,0	1,000

Conforme esperado, a simplificação adotada reduziu a precisão do cálculo, mas ainda assim, os resultados encontrados possuem precisão suficiente para aplicações de engenharia (desvio máximo de 1,6%).

Este fator agora deve ser estendido à teoria de placas.

Por analogia, a equação equivalente à eq.(3.38) deve ser:

$$f = \frac{1}{\sqrt{1 - J \frac{I}{A} \left(1 + \frac{E}{K'G}\right) \left(\frac{\lambda_{ij}}{L}\right)^2}} \quad (3.41)$$

que é, portanto, o fator de redução da frequência natural em função da espessura proposto para a teoria de placas finas.

Para os modos flexionais J obedece os valores da tabela 3.11. Para os modos torcionais, no entanto, a determinação não é tão simples já que, como seria de se esperar, f depende da razão b/L .

Considerando-se que a importância do valor de f para um determinado modo natural é tanto maior quanto maior for a razão espessura por comprimento, ver eq.(3.40), foram calculadas pelo MEF geometrias similares à da placa 1 porém com diferentes

larguras de placa, a seguir foi encontrado o valor de J que utilizado na eq.(3.41) igualasse o resultado analítico ao do método dos elementos finitos.

Assim, para $L = 1000$ mm e $h = 220$ mm, foram encontrados os seguintes valores de J em função de b/L .

Tabela 3.18 Valores de J para os modos torcionais.

Tipo do Modo	Razão b/L				
	2,5	1,5	1	0,5	0,4
(12)	-1,866	-1,884	-2,003	-2,394	-2,701
(13)	-1,852	-1,733	-1,497	-0,970	--
(14)	-1,716	-1,348	-1,091	--	--
(22)	--	-1,486	-1,497	-1,531	-1,616

Os valores da variável J para cada modo foram aproximados por uma equação no seguinte formato:

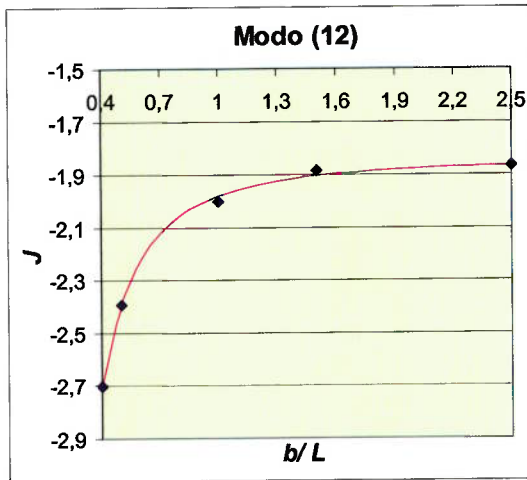
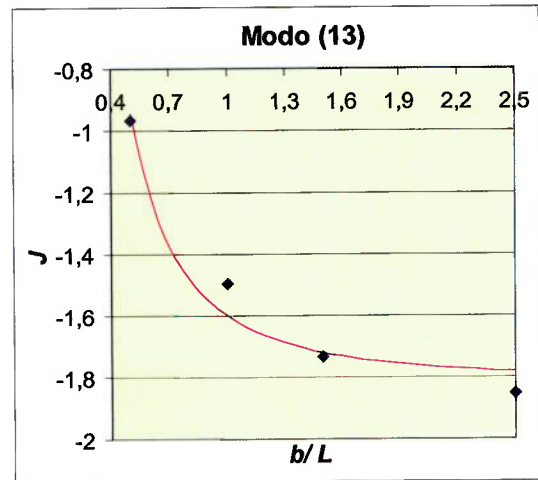
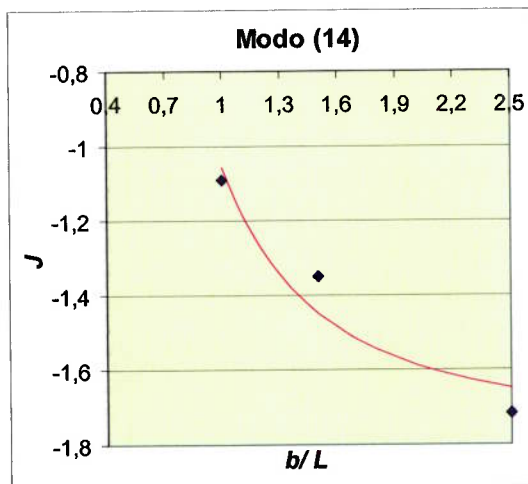
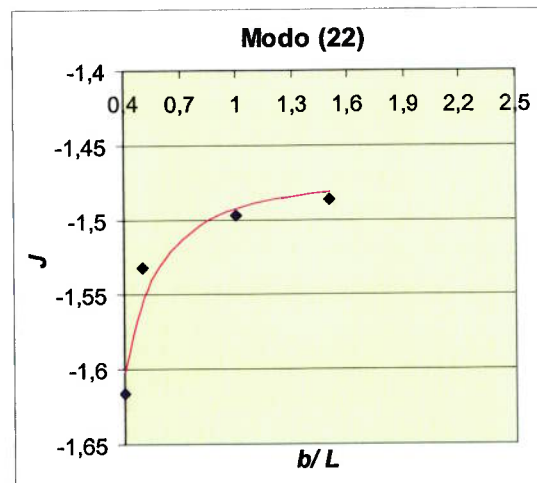
$$J = C1 + \frac{C2}{\left(\frac{b}{L}\right)^2} \quad (3.42)$$

Utilizando-se o método dos mínimos quadrados foram encontrados os seguintes valores das constantes $C1$ e $C2$:

Tabela 3.19 Constantes para determinação de J para os modos torcionais.

Tipo do Modo	C1	C2
(12)	-1,843	-0,1376
(13)	-1,818	0,2174
(14)	-1,762	0,7051
(22)	-1,472	-0,0209

Os valores de J encontrados, bem como as curvas ajustadas, podem ser vistos nas figuras seguintes.

Fig. 3.30 Gráfico de J para o modo (12).Fig. 3.31 Gráfico de J para o modo (13).Fig. 3.32 Gráfico de J para o modo (14).Fig. 3.33 Gráfico de J para o modo (22).

As tabelas a seguir, apresentam os valores das frequências naturais das placas 1, 2 e 3 calculados levando-se em consideração o fator f , e por conseqüência, a variável J .

Tabela 3.20 Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de placas – Placa 1.

Modo	Tipo	Frequência [Hz]			Razão Placas com f / MEF
		MEF	Teoria de Placas Finas	Teoria de Placas com fator f	
1°	(11)	923,1	1195,3	924,2	1,001
2°	(12)	942,7	1234,9	942,8	1,000
3°	(13)	1026,1	1372,9	1034,6	1,008
4°	(14)	1196,7	1638,2	1207,8	1,009

Tabela 3.21 Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de placas – Placa 2.

Modo	Tipo	Frequência [Hz]			Razão Placas com f / MEF
		MEF	Teoria de Placas Finas	Teoria de Placas com fator f	
1°	(11)	410,2	431,0	413,3	1,008
2°	(12)	629,8	699,2	641,2	1,018
3°	(21)	1073,7	1189,1	1083,2	1,009
4°	Lat	1274,7	2593,9	1248,3	0,979

Tabela 3.22 Freqs. naturais calculadas com fator f para teoria de placas – Placa 3.

Modo	Tipo	Frequência [Hz]			Razão Placas com f / MEF
		MEF	Teoria de Placas Finas	Teoria de Placas com fator f	
1°	(11)	133,1	134,5	133,9	1,006
2°	(12)	246,6	253,4	250,4	1,015
3°	(21)	364,9	370,7	367,1	1,006
4°	(22)	544,5	561,4	552,7	1,015

As discrepâncias encontradas, menores que 2,1%, indicam que o método proposto é adequado.

Utilizando-se a eq.(3.41) e adotando-se uma placa de aço carbono e seção retangular, chega-se à seguinte equação:

$$f = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,3434J \left(\frac{h}{L}\right)^2 \lambda_{ij}^2}} \quad (3.43)$$

O gráfico da próxima figura, baseado na eq.(3.43), apresenta o comportamento do fator f em função da razão h/L para os dois primeiros modos flexionais (foi assumido $b/L = 1$).

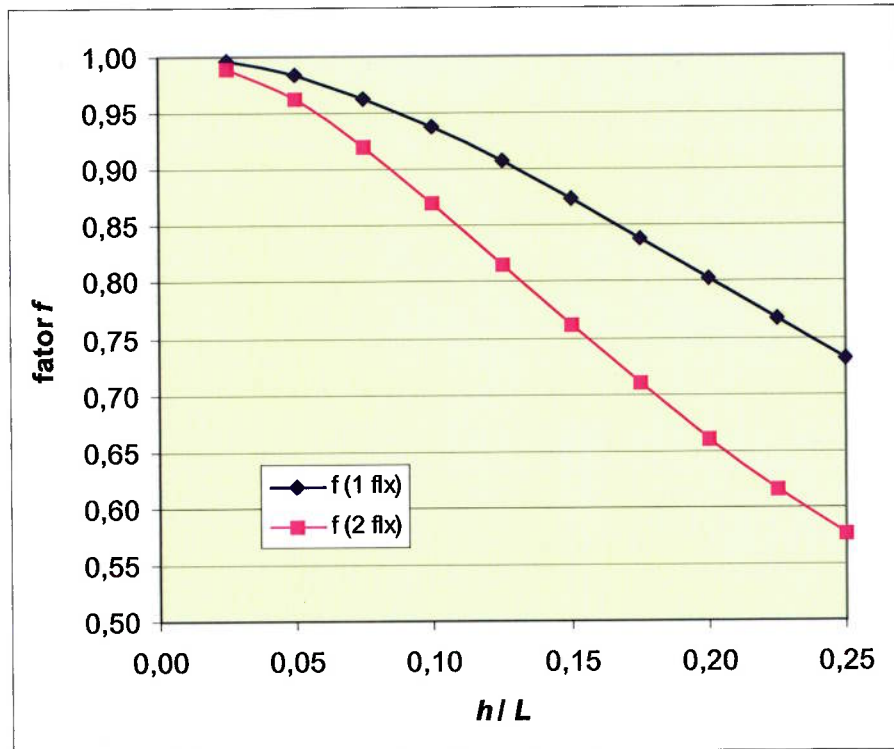


Fig. 3.34 Gráfico de $f(h/L)$ para os dois primeiros modos flexionais.

A figura 3.35, também para uma placa de seção retangular de aço carbono, mostra o comportamento de f para o 1º modo torcional (12).

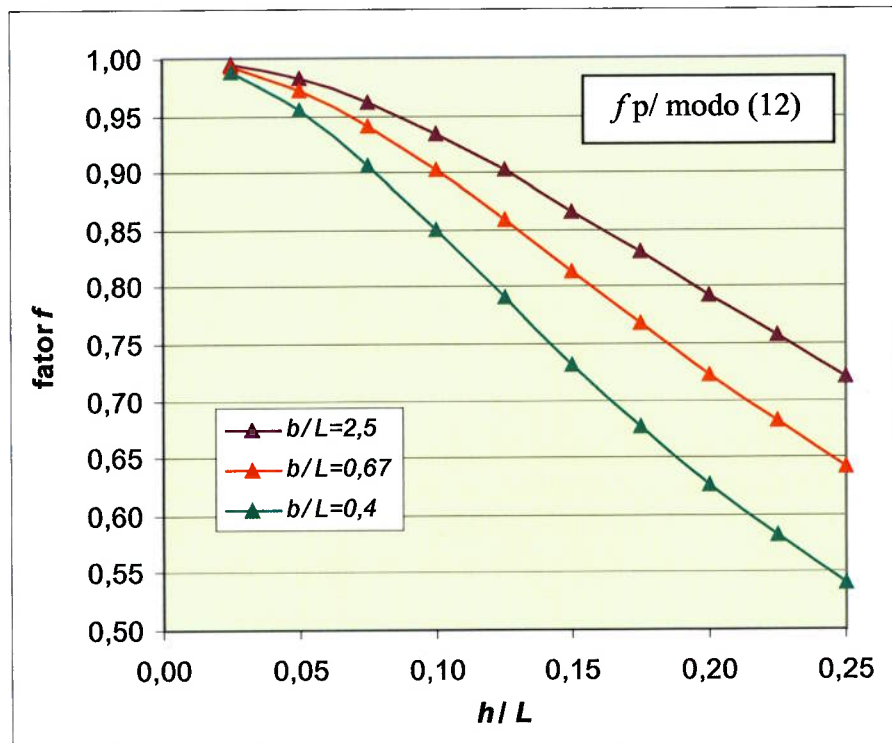


Fig. 3.35 Gráfico de $f(h/L)$ para o 1º modo torcional (12).

3.7. Cálculo para Perfis Não-Retangulares

Os cálculos apresentados anteriormente assumem que o perfil da placa é retangular. O perfil real de uma travessa, porém, jamais é exatamente retangular, por esta razão é necessário definir algum método para que as teorias de placas discutidas anteriormente possam ser utilizadas no cálculo de uma travessa real. Conforme já comentado anteriormente e apresentado no Apêndice B, o cálculo pela teoria de placas é bastante similar ao cálculo de vigas para os modos flexionais.

Como o cálculo de vigas não pressupõe uma seção retangular, pode ser utilizado como referência na determinação de um critério de equivalência entre seções retangulares e não-retangulares.

A equação da frequência natural de uma viga é baseada no momento de inércia e na massa por metro linear, ou densidade vezes área. Assim será proposto que duas seções diferentes serão consideradas equivalentes quando estas duas grandezas forem iguais.

Supondo-se então uma seção 1 de perfil genérico com inércia I_1 e densidade vezes

área igual a ρA_1 , para que a teoria de placas possa ser utilizada no cálculo da seção 1, deve-se encontrar um valor de espessura h_{eq} e largura b_{eq} equivalentes.

Como o material é o mesmo, manter o produto densidade vezes área igual corresponde a igualar as áreas. Assim:

$$h_{eq} \times b_{eq} = A_1 \quad (3.44)$$

e por raciocínio similar,

$$\frac{b_{eq} h_{eq}^3}{12} = I_1 \quad (3.45)$$

A solução deste sistema de duas equações e duas incógnitas, já eliminando o índice 1, é:

$$h_{eq} = \sqrt{\frac{12I}{A}} \quad (3.46)$$

e

$$b_{eq} = \frac{A}{h_{eq}} \quad (3.47)$$

Definidos h_{eq} e b_{eq} a teoria de placas pode ser utilizada normalmente. A aplicabilidade desta hipótese para os modos torcionais será verificada através dos exemplos do capítulo 7.

3.8. Efeito da Pré-Tensão na Travessa

Travessas de turbinas hidráulicas estão sempre submetidas à tensão axial. Com a máquina sem água esta tensão é de compressão. Quando a máquina está cheia de água a tensão normalmente passa a ser de tração. Faz-se necessário, portanto verificar o quanto isto pode afetar a frequência natural.

Conforme apresentado em [39] pode-se usar a seguinte fórmula aproximada para estimar a variação na frequência natural quando uma viga está sujeita a um carregamento axial P , onde P é positivo para uma carga de tração.

$$\frac{\omega_i|_{P \neq 0}}{\omega_i|_{P=0}} = \sqrt{1 + \frac{P \phi_1^2}{|P_b| \phi_i^2}} \quad (3.48)$$

P_b é a força axial necessária para flambar a viga. Para o caso de uma viga bi-engastada o valor de P_b pode ser calculado através da eq.(3.49).

$$P_b = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} \quad (3.49)$$

Em geral, travessas de pré-distribuidores são fabricadas em aço carbono de granulação fina, com uma tensão de escoamento da ordem de 320 MPa. Assim, numa primeira aproximação, pode-se estimar que a tensão axial na travessa é da ordem de 100 MPa.

As tabelas seguintes, mostram o efeito na frequência natural, de uma tensão de tração de 100 MPa aplicada nas 3 placas apresentadas anteriormente. Para o cálculo das placas a eq.(3.48) foi substituída pela eq.(3.50).

$$\frac{\omega_{ij}|_{P \neq 0}}{\omega_{ij}|_{P=0}} = \sqrt{1 + \frac{P}{|P_b|} \frac{\lambda_{11}^2}{\lambda_{ij}^2}} \quad (3.50)$$

Tabela 3.23 Efeito da pré-tensão – Placa 1.

Modo	$\omega_{ij} _{P \neq 0} / \omega_{ij} _{P=0}$	
	Analítico	MEF
(11)	1,002	1,002
(12)	1,002*	1,002
(13)	1,001*	1,002
(14)	1,001*	1,001

Tabela 3.24 Efeito da pré-tensão – Placa 2.

Modo	$\omega_{ij} _{P \neq 0} / \omega_{ij} _{P=0}$	
	Analítico	MEF
(11)	1,012	1,011
(12)	1,007*	1,004
(21)	1,004	1,006
Lat	1,000	1,001

Tabela 3.25 Efeito da pré-tensão – Placa 3.

Modo	$\omega_{ij} _{P \neq 0} / \omega_{ij} _{P=0}$	
	Analítico	MEF
(11)	1,115	1,106
(12)	1,063*	1,029
(21)	1,043	1,054
(22)	1,029*	1,023

* não existe embasamento físico para aplicação da eq.(3.50) para os modos torcionais, por essa razão os valores apresentados nas tabelas acima seguidos por asterisco são apenas informativos.

Os resultados indicam que o método analítico sugerido em [39] é adequado. Verifica-se também que no caso de uma turbina Kaplan de baixa queda, a variação na frequência natural pode superar os 10%. Para turbinas Francis a variação em geral não ultrapassa 1%.

Na prática é extremamente complicado estimar o valor da tensão axial numa travessa de pré-distribuidor. É necessário conhecer, além da geometria da travessa propriamente dita, a geometria do pré-distribuidor e da caixa espiral, a pressão da água na caixa espiral, a variação de pressão da água sob a tampa da turbina e sobre o aro de saída, além dos carregamentos suportados por estes componentes. O efeito do concreto ao redor da caixa espiral e do pré-distribuidor também deve ser estimado. Além disso, o valor da frequência natural calculado teoricamente dificilmente poderá ser comparado com valores experimentais, já que as medições são normalmente realizadas com a máquina vazia, ou seja, sem pressão de água. Pelas razões expostas acima, o efeito da pré-tensão não será incluído formalmente no cálculo. Será apresentado, entretanto, um gráfico onde se pode estimar rapidamente o intervalo de variação da frequência natural para o 1º modo, o mais afetado.

Retomando a eq.(3.49):

$$P_b = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$$

E aplicando a eq.(3.50) apenas para o 1º modo natural:

$$\frac{\omega_{11}|_{P \neq 0}}{\omega_{11}|_{P=0}} = \sqrt{1 + \frac{P}{|P_b|}} \quad (3.51)$$

Lembrando ainda que:

$$P = \sigma A \quad (3.52)$$

E assumindo uma seção retangular:

$$A = bh \quad (3.53)$$

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (3.54)$$

Obtém-se:

$$\frac{\omega_{11}|_{P \neq 0}}{\omega_{11}|_{P=0}} = \sqrt{1 + \frac{3\sigma}{\pi^2 E} \left(\frac{L}{h}\right)^2} \quad (3.55)$$

Admitindo-se que o material da travessa é aço carbono com um módulo de elasticidade $E=200000$ MPa chega-se ao gráfico da figura 3.36, onde a variação da frequência natural é apresentada para diferentes valores de tensão axial média de tração.

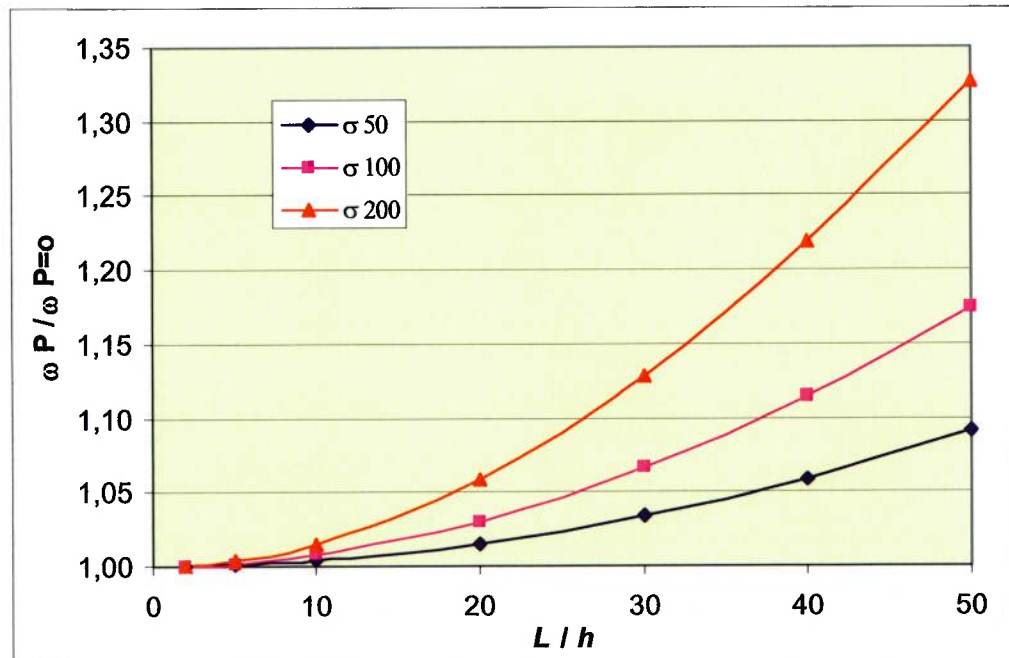


Fig. 3.36 Efeito da pré-tensão na 1ª frequência natural de uma placa.

3.9. Efeito da Flexibilidade dos Anéis do Pré-Distribuidor

Em estruturais reais o engastamento ideal não existe, dessa forma é esperado que os valores de frequência natural calculados nas seções anteriores sejam superiores aos reais. Modelando-se a travessa como uma viga, o efeito dos anéis sobre a travessa, para os modos flexionais, pode ser assumido como igual ao de uma mola de torção fixa nas extremidades. Assumindo-se que a constante de mola (k) é igual nas duas extremidades, encontram-se as seguintes condições de contorno:

$$y(0) = 0 \quad (3.56)$$

$$y(L) = 0 \quad (3.57)$$

$$M_0 = k \frac{\partial y(0,t)}{\partial x} \quad (3.58)$$

$$M_L = k \frac{\partial y(L,t)}{\partial x} \quad (3.59)$$

$$EI \frac{\partial^2 y(0,t)}{\partial x^2} = k \frac{\partial y(0,t)}{\partial x} \quad (3.60)$$

$$EI \frac{\partial^2 y(L,t)}{\partial x^2} = k \frac{\partial y(L,t)}{\partial x} \quad (3.61)$$

Conforme apresentado por Blevins [39], a frequência natural pode ser calculada através da eq.(3.62):

$$\omega_i = \phi_i^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (3.62)$$

onde ϕ_i é função do quociente $\frac{kL}{EI}$. Os valores de ϕ_i aparecem na tabela 3.26, também extraída da referência [39].

Tabela 3.26 Fator para consideração da flexibilidade dos anéis do pré-distribuidor [39].

$\frac{kL}{EI}$	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
0	3,142	6,283	9,425	12,566
0,01	3,144	6,284	9,425	12,567
0,1	3,172	6,298	9,435	12,574
1,0	3,398	6,427	9,524	12,642
10	4,155	7,068	10,065	13,105
100	4,641	7,710	10,801	13,894
∞	4,730	7,853	10,996	14,137

Para $\frac{kL}{EI}=0$ tem-se o caso de uma viga bi-apoiada, enquanto que $\frac{kL}{EI}=\infty$ corresponde a uma viga bi-engastada. Pode-se quantificar a influência da rigidez desta mola de torção para cada um dos modos naturais calculando-se a razão entre os valores de ϕ para $\frac{kL}{EI}=0$ e $\frac{kL}{EI}=\infty$. Elevando-se esta razão ao quadrado obtém-se a razão entre as frequências naturais, conforme pode ser visto na tabela 3.27.

Tabela 3.27 Influência da rigidez da mola de torção nos modos flexionais.

$\frac{kL}{EI}$	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
0	3,142	6,283	9,425	12,566
∞	4,730	7,853	10,996	14,137
$\frac{\phi_i(0)}{\phi_i(\infty)}$	0,664	0,800	0,857	0,889
$\frac{\phi_i^2(0)}{\phi_i^2(\infty)}$	0,441	0,640	0,735	0,790

Verifica-se, portanto, que o efeito da rigidez torcional é mais relevante nos primeiros modos.

Raciocínio semelhante pode ser utilizado para avaliar este efeito nos modos

torcionais. A tabela 3.28 foi criada combinando-se a tabela da figura 3.37, extraída da referência [39], com a tabela da figura 3.21. Verifica-se que para valores de $L/b \geq 2$, típicos de máquinas Francis de baixa queda e Kaplan (ver tabela 3.1), a rigidez dos anéis deve ter pouca influência no valor da frequência natural.

Description	λ_{1j}^2 and (1j)					
	Mode Sequence					
L/b	1	2	3	4	5	6
0.4	9.760 (11)	11.04 (12)	15.06 (13)	21.71 (14)	31.18 (15)	39.24 (21)
2/3	9.698 (11)	12.98 (12)	22.95 (13)	39.11 (21)	40.36 (14)	42.69 (22)
1.0	9.631 (11)	16.14 (12)	36.73 (13)	38.95 (21)	46.74 (22)	70.74 (23)
1.5	9.558 (11)	21.62 (12)	38.72 (21)	54.84 (22)	65.79 (13)	87.63 (31)
2.5	9.484 (11)	33.62 (12)	38.36 (21)	75.20 (22)	86.97 (31)	130.4 (32)

$\nu = 0.3$

Fig. 3.37 Fatores para teoria de placas (placa bi-apoiada) [39].

Tabela 3.28 Influência da rigidez da mola de torção no modo (12).

L/b	λ_{12}^2		$\lambda_{12}^2(0) / \lambda_{12}^2(\infty)$
	$\frac{kL}{EI} = 0$	$\frac{kL}{EI} = \infty$	
0,4	11,04	23,09	0,478
2/3	12,98	24,31	0,534
1,0	16,14	26,53	0,608
1,5	21,62	30,90	0,700
2,5	33,62	41,69	0,806

O valor da rigidez k em uma travessa real depende basicamente da geometria dos anéis do pré-distribuidor e do efeito do concreto ao redor destes. Em face da dificuldade de se obter estes dados, neste trabalho a flexibilidade dos anéis será estimada através da razão entre a frequência natural medida experimentalmente e a frequência natural calculada pelo MEF assumindo engastamento ideal.

4. FREQUÊNCIAS NATURAIS NA ÁGUA - MODELOS DE CÁLCULO

Existem algumas hipóteses para determinação do efeito da água na redução das frequências naturais. Estes métodos estão apresentados a seguir.

4.1. Massa Adicional – Método Analítico

A água ao redor da travessa possui um efeito significativo na redução das frequências naturais. Uma maneira prática de se considerar este efeito é adotar o conceito de massa adicional. A força inercial associada a esta massa adicional atua na estrutura com o mesmo sinal, frequência e fase da força inercial da massa estrutural do corpo. Assim, experiências dinâmicas simples, realizadas em estruturas simétricas em fluido homogêneo, não podem ser utilizadas para diferenciar a massa estrutural da massa adicional [39].

O efeito principal da água ao redor da estrutura é o de aumentar a massa e o amortecimento “efetivos” do sistema. A massa adicional está relacionada com a inércia do fluido sendo deslocado pela estrutura em aceleração. Quando a estrutura acelera, o fluido ao redor deve acelerar também. A inércia do fluido sendo deslocado é a massa adicional.

Esta massa adicional pode ser medida experimentalmente ou calculada teoricamente e, no caso de um corpo vibrando longe de uma superfície livre, é função apenas dos seguintes aspectos [44]:

- Geometria superficial da estrutura, incluindo a geometria e posição relativa das estruturas próximas,
- Amplitude e direção da vibração,
- Parâmetro similar ao número de Reynolds.

Assim,

$$m_w = \rho_w \times f \left(\text{geometria}, \frac{Y_0}{D}, \frac{f_{vib} D^2}{v_w} \right) \quad (4.1)$$

onde:

m_w é a massa adicional por unidade de comprimento,

ρ_w é a densidade do fluido,

Y_0 é a amplitude de vibração numa dada direção relativa à estrutura,

D é uma dimensão característica,

f_{vib} é a frequência de vibração e

ν_w é a viscosidade cinemática do fluido.

Pode ser provado, que a massa adicional pode existir num fluido incompressível, invíscido e irrotacional. Isto permite o cálculo da massa adicional através da teoria do escoamento potencial. Neste caso, a massa adicional é dependente apenas da forma da estrutura.

