

LUIZ ALBERTO PAOLIELLO ALVIM

**ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DA IMPREGNAÇÃO DE  
MOLDES COM MANTAS POR POLÍMERO TIPO POLIÉSTER**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para a obtenção do título de  
Mestre em Engenharia.

São Paulo  
2005

OK

LUIZ ALBERTO PAOLIELLO ALVIM

**ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DA IMPREGNAÇÃO DE  
MOLDES COM MANTAS POR POLÍMERO TIPO POLIÉSTER**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para a obtenção do título de  
Mestre em Engenharia.

Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica

Orientador:  
Prof. Dr. Marcos de Mattos Pimenta

São Paulo  
2005

Dos sóis da imensidão às últimas gotas d'água  
no centro da Terra, tudo o que há de bom e  
beio nasce e vive do trabalho constante.

Emmanuel

## **Agradecimentos:**

- Ao Professor Dr. Marcos Mattos Pimenta pela orientação e revisão técnica do trabalho;
- Aos Professores Dr. Silvio de Oliveira Júnior, Dr. Julio Romano Meneghini e Dr<sup>a</sup> Miriam Rocchi Tavares, pela colaboração e contribuição técnica a este trabalho;
- Aos engenheiros e colegas pelo auxílio e apoio no desenvolvimento das inúmeras etapas deste projeto;
- À Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Rosario Elida Suman Bretas do DEMa-UFSCar pelo auxílio técnico e por permitir o uso de equipamentos imprescindíveis à caracterização da resina e, aos seus orientados, Carlos Scuracchio e Marcelo Farah, pela realização dos respectivos ensaios;
- Aos engenheiros Geraldo Accetturi de Araujo, Claudemir Merlotte, Marcos Ueda, Airton Nabarrete e toda a equipe de profissionais que colaboraram direta ou indiretamente para a realização dos ensaios práticos de impregnação e obtenção dos dados experimentais;
- A Mercedes-Benz do Brasil pelo apoio técnico;
- Aos meus pais aos quais tanto amo e que foram o alicerce e grande incentivo à realização deste trabalho;
- A minha noiva, pelo enorme apoio e incentivo demonstrados ao longo deste projeto.



## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>xi</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>xviii</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS.....</b>	<b>xxi</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xxvi</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>xxvii</b>
<b>1- INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1- CONSIDERAÇÕES GERAIS E OBJETIVOS DESTA TRABALHO....	1
1.2- ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO.....	6
<b>2- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>9</b>
2.1- OS MATERIAIS COMPOSTOS E SUA APLICAÇÃO NA INDÚSTRIA .....	10
2.2- PROCESSOS DE FABRICAÇÃO DE MATERIAIS COMPOSTOS....	12
2.3- MODELOS MATEMÁTICOS PARA APLICAÇÃO EM PREENCHIMENTO DE MOLDES.....	16
2.3.1- Modelo Hele-Shaw Generalizado (GHS).....	16
2.3.2- Modelo de Darcy Generalizado.....	18
2.4- COEFICIENTE GLOBAL DE PERMEABILIDADE (D).....	21
2.4.1- Permeabilidade do meio poroso (K).....	22
2.4.2- Determinação da Viscosidade.....	30
2.5- TRATAMENTO DA SUPERFÍCIE LIVRE.....	37
2.5.1- Métodos de marcação, tratamento e avanço da superfície livre.....	37
2.5.2- Volumes de Controle.....	42

2.6- OBSERVAÇÕES FINAIS ACERCA DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	53
<b>3- EQUIPAMENTO, MÉTODO E DADOS EXPERIMENTAIS.....</b>	<b>61</b>
3.1- ENSAIO EXPERIMENTAL DE IMPREGNAÇÃO DO MOLDE.....	61
3.2- RESULTADOS DAS FILMAGENS.....	65
3.3- TRATAMENTO DOS DADOS EXPERIMENTAIS.....	68
3.4- MEDIÇÃO E DETERMINAÇÃO DA CURVA DE VISCOSIDADE.....	73
3.5- ESTIMATIVA INICIAL DA PERMEABILIDADE DAS MANTAS.....	84
<b>4- MODELO MATEMÁTICO.....</b>	<b>92</b>
4.1- O MODELO DE DARCY GENERALIZADO.....	93
4.2- MODELO DE VISCOSIDADE.....	95
4.3- PERMEABILIDADE DO MEIO.....	98
4.4- SOLUÇÃO DO MODELO.....	99
<b>5- MÉTODO NUMÉRICO E GERAÇÃO DE MALHAS.....</b>	<b>101</b>
5.1- MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	101
5.2- CÁLCULO DA TAXA DE CISALHAMENTO.....	106
5.3- CONDIÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE MASSA.....	108
5.4- GERAÇÃO DE MALHAS.....	111
5.4.1- Geração de Malhas Estruturadas Tipo 1.....	112
5.4.2- Geração de Malhas Estruturadas Tipo 2.....	113
5.4.3- Geração de Malhas Não-estruturadas utilizando o programa GMSH e o Método de Delaunay.....	115
5.5- ALGORITMO DE AVANÇO DA FRENTE DE IMPREGNAÇÃO.....	122
5.6- ALGORITMO GERAL DE CÁLCULO.....	125
<b>6- RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>127</b>

6.1- DADOS GERAIS DE ENTRADA PARA AS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.....	127
6.2- INFLUÊNCIA DA PERMEABILIDADE.....	130
6.3- ESTUDO DE UMA FUNÇÃO PARA A PERMEABILIDADE VARIÁVEL.....	142
6.4- INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA.....	149
6.5- INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PRESSÃO.....	150
6.6- INFLUÊNCIA DA VISCOSIDADE.....	152
6.7- ESTUDO TEÓRICO DA POSIÇÃO DOS CANAIS DE ENTRADA E SAÍDA DO MOLDE DE IMPREGNAÇÃO.....	157
6.8- CAMPOS DE VELOCIDADE.....	182
<b>7- CONCLUSÕES.....</b>	<b>188</b>
<b>8- SUGESTÕES PARA NOVAS PESQUISAS.....</b>	<b>193</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>195</b>
<b>APÊNDICE A - MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF).....</b>	<b>A-1</b>
A.1 INTRODUÇÃO.....	A-1
A.2 ELEMENTOS BIDIMENSIONAIS.....	A-2
A.2.1- Elemento Triangular Linear.....	A-2
A.2.2- Elemento Retangular Bilinear.....	A-3
A.3 EQUAÇÃO DE CAMPO BIDIMENSIONAL.....	A-5
A.3.1- Equação Diferencial Governante para Campo Bidimensional.....	A-5
A.3.2- Equações Integrais para as matrizes dos elementos.....	A-6
A.3.3- Matrizes dos Elementos Triangulares.....	A-10
A.3.4- Matrizes dos Elementos Retangulares.....	A-11

A.4	MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL.....	A-14
A.4.1-	Introdução.....	A-14
A.4.2-	Montagem da Matriz de Rigidez Local.....	A-14
A.4.3-	Montagem da Matriz de Rigidez Global.....	A-16
A.4.4-	Solução do Sistema de Equações.....	A-17
<b>APÊNDICE B – APLICAÇÃO DO MEF A PROBLEMAS DE ESCOAMENTO POTENCIAL.....</b>		<b>B-1</b>
B.1	PROBLEMAS PROPOSTOS.....	B-1
B.2	PROBLEMA PROPOSTO POR SEGERLIND.....	B-1
B.2.1-	Características do problema.....	B-1
B.2.2-	Malha do problema com a numeração dos elementos e nós	B-2
B.2.3-	Tabela de dados para a malha da figura anterior.....	B-3
B.2.4-	Equacionamento do problema proposto.....	B-4
B.2.5-	Implementação Computacional.....	B-7
B.2.6-	Resultados obtidos.....	B-8
B.3	PROBLEMA PROPOSTO POR RAO (1989).....	B-11
B.3.1-	Características do problema.....	B-11
B.3.2-	Malha do problema com a numeração dos elementos e nós	B-11
B.3.3-	Tabela de dados para a malha da figura anterior.....	B-12
B.3.4-	Resultados obtidos.....	B-12
<b>APÊNDICE C – IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....</b>		<b>C-1</b>
C.1	INTRODUÇÃO.....	C-1
C.2	PROGRAMA PRINCIPAL E SUA COMPOSIÇÃO.....	C-2
C.2.1-	Abertura de arquivos, introdução e leitura de dados.....	C-6

C.2.2-	Inicialização de dados e variáveis.....	C-7
C.2.3-	Montagem da matriz de rigidez global e solução dos campos de pressão e velocidade iniciais.....	C-8
C.2.4-	Solução e impressão dos campos de pressão e velocidade.	C-9
C.2.5-	Criação e avanço dos marcadores com a redefinição da fronteira.....	C-10
C.3	<b>DESCRIÇÃO DAS SUBROTINAS QUE COMPÕEM O PROGRAMA PRINCIPAL.....</b>	<b>C-11</b>
C.3.1-	Abertura de arquivos, introdução e leitura de dados (fig. C.2).....	C-11
C.3.2-	Inicialização de dados e variáveis (fig. C.3).....	C-16
C.3.3-	Montagem da matriz de rigidez global e solução dos campos de pressão e velocidade iniciais (fig. C.4).....	C-19
C.3.4-	Solução e impressão dos campos de pressão e velocidade (fig.C.5).....	C-21
C.3.5-	Criação e avanço dos marcadores com a redefinição da fronteira (fig. C.6).....	C-22
C.4	<b>IMPLEMENTAÇÃO DA MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL.....</b>	<b>C-24</b>
C.5	<b>IMPLEMENTAÇÃO DO COEFICIENTE DE PERMEABILIDADE.....</b>	<b>C-30</b>
C.6	<b>IMPLEMENTAÇÃO DA SOLUÇÃO DOS CAMPOS DE PRESSÃO E VELOCIDADE.....</b>	<b>C-31</b>
	<b>APÊNDICE D - ANÁLISE DE INCERTEZA.....</b>	<b>D-1</b>
D.1	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>D-1</b>
D.2	<b>BREVE EXPLANAÇÃO QUANTO AO CÁLCULO DA INCERTEZA..</b>	<b>D-2</b>

D.3 ENSAIO EXPERIMENTAL DE IMPREGNAÇÃO DO MOLDE (DETERMINAÇÃO DA DENSIDADE MÉDIA DO SISTEMA RESINA/MANTA).....	D-9
D.4 ENSAIO EXPERIMENTAL DE IMPREGNAÇÃO DO MOLDE (DETERMINAÇÃO DAS CURVAS DA FRENTE DE AVANÇO).....	D-12
D.5 MEDIÇÃO E DETERMINAÇÃO DA CURVA DE VISCOSIDADE.....	D-19
D.6 ESTIMATIVA INICIAL DA PERMEABILIDADE DAS MANTAS.....	D-31

## Lista de Figuras:

<b>Figura</b>	<b>Descrição</b>	<b>Pág.</b>
1.1	Molde e contramolde para o processo TRV.....	2
1.2	Molde sendo impregnado em um certo instante de filmagem.....	2
1.3	Tampa Dianteira FPN e Teto Superior HSK (fabricação da POLIFIBER sob licença da Mercedes-Benz).....	3
2.1	Valores de fração em volume de fibra básica para estruturas hexagonais de fibras empacotadas (Cai & Berdichevsky, 1993).	24
2.2	Raio X de traçadores de fibra metálica colocados numa placa quadrada juntamente com polipropileno e 20% em peso de fibra de vidro (Matsuoka, 1995).....	25
2.3	Escoamento médio, real e aproximado em um molde com duas camadas de manta de fibra (Calado & Advani, 1996).....	29
2.4	Curvas de escoamento para fluidos independentes do tempo (Coury, 1979).....	31
2.5	Curvas de escoamento para fluidos dependentes do tempo (Coury, 1979).....	32
2.6	Valores diferentes para o índice da Lei das Potências (Agassant et al., 1991).....	33
2.7	Curva de viscosidade x taxa de cisalhamento para fluido não-newtoniano de comportamento pseudoplástico (Agassant et al., 1991).....	34
2.8	Efeito da pressão na viscosidade (Iqbal & Hashmi, 2001).....	36
2.9	Tipos de célula em uma malha traçada em um molde genérico (Tomé, 1993).....	38
2.10	Elementos triangulares com os seus respectivos volumes de controle poligonais (Estacio, 2004).....	43
2.11	Ilustração para cálculo de fluxo em um instante $t_1$ (Tucker III, 1989).....	44

2.12	Domínio computacional e Volumes de controle SmasCVs (Wang, S.P. & Wang, K.K., 1994).....	45
2.13	Conservação de Massa nos SmasCVs (Wang, S.P. & Wang, K.K., 1994).....	46
2.14	Representação de um elemento com fração de volume de $F=10/16$ (Sagae et al., 1994).....	48
2.15	Representação da região de fronteira, da superfície livre e de geração das partículas marcadoras (Sagae et al., 1994).....	49
2.16	Processo de exclusão dos marcadores (Sagae et al., 1994).....	49
2.17	Malha de Elementos Finitos com Volumes de Controle (Bruschke & Advani, 1994).....	50
2.18	Nós de aplicação das condições de contorno da frente de escoamento utilizando-se o método de volume de controle de elemento (Bruschke & Advani, 1994).....	52
3.1	Croquis da montagem do molde de impregnação.....	62
3.2	Molde e contramolde para o processo TRV.....	63
3.3	Molde e demais equipamentos para o processo TRV.....	64
3.4	Molde com a placa de acrílico em um certo instante de filmagem.....	64
3.5	Posição em função do tempo (1ª filmagem – 1 manta) .....	71
3.6	Posição em função do tempo (2ª filmagem – 2 mantas) .....	71
3.7	Posição em função do tempo (3ª filmagem – 3 mantas) .....	72
3.8	Posição em função do tempo com 1, 2 e 3 mantas (curvas 1, 2 e 3 respectivamente) .....	72
3.9	Reômetro ARES (Advanced Rheometric Expansion System).....	73
3.10	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 20°C (resina poliéster).....	77
3.11	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 27°C (resina poliéster) .....	77
3.12	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 35°C (resina poliéster) .....	78



3.13	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a (1) 20°C, (2) 27°C e (3) 35°C (resina poliéster) .....	78
3.14	Viscosidade em função do tempo na taxa de cisalhamento de 7s <sup>-1</sup> e temperatura de 35°C.....	82
3.15	Viscosidade em função do tempo na taxa de cisalhamento de 15s <sup>-1</sup> e temperatura de 35°C.....	82
3.16	Manta de fibra de vidro utilizada nas impregnações.....	84
3.17	Detalhe da estrutura da manta de fibra de vidro (diâmetro médio das fibras que compõem a manta é de aprox. 0,035 mm).....	85
3.18	Ultracycrometer 1000, modelo UPY-1.....	86
3.19	Diagrama Esquemático do Picnômetro.....	86
3.20	Volume geométrico de uma amostra de manta genérica .....	90
4.1	Croqui do molde de impregnação bidimensional .....	92
5.1	Domínio genérico discretizado por elementos triangulares.....	102
5.2	Perfil de velocidades para determinação da taxa de cisalhamento.....	107
5.3	Elemento para cálculo da vazão sobre a face 2-3.....	109
5.4	Malha Tipo 1 (4 elementos triangulares por intervalo col-lin).....	112
5.5	Malha Tipo 2 (8 elementos triangulares por intervalo col-lin).....	114
5.6	Malha Não-estruturada gerada pelo programa GMSH, com 1019 nós e 2017 elementos.....	116
5.7	Exemplo da aplicação do Método de Delaunay.....	119
5.8	Representação do algoritmo de cálculo.....	126
6.1	Croqui do molde de impregnação bidimensional.....	129
6.2	Frentes de avanço com diferentes permeabilidades (curvas obtidas por simulação (2) 9,25.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup> , (3) 8,75.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup> , (4) 8,50.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup> e (5) 1,59.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup> , além da curva (1) experimental, obtida por filmagem com 1 manta) .....	131
6.3	Frentes de avanço considerando-se somente a curva obtida por simulação com permeabilidade de 8,75.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup> e a curva	

	experimental, obtida por filmagem com 1 manta (respectivamente curvas (3) e (1)).....	133
6.4	Frentes de avanço com diferentes permeabilidades (curvas obtidas por simulação (2) $8,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (3) $7,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ e (4) $7,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , além da curva (1) experimental obtida por filmagem com 2 mantas).....	134
6.5	Curvas obtidas por simulação ((3) $7,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ) e por filmagem ((1) experimental).....	135
6.6	Frentes de avanço com diferentes permeabilidades (curvas obtidas por simulação: (2) $6,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (3) $5,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ e (4) $5,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , além da curva (1) experimental obtida por filmagem com três mantas).....	136
6.7	Curvas obtidas por simulação ((3) $5,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ) e por filmagem ((1) experimental).....	137
6.8	Curvas obtidas por simulação com 1, 2 e 3 mantas (linhas lisas de traçado contínuo) juntamente com as curvas experimentais com 1, 2 e 3 mantas (linhas tracejadas com círculos que representam os pontos obtidos por filmagem).....	138
6.9	Visualização lateral de impregnação do molde com uma manta (a) e com duas ou três mantas (b).....	141
6.10	Frentes de avanço para diferentes permeabilidades (curvas obtidas por simulação com permeabilidade (1) $6,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (2) $6,25 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (3) $6,00 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (4) $5,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (5) $5,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (6) $5,25 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ e (7) $5,00 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , além da curva (8) experimental).....	143
6.11	Curva de permeabilidade obtida em função do tempo.....	146
6.12	Curvas obtidas por filmagem ((1) experimental) e por simulação usando função cúbica para permeabilidade variável.....	146
6.13	Curva de permeabilidade obtida em função do tempo, utilizando-se trechos lineares para sua determinação.....	147
6.14	Curvas obtidas por simulação ((2) permeabilidade variável	

	segundo funções lineares) e por filmagem ((1) experimental).....	148
6.15	Frentes de avanço para diferentes temperaturas (curvas obtidas por simulação com temperaturas de processo de (1) 25°C, (2) 24°C e (3) 23°C), considerando-se em todas a mesma permeabilidade ( $3,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ).....	149
6.16	Frente de Avanço x Tempo com mesma permeabilidade ( $3,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ) e se variando a pressão de entrada, curvas: (1) 95000 Pa, (2) 90000 Pa e (3) 85000 Pa.....	151
6.17	Frentes de avanço obtidas por simulação numérica considerando-se fluido newtoniano (curvas (1) $\eta=8,26 \text{ Pa.s}$ e (4) $\eta=184,25 \text{ Pa.s}$ ), fluido não-newtoniano (curva (3)) além da curva experimental (curva 2).....	153
6.18	Frentes de avanço obtidas por simulação numérica considerando-se fluido newtoniano (curvas (1) $\eta=8,26 \text{ Pa.s}$ e (4) $\eta=184,25 \text{ Pa.s}$ ), fluido não-newtoniano (curva (3)) além da curva experimental (curva 2).....	155
6.19	Frentes de avanço obtidas por simulação numérica considerando-se fluido newtoniano (curvas (1) $\eta=8,26 \text{ Pa.s}$ e (4) $\eta=184,25 \text{ Pa.s}$ ), fluido não-newtoniano (curva (3)) além da curva experimental (curva 2).....	156
6.20	Molde 1 (Malha estruturada com 357 nós e 640 elementos).....	158
6.21	Molde 2 (Idem ao anterior porém com canal de saída deslocado).....	158
6.22	Molde 3 (Idem ao anterior porém com canal de saída deslocado).....	159
6.23	Molde 4 (Idem aos anteriores porém com 2 canais de saída).....	160
6.24	Molde 5 (Malha não-estruturada com 365 nós e 660 elementos)	161
6.25	Molde 6 (Idem ao anterior porém com canal de saída deslocado).....	162
6.26	Molde 7 (Idem ao anterior porém com canal de saída deslocado).....	162

6.27	Molde 4 (Idem aos anteriores porém com 2 canais de saída).....	163
6.28	Simulação numérica com molde 1.....	165
6.29	Simulação numérica com molde 2.....	167
6.30	Simulação numérica com molde 3.....	168
6.31	Simulação numérica com molde 4.....	170
6.32	Simulação numérica com molde 5.....	172
6.33	Simulação numérica com molde 6.....	173
6.34	Simulação numérica com molde 7.....	174
6.35	Simulação numérica com molde 8.....	175
6.36	Molde 9.....	178
6.37	Molde 10.....	179
6.38	Simulação numérica com molde 9.....	180
6.39	Simulação numérica com molde 10.....	181
6.40	Campo de Velocidade para Simulação numérica com Molde 1... 182	
6.41	Campo de Velocidade para Simulação numérica com Molde 5... 183	
6.42	Campo de Velocidade para Simulação numérica com Molde 8... 183	
6.43	Campo de Velocidade para Simulação numérica com Molde 9... 184	
6.44	Campo de Velocidade para Simulação numérica com Molde 10. 184	
A.1	Elemento triangular linear.....	A-2
A.2	Elemento retangular bilinear.....	A-4
A.3	Exemplo de domínio discretizado com elementos triangulares... A-14	
A.4	Exemplo de montagem de uma Matriz de Rigidez Global..... A-16	
B.1	Malha do problema de escoamento potencial proposto por Segerlind (1984).....	B-2
B.2	Elemento retangular.....	B-6
B.3	Malha do problema de escoamento potencial proposto por RAO (1989).....	B-11
C.1	Programa Principal.....	C-5
C.2	Entrada de Dados.....	C-6
C.3	Inicialização de dados e variáveis.....	C-7
C.4	Cálculo inicial dos campos de pressão e velocidade.....	C-8

C.5	Solução e impressão dos campos de pressão e velocidade.....	C-9
C.6	Criação e avanço dos marcadores com a redefinição da fronteira.....	C-10
C.7	Domínio discretizado com dois elementos triangulares.....	C-24
C.8	Matriz de Rigidez Global para o exemplo proposto.....	C-25
C.9	Algoritmo Computacional para cálculo de coeficientes e armazenamento de nós vizinhos para Malha tipo 1 (fig. 6.4).....	C-27
C.10	Algoritmo Computacional para Montagem da Matriz de Rigidez Global.....	C-29
C.11	Algoritmo Computacional para Implementação do coeficiente de Permeabilidade.....	C-30
C.12	Implementação da Solução do Campo de Pressões pelo Método do Gradiente Conjugado Pré-condicionado (PCG).....	C-32
C.13	Implementação da Solução do Campo de Pressões pelo Método do Gradiente Conjugado Pré-condicionado (PCG)-(continuação).....	C-33
C.14	Implementação da Solução do Campo de Velocidades.....	C-34
D.1	Posição em função do tempo (1ª filmagem – 1 manta) .....	D-17
D.2	Posição em função do tempo (2ª filmagem – 2 mantas) .....	D-17
D.3	Posição em função do tempo (3ª filmagem – 3 mantas) .....	D-18
D.4	Posição em função do tempo com 1, 2 e 3 mantas (curvas 1, 2 e 3 respectivamente) .....	D-18
D.5	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 20°C (resina poliéster).....	D-25
D.6	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 27°C (resina poliéster).....	D-26
D.7	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 35°C (resina poliéster).....	D-26
D.8	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a (1) 20°C, (2) 27°C e (3) 35°C (resina poliéster).....	D-27
D.9	Volume geométrico de uma amostra de manta genérica.....	D-33

## Lista de Tabelas:

<b>Tabela</b>	<b>Descrição</b>	<b>Pág.</b>
2.1	Tabela comparativa entre os processos de fabricação de materiais compostos usuais na indústria automobilística (Araujo et al., 1997) .....	14
2.2	Comparativo entre resina Epoxi Ciba LMBR 208 x Poliéster Hoechst GR 72 (Araujo et al., 1997) .....	15
3.1	Condições iniciais e finais das filmagens .....	65
3.2	Amostras obtidas após a cura das peças impregnadas durante as filmagens.....	66
3.3	Posição x Tempo para as 3 filmagens com a resina poliéster ..	67
3.4	Funções polinomiais e coeficientes de correlação .....	70
3.5	Especificação do Reômetro ARES.....	74
3.6	Condições gerais dos ensaios de medição de viscosidade.....	74
3.7	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento .....	76
3.8	Índices de determinação das curvas de viscosidade em função da taxa de cisalhamento para o poliéster da Polifiber....	79
3.9	Viscosidade em função do tempo à taxa de cisalhamento de 7 s <sup>-1</sup> e temperatura de 35°C.....	80
3.10	Viscosidade em função do tempo à taxa de cisalhamento de 15 s <sup>-1</sup> e temperatura de 35°C.....	81
3.11	Características Técnicas do poliéster da Polifiber.....	83
3.12	Características Técnicas da manta de fibra de vidro.....	84
3.13	Amostras de mantas de fibra de vidro .....	88
3.14	Estimativa de permeabilidade do meio com 1 manta .....	90
3.15	Estimativa de permeabilidade do meio com 2 mantas .....	91
3.16	Estimativa de permeabilidade do meio com 3 mantas .....	91
6.1	Pontos para obtenção da curva de permeabilidade (3 mantas).	144

6.2	Pontos para obtenção da curva de permeabilidade do meio com 3 mantas (permeabilidade em função do tempo, colunas 1 e 5).....	145
6.3	Dados dos moldes gerados para estudo dos canais de impregnação.....	164
6.4	Dados finais dos moldes gerados para estudo dos canais de impregnação.....	176
6.5	Dados de velocidade resultante nos elementos de entrada e saída ( $V_{result E}$ e $V_{result S}$ ) dos canais de impregnação.....	185
A.1	Tabela de Incidência para o domínio apresentado na fig. A.3...	A-15
B.1	Elementos e nós do problema proposto por Segerlind.....	B-1
B.2	Resultados do problema proposto por Segerlind (1984).....	B-8
B.3	Elementos e nós do problema proposto por Rao (1989).....	B-12
B.4	Resultados do problema proposto por Rao (1989).....	B-13
C.1	Critérios para alteração da marcação das células.....	C-23
C.2	Tabela de incidência para o domínio apresentado na fig. C.7	C-24
D.1	Formulação Básica para determinação do erro aleatório.....	D-4
D.2	Fórmulas de propagação de erros para os casos gerais de funções de uma e duas variáveis.....	D-5
D.3	Tabela de Distribuição t de "STUDENT" .....	D-6
D.4	Amostras obtidas após a cura das peças impregnadas durante as filmagens.....	D-9
D.5	Instrumentos de Medição utilizados.....	D-10
D.6	Amostras obtidas após a cura das peças impregnadas durante as filmagens.....	D-11
D.7	Densidade média das amostras obtidas após a cura das peças impregnadas durante as filmagens (com 1 e 2 mantas de fibra de vidro).....	D-11
D.8	Funções polinomiais e coeficientes de correlação escolhidos para apresentar o traçado da frente de avanço para 1, 2 e 3 mantas.....	D-14

D.9	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento para 20°C.....	D-20
D.10	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento para 27°C.....	D-21
D.11	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento para 35°C.....	D-22
D.12	Viscosidade em função da taxa de cisalhamento.....	D-24
D.13	Índices de determinação das curvas de viscosidade em função da taxa de cisalhamento para o poliéster da Polifiber....	D-28
D.14	Características Técnicas da manta de fibra de vidro.....	D-31
D.15	Amostras de mantas de fibra de vidro.....	D-32
D.16	Instrumentos de Medição utilizados.....	D-32
D.17	Estimativa da permeabilidade do meio com 1 manta.....	D-34
D.18	Estimativa da permeabilidade do meio com 2 mantas.....	D-34
D.19	Estimativa da permeabilidade do meio com 3 mantas.....	D-35
D.20	Estimativa da permeabilidade do meio com 1 manta.....	D-37
D.21	Estimativa da permeabilidade do meio com 2 mantas.....	D-38
D.22	Estimativa da permeabilidade do meio com 3 mantas.....	D-38



## Lista de Símbolos:

Símbolo	Descrição
$A_e$ ou $A$	Área de um elemento $e$ ou simplesmente uma área genérica.
$a_i, a_j, a_k,$ $b_i, b_j, b_k,$ $c_i, c_j$ e $c_k$	Coefficientes das funções de forma de interpolação linear para os elementos triangulares $e$ que são obtidos através das coordenadas dos vértices do respectivo elemento.
$a, b$	Metade da largura e comprimento, respectivamente, de um elemento retangular bilinear.
$B$ ou $B$	Constante de determinação do Índice de Consistência ( $C(T)$ ) do fluido no modelo Lei das Potências ou Célula de Fronteira (Boundary) no critério do método GENSMAC ou ainda Limite de Desvio na Análise de Incertezas.
$[B]$	Matriz do vetor gradiente da propriedade $\phi$ nas direções $x$ e $y$ .
$[B]^T$	Matriz transposta de $[B]$ .
$C(T)$ ou $C$	Índice de Consistência do fluido no modelo Lei das Potências, escrito em função da temperatura $T$ .
$C_1, C_2, C_3$ e $C_4$	Coefficientes da função polinomial de interpolação da propriedade $\phi$ para elementos retangulares bilineares.
$C_{\text{correlação}}$	Coefficiente de correlação.
col, lin	Coluna $i$ ou linha $j$ obtidas após geração de uma determinada malha.
$Cov(t, S)$	Covariância (média dos produtos dos desvios de cada par de dados $(t_i, S_i)$ ).
$d_{\text{poro}}$	Diâmetro médio dos poros da estrutura porosa.
$D$	Coefficiente global de permeabilidade.

$D_x$ e $D_y$	Permeabilidades nas direções $x$ e $y$ para um meio anisotrópico qualquer.
$[D]$	Matriz do coeficiente global de permeabilidade.
$D$	Tensor da taxa de deformações.
$d_{ij}$	Componentes do tensor da taxa de deformações.
$e$	Constante de Neper ( $=2,718282$ ) ou para designar um elemento triangular genérico.
$E$	Célula Vazia (Empty) no critério do método GENSMAC.
$f$ ou $F$	Fração do volume de controle preenchido.
$f=f(x)$	Grandeza $f$ escrita como função da grandeza $x$ .
$F$	Célula Cheia (Full) no critério do método GENSMAC.
$F(\xi, \eta)$	Função da frente de avanço.
$h$	Espessura de cada camada de manta ou altura da cavidade interna do molde.
$H$	Altura total considerando-se todas as camadas de manta.
$k$	Permeabilidade do meio.
$[K]$	Matriz de rigidez global de condutividade resultante do conjunto de condutâncias de escoamento dos elementos.
$[K^e]$	Matriz de rigidez local de um determinado elemento $e$ .
$[K_{ij}^e]$	Componentes locais da matriz de rigidez $[K_{ij}]$ de um elemento genérico $e$ .
$k_{ij}$	Componentes do tensor permeabilidade $k$ do meio.
$k_1$	Permeabilidade darciana ou na direção principal 1.
$k_2$	Permeabilidade não-darciana ou na direção principal 2.
$k_{med}$	Permeabilidade média ponderada.
$m$	Marcador genérico de coordenadas $(x_m, y_m)$
$\dot{m}$	Vazão mássica por unidade de volume.
$m_f$	Massa de uma amostra do meio filtrante.
$M_j$	Vazão em massa total dentro de um volume $j$ .
$\bar{M}$	Vetor fluxo de massa.
$N$	Número de volumes de controle conectados a um mesmo

volume de controle no modelo de Brusckhe & Advani ou o número de medidas de uma determinada grandeza na Análise de Incertezas.

$N_z$	Função de forma do nó $z$ onde $z = 1, 2$ ou $3$ , ou $z = i, j$ ou $k$ , correspondente aos vértices 1, 2 e 3 ou $i, j$ e $k$ do respectivo elemento triangular.
$[N]^T$	Matriz transposta da matriz das funções de forma $N$ de interpolação dos elementos.
$\bar{n}$	Vetor normal a uma determinada face de um elemento genérico.
$n-1$	Índice da Lei das Potências (Power Law).
$P$ ou $\mathbf{P}$	Pressão ou condição de célula parcialmente cheia de fluido (Partial) ou ainda Limite de Precisão na Análise de Incertezas.
$P_0$	Pressão no canal de entrada do molde.
$P_z$	Pressão do nó $z$ onde $z = 1, 2$ ou $3$ , ou $z = i, j$ ou $k$ , correspondente aos vértices 1, 2 e 3 ou $i, j$ e $k$ do respectivo elemento triangular.
$\{P_e\}$	Vetor coluna de pressões nodais.
$Q$	Vazão volumétrica.
$R_{f1}, R_{f2}$	Distâncias médias tomadas nas direções principais 1 e 2.
$S$	Posição da frente de avanço experimental obtida por filmagem ou Desvio Padrão na análise de Incertezas.
$\mathbf{S}$	Célula de Superfície (Surface) no critério do método GENSMAC.
$S^{(e)}$	Índice de fluidez do elemento genérico $e$ .
$S_i$	Posição da frente de avanço no instante $i$ obtida após interpolação dos dados de $S$ .
SEE	"Standard Error of Estimate", sendo o desvio padrão devido à correção dos valores estimados por uma curva, conforme norma ANSI/ASME PTC 19.1.
$t$	Tempo.
$f$	Coefficiente $t$ de "STUDENT" que considera tamanho da amostra para cálculo do desvio padrão.

$T$ ou $T$	Temperatura ou condição de célula totalmente vazia de fluido (Totally Empty).
$T_b$	Temperatura constante de determinação do Índice de Consistência do fluido ( $C(T)$ ) no modelo Lei das Potências.
$T$	Tensor das tensões.
$U_x$	Incerteza da variável $X$ que corresponde a uma estimativa com confiança de 95%.
$\vec{V}$	Vetor velocidade.
$u, v, w$	Componentes do vetor velocidade nas direções de $x, y$ e $z$ .
$v_m$	Velocidade de um marcador $m$ num instante $t$ .
$V_a$	Fração em volume de fibra básica.
$V_f$	Volume geométrico de uma amostra do meio filtrante.
$V_T$	Volume total.
$x_1, x_2, \dots, x_N$	Diferentes valores de uma grandeza física na Análise de Incertezas
$\bar{x}$	Média aritmética
$x_m, y_m$	Posição nas direções $x$ e $y$ do marcador $m$ .
$(x_z, y_z)$	Coordenadas do nó $z$ , onde $z = 1, 2$ ou $3$ , ou $z = i, j$ ou $k$ , correspondente aos vértices 1, 2 e 3 ou $i, j$ e $k$ do respectivo elemento triangular.
$(x_e, y_e)$	Coordenadas do centro de gravidade de um elemento genérico $e$ .
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$	Coefficientes da função de interpolação da propriedade $\phi$ para elementos triangulares lineares.
$\delta$	Diâmetro médio da estrutura porosa (grânulos ou fibras).
$\Delta m$	Vazão em massa sobre cada face de um volume de controle de sub-massa ou Erro padrão da massa na Análise de Incertezas.
$\Delta t$	Passo de tempo.
$\Delta V$	Erro padrão do volume na Análise de Incertezas.
$\Delta \vec{V}$	Tensor gradiente de velocidades.
$\Delta x$ ou $S$	Desvio padrão de cada medida.

$\Delta\bar{x}$	Desvio padrão da média.
$\Delta\rho$	Erro padrão da massa específica.
$\varepsilon$	Porosidade aparente do meio.
$\xi_{r1}, \xi_{r2}$	Equivalente elíptico da frente do fluido nas direções principais 1 e 2.
$\phi$	Propriedade genérica.
$\Phi_1, \Phi_j, \Phi_k$	Valores nodais de $\phi$ .
$e$ e $\Phi_m$	
$\dot{\gamma}$	Taxa média de cisalhamento.
$\dot{\gamma}_{lim}$	Taxa média limite de cisalhamento.
$\eta$	Viscosidade não-newtoniana do fluido percolante.
$\eta_0$	Viscosidade constante (obtida no patamar newtoniano).
$\rho$	Massa específica.
$\rho_a$	Densidade aparente do meio filtrante.
$\rho_f$	Densidade de uma amostra do meio filtrante.
$\rho_s$	Densidade do sólido do meio filtrante.
$\sigma_t, \sigma_s$	Desvio padrão dos dados de tempo e posição, respectivamente.
$\theta_i = \frac{\partial r}{\partial X_i}$	Coefficiente de sensibilidade absoluta na Análise de Incertezas
$\tau$	Tensão de cisalhamento.
$\mu$	Viscosidade newtoniana do fluido percolante.

## RESUMO

Este trabalho trata do desenvolvimento de um programa para simulação de escoamento de resina poliéster, através de um meio poroso, permitindo a caracterização experimental desse escoamento através da visualização do avanço da frente do fluido até que o molde seja totalmente impregnado pela resina. O meio poroso é constituído de uma manta de fibra de vidro colocada internamente num molde retangular bidimensional. O programa de simulação encontra aplicação direta na simulação de escoamento em moldes utilizados na fabricação de peças estruturais automotivas a partir de material composto.

O algoritmo de cálculo resolve a Equação de Darcy para meios porosos, neste caso a manta de fibra de vidro. Considera-se o comportamento não-newtoniano do fluido alterando-se, a cada passo de tempo, o valor da viscosidade, calculada pelo modelo Lei das Potências ("Power Law"), que permite determiná-la em função da taxa de cisalhamento e da temperatura, considerada constante durante o processo de impregnação. A permeabilidade da manta é ajustada experimentalmente, comparando-se dados conseguidos por filmagem com resultados obtidos por simulação numérica.

Utiliza-se o Método dos Elementos Finitos para solucionar o problema físico proposto, tomando-se a pressão como variável independente e discretizando-se o espaço de impregnação do molde com elementos triangulares lineares e bidimensionais. O domínio do escoamento é definido em cada passo à medida que a resina penetra dentro do molde. A definição, localização e avanço da frente livre sobre uma malha estruturada previamente traçada é realizada utilizando-se técnicas de volumes de controle e de marcadores de célula.

## ABSTRACT

This work is concerned with the development of a program for simulation of polyester resin flow through a porous media, composed of a fiberglass mat internally placed in a rectangular mold. The software has direct application in flow simulation for molds used in the manufacturing of automotive structural parts made of composite materials.

The calculation algorithm solves the Darcy's equation for porous media, in this case, the fiberglass mat. The non-Newtonian behavior of the fluid is taken into consideration by changing at each time step, the viscosity value calculated by a Power Law. This model allows to consider the viscosity dependence on temperature. The mat permeability was determined by comparison of experimental data and numerical results for the advancing free surface resin front.

To solve the mathematical model the Finite Element Method is used, taking pressure as independent variable and discretizing the impregnation domain with linear and two-dimensional triangular elements. The flow computational domain is redefined at each time step as the resin penetrates into the mold. The free front definition, localization and advance, on a structured mesh previously traced, is performed by using control volumes and cell markers techniques.

## **CAPÍTULO 1**

### **INTRODUÇÃO**

#### **1.1- CONSIDERAÇÕES GERAIS E OBJETIVOS DESTE TRABALHO**

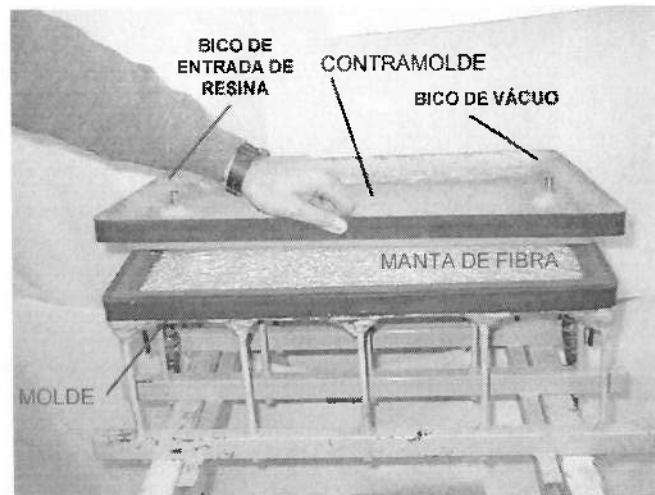
Nos últimos anos, polímeros sintéticos de alto desempenho tem sido largamente utilizados em diversas aplicações na engenharia como substitutos eficientes para os metais. Este é, por exemplo, o caso de materiais compostos plásticos usados na fabricação de peças estruturais na indústria automobilística e, sobretudo, na aeronáutica.

Neste contexto, um processo denominado **TRV** (Transferência de Resina a Vácuo) foi desenvolvido e patenteado pela Mercedes-Benz do Brasil. Este processo consiste na impregnação, por resinas epoxi ou poliéster, de moldes contendo fibras diversas e tendo, como característica principal, a transferência a vácuo da resina impregnada.

Como características importantes do processo citado, podemos mencionar entre outras, seu baixo custo operacional, facilidade de inclusão à linha de montagem, baixa geração de refugos e resíduos, ausência de ar no interior das peças, ausência de monômeros nocivos à saúde durante o processo, menor tempo de produção das peças e o bom acabamento superficial das mesmas.

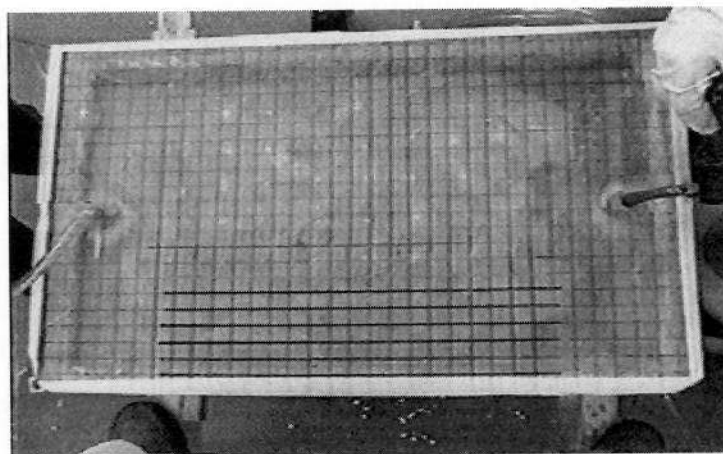


O TRV basicamente consiste em se preparar um molde com o perfil externo da peça que se deseja fabricar, colocando-se em seu interior material de reforço estrutural (por exemplo, manta de fibra de vidro) antes do fechamento e vedação do mesmo (figura 1.1).



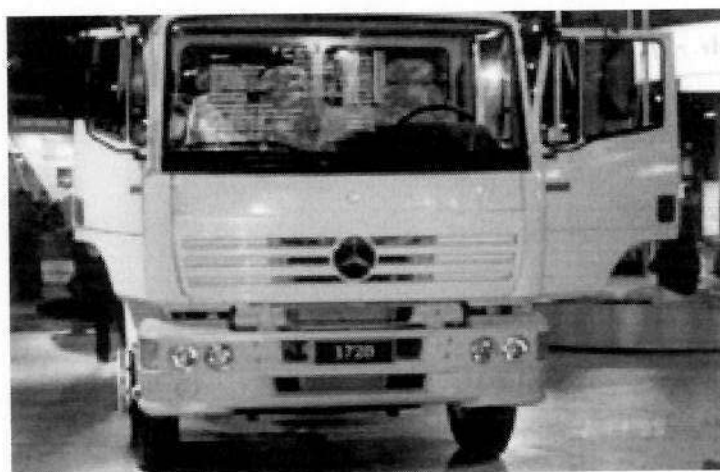
**Fig. 1.1 – Molde e contramolde para o processo TRV**

Em seguida, estabelece-se uma condição de vácuo, no interior do molde, que possibilite o avanço da resina através deste, até que a mesma o preencha completamente (figura 1.2).



**Fig. 1.2 – Molde sendo impregnado em um certo instante de filmagem**

No estágio atual, a impregnação de moldes apresenta um problema operacional sério que se refere tanto à definição e dimensionamento dos pontos de injeção e sucção de resina, como ao do dimensionamento correto de seus canais de distribuição no contramolde. Além disso, é necessário controlar o tempo de impregnação e evitar que bolhas ou defeitos se formem. Assim, tendo em vista que o preenchimento de um molde depende apenas da dinâmica do escoamento da resina dentro dele, é extremamente conveniente a elaboração de algoritmos computacionais capazes de prever de que forma se processa o escoamento para uma determinada condição de impregnação. Tal algoritmo possibilitaria a análise da influência da localização geométrica adotada para os pontos de entrada e saída da resina através da simulação do avanço de sua frente dentro do molde, reduzindo-se, dessa maneira, o tempo e o custo no projeto e fabricação de novos moldes. A figura 1.3 mostra um exemplo de aplicação deste processo.



**Fig. 1.3 – Tampa Dianteira FPN e Teto Superior HSK  
(fabricação da POLIFIBER sob licença da Mercedes-Benz)**

O objetivo principal deste trabalho é iniciar um estudo técnico a cerca desse processo industrial que se desenvolveu empiricamente, exigindo inúmeros testes e ensaios, num trabalho envolvendo setores de produção e engenharia, até que se pudesse obter as primeiras peças e, finalmente, que o processo pudesse ser aplicado em escala industrial.

Dentro dessa proposta inicial, este trabalho visa o desenvolvimento de um programa para simulação de escoamento de uma resina poliéster, através de um meio poroso, constituído de uma manta de fibra de vidro colocada internamente num molde retangular bidimensional, permitindo a caracterização do escoamento, através da visualização numérica do avanço da frente do fluido à medida em que o mesmo preenche o molde. O algoritmo de cálculo resolve a Equação de Darcy para meios porosos, constituído neste caso pela manta de fibra de vidro. Considera-se o comportamento não-newtoniano da resina poliéster alterando-se, a cada passo de tempo, o valor do coeficiente de permeabilidade, que relaciona a massa específica, a viscosidade e a permeabilidade da manta. A manta de fibra de vidro, orientada aleatoriamente dentro do molde, representa dificuldade adicional ao avanço da frente. Sua permeabilidade foi ajustada experimentalmente, comparando-se dados conseguidos por filmagem com os resultados obtidos da simulação numérica. A viscosidade da resina é calculada pelo modelo Lei das Potências ("Power Law"), o que permite obtê-la como função da taxa local de cisalhamento e da temperatura da mistura resina/endurecedor, durante o processo de preenchimento do molde. Esta viscosidade foi medida

experimentalmente para várias temperaturas e dados resultantes foram ajustados pela Lei das Potências.

Para solucionar o modelo físico proposto utiliza-se o Método dos Elementos Finitos tomando-se a pressão como variável independente. O domínio do escoamento é redefinido em cada passo de tempo à medida que a resina penetra dentro do molde. A definição, localização e avanço da frente livre na malha previamente traçada é obtida por técnicas de volumes de controle e de marcadores de células.

O algoritmo computacional leva à distribuição de pressões e velocidades no molde a cada instante. Os resultados numéricos do programa de simulação foram comparados a dados experimentais obtidos por filmagem.

Realizou-se diversas filmagens da impregnação da manta pela resina num mesmo molde retangular e translúcido, utilizando-se quantidades diferentes de mantas de fibra de vidro. Tal experimento tem por finalidade caracterizar o comportamento da frente de impregnação bem como obter informações e dados necessários à validação do programa computacional implementado.

Inicialmente, os resultados deste trabalho terão aplicação prática limitada apenas à simulação de peças que possam ser consideradas bidimensionais (com espessuras bem menores que largura e comprimento), porém deverão se constituir no passo inicial de desenvolvimento de um programa mais complexo que consiga abordar peças em plano tridimensional.

## 1.2- ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

A Dissertação foi organizada conforme descrito abaixo:

- **Capítulo 1 – INTRODUÇÃO.** Apresentação do trabalho através da exposição de objetivos, considerações gerais, metodologia abordada e principais aspectos e dificuldades a serem tratados nos capítulos subsequentes.
- **Capítulo 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.** Levantamento da literatura relevante que serviu de base à pesquisa e estudo objetivando-se o desenvolvimento das diversas etapas do trabalho proposto em conjunto com a apresentação de alguns outros trabalhos similares, mesmo com uma abordagem diferenciada em relação às considerações e modelos finais adotados.
- **Capítulo 3 – EQUIPAMENTO, MÉTODO E DADOS EXPERIMENTAIS.** Apresentação da metodologia e dos equipamentos adotados e utilizados para obtenção dos dados experimentais que também são apresentados neste capítulo.
- **Capítulo 4 – MODELO MATEMÁTICO.** Apresentação das principais características do problema, das equações a serem resolvidas, das condições de contorno adotadas para os diferentes tipos de fronteira

existentes e dos modelos adotados para determinação da viscosidade e do coeficiente de permeabilidade.

- **Capítulo 5 – MÉTODO NUMÉRICO E GERAÇÃO DE MALHAS.**  
Apresentação do método numérico utilizado além dos critérios adotados para geração de malhas estruturadas e não-estruturadas bem como para implementação de marcadores de célula e de volumes de controle para avanço da fronteira livre.
- **Capítulo 6 – RESULTADOS E DISCUSSÕES.** Apresentação e discussão de diversos resultados obtidos além da indicação dos valores adotados para os dados de entrada das simulações numéricas.
- **Capítulo 7 – CONCLUSÕES.** Indicação das principais conclusões obtidas com a realização do presente trabalho.
- **Capítulo 8 – SUGESTÕES PARA NOVAS PESQUISAS.** Sugestões para pesquisas futuras.
- **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.**
- **Apêndice A – MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF).**  
Estabelecimento das propriedades de interpolação para os elementos triangulares lineares e bidimensionais com a respectiva avaliação das

matrizes destes elementos, partindo-se da equação diferencial governante para campo bidimensional.

- **Apêndice B – APLICAÇÃO DO MEF A PROBLEMAS DE ESCOAMENTO POTENCIAL.** Solução de problemas propostos por Segerlind (1984) e Rao (1989) para aplicação e avaliação das rotinas de cálculo implementadas no programa de simulação da frente de avanço.
- **Apêndice C – IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.** Apresentação de fluxogramas do programa principal além de um detalhamento e explanação de todas as subrotinas implementadas.
- **Apêndice D - ANÁLISE DE INCERTEZA.** Apresentação de uma análise de incerteza acerca dos dados experimentais obtidos.

## CAPÍTULO 2

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta revisão bibliográfica nos propomos a varrer brevemente assuntos diversos que dado o objetivo desta dissertação, teórico-experimental, tivemos necessidade de pesquisar.

Nos primeiros itens mencionamos os materiais compostos, sua aplicação e alguns processos de fabricação. A seguir descrevemos modelos matemáticos para o estudo do escoamento de polímeros que se encontram na literatura. Mais adiante citamos alguns métodos/modelos existentes para obtenção de propriedades físicas da manta e do fluido, cuja determinação se faz necessária para utilização no modelo matemático.

Em seguida, abordamos características especiais dos métodos numéricos usados para o cálculo de avanço da superfície livre na frente de impregnação. O método dos Elementos Finitos utilizado para solução das equações do modelo matemático, por ser de ampla divulgação, é descrito em apêndice, no final deste trabalho.

Finalmente, no último tópico, é apresentado um resumo final de tudo que foi levantado e abordado nesta revisão bibliográfica.



## 2.1- OS MATERIAIS COMPOSTOS E SUA APLICAÇÃO NA INDÚSTRIA

A crescente utilização dos materiais compostos na vida moderna se deve às suas excelentes características no que se refere a itens como peso, rigidez, resistência à corrosão e à fadiga, habilidade à se adaptar às expansões térmicas e ao comportamento dinâmico estrutural de uma peça.

O grande desenvolvimento de materiais compostos (do inglês "*Composite materials*") ocorreu primeiramente na indústria aeroespacial estendendo-se mais tarde a diversos segmentos da indústria como a automobilística, a biomédica e a de materiais esportivos (Araujo et al., 1997; Tita, 1999).

A aplicação de compostos na indústria automobilística mundial teve início em meados da década de 50, nos Estados Unidos, na confecção de moldes destinados à produção de chapas de aço para painéis de revestimento, porém como composição de peças foram primeiramente utilizados em 1969, pela indústria montadora norte-americana *Chrysler*. Em 1984, a *General Motors Co.* produziu o primeiro veículo no qual 100% dos painéis de revestimento eram feitos de material composto, contudo somente em 1988 houve a primeira aplicação automotiva com alto volume de produção, destinada a fabricação de eixos cardã para uma classe de picapes então produzidas pela *General Motors* (Araujo et al., 1997).

Embora se reconheçam os benefícios potenciais de menor peso e maior durabilidade, a principal barreira a um uso mais generalizado de

materiais compostos de alta tecnologia esteve relacionada, por muito tempo, ao seu alto custo. Além deste, outros obstáculos também dificultam a integração dos compósitos entre os materiais estruturais utilizados convencionalmente, como aço ou alumínio. Entre tais dificuldades ressalta-se: a dificuldade de prever o modo de falha exato do material e por conseguinte prejudicando a confiabilidade dos componentes fabricados; dúvidas com relação à resistência desses compósitos à ação prolongada de combustíveis, lubrificantes e produtos químicos altamente corrosivos; dificuldade em automatizar processos de manufatura de compósitos sendo ainda a produção manual amplamente utilizada por serem os processos automáticos ainda demasiadamente lentos e por envolverem grandes perdas de material além da pouca informação que o mercado tem sobre o comportamento de componentes mecânicos fabricados a partir de materiais compósitos (Tita, 1999).

Entretanto, a contração na economia mundial tem dirigido todos os esforços para o desenvolvimento de processos de manufatura de alta tecnologia que levem a níveis maiores de qualidade com custos reduzidos e, nestas circunstâncias, pode-se afirmar que existe atualmente no mercado uma forte tendência, especialmente nos países mais desenvolvidos, para a utilização de materiais compostos avançados em componentes específicos (por exemplo, eixos de direção extrudados, desenvolvidos por uma divisão da Dana Corporation para a General Motors e a Ford americanas). Seguindo esta tendência, a indústria automobilística vem investindo largamente, no mundo inteiro, na melhoria de processos de moldagem de polímeros compostos usando resinas de médio desempenho, tanto termoplásticas como termofixas.

Podemos citar como exemplo desta aplicação, um painel estrutural do Dodge Viper (processo RTM), da Crysler, que surgiu em Detroit, no primeiro quadrimestre de 1992, como grande inovação (Tavares & Alvim, 1999).

Neste último contexto insere-se o processo de transferência de resina à vacuo, TRV, desenvolvido pela Mercedes-Benz do Brasil, objeto de estudo deste trabalho, a ser tratado no próximo item.

## **2.2- PROCESSOS DE FABRICAÇÃO DE MATERIAIS COMPOSTOS**

Entre os principais métodos de processamento de polímeros, podemos citar o de preenchimento de molde por injeção, por compressão e por transferência de massa (impregnação).

O processo de preenchimento de molde por injeção apresenta todas as características complicantes do processamento de polímeros que pode ser resumido no escoamento transitório e não isotérmico de fluidos não-newtonianos em geometrias complexas com solidificação e formação estrutural simultâneas.

A moldagem por compressão apresenta algumas vantagens sobre a de injeção, os moldes são mais simples do que aqueles utilizados nesta última, os canais de preenchimento permanecem quase que sem quaisquer danos além de haver muito pouco material perdido. A desvantagem é que o processo é mais lento além de haver limitações geométricas com respeito às peças que podem ser moldadas.

A moldagem por transferência de massa supera algumas dessas limitações da moldagem por compressão, sendo um estágio intermediário em relação à moldagem por injeção. Os ciclos de moldagem por transferência tendem a ser mais curtos do que os ciclos de moldagem por compressão, uma vez que se pode manter o molde em temperatura elevada, além de ser possível a moldagem de peças de geometrias mais complexas e maiores, uma vez que o polímero introduzido no molde escoar mais facilmente (Tadmor & Gogos, 1979).

Os métodos de manufatura de peças industriais provenientes de material composto assemelham-se aos de processamento de polímeros. Citamos a laminação, a extrusão, a moldagem por compressão (SMC), a estampagem de fibras pré-impregnadas (“Thermofoming”) e os processos de injeção/impregnação de resinas em moldes contendo fibras diversas (“Liquid Molding”).

A tabela 2.1 (Araujo et al., 1997) sintetiza os processos mais conhecidos para a confecção de peças com materiais compostos, particularmente poliéster/fibra de vidro.

O processo TRV, Transferência de Resina à Vácuo, pode ser descrito de forma resumida pela colocação de reforços estruturais em um molde com o formato externo da peça automotiva, podendo ser estes reforços, mantas de fibra de vidro contínuas ou picotadas, carbono, kevlar, juta, espuma de PVC, poliuretano, tecidos de arame, insertos metálicos, lâminas de aço ou alumínio etc. Após essa preparação, fecha-se o molde e inicia-se a geração de vácuo para extração de todos os gases do interior do mesmo e para onde será transferida a resina previamente misturada a um endurecedor.

**Tabela 2.1 – Tabela comparativa entre os processos de fabricação de materiais compostos usuais na indústria automobilística (Araujo et al., 1997)**

<b>PROCESSO</b>	<b>VANTAGENS</b>	<b>DESVANTAGENS</b>	<b>UTILIZAÇÃO</b>
<i>Hand lay up</i>	Baixo investimento de ferramental e equipamento	Baixa produtividade, acabamento unilateral, espessura variável	Peças não seriadas ou de baixa produção
<i>Spray up</i>	Médio investimento, maior velocidade de cobertura	Contaminação ambiental, acabamento unilateral	Peças seriadas de baixa responsabilidade estrutural
<i>Prensagem</i>	Acabamento bilateral, espessura constante	Maior investimento em ferramental e porosidade	Peças seriadas de acabamento externo bilateral
<i>RTM</i>	Maior velocidade na impregnação, acabamento bilateral	Maior investimento em ferramental e porosidade	Peças seriadas de acabamento bilateral
<i>TRV</i>	Baixo custo de ferramental, menor custo por peça, acabamento bilateral, baixa contração da peça, baixa geração de resíduos e refugos, baixo custo operacional	limitações definidas pela viscosidade da mistura resina/endurecedor, tempo de gel e temperatura da reação de cura (reação exotérmica)	Peças seriadas de acabamento bilateral

Conforme pode ser visto em Araujo et al. (1997) e na tabela 2.1, as principais vantagens do TRV em relação a outros processos são: baixo custo de ferramental (também fabricado em resina e com rápida execução); menor custo por peça; bom acabamento superficial em ambos os lados da peça; baixa contração da peça; baixa geração de resíduos e refugos; possibilidade de retrabalho na peça pronta; possibilidade de flexibilização do composto plástico pela alteração de características da resina e do reforço; baixo custo operacional; peça com maior teor de fibras; processo não poluente e maior resistência mecânica das peças (conforme a fibra adicionada). As principais limitações são definidas pela viscosidade da mistura resina/endurecedor, tempo de gel e temperatura da reação de cura (reação exotérmica) (Araujo et al., 1997).

As resinas mais utilizadas no processo TRV são as resinas epoxi e poliéster. Caso a resina seja epoxi, há a necessidade de aquecê-la antes de misturá-la com o respectivo endurecedor. A tabela 2.2 (Araujo et al., 1997) apresenta resultados de ensaios comparativos entre os dois tipos de materiais.

**Tabela 2.2 – Comparativo entre resina Epoxi Ciba LMBR 208 x Poliéster Hoechst GR 72 (Araujo et al., 1997)**

<b>Características</b>	<b>Epoxi</b>	<b>Poliéster</b>
Porcentagem de fibra de vidro em massa (%)	34	30
Resistência a ruptura (N/mm <sup>2</sup> )	100	82
Alongamento na ruptura (%)	0,9	1,1
Impacto (kJ/m <sup>2</sup> )	37	59
Resistência a flexão (N/mm <sup>2</sup> )	186	167
Módulo de Elasticidade (N/mm <sup>2</sup> )	12216	9809

Conforme indicado por Araujo et al. (1997) e Felipe et al. (1997), as propriedades mecânicas da resina e da fibra não são as únicas responsáveis pelas propriedades mecânicas do material composto e pela qualidade do acabamento superficial da peça moldada, estas dependem também de outros parâmetros como a molhabilidade da resina, ângulo de contato, agentes de acoplamento, orientação das fibras, distribuição das fibras na seção transversal, temperatura/tempo de cura (importantes para a polimerização adequada da resina), da quantidade de bolhas de vapor ou ar presentes, teor de estireno adicionado à resina, viscosidade da resina e a pressão de vácuo utilizada no processo de fabricação.

Devido a uma série de características inerentes e propriedades excepcionais, as fibras de vidro constituem-se num dos principais reforços para fabricação de plásticos com alto desempenho. Entre as características mais

importantes, destacam-se: perfeita elasticidade, excelente resistência à tração, boas propriedades dielétricas, alta resistência química e às intempéries, além de translucidez (Carrera, 1988).

## **2.3-       MODELOS       MATEMÁTICOS       PARA       APLICAÇÃO       EM PREENCHIMENTO DE MOLDES**

A análise do preenchimento do molde de injeção representa a principal aplicação de modelagem computacional no processamento de polímeros. O desafio maior ocorre devido às frentes móveis, ou seja, é um problema de escoamento com superfície livre, viscosidade dependente da temperatura de preenchimento do polímero além de geometrias irregulares das cavidades e canais de injeção do molde (Tucker III, 1989). A seguir citamos os dois modelos mais conhecidos: Hele-Shaw Generalizado e o de Darcy Generalizado.

### **2.3.1-     Modelo Hele-Shaw Generalizado (GHS)**

A generalização da teoria de lubrificação clássica para escoamento não-newtoniano e não isotérmico, conhecida como formulação de Hele-Shaw generalizada (Generalized Hele-Shaw ou GHS), é uma ferramenta padrão adequada e bastante utilizada para se formular problemas de preenchimento de molde por injeção.

A formulação de escoamento GHS assume que as forças viscosas são muito maiores do que as de inércia e que as tensões dominantes são as tensões de cisalhamento através da dimensão estreita do canal, que resulta em um escoamento onde a direção do vetor velocidade não varia na direção da altura do canal embora varie nas outras duas direções (Osswald & Tucker III, 1988 e Tucker III, 1989).

Como exemplos de aplicação do modelo de Hele-Shaw Generalizado a problemas de preenchimento de moldes por injeção, tem-se: Chen & Liu (1989), Chen & Hsu (1995), Chiang et al. (1993) e Hieber & Shen (1980) e, por compressão, tem-se: Osswald & Tucker III (1988).

Chen & Liu (1989) apresentam um estudo de simulação para um processo bifásico de preenchimento de molde por injeção de resinas poliméricas (polipropileno e polietileno, semi-cristalinos), que apresentam uma região líquida, para a qual os autores aplicam o modelo Hele-Shaw Generalizado e uma região de solidificação, onde aplicam uma condição transitória. Chen & Hsu (1995) utilizam o mesmo modelo (GHS) para simular o processo de injeção de dois materiais poliméricos de forma simultânea ou mesmo seqüencial, numa mesma cavidade de molde. Chiang et al. (1993) implementam um modelo de análise de um processo de preenchimento de um molde por injeção, utilizando uma solução numérica por elementos finitos/ diferenças finitas e volume de controle, do escoamento de Hele-Shaw Generalizado. Hieber & Shen (1980) desenvolvem um modelo híbrido descrito em termos de elementos finitos e diferenças finitas para simular o preenchimento de um molde por injeção de cavidade fina de geometria plana,



também com base no escoamento de Hele-Shaw Generalizado, para um fluido não-newtoniano e inelástico (polipropileno). Osswald & Tucker III (1988) partem do escoamento de Hele-Shaw Generalizado, isotérmico, para poderem resolver problemas de moldagem por compressão, em que utilizam elementos de fronteira para solução dos campos de pressão e velocidade.

### **2.3.2- Modelo de Darcy Generalizado**

O escoamento de um fluido Newtoniano em um meio poroso pode ser descrito utilizando-se a lei de Darcy quando os efeitos inerciais e as deformações no sólido podem ser desprezados e quando não há troca de massa entre os componentes sólidos e o fluido percolante, conforme mencionado por Preziosi & Farina (2000). Além disso, o modelo baseado na Lei de Darcy para escoamento de fluido incompressível através de um meio poroso é bastante adequado para simular o preenchimento de moldes que contenham em seu interior material de reforço estrutural (Bruschke & Advani (1991 e 1994), Carpenter et al. (1993), Chang & Kikuchi (1994), Maier et al. (1996) e Um & Lee (1991)).

A equação de Darcy para escoamento de fluido incompressível e newtoniano através de um meio poroso representa, então, a equação de conservação de momento:

$$\vec{V} = -\frac{k}{\eta} \nabla P \quad (2.1)$$

onde  $\vec{V}$  é o vetor velocidade do fluido (m/s),  $k$  a permeabilidade do meio poroso ( $m^2$ ),  $\eta$  a viscosidade do fluido (Pa.s) e  $P$  o campo de pressões ( $N/m^2$ ).

Bruschke & Advani (1994) apresentam a equação 2.1 na forma matricial, escrevendo a equação de Darcy de maneira bidimensional:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = -\frac{1}{\eta} \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial P / \partial x \\ \partial P / \partial y \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

onde  $u$  e  $v$  são as componentes do vetor velocidade segundo as direções  $x$  e  $y$ ,  $\eta$  é a viscosidade do fluido,  $k_{ij}$  as componentes do tensor permeabilidade  $k$ , e  $\partial P / \partial x$  e  $\partial P / \partial y$  que são os gradientes de pressão segundo  $x$  e  $y$ .

A equação de Darcy (equação 2.1) descreve uma relação linear entre a velocidade de um fluido newtoniano através de um meio poroso homogêneo e isotrópico e a diferença de pressão através desse meio que sustenta o escoamento (Carpenter et al., 1993). A Equação de Darcy modificada propõe a substituição da viscosidade newtoniana por uma viscosidade não-newtoniana, que é avaliada através de modelos de viscosidade que descrevem a dependência da mesma com a temperatura e taxa de cisalhamento. Neste caso, os desvios da lei de Darcy original foram apresentados por Scheidegger apud Caetano (1992), e se devem a efeitos inerciais, iônicos, moleculares bem como devido ao comportamento não-newtoniano do fluido percolante.

Tadmor & Gogos (1979) indicam a viscosidade não-newtoniana, dependente da temperatura e taxa de cisalhamento, pela letra  $\eta$ , distinguindo dessa forma da viscosidade newtoniana, representada pela letra  $\mu$ . Esta nomenclatura também será adotada neste trabalho, com a propriedade, referida pela letra  $\eta$ , sendo simplesmente denominada de viscosidade.

No caso de um domínio do escoamento bidimensional, assumindo-se que a permeabilidade do meio é isotrópica ( $k_{xx}=k_{yy}=k$  e  $k_{xy}=k_{yx}=0$ , na equação 2.2), substituindo-se a equação 2.1 na equação de conservação de massa para um fluido incompressível dada por:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.3)$$

obtem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k}{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k}{\eta} \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.4)$$

onde, conforme visto anteriormente,  $k$  representa a permeabilidade do meio e  $\eta$  a viscosidade do fluido.

A solução da equação de campo 2.4 fornece a distribuição das pressões no domínio de cálculo e exige que se estabeleçam condições de contorno adequadas aplicadas às fronteiras do escoamento que dependem de cada caso. A distribuição de velocidades é obtida através da solução da equação de Darcy (equação 2.1).

Maliska (1995) propõe a utilização da equação de Darcy para solução de escoamentos bidimensionais monofásicos de dois componentes em

um meio poroso, apresentando a equação de conservação de massa global como sendo dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = \dot{m} \quad (2.5)$$

onde  $u$  e  $v$  são as componentes cartesianas do vetor velocidade,  $\rho$  a massa específica da mistura,  $\varepsilon$  a porosidade do meio e  $\dot{m}$  a vazão mássica por unidade de volume.

A equação de conservação de quantidade de movimento é dada então, pela equação de Darcy (equação 2.1), que substituída em 2.5, para o caso de fluido incompressível ( $\rho$  constante) e meio com permeabilidade constante sem fontes ou sorvedouros, leva a obtenção da mesma equação 2.4.

#### **2.4- COEFICIENTE GLOBAL DE PERMEABILIDADE (D)**

Os modelos de preenchimento de molde requerem, como mostra a equação 2.4, que se conheça duas propriedades físicas durante o processo de impregnação do molde: a permeabilidade do meio ( $k$ ) e a viscosidade da resina ( $\eta$ ). Observando a equação 2.4, podemos definir o coeficiente global de permeabilidade ( $D$ ) como sendo a razão entre a permeabilidade do meio e a viscosidade da resina a ser impregnada ( $D = k/\eta$ ).

#### **2.4.1- Permeabilidade do meio poroso (k)**

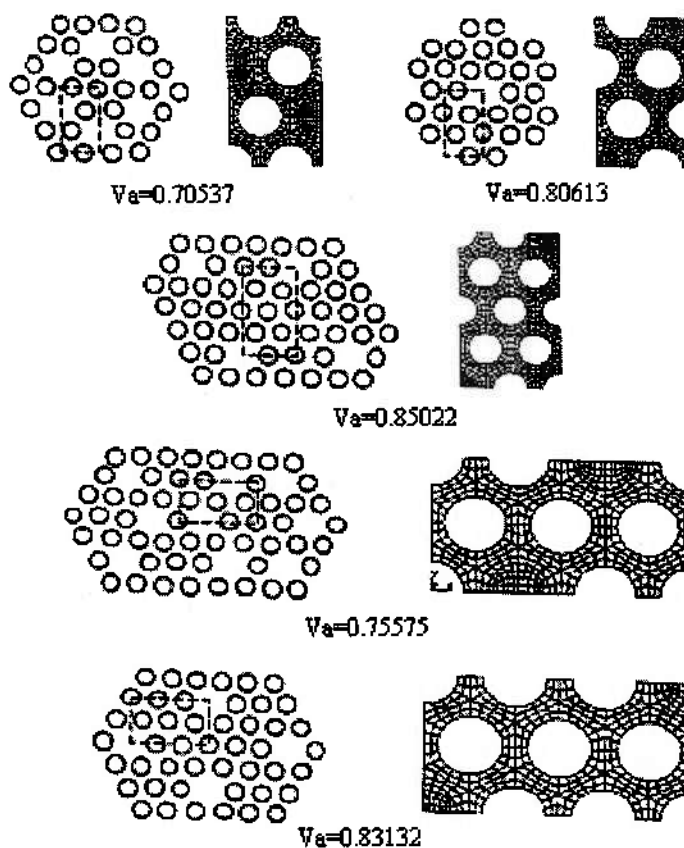
Há diversos trabalhos em que os autores se propõem a medir a permeabilidade de um determinado meio, utilizando a equação de Darcy. O trabalho apresentado por Caetano (1992), determina a permeabilidade de camadas de fibra celulósica e a correlaciona como função da velocidade superficial e da porosidade, utilizando a equação de Darcy e um sistema de medição composto por placas de orifício. A determinação da permeabilidade foi realizada construindo-se os gráficos da perda de pressão por altura dessas camadas, em função da velocidade do jato de ar, com os valores da perda de pressão e velocidade obtidos para o sistema vazio e depois para diversas alturas de empacotamentos de fibras celulósicas. Este trabalho apresentou bons resultados de reprodutibilidade para os empacotamentos de fibras celulósicas estudados, no entanto a própria pesquisadora faz ressalvas quanto a mudança da permeabilidade devido a justaposição entre camadas e conseqüente mudança de orientação das fibras estudadas, demonstrando que este método utilizado não é muito indicado para meios porosos de grande porosidade e de pouca rigidez.

Cai & Berdichevsky (1993) apresentam um estudo também com empacotamento de fibras, alinhadas de forma longitudinal, em que medem a variação da permeabilidade nas direções transversais e longitudinais ao alterarem a disposição transversal para vários valores de fração em volume de fibra desses empacotamentos (figura 2.1).

Os resultados demonstram que a simples utilização da fração em volume de fibra de um empacotamento não é suficiente para se determinar com certa segurança, a permeabilidade deste, uma vez que as fibras podem estar dispostas de forma aleatória, introduzindo variações de porosidade a medida que apresentam espaços diferentes entre si.

Os autores sugerem e demonstram através da apresentação de resultados que a utilização de um parâmetro ao qual chamaram de fração em volume de fibra básica (parâmetro  $V_a$ , da figura 2.1), que leva em consideração esses espaços vazios, juntamente com a fração em volume de fibra médio e permite estimar com menor erro, a permeabilidade do conjunto de fibras. O principal problema na utilização deste fator reside no fato das fibras precisarem estar alinhadas.

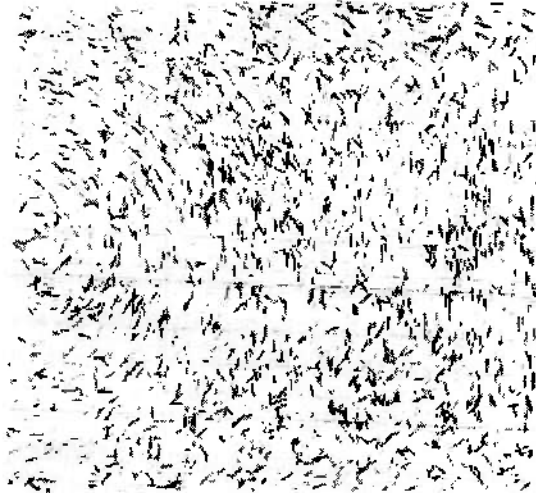
Matsuoka (1995) apresenta vários modelos para tratamento do alinhamento a que está sujeito um conjunto de fibras utilizado em moldes de injeção. Estes modelos levam em consideração a rotação e a concentração de fibra em uma certa região do molde. Esta última é determinada comparando-se a fração em volume de fibras com um fator de forma dado pela relação entre o diâmetro da fibra e o seu respectivo comprimento, denominado pelo pesquisador como razão de aspecto da fibra.



**Fig. 2.1 – Valores de fração em volume de fibra básica para estruturas hexagonais de fibras empacotadas (Cai & Berdichevsky, 1993)**

Estes são modelos e considerações que permitem prever de forma satisfatória, a orientação final das fibras estudadas, conforme demonstrado pelo autor ao comparar os resultados computacionais obtidos com os fornecidos por fotografia de raio X. Estes modelos se adequam perfeitamente a fibras de comprimento suficientemente pequeno e em concentrações que se possa ter a rotação livre dessas fibras, conforme pode ser observado na fig. 2.2, que apresenta o raio X de traçadores de fibra metálica de 0,15 mm de

diâmetro e 2,5 mm de comprimento colocados numa placa quadrada juntamente com polipropileno e 20% em peso de fibra de vidro.



**Fig. 2.2 – Raio X de traçadores de fibra metálica colocados numa placa quadrada juntamente com polipropileno e 20% em peso de fibra de vidro (Matsuoka, 1995)**

Innocentini et al. (1998) utilizam a equação de Ergun para determinar a permeabilidade em amostras de reticulados cerâmicos. Essa equação é dada por:

$$-\frac{dP}{dx} = \frac{\mu}{k_1} v + \frac{\rho}{k_2} v^2 \quad (2.6)$$

onde  $dP/dx$  é o gradiente de pressão ao longo do meio poroso,  $v$  a velocidade superficial do fluido, ou seja, a vazão volumétrica dividida pela área da seção transversal da amostra, ortogonal à passagem do fluido,  $\mu$  e  $\rho$  são



respectivamente a viscosidade e a densidade do fluido, enquanto que  $k_1$  e  $k_2$  são constantes de permeabilidade.

O primeiro termo do lado direito da equação 2.6 representa a contribuição das forças viscosas sobre a queda de pressão enquanto o segundo representa as forças inerciais. Como as constantes de permeabilidade  $k_1$  e  $k_2$  representam fisicamente a importância das forças viscosas e inerciais sobre a resistência ao escoamento, em baixas velocidades ( $Re = \rho v d_{poro} / \mu < 1$ ), apenas o termo viscoso é importante e a permeabilidade do meio pode ser descrita somente por  $k_1$ .

Estas constantes de permeabilidade chamadas de permeabilidade Darciana ( $k_1$ ) e não-Darciana ( $k_2$ ), dependem da estrutura porosa conforme as seguintes relações (Innocentini et al., 1998):

$$\frac{1}{k_1} = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\delta^2 \varepsilon^3} \quad (2.7)$$

$$\frac{1}{k_2} = 1,75 \frac{(1-\varepsilon)}{\delta \varepsilon^3} \quad (2.8)$$

onde  $\varepsilon$  é a porosidade aparente do meio e  $\delta$  é o diâmetro médio dos grânulos cerâmicos. A porosidade aparente é determinada utilizando-se a densidade aparente do meio filtrante ( $\rho_a$ ) e a densidade do sólido do meio filtrante ( $\rho_s$ ):

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_s} \quad (2.9)$$

A densidade aparente do meio filtrante ( $\rho_a$ ) é obtida dividindo-se a massa de uma amostra do meio filtrante (neste caso a massa  $m_f$  da peça de cerâmica que se deseja determinar a porosidade aparente  $\epsilon$ ) pelo seu respectivo volume geométrico (volume  $V_f$  dessa mesma amostra considerando-se simplesmente as suas dimensões geométricas). A densidade do sólido do meio filtrante ( $\rho_s$ ) nada mais é do que a densidade absoluta ou específica desse mesmo meio filtrante, que pode ser obtida experimentalmente através de uma técnica de medição denominada picnometria de Hélio.

Este método apresentado por Innocentini et al. (1998) apesar de ser bastante vantajoso por permitir a estimativa do valor da permeabilidade considerando-se simplesmente a estrutura do meio poroso, não pode ser aplicado a estruturas que não sejam muito rígidas, pois não leva em consideração a superposição e fechamento dos poros do meio fibroso durante o processo de impregnação.

É necessário então que se estabeleça uma forma diferente de se determinar a permeabilidade para uma manta cujas fibras estejam completamente entrelaçadas e dispostas de forma aleatória.

Para mantas entrelaçadas, quanto mais espaços vazios tivermos maior será a porosidade e por conseguinte mais elevada será a permeabilidade, que representa o efeito da estrutura da manta sobre o escoamento. Com isso, as estruturas que tiverem um número maior de poros ou aberturas, apresentarão valores mais altos de permeabilidade e serão mais facilmente impregnadas (Tutorial on polymer composite molding, 1997).

