

ALFREDO ALVARO DE MENDONÇA BERNARDINI
Engº Mecânico, Escola Politécnica da USP, 1972

MODELO DE CÁLCULO PARA PONTE COM
PISO EM PLACA ORTOTRÓPICA

Dissertação apresentada a Escola
Politécnica da USP, para obtenção
de Título de Mestre em Engenharia

Orientador: Prof.Dr. Octávio Gaspar de Souza Ricardo
Prof. Livre Docente

São Paulo, 1981

FD.735

AGRADECIMENTOS

Ao Prof.Dr. Octávio Gaspar de Souza Ricardo, pela valiosa orientação e incentivo.

À Escola de Engenharia Mauã e Bernardini S/A, que possibilitaram a realização deste trabalho.

À Dna. Vilma Inácia de Oliveira e Alda Valéria Coelho, pelo excelente trabalho de datilografia.

INDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

I.1	Definição do Problema	01
I.2	Exigências do Projeto	04
I.3	Solução Adotada	04
I.4	Propósito do Trabalho	06

CAPÍTULO II - MODELO DE CÁLCULO PROPOSTO

II.1	Introdução	07
II.2	Componentes do Modelo Estrutural	07
II.3	Análise do Sistema I	09
II.4	Análise do Sistema II	09
II.5	Análise do Sistema III	10

CAPÍTULO III - ANÁLISE DO PISO COMO UMA PLACA ORTOTRÔPICA - SISTEMA II

III.1	Introdução	11
III.2	Comportamento do Piso como uma Placa Ortotrôpi- ca	17
III.3	Pisos com Reforçadores Longitudinais Abertos ..	22
III.3.1	Simplificações na Equação Diferencial	22
III.3.2	Cálculo da Rigidez a Flexão	25
III.3.3	Linhas de Influência para Viga Infini- ta sobre Apoios Equiespaçados	28
III.3.4	Roteiro de Cálculo - Tensões Provoca- das pelo Sistema II	54

CAPÍTULO IV - DIMENSIONAMENTO

IV.1	Material Empregado	56
IV.2	Tensões Admissíveis e Coeficiente de Segurança..	60
IV.2.1	Valores Encontrados nas Referências	60
IV.2.2	Valores Adotados	62
IV.3	Determinação da Tensão de Flambagem nos Elementos Estruturais	64
IV.3.1	Flambagem de Perfis	64
IV.3.2	Flambagem de Chapas	68
IV.4	Esquema Geral da Estrutura	71
IV.5	Tensões no Sistema I	74
IV.5.1	Carga em Cada Pista da Ponte	74
IV.5.2	Reações de Apoio	74
IV.5.3	Máximo Momento Fletor	75
IV.5.4	Cálculo das Características Geométricas da Secção	76
IV.5.5	Tensões Máximas no Sistema I	80
IV.5.6	Verificação da Alma	82
IV.6	Tensões no Sistema II	88
IV.6.1	Cálculo das Características Geométricas do Reforçador	88
IV.6.2	Cálculo das Posições Críticas da Carga Móvel	92
IV.6.3	Tensões Máximas no Sistema II	95
IV.7	Tensões no Sistema I + II	96
IV.8	Tensões no Sistema III	98

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS

TRABALHOS	103
-----------------	-----

REFERÊNCIAS	105
-------------------	-----

NOMENCLATURA

- a,b - dimensões de um painel
- a - espaçamento entre diafragmas
- a* - espaçamento efetivo
- a' - largura efetiva
- b,c - parcela do afastamento agregada a um reforçador
- k - coeficiente de propagação
- k_{σ} , k_{τ} - coeficientes para flambagem de chapas
- l - afastamento entre diafragmas
- l_1 - afastamento efetivo
- m - momento fletor por unidade de comprimento
- m - número que define um apoio em uma viga contínua
- p - carga distribuída
- s - coeficiente de segurança
- w - deflexão na direção z
- t - espessura de chapa
- x,y,z - eixos de coordenadas
-
- A - área da secção transversal
- C - coeficiente de rigidez torsional
- D - coeficiente de rigidez
- E - módulo de elasticidade
- G - módulo de elasticidade transversal

- H - coeficiente de rigidez torsional efetiva
- I_u - momento de inércia com relação ao eixo u
- M - momento fletor
- M_x - momento fletor no plano de traço x
- M_y - momento fletor no plano de traço y
- M_{xy} - momento torçor
- M_s - momento estático
- P - carga concentrada
- Q - força cortante
- R - parcela de carga transferida para um reforçador
- R_A - reações de apoio
-
- α - relação entre as dimensões de um painel
- δ - deflexão
- ϵ - deformação
- ν - coeficiente de Poisson
- θ - rotação
- η - ordenada da linha de influência
- λ - índice de esbeltez
- σ - tensão normal
- σ_{at} - tensão normal atuante
- σ_e - tensão normal de escoamento
- σ_R - tensão normal de ruptura

σ_{cr} - tensão crítica

σ'_{cr} - tensão crítica no regime plástico

σ_{eq} - tensão equivalente pelo critério da energia de
distorção

τ - tensão de cisalhamento

ψ - relação entre as tensões extremas de um painel.

I - INTRODUÇÃO

I.1 Definição do Problema

Trata-se de dimensionar a estrutura de uma ponte metálica para ser transportada, lançada e recolhida por um carro de combate CCM - M 14 (SHERMAN).

A ponte deverá ter um comprimento de 18,5 metros. Para o transporte, seu comprimento deverá ser reduzido para um máximo de 14,0 metros, obtidos por meio do dobramento de seus extremos.

Como premissa básica, a ponte deverá suportar uma carga máxima que corresponda à passagem de outro carro de combate transportando uma ponte semelhante.

A ponte será constituída de duas vigas caixão, em cuja aba superior estará a pista de rolamento para os veículos que nela transitarão. As duas pistas da ponte deverão ser independentes quanto à torção, de maneira a permitir a sua colocação em margens irregulares sem preparação prévia.

Uma das condições críticas para tal projeto é o peso do sistema ponte mais estrutura de lançamento, que deve ser mantido mínimo, isto porque deve haver um coeficiente de segurança mínimo quanto ao tombamento. (fig.1.1)

Para se evitar o tombamento devemos ter conforme figura 1.1:

$$P_A \cdot \ell_A < P_B \cdot \ell_B \quad (1.1)$$

ou

$$\text{ST } P_A \cdot \ell_A = P_B \cdot \ell_B \quad (1.2)$$

$$s_T = \frac{P_B \cdot l_B}{P_A \cdot l_A} \quad (1.3)$$

onde

s_T é o coeficiente de segurança ao tombamento.

Procurar-se-á manter o coeficiente de segurança ao tombamento s_T maior do que 1,21, adotado por outros veículos do mesmo tipo como citado na referência (1).

A título comparativo podemos verificar na tabela (1.1) os pesos dos carros de combate básicos e o comprimento das pontes dos carros lançadores de ponte derivados.

PESO DO CARRO BÁSICO X COMPRIMENTO DA PONTE

PAÍS	CARRO DE COMBATE BÁSICO	PESO DO CARRO (TONELADAS)	COMPRIMENTO DA PONTE (METROS)
Alemanha	LEOPARD	42,4	22,0
Inglaterra	CHIEFTAIN	54,8	24,4
	CENTURION	51,8	19,2
França	AMX-13	15,0	11,6
	AMX-30	36,0	22,0
USA	M-113	10,3	10,0
	M-60	48,1	18,3
	M-48	47,6	18,3
Rússia	T-54/MTU	36,0	13,7
	MT-55	36,0	18,5
	T-55/MTU-2	36,0	20,0
Brasil	CCL-X1	16,0	10,0
	PROPOSTO	32,2	18,5

Tabela 1.1

I.2 Exigências do Projeto

Como já foi visto no item (I.1) e segundo a referência [1], as condições exigidas pelo projeto são:

- comprimento da ponte de 18,5 m
- carga útil de 40,0 t
- peso mínimo
- altura da secção, o mais reduzida possível, a fim de que o carro lançador tenha silhueta baixa
- o interior da ponte deve ser vazado para o acondicionamento do mecanismo de movimentação dos extremos articulados.

I.3 Solução Adotada

A secção transversal típica do modelo estrutural adotado está indicada na figura (1.2).

Constitui-se de duas vigas paralelas com secção celular e unidas por um sistema de articulação que permite um pequeno movimento relativo entre ambas.

O detalhe de uma das vigas caixão pode ser visto na figura (1.3).

O piso é reforçado por reforçadores longitudinais que são apoiados em diafragmas equiespaçados. Tais diafragmas, na realidade constituídos por quadros rígidos de chapa dobrada, também garantem a forma da secção.

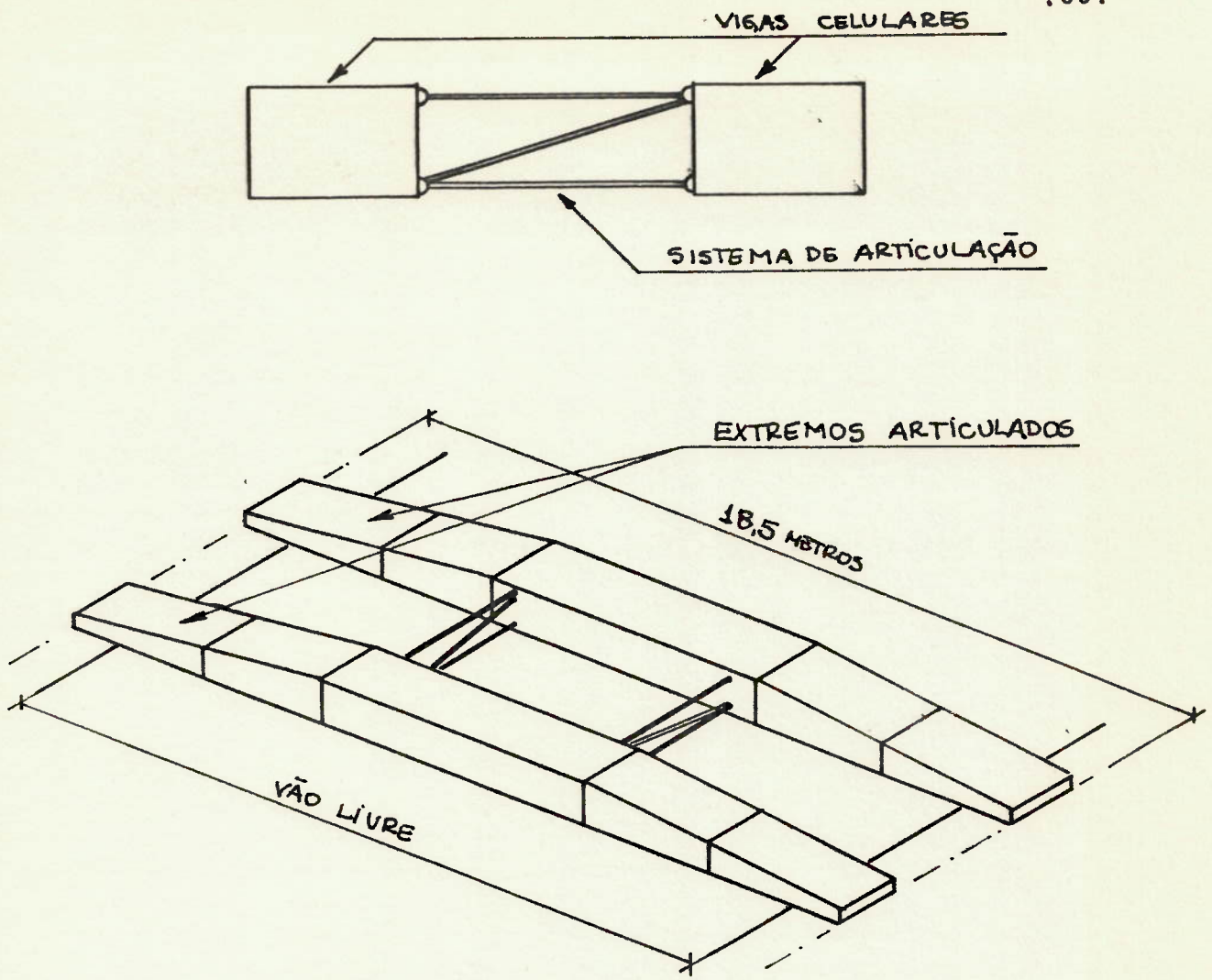


FIGURA 1.2 CORTE TÍPICO E ESQUEMA GERAL

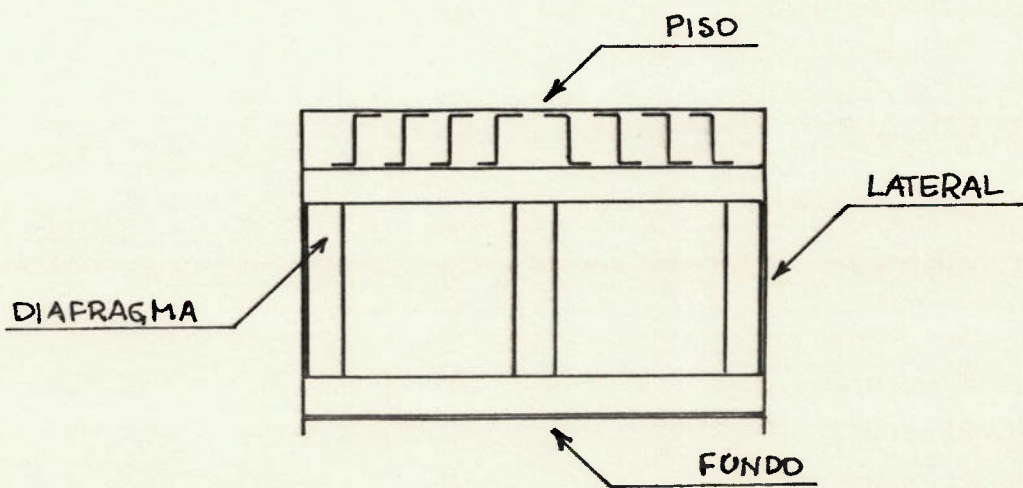
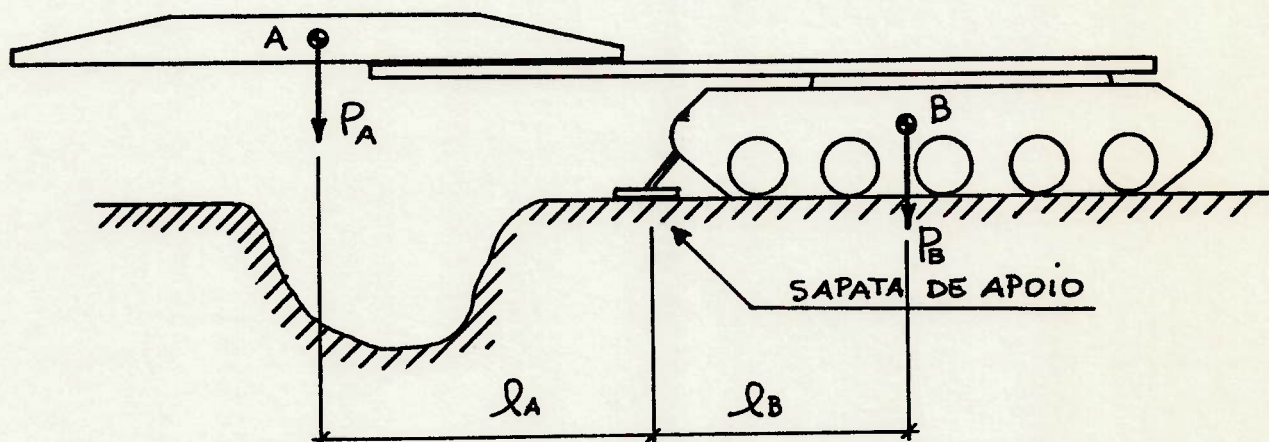


FIGURA 1.3 VISTA EM CORTE DE UMA DAS VIGAS.

I.4 Propósitos do Trabalho

O propósito do presente trabalho é elaborar um modelo de cálculo para uma estrutura em caixa de chapa fina de secção transversal semelhante a acima.



A - CENTRO DE GRAVIDADE DO SISTEMA PONTE CONJUNTO DE LANÇAMENTO.

P_A - PESO DA PONTE + CONJUNTO DE LANÇAMENTO.

B - CENTRO DE GRAVIDADE DO CARRO.

P_B - PESO DO CARRO

l_A - DISTÂNCIA DE A À SAPATA DE APOIO.

l_B - DISTÂNCIA DE B À SAPATA DE APOIO

FIGURA 1.1

II - MODELO DE CÁLCULO PROPOSTO

II.1 Introdução

Para que a estrutura obedeça a uma das premissas iniciais, isto é, que tenha o mínimo peso possível, devemos ter uma estrutura eficiente, onde todos os elementos trabalhem.

Deste modo, admitiremos que o piso da ponte, ao invés de resistir às cargas localizadas, transmitindo-as para vigas longitudinais, trabalhe efetivamente como aba superior da viga.

O enfoque adotado para o cálculo é o abordado pela referência [2], "Design Manual for Orthotropic Steel Plate Deck Bridges" do AISC. Com algumas reservas podemos adotar algumas das conclusões para os casos vistos na referência [2], pontes em aço e de grandes dimensões, ao problema atual, pontes em alumínio e de dimensões reduzidas. O modelo teórico não se altera muito, haja vista os resultados experimentais dos modelos ensaiados, citados nas referências [2] e [3], de dimensões semelhantes às da estrutura real do nosso caso.

II.2 Componentes do Modelo Estrutural

O conjunto da ponte pode ser decomposto em três sistemas estruturais:

Sistema I: cada metade da ponte, que constitui uma pista, trabalhando integralmente e funcionando como uma viga caixão.

Sistema II: a aba superior da viga, que constitui o piso da ponte, trabalhando como uma placa ortotrópica apoiada nas laterais e diafragmas da ponte.

Sistema III: a parcela da aba superior entre os reforçadores longitudinais (chapa de piso), resistindo como uma placa ao carregamento distribuído das lagartas ou cargas concentradas de rodas.

A figura (2.1) indica os três sistemas estruturais adotados.

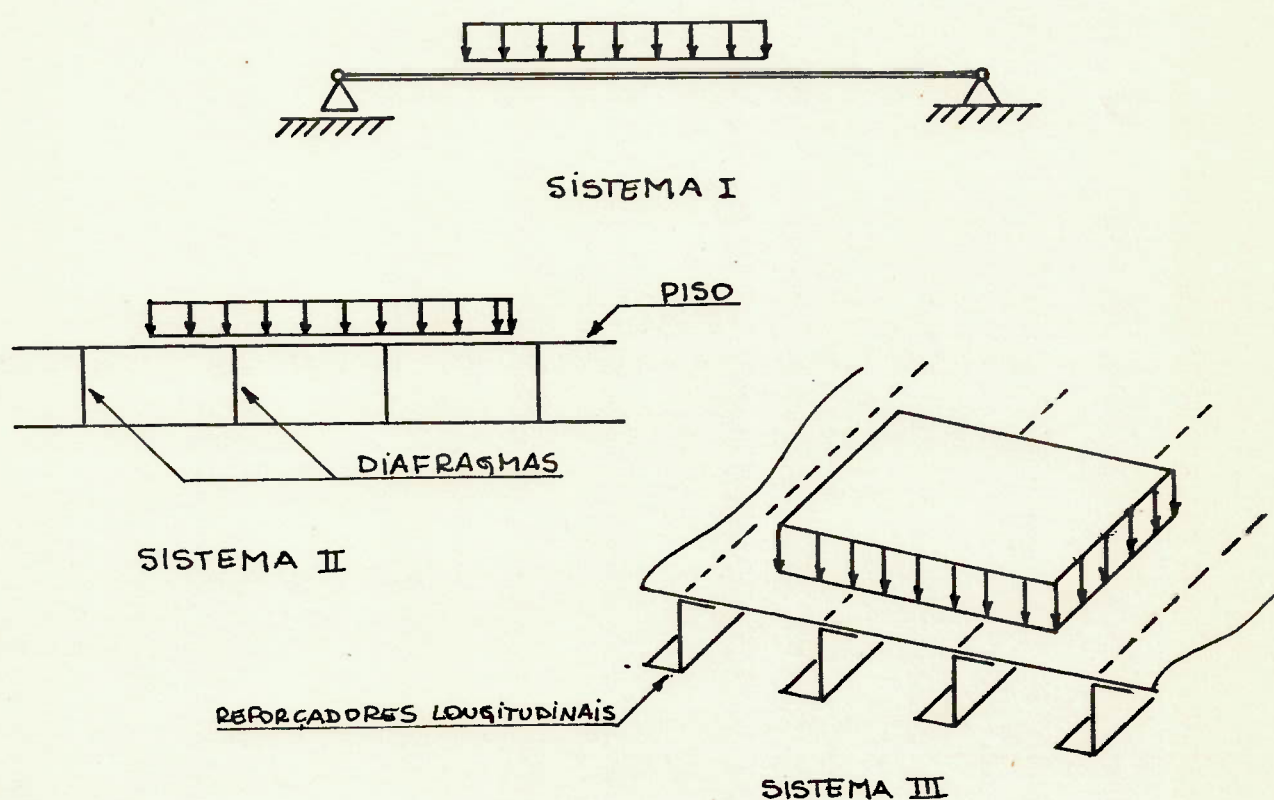


FIGURA 2.1 OS TRÊS SISTEMAS ESTRUTURAIS

A tensão atuante em qualquer elemento será a soma das tensões agentes no elemento quando trabalha como componente em cada um dos três sistemas estruturais descritos.

II.3 Análise do Sistema I

As tensões agentes no Sistema I são calculadas pela teoria clássica da flexão.

Toda a secção transversal, incluindo chapa de piso e reforçadores longitudinais, contribuiria para o momento de inércia da secção.

Atenção especial deveria ser dada para o caso de possibilidade de flambagem local dos elementos comprimidos, quando deveriam ser computadas as propriedades em função da largura efetiva das chapas.

Não menos importante é, para pontes de largura grande com relação ao comprimento, calcular-se a largura útil das abas em função do "shear lag". Esta largura útil depende da relação entre o vão e a largura da ponte e do tipo de carregamento [2] e [4]. No nosso caso, como teremos um comprimento maior do que três vezes a largura, não irá aparecer tal fenômeno, como será visto no item (III.3.2.1).

II.4 Análise do Sistema II

O Sistema II é constituído pela chapa de piso e reforçadores longitudinais. Tal sistema é apoiado nas laterais da ponte (almas da viga caixão) e nos diafragmas, que iremos considerar rígidos. (figura 2.2)

As tensões agentes no Sistema II serão calculadas admitindo-se que este atue como uma placa ortotrópica contínua simplesmente apoiada nas abas e diafragmas. Tal procedimento será estudado com detalhes no capítulo III.

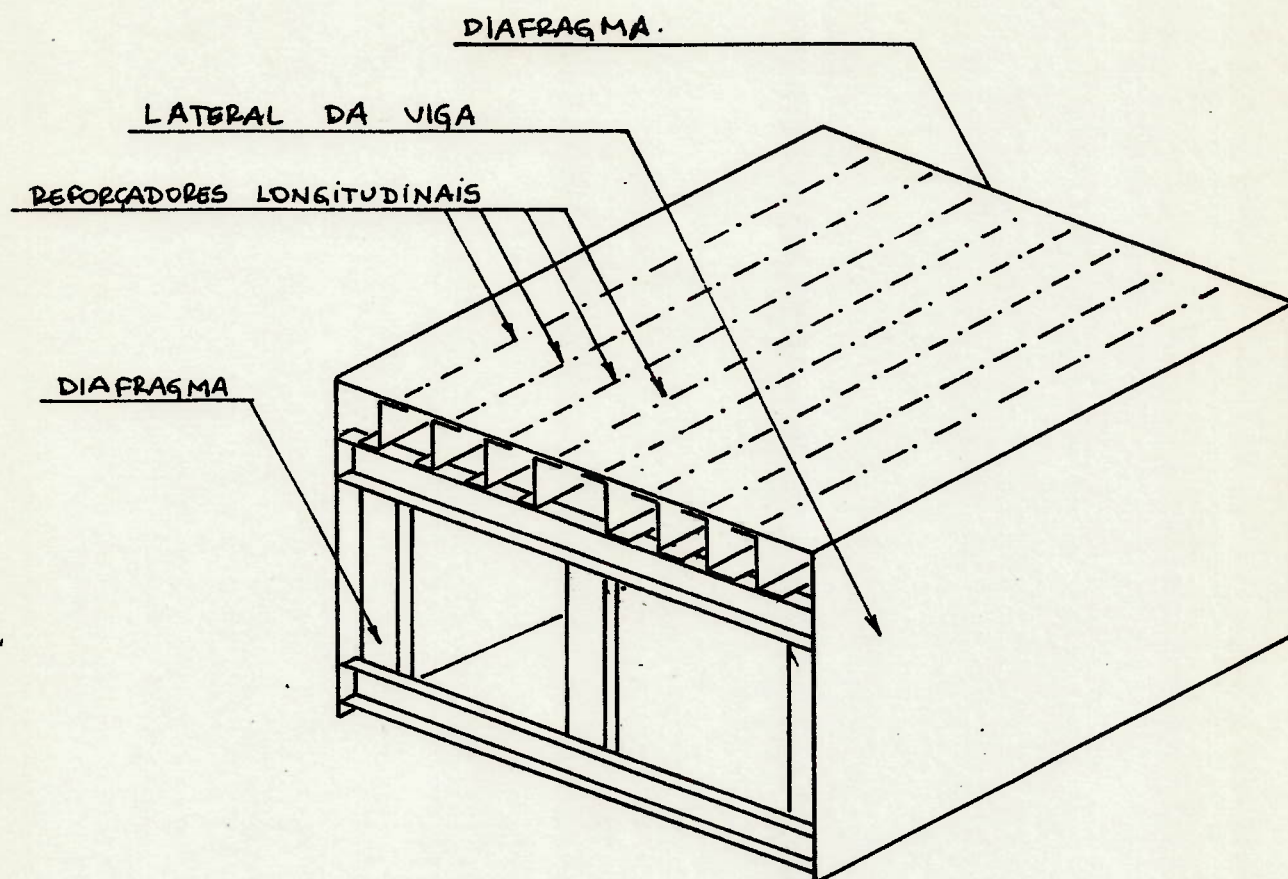


FIGURA 2.2.

