

FÁBIO RUIZ DARÓ

**USO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS EM CASO PARTICULAR  
DE FLEXÃO DE PLACA LITOSFÉRICA**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do Título de Mestre  
em Engenharia.

São Paulo  
2002

CONSULTA  
FD-3032

**USO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS EM CASO PARTICULAR  
DE FLEXÃO DE PLACA LITOSFÉRICA**

**FÁBIO RUIZ DARÓ**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do Título de Mestre  
em Engenharia.

Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica

Orientador:  
Professor Doutor  
Marcelo Massarani

São Paulo  
2002

## AGRADECIMENTOS

Agradeço à Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Naomi Ussami, especialista na aplicação de métodos numéricos no estudo de processos flexurais em Geofísica, pela ajuda prestada durante toda a elaboração deste estudo, sem a qual, a realização deste trabalho não teria sido possível.

Agradeço a MSC Brasil Software e Engenharia Ltda. pela gentileza da cessão de licença temporária dos programas MSC.Patran e MSC.Nastran, sem a qual, a aplicação do Método dos Elementos Finitos neste trabalho não teria sido possível.

Agradeço ao Prof. Dr. Marcelo Massarani pela orientação recebida para esta dissertação.

Agradeço ao Prof. Dr. Paulo Carlos Kaminski pelas críticas e sugestões recebidas, concernentes ao Método dos Elementos Finitos, que nortearam a continuidade desta pesquisa.

Agradeço aos Profs. Drs. Celso Massatoshi Furukawa e Julio Cezar Adamowski pela orientação recebida na fase inicial do Mestrado.

Esta dissertação trata sobre a aplicação do Método dos Elementos Finitos na Teoria da Tectônica de Placas, através de uma análise linear elástica tridimensional, para a avaliação de deslocamentos e tensões de segunda ordem na Placa Sul-Americana, resultantes de flexão causada por cargas topográficas, exercidas pela Cordilheira dos Andes, que provocaram diversos processos tectônicos, como a formação do Pantanal.

## RESUMO



## ABSTRACT

This dissertation treats about the Finite Element Method applied into Plate Tectonics, through an elastic, linear and three dimensional analysis, for displacements and second order stresses evaluation in the South American Plate, resulting from flexure caused by topographic loads, exercised by the Andean Cordillera, that promoted several tectonic processes, like the rise of the Pantanal wetland.

## ERRATA

Leia-se:

Esta dissertação trata sobre a aplicação do Método dos Elementos Finitos na Teoria da Tectônica de Placas, através de uma análise linear elástica tridimensional, para a avaliação de deslocamentos e tensões de segunda ordem na Placa Sul-Americana, resultantes de flexão causada por cargas topográficas, exercidas pela Cordilheira dos Andes, que provocaram diversos processos tectônicos, como a formação do Pantanal. Foi feito um modelo de 93552 elementos finitos sólidos e pentadétricos lineares, dispostos em quatro camadas de 23388 elementos cada uma, da litosfera continental da Placa Sul-Americana, com resolução de 0,5° e representação da curvatura terrestre. Como carregamento, foi aplicado o peso da Cordilheira dos Andes na extremidade ocidental da placa. O modelo foi vinculado às camadas subjacentes e adjacentes da Terra, de modo que o número de graus de liberdade é igual a 139256. Os resultados mostram um ponto de subsidência máxima no oróclino da Bolívia, sujeito à compressão, e dois pontos de soerguimento máximo - ou ombreira flexural: um ao norte e outro ao sul do Pantanal, ambos sujeitos à tração. Também foi avaliado o efeito da rigidez flexural da placa sobre o comportamento da ombreira flexural.

Onde se lê:

Esta dissertação trata sobre a aplicação do Método dos Elementos Finitos na Teoria da Tectônica de Placas através de uma análise linear elástica tridimensional, para a avaliação de deslocamentos e tensões de segunda ordem na Placa Sul-Americana, resultantes de flexão causada por cargas topográficas, exercidas pela Cordilheira dos Andes, que provocaram diversos processos tectônicos, como a formação do Pantanal.

Linha:

Página:

RESUMO

This dissertation treats about the Finite Element Method applied into Plate Tectonics, through an elastic, linear and three dimensional analysis, for displacements and second order stresses evaluation in the South American Plate, resulting from topographic loads, exercised by the Andean Cordillera, that promoted several tectonic processes, like the rise of the Pantanal wetland.

This dissertation treats about the Finite Element Method applied into Plate Tectonics, through an elastic, linear and three dimensional analysis, for displacements and second order stresses evaluation in the South American Plate, resulting from topographic loads, exercised by the Andean Cordillera at the occidental extremity of the plate. The model was restrained to the subjacent and adjacent layers of the Earth, so that there are 139256 degrees of freedom. Results show a point of maximum subsidence in the Bolivian orocline, subjected to compression, and two points of maximum uplift - or flexural bulge: one at north and the other at south of the Pantanal wetland, both subjected to tension. It was also evaluated the effect of the plate flexural strength about the flexural bulge behaviour.

# SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	
RESUMO	
ABSTRACT	
SUMÁRIO	
LISTA DE FIGURAS	
LISTA DE GRÁFICOS	
LISTA DE TABELAS	
LISTA DE ABREVIATURAS, SÍMBOLOS E UNIDADES	
1	INTRODUÇÃO.....
2	ESTADO ATUAL DOS CONHECIMENTOS .....
2.1	Resistência dos Materiais .....
2.1.1	Conceitos Gerais.....
2.1.2	A Teoria da Elasticidade .....
2.1.2.1	Tensões e Deformações no Regime Elástico .....
2.1.2.2	Flexão no Regime Elástico.....
2.1.2.1	Viga (2-D).....
2.1.2.2	Placa (2-D).....
2.1.2.3	Placa (3-D).....
2.1.2.4	Sólido (3-D).....
2.2	Método dos Elementos Finitos .....
2.2.1	Conceito.....
2.2.2	Formulação do Método dos Elementos Finitos.....
2.2.2.1	Grau de liberdade .....
2.2.2.2	Forças e Deslocamentos dos Elementos.....
2.2.2.3	Matriz de Rigidez.....
2.2.2.3.1	Matriz de Rigidez Reduzida.....
2.2.2.4	Forças Nodais Equivalentes .....
2.2.2.5	Aplicação da Teoria da Elasticidade .....
2.2.2.6	Montagem do Sistema de Equações do Modelo: Compatibilidade de Deslocamentos.....
2.2.2.7	Montagem do Sistema de Equações do Modelo: A Condição de Equilíbrio.....
2.2.2.7.1	Forças Nodais Externas (Concentradas).....
2.2.2.7.2	Aplicação da Condição de Equilíbrio.....
2.2.2.8	Resolução do Sistema Linear.....
2.2.2.9	Obtenção das Tensões e Deformações nos Elementos.....
2.2.2.9.1	Funções de Forma do Pentaedro Linear.....
2.2.2.10	Equações do Modelo FEM na Forma Contínua.....
2.2.3	Construção da Malha de Elementos Finitos.....
2.2.4	Escolha da Malha.....
2.2.5	O FEM e o Método das Diferenças Finitas .....
2.3	Geofísica.....
2.3.1	Constituição da Terra e Teoria da Isostasia.....
2.3.2	Teoria da Tectônica de Placas.....
2.3.3	A Litosfera Elástica.....
2.3.4	Gravimetria da Litosfera .....

LISTA DE ABREVIATURAS, SÍMBOLOS E UNIDADES

2.3.5	Formulações da Litostfera Pela Teoria da Elasticidade .....	47
2.3.5.1	A Litostfera Como Placa 2-D .....	47
2.3.5.1.1	Formulação Geral .....	47
2.3.5.1.2	Analogia com Fundação Elástica .....	49
2.3.5.1.3	Caso de Placa 2-D Semi-Infinita com Carga Linear $V_0$ .....	50
2.3.5.1.4	Caso de Placa 2-D Rompida com Carga Linear $V_0$ .....	51
2.3.5.1.5	Caso de Placa 2-D Rompida com Carga Topográfica $q_0(x)$ .....	52
2.3.5.1.6	Caso de Placa 2-D com Arrasto Basal .....	54
2.3.5.2	A Litostfera Como Placa 3-D .....	54
2.3.5.2.1	Formulação Geral .....	54
2.3.5.2.2	Caso de Placa 3-D com Carga Discóide $q_0(r)$ .....	55
2.3.5.2.3	Caso de Placa 3-D Infinita com Carga Topográfica $q_0(x,y)$ .....	56
2.3.6	Regime de Tensão na Placa Litostferica .....	57
2.3.7	Modelos Não Elásticos da Litostfera .....	61
2.3.8	Reologia da Litostfera .....	61
2.3.9	Importância do Regime Elástico .....	65
2.4	A Placa Sul-Americana .....	67
2.4.1	Descrição Geral .....	67
2.4.2	Cordilheira dos Andes, Escudo Amazônico e Pantanal .....	69
2.4.3	Ombreira Flexural .....	72
2.4.4	A Litostfera Elástica da Placa Sul-Americana .....	77
2.4.5	Modelo Analítico 2-D da Placa Sul-Americana .....	79
2.4.6	Modelo Analítico 3-D da Placa Sul-Americana .....	84
2.4.7	Outros Modelos da Placa Sul-Americana .....	87
2.4.7.1	Avaliação de Forças de Primeira Ordem .....	87
2.4.7.2	Modelos FEM 3-D da Placa Sul-Americana .....	87
2.4.7.3	Modelos 2-D da Placa Sul-Americana .....	94
2.5	Contribuições de Modelos Diversos .....	99
2.5.1	Modelos 3-D .....	99
2.5.2	Modelos 2-D .....	99
2.5.3	Modelos Analíticos da Litostfera Com Placas Curvas .....	105
2.5.4	Comparação Entre FEM e Diferenças Finitas Em PT .....	106
2.5.5	Comparação Entre Modelos 2-D e Modelos 3-D em PT .....	106
3	MODELO FEM DA PLACA SUL-AMERICANA .....	111
3.1	Objetivos .....	111
3.2	Sistemas de Unidades, de Numeração e de Coordenadas .....	111
3.3	Modelo Geométrico .....	112
3.4	Elementos Finitos .....	116
3.4.1	A Geração da Malha de Elementos Finitos .....	116
3.4.2	As Camadas de Pentaedros .....	117
3.4.3	A Camada da Astenosfera .....	118
3.4.4	A Representação da Placa Sul-Americana e da Cordilheira dos Andes .....	123
3.5	Propriedades dos Elementos .....	127
3.6	Materiais .....	127
3.7	Condições de Contorno .....	127
3.8	Carregamento .....	131
3.9	Casos de Carregamento .....	133

Subcasos.....	3.10
Casos de Processamento.....	3.11
133	
133	
RESULTADOS.....	4
135	
137	
Translação Radial $T_X$ .....	4.1
146	
Translação Longitudinal $T_Y$ .....	4.2
148	
Translação Latitudinal $T_Z$ .....	4.3
150	
Translação Resultante $T$ .....	4.4
152	
Tensão Normal Radial $\sigma_x$ .....	4.5
155	
Tensão Normal Longitudinal $\sigma_y$ .....	4.6
159	
Tensão Normal Latitudinal $\sigma_z$ .....	4.7
162	
Tensão de Cisalhamento no Plano Radial na Direção Longitudinal $\tau_{xy}$ .....	4.8
162	
Tensão de Cisalhamento no Plano Longitudinal na Direção Latitudinal $\tau_{yz}$ .....	4.9
165	
Tensão de Cisalhamento no Plano Latitudinal na Direção Radial $\tau_{zx}$ .....	4.10
171	
Tensão Equivalente de Von Mises $\sigma_{VonMises}$ .....	4.11
174	
Tensão Principal Máxima Horizontal $\sigma_{max,yz}$ .....	4.12
178	
DISCUSSÃO.....	5
178	
Análise dos Resultados.....	5.1
183	
Comparação com Resultados Analíticos.....	5.2
185	
Sugestões Para Investigações Futuras.....	5.3
189	
CONCLUSÃO.....	6
191	
REFERÊNCIAS.....	
APÊNDICE A - SIGNIFICADO DE ALGUNS TERMOS EM GEOLOGIA.....	
APÊNDICE B - NOTAS SOBRE OS DADOS DO MODELO FEM.....	
III	

Figura 1	Deformações axial ( $\epsilon$ ) e laterais ( $\nu$ ) num sólido (Timoshenko; Gere, 1994).....	5
Figura 2	Curva de tensão ( $\sigma$ ) por deformação ( $\epsilon$ ) de uma material dúctil. O trecho linear da curva, antes do escoamento, representa o regime elástico. A partir do início do escoamento, o material deforma-se sob regime plástico, ultimando na sua ruptura. O limite superior da linearidade constitui o limite de resistência elástica. A tangente do trecho linear da curva representa o módulo de rigidez elástica $E$ do material. Materiais frágeis rompem antes do escoamento (Beer; Johnston, 1989).....	6
Figura 3	Deformações axiais ( $\epsilon_x$ e $\epsilon_y$ ) e angular ( $\gamma_{xy}$ ) no plano $xy$ (Timoshenko; Gere, 1994).....	6
Figura 4	Tensão normal e de cisalhamento num plano inclinado com ângulo $\theta$ em relação ao eixo $x$ (Timoshenko; Gere, 1994).....	6
Figura 5	Círculo de Mohr (Timoshenko; Gere, 1994).....	7
Figura 6	Estado triaxial de tensões (Timoshenko; Goodier, 1970).....	7
Figura 7	Vista geral de viga sujeita à flexão (Timoshenko; Gere, 1994).....	9
Figura 8	Detalhe de viga sujeita à flexão pura (Timoshenko; Gere, 1994).....	10
Figura 9	Convenção de sinal da Resistência dos Materiais para um comprimento elementar $dx$ : as setas indicam o sentido positivo (Timoshenko; Gere, 1994).....	10
Figura 10	Placa 2-D, infinita na direção $y$ , sujeita à flexão pura (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).....	14
Figura 11	Área elementar de placa 2-D sujeita à flexão pura (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).....	14
Figura 12	Placa 3-D sujeita à flexão pura (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).....	16
Figura 13	Volume elementar de placa 3-D (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).....	17
Figura 14	Deformação de sólido elástico 3-D (Timoshenko; Goodier, 1970).....	19
Figura 15	Exemplo genérico de modelo FEM com quatro elementos ( $m = 4$ ) e seis nós ( $n = 6$ ) e destaque do elemento $e = 1$ e seus 3 nós. Os nós $i = 1$ e $i = 6$ são restringidos por apoio fixo. No nó $i = 4$ é aplicada uma força externa concentrada decomposta em $X_4$ e $Y_4$ . No elemento $e = 1$ é aplicada uma carga distribuída não nodal $p$ (Zienkiewicz; Taylor, 2000).....	21
Figura 16	Exemplo de função de forma $N_i$ : a partir do deslocamento unitário do nó $i$ , determina-se a deformação (e a tensão) do elemento triangular da figura (Zienkiewicz; Taylor, 2000).....	33
Figura 17	Pentaedro linear (Surana, 1987).....	34
Figura 18	Esquema dos modelos isotrópicos de Pratt e de Airy. Os termos "stal" e "sima" estão em desuso e devem ser substituídos, respectivamente, por crosta e manto (Lenz; Amaral, 1995).....	39
Figura 19	Camadas geológicas da Terra (Pacca; McReath, 2000).....	39
Figura 20	Vista planisférica das placas litostêricas (Fowler, 2002).....	41
Figura 21	Esquema da dinâmica da litosfera, da expansão do assoalho oceânico à subducção (Isacks; Oliver; Sykes, 1968).....	42
Figura 22	Exemplo de gravimetria da anomalia Bouguer indicando a flexão da litosfera: notar correlação da curva gravimétrica com deslocamento flexural da litosfera (Karner; Watts, 1983).....	45
Figura 23	Idem à Figura 22, mas com a presença de falhas (McNutt, 1987).....	46
Figura 24	Esquema de esforços aplicados em placa 2-D modelando a litosfera (Turcotte; Schubert, 1982).....	47
Figura 25	Placa 2-D apoiada em fundação elástica (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).....	49
Figura 26	Placa 2-D infinita de espessura $h$ com carga concentrada $P_0$ em $x = 0$ e o gráfico de deslocamento de flexão para o semi-plano positivo (Turcotte; Schubert, 1982).....	50
Figura 27	Placa 2-D rompida de espessura $h$ com carga concentrada $P_0$ em $x = 0$ e o gráfico de deslocamento de flexão para o semi-plano positivo (Turcotte; Schubert, 1982).....	51
Figura 28	As falhas associadas aos três tipos de regime de tensão da litosfera: a) placa antes da falha; b) falha transcorrente; c) falha normal; d) falha reversa (Fowler, 2000).....	60
Figura 29	Diagrama de Byerlee: envelope de tensões de ruptura da litosfera para as camadas superiores frágeis ( <i>brittle</i> ) e inferiores dúcteis ( <i>ductile</i> ): quando a tensão normal de flexão atuante (hachurado) ultrapassa o envelope, ocorre falha. As linhas pontilhadas representam a reologia particular de uma camada composta por quartzo (Karner; Steckler; Thorne, 1983).....	63
Figura 30	a) distribuição da tensão normal de flexão em regime elástico; b) diagrama de Byerlee; c) a ruptura nas camadas superficiais (frágeis) e profundas (dúctil) pode provocar o deslocamento	

## LISTA DE FIGURAS

crosta-manto e o surgimento de novas camadas, cada uma com envelope de resistência e tensões atuantes próprios; d) distribuição não linear de tensões atuantes no regime plástico. Símbolos: h: espessura elástica da litosfera ( $T_e$ );  $H_1$ : espessura total da litosfera estratificada;  $h_e$ ,  $h_c$ ,  $h_p$ : espessura efetiva das camadas da litosfera estratificada; H: espessura plástica da litosfera (Ranalli, 1994).....64

Figura 31 Aumento da rigidez elástica da litosfera com o seu progressivo resfriamento (Karnier, Steckler, Thorne, 1983).....66

Figura 32 Esquema de seção transversal vertical na direção leste-oeste da Placa Nazca subduzindo debaixo da Placa Sul-Americana (Wdowinsky, O'Connell, 1991).....67

Figura 33 Tensões horizontais máximas ( $S_{Hmax}$ ) na Placa Sul-Americana obtidas por medição. A orientação da tensão é dada pela orientação do traço. A legenda na figura indica o método de medição usado, descritos no item 2.3.6 (Assumpção, 1992).....68

Figura 34 Disposição, no sentido longitudinal, dos Andes e do Pantanal (Gubbels et al (1993 apud Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).....69

Figura 35 Esquema de subducção do Escudo Amazônico ("Elastic Plate") debaixo da carga da Cordilheira dos Andes ("Load"). A flexão do prisma, devido ao carregamento exercido pelo segundo, causa deposição sedimentar de densidade  $\rho_2$  nas Bacias Sub-Andinas.  $\rho_1$  é a densidade da crosta,  $\rho_m$  é a densidade do manto (Lyon-Caen, Molnar, Suárez, 1985).....69

Figura 36 Andes e Pantanal: altimetria (Bliss; Olsen, 1996 apud Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).....72

Figura 37 Andes e Pantanal: gravimetria (Bliss; Olsen, 1996 apud Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).....72

Figura 38 Comparação, para três latitudes do Pantanal, de altitude, anomalia ar-hiv e anomalia Bouguer. Esta última sugere a flexão da litosfera com subsidência nos Andes e soerguimento no Pantanal - a ombreira flexural (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).....73

Figura 39 Esquema geológico da Bacia do Pantanal. Observa-se a presença de depósitos sedimentares aluvionais na metade oriental e a presença de falhas na metade ocidental (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).....75

Figura 40 Mapa geológico do Pantanal (Schobbenhaus et al, 1984 apud Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).....75

Figura 41 Aumento da amplitude e deslocamento para leste da ombreira flexural (curva); Pantanal (linha preta); "C" é a cidade de Corumbá (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).....76

Figura 42 Efeito do deslocamento da ombreira flexural para leste: reativação das falhas da Faixa Paranaí, erosão dos elementos orográficos existentes no percurso e sua posterior deposição sedimentar (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).....76

Figura 43 A partir da anomalia Bouguer (linha contínua) de cada latitude dos Andes, obtém-se a flexão (linha pontilhada) e determina-se  $T_e$  (Watts; Lamb; Fairhead; Dewey, 1995).....78

Figura 44 Variação de  $T_e$  da litosfera nos Andes (Watts; Lamb; Fairhead; Dewey, 1995).....78

Figura 45 Modelo 2-D de placa rompida da Placa Sul-Americana ( $L_a = 18,5^\circ S$ ), para  $T_e$  igual a 50 km (pontilhado), 100 km (contínuo) e 150 km (tracejado). À esquerda: carga concentrada  $V_0$  em  $x = 0$ . À direita: carga distribuída dos Andes (de densidade  $\rho_0$ ) e carga dos sedimentos (de densidade  $\rho_1$ ). De cima para baixo: a) anomalia Bouguer; b) deslocamento vertical por flexão, vista detalhada; c) idem, mas vista geral (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).....81

Figura 46 Modelo 2-D de placa rompida da Placa Sul-Americana ( $L_a = 18,5^\circ S$ ) para  $T_e = 150$  km e carga distribuída dos Andes (de densidade  $\rho_0$ ) e carga distribuída dos sedimentos (de densidade  $\rho_1$ ): a) altimetria; b) anomalia Bouguer; c) deslocamento por flexão; d) tensão normal longitudinal (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).....82

Figura 47 Modelo 3-D da Placa Sul-Americana de Shiraiwa (1994).....84

Figura 48 Resultado de flexão do modelo 3-D de Shiraiwa (1994), para  $T_e = 100$  km.....86

Figura 49 Resultado de flexão do modelo 3-D de Shiraiwa (1994), para  $T_e = 150$  km.....86

Figura 50 Modelo FEM da Placa Sul-Americana de Meijer; Wortel (1992).....90

Figura 51 Carregamento no modelo FEM da Placa Sul-Americana de Meijer; Wortel (1992).....90

Figura 52 Modelo FEM 3-D de Coblenz; Richardson (1996) da Placa Sul-Americana.....93

Figura 53 Tensões normais horizontais obtidas pelo modelo FEM 3-D de Coblenz; Richardson (1996) para o subcaso 3, variando a força colisional da Placa Nazca ( $F_{wb}$ ). De cima para baixo:  $h_m$ ,  $S_{Hmax}$  e  $S_{Hmin}$  (ou:  $\sigma_H$ ,  $\sigma_h$ ).....94



Figura 54 Modelo FEM 2-D elástico da litosfera da dos Andes de Richardson; Coblenz (1994). Da esquerda para direita: modelo físico (litosfera, astenosfera, carga topográfica e raiz crustal dos Andes, restrição colisional, restrição do arrasto basal, empurrão), resultados; rigidez da litosfera e da astenosfera conforme profundidade.....	95
Figura 55 Modelo 2-D azimutal da Faixa Ribeira-Araçuaí (Vaucher, Tommasi, Egydio-Silva, 1994).....	96
Figura 56 Modelo elasto-visco-plástico da litosfera de Hassami; Jongmans; Chéry (1997).....	97
Figura 57 Exemplo de modelo FEM 3-D modelado com o SHELL, elaborado por Bird (1998).....	99
Figura 58 Modelo FEM 2-D azimutal da Bacia da Panônia (Bada; Horváth; Gerner; Fejes, 1999).....	100
Figura 59 Modelo físico elástico da litosfera de Van Balen; Podladchikov; Cloethingh (1998), com restrição à translação na borda onde há colisão, força horizontal "F" onde há empurrão, molas para simular o empuxo da astenosfera e descontinuidade "u" para falhas.....	101
Figura 60 Flexão de litosfera sujeita apenas a força colisional ( $P = 6,6 E + 12 N.m^{-1}$ ) e arrasto basal que apresenta ombreira flexural (Soofi; King, 1999).....	105
Figura 61 Placa curva (setor $2\phi$ ): a ação de uma força externa normal R causa reações de forças de membrana $N\phi$ (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).....	106
Figura 62 Resultado para placa elástica 3-D com carga linear. Comparação dos resultados numérico e analítico (Van Wees; Cloethingh, 1993).....	108
Figura 63 Resultado para placa elástica 3-D com carga discóide. Comparação dos resultados numérico e analítico, com variação de parâmetros flexuais (Van Wees; Cloethingh, 1993).....	108
Figura 64 Resultado para placa elástica 3-D com carga linear e variando a rigidez (Van Wees; Cloethingh, 1993).....	109
Figura 65 Comparação dos resultados numérico e analítico para a Figura 64 (Van Wees; Cloethingh, 1993).....	109
Figura 66 Resultado para placa elástica 3-D com carga puntiforme e variando a rigidez (Van Wees; Cloethingh, 1993).....	109
Figura 67 Comparação dos resultados numérico e analítico para a Figura 66 (Van Wees; Cloethingh, 1993).....	109
Figura 68 Resultado para placa elástica 3-D com carga linear e falha. Comparação dos resultados numérico e analítico (Van Wees; Cloethingh, 1993).....	110
Figura 69 Resultado para placa elástica 3-D com carga linear representada por diversas deposições sedimentares e falha. Comparação dos resultados numérico e analítico (Van Wees; Cloethingh, 1993).....	110
Figura 70 Curvatura $\beta$ da Mofo conforme Equação 202 (Van Wees; Cloethingh, 1993).....	110
Figura 71 Curvatura $\beta$ da Mofo e parâmetros da falha, conforme Equação 201 (Van Wees; Cloethingh, 1993).....	110
Figura 72 Idem a Figura 71, mas para diferenças finitas (Van Wees; Cloethingh, 1993).....	110
Figura 73 Pontos do contorno da litosfera continental da Placa Sul-Americana (NGDC, 1994; Universidade de Brest, 2001).....	114
Figura 74 Linhas de contorno da litosfera continental da Placa Sul-Americana, obtidas com os pontos da Figura 73.....	114
Figura 75 Superfícies geométricas "general" (em roxo) e "simply" (em verde) da litosfera continental da Placa Sul-Americana, obtidas das linhas da Figura 74. A malha de elementos finitos foi criada a partir destas superfícies.....	115
Figura 76 Modelo da litosfera continental da Placa Sul-Americana, mostrando a sua espessura, agrupando as superfícies geométricas não andinas (em marrom) e destacando as superfícies geométricas que representam a Cordilheira dos Andes: de 1000 a 2000 m (em cinza), de 2000 a 3000 m (em azul), de 3000 a 4000 m (em rosa) e acima de 4000 m (em vermelho).....	115
Figura 77 Modelo FEM da litosfera continental da Placa Sul-Americana, composto por malha de elementos sólidos pentáedricos.....	120
Figura 78 Vista da Cordilheira dos Andes do modelo FEM da litosfera continental da Placa Sul-Americana.....	120
Figura 79 Vista do oróclino da Bolívia do modelo FEM da litosfera continental da Placa Sul-Americana.....	121
Figura 80 As quatro camadas de elementos sólidos pentáedricos do modelo FEM: crosta continental (em azul), duas camadas do manto superior pertencentes à litosfera (em amarelo) e astenosfera (em vermelho). O modelo possui, portanto, cinco camadas de nós.....	121
Figura 81 Vista detalhada das quatro camadas de elementos listadas na Figura 80. Modelo com $T_p =$	



150 km	Figura 82 Vista detalhada das quatro camadas de elementos listadas na Figura 80. Modelo com $T_e = 100$ km.
122	Figura 83 Modelo FEM da litosfera continental da Placa Sul-Americana destacando os elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes: de 1000 a 2000 m (em cinza), de 2000 a 3000 m (em azul), de 3000 a 4000 m (em rosa) e acima de 4000 m (em vermelho).
124	Figura 84 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes, destacados do modelo principal.
124	Figura 85 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes entre 1000 e 2000 m, destacados do modelo principal.
125	Figura 86 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes entre 2000 e 3000 m, destacados do modelo principal.
125	Figura 87 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes entre 3000 e 4000 m, destacados do modelo principal.
126	Figura 88 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes acima de 4000 m, destacados do modelo principal.
126	Figura 89 Nós da borda restringidos em $TY$ e $TZ$ , para representar a conexão do modelo com as regiões da Terra adjacentes (consultar Tabela 8).
129	Figura 90 Idem a Figura 89. Vista detalhada.
129	Figura 91 Nós da base restringidos em $TX$ , $TY$ e $TZ$ , para representar a conexão do modelo com as regiões da Terra subjacentes (consultar Tabela 8). A figura mostra apenas os nós restringidos que são visíveis nesta projeção.
130	Figura 92 Idem à Figura 91. Vista detalhada.
130	Figura 93 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes destacados do modelo principal: as setas são os vetores do carregamento aplicado, que varia conforme a altitude.
132	Figura 94 Faixas ipsométricas de altitude da Cordilheira dos Andes representando o valor do carregamento: sem carregamento (em marrom), 1000 m (em cinza), 2000 m (em azul), 3000 m (em rosa) e 4000 m (em vermelho).
132	Figura 95 Translação radial $TX$ (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km). Vista detalhada na Figura 97 e na Figura 99.
143	Figura 96 Translação radial $TX$ (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km). Vista detalhada na Figura 98 e na Figura 100.
143	Figura 97 Translação radial $TX$ (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km): flexões positivas - ou a ombreira flexural, cuja maior flexão está ao norte do Pantanal.
144	Figura 98 Idem à Figura 97, mas para $T_e = 150$ km.
144	Figura 99 Translação radial $TX$ (m): detalhe da ombreira flexural para $T_e = 100$ km e os três paralelos (em vermelho) escolhidos para traçar as curvas de $TX$ no sentido oeste-leste: $La = 14,97^\circ S$ , $La = 5,67^\circ S$ e $La = 30,58^\circ S$ .
145	Figura 100 Translação radial $TX$ (m): detalhe da ombreira flexural para $T_e = 150$ km, os três paralelos (em vermelho) escolhidos para traçar as curvas de $TX$ no sentido oeste-leste: $La = 16,06^\circ S$ , $La = 4,52^\circ S$ e $La = 29,72^\circ S$ .
145	Figura 101 Translação longitudinal $TY$ (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km).
147	Figura 102 Translação longitudinal $TY$ (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km).
147	Figura 103 Translação latitudinal $TZ$ (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km).
149	Figura 104 Translação latitudinal $TZ$ (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km).
149	Figura 105 Translação resultante $T$ (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km).
151	Figura 106 Translação resultante $T$ (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km).
151	Figura 107 Tensão normal radial $\sigma_r$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km).
154	Figura 108 Tensão normal radial $\sigma_r$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km).
154	Figura 109 Tensão normal longitudinal $\sigma_y$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km).

157	Figura 110 Tensão normal longitudinal $\sigma_y$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km).....
157	Figura 111 Tensão longitudinal $\sigma_y$ : detalhe da ombreira flexural para $T_e = 100$ km e paralelo escolhido (em vermelho) para traçar as curvas de $\sigma_y$ no sentido oeste-leste: $\lambda_a = 14,97^\circ\text{S}$ . Notar que os máximos de $\tau_X$ e de $\sigma_y$ têm analogia, não coincidência.....
158	Figura 112 Tensão longitudinal $\sigma_y$ : detalhe da ombreira flexural para $T_e = 150$ km e paralelo escolhido (em vermelho) para traçar as curvas de $\sigma_y$ no sentido oeste-leste: $\lambda_a = 16,06^\circ\text{S}$ . Notar que os máximos de $\tau_X$ e de $\sigma_y$ têm analogia, não coincidência.....
161	Figura 113 Tensão normal latitudinal $\sigma_z$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km).....
161	Figura 114 Tensão normal latitudinal $\sigma_z$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km).....
164	Figura 115 Tensão de cisalhamento no plano radial na direção longitudinal $\tau_{yz}$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km).....
164	Figura 116 Tensão de cisalhamento no plano radial na direção longitudinal $\tau_{yz}$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km).....
167	Figura 117 Tensão de cisalhamento no plano longitudinal na direção latitudinal $\tau_{xz}$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km).....
167	Figura 118 Tensão de cisalhamento no plano longitudinal na direção latitudinal $\tau_{xz}$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km).....
170	Figura 119 Tensão de cisalhamento no plano latitudinal na direção radial $\tau_{xz}$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km).....
170	Figura 120 Tensão de cisalhamento no plano latitudinal na direção radial $\tau_{xz}$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km).....
173	Figura 121 Tensão equivalente de Von Mises $\sigma_{\text{VonMises}}$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km).....
173	Figura 122 Tensão equivalente de Von Mises $\sigma_{\text{VonMises}}$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km).....
177	Figura 123 Tensão principal máxima horizontal $\sigma_{\text{max}_yz}$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$ km).....
177	Figura 124 Tensão principal máxima horizontal $\sigma_{\text{max}_yz}$ (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$ km).....

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Translação radial $T_X$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 14,87^\circ S$ ), ..... 139	Gráfico 2 Translação radial $T_X$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 16,06^\circ S$ ), ..... 139
Gráfico 3 Translação radial $T_X$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km e $T_e = 100$ km), Detalhe da região da ombreira flexural, ..... 140	Gráfico 4 Translação radial $T_X$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km e $T_e = 100$ km), Vista geral da ombreira flexural, ..... 140
Gráfico 5 Translação radial $T_X$ na ombreira flexural ao norte do Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 5,67^\circ S$ ), ..... 141	Gráfico 6 Translação radial $T_X$ na ombreira flexural ao norte do Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 4,52^\circ S$ ), ..... 141
Gráfico 7 Translação radial $T_X$ na ombreira flexural ao sul do Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 30,58^\circ S$ ), ..... 142	Gráfico 8 Translação radial $T_X$ na ombreira flexural ao sul do Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 29,72^\circ S$ ), ..... 142
Gráfico 9 Tensão normal radial $\sigma_r$ da ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 14,97^\circ S$ ), ..... 153	Gráfico 10 Tensão normal radial $\sigma_r$ da ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 16,06^\circ S$ ), ..... 153
Gráfico 11 Tensão normal longitudinal $\sigma_y$ da ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 14,97^\circ S$ ), ..... 156	Gráfico 12 Tensão normal longitudinal $\sigma_y$ da ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 16,06^\circ S$ ), ..... 156
Gráfico 13 Tensão normal latitudinal $\sigma_z$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 14,97^\circ S$ ), ..... 160	Gráfico 14 Tensão normal latitudinal $\sigma_z$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 16,06^\circ S$ ), ..... 160
Gráfico 15 Tensão de cisalhamento no plano radial na direção longitudinal $\tau_{ry}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 14,97^\circ S$ ), ..... 163	Gráfico 16 Tensão de cisalhamento no plano radial na direção longitudinal $\tau_{ry}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 16,06^\circ S$ ), ..... 163
Gráfico 17 Tensão de cisalhamento no plano longitudinal na direção latitudinal $\tau_{rz}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 14,97^\circ S$ ), ..... 166	Gráfico 18 Tensão de cisalhamento no plano longitudinal na direção latitudinal $\tau_{rz}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 16,06^\circ S$ ), ..... 166
Gráfico 19 Tensão de cisalhamento no plano latitudinal na direção radial $\tau_{rz}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 14,97^\circ S$ ), ..... 169	Gráfico 20 Tensão de cisalhamento no plano latitudinal na direção radial $\tau_{rz}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 16,06^\circ S$ ), ..... 169
Gráfico 21 Tensão equivalente de Von Mises $\sigma_{vonMises}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 14,97^\circ S$ ), ..... 172	Gráfico 22 Tensão equivalente de Von Mises $\sigma_{vonMises}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 16,06^\circ S$ ), ..... 172
Gráfico 23 Tensão principal máxima horizontal $\sigma_{max_{yz}}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 14,97^\circ S$ ), ..... 175	Gráfico 24 Tensão principal máxima horizontal $\sigma_{max_{yz}}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 16,06^\circ S$ ), ..... 175
Gráfico 25 Inclinação $\theta_{yz}$ ou direção de $\sigma_{max_{yz}}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$ km, $La = 14,97^\circ S$ ), ..... 176	Gráfico 26 Inclinação $\theta_{yz}$ ou direção de $\sigma_{max_{yz}}$ na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$ km, $La = 16,06^\circ S$ ), ..... 176

## LISTA DE TABELAS

25	Tabela 1	Conectividade dos nós e elementos do modelo FEM da Figura 15.	80
85	Tabela 3	Resultados de Shiraiwa (1994).	85
113	Tabela 4	Geometria usada como base para o modelo FEM da Placa Sul-Americana.	113
117	Tabela 5	O modelo FEM e suas camadas de nós e elementos.	117
127	Tabela 6	Propriedades dos elementos finitos.	127
127	Tabela 7	Propriedades dos materiais.	127
128	Tabela 8	Restrições do modelo FEM.	128
131	Tabela 9	Carregamento aplicado no modelo FEM.	131
133	Tabela 10	Casos de carregamento do modelo FEM.	133
133	Tabela 11	Subcasos do modelo FEM.	133
134	Tabela 12	Tarefas ou casos de processamento do modelo FEM.	134
137	Tabela 13	Translação radial TX ou deslocamento flexural w na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	137
137	Tabela 14	Amplitude da ombreira flexural, dada por TX. As três latitudes escolhidas em cada caso são mostradas como linhas na Figura 99 e na Figura 100.	137
138	Tabela 15	Comprimento aproximado da ombreira flexural e distância em relação à carga aplicada. As três latitudes escolhidas em cada caso são mostradas como linhas na Figura 99 e na Figura 100.	138
138	Tabela 16	Largura aproximada da ombreira flexural.	138
146	Tabela 17	Translação longitudinal TY na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	146
148	Tabela 18	Translação latitudinal TZ na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	148
150	Tabela 19	Translação resultante T na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	150
152	Tabela 20	Tensão normal radial $\sigma_r$ na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	152
155	Tabela 21	Tensão normal longitudinal $\sigma_y$ na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	155
155	Tabela 22	Tensão normal longitudinal máxima $\sigma_y$ na ombreira flexural no Pantanal: valor tomado no mesmo paralelo do Pantanal (Gráfico 11 e Gráfico 12) e em toda a ombreira flexural (Figura 109 à Figura 112).	155
159	Tabela 23	Tensão normal latitudinal $\sigma_z$ na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	159
159	Tabela 24	Tensão normal latitudinal máxima $\sigma_z$ na ombreira flexural no Pantanal: valor tomado no mesmo paralelo do Pantanal (Gráfico 13 e Gráfico 14) e em toda a ombreira flexural (Figura 113 à Figura 114).	159
162	Tabela 25	Tensão de cisalhamento no plano radial na direção longitudinal $\tau_{xy}$ na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	162
165	Tabela 26	Tensão de cisalhamento no plano longitudinal na direção latitudinal $\tau_{yz}$ na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	165
168	Tabela 27	Tensão de cisalhamento no plano latitudinal na direção radial $\tau_{xz}$ na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	168
171	Tabela 28	Tensão equivalente de Von Mises $\sigma_{\text{vonMises}}$ na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	171
174	Tabela 29	Tensão principal máxima horizontal $\sigma_{\text{max},yz}$ na litosfera continental da Placa Sul-Americana.	174
174	Tabela 30	Tensão principal máxima horizontal $\sigma_{\text{max},yz}$ na ombreira flexural no Pantanal: valor tomado no mesmo paralelo do Pantanal (Gráfico 23 e Gráfico 24) e em toda a ombreira flexural (Figura 123 à Figura 124).	174
174	Tabela 31	Camadas de nós e elementos sólidos pentédricos do modelo FEM.	174
174	Tabela 32	Superfícies geométricas do modelo FEM.	174
174	Tabela 33	Elementos planos triangulares que foram utilizados para a criação, através de extrusão, dos elementos sólidos pentédricos.	174
174	Tabela 34	Altitude e ID da primeira camada de elementos e ID da sua primeira camada de nós: R=6,400E+6 m.	174
174	Tabela 35	Altitude e ID da primeira camada de elementos e ID da sua segunda camada de nós: R=6,360E+6 m.	174
174	Tabela 36	Cartões de propriedades dos elementos finitos.	174

IX	Tabela 37 Cartões de materiais.....
IX	Tabela 38 Cartões das restrições do modelo FEM.....
X	Tabela 39 Cartões do carregamento aplicado.....
X	Tabela 40 Cartões de casos de carregamento.....
X	Tabela 41 Cartões de subcasos.....
XI	Tabela 42 Parâmetros escolhidos para estudo da ombreira flexural (consultar Figura 99 e Figura 100).....

LISTA DE ABRÉVIATURAS, SÍMBOLOS E UNIDADES

2-D	bidimensional
3-D	tridimensional
$A$	área
$a$	deslocamento genérico
$A$	matriz de banda para eq. de placa 2-D por diferenças finitas
$a$	raio de carga discóide
$a$	vetor de deslocamento dos nós do modelo FEM
$a^e$	vetor de deslocamento dos nós do elemento $e$
$a_i^e$	termo de $a^e$ : vetor de deslocamento do nó $i$ do elemento $e$
$a_i$	termo de $a$ : vetor de deslocamento do nó $i$ do modelo FEM
$A_{ij}$	termo de $A$
$b$	largura de placa
$B$	matriz derivada de $N$
$b$	vetor de forças de corpo do elemento
BM	<i>Breakout Measurements</i>
$c$	constante de amortecimento
$C_a$	correção ar-livre
Car	índice para contato com a Placa Caribe
$C_b$	correção Bouguer
Chi	índice para contato com a Placa Antártica
CL	<i>continental lithosphere</i> (litosfera continental)
CML	<i>continental margin lithosphere</i> (litosfera da margem contin.)
CMT	<i>Harvard Centroid Moment Tensor Solution</i>
CPENTA	elemento pentáedrico sólido do MSC.Nastran
CTRJA	elemento triangular plano do MSC.Nastran
$D$	matriz de rigidez flexural (termos: $D$ ou, senão, $\lambda$ )
$D$	outra notação de densidade
$D$	rigidez flexural da placa
D"	descontinuidade manto-núcleo (ou de Gutenberg)
dr	índice para arrasto basal na litosfera
dr <sub>c</sub>	índice para arrasto basal na litosfera continental

índice para arrasto basal na litosfera oceânica	$d_{ro}$
índice contador de elementos (sobrescrito)	$e$
leste	E
módulo de resistência elástica do material (módulo de Young)	$E$
soma das deformações axiais	$e$
vetor de orientação da força	$\hat{e}$
dados topográficos do NGDC, com malha de 5'	ETOPO_5'
força genérica	$F$
vetor de força	$\mathbf{F}$
força com índice $Car$	$F_{Car}$
vetor de reação nodal equivalente nos nós do elemento $e$	$\mathbf{f}^e$
vetor de reação nodal equivalente no nó $i$ do elemento $e$	$\mathbf{f}_i^e$
FEM	FEM
força de gravidade	$F_G$
força externa concentrada no GL $i$	$F_i$
vetor de reação nodal equivalente no nó $i$ do modelo FEM	$\mathbf{f}_i$
força com índice $LA$	$F_{LA}$
<i>Earthquake Focal Mechanism</i>	FM
força com índice $Nam$	$F_{Nam}$
força com índice $pcr$	$F_{pcr}$
vetor de r. nodal equiva. p/ carga distr. $p$ nos nós do elem. $e$	$\mathbf{f}_e^p$
vetor de r. nodal equiva. p/ carga distr. $p$ no nó $i$ do elemento $e$	$\mathbf{f}_i^p$
termo de $\mathbf{f}_{pi}$ ou de $\mathbf{f}_e^p$ : r. nodal equiva. de $p$ no GL $i$ do nó $i$	$F_{pi}$
vetor de r. nodal equiva. p/ carga distr. $p$ no nó $i$ do mod. FEM	$\mathbf{f}_{pi}$
força com índice $SCO$	$F_{SCO}$
força com índice $suc$	$F_{suc}$
força com índice $if$	$F_{if}$
outra notação para $F_{pcr}$	$F_{WB}$
vetor de r. nodal equiva. p/ deform in. $\epsilon_0$ nos nós do elem. $e$	$\mathbf{f}_e^{\epsilon_0}$
vetor de r. nodal equiva. p/ deform in. $\epsilon_0$ no nó $i$ do elemento $e$	$\mathbf{f}_i^{\epsilon_0}$
termo de $\mathbf{f}_{\epsilon_0 i}$ ou de $\mathbf{f}_e^{\epsilon_0}$ : r. nodal equiva. de $\epsilon_0$ no GL $i$ do nó $i$	$F_{\epsilon_0 i}$
vetor de r. nodal equiva. p/ deform in. $\epsilon_0$ no nó $i$ do mod. FEM	$\mathbf{f}_{\epsilon_0 i}$

aceleração da gravidade	$g$
constante gravitacional	$G$
módulo de resistência à torção	$G$
anomalia ar-livre	$g_a$
anomalia Bouguer	$g_b$
gravidade no Equador	$g_e$
<i>Geological Faults</i>	GF
grau(s) de liberdade	GL
gravidade observada	$g_{obs}$
gigapascal	GPa
nº do MSC.Nastran	GRID
gravidade teórica	$g_{teor}$
espessura	$h$
espessura plástica da litosfera	H
outra notação para $T_e$	h
altitude	$h_a$
espessura crustal	$h_c$
espessura elástica efetiva da litosfera estratificada	$h_e$
espessura elástica efetiva de camada da litosfera estratificada	$h_e'$
espessura elástica efetiva de camada da litosfera estratificada	$h_e''$
$T_e$ de litosfera estratificada	$H_L$
índice contador genérico e para nó (subscrito)	$i$
índice contador para grau de liberdade (subscrito)	$i$
momento de inércia da seção transversal	$I$
número total de pontos discretos de diferenças finitas	I
numeração no MSC.Nastran	ID
<i>In Situ Stress Measurements</i>	IS
índice contador genérico e para nó (subscrito)	$j$
índice contador para grau de liberdade (subscrito)	$j$
constante elástica ou de empuxo	$k$
matriz de rigidez do modelo FEM	K
número de nós por elemento	$n$



número de onda	$k$
rigidez	$K$
matriz de rigidez do elemento	$K^e$
submatriz de $K^e$ , definida em função dos nós	$K_j^e$
termo de $K^e$ (e de $K_j^e$ ), definido em função dos GL	$K_{ij}^e$
quilograma	kg
submatriz de $K$ , definida em função dos nós	$K_j$
termo de $K$ (e de $K_j$ ), definido em função dos GL	$K_{ij}$
quilômetro	km
número de onda na direção x	$k_x$
número de onda na direção y	$k_y$
comprimento de placa ou viga	$l$
comprimento genérico	$L$
número de graus de liberdade do modelo FEM	$\mathcal{L}$
número de graus de liberdade por nó	$\ell$
índice para sucção na Zona de Lesser	$LA$
latitude	$La$
comprimento crítico	$L_{crit}$
longitude	$Lo$
combinação de carregamentos do MSC.Nastran	LOAD
$L_p$	$L_p$
comprimento da Bacia do Pantanal	$m$
massa	$M$
massa da Terra	$m$
metro	$M$
momento	$m$
número de elementos do modelo FEM	$M$
vetor de momento	$M$
MATI	MATI
material homogêneo e linear do MSC.Nastran	mGal
milgal	Moho
descontinuidade crosta-manto (ou de Mohorovičić)	MPa
megapascal	MSC
The MacNeal-Schwendler Corporation	

MSC.Nastran	programa computacional FEM (processador)
MSC.Patran	programa computacional FEM (pré e pós-processador)
$M_x$	momento no eixo x
$M_y$	momento no eixo y
N	matriz de função de forma
N	newton
N	norte
n	número de nós do modelo FEM
$N_{am}$	índice para atrito na fronteira com a Placa Norte-Americana
NGDC	National Geophysical Data Center
$N_i$	função de forma para nó i
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
NSM	massa não estrutural do MSC.Nastran
$N_\phi$	força de membrana
°	grau
°C	grau Celsius
OOL	<i>old oceanic lithosphere</i> (litosfera oceânica antiga)
p	carga distribuída no elemento
P	força planar em placa
Pa	pascal
$p_a$	pressão da astenosfera
$p_{cr}$	índice para contato com a Placa Nazca
$P_{crit}$	carga crítica
$\Phi_i$	terceira coordenada esférica no MSC.Patran
PLOAD4	força por unidade de área do MSC.Nastran
PSOLID	propriedade de elemento sólido do MSC.Nastran
PT	<i>Plate Tectonics</i> (Teoria da Tectônica de Placas)
q	carga distribuída total em placa
$\mathcal{Q}$	momento de área da seção transversal
Q	transformada de Fourier de q
q	vetor de esforços aplicados pelos elementos nos seus nós
$Q(x,ky)$	transformada de Fourier de q em função de $kx$ e $ky$

$q^e$	vetor de esforço aplicado pelo elemento $e$ nos seus nós
$q^e_i$	termo de $q^e$ : vetor de esforço no nó $i$ do elemento $e$
$q_i$	termo de $q$ : vetor de esforço no nó $i$ do modelo FEM
$q_0$	carga distribuída orográfica em placa
$Q_0$	carga puntiforme em placa
$q_0$	vetor de carga $q_0$
$q_0(x)$	$q_0$ em função de $x$ (2-D)
$q_0(x,y)$	$q_0$ em função de $x$ e $y$ (3-D)
$q_{0i}$	termo de $q_0$
$R$	força externa aplicada
$r$	raio
$R$	raio do geóide
$r$	vetor de forças externas concentradas nos nós do modelo FEM
$r_i$	vetor de posição
$radius$	raiano
$R_i$	primeira coordenada esférica no MSC.Patran
$R_i$	reação de vinculação no GL $i$
$r_i$	termo de $r$ : vetor de força ext. conc. no nó $i$ do modelo FEM
$r_p$	índice para empurção na Dorsal Meso-Atlântica
$RX$	rotação em $X$
$RY$	rotação em $Y$
$RZ$	rotação em $Z$
$S$	constante para tensão cisalhamento de ruptura
$S$	matriz operadora de $N$
$s$	segundo
$S$	sul
$S_{co}$	índice para contato com a Placa Scotia
$S_{hmax}$	tensão de compressão máxima na litosfera
$S_{hmin}$	tensão de compressão mínima ou de tração na litosfera
$SI$	Sistema Internacional de Medidas
$SPCI$	restrição do MSC.Nastran
$SPCADD$	combinação de restrições do MSC.Nastran

SS	índice para sucção nas Ilhas Sandwich do Sul
SUBCASE	subcaso do MSC.Nastran
<i>suc</i>	índice para sucção na fossa oceânica no litoral pacífico
$S_v$	tensão de cargas verticais (de compressão) na litostera
$\mathcal{G}$	matriz de transformação de $\mathbf{a}$
$t$	tempo
$T$	translação resultante
$T$	vetor torque
$T'$	vetor de torque devido a força expressa em função de $q$ ou de $\sigma$
$T'^{Car}$	$T'$ com índice <i>Car</i>
$T'^{dr}$	$T'$ com índice <i>dr</i>
$T'^{rp}$	$T'$ com índice <i>rp</i>
$T'^{fj}$	$T'$ com índice <i>fj</i>
$T'^{dr}$	torque com índice <i>dr</i>
$T_e$	espessura da litostera elástica
$fj$	índice para atrito nas falhas ou bordas da placa
<i>Theta</i>	segunda coordenada esférica no MSC.Patran
Topo	outra notação para $h_a$
$T'^{rp}$	torque com índice <i>rp</i>
$T'^{fj}$	torque com índice <i>fj</i>
<i>TX</i>	translação em <i>X</i>
<i>TY</i>	translação em <i>Y</i>
<i>TZ</i>	translação em <i>Z</i>
$u$	descontinuidade de falhas
$u$	direção ( $u$ ) de deslocamento de grau de liberdade
$U$	força externa ou de vinculação para GL, com direção $u$
$u$	vetor de deslocamento no elemento
$u_i$	deslocamento de direção $u$ do GL $i$
$u_i$	termo de $\mathbf{a}_i$ ou de $\mathbf{a}'_i$ : deslocamento de dir. $u$ do GL $i$ do nó $i$
$U_i$	esforço no GL $i$ na direção $u$
$U_i$	termo de $q_i$ ou de $q'_i$ : esforço no GL $i$ do nó $i$
$U_i$	termo de $r_i$ : força concentrada no GL $i$ do nó $i$

deslocamento de translação de flexão (viga)	$v$
direção ( $v$ ) de deslocamento de grau de liberdade	$v$
força cortante	$V$
força externa ou de vinculação para GL, com direção $v$	$V$
velocidade	$\dot{v}$
volume de elemento discreto	$\Delta V$
derivada de 1ª ordem de $v$ em relação à $x$	$\dot{v}$
derivada de 2ª ordem de $v$ em relação à $x$	$\ddot{v}$
derivada de 3ª ordem de $v$ em relação à $x$	$\overset{\cdot\cdot\cdot}{v}$
derivada de 4ª ordem de $v$ em relação à $x$	$\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{v}$
deslocamento de direção $v$ do GL $i$	$v_i$
esforço no GL $i$ na direção $v$	$V_i$
força na origem	$V_o$
volume (genérico)	$vol$
deslocamento de translação de flexão (placa)	$w$
oeste	$W$
transformada de Fourier de $w$	$W$
vetor de deslocamento flexural	$\mathbf{w}$
$W(k_x, k_y)$	$W(k_x, k_y)$
transformada de Fourier de $w$ em função de $k_x$ e $k_y$	
$w(x)$	$w(x)$
$w$ em função de $x$ (2-D)	
$w$ em função de $x$ e $y$ (3-D)	$w(x, y)$
derivada de 1ª ordem de $w$ em relação à $x$	$w'$
derivada de 2ª ordem de $w$ em relação à $x$	$w''$
derivada de 3ª ordem de $w$ em relação à $x$	$\overset{\cdot\cdot\cdot}{w}$
derivada de 4ª ordem de $w$ em relação à $x$	$\overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{w}$
$w_0$	$w_0$
para 3ª condição de contorno	
$w_{-1}$	$w_{-1}$
para 4ª condição de contorno	
$w$ para $i = 1$	$w_1$
$w$ para $i = 2$	$w_2$
$w$ para $i = 3$	$w_3$
valor de $w$ na ombreira flexural no ponto de maior amplitude	$w_b$
meia separação vertical da falha	$w_{half}$

$w_i$	termo de $w$
$w_i$	$w$ no nó $i$ - ou na iteração $i$
$w_{i+1}$	$w$ na iteração $i+1$
$w_{i+1}$	$w$ para 1ª condição de contorno
$w_{i+2}$	$w$ na iteração $i+2$
$w_{i+2}$	$w$ para 2ª condição de contorno
$w_{i-1}$	$w$ na iteração $i-1$
$w_{i-2}$	$w$ na iteração $i-2$
$w_{mean}$	posição da altura média da escarpa da falha
$w_o$	valor de $w$ na origem
$X$	1ª coordenada do sistema de coordenadas do programa FEM
$x$	1ª coordenada do sistema geral de coordenadas retangulares
$X$	força nodal concentrada externa na direção $x$
$x_i$	valor de $x$ para $w_i$
$x_o$	valor de $x$ na ombreira flexural onde $w = 0$
$Y$	2ª coordenada do sistema de coordenadas do programa FEM
$y$	2ª coordenada do sistema geral de coordenadas retangulares
$Y$	força nodal concentrada externa na direção $y$
YOL	<i>young oceanic lithosphere</i> (litosfera oceânica recente)
$Z$	3ª coord. do sistema de coordenadas globais do programa FEM
$z$	3ª coord. do sistema geral de coordenadas retangulares
$z$	cota de profundidade
$z$	diferença entre cota de profundidade e do topo da coluna fluida
$Z$	força nodal concentrada externa na direção $z$
$z_h$	cota do topo da coluna de fluido
$\Delta G$	transformada de Fourier da anomalia gravitacional
$\Delta G(x,ky)$	transformada de Fourier da anom. grav. em função de $(x,y)$
$\Delta x$	intervalo de interpolação de diferenças finitas
$\Delta z$	deformação da Bacia do Pantanal
$\Delta \rho$	variação de densidade
$\Delta \rho_1$	$\Delta \rho$ para $i = 1$
$\Delta \rho_2$	$\Delta \rho$ para $i = 2$

$\Delta\rho_i$	variação de densidade no nó $i$
$\Phi$	função de Green
$\Lambda$	número de GL do modelo FEM sem as restrições
$\Theta$	soma das tensões normais
$\Omega$	vetor de movimentação absoluta
$\alpha$	parâmetro flexural
$\beta$	curvatura da Moho
$\beta$	módulo de compressibilidade de fluido
$\delta$	ângulo de caimento da falha
$\delta$	deslocamento de grau de liberdade
$\delta_i$	deslocamento genérico $\delta$ para GL $i$
$\epsilon$	deformação
$\epsilon$	vetor de deformação do elemento
$\epsilon_x$	deformação axial na direção $x$
$\epsilon_y$	deformação axial na direção $y$
$\epsilon_z$	deformação axial na direção $z$
$\epsilon_0$	vetor de deformação inicial do elemento
$\phi$	ângulo de latitude ou de setor de placa curva
$\gamma_{xy}$	deformação angular no plano $xy$
$\gamma_{yz}$	deformação angular no plano $yz$
$\gamma_{zx}$	deformação angular no plano $zx$
$\kappa$	curvatura
$\lambda$	número de onda
$\lambda$	rigidez flexural do sólido (módulo de Lamé)
$\lambda_x$	número de onda na direção $x$
$\lambda_y$	número de onda na direção $y$
$\mu$	coeficiente de atrito
$\nu$	coeficiente de dilatação lateral (coeficiente de Poisson)
$\theta$	deslocamento de rotacional de flexão
$\theta$	inclinação de plano no círculo de Mohr

direção da tensão principal no plano $xy$	$\theta_{xy}$
direção da tensão principal no plano $yz$	$\theta_{yz}$
direção da tensão principal no plano $zx$	$\theta_{zx}$
densidade	$\rho$
raio de curvatura	$\rho$
densidade da astenosfera	$\rho_A$
densidade da astenosfera no topo da coluna fluida	$\rho_A^o$
densidade da crosta	$\rho_c$
densidade do manto	$\rho_m$
densidade da carga orográfica	$\rho_o$
densidade da carga sedimentar	$\rho_s$
tensão normal	$\sigma$
vetor de tensões do elemento	$\sigma$
tensão com índice $dr$	$\sigma_{dr}$
outra notação para $S_{Hmax}$	$\sigma_H$
outra notação para $S_{Hmin}$	$\sigma_h$
tensão normal máxima	$\sigma_{max}$
tensão principal máxima no plano $xy$	$\sigma_{max\_xy}$
tensão principal máxima no plano $yz$	$\sigma_{max\_yz}$
tensão principal máxima no plano $zx$	$\sigma_{max\_zx}$
tensão normal de ruptura	$\sigma_u$
tensão equivalente ou tensão de Von Mises	$\sigma_{VonMises}$
tensão normal na direção $x$	$\sigma_x$
tensão normal na direção $y$	$\sigma_y$
tensão normal na direção $z$	$\sigma_z$
vetor de tensões iniciais do elemento	$\sigma_o$
tensão normal do plano de inclinação $\theta$	$\sigma_\theta$
tensão de cisalhamento	$\tau$
tensão de cisalhamento máxima no plano $xy$	$\tau_{max\_xy}$
tensão de cisalhamento máxima no plano $yz$	$\tau_{max\_yz}$



tensão de cisalhamento máxima no plano $zx$	$\tau_{max\text{-}zx}$
tensão de cisalhamento de ruptura	$\tau_u$
tensão de cisalhamento atuante na no plano $x$ direção $y$	$\tau_{xy}$
tensão de cisalhamento atuante na no plano $y$ direção $z$	$\tau_{yz}$
tensão de cisalhamento atuante na no plano $z$ direção $x$	$\tau_{zx}$
tensão de cisalhamento do plano de inclinação $\theta$	$\tau_\theta$
número de graus de liberdade restringidos	$\xi$
coordenada intrínseca do elemento	$\xi$
valor inicial da coordenada intrínseca do elemento	$\xi_0$

# USO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS EM CASO PARTICULAR

## DE FLEXÃO DE PLACA LITOSFÉRICA

### 1 INTRODUÇÃO

Considerando a superfície da Terra, segundo a Teoria da Tectônica de Placas (PT: *Plate Tectonics*), como um conjunto de placas justapostas sujeitas a movimento horizontal (litosfera), pode-se modelar, pelo Método dos Elementos Finitos (FEM: *Finite Element Method*), o caso particular do efeito de cargas verticais, representadas pela Cordilheira dos Andes, na flexão da Placa Sul-Americana, resultando na formação de uma ombreira flexural, isto é, de um soerguimento do terreno, que provocou diversos processos tectônicos, como a formação da Bacia do Pantanal.

Até o presente estudo, a aplicação do FEM em PT para avaliação da flexão causada por cargas topográficas verticais, ou seja, referentes à ação de cargas orográficas - isto é, de montanhas - ou de cargas sedimentares, é muito restrita.

Na literatura, os modelos FEM da litosfera que predominam são bidimensionais (2-D). Estes, geralmente, são modelos axi-simétricos, no estado plano de deformação, da zona de colisão entre as placas, feitos para avaliar processos que ocorrem nesta região, como subducção (deslizamento de uma placa debaixo de outra), orogênese (formação de montanhas), descolamento crosta-manto (separação destas duas camadas da placa litosférica), etc. A formulação dos modelos 2-D costuma ser diversificada: elástica, visco-elástica, elasto-plástica, visco-elasto-plástica, plástica, plástica ou viscosa.

Por outro lado, modelos FEM tridimensionais (3-D) da litosfera são menos comuns na literatura, sendo usados para modelar extensões maiores da placa litosférica, por vezes considerada em toda a sua extensão. Estes, geralmente, consideram apenas as forças horizontais relacionadas à movimentação da placa, sendo que as cargas topográficas, quando presentes, costumam ser modeladas segundo a formulação da isostasia e não segundo aquela flexural. A formulação dos modelos 3-D costuma ser elástica linear.

Além disto, os modelos 3-D, pelo menos no caso da Placa Sul-Americana, costumam considerar a placa litosférica como sendo plana e utilizam elementos finitos planos, possuindo um refinamento de malha de, no máximo, 1º, o que não permite a representação das cargas topográficas ao longo da superfície nem a

avaliação do efeito flexural ao longo da espessura com a resolução que se faz necessária neste presente trabalho.

Os modelos da literatura que abordam a flexão da litosfera, frequentemente, são analíticos, mesmo quando a solução de suas equações diferenciais de equilíbrio é feita por métodos numéricos, como aquele das diferenças finitas.

Este panorama, ao mesmo tempo em que limita a disponibilidade de dados na literatura para a averiguação de resultados, abre perspectivas para o maior uso do FEM em Geofísica, através do estudo de processos flexurais. Por isto, este trabalho apresenta um aspecto peculiar, ao fazer um modelo FEM 3-D elástico da litosfera continental da Placa Sul-Americana, por considerar:

- A resolução de 0,5°;
- O raio de curvatura da Terra.
- As camadas da litosfera, mais a astenosfera, ao longo da espessura através de elementos sólidos.

- A flexão da litosfera.

A seguir, o segundo capítulo desta dissertação mostra o estado atual dos conhecimentos sobre o FEM e a PT, concernentes à questão abordada; uma vez que se trata de uma abordagem multidisciplinar, faz-se necessária uma exposição de noções gerais sobre estes temas. O terceiro capítulo descreve o modelo FEM de análise estática linear que avalia o efeito da carga representada pela Cordilheira dos Andes, aplicada na borda ocidental da Placa Sul-Americana. O quarto capítulo são os resultados da análise. O quinto capítulo discute os resultados obtidos, compara-os com aqueles de outros autores e faz sugestões para o aperfeiçoamento do modelo. O sexto capítulo são as conclusões.

## 2 ESTADO ATUAL DOS CONHECIMENTOS

### 2.1 Resistência dos Materiais

#### 2.1.1 Conceitos Gerais

A Resistência dos Materiais estuda a deformação dos corpos (Timoshenko; Gere, 1994), através de sua formulação por modelos (barras, vigas, placas, sólidos, etc.) e de sua representação numa estrutura, que consiste num conjunto de corpos unidos entre si e com o meio externo por vinculações de formulação conhecida (apoio simples, apoio fixo, anel, engastamento, etc.), sobre o qual se aplicam forças externas (Darkov; Kuznetsov, 1969). Quanto aos métodos de resolução dos problemas da Resistência dos Materiais, estes podem ser analíticos ou numéricos.

O regime de deformação de um corpo, por sua vez, pode ser formulado como:

- Elastico: este regime será detalhado no item 2.1.2.
- Plástico: o corpo sofre uma deformação permanente pelo esforço aplicado,

podendo ultimar na sua ruptura. Utilizam-se as formulações de Tresca e de Von Mises - Hencky. Quando a deformação plástica do material constituinte do corpo ocorre com resistência de atrito, utiliza-se a formulação de Coulomb-Navier (Ranalli, 1987).

- Elasto-plástico: o corpo sofre deformação elástica e a partir de certo limite, passa a sofrer deformação plástica (Timoshenko; Gere, 1994).
- Viscoso: baseado no princípio fundamental da Teoria da Viscosidade (Fox; McDonald, 1998), segundo a qual, a velocidade de escoamento (ou deformação) aumenta durante a aplicação do esforço. O comportamento

exclusivamente viscoso ocorre apenas para corpos fluidos. Se a relação entre escoamento e viscosidade é linear, então o fluido é newtoniano (regido pela Lei da Viscosidade de Newton), caso contrário, é não-newtoniano (regido por leis não-lineares, como a de Navier-Stokes).

- Visco-elástico: associação dos comportamentos elástico e viscoso. Utiliza a formulação de Maxwell (Ranalli, 1987).

- Elasto-visco-plástico: o corpo sofre deformação visco-elástica e a partir de certo limite, passa a sofrer deformação plástica (Ranalli, 1987).

## 2.1.2 A Teoria da Elasticidade

O princípio fundamental da Teoria da Elasticidade é a Lei de Hooke (1678, *apud Resnick; Halliday, 1983*), que é válida apenas dentro do limite de pequenas deformações e que determina que o corpo sofre uma deformação diretamente proporcional ao esforço aplicado, sendo restituído à dimensão original ao cessar a aplicação deste esforço.

A escolha de um modelo elástico neste trabalho explica-se por:

- O modelo elástico constitui a abordagem inicial mais simples para um problema de Resistência dos Materiais.

- Autores considerarem o modelo elástico imprescindível em Geofísica

(item 2.3.3).

As vantagens decorrentes da utilização deste método são:

- Linearidade, o que permite isolar o efeito flexural e realizar a sua posterior superposição a outros efeitos.
- Independência do tempo.

### 2.1.2.1 Tensões e Deformações no Regime Elástico

Seja um corpo sólido representado por um cubo, como na Figura 1

(Timoshenko; Gere, 1994), constituído por um material contínuo, homogêneo (que possui as mesmas propriedades em todo o seu volume) e isotrópico (que possui as mesmas propriedades em todas as direcções do espaço). O efeito de uma força  $F$  agindo sobre o corpo na direcção normal a uma das faces, de área  $A$ , é a tensão normal

$\sigma$ , cujo valor é dado por:

$$\sigma = F/A$$

(Equação 1)

A força aplicada causa uma deformação axial  $\epsilon$ , que é uma medida

adimensional da variação do comprimento do corpo na direcção da força atuante. Introduzindo o módulo de rigidez elástica (ou módulo de Young)  $E$  do material (dimensão: quociente de força por área), segundo a Teoria da Elasticidade, a relação

entre tensão, deformação e rigidez, é dada por:

$$\sigma = \epsilon E$$

(Equação 2)

Conforme o gráfico da Figura 2, nota-se que o módulo de rigidez do material é dado pela tangente do trecho linear da curva de tensão ( $\sigma$ ) por deformação ( $\epsilon$ ), ou

seja, aquele sob regime elástico.

O limite de deformação - ou resistência - elástica (limite superior da linearidade no gráfico da Figura 2) constitui a tensão máxima de escoamento, ou seja, após a qual a deformação passa a ocorrer no regime plástico, ultimando na ruptura do corpo. Os corpos que rompem no limite de resistência elástica sofrem ruptura frágil. Os corpos que rompem no regime plástico sofrem ruptura dúctil.

A compressão axial do corpo provoca também uma dilatação lateral (Figura 1). A relação entre a deformação lateral e a deformação axial constitui o coeficiente de dilatação lateral ou de Poisson ( $\nu$ ), que é um valor adimensional, dado por:

$$\nu = \frac{\epsilon \text{ lateral}}{\epsilon \text{ axial}}$$

(Equação 3)

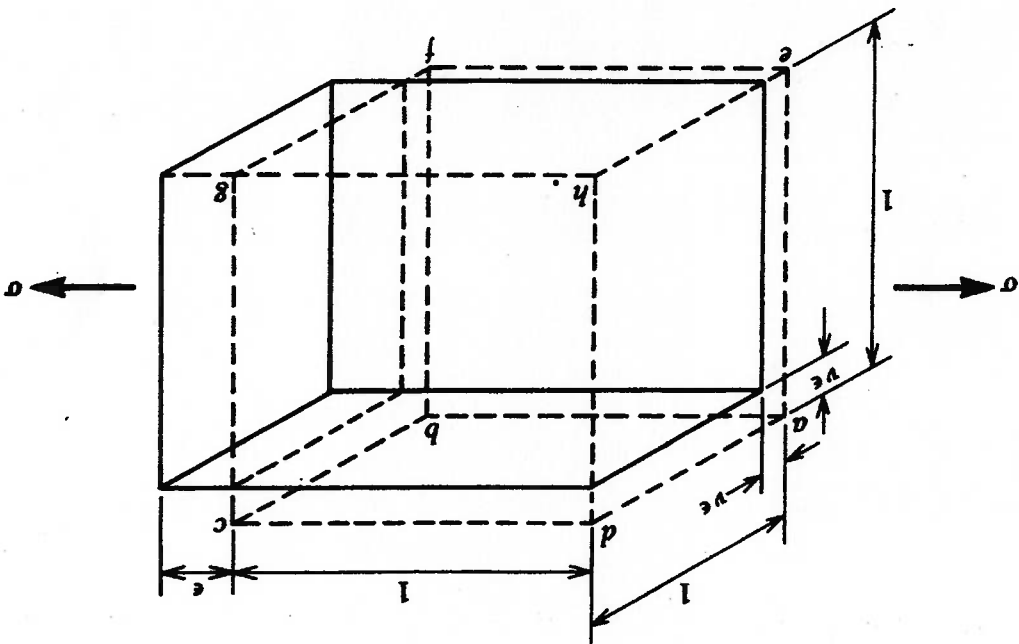


Figura 1 Deformações axial ( $\epsilon$ ) e laterais ( $\nu\epsilon$ ) num sólido (Timoshenko; Gere, 1994).

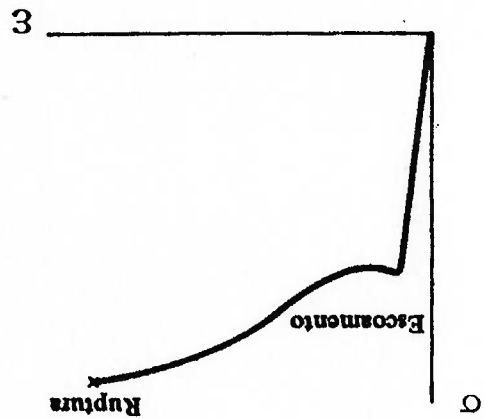


Figura 2 Curva de tensão ( $\sigma$ ) por deformação ( $\epsilon$ ) de uma material dúctil. O trecho linear da curva, antes do escoamento, representa o regime elástico. A partir do início do escoamento, o material deforma-se sob regime plástico, ultimando na sua ruptura. O limite superior da linearidade constitui o limite de resistência elástica. A tangente do trecho linear da curva representa o módulo de rigidez elástica  $E$  do material. Materiais frágeis rompem antes do escoamento (Beer; Johnston, 1989).

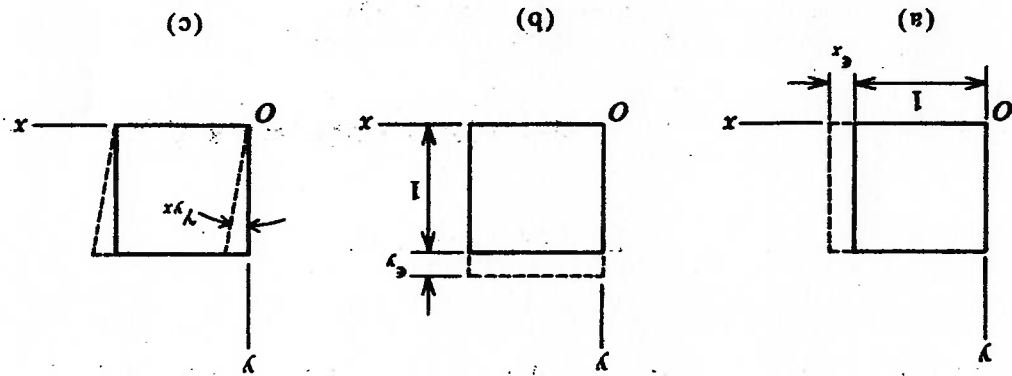


Figura 3 Deformações axiais ( $\epsilon_x$  e  $\epsilon_y$ ) e angular ( $\gamma_{xy}$ ) no plano  $xy$  (Timoshenko; Gere, 1994).

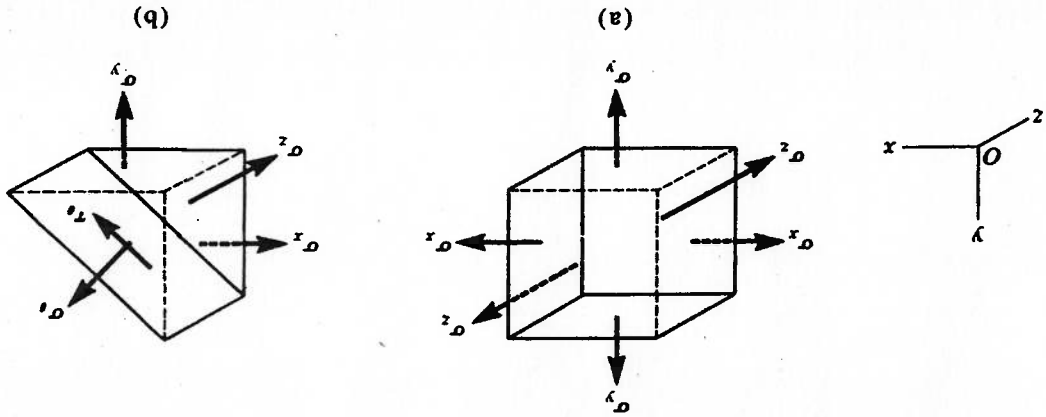


Figura 4 Tensão normal e de cisalhamento num plano inclinado com ângulo  $\theta$  em relação ao eixo  $x$  (Timoshenko; Gere, 1994).

Seja um corpo sólido, representado por um cubo, e um sistema de coordenadas retangulares  $x, y, z$  (Figura 4). Se uma face do corpo estiver submetida unicamente à tensão normal  $\sigma_x$ , atuante no plano normal ao eixo  $x$  (ou plano  $xy$  na direção do eixo  $x$ ), define-se o estado uniaxial de tensões. Tomando um plano qualquer inclinado com ângulo  $\theta$  em relação ao eixo  $x$ , a tensão normal  $\sigma_\theta$  pode ser projetada neste plano normalmente ( $\sigma_\theta$ ) ou tangencialmente ( $\tau_\theta$ ), constituindo, neste último caso, a tensão de cisalhamento (Figura 4).

Figura 6 Estado triaxial de tensões (Timoshenko; Goodier, 1970).

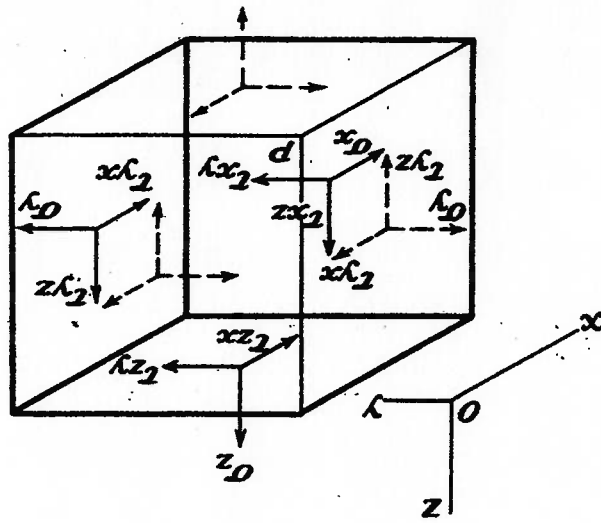
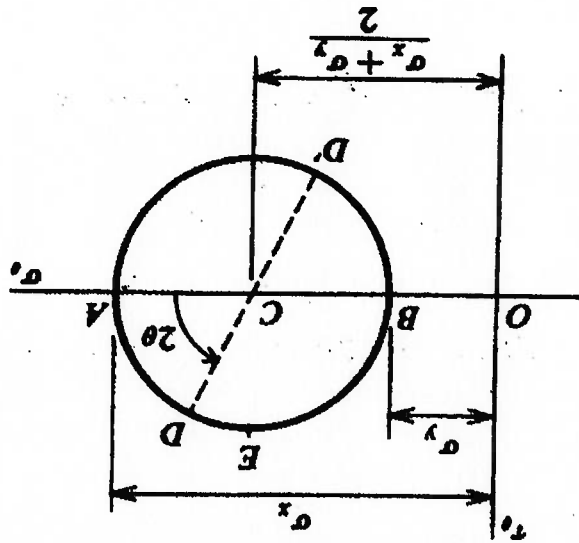


Figura 5 Circulo de Mohr (Timoshenko; Gere, 1994).