Uma forma alternativa então é determinar o valor da permeabilidade do meio poroso ajustando-se as frentes de avanço obtidas por simulação numérica com as frentes obtidas experimentalmente por filmagem. Esta forma alternativa pode ser vista no trabalho de Um & Lee (1991), que também utilizam propriedades físicas do meio poroso, representado neste caso por uma manta de fibra de vidro, para determinar a porosidade, escrita como função da massa ( $m_f$ ) e densidade ( $\rho_f$ ) da mesma e em função do volume total ( $V_T$ ) do lado interno do molde:

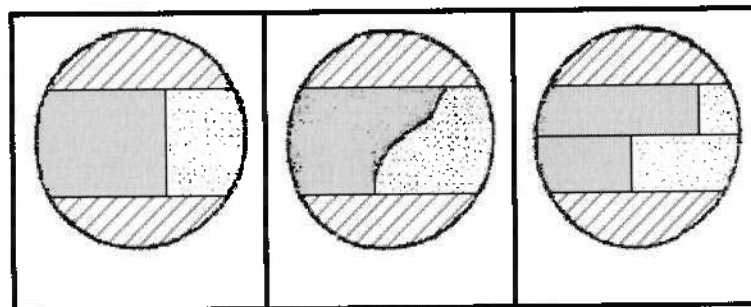
$$\varepsilon = 1 - \frac{m_f}{\rho_f V_T} \quad (2.10)$$

Neste modelo, os autores adotam uma frente de formato elíptico devido ao fato da injeção de fluido ser realizada no centro do molde em um meio poroso anisotrópico. Adotam valores para a relação  $k_1/k_2$ , onde  $k_1$  e  $k_2$  são as permeabilidades nas direções principais e, com as distâncias medidas das frentes de avanço do fluido com relação ao ponto de injeção, também tomadas nessas direções principais ( $R_{f1}$  e  $R_{f2}$ ), calculam os respectivos valores para o equivalente elíptico da frente de resina dados por  $\xi_{f1}$  e  $\xi_{f2}$ . Os valores calculados então para a função da frente de avanço da resina dada por  $F(\xi_f, \eta)$ , onde  $\eta$  é a viscosidade da resina, são encontrados em função do tempo, minimizando-se a soma dos quadrados dos desvios. Com isto encontra-se os valores para  $k_1$  e  $k_2$  que melhor ajustam as curvas obtidas para as frentes traçadas a partir de filmagem, nos diversos passos de tempo.

Para avaliação da permeabilidade de um meio constituído por duas ou mais mantas de fibra (figura 2.3), conforme apresentado por Calado & Advani (1996), a permeabilidade média pode ser aproximada por:

$$k_{med} = \frac{1}{H} \sum_{j=1}^n h^j k^j \quad (2.11)$$

onde  $n$  é o número de camadas,  $h^j$  e  $k^j$  são respectivamente a espessura e a permeabilidade da manta de camada  $j$ ,  $H$  a altura total considerando-se todas as camadas e,  $k_{med}$  a permeabilidade média ponderada.



**Fig. 2.3 – Escoamento médio, real e aproximado em um molde com duas camadas de manta de fibra (Calado & Advani, 1996)**

Calado & Advani (1996), apresentam um segundo modelo que além das alturas individuais, leva em consideração também o comprimento impregnado de cada camada e a permeabilidade transversal entre as camadas adjacentes. Este segundo modelo permite que se determine a posição de cada camada obtendo-se o terceiro caso da figura 2.3.

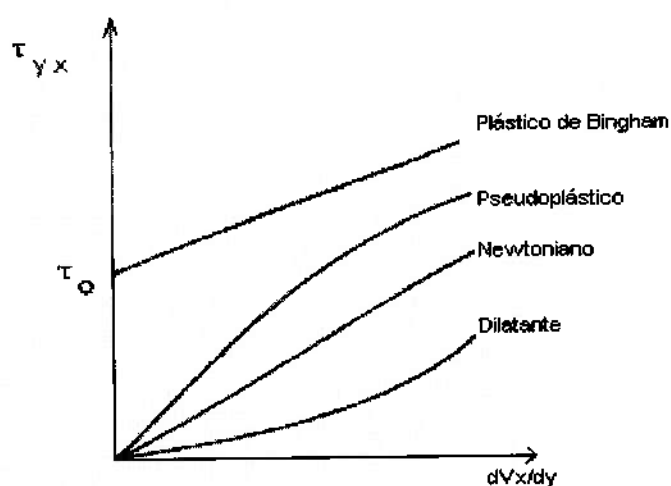
#### **2.4.2– Determinação da Viscosidade**

No nosso caso como a resina apresenta comportamento não-newtoniano, é necessário que se adote um modelo de viscosidade que permita avaliar a dependência da viscosidade com a temperatura e com a taxa de cisalhamento e, dessa forma, obter-se uma lei para a viscosidade do fluido não-newtoniano a fim de calcular o Coeficiente Global de Permeabilidade ( $D=k/\eta$ ).

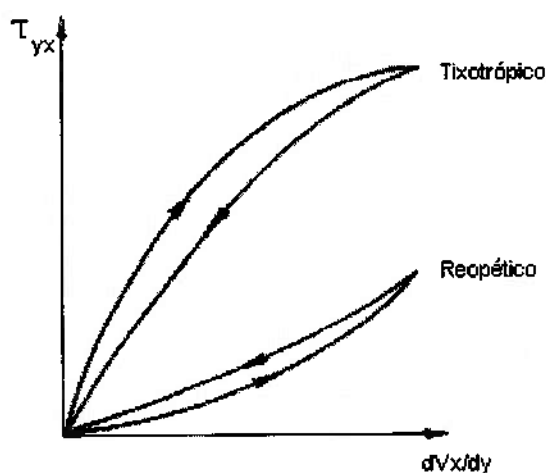
A lei de Newton de viscosidade descreve apenas o comportamento reológico de uma importante classe de fluidos, denominados Fluidos Newtonianos, que possuem a viscosidade constante que não depende do nível da tensão aplicada ou do gradiente de velocidade resultante, sendo somente função da temperatura e pressão fornecidas. Entretanto, para as classes de substâncias cujas propriedades reológicas são dependentes da tensão (estímulo) ou da taxa de deformação (resposta), as equações constitutivas resultantes são não lineares (ou não-newtonianas). Dentre esses materiais encontram-se os polímeros fundidos e as soluções poliméricas (Tadmor & Gogos, 1979).

Os fluidos não-newtonianos podem ser classificados em três grandes grupos: os fluidos independentes do tempo, os dependentes do tempo e os viscoelásticos. Os independentes do tempo, chamados de fluidos viscosos não-newtonianos ou simplesmente viscosos, podem ser subdivididos nos que necessitam de uma tensão inicial para escoar (plásticos de Bingham) e nos que não necessitam da mesma (fluidos pseudoplásticos e dilatantes), figura 2.4. Os

fluidos dependentes do tempo podem ser classificados em fluidos tixotrópicos e em fluidos reopéticos, dependendo de como a tensão de cisalhamento aplicada varia com o tempo para uma dada taxa de cisalhamento e temperatura (fig. 2.5). Os fluidos viscoelásticos, que são materiais que possuem tanto propriedades viscosas como elásticas, escoam quando sujeitos a uma determinada tensão, recuperando parte de sua deformação com a retirada da mesma (Coury, 1979 e Tanner, 1988).



**Fig. 2.4 – Curvas de escoamento para fluidos independentes do tempo  
(Coury, 1979)**



**Fig. 2.5 – Curvas de escoamento para fluidos dependentes do tempo  
(Cory, 1979)**

A descrição de diversos modelos empíricos utilizados na impregnação de moldes para avaliar a dependência da viscosidade com a taxa de cisalhamento, tais como: Lei das Potências (Bruschke & Advani, 1991; Chan & Hwang, 1988; Dávila, 1996; Hieber, 1980), Carreau-Yasuda (Ding et al., 1997), Ellis (Bruschke & Advani, 1991) e Cross modificado (Chen & Liu, 1989; Chen & Hsu, 1995; Chiang et al., 1993; Estacio, 2004), pode ser encontrada em Agassant et al. (1991), Tadmor & Gogos (1979), Tanner (1988) e Tucker III (1989).

Um dos modelos mais utilizados para descrever o comportamento de polímeros que apresentam a viscosidade como função decrescente da taxa de cisalhamento, referido como comportamento pseudoplástico (Dávila, 1996 e Agassant et al., 1991) é o modelo conhecido como modelo de Lei das Potências (*Power Law*) ou modelo de Ostwald-de-Waele. Esse modelo,

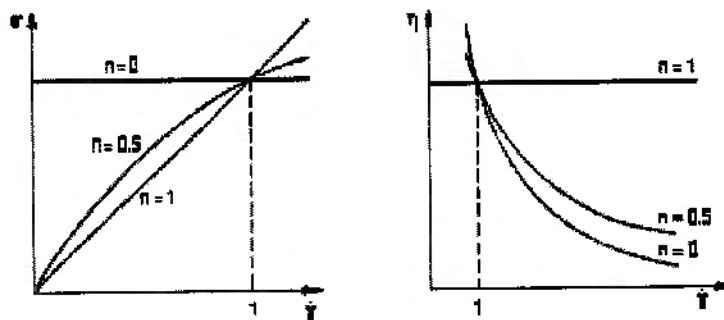
conforme visto em Agassant et al. (1991), Dávila (1996), Tadmor & Gogos (1979) e Tanner (1988), é expresso por:

$$\eta = C|\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (2.12)$$

onde **C** é o índice de consistência do fluido, **n** o índice da Lei das Potências e  $\dot{\gamma}$  a taxa de cisalhamento.

Quanto mais alto for o valor do índice **C**, mais viscoso é o fluido. O índice **n** mede o grau de comportamento não-newtoniano do fluido, quanto mais se afasta do valor unitário, mais evidente se torna o seu comportamento não-newtoniano (Tanner, 1988).

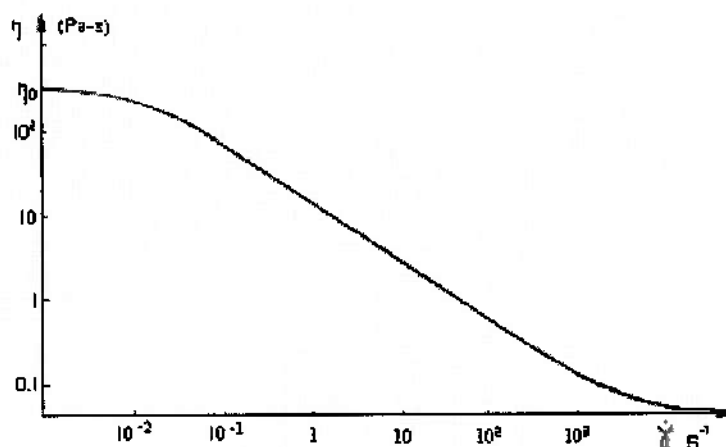
Na figura 2.6, observamos que para **n=1**, o fluido apresenta comportamento newtoniano com  $\eta=C$  (equação 2.12) e, para **n=0**, apresenta comportamento plástico (Agassant et al., 1991).



**Fig. 2.6 – Valores diferentes para o índice da Lei das Potências**  
(Agassant et al., 1991)



Conforme o tipo de processamento do polímero, encontram-se valores de ordens de grandeza diferentes para as taxas de cisalhamento envolvidas no processo. Por exemplo, a moldagem por transferência de resina apresenta taxas de cisalhamento que variam na faixa de  $0 - 100 \text{ s}^{-1}$ , já na extrusão de tubos, o valor máximo chega a  $1000 \text{ s}^{-1}$ , enquanto que na moldagem por injeção tem-se taxas de cisalhamento na ordem de  $10000 \text{ s}^{-1}$ , conforme apresentado por Schramm (1994). Observando-se a figura 2.7, nota-se que o modelo Lei das Potências adequa-se muito bem para uma determinada faixa de valores de taxa de cisalhamento, porém, à medida que a taxa de cisalhamento tende a zero, o modelo fornece um valor tendendo ao infinito para a viscosidade, condição não condizente com o fato de que a grande parte dos polímeros apresentam uma viscosidade finita e constante (newtoniana) quando sujeitos a taxas de cisalhamento muito baixas (Agassant et al., 1991).



**Fig. 2.7 – Curva de viscosidade x taxa de cisalhamento para fluido não-newtoniano de comportamento pseudoplástico (Agassant et al., 1991)**

Conforme indicado por Dávila (1996), pode-se considerar a região de patamar newtoniano, obtendo-se na curva viscosidade em função da taxa de cisalhamento, o valor limite  $\dot{\gamma}_{lim}$  em que ainda se tem a viscosidade constante ( $\eta_0$ ), e com isso impõem-se:

$$\eta = C\dot{\gamma}^{n-1} \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_{lim} \quad (2.13)$$

e

$$\eta = \eta_0 \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_{lim}$$

A dependência da viscosidade com a temperatura é considerada nesse modelo, como visto em Dávila (1996), Tadmor & Gogos (1979) e Tucker III (1989), por uma relação de Arrhenius, obtendo-se finalmente para o modelo Lei das Potências as seguintes relações:

$$\eta = C(T)\dot{\gamma}^{n-1} \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_{lim} \quad (2.14)$$

e

$$\eta = \eta_0 \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_{lim}$$

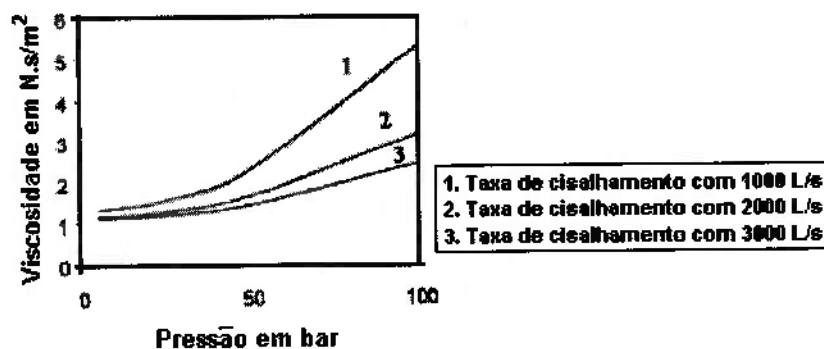
onde

$$C(T) = B e^{(T_b/T)} \quad (2.15)$$

sendo **B** e  $T_b$  constantes e **T** a temperatura.

Esses parâmetros podem ser obtidos experimentalmente a partir de uma curva de viscosidade traçada, em uma dada temperatura, em função da taxa de cisalhamento, através da utilização de reômetros capilares, para altas taxas de cisalhamento, ou reômetros do tipo cone-placa ou de placas paralelas, quando as taxas de cisalhamento forem pequenas (Dávila, 1996).

Uma outra forma de obter a curva de viscosidade em função da taxa de cisalhamento é apresentada por Iqbal & Hashmi (2001), em que utilizam um dispositivo reométrico que consiste de uma unidade de pressão acoplada a um motor. Essa unidade de pressão possui dois eixos, dos quais um é oco. Esse eixo oco consiste de duas partes que mantêm uma folga entre si. Essa folga é preenchida com o fluido não-newtoniano que se quer avaliar a viscosidade. Dois transdutores de pressão são fixados à unidade de pressão para monitorar a pressão desenvolvida a medida que o sistema é colocado para girar, o que também pode ser feito com velocidades diferentes para se obter diferentes taxas de cisalhamento. Nesse sistema a temperatura também pode ser monitorada adicionando-se um termopar a essa unidade de pressão. Esse sistema permite que se avalie o efeito da pressão na viscosidade (fig. 2.8).



**Fig. 2.8 – Efeito da pressão na viscosidade (Iqbal & Hashmi, 2001)**

## **2.5- TRATAMENTO DA SUPERFÍCIE LIVRE**

Para que se possa simular o preenchimento de moldes é necessário, primeiramente, que se defina, em cada passo de tempo, a posição da frente livre de impregnação do fluido dentro do molde e, em seguida, que se avance essa mesma fronteira.

Para definição da fronteira livre utilizam-se técnicas de marcação de células que permitem a identificação, em cada passo de tempo, da frente de impregnação, separando dessa forma a porção do molde já preenchida daquela que se encontra ainda vazia. Utiliza-se ainda técnicas de volumes de controle que permitem a avaliação das propriedades do material impregnado e a aplicação das condições de contorno adequadas ao avanço da frente livre de impregnação.

### **2.5.1- Métodos de marcação, tratamento e avanço da superfície livre**

Conforme apresentado por Tomé (1993) e Santos (2001), o método **MAC (Marker-and-Cell)** é uma técnica de solução por diferenças finitas para resolver escoamentos viscosos incompressíveis transitórios com superfícies livres que emprega as variáveis primitivas como pressão e velocidade, como variáveis dependentes. Para obter a localização da superfície em função do tempo, utiliza marcadores, que são partículas virtuais sem massa, introduzidos dentro do escoamento para representar o fluido. Os marcadores são então transportados por convecção, pelo campo de velocidade, no entanto, sem

qualquer influência na determinação dos campos de velocidade e de pressão. Surgiu posteriormente um método simplificado denominado **SMAC** (Simplified **MAC**) e baseado neste, Tomé (1993) desenvolveu o método **GENSMAC** (**Generalized-Simplified-Marker-and-Cell**), que consiste em um método computacional de marcador e célula para escoamentos de superfícies livres em domínios generalizados.

No **GENSMAC** as células dentro da malha são marcadas de acordo com a seguinte nomenclatura (ver exemplo de preenchimento de um molde genérico na figura 2.9):

- a) Células de fronteira (**B**): células que definem o contorno do molde, sendo definidas pela geometria do mesmo;

B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
B	E	E	E	E	E	E	E	S	F	F	F	F	B
B	E	E	E	E	E	E	E	E	S	F	F	F	B
B	E	E	E	E	E	E	E	E	S	F	F	B	B
B	E	E	E	E	E	E	E	E	S	F	F	B	B
B	E	E	E	E	E	E	E	E	S	F	F	F	B
B	E	E	E	E	E	E	E	E	S	F	F	F	B
B	E	E	E	E	E	E	E	S	F	F	F	F	B
B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B

**Fig. 2.9 – Tipos de célula em uma malha traçada em um molde genérico (Tomé, 1993)**

- b) Células vazias (**E**): células que não contenham qualquer fluido;

- c) Células cheias (**F**): células que contenham fluido sem nenhuma célula vazia em quaisquer de suas faces;
- c) Células de superfície (**S**): células contendo a superfície livre. Possuem pelo menos uma célula vazia adjacente em uma de suas faces.

Santos (2001) baseado no método **GENSMAC**, desenvolveu módulos para modelar, simular e visualizar escoamentos multifásicos com superfícies livres e interface entre dois ou mais fluidos, incluindo efeitos de tensão superficial e pressão capilar.

Uma das formas como se tratar a superfície livre, e semelhante à apresentada por Tomé (1993) e Santos (2001), pode ser encontrada em Zaidi et al. (1996), e se constitui dos seguintes passos:

- 1- É traçada uma malha sobre o domínio todo, sendo fixada uma superfície livre inicial para  $t=0$ . Conseqüentemente, alguns elementos são então considerados como cheios de fluido e constituem o subdomínio inicial cheio de fluido.
- 2- Os dados necessários para a solução das equações são preparados para o subdomínio cheio de fluido no passo de tempo atual.
- 3- As equações são resolvidas no domínio atual contendo fluido para obter o campo de velocidades e as outras variáveis.
- 4- Os marcadores são movidos de acordo com a seguinte equação:

$$x_m ( t + \Delta t ) = x_m ( t ) + v_m \Delta t \quad (2.16)$$

onde  $x_m ( t + \Delta t )$  é a posição do marcador  $m$  no final do passo de tempo atual,  $x_m ( t )$  é a sua posição no passo de tempo anterior,  $v_m$  é a sua velocidade no tempo  $t$  e  $\Delta t$  é o passo de tempo.

5- Os marcadores movidos são localizados internamente a seus elementos de início ou em algum outro, de acordo com a seguinte regra:

$$\text{Caso } \begin{pmatrix} x_3 & y_3 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_m & y_m & 1 \end{pmatrix} > 0, \text{ e } \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_m & y_m & 1 \end{pmatrix} > 0, \text{ e } \begin{pmatrix} x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ x_m & y_m & 1 \end{pmatrix} > 0 \quad (2.17)$$

onde  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  e  $(x_3, y_3)$  são as coordenadas correspondentes aos vértices 1, 2 e 3 do respectivo elemento triangular, ou qualquer um desses determinantes seja igual a zero, então o marcador  $m$  pertence ao elemento considerado.

6- A condição de preenchimento de um elemento é provisoriamente definida da seguinte forma:

- Caso o elemento contenha pelo menos um marcador, então a sua condição é denominada "P". O elemento poderia estar completo ou parcialmente cheio de fluido;

- Caso o elemento não contenha qualquer marcador, então a sua condição é denominada “T”. O elemento poderia estar cheio, parcialmente cheio ou totalmente vazio.

Então a condição provisória dos elementos é modificada de acordo com a seguinte regra:

- Cada elemento que esteja rodeado somente por elementos “P” ou cheios, é considerado cheio de fluido (condição “F” );
- Cada elemento que esteja rodeado somente por elementos “T” ou vazios, é considerado vazio (condição “E” );
- Então, todos os elementos que não estejam nem cheios nem vazios, passam a conter a superfície livre e são designados por “S”.

7- O novo subdomínio então é definido da seguinte forma: os elementos “S” são então considerados como estando cheios ou vazios de acordo com a condição dos vizinhos próximos a eles. Diversas pesquisas da malha podem eventualmente ser necessárias até que se consiga que o processo de decisão se estabilize. As condições de contorno de superfície são então aplicadas ao longo da linha entre elementos “F” e “E”.

8- Repete-se os passos de (2) a (7) até que se obtenha o final do processo de preenchimento.



### 2.5.2- Volumes de Controle

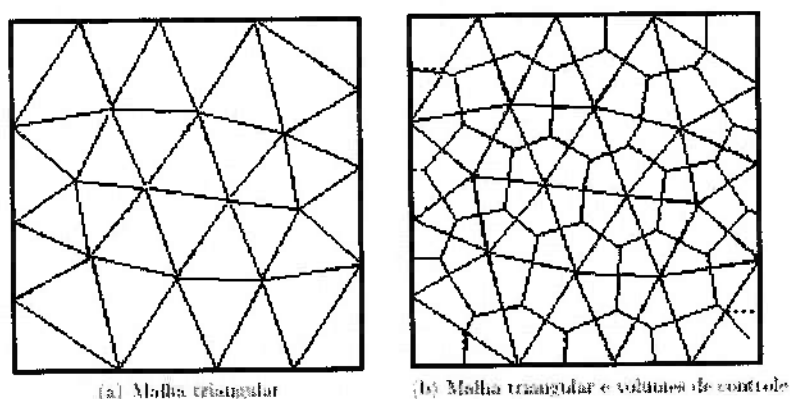
Como mencionado anteriormente, uma das formas utilizadas para avaliação das propriedades do material impregnado e a aplicação das condições de contorno adequadas ao avanço da fronteira livre, é a adoção de volumes de controle.

Uma forma de se obter esses volumes de controle é através do método das medianas (Tucker III, 1989; Maliska, 1995 e Estacio, 2004). Esses volumes de controle podem ser coincidentes ou não com as fronteiras dos elementos (ou células), obtidos com a discretização do domínio.

O método das medianas é geral e pode ser aplicado a qualquer tipo de malha triangular, para a construção dos volumes de controle. Esse método consiste em ligar os centróides dos triângulos com os pontos médios dos lados dos triângulos. Uma vantagem desse método é que utilizando os centróides dos triângulos para gerar os volumes de controle, fica assegurado que não existirá volumes de controle exteriores à malha além de que cada volume de controle interior a um determinado elemento triangular é exatamente igual a um terço da área do elemento, o que simplifica os cálculos (fig. 2.10, Estacio, 2004).

O cálculo numérico do campo de pressão, segundo Tucker III (1989), baseia-se na conservação de massa em cada volume de controle que pode estar vazio ( $f=0$ ), parcialmente preenchido ( $0 < f < 1$ ) ou completamente cheio ( $f=1$ ) pelo fluido impregnado, onde  $f$  define a fração do volume de controle preenchido, ou seja, a relação entre a quantidade de fluido dentro do

volume de controle pela capacidade total do mesmo. As equações governantes para pressão e temperatura aplicam-se então somente para a região preenchida. A localização da frente de avanço é definida pelos volumes de controle parcialmente preenchidos, os quais possuem a possibilidade de avançar em cada passo de tempo.



**Fig. 2.10 – Elementos triangulares com os seus respectivos volumes de controle poligonais (Estacio, 2004)**

Uma vez calculada a pressão num determinado instante, a massa que escoar dentro de cada volume de controle pode ser avaliada a partir de uma integral de linha ao longo das fronteiras (Tucker III, 1989). A fração preenchida  $f$  de cada volume de controle é então atualizada de acordo com o balanço de massa calculado mais recentemente para um dado intervalo de tempo  $e$ , sendo o domínio discretizado por elementos finitos triangulares lineares escrito para a variável pressão, a vazão mássica média por unidade de volume torna-se constante para cada elemento.

Para uma malha dada pela figura 2.11, com uma frente de escoamento em um certo instante  $t_1$ , os nós I, J e N, possuem volumes de controle completamente preenchidos enquanto os nós K, L e M, volumes de controle da frente de avanço parcialmente preenchidos.

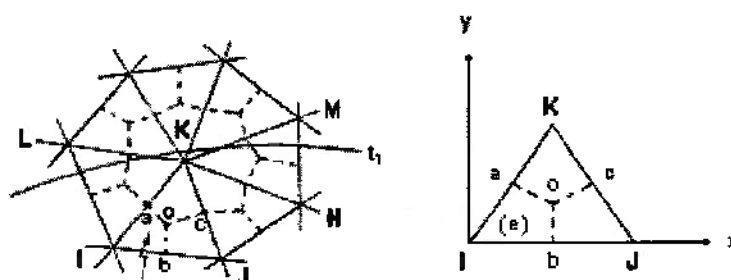


Fig. 2.11 – Ilustração para cálculo de fluxo em um instante  $t_1$

(Tucker III, 1989)

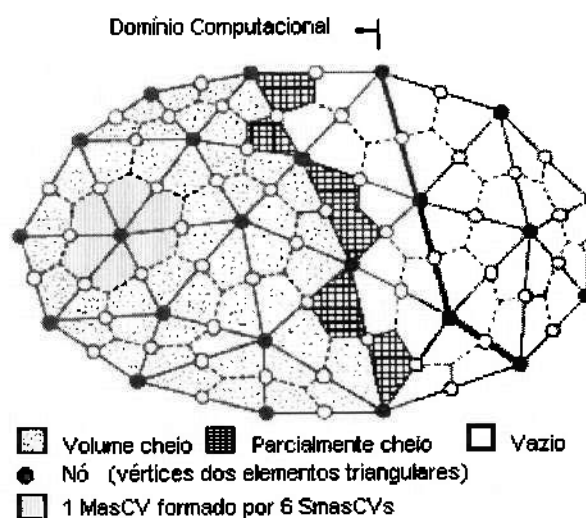
Sendo os fluxos de massa nas direções  $x$  e  $y$  constantes no elemento  $e$ , Tucker III (1989) apresenta o cálculo do fluxo de massa  $\dot{m}$  desse elemento como sendo dado por:

$$\dot{m}_i^{(e)} = \frac{S^{(e)}}{h} \sum_{k=1}^3 b_{i+1,k} P_k \quad i = 1,2 \quad (2.18)$$

onde  $S^{(e)}$  representa o índice de fluidez do elemento (assim denominado por Tucker III (1989), sendo dado de forma genérica por  $S = \int_0^h \frac{z^2}{\eta} dz$ ),  $h$  é a altura da cavidade,  $b_{i+1,k}$  a matriz de coeficientes de gradientes de pressão e  $P_k$  a pressão nodal. O fluxo de massa da malha da figura 2.11, normal às fronteiras  $\overline{ao}$  e  $\overline{oc}$  entrando dentro do volume de controle da frente K no elemento  $e$

pode ser obtido calculando-se os cossenos diretores entre as coordenadas locais e o vetor unitário normal para fora de cada fronteira.

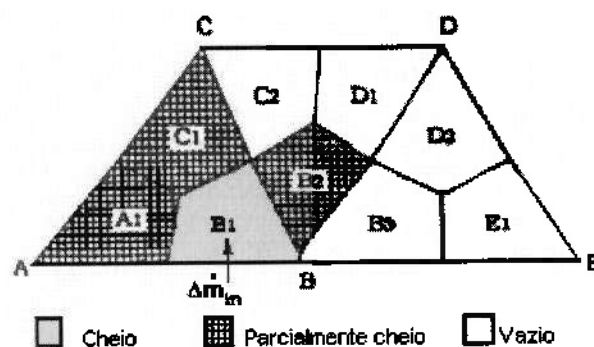
Wang, S. P. & Wang, K. K. (1994) utilizam um sistema de volume de controle partindo de um elemento finito triangular de seis nós, sendo três nós localizados nos respectivos vértices do elemento e três nos pontos médios de cada um dos lados desse triângulo. Enquanto a pressão é interpolada linearmente considerando-se somente os vértices, as velocidades são interpoladas também linearmente, porém com relação aos seis nós. Ao considerarem a conservação de massa do fluido, cada elemento primário (elemento triangular original) é dividido em três volumes de controle de sub-massa, os **SmasCVs**, conforme denominado pelos autores, ligando-se o centróide do elemento aos pontos médios dos seus respectivos lados. Os **SmasCVs** ligados a um mesmo vértice passam a constituir um volume de controle de massa ou **MasCV** (figura 2.12).



**Fig. 2.12 – Domínio computacional e Volumes de controle SmasCVs**  
(Wang, S. P. & Wang, K. K., 1994)

No início do passo de tempo, utiliza-se a condição inicial ou o resultado do passo anterior como valores iniciais. Conforme a distribuição do fluido, os **SmasCVs** são divididos em completamente cheios, parcialmente preenchidos ou vazios. Aplicam-se então as equações de governo e as condições de contorno para os nós e **SmasCVs**, excluindo-se do domínio computacional somente os elementos vazios e os **MasCVs** que não possuam **SmasCVs** com alguma quantidade de fluido.

O volume total de fluido em um **SmasCV**, no final da e-nésima iteração de um passo de tempo  $\Delta t$ , é atualizado adicionando-se o fluido que entra pelas fronteiras da malha. Se o volume total de fluido em um determinado **SmasCV** for zero, este é considerado vazio, caso seja maior do que zero porém menor do que o volume total comportado pelo respectivo **SmasCV**, é considerado parcialmente preenchido, caso contrário, encontra-se completamente cheio (figura 2.13).



**Fig. 2.13 – Conservação de Massa nos SmasCVs**  
(Wang, S. P. & Wang, K. K., 1994)

De acordo com a figura 2.13, tem-se para o **SmasCV**  $B_1$ , a conservação de massa sendo dada por:

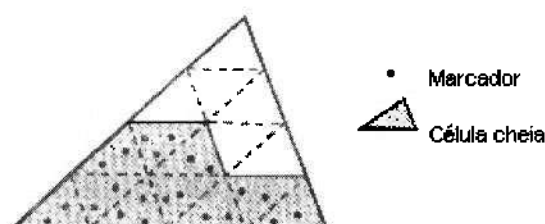
$$\Delta\dot{m}_{in} + \Delta\dot{m}_{a1,b1} + \Delta\dot{m}_{c1,b1} + \Delta\dot{m}_{b2,b1} = 0 \quad (2.19)$$

onde os subscritos associam o **SmasCV**  $B_1$  com as suas fronteiras.

Os volumes dos **SmasCVs** vizinhos são atualizados à medida que esses vão sendo preenchidos. Conforme a distribuição do fluido vai alterando o domínio, também muda o domínio computacional e por conseguinte a região de aplicação dos critérios de incompressibilidade. Como o método utiliza os volumes totalmente preenchidos para poder avançar o domínio, os autores adotam um esquema de interpolação linear contínua de escoamento do fluido que passa de um **SmasCV** totalmente cheio para um parcialmente preenchido, dentro de um mesmo **MasCV**. Dessa forma, a solução numérica é mais estável e menos dependente da malha adotada.

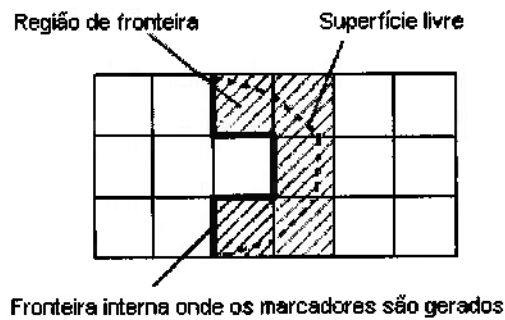
Chen & Hsu (1995) apresentam o tratamento por volumes de controle bastante semelhante ao apresentado por Wang, S. P. & Wang, K. K. (1994), com volumes de controle definidos também ligando-se os centróides de elementos triangulares com os pontos médios dos respectivos lados desses elementos. A diferença é que neste trabalho é simulado a injeção dupla de materiais que compõem o núcleo e o revestimento da peça injetada, o que exige relações para se tratar a interface núcleo/revestimento, a localização das frentes de avanço de ambos (núcleo e revestimento) além da utilização de fatores de forma de correção geométrica.

Sagae et al. (1994) utilizam um sistema misto de partículas e volumes de controle. A superfície livre é determinada considerando-se a fração de volume, definida pela razão entre a quantidade de subelementos preenchidos e a quantidade total desses subelementos. O subelemento é considerado preenchido quando possui partículas marcadoras (figura 2.14).

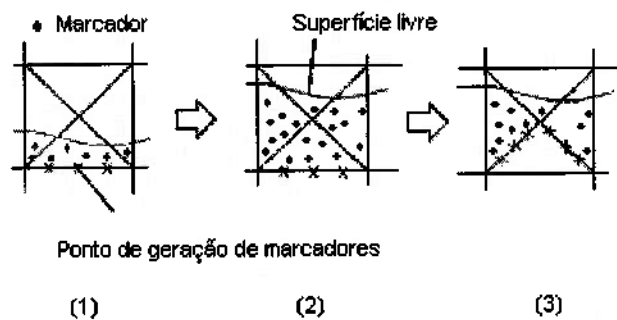


**Fig. 2.14 – Representação de um elemento com fração de volume de  $F=10/16$  (Sagae et al., 1994)**

As partículas marcadoras são transferidas pela movimentação do fluido, sendo geradas a partir da fronteira interna conforme mostrado pela figura 2.15, e são apagadas quando todos os subelementos de um elemento estiverem preenchidos por elas (figura 2.16). A localização da superfície livre é definida como a linha onde a fração de volume ( $F$ ) é igual a 0,5. Para  $F=1$ , define-se que o elemento encontra-se completamente preenchido, para  $0 < F < 1$ , o elemento pertence à região de fronteira e, para  $F=0$ , a região não possui fluido, ou seja, o elemento está completamente vazio (figura 2.15).



**Fig. 2.15 – Representação da região de fronteira, da superfície livre e de geração das partículas marcadoras (Sagae et al., 1994)**



**Fig. 2.16 – Processo de exclusão dos marcadores (Sagae et al., 1994)**

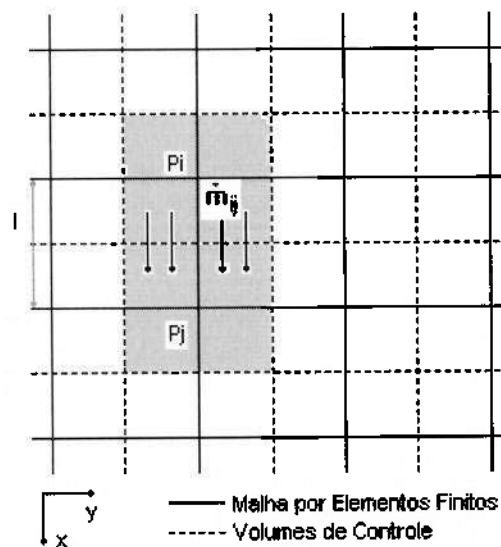
Bruschke & Advani (1994) apresentam uma comparação entre o método de volume de controle tradicional e o modificado, proposto por eles. Segundo os autores, com o volume de controle tradicional, em que se tem os volumes definidos pelos pontos médios dos lados e centróides dos elementos, calcula-se a vazão em massa trocada entre volumes de controle ( $\dot{m}_i$  na fig. 2.17), multiplicando-se as velocidades superficiais pela área de ligação entre esses dois volumes. Tendo-se os valores das vazões em massa trocada



entre os volumes de controle conectados a um determinado nó  $j$ , calcula-se a vazão em massa total da malha ( $M_j$ ) dentro de cada volume de controle  $j$ , fazendo-se:

$$M_j = \sum_{i=1}^N \dot{m}_{ij} \Delta t \quad (2.20)$$

onde  $N$  é o número de volumes de controle conectados ao volume de controle  $j$  e  $\Delta t$  é o tamanho do passo de tempo.

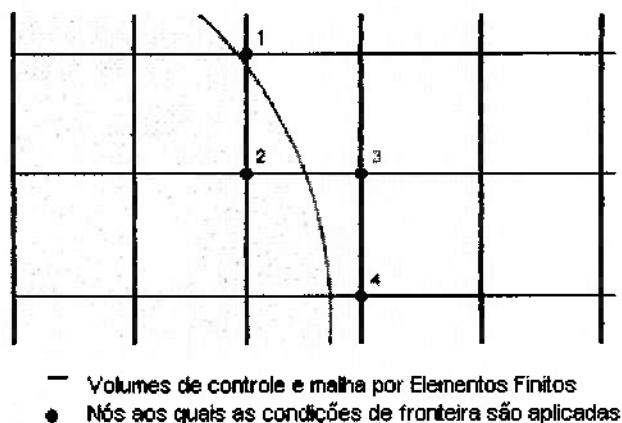


**Fig. 2.17 – Malha de Elementos Finitos com Volumes de Controle  
(Bruschke & Advani, 1994)**

Conforme Brusckhe & Advani (1994), neste método tradicional utiliza-se ainda fatores de preenchimento para tratar a frente de escoamento livre, idêntico ao fator  $F$  visto em Wang, S. P. & Wang, K. K. (1994) ou  $f$  em Tucker III (1989), que recebe um valor para cada uma das condições de

volume totalmente cheio, parcialmente preenchido e completamente vazio. O campo de pressões é calculado nos nós totalmente cheios enquanto que os nós completamente vazios são ignorados. Os nós parcialmente preenchidos são considerados como muito próximos da frente de escoamento, estando sujeitos às condições de contorno aplicadas à fronteira livre de avanço. A fronteira livre do escoamento é avançada em cada passo de tempo, atualizando-se os fatores de preenchimento através da vazão em massa total dentro de cada volume de controle. Segundo os autores, esta implementação introduz erros nas taxas de escoamento que dependem da geometria da malha.

O método de volume de controle alternativo proposto por Brusckke & Advani (1994), e denominado pelos mesmos como Método de Volume de Controle de Elemento, consiste em fazer coincidir o volume de controle com o elemento. Com isso, as condições de contorno ficam levemente diferenciadas com relação ao método tradicional. A diferença é que, por exemplo, para a malha da figura 2.18, ao invés de se considerar somente os nós cujos volumes de controle estivessem totalmente cheios, modifica-se o volume de controle (passa a coincidir com o elemento) e aplica-se as condições de contorno aos nós também com base nos fatores de preenchimento, porém, caso um elemento esteja com menos de sua metade preenchida, as condições de fronteira são aplicadas aos nós dos elementos que também conectam com um elemento completamente cheio (nó 2, exemplificado na figura 2.18).



**Fig. 2.18 – Nós de aplicação das condições de contorno da frente de escoamento utilizando-se o método de volume de controle de elemento (Bruschke & Advani, 1994)**

Se houver algum elemento com mais de sua metade preenchida, as condições de contorno são aplicadas aos nós dos elementos que também conectam com um elemento vazio (nós 1, 3 e 4, figura 2.18). Todos os outros nós conectados a elementos inteiramente vazios são ignorados com a pressão sendo calculada então nos nós remanescentes.

Este método elimina o erro, devido a dependência da malha, produzido pelo método tradicional de volume de controle e elimina o erro de continuidade da solução para o campo de pressões dentro do volume de controle, no entanto apresenta, segundo Brusckke & Advani (1994), um erro de discretização entre dois volumes de controle, ou seja, a vazão em massa para fora de um elemento pode não ser exatamente igual à vazão em massa para dentro de um elemento vizinho a esse último.

## 2.6- OBSERVAÇÕES FINAIS ACERCA DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Após a Revisão Bibliográfica fica evidente a importância dos polímeros sintéticos e mais especificamente dos materiais compostos (ou "*Composite materials*") no desenvolvimento de novos produtos, principalmente da área automobilística que tem investido bastante na busca por polímeros compostos usando resinas de médio desempenho, tanto termoplásticas como termofixas (Araujo et al., 1997; Tita, 1999; Tavares & Alvim, 1999). Neste contexto, a otimização de processos de produção de peças estruturais para veículos a partir da fabricação de material composto plástico e, mais especificamente, a impregnação por resinas epoxi ou poliéster, de moldes contendo fibras diversas, demonstraram ser a tendência mais promissora da atualidade (Tavares & Alvim, 1999).

Seguindo-se esta linha, primeiramente estudou-se os principais métodos de processamento de polímeros (Tadmor & Gogos, 1979) e os de manufatura, dentre os quais os processos de injeção/impregnação de resinas em moldes contendo fibras diversas (Tavares & Alvim, 1999; Araujo et al., 1997), para então, estudar-se em particular, o processo TRV (Transferência de Resina a Vácuo), o qual foi desenvolvido e patenteado pela Mercedes-Benz do Brasil. Foram estudadas as vantagens e limitações apresentadas por este processo (Araujo et al., 1997), bem como as propriedades do material composto resultante (resina/ fibra de vidro), função dos materiais que o compõem (caso da fibra de vidro, conforme visto em Carrera, 1988).

Como visto na literatura, a principal dificuldade na simulação e análise do preenchimento de moldes são: o tratamento da superfície livre, a modelagem da viscosidade e as geometrias irregulares das cavidades e canais de injeção do molde (Tucker III, 1989). Estudou-se, então, para modelagem da viscosidade, dois modelos bem conhecidos: Hele-Shaw Generalizado (Osswald & Tucker III, 1988 e Tucker III, 1989; com exemplos de aplicação em Chen & Liu, 1989; Chen & Hsu, 1995; Chiang et al., 1993; Hieber & Shen, 1980 e Osswald & Tucker III, 1988) e o de Darcy Generalizado (Carpenter et al., 1993). Neste último, primeiramente, estudou-se sua aplicação para escoamento de fluido incompressível e Newtoniano em um meio poroso sem troca de massa entre os componentes sólidos e o fluido percolante (Preziosi & Farina, 2000), inclusive com aplicação para simulação do preenchimento de moldes com reforço estrutural (Bruschke & Advani, 1991 e 1994; Carpenter et al., 1993; Chang & Kikuchi, 1994; Maier et al., 1996; e Um & Lee, 1991). Em seguida, estudou-se a Equação de Darcy modificada, em que se propõe a substituição da viscosidade newtoniana por uma viscosidade não-newtoniana (Tadmor & Gogos, 1979), avaliada através de modelos de viscosidade que permitem descrever a dependência da mesma com a temperatura e taxa de cisalhamento. Os desvios da lei de Darcy original foram vistos em Scheidegger apud Caetano (1992) enquanto que a utilização dessa equação para solução de escoamentos bidimensionais monofásicos de dois componentes em um meio poroso pôde ser observada em Maliska (1995).

Pudemos observar que os modelos de preenchimento de molde requerem que se conheça duas propriedades físicas para simulação do processo de impregnação do molde: a permeabilidade do meio ( $k$ ) e a viscosidade da resina ( $\eta$ ), cuja razão entre essas propriedades é o chamado coeficiente global de permeabilidade ( $D=k/\eta$ ). Foram estudados alguns trabalhos em que os autores se propuseram a medir a permeabilidade de um determinado meio, utilizando-se a equação de Darcy (Caetano, 1992; Cai & Berdichevsky, 1993; Matsuoka, 1995).

Bastante interessante e útil foi o trabalho apresentado por Innocentini et al. (1998), que através da utilização da equação de Ergun determinou a permeabilidade em amostras de reticulados cerâmicos, definindo duas constantes de permeabilidade  $k_1$  e  $k_2$  em função do meio poroso, o que permite a estimativa do valor da permeabilidade desse meio considerando-se simplesmente sua própria estrutura. Infelizmente, viu-se também que este método não pode ser aplicado a estruturas que não sejam muito rígidas por não levar em consideração a superposição e fechamento dos poros do meio fibroso durante o processo de impregnação, que altera a porosidade e por conseguinte a permeabilidade (Tutorial on polymer composite molding, 1997). A solução encontrada e também abordada em diversos trabalhos estudados, é a determinação do valor da permeabilidade, do meio poroso, ajustando-se as frentes de avanço obtidas por simulação numérica com aquelas obtidas experimentalmente por filmagem (Um & Lee, 1991), inclusive havendo a possibilidade de se modelar o número de camadas de manta (Calado & Advani, 1996), bastante útil na modelagem tridimensional.

Como visto na literatura, uma vez que o fluido impregnado seja não-newtoniano, ou seja, com a viscosidade dependente da temperatura e da taxa de cisalhamento (Coury, 1979 e Tanner, 1988), é necessário que o modelo de viscosidade a ser adotado permita a avaliação dessa dependência. Foram estudados, então, diversos trabalhos que apresentaram a aplicação de modelos empíricos utilizados na impregnação de moldes para avaliar a dependência da viscosidade com a taxa de cisalhamento, tais como: **Lei das Potências** (Bruschke & Advani, 1991; Chan & Hwang, 1988; Dávila, 1996; Hieber, 1980), **Carreau-Yasuda** (Ding et al., 1997), **Ellis** (Bruschke & Advani, 1991) e **Cross modificado** (Chen & Liu, 1989; Chen & Hsu, 1995; Chiang et al., 1993; Estacio, 2004). A descrição mais detalhada desses modelos pôde ser vista em Agassant et al. (1991), Tadmor & Gogos (1979), Tanner (1988) e Tucker III (1989).

Desses modelos mencionados, um dos mais utilizados para descrever o comportamento pseudoplástico (Dávila, 1996 e Agassant et al., 1991), ou seja, o comportamento de polímeros que apresentam a viscosidade como função decrescente da taxa de cisalhamento  $\dot{\gamma}$ , é o modelo Lei das Potências (*Power Law*) ou modelo de Ostwald-de-Waele. Como visto em Agassant et al. (1991), Dávila (1996), Tadmor & Gogos (1979) e Tanner (1988), este modelo permite que se escreva a dependência da viscosidade com a temperatura como função da taxa de cisalhamento e do coeficiente de consistência do fluido (**C**), variável com a temperatura. (**C(T)**). Outra característica vista com relação a este modelo, foi a necessidade de ser considerado um patamar newtoniano para se descrever a região sujeita a taxas

de cisalhamento muito baixas (Agassant et al., 1991). A solução indicada por Dávila (1996) foi considerar na curva de viscosidade em função da taxa de cisalhamento, um valor limite  $\dot{\gamma}_{lim}$  em que ainda se tem a viscosidade constante ( $\eta_0$ ).

Todos os parâmetros necessários para obtenção da curva de viscosidade podem ser obtidos experimentalmente através da utilização de reômetros capilares, para altas taxas de cisalhamento, ou reômetros do tipo cone-placa ou de placas paralelas, quando as taxas de cisalhamento forem pequenas (Dávila, 1996), inclusive com a possibilidade de se monitorar a temperatura e a pressão desenvolvida e o efeito desta última na viscosidade do fluido avaliado (dispositivo reométrico alternativo apresentado por Iqbal & Hashmi, 2001).

Uma vez que a simulação do preenchimento de moldes exige que se defina, em cada passo de tempo, a posição da frente livre de impregnação do fluido dentro do molde e, em seguida, que se avance essa mesma fronteira, estudou-se, então, técnicas de marcação de células e técnicas de volumes de controle que permitem a localização da frente e a avaliação das propriedades do material impregnado, além da aplicação das condições de contorno adequadas ao avanço da frente livre de impregnação.

Como métodos de marcação de célula, foram estudados os métodos apresentados por Tomé (1993) e Santos (2001): **MAC** (Marker-and-Cell) e sua versão simplificada surgida posteriormente, o método **SMAC** (Simplified **MAC**) e, baseado neste, o método **GENSMAC** (Generalized-Simplified-Marker-and-Cell) desenvolvido por Tomé (1993). Neste último, as células dentro da malha



são marcadas de acordo com uma nomenclatura: células de fronteira (**B**, células que definem o contorno do molde), células vazias (**E**, células que não contenham qualquer fluido), células cheias (**F**, células que contenham fluido sem nenhuma célula vazia em quaisquer de suas faces), células de superfície (**S**, células contendo a superfície livre). Santos (2001) baseado no método **GENSMAC**, desenvolveu módulos para modelar, simular e visualizar escoamentos multifásicos com superfícies livres e interface entre dois ou mais fluidos, incluindo efeitos de tensão superficial e pressão capilar.

Uma outra forma vista com relação ao tratamento da superfície livre, semelhante à apresentada por Tomé (1993) e Santos (2001), foi apresentada por Zaidi et al. (1996). Em seu trabalho, é utilizado também um critério quanto ao preenchimento das células e de seus vizinhos, atribuindo-se, num primeiro momento, uma condição provisória conforme contenham ou não marcadores e, em seguida, em função da distribuição dessa condição provisória, redefine-se a fronteira e, por conseguinte, o subdomínio de cálculo. Diversas pesquisas da malha podem eventualmente ser necessárias até que se consiga que o processo de decisão se estabilize, com as condições de contorno de superfície aplicadas ao longo da linha de fronteira. Todo esse processo é repetido até que se tenha o preenchimento completo do molde.

Como mencionado anteriormente, uma das formas utilizadas para avaliação das propriedades do material impregnado e a aplicação das condições de contorno adequadas ao avanço da fronteira livre, é a adoção de volumes de controle. Uma forma estudada de se obter esses volumes de controle é através do método das medianas (Tucker III, 1989; Maliska, 1995 e

Estacio, 2004). Como visto, por usar os centróides dos triângulos da malha traçada para gerar os volumes de controle, fica assegurado que não existirá volumes de controle exteriores à malha além de que cada volume de controle interior a um determinado elemento triangular é exatamente igual a um terço da área do elemento, o que simplifica os cálculos (Estacio, 2004).

Como mostrado na Revisão Bibliográfica, o cálculo numérico do campo de pressão, segundo Tucker III (1989), baseia-se na conservação de massa em cada volume de controle avaliada através da solução de uma integral de linha ao longo das fronteiras (Tucker III, 1989). O fluxo de massa da malha como é normal às fronteiras dos elementos, pode ser obtido calculando-se os cossenos diretores entre as coordenadas locais e o vetor unitário normal para fora de cada fronteira.

Outra formas de definição de volume de controle foram vistos nos trabalhos de Wang, S. P. & Wang, K. K. (1994); Chen & Hsu (1995); Sagae et al. (1994) e Brusckke & Advani (1994). Neste último, os autores apresentaram uma comparação entre o método de volume de controle tradicional e o modificado, proposto por eles. Conforme Brusckke & Advani (1994), ao invés de calcularem o campo de pressões somente nos nós totalmente cheios, no método de volume de controle alternativo proposto e denominado pelos mesmos como Método de Volume de Controle de Elemento, fazem coincidir o volume de controle com o elemento da malha, ou seja, passam a apresentar condições de contorno levemente diferenciadas com relação ao método tradicional. Em suma, a diferença é que, ao invés de se considerar somente os nós cujos volumes de controle estivessem totalmente

cheios, modifica-se o volume de controle (passa a coincidir com o elemento) e aplica-se as condições de contorno aos nós também com base nos fatores de preenchimento, porém, caso um elemento esteja com menos de sua metade preenchida, as condições de fronteira são aplicadas aos nós dos elementos que também conectam com um elemento completamente cheio. Se houver algum elemento com mais de sua metade preenchida, as condições de contorno são aplicadas aos nós dos elementos que também conectam com um elemento vazio. Todos os outros nós conectados a elementos inteiramente vazios são ignorados com a pressão sendo calculada então nos nós remanescentes. Este método elimina o erro, devido a dependência da malha, produzido pelo método tradicional de volume de controle e elimina o erro de continuidade da solução para o campo de pressões dentro do volume de controle, no entanto apresenta, segundo Brusckke & Advani (1994), um erro de discretização entre dois volumes de controle, ou seja, a vazão em massa para fora de um elemento pode não ser exatamente igual à vazão em massa para dentro de um elemento vizinho a esse último.

Como mencionado anteriormente, nesta Revisão Bibliográfica, o Método dos Elementos Finitos, que é utilizado para solução das equações do modelo matemático, por ser de ampla divulgação, foi descrito em apêndice, no final deste trabalho.

## **CAPÍTULO 3**

### **EQUIPAMENTO, MÉTODO E DADOS EXPERIMENTAIS**

Para que se pudesse caracterizar o escoamento da resina poliéster utilizou-se um molde translúcido, retangular, construído especificamente para que se visualizasse o escoamento dessa resina e como a sua frente avançava dentro do molde.

Puderam ser registrados, através de filmagem, impregnações da resina poliéster nesse molde utilizando-se uma, duas e três mantas de fibra de vidro, que constituem o meio poroso. Posteriormente esses dados foram tratados, conseguindo-se, dessa forma, determinar a variação da posição da frente de impregnação da resina no tempo.

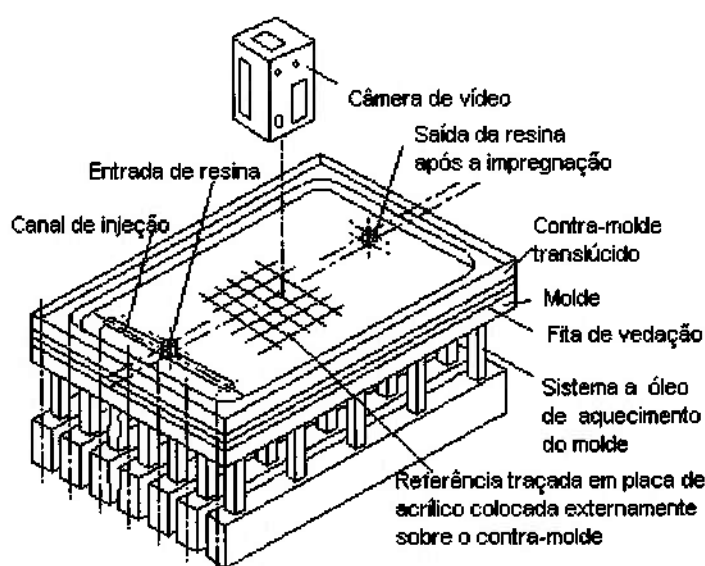
A caracterização reológica da resina poliéster, com obtenção da curva de viscosidade em função da taxa de cisalhamento, útil à implementação do respectivo modelo de viscosidade, foi realizada no DEMa-UFSCar (Departamento de Engenharia de Materiais da Universidade Federal de São Carlos), sob orientação da Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Rosário E. S. Bretas.

#### **3.1- ENSAIO EXPERIMENTAL DE IMPREGNAÇÃO DO MOLDE**

Utilizou-se uma resina poliéster da Polifiber para os ensaios de impregnação do molde realizados com uma, duas e três mantas de fibra de

vidro, todas de mesma especificação. O avanço da frente foi registrado por câmera de vídeo.

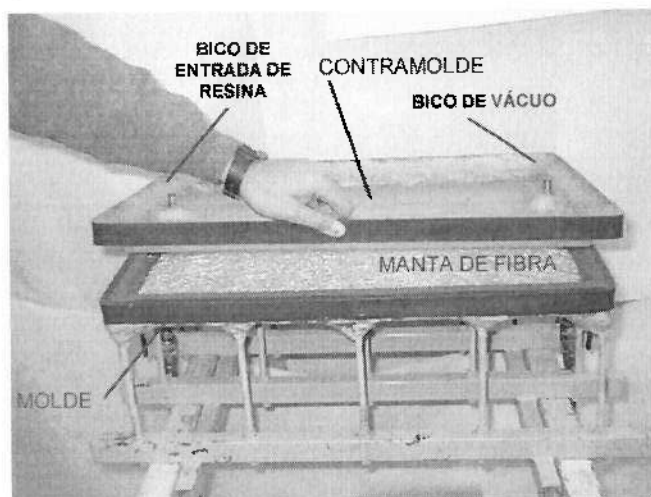
Nas filmagens foi utilizado um molde translúcido, retangular, sobre o qual foi colocada uma placa de acrílico, previamente traçada com linhas verticais e horizontais eqüidistantes de 20mm, totalizando uma área total útil de impregnação do molde de aproximadamente 380x600mm, incluindo nesse espaço, os bicos de entrada e saída para a resina (figuras 3.1 e 3.2). O canal de injeção foi disposto transversalmente ao sentido principal de avanço.



**Fig. 3.1 – Croquis da montagem do molde de impregnação**

Para o pré-aquecimento do molde, necessário para que se tivesse uma impregnação isotérmica, usou-se um sistema de aquecimento a óleo. Após a colocação da(s) manta(s) de fibra e o fechamento do molde, processo esse executado manualmente, colocava-se sempre uma fita de vedação para se evitar a entrada de ar no molde pela junção do molde com o contramolde. Em seguida, fechava-se a entrada do canal de injeção e ligava-se a bomba de

vácuo, já montada à saída do molde, para que se pudesse ter uma condição de vácuo no interior do molde antes da impregnação da resina. A temperatura do molde permaneceu controlada durante a impregnação.

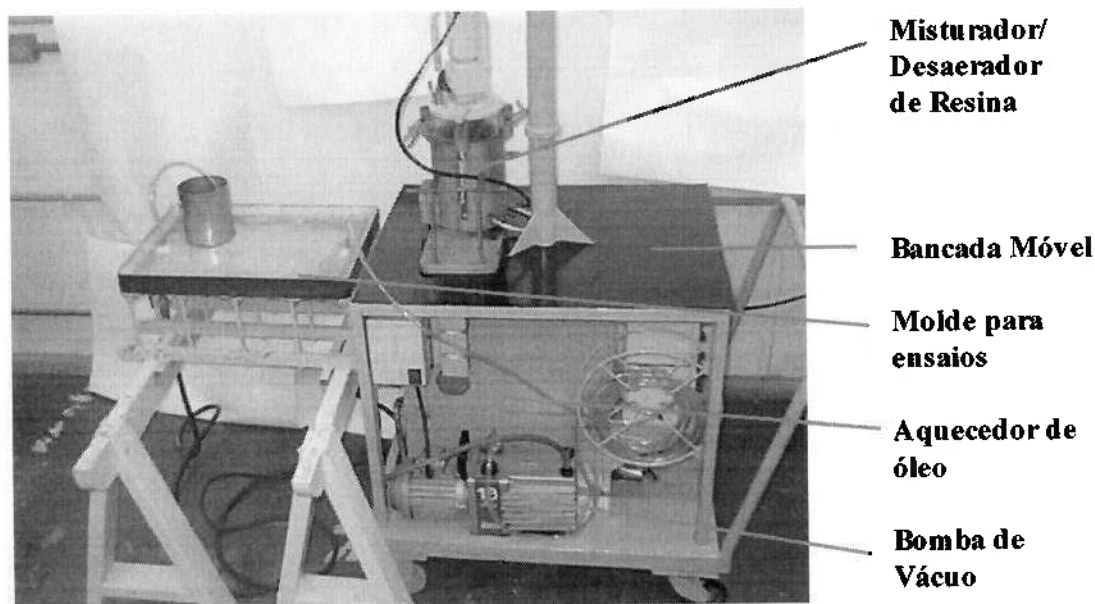


**Fig. 3.2 – Molde e contramolde para o processo TRV**

A resina poliéster foi previamente pesada e acondicionada em estufa por 40 min a 24°C, antes da impregnação, para homogeneização da temperatura.

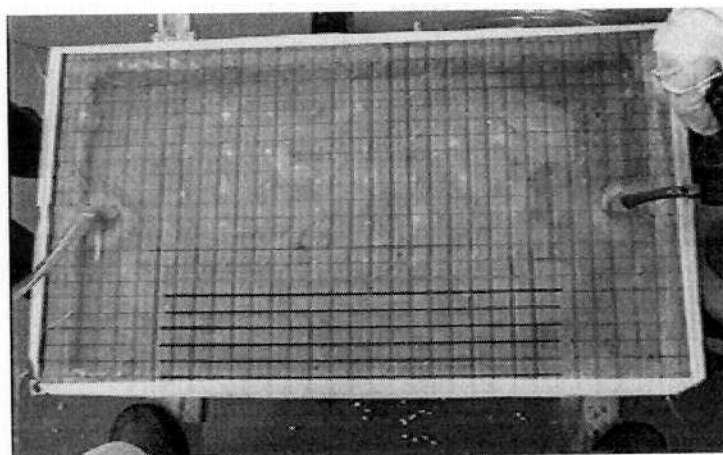
Todo o procedimento experimental desde a montagem do molde até a retirada da peça pode ser encontrado em detalhes em Araujo et al. (1997). A figura 3.3 mostra uma foto dos equipamentos utilizados na impregnação da resina.

A filmagem foi realizada através de uma câmera de vídeo Panasonic M9000 S-VHS, disposta sobre o plano do escoamento (figura 3.1), de maneira a possibilitar perfeita visualização da frente do escoamento à medida em que a resina avançava dentro do molde translúcido.



**Fig. 3.3 – Molde e demais equipamentos para o processo TRV**

Para o registro da evolução da posição dessa frente com o tempo, utilizou-se também uma placa de acrílico previamente traçada e colocada sobre esse contramolde, no momento da filmagem, com a finalidade de servir como referência (figura 3.4). Reconstruiu-se então, cuidadosamente em papel milimetrado, diversas frentes de escoamento.



**Fig. 3.4 – Molde com a placa de acrílico em um certo instante de filmagem**

### 3.2- RESULTADOS DAS FILMAGENS

Foram realizadas três filmagens, alterando-se para cada uma o número de mantas utilizadas e, por conseguinte, obtendo-se valores de distância percorrida pela frente de avanço da impregnação em função do tempo para 1, 2 e 3 mantas de fibra de vidro.

A tabela 3.1 fornece as condições iniciais e de término das três filmagens de impregnações realizadas com este poliéster.

**Tabela 3.1 - Condições iniciais e finais das filmagens**

Seqüência de Filmagem	1	2	3
Número de mantas	1	2	3
Temperatura inicial do molde e da mistura resina/endurecedor	24°C	24°C	24°C
Temperatura ambiente	24°C	24°C	24°C
Quantidade de resina	600,0 g	1155,0 g	1010,0 g
Quantidade de endurecedor	6,0g	18,0g	11,0g
Quantidade final de resina que saiu da lata de mistura resina/endurecedor	452,0 g	618,0 g	751,0 g
Comprimento final de mangueira de $\phi$ 10mm com resina/endurecedor	430,0 mm	740,0 mm	130,0 mm
Proporção endurecedor/resina	1,0 a 1,5%	1,0 a 1,5%	1,0 a 1,5%
Tempo máximo para obtenção dos gráficos	2min29seg	3min34seg	5min00seg
Tempo total para fechamento do molde	2min50seg	4min25seg	5min50seg

A tabela 3.2 fornece as dimensões e massas de amostras retiradas a partir das peças impregnadas nessas filmagens, úteis para a determinação



de dados como volume e densidade do composto resina/fibra de vidro. De cada uma das peças impregnadas, retirou-se três amostras, numeradas de um a três na tabela 3.2.

**Tabela 3.2- Amostras obtidas após a cura das peças impregnadas durante as filmagens**

Filmagem	No. da amostra por peça	Massa $\pm 0,2$ (g)	Dimensão $\pm 0,05$ (mm)	Densidade sistema resina/manta após cura (kg/m <sup>3</sup> )	Densidade média do sistema resina/manta (kg/m <sup>3</sup> )
1 (c/ 1 manta)	1	20,0	108,90x71,05x3,00	861,7 $\pm$ 16,8	863,0 $\pm$ 81,2
	2	17,0	110,10x57,90x3,00	889,1 $\pm$ 18,2	
	3	16,0	92,10x69,10x3,00	838,1 $\pm$ 17,5	
2 (c/ 2 mantas)	1	19,0	87,90x78,10x3,00	922,8 $\pm$ 18,1	927,8 $\pm$ 77,1
	2	20,0	85,10x82,10x3,00	954,2 $\pm$ 18,6	
	3	16,0	97,90x60,10x3,00	906,5 $\pm$ 18,7	
3 (c/ 3 mantas)	Não foi possível a obtenção de peças		-	-	-

A tabela 3.3 fornece a posição central, em cada instante, da frente de avanço da resina dentro do molde, tendo como referência o centro do bico de entrada do molde.

A distância entre os bicos de entrada e saída de resina do molde é de aproximadamente 560mm. Os tempos totais verificados para fechamento do molde foram de 2min 50s, 4min 25s e de 5min 50s, quando utilizadas uma, duas e três mantas de fibra de vidro, respectivamente (tabela 3.1). Os tempos de acompanhamento através do vídeo foram sempre menores devido ao fato do contramolde translúcido utilizado apresentar reforços estruturais em torno

do bico de saída que prejudicaram a visibilidade da frente de impregnação na região em torno do mesmo.

**Tabela 3.3 – Posição x Tempo para as 3 filmagens com a resina poliéster**

Posição ( ±1 mm) S (mm)	Tempo t ( ± 1 s)		
	FILMAGEM 1	FILMAGEM 2	FILMAGEM 3
40	5	S/P	S/P
60	8	S/P	S/P
80	12	S/P	10
100	16	12	15
120	20	16	21
140	24	21	28
160	29	27	34
180	34	33	42
200	39	39	49
220	45	45	57
240	51	52	66
260	58	59	75
280	66	67	85
300	74	76	96
320	82	85	108
340	91	95	121
360	100	106	137
380	110	118	154
400	118	131	173
420	127	146	195
440	134	162	217
460	141	179	240
480	148	196	261
500	-	212	280
520	-	-	295
Número de mantas	1	2	3

\*S/P= sem precisão devido à dificuldade de visualização da frente em torno dos bicos de injeção, pontos desconsiderados.

### 3.3- TRATAMENTO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Com os valores de distância percorrida em função do tempo fornecidos pela tabela 3.3, utilizou-se funções do software MATLAB para se obter interpolações polinomiais de graus 2, 3, 4, 5 e 6.

Após a obtenção dessas curvas e dos respectivos coeficientes de cada um dos termos dessas funções polinomiais, substituiu-se cada valor de tempo  $t$  indicado pela tabela 3.3 em cada uma dessas funções, para cada uma das filmagens, obtendo-se uma relação de valores de posição pertencentes a essas curvas ( $S_i$ ).

Esses resultados foram tratados de duas formas. Numa delas obteve-se o valor da soma dos quadrados da diferença entre cada valor de posição obtido pelo videocassete (valores  $S$  da tabela 3.3) e respectivo valor de posição ( $S_i$ ) obtido com a substituição do tempo  $t$  correspondente à posição  $S$  (experimental) em cada uma das funções polinomiais estudadas (funções polinomiais de graus 2, 3, 4, 5 e 6). Desta forma conseguiu-se estabelecer um parâmetro de comparação entre as funções polinomiais estudadas (coluna de  $\Sigma(S-S_i)^2$  da tabela 3.4).

Noutra forma obteve-se o coeficiente de correlação dos intervalos de tempo e distância, tanto para o valor inicial da posição, como para os valores obtidos utilizando-se as curvas polinomiais, verificando-se com isso se os valores desses dois conjuntos se relacionam de alguma forma. O coeficiente de correlação foi obtido utilizando-se a função de planilha CORREL, do EXCEL da Microsoft, que o calcula da seguinte forma:

$$C_{\text{correlação}} = \text{Cov}(t, S) / (\sigma_t \sigma_s) \quad (3.1)$$

onde

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{n} \sum (t_i - t_{\text{médio}})^2 \quad (3.2)$$

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{n} \sum (S_i - S_{\text{médio}})^2 \quad (3.3)$$

e

$$\text{Cov}(t, S) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_i - t_{\text{médio}})(S_i - S_{\text{médio}}) \quad (3.4)$$

sendo  $C_{\text{correlação}}$  o coeficiente de correlação entre  $t$  e  $S$  e estes, os valores de tempo e distância percorrida pela frente de avanço, respectivamente,  $\sigma_t$  e  $\sigma_s$  os desvios padrões desses valores e  $\text{Cov}(t, S)$ , a covariância, definida como a média dos produtos dos desvios de cada par de dados  $(t_i, S_i)$ .

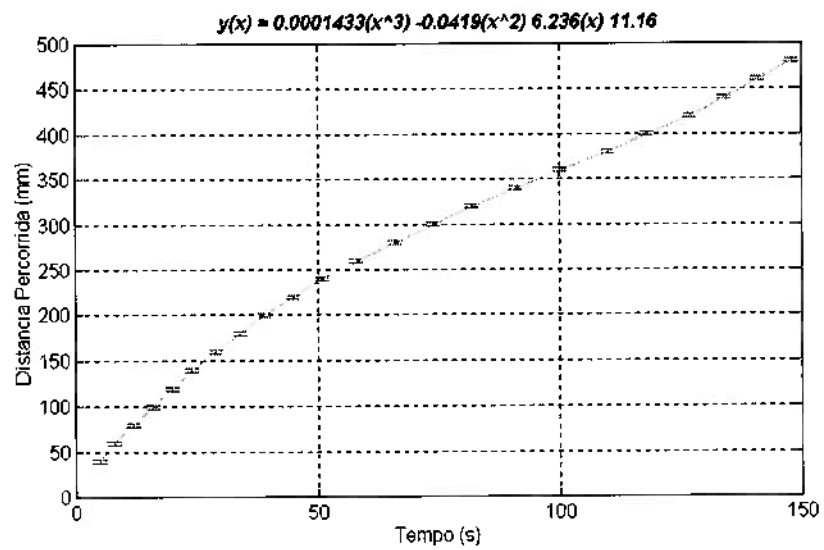
A tabela 3.4 apresenta os resultados de cada uma das funções de interpolação obtidas pelo MATLAB, para os dados da tabela 3.3, além dos respectivos valores de  $C_{\text{correlação}}$  e  $\sum(S - S_i)^2$ .

Observando-se a última coluna da tabela 3.4, conclui-se que a função de interpolação do terceiro grau foi a que melhor atendeu aos dois critérios propostos para avaliação e escolha da função capaz de descrever o avanço da frente de impregnação com o tempo. O coeficiente de correlação da função de terceiro grau é praticamente o mesmo que o das outras funções de interpolação e, dentro do segundo critério (o que leva em conta a soma dos quadrados da diferença entre as posições obtidas por filmagem e as obtidas por interpolação), resultou em um valor bastante próximo do melhor resultado obtido dentro da mesma filmagem, além de ser mais conveniente se trabalhar com uma função polinomial de menor grau possível.

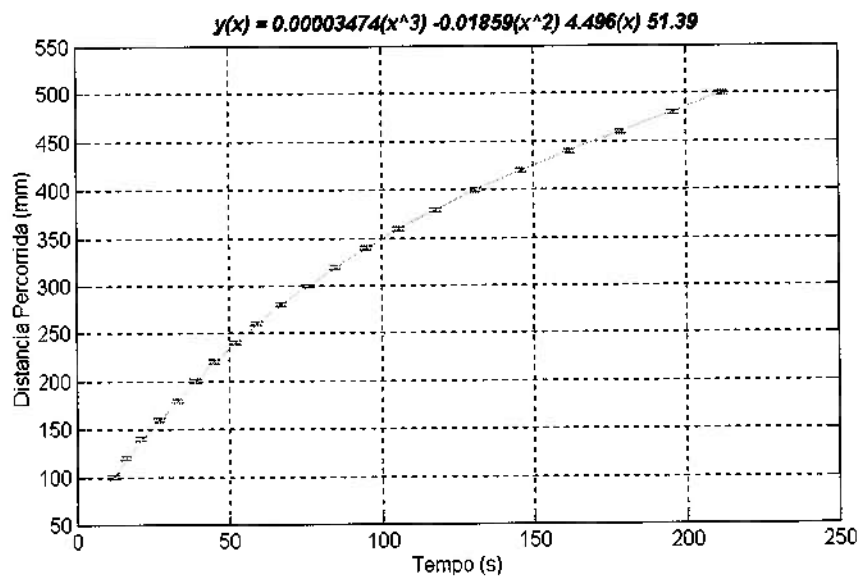
**Tabela 3.4 – Funções polinomiais e coeficientes de correlação**

NÚMERO DA FILMAGEM, GRAU E FUNÇÃO POLINOMIAL		$C_{\text{correlação}}$	$\sum (s-s_i)^2$	
1	-	Dados experimentais	0,990	0,0
	2	$-9,742 \cdot 10^{-3}t^2 + 4,331t + 34,95$	0,992	1856,94
	3	$1,433 \cdot 10^{-4}t^3 - 4,19 \cdot 10^{-2}t^2 + 6,236t + 11,16$	0,990	17,39
	4	$-1,067 \cdot 10^{-7}t^4 + 1,755 \cdot 10^{-4}t^3 - 4,501 \cdot 10^{-2}t^2 + 6,341t + 10,29$	0,990	16,05
	5	$-1,955 \cdot 10^{-10}t^5 - 3,265 \cdot 10^{-8}t^4 + 1,655 \cdot 10^{-4}t^3 - 4,444 \cdot 10^{-2}t^2 + 6,328t + 10,37$	0,990	15,97
	6	$-3,859 \cdot 10^{-12}t^5 + 1,561 \cdot 10^{-9}t^5 - 3,365 \cdot 10^{-7}t^4 + 1,903 \cdot 10^{-4}t^3 - 4,541 \cdot 10^{-2}t^2 + 6,344t + 10,29$	0,990	16,01
2	-	Dados experimentais	0,979	0,0
	2	$-7,285 \cdot 10^{-3}t^2 + 3,509t + 71,05$	0,980	759,45
	3	$3,474 \cdot 10^{-5}t^3 - 1,859 \cdot 10^{-2}t^2 + 4,496t + 51,39$	0,979	18,29
	4	$-3,301 \cdot 10^{-8}t^4 + 4,921 \cdot 10^{-5}t^3 - 2,065 \cdot 10^{-2}t^2 + 4,601t + 49,94$	0,979	16,60
	5	$6,558 \cdot 10^{-10}t^5 - 3,944 \cdot 10^{-7}t^4 + 1,208 \cdot 10^{-4}t^3 - 2,679 \cdot 10^{-2}t^2 + 4,817t + 47,68$	0,979	14,67
	6	$-3,877 \cdot 10^{-12}t^5 + 3,225 \cdot 10^{-9}t^5 - 1,046 \cdot 10^{-6}t^4 + 2,0 \cdot 10^{-4}t^3 - 3,15 \cdot 10^{-2}t^2 + 4,941t + 46,62$	0,979	14,61
3	-	Dados experimentais	0,975	0,0
	2	$-4,173 \cdot 10^{-3}t^2 + 2,675t + 71,93$	0,978	2512,41
	3	$2,131 \cdot 10^{-5}t^3 - 1,359 \cdot 10^{-2}t^2 + 3,76t + 45,56$	0,975	12,98
	4	$-3,266 \cdot 10^{-10}t^4 + 2,15 \cdot 10^{-5}t^3 - 1,363 \cdot 10^{-2}t^2 + 3,763t + 45,52$	0,975	13,32
	5	$9,481 \cdot 10^{-11}t^5 - 7,132 \cdot 10^{-8}t^4 + 4,04 \cdot 10^{-5}t^3 - 1,576 \cdot 10^{-2}t^2 + 3,857t + 44,38$	0,975	11,57
	6	$-1,528 \cdot 10^{-13}t^5 + 2,325 \cdot 10^{-10}t^5 - 1,184 \cdot 10^{-7}t^4 + 4,801 \cdot 10^{-5}t^3 - 1,635 \cdot 10^{-2}t^2 + 3,876t + 44,2$	0,975	12,01

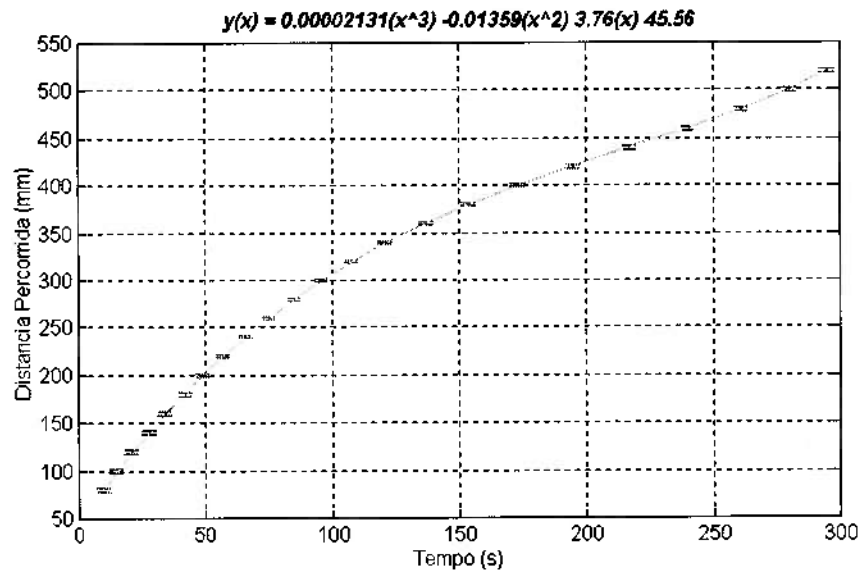
As figuras 3.5, 3.6 e 3.7 mostram a variação da posição da frente em função do tempo, obtida a partir dos dados experimentais da tabela 3.3, interpolados pelas respectivas funções polinomiais do 3º grau, mostradas na tabela 3.4. Nessas figuras também foram indicadas a incerteza total determinada para um intervalo de confiança de 95% ( $\pm 2,0$  mm para as filmagens com uma e duas mantas e de  $\pm 1,7$  mm para três mantas de fibra de vidro, conforme APÊNDICE D). A figura 3.8 mostra essas mesmas curvas reunidas numa única figura.