II.5 Análise do Sistema III

Quando a carga \bar{e} aplicada na chapa de pi so entre os reforçadores longitudinais, ela deve ser transmi tida para estes pela prōpria chapa de piso. Neste caso a chapa de piso atua como uma placa isotrōpica contīnua, simplesmente apoiada nos reforçadores longitudinais.

III - ANÁLISE DO PISO COMO UMA PLACA ORTOTRÔPICA - SISTEMA II

III.1 Introdução

Uma placa ortotrôpica é definida como sendo uma placa que apresenta material com anisotropia ortogonal, isto é, que tenha propriedades elásticas diferentes com relação a dois eixos ortogonais x e y contidos no plano da placa.

Deste modo, os módulos de elasticidade serão diferentes, $E_x \neq E_y$ e também os coeficientes de Poisson, $\nu_x \neq \nu_y$.

As hipóteses básicas para a solução dos problemas de placas ortotrôpicas são idênticas às adotadas para a solução das placas isotrôpicas, exceto, é claro, as que se referem à anisotropia do material.

Tais hipóteses são as chamadas condições de Kirchhoff-Love [8].

1 - O material da placa é elástico e homogêneo, isto é, as propriedades são constantes em qualquer ponto da placa.

2 - A placa é inicialmente plana.

3 - A espessura da placa é constante e pequena quando comparada com as dimensões transversais. A menor dimensão lateral da placa deve ser dez vezes sua espessura.

4 - As deflexões da placa são pequenas comparadas com a sua espessura. Uma deflexão de um décimo a um quinto da espessura é considerado o limite da teoria para pequenas deflexões.

5 - As retas perpendiculares ao plano médio da placa continuam retas e perpendiculares à superfície média deformada da placa carregada.

6 - As deflexões da placa são produzidas por deslocamentos de pontos do seu plano médio em direções perpendiculares a este plano.

7 - As tensões normais na direção do eixo Z são consideradas desprezíveis.

8 - As deformações do plano médio produzidas por forças no plano são desprezíveis em comparação com as provocadas pela flexão. São portanto, desprezadas as tensões de membrana.

A equação diferencial que rege o problema é a chamada equação de HUBER:

$$D_x \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = p(x,y) \quad (3.1)$$

onde:

D_x , D_y e H → são os chamados coeficientes de rigidez.

$\omega(x, y)$ → é a deflexão da superfície média da placa.

$p(x, y)$ → é a carga distribuída por unidade de área em função das coordenadas x e y aplicada sobre a placa.

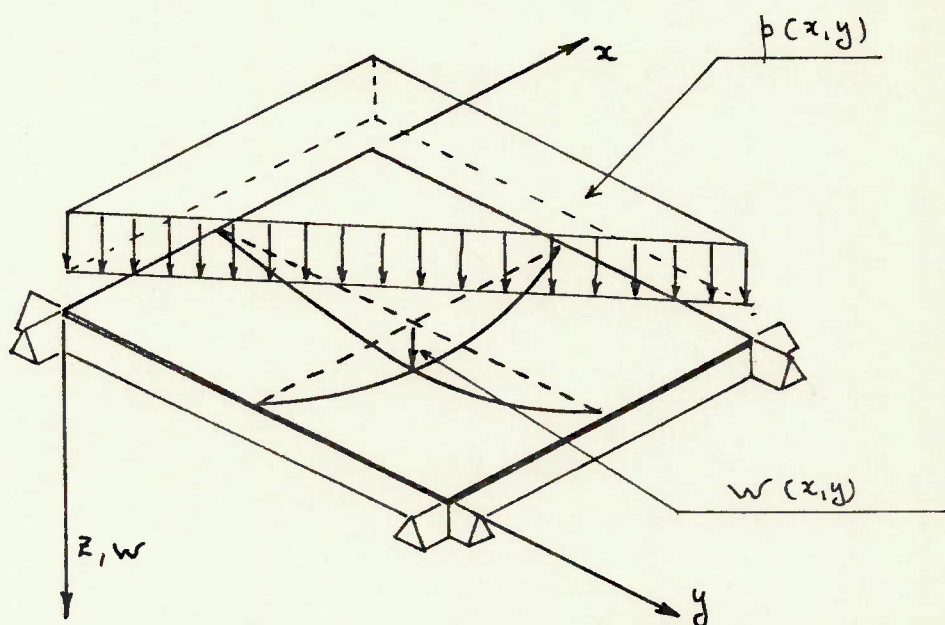


FIGURA 3.1.

Os coeficientes de rigidez D_x e D_y que correspondem à rigidez a flexão de uma faixa de placa de largura unitária e espessura t , nas direções x e y respectivamente, são obtidos por:

$$D_x = \frac{E_x t^3}{12(1 - \nu_x \cdot \nu_y)} \quad (3.2)$$

rigidez a flexão da placa na direção x

$$D_y = \frac{E_y t^3}{12(1 - \nu_x \cdot \nu_y)} \quad (3.3)$$

rigidez a flexão da placa na direção y .

O coeficiente de rigidez H , é o chamado coeficiente de rigidez torsional efetivo, e corresponde a rigidez da placa à torção. É definido por:

$$2H = 4C + \nu_y D_x + \nu_x D_y \quad (3.4)$$

onde $2C$ é chamado de coeficiente de rigidez torsional e definido como o inverso do ângulo de torção de um elemento de placa de lados $d_x = d_y = 1$, quando sujeito a um momento torsor $M_{xy} = M_{yx} = 1$. (figura 3.2)

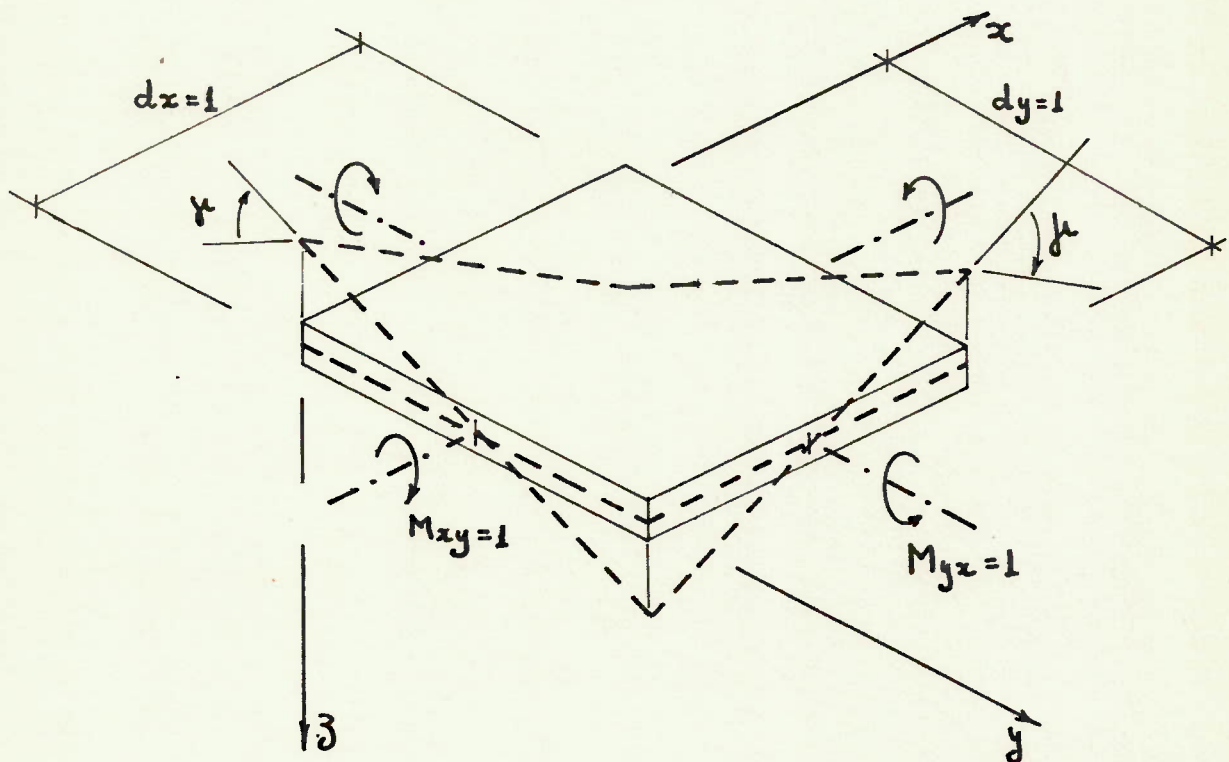


FIGURA 3.2.

$$2C = \frac{1}{\gamma} \quad (3.5)$$

A determinação do valor de $2C$, tanto experimental como teoricamente, é difícil.

Huber propôs um valor para placas ortotrópicas ideais dado por:

$$2C = (1 - \sqrt{\nu_x \nu_y}) \sqrt{D_x D_y} \quad (3.6)$$

Para um material ortotrópico, na ausência de tensões normais na direção Z, a relação tensão deformação fica:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \nu_y \frac{\sigma_y}{E_y} \quad (3.7)$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \nu_x \frac{\sigma_x}{E_x} \quad (3.8)$$

Tomando-se um elemento d_x, d_y da placa com espessura infinitesimal, por exemplo na face superior, teríamos: (figura 3.3)

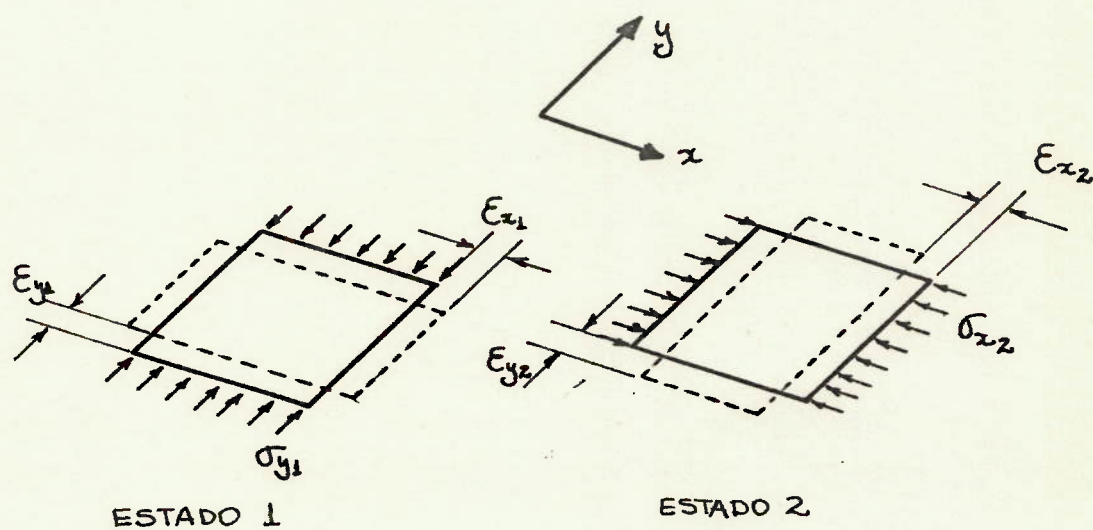


FIGURA 3.3.

No estado 1 aplicamos $\sigma_y = \sigma_{y1}$ e fazemos $\sigma_x = 0$. Assim:

$$\epsilon_{y1} = \frac{\sigma_{y1}}{E_y} \quad (3.9)$$

$$\epsilon_{x1} = -\nu_y \frac{\sigma_{y1}}{E_y} = -\nu_y \epsilon_{y1} \quad (3.10)$$

De modo similar aplicamos no estado 2 $\sigma_x = \sigma_{x2}$ e $\sigma_y = 0$. Assim:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_{x2}}{E_x} \quad (3.11)$$

$$\epsilon_{y2} = -\nu_x \frac{\sigma_{x2}}{E_x} = -\nu_x \epsilon_{x2} \quad (3.12)$$

Pelo teorema de Betti, o trabalho das tensões do caso 2 sujeitas às deformações do caso 1 é igual ao trabalho das tensões do caso 1 sujeitas às deformações do caso 2.

Portanto:

$$\sigma_{x2} \epsilon_{x1} = \sigma_{y1} \epsilon_{y2} \quad (3.13)$$

Substituindo os valores encontrados em (3.9), (3.10), (3.11) e (3.12):

$$\epsilon_{x2} E_x (-\nu_y \epsilon_{y1}) = \epsilon_{y1} E_y (-\nu_x \epsilon_{x2}) \quad (3.14)$$

$$\nu_y E_x = \nu_x E_y \quad (3.15)$$

E lembrando das definições das rigezas D_x e D_y em (3.2) e (3.3).

$$\nu_y D_x = \nu_x D_y \quad (3.16)$$

E portanto:

$$\frac{D_x}{D_y} = \frac{v_x}{v_y} \quad (3.17)$$

Deste modo, substituindo (3.17) e (3.6) em (3.4), teríamos:

$$H = \sqrt{D_x D_y} \quad (3.18)$$

III.2. Comportamento do Piso como uma Placa Ortotrônica

O modelo de cálculo a ser utilizado é baseado no método desenvolvido por Pelikan e Esslinger descrito na referência [2].

O piso será estudado independentemente como uma placa ortotrônica contínua simplesmente apoiada nas abas laterais e nos diafragmas da viga caixão constituindo o Sistema II.

O estudo da referência [2] se aplica a estruturas de grande porte e neste caso o piso é apoiado nas vigas principais da ponte e nas transversinas.

A análise é dividida em duas etapas. Inicialmente admite-se que as vigas principais e transversinas sejam rígidas, calculando-se então os esforços no piso. Depois, considera-se as transversinas flexíveis, estudando-se o efeito da flexibilidade das mesmas no comportamento geral do piso.

Em nossa modelagem, pela substituição das transversinas por diafragmas, admitiremos sempre que estes são rígidos, restringindo-se, portanto, apenas à primeira etapa do cálculo.

O piso, formado por uma placa reforçada por reforçadores longitudinais abertos ou fechados espaçados por uma distância discreta (figura 3.4. a e b), pode ser considerado como uma placa com infinitos reforçadores longitudinais espaçados por uma distância infinitesimal (figura 3.4. c).

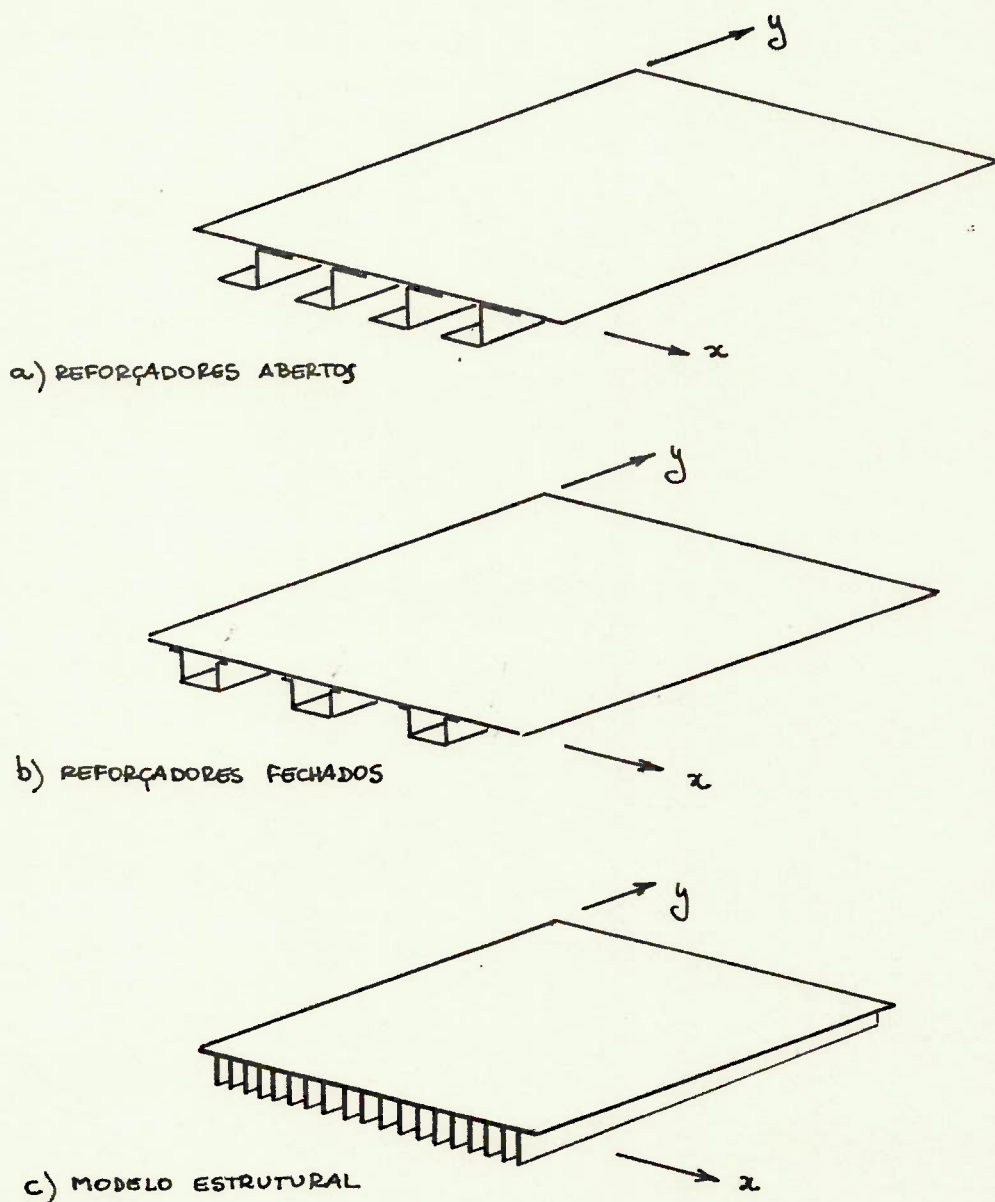


FIGURA 3.4 TIPOS DE PISO.

Este tipo de modelo difere um pouco da placa ortotrôpica ideal, uma vez que a superfície neutra da placa não coincide com seu plano médio. Além disso, as rigidezes nas direções x e y são diferentes, não em função dos di-

ferentes mōdulos de elasticidade do material (que no caso \bar{e} isotrōpico), mas em funçāo das diferentes caracterīsticas geométricas da secçāo nestas direções.

Deste modo terīamos as seguintes rigezas com relaçaō aos eixos definidos na figura (3.5).

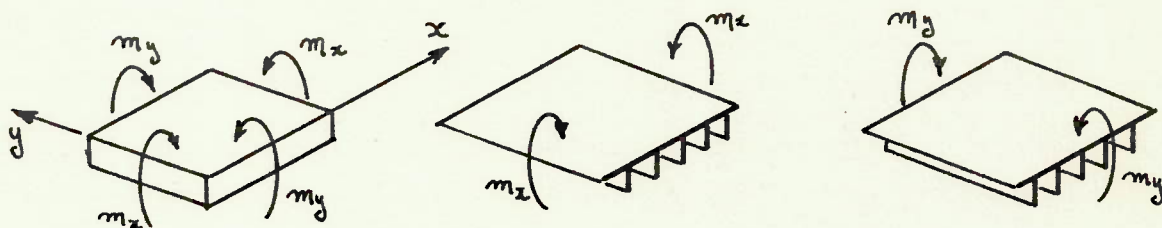
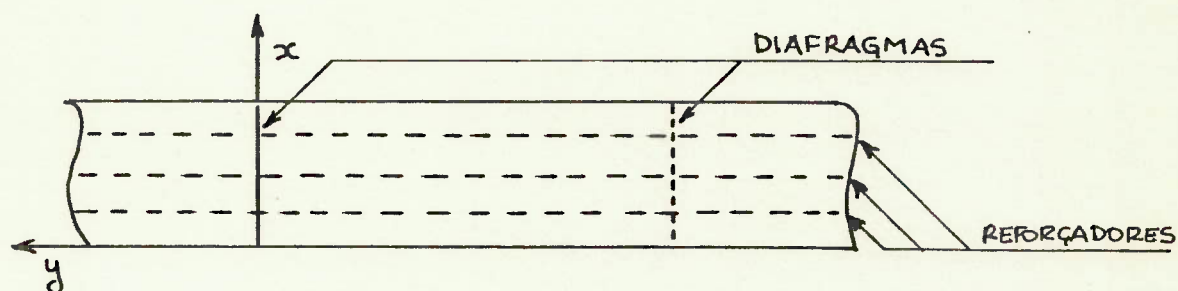


FIGURA 3.5 .

x \rightarrow direçaō transversal
y \rightarrow direçaō longitudinal

D_x \rightarrow rigidez transversal (com relaçaō ao momento m_x), \bar{e} igual a rigidez da placa de piso D_p .

$$D_x = \frac{E t^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.19)$$

t \rightarrow espessura da chapa de piso.

D_y \rightarrow rigidez longitudinal (com relaçaō ao momento m_y), leva em conta o efeito dos reforçadores longitudinais. \bar{E} calculada dividindo-se a rigidez de um reforçador longitudinal mais a parcela colaborante da chapa de piso pelo espaçamento entre reforçadores.

$$D_y = \frac{E I_x}{a} \quad (3.20)$$

I_x → momento de inércia do reforçador mais parcela da chapa de piso colaborante.

a → espaçamento entre os reforçadores.

H → rigidez torsional efetiva, depende quase que exclusivamente da rigidez dos reforçadores longitudinais.

Para construções usuais $D_y \gg D_x$, isto porque a rigidez da placa de piso com relação a seu plano é bem menor do que a rigidez dos reforçadores. Valores usuais indicam que D_y é normalmente 500 a 2000 vezes maior do que D_x .

Importante também para a imposição das condições de contorno são os valores dos coeficientes de Poisson ν_x e ν_y . Do mesmo modo que as rigezas, os coeficientes de Poisson serão determinados, não pelas características físicas do material, mas pelas características geométricas da placa.

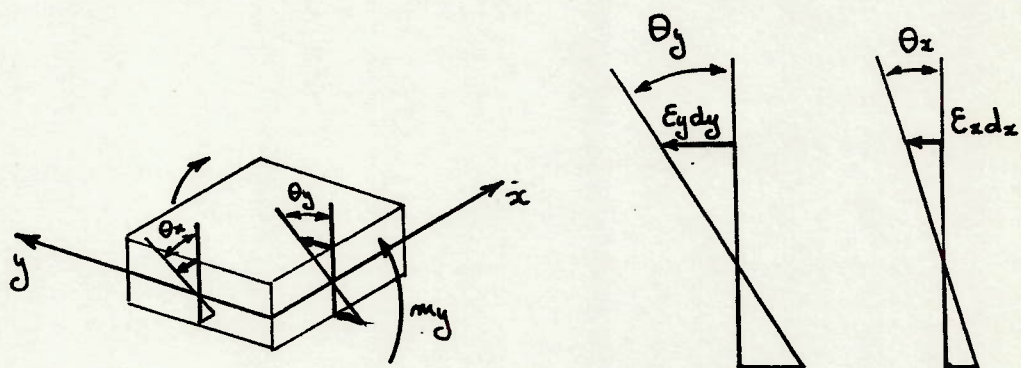


FIGURA 3.6.

A figura (3.6) representa uma placa onde aplicamos um momento fletor no plano y (m_y). O estado de tensões resultante na face superior do elemento é idêntico àquele da figura (3.3.a). Como pode ser constatado, as rotações θ_x e θ_y das faces do elemento são proporcionais às deformações da fibra superior. Pela equação (3.10) temos que:

$$\epsilon_x = -\nu_y \epsilon_y \quad (3.21)$$

Deste modo na figura (3.6):

$$\theta_x = -\nu_y \theta_y \quad (3.22)$$

Portanto, o coeficiente de Poisson pode ser obtido como sendo a relação entre rotação das faces ortogonais do elemento.

O mesmo raciocínio pode ser feito para flexão na outra direção, calculando-se o outro coeficiente de Poisson.

Para o caso da placa ranhurada que idealiza nosso modelo, como pode ser visto na figura (3.4.c):

$$\nu_x \cong \nu_y \cong 0 \quad (3.23)$$

Isto pode ser facilmente constatado por que quando fletimos a placa no plano dos reforçadores longitudinais (plano de traço y), não aparecerão rotações na direção perpendicular a esta porque os reforçadores não são totalmente solidários entre si, permitindo uma movimentação livre na direção ortogonal a seu eixo. Assim $\nu_y = 0$.

Do mesmo modo, quando fletimos a placa na outra direção (plano de traço x), não irá aparecer nenhuma rotação na face ortogonal em virtude da grande diferença de rigidez nas duas direções. Assim $\nu_x = 0$.

Uma importante divisão no processo de cálculo se dá quanto à rigidez torsional efetiva H .

