

**GLEITON LUIZ DAMOULIS**

**DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS DE CONFORMAÇÃO DE  
CHAPAS USANDO SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL COMO  
FERRAMENTA INTEGRADA NO DESENVOLVIMENTO DE  
CARROCERIAS AUTOMOTIVAS**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia.

**SÃO PAULO  
2005**

**CONSULTA  
FD-4046  
Ed.rev.**

OK

**GLEITON LUIZ DAMOULIS**

**DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS DE CONFORMAÇÃO DE  
CHAPAS USANDO SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL COMO  
FERRAMENTA INTEGRADA NO DESENVOLVIMENTO DE  
CARROCERIAS AUTOMOTIVAS**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São  
Paulo para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia.

Área de concentração:  
Engenharia Mecânica

Orientador:  
Prof. Dr. Gilmar Ferreira Batalha

**SÃO PAULO**  
2005

**A minha família**

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador Gilmar Ferreira Batalha pelo incentivo, orientação e paciência.

A minha esposa Ana Paula e a minha filha Melissa pelo apoio e compreensão.

A todos que diretamente ou indiretamente colaboraram na execução deste trabalho.

## RESUMO

### **DESENVOLVIMENTO DE PROCESSOS DE CONFORMAÇÃO DE CHAPAS USANDO SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL COMO FERRAMENTA INTEGRADA NO DESENVOLVIMENTO DE CARROCERIAS AUTOMOTIVAS**

O mercado automobilístico global tem tornado-se cada vez mais exigente através da introdução de novas tecnologias que podem levar os veículos atuais a novos patamares de segurança, níveis de qualidade globais, redução dos custos de fabricação e melhorias nos prazos de entrega, através de novas características de projeto e a introdução de novas técnicas de fabricação e materiais. Para alcançar estes objetivos, a integração da cadeia processual, desde as fases de definição dos conceitos iniciais até o início da produção, deverá suportar ambientes onde as integrações de todos os passos do processo, desde os estudos preliminares até a validação dos mesmos. Como exemplo, no desenvolvimento de painéis laterais metálicos para carrocerias e também para a construção do ferramental para a estampagem destas peças, todo processo poderá ser suportado efetivamente pelo método dos elementos finitos (FEM), assim como a sua integração ao processo de manufatura. Este trabalho descreve como programas de elementos finitos explícito vem sendo aplicados na modelagem de processos de estampagem, acompanhados de uma metodologia de otimização, integração simulação-processo e atualização/interação entre o modelo matemático e o processo computacional. Por fim será demonstrado com um exemplo de modelagem de um caso industrial, como a correta escolha dos parâmetros e geometrias pode melhorar a precisão das simulações computacionais aplicadas ao desenvolvimento de carrocerias automotivas.

Palavras-chave: conformação de chapas metálicas, simulação, atrito, tribologia, simulações computacionais, elementos finitos e carrocerias automotivas.

## ABSTRACT

### **STAMPING PROCESS DEVELOPMENT USING COMPUTER SIMULATIONS AS A INTEGRATED TOOL IN THE CAR BODY DESIGN CHAIN**

New market requirements have becoming more persistent through the introduction of new technologies that can lead the actual vehicle designs to reach very high safety standards, world class quality levels, reasonable production costs and schedule timing for product development, due new design features and introduction of new materials. To reach those targets, process integration, since the early concept development phases until the start of production, must provide a streamlined scalable environment that encompasses every step in the process from early feasibility to final validation. As an example, in the car body development the design of body panels and finishing of tools as well, can be supported effectively by the computer simulation of the sheet metal forming process with the finite element method (*FEM*), as well as the integration of the manufacturing processes. This work describes how an explicit finite element program has been applied to lay out industrial deep drawing processes, accomplished by optimization of the methodology, the integration into the development and the updating procedure for the model data and the computational process. Finally it is explained in an example of industrial process how the correct choose of parameters and geometry can improve the accuracy of computer simulation as a tool for the car body development.

Keywords: forming, sheet metal, simulation, friction, computer simulation, finite element, Body-in-white.