A tensão de cisalhamento, por sua vez, produz uma deformação angular  $\gamma$  do material (Figura 3). Como vale a condição de equilíbrio, então, num mesmo plano, os valores das tensões de cisalhamento com orientação de 90° entre si são iguais: assim, no plano  $xy$ , a tensão de cisalhamento atuante no plano  $x$  e na direção  $y$  ( $\tau_{xy}$ ) é igual à tensão de cisalhamento atuante no plano  $y$  e na direção  $x$  ( $\tau_{yx}$ ).

Se, além da tensão normal na direção  $x$ , houver, também, tensão normal na direção  $y$  ( $\sigma_y$ ), tem-se o estado biaxial de tensões.

Para um corpo no estado uniaxial ou biaxial de tensões, os valores de tensão normal e de cisalhamento, nos diversos planos de inclinação  $\theta$ , podem ser estudados pelas fórmulas do círculo de Mohr (Timoshenko; Gere, 1994), tal como mostrado na Figura 5: constrói-se um círculo cujo centro é a média das tensões normais nas direções  $x$  e  $y$ , e cujo raio é a diferença entre estas duas tensões. Para cada inclinação  $\theta$ , obtêm-se os valores da tensão normal  $\sigma_\theta$  e da tensão de cisalhamento  $\tau_\theta$ .

No círculo de Mohr, no plano em que a tensão normal é máxima, a tensão de cisalhamento é nula. Por sua vez, a tensão normal principal máxima ( $\sigma_{\max_{xy}}$ ) e a tensão de cisalhamento máxima ( $\tau_{\max_{xy}}$ ) no círculo de Mohr são dadas por:

$$\sigma_{\max_{xy}} = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2} \quad \text{(Equação 4)}$$

$$\tau_{\max_{xy}} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2} \quad \text{(Equação 5)}$$

Se, além das tensões normais na direção  $x$  e na direção  $y$ , houver, também, tensão normal na direção  $z$  ( $\sigma_z$ ), tem-se o estado triaxial de tensões (Figura 6). Neste caso, constrói-se um círculo de Mohr para cada dupla de planos ou, senão, pode-se obter a tensão equivalente - ou tensão de Von Mises ( $\sigma_{VonMises}$ ) -, dada por (Belyaev, 1979):

$$\sigma_{VonMises} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad \text{(Equação 6)}$$

Aplicando a Equação 2 no estado triaxial de deformações, cada deformação numa direção é dada pela soma da deformação axial causada pela tensão atuante naquela direção e das deformações laterais causadas pelas outras duas tensões atuantes nas direções ortogonais àquela. Logo:

Alerta-se que as condições de equilíbrio que provocam um determinado estado de tensões (por exemplo, o estado plano de tensão: apenas  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  não nulos) são diferentes daquelas que provocam o estado de deformações de mesmo nome (por exemplo, o estado plano de deformação: apenas  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  e  $\gamma_{xy}$  não nulos).

### 2.1.2.2 Flexão no Regime Elástico

Pode-se explicar a flexão no regime elástico para um caso de uma viga 2-D, a seguir fazer os acréscimos necessários para explicá-la para um caso de uma placa 2-D e a seguir fazer, novamente, os acréscimos necessários para explicá-la para um caso de uma placa 3-D.

#### 2.1.2.2.1 Viga (2-D)

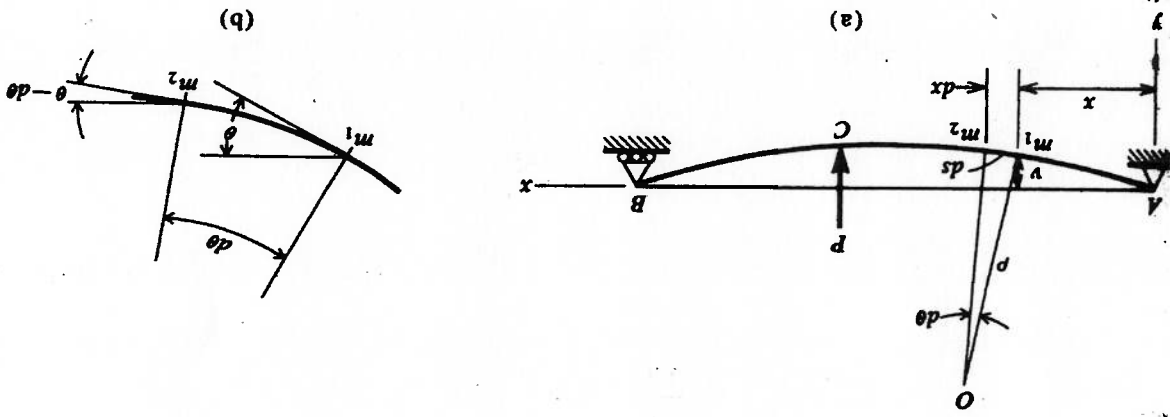


Figura 7 Vista geral de viga sujeita à flexão (Timoshenko; Gere, 1994).

Vigas são corpos sujeitos à flexão, cujo comprimento possui ordem de grandeza maior que a largura e a espessura. Flexão é o ato de curvar um corpo ao longo de um eixo devido à ação de um momento (Figura 7 e Figura 8). As fibras da seção transversal próximas à concavidade da curva sofrerão compressão e as fibras próximas à convexidade da curva sofrerão tração (Figura 8). Como a seção transversal é contínua, existe uma linha neutra onde o comprimento não sofrerá alteração. Considera-se a linha neutra como sendo a origem dos eixos de referência  $x, y$  e  $z$  do corpo. A flexão de um corpo é medida pelo deslocamento de translação (ou linear)  $v$  (ao longo do eixo  $y$ ) e de rotação (ou angular)  $\theta$  (ao longo do eixo  $z$ ) da sua linha neutra (Figura 7).

Figura 9 Convenção de sinal da Resistência dos Materiais para um comprimento elementar  $dx$ : as setas indicam o sentido positivo (Timoshenko; Gere, 1994).

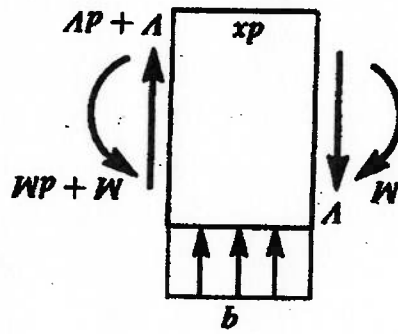
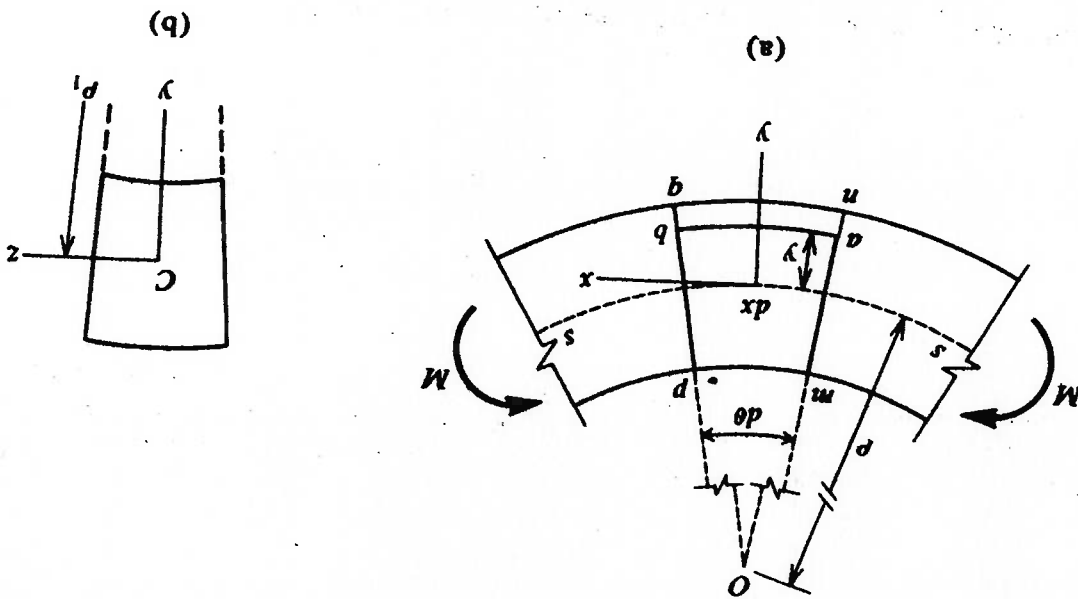


Figura 8 Detalhe de viga sujeita à flexão pura (Timoshenko; Gere, 1994).



Seja um comprimento elementar  $dx$  de uma viga sujeita apenas ao momento  $M$ , que causa flexão pura, como na Figura 8.

Em cada ponto do comprimento, medido pelo eixo  $x$ , derivando-se o deslocamento translacional causado pela flexão ( $v$ ) em relação ao comprimento ( $x$ ), obtêm-se a tangente do ângulo de deslocamento rotacional causado pela flexão ( $\theta$ ):

$$\frac{dv}{dx} = \tan \theta \quad \text{(Equação 10)}$$

Como se tratam de pequenas deformações,  $\theta$  aproxima-se de sua tangente:

$$\theta \cong \tan \theta \quad \text{(Equação 11)}$$

Portanto, a derivada de primeira ordem do deslocamento translacional  $v$  em

relação a  $x$  representa o deslocamento rotacional  $\theta$ :

$$\boxed{v' = \theta} \quad \text{(Equação 12)}$$

Por outro lado, comprimento elementar  $ds$  do arco de flexão aproxima-se do

comprimento elementar  $dx$ :

$$ds \cong dx \quad \text{(Equação 13)}$$

Como o comprimento de um arco é o produto do raio pelo deslocamento angular, a curvatura  $\kappa$ , que é o inverso do raio de curvatura  $\rho$  da flexão, é dada por:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} = \frac{d\theta}{dx} \quad \text{(Equação 14)}$$

O comprimento elementar  $dx$  é medido na linha neutra e vale  $\rho d\theta$ . Logo, considerando uma fibra  $ab$  situada na cota  $y$  (Figura 8), o seu comprimento vale  $(\rho+y)d\theta$ . Portanto, no caso da Figura 8, as fibras com cota  $y$  positiva (abaixo da linha neutra) sofrem dilatação e as fibras com cota  $y$  negativa (acima da linha neutra) sofrem contração, logo a deformação  $\epsilon_x$  vale:

$$\epsilon_x = \frac{y}{\rho} = \kappa y \quad \text{(Equação 15)}$$

Aplicando a Teoria da Elasticidade, representada pela Equação 2, na Equação

15, então:

$$\sigma_x = E \kappa y \quad \text{(Equação 16)}$$

Como a seção transversal está em equilíbrio, a força resultante  $F$  das forças elementares aplicadas na seção transversal (representadas pelo produto da tensão normal pela área da seção transversal) é nula. Considerando que  $\kappa$  e  $E$  são constantes

na seção transversal:

$$F = \int \sigma_x dA = E\kappa \int y dA = 0 \quad \text{(Equação 17)}$$

O termo dentro da integral é o momento de área  $\mathcal{Q}$  da seção transversal

(dimensão: comprimento ao cubo). Como  $\kappa$  e  $E$  não são nulos, então  $\mathcal{Q}$  é nulo:

$$\mathcal{Q} = \int y dA = 0 \quad \text{(Equação 18)}$$

A Equação 18 mostra que a linha neutra - ou seja, a origem dos eixos - passa

pela linha centróide da seção.

O esforço resultante na seção transversal sujeita à flexão é o momento  $M$ ,

dado pelo produto da força elementar da seção pela cota  $y$ . Considerando a Equação

16 e lembrando que  $\kappa$  e  $E$  são constantes na seção transversal:

$$M = \int \sigma_x y dA = E\kappa \int y^2 dA \quad \text{(Equação 19)}$$

O termo dentro da integral representa o momento de inércia à flexão  $I$  da

seção transversal (dimensão: comprimento elevado à quarta potência).

$$I = \int y^2 dA \quad \text{(Equação 20)}$$

Portanto, a Equação 19 pode ser escrita como:

$$M = E I \kappa \quad \text{(Equação 21)}$$

Logo, juntando a Equação 16 e a Equação 21:

$$\sigma_x = \frac{M}{I} y \quad \text{(Equação 22)}$$

A Equação 22 mostra que tensão normal de flexão é maior nos pontos mais

afastados da linha neutra da seção transversal e que seu valor assume uma

distribuição linear ao longo da espessura, variando dentro de limites máximos e

mínimos estabelecidos, respectivamente, pela cota máxima e pela cota mínima da

seção transversal ou vice-versa.

Juntando a Equação 12, a Equação 14 e a Equação 21 e lembrando que, pela

convenção da Resistência dos Materiais (Figura 9), o momento positivo é aquele que

produz compressão na parte superior da viga (portanto, como  $y$  é positivo para baixo,

então, com a aplicação de um momento positivo, resulta que a curvatura é negativa),

obtem-se:

$$M = -EI \frac{d^2 v}{dx^2} \quad \text{(Equação 23)}$$

2.1.2.2.2 Placa (2-D)

$$v'''' = \frac{q}{EI}$$

(Equação 30)

relação à  $x$  representa a carga distribuída  $q$ :

Portanto, a derivada de quarta ordem do deslocamento translacional  $v$  em

$$q = EI \frac{d^4 v}{dx^4}$$

(Equação 29)

quando tem o mesmo sentido de  $y$  positivo:

Por sua vez, a derivada da força cortante  $V$  em relação ao comprimento, representado pela coordenada  $x$ , fornece a carga distribuída  $q$ . Lembrando, pela convenção da Resistência dos Materiais (Figura 9), que a carga distribuída é positiva

$$v'''' = \frac{-V}{EI}$$

(Equação 28)

relação à  $x$  representa a força cortante  $V$ :

Portanto, a derivada de terceira ordem do deslocamento translacional  $v$  em

$$V = -EI \frac{d^3 v}{dx^3}$$

(Equação 27)

ponto ao longo do comprimento elementar no sentido horário:

Resistência dos Materiais (Figura 9), a força cortante é positiva quando faz girar um pela coordenada  $x$ , fornece a força cortante  $V$ . Lembrando que, pela convenção da

Por sua vez, a derivada do momento  $M$  em relação ao seu braço, representado

$$v'''' = \frac{-M}{EI}$$

(Equação 26)

relação à  $x$  representa o momento  $M$  e a curvatura  $\kappa$ :

Portanto, a derivada de segunda ordem do deslocamento translacional  $v$  em

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \kappa$$

(Equação 25)

De onde se conclui que:

$$\varepsilon_x = y \frac{d^2 v}{dx^2}$$

(Equação 24)

Juntando a Equação 15 e a Equação 23, obtêm-se:

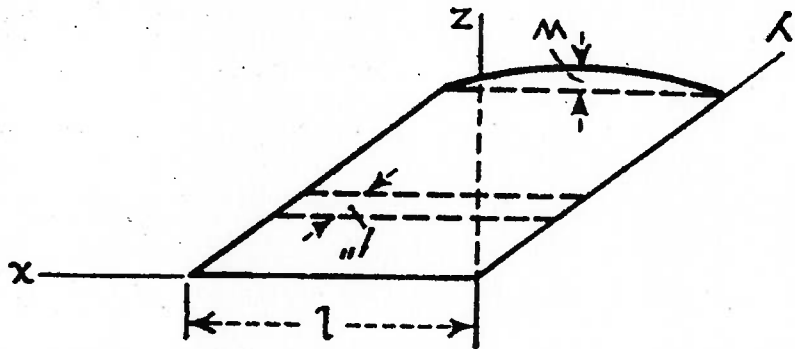


Figura 10 Placa 2-D, infinita na direção  $y$ , sujeita à flexão pura (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).

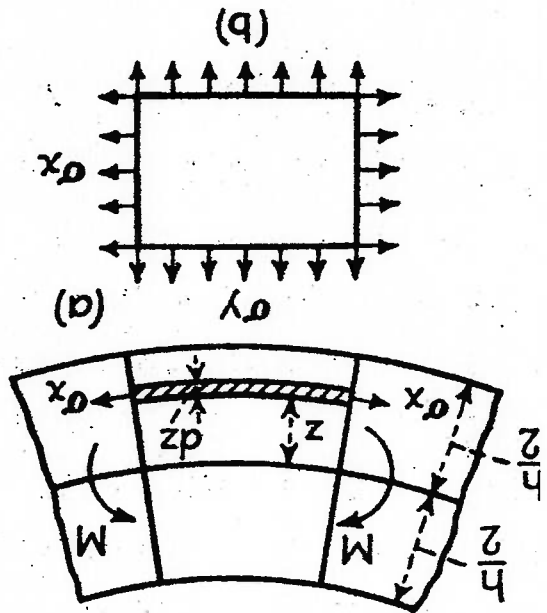


Figura 11 Área elementar de placa 2-D sujeita à flexão pura (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).

Placas são corpos sujeitos à flexão, cuja largura e cujo comprimento possuem ordem de grandeza superior à espessura.

A formulação da flexão em placas é consequência da aplicação da Teoria da Elasticidade e constitui a Teoria das Placas, que pertence à Resistência dos Materiais e foi desenvolvida, entre outros, por autores do século XIX - como Lagrange, Saint-Venant e Kirchhoff - e do século XX - como Timoshenko (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).

Considerando a formulação de placa 2-D, através de procedimentos análogos

aos da Equação 10 à Equação 30, seja uma placa de comprimento  $l$  (medido pela coordenada  $x$ ), de largura infinita (medida pela coordenada  $y$ ) e espessura  $h$  (medida pela cota  $z$ ), sujeita a um momento  $M$  que causa flexão ao longo do eixo  $x$  e, como consequência, um deslocamento translacional vertical  $w$ , como na Figura 10 à Figura 11. Toma-se um comprimento elementar  $dx$  e uma largura unitária (por causa desta última condição assumida, os esforços serão considerados por unidade de comprimento).

Considera-se o estado plano de tensão, logo  $\sigma_z = 0$ .

Analogamente à Equação 24:

$$\epsilon_x = \kappa z = \frac{d}{z} = z \frac{d^2 w}{dx^2} \quad \text{(Equação 31)}$$

Aplicando a Teoria da Elasticidade, dada pela Equação 7 à Equação 9, a

deformação em  $x$  vale:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad \text{(Equação 32)}$$

Por sua vez, a deformação em  $y$  deve ser nula para garantir a continuidade da

placa 2-D:

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} = 0 \quad \text{(Equação 33)}$$

Da Equação 31 à Equação 33, obtêm-se:

$$\sigma_x = - \frac{E z}{d^2 w} \left( \frac{d^2 x^2}{dx^2} \right) \quad \text{(Equação 34)}$$

Vale a condição da Equação 17 (a linha neutra passa pela linha centróide, no

caso representada pela linha média da seção transversal), portanto, o momento  $M$  é obtido de forma análoga à Equação 19 (dado pelo produto da força elementar da seção transversal - que por sua vez, é dada pelo produto da tensão normal pela área da seção transversal - pela cota  $z$ ):

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz = - \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E z^2}{d^2 w} \left( \frac{d^2 x^2}{dx^2} \right) dz = - \frac{E h^3}{12} \left( \frac{d^2 x^2}{dx^2} \right) \quad \text{(Equação 35)}$$

Introduzindo o conceito de rigidez flexural  $D$  (dimensão: produto de força por comprimento) da placa como:



$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad \text{(Equação 36)}$$

Resulta, analogamente à Equação 23, à Equação 28 e à Equação 30:

$$M = -D \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \quad \text{(Equação 37)}$$

$$V = -D \left( \frac{d^3 w}{dx^3} \right) \quad \text{(Equação 38)}$$

$$q = D \left( \frac{d^4 w}{dx^4} \right) \quad \text{(Equação 39)}$$

Com as relações obtidas da Equação 37 à Equação 39, montam-se as equações de equilíbrio para cada caso de flexão de placa 2-D.

Verifica-se, da Equação 36 à Equação 39, que a rigidez flexural  $D$  substitui, nas placas, o papel representado por  $EI$  nas vigas. Logo, nota-se que para um mesmo corpo, o modelo de viga 2-D é mais rígido que o modelo de placa 2-D.

Segundo a Equação 22, a tensão estabelece uma relação linear com o momento. Segundo a Equação 26, a curvatura e o momento representam a derivada de segunda ordem do deslocamento de flexão. Portanto, no modelo 2-D, a derivada de segunda ordem do deslocamento flexural em relação ao comprimento representa a tensão normal.

### 2.1.2.2.3 Placa (3-D)

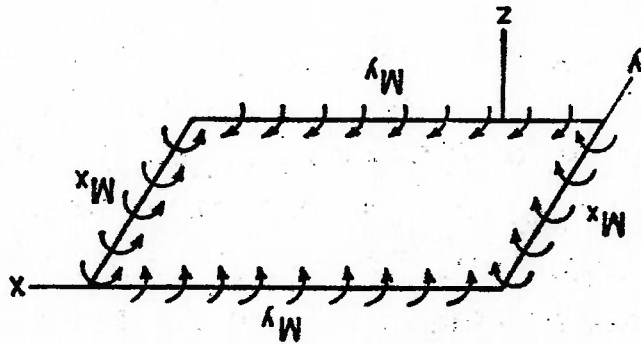


Figura 12 Placa 3-D sujeita à flexão pura (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).

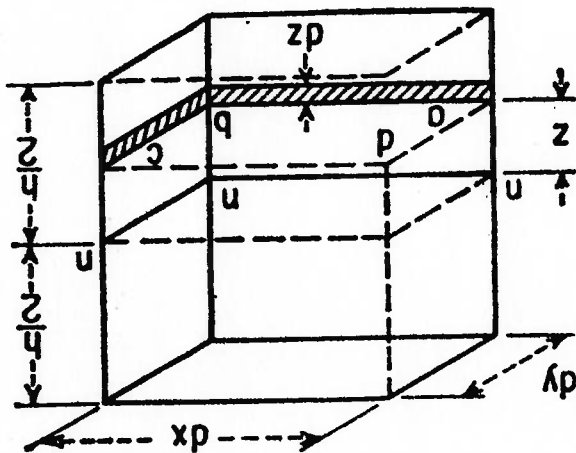


Figura 13 Volume elementar de placa 3-D (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).

Considerando a formulação de placa 3-D, através de procedimentos análogos

aos da Equação 31 à Equação 39, seja uma placa retangular de comprimento  $l$  (definido ao longo do eixo  $x$ ), de largura  $b$  (definida ao longo do eixo  $y$ ) e de

espessura  $h$  (definida ao longo do eixo  $z$ ), sujeita aos momentos  $M_x$  (paralelo ao eixo  $y$ ) e  $M_y$  (paralelo ao eixo  $x$ ), portanto sujeita a flexão pura, que causa um

deslocamento  $w$ , tal como na Figura 12 e na Figura 13. Os momentos aplicados são divididos pela unidade de comprimento, como no caso da placa 2-D.

Considera-se o estado plano de tensão, como no caso 2-D, logo  $\sigma_z = 0$ .

Sejam as curvaturas dos planos  $xz$  e  $yz$ , respectivamente,  $1/p_x$  e  $1/p_y$ . A

deformação de uma lamina  $abcd$  situada na cota  $z$ , com origem no plano neutro  $mn$

(Figura 13) vale, analogamente à Equação 31:

$$\epsilon_x = \frac{p_x}{z} \quad \text{(Equação 40)}$$

$$\epsilon_y = \frac{p_y}{z} \quad \text{(Equação 41)}$$

Aplicando a Teoria da Elasticidade, dada pela Equação 7 à Equação 9,

analogamente ao caso 2-D, as deformações axiais ao longo de  $x$  e de  $y$  valem:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \quad \text{(Equação 42)}$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} \quad \text{(Equação 43)}$$

### 2.1.2.2.4 Sólido (3-D)

um mesmo corpo, o modelo de placa 2-D é mais rígido que o modelo de placa 3-D. Comparando a fórmula de momento 2-D com aquela 3-D, nota-se que para equações de equilíbrio, para cada caso de flexão de placa 3-D.

desenvolvem-se outras relações de esforços que são usadas quando se montam as Portanto, analogamente ao caso 2-D, a partir da Equação 48 e da Equação 49,

$$M_y = D \left( \frac{1}{1 + \nu} \frac{p_x}{1} + \nu \frac{p_y}{1} \right) - D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad \text{(Equação 49)}$$

$$M_x = D \left( \frac{1}{1 + \nu} \frac{p_x}{1} + \nu \frac{p_y}{1} \right) - D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad \text{(Equação 48)}$$

Equação 47 e utilizando a notação de  $D$  da Equação 36:

Juntando a Equação 44 com a Equação 46, juntando a Equação 45 com a

$$M_y dx = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dx dz \quad \text{(Equação 47)}$$

$$M_x dy = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dy dz \quad \text{(Equação 46)}$$

tratar de um modelo 3-D:

considerando também a direção da largura para  $M_x$  e do comprimento para  $M_y$ , por se A integração do momento é feita analogamente à Equação 35, mas

$$\sigma_y = \left( \frac{Ez}{1} \right) \left( \frac{1 - \nu^2}{1} \frac{p_x}{1} + \nu \frac{p_y}{1} \right) \quad \text{(Equação 45)}$$

$$\sigma_x = \left( \frac{Ez}{1} \right) \left( \frac{1 - \nu^2}{1} \frac{p_y}{1} + \nu \frac{p_x}{1} \right) \quad \text{(Equação 44)}$$

obtem-se:

Juntando a Equação 40 e a Equação 41 com a Equação 42 e a Equação 43,

condição de deformação lateral nula, como no caso 2-D.

Note-se que, neste caso, por se tratar de um modelo 3-D, não existe a

yz e zx. Das relações da Equação 51 à Equação 53 e aplicando a Teoria de Elasticidade (através da Equação 7 à Equação 9), obtêm-se:

Analogamente ao plano xy, aplica-se a Equação 51 à Equação 53 aos planos

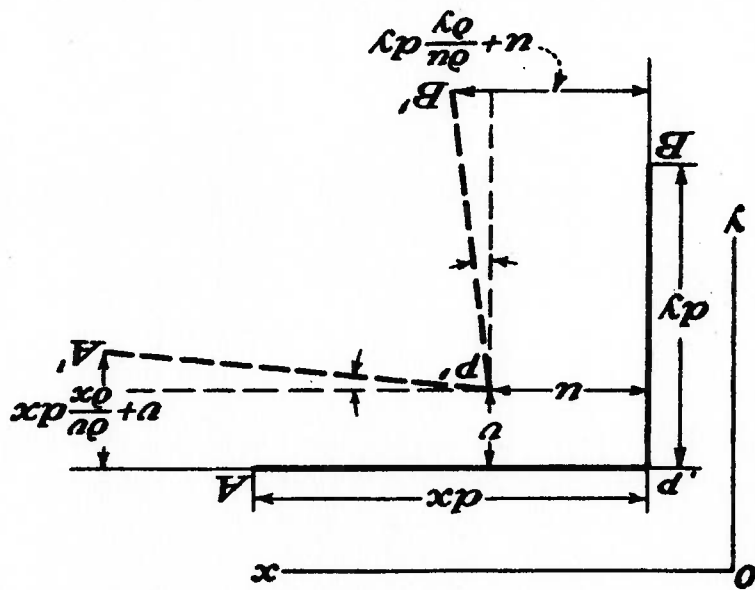
$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{(Equação 53)}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{(Equação 52)}$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{(Equação 51)}$$

Logo, neste plano, valem (Timoshenko ; Goodier, 1970):  
 P, sofre, além dos deslocamentos lineares  $u$  e  $v$ , um deslocamento angular  $\partial w/\partial y$ .  
 angular  $\partial v/\partial x$  e que o ponto B, de mesma coordenada  $x$  e diferente coordenada  $y$  de  
 coordenada  $x$  de P, sofre, além dos deslocamentos lineares  $u$  e  $v$ , um deslocamento  
 longo da coordenada  $y$ , sucede que o ponto A, de mesma coordenada  $y$  e diferente  
 deslocamento linear  $u$  ao longo da coordenada  $x$  e o seu deslocamento linear  $v$  ao  
 deslocamento de um ponto P do sólido. Considerando, no plano xy, o seu  
 Seja um sólido elástico 3-D, como na Figura 6. Seja, como na Figura 14, o  
 definido nas três direções do espaço.  
 Um sólido pode ser definido como um corpo com comportamento elástico

Figura 14 Deformação de sólido elástico 3-D (Timoshenko ; Goodier, 1970).



$$\sigma_x = \lambda e + 2G \varepsilon_x \quad \text{(Equação 54)}$$

$$\sigma_y = \lambda e + 2G \varepsilon_y \quad \text{(Equação 55)}$$

$$\sigma_z = \lambda e + 2G \varepsilon_z \quad \text{(Equação 56)}$$

Onde:

O termo  $G$  é chamado de módulo de resistência à torção, que vale:

$$G = \frac{F}{t_{xy}} = \frac{t_{yz}}{t_{xz}} = \frac{t_{zx}}{t_{xy}} = \frac{2(1+\nu)}{\gamma_{xy}} = \frac{\gamma_{yz}}{\gamma_{xz}} \quad \text{(Equação 57)}$$

O termo  $\lambda$  é chamado de módulo de rigidez flexural de sólido elástico (ou

módulo de Lamé), que vale:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{(Equação 58)}$$

O termo  $e$  representa a soma das deformações lineares do sólido, que vale:

$$e = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \left( \frac{F}{1-2\nu} \right) \quad \text{(Equação 59)}$$

O termo  $\Theta$  representa a soma das tensões normais do sólido, que vale:

$$\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad \text{(Equação 60)}$$

Comparando a fórmula de rigidez flexural para placa 3-D com aquela para

sólido 3-D, nota-se que para um mesmo corpo, o modelo de placa 3-D é mais rígido

que o modelo de sólido 3-D.

Portanto, na medida em que a representação do modelo vai se tornando mais

precisa, considerando o maior número de dimensões envolvidas na análise, a rigidez

do modelo diminui, tornando a análise mais segura.

## 2.2 Método dos Elementos Finitos

### 2.2.1 Conceito

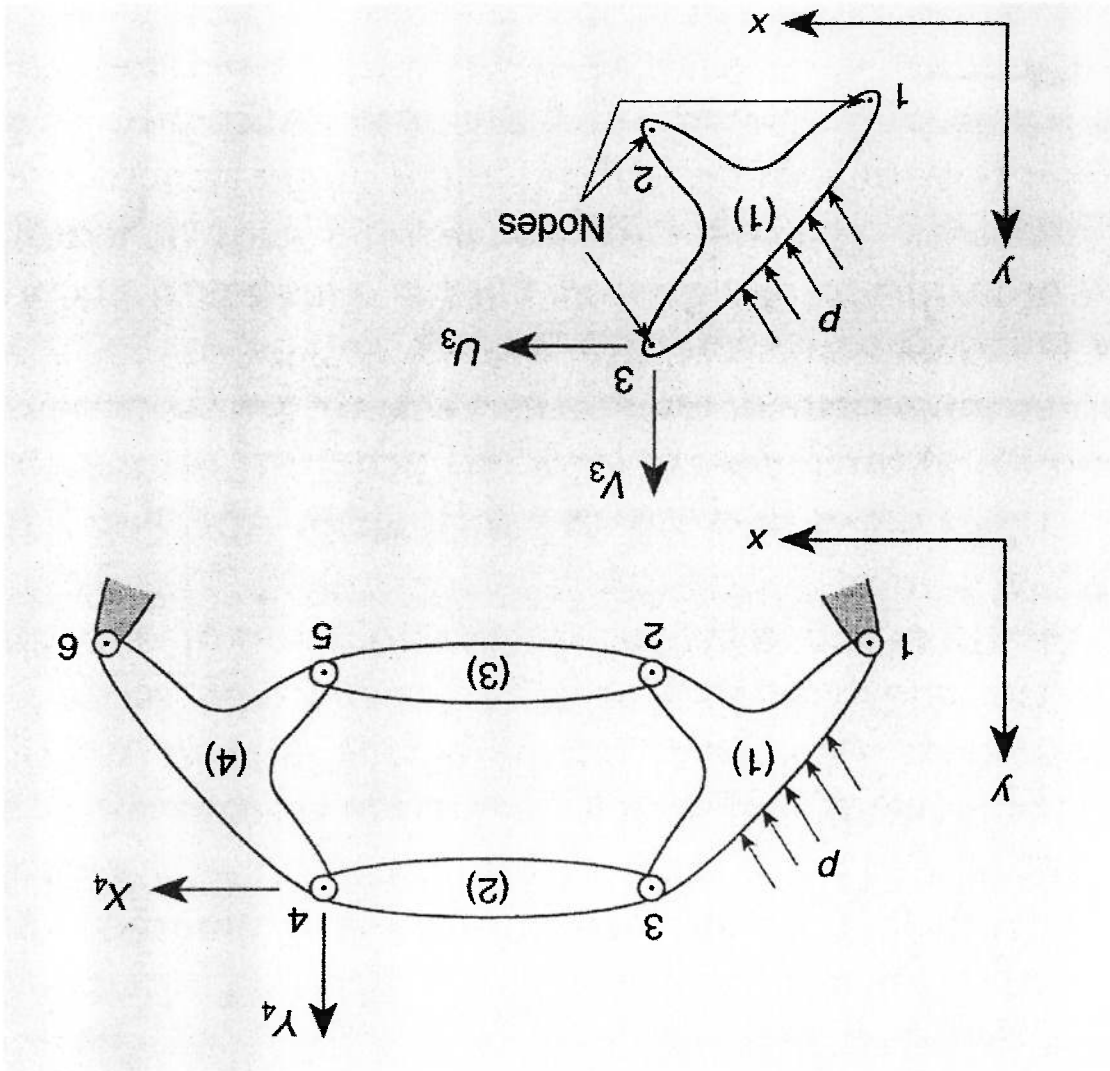


Figura 15 Exemplo genérico de modelo FEM com quatro elementos ( $m = 4$ ) e seis nós ( $n = 6$ ) e destaque do elemento  $e = 1$  e seus 3 nós. Os nós  $i = 1$  e  $i = 6$  são restringidos por apoio fixo. No nó  $i = 4$  é aplicada uma força externa concentrada decomposta em  $X_4$  e  $Y_4$ . No elemento  $e = 1$  é aplicada uma carga distribuída não nodal  $p$  (Zienkiewicz; Taylor, 2000).

O Método dos Elementos Finitos (*Finite Element Method*: FEM), termo criado por Clough (1960, *apud* Zienkiewicz; Taylor, 2000), consiste numa metodologia numérica e computacional padronizada dentro de um domínio discreto, que surgiu como consequência da aplicação de diversos métodos matemáticos.

A elaboração de um modelo FEM exige o domínio dos conceitos físicos e matemáticos envolvidos por parte de seu autor. Porém, como se trata de um método computacional, a maioria dos programas disponíveis possui uma sequência de etapas

a serem seguidas:

- Pré-processamento: é a introdução do modelo no computador e sua apresentação gráfica.
- Processamento: é a resolução numérica do sistema de equações do modelo, por um algoritmo específico, para a obtenção dos resultados.
- Pós-processamento: é a apresentação gráfica dos resultados do processamento.

## 2.2.2 Formulação do Método dos Elementos Finitos

A explicação que segue da formulação do FEM para análise estática linear é

adaptada de Zienkiewicz; Taylor (2000).

O FEM, aplicado à Resistência dos Materiais, permite modelar uma estrutura contínua dividindo-a em elementos discretos (os elementos finitos) de formulação conhecida (vigas, placas, sólidos, etc.), unidos por pontos discretos, os nós, que servem como pontos de interpolação numérica para a obtenção dos resultados. Um conjunto de elementos finitos unidos por nós constitui a malha de elementos finitos (por exemplo: Figura 77 à Figura 82).

O sistema de equações do modelo FEM, para análise estática linear, baseia-se na equação básica da Teoria da Elasticidade.

No regime elástico, a força externa " $F$ " atuante sobre um corpo é o produto da constante de elasticidade " $K$ " do corpo pelo deslocamento " $a$ " do ponto de aplicação da força:

$$F = K a$$

Logo, o deslocamento é o quociente da força pela constante de elasticidade:

$$a = F / K$$

(Equação 62)

A Equação 62 e seus termos resumem os princípios básicos do FEM:

O deslocamento " $a$ " é a incógnita, portanto representa a saída primária do processamento do modelo FEM: os deslocamentos nodais, a partir dos quais serão obtidas as tensões e deformações da estrutura.

A constante de elasticidade  $K$  representa a rigidez da estrutura, que, no modelo FEM, é representada através de uma matriz de rigidez do modelo, que, por sua vez, é obtida pela soma das matrizes de rigidez dos elementos finitos, cujas

Formulações são conhecidas a partir da Resistência dos Materiais.

A força externa  $F$  pode representar o carregamento aplicado ou as reações de apoio. O primeiro é conhecido e determinado pelo autor do modelo. As últimas são incógnitas que são obtidas sabendo-se que os deslocamentos nodais correspondentes são nulos.

No regime elástico, como o resultado desejado é um quociente, a solução do sistema de equações do modelo deve aplicar procedimentos análogos à inversão da matriz de rigidez do modelo (que representa a constante de elasticidade "K"), como o Método da Eliminação de Gauss. Portanto, o procedimento equivale a derivar cada iteração numérica, constituindo um método implícito e um método linear, o que permite superpor diversas condições de carregamento, mas não admite a existência de uma matriz de rigidez singular, o que se assegura pela modelagem do sistema numa condição de equilíbrio estático, obtida por restrições nas condições de contorno (vinculação do modelo).

Apenas como contra-exemplo, caso se tratasse de um modelo visco-elástico linear, a força " $F$ " seria o produto da constante de amortecimento " $c$ " pela velocidade " $v$ ":

$$F = c v$$

(Equação 63)

O deslocamento nodal " $a$ ", por sua vez, seria o produto da velocidade pelo tempo:

$$a = v t$$

(Equação 64)

Neste caso, como o resultado desejado é um produto, a solução do sistema de equações do modelo deve aplicar procedimentos que equivalem a integrar cada iteração numérica, constituindo, numericamente, um método explícito e um método não linear, o que impede superpor diversas condições de carregamento, mas admite singularidades na matriz de rigidez do modelo, o que, por sua vez, permite a modelagem do sistema sem a condição de equilíbrio estático, logo sem restrições nas condições de contorno.

## 2.2.2.1 Grau de liberdade

Chama-se de grau de liberdade (GL) cada deslocamento possível de um nó numa direção de um sistema de coordenadas ortogonais. Assim, no sistema



retangular 3-D) (definido pelos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ ), um nó pode, a princípio, possuir seis computacionais, denominam-se, respectivamente:  $TX$ ,  $TY$ ,  $TZ$ ) e três movimentos de rotação (que, na notação usual dos programas computacionais, denominam-se, respectivamente:  $RX$ ,  $RY$ ,  $RZ$ ).

Seja um modelo FEM genérico com  $m$  elementos, conectados por  $n$  nós, tendo  $\#$  nós por elemento e  $\ell$  graus de liberdade por nó. Sejam  $i$  e  $j$  índices contadores para nós, sejam  $t$  e  $f$  índices contadores para graus de liberdade e seja  $e$  um índice contador para elementos.

O número máximo possível de graus de liberdade de um modelo (ou seja, sem considerar as restrições) será indicado por  $V$ , que vale:

$$V = \sum_n^n \left( \sum_{\ell}^{\ell} \sum_{f=1}^f \right) \quad \text{(Equação 65)}$$

Se todos os nós tiverem o mesmo número de graus de liberdade:

$$V = n \times \ell \quad \text{(Equação 66)}$$

Para obter o número de graus de liberdade do modelo, indicado por  $\mathcal{L}$

subtraí-se de  $V$  o número  $\xi$  de graus de liberdade que estão restringidos:

$$\mathcal{L} = V - \xi \quad \text{(Equação 67)}$$

Por exemplo, o modelo da Figura 15 ( $m = 4$ ,  $n = 6$ ;  $\# = 3$  para  $e = 1$  e para  $e =$

$4$ ;  $\# = 3$  para  $e = 1$  e para  $e = 4$ ) é restringido no plano  $xy$  ( $TZ = RX = RY = 0$ ) e seus

nós são conectados por pinos ( $RZ = 0$ ), logo cada um dos seis nós possui dois GL

$(TX, TY)$ , portanto  $\ell = 2$ . Logo, aplicando a Equação 66:

$$V = n \times \ell = 6 \times 2 = 12.$$

Como os nós  $i = 1$  e  $i = 6$  são restringidos por apoio fixo ( $TX = TY = 0$ ), então

$\xi = 4$ . Logo, aplicando Equação 67:

$$\mathcal{L} = V - \xi = 12 - 4 = 8.$$

Ou seja, o sistema possui oito graus de liberdade.

### 2.2.2.2 Forças e Deslocamentos dos Elementos

Seja o vetor  $\mathbf{q}^e$  das forças exercidas por um elemento  $e$  sobre os  $\#$  nós aos

quais está conectado (por questões de espaço, vetores-coluna serão representados por transposição dos respectivos vetores-linha):

Introduzindo a matriz de rigidez  $K$  do sistema, cada termo  $K_e$  desta matriz representa o esforço no grau de liberdade  $i$  provocado pelo deslocamento unitário do grau de liberdade  $j$  mantidos os demais graus de liberdade restringidos. Pelo

Tabela 1 Conectividade dos nós e elementos do modelo FEM da Figura 15.

Nós		1	2	3	4	5	6
Elementos	1	X	X	X			
	2			X	X		
	3		X			X	
	4				X	X	X

### 2.2.2.3 Matriz de Rigidez

número de graus de liberdade do elemento  $e$ .

Portanto, o número total de termos de  $q^e$  e de  $a^e$  é o mesmo:  $\ell \times \ell$ , ou seja, o

(Equação 73)

$$a^e = \{a_1^e \ a_2^e \ a_3^e\}^T = \{0 \ 0 \ \dots \ 0 \ n_1^e \ v_1^e \ \dots \ n_3^e \ v_3^e\}^T = \{0 \ \delta_1^e \ \delta_1^e \ \delta_2^e \ \delta_2^e \ \delta_3^e \ \delta_3^e\}^T$$

deslocamentos nodais  $u_i^e$  e  $v_i^e$  em função dos GL como  $\delta_i^e$ :

Por exemplo, para o elemento  $e = 1$  do modelo da Figura 15 (redefinindo os

$$a^e = \{u_1^e \ \dots \ u_{\ell}^e\}^T \quad \text{(Equação 72)}$$

deslocamentos  $u_i^e$  de cada um dos  $\ell$  graus de liberdade do nó  $i$  do elemento  $e$ :

Cada termo  $a_i^e$  do vetor  $a^e$  é um outro vetor, constituído por todos os

$$a^e = \{a_1^e \ \dots \ a_{\ell}^e\}^T \quad \text{(Equação 71)}$$

nodais dos  $\ell$  nós do elemento  $e$ :

Analogamente para os deslocamentos: seja o vetor  $a^e$  dos deslocamentos

$$q^e = \{q_1^e \ q_2^e \ q_3^e\}^T = \{U_1^e \ U_1^e \ U_1^e \ \dots \ U_1^e \ U_2^e \ U_2^e \ \dots \ U_2^e \ U_3^e \ U_3^e\}^T \quad \text{(Equação 70)}$$

delimita os nós):

Por exemplo, para o elemento  $e = 1$  do modelo da Figura 15 (o pontilhado

$$q^e = \{U_1^e \ \dots \ U_{\ell}^e\}^T \quad \text{(Equação 69)}$$

$U_i^e$  aplicados em cada um dos  $\ell$  graus de liberdade do nó  $i$  do elemento  $e$ :

Cada termo  $q_i^e$  do vetor  $q^e$  é um outro vetor, constituído por todos os esforços

$$q^e = \{q_1^e \ \dots \ q_{\ell}^e\}^T \quad \text{(Equação 68)}$$

Teorema da Reciprocidade de Maxwell, prova-se que este esforço é igual àquele provocado no grau de liberdade  $\zeta$  pelo deslocamento unitário no grau de liberdade  $\xi$  mantidos os demais graus de liberdade restringidos. Portanto,  $\mathbf{K}$  é uma matriz quadrada e simétrica de ordem  $A$ .

Os termos  $\mathbf{K}_{ij}$  da matriz  $\mathbf{K}$  também podem ser agrupados em função dos nós, ou seja, em  $n$  submatrizes  $\mathbf{K}_{ij}$  quadradas e simétricas de ordem  $\ell \times \ell$  onde cada uma destas submatrizes constitui a matriz de rigidez de um nó, ou seja, agrupa todos os esforços no grau de liberdade  $\zeta$  pertencente ao nó  $i$ , causados por um deslocamento unitário do grau de liberdade  $\xi$  pertencente ao nó  $j$ , mantidos os demais graus de liberdade restringidos (Equação 74).

$$\mathbf{K}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{i1} & \dots & \mathbf{K}_{i\ell} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{K}_{j1} & \dots & \mathbf{K}_{j\ell} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{K}_{\ell 1} & \dots & \mathbf{K}_{\ell \ell} \end{bmatrix} \quad \text{(Equação 74)}$$

Logo, exprimindo  $\mathbf{K}$  em função dos  $n$  nós (Equação 75):

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \dots & \mathbf{K}_{1j} & \dots & \mathbf{K}_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{K}_{j1} & \dots & \mathbf{K}_{jj} & \dots & \mathbf{K}_{jn} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{K}_{n1} & \dots & \mathbf{K}_{nj} & \dots & \mathbf{K}_{nn} \end{bmatrix} \quad \text{(Equação 75)}$$

É necessário determinar o valor de cada termo  $\mathbf{K}_{ij}$  de  $\mathbf{K}$ . Para isto, como os graus de liberdade também são associados aos elementos, monta-se a matriz de rigidez  $\mathbf{K}^e$  de cada elemento  $e$ .

Cada matriz  $\mathbf{K}^e$  é uma submatriz quadrada e simétrica de ordem igual ao produto  $\ell \times \ell$  chamada matriz de rigidez do elemento  $e$ , que pertence à matriz  $\mathbf{K}$  e onde cada termo  $\mathbf{K}_{\zeta\xi}^e$  representa o esforço no grau de liberdade  $\zeta$  do elemento  $e$  causado pelo deslocamento unitário do grau de liberdade  $\xi$  do mesmo elemento  $e$ , mantidos os demais graus de liberdade restringidos (Equação 76). Estes termos são conhecidos a partir de formulações analíticas da Resistência dos Materiais para cada tipo de elemento.





Quando são aplicadas forças distribuídas ou concentradas nos elementos fora

dos nós (cargas não nodais), elas devem ser equilibradas pela reação de forças nodais

equivalentes.

Seja  $\mathbf{F}^p$  igual às forças nodais equivalentes aplicadas nos  $\ell$  graus de liberdade

dos  $\#$  nós de um elemento  $e$  para equilibrar cargas não nodais aplicadas ao mesmo

elemento:

$$\mathbf{F}^p = \{F_e^p \quad \dots \quad F_{e\ell}^p\}^T \quad \text{(Equação 81)}$$

Seja  $\mathbf{F}^\infty$  igual às forças nodais equivalentes aplicadas nos  $\ell$  graus de liberdade

dos  $\#$  nós de um elemento  $e$  para equilibrar deformações iniciais aplicadas ao mesmo

elemento (como, por exemplo, esforços térmicos):

$$\mathbf{F}^\infty = \{F_e^\infty \quad \dots \quad F_{e\ell}^\infty\}^T \quad \text{(Equação 82)}$$

As forças descritas pela Equação 81 e pela Equação 82 são conhecidas a

partir de formulações analíticas da Resistência dos Materiais. Logo, as forças nodais

equivalentes  $\mathbf{F}^e$  aplicadas em cada elemento  $e$  valem:

$$\mathbf{F}^e = \mathbf{F}^p + \mathbf{F}^\infty \quad \text{(Equação 83)}$$

Por exemplo, para o elemento  $e=1$  do modelo da Figura 15, no qual é aplicada

a carga não nodal distribuída  $p$  (que causa reação nodal equivalente  $F_p$  no GL  $\delta$ ):

$$\mathbf{F}^1 = \mathbf{F}^p = \{F_1^p \quad F_2^p \quad F_3^p \quad F_4^p \quad F_5^p \quad F_6^p\}^T \quad \text{(Equação 84)}$$

### 2.2.5 Aplicação da Teoria da Elasticidade

Aplicando a Teoria da Elasticidade (Equação 61), que iguala a força exercida

pelo elemento com o produto de sua matriz de rigidez pelo deslocamento de seus

nós, acrescidos das forças nodais equivalentes, resulta, para cada elemento  $e$ :

$$\mathbf{q}^e = \mathbf{K}^e \mathbf{a}^e + \mathbf{F}^e \quad \text{(Equação 85)}$$

### 2.2.6 Montagem do Sistema de Equações do Modelo: Compatibilidade

#### de Deslocamentos

A montagem do sistema de equações do modelo deve atender a duas

condições: compatibilidade de deslocamentos e condição de equilíbrio.

Compatibilidade de deslocamento significa que o deslocamento de um grau

de liberdade  $i$  de um nó  $i$  deve ser o mesmo se tomado em qualquer elemento  $e$

Pela Segunda Lei de Newton (um corpo submetido à ação de uma força reage com uma força de mesmo módulo e direção, mas de sentido contrário), as forças externas aplicadas nos nós devem equilibrar as forças que os elementos aplicam nos nós. Portanto, excetuados os nós das restrições do modelo e aqueles que recebem cargas concentradas externas, a resultante nodal é nula, verificando a condição de

### 2.2.2.7.2 Aplicação da Condição de Equilíbrio

$$\mathbf{r} = \{R_1 \quad R_2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad F_7 \quad F_8 \quad 0 \quad 0 \quad R_{11} \quad R_{12}\}^T \quad (\text{Equação 91})$$

reações das restrições  $U_i$  e  $V_i$  redefinidas em função dos GL como  $R_i$ :  
 como  $F_i$ ) e em que os nós  $i = 1$  e  $i = 6$  são restringidos por apoio fixo (sujeitos à nodal concentrada externa decomposta em  $X_4$  e  $Y_4$  (redefinidas em função dos GL Por exemplo, para o modelo da Figura 15, em que o nó  $i = 4$  recebe uma força

$$\mathbf{r}_i = \{U_1 \quad \dots \quad U_i\}^T \quad (\text{Equação 90})$$

graus de liberdade do nó  $i$ :

Cada termo  $r_i$  do vetor  $\mathbf{r}$  é um vetor constituído pelas componentes  $U_i$  dos  $\ell$

$$\mathbf{r} = \{r_1 \quad \dots \quad r_n\}^T \quad (\text{Equação 89})$$

dos  $n$  nós:

Sejam as forças externas (concentradas)  $\mathbf{r}$ , aplicadas cada uma, em cada um

### 2.2.2.7.1 Forças Nodais Externas (Concentradas)

#### Equilíbrio

### 2.2.2.7 Montagem do Sistema de Equações do Modelo: A Condição de

$$\mathbf{a} = \{0 \quad 0 \quad \delta_2 \quad \delta_3 \quad \delta_4 \quad \delta_5 \quad \delta_6 \quad \delta_7 \quad \delta_8 \quad \delta_9 \quad 0 \quad 0\}^T \quad (\text{Equação 88})$$

restringidos por apoio fixo (definidos em função dos GL como  $\delta_i$ ):

Por exemplo, para o modelo da Figura 15, em que os nós  $i = 1$  e  $i = 6$  são

$$\mathbf{a}_i = \{u_1 \quad \dots \quad u_i\}^T \quad (\text{Equação 87})$$

graus de liberdade do nó  $i$ :

Cada termo  $a_i$  do vetor  $\mathbf{a}$  é um vetor constituído pelos deslocamentos  $u_i$  dos  $\ell$

$$\mathbf{a} = \{a_1 \quad \dots \quad a_n\}^T \quad (\text{Equação 86})$$

função dos  $n$  nós do modelo:

conectado a este nó. Portanto, redefina-se o deslocamento nodal  $\mathbf{a}$  da Equação 71 em

equilíbrio no sistema.

A Equação 92 iguala a resultante  $r_i$  do nó  $i$  à soma das forças  $q_e^i$  exercidas sobre este nó por cada elemento  $e$  que está conectado a este mesmo nó:

$$r_i = \sum_{e=1}^e q_e^i \quad (\text{Equação 92})$$

Redefinindo a Equação 78 em função dos  $n$  nós e  $m$  elementos:

$$K_{ij} = \sum_{e=1}^e K_e^{ij} \quad (\text{Equação 93})$$

A Equação 94 iguala as reações nodais equivalentes  $f_i$  do nó  $i$  à soma de todas as reações nodais equivalentes  $f_e^i$  aplicadas neste nó por cada elemento  $e$  que está conectado a este mesmo nó:

$$f_i = \sum_{e=1}^e f_e^i = \sum_{m=1}^m (f_{d_i}^e + f_{s_{o_i}}^e) \quad (\text{Equação 94})$$

Juntando a Equação 85, a Equação 92, a Equação 93 e a Equação 94, obtém-se, para cada nó  $i$  do modelo FEM, a equação de equilíbrio:

$$r_i - f_i = \sum_{j=1}^n K_{ij} a_j \quad (\text{Equação 95})$$

### 2.2.2.8 Resolução do Sistema Linear

O sistema linear de equações do modelo, obtido na Equação 95, pode ser escrito como  $\Lambda$  equações, correspondentes a  $\Lambda$  graus de liberdade.

Ora, sendo as incógnitas os  $\Lambda$  deslocamentos nodais  $a$  e as  $\xi$  reações  $r$  nas restrições do modelo, este sistema de  $\Lambda$  equações é indeterminado.

Porém, os deslocamentos  $a$  das restrições são nulos, logo são conhecidos, o que permite eliminar um número  $\xi$  de linhas e colunas do sistema definido pela Equação 95 e assim obter uma matriz de rigidez reduzida de ordem  $\mathcal{L}$  e tornar o sistema determinado.

O número de incógnitas continua igual a  $\Lambda$ , ou seja, igual à soma do número de deslocamentos nodais livres  $\mathcal{L}$  (que é igual ao número de graus de liberdade do modelo) e do número de reações das restrições  $\xi$  (que é igual ao número de deslocamentos nodais nulos).

Portanto, para análise estática linear elástica, a saída primária consiste, além



dos deslocamentos nodais, também das reações das restrições (vinculações).

Por exemplo, para o modelo da Figura 15, sendo  $N = 12$ ,  $\mathcal{L} = 8$  e  $\xi = 4$ ,

eliminam-se 4 linhas e colunas correspondentes às restrições nulas ( $\delta_1, \delta_2, \delta_{11}, \delta_{12}$ ) e

resolvem-se as 8 equações para achar os 8 deslocamentos livres ( $\delta_3$  a  $\delta_{10}$ ):

$$K_{33} \delta_3 + K_{34} \delta_4 + \dots + K_{310} \delta_{10} + F_{p3} = 0 \quad \text{(Equação 96)}$$

$$K_{43} \delta_3 + K_{44} \delta_4 + \dots + K_{410} \delta_{10} + F_{p4} = 0 \quad \text{(Equação 97)}$$

$$K_{53} \delta_3 + K_{54} \delta_4 + \dots + K_{510} \delta_{10} + F_{p5} = 0 \quad \text{(Equação 98)}$$

$$K_{63} \delta_3 + K_{64} \delta_4 + \dots + K_{610} \delta_{10} + F_{p6} = 0 \quad \text{(Equação 99)}$$

$$K_{73} \delta_3 + K_{74} \delta_4 + \dots + K_{710} \delta_{10} = F_7 \quad \text{(Equação 100)}$$

$$K_{83} \delta_3 + K_{84} \delta_4 + \dots + K_{810} \delta_{10} = F_8 \quad \text{(Equação 101)}$$

$$K_{93} \delta_3 + K_{94} \delta_4 + \dots + K_{910} \delta_{10} = 0 \quad \text{(Equação 102)}$$

$$K_{103} \delta_{10} + K_{104} \delta_{10} + \dots + K_{1010} \delta_{10} = 0 \quad \text{(Equação 103)}$$

A seguir, com os resultados dos deslocamentos fornecidos pela Equação 96 à

Equação 103, acham-se as reações das restrições ( $R_1, R_2, R_3, R_{11}, R_{12}$ ):

$$R_1 = K_{13} \delta_3 + K_{14} \delta_4 + \dots + K_{110} \delta_{10} + F_{p1} \quad \text{(Equação 104)}$$

$$R_2 = K_{23} \delta_3 + K_{24} \delta_4 + \dots + K_{210} \delta_{10} + F_{p2} \quad \text{(Equação 105)}$$

$$R_{11} = K_{113} \delta_3 + K_{114} \delta_4 + \dots + K_{1110} \delta_{10} \quad \text{(Equação 106)}$$

$$R_{12} = K_{123} \delta_3 + K_{124} \delta_4 + \dots + K_{1210} \delta_{10} \quad \text{(Equação 107)}$$

### 2.2.2.9 Obtenção das Tensões e Deformações nos Elementos

Figura 16 Exemplo de função de forma  $N_i$ : a partir do deslocamento unitário do nó  $i$ , determina-se a deformação (e a tensão) do elemento triangular da figura (Zienkiewicz; Taylor, 2000).

Uma vez obtido o deslocamento nodal, é necessário obter as saídas secundárias, marcadamente as tensões e deformações em cada ponto dos elementos.

Por isto, antes de tudo, é necessário garantir a continuidade da deformação dentro do elemento e na fronteira entre os elementos, o que é obtido por funções de forma (*shape functions*)  $N_i$ , que permitem determinar a deformação (e por conseguinte, a tensão) do elemento em função do deslocamento dos nós, como

ilustrado na Figura 16.

Sejam os deslocamentos  $\mathbf{u}$  para os elementos e  $\mathbf{a}$  para os nós. Através da função de forma (*shape function*) representada pela matriz  $\mathbf{N}_i$ , estabelece-se a relação entre os dois tipos de deslocamento:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \mathbf{a} \quad \text{(Equação 108)}$$

Através da matriz operadora  $\mathbf{S}$  (que aplica as derivadas parciais em relação às coordenadas de deslocamento), obtém-se a deformação  $\mathbf{\epsilon}$  de cada ponto do elemento em função de seu deslocamento  $\mathbf{u}$ :

$$\mathbf{\epsilon} = \mathbf{S} \mathbf{u} \quad \text{(Equação 109)}$$

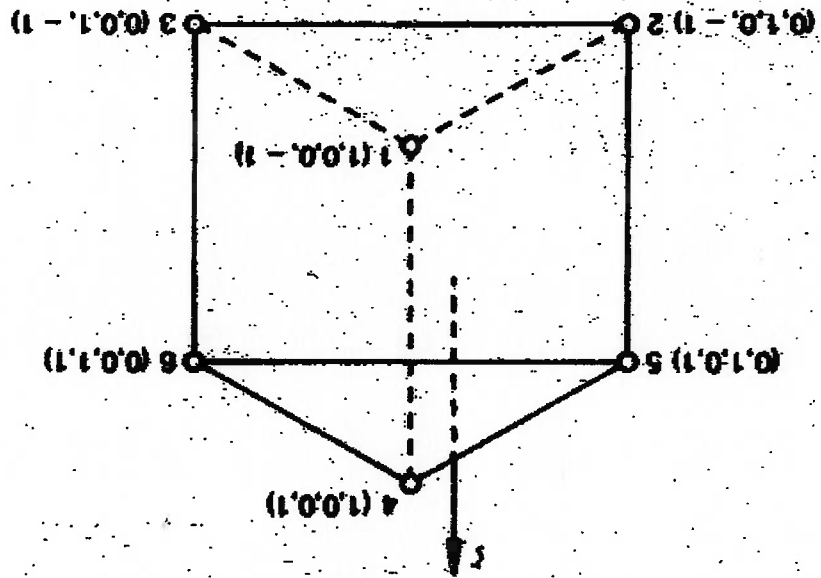
Logo, o produto de  $\mathbf{S}$  por  $\mathbf{N}$  fornece a matriz derivada  $\mathbf{B}$ , que por sua vez, fornece as derivadas parciais de  $\mathbf{N}$  em relação às coordenadas de deslocamento:

$$\mathbf{B} = \mathbf{S} \mathbf{N} \quad \text{(Equação 110)}$$

Juntando a Equação 108, a Equação 109 e a Equação 110, obtém-se a fórmula

O elemento sólido pentadrico linear - ou pentaedro linear (Figura 17), o mesmo que será usado neste trabalho - tem 6 nós, 5 faces, 2 triangulares e 3

Figura 17 Pentaedro linear (Surana, 1987).



### 2.2.2.9.1 Funções de Forma do Pentaedro Linear

grandezas dentro do elemento (constante, linear, quadrática, etc). do elemento, é a formulação da matriz  $N$  que vai determinar a variação destas Tanto para a deformação (Equação 111), como para a tensão (Equação 112)

$$\sigma = D(\epsilon - \epsilon_0) + \sigma_0 \quad \text{(Equação 112)}$$

Chega-se, finalmente, à tensão do elemento, dada pela Equação 112:

submetido.

- As tensões e deformações iniciais ( $\epsilon_0$  e  $\sigma_0$ ) às quais o elemento pode estar
- A tensão como sendo o quociente da força pela área (Equação 1).
- A Teoria da Elasticidade aplicada ao elemento, dada pela Equação 85.

aplicação em sistemas discretos.

flexural  $D$  (para modelos com placas) ou  $\lambda$  (para modelos com sólidos) para a sua - A matriz de rigidez flexural  $D$  do elemento, que representa a rigidez

Para achar a tensão no elemento a partir da deformação, considerando:

$$\epsilon = B a \quad \text{(Equação 111)}$$

da deformação do elemento:

quadrangulares) e 3 graus de liberdade por nó (translação). Portanto,  $n = 6$  e  $\ell = 3$ . Como sólido, vale a rigidez flexural descrita na Equação 58. Sendo o comprimento  $L_i$  de cada aresta  $i$  das face quadrangulares e o seu eixo de coordenadas próprias  $\xi$ , sua função de forma é dada por (Surana, 1987):

$$N_1 = \frac{1}{2} L_1 (1 + \xi_1) \quad ; \quad i = 1; 4 \quad \text{(Equação 113)}$$

$$N_2 = \frac{1}{2} L_2 (1 + \xi_2) \quad ; \quad i = 2; 5 \quad \text{(Equação 114)}$$

$$N_3 = \frac{1}{2} L_3 (1 + \xi_3) \quad ; \quad i = 3; 6 \quad \text{(Equação 115)}$$

Das equações acima, desprende-se que a tensão e a deformação variam no elemento ao longo da sua altura.

### 2.2.2.10 Equações do Modelo FEM na Forma Contínua

Pode-se, ainda, representar o sistema de equações do modelo FEM na sua forma contínua, integrando o trabalho realizado pela força nodal no volume  $V$  do elemento e utilizando as equações da continuidade, obtendo-se as equações:

$$q^e = \int_V (B^T - N^T b) dV \quad \text{(Equação 116)}$$

$$K^e = \int_V B^T D B dV \quad \text{(Equação 117)}$$

$$f^e = - \int_V (N^T b + B^T (D \epsilon_0 - \sigma_0)) dV \quad \text{(Equação 118)}$$

Onde  $b$  é um vetor de forças de corpo de elemento e  $f$  é uma matriz de transformação que permite expressar o vetor de deslocamentos nodais  $a$  como:

$$a = f b \quad \text{(Equação 119)}$$

### 2.2.3 Construção da Malha de Elementos Finitos

A construção gráfica da malha do modelo FEM pode ser feita com o auxílio de algoritmos do pré-processador, através de um modelador geométrico e outro de elementos finitos, ambos 3-D. As entidades geométricas são excluídas da análise, servindo apenas como base para a construção do modelo. A apresentação gráfica dos resultados da análise FEM, por sua vez, é feita pelo pós-processador, segundo diversos algoritmos específicos.

Quando, na função de forma do elemento finito, os pontos que definem sua geometria coincidem com os nós, o elemento é dito isoparamétrico. Se o número de nós for maior, o elemento é superparamétrico. Se o número de nós for menor, o elemento é subparamétrico.

Por outro lado, a notação do pré-processador de alguns programas chama uma malha de elementos finitos de isoparamétrica quando esta é construída por algoritmos que distribuem os nós ao longo das arestas de uma superfície ou de um sólido num intervalo de espaçamento igual a um divisor inteiro do comprimento da aresta. Por isto, geralmente, os programas existentes criam malhas isoparamétricas de elementos com faces triangulares (presentes no triângulo, no tetraedro e no pentaedro) ou quadrangulares (presentes no quadrângulo, no hexaedro e no pentaedro) em superfícies que também sejam triangulares ou quadrangulares (ou seja, definidas por três ou quatro arestas).

Os elementos finitos viga e placa possuem formulação com seis graus de liberdade por nó, representados pela translação e rotação nos três eixos ortogonais principais do espaço 3-D ( $TX, TY, TZ, RX, RY, RZ$ ). O elemento finito sólido possui formulação com apenas três graus de liberdade, representados pela translação nos três eixos ortogonais principais do espaço 3-D ( $TX, TY, TZ$ ). As coordenadas usadas no FEM podem ser retangulares, cilíndricas ou esféricas.

## 2.2.4 Escolha da Malha

A escolha de quais elementos que constituirão a malha deve considerar as vantagens e desvantagens de cada formulação de elemento. Neste trabalho, a escolha do elemento deve considerar que será modelada uma placa litostática, portanto uma superfície geográfica de contorno irregular com uma espessura determinada, para a qual se deseja conhecer os deslocamentos e as tensões resultantes de flexão.

Devido à sua formulação matemática, elementos triangulares isoparamétricos (ou seja, com três nós) apresentam valor de tensão e deformação constantes no elemento. Elementos quadrangulares isoparamétricos (ou seja, com quatro nós) apresentam valores de tensão e deformação variáveis no interior do elemento. Por outro lado, uma malha isoparamétrica quadrangular sem distorções é mais difícil de obter numa superfície de contorno irregular que uma triangular.

Papadopoulos; Taylor (1990) analisam o uso de elementos planos triangulares superparamétricos, com formulação de Hu-Washizu, para modelar placas formuladas conforme a teoria de Reissner-Mindlin, ao invés da teoria de Kirchhoff (ou seja, aquela desenvolvida por Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959) e mostram as vantagens desta formulação:

– Boa convergência para casos onde os elementos possuem uma distorção muito elevada, como é o caso de superfícies de contorno irregular.

– Tensão e deformação variáveis no interior do elemento, ao contrário dos elementos triangulares isoparamétricos.

Por outro lado, o uso de uma malha de elementos sólidos pentáedricos lineares (*linear wedge*) permite as seguintes vantagens (Surana, 1987):

– Realizar a malha em superfícies de contorno irregular, devido às faces triangulares.

– A tensão e a deformação são variáveis no seu interior (ao longo da espessura da placa que se pretende modelar), como se desprende de suas funções de forma (Equação 113 a Equação 115).

Portanto, para as exigências deste trabalho, o pentaedro linear aparece como uma escolha preferencial.

## 2.2.5 O FEM e o Método das Diferenças Finitas

O método das diferenças finitas permite, através de fórmulas numéricas, resolver equações diferenciais de equilíbrio. Contudo, duas limitações deste método em relação ao FEM devem ser consideradas:

– A interpolação nas diferenças finitas faz-se por pontos discretos (equivalentes aos nós), porém sem considerar a continuidade do meio (que, no FEM, é dada por funções de interpolação de forma - *shape functions*), comprometendo a precisão dos resultados quando o modelo for muito extenso. Por esta razão, um programa FEM deve ter mais robustez que um programa de diferenças finitas.

– No FEM, parte-se do princípio básico da elasticidade, logo a parte mais importante é obter a matriz de rigidez do sistema. Nas diferenças finitas, parte-se da equação diferencial específica para a condição de equilíbrio do modelo que, outrossim, poderia ser resolvida de modo analítico.

## 2.3 Geofísica

### 2.3.1 Constituição da Terra e Teoria da Isostasia

A constituição da Terra como sendo disposta em camadas concêntricas, com densidade crescente da crosta ao núcleo, remonta a Newton, que desenvolveu a Teoria da Gravitação Universal (1687 *apud* Lenz; Amaral, 1995).

Posteriormente, nos séculos XIX e XX, estudos sismológicos determinaram as camadas da Terra e sua composição, do exterior em direção ao interior: crosta (silicatos), descontinuidade crosta-manto (também chamada de Moho, por ter sido descoberta por Mohorovičić, em 1909), manto superior, manto transicional, manto inferior, descontinuidade manto-núcleo (também chamada de zona D" ou descontinuidade de Gutenberg, por este ter sido o seu descobridor, em 1912), núcleo externo (ligas de ferro e oxigênio e de ferro e enxofre) e núcleo (ferro). A temperatura aumenta com a profundidade (Fowler, 2000; Pacca; McReath, 2000). A disposição e espessura destas camadas são mostradas na Figura 19.

No século XIX, surgiram as teorias baseadas na isostasia, ou seja, no princípio de Arquimedes: a crosta flutuaria sobre o manto, que é mais denso. Segundo o modelo isostático de Pratt (1855 *apud* Karner; Watts, 1983), atualizado por Hayford; Bowie (1912 *apud* Karner; Watts, 1983), o material constituinte da crosta apresentaria variações de densidade, de modo que as montanhas desportariam como mais altas por serem constituídas de materiais menos densos, enquanto que o leito dos oceanos ocuparia uma posição mais baixa por ser constituído por material mais denso. Por outro lado, segundo o modelo isostático de Airy (1855 *apud* Karner; Watts, 1983), atualizado por Heiskanen (1924 *apud* Karner; Watts, 1983), o material constituinte da crosta apresentaria pouca variação de densidade, de modo que quanto maior a altitude (portanto, quanto maior o volume) da formação crustal, maior seria sua raiz mergulhada no manto, o que explicaria a maior espessura da crosta nos continentes que nos oceanos (Figura 18).

Aqui cumpre notar uma questão de terminologia. Em Geofísica, o adjetivo "isostático" refere-se à teoria da isostasia, ou seja, que um sólido imerso num fluido sofre uma reação de empuxo igual ao peso do volume de fluido deslocado. Por outro lado, em Engenharia (Kaminski, 2000), os termos hiperestático, isostático e

hipostático referem-se ao número de incógnitas de um sistema de equações de equilíbrio de uma estrutura ser, em relação ao seu número de vinculações, respectivamente: maior, igual e menor.

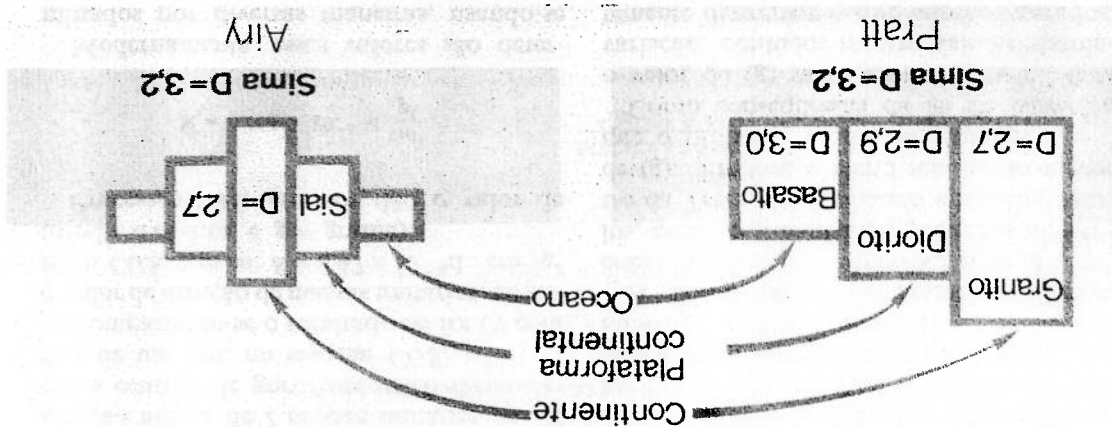


Figura 18 Esquema dos modelos isostáticos de Pratt e de Airy. Os termos "sial" e "sima" estão em desuso e devem ser substituídos, respectivamente, por crosta e manto (Lenz; Amaral, 1995).

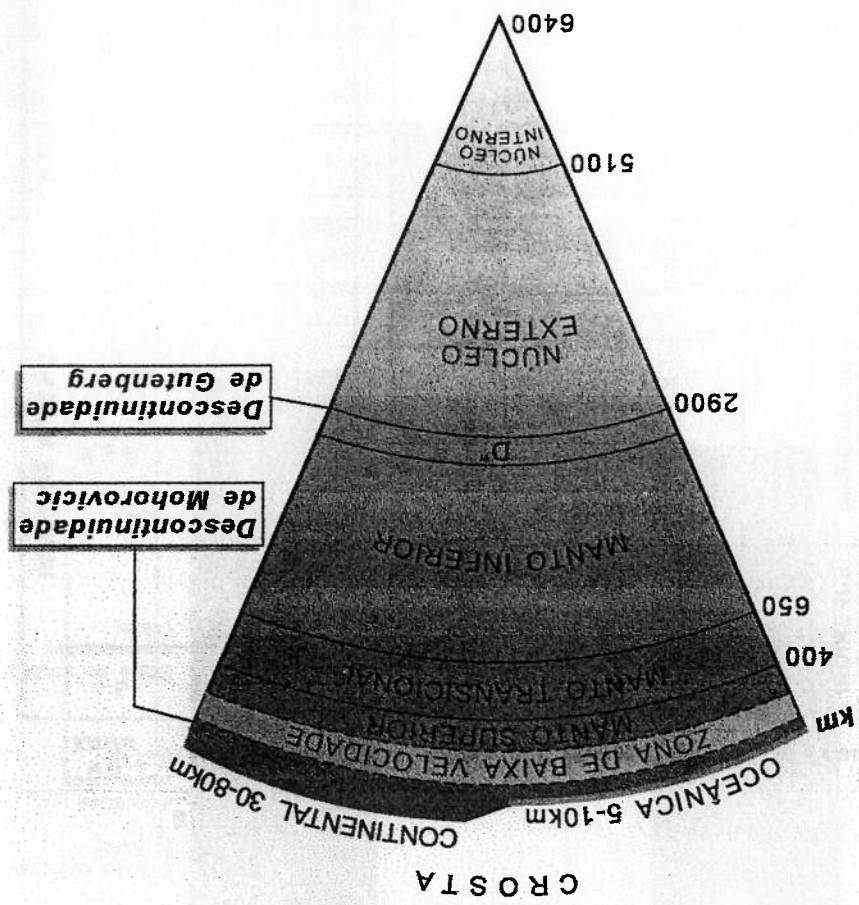


Figura 19 Camadas geológicas da Terra (Pacca; McReath, 2000).