Para reforçadores longitudinais abertos, a rigidez torsional H é bastante pequena, com ordem de grandeza comparável a D_x . Para os reforçadores longitudinais fechados o valor de H é grande, com ordem de grandeza comparável a D_y . Isto é facilmente explicável porque a rigidez à torção da construção do segundo tipo depende quase que exclusivamente da constante de torção do reforçador longitudinal, no caso constituído por um perfil fechado. Como é sabido, normalmente, a constante de torção para perfis fechados de parede fina é muitas vezes maior que para os perfis abertos de parede fina.

Deste modo, para a análise do piso como uma placa ortotrópica, com base nas considerações acima, deve ser feita a seguinte divisão:

- pisos com reforçadores longitudinais abertos, onde admitiremos que $D_x = 0$ e $H = 0$;
- pisos com reforçadores longitudinais fechados, onde admitiremos que $D_x = 0$.

III.3 Pisos com Reforçadores Longitudinais Abertos

III.3.1 Simplificação na equação diferencial

Substituindo na equação geral das placas ortotrópicas (equação 3.1) as simplificações adotadas, $H = 0$ e $D_x = 0$, ficaríamos com:

$$D_y \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = p(x,y) \quad (3.24)$$

Tal equação representaria um modelo da placa, onde esta seria substituída por um número infinito de barras dispostas lado a lado na direção y .

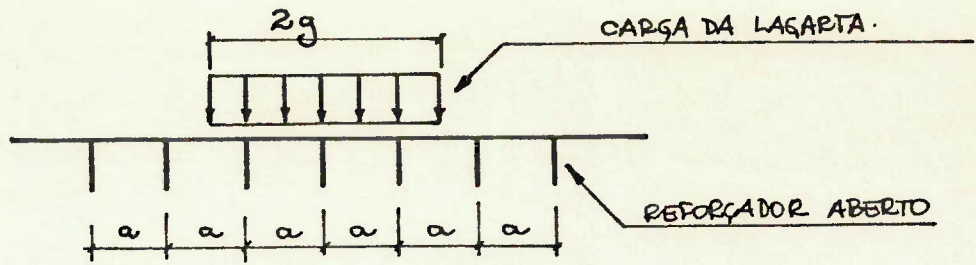
De fato, se admitirmos que a distribuição de $p(x,y)$ seja tal que $p(x,y) = p(y)$, a equação (3.24) fica reduzida a:

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{p}{D_y} \quad (3.25)$$

que é a conhecida equação diferencial da barra reta.

Fica então mais fácil resolver o problema como uma viga contínua constituída pelo reforçador longitudinal mais a parcela da placa do piso que contribui para o momento de inércia.

Deve-se apenas corrigir o efeito da distribuição da carga, isto é, a chapa do piso funciona como uma placa contínua apoiada sobre os reforçadores longitudinais, dando uma repartição da carga sobre vários reforçadores adjacentes. (figura 3.7)



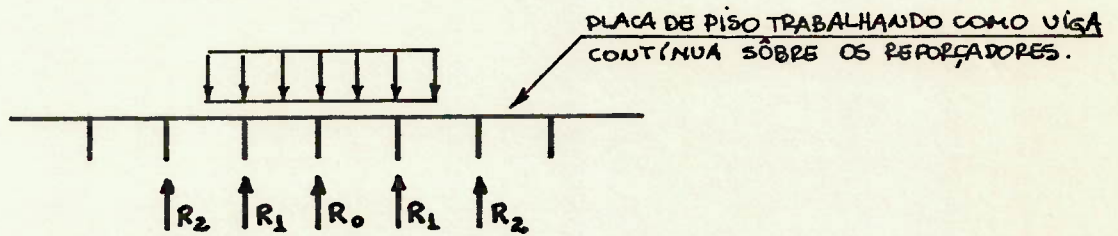
a - ESPAÇAMENTO ENTRE OS REFORÇADORES

$2g$ - LARGURA DA LAÇARTA

P - CARGA DA LAÇARTA

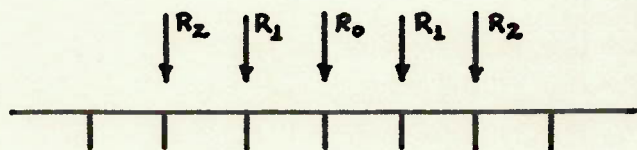
$$p = \frac{P}{2g} \text{ - CARGA DISTRIBUÍDA NA LARGURA DA LAÇARTA.} \quad (3.14)$$

a) ESQUEMA DO CARREGAMENTO.



R_0, R_1, R_2 - REAÇÕES NOS REFORÇADORES LONGITUDINAIS

b) REAÇÕES NOS REFORÇADORES LONGITUDINAIS



c) CARREGAMENTO EQUIVALENTE.

FIGURA 3.7

III.3.2 Cálculo da Rigidez a Flexão

III.3.2.1 Largura Efetiva da Chapa de Piso

Como já foi visto no item (III.2), no cálculo do momento de inércia da viga equivalente devemos incluir o valor da parcela da chapa do piso que trabalha junto com o reforçador. Isto nos leva ao problema de calcular a largura efetiva da chapa de piso.

Vamos considerar inicialmente o caso da figura (3.8), onde temos uma viga de aba infinitamente larga.

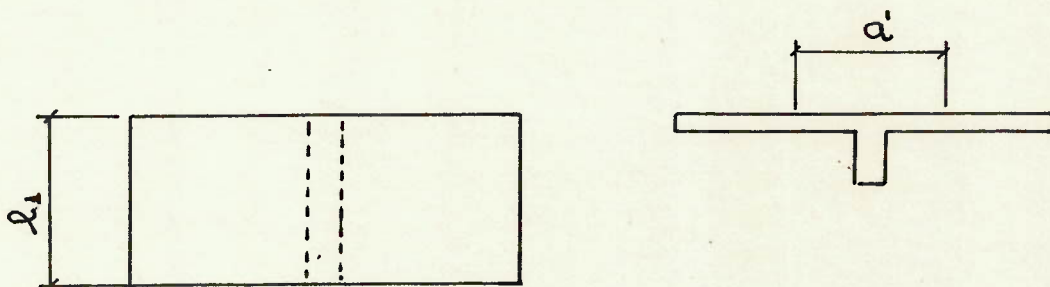


FIGURA 3.8

Esta viga pode representar o caso de uma placa de piso infinitamente larga com apenas um reforçador.

A distribuição de tensões normais de compressão na aba superior é uma exponencial decrescente, como visto na figura (3.9) [4] e [9].

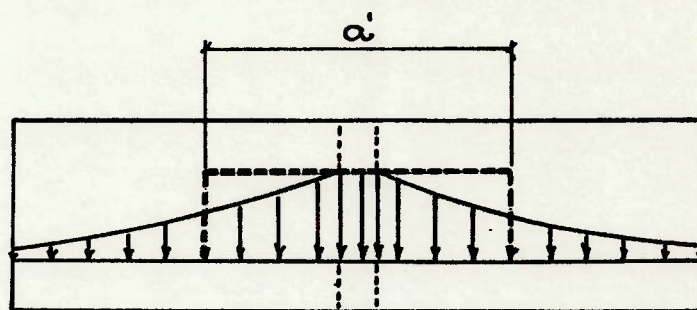


FIGURA 3.9

Para o cômputo das tensões podemos substituir a largura real da barra por uma largura efetiva, também chamada de largura útil, de maneira que as expressões da flexão simples para as barras sejam válidas para este caso. Para tanto basta que a área do retângulo tracejado na figura (3.9) seja igual a área da distribuição real das tensões.

No caso da figura (3.8), admitindo que o diagrama de momentos fletores seja senoidal do tipo:

$$M = M_1 \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l_1}$$

o valor da largura efetiva a' pode ser calculado e vale .. $0,363 l_1$.

De modo geral o valor da largura efetiva depende do vão l_1 e do tipo de carregamento.

Deste modo, se a placa é reforçada por somente um reforçador, a largura efetiva será aproximadamente $1/3$ do vão l_1 . Reforçadores bastante afastados não irão afetar o valor da largura efetiva do reforçador considerado. (figura 3.10)

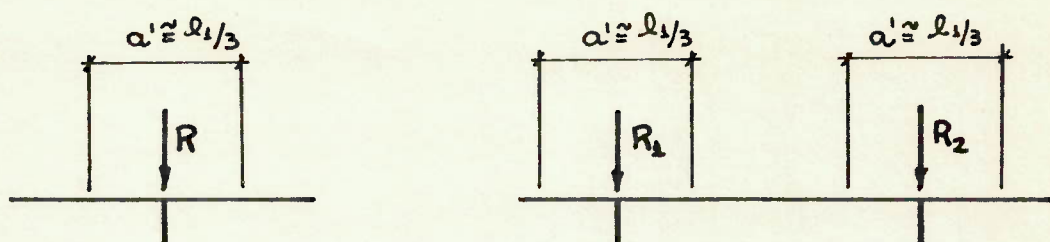


FIGURA 3.10

Se os reforçadores têm espaçamento menor e apenas um reforçador é carregado, o sistema é similar ao primeiro caso e a largura efetiva pode ser adotada como $1/3$ do vão.

Se todos os reforçadores forem igualmente espaçados, a largura efetiva será da ordem do espaçamento dos reforçadores. (figura 3.11)

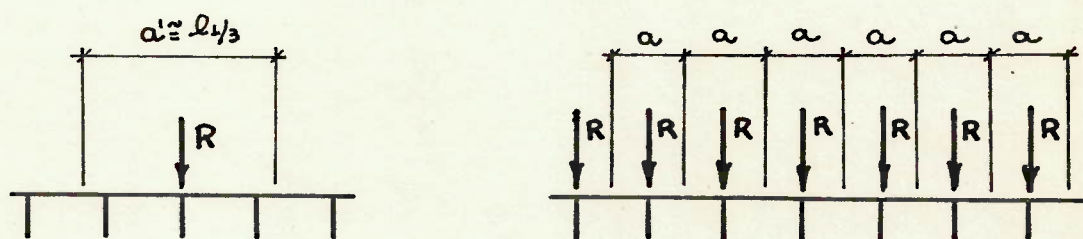


FIGURA 3.11.

Se os reforçadores forem próximos e o carregamento sobre eles for diferente, deveremos calcular o valor da largura efetiva como será indicado adiante.

Todas estas considerações são feitas admitindo-se que a chapa não flambe.

III.3.2.2 Largura Efetiva da Chapa de Piso para Carregamento Igual nos Reforçadores

Para uma chapa com reforçadores equiespaçados de a , podemos calcular, de modo semelhante ao da viga de largura infinita, o valor da largura efetiva. Neste caso a largura não é infinita e fica mais fácil calcular os valores da largura efetiva para um carregamento senoidal aplicado sobre todos os reforçadores, que produzirá um diagrama de momentos fletores também senoidal. (figura 3.12)

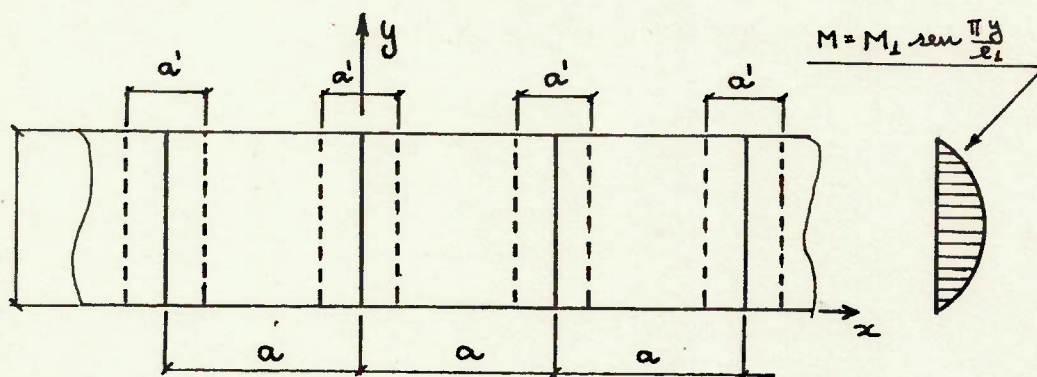


FIGURA 3.12

Os valores encontrados estão listados na tabela (3.1). Esta tabela dá o valor da relação largura efetiva/espacamento real ou largura efetiva/espacamento efetivo em função da relação espacamento real/vão.

Os gráficos da figura (3.13) também indicam estes valores.

LARGURA EFETIVA PARA PISOS COM
REFORÇADORES IGUALMENTE CARREGADOS

a/ℓ_1	a'/a	a'/ℓ_1
0,0	1,099	0,000
0,2	1,005	0,201
0,4	0,808	0,323
0,6	0,620	0,372
0,8	0,480	0,384
1,0	0,383	0,383
∞	0,000	0,363

Tabela 3.1

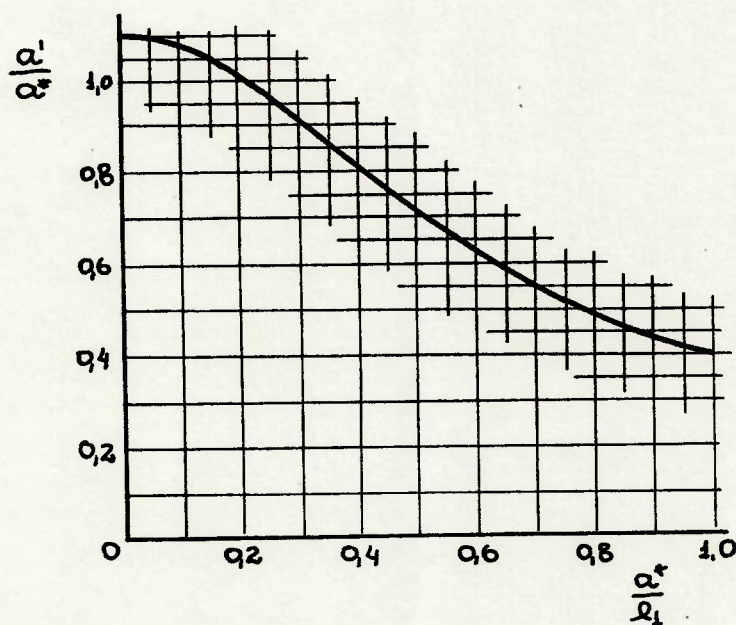


FIGURA 3.13 GRÁFICO $\frac{\text{LARGURA EFETIVA}}{\text{ESPAÇAMENTO REAL}} \times \frac{\text{ESPAÇAMENTO REAL}}{\text{VÃO}}$

Como pode ser visto na tabela e no gráfico, para reforçadores com espaçamento menor do que $1/5$ do vão, a largura efetiva é um pouco maior do que a largura real. Tal fenômeno é explicado pelo fato de que a chapa do piso que é a aba superior do reforçador, trabalha como uma placa, isto é, aparecerá o termo $\frac{1}{1-\nu^2}$ provocado pelo estado duplo de tensões causado pelo impedimento da deformação na direção x.

Para um coeficiente de Poisson de ...
 $\nu = 0,3$ teríamos:

$$\frac{1}{1-\nu^2} = 1,099 \text{ que é o valor que multiplica a largura real no caso limite de reforçadores bastante próximos.}$$

Para outros tipos de carregamento os valores seriam diferentes, variando inclusive em função da posição da secção considerada ($1/2$ do vão, $1/4$ do vão, etc) [3].

Para fins práticos de projeto podemos adotar os mesmos valores para outros tipos de carregamento.

III.3.2.3 Largura Efetiva no Caso de Carregamento Desigual nos Reforçadores

Como foi abordado no item (III.3.1), as cargas transferidas pela chapa de piso para os reforçadores não é igual para todos eles.

A chapa de piso, funcionando como uma viga contínua sobre os reforçadores irá distribuir as cargas de maneira que no reforçador sob o meio da lagarta teremos R_0 , nos reforçadores ao lado, R_1 , R_2 e assim sucessivamente. Os valores de R_0 , R_1 , R_2 podem ser facilmente calculados.

lados em função das linhas de influência das reações de apoio para uma viga contínua apoiada sobre infinitos apoios equiespaçados. (figura 3.14)

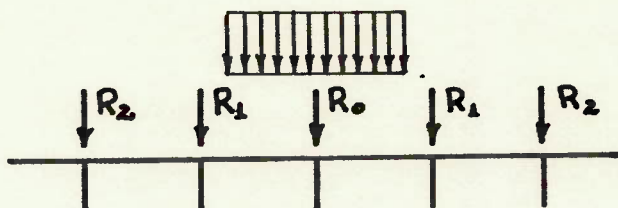


FIGURA 3.14

A referência [2] recomenda, então, definir um espaçamento efetivo a^* , determinado pela condição de que a largura colaborante com o reforçador seja proporcional à carga que atua sobre determinado reforçador individualmente. Como o momento fletor é proporcional à carga aplicada, este espaçamento efetivo também será proporcional ao momento fletor que atua no reforçador.

No caso da lagarta centrada com um reforçador, como no caso da figura (3.14), teríamos para o 1º reforçador:

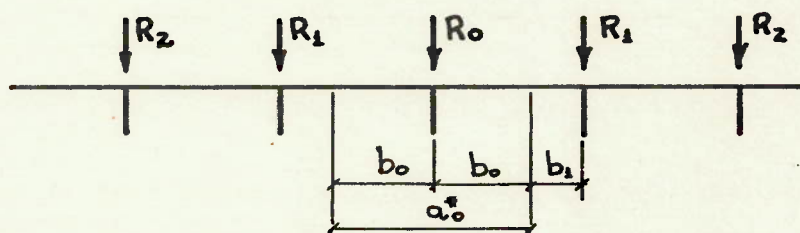


FIGURA 3.15

$$a_0^* = 2 b_0 \quad (3.26)$$

$$\frac{b_0}{R_0} = \frac{b_1}{R_1} \quad (3.27)$$

$$b_0 + b_1 = a \quad (3.28)$$

onde:

a_0^* - espaçamento efetivo para o reforçador 0

b_0 - parcela do espaçamento real, a , agregada ao reforçador 0

b_1 - parcela do espaçamento real, a , agregada ao reforçador 1.

Assim:

$$\frac{b_0 + b_1}{R_0 + R_1} = \frac{b_0}{R_0} \quad (3.29)$$

E, portanto:

$$b_0 = \frac{R_0}{R_0 + R_1} a \quad (3.30)$$

De modo similar:

$$b_1 = \frac{R_1}{R_0 + R_1} a \quad (3.31)$$

E o espaçamento efetivo seria dado por:

$$a_0^* = \frac{2 R_0}{R_0 + R_1} a = \frac{2 M_0}{M_0 + M_1} a \quad (3.32)$$

Analogamente para o segundo reforçador teríamos:

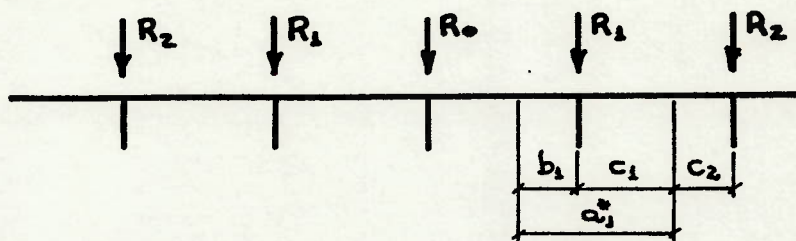


FIGURA 3.16

$$a_1^* = b_1 + c_1 \quad (3.33)$$

$$\frac{c_1}{R_1} = \frac{c_2}{R_2} \quad (3.34)$$

$$c_1 + c_2 = a \quad (3.35)$$

Assim:

$$\frac{c_1}{R_1} + \frac{c_2}{R_2} = \frac{c_1}{R_1} \quad (3.36)$$

E portanto:

$$c_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} a \quad (3.37)$$

Deste modo o espaçamento efetivo para o segundo reforçador seria dado por:

$$a_1^* = \left(\frac{R_1}{R_0 + R_1} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) a = \left(\frac{M_1}{M_0 + M_1} + \frac{M_1}{M_1 + M_2} \right) a \quad (3.38)$$

E assim sucessivamente para os outros reforçadores.

Para o caso da lagarta centrada no ponto médio de dois reforçadores, como na figura (3.17), teríamos:

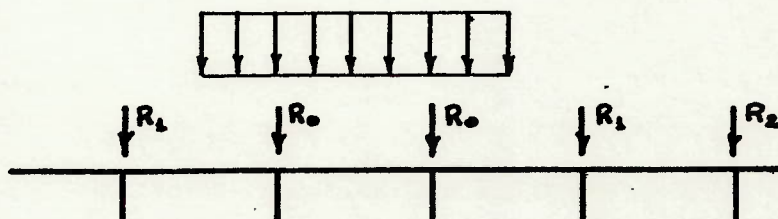


FIGURA 3.17

Para o primeiro reforçador:

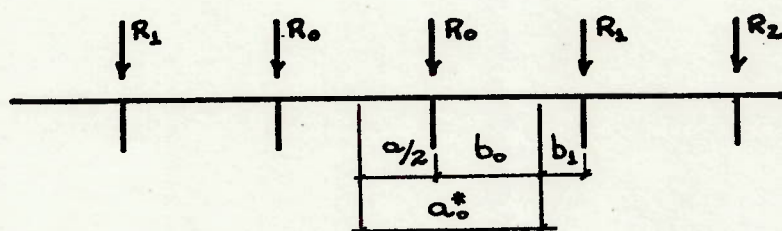


FIGURA 3.18

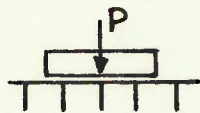
$$a_0^* = a/2 + b_0 \quad (3.39)$$

E sendo o valor de b_0 idêntico ao obtido em (3.30):

$$a_0^* = \left(\frac{R_0}{R_0 + R_1} + \frac{1}{2} \right) a \quad (3.40)$$

Para os reforçadores subsequentes as fórmulas seriam idênticas às do caso da lagarta centrada com o reforçador.

Utilizando-se das linhas de influência das reações de apoio de uma viga infinita sobre apoios equiespaçados e as fórmulas deduzidas acima, podemos traçar os gráficos das figuras (3.19) e (3.20).



CASO 1: LARGURA CENTRADA EM UM REFORÇADOR

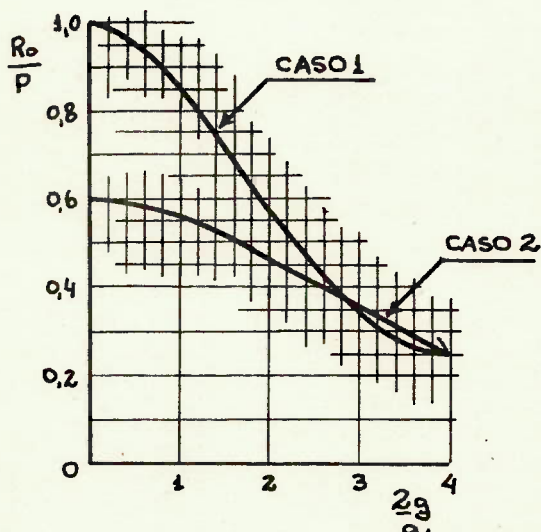
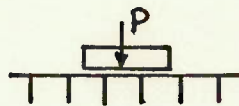


FIGURA 3.19
CARGA R_0 NO REFORÇADOR



CASO 2: LARGURA CENTRADA NO PONTO MÉDIO DE DOIS REFORÇADORES

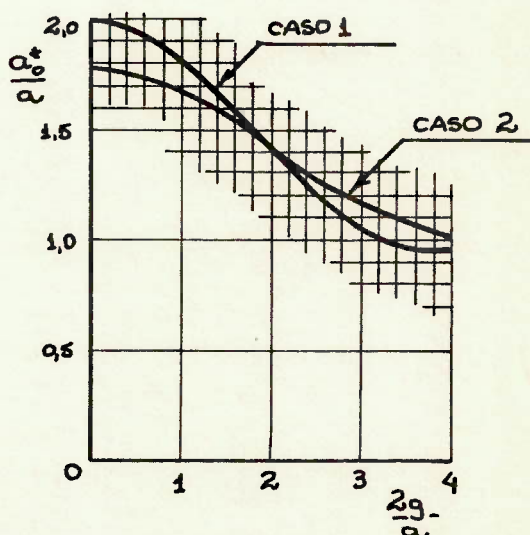


FIGURA 3.20
ESPAÇAMENTO EFETIVO a_0^*

O gráfico da figura (3.19) dá o valor da carga R_0 agente no reforçador mais carregado em função da relação entre a largura da sapata ($2g$) e o espaçamento real entre os reforçadores (a). Isto para as duas disposições do carregamento indicadas.

O gráfico da figura (3.20) dá a relação entre o espaçamento efetivo e o real (a_0^*/a) em função da relação entre a largura da sapata e o espaçamento real dos reforçadores ($2g/a$), também para os dois tipos de carregamento adotados.

III.3.2.4 Características Geométricas da Secção

Como normalmente trabalhamos com reforçadores desigualmente carregados, o roteiro para o cálculo do momento de inércia do reforçador mais a parcela de chapa de piso colaborante seria o descrito a seguir.

Calculamos inicialmente o valor do espaçamento efetivo a^* em função do gráfico da figura (3.20) ou diretamente das fórmulas (3.32), (3.38) ou (3.40) usando os valores de R_0 , R_1 , R_2 dados pela linha de influência. Tendo o valor do espaçamento efetivo a^* podemos então calcular o valor da largura efetiva a' . Para o cálculo da largura efetiva a' , podemos utilizar os valores deduzidos para o caso de reforçadores equicarregados, fornecidos pela tabela (3.1) ou gráfico da figura (3.13).

O valor a' é a largura da chapa de piso colaborante com o reforçador que deverá ser utilizada para o cálculo do momento de inércia e determinação das tensões.