Comparações entre resultados teóricos e experimentais sugerem que o cálculo através da teoria do escoamento potencial fornece valores com desvios da ordem de apenas 10% dos valores medidos se o número de Mach da oscilação for baixo, se a amplitude de vibração for pequena em relação à dimensão característica e se o parâmetro similar ao número de Reynolds for grande.

De outra forma:

$$\frac{Y_0(2\pi f_{vib})}{c} \ll 1, \quad (4.2)$$

$$\frac{Y_0}{D} < 1 \text{ e} \quad (4.3)$$

$$\frac{2\pi f_{vib} D^2}{\nu_w} > 10000 \quad (4.4)$$

No caso de uma travessa típica de grandes máquinas, em ressonância, pode se adotar: $Y_0 = 0,001$ m, $f_{vib} = 70$ Hz, $c = 1450$ m/s (velocidade do som na água), $D = h = 0,09$ m (espessura da travessa) e $\nu_w = 0,00000101$ m² /s.

Resulta:

$$\frac{Y_0(2\pi f_{vib})}{c} = 0,0003 \ll 1$$

$$\frac{Y_0}{D} = 0,0111 < 1$$

$$\frac{2\pi f_{vib} D^2}{\nu_w} = 3527293 > 10000$$

É de se esperar, portanto, que a teoria do escoamento potencial forneça bons resultados para este caso em particular.

A massa adicional de uma seção bi-dimensional, com dois eixos de simetria

perpendiculares entre si, pode ser completamente especificada através da teoria do escoamento potencial, pela definição de massas adicionais na direção de cada um dos eixos de simetria e pelo momento inercial de massa adicional para rotação ao redor da intersecção destes mesmos eixos. Dessa forma, no caso de uma viga uniforme com seção transversal constante com dois eixos de simetria perpendiculares entre si, o efeito da massa adicional nas frequências naturais será apenas o de aumentar a massa estrutural. Os modos naturais não serão alterados. No caso de uma seção transversal não simétrica, as forças do fluido irão acoplar as equações de translação e rotação.

Como a frequência natural de uma viga é proporcional ao inverso da raiz quadrada de sua massa, o fator de transposição ar-água pode ser calculado pela equação abaixo:

$$\frac{\omega_{\text{água}}}{\omega_{\text{ar}}} = \sqrt{\frac{m_{\text{viga}}}{m_{\text{viga}} + m_w}} \quad (4.5)$$

Em muitos casos a massa adicional de vigas pode ser aproximada multiplicando-se a massa adicional da seção transversal pelo comprimento da viga (*strip theory*). As hipóteses básicas são: escoamento ao redor de uma seção da viga (*strip*) é bi-dimensional e interação entre duas seções desprezível.

Este é o modelo de cálculo adotado neste trabalho. O valor da massa adicional por unidade de comprimento de uma placa fina vibrando na direção da espessura, conforme referência [39], pode ser visto na eq.(4.6).

$$m_w = \frac{\rho_w \pi b^2}{4} \quad (4.6)$$

onde b é a largura da seção transversal.

No trabalho de Lindholm et al. [45] esta fórmula foi comparada com os valores experimentais de vibração de uma placa em balanço na água e forneceu bons resultados para o primeiro modo de vibração.

Assim a eq.(4.6) será utilizada para o cálculo da massa adicional do primeiro modo flexional. Porém, como será visto no capítulo 5, o primeiro modo torcional também deve ser considerado.

Neste caso será adotada a equação proposta por Lindholm et al. para a vibração torcional da placa em balanço. A equação está reproduzida abaixo.

$$m_w = \frac{3 \rho_w \pi b^2}{8 \cdot 4} \quad (4.7)$$

Vale a pena ressaltar que Blevins [39] e a própria referência [45] propõem ainda fatores de redução da frequência natural em função da espessura, já que as eqs.(4.6) e (4.7) partem do pressuposto que a espessura é muito menor que a largura da placa. Lindholm et al. e Meyerhoff [46] sugerem também a utilização de outros fatores quando a largura da placa é da mesma ordem do comprimento. Estes fatores foram testados para o estudo em questão e não forneceram resultados melhores que a simples aplicação das fórmulas acima.

4.2. Análise pelo Método dos Elementos Finitos

A análise das vibrações de corpos mecânicos em água pelo método dos elementos finitos teve início nos anos 70. Um dos primeiros trabalhos sobre o assunto foi publicado em 1978 por Marcus [47]. Neste trabalho ele compara os resultados obtidos pelo MEF com os valores experimentais de Lindholm et al [45]. A compatibilidade dos resultados sinaliza que o método é válido para este tipo de cálculo.

A análise aqui apresentada foi extraída da referência [48].

O estudo teve como ponto de partida a placa plana. Após diversos testes, foi definido um procedimento de cálculo, que posteriormente, foi estendido às análises das travessas imersas em água apresentadas no capítulo 7. Estes testes estão detalhados a seguir.

A placa analisada foi baseada na geometria da travessa 5 da usina A e possui as seguintes dimensões:

Altura	3012 mm
Largura	1223,5 mm
Espessura	85 mm

O meio fluido foi modelado como um setor de um cilindro, ver figura 4.1. Nas turbinas hidráulicas, as travessas apresentam uma determinada inclinação, de modo a guiar o fluxo de água para o rotor. Isto não foi considerado neste estudo, já que o objetivo foi simular uma travessa imersa num meio fluido infinito. No limite desta

condição, a travessa vibrante não afeta mais as regiões de fronteira do meio fluido, o que torna irrelevante qualquer inclinação da travessa ou mesmo o próprio formato do meio fluido.

Como condição de contorno na placa adotou-se engastamento ideal nas superfícies inferior e superior. No caso do fluido foi imposta a restrição do deslocamento vertical das superfícies do fluido em contato com os anéis do pré-distribuidor, impedindo-se, portanto, que o fluido ultrapassasse estes anéis. Assim, o meio fluido pode deslizar na superfície dos anéis do pré-distribuidor (deslocamento horizontal) e não há restrição para a pressão nesta região. Para as faces laterais do meio fluido, por outro lado, restringiu-se a pressão à zero, pois estas, em princípio, não devem ser afetadas pela vibração da placa ou travessa.

A figura 4.1, apresenta o modelo com setor de 35° e as condições de contorno explicitadas. Em vermelho, aparece o carregamento de interface fluido-estrutura que deve ser usado neste tipo de análise. Este é aplicado nas áreas comuns ao setor fluido e a placa plana e sua utilidade é basicamente alterar a formulação dos elementos fluidos em contato com os elementos estruturais, de forma a “alertá-los” da presença de uma estrutura.

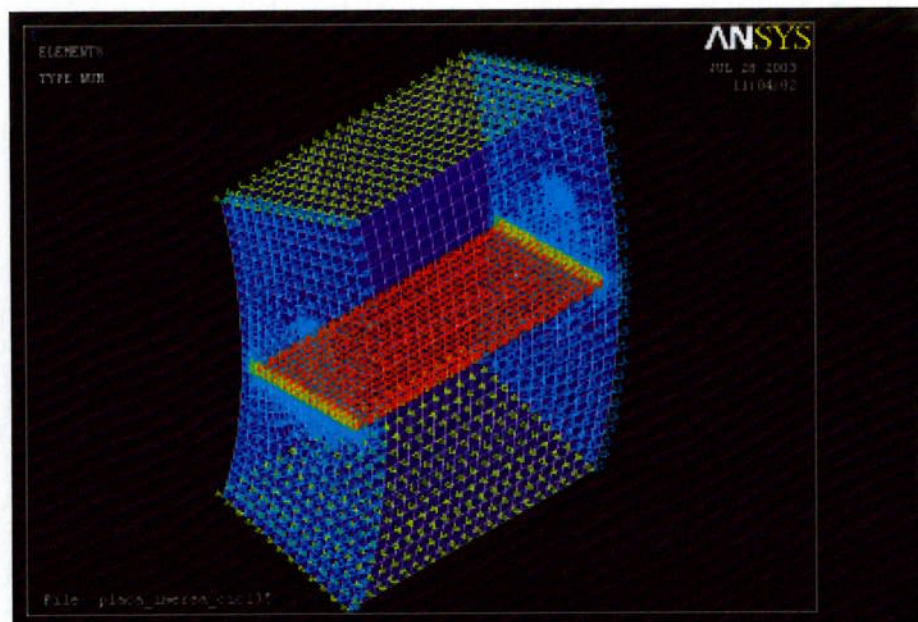


Fig. 4.1 Modelo de placa plana imersa em fluido com as condições de contorno [48].

Antes da escolha do elemento a ser utilizado na análise, foram testados os elementos quadráticos (SOLID 95) e os elementos lineares (SOLID 45). Como para esta análise

específica, os resultados foram semelhantes, optou-se pelos últimos, já que estes consomem menos tempo computacional. Para a água, não existindo elemento fluido quadrático no Ansys, optou-se diretamente pelo FLUID 30. Para os elementos utilizados, ou seja, SOLID 45 e FLUID 30, é indicada a forma prismática e para geração dos mesmos utilizaram-se quadriláteros. Estes quadriláteros foram obtidos através da geração de uma malha 2D (elementos 2D PLANE 42 e FLUID 29) que foi, então, projetada na direção do comprimento da travessa. Duas destas malhas podem ser visualizadas nas figuras 4.2 e 4.3.

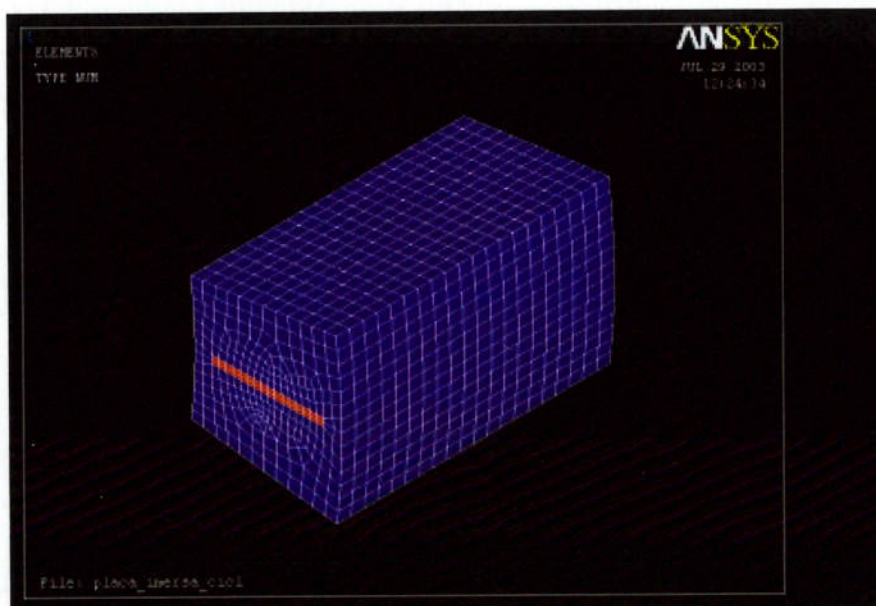


Fig. 4.2 Malha para o modelo com setor fluido de 15° [48].

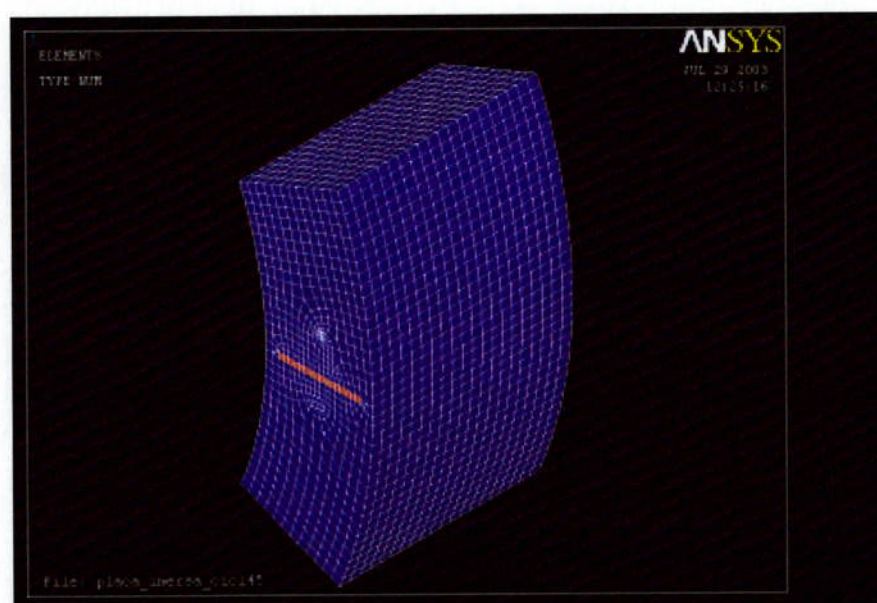


Fig. 4.3 Malha para o modelo com setor fluido de 45° [48].

Para se investigar a influência do tamanho do setor fluido e aproximar-se da hipótese de meio fluido infinito, primeiramente foram variados os ângulos do setor fluido fixando-se os raios externo e interno do mesmo. Durante esse processo, procurou-se gerar malhas semelhantes para as diferentes geometrias, a fim de que somente o tamanho do setor fluido influísse nos resultados. A tabela 4.1 apresenta os valores obtidos.

Tabela 4.1 Fatores de transposição da frequência natural ar-água para o modelo de placa plana imersa [48].

Modo	Ângulo do Setor do Cilindro			
	15°	25°	35°	45°
1	0,693	0,661	0,646	0,639
2	0,811	0,808	0,807	0,809
3	0,742	0,727	0,721	0,721
4	0,831	0,829	0,828	0,830

Percebe-se que o fator de cada modo converge para um valor próximo ao fator calculado para o setor de 45°, o que indica que um setor com este ângulo já é uma aproximação aceitável da modelagem de um meio fluido infinito.

A seguir, foi realizada a verificação da influência da largura do setor fluido (raio externo menos raio interno) fixando-se, desta vez, o ângulo de 45°. Os valores, encontrados, bem como as larguras utilizadas para o setor fluido aparecem na tabela 4.2 a seguir.

Tabela 4.2 Fatores de transposição da frequência natural ar-água em função da largura do meio fluido [48].

Modo	Raio Externo – Raio Interno		
	1600 mm	2400 mm	3200 mm
1	0,639	0,662	0,666
2	0,809	0,811	0,811
3	0,721	0,730	0,732
4	0,830	0,831	0,831

A figura 4.4 mostra o modelo e malha referentes ao setor de 45° e largura 3200 mm.

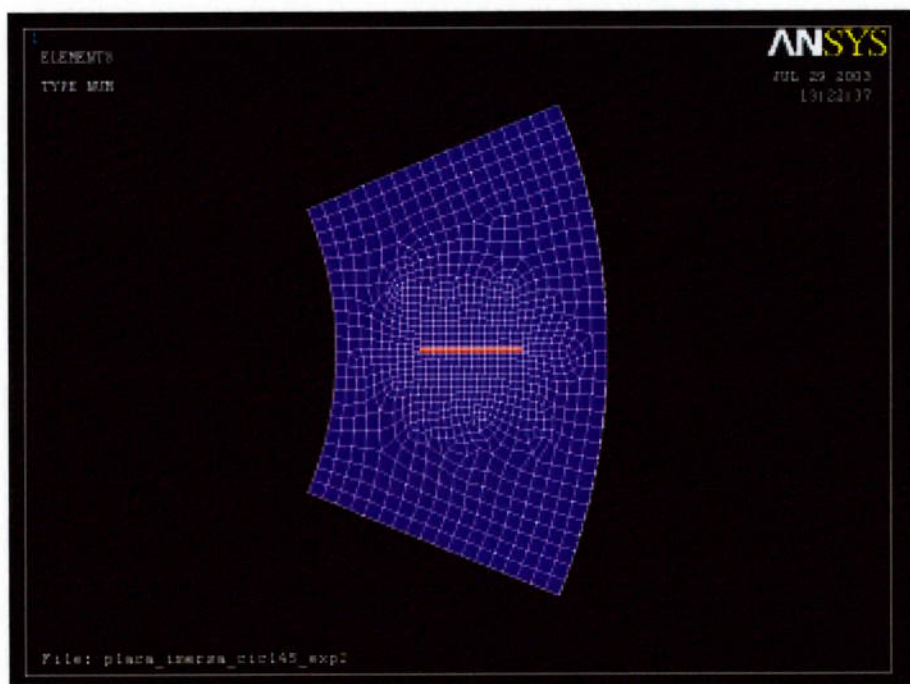


Fig. 4.4 Malha para o modelo com setor fluido de 45° e largura de 3200 mm [48].

Comparando-se estes resultados com os da análise anterior nota-se que os valores do fator de transposição ar-água aumentaram ligeiramente. Apesar desta mudança não ser esperada, acredita-se que esteja relacionada ao fato de ser maior a distância entre a placa e as condições de contorno, o que em tese, aproxima mais o modelo da idealização de fluido infinito.

A tabela 4.3, apresenta uma comparação dos valores de redução na frequência natural ar-água obtidos pelo modelo analítico e pelo MEF.

Tabela 4.3 Comparação dos fatores de transposição ar-água para o MEF e método analítico.

Modo	Fator de Transposição Ar-Água	
	Analítico	MEF
1	0,640	0,666
2	0,806	0,811
3	---	0,732
4	---	0,831

Verifica-se a ótima correlação dos resultados para os dois primeiros modos que são, no caso das travessas, os de maior interesse.

5. ANÁLISE DE RESSONÂNCIA - MODELOS DE CÁLCULO

De forma geral, quando a frequência de excitação se aproxima demasiadamente da frequência natural do corpo, os deslocamentos associados aumentam rapidamente e o corpo passa a sofrer uma violenta vibração. Este fenômeno é chamado ressonância. A ocorrência de ressonância depende do amortecimento do sistema e da capacidade ou não da força externa de excitar um determinado modo natural. Na seção 5.1, serão analisados quais modos da travessa estão suscetíveis à ressonância com uma força de excitação do tipo $F \sin \omega_v t$, que é uma idealização da força induzida pelos vórtices, e na seção 5.2 será calculada a tensão relativa associada a cada modo natural.

5.1. Frequências Passíveis de Ressonância

Retomando o modelo de vigas de Euler-Bernoulli apresentado na Seção 3.3 e no Apêndice A tem-se:

$$\omega_i = \phi_i^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$$

Onde ϕ_i obedece à seguinte equação:

$$\cos \phi_i \cdot \cosh \phi_i = 1$$

Resolvendo-se numericamente, encontra-se

$$\phi_1 = 4,7300, \quad \phi_2 = 7,8532, \quad \phi_3 = 10,9956, \quad \phi_4 = 14,1372 \text{ e } \phi_5 = 17,2788$$

e de acordo com [39] para $i > 5$:

$$\phi_i = (2i + 1) \frac{\pi}{2}$$

Para normalização dos modos naturais será utilizada a eq.(5.1) sugerida por Meirovitch [49]:

$$\int_0^L m y_i^2(x) dx = 1 \tag{5.1}$$

Sabendo que para o caso de viga bi-engastada, ver [39], vale a eq.(5.2):

$$\int_0^L y_i(x) y_j(x) dx = L \quad \text{para } i=j \tag{5.2}$$

Encontra-se a seguinte constante para normalização dos modos naturais

$$\sqrt{\frac{1}{mL}}$$

e portanto, o modo natural normalizado é dado pela seguinte equação:

$$y_i(x) = \sqrt{\frac{1}{mL}} \left[\cosh \frac{\phi_i x}{L} - \cos \frac{\phi_i x}{L} - \sigma_i \left(\sinh \frac{\phi_i x}{L} - \sin \frac{\phi_i x}{L} \right) \right] \quad (5.3)$$

Onde:

$$\sigma_i = \frac{\cosh \phi_i - \cos \phi_i}{\sinh \phi_i - \sin \phi_i} \quad (5.4)$$

Ver [39], [49] ou Apêndice A para maiores detalhes.

Através de uma análise modal pode-se encontrar a parcela da força de excitação atuando em cada modo natural através da seguinte equação:

$$Q_i(t) = \int_0^L f(x,t) y_i(x) dx \quad (5.5)$$

Para a função da força de excitação dos vórtices, será adotada a seguinte equação:

$$f(x,t) = F \sin \omega_v t \quad (5.6)$$

Assim:

$$Q_i(t) = F \sin \omega_v t \int_0^L y_i(x) dx \quad (5.7)$$

Sabendo que, ver [39]:

$$\int_0^L y_i(x) dx = \sqrt{\frac{1}{mL}} 2 \frac{\sigma_i}{\phi_i} L [1 - (-1)^i] \quad (5.8)$$

Obtém-se:

$$Q_i(t) = F \sin \omega_v t \sqrt{\frac{L}{m}} 2 \frac{\sigma_i}{\phi_i} [1 - (-1)^i] \quad (5.9)$$

A eq.(5.9) indica que para uma força da forma $F \sin \omega_v t$ atuando em todo comprimento da travessa, apenas modos ímpares podem ser excitados e conseqüentemente levar a travessa à ressonância. Por modo ímpar, entende-se o modo natural cujo índice i é ímpar. A explicação reside no fato que forças simétricas em relação ao centro da travessa, como a adotada para representar a força induzida pelos vórtices, só podem excitar modos também simétricos ao centro da travessa (modos ímpares neste caso). Observando a figura 5.1, por exemplo, verifica-se que dentre os modos apresentados apenas o 1º e o 3º modos são simétricos em relação ao centro da travessa, os demais são anti-simétricos, assim apenas estes podem ser excitados por uma força perfeitamente simétrica em relação ao centro da travessa.

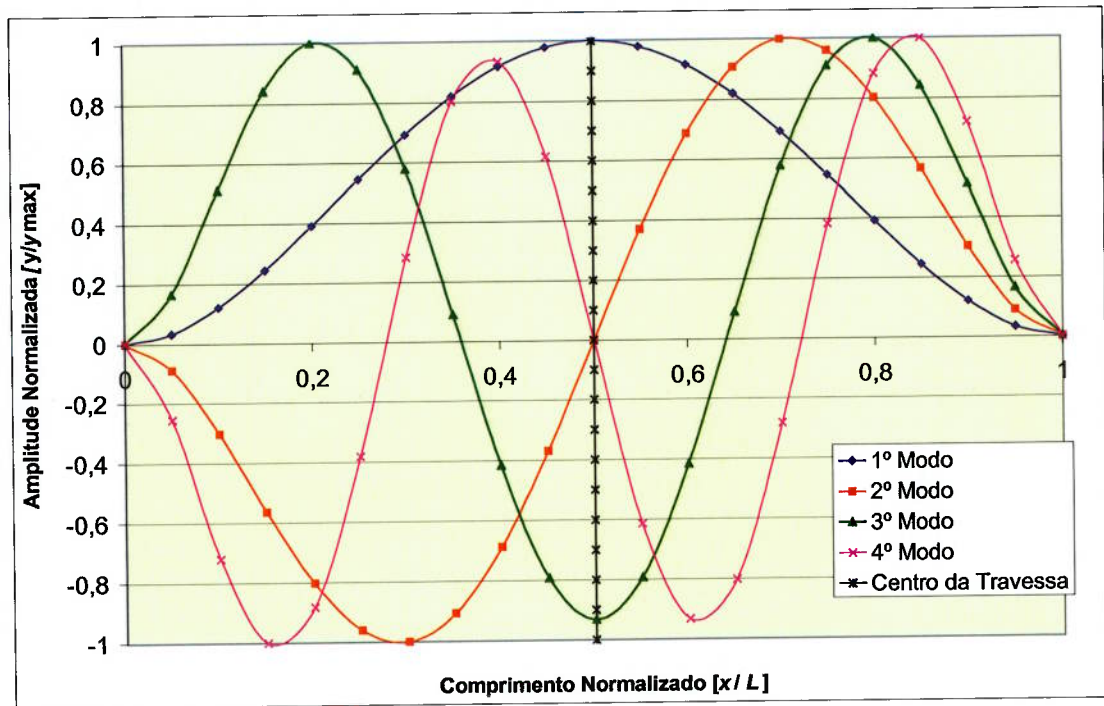


Fig. 5.1 Modos naturais de uma viga de Euler-Bernoulli.

Considerações a respeito dos modos torcionais, serão feitas mais adiante.

5.2. Tensões Associadas a cada Modo Natural

Continuando a análise da seção anterior, tem-se que a resposta do sistema para condições iniciais nulas pode ser dada pela seguinte equação, ver [49]:

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} y_i(x) \frac{1}{\omega_i} \int_0^t Q_i(\tau) \sin \omega_i(t - \tau) d\tau \quad (5.10)$$

Substituindo a eq.(5.9) na eq.(5.10):

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} y_i(x) \frac{1}{\omega_i} F \sqrt{\frac{L}{m}} 2 \frac{\sigma_i}{\phi_i} [1 - (-1)^i] \int_0^t \sin \omega_v \tau \cdot \sin \omega_i(t - \tau) d\tau \quad (5.11)$$

Analisando-se apenas o termo da integral e lembrando que

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] \quad (5.12)$$

tem-se:

$$\int_0^t \sin \omega_v \tau \cdot \sin \omega_i(t - \tau) d\tau = \frac{1}{2} \int_0^t [\cos((\omega_v + \omega_i)\tau - \omega_i t) - \cos((\omega_v - \omega_i)\tau + \omega_i t)] d\tau \quad (5.13)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin[(\omega_v + \omega_i)\tau - \omega_i t]}{\omega_v + \omega_i} \Big|_0^t - \frac{\sin[(\omega_v - \omega_i)\tau + \omega_i t]}{\omega_v - \omega_i} \Big|_0^t \right\} \quad (5.14)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin \omega_v t - \sin(-\omega_i t)}{\omega_v + \omega_i} - \left[\frac{\sin \omega_v t - \sin(\omega_i t)}{\omega_v - \omega_i} \right] \right\} \quad (5.15)$$

Considerando ainda que:

$$- \sin(-\omega_i t) = \sin(\omega_i t) \quad (5.16)$$

e multiplicando-se numerador e denominador por -1 :

$$\int_0^t \sin \omega_v \tau \cdot \sin \omega_i (t - \tau) d\tau = \frac{\sin \omega_v t - \frac{\omega_v}{\omega_i} \sin \omega_i t}{\omega_i \left[1 - \left(\frac{\omega_v}{\omega_i} \right)^2 \right]} \quad (5.17)$$

Substituindo a eq.(5.17) na eq.(5.11):

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} y_i(x) \frac{1}{\omega_i} F \sqrt{\frac{L}{m}} 2 \frac{\sigma_i}{\phi_i} [1 - (-1)^i] \frac{\sin \omega_v t - \frac{\omega_v}{\omega_i} \sin \omega_i t}{\omega_i \left[1 - \left(\frac{\omega_v}{\omega_i} \right)^2 \right]} \quad (5.18)$$

Relembrando a eq.(3.1),

$$\omega_i = \phi_i^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}$$

e a eq.(5.3),

$$y_i(x) = \sqrt{\frac{1}{mL}} \left[\cosh \frac{\phi_i x}{L} - \cos \frac{\phi_i x}{L} - \sigma_i \left(\sinh \frac{\phi_i x}{L} - \sin \frac{\phi_i x}{L} \right) \right]$$

encontra-se:

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{\frac{1}{mL}} \left[\cosh \frac{\phi_i x}{L} - \cos \frac{\phi_i x}{L} - \sigma_i \left(\sinh \frac{\phi_i x}{L} - \sin \frac{\phi_i x}{L} \right) \right] \frac{mL^4}{EI \phi_i^4} F \sqrt{\frac{L}{m}} 2 \frac{\sigma_i}{\phi_i} \times \frac{\sin \omega_v t - \frac{\omega_v}{\omega_i} \sin \omega_i t}{\left[1 - \left(\frac{\omega_v}{\omega_i} \right)^2 \right]} \quad (5.19)$$

Rearranjando:

$$y(x,t) = \frac{2FL^4}{EI} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\cosh \frac{\phi_i x}{L} - \cos \frac{\phi_i x}{L} - \sigma_i \left(\sinh \frac{\phi_i x}{L} - \sin \frac{\phi_i x}{L} \right) \right] \frac{\sigma_i}{\phi_i^3} \times \\ \times [1 - (-1)^i] \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega_v}{\omega_i} \right)^2 \right]} \left(\sin \omega_v t - \frac{\omega_v}{\omega_i} \sin \omega_i t \right) \quad (5.20)$$

Para cálculo das tensões, vale:

$$\sigma = E \frac{h}{2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (5.21)$$

Onde h é a espessura da viga.