### 2.3.2 Teoria da Tectônica de Placas

A Teoria da Tectônica de Placas (PT: *Plate Tectonics*) e o conceito de litosfera consolidaram-se como consequência dos estudos sobre a dinâmica da crosta. Wegener (1915 *apud* Turcotte; Schubert, 1982; Fowler, 2000) lançou a Teoria da Deriva Continental, segundo a qual, os continentes possuem um movimento relativo entre si sobre a superfície terrestre. Porém, só na década de 1960 que esta teoria pôde ser comprovada, quando surgiu a PT. Inicialmente, Vine; Matthews (1963 *apud* Turcotte; Schubert, 1982), analisando anomalias geomagnéticas, propuseram que seria a expansão do assoalho oceânico que afastaria os continentes. Finalmente, o trabalho de Morgan (1968 *apud* Turcotte; Schubert, 1982; Isacks; Sykes, 1968) apresentava de maneira completa a PT. Segundo a PT, a superfície terrestre seria composta pela litosfera: um conjunto de placas justapostas que se deslocam horizontalmente sobre o manto. A espessura de cada placa seria composta por: crosta, Moho e uma porção do manto superior. As placas seriam geradas pela acreção de material proveniente do interior da Terra, expelido através de cadeias vulcânicas presentes ao longo das dorsais meso-oceânicas, o que provocaria a expansão do assoalho oceânico e, consequentemente, causaria o afastamento dos continentes entre si. Por outro lado, as placas seriam destruídas sofrendo subdução de baixo de outras placas, o que ocorreria ao longo da borda de colisão entre elas. A região da placa que subduz de baixo de outra placa constitui a Zona de Benioff (Isacks; Sykes, 1968). Portanto, o conceito de litosfera não é morfológico (porque ela constitui-se de diversas camadas geológicas), mas sim físico, relacionado à dinâmica da Terra. A litosfera da Terra é constituída por catorze placas: Norte-Americana, Sul-Americana, Caribe, Cocos, Nazca, Juan de Fuca, Scotia, Antártica, Euro-Asiática, Africana, Arábica, Indo-Australiana, Filipina e Pacífico (Fowler, 2000). Uma vista planimétrica das placas litosféricas é mostrada na Figura 20. O esquema da dinâmica da litosfera (da expansão do assoalho oceânico à subdução) é mostrado na Figura 21. Um esquema da subdução da litosfera oceânica de baixo da continental é mostrado na Figura 32.



A astenosfera, que é a camada fluida de baixa viscosidade e de comportamento inelástico abaixo da litosfera, é composta, geologicamente, pelo

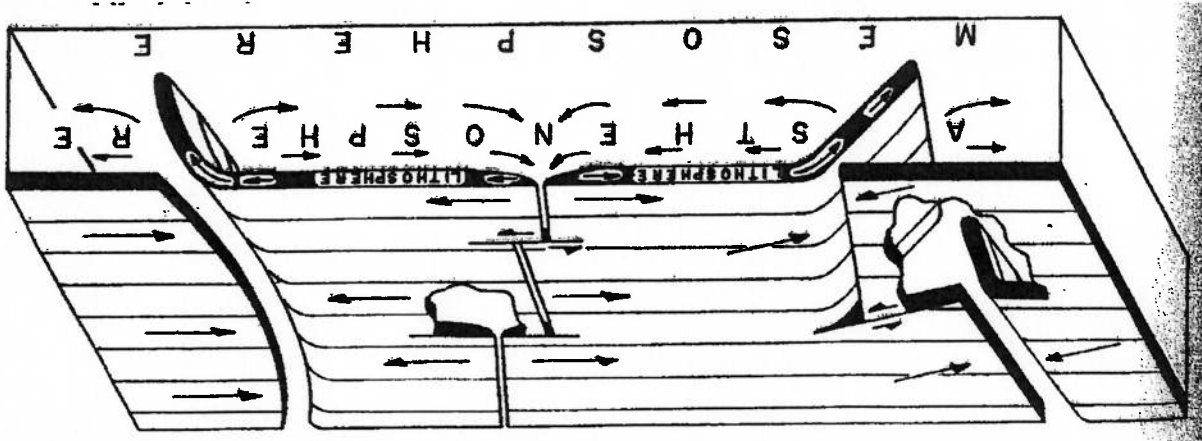
como o assoalho oceânico -, cujo processo de restrição ainda está incompleto. 1200 °C é mais superficial, como regiões de vulcanismo ou de formação recente - elástica é de 100 a 150 km, conforme o local, sendo mais fina onde a isoterma de limitada inferiormente pela isoterma de 1200 °C. Assim, a espessura total da litosfera uma camada do manto superior que possui propriedades elásticas, ou seja, aquela média, espessura de 40 km nos continentes e 10 km nos oceanos), pela Moho e por A litosfera elástica é composta, geologicamente, pela crosta (que possui, em

conceito de placa da Geofísica e aquele da Resistência dos Materiais (item 2.3.5). A partir da década de 1980, trabalhos como os de Turcotte; Schubert (1982), Karner; Watts (1983) e outros consolidaram a aplicação da Resistência dos Materiais, através da Teoria da Elasticidade, para a PT: as placas da litosfera poderiam ser modeladas como placas elásticas apoiadas num fluido invíscido, submetidas a esforços nos planos vertical e horizontal. Portanto, além da isostasia, acrescentava-se a flexão à dinâmica da Terra e se estabelecia uma analogia entre o Teoria da Elasticidade dentro da Geofísica.

Desde a década de 1950, o engenheiro mecânico F. A. Vening-Meinesz (Heiskanen; Vening-Meinesz, 1958 *apud* Turcotte; Schubert, 1982; Karner; Watts, 1983), estudando anomalias gravimétricas, observou que além da isostasia, a crosta terrestre apresentava comportamento flexural, de modo a sugerir a introdução da

### 2.3.3 A Litosfera Elástica

Figura 21 Esquema da dinâmica da litosfera, da expansão do assoalho oceânico à subducção (Isacks; Oliver; Sykes, 1968).



mesmo material do manto superior. Sua espessura oscila, segundo Cathles (1975) *apud* Fowler, 2000), em torno de 75 km. Contudo, outros autores, como Fowler (2000), mostram que todo o manto superior (que possui em torno de 660 km de espessura) pode ser considerado, em termos geofísicos, como sendo a astenosfera. Por outro lado, autores como Isacks; Oliver; Sykes (1968) denominam de mesosfera a camada do manto que não pertence nem à litosfera, nem à astenosfera, ou seja, que não participa da dinâmica das placas da litosfera.

### 2.3.4 Gravimetria da Litosfera

A gravimetria, que é a medida da aceleração da gravidade, é de importância fundamental para a determinação das propriedades flexurais da litosfera.

Partindo da Teoria da Gravitação Universal (Clark Jr., 1996; Fowler, 2000) e da sua constante universal de gravitação  $G$  ( $6,67 \text{ E-11 m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ ), o valor da força gravitacional  $F_G$  exercida por um corpo de massa  $M$  sobre um corpo de massa  $m$  é inversamente proporcional ao quadrado da distância  $r$  entre ambos. Esta força também pode ser expressa pela atração do campo gravitacional (medido pela aceleração da gravidade  $g$ ) do corpo de massa  $M$  sobre o corpo de massa  $m$

$$F_G = \frac{GMm}{r^2} = mg \quad \text{(Equação 120)}$$

Como a forma da Terra não é a de um elipsóide regular, mas sim, a de um geóide com raio e densidade variável, a gravidade sobre sua superfícies não é constante, logo a fórmula da Equação 120 fornece apenas um valor médio aproximado para um corpo na superfície terrestre no valor de  $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ , existindo, portanto, as anomalias gravitacionais. Estas, por serem muito pequenas, são medidas em mGal ( $1 \text{ mGal} = 1 \text{ E-5 m.s}^{-2}$ ), em homenagem a Galileu, que fez a primeira medida da aceleração da gravidade.

No equador do esteróide terrestre, o valor de referência da gravidade vale:  $g_e = 9,7803185 \text{ m s}^{-2}$ . Logo, para um ponto do geóide de latitude  $\phi$ , acha-se a gravidade de referência  $g_{teor}$ , conforme a norma da Associação Internacional de Geodésia, de 1967 (Fowler, 2000):

$$g_{teor} = g_e (1 + 0,005278895 \text{ sen}^2 \phi + 0,000023462 \text{ sen}^4 \phi) \quad \text{(Equação 121)}$$

No ponto de medição, tem-se a gravidade observada  $g_{obs}$ .

O valor medido  $g_{obs}$  sofre a influência da altitude  $h_a$  do local, tornando o valor

de  $g$  menor que se fosse medido na superfície do geóide, por isto considera-se a

correção ar-livre  $C_a$ :

$$C_a = (-3,086E - 6 \text{ m/s}^2/\text{m})h_a$$

(Equação 122)

Logo, a anomalia ar-livre  $g_a$  vale:

$$g_a = g_{obs} - g_{teor} - C_a$$

(Equação 123)

A massa topográfica de densidade  $\rho_o$  e altitude  $h_a$  no local de medição torna o

valor de  $g$  maior que no caso da ausência desta mesma massa, mas se mantendo a

mesma altitude, por isto se considera a correção Bouguer  $C_b$  (assim chamada por ter

sido identificada por Bouguer, em 1745).

$$C_b = 2\pi \rho_o G h_a$$

(Equação 124)

Logo, a anomalia Bouguer  $g_b$  vale:

$$g_b = g_a - C_b$$

(Equação 125)

Da Equação 125, verifica-se que uma flexão positiva da litosfera,

correspondente a um soerguimento do terreno (ombreira flexural), poderá causar uma

anomalia Bouguer positiva e uma flexão negativa da litosfera, correspondente a uma

subsidência do terreno, poderá causar uma anomalia Bouguer negativa. Logo, a

gravimetria, através do valor da anomalia Bouguer, é um meio de avaliar fenômenos

flexurais que provocam anomalias no geóide e determinar a espessura elástica  $T_e$  da

litosfera. O procedimento adotado para isto é o seguinte:

a) A partir da curva gravimétrica, define-se a linha que representa a

descontinuidade crosta-manto (Moho), pois ambas possuem uma correlação, de

modo que a forma da curva gravimétrica possui correlação com a forma da curva do

deslocamento flexural  $w$  (Figura 22 e Figura 23).

b) Obido o deslocamento  $w$  e conhecendo-se o carregamento aplicado,

calcula-se o valor da rigidez flexural  $D$  da placa litostérica (por fórmulas como a

Equação 37).

c) Estima-se o módulo de Young  $E$  e o coeficiente de Poisson  $\nu$  para a

litosfera.

d) Obidos os valores de  $D$ ,  $E$  e  $\nu$ , através da Equação 36, encontra-se a

espessura elástica  $T_e$  da litosfera.

No item 2.4.4, mostra-se um exemplo em que, a partir do gráfico da anomalia Bouguer, estimou-se a rigidez flexural da placa litosférica.

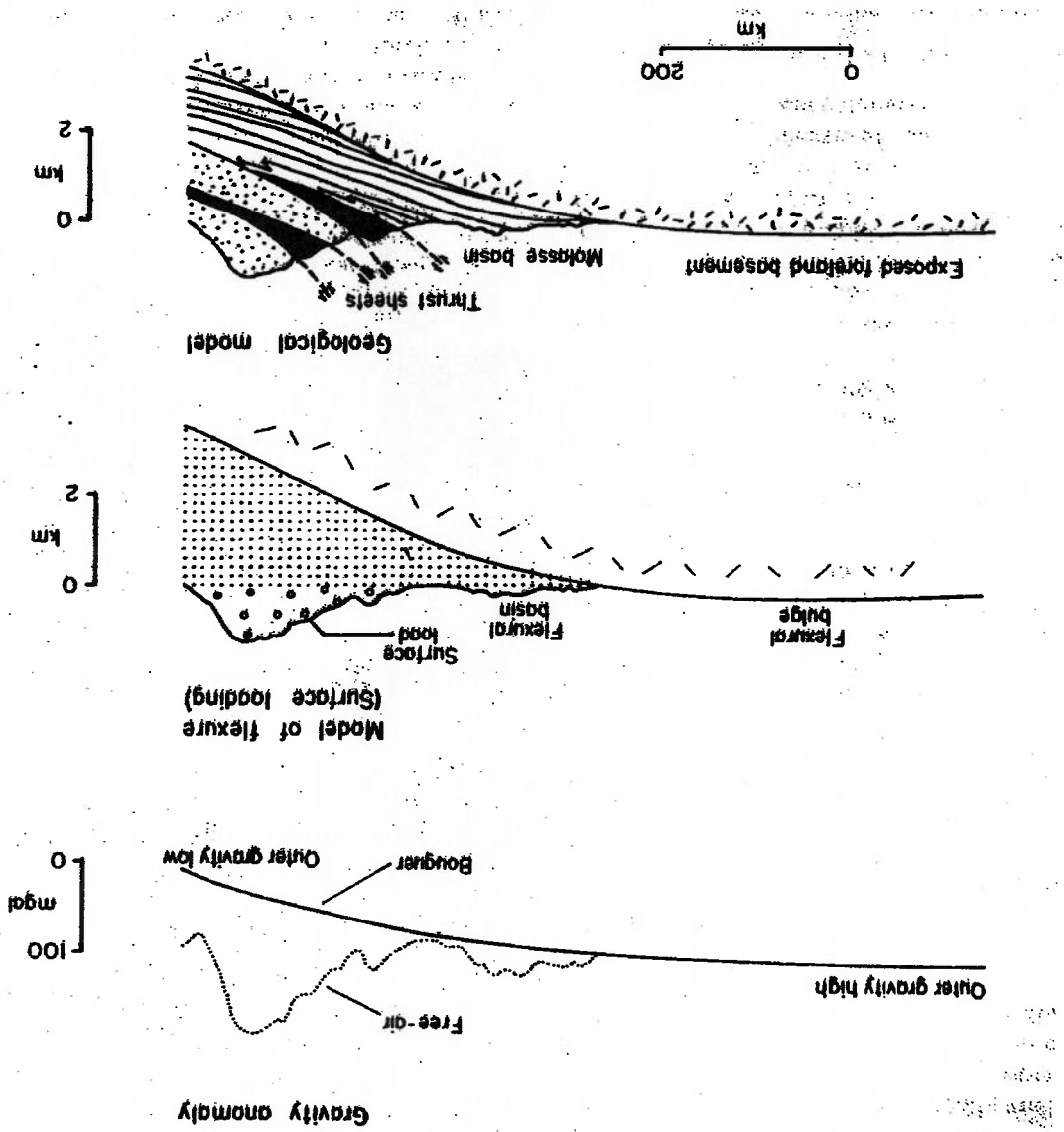
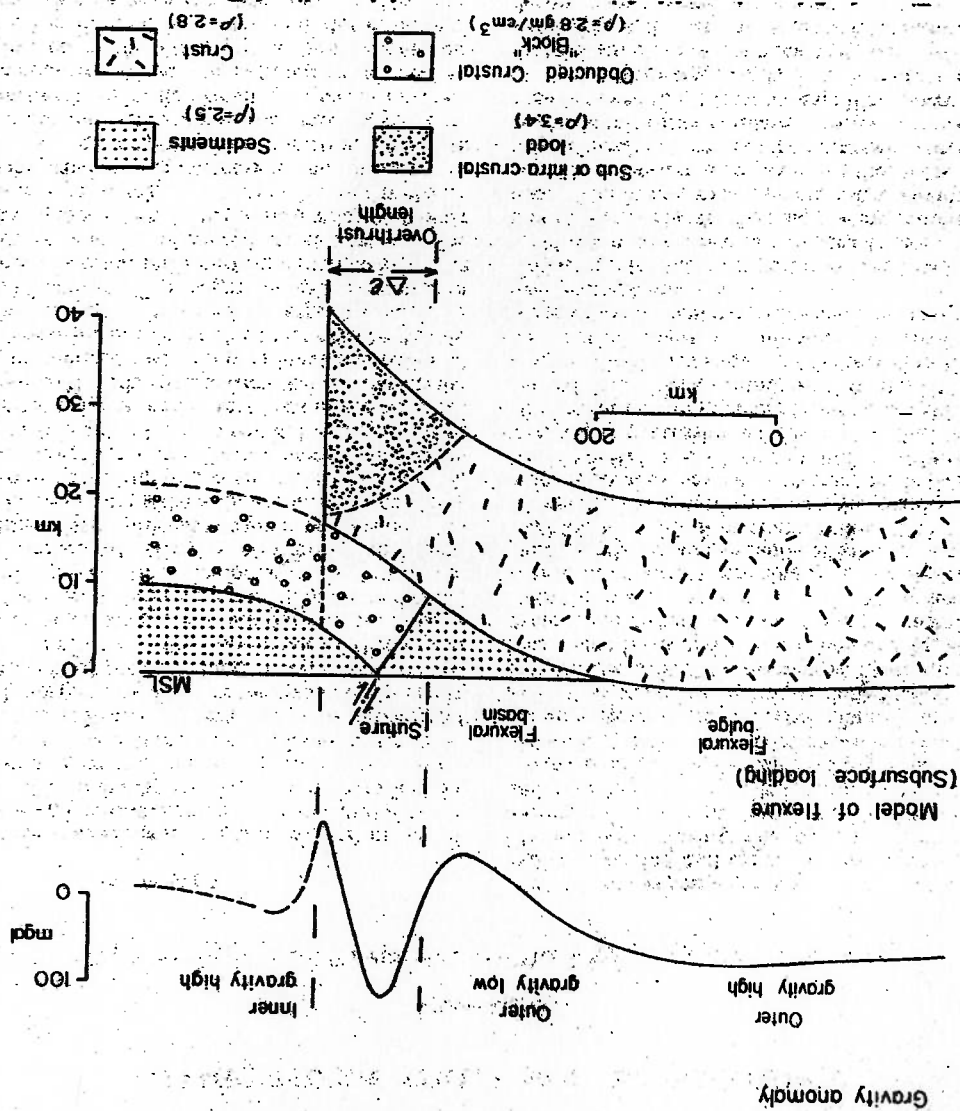


Figura 22 Exemplo de gravimetria da anomalia Bouguer indicando a flexão da litosfera: notar correlação da curva gravimétrica com deslocamento flexural da litosfera (Karner; Watts, 1983).

Figura 23 Idem à Figura 22, mas com a presença de falhas (McNutt, 1987).



### 2.3.5 Formulações da Litostfera Pela Teoria da Elasticidade

Como mostrado no item 2.3, o conceito de litostfera elástica aplica conceitos da Resistência dos Materiais na Geofísica, que serão desenvolvidos neste item.

Por isto, aqui cumpre notar outra questão de terminologia. O conceito de placa usado em Geofísica (na PT, como elemento constituinte da litostfera) é diferente daquele usado na Engenharia (pela Teoria das Placas, dentro da Teoria da Elasticidade, na Resistência dos Materiais, como formulação de um modelo de corpo). Porém, em ambos os casos, estes conceitos referem-se a corpos cuja largura e cujo comprimento são de ordem de grandeza maior que a sua espessura. Logo, é possível estabelecer uma analogia entre ambos pela aplicação da formulação de placa (itens 2.1.2.2 e 2.1.2.3) - ou de sólido (item 2.1.2.4) - da Teoria da Elasticidade, ao conceito de placa litostférica da PT (item 2.3.3).

#### 2.3.5.1 A Litostfera Como Placa 2-D

##### 2.3.5.1.1 Formulação Geral

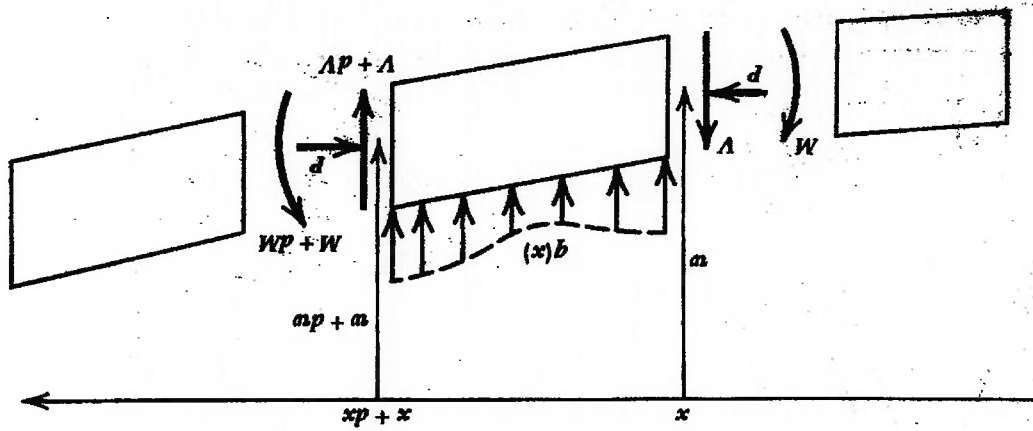


Figura 24 Esquema de esforços aplicados em placa 2-D modelando a litostfera (Turcotte; Schubert, 1982).

A maioria das formulações de placas da Resistência dos Materiais parte de equações de diagrama de esforços na situação de equilíbrio, ou seja, da placa sujeita a carregamento e sem deformações, portanto sem o deslocamento provocado pela flexão. Contudo, Turcotte; Schubert (1982), para modelar uma placa litostférica, a partir de uma formulação de placa 2-D da Teoria da Elasticidade (item 2.1.2.2) considerando o deslocamento  $w$  causado pela flexão na situação de equilíbrio.

Estes autores consideraram a litostfera como uma placa 2-D apoiada num



fluido inviscido (a astenosfera) e submetida a carregamento distribuído normal  $q$  e a forças planares  $P$  (Figura 24). Fazendo a equação de equilíbrio dos momentos:

$$dM - P dw = V dx \quad (\text{Equação 126})$$

Derivando  $dw$  em relação à  $x$  até a quarta ordem na Equação 126 e substituindo os termos obtidos pelos resultados da Equação 12, Equação 26, Equação 28 e Equação 30, obtêm-se:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + P \frac{d^2 w}{dx^2} = q \quad (\text{Equação 127})$$

Como a litosfera está apoiada num fluido inviscido, devido ao fenômeno isostático, a carga  $q$  pode ser considerada como a resultante da ação de uma carga topográfica  $q_0$  e da reação de empuxo da astenosfera, que é consequente à diferença de densidade crosta-manto e que é diretamente proporcional à flexão  $w$ . Logo, para os continentes (caso deste estudo),  $q$  equivale a:

$$q(x) = q_0(x) - (\rho^m - \rho^c) g w(x) \quad (\text{Equação 128})$$

Onde:

– $q$	carga normal total na placa.
– $q_0$	carga topográfica.
– $w$	deslocamento flexural.
– $g$	aceleração da gravidade.
– $\rho^m$	densidade do manto.
– $\rho^c$	densidade da crosta.

Introduzindo a notação de diferença de densidade  $\Delta\rho$ , seu valor, nos continentes, é dado por:

$$\Delta\rho = (\rho^m - \rho^c) \quad (\text{Equação 129})$$

Portanto, para os continentes, a fórmula de flexão da placa é dada por:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + P \frac{d^2 w}{dx^2} = q_0 - \Delta\rho g w \quad (\text{Equação 130})$$

Introduzindo a notação de constante ou coeficiente de empuxo ascensional  $k$  da litosfera, seu valor é dado por:

$$k = \Delta\rho g \quad (\text{Equação 131})$$

Portanto, a Equação 130 pode ser escrita como:

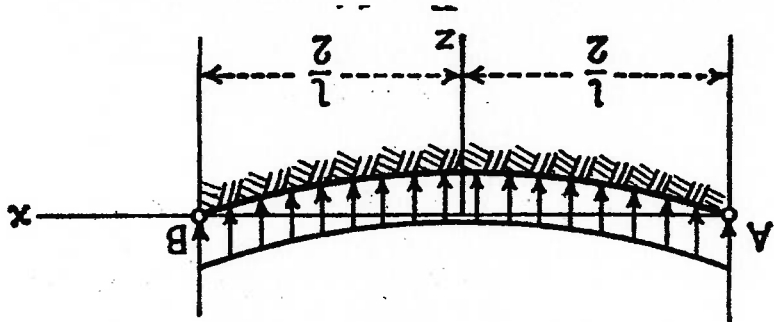
Esta analogia será utilizada no modelo FEM, ao se representar a astenosfera com elementos sólidos: a rigidez  $E$  do material da astenosfera no modelo FEM com elementos sólidos: a rigidez  $E$  do material da astenosfera no modelo FEM

A diferença entre ambos os casos caracterizados pela Equação 133, é que no caso da reação da fundação elástica, a constante elástica  $k$  assume um valor diretamente proporcional ao módulo de rigidez do material ( $E$ ), enquanto que no caso de empuxo da astenosfera, a constante é dada pela diferença de peso específico entre a crosta e o manto ( $\Delta\rho g$ ).

$$D \left( \frac{d^4 w}{dx^4} \right) = q_0 - k w \quad \text{(Equação 133)}$$

A Equação 133 permite uma analogia com um caso de uma placa 2-D apoiada numa fundação elástica de Winkler (1867 *apud* Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959), mostrado na Figura 25: a reação da fundação elástica será diretamente proporcional ao deslocamento flexural  $w$  da placa provocado pela carga distribuída  $q_0$ . A equação de equilíbrio, a partir do diagrama de força cortante, da Figura 25 resulta, novamente, na Equação 133:

Figura 25 Placa 2-D apoiada em fundação elástica (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).



### 2.3.5.1.2 Analogia com Fundação Elástica

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + k w = q_0 \quad \text{(Equação 133)}$$

Caso se trate de uma placa litosférica continental sujeita apenas à cargas topográficas (objeto deste estudo), a Equação 132 torna-se igual à:

Assim, a Equação 132 constitui a formulação geral 2-D da litosfera continental.

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + P \frac{d^2 w}{dx^2} + k w = q_0 \quad \text{(Equação 132)}$$

representa a diferença de peso específico entre crosta e manto. Portanto, deste modo é possível simular o empuxo.

### 2.3.5.1.3 Caso de Placa 2-D Semi-Infinita com Carga Linear $V_0$

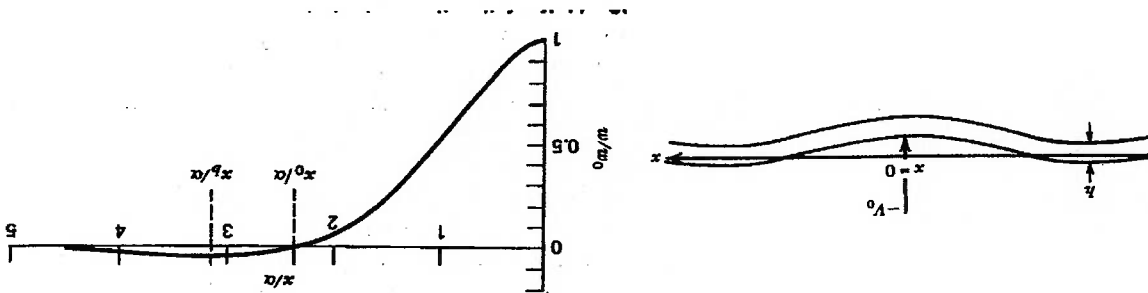


Figura 26 Placa 2-D infinita de espessura  $h$  com carga concentrada  $V_0$  em  $x = 0$  e o gráfico de deslocamento de flexão para o semi-plano positivo (Turcotte; Schubert, 1982).

Turcotte; Schubert (1982) resolveram a Equação 133 para o caso de uma placa 2-D infinita de espessura  $h$  sujeita a uma carga linear  $V_0$  ao longo de  $x = 0$  (Figura 26). Como o problema é simétrico, pode-se considerar apenas o resultado para o semi-plano positivo ( $x \geq 0$ ), ou seja, uma placa 2-D semi-infinita com uma carga ao longo de uma extremidade:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + k w = V_0 \quad \text{(Equação 134)}$$

Introduzindo o conceito de parâmetro flexural  $\alpha$ :

$$\alpha = \left( \frac{4D}{k} \right)^{1/4} \quad \text{(Equação 135)}$$

A solução da Equação 134 é dada por:

$$w = w_0 e^{-x/\alpha} \left( \cos \frac{x}{\alpha} + \text{sen} \frac{x}{\alpha} \right) \quad \text{(Equação 136)}$$

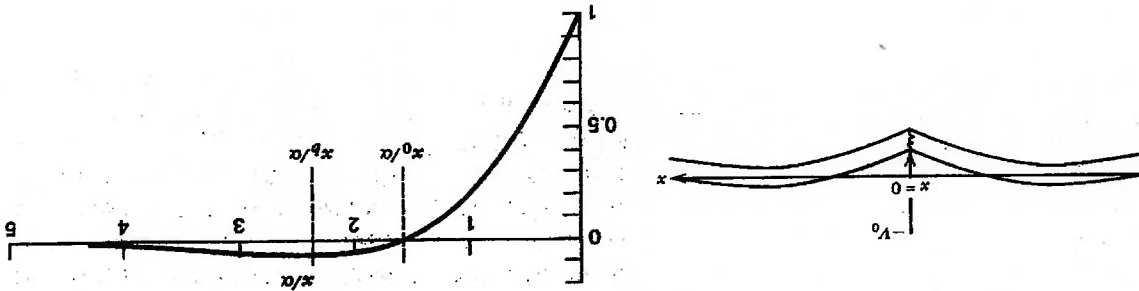
Onde  $w_0$  é o deslocamento máximo que vale:

$$w_0 = \frac{V_0 \alpha^3}{8D} \quad \text{(Equação 137)}$$

O carregamento na extremidade da placa semi-infinita, além de provocar uma subsidência representada pelo deslocamento máximo de flexão  $w_0$ , causa um soerguimento representado por uma ombreira flexural, cujo deslocamento  $w_b$  representa a sua amplitude e vale:

Turcotte; Schubert (1982) também consideraram o caso de uma carga linear na extremidade de uma placa 2-D infinita de espessura  $h$  que é rompida em  $x = 0$ . Caso nesta extremidade exista uma falha, este modelo torna-se representativo. As fórmulas da Equação 136 à Equação 142 passam a valer como:

Figura 27 Placa 2-D rompida de espessura  $h$  com carga concentrada  $V_0$  em  $x = 0$  e o gráfico de deslocamento de flexão para o semi-plano positivo (Turcotte; Schubert, 1982).



### 2.3.5.1.4 Caso de Placa 2-D Rompida com Carga Linear $V_0$

$$\sigma_x = -\frac{3V_0}{x} \alpha e^{-x/\alpha} \left( \frac{\alpha}{x} \sin \frac{\alpha}{x} - \cos \frac{\alpha}{x} \right) \quad \text{(Equação 142)}$$

Logo, a tensão normal (em  $x$ ) vale:

$$\varepsilon_x = -h \frac{8D}{V_0} \alpha e^{-x/\alpha} \left( \frac{\alpha}{x} \sin \frac{\alpha}{x} - \cos \frac{\alpha}{x} \right) \quad \text{(Equação 141)}$$

axial (em  $x$ ) vale:

Lembrando que a espessura elástica  $T_e$  pode ser notada como  $h$ , a deformação ponto está no final da placa, definido como  $x = L$ .

O segundo ponto, teoricamente, está no infinito. Portanto, na prática, este

$$x_0 = \frac{3\pi}{4} \alpha \quad \text{(Equação 140)}$$

ponto,  $x_0$  vale:

O comprimento da ombreira flexural é dado pela distância entre os dois pontos onde o deslocamento  $w$  causado pela flexão é nulo. A posição do primeiro

$$x_p = \pi \alpha \quad \text{(Equação 139)}$$

A posição  $x_p$  de  $w_p$  vale:

$$w_p = -w_0 e^{-\pi} \quad \text{(Equação 138)}$$

(Equação 143)  $w = w_0 e^{-x/\alpha} \cos \frac{x}{\alpha}$

(Equação 144)  $w_0 = \frac{4D}{L^3 \alpha^3}$

(Equação 145)  $w_b = -w_0 e^{-3\pi/4} \cos \frac{3\pi}{4}$

(Equação 146)  $x_b = \frac{3\pi}{4} \alpha$

(Equação 147)  $x_0 = \frac{2}{\pi} \alpha$

(Equação 148)  $\epsilon_x = -h \frac{4D}{L^3 \alpha^3} e^{-x/\alpha} \sin \frac{x}{\alpha}$

(Equação 149)  $\sigma_x = -\frac{3V_0}{L^2 \alpha^2} e^{-x/\alpha} \sin \frac{x}{\alpha}$

Pelas formulas acima, verifica-se que a placa 2-D semi-infinita é mais rígida que a placa 2-D rompida, pois nesta última:

- A flexão máxima é maior.
- A amplitude da ombreira flexural é maior.
- O comprimento da ombreira flexural é menor.
- A distância da ombreira flexural em relação à carga aplicada é menor.
- As tensões e deformações são maiores.

### 2.3.5.1.5 Caso de Placa 2-D Rompida com Carga Topográfica $q_0(x)$

No caso da placa 2-D rompida receber carga topográfica  $q_0(x)$ , resolve-se a Equação 133 pelo método das diferenças finitas, conforme a fórmula da Equação 150, desenvolvida por Sheffels; McNutt (1986), adotando  $D$  constante e um intervalo de interpolação  $\Delta x$ :

(Equação 150)  $D(6w_i - 4w_{i-1} - 4w_{i+1} + w_{i-2} + w_{i+2}) + \Delta p_i \delta w_i \Delta x^4 = q_{oi} \Delta x^4$

A Equação 150 pode ser expressa em notação matricial:

(Equação 151)  $\Delta w = q_0$

Sendo:

(Equação 152)  $w = w_i$

(Equação 153)  $q_0 = q_{oi}$

$$A = A'' \quad (\text{Equação 154})$$

Onde  $A$  é uma matriz de banda com todos os termos nulos, exceto para:

$$A_{i,j=i-2} = D \quad (\text{Equação 155})$$

$$A_{i,j=i-1} = -4D \quad (\text{Equação 156})$$

$$A_{i,j=i} = 6D + \Delta\rho_i g \Delta x^4 \quad (\text{Equação 157})$$

$$A_{i,j=i+1} = -4D \quad (\text{Equação 158})$$

$$A_{i,j=i+2} = D \quad (\text{Equação 159})$$

Para cada um dos  $I$  pontos de interpolação  $i$ , os valores de  $\Delta\rho_i$ , de  $q_{in}$  e de  $g$  são conhecidos, então, estabelecendo para a placa as condições de contorno, acha-se o valor dos demais  $w_i$ . Para isto, procede-se da seguinte maneira:

#### Etapa 1:

Acham-se os valores de  $w_i$  para quatro condições de contorno ( $i = -1, 0, I+1, I+2$ ). No caso de placa 2-D rompida, as condições de contorno são:

1ª condição de contorno: no infinito ( $I \rightarrow \infty$ ), a flexão é nula ( $w = 0$ ), logo:

$$w_{I+1} = 0$$

(Equação 160)

2ª condição de contorno: idem, logo:

$$w_{I+2} = 0$$

(Equação 161)

3ª condição de contorno: dada pela condição de flexão pura da Equação 37 ( $M = -D w''$ ), que se verifica para  $x = 0$  e que no método das diferenças finitas vale

(lembrando que  $M$  é o momento, que é nulo para  $x = 0$ ):

$$w_0 = (M\Delta x^2/D) - w_2 + 2w_1$$

(Equação 162)

4ª condição de contorno: dada pela condição da isostasia (o carregamento

aplicado é igual ao empuxo), que no método das diferenças finitas vale:

$$w_{-1} = (1/(w_3 - 2w_2 + w_1))(-w_1 + 2w_0)$$

(Equação 163)

#### Etapa 2:

A seguir, substitui-se a Equação 160 à Equação 163 na Equação 150,

expressada na forma matricial da Equação 151 (detalhada da Equação 155 à Equação

159), para se obter  $w_i$  para  $i = 1$  e para  $i = 2$ :

$$A_{11} = 2D + \Delta\rho_1 g \Delta x^4$$

(Equação 164)

$$A_{12} = -4D$$

(Equação 165)

referem-se a forças de corpo horizontais, portanto, no caso da litosfera, são nulos. O quarto e o quinto termo da somatória do lado direito da Equação 170

$$\begin{aligned} & \left( q + h \left( \sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial w} \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial w} \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial w} \frac{\partial xy}{\partial xy} \right) \right) \\ & = D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \end{aligned} \quad \text{(Equação 170)}$$

normais ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ) e de cisalhamento ( $\tau_{xy}$ ); Woimowsky-Krieger, 1959), mostrada no item 2.1.2.2.3, para a litosfera, representada por uma placa 3-D de espessura  $h$ , sujeita a carregamento vertical  $q(x,y)$  e a forças horizontais (planares)  $P$ , estas últimas sendo expressadas em função das tensões

### 2.3.5.2.1 Formulação Geral

#### 2.3.5.2 A Litosfera Como Placa 3-D

metodos de resolução numérica. A equação acima é insolúvel analiticamente, portanto, devem ser usados

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + P \frac{d^2 w}{dx^2} + \tau_x \frac{dw}{dx} + k w = q_0 \quad \text{(Equação 169)}$$

No caso de se considerar o arrasto basal provocado pela astenosfera na litosfera, surge a tensão de cisalhamento  $\tau_x$  no diagrama de esforços da Figura 24, logo, a Equação 132, de formulação de placa 2-D, altera-se para (Soofi; King, 1999):

#### 2.3.5.1.6 Caso de Placa 2-D com Arrasto Basal

Com os resultados obtidos da Equação 164 à Equação 168, prossigam-se, sucessivamente, com as iterações da Equação 150, sempre expressada na forma matricial da Equação 151 (detalhada da Equação 155 à Equação 159), até determinar todos os  $I$  valores de  $w_i$ .

Etapa 3:

$$\begin{aligned} A_{13} &= 2D & \text{(Equação 166)} \\ A_{21} &= -2D & \text{(Equação 167)} \\ A_{22} &= 5D + \Delta \rho_2 g \Delta x^4 & \text{(Equação 168)} \end{aligned}$$

Se não for considerado carregamento horizontal  $P$ , a Equação 170 considera apenas  $q$  e se exprime como:

$$D \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right) = q \quad (\text{Equação 171})$$

Definindo a carga  $q$  em função de apenas uma coordenada, o problema regride a uma placa 2-D e a Equação 170 reduz-se à Equação 127.

### 2.3.5.2.2 Caso de Placa 3-D com Carga Discóide $q_0(r)$

Van Wees; Cloethingh (1994) resolveram vários problemas de PT (item 2.5.5) considerando a litostera como uma placa infinita 3-D sujeita a uma carga distribuída  $q_0(r)$  de formato discóide, de raio  $a$ :

Fazendo a transformação do sistema de coordenadas retangulares  $(x,y)$  para o sistema de coordenadas radiais  $(r)$ :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

(Equação 172)

O parâmetro flexural  $\alpha$ , neste caso, vale:

$$\alpha = \left( \frac{k}{D} \right)^{1/4}$$

(Equação 173)

A resolução necessita das funções de Bessel e de Kelvin, cujos operadores

são dados por:

$$\text{ber}(x) = \frac{e^{x/\sqrt{2}}}{x} \cos \left( \frac{\sqrt{2}}{x} - \frac{8}{\pi} \right) \quad (\text{Equação 174})$$

$$\text{bei}(x) = \frac{e^{x/\sqrt{2}}}{x} \text{sen} \left( \frac{\sqrt{2}}{x} - \frac{8}{\pi} \right) \quad (\text{Equação 175})$$

$$\text{ker}(x) = \frac{e^{x/\sqrt{2}}}{x} \cos \left( \frac{\sqrt{2}}{x} + \frac{8}{\pi} \right) \quad (\text{Equação 176})$$

$$\text{kei}(x) = \frac{e^{x/\sqrt{2}}}{x} \text{sen} \left( \frac{\sqrt{2}}{x} + \frac{8}{\pi} \right) \quad (\text{Equação 177})$$

A solução depende das três situações diferentes que podem ocorrer:

a)  $r > a$ :



$$w(r) = \frac{q_0}{a} \left( \frac{a}{r} \operatorname{ber} \left( \frac{a}{r} \right) - \frac{a}{a} \operatorname{kei} \left( \frac{a}{r} \right) + 1 \right) \quad \text{(Equação 178)}$$

b)  $r \geq a$ :

$$w(r) = \frac{q_0}{a} \left( \frac{a}{a} \operatorname{ber} \left( \frac{a}{a} \right) - \frac{a}{a} \operatorname{kei} \left( \frac{a}{a} \right) \right) \quad \text{(Equação 179)}$$

c)  $a = 0$ : carga puntiforme:  $q_0(r) = Q_0$ .

$$w(r) = \frac{Q_0}{a^2} \operatorname{kei}(r) \quad \text{(Equação 180)}$$

O maior deslocamento de flexão ocorre para o caso de carga puntiforme  $Q_0$  para o ponto  $r = a = 0$ :

$$w_0 = \frac{Q_0}{8D} \quad \text{(Equação 181)}$$

### 2.3.5.2.3 Caso de Placa 3-D Infinita com Carga Topográfica $q_0(x,y)$

A Equação 170, aplicada a uma placa 3-D infinita com carga topográfica

$q_0(x,y)$ , pode ser solucionada pela aplicação do método das diferenças finitas na sua Transformada de Fourier, ou seja, considerando a equação no domínio da frequência

(Karnier, Watts, 1983), como se explica a seguir.

Considerando o comprimento de onda da topografia nas direções  $x$  e  $y$ ,

respectivamente, como iguais a  $\lambda_x$  e a  $\lambda_y$ , então o número de onda nas direções  $x$  e  $y$ , chamados, respectivamente, de  $k_x$  e  $k_y$ , valem:

$$k_x = \frac{\lambda_x}{2\pi} \quad \text{(Equação 182)}$$

$$k_y = \frac{\lambda_y}{2\pi} \quad \text{(Equação 183)}$$

Logo, o número de onda  $k$  da função vale:

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad \text{(Equação 184)}$$

Seja a transformada de Fourier da função topográfica  $q_0(x,y)$  igual a  $Q(k_x, k_y)$ .

Seja a transformada de Fourier da função de deslocamento de flexão  $w(x,y)$

igual a  $W(k_x, k_y)$ .

A solução da Equação 170 é dada por:

ambas as placas.  
 outra placa (Zona de Benioff) cria um fluxo turbulento na astenosfera que aproxima  
 C) Força de sucção (*slab pull*): a região de uma placa que subduz debaixo de

gera tensões normais de compressão.  
 B) Força de colisão entre as placas em movimento (*continental collision*),  
 afasta os continentes, gera tensões normais de compressão.

A) Força de empurrão da expansão do assoalho oceânico (*ridge push*), que  
 atuam no plano da placa, portanto são horizontais e podem ser classificadas como:  
 1) Tensões de primeira ordem: ou regionais, são resultantes de forças

atuantes em toda extensão da placa, referentes à sua movimentação. Estas forças  
 As tensões classificam-se em:  
 regimes de tensão associados.  
 resumem quais são os principais tipos de carregamentos na litosfera e quais os  
 (1992) e Assumpção (1992), participantes do extinto *World Stress Map Project*,  
 As tensões na litosfera são consequência do carregamento aplicado. Zoback

### 2.3.6 Regime de Tensão na Placa Litosférica

Shiraiwa (1994) - mostrado no item 2.4.6 - e Wessel (1996).  
 Muitos autores usaram este método para modelos 3-D de litosfera, como  
 crosta.

Onde  $\mathcal{G}$  é a constante universal de gravitação e  $h_c$  é a espessura média da

$$\Delta G(k_x, k_y) = 2\pi \mathcal{G} \exp(-k h_c) \Delta \rho W(k_x, k_y) \quad (\text{Equação 187})$$

utiliza-se a Equação 187, usando o algoritmo de Ussami (1986 *apud* Shiraiwa, 1994):  
 manito devido ao deslocamento  $w$  provocado pela flexão da placa 3-D infinita,  
 Caso se deseje conhecer a anomalia gravimétrica  $\Delta G$  da interface crosta-

$$\Phi = \frac{D}{k_x^2 + k_y^2 + 1} \Delta \rho g \quad (\text{Equação 186})$$

haver esforços horizontais (Karner; Watts, 1983):  
 representa a resposta do sistema ao esforço aplicado (Butkov, 1988). No caso de não  
 Onde  $\Phi$  constitui a função de Green ou função de influência, que fisicamente,

$$W(k_x, k_y) = \frac{\Delta \rho}{\rho} \Phi^{-1} Q(k_x, k_y) \quad (\text{Equação 185})$$

- D) Arrasto basal (plate drag): atrito viscoso entre a astenosfera e a litosfera durante o seu movimento horizontal.
- E) Atrito (friction) o movimento de placas na direção de uma falha comum (*transform fault*) gera atrito e tensão de cisalhamento entre ambas por toda a extensão daquela borda.
- 2) Tensões de segunda ordem: ou locais, são resultantes de forças que atuam localmente na placa. As principais forças de segunda ordem são:
- A) Forças ascensionais (buoyance forces): as forças de sustentação da crosta ou da litosfera podem sofrer alteração localmente por causa da variação das propriedades físicas ao longo da espessura:
- a) Anomalias térmicas na litosfera: devido a diferenças no processo de resfriamento da litosfera ou a forças de colisão, podem surgir diferenças de espessura na litosfera que geram gradientes de pressão horizontais da astenosfera. Segundo Fleitout; Froidevaux (1982; 1983), um espessamento da litosfera pode gerar tensões horizontais de tração, enquanto um adelgaçamento pode gerar tensões horizontais de compressão, enquanto um adelgaçamento pode gerar tensões horizontais de tração.
- b) Variação lateral de densidade em cadeias de montanhas: em grandes profundidades, este fenômeno gera um ajustamento isostático da crosta. Segundo Fleitout; Froidevaux (1982; 1983), um espessamento da crosta pode gerar tensões horizontais de compressão, enquanto um adelgaçamento pode gerar tensões horizontais de tração.
- c) Variação de espessura e densidade entre a crosta continental e oceânica: processo semelhante ao anterior. Assumpção (1992) explica os terremotos que ocorrem no litoral do nordeste do Brasil por este mecanismo.
- B) Variação lateral do módulo de resistência: ao longo de algumas falhas, como a de San Andreas, na Califórnia, os blocos da falha possuem diferença de rigidez, de modo a criar um efeito de concentração de tensões locais.
- C) Flexão: pode gerar tensões de centenas de MPa com comprimentos de onda de centenas de quilômetros. Seus principais agentes causadores são:
- a) Deposição sedimentar nas margens continentais: é a principal causa de flexão da litosfera.
- b) Elevações topográficas: estudos do efeito flexural orográfico na litosfera

são recentes, tais como os de Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999) e de Shiraiwa (1994), sendo o tema do presente trabalho.

c) Geliras: ao findar um período glacial, o degelo alivia o peso atuante sobre a litosfera, tal como mostra Cathles (1975 *apud* Fowler, 2000).

Para determinar os valores de tensão atuantes na placa, segue-se a convenção estabelecida por Anderson (1951 *apud* Zoback, 1992): a tensão de compressão horizontal de maior valor absoluto (considerada positiva) é igual a  $S_{Hmax}$ ; a tensão de compressão horizontal de menor valor absoluto (considerada também como positiva) ou, senão, a tensão de tração (esta, considerada negativa) é igual a  $S_{Hmin}$ ; a tensão vertical, sempre de compressão (considerada positiva), é igual a  $S_v$ .

Por sua vez, as tensões atuantes na litosfera podem provocar falhas, que são discontinuidades entre dois blocos da placa que podem constituir a fronteira entre duas ou mais placas ou uma descontinuidade no interior da própria placa.

Portanto, a classificação do regime de tensão considera os valores de tensão atuantes e o tipo de falha presente. A classificação existente é a seguinte (Figura 28):

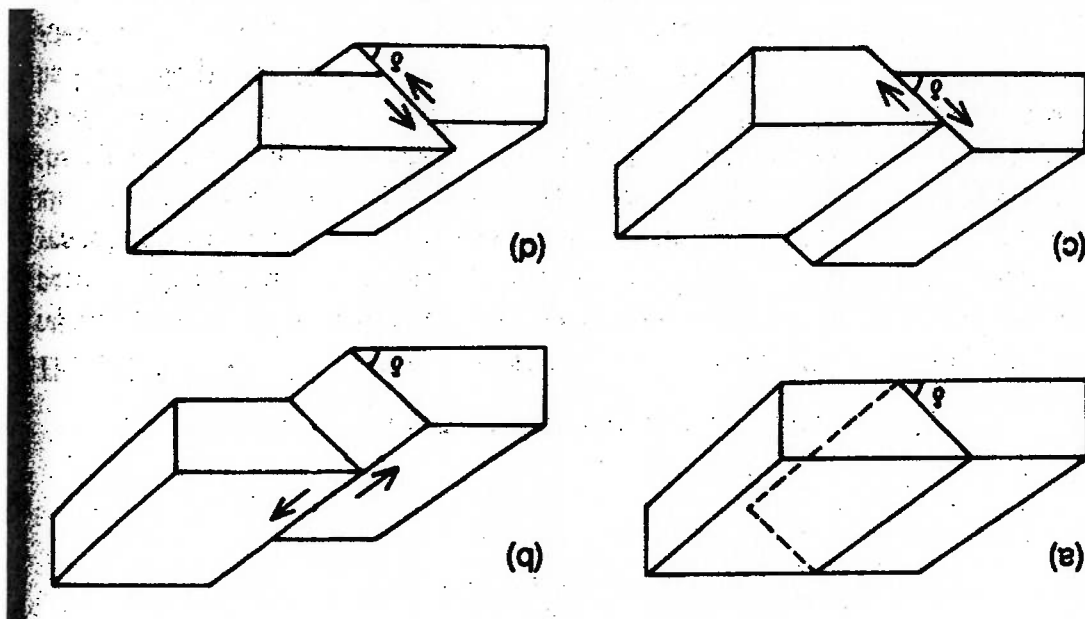
1)  $S_v > S_{Hmax} > S_{Hmin}$ : regime de tração (*extensional*), associado à falha normal (*normal dip slip faulting*). Nestas falhas, o ângulo  $\delta$  (ângulo de caimento da falha, que é vertical) é superior a 45°, de modo que o predomínio das forças verticais, ao promover o deslocamento dos blocos neste sentido, tende a afastá-los, criando um regime de tração. Ocorre, por exemplo, nas regiões de expansão do assoalho oceânico (dorsais meso-oceânicas), em cadeias montanhosas (por causa da variação de densidade lateral) e em margens continentais (Zoback, 1992; Fowler, 2000; Machado; Egydio-Silva, 2000).

2)  $S_{Hmax} > S_v > S_{Hmin}$ : regime de impacto deslizando (*strike-slip*), associado à falha transcorrente (*horizontal slip faulting*). Nestas falhas, o movimento entre os blocos possui a direção da falha. Ocorre, frequentemente, em falhas dentro da própria placa litosférica (Zoback, 1992; Fowler, 2000; Machado; Egydio-Silva, 2000).

3)  $S_{Hmax} > S_{Hmin} > S_v$ : regime de compressão (*compressional*), associado à falha de empurrão (*thrust faulting*) ou reversa (*reverse dip slip faulting*). Nestas falhas, o ângulo  $\delta$  é inferior a 45°, de modo que o predomínio das forças horizontais, ao promover o deslocamento dos blocos neste sentido, tende a aproximá-los, criando um regime de compressão. Ocorre, por exemplo, na região de colisão entre placas

Aqui cumpre notar outra questão de terminologia. Tanto na Engenharia, como na Geofísica, as tensões primárias são aquelas que agem em toda a extensão do corpo, enquanto que as tensões secundárias são aquelas que agem localmente. Porém, na Engenharia, quando se analisa um corpo segundo a Teoria das Placas, as tensões primárias, embora atuem no plano da placa, são resultantes da ação de forças

Figura 28 As falhas associadas aos três tipos de regime de tensão de placa antes da falha; b) falha transcorrente; c) falha normal; d) falha reversa (Fowler, 2000).



- FM (*Earthquake Focal Mechanisms*): método sismológico.
- CMT (*Harvard Centroid-Moment Tensor Solution*): método sismológico.
- GF (*Geological Faults*): método geológico (estimativa das tensões a partir das direções das falhas).
- IS (*In Situ Stress Measurements*): método reológico (medição do esforço aplicado por dispositivo hidráulico para fraturar o material do terreno).
- BM (*Breakout Measurement*): método reológico (medição da variação do diâmetro do orifício obtido pela perfuração do terreno).

(1992) enumera os seguintes:

Quanto aos principais meios de medição de tensões na litosfera, Zoback devem ser consideradas sempre abaixo de 100 m de profundidade.

Segundo Zoback (1992), a tensão horizontal máxima  $S_{Hmax}$  é o principal indicador do regime de tensão do terreno. A autora alerta que as amostras de tensão

(Zoback, 1992; Fowler, 2000; Machado; Egydio-Silva, 2000).

que atuam fora deste plano, enquanto que em Geofísica, as tensões primárias são resultantes de forças atuantes no plano da placa litosférica. Por outro lado, em Geofísica, as tensões secundárias podem ser horizontais, porém, causadas por forças verticais, como no caso - - relacionado à isostasia - da variação da densidade lateral, em que cargas verticais, além das tensões verticais comumente esperadas, criam tensões horizontais de compressão ou de tração.

### 2.3.7 Modelos Não Elásticos da Litosfera

Além do modelo linear elástico, outros modelos de Resistência dos Materiais foram elaborados para a litosfera.

O modelo visco-elástico para a litosfera foi consolidado por Walcott (1970) *apud* Karner; Steckler; Thorne, (1983), Beaumont (1978, 1981) *apud* Fowler, (2000) e Lambeck (1983) *apud* Wallace; Melosh, 1994; Zuber; Parmentier, 1996).

O modelo elasto-plástico para a litosfera foi consolidado por McAadoo; Sandwell (1985) *apud* Wallace; Melosh, 1994; Zuber; Parmentier, 1996).

O modelo viscoso para a litosfera foi consolidado por Zuber (1987) *apud* Wallace; Melosh, 1994; Zuber; Parmentier, 1996) e Ricard; Froidevaux (1986) *apud* Zuber; Parmentier, 1996).

Modelos que associam os regimes viscoso e plástico para a litosfera foram consolidados por trabalhos como o de Beaumont; Fullsack; Hamilton (1994).

### 2.3.8 Reologia da Litosfera

Dentro de um modelo reológico no domínio contínuo, estima-se que a litosfera possua um comportamento de material frágil (*brittle*) nas camadas superiores (superficiais) e um comportamento de material dúctil (*ductile*) nas camadas inferiores (profundas). O que determinaria o comportamento dúctil ou frágil da litosfera, sobretudo, seriam a temperatura e a pressão. Com o aumento da profundidade, aumenta a tendência ao deslizamento (*creep*) do material durante o escoamento e diminui a tendência ao atrito (*friction*) do material durante o escoamento (Ranalli, 1987).

O diagrama de Byerlee (1968) *apud* Karner; Steckler; Thorne, (1983) ilustra o comportamento frágil e dúctil da litosfera ao longo da sua espessura e mostra o seu envelope de tensões de ruptura (Figura 29).

Ranalli (1987) mostra que o atrito de escoamento na litosfera pode ser modelado pelo modelo plástico de Coulomb-Navier. Por sua vez, Byerlee (1978) mostra que a ruptura do material das rochas se dá por cisalhamento e que o valor desta tensão de ruptura é dependente de atrito, sendo dado por:

$$\tau'' = S + \mu \sigma$$

(Equação 188)

Onde:

- $\tau''$  - tensão de ruptura por cisalhamento.
- $S$  - constante.
- $\mu$  - coeficiente de atrito.
- $\sigma$  - tensão normal atuante.

Num estudo mais recente, Ranalli (1994) ilustra o comportamento da litosfera elástica submetida à flexão segundo o diagrama de Byerlee (Figura 30). Sob um efeito de um carregamento além do limite de ruptura, rompem-se as camadas profundas (que são dúcteis e escoam com deslizamento - *creep* - terminando por se romper) e superficiais (que são frágeis, logo se rompem sem escoar, embora exista atrito resistindo à deformação). Isto pode provocar o descolamento crosta-manto e o surgimento de novas camadas, cada uma com envelope de resistência e tensões atuantes próprios. Muitos modelos FEM 2-D da litosfera estudam este descolamento crosta-manto, que exige um modelo de litosfera estratificada (item 2.5.2).

Por isto, para obter um modelo de litosfera homogêneo, no mesmo trabalho, Ranalli (1994) sugere um modelo plástico baseado na teoria de Odqvist (1966 *apud* Ranalli, 1994) sobre o deslizamento (*creep*) existente no escoamento. Como resultado, o autor obteve uma distribuição não-linear de tensões atuantes menor que o esperado para um caso linear elástico (Figura 30). Portanto, o autor sugere que as tensões atuantes na litosfera sejam menores que o comumente esperado pelas análises elásticas.

Ranalli (1987) mostra que modelos microfísicos, ou seja, a nível molecular, portanto fora do domínio contínuo, também podem ser usados para o estudo reológico da litosfera, de modo a servir tanto de comprovação para os modelos contínuos, como também para estudos de estratificação da litosfera.

Figura 29 Diagrama de Byerlee: envelope de tensões de ruptura da litosfera para as camadas superiores frágeis (*brittle*) e inferiores dúcteis (*ductile*): quando a tensão normal de flexão atuante (hachurado) ultrapassa o envelope, ocorre falha. As linhas pontilhadas representam a reologia particular de uma camada composta por quartzo (Karner; Steckler; Thorne, 1983).

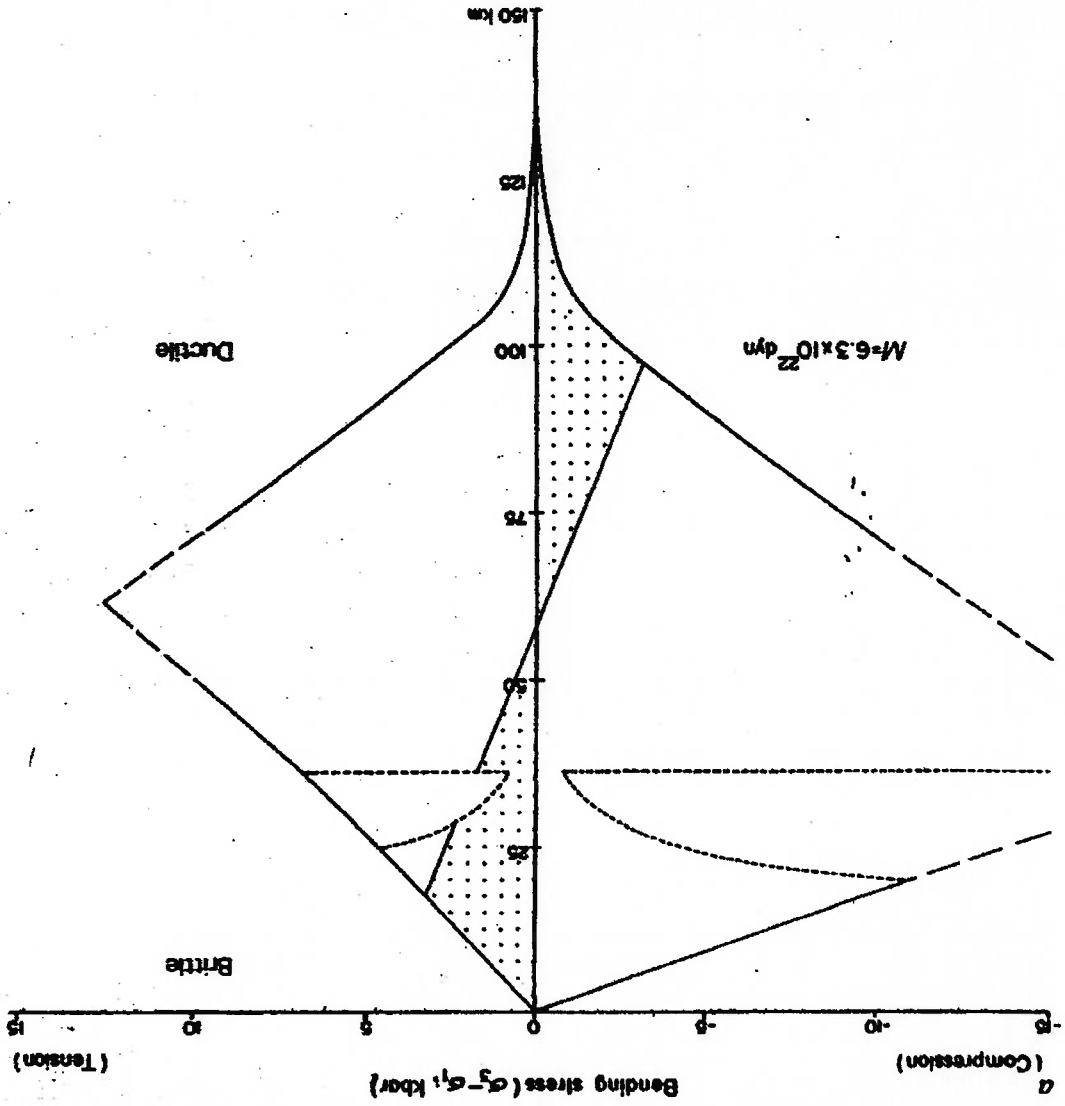
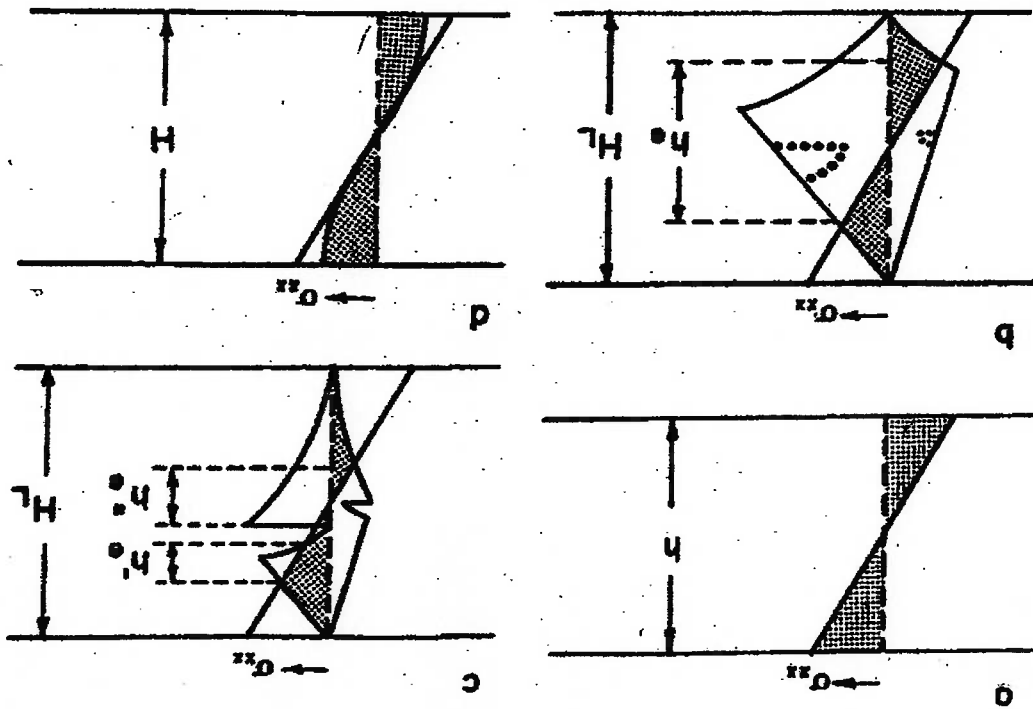




Figura 30 a) distribuição da tensão normal de flexão em regime elástico; b) diagrama de Byerlee; c) a ruptura nas camadas superficiais (frágil) e profundas (ductil) pode provocar o descolamento crosta-manto e o surgimento de novas camadas, cada uma com envelope de resistência e tensões atuantes próprios; d) distribuição não linear de tensões atuantes no regime plástico. Símbolos:  $h$ : espessura elástica da litosfera ( $L$ );  $H_L$ : espessura total da litosfera estratificada;  $h_e$ ,  $h_p$ ,  $h_{p'}$ : espessura efetiva das camadas da litosfera estratificada;  $H$ : espessura plástica da litosfera (Ranalli, 1994).



### 2.3.9 Importância do Regime Elástico

Apesar da litosfera ser modelada sob diversos modelos reológicos, Karner, Steckler; Thorne (1983) mostram que o modelo linear elástico ainda é imprescindível.

Segundo estes autores, o modelo visco-elástico, baseado na formulação de Maxwell (que prevê o rompimento progressivo da litosfera, resultante da diminuição da rigidez flexural), apresenta limitações, porque, por mais que a litosfera possa ceder, a existência de montanhas altas e antigas é mais bem explicada pelo modelo elástico. Segundo os autores, com o progressivo restrição das placas litosféricas, a sua rigidez flexural tende a aumentar, podendo, por isto, suportar carregamentos representados por montanhas (Figura 31).

Os autores contestam os valores de rigidez flexural encontrados pelo método visco-elástico usado por Walcott (1970) nas Rochosas, alegando que pode ter havido imprecisões nas medidas realizadas. Estudos na Bacia de Michigan por parte daqueles autores mostraram uma litosfera cuja rigidez comporta-se como previsto por um modelo elástico e sugerem que sejam feitas novas medidas, em outros locais, usando o modelo elástico.

Para justificar o comportamento elástico, os autores buscaram as seguintes evidências da restituição elástica ao estado de pré-deformação da litosfera:

- A Moho permanece inalterada após terremotos (Ucrânia, Báltico).
- O formato de algumas falhas geológicas indica um comportamento flexural que se estende para toda a placa (EUA).
- Zonas sísmicas situadas fora da área de subducção que não sofrem alteração de morfologia (Himalaia, Zagros).
- Terremotos na camada dúctil da litosfera oceânica recente (que é mais superficial) que não alteram a morfologia.

- Medidas gravimétricas em terrenos antigos (pré-cambrianos) que mostram padrão flexural inalterado (sobre a metodologia usada, consultar item 2.3.4).

Outros autores defendem a validade do modelo elástico.

Wallace; Melosh (1994) mostram que a resistência à flambagem no regime elástico pode chegar a uma ordem de grandeza acima daquela prevista por outras formulações.

Fleitout; Froidevaux (1982) analisam tensões e deformações de segunda ordem da litosfera devido ao efeito de variações da espessura da crosta e da litosfera, ou seja, conforme a teoria da isostasia, através de um modelo viscoso. Os autores citam que encontraram deformações (*strain*) de 30% no modelo viscoso, que num modelo elástico, seriam da ordem de 0,1%.

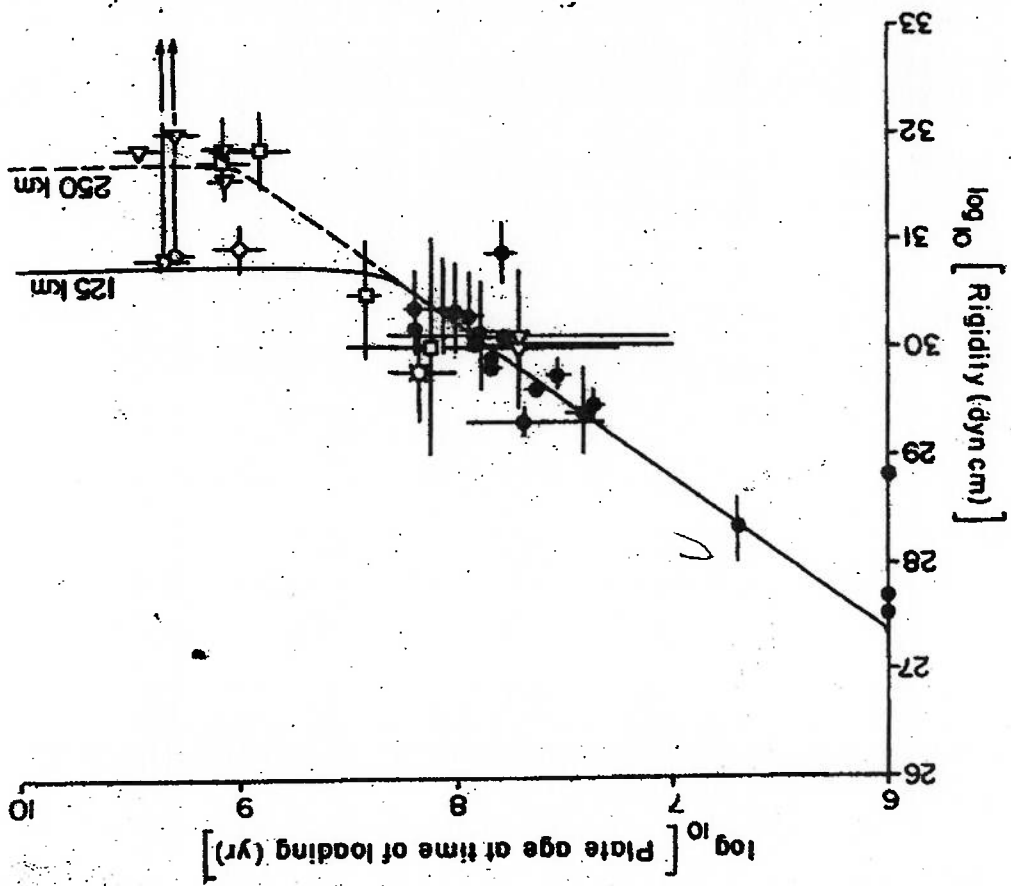


Figura 31 Aumento da rigidez elástica da litosfera com o seu progressivo restriamento (Karner, Steckler, Thorne, 1983).

## 2.4 A Placa Sul-Americana

### 2.4.1 Descrição Geral

A Placa Sul-Americana, a leste, confina com a Placa Africana, sendo que o limite entre ambas constitui o vale de afundamento da Dorsal Meso-Atlântica, onde ocorre acreção de material proveniente de correntes de convecção de regiões interiores do manto, expelido por cadeias vulcânicas presentes ao longo desta dorsal, que provoca a expansão do assoalho oceânico e, conseqüentemente, causa o afastamento das duas placas.

A Placa Sul-Americana, a oeste, confina com a Placa Nazca, sendo que o limite entre ambas constitui o geossinclino dos Andes, cuja orogênese é resultante da colisão destas duas placas (Figura 32).

Assumpção (1992) analisa as tensões horizontais máximas ( $S_{Hmax}$ ) na Placa Sul-Americana, medidas através dos métodos descritos no item 2.3.6. Devido à movimentação da placa para oeste, predominam tensões longitudinais de compressão (Figura 33).

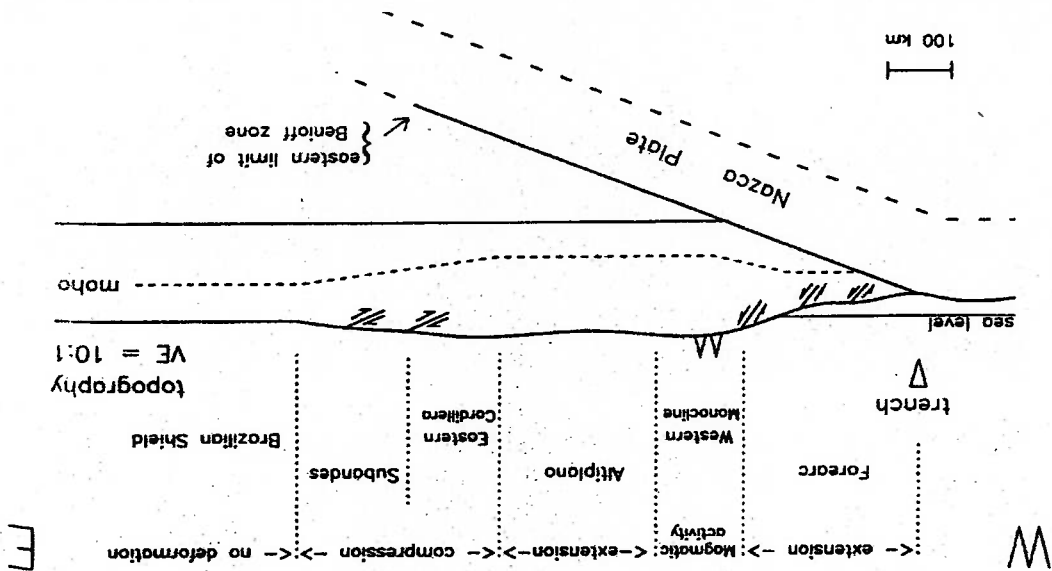
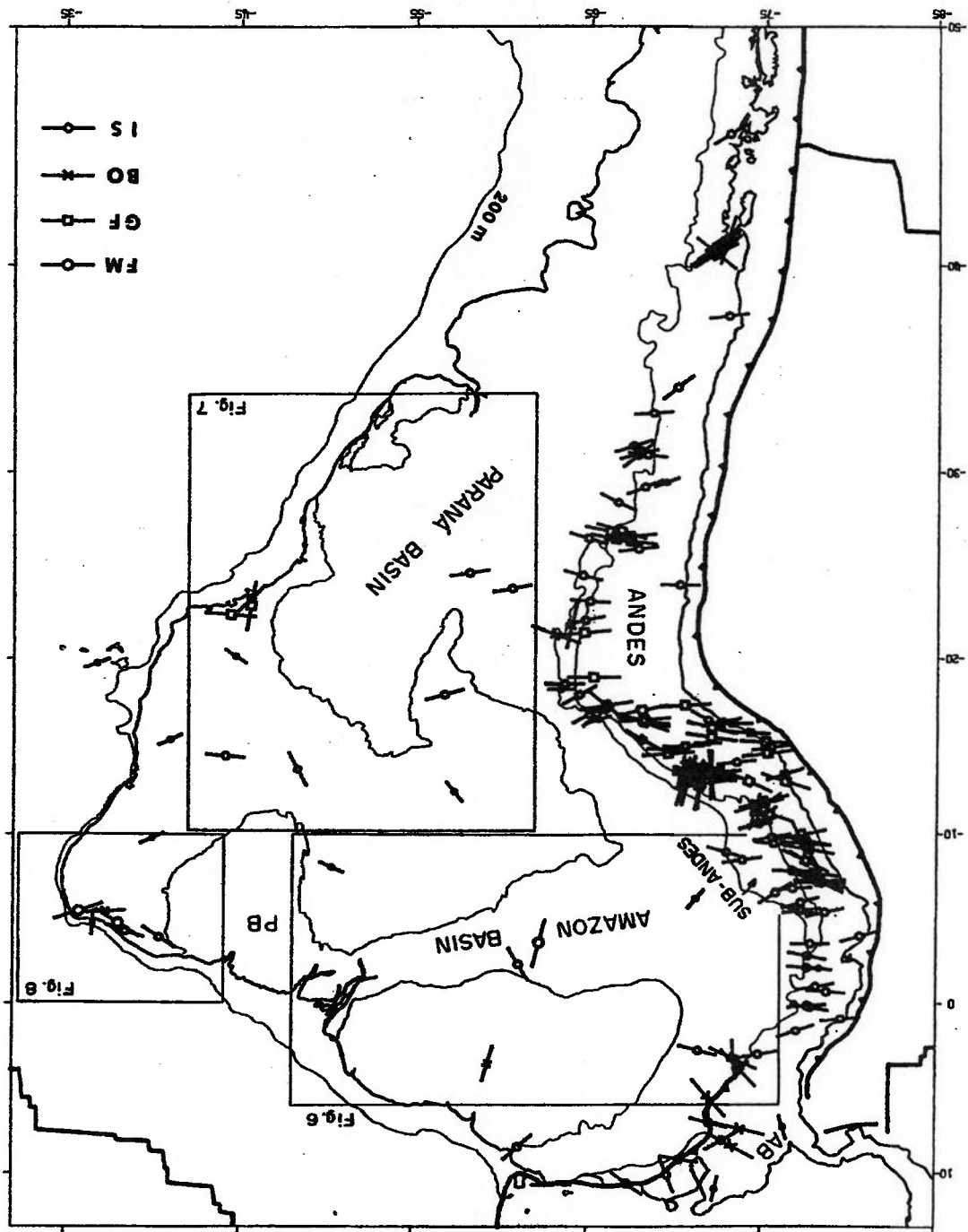


Figura 32 Esquema de seção transversal vertical na direção leste-oeste da Placa Nazca subduzindo debaixo da Placa Sul-Americana (Wdowinsky; O'Connell, 1991).

Figura 33 Tensões horizontais máximas ( $S_{Hmax}$ ) na Placa Sul-Americana obtidas por medição. A orientação da tensão é dada pela orientação do traço. A legenda na figura indica o método de medição usado, descritos no item 2.3.6 (Assumpção, 1992).



Conforme a Figura 34, a Cordilheira dos Andes (nos textos em inglês, da Placa Sul-Americana, em seu limite ocidental, com a Placa Nazca (item 2.4.1).

iniciado há 26 milhões de anos, no Oligoceno, é resultante, como foi dito, da colisão A Cordilheira dos Andes (Figura 34) é um geossinclino cujo soerguimento,

segundo, causa deposição sedimentar de densidade  $\rho_s$  nas Bacias Sub-Andinas.  $\rho_c$  é a densidade da crosta,  $\rho_m$  é a densidade do manto (Lyon-Caen, Molnar, Suárez, 1985).