## ZUSAMMENFASSUNG

### **TIEFZIEHENSIMULATION VON KAROSSERIEBAUTEILE MIT EINSATZ VON COMPUTER SIMULATION ALS EIN HILFSMITTEL IN DEM ROHKAROSSE- ENTWICKLUNGSPHASE**

Es hat sich gezeigt, dass durch den Einsatz numerischer Simulationsmethoden bereits im frühen Entwicklungsstadium Werkzeuggeometrien und Prozesssteuerungen optimiert und somit der Entwicklungsaufwand reduziert werden kann. Voraussetzungen für den effizienten Einsatz von Finite-Elemente-Methoden (FEM) zur Berechnung nichtlinearer Vorgänge, wie das Tiefziehen von Karosserieblechen, sind Material- und verfahrensspezifische Effekte. Die mit Hilfe der FEM erzielten Berechnungsergebnisse beim Tiefziehprozess eines Karosseriebleches werden an experimentellen Daten überprüft.

Es soll geprüft werden, welches die Hauptprobleme sind, die mit Berechnung gelöst werden können und wie sich die Kostenseite darstellt.

Stichwörter: Umformung, Finite Element, Computer Simulation, Tiefziehen, Rohkarossen.

## SUMÁRIO

RESUMO .....	v
ABSTRACT .....	vi
ZUSAMMENFASSUNG .....	vii
SUMÁRIO .....	viii
LISTA DE FIGURAS .....	xvi
LISTA DE TABELAS .....	xvi
LISTA DE ABREVIACÕES .....	xxii
<b>CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO À ESTAMPAGEM PROFUNDA .....</b>	<b>1</b>
1.1. Simulação do processo de estampagem.....	3
1.2. Bibliografia do capítulo 1 .....	5
<b>CAPÍTULO 2: TECNOLOGIAS DE APOIO COMPUTACIONAL NA CONFORMAÇÃO DE CHAPAS .....</b>	<b>6</b>
2.1. CAD na fase de concepção do veículo .....	6
2.2. Cadeia CAD/CAM para a fabricação de ferramentas protótipo.....	7
2.2.1 Cadeia CAD/CAM na construção da ferramenta e modelo .....	7
2.3. Uso do CAD nos meios de fabricação.....	9
2.4. Bibliografia Capítulo 2.....	10
<b>CAPÍTULO 3: SIMULAÇÃO DA CONFORMAÇÃO DE CHAPAS COMO FERRAMENTA INTEGRADA NO PROCESSO DE DESENVOLVIMENTO DE CARROCERIAS AUTOMOTIVAS.....</b>	<b>11</b>
3.1 Posicionamento no processo em cadeia da carroceria.....	11
3.2. Empregabilidade das simulações de conformação de chapas .....	13



<b>CAPÍTULO 4: CONCEITO „SIMULAÇÃO ESTAMPAGEM DE CHAPAS“</b>	<b>16</b>
4.1 Simulação do processo de Estampagem.....	16
4.2 Exigências e critérios para as simulações.....	20
4.3 Conceito “introdução” e “Desenvolvimento Continuado”.....	22
4.4 Modelagem “Software Infraestrutura” .....	23
4.5 Bibliografia Capítulo 4 .....	25
<b>CAPÍTULO 5: PROCESSO DE ESTAMPAGEM DE CHAPAS.....</b>	<b>26</b>
5.1 Considerações sobre a classificação do Processo .....	26
5.2 Bibliografia capítulo 5 .....	27
<b>CAPÍTULO 6: FERRAMENTA DE ESTAMPAGEM PROFUNDA.....</b>	<b>28</b>
6.1 Fatores de influência para a construção da ferramenta de repuxo.....	28
6.2 Elementos básicos de uma ferramenta de repuxo.....	29
6.2.1 Punção .....	31
6.2.2 Anel de estiramento ou matriz de repuxo .....	32
6.2.3 Prensa-chapas .....	33
6.2.4 Base da Ferramenta .....	34
6.3 Aplicação de Forças na ferramenta .....	34
6.4 Bibliografia Capítulo 6 .....	36
<b>CAPÍTULO 7: PLASTICIDADE DOS METAIS .....</b>	<b>37</b>
7.1 Definição de tensão e deformação para estado uniaxial de tensões .....	37
7.1.1 Ensaio de tração.....	37
7.1.2 A curva de tensão-deformação verdadeira .....	39