Dos termos da eq.(5.20) apenas o termo abaixo é função de x :

$$\left[\cosh \frac{\phi_i x}{L} - \cos \frac{\phi_i x}{L} - \sigma_i \left(\sinh \frac{\phi_i x}{L} - \sin \frac{\phi_i x}{L} \right) \right]$$

A segunda derivada em relação à x é:

$$= \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^2 \left[\cosh \frac{\phi_i x}{L} + \cos \frac{\phi_i x}{L} - \sigma_i \left(\sinh \frac{\phi_i x}{L} + \sin \frac{\phi_i x}{L} \right) \right]$$

Assumindo $x=0$, já que as extremidades são os pontos de máxima tensão da viga bi-engastada, tem-se

$$= \left(\frac{\phi_i}{L} \right)^2 [1 + 1 - \sigma_i(0 + 0)] \quad (5.22)$$

e, portanto a derivada segunda para $x=0$ é igual a:

$$= 2 \frac{\phi_i^2}{L^2} \quad (5.23)$$

Assim, a tensão na extremidade da barra é:

$$\sigma(0,t) = \frac{2FL^2}{I} h \sum_{i=1}^{\infty} [1 - (-1)^i] \frac{\sigma_i}{\phi_i^3} \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{\omega_v}{\omega_i} \right)^2 \right]} \left(\sin \omega_v t - \frac{\omega_v}{\omega_i} \sin \omega_i t \right) \quad (5.24)$$

Verifica-se que para uma mesma amplitude de força F e razão $\frac{\omega_v}{\omega_i}$ as tensões

associadas a cada modo natural são proporcionais a razão $\frac{\sigma_i}{\phi_i^3}$. Denominando-se esta

razão por C , tem-se:

Tabela 5.1 Tensões relativas entre os modos naturais.

Modo	σ_i	ϕ_i	C	$1/C$
1° (11)	0,9825	4,7300	$9,2841 \times 10^{-3}$	107,7113
3° (31)	1,0000	10,9956	$7,5219 \times 10^{-4}$	1329,4509
5° (51)	1,0000	17,2788	$1,9385 \times 10^{-4}$	5158,6697

Assim para um mesmo grau de ressonância (mesma razão ω_v/ω_i), a tensão associada ao 3° modo será 8,1% da tensão associada ao 1° modo enquanto que no 5° modo, por exemplo, a tensão associada corresponderia a apenas 2,1% da tensão do 1° modo. Considerando que, conforme dados experimentais, uma travessa em ressonância no 1° modo natural pode chegar a uma amplitude de tensão da ordem de 100 MPa, esta mesma travessa em ressonância com o 3° modo natural teria uma tensão com amplitude ao redor de 8 MPa, o que baseado na estimativa do limite de resistência à fadiga da ordem de 20 MPa pico a pico, sinaliza que, uma eventual ressonância com o 3° modo flexional não levaria uma travessa a trincar. Vale ressaltar que esta conclusão é corroborada pelos dados da tabela 2.1 que não indica nenhum caso de falha associado à ressonância com frequências outras que a primeira flexional e a primeira torcional.

Para a verificação do comportamento dos modos torcionais, a travessa 5 da usina A foi modelada por elementos finitos. A travessa foi engastada nas extremidades e uma força do tipo $F \times \sin \omega_v t$ foi aplicada em uma linha distante 20% da aresta de saída. O modelo calculado pode ser visto na figura 5.2.

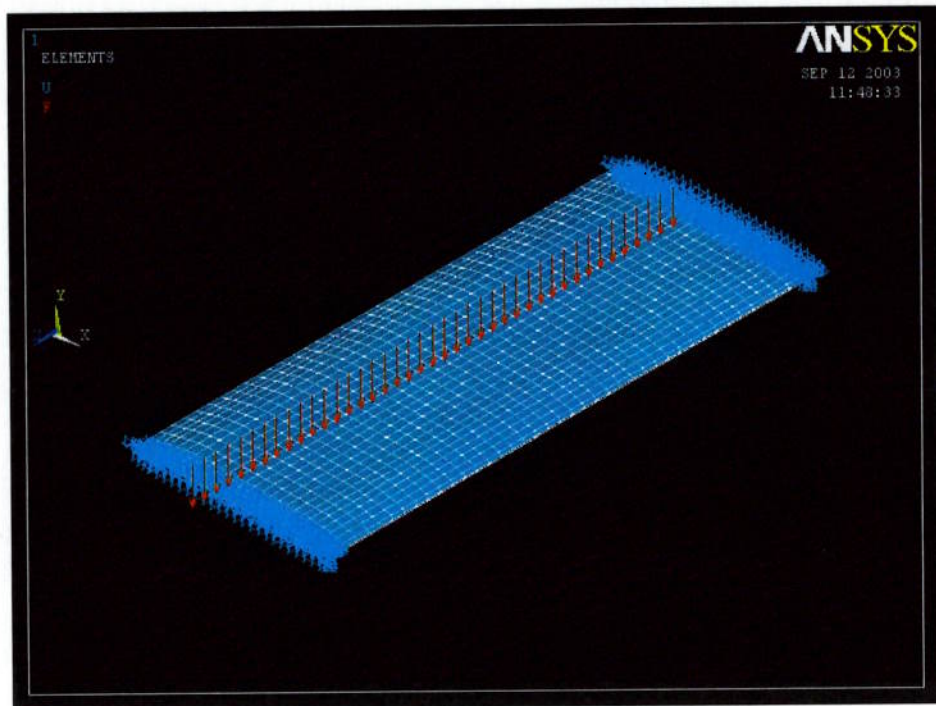


Fig. 5.2 Modelo em elementos finitos para análise de ressonâncias [48].

Conforme pode ser visto na figura 5.3 a hipótese desenvolvida na seção 5.1 se mantém, ou seja, para uma força de excitação do tipo $F \times \sin \omega t$ apenas modos ímpares são excitados, tanto para as vibrações torcionais quanto para as vibrações flexionais.

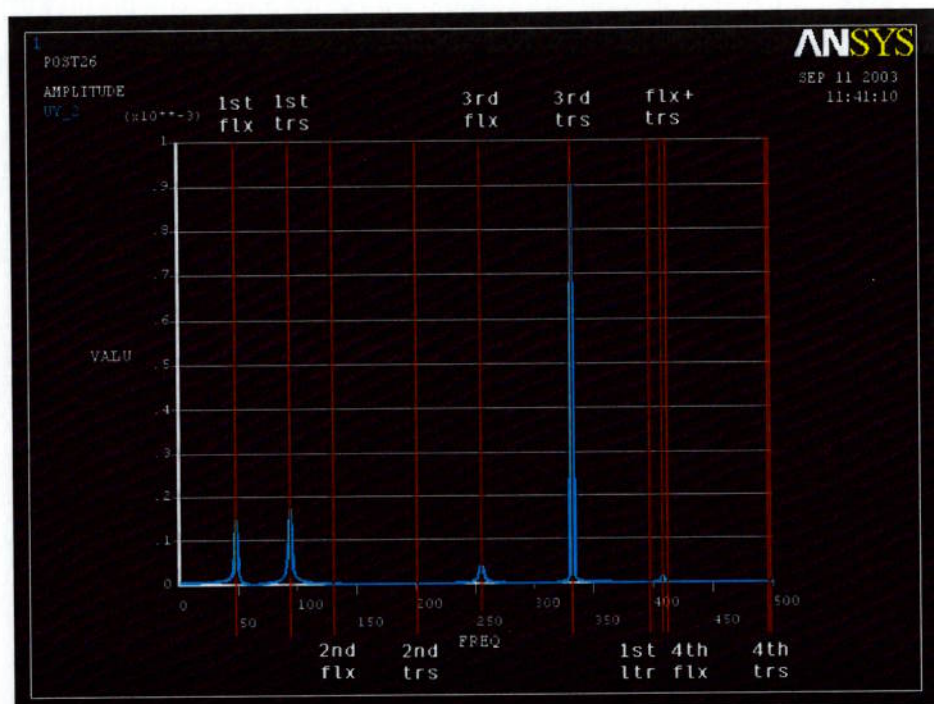


Fig. 5.3 Resultado das análises de ressonância pelo MEF [48].

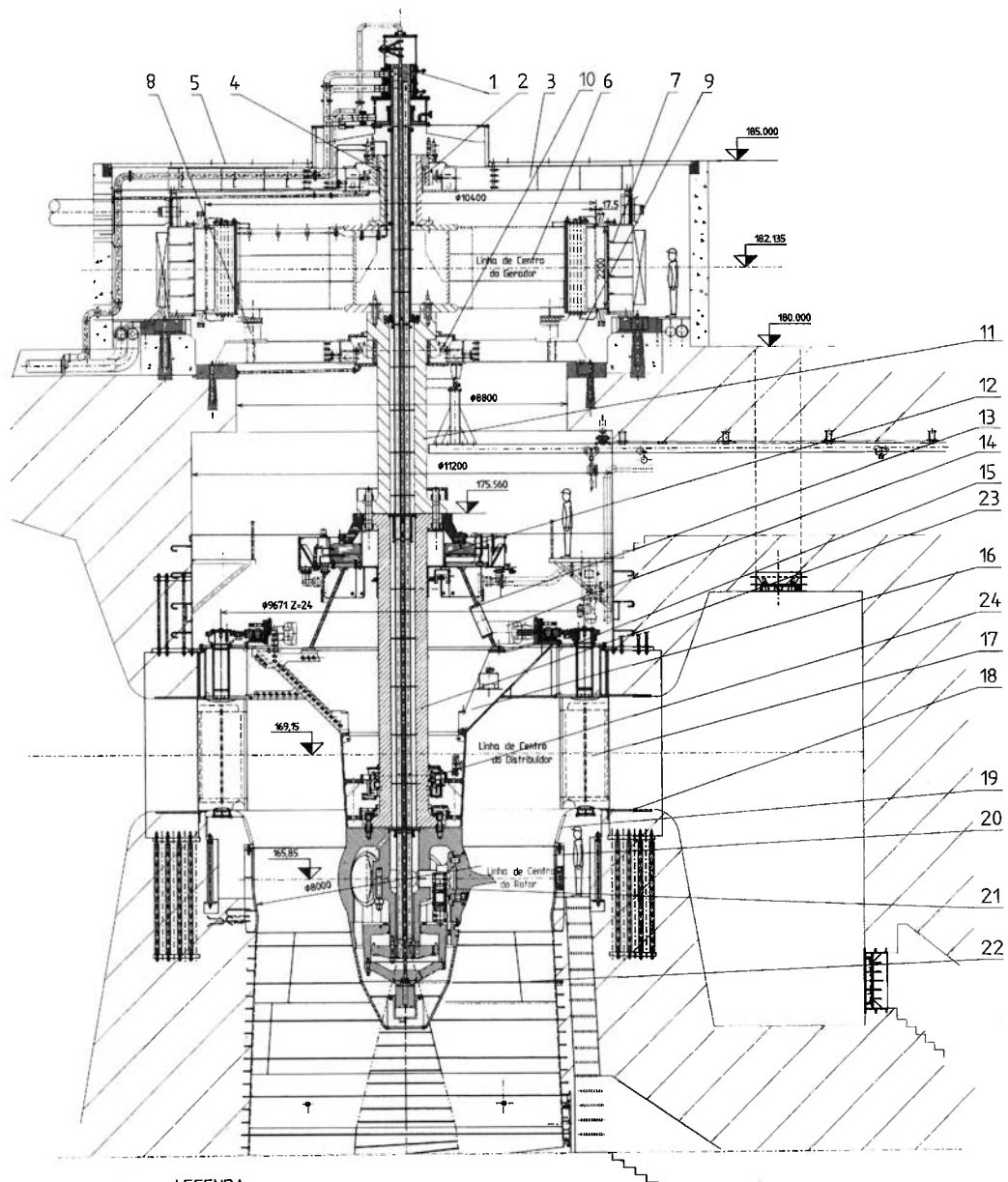
6. ANÁLISE EXPERIMENTAL DAS TRAVESSAS DA USINA A

Com 183 MW de potência máxima, as turbinas Kaplan da usina A são as mais potentes do Brasil. Como o fenômeno de vibração das travessas é mais freqüente em travessas esbeltas, estas grandes máquinas Kaplan são as mais suscetíveis a este tipo de problema. Com o objetivo de verificar as reais condições das travessas da usina A, foi preparado um programa de medições experimentais.

O corte pela máquina pode ser visto na figura 6.1. A figura 6.2 apresenta a planta do pré-distribuidor, enquanto a geometria da travessa 5 está representada na figura 6.3.

Os procedimentos de medição estão detalhados na seção 6.1. Os dados medidos e os resultados, aparecem respectivamente nas seções 6.2 e 6.3.

Foram instrumentadas quatro travessas (1, 5, 11 e 17), mas o presente estudo se limitará à travessa 5.



LEGENDA

- 1- CABECOTE KAPLAN
- 2- MANCAL SUPERIOR DO GERADOR
- 3- CRUZETA SUPERIOR
- 4- EIXO SUPERIOR DO GERADOR
- 5- TAMPA DO GERADOR
- 6- ROTOR DO GERADOR
- 7- ESTATOR
- 8- FREIOS
- 9- CRUZETA INFERIOR
- 10- MANCAL INFERIOR DO GERADOR
- 11- EIXO INFERIOR DO GERADOR
- 12- MANCAL ESCORA

- 13- CONE SUPORTE DO MANCAL ESCORA
- 14- SERVO MOTOR DO DISTRIBUIDOR
- 15- TAMPA EXTERNA
- 16- TAMPA INTERMEDIARIA
- 17- PALHETA
- 18- PRE-DISTRIBUIDOR
- 19- ARD DE SAIDA
- 20- ARD CAMARA DO ROTOR
- 21- ROTOR
- 22- TUBO DE SUCCAO
- 23- EIXO DA TURBINA
- 24- MANCAL GUIA DA TURBINA

DADOS DA TURBINA

QUEDA NOM.34,0m
 VAZAO NOM.578m³/s
 POTÊNCIA NOM.180MW
 ROTACAO NOM.100min⁻¹
 ROTOR KAPLAN COM 5 PAS
 SENTIDO DE ROTACAO-HORARIO

DADOS DO GERADOR

TENSÃO NOM.13800V
 CORRENTE NOM.7949A
 POTÊNCIA NOM.190MVA
 FREQUÊNCIA60Hz

Fig. 6.1 Corte pela turbina – Usina A.

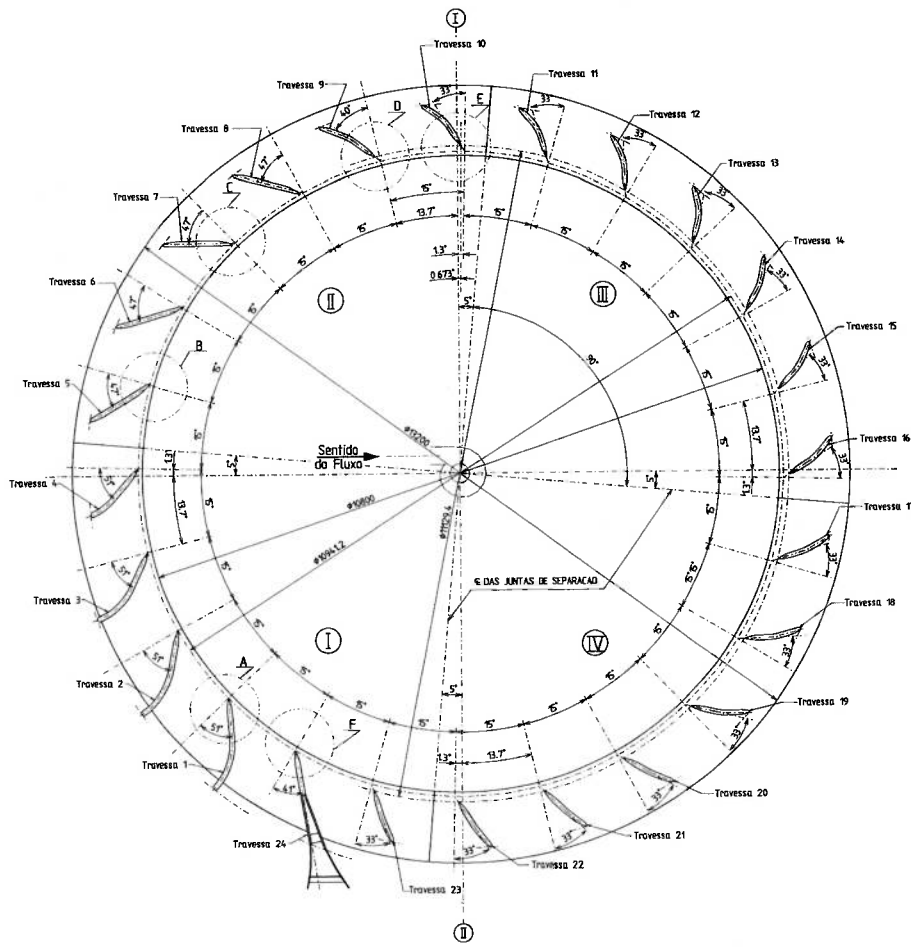


Fig. 6.2 Planta do pré-distribuidor – Usina A.

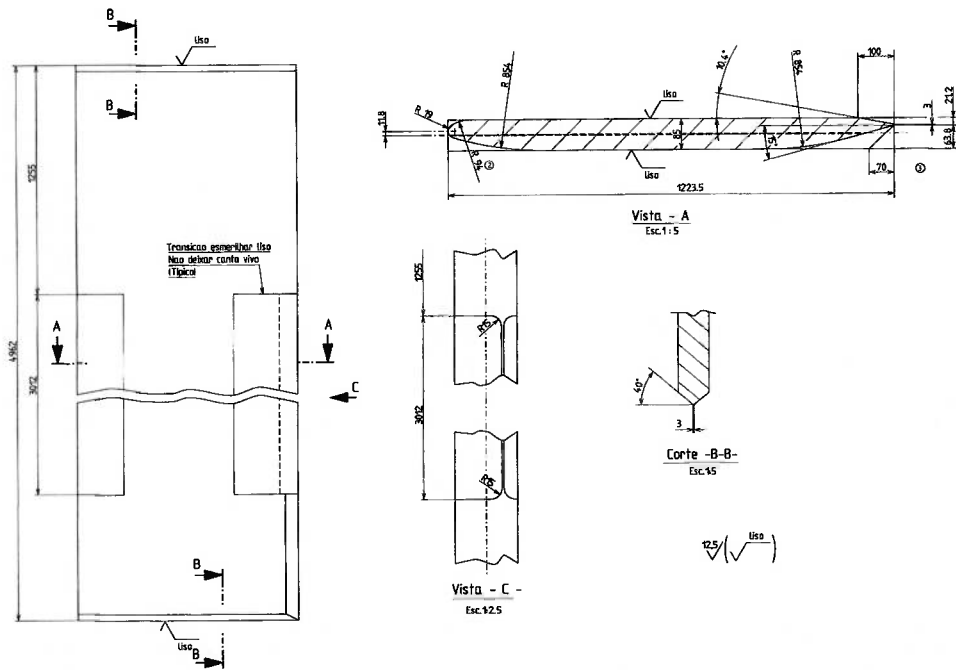


Fig. 6.3 Geometria da travessa 5 – Usina A.

6.1. Procedimento de Medição

Conforme apresentado na referência [50], a instalação dos equipamentos de medição obedeceu as seguintes etapas:

Dia 04/junho/2002

- Definição em reunião que a instalação dos extensômetros se daria na máquina #04.
- Providenciada a compra de cantoneiras para proteção dos cabos.
- Duas travessas foram instrumentadas. Em cada uma delas a área onde o extensômetro seria colado foi previamente esmerilhada e lixada.
- Realizado o primeiro furo guia, com 10 mm de diâmetro, na tampa externa da turbina para a passagem dos cabos da travessa 01.

Dia 05/junho/2002

- Continuaram os trabalhos de furação da tampa externa.
- Preparação de 4 tubos com rosca de $\frac{3}{4}$ " em um dos lados, a serem soldados na parte superior da tampa externa. Do lado roscado será fixada uma válvula esfera.
- Terminada a fixação dos extensômetros nas travessas.
- Preparação da área de fixação das cantoneiras nas travessas.
- Os 4 tubos para passagem dos cabos foram soldados à tampa externa da turbina.
- Os cabos foram instalados nos extensômetros das travessas 01 e 17.

Dia 06/junho/2002

- Continuação da instalação dos cabos.
- Instrução aos soldadores para garantir que o posicionamento das cantoneiras não interferisse no movimento das palhetas.
- Para evitar danos às placas de proteção das palhetas, estas foram protegidas com manta de amianto.
- Início da soldagem das cantoneiras.

Dia 07/junho/2002

- Continuação da soldagem das cantoneiras. Internamente estas foram preenchidas com resina industrial.

Dia 08/junho/2002

- Término da soldagem das cantoneiras.

Dia 09/junho/2002

- Proteção da superfície externa das cantoneiras com *Devcon*.
- Bolsas de proteção (trechos de cantoneiras) dos extensômetros, para evitar o contato com a água, preenchidas com resina.
- Enchimento dos tubos com resina.
- Identificação dos cabos pelo pessoal da Labotest.
- Acabamento com lixadeira nas regiões de aplicação do *Devcon*.



Fig. 6.4 Extensômetros colados na travessa.



Fig. 6.5 Extensômetro com cabos.



Fig. 6.6 Extensômetro protegido com *Durepoxi*.

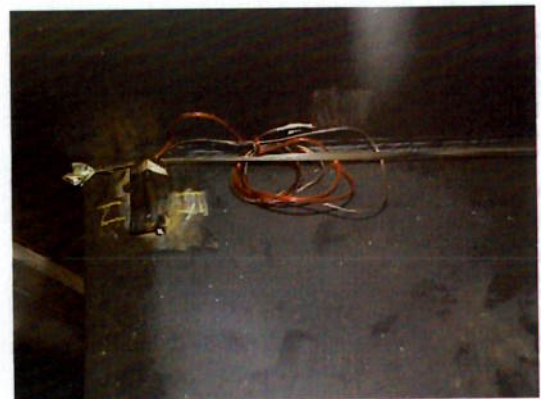


Fig. 6.7 Extensômetro com bolsa de proteção (cantoneira).



Fig. 6.8 Tubo soldado na tampa externa (em vermelho).



Fig. 6.9 Cantoneira soldada.



Fig. 6.10 Cantoneira soldada.



Fig. 6.11 Proteção por resina nas bolsas.



Fig. 6.12 Degrau entre pré-distribuidor e tampa.



Fig. 6.13 Entrada dos cabos pelo furo inferior da tampa.



Fig. 6.14 Manta de amianto.



Fig. 6.15 Acabamento na junção das cantoneiras (*Durepoxi*).



Fig. 6.16 Cobertura com *Devcon* (antes do lixamento).



Fig. 6.17 Tubo com resina e cabos identificados.



Fig. 6.18 Cobertura com *Devcon* (após lixamento).

As informações, a seguir, foram extraídas da referência [51].

No processo de medição foram utilizados os seguintes equipamentos:

- Sistema MGCPLUS da HBM com 16 canais e *software* CATMAN32,
- Extensômetro KFW-5-120-D16-11-L100 da Kyowa (roseta bidirecional, a 90°).

Antes da medição das deformações da travessa, foi instalado um acelerômetro em cada uma delas para medição da frequência natural no ar. Neste ensaio, após o impacto de um martelo na região central, foram registradas as acelerações durante 15 segundos. Os dados assim obtidos permitem calcular a frequência de oscilação.

Durante a medição das vibrações na travessa provocadas pelo fluxo da água, foi armazenado também, um sinal analógico proporcional à vazão. Isto permite a preparação de gráficos deformação versus tempo ou deformação versus frequência para cada vazão ou evento programado.

Os valores medidos foram gravados continuamente com a identificação dos arquivos sendo feita com base no tempo (dd-hh-mm-ss) de realização do ensaio.

O resultado da variação de deformação e frequências de cada canal em função da vazão pôde ser visto na tela do microcomputador que comandava o ensaio. Os valores eram continuamente atualizados, porém todos foram arquivados em disco rígido para posterior análise.

As medições foram efetivadas com os seguintes níveis de reservatório:

Montante.....212,13 m

Jusante.....173,65 m

O que corresponde a uma queda bruta de 38.48 mca.

Tabela 6.1 Numeração dos extensômetros.

Travessa	Extensômetro	Direção	Canal	Observações
1	1	Horizontal	1-1	
		Vertical	1-2	
	2	Horizontal	1-3	
		Vertical	1-4	
	3	Horizontal	1-5	
		Vertical	1-6	
	4	Horizontal	1-7	
		Vertical	1-8	
5	5	Horizontal	2-1	
		Vertical	2-2	
	6	Horizontal	2-3	
		Vertical	2-4	
	7	Horizontal	2-5	Inoperante
		Vertical	2-6	
	8	Horizontal	2-7	
		Vertical	2-8	
11	9	Horizontal	1-1	Inoperante
		Vertical	1-2	
	10	Horizontal	1-3	
		Vertical	1-4	
	11	Horizontal	1-5	Inoperante
		Vertical	1-6	
	12	Horizontal	1-7	Inoperante
		Vertical	1-8	
17	13	Horizontal	2-1	
		Vertical	2-2	
	14	Horizontal	2-3	
		Vertical	2-4	
	15	Horizontal	2-5	
		Vertical	2-6	
	16	Horizontal	2-7	
		Vertical	2-8	

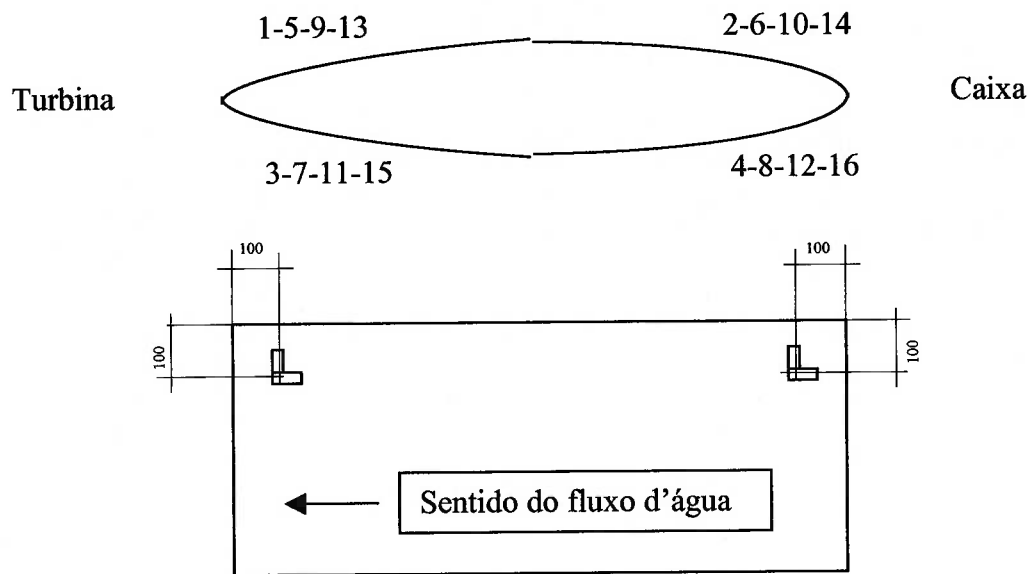


Fig. 6.19 Posicionamento dos extensômetros.