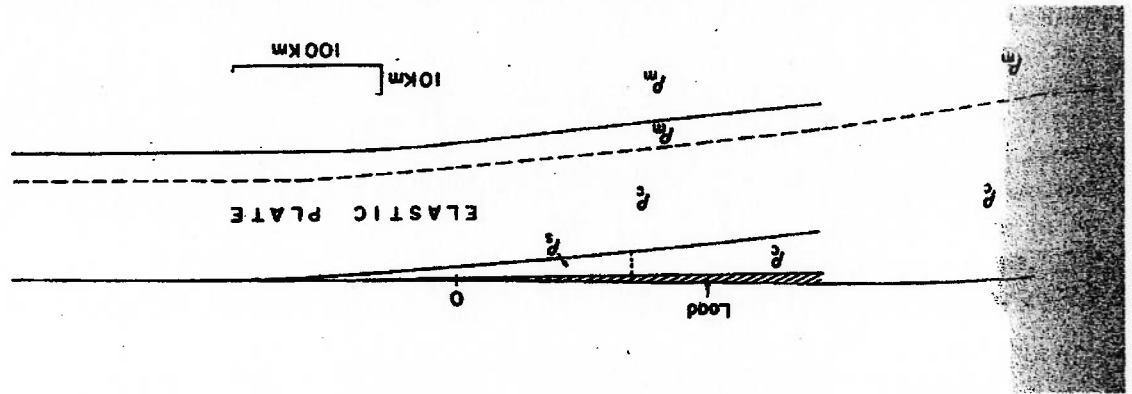
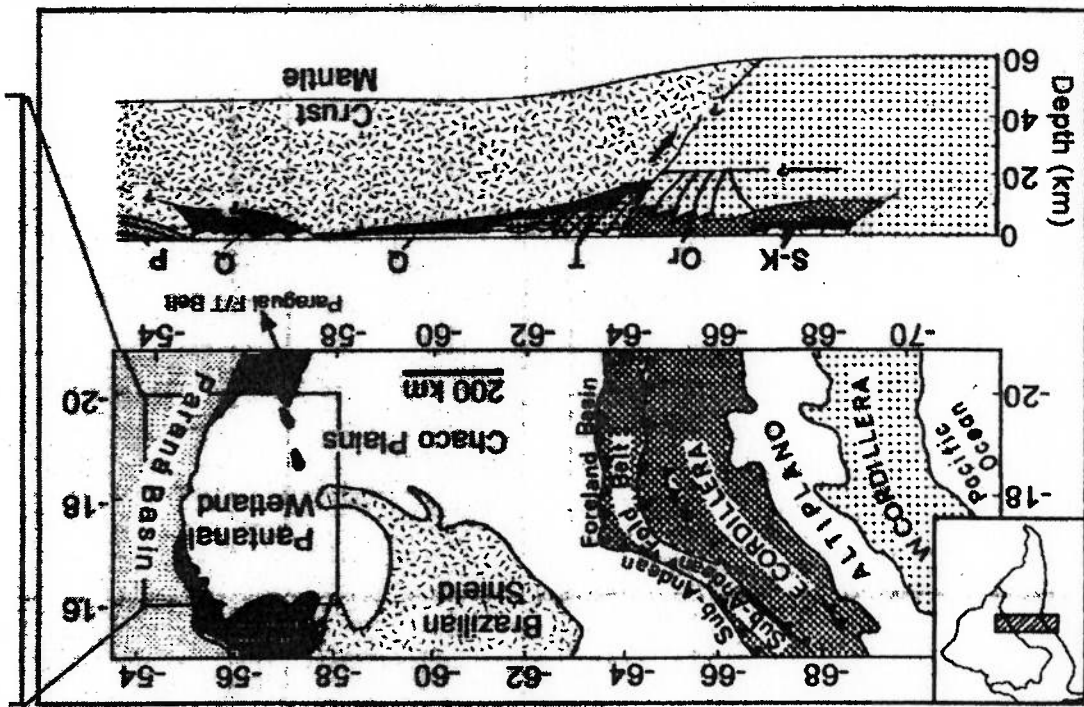


Figura 34 Disposição, no sentido longitudinal, dos Andes e do Pantanal [Gubbels *et al.* (1993) *apud* Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999)].



2.4.2 Cordilheira dos Andes, Escudo Amazônico e Pantanal

*Andean Cordillera*), de oeste para leste, divide-se em: Cordillera Ocidental (*Western Cordillera*), Altiplano (*Altiplano*), Cordillera Oriental (*Eastern Cordillera*) e Faixa Sub-Andina (*Sub-Andean fold thrust belt*). Sua maior largura ocorre no oróclino da Bolívia, por volta de 17°S e 63°W, onde o geossinclino muda sua orientação, formando um "joelho" (Shiraiwa, 1994).

Ainda conforme a Figura 34, a leste da Cordillera dos Andes, na latitude do Pantanal (de 13°S a 23°S), estão localizadas as Bacias Sub-Andinas (*Sub-Andean basins*). A leste das Bacias Sub-Andinas, estão dispostos, ao norte, o Escudo Amazônico (*Brazilian shield*) e, ao sul, a Planície do Chaco (*Chaco plains*). A leste da Planície do Chaco, esta localizada um estreito conjunto de falhas, a Faixa Paraguai (*Paraguai fold thrust belt*), cuja maior extensão dispõe-se num sentido latitudinal. A leste da Faixa Paraguai, de 13°S a 23°S e de 55°W a 58°W, está localizado o Pantanal (*Pantanal welland*), limitado ao norte e a oeste pela Faixa Paraguai e a leste pela Bacia do Parana (*Parana basin*).

A posição do limite ocidental da Placa Sul-Americana ainda é mal conhecida. Como o soerguimento da Cordillera dos Andes foi um resultado da colisão entre placas, com a movimentação da Placa Sul-Americana para oeste, o material constituinte dos Andes foi se acumulando por cima do Escudo Amazônico. Logo, existe a progressiva subdução do Escudo Amazônico abaixo da Cordillera dos Andes (Figura 35). Deste modo, o limite ocidental da Placa Sul-Americana está abaixo dos Andes, sendo estimado a 68°W na latitude do oróclino da Bolívia. A Placa Nazca, por sua vez, subduz abaixo da Placa Sul-Americana.

Toth; Kuszmir; Flint (1996) analisam através de um modelo numérico, o encurtamento crustal e o processo flexural e isostático relacionado à Cordillera Oriental e às Bacias Sub-Andinas, no noroeste da Argentina. O modelo destes autores considera valores de espessura elástica variando conforme o local. Os autores estimam em 110 km o encurtamento crustal. Concluem que este valor está de acordo com dados geológicos (da estratigrafia), mas estimam que, para estes dados concordarem com dados geofísicos (da gravimetria), o encurtamento total deve ser de 250 km.

Lyon-Caen; Molnar; Suarez (1985) analisam a subdução do Escudo Amazônico abaixo dos Andes num estudo gravimétrico realizado no oróclino da

Bolivia e concluem que o encurtamento crustal nesta região, vale, no mínimo, 150 km. Com os resultados obtidos, considerando a litosfera no regime elástico, os autores estimam que a rigidez flexural do Escudo Amazônico varia entre 0,1 e 2,0

E+24 N.m (Figura 35).

Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999) comentam trabalhos que tratam sobre este encurtamento crustal: o soerguimento dos Andes estaria associado a um encurtamento mínimo de 210 km do Escudo Amazônico, que subduz debaixo dos Andes (os autores citam: Roeder, 1988; Sheffels, 1990; Baby *et al.*, 1997); por outro lado, a velocidade deste encurtamento crustal é estimada em 10 mm/ano, o que representaria, desde o final do Oligoceno, há 26 milhões de anos, quando começou o soerguimento andino, um encurtamento crustal de 260 km (os autores citam: Sébrier *et al.*, 1988; Sempère *et al.*, 1990).

Um estudo de Wdowinski; O'Connell (1991) do encurtamento crustal com o FEM é mostrado no item 2.4.7.3.

Shiraiwa (1994) cita estudos que mostram que a flexão do Escudo Amazônico, devido ao carregamento exercido pelos Andes, causou uma deposição sedimentar de densidade  $\rho_s$  nas Bacias Sub-Andinas, na região do oróclino da Bolívia, onde a flexão é mais intensa (o autor cita: Jordan; Alonso, 1987). Lyon-Caen; Molnar; Suarez (1985) também mostram esta deposição sedimentar (Figura 35).



### 2.4.3 Ombreira Flexural

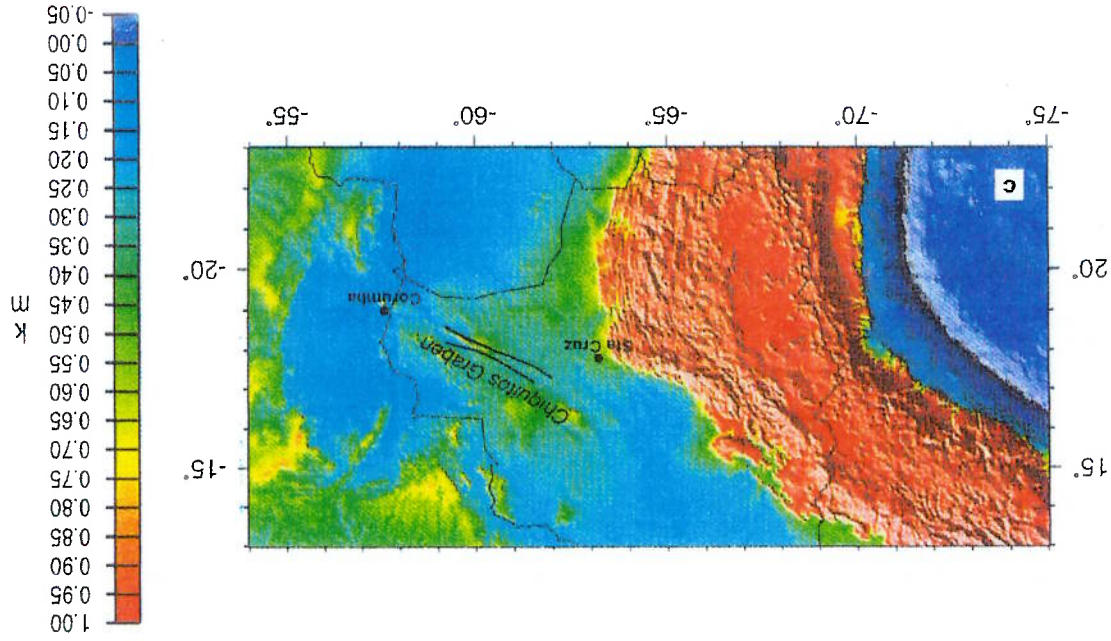


Figura 36 Andes e Pantanal: altimetria (Bliss; Olsen, 1996 *apud* Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).

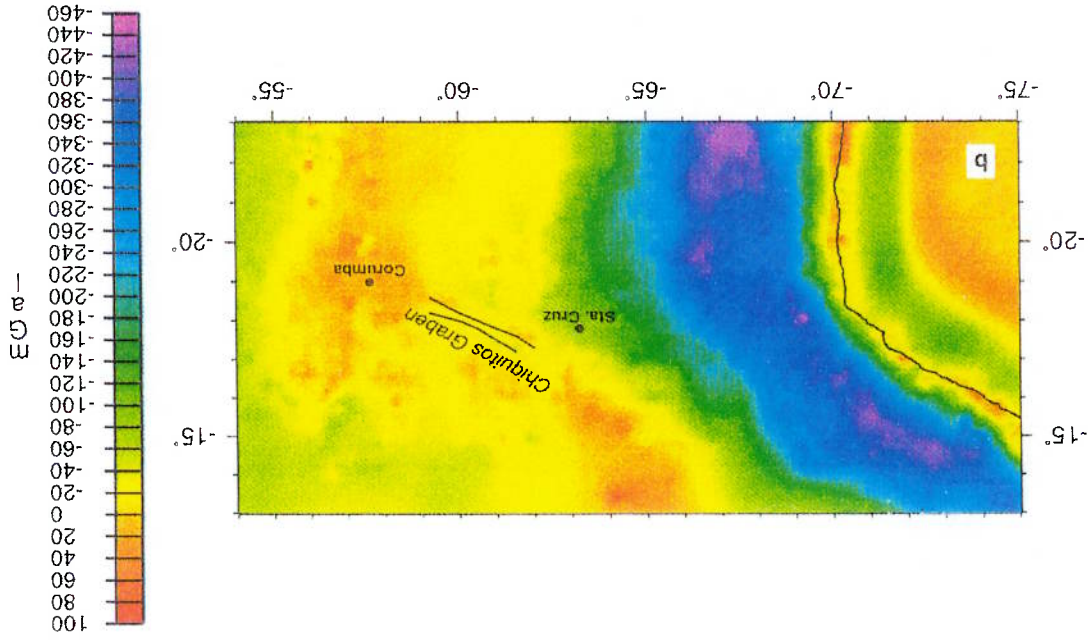


Figura 37 Andes e Pantanal: gravimetria (Bliss; Olsen, 1996 *apud* Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).

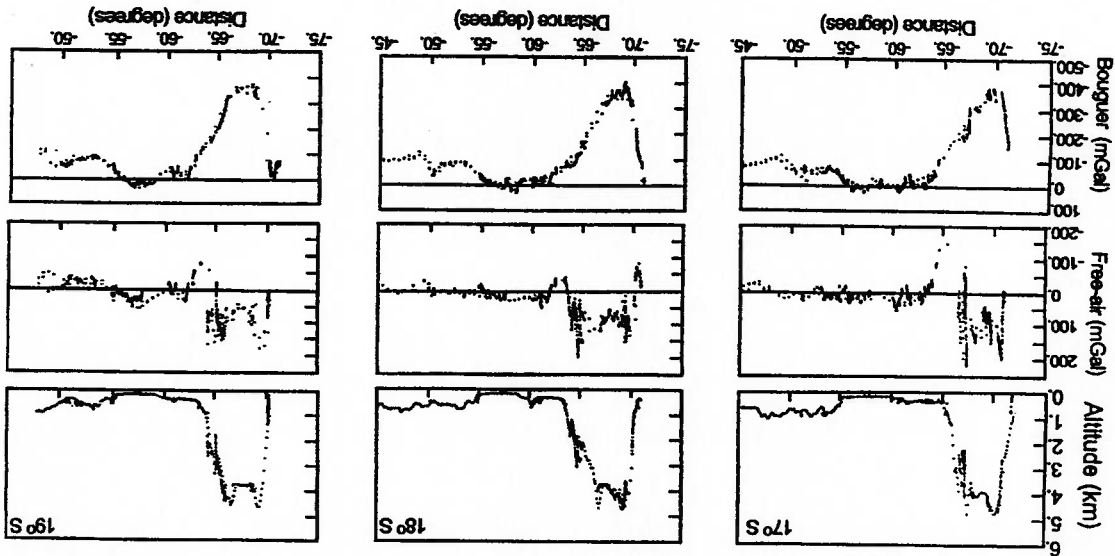


Figura 38 Comparação, para três latitudes do Pantanal, de altitude, anomalia ar-livre e anomalia Bouguer. Esta última sugere a flexão da litosfera com subsidência nos Andes e soerguimento no Pantanal - a ombreira flexural (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).

A análise altimétrica e gravimétrica da Placa Sul-Americana (Figura 36 à Figura 38) de Shiraiwa (1994) e de Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999) mostra que na longitude dos Andes (área de maior altitude), a anomalia Bouguer é negativa e, na longitude do Pantanal (área de menor altitude), a anomalia Bouguer atinge valores positivos, o que sugere que, devido ao efeito dos Andes, enquanto uma carga distribuída aplicada na borda ocidental da placa, a litosfera sofre flexão negativa (subsidência) nos Andes e positiva no Pantanal (soerguimento ou ombreira flexural).

A ombreira flexural, segundo Shiraiwa (1994) e Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999), possui um soerguimento máximo ao norte do Pantanal e outro ao sul do Pantanal. O Pantanal estaria localizado no ponto de menor soerguimento da ombreira flexural, de modo a favorecer o acúmulo de sedimentos e água na região.

Considerando a Terra em coordenadas esféricas, a altitude e a profundidade seguirão a coordenada radial com origem no centro da Terra. Assim, o deslocamento flexural  $w$ , quando constituir soerguimento, será considerado como flexão positiva e, quando constituir subsidência, como flexão negativa.

A amplitude da ombreira flexural é dada pelo deslocamento flexural  $w$ , que equivale à cota do soerguimento.

O comprimento da ombreira flexural é dado pela distância, ao longo de um paralelo, entre os dois pontos, cujo deslocamento flexural  $w$  é nulo, que delimitam a

região de soerguimento.

A largura da ombreira flexural é dada pela distância entre os dois pontos de maior flexão positiva em toda a placa (ou seja, aqueles, respectivamente, ao norte e ao sul do Pantanal).

O braço ou a distância da ombreira flexural em relação à carga aplicada, é medida ao longo de um paralelo, entre o ponto de maior soerguimento e o ponto de maior subsidência.

Segundo o modelo de placa 2-D (2.3.5.1.3), quanto maior o carregamento ou quanto menor a rigidez da placa, a ombreira flexural aumenta a amplitude e diminui o comprimento e a distância em relação à carga aplicada.

Logo, com o aumento progressivo da carga aplicada, devido à orogênese andina, a ombreira flexural teria aumentado de amplitude, diminuído de comprimento e se aproximado da carga aplicada, ou seja, teria migrado para oeste. Porém, segundo Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999), por causa do encurtamento crustal, as regiões que atualmente estão na longitude do Pantanal, em épocas remotas, estavam mais a leste, de modo que estas regiões migraram para oeste, em direção à ombreira flexural, numa velocidade maior daquela da aproximação da ombreira flexural em direção à carga aplicada. Logo, tomando um referencial fixo na Placa Sul-Americana, considera-se que a ombreira flexural migra para leste (Figura 41).

O Pantanal é constituído por uma bacia sedimentar que atinge 500 m de profundidade (Figura 39 e Figura 40), cuja origem pode estar ligada à dinâmica da ombreira flexural. À medida em que a ombreira flexural avança para leste, devido às tensões normais de tração causadas na superfície do terreno, que possuem comportamento de material frágil (item 2.3.8), ela reativa as falhas da Faixa Paraguai, o que, por sua vez, causa a erosão nos elementos orográficos existentes no percurso e a sua posterior deposição sedimentar, como ilustrado na Figura 42.

Indícios da migração da ombreira flexural para leste são encontrados na análise da Bacia do Pantanal através da Figura 39: a sequência de falhas coberta por sedimentos na sua metade ocidental sugere a reativação remota da Faixa Paraguai, enquanto os sedimentos aluvionais na sua metade oriental sugerem a erosão recente de terrenos vizinhos.

Figura 40 Mapa geológico do Pantanal (Schobenhaus *et al.*, 1984 *apud* Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).

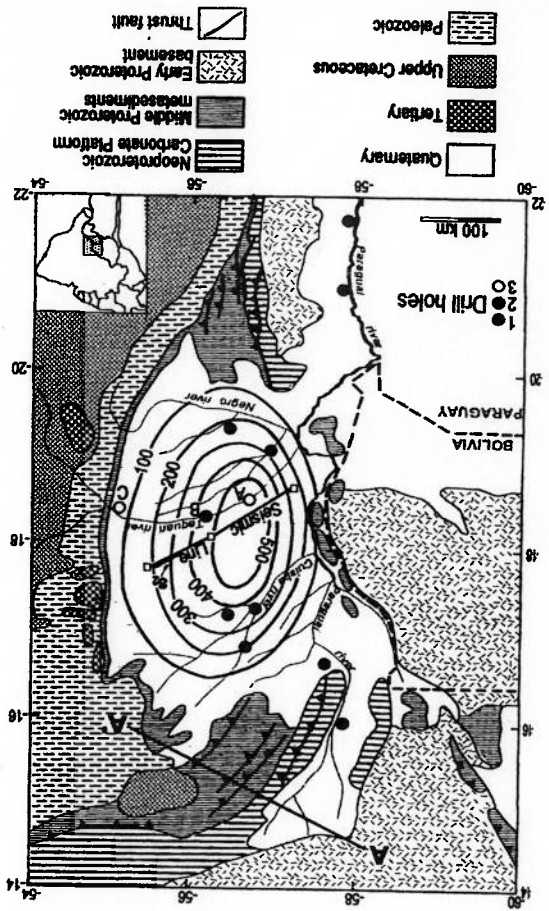


Figura 39 Esquema geológico da Bacia do Pantanal. Observa-se a presença de depósitos sedimentares aluvionais na metade oriental e a presença de falhas na metade ocidental (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).

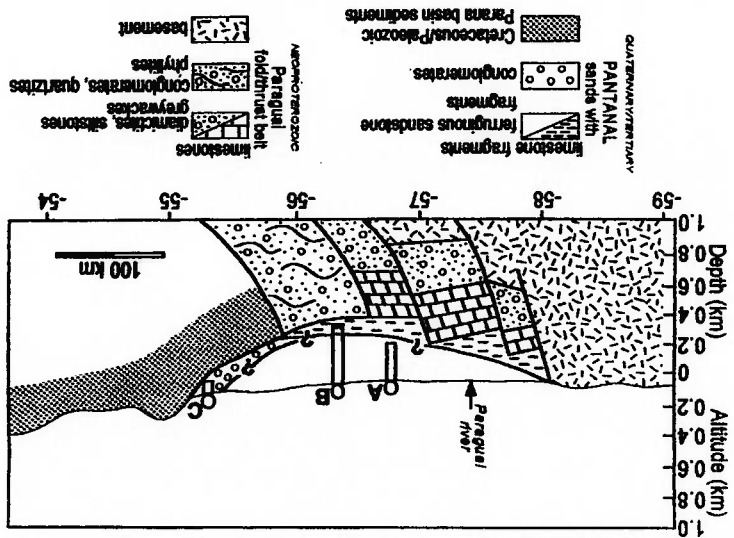


Figura 42 Efeito do deslocamento da ombreira flexural para leste: reativação das falhas da Faixa Paraguai, erosão dos elementos orográficos existentes no percurso e sua posterior deposição sedimentar (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).

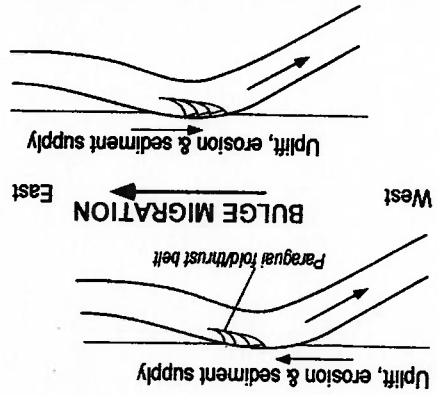
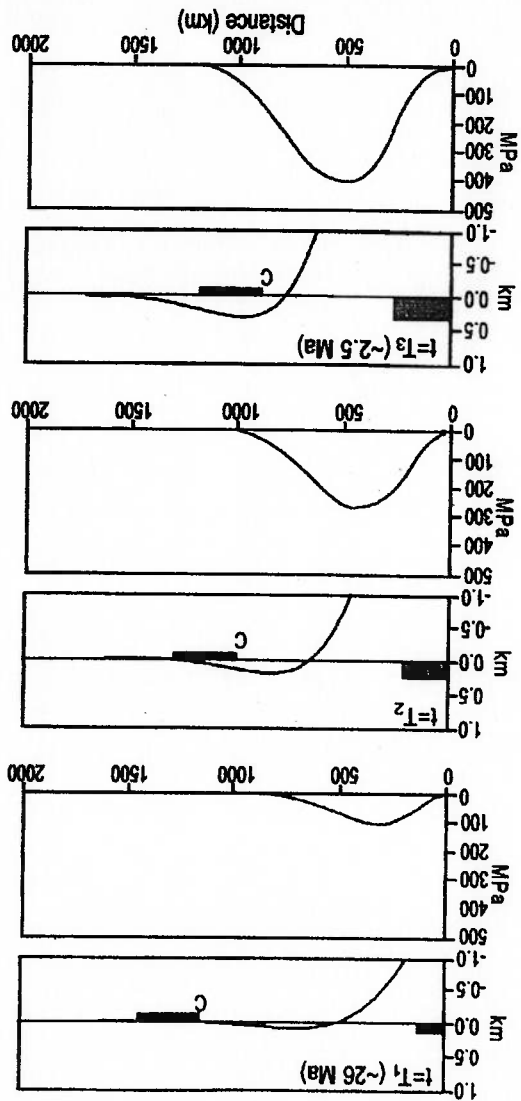


Figura 41 Aumento da amplitude e deslocamento para leste da ombreira flexural (curva); Pantanal (linha preta); "C" é a cidade de Corumbá (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).



#### 2.4.4 A Litosfera Elástica da Placa Sul-Americana

O valor da espessura  $T_e$  da litosfera elástica na Placa Sul-Americana na região dos Andes, segundo estudos de Watts; Lamb; Fairhead; Dewey (1995), varia muito (de 25 a 150 km), devido ao efeito de vulcanismo ou à outras anomalias térmicas, que retardaram o resfriamento da litosfera e, conseqüentemente, a isoterma de 1200 °C é menos profunda nestes locais (Figura 44).

Aqueles autores chegaram aos valores de espessura da litosfera elástica medindo a anomalia Bouguer em diversas latitudes dos Andes e, a seguir, determinando qual seria a espessura elástica que provocaria a flexão compatível com a respectiva anomalia gravitacional, conforme método descrito no item 2.3.4.

Os autores argumentam que a compensação isostática de Airy provocaria anomalia positiva ou negativa conforme a altitude fosse, respectivamente, menor ou maior, enquanto os achados gravimétricos mostram o efeito de uma anomalia negativa, causada pelos Andes, que se estende para as regiões da Cordilheira Oriental e das Bacias Sub-Andinas, ou seja, sem concordância com o esperado para um modelo isostático. Portanto, os autores concluem que se trata de um processo flexural (Figura 43).

Shiraiwa (1994) e Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999) consideram valores constantes de espessura  $T_e$  em cada um dos casos analisados em seus modelos da Placa Sul-Americana. Segundo os dados gravimétricos destes autores, ilustrados na Figura 38, o valor médio mais aceitável para a espessura da litosfera continental da Placa Sul-Americana é igual a 150 km.

Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999) criticam a teoria de Horton; DeCelles (1997) *apud* Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999), que afirma que a ombreira flexural se posicionaria mais a oeste, no Chaco, porque isto contrariaria os dados gravimétricos obtidos.

Figura 43 A partir da anomalia Bouguer (linha contínua) e determina-se  $Z_e$  (Watts; Lamb; Fairhead; Dewey, 1995).  
 a flexão (linha pontilhada) e determina-se  $Z_e$  (Watts; Lamb; Fairhead; Dewey, 1995).

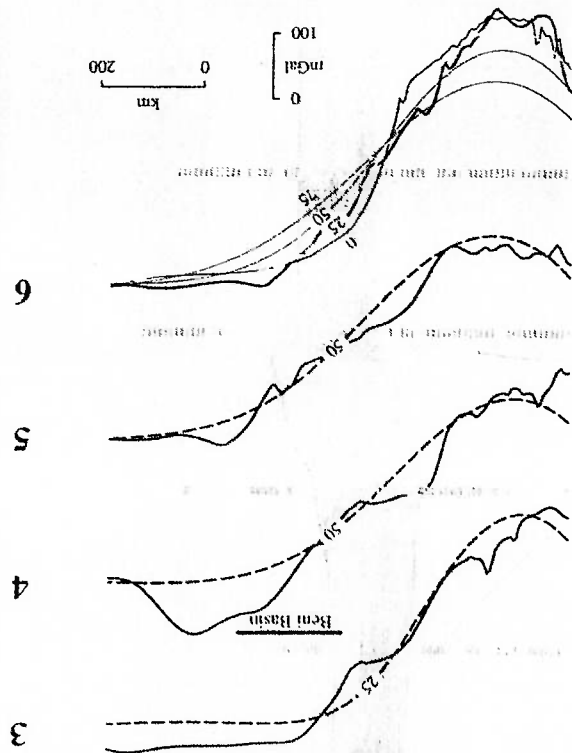
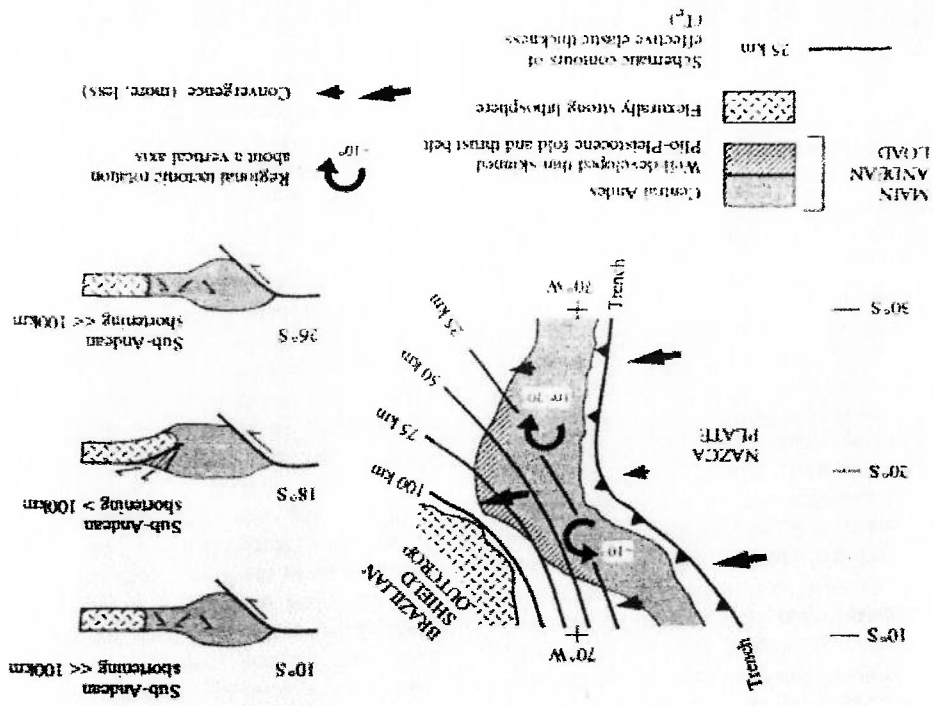


Figura 44 Variação de  $Z_e$  da litosfera nos Andes (Watts; Lamb; Fairhead; Dewey, 1995).





## 2.4.5 Modelo Analítico 2-D da Placa Sul-Americana

Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999) fizeram um modelo analítico da Placa

Sul-Americana como uma placa 2-D rompida, de espessura constante, sem cargas

horizontais. Os valores assumidos foram:

-	Coefficiente de Poisson:	$\nu = 0,25$
-	Módulo de Young:	$E = 100 \text{ GPa}$
-	Aceleração da gravidade:	$g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$
-	Carga orográfica concentrada:	$V_0 = 2 a 6 E + 13 \text{ N m}^{-1}$
-	Espessura da litosfera:	$h = T_e = 50 \text{ km}, 100 \text{ km}, 150 \text{ km}$
-	Densidade da crosta:	$\rho_c = 2800 \text{ kg m}^{-3}$
-	Densidade do manto:	$\rho_m = 3300 \text{ kg m}^{-3}$
-	Densidade da carga orográfica:	$\rho_0 = 2700 \text{ kg m}^{-3}$
-	Densidade da carga sedimentar:	$\rho_s = 2600 \text{ kg m}^{-3}$

Foram consideradas duas condições de carregamento distintas:

(a) Aplicação de uma carga concentrada ( $V_0$ ) na extremidade  $x = 0$ , representando os Andes, com os valores especificados acima e cuja solução é analítica, encontra-se em Turcotte; Schubert (1982) e é mostrada no item 2.3.5.1.4.

(b) Aplicação, ao longo do eixo  $x$ , a partir de  $x = 0$ , da carga distribuída dos Andes (de densidade  $\rho_0$ ) e dos depósitos sedimentares (de densidade  $\rho_s$ ), ambas especificadas acima e tomadas na latitude do oróclino da Bolívia, a  $18,5^\circ\text{S}$ . A solução é obtida pelo método das diferenças finitas, encontra-se em Shiffels; McNutt (1986) e é mostrada no item 2.3.5.1.5.

A fim de representar o encurtamento crustal, descrito no item 2.4.2, a largura dos Andes foi calculada em  $300 \text{ km}$ . Logo, a coordenada  $x = 0$  ficou debaixo de algum ponto do Altiplano. No caso da latitude do oróclino da Bolívia,  $18,5^\circ\text{S}$ , a localização deste ponto é estimada, como foi dito, em  $68^\circ\text{W}$ , de modo a encurtar a borda ocidental (oeste) da Placa Sul-Americana.

Os sedimentos (de densidade  $\rho_s$ ) que se acumularam na Planície do Chaco e na Bacia Sub-Andina possuem distribuição triangular, com  $200 \text{ km}$  de comprimento e  $4,5 \text{ km}$  de altura no seu limite oeste e zero no limite leste.

O efeito da flexão sobre a anomalia Bouguer foi introduzido, no modelo 2-D, pelo algoritmo de Parker (1972 *apud* Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).



Para a condição de carregamento do item (b), considerando  $T_e = 150$  km, os resultados (Tabela 2, Figura 45 e Figura 46) mostram que:

- A flexão negativa máxima, na região dos Andes, vale mais de 20 km.
- A ombreira flexural, no Pantanal, possui amplitude máxima de 310 m (na latitude de 58°W) e comprimento de 700 km.

- As tensões normais são de tração a oeste de 55°W: na ombreira flexural valem entre zero e 250 MPa e nas Bacias Sub-Andinas atingem o valor máximo de 400 MPa.

Na medida em que se reduz  $T_e$  de 150 km para 100 km e 50 km, sucede que:

- A flexão negativa máxima, nos Andes, aumenta.
- A ombreira flexural aumenta de amplitude.
- A ombreira flexural diminui de comprimento.
- A ombreira flexural diminui a distância da carga aplicada de 160 km.

Resultado do modelo 2-D, $T_e=150$ km, $La=18^\circ S$ (Ussami, Shiraiwa, Dominguez, 1999)		Ombreira Flexural	
Amplitude (km)	Lo ( $^\circ$ )	Amplitude (km)	Lo ( $^\circ$ )
-20	-68	0.31	-58
			700
			750
			Distância da carga (km)

Tabela 2 Resultados do modelo (b) de Ussami, Shiraiwa, Dominguez (1999).

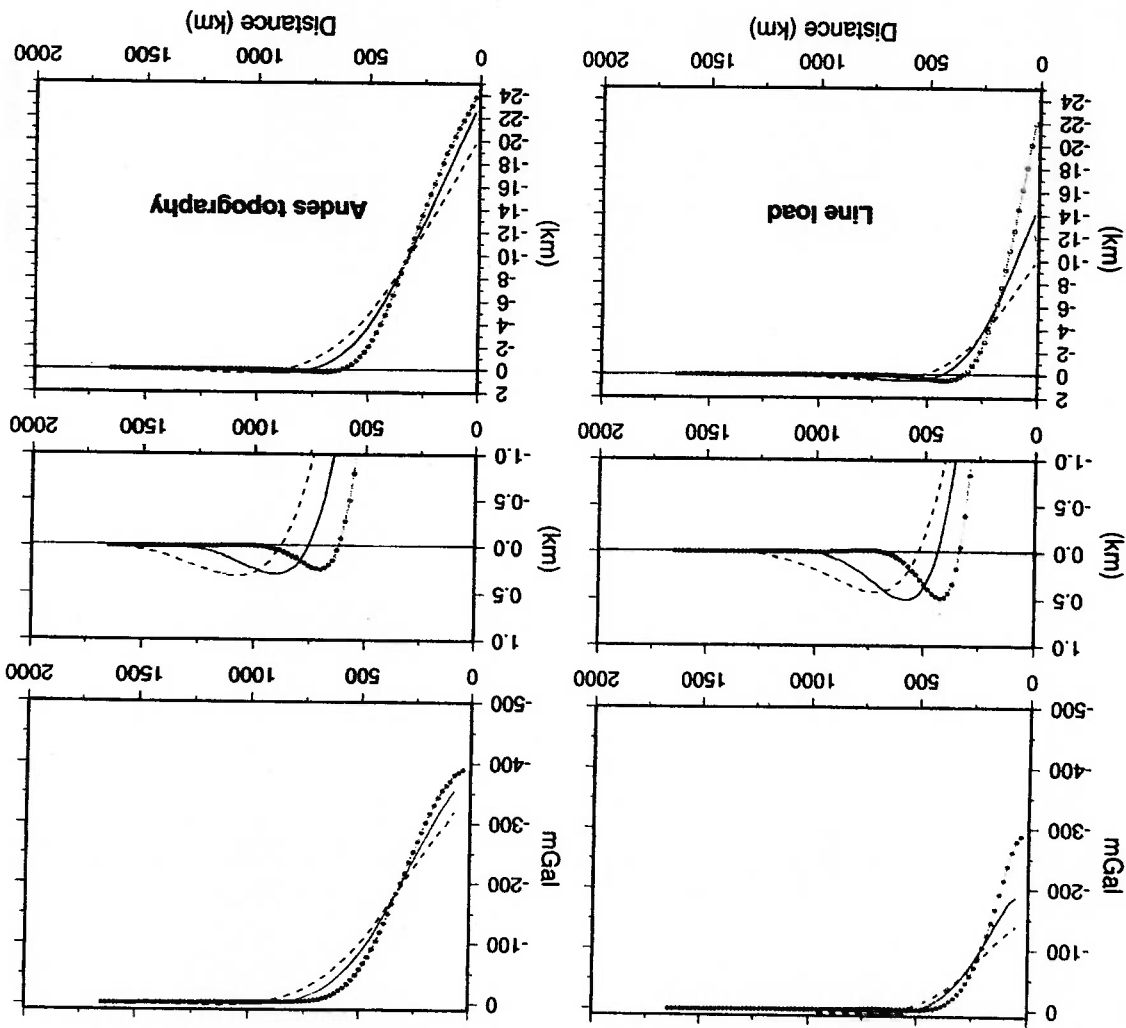
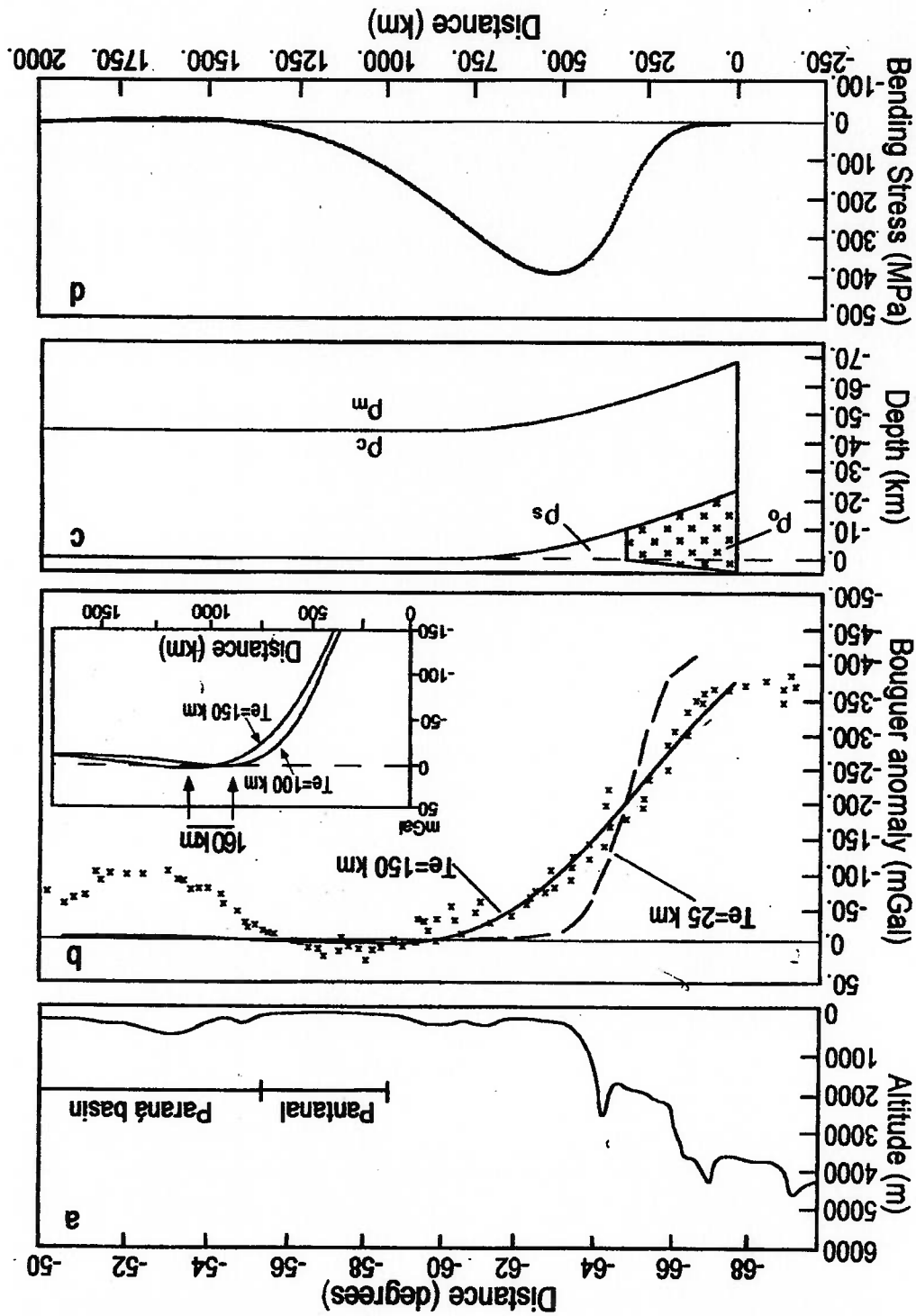


Figura 45 Modelo 2-D de placa rompida da Placa Sul-Americana ( $L_a = 18,5^\circ S$ ), para  $T_c$  igual a 50 km (pontilhado), 100 km (contínuo) e 150 km (tracjado). À esquerda: carga concentrada  $V_0$  em  $x = 0$ . À direita: carga distribuída dos Andes (de densidade  $\rho_0$ ) e carga dos sedimentos (de densidade  $\rho_s$ ). De cima para baixo: a) anomalia Bouguer; b) deslocamento vertical por flexão, vista detalhada; c) idem, mas vista geral (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).

Figura 46 Modelo 2-D de placa rompida da Placa Sul-Americana ( $\Lambda = 18,5^\circ\text{S}$ ) para  $T_e = 150$  km longitudinal (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999).



Para confirmar a profundidade da cobertura sedimentar da Bacia do Pantanal em torno de 500 m através do modelo 2-D, Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999) consideraram a maior tensão normal longitudinal  $\sigma_{\max}$  atuante no Pantanal (250 MPa) e o comprimento  $L_p$ , no sentido oeste-leste, da Bacia do Pantanal, ao longo de sua evolução cronológica - estimado como a distância longitudinal entre a falha mais ocidental da Faixa Paraguai e cada uma das falhas sucessivas a leste da primeira (ou seja, igual a, sucessivamente, 200, 225, 250, 275 e 300 km).

Como a tensão normal na ombreira flexural é inversamente proporcional ao seu comprimento, então vale a relação linear:

$$\sigma_x = (\sigma_{\max}/L_p)(x) \quad \text{(Equação 189)}$$

Pode-se relacionar a subsidência do terreno  $\Delta z$ , pela Teoria da Elasticidade, dada pela Equação 9, com a deformação vertical  $\epsilon_z$ , de modo a estabelecer:

$$\Delta z/z = \epsilon_z = \frac{F}{V\sigma_x} \quad \text{(Equação 190)}$$

Logo, a subsidência do terreno pode ser obtida integrando-se, para todo o comprimento  $L_p$ , a relação obtida a partir da Equação 189 e da Equação 190:

$$\Delta z = \frac{F}{V} \int_{L_p}^0 \frac{\sigma_x}{\sigma_x} x dx \quad \text{(Equação 191)}$$

Para os valores de  $L_p$  acima, os resultados de  $\Delta z$  obtidos pela Equação 191 foram, respectivamente: 0,060, 0,075, 0,093, 0,110 e 0,135 km. Como o efeito de deformação é cumulativo, devido à subsidência do terreno, a profundidade total vale 0,475 km, isto é, compatível com os dados geológicos.

## 2.4.6 Modelo Analítico 3-D da Placa Sul-Americana

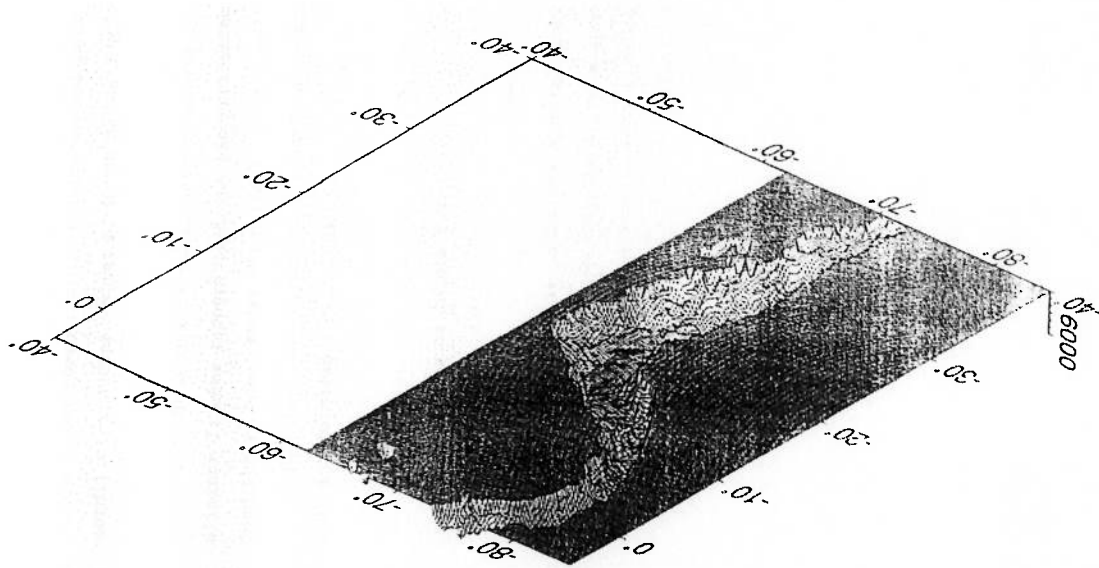


Figura 47 Modelo 3-D da Placa Sul-Americana de Shiraiwa (1994).

Shiraiwa (1994) fez um modelo analítico da Placa Sul-Americana como placa 3-D infinita (Figura 47). Por isto, o contorno da placa e o seu encurtamento crustal não puderam ser representados.

A carga vertical considerada foi a função topográfica  $q_0(x,y)$  de toda a Cordilheira dos Andes, porém, sem a carga dos sedimentos.

As forças horizontais longitudinais de movimentação da placa variaram de  $P = 0$  (caso sem forças horizontais) a  $P = 2E + 13 \text{ N m}^{-1}$  e os seus valores foram obtidos assumindo um valor de tensão de compressão máxima no continente de 100 MPa, segundo Turcotte; Schubert (1982).

Foram consideradas diversas espessuras da litosfera ( $T_e = 50, 100$  e 150 km). A resolução seguiu o método mostrado no item 2.3.5.2.3.

Como resultados, qualitativamente, observa-se o mesmo que no modelo 2-D de Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999): conforme se aumenta  $T_e$ , a ombreira flexural diminui a amplitude e aumenta o comprimento, a largura e a distância da carga aplicada. Contudo, por se tratar de um modelo 3-D, portanto menos rígido, os deslocamentos e tensões são maiores.

Os resultados de flexão  $w(x,y)$  para o caso de carregamento sem forças horizontais, para  $T_e = 100 \text{ km}$  e  $T_e = 150 \text{ km}$  são mostrados na Tabela 3 e da Figura 48 à Figura 49.



Figura 49 Resultado de flexão do modelo 3-D de Shiraiwa (1994), para  $T_e = 150$  km.

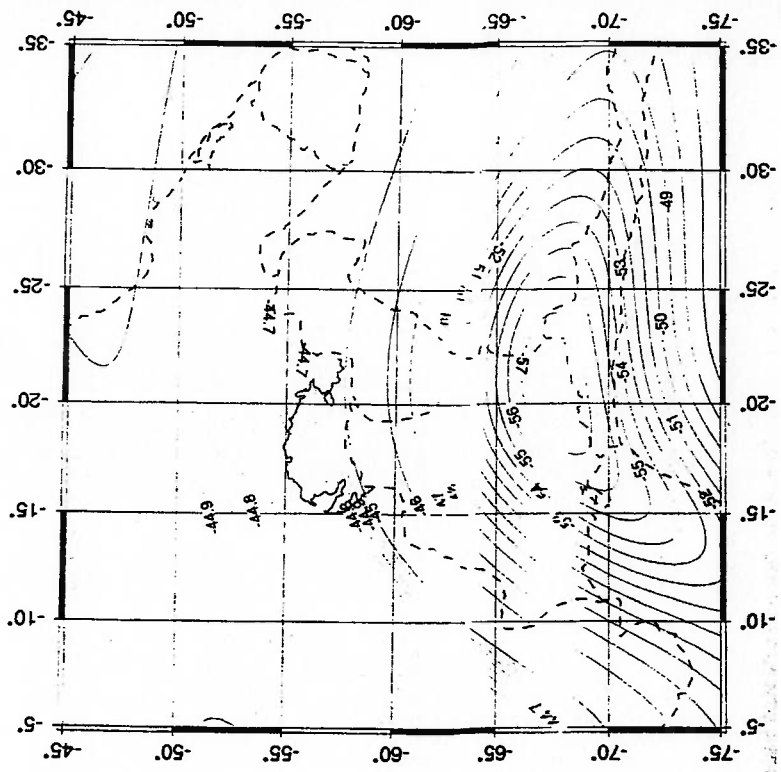
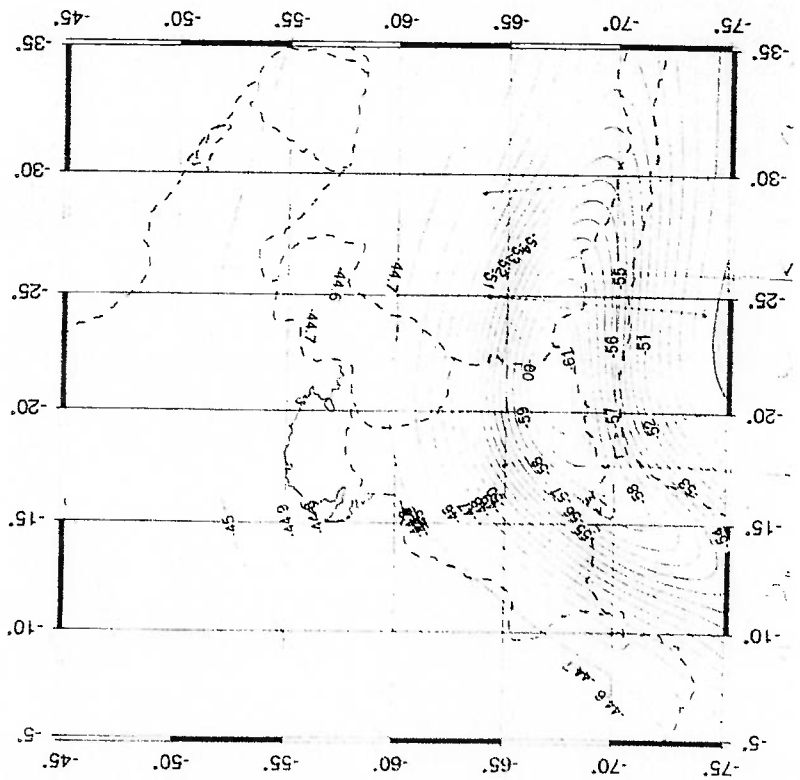


Figura 48 Resultado de flexão do modelo 3-D de Shiraiwa (1994), para  $T_e = 100$  km.



## 2.4.7 Outros Modelos da Placa Sul-Americana

Existem outros modelos da Placa Sul-Americana que podem trazer informações úteis para este trabalho.

### 2.4.7.1 Avaliação de Forças de Primeira Ordem

Os estudos das forças de primeira ordem atuantes na Placa Sul-Americana são pertinentes porque estas:

- Devem ser conhecidas para sobrepor seu efeito àquele das forças de segunda ordem (objeto deste estudo), para determinar o regime de tensão da placa.
- Por agirem em toda a extensão da placa, os modelos que avaliam estas forças trazem mais informações de como modelar uma placa litosférica 3-D.

Richardson (1992) tenta relacionar torque, velocidade e tensão para as diferentes placas da litosfera. Conclui que para a Placa Sul-Americana, a Placa Norte-Americana e a porção da Europa Ocidental da Placa Euro-Asiática, há correlação entre aqueles fatores.

Stefanick; Jurdy (1992) avaliam os valores das forças de primeira ordem que atuam na Placa Sul-Americana. Mostram que a primeira estimativa foi feita por Carlson *et al.* (1983). Concluem que o empurrão constitui a principal força atuante e que a sucção representa, no máximo, um quinto do empurrão e metade do arrasto basal. Isto se deveria ao fato da sucção ser significativa apenas na fossa oceânica do litoral do Peru e do Chile e ao fato da Zona de Benioff da Placa Nazca que subduz na Placa Sul-Americana ser relativamente curta. O empurrão determina que a direção de  $S_{max}$  seja, predominantemente, no sentido leste-oeste.

### 2.4.7.2 Modelos FEM 3-D da Placa Sul-Americana

Meijer; Wortel (1992) fizeram um modelo FEM 3-D elástico da Placa Sul-Americana para avaliar as forças de primeira ordem (portanto, horizontais). Sendo esforços regionais, cujas tensões possuem comprimentos de onda mais amplos, o espargamento considerado foi de 5°. O modelo é ilustrado pela Figura 50 e pela Figura 51. Os esforços considerados foram definidos através dos índices abaixo:

- *rp* empurrão na Dorsal Meso-Atlântica, que move a Placa Sul-Americana para oeste.
- *tf* atrito nas falhas alinhadas com a direção do movimento.



-	<i>dr</i>	arrasto basal, que pode ser decomposto em <i>drc</i> (litosfera oceânica) e <i>drc</i> (litosfera continental).
-	<i>pcr</i>	força colisional ou reação de contato (normal) com a Placa Nazca.
-	<i>Car</i>	força colisional ou reação de contato (normal) com a Placa Caribe.
-	<i>Chi</i>	força colisional ou reação de contato (normal) com a Placa Antártica, no sul do Chile (nesta região, a Placa Sul-Americana é que subduz na placa vizinha - a Placa Antártica).
-	<i>Sco</i>	força colisional ou reação de contato (normal) na fronteira oriental com a Placa Scotia.
-	<i>LA</i>	sucção da Placa Caribe sobre a Placa Sul-Americana na Zona de Lesser.
-	<i>SS</i>	sucção da Placa Scotia sobre a Placa Sul-Americana nas Ilhas Sandwich do Sul.
-	<i>suc</i>	sucção da Placa Nazca sobre a Placa Sul-Americana na fossa oceânica do litoral pacífico.
-	<i>Nam</i>	atrito (cisalhamento) na fronteira com a Placa Norte-Americana.
-	<i>F</i>	força escalar (por unidade de comprimento).
-	<i>e</i>	vetor de orientação da força.
-	<i>F</i>	vetor de força ( $F = F \hat{e}$ ).
-	<i>T</i>	vetor de momento da força.
-	<i>r</i>	vetor de posição da placa.
-	$\sigma$	tensão.
-	<i>L</i>	comprimento.
-	<i>A</i>	área.
-	$\Omega$	definido pelos autores como vetor de movimentação absoluta da placa - ou vetor de Euler (portanto, seria a variação do momento angular, conforme Beer; Johnston, 1981).
-	<i>T'</i>	vetor de momento para força expressada como força por unidade de comprimento (para <i>rp</i> , <i>ff</i> , <i>pcr</i> , <i>Car</i> ) ou como tensão (para <i>dr</i> ). Dimensão:

área (para  $r_p$ ,  $f_f$ ,  $p_{cr}$ ,  $C_{ar}$ ) ou volume (para  $dr$ ).

Para a solução do modelo, Meijer; Wortel (1992) assumiram uma condição de equilíbrio dinâmico das placas, estabelecendo como valor do empurrão  $F_{rp} = 2,0$  E+12 N.m<sup>-1</sup> (obtido por Richter e Mckenzie, em 1978) e como incógnitas, as demais forças, cujos valores foram obtidos pela resolução do modelo FEM.

Para o modelo, valem as fórmulas mostradas da Equação 192 à Equação 195:

$$\hat{e}_{dr} = \frac{\Omega \times \kappa}{\Omega \times \kappa} \quad \text{(Equação 192)}$$

$$T_{ff}^j = \int_0^L \kappa \times F_{ff}^j \hat{e}_{dr}^j dL = F_{ff}^j T_{ff}^j \quad \text{(Equação 193)}$$

$$T_{dr}^A = \int_0^A \kappa \times \sigma_{dr} \hat{e}_{dr}^A dA = \sigma_{dr} \int_0^A \kappa \times \hat{e}_{dr}^A dA = \sigma_{dr} T_{dr}^A \quad \text{(Equação 194)}$$

$$F_{ff}^j T_{ff}^j + F_{p_{cr}} T_{p_{cr}}^j + F_{C_{ar}} T_{C_{ar}}^j = -(\sigma_{dr} T_{dr}^j + T_{rp}^j) \quad \text{(Equação 195)}$$

Como resultado, os autores verificaram que a sucção representa cerca de 10%

do empurrão, portanto, há concordância com Stefanick; Jurdy (1992).

Portanto, este modelo serve para estimativa do valor dos esforços horizontais

atuantes na Placa Sul-Americana.



Coblentz; Richardson (1996) fizeram um modelo 3-D da Placa Sul-Americana com 3100 nós e 5993 elementos planos triangulares (Figura 52) para avaliar as forças de primeira ordem. O modelo foi resolvido por análise estática linear, portanto, no regime elástico. Os autores justificaram a escolha por permitir avaliar os esforços e deformações de maneira independente de tempo.

Como os elementos finitos planos triangulares são elementos de tensão e deformação constantes e como o comprimento de onda da flexão da litosfera costuma ser da ordem de centenas de quilômetros, a resolução média da malha foi definida igual a  $1^\circ$ . A espessura elástica da litosfera ( $T_e$ ) foi considerada igual a 100 km, com propriedades constantes no elemento, logo, ao longo da espessura. O coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) foi definido igual a 0,25. O módulo de Young ( $E$ ) foi definido conforme o tipo de litosfera considerado:

- OOL: *old oceanic lithosphere* (litosfera oceânica antiga): 16% da área total.  $E = 7,0$  GPa.
- YOL: *young oceanic lithosphere* (litosfera oceânica recente): 35% da área total.  $E = 3,5$  GPa.
- CML: *continental margin lithosphere* (margem continental): 10% da área total.  $E = 7$  GPa.
- CL: *continental lithosphere* (litosfera continental): 39% da área total.  $E = 7$  GPa.

Foram consideradas três condições de carregamento (subcasos):

Subcaso 1: Analogamente ao modelo FEM anterior destes autores (Richardson; Coblentz; 1994; item 2.4.7.3), foi aplicada a força de empurrao da expansão do assoalho oceânico e a restrição de movimentos horizontais na fronteira com a Placa Nazca, para representar a força de colisão como a reação de vinculação.

Subcaso 2: Idem ao anterior, mas acrescentando a carga topográfica.

Subcaso 3: Ao invés de restrições de movimentos horizontais, aplicaram-se forças balanceadas em toda a borda da Placa Sul-Americana para representar a força de empurrao, a colisional e o arrasto basal, conforme dados obtidos por Meijer; Wortel (1992).

Como resultados, os autores conseguiram achar o regime de tensão, dado por  $S_{Hmax}$ ,  $S_{Hmin}$  e  $S_v$ , para cada subcaso (Figura 53):

Subcaso 1: No oceano e no continente predominam tensões de compressão no sentido leste-oeste (devido ao empurrão na borda oriental e da colisão na borda ocidental) em torno de 20 MPa.

Subcaso 2: No oceano persistem as tensões de compressão de 20 MPa, mas no continente, embora a tensão predominante ainda seja de compressão, devido a influência das cargas topográficas (cuja variação de densidade lateral cria tensões de tração), seu valor cai para valores em torno de 5 a 10 MPa. Nos Andes, o valor da tensão de compressão cai ainda mais, tornando-se de tração em algumas regiões, chegando em alguns pontos a 35 MPa. Assim, os resultados para os Andes aproximam-se daqueles do trabalho anterior destes autores (Richardson; Coblenz; 1994, item 2.4.7.3).

Subcaso 3: Ocorre uma mudança de orientação da direção das tensões consequentes às cargas topográficas no Escudo Amazônico e na margem continental, de modo que, no continente, acaba por predominar um regime do tipo *strike-slip* (item 2.3.6). Um estudo anterior de Assumpção (1992) mostrou este regime de tensão apenas nas regiões próximas à margem continental do nordeste do Brasil. Assim, os autores explicaram as tensões de tração decorrentes de cargas topográficas através de teorias isostáticas, referentes à variação de densidade lateral, como as de Fleitout; Froidevaux (1982; 1983). Os autores estimaram, ainda, o valor da força colisional com a Placa Nazca entre  $1,25 E+12 N m^{-1}$  e  $5,0 E+12 N m^{-1}$ .

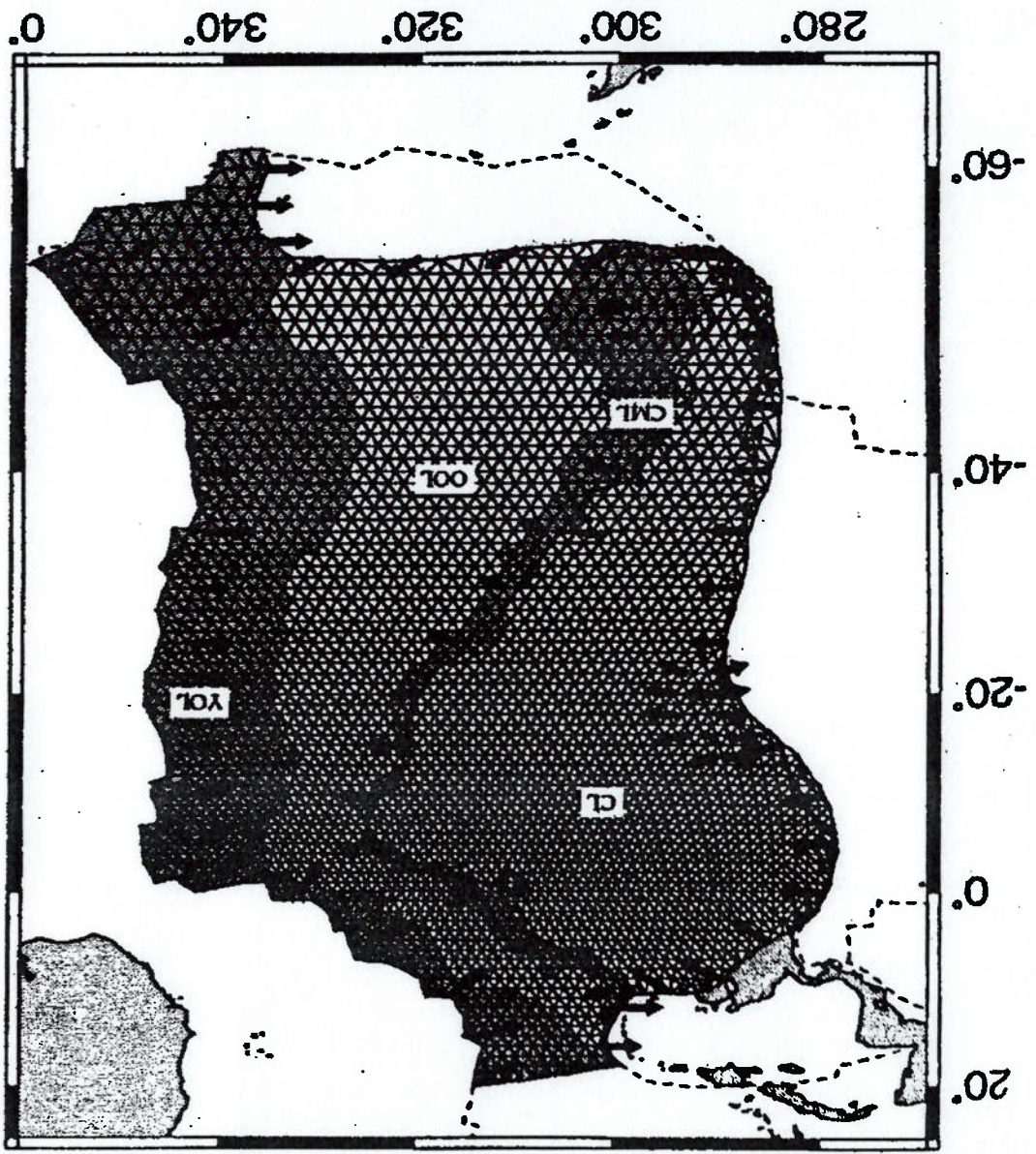


Figura 52 Modelo FEM 3-D de Coblenz; Richardson (1996) da Placa Sul-Americana.



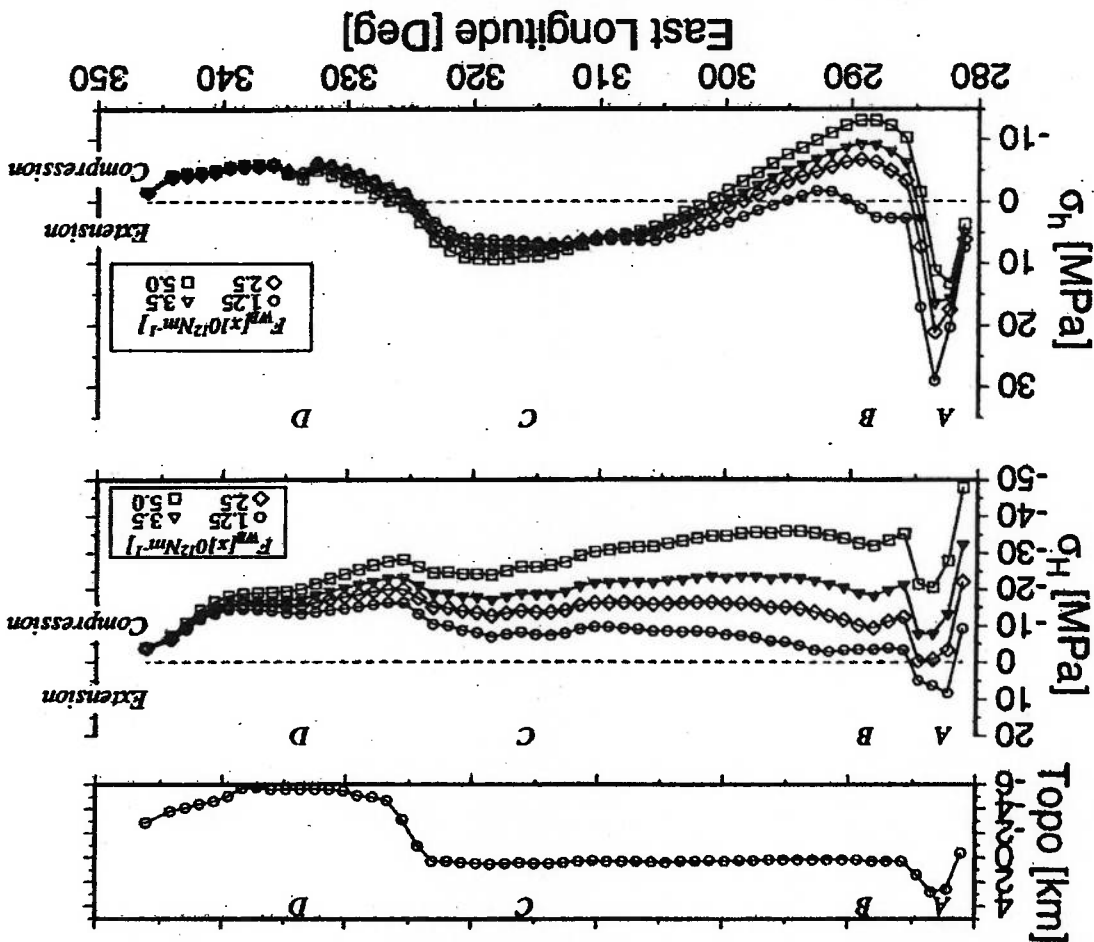
Richardson; Coblenz (1994) fizeram um modelo FEM 2-D, no estado plano de deformação, de análise estática linear, de uma seção transversal, na direção leste-oeste, dos Andes, na coordenada 10°S e 75°W - a Cordilheira Branca (Figura 54). Foi considerada uma litosfera de espessura elástica  $T_e = 100$  km. Para não haver concentração de tensão nas bordas do modelo, os autores escolheram a espessura da astenosfera também igual a 100 km.

O modelo é restringido com apoios deslizes na sua borda vertical ocidental

Existem diversos trabalhos que fizeram uma análise 2-D da Placa Sul-Americana. Muitos deles analisaram a zona de subducção da litosfera oceânica sob a litosfera continental, que é relacionada à orogênese, como é o caso da Cordilheira dos Andes.

### 2.4.7.3 Modelos 2-D da Placa Sul-Americana

Figura 53 Tensões normais horizontais obtidas pelo modelo FEM 3-D de Coblenz; Richardson (1996) para o subcaso 3, variando a força colisional da Placa Nazca ( $F_{wb}$ ). De cima para baixo:  $h_o$ ,  $S_{hmax}$  e  $S_{hmin}$  (ou: Topo,  $\sigma_H$ ,  $\sigma_h$ ).



(para representar a força de colisão da Placa Nazca) e na sua borda horizontal inferior (para permitir a movimentação da placa no sentido leste-oeste).

Os autores adotaram o valor do empurrão calculado por outros estudos (os autores citam: Frank, 1972; Lister, 1975; Richter, 1980), ou seja, igual a  $2 \text{ E}+12 \text{ N m}^{-1}$ . Esta força, considerando a espessura da litosfera  $T_e = 100 \text{ km}$ , significa uma tensão normal de  $30 \text{ MPa}$ .

Os autores consideraram os valores dos módulos de rigidez ( $E$ ) da litosfera e da astenosfera constantes ao longo da geografia, mas variando conforme a profundidade, argumentando que esta distribuição é boa para modelos que concentram tensões em profundidades crustais médias. Assim, os valores da rigidez da litosfera atingem até  $70 \text{ GPa}$  e aqueles da astenosfera valem  $70 \text{ MPa}$  (Figura 54).

Como resultados (Figura 54), os autores acharam tensões de tração nas áreas sujeitas à variação de densidade lateral da cordilheira (de  $10$  a  $75 \text{ MPa}$ ) e de compressão naquelas onde predomina a força de empurrão (média de  $25 \text{ MPa}$ ). Os autores mostram que, mesmo com a presença de regime de tração em algumas áreas (devido ao efeito isostático), o regime dominante na Placa Sul-Americana é de compressão na direção leste-oeste, por causa do empurrão, valendo cerca de  $25 \text{ MPa}$ . Também neste trabalho, os autores explicaram as tensões de tração achadas por teorias isostáticas, referentes à variação de densidade lateral, como as de Fleitout; Froidévaux (1982; 1983).

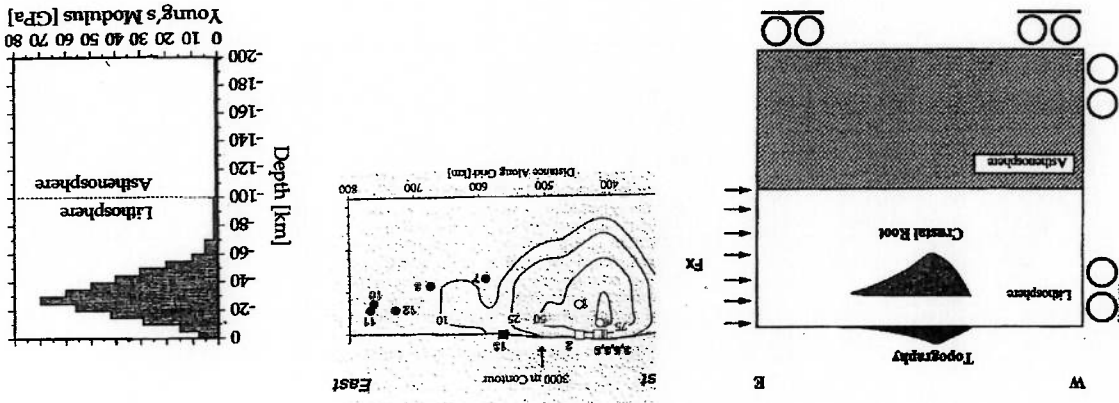


Figura 54 Modelo FEM 2-D elástico da litosfera da dos Andes de Richardson; Coblenz (1994). Da esquerda para direita: modelo físico (litosfera, astenosfera, carga topográfica e raiz crustal dos Andes, restrição colisional, restrição do arrasto basal, empurrão), resultados; rigidez da litosfera e da astenosfera conforme profundidade.



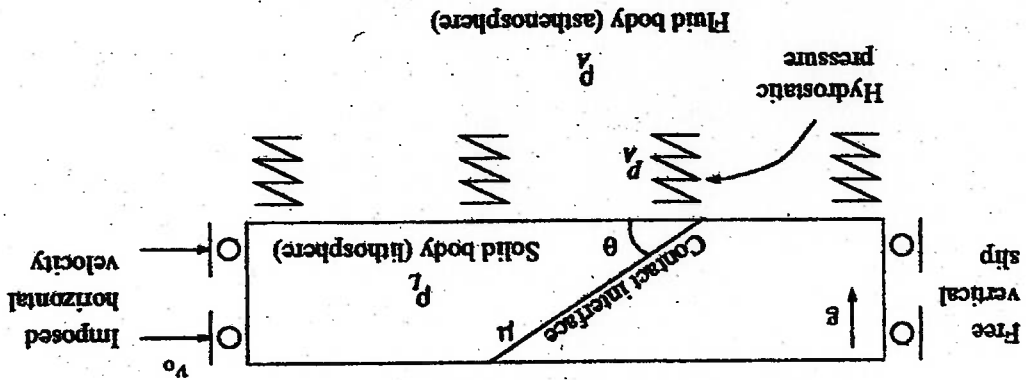


Brown; Phillips (2000) fizeram modelo FEM 2-D, elasto-visco-plástico, da flexão da litosfera estratificada, mostrando o processo de descolamento crosta-manto. Os autores sugerem a utilização do modelo para análise da flexão da litosfera, inclusive para o caso da Placa Sul-Americana.

Wdowinsky; O'Connell (1991) fizeram um modelo FEM 2-D, no estado plano de deformação, viscoso, da zona de subdução da Placa Nazca na Placa Sul-Americana, com até 500 elementos quadrangulares planos, para avaliar o encurtamento crustal (item 2.4.2). Os autores citam que o espessamento da litosfera nos Andes, (devido ao espessamento da crosta, por causa do soerguimento andino) pode aumentar o efeito das forças ascensionais (item 2.3.6), através do aumento do acoplamento viscoso com a astenosfera, de modo a aumentar tensões de tração. Estas, por sua vez, opor-se-iam às tensões de compressão geradas pelo empurrão.

Com isto, os autores defendem a compatibilidade dos resultados dos estudos

Figura 56 Modelo elasto-visco-plástico da litosfera de Hassani; Jongmans; Chéry (1997).



- $z$  - diferença de cota da profundidade e do topo da coluna fluida.
- $g$  - gravidade ( $m s^{-2}$ ).
- $\rho_f$  - densidade do fluido da astenosfera no topo da coluna ( $kg m^{-3}$ ).
- $\beta$  - módulo de compressibilidade do fluido ( $Pa^{-1}$ ).
- $z_h$  - cota do topo da coluna fluida.
- $z$  - cota da profundidade (m).
- $p_f$  - pressão hidrostática da astenosfera (Pa).

Sendo:

$$z = z - z_h$$

Onde:

(Equação 197)

que estimam a velocidade média de subducção do Escudo Amazônico de baixo dos Andes, desde o início do soerguimento andino, há 26 milhões de anos, igual a 10 mm/ano (os autores citam: Sheffels; Burchfiel; Molnar, 1986; Sheffels, 1990; Isacks, 1988), com os resultados dos estudos que mediram esta velocidade nos últimos dezessete anos, igual a 1 mm/ano (os autores citam: Suárez, 1983): longe de significar erros de estimativa ou de medição, os dois valores refletem a relação entre forças de sentido contrário: o empurrão e as forças ascensionais, sendo que estas últimas tendem a aumentar com o soerguimento andino, de modo a diminuir o encurtamento crustal.

## 2.5 Contribuições de Modelos Diversos

A seguir, são mostrados diversos estudos, não relacionados diretamente à Placa Sul-Americana, mas que trazem informações que podem ser úteis para:

- Considerar na elaboração do modelo FEM 3-D deste trabalho.
- Mostrar o estado atual de conhecimentos sobre o uso do de métodos numéricos - FEM e de diferenças finitas - em PT.

### 2.5.1 Modelos 3-D

Coblentz; Sandiford (1994) fizeram modelo um FEM 3-D, elástico, da Placa Africana, com 1762 nós e 3348 elementos (resolução de 2°).