7.2 Correlação entre o estado uniaxial de tensão do ensaio de tração e estados multiaxiais .....	43
7.3 Critérios de escoamento isotrópicos para estados de tensões multiaxiais. ....	44
7.3.1 Critério de Tresca .....	46
7.3.2 Critério de Von Mises ou Critério de Máxima Energia de Distorção ...	47
7.4 Trabalho Plástico .....	51
7.5 Tensão Efetiva .....	52
7.6 Deformação Efetiva .....	52
7.7 Relações Tensão-Deformação Plásticas ou Leis de Escoamento .....	54
7.8 O Principio da Normalidade .....	55
7.9 Critérios de Escoamento Anisotrópicos .....	56
7.9.1 Teoria da Plasticidade Anisotrópica de <i>Hill</i> .....	58
7.9.2 Caso especial: $x, y$ e $z$ coincidem com os eixos principais.....	60
7.10 Critério Anisotrópico de escoamento com um expoente de maior ordem (Logan e Hosford [26] e [35]) .....	61
7.11 Critérios de escoamento de Barlat para chapas ortotrópicas submetidas ao estado plano de tensões.....	64
7.11.1 Critérios de escoamento de Barlat para materiais isotrópicos planar.	64
7.11.2 Critérios de escoamento de Barlat para materiais isotrópicos planar incluindo a componente de cisalhamento .....	65
7.11.3 Critério de escoamento de <i>Barlat</i> para Anisotropia Planar em função dos coeficientes de anisotropia $R_{00}$ , $R_{45}$ e $R_{90}$ .....	67
7.12 Bibliografia Capítulo 7 .....	68

<b>CAPÍTULO 8: Diagramas de limite de conformação.....</b>	<b>71</b>
8.1. Introdução .....	71
8.2 Distribuição de deformações .....	72
8.3 Máximos níveis de tensão alcançados .....	72
8.4 Propriedades de material e enrugamentos .....	73
8.4.1 Propriedades de material e resistência ao cisalhamento .....	73
8.4.2 Propriedades de material e retorno elástico ( <i>Springback</i> ) .....	73
8.4.3 Estricção e fraturas .....	74
8.4.4 Enrugamentos (de flange ou de parede) .....	74
8.4.5 Distorção de forma .....	75
8.4.6 Porção não deformada do material .....	75
8.5 Representação gráfica do limite de conformabilidade .....	76
8.6 Conceito do Diagrama Limite de Conformação ( <i>FLD</i> ) .....	78
8.7 Utilização da curva <i>FLD</i> para estamparias.....	79
8.8 Estricção localizada em tração biaxial.....	80
8.9 Aplicação aos diagramas limite de conformação ( <i>FLD</i> ).....	86
8.10 Bibliografia do Capítulo 8 .....	89
<b>CAPÍTULO 9: Tribologia Processos de Conformação de Chapas Metálicas ....</b>	<b>91</b>
9.1. Introdução .....	91
9.2 Comportamento Tribológico .....	91
9.3 Descrição matemática do atrito .....	94
9.4 O Atrito e a sua modelagem em elementos finitos.....	101