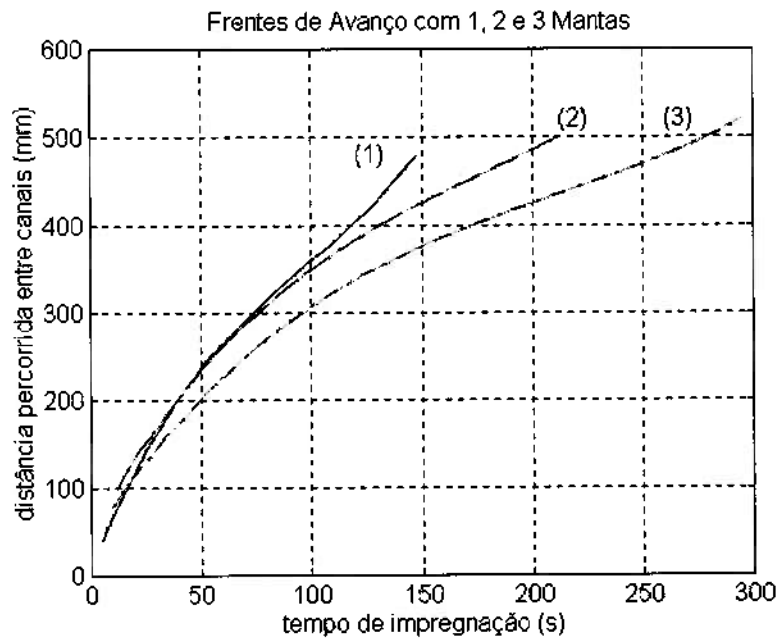
**Fig. 3.5 – Posição em função do tempo (1ª filmagem- 1 manta)**



**Fig. 3.6 – Posição em função do tempo (2ª filmagem – 2 mantas)**



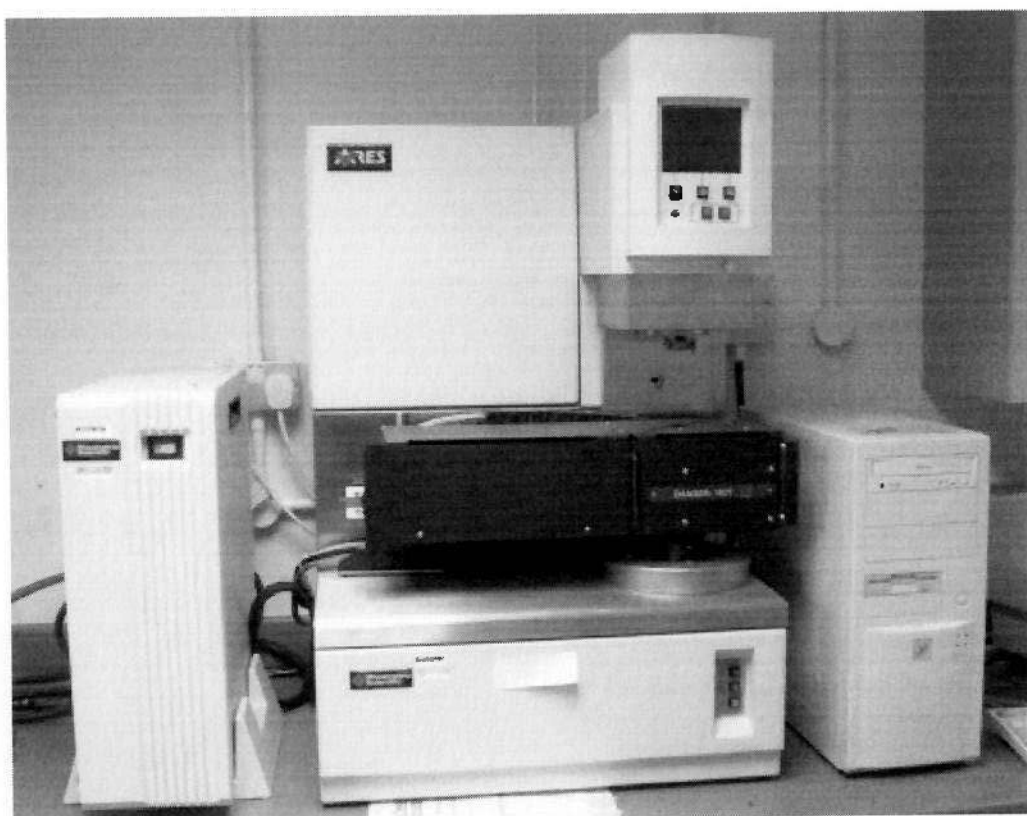
**Fig. 3.7 – Posição em função do tempo (3ª filmagem – 3 mantas)**



**Fig. 3.8 – Posição em função do tempo com 1, 2 e 3 mantas (curvas 1, 2 e 3 respectivamente)**

### 3.4- MEDIÇÃO E DETERMINAÇÃO DA CURVA DE VISCOSIDADE

Os valores da viscosidade da resina foram obtidos no laboratório do DEMa-UFSCar (Departamento de Engenharia de Materiais da Universidade Federal de São Carlos), através do Reômetro (ou reogoniômetro) ARES (Advanced Rheometric Expansion System), montado com sistema cone-placa (fig. 3.9).



**Fig. 3.9 – Reômetro ARES (Advanced Rheometric Expansion System)**



Este reômetro é fabricado pela Rheometric Scientific, sendo o mais sofisticado que existe no mercado, capaz de realizar praticamente todos os ensaios reológicos ao cisalhamento de interesse (viscosidade em função da taxa de cisalhamento e em função do tempo, forças normais, tensão limite de escoamento, relaxação de tensão etc.). A tabela 3.5 mostra a especificação deste equipamento.

**Tabela 3.5 - Especificação do Reômetro ARES**

<i>Especificação Técnica Reômetro ARES</i>	
Taxa de cisalhamento	controlada
Faixa de temperatura	de 150°C a 600°C
Faixa de tensões normais	até 2000 kgf/cm <sup>2</sup>
Faixa de taxa de cisalhamento	entre 10 <sup>-4</sup> e 10 <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>
Faixa de frequência	entre 10 <sup>-4</sup> e 10 <sup>2</sup> rotações/s

Com a utilização deste reômetro, foram medidas resinas com e sem catalisador. A tabela 3.6 apresenta as condições gerais de ensaio utilizadas para as medições dessas viscosidades.

**Tabela 3.6 – Condições gerais dos ensaios de medição de viscosidade**

<b>Condições Gerais</b>	
A	Carga normal: aproximadamente 1,2g
B	Folga entre a extremidade do cone e a superfície da placa: aproximadamente 0,05mm
C	Ângulo entre a superfície do cone (geratriz) e superfície da placa: 0,04 radianos

Para avaliação da viscosidade  $\eta$  (Pa.s) para a resina sem catalisador, foram realizados três ensaios para cada uma das temperaturas estudadas (20°C, 27°C e 35°C), mantendo-se, em cada um desses ensaios, a mesma variação da taxa de cisalhamento  $\dot{\gamma}$  (s<sup>-1</sup>) empregada. Os ensaios forneceram também os instantes em que estas informações foram lidas. A tabela 3.7 resume os resultados obtidos (valores médios de viscosidade com sua respectiva incerteza, descritos para cada uma das temperaturas estudadas, conforme **APÊNDICE D**).

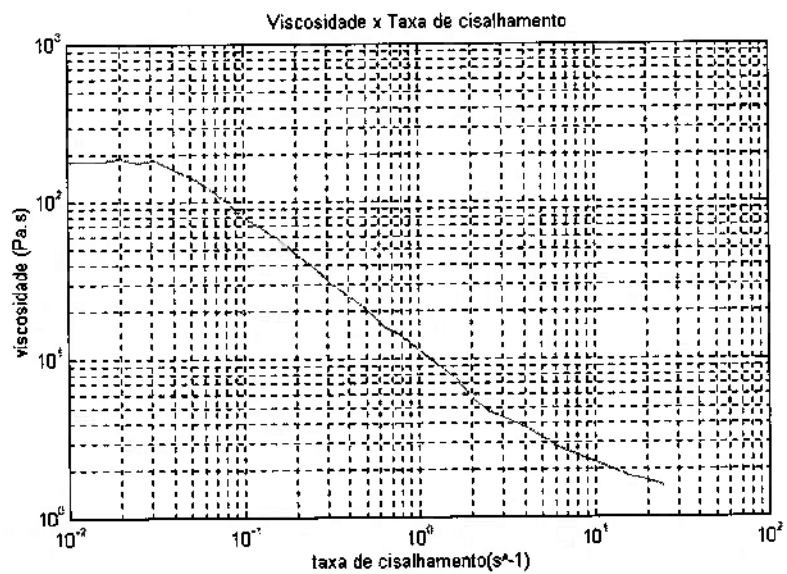
O objetivo da realização dessas medidas é a obtenção de dados para cálculo dos índices de consistência (**C**) e de potência (**n-1**) para implementação do modelo de viscosidade adotado (*Power Law Model*).

Com os dados da tabela 3.7, obteve-se, com a utilização do MATLAB, gráficos de viscosidade em função da taxa de cisalhamento, nas temperaturas de 20°C (figura 3.10), 27°C (figura 3.11) e 35°C (figura 3.12). A figura 3.13 mostra essas três curvas traçadas num único gráfico.

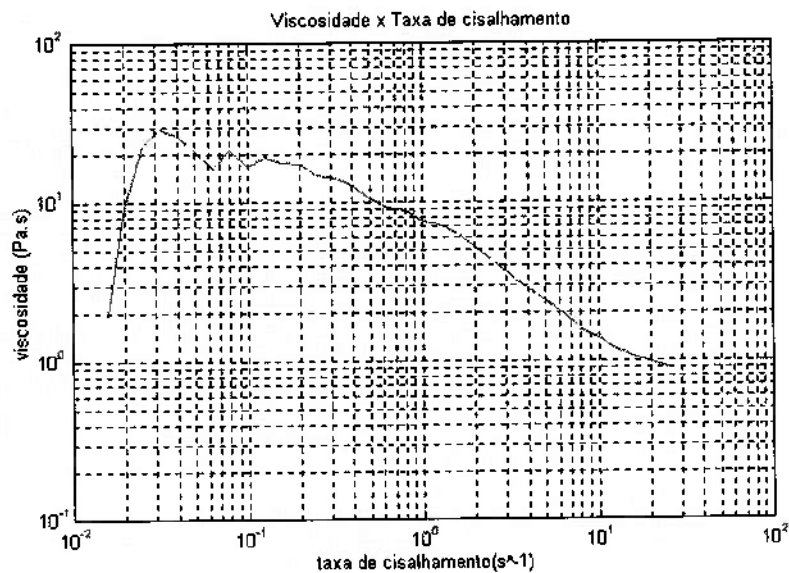
Foram desconsiderados os valores negativos de viscosidade que aparecem na tabela 3.7, no início da aquisição dos dados das medições a 27°C e 35°C, pelo fato do aparelho (Reômetro ARES) ter indicado que esses valores se encontravam fora do torque especificado, nas taxas de cisalhamento em que foram lidos.

**Tabela 3.7 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento**

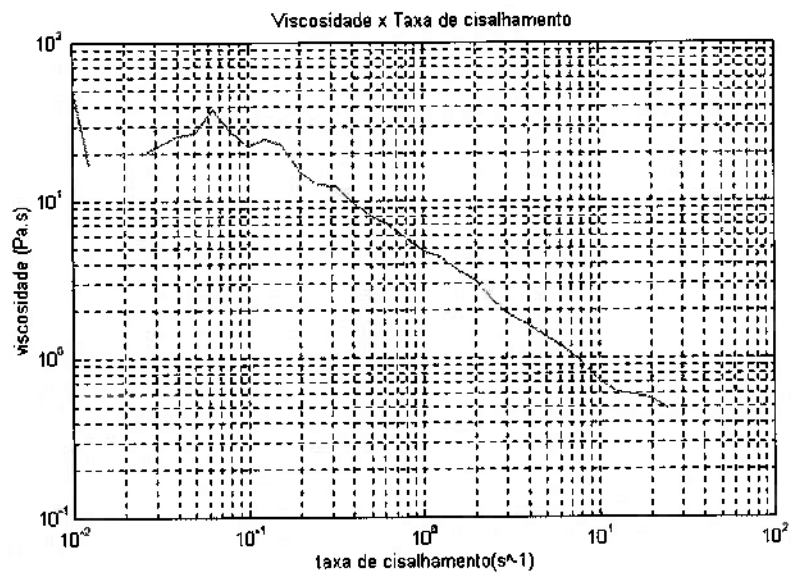
Temperatura →		20°C		27°C		35°C	
Seqüência	Taxa de cisalhamento (s <sup>-1</sup> )	Tempo (s)	η ±0,010 (Pa.s)	Tempo (s)	η ±0,022 (Pa.s)	Tempo (s)	η ±0,056 (Pa.s)
1	0,01000	8	181,440	9	-22,350	8	53,360
2	0,01259	16	180,278	17	-0,789	16	16,779
3	0,01585	25	181,071	25	1,962	25	-5,784
4	0,01995	34	189,782	33	9,323	33	-3,715
5	0,02512	42	178,644	41	22,795	41	19,673
6	0,03162	50	185,232	49	29,390	49	22,718
7	0,03981	58	161,972	57	26,503	57	25,680
8	0,05012	66	146,192	65	20,998	66	26,831
9	0,06310	75	123,411	73	16,411	74	38,310
10	0,07943	83	99,453	81	21,541	82	28,146
11	0,10000	91	80,160	89	16,690	90	22,177
12	0,12589	99	67,958	97	19,178	99	24,898
13	0,15849	107	59,054	105	17,722	107	22,979
14	0,19953	115	45,755	113	17,417	115	15,253
15	0,25119	123	38,978	121	14,763	123	12,773
16	0,31623	131	29,587	129	14,318	131	12,449
17	0,39811	139	25,253	137	12,754	139	9,850
18	0,50119	148	20,738	145	10,433	147	7,942
19	0,63096	157	15,945	153	9,137	155	7,053
20	0,79433	165	14,036	161	8,834	163	5,798
21	1,00000	173	11,206	170	7,477	171	4,770
22	1,25893	181	9,394	178	7,175	179	4,432
23	1,58489	190	7,621	186	6,191	187	3,587
24	1,99526	198	5,799	194	5,221	196	3,087
25	2,51189	206	4,695	203	4,195	204	2,270
26	3,16228	214	4,182	211	3,445	212	1,853
27	3,98107	222	3,718	219	2,788	220	1,596
28	5,01188	230	3,233	228	2,367	228	1,357
29	6,30958	238	2,765	236	1,990	237	1,156
30	7,94329	246	2,452	244	1,557	245	0,934
31	10,00000	254	2,234	252	1,393	253	0,714
32	12,5893	262	1,997	260	1,187	264	0,615
33	15,8489	270	1,800	268	1,053	272	0,591
34	19,9526	278	1,696	276	0,975	280	0,558
35	25,1189	287	1,562	284	0,896	288	0,480



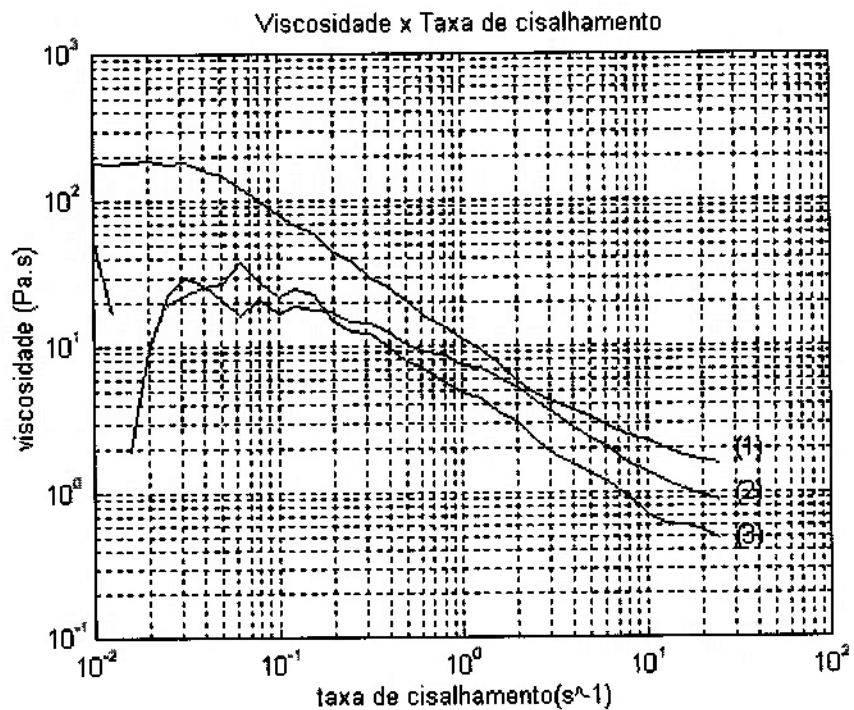
**Fig. 3.10 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 20°C  
(resina poliéster)**



**Fig. 3.11 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 27°C  
(resina poliéster)**



**Fig. 3.12 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 35°C (resina poliéster)**



**Fig. 3.13 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a (1) 20°C, (2) 27°C e (3) 35°C (resina poliéster)**

Com base nas curvas de viscosidade em função da taxa de cisalhamento mostradas através das figuras 3.10, 3.11, 3.12 e 3.13, e com a utilização da tabela de dados, tabela 3.7, foram calculados os valores dos índices de consistência  $C$  e de potência  $n-1$ , ajustando-se uma curva do tipo  $y=Cx^{n-1}$ , para cada conjunto de pontos de viscosidade em função da taxa de cisalhamento obtidos para as temperaturas de 20°C, 27°C e 35°C. Para a determinação desses índices foram desconsiderados pontos de taxas de cisalhamento menores ou igual a 0,25119 s<sup>-1</sup> (figura 3.10), 0,15849 s<sup>-1</sup> (figura 3.11) e 0,10000 s<sup>-1</sup> (figura 3.12). A tabela 3.8 fornece os valores dos índices  $C$  e  $n-1$  calculados e o respectivo coeficiente de correlação  $\text{Coef}_{\text{correlação}}$ .

**Tabela 3.8 – Índices de determinação das curvas de viscosidade em função da taxa de cisalhamento para o poliéster da Polifiber**

Índices e coeficientes	20°C	27°C	35°C
Índice de consistência em função da temperatura (C(T))	11,244836	6,964950	4,856065
Índice de potência (n-1)	-0,697707	-0,656597	-0,769809
Coeficiente de correlação ( $\text{Coef}_{\text{correlação}}$ )	-0,989076	-0,994604	-0,997825
Somatório ao quadrado ( $\sum(\eta_{\text{medida}} - \eta_{\text{obtida por interpolação}})^2$ )	47,112	18,088	14,413
Incerteza Total (erro sistemático, aleatório e ajuste de curva)	±3,375 Pa.s	±1,972 Pa.s	±1,672 Pa.s

A penúltima linha desta tabela fornece o valor da somatória dos quadrados das diferenças entre os valores medidos de viscosidade e os calculados através da Lei de Potências  $y = Cx^{n-1}$ , ou seja:

$$\sum(\eta_{\text{medida}} - \eta_{\text{obtida por interpolação}})^2 \quad (3.5)$$

A última linha da tabela 3.8 exprime o valor total da incerteza, referente aos valores de viscosidade obtidas nas temperaturas de 20°C, 27°C e

35°C, considerando-se a incerteza combinada  $U_x$  devido aos erros sistemáticos e aleatórios além da incerteza associada ao ajuste dessas respectivas curvas (para maiores detalhes, consultar **APÊNDICE D**).

As tabelas 3.9 e 3.10 mostram os dados de viscosidade obtidos para a resina com catalisador, em função do tempo, em temperatura constante de 35°C, para as taxas de cisalhamento de 7 e 15 s<sup>-1</sup>.

**Tabela 3.9 – Viscosidade em função do tempo à taxa de cisalhamento de 7 s<sup>-1</sup> e temperatura de 35°C**

Viscosidade x Tempo obtida com taxa de cisalhamento de 7 s <sup>-1</sup> e temperatura de 35°C			
Tempo (s)	$\eta$ (Pa.s)	Tempo (s)	$\eta$ (Pa.s)
0,01	0,35252	0,65	0,29796
0,02	0,12238	0,70	0,59459
0,03	0,06101	0,75	0,63891
0,04	0,55538	0,80	0,34229
0,05	0,23489	1,10	0,57856
0,06	0,35592	1,45	0,66363
0,07	0,78381	1,82	0,59572
0,08	0,54686	2,41	0,63419
0,09	0,32524	3,19	0,65265
0,10	0,52299	4,21	0,83829
0,11	0,36445	5,59	0,63356
0,12	0,59800	7,45	0,60287
0,13	0,28774	9,91	0,78839
0,14	0,31331	13,17	0,52722
0,15	0,35763	17,49	0,49478
0,16	0,80086	23,22	0,38878
0,17	0,35592	30,79	0,55396
0,18	0,58436	40,83	0,65560
0,19	1,04974	54,13	0,72573
0,20	0,52981	71,74	1,31791
0,25	0,58095	95,06	1,49597
0,30	0,81279	125,95	1,60695
0,35	0,92871	166,86	1,24408
0,40	0,59800	221,04	1,37599
0,45	0,65425	292,81	1,85043
0,50	0,74801	387,87	1,93808
0,55	0,53833	513,77	1,85185
0,60	0,84859	680,52	1,87659

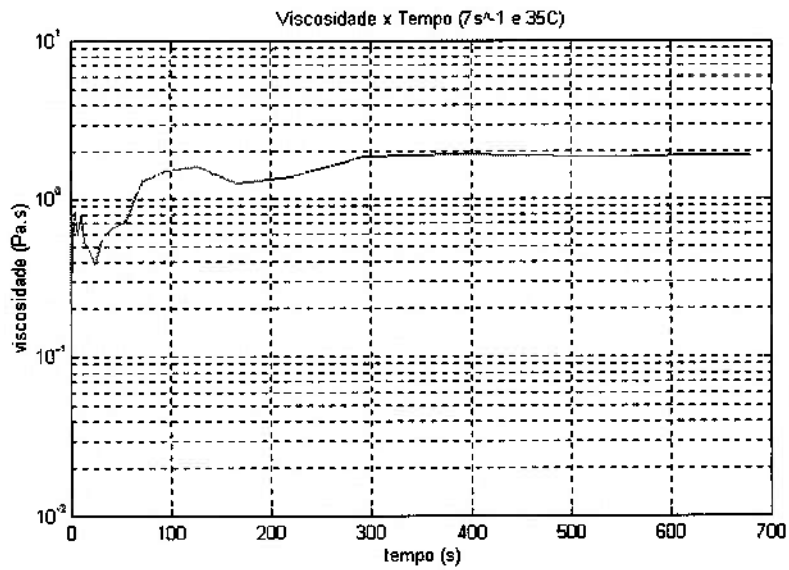
**Tabela 3.10 – Viscosidade em função do tempo à taxa de cisalhamento de  $15 \text{ s}^{-1}$  e temperatura de  $35^\circ\text{C}$**

Viscosidade x Tempo obtida com taxa de cisalhamento de $15 \text{ s}^{-1}$ e temperatura de $35^\circ\text{C}$			
Tempo (s)	$\eta$ (Pa.s)	Tempo (s)	$\eta$ (Pa.s)
0,01	0,06797	0,65	0,41642
0,02	0,17219	0,70	0,38221
0,03	0,41801	0,75	0,34084
0,04	0,33289	0,80	0,25970
0,06	0,19685	1,10	0,36280
0,07	0,31379	1,45	0,65866
0,08	0,33050	1,82	0,43940
0,09	0,19844	2,41	0,23877
0,10	0,35357	3,19	0,23597
0,11	0,28436	4,21	0,25973
0,12	0,35357	5,59	0,24469
0,13	0,30425	7,45	0,27583
0,14	0,17378	9,91	0,26634
0,15	0,24140	13,17	0,19704
0,16	0,39732	17,49	0,26066
0,17	0,14991	23,22	0,41269
0,18	0,21913	30,79	0,54699
0,19	0,35039	40,83	0,72229
0,20	0,20560	54,13	0,76426
0,21	0,29629	71,74	0,90732
0,25	0,25572	95,06	0,96687
0,30	0,27879	125,95	1,10546
0,35	0,47131	166,86	1,23941
0,40	0,30345	221,04	1,29019
0,45	0,33925	292,81	1,45322
0,50	0,60973	387,87	1,48641
0,55	0,51188	513,77	1,56473
0,60	0,49040	680,52	1,58149

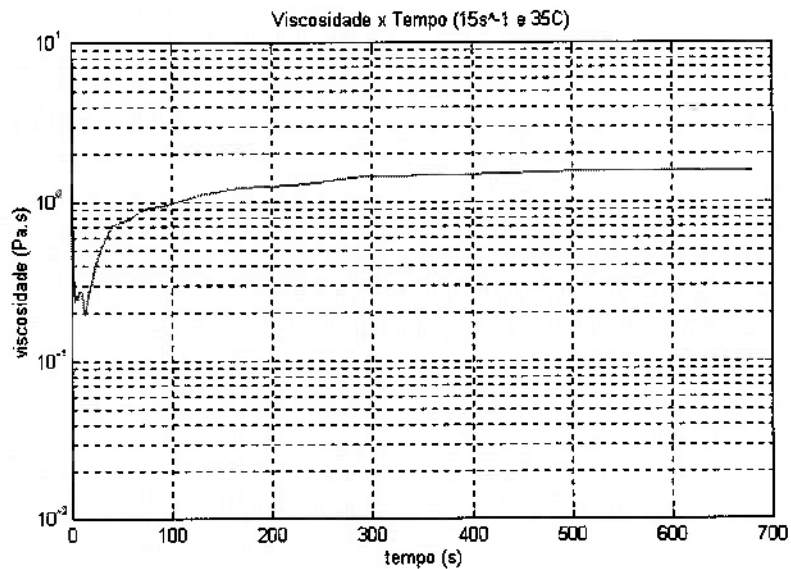
As curvas Viscosidade x Tempo são mostradas, respectivamente, nas figuras 3.14 e 3.15.

Esses resultados demonstram não haver reação da mistura no intervalo de tempo em que ocorre a impregnação da mistura resina/catalisador no molde.





**Fig. 3.14 – Viscosidade em função do tempo na taxa de cisalhamento de  $7\text{ s}^{-1}$  e temperatura de  $35^\circ\text{C}$**



**Fig. 3.15 – Viscosidade em função do tempo na taxa de cisalhamento de  $15\text{ s}^{-1}$  e temperatura de  $35^\circ\text{C}$**

As características técnicas da resina poliéster mostradas na tabela 3.11 foram fornecidas pelo próprio fabricante (Polifiber).

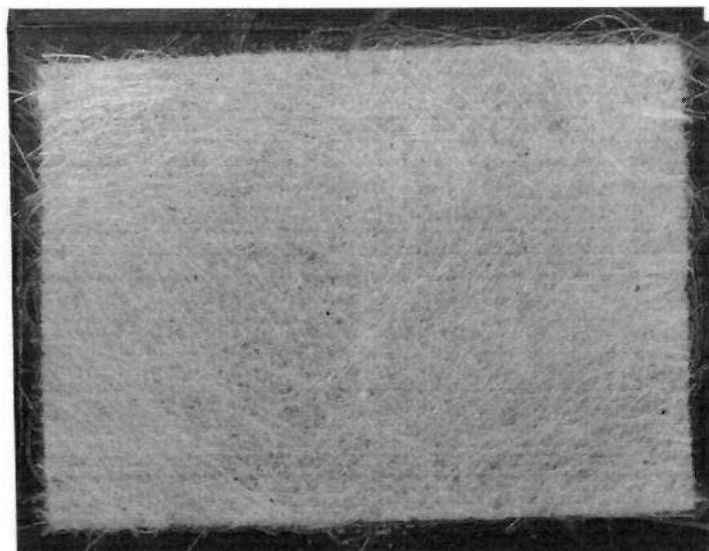
**Tabela 3.11 – Características técnicas do poliéster da Polifiber**

<b>Características</b>	<b>Especificação</b>	<b>Resultado</b>
Tempo de gel à 24°C (min)	22 a 25	25
Índice de acidez	25 máx	15,20
Temperatura para pico (°C)	185	170
Viscosidade Brookfield a 24°C	320 a 360	320
Índice tixotrópico	1,05 a 1,15	1,08
Densidade a 24°C (g/cm <sup>3</sup> )	1,10 a 1,15	1,10
Sólidos – duas horas a 105°C (%)	58 a 61	59,37

As condições gerais de ensaio para obtenção dos dados da tabela 3.11, fornecidas pelo fabricante, foram:

- a. Produto pré-acelerado;
- b. Curva exotérmica realizada com 1,0% de catalisador de PMEK;
- c. Viscosímetro Brookfield modelo LVF Spindle n.03, 30rpm;
- d. Testes realizados segundo normas ABNT.

### 3.5- ESTIMATIVA INICIAL DA PERMEABILIDADE DAS MANTAS

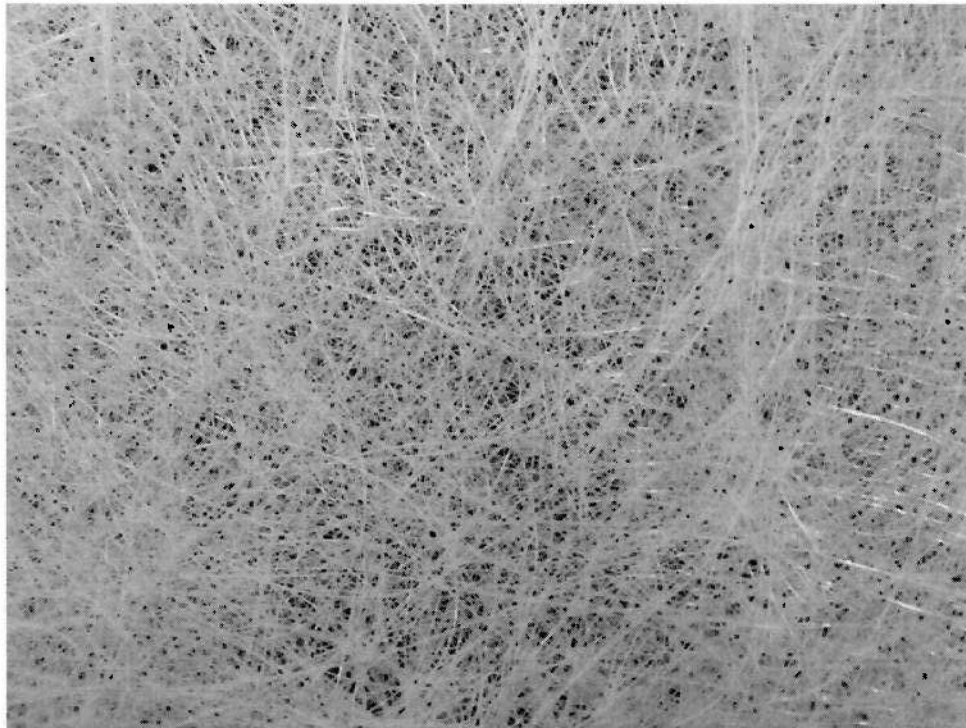


**Fig. 3.16 – Manta de fibra de vidro utilizada nas impregnações**

As informações da tabela 3.12 foram fornecidas pelo Centro de Caracterização e Desenvolvimento de Materiais da Universidade de São Carlos (CCDM).

**Tabela 3.12 – Características técnicas da manta de fibra de vidro**

Características	Valores
densidade aparente da manta de fibra de vidro ( $\rho_a$ )	$703 \pm 5 \text{ kg/m}^3$
densidade real do sólido do meio filtrante obtida por Picnometria de Hélio ( $\rho_s$ )	$2470 \pm 5 \text{ kg/m}^3$
Diâmetro médio das fibras que compõem a manta de fibra de vidro ( $d_p$ )	$0,035 \pm 0,001 \text{ mm}$



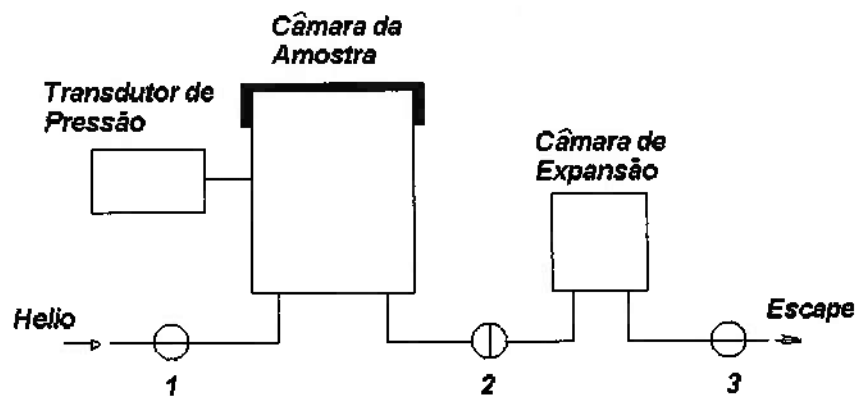
**Fig. 3.17 – Detalhe da estrutura da manta de fibra de vidro  
(diâmetro médio das fibras que compõem a manta é de aprox. 0,035 mm)**

Para obtenção dos dados da tabela 3.12 referentes à manta de fibra de vidro utilizada nas impregnações (figuras 3.16 e 3.17), utilizou-se uma técnica denominada Picnometria de Hélio. Para sua aplicação, utilizou-se o equipamento Ultracycrometer 1000, modelo UPY-1, produzido pela Quantachrome Corporation (fig. 3.18).

A utilização deste equipamento permitiu a obtenção da densidade absoluta real da amostra de manta de fibra de vidro. A técnica consiste em encher e esvaziar uma câmara contendo a amostra a ser avaliada, com gás Hélio, sucessivamente, até que se possa obter o volume real da amostra. A fig. 3.19 mostra o diagrama esquemático do picnômetro mostrado na fig. 3.18.



**Fig. 3.18 - Ultrapycnometer 1000, modelo UPY-1**



**Fig. 3.19 - Diagrama Esquemático do Picnômetro**

O sistema da fig. 3.19 consiste, basicamente, de duas câmaras, um transdutor de medição de pressão e três válvulas. O primeiro passo é retirar todo o ar atmosférico substituindo-o pelo gás Hélio, conseguindo-se isso executando-se uma série de cargas desse gás. O procedimento pode ser descrito resumidamente como sendo:

1. Com as válvulas 2 e 3 fechadas, a válvula 1 abre, enchendo o compartimento da amostra com hélio em uma pressão absoluta de aproximadamente duas atmosferas;
2. Então, a válvula 1 fecha e as válvulas 2 e 3 abrem, permitindo o escape do gás;
3. O processo é repetido por um certo número de vezes, especificado pelo usuário, até que o gás Hélio encha o sistema e não escape por si só;
4. Então, todas as válvulas são fechadas com o sistema em pressão atmosférica;
5. Em seguida, a válvula 1 abre e o compartimento da amostra é enchido com Hélio em uma pressão elevada;
6. A válvula 1 fecha e a pressão na amostra é medida separadamente;
7. A válvula 2 abre permitindo que o Hélio expanda dentro da segunda câmara e a pressão em ambas as câmaras é medida novamente de forma precisa;
8. A válvula 3 abre novamente permitindo o escape do gás para a atmosfera, encerrando o ciclo de medição.
9. Os passos de 4 a 8 são repetidos até que as determinações consecutivas do volume sejam reproduzidas dentro dos limites prescritos pelo usuário.

Finalmente, obtém-se a densidade absoluta da amostra dividindo-se a massa da mesma pelo volume encontrado com esta técnica. O valor de densidade é considerado real se a amostra não apresentar poros fechados oclusos, caso contrário o valor obtido é da densidade aparente.

No caso da manta de fibra de vidro (fig. 3.17), a densidade obtida pode ser considerada real, uma vez que sua estrutura permite a passagem do gás Hélio (não apresenta poros fechados).

A partir das características técnicas da manta de fibra de vidro (tabela 3.12) e da geometria conhecida do molde, é possível, através do modelo proposto por Innocentini et al. (1998), conforme visto no item 2.4.1, a estimativa inicial da permeabilidade do meio composto pela manta de fibra de vidro.

A aplicação desse modelo neste trabalho é apresentada no item 4.3, cabendo aqui apenas a apresentação do cálculo de obtenção dos valores iniciais estimados para as permeabilidades do meio quando constituído por uma, duas e três mantas de fibra de vidro. A tabela 3.13 mostra os dados de duas amostras de manta de fibra de vidro.

**Tabela 3.13 – Amostras de mantas de fibra de vidro**

<b>Amostra</b>	<b>Dimensão (<math>\pm 0,5</math> mm e <math>\pm 0,001</math> mm para a espessura)</b>	<b>Massa (<math>\pm 0,2</math> g)</b>
1	300,0x208,0x0,640	28,8g
2	300,0x213,0x0,730	31,9g

Conforme proposto por Innocentini et al. (1998), tem-se:

$$\frac{1}{k} = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\delta^2 \varepsilon^3} \quad (3.6)$$

onde  $k$  é a permeabilidade do meio poroso ( $m^2$ ),  $\varepsilon$  a porosidade aparente desse meio e  $\delta$  o diâmetro médio (m) dos grânulos sólidos que compõe o meio.

Para determinação da porosidade aparente, utiliza-se a equação 2.9, que é dada por:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_s} \quad (3.7)$$

onde  $\rho_a$  é a densidade aparente do meio poroso e  $\rho_s$  a densidade do sólido que compõe o meio (item 2.4.1).

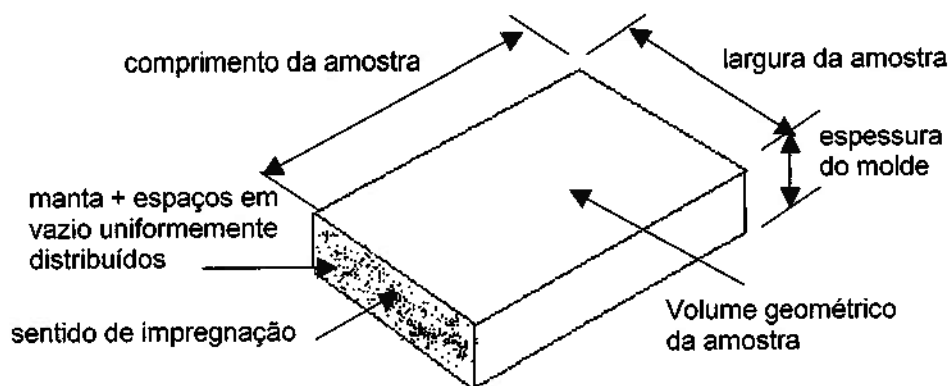
Conforme descrito no item 2.4.1, tem-se que:

$$\rho_a = \frac{m_f}{V_f} \quad (3.8)$$

onde  $m_f$  é a massa da amostra do meio poroso e  $V_f$  o seu volume geométrico.

Para determinação do volume geométrico da amostra ( $V_f$ ) considera-se as dimensões de comprimento e largura da amostra (tabela 3.13) e a altura da cavidade de impregnação (3 mm), o que permite que se considere, dessa forma, a área livre de passagem da resina durante o preenchimento do molde. Dentro dessa consideração, supõem-se que a manta encontra-se uniformemente distribuída ao longo da seção transversal de impregnação do molde, conforme figura 3.20.





**Fig. 3.20 – Volume geométrico de uma amostra de manta genérica**

A tabela 3.14 sintetiza os resultados obtidos para as amostras da tabela 3.13 utilizando-se as equações 3.6, 3.7 e 3.8, considerando-se no cálculo da densidade aparente do meio a presença de uma única manta.

**Tabela 3.14 – Estimativa da permeabilidade do meio com 1 manta**

Grandezas	Amostra 1	Amostra 2
Volume geométrico $V_f$ (m <sup>3</sup> )	$1,872 \cdot 10^{-4}$	$1,917 \cdot 10^{-4}$
Densidade aparente do meio $\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )	$1,541 \cdot 10^2$	$1,664 \cdot 10^2$
Densidade do sólido do meio $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$2,470 \cdot 10^3$	$2,470 \cdot 10^3$
Porosidade aparente do meio $\varepsilon$ (-)	$9,376 \cdot 10^{-1}$	$9,326 \cdot 10^{-1}$
Diâmetro médio dos grânulos $\delta$ (m)	$3,500 \cdot 10^{-5}$	$3,500 \cdot 10^{-5}$
Permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$1,729 \cdot 10^{-9}$	$1,458 \cdot 10^{-9}$
Incerteza da permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$\pm 1,463 \cdot 10^{-10}$	$\pm 1,243 \cdot 10^{-10}$
Permeabilidade estimada do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$(1,593 \pm 0,192) \cdot 10^{-9}$	

A tabela 3.15 sintetiza os resultados obtidos para as amostras da tabela 3.13 utilizando-se também as equações 3.6, 3.7 e 3.8, considerando-se agora, no cálculo da densidade aparente do meio, a presença de duas mantas.

**Tabela 3.15 – Estimativa da permeabilidade do meio com 2 mantas**

Grandezas	Amostra 1	Amostra 2
Volume geométrico $V_f$ (m <sup>3</sup> )	$1,872 \cdot 10^{-4}$	$1,917 \cdot 10^{-4}$
Densidade aparente do meio $\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )	$3,082 \cdot 10^2$	$3,328 \cdot 10^2$
Densidade do sólido do meio $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$2,470 \cdot 10^3$	$2,470 \cdot 10^3$
Porosidade aparente do meio $\varepsilon$ (-)	$8,752 \cdot 10^{-1}$	$8,653 \cdot 10^{-1}$
Diâmetro médio dos grânulos $\delta$ (m)	$3,500 \cdot 10^{-5}$	$3,500 \cdot 10^{-5}$
Permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$3,515 \cdot 10^{-10}$	$2,916 \cdot 10^{-10}$
Incerteza da permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$\pm 3,724 \cdot 10^{-11}$	$\pm 3,188 \cdot 10^{-11}$
Permeabilidade estimada do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$(3,215 \pm 0,490) \cdot 10^{-10}$	

A única diferença em relação ao cálculo realizado para uma manta, é que agora tem-se a massa da amostra duplicada (presença de duas mantas). O volume geométrico correspondente a esta nova situação continua o mesmo, uma vez que a altura da cavidade do molde é maior do que o dobro da espessura da manta de fibra de vidro.

Utilizando-se esse mesmo procedimento obteve-se a tabela 3.16, considerando-se agora, no cálculo da densidade aparente do meio, a presença de três mantas (massa da amostra é triplicada).

**Tabela 3.16 – Estimativa da permeabilidade do meio com 3 mantas**

Grandezas	Amostra 1	Amostra 2
Volume geométrico $V_f$ (m <sup>3</sup> )	$1,872 \cdot 10^{-4}$	$1,917 \cdot 10^{-4}$
Densidade aparente do meio $\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )	$4,623 \cdot 10^2$	$4,992 \cdot 10^2$
Densidade do sólido do meio $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$2,470 \cdot 10^3$	$2,470 \cdot 10^3$
Porosidade aparente do meio $\varepsilon$ (-)	$8,128 \cdot 10^{-1}$	$7,980 \cdot 10^{-1}$
Diâmetro médio dos grânulos $\delta$ (m)	$3,500 \cdot 10^{-5}$	$3,500 \cdot 10^{-5}$
Permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$1,251 \cdot 10^{-10}$	$1,017 \cdot 10^{-10}$
Incerteza da permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$\pm 1,755 \cdot 10^{-11}$	$\pm 1,518 \cdot 10^{-11}$
Permeabilidade estimada do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$(1,134 \pm 0,232) \cdot 10^{-10}$	

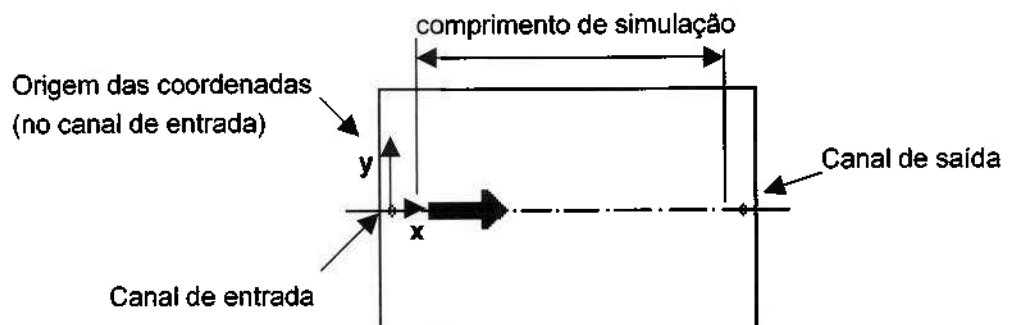
## CAPÍTULO 4

### MODELO MATEMÁTICO

A geometria do problema a ser resolvido está esboçada na fig. 4.1 e trata-se do preenchimento de um molde retangular por uma resina poliéster. O molde contém em seu interior, um certo número de mantas de fibra de vidro e um canal para entrada e outro para saída da resina. O escoamento se dá por impregnação do molde, o que se constitui num processo a vácuo.

Como a espessura do molde é desprezível quando comparada às outras dimensões, o domínio de escoamento será suposto bidimensional.

Tendo em vista que os ensaios de laboratório foram feitos em temperatura controlada e que o processo de cura mostrou-se muito lento quando comparado ao tempo de preenchimento do molde, o escoamento será considerado isotérmico e o fluido incompressível.



**Fig. 4.1 – Croqui do molde de impregnação bidimensional**

#### 4.1- O MODELO DE DARCY GENERALIZADO

Para a solução do problema adotaremos o modelo de Darcy Generalizado, descrito no capítulo 2.

Para um fluido newtoniano, o escoamento através de um meio poroso é governado em cada instante pela lei de Darcy, que representa a equação de conservação de momento:

$$\vec{V} = -\frac{k}{\eta} \nabla P \quad (4.1)$$

onde  $\vec{V}$  é o vetor velocidade do fluido (m/s),  $k$  a permeabilidade do meio ( $m^2$ ),  $\eta$  a viscosidade do fluido (Pa.s) e  $P$  o campo de pressões.

No caso de um domínio de escoamento bidimensional, assumindo-se que a permeabilidade do meio é isotrópica, substituindo-se a equação 4.1 na equação de conservação de massa para um fluido incompressível dada por:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (4.2)$$

obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k}{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k}{\eta} \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 0 \quad (4.3)$$

sendo a relação  $D=k/\eta$  definida como sendo o coeficiente global de permeabilidade.

A lei de Darcy modificada (item 2.3.2) propõe a substituição, na equação 4.3, da viscosidade newtoniana por uma viscosidade não-newtoniana,

avaliada através de modelos de viscosidade que descrevem a dependência da mesma com a temperatura e taxa de cisalhamento (item 2.3.2). Essa viscosidade não-newtoniana aqui será tratada simplesmente por viscosidade.

A solução da equação 4.3 exige condições de contorno adequadas aplicadas às fronteiras do escoamento, conforme apresentado por Brusckhe & Advani (1991 e 1994), Carpenter et al. (1993) e Um & Lee (1991):

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial n} &= 0 && \text{nas superfícies fixas do molde;} \\ P &= 0 && \text{na frente de avanço da resina;} \\ P &= P_0 && \text{nas entradas do molde;} \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde  $P_0$  representa a pressão inicial conhecida e  $\bar{n}$  o versor da normal à superfície do molde.

Sendo o escoamento quase-estacionário, a determinação da distribuição de pressões através da equação 4.3, em cada instante, permite o cálculo das componentes  $u$  e  $v$  do vetor velocidade nas direções  $x$  e  $y$ , no domínio de escoamento. A partir da equação 4.1, obtém-se as seguintes relações:

$$u = -\frac{k\partial P}{\eta\partial x} \quad (4.5)$$

$$v = -\frac{k\partial P}{\eta\partial y} \quad (4.6)$$

#### 4.2- MODELO DE VISCOSIDADE

A equação constitutiva para fluidos não-newtonianos é dada por:

$$\mathbf{T} = 2\eta(\dot{\gamma}, T) \mathbf{D} \quad (4.7)$$

onde  $\mathbf{T}$  é o tensor das tensões,  $\mathbf{D}$  o da taxa de deformações e  $\eta$  a viscosidade que, neste caso, é função da temperatura  $T$  e da taxa de cisalhamento  $\dot{\gamma}$ , definida por (O'Brien, 1992):

$$\dot{\gamma} = (2\mathbf{D} : \mathbf{D})^{1/2} \quad (4.8)$$

Neste contexto, calculando o tensor taxa de deformações  $\mathbf{D}$  por (Prager, 1961):

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \left[ \nabla \vec{V} + (\nabla \vec{V})^T \right] \quad (4.9)$$

onde  $\nabla \vec{V}$  é o tensor gradiente de velocidades e  $(\nabla \vec{V})^T$  o seu transposto.

Se  $d_{ij}$  são as componentes do tensor  $\mathbf{D}$  e  $u$ ,  $v$  e  $w$  as componentes do vetor velocidade segundo as direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , resulta:

$$\mathbf{D} : \mathbf{D} = \text{tr} [\mathbf{D} \cdot \mathbf{D}] = d_{11}^2 + d_{22}^2 + d_{33}^2 + 2d_{12}^2 + 2d_{13}^2 + 2d_{23}^2 \quad (4.10)$$

onde  $d_{11} = \frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $d_{22} = \frac{\partial v}{\partial y}$ ,  $d_{33} = \frac{\partial w}{\partial z}$ ,  $d_{12} = \frac{\partial u}{\partial y}$ ,  $d_{13} = \frac{\partial u}{\partial z}$  e  $d_{23} = \frac{\partial v}{\partial z}$ .

Como no nosso caso a componente do vetor velocidade na direção z é nula ( $w = 0$ ) e  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial v}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial y}$  e  $\frac{\partial v}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial z}$  e  $\frac{\partial v}{\partial z}$ , tem-se a relação final para determinação da taxa de cisalhamento (Hieber & Shen, 1980 e Tucker III, 1989):

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} \quad (4.11)$$

onde  $u$  e  $v$  são as componentes do vetor velocidade nas direções  $x$  e  $y$ .

Conforme visto no item 2.4.2, o modelo de viscosidade  $\eta(\dot{\gamma}, T)$  adotado neste trabalho é o modelo de Lei das Potências (Power Law) ou modelo de Ostwald-de-Waele, por ser um dos mais utilizados para descrever o comportamento de polímeros que apresentam a viscosidade como função decrescente da taxa de cisalhamento (comportamento pseudoplástico). Este modelo, como visto anteriormente, pode ser expresso por:

$$\eta = C|\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (4.12)$$

onde  $C$  é o índice de consistência do fluido,  $n$  o índice da Lei das Potências e  $\dot{\gamma}$  a taxa de cisalhamento.

A região de patamar newtoniano (item 2.4.2) é considerada obtendo-se na curva viscosidade x taxa de cisalhamento, o valor limite  $\dot{\gamma}_{lim}$  em que ainda se tem a viscosidade constante ( $\eta_0$ ). A dependência da viscosidade com a temperatura é considerada escrevendo-se o Índice de consistência do fluido (**C**) em função da temperatura (**T**). Obtém-se finalmente para o modelo Lei das Potências, as seguintes relações:

$$\eta = C(T)\dot{\gamma}^{n-1} \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_{lim} \quad (4.13)$$

e

$$\eta = \eta_0 \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_{lim}$$

sendo

$$C(T) = Be^{(T_b/T)} \quad (4.14)$$

Os valores de **C(T)** e **n-1** (tabela 3.8) foram obtidos experimentalmente a partir de curvas de viscosidade traçadas em função da temperatura empregada na faixa de temperatura de processo (20°C, 27°C e 35°C) e em função da taxa de cisalhamento, em um reômetro do tipo cone-placa. Os parâmetros **B** e **T<sub>b</sub>** são constantes que foram obtidas algebricamente substituindo-se na equação 4.14, os respectivos valores de **C(T)** e **T** (respectivamente, tabela 3.8 e os valores para T=20°C, 27°C e 35°C).



#### 4.3- PERMEABILIDADE DO MEIO

Conforme descrito no item 2.4.1, para baixas velocidades (número de Reynolds  $Re < 1$ ), caso da impregnação de mantas em moldes por transferência de resina, a permeabilidade do meio se resume à chamada permeabilidade darciana  $k$  que depende apenas da estrutura do meio poroso (Innocentini et al., 1998), isto é:

$$\frac{1}{k} = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\delta^2 \varepsilon^3} \quad (4.15)$$

onde  $\varepsilon$  é a porosidade aparente do meio poroso e  $\delta$  é o diâmetro médio dos grânulos sólidos que compõe o meio. A porosidade aparente é determinada utilizando-se a densidade aparente do meio poroso ( $\rho_a$ ) e a densidade do sólido que compõe o meio ( $\rho_s$ ):

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_s} \quad (4.16)$$

sendo  $\rho_a$  obtida dividindo-se a massa do meio poroso, que no nosso caso é a manta de fibra de vidro, pelo seu volume geométrico enquanto que  $\rho_s$  pode ser obtida experimentalmente pela técnica de picnometria de Hélio (itens 2.4.1 e 3.5).

Como visto anteriormente, este método não pode ser aplicado a estruturas que não sejam muito rígidas, pois não leva em consideração a superposição e fechamento dos poros do meio fibroso durante o processo de impregnação, fato agravado pela utilização de mantas com fibras longas e dispostas de forma aleatória (item 2.4.1).

Utilizou-se então a equação 4.15 para uma estimativa inicial da permeabilidade da manta utilizada (item 3.5), como se a mesma representasse uma estrutura rígida. Em seguida, através da simulação numérica e por comparação com os valores levantados por filmagem, foi estimado o valor real da mesma considerando-se, dessa forma, o efeito de compactação do meio filtrante (manta de fibra de vidro).

A permeabilidade é ajustada comparando-se resultados obtidos, por simulação numérica do escoamento, com os obtidos experimentalmente por filmagem (itens 3.2 e 3.3), sendo considerada constante e função somente do número de mantas utilizadas na impregnação do molde.

#### **4.4- SOLUÇÃO DO MODELO**

Conhecidos os valores de  $k$  e  $\eta$ , a solução da equação 4.3 leva à distribuição de pressões no campo de escoamento.

A partir do campo de pressões, as relações 4.5 e 4.6 permitem a avaliação do campo de velocidades. Com o campo de velocidades determina-se a taxa de cisalhamento em cada ponto do domínio e com esta, é possível o cálculo da viscosidade (equação 4.13 e 4.14).

A partir do cálculo final do campo de velocidades é possível reavaliar o domínio de fluido pela integração de uma condição lagrangiana para as partículas na frente de impregnação:

$$u = \frac{dx}{dt} \quad (4.17)$$

$$v = \frac{dy}{dt} \quad (4.18)$$

Como a pressão depende da viscosidade, que é função da taxa de cisalhamento, que depende da velocidade que por sua vez é função do campo de pressões, trata-se de um sistema de equações cuja solução é iterativa até a convergência. Para solução das equações do modelo matemático utilizou-se o método numérico dos elementos finitos.

## CAPÍTULO 5

### MÉTODO NUMÉRICO E GERAÇÃO DE MALHAS

#### 5.1- MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Para solução da equação 4.3, que apresenta a pressão como variável independente, dada por:

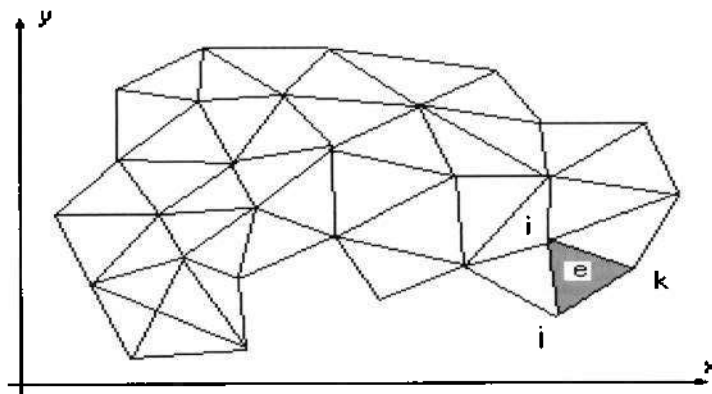
$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k}{\eta} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k}{\eta} \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 0 \quad (5.1)$$

onde  $k$  é a permeabilidade do meio ( $m^2$ ),  $\eta$  a viscosidade do fluido (Pa.s) e  $P$  o campo de pressões, empregou-se o Método dos Elementos Finitos, descrito no Apêndice A.

Conforme Zienkiewicz & Morgan (1983), a função  $P$  na formulação geral que descreve o sistema de equações algébricas para solução por Elementos Finitos, de problemas de preenchimento de campos bidimensionais, é dada por:

$$P = \sum_{z=1}^Z P_z N_z \quad (5.2)$$

onde  $P_z$  são as pressões nodais e  $N_z$  as funções de forma dos elementos utilizados para discretizar o domínio de cálculo. Essas funções de forma permitem que se escreva  $P$  em um determinado elemento em função dos seus valores nodais ( $P_z$  com  $z=i,j,k$  no caso do elemento ser triangular) e respectivas coordenadas de seus vértices (coordenadas  $(X_z;Y_z)$ , correspondentes aos nós  $z=i, j, k$ , que definem o respectivo elemento triangular), conforme pode ser visto na figura 5.1.



**Fig. 5.1 – Domínio genérico discretizado por elementos triangulares**

Para se determinar as matrizes desses elementos triangulares com essa formulação por elementos finitos é necessário simplesmente que se utilize as funções de forma adequadas.

Discretizando-se, então, o domínio de escoamento, com elementos triangulares lineares, bidimensionais, pode-se escrever a equação 5.1 pelo Método dos Resíduos Ponderados, utilizando-se as próprias funções triais como funções peso (Método de Galerkin), como sendo dada por:

$$\{R^{(e)}\} = - \int_A \left( \frac{\partial N_l}{\partial x} D \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial N_l}{\partial y} D \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy \quad \text{com } l = 1, 2, 3, \dots, Z. \quad (5.3)$$

onde  $D=k/\eta$  (coeficiente global de permeabilidade, conforme item 4.1) e com  $Z$  sendo definido na equação 5.2.

Em qualquer análise bidimensional é bastante útil a utilização de elementos triangulares para discretizar o domínio de cálculo, uma vez que este tipo de elemento pode ser facilmente empregado para representar, com precisão, regiões encerradas em fronteiras de formato bastante complexo.

Aplicando-se a aproximação da equação 5.2 e integrando-se o lado direito da equação 5.3 com a minimização de  $\{R^{(e)}\}$ , resulta num conjunto de equações algébricas em termos da matriz de rigidez  $[K^e]$  e do vetor coluna de pressão nodal  $\{P_e\}$  para o domínio todo do fluido:

$$[K^e] \{P_e\} = \{0\} \quad (5.4)$$

onde  $[K^e] = [B]^T [D] [B] A_e$ , representa uma matriz de condutividade resultante do conjunto de condutâncias de escoamento dos elementos.

Conforme pode ser visto no Apêndice A, item A.3.3, expandindo-se esse produto de matrizes para elementos triangulares, tem-se:

$$[K^e] = \left( \frac{D}{4A_e} \right) \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \left( \frac{D}{4A_e} \right) \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\text{onde: } \begin{cases} a_i = x_j y_k - x_k y_j; & b_i = y_j - y_k; & c_i = x_k - x_j \\ a_j = x_k y_i - x_i y_k; & b_j = y_k - y_i; & c_j = x_i - x_k \\ a_k = x_i y_j - x_j y_i; & b_k = y_i - y_j; & c_k = x_j - x_i \end{cases} \quad (5.6)$$

sendo ainda:  $(x_i; y_i); (x_j; y_j)$  e  $(x_k; y_k)$  as coordenadas dos nós  $i, j$  e  $k$  do respectivo elemento triangular  $e$  (figura 5.1).

A matriz de rigidez  $[K^e]$  é facilmente avaliada (Rao, 1989 e Segerlind, 1984), considerando-se as coordenadas nodais dos elementos e o coeficiente de permeabilidade calculado localmente para cada elemento do domínio. A solução do sistema de equações exige a montagem de uma matriz global em que se considera a conectividade dos elementos com a influência em cada nó dos seus respectivos nós vizinhos. Os detalhes deste procedimento encontram-se no Apêndice A.

Para cálculo das componentes do vetor velocidade, leva-se em consideração as funções de forma do elemento. A quantidade escalar  $\phi$  (que no nosso caso é definida como sendo o campo de pressões  $P$ ) é definida sobre uma região triangular por:

$$\phi^e = [N_i \quad N_j \quad N_k] \{ \Phi^e \} \quad (5.7)$$

onde:

$$N_i = \left(\frac{1}{2A}\right)[a_i + b_i x + c_i y]$$

$$N_j = \left(\frac{1}{2A}\right)[a_j + b_j x + c_j y] \quad (5.8)$$

$$N_k = \left(\frac{1}{2A}\right)[a_k + b_k x + c_k y]$$

e

$$A = \left| \frac{a_i + a_j + a_k}{2} \right| \quad (5.9)$$

Derivando-se a equação 5.7, em x e y, obtém-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \phi_i + \frac{\partial N_j}{\partial x} \phi_j + \frac{\partial N_k}{\partial x} \phi_k$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial y} \phi_i + \frac{\partial N_j}{\partial y} \phi_j + \frac{\partial N_k}{\partial y} \phi_k \quad (5.10)$$

Substituindo 5.10 em 4.5 e 4.6, e fazendo  $\phi = P$ , obtém-se finalmente as expressões que permitem o cálculo das componentes da velocidade  $u$  e  $v$  para um elemento triangular conhecendo-se simplesmente as coordenadas e respectivas propriedades nodais do elemento:

$$u = -\frac{k}{\eta} \left(\frac{1}{2A}\right)[b_i P_i + b_j P_j + b_k P_k]$$

$$v = -\frac{k}{\eta} \left(\frac{1}{2A}\right)[c_i P_i + c_j P_j + c_k P_k] \quad (5.11)$$



As componentes do vetor velocidade (equação 5.11) são constantes dentro de cada elemento, dependendo somente da propriedade **P** localizada nos vértices do elemento e das respectivas coordenadas dos mesmos.

## 5.2- CÁLCULO DA TAXA DE CISALHAMENTO

A taxa de cisalhamento atuante em cada elemento, necessária para determinação do valor da viscosidade é definida pela equação 4.11, isto é:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2} \quad (5.12)$$

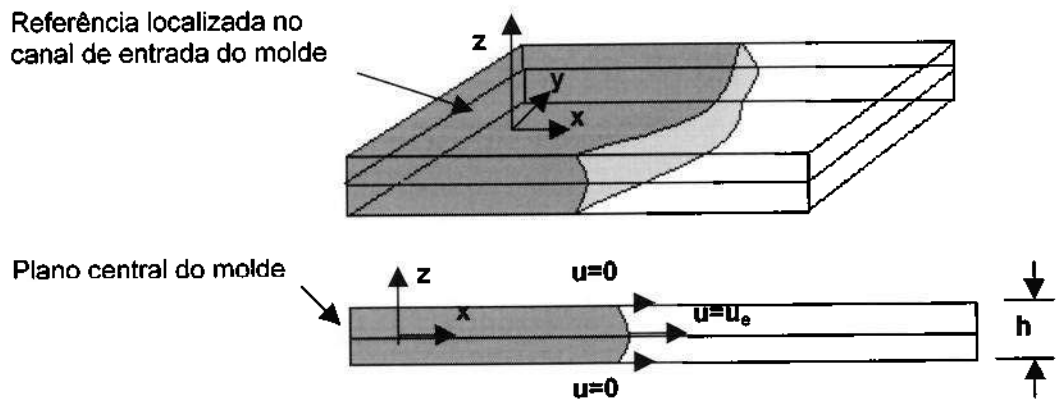
onde **u** e **v** são as componentes do vetor velocidade nas direções **x** e **y**.

Considerando-se a figura 5.2, sendo nula a velocidade nas superfícies superior e inferior do molde ( $z=\pm h/2$  com **h** sendo a altura total da cavidade do molde) e sendo **u<sub>e</sub>** e **v<sub>e</sub>** os valores das componentes do vetor velocidade de um determinado elemento **e** (obtidas no centro de gravidade do respectivo elemento e no plano central do molde, ou seja, em  $z=0$ ), podemos escrever:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \cong \frac{u_e}{h/2} \quad \text{e} \quad \frac{\partial v}{\partial y} \cong \frac{v_e}{h/2} \quad (5.13)$$

de forma que: 
$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{u_e}{h/2}\right)^2 + \left(\frac{v_e}{h/2}\right)^2} \quad (5.14)$$

onde  $u_e$  e  $v_e$  são os valores das componentes do vetor velocidade de um determinado elemento  $e$  e  $h$  a altura total da cavidade do molde (figura 5.2).



**Fig. 5.2 – Perfil de velocidades para determinação da taxa de cisalhamento**

As coordenadas do centro de gravidade de um elemento triangular são facilmente determinadas lembrando-se que as mesmas são médias aritméticas das coordenadas dos vértices que formam esse elemento. Dessa forma, para um elemento genérico  $e$ , tem-se:

$$x_e = \frac{x_i + x_j + x_k}{3} \quad (5.15)$$

$$y_e = \frac{y_i + y_j + y_k}{3}$$

### 5.3- CONDIÇÃO DE CONSERVAÇÃO DE MASSA

Para que se possa garantir a condição física de conservação de massa na frente de avanço de impregnação de resina, é necessário que se determine a vazão nas faces dos elementos de fronteira.

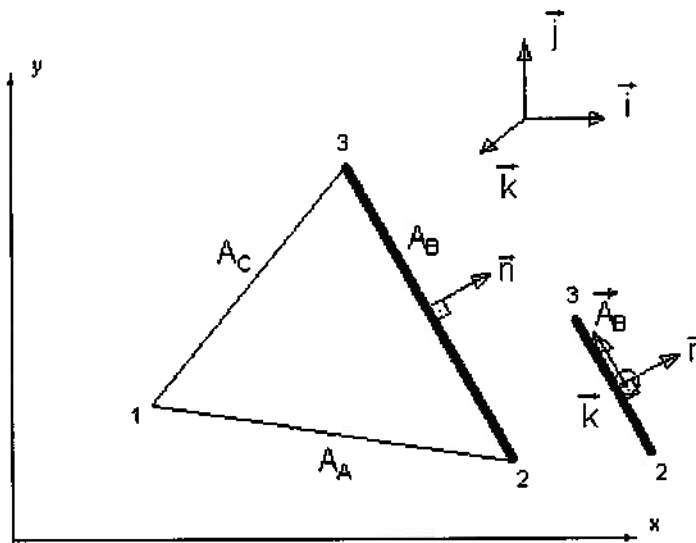
Esse cálculo é realizado nos elementos de entrada de resina no molde, nas faces em que efetivamente se tem a entrada do fluxo de massa e, nos elementos da frente de impregnação, nas faces em que efetivamente se tem a saída de fluxo de massa.

O cálculo da vazão em massa  $\dot{m}$  nas faces do elemento é realizado considerando-se, em cada uma dessas faces, as componentes do vetor velocidade do elemento e as coordenadas dos nós que formam a face através da qual se deseja o cálculo da vazão. Esta vazão em massa é dada por:

$$\dot{m} = \rho (\vec{V} \cdot \vec{n})A \quad (5.16)$$

onde  $\dot{m}$  é a vazão (ou fluxo) em massa,  $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j}$  o vetor velocidade,  $\vec{n}$  o vetor normal à face do elemento triangular que se deseja determinar o fluxo em massa e  $A$  o valor da área dessa mesma face (respectivo comprimento do lado do elemento triangular, já que o problema é tratado de forma bidimensional com elementos de altura unitária).

Observando-se a figura 5.3, para um elemento genérico  $e$ , de vértices 1, 2 e 3, e faces de área  $A_A$  (lado 1-2),  $A_B$  (lado 2-3) e  $A_C$  (lado 3-1), é possível se deduzir, por exemplo, a partir da equação 5.16, a expressão que fornece a vazão em massa  $\dot{m}_B$  que atravessa a face de área  $A_B$ , formada pelo lado 2-3.



**Fig. 5.3 – Elemento para cálculo da vazão sobre a face 2-3**

Considerando-se fluxo positivo para fora do elemento, tem-se:

Sendo  $(x_2; y_2)$  e  $(x_3; y_3)$  as coordenadas dos nós 2 e 3, respectivamente,

o vetor área  $\vec{A}_B$  é dado por:

$$\vec{A}_B = \frac{(x_3 - x_2)\vec{i} + (y_3 - y_2)\vec{j}}{\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}} \quad (5.17)$$

Como:  $\bar{n} = \bar{A}_B \wedge \bar{k}$  e  $A_B = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$ , tem-se que:

$$\bar{n} = \frac{(y_3 - y_2)}{A_B} \bar{i} - \frac{(x_3 - x_2)}{A_B} \bar{j} \quad (5.18)$$

e, por conseguinte:  $\dot{m}_B = \rho \bar{V} \cdot \bar{n} \cdot A_B = \rho [u(y_3 - y_2) + v(x_2 - x_3)]$ .

De maneira similar, é possível se determinar as vazões em massa que atravessam as faces de área  $A_A$  (lado 1-2) e  $A_C$  (lado 3-1), obtendo-se finalmente as expressões para cálculo das vazões em massa que atravessam todas as faces do elemento da figura 5.3:

$$\begin{aligned} \dot{m}_A &= \rho [u(y_2 - y_1) + v(x_1 - x_2)] \\ \dot{m}_B &= \rho [u(y_3 - y_2) + v(x_2 - x_3)] \\ \dot{m}_C &= \rho [u(y_1 - y_3) + v(x_3 - x_1)] \end{aligned} \quad (5.19)$$

Finalmente, pela condição de conservação de massa, tem-se para o elemento da figura 5.3, a seguinte equação:

$$\dot{m}_A + \dot{m}_B + \dot{m}_C = 0 \quad (5.20)$$

#### **5.4- GERAÇÃO DE MALHAS**

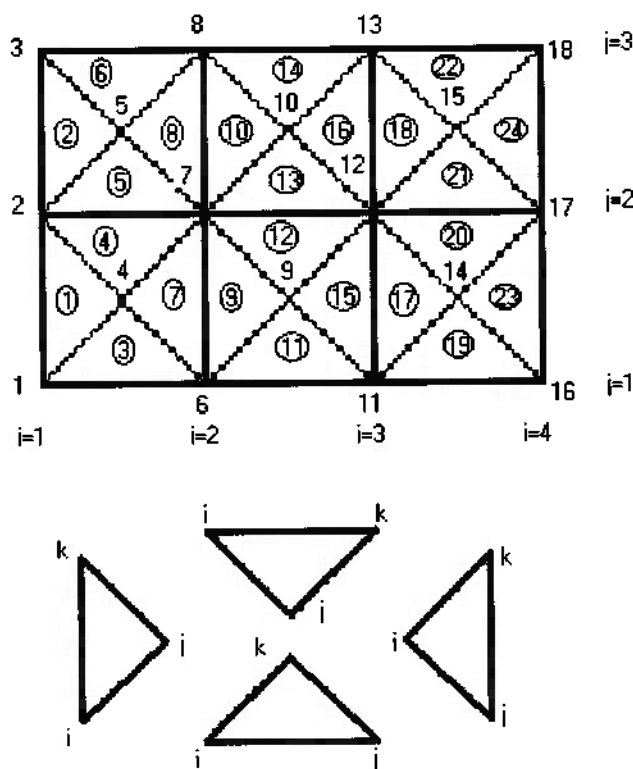
Para avaliação da frente de avanço é necessária a geração de uma malha. O programa de Simulação do Fluxo de Resina desenvolvido neste trabalho permite a geração de dois tipos de malhas estruturadas, de elementos triangulares. Realiza automaticamente a numeração dos nós e elementos e a posterior montagem dos arquivos de incidência desses elementos (Tabela de Incidência dos Elementos ou Vizinhança) e respectivos nós (Tabela de Incidência dos Nós) e de coordenadas dos mesmos, bastando que se introduza os seus dados de geração, conforme itens **5.4.1** e **5.4.2**.

A utilização também de um programa gerador de malhas não-estruturadas, bidimensional, denominado Gmsh, permitiu o traçado e a comparação entre simulações utilizando os dois tipos de malhas (estruturadas e não-estruturadas). Para utilização desse programa foi necessária a adequação dos dados de saída fornecidos por esse programa ao formato necessário para entrada no programa de Simulação do Fluxo de Resina (ver maiores detalhes no item **5.4.3**).

**5.4.1- Geração de Malhas Estruturadas Tipo 1**

O primeiro tipo de malha refere-se a uma configuração com quatro elementos triangulares por intervalo coluna-linha.

Conforme pode ser visto na figura 5.4, este tipo de malha apresenta quatro elementos triangulares em cada intervalo compreendido entre colunas e linhas (**col-lin**), onde **col** designa as retas verticais e **lin** as horizontais.



**Fig. 5.4 - Malha Tipo 1 (4 elementos triangulares por intervalo col-lin)**

A numeração dos nós e dos elementos é realizada conforme demonstrado na figura 5.4, bastando que se introduza o número de retas horizontais e verticais que se deseja (valores máximos de **col** e **lin**). As coordenadas  $(x,y)$  dos nós **i**, **j** e **k** de cada elemento também são obtidas automaticamente, bastando que se forneça os valores máximos para **x** e **y** (os valores mínimos são considerados como sendo sempre iguais a zero).

A seqüência **i**, **j** e **k** para cada um dos quatro elementos gerados em cada intervalo **col-lin**, é realizada sempre no sentido anti-horário e da forma como descrito na parte inferior da figura 5.4.

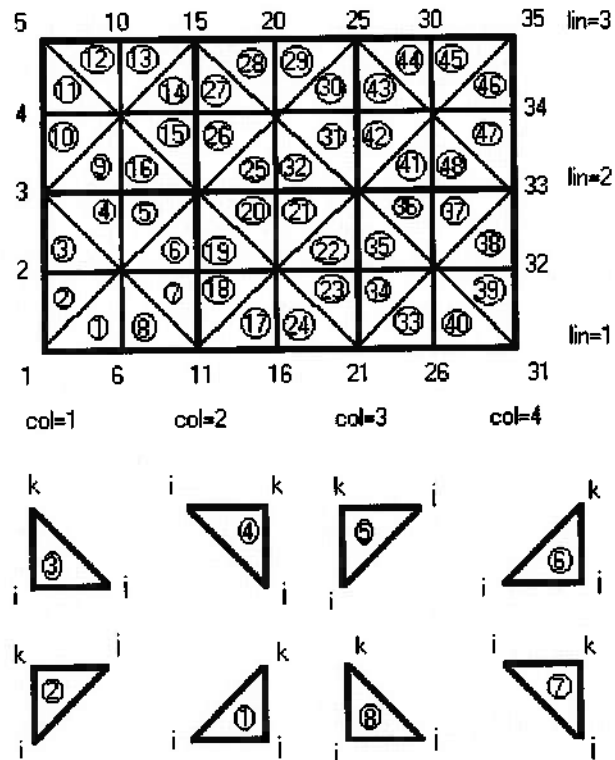
#### 5.4.2- Geração de Malhas Estruturadas Tipo 2

O segundo tipo de malha refere-se a uma configuração com oito elementos triangulares por intervalo coluna-linha.

Conforme pode ser visto na figura 5.5, este tipo de malha apresenta oito elementos triangulares em cada intervalo compreendido entre colunas e linhas (**col-lin**), onde **col** designa as retas verticais e **lin** as horizontais.

A numeração dos nós e dos elementos é realizada conforme demonstrado na figura 5.5, bastando que se introduza o número de retas horizontais e verticais que se deseja (valores máximos de **col** e **lin**). As coordenadas  $(x,y)$  dos nós **i**, **j** e **k** de cada elemento também são obtidas automaticamente, bastando que se forneça os valores máximos para **x** e **y** (os valores mínimos são considerados como sendo sempre iguais a zero).





**Fig. 5.5 - Malha Tipo 2 (8 elementos triangulares por intervalo col-lin)**

A seqüência  $i, j$  e  $k$  para cada um dos oito elementos gerados em cada intervalo  $col-lin$ , é realizada sempre no sentido anti-horário e da forma como descrito na parte inferior da figura 5.5.

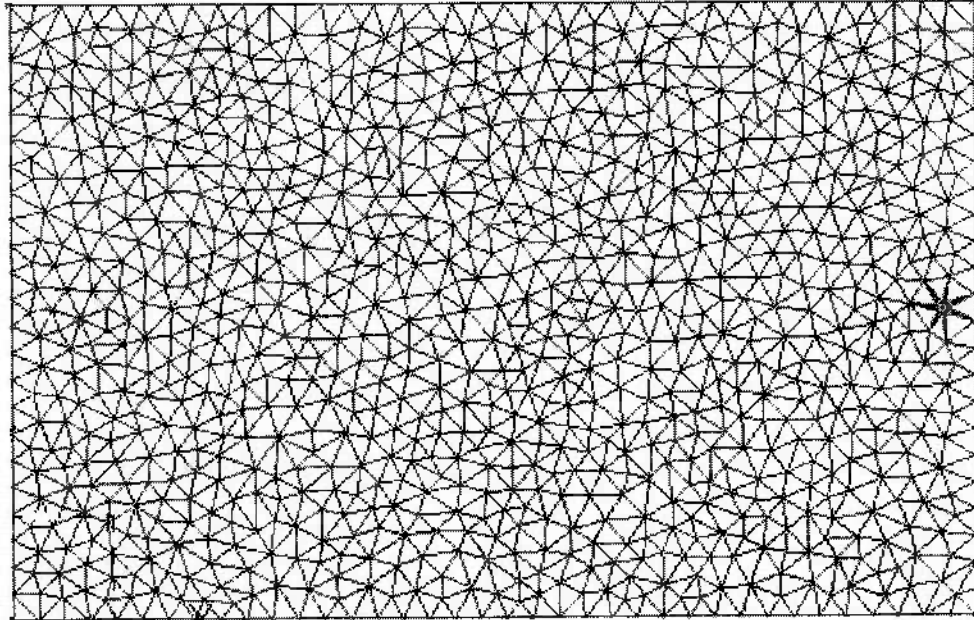
#### **5.4.3- Geração de Malhas Não-estruturadas utilizando o programa GMSH e o Método de Delaunay**

GMSH é um gerador automático por Elementos Finitos de malha tridimensional, que utiliza basicamente o Método de Delaunay, com características próprias de pré e pós processamento. O nome GMSH não possui nenhum significado especial e, segundo seus autores, surgiu do fato das pessoas se referirem ao programa como **Gee-Mesh**.

Esse programa se constitui numa ferramenta de geração de malhas tridimensionais, simples, adequada a aplicações acadêmicas, com possibilidade de visualização dos dados. Também são possíveis aplicações bidimensionais, introduzindo-se o valor unitário para a terceira dimensão ( $z=1$ ).

O domínio de geração da malha é definido através da introdução de pontos, retas e círculos, além de ser possível a escolha dos elementos geométricos a serem gerados (por exemplo, triângulos, quadriláteros, tetraedros, prismas, hexaedros etc.).

Nesse trabalho utilizou-se somente elementos triangulares, bidimensionais. Criou-se um programa de leitura e adequação dos dados de saída do programa GMSH para que esses pudessem ser lidos pelo programa de Simulação do Fluxo de Resina. A figura 5.6 traz um exemplo dos elementos gerados pelo programa GMSH.



**Fig. 5.6 - Malha Não-estruturada gerada pelo programa GMSH, com 1019 nós e 2017 elementos**

A geração da malha é executada discretizando-se primeiro as curvas e, a partir da geração desses triângulos, discretiza-se o restante do domínio. Essa seqüência, que é executada automaticamente, assegura a continuidade da malha quando, por exemplo, tem-se duas superfícies diferentes com uma superfície comum.