Pacanovsky; Davis; Richardson; Coblentz (1999) fizeram um modelo FEM 3-D, elástico, da Placa Filipina, com 489 nós e 914 elementos de placa curvos (resolução de 1°).

Bird (1999) criou programas FEM 2-D e 3-D específicos para uso em Geofísica, como o SHELLS, de formulação visco-elástica, que permite modelar a curvatura terrestre, a litosfera, a astenosfera, falhas e esforços horizontais. Porém, como o autor adverte, o programa não aceita cargas verticais, restringindo seu uso para processos flexurais e sendo indicado apenas para a dinâmica das placas.

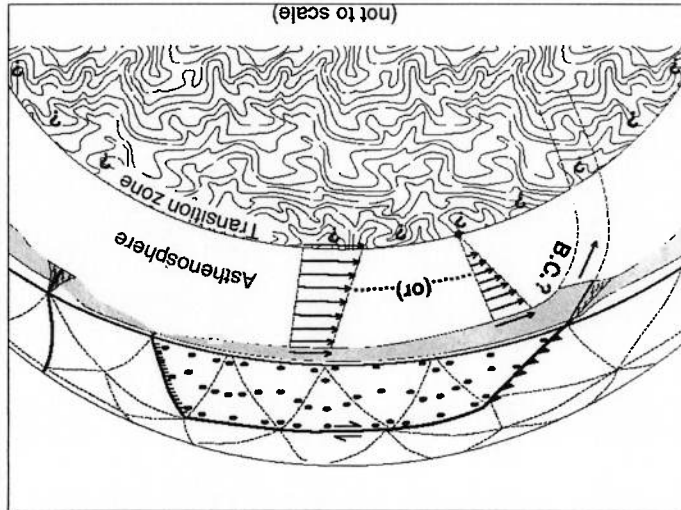


Figura 57 Exemplo de modelo FEM 3-D modelado com o SHELL, elaborado por Bird (1998).

### 2.5.2 Modelos 2-D

Os modelos FEM 2-D constituem a maioria das análises feitas sobre a litosfera. Alguns modelos 2-D, devido à projeção azimutal, possuem uma analogia

com modelos 3-D). Porém, verifica-se que a escolha deste tipo de modelo destina-se a cobrir apenas áreas locais da placa, não sendo usados para representar a placa inteira. Bada; Horváth; Gerner; Fejes (1999) fizeram um modelo FEM 2-D, elástico, no estado plano de tensão, com elementos planos, com projeção azimutal, da Bacia da Panônia (Figura 58). A rigidez do material da litosfera foi considerada constante ao longo da profundidade, variando apenas conforme o lugar: 50 GPa para setores fracos, 70 GPa para setores externos e 100 GPa para maciços. O perímetro a 500 km da região de interesse foi restringido nos movimentos horizontais para isolar efeitos de concentração de tensão. Como esforços aplicados, foram introduzidos deslocamentos horizontais conhecidos.

Os autores concluem que é válido fazer modelos elásticos para avaliar processos plásticos, como terremotos. Porém, alertam que se fazem necessários modelos 3-D para avaliar o comportamento das diversas camadas da litosfera, em especial a Moho.

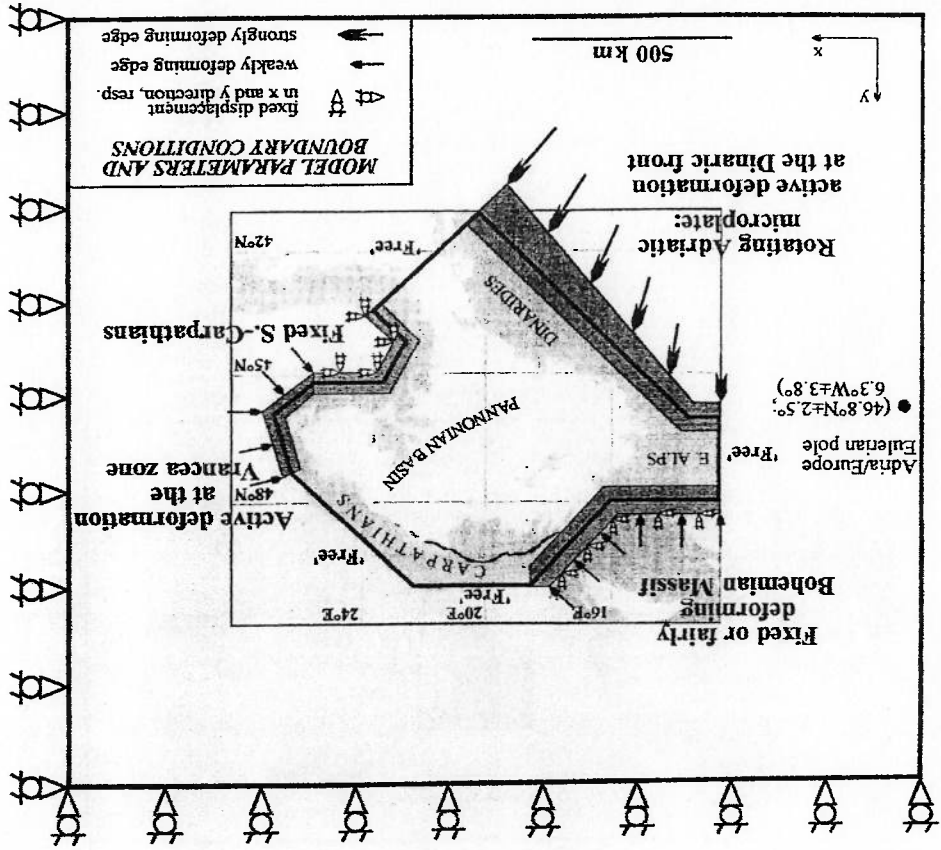


Figura 58 Modelo FEM 2-D azimutal da Bacia da Panônia (Bada; Horváth; Gerner; Fejes, 1999).

Van Balen; Podladchikov; Cloethingh (1998) elaboraram um modelo físico elástico da litosfera e da astenosfera, de modo a servir para a análise de bacias sedimentares que sofrem falhas. Este modelo elástico considerava (Figura 59):

- Restrição à translação nas bordas onde há colisão entre placas.
- Força horizontal " $F$ " onde há empurro sobre a placa.
- Molas representando o empuxo da astenosfera.
- Descontinuidade " $u$ " da superfície representando falhas.

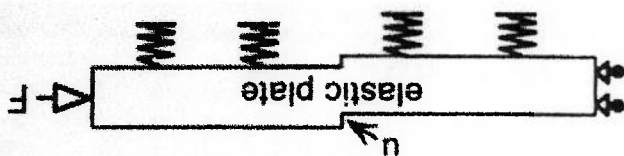


Figura 59 Modelo físico elástico da litosfera de Van Balen; Podladchikov; Cloethingh (1998), com restrição à translação na borda onde há colisão, força horizontal " $F$ " onde há empurro, molas para simular o empuxo da astenosfera e descontinuidade " $u$ " para falhas.

Tang; Chemenda (2000) fizeram modelo FEM 2-D, elasto-plástico, da litosfera de Taiwan, modelando a astenosfera por pressão hidrostática (como Hassani; Jongmans; Chéry, 1997) e aplicando esforços e restrições apenas horizontalmente. Usaram, como programa FEM, o ADEL, desenvolvido por Hassani (1994 *apud* Tang; Chemenda, 2000).

Ter Voorde; Van Balen; Bernotti; Cloethingh (1997) resolveram, para regiões de falhas tectônicas, um modelo numérico de diferenças finitas, 2-D, visco-elástico, da litosfera, dividindo-a em três camadas: crosta superficial, crosta profunda e manto superior. Os autores concluem que para regiões onde a litosfera está bem restritada (como no lago Baikai), as três camadas comportam-se como se estivessem unidas. Para regiões onde a litosfera é recente, logo ainda não restritada, as três camadas comportam-se como se estivessem descoladas. Porém, na maioria das regiões de falhas, como a Bacia de Biscaya, predomina um acoplamento parcial entre as três camadas, de modo que o padrão de resposta da crosta superficial é dependente das outras camadas.

Portanto, este modelo mostra que é válido, em uma litosfera restritada, supor uma continuidade entre camadas de elementos que, porventura, venham representar as diversas camadas da litosfera.

Zuber; Parmentier (1996) estudaram a litosfera oceânica da Placa Indo-Australiana e simularam os esforços que provocam dobramentos na litosfera, através de um modelo FEM 2-D, viscoso. Neste trabalho, os autores simularam modelos viscosos newtonianos, não-newtonianos, contínuos e descontínuos. Consideraram a litosfera dividida em camadas, de forma que a resistência ao escoamento é alta nas camadas superficiais e é baixa nas camadas profundas. Os autores defendem a validade do seu modelo para o estudo da flexão da litosfera. Portanto, é uma forma alternativa para abordar soerguimentos na litosfera.

Alguns modelos utilizaram, para apoiar a litosfera, uma fundação elástica idealizada por Winkler (1867 *apud* Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959), reforçando a comparação feita com o empuxo da astenosfera, no item 2.3.5.1. Albert; Phillips; Dombard; Brown (2000) fizeram um modelo FEM 2-D elasto-visco-plástico, de placa litosférica sujeita a flexão por aplicação de carga distribuída numa das extremidades. Foi modelada a crosta, apoiada numa fundação elástica de Winkler, que representa o manto superior. A curva de flexão obtida tem analogia com o caso elástico de Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999). O modelo acrescenta, como resultados, respostas para questões sobre a fratura da placa sob o regime elasto-visco-plástico.

Wallace; Melosh (1994), fizeram um modelo FEM 2-D elástico, no estado plano de deformação, de flambagem de placa litosférica do Oceano Índico (Placa Indo-Australiana), sujeita à flexão. O modelo consiste em uma crosta oceânica com espessura de 10 km, representada por 1600 elementos planos quadrangulares isoparamétricos, apoiados numa fundação elástica de Winkler. Foram avaliadas grandes deformações, resultantes de flambagem. Os autores argumentam que, com o modelo elástico, a litosfera resulta mais estável, com tensões admissíveis de flambagem até uma ordem de grandeza acima que nos demais modelos.

Por outro lado, Beaumont; Quinlan (1994) fizeram um modelo FEM 2-D, associando os regimes viscoso e plástico, no estado plano de deformação, das zonas de colisão entre placas, que são orogênicas. As propriedades das camadas da litosfera foram consideradas conforme o gradiente geotérmico, os seja, dependentes da profundidade, de modo que as camadas superficiais são modeladas no regime plástico (com atrito ao escoamento, conforme a formulação de Coulomb-Navier) e as

camadas profundas são modeladas no regime viscoso não-newtoniano. Neste trabalho, os autores sublinham o descolamento de camadas que ocorre em certas profundidades, durante o processo orogênico.

Muitos estudos tratam especificamente da zona de colisão entre placas, abordando a questão da orogênese e da subducção de placas.

Whittaker; Bott; Waghorn (1992) fizeram um modelo FEM 2-D, visco-elástico, para uma zona de subducção genérica. Os autores preferem considerar o momento atuante fora do plano dos elementos (vertical), igualando-o à média dos outros dois momentos atuantes no plano, argumentando ser mais adequado que o estado plano de deformação, quando o modelo é visco-elástico.

Beaumont; Fullsack; Hamilton (1994) fizeram um modelo FEM 2-D, viscoso e plástico, no estado plano de deformação, das zonas de colisão entre placas, onde ocorre subducção de uma placa abaixo de outra e orogênese, considerando os esforços de união entre crosta e manto.

Ellis; Beaumont; Pfiffner (1999) fizeram um modelo FEM 2-D, visco-plástico, de uma zona de subducção da litosfera oceânica na litosfera continental, mostrando a acreção de material, o que provoca orogênese.

Alguns modelos FEM utilizaram programas comerciais robustos.

Regenauer-Lieb; Yuen (2000) fizeram um modelo FEM 2-D, elasto-visco-plástico, para análise de falhas na litosfera usando o programa ABAQUS.

Moisio; Kaikkonen; Beekman (2000) fizeram dois modelos FEM 2-D - um elástico e outro elasto-plástico -, para estudo do processo flexural e isostático da Escandinávia. A área amostrada teve 700 km de comprimento e 200 km de espessura, modelada por 9200 nós e 6000 elementos. Foi usado o programa ANSYS.

Há, ainda, estudos que avaliam forças de primeira ordem, mas que apresentam resultados semelhantes àqueles dos estudos da flexão da Placa Sul-Americana, quando submetida a forças de segunda ordem.

Soofi; King (1999) tomam a equação básica da flexão elástica de placa litostérica 2-D (Turcotte; Schubert, 1982) ilustrada na Figura 24, considerando apenas o carregamento horizontal, representado pela força colisional ( $P$ ), e a tensão de cisalhamento entre astenosfera e litosfera ( $\tau_x$ ). Como a equação característica dada pela Equação 198 (que é igual à Equação 169, mas com a notação para vigas) -



é insolúvel analiticamente, ela deve ser resolvida numericamente:

$$D \frac{d^4 v}{dx^4} + P \frac{d^2 v}{dx^2} + \tau_{xz} \frac{dv}{dx} + kv = 0 \quad \text{(Equação 198)}$$

Estabelecendo como parâmetros flexurais:

a) Comprimento crítico  $L_{crit}$ :

$$L_{crit} = \alpha \left( \frac{4D}{k} \right)^{1/4} \quad \text{(Equação 199)}$$

b) Carga crítica  $P_{crit}$ :

$$P_{crit} = 2\sqrt{kD} \quad \text{(Equação 200)}$$

Determinam-se os valores usados no modelo de viga 2-D:

– Força colisional no plano da placa:  $P = (0 \text{ a } 0,4) P_{crit} \text{ (N)}$

– Tensão de cisalhamento:  $\tau_{xz} = (-0,6 \text{ a } 0,6) P_{crit}/L \text{ (N/m)}$

– Rigidez flexural da viga:  $D = 1 \text{ E}+23 \text{ a } 1 \text{ E}+25 \text{ N m}$

– Comprimento da viga:  $L = 20 L_{crit} \text{ (m)}$

– Densidade da crosta:  $\rho_c = 2,7 \text{ E}+3 \text{ kg m}^3$

– Densidade do manto:  $\rho_m = 3,3 \text{ E}+3 \text{ kg m}^3$

– Aceleração da gravidade:  $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$

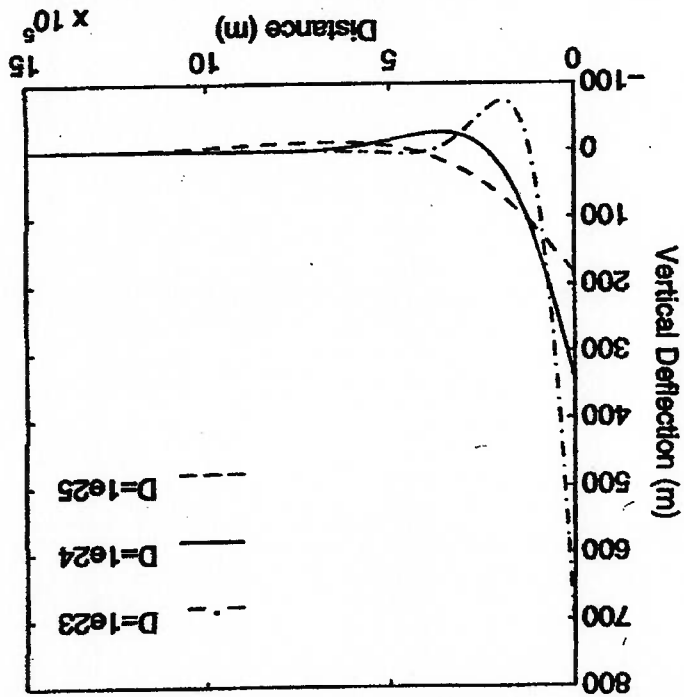
Embora este estudo tenha sido feito sobre a Zona Tectônica de Greenville, na Placa Norte-Americana, seus resultados são pertinentes a este estudo por apresentarem uma curva de deslocamento flexural análoga àquela da ombreira flexural do Pantanal. Porém, no caso do estudo destes autores, tratam-se de forças de primeira ordem (colisão e arrasto basal), enquanto no caso do presente estudo, trata-se de uma força de segunda ordem (carga orográfica). Portanto, pode-se realizar uma simulação parecida para a Placa Sul-Americana para avaliar as forças de primeira ordem na gênese da ombreira flexural (item 5.3).

Mesmo sendo possível modelar a litosfera como placa curva, devido à esfericidade terrestre, os seus modelos analíticos e numéricos, geralmente, são planos, portanto desprezam as tensões de membrana decorrentes das cargas verticais. Tanimoto (1997) observa que a maioria dos modelos físicos de litosfera utiliza o modelo de placa (*plate*) porque analisam tensões cujo comprimento de onda não excede algumas centenas de quilômetros, portanto, bem menor que o raio terrestre. O autor modela um caso de flexão de placa litosférica que realiza subducção como placa curva - ou membrana (*shell*) -, usando fórmulas clássicas de Timoshenko; Woinowsky-Krieger (1959) e resolvendo de três modos diferentes: pelo

Na análise estática linear, uma placa plana (*plate*), tal como descrita no item 2.1.2.3, ao ser submetida à ação de forças normais a seu plano, reage apenas com forças de mesma direção. Caso se trate de uma placa curva - ou membrana (*shell*) -, a ação de forças normais a algum ponto da placa curva provoca a reação através de forças de direção tangente à placa - as forças de membrana - que podem ser decompostas em forças de sentido igual e perpendicular ao da força aplicada e que provocam as tensões de membrana (Figura 61).

### 2.5.3 Modelos Analíticos da Litosfera Com Placas Curvas

Figura 60 Flexão de litosfera sujeita apenas a força colisional ( $P = 6,6 E+12 \text{ N.m}^{-1}$ ) e arrasto basal que apresenta ombreira flexural (Soofi; King, 1999).



método de expansão polinomial de Legendre, pelo método assintótico e como placa plana. Os resultados para deslocamentos de flexão aproximam-se nos três casos. Porém, nas regiões de subducção, a tensão normal perpendicular à direção de subducção é consideravelmente maior no caso de placa curva. Portanto, este modelo é útil para a análise específica de regiões onde ocorre subducção, que não é o caso do presente trabalho.

De qualquer maneira, ao se elaborar um modelo FEM da litosfera, pode-se usar elementos de formulação de placa ou de sólidos que, em seu conjunto, representem a curvatura terrestre e permitam, assim, avaliar as tensões de membrana.

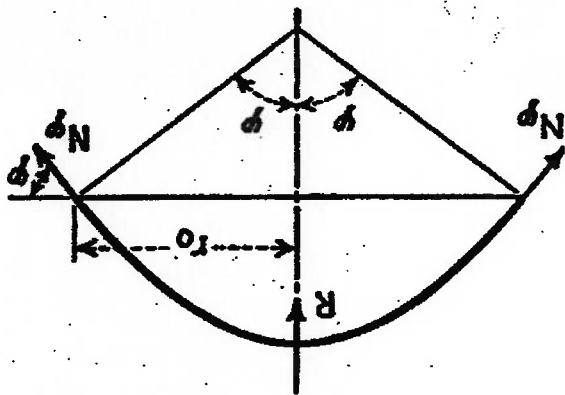


Figura 61 Placa curva (setor  $2\phi$ ): a ação de uma força externa normal  $R$  causa reações de forças de membrana  $N_\phi$  (Timoshenko; Woinowsky-Krieger, 1959).

#### 2.5.4 Comparação Entre FEM e Diferenças Finitas Em PT

Garcia-Castellanos; Fernández; Torne (1997) analisaram vários modelos elásticos e visco-elásticos de diferenças finitas de flexão na litosfera estratificada. Compararam o método com o FEM e concluíram que este último é mais robusto para a solução de problemas, mas que as diferenças finitas permitem maior versatilidade pela possibilidade de variar, ao longo das interpolações, as propriedades dos materiais e as condições de contorno (item 2.2.5).

#### 2.5.5 Comparação Entre Modelos 2-D e Modelos 3-D em PT

Hodgetts; Egan; Williams (1998) fizeram uma comparação entre modelos 2-D e 3-D para o estudo de fenômenos flexurais e isostáticos da litosfera. Concluem que, para tensões cujo comprimento de onda é da ordem de centenas de quilômetros, a modelagem 2-D é insuficiente. Um dos problemas da modelagem 2-D seria que ela não mostra corretamente a deformação da geometria das bacias sedimentares, o que,

por sua vez, prejudicaria a análise da deposição sedimentar.

Por outro lado, Van Wees; Cloethingh (1994) resolvem por método analítico e por método numérico de diferenças finitas diversos casos de placa litostera elástica 2-D e 3-D, segundo as equações dos itens 2.3.5.1 e 2.3.5.2, para casos de carga linear, discóide e puntiforme (Figura 62 à Figura 69), mostrando a proximidade dos resultados para um mesmo modelo físico, quando resolvido por métodos diferentes.

Estes autores resolvem ainda, pelo método das diferenças finitas, placas que possuem descontinuidades devido à presença de falhas. Neste caso, o comprimento  $L$

da separação horizontal considera a curvatura  $\beta$  da Moho e vale:

$$L = \frac{2 w_{half}}{\tan(\delta)} \quad \text{(Equação 201)}$$

Ou:

$$L = \int_{x_1}^{x_2} (\beta(x) - 1) dx \quad \text{(Equação 202)}$$

Logo, as falhas são consideradas apenas em  $x$  (2-D), o que leva a alinhar,

mesmo que com o auxílio de coordenadas locais, a direção da falha com a direção  $y$

(Figura 70 à Figura 72), como mostra a Equação 203:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{1}{\Delta x^2} \left\{ w_{+1} - (w_{mean} + w_{half}) \right\} - \left[ (w_{mean} - w_{half}) - w_{-1} \right] = 0$$

(Equação 203)

Onde:

- $L$  separação horizontal da falha (m).
- $\delta$  caimento da falha (rad).
- $w_{mean}$  posição da altura média da escarpa da falha (m).
- $w_{half}$  meia separação vertical da falha (m).
- $w_{+1}$  deslocamento de flexão de ponto discreto (m).
- $w_{-1}$  deslocamento de flexão de ponto discreto (m).
- $\beta$  função de deformação da Moho.
- $\Delta x$  intervalo de interpolação (m).

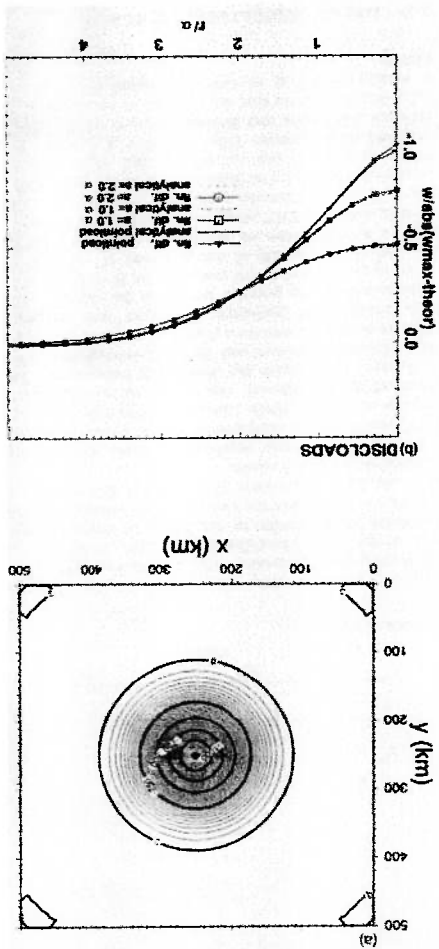


Figura 63 Resultado para placa elástica 3-D com carga discóide. Comparação dos resultados numérico e analítico, com variação de parâmetros flexurais (Van Wees; Cloethingh, 1993).

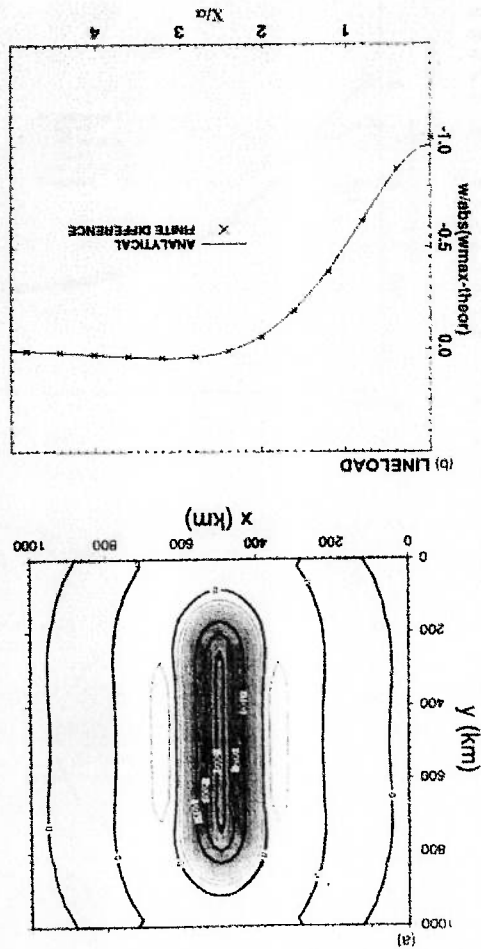


Figura 62 Resultado para placa elástica 3-D com carga linear. Comparação dos resultados numérico e analítico (Van Wees; Cloethingh, 1993).

Figura 67. Comparação dos resultados numérico e analítico para a Figura 66 (Van Wees; Cloethingh, 1993).

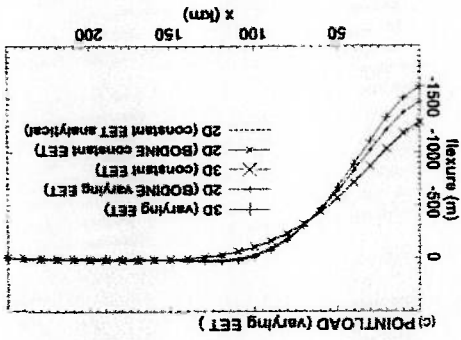


Figura 66 Resultado para placa elástica 3-D com carga puntiforme e variando a rigidez (Van Wees; Cloethingh, 1993).

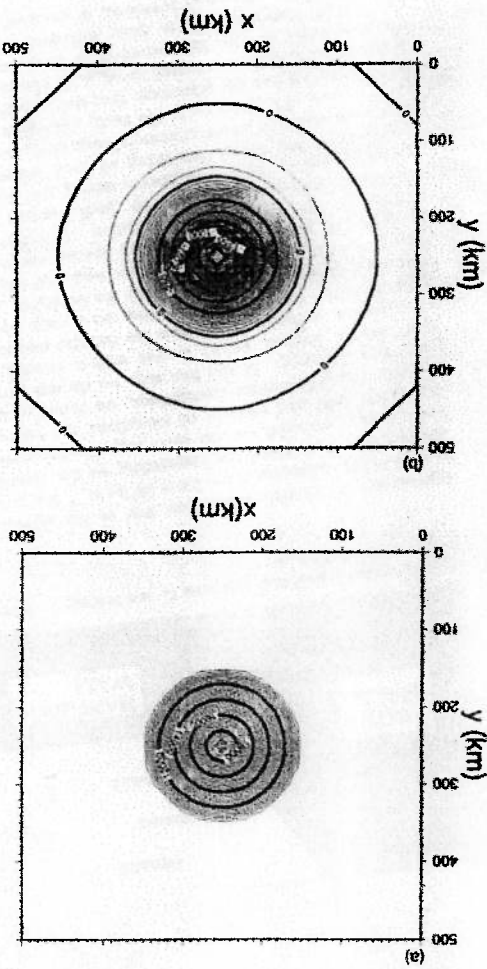


Figura 65 Comparação dos resultados numérico e analítico para a Figura 64 (Van Wees; Cloethingh, 1993).

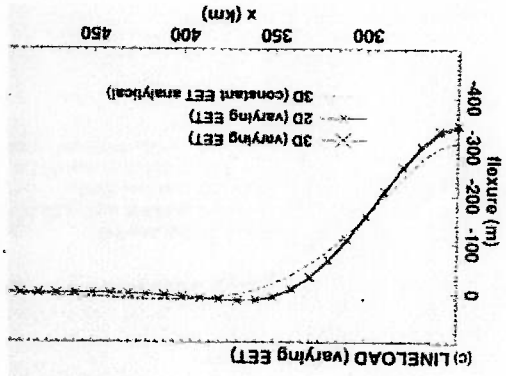


Figura 64 Resultado para placa elástica 3-D com carga linear e variando a rigidez (Van Wees; Cloethingh, 1993).

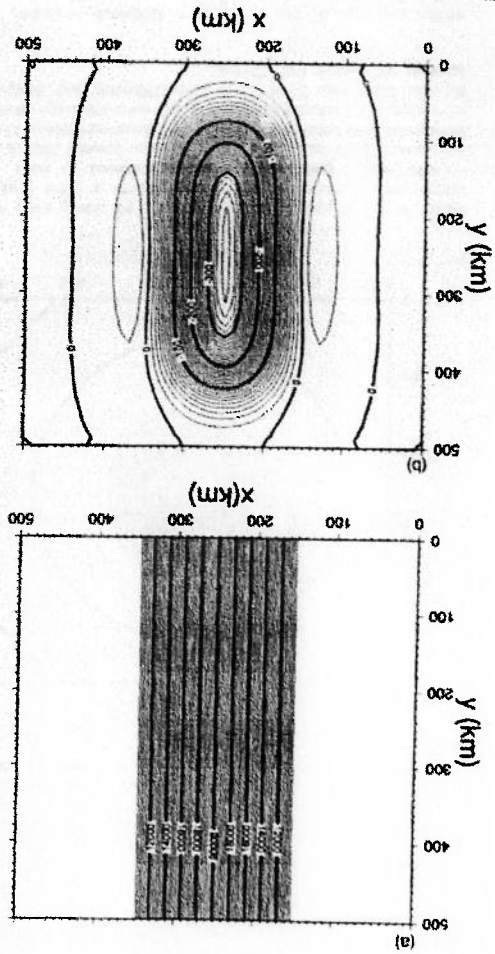


Figura 70 Curvatura  $\beta$  da Moho conforme Equação 202 (Van Wees; Cloetingh, 1993).

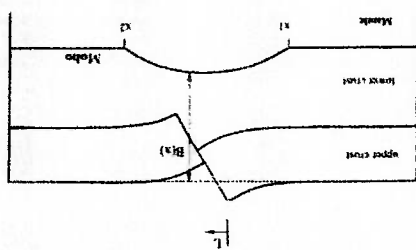


Figura 71 Curvatura  $\beta$  da Moho e parâmetros da falha, conforme Equação 201 (Van Wees; Cloetingh, 1993).

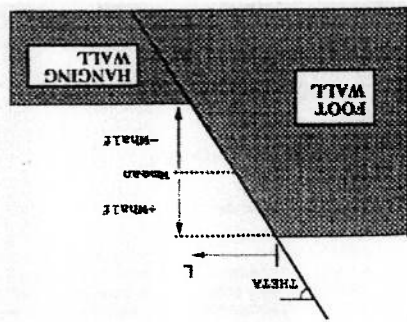


Figura 72 Idem a Figura 71, mas para diferenças finitas (Van Wees; Cloetingh, 1993).

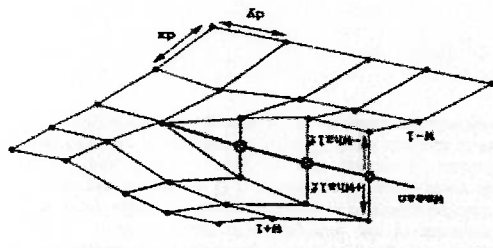


Figura 68 Resultado para placa elástica 3-D com carga linear e falha. Comparação dos resultados numérico e analítico (Van Wees; Cloetingh, 1993).

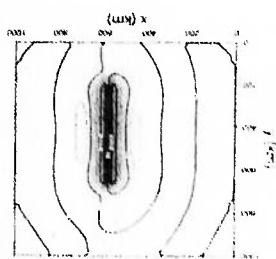
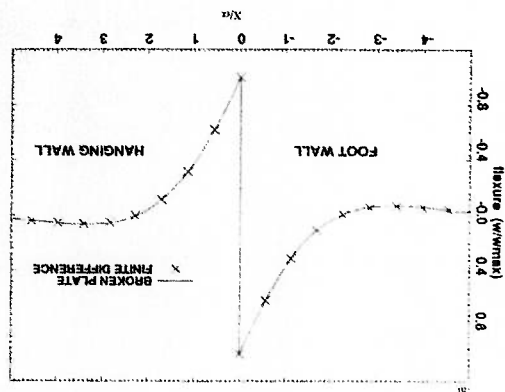
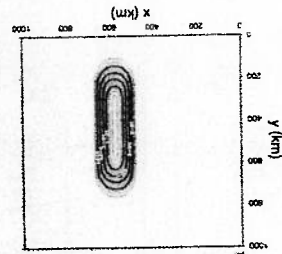
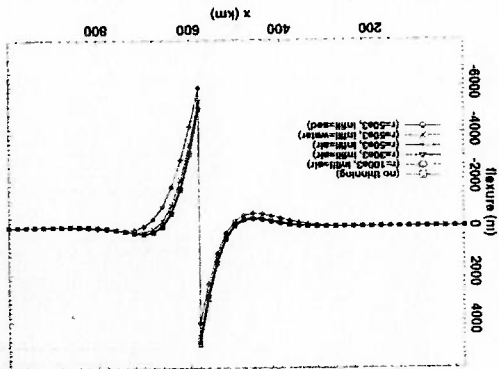


Figura 69 Resultado para placa elástica 3-D com carga linear representada por diversas depósitos sedimentares e falha. Comparação dos resultados numérico e analítico (Van Wees; Cloetingh, 1993).



### 3 MODELO FEM DA PLACA SUL-AMERICANA

#### 3.1 Objetivos

O modelo FEM 3-D de análise estática linear da Placa Sul-Americana, realizado com o auxílio do pré-processador do programa MSC.Patran, solucionado pelo processador do programa MSC.Nastran e analisado com o auxílio do pós-processador do programa MSC.Patran, teve como objetivo, avaliar o efeito flexural da carga representada pela Cordilheira dos Andes (portanto, um esforço de segunda ordem), aplicada na borda ocidental da Placa Sul-Americana, determinando:

- A flexão da Placa Sul-Americana e suas características: valores de tensões e deslocamentos associados e ponto de máxima subsidência.
- A ombreira flexural e suas características: localização, amplitude, comprimento, largura, distância da carga aplicada, ponto de máximo soerguimento e valores de tensões e deslocamentos associados.
- Comparar os resultados obtidos com aqueles de Shiraiwa (1994) e Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999).

Sendo um problema linear, vale o princípio da sobreposição: o efeito do peso dos Andes (tensões e deslocamentos) pode ser avaliado separadamente daquele de outros carregamentos não considerados no modelo.

No Apêndice B, encontram-se os dados de entrada do modelo conforme a notação dos programas usados, MSC.Nastran e MSC.Patran.

#### 3.2 Sistemas de Unidades, de Numeração e de Coordenadas

O sistema de unidades usado neste modelo FEM é o SI.

O sistema de numeração do programa chama de ID ao número de cada entidade (nó, elemento, etc.) definida pelo programa.

O sistema de coordenadas usado no modelo é esférico, com origem no centro do esferoide que representa a Terra. Seus três eixos de coordenadas ortogonais são:

- $X$  é o raio (R):  $0 \leq X \leq 6,4 E+6$  m.
- $Y$  é a longitude (Lo):  $-180^\circ \leq Y \leq +180^\circ$ . Valores negativos significam W (oeste do Meridiano de Greenwich) e valores positivos significam E (leste do Meridiano de Greenwich).
- $Z$  é a latitude (La):  $-90^\circ \leq Z \leq +90^\circ$ . Valores negativos significam S (sul



do Equador) e valores positivos significam N (norte do Equador).

### 3.3 Modelo Geométrico

O modelo geométrico da litosfera continental da Placa Sul-Americana com os Andes é construído com o auxílio do pré-processador para servir de base para a construção do modelo FEM.

Os pontos do contorno da geometria foram obtidos como coordenadas geográficas - latitude e longitude - (NGDC, 1994; Universidade de Brest, 2001) e, a seguir, acrescidos de um raio médio terrestre de 6,4 E+6 m, de modo a determinar as suas coordenadas esféricas (Figura 73 e Tabela 4).

Estes pontos de contorno, por sua vez, foram unidos por curvas, de modo a formar polígonos fechados (Figura 74 e Tabela 4).

Estes polígonos, por sua vez, serviram para delimitar a geração de superfícies geométricas esféricas justapostas que representam a litosfera continental da Placa Sul-Americana com a Cordilheira dos Andes (Figura 75, Figura 76 e Tabela 4). Há vantagens em representar a placa litosférica como superfícies esféricas:

- É mais representativo da superfície da Terra.
- É mais fácil de manipular com o pré-processador, quando os dados são coordenadas geográficas (latitude e longitude).

- Permite representar as tensões de membrana que surgem numa placa curva submetida a carregamento e que são ausentes numa placa plana (item 2.5.3).

As superfícies geométricas (Figura 75, Figura 76 e Tabela 4), por sua vez, serviram de base para a criação da malha de elementos finitos. Portanto, as superfícies foram criadas dentro de um arranjo para permitir criar as malhas mais regulares possíveis. Por isto, é importante classificar as superfícies geométricas conforme sua formulação matemática (Figura 75):

a) *Trimmed*: as suas arestas são definidas por curvas biparamétricas. Este tipo de superfície divide-se em:

- *Simply*: são delimitadas por três ou senão por quatro arestas. Apenas neste tipo de superfície é possível criar uma malha de elementos finitos isoparamétrica. Por isso, para gerar estas superfícies, é necessário agrupar as curvas que delimitam suas arestas em três ou quatro curvas principais, o que só é possível quando seu contorno não possui distorção. São representadas em verde.

- *General*: são delimitadas por várias arestas. São representadas em roxo.
- b) *Composites*: são criadas pela justaposição de outras superfícies. São representadas em roxo.

As superfícies geométricas geradas e suas propriedades são mostradas na Tabela 4. Elas podem ser agrupadas conforme a região que modelam:

- A litosfera continental da Placa Sul-Americana, sem os Andes.
- A faixa ipsométrica da Cordilheira dos Andes de 1000 a 2000 m de altitude.
- A faixa ipsométrica da Cordilheira dos Andes de 2000 a 3000 m de altitude.
- A faixa ipsométrica da Cordilheira dos Andes de 3000 a 4000 m de altitude.
- A faixa ipsométrica da Cordilheira dos Andes acima de 4000 m de altitude.

Superfícies Geométricas da Placa Sul-Americana						
Região	Faixa de altitude $h$ considerada (m)	Nº de pontos	Nº de curvas	Nº de superfícies	Area das superfícies (* E+06 km <sup>2</sup> )	
Litosfera continental (sem os Andes)	-	837	73	20	22.519275	24.536751
Cordilheira dos Andes	$1000 \leq h_a < 2000$	491	148	13	0.693788	2.017476
	$2000 \leq h_a < 3000$	325	148	11	0.428776	
	$3000 \leq h_a < 4000$	250	108	10	0.494649	
	$h_a > 4000$	215	113	2	0.400263	

Tabela 4 Geometria usada como base para o modelo FEM da Placa Sul-Americana.

A região do Pantanal localiza-se, aproximadamente, entre 13°S e 23°S e 55°W e 66°W (Figura 34 e Figura 36).

A oeste do Pantanal, encontra-se uma singularidade geográfica: o oróclino da Bolívia, cujo ângulo da extremidade oriental está, aproximadamente, a 17°S e 65°W (Figura 34 e Figura 36). Neste local, a Cordilheira dos Andes muda a direção do eixo norte-sul, formando um “joelho”, e possui a sua maior largura no sentido leste-oeste (no modelo, 618 km ou 5,54°).

Figura 74 Linhas de contorno da litosfera contorna da Placa Sul-Americana, obtidas com os pontos da Figura 73.

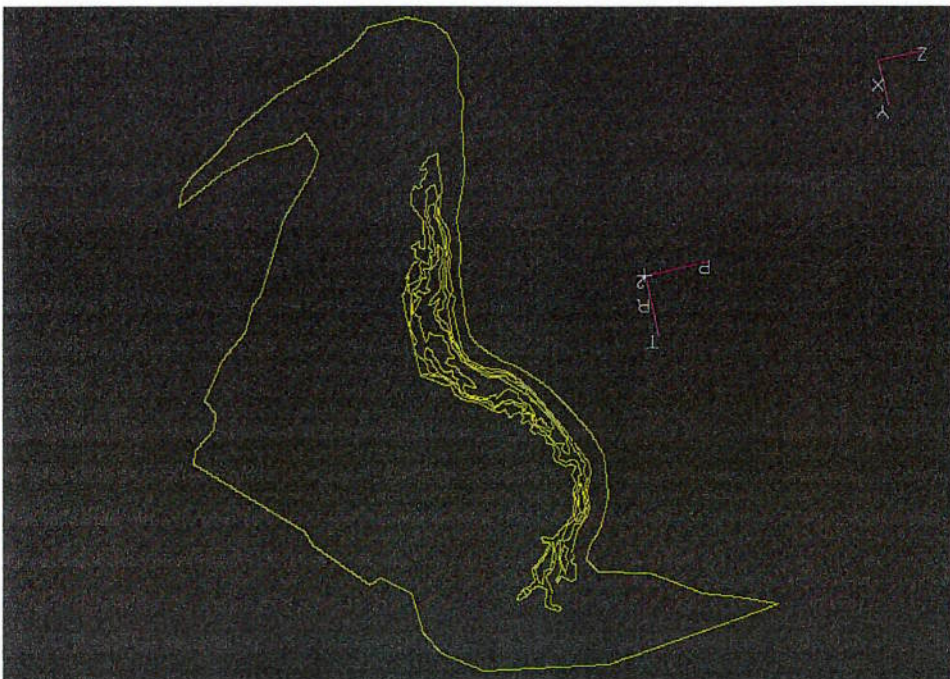


Figura 73 Pontos do contorno da litosfera contorna da Placa Sul-Americana (NGDC, 1994; Universidade de Brest, 2001).

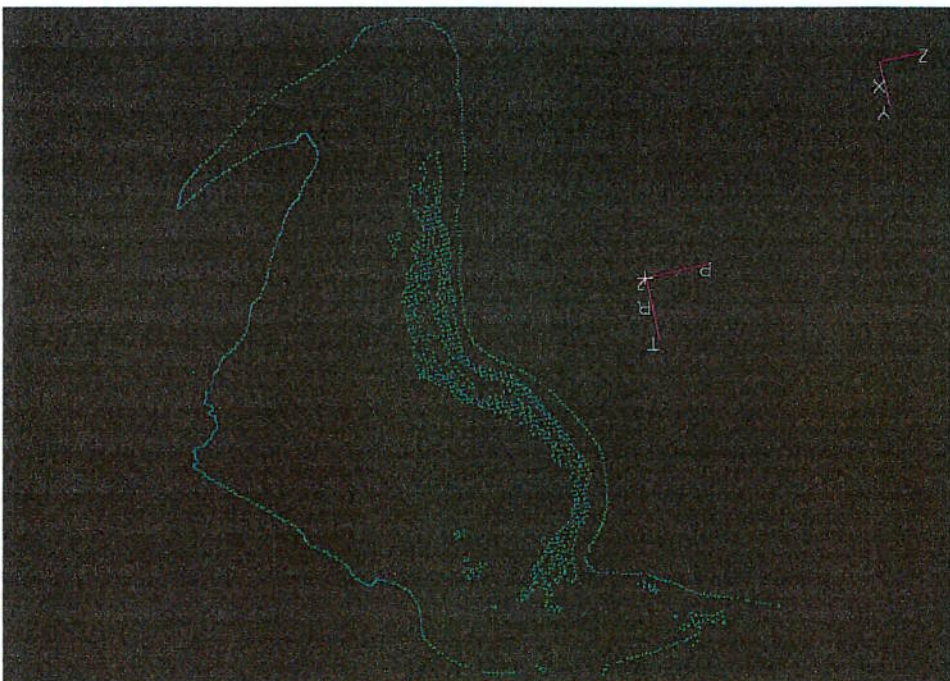




Figura 76 Modelo da litosfera continental da Placa Sul-Americana, mostrando a sua espessura, agrupando as superfícies geométricas não andinas (em marrom) e destacando as superfícies geométricas que representam a Cordilheira dos Andes: de 1000 a 2000 m (em cinza), de 2000 a 3000 m (em azul), de 3000 a 4000 m (em rosa) e acima de 4000 m (em vermelho).

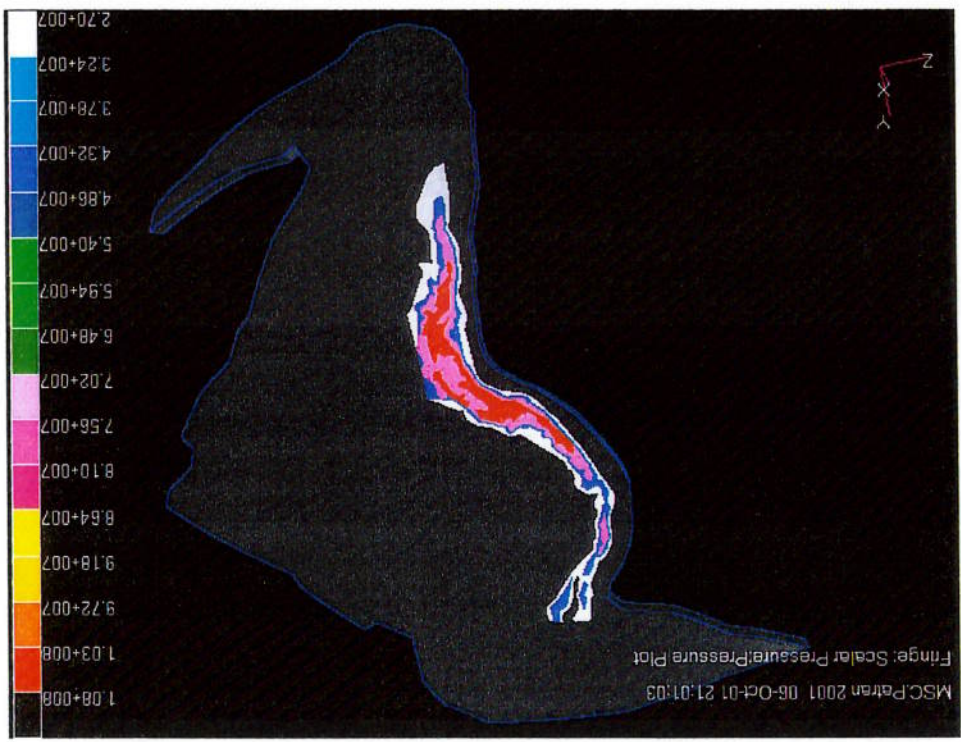
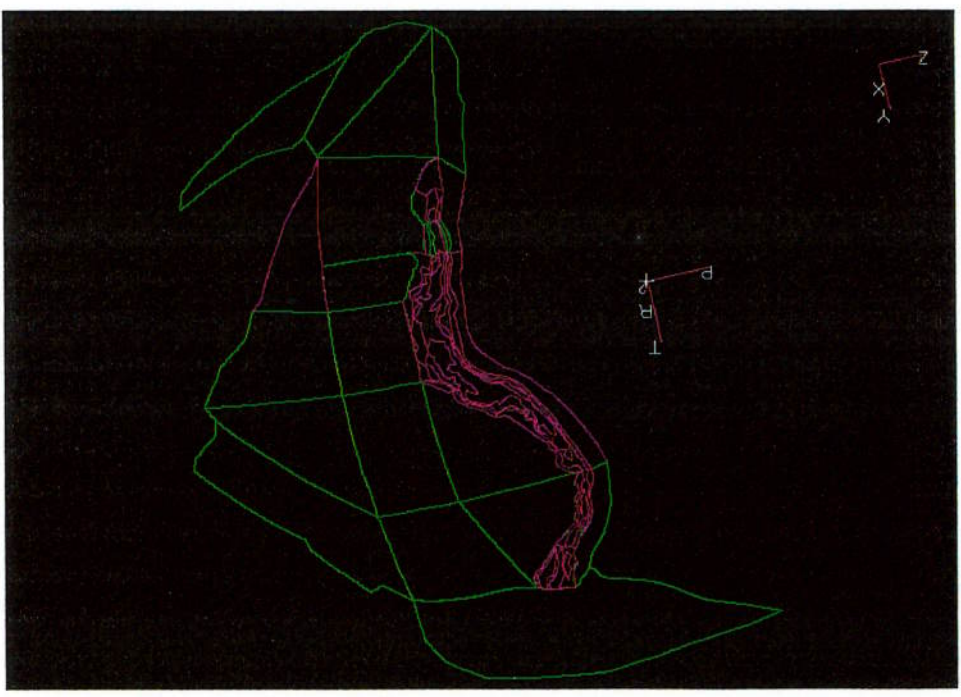


Figura 75 Superfícies geométricas "general" (em roxo) e "simply" (em verde) da litosfera continental da Placa Sul-Americana, obtidas das linhas da Figura 74. A malha de elementos finitos foi criada a partir destas superfícies.



As superfícies geométricas serviram para criar, inicialmente, uma malha de 11966 nós e 23388 elementos finitos planos de placas triangulares de três nós. Estes nós (definidos pelo MSC.Nastran como GRID) possuem coordenada radial  $R = 6,4 E+6$  m e farão parte da malha sólida criada a seguir.

Estes elementos triangulares (definidos pela biblioteca de elementos finitos do MSC.Nastran como CTRLA) possuem um comprimento médio de aresta de 50000 m, o que corresponde a um espaçamento médio de 0,5°. Para evitar distorções na malha, assegurou-se que as faces triangulares tivessem uma relação entre a maior e a menor aresta inferior a 3,0. Porém, estes elementos triangulares não farão parte da estrutura analisada, tendo sido gerados apenas para que fossem extrudados na direção radial da coordenada esférica do modelo, no sentido centrípeto, para gerar uma malha de elementos sólidos.

A malha de elementos sólidos constituiu-se de 93552 elementos sólidos pentáedricos lineares (*linear wedge*) de seis nós e duas faces triangulares, definidos pela biblioteca de elementos finitos do MSC.Nastran como CPENTA. Estes elementos estão dispostos em quatro camadas de 23388 elementos cada uma. Todos os elementos estão conectados por 59830 nós, que, por sua vez, estão dispostos em cinco camadas de 11966 nós cada uma. O significado destas camadas de nós e elementos é explicado no item 3.4.2 e na Tabela 5. O modelo FEM de sólidos é ilustrado da Figura 77 à Figura 83.

A opção por uma malha sólida pentáedrica deve-se ao fato de que:

- O empuxo do manto sobre a crosta não pode ser modelado como tal nesta análise sólida, por isto, como explicado nos itens 2.3.5.1.2 e 3.7, considera-se a reação de apoio da astenosfera como aquela de uma fundação elástica. A maneira mais indicada de fazê-lo é considerar a própria elasticidade do elemento sólido.
- Com os elementos sólidos, pode-se representar as propriedades e obter os resultados para cada camada, o que não se consegue com elementos de placa, salvo se forem utilizados elementos compostos.
- Com elementos sólidos pentáedricos, a tensão varia ao longo da altura do elemento (item 2.2.4), o que não se consegue com elementos planos nem com sólidos

### 3.4 Elementos Finitos

#### 3.4.1 A Geração da Malha de Elementos Finitos

– As superfícies geométricas de contorno irregular, como aquelas que representam a geografia, podem ser mais facilmente submetidas à geração de uma malha de elementos planos triangulares que à uma malha de elementos planos quadrangulares, pois os primeiros apresentam menor distorção (item 2.2.4) e podem, por sua vez, ser facilmente extrudados em diversas camadas de elementos sólidos pentáedricos.

### 3.4.2 As Camadas de Pentáedros

Modelo FEM da Placa Sul-Americana											
Camada						Elementos (CPENTA)					
Geologia		Geotísica		Camada		Camada		Elementos		Nós (GRID)	
$T_e$ (km)	$h$ (km)	$T_e$ (km)	$h$ (km)	$T_e$ (km)	$h$ (km)	$T_e$ (km)	$h$ (km)	ID	$T_e$ (km)	$R$ (x E+6 m)	ID
100	150	100	150	100	150	100	150	1	6.400	6.400	10001:21966
40	40	100	150	1	40	40	40	1	6.360	6.360	21967:33932
85	135	100	150	2	30	55	23389:46776	2	6.330	6.305	45899:57864
85	135	100	150	3	30	55	46777:70164	3	6.300	6.250	57865:69830
85	135	100	150	4	25	25	70165:93552	4	6.275	6.225	81797:93762
85	135	100	150	5	25	25	70165:93552	5	6.275	6.225	81797:93762

Tabela 5 O modelo FEM e suas camadas de nós e elementos.

O modelo FEM da Placa Sul-Americana considera dois casos de espessura da litosfera continental:  $T_e = 100$  km e  $T_e = 150$  km.

Em ambos os casos, foram geradas, como foi dito, quatro camadas de pentáedros, cujos nós, disposição numeração, estão mostrados na Tabela 5 e ilustrados da Figura 80 à Figura 82.

As três primeiras camadas de pentáedros (Figura 80 à Figura 82) representam a litosfera, ou seja, a camada geotísica que possui propriedades elásticas e que nos continentes é limitada, inferiormente, pela isoterma de 1200 °C. Sua espessura vale, em cada um dos dois casos criados, respectivamente:  $T_e = 100$  km e  $T_e = 150$  km. O módulo de rigidez elástica ( $E$ ) do material da litosfera é assumido como igual àquele utilizado por Shiraiwa (1994) e por Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999): é constante ao longo da espessura e vale 100 GPa. Idem quanto ao coeficiente de Poisson ( $\nu$ ), que vale 0,25.

Estes valores das propriedades mecânicas da litosfera representam uma simplificação do problema, baseada nos estudos citados, não considerando fenômenos como a variação de suas propriedades ao longo da espessura, como discutido no item 2.3. No item 5.3 são discutidas outras hipóteses de estimativa destes valores que deverão ser consideradas em trabalhos futuros.

A primeira camada de pentaedros da litosfera (Figura 80 à Figura 82) possui 40 km de profundidade nos dois casos e representa, em termos geológicos, a crosta continental, ou seja, a camada da Terra com densidade média de  $2800 \text{ kg/m}^3$ . A segunda e terceira camadas de pentaedros da litosfera (Figura 80 à Figura 82) possuem, cada uma, 30 km no caso com  $T_e = 100 \text{ km}$  (somando 60 km) e 55 km no modelo com  $T_e = 150 \text{ km}$  (somando 110 km) e representam, em termos geológicos, o manto superior, ou seja, a camada da Terra com densidade média de  $3300 \text{ kg/m}^3$ .

### 3.4.3 A Camada da Astenosfera

A quarta camada de pentaedros (Figura 80 à Figura 82) possui 25 km de profundidade nos dois casos e representa a astenosfera, ou seja, a camada geofísica abaixo da litosfera que se comporta como um fluido invíscido e que não possui propriedades elásticas. Esta camada, em termos geológicos, possui a mesma natureza do manto superior, ou seja, possui densidade média de  $3300 \text{ kg/m}^3$ . Devido à formulação do FEM para análise estática linear, é necessário que a astenosfera represente uma mola ou fundação elástica que simule o empuxo sobre a litosfera (item 2.3.5.1.2). A rigidez da mola será inversamente proporcional à espessura da camada e diretamente proporcional ao módulo de rigidez do material. Portanto, é necessário estimar ambos os valores.

#### 1) Espessura:

A espessura média da astenosfera de 25 km foi estimada como segue:  
Cathles (1975 *apud* Fowler, 2000), ao avaliar o soerguimento da Escandinávia após o degelo da última glaciação, como fenômeno visco-elástico, considerou a seguinte estratificação:

- Litosfera: de 0 a 100 km de profundidade; rigidez flexural:  $5 E+24 \text{ N m}$ .
- Astenosfera: de 100 a 175 km de profundidade; viscosidade:  $4 E+19 \text{ Pa s}$ .

– Manto: de 175 a 2885 km de profundidade; viscosidade: 1 E+21 Pa s.

Portanto, devido à viscosidade mais baixa da astenosfera em relação ao manto, assume-se que será a camada da astenosfera que vai representar o papel da fundação elástica, permitindo o deslocamento flexural da litosfera e a exclusão do restante do manto no modelo FEM. Como a espessura da litosfera estimada nesta análise foi, inicialmente, de 150 km, para que o posicionamento da astenosfera coincidissem com o de Cathles (1975 *apud* Fowler, 2000), terminando na profundidade de 175 km, foi escolhido o valor médio de 25 km como espessura da astenosfera.

Através de processamentos preliminares, constatou-se que os resultados numéricos obtidos convergiam para os resultados analíticos de Ussami; Shitaiwa; Dominguez (1999), de modo que foi fixado, para o modelo, o valor de espessura média da camada de elementos que simula a astenosfera igual a 25 km.

## 2) Rigidez:

Como se trata de análise estática linear, foi adotado, para esta camada, um módulo de deformação elástica ou módulo de Young ( $E$ ). Foi estimado um valor próximo àquele usado por Richardson; Coblenz (1994) na modelagem 2-D dos Andes: 100MPa.

O valor do coeficiente de Poisson ( $\nu$ ), baseando-se ainda no modelo de Richardson; Coblenz (1994), foi assumido como igual ao da litosfera: 0,25.

A diferença de três dígitos entre as ordens de grandeza dos valores de rigidez da astenosfera e da litosfera será analisada sem problemas de convergência, devido à robustez do processador, que considera ordens de grandeza de até dezesseis dígitos.



Figura 78 Vista da Cordilheira dos Andes do modelo FEM da litosfera continental da Placa Sul-Americana.

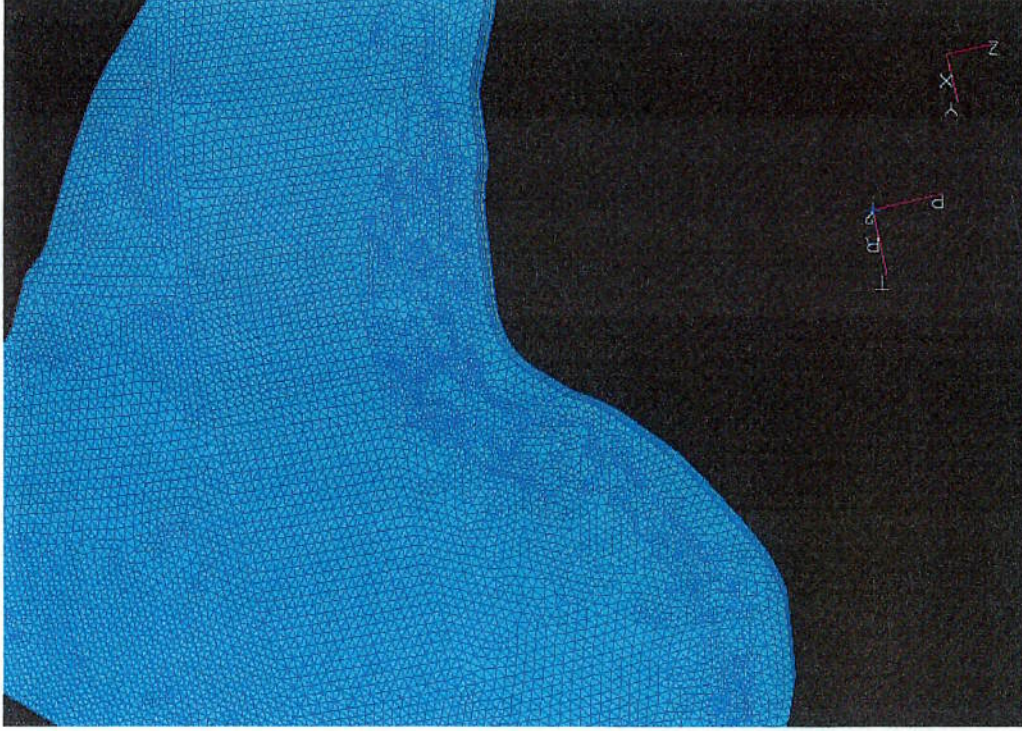


Figura 77 Modelo FEM da litosfera continental da Placa Sul-Americana, composto por malha de elementos sólidos pentáedricos.

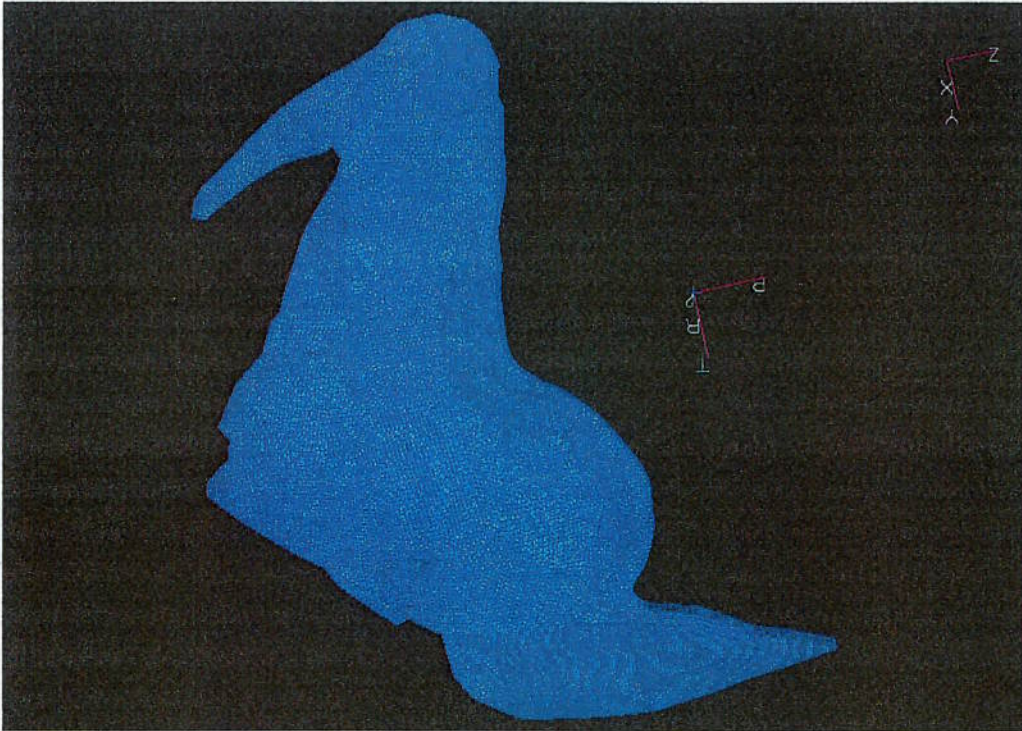




Figura 80 As quatro camadas de elementos sólidos pentáedricos do modelo FEM: crosta continental (em azul), duas camadas do manto superior pertencentes à litosfera (em amarelo) e astenosfera (em vermelho). O modelo possui, portanto, cinco camadas de nós.

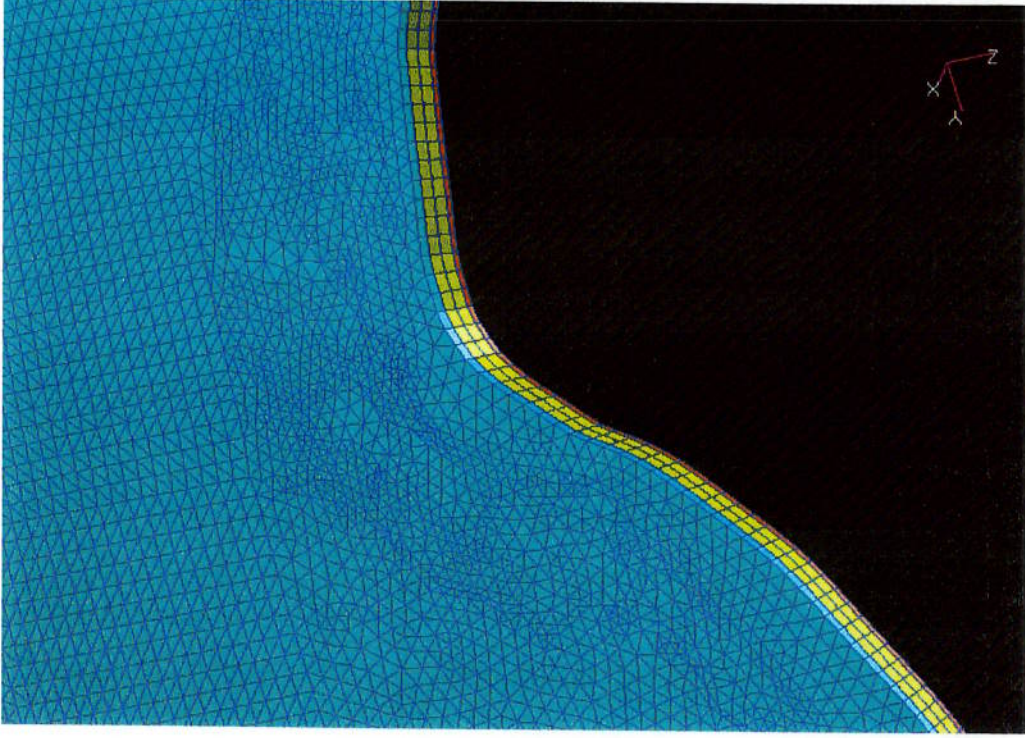


Figura 79 Vista do oróclino da Bolívia do modelo FEM da litosfera continental da Placa Sul-Americana.

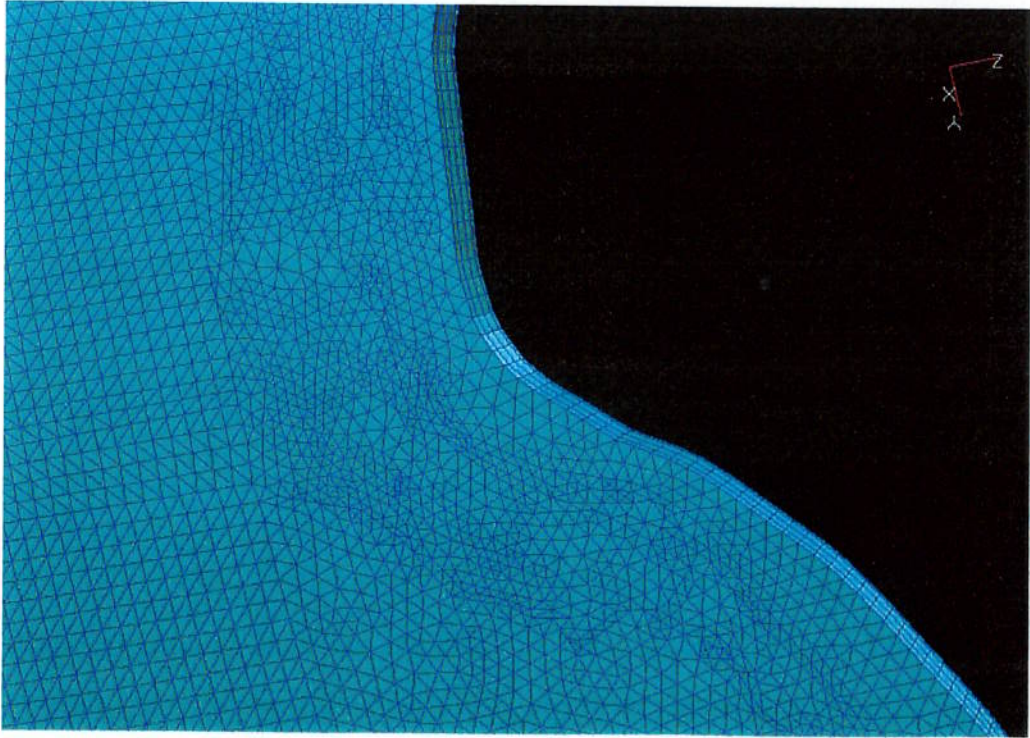




Figura 82 Vista detalhada das quatro camadas de elementos listadas na Figura 80. Modelo com  $T_e = 100$  km.

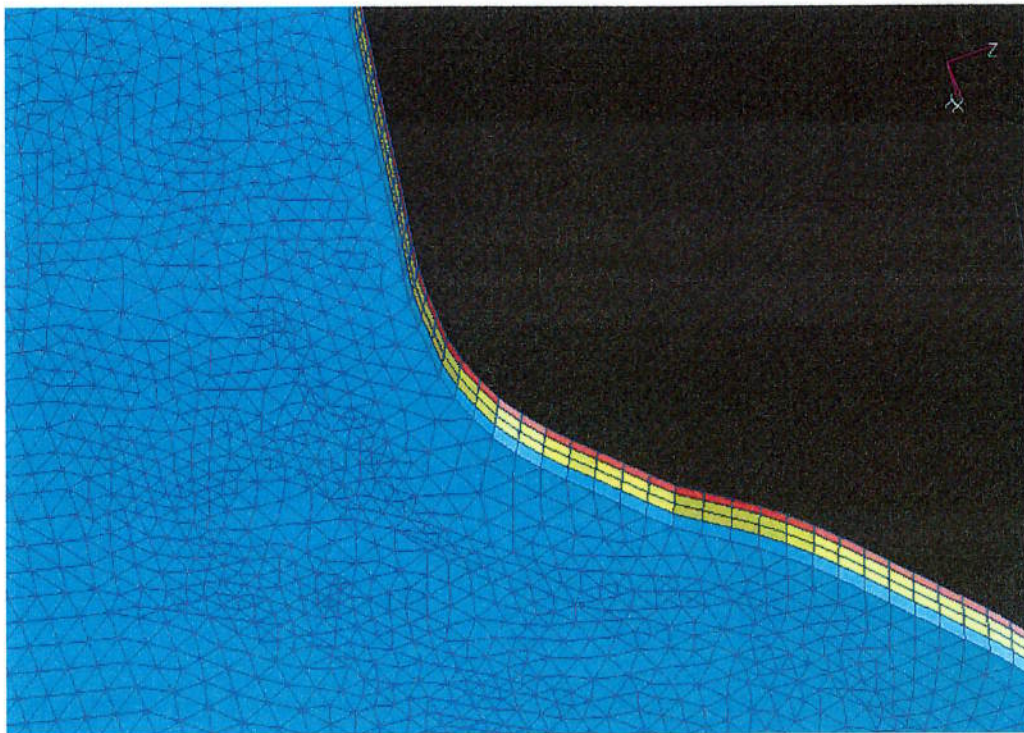
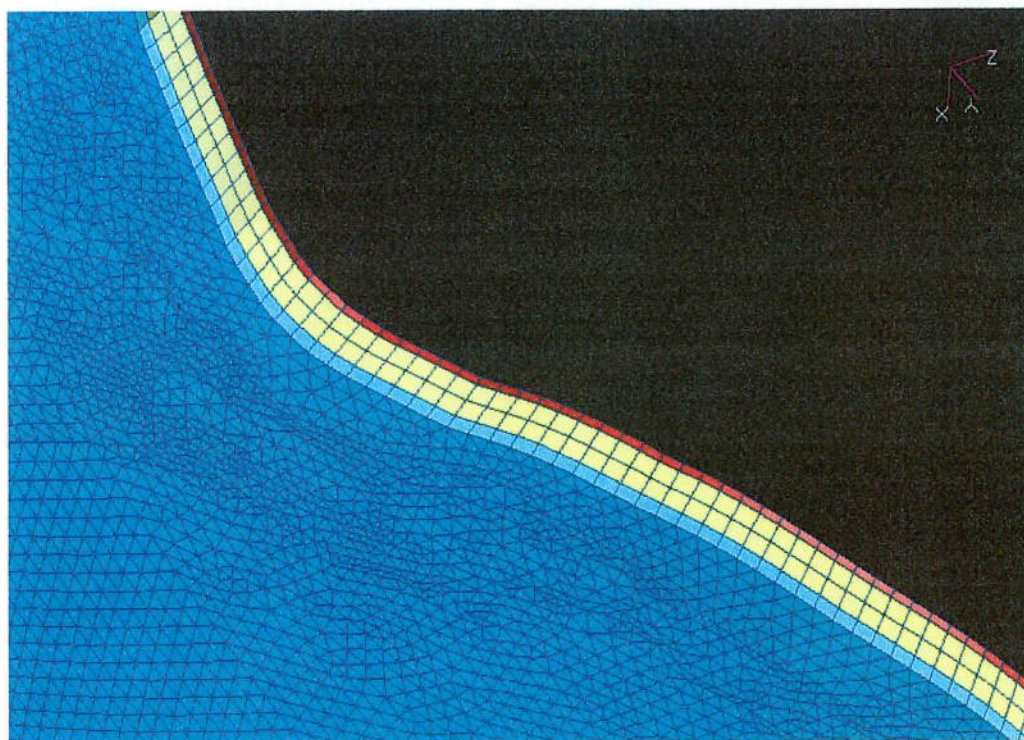


Figura 81 Vista detalhada das quatro camadas de elementos listadas na Figura 80. Modelo com  $T_e = 150$  km.



### 3.4.4 A Representação da Placa Sul-Americana e da Cordilheira dos Andes

O modelo representa a litosfera continental da Placa Sul-Americana. A primeira camada de elementos representa a crosta continental. A Cordilheira dos Andes é representada por um conjunto de elementos, agrupados conforme quatro faixas de altitude. Portanto, os elementos da primeira camada dividem-se em cinco grupos:

- Elementos da crosta continental da Placa Sul-Americana que não pertencem à Cordilheira dos Andes.

- Elementos que pertencem à Cordilheira dos Andes, de 1000 a 2000 m de altitude.
  - Elementos que pertencem à Cordilheira dos Andes, de 2000 a 3000 m de altitude.
  - Elementos que pertencem à Cordilheira dos Andes, de 3000 a 4000 m de altitude.
  - Elementos que pertencem à Cordilheira dos Andes, acima de 4000 m de altitude.
- Os elementos que representam a Cordilheira dos Andes estão representados da Figura 83 à Figura 89.



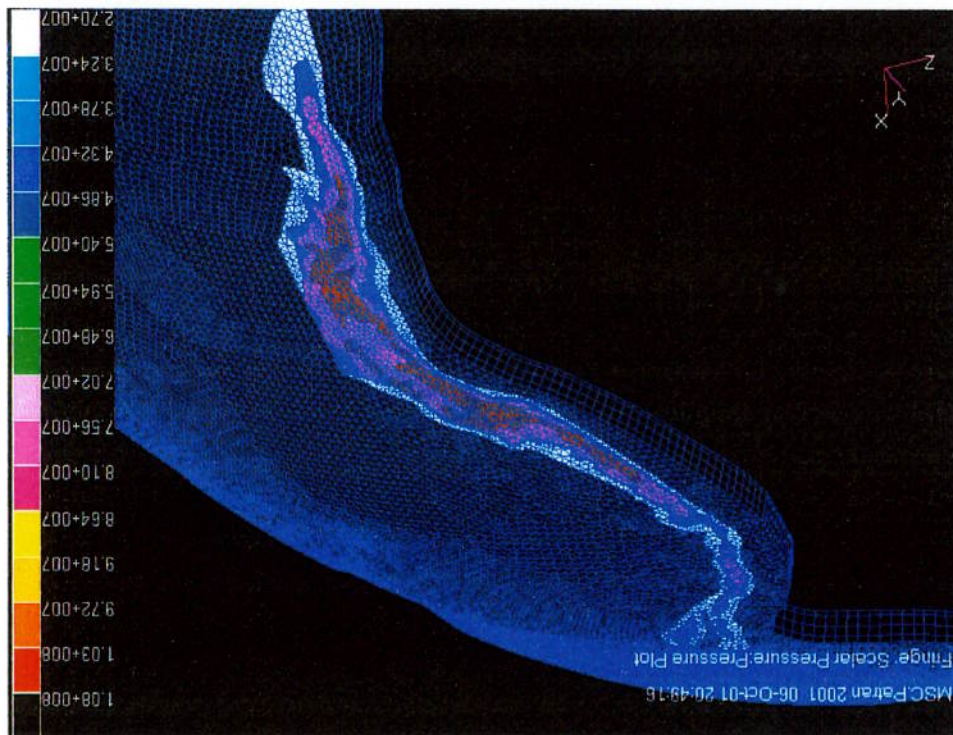


Figura 83 Modelo FEM da litosfera continental da Placa Sul-Americana destacando os elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes: de 1000 a 2000 m (em cinza), de 2000 a 3000 m (em azul), de 3000 a 4000 m (em rosa) e acima de 4000 m (em vermelho).