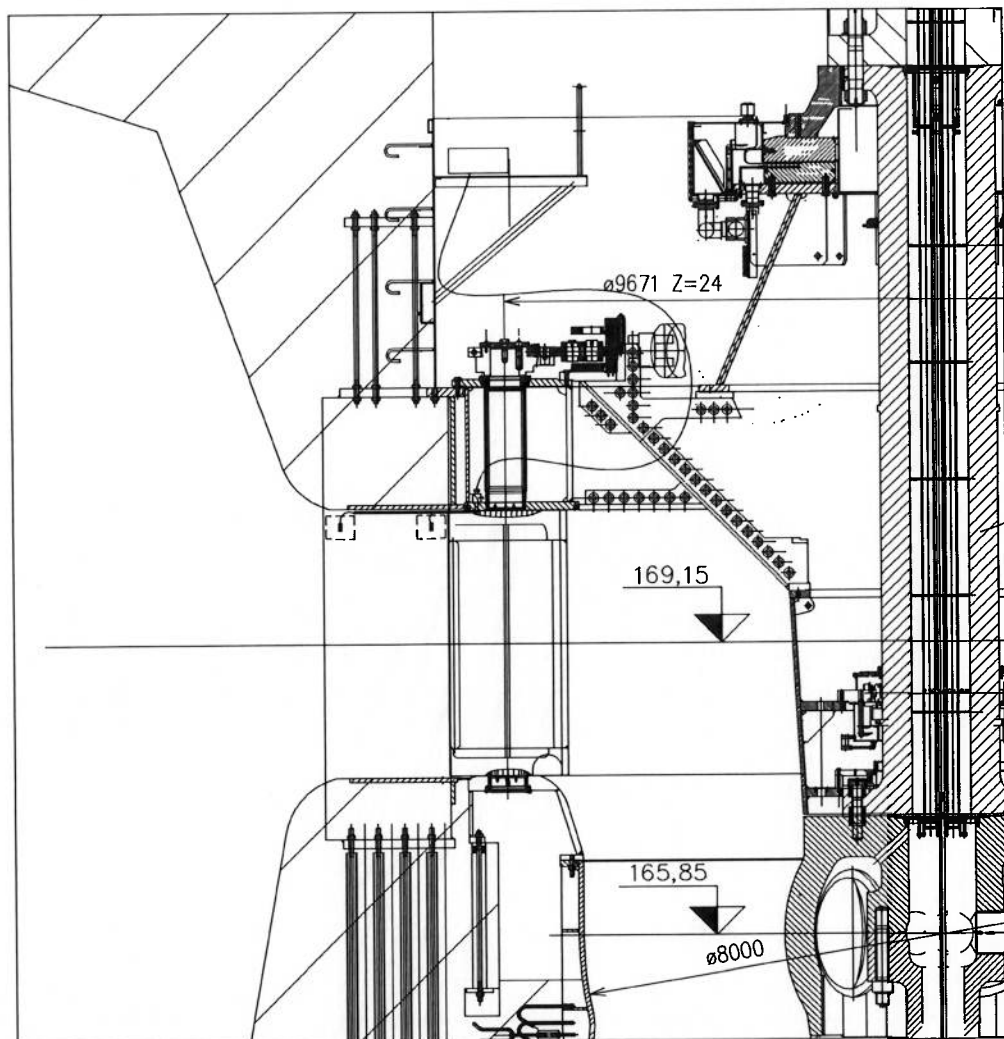


Fig. 6.20 Encaminhamento dos cabos.

6.2. Dados Medidos

Um exemplo dos resultados das medições com o acelerômetro pode ser visto a seguir:

Arquivo fonte neutro: exemplo de parte do arquivo PA05

Time MGC (Samplerate 1) s	ACEL g
0,000417	-0,03867
0,000833	-0,03205
0,00125	-0,02319
0,001667	-0,01319
0,002083	-0,00234
0,0025	0,007301
0,002917	0,015273
0,003333	0,021841
0,00375	0,025722

O tempo total de medição foi de 5 segundos com o período da amostragem igual a $4,1666 \times 10^{-4}$ segundos. Assim, em teoria, seria possível medir sinais com frequência de até 1200 Hz. Ver Meirovitch [49], pág. 507. Na prática, devido ao *aliasing*, serão consideradas como relevantes frequências de até 800 Hz. Para se garantir que a média dos sinais medidos fosse igual a zero, como esperado, foi somada, no domínio do tempo, uma reta aos valores medidos. De modo a se aproveitar a velocidade da FFT (transformada rápida de Fourier), dentre os 12000 pontos medidos, apenas 8192 (2^{13}) foram utilizados, já que a FFT exige que o número de pontos calculados seja potência de 2. Foram escolhidos os pontos localizados aproximadamente no meio do intervalo medido. De modo a se minimizar o fenômeno de *leakage* (vazamento), foi aplicada uma janela exponencial nos dados medidos. Foram realizadas três medições na travessa 5 correspondendo aos arquivos PA05, PA05-3 e PA05-4. O gráfico, representando as medições contidas no arquivo PA-05, sem qualquer tratamento do sinal, pode ser visto na figura 6.21. Os resultados, após tratamento dos sinais e já no domínio da frequência, aparecem na figura 6.22. Para tratamento dos sinais foi utilizado o programa comercial Matlab da empresa MathWorks, Inc. Os comandos utilizados podem ser vistos no Apêndice E.

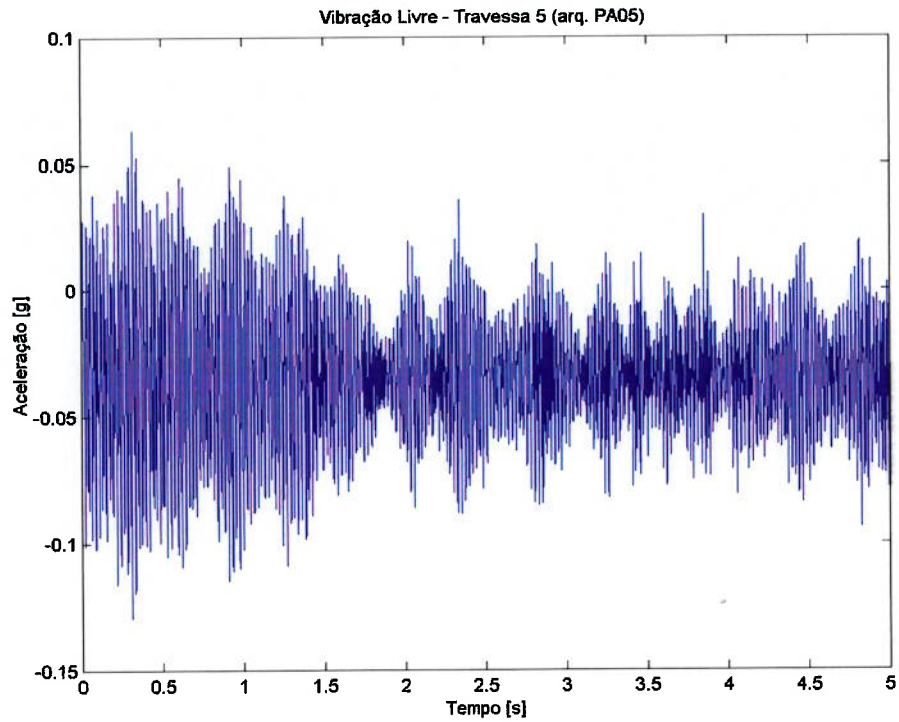


Fig. 6.21 Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05), após impacto de martelo, sem tratamento do sinal.

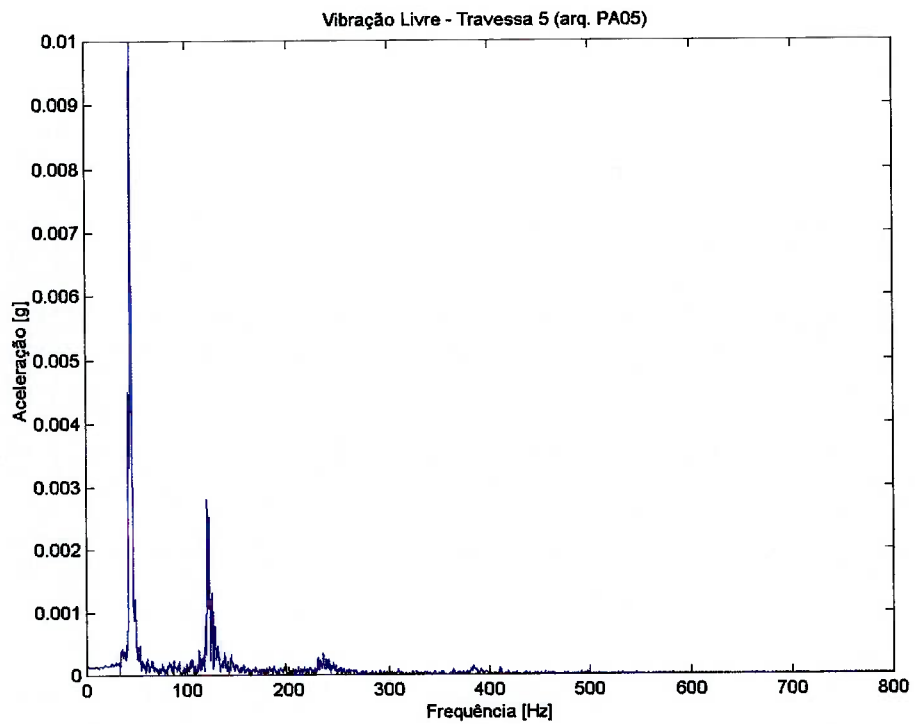


Fig. 6.22 Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05), após impacto de martelo, com tratamento do sinal.

Os resultados obtidos através dos arquivos PA05-3 e PA05-4 aparecem a seguir.

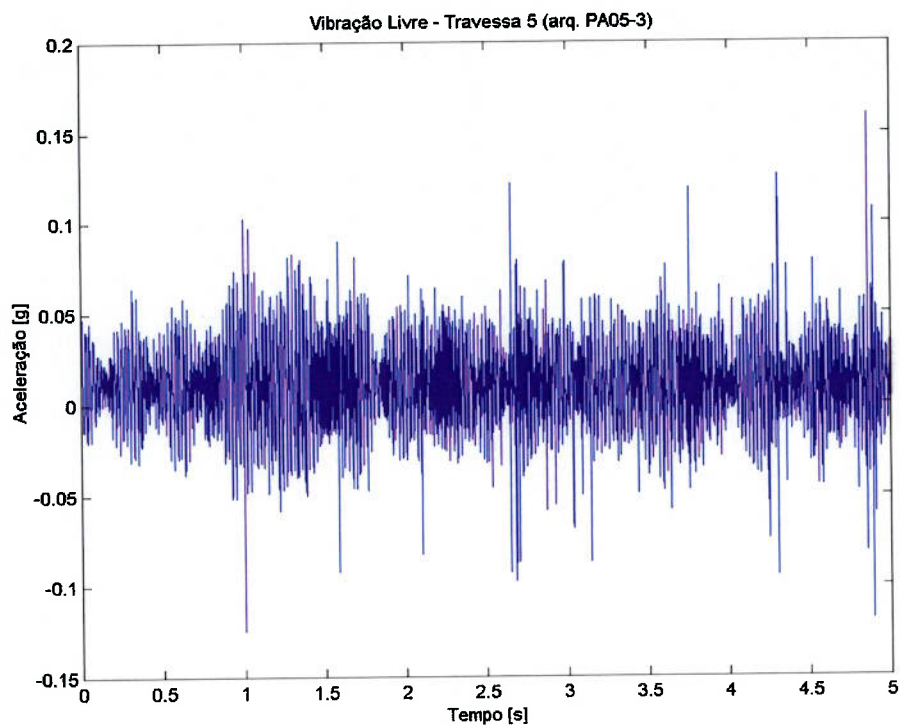


Fig. 6.23 Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05-3), após impacto de martelo, sem tratamento do sinal.

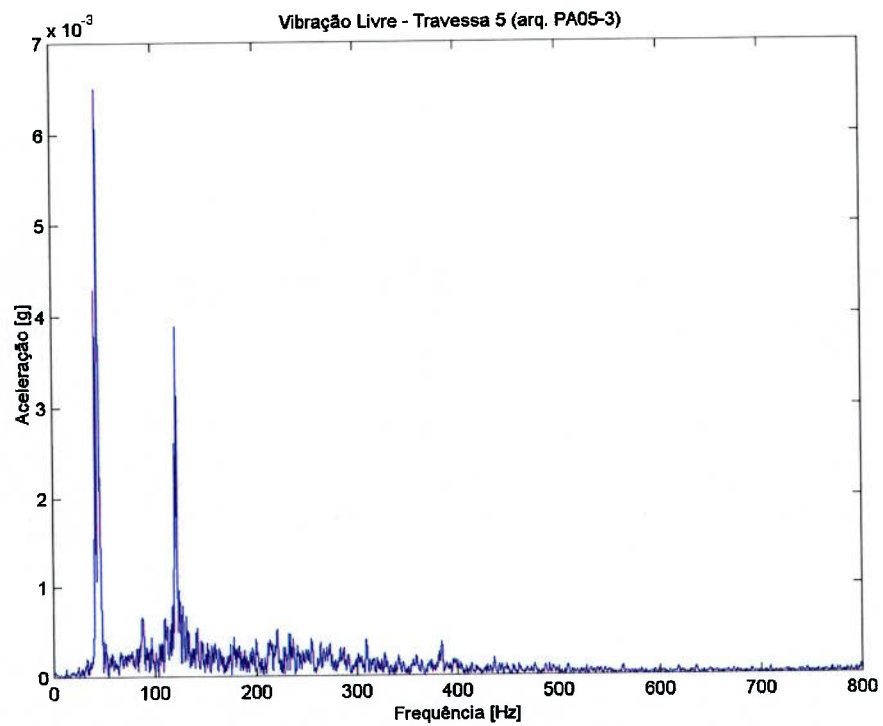


Fig. 6.24 Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05-3) após impacto de martelo, com tratamento do sinal.

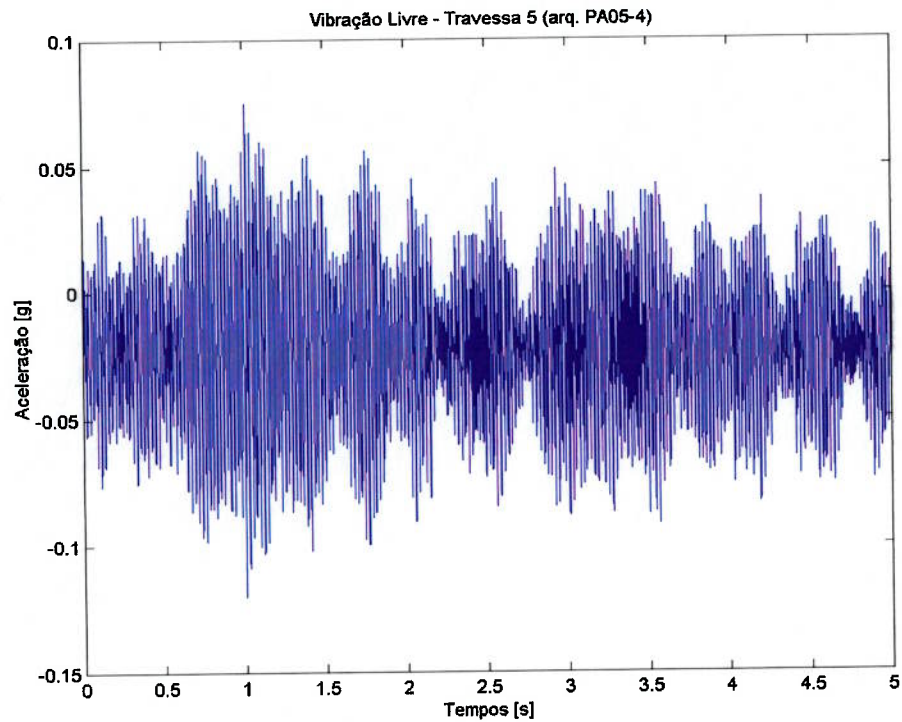


Fig. 6.25 Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05-4), após impacto de martelo, sem tratamento do sinal.

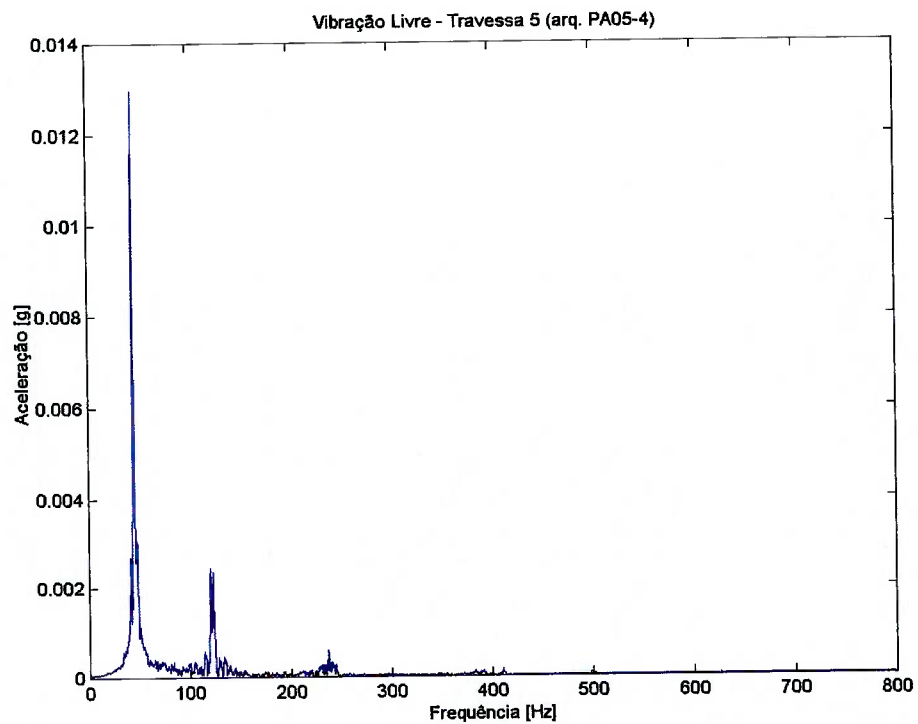


Fig. 6.26 Vibração livre da travessa 5 (arq. PA05-4), após impacto de martelo, com tratamento do sinal.

O comportamento das travessas na água foi verificado, utilizando-se extensômetros, para as seguintes condições de potência da máquina: 25 MW, 45 MW, 65 MW, 85 MW, 105 MW, 125 MW, 145 MW, 165 MW, 170 MW e 180 MW.

Um exemplo de arquivo neutro, para a travessa 5, pode ser visto abaixo (exemplo de parte do arquivo 145mw1_5_1):

Time MGC (Samplerate1) s	MGC CH 2-1 $\mu\text{m/m}$	MGC CH 2-2 $\mu\text{m/m}$	MGC CH 2-3 $\mu\text{m/m}$	MGC CH 2-4 $\mu\text{m/m}$	MGC CH 2-6 $\mu\text{m/m}$	MGC CH 2-7 $\mu\text{m/m}$	MGC CH 2-8 $\mu\text{m/m}$
0,000416667	-0,1190476	2,50793724	2,03174662	0,30555564	1,63095285	10,3095268	0,21825403
0,000833333	-0,9523812	0,57936524	-0,0753968	-0,2658730	1,80555608	10,6428602	-1,9166672
0,00125	-1,158730	-0,5674604	-2,0000005	-1,698413	0,73809545	5,44841429	-4,1507948
0,001666667	-0,3134921	-1,0119050	-0,4007937	-1,8333338	0,98015901	0,34126994	-3,4722232
0,002083333	-0,035714	0,11904765	1,76984178	-0,3492064	2,31746099	0,89285740	-1,5912703
0,0025	-0,4603175	0,49206363	0,1626984	0,09920637	2,29365146	4,28174728	-2,6071436

Como no caso do acelerômetro, cada arquivo de medição contempla 5 segundos.

Os valores médios da deformação em $\mu\text{m/m}$, para a travessa 5, podem ser vistos na tabela 6.2.

Tabela 6.2 Valores médios de deformação na travessa 5 em $\mu\text{m/m}$.

	Potência [MW]	Aresta de Entrada				Aresta de Saída			
		Lado Pressão SG 8		Lado Sucção SG 6		Lado Pressão SG 7		Lado Sucção SG 5	
		Hrz	Vrt	Hrz	Vrt	Hrz	Vrt	Hrz	Vrt
	25	29,4	1,4	-0,7	-0,2	--	-0,2	0,1	2,0
	45	34,4	0,2	-0,7	0,0	--	1,7	1,0	1,2
	65	33,7	0,8	-0,3	-0,3	--	-0,5	0,9	2,3
	85	28,8	0,6	-0,5	-0,7	--	0,1	0,5	1,9
	105	31,0	-0,6	-0,2	-0,6	--	1,1	0,2	3,8
	125	30,5	3,3	-0,7	-1,0	--	-1,4	0,2	1,7
	145	27,3	-1,2	0,0	-0,6	--	1,8	0,3	1,4
	165	32,8	0,7	-0,7	-0,6	--	-1,1	0,4	4,9
	170	31,0	-1,2	-1,1	-0,9	--	1,2	0,3	1,3
	180	-3,5	792,5	122,9	-1093,4	--	1019,5	662,9	-286,5

Nota: Hrzs: extensômetro na direção horizontal, Vrts: extensômetro na direção vertical.

Os valores de amplitude característica, onde são desprezados os 1,5% maiores valores e 1,5% menores valores, aparecem na tabela 6.3. Este é o critério utilizado para as medições dinâmicas realizadas no laboratório hidráulico da Voith Siemens e

na prática, determina um valor de amplitude máxima baseado num intervalo de confiança, no caso 97%.

Tabela 6.3 Valores médios de amplitude característica na travessa 5 em $\mu\text{m}/\text{m}$.

		Aresta de Entrada				Aresta de Saída			
		Lado Pressão SG 8		Lado Sucção SG 6		Lado Pressão SG 7		Lado Sucção SG 5	
		Hz	Vrt	Hz	Vrt	Hz	Vrt	Hz	Vrt
Potência [MW]	25	58,9	11,1	7,4	8,3	--	8,6	7,7	13,1
	45	63,0	11,9	7,7	8,5	--	9,7	7,8	12,7
	65	72,8	11,7	8,2	8,9	--	9,2	8,1	14,5
	85	61,3	11,1	8,1	8,9	--	8,9	7,7	13,9
	105	58,5	10,1	7,4	8,2	--	8,0	7,0	12,9
	125	59,0	10,8	7,8	8,5	--	8,5	7,5	12,8
	145	61,7	10,7	7,9	8,8	--	8,7	7,4	13,5
	165	55,5	9,9	7,1	8,2	--	8,0	6,8	12,8
	170	60,2	10,5	7,3	8,3	--	8,3	7,2	14,1
	180	58,4	9,3	6,8	7,5	--	7,6	6,1	11,4

Um exemplo dos dados medidos para o SG5 direção vertical pode ser visto na figura 6.27.

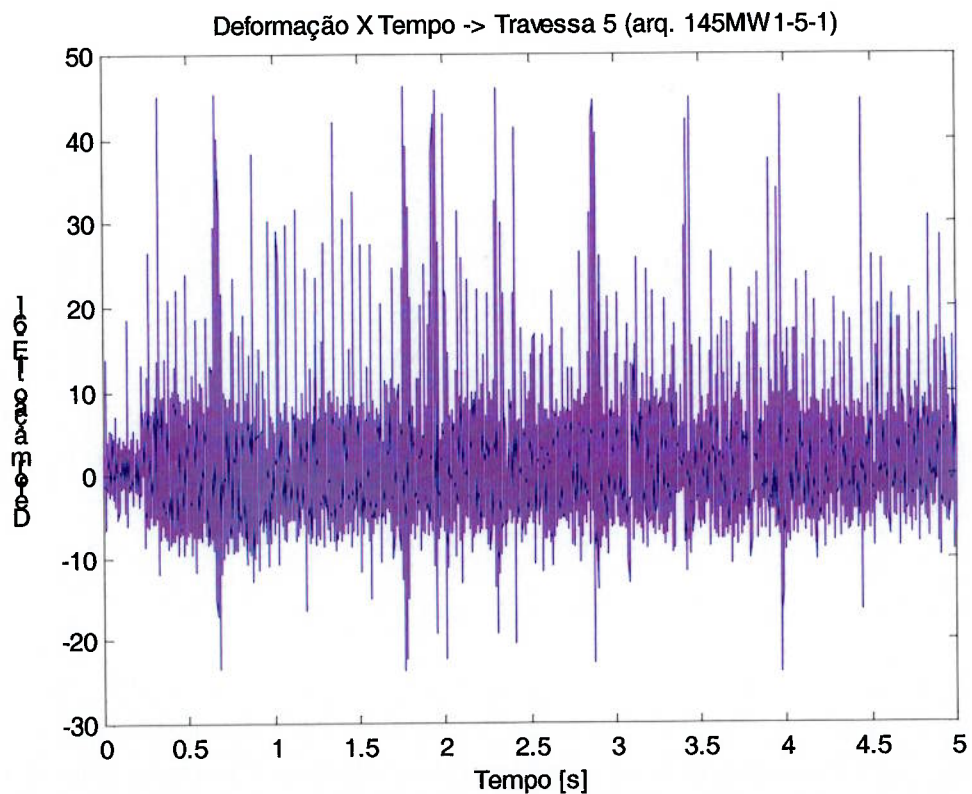


Fig. 6.27 Deformação em função do tempo para SG5-V da travessa 5 com P=145 MW.

Trabalhando com apenas 8192 pontos, aplicando uma janela de Hanning e utilizando a FFT obtém-se:

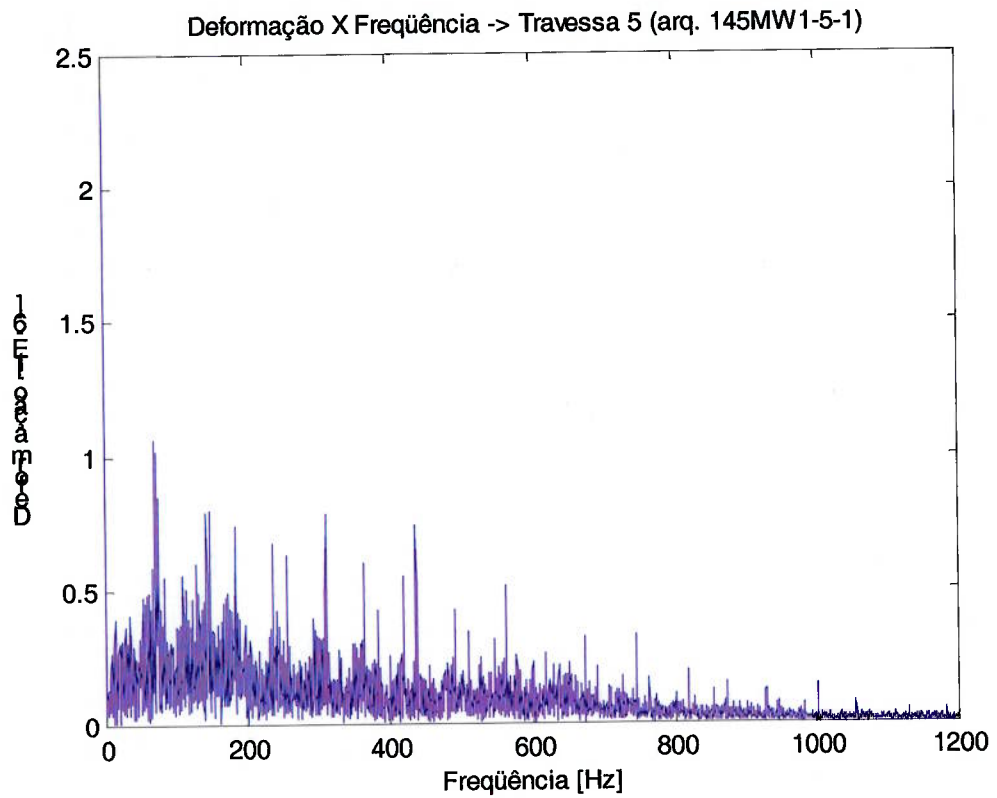


Fig. 6.28 Deformação em função da frequência para SG5-V da travessa 5 com P=145 MW.

Vale ressaltar que a confiabilidade dos resultados cai rapidamente para frequências superiores a 500 Hz.

6.3. Resultados

Um resumo das frequências naturais encontradas pode ser visto na tabela 6.4.

Tabela 6.4 Frequências naturais experimentais da travessa 5 da usina A.

	Tipo	Frequência Natural no Ar [Hz]			
		Arq. PA05	Arq. PA05-3	Arq. PA05-4	Média
1º Modo	(11)	44,6	44,2	44,5	44,4
2º Modo	(12)	--	87,9	--	87,9
3º Modo	(21)	122,2	121,6	122,8	122,2
4º Modo	(22)	--	--	--	--
5º Modo	(31)	234,4	--	236,7	235,6

A determinação do tipo dos modos foi baseada na análise pelo MEF (ver seção 7.3).

Os valores medidos de aceleração dependem do ponto onde a travessa foi atingida pelo martelo, já que, por exemplo, um impacto exatamente no nó de um modo natural, não excita este modo. Como não existem informações mais precisas entre as diferenças na excitação da travessa nas medidas PA05, PA05-3 e PA05-4, isto pode explicar porque alguns modos não aparecem em todos os arquivos de dados.

Lembrando que a travessa se comporta aproximadamente como uma viga bi-engastada sujeita a flexão, é de se esperar que os extensômetros posicionados na direção horizontal sejam os menos solicitados. Esta hipótese é comprovada para todos os extensômetros, à exceção do SG8. Percebe-se também, que os valores de deformação média na direção horizontal medidos pelo SG8 divergem demasiadamente dos valores indicados pelos demais extensômetros, inclusive do SG6, que está posicionado na mesma região apenas do outro lado da chapa, por estas razões serão desconsiderados os valores do SG8 na direção horizontal.