O algoritmo de Delaunay implementado basicamente pode ser descrito, dividindo-se o processo de geração da malha em nove etapas, conforme descrito abaixo, etapas essas que podem ser acompanhadas observando-se a figura 5.7:

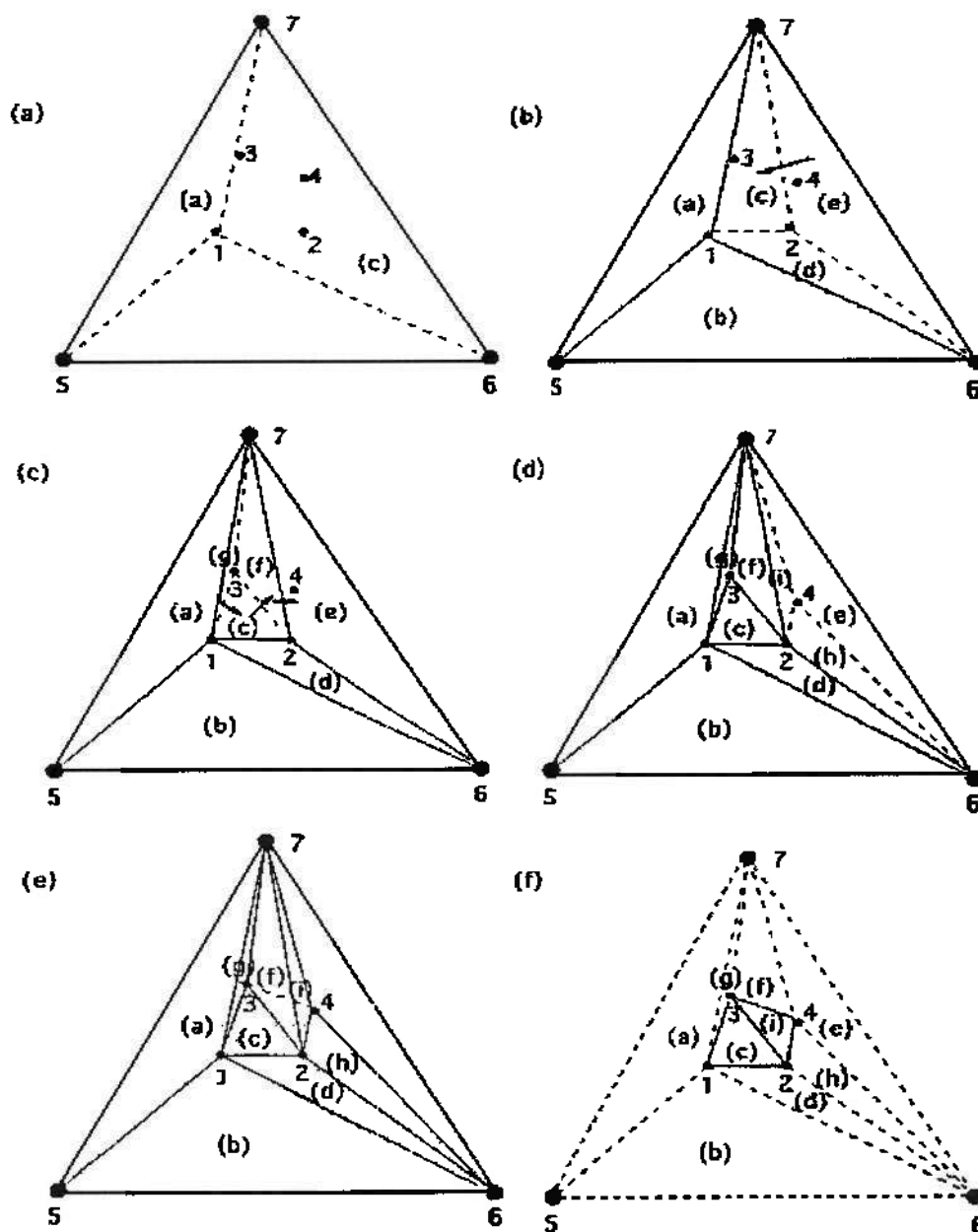
1. As coordenadas  $x$  e  $y$  de todos os  $N$  nós são normalizadas de forma a se encontrarem no intervalo entre 0 e 1;
2. São adicionados 3 nós para criar um triângulo de grandes dimensões (denominado aqui de super triângulo), que contenha todos os outros nós. As arestas deste super triângulo devem estar razoavelmente afastadas dos nós contidos internamente (fig. 5.7a);
3. Os triângulos gerados serão armazenados em uma tabela designada como  $T$ . Esta tabela contém inicialmente somente o super triângulo;
4. Os nós devem ser numerados de uma forma conveniente. Se os nós consecutivos estiverem sempre em posições próximas então haverá mais eficiência no processo;
5. Introduzir o primeiro nó no super triângulo (nó 1, fig. 5.7b). Os três novos triângulos gerados são introduzidos na tabela  $T$  e o triângulo anterior é retirado da tabela. Os triângulos são sempre armazenados de forma que seus vértices estejam no sentido anti-horário;
6. Um novo ponto é introduzido no domínio (nó 2, fig. 5.7b e 5.7c). Deve-se então verificar em que triângulo o nó se encontra e então são gerados três novos triângulos que são incluídos na tabela  $T$  enquanto que o triângulo antigo é retirado;
7. O algoritmo de troca de diagonais é utilizado para otimizar os triângulos gerados. A troca das diagonais (figuras 5.7d, 5.7e e

- 5.7f) é efetuada se o novo ponto gerado estiver contido no interior da circunferência que passa pelos vértices de um triângulo vizinho pré-existente. No caso de haver necessidade de troca de diagonal deve-se verificar novamente os triângulos vizinhos aos novos triângulos gerados;
8. Os passos 6 e 7 são repetidos até que todos os nós sejam inseridos no domínio (figuras 5.7c, 5.7d e 5.7e);
  9. Finalmente os nós do super triângulo são retirados bem como todos os triângulos que tem estes nós como vértices (figura 5.7f).

O formato do arquivo de saída desse programa é dividido em duas seções, limitadas por \$NOD/\$ENDNOD e por \$ELM/\$ENDELM, que definem, respectivamente, os nós e os elementos:

```
$NOD
número de nós
número do nó  coordenada 1  coordenada 2  coordenada 3
...
$ENDNOD

$ELM
número de elementos
número do elem/ tipo do elem/região do elem/não usado/n de nós/n. dos nós
$ENDELM
```



**Fig. 5.7 – Exemplo da aplicação do Método de Delaunay**

Portanto \$NOD\$ indica o início da listagem das informações referentes aos nós. Em seguida, tem-se o número total de nós e, abaixo deste, quatro colunas, contendo em cada linha, o número de cada nó com suas

respectivas coordenadas nas direções x, y e z. As informações referentes aos nós são finalizadas com a inscrição *\$ENDNOD*.

Logo abaixo, tem-se a segunda seção de informações, iniciada com a inscrição *\$ELM* e finalizada com a inscrição *\$ENDELM*. Essa seção traz informações referentes aos elementos.

A primeira informação é o número total de elementos. Após esse, tem-se, conforme o tipo do elemento, um certo número de colunas (por exemplo, o elemento linha apresenta 7 colunas e o triângulo 8 colunas).

A primeira coluna é o número seqüencial do elemento. Em seguida, tem-se a coluna do tipo do elemento (que define a geometria do mesmo, por exemplo: 1 para linha, 2 para triângulo, 3 para quadrilátero e assim por diante) e a coluna correspondente à região do elemento (número da entidade física a que pertence o elemento, por exemplo, a região externa de um furo pode ser uma entidade física e a interna outra). A quarta coluna é um número que nada representa e cujo valor é idêntico ao da coluna anterior (esse valor não é usado).

A quinta coluna identifica o número de nós que, quando ligados, formam o elemento (se for um elemento linha, que é definido por dois nós, tem-se o número 2 e se for um elemento triângulo, por conseguinte, o número 3).

Finalmente, tem-se a partir da sexta coluna, os números dos nós que compõem esse elemento. Caso esse elemento seja um elemento linha teremos duas colunas (dois nós), triângulo três colunas (três nós) e assim por diante.

A seguir tem-se a impressão de uma parte dos dados de saída referentes à malha da figura 5.6:

```

$NOD
1020
1 0 0 0
2 600 0 0
3 600 380 0
4 0 380 0
5 16.5 190 0
6 20 190 0
.
.
1018 76.00899678860391 128.8391544755368 0
1019 315.9513239172417 10.17653908088185 0
1020 216.8266119772834 219.1773971175333 0
$ENDNOD
$ELM
2017
1 1 1 1 2 1 11
2 1 1 1 2 11 12
.
.
150 1 15 15 2 152 153
151 1 15 15 2 153 8
152 2 18 18 3 442 167 591
153 2 18 18 3 390 236 873
154 2 18 18 3 497 263 611
155 2 18 18 3 730 325 749
.
.
2013 2 18 18 3 351 963 972
2014 2 18 18 3 988 487 993
2015 2 18 18 3 381 988 993
2016 2 18 18 3 145 146 1005
2017 2 18 18 3 144 145 1005
$ENDELM
    
```

Podemos observar as duas seções distintas. A última coluna da primeira seção, que é referente aos nós, apresenta valores nulos, pois a malha é bidimensional ( $z=0$ ).



Os primeiros nós correspondem ao domínio inicial enquanto que os demais são os obtidos usando-se o Método de Delaunay.

Quanto à segunda seção (referente aos elementos), podemos destacar a quinta coluna, que apresenta inicialmente o valor 2 (pois são elementos lineares e correspondem aos lados dos elementos triangulares) e posteriormente o valor 3 (elementos triangulares).

Observar ainda que os elementos lineares apresentam duas colunas finais enquanto que os triangulares apresentam três colunas. Essas colunas indicam a numeração dos nós de formação desses elementos lineares e triangulares.

#### **5.5- ALGORITMO DE AVANÇO DA FRENTE DE IMPREGNAÇÃO**

Para caracterização da evolução temporal do preenchimento das células (elementos triangulares lineares e bidimensionais pertencentes à malha gerada previamente, conforme item 5.4, e que compreende o domínio todo de cálculo), baseou-se em uma combinação dos critérios apresentados por Tomé (1993) e Zaidi et al. (1996) (item 2.5.1).

Esses autores adotam diferentes marcações para os diversos tipos de células do domínio, diferenciando-as pelo fato de estarem cheias, vazias ou mesmo por pertencerem à frente de avanço.

Para implementação computacional das condições de contorno adequadas ou para uma melhor visualização passo a passo da frente de

avanço e localização da mesma dentro do molde, o programa diferencia ainda as células pertencentes à entrada, saída ou mesmo ao canal de impregnação.

Por outro lado, para definição do volume de controle utilizou-se o Método de Volume de Controle de Elemento, proposto por Brusckke; Advani (1994), em que se tem o volume de controle coincidente com o elemento (item 2.5.2).

Para marcação das células foram utilizados os seguintes códigos que definem a situação de cada célula em cada instante de cálculo:

- Célula vazia (**E**) = 0;
- Célula preenchida (**F**) = 1;
- Célula preenchida e de fronteira móvel (**S**) = 2;
- Célula de entrada (**I**) = 3;
- Célula de saída e vazia (**EO**) = 4;
- Célula de saída e preenchida (**FO**) = 5;
- Célula de canal e vazia (**EG**) = 6;
- Célula de canal e preenchida (**FG**) = 7;
- Célula de saída e preenchida juntamente com todos os demais elementos também preenchidos (**FOF**) = 8;

Os números correspondem aos valores adotados para implementação computacional dos códigos de marcação das células.

Para que se possa simular o avanço da resina dentro do molde, primeiramente é traçada uma malha, que pode ser estruturada ou não-estruturada, sobre o domínio todo de fluido. Essa malha define por si só os

elementos e, por conseguinte, ficam definidas as células de marcação e de localização da frente livre.

Inicialmente fixa-se a superfície livre (instante inicial) atribuindo-se a cada célula do domínio todo, um código conforme a célula seja pertencente a entrada, saída, canal de impregnação ou simplesmente pertencente ao molde e, se a mesma encontra-se vazia ou preenchida de fluido ou ainda, se é pertencente à frente de impregnação. O algoritmo é genérico e o instante inicial pode corresponder a qualquer situação dentro do molde.

Os volumes de controle, definidos para aplicação das condições de contorno e das equações a serem resolvidas, são considerados coincidentes com os elementos gerados pela malha adotada.

Os passos seguintes resumem o critério usado para o avanço da frente:

1. Após a construção da malha para o domínio completo do molde, os diferentes marcadores são atribuídos para cada tipo de elemento e são armazenados na posição do seu centro de massa;
2. As equações de escoamento são resolvidas para o domínio do fluido e a conservação de massa é aplicada a cada célula pertencente à fronteira do escoamento. É avaliada então a fração em massa que atravessa a superfície desses elementos preenchendo os volumes dos seus respectivos vizinhos vazios;
3. É avaliada então a condição do novo preenchimento de cada vizinho. Caso o volume preenchido seja maior do que 70%, a

célula é considerada preenchida e o código de marcação da célula é alterado;

4. Levando-se em conta o código de marcação de cada elemento do domínio de cálculo e dos seus respectivos vizinhos, esses códigos são alterados novamente, quando necessário, definindo-se finalmente o novo formato do domínio de fluido;
5. Verifica-se se o molde está totalmente preenchido, caso contrário repete-se a seqüência a partir do passo dois.

Utiliza-se o Método do Gradiente Conjugado Pré-condicionado (PCG) para se resolver o conjunto de equações (equação 5.4) enquanto que o campo de velocidades é obtido derivando-se as funções de forma para cada elemento triangular considerando-se suas respectivas pressões nodais (equação 5.11).

## **5.6- ALGORITMO GERAL DE CÁLCULO**

A figura 5.8 resume o algoritmo geral de cálculo proposto enquanto que a implementação completa deste algoritmo, com o detalhamento de todas as subrotinas e critérios adotados para todas as etapas e avaliação da frente de impregnação, podem ser encontrados no Apêndice C deste trabalho.

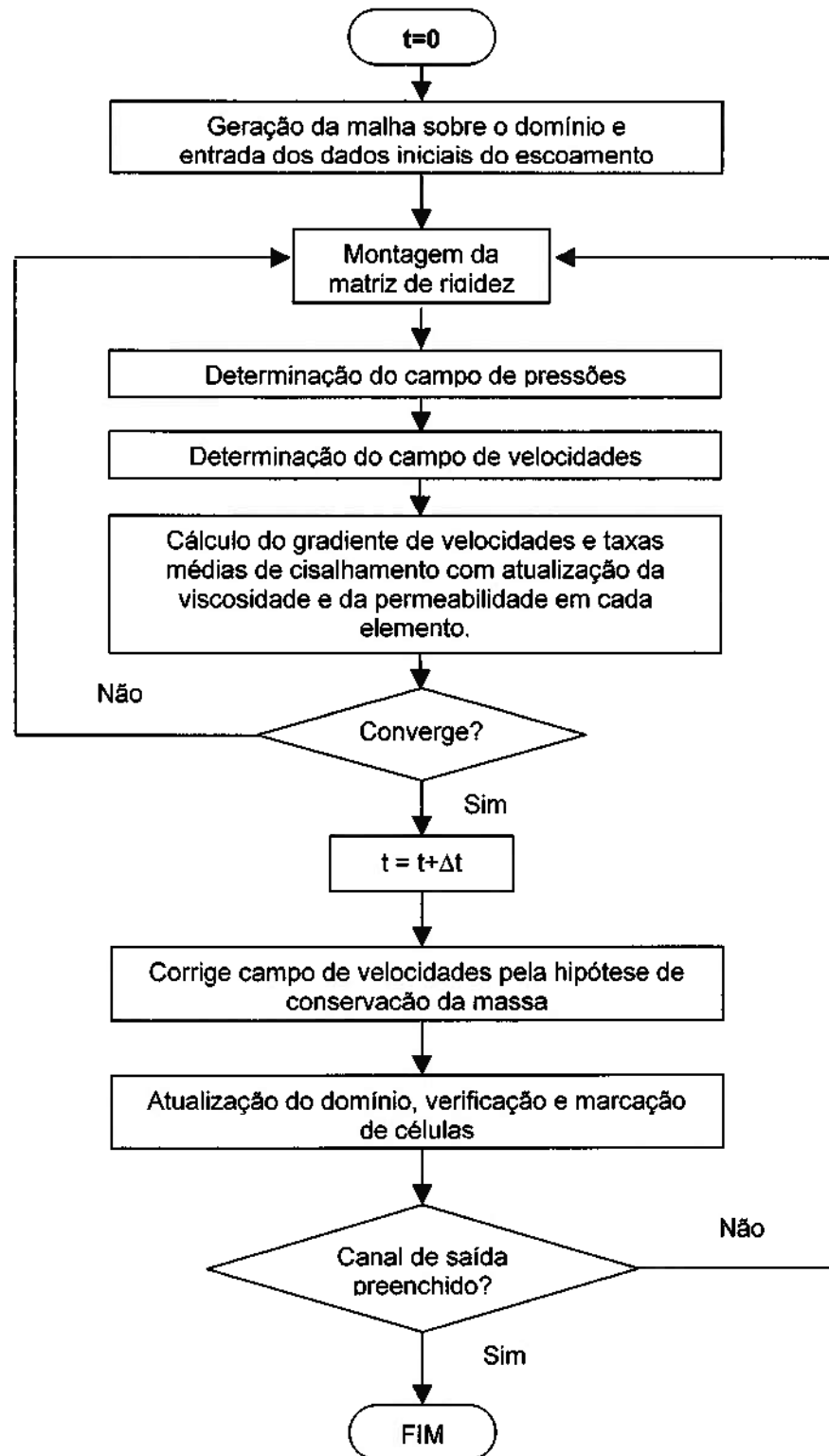


Fig. 5.8 – Representação do algoritmo de cálculo

## **CAPÍTULO 6**

### **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Os resultados da simulação numérica obtidos até este momento são apresentados neste capítulo e comparados aos experimentais.

No item 6.1 são apresentados os dados gerais de entrada para obtenção das soluções numéricas. Demais informações pertinentes a cada simulação são fornecidas com a apresentação e discussão dos respectivos resultados.

#### **6.1- DADOS GERAIS DE ENTRADA PARA AS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS**

Nas simulações numéricas realizadas, utilizou-se temperaturas constantes, típicas do processo industrial dessa aplicação. Todas essas temperaturas encontram-se dentro da faixa de obtenção das curvas de viscosidade, que foram obtidas considerando-se também a temperatura típica de processo.

As curvas de viscosidade, inseridas no programa, foram obtidas para as temperaturas de 20°C, 27°C e 35°C, conforme item 3.4. O programa, então, realiza uma interpolação linear para obtenção do valor de viscosidade para a

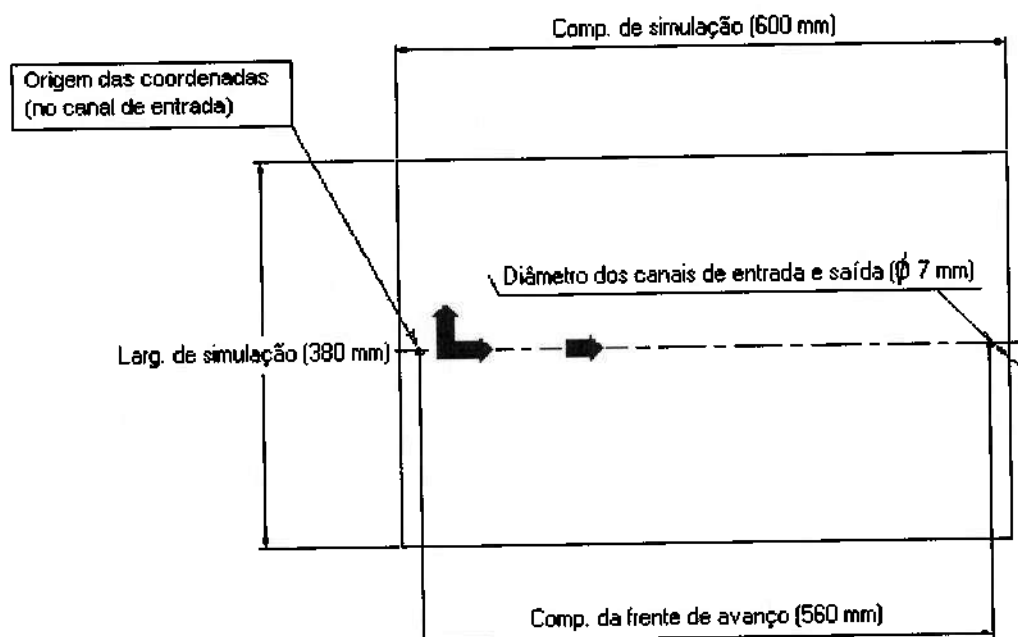
respectiva temperatura de processo adotada e introduzida na simulação numérica.

Por se tratar de um processo de transferência de resina a vácuo, considerou-se sempre a pressão no canal de entrada do molde como sendo a pressão atmosférica e na frente de avanço da resina como sendo igual a zero. O valor da pressão atmosférica adotado, em unidades do Sistema Internacional, foi de 90 kPa (correspondente a uma pressão atmosférica de aproximadamente 695mmHg, que é a pressão barométrica da cidade de São Paulo).

Basicamente, as simulações numéricas de impregnação foram realizadas considerando-se o molde retangular representado na figura 3.1, de dimensões totais de 380x600mm.

As simulações procuraram reproduzir os experimentos realizados com o molde descrito na figura 3.1, considerando-se a geometria original do molde (um canal de entrada e um de saída, com coordenadas de abscissas 0,02m e 0,58m, respectivamente, localizados na linha central do molde). A distância percorrida pela resina no “eixo” central do molde, entre os canais de entrada e saída é de aproximadamente 560mm (ver figura 6.1).

Apesar do molde dos ensaios experimentais possuir somente um canal de entrada e um de saída, estão sendo realizados estudos em que se varia a quantidade e posição dos canais de entrada e saída. Essas simulações permitirão o estudo teórico da influência da mudança das posições dos canais no comportamento da impregnação.



**Fig. 6.1 – Croqui do molde de impregnação bidimensional**

Para as simulações numéricas do avanço da frente, utilizadas na determinação e estudo da influência da permeabilidade, temperatura de processo e viscosidade, na impregnação do molde, traçou-se uma malha tipo 1 (figura 5.4), com 1020 elementos triangulares e 599 nós, com largura de 0,021m e comprimento de 0,600m, ou seja, com a largura reduzida à parte central do molde e com o comprimento total do mesmo. A distância entre canais foi mantida (0,560 m), com 948 elementos. Dessa forma, os canais de entrada e saída foram formados, cada um, por quatro elementos, aproximando-os da dimensão original que apresenta um diâmetro de 7 mm. O tempo típico de computação num computador AMD K7 750 MHz com 512 Mb de memória RAM foi de, aproximadamente, oito horas para cada uma das simulações.

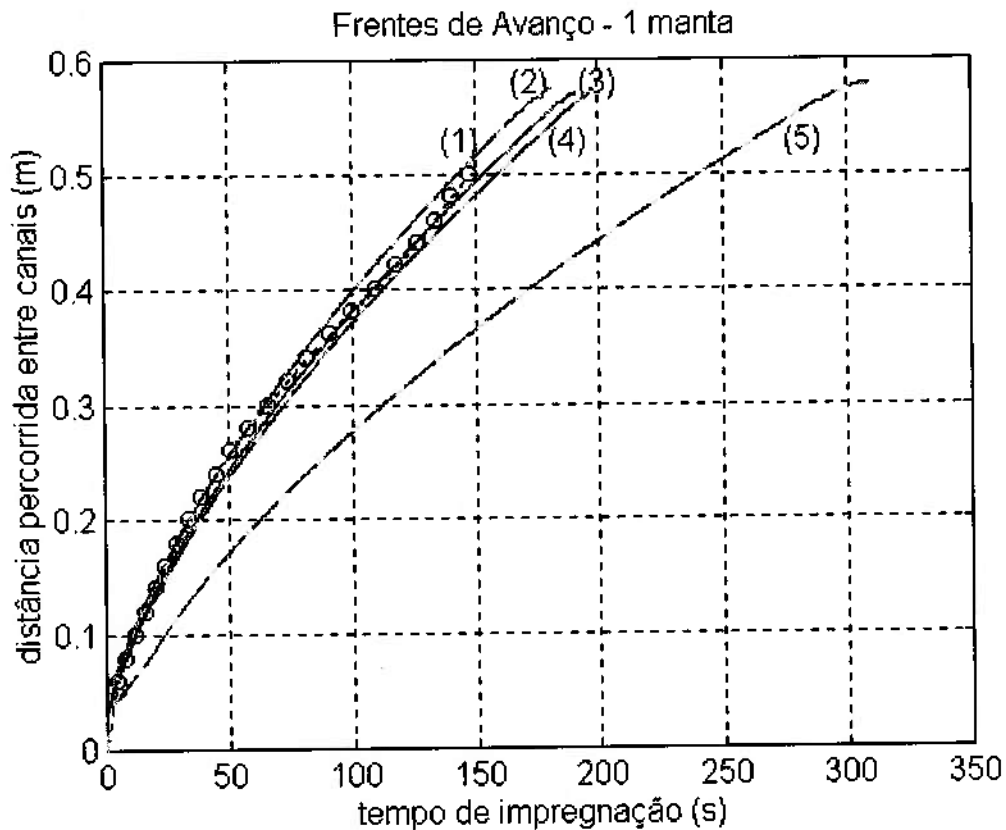


## **6.2- INFLUÊNCIA DA PERMEABILIDADE**

Os gráficos de permeabilidade apresentados aqui servem para caracterizar a permeabilidade do meio, representado pelas mantas de fibra de vidro utilizadas. Conforme visto no item 2.4.1, é comum a utilização da simulação numérica do escoamento através de mantas como ferramenta adicional para se estimar o valor correto de permeabilidade do meio, como pode ser visto em Calado & Advani (1996) ou em Um & Lee (1991). No caso deste trabalho, as curvas, obtidas por simulação numérica para diferentes valores adotados de permeabilidade, quando comparadas às curvas obtidas experimentalmente, permitem a estimativa do valor da permeabilidade do meio poroso.

Foram considerados os casos experimentais de moldes contendo uma, duas e três mantas de fibra de vidro além de uma resina sendo impregnada numa temperatura constante de processo de 24°C.

A figura 6.2 mostra os resultados numéricos da evolução temporal da posição do ponto mais a jusante da frente de resina. Esta evolução foi aqui caracterizada pela distância percorrida entre os canais de entrada e saída.



**Fig. 6.2 - Frentes de avanço com diferentes permeabilidades**  
**(curvas obtidas por simulação: (2)  $9,25 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (3)  $8,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ,**  
**(4)  $8,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  e (5)  $1,59 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , além da curva (1) experimental, obtida**  
**por filmagem com 1 manta)**

As curvas de número (2), (3), (4) e (5), foram obtidas por simulação numérica utilizando-se diferentes valores de permeabilidade para o meio constituído pela manta de fibra de vidro, enquanto que a curva de número (1) provém dos resultados experimentais obtidos com a primeira filmagem (tabela 3.3, Filmagem 1), correspondente à impregnação do molde utilizando-se uma

manta de fibra de vidro. Os valores de permeabilidade utilizados estão descritos na legenda da figura 6.2.

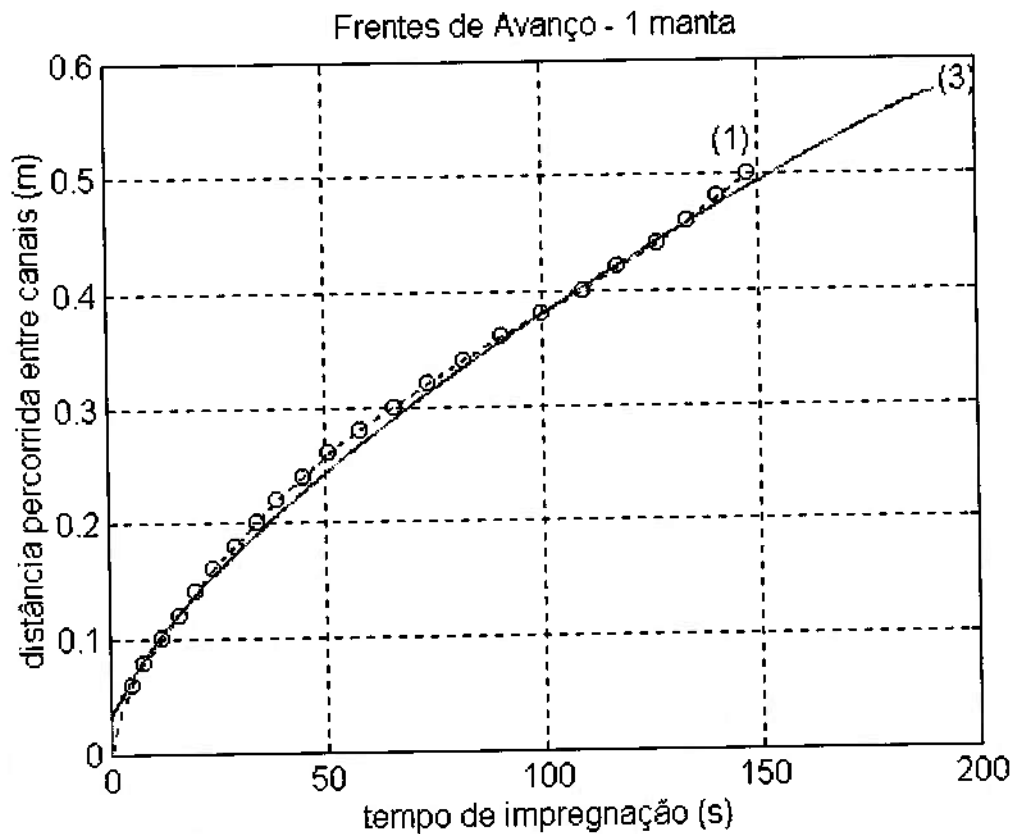
O valor de permeabilidade de  $1,59 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  (curva de número (5)) foi obtido utilizando-se a equação 4.15 (ou 3.6) que se refere ao modelo proposto por Innocentini et al. (1998), que considera o meio poroso, aqui representado pela manta de fibra de vidro, como sendo um meio rígido. Para o cálculo deste valor de permeabilidade utilizou-se uma porosidade aparente  $\epsilon$  de 0,805 (resultado obtido a partir da equação 4.16 (ou 3.7) e com um diâmetro de fibra de 0,035 mm (Tabela 3.12). Para maiores detalhes, consultar o item 3.5.

Comparando-se essa curva (5) com a obtida experimentalmente (curva (1)), é fácil observar que a permeabilidade real deve ser maior do que a indicada por essa curva (5), o que, de certa forma, poderia ser esperado, pois o modelo de Innocentini et al. (1998) tem sua aplicação limitada a meios cerâmicos rígidos e muito diferentes da manta de fibra.

Os valores da permeabilidade, correspondentes às simulações numéricas, são decrescentes da curva (2) para a (5), conforme descrito anteriormente. Observa-se que os resultados numéricos simulam bem o comportamento físico esperado para o sistema, ou seja, diminuindo-se a permeabilidade do meio (isto é, meio mais impermeável), aumenta-se o tempo necessário para a total impregnação da manta, como conseqüência da redução nas velocidades.

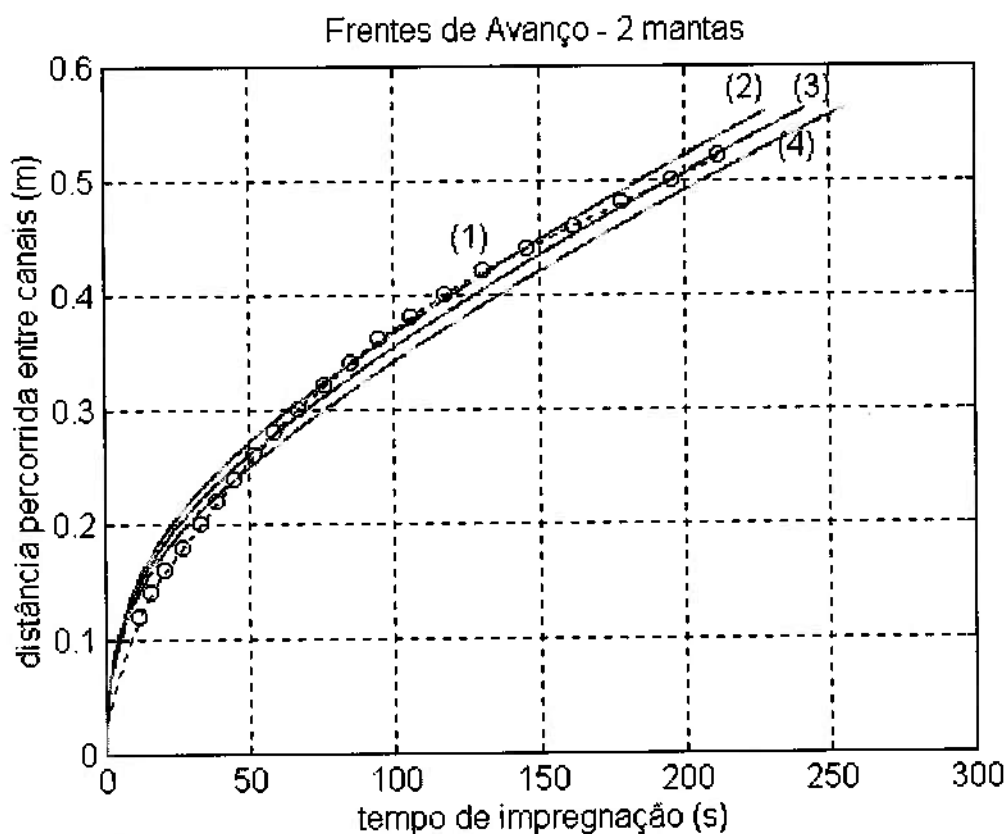
A curva (3) aproxima-se bastante da obtida experimentalmente (curva (1)), o que permite que se estime o valor da permeabilidade do meio,

quando constituído por uma manta de fibra de vidro, como sendo muito próximo de  $k=8,75 \cdot 10^{-9} \text{m}^2$  (figura 6.3).



**Fig. 6.3 - Frentes de avanço considerando-se somente a curva obtida por simulação com permeabilidade de  $8,75 \cdot 10^{-9} \text{m}^2$  e a curva experimental, obtida por filmagem com 1 manta (respectivamente curvas (3) e (1))**

A figura 6.4 também mostra a evolução temporal da posição do ponto mais a jusante da frente de resina, porém agora, comparando-se com dados experimentais obtidos com a segunda filmagem, realizada para o caso de duas mantas.



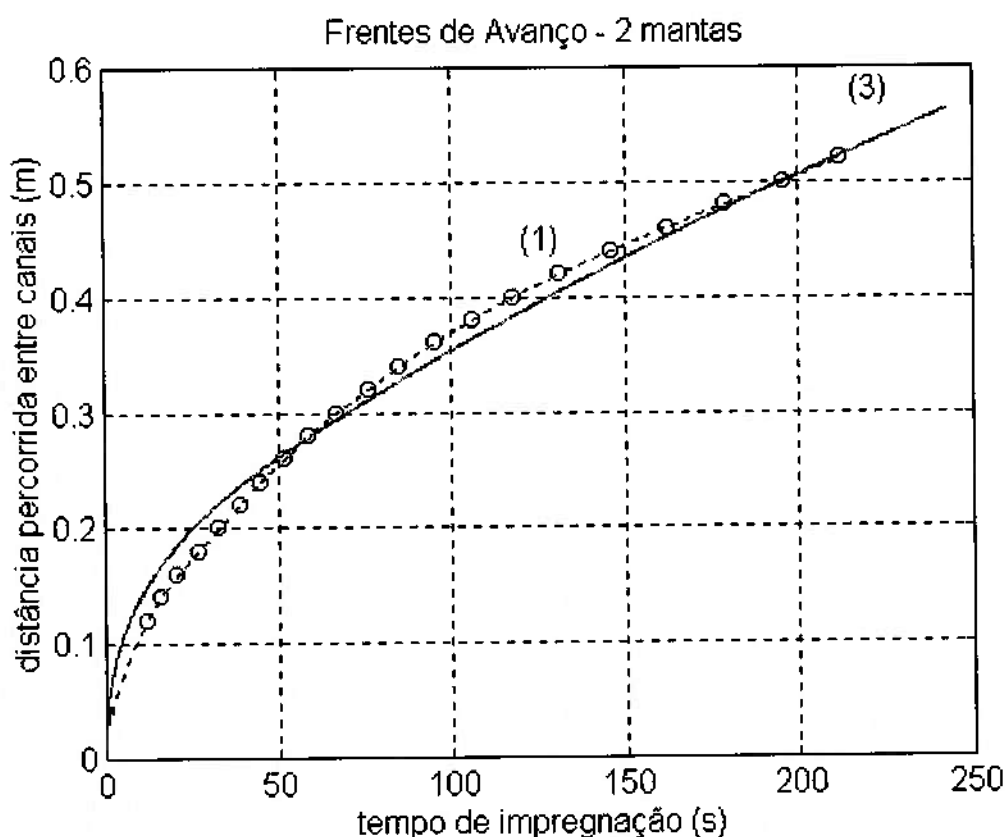
**Fig. 6.4 – Frentes de avanço com diferentes permeabilidades**  
**(curvas obtidas por simulação: (2)  $8,00 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (3)  $7,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  e**  
**(4)  $7,00 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , além da curva (1) experimental obtida**  
**por filmagem com 2 mantas)**

As curvas de número (2), (3) e (4) foram obtidas por simulação numérica utilizando-se diferentes valores de permeabilidade para o meio poroso enquanto que a curva de número (1) provém dos resultados experimentais obtidos com filmagem da impregnação do molde, utilizando-se, como meio poroso, duas mantas de fibra de vidro (tabela 3.3, Filmagem 2).

A figura 6.4 também evidencia a questão do aumento do tempo de impregnação com a diminuição da permeabilidade, quando se vai da curva de

número (2) para a de número (4) analogamente ao observado na figura 6.2, obtida com dados experimentais para uma manta.

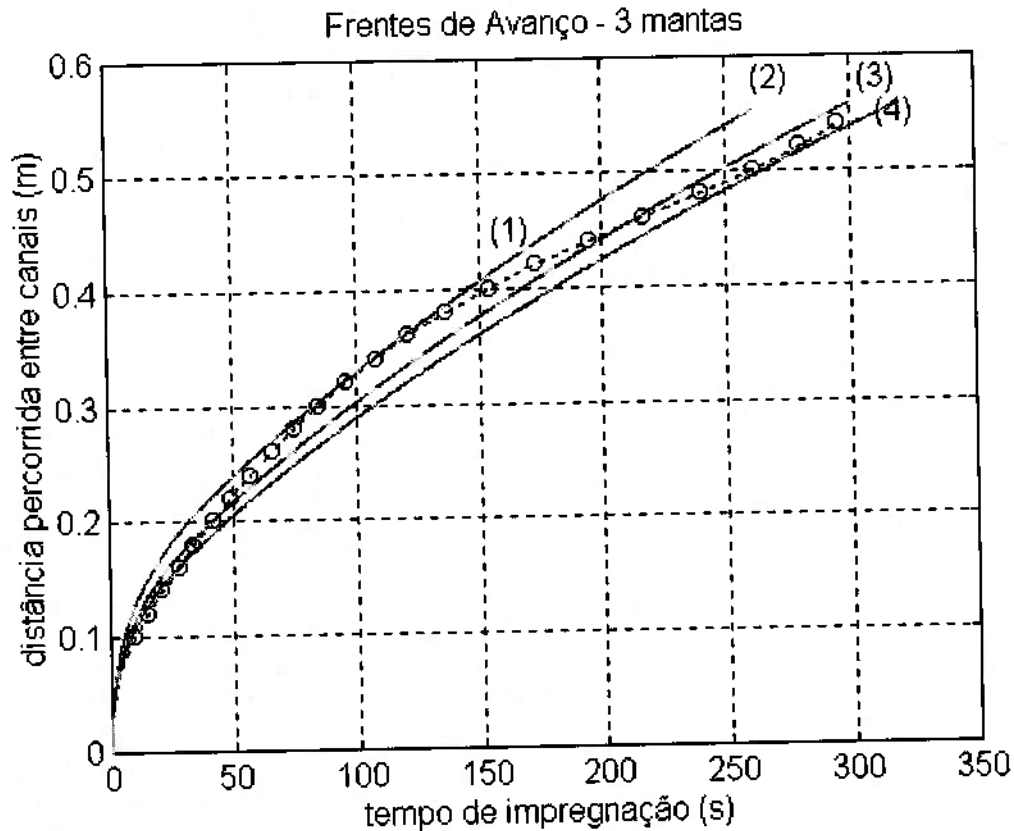
A curva (3) aproxima-se bastante da obtida experimentalmente (curva (1)), o que permite que se estime o valor da permeabilidade do meio, quando constituído por duas mantas de fibra de vidro, como sendo muito próximo de  $k=7,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  (figura 6.5).



**Fig. 6.5 – Curvas obtidas por simulação ((3)  $7,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ) e por filmagem ((1) experimental)**

A figura 6.6 mostra igualmente a evolução temporal da posição do ponto mais a jusante da frente de resina, porém agora comparando-se com

dados experimentais obtidos com a terceira filmagem, isto é, para o caso de três mantas.

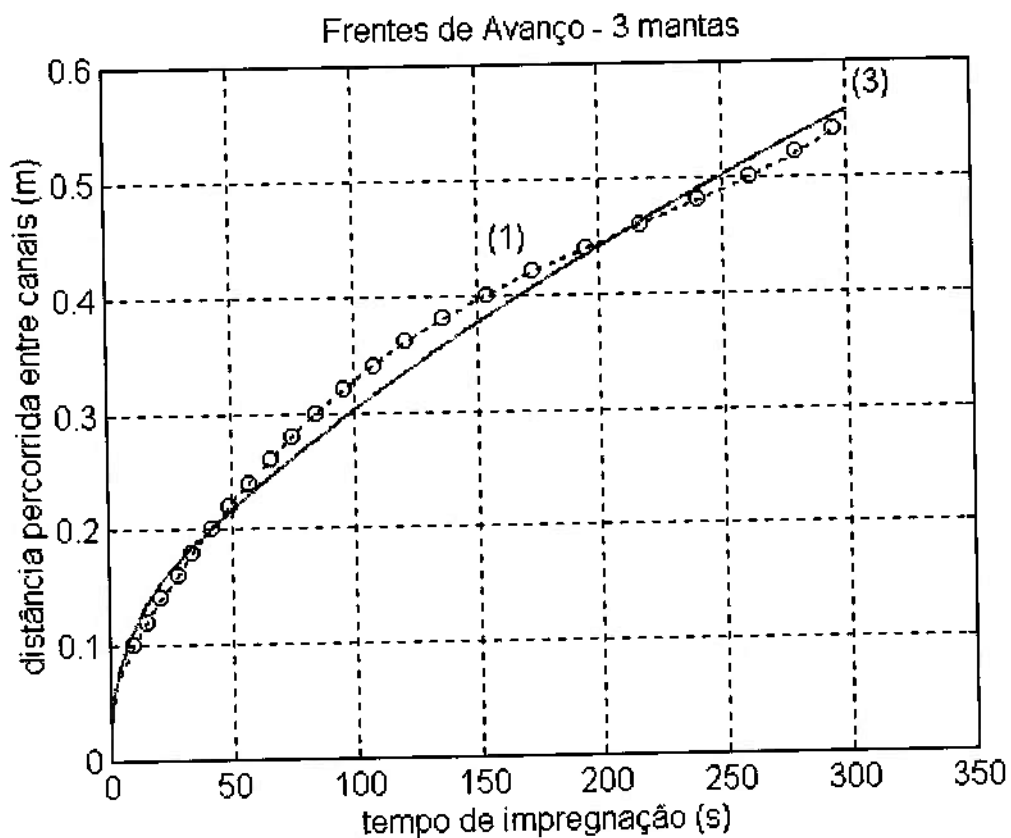


**Fig. 6.6 – Frentes de avanço com diferentes permeabilidades (curvas obtidas por simulação: (2)  $6,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (3)  $5,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  e (4)  $5,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , além da curva (1) experimental obtida por filmagem com três mantas)**

As curvas de número (2), (3) e (4) foram obtidas por simulação numérica utilizando-se diferentes valores de permeabilidade para o meio constituído pelas mantas de fibra de vidro, enquanto que a curva de número (1) provém dos resultados experimentais obtidos com a terceira filmagem (tabela 3.3, Filmagem 3), correspondente à impregnação do molde utilizando-se três mantas de fibra de vidro.

A figura 6.6 também evidencia a questão do aumento do tempo de impregnação com a diminuição da permeabilidade, quando se vai da curva de número (2) para a de número (4) analogamente ao observado nas figuras correspondentes às simulações com 1 e 2 mantas.

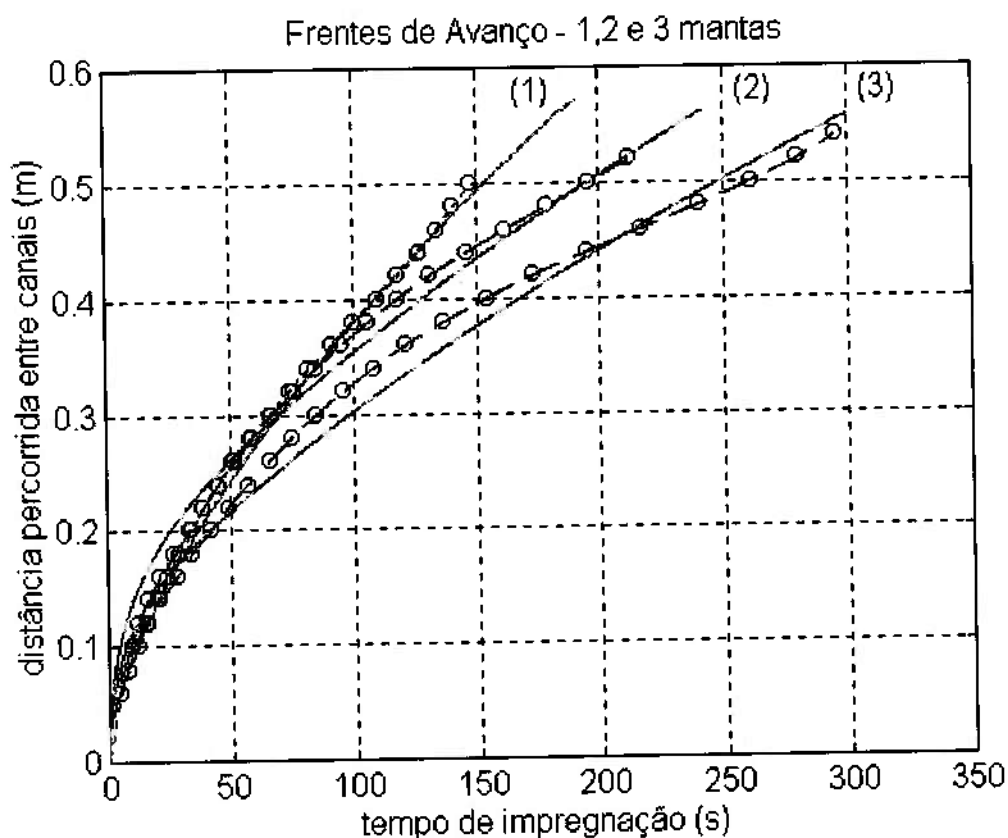
A curva (3) aproxima-se bastante da obtida experimentalmente (curva (1)), o que permite que se estime o valor da permeabilidade do meio, quando constituído por três mantas de fibra de vidro, como sendo muito próximo de  $k=5,50 \cdot 10^{-9} \text{m}^2$  (figura 6.7).



**Fig. 6.7 – Curvas obtidas por simulação ((3)  $5,50 \cdot 10^{-9} \text{m}^2$ ) e por filmagem ((1) experimental)**



A figura 6.8 resume os resultados obtidos com 1, 2 e 3 mantas de fibras de vidro. Cada conjunto de curvas numeradas corresponde a um resultado da simulação numérica juntamente com sua curva experimental, sendo possível a comparação direta considerando-se os três casos estudados e apresentados nos gráficos anteriores (gráficos das figuras 6.2 até 6.7).



**Fig. 6.8 – Curvas obtidas por simulação com 1, 2 e 3 mantas (linhas lisas de traçado contínuo) juntamente com as curvas experimentais com 1, 2 e 3 mantas (linhas tracejadas com círculos que representam os pontos obtidos por filmagem)**

Pode-se observar pelos gráficos anteriores e por este último (gráfico resumo da figura 6.8), que a permeabilidade diminui à medida em que aumenta o número de mantas utilizadas, tendo-se, no caso dessas simulações, o valor de  $8,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  para uma manta,  $7,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  para duas mantas e  $5,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  para três mantas.

A altura interna entre o molde e o contramolde (cavidade interna) é fixa (aproximadamente três milímetros) e a espessura de cada manta de fibra de vidro é de cerca de sete décimos de milímetro. A medida em que se aumenta o número de mantas colocadas internamente no molde, diminui-se o espaço disponível para passagem da resina de impregnação, ou seja, a permeabilidade do meio poroso é menor. Esse fato condiz e justifica os valores decrescentes de permeabilidade encontrados nas simulações a medida em que se aumenta o número de mantas de fibra de vidro utilizadas na impregnação.

Uma outra característica observada é a variação dessa permeabilidade encontrada, ao se comparar os valores numéricos encontrados aos dados experimentais obtidos com as filmagens. Ao se observar a figura 6.2, tem-se uma variação de  $0,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  entre o valor da permeabilidade da curva (2) e o da curva (4), curvas essas que encerram a curva experimental obtida por filmagem da impregnação realizada com uma manta. Esta mesma variação ao se tratar de duas mantas (figura 6.4) foi de  $1,00 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  e de  $1,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  quando se utilizou três mantas (figura 6.6).

As permeabilidades apontadas como sendo as mais prováveis encontradas para os casos simulados com uma, duas ou três mantas de fibra de vidro representariam, cada qual, o valor médio cuja incerteza estaria

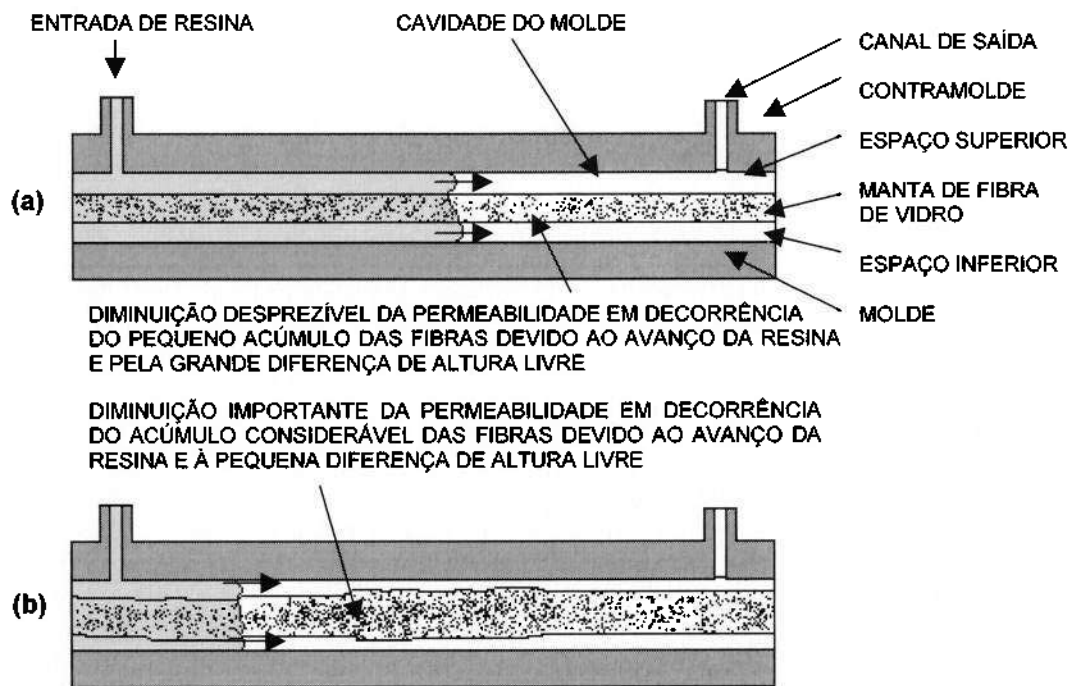
compreendida dentro de cada uma dessas faixas de variação indicada. Sendo assim, observa-se que, quanto maior o número de mantas maior a incerteza encontrada.

A provável explicação para o aumento encontrado para essa incerteza com o número maior de mantas de fibra de vidro, reside no fato de que a estrutura do meio poroso constituído por essas mantas não é rígida. Essas mantas são apenas dispostas internamente no molde, sem qualquer meio de fixação, de maneira a ocupar todo o espaço interno e sem que haja qualquer empecilho à movimentação das fibras à medida em que o molde seja impregnado.

Durante a impregnação, a tendência é o reforço (manta de fibra de vidro) ficar interno à resina (fig. 6.9). Quando se utiliza uma única manta de fibra de vidro (espessura aproximada de 0,7 mm), apesar de não se constituir numa estrutura rígida, esta interfere pouco no avanço da camada superior e inferior da resina e, por apresentar uma espessura que corresponde a menos de 25% da altura total da cavidade do molde (3 mm), a aproximação das fibras que compõem a manta devido ao esforço de impregnação da resina acarreta uma variação pequena na permeabilidade total do meio. A figura 6.9a esquematiza a disposição provável de uma manta de fibra de vidro durante a impregnação do molde.

Ao se utilizar duas ou três mantas de fibra de vidro, a espessura de manta passa a ser de aproximadamente 1,4 mm e 2,1 mm (para duas e três mantas, respectivamente). A altura ocupada pelas mantas passa a representar, então, cerca de 47% e 70% da altura total da cavidade interna do molde. Com

a aproximação das fibras que compõem a manta, devido ao esforço de impregnação da resina, ocorre um fechamento da passagem livre, acarretando uma certa diminuição na permeabilidade durante o processo de preenchimento da cavidade do molde, ou seja, aumentando a incerteza na determinação do valor mais provável para essa permeabilidade. A figura 6.9b esquematiza a provável disposição interna do molde com duas ou três mantas de fibra de vidro durante a impregnação do molde.



**Fig. 6.9 – Visualização lateral de impregnação do molde com uma manta (a) e com duas ou três mantas (b)**

No caso de utilização de duas e três mantas de fibra de vidro, a desigualdade no acúmulo de fibras fica evidenciada na superfície da peça após a sua retirada do molde. Percebe-se nitidamente uma superfície mais riscada e com uma espessura maior onde houve um acúmulo maior de fibras (região

central da peça) em detrimento de uma superfície mais lisa e de espessura menor nas regiões onde houve um acúmulo menor dessas fibras (região mais próxima das bordas da peça).

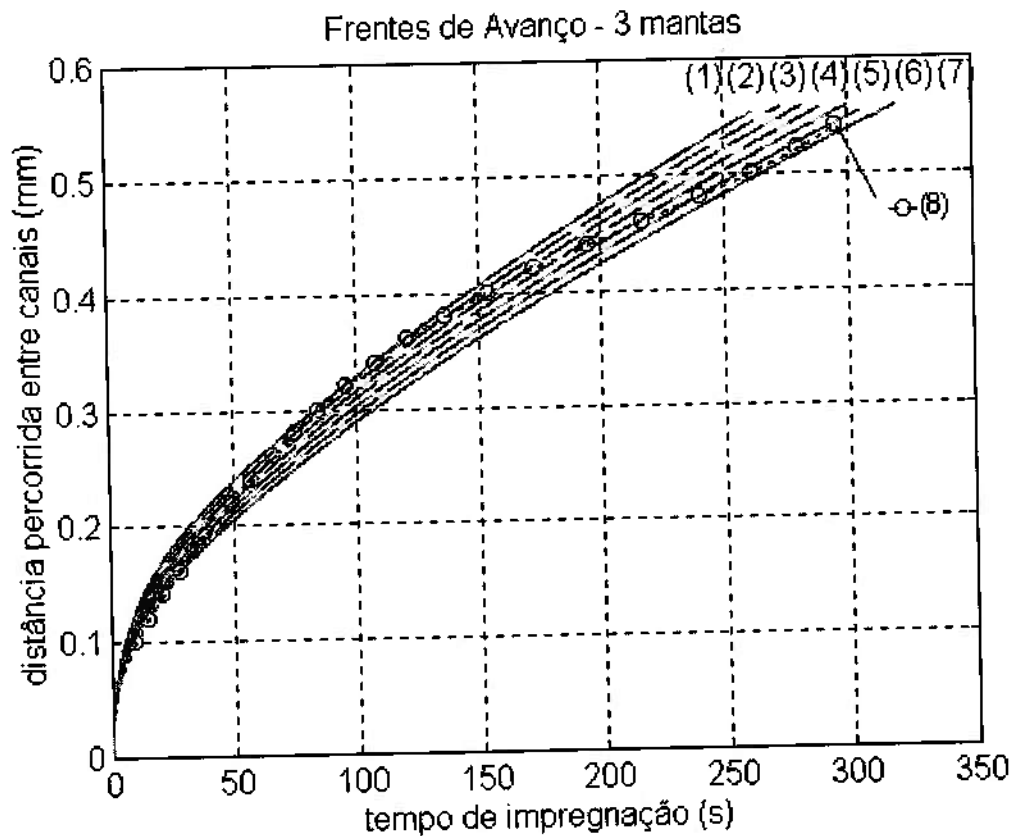
Em suma, o processo de compactação não sendo uniforme devido a falta de rigidez da estrutura constituinte da manta de fibra de vidro, leva a valores de permeabilidade variáveis à medida em que a resina vai impregnando o molde e, por conseguinte, "rearranjando" as mantas de fibra de vidro colocadas internamente no molde.

### **6.3- ESTUDO DE UMA FUNÇÃO PARA A PERMEABILIDADE VARIÁVEL**

Estudou-se, para o caso da simulação numérica utilizando-se 3 mantas de fibra de vidro, a possibilidade de se introduzir no software, uma função que permitisse modelar a variação da permeabilidade.

A fig. 6.10 foi obtida traçando-se a curva experimental obtida por filmagem com a impregnação do molde utilizando-se três mantas de fibra de vidro, juntamente com as curvas obtidas por simulação numérica. No total, utilizou-se seis curvas de permeabilidade:  $5,00 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  (arquivo 17, curva 7),  $5,25 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  (arquivo 18, curva 6),  $5,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  (arquivo 19, curva 5),  $5,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  (arquivo 20, curva 4),  $6,00 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  (arquivo 21, curva 3),  $6,25 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  (arquivo 22, curva 2) e  $6,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  (arquivo 23, curva 1). Essas curvas permitiram o mapeamento da permeabilidade com o tempo, observando-se em

cada uma dessas curvas, os pontos mais próximos à curva experimental obtida com três mantas de fibra de vidro.



**Fig. 6.10 – Frentes de avanço para diferentes permeabilidades (curvas obtidas por simulação com permeabilidade (1)  $6,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (2)  $6,25 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (3)  $6,00 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (4)  $5,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (5)  $5,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , (6)  $5,25 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  e (7)  $5,00 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , além da curva (8) experimental)**

A tabela 6.1 mostra os valores usados na interpolação cúbica. Comparando-se cada arquivo mencionado anteriormente (do arquivo 17 ao 23) com os valores da curva experimental, determinou-se para cada instante desta

o melhor conjunto tempo (t) e distância (x) percorrida (par (t; x) ) e, por conseguinte, a permeabilidade correspondente a este conjunto. Com estes valores, foi possível escrever novamente esses pontos, mas agora como permeabilidade (k) em função do tempo (par (t; k) ), conseguindo-se, dessa forma, um conjunto de vinte e dois pontos, suficientes para a obtenção da função de variação da permeabilidade com a impregnação do molde tendo sido utilizadas três mantas de fibra de vidro (Tabela 6.2).

**Tabela 6.1 – Pontos para obtenção da curva de permeabilidade (3 mantas)**

Experim.		arq17		arq18		arq19		arq20		arq21		arq22		arq23	
		5,00.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup>		5,25.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup>		5,50.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup>		5,75.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup>		6,00.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup>		6,25.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup>		6,50.10 <sup>-9</sup> m <sup>2</sup>	
T	Pos	T	Pos	T	Pos	T	Pos	T	Pos	T	Pos	T	Pos	T	Pos
10	0,1	10,1	0,11												
15	0,12	14,9	0,13												
21	0,14	20,6	0,14												
28	0,16	28,1	0,16	28,1	0,17										
34	0,18	34,6	0,18	34,5	0,18	34,3	0,19								
42	0,2	41,7	0,19	42,5	0,2	42,2	0,2	41,9	0,21						
49	0,22					49,4	0,22	49	0,22	49,9	0,23				
57	0,24							57,6	0,24	57,3	0,24				
66	0,26							66,5	0,25	66	0,26	66,5	0,26		
75	0,28									75,1	0,27	75,5	0,28	74,9	0,29
85	0,3									84,9	0,29	85,3	0,3	85,8	0,3
96	0,32											96,1	0,32	96,5	0,32
108	0,34											108	0,33	108	0,34
121	0,36											121	0,36	121	0,36
137	0,38											136	0,38	136	0,39
154	0,4											154	0,4		
173	0,42														
195	0,44					194	0,44	195	0,44						
217	0,46					217	0,46								
240	0,48			241	0,48										
261	0,5	262	0,5	261	0,51										
280	0,52	281	0,52												
295	0,54	296	0,53												
(s)	(m)	(s)	(m)	(s)	(m)	(s)	(m)	(s)	(m)	(s)	(m)	(s)	(m)	(s)	(m)

pontos usados para determinação da curva de permeabilidade

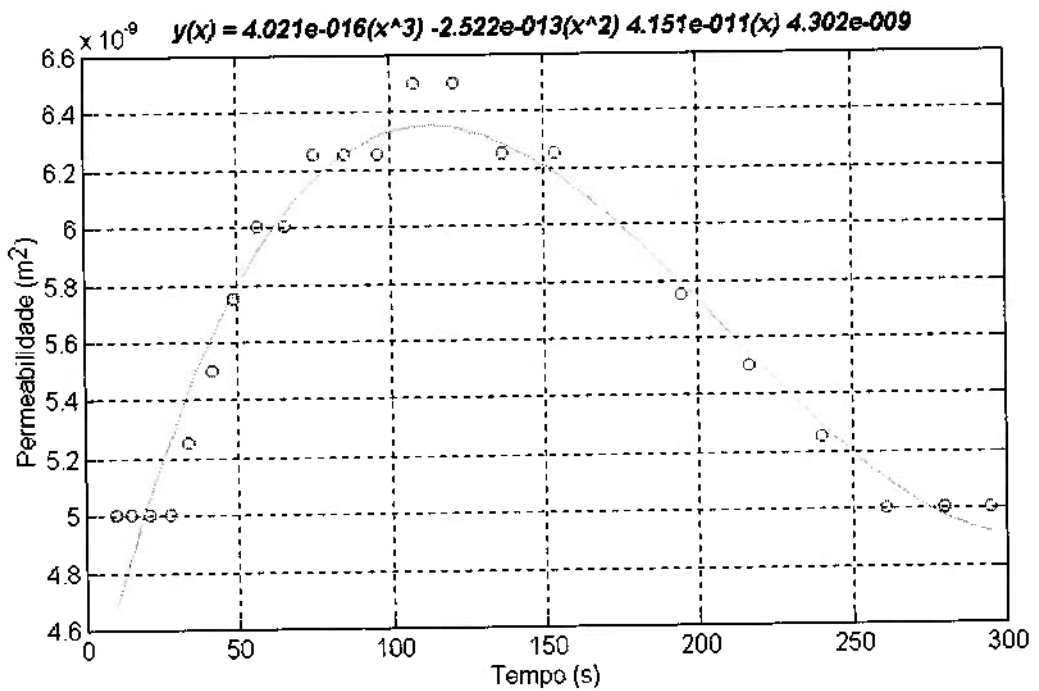
**Tabela 6.2 – Pontos para obtenção da curva de permeabilidade do meio com 3 mantas (permeabilidade em função do tempo, colunas 1 e 5)**

Curva experimental		Curvas das Simulações			
Tempo	Posição	Tempo	Posição	Permeabilidade	Número do Arquivo
(s)	(m)	(s)	(m)	(m <sup>2</sup> )	(-)
10	0,1	10,06	0,11	5,00.10 <sup>-9</sup>	17
15	0,12	14,91	0,13	5,00.10 <sup>-9</sup>	17
21	0,14	20,62	0,14	5,00.10 <sup>-9</sup>	17
28	0,16	28,05	0,16	5,00.10 <sup>-9</sup>	17
34	0,18	34,54	0,18	5,25.10 <sup>-9</sup>	18
42	0,2	42,17	0,20	5,50.10 <sup>-9</sup>	19
49	0,22	49,04	0,22	5,75.10 <sup>-9</sup>	20
57	0,24	57,28	0,24	6,00.10 <sup>-9</sup>	21
66	0,26	66,02	0,26	6,00.10 <sup>-9</sup>	21
75	0,28	75,53	0,28	6,25.10 <sup>-9</sup>	22
85	0,3	85,31	0,30	6,25.10 <sup>-9</sup>	22
96	0,32	96,1	0,32	6,25.10 <sup>-9</sup>	22
108	0,34	108,05	0,34	6,50.10 <sup>-9</sup>	23
121	0,36	121,25	0,36	6,50.10 <sup>-9</sup>	23
137	0,38	136,38	0,38	6,25.10 <sup>-9</sup>	22
154	0,4	154,18	0,40	6,25.10 <sup>-9</sup>	22
195	0,44	195,35	0,44	5,75.10 <sup>-9</sup>	20
217	0,46	216,93	0,46	5,50.10 <sup>-9</sup>	19
240	0,48	240,77	0,48	5,25.10 <sup>-9</sup>	18
261	0,5	261,6	0,50	5,00.10 <sup>-9</sup>	17
280	0,52	280,7	0,52	5,00.10 <sup>-9</sup>	17
295	0,54	295,63	0,53	5,00.10 <sup>-9</sup>	17

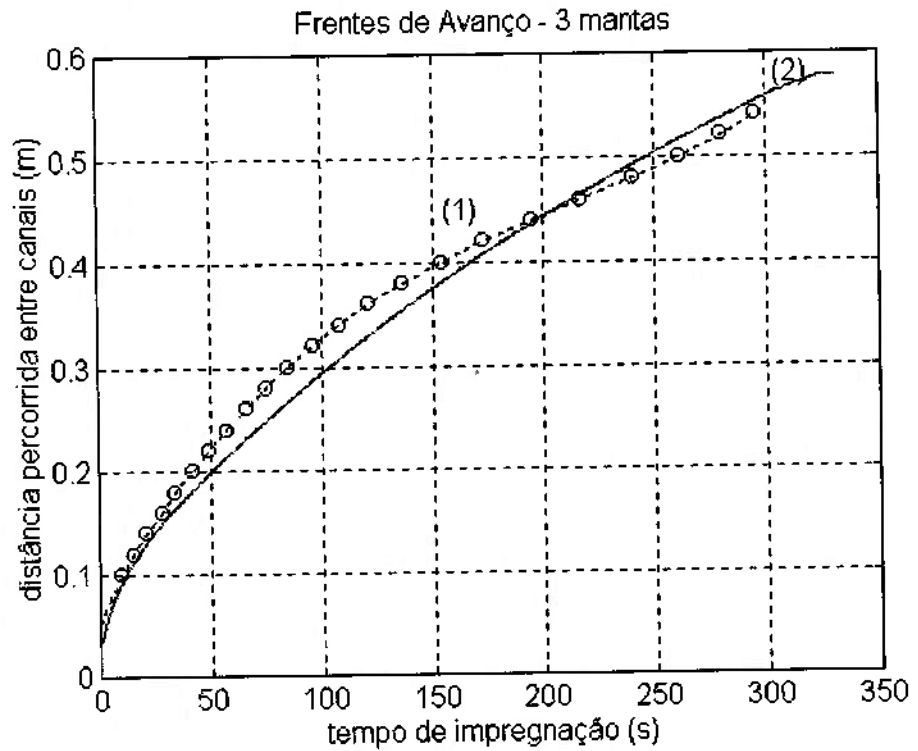
A figura 6.11 mostra a função de interpolação cúbica obtida com os vinte e dois pontos indicados na tabela 6.2.

Após a obtenção dessa curva e da sua função cúbica (permeabilidade em função do tempo), introduziu-se esta função no programa de simulação, obtendo-se como resultado a figura 6.12. É possível observar que essa curva ainda não é adequada para representar a variação da curva experimental correspondente a três mantas de fibra de vidro.



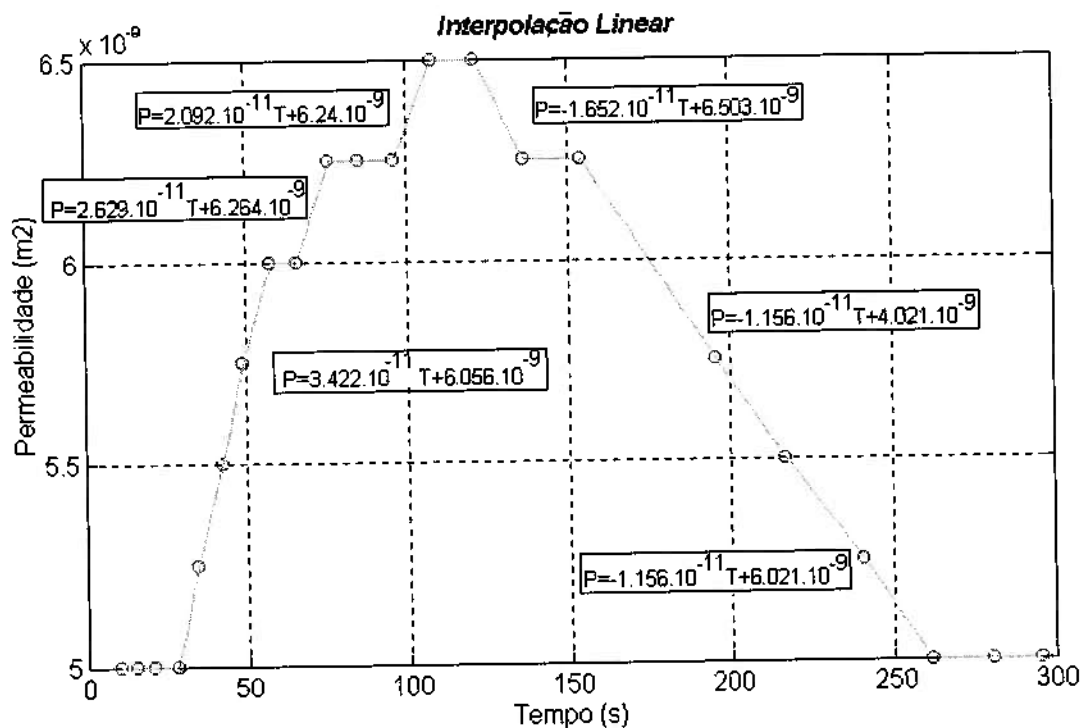


**Fig. 6.11 – Curva de permeabilidade obtida em função do tempo**



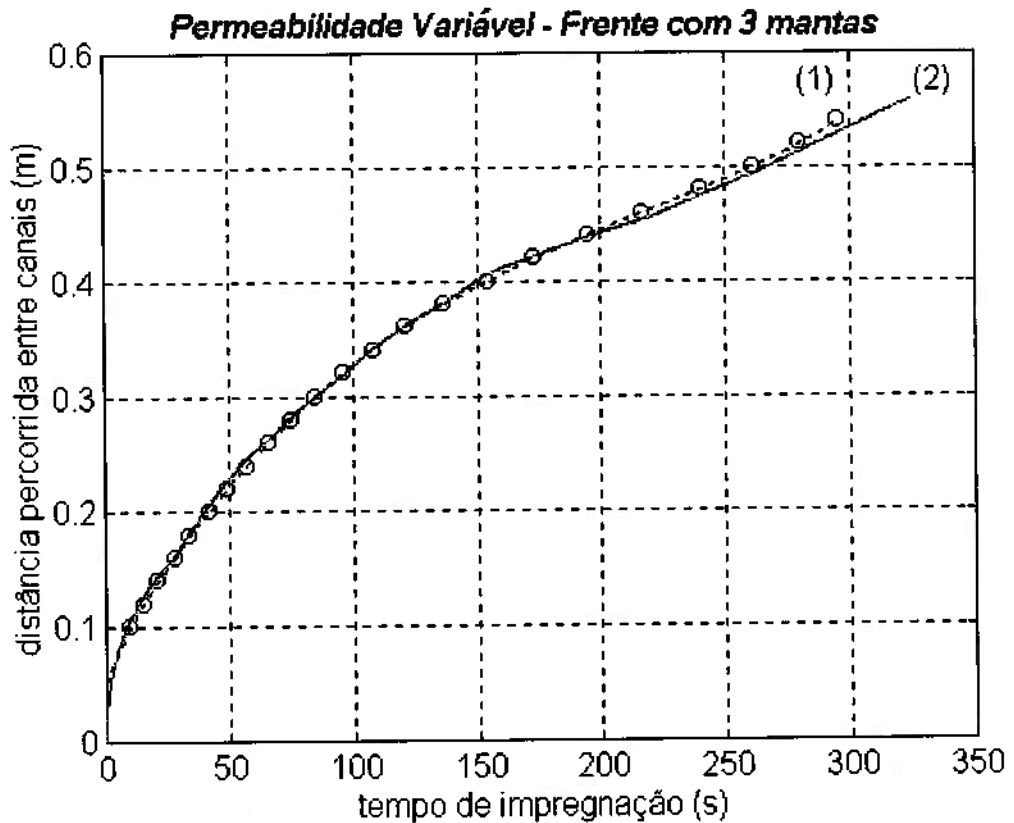
**Fig. 6.12 – Curvas obtidas por filmagem ((1) experimental) e por simulação usando função cúbica para permeabilidade variável**

Investigando-se a curva de variação de permeabilidade obtida para três mantas de fibra de vidro (figura 6.11), tomou-se novamente os pontos apresentados na tabela 6.2, porém ligando-se esses pontos de maneira a ser obtido um conjunto de funções lineares que descrevesse a variação da permeabilidade ao longo de toda a simulação (figura 6.13).



**Fig. 6.13 – Curva de permeabilidade obtida em função do tempo, utilizando-se trechos lineares para sua determinação**

O próximo passo foi introduzir esse conjunto de funções lineares no programa de simulação, para obtenção da curva final da frente de impregnação com três mantas de fibra de vidro, obtida considerando-se a permeabilidade variável (figura 6.14).

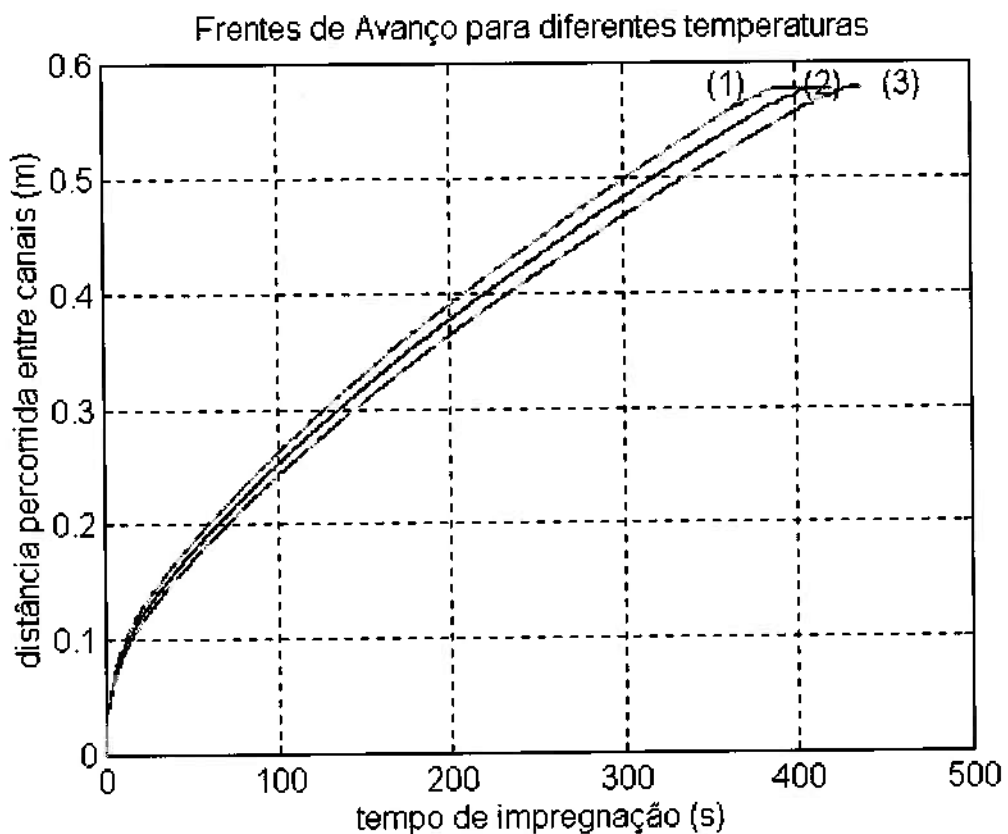


**Fig. 6.14 – Curvas obtidas por simulação ((2) permeabilidade variável segundo funções lineares) e por filmagem ((1) experimental)**

Observamos que agora o programa de simulação consegue descrever bem a variação da frente de impregnação, considerando simultaneamente o efeito da viscosidade e da variação da permeabilidade, esta última modelada segundo funções lineares ajustadas para descrever a variação da mesma.

#### 6.4- INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA

A figura 6.15 permite que se avalie a influência da temperatura no processo de preenchimento. Esta figura mostra a evolução temporal da posição do ponto mais a jusante da frente de resina, utilizando-se uma mesma permeabilidade para o meio ( $3,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ) e diferentes temperaturas de processo ( $25^\circ\text{C}$ ,  $24^\circ\text{C}$  e  $23^\circ\text{C}$  correspondendo, respectivamente, às curvas (1), (2) e (3) da figura 6.15).



**Fig. 6.15 – Frentes de avanço para diferentes temperaturas (curvas obtidas por simulação com temperaturas de processo de (1)  $25^\circ\text{C}$ , (2)  $24^\circ\text{C}$  e (3)  $23^\circ\text{C}$ ), considerando-se em todas a mesma permeabilidade ( $3,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ )**

Como a viscosidade aumenta com a diminuição da temperatura (tabela 3.7) e tendo a velocidade uma relação inversa com a viscosidade (equação 4.1), é natural que, quanto maior a viscosidade, para uma mesma permeabilidade do meio, menor a velocidade e, por conseguinte, maior o tempo total de preenchimento do molde. Ou seja, quanto menor a temperatura, maior a viscosidade, menor a velocidade e, portanto, maior o tempo de impregnação. Com isso, a variação apresentada entre as curvas de (1) a (3), da figura 6.15, simulam bem o comportamento físico esperado para o sistema.