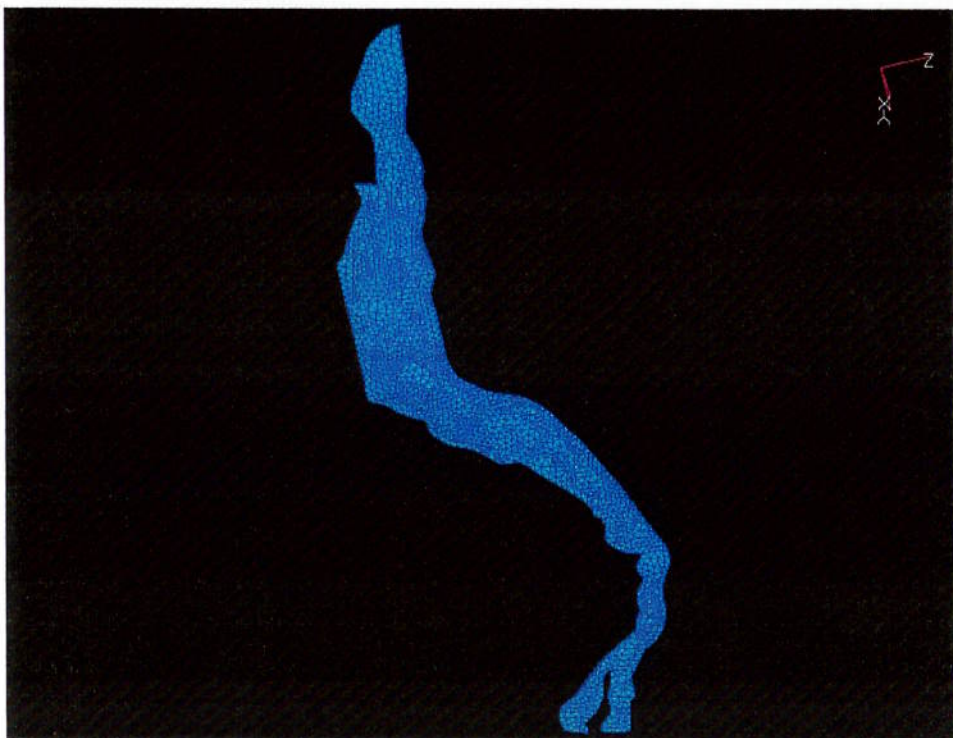


Figura 84 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes, destacados do modelo principal.

Figura 86 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes entre 2000 e 3000 m, destacados do modelo principal.

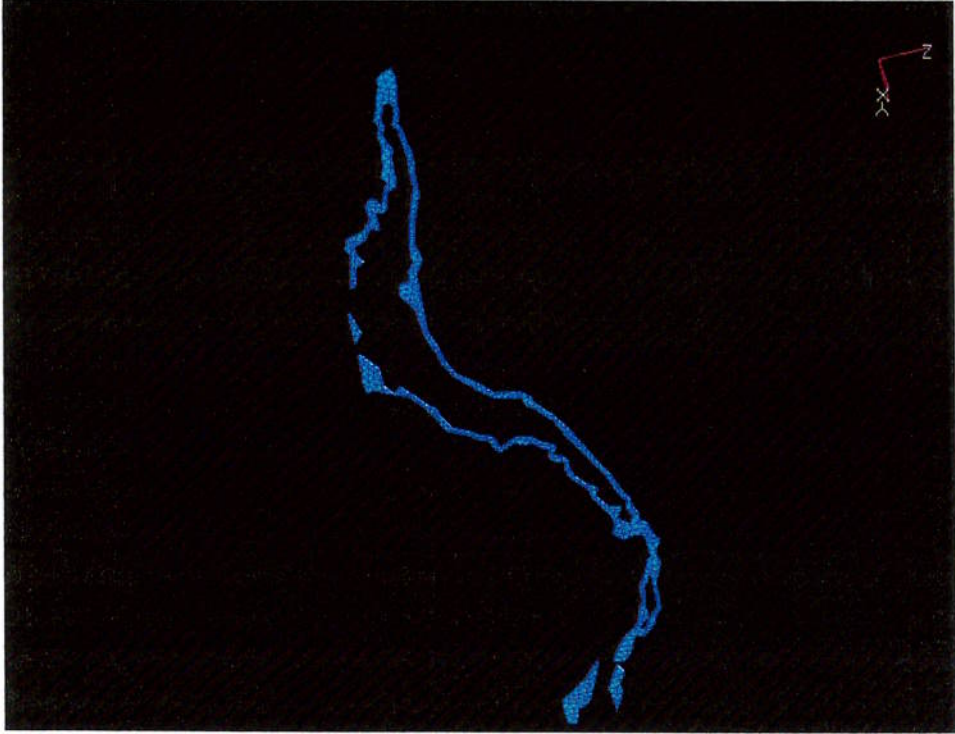


Figura 85 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes entre 1000 e 2000 m, destacados do modelo principal.





Figura 88 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes acima de 4000 m, destacados do modelo principal.

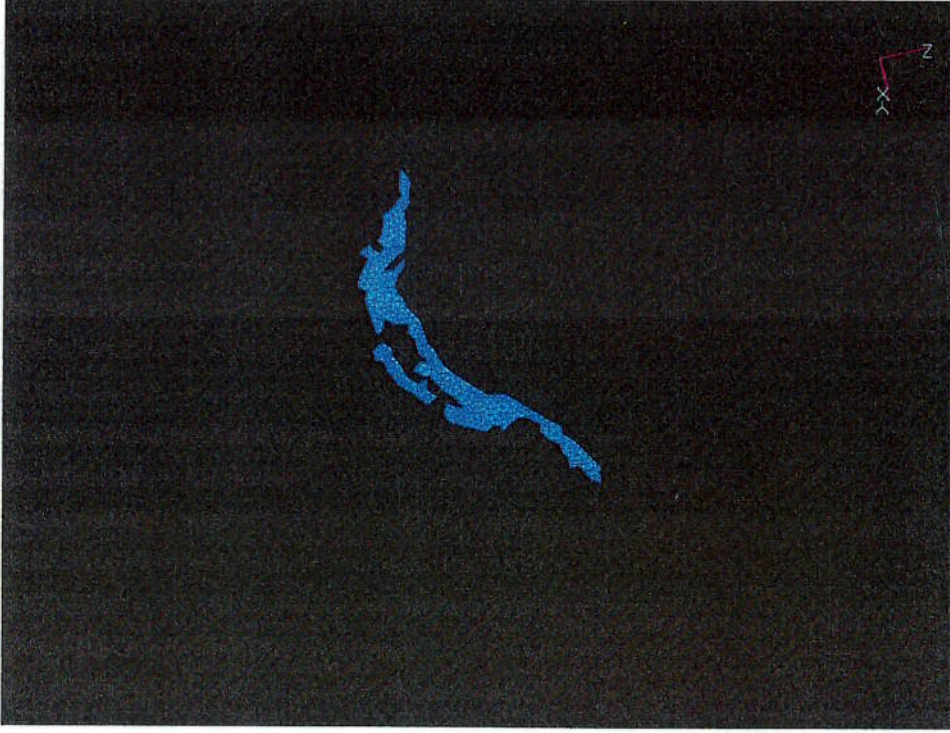
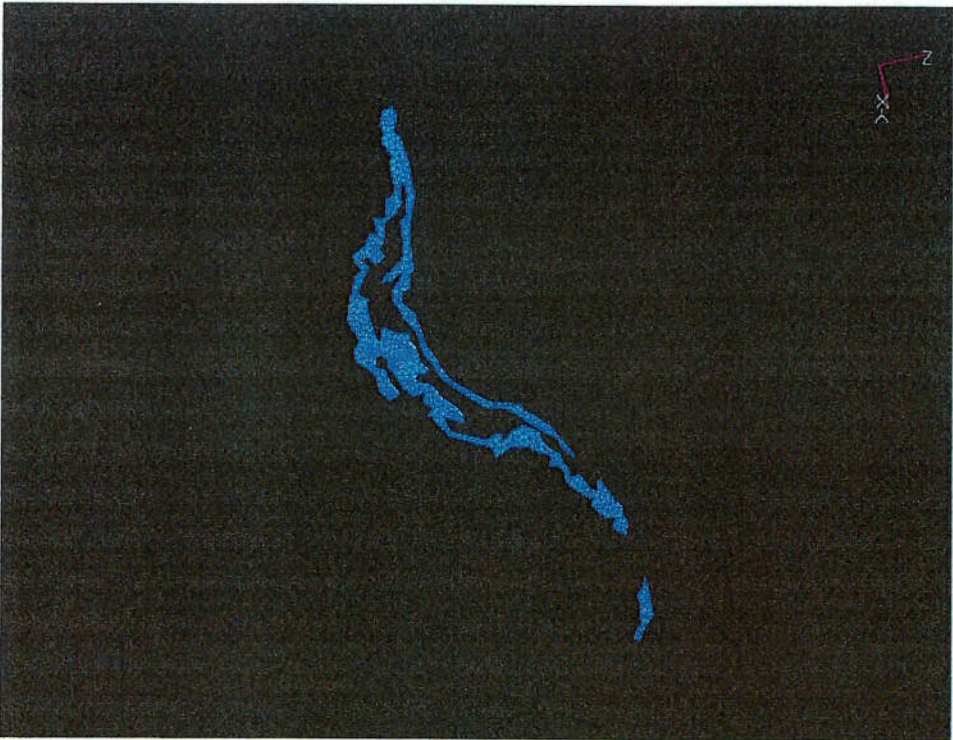


Figura 87 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes entre 3000 e 4000 m, destacados do modelo principal.



Como mostrado no item 2.2.4, a formulação de elementos sólidos aceita apenas movimentos de translação ( $TX, TY, TZ$ ). Logo, o modelo possui, através dos lineares.

Sendo um problema de análise estática linear a ser solucionado pelo método implícito, o modelo deve ter condições de contorno, representada por restrições de vínculos (definidas pelo MSC.Nastran como SPC1), que garantam a condição de equilíbrio, o que evita uma matriz de rigidez singular no seu sistema de equações

### 3.7 Condições de Contorno

Tabela 7 Propriedades dos materiais.

Nome	Densidade $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Módulo de Elasticidade $E$ (Pa)	Coefficiente de Poisson $\nu$
astenosfera	3300	1.0E+08	0.25
manto	3300	1.0E+11	0.25
crosta	2800	1.0E+11	0.25

Os materiais escolhidos (definidos pelo MSC.Nastran como MAT1) são considerados homogêneos, isotrópicos e sob o regime elástico linear. Sua escolha deve atender ao critério flexural, determinado pela rigidez, e ao critério isostático, determinado pela densidade. As propriedades dos materiais são mostradas na Tabela 7.

### 3.6 Materiais

Tabela 6 Propriedades dos elementos finitos.

Propriedade		Nome	Material
1	crosta superficial	crosta	Material
2	manto superior	manto	
3	manto superior	manto	
4	astenosfera	astenosfera	

As propriedades dos elementos finitos sólidos pentáedricos lineares (definidas pelo MSC.Nastran como PSOLID) indicam que estes são constituídos por um material único e especificam quais são estes materiais. As propriedades dos elementos são mostradas na Tabela 6.

### 3.5 Propriedades dos Elementos



59830 nós dos 93552 elementos, um número máximo possível de graus de liberdade (A) igual a 179490.

Todos os 11966 nós da quinta camada de nós, que formam a base da quarta camada de elementos, são restringidos nas direções  $TX$ ,  $TY$ ,  $TZ$ , a fim de representar a vinculação do modelo às camadas subjacentes da Terra, constituídas, no caso, pelo manto. Esta condição de contorno foi chamada de restrições da base, sendo mostradas da Figura 91 à Figura 92.

Todos os 2710 nós do perímetro (ou borda) do modelo, nas cinco camadas de nós, são restringidos apenas nas direções longitudinal ( $TY$ ) e latitudinal ( $TZ$ ), a fim de representar a vinculação do modelo às regiões adjacentes da Terra. Esta condição de contorno foi chamada de restrições da borda, sendo mostradas da Figura 89 à Figura 90.

Portanto, o número total de vinculações do modelo ( $\xi$ ) é igual a 40234. Logo, aplicando a Equação 67, o número de graus de liberdade do sistema ( $\zeta$ ) é igual a 139256.

As restrições do modelo são mostradas na Tabela 8.

A representação das vinculações das camadas adjacentes como descrito acima é uma maneira de simplificar o modelo, pois não considera as peculiaridades da vinculação entre camadas adjacentes em cada local, como discutido no item 2.4.7. No item 5.3 são discutidas outras formas de vinculações que deverão ser consideradas em trabalhos futuros.

Restrições (ou vinculações) do modelo FEM		
Restrição	GL restringido	Nós
base	$TX$ $TY$ $TZ$	todos da camada 5
borda	$TY$ $TZ$	borda das camadas 1, 2, 3, 4, 5

Tabela 8 Restrições do modelo FEM.

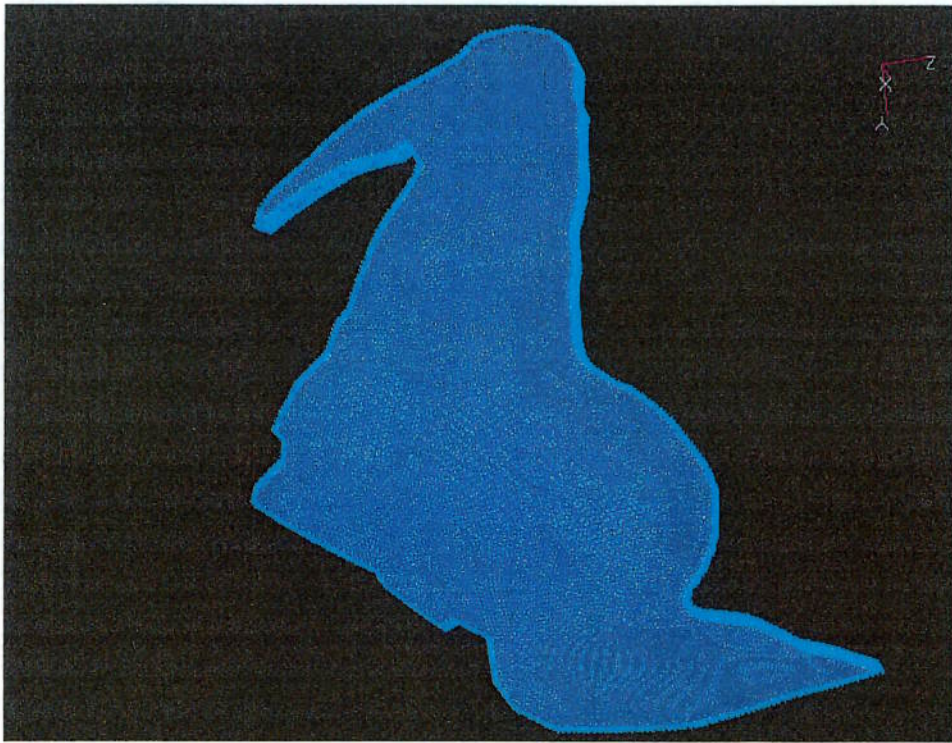


Figura 89 Nós da borda restringidos em  $TY$  e  $TZ$ , para representar a conexão do modelo com as regiões da Terra adjacentes (consultar Tabela 8).

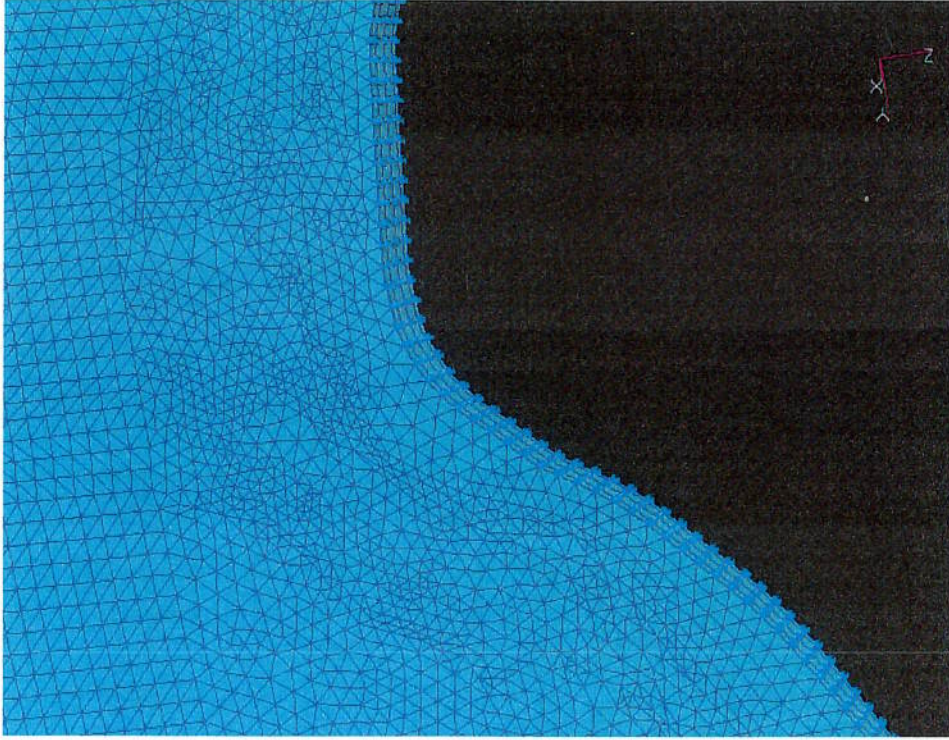


Figura 90 Idem a Figura 89. Vista detalhada.



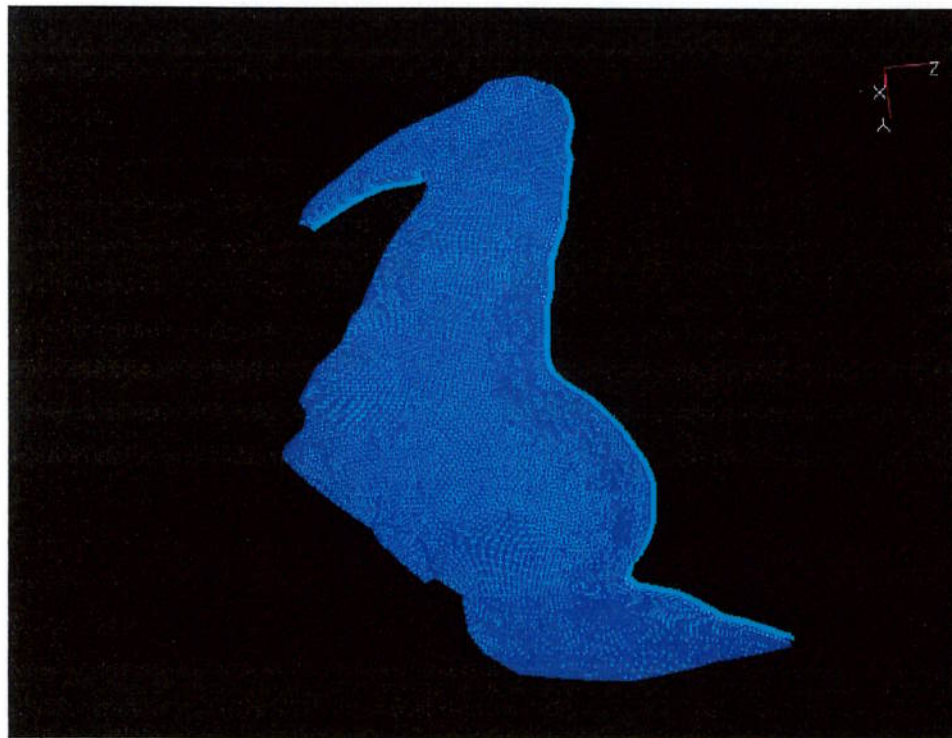


Figura 91 Nós da base restringidos em  $T_x$ ,  $T_y$  e  $T_z$ , para representar a conexão do modelo com as regiões da Terra subjacentes (consultar Tabela 8). A figura mostra apenas os nós restringidos que são visíveis nesta projeção.

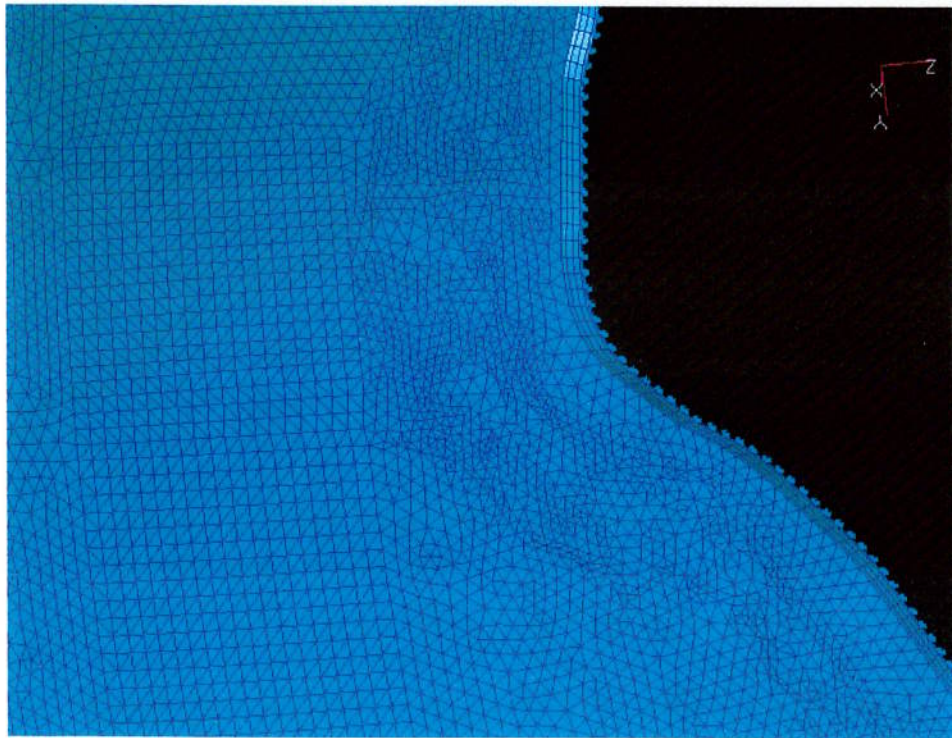


Figura 92 Idem à Figura 91. Vista detalhada.

## 3.8 Carregamento

O carregamento usado no modelo são cargas distribuídas no elemento (definidas pelo MSC.Nastran como PLOAD4) representadas pelo peso por unidade de área de cada faixa ipsométrica de altitude da Cordillheira dos Andes acima de 1000m, aplicadas na primeira camada de elementos, na face superior dos elementos sólidos pentáedricos de cada uma das faixas. O valor da carga é dado por:

$$p = q_o = \rho_o g h_a$$

(Equação 204)

Onde:

- $p$  carga distribuída no elemento.
- $q_o$  carga distribuída da Cordillheira dos Andes (Pa).
- $\rho_o$  densidade média da Cordillheira dos Andes ( $\text{kg/m}^3$ ).
- $g$  aceleração da gravidade:  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ .
- $h_a$  altitude da faixa ipsométrica (m).

Foi considerado um valor único de carga distribuída para todas as faixas de altitude e usado um fator de escala adimensional na definição do carregamento para representar a variação da altitude. O carregamento aplicado é mostrado na Tabela 9 e da Figura 93 à Figura 94.

Esta representação do carregamento é uma forma de simplificar o problema, pois não evita o fenômeno da concentração de tensões entre elementos. No item 5.3 são discutidas outras formas de modelar o carregamento que deverão ser consideradas em trabalhos futuros.

Tabela 9 Carregamento aplicado no modelo FEM.

Carga distribuída aplicada $q_o$		Nome da faixa	Altitude $h_a$ da faixa (m)	Valor único de escala $q_o$ (Pa)	Fator de escala
1	2.7E+07	1000 m	$1000 \leq h_a < 2000$	2.7E+07	1
2		2000 m	$2000 \leq h_a < 3000$		2
3		3000 m	$3000 \leq h_a < 4000$		3
4		4000 m	$h_a > 4000$		4



Figura 94 Faixas ipsométricas de altitude da Cordilheira dos Andes representando o valor do carregamento: sem carregamento (em marrom), 1000 m (em cinza), 2000 m (em azul), 3000 m (em rosa) e 4000 m (em vermelho).

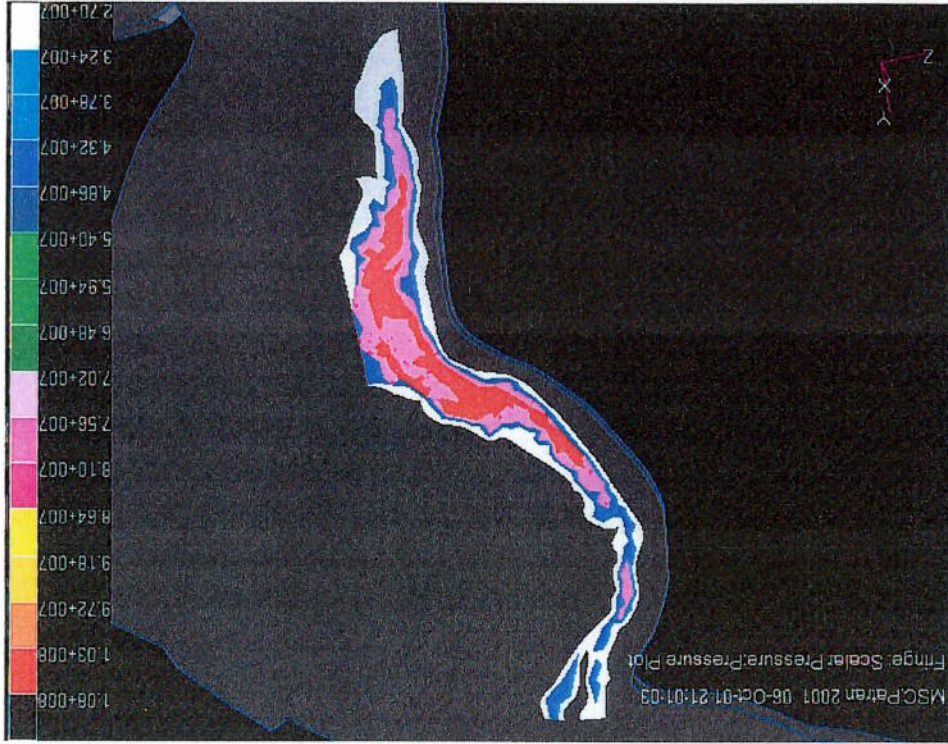
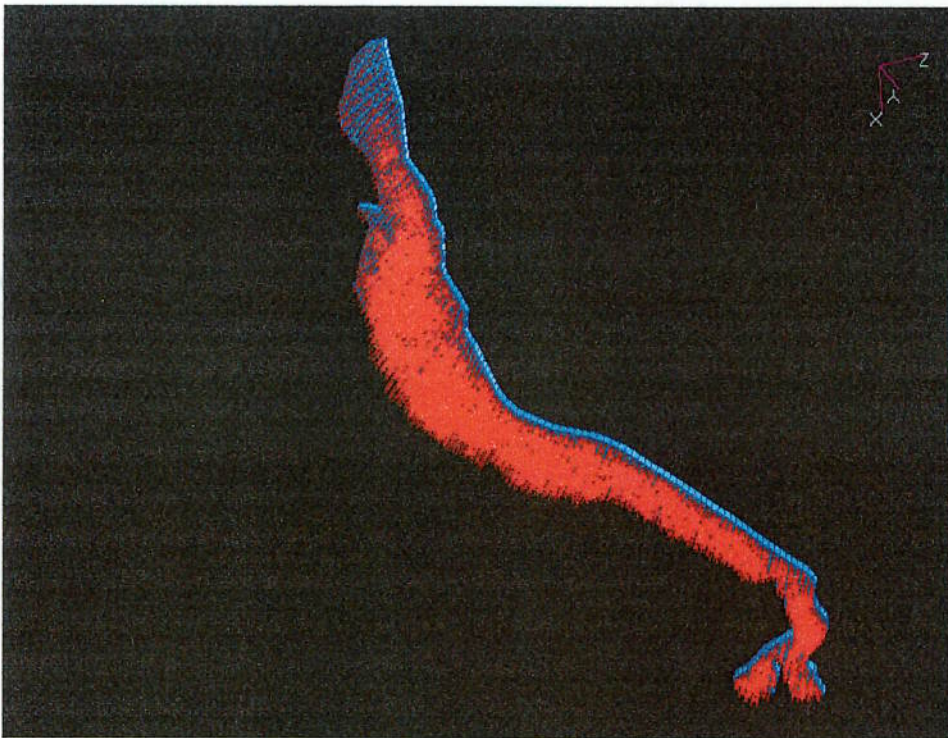


Figura 93 Elementos finitos que representam a Cordilheira dos Andes destacados do modelo principal: as setas são os vetores do carregamento aplicado, que varia conforme a altitude.



Cada processamento realizado pelo programa constitui um caso de processamento ou tarefa (*job*), composto por seus subcasos. Neste modelo, foram considerados dois casos de processamento, correspondendo, cada um, a uma

### 3.11 Casos de Processamento

Tabela 11 Subcasos do modelo FEM.

Subcasos	Subcaso	"Default"
	Caso de Carregamento	"Default"

mostrados na Tabela 11. Sendo um problema de análise estática linear, o programa permite resolver diversos subcasos (*subcases*) compostos pela combinação de diversos casos de carregamentos (*load cases*). Neste modelo, existe apenas um subcaso "default", portanto o caso de carregamento e o subcaso coincidem. O subcaso do modelo é

### 3.10 Subcasos

Tabela 10 Casos de carregamento do modelo FEM.

Nome	Carregamentos		Restrições	base	-	-		
	Restrições							
Casos de Carregamento	/ Fator de escala	Carregamentos		1000 m	2000 m	3000 m		
		Restrições						
		Carregamentos					1	4000 m
		Restrições						
		borda						

Note-se que o fator de escala de um caso de carregamento não é o mesmo do fator de escala de um carregamento aplicado. Por isto, o fator de escala final de um carregamento será o produto destes dois fatores de escala.

desritos no item 3.8. O caso de carregamento do modelo é mostrado na Tabela 10. "default", composto pelas restrições descritas no item 3.7 e pelos carregamentos de carregamento (*load cases*). O modelo possui apenas um caso de carregamento e de carregamentos desejados que vêm a constituir os casos de restrições e de carregamentos de escala é mostrado na Tabela 10.

### 3.9 Casos de Carregamento

espessura elástica ( $T_e = 100$  km e  $T_e = 150$  km). Cada um dos casos, por sua vez, constitui-se de apenas um subcaso "default". As tarefas do modelo são mostradas na

Tabela 12.

Casos de Processamento	
Caso	Subcaso
$T_e = 100$ km	"Default"
$T_e = 150$ km	"Default"

Tabela 12 Tarefas ou casos de processamento do modelo FEM.

#### 4 RESULTADOS

Os resultados analisados serão aqueles referentes à região onde ocorrem as tensões e os deslocamentos de interesse: a crosta, ou seja, a primeira camada de elementos e, por consequência, a primeira e a segunda camada de nós.

Os resultados das outras camadas de elementos aproximam-se daqueles da crosta, que é onde ocorrem os valores máximos de flexão. Por sua vez, os resultados da segunda camada de nós aproximam-se daqueles da primeira camada de nós, que é onde ocorrem os valores máximos de tração ou de compressão da primeira camada de elementos. Logo, é seguro considerar apenas os resultados da primeira camada de elementos, tomados na primeira camada de nós.

Como foram usados elementos sólidos, os deslocamentos nodais são de tração, nas três direções do sistema de coordenadas, mais a resultante (valor negativo significa subsidência e, positivo, soerguimento):

– Translação radial  $T_X$ .

– Translação longitudinal  $T_Y$ .

– Translação latitudinal  $T_Z$ .

– Translação resultante  $T$ .

Por ser um problema 3-D, considera-se as tensões do estado triaxial de tensões, mais a tensão equivalente e a tensão máxima principal no plano horizontal (para as tensões normais, valor positivo significa tração e negativo, compressão):

– Tensão normal radial  $\sigma_r$ .

– Tensão normal longitudinal  $\sigma_y$ .

– Tensão normal latitudinal  $\sigma_z$ .

– Tensão de cisalhamento no plano radial e na direção longitudinal  $\tau_{xy}$ .

– Tensão de cisalhamento no plano longitudinal e na direção latitudinal  $\tau_{yz}$ .

– Tensão de cisalhamento no plano latitudinal e na direção radial  $\tau_{zx}$ .

– Tensão equivalente de Von Mises  $\sigma_{VonMises}$ .

– Tensão principal máxima no plano horizontal  $\sigma_{max_{yz}}$ .

São mostrados os mapas e as tabelas dos resultados dos máximos e mínimos para toda a litosfera continental da Placa Sul-Americana.

São mostrados os gráficos dos resultados na ombreira flexural para as tensões



(ao longo de um paralelo na latitude do Pantanal) e para o deslocamento flexural (ao longo de três paralelos diferentes: na latitude do Pantanal, ao norte do Pantanal e ao sul do Pantanal).

São mostradas as tabelas de resultados de tração e de compressão máximas das tensões horizontais ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$ ,  $\sigma_{max_{yz}}$ ) na ombreira flexural, obtidas dos gráficos (ao longo dos paralelos escolhidos) e dos mapas (considerando toda a ombreira flexural). Estes paralelos escolhidos para mostrar resultados na ombreira flexural são mostrados da Figura 99 à Figura 100 e da Figura 111 à Figura 112. Por sua vez, os resultados ao longo destes paralelos são obtidos como referência o nó mais próximo. A sequência de nós de referência utilizada para criar os paralelos é mostrada na Tabela 42, no Apêndice B.

Os parâmetros da ombreira flexural são: amplitude (deslocamento flexural), comprimento (distância, ao longo de um paralelo, entre os dois pontos cujo deslocamento flexural é nulo), largura (distância entre os dois pontos de soerguimento máximo) e braço (distância, ao longo de um paralelo, entre o ponto de maior soerguimento e o ponto de maior subsidência).

Quanto ao comprimento da ombreira flexural, ao norte e ao sul do Pantanal, a curva de amplitude não volta a cruzar a cota zero na região oriental da litosfera continental. Então, extrapola-se o trecho decrescente desta curva e considera-se a sua intersecção com a cota zero.

O pós-processador MSC.Patran plota os contornos das linhas que delimitam resultados de mesmo valor (*contour*), calculando-os a partir dos nós. Logo, no caso dos deslocamentos, é utilizada diretamente a saída primária nodal. Como as tensões são calculadas para o elemento, o programa faz uma média (*average*) dos valores de todos elementos em torno (*all entities*) para redistribuí-los para os nós. Como na formulação para análise estática linear do programa, os elementos recebem seus resultados nos pontos de quadratura gaussiana, o pós-processador extrapola os resultados destes pontos para o ponto centróide ou para os nós do elemento através das funções de forma (*shape functions*) que definem o elemento, de modo a computar o resultado destes pontos de quadratura nos nós.

#### 4.1 Translação Radial TX

A translação radial TX é o próprio deslocamento flexural  $w$  da Placa Sul-Americana. A ombreira flexural corresponde à região com TX positivo (soerguimento). A amplitude da ombreira flexural corresponde ao maior valor positivo de TX (Tabela 14). O comprimento da ombreira flexural corresponde à distância, ao longo de um paralelo, entre os dois pontos cujo  $\Delta$  TX nulo, que delimitam o soerguimento (Tabela 15). A largura da ombreira flexural corresponde à distância entre os dois pontos de TX máximo em toda a placa (Tabela 16). A distância da ombreira flexural em relação à carga aplicada é medida, ao longo de um paralelo, entre o ponto de TX máximo e o ponto de TX mínimo (Tabela 15).

Os resultados da translação radial TX referentes à toda a litosfera continental da Placa Sul-Americana são mostrados na Tabela 13 e da Figura 95 à Figura 96. Os resultados referentes à ombreira flexural, ao longo de três latitudes escolhidas (ao norte do Pantanal, no Pantanal e ao sul do Pantanal), são mostrados da Tabela 14 à Tabela 16, do Gráfico 1 ao Gráfico 8 e da Figura 97 à Figura 100.

Tabela 13 Translação radial TX ou deslocamento flexural  $w$  na litosfera continental da Placa Sul-Americana.

Resultado	$T_e$ (km)	Valor (m)	Máximo			Mínimo			
			ID	La (°)	Lo (°)	Δ (%)	Valor (m)	ID	La (°)
TX	100	5.75E+02	26257	-5.67	-69.04	-1.28E+04	32872	-21.40	-67.73
	150	5.36E+02	25973	-4.52	-66.38	-1.06E+04	32875	-21.00	-68.48

Amplitude da ombreira flexural									
Resultado da posição da ombreira (km)	T <sub>o</sub> (km)	Valor (m)	ID	La (°)	Lo (°)	No		Δ (%)	No
						No			
TX	Ao norte do Pantanal	100	4.38E+02	13819	-14.97	-59.34	-4.04	-3.86	Ao sul do Pantanal
		150	4.10E+02	13854	-16.06	-56.95			
	Ao norte do Pantanal	100	5.75E+02	14296	-5.67	-69.04	-3.86	-3.86	Ao sul do Pantanal
		150	5.36E+02	14016	-4.52	-66.38			
Ao sul do Pantanal	100	4.80E+02	15008	-30.58	-60.24	-5.12	-5.12	Ao sul do Pantanal	
	150	4.47E+02	15077	-29.72	-57.16				

Tabela 14 Amplitude da ombreira flexural, dada por TX. As três latitudes escolhidas em cada caso são mostradas como linhas na Figura 99 e na Figura 100.

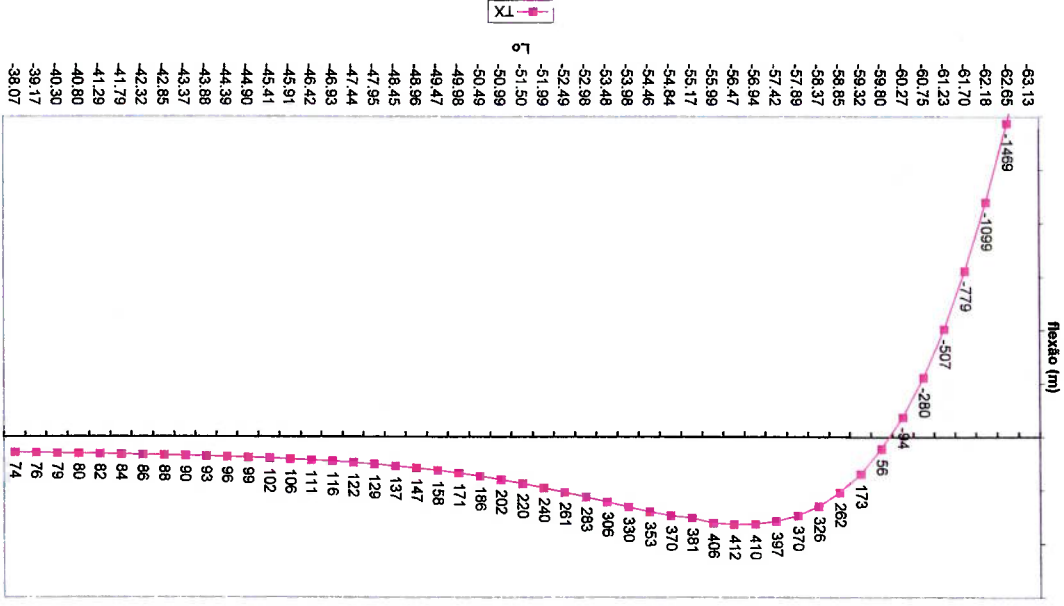
Comprimento da ombreira flexural e distância da carga aplicada										
T <sub>o</sub> (km)	Comprimento (km)		Distância (km)		Ao norte do Pantanal	Ao sul do Pantanal	No	Ao norte do Pantanal	Ao sul do Pantanal	Δ (%)
	Comprimento (km)		Distância (km)							
100	1133	1527	947	1137	843	1023	100	1133	1408	37.6
150	1438	4007	1306	1457	1153	1408	150	1438	1408	37.6

Tabela 15 Comprimento aproximado da ombreira flexural e distância em relação à carga aplicada. As três latitudes escolhidas em cada caso são mostradas como linhas na Figura 99 e na Figura 100.

Largura da ombreira flexural									
T <sub>o</sub> (km)	No (ID)	Ao norte do Pantanal	Ao sul do Pantanal	La (°)	Lo (°)	Total		Distância	Δ (%)
						Total			
100	26257	15008	24.91	8.80	26.42	2951	1.58	100	26257
150	25973	15077	25.20	9.22	26.84	2998	1.58	150	25973

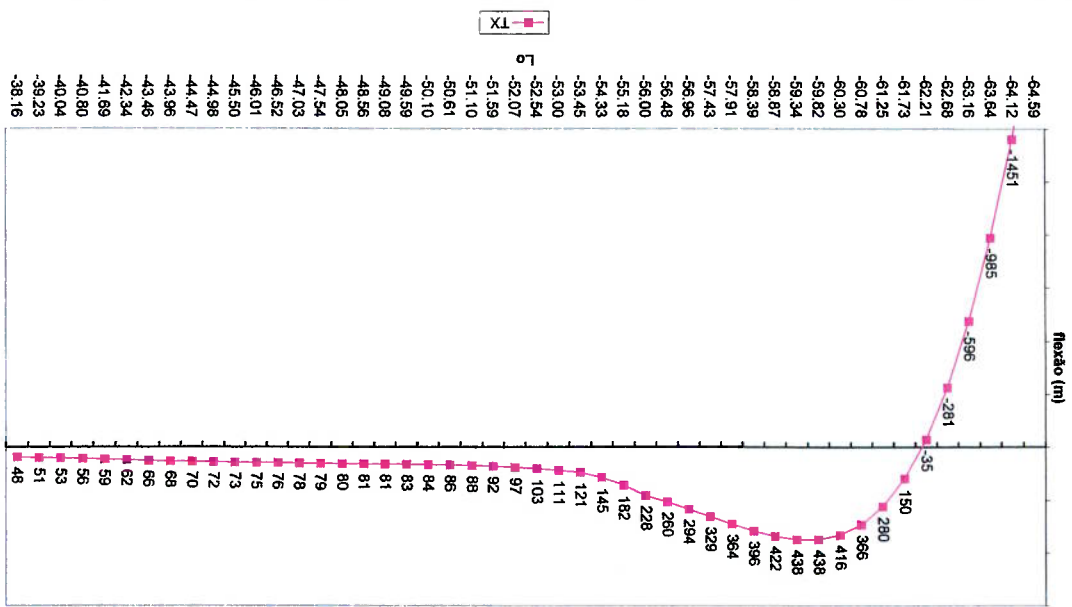
Tabela 16 Largura aproximada da ombreira flexural.

Gráfico 2 Translação radial TX na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km,  $L_a = 16,06^\circ S$ ).



Ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km  $L_a = 16,06$ )

Gráfico 1 Translação radial TX na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$  km,  $L_a = 14,87^\circ S$ ).



Ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$  km  $L_a = 14,87$ )

Gráfico 4 Translação radial TX na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km e  $T_e = 100$  km).  
 Vista geral da ombreira flexural.

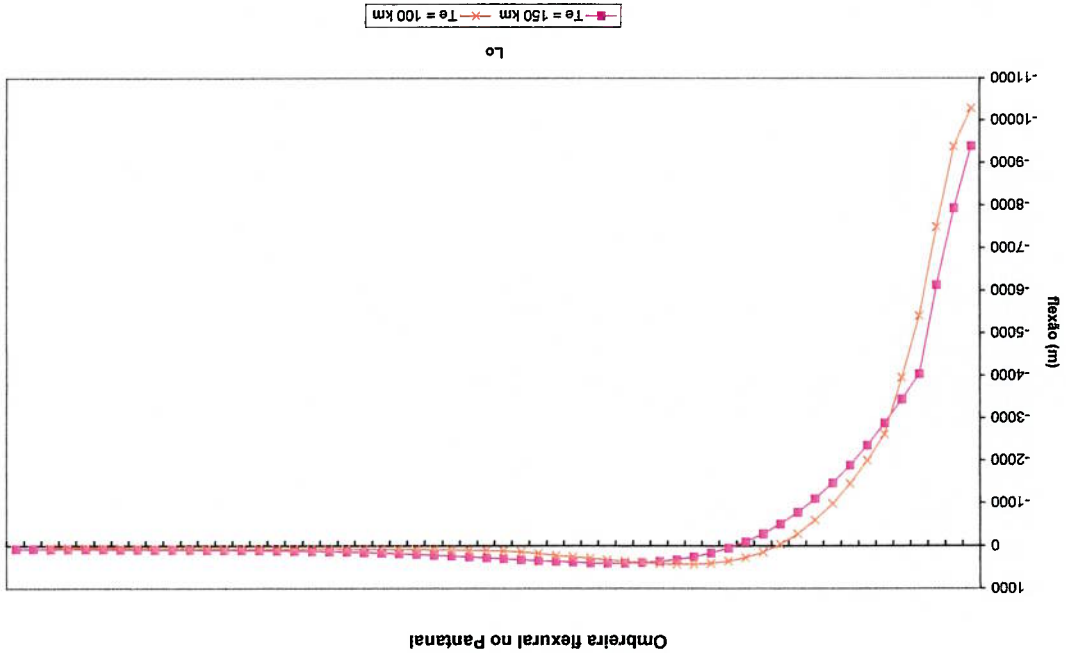


Gráfico 3 Translação radial TX na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km e  $T_e = 100$  km).  
 Detalhe da região da ombreira flexural.

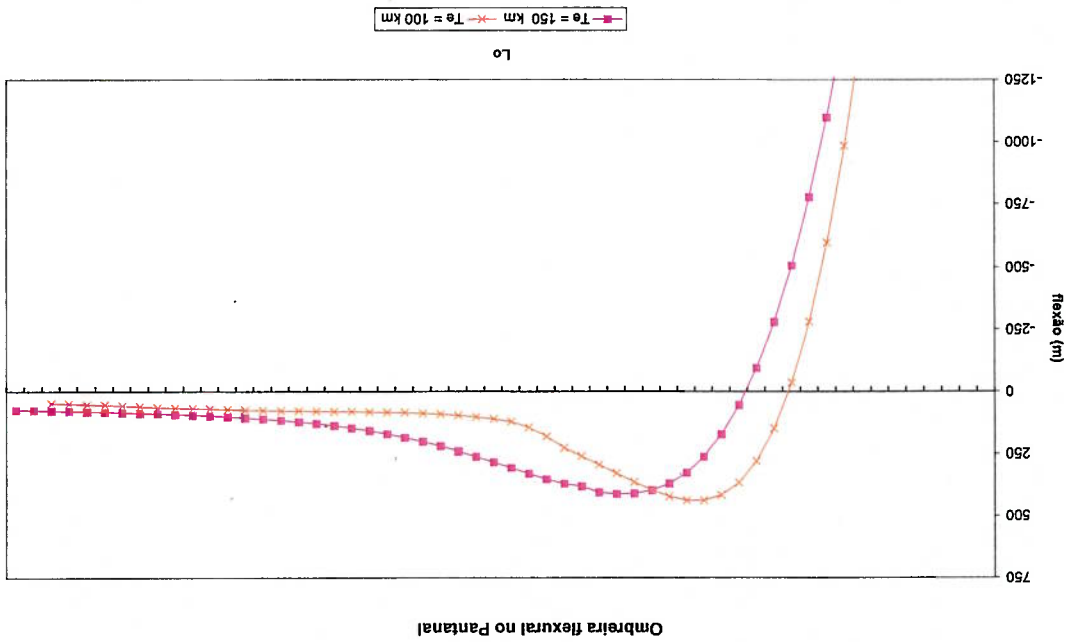


Gráfico 6 Translação radial TX na ombreira flexural ao norte do Pantanal ( $T_e = 150$  km,  $L_a = 4,52^\circ S$ ).

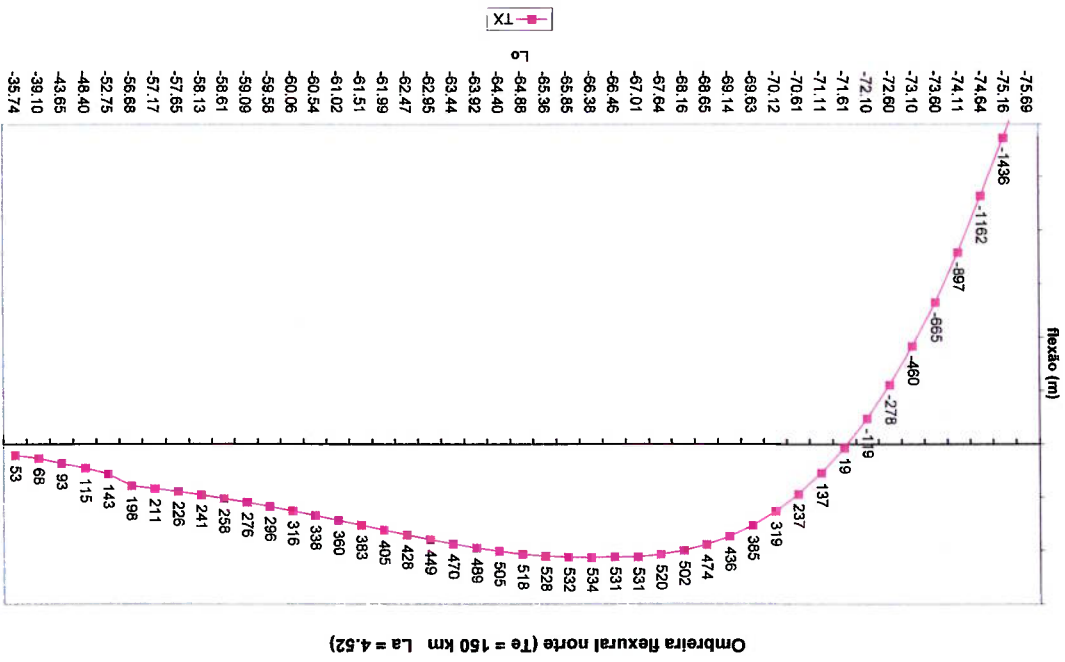
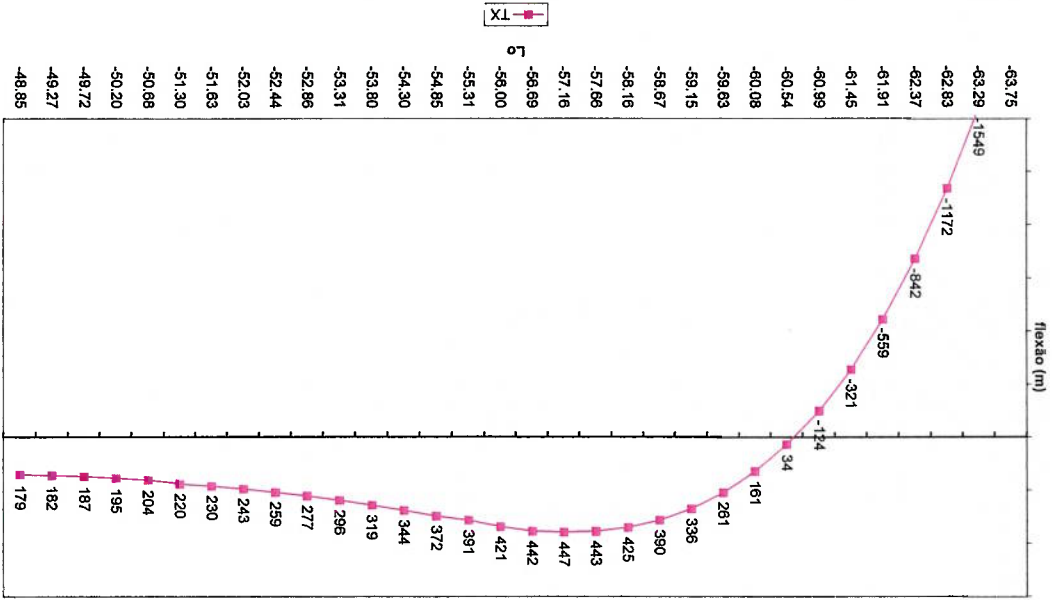
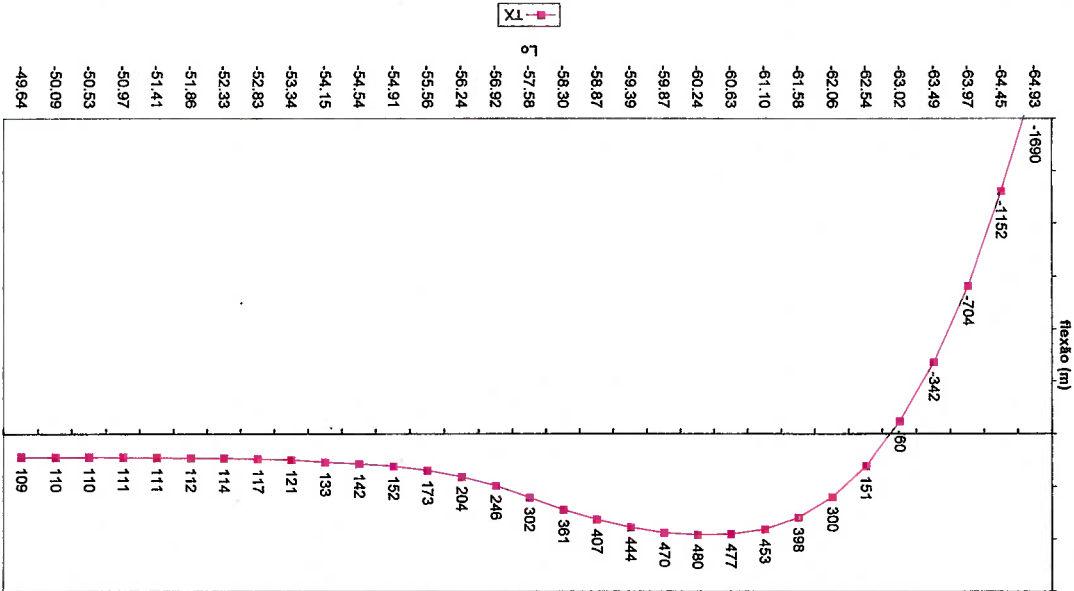


Gráfico 8 Translação radial TX na ombreira flexural ao sul do Pantanal ( $T_e = 29,72^\circ\text{S}$ ).



Ombreira flexural sul ( $T_e = 29,72^\circ\text{S}$   $L_a = 150\text{ km}$ )

Gráfico 7 Translação radial TX na ombreira flexural ao sul do Pantanal ( $T_e = 30,58^\circ\text{S}$ ).



Ombreira flexural sul ( $T_e = 30,58^\circ\text{S}$   $L_a = 100\text{ km}$ )



Figura 96 Translação radial TX (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_p = 150$  km). Vista detalhada na Figura 98 e na Figura 100.

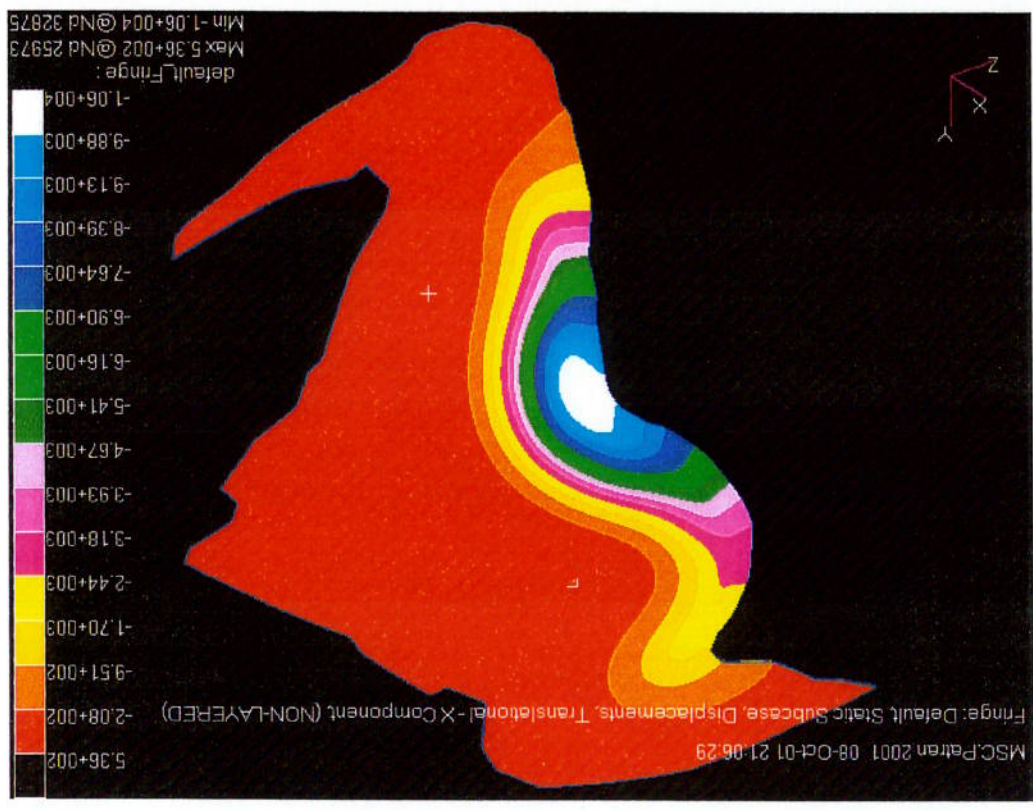


Figura 95 Translação radial TX (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_p = 100$  km). Vista detalhada na Figura 97 e na Figura 99.

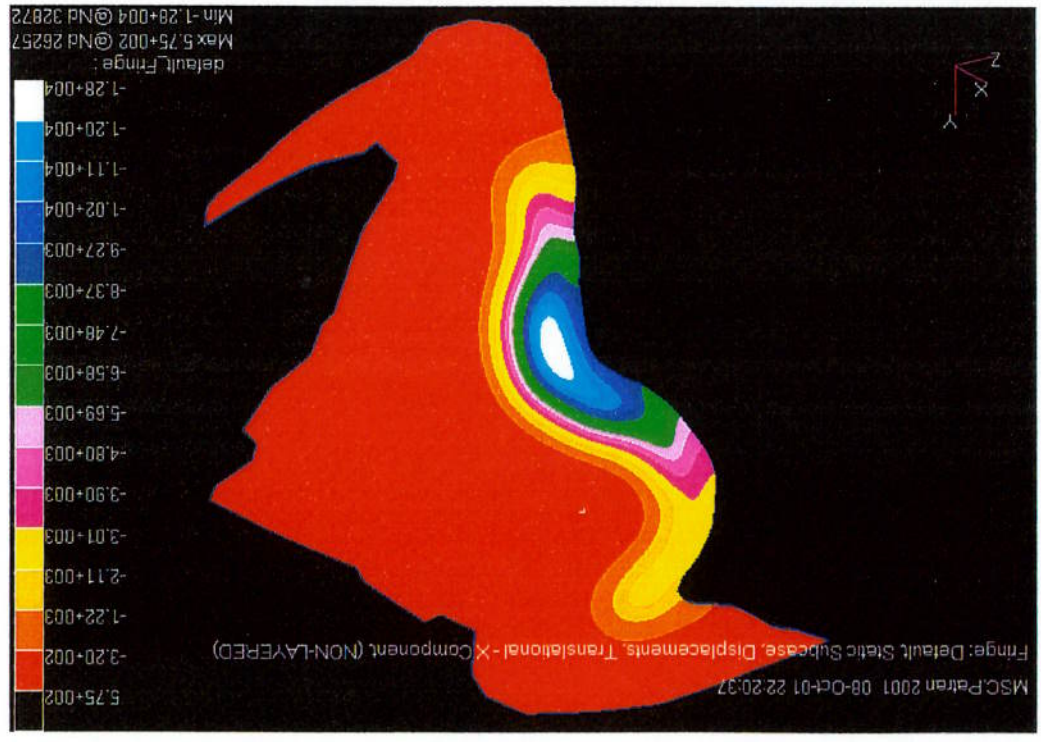




Figura 97 Translação radial TX (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_2 = 100$  km): flexões positivas - ou a ombreira flexural, cuja maior flexão está ao norte do Pantanal.



Figura 98 Idem à Figura 97, mas para  $T_2 = 150$  km.

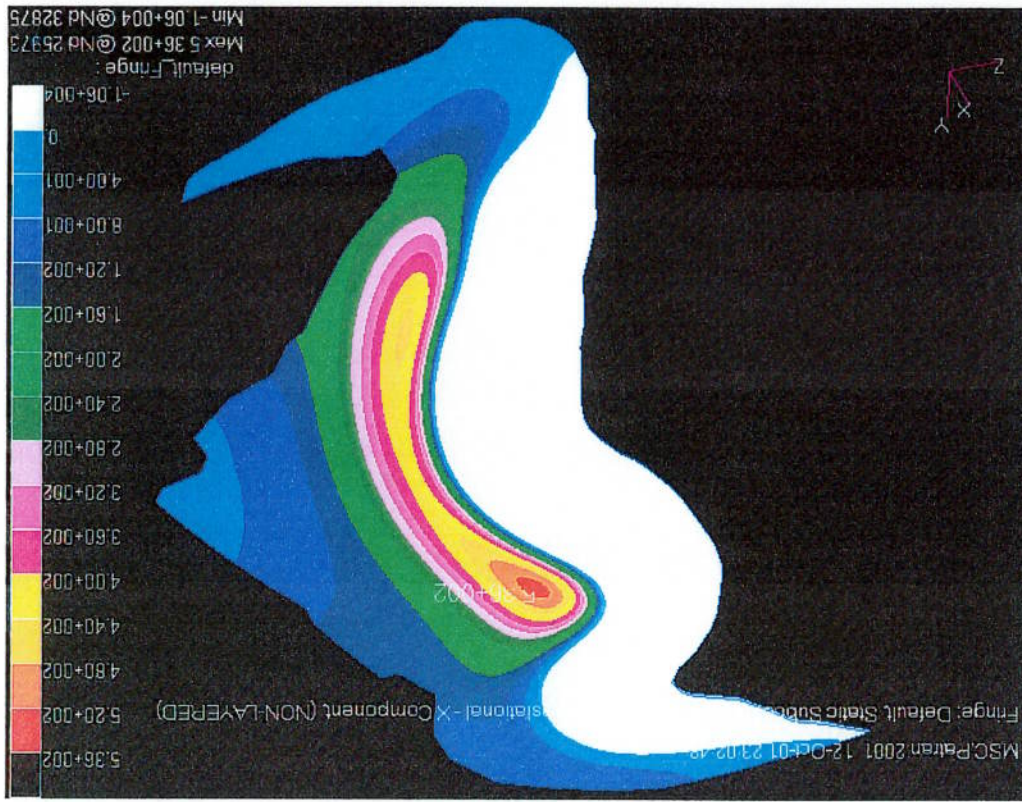




Figura 100 Translação radial  $T_X$  (m): detalhe da ombreira flexural para traçar as curvas de  $T_X$  no sentido oeste-leste:  $L_a = 150$  km; os três parâmetros (em vermelho) escolhidos para traçar as curvas de  $T_X$  no sentido oeste-leste:  $L_a = 16,06^\circ S$ ,  $L_a = 4,52^\circ S$  e  $L_a = 29,72^\circ S$ .

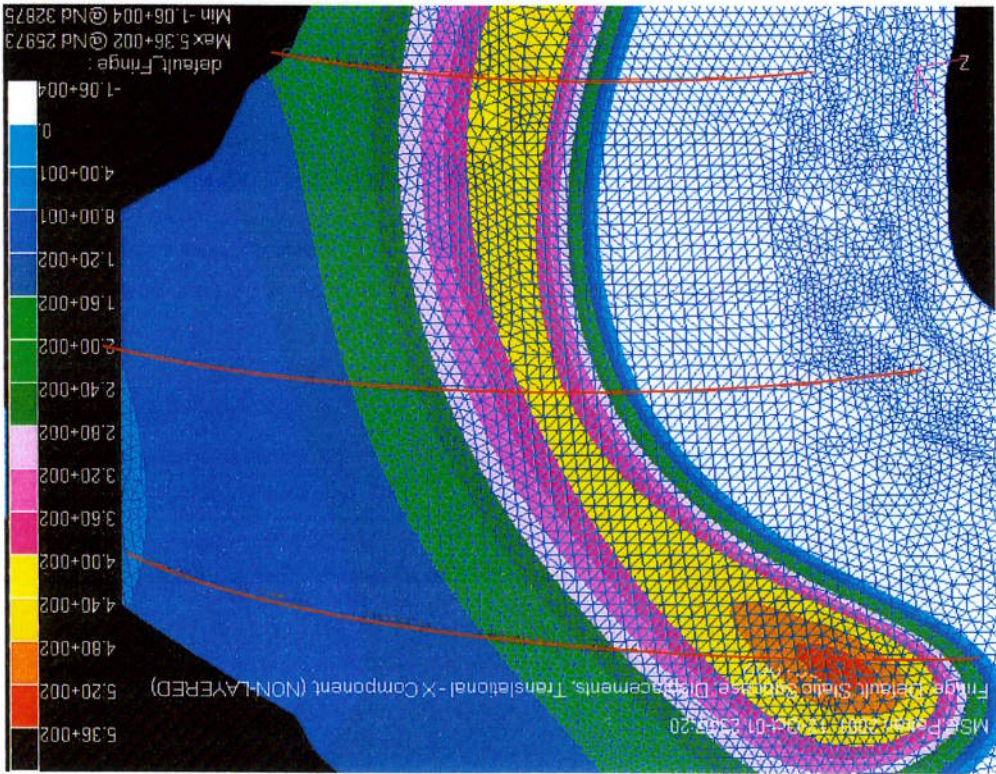
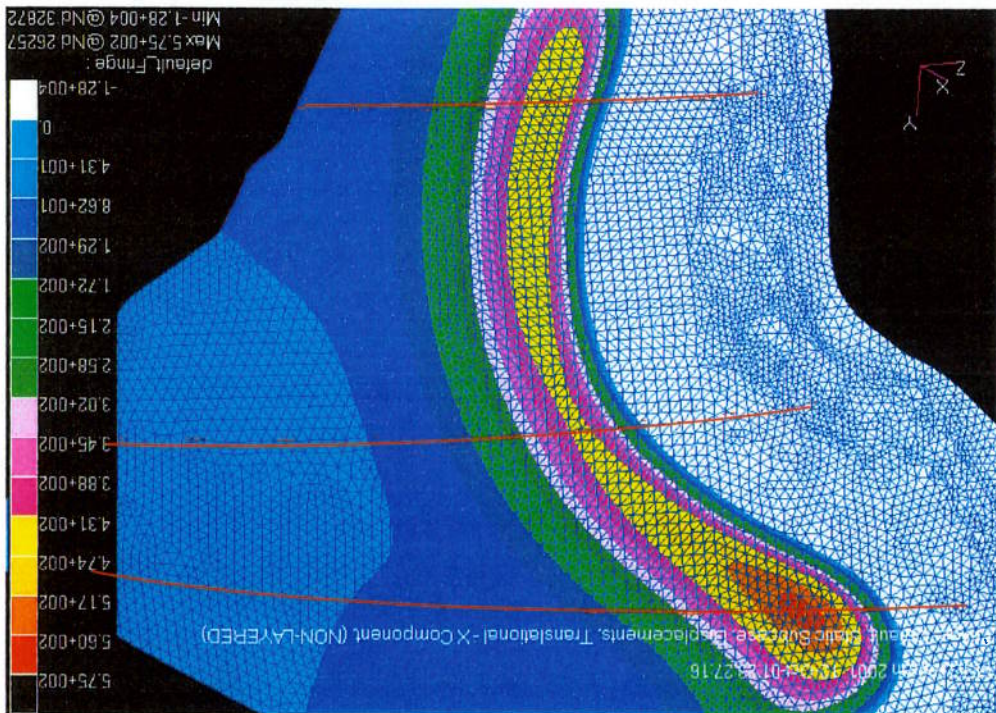


Figura 99 Translação radial  $T_X$  (m): detalhe da ombreira flexural para traçar as curvas de  $T_X$  no sentido oeste-leste:  $L_a = 100$  km e os três parâmetros (em vermelho) escolhidos para traçar as curvas de  $T_X$  no sentido oeste-leste:  $L_a = 14,97^\circ S$ ,  $L_a = 5,67^\circ S$  e  $L_a = 30,58^\circ S$ .



## 4.2 Translação Longitudinal TY

Os resultados da translação longitudinal TY referentes à toda a litosfera

continental da Placa Sul-Americana são mostrados na Tabela 17 e da Figura 101 à

Figura 102.

Resultado	T <sub>e</sub> (km)	Máximo			Mínimo						
		Valor (m)	ID	La (°)	Lo (°)	Δ (%)	Valor (m)	ID	La (°)	Lo (°)	Δ (%)
TY	100	8.39E+02	21427	-22.00	-69.06	-31.59	-3.09E+02	14442	-22.83	-65.00	2.59
	150	5.74E+02	26630	-19.18	-59.33	-3.17E+02	14442	-22.83	-65.00		

Tabela 17 Translação longitudinal TY na litosfera continental da Placa Sul-Americana.



Figura 102 Translação longitudinal  $T_Y$  (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$  km).

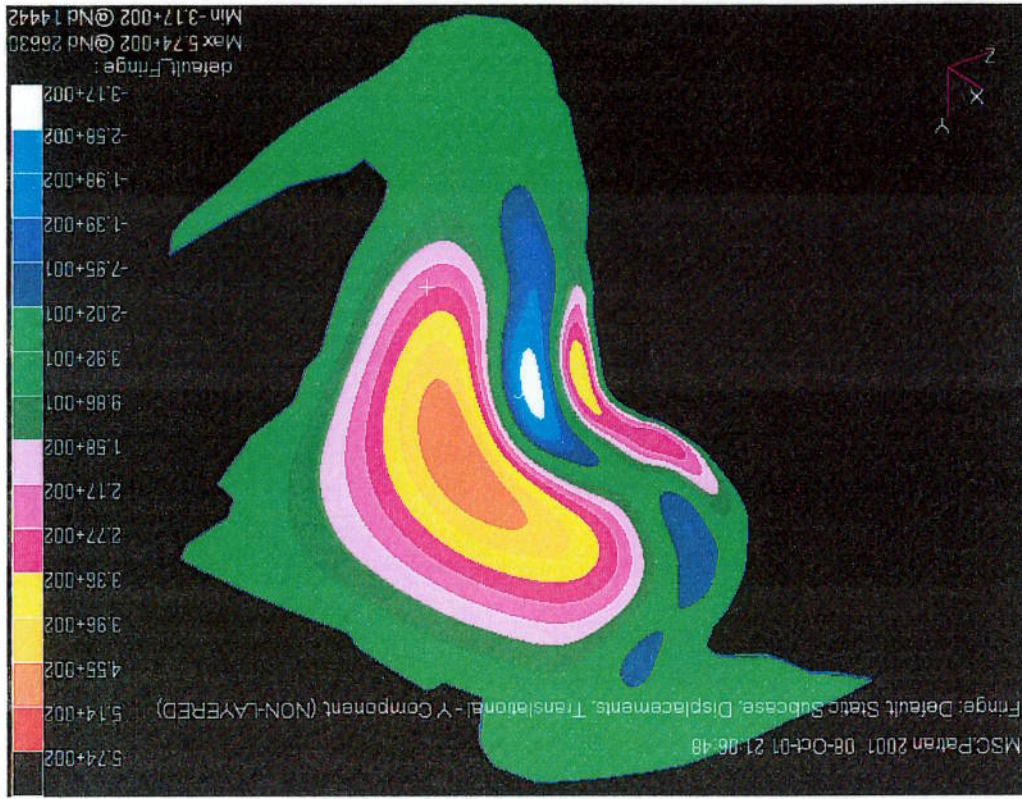
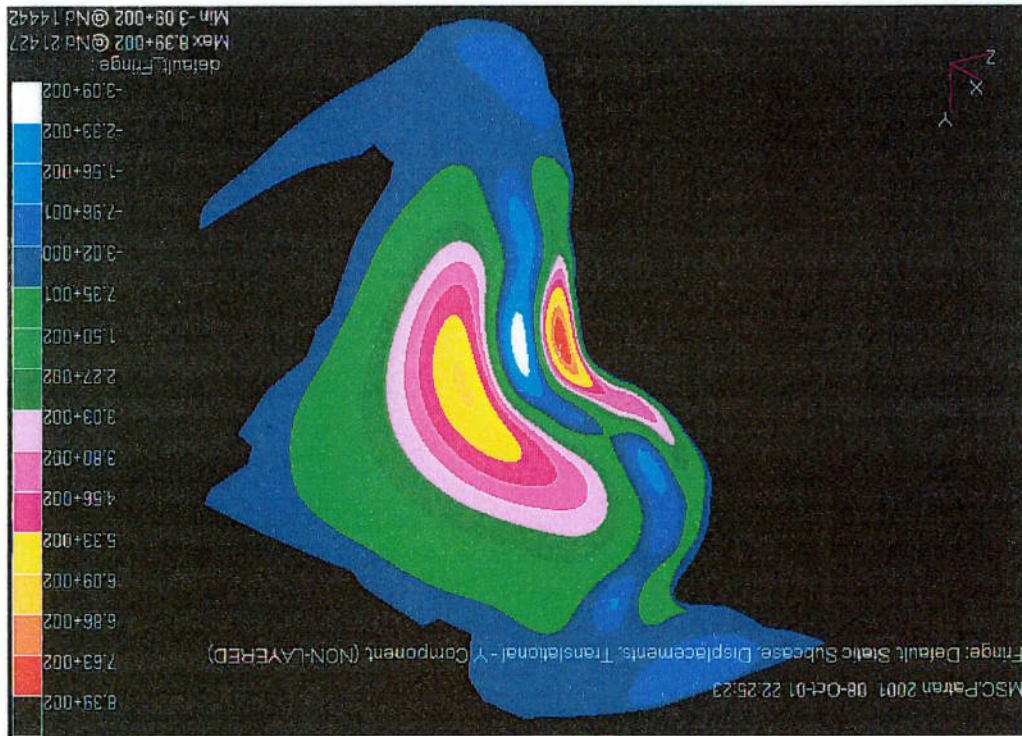


Figura 101 Translação longitudinal  $T_Y$  (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$  km).



### 4.3 Translação Latitudinal TZ

Os resultados da translação latitudinal TZ referentes à toda a litosfera

continental da Placa Sul-Americana são mostrados na Tabela 18 e da Figura 103 à

Figura 104.

Resultado	TZ	T <sub>e</sub> (km)	Máximo				Mínimo				
			Valor (m)		Δ (%)		Valor (m)		Δ (%)		
			ID	La (°)	Lo (°)	Δ (%)	Valor (m)	ID	La (°)	Lo (°)	Δ (%)
	100	5.23E+02	26280	-10.32	-68.41	-25.62	-3.84E+02	21759	-12.95	-71.13	8.07
	150	3.89E+02	26108	-7.32	-66.85	-25.62	-4.15E+02	21759	-12.95	-71.13	8.07

Tabela 18 Translação latitudinal TZ na litosfera continental da Placa Sul-Americana.



Figura 103 Translação latitudinal TZ (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_p = 100$  km).