9.5 Bibliografia capítulo 9 .....	103
<b>CAPÍTULO 10: Caso de aplicação Industrial: .....</b>	<b>107</b>
10.1 Aplicação da simulação de estampagem no desenvolvimento de um painel lateral interno traseiro de um veículo .....	107
10.2 Desenvolvimento da superfície do ferramental .....	110
10.3 Definição da geometria e do material da platina .....	114
10.4 Definição para modelagem do material da ferramenta.....	115
10.5 Modelagem MEF e condições da primeira simulação .....	116
10.5.1 Modelo Fase 1 – Fechamento do prensa-chapas .....	116
10.5.2 Modelo Fase 2 – Deslocamento do punção .....	118
10.5.3 Condições de contorno para a Simulação 1 .....	120
10.5.3.1 Velocidades de deslocamentos do punção e prensa-chapas .....	120
10.5.3.2 Definição de vetor normal e contato.....	122
10.6 Apresentação dos resultados para a primeira simulação .....	123
10.6.1 Resultados da simulação da fase 1 .....	123
10.6.2 Resultados da simulação da fase 2 .....	125
10.6.3 Cálculo da curva limite de conformação ou curva <i>FLD</i> .....	133
10.7 Otimização geométrica da peça – Simulação 2 .....	139
<b>CAPÍTULO 11: Conclusão .....</b>	<b>144</b>
11.1. Conclusões e observações .....	144
11.2 Considerações finais e trabalhos futuros: Layouts em 3D .....	147
11.3 Tendência futura: Layouts em 4D .....	150
<b>APÊNDICE A: Método dos Elementos Finitos – Teoria aplicada.....</b>	<b>154</b>

A.1. Soluções explícitas e implícitas.....	154
A.1.1 Esquemas de integração explícita.....	154
A.2 Checagem para a condição de estabilidade .....	156
A.3 Esquema de Intergração Implícita .....	158
A.4 Comparação de soluções implícitas e explícitas.....	159
A.5 Integração explícita para um caso simples .....	160
A.6 Aplicação no Software PAM-SCL .....	164
A.6.1 Diagrama de fluxo do algoritmo PAM-SCL .....	165
A.7 Diagrama de fluxo do algoritmo <i>PAM-SCL</i> .....	166
A.7.1 Fase de inicialização .....	166
A.7.2 Sistemas de coordenadas locais para elementos de casca .....	167
A.7.3 Eixos principais de ponto nodais para sistemas de coordenadas de inércia.....	168
A.7.4 Matriz de massa diagonal .....	170
A.7.5 Fase de solução .....	170
A.8 Operações de pontos nodais.....	171
A.8.1 Incremento de tempo .....	171
A.8.2 Operações de pontos nodais.....	172
A.9 Operações dos elementos.....	174
A.9.1 Formulação do elemento.....	175
A.9.2 Tratamento de fluxo no elemento .....	177
A.10 Formulação da simulação numérica para aplicação do método dos elementos finitos.....	183

A.10.1	Gradiente e Taxa de Deformação .....	183
A.10.2	Leis elásticas constitutivas materiais .....	184
A.10.3	Deformações Infinitesimais .....	185
A.10.4	Checagem dos elementos de casca (Shell elements) .....	189
A.10.4.1	Introdução .....	189
A.10.4.2	Relação ou taxa de aspecto do elemento .....	189
A.10.4.3	Ângulos máximo-mínimo para elementos de casca tipo quads e triangulares .....	190
A.10.4.4	Empenamento do elemento de casca .....	191
A.11	Controle de “Hourglass“ para elementos de casca finos .....	191
A.11.1	Modos “Hourglass“ para elementos de casca com 4-nós .....	191
A.11.2	Prevenção dos modos “Hourglass“ .....	194
A.12	Remalhamento Adaptativo .....	195
A.12.1	Métodos para adaptação do modelo .....	198
A.12.2	Critério para modelo de adaptação .....	199
A.12.3	Critério adaptativo baseado na energia.....	200
A.12.4	Primeiro critério.....	202
A.12.5	Segundo critério.....	203
A.12.6	Terceiro critério .....	204
A.12.7	Quarto critério.....	205
A.12.8	Critério adaptativo selecionado .....	205
A.12.9	Critério adaptativo baseado em deformação.....	206
A.12.10	Critério de adaptatividade angular.....	207