Não foi possível identificar as razões pelas quais houve uma variação dos valores da deformação média apresentados para a potência de 180 MW, especialmente considerando-se que as amplitudes características não tiveram variações sensíveis. Assim estes valores serão, também, desprezados.

Como:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (6.1)$$

e para o aço carbono $E = 200000$ MPa,

tem-se que o maior valor de tensão média é 1 MPa o que sinaliza que os extensômetros foram zerados com a máquina parada e preenchida com água. Assim não é possível determinar as tensões médias reais na travessa, já que o efeito da pressão estática da água sobre as travessas e o pré-distribuidor foi perdido.

A máxima amplitude característica de vibração é da ordem de 3 MPa o que, de acordo com as conclusões apresentadas no capítulo 2, indica que a travessa não corre qualquer risco de fadiga.

A análise no domínio da frequência, exemplificada pela figura 6.28, apresenta diversas frequências de vibração, provavelmente em razão de não haver qualquer ressonância perceptível, fazendo com que todas as frequências de vibração tenham intensidades da mesma ordem. Vale ressaltar que além das forças hidráulicas decorrentes do escoamento, as travessas do pré-distribuidor estão sujeitas à ação de esforços oriundos das partes rotativas e a vibrações transmitidas pela própria casa de força, causadas pela operação dos demais equipamentos da usina.

7. VALORES TEÓRICOS X VALORES EXPERIMENTAIS

Neste capítulo os métodos desenvolvidos nos capítulos 3 e 4 são utilizados no cálculo de travessas de 4 usinas, cujos dados experimentais estão disponíveis. Foram analisadas as usinas: Djerdap I, Capivara, A e B. O objetivo é comparar os valores analíticos e pelo MEF com os experimentais, de modo a validar ou não, os primeiros.

7.1. Usina de Djerdap I

Conforme relatado em [16] e [17], durante uma parada para manutenção em 1983 foram encontradas trincas nas travessas da unidade 3. Posteriormente, foram encontradas também trincas em travessas de outras unidades desta usina. A usina de Djerdap I localiza-se no rio Danúbio, na fronteira entre Sérvia e Romênia, e é composta por 12 máquinas Kaplan com 6 pás e diâmetro do rotor igual a 9500 mm. Com 193,5 MW de potência máxima, esta máquina está entre as turbinas Kaplan mais potentes do mundo. Suas principais características podem ser vistas a seguir:

Vazão Máxima:	800	m ³ /s
Queda Máxima:	27,98	mca
Mínima:	16,98	mca
Nominal:	27,16	mca
Potência Máxima:	193,5	MW (originalmente projetada para 175 MW)
Rotação Nominal:	71,5	rpm

As trincas apareciam nas regiões de conexão com o anel superior e anel inferior do pré-distribuidor. A altura da travessa é 3580 mm e o perfil da aresta de saída é semicircular.

A figura 7.1 apresenta a geometria das travessas de Djerdap I, bem como a localização dos extensômetros e transdutores de pressão utilizados nas medições.

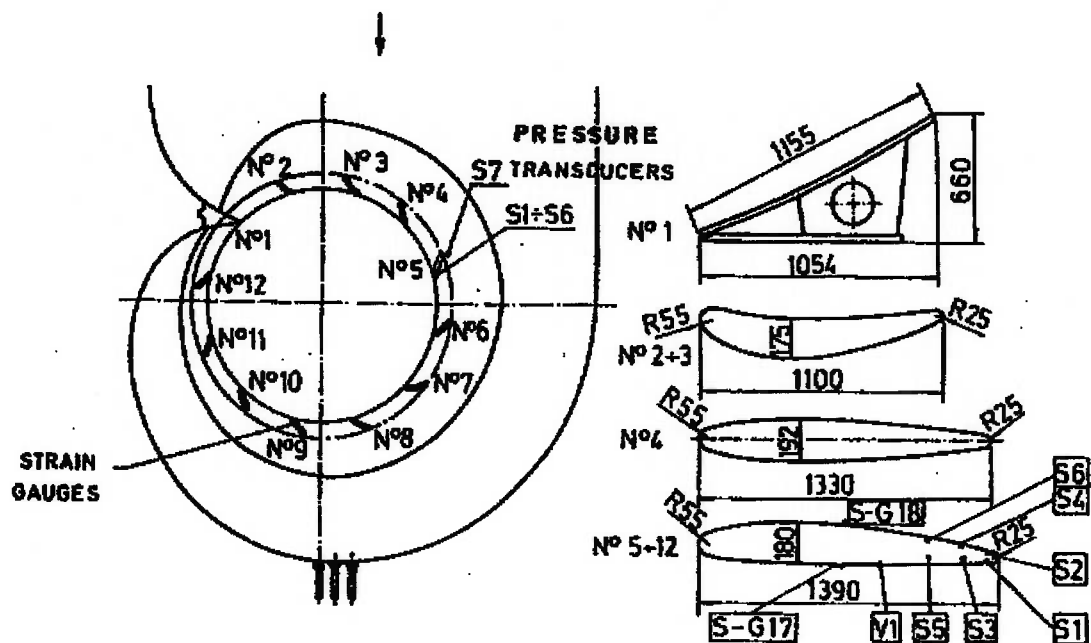


Fig. 7.1 Geometria das travessas de Djerdap I [16].

As freqüências naturais medidas da travessa 5, tanto no ar como na água, aparecem na tabela seguinte:

Tabela 7.1 Freqüências naturais experimentais da travessa 5 de Djerdap I [16].

	Freq. no Ar [Hz]	Freq. na Água [Hz]	Freq. Água/ Freq. Ar
1º Modo	54,0	35,3	0,65
2º Modo	118,4	88,4	0,75
3º Modo	148,0	104,7	0,71

Para o cálculo analítico e pelo método dos elementos finitos foi considerada a seção transversal das travessas 5 a 12 conforme indicado na figura 7.1.

Tabela 7.2 Dados principais da seção transversal das travessas 5 a 12 – Djerdap I.

Área	192242	mm ²
Menor Momento de Inércia	384652882	mm ⁴

Os resultados do cálculo analítico (teoria de placas com fator f de redução da freqüência natural em função da espessura) e do cálculo pelo MEF estão apresentados na tabela 7.3.

Tabela 7.3 Freqüências naturais no ar: método analítico e MEF – Djerdap I.

	Tipo	Método Analítico	MEF	Desvio
		Freq. no Ar [Hz]	Freq. no Ar [Hz]	
1º Modo	(11)	64,1	62,8	2,1 %
2º Modo	(12)	131,2	124,2	5,6 %
3º Modo	(21)	173,9	166,0	4,8 %
4º Modo	(22)	282,3	258,9	9,0 %

O modelo em elementos finitos consiste de 2700 elementos do tipo SOLID 186. Os modos naturais calculados no ar aparecem nas figuras 7.2, 7.3, 7.4 e 7.5.

Comparando-se os resultados pelo MEF com os resultados experimentais no ar, tem-se uma estimativa da redução nas freqüências naturais da travessa causada pela flexibilidade dos anéis do pré-distribuidor. A tabela 7.4 mostra esta comparação.

Tabela 7.4 Estimativa do efeito da flexibilidade dos anéis nas freqüências naturais – Djerdap I.

	Tipo	Experimental	MEF	Razão Exp. / MEF
		Freq. no Ar [Hz]	Freq. no Ar [Hz]	
1º Modo	(11)	54,0	62,8	0,86
2º Modo	(12)	118,4	124,2	0,95
3º Modo	(21)	148,0	166,0	0,89

O quociente entre a freqüência natural na água e a freqüência natural no ar de acordo com as medições, cálculos analíticos e método dos elementos finitos está representado na tabela 7.5.

Tabela 7.5 Fatores de transposição ar/ água para Djerdap I.

	Tipo	Freq. Natural na Água / Freq. Natural no Ar		
		Experimental	Analítico	MEF
1º Modo	(11)	0,65	0,71	0,73
2º Modo	(12)	0,75	0,85	0,83
3º Modo	(21)	0,71	--	0,77
4º Modo	(22)	--	--	0,84

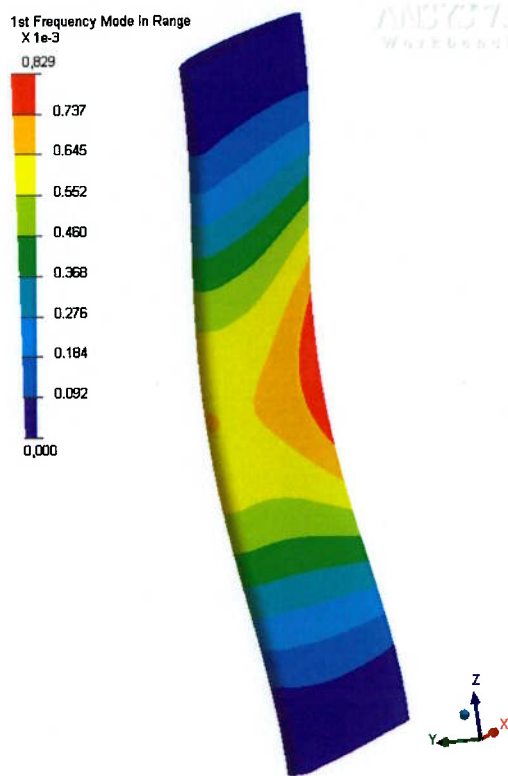


Fig. 7.2 Djerdap I – 1° Modo – Freq. 62,8 Hz.

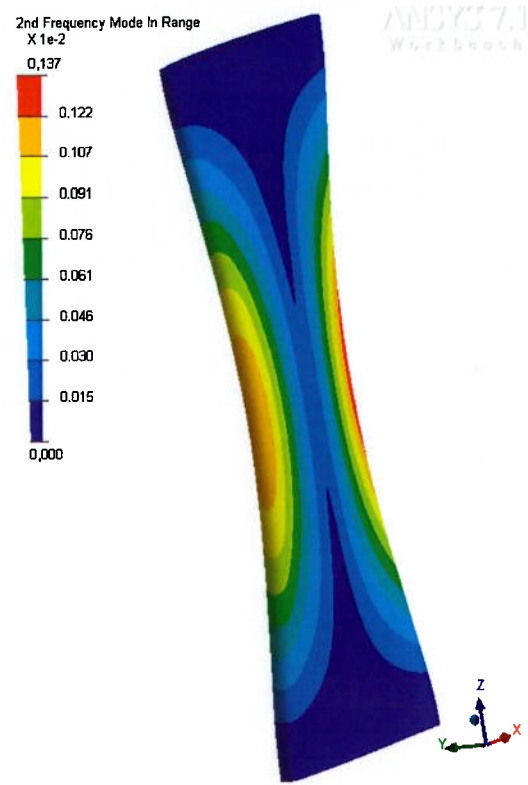


Fig. 7.3 Djerdap I – 2° Modo – Freq. 124,2 Hz.

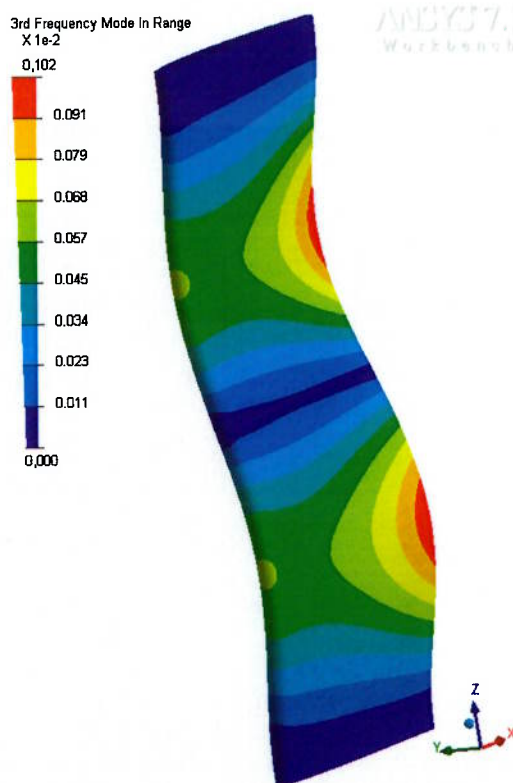


Fig. 7.4 Djerdap I – 3° Modo – Freq. 166,0 Hz.

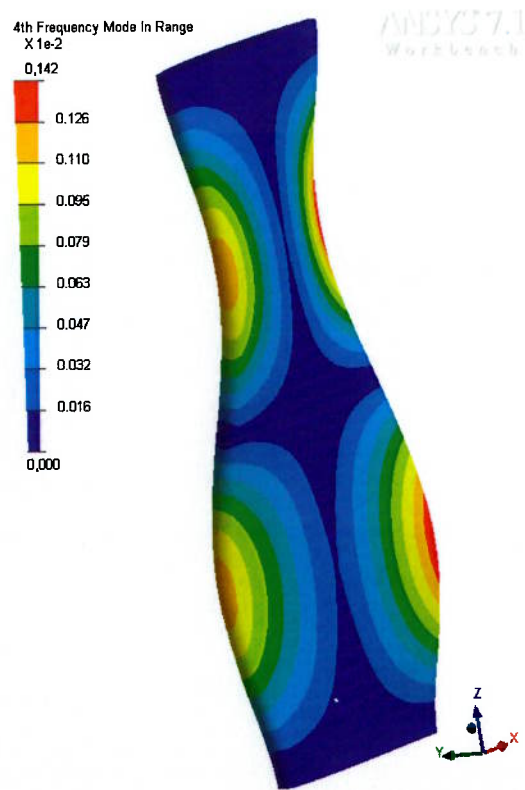


Fig. 7.5 Djerdap I – 4° Modo – Freq. 258,9 Hz.

Uma comparação entre as frequências naturais calculadas pelo modelo analítico e pelo método dos elementos finitos indica que os modos flexionais apresentam uma maior correspondência. Isto decorre, provavelmente, da imprecisão associada à variável J para os modos torcionais. O desvio máximo chegou a 9% para o segundo modo torcional (22). Deve-se ressaltar que foi utilizada nos cálculos uma seção transversal aproximada da travessa (figura 7.1), já que o perfil exato não estava disponível. É de se esperar, que se a geometria exata fosse utilizada, os desvios encontrados seriam menores. Os valores estimados de redução da frequência natural devido à flexibilidade dos anéis do pré-distribuidor seguem as tendências previstas na seção 3.9. Tanto o método analítico como o MEF, subestimaram levemente a influência da água na redução das frequências naturais. A discrepância máxima chegou à ordem de 13%. Este resultado também pode estar sendo afetado pela adoção de uma geometria aproximada da travessa.

Para uma estimativa da frequência de desprendimento dos vórtices foi utilizado o procedimento apresentado na seção 2.3.1. Os valores adotados aparecem na tabela 7.6.

Tabela 7.6 Dados para estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Djerdap I.

Vazão Mínima de Operação	250	m ³ /s
Diâmetro de Localização da Aresta de Saída da Travessa	12450	mm
Ângulo entre a Travessa e uma Linha Radial pela Aresta de Saída	55	°
Espessura da Aresta de Saída da Travessa	50	mm

A espessura da aresta de saída segue a figura 7.1, as demais informações foram extraídas da referência [17].

Os valores estimados de frequência de emissão dos vórtices estão mostrados na figura 7.6. As frequências naturais representadas no gráfico seguem os valores experimentais na água conforme tabela 7.1.

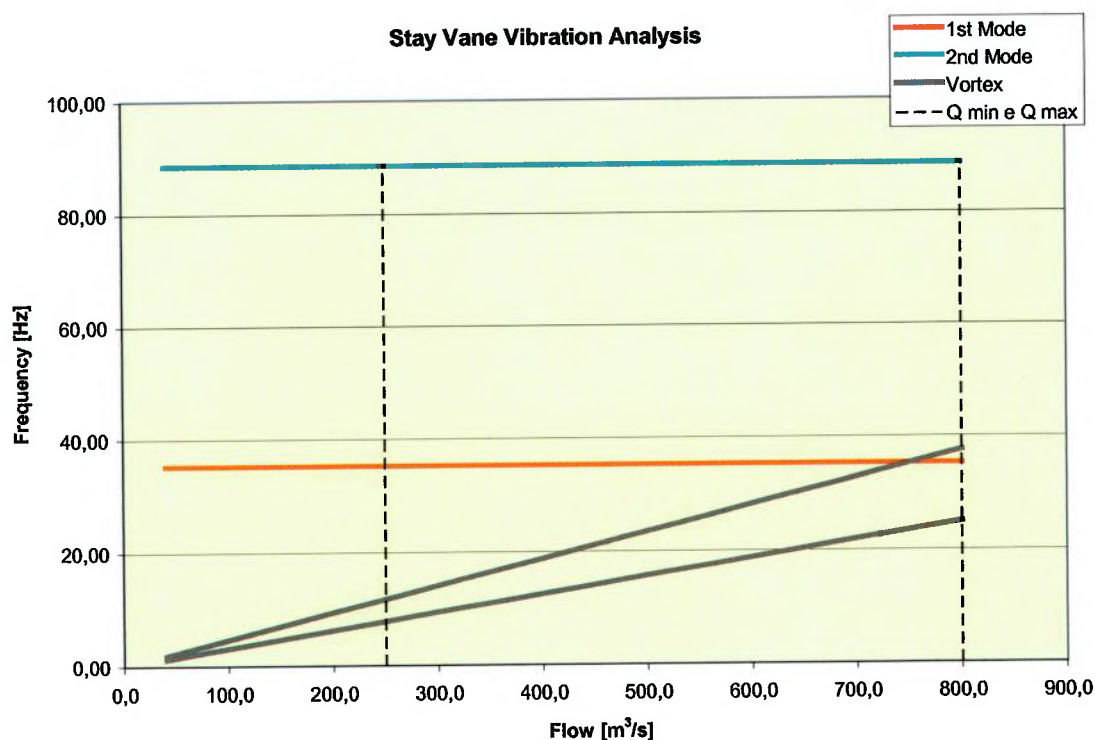


Fig. 7.6 Estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Djerdap I.

Percebe-se no gráfico uma possível ressonância entre a primeira frequência natural e a frequência de desprendimento dos vórtices na região de altas vazões, e por consequência, altas potências. Isto corresponde ao observado na máquina já que, conforme relatado em [16] e [17], a vibração das travessas aumenta consideravelmente a partir da potência de 180 MW, que corresponde a uma vazão da ordem de $730 \text{ m}^3/\text{s}$. Conclui-se, portanto, que as trincas encontradas nas travessas de Djerdap I se devem à geração e desprendimento de vórtices nas travessas.

Um fato digno de nota é que apenas as travessas 3, 5, 9, 11 e 12 apresentaram trincas de tamanho considerável. As demais travessas ou apresentaram trincas muito pequenas ou nenhuma trinca. Analisando-se a figura 7.1, percebe-se que as travessas 5 a 12 possuem a mesma seção transversal, o fato de apenas algumas destas travessas trincarem, provavelmente está relacionado com a pequena faixa de intersecção, mostrada na figura 7.6, entre a frequência esperada dos vórtices e a primeira frequência natural da travessa. Desta forma efeitos secundários, como diferentes ângulos de ataque da água em cada travessa ou pequenas diferenças de fabricação, podem definir se uma determinada travessa estará ou não em ressonância.

7.2. Usina de Capivara

A usina de Capivara se localiza no Rio Paranapanema. Na margem esquerda está o município de Porecatu - PR e na margem direita o município de Taciba - SP. Após apenas 73 horas de operação, trincas foram encontradas em 2 travessas da máquina 1 [12]. O perfil da aresta de saída era semicircular conforme pode ser visto na figura 7.7. Temendo uma ressonância com os vórtices de von Kármán todas as máquinas tiveram o perfil da aresta de saída modificado. Foi adotado um perfil com concavidade, ver figura 7.8. É importante salientar, que as unidades 2, 3 e 4 nem chegaram a operar com a aresta de saída semicircular. A máquina 2 nunca apresentou trincas porém as unidades 1, 3 e 4 continuaram a apresentar trincas principalmente nas travessas 16 a 23.

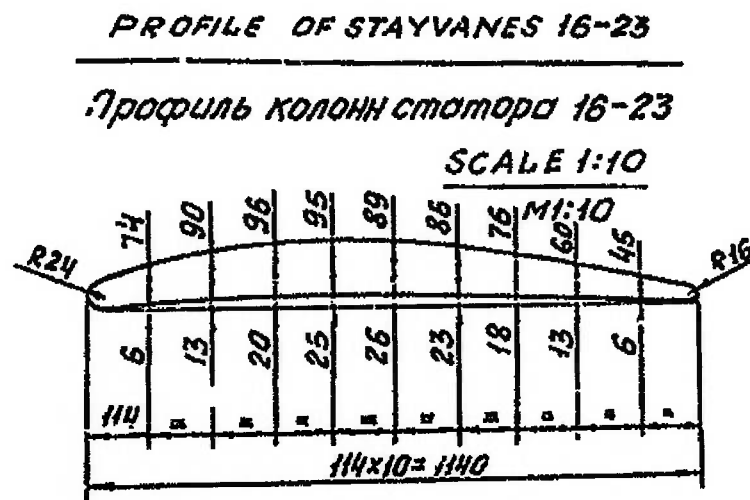


Fig. 7.7 Geometria da travessa de Capivara.

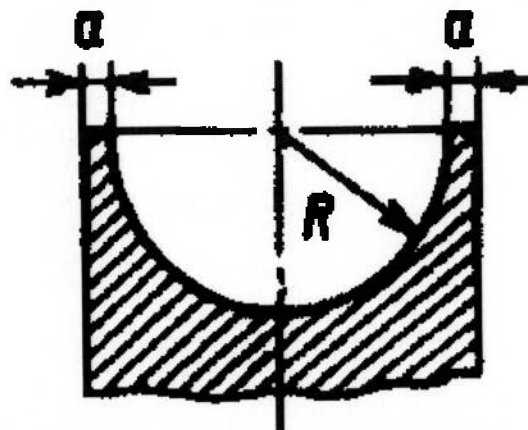


Fig. 7.8 Perfil modificado da aresta de saída de Capivara [12].

Diversas tentativas de modificações foram feitas, incluindo arestas de saída no formato de cunha, mas as trincas continuam surgindo até hoje.

As quatro turbinas Francis da usina de Capivara possuem as seguintes características:

Vazão Nominal:	375 m ³ /s
Queda Máxima:	50 mca
Mínima:	35 mca
Nominal:	50 mca
Potência Nominal:	163 MW
Rotação Nominal:	100 rpm

A distribuição das travessas pode ser vista na figura 7.9.

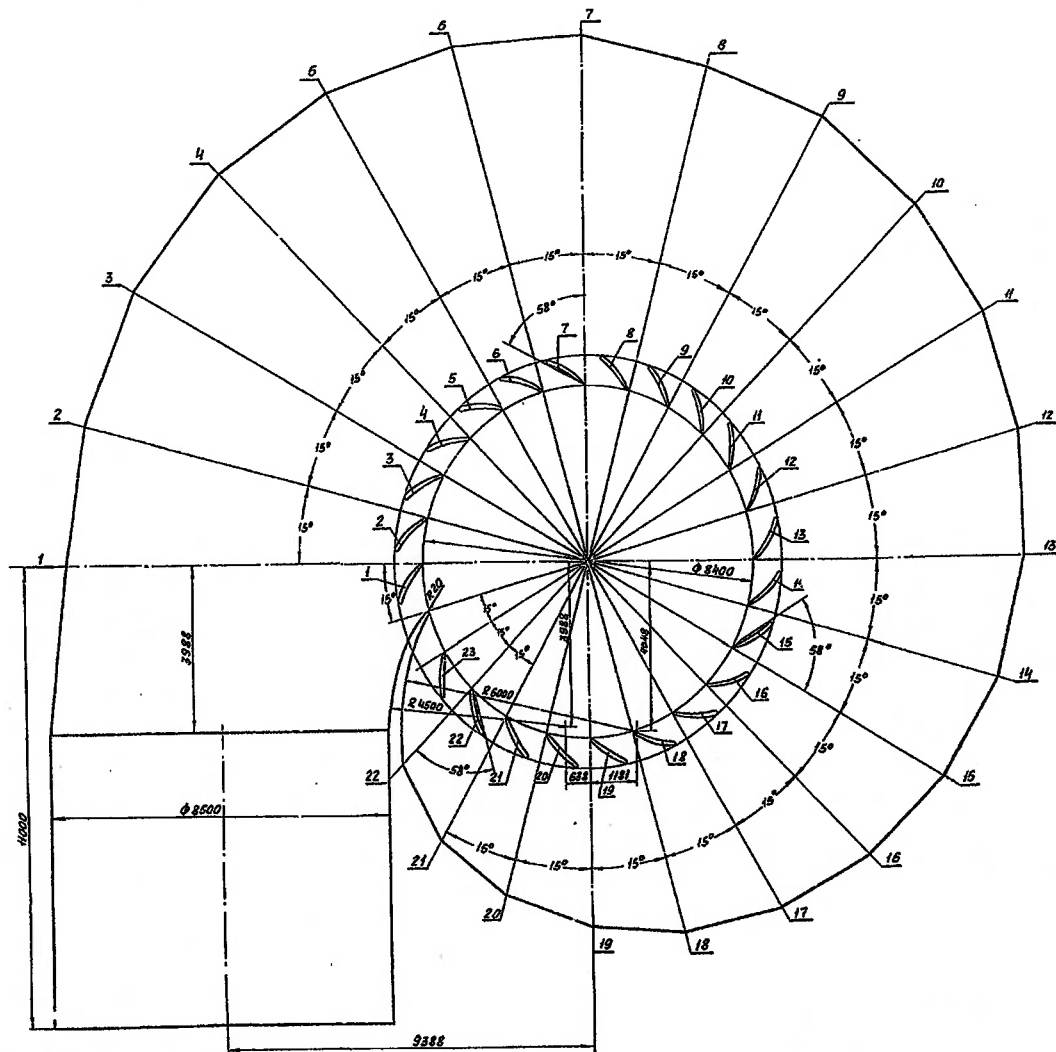


Fig. 7.9 Distribuição das travessas de Capivara.

As travessas de Capivara têm uma altura de 3800 mm, mas apenas parte está exposta ao fluido. Conforme pode ser visto na figura 7.10 as travessas atravessam as chapas de 32 mm e são efetivamente fixadas nas chapas de 70 mm de espessura. Para efeito de cálculo e por simplicidade, tanto no método analítico como no método dos elementos finitos, foi considerada apenas a parte da travessa exposta ao fluido, dessa forma é de se esperar que as frequências naturais reais sejam sensivelmente menores que as calculadas.

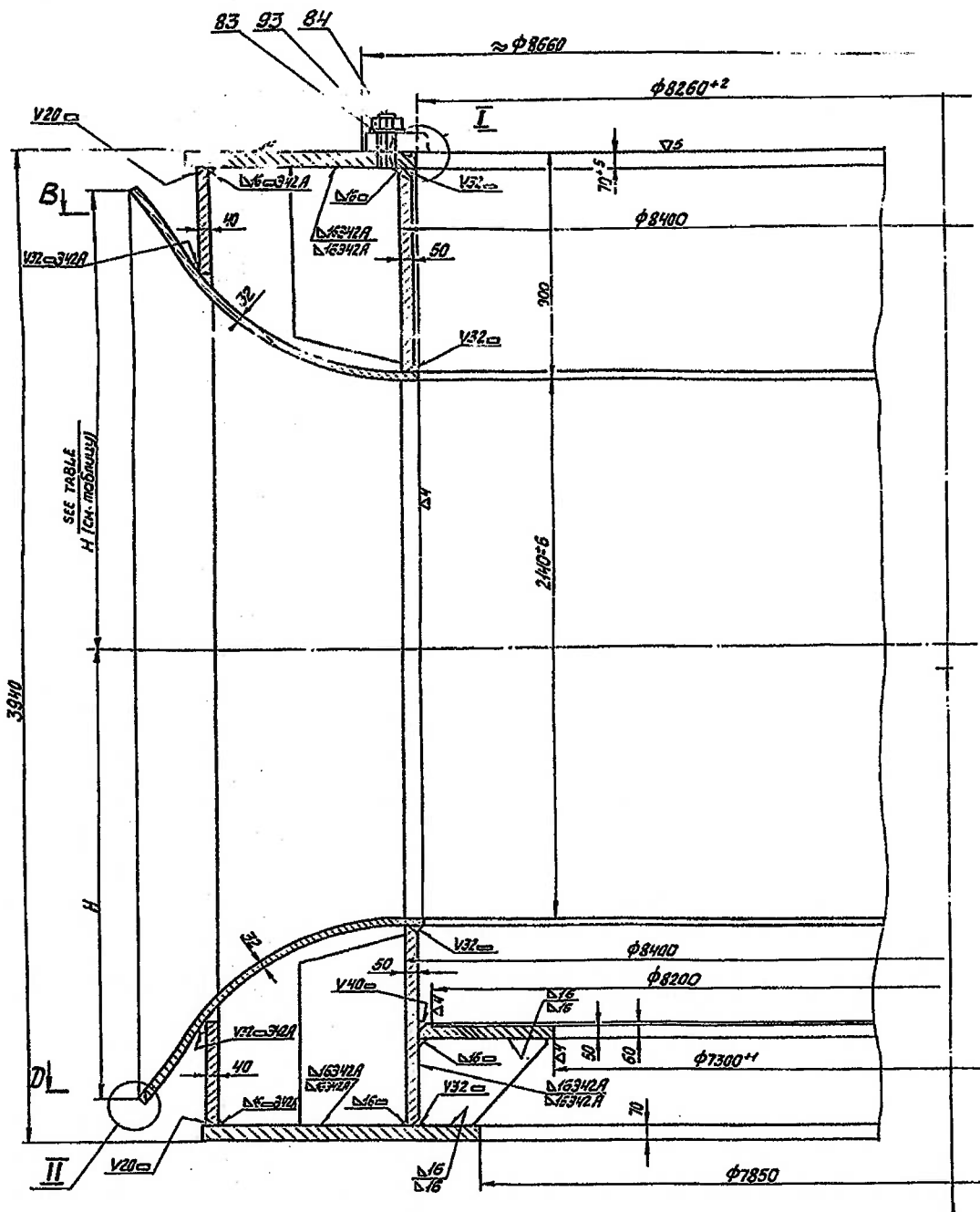


Fig. 7.10 Aspectos construtivos da travessa de Capivara.