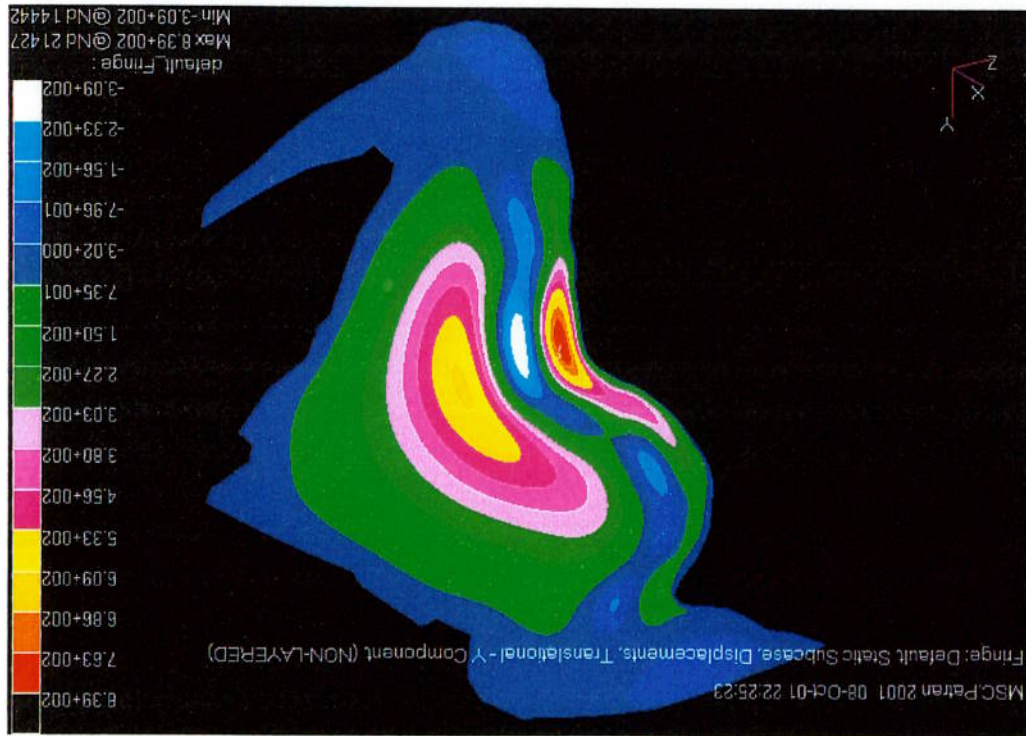
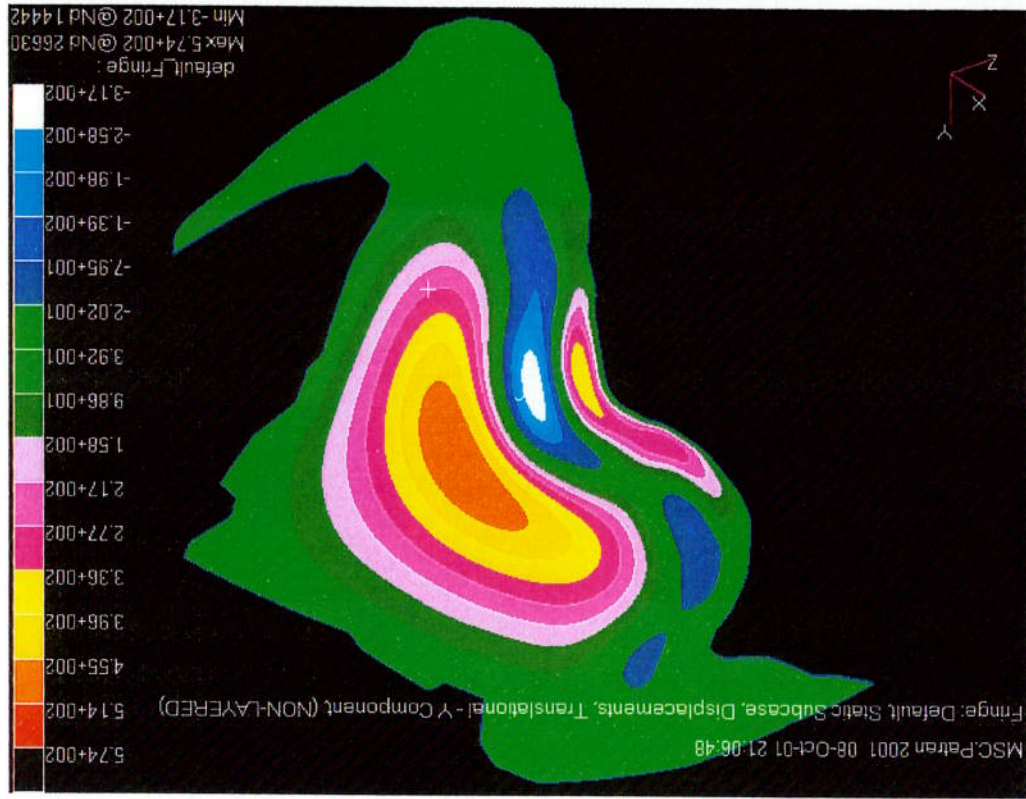


Figura 104 Translação latitudinal TZ (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_p = 150$  km).



4.4 Translação Resultante  $T$ 

A translação resultante  $T$  é dada por:

$$T = \sqrt{TX^2 + TY^2 + TZ^2}$$

(Equação 205)

Os resultados da translação resultante  $T$  referentes à toda a litosfera continental da Placa Sul-Americana são mostrados na Tabela 19 e da Figura 105 a

Figura 106.

Resultado	$T_e$ (km)	Valor (m)			N6			$\Delta$ (%)	$\Delta$ (%)
		ID	La (°)	Lo (°)	ID	La (°)	Lo (°)		
$T$	150	1.06E+04	32875	-21.00	-68.48	1.23E-02	24032	14.10	-90.58
	100	1.29E+04	32872	-21.40	-67.73	1.80E-02	12283	14.15	-93.90
		Máximo			Mínimo				

Tabela 19 Translação resultante  $T$  na litosfera continental da Placa Sul-Americana.



Figura 106 Translação resultante  $T$  (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$  km).

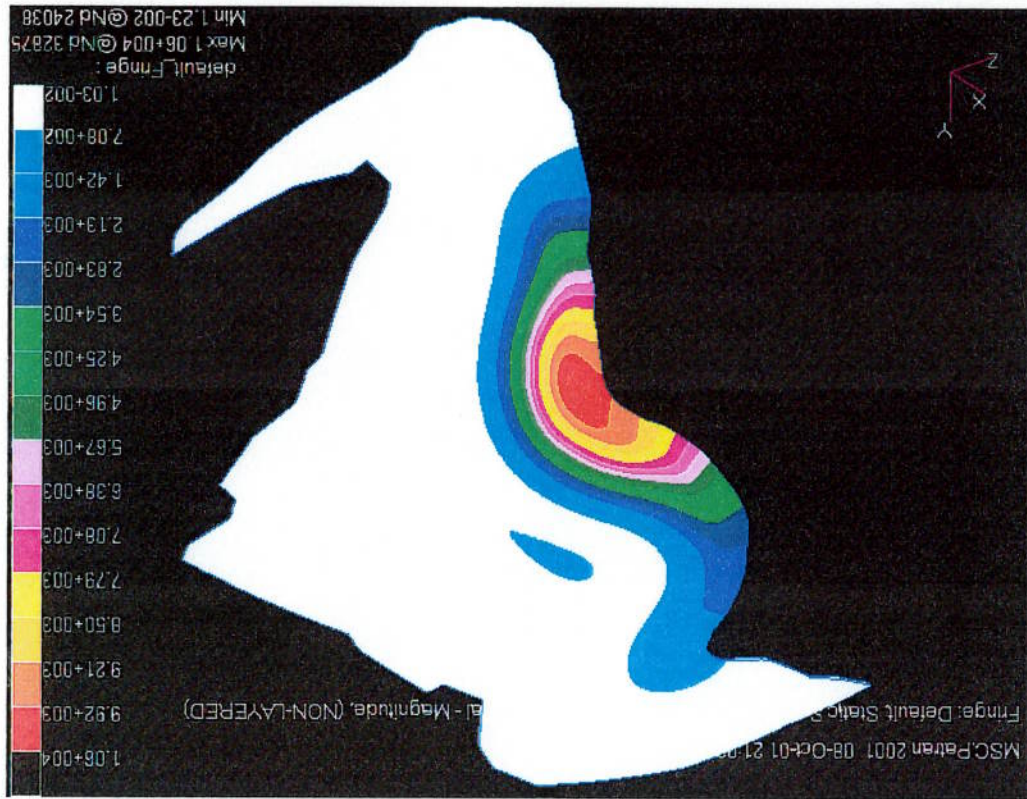
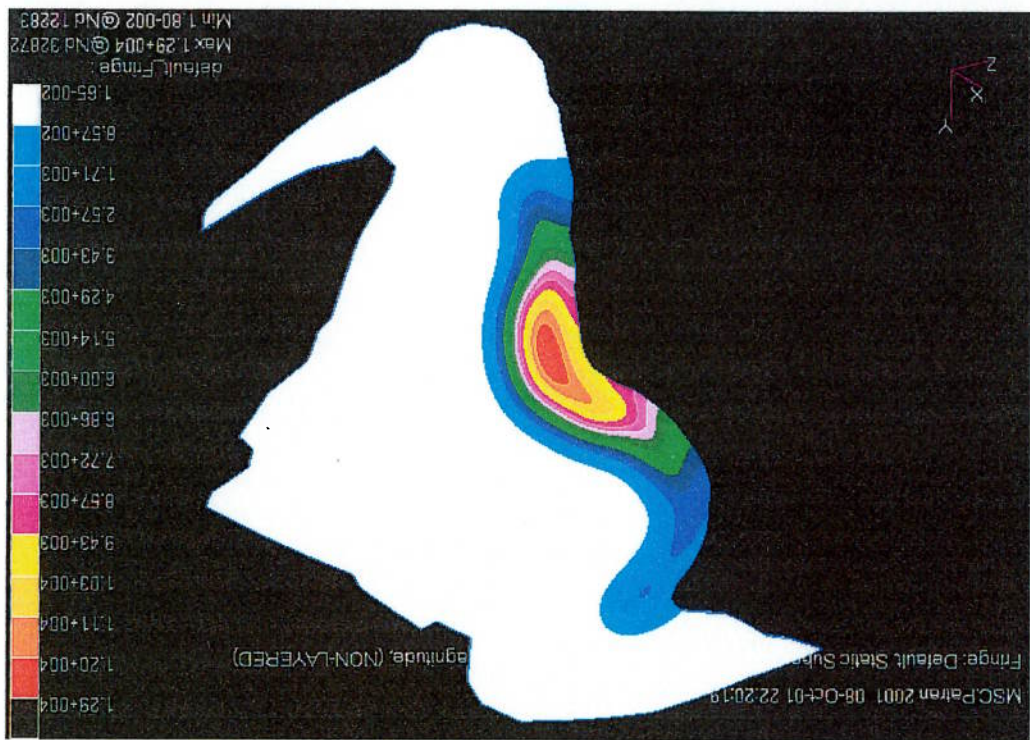


Figura 105 Translação resultante  $T$  (m) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$  km).





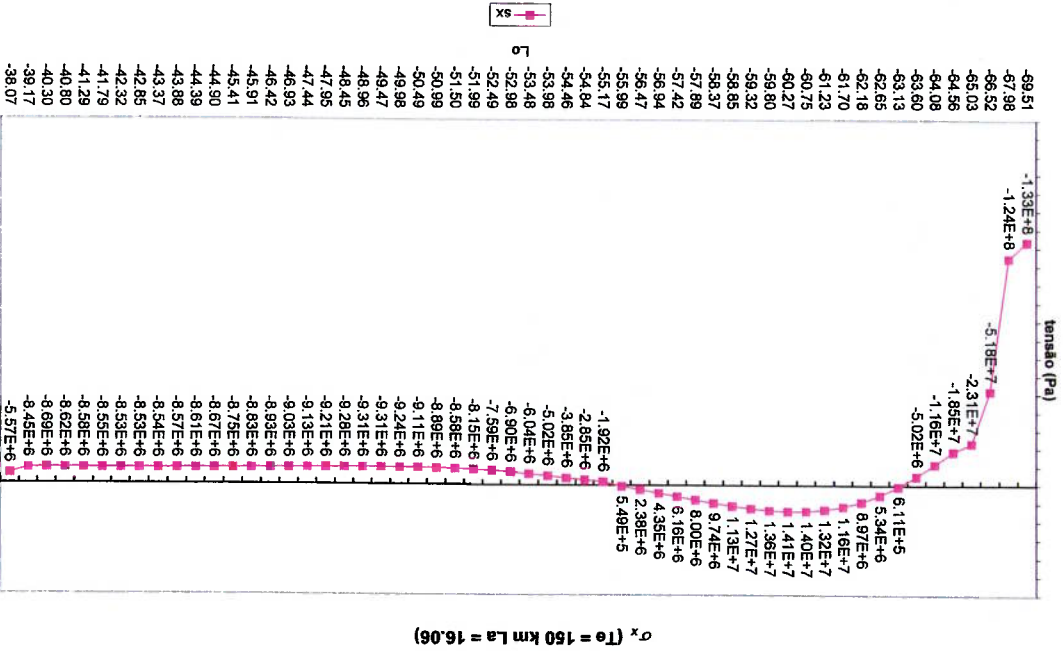
#### 4.5 Tensão Normal Radial $\sigma_r$

Os resultados da tensão normal radial  $\sigma_r$  são mostrados na Tabela 20 e da Figura 107 à Figura 108. Os resultados referentes à ombreira flexural na região do Pantanal são mostrados do Gráfico 9 ao Gráfico 10.

**Tabela 20 Tensão normal radial  $\sigma_r$  na litosfera continental da Placa Sul-Americana.**

Resultado	$f_e$ (km)	Valor (Pa)		ID		La (°)		Lo (°)		$\Delta$ (%)
		Máximo	Mínimo	Nó	Nó	Nó	Nó	Nó	Nó	
$\sigma_r$	150	8.23E+07	19862	-14.52	-77.01	-13.64	-2.76E+08	20220	-30.73	-72.40
	100	9.53E+07	19861	-14.18	-77.32	-13.64	-2.71E+08	21004	-25.27	-66.98

**Gráfico 10 Tensão normal radial  $\sigma_r$  da ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km,  $La = 16,06$ S).**



**Gráfico 9 Tensão normal radial  $\sigma_r$  da ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$  km,  $La = 14,97$ S).**

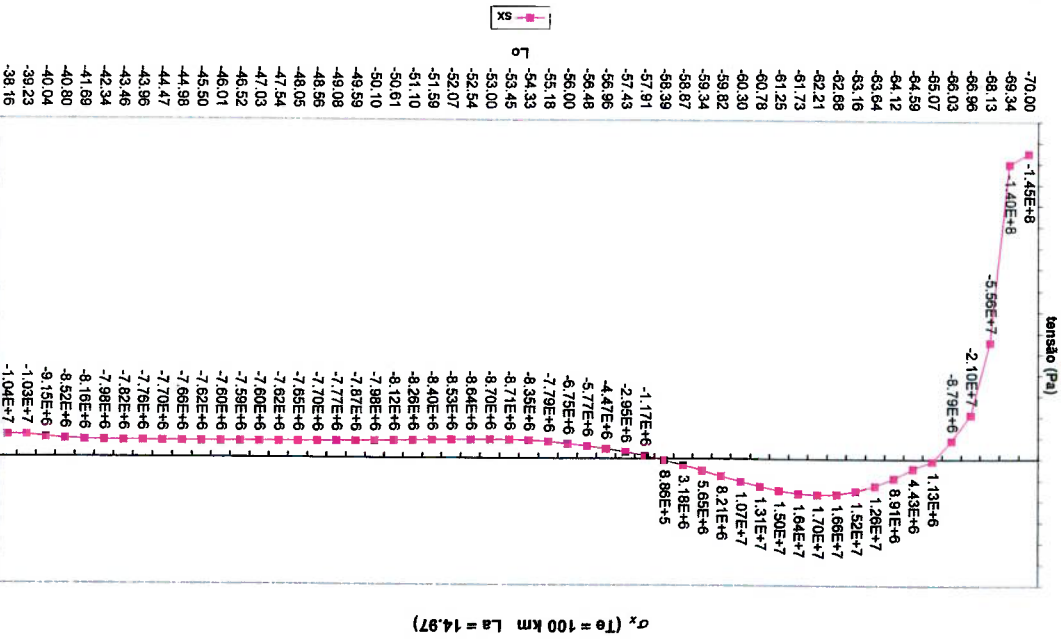
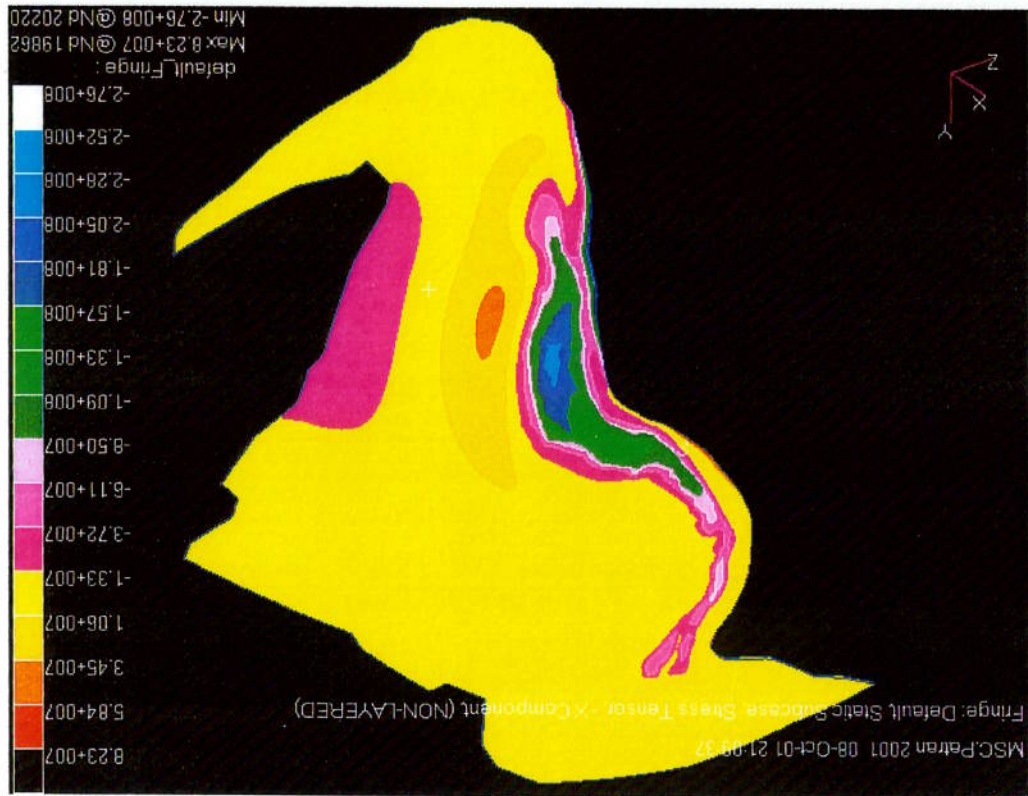


Figura 107 Tensão normal radial  $\sigma_x$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$  km).



Figura 108 Tensão normal radial  $\sigma_x$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$  km).



#### 4.6 Tensão Normal Longitudinal $\sigma_y$

Os resultados da tensão normal longitudinal  $\sigma_y$  referentes à toda a litosfera continental da Placa Sul-Americana são mostrados na Tabela 21 e da Figura 109 à Figura 110. Os resultados referentes à ombreira flexural na região do Pantanal são mostrados na Tabela 22, do Gráfico 11 ao Gráfico 12 e da Figura 111 à Figura 112.

**Tabela 21 Tensão normal longitudinal  $\sigma_y$  na litosfera continental da Placa Sul-Americana.**

Resultado	$T_e$ (km)	Máximo						Mínimo		
		Valor (Pa)		ID	La (°)	Lo (°)	Valor (Pa)		ID	La (°)
$\sigma_y$	150	1.64E+08	20217	-32.10	-72.51	-15.46	-4.21E+08	21099	-14.68	-71.56
	100	1.94E+08	20217	-32.10	-72.51	-15.46	-6.06E+08	21099	-14.68	-71.56
		Valor (Pa) $\Delta$ (%)		Lo (°)		Valor (Pa) $\Delta$ (%)		N6		
								-30.53		

**Tabela 22 Tensão normal longitudinal máxima  $\sigma_y$  na ombreira flexural no Pantanal: valor tomado no mesmo paralelo do Pantanal (Gráfico 11 e Gráfico 12) e em toda a ombreira flexural (Figura 109 à Figura 112).**

Resultado	$T_e$ (km)	Valor no mesmo paralelo de TX no toda a ombreira flexural		Valor (Pa) $\Delta$ (%)	
		Valor (Pa)	$\Delta$ (%)	Valor (Pa)	$\Delta$ (%)
$\sigma_y$	150	4.60E+07	-56.14	1.15E+02	-30.72
	100	1.05E+08	-56.14	1.66E+02	-30.72

(Figura 109 à Figura 112).

Gráfico 11 Tensão normal longitudinal  $\sigma_y$  da ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$  km,  $L_a = 14,97$ S).

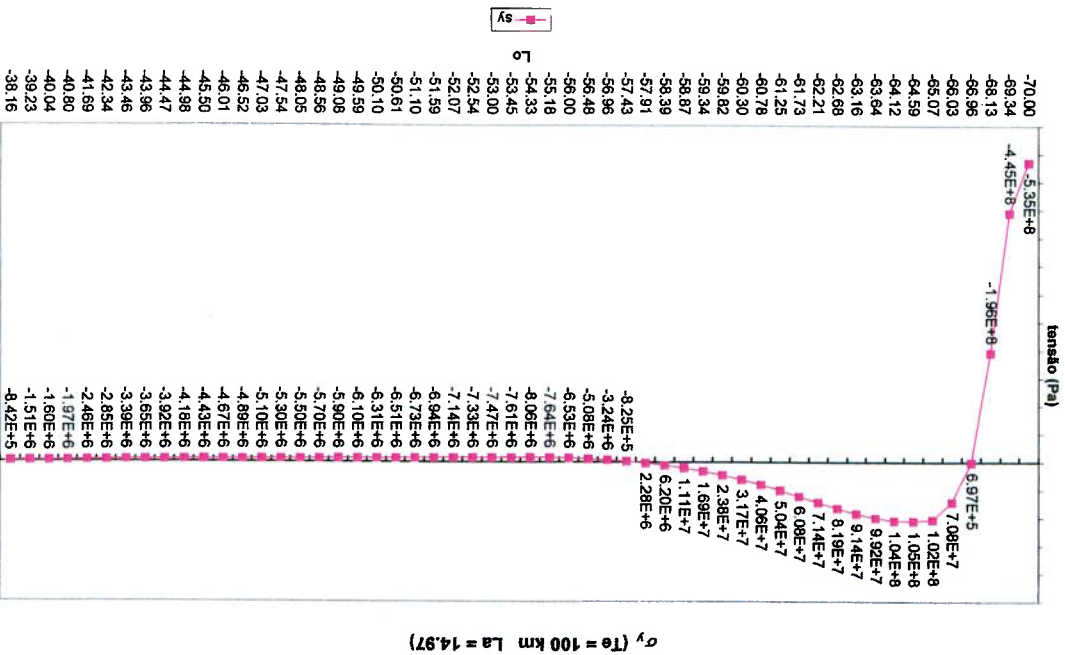


Gráfico 12 Tensão normal longitudinal  $\sigma_y$  da ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km,  $L_a = 16,06$ S).

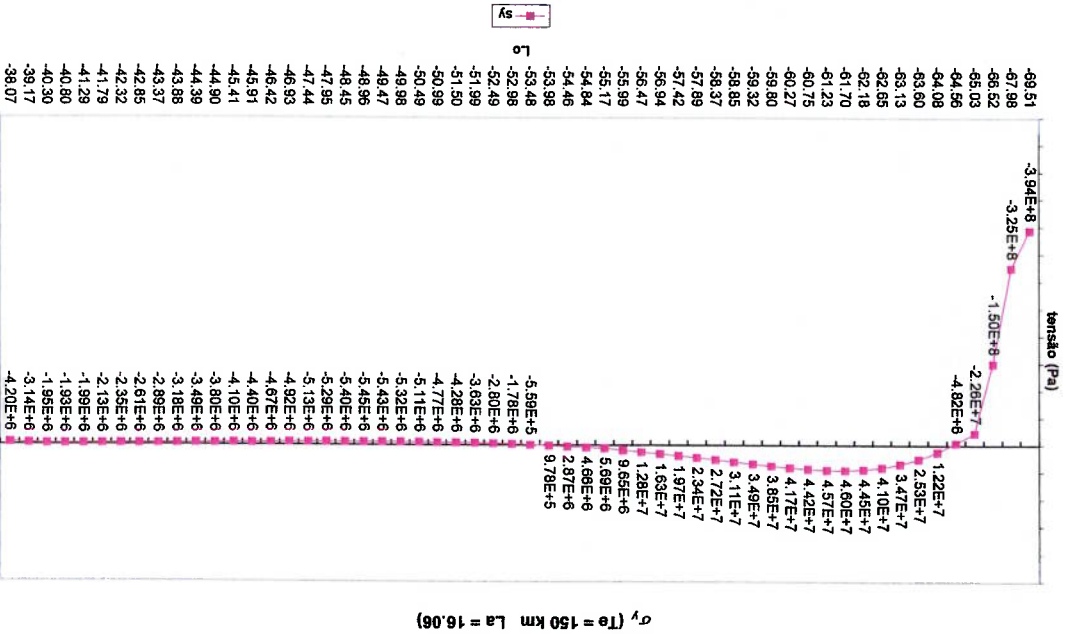




Figura 110 Tensão normal longitudinal  $\sigma_y$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$  km).

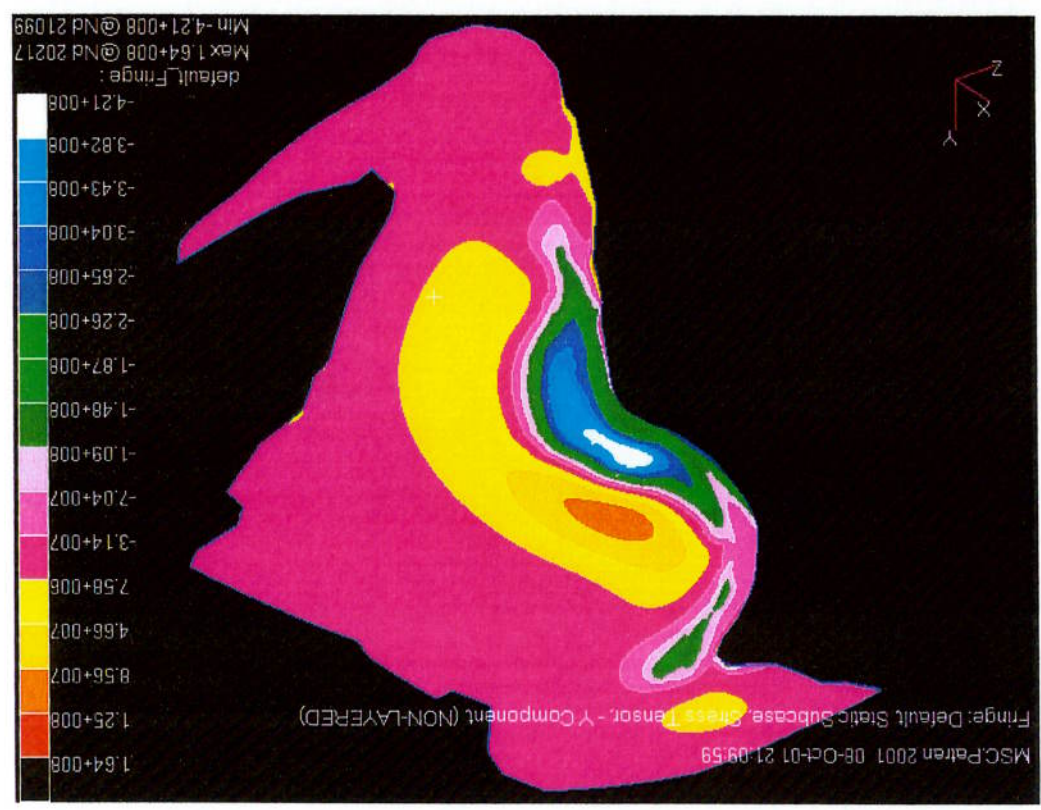


Figura 109 Tensão normal longitudinal  $\sigma_y$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$  km).





Figura 112 Tensão longitudinal  $\sigma_y$ : detalhe da ombreira flexural para  $T_e = 150$  km e paralelo escolhido (em vermelho) para traçar as curvas de  $\sigma_y$  no sentido oeste-leste:  $L_a = 16,06^\circ S$ . Notar que os máximos de  $T_X$  e de  $\sigma_y$  têm analogia, não coincidência.

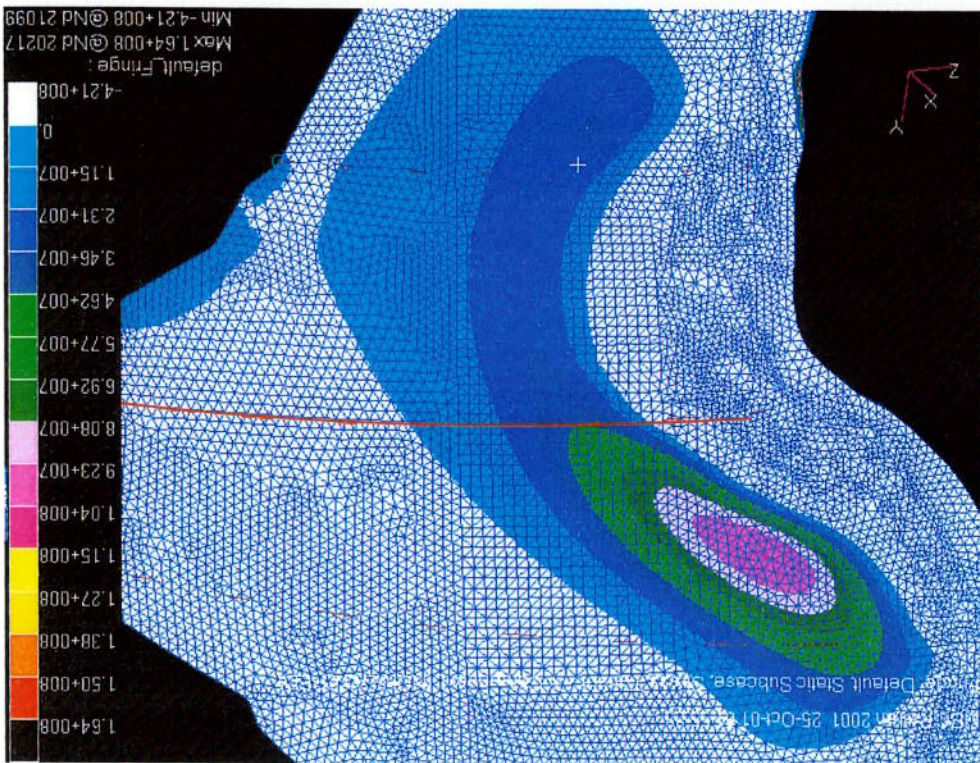
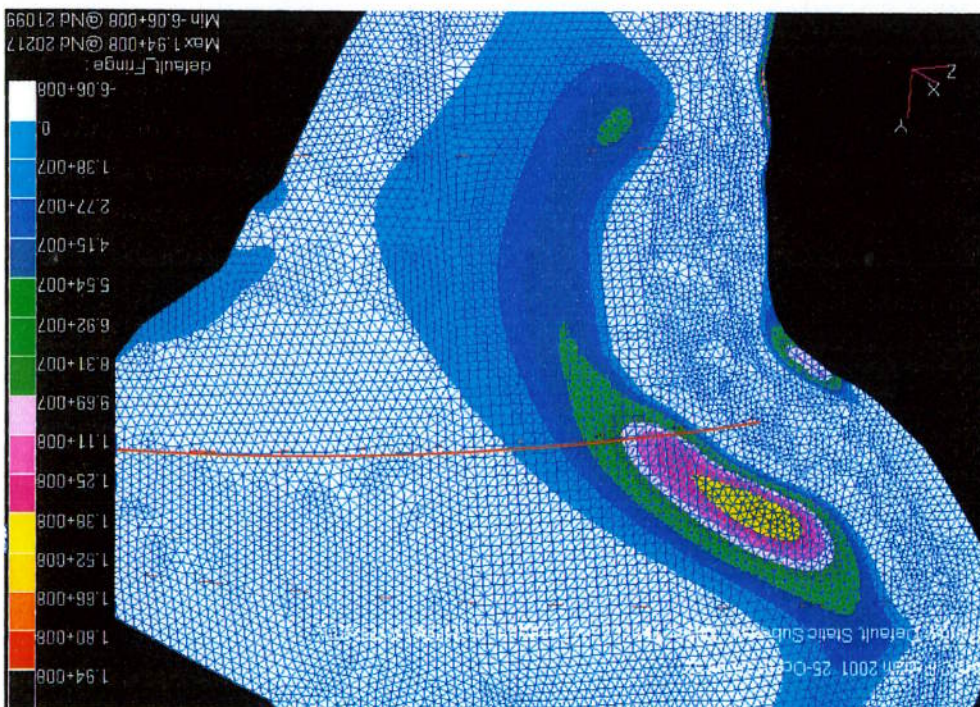


Figura 111 Tensão longitudinal  $\sigma_y$ : detalhe da ombreira flexural para  $T_e = 100$  km e paralelo escolhido (em vermelho) para traçar as curvas de  $\sigma_y$  no sentido oeste-leste:  $L_a = 14,97^\circ S$ . Notar que os máximos de  $T_X$  e de  $\sigma_y$  têm analogia, não coincidência.





#### 4.7 Tensão Normal Latitudinal $\sigma_z$

Os resultados da tensão normal latitudinal  $\sigma_z$  referentes à toda a litosfera continental da Placa Sul-Americana são mostrados na Tabela 23 e da Figura 113 à Figura 114. Os resultados referentes à ombreira flexural na região do Pantanal são mostrados na Tabela 23 e do Gráfico 13 ao Gráfico 14.

**Tabela 23 Tensão normal latitudinal  $\sigma_z$  na litosfera continental da Placa Sul-Americana.**

Resultado	$T_e$ (km)	Máximo						Mínimo					
		Valor (Pa)		ID		La (°)		Valor (Pa)		ID		La (°)	
$\sigma_z$	150	9.35E+07	14580	-22.01	-61.73	-75.59	-4.75E+08	21091	-22.20	-67.31	-28.36		
	100	3.83E+08	19881	-20.65	-71.16		-6.63E+08	21091	-22.20	-67.31			
		Valor (Pa)		ID		La (°)		Valor (Pa)		ID		La (°)	
		N6		N6		N6		N6		N6		N6	
		$\Delta$ (%)		$\Delta$ (%)		$\Delta$ (%)		$\Delta$ (%)		$\Delta$ (%)		$\Delta$ (%)	

**Tabela 24 Tensão normal latitudinal máxima  $\sigma_z$  na ombreira flexural no Pantanal: valor tomado no mesmo paralelo do Pantanal (Gráfico 13 e Gráfico 14) e em toda a ombreira flexural (Figura 113 à Figura 114).**

Resultado	$T_e$ (km)	Valor no mesmo paralelo de TX no toda a ombreira flexural		Valor (Pa)		$\Delta$ (%)	
		Valor (Pa)	$\Delta$ (%)	Valor (Pa)	$\Delta$ (%)		
$\sigma_z$	150	7.00E+07	-22.76	9.40E+01	-45.98		
	100	9.07E+07		1.74E+02			
		Valor (Pa)		Valor (Pa)		$\Delta$ (%)	
		N6		N6		N6	
		$\Delta$ (%)		$\Delta$ (%)		$\Delta$ (%)	

(Figura 113 à Figura 114).

Gráfico 14 Tensão normal latitudinal  $\sigma_z$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km,  $L_a = 16,06$ S).

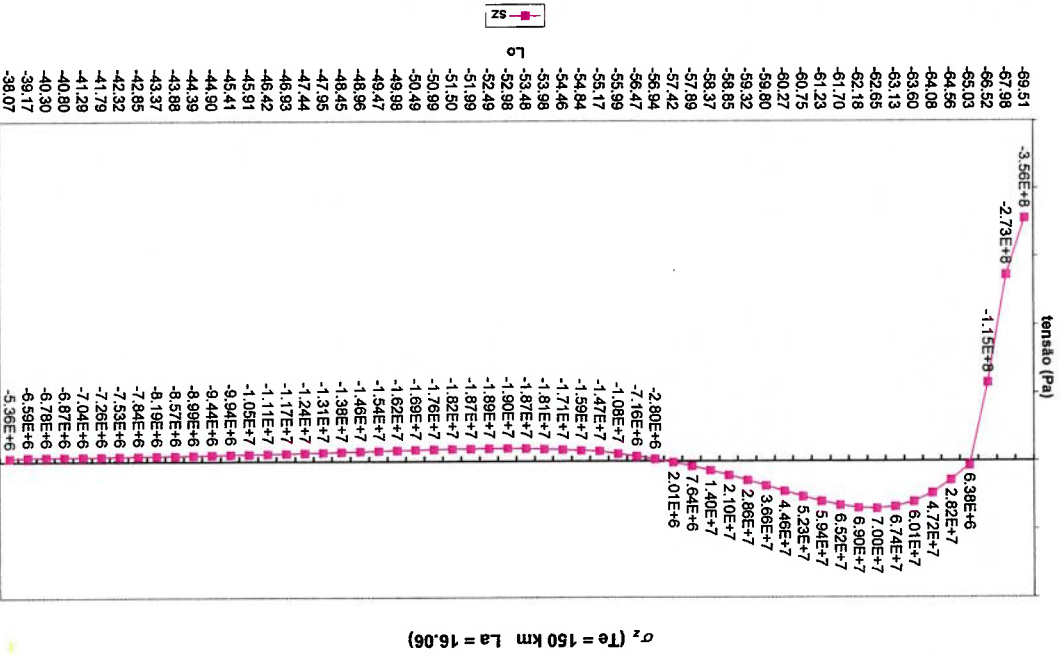


Gráfico 13 Tensão normal latitudinal  $\sigma_z$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$  km,  $L_a = 14,97$ S).

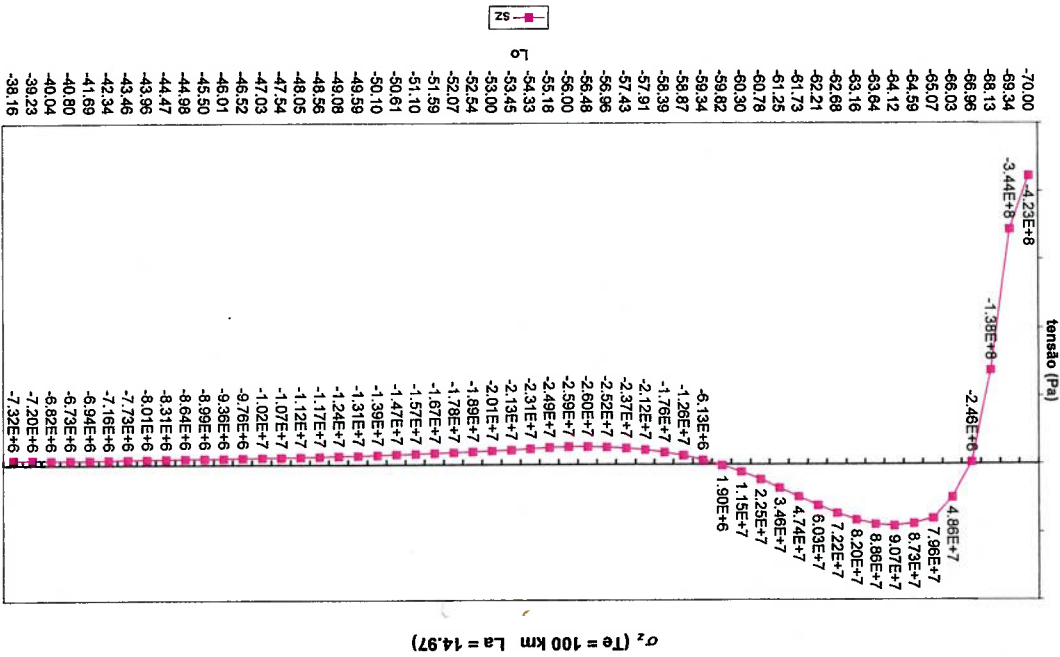


Figura 114 Tensão normal latitudinal  $\sigma_z$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$  km).

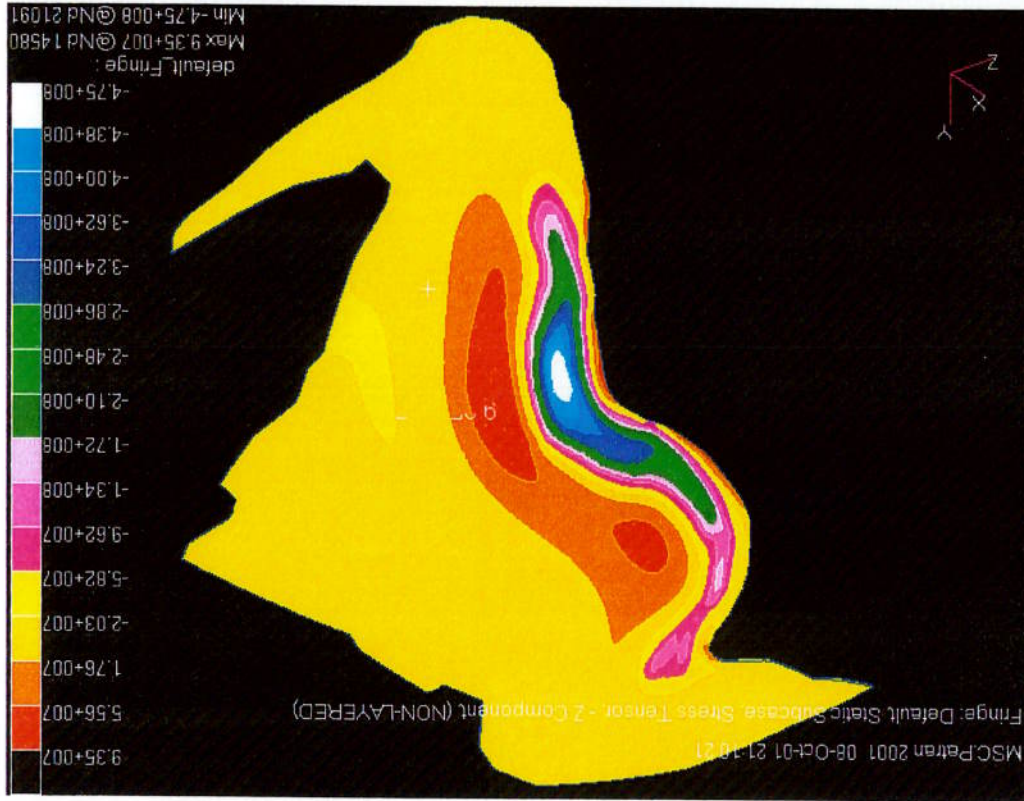


Figura 113 Tensão normal latitudinal  $\sigma_z$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$  km).



#### 4.8 Tensão de Cisalhamento no Plano Radial na Direção Longitudinal $\tau_{xy}$

Os resultados da tensão de cisalhamento no plano radial na direção longitudinal  $\tau_{xy}$  referentes à toda a litosfera continental da Placa Sul-Americana são mostrados na Tabela 25 e da Figura 115 à Figura 116. Os resultados referentes à ombreira flexural na região do Pantanal são mostrados do Gráfico 15 ao Gráfico 16.

Resultado	$T_e$ (km)	Valor (Pa)			Valor (Pa)			$\Delta$ (%)	$\Delta$ (%)	
		ID	La (°)	Lo (°)	ID	La (°)	Lo (°)			
$\tau_{xy}$	150	1.14E+08	12248	6.02	-78.20	-19.72	-2.60E+08	19898	-28.47	-72.03
	100	1.42E+08	12248	6.02	-78.20	-19.72	-2.19E+08	19898	-28.47	-72.03
		Máximo			Mínimo					

Tabela 25 Tensão de cisalhamento no plano radial na direção longitudinal  $\tau_{xy}$  na litosfera continental da Placa Sul-Americana.

Gráfico 16 Tensão de cisalhamento no plano radial na direcção longitudinal  $\tau_{xy}$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km,  $L_a = 16,06$ S).

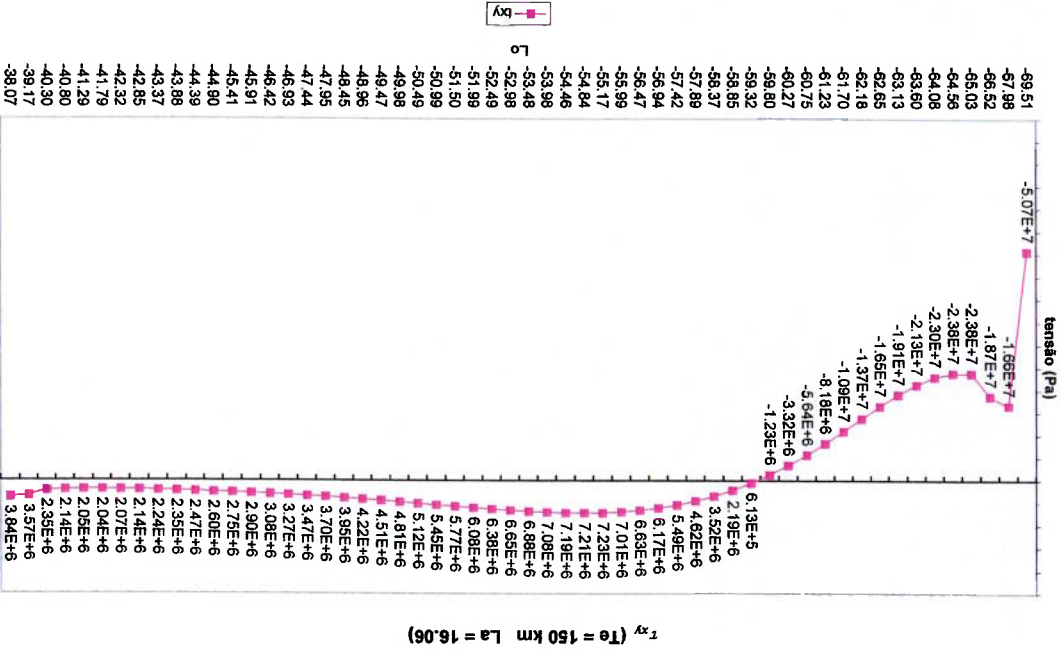


Gráfico 15 Tensão de cisalhamento no plano radial na direcção longitudinal  $\tau_{xy}$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$  km,  $L_a = 14,97$ S).

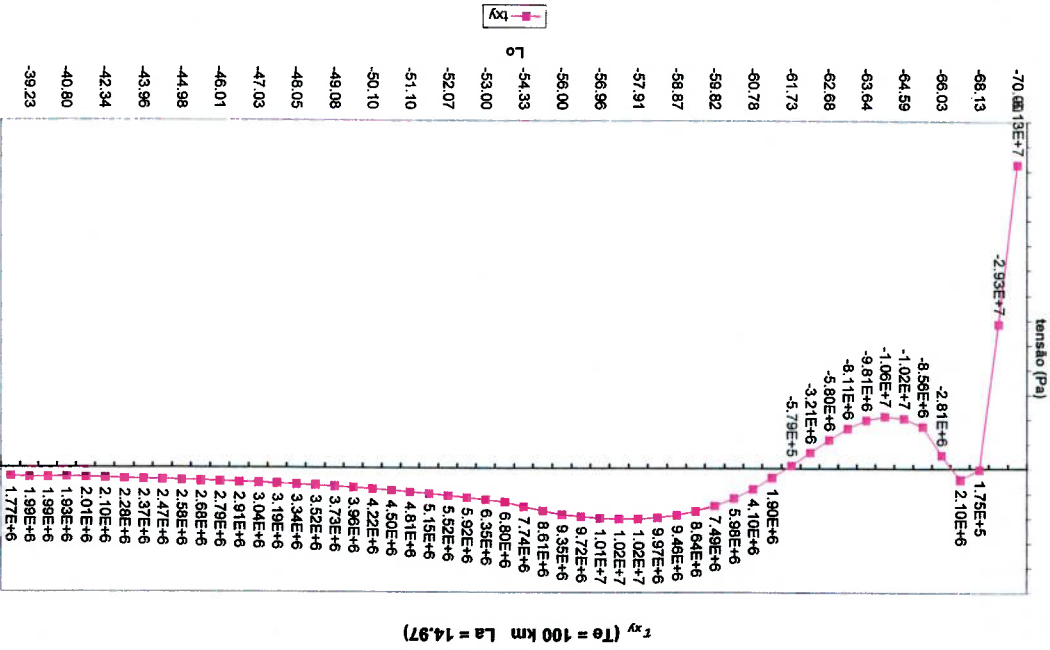
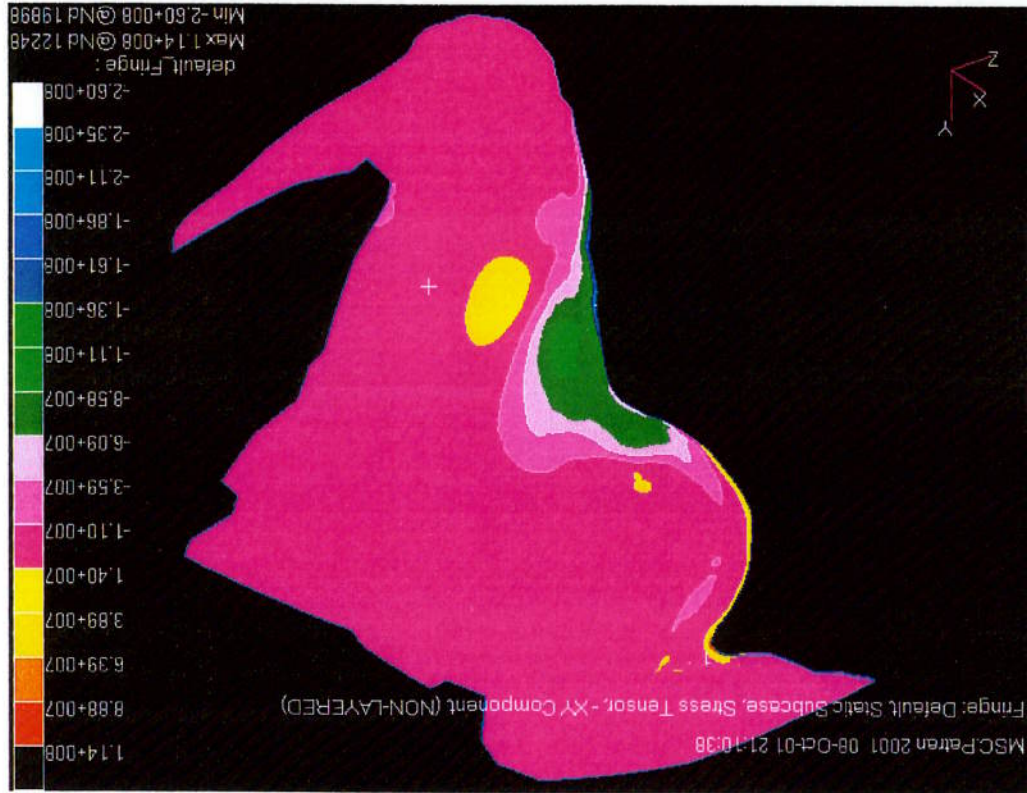




Figura 115 Tensão de cisalhamento no plano radial na direção longitudinal  $\tau_{xy}$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_s = 100$  km).



Figura 116 Tensão de cisalhamento no plano radial na direção longitudinal  $\tau_{xy}$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_s = 150$  km).



#### 4.9 Tensão de Cisalhamento no Plano Longitudinal na Direção Latitudinal $\tau_{yz}$

Os resultados da tensão de cisalhamento no plano longitudinal na direção latitudinal  $\tau_{yz}$  referentes à toda a litosfera continental da Placa Sul-Americana são mostrados na Tabela 26 e da Figura 117 à Figura 118. Os resultados referentes à ombreira flexural na região do Pantanal são mostrados do Gráfico 17 ao Gráfico 18.

Resultado	$T_e$ (km)	Valor (Pa)			$\Delta$ (%)	Valor (Pa)	ID			$\Delta$ (%)
		Máximo					Mínimo			
$\tau_{yz}$	100	1.79E+08	20887	-16.82	-69.34	-2.34E+08	19869	-16.62	-74.66	-28.21
	150	9.61E+07	20887	-16.82	-69.34	-1.68E+08	20219	-31.19	-72.43	

Tabela 26 Tensão de cisalhamento no plano longitudinal na direção latitudinal  $\tau_{yz}$  na litosfera continental da Placa Sul-Americana.



Gráfico 17 Tensão de cisalhamento no plano longitudinal na direcção latitudinal  $\tau_{yz}$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$  km,  $L_a = 14,97$ S).

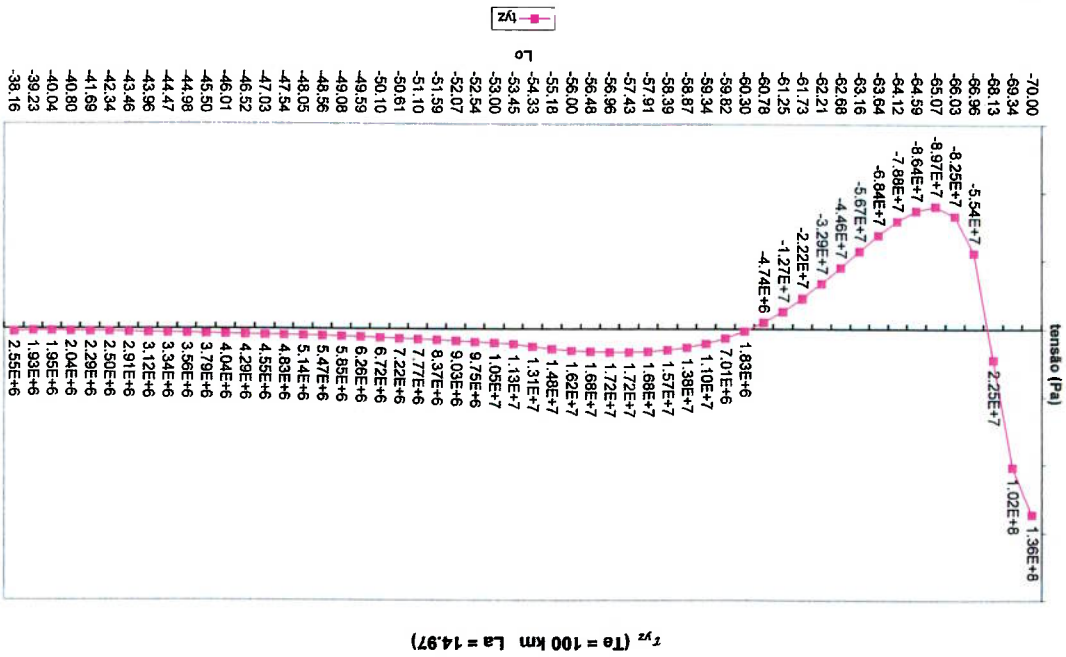


Gráfico 18 Tensão de cisalhamento no plano longitudinal na direcção latitudinal  $\tau_{yz}$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km,  $L_a = 16,06$ S).

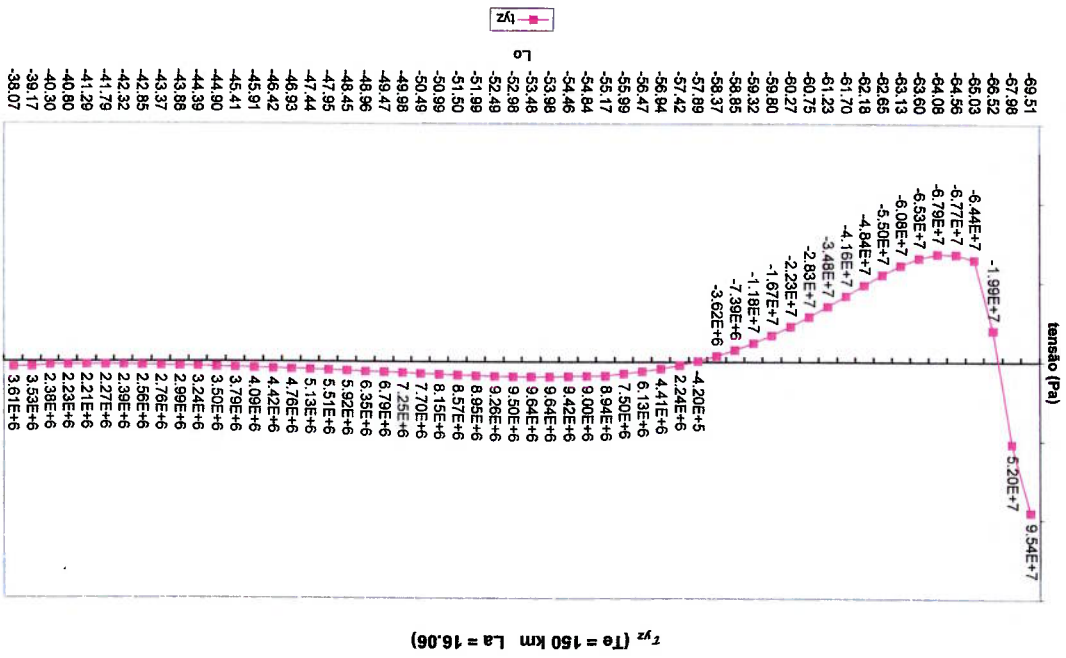


Figura 118 Tensão de cisalhamento no plano longitudinal na direção latitudinal  $\tau_{yz}$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$  km).

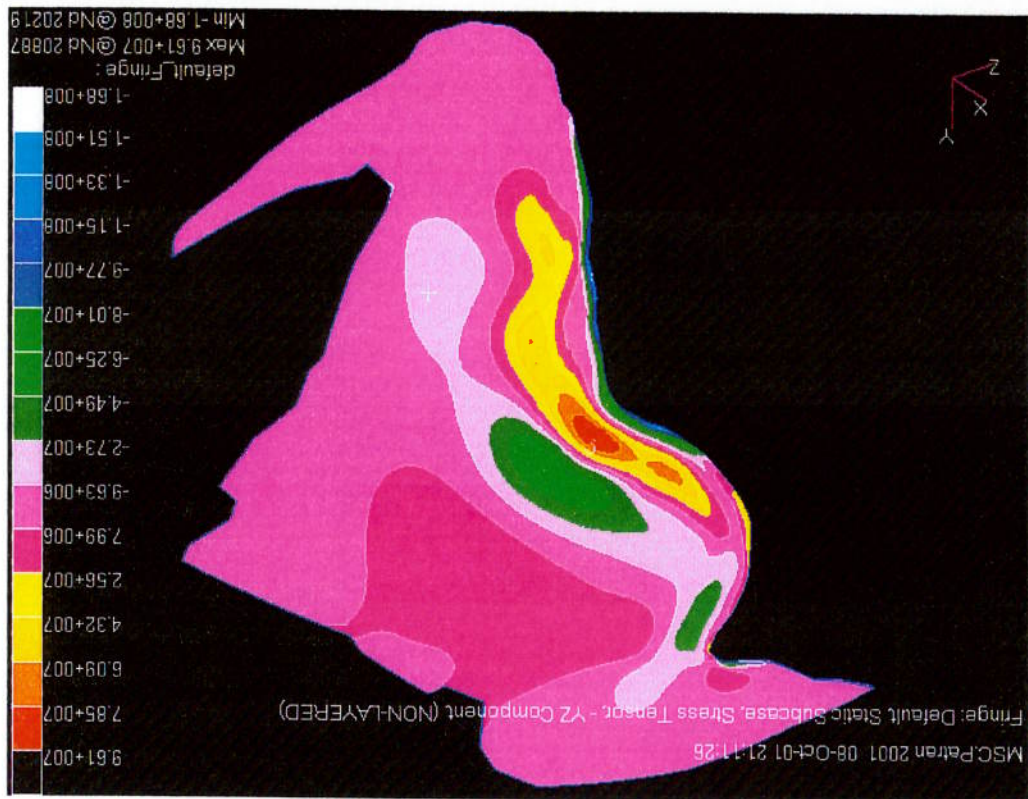
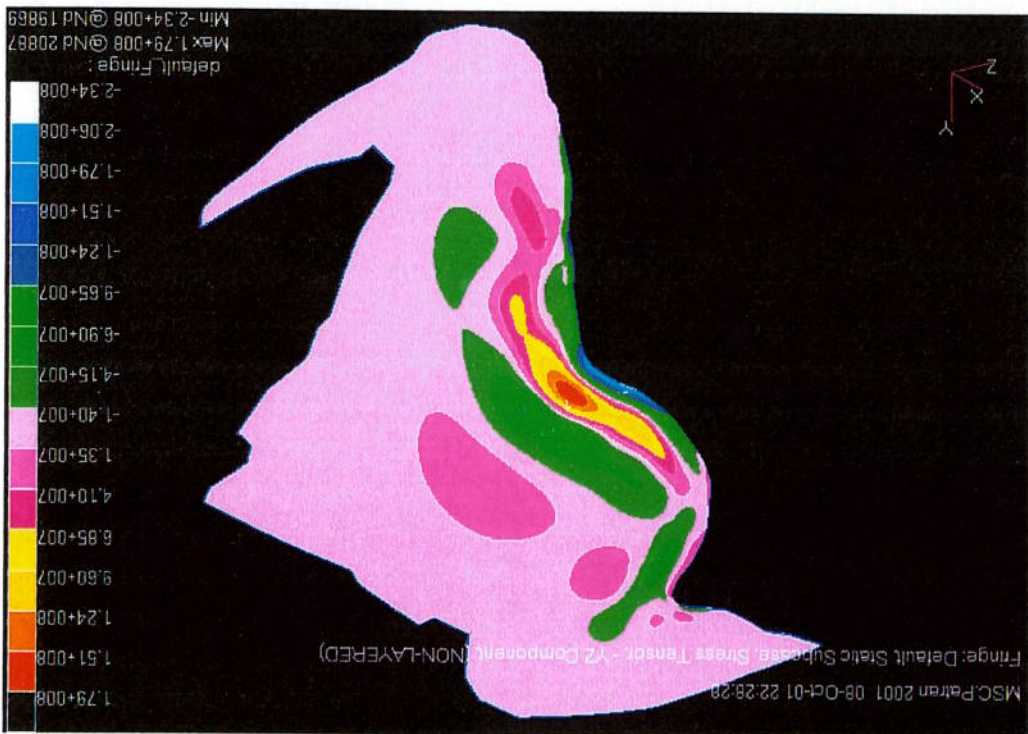


Figura 117 Tensão de cisalhamento no plano longitudinal na direção latitudinal  $\tau_{yz}$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$  km).



#### 4.10 Tensão de Cisalhamento no Plano Latitudinal na Direção Radial $\tau_{zx}$

Os resultados da tensão de cisalhamento no plano latitudinal na direção radial  $\tau_{zx}$  referentes à toda a litosfera continental da Placa Sul-Americana são mostrados na Tabela 27 e da Figura 119 à Figura 120. Os resultados referentes à ombreira flexural na região do Pantanal são mostrados do Gráfico 19 ao Gráfico 20.

Resultado	$T_0$ (km)	Valor (Pa)			N6			$\Delta$ (%)	
		ID	La (°)	Lo (°)	ID	La (°)	Lo (°)		
$\tau_{zx}$	150	1.13E+08	19862	-14.52	-77.01	-1.49E+08	21030	-23.50	-66.92
	100	1.34E+08	19862	-14.52	-77.01	-2.32E+08	21030	-23.50	-66.92
		Máximo			Mínimo				

Tabela 27 Tensão de cisalhamento no plano latitudinal na direção radial  $\tau_{zx}$  na litosfera continental da Placa Sul-Americana.

Gráfico 20 Tensão de cisalhamento no plano latitudinal na direção radial  $\tau_{rz}$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km,  $L_a = 16,06$ S).

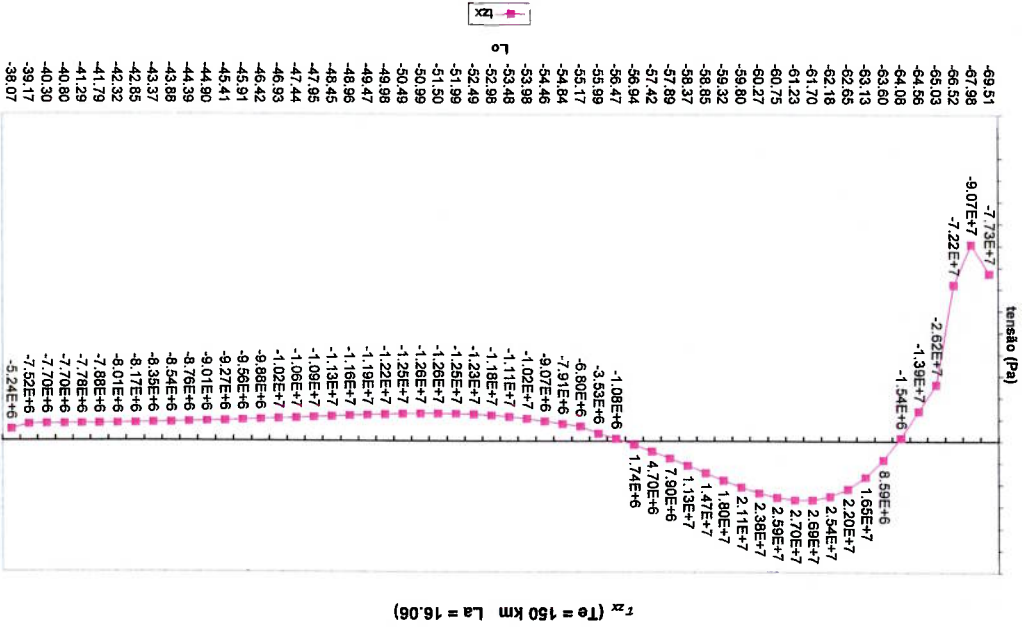


Gráfico 19 Tensão de cisalhamento no plano latitudinal na direção radial  $\tau_{rz}$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$  km,  $L_a = 14,97$ S).

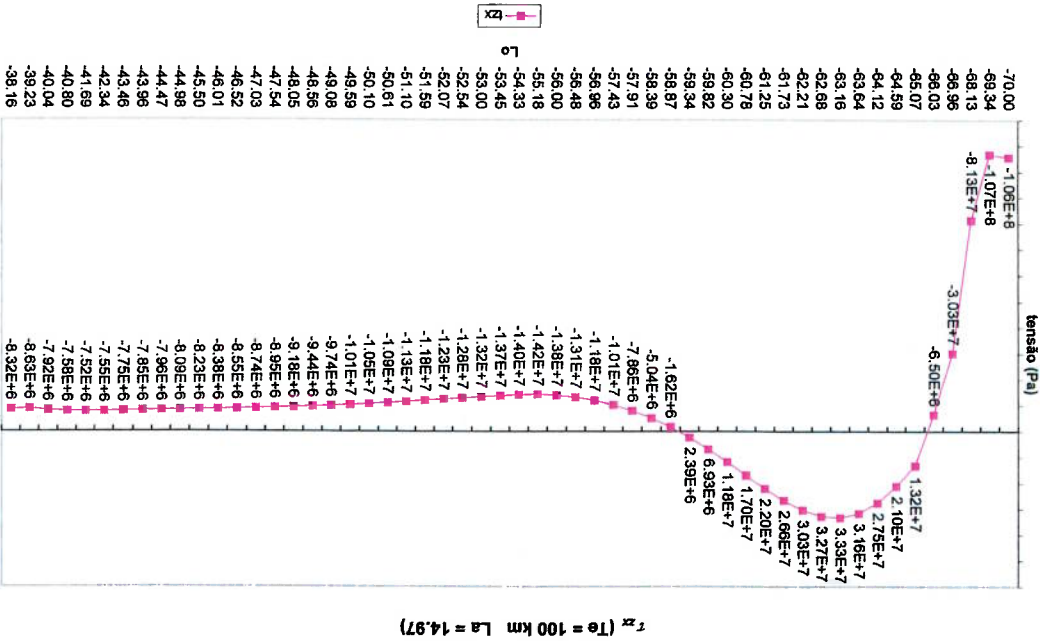
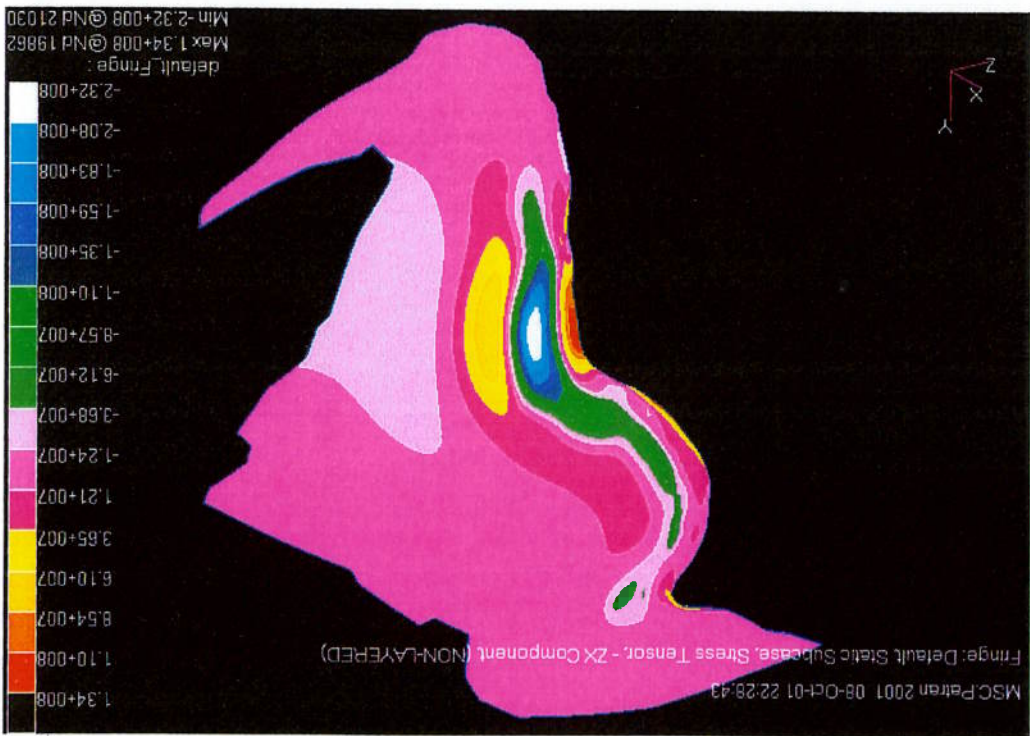




Figura 120 Tensão de cisalhamento no plano latitudinal na direção radial  $\tau_{xz}$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$  km).



Figura 119 Tensão de cisalhamento no plano latitudinal na direção radial  $\tau_{xz}$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$  km).



#### 4.11 Tensão Equivalente de Von Mises $\sigma_{VonMises}$

Os resultados da tensão equivalente de Von Mises  $\sigma_{VonMises}$  referentes à toda a

litosfera continental da Placa Sul-Americana são mostrados na Tabela 28 e da Figura 121 à Figura 122. Os resultados referentes à ombreira flexural na região do Pantanal

são mostrados do Gráfico 21 ao Gráfico 22.

A tensão de Von Mises é a tensão equivalente no interior do elemento e é

dada por:

$$\sigma_{VonMises} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2) + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

(Equação 6)

Tabela 28 Tensão equivalente de Von Mises  $\sigma_{VonMises}$  na litosfera continental da Placa Sul-Americana.

Resultado $T_e$ (km)	Valor (Pa)	Máximo			Mínimo				
		ID	La (°)	Lo (°)	ID	La (°)	Lo (°)		
150	5.99E+08	20219	-31.19	-72.43	3.81	5.77E+03	12287	15.19	-95.67
	20219	-31.19	-72.43	5.77E+03		12287	15.19	-95.67	
100	5.77E+08	21087	-23.69	-67.30	3.81	2.11E+03	12287	15.19	-95.67
	21087	-23.69	-67.30	2.11E+03		12287	15.19	-95.67	
		N6			N6			173.46	
		Valor (Pa)			Valor (Pa)			Δ (%)	





Figura 122 Tensão equivalente de Von Mises  $\sigma_{VonMises}$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$  km).

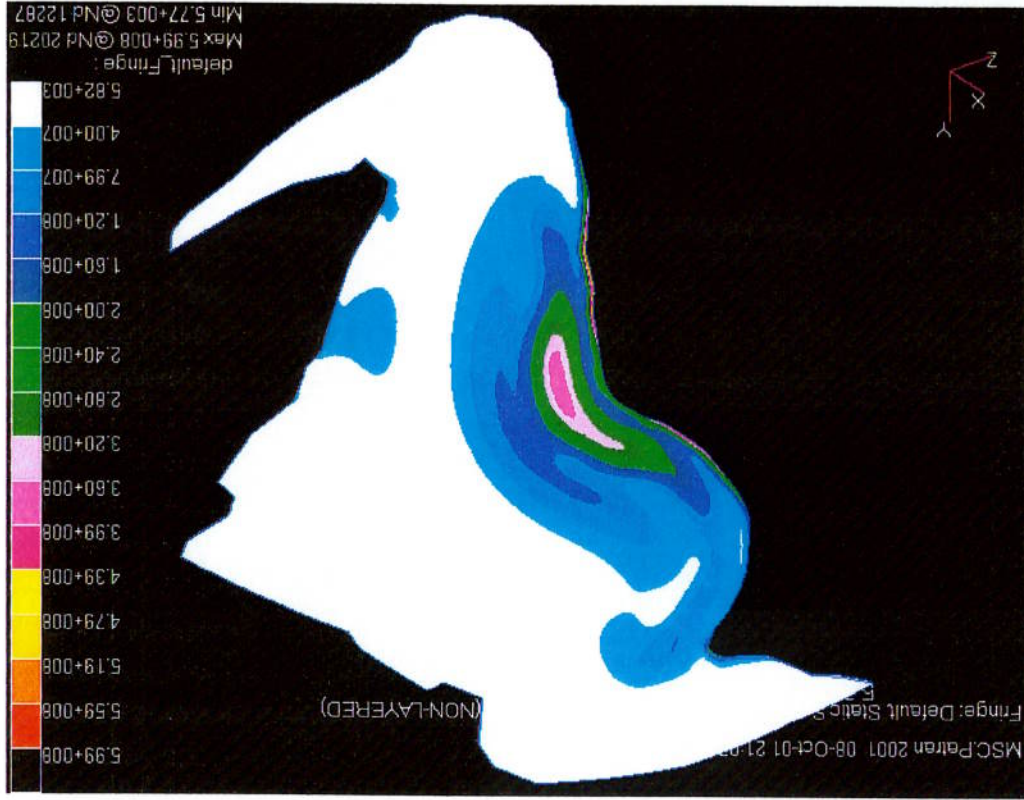
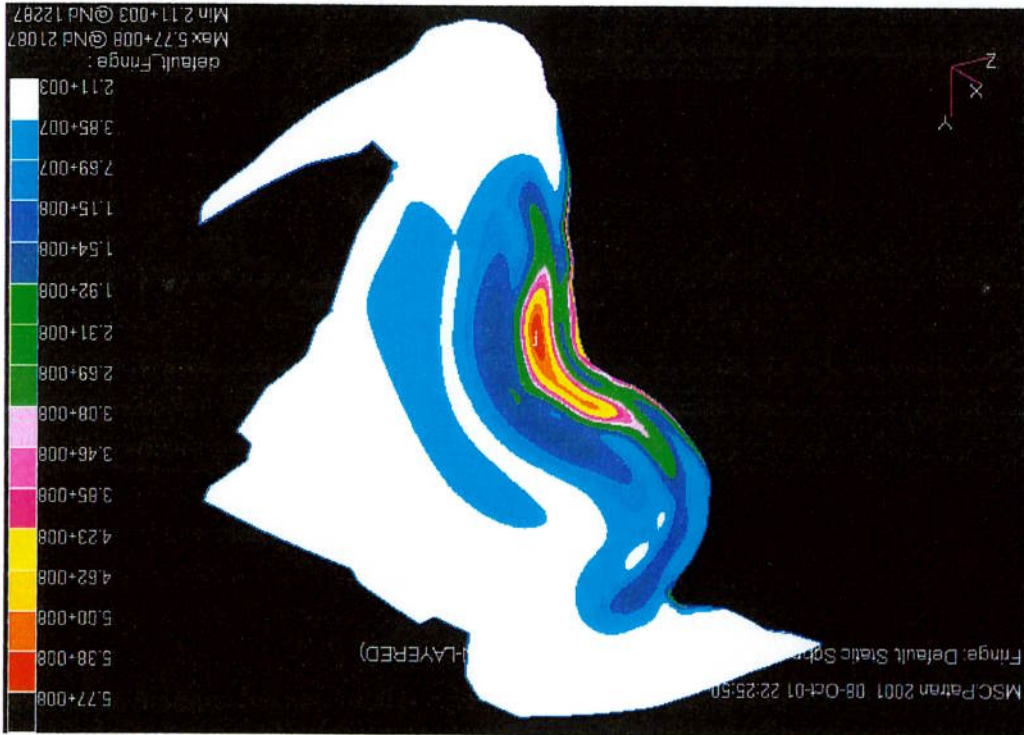


Figura 121 Tensão equivalente de Von Mises  $\sigma_{VonMises}$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$  km).



4.12 Tensão Principal Máxima Horizontal  $\sigma_{max-yz}$

Os resultados da tensão principal máxima horizontal  $\sigma_{max-yz}$  referentes à toda a litosfera continental da Placa Sul-Americana são mostrados na Tabela 29 e da Figura 123 à Figura 124. Os resultados referentes à ombreira flexural na região do Pantanal são mostrados na Tabela 30 e do Gráfico 24 ao Gráfico 26.