A.12.11 Fissão dos elementos .....	208
A.12.12 Fusão dos elementos .....	209
A.13 Material Tipo 1: Elasto-Plasticidade para elementos sólidos .....	210
A.13.1 Definição .....	210
A.13.2 Comportamento Elástico .....	210
A.14 Comportamento Elásto-Plástico .....	212
A.14.1 Relações de Tensão-Deformação e domínio elástico .....	212
A.14.2 Regras de fluxo de plasticidade associativa.....	212
A.14.3 Plasticidade $J2$ .....	213
A.14.4 Encruamento Plástico .....	213
A.14.5 Comportamento da taxa de deformação .....	215
A.14.5.1 Forma geral.....	215
A.15 Superfícies de contato.....	216
A.15.1 Introdução .....	216
A.15.2 Tratamento de contato de corpos deformáveis .....	217
A.15.3 Definições.....	217
A.15.4 Algoritmo de Contato-Impacto.....	219
A.15.5 Algoritmo de busca de contato .....	220
A.15.5.1 Procura próxima nó-à-nó .....	221
A.15.6 Busca correspondente nó-à-segmento .....	225
A.16 Algoritmo de interface de contato .....	227
A.16.1 Condições de Contato-Impacto em um nó único.....	228

A.17 Impacto em parede rígida .....	230
A.18 Método de <i>Penalty</i> .....	232
A.19 Bibliografia do Apêndice 3.....	233
<b>APÊNDICE B: Estrutura de dados para o programa PAM-STAMP.....</b>	<b>235</b>
B.1 Entrada de dados Arquivo base – Job Card PAM-GENERIS .....	235



## LISTA DE FIGURAS

No	Descrição .....	página
1.1	Objetivos na utilização de simulações em conformação de chapas .....	3
2.1	Conceito empregado ao desenvolvimento de veículos.....	6
2.2	Processo CAD/CAM para desenvolvimento de ferramentas de conformação de chapas.....	8
3.1	Posicionamento das simulações no processo de desenvolvimento de carrocerias automotivas .....	12
4.1	Controle de entrada de dados para as simulações de estampagem .....	16
4.2	Descrição em CAD da superfície de um módulo de portas descrito com superfícies “Splines“ .....	17
4.3	Geometria da malha de EF na parte esquerda superior do agregado, com distribuições de espessuras no componente após simulação .....	18
4.4	Procedimento do método dos elementos finitos .....	19
4.5	Resultados da simulação Vs. possíveis conclusões da Eng. de Manufatura ..	22
4.6	Procedimento para simulação de estampagem com PAM-STAMP .....	24
6.1	Fatores de influência na construção do ferramental .....	28
6.2	Componentes principais de uma ferramenta de estampar .....	30
6.3	Composição de um punção em várias secções para peças de geometria complexas e grandes ferramentas .....	32
6.4	Diferentes composições para matrizes .....	33
6.5	Duas possíveis formas de aplicação de força nas ferramentas estampagem ..	36
7.1	Curva tensão-deformação .....	38
7.2	Curva Tensão verdadeira-Deformação verdadeira .....	42
7.3	Representação gráfica do critério de Tresca.....	47

7.4	Representação gráfica do critério de von Mises.....	49
7.5	Sobreposição das representações gráficas critérios de von Mises e Tresca ...	49
7.6	Sobreposição das representações gráficas dos critérios de von Mises e Tresca para o estado tripla de tensões .....	50
7.7	Representação gráfica do princípio da normalidade.....	56
7.8	Espaço limite de escoamento para estado plano de tensão.....	63
7.9	Superfície de escoamento para estado plano de tensões com 3 componentes (para $n=8$ e metais cfc) .....	65
8.1	Representação dos possíveis defeitos na chapa em um diagrama.....	76
8.2	Diagrama de limite de conformação determinado através de estrição e/ou fratura.....	77
8.3	Desenvolvimento de uma estrição difusa e de uma localizada. Eixos de coordenadas .....	81
8.4	Deformações críticas para estrição difusa e localizada .....	84
8.5	Esquema de um punção esférico tensionando uma chapa.....	85
8.6	Distorção dos círculos impressos próximos a uma região de estrição localizada e uma plotagem das deformações destes .....	87
8.7	Diagrama limite de conformação para um aço baixo-carbono.....	88
8.8	Comparação de uma curva experimental FLD na figura 8.7 com as curvas teóricas da figura 8.4, redesenhado conforme as deformações de engenharia, utilizando-se $n=0,25$ .....	89
9.1	Modelo de atrito em condições de lubrificação mista.....	93
9.2	Dependência tensão de cisalhamento de atrito em função tensão normal.....	96
9.3	Dependência do valor máximo de atrito em função da tensão normal .....	97
10.1	Painel lateral interno traseiro – considerando um componente de geometria complexa.....	106
10.2	Dados geométricos em CATIA – painel lateral interno peça unitária.....	107