Lembrar que para o cálculo da largura efetiva deveremos usar o vão efetivo l_1 como será visto no item seguinte.

III.3.2.5 Vão Efetivo

O vão efetivo dos reforçadores para o cálculo das larguras efetivas é definido como o comprimento onde age o momento fletor positivo, usando a convenção clássica da Resistência dos Materiais. Tal fato é justificado porque na dedução das larguras efetivas o momento fletor tem diagrama senoidal, e, portanto, valor nulo sobre os apoios. Em uma viga contínua onde o diagrama não tem o zero sobre

os apoios, usamos o vão efetivo que é o comprimento entre os pontos de momento nulo, que coincide com o definido acima.

Na figura (3.21) indicamos os diagramas de momentos fletores para vigas contínuas infinitas com apoios equiespaçados para carga concentrada no meio do vão e carga distribuída uniforme em um dos tramos.

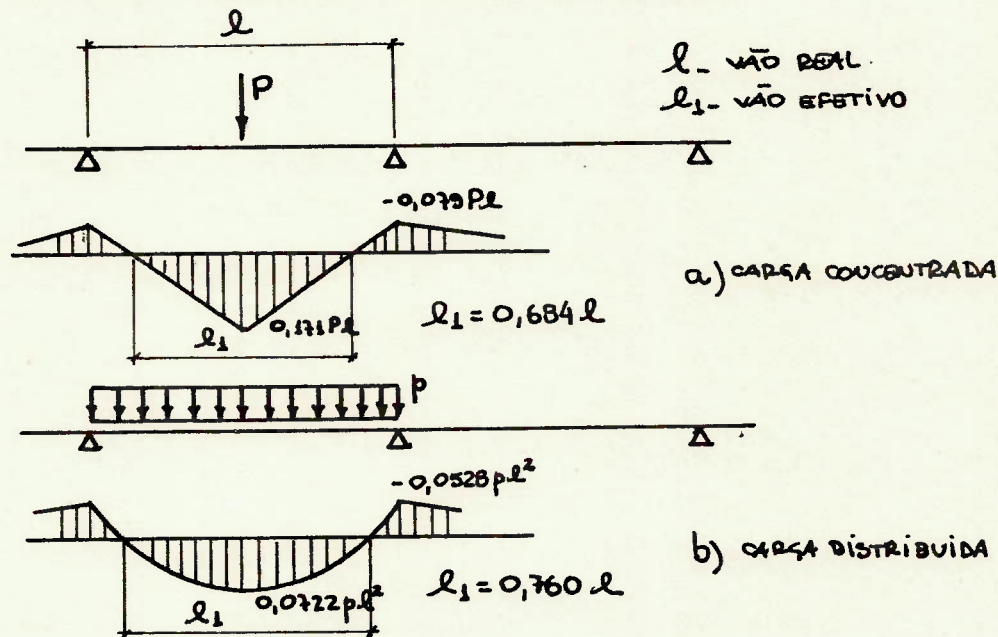


FIGURA 3.21

Podemos adotar como valor médio aproximadamente:

$$l_1 = 0,7l \quad (3.41)$$

III.3.3 Linhas de Influência para Viga Infinita sobre Apoios Equiespaçados

III.3.3.1 Coefficiente de Propagação

Para o estudo da viga contínua infinita de momento de inércia constante, apoiada sobre apoios equiespaçados, é interessante definir o coeficiente de propagação.

Nos vãos descarregados os valores dos momentos fletores, forças cortantes e deflexões decresce como uma progressão geométrica de razão igual ao coeficiente de propagação k .

Assim, por exemplo, na figura (3.22), chamando de M_0 o momento fletor sobre o apoio 0, teríamos:

$$M_1 = kM_0 \quad (3.42)$$

$$M_2 = kM_1 = k^2M_0 \quad (3.43)$$

$$M_3 = kM_2 = k^3M_0 \quad (3.44)$$

$$M_4 = \dots\dots\dots$$

Isto é, o diagrama de momentos fletores no trecho 12 é igual ao diagrama no trecho 01 multiplicado por k e assim sucessivamente.

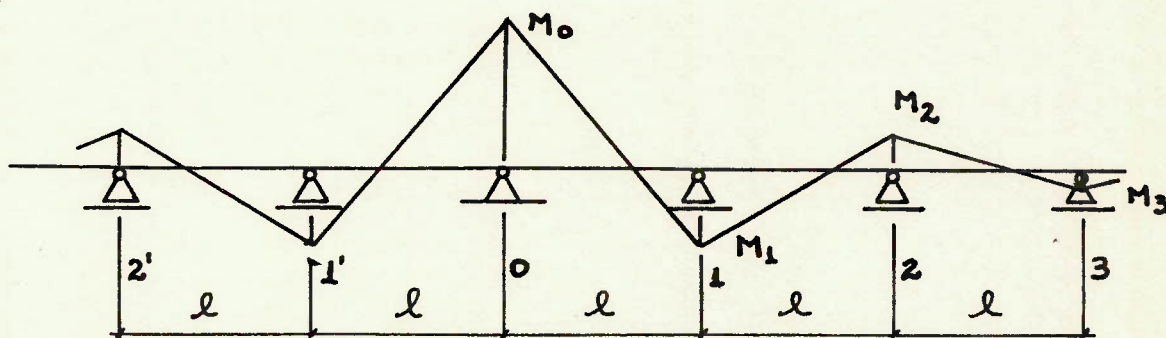


FIGURA 3.22

O valor de k pode ser facilmente calculado usando-se a equação dos três momentos para um trecho de barra descarregado.

Assim:

$$M_0 + 4M_1 + M_2 = 0 \quad (3.45)$$

Substituindo os valores de M_1 e M_2 teríamos:

$$M_0 (1 + 4k + k^2) = 0 \quad (3.46)$$

Resolvendo a equação e tomando a raiz entre -1 e 1 que dá a solução com significado físico, teremos:

$$k = \sqrt{3} - 2 = -0,2679 \quad (3.47)$$

III.3.3.2 Linhas de Influência de Estruturas Hiperestáticas

Segundo o Princípio de Müller-Breslau, baseado no teorema da reciprocidade de Betti [5], [6], [7], a linha de influência de uma estrutura hiperestática pode ser obtida segundo o processo descrito a seguir.

Introduz-se no ponto em estudo um grau de liberdade "correspondente" ao esforço em relação ao qual quer-se traçar a linha de influência. Aplica-se, então, um deslocamento unitário "correspondente" ao esforço neste ponto. A linha de influência coincidirá com a configuração deformada da estrutura modificada sujeita a tal carregamento.

Assim, por exemplo, a linha de influência para a reação de apoio no ponto zero é obtida dando-se um deslocamento unitário na direção desta reação de apoio. A linha elástica da viga contínua coincidirá com a linha de influência e as ordenadas da linha elástica darão o valor de influência naquele ponto. (figura 3.23)

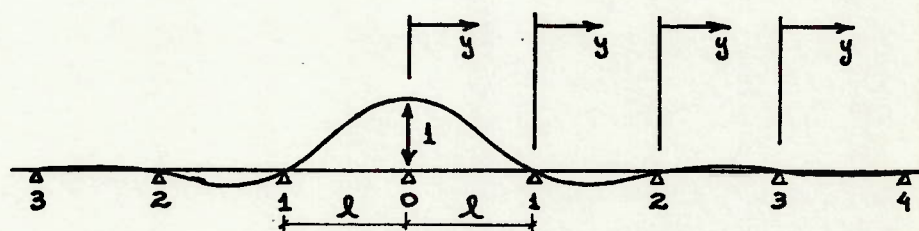


FIGURA 3.23 LINHA DE INFLUÊNCIA DA REAÇÃO DE APOIO R_0 .

Particular cuidado deve ser tomado com relação à convenção de sinal. A carga unitária que pela definição de linha de influência percorre a viga contínua, é considerada positiva quando aplicada de cima para baixo. O deslocamento "correspondente" ao esforço de que se quer traçar a linha de influência deve ser aplicado na direção positiva de tal esforço. Deste modo as ordenadas para cima da linha elástica corresponderão a valores positivos da linha de influência.

Isto pode ser observado no traçado da linha de influência da reação de apoio, onde aplicamos um deslocamento vertical unitário em 0 para cima (figura 3.23). Isto porque consideramos as reações positivas também para cima. Deste modo a linha de influência tem a configuração .. apresentada.

De modo semelhante podemos traçar a linha de influência para outros esforços solicitantes, como, por exemplo, o momento fletor no meio do vão.

Introduzimos uma articulação fictícia neste ponto e damos uma rotação unitária entre as secções normais à esquerda e à direita do ponto (figura 3.24). Notar que adotando a convenção clássica da Resistência dos Materiais, isto é, momentos fletores positivos quando tracionam as fibras inferiores, devemos adotar a rotação unitária como na figura (3.24).

Assim, na secção à esquerda o momento é positivo quando gira no sentido anti-horário e na secção direita quando gira no sentido horário. As rotações acompanharão tal sinal ou, então, de modo mais simplificado, a rotação será positiva quando a secção à direita girar com relação a secção à esquerda no sentido horário.

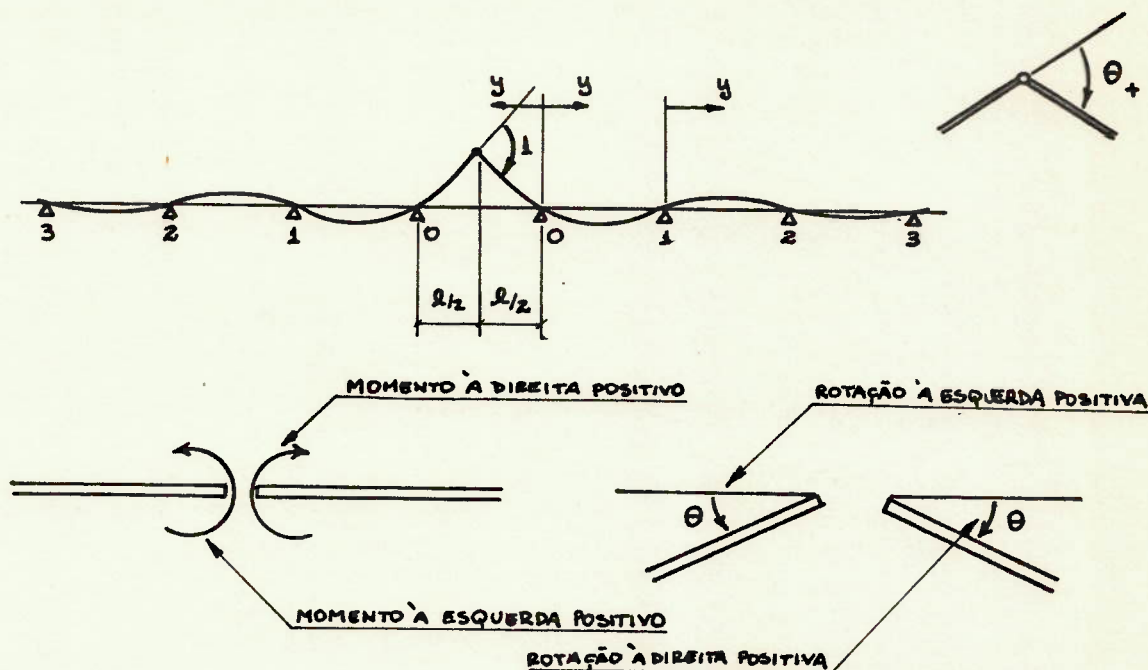


FIGURA 3.24 LINHA DE INFLUÊNCIA DO MOMENTO FLETOR FLETOR NO MEIO DO VÃO

III.3.3.3 Linha de Influência da Reação de Apoio R_0

Seguindo o esquema indicado no item anterior, podemos calcular facilmente a linha de influência da reação de apoio R_0 .

É dado o deslocamento unitário na posição do apoio 0 e a equação da linha elástica será a equação da linha de influência (figura 3.23).

A resolução do problema hiperestático pode ser obtida isolando-se o trecho 012. Teríamos, então, neste caso o seguinte esquema: (figura 3.25)

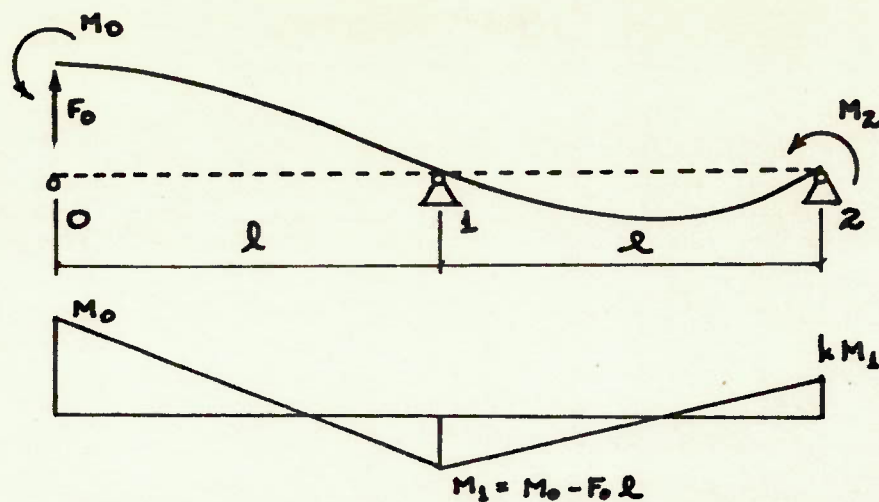


FIGURA 3.25 ISOSTÁTICA PRIMÁRIA E INCÓGNITAS HIPERESTÁTICAS USADAS PARA DETERMINAÇÃO DA LINHA DE INFLUÊNCIA.

As incógnitas hiperestáticas do problema seriam M_0 e F_0 . O valor de M_2 já está determinado, isto porque sabemos que, sendo o trecho 12 descarregado, pela definição de coeficiente de propagação:

$$M_2 = kM_1 \quad (3.48)$$

e M_1 é calculado pela estática em função de M_0 e F_0

$$M_1 = M_0 - F_0 l \quad (3.49)$$

As equações de compatibilidade de deslocamentos exigem que no ponto zero:

$$\begin{aligned} \delta_0 &= 1 \\ \theta_0 &= 0 \end{aligned} \quad (3.50)$$

Deste modo teríamos:

$$\begin{aligned} \delta_M + \delta_F &= \delta_0 = 1 \\ \theta_M + \theta_F &= \theta_0 = 0 \end{aligned} \quad (3.51)$$

onde:

δ_M - deslocamento em 0 provocado pelo momento M_0

δ_F - deslocamento em 0 provocado pela força F_0

θ_M - rotação em 0 provocada pelo momento M_0

θ_F - rotação em 0 provocada pela força F_0 .

Os valores de δ_M , δ_F , θ_M e θ_F podem facilmente ser calculados usando-se o método da carga unitária.

Calculando-os teríamos:

$$\delta_M = \frac{-M_0 \ell^2}{6} (5 + k) \quad (3.52)$$

$$\delta_F = \frac{F_0 \ell^3}{6} (4 + k) \quad (3.53)$$

$$\theta_M = \frac{M_0 \ell}{6} (8 + k) \quad (3.54)$$

$$\theta_F = \frac{F_0 \ell^2}{6} (5 + k) \quad (3.55)$$

Substituindo os valores acima nas equações (3.51) e resolvendo o sistema teríamos:

$$M_0 = \frac{6}{\ell^2} \left(\frac{5 + k}{7 + 2k} \right) \quad (3.56)$$

$$F_0 = \frac{6}{\ell^3} \left(\frac{8 + k}{7 + 2k} \right) \quad (3.57)$$

A equação do momento fletor no trecho 01 seria (figura 3.26):

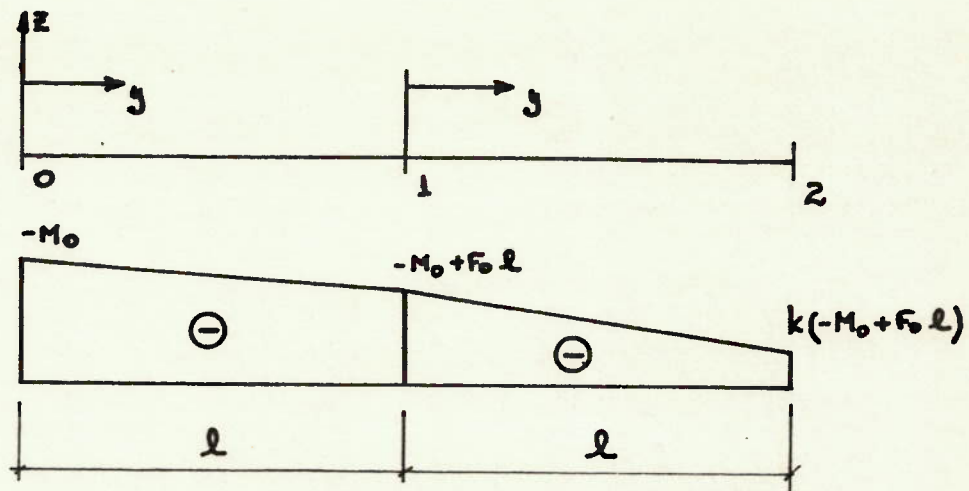


FIGURA 3.26

$$M = -M_0 + F_0 y \quad (3.58)$$

Com a convenção adotada, isto é, momentos fletores positivos tracionando as fibras inferiores e sendo \$Z\$, a ordenada da linha elástica, positivo para cima, a equação diferencial da linha elástica reduz-se a:

$$\frac{d^2 Z}{dy^2} = \frac{M}{EI} \quad (3.59)$$

Substituindo o valor de \$M\$ pela equação (3.58) e integrando teríamos:

$$Z = -M_0 \frac{y^2}{2} + F_0 \frac{y^3}{6} + C_1 y + C_2 \quad (3.60)$$

As constantes de integração são encontradas em função das condições de contorno, ou seja:

$$\begin{aligned} y = 0 \quad Z = 1 \\ y = 0 \quad \frac{dZ}{dy} = \theta = 0 \end{aligned} \quad (3.61)$$

Portanto:

$$Z = 1 - M_0 \frac{y^2}{2} + F_0 \frac{y^3}{6} \quad (3.62)$$

E substituindo os valores de M_0 e F_0 :

$$Z = 1 - \frac{3(5+k)}{7+2k} \frac{y^2}{l^2} + \frac{8+k}{7+2k} \frac{y^3}{l^3} \quad (3.63)$$

Deste modo as coordenadas da linha de influência para o trecho 01 serão dadas por:

$$\eta = 1 - \frac{3(5+k)}{7+2k} \frac{y^2}{l^2} + \frac{8+k}{7+2k} \frac{y^3}{l^3} \quad (3.64)$$

Substituindo k pelo seu valor numérico (equação 3.47):

$$\eta = 1 - 2,1962 \frac{y^2}{l^2} + 1,1962 \frac{y^3}{l^3} \quad (3.65)$$

No trecho 12 a equação do momento fletor é outra (figura 3.26)

$$M = (-M_0 + F_0 l) \left[1 - (1-k) \frac{y}{l} \right] \quad (3.66)$$

Substituímos este valor na equação diferencial da linha elástica e integramos. As constantes de integração são determinadas em função das novas condições de contorno, isto é, Z é zero nos dois extremos do trecho.

Deste modo teríamos:

$$Z = \eta = \left\{ \frac{-6}{7+2k} \left[\left(1 + \frac{k}{2}\right) \frac{y}{l} - \frac{3}{2} \left(\frac{y}{l}\right)^2 + \frac{1-k}{2} \left(\frac{y}{l}\right)^3 \right] \right\}$$

(3.67)

e substituindo o valor de k;

$$\eta = \left[-0,8038 \left(\frac{y}{\ell} \right) + 1,3923 \left(\frac{y}{\ell} \right)^2 - 0,5885 \left(\frac{y}{\ell} \right)^3 \right] \quad (3.68)$$

Para os trechos subsequentes (23, 34, etc) a linha elástica e, portanto, a linha de influência \bar{e} em contrada multiplicando-se a linha elástica do trecho anterior pelo coeficiente de propagação:

Assim:

$$\begin{aligned} \eta &= \left\{ \frac{-6}{7+2k} \left[\left(1 + \frac{k}{2} \right) \frac{y}{\ell} - \frac{3}{2} \left(\frac{y}{\ell} \right)^2 + \frac{1-k}{2} \left(\frac{y}{\ell} \right)^3 \right] \right\} k^{m-1} = \\ &= \left[-0,8038 \frac{y}{\ell} + 1,3923 \left(\frac{y}{\ell} \right)^2 - 0,5885 \left(\frac{y}{\ell} \right)^3 \right] (-0,2679)^{m-1} \end{aligned} \quad (3.69)$$

onde m é o menor dos dois números que define o trecho.

UTILIZAÇÃO DA LINHA DE INFLUÊNCIA

Para cargas concentradas, basta multiplicar-se o valor da ordenada da linha de influência pelo valor da carga para termos o valor da reação R_0 .

Para cargas distribuídas, basta fazermos a seguinte integração:

$$R_0 = \int_{\ell_1}^{\ell_2} \eta \cdot p \cdot dy \quad (3.70)$$

onde:

$p = p(y)$ - equação que define o valor da carga distribuída.

ℓ_1 e ℓ_2 - coordenadas inicial e final da aplicação da carga distribuída.

Em nosso problema utilizaremos cargas distribuídas uniformes. Além disso, pelo grande comprimento das lagartas, trechos inteiros poderão estar completamente carregados.

Podemos, então, apresentar fórmulas para este tipo de carregamento.

Assim, para o 1º painel carregado até uma abcissa y :

$$R_0 = p \int_0^y \eta \, dy \quad (3.71)$$

$$R_0 = py \left[1 - 0,7321 (y/\ell)^2 + 0,2991 (y/\ell)^3 \right] \quad (3.72)$$

Para o 1º painel inteiramente carregado:

$$R_0 = 0,5670 p\ell \quad (3.73)$$

De modo semelhante para os painéis subsequentes carregados até y :

$$R_0 = py \left[-0,4019 (y/\ell) + 0,4641 (y/\ell)^2 - 0,1471 (y/\ell)^3 \right] (-0,2675)^{m-1} \quad (3.74)$$

Para painéis completamente carregados:

$$R_0 = -0,0849 (-0,2679)^{m-1} p\ell \quad (3.75)$$

III.3.3.4 Linha de Influência da Reação de Apoio R_1

Damos, neste caso, um deslocamento unitário no apoio 1. Como a viga é infinita, a linha elástica será igual à do caso anterior. Basta, portanto, renumerar os apoios. Assim o apoio 0 passaria a ser 1, o 1 passaria a ser 2 e assim sucessivamente. As equações ficariam inalteradas, exceto quanto a nova denominação dos trechos. (figura 3.27)

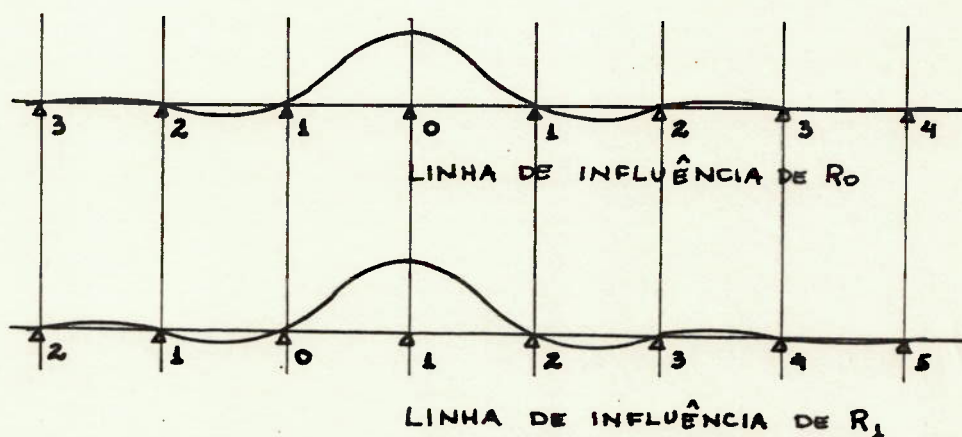


FIGURA 3.27

Procedimento análogo seria empregue para o traçado das linhas de influência das outras reações de apoio.

III.3.3.5 Linha de Influência do Momento Fletor no Apoio 0

Com raciocínio idêntico ao do cálculo da linha de influência para a reação de apoio R_0 , podemos calcular a linha de influência para o momento fletor no ponto 0. Aplicamos uma rotação unitária entre as secções no ponto 0, tendo antes o cuidado de introduzir uma articulação neste ponto. (figura 3.28)

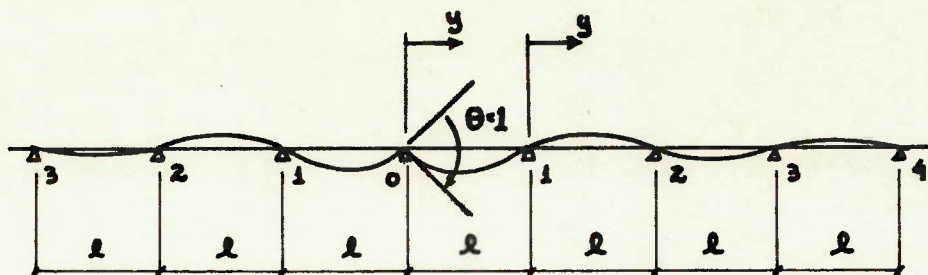


FIGURA 3.28 LINHA DE INFLUÊNCIA DO MOMENTO FLETOR SOBRE O APOIO

Os coeficientes da equação de compatibilidade .. (3.51) não se alterariam, apenas os termos independentes seriam no caso:

$$\begin{aligned} \delta_0 &= 0 \\ \theta_0 &= (-1/2) \end{aligned} \quad (3.76)$$

Resolvendo teríamos para o painel 01:

$$\eta = \frac{3}{2+k} \left[-\frac{(2+k)}{6} \frac{y}{l} + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{l} \right)^2 - \frac{(1-k)}{6} \left(\frac{y}{l} \right)^3 \right] l \quad (3.77)$$

Ou substituindo o valor de k:

$$\eta = \left[-0,5 \frac{y}{l} + 0,8660 \left(\frac{y}{l} \right)^2 - 0,3660 \left(\frac{y}{l} \right)^3 \right] l \quad (3.78)$$

Para os trechos subsequentes basta multiplicar a equação (3.78) por k^m , onde m é o número do menor apoio que define o trecho.