As travessas 16 a 23 são chamadas travessas do grupo III. As frequências naturais experimentais encontradas para estas travessas podem ser vistas na tabela a seguir.

Tabela 7.7 Frequências naturais experimentais das travessas do grupo III de Capivara.

	Freq. no Ar [Hz]	Freq. na Água [Hz]	Freq. Água/ Freq. Ar
1º Modo	73,8	47,0	0,64
2º Modo	124,4	95,5	0,77
3º Modo	192,8	--	--
4º Modo	264,0	--	--

As propriedades da seção transversal das travessas do grupo III, ver figura 7.7, aparecem na tabela 7.8.

Tabela 7.8 Dados principais da seção transversal das travessas do grupo III – Capivara.

Área	84906	mm ²
Menor Momento de Inércia	65723502	mm ⁴

Como a altura da travessa na parte exposta ao fluido não é constante, a altura adotada no cálculo analítico foi a média aritmética da altura mínima (2140 mm) e da altura máxima (2807 mm). Foi considerado, portanto, como altura da travessa o valor de 2473.5 mm.

Os valores calculados pelo método analítico e pelo MEF podem ser vistos na tabela 7.9.

Tabela 7.9 Frequências naturais no ar: método analítico e MEF – Capivara.

		Método Analítico	MEF	
	Tipo	Freq. no Ar [Hz]	Freq. no Ar [Hz]	Desvio
1º Modo	(11)	83,8	87,7	4,4 %
2º Modo	(12)	168,7	132,4	27,4 %
3º Modo	(21)	227,8	225,6	1,0 %
4º Modo	(22)	364,8	282,5	29,1 %

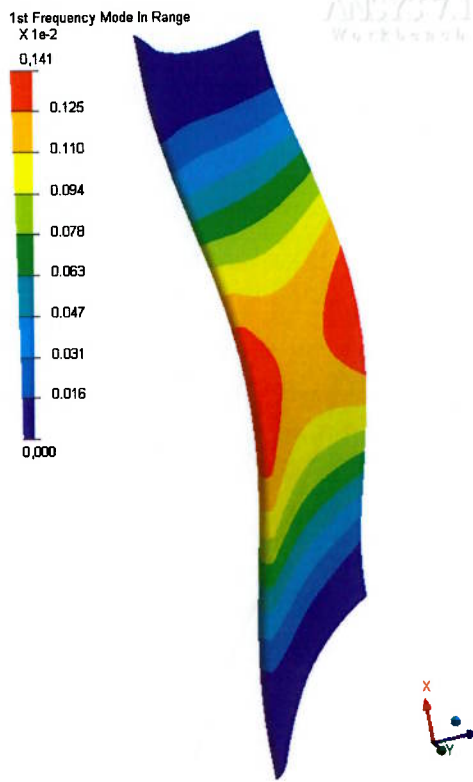


Fig. 7.11 Capivara – 1º Modo – Freq. 87,7 Hz.

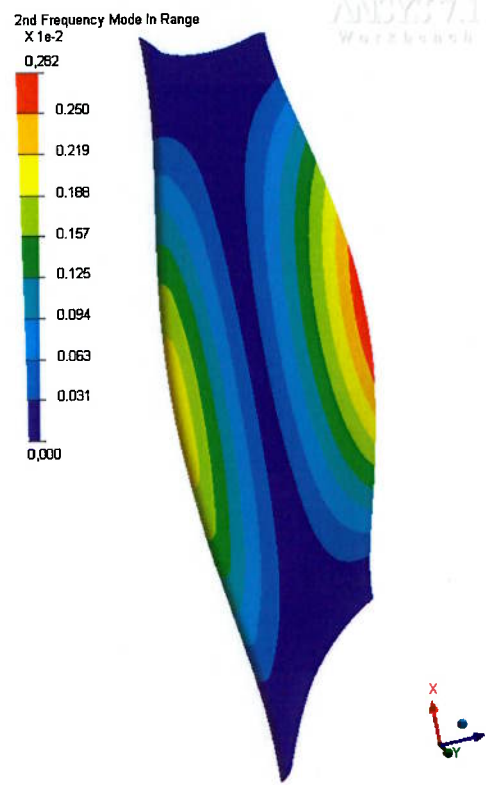


Fig. 7.12 Capivara – 2º Modo – Freq. 132,4 Hz.

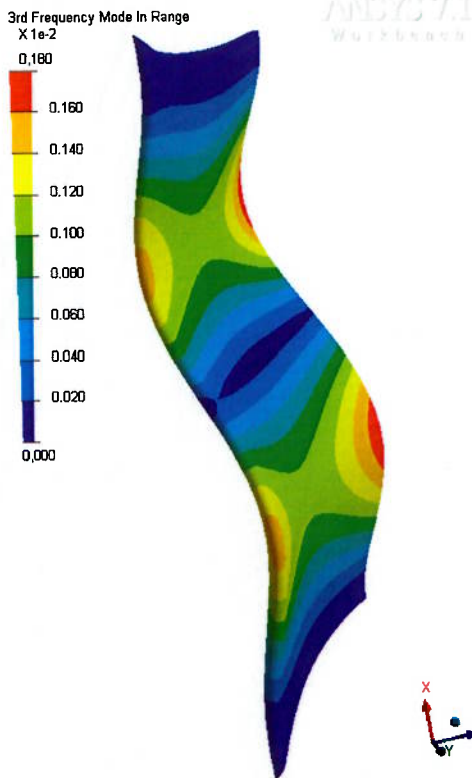


Fig. 7.13 Capivara – 3º Modo – Freq. 225,6 Hz.

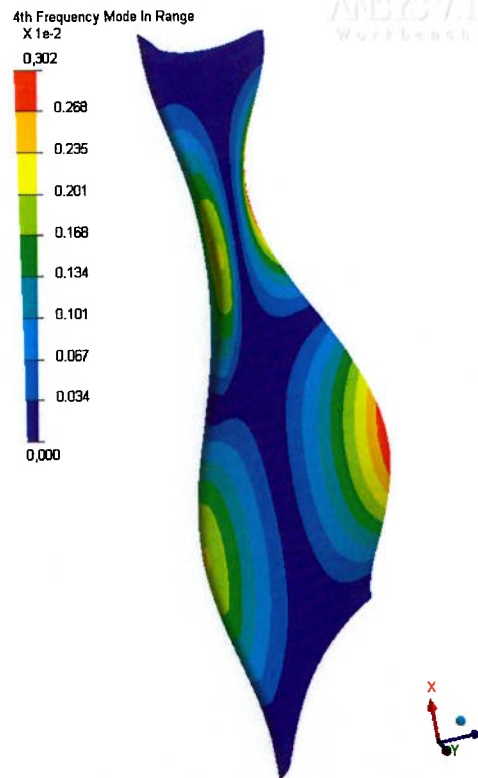


Fig. 7.14 Capivara – 4º Modo – Freq. 282,5 Hz.

As figuras 7.11, 7.12, 7.13 e 7.14 apresentam os quatro primeiros modos naturais no ar de acordo com o cálculo de elementos finitos. Foram utilizados no modelo 2600 elementos do tipo SOLID 186.

A tabela 7.10 mostra uma comparação entre os valores das frequências naturais medidos e os calculados pelo MEF. Percebe-se que a razão entre os dois é sensivelmente menor que a calculada para a usina B, outra máquina Francis analisada neste trabalho (seção 7.4), sendo o motivo mais provável a opção, no caso de Capivara, pela análise apenas da parte da travessa exposta à água.

Tabela 7.10 Estimativa do efeito da flexibilidade dos anéis nas frequências naturais - Capivara.

	Tipo	Experimental	MEF	Razão Exp. / MEF
		Freq. no Ar [Hz]	Freq. no Ar [Hz]	
1º Modo	(11)	73,8	87,7	0,84
2º Modo	(12)	124,4	132,4	0,94
3º Modo	(21)	192,8	225,6	0,85
4º Modo	(22)	264,0	282,5	0,93

A tabela seguinte apresenta os fatores de redução da frequência natural pelo fato de a travessa estar imersa em água. Os diversos métodos são comparados.

Tabela 7.11 Fatores de transposição ar/ água para Capivara

	Tipo	Freq. Natural na Água / Freq. Natural no Ar		
		Experimental	Analítico	MEF
1º Modo	(11)	0.64	0.63	0.67
2º Modo	(12)	0.77	0.80	0.76
3º Modo	(21)	--	--	0.72
4º Modo	(22)	--	--	0.78

Os dados da tabela 7.9 mostram que o método analítico não forneceu resultados satisfatórios para as frequências naturais torcionais da travessa de Capivara, com desvios de até 29,1%. Isto está ligado ao fato de a altura da travessa não ser constante. Conclui-se, portanto que o método analítico proposto deve ser evitado no

cálculo de frequências torcionais de travessas com altura variável. Isto não é uma grande limitação, visto que este tipo de travessa é cada vez menos comum (ver comentários da figura 2.4). O cálculo das frequências naturais flexionais, por outro lado, se mostrou adequado. As discrepâncias não ultrapassaram 4,4%. Como o método analítico proposto para o cálculo do fator de redução da frequência natural na água independe da altura da travessa, os resultados foram muito bons, com desvios inferiores a 4%.

A tabela seguinte apresenta os dados utilizados para a estimativa da frequência de emissão dos vórtices em Capivara.

Tabela 7.12 Dados para estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Capivara.

Vazão Máxima de Operação	405	m ³ /s
Vazão Mínima de Operação	230	m ³ /s
Diâmetro de Localização da Aresta de Saída da Travessa	8400	mm
Ângulo entre a Travessa e uma Linha Radial pela Aresta de Saída	50	°
Espessura da Aresta de Saída da Travessa	32	mm

Na determinação da espessura da aresta de saída foi assumido que a modificação do perfil de semicircular para com concavidade não afetou a espessura da travessa nesta região.

O gráfico da figura 7.15 mostra a faixa esperada de frequências de geração e desprendimento dos vórtices. As frequências naturais presentes no gráfico correspondem às frequências experimentais na água de acordo com a tabela 7.7.

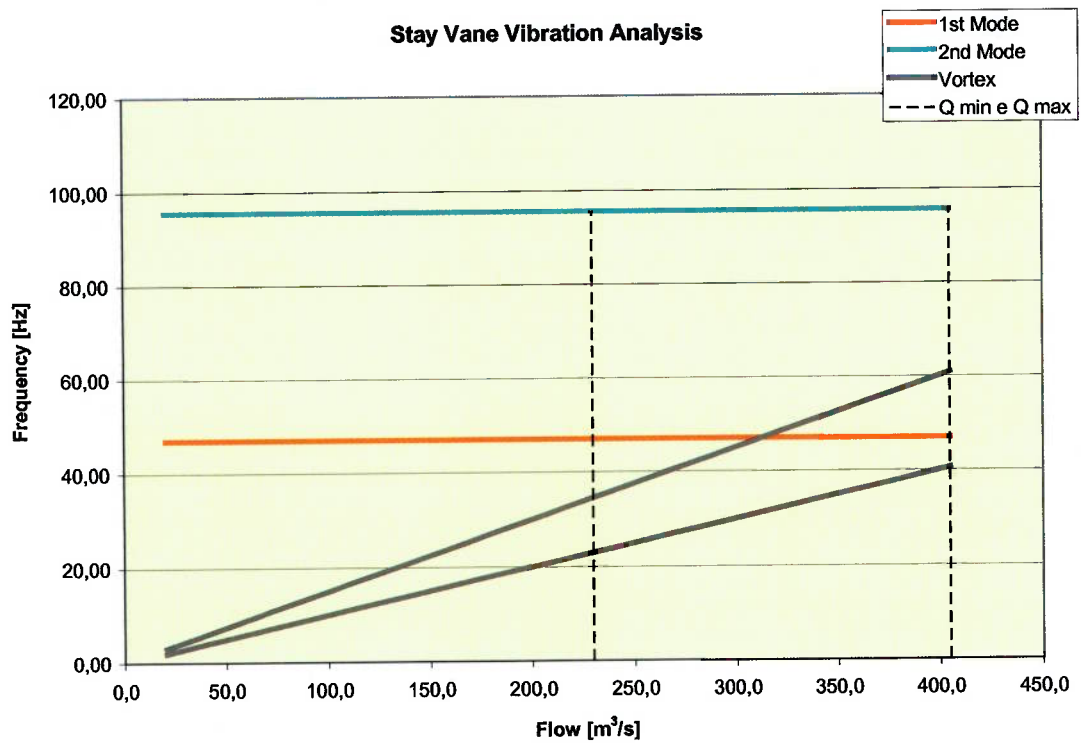


Fig. 7.15 Estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Capivara.

Verifica-se uma grande faixa de vazões propensas à ressonância. O que leva a conclusão que os problemas de trincas presentes nas travessas de Capivara se devem realmente a uma ressonância da primeira frequência natural com a frequência de emissão dos vórtices.

7.3. Usina A

As cinco turbinas Kaplan da usina A possuem um diâmetro de rotor igual a 8000 mm e as seguintes características principais:

Vazão Nominal:	578 m ³ /s
Queda Nominal:	34,0 mca
Potência Máxima:	183,0 MW
Rotação Nominal:	100 rpm

As travessas possuem uma altura exposta ao fluido de 3012 mm (ver figura 6.3 para seção transversal da travessa 5) e as frequências naturais, medidas no ar, estão representadas na tabela 7.13. Para mais detalhes, ver tabela 6.4.

Tabela 7.13 Frequências naturais experimentais da travessa 5 da usina A.

	Freq. no Ar [Hz]
1º Modo	44,4
2º Modo	87,9
3º Modo	122,2

Para o cálculo analítico foram consideradas as propriedades indicadas na tabela 7.14.

Tabela 7.14 Dados principais da seção transversal da travessa 5 – Usina A.

Área	90736	mm ²
Menor Momento de Inércia	50222820	mm ⁴

A tabela seguinte mostra os resultados do cálculo analítico, considerando-se a teoria de placas com fator de redução da frequência natural em função da espessura, e do cálculo pelo MEF.

Tabela 7.15 Freqüências naturais no ar: método analítico e MEF – Usina A.

	Tipo	Método Analítico	MEF	Desvio entre MEF e Método Analítico
		Freq. no Ar [Hz]	Freq. no Ar [Hz]	
1º Modo	(11)	48,0	47,5	1,1 %
2º Modo	(12)	95,1	91,5	3,9 %
3º Modo	(21)	131,6	128,6	2,3 %
4º Modo	(22)	207,5	196,4	5,7 %

Os modos naturais no ar, calculados pelo método dos elementos finitos, podem ser vistos na página seguinte. O modelo consiste de 3685 elementos do tipo SOLID 186. A tabela 7.16 apresenta a razão entre a freqüência natural experimental no ar e a calculada pelo método dos elementos finitos.

Tabela 7.16 Estimativa do efeito da flexibilidade dos anéis nas freqüências naturais – Usina A.

	Tipo	Experimental	MEF	Razão Exp. / MEF
		Freq. no Ar [Hz]	Freq. no Ar [Hz]	
1º Modo	(11)	44,4	47,5	0,93
2º Modo	(12)	87,9	91,5	0,96
3º Modo	(21)	122,2	128,6	0,95

Os fatores de redução da freqüência natural pelo fato de a travessa estar imersa em água, calculados pelo método analítico e pelo método dos elementos finitos, podem ser vistos na tabela seguinte.

Tabela 7.17 Fatores de transposição ar/ água para a usina A.

	Tipo	Freq. Natural na Água / Freq. Natural no Ar		
		Experimental	Analítico	MEF
1º Modo	(11)	--	0,61	0,66
2º Modo	(12)	--	0,79	0,77
3º Modo	(21)	--	--	0,71
4º Modo	(22)	--	--	0,77

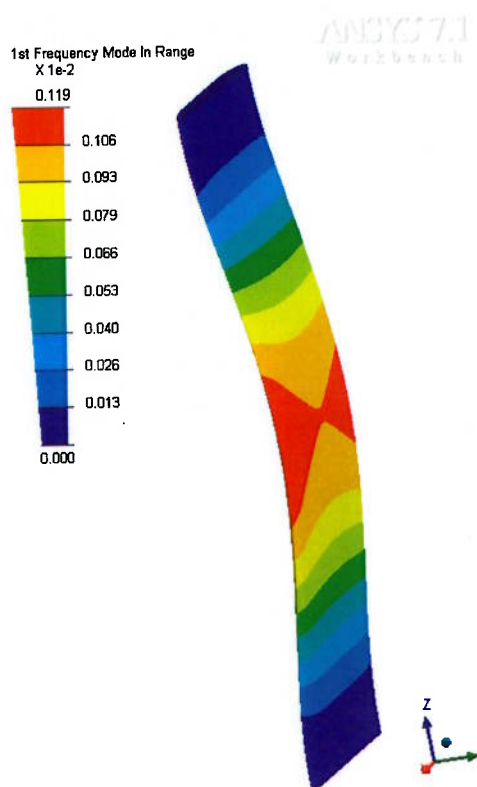


Fig. 7.16 Usina A – 1º Modo – Freq. 47,5 Hz.

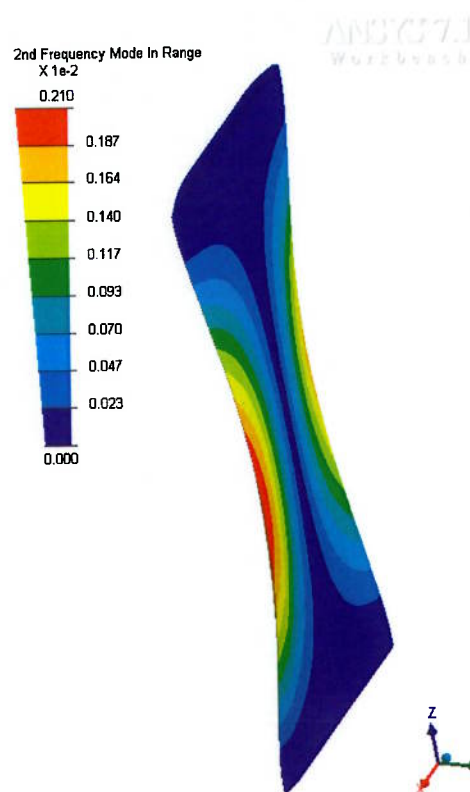


Fig. 7.17 Usina A – 2º Modo – Freq. 91,5 Hz.

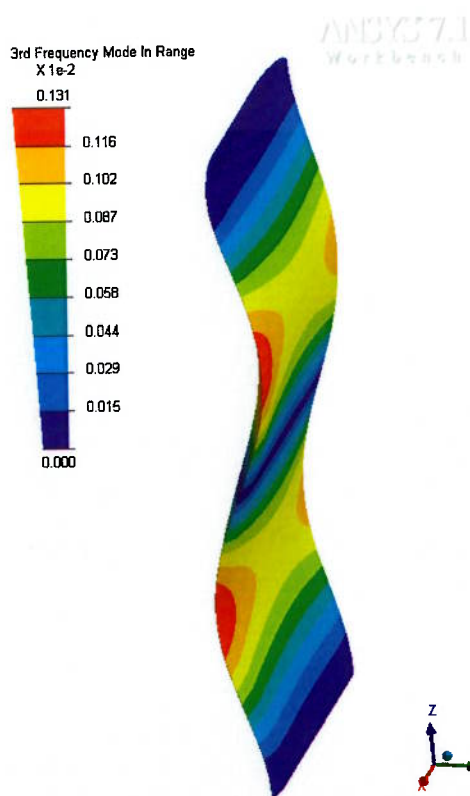


Fig. 7.18 Usina A – 3º Modo – Freq. 128,6 Hz.

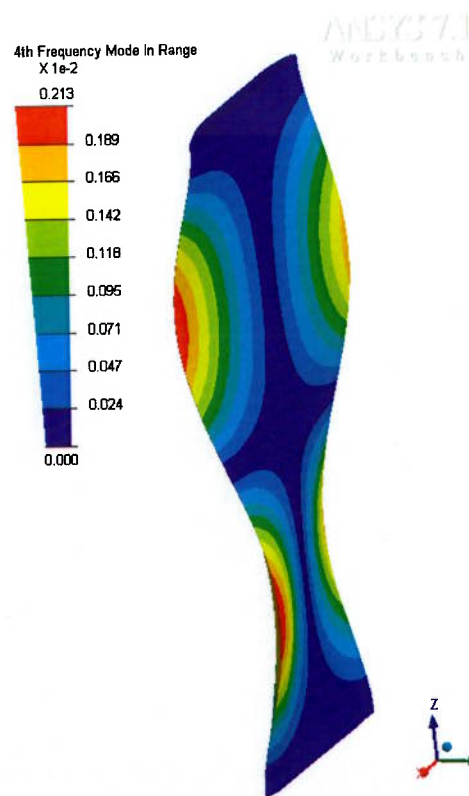


Fig. 7.19 Usina A – 4º Modo – Freq. 196,4 Hz.

Os resultados da tabela 7.15 indicam uma boa correspondência entre os valores de frequência natural calculados analiticamente e pelo MEF. Para os modos flexionais o desvio máximo foi da ordem de 2,3%, para os modos torcionais os desvios foram superiores, chegando a 5,7%; mas ainda assim aceitáveis sob o ponto de vista de engenharia. Comparando-se com os resultados experimentais (tabela 7.16) verifica-se que os valores calculados são coerentes. Os fatores de redução da frequência natural na água também apresentaram uma correlação satisfatória. Entretanto, neste caso, a ausência de dados experimentais impede uma conclusão definitiva.

Com base no modelo proposto na seção 2.3.1 foram estimadas as frequências de despreendimento dos vórtices. Os seguintes valores foram considerados:

Tabela 7.18 Dados para estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Usina A.

Vazão Máxima de Operação	650	m ³ /s
Vazão Mínima de Operação	180	m ³ /s
Diâmetro de Localização da Aresta de Saída da Travessa	10941,2	mm
Ângulo entre a Travessa e uma Linha Radial pela Aresta de Saída	47	°
Espessura da Aresta de Saída da Travessa	3	mm

Para mais detalhes, ver figuras 6.2 e 6.3.

Os resultados aparecem no gráfico da figura 7.20. Para as frequências naturais da travessa foram adotados os valores experimentais no ar multiplicados pelo fator analítico de transposição ar/ água conforme apresentado na tabela 7.17.

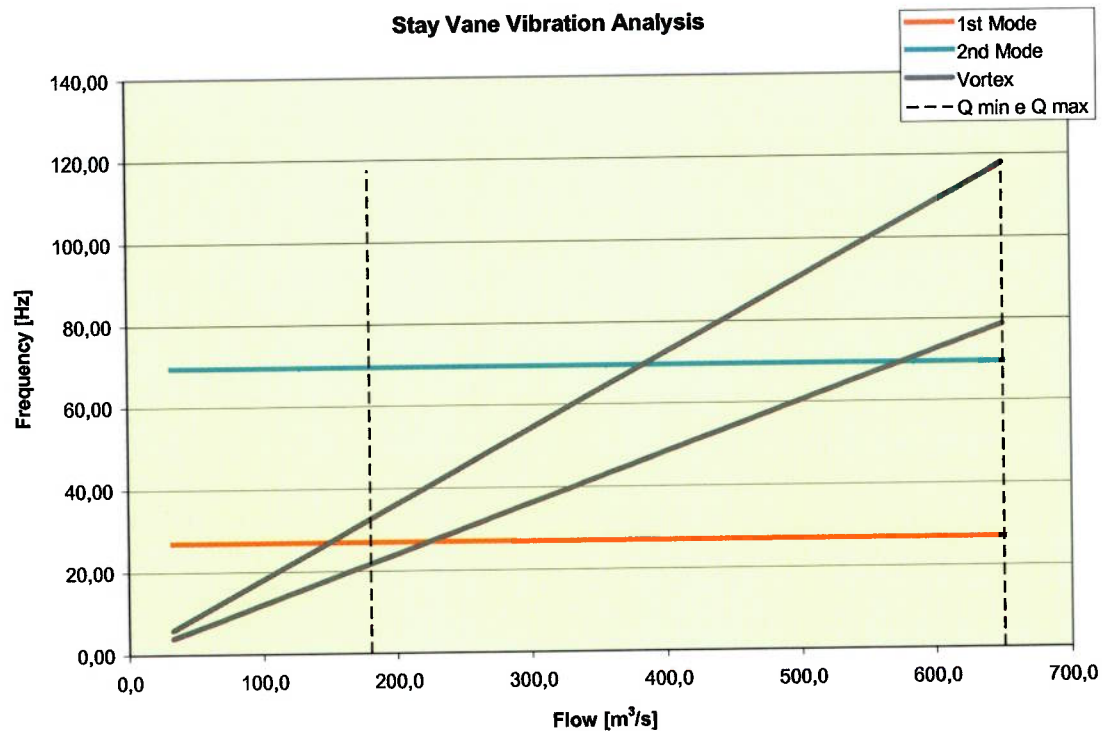


Fig. 7.20 Estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Usina A.

O gráfico apresenta uma forte indicação de ressonância com o segundo modo natural para vazões da ordem de $450 \text{ m}^3/\text{s}$. Os resultados da seção 6.3, porém, não mostram quaisquer indícios de que a travessa 5 da usina A esteja em ressonância com os vórtices em qualquer faixa de operação. Uma provável explicação é a conclusão experimental de Miyagawa, Fukao e Kawata [29] que o escoamento em arestas de saída menores ou iguais a 10 mm não induz uma frequência definida de vibração. Ver também figura 2.24. Vale ressaltar que dentre as travessas analisadas, a travessa 5 da usina A é a única com espessura da aresta de saída inferior a 10 mm (3 mm). As demais travessas possuem espessuras bem superiores (Djerdap I – 50 mm, Capivara – 32 mm, Usina B – 17 mm).

7.4. Usina B

Em novembro de 1980 após o comissionamento da 4ª máquina quando pela primeira vez a queda da usina era baixa o bastante para permitir grandes aberturas do distribuidor, um ruído de alta frequência foi detectado nas unidades 3 e 4. Medições acústicas revelaram que a frequência principal deste ruído era ao redor de 100 Hz [15] [34].

Por segurança, todas as máquinas tiveram sua abertura do distribuidor limitada a 520 mm, aproximadamente 85% da abertura máxima. Em janeiro de 1981, durante uma inspeção após 1200 horas de operação, trincas foram encontradas nas travessas da unidade 3. O fenômeno foi atribuído à ressonância com vórtices. Duas travessas tiveram, então, suas arestas de saídas modificadas conforme apresentado na figura 7.21.