#### **6.5- INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PRESSÃO**

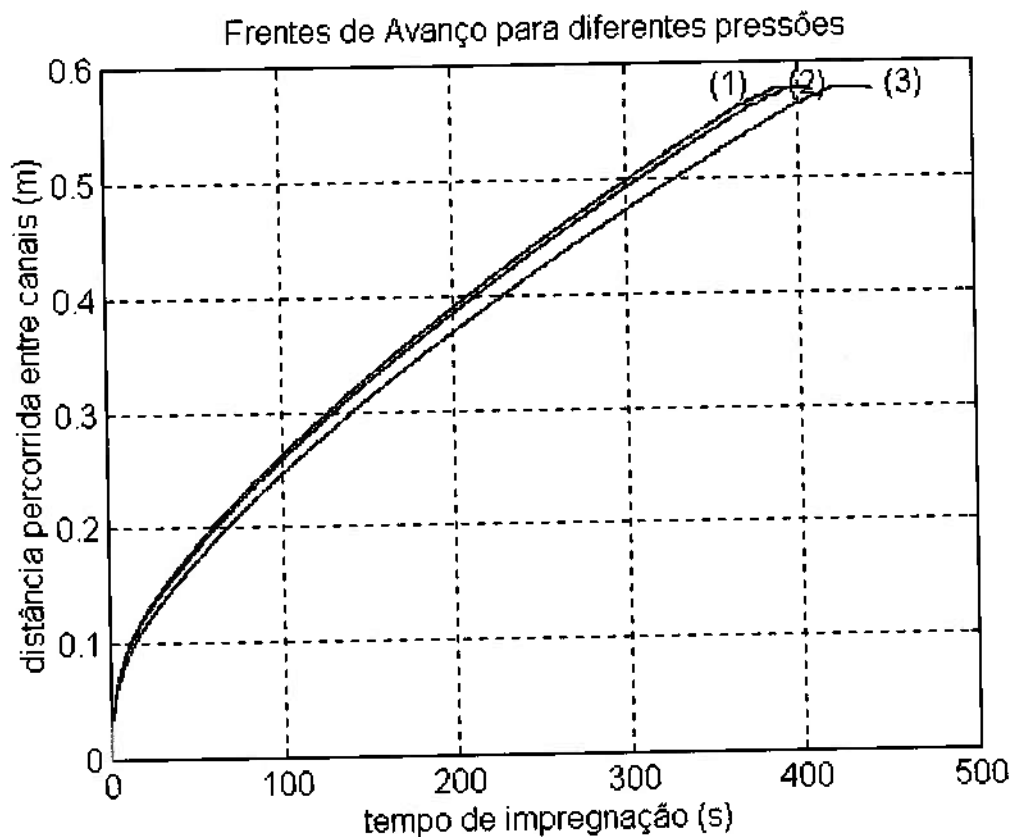
A fim de se testar o algoritmo, estudou-se numericamente a influência da variação da pressão de entrada no preenchimento do molde.

A figura 6.16 mostra a influência da variação de pressão no processo de preenchimento do molde, conforme a simulação numérica realizada. As curvas (1), (2) e (3) foram obtidas por simulação numérica, considerando-se em todos esses casos uma permeabilidade de  $3,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ .

A variação entre essas curvas foi obtida variando-se a pressão de injeção, que é um dado de entrada, na simulação numérica. Os valores utilizados para essa pressão foram: 95000 Pa (curva (1)), 90000 Pa (curva (2)) e 85000 Pa (curva (3)).

Observa-se que, com a diminuição da pressão, há uma diminuição da diferença de pressão entre a entrada (ponto de injeção) e a frente de impregnação (considerada sempre igual a 0 Pa, por ser vácuo). Com essa

diminuição, existe uma “força” menor para avançar a resina, ou seja, tem-se um tempo maior de impregnação, o que simula de forma adequada o comportamento físico esperado com essa variação da pressão de entrada.



**Fig. 6.16 – Frente de Avanço x Tempo com mesma permeabilidade ( $3,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ) e se variando a pressão de entrada, curvas: (1) 95000 Pa, (2) 90000 Pa e (3) 85000 Pa**

Nota-se ainda que seria necessário uma variação muito grande na pressão para que tivéssemos mudanças consideráveis no tempo de impregnação.

## 6.6 – INFLUÊNCIA DA VISCOSIDADE

Tão importante quanto a permeabilidade, é a influência da viscosidade no preenchimento do molde. Conforme pode ser visto no item 2.4.2, tem-se os fluidos newtonianos (viscosidade constante que não depende do nível da tensão aplicada ou do gradiente de velocidade resultante, sendo somente função da temperatura e pressão fornecidas) e os não-newtonianos e dentre esses, mais precisamente os pseudoplásticos (viscosidade como função decrescente da taxa de cisalhamento), caso particular do poliéster em questão, fluido utilizado nas impregnações realizadas nesse trabalho.

Como mencionado ainda no item 2.4.2, o modelo utilizado para descrever o comportamento do fluido usado, é o modelo Lei das Potências (Power Law) ou modelo de Ostwald-de-Waele, expresso por:

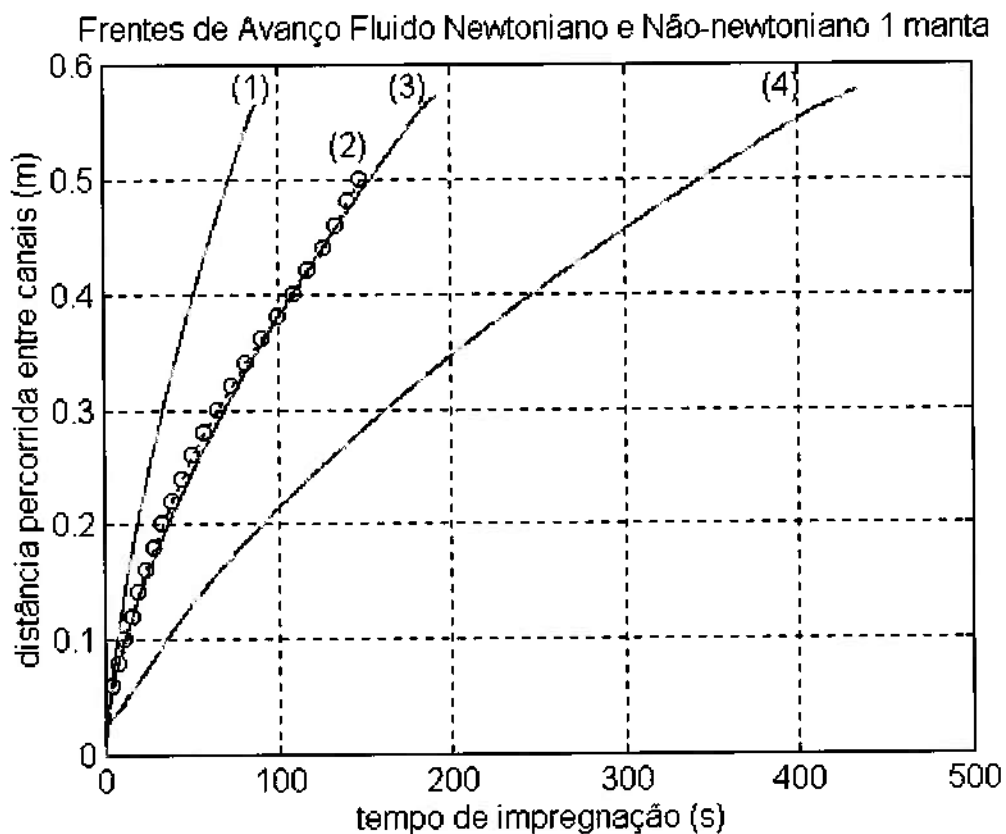
$$\eta = C|\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (6.1)$$

onde **C** é o índice de consistência do fluido, **n** o índice da Lei de Potências e  $\dot{\gamma}$  a taxa de cisalhamento.

Quanto maior o valor de **C**, mais viscoso é o fluido e quanto mais o índice **n** se afasta do valor unitário, mais evidente se torna o seu comportamento não-newtoniano. No caso do poliéster em questão, o índice de potência **n-1** ficou em torno de -0,7 (ou seja, com  $n \cong 0,3$ ). Para maiores detalhes, consultar tabela 3.8.

A fim de se testar o algoritmo através de outros parâmetros, estudou-se numericamente a influência da viscosidade no preenchimento do molde. A figura 6.17 mostra a simulação de dois escoamentos de fluidos newtonianos ( $n=1$ ) e um de fluido não-newtoniano.

Essa figura (figura 6.17) mostra a evolução da posição do ponto central do molde, entre os canais de entrada e saída (figura 6.1), com resultados obtidos para essas simulações numéricas para fluido newtoniano e não-newtoniano.



**Fig. 6.17 – Frentes de avanço obtidas por simulação numérica considerando-se fluido newtoniano (curvas (1)  $\eta=8,26$  Pa.s e (4)  $\eta=184,25$  Pa.s), fluido não-newtoniano (curva (3)) além da curva experimental (curva 2)**



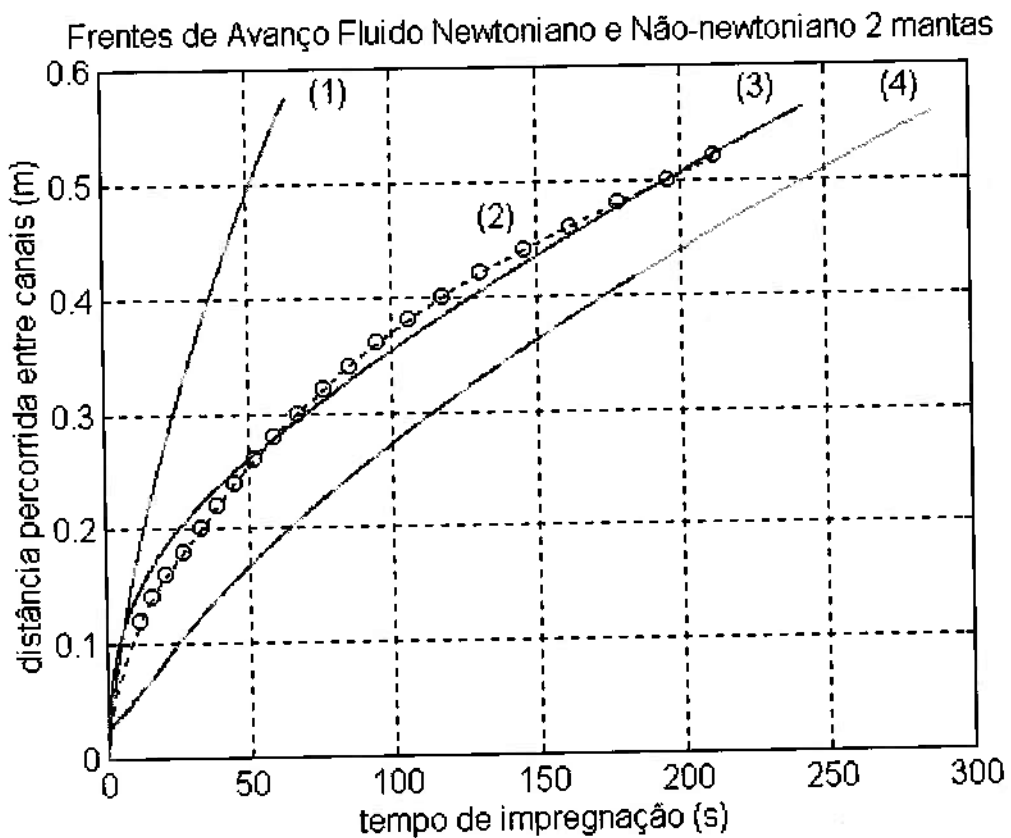
As curvas (1) e (4) foram obtidas por simulação numérica considerando-se o fluido como sendo newtoniano de viscosidade  $\eta$  constante a 8,26 Pa.s e 184,25 Pa.s, respectivamente.

O valor de  $\eta=8,26\text{Pa.s}$  (curva (1)), corresponde ao valor da viscosidade limite  $\eta_0$  do patamar newtoniano da Lei de Potências, para resina poliéster impregnada na temperatura de processo de 24°C (temperatura em que foram obtidos os dados experimentais). O outro escoamento de fluido newtoniano foi obtido fazendo-se  $\eta_0=184,25\text{Pa.s}$  (curva (4)), de forma a se poder estudar a influência da viscosidade no avanço da frente. Este último valor corresponde ao valor obtido na curva de interpolação da implementação do modelo de viscosidade para a taxa de cisalhamento de  $0,01\text{s}^{-1}$ .

A curva (3) foi obtida considerando o fluido não-newtoniano, com a viscosidade sendo obtida pelo modelo Lei das Potências, implementado neste trabalho e a curva (2) representa os pontos obtidos experimentalmente por filmagem, utilizando-se uma única manta de fibra de vidro.

Em todas as simulações numéricas apresentadas na figura 6.17 foi considerada uma permeabilidade de  $8,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  e uma temperatura de processo de 24°C, ambas constantes. Este valor para a permeabilidade é o mesmo demonstrado como sendo o valor mais provável para a permeabilidade quando utilizada uma única manta de fibra de vidro.

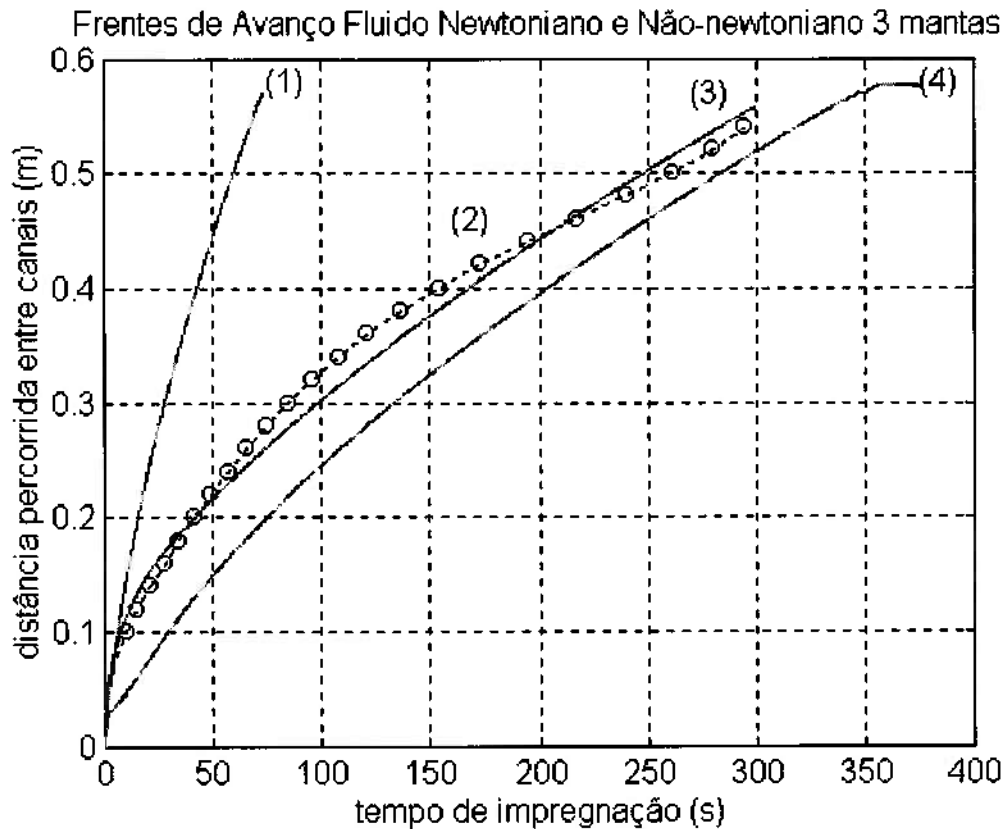
As figuras 6.18 e 6.19, analogamente, descrevem as curvas obtidas para simulações numéricas referentes a duas ( $7,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ) e três mantas de fibra de vidro ( $5,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ).



**Fig. 6.18 – Frentes de avanço obtidas por simulação numérica considerando-se fluido newtoniano (curvas (1)  $\eta=8,26 \text{ Pa}\cdot\text{s}$  e (4)  $\eta=184,25 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ), fluido não-newtoniano (curva (3)) além da curva experimental (curva 2)**

A comparação dessas quatro curvas, nas figuras 6.18 e 6.19, mostra que o modelo proposto reproduz bem o comportamento esperado em todas as situações descritas anteriormente. Para os escoamentos newtonianos (curvas (1) e (4)), quanto maior a viscosidade do fluido maior o tempo de impregnação. Com respeito à resina, sua viscosidade efetiva cresce com a diminuição da taxa de cisalhamento (figura 2.9) no processo de impregnação. Com a viscosidade maior, o tempo de impregnação calculado é ainda maior, neste

caso representado pela curva (4), onde o valor limite inicial empregado para a viscosidade é igual ao valor da viscosidade limite  $\eta_0 = 184,25\text{Pa.s}$ .



**Fig. 6.19 – Frentes de avanço obtidas por simulação numérica considerando-se fluido newtoniano (curvas (1)  $\eta=8,26\text{ Pa.s}$  e (4)  $\eta=184,25\text{Pa.s}$ ), fluido não-newtoniano (curva (3)) além da curva experimental (curva 2)**

Em todos os gráficos mostrados anteriormente (figuras 6.17 a 6.19), pode-se perceber que a curva (2), que simula fluido não-newtoniano, reproduz bem os resultados experimentais mostrados na curva (1), esta última obtida por filmagem. Desvios maiores são observados com duas e três mantas, principalmente nesta última, onde os efeitos da permeabilidade variável (ver estudo apresentado no item 6.3) se tornam mais evidentes.

## **6.7- ESTUDO TEÓRICO DA POSIÇÃO DOS CANAIS DE ENTRADA E SAÍDA DO MOLDE DE IMPREGNAÇÃO**

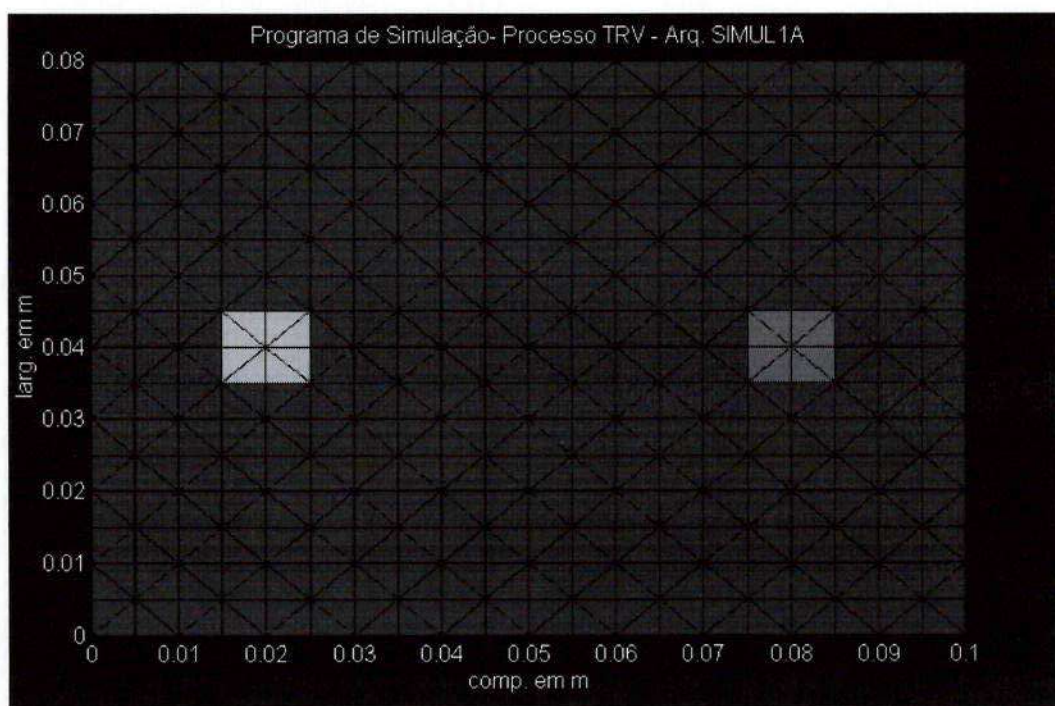
A seguir apresentamos os resultados de diversas simulações numéricas do preenchimento do molde retangular através da evolução temporal da posição da superfície livre da resina.

Este estudo teórico permite a avaliação da influência da posição dos canais de medição no resultado final da simulação e, a partir dessa análise, a decisão sobre o melhor posicionamento para os mesmos.

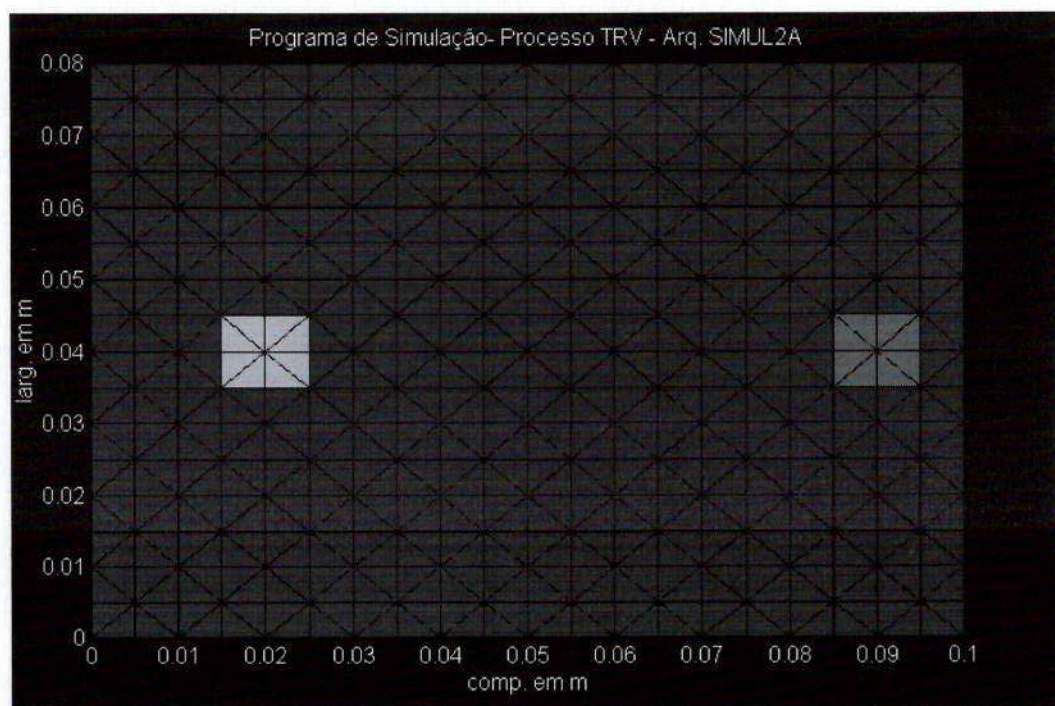
Estas simulações numéricas preliminares foram realizadas considerando-se moldes de dimensões reduzidas quando comparados ao molde real. Em todas essas simulações utilizou-se a permeabilidade referente a encontrada para duas mantas de fibra de vidro ( $7,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ) e temperatura de impregnação de 24°C.

O molde da figura 6.20 é um molde retangular, similar ao original, porém de dimensões de 0,08m de largura por 0,10m de comprimento. Apresenta um canal de entrada e um de saída de resina, situados respectivamente em 0,02 e 0,08m (abscissas), e a malha utilizada é uma malha estruturada Tipo 2 (8 elementos triangulares por intervalo col-lin, conforme figura 5.5).

O molde da figura 6.21 é idêntico ao anterior, porém o canal de saída encontra-se localizado na abscissa 0,09m (e portanto deslocado em relação a posição do canal de saída do molde anterior). Em ambos os moldes tem-se um total de 357 nós e 640 elementos.



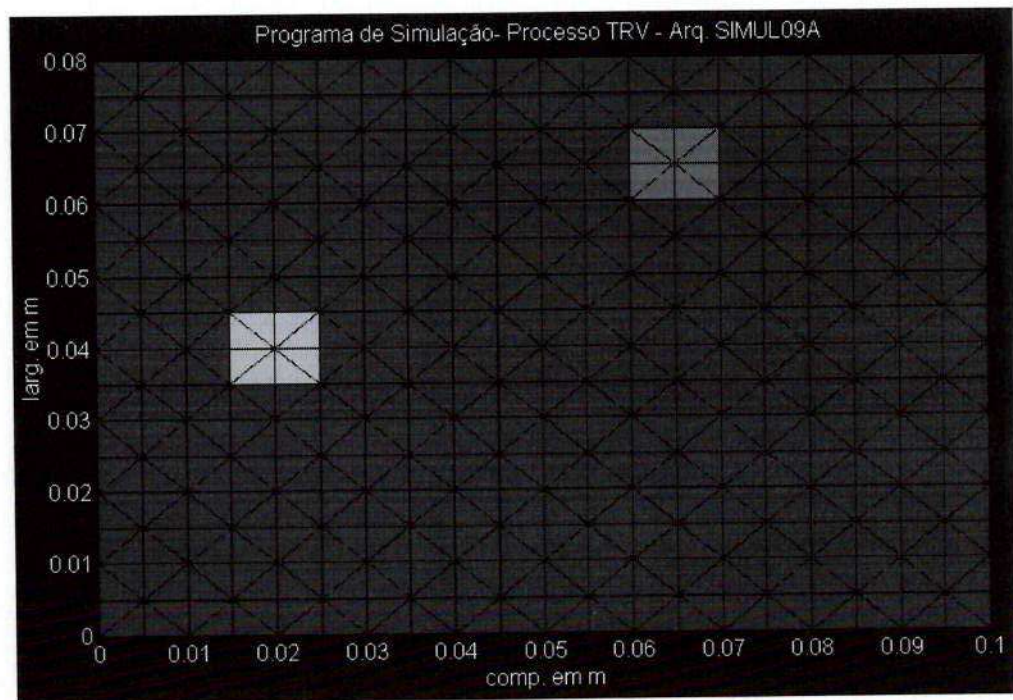
**Fig. 6.20 - Molde 1 (Malha estruturada com 357 nós e 640 elementos)**



**Fig. 6.21 - Molde 2 (Idem ao anterior porém com canal de saída deslocado)**



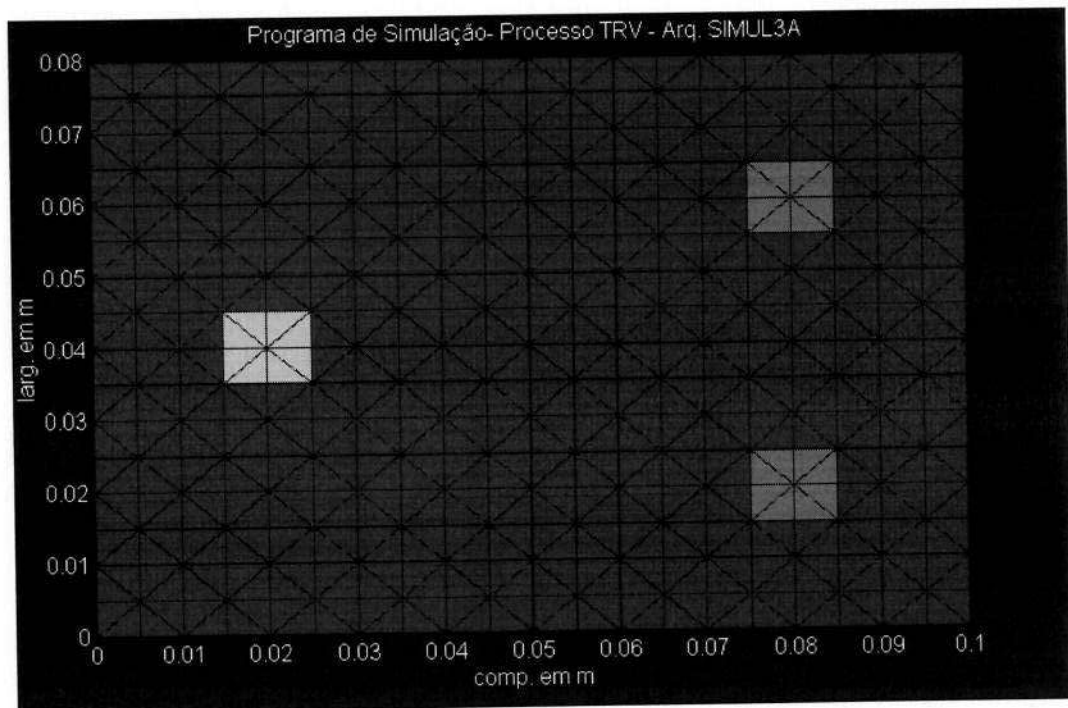
O molde da figura 6.22 é idêntico aos dois anteriores (ou seja, apresenta mesma dimensão e mesma quantidade de nós e elementos), porém o canal de saída encontra-se na abscissa e ordenada 0,065m.



**Fig. 6.22 - Molde 3 (Idem ao anterior porém com canal de saída deslocado)**

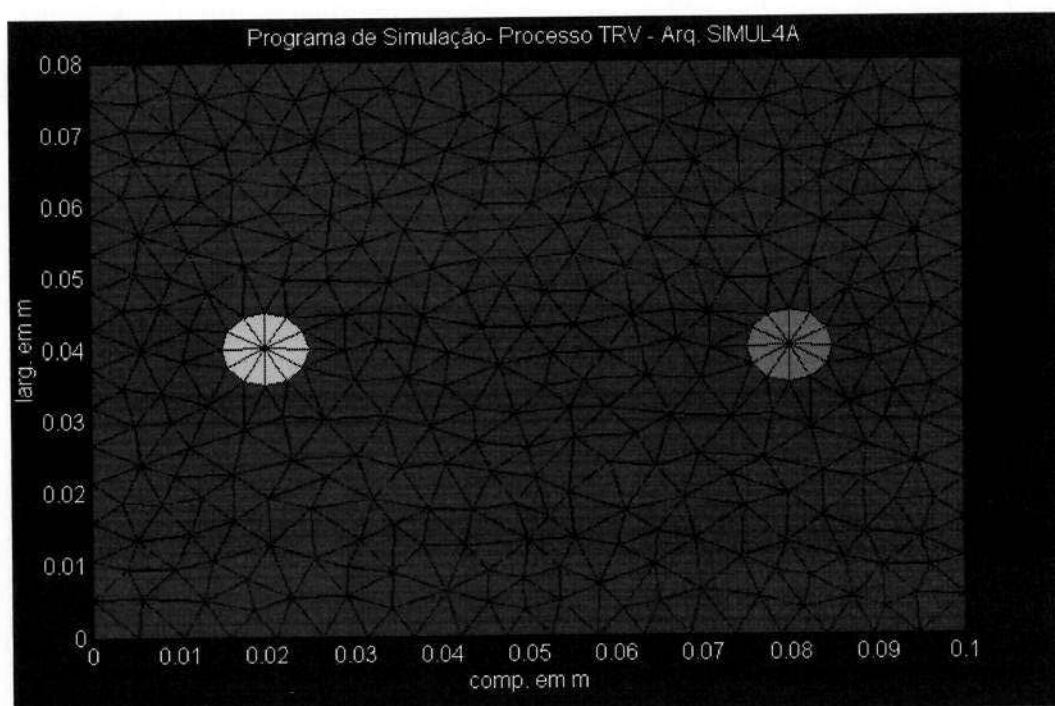
O molde da figura 6.23 é idêntico aos três anteriores, porém apresenta dois canais de saída, alinhados entre si na abscissa 0,08m e com ordenadas 0,02m e 0,06m, respectivamente.

Os moldes das figuras 6.24, 6.25, 6.26 e 6.27 são idênticos aos moldes 1, 2, 3 e 4 das figuras 6.20, 6.21, 6.22 e 6.23, respectivamente, porém ao invés de se utilizar malhas estruturadas, foram geradas malhas não-estruturadas através do programa GMSH (ver item 5.4.3).



**Fig. 6.23 - Molde 4 (Idem aos anteriores porém com 2 canais de saída)**

A malha da figura 6.24 apresenta 365 nós e 660 elementos, a malha da figura 6.25 possui 377 nós e 684 elementos, a malha da figura 6.26 possui 375 nós e 680 elementos enquanto o molde da figura 6.27 apresenta 381 nós e 796 elementos. Conforme mencionado anteriormente, as dimensões externas foram mantidas em todos esses moldes (0,08x0,10 m) bem como o centro para o canal de entrada, alterando-se somente o canal de saída (figura 6.24 com um canal de saída, figuras 6.25 e 6.26 com canal de saída deslocado com relação ao anterior e o molde da figura 6.27, com dois canais de saída).

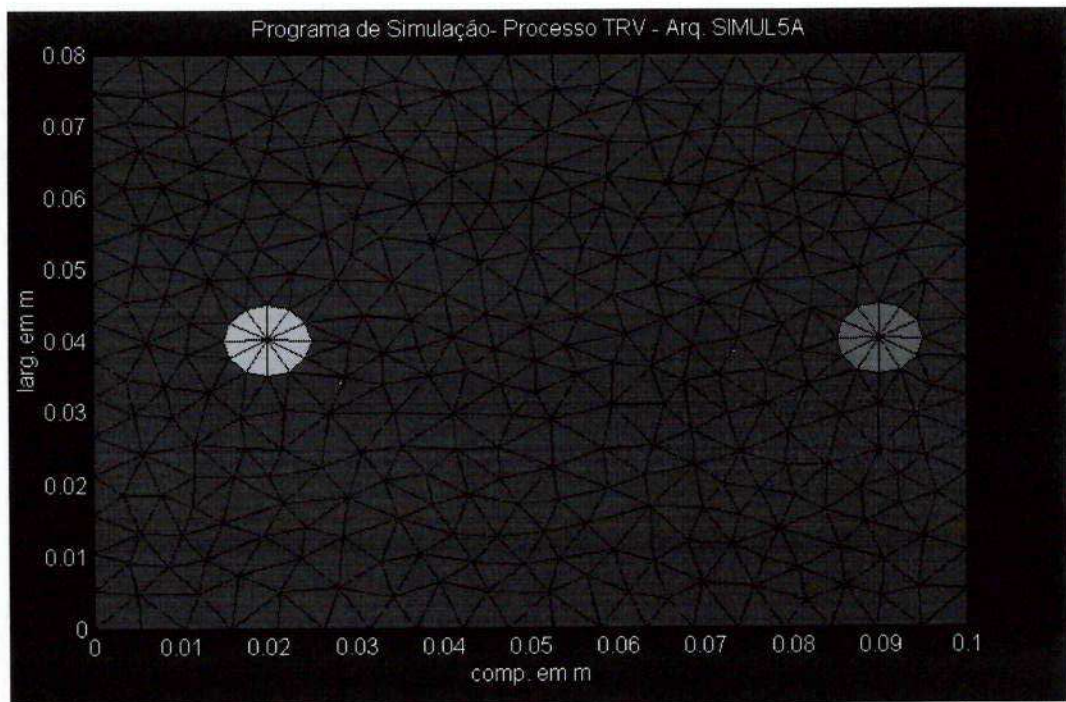


**Fig. 6.24 - Molde 5 (Malha não-estruturada com 365 nós e 660 elementos)**

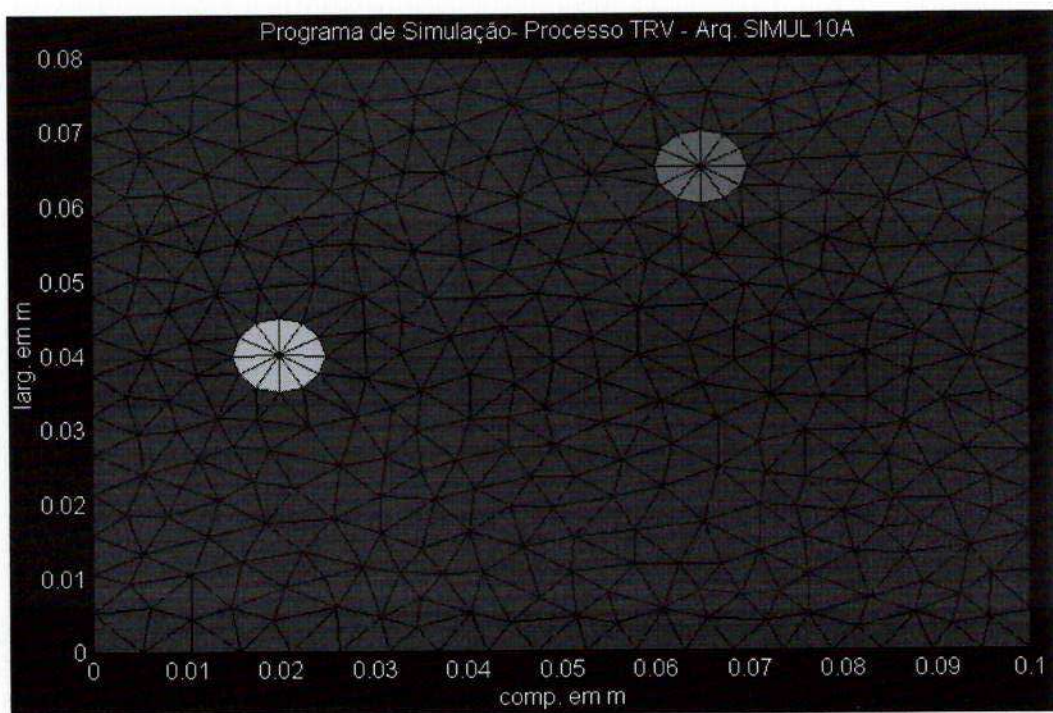
Os canais de entrada e saída no caso desses moldes (figuras 6.24, 6.25, 6.26 e 6.27) possuem diâmetro de 0,010 m (ou 10 mm) enquanto que nos moldes anteriores os canais de entrada e saída são quadrados com 0,010 m de lado.

A diferença geométrica verificada entre ambos é em decorrência da forma como essas malhas estão sendo geradas. A geração da malha não-estruturada permite a construção desses canais de forma circular.

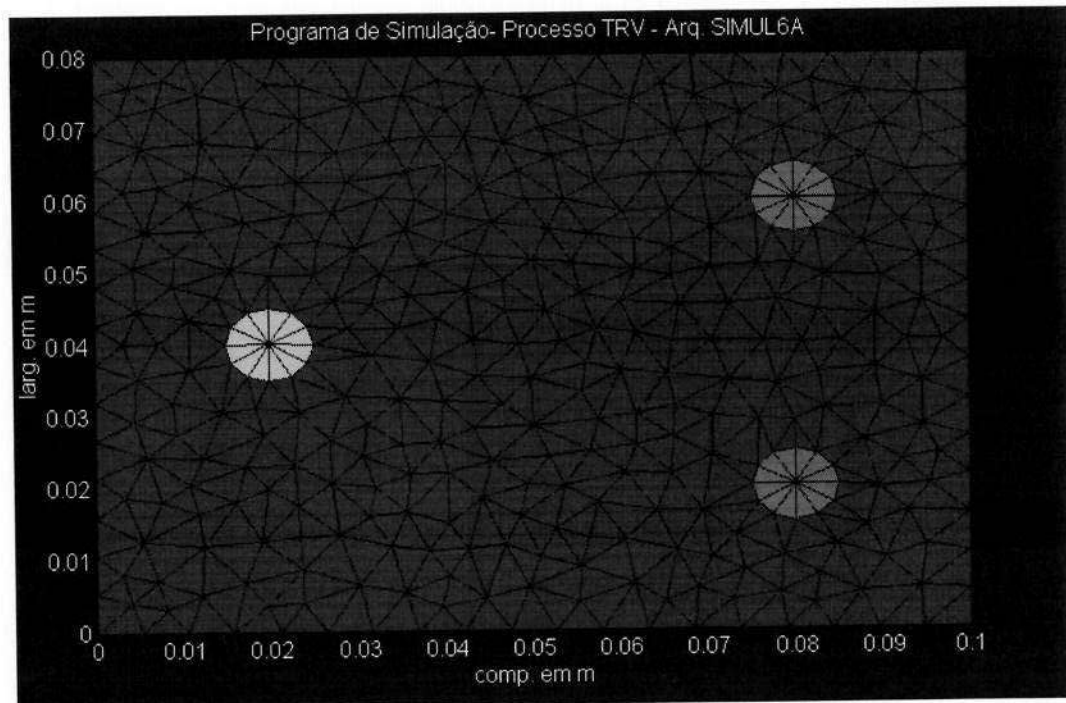




**Fig. 6.25 - Molde 6 (Idem ao anterior porém com canal de saída deslocado)**



**Fig. 6.26 - Molde 7 (Idem ao anterior porém com canal de saída deslocado)**



**Fig. 6.27 - Molde 8 (Idem aos anteriores porém com 2 canais de saída)**

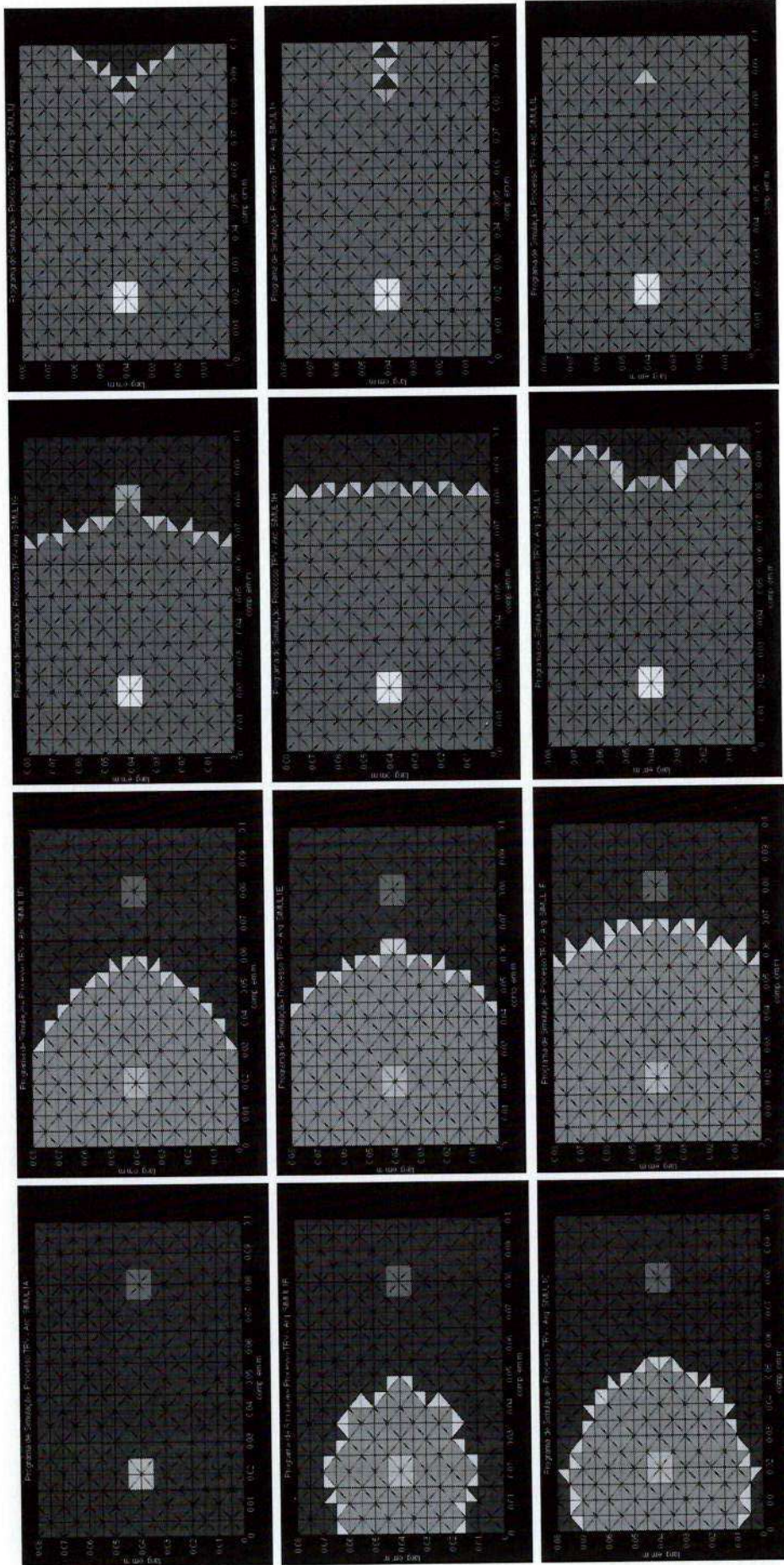
A tabela 6.3 resume as principais características apresentadas por esses moldes (moldes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8, mostrados respectivamente nas figuras 6.20 a 6.27).

**Tabela 6.3 - Dados dos moldes gerados para estudo dos canais de impregnação**

MOLDE N° / FIG.	N° DE NÓS E DE ELEMENTOS	N° DE CANAIS DE ENTRADA	N° DE CANAIS DE SAÍDA	TIPO DE MALHA	OBS.
1 Fig. 6.20	357 640	1	1	Estruturada Tipo 2	1 canal de entrada e 1 de saída
2 Fig. 6.21	357 640	1	1	Estruturada Tipo 2	1 canal de entrada e 1 de saída deslocado em relação ao anterior
3 Fig. 6.22	357 640	1	1	Estruturada Tipo 2	1 canal de entrada e 1 de saída deslocado em relação ao anterior
4 Fig. 6.23	357 640	1	2	Estruturada Tipo 2	1 canal de entrada e 2 de saída
5 Fig. 6.24	365 660	1	1	Não-estruturada	Canais de entrada e saída com mesmas coordenadas do molde 1
6 Fig. 6.25	377 684	1	1	Não-estruturada	Canais de entrada e saída com mesmas coordenadas do molde 2
7 Fig. 6.26	375 680	1	1	Não-estruturada	Canais de entrada e saída com mesmas coordenadas do molde 3
8 Fig. 6.27	381 796	1	2	Não-estruturada	Canais de entrada e saída com mesmas coordenadas do molde 4

A figura 6.28 traz a simulação do MOLDE 1 (molde da figura 6.20). Como mostrado na Tabela 6.3, o domínio todo de cálculo foi discretizado com uma malha estruturada do Tipo 2 com um total de 357 nós e 640 elementos triangulares. As diferentes tonalidades empregadas na simulação estão em concordância com os códigos de marcação das células, diferenciando essas últimas conforme estejam vazias ou preenchidas e se pertencem ou não aos canais de entrada, saída ou à frente de impregnação, conforme pode ser visto na figura 6.28.



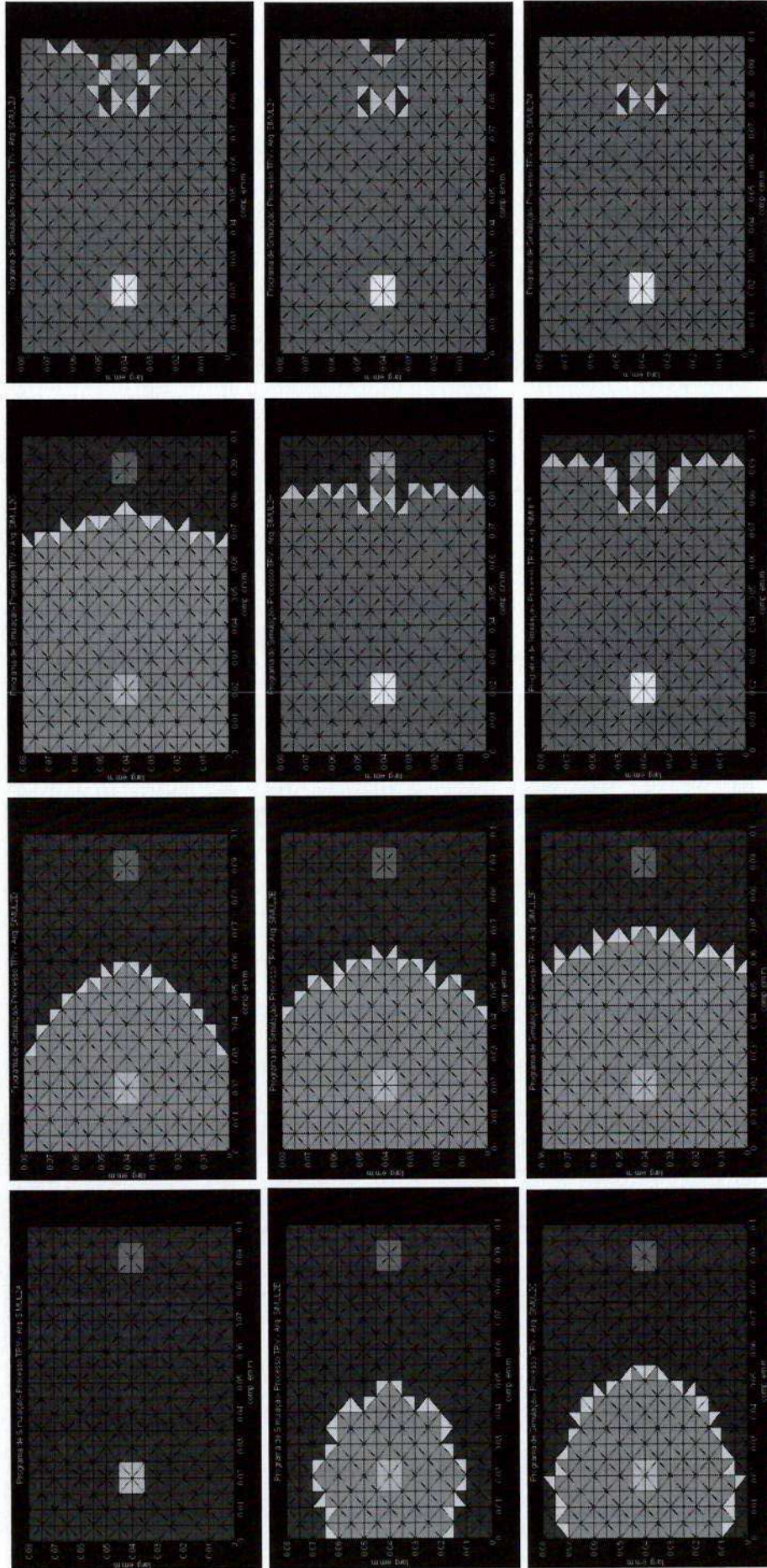


**Fig. 6.28 - Simulação numérica com molde 1**

A figura 6.29 traz a simulação do MOLDE 2 (molde da figura 6.21). Como mostrado na Tabela 6.3, o domínio todo de cálculo também foi discretizado com uma malha estruturada do Tipo 2 com um total de 357 nós e 640 elementos triangulares, da mesma forma que no caso anterior (MOLDE 1). As coordenadas do canal de entrada são idênticas nos dois casos porém as coordenadas do canal de saída foram modificadas para o caso do MOLDE 2 em relação às coordenadas do MOLDE 1. No caso deste último, como mencionado anteriormente, o canal de saída apresenta abscissa de 0,08m e ordenada 0,04m, enquanto que no caso do MOLDE 2 a abscissa passa a ser 0,09m. O deslocamento na abscissa implementado provoca uma alteração no fechamento do molde, conforme pode ser visto na figura 6.29.

A figura 6.30 traz a simulação do MOLDE 3 (molde da figura 6.22). Como mostrado na Tabela 6.3, o domínio todo de cálculo também foi discretizado com uma malha estruturada do Tipo 2 com um total de 357 nós e 640 elementos triangulares, da mesma forma que nos casos anteriores (MOLDES 1 e 2). As coordenadas do canal de entrada são idênticas aos dois casos anteriores, porém as coordenadas do canal de saída, assim como no caso do MOLDE 2, também foram modificadas, sendo neste caso do MOLDE 3, com abscissa e ordenada de 0,065m. O deslocamento do canal de saída, assim como no caso anterior, também provoca uma alteração no fechamento do molde, conforme pode ser visto na figura 6.30.





**Fig. 6.29 - Simulação numérica com molde 2**



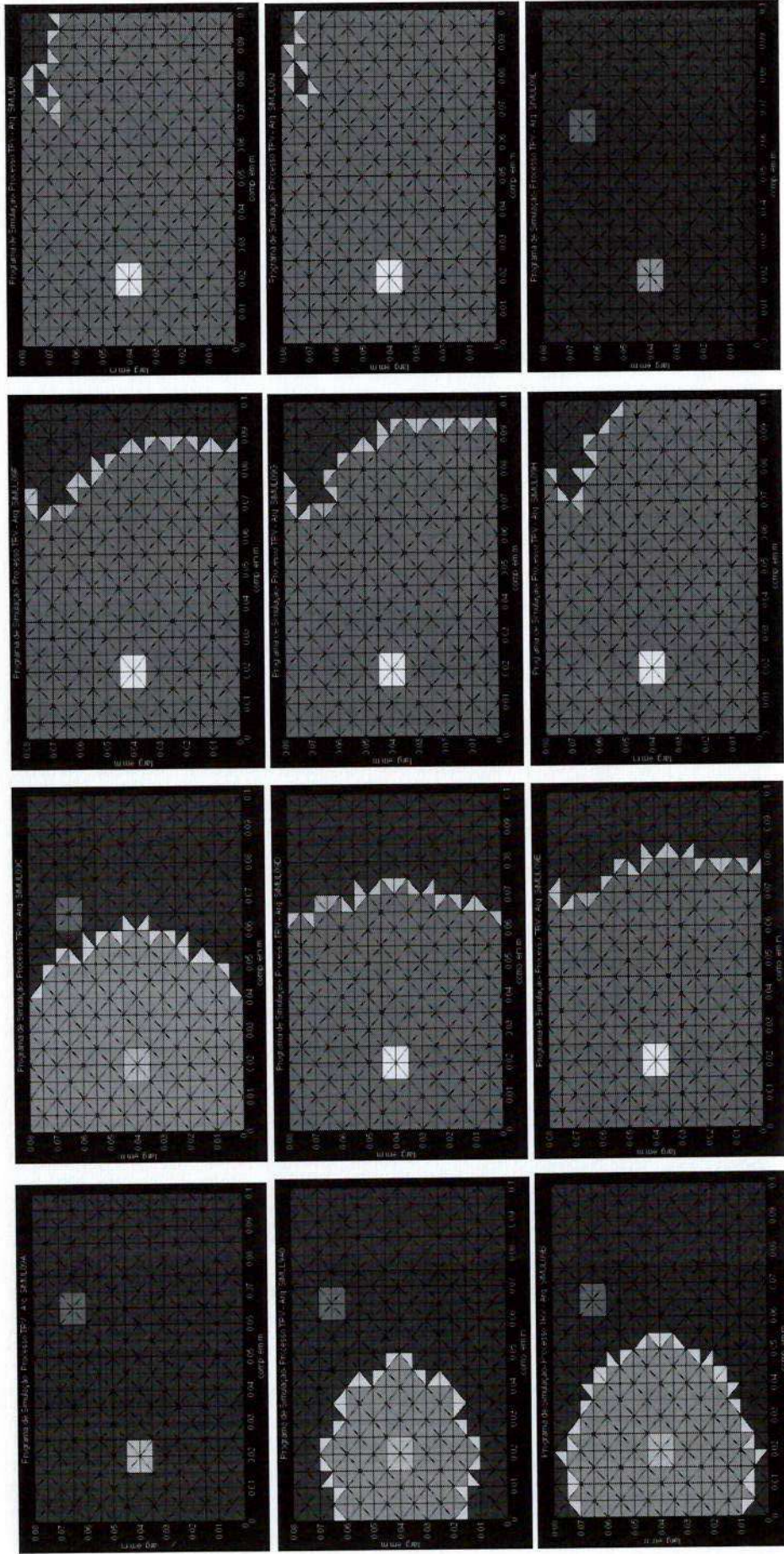


Fig. 6.30 - Simulação numérica com Moide 3

De forma análoga, o MOLDE 4 (molde da figura 6.23) também estuda a mudança na dinâmica do escoamento ao se alterar a posição do canal de saída. Neste caso, foram implementados dois canais de saída, com coordenadas (0,08;0,02) e (0,08;0,06), com unidades em metros, conforme pode ser visto na figura 6.31.

Em todos esses casos (figuras 6.29, 6.30 e 6.31) podemos observar que a mudança na localização do canal de saída prejudicou a junção das frentes de avanço, de maneira que todas avançassem em direção a este canal. Na prática, não havendo este avanço em direção à saída, existe a possibilidade de enclausuramento de bolhas de ar que por ventura ainda permaneçam internamente no molde, podendo afetar de sobremaneira o acabamento superficial do produto.

As figuras 6.32, 6.33, 6.34 e 6.35, referentes aos MOLDES 5, 6, 7 e 8 são semelhantes às figuras anteriores, com as mesmas coordenadas usadas para traçamento dos MOLDES 1, 2, 3 e 4, respectivamente, porém ao invés de serem utilizadas malhas estruturadas TIPO 2, como nos casos anteriores, aqui foram traçadas malhas não-estruturadas.

O MOLDE 5 (molde da figura 6.24) possui 365 nós e 660 elementos, conforme pode ser visto na tabela 6.3. A dinâmica deste escoamento (figura 6.32) é semelhante ao caso da figura 6.28, salvo o fato de apresentar uma malha não-estruturada e, por conseguinte, com elementos distribuídos de forma diferente. Neste caso, como no anterior, a frente de avanço também se aproxima e se fecha em torno do canal de saída.



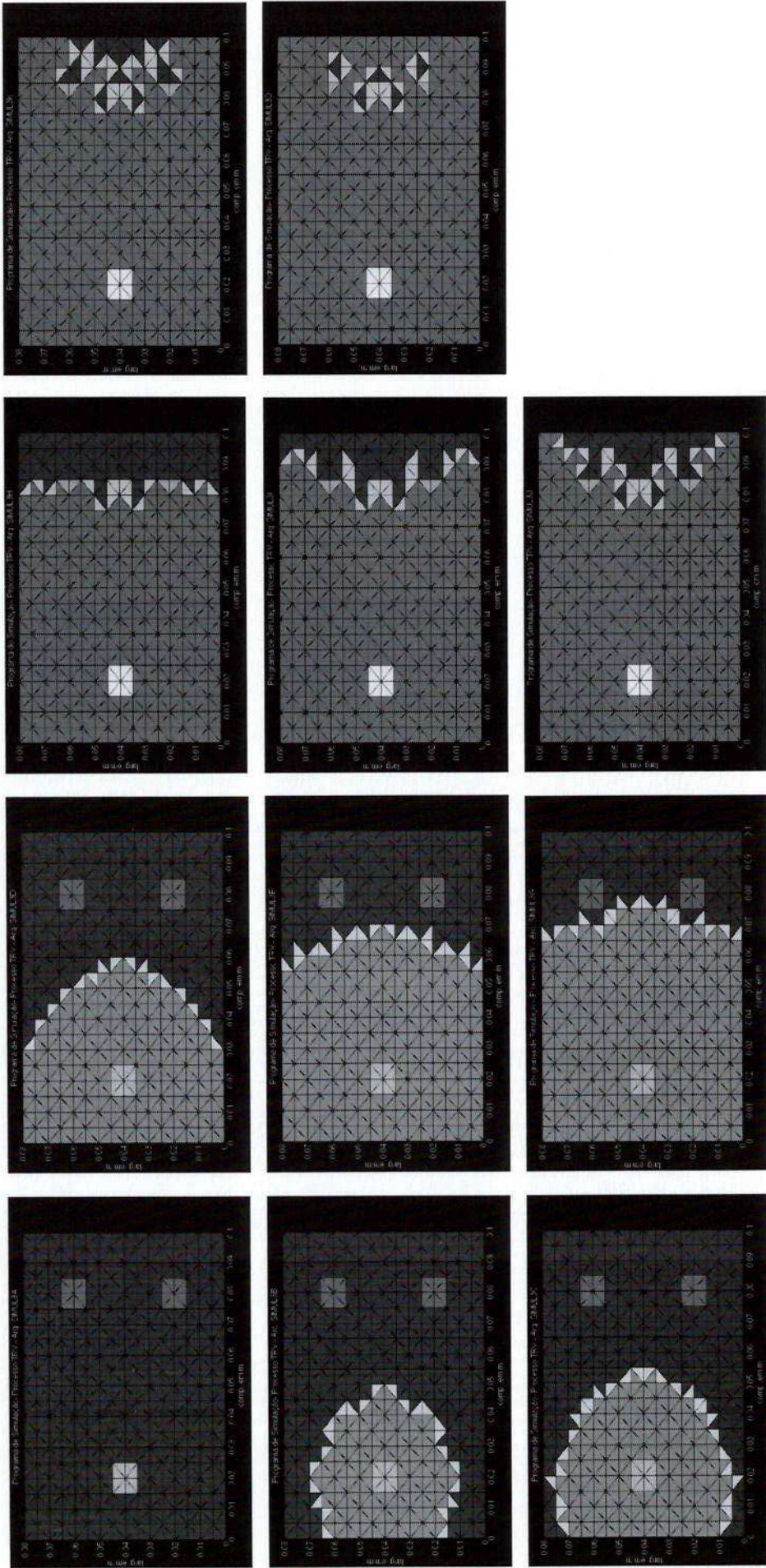


Fig.6.31 - Simulação numérica com molde 4

O MOLDE 6 (molde da figura 6.25) possui 377 nós e 684 elementos, número levemente diferente devido ao deslocamento do canal de saída, fato que ocasionou uma distribuição diferenciada dos elementos e nós internos deste molde (frente de avanço figura 6.33). A frente de avanço é semelhante a encontrada para o MOLDE 2 (figura 6.29), com as frentes de avanço se fechando fora do canal de saída. Ou seja, neste caso, como no anterior, teríamos o aprisionamento de bolhas de ar que por ventura restassem no sistema, podendo ocasionar falhas superficiais no produto injetado.

O MOLDE 7 (figura 6.26) possui 375 nós e 680 elementos, com coordenadas para os canais de entrada e saída idênticas às do MOLDE 3. Observamos neste caso (MOLDE 7) a mesma dinâmica de escoamento observada no MOLDE 3, com fechamento também fora dos canais de saída (ver figura 6.34).

O MOLDE 8 (molde da figura 6.27) possui 381 nós e 796 elementos, e assim como o MOLDE 4 possui dois canais de saída. Observamos neste caso (MOLDE 8) a mesma dinâmica de escoamento observada no MOLDE 4, com fechamento também fora dos canais de saída (ver figura 6.35).



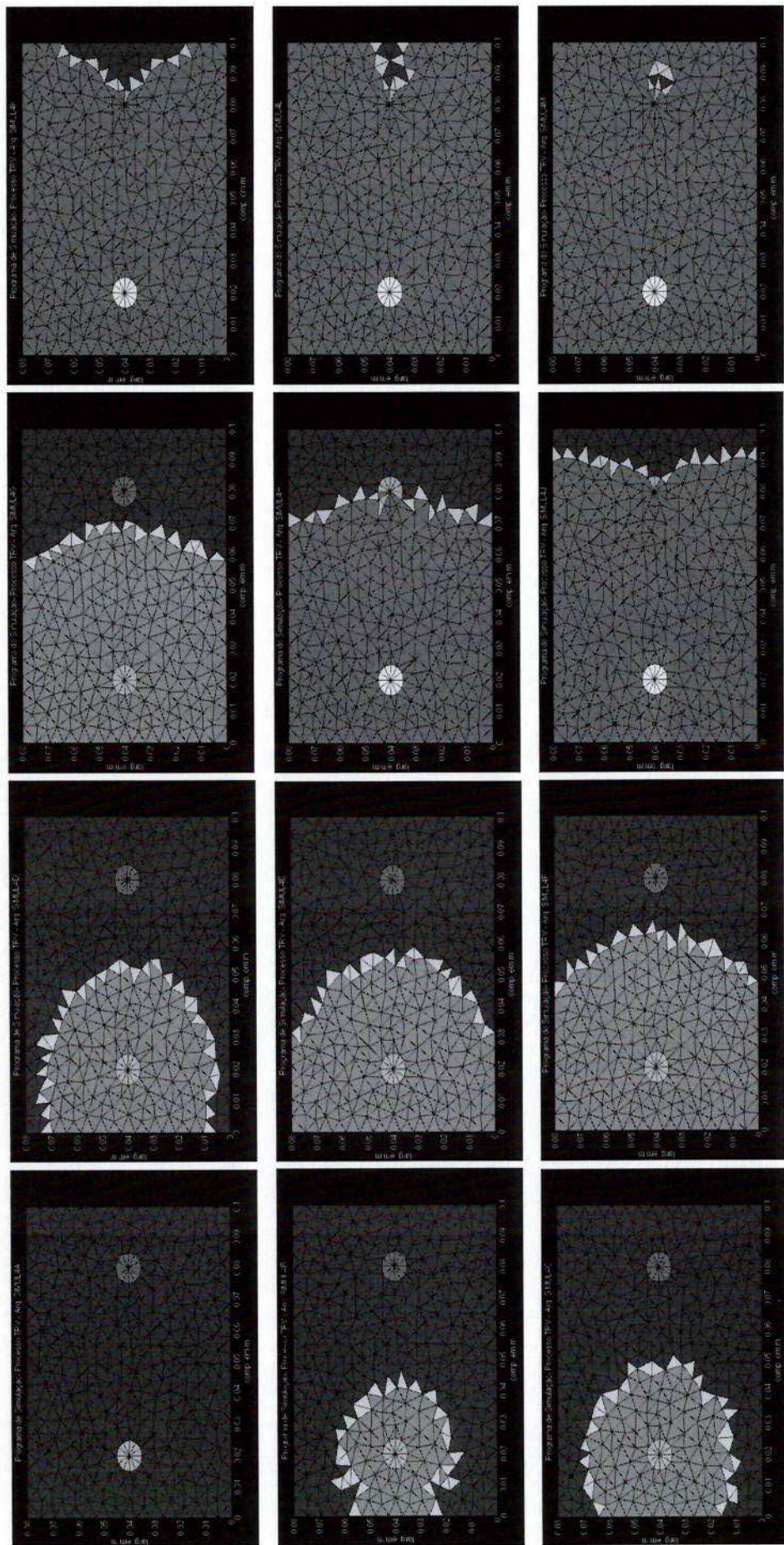


Fig. 6.32 - Simulação numérica com molde 5



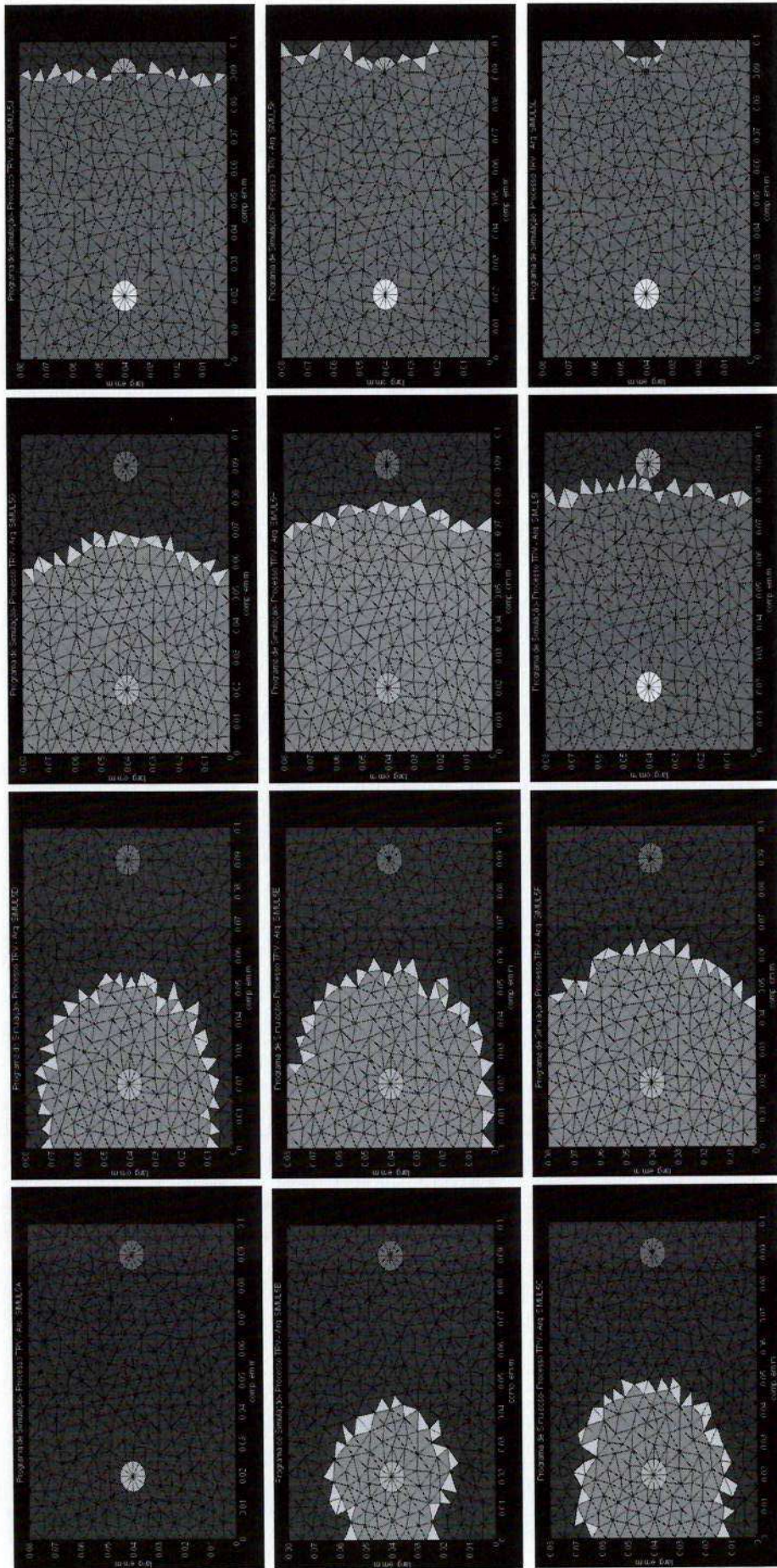


Fig. 6.33 - Simulação numérica com molde 6



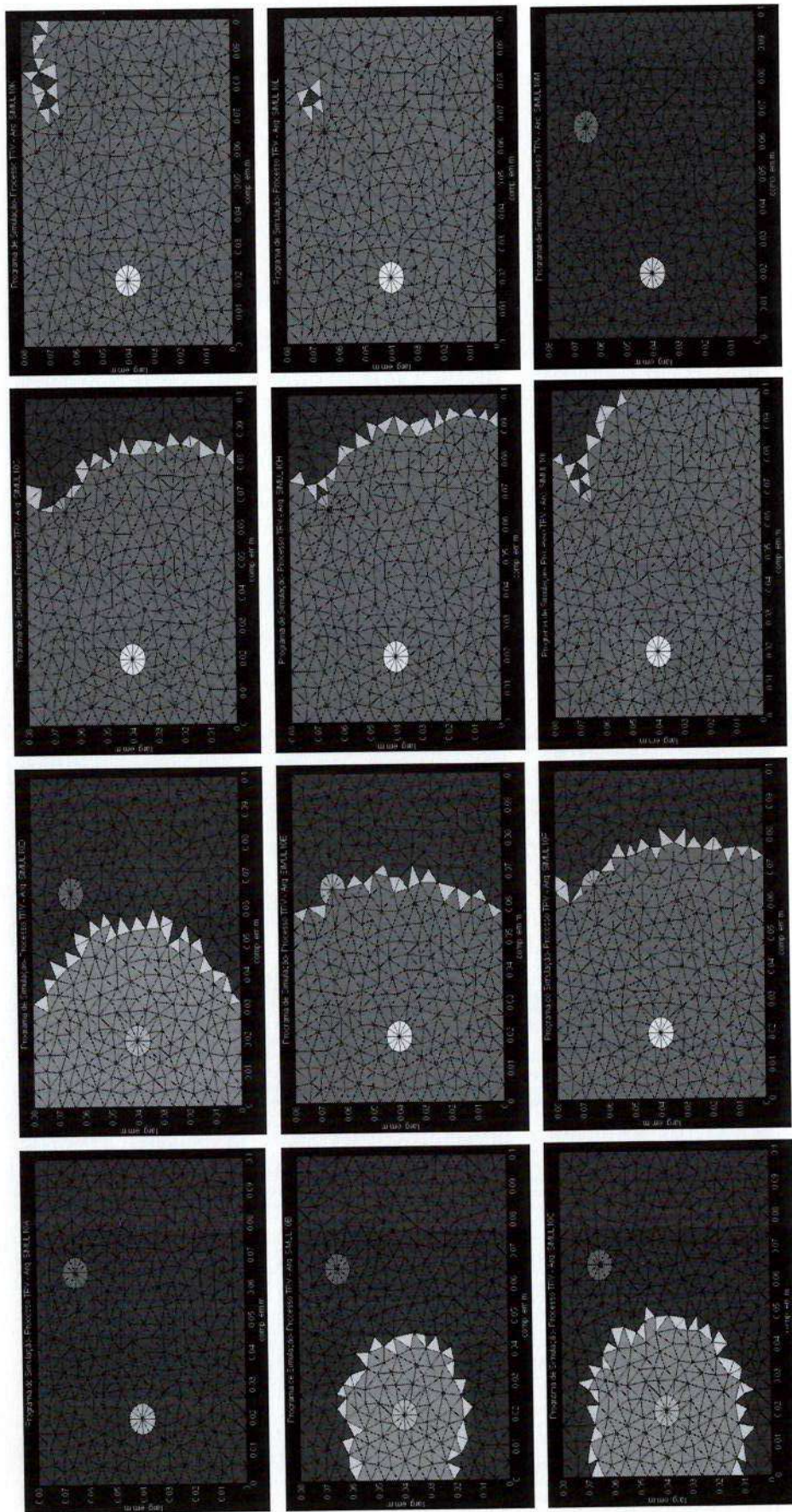


Fig. 6.34 - Simulação numérica com Molde 7



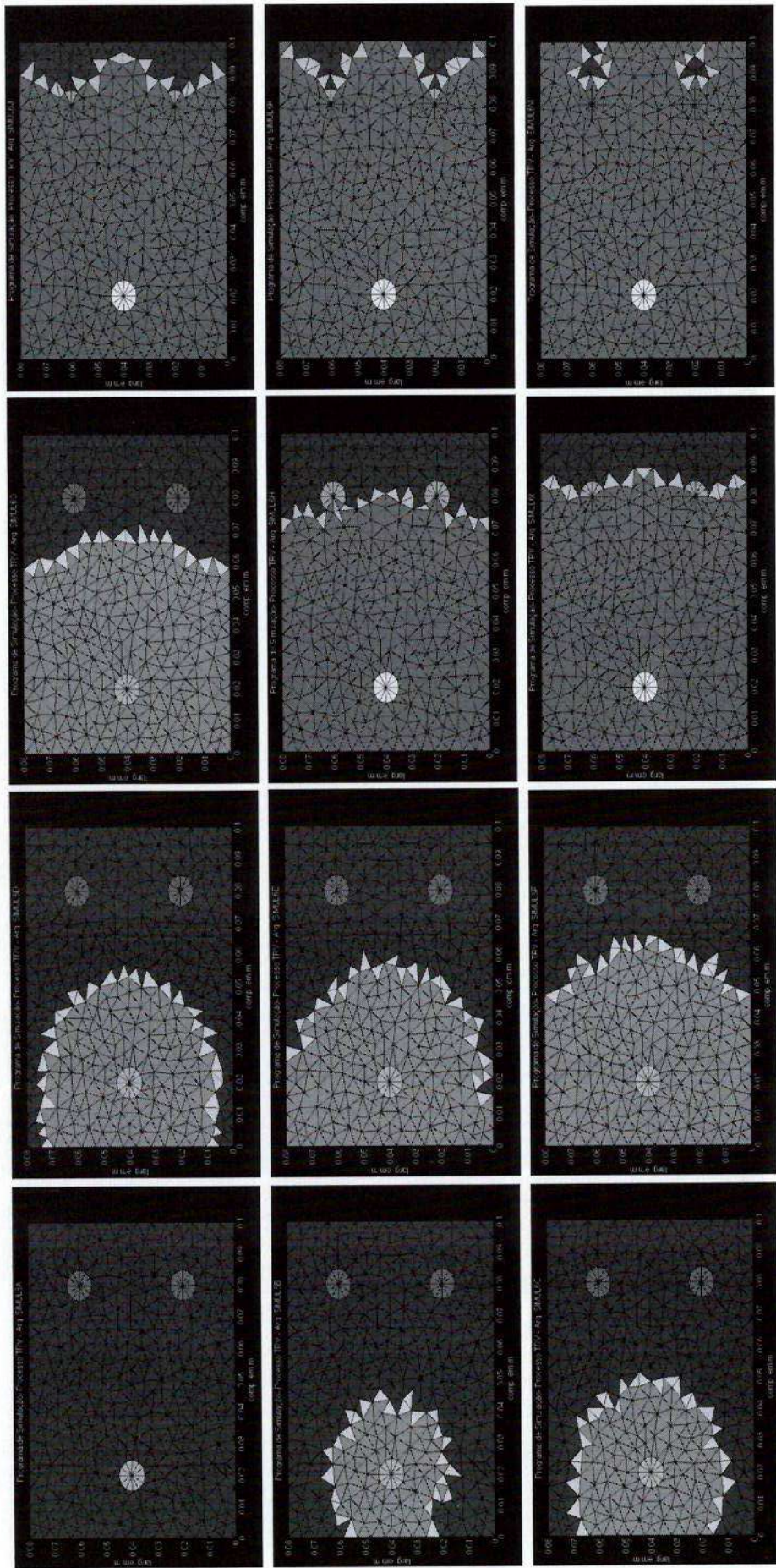


Fig.6.35 - Simulação numérica com molde 8

A tabela 6.4 mostra os tempos finais de simulação encontrados para esses moldes, nas condições já mencionadas.

**Tabela 6.4 - Dados finais dos moldes gerados para estudo dos canais de impregnação**

Nº do MOLDE / FIG.	Nº de nós e de elementos	Nº de canais de entrada	Nº de canais de saída	Tipo de malha	Tempo de impregnação em segundos	Obs.
1 Fig. 6.20	357 640	1	1	Estruturada Tipo 2	12,65	-
2 Fig. 6.21	357 640	1	1	Estruturada Tipo 2	16,03	-
3 Fig. 6.22	357 640	1	1	Estruturada Tipo 2	20,89	-
4 Fig. 6.23	357 640	1	2	Estruturada Tipo 2	23,37	-
5 Fig. 6.24	365 660	1	1	Não- estruturada	15,52	Diferença de 22,7% em relação ao molde 1
6 Fig. 6.25	377 684	1	1	Não- estruturada	12,93	Diferença de 19,3% em relação ao molde 2
7 Fig. 6.26	375 680	1	1	Não- estruturada	17,08	Diferença de 18,2% em relação ao molde 3
8 Fig. 6.27	381 796	1	2	Não- estruturada	15,95	Diferença de 31,8% em relação ao molde 4

Verificou-se uma certa diferença nos tempos de simulação ao se comparar os tempos relativos aos moldes equivalentes. Ou seja, uma diferença em torno de 22,7% entre os tempos dos MOLDES 1 e 4 (ambos com canais de entrada e saída posicionados nas mesmas coordenadas), de 19,3% entre os tempos dos MOLDES 2 e 5 (ambos com coordenadas idênticas para os canais de saída, cada qual deslocado com relação às coordenadas dos canais de

saída dos moldes anteriores), de 18,2% entre os tempos dos MOLDES 3 e 6 (ambos com coordenadas idênticas para os canais de saída e deslocadas em relação aos moldes anteriores) e de 31,8% entre os tempos de simulação apresentados para os MOLDES 3 e 6 (ambos com 2 canais de saída posicionados de forma idêntica).

As diferenças encontradas possivelmente ocorreram devido a natureza das malhas geradas (estruturada e não-estruturada), diferenças geométricas dos canais de entrada e saída (canais de entrada e saída retangulares nas malhas estruturadas e circulares nas malhas não estruturadas, com uma diferença de 21,4% na área de injeção e saída, dos canais de impregnação do molde) e distribuição propriamente dita (arranjo) dos elementos dentro do molde (os "caminhos" a serem percorridos dentro do molde são levemente diferenciados).