Para carga distribuída, devemos proceder à integração como no caso anterior.

Para o primeiro painel teríamos:

$$M = p\ell^2 \left[-0,25 \left(\frac{y}{\ell}\right)^2 + 0,2887 \left(\frac{y}{\ell}\right)^3 - 0,0915 \left(\frac{y}{\ell}\right)^4 \right] \quad (3.79)$$

Para os painéis subsequentes:

$$M = p\ell^2 \left[-0,25 \left(\frac{y}{\ell}\right)^2 + 0,2887 \left(\frac{y}{\ell}\right)^3 - 0,0915 \left(\frac{y}{\ell}\right)^4 \right] (-0,2679)^m \quad (3.80)$$

Para os painéis completamente carregados as fórmulas reduzem-se respectivamente a:

$$M = -0,0528 p\ell^2 \quad (3.81)$$

$$M = -0,0528 (-0,2679)^m p\ell^2 \quad (3.82)$$

III.3.3.6 Linha de Influência do Momento Fletor no Meio do Vão

Segundo o esquema da figura (3.24) teríamos para o painel 00.

$$\begin{aligned} \eta &= \left\{ \frac{1}{2} \frac{y}{\ell} - \frac{3}{2(5+k)} \left[\frac{y}{\ell} - \left(\frac{y}{\ell}\right)^2 \right] \right\} \ell \\ &= \left[0,1830 \frac{y}{\ell} + 0,3170 \left(\frac{y}{\ell}\right)^2 \right] \ell \quad (3.83) \end{aligned}$$

Tal equação vale somente para metade do trecho, isto é, $0 \leq y \leq \ell/2$.

Para os trechos subsequentes:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{3}{5+k} \left[-\frac{(2+k)}{6} \frac{y}{\ell} + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\ell}\right)^2 - \frac{(1-k)}{6} \left(\frac{y}{\ell}\right)^3 \right] k^m \ell \\ &= \left[-0,1830 \frac{y}{\ell} + 0,3170 \left(\frac{y}{\ell}\right)^2 - 0,1340 \left(\frac{y}{\ell}\right)^3 \right] (-0,2679)^m \ell \quad (3.84) \end{aligned}$$

Para cargas distribuídas integrando teríamos:

$$M = \left[0,0915 \left(\frac{y}{\ell} \right)^2 + 0,1057 \left(\frac{y}{\ell} \right)^3 \right] p \ell^2 \quad (3.85)$$

e para os trechos seguintes:

$$M = \left[-0,0915 \left(\frac{y}{\ell} \right)^2 + 0,1057 \left(\frac{y}{\ell} \right)^3 - 0,0335 \left(\frac{y}{\ell} \right)^4 \right] (-0,2679)^m \times p \ell^2 \quad (3.86)$$

A metade do 1º trecho completamente carregada forneceria:

$$M = 0,0361 \quad p \ell^2 \quad (3.87)$$

Deste modo para o primeiro trecho completamente carregado:

$$M = 0,0722 \quad p \ell^2 \quad (3.88)$$

E para os trechos seguintes:

$$M = (0,2679)^m \quad (-0,0193) \quad p \ell^2 \quad (3.89)$$

III.3.3.7 Linha de Influência da Força Cortante à Esquerda do Apoio 0

Neste caso devemos dar um deslocamento unitário correspondente à força cortante. (figura 3.29)

Sobre o apoio 0, imediatamente à esquerda, a linha elástica deve ter um ressalto unitário, porém as tangentes à esquerda e à direita devem ser paralelas.

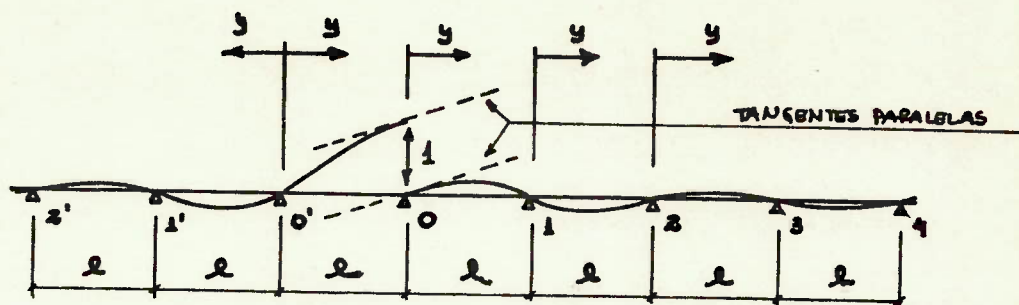


FIGURA 3.29 LINHA DE INFLUÊNCIA DA FORÇA CORTANTE À ESQUERDA DE O.

Resolvendo o problema hiperestático verificamos que a linha elástica no trecho 01 é igual à do trecho 0'1' com o sinal trocado. O mesmo ocorre com os trechos 12 e 1'2' e assim sucessivamente.

Para o trecho 00' teríamos:

$$\eta = \frac{1}{3+k} \left[(2+k) \frac{y}{l} + 3 \left(\frac{y}{l} \right)^2 - 2 \left(\frac{y}{l} \right)^3 \right] \quad (3.90)$$

E substituindo o valor de k:

$$\eta = 0,6340 \left(\frac{y}{l} \right) + 1,0981 \left(\frac{y}{l} \right)^2 - 0,7320 \left(\frac{y}{l} \right)^3 \quad (3.91)$$

Para carga distribuída neste trecho teríamos:

$$Q = \left[0,3170 \left(\frac{y}{l} \right)^2 + 0,3660 \left(\frac{y}{l} \right)^3 - 0,1830 \left(\frac{y}{l} \right)^4 \right] p l \quad (3.92)$$

E para o primeiro trecho completamente carregado:

$$Q = 0,5 p l \quad (3.93)$$

Para o trecho 0'1' a linha de influência seria:

$$\eta = \frac{1}{3+k} \left[- (2+k) \frac{y}{\ell} + 3 \left(\frac{y}{\ell} \right)^2 - (1-k) \left(\frac{y}{\ell} \right)^3 \right] \quad (3.94)$$

Substituindo o valor de k:

$$\eta = -0,6340 \frac{y}{\ell} + 1,0981 \left(\frac{y}{\ell} \right)^2 - 0,4641 \left(\frac{y}{\ell} \right)^3 \quad (3.95)$$

Para cargas distribuídas:

$$Q = \left[-0,3170 \left(\frac{y}{\ell} \right)^2 + 0,3660 \left(\frac{y}{\ell} \right)^3 - 0,1160 \left(\frac{y}{\ell} \right)^4 \right] p\ell \quad (3.96)$$

O painel completo teria:

$$Q = -0,0670 \quad p\ell \quad (3.97)$$

Para os trechos subsequentes, basta multiplicar as equações (3.95), (3.96) e (3.97) por k^m onde m é o menor número do apoio que define o trecho.

III.3.3.8 Linha de Influência da Força Cortante para um Ponto entre 0 e 0'

Deve-se impor um deslocamento vertical unitário, entre as secções à esquerda e à direita do ponto para o qual quer-se traçar a linha de influência.

Como pode ser visto na figura (3.30) pela antissimetria do carregamento, as curvas indicadas por 1 e 2 têm sempre a distância medida na vertical igual a unidade. Além disso, as tangentes às curvas nos pontos interceptados pela mesma vertical são paralelas.

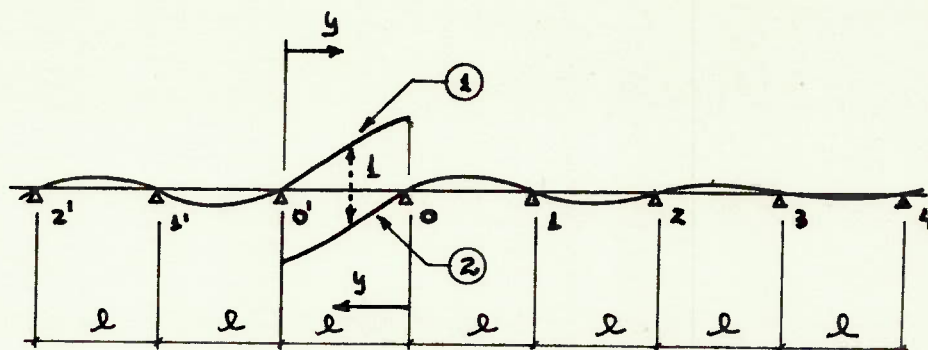


FIGURA 3.30

A curva 1 é a curva calculada para a linha de influência à esquerda de 0 (equação 3.91); a curva 2 tem a mesma equação, porém, com o eixo y indicado na figura (3.30). Deste modo, podemos utilizar as equações calculadas para a linha de influência à esquerda de 0. Traçamos uma vertical pelo ponto com relação ao qual quer-se traçar a linha de influência; à sua esquerda a linha de influência será representada pela curva 1, à sua direita pela curva 2.

III.3.4 Roteiro de Cálculo - Tensões Provocadas pelo Sistema II

Inicialmente admitimos a placa de p_i so como uma viga contínua apoiada sobre os reforçadores longitudinais, admitidos rígidos.

Calculamos então os valores de R_0 , R_1 , R_2 ... das cargas equivalentes que seriam aplicadas a cada reforçador.

Para isto, utilizamos as linhas de influência apresentadas em (III.3.3.3) e (III.3.3.4), ou mais facilmente usando os gráficos destas derivadas e apresentados na figura (3.19).

Após isto, calculamos o valor do espaçamento efetivo a_0^* para o reforçador mais carregado usando os valores de R_0 e R_1 calculados acima e as fórmulas (3.32) e (3.40). Mais facilmente este valor pode ser calculado em função do gráfico da figura (3.20).

Conhecido o espaçamento efetivo a_0^* , podemos calcular a largura efetiva a_0' da chapa de piso que trabalha com o reforçador. Para tal, utilizamos a tabela .. (3.1) ou o gráfico da figura (3.13).

Conhecido o valor de a_0' podemos calcular as características geométricas (momento de inércia), módulo de resistência, etc), do conjunto reforçador longitudinal mais parcela de chapa de piso colaborante pela teoria ... clássica da Resistência dos Materiais.

Passamos, então, ao estudo dos reforçadores longitudinais, considerados como vigas infinitas contínuas apoiadas sobre os diafragmas rígidos.

Usando as linhas de influência deduzidas em (III.3.3) determinam-se as posições críticas das cargas.

Lembrando que o valor dos esforços no reforçador é proporcional à parcela de carga distribuída para este (R_0 , por exemplo), calculamos as tensões utilizando-se as características geométricas já calculadas.

Para os outros reforçadores o procedimento é semelhante.

IV. DIMENSIONAMENTO

IV.1 Material Empregado

Como o peso do conjunto é de importância fundamental, o material escolhido foi o alumínio.

Foi selecionada a liga 5083 comercializada pela ALCAN sob o código D 54S. Tal liga é encontrada no mercado nacional, tem boas propriedades mecânicas, boa soldabilidade e possui boa resistência à corrosão e "stress corrosion".

As características deste material estão listadas nas figuras (4.1), (4.2) e (4.3).

O material será utilizado com o tratamento H-34 que consiste em um encruamento e posterior estabilização. Nesta condição possuirá as seguintes características que serão adotadas no projeto:

- Limite de resistência a tração $\sigma_R = 35,2 \text{ kg/mm}^2$
- Tensão de escoamento convencional (0,2% de deformação permanente) $\sigma_e = \sigma_{0,2} = 27,4 \text{ kg/mm}^2$
- Módulo de elasticidade $E = 7200 \text{ kg/mm}^2$
- Módulo de elasticidade transversal $G = 2700 \text{ kg/mm}^2$
- Coeficiente de Poisson = $\nu = 0,33$.

As propriedades abaixo são para o tratamento H-32, mas poderão ser utilizadas a favor da segurança, no dimensionamento das uniões rebitadas e parafusadas.

- Tensão de cisalhamento de ruptura $\tau_R = 19,0 \text{ kg/mm}^2$
- Tensão de escoamento de cisalhamento $\tau_e = 14,1 \text{ kg/mm}^2$
- Tensão de esmagamento $\sigma_{esm} = 63,2 \text{ kg/mm}^2$

Alloy Data

Alloy 5083

Alloy 5083 is the highest strength non-heat-treatable alloy in general commercial use, possessing high as-welded properties and excellent corrosion resistance.

It is used for many types of welded assemblies, such as tanks, dump trucks, cryogenic applications and ship superstructures. It is not recommended for use in corrosive environments at temperatures above 140 F (60 C).

Although it can be extruded, 5083 is normally supplied as sheet and plate. If extrusions are required for an assembly then 6351 is preferred.

CSA	GM41
ASTM/AA	5083
BS	N8

CHARACTERISTICS

Welding
Alloy 5083 is readily welded by the MIG and TIG processes, Recommended filler alloy is 5356.

Rivets
Alloy 5154-F

Machining
Readily machined in all tempers given.

Forming
All tempers may be formed, the softer tempers accepting more severe forming.

Bend Radius Factor[Ⓞ]

Thickness, in	0.06	0.25	0.5	1
H11A	2	2	3	3.5
H12A, H32A	2	2	3.5	4
H32	3	3.5		

Corrosion
Excellent resistance to the atmosphere, seawater, fresh waters and many soils. Good general corrosion resistance in structural applications. Not suitable for corrosive service above 140 F (60 C).

AVAILABILITY[Ⓞ]

Products	Tempers
Sheet	H32, H32A
Plate	H11A, H12A, H32A
Extruded Shapes	H11A

DESIGN CODES

CSA	B167 Gen Purpose E.O.T. Cranes
	Z169 Al Pressure Piping
	S190 Light Gauge Al Products
AA	Aluminum Construction Manual
ASME	Unfired Pressure Vessels
	Lloyds Registry of Shipping, Chap. P
USASI	B96•1 Welded Al Field Erected Tanks

CHEMICAL COMPOSITION

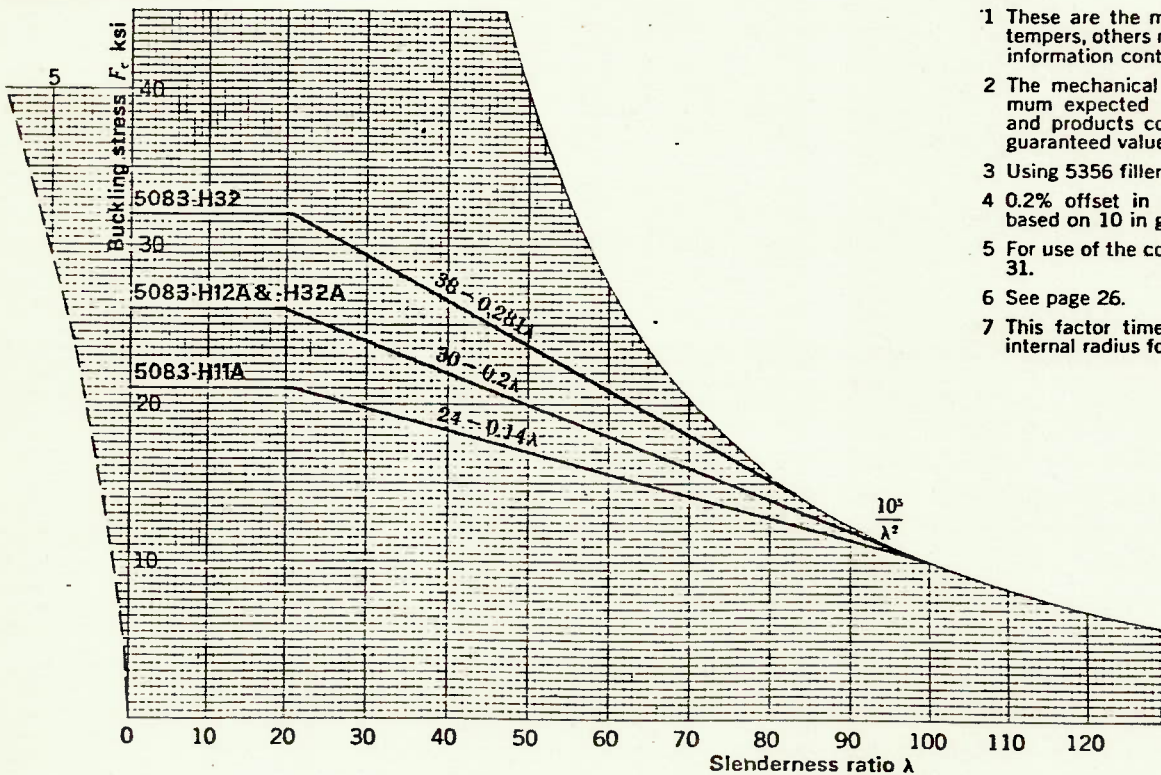
Alloy 5083 is a non-heat-treatable aluminum-magnesium alloy with manganese added

	% weight
Copper	0.10
Iron	0.40
Magnesium	4.0-4.9
Manganese	0.30-1.0
Silicon	0.40
Titanium	0.15
Zinc	0.25
Chromium	0.05-0.25
Others, each	0.05
Others, total	0.15
Aluminum	Remainder

MECHANICAL PROPERTIES OF ALLOY 5083[Ⓞ]

Temper	Thickness in	Tension			Compression	Shear		Bearing [Ⓞ]
		F_u Ultimate ksi	F_y Yield ksi	δ Elongation %	F_{cu} Yield ksi	F_{su} Ultimate ksi	F_{sy} Yield ksi	F_B Ultimate ksi
H11A	all	40	24	12	21	24	14	80
H12A, H32A	all	44	31	12	26	26	18	88
H32	0.081-0.249	45	34	8	32	27	20	90
Welded [Ⓞ]	all	38	18 [Ⓞ]	-	18	23	11	-

BUCKLING DIAGRAMS[Ⓞ]



Notes:

- 1 These are the most common products and tempers, others may be available. For further information contact an Alcan sales office.
- 2 The mechanical properties given are minimum expected values for the thicknesses and products covered. See Alcan Data for guaranteed values.
- 3 Using 5356 filler alloy.
- 4 0.2% offset in 2 in gauge length. Values based on 10 in gauge length will be higher.
- 5 For use of the construction curves see page 31.
- 6 See page 26.
- 7 This factor times the thickness gives the internal radius for a 90° bend.

Non-Heat-Treatable Al-Mg Wrought Alloy

D54 S

Chemical Composition Limits (in %)

Mg	Mn	Cr	Fe	Si	Cu	Other elements	
						each	total
4.0-4.9	0.30-1.00 0.40-1.0	0.05-0.25	0.40	0.20	0.10	0.05	0.15

Outstanding Characteristics

High strength after welding. Very resistant to sea water and industrial atmosphere.

Standard Commodities

Ingot for melting, sheet- and extrusion ingot; plate, sheet; extrusions.

Typical Uses

Shipbuilding; car bodies; railway wagons. Recommended for pressure vessels and low temperature applications.

Typical Physical Properties

Specific gravity	2.65 g/cm ³
Modulus of elasticity	7200 kg/mm ²
Modulus of rigidity	2700 kg/mm ²
Melting range	570-640°C
Specific heat between 0-100°C	0.23 cal/g · °C
Coefficient of linear expansion between 20-200°C	25 × 10 ⁻⁶ /°C
Thermal conductivity at 25°C	0.29 cal/cm · s · °C
Specific electrical resistance at 20°C	0.058 Ω mm ² /m

Other Characteristics

Corrosion resistance:	Excellent
Weldability:	Good ✓
Brazeability:	Brazing is not recommended
Formability:	Good (in O temper)
Machinability:	Fair



ALCAN S.A. ZURICH-SUISSE

February 1965

Alcan CA

D54S**Non-Heat-Treatable Al-Mg Wrought Alloy****Mechanical Properties**

Commodity and Temper	Gauge mm	0.2% Proof Stress kg/mm ²	Ult. Tensile Strength kg/mm ²	Elongation δ_{10} %	Rockwell Hardness «F» scale	Ult. Shear Strength kg/mm ²	Fatigue Strength kg/mm ²
-------------------------	-------------	--	--	----------------------------------	-----------------------------------	--	---

Sheet

O	2 —6.4	12.7 (15.8)	(31.3)	28.2	16 (21.5)		
H31A	3.2—9.5	21.8 (28.5)	31 (35.9)		12 (14.0)		
H32	2 —6.4	23.9 (29.9)	31.7 (36.2)		10 (12.0)		
H34	2 —6.4	27.4 (33.4)	35.2 (38.7)		8 (10.5)		

17

Plate

O	6.4—25.4	12.7 (15.8)	(31.3)	28.2	16 (21.5)		
H11A	9.5—25.4	17.6 (20)	29.6 (32.7)		14 (18.5)		
H11B	9.5—16	21.8 (22.8)	31.0 (33.4)		12 (18.0)		

Extrusions

H11A	all sizes	(20.4)	16.9	(30.3)	28.2	12 (19)	(76)
------	-----------	--------	------	--------	------	---------	------

Annealing

(in controlled atmosphere furnace)

Temp.°C	Time h
325	2

February 1965

ALCAN S. A. - ZURICH - SUISSE



IV.2 Tensões Admissíveis e Coeficientes de Segurança

IV.2.1 Valores Encontrados nas Referências

As recomendações citadas abaixo são as indicadas pelo AISC [2]. Não iremos adotar os mesmos valores, mas estes servirão como orientação.

Sistema III - O Sistema III é constituído pela chapa de piso apoiada sobre os reforçadores longitudinais considerados rígidos, trabalhando como uma placa isotrópica.

As tensões provocadas pelo Sistema III não são geralmente levadas em consideração no dimensionamento da aba superior da viga. As tensões máximas são localizadas e atuam na direção transversal (x), não se superpondo diretamente aos valores das tensões provocadas pelos Sistemas I e II.

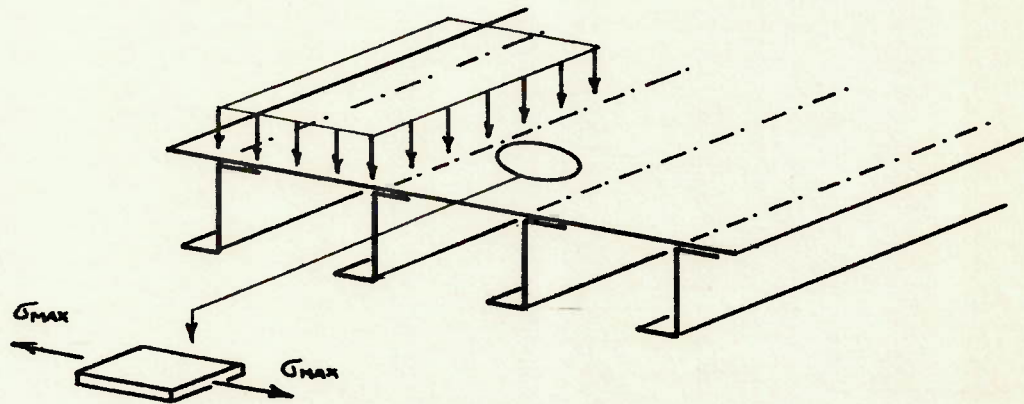


FIGURA 4.4.

Para que haja colapso da chapa de piso é necessário que se desenvolvam grandes deflexões, não sendo mais válidas as equações usualmente adotadas para as placas. Irão aparecer tensões de membrana e a carga de colapso será bem maior do que a prevista admitindo o comportamento linear.

De modo geral, o dimensionamento é feito em função da deflexão que a placa irá assumir entre dois reforçadores. Recomenda-se como valor máximo desta deflexão o valor $a/300$, onde a é o espaçamento entre os reforçadores. Tal valor é limitado para que não haja problemas de aderência entre o revestimento (asfalto ou concreto) e a chapa de piso.

No caso em estudo, pode-se adotar uma solução "mais flexível", uma vez que não haverá este revestimento. Será feita, entretanto, uma verificação das tensões.

Sistema I e Sistema II -

- Tensões normais de tração e tensões de cisalhamento

A recomendação americana prevê:

$$\begin{aligned} f_I &< \bar{f} \\ f_{II} &< \bar{f} \\ f_{I+II} &< 1,25 \bar{f} \end{aligned}$$

onde:

- f_I - tensão atuante provocada apenas pelo sistema I
- f_{II} - tensão atuante provocada apenas pelo sistema II
- f_{I+II} - tensão atuante provocada por ambos os sistemas ao mesmo tempo
- \bar{f} - tensão admissível adotada pelas normas.

Verifica-se, portanto, que as tensões em cada sistema devem ser individualmente menores que a admissível. Para os esforços combinados há uma majoração de 25% na tensão admissível.

As normas alemãs recomendam que as tensões nos sistemas I e II sejam inferiores à tensão admissível. Para os esforços combinados a majoração na tensão .. admissível é de 12,5%.