10.3 Definição de prensa-chapas no volume total da ferramenta da operação 20 conforme definição da geometria da peça .....	109
10.4 Definição da geometria do punção no volume total da ferramenta da operação 20 conforme definição da geometria da peça.....	110
10.5 Representação do modelo da primeira simulação – fase 1 .....	114
10.6 Representação do modelo da primeira simulação – fase 2.....	116
10.7 Representação gráfica da base de dados para velocidade do punção em função do tempo de simulação .....	119
10.8 Resultado da simulação 1 – fase 1 .....	124
10.9 Resultado da simulação 1 – fase 2.....	125
10.10 Resultado comparativo da peça para o estágio 7 na distribuição de espessuras ao longo da superfície do componente .....	126
10.11 Apresentação da peça estampada (protótipo) em ferramental de baixa produção com a simulação, resultados obtidos equivalente ao estágio 7 da simulação.....	127
10.12 Detalhe do estado 7 da simulação, região do alojamento da lanterna .....	128
10.12a Detalhamento distribuição de espessuras – denominação de pontos.....	129
10.13 Curva limite de conformação (FLD) conforme definição do software PAM-STAMP .....	133
10.14 Representação das deformações plásticas máximas na região mais crítica da peça .....	133
10.15 Representação do grid de círculos sobre o blank no final da simulação 1, fase 1, iniciado-se a simulação para o estágio final, fase 2 .....	134
10.16 Representação do grid de círculos sobre o blank no final da simulação 1, fase 2, com a geometria total da peça definida no repuxo.....	135
10.17 Representação da curva FLD para o painel lateral .....	135
10.18 Geometria do painel lateral.....	136

10.19 As regiões assinaladas (a), (b) e (c) são pontos onde se deve alterar o raio de concordância da geometria do repuxo da peça, porém sem alterar a altura do repuxo como um todo.....	139
10.20 A região marcada com (a) é a nova região otimizada durante o processamento da simulação 2 .....	139
10.21 Detalhe dos resultados representados na simulação 2, estado 7 com $t=19,4999\text{ms}$ da região (a).....	141
10.22 Detalhe dos resultados finais da simulação 2 aqui representados com base nos pontos (a), (b) e (c) da figura em CAD 10.19.....	142
10.23 Detalhe do estado 7 da simulação 2, região do alojamento da lanterna, após o ajuste da geometria.....	143
11.1 Combinação do layout 3D e da simulação do processo .....	148
11.2 Desenvolvimento reverso da peça e componente layout da ferramenta.....	149
A.1 Sistema massa-mola .....	154
A.2 Eixos do tempo sobre um ponto discreto no intervalo de tempo $t_n$ .....	155
A.3 Discretização do eixo de tempo .....	159
A.4 modelo estudado .....	160
A.5 Comportamento da solução, pulso de velocidade propagando-se a um elemento por incremento de tempo .....	163
A.6 Diagrama de fluxo PAM-SCL.....	165
A.7 Sistema de coordenadas locais .....	167
A.8 Esquema de notações para incremento do tempo .....	171
A.9 Rotações em um dado ponto nodal.....	174
A.10 Resultantes de tensões no elemento com base em um sistema de coordenadas .....	176
A.11 Relação de aspecto para um elemento de casca .....	190