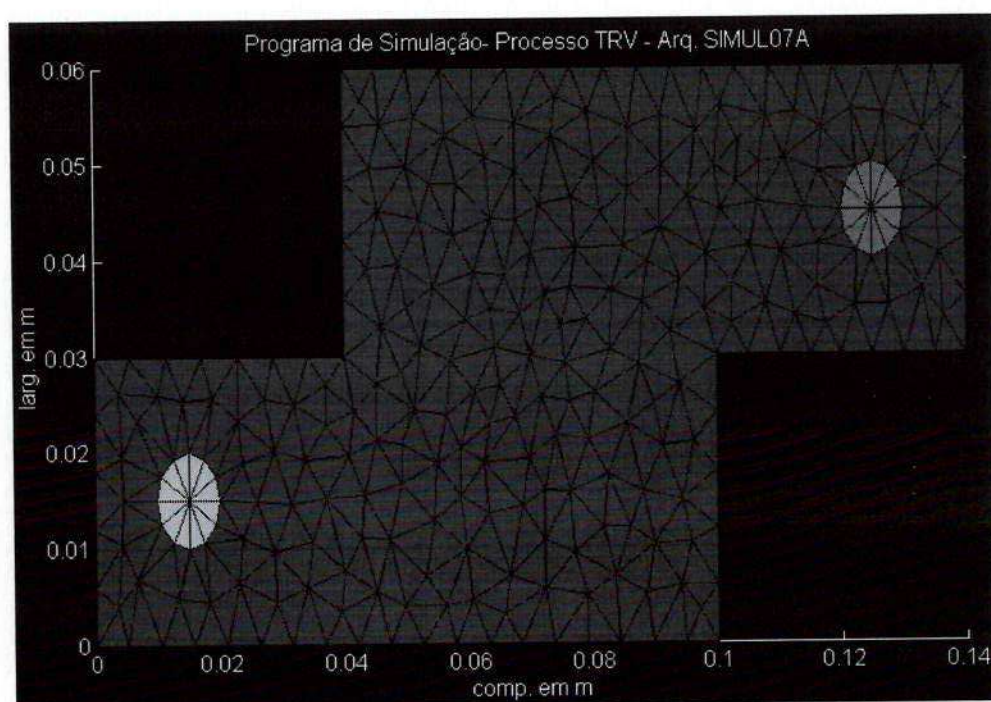
Apesar dessas diferenças apontadas (tendo-se o pior caso em torno de 32%), essas devem ser consideradas plenamente plausíveis uma vez que a finalidade primordial do programa e, desse estudo propriamente dito, é a determinação das coordenadas mais adequadas para a localização dos canais de entrada e saída dos moldes simulados.

Os MOLDES 9 e 10, figuras 6.36 e 6.37, buscam simular o avanço da impregnação em moldes diferenciados, criados aqui para demonstrar a consistência do modelo desenvolvido.

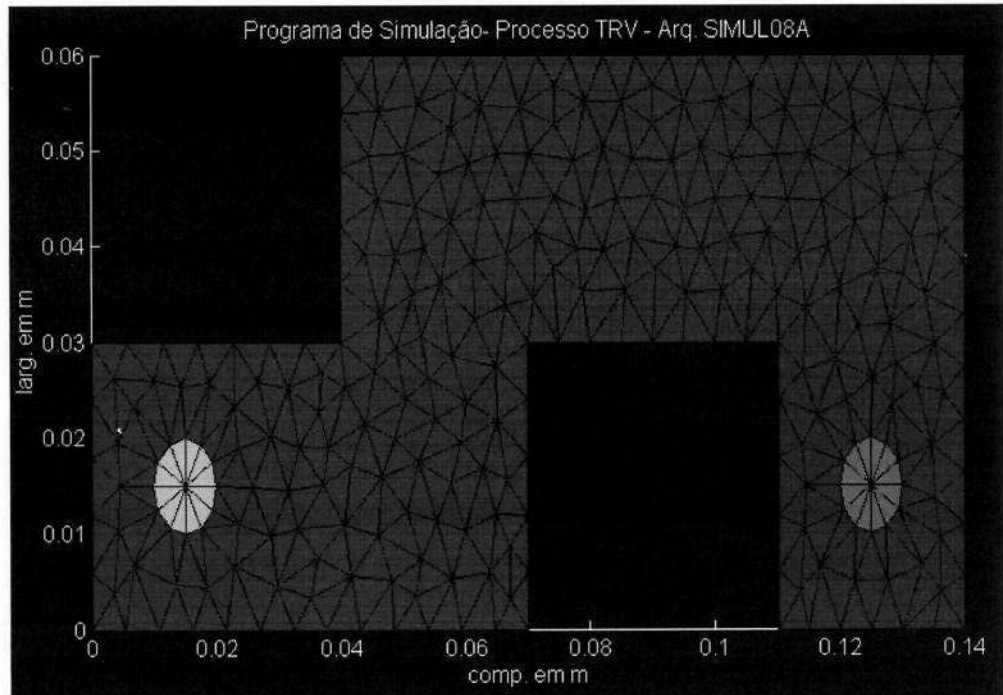
No caso do molde da figura 6.36, foi colocado um canal de entrada e um de saída, numa malha não-estruturada, num total de 284 nós e 493 elementos. No caso da figura 6.37, diferenciou-se a geometria, porém,



manteve-se o mesmo número de canais de entrada e saída. Neste caso também foi usada uma malha não-estruturada para se discretizar o molde, no entanto, com 293 nós e 500 elementos.



**Fig.6.36 - Molde 9**



**Fig.6.37 - Molde 10**

As figuras 6.38 e 6.39 demonstram as simulações numéricas referentes aos MOLDES 9 e 10, respectivamente.

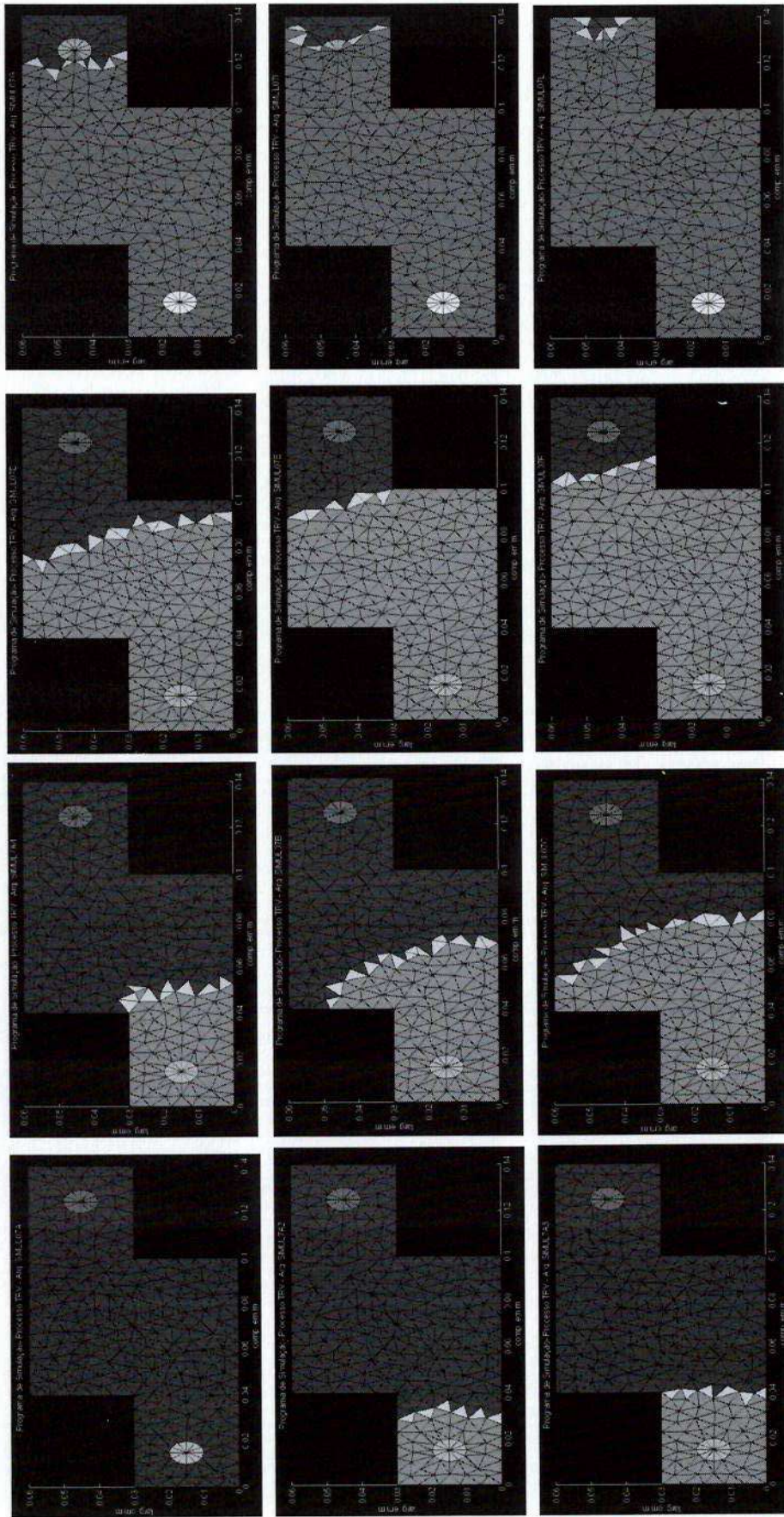


Fig. 6.38 - Simulação numérica com Molde 9



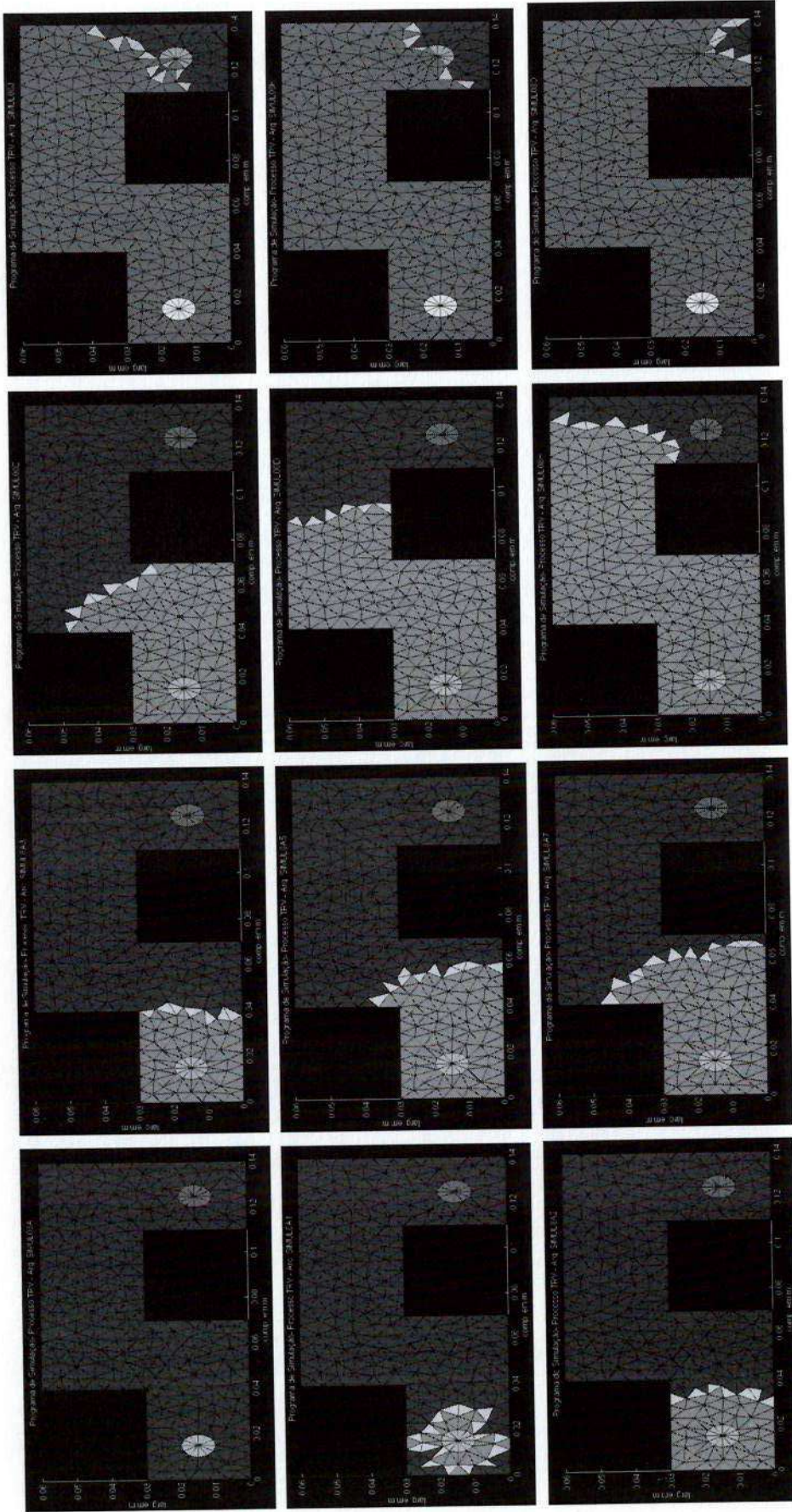
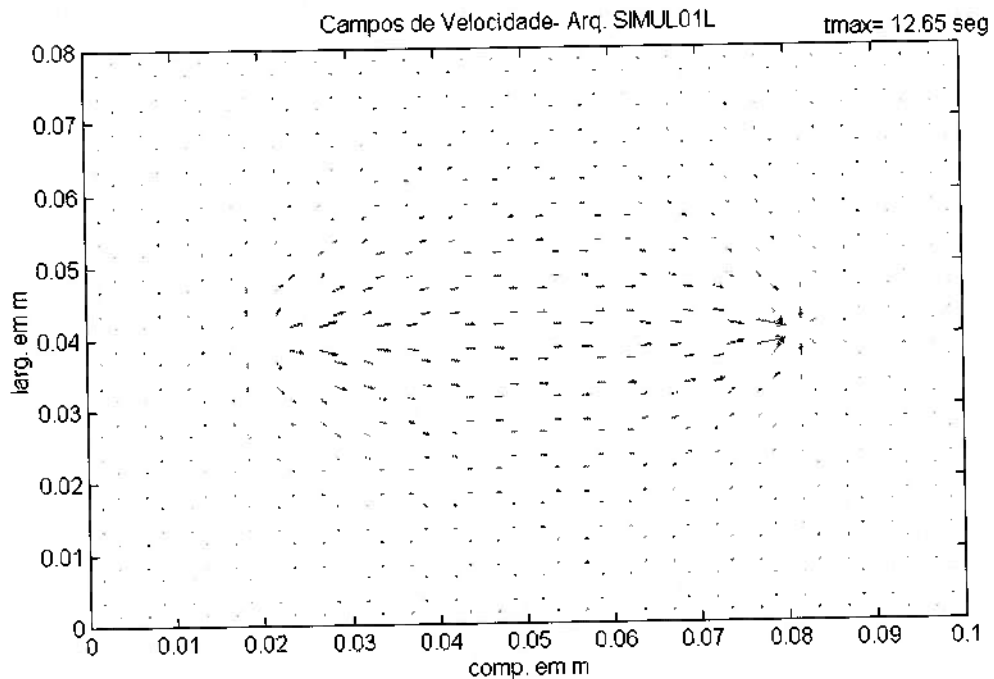


Fig. 6.39 - Simulação numérica com Moide 10

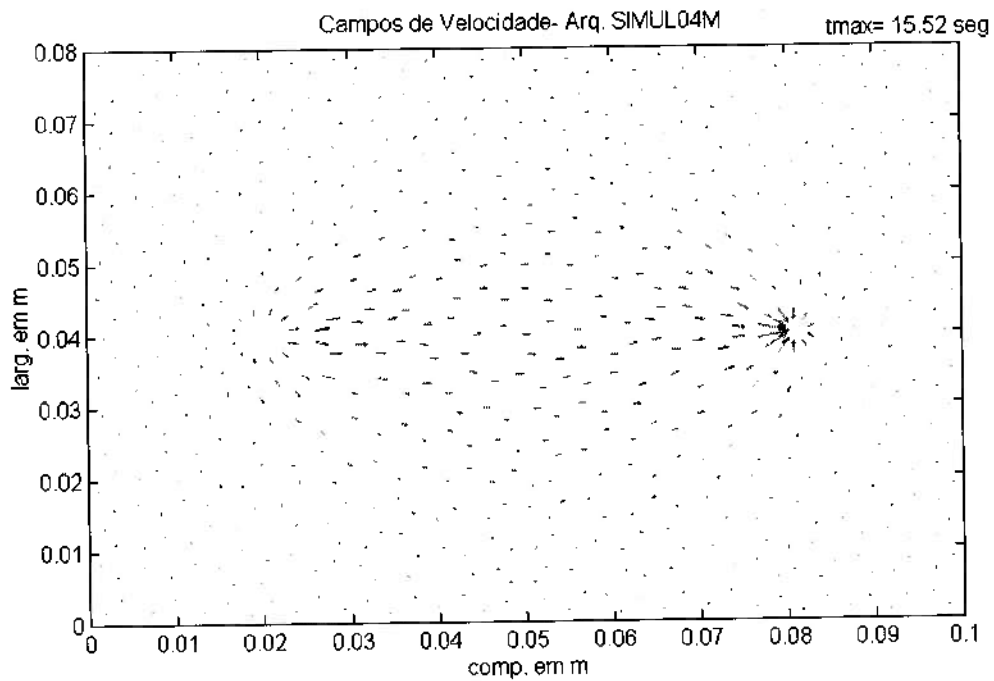
**6.8- CAMPOS DE VELOCIDADE**

A seguir são apresentados os resultados dos campos de velocidades obtidos para as simulações dos moldes 1, 5, 8, 9 e 10. As figuras 6.40 a 6.44 trazem o campo de velocidades obtidos para esses moldes nos seus respectivos instantes finais de impregnação. Em todos os casos, o comprimento de cada vetor, na figura, é proporcional à magnitude da velocidade em cada instante relatado.

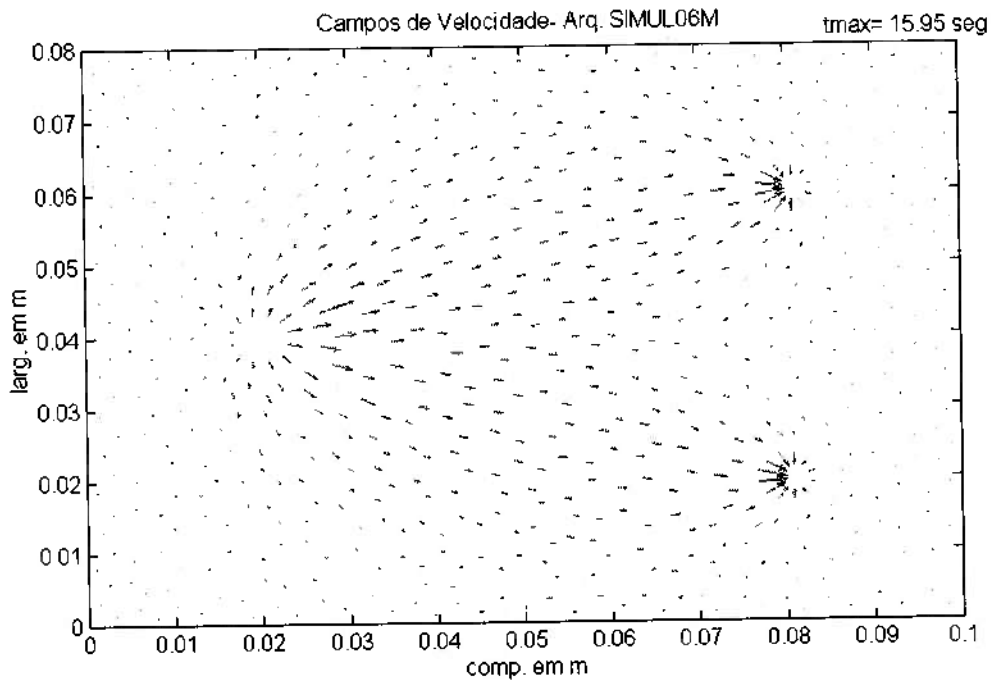
A tabela 6.5 resume os valores obtidos para as velocidades resultantes, nos elementos de entrada e saída de cada um desses moldes.



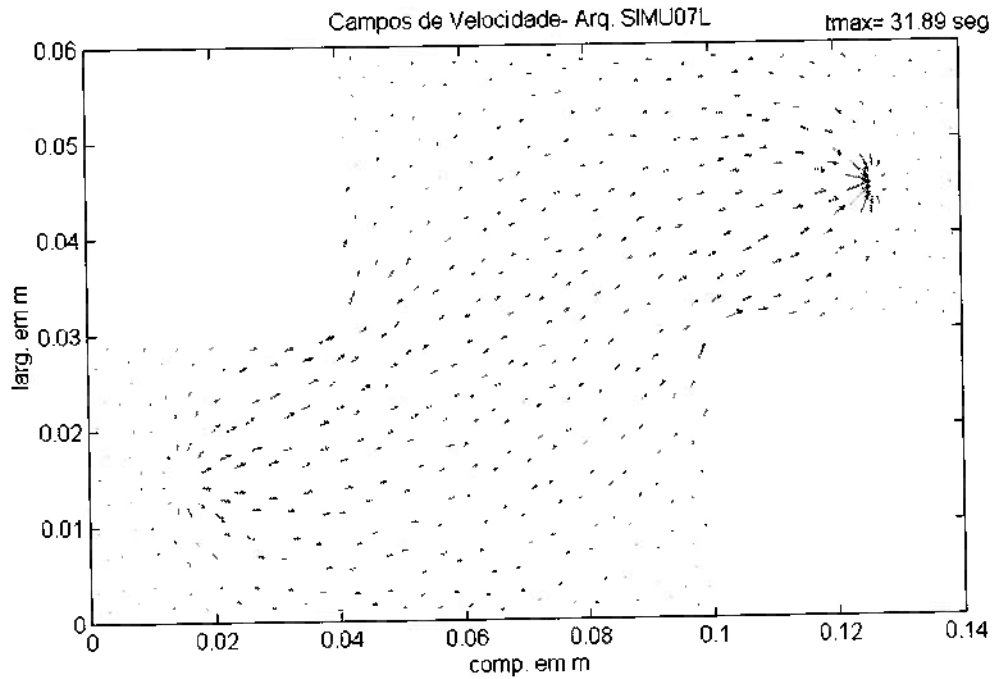
**Fig. 6.40 - Campo de Velocidade para Simulação numérica com Molde 1**



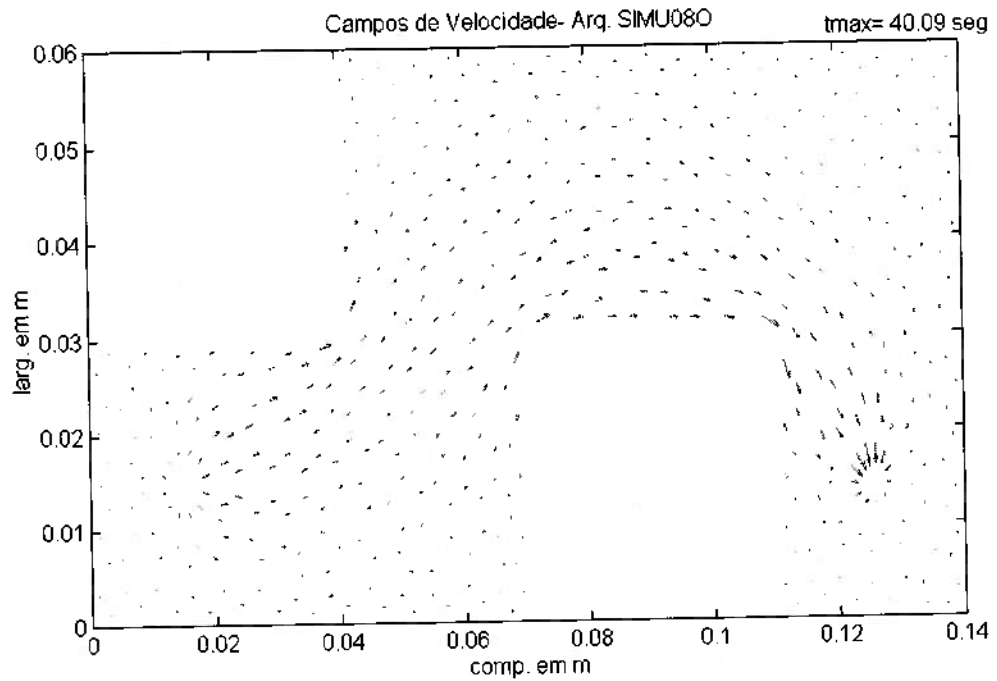
**Fig. 6.41 - Campo de Velocidade para Simulação numérica com Molde 5**



**Fig. 6.42 - Campo de Velocidade para Simulação numérica com Molde 8**



**Fig. 6.43 - Campo de Velocidade para Simulação numérica com Molde 9**



**Fig. 6.44 - Campo de Velocidade para Simulação numérica com Molde 10**

**Tabela 6.5 - Dados de velocidade resultante nos elementos de entrada e saída ( $V_{result E}$  e  $V_{result S}$ ) dos canais de impregnação.**

Molde	Instante (s)	ele E	$V_{result E}$ (mm/s)	ele S	$V_{result S}$ (mm/s)
MOLDE 1	12,65	93	1,303062176	477	6,281227246
	12,65	94	0,93581754	478	4,339880787
	12,65	103	1,214095469	487	4,339880787
	12,65	104	0,544711987	488	6,281227246
	12,65	155	1,977686267	539	2,630169272
	12,65	156	2,845990114	540	1,150901446
	12,65	161	2,845990114	545	1,150901446
	12,65	162	1,977686267	546	2,630169272
MOLDE 5	15,52	1	3,142252456	13	4,553564234
	15,52	2	2,739243124	14	1,973411271
	15,52	3	0,636001373	15	2,927145171
	15,52	4	2,105281147	16	6,566186319
	15,52	5	0,627015014	17	1,945254877
	15,52	6	0,939820077	18	4,562766348
	15,52	7	3,155802645	19	9,828027082
	15,52	8	1,458290565	20	6,570197369
	15,52	9	2,099879287	21	2,926000104
	15,52	10	1,458849344	22	9,869617256
	15,52	11	2,761660732	23	8,638417583
	15,52	12	0,93921899	24	8,56569332
MOLDE 8	15,95	1	3,772533992	13	2,471759685
	15,95	2	3,353901349	14	0,9054221
	15,95	3	0,885802185	15	1,420683398
	15,95	4	2,663369784	16	4,033013524
	15,95	5	0,884493715	17	1,03762071
	15,95	6	1,261901501	18	3,055532369
	15,95	7	3,801466012	19	7,208304364
	15,95	8	1,898960581	20	4,777965209
	15,95	9	2,68107843	21	1,821430636
	15,95	10	1,901877424	22	6,945798925
	15,95	11	3,406323033	23	5,608577439
	15,95	12	1,274474166	24	6,314350993
	15,95	0	0	25	4,032699273
	15,95	0	0	26	2,472343163
	15,95	0	0	27	1,42082533
	15,95	0	0	28	3,051180973
	15,95	0	0	29	5,607288241
	15,95	0	0	30	1,819132026
	15,95	0	0	31	7,201357854
	15,95	0	0	32	0,905193235
15,95	0	0	33	4,769476433	
15,95	0	0	34	6,305659615	
15,95	0	0	35	6,941650413	
15,95	0	0	36	1,036454106	



**Tabela 6.5 – (continuação)**

Molde	Instante (s)	ele E	V result E (mm/s)	ele S	V result S (mm/s)
MOLDE 9	31,89	1	0,557757791	13	0,637319952
	31,89	2	0,493902553	14	0,202489413
	31,89	3	0,066008827	15	0,338960815
	31,89	4	0,365600973	16	1,032045107
	31,89	5	0,07323258	17	0,184029718
	31,89	6	0,095877962	18	0,497288029
	31,89	7	0,533127143	19	1,526130393
	31,89	8	0,174827153	20	0,85506002
	31,89	9	0,299167794	21	0,269601809
	31,89	10	0,221745177	22	1,601220688
	31,89	11	0,432404558	23	1,417985481
	31,89	12	0,123135445	24	1,23576538
MOLDE 10	40,09	1	0,327154883	13	0,075451937
	40,09	2	0,294939114	14	0,173020021
	40,09	3	0,042593118	15	0,087698074
	40,09	4	0,221097735	16	0,137432171
	40,09	5	0,047990669	17	0,351823192
	40,09	6	0,055379725	18	0,80801833
	40,09	7	0,305821578	19	0,816900886
	40,09	8	0,093732014	20	0,975639015
	40,09	9	0,163160258	21	0,557952468
	40,09	10	0,134627564	22	0,515295617
	40,09	11	0,24146841	23	0,286364251
	40,09	12	0,075400017	24	0,979900652

Para os instantes finais das simulações dos moldes 1, 5, 8, 9 e 10 (tabela 6.5), encontrou-se, aproximadamente, uma variação de 0 a 10 mm/s para as velocidades observadas para os elementos triangulares que compõem os canais de entrada e saída desses moldes (tabela 6.5), ou ainda uma variação média de 1,7 mm/s e 3,6 mm/s para os canais de entrada e saída, considerando-se somente o Molde 1 (semelhante ao molde experimental, porém em dimensões menores e utilizando-se malha estruturada) e de 1,8mm/s e 5,7mm/s, se for considerado somente o Molde 5 (semelhante ao Molde 1, porém traçado com malha não-estruturada).

A tabela 3.4 indica as funções polinomiais para as simulações experimentais realizadas com uma, duas e três mantas de fibras de vidro. Como descrito no capítulo 3, essas funções descrevem a variação da posição da frente de impregnação em função do tempo. Considerando-se a permeabilidade de  $7,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  (equivalente a 2 mantas de fibra de vidro), permeabilidade utilizada como dado de entrada para as simulações dos moldes 1, 5, 8, 9 e 10, obtém-se, na tabela 3.4, a seguinte função polinomial:

$$S = 3,474 \cdot 10^{-5} t^3 - 1,859 \cdot 10^{-2} t^2 + 4,496t + 51,39 \quad (6.2)$$

Derivando-se a equação 6.2, tem-se, para o caso de duas mantas, a seguinte função para a velocidade:

$$V = \frac{dS}{dt} = 10,422 \cdot 10^{-5} t^2 - 3,718 \cdot 10^{-2} t + 4,496 \quad (6.3)$$

Ao serem substituídos, na função 6.3, os instantes finais de 12,65s (Molde 1) e 15,95s (Molde 5), encontra-se, respectivamente, os valores de 4,04mm/s e 3,93 mm/s. Esses resultados, quando comparados aos valores da tabela 6.5 somente permitem uma análise prévia da magnitude dos valores obtidos, pois seria necessária uma análise mais detalhada, inclusive vetorial, para a determinação correta dos respectivos valores de velocidade obtidos para os elementos que compõem os canais de entrada e saída dos moldes estudados.

## CAPÍTULO 7

### CONCLUSÕES

A simulação computacional do escoamento de resina poliéster através da manta de fibra de vidro mostrou ser possível caracterizar a dinâmica de preenchimento do molde através da visualização numérica do avanço da frente livre de fluido, no domínio de escoamento.

O programa mostrou também ser capaz de estimar o valor da permeabilidade da manta através da simulação numérica. Após a simulação numérica para diferentes valores adotados de permeabilidade, quando comparadas às curvas obtidas experimentalmente, permitiram a estimativa do valor da permeabilidade do meio poroso, para uma, duas e três mantas de fibra de vidro ( $8,75 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ ,  $7,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  e  $5,50 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$ , respectivamente, figuras 6.2 a 6.8).

Neste contexto, verificou-se que, quanto mais impermeável o meio poroso, maior o tempo de impregnação calculado pelo programa. Da mesma forma, os resultados numéricos reproduzem o comportamento esperado quanto à viscosidade do fluido, pois quanto maior a mesma maior o tempo de impregnação.

A análise da influência da permeabilidade da manta de fibra de vidro no escoamento permitiu também observar que, para o caso de uma única manta de fibra de vidro, os resultados numéricos da simulação, em que se considera a permeabilidade do meio uniforme, corresponderam muito bem aos dados experimentais obtidos por filmagem. Quando da utilização de duas e três

mantas de fibra de vidro, a dinâmica do escoamento associada às características geométricas do molde provocaram uma variação nos valores de permeabilidade que passaram a não ser constantes. O programa de simulação permitiu no entanto, a determinação dos valores médios das permeabilidades neste caso de duas e três mantas de fibras de vidro.

O estudo desenvolvido para determinação de uma função que pudesse descrever a permeabilidade variável observada quando da utilização de duas e três mantas de fibra de vidro, demonstrou ser possível modelar este efeito após sua implementação no programa de simulação (fig. 6.14).

Diferentes curvas traçadas, mantendo-se a permeabilidade do meio e variando-se a temperatura de processo, mostraram a coerência física do modelo de viscosidade adotado para a resina estudada. Neste caso, simulações para os casos de temperaturas mais elevadas, que implicam em valor de viscosidade maior no modelo de viscosidade adotado, levaram a tempos calculados de impregnação mais elevados (fig. 6.15).

Além do estudo da influência da permeabilidade e temperatura, estudou-se, também, o comportamento não-newtoniano, simulando-se, numericamente, o comportamento observado com as filmagens. Com este estudo, comparou-se curvas obtidas mantendo-se a viscosidade constante no algoritmo de cálculo com curvas obtidas aplicando-se o modelo não-newtoniano implementado no programa de simulação. As figuras 6.17 a 6.19 mostram o comportamento não-newtoniano da resina impregnada e evidenciam que o modelo proposto reproduz bem o comportamento esperado em todas as situações estudadas.

Também foram realizados estudos teóricos da posição dos canais de entrada e saída do molde, variando-se a posição e o número de canais de saída além do tipo de malha empregada (estruturada e não estruturada). Os estudos teóricos revelaram que o programa é capaz de simular o comportamento físico de avanço da resina dentro do molde, indicando se a posição escolhida para os canais de entrada e saída atendem as exigências de fechamento do molde.

A utilização de moldes reduzidos nesses estudos mencionados não afetam a análise, uma vez que o objetivo maior é a confirmação da consistência do modelo, seja na reprodução das características físicas observadas com a impregnação seja na análise final de fechamento do molde.

A utilização de malhas estruturadas ou não-estruturadas, não demonstrou afetar a dinâmica de avanço da frente de impregnação, conforme apresentado pelo software de saída gráfica (figuras 6.28 a 6.35).

Nessas simulações, foi encontrada uma diferença máxima em torno de 32% (tabela 6.4), quando comparou-se o tempo de impregnação entre "moldes semelhantes" (aqui definidos como sendo moldes de mesma dimensão, mesmo número de canais de entrada e saída, cujos centros estão localizados nas mesmas coordenadas). Esta diferença possivelmente tenha como principal causa a diferença geométrica dos canais de entrada e saída desses moldes (canais de entrada e saída retangulares, nas malhas estruturadas e circulares, nas malhas não-estruturadas), que resulta numa diferença de 21,4% na área de injeção e saída dos canais de impregnação do molde.

Apesar da diferença máxima encontrada de 32% entre os tempos de impregnação quando da utilização de uma malha estruturada e não-estruturada, a mesma pode ser considerada plausível dentro dos objetivos almejados na proposta inicial deste trabalho, que é o desenvolvimento de um programa para simulação de escoamento de uma resina poliéster capaz de prever de que forma se processa o escoamento para uma determinada condição de impregnação, possibilitando a análise da influência da localização geométrica adotada para os canais de entrada e saída. O tempo correto de impregnação, num primeiro momento, serviria como parâmetro comparativo, podendo ser posteriormente corrigido de forma a se aproximar mais efetivamente do valor verificado na prática. No entanto, as variáveis são enormes e pequenas diferenças serão sempre aceitáveis. No caso do molde estudado, quando utilizado três mantas, o tempo total de impregnação ficou em torno de 5 min. Aplicando-se a diferença máxima encontrada de 32%, teríamos uma variação possível para a simulação de 3,40min a 6,60min em virtude do tipo de malha e tamanho dos elementos adotados. No entanto, para efeitos práticos, sendo o modelo consistente, sem alteração na caracterização de avanço e fechamento da frente de impregnação, tem-se a identificação correta da posição dos pontos de entrada e saída, independentemente do tempo estimado para a impregnação total do molde teórico estudado.

Num segundo momento, é possível uma investigação mais apurada com relação aos fatores que influenciam significativamente esta variação para se ter uma melhor reprodutibilidade nos tempos de impregnação estudados.

Os moldes apresentados nas figuras 6.36 e 6.37 buscaram simular o avanço da impregnação em moldes diferenciados, demonstrando que o

programa implementado realmente é consistente e capaz de atender peças bidimensionais que não sejam necessariamente placas retangulares.

Analisando-se os campos de velocidades apresentados para alguns dos moldes estudados, foi possível verificar que os valores encontrados são compatíveis com os valores observados com as filmagens (ver item 6.8).

Finalmente, podemos concluir que o algoritmo proposto demonstrou ser uma ótima ferramenta para se evitar a construção de moldes inadequados a serem utilizados na produção de peças em uma linha de montagem industrial.

## **CAPÍTULO 8**

### **SUGESTÕES PARA NOVAS PESQUISAS**

O algoritmo de cálculo, apesar de demonstrar ser uma ótima ferramenta para se evitar moldes inadequados, está restrito ao campo bidimensional (proposta deste trabalho).

O desenvolvimento mais importante seria a implementação do algoritmo no tratamento de escoamentos tridimensionais. Este algoritmo quando implementado possibilitaria um estudo do escoamento com diversas camadas de manta de fibra de vidro e o seu comportamento ao longo dessas camadas, um estudo da geometria do canal e a sua influência na dinâmica do escoamento (canal de seção quadrada, triangular, semicircular etc.) além do escoamento em diversas peças com diferentes espessuras ou de uma mesma peça com espessura variada. Esta última permitiria a análise da influência da área de passagem na permeabilidade do meio e possibilitaria a implementação de um algoritmo mais abrangente com aplicação maior em peças industriais.

Um outro problema identificado é a dificuldade em se trabalhar com moldes discretizados com um grande número de elementos, que implica num tempo enorme de processamento para determinação das frentes de avanço. Neste sentido, está sendo feito um trabalho de programação numa linguagem alternativa (LabVIEW), que trabalha em plataforma Windows, o que demonstrou, após diversos testes preliminares, reduzir significativamente, o tempo de processamento.



A explicação é que a linguagem em plataforma Windows permite a utilização integral dos recursos disponíveis pelo Hardware (velocidade de processamento e memória RAM) enquanto que, na linguagem atual (FORTRAN), tem-se todo o processamento ocorrendo no MS-DOS (32 bits).

Esta modificação permitirá a realização de um software capaz de ser efetivamente utilizado, com uma velocidade de processamento viável e adequado às necessidades de sua aplicação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**AGASSANT, J. F.; AVENAS, P.; SERGENT, J. P.H.; CARREAU, P.J.** **Polymer Processing: principles and modeling.** New York, Oxford University Press, 1991. 475p.

**ANSI/ASME, PTC 19.1 - 1985, *Measurement Uncertainty.***

**ARAUJO, G. A.; FERREIRA, M. P.; MERLOTTE, C., UEDA, M. C. S.; XAVIER, M.** Desenvolvimento de um processo para fabricação de peças em material composto para aplicações automobilísticas / Development of a manufacturing process to parts in composite material for automotive applications. (em CD-Rom) In: **CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 14.,** Bauru, 1997. Anais. Bauru, Sonopress, 1997. (COB384)

**BARRET, R.; BERRY, M.; CHAN, T; DEMMEL, J.; DONATO, J.; DONGARRA, J., EIJKHOUT, V.; POZO, R.; ROMINE, C.; VORST, H. V. D.** **Templastes for the solution of linear systems: building blocks for iterative methods.** S.I.,s. ed., 1992. Cap.2, p.14-16.

**BRUSCHKE, M. V.; ADVANI, S. G.** RTM: filling simulation of complex three dimensional shell-like structures. **SAMPE Quarterly**, v.23, n.1, p.2-11, out., 1991.

**BRUSCHKE, M. V.; ADVANI, S. G.** A numerical approach to model non-isothermal viscous flow through fibrous media with free surfaces. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v.19, n.7, p.575-603, out., 1994.

- CAETANO, I. K. Permeabilidade de meios fibrosos.** São Carlos, 1992. 163p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, Centro de Ciências e Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Engenharia Química.
- CAI, Z.; BERDICHEVSKY, A. L.** Numerical simulation on the permeability variations of a fiber assembly. **Polymer Composites**, v.14, n. 6, p. 529-539, dec., 1993.
- CALADO, V. M. A.; ADVANI, S. G.** Effective average permeability of multi-layer preforms in resin transfer molding. **Composites Science and Technology**, v.56, n.5, p. 519-531, maio, 1996.
- CARPENTER, G.; LEEK, R. ; DONNELLAN, T.; RUBEL, A.** Simulation of resin transfer molding for a cubic shell geometry. **Heat and Mass Transfer in Materials Processing and Manufacturing** , v.261, p. 133-145, 1993.
- CARRERA, L. C. M. Aspectos sobre as estabilidades fotooxidativa e hidrolítica das resinas de poliéster insaturado (PI), visando suas futuras utilizações em coletores solares térmicos.** São Carlos, 1988. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Pós-graduação em Ciências e Engenharia de Materiais. p.12-26.
- CHAN, A. W.; HWANG, S. T.** Mold-filling simulations for the injection molding of continuous fiber-reinforced polymer. **Polymer Engineering and Science**, v.28, n.5, p. 333-339, mar., 1988.
- CHANG, W.; KIKUCHI, N.** An Adaptative remeshing method in the simulation of resin transfer molding (RTM) process. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v.112, n.1-4, p. 41-68, fev., 1994.

- CHEN, B. S.; LIU, W. H.** Numerical simulation and experimental investigation of injection mold filling with melt solidification. **Polymer Engineering and Science**, v.29, n.15, p. 1039-1050, ago., 1989.
- CHEN, S. C.; HSU, K. F.** Numerical simulation and experimental verification of melt front advancements in coinjection molding process. **International Journal of Computation and Methodology**, v.28, n.4, pt.a, p. 503-513, out., 1995.
- CHIANG, H. H.; HIMASEKHAR, K.; SANTHANAM, N.; WANG, K. K.** Integrated simulation of fluid flow and heat transfer in injection molding for the prediction of shrinkage and warpage. **Journal of Engineering Materials and Technology: Transactions of the ASME**, v.115, n.1, p. 37-47, jan., 1993.
- COURY, J. R.** **Contribuição ao Estudo das Propriedades Reológicas de Fluidos não-Newtonianos: avaliação das propriedades viscosas do fundido de polietileno de alta densidade carregado com diatomito.** São Paulo, 1979. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica. p.1-22.
- DÁVILA, M. A.** **Processo de Injeção de polímeros semicristalinos: caracterização e simulação assistida por computador.** Florianópolis, 1996. 110p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).
- DING, D.; TOWNSEND, P.; WEBSTER, M. F.** Finite element simulation of an injection moulding process. **International Journal for Numerical Methods for Heat & Fluid Flow**, v.7, n.7, p. 751-766, 1997.

- ESTÁCIO, K. C.** **Simulação do processo de moldagem por injeção 2D usando malhas não estruturadas.** São Carlos, 2004. 171p. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo - ICMC/USP.
- FELIPE, R. N. B.; FELIPE, R. C. T. S.; AQUINO, E. M. F.** Influência de alguns parâmetros do processo de moldagem a vácuo na qualidade das peças acabadas / Influence of some parameters of the vacuum moulding process in the quality of the final component. (em CD-Rom) In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 14., Bauru, 1997. Anais. Bauru, Sonopress, 1997. (COB1043)
- HIEBER, C. A.; SHEN, S. F.** A finite-element / finite-difference simulation of the injection-molding filling process. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v.7, p. 1-32, 1980.
- INNOCENTINI, M.D.M.; SEPULVEDA, P.; SALVINI, V., BAUMGARTNER, J. B., COURY, J.R.; PANDOLFELLI, V.C.** Permeabilidade de cerâmicas porosas preparadas pelo método de gelcasting de espumas. /Apresentado à Associação Brasileira de Cerâmica, 1998 / . 4p.
- IQBAL, S. A.; HASHMI, M. S. J.** Determination of the pressure dependent viscosity of non-Newtonian fluid using a new rheometrical device. **Journal of Materials Processing Technology**, v.119, n.1-3, p.146-151, dec., 2001.
- MAIER, R. S.; ROHALY, T. F.; ADVANI, S. G.; FICKIE, K. D.** A fast numerical method for isothermal resin transfer mold filling. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v.39, n.8, p. 1405-1417, abr., 1996.

- MALISKA, C. R.** **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional.** Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1995. 424p.
- MATSUOKA, T.** Fiber orientation prediction in injection molding. In: **KARGER-KOCSIS, J.,** ed. **Polypropylene: structure, blends and composites.** London, Prentice-Hall, 1995.
- O'BRIEN, K. T.** **CAE - Computer Modeling for Extrusion and Other Continuous Polymer Processes - Applications.** New York, Hanser Publishers, 1992. 531p.
- OSSWALD, T. A.; TUCKER III, C. L.** A boundary element simulation of compression mold filling. **Polymer Engineering and Science**, v.28, n.7, p. 413-420, abr., 1988.
- PRAGER, W.** **Introduction to Mechanics of Continua.** New York, Ginnmand Co., 1961. 230p.
- PREZIOSI, L.; FARINA, A.** On Darcy's law for growing porous media. **International Journal of Non-linear Mechanics**, v.37, n.3, p. 485-491, apr. 2002.
- RAO, S. S.** **The finite element method in engineering.** 2.ed. New York, Pergamon Press, 1989. 643p.
- SAGAE, K.; KOIZUMI, M.; YAMAKAWA, M.** Numerical analysis for polymer melt flow in injection molding. **JSME International Journal**, series B: Fluids and Thermal Engineering, v.37, n.3, p. 531-537, ago. 1994.

- SANTOS, F. L. P.** **Simulação Numérica de Escoamentos Multifásicos utilizando o Sistema FreeFlow-2D.** São Carlos, 2001. 95p. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo - ICMC/USP.
- SCHRAMM, G.** What are the relevant shear rates for polymer processing?. In: **Rheology and molecular structure.** Munich, Hanser Publishers, 1994. p. 21-23, 1994.
- SEGERLIND, L. J.** **Applied finite element analysis.** 2.ed. New York, John Wiley, 1984. 427p..
- SIQUEIRA, C. L. R.; MENEGHINI, J. R.** The Preconditioned conjugate gradiente method for the solution of sparse matrices: finite element method applications. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 14., Bauru, 1997. Anais. S.I., Sonopress, 1997. (COB182)
- TADMOR, Z.; GOGOS, C. G.** **Principles of polymer processing.** New York, John Willey , 1979. 736p.
- TANNER, R. I.** **Engineering Rheology.** S.I., Oxford University Press, 1988. 451p.
- TAVARES, M. R.; ALVIM, L. A. P.** Análise de aplicação de material composto em processo de moldagem de peças estruturais. In: WORKSHOP RECOP: desafios e experiências em moldes para conformação de plásticos, 1., São Paulo, 1999. Anais. São Paulo, EPUSP/Departamento de Engenharia Mecânica, 1999. p.89-94.

- TITA, V. Análise dinâmica teórica e experimental de vigas fabricadas a partir de materiais compósitos poliméricos reforçados.** São Carlos, 1999. 125p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo - Departamento de Engenharia Mecânica (EESC/USP).
- TOMÉ, M. F. GENSMAC: a Multiple free surface fluid flow solver,** United kingdom, 1993. 196p. Tese (Doutorado) - University of Strathclyde, Department of Mathematics.
- TUCKER III, C. L. Fundamentals of computer modeling for polymer processing.** New York, Hanser Publishers , 1989. 623p.
- TUTORIAL on polymer composite modeling** Developed by the intelligent Systems Laboratory under the Technology Reinvestment Program. Available from Internet [http <://isl.cps.msu.edu/trp/toc.html.>](http://isl.cps.msu.edu/trp/toc.html), jul., 1997.
- UM, M. K.; LEE, W. I.** A study on the mold filling process in resin transfer Molding. **Polymer Engineering and Science**, v. 31, n. 11, p. 765-767, jun., 1991.
- WANG, S. P.; WANG, K. K.** A net inflow method for incompressible viscous flow with moving free surface. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v.18, n.7, p. 669-694, abr., 1994.
- ZAIDI, K.; ABBÈS, B.; TEODOSIU, C.** Finite element simulation of mold filling using marker particles and the  $\kappa$ - $\epsilon$  model of turbulence. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v.134, n.3-4, p. 241-247, ago., 1996.
- ZIENKIEWICZ, O.C.; MORGAN, K.** Finite Elements and Approximation, University of Wales, United Kingdom, John Wiley & Sons, 1983. 327p.



## **BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR UTILIZADA**

### **DIRETRIZES PARA APRESENTAÇÃO DE TRABALHOS**

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. **Diretrizes para apresentação de dissertações e teses.** Serviço de Biblioteca. São Paulo, 1991. 50p.

### **MÉTODOS NUMÉRICOS**

**HIRSCH, C. Numerical computation of internal and external flows.** New York, John Wiley, 1988. 513p. v.1: fundamentals of numerical discretization

**LOGAN, D. L. A first course in the finite element method.** Boston, PWS-KENT Publishing Company, 1985. 617p.

### **LINGUAGEM FORTRAN**

**PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. Numerical recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing.** 2.ed. Cambridge, Cambridge University Press, 1992. 963p.

**PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. Numerical recipes: example book (FORTRAN).** 2.ed. Cambridge, Cambridge University Press., 1994. 245p.

**SHELLEY, J. Essentials of FORTRAN 77.** 2.ed. London, Imperial College Computer Centre, 1992. 182p.

**NYHOFF, L.; LEESTMA, S. FORTRAN 77 for engineers and scientists: with an introduction to Fortran 90.** 4.ed. New Jersey, Prentice Hall, 1996. 884p.

### LINGUAGEM MATLAB

**BIRAN, A.; BREINER, M. MATLAB for Engineers.** Wokingham, Addison-Wesley, 1995. 668p.

**BORSE, G. J. Numerical methods with MATLAB: a resource for scientists and engineers.** Boston, PWS Publishing, 1997. 640p.

**MATLAB – Versão do estudante : guia do usuário.** Trad. de Hércules P. Neves. São Paulo, MAKRON Books, 1997.

**MATLAB & SIMULINK.** São Bernardo do Campo, Faculdade de Engenharia Industrial. Fundação de Ciências Aplicadas. Departamento de Eletricidade, 1994. 93p.

**The STUDENT Edition of MATLAB:** The ultimate computing environment for technical education, Version 4 User's Guide. Englewood Cliffs, The Mathworks inc., 1995.



## **APÊNDICE A**

### **MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF)**

#### **A.1- INTRODUÇÃO**

Para implementação e aplicação do Método de Elementos Finitos (MEF) é necessário que se estabeleça as propriedades de interpolação dos elementos utilizados e que se faça a avaliação de suas matrizes de rigidez (local e global).

Apesar do programa de simulação numérica utilizar somente elementos triangulares (bidimensionais e lineares), também foram obtidas as equações para campo bidimensional bem como das funções de forma, para interpolação dos elementos retangulares bilineares. A obtenção dessas equações permitiu que se testasse as rotinas de cálculo e avaliação das matrizes de rigidez do programa de simulação numérica através da resolução dos problemas propostos por Segerlind (1984) e Rao (1989) e cuja solução pode ser acompanhada em detalhes no Apêndice B.

**A.2- Elementos Bidimensionais**

**A.2.1- Elemento Triangular Linear**

Considerando-se um elemento triangular de nós  $i$ ,  $j$  e  $k$  (fig. A.1)

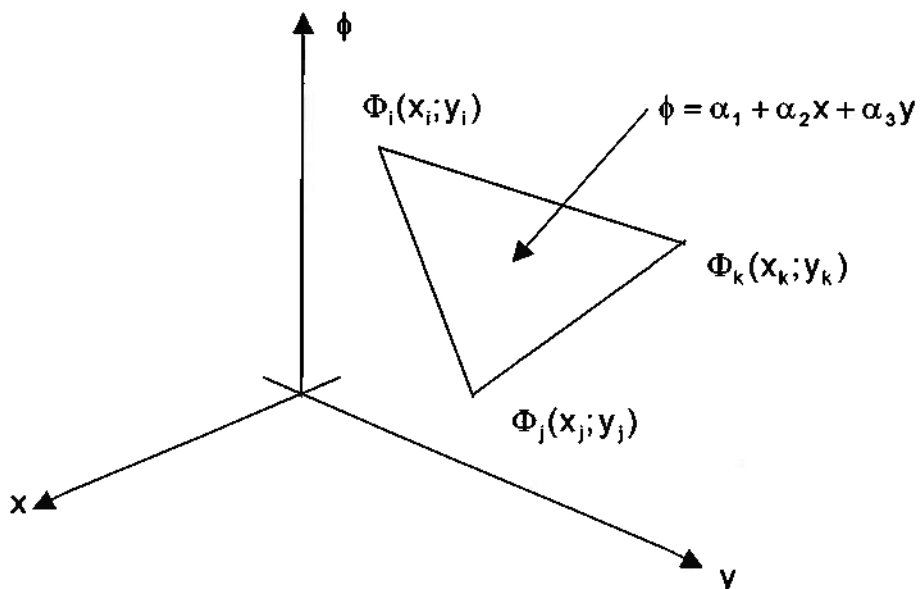
- com:
- Valores nodais de  $\phi$  dados por:  $\Phi_i$ ,  $\Phi_j$ ,  $\Phi_k$ ;
  - Coordenadas nodais dadas por:  $(x_i; y_i)$ ,  $(x_j; y_j)$  e  $(x_k; y_k)$ ;
  - E com a função polinomial de interpolação sendo dada por:

$$\phi = \alpha_1 + \alpha_2 X + \alpha_3 Y \quad (\text{A.1})$$

Com:  $\phi = \Phi_i$  em  $x = x_i, y = y_i$

$$\phi = \Phi_j \text{ em } x = x_j, y = y_j \quad (\text{A.2})$$

$$\phi = \Phi_k \text{ em } x = x_k, y = y_k$$



**Fig. A.1 – Elemento triangular linear**

Substituindo A.2 em A.1 e rearranjando-se os termos, obtém-se:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \left(\frac{1}{2A}\right) \left[ (x_j y_k - x_k y_j) \Phi_i + (x_k y_i - x_i y_k) \Phi_j + (x_i y_j - x_j y_i) \Phi_k \right] \\ \alpha_2 &= \left(\frac{1}{2A}\right) \left[ (y_j - y_k) \Phi_i + (y_k - y_i) \Phi_j + (y_i - y_j) \Phi_k \right] \\ \alpha_3 &= \left(\frac{1}{2A}\right) \left[ (x_k - x_j) \Phi_i + (x_i - x_k) \Phi_j + (x_j - x_i) \Phi_k \right] \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Onde tem-se que:  $D_{\text{determinante}} = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} = 2A \quad (\text{A.4})$

sendo **A** a área do elemento triangular.

Substituindo-se  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  em A.1 e rearranjando os termos, obtém-se uma equação para  $\phi$  em termos de três funções de forma ( $N_i; N_j; N_k$ ) e em relação a  $\Phi_i$ ,  $\Phi_j$  e  $\Phi_k$ , que é:

$$\phi = N_i \Phi_i + N_j \Phi_j + N_k \Phi_k \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} N_i &= \left(\frac{1}{2A}\right) [a_i + b_i x + c_i y] \\ \text{Onde: } N_j &= \left(\frac{1}{2A}\right) [a_j + b_j x + c_j y] \\ N_k &= \left(\frac{1}{2A}\right) [a_k + b_k x + c_k y] \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\text{e } \left\{ \begin{array}{l} a_i = x_j y_k - x_k y_j; \quad b_i = y_j - y_k; \quad c_i = x_k - x_j \\ a_j = x_k y_i - x_i y_k; \quad b_j = y_k - y_i; \quad c_j = x_i - x_k \\ a_k = x_i y_j - x_j y_i; \quad b_k = y_i - y_j; \quad c_k = x_j - x_i \end{array} \right\} \quad (\text{A.7})$$

### A.2.2- Elemento Retangular Bilinear

Adotando-se um sistema local de coordenadas (**s,t**), tem-se a função polinomial de interpolação para um elemento retangular bilinear dada por:

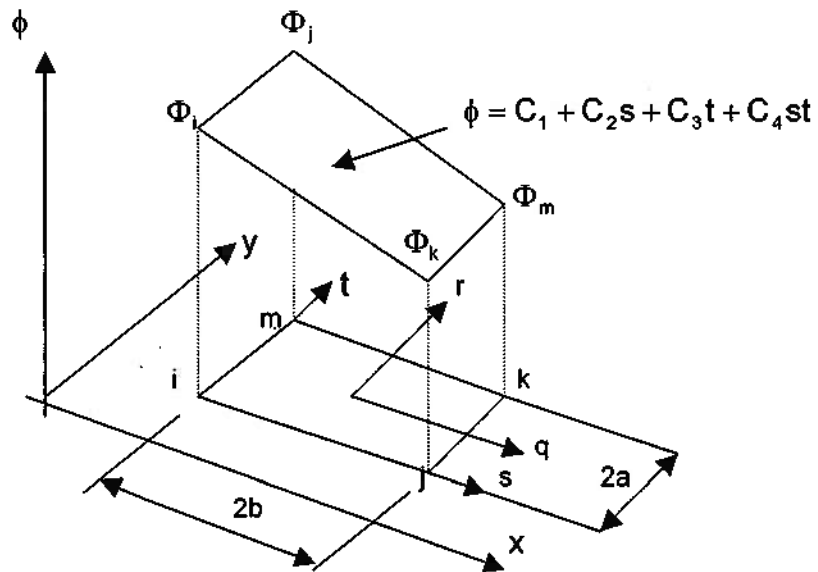
$$\phi = C_1 + C_2s + C_3t + C_4st \quad (\text{A.8})$$

Onde:

$$\begin{aligned} \Phi_i &= C_1 \\ \Phi_j &= C_1 + 2bC_2 \\ \Phi_k &= C_1 + 2bC_2 + 2aC_3 + 4abC_4 \\ \Phi_m &= C_1 + 2aC_3 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Ou ainda:

$$\begin{aligned} C_1 &= \Phi_i \\ C_2 &= \frac{1}{2b}(\Phi_j - \Phi_i) \\ C_3 &= \frac{1}{2a}(\Phi_m - \Phi_i) \\ C_4 &= \frac{1}{4ab}(\Phi_i - \Phi_j + \Phi_k - \Phi_m) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$



**Fig. A.2 – Elemento retangular bilinear**

Substituindo A.10 em A.8 e rearranjando-se os termos obtém-se:

$$\phi = N_i\Phi_i + N_j\Phi_j + N_k\Phi_k + N_m\Phi_m \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} \text{Onde: } N_i &= \left(1 - \frac{s}{2b}\right) \left(1 - \frac{t}{2a}\right) \\ N_j &= \frac{s}{2b} \left(1 - \frac{t}{2a}\right) \\ N_k &= \frac{st}{4ab} \\ N_m &= \frac{t}{2a} \left(1 - \frac{s}{2b}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} \text{Ou ainda, sabendo-se que: } s &= b + q \\ t &= a + r \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Substituindo-se A.13 em A.12, tem-se:

$$\begin{aligned} N_i &= \left(\frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{q}{b}\right) \left(1 - \frac{r}{a}\right) \\ N_j &= \left(\frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{q}{b}\right) \left(1 - \frac{r}{a}\right) \\ N_k &= \left(\frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{q}{b}\right) \left(1 + \frac{r}{a}\right) \\ N_m &= \left(\frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{q}{b}\right) \left(1 + \frac{r}{a}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

### A.3- EQUAÇÃO DE CAMPO BIDIMENSIONAL

#### A.3.1- Equação Diferencial Governante para Campo Bidimensional

De forma genérica pode ser escrita como sendo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - G\phi + Q = 0 \quad (\text{A.15})$$



Os termos dessa equação passam a representar grandezas diferentes conforme o fenômeno físico que a mesma governe, podendo valer inclusive 0 ou 1. Para o problema de escoamento em meio poroso, com fontes e sorvedouros pontuais, a serem localizados sobre nós previamente especificados, a equação anterior pode ser aproximada para:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + Q = 0 \quad (\text{A.16})$$

onde  $D_x$  e  $D_y$  são as permeabilidades nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente e  $Q$  o termo fonte. Essas permeabilidades serão tratadas aqui como sendo constantes e de valor  $D_x$  e  $D_y$ .

### A.3.2- Equações Integrais para as matrizes dos elementos

A contribuição do elemento ao sistema de equações é dado por:

$$\{R^{(e)}\} = - \int_A [N]^T \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + Q \right) dA \quad (\text{A.17})$$

Considerando-se: 
$$\frac{\partial}{\partial x} \left( [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \quad (\text{A.18})$$

A diferenciação de **A.18** pela regra do produto fornece:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) = [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{A.19})$$

Rearranjando-se estes termos e substituindo o termo  $[N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$  em A.17 pela relação encontrada a partir de A.19, tem-se:

$$-\int_A [N]^T D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dA = -\int_A D_x \frac{\partial}{\partial x} \left( [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dA + \int_A D_x \frac{\partial}{\partial x} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} dA \quad (\text{A.20})$$

A primeira integral do lado direito de A.20 pode ser substituída por uma integral ao redor da fronteira utilizando-se o teorema de Green, o que fornece:

$$\int_A \frac{\partial}{\partial x} \left( [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dA = \int_{\Gamma} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma \quad (\text{A.21})$$

sendo  $\theta$  o ângulo com a normal à superfície para fora e  $\Gamma$  a fronteira do elemento.

Substituindo A.21 em A.20, tem-se a relação final para o termo da segunda derivada como:

$$-\int_A D_x [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dA = -\int_{\Gamma} D_x [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta d\Gamma + \int_A D_x \frac{\partial}{\partial x} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} dA \quad (\text{A.22})$$

Similarmente, para  $\frac{\partial}{\partial y} \left( [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)$ , obtém-se:

$$-\int_A D_y [N]^T \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} dA = -\int_{\Gamma} D_y [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial y} \text{sen} \theta d\Gamma + \int_A D_y \frac{\partial}{\partial y} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial y} dA \quad (\text{A.23})$$

A substituição de A.22 e A.23 em A.17, fornece:

$$\{R^{(e)}\} = - \int_{\Gamma} [N]^T \left( D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma + \int_A \left( D_x \frac{\partial}{\partial x} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial x} + D_y \frac{\partial}{\partial y} [N]^T \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dA - \int_A Q [N]^T dA \quad (A.24)$$

A formulação geral que descreve o sistema de equações algébricas para solução por Elementos Finitos, de problemas de preenchimento de campos bidimensionais, é dada por:

$$\phi^{(e)} = [N] \{\Phi^{(e)}\} \quad (A.25)$$

Substituindo-se A.25 em A.24 e rearranjando-se os termos, tem-se:

$$\{R^{(e)}\} = - \int_{\Gamma} [N]^T \left( D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma + \int_A \left( D_x \frac{\partial}{\partial x} [N]^T \frac{\partial}{\partial x} [N] + D_y \frac{\partial}{\partial y} [N]^T \frac{\partial}{\partial y} [N] \right) dA \{\Phi^{(e)}\} - \int_A Q [N]^T dA \quad (A.26)$$

que tem a forma geral:  $\{R^{(e)}\} = \{f^{(e)}\} + [K^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} - \{f^{(e)}\}$  (A.27)

onde:  $\{f^{(e)}\} = - \int_{\Gamma} [N]^T \left( D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \right) d\Gamma$  (A.28)

$$[K^{(e)}] = \int_A \left( D_x \frac{\partial}{\partial x} [N]^T \frac{\partial}{\partial x} [N] + D_y \frac{\partial}{\partial y} [N]^T \frac{\partial}{\partial y} [N] \right) dA \quad (A.29)$$

e  $\{f^{(e)}\} = \int_A Q [N]^T dA$  (A.30)

A variável  $\phi$  em A.28 não pode ser substituída porque a expressão entre parênteses dada por:

$$D_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \cos \theta + D_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \sin \theta \quad (\text{A.31})$$

ocorre nas condições de fronteiras derivadas. Para maiores detalhes, consultar Segerlind (1984, cap. 9, pág. 115).

A integral em A.29 pode ser escrita de forma mais compacta como sendo:

$$[D] = \begin{bmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

e o vetor gradiente:  $\{gv\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [N] \\ \frac{\partial}{\partial y} [N] \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} = [B] \{\Phi^{(e)}\}$  (A.33)

A transposta de  $[B]$  possui duas colunas e é dada por:

$$[B]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} [N]^T & \frac{\partial}{\partial y} [N]^T \end{bmatrix} \quad (\text{A.34})$$

Caso sejam utilizadas as equações A.32, A.33 e A.34, é fácil verificar que:

$$\int_A [B]^T [D] [B] dA = \int_A \left( D_x \frac{\partial}{\partial x} [N]^T \frac{\partial}{\partial x} [N] + D_y \frac{\partial}{\partial y} [N]^T \frac{\partial}{\partial y} [N] \right) dA \quad (\text{A.35})$$

e finalmente tem-se: 
$$[K^{(e)}] = \int_A [B]^T [D] [B] dA \quad (A.36)$$

ou seja: 
$$[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] \quad (A.37)$$

É válido observar que o resultado final dado pela equação A.37 somente é obtido pela ausência, na equação A.16, de um termo do tipo  $G\phi$ , do contrário esta mesma equação seria dada por: 
$$[K^{(e)}] = [K_D^{(e)}] + [K_G^{(e)}]$$

onde 
$$[K_G^{(e)}] = \int_A G [N]^T [N] dA .$$

### A.3.3- Matrizes dos Elementos Triangulares

A quantidade escalar  $\phi$  é definida sobre uma região triangular por:

$$\phi^{(e)} = [N_i \quad N_j \quad N_k] \{\Phi^{(e)}\} \quad (A.38)$$

onde as funções de forma  $N_i$ ,  $N_j$  e  $N_k$  são dadas pelas equações A.6 e A.7.

O vetor gradiente para este elemento triangular é:

$$\{gv\} = \begin{bmatrix} \partial N_i / \partial x & \partial N_j / \partial x & \partial N_k / \partial x \\ \partial N_i / \partial y & \partial N_j / \partial y & \partial N_k / \partial y \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} \quad (A.39)$$

ou 
$$\{gv\} = \left( \frac{1}{2A} \right) \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \{\Phi^{(e)}\} = [B] \{\Phi^{(e)}\} \quad (A.40)$$

Considerando-se que todos os termos das matrizes **[B]** e **[D]**, dadas por A.40 e A.32, sejam constantes, a integral da equação A.36 é facilmente avaliada:

$$[K_D^{(e)}] = \int_A [B]^T [D][B] dA = [B]^T [D][B] \int_A dA \quad \text{ou} \quad [K_D^{(e)}] = [B]^T [D][B] A \quad (\text{A.41})$$

Expandindo-se o produto das matrizes, tem-se:

$$[K_D^{(e)}] = \left( \frac{D_x}{4A} \right) \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \left( \frac{D_y}{4A} \right) \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.42})$$

Os valores dos termos das matrizes da equação A.42 podem ser obtidos utilizando-se a equação A.7. Para o vetor força do elemento, tem-se:

$$\int_A Q [N]^T dA = Q \int_A \begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \end{Bmatrix} dA \quad (\text{A.43})$$

Assumindo-se que **Q** seja constante dentro do elemento, obtém-se:

$$\{f^{(e)}\} = Q \cdot \frac{A}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (\text{A.44})$$

#### A.3.4- Matrizes dos Elementos Retangulares

A avaliação de  $[K_D^{(e)}]$  e  $\{f^{(e)}\}$  pode ser feita considerando-as em separado:

$$\{f^{(e)}\} = \int_A Q[N]^T dA = \int_0^{2b} \int_0^{2a} Q \begin{Bmatrix} N_i \\ N_j \\ N_k \\ N_m \end{Bmatrix} dt ds \quad (A.45)$$

Utilizando-se as relações obtidas nas equações dadas por A.12, e resolvendo-se a equação A.45 para o coeficiente  $k$ , tem-se:

$$\int_0^{2b} \int_0^{2a} N_k dt ds = \int_0^{2b} \int_0^{2a} \frac{st}{4ab} dt ds = \int_0^{2b} \frac{st}{8ab} \Big|_0^{2a} ds = \int_0^{2b} \frac{as}{2b} ds = \frac{A}{4};$$

e de forma análoga, obtém-se o mesmo valor para os outros três coeficientes, resultando em:

$$\{f^{(e)}\} = Q \cdot \frac{A}{4} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (A.46)$$

A avaliação de  $[K_D^{(e)}]$  envolve as derivadas das funções de forma. A matriz gradiente  $[B]$  é:

$$[B] = \begin{bmatrix} \partial N_i / \partial x & \partial N_j / \partial x & \partial N_k / \partial x & \partial N_m / \partial x \\ \partial N_i / \partial y & \partial N_j / \partial y & \partial N_k / \partial y & \partial N_m / \partial y \end{bmatrix} \quad (A.47)$$

e sabendo-se que:  $\frac{\partial N_\beta}{\partial x} = \frac{\partial N_\beta}{\partial s}$  e  $\frac{\partial N_\beta}{\partial y} = \frac{\partial N_\beta}{\partial t}$  (A.48)

relações estas obtidas após a aplicação da regra de cadeia a partir da relação:

$$\int_A f(x,y) dx dy = \int_A f(s,t) ds dt \quad (A.49)$$

Então, a matriz gradiente  $[B]$  pode ser dada por:

$$[B] = \left( \frac{1}{4ab} \right) \begin{bmatrix} -(2a-t) & (2a-t) & t & -t \\ -(2b-s) & -s & s & (2b-s) \end{bmatrix} \quad (\text{A.50})$$

O coeficiente na primeira linha e primeira coluna de  $[K_D^{(e)}]$  é obtido após as multiplicações de  $[B]^T [D][B]$  terem sido executadas. Este coeficiente é dado por:

$$\frac{D_x(2a-t)^2}{16a^2b^2} + \frac{D_y(2b-s)^2}{16a^2b^2} \quad (\text{A.51});$$

e a integral associada é :

$$\int_0^{2b} \int_0^{2a} \frac{D_x(2a-t)^2}{16a^2b^2} dt ds + \int_0^{2b} \int_0^{2a} \frac{D_y(2b-s)^2}{16a^2b^2} dt ds \quad (\text{A.52})$$

cujo resultado para este coeficiente é:

$$\frac{D_x a}{3b} + \frac{D_y b}{3a} \quad (\text{A.53})$$

O resultado completo de  $[K_D^{(e)}]$  é:

$$[K_D^{(e)}] = \left( \frac{D_x a}{6b} \right) \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} + \left( \frac{D_y b}{6a} \right) \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.54})$$



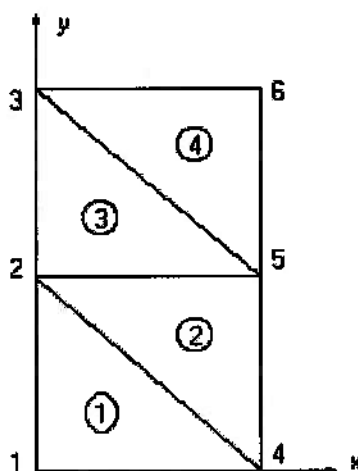
## A.4- MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL

### A.4.1- Introdução

A matriz de rigidez global é obtida somando-se adequadamente as matrizes de rigidez dos vários elementos que compõem o domínio todo de cálculo, observando-se a relação entre a numeração local de cada elemento e a respectiva numeração global.

### A.4.2- Montagem da Matriz de Rigidez Local

O primeiro passo é discretizar o domínio de cálculo em elementos triangulares e/ou retangulares, estabelecendo-se a numeração global dos elementos e dos seus respectivos nós (figura A.3), que pode ser colocada em uma tabela denominada de tabela de Incidência dos Elementos (tabela A.1).



**Fig. A.3 – Exemplo de domínio discretizado com elementos triangulares**

**Tabela A.1 – Tabela de Incidência para o domínio apresentado na fig. A.3**

ELEMENTO	NÓ		
	I	J	K
1	1	4	2
2	2	4	5
3	2	5	3
4	3	5	6

O segundo passo é estabelecer as matrizes  $[K^{(e)}]$  locais. Para a figura A.3, pode-se escrever as matrizes locais  $[K^{(e)}]$  de cada elemento ( $e = 1, 2, 3$  e  $4$ ) em função da numeração de seus respectivos nós ( $i, j$  e  $k$ , tabela A.1), facilitando a montagem final da matriz global.

De forma genérica, tem-se:

$$K^e = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} & K_{ik} \\ K_{ji} & K_{jj} & K_{jk} \\ K_{ki} & K_{kj} & K_{kk} \end{bmatrix} \quad (A.55)$$

onde os termos  $K_{nn}^e$  ( $e = 1, 2, 3$  e  $4$  e  $n = i, j$  e  $k$ ) da matriz  $K^e$  são obtidos, no caso de elementos triangulares, através da equação A.42 e pela equação A.54, caso sejam retangulares. Dessa forma, por exemplo, os termos  $K_{ii}$  e  $K_{jk}$  para um elemento triangular (equação A.42) seriam dados, respectivamente, por:

$$K_{ii} = \left(\frac{D_x}{4A}\right)b_i^2 + \left(\frac{D_y}{4A}\right)c_i^2$$

$$K_{jk} = \left(\frac{D_x}{4A}\right)b_j b_k + \left(\frac{D_y}{4A}\right)c_j c_k$$

As matrizes locais dos elementos da figura A.3, escritas em função da numeração de seus nós, são dadas por:

$$\begin{aligned}
 K^1 &= \begin{bmatrix} K_{11} & K_{14} & K_{12} \\ K_{41} & K_{44} & K_{42} \\ K_{21} & K_{24} & K_{22} \end{bmatrix}; & K^2 &= \begin{bmatrix} K_{22} & K_{24} & K_{25} \\ K_{42} & K_{44} & K_{45} \\ K_{52} & K_{54} & K_{55} \end{bmatrix}; & (A.56) \\
 K^3 &= \begin{bmatrix} K_{22} & K_{25} & K_{23} \\ K_{52} & K_{55} & K_{53} \\ K_{32} & K_{35} & K_{33} \end{bmatrix}; & K^4 &= \begin{bmatrix} K_{33} & K_{35} & K_{36} \\ K_{53} & K_{55} & K_{56} \\ K_{63} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

**A.4.3- Montagem da Matriz de Rigidez Global**

Para o exemplo da figura A.3, a contribuição  $K_{nn}^e$  (onde  $e = 1, 2, 3$  e  $4$  e  $n = i, j$  e  $k$ ), de cada elemento, para a matriz global  $K$  é dada por:

K global	nó 1	nó 2	nó 3	nó 4	nó 5	nó 6
nó 1	$K_{11}^1$	$K_{12}^1$	0	$K_{14}^1$	0	0
nó 2	$K_{21}^1$	$K_{22}^1 + K_{22}^2 + K_{22}^3$	$K_{23}^3$	$K_{24}^1 + K_{24}^2$	$K_{25}^2 + K_{25}^3$	0
nó 3	0	$K_{32}^3$	$K_{33}^3 + K_{33}^4$	0	$K_{35}^3 + K_{35}^4$	$K_{36}^4$
nó 4	$K_{41}^1$	$K_{42}^1 + K_{42}^2$	0	$K_{44}^1 + K_{44}^2$	$K_{45}^2$	0
nó 5	0	$K_{52}^2 + K_{52}^3$	$K_{53}^3 + K_{53}^4$	$K_{54}^2$	$K_{55}^2 + K_{55}^3 + K_{55}^4$	$K_{56}^4$
nó 6	0	0	$K_{63}^4$	0	$K_{65}^4$	$K_{66}^4$

**Fig. A.4 – Exemplo de montagem de uma Matriz de Rigidez Global**

A matriz obtida é quadrada e simétrica, bastando que se considere a diagonal principal e os termos acima ou abaixo da mesma já que, por exemplo, tem-se:  $K_{21}^1 = K_{12}^1$ ;  $K_{41}^1 = K_{14}^1$ ;  $K_{52}^2 + K_{52}^3 = K_{25}^2 + K_{25}^3$ .

Há diversos algoritmos numéricos que permitem que se armazene somente os valores não nulos desses termos além dos pertencentes à diagonal principal e os posicionados acima ou abaixo da mesma. Alguns desses algoritmos podem facilmente ser encontrados em livros de Elementos Finitos que trazem exemplos de programas computacionais aplicados a problemas de campo bidimensionais (por exemplo, os problemas propostos por Rao (1989) e Segerlind (1984) e que são resolvidos neste trabalho, constantes do Apêndice B). No Apêndice C é apresentado o algoritmo utilizado na implementação computacional da matriz de rigidez global para este trabalho.

#### A.4.4- Solução do Sistema de Equações

Para solução do sistema de equações dado por:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= (K_{12}\phi_2 + K_{13}\phi_3 + K_{14}\phi_4 + \dots)/(-K_{11}) \\ \phi_2 &= (K_{21}\phi_1 + K_{23}\phi_3 + K_{24}\phi_4 + \dots)/(-K_{22}) \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \phi_n &= (K_{n1}\phi_1 + K_{n2}\phi_2 + K_{n3}\phi_3 + \dots)/(-K_{nn}) \end{aligned} \tag{A.57}$$

onde  $K_{11}$  é o termo da primeira linha e primeira coluna da matriz de rigidez global,  $K_{21}$  é o termo da segunda linha e primeira coluna e assim por diante, utiliza-se um método iterativo.

Para implementação computacional da solução do campo de pressões (item C.6 do Apêndice C) do presente trabalho, utilizou-se o Método do Gradiente Pré-condicionado (PCG), que é uma variação do Método do Gradiente Conjugado (CG). Esses dois métodos podem ser encontrados em Barret et al. (1992) e uma comparação entre os mesmos quando aplicados a um problema de Condução de Calor usando-se formulação pelo Método de Elementos Finitos, em Siqueira & Meneghini (1997).

**APÊNDICE B**  
**APLICAÇÃO DO MEF A PROBLEMAS DE**  
**ESCOAMENTO POTENCIAL**

**B.1- PROBLEMAS PROPOSTOS**

Problemas de escoamento potencial apresentados por Segerlind(1984), pág.130, capítulo 10, e por Rao (1989), na pág. 540, capítulo 7.