- Tensões normais de compressão

De modo geral o problema crítico das partes comprimidas é a flambagem local.

Neste caso a recomendação americana para os coeficientes de segurança com relação a tensão de flambagem é:

Sistema I - coeficiente de segurança 1,85
 Sistema II - coeficiente de segurança 1,85
 Sistema I + II - coeficiente de segurança 1,5

No caso há uma majoração de 23% da tensão admissível para os esforços combinados do sistema I e II.

Já para as normas alemãs esta majoração seria de 14% para um coeficiente básico de 1,7.

IV.2.2 Valores Adotados

No dimensionamento iremos adotar um coeficiente de segurança para as tensões normais de tração .. igual a 2,5 para o dimensionamento a partir do carregamento estático.

Tal valor corresponderia, aproximadamente, ao coeficiente de segurança habitual com relação ao escoamento de 1,67, mais 15% correspondente à sobrecarga em uma das pistas da parte por travessia em locais irregulares e mais 30% correspondentes a um fator de choque pelo fato do carregamento ser dinâmico. Notar que este coeficiente de segurança é conservativo, uma vez que a parcela do impacto e sobrecarga deveria ser aplicada somente sobre a parcela da carga acidental. Como será visto mais adiante, entretanto, o valor dos esforços solicitantes provocados pelo peso próprio é bastante pequeno em comparação com o da carga móvel, justificando esta simplificação.

Assim:

$$s_T = 1,67 \times 1,15 \times 1,3 = 2,5$$

Para as partes comprimidas sujeitas a flambagem local utilizaremos o coeficiente 1,85 acrescido dos mesmos fatores acima, originando um coeficiente global de 2,77.

Deste modo:

$$s_C = 1,85 \times 1,15 \times 1,3 = 2,77$$

Estes coeficientes de segurança serão adotados para os sistemas I e II atuando isoladamente.

Para a aplicação simultânea dos sistemas I e II permitiremos uma majoração de 10% nas tensões admissíveis. Deste modo os coeficientes de segurança efetivos seriam respectivamente:

$$s_T = 2,27$$

$$s_C = 2,52$$

Para o material empregado, liga de alumínio D54S - H34 com $\sigma_e = 27,4 \text{ kg/mm}^2$, a tensão admissível a tração seria de $\bar{\sigma} = 10,9 \text{ kg/mm}^2$.

Para a superposição das tensões do sistema I e II a tensão admissível a tração seria:

$$\bar{\sigma} = 10,9 \times 1,1 = 12,0 \text{ kg/mm}^2$$

As tensões admissíveis à compressão irão depender da tensão de flambagem do elemento em estudo. Para cada caso serão calculadas.

IV.3 Determinação da Tensão de Flambagem nos Elementos Estruturais

IV.3.1 Flambagem de Perfis

Para flambagem no regime elástico, que ocorre para valores de λ grandes, a tensão crítica será obtida pela fórmula de Euler:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (4.1)$$

onde:

σ_{cr} - tensão crítica ou de flambagem

E - módulo de elasticidade

λ - índice de esbeltez

Para a flambagem no regime plástico o manual STRENGTH OF ALUMINUM da ALCAN [10] recomenda:

- para valores pequenos de λ , o valor da tensão crítica será a própria tensão de escoamento

$$\sigma'_{cr} = \sigma_e \quad (4.2)$$

- para valores intermediários de λ será adotada uma reta do tipo

$$\sigma'_{cr} = B - D \lambda \quad (4.3)$$

Os valores de B e D são particulares a cada tipo de liga e tratamento.

Um exemplo da curva da tensão de flambagem em função do índice de esbeltez está na figura (4.1).

Usando unidades americanas, a tensão seria medida em ksi, isto é, milhares de libras força por polegada quadrada. A transformação para as unidades que usualmente empregaremos será então:

$$1 \text{ ksi} = 1000 \text{ psi} = 70,32 \text{ kg/cm}^2$$

Usando tais unidades e substituindo os valores de E e π na fórmula de Euler, obteremos para o alumínio:

$$\sigma_{cr} = \frac{10^5}{\lambda^2} \quad [\text{ksi}] \quad (4.4)$$

Os valores de B e D recomendados são:

- a) Ligas de alumínio de alta e média resistência com tratamento térmico total (tratamento T5 ou superior).

$$B = \sigma_e + 0,67 \left(\frac{\sigma_e}{10} \right)^{3/2} \quad (4.5)$$

$$D = \left(\frac{B}{100} \right)^{3/2} \quad [\text{ksi}] \quad (4.6)$$

- b) Ligas de alumínio não tratadas termicamente ou com tratamento inferior a T4.

$$B = \sigma_e + \left(\frac{\sigma_e}{10}\right)^{3/2} \quad (4.7)$$

$$D = \left(\frac{B}{88}\right)^{3/2} \quad [\text{ksi}] \quad (4.8)$$

Tais expressões são dimensionais e os valores da tensão de escoamento devem ser usados em ksi.

Deste modo o diagrama da tensão de flambagem em função do índice de esbeltez fica perfeitamente determinado. Para os valores onde a equação da reta dá valores superiores a σ_e , a tensão crítica será σ_e . O ponto onde a reta encontra a hipérbole de Euler denomina-se C e corresponde ao limite entre a flambagem elástica e a plástica. Para valores de λ maiores do que λ_{LIM} , correspondente ao ponto C, a tensão de flambagem será determinada pela fórmula de Euler.

A reta para materiais do tipo b é tangente a hipérbole de Euler no ponto C. Deste modo o índice de esbeltez limite pode ser calculado pela igualdade das derivadas da reta e da hipérbole:

$$-D = \frac{-2 \times 10^5}{\lambda^3_{LIM}} \quad (4.9)$$

$$\lambda^3_{LIM} = \frac{2 \times 10^5}{D} \quad (4.10)$$

Substituindo o valor de D dado por (4.8) encontraríamos:

$$\lambda^2_{LIM} = \frac{300\,000}{B} \quad (4.11)$$

$$B = \sigma_e + (0,1 \sigma_e)^{3/2} \quad (4.12)$$

Para o material que utilizamos,
D54S - H34, teríamos:

$$\sigma_e = 27,4 \text{ kg/mm}^2 = 39,0 \text{ ksi}$$

Portanto:

$$B = 39 + 3,9^{3/2} = 46,7$$

$$D = \frac{46,7^{3/2}}{88} = 0,387$$

$$\lambda_{LIM} = \sqrt{\frac{300\ 000}{46,7}} = 80,3$$

A reta seria então:

$$\sigma'_{cr} = 46,7 - 0,387 \lambda \quad [\text{ksi}] \quad (4.13)$$

O ponto onde a tensão crítica passaria a ser a tensão de escoamento seria encontrado por:

$$39,0 = 46,7 - 0,387 \lambda$$

$$\lambda \cong 20,0$$

Uma maneira conveniente de se apresentar a reta válida para a faixa 20-80,3 seria substituindo o λ pelo valor da tensão crítica que seria encontrado caso usássemos a fórmula de Euler. Deste modo retirando o valor da equação (4.4)

$$\lambda = \sqrt{\frac{10^5}{\sigma_{cr}}} \quad (4.14)$$

Substituindo na equação (4.13)
teríamos:

$$\sigma'_{cr} = 46,7 - \frac{122,3}{\sqrt{\sigma_{cr}}} \quad (4.15)$$

σ'_{cr} - tensão de flambagem no regime plástico

σ_{cr} - tensão de flambagem calculado usando a fórmula de Euler.

Poderíamos, portanto, resumir o comportamento do material com relação à flambagem com a tabela (4.2) abaixo:

INTERVALO DO λ	k_{si}	TENSÃO CRÍTICA kg/cm ²
0 - 20	$\sigma'_{cr} = 39,0$	$\sigma'_{cr} = 2740$
20 - 80,3	$\sigma'_{cr} = 46,7 - 0,387\lambda = 46,7 - \frac{122,3}{\sqrt{\sigma_{cr}}}$	$\sigma'_{cr} = 3284 - 27,2\lambda = 3284 + \frac{72476}{\sqrt{\sigma_{cr}}}$
> 80,3	$\sigma_{cr} = \frac{10^5}{\lambda^2}$	$\sigma_{cr} = \frac{7\ 100\ 000}{\lambda^2}$

A tensão correspondente ao λ_{LIM} é 1090 kg/cm².

IV.3.2 Flambagem de Chapas

No caso de flambagem de chapas, a fórmula de Euler é:

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (4.16)$$

onde:

t - espessura da chapa

b - largura da chapa

k - coeficiente que depende do tipo de carregamento, das condições de vinculação dos bordos das chapas e da relação com-

primento largura da mesma.

Valores para o coeficiente k podem ser encontrados nas referências [2], [8] e [10]. Iremos utilizar os valores encontrados na NB-14 [11] e PNB 283 [12].

Reescrevendo a expressão (4.16) teremos:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2) k} \left(\frac{b}{t}\right)^2 = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (4.17)$$

$$\lambda = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12 (1 - \nu^2)}{k}} \quad (4.18)$$

A referência [10] diz que as fórmulas da flambagem plástica para perfis podem ser utilizadas para a flambagem de chapas empregando o valor do λ definido na equação (4.18).

- Flambagem plástica de chapas sujeitas a tensão de cisalhamento

No caso da flambagem plástica por cisalhamento não podemos empregar diretamente o λ determinado pela expressão (4.18). Isto porque as curvas definidas pela equação (4.3) são válidas para tensões normais. Para a utilização das mesmas expressões devemos calcular a tensão normal equivalente que pelo critério da energia de distorção é:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{3} \tau \quad (4.19)$$

Os valores da tensão equivalente poderão então ser usados nas expressões do tipo da (4.15).

- Flambagem sob esforços combinados

Para flambagem sob esforços combinados de flexão, compressão e cisalhamento usaremos o procedimento da NB-14 e PNB-283. Define-se uma tensão crítica equivalente, baseada no critério da energia de distorção:

$$\sigma_{cr eq} = \frac{\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}}{\frac{1+\psi}{4} \frac{\sigma}{\sigma_{cr}} + \sqrt{\frac{3-\psi}{4} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2}} \quad (4.20)$$

onde:

σ → valor da tensão de compressão máxima em módulo que atua no painel.

τ → tensão de cisalhamento atuante no painel.

σ_{cr} → tensão normal crítica obtida a partir da fórmula de Euler.

τ_{cr} → tensão de cisalhamento crítica obtida a partir da fórmula de Euler.

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma} \quad (4.21)$$

σ → como acima

σ_2 → tensão no outro bordo da chapa.

Verifica-se se a flambagem é plástica ou elástica pela tabela (4.2). Caso seja plástica, passamos a adotar o valor σ' fornecido pela tabela.

O coeficiente de segurança será dado por:

$$s = \frac{\sigma_{cr eq}}{\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}} \quad (4.22)$$

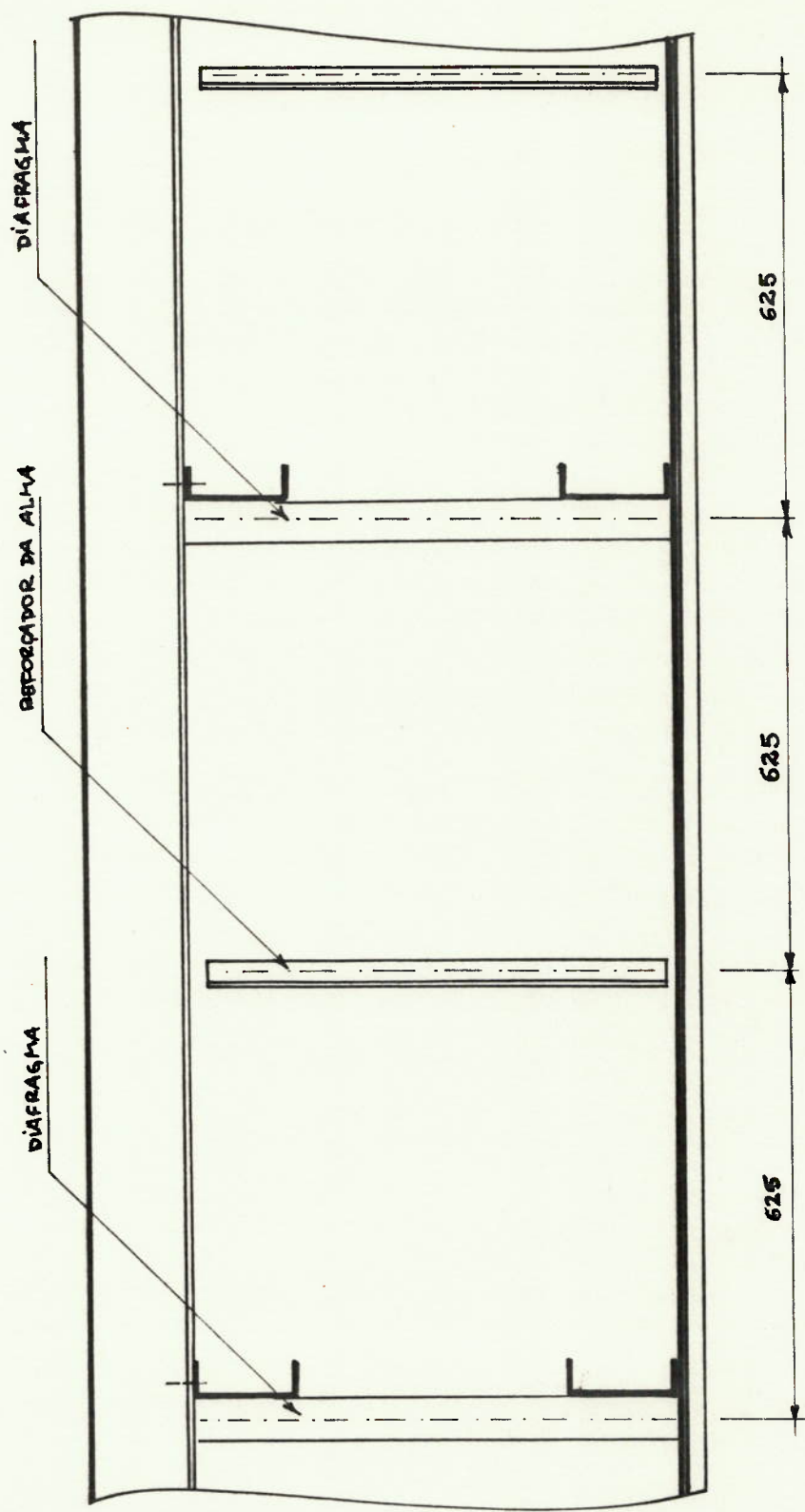


FIGURA 4.6 DETALHE DO VÃO CENTRAL - CORTE LONGITUDINAL

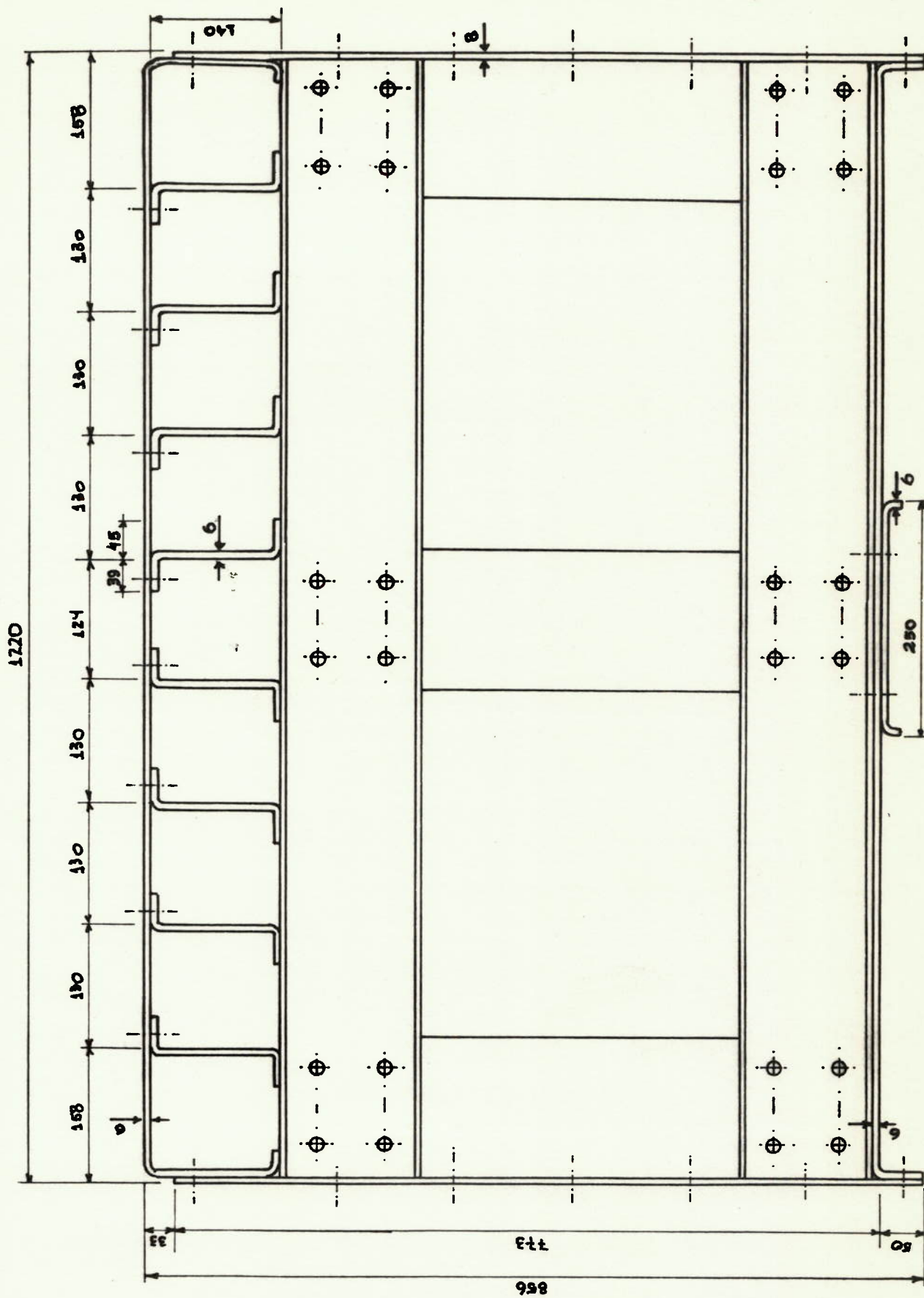


FIGURA 4.7 SECÇÃO TRANSVERSAL

IV.5 Tensões no Sistema I

IV.5.1 Carga em Cada Pista da Ponte

Peso Próprio

Por meio de um precálculo e em função de se evitar o tombamento, o peso próprio da estrutura mais equipamento de lançamento fixo na ponte e mecanismo de rebatimento dos extremos foi estipulado em 8200 kg. Deste modo, em cada pista o peso próprio seria 4100 kg.

Admitindo-se que esta carga se distribua uniformemente ao longo do comprimento da estrutura, teríamos como carga distribuída:

$$p = \frac{4100}{18,5} = 222 \text{ kg/m}$$

Carga Útil

Como foi visto no item 1.2 a carga útil seria equivalente a um carro lançador completo semelhante. O peso total estimado seria de 40.000 kg, portanto 20.000 kg para cada pista. Tal carga é admitida uniformemente distribuída ao longo do comprimento de contato das lagartas com o solo. Ficamos portanto com:

$$p = \frac{20.000}{4} = 5.000 \text{ kg/m}$$

IV.5.2 Reações de Apoio

A ponte será apoiada em seus extremos em solo sem nenhuma preparação especial. Admitiremos que a superfície de contato tenha um comprimento ao longo do eixo da ponte de 1,0 metro. Vamos admitir que a reação do solo seja uniformemente distribuída ao longo deste comprimento. Deste modo teríamos um vão efetivo, isto é, a distância entre as resultantes da reação do solo de 17,5 metros (figura 4.8).

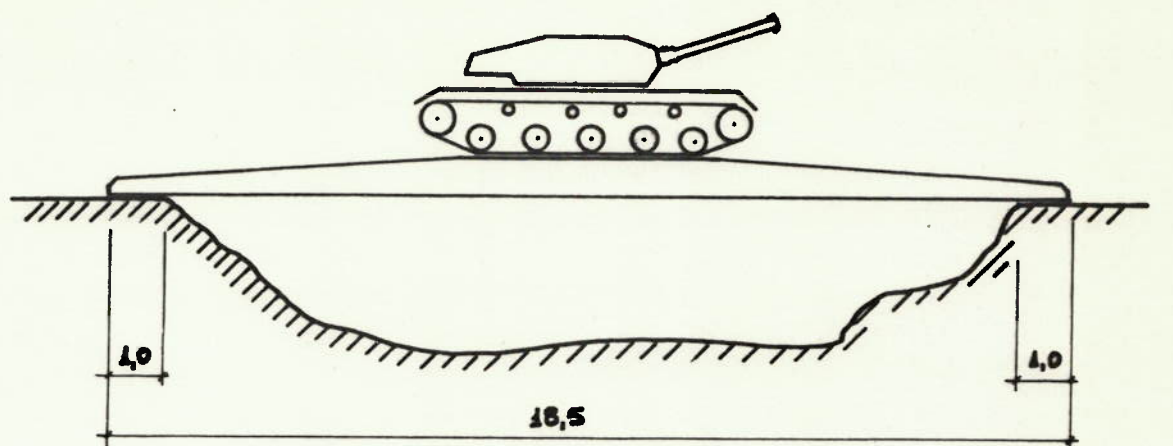


FIGURA 4.8

METROS

IV.5.3 Máximo Momento Fletor

O valor do máximo momento fletor será obtido quando o carro passar pelo meio do vão da ponte.

Teríamos, portanto (figura 4.9)

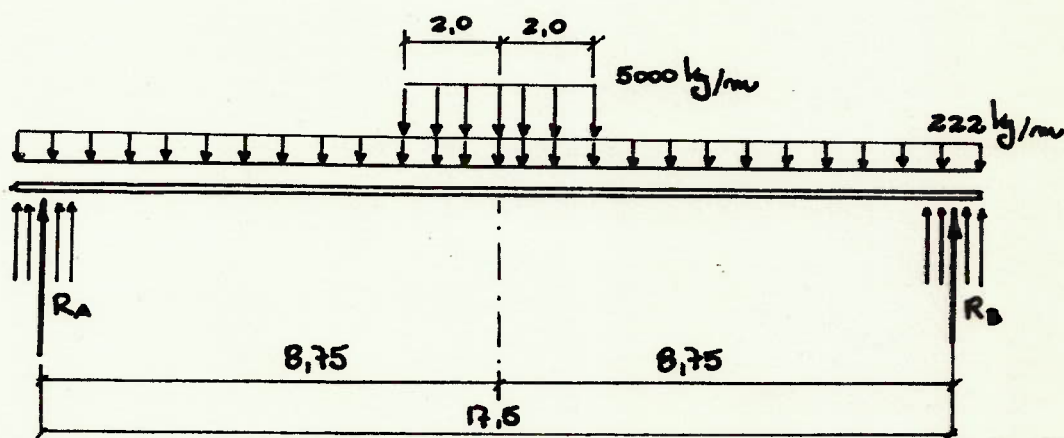


FIGURA 4.9

$$R_A = R_B = \frac{5000 \times 4}{2} + \frac{222 \times 17,5}{2} = 12.053 \text{ kg}$$

$$M_{MAX} = 12.053 \times 8,75 - 222 \times \frac{9,25^2}{2} - 5.000 \times \frac{2^2}{2} = 85.966 \text{ kg m}$$

$$M_{MAX} = 86.000 \text{ kg m}$$

Valor que será adotado para o projeto.

IV.5.4 Cálculo das Características Geométricas da Secção

Adotando o esquema simplificado da figura (4.10) com as medidas em função da linha média das chapas teríamos os resultados seguintes:

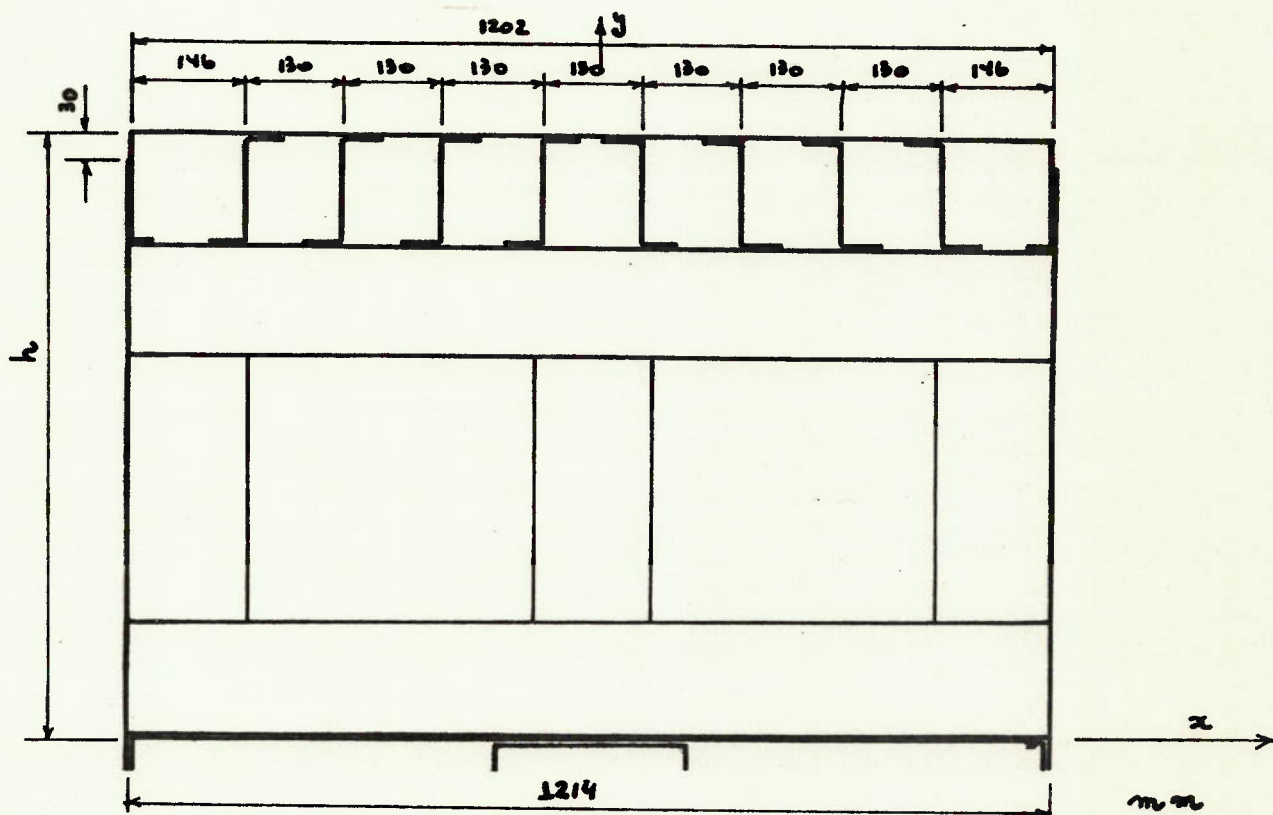


FIGURA 4.10

- Posição do centro de gravidade:

$$y_G = \frac{M_{sx}}{A} \quad (4.23)$$

onde:

M_{sx} → momento estático com relação ao eixo x.