A.12 Ângulos internos para um elemento de casca.....	190
A.13 Elemento de casca empenado .....	191
A.14 Cálculo do ângulo de empenamento no elemento .....	191
A.15 Elemento 4-nós .....	192
A.16 Unidades de deslocamentos para um elemento com 4-nós .....	192
A.17 Modelo de adaptatividade baseado em energia de acordo com primeiro critério.....	203
A.18 Modelo de adaptatividade baseado em energia de acordo com segundo critério.....	204
A.19 Modelo de adaptatividade baseado em energia de acordo com terceiro critério.....	205
A.20 Modelo de adaptatividade baseado em energia de acordo com quarto critério.....	206
A.21 Fusão de elementos baseados no critério angular de adaptatividade.....	207
A.22 Fissão de elementos baseados no critério angular de adaptatividade .....	208
A.23 Fissão de elementos .....	208
A.24 Fissão de elementos – regras adicionais .....	209
A.25 Fusão de elementos – regras adicionais.....	210
A.26 Definição gráfica do trabalho de encruamento .....	214
A.27 Interfaces de contato .....	219
A.28 Métodos de simulação Contato-Impacto .....	220
A.29 Busca de proximidadenó-à-nó .....	223
A.30 Raio de busca.....	224
A.31 Busca correspondente nó-à-segmento .....	226

A.32 Contato no segmento de cascas .....	228
A.33 Massa de nós de defesa e distribuição de forças .....	230

### LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Introdução e desenvolvimento continuado .....	23
Tabela 2: Propriedades para os modelos de atrito em função de $\mu$ e de $m$ para descrição dos estados de lubrificação .....	100
Tabela 3: Distribuição das espessuras .....	130
Tabela 4: Posição dos Centros.....	140
Tabela 3: Propagação das velocidades e acelerações .....	163

## LISTA DE SIMBOLOS ABREVIACÖES

<i>CAD</i>	Computer Aided Design	-
<i>CAE</i>	Computer Aided Engineering	-
<i>MEF</i>	Método dos elementos finitos	-
<i>DMU</i>	Digital Mock-up	-
<i>CNC</i>	Comando Numérico Computadorizado	-
<i>CAM</i>	Computer Aided Modeling	-
<i>ESI</i>	Engineering Software International	-
$\sigma_n$	Tensão Nominal	MPa
$\varepsilon$	Deformação natural ou logarítmica	mm
$\sigma_{ef}$	Tensão efetiva	MPa
$d\varepsilon_{ef}$	Incremento de deformação plástica	-
$\sigma_m$	Tensão média normal	MPa
$\varepsilon_{ef}$	Deformação efetiva ou verdadeira	-
$\alpha$	Razão de deformação	-
$\rho$	Razão de deformação particular	-
$\sigma_\phi$	Tensão uniaxial na direção	Mpa
$\nu$	Coefficiente de Poisson	-
$\varepsilon_1^*$ e $\varepsilon_2^*$	Deformação crítica ou deformações de engenharia	-
$d_1$ e $d_2$	Diâmetro dos círculos após deformação	mm
$\mu$	Coefficiente de atrito	-
$\tau_m$	Tensões de cisalhamento no local onde ocorre contato diretamente metálico	MPa
$\tau_s$	Tensões de cisalhamento no local onde ocorre lubrificação em condição limite	MPa
$\tau_h$	Tensões de cisalhamento no local onde ocorre lubrificação hidrodinâmica	MPa
$\tau_i$	Tensão de cisalhamento atuante	MPa
$\tau_R$	Tensão de cisalhamento superficial de atrito	MPa
$\sigma_n$	Tensões normais de contato	MPa