A tensão principal máxima horizontal  $\sigma_{max-yz}$ , no sistema de coordenadas do modelo, é dada por:

$$\sigma_{max-yz} = \frac{(\sigma_y + \sigma_z)}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_y - \sigma_z)^2}{2} + \tau_{yz}^2}$$

(Equação 205)

A direção desta tensão, no sistema de coordenadas do modelo é dada pela inclinação  $\theta_{yz}$  de z em relação à y (o sentido anti-horário é positivo):

$$\theta_{yz} = 0.5 \arctan \left( \frac{-(\sigma_y - \sigma_z)}{2\tau_{yz}} \right)$$

(Equação 206)

Tabela 29 Tensão principal máxima horizontal  $\sigma_{max-yz}$  na litosfera continental da Placa Sul-Americana.

Resultado	$T_e$ (km)	Valor (Pa)		ID	La (°)	Lo (°)	$\Delta$ (%)	Valor (Pa)		ID	La (°)	Lo (°)	$\Delta$ (%)
		Máximo	Mínimo					Máximo	Mínimo				
$\sigma_{max-yz}$	150	2.69E+08	20219	-31.19	-72.43	-37.88	-3.46E+08	21013	-21.89	-67.22	-16.83		
		4.33E+08	19881	-20.65	-71.16	-4.16E+08	21087	-23.69	-67.30				
Resultado	100	Valor (Pa)		N6		Valor (Pa)		N6		Valor (Pa)		$\Delta$ (%)	
		Pantanal		Pantanal		flexural		flexural		flexural		flexural	

Tabela 30 Tensão principal máxima horizontal  $\sigma_{max-yz}$  na ombreira flexural no Pantanal: valor tomado no mesmo paralelo do Pantanal (Gráfico 23 e Gráfico 24) e em toda a ombreira flexural (Figura 123 à Figura 124).

Resultado	$T_e$ (km)	Valor (Pa)		$\Delta$ (%)	Valor (Pa)	$\Delta$ (%)	
		Máximo	Mínimo				
$\sigma_{max-yz}$	150	1.14E+08	-37.68	1.46E+02	-29.47		
		1.83E+08	2.07E+02				
Resultado	100	Valor (Pa)		Valor (Pa)		$\Delta$ (%)	
		Pantanal		Pantanal		flexural	

Gráfico 24 Tensão principal máxima horizontal  $\sigma_{max yz}$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km,  $La = 16,06^\circ S$ ).

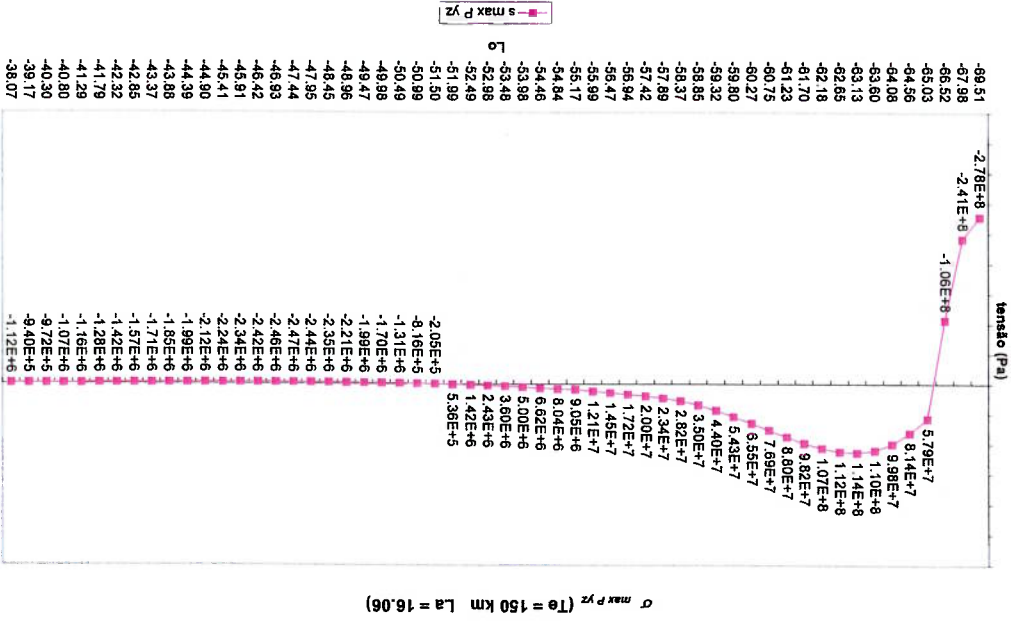
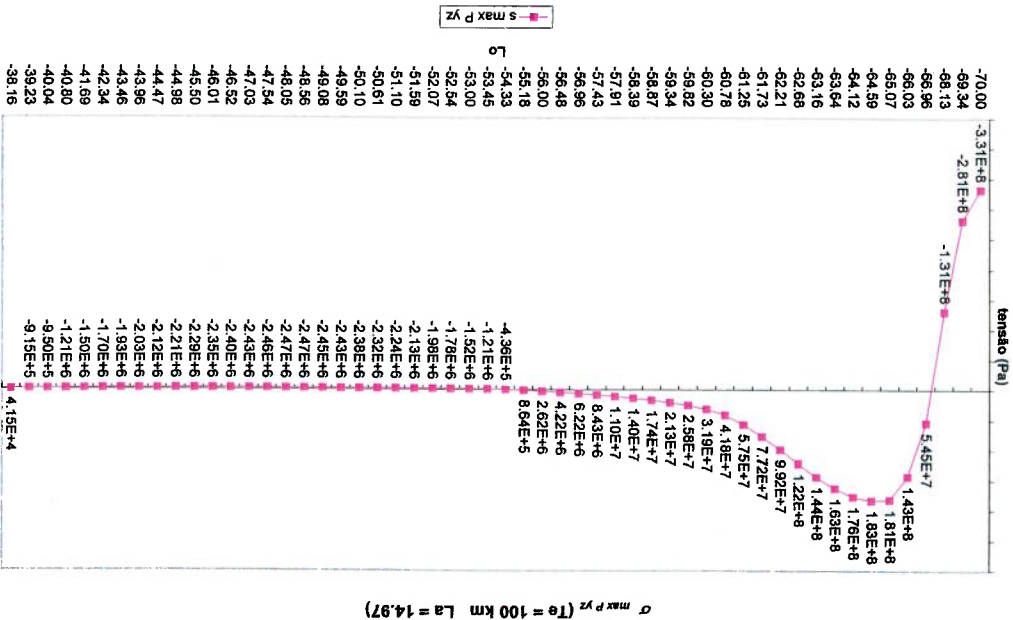
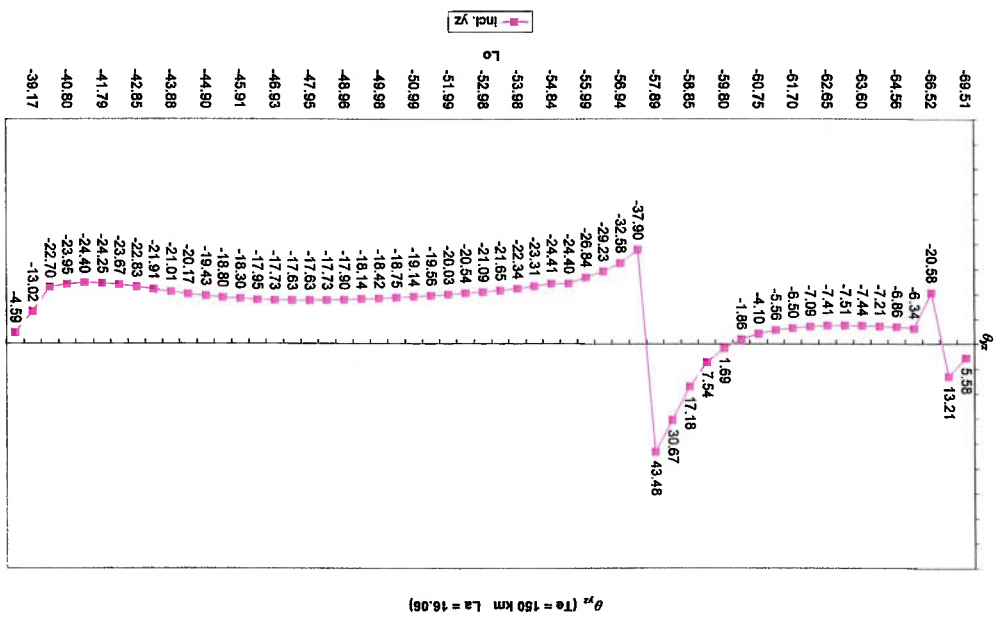


Gráfico 23 Tensão principal máxima horizontal  $\sigma_{max yz}$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$  km,  $La = 14,97^\circ S$ ).



**Gráfico 26** Inclinação  $\theta_{yz}$  ou direção de  $\sigma_{max,yz}$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 150$  km,  $L_a = 16,06^\circ S$ ).



**Gráfico 25** Inclinação  $\theta_{yz}$  ou direção de  $\sigma_{max,yz}$  na ombreira flexural no Pantanal ( $T_e = 100$  km,  $L_a = 14,97^\circ S$ ).

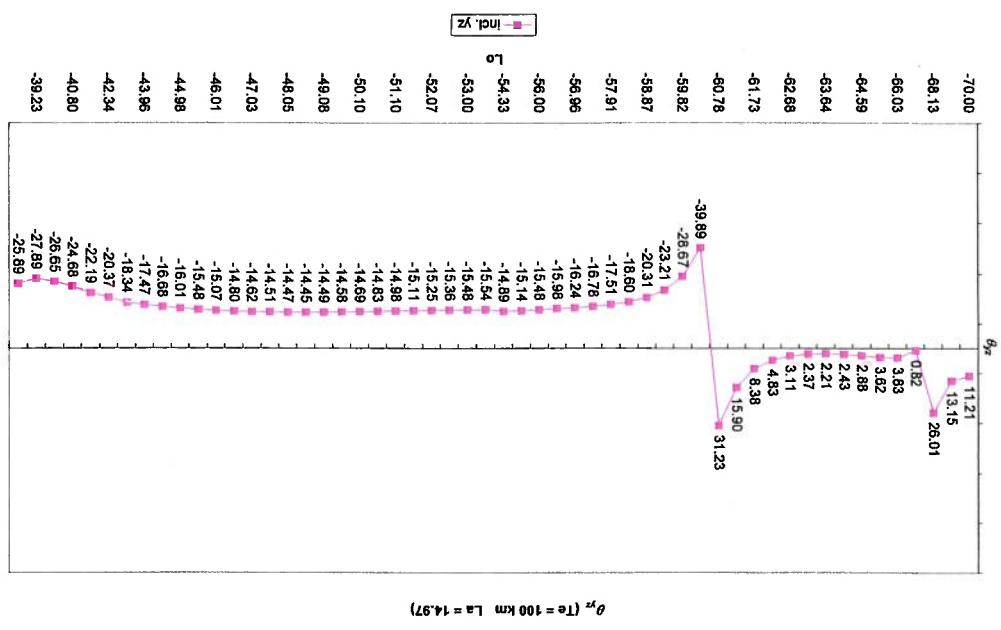




Figura 123 Tensão principal máxima horizontal  $\sigma_{max,yz}$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 100$  km).

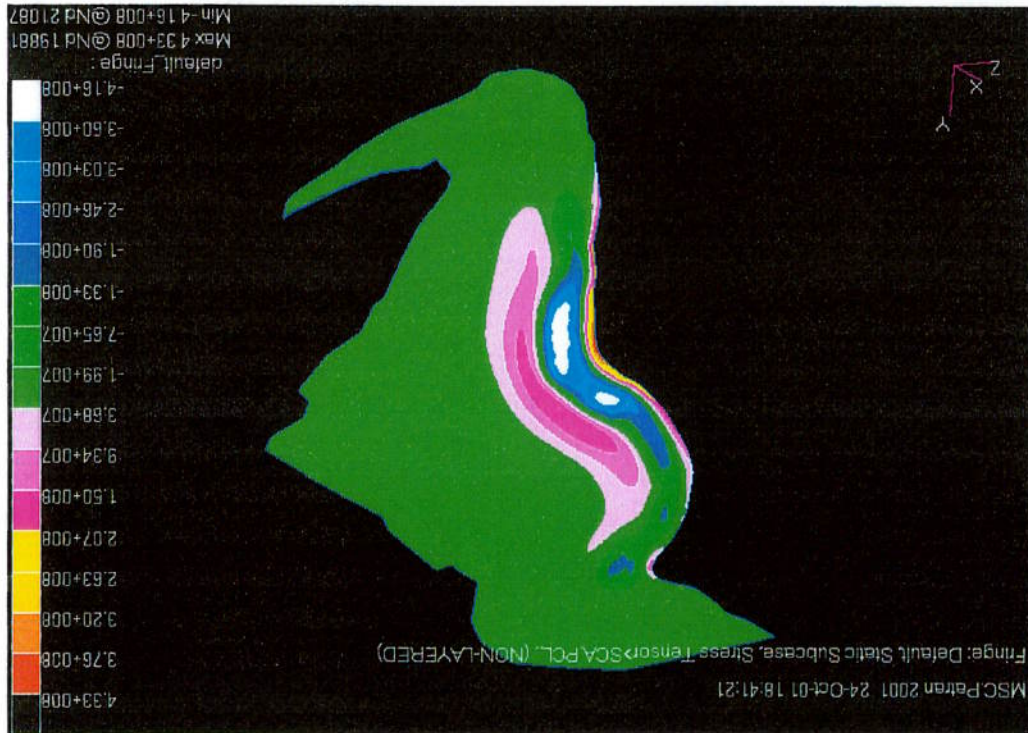


Figura 124 Tensão principal máxima horizontal  $\sigma_{max,yz}$  (Pa) na litosfera continental da Placa Sul-Americana ( $T_e = 150$  km).





## 5 DISCUSSÃO

### 5.1 Análise dos Resultados

Os resultados obtidos do deslocamento flexural ( $TX$ ) e das tensões normais horizontais ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  e  $\sigma_{\max, z}$ ) são comentados a seguir. Os parâmetros de medida da ombreira flexural para este programa são explicados no item 4.

#### Deslocamento Flexural:

A translação radial nodal  $TX$  significa o próprio deslocamento flexural linear  $w(y,z)$ , ou seja, a flexão da Placa Sul-Americana devido ao carregamento representado pela Cordilheira dos Andes em sua borda ocidental, logo, é o deslocamento mais significativo do modelo.

Quanto ao deslocamento longitudinal  $TY$  e latitudinal  $TZ$ , a análise dos resultados mostra que a ordem de grandeza destes movimentos não é significativa, se comparada com  $TX$ . Quanto ao deslocamento resultante  $T$ , desprende-se que  $TX$  é a sua principal componente.

Os resultados de  $TX$  (Figura 95 a Figura 100, Gráfico 1 a Gráfico 8 e Tabela 13 a Tabela 16) mostram que existe um ponto de flexão negativa (subsidiência) máxima, no oróclino da Bolívia, e duas regiões de flexão positiva (soerguimento) máximas, ao norte e ao sul do Pantanal, que constituem a ombreira flexural. Entre estes dois pontos, no Pantanal, a ombreira flexural tem a sua menor flexão positiva. O soerguimento ao norte do Pantanal é o maior em toda a placa ( $TX = +575$  m no caso de  $T_e = 100$  km).

Como o carregamento, representado pela Cordilheira dos Andes, alinha-se, principalmente, ao longo da latitude (sentido norte-sul), o deslocamento flexural  $TX$  da placa, que depende da distância do carregamento aplicado, apresenta-se nitidamente associado à variação da longitude (sentido oeste-leste). Portanto, embora se trate de um modelo 3-D,  $TX$  possui um comportamento análogo àquele num modelo 2-D: de oeste para leste, ocorre, sucessivamente, flexão negativa máxima nos Andes e flexão positiva máxima, esta última correspondente à ombreira flexural.

A comparação dos resultados para os dois casos de espessura da litosfera mostra que a placa de  $T_e = 100$  km, que é menos rígida, possui flexão máxima negativa e flexão máxima positiva de amplitude maior, comprimento menor, largura

menor e distância do carregamento aplicado menor que a placa de  $T_e = 150$  km.

O corolário da diminuição da rigidez é o aumento do carregamento aplicado: a subducção do Escudo Amazônico dos Andes provoca o soerguimento progressivo desta cordilheira e, como consequência, o aumento do carregamento sobre a Placa Sul-Americana. O aumento do carregamento, por sua vez, faz a ombreira flexural sofrer um progressivo aumento da amplitude e diminuição do comprimento, da largura e da distância em relação ao carregamento aplicado.

Logo, os resultados para  $TX$  permitem concluir as seguintes relações entre o carregamento e a rigidez flexural da placa:

- A amplitude da flexão é inversamente proporcional à rigidez da placa e diretamente proporcional ao carregamento aplicado.
- O comprimento da flexão é diretamente proporcional à rigidez da placa e inversamente proporcional ao carregamento aplicado.
- A largura da ombreira flexural é diretamente proporcional à rigidez da placa e inversamente proporcional ao carregamento aplicado.
- A distância da ombreira flexural ao carregamento aplicado é diretamente proporcional à rigidez da placa e inversamente proporcional ao carregamento aplicado.

aplicado.

Portanto, os resultados obtidos concordam com as fórmulas dos modelos das placas da litosfera dentro da Teoria da Elasticidade, ou seja, como placas sujeitas à flexão, justificando a validade da analogia do termo "placa" em Geofísica e em Resistência dos Materiais.

Como foi explicado no item 2.4.3 e confirmado pelos resultados deste trabalho, embora o progressivo soerguimento dos Andes desloque a ombreira flexural para oeste, a velocidade de subducção do Escudo Amazônico de baixo da Cordilheira dos Andes é maior que esta aproximação da ombreira flexural em direção à Cordilheira dos Andes, adotando um referencial fixo na Placa Sul-Americana, a ombreira flexural desloca-se para leste.

O encurtamento crustal desde o início da orogênese andina foi estimado entre cerca de uma e três centenas de quilômetros (item 2.4.2). Neste trabalho, não é possível avaliar o deslocamento da ombreira flexural neste intervalo de tempo, uma vez que a Placa Sul-Americana foi representada conforme a sua configuração atual.

Contudo, apenas como referência, neste trabalho, a diferença de posição da ombreira flexural na latitude do Pantanal, conforme dados da Tabela 14, é de 2,63° (cerca de 290 km), ou seja, da mesma ordem de grandeza que o encurtamento crustal estimado.

#### Tensão Normal Longitudinal:

As tensões normais horizontais são as mais importantes para avaliar a flexão. A tensão normal longitudinal  $\sigma_y$ , medida no elemento, é decorrente da flexão da Placa Sul-Americana ao longo da sua longitude, devido ao carregamento, representado pela Cordilheira dos Andes, aplicado na sua extremidade ocidental. É a tensão mais representativa do modelo, uma vez que possui uma distribuição de valores associada à ombreira flexural, no sentido oeste-leste.

Os resultados de  $\sigma_y$  (Figura 109 a Figura 112, Gráfico 11 a Gráfico 12 e Tabela 21 a Tabela 22) mostram que existe um ponto de tensão negativa (compressão) máxima, no oróclino da Bolívia (subsidência), e dois pontos de flexão positiva (tração) máximas, ao norte e ao sul do Pantanal (soerguimento), que pertencem à ombreira flexural. Entre estes dois pontos, no Pantanal, ocorre o menor valor de tração de  $\sigma_y$ . A leste da ombreira flexural,  $\sigma_y$  volta a ser de compressão. Ao norte do Pantanal,  $\sigma_y$  atinge o seu maior valor de tração na ombreira flexural.

Logo, há uma analogia entre a distribuição dos valores de  $\sigma_y$  e de  $TX$  ao longo da longitude, embora esta analogia não signifique coincidência, como se verifica na Tabela 22 e na Figura 111 à Figura 112. Como a tensão é uma derivada de segunda ordem do deslocamento em relação às coordenadas geográficas  $y$  e  $z$  - ou longitude e latitude (item 2.1.2.2.2), devido a esta influência da longitude, neste modelo 3-D,  $\sigma_y$  também apresenta comportamento análogo àquele num modelo 2-D. A análise dos resultados de  $\sigma_y$  permite concluir que o valor do módulo da tensão normal longitudinal é, analogamente à amplitude do deslocamento, inversamente proporcional à rigidez da placa e diretamente proporcional ao carregamento aplicado.

#### Tensão Normal Latitudinal:

A tensão normal latitudinal  $\sigma_z$ , medida no elemento, é decorrente da flexão da placa da Placa Sul-Americana ao longo da sua latitude, devido ao carregamento, representado pela Cordilheira dos Andes, que se alinha nesta direção norte-sul. É a

segunda tensão mais representativa do modelo, uma vez que esta associada às singularidades do carregamento no sentido norte-sul, como o oróclino da Bolívia, que só são possíveis de serem analisadas num modelo 3-D.

Os resultados de  $\sigma_z$  (Figura 113 a Figura 114, Gráfico 13 a Gráfico 14 e Tabela 29 a Tabela 30) mostram que existe um ponto de tensão negativa (compressão) máxima no oróclino da Bolívia (subsidência), um ponto de tensão positiva (tração) máxima na região da ombreira flexural (soerguimento) e novamente, valores negativos a leste da ombreira flexural. Os maiores valores de tração de  $\sigma_z$  ocorrem na ombreira flexural, na latitude do Pantanal, que é aquela mais próxima do oróclino da Bolívia. Esta concentração de tensão é devido à forma singular da Cordilheira dos Andes nesta região, cujo efeito só é possível avaliar num modelo 3-D que considere o contorno da placa e do carregamento analisados.

A análise dos resultados de  $\sigma_z$  permite concluir que o valor do módulo da tensão normal latitudinal é, analogamente à amplitude do deslocamento, inversamente proporcional à rigidez da placa e diretamente proporcional ao carregamento aplicado.

#### Tensão Principal Horizontal:

A tensão principal horizontal  $\sigma_{max,yz}$  mostra a tensão atuante no plano horizontal. Na sua fórmula (Equação 205), os dois principais componentes que contribuem para o seu valor, neste estudo, são  $\sigma_y$  e  $\sigma_z$ . O comportamento da ombreira flexural esperado será determinado por  $\sigma_{max,yz}$ : sendo um soerguimento, a sua superfície deve sofrer tração, logo  $\sigma_{max,yz}$  será positiva neste local. Existindo tração na superfície da litosfera, como esta apresenta comportamento frágil, conforme o diagrama de Byerlee (item 2.3.8), poderá ocorrer ruptura da crosta e ocasionar os processos tectônicos descritos no item 2.4.3.

Os resultados de  $\sigma_{max,yz}$  (Figura 123 a Figura 124, Gráfico 23 a Gráfico 26 e Tabela 29 a Tabela 30) mostram valores de tração na superfície da ombreira flexural. Seu valor máximo de tração ocorre na ombreira flexural, ao norte do Pantanal, decrescendo progressivamente em direção ao sul, embora mantendo valores de tração em toda a ombreira flexural. Este comportamento é devido à contribuição de  $\sigma_y$ , que atinge seu valor máximo de tração na ombreira flexural ao norte do Pantanal, e à

contribuição de  $\sigma_2$ , que atinge seu valor máximo de tração na latitude do Pantanal, devido ao oróclino da Bolívia. O valor máximo de tração de  $\sigma_{max\ yz}$ , que ocorre na ombreira flexural, ao norte do Pantanal, é de 146 MPa ( $T_e = 150$  km) e de 207 MPa ( $T_e = 100$  km). A oeste da ombreira flexural,  $\sigma_{max\ yz}$  assume valores de compressão, cujo máximo, no oróclino da Bolívia, é de 346 MPa ( $T_e = 150$  km) e de 416 MPa ( $T_e = 100$  km). A leste da ombreira flexural,  $\sigma_{max\ yz}$  também assume valores de compressão, mas não ultrapassa 3 MPa.

Quanto à direção de  $\sigma_{max\ yz}$ , indicada pelo ângulo  $\theta_{yz}$ , como mostram o Gráfico 23 ao Gráfico 26, os valores absolutos menores de  $45^\circ$  indicam que a sua principal componente é aquela longitudinal ( $\sigma_2$ ): de tração na ombreira flexural e de compressão fora dela.

Como explicado no item 2.3.6, o regime de tensão da litosfera é determinado a partir da relação entre três tensões atuantes na placa: tensão horizontal máxima de compressão ( $S_{Hmax}$ ), tensão horizontal mínima de compressão ou máxima de tração ( $S_{Hmin}$ ) e tensão vertical ( $S_v$ ). O valor obtido de  $\sigma_{max\ yz}$  neste trabalho poderá ser computado no cálculo de  $S_{Hmax}$  e de  $S_{Hmin}$ , mas não é igual ao de  $S_{Hmax}$  nem ao de  $S_{Hmin}$ , porque refere-se a forças de segunda ordem (cargas verticais que provocam flexão localizada), enquanto que  $S_{Hmax}$  e  $S_{Hmin}$  consideram todas as forças atuantes, inclusive aquelas de primeira ordem, que fogem ao objetivo deste estudo.

Para estimar a influência da força de segunda ordem analisada neste trabalho sobre o regime de tensão da placa, os estudos de Meijer; Wortel (1992) e de Coblenz; Richardson (1996) mostram que o regime de tensão predominante da Placa Sul-Americana é de compressão, no sentido leste-oeste, devido à movimentação da placa neste sentido e à colisão com a Placa Nazca. O valor médio de  $S_{Hmax}$  é de 20 MPa (Coblenz; Richardson, 1996). Por outro lado, o presente estudo constatou, como foi dito, que  $\sigma_{max\ yz}$  assume valores de compressão, de direção longitudinal, de 3 MPa, a leste da ombreira flexural. Portanto, conclui-se que dentro do regime de tensão da Placa Sul-Americana, o fenômeno flexural será importante localmente, na sua região ocidental, como fenômeno de segunda ordem, deixando para as forças de primeira ordem o papel determinante no regime de tensão.

## 5.2 Comparação com Resultados Analíticos

A comparação dos resultados deste modelo FEM 3-D sólido com os resultados do modelo analítico 2-D de placa de Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999) e do modelo analítico 3-D de placa de Shiraiwa (1994) mostra concordância qualitativa de achados: ao se diminuir a rigidez da placa, a ombreira flexural aumenta de amplitude e diminui o comprimento, a largura e a distância do carregamento aplicado.

O modelo de Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999), mostrado no item 2.4.5 e na Figura 45 à Figura 46 e na Tabela 2, por se tratar de uma formulação 2-D, considera apenas a latitude do oróclino da Bolívia (18,5°S), portanto, a ombreira flexural é considerada apenas em uma latitude. No caso com placa rompida, carga distribuída dos Andes e dos sedimentos na latitude do oróclino da Bolívia e utilizando  $T_e = 150$  km, os resultados são: nos Andes, flexão negativa máxima de 20 km (em 68°W); no Pantanal, a ombreira flexural possui amplitude máxima de 310 m (em 58°W) e comprimento de 700 km. No mesmo modelo, ao considerar casos menos rígidos ( $T_e = 50$  km e  $T_e = 100$  km), ocorre o mesmo que no modelo deste trabalho: a ombreira flexural aumenta de amplitude, diminui de comprimento e de distância da carga aplicada. Por se tratar de uma formulação 2-D, não é possível, no mesmo modelo, avaliar a largura da ombreira flexural.

O modelo de Shiraiwa (1994), mostrado no item 2.4.6, na Figura 47 à Figura 49 e na Tabela 3, por se tratar de uma formulação 3-D de placa infinita, considera a carga dos Andes ao longo da longitude e da latitude, mas não considera o contorno geográfico da placa. No caso com a carga dos Andes, sem cargas horizontais,  $T_e = 150$  km, os resultados são: nos Andes, flexão negativa máxima de 12,63 km (em 20,67°S, 67,58°W); na latitude do Pantanal, a ombreira flexural possui amplitude máxima de 310 m (em 20,67°S, 55,08°W), comprimento de 1000 km e distância da carga aplicada de 1396 km. Num caso menos rígido ( $T_e = 100$  km), estes resultados passam a ser: nos Andes, flexão negativa máxima de 16,04 km (em 20,92°S, 67,25°W); na latitude do Pantanal, a ombreira flexural aumenta a amplitude máxima para 430 m (em 22,33°S, 57,83°W), diminui o comprimento para 800 km e a distância do carregamento para 1064 km.

Ainda no mesmo modelo, a ombreira flexural atinge amplitudes maiores ao



sul do Pantanal (320 m no caso  $T_e = 150$  km) e ao norte do Pantanal (460 m no caso  $T_e = 100$  km). A amplitude máxima ocorre ao norte do Pantanal. Contudo, para este modelo 3-D, não é possível avaliar qual é o valor do soerguimento máximo da Placa Sul-Americana ao norte do Pantanal nem - por consequência - qual é a distância entre os dois soerguimentos máximos (largura da ombreira flexural), pois o modelo tem, como limite setentrional de resultados disponíveis, a latitude de  $10^\circ\text{S}$ .

O modelo FEM 3-D do presente estudo, conforme mostrado da Tabela 13 à Tabela 16, apresenta como resultados para o caso  $T_e = 150$  km: nos Andes, flexão negativa máxima de 10,6 km (em  $21,00^\circ\text{S}$ ,  $68,48^\circ\text{W}$ ); na latitude do Pantanal, a ombreira flexural possui amplitude máxima de 410 m (em  $16,06^\circ\text{S}$ ,  $56,95^\circ\text{W}$ ), comprimento de 1438 km e largura de 2998 km. A ombreira flexural atinge amplitudes maiores ao sul do Pantanal ( $447$  m, em  $29,72^\circ\text{S}$ ,  $57,16^\circ\text{W}$ ) e ao norte do Pantanal ( $536$  m, em  $4,52^\circ\text{S}$ ,  $66,38^\circ\text{W}$ ). Ao se considerar o caso menos rígido ( $T_e = 100$  km), os resultados passam a ser: nos Andes, flexão negativa máxima de 12,8 km (em  $21,40^\circ\text{S}$ ,  $67,73^\circ\text{W}$ ); na latitude do Pantanal, a ombreira flexural possui amplitude máxima de 438 m (em de  $14,97^\circ\text{S}$ ,  $59,34^\circ\text{W}$ ), comprimento de 1133 km e largura de 2951 km. A ombreira flexural atinge amplitudes ainda maiores ao sul do Pantanal ( $480$  m em  $30,58^\circ\text{S}$ ,  $30,04^\circ\text{W}$ ) e ao norte do Pantanal ( $575$  m em  $5,67^\circ\text{S}$ ,  $69,04^\circ\text{W}$ ).

Os valores dos resultados obtidos nos três modelos acima diferem quantitativamente, mas todos os resultados possuem a mesma ordem de grandeza. A diferença quantitativa de resultados dos três modelos deve-se à diferença de rigidez. Como explicado nos itens 2.1.2.2.1 a 2.1.2.2.4, existe uma ordem crescente de rigidez para sólido 3-D, placa 3-D, placa 2-D. Além disto, o modelo FEM, por incluir o contorno geográfico, introduz as suas singularidades, como o oróclino da Bolívia, que funcionam como fatores concentradores de tensão, de modo a tornar as tensões e deslocamentos ainda maiores.

Qualitativamente, os três modelos apresentam os mesmos resultados: com a progressiva diminuição da rigidez da placa, a ombreira flexural sofre o progressivo aumento de amplitude, diminuição do comprimento e da distância da carga.

Contudo, há discordância em relação a esta regra por parte da tensão principal horizontal. Considerando o caso  $T_e = 150$  km, no Pantanal, seu valor atinge 250 MPa no modelo 2-D e 146 MPa no modelo FEM 3-D. Isto pode ser explicado constatando

O presente estudo elaborou um modelo FEM 3-D sólido linear elástico da litosfera introduzindo representações não usuais na literatura a respeito, como mostrado na Introdução: resolução de 0,5°, curvatura terrestre, elementos sólidos e abordagem flexural. Com isto, foi possível avaliar a influência do peso dos Andes sobre processos tectônicos na Placa Sul-Americana, como a ombreira flexural, que influenciou a formação do Pantanal. Porém, podem ser feitas melhorias no modelo,

### 5.3 Sugestões Para Investigações Futuras

utilizado para resolução de equações diferenciais de modelos analíticos (item 2.5.4).

– Maior robustez em relação ao método das diferenças finitas, que é conforme a profundidade (item 3.4).

representar propriedades de materiais, condições de contorno e carregamentos

– Disposição em camadas sólidas, de modo a permitir avaliar as tensões e tensões de membrana.

– Permite modelar a curvatura terrestre, de modo a avaliar o efeito de

concentrador de tensões causado por singularidades geográficas (item 5.1).

– Permite delimitar o contorno geográfico, de modo a introduzir o efeito 2.1.2.2.4).

– Menor rigidez, de modo a tornar a análise mais confiável (itens 2.1.2.2.1 a

vantagens sobre os dois modelos analíticos precedentes:

Assim, constata-se que o modelo FEM 3-D sólido possui uma série de

deste fator, neste modelo, necessita de uma análise mais cuidadosa.

muito nos deslocamentos, mas sim nas tensões de membrana. Contudo, a influência

– Curvatura terrestre: como foi dito (item 2.5.3), a curvatura não influi

localmente, como o oróclino da Bolívia, o litoral do nordeste do continente, etc.

– Singularidades geográficas: agem como fatores concentradores de tensão

pode ser devido ao modelo FEM 3-D considerar os seguintes fatores:

comprimento da ombreira flexural no modelo FEM 3-D que no modelo 2-D. Isto

tensão principal horizontal também será menor. Resta entender o motivo do maior

ombreira flexural maior e de contorno mais suave no modelo FEM 3-D, então a

deslocamento em relação ao comprimento, ocorre que, sendo o comprimento da

(km) que no modelo 2-D (700 km). Como a tensão é a derivada de segunda ordem do

que também o comprimento da ombreira flexural é maior no modelo FEM 3-D (1133

futuramente, a fim de obter, com mais precisão, novas informações sobre estes processos.

O modelo 3-D é imprescindível. Modelos 2-D não consideram a influência de singularidades geográficas. Por isto, um modelo viscoso 2-D como o de Zuber; Parmentier (1996), que - como declararam os autores - serve para modelos flexurais (item 2.5.2), embora pudesse avaliar o comportamento flexural da litosfera ao longo de suas camadas, tem a sua aplicação reduzida, neste caso.

O modelo elástico, como mostraram Kamer, Steckler; Thorne (1983), também é imprescindível (item 2.3.9). Os resultados deste trabalho, de Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999) e de Shiraiwa (1994), usando o regime elástico, coadunam com dados experimentais gravimétricos (item 2.4.4).

O uso de elementos finitos também demonstrou sua importância (itens 3.4.2 a 3.4.3): permite avaliar as propriedades, tensões e deslocamentos das diversas camadas da litosfera e também servir como fundação elástica, simulando o empuxo da astenosfera.

A representação da curvatura terrestre também é importante. Além de avaliar as tensões de membrana, com o registro de dados geomáticos sendo fornecidos por coordenadas geográficas, a elaboração da malha de elementos finitos é simplificada. O mais importante a fazer, em modelos futuros, é considerar as propriedades da litosfera variando conforme profundidade e geografia.

Deve-se melhorar a forma de representar a variação das propriedades da litosfera ao longo da profundidade. Se em muitos estudos, os autores simplificam seus modelos elásticos através do uso propriedade única, por causa da formulação 2-analítica de placa (Ussami; Shiraiwa; Dominguez, 1999) ou por causa da formulação FEM 3-D com elementos de placa (Coblentz; Richardson, 1996), por outro lado, em outros estudos, os autores consideram modelos elásticos com litosfera estratificada por causa da formulação FEM 2-D axi-simétrica (Richardson; Coblentz, 1994), usando diversos módulos de rigidez, conforme a profundidade, tal como na Figura 54. Conhecendo a rigidez conforme a profundidade, será mais fácil aplicar critérios reológicos, como aquele de Byerlee (item 2.3.8), para cada camada específica.

Deve-se melhorar a forma de representar a variação das propriedades da litosfera ao longo da geografia. Os estudos de Watts; Lamb; Fairhead; Dewey (1995)

sobre a variação de espessura elástica da Placa Sul-Americana nos Andes podem ser de grande ajuda neste sentido. Isto evitaria, inclusive, a necessidade de modelar vários casos com diferentes valores de  $T_c$ .

Quanto ao conteúdo do carregamento, deve-se passar a considerar não só o peso da Cordilheira dos Andes, mas também o peso das bacias sedimentares, pois estas têm muita importância para o processo flexural. Sendo um modelo linear elástico, seu efeito poderá ser individualizado, dentro dos resultados.

Ainda quanto ao conteúdo do carregamento, podem ser consideradas as forças horizontais de movimentação da placa (forças de primeira ordem), usando os valores obtidos por Meijer, Wortel (1992) e as sugestões de Soofi, King (1999). Sendo um modelo linear elástico, também seu efeito poderá ser individualizado, dentro dos resultados. Com as tensões resultantes dos efeitos de primeira e de segunda ordem, será possível determinar o regime de tensão para a Placa Sul-Americana.

Quanto à representação do carregamento (item 3.8), ao invés de usar força distribuída na superfície do elemento (definido pelo MSC.Nastran como PLOAD4), pode-se aplicar massa não estrutural no elemento (definida pelo MSC.Nastran como NSM). Com isto, a distribuição dos esforços no elemento torna-se mais homogênea, evitando efeitos de concentração de tensão nas suas bordas, que podem deturpar os resultados.

Quanto às vinculações (item 3.7), muitas mudanças devem ser feitas. Neste presente modelo, restringiu-se toda a quinta camada de nós nas três direções do espaço, a fim de representar a continuidade da astenosfera com as camadas subjacentes do manto superior. Esta restrição parece adequada. No entanto, as restrições de movimentos longitudinais e latitudinais dos nós da borda da litosfera continental da Placa Sul-Americana que representam a continuidade com as camadas adjacentes da litosfera, devem ser analisadas. Mesmo sem considerar as forças horizontais de movimentação da placa, as condições de como se dá o contato entre as placas não são uniformes ao longo de todo o seu contorno. Apenas como exemplo, na latitude do oróclino da Bolívia, a Placa Nazca subduz debaixo da Placa Sul-Americana, porém, mais ao sul, no Chile, existem trechos onde é a Placa Sul-Americana que subduz debaixo da Placa Antártica.

Relacionado a este problema de vinculações no contorno da Placa Sul-

Americana, existe ainda o problema do encurtamento crustal (item 2.4.2), que também poderá ser representado, estabelecendo os limites ocidentais da Placa Sul-Americana e seu contato com a Placa Nazca no local adequado.

Outra importante mudança que deve ser acrescentada consiste em evitar os efeitos de concentração de tensão nas bordas da Placa Sul-Americana, pois seu contorno é cheio de singularidades (oróclino da Bolívia, litoral do nordeste do Brasil, etc.). Isto pode ser conseguido estendendo os limites do modelo (como feito por Bada; Horváth; Gerner; Fejes, 1999): acrescentar a litosfera oceânica da Placa Sul-Americana, a Placa Scotia, a Placa Nazca, a Placa Cocos e porções adjacentes da Placa Antártica. A Placa Caribe já foi incluída no presente modelo, devido à proveniência dos dados geomáticos.

Outros processos tectônicos poderão ser analisados após o aperfeiçoamento do model, como a ombreira flexural ao norte do Pantanal, que é um dos maiores soerguimentos do geóide na Placa Sul-Americana. Muitos terremotos podem estar associados a um processo flexural da crosta. Neste local (12,4°S, 57,3°W), em 1955, ocorreu um dos maiores terremotos registrado em áreas continentais do Brasil (Assumpção, 1992).

## 6 CONCLUSÃO

O modelo FEM 3-D sólido de análise estática linear elástica da Placa Sul-Americana, realizado através dos programas MSC.Patran e MSC.Nastran, permitiu avaliar o efeito da força de segunda ordem, representada pela Cordilheira dos Andes, aplicada na borda ocidental da placa, na formação de uma ombreira flexural que foi responsável por diversos processos tectônicos, como a formação do Pantanal.

O modelo consistiu de algumas peculiaridades: avaliou a flexão da litosfera continental da Placa Sul-Americana, que foi representada com resolução média de 0,5° e com a curvatura terrestre, através de quatro camadas de elementos sólidos pentavédricos e 139256 graus de liberdade.

O resultado mais significativo é a translação radial nodal (TX), que equivale ao deslocamento flexural  $w(y,z)$ . Ocorre uma flexão negativa (subsistência) máxima nos Andes, na região do oróclino da Bolívia, e dois pontos de flexão positiva (soerguimento ou ombreira flexural) máxima, ao norte e ao sul do Pantanal. Na latitude do Pantanal, a ombreira flexural atinge a sua menor amplitude e ao norte do Pantanal, a ombreira flexural atinge a sua maior amplitude.

A tensões normais horizontais - longitudinal ( $\sigma_y$ ) e latitudinal ( $\sigma_z$ ) - auxiliaram a compreender o comportamento da ombreira flexural como 3-D, ou seja, que este é influenciado não só pelo efeito longitudinal da distância do carregamento aplicado, representado pela Cordilheira dos Andes, mas também pelo efeito latitudinal concentrador de tensões de singularidades como o oróclino da Bolívia, que só é possível analisar numa concepção 3-D.

O modelo obteve concordância de resultados com os estudos analíticos de Shiraiwa (1994) e o de Ussami; Shiraiwa; Dominguez (1999), mostrando que quanto menor a rigidez da placa ou quanto maior o carregamento aplicado, a ombreira flexural aumenta de amplitude e diminui de comprimento, de largura e de distância do carregamento aplicado. A comparação de resultados consta, ainda, que existe uma ordem crescente de rigidez para: sólido 3-D, placa 3-D e placa 2-D.

As propostas de aperfeiçoamento do modelo incluem: a) considerar a variação das propriedades da litosfera ao longo da profundidade; b) considerar a variação da espessura elástica da litosfera com a geografia; c) considerar o encurtamento crustal no limite ocidental da Placa Sul-Americana; d) evitar fatores



concentradores de tensão nas bordas do modelo, através da ampliação dos seus limites pelo acréscimo das placas litosféricas vizinhas e da litosfera oceânica da Placa Sul-Americana; e) evitar fatores concentradores de tensão nas bordas dos elementos, através da representação da carga como massa não estrutural; f) inclusão do peso das bacias sedimentares no carregamento; g) inclusão das forças de primeira ordem no carregamento para determinação do regime de tensão da placa.

Assim, com o aperfeiçoamento deste modelo, poderá ser aprofundado o estudo de diversos processos tectônicos da Placa Sul-Americana, de modo a promover a aplicação crescente do FEM como um método preditivo em Geofísica.

## REFERÊNCIAS

- ALBERT, R.A.; PHILLIPS, R.J.; DOMBARD, A.J.; BROWN C.D. A test of the validity of yield strength envelopes with an elastoviscoplastic finite element model. *Geophysical Journal International*, v.140, n.2, p.399-409, 2000.
- ASSUMPÇÃO, M. The Regional Intraplate Stress Field in South America. *Journal of Geophysical Research*, v.97, pt.B, n.8, p.11889-11903, 30 July 1992.
- BADA, G.; HORVÁTH, F.; GERNER, P.; FEJES, I. Review of the present-day geodynamics of the Pannonian basin: progress and problems. *Journal of Geodynamics*, v.27, n.4-5, p.501-527, 1999.
- BEAUMONT, C.; FULLSACK, P.; HAMILTON, J. Styles of crustal deformation in compressional orogens caused by subduction of the underlying lithosphere. *Tectonophysics*, v.232, n.1-4, p.119-132, 1994.
- \_\_\_\_\_; QUILMAN, G. A geodynamic framework for interpreting crustal-scale seismic-reflectivity patterns in compressional orogens. *Geophysical Journal International*, v.116, n.3, p.754-783, 1994.
- BEER, F.P.; JOHNSTON Jr., E.R. *Mecânica Vetorial para Engenheiros: Dinâmica*. 3.ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1981. v.2. Cap.18.: Cinética dos Corpos Rígidos em Três Dimensões.
- \_\_\_\_\_. *Resistência dos Materiais*. 2.ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1989. p.46
- BELIAEV, N.M. *Strength of Materials*. Moscow: Mir, 1979. 647p.
- BIRD, F. Thin-plate and thin-shell finite-element programs for forward dynamic modeling of plate deformation and faulting. *Computers and Geosciences*, v.25, n.4, p.383-394, 1999.
- BROWN, C.D.; PHILLIPS, R.J. Crust-mantle decoupling by flexure of continental lithosphere. *Journal of Geophysical Research*, v.105, pt.B, n.6, p.13221-13237, 10 June 2000.
- BUTKOV, E. *Física Matemática*. Rio de Janeiro: Guanabara, 1988. Cap.12.: As Funções de Green.
- BYERLEE, J. Friction of Rock. *Pure and Applied Geophysics*, v.116, p.615-626, 1978.
- CLARK Jr., S.P. *Estrutura da Terra*. São Paulo: Edgard Blücher, 1996. 121p. (Série de Textos Básicos em Geociências).
- COBLENTZ, D.D.; RICHARDSON, R.M. Analysis of the South American intraplate stress field. *Journal of Geophysical Research*, v.101 pt.B, n.4, p.8643-8657, 10 Apr. 1996.
- \_\_\_\_\_; SANDIFORD, M. Tectonic stresses in the African plate: Constraints on the ambient lithospheric stress state. *Geology*, v.22 n.9, p.831-834, Sept. 1994.
- DARKOV, A.; KUZNETSOV, V. *Structural Mechanics*. 2.ed. Moscow: Mir, 1969. 703p.
- ELLIS, S.; BEAUMONT, C.; PFIFFNER, O.A. Geodynamic models of crustal-scale

- episodic tectonic accretion and underplating in subduction zones. *Journal of Geophysical Research*, v.104, pt.B, n.7, p.15169-15190, 10 July 1999.
- ESTADOS UNIDOS DA AMÉRICA. Department of Commerce. NOAA (National Oceanic & Atmospheric Administration). NGDC (National Geophysical Data Center). *Terrain Base: World Digital Terrain Data*, release 1.0. Denver: 1994. 1 CD-ROM.
- FLEITOUT, L.; FROIDEVAUX, C. Tectonics and topography for a lithosphere containing densities heterogeneities. *Tectonics*, v.1, n.1, p.21-56, Feb. 1982.
- \_\_\_\_\_. Tectonic stresses in the lithosphere. *Tectonics*, v.2, n.3, p.315-324, June 1983.
- FWLER, C.M.R. *The Solid Earth: An Introduction to Global Geophysics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 472p.
- FOX, R.W.; McDONALD, A.T. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 1998. Cap.2.: Conceitos Fundamentais.
- GARCIA-CASTELLANOS, D.; FERNÁNDEZ, M.; TORNE, M. Numerical modeling of foreland basin formation: a program relating thrusting, flexure, sediment geometry and lithosphere rheology. *Computers and Geosciences*, v.23, n.9, p.993-1003, 1997.
- HASSANI, R.; JONGMANS, D. CHÉRY, J. Study of plate deformation and stress in subduction processes using two-dimensional numerical models. *Journal of Geophysical Research*, v.102, pt.B, n.8, p.17951-17965, 10 Aug. 1997.
- HODGETTS, D.; EGAN, S.S.; WILLIAMS, G.D. Flexural modelling of continental lithosphere deformation: a comparison of 2D and 3D techniques. *Tectonophysics*, v.294, n.1-2, p.1-20, 1998.
- ISACKS, B.; OLIVER, J.; SYKES, L.R. Seismology and the New Global Tectonics. *Journal of Geophysical Research*, v.73, n.18, p.5855-5899, 15 Sept. 1968.
- KAMINSKI, P.C. *Mecânica Geral Para Engenheiros*. São Paulo: Edgard Blücher, 2000. 300p.
- KARNER, G.D.; STECKLER, M.S.; THORNE, J.A. Long-term thermo-mechanical properties of the continental lithosphere. *Nature*, v.304, p.250-252, 21 July 1983.
- \_\_\_\_\_.; WATTS, A.B. Gravity Anomalies and Flexure of the Lithosphere at Mountain Ranges. *Journal of Geophysical Research*, v.88, pt.B, n.12, p.10449-10477, 10 Dec. 1983.
- LEINZ, V.; AMARAL, S.E. *Geologia Geral*. 12.ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1995. 399p.
- LYON-CAEN, H.; MOLNAR, P.; SUÁREZ, G. Gravity anomalies and flexure of the Brazilian Shield beneath the Bolivian Andes. *Earth and Planetary Science Letters*, v.75, p.81-92, 1985.
- MACHADO, R.; EGYDIO-SILVA, M. Estruturas em rochas. In: TEIXEIRA, W.; TOLEDO, M.C.M.; FAIRCHILD, T.R.; TAJOLI, F. (org.). *Decifrando a Terra*. São Paulo: Oficina de Textos, 2000.
- McNUTT, M. Lithospheric Stress and Deformation. *Reviews of Geophysics*, v.25,

- n, p.1245-1253, July 1987.
- MSC.Nastran, release 2001. [s.l.]: MSC.Software Corporation, 2001. 1 CD-ROM.
- MSC.Patran, release 2001R2. [s.l.]: MSC.Software Corporation, 2001. 1 CD-ROM.
- MEIJER, P.T.; WORTEL, M.J.R. The Dynamics of Motion of The South American Plate. *Journal of Geophysical Research*, v.97, pt.B, n.8, p.11915-11931, 30 July 1992.
- MOISIO, K.; KAIKKONEN, P.; BEEKMAN, F. Rheological structure and dynamical response of the DSS profile BAL TIC in the SE Fennoscandian Shield. *Tectonophysics*, v.320, n.3-4, p.175-194, 2000.
- PACANOVSKY, K.M.; DAVIS, D.M.; RICHARDSON, R.M.; COBLENTZ, D.D. Intraplate stresses and plate-driving forces in the Philippine Sea Plate. *Journal of Geophysical Research*, v.104, pt. B, n.1, p.1095-1110, 10 Jan. 1999.
- PACCA, I.I.G.; McREATH, I. A composição e o calor da Terra. In: TEIXEIRA, W.; TOLEDO, M.C.M.; FAIRCHILD, T.R.; TAIOLI, F. (org.). *Decifrando a Terra*. São Paulo: Oficina de Textos, 2000.
- PAPADOPOULOS, P.; TAYLOR, R.L. A triangular element based on Reissner-Mindlin plate theory. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.30, p.1029-1049, 1990.
- RANALLI, G. Nonlinear flexure and equivalent mechanical thickness of the lithosphere. *Tectonophysics*, v.240, n.1-4, p.107-114, 1994.
- \_\_\_\_\_. *Rheology of the Earth: Deformation and flow process in geophysics and geodynamics*. Boston: Allen & Unwin, 1987. 366p.
- REGENAUER-LIEB, K.; YUEN, D.A. Fast mechanisms for the formation of new plate boundaries. *Tectonophysics*, v.322, n.1-2, p.53-67, 2000.
- RESNICK, R.; HALLDAY, D. *Física*. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 1983. v.1. 348p.
- RICHARDSON, R.M. Ridge Forces, Absolute Plate Motions, and the Intraplate Stress Field. *Journal of Geophysical Research*, v.97, pt.B, n.8, p.11739-11748, 30 July 1992.
- \_\_\_\_\_. COBLENTZ, D.D. Stress modeling in the Andes: Constraints on the South American intraplate stress magnitudes. *Journal of Geophysical Research*, v.99, pt.B, n.11, p.22015-22025, 10 Apr. 1994.
- SHEFFELS, B.M.; McNUTT, M. Role of Subsurface Loads and Regional Compensation in the Isostatic Balance of the Transverse Ranges, California: Evidence for Intracontinental Subduction. *Journal of Geophysical Research*, v.91, pt.B, n.6, p.6419-6431, 10 May 1986.
- SHIRAIWA, S. *Flexura da Litosfera Continental Sob os Andes Centrais e a Origem da Bacia do Pantanal*. São Paulo, 1994. Tese (Doutorado) - Instituto Astronômico e Geofísico da Universidade de São Paulo.
- SOOFI, M.A.; KING, S.D. A modified beam analysis effect of lateral forces on lithospheric flexure and its implication for post-rift evolution of the Midcontinent

- Rift system. *Tectonophysics*, v.306, n.2, p.149-162, 15 June 1999.
- STEFANICK, M.; JURDY, D. Stress Observations and Driving Force Models for the South American Plate. *Journal of Geophysical Research*, v.97, pt.B, n.8, p.11905-11913, 30 July 1992.
- SURANA, K.S. Isoparametric Finite Elements. In: KARDENSTUNGER, H.; NORRIE, D.H. (org.). *Finite Element Handbook*. New York: McGraw-Hill, 1987.
- TANG, J.-C.; CHEMENDA, A.I. Numerical modelling of arc-continent collision: application to Taiwan. *Tectonophysics*, v.325, n.1-2, p.23-42, 2000.
- TANIMOTO, T. Bending of spherical lithosphere - axisymmetric case. *Geophysical Journal International*, v.129, n.2, p.305-310, 1997.
- TER VOORDE, M.; VAN BALEN, R.T.; BERNOTTI, G.; CLOETHINGH, S.A.P.L. The influence of a stratified rheology on the flexural response of the lithosphere to (un)loading by extensional faulting. *Geophysical Journal International*, v.134, n.3, p.721-735, 1998.
- TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.E. *Mecânica dos Sólidos*. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 1994. v.1. 256p.
- \_\_\_\_\_; GOODIER, J.N. *Theory of Elasticity*. 3.ed. Singapore: McGraw-Hill, 1970. 567p. (Engineering Mechanics Series).
- \_\_\_\_\_; WOJNOWSKI-KRIEGER, S. *Theory of Plates and Shells*. 2.ed. Singapore: McGraw-Hill, 1959. 580p. (Engineering Mechanics Series).
- TOTH, J.; KUSZNIR, N.J.; FLINT, S.S. A flexural isostatic model of lithosphere shortening and foreland basin formation: Application to the Eastern Cordillera and Subandean belt of NW Argentina. *Tectonics*, v.15, n.1, p.213-223, 1996.
- TURCOTTE, D.L.; SCHUBERT, G. *Geodynamics: Application of Continuum Physics to Geological Problems*. New York, Toronto: John Wiley & Sons, 1982. 450p.
- UNIVERSIDADE DE BREST. *Digital agegrid of the ocean floor*. Brest, 2001: [sam\\_cont\\_cob.yx \(arquivo de dados\). Disponível em: <http://www-sdt.univ-brest.fr/~jyroyer/agegrid/agegrid.html#anchor1>](http://www-sdt.univ-brest.fr/~jyroyer/agegrid/agegrid.html#anchor1). Acesso em: 1 set. 2001.
- USSAMI, N.; SHIRAIWA, S.; DOMINGUEZ, J.M.L. Basement reactivation in a sub-Andean foreland flexural bulge: The Pantanal wetland, SW Brazil. *Tectonics*, v.18, n.1, p.25-39, Feb. 1999.
- VAN BALEN, R.T.; PODLADCHIKOV, Y.Y.; CLOETHINGH, S.A.P.L. A new multilayered model for intraplate stress-induced differential subsidence of faulted lithosphere, applied to rifted basins. *Tectonics*, v.17, n.6, p.938-954, 1998.
- VAN WEES, J.D.; CLOETHINGH, S.A.P.L. A finite-difference technique to incorporate spatial variations in rigidity and planar faults into 3-D models for lithospheric flexure. *Geophysical Journal International*, v.117, n.1, p.179-195, 1994.
- VAUCHEZ, A.; TOMMASI, A.; EGYDIO-SILVA, M. Self-indentation of a heterogeneous continental lithosphere. *Geology*, v.22, n.11, p.967-970, Nov. 1994.

- WALLACE, M.H.; MELOSH, H.J. Buckling of a Pervasively Faulted Lithosphere. *Pure and Applied Geophysics*, v.142, n.2, p.239-261, 1994.
- WATTS, A.B.; LAMB, S.H.; FAIRHEAD, J.D.; DEWEY, J.F. Lithospheric flexure and bending of the Central Andes. *Earth and Planetary Science Letters*, v.134, n.1-2, p.9-21, 1995.
- WDOWINSKI, S.; O'CONNEL, R.J. Deformation of the Central Andes (15°-27°S) Derived From a Flow Model of Subduction Zones. *Journal of Geophysical Research*, v.96, pt.B, n.7, p.12245-12255, 10 July 1991.
- WESSEL, P. Analytical solutions for 3-D flexural deformation of semi-infinite elastic plates. *Geophysical Journal International*, v.124, n.3, p.907-918, 1996.
- WHITTAKER, A.; BOTT, M.H.P.; WAGHORN, G.D. Stresses and Plate Boundary Forces Associated With Subduction Plate Margins. *Journal of Geophysical Research*, v.97, pt.B, n.8, p.11933-11944, 30 July 1992.
- ZIENKIEWICZ, O.C.; TAYLOR, R.L. *The Finite Element Method: The Basis*. 5.ed. Oxford: Butterworth & Heinemann, 2000. v.1. 689p.
- ZOBACK, M.L. First and Second Order Patterns of Stress in the Lithosphere: The World Stress Map Project. *Journal of Geophysical Research*, v.97, pt.B, n.8, p.11703-11728, 30 July 1992.
- ZUBER, M.T.; PARMENTIER, E.M. Finite amplitude folding of a continuously viscosity-stratified lithosphere. *Journal of Geophysical Research*, v.101, pt.B, n.3, p.5489-5498, 10 Mar. 1996.



## APÊNDICE A - SIGNIFICADO DE ALGUNS TERMOS EM GEOLOGIA

O significado de alguns conceitos de *Geologia*, a respeito da crosta, que

foram utilizados no texto, são explicados abaixo.

As camadas geológicas da crosta (que são estudadas pela *Estratigrafia*) são

compostas por substâncias minerais (que são estudadas pela *Mineralogia*). Na crosta,

os minerais apresentam-se como *rochas*: sólidos compostos por misturas

heterogêneas naturais de minerais (que são estudadas pela *Petrologia*). As rochas

classificam-se em (Lenz; Amaral, 1995):

1) *Magnéticas* (ou *ígneas*); são rochas primárias, isto é, são formadas pela

*solidificação do magma* (o material constituinte do manto que se encontra no estado

líquido no interior da Terra, devido às altas temperaturas ali presentes) e classificam-

se em:

a) *Intrusivas* (ou *plutônicas*, ou *abissais*): são formadas pela solidificação

magnética no interior da Terra, portanto, com um resfriamento lento e sob pressão

que favorece a formação de uma estrutura *crystalina* regular.

b) *Extrusivas* (ou *vulcânicas*): são formadas pela solidificação do magma

que aflora na superfície terrestre, expelido por vulcões, portanto, com um

resfriamento rápido e irregular que favorece a formação de uma estrutura *vitrea*.

2) *Sedimentares*: são formadas por materiais de outras rochas da superfície

terrestre que são removidos por *erosão* (desgaste superficial por ação de correntes

elícas, hídricas ou glaciais) ou *intemperismo* (decomposição por agentes

atmosféricos e biológicos na superfície terrestre), de modo a serem transportados por

correntes fluidas (aéreas ou hídricas) e, a seguir, depositados ou precipitados em

superfícies de sedimentação.

3) *Metamórficas*: são rochas provenientes de rochas magmáticas ou

sedimentares que sofreram a ação de agentes físicos (temperatura, pressão, atrito,

agentes voláteis), de modo a alterar a sua estrutura mineral.

Por sua vez, a estrutura como a crosta se apresenta (que é estudada pela

*Geomorfologia*) pode ser classificada em (Clark Jr., 1996):

1) *Plataformas*: são unidades geológicas compostas por um *embasamento* de

rochas cristalinas e por uma *cobertura* de rochas sedimentares e metamórficas.

Quando o embasamento não tem cobertura, trata-se de um *escudo* ou *craton*. A

cobertura sedimentar, por sua vez, pode vir a constituir *bacias sedimentares*.

2) *Geossinclinos*: são áreas geologicamente ativas onde a crosta sofre grandes deformações, provocando a formação de montanhas (ou orogêneses). Por serem resultantes da colisão de placas, estas regiões dispõem-se como uma estreita faixa ao longo da qual as placas colidem.

3) *Vales de afundamento (riftes)*: são falhas resultantes de fissuras ou do afastamento entre placas.

## APÊNDICE B - NOTAS SOBRE OS DADOS DO MODELO FEM

### Dados Geomáticos:

As coordenadas geográficas dos pontos de contorno da litosfera continental da Placa Sul-Americana do modelo FEM foram obtidos do arquivo `sam_cont_cob.yx` (Universidade de Brest, 2001). Os pontos do contorno das linhas ípsométricas de altitude dos Andes foram obtidos a partir do modelo topográfico digital 5'X5' ETOPO\_5 (NGDC, 1994).

### Nomenclatura dos Arquivos:

Os arquivos de entrada e saída do programa que são relevantes para este relatório identificam-se pelo nome (prefixo) e extensão (sufixo).

a) Nome:

- Nome "geo2": caso de espessura elástica  $T_e = 100$  km.
- Nome "geo3": caso de espessura elástica  $T_e = 150$  km.

b) Extensão:

- Extensão "db" (*data base*): arquivo binário gráfico de pré e pós-processamento gráfico no MSC.Patran, contendo os dados do modelo e dos resultados obtidos com o processamento.
- Extensão "bdf" (*bulk data file*): arquivo ASCII de saída do MSC.Patran e de entrada do MSC.Nastran, contendo os dados do modelo a ser solucionado.
- Extensão "f06": arquivo ASCII de saída do MSC.Nastran, contendo os resultados da solução do modelo.
- Extensão "op2": arquivo binário de pós-processamento gráfico de saída do MSC.Nastran e de entrada do MSC.Patran, contendo os resultados da solução do modelo, sendo incorporado ao arquivo correspondente de extensão "db".

### Sistema de Unidades, Tolerância e Notação:

Foi usado o SI, logo valem, como unidades:

- Massa: kg.
- Distância: m.
- Tempo: s.
- Força: N ( $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m s}^{-2}$ ).

– Pressão e tensão: Pa (1 Pa = 1 N m<sup>-2</sup>).

A tolerância do modelo vale 0,005 vez a distância máxima padrão do modelo de 1 E+7 m, ou seja, 5000 m.

A notação dos números do texto usa notação decimal com vírgula. Algumas tabelas e gráficos do relatório usam a notação decimal com ponto ao invés de vírgula, por causa do programa utilizado. A notação científica usada no relatório representa a potência de dez com a letra “E” seguida pelo valor do expoente.

#### Sistema de Coordenadas:

O sistema de coordenadas usado no modelo FEM é esférico, com origem no centro do estéróide que representa a Terra. Este sistema é definido pelo MSC.Nastran como **CORD2S** e seu ID é igual a 2. Seus três eixos principais de coordenadas ortogonais são *Radius*, *Theta* e *Phi*, também notados, respectivamente como X, Y e Z:

– *Radius* ou X é o raio - R:  $0 \leq X \leq 6,4 E+6$  m.  
– *Theta* ou Y é a longitude - L<sub>o</sub>: Devido ao sistema de coordenadas do programa ( $0^\circ \leq \textit{Theta} \leq 180^\circ$ ), subtraiu-se 180° dos resultados obtidos para determinar a longitude, de modo que passe a valer:  $-180^\circ \leq Y \leq +180^\circ$ . Valores negativos significam W (oeste do Meridiano de Greenwich) e valores positivos significam E (leste do Meridiano de Greenwich).

– *Phi* ou Z é a latitude - La:  $-90^\circ \leq Z \leq +90^\circ$ . Valores negativos significam S (sul do Equador) e valores positivos significam N (norte do Equador).

#### Nomenclatura dos Cartões:

O número de identificação de cada entidade definida por um cartão do MSC.Nastran é chamado de ID.

Os cartões do MSC.Nastran utilizados foram:

- GRID: nó.
- CPENTA: elemento sólido pentadédrico linear.
- CTRIA: elemento plano triangular linear.
- PSOLID: propriedade de sólido de material homogêneo.
- MAT1: material isotrópico, regime elástico linear.
- SPC1: restrição nodal.

Os dados do modelo, representados por cartões, possuem elementos e nós associados. São mostrados da Tabela 31 à Tabela 42.

Tabelas de Dados:

- PLOAD4: carga distribuída na face de elemento.
- SPCADD: caso de carregamento (*load case*): restrição.
- LOAD: caso de carregamento (*load case*): carregamento.
- SUBCASE: subcaso (*subcase*).

Tabela 33 Elementos triangulares que foram utilizados para a criação, através de extração, dos elementos sólidos pentáedricos.

Elementos	CTRIA (ID)	Nós
100001:123388	10001:21966	6,4 × E+06 m
	ID	R

Tabela 32 Superfícies geométricas do modelo FEM.

Região	Faixa de altitude h considerada (m)	Nº de pontos	Nº de curvas	Nº de superfícies	ID das Superfícies	Area das superfícies (* E+06 km <sup>2</sup> )
Cordilheira dos Andes (sem os Andes)	-	837	73	20	11-29; 108	22.519275
	1000 ≤ h <sub>a</sub> < 2000	491	148	13	110-113; 117-119; 122;129;132-133;135	0.693788
	2000 ≤ h <sub>a</sub> < 3000	325	148	11	103;107;109;116;118;123;127-128;130-131;134	0.428776
	3000 ≤ h <sub>a</sub> < 4000	250	108	10	101-102;104;114-115;124-126;136-137	0.494649
	h <sub>a</sub> > 4000	215	113	2	105;106	0.400263
Superfícies Geométricas da Placa Sul-Americana						

Tabela 31 Camadas de nós e elementos sólidos pentáedricos do modelo FEM.

Camada		Elementos (CPENTA)		Nós (GRID)	
Geologia	h (km)	Geofísica	h (km)	ID	T <sub>e</sub> (km)
crosta continental	40	litosfera continental	1	1:23388	6.400
	40		40		6.400
manto superior	135	100	1	23389;46776	6.360
			2		30
	85	100	3	46777:70164	6.300
			3		30
astenosfera	25	25	4	70165:93552	6.275
			25		25
				R (x E+6 m)	
				100 150	
				100 150	
				T <sub>e</sub> (km)	
				10001-21966	
				21967:33932	
				45899:57864	
				57865:69830	
				81797:93762	



R=6,400E+6 m.

**Tabela 34 Altitude e ID da primeira camada de elementos e ID da sua primeira camada de nós:**

Altitude	Elementos	Nós (R=6,400 E+6 m)
1000 m	20260:20326 20377:20428 20616:20737 22573:23076 23207:23388	10007:10012 11479 11517 11579 11628 11740 11797 11849 11905 12957:12993 13911:14450 14431:14842 15094:15096 15115 15139 15162 15187:15241:27 15269:15321:26 15346:15596:25 15629 15660 15682 15720 19665:19698 19901 19904:19981 20177:20197 20540:20596 20609:21966
2000 m	20241:20259 20429:20478 20523:20615 22108:22572 23118:23135 23149:23206	10009:10011 11517 11579 13911 14431:14435 14437:14441 10009:10011 11517 11579 13911 14431:14435 14437:14441 20540:20559 20609:20630 20632:20673 20683:20737 20754:20760 20763 21119:21125 21175:21225 21261:21282 21289:21292 21361:21364 21368:21380 21419:21454 21477:21502 21523:21749 21843:21859 21871:21886 21890:21918
3000 m	20479:20522 21366:22107 23077:23117 23136:23148	14435:14437 14441 20646:20682 20751:20755 20761:20929 21110:21119 21123 21126:21146 21175:21522 21843:21870 21880:21889
4000 m	20738:21365	20751:21174
Subtotal	20241:20326 20377:23388	10007:10012 11479 11517 11579 11628 11740 11797 11849 11905 12957:12993 13911:14450 14431:14842 15094:15096 15115 15139 15162 15187:15241:27 15269:15321:26 15346:15596:25 15629 15660 15682 15720 19665:19698 19901 19904:19981 20177:20197 20540:20596 20609:21966
0 m	1:20240 20327:20376	10001:10006 10013:11478 11480:11516 11518:11578 11580:11627 11629:11739 11741:11796 11798:11848 11850:11904 11906:12956 12994:13910 13956:14430 14451:14830 14843:15093 15097:15114 15116:15138 15140:15161 15163:15186 15188:15213 15215:15240 15242:15268 15270:15294 15296:15320 15322:15345 15347:15370 15372:15395 15397:15420 15422:15445 15447:15470 15472:15495 15497:15520 15522:15545 15547:15570 15572:15595 15597:15628 15630:15659 15661:15681 15683:15719 15721:19664 19699:19900 19902 19903 19982:20176 20198:20539 20597:20608
Total	1:23388	10001:21966

Divisão da Crosta Continental da Placa Sul-Americana (crosta superficial) por Altitude

**Tabela 35 Altitude e ID da primeira camada de elementos e ID da sua segunda camada de nós: R=6,360E+6 m.**

Altitude	Elementos	Nós (R=6,360 E+6 m)
20260:20326	20377:20428	23588:23711:41
20616:20737	22573:23076	24976:24980:2
23207:23388		25912:25938:2
20429:20478	20429:20517	23629 23670 23687 23690 23692 23693 23695 23699:23702:2
20523:20615	22108:22572	32500:32517 32526 32528 32569:32573 32575:32610 32612:32621 32623
23118:23135	23149:23206	32625 32626:32632:2 32635:32640 32782:32784
32786:32792:2	32798 33070 33121:33127:2 33128 33131 33135:33139	
33141 33146:33152 33154 33156:33159 33161:33169:2 33176:33181		
33184:33188 33190 33191:33197:2 33200 33201:33207:2		
33209:33213:2 33214 33215 33217 33221:33227 33229:33236		
33238:33242:2 33243 33245:33249 33271 33272 33321 33330		
33331:33337:2 33341 33342:33346:2 33347 33354:33357		
33379:33381 33384:33386 33393:33402 33404:33408:2 33409 33410		
33414:33416 33418 33421 33423:33425 33427 33430 33431 33433:33438		
33440:33444:2 33445:33449:2 33450 33452:33455 33457:33460 33466		
33467:33471:2 33472 33474:33477 33483:33479 33803 33806 33807		
33809:33819:2 33820 33822:33826 33828 33831:33840 33842:33846:2		
33847:33881		
26395:26399:2	26407 32606:32642 32711:32714 32716:32719 32721	
32722:32744:2	32745:32747 32749 32750:32762:2 32763 32765:32767	
32769 32771 32772:32776:2 32777:32780 32783 32792:32800:2		
32801:32807:2 32808:32816 32818 32819 32821:32824 32826:32852:2		
32857:32861:2 32862:32865 32867:32879:2 32880:32888:2 32889 32891		
32896:32899 32901:32909:2 32910:32913 32915:32923:2 32924 32925		
32927 32928:32932:2 32935:32937 32939:32945:2 32949:32951		
32953:32957:2 32958 32968 32970 32971:33003:2 33007 33008		
33011:33017 33069:33071 33073:33075 33077:33081:2 33082		
33083:33087:2 33088:33102:2 33103 33105 33106 33108 33109 33111		
33112 33114 33115:33121:2 33135:33482 33803:33830 33840:33849		
32711:33134		
20738:21365		
3000 m	20479:20522 21366:22107	
23077:23117	23136:23148	
32588:23711:41	23793:23916:41 24913 24914:24954:2 24955:24975:2	
24976:24980:2 24983 25867:25870 25872:25884:2 25885:25911:2		
25912:25938:2 25939:25949:2 26407:26425:2 26427:26787 26789:26806:2		
26808 26810:27072		
27074 27078:27101 27103:27126 27128:27151 27153:27176 27178:27201		
27203:27226 27228:27251 27253:27276 27278:27301 27303:27326		
27328:27351 27353:27400 27402:27425 27427:27450 27452:27475		
27477:27500 27502:27525 27527:27550 27552:27575 27577:27600		
27602:27625 27627:27650 27652:27675 27677:31623 31625:31687 31689		
31692:31748:2 31751:31797 31800:31864:2 31867:31953:2 31954:32135		
32137:32183 32186:32196:2 32199:32221:2 32222:32499 32544:32548		
32550:32554:2 32555 32563 32565 32566		
1.23388		
Total	1.20240 20327:20376	21967:23587 23589:23628 23630:23669 23671:23710 23712:23792

Tabela 38 Cartões das restrições do modelo FEM.

Cartão ID	Nome	Notação	Restrição	Restrições	Nós (ID)
SPC1 1	base	rest_manto	TX TY TZ	81797:93762	
SPC1 3	borda	rest_symm	TY TZ	10013:10040 10069 10100 10126 10153 10183 10220 10250 10278 10310 10341 10383:10449:33 10484 10532:10602:35 10636 10674 10714 10749 10787 10822 10861 10897 10934 10975 11020 11060 11098 11134 11174 11212 11248 11288 11326 11362 11401 11439 11473 11511 11548 11582 11621:11691:35 11727:11805:39 11831 11862 11898 11942 11988 12030 12073 12113 12152 12192 12237 12247:12287 15696 16195:16197 16217:16238 16519:16607 16940:17000 17046:17066 18008 18045:18048 18621 18640:18669 19261:19297 19699:19725 19839:19900 20198 20206:20221 20503:20539 21968 22201:3:2 22014:22398:24 22400 22439 22441 22480 22482 22521:24202:41 24203:24243 27653 28151:28153 28155:28185:2 28225 28227 28228:28234:2 28476:28578:2 28579:28581 28583:28647:2 28897 29008:29011 29013:29049:2 29050 29051:29147:2 29148:29162:2 29965 29966 29968 29969 29971 30580 30669 30671 30672:30726:2 31220:31222 31224:31290:2 31631:31681:2 31684 31958 31959:32017:2 32018 32019:32075:2 32078 32151 32152:32182:2 32260:32492:8 32493:32499 45900 45901:45945:2 45946:46330:24 46332 46371 46373 46412 46414 46453:48134:41 48135:48175 51585 52083:52085 52087:52117:2 52157 52159 52160:52166:2 52407 52408:52510:2 52511:52513 52515:52579:2 52829 52940:52943 52945:52981:2 52982 52983:53079:2 53080:53094:2 53897 53898 53900 53901 53903 54512 54601 54603 54604:54658:2 55152:55154 55156:55222:2 55563:55613:2 55616 55890 55891:55949:2 55950 55951:56007:2 56010 56083 56084:56114:2 56192:56424:8 56425:56431 57866 57867:57911:2 57912:58296:24 58298 58337 58339 58378 58380 58419:60100:41 60101:60141 63551 64049:64051 64053:64083:2 64123 64125 64126:64132:2 64373 64374:64476:2 64477:64479 64481:64545:2 64795 64906:64911:64947:2 64948 64949:65045:2 65046:65060:2 65863 65864 65866 65867 65869 66478 66567 66569 66570:66624:2 67118:67120 67122:67188:2 67529:67579:2 67582 67856 67857:67915:2 67916 67917:67973:2 67976 68049 68050:68080:2 68158:68390:8 68391:68397 81797:93762	

Tabela 37 Cartões de materiais.

Cartão ID	Nome	Densidade $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Módulo de Elasticidade E (Pa)	Coefficiente de Poisson $\nu$
MAT1 1	crosta	2800	1.0E+11	0.25
MAT1 2	manto	3300	1.0E+11	0.25
MAT1 3	astenosfera	3300	1.0E+08	0.25

Tabela 36 Cartões de propriedades dos elementos finitos.

Propriedade	Cartão ID	Nome	Notação	Material	Camada	ID
Elementos	PSOLID 1	crosta superficial	crosta sup	crosta	1	1:23388
	PSOLID 2	manto superior	crosta prof	manto	2 e 3	23389:70164
	PSOLID 3	astenosfera	astenosfera	astenosfera	4	70165:93552

**Tabela 39 Cartões do carregamento aplicado.**

Cartão	ID	Nome	Altitude $h_a$ (m)	Valor único de $q_0$ (Pa)	Fator de escala	Elementos	Face
PLOAD4	1	andes_1000	$1000 \leq h_a < 2000$	2.7E+07	escala	20260:20326 20377:20428	1
	3	andes_2000	$2000 \leq h_a < 3000$			20241:20259 20429:20478	
	4	andes_3000	$3000 \leq h_a < 4000$			20479:20522 21366:22107	
	5	andes_4000	$h_a > 4000$			20738:21365	

**Tabela 40 Cartões de casos de carregamento.**

Casos de Carregamentos (Load Case)		Restrições / Carregamentos		Fator de escala	
Cartão	ID	Nome	Cartão	ID	Nome
SPCADD	2	Restrição	Default	SPC1	1 base restr manto
					3 borda restr symm
LOAD	2	Carregamento	PLOAD4	1 1000 m andes 1000	1
				3 2000 m andes 2000	1
				4 3000 m andes 3000	1
				5 4000 m andes 4000	1
					1

**Tabela 41 Cartões de subcasos.**

Subcasos (Subcase)		Casos de Carregamentos (Load Case)		Cartão	
Cartão	ID	Nome	Cartão	ID	Nome
SUBCASE	1	Default	SPCADD	2	Default