A → área da secção.

Cálculo do M_{sx} :

- parcela das almas

$$M_{sx} = 2 \times (h - 3) \times 0,8 \times \frac{h-3}{2}$$

- parcela do piso

$$M_{sx} = 120,2 \times 0,6 \times h + 2 \times 14 \times 0,6 \times (h - 7) + 2 \times 0,6 \times 2,5 \times (h - 14)$$

- parcela dos reforçadores

$$M_{sx} = 8 \times 0,6 \times 2,16 \times (h - 7,3)$$

- parcela da aba inferior

$$M_{sx} = 0$$

Portanto:

$$M_{sx} = 0,8 h^2 + 190,80 h - 909,27$$

Cálculo da Área:

- parcela das almas

$$A = 2 \times (h - 3) \times 0,8$$

- parcela do piso

$$A = 120,2 \times 0,6 + 2 \times 14 \times 0,6 + 2 \times 0,6 \times 2,5$$

- parcela dos reforçadores

$$A = 8 \times 0,6 \times 21,6$$

- parcela da aba inferior (fundo)

$$A = 121,4 \times 0,6 + 20$$

Portanto:

$$A = 1,6 h + 283,64$$

Deste modo a posição do centro de gravidade será:

$$y_G = \frac{0,8 h^2 + 190,80 h - 909,27}{1,6 h + 283,64}$$

Momento de Inércia

O momento de inércia com relação ao eixo x seria a soma das contribuições dos diversos componentes da estrutura.

- parcela dos reforçadores

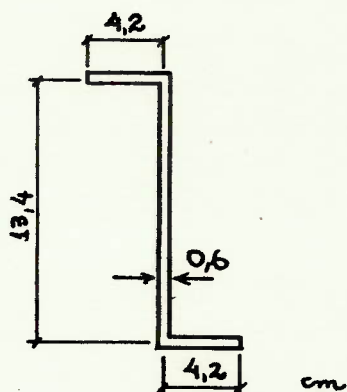


FIGURA 4.11

$$I_{\bar{x}} = 341,16 \text{ cm}^4$$

$$I_x = 8 \times [341,16 + (h - 7,3)^2 \times 12,96]$$

- parcela do piso

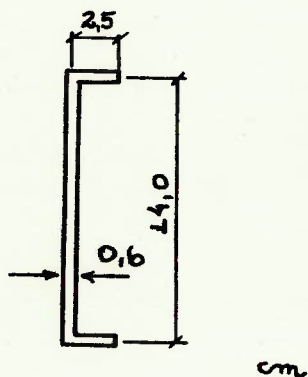


FIGURA 4.12

Momento de inércia dos extremos do piso:

$$I_{\bar{x}} = 284,20 \text{ cm}^4$$

$$I_x = 115,2 \times 0,6 \times h^2 + 2 [284,2 + (h - 7)^2 \times 11,4]$$

- parcela das laterais

$$I_x = 2 \times 0,8 \times \frac{(h - 3)^3}{3}$$

- parcela do fundo

$$I_x = 0$$

Portanto:

$$I_x = 0,53 h^3 + 190,83 h^2 - 1918,65 h + 896,79$$

O momento de inércia com relação ao centro de gravidade seria dado por:

$$I_{xG} = I_x - A y_G^2$$

Adotando-se uma altura $h = 80$ cm e substituindo nas expressões anteriores:

$$y_G = 47,31 \cong 47,3 \text{ cm}$$

$$I_{xG} = 435189 \text{ cm}^4 \cong 435\,100 \text{ cm}^4$$

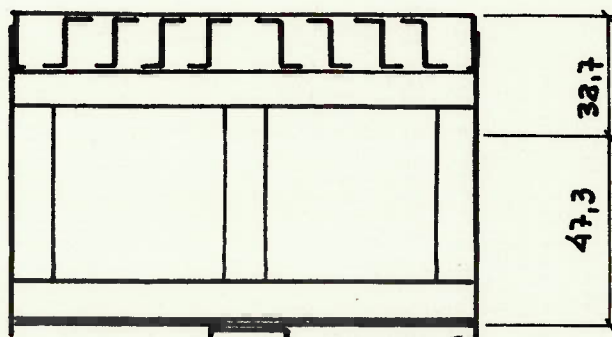


FIGURA 4.13 POSIÇÃO DO CENTRO DE GRAVIDADE

IV.5.5 Tensões M̄aximas no Sistema I

Sendo o momento fletor m̄aximo igual a 8.600.000 kg·cm as tens̄oes atuantes nas fibras extremas seriam:

$$\sigma_T = \frac{8\,600\,000}{435\,100} \times 47,3 = 935 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{face inferior})$$

$$\sigma_C = \frac{8\,600\,000}{435\,100} \times (-32,7) = -647 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{face superior})$$

Verificaç̄ao dos coeficientes de seguranc̄a:

- Traç̄ao

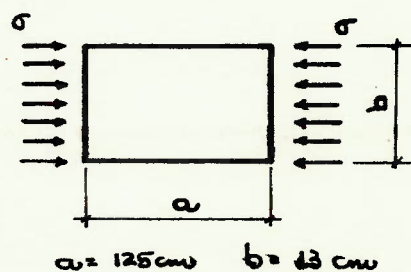
$$\sigma_{at} = 935 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = 2740 \text{ kg/cm}^2$$

$$s = \frac{\sigma_e}{\sigma_{at}} = 2,93 > 2,5 \quad \text{Verifica.}$$

- Compress̄ao

Piso - Um elemento de chapa de piso seria um painel de largura 130 mm (limitado por dois reforçadores longitudinais), espessura 6 mm e comprimento .. 1250 mm.



Neste caso:

$$k = 4,0$$

Substituindo os valores na equaç̄ao (4.18):

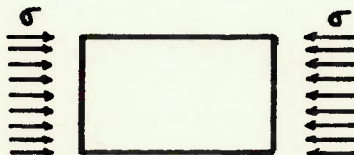
FIGURA 4.14

$$\lambda = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{10,69}{k}} = \frac{13}{0,6} \sqrt{\frac{10,69}{4}} = 35,42$$

Como o índice de esbeltez é menor do que o índice limite, a flambagem será plástica. Usando as expressões da tabela (4.2) teríamos:

$$\sigma'_{cr} = 3284 - 27,2 \times 35,42 = 2320 \text{ kg/cm}^2$$

$$s = \frac{2320}{647} = 3,59 > 2,77 \quad \text{Verifica.}$$



$$a = 125 \text{ cm} \quad b = 3,9 \text{ cm}$$

FIGURA 4.15

Aba inferior do reforçador:

Seria uma chapa com um bordo livre e outro articulado. Para uma relação a/b grande

$$k = 0,425.$$

$$\lambda = \frac{3,9}{0,6} \sqrt{\frac{10,69}{0,425}} = 32,60 \quad \text{Flambagem Plástica}$$

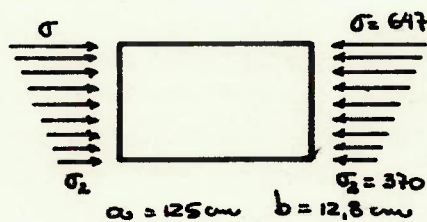
$$\sigma'_{cr} = 3284 - 27,2 \times 32,6 = 2397 \text{ kg/cm}^2$$

A tensão atuante seria:

$$\sigma_{at} = \frac{8\,600\,000}{435\,100} \times 18,7 = 370 \text{ kg/cm}^2$$

$$s = \frac{2397}{370} = 6,48 > 2,77 \quad \text{Verifica.}$$

Alma do reforçador:



$$a = 125 \text{ cm} \quad b = 12,8 \text{ cm}$$

FIGURA 4.15A

Teríamos um painel com com pressão não uniforme. Assim:

$$\psi = \frac{370}{647} = 0,57$$

$$k = \frac{8,4}{0,57 + 1,1} = 5,02$$

Portanto:

$$\lambda = \frac{12,8}{0,6} \sqrt{\frac{10,69}{5,02}} = 31,13 \quad \text{Flambagem plástica}$$

$$\sigma'_{Cr} = 3284 - 27,3 \times 31,13 = 2437 \text{ kg/cm}^2$$

$$s = \frac{2437}{647} = 3,77 > 2,77 \quad \text{Verifica.}$$

IV.5.6 Verificação da Alma - Espaçamento entre Diafragmas e Reforçadores

O problema crítico é o da flambagem local da alma da viga. Os painéis críticos serão os 8 painéis centrais que têm maior altura. Próximo aos apoios, apesar da força cortante ser maior, a menor altura da secção transversal fará com que a carga crítica seja maior.

Faremos a verificação para os painéis mais solicitados: o central, onde teremos o maior momento fletor e o último antes da redução da altura da secção, onde teremos a máxima força cortante.

A figura (4.16) apresenta as linhas de influência da força cortante e do momento fletor para estes painéis.

Estudando a posição da carga móvel (carga distribuída de 5000 kg/m com 4,0 metros de extensão) que produz maiores esforços solicitantes para cada caso teríamos:

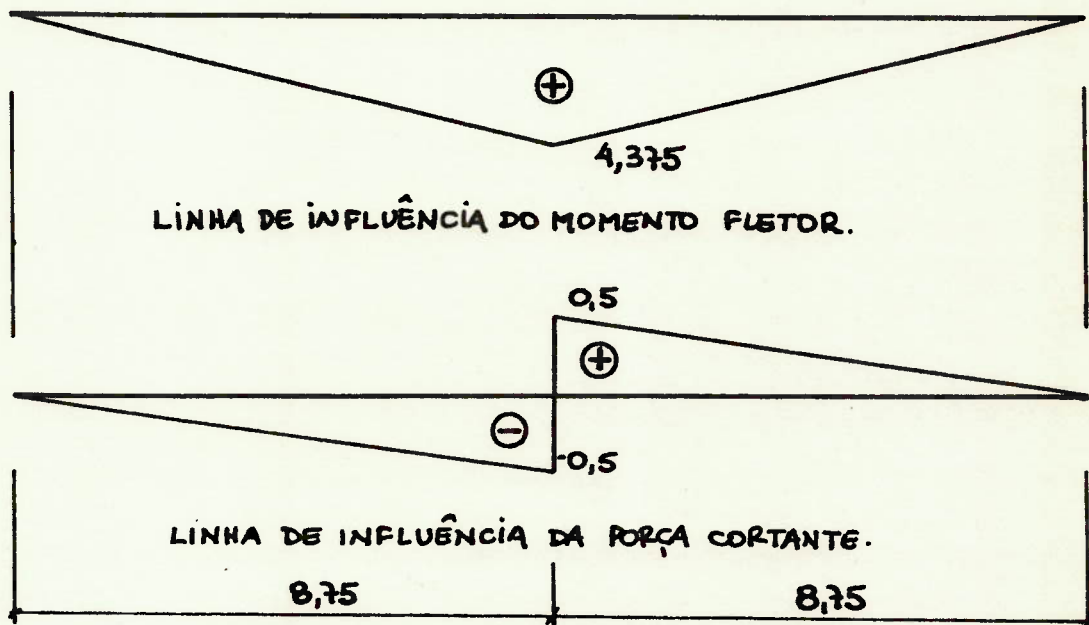
Painel central:

Posição de máximo momento fletor

$$M = 86\,000 \text{ kg m}$$

$$Q = Q$$

1º PAINEL



ÚLTIMO PAINEL

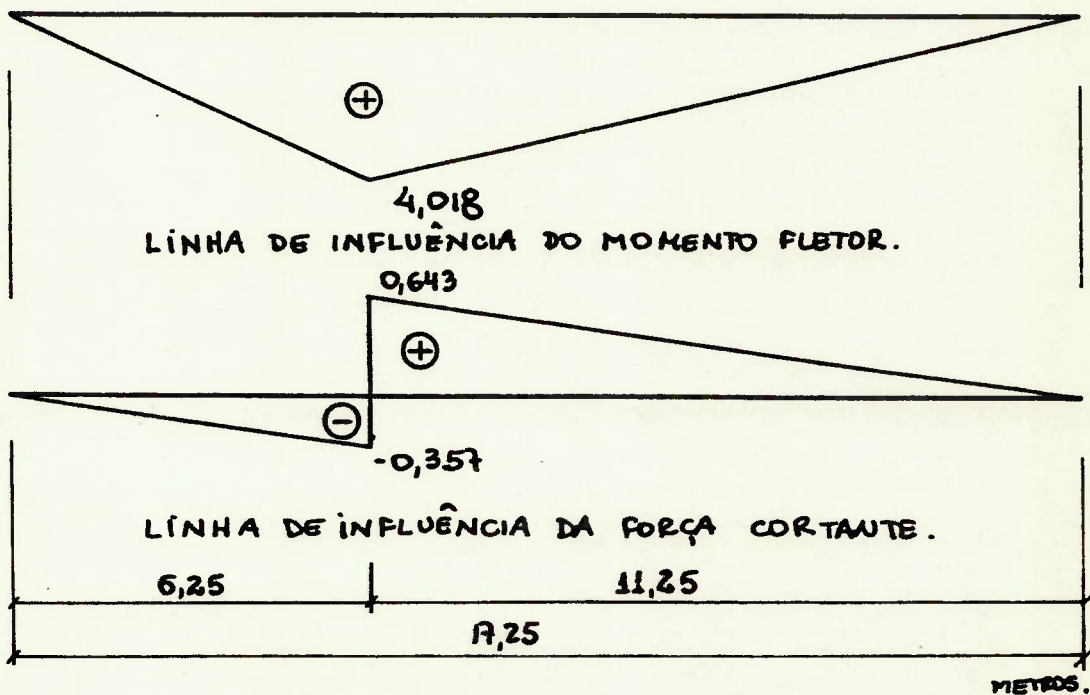


FIGURA 4.16 LINHAS DE INFLUÊNCIA.

Posição de máxima força cortante

$$M = 76\ 000\ \text{kg m}$$

$$Q = 7710\ \text{kg}$$

Painel extremo:

Posição de máximo momento fletor

$$M = 78\ 165\ \text{kg m}$$

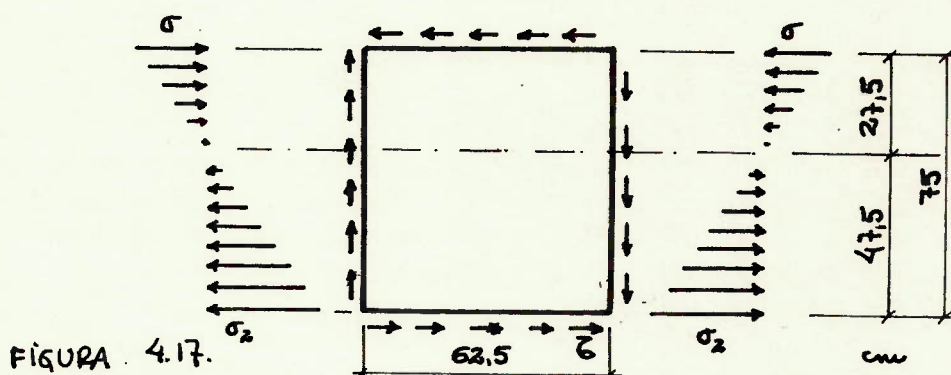
$$Q = 3415\ \text{kg}$$

Posição de máxima força cortante

$$M = 73\ 875\ \text{kg m}$$

$$Q = 11\ 125\ \text{kg}$$

As dimensões do painel já estão definidas. É limitado por um reforçador da alma, um diafragma e pela linha de parafusos que ligam a alma ao piso e a alma ao fundo.



Deste modo:

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{62,5}{75} = 0,83$$

$$\psi = \frac{49,8}{-25,2} = -1,98$$

As constantes para a equação de Euler seriam:

$$\alpha < 1 \quad k_{\tau} = 4,0 + \frac{5,34}{0,83^2} = 11,75$$

$$\alpha > \frac{2}{3} \quad k_{\sigma} = 23,9$$

Deste modo os Índices de esbeltez e tensões críticas seriam:

- Tensão de cisalhamento:

$$\lambda = \frac{75}{0,8} \sqrt{\frac{10,69}{11,75}} = 89,42$$

$$\tau_{cr} = \frac{7\,100\,000}{89,42^2} = 888 \text{ kg/cm}^2$$

- Tensão normal:

$$\lambda = \frac{75}{0,8} \sqrt{\frac{10,69}{23}} = 63,91$$

$$\sigma_{cr} = \frac{7\,100\,000}{63,91^2} = 1738 \text{ kg/cm}^2$$

Faremos a verificação para cada um dos quatro casos citados anteriormente.

1º caso: $Q = 0$ $M = 86\,000 \text{ kg m}$

As tensões atuantes são dadas por:

$$\tau = \frac{Q}{2A} \quad 2A - \text{área que efetivamente resiste no cisalhamento}$$

$$2A = 2 \times 0,8 \times 80 = 128 \text{ cm}^2$$

$$\tau = 0$$

$$\sigma = \frac{M}{I} y \quad I = 435\,100 \text{ cm}^4$$

$$y = 25,2 \text{ cm}$$

$$\sigma = \frac{8\,600\,000}{435\,100} \times 25,2 = 498 \text{ kg/cm}^2$$

Substituímos os valores encontrados das tensões atuantes e das tensões críticas na equação .. (4.19) que dá o valor da tensão equivalente para esforços combinados.

$$\sigma_{cr\ eq} = 1738 \text{ kg/cm}^2$$

Como esta tensão é maior do que 1090 kg/cm² a flambagem se dará no regime plástico. Aplicando a equação (4.14) na forma apresentada na tabela (4.2), encontraremos a tensão de flambagem no regime plástico.

$$\sigma'_{cr} = 3284 - \frac{72476}{\sqrt{1738}} = 1545 \text{ kg/cm}^2$$

O coeficiente de segurança seria calculado pela equação (4.21).

$$s = \frac{1545}{498} = 3,10 > 2,77 \quad \text{Verifica.}$$

2º caso: Q = 7710 kg M = 76.000 kg m

Calculando de modo similar ao 1º caso, as tensões atuantes seriam:

$$\tau = 60 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma = 440 \text{ kg/cm}^2$$

A tensão equivalente seria no caso:

$$\sigma_{cr\ eq} = 1736 \text{ kg/cm}^2$$

Como a flambagem também se dá no regime plástico, a tensão de flambagem seria:

$$\sigma'_{cr} = 1544 \text{ kg/cm}^2$$

Portanto o coeficiente de segurança seria:

$$s = \frac{1544}{452} = 3,42 > 2,77$$

3º caso: $Q = 3415 \text{ kg}$ $M = 78.165 \text{ kg m}$

As tensões atuantes seriam:

$$\tau = 27 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma = 453 \text{ kg/cm}^2$$

A tensão equivalente seria:

$$\sigma_{cr eq} = 1737 \text{ kg/cm}^2$$

Como a flambagem se dá no regime plástico

$$\sigma'_{cr} = 1545 \text{ kg/cm}^2$$

O coeficiente de segurança seria:

$$s = \frac{1545}{456} = 3,39 > 2,77$$

4º caso: $Q = 11.125 \text{ kg}$ $M = 73.875 \text{ kg m}$

As tensões atuantes seriam:

$$\tau = 87 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma = 428 \text{ kg/cm}^2$$

De modo similar ao anteriores:

$$\sigma_{cr eq} = 1735 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_{cr} = 1544 \text{ kg/cm}^2$$

$$s = \frac{1544}{454} = 3,40 > 2,77$$

IV.6 Tensões no Sistema II

IV.6.1 Cálculo das Características Geométricas do Reforçador

A figura (4.7) apresenta um corte da secção transversal. A posição da carga que produz maiores esforços em um reforçador é aquela onde a resultante da carga distribuída está alinhada com o eixo do reforçador. (figura 4.18).

Deve-se notar que para esta posição a direção da resultante não coincide com o eixo de simetria da secção transversal.

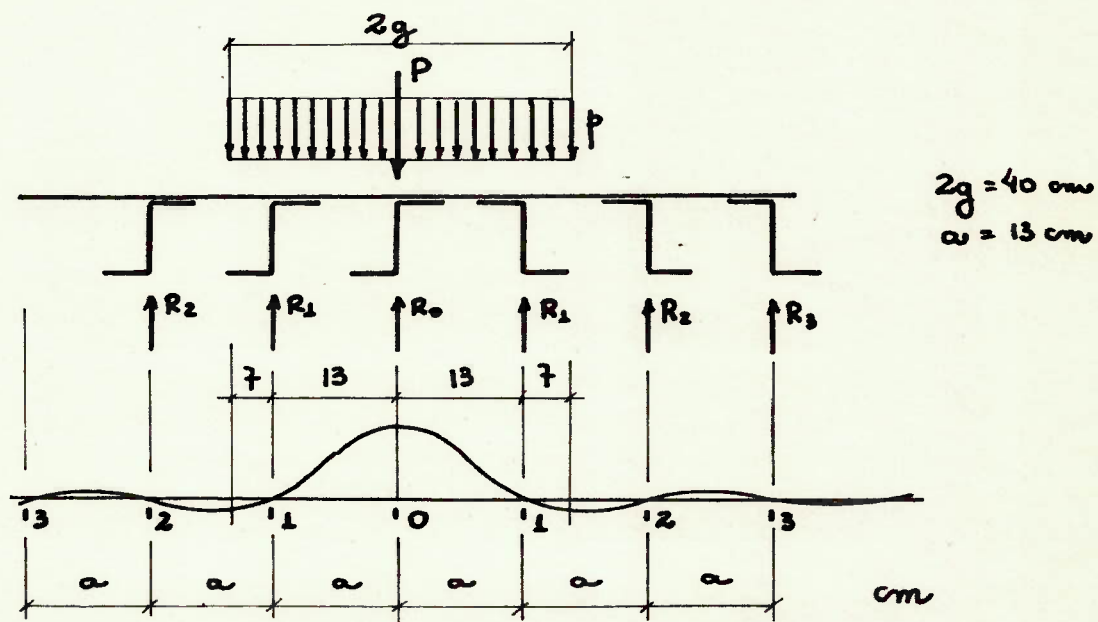


FIGURA 4.18

Resolvendo segundo o procedimento ex posto no capítulo III, teríamos inicialmente que calcular a parcela da carga transferida para cada reforçador.

O cálculo da reação R_0 pode ser efetuado facilmente utilizando-se a linha de influência da reação de apoio R_0 deduzida no item III.3.3.3.

Teríamos portanto:

- parcela do trecho 01, completamente carregado

$$R_0 = 0,5670 \text{ pa}$$

- parcela do trecho 12, parcialmente carregado

$$R_0 = \left[-0,4019 \left(\frac{7}{13} \right)^2 + 0,4641 \left(\frac{7}{13} \right)^3 - 0,1471 \left(\frac{7}{13} \right)^4 \right] \text{ pa}$$

Os trechos 01' e 1'2' são idênticos aos acima pela simetria do carregamento e da linha de influência, portanto R_0 é o dobro da soma das parcelas acima.

$$R_0 = 1,0212 \text{ pa}$$

Colocando em função da resultante P , teríamos que:

$$P = 2 \left(\text{pa} + \frac{7}{13} \text{ pa} \right) = 3,0769 \text{ pa}$$

Substituindo o valor de pa na equação anterior

$$R_0 = \frac{1,0212}{3,0769} \text{ pa} = 0,3319 P$$

Adotaremos $R_0 = 0,332 P$.

De modo semelhante para calcular R_1 basta renumerarmos os apoios. (figura 4.19).