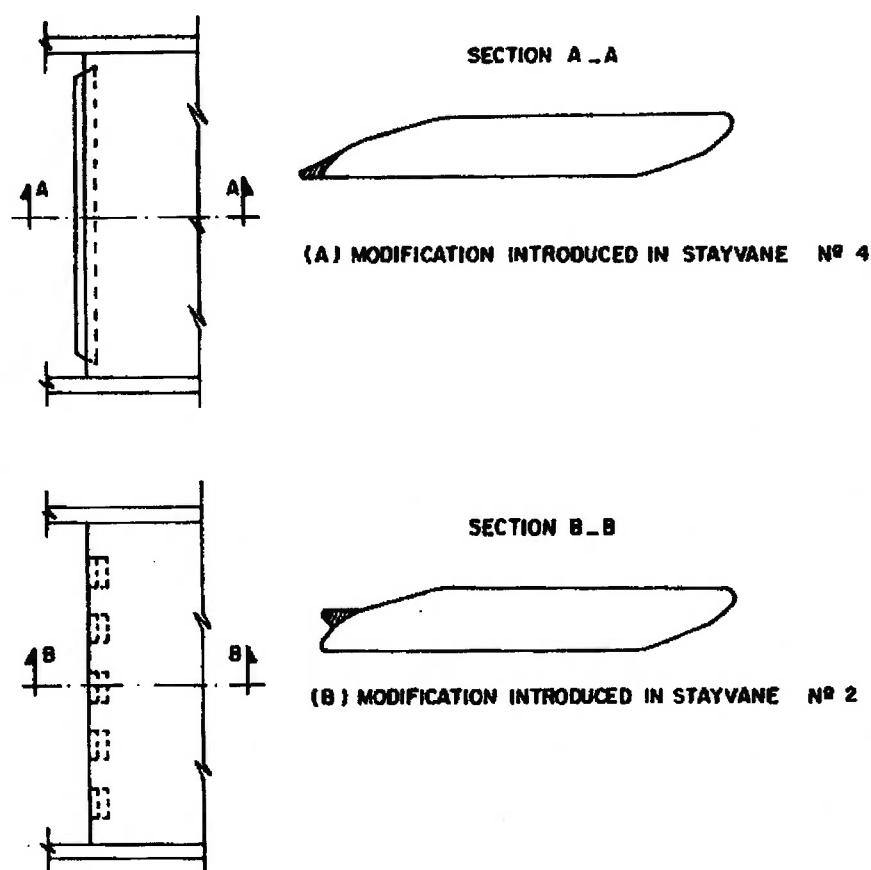


Fig. 7.21 Modificações na aresta de saída – Usina B [15].

Os ensaios mostraram que as duas alternativas reduziram a amplitude das tensões nas travessas. Foi escolhida então a modificação implementada na travessa nº 4 como modelo a ser copiado nas demais travessas da usina. Após todas as travessas modificadas não houve mais o aparecimento de trincas nem foi detectado o ruído a 100 Hz.

A usina B é composta de 6 máquinas Francis com as seguintes características:

Vazão Nominal:	476,5 m ³ /s
Queda Nominal:	80 mca
Potência Nominal:	354 MW
Rotação Nominal:	94,7 rpm

O perfil da travessa do modelo pode ser visto na figura 7.22. Para se chegar às dimensões reais da travessa da usina este perfil foi escalado pelo fator $2130 / 100,4 = 21,21$. Onde 2130 mm corresponde à altura da travessa do protótipo enquanto 100,4 mm é a altura da travessa do modelo.

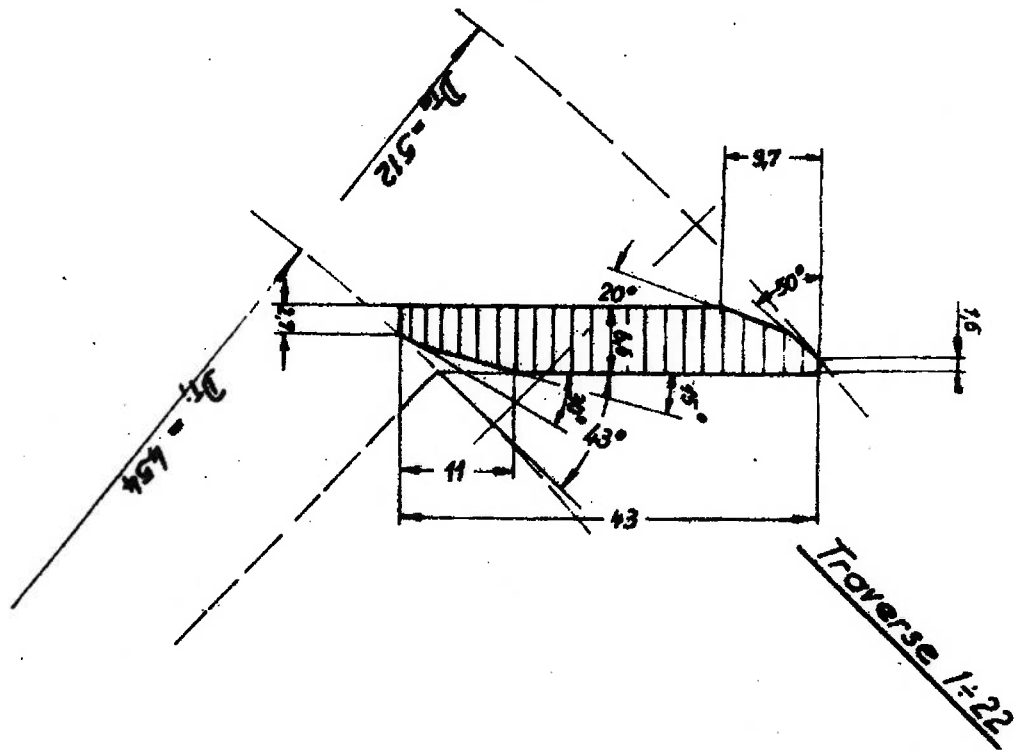


Fig. 7.22 Geometria da travessa do modelo da usina B.

A tabela 7.19 apresenta as frequências naturais das travessas determinadas experimentalmente. Vale ressaltar conforme indicado na figura 7.22 que todas as 22 travessas de cada máquina possuem geometrias idênticas.

Tabela 7.19 Frequências naturais experimentais das travessas da usina B [34].

	Freq. no Ar [Hz]	Freq. na Água [Hz]	Freq. Água/ Freq. Ar
1º Modo	135,0	100,0	0,74
2º Modo	255,0	210,0	0,82

Tabela 7.20 Dados principais da seção transversal – Usina B.

Área	111004	mm ²
Menor Momento de Inércia	159834771	mm ⁴
Maior Momento de Inércia	6303528906	mm ⁴

A tabela 7.21 mostra uma comparação entre os resultados do cálculo analítico e do cálculo pelo método dos elementos finitos. O 4º modo, conforme pode ser visto na figura 7.26, corresponde a um modo típico de viga com a vibração porém na direção da largura da travessa. O desvio de apenas 2,9% para este caso extremo indica que o fator analítico de redução da frequência natural em função da espessura (f) é bastante robusto.

Tabela 7.21 Frequências naturais no ar: método analítico e MEF – Usina B

	Tipo	Método Analítico	MEF	Desvio
		Freq. no Ar [Hz]	Freq. no Ar [Hz]	
1º Modo	(11)	151,9	149,8	1,4 %
2º Modo	(12)	275,7	269,0	2,5 %
3º Modo	(21)	405,6	395,6	2,5 %
4º Modo	Lat	545,6	561,7	2,9 %

Os modos naturais, calculados pelo método dos elementos finitos, podem ser vistos na página seguinte. O modelo consiste de 2592 elementos do tipo SOLID 186.

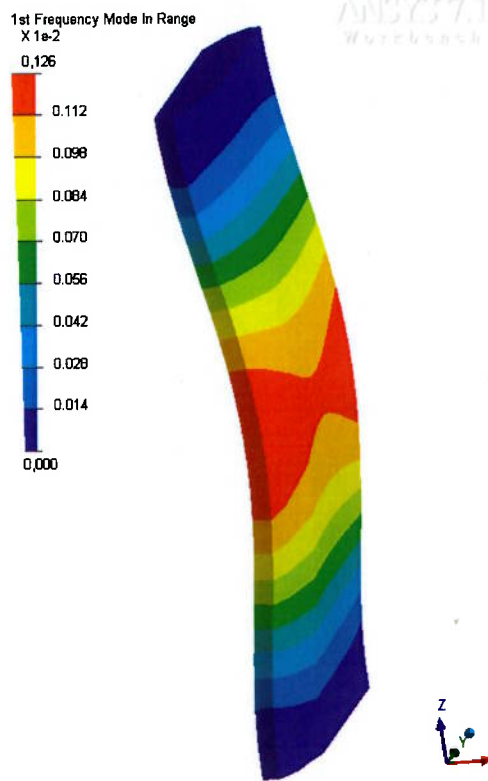


Fig. 7.23 Usina B – 1º Modo – Freq. 149,8 Hz.

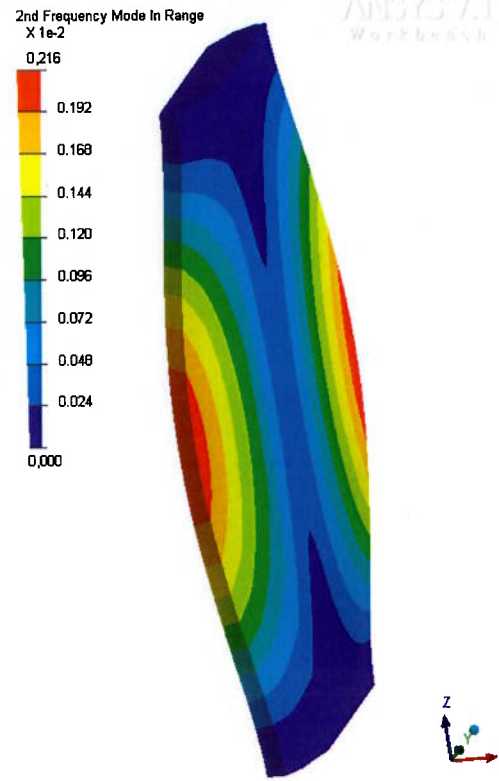


Fig. 7.24 Usina B – 2º Modo – Freq. 269,0 Hz.

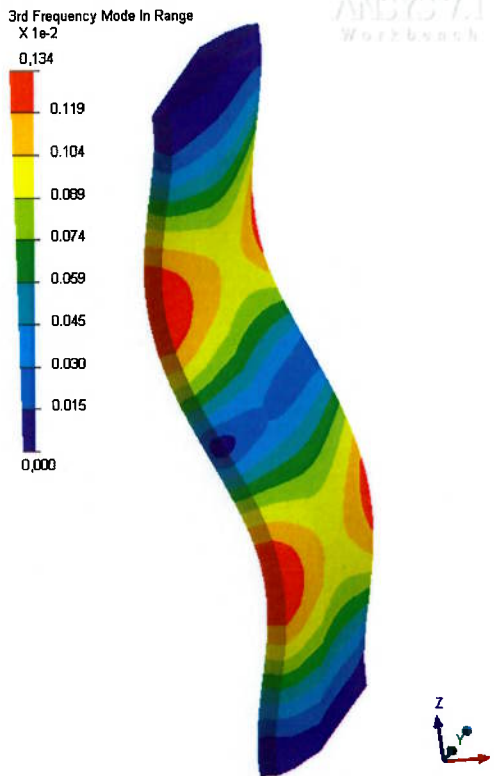


Fig. 7.25 Usina B – 3º Modo – Freq. 395,6 Hz.

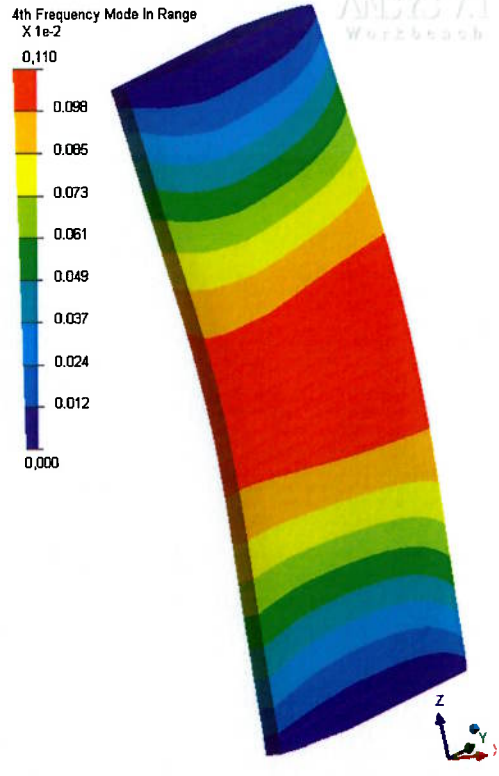


Fig. 7.26 Usina B – 4º Modo – Freq. 561,7 Hz.

As tabelas 7.22 e 7.23 apresentam, respectivamente, o efeito da flexibilidade dos anéis e o fator de redução na frequência natural devido a água.

Tabela 7.22 Estimativa do efeito da flexibilidade dos anéis nas frequências naturais – Usina B.

	Tipo	Experimental	MEF	Razão Exp. / MEF
		Freq. no Ar [Hz]	Freq. no Ar [Hz]	
1º Modo	(11)	135,0	149,8	0,90
2º Modo	(12)	255,0	269,0	0,95

Tabela 7.23 Fatores de transposição ar/ água para a usina B.

	Tipo	Freq. Natural na Água / Freq. Natural no Ar		
		Experimental	Analítico	MEF
1º Modo	(11)	0,74	0,76	0,79
2º Modo	(12)	0,82	0,88	0,88
3º Modo	(21)	--	--	0,83
4º Modo	Lat	--	--	0,89

O maior desvio encontrado entre a frequência natural calculada pela teoria de placas com fator f e o MEF foi de apenas 2,9%. A correspondência com os valores experimentais também foi boa. As estimativas dos valores de redução da frequência natural na água ficaram bastante próximas dos resultados encontrados experimentalmente, com a discrepância máxima igual a 7%. Novamente, é digna de nota a semelhança entre os fatores calculados analiticamente e pelo método dos elementos finitos.

Os dados utilizados para o cálculo da frequência de despreendimento dos vórtices estão representados na tabela 7.24.

Tabela 7.24 Dados para estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Usina B.

Vazão Máxima de Operação	540	m ³ /s
Vazão Mínima de Operação	225	m ³ /s
Diâmetro de Localização da Aresta de Saída da Travessa	9630	mm
Ângulo entre a Travessa e uma Linha Radial pela Aresta de Saída	47	°
Espessura da Aresta de Saída da Travessa	17	mm

É importante notar que a aresta de saída original do protótipo não era homóloga a do modelo reduzido. O perfil da travessa do protótipo aparece na figura a seguir.

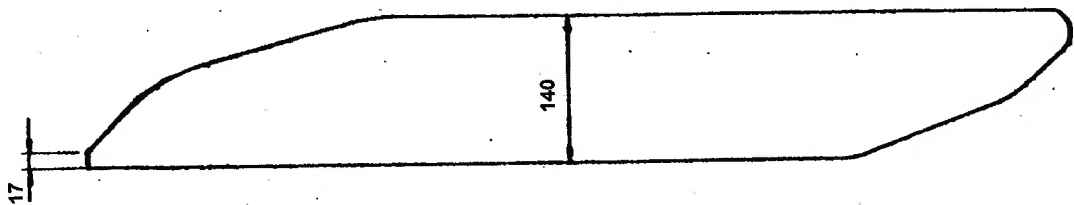


Fig. 7.27 Aresta de saída da travessa do protótipo da usina B.

De acordo com a figura 7.22 a aresta de saída do modelo tem 2,7 mm de espessura o que escalado para o protótipo resultaria em 57 mm. Verifica-se, portanto, que a aresta do protótipo é proporcionalmente mais fina que a do modelo.

A frequência estimada de emissão dos vórtices aparece na figura 7.28. No gráfico estão representados os valores das frequências naturais experimentais na água conforme tabela 7.19.

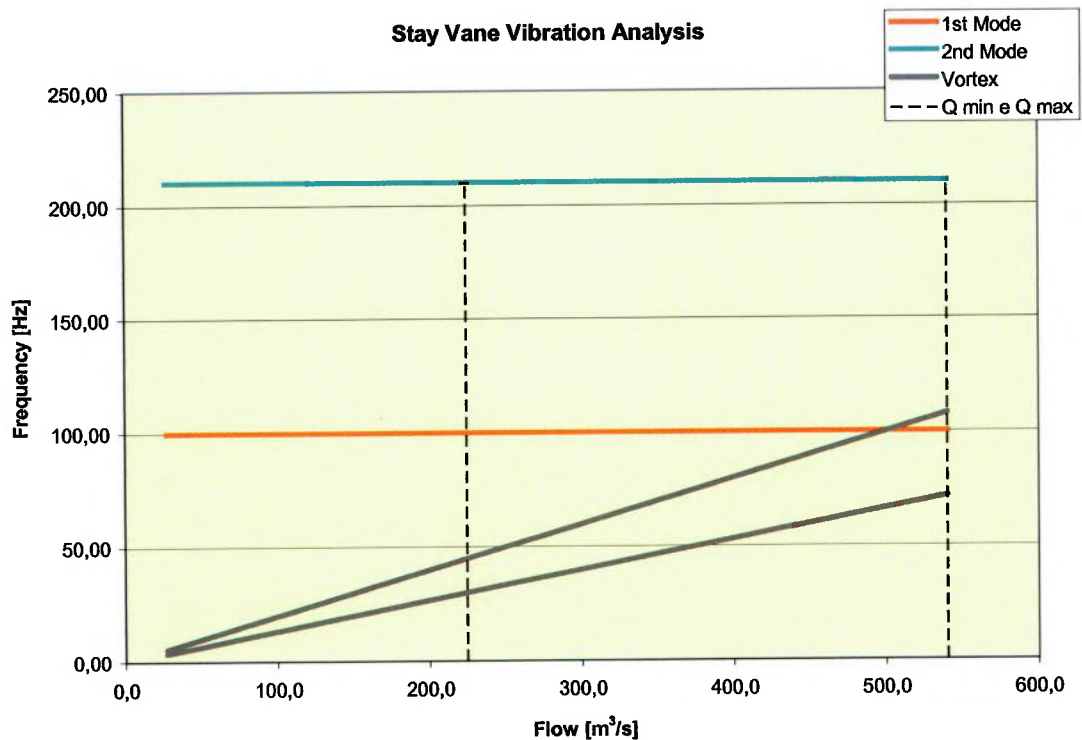


Fig. 7.28 Estimativa da frequência de emissão dos vórtices – Usina B.

Nota-se uma possibilidade de ressonância com a primeira frequência natural a partir da vazão de $500 \text{ m}^3/\text{s}$. Isto vem de encontro ao relatado nas referências [15] e [34] que indicam o aparecimento de vibrações para potências superiores a 355 MW com vazões da ordem de $480\sim 500 \text{ m}^3/\text{s}$. Pelo gráfico acima verifica-se que existe apenas uma pequena faixa de ressonância no limite da faixa operativa da máquina. Como no caso de Djerdap I (seção 7.1), isto deve tornar relevantes efeitos, em geral, secundários, o que sinaliza que possíveis diferenças no ângulo de incidência ou perfil efetivamente fabricado da travessa podem explicar porque apenas as travessas 2, 3, 5, 6 e 11 apresentaram trincas apesar das 22 travessas possuírem o mesmo perfil.

8. CONCLUSÕES

A falha de travessas de pré-distribuidores está intimamente relacionada à ressonância de um dos modos naturais da travessa com as forças induzidas pelo fenômeno de geração e desprendimento de vórtices. O histórico de falhas, as diversas medições realizadas e os cálculos analíticos disponíveis na literatura [28] mostram que fora de uma condição de ressonância a força induzida pela emissão dos vórtices não é suficiente para causar danos às travessas.

É importante ressaltar, ainda, que conforme uma série de dados experimentais apenas os dois primeiros modos naturais são críticos em termos de ressonância com estes vórtices. Cálculos analíticos adotando-se uma força de excitação na forma $F \sin \omega_p t$ resultaram na mesma conclusão.

Não foi apresentado, pois não é escopo deste trabalho, se a ausência de casos de falha de travessas com arestas de saída finas se deve ao fato de a frequência de emissão dos vórtices ser sempre superior às duas primeiras frequências naturais ou se a aresta fina resulta em vórtices de intensidade tão baixa ou tão desorganizados [29] que não causam danos à travessa. Torna-se claro, porém, que um projeto seguro deve adotar uma aresta de saída fina, da ordem de 3 mm. Para esclarecer esta e diversas outras dúvidas, urge a necessidade de um trabalho sobre o fenômeno da vibração em travessas sob o ponto de vista da dinâmica dos fluidos. Fica, assim, a sugestão.

Foi demonstrado que o modelo de viga de Euler-Bernoulli não prediz satisfatoriamente as frequências naturais de travessas de turbinas hidráulicas. Por esta razão, foi proposto um modelo utilizando a teoria de placas finas, corrigida por um fator de redução da frequência natural baseado na teoria de viga de Timoshenko, que apresentou discrepâncias em geral, inferiores a 5 %, quando comparado com o mais sofisticado, e trabalhoso, método dos elementos finitos.

O efeito da pré-tensão da travessa foi quantificado. A variação máxima esperada é da ordem de 10% para travessas de máquinas Kaplan, em geral mais esbeltas, e de apenas 1% para máquinas Francis. O método analítico concordou bastante bem com o método dos elementos finitos.

Para uma estimativa do efeito da redução das frequências naturais em função da flexibilidade dos anéis do pré-distribuidor foi proposto um enfoque experimental. Os

casos analisados demonstram que a flexibilidade dos anéis pode ser levada em consideração simplesmente multiplicando-se o valor da frequência natural calculado assumindo-se engastamento ideal por um fator que depende do modo de vibração. Para o primeiro modo natural este fator varia entre 0,84 e 0,93 e para o segundo modo pode ser considerado como igual a 0,95.

A estimativa da redução da frequência natural na água mostrou que o método analítico adotado, extremamente simples, apresentou resultados satisfatórios, do ponto de vista de engenharia, quando comparado com o método dos elementos finitos e com os valores experimentais. Os desvios máximos foram 7,5% e 13,3%, respectivamente.

A estimativa da frequência de emissão dos vórtices, apesar de bastante simplificada, se mostrou extremamente eficiente em três dos quatro exemplos estudados.

O presente trabalho comprovou que os métodos analíticos de cálculo disponíveis atualmente possuem precisão adequada para calcular as frequências naturais de travessas e combinados com uma estimativa da frequência de emissão dos vórtices podem prever com razoável exatidão uma eventual ressonância. Como a implementação destes cálculos é bastante simples, especialmente quando comparada com o método dos elementos finitos ou de dinâmica dos fluidos computacional, espera-se que estes sejam utilizados para todos os projetos de travessas, o que reduziria em muito a probabilidade de falha destes componentes.

LISTA DE REFERÊNCIAS

- [1] SIMONE, G.A. **Centrais e aproveitamentos hidrelétricos: Uma introdução ao estudo**. São Paulo: Érica, 2000.
- [2] LEOTTA, A. **Análise do escoamento em comportas de emergência instaladas no tubo de sucção de máquinas Kaplan**. 2003. 146p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2003.
- [3] ARNDT, R.E.A. Hydraulic turbines. In: GULLIVER, J.S.; ARNDT, R.E.A. **Hydropower engineering handbook**. New York: McGraw-Hill, 1991. p.4.1-4.67.
- [4] LAURIA, D. **Modelagem do escoamento em máquinas hidráulicas de fluxo (dinâmica dos fluidos aplicada)**. Apostila do curso PMC5819 – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2001.
- [5] PARMAKIAN, J.; JACOBSON, R.S. Measurement of hydraulic-turbine vibration. **Transactions of the ASME**, Paper 51-A-88, p.733-741, July 1952. / Apresentado a Annual Meeting of the ASME, Atlantic City, 1951 /
- [6] DONALDSON, R.M. Hydraulic-turbine runner vibration. **Transactions of the ASME**, Paper 55-A-130, p.1141-1147, July 1956. / Apresentado a Diamond Jubilee Annual Meeting of the ASME, Chicago, 1955 /
- [7] GOLDWAG, E.; BERRY, D.G. Von Karman vortices cause stay vane cracking on propeller turbines at the Little Long Generating Station of Ontario Hydro. **Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Power**, Paper 67-WA/FE-40, p. 213-217, July 1968. / Apresentado a Winter Annual Meeting of the ASME, Pittsburgh, 1967 /
- [8] GUMMER, J.H.; HENSMAN, P.C. A review of stayvane cracking in hydraulic turbines. **Water Power & Dam Construction**, p.32-42, Aug. 1992.

- [9] BENKÖ, G.B.; HOLMÉN, E.K. Comments on causes of and remedies for structural vibrations in hydroelectric plants. In: IAHR SYMPOSIUM, 5., Stockholm, 1970. **Proceedings**. [s.n.]. Paper C-5. p.1-16.
- [10] WERNICKE, G.; KIRCHNER, H.; ULITH, P. comentários a respeito do trabalho: Fatigue cracking in stay vanes of large Francis turbines. In: IAHR SYMPOSIUM, Fort Collins, 1978. **Proceedings**. [s.n.]. p.203-211.
- [11] CIEM - Consórcio Itaipu Eletro Mecânico. **Report on the dynamic behaviour of the stay vanes**. 1979.
- [12] ARONSON, A.Y.; ZABELKIN, V.M.; PYLEV, I.M. Causes of cracking in stay vanes of Francis turbines, translated from *Gidrotekhnicheskoe Stroitel'stvo*, n.4, p.35-39, Apr. 1986.
- [13] GREIN, H.; STAEHLE, M. Fatigue cracking in stay vanes of large Francis turbines. In: IAHR SYMPOSIUM, Fort Collins, 1978. **Proceedings**. [s.n.]. p.365-378.
- [14] CASACCI, S.; LOURDEAUX, B.; WEGNER, M. Comportement dynamique des avant-distributeur de grandes turbines Francis. In: IAHR SYMPOSIUM, 11., Amsterdam, 1982. **Proceedings**. [s.n.]. Paper 49. p.1-14.
- [15] ROCHA, G.; WERNICKE, G. Hydraulic turbine noise induced by Karman vortices. In: IAHR SYMPOSIUM, 14., Trondheim, 1988. **Proceedings**. [s.n.]. Paper D-4. p. 279-293.
- [16] GAJIC, A. et al. Investigation of cracks on the Kaplan turbine stay vanes. In: IAHR SYMPOSIUM, 15., Belgrade, 1990. **Proceedings**. [s.n.]. Paper A4. p.1-12.
- [17] MUSKATIROVIC, J.; PREDIC, Z. Analysis of hydrodynamic pressure acting on stay vanes of Kaplan turbines. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON LARGE HYDRAULIC MACHINERY & ASSOCIATED EQUIPMENTS, Beijing, 1989. **Proceedings**. [s.n.]. p. 90-101.

- [18] KRMELJ, F. Experimental research of reasons for oscillations of guide and stay vanes of particular Francis and Kaplan turbines. In: CONFERENCE ON HYDRAULIC MACHINERY, Ljubljana, 1988. **Proceedings**. [s.n.]. p.219-226.
- [19] FISHER, R.K.; GUMMER, J.H.; LIESS, C. Stayvane vibrations in the Nkula Falls turbines. *Hydropower & Dams*, p.15-20, Jan. 1994.
- [20] PETERSON, R.E. **Stress concentration factors**. New York: John Wiley & Sons, 1974.
- [21] ALBIJANIC, R. et al. Modal analysis in the dynamic identification of vital hydrounit components. In: IAHR SYMPOSIUM, 15., Belgrade, 1990. **Proceedings**. [s.n.]. Paper A3. p.1-11.
- [22] IPT. Divisão de Tecnologia de Transportes e Agrupamento de Engenharia Naval e Oceânica. **Dynamic measurements on pit 3 of Three Gorges Hydropower Plant**: technical report n.67919, v.1. São Paulo, fev. 2004.
- [23] HESKESTAD, G.; OLBERTS, D.R. Influence of trailing-edge geometry on hydraulic-turbine-blade vibration resulting from vortex excitation. **Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering**, Paper 59-Hyd-7, p.1-7, 1959. / Apresentado a Hydraulic Conference of the ASME, Ann Arbor, 1959 /
- [24] BREPSON, R.; LÉON, P. Vibrations induced by von Karman vortex trail in guide vane bends. In: IUTAM-IAHR SYMPOSIUM, Karlsruhe, 1972. **Proceedings**. [s.n.]. Paper C-5. p.1-12.
- [25] GONGWER, C.A. A study of vanes singing in water. **Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics**, Paper 52-APM-33, p.432-438, Dec. 1952. / Apresentado a National Conference of the Applied Mechanics Division of the ASME, State College, 1952 /

- [26] CHEN, Y.N.; FLORJANCIC, D. Karman-vortex-induced vibrations on guide vanes with slender trailing edges. In: CONFERENCE ON VIBRATIONS AND NOISE IN PUMP, FAN AND COMPRESSOR INSTALLATIONS, Southampton, 1975. **Proceedings**. [s.n.]. p.69-77.
- [27] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Grade de tomada d'água para instalação hidráulica – Cálculo - NBR 11213**. Rio de Janeiro, 2000.
- [28] LIESS, C. Flow induced stress fluctuations in stay vanes of large hydraulic turbines. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FLOW INDUCED VIBRATIONS, Bowness-on-Windermere, 1987. **Proceedings**. [s.n.]. p.157-170.
- [29] MIYAGAWA, K.; FUKAO, S.; KAWATA, Y. Study on stay vane instability due to vortex shedding. In: IAHR SYMPOSIUM, 22., Stockholm, 2004. **Proceedings**. Paper B12-2. 1 CD-ROM.
- [30] LIESS, C. The cause and avoidance of vortex-excited vibrations of turbine stay vanes. Voith Research and Construction, n.32e, p.6.1-6.8, 1986.
- [31] BELYKH, V.A. et al. Experimental determination of Karman vortex separation frequency from stay vane hydrofoil and effect of guide vane cascade on it. In: IAHR SYMPOSIUM, 15., Belgrade, 1990. **Proceedings**. [s.n.]. Paper F5. p.1-9.
- [32] ANTONSEN, Ø.; NIELSEN, T.K. CFD simulation of von Karman vortex shedding. In: IAHR SYMPOSIUM, 22., Stockholm, 2004. **Proceedings**. Paper A09-1. 1 CD-ROM.
- [33] SCHIOZER, D. **Mecânica dos fluidos**. São Paulo: Araguaia, 1990.
- [34] LIESS, C. **Traversenschwingungen Analyse der Messungen und Vorschlag für Abhilfemaßnahmen**. Heidenheim: J.M.Voith G.m.b.H., 1982. (Bericht n.9127).