**B.2- PROBLEMA PROPOSTO POR SEGERLIND**

**B.2.1- Características do problema**

Escoamento potencial incompressível, não viscoso, em torno de um cilindro, resolvido por função de corrente, utilizando-se o MEF, aplicado a uma malha com elementos retangulares e triangulares, num total de 38 elementos e 37 nós. No problema proposto por Segerlind (1984) são fornecidas a numeração dos nós e suas coordenadas, cabendo a quem se propõem a resolvê-lo a incumbência de montar a tabela de incidência bem como as matrizes necessárias para a obtenção da solução final.

B.2.2- Malha do problema com a numeração dos elementos e nós

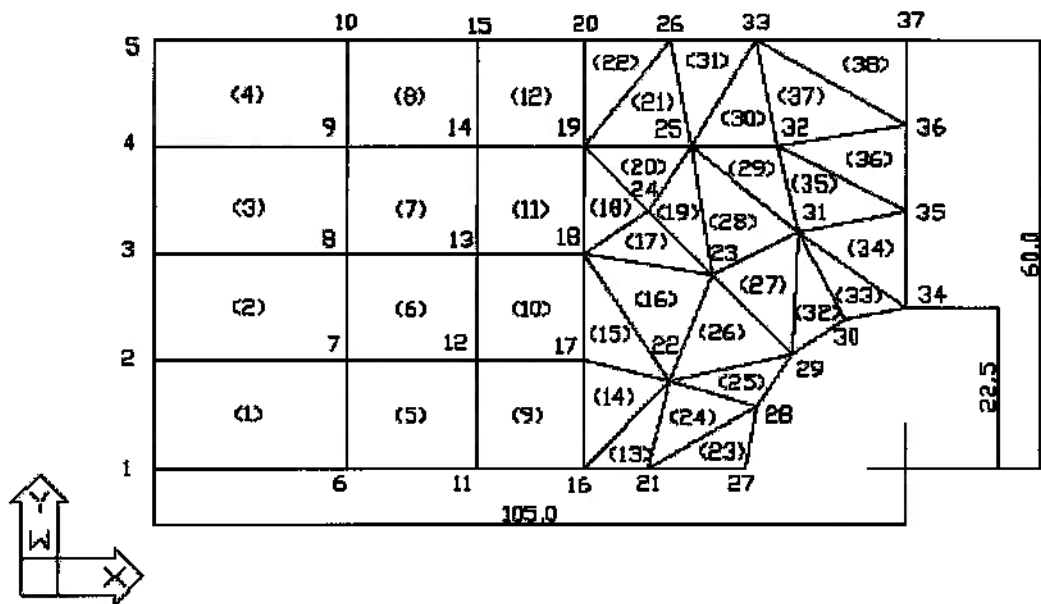


Fig. B.1 – Malha do problema de escoamento potencial proposto por Segerlind (1984)

**B.2.3- Tabela de dados para a malha da figura anterior**

**Tabela B.1- Elementos e nós do problema proposto por Segerlind (1984)**

Elem.	Forma	l	J	k	m	nó	X	y
1		1	6	7	2	1	0.0	0.0
2		2	7	8	3	2	0.0	1.5
3		3	8	9	4	3	0.0	3.0
4		4	9	10	5	4	0.0	4.5
5		6	11	12	7	5	0.0	6.0
6		7	12	13	8	6	2.7	0.0
7		8	13	14	9	7	2.7	1.5
8		9	14	15	10	8	2.7	3.0
9		11	16	17	12	9	2.7	4.5
10		12	17	18	13	10	2.7	6.0
11		13	18	19	14	11	4.5	0.0
12		14	19	20	15	12	4.5	1.5
13	Δ	16	21	22	-	13	4.5	3.0
14	Δ	16	22	17	-	14	4.5	4.5
15	Δ	17	22	18	-	15	4.5	6.0
16	Δ	18	22	23	-	16	6.0	0.0
17	Δ	18	23	24	-	17	6.0	1.5
18	Δ	18	24	19	-	18	6.0	3.0
19	Δ	24	23	25	-	19	6.0	4.5
20	Δ	19	24	25	-	20	6.0	6.0
21	Δ	19	25	26	-	21	6.9	0.0
22	Δ	19	26	20	-	22	7.2	1.2
23	Δ	21	27	28	-	23	7.8	2.7
24	Δ	21	28	22	-	24	6.9	3.6
25	Δ	22	28	29	-	25	7.5	4.5
26	Δ	22	29	23	-	26	7.2	6.0
27	Δ	23	29	31	-	27	8.25	0.0
28	Δ	23	31	25	-	28	8.42	0.86
29	Δ	25	31	32	-	29	8.91	1.59
30	Δ	25	32	33	-	30	9.64	2.08
31	Δ	25	33	26	-	31	9.00	3.30
32	Δ	29	30	31	-	32	8.70	4.50
33	Δ	30	34	31	-	33	8.40	6.00
34	Δ	31	34	35	-	34	10.50	2.25
35	Δ	31	35	32	-	35	10.50	3.60
36	Δ	32	35	36	-	36	10.50	4.80
37	Δ	32	36	33	-	37	10.50	6.00
38	Δ	33	36	37	-			



**B.2.4- Equacionamento do problema proposto**

A equação a ser resolvida é a de Laplace, dada por:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{B.1})$$

Comparando-a com a equação dada por:

$$D_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + Q = 0 \quad (\text{B.2})$$

Observa-se que para o caso de escoamento potencial, não viscoso, sem fonte ou sorvedouro, tem-se:  $D_x = D_y = 1$  e  $Q = 0$

Tomando-se a equação A.27 vista no Apêndice A, tem-se:

$$\{ R^{(e)} \} = \{ I^{(e)} \} + [ K^{(e)} ] \{ \Phi^{(e)} \} - \{ f^{(e)} \} \quad (\text{B.3})$$

Observa-se que para este problema em particular, pode-se adicionar os valores dos nós conhecidos (condição de contorno única e necessária, dada para os nós de  $\psi = 0$ , linha de centro e em torno do cilindro, e de  $\psi = 30$ , para os nós ao longe, que nesse caso possuem cota  $y = 60$  mm ), diretamente à matriz de  $\{ \Phi^{(e)} \}$ , obtendo-se em seguida a solução do sistema de equações por um método

iterativo. Como inexitem fontes ou sorvedouros, bem como condições de fronteira derivadas, pode-se escrever que:  $\{R^{(e)}\} = \{f^{(e)}\} = \{0\}$

Com a equação B.3 ficando então :

$$\{R^{(e)}\} = [K^{(e)}]\{\Phi^{(e)}\} \quad (B.4)$$

A matriz global  $[K^{(e)}]$  totaliza a soma de cada matriz  $[K_D^{(e)}]$  escrita para cada elemento, e relacionadas entre si pela posição de um elemento em relação ao outro dada pela tabela de incidência. Esta matriz pode ser escrita, conforme visto no Apêndice A, equação A.42, para cada elemento, como sendo:

$$[K^e] = \left( \frac{D}{4A_e} \right) \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_i b_j & b_j^2 & b_j b_k \\ b_i b_k & b_j b_k & b_k^2 \end{bmatrix} + \left( \frac{D}{4A_e} \right) \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_i c_j & c_j^2 & c_j c_k \\ c_i c_k & c_j c_k & c_k^2 \end{bmatrix} \quad (B.5)$$

quando o elemento for triangular, onde A é a área desse elemento e que pode ser calculada pelo determinante da matriz dada por:

$$\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} = 2A, \quad (B.6)$$

onde x e y representam as coordenadas dos respectivos nós que formam os vértices desse elemento triangular.

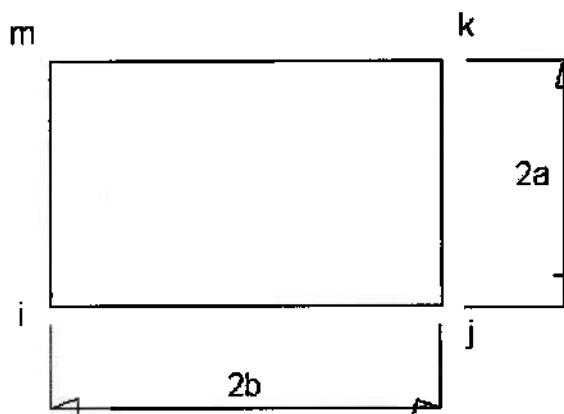
Os demais coeficientes podem ser calculados pelas relações deduzidas também em relação às coordenadas nodais dos vértices do respectivo elemento:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_i = x_j y_k - x_k y_j; \quad b_i = y_j - y_k; \quad c_i = x_k - x_j \\ a_j = x_k y_i - x_i y_k; \quad b_j = y_k - y_i; \quad c_j = x_i - x_k \\ a_k = x_i y_j - x_j y_i; \quad b_k = y_i - y_j; \quad c_k = x_j - x_i \end{array} \right\} \quad (\text{B.7})$$

De forma análoga, tem-se, para os elementos retangulares, conforme equação A.54, equação A.54, a matriz  $[K_D^{(e)}]$  sendo dada por:

$$[K_D^{(e)}] = \left( \frac{D_x a}{6b} \right) \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} + \left( \frac{D_y b}{6a} \right) \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

onde  $2b$  é igual ao comprimento do elemento e  $2a$  a sua altura, ou seja, para um elemento retangular cujos vértices tenham sido denominados conforme figura abaixo, apresenta os valores de  $a$  e  $b$  como sendo dados por:



Onde:

$$\begin{array}{l} 2a = y_m - y_i = y_k - y_j \\ 2b = x_k - x_m = x_j - x_i \end{array}$$

Fig. B.2 – Elemento retangular

**B.2.5- Implementação Computacional**

Conforme pode ser visto no Apêndice A (equações A.57), tem-se um sistema de equações dado por:

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= (K_{12}\phi_2 + K_{13}\phi_3 + K_{14}\phi_4 + \dots)/(-K_{11}) \\
 \phi_2 &= (K_{21}\phi_1 + K_{23}\phi_3 + K_{24}\phi_4 + \dots)/(-K_{22}) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \phi_n &= (K_{n1}\phi_1 + K_{n2}\phi_2 + K_{n3}\phi_3 + \dots)/(-K_{nn})
 \end{aligned}
 \tag{B.9}$$

Como método iterativo, usou-se o Método do Gradiente Pré-condicionado (PCG). Este método é o mesmo implementado para solução do campo de pressões do Programa de Simulação Numérica da Frente de Avanço. Dessa forma, foi possível testar as rotinas de montagem das matrizes de rigidez (local e global) e a de obtenção do campo de pressões.

**B.2.6- Resultados obtidos**

Tabela comparativa entre os resultados obtidos pela solução numérica do problema e os fornecidos pela referência (Segerlind, 1984).

**Tabela B.2- Resultados do problema proposto por Segerlind (1984)**

Nó	$\Psi_{ref}$	$\Psi_{calc}$	diferença <sup>(1)</sup>	obs.
1	0.0	0.000	-	Cond. de contorno
2	7.43	7.433	0.0%	Valor iterado
3	14.9	14.906	0.0%	Valor iterado
4	22.5	22.433	-0.3%	Valor iterado
5	30.0	30.000	-	cond. de contorno
6	0.0	0.000	-	cond. de contorno
7	7.32	7.324	0.0%	Valor iterado
8	110.8	14.753	-86.7% <sup>(2)</sup>	Valor iterado
9	22.3	22.326	0.1%	Valor iterado
10	30.0	30.000	-	cond. de contorno
11	0.0	0.000	-	cond. de contorno
12	7.01	7.012	0.0%	Valor iterado
13	14.3	14.331	0.2%	Valor iterado
14	22.0	22.047	0.2%	Valor iterado
15	30.0	30.000	-	cond. de contorno
16	0.0	0.000	-	cond. de contorno
17	6.25	6.248	-0.2%	Valor iterado
18	10.5	13.509	28.6% <sup>(3)</sup>	Valor iterado
19	21.5	21.525	0.1%	Valor iterado
20	30.0	30.000	-	cond. de contorno
21	0.0	0.000	-	cond. de contorno
22	0.0	3.724	<sup>(4)</sup>	Valor iterado
23	10.66	9.656	-9.5% <sup>(5)</sup>	Valor iterado
24	15.9	15.923	0.1%	Valor iterado
25	20.8	20.797	0.0%	Valor iterado
26	30.0	30.000	-	cond. de contorno
27	0.0	0.000	-	cond. de contorno
28	0.0	0.000	-	cond. de contorno
29	0.0	0.000	-	cond. de contorno
30	0.0	0.000	-	cond. de contorno
31	10.3	11.285	9.5% <sup>(6)</sup>	Valor iterado
32	110.9	19.899	-82.1% <sup>(7)</sup>	Valor iterado
33	30.0	30.000	-	Cond. de contorno
34	0.0	0.000	-	Cond. de contorno
35	10.3	12.341	19.80% <sup>(8)</sup>	Valor iterado
36	21.5	21.458	-0.2%	Valor iterado
37	30.0	30.000	-	Cond. de contorno

**Observações:**

- (1) Apesar de  $\Psi_{calc}$  ter sido apresentada com três casas decimais, para efeito de cálculo a última casa foi desconsiderada, inclusive para efeitos de arredondamento, uma vez que os valores de  $\Psi_{ref}$  foram fornecidos com precisão de uma casa decimal;
- (2) Valor de 110.8 (valor de  $\Psi_{ref}$  para o nó 8) é totalmente incoerente com os valores obtidos para os nós da vizinhança, bem como com relação ao valor de  $\Psi$  ao longe, que apresenta um valor máximo de  $\Psi_{ref} = 30.00$ ;
- (3) Ambos os valores parecem coerentes apesar da diferença encontrada entre eles. Valor apresentado para o nó 8 pode de alguma maneira estar influenciando os seus nós vizinhos;
- (4) Impossível ter valor nulo uma vez que o nó 22 não pertence nem à superfície do cilindro e nem à linha de centro de escoamento de  $\Psi=0$ ;
- (5) e (6) Apesar da diferença de 10%, apresentam valores coerentes e condizentes com a vizinhança. No caso do nó 23, este pode estar sendo influenciado pelo valor apresentado para o nó 22, que apresenta um valor nulo incoerente ( ver obs.4) e que pode ter sido imposto acidentalmente como condição de

contorno. Já no caso do nó 31, a influência pode estar sendo dada pelo nó 32 (110.9), vizinho e pertencente a um mesmo elemento (35);

- (7) Idem à observação (2), apresentando um valor de 110.9;
- (8) Difícil analisar, uma vez que ambos os valores parecem coerentes e possíveis. Uma possível explicação poderia ser a influência do valor bastante alto apresentado pelo nó 32 (110.9), pertencente a esse mesmo elemento (36).

Finalmente teve-se, num total de 37 nós, 17 nós de condição de contorno ( valores conhecidos e portanto impostos dentro da rotina de cálculo), 13 nós calculados que apresentaram variação menor ou igual a 0.3% , 2 nós com variação de 10%, 1 com 20%, 1 com 29%, 1 com 82%, 1 com 87% e 1 com aproximadamente 370% , dado por um valor possivelmente errado ( ver obs. 4 ).

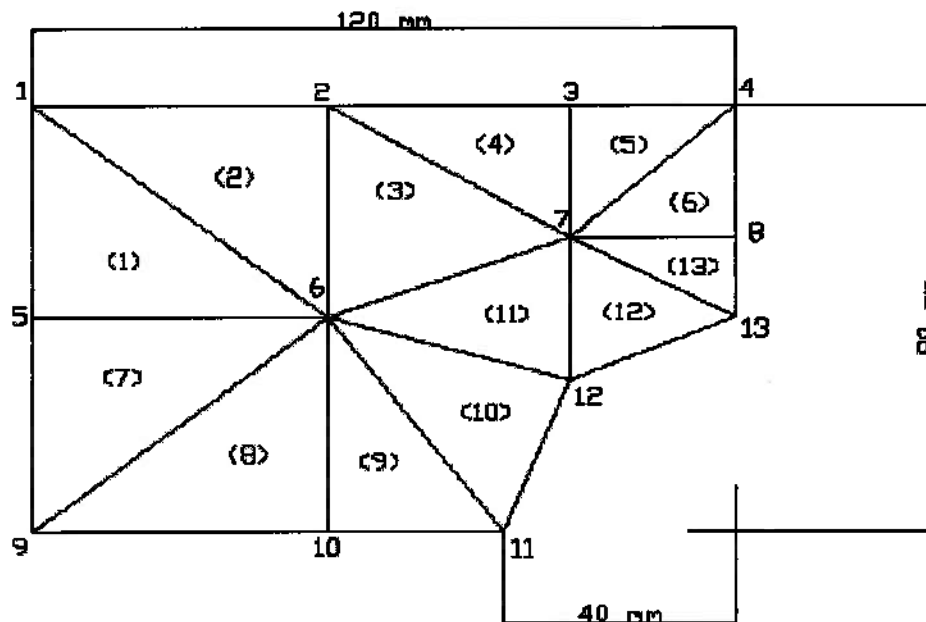
Em virtude dos resultados obtidos, optou-se pela realização de mais um teste, agora resolvendo-se o problema proposto por Rao (1989).

**B.3- PROBLEMA PROPOSTO POR RAO (1989)**

**B.3.1- Características do problema**

Rao (1989) propõe o mesmo problema só que sobre uma malha com apenas elementos triangulares, num total de 13 elementos e 13 nós. Esse autor, assim como no caso anterior, fornece os dados de entrada e os resultados finais obtidos para  $\Psi$ .

**B.3.2- Malha do problema com a numeração dos elementos e nós**



**Fig. B.3 – Malha do problema de escoamento potencial proposto por RAO (1989)**



**B.3.3- Tabela de dados para a malha da figura anterior**

**Tabela B.3- Elementos e nós do problema proposto por Rao (1989)**

Elem.	Forma	i	j	k	nó	x	y
1	Δ	5	6	1	1	0.0	80.0
2	Δ	1	6	2	2	50.0	80.0
3	Δ	6	7	2	3	91.7	80.0
4	Δ	2	7	3	4	120.0	80.0
5	Δ	3	7	4	5	0.0	40.0
6	Δ	7	8	4	6	50.0	40.0
7	Δ	9	6	5	7	91.7	55.0
8	Δ	9	10	6	8	120.0	55.0
9	Δ	10	11	6	9	0.0	0.0
10	Δ	6	11	12	10	50.0	0.0
11	Δ	6	12	7	11	80.0	0.0
12	Δ	12	13	7	12	91.7	28.3
13	Δ	7	13	8	13	120.0	40.0

**B.3.4- Resultados obtidos:**

A solução foi obtida utilizando-se o mesmo programa do exercício anterior, só que aplicado agora para uma malha com 13 nós e 13 elementos.

Os resultados obtidos para  $\Psi$  novamente são comparados com os fornecidos pela referência, sendo agora Rao (1989).

**Tabela B.4- Resultados do problema proposto por Rao (1989)**

Nó	$\Psi_{ref}$	$\Psi_{calc}$	diferença <sup>(1)</sup>	Obs.
1	4.0	4.000	-	cond. de contorno
2	4.0	4.000	-	cond. de contorno
3	4.0	4.000	-	cond. de contorno
4	4.0	4.000	-	cond. de contorno
5	2.0	1.890	-5.5% <sup>(2)</sup>	valor iterado
6	1.741	1.718	-1.3%	valor iterado
7	2.042	2.039	-0.1%	valor iterado
8	1.673	1.672	-0.06%	valor iterado
9	0.0	0.000	-	cond. de contorno
10	0.0	0.000	-	cond. de contorno
11	0.0	0.000	-	cond. de contorno
12	0.0	0.000	-	cond. de contorno
13	0.0	0.000	-	cond. de contorno

**Observações:**

- (1) Neste caso, o autor apresentou  $\Psi_{calc}$  com precisão de três casas decimais, possibilitando o uso de todas essas no cálculo do erro porcentual;
- (2) Diferença máxima encontrada foi de 5.5%, que pode ser decorrente do número reduzido de elementos, diminuindo a precisão da convergência.

## **APÊNDICE C**

### **IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL**

#### **C.1- INTRODUÇÃO**

O programa principal bem como todas as subrotinas de cálculo, com exceção da saída gráfica, foram programadas em linguagem Fortran. A saída gráfica foi programada em linguagem Matlab, permitindo a visualização da geração das frentes de impregnação a medida em que as mesmas avançam dentro do molde.

Para que se possa descrever detalhadamente o programa de Simulação do Fluxo de Resina em Molde de Processo de Transferência de Resina por Vácuo, será apresentado neste capítulo o fluxograma do programa principal e em seguida todas as subrotinas que compõem cada etapa do mesmo, desde a introdução dos dados iniciais até a saída dos valores que irão determinar em cada passo de tempo, a localização da frente de avanço (através da implementação adequada da marcação das células) com os respectivos campos de pressões e velocidades, que constituem os dados de entrada para o programa de visualização do preenchimento do molde.

## **C.2- PROGRAMA PRINCIPAL E SUA COMPOSIÇÃO**

O objetivo desse programa é simular o escoamento da resina poliéster impregnada num molde translúcido à medida que a frente de avanço caminha dentro do molde.

Internamente a esse molde é colocada uma manta de fibra de vidro com a finalidade de melhorar as características mecânicas da peça moldada. Devido a esse fato, a simulação do escoamento de resina passa a ser tratada como sendo a de um escoamento através de um meio poroso, constituído, nesse caso, por essa manta de fibra de vidro.

O molde considerado é retangular, sendo tratado ainda como bidimensional já que o avanço da frente de impregnação ocorre preferencialmente em duas dimensões.

Para resolução do problema físico utiliza-se o Método de Elementos Finitos, tomando-se a pressão como variável independente e, discretizando-se o espaço com elementos triangulares lineares e bidimensionais.

Para a discretização do espaço físico tem-se três opções de geração de malhas: duas internamente ao programa, que gera malhas estruturadas **TIPO 1** e **TIPO 2** (figuras 6.4 e 6.5, respectivamente), e uma com a utilização do programa **GMSH**, que gera malhas não estruturadas (figura 6.6).

O avanço da frente de impregnação é conseguido utilizando-se técnicas de criação de volumes de controle e de marcação de células.

O Programa Principal (figura C.1) pode ser subdividido em 5 partes, cada uma delas composta por um conjunto de subrotinas, como segue:

- Abertura de arquivos, introdução e leitura de dados:

**16 subrotinas:** ESCOLHA

CRIACAO

ABREARQ

ESCOPCAO

LEDADOS

GERAELE1

GERAELE2

LEITURA

LEITGMSH

VISOPCAO

VISDADOS

VISLEITU

PROPRIED

PROPDADO

PROPLEIT

ABERTURA

- Inicialização de dados e variáveis:

**5 subrotinas:** INICIO

INICIAL

STSELEM

STSDADOS

STSLEITU

- Montagem da matriz de rigidez global e solução dos campos de pressão e velocidade iniciais:

**6 subrotinas:** XGYGELEM

SUBMATRI

MATRIZK

PERMELEM

SOLPRES

VELOELEM

- Solução e impressão dos campos de pressão e velocidade:

**3 subrotinas:** CONVERPV

CORVAZ

IMPRIME

- Criação e avanço dos marcadores com a redefinição da fronteira:

**3 subrotinas:** CRIAVANC

AVANFRON

TROCASTS

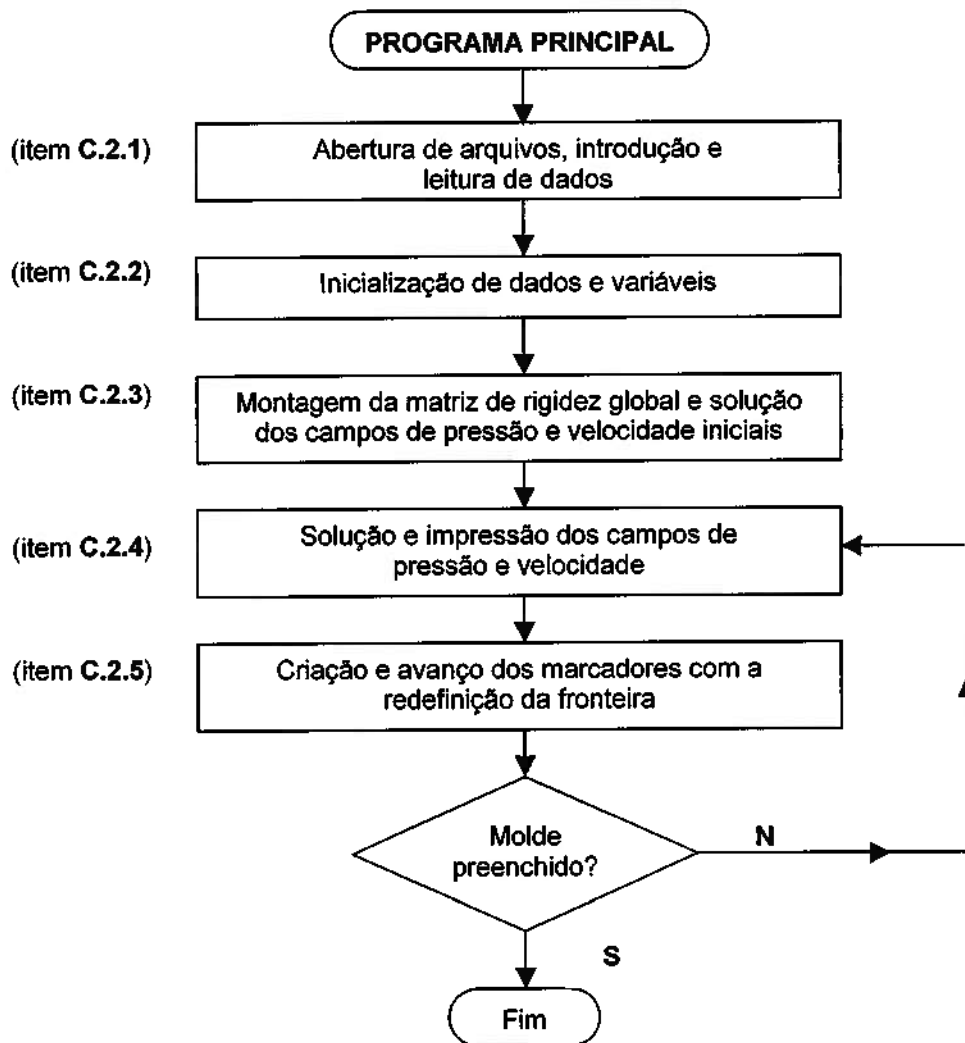


Fig. C.1 – Programa Principal

C.2.1- Abertura de arquivos, introdução e leitura de dados

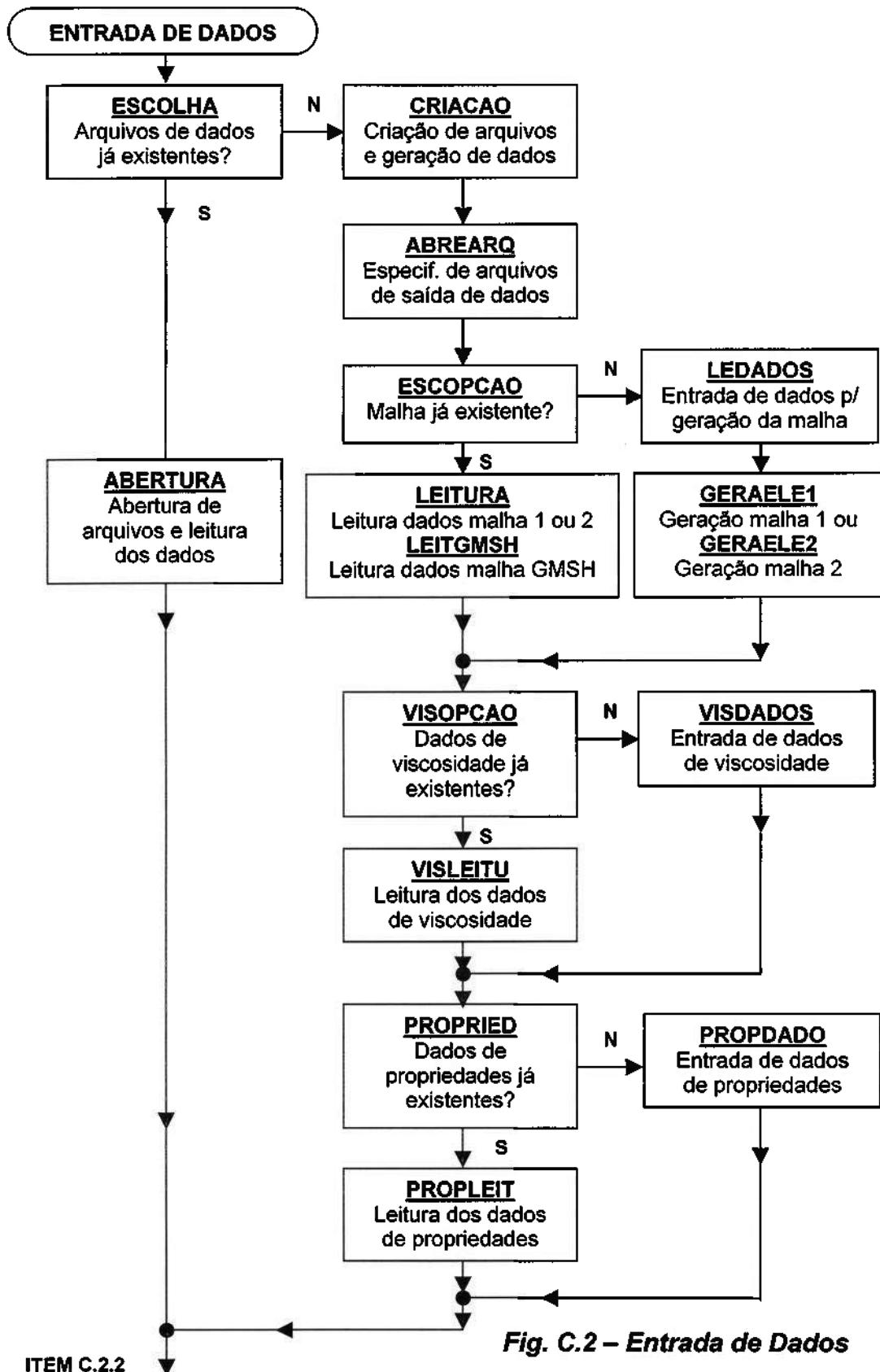
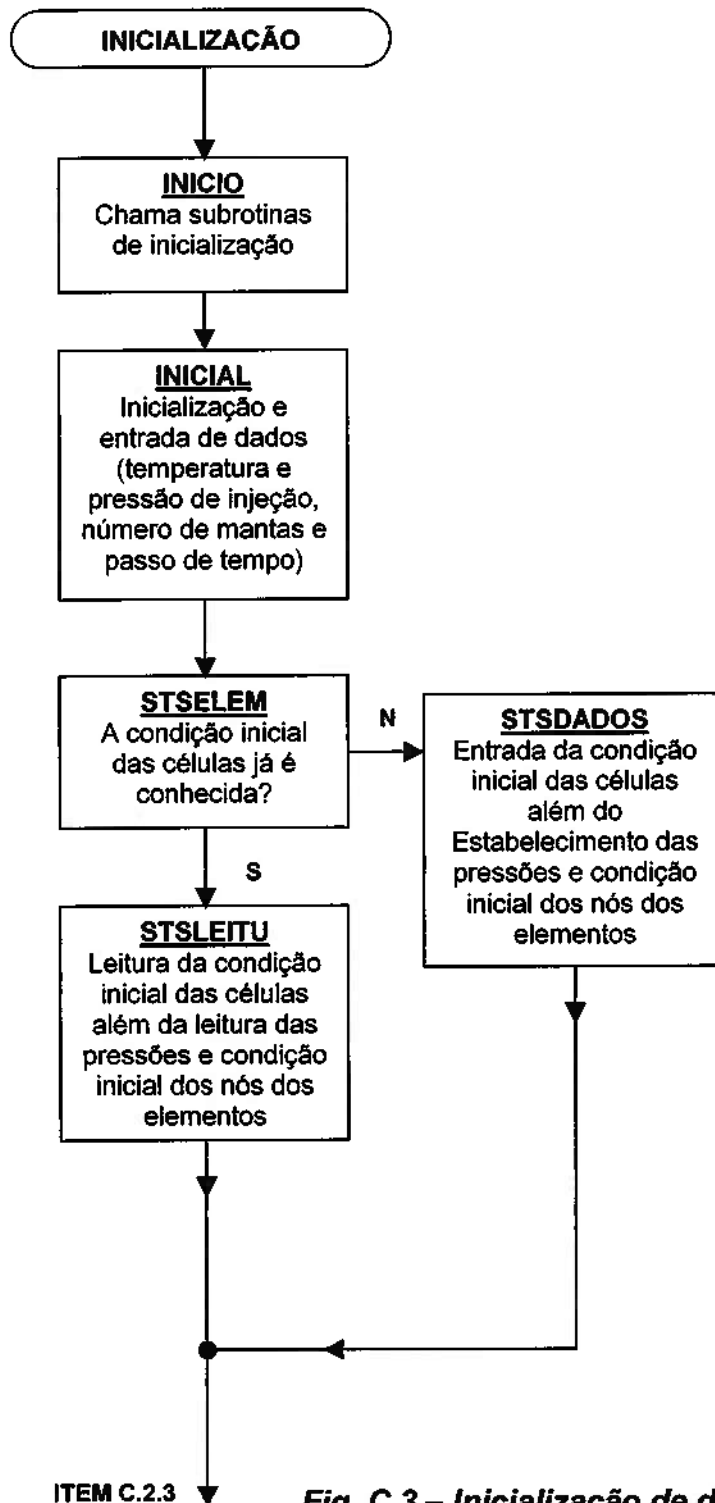


Fig. C.2 – Entrada de Dados

ITEM C.2.2

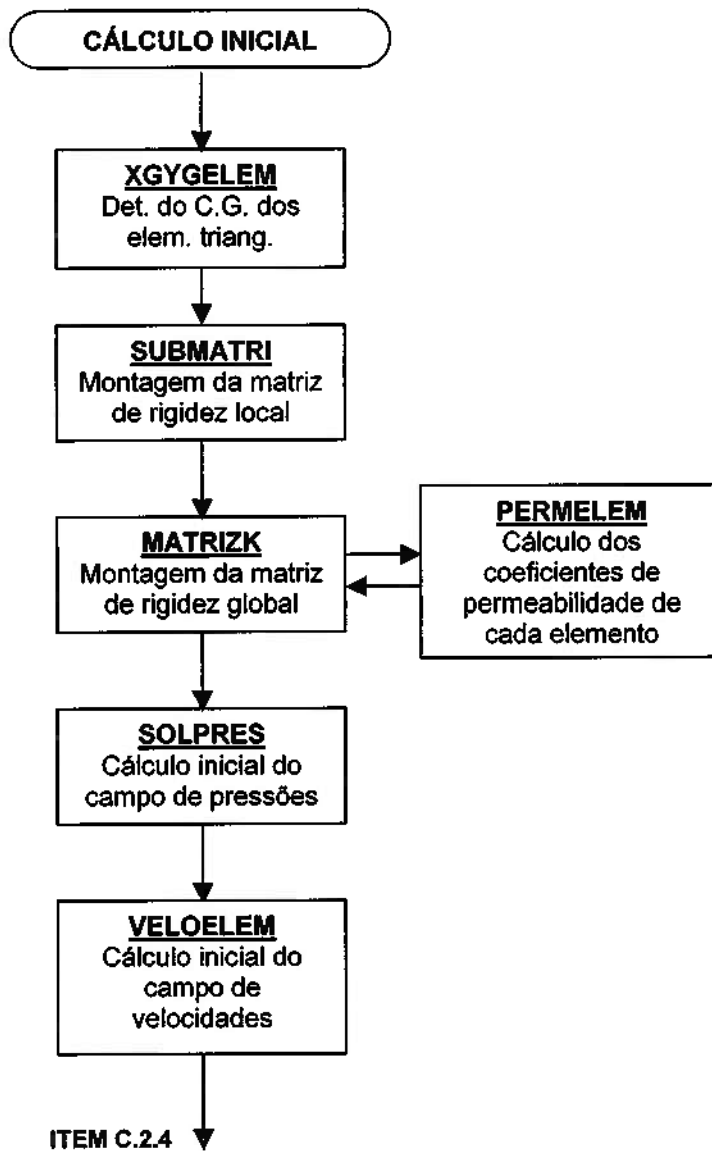


**C.2.2- Inicialização de dados e variáveis**



**Fig. C.3 – Inicialização de dados e variáveis**

**C.2.3- Montagem da matriz de rigidez global e solução dos campos de pressão e velocidade iniciais**



**Fig. C.4 – Cálculo inicial dos campos de pressão e velocidade**

C.2.4- Solução e impressão dos campos de pressão e velocidade

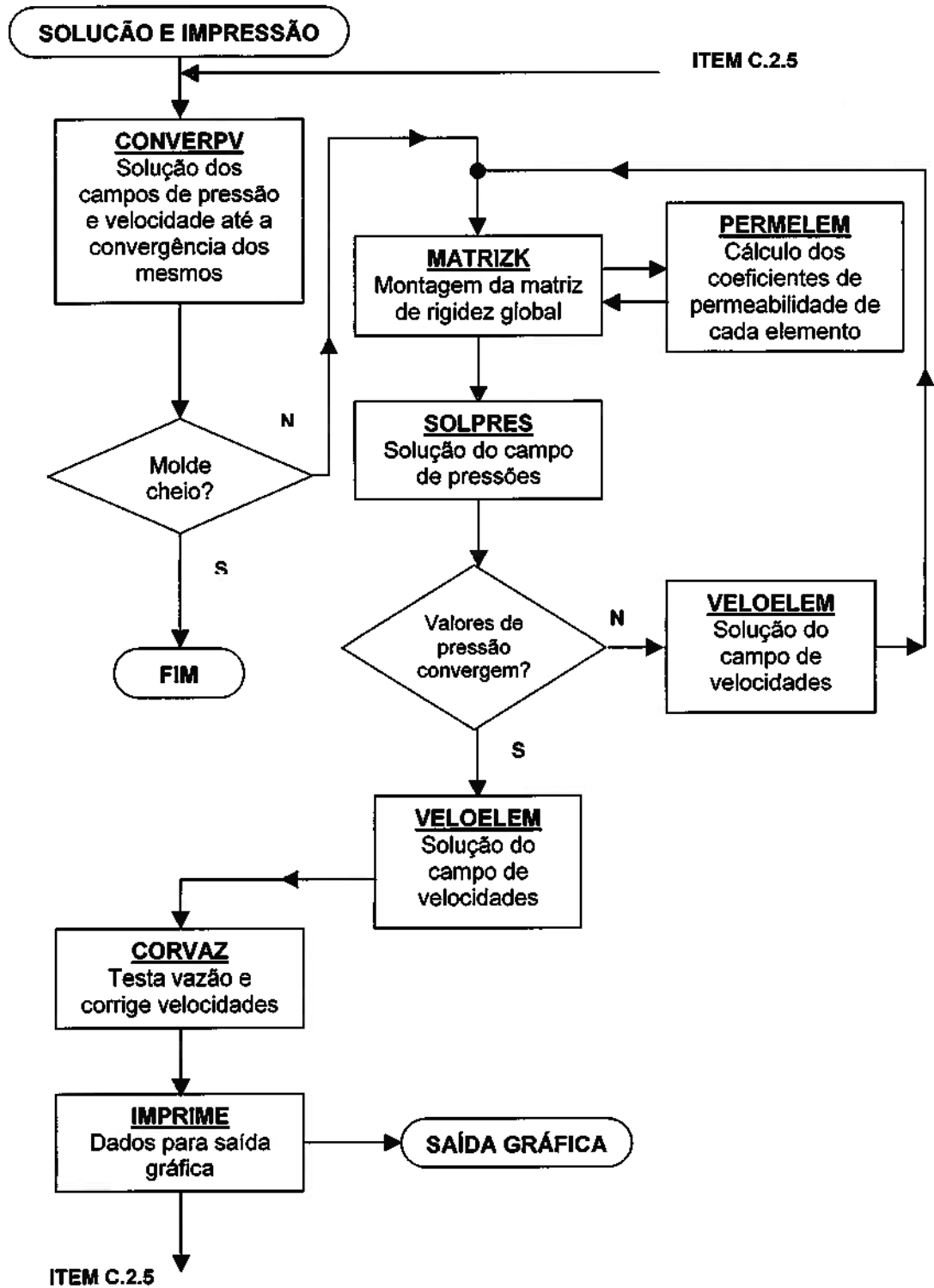
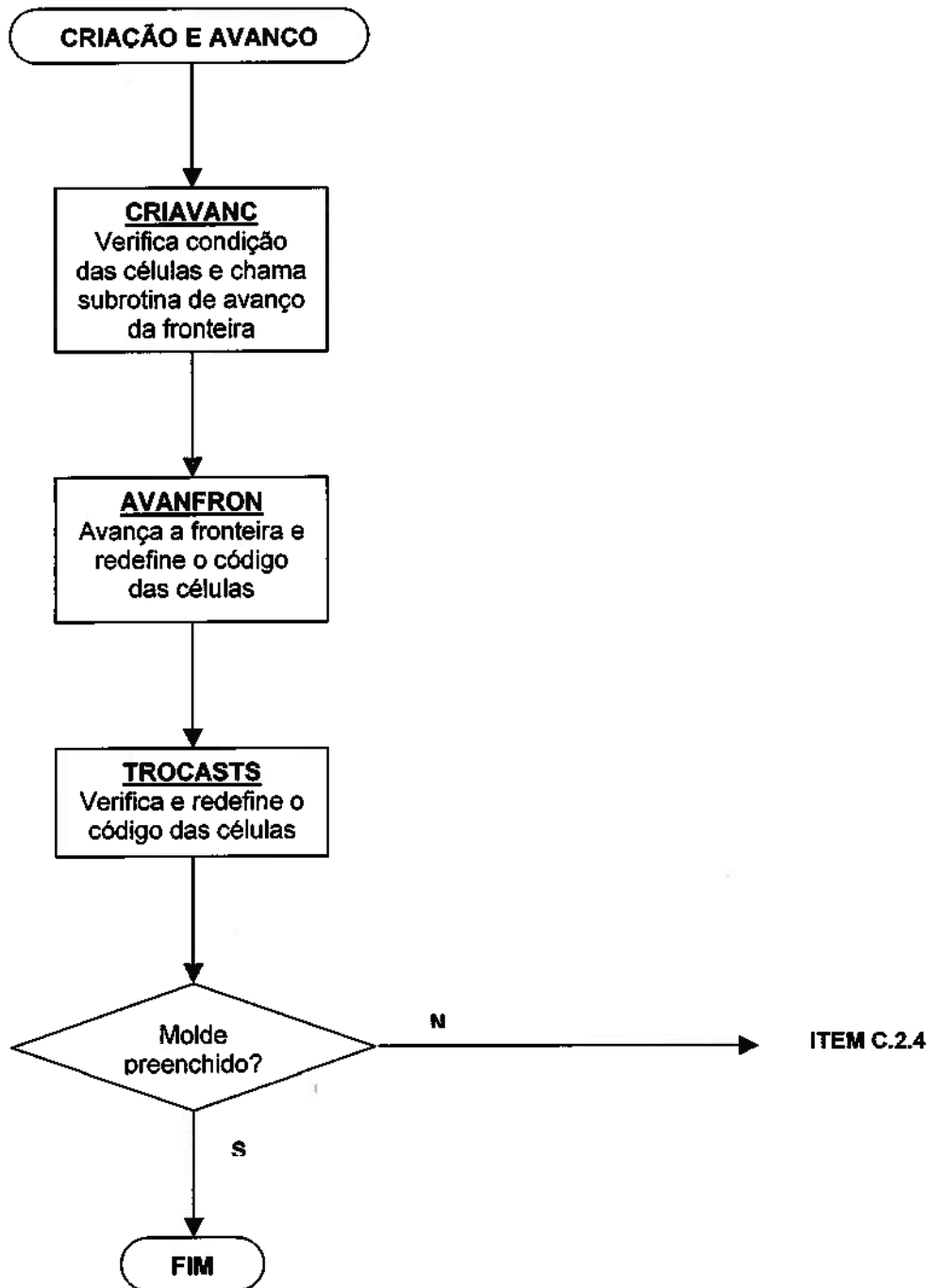


Fig. C.5 – Solução e impressão dos campos de pressão e velocidade

**C.2.5- Criação e avanço dos marcadores com a redefinição da fronteira**



**Fig. C.6 – Criação e avanço dos marcadores com a redefinição da fronteira**

**C.3- DESCRIÇÃO DAS SUBROTINAS QUE COMPÕEM O PROGRAMA PRINCIPAL**

**C.3.1- Abertura de arquivos, introdução e leitura de dados (fig. C.2)**

**ESCOLHA:**

Permite a escolha de duas opções. A primeira opção chama a subrotina **CRIACAO**, que possibilita a criação de arquivos e geração de dados, caso não se tenha alguma das informações iniciais necessárias, relacionadas à malha, viscosidade ou propriedades do sistema resina/manta. A segunda opção chama a subrotina **ABERTURA**, permitindo dessa forma que se identifique os arquivos de dados iniciais e a leitura dos mesmos.

**ABERTURA:**

Identificação, abertura e leitura dos arquivos de dados, já existentes, das informações iniciais relacionadas à malha de elementos, viscosidade do fluido percolante e propriedades do sistema resina/manta.

No caso de se utilizar o programa **GMSH** para criação de malhas não estruturadas, chama-se essa subrotina para se introduzir o nome do arquivo em que se encontra os dados de saída da malha gerada por esse programa.

**CRIACAO:**

Permite a criação de arquivos e geração de dados, caso não se tenha alguma das informações iniciais necessárias relacionadas à malha, viscosidade do fluido percolante ou propriedades do sistema resina/manta. Chama as subrotinas **ABREARQ**, **ESCOPCAO**, **VISOPCAO** e **PROPRIED**.

**ABREARQ:**

Permite a especificação dos arquivos que deverão armazenar os dados das coordenadas e de incidência dos nós, vizinhança dos elementos e os arquivos de saída dos dados da frente de escoamento.

**ESCOPCAO:**

Através desta subrotina é possível optar-se pela geração da malha tipo 1 (opção 1, **GERAELE1**, fig. 6.4, item 6.4.1) ou do tipo 2 (opção 2, **GERAELE2**, fig. 6.5, item 6.4.2) ou pela leitura de dados da malha, já existentes (opção 3, **LEITURA**) ou ainda simplesmente pela leitura de dados da malha gerada pelo programa **GMSH** (opção 4, **LEITGMSH**). No caso de se escolher as opções 1 ou 2, esta subrotina chama primeiro a subrotina de entrada de dados para geração da malha (**LEDADOS**).

**LEDADOS:**

Entrada de dados para geração das malhas estruturadas. Nesta subrotina são introduzidas as informações do comprimento e largura máximos do molde e do número total de colunas em x e de linhas em y.

**GERAELE1:**

Com as informações fornecidas na subrotina **LEDADOS**, esta subrotina gera a malha tipo 1 (fig. 6.4, item 6.4.1). Como dados de saída apresenta o número máximo de nós e de elementos, as coordenadas  $(x,y)$  de todos os nós, além da incidência de nós (tabela de incidência dos nós) e de elementos (tabela de incidência dos elementos ou vizinhança).

**GERAELE2:**

Com as informações fornecidas na subrotina **LEDADOS**, esta subrotina gera a malha tipo 2 (fig. 6.5, item 6.4.2). Como dados de saída apresenta o número máximo de nós e de elementos, as coordenadas  $(x,y)$  de todos os nós, além da incidência de nós (tabela de incidência dos nós) e de elementos (tabela de incidência dos elementos ou vizinhança).

**LEITURA:**

Leitura de dados da malha já existentes. Nesta subrotina são lidas as informações do comprimento e largura máximos do molde, número total de colunas em  $x$  e de linhas em  $y$ , coordenadas dos nós além da incidência dos nós e elementos (vizinhança).

**LEITGMSH:**

Leitura de dados da malha gerada previamente utilizando-se o programa **GMSH**. Nesta subrotina são lidas informações tais como as

coordenadas dos nós, além da incidência dos nós e dos elementos (vizinhança).

**VISOPCAO:**

Através desta subrotina é possível optar-se ou pela entrada com os dados para obtenção dos coeficientes de determinação das curvas de viscosidade (opção 1, subrotina **VISDADOS**) ou simplesmente pela leitura dessas informações de um arquivo previamente gravado (opção 2, subrotina **VISLEITU**), o que permite que se tenha curvas de viscosidade para cada tipo de resina.

**VISDADOS:**

Permite a entrada de dados para obtenção das curvas de viscosidade. Solicita o nome do arquivo em que se quer armazenar esses dados e a entrada da temperatura de medição (T) e obtenção da curva de viscosidade, com os respectivos coeficientes de consistência **C(T)** e índice de potência **n**, para implementação do modelo Lei das Potências (Power Law). Essa subrotina não limita o número de ternos de T, **C(T)**, **n-1** introduzidos num mesmo arquivo, permitindo que se armazene um grande número de curvas para cada fluido. Nesta subrotina é introduzido ainda o valor da taxa de cisalhamento limite ( $\dot{\gamma}_{lim}$ ) e são determinados os valores de **B** e **T<sub>b</sub>** para cada curva (terno T, **C(T)**, **n-1**) de viscosidade introduzida (equação 5.13).



**VISLEITU:**

Leitura de dados de viscosidade já existentes. Solicita o nome do arquivo em que podem ser encontrados os dados de temperatura (T), coeficiente de consistência (C(T)) e índice de potência (n-1) para as curvas traçadas para a respectiva resina que se deseja impregnar além do valor da taxa de cisalhamento limite ( $\dot{\gamma}_{lim}$ ) a partir da qual passa a se considerar o modelo de viscosidade, já que para valores menores do que essa taxa de cisalhamento, considera-se a viscosidade constante (patamar newtoniano). Nesta subrotina são determinados ainda os valores de B e  $T_b$  para cada curva (terno T, C(T), n-1) de viscosidade introduzida (equação 5.13).

**PROPRIED:**

Através desta subrotina é possível optar-se ou pela entrada com os dados de propriedades do sistema resina/manta (opção 1, subrotina **PROPDADO**) ou simplesmente pela leitura dessas informações de um arquivo previamente gravado (opção 2, subrotina **PROPLEIT**), o que permite que se mantenha arquivos de propriedades para cada sistema resina/manta.

**PROPDADO:**

Permite a entrada de dados de propriedades do sistema resina/manta. Solicita o nome do arquivo em que se quer armazenar esses dados, a permeabilidade da região sem manta e o número de mantas utilizadas com a respectiva permeabilidade (ou seja, o valor da permeabilidade quando se utiliza uma manta ou duas, e assim por diante, tantos quanto forem os

valores conhecidos). Essa subrotina não limita o número de pares de número de mantas utilizadas e a respectiva permeabilidade, permitindo que se armazene um grande número de permeabilidades para cada sistema resina/manta.

**PROPLEIT:**

Leitura de dados de propriedades do sistema resina/manta já existentes. Solicita o nome do arquivo em que podem ser encontrados os dados de permeabilidade da região sem manta e o número de mantas utilizadas com a respectiva permeabilidade (ou seja, o valor da permeabilidade quando se utiliza uma manta ou duas, e assim por diante, tantos quanto forem os valores conhecidos).

**C.3.2- Inicialização de dados e variáveis (fig. C.3)****INICIO:**

Chama as subrotinas de inicialização: **INICIAL** e **STSELEM**.

**INICIAL:**

Permite a entrada da temperatura do sistema molde/resina/endurecedor/manta em que se está simulando o preenchimento do molde, do passo de tempo computacional utilizado para cálculo e avanço da frente de impregnação, da pressão de entrada do molde (condição de contorno) e do número de mantas utilizadas na simulação. O programa

inicializa ainda as pressões e códigos nos nós, além dos marcadores, as componentes do vetor velocidade e o valor da vazão total nos elementos.

**STSELEM:**

Através desta subrotina é possível optar-se ou pela entrada com os dados de marcação inicial das células (ou elementos, opção 1, subrotina **STSDADOS**) ou simplesmente pela leitura dessas informações de um arquivo previamente gravado (opção 2, subrotina **STSLEITU**).

**STSDADOS:**

Possibilita a entrada da condição inicial das células (ou elementos). Solicita, primeiramente, o nome do arquivo que deverá armazenar os códigos que traduzem a condição inicial de preenchimento das células (vazias ou preenchidas de fluido) e a que tipo correspondem (células de canal de entrada, de canal de impregnação ou de saída, células da frente de impregnação ou simplesmente do molde). Os códigos introduzidos aqui para diferenciar e identificar essas células em cada passo de tempo são os mesmos fornecidos no item 6.5:

- Célula vazia (E) = 0;
- Célula preenchida (F) = 1;
- Célula preenchida e de fronteira móvel (S) = 2;
- Célula de entrada (I) = 3;
- Célula de saída e vazia (EO) = 4;
- Célula de saída e preenchida (FO) = 5;

- Célula de canal e vazia (EG) = 6;
- Célula de canal e preenchida (FG) = 7;
- Célula de saída e preenchida juntamente com todos os demais elementos também preenchidos (FOF) = 8;

Os nós de entrada (com pressão igual a pressão de impregnação) e os da frente de avanço (com pressão sempre igual a zero) devem permanecer com os seus valores invariáveis durante o processo de iteração e por isso esses nós recebem uma codificação especial que permita que sejam considerados no cálculo, no entanto como valores constantes. Os nós intermediários (localizados entre os nós de entrada e os da frente de impregnação) recebem uma outra codificação que permita que sejam iterados até que se consiga determinar as suas pressões nodais. Os nós externos ao subdomínio de cálculo devem ser excluídos dessas iterações e por isso não recebem codificação alguma (suas pressões nodais permanecem nulas).

**STSLEITU:**

Leitura da condição inicial de preenchimento das células (vazias ou preenchidas de fluido) e a que tipo correspondem (células de canal de entrada, de canal de impregnação ou de saída, células da frente de impregnação ou simplesmente do molde) além da leitura dos nós e suas respectivas pressões quando esses pertencem à fronteira de impregnação (valor de pressão nula) e canal de injeção (pressão máxima de impregnação). Solicita o nome do arquivo em que podem ser encontrados esses dados iniciais de marcação das células

(ou elementos), evitando-se a necessidade de se introduzir a condição inicial das células a cada simulação em que essas não tenham sido alteradas.

### **C.3.3- Montagem da matriz de rigidez global e solução dos campos de pressão e velocidade iniciais (fig. C.4)**

#### **XGYGELEM:**

Calcula as coordenadas do centro de gravidade dos elementos triangulares a partir das coordenadas dos seus respectivos vértices (equação 6.15).

#### **SUBMATRI:**

Montagem da matriz de rigidez local para todos os elementos do domínio. Calcula todos os coeficientes da equação 6.6 para cada elemento triangular discretizado e em seguida localiza, para cada nó do domínio, os seus respectivos nós vizinhos (item C.4).

#### **MATRIZK:**

Montagem da matriz de Rigidez Global para o subdomínio do passo de tempo atual. Essa subrotina leva em consideração as informações de incidência dos nós para adicionar a contribuição de cada um dos mesmos na obtenção da matriz de Rigidez Global (item C.4). Para montagem da mesma é necessário o cálculo do coeficiente global de permeabilidade  $D$  (relação  $k/\eta$  da

equação 5.3), calculado localmente para cada elemento através da subrotina **PERMELEM**, que por sua vez é chamada pela própria subrotina **MATRIZK**.

**PERMELEM:**

Calcula os termos do coeficiente global de permeabilidade  $D$  (onde  $D = k/\eta$  , equação 5.3), que é determinado localmente para cada elemento. Nessa subrotina são calculadas as taxas médias de cisalhamento (equação 5.11) e a viscosidade, implementada pelo modelo Lei das Potências (equação 5.13).

**SOLPRES:**

Solução inicial do campo de pressões pelo método do Gradiente Conjugado Pré-condicionado (PCG, item C.6).

**VELOELEM:**

Solução inicial do campo de velocidades. Essa subrotina calcula as componentes do vetor velocidade para cada elemento do subdomínio de cálculo, utilizando a equação 6.11 (item C.6).

### **C.3.4- Solução e impressão dos campos de pressão e velocidade (fig.C.5)**

#### **CONVERPV:**

Solução dos campos de pressão e velocidade até que seus valores convirjam. Começa testando se o molde está preenchido ou não. Caso esteja, finaliza o programa, caso contrário chama as subrotinas **MATRIZK** e **SOLPRES** e, logo a seguir, testa a convergência para os valores obtidos para a pressão. Se estes não convergirem, recalcula o campo de velocidades (subrotina **VELOELEM**) e novamente chama as subrotinas **MATRIZK** e **SOLPRES**, até que se obtenha a convergência para o campo de pressão (fig. C.5). Com esses valores obtidos após a convergência, calcula o valor final para o campo de velocidades novamente através da subrotina **VELOELEM**.

#### **CORVAZ:**

Com as componentes do vetor velocidade determinadas para cada elemento e utilizando-se as equações 6.19 e 6.20, essa subrotina testa a vazão nas fronteiras do subdomínio de cálculo (nas faces de passagem de fluido nos elementos do canal de entrada e nos elementos da frente de impregnação), corrigindo, em seguida, o campo de velocidade de forma a garantir a conservação de massa.

**IMPRIME:**

Grava arquivos com resultados dos campos de pressão e velocidade, coordenadas dos centros de gravidade, condição de cada célula (cheia, vazia ou de fronteira), o instante a que se referem esses dados etc. Esses arquivos passam a fornecer dados para a visualização do processo de impregnação.

**C.3.5- Criação e avanço dos marcadores com a redefinição da fronteira (fig. C.6)****CRIAVANC:**

Verifica a condição das células e chama a subrotina de avanço da fronteira (**AVANFRON**).

**AVANFRON:**

Com a vazão que atravessa as faces dos elementos da frente de impregnação, esta subrotina avalia a condição de preenchimento de cada um de seus vizinhos. Caso o volume preenchido e considerado individualmente, em um ou mais desses elementos, seja maior do que 70% do volume total calculado para cada um dos mesmos, essa subrotina altera a condição inicial de preenchimento. Essas células passam a ser identificadas como estando cheias de fluido e o tempo corrido de preenchimento (número de passos de tempo necessários para que se tenha esse avanço) é contabilizado para que se tenha o tempo total de preenchimento no final da impregnação.



**TROCASTS:**

Devido à mudança preliminar dos códigos das células que inicialmente estavam vazias e que após o avanço da frente de impregnação, ficaram preenchidas de fluido, é necessário que se redefina a condição das mesmas, identificando de forma adequada as células que simplesmente estão preenchidas e as que além de preenchidas passaram a formar a nova frente de impregnação. Essa avaliação e alteração dos códigos desses elementos são realizadas pela subrotina **TROCASTS**, que verifica a condição de cada célula (ou elemento) com relação aquela de seus vizinhos e a altera quando necessário. Com base no sistema de códigos apresentado no item 6.5, essas condições são resumidas na tabela C.1.

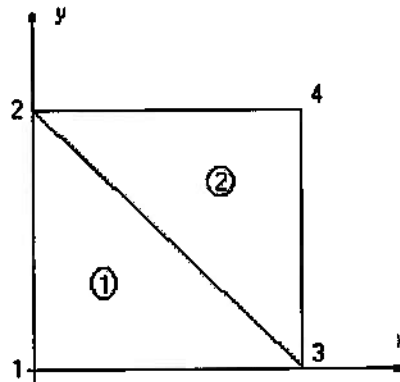
**Tabela C.1- Critérios para alteração da marcação das células**

Critérios		Código inicial	Código final
<b>Verificação e alteração inicial</b>			
1	Célula inicialmente vazia, recebe um marcador.	0 4 6	1 5 7
<b>Verificação final após aplicação do critério 1</b>			
2	Célula cercada somente por células preenchidas de fluido.	0 ou 2 4 6	1 5 7
3	Célula com uma ou duas células vizinhas vazias.	1	2
4	Célula cercada somente por células vazias.	1 ou 2 5	0 4

Após a verificação e alteração iniciais, a subrotina **TROCASTS** testa os critérios 2, 3 e 4, até que os mesmos sejam atendidos em todo o domínio discretizado. Então, após a definição final do código de todas as células do domínio, há a verificação da condição de preenchimento do molde. Caso este esteja preenchido, o programa é finalizado, caso contrário, o mesmo é

reiniciado no item C.2.4 (consultar figuras C.5 e C.6), com a solução dos campos de pressão e velocidade desse novo subdomínio de cálculo (definido pelas novas células da frente de impregnação e pelas células preenchidas de fluido).

**C.4- IMPLEMENTAÇÃO DA MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL**



**Fig. C.7 – Domínio discretizado com dois elementos triangulares**

**Tabela C.2 – Tabela de Incidência para o domínio apresentado na fig. C.7**

ELEMENTO	NÓ		
	I	J	K
1	1	3	2
2	2	3	4

A figura C.7 exemplifica um domínio discretizado com dois elementos triangulares, cujos nós *i*, *j* e *k* estão numerados conforme demonstrado na tabela C.2 (Tabela de Incidência dos Elementos).

De acordo com o Apêndice A, as matrizes de rigidez local dos elementos para o exemplo da fig. C.7, escritas em função da numeração de seus nós, são dadas por:

$$K^1 = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{13} & K_{12} \\ K_{31} & K_{33} & K_{32} \\ K_{21} & K_{23} & K_{22} \end{bmatrix} \text{ e } K^2 = \begin{bmatrix} K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

Os termos das matrizes da equação C.1 são calculados através das equações 5.5 e 5.6. Então, a matriz de rigidez global *K* é dada pela fig. C.8:

K global	nó 1	nó 2	nó 3	Nó 4
Nó 1	$K_{11}^1$	$K_{12}^1$	$K_{13}^1$	0
Nó 2	$K_{21}^1$	$K_{22}^1 + K_{22}^2$	$K_{23}^1 + K_{23}^2$	$K_{24}^2$
Nó 3	$K_{31}^1$	$K_{32}^1 + K_{32}^2$	$K_{33}^1 + K_{33}^2$	$K_{34}^2$
Nó 4	0	$K_{42}^2$	$K_{43}^2$	$K_{44}^2$

**Fig. C.8 – Matriz de Rigidez Global para o exemplo proposto**

Como a matriz obtida é quadrada e simétrica, basta que se considere, na implementação computacional, os termos posicionados na diagonal principal (termos sombreados na fig. C.8) e os não nulos, à direita ou à esquerda da mesma.

A subrotina **SUBMATRI**, monta a matriz de rigidez local para todos os elementos do domínio, calculando todos os termos da equação C.1 e, em seguida, localiza, para cada nó do domínio, os seus respectivos nós vizinhos.

A figura C.9 demonstra o algoritmo computacional utilizado para cálculo dos coeficientes necessários à montagem das matrizes locais e global além da identificação e armazenamento dos nós vizinhos da Malha Tipo 1 (fig. 6.4). Para o exemplo da figura C.7, teríamos como saída para essa variável, os seguintes valores:

$\text{viz}(1,1) = 1$	$\text{viz}(2,1) = 2$	$\text{viz}(3,1) = 3$	$\text{viz}(4,1) = 4$
$\text{viz}(1,2) = 2$	$\text{viz}(2,2) = 3$	$\text{viz}(3,2) = 4$	
$\text{viz}(1,3) = 3$	$\text{viz}(2,3) = 4$		
$\text{nviz}(1) = 3$	$\text{nviz}(2) = 3$	$\text{nviz}(3) = 2$	$\text{nviz}(4) = 1$

O primeiro índice da variável **viz** indica o número do nó e o segundo a posição. No caso de  $\text{viz}(2,1) = 2$  significa que o primeiro vizinho do nó 2 (primeiro número dentro do parênteses) pertence à diagonal principal (quando o segundo índice for igual a 1), e é o próprio nó 2 (número do lado direito do sinal de igual). A variável **nviz** fornece o total de vizinhos de cada nó, já considerando o próprio nó posicionado na diagonal principal e os demais localizados à direita. Como esse algoritmo se utiliza da Tabela de Incidência para a determinação e localização dos vizinhos, ficam excluídos da matriz de rigidez global os termos necessariamente nulos, pois não são armazenados termos gerados entre nós que não possuam conectividade.

10 Para ne=1, nemax cálculo de	(nemax: número máx. de elem.)
ai(ne); aj(ne); ak(ne); bi(ne); bj(ne); bk(ne); ci(ne); cj(ne); ck(ne); A(ne);	(equação 6.6)
Fecha bloco 10	(nnmax: número máx. de nós)
20 Para nn=1, nnmax	(viz: variável que guarda os vizinhos)
Fecha bloco 20	(imax: número máximo de colunas da malha)
30 Para q= 1, imax-1	(jmax: número máximo de linhas da malha)
p=2	
viz(1+(q-1)*nncol,p)=2+(q-1)*nncol	
viz(1+(q-1)*nncol,p+1)=1+(q-1)*nncol+jmax	
viz(1+(q-1)*nncol,p+2)=1+q*nncol	
viz(jmax+(q-1)*nncol,p)=2*jmax+(q-1)*nncol-1	
viz(jmax+(q-1)*nncol,p+1)=jmax+q*nncol	
nviz(1+(q-1)*nncol)=p+2	
nviz(jmax+(q-1)*nncol)=p+1	
Se jmax > 2 então	
40 Para nn=2+(q-1)*nncol,jmax-1+(q-1)*nncol	
viz(nn,p)=nn+1	
viz(nn,p+1)=nn+jmax-1	
viz(nn,p+2)=nn+jmax	
viz(nn,p+3)=nn+nncol	
nviz(nn)=p+3	
Fecha bloco 40	
Finaliza condição	
50 Para nn=jmax+1+(q-1)*nncol,2*jmax-1+(q-1)*nncol	
viz(nn,p)=nn+jmax-1	
viz(nn,p+1)=nn+jmax	
nviz(nn)=p+1	
Fecha bloco 50	
Fecha bloco 30	
60 Para nn=(imax-1)*nncol+1, (imax-1)*nncol+jmax-1	
viz(nn,p)=nn+1	
nviz(nn)=p	
Fecha bloco 60	(nncol: número de nós por coluna da malha)
	(nviz: número de nós vizinhos de cada nó nn da malha)

**Fig. C.9 – Algoritmo Computacional para cálculo de coeficientes e armazenamento de nós vizinhos para Malha Tipo 1 (fig. 6.4)**

A subrotina **MATRIZK** é responsável pela montagem da matriz de rigidez global. Primeiramente, chama a subrotina **PERMELEM** (item C.5), que fornece os valores para as componentes do coeficiente de permeabilidade de cada elemento, nas direções  $x$  e  $y$ , no passo de tempo em que se está resolvendo os campos de pressão e velocidade. Em seguida, monta as matrizes de rigidez local de cada elemento, calculando os seus respectivos termos (equação 6.5).

Para montagem da matriz de rigidez global é necessário se considerar as contribuições locais, de cada elemento, e para tal, utiliza-se as informações de conectividade dos nós (nós e respectiva vizinhança), já preparados para essa implementação pela subrotina **SUBMATRI**.

A figura C.10 demonstra o algoritmo computacional utilizado para a montagem da Matriz de Rigidez Global.

10 Para ne=1, nemax	(nemax: número máx. de elem.)
Cálculo de	
K11(ne); K12(ne); K13(ne)	(montagem das matrizes locais,
K21(ne); K22(ne); K23(ne)	eq.6.5, lembrando que K21=K12,
K31(ne); K32(ne); K33(ne)	K32=K23 e K31=K13)
Fecha bloco 10	
20 Para nn=1, nnmax	(nnmax: número máx. de nós)
KPHI(nn,1)=0	
30 Para ne=1, nemax	
Se	
no(1,ne) = nn então	
KPHI(nn,1) = K11(ne)+KPHI(nn,1)	
Caso contrário se no(2,ne) = nn então	(montagem diagonal principal)
KPHI(nn,1) = K22(ne)+KPHI(nn,1)	
Caso contrário se no(3,ne) = nn então	
KPHI(nn,1) = K33(ne)+KPHI(nn,1)	
Finaliza condição	
Fecha bloco 30	
Fecha bloco 20	
40 Para nn=1, nnmax	(montagem dos demais termos)
50 Para p=2, nviz(nn)	
KPHI(nn,p) = 0	
60 Para ne=1, nemax	
Se	
no(1,ne)=nn e no(2,ne)=viz(nn,p) então	
KPHI(nn,p) = K12(ne) + KPHI(nn,p)	
Caso contrário se no(1,ne)=nn e no(3,ne)=viz(nn,p) então	
KPHI(nn,p) = K13(ne) + KPHI(nn,p)	
Caso contrário se no(2,ne)=nn e no(1,ne)=viz(nn,p) então	
KPHI(nn,p) = K21(ne) + KPHI(nn,p)	
Caso contrário se no(2,ne)=nn e no(3,ne)=viz(nn,p) então	
KPHI(nn,p) = K23(ne) + KPHI(nn,p)	
Caso contrário se no(3,ne)=nn e no(1,ne)=viz(nn,p) então	
KPHI(nn,p) = K31(ne) + KPHI(nn,p)	
Caso contrário se no(3,ne)=nn e no(2,ne)=viz(nn,p) então	
KPHI(nn,p) = K32(ne) + KPHI(nn,p)	
Finaliza condição	
Fecha bloco 60	
Fecha bloco 50	
Fecha bloco 40	
Finaliza subrotina	
	Obs.:
	KPHI(nn,p) = termos da matriz de rigidez global
	No(1,ne)=número do 1º nó do elemento ne
	no(2,ne)=número do 2º nó do elemento ne
	no(3,ne)=número do 3º nó do elemento ne

**Fig. C.10 – Algoritmo Computacional para Montagem da Matriz de Rigidez Global**

**C.5- IMPLEMENTAÇÃO DO COEFICIENTE DE PERMEABILIDADE**

A subrotina **PERMELEM** calcula o coeficiente global de permeabilidade **D** (relação  $D = k/\eta$ , equação 6.3), necessário para implementação da matriz de rigidez global, na subrotina **MATRIZK**.

A figura C.11 demonstra o algoritmo computacional utilizado para implementação do modelo de viscosidade.

10 Para ne=1, nemax cálculo de gama(ne); Fecha bloco 10	(nemax: número máx. de elem.)  (gama(ne): taxa média de Cisalhamento de cada elemento ne, equação 5.11)
20 Para p = 1, wvisc cálculo de indcon; indpon Fecha bloco 20	(wvisc: variável que guarda o número total de curvas de viscosidade Armazenadas) (indcon: índice de consistência e indpon: índice de potência, a partir dos valores de B e T <sub>b</sub> , equação 5.14, Calculados ou em <b>VISDADOS</b> ou em <b>VISLEITU</b> )
30 Para ne = 1, nemax Se gama(ne) > gamao eta(ne)= indcon*(gama(ne)**indpon) Caso contrário se gama(ne) ≤ gamao eta(ne)= indcon*(gamao**indpon) Finaliza condição Fecha bloco 30	(gamao = taxa de cisalhamento limite, equação 5.13) (eta(ne): valor da viscosidade, equação 5.12, de cada elemento)
50 Para ne=1, nemax D(ne)= poroef/eta(ne) Fecha bloco 50	(poroef: porosidade da manta Introduzida ou na subrotina <b>PROPDADO</b> ou na <b>PROPLEIT</b> )
Finaliza subrotina	(D(ne): coeficiente de permeabilidade, equação 5.3)

**Fig. C.11 – Algoritmo Computacional para Implementação do Coeficiente de Permeabilidade**



Para o cálculo do coeficiente global de permeabilidade  $D$  é necessária a determinação da viscosidade, implementada pelo modelo Lei das Potências (equação 5.13), que é função da taxa média de cisalhamento (equação 5.11) e da temperatura introduzida na simulação (considerada constante até o final do processo de impregnação).

#### **C.6- IMPLEMENTAÇÃO DA SOLUÇÃO DOS CAMPOS DE PRESSÃO E VELOCIDADE**

A subrotina **SOLPRES** resolve o campo de pressões pelo método do Gradiente Conjugado Pré-condicionado (Preconditioned Conjugate Gradient Method ou PCG), que é uma variação do Método do Gradiente Conjugado (CG). Esses dois métodos podem ser encontrados em Barret et al. (1992) e uma comparação entre os mesmos quando aplicados a um problema de Condução de Calor usando-se formulação pelo Método de Elementos Finitos, em Siqueira & Meneghini (1997).

As figuras **C.12** e **C.13** demonstram o algoritmo computacional utilizado para implementação da solução do campo de pressão pelo método do Gradiente Conjugado Pré-condicionado (PCG).

```

iter=0; residuo=10; resmax=0,01                                     (nnmax: número máx. de nós)
Se iter<nitermax e residuo ≥ resmax                               (phi(i): pressão do nó i)
  iter=iter+1; residuo=0.0
  Se iter=1
    10 Para i=1,nnmax
      rr(i)=b(i)
      15 Para j=1,nviz(i)
        Se s(i)=1 então
          rr(i)=rr(i)-kphi(i,j)*phi(viz(i,j))
          Finaliza condição
        Fecha bloco 15
      Fecha bloco 10
    20 Para i=1,nnmax
      25 Para j=2,nviz(i)
        Se s(viz(i,j))=1 então
          rr(i)=rr(i)-kphi(i,j)*phi(viz(i,j))
          Finaliza condição
        Fecha bloco 25
      Fecha bloco 20
    Finaliza condição
    rhovelho=rho e rho=0
    30 Para i=1,nnmax
      zz(i)=rr(i)/kphi(i,1)
      rho=rho+rr(i)*zz(i)
    Fecha bloco 30
    40 Para i=1,nnmax
      Se iter=1 então
        pp(i)=zz(i)
      Caso contrário
        beta=rho/rhovelho
        pp(i)=zz(i)+beta*pp(i)
      Finaliza condição
    Fecha bloco 40
    50 Para i=1,nnmax
      qq(i)=0.0
      60 Para j=1, nviz(i)
        qq(i)=qq(i)+kphi(i,j)*pp(viz(i,j))
      Fecha bloco 60
    Fecha bloco 50
    70 Para i=1,nnmax
      80 Para j=2,nviz(i)
        qq(viz(i,j))=qq(viz(i,j))+kphi(i,j)*pp(i)
      Fecha bloco 80
    Fecha bloco 70
    soma=0.0
    90 Para i=1,nnmax
      soma=soma+pp(i)*qq(i)
    Fecha bloco 90

```

continua na fig. C.13

**Fig. C.12 – Implementação da Solução do Campo de Pressões pelo Método do Gradiente Conjugado Pré-condicionado (PCG)**

O campo de velocidades é calculado através da subrotina **VELOELEM**, onde é resolvida a equação 6.11. Para solução da mesma, essa subrotina utiliza os valores das componentes do coeficiente de permeabilidade determinadas através da subrotina **PERMELEM**, dos coeficientes  $b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$  e área  $A$  (equação 6.6 e 6.9), determinados na subrotina **SUBMATRI** ( $b_i, b_j, b_k, c_i, c_j, c_k$  e  $A$ ) além dos valores das pressões nodais ( $\phi$  na subrotina **SOLPRES**) dos respectivos elementos triangulares para os quais estão sendo calculadas as componentes do vetor velocidade.

continuação da fig. C.12

```

                (nnmax: número máx. de nós)
                (phi(i): pressão do nó i)
    alfa=rho/soma
    100 Para i=1,nnmax
        Se s(i)=1 então
            phi(i)=phi(i)+alfa*pp(i)
            rr(i)=rr(i)-alfa*qq(i)
        Finaliza condição
    Fecha bloco 100
    110 Para i=1,nnmax
        e2(i)=rr(i)
        residuo=max(residuo,e2(i))
    Fecha bloco 110
    Se residuo>resmax e iter ≤ nitermax então
        Volta para início do bloco 90
    Finaliza condição
Finaliza condição
Finaliza subrotina

```

**Fig. C.13 – Implementação da Solução do Campo de Pressões pelo Método do Gradiente Conjugado Pré-condicionado (PCG)- (continuação)**

A figura C.14 demonstra o algoritmo computacional utilizado para a implementação da solução do campo de velocidades.

```
10 Para ne=1,nemax
  vx(ne)=-1*D(ne)/(2*A(ne))*(bi(ne)*phi(no(1,ne))+ bj(ne)*phi(no(2,ne))+ bk(ne)*phi(no(3,ne)))
  vy(ne)=-1*D(ne)/(2*A(ne))*(ci(ne)*phi(no(1,ne))+ cj(ne)*phi(no(2,ne))+ ck(ne)*phi(no(3,ne)))
Fecha bloco 10
Finaliza subrotina
```

(nemax: número máximo de elementos)  
(D(ne): coeficientes global de permeabilidade, eq. 5.3)  
phi(no(1,ne))=pressão do 1º nó do elemento ne (nó i)  
phi(no(2,ne))=pressão do 2º nó do elemento ne (nó j)  
phi(no(3,ne))=pressão do 3º nó do elemento ne (nó k)  
vx(ne) = componente do vetor velocidade na direção x  
vy(ne) = componente do vetor velocidade na direção y

**Fig. C.14 – Implementação da Solução do Campo de Velocidades**

## **APÊNDICE D**

### **ANÁLISE DE INCERTEZA**

#### **D.1- INTRODUÇÃO**

Para implementação do modelo numérico capaz de simular a frente de impregnação do molde retangular, translúcido, tratado de forma bidimensional, levantou-se, experimentalmente:

- As curvas de avanço das frentes de impregnação de resina poliéster quando utilizadas 1, 2 e 3 mantas de fibra de vidro, obtidas através de filmagem. Posteriormente esses dados foram tratados, conseguindo-se, dessa forma, determinar a variação da posição da frente de impregnação da resina no tempo;
- Caracterização reológica da resina poliéster, com obtenção da curva de viscosidade em função da taxa de cisalhamento, útil à implementação do respectivo modelo de viscosidade, realizada no DEMa-UFSCar (Departamento de Engenharia de Materiais da Universidade Federal de São Carlos), sob orientação da Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Rosário E. S. Bretas;
- Estimativa da permeabilidade da manta de fibra de vidro (permeabilidade teórica), obtida através da aplicação do modelo proposto por Innocentini et al. (1998), conforme visto no item

2.4.1, e que para ser implementado necessitou da determinação da densidade real do sólido do meio filtrante obtida por Picnometria de Hélio, no Centro de Caracterização e Desenvolvimento de Materiais da Universidade de São Carlos (CCDM).

Neste **APÊNDICE D** é apresentada a análise de incerteza dos resultados experimentais descritos acima, obtidos com os ensaios de impregnação do molde e pela caracterização da resina e da manta de fibra de vidro. A descrição completa desses ensaios bem como as características e especificações dos equipamentos utilizados para levantamento dessas grandezas experimentais podem ser encontradas no **Capítulo 3 - Equipamento, Método e Dados Experimentais**.

## **D.2- BREVE EXPLANAÇÃO QUANTO AO CÁLCULO DA INCERTEZA**

As afirmações e definições adotadas neste trabalho, baseiam-se na norma da ANSI/ASME PTC 19.1 Parte 1, publicada em 1985 (**Measurement Uncertainty**) e podem ser encontradas nesta de forma mais detalhada.