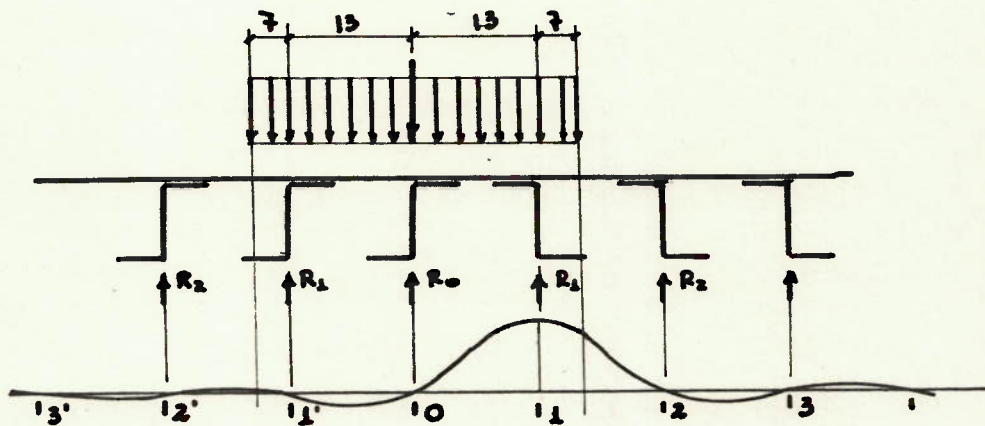


FIGURA 4.19

- parcela do trecho 1'2', parcialmente carregado

$$R_1 = \left[1 - 0,7321 \left(\frac{7}{13} \right)^2 + 0,2991 \left(\frac{7}{13} \right)^3 \right] p \frac{7}{13} a$$

- parcela do trecho 01', totalmente carregado

$$R_1 = 0,5670 pa$$

- parcela do trecho 01, totalmente carregado

$$R_1 = -0,0849 pa$$

- parcela do trecho 12, parcialmente carregado

$$R_1 = pa \left[-0,4019 \left(\frac{7}{13} \right)^2 + 0,4641 \left(\frac{7}{13} \right)^3 - 0,1471 \left(\frac{7}{13} \right)^4 \right] (-0,2679)$$

Sendo R_1 a soma das parcelas teríamos

$$R_1 = 0,9465 pa.$$

Substituindo o valor de p_a :

$$R_1 = 0,3076 P.$$

Com os valores de R_0 e R_1 podemos então calcular o espaçamento efetivo a_0^* definido pela equação (3.32).

$$a_0^* = \frac{2R_0}{R_0 + R_1} a = \frac{2 \times 0,3319}{0,3319 + 0,3076} a \cong 1,04 a$$

Numericamente, sendo:

$$a = 13,0 \text{ cm}$$

$$a_0^* \cong 13,52 \text{ cm.}$$

Os valores de a_0^* e R_0 podem também ser calculados empregando-se os gráficos (3.19) e (3.20) utilizando-se a relação:

$$\frac{2g}{a} = \frac{40}{13} = 3,08$$

Sendo o espaçamento entre os diafragmas igual a 125 cm, o vão efetivo do reforçador seria dado pela equação (3.41):

$$l_1 = 0,7l = 0,7 \times 125 = 87,5 \text{ cm}$$

A relação espaçamento - vão efetivo servirá para calcular a largura efetiva da chapa de piso que trabalha com o reforçador.

Assim:

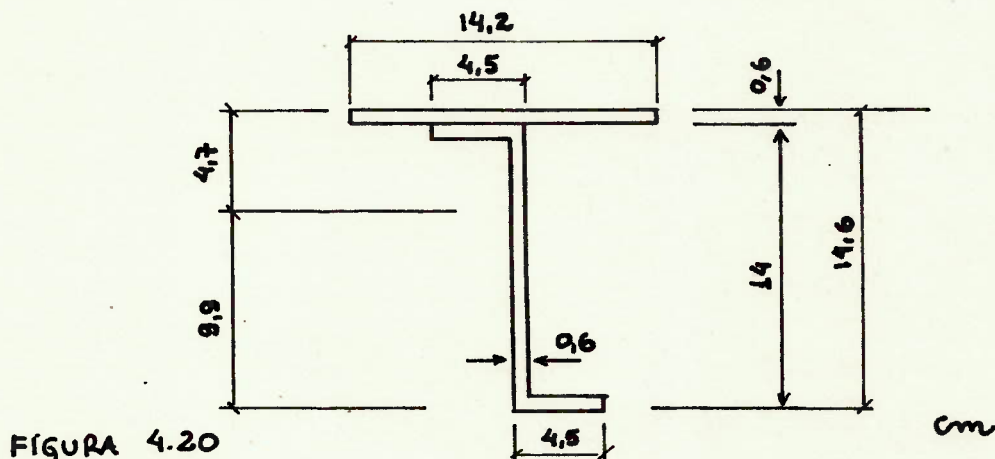
$$\frac{a_0^*}{l_1} = \frac{13,52}{87,5} = 0,15$$

Com este valor, usando o gráfico da figura (3.13), calculamos a largura efetiva a'_0 .

$$\frac{a'_0}{a^*_0} = 1,05$$

$$a'_0 = 1,05 \times 13,52 = 14,2 \text{ cm.}$$

Deste modo o reforçador com a correspondente parcela da chapa de piso colaborante seria representado pela figura (4.20).



Calculando as características geométricas teríamos:

$$y_{CG} = 9,93 \cong 9,9 \text{ cm}$$

$$I_x = 603,5 = 603 \text{ cm}^4$$

IV.6.2 Cálculo das Posições Críticas da Carga Móvel

Pelo modelo esquematizado no capítulo III, o reforçador trabalha como uma viga contínua sobre infinitos apoios equiespaçados. A posição crítica da carga móvel será obtida estudando-se a linha de influência correspondente ao tipo de esforço desejado.

- Condição crítica para momento fletor no meio do vão:

Utilizando-se a linha de influência deduzida no item III.3.3.6, verificamos que a pior condição se dá para a carga posicionada como na figura (4.21).

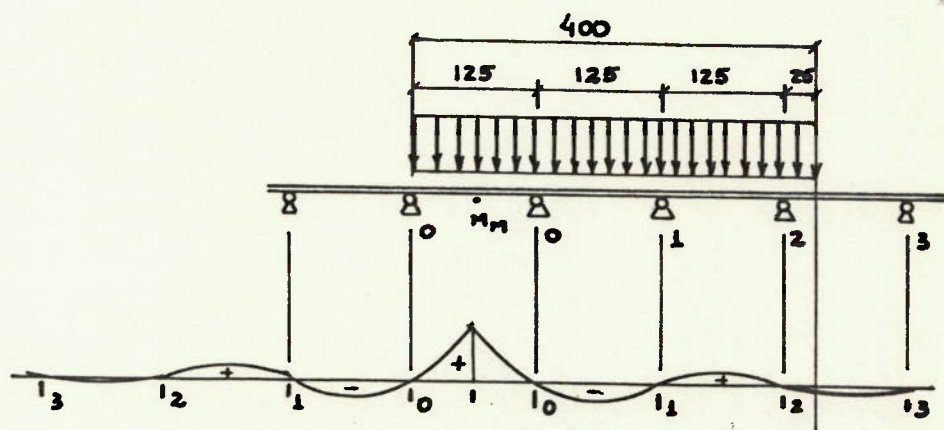


FIGURA 4.21

Teríamos, portanto, as parcelas dos diversos trechos:

- Trecho 00 $M_M = 0,0722 p\ell^2$
- Trecho 01 $M_M = (-0,2679)^0 (-0,0193)p\ell^2 = -0,0193 p\ell^2$
- Trecho 12 $M_M = (-0,2679)^1 (-0,0193)p\ell^2 = 0,0052 p\ell^2$
- Trecho 23 $M_M = (-0,2679)^2 [-0,0915 (0,2)^2 + 0,1057 (0,2)^3 + -0,0335 (0,2)^4] = -0,0002 p\ell^2$

$$M_M = 0,0579 p\ell^2$$

Sendo os valores numéricos para o dimensionamento

$$\ell = 125 \text{ cm}$$

$$p = 50 \text{ kg/cm}$$

$$M_M = 45.235 \text{ kg cm.}$$

Como a parcela do momento fletor resistida pelo reforçador 0 é proporcional a parcela R_0 da carga transferida a este reforçador, teríamos que:

$$M_{M_0} = M_M \frac{R_0}{P} = 0,332 \times 45.235 \cong 15.000 \text{ kg/cm}$$

- Condição crítica para o momento fletor sobre os apoios:

No caso, utilizaremos a linha de influência deduzida no item III.3.3.5. A pior condição dar-se-á para a carga posicionada como na figura (4.22).

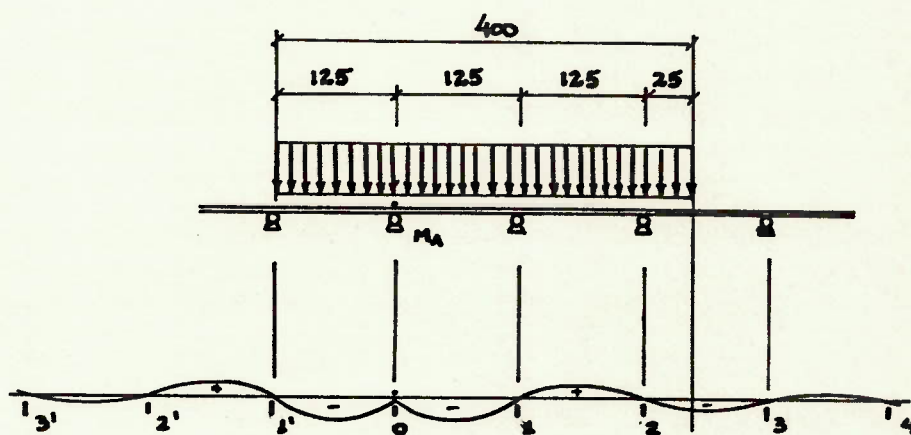


FIGURA 4.22

- As parcelas dos diversos trechos seriam:

- Trecho 1'0 $M_A = -0,0528 p\ell^2$

- Trecho 01 $M_A = -0,0528 p\ell^2$

- Trecho 12 $M_A = -0,0528 (-0,2679)^1 p\ell^2 = 0,0141 p\ell^2$

- Trecho 23 $M_A = (-0,2679)^2 [-0,25 (0,2)^2 + 0,2887 (0,2)^3 + 0,0915 (0,2)^4] = -0,0006 p\ell^2$

$$M_A = -0,0921 p\ell^2$$

Substituindo os valores de p e ℓ :

$$M_A = -71.953 \text{ kg. cm}$$

A parcela deste momento que age no reforçador 0 é obtida por:

$$M_{A_0} = -71953 \times 0,332 = 23900 \text{ kg cm}$$

IV.6.3 Tensões Máximas no Sistema II

As tensões máximas no sistema II seriam as tensões no reforçador 0, que é o mais solicitado. Teríamos, portanto:

No meio do vão:

$$\sigma_T = \frac{15.000}{603} \times 9,9 = 247 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_C = \frac{15.000}{603} \times 4,7 = -117 \text{ kg/cm}^2$$

Sobre os apoios:

$$\sigma_T = \frac{23.900}{603} \times 4,0 = 187 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_C = \frac{23.900}{603} \times 9,9 = -393 \text{ kg/cm}^2$$

As tensões de tração atuantes são bem inferiores às tensões admissíveis. As tensões de compressão atuantes, quando comparadas com as tensões críticas dos diversos elementos, calculadas no item IV.5.5, também originam coeficientes de segurança superiores ao especificado.

IV.7 Tensões no Sistema I + II

A posição da carga móvel que provoca o máximo momento fletor no meio do vão para o sistema I não irá coincidir com as duas posições determinadas no item IV.6, que provocam o máximo momento fletor no meio do vão do reforçador e sobre os apoios para o sistema II respectivamente.

A favor da segurança iremos calcular as tensões do sistema I + II somando estes valores máximos.

Teríamos deste modo, o esquema da figura (4.23) que mostra a superposição destes valores.

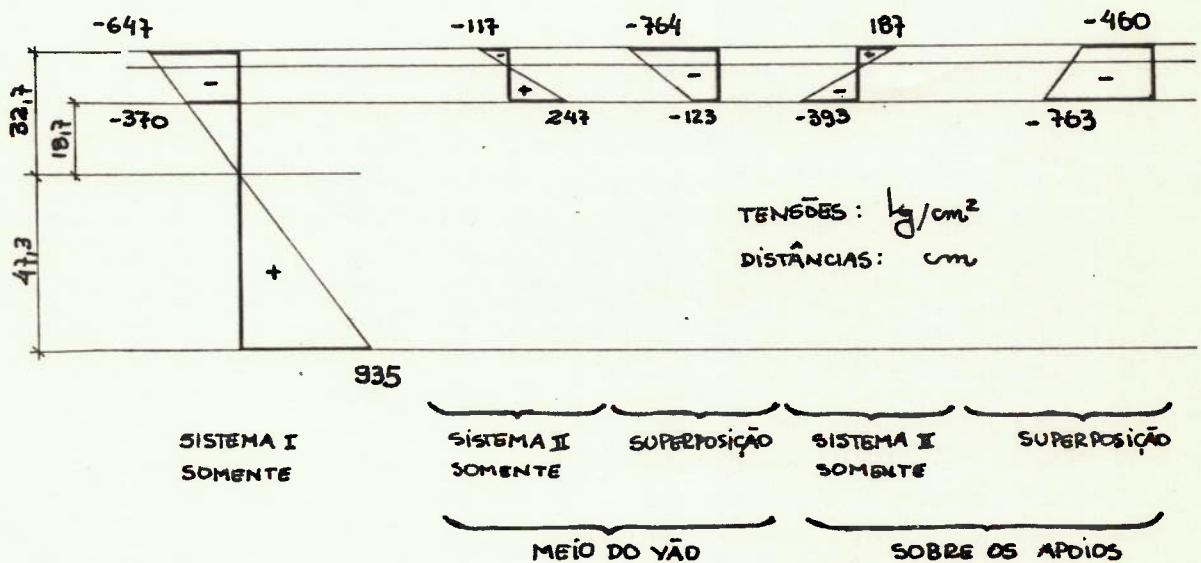


FIGURA 4.23

Calculando os coeficientes de segurança:

- Tensões de tração

$$s = \frac{\sigma_e}{\sigma_{at}} = \frac{2740}{935} = 2,93 > 2,27 \quad \text{Verifica.}$$

- Tensões de compressão.

Onde não forem recalculadas, as tensões críticas serão as mesmas determinadas no item IV.5.5.

- piso: $\sigma'_{cr} = 2320 \text{ kg/cm}^2$

$$s = \frac{2320}{764} = 3,04 > 2,52 \quad \text{Verifica.}$$

- aba inferior do reforçador: $\sigma'_{cr} = 2397 \text{ kg/cm}^2$

$$s = \frac{2397}{767} = 3,14 > 2,52 \quad \text{Verifica.}$$

- alma do reforçador:

Recalculando a tensão crítica:

$$\psi = \frac{460}{763} = 0,6$$

$$k = \frac{8,4}{0,6 + 1,1} = 4,94$$

$$\lambda = \frac{12,8}{0,6} \sqrt{\frac{10,69}{4,94}} = 31,38 \quad \text{Flambagem plástica}$$

$$\sigma'_{cr} = 3284 - 27,2 \times 31,38 = 2430 \text{ kg/cm}^2$$

$$s = \frac{2430}{763} = 3,19 > 2,52 \quad \text{Verifica.}$$

IV.8 Tensões no Sistema III

O sistema III é constituído pelo piso trabalhando como uma placa isotrópica contínua simplesmente apoiada sobre os reforçadores longitudinais e diafragmas como citado no item IV.2.1.

A condição mais desfavorável dar-se-á quando um trecho da placa limitado por dois diafragmas ficar completamente carregado. Deste modo haveria sobre esta porção um carregamento uniformemente distribuído. Caso isolássemos este trecho, os valores tanto das tensões, como das deflexões seriam intermediários entre os de uma placa com os bordos articulados e aqueles de uma placa com os bordos engastados. Isto ocorre porque o piso, sendo contínuo sobre os apoios, oferece uma restrição parcial na rotação sobre estes.

A geometria do projeto é tal que o afastamento entre os reforçadores, a , é bem menor do que o espaçamento entre os diafragmas, λ , (da ordem de 10 para 1). Nas referências 8 e 13 verificamos que para uma relação largura-comprimento da placa desta ordem de grandeza, as tensões e as deflexões na região central da placa são iguais às de uma viga conveniente.

Tomando uma faixa de largura unitária na direção transversal (direção x) e em uma região afastada dos diafragmas, se a considerarmos como uma viga contínua sobre apoios rígidos, as tensões e deflexões serão idênticas às da placa em estudo.

Assim teríamos:

- para as tensões normais na direção x :

$$\sigma = \frac{m}{w} \quad (4.24)$$

m - momento fletor por unidade de largura

$w = \frac{t^2}{6}$ módulo de resistência equivalente.

- para as deflexões:

$$y = \frac{k}{EI'} \quad (4.25)$$

k - coeficiente que depende do carregamento e das dimensões

$$EI' = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad \text{- rigidez equivalente}$$

Para esta faixa a condição crítica dar-se-á para uma disposição da carga ao longo do eixo x como na figura (4.24).

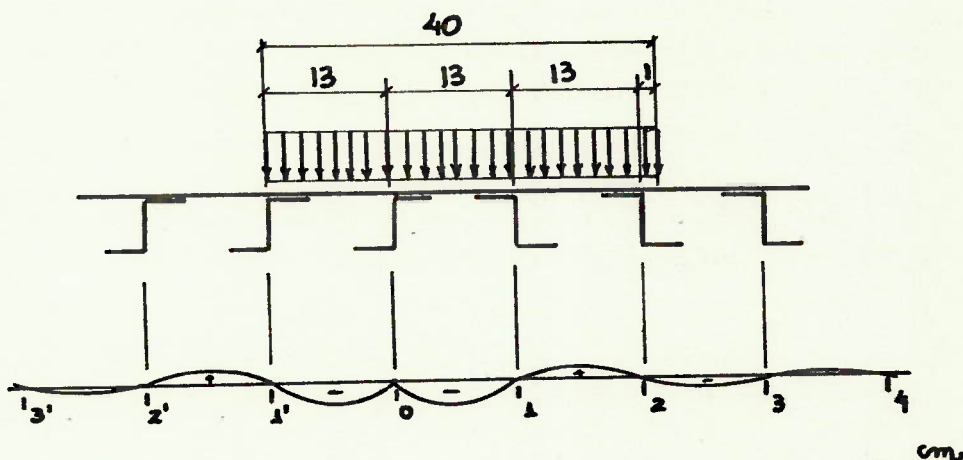


FIGURA 4.24

- Tensões:

O momento fletor máximo será sobre o reforçador zero. Seu valor pode ser obtido utilizando-se as linhas de influência como no item IV.7.

Deste modo as diversas parcelas seriam:

- Trecho 1'0 $M_A = -0,0528 \text{ pa}^2$
- Trecho 01 $M_A = -0,0528 \text{ pa}^2$
- Trecho 12 $M_A = 0,0141 \text{ pa}^2$
- Trecho 23 $M_A \cong 0$

Portanto:

$$M_A = 0,0915 \text{ pa}^2$$

Numericamente:

$$p = 1,25 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = 13 \text{ cm}$$

$$M_A = 19,3 \text{ kg cm/cm}$$

Deste modo o valor da tensão normal na direção x seria:

$$\sigma = \frac{6}{0,6} \times 19,3 = 322 \text{ kg/cm}^2$$

Valor bastante reduzido.

- Deflexões:

As deflexões serão maiores no trecho 1'0. Podemos calcular a deflexão no meio do vão utilizando o

método da carga unitária 6 . Deste modo a deflexão seria obtida por:

$$\delta = \int \frac{M m}{EI'} ds$$

onde:

M - diagrama real de momentos fletores da estrutura hiperestática.

m - diagrama de momentos fletores provocado por uma carga unitária correspondente a deflexão desejada em uma isostática contida na hiperestática.

EI' = rigidez equivalente.

O diagrama de momentos fletores no trecho $l'O$ é facilmente determinado isolando-o e calculando os momentos nos pontos 0 e l' .

Ficariamos, então, com o diagrama da figura (4.25), onde também está indicado o diagrama da carga unitária.

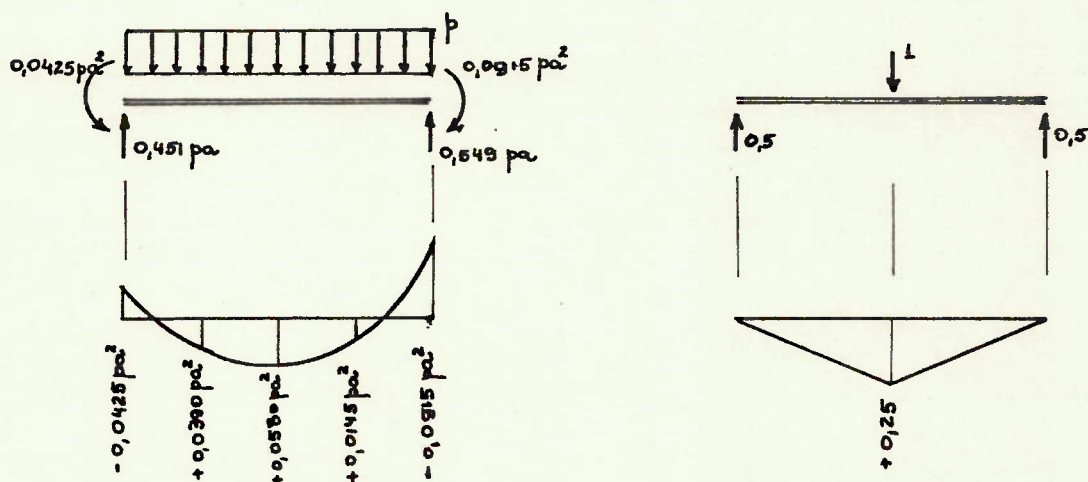


FIGURA 4.25

Calculando a integral chegaríamos a

$$\delta = \frac{1,78}{384} \frac{pa^4}{EI}$$

Numericamente;

$$\delta = 0,0113 \text{ cm}$$

Valor este que \tilde{e} da ordem de $\lambda/1100$,
portanto bastante reduzido.

V. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Com o dimensionamento do capítulo IV chegou-se a uma estrutura dentro dos parâmetros desejados, que foram apresentados no item I.1. Definição do Problema. Os coeficientes de segurança são ligeiramente superiores aos especificados. Para os elementos mais solicitados a margem de segurança extra é da ordem de 15%. Poder-se-ia fazer ligeiras alterações nas dimensões, objetivando diminuir esta margem e obter um peso menor. Por outro lado, verificando-se as várias estruturas analisadas no pré-cálculo, constataremos que a redução no peso a ser obtida será pequena.

Para a conclusão do dimensionamento deveriam ser dimensionadas as uniões rebitadas e parafusadas que ligam os reforçadores ao piso e o piso e fundo às almas. Também deveria ser dimensionado o quadro rígido que constitui o diafragma. Tais dimensionamentos foram efetuados, porém como são triviais serão aqui omitidos. Deu-se apenas destaque ao piso e piso trabalhando como aba superior da viga principal.

Como recomendação para novos trabalhos, poderíamos efetuar um ensaio com um modelo em escala para verificação das diversas hipóteses assumidas no modelo de cálculo.

Posteriormente, poderia ser efetuado o cálculo para um piso com reforçadores fechados. Em tal piso a constante H da placa ortotrópica não é assumida como nula. Deste modo o processo de cálculo não recairá no modelo adotado no trabalho. Deve-se resolver a equação diferencial da placa ortotrópica determinando-se as superfícies de influência para os diversos esforços solicitantes. Apesar do cálculo ser mais trabalhoso, ele pode ser interessante porque pode trazer alguma economia em peso. Pelo fato de existir a rigidez a torção do piso, há uma maior distribui-

ção de esforços diminuindo a parcela de carga resistida por cada reforçador no sistema II. Uma dificuldade para o uso de tal construção é a maior complexidade do detalhamento das ligações, uma vez que procurou-se evitar o uso de solda no alumínio.

Seria interessante efetuar um dimensionamento para o piso com tal construção e comparar o peso desta estrutura com o daquela com reforçadores abertos.

REFERÊNCIAS

- [1] MEYER, G.U. - "Estudos Preliminares para Projeto da Ponte XLP-20", Bernardini S/A, Relatório interno 1978.
- [2] AISC, "Design Manual for Orthotropic Steel Plate Deck Bridges", AISC, 1963.
- [3] LAU, M.Y. - "Dalles Orthotropes" Rapport de Recherche n° 56, Ministere de L'Equipment Laboratoire Central des Ponts et Cheausseés, 1976.
- [4] TIMOSHENKO, "Resistência dos Materiais", Livro Técnico 1973.
- [5] MATHESON, JAL - "Hyperstatic Structures", Butterworths, 1959.
- [6] RICARDO, O.G.S. - "Teoria das Estruturas", EDUSP, Mc Graw-Hill, 1978.
- [7] RICARDO, O.G.S. - "Análise Experimental de Estruturas", Notas de Aula EPUSP, 1977.
- [8] SZILARD, R. - "Theory and Analysis of Plates", Prentice Hall, 1974.
- [9] TIMOSHENKO, GOODIER - "Theory of Elasticity", Mc Graw-Hill - 3ª edição.
- [10] ALCAN, "Strength of Aluminium" - ALCAN, 1968.
- [11] ABNT - NB-14 - "Cálculo e Execução de Estruturas em Aço".
- [12] ABNT - PNB-283 - "Aparelhos de Levantamento - Norma para Cálculo".

[13] ROARK, R. - "Formulas for Stress and Strain" - Mc.Graw-Hill, 1965.