- [35] CHEN, Y.N. Behaviour of Karman vortex streets shed by plates. In: COLLOQUIUM ON INDUSTRIAL AERODYNAMICS, 3., Aachen, 1978. **Proceedings**. [s.n.]. p.1-17.
- [36] BLEVINS, R.D. **Flow-induced vibration**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1977.
- [37] BRITISH STANDARDS INSTITUTION. **Code of practice for fatigue design and assessment of steel structures - BS 7608**. Milton Keynes, 1993.
- [38] FUCHS, H.O.; STEPHENS, R.I. **Metal fatigue in engineering**. New York: John Wiley & Sons, 1980.
- [39] BLEVINS, R.D. **Formulas for natural frequency and mode shape**. Malabar: Krieger Publishing Company, re-edição 1995.
- [40] YOUNG, W.C. **Roark's Formulas for Stress and Strain**. 6.ed. New York: McGraw-Hill, 1989.
- [41] TIMOSHENKO, S.; YOUNG, D.H.; WEAVER, W.Jr. **Vibration problems in engineering**. 4.ed. New York: John Wiley & Sons, 1974. Cap.5.12., p.432-435: Effects of rotary inertia and shearing deformations.
- [42] THOMSON, W.T. **Theory of vibration with applications**. 4.ed. London: Chapman & Hall, 1993. Cap.9.6., p.286-289: Effect of rotary inertia and shear deformation.
- [43] ANDERSON, R.A. Flexural vibrations in uniform beams according to the Timoshenko theory. **Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics**, Paper 53-SA-9, p.504-510, Dec. 1953. / Apresentado a Semi-Annual Meeting of the ASME, Los Angeles, 1953 /
- [44] NAUDASCHER, E.; ROCKWELL, D. **Flow-induced vibrations: an engineering guide**. Rotterdam/ Brookfield: A.A.Balkema, 1994.

- [45] LINDHOLM, U.S. et al. Elastic vibration characteristics of cantilever plates in water. *Journal of Ship Research*, v.9, n.1, p.11-22, June 1965.
- [46] MEYERHOFF, W.K. Added masses of thin rectangular plates calculated from potential theory. *Journal of Ship Research*, v.14, n.2, p.100-111, June 1970.
- [47] MARCUS, M.S. A finite-element method applied to the vibration of submerged plates. *Journal of Ship Research*, v.22, n.2, p.94-99, June 1978.
- [48] LOURENÇO FILHO, U. **Análise pelo Método dos Elementos Finitos do Comportamento de Travessas em Água.** São Paulo, FAPESP, ago. 2003.
- [49] MEIROVITCH, L. **Elements of vibration analysis.** 2.ed. Singapore: McGraw-Hill, 1986.
- [50] SEIXAS Jr., V.G. **Relatório técnico de 03 a 10 de jun. 2002.** São Paulo: Voith Siemens Hydro Power Generation, 2002.
- [51] LABOTEST. **Procedimento executivo de ensaio.** São Paulo, 2002.

APÊNDICE A

VIBRAÇÃO LIVRE DE VIGAS – EULER-BERNOULLI

A análise da viga em flexão tomará como base as figuras apresentadas a seguir:

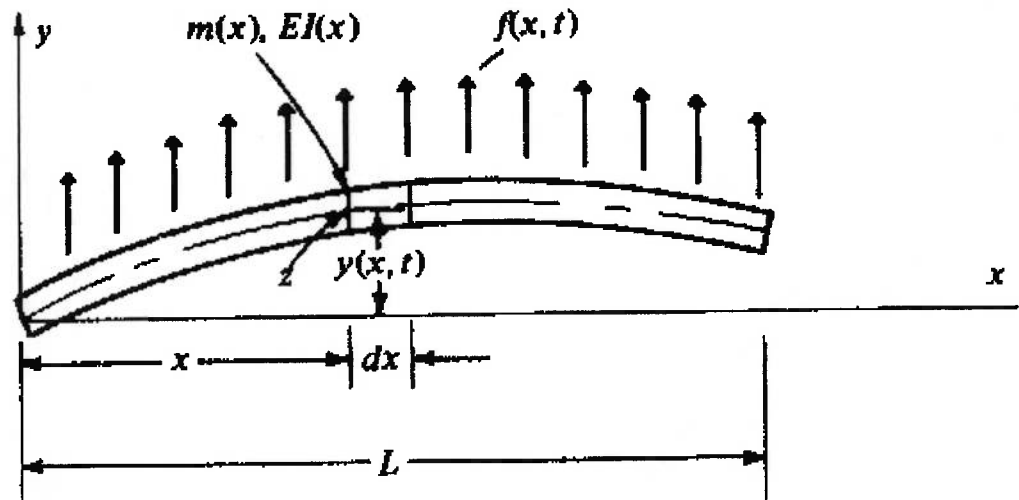


Fig. A.1 Viga em análise [49].

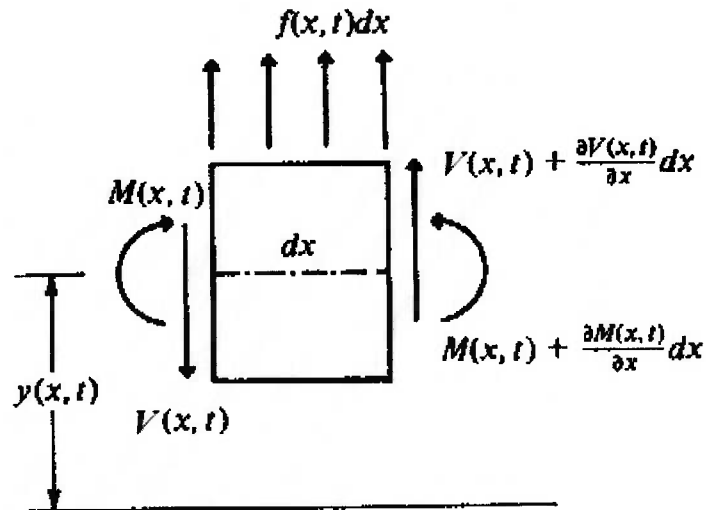


Fig. A.2 Forças e momentos em um elemento da viga [49].

De acordo com a figura A.2, o equilíbrio de forças na direção vertical para um elemento da viga resulta na seguinte equação:

$$\left[V(x,t) + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} dx \right] - V(x,t) + f(x,t) dx = m(x) dx \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (\text{A.1})$$

Onde:

$V(x,t)$ é a força cortante na viga e

$f(x,t)$ é a força transversal por unidade de comprimento.

As demais variáveis seguem o apresentado na Lista de Símbolos.

Ignorando qualquer rotação do elemento, e por consequência um torque de inércia associado, o equilíbrio dos momentos pode ser apresentado na forma:

$$\left[M(x,t) + \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} dx \right] - M(x,t) + \left[V(x,t) + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} dx \right] dx + f(x,t) dx \frac{dx}{2} = 0 \quad (\text{A.2})$$

Onde:

$M(x,t)$ é o momento fletor na viga.

Desconsiderando os termos $(dx)^2$ da eq.(A.2), tem-se:

$$\frac{\partial M(x,t)}{\partial x} + V(x,t) = 0 \quad (\text{A.3})$$

Combinando eq.(A.1) e eq.(A.3).

$$-\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (\text{A.4})$$

Porém, da teoria de resistência dos materiais:

$$M(x,t) = EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \quad (\text{A.5})$$

e, portanto:

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (\text{A.6})$$

Considerando o caso de vibração livre da viga onde $f(x,t) = 0$, a solução pode ser separada no espaço e no tempo, ou seja:

$$y(x,t) = Y(x)F(t) \quad (\text{A.7})$$

Denominando por ω a frequência de $F(t)$:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[EI(x) \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \right] = \omega^2 m(x) Y(x) \quad (\text{A.8})$$

Para uma viga homogênea e de seção constante:

$$\frac{d^4 Y(x)}{dx^4} - \beta^4 Y(x) = 0 \quad (\text{A.9})$$

com

$$\beta^4 = \frac{\omega^2 m}{EI} \quad (\text{A.10})$$

A solução geral da eq.(A.9) é da forma:

$$Y(x) = C_1 \cosh \beta x + C_2 \sinh \beta x + C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x \quad (\text{A.11})$$

Para o caso de viga bi-engastada, de comprimento L , valem as seguintes condições de contorno:

$$Y(0) = 0 \quad (\text{A.12})$$

$$Y(L) = 0 \quad (\text{A.13})$$

$$\left. \frac{dY(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (\text{A.14})$$

$$\left. \frac{dY(x)}{dx} \right|_{x=L} = 0 \quad (\text{A.15})$$

Substituindo a eq.(A.12) na eq.(A.11):

$$C_3 = -C_1 \quad (\text{A.16})$$

Derivando a eq.(A.11) em relação a x :

$$Y'(x) = \beta C_1 \sinh \beta x + \beta C_2 \cosh \beta x - \beta C_3 \sin \beta x + \beta C_4 \cos \beta x \quad (\text{A.17})$$

Substituindo a eq.(A.14) na eq.(A.17) e assumindo $\beta \neq 0$:

$$C_4 = -C_2 \quad (\text{A.18})$$

Da eq.(A.14), já considerando eq.(A.16) e eq.(A.18):

$$0 = C_1 (\cosh \beta L - \cos \beta L) + C_2 (\sinh \beta L - \sin \beta L) \quad (\text{A.19})$$

Da eq.(A.17), também já considerando eq.(A.16) e eq.(A.18):

$$0 = \beta [C_1 (\sinh \beta L + \sin \beta L) + C_2 (\cosh \beta L - \cos \beta L)] \quad (\text{A.20})$$

Manipulando-se a eq.(A.20) e considerando novamente $\beta \neq 0$, chega-se a:

$$C_2 = -C_1 \frac{(\sinh \beta L + \sin \beta L)}{(\cosh \beta L - \cos \beta L)} \quad (\text{A.21})$$

Substituindo-se na eq.(A.19):

$$C_1(\cosh \beta L - \cos \beta L) - C_1 \frac{(\sinh \beta L + \sin \beta L)}{(\cosh \beta L - \cos \beta L)}(\sinh \beta L - \sin \beta L) = 0 \quad (\text{A.22})$$

Desenvolvendo-se a equação acima:

$$C_1(\cosh^2 \beta L - 2 \cosh \beta L \cos \beta L + \cos^2 \beta L - \sinh^2 \beta L + \sin^2 \beta L) = 0 \quad (\text{A.23})$$

Lembrando que:

$$\cosh^2 \beta L - \sinh^2 \beta L = 1 \quad (\text{A.24})$$

e

$$\cos^2 \beta L + \sin^2 \beta L = 1 \quad (\text{A.25})$$

e como

$$C_1 \neq 0 \quad (\text{A.26})$$

A eq.(A.23) se reduz a:

$$\cosh \beta L \cos \beta L = 1 \quad (\text{A.27})$$

Resolvendo eq.(A.27) numericamente, encontra-se:

$$\beta_1 = \frac{4.7300}{L} \quad \beta_2 = \frac{7.8532}{L} \quad \beta_3 = \frac{10.9956}{L}, \dots$$

Definindo:

$$\beta_i = \frac{\phi_i}{L} \quad (\text{A.28})$$

e lembrando da eq.(A.10):

$$\beta^4 = \frac{\omega^2 m}{EI}$$

tem-se, finalmente:

$$\omega_i = \phi_i^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (\text{A.29})$$

com:

$$\phi_1 = 4.7300, \quad \phi_2 = 7.8532, \quad \phi_3 = 10.9956, \quad \phi_4 = 14.1372, \quad \phi_5 = 17.2788, \text{ etc..}$$

Obs: na eq.(A.29) ω está definido em rad/ s.

APÊNDICE B

FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIGAS E PLACAS - COMPARAÇÃO

Conforme [39] a frequência natural de uma placa de seção retangular é:

$$\omega_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{L^2} \sqrt{\frac{Eh^3}{12\rho h(1-\nu^2)}} \quad (\text{B.1})$$

que pode ser reescrita na forma:

$$\omega_{ij} = \frac{\lambda_{ij}^2}{\sqrt{(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{Eh^3}{12\rho hL^4}} \quad (\text{B.2})$$

Para uma viga, conforme demonstrado no Apêndice A, vale:

$$\omega_i = \phi_i^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (\text{B.3})$$

Como, para uma viga de seção retangular:

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (\text{B.4})$$

e

$$m = \rho bh \quad (\text{B.5})$$

A eq.(B.3) pode ser reescrita como:

$$\omega_i = \phi_i^2 \sqrt{\frac{Eh^3}{12\rho hL^4}} \quad (\text{B.6})$$

A eq.(B.2) e a eq.(B.3) se tornam idênticas se:

$$\frac{\lambda_{ij}^2}{\sqrt{(1-\nu^2)}} = \phi_i^2 \quad (\text{B.7})$$

Resta comparar os valores de λ_{ij} propostos por [39] para o caso em questão (ver figura 3.21) com os valores de ϕ_i calculados no Apêndice A.

Por simplicidade serão mostrados:

$$\phi_i \text{ e } \frac{\lambda_{ij}}{\sqrt{(1-\nu^2)}} = \lambda'_{ij}$$

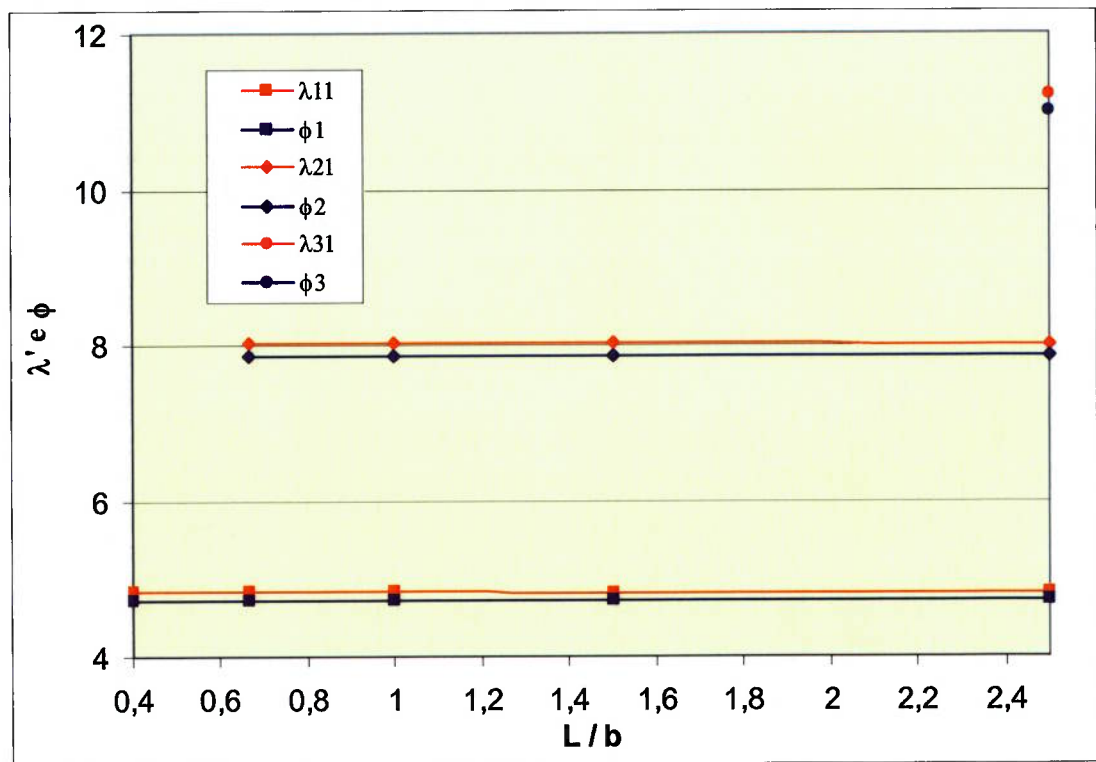


Fig. B.1 Comparação entre os fatores λ' e ϕ .

Verifica-se, portanto, que a utilização da hipótese de vigas para cálculo de placas vibrando em modos flexionais é possível e os métodos convergem para um único resultado quando $L \gg b$.

APÊNDICE C

TEORIA DE VIGAS DE TIMOSHENKO

Durante a rotação de uma viga um elemento típico da viga não apenas translada mas também rotaciona [41]. O ângulo de rotação, que é igual à inclinação da curva de deflexão, é expresso por $\frac{\partial y}{\partial x}$ enquanto que a velocidade angular e a aceleração

angular são dadas respectivamente por $\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t}$ e $\frac{\partial^3 y}{\partial x \partial t^2}$.

Dessa forma o momento de inércia de um elemento através de um eixo pelo seu centro e perpendicular ao plano x - y será:

$$-\rho I \frac{\partial^3 y}{\partial x \partial t^2} dx$$

Assim a equação de equilíbrio se torna:

$$-V dx + \frac{\partial M}{\partial x} dx - \rho I \frac{\partial^3 y}{\partial x \partial t^2} dx = 0 \quad (C.1)$$

Substituindo o valor da força cortante desta equação na equação de equilíbrio de forças na direção y , tem-se:

$$\frac{\partial V}{\partial x} dx = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial M}{\partial x} - \rho I \frac{\partial^3 y}{\partial x \partial t^2} \right) dx = -\rho A dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (C.2)$$

e, por conseqüência:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = -\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \rho I \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (C.3)$$

que é a equação diferencial para cálculo das vibrações transversais de uma viga.

Uma equação ainda mais precisa pode ser obtida, considerando-se a deflexão decorrente das forças de cisalhamento.

Se ψ é a inclinação da curva de deflexão, quando as forças de cisalhamento são desconsideradas, e β o ângulo de cisalhamento na linha neutra, a inclinação total pode ser dada por:

$$\frac{dy}{dx} = \psi + \beta \quad (\text{C.4})$$

Lembrando que:

$$M = EI \frac{d\psi}{dx} \quad (\text{C.5})$$

$$V = -K' \beta AG = -K' \left(\frac{dy}{dx} - \psi \right) AG \quad (\text{C.6})$$

A equação diferencial para a rotação de um elemento é:

$$-V dx + \frac{\partial M}{\partial x} dx - \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} dx = 0 \quad (\text{C.7})$$

Substituindo eq.(C.5) e eq.(C.6) na eq.(C.7), obtém-se:

$$EI \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + K' \left(\frac{\partial y}{\partial x} - \psi \right) AG - \rho I \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{C.8})$$

A equação diferencial para o deslocamento vertical deste mesmo elemento continua:

$$-\frac{\partial V}{\partial x} dx - \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} dx = 0 \quad (\text{C.9})$$

Utilizando eq.(C.7),

$$K' \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) G - \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{C.10})$$

e eliminando ψ , encontra-se:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho I \left(1 + \frac{E}{K'G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I \partial^4 y}{K'G \partial t^4} = 0 \quad (\text{C.11})$$

que é a equação diferencial mais completa para o cálculo de vibrações de vigas.

APÊNDICE D

VIGA DE TIMOSHENKO – RESOLUÇÃO POR MÉTODO NUMÉRICO

Dados de Entrada:

$$b := 0.4\text{m} \quad h := 0.025\text{m} \quad \nu := 0.3 \quad K' := 0.833 \quad \rho := 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad E := 200000000000\text{Pa}$$

$$I := \frac{b \cdot h^3}{12} \quad I = 5.208 \times 10^{-7} \text{m}^4 \quad G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad G = 7.692 \times 10^{10} \text{Pa}$$

$$A := b \cdot h \quad A = 0.01 \text{m}^2$$

$$\omega := 4328 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega' := \frac{\omega}{2 \cdot \pi}$$

$$\omega' = 688.823 \text{Hz}$$

Sistema de Equações

Condições de Contorno

$$S(x, Y) := \begin{pmatrix} Y_2 \cdot \frac{1}{E \cdot I} \\ Y_0 - Y_3 \cdot \frac{1}{K' \cdot A \cdot G} \\ Y_3 - \omega^2 \cdot \rho \cdot I \cdot Y_0 \\ \omega^2 \cdot \rho \cdot A \cdot Y_1 \end{pmatrix}$$

$$L0 := 0\text{m}$$

$$L := 1\text{m}$$

$$N := 50$$

$$C0 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10000 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D0 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10000 \end{pmatrix}$$

Integração por Runge-Kutta

$$CL := \text{rkfixed}(C0, L0, L, N, S)$$

$$DL := \text{rkfixed}(D0, L0, L, N, S)$$

Cálculo do Determinante

$$\begin{vmatrix} CL_{N,1} & CL_{N,2} \\ DL_{N,1} & DL_{N,2} \end{vmatrix} = -4.09310109338035 \times 10^{-6}$$

Preparação dos Gráficos

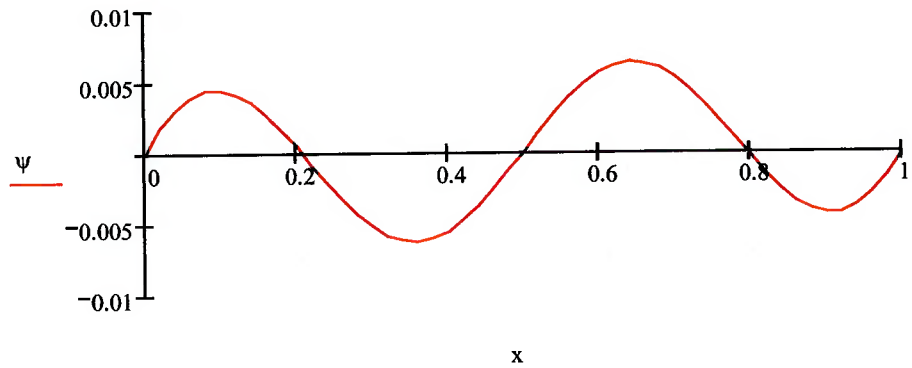
$$\alpha := \frac{CL_{N,1}}{DL_{N,1}} - 1 \quad \alpha = -11.042$$

$$Q := CL + \alpha \cdot DL$$

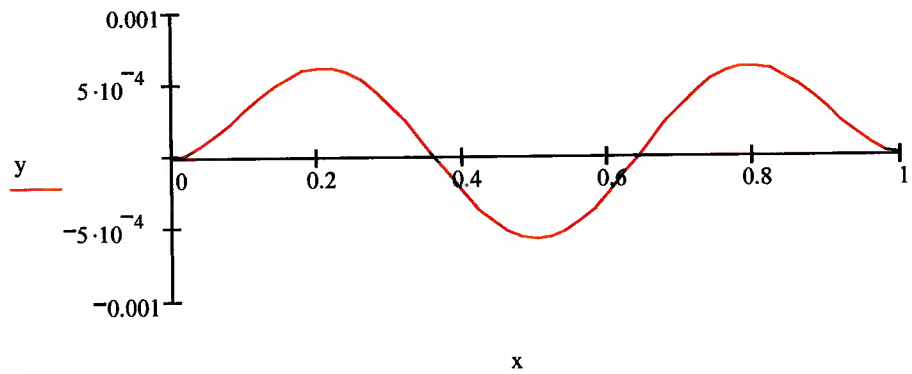
$$x := Q^{(0)} \quad \psi := Q^{(1)} \quad y := Q^{(2)} \quad M := Q^{(3)} \quad v := Q^{(4)}$$

Apêndice D: VIGA DE TIMOSHENKO – RESOLUÇÃO POR MÉTODO NUMÉRICO

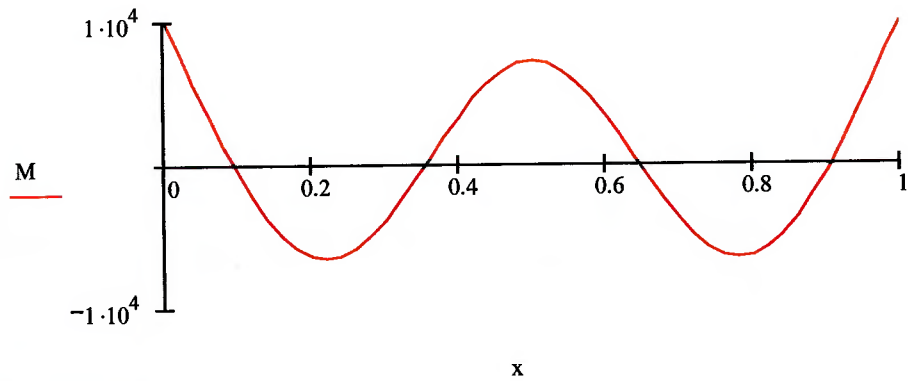
Inclinação (*slope*) decorrente do momento fletor



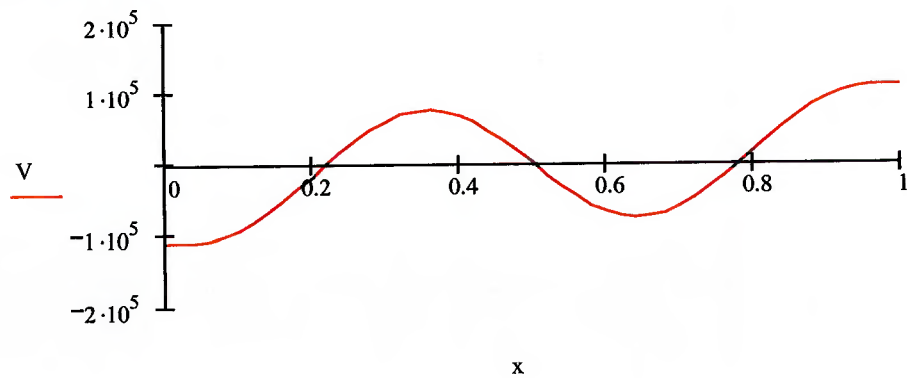
Deflexão da viga



Momento fletor



Força Cortante



APÊNDICE E

TRATAMENTO DE SINAIS – VIBRAÇÃO LIVRE

Exemplo de arquivo do Matlab.

```
% Procedimento p/ Determinação das Freqüências Naturais da Travessa
5 da Usina A
% Leitura do Arquivo
load D:\Analise_Experimental\vib_livre\pa05.txt
% Criação dos Vetores com Tempo e Aceleração
tempoa=pa05(:,1);
acela=pa05(:,2);
% Remoção de Tendência nos Sinais
acelfa=detrend(acela);
% Numero de pontos = 12000
% Mantendo apenas 8192 pts aprox. do meio
for i=1:8192
    tempola(i)=tempoa(i+1900);
    acella(i)=acelfa(i+1900);
end
% Janela Exponencial na Aceleração, coef=6
for i=1:8192
    acella(i)=acella(i)*exp(-6*i*0.0004166666/(8192*0.0004166666));
end
% FFT da Aceleração
acelffta=fft(acella);
for i=1:8192
    acelffta(i)=acelffta(i)*0.0004166666;
end
% Determinação das Freqüências
for i=1:8192
    freq(i)=(i-1)/(8192*.0004166666);
end
plot (freq(1:8192/2),abs(acelffta(1:8192/2)))
% Propriedades do Gráfico
title ('Vibração Livre - Travessa 5 (arq. PA05)')
ylabel ('Aceleração [g]')
xlabel ('Freqüência [Hz]')
xlim ([0 800])
```