Todas as medições de uma variável contém erros. O erro absoluto da medição ou erro total é a diferença entre o resultado de uma medição e o valor verdadeiro da grandeza medida. Este erro total é a soma do erro sistemático e do erro aleatório. O erro sistemático ( $\beta_S$ ) é o componente do erro

total da medição que se mantém constante ou varia de uma forma previsível, quando se efetua várias medições da mesma grandeza. O erro aleatório ( $\epsilon_A$ ) é o componente do erro de medição que varia de uma forma imprevisível, quando se efetuam várias medições da mesma grandeza. Este componente é denominado de repetibilidade ou erro de repetibilidade.

O erro sistemático obtido através de um determinado instrumento de medição é o mesmo para cada uma das medições efetuadas com este instrumento, independente do número de leituras adicionais realizadas. Sendo assim, este erro sistemático pode ser reduzido pela calibração do instrumento. Porém, como o instrumento possui ainda uma exatidão que é garantida pelo fabricante, e que está relacionada a uma determinada fonte padrão, mesmo que o erro sistemático devido à calibração seja minimizado, resta ainda o erro sistemático devido à exatidão do instrumento relacionada ao padrão usado no procedimento de calibração. Ou seja, o erro sistemático passa a ser indicado pela exatidão do instrumento que é indicada pelo fabricante do mesmo.

Já os erros aleatórios por serem randômicos, é necessário considerar um valor quantitativo para a dispersão das medições de uma variável e o grau de confiança para associar a este valor. Para desenvolver essa medida quantitativa, a norma recomenda a aplicação de um tratamento estatístico aos erros de medição aleatórios.

Como o resultado de uma medição está sempre sujeito a erros aleatórios que fazem com que medidas em "idênticas condições" dêem valores diferentes, se houverem  $N$  medidas de uma grandeza física,  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , é possível se obter a média, o desvio padrão ("**standard deviation**") e o erro

padão ("standard error") desse conjunto de medidas, conforme apresentado na tabela D.1.

**Tabela D.1 - Formulação Básica para determinação do erro aleatório**

Denominação simplificada	Símbolo e fórmula	Denominação por extenso
média	$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$	média aritmética
desvio padrão	$\Delta x = S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$	desvio padrão de cada medida
erro padrão	$\Delta \bar{x} = S_m = \frac{S}{\sqrt{N}}$	desvio padrão da média

O resultado de um conjunto de medições pode ser expresso, então, como:

$$\text{média} = \bar{x} \pm \Delta \bar{x} \quad (\text{D.1})$$

Se a partir de uma grandeza  $x$ , calculamos outra grandeza  $f$  que depende de  $x$  segundo uma expressão matemática  $f=f(x)$ , usaremos a convenção de expressar o resultado na forma:

$$\text{média de } f: \bar{f} \pm \Delta \bar{f}, \text{ onde } \bar{f} = f(\bar{x}) \text{ e } \Delta \bar{f} = \left| \frac{df}{dx} \right| \Delta \bar{x} \quad (\text{D.2})$$

Aqui  $\frac{df}{dx}$  é a derivada da função  $f(x)$  calculada em  $x = \bar{x}$ .

A tabela D.2 mostra um resumo dos tipos de funções comumente encontradas na análise de incerteza.



**Tabela D.2 - Fórmulas de propagação de erros para os casos gerais de funções de uma e duas variáveis**

Função	Média	Erro padrão
$f = f(x)$	$\bar{f} = f(\bar{x})$	$\Delta\bar{f} = \left  \frac{df}{dx} \right  \Delta\bar{x}$
$f = f(x, y)$	$\bar{f} = f(\bar{x}, \bar{y})$	$\Delta\bar{f} = \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 (\Delta\bar{x})^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 (\Delta\bar{y})^2}$
$f = ax + by$	$\bar{f} = a\bar{x} + b\bar{y}$	$\Delta\bar{f} = \sqrt{(a\Delta\bar{x})^2 + (b\Delta\bar{y})^2}$
$f = ax^\alpha y^\beta$	$\bar{f} = a\bar{x}^\alpha \bar{y}^\beta$	$\Delta\bar{f} = \bar{f} \sqrt{(\alpha \Delta\bar{x} / \bar{x})^2 + (\beta \Delta\bar{y} / \bar{y})^2}$

Obs. No caso geral, as derivadas são calculadas no ponto  $(x, y) = (\bar{x}, \bar{y})$  e nesses exemplos, os coeficientes a, b,  $\alpha$  e  $\beta$  são números exatos ou com erro desprezível.

Conforme pode ser visto na norma da ANSI/ASME PTC 19.1, a expressão D.1 significa que se forem efetuadas uma nova série de medidas e for calculada a sua respectiva média aritmética, o resultado será um valor que cairá dentro do intervalo definido por esta equação D.1, com aproximadamente 68% de probabilidade. Para que tenhamos para uma leitura isolada de x, segundo esta mesma norma, um intervalo de confiança de 95%, os limites máximo e mínimo são  $\pm 1,96S$ .

Em uma medição, a quantificação da incerteza devido aos erros aleatórios, pode então ser conseguida usando-se  $tS$ , onde  $S$  é o desvio padrão experimental de  $N$  leituras e  $t$  o valor da distribuição que fornece um nível de confiança particular, o qual será generalizado para 95% ( $t$  é tirado da Tabela de Distribuição  $t$  de "STUDENT", que considera o número de pontos utilizados

para cálculo do desvio padrão, pontos estes denominados de "graus de liberdade", para um nível de confiabilidade de 95%, ver tabela D.3). O problema que se segue é que torna-se difícil quantificar o erro sistemático  $\beta_s$  e definir o equivalente de um nível de confiança estatístico.

**Tabela D.3 - Tabela de Distribuição t de "STUDENT"**

Graus de Liberdade	t	Graus de Liberdade	t	Graus de Liberdade	t
1	12,706	11	2,201	21	2,080
2	4,303	12	2,179	22	2,074
3	3,182	13	2,160	23	2,069
4	2,776	14	2,145	24	2,064
5	2,571	15	2,131	25	2,060
6	2,447	16	2,120	26	2,056
7	2,365	17	2,110	27	2,052
8	2,306	18	2,101	28	2,048
9	2,262	19	2,093	29	2,045
10	2,228	20	2,086	30 ou mais	2,0

Obs. A tabela fornece valores de t de maneira que se tenha de -t a +t uma área incluída de 95% (fonte: ANSI/ASME PTC 19.1 - MEASUREMENT UNCERTAINTY).

A aproximação usada na norma da ANSI/ASME PTC 19.1, é através da definição de um limite de desvio **B**, que é um valor estimado para o limite do erro sistemático  $\beta_s$ , associado a um determinado intervalo de confiança. Então, o limite de desvio é estimado em um nível de garantia correspondente ao nível de confiança com o qual **tS** é determinado. Conseqüentemente, quando o limite de precisão **P = tS** (onde P é o limite de precisão com limite de confiança de 95% para uma amostra de **N** medições de x retiradas de uma distribuição gaussiana) é determinado com um intervalo de confiança de 95%, o limite de desvio **B** também é estimado com confiança de 95%. Isto pode ser interpretado

de maneira a significar que se está 95% certo de que a magnitude do desvio  $\beta_s$  seja igual a ou menor do que **B**.

Para determinação da incerteza total de medição ( $U_x$ ), a norma da ANSI/ASME PTC 19.1 indica dois métodos, a combinação pela raiz da soma dos quadrados ou simplesmente **RSS** e o método da combinação por adição direta ou **ADD**. Neste trabalho, será adotado o primeiro deles, o método **RSS**, que é dado por:

$$U_x = (B^2 + P_x^2)^{1/2} \quad (D.3)$$

onde  $P_x = tS_x$  (D.4)

ou  $U_{\bar{x}} = (B^2 + P_{\bar{x}}^2)^{1/2}$  (D.5)

onde  $P_{\bar{x}} = tS_{\bar{x}} = \frac{tS_x}{\sqrt{N}}$  (D.6)

E finalmente tem-se:

$$\bar{X} \pm U_x \quad \text{ou} \quad \bar{X} \pm U_{\bar{x}} \quad (D.7)$$

onde  $\bar{X}$  é o valor médio das **N** leituras que foram tiradas (ou a leitura se **N** igual a um) e  $U_x$  é a incerteza em **X** que corresponde a uma estimativa (com confiança de **C%**) da combinação do erro sistemático e do erro aleatório.

Para o caso em que se tenha um resultado experimental **r** como função de **J** variáveis  $X_i$ :

$$r = r(X_1, X_2, \dots, X_j) \quad (D.8)$$

A equação acima é uma equação de redução de dados utilizada para determinar **r** a partir dos valores medidos das variáveis  $X_i$ . Então a incerteza no resultado é dada por:

$$U_r = \left[ \left( \frac{\partial r}{\partial X_1} U_{X_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial r}{\partial X_2} U_{X_2} \right)^2 + \dots + \left( \frac{\partial r}{\partial X_J} U_{X_J} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{D.9})$$

onde os  $U_{X_i}$  são as incertezas nas variáveis medidas  $X_i$ .

Se as derivadas parciais são definidas como coeficientes de sensibilidade absoluta, então:

$$\theta_i = \frac{\partial r}{\partial X_i} \quad (\text{D.10})$$

sendo que a eq. D.9 pode ser escrita

$$U_r = \left[ \sum_{i=1}^J \theta_i^2 U_{X_i}^2 \right]^{1/2} \quad (\text{D.11})$$

Nas equações D.9 e D.11, todas as incertezas  $U_{X_i}$  deveriam ser expressas com os mesmos intervalos de confiança. No nosso caso, procuramos expressá-las sempre dentro de um intervalo de confiança de 95%.

### D.3- ENSAIO EXPERIMENTAL DE IMPREGNAÇÃO DO MOLDE (DETERMINAÇÃO DA DENSIDADE MÉDIA DO SISTEMA RESINA/MANTA)

Como descrito no item 3.2, foram realizadas três filmagens, alterando-se para cada uma o número de mantas utilizadas e, por conseguinte, obtendo-se valores de distância percorrida pela frente de avanço da impregnação em função do tempo para 1, 2 e 3 mantas de fibra de vidro. A tabela 3.1, fornece as condições iniciais e de término das três filmagens de impregnações realizadas com este poliéster.

A tabela D.4 fornece as dimensões e massas de amostras retiradas a partir das peças impregnadas nessas filmagens, úteis para a determinação de dados como massa e volume para obtenção da densidade do composto resina/fibra de vidro. De cada uma das peças impregnadas, retirou-se três amostras, numeradas de um a três, nessa mesma tabela (D.4).

**Tabela D.4- Amostras obtidas após a cura das peças impregnadas durante as filmagens**

Filmagem	No. da amostra por peça	Massa (g)	Dimensão (CxLxH) (mm)
1 (c/ 1 manta)	1	20,0	108,90 x 71,05 x 3,00
	2	17,0	110,10 x 57,90 x 3,00
	3	16,0	92,10 x 69,10 x 3,00
2 (c/ 2 mantas)	1	19,0	87,90 x 78,10 x 3,00
	2	20,0	85,10 x 82,10 x 3,00
	3	16,0	97,90 x 60,10 x 3,00
3 (c/ 3 mantas)	Não foi possível a obtenção de peças		

Para obtenção dos dados da tabela D.4, foram utilizados os instrumentos de medição indicados na tabela D.5.

**Tabela D.5- Instrumentos de Medição utilizados**

Instrumento de Medição	Resolução
Paquímetro Mitutoyo 0-150 mm	0,05 mm
Balança Kern, peso máximo 6 kg	0,2 g

Para determinação da densidade de cada uma das amostras da tabela D.4, considerou-se a precisão dos instrumentos de medição como sendo o erro aleatório decorrente da utilização desses instrumentos. Admitiu-se neste caso, como sendo desprezíveis, os erros sistemáticos, considerando-se tais instrumentos devidamente calibrados. A densidade ( $\rho$ ) da amostra é dada por:

$$\rho_{amostra} = \frac{m_{amostra}}{V_{amostra}} \quad (D.12)$$

que, conforme tabela D.2, é uma função do tipo  $f = ax^\alpha y^\beta$ , sendo  $a=1$ ,  $x=m_{amostra}$ ,  $y=V_{amostra}$ ,  $\alpha=1$  e  $\beta=-1$ .

Conforme esta tabela D.2, tem-se então:

$$\Delta\rho = \rho\sqrt{(\Delta m/m)^2 + (-1\Delta V/V)^2} \quad (D.13)$$

sendo:  $\Delta m = 0,2g = 2 \cdot 10^{-4} kg$  (D.14)

e  $\Delta V = V\sqrt{(\Delta L/L)^2 + (\Delta C/C)^2 + (\Delta H/H)^2}$  (D.15)

A tabela D.6 mostra os valores de densidade obtidos para as amostras da tabela D.4, utilizando-se as relações D.12, D.13, D.14 e D.15.

**Tabela D.6- Amostras obtidas após a cura das peças impregnadas durante as filmagens**

Fil	amostra	m .10 <sup>-3</sup> (kg)	Δm .10 <sup>-3</sup> (kg)	Dimensão (CxLxH) (mm)	V x10 <sup>-6</sup> (m <sup>3</sup> )	ΔV x10 <sup>-6</sup> (m <sup>3</sup> )	ρ (kg/m <sup>3</sup> )	Δρ (kg/m <sup>3</sup> )
1	1	20,0	0,2	108,90 x 71,05 x 3,00	23,21	0,39	861,7	16,8
	2	17,0	0,2	110,10 x 57,90 x 3,00	19,12	0,32	889,1	18,2
	3	16,0	0,2	92,10 x 69,10 x 3,00	19,09	0,32	838,1	17,5
2	1	19,0	0,2	87,90 x 78,10 x 3,00	20,59	0,34	922,8	18,1
	2	20,0	0,2	85,10 x 82,10 x 3,00	20,96	0,35	954,2	18,6
	3	16,0	0,2	97,90 x 60,10 x 3,00	17,65	0,29	906,5	18,7

A tabela D.7 resume a determinação da densidade média do sistema resina/manta de fibra de vidro.

**Tabela D.7- Densidade média das amostras obtidas após a cura das peças impregnadas durante as filmagens (com 1 e 2 mantas de fibra de vidro)**

Filmagem	amostra	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	(X <sub>i</sub> -X) <sup>2</sup>	Δx = S <sup>(1)</sup>	tΔx̄ = tS com t=3,182 <sup>(2)</sup>
1	1	861,7 ± 16,8	1,6900	25,52	81,20
	2	889,1 ± 18,2	681,2100		
	3	838,1 ± 17,5	620,0100		
	$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$	863,0			
2	1	922,8 ± 18,1	25,0000	24,24	77,13
	2	954,2 ± 18,6	696,9600		
	3	906,5 ± 18,7	453,6900		
	$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$	927,8			

Obs.: 1) Conforme tabela D.1; 2) t=3,182 para um limite de confiança de 95% (tabela D.3).

Como se deseja um limite de confiança de 95% (ou seja,  $\bar{x} \pm t\Delta\bar{x}$ ), com  $t = 3,182$  (conforme tabela D.3), tem-se:

$$\bar{\rho}_{\text{amostra1}} = 863,0 \pm 81,2 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \text{ e } \bar{\rho}_{\text{amostra2}} = 927,8 \pm 77,1 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad (\text{D.16})$$

Podemos observar que a incerteza encontrada neste caso supera a incerteza introduzida devido a exatidão dos instrumentos utilizados para determinação da massa e dimensão das amostras estudadas.

A tabela 3.2 resume todos esses valores de incerteza determinados (tabelas D.6 e D.7).

#### **D.4- ENSAIO EXPERIMENTAL DE IMPREGNAÇÃO DO MOLDE (DETERMINAÇÃO DAS CURVAS DA FRENTE DE AVANÇO)**

A tabela 3.3 fornece a posição central, em cada instante, da frente de avanço da resina dentro do molde, tendo como referência o centro do bico de entrada do molde, para as três filmagens realizadas com a resina poliéster (com uma, duas e três mantas de fibra de vidro, respectivamente). Para maiores detalhes, favor consultar itens 3.1 e 3.2.

Como mencionado anteriormente, o avanço da frente de impregnação foi registrado por uma câmera de vídeo Panasonic M9000 S-VHS, disposta sobre o plano do escoamento (figura 3.1), de maneira a possibilitar perfeita visualização da frente do escoamento à medida em que a resina



avançava dentro de um molde translúcido, retangular, sobre o qual foi colocada uma placa de acrílico, previamente traçada com linhas verticais e horizontais eqüidistantes de 20mm, totalizando uma área total útil de impregnação do molde de aproximadamente 380x600mm, incluindo nesse espaço, os bicos de entrada e saída para a resina (figuras 3.1 e 3.2).

O traçado foi realizado utilizando-se uma régua de 0,5 mm de resolução (menor divisão dividida por dois), fornecendo um limite de precisão devido ao traçado, desta magnitude. As posições foram obtidas posteriormente, através do auxílio de um equipamento de vídeo cassete, em que se utilizou o seu recurso de parada ("pause") de imagem para obtenção da distância em função do tempo de impregnação. Sempre se procurou tomar os pontos em que a resina tocava perfeitamente uma das linhas do traçado, podendo se estimar a acuidade visual, inclusive considerando-se pequenos problemas de paralaxe (erros de leitura da frente de avanço devido a pequenos desvios no posicionamento da câmera de captação da imagem, somente evitado se esta estivesse perfeitamente perpendicular ao plano de filmagem) com segurança, dentro de 0,5 mm.

O tempo registrado de avanço da frente de impregnação foi fornecido pelo vídeo, em cada instante de congelamento da imagem. Também é possível estimar este tempo, considerando-se o tempo real como estando dentro de uma faixa de  $\pm 1$  s do valor obtido para essas frentes de avanço.

Pode-se estimar, então:

$$U_{\text{leitura}} = \sqrt{(0,5)^2 + (0,5)^2} = 0,7071\text{mm} \quad (\text{D.17})$$

$$U_{\text{tempo}} = \sqrt{1^2} = 1\text{s} \quad (\text{D.18})$$

Esses valores, como mencionados anteriormente, são estimados, sendo necessário ainda o tratamento dos dados obtidos com as filmagens (tabela 3.3) de maneira que seja possível a obtenção das curvas de avanço das frentes de impregnação.

Com os valores de distância percorrida em função do tempo fornecidos pela tabela 3.3, utilizou-se funções do software MATLAB para se obter interpolações polinomiais de graus 2, 3, 4, 5 e 6. O item 3.3 descreve os métodos empregados para tratamento desses dados experimentais e, por conseguinte, da obtenção das funções polinomiais para o traçado das curvas de interpolação dos mesmos.

A tabela D.8 apresenta as curvas utilizadas para interpolação dos pontos experimentais indicados na tabela 3.3 (curvas de 3º grau).

**Tabela D.8- Funções polinomiais e coeficientes de correlação escolhidos para representar o traçado da frente de avanço para 1, 2 e 3 mantas**

NÚMERO DA FILMAGEM, GRAU E FUNÇÃO POLINOMIAL		C <sub>correlação</sub>	Σ(s-s <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>
1,	-	Dados experimentais	-
2	3	$1,433 \cdot 10^{-4}t^3 - 4,19 \cdot 10^{-2}t^2 + 6,236t + 11,16$	17,39
e	3	$3,474 \cdot 10^{-5}t^3 - 1,859 \cdot 10^{-2}t^2 + 4,496t + 51,39$	18,29
3	3	$2,131 \cdot 10^{-5}t^3 - 1,359 \cdot 10^{-2}t^2 + 3,76t + 45,56$	12,98

É possível, então, estimar-se, o erro total considerando-se o erro inicial devido à leitura dos pontos (distância percorrida em função do tempo) e devido ao ajuste dessas curvas. A norma ANSI/ASME PTC 19.1 indica o valor **SEE** ("Standard Error of Estimate") como sendo o desvio padrão devido à correção dos valores estimados por uma curva como as indicadas na tabela D.8. Este valor, conforme indicado por essa norma, é definido como sendo dado por:

$$SEE = \sqrt{\frac{\sum(\text{Erro})^2}{N-2}} \quad (\text{D.19})$$

onde  $\sum(\text{Erro})^2$  é a somatória das diferenças dos valores estimados com os valores lidos em tal procedimento e, **N** é o número de amostras.

Sendo assim, o valor de  $\pm t.SEE$  corresponde ao intervalo de confiança de 95% nos valores dessas curvas estimadas.

Dessa forma, combinando-se as incertezas de leitura dos pontos com a incerteza das curvas de ajuste, tem-se:

Para a curva com 1 manta de fibra de vidro:

$$\Delta S_{1\text{manta}} = \sqrt{(U_{\text{leitura}})^2 + (t.SEE)^2} \quad (\text{D.20})$$

onde  $t=2,069$  para 23 graus de liberdade (tabelas D.3 e 3.3) e SEE é dado pela equação D.19.

Substituindo-se os respectivos valores, tem-se:

$$\Delta S_{1\text{manta}} = \sqrt{(0,7071)^2 + (2,069.SEE)^2}$$

com 
$$SEE = \sqrt{\frac{\sum(\text{Erro})^2}{N-2}} = \sqrt{\frac{17,39}{23-2}} = 0,9100$$

ou seja: 
$$\Delta S_{1\text{manta}} = \sqrt{(0,7071)^2 + (2,069 \cdot 0,9100)^2} = 2,0\text{mm} \quad (\text{D.21})$$

E, analogamente, tem-se :

$$\Delta S_{2\text{manta}} = \sqrt{(0,7071)^2 + (2,064 \cdot 0,9118)^2} = 2,0\text{mm} \quad (\text{D.22})$$

$$\Delta S_{3\text{manta}} = \sqrt{(0,7071)^2 + (2,060 \cdot 0,7512)^2} = 1,7\text{mm} \quad (\text{D.23})$$

Sendo assim, pelos resultados obtidos em **D.21**, **D.22** e **D.23**, tem-se uma incerteza total, experimental, de  $\pm 2,0$  mm para as filmagens com uma e duas mantas e de  $\pm 1,7$  mm para a filmagem com três mantas de fibra de vidro, para um intervalo de confiança de 95%.

As figuras **D.1**, **D.2** e **D.3** mostram as variações da posição da frente em função do tempo, obtidas a partir dos dados experimentais da tabela **3.3**, interpolados pelas respectivas funções polinomiais do 3º grau mostradas na tabela **D.8**. Nessas figuras também foram indicadas a incerteza total determinada para um intervalo de confiança de 95% ( $\pm 2,0$ mm para as filmagens com uma e duas mantas e de  $\pm 1,7$ mm para três mantas de fibra de vidro). A figura **D.4** mostra essas mesmas curvas reunidas numa única figura.

Essas figuras foram reproduzidas no capítulo **3**, numeradas como sendo **3.5**, **3.6**, **3.7** e **3.8**, respectivamente.

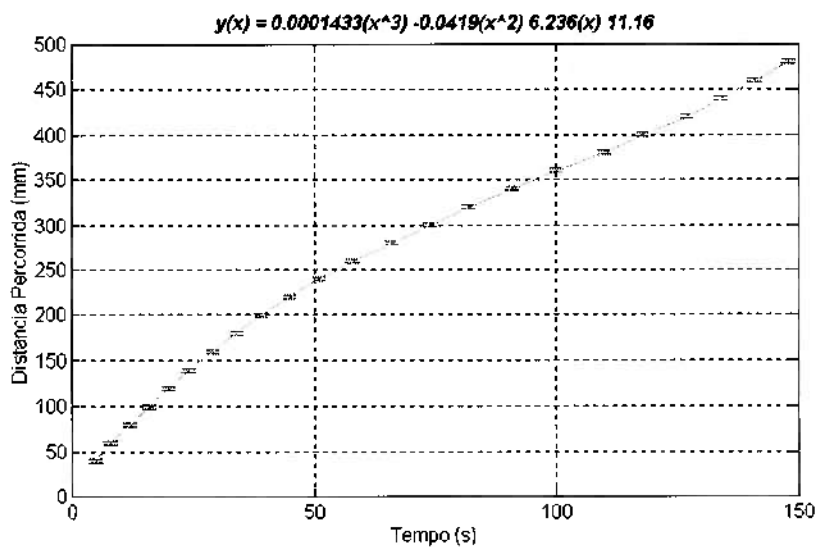


Fig. D.1 – Posição em função do tempo (1ª filmagem- 1 manta)

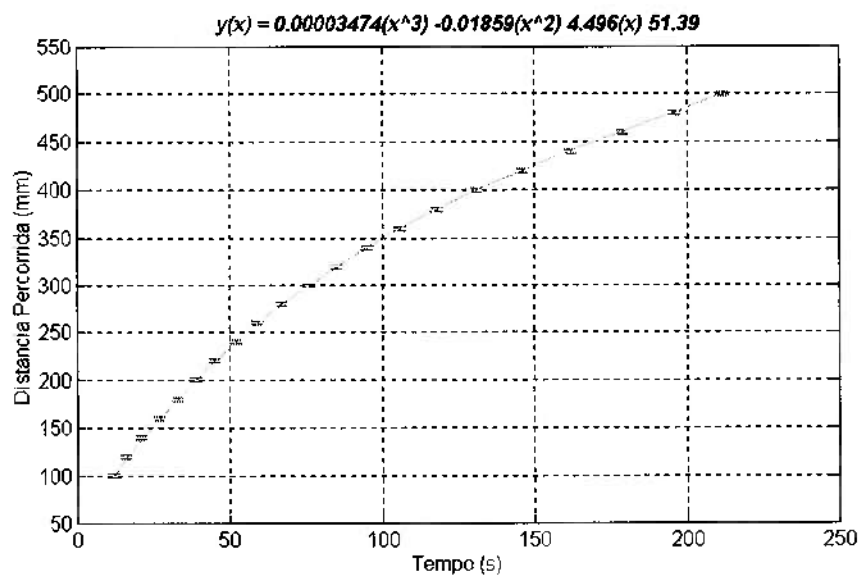
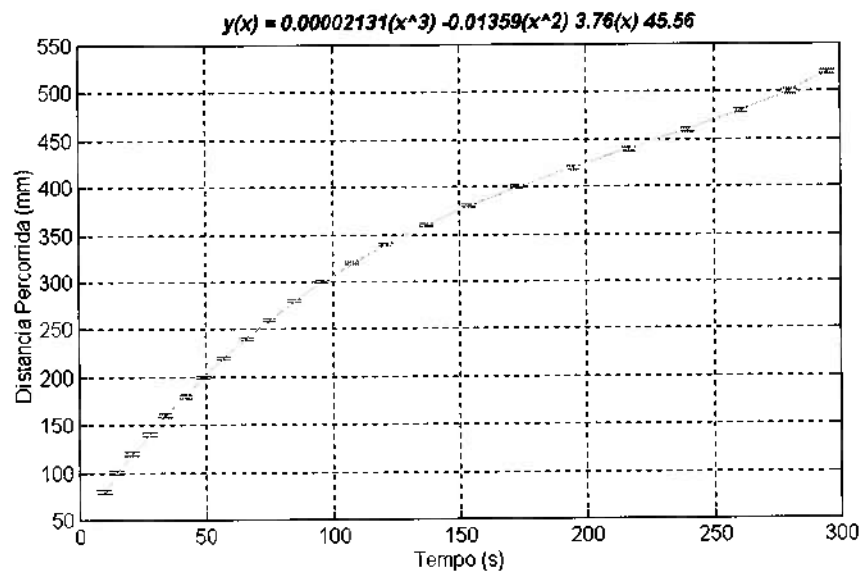
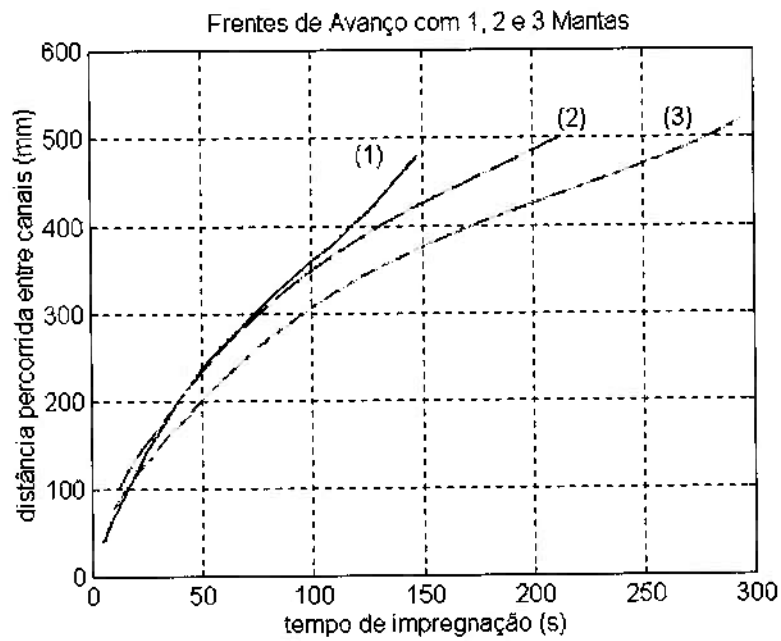


Fig. D.2 – Posição em função do tempo (2ª filmagem – 2 mantas)



**Fig. D.3 – Posição em função do tempo (3<sup>o</sup> filmagem – 3 mantas)**



**Fig. D.4 – Posição em função do tempo com 1, 2 e 3 mantas (curvas 1, 2 e 3 respectivamente)**

## D.5- MEDIÇÃO E DETERMINAÇÃO DA CURVA DE VISCOSIDADE

Conforme descrito no item 3.4, os valores da viscosidade da resina foram obtidos, no laboratório do DEMa-UFSCar, através da utilização de um Reômetro (ou reogoniômetro) **ARES** (Advanced Rheometric Expansion System), montado com sistema cone-placa (fig. 3.9). Ainda neste item 3.4, é possível encontrar a especificação do equipamento usado (tabela 3.5) e as condições gerais dos ensaios de viscosidade realizados (tabela 3.6).

Após as calibrações padrões comumente realizadas semanal e mensalmente, foram obtidas três curvas de viscosidade para cada temperatura estudada (20°C, 27°C e 35°C). O objetivo dessas medições foi a obtenção da média e desvio padrão dos valores lidos e, por conseguinte, a avaliação direta da incerteza dos resultados medidos, uma vez que a avaliação da incerteza através da análise do sistema de medição ao invés do estudo da variabilidade dos resultados, exigiria o conhecimento da incerteza da célula de carga (medição de torque), do motor de giro das placas, dos termopares, do sensor piezoelétrico que transforma força em impulso elétrico (ou vice-versa) além da incerteza com relação às bordas de contato resina/cone-placa, consideradas com um ângulo e folga constantes, o que é praticamente impossível para este sistema girando.

As medições de viscosidade  $\eta$  (Pa.s) para a resina poliéster, sem catalisador, foram realizadas variando-se a taxa de cisalhamento  $\dot{\gamma}$  (s<sup>-1</sup>) empregada, com valores previamente definidos (de 0,01 a 25,1189 s<sup>-1</sup>). Os

ensaios também forneceram os instantes em que estas informações foram lidas. As tabelas D.9 a D.11 mostram os resultados dessas medições.

**Tabela D.9 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento para 20°C**

Seq	Temperatura Taxa (s <sup>-1</sup> )	Medição 1 (20°C)		Medição 2 (20°C)		Medição 3 (20°C)		Valor médio (20°C)		Amplitude	
		t (s)	Visc (Pa.s)	t (s)	Visc (Pa.s)	t (s)	Visc (Pa.s)	t (s)	Visc (Pa.s)	R	(R-R <sub>médio</sub> ) <sup>2</sup>
1	0,01000	8	181,454	8	181,426	8	181,441	8	181,440	0,028	0,00023
2	0,01259	16	180,270	15	180,291	16	180,273	16	180,278	0,021	0,00006
3	0,01585	25	181,060	25	181,075	24	181,078	25	181,071	0,018	0,00003
4	0,01995	34	189,790	33	189,778	34	189,778	34	189,782	0,012	0,00000
5	0,02512	42	178,633	42	178,656	42	178,642	42	178,644	0,023	0,00010
6	0,03162	51	185,244	50	185,222	50	185,230	50	185,232	0,022	0,00008
7	0,03981	58	161,981	58	161,968	57	161,967	58	161,972	0,014	0,00000
8	0,05012	66	146,190	65	146,200	66	146,186	66	146,192	0,014	0,00000
9	0,06310	75	123,418	74	123,405	75	123,410	75	123,411	0,013	0,00000
10	0,07943	83	99,448	83	99,455	84	99,456	83	99,453	0,008	0,00002
11	0,10000	91	80,155	91	80,162	91	80,163	91	80,160	0,008	0,00002
12	0,12589	99	67,963	99	67,955	98	67,956	99	67,958	0,008	0,00002
13	0,15849	107	59,048	107	59,062	106	59,052	107	59,054	0,014	0,00000
14	0,19953	114	45,750	115	45,758	115	45,757	115	45,755	0,008	0,00002
15	0,25119	123	38,975	123	38,985	122	38,974	123	38,978	0,011	0,00000
16	0,31623	131	29,588	130	29,582	131	29,591	131	29,587	0,009	0,00002
17	0,39811	140	25,255	138	25,258	139	25,246	139	25,253	0,012	0,00000
18	0,50119	148	20,734	147	20,738	148	20,742	148	20,738	0,008	0,00002
19	0,63096	156	15,940	157	15,948	157	15,947	157	15,945	0,008	0,00002
20	0,79433	164	14,028	165	14,039	165	14,041	165	14,036	0,013	0,00000
21	1,00000	173	11,201	173	11,207	172	11,210	173	11,206	0,009	0,00002
22	1,25893	181	9,387	181	9,407	181	9,388	181	9,394	0,020	0,00005
23	1,58489	190	7,618	189	7,620	190	7,625	190	7,621	0,007	0,00004
24	1,99526	198	5,805	198	5,798	198	5,794	198	5,799	0,011	0,00000
25	2,51189	206	4,705	206	4,689	206	4,691	206	4,695	0,016	0,00001
26	3,16228	212	4,180	214	4,178	213	4,188	213	4,182	0,010	0,00001
27	3,98107	222	3,712	222	3,724	221	3,719	222	3,718	0,012	0,00000
28	5,01188	230	3,228	229	3,240	230	3,231	230	3,233	0,012	0,00000
29	6,30958	237	2,768	238	2,755	238	2,772	238	2,765	0,017	0,00002
30	7,94329	246	2,457	246	2,453	245	2,446	246	2,452	0,011	0,00000
31	10,00000	254	2,228	253	2,233	254	2,241	254	2,234	0,013	0,00000
32	12,58930	262	2,004	262	1,995	262	1,992	262	1,997	0,012	0,00000
33	15,84890	268	1,806	271	1,792	270	1,802	270	1,800	0,014	0,00000
34	19,95260	278	1,701	277	1,695	278	1,692	278	1,696	0,009	0,00002
35	25,11890	288	1,567	287	1,560	287	1,559	287	1,562	0,008	0,00002
									SOMA	0,453	0,00086
									MÉDIA R	0,01294	
									DESVIO PADRÃO DAS AMPLITUDES		0,00502

legenda: R= amplitude; t= tempo; Seq = seqüência;



**Tabela D.10 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento para 27°C**

Temperatura		Medição 1 (27°C)		Medição 2 (20°C)		Medição 3 (27°C)		Valor médio (27°C)		Amplitude	
Seq	Taxa (s <sup>-1</sup> )	t (s)	Visc (Pa.s)	t (s)	Visc (Pa.s)	t (s)	Visc (Pa.s)	t (s)	Visc (Pa.s)	R	(R-R <sub>médio</sub> ) <sup>2</sup>
1	0,01000	9	-22,318	8	-22,358	9	-22,374	9	-22,350	0,056	0,00135
2	0,01259	16	-0,760	17	-0,809	17	-0,798	17	-0,789	0,049	0,00089
3	0,01585	24	1,947	25	1,972	25	1,968	25	1,962	0,025	0,00003
4	0,01995	33	9,340	33	9,310	33	9,319	33	9,323	0,030	0,00012
5	0,02512	41	22,796	40	22,810	41	22,780	41	22,795	0,030	0,00012
6	0,03162	49	29,398	49	29,390	48	29,382	49	29,390	0,016	0,00001
7	0,03981	57	26,499	58	26,493	57	26,516	57	26,503	0,023	0,00001
8	0,05012	64	20,996	65	20,983	65	21,015	65	20,998	0,032	0,00016
9	0,06310	73	16,420	72	16,408	73	16,405	73	16,411	0,015	0,00002
10	0,07943	82	21,553	81	21,540	81	21,530	81	21,541	0,023	0,00001
11	0,10000	89	16,698	89	16,694	90	16,678	89	16,690	0,020	0,00000
12	0,12589	98	19,196	97	19,168	97	19,170	97	19,178	0,028	0,00008
13	0,15849	104	17,728	105	17,723	105	17,715	105	17,722	0,013	0,00004
14	0,19953	113	17,425	113	17,414	114	17,412	113	17,417	0,013	0,00004
15	0,25119	121	14,778	120	14,758	121	14,754	121	14,763	0,024	0,00002
16	0,31623	128	14,325	129	14,311	129	14,319	129	14,318	0,014	0,00003
17	0,39811	137	12,765	136	12,747	137	12,750	137	12,754	0,018	0,00000
18	0,50119	145	10,441	145	10,432	145	10,425	145	10,433	0,016	0,00001
19	0,63096	153	9,149	152	9,133	153	9,129	153	9,137	0,020	0,00000
20	0,79433	161	8,827	161	8,833	160	8,842	161	8,834	0,015	0,00002
21	1,00000	171	7,478	170	7,483	170	7,470	170	7,477	0,013	0,00004
22	1,25893	179	7,182	178	7,178	178	7,165	178	7,175	0,017	0,00000
23	1,58489	186	6,198	186	6,192	185	6,183	186	6,191	0,015	0,00002
24	1,99526	194	5,228	193	5,212	195	5,223	194	5,221	0,016	0,00001
25	2,51189	202	4,198	203	4,191	203	4,196	203	4,195	0,007	0,00015
26	3,16228	211	3,441	211	3,450	210	3,444	211	3,445	0,009	0,00010
27	3,98107	219	2,794	218	2,786	219	2,784	219	2,788	0,010	0,00008
28	5,01188	228	2,371	227	2,368	228	2,362	228	2,367	0,009	0,00010
29	6,30958	236	1,991	236	1,994	235	1,985	236	1,990	0,009	0,00010
30	7,94329	244	1,568	242	1,552	244	1,551	243	1,557	0,017	0,00000
31	10,00000	251	1,398	252	1,389	252	1,392	252	1,393	0,009	0,00010
32	12,58930	260	1,191	261	1,188	259	1,182	260	1,187	0,009	0,00010
33	15,84890	268	1,065	268	1,049	269	1,045	268	1,053	0,020	0,00000
34	19,95260	276	0,988	274	0,972	276	0,965	275	0,975	0,023	0,00001
35	25,11890	283	0,896	284	0,891	284	0,900	284	0,896	0,009	0,00010
									SOMA	0,672	0,00391
									MÉDIA R	0,01920	
									DESVIO PADRÃO DAS AMPLITUDES		0,01073

legenda: R= amplitude; t= tempo; Seq = seqüência;

**Tabela D.11 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento para 35°C**

Temperatura		Medição 1 (35°C)		Medição 2 (35°C)		Medição 3 (35°C)		Valor médio (35°C)		Amplitude	
Seq	Taxa (s <sup>-1</sup> )	t (s)	Visc (Pa.s)	t (s)	Visc (Pa.s)	t (s)	Visc (Pa.s)	t (s)	Visc (Pa.s)	R	(R-R <sub>médio</sub> ) <sup>2</sup>
1	0,01000	8	53,418	7	53,302	8	53,360	8	53,360	0,116	0,00617
2	0,01259	15	16,827	16	16,759	16	16,751	16	16,779	0,076	0,00149
3	0,01585	25	-5,820	24	-5,750	25	-5,782	25	-5,784	0,070	0,00106
4	0,01995	32	-3,662	33	-3,745	33	-3,738	33	-3,715	0,083	0,00208
5	0,02512	40	19,722	41	19,630	41	19,667	41	19,673	0,092	0,00298
6	0,03162	49	22,756	49	22,680	48	22,718	49	22,718	0,076	0,00149
7	0,03981	57	25,705	56	25,652	57	25,683	57	25,680	0,053	0,00024
8	0,05012	66	26,799	67	26,867	66	26,827	66	26,831	0,068	0,00093
9	0,06310	75	38,320	74	38,308	74	38,302	74	38,310	0,018	0,00038
10	0,07943	82	28,174	81	28,116	82	28,148	82	28,146	0,058	0,00042
11	0,10000	91	22,191	90	22,161	90	22,179	90	22,177	0,030	0,00006
12	0,12589	99	24,899	98	24,932	99	24,863	99	24,898	0,069	0,00100
13	0,15849	107	22,993	107	22,968	106	22,976	107	22,979	0,025	0,00015
14	0,19953	115	15,270	115	15,235	114	15,254	115	15,253	0,035	0,00001
15	0,25119	123	12,747	122	12,778	123	12,794	123	12,773	0,047	0,00009
16	0,31623	130	12,461	131	12,441	132	12,445	131	12,449	0,020	0,00030
17	0,39811	139	9,867	138	9,844	139	9,839	139	9,850	0,028	0,00009
18	0,50119	146	7,934	147	7,953	147	7,939	147	7,942	0,019	0,00034
19	0,63096	154	7,068	155	7,039	155	7,051	155	7,053	0,029	0,00007
20	0,79433	162	5,791	163	5,823	163	5,780	163	5,798	0,043	0,00003
21	1,00000	170	4,776	172	4,759	171	4,775	171	4,770	0,017	0,00042
22	1,25893	178	4,454	179	4,418	179	4,424	179	4,432	0,036	0,00000
23	1,58489	187	3,570	187	3,600	186	3,591	187	3,587	0,030	0,00006
24	1,99526	196	3,085	195	3,078	196	3,098	196	3,087	0,020	0,00030
25	2,51189	203	2,281	204	2,265	204	2,264	204	2,270	0,017	0,00042
26	3,16228	212	1,844	211	1,860	213	1,855	212	1,853	0,016	0,00046
27	3,98107	220	1,595	219	1,598	220	1,595	220	1,596	0,003	0,00119
28	5,01188	229	1,365	228	1,350	228	1,356	228	1,357	0,015	0,00050
29	6,30958	237	1,160	236	1,160	237	1,148	237	1,156	0,012	0,00065
30	7,94329	244	0,941	245	0,930	245	0,931	245	0,934	0,011	0,00070
31	10,00000	252	0,705	253	0,715	253	0,722	253	0,714	0,017	0,00042
32	12,58930	265	0,613	264	0,623	264	0,609	264	0,615	0,014	0,00055
33	15,84890	272	0,590	271	0,598	272	0,585	272	0,591	0,013	0,00060
34	19,95260	281	0,572	280	0,548	280	0,554	280	0,558	0,024	0,00018
35	25,11890	288	0,484	289	0,482	288	0,474	288	0,480	0,010	0,00075
									SOMA	1,310	0,02656
									MÉDIA R	0,03740	
									DESVIO PADRÃO DAS AMPLITUDES		<b>0,02795</b>

legenda: R= amplitude; t= tempo; Seq = seqüência;

Para determinação da incerteza de medição da viscosidade, conforme o método **RSS** (combinação da incerteza pela raiz da soma dos quadrados) indicado pela norma da ANSI/ASME PTC 19.1, com um limite de confiança de 95% (ou seja,  $\bar{x} \pm tU_x$ ), com  $t = 2,0$  (para  $N > 30$  graus de liberdade, conforme tabela **D.3**), tem-se conforme equações **D.3** e **D.4**:

$$U_x = (B^2 + P_x^2)^{1/2} \quad (\text{D.24})$$

onde  $P_x = tS_x \quad (\text{D.25})$

sendo  $B$  o limite de desvio (no caso como foram realizadas as devidas calibrações, supõem-se que este seja mínimo e igual a própria resolução do equipamento, ou seja,  $B=0,001 \text{ Pa.s}$ ) e  $P$  o limite de precisão.

Para a temperatura de  $20^\circ\text{C}$ , tem-se:

$$U_{x20} = (B^2 + (tS_x)^2)^{1/2} = ((0,001)^2 + (2.0,00502)^2)^{1/2} = 0,010 \text{ Pa.s} \quad (\text{D.26})$$

Analogamente, para  $27^\circ\text{C}$  e  $35^\circ\text{C}$ , tem-se, respectivamente:

$$U_{x27} = (B^2 + (tS_x)^2)^{1/2} = ((0,001)^2 + (2.0,01073)^2)^{1/2} = 0,022 \text{ Pa.s} \quad (\text{D.27})$$

$$U_{x35} = (B^2 + (tS_x)^2)^{1/2} = ((0,001)^2 + (2.0,02795)^2)^{1/2} = 0,056 \text{ Pa.s} \quad (\text{D.28})$$

A tabela **D.12** resume os resultados obtidos (valores médios de viscosidade encontrados nas temperaturas de  $20^\circ\text{C}$ ,  $27^\circ\text{C}$  e  $35^\circ\text{C}$ ) acompanhados de sua incerteza.

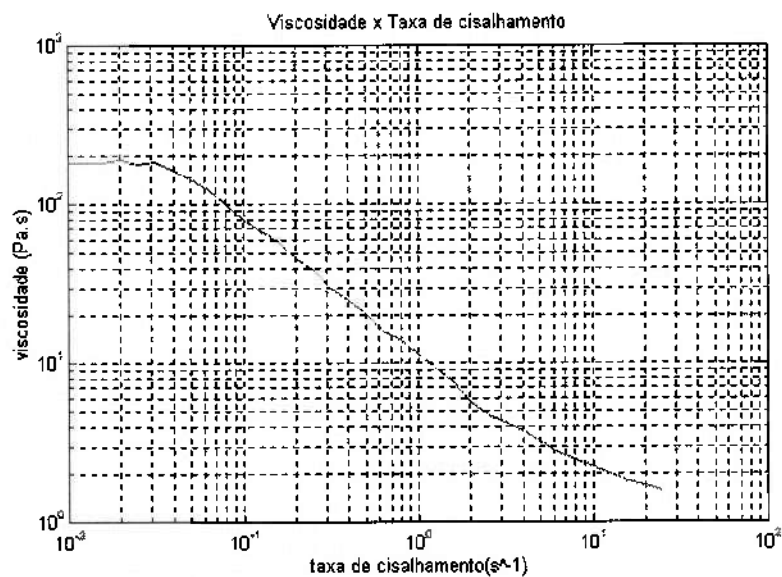
**Tabela D.12 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento**

Temperatura →		20°C		27°C		35°C	
Seqüência	Taxa de cisalhamento (s <sup>-1</sup> )	Tempo (s)	η ± 0,010 (Pa.s)	Tempo (s)	η ±0,022 (Pa.s)	Tempo (s)	η ±0,056 (Pa.s)
1	0,01000	8	181,440	9	-22,350	8	53,360
2	0,01259	16	180,278	17	-0,789	16	16,779
3	0,01585	25	181,071	25	1,962	25	-5,784
4	0,01995	34	189,782	33	9,323	33	-3,715
5	0,02512	42	178,644	41	22,795	41	19,673
6	0,03162	50	185,232	49	29,390	49	22,718
7	0,03981	58	161,972	57	26,503	57	25,680
8	0,05012	66	146,192	65	20,998	66	26,831
9	0,06310	75	123,411	73	16,411	74	38,310
10	0,07943	83	99,453	81	21,541	82	28,146
11	0,10000	91	80,160	89	16,690	90	22,177
12	0,12589	99	67,958	97	19,178	99	24,898
13	0,15849	107	59,054	105	17,722	107	22,979
14	0,19953	115	45,755	113	17,417	115	15,253
15	0,25119	123	38,978	121	14,763	123	12,773
16	0,31623	131	29,587	129	14,318	131	12,449
17	0,39811	139	25,253	137	12,754	139	9,850
18	0,50119	148	20,738	145	10,433	147	7,942
19	0,63096	157	15,945	153	9,137	155	7,053
20	0,79433	165	14,036	161	8,834	163	5,798
21	1,00000	173	11,206	170	7,477	171	4,770
22	1,25893	181	9,394	178	7,175	179	4,432
23	1,58489	190	7,621	186	6,191	187	3,587
24	1,99526	198	5,799	194	5,221	196	3,087
25	2,51189	206	4,695	203	4,195	204	2,270
26	3,16228	214	4,182	211	3,445	212	1,853
27	3,98107	222	3,718	219	2,788	220	1,596
28	5,01188	230	3,233	228	2,367	228	1,357
29	6,30958	238	2,765	236	1,990	237	1,156
30	7,94329	246	2,452	244	1,557	245	0,934
31	10,00000	254	2,234	252	1,393	253	0,714
32	12,5893	262	1,997	260	1,187	264	0,615
33	15,8489	270	1,800	268	1,053	272	0,591
34	19,9526	278	1,696	276	0,975	280	0,558
35	25,1189	287	1,562	284	0,896	288	0,480

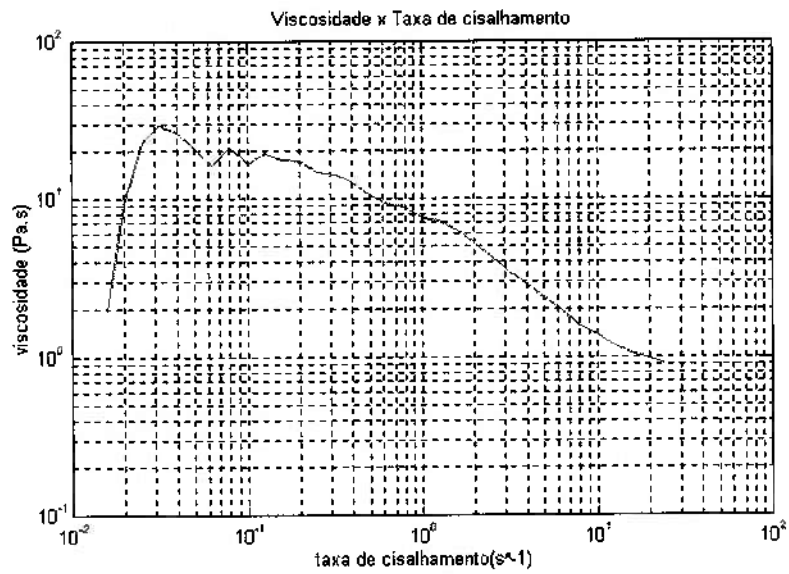
O objetivo da realização dessas medidas é a obtenção de dados para cálculo dos índices de consistência (C) e de potência (n-1) para implementação do modelo de viscosidade adotado (*Power Law Model*).

Com os dados da tabela D.12, obteve-se, com a utilização do MATLAB, gráficos de viscosidade em função da taxa de cisalhamento, nas temperaturas de 20°C (figura D.5), 27°C (figura D.6) e 35°C (figura D.7). A figura D.8 mostra essas três curvas traçadas num único gráfico.

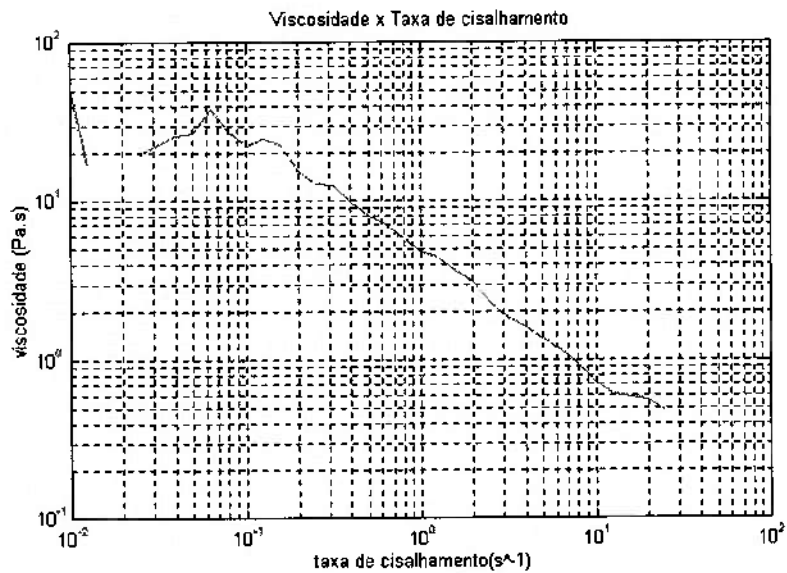
Foram desconsiderados os valores negativos de viscosidade que aparecem na tabela D.12, no início da aquisição dos dados das medições a 27°C e 35°C, pelo fato do aparelho (Reômetro ARES) ter indicado que esses valores se encontravam fora do torque especificado, nas taxas de cisalhamento em que foram lidos.



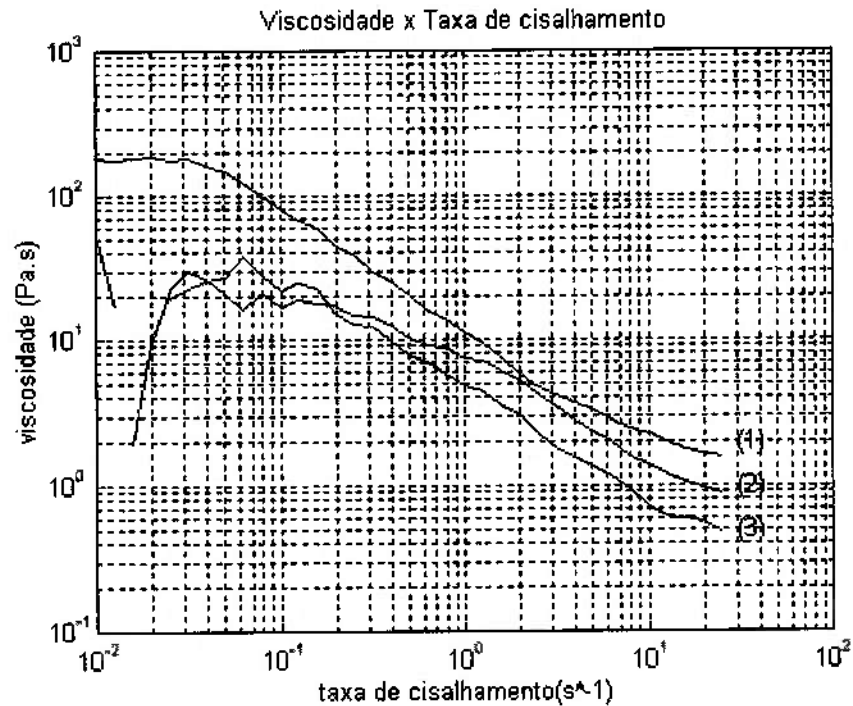
**Fig. D.5 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 20°C  
(resina poliéster)**



**Fig. D.6 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 27°C (resina poliéster)**



**Fig. D.7 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a 35°C (resina poliéster)**



**Fig. D.8 – Viscosidade em função da taxa de cisalhamento a (1) 20°C, (2) 27°C e (3) 35°C (resina poliéster)**

Com base nas curvas de viscosidade em função da taxa de cisalhamento mostradas através das figuras D.5, D.6, D.7 e D.8, e com a utilização da tabela de dados, tabela D.12, foram calculados os valores dos índices de consistência **C** e de potência **n-1**, ajustando-se uma curva do tipo  $y=Cx^{n-1}$ , para cada conjunto de pontos de viscosidade em função da taxa de cisalhamento obtidos para as temperaturas de 20°C, 27°C e 35°C. Para a determinação desses índices foram desconsiderados pontos de taxas de cisalhamento menores ou igual a 0,25119 s<sup>-1</sup> (figura D.5), 0,15849 s<sup>-1</sup> (figura D.6) e 0,10000 s<sup>-1</sup> (figura D.7). A tabela D.13 fornece os valores dos índices **C** e **n-1** calculados e o respectivo coeficiente de correlação **Coef<sub>correlação</sub>**.

**Tabela D.13 – Índices de determinação das curvas de viscosidade em função da taxa de cisalhamento para o poliéster da Polifiber**

Índices e coeficientes	20°C	27°C	35°C
Índice de consistência em função da temperatura (C(T))	11,244836	6,964950	4,856065
Índice de potência (n-1)	-0,697707	-0,656597	-0,769809
Coefficiente de correlação (Coef <sub>correlação</sub> )	-0,989076	-0,994604	-0,997825
Somatório ao quadrado ( $\sum(\eta_{medida} - \eta_{obtida\ por\ interpolação})^2$ )	47,112	18,088	14,413

A última linha desta tabela fornece o valor da somatória dos quadrados das diferenças entre os valores medidos de viscosidade e os calculados através da Lei de Potências  $y = Cx^{n-1}$ , ou seja:

$$\sum(\eta_{medida} - \eta_{obtida\ por\ interpolação})^2 \quad (D.29)$$

É possível, então, estimar-se a incerteza total da medição de viscosidade considerando-se a incerteza combinada  $U_x$  devido ao erro sistemático e aleatório e a incerteza associada ao ajuste dessas curvas.

Como visto anteriormente, a incerteza associada ao ajuste de uma curva, segundo a norma ANSI/ASME PTC 19.1, pode ser determinada calculando-se o valor **SEE** ("Standard Error of Estimate"). Este valor é o desvio padrão devido à correção dos valores estimados por uma curva, sendo dado por:

$$SEE = \sqrt{\frac{\sum(\text{Erro})^2}{N-2}} \quad (D.30)$$



onde  $\sum(\text{Erro})^2$  é a somatória das diferenças dos valores estimados com os valores lidos em tal procedimento e, **N** é o número de amostras.

Sendo assim, o valor de  $\pm t.\text{SEE}$  corresponde ao intervalo de confiança de 95% nos valores dessas curvas estimadas.

Os resultados das equações **D.31**, **D.32** e **D.33** exprimem o valor total da incerteza, referentes aos valores de viscosidade obtidas nas temperaturas de 20°C, 27°C e 35°C, considerando-se a incerteza combinada  $U_x$  devido ao erro sistemático e aleatório e a incerteza associada ao ajuste das respectivas curvas.

**a) Para a temperatura de 20°C:**

Dados:

$$U_{x20} = 0,010\text{Pa.s}; N=20; t=2,086; \sum(\text{Erro})^2 = 47,112$$

Solução:

$$t\text{SEE} = t \sqrt{\frac{\sum(\text{Erro})^2}{N-2}} = 2,086 \sqrt{\frac{47,112}{20-2}} = 3,375$$

$$U_{x20\text{total}} = \sqrt{(U_{x20})^2 + (t.\text{SEE})^2} = \sqrt{(0,010)^2 + (3,375)^2} = 3,375\text{Pa.s} \quad (\text{D.31})$$

**b) Para a temperatura de 27°C:**

Dados:

$$U_{x27} = 0,022\text{Pa.s}; N=22; t=2,074; \sum(\text{Erro})^2 = 18,088$$

Solução:

$$t\text{SEE} = t \sqrt{\frac{\sum(\text{Erro})^2}{N-2}} = 2,074 \sqrt{\frac{18,088}{22-2}} = 1,972$$

$$U_{x27\text{total}} = \sqrt{(U_{x27})^2 + (t.\text{SEE})^2} = \sqrt{(0,022)^2 + (1,972)^2} = 1,972\text{Pa.s} \quad (\text{D.32})$$

**c) Para a temperatura de 35°C:**

Dados:

$$U_{x35} = 0,056 \text{ Pa.s}; N=24; t=2,064; \sum(\text{Erro})^2 = 14,413$$

Solução:

$$tSEE = t \sqrt{\frac{\sum(\text{Erro})^2}{N-2}} = 2,064 \sqrt{\frac{14,413}{24-2}} = 1,671$$

$$U_{x35\text{total}} = \sqrt{(U_{x35})^2 + (tSEE)^2} = \sqrt{(0,056)^2 + (1,671)^2} = 1,672 \text{ Pa.s} \quad (\text{D.33})$$

As tabelas 3.9 e 3.10 (capítulo 3) mostram os dados de viscosidade obtidos para a resina com catalisador, em função do tempo, em temperatura constante de 35°C, para as taxas de cisalhamento de 7 e 15 s<sup>-1</sup>. As curvas Viscosidade x Tempo são mostradas, respectivamente, nas figuras 3.14 e 3.15.

Esses ensaios foram realizados para se estudar o comportamento exotérmico da mistura resina/catalisador. Os resultados demonstram não haver reação dessa mistura no intervalo de tempo em que ocorre a impregnação da mesma no molde.

No capítulo 3 são citadas ainda características técnicas da resina poliéster fornecidas pelo próprio fabricante (Polifiber), juntamente com as condições gerais de ensaio para obtenção dessas características.

**D.6- ESTIMATIVA INICIAL DA PERMEABILIDADE DAS MANTAS**

As informações da tabela **D.14** foram fornecidas pelo Centro de Caracterização e Desenvolvimento de Materiais da Universidade de São Carlos (CCDM).

**Tabela D.14 – Características técnicas da manta de fibra de vidro**

Características	Valores
densidade aparente da manta de fibra de vidro ( $\rho_a$ )	$703 \pm 5 \text{ kg/m}^3$
densidade real do sólido do meio filtrante obtida por Picnometria de Hélio ( $\rho_s$ )	$2470 \pm 5 \text{ kg/m}^3$
Diâmetro médio das fibras que compõem a manta de fibra de vidro ( $d_p$ ou $\delta$ )	$0,035 \pm 0,001 \text{ mm}$

Para obtenção dos dados da tabela **D.14** referentes à manta de fibra de vidro utilizada nas impregnações (figuras **3.16** e **3.17**), utilizou-se uma técnica denominada Picnometria de Hélio, que permitiu a obtenção da densidade absoluta real da amostra de manta de fibra de vidro. No **capítulo 3** há uma descrição sobre essa técnica e o equipamento utilizado.

A partir das características técnicas da manta de fibra de vidro (tabela **D.14**) e da geometria conhecida do molde, é possível, através do modelo proposto por Innocentini et al. (1998), conforme visto no item **2.4.1**, a estimativa inicial da permeabilidade do meio composto pela manta de fibra de vidro.

A aplicação desse modelo neste trabalho é apresentada no item **4.3**, cabendo aqui apenas a apresentação do cálculo de obtenção dos valores iniciais estimados para as permeabilidades do meio quando constituído por uma, duas e três mantas de fibra de vidro, bem como uma avaliação da

incerteza desses valores. A tabela D.15 mostra os dados das duas amostras de manta de fibra de vidro.

**Tabela D.15 – Amostras de mantas de fibra de vidro**

Amostra	Dimensão ( $\pm 0,5$ mm e $\pm 0,001$ mm para a espessura)	Massa ( $\pm 0,2$ g)
1	300,0x208,0x0,640	28,8g
2	300,0x213,0x0,730	31,9g

A tabela D.16 mostra os instrumentos de medição que foram utilizados para medição das amostras da tabela D.15.

**Tabela D.16- Instrumentos de Medição utilizados**

Instrumentos de Medição	Resolução
Micrômetro de Medição externa, digital, 0-25 mm, Starrett	0,001 mm
Paquímetro Mitutoyo 0-150 mm	0,05 mm
Trena STARRET 2m	0,5 mm
Balança Kern, peso máximo 6 kg	0,2 g

A permeabilidade ( $k$ ), conforme o modelo proposto por Innocentini et al. (1998), é definida da seguinte forma:

$$\frac{1}{k} = 150 \frac{(1-\epsilon)^2}{\delta^2 \epsilon^3} \quad (\text{D.34})$$

onde  $k$  é a permeabilidade do meio poroso ( $m^2$ ),  $\epsilon$  a porosidade aparente desse meio e  $\delta$  o diâmetro médio ( $m$ ) dos grânulos sólidos que compõe o meio.

Para determinação da porosidade aparente, utiliza-se a equação 2.9, que é dada por:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_s} \quad (D.35)$$

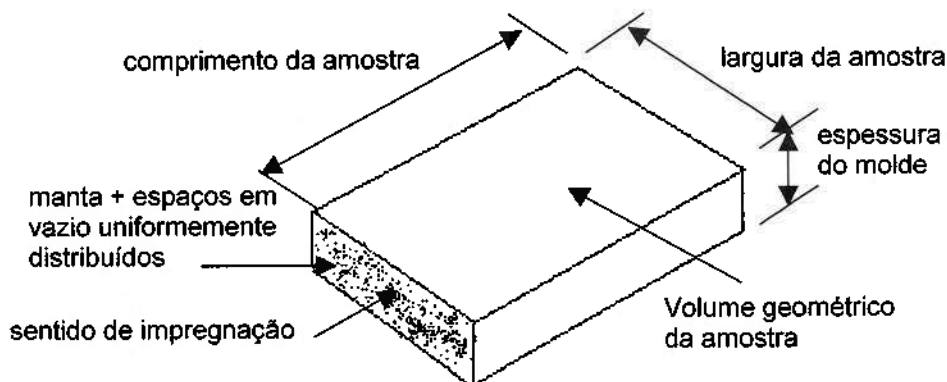
onde  $\rho_a$  é a densidade aparente do meio poroso e  $\rho_s$  a densidade do sólido que compõe o meio (item 2.4.1).

Conforme descrito no item 2.4.1, tem-se que:

$$\rho_a = \frac{m_f}{V_f} \quad (D.36)$$

onde  $m_f$  é a massa da amostra do meio poroso e  $V_f$  o seu volume geométrico.

Para determinação do volume geométrico da amostra ( $V_f$ ) considera-se as dimensões de comprimento e largura da amostra (tabela D.15) e a altura da cavidade de impregnação (3 mm), o que permite que se considere, dessa forma, a área livre de passagem da resina durante o preenchimento do molde. Dentro dessa consideração, supõem-se que a manta encontra-se uniformemente distribuída ao longo da seção transversal de impregnação do molde, conforme figura D.9.



**Fig. D.9 – Volume geométrico de uma amostra de manta genérica**

A tabela D.17 sintetiza os resultados obtidos para as amostras da tabela D.15 utilizando-se as equações D.34, D.35 e D.36, considerando-se no cálculo da densidade aparente do meio a presença de uma única manta.

**Tabela D.17 – Estimativa da permeabilidade do meio com 1 manta**

Grandezas	Amostra 1	Amostra 2
Volume geométrico $V_f$ (m <sup>3</sup> )	$1,872 \cdot 10^{-4}$	$1,917 \cdot 10^{-4}$
Densidade aparente do meio $\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )	$1,541 \cdot 10^2$	$1,664 \cdot 10^2$
Densidade do sólido do meio $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$2,470 \cdot 10^3$	$2,470 \cdot 10^3$
Porosidade aparente do meio $\varepsilon$ (-)	$9,376 \cdot 10^{-1}$	$9,326 \cdot 10^{-1}$
Diâmetro médio dos grânulos $\delta$ (m)	$3,500 \cdot 10^{-5}$	$3,500 \cdot 10^{-5}$
Permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$1,729 \cdot 10^{-9}$	$1,458 \cdot 10^{-9}$
Permeabilidade estimada do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$1,593 \cdot 10^{-9}$	

A tabela D.18 sintetiza os resultados obtidos para as amostras da tabela D.15 utilizando-se também as equações D.34, D.35 e D.36, considerando-se agora, no cálculo da densidade aparente do meio, a presença de duas mantas.

**Tabela D.18 – Estimativa da permeabilidade do meio com 2 mantas**

Grandezas	Amostra 1	Amostra 2
Volume geométrico $V_f$ (m <sup>3</sup> )	$1,872 \cdot 10^{-4}$	$1,917 \cdot 10^{-4}$
Densidade aparente do meio $\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )	$3,082 \cdot 10^2$	$3,328 \cdot 10^2$
Densidade do sólido do meio $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$2,470 \cdot 10^3$	$2,470 \cdot 10^3$
Porosidade aparente do meio $\varepsilon$ (-)	$8,752 \cdot 10^{-1}$	$8,653 \cdot 10^{-1}$
Diâmetro médio dos grânulos $\delta$ (m)	$3,500 \cdot 10^{-5}$	$3,500 \cdot 10^{-5}$
Permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$3,515 \cdot 10^{-10}$	$2,916 \cdot 10^{-10}$
Permeabilidade estimada do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$3,215 \cdot 10^{-10}$	

A única diferença em relação ao cálculo realizado para uma manta, é que agora tem-se a massa da amostra duplicada (presença de duas mantas). O volume geométrico correspondente a esta nova situação continua o mesmo,

uma vez que a altura da cavidade do molde é maior do que o dobro da espessura da manta de fibra de vidro.

Utilizando-se esse mesmo procedimento obteve-se a tabela D.19, considerando-se agora, no cálculo da densidade aparente do meio, a presença de três mantas (massa da amostra é triplicada).

**Tabela D.19 – Estimativa da permeabilidade do meio com 3 mantas**

Grandezas	Amostra 1	Amostra 2
Volume geométrico $V_f$ (m <sup>3</sup> )	$1,872 \cdot 10^{-4}$	$1,917 \cdot 10^{-4}$
Densidade aparente do meio $\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )	$4,623 \cdot 10^2$	$4,992 \cdot 10^2$
Densidade do sólido do meio $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$2,470 \cdot 10^3$	$2,470 \cdot 10^3$
Porosidade aparente do meio $\varepsilon$ (-)	$8,128 \cdot 10^{-1}$	$7,980 \cdot 10^{-1}$
Diâmetro médio dos grânulos $\delta$ (m)	$3,500 \cdot 10^{-5}$	$3,500 \cdot 10^{-5}$
Permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$1,251 \cdot 10^{-10}$	$1,017 \cdot 10^{-10}$
Permeabilidade estimada do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$1,134 \cdot 10^{-10}$	

Para avaliação da incerteza relacionada a esses valores obtidos (tabelas D.17, D.18 e D.19), é necessária a avaliação da formulação de obtenção da estimativa da permeabilidade, o que pode ser feito combinando-se as equações D.34, D.35 e D.36 para obtenção da expressão final para a permeabilidade, conforme segue:

$$k = \frac{\delta^2}{150m_f^2V_f\rho_s} (V_f\rho_s - m_f)^3 \quad (D.37)$$

$$k = \frac{\delta^2}{150} \left[ \frac{V_f^2\rho_s^2}{m_f^2} - 3\frac{V_f\rho_s}{m_f} - \frac{m_f}{V_f\rho_s} + 3 \right] \quad (D.38)$$

ou ainda: 
$$k = \left[ \frac{V_f^2\rho_s^2\delta^2}{150m_f^2} - \frac{V_f\rho_s\delta^2}{50m_f} - \frac{m_f\delta^2}{150V_f\rho_s} + \frac{\delta^2}{50} \right] \quad (D.39)$$

Conforme a tabela D.2, sendo cada uma das parcelas da equação D.39 do tipo  $f = ax^\alpha y^\beta$ , tem-se a incerteza de cada uma dessas parcelas calculada utilizando-se a seguinte formulação:  $\Delta \bar{f} = \bar{f} \sqrt{(\alpha \Delta \bar{X} / \bar{X})^2 + (\beta \Delta \bar{Y} / \bar{Y})^2}$ , ou seja:

a) Determinação das incertezas  $\Delta \bar{V}_f - \Delta \bar{\delta} - \Delta \bar{\rho} - \Delta \bar{m}_f$ :

$$\Delta \bar{V}_f = V \sqrt{(\Delta L/L)^2 + (\Delta C/C)^2 + (\Delta H/H)^2} =$$

$$\Delta \bar{V}_{\text{amostra1}} = 1,872 \cdot 10^{-4} \sqrt{(0,5/300)^2 + (0,5/208)^2 + (0,05/3)^2} = 0,032 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^3$$

$$\Delta \bar{V}_{\text{amostra2}} = 1,917 \cdot 10^{-4} \sqrt{(0,5/300)^2 + (0,5/213)^2 + (0,05/3)^2} = 0,032 \cdot 10^{-4} \text{ mm}^3$$

$$\Delta \bar{\delta} = 0,001 \text{ mm e } \Delta \bar{\rho}_s = 5 \text{ kg/m}^3 \text{ (tabela D.14)}$$

$$\Delta \bar{m}_f = 0,2 \text{ g (tabela D.16)}$$

b) Determinação das incertezas das parcelas da equação D.39:

$$k = \left[ \frac{V_f^2 \rho_s^2 \delta^2}{150 m_f^2} - \frac{V_f \rho_s \delta^2}{50 m_f} - \frac{m_f \delta^2}{150 V_f \rho_s} + \frac{\delta^2}{50} \right]$$

$$Uk_{1\text{amostra1}} = \frac{V_f^2 \rho_s^2 \delta^2}{150 m_f^2} \sqrt{\left(2 \frac{\Delta V_f}{V_f}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta \rho_s}{\rho_s}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta \delta}{\delta}\right)^2 + \left(-2 \frac{\Delta m_f}{m_f}\right)^2} =$$

$$Uk_{1\text{amostra1}} = 2,105 \cdot 10^{-9} \cdot 0,0681 = 0,1434 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$$

$$Uk_{1\text{amostra2}} = 1,799 \cdot 10^{-9} \cdot 0,0675 = 0,1214 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$$

$$Uk_{2\text{amostra1}} = \frac{V_f \rho_s \delta^2}{50 m_f} \sqrt{\left(\frac{\Delta V_f}{V_f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \rho_s}{\rho_s}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta \delta}{\delta}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta m_f}{m_f}\right)^2} =$$

$$Uk_{2\text{amostra1}} = 3,934 \cdot 10^{-10} \cdot 0,0731 = 0,2875 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2$$

$$Uk_{2\text{amostra2}} = 3,637 \cdot 10^{-10} \cdot 0,0730 = 0,2656 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2$$



$$Uk_{3\text{amostra1}} = \frac{m_f \delta^2}{150 V_f \rho_s} \sqrt{\left(-\frac{\Delta V_f}{V_f}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta \rho_s}{\rho_s}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta \delta}{\delta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta m_f}{m_f}\right)^2} =$$

$$Uk_{3\text{amostra1}} = 5,087 \cdot 10^{-13} \cdot 0,0731 = 0,3719 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$$

$$Uk_{3\text{amostra2}} = 5,502 \cdot 10^{-13} \cdot 0,0730 = 0,4016 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$$

$$Uk_{4\text{amostra1}} = k_{4\text{amostra2}} = \frac{\delta^2}{50} \sqrt{\left(2 \frac{\Delta \delta}{\delta}\right)^2} = 2,450 \cdot 10^{-11} \cdot 0,0571 = 0,1400 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2$$

c) Determinação da incerteza final das amostras 1 e 2, tabela D.17:

$$Uk_{\text{amostra1}} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 Uk_{i\text{amostra1}}^2} = 1,463 \cdot 10^{-10} \quad (\text{D.40})$$

$$Uk_{\text{amostra2}} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 Uk_{i\text{amostra2}}^2} = 1,243 \cdot 10^{-10}$$

d) Determinação do valor final da permeabilidade estimada para 1 manta de fibra de vidro:

$$Uk_{1\text{manta}} = \sqrt{(1,463 \cdot 10^{-10})^2 + (1,243 \cdot 10^{-10})^2} = 1,920 \cdot 10^{-10} \quad (\text{D.40})$$

e portanto tem-se:  $K_{1\text{manta}} = (1,593 \pm 0,192) \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \quad (\text{D.41})$

Então a tabela D.17 pode receber a informação das incertezas das amostras 1 e 2, respectivamente (tabela D.20).

**Tabela D.20 – Estimativa da permeabilidade do meio com 1 manta**

Grandezas	Amostra 1	Amostra 2
Volume geométrico $V_f$ (m <sup>3</sup> )	$1,872 \cdot 10^{-4}$	$1,917 \cdot 10^{-4}$
Densidade aparente do meio $\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )	$1,541 \cdot 10^2$	$1,664 \cdot 10^2$
Densidade do sólido do meio $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$2,470 \cdot 10^3$	$2,470 \cdot 10^3$
Porosidade aparente do meio $\varepsilon$ (-)	$9,376 \cdot 10^{-1}$	$9,326 \cdot 10^{-1}$
Diâmetro médio dos grânulos $\delta$ (m)	$3,500 \cdot 10^{-5}$	$3,500 \cdot 10^{-5}$
Permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$1,729 \cdot 10^{-9}$	$1,458 \cdot 10^{-9}$
Incerteza da permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$\pm 1,463 \cdot 10^{-10}$	$\pm 1,243 \cdot 10^{-10}$
Permeabilidade estimada do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$(1,593 \pm 0,192) \cdot 10^{-9}$	

E adotando-se a mesma rotina de cálculo para as demais tabelas, tem-se a incerteza das permeabilidades estimadas quando utilizadas 2 e 3 mantas de fibra de vidro (tabelas D.21 e D.22).

**Tabela D.21 – Estimativa da permeabilidade do meio com 2 mantas**

Grandezas	Amostra 1	Amostra 2
Volume geométrico $V_f$ (m <sup>3</sup> )	$1,872 \cdot 10^{-4}$	$1,917 \cdot 10^{-4}$
Densidade aparente do meio $\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )	$3,082 \cdot 10^2$	$3,328 \cdot 10^2$
Densidade do sólido do meio $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$2,470 \cdot 10^3$	$2,470 \cdot 10^3$
Porosidade aparente do meio $\varepsilon$ (-)	$8,752 \cdot 10^{-1}$	$8,653 \cdot 10^{-1}$
Diâmetro médio dos grânulos $\delta$ (m)	$3,500 \cdot 10^{-5}$	$3,500 \cdot 10^{-5}$
Permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$3,515 \cdot 10^{-10}$	$2,916 \cdot 10^{-10}$
Incerteza da permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$\pm 3,724 \cdot 10^{-11}$	$\pm 3,188 \cdot 10^{-11}$
Permeabilidade estimada do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$(3,215 \pm 0,490) \cdot 10^{-10}$	

**Tabela D.22 – Estimativa da permeabilidade do meio com 3 mantas**

Grandezas	Amostra 1	Amostra 2
Volume geométrico $V_f$ (m <sup>3</sup> )	$1,872 \cdot 10^{-4}$	$1,917 \cdot 10^{-4}$
Densidade aparente do meio $\rho_a$ (kg/m <sup>3</sup> )	$4,623 \cdot 10^2$	$4,992 \cdot 10^2$
Densidade do sólido do meio $\rho_s$ (kg/m <sup>3</sup> )	$2,470 \cdot 10^3$	$2,470 \cdot 10^3$
Porosidade aparente do meio $\varepsilon$ (-)	$8,128 \cdot 10^{-1}$	$7,980 \cdot 10^{-1}$
Diâmetro médio dos grânulos $\delta$ (m)	$3,500 \cdot 10^{-5}$	$3,500 \cdot 10^{-5}$
Permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$1,251 \cdot 10^{-10}$	$1,017 \cdot 10^{-10}$
Incerteza da permeabilidade do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$\pm 1,755 \cdot 10^{-11}$	$\pm 1,518 \cdot 10^{-11}$
Permeabilidade estimada do meio $k$ (m <sup>2</sup> )	$(1,134 \pm 0,232) \cdot 10^{-10}$	