$\Delta_V$	Diferença da velocidade tangencial entre ferramenta e a peça	m/s
$\sigma$	Tensor de Tensões	-
$\Delta E$	Incremento de energia interna do elemento	-
$\overset{\nabla}{\sigma}$	Taxa de tensões <i>Cauchy</i>	-
$dev(\sigma)$	Tensão deviatórica	MPa
$\varepsilon^p$	Tensor de deformação plástica	-
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker	-
$\underline{\mathbf{K}}$	Matriz de rigidez	-
$\underline{\mathbf{K}}^{-1}$	Matriz de rigidez inversa	-
$\underline{\mathbf{F}}$	Vetor Força	-
$\underline{\mathbf{u}}$	Vetor Deslocamento	-
$d_0$	Diâmetro inicial	mm
$h$	Altura relativa	mm
$r_s$	Raio de arredondamento do punção	mm
$r_r$	Raio da matriz ou do anel de repuxo	mm
$F_{ST}$	Força do golpe mecânico ou hidráulico	KN
$F_K$	Força do êmbolo	KN
$F_A$	Força de ação	KN
$F_S$	Força de reação na platina (Blank)	KN
$A_0$	Área inicial da secção transversal	mm <sup>2</sup>
$e$	Deformação convencional	mm
$E$	Modulo de Elasticidade	MPa
$l_0$	Comprimento original	mm
$Y$	Resistência ao escoamento no ensaio de tração	MPa
$I_n$	Invariantes de tensão	-
$dw$	Trabalho de deformação efetiva ou verdadeira	-
$f$	Função de para descrição do escoamento	-



$I$	Tensor identidade	-
$D_{ij}$	Componente plástico do tensor da taxa de deformação	-
$R$	Raio da esfera de busca	mm
$X_S, Y_S$ e $Z_S$	Coordenadas globais do nó <i>slave</i>	m
$k$	Resistência ao escoamento em cisalhamento	MPa
$A, B$ e $P$	Parâmetros para definição do Estado Plano de tensões	-
$R$	Anisotropia média normal / Coef. de Anisotropia	-
$x, y$ e $z$	Direções Ortogonais	-
$F, G, H, L, M$ e $N$	Constantes do material que caracterizam a anisotropia da chapa	-
$C$	Resistência ao escoamento no ensaio de tração	MPa
$a$	Expoente Anisotrópico	-
$p$	Parâmetro Anisotrópico	-
$n$	Coefficiente de encruamento	-
$m$	Sensibilidade à taxa de deformação	-
$FLD$	Forming Limit Diagram (Diagrama limite de conformação)	-
$t$	Espessura da chapa	mm
$d_1$ e $d_2$	Diâmetro dos círculos após deformação	mm
$PN$	Pressão superficial	MPa
$F_n$	Força de pressão de contato atuante na direção normal	KN
$F_R$	Força de atrito	KN
$T^d$	Vetor de tensões externas de carga	-
$V^*$	Campo de velocidades virtuais	-
$P, Q$ e $R$	Coefficientes de Lankford	-
$REP_{real}$	Redução da espessura real	%
$REP_{simul}$	Redução da espessura na simulação	%

$m$	massa	kg
$x$	Deslocamento	mm
$\dot{x}$	Velocidade	m/s
$\ddot{x}$	Aceleração	m/s <sup>2</sup>
$t_n$	Intervalo de tempo	ms
$c_{crit}$	Amortecimento crítico	-
$A$	Autovalor	Hz
$M$	Matriz de massa	-
$K$	Matriz de Rigidez	-
$L$	Comprimento de uma barra	mm
$A_e$	Área do elemento	mm <sup>2</sup>
$h$	Espessura do plate	mm
$I_i; I_g$	Autovalores para um nó	Hz
$i_i; i_g$	Autovetores para um nó	-
$f^n$	Força nodal no elemento	KN
$f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}$	Resultantes da tensão de membrana	MPa
$f_{yz}, f_{xz}$	Cisalhamento fora do plano	MPa
$m_{xx}, m_{yy}$	Momento de dobramento	Nm
$m_{xy}$	Momento de retorcimento (empenamento)	Nm
$N$	Matriz de interpolação	-
$L_{ij}$	Tensor para o gradiente de velocidade	-
$D$	Tensor simétrico	-
$W$	tensor oblíquo simétrico (tensor spin ou tensor de vórtice)	-
$\dot{F}$	Taxa do gradiente de deformação	-
$\dot{R}$	Taxa do tensor de rotação	-
$e_{ij}$	Deformações <i>Eulerianas</i>	-
$E_{AB}$	Tensor <i>Lagrangiano</i> de deformações	-
$J$	Determinante Jacobiano	-

$q$	Viscosidade artificial no elemento definido pelo usuário	-
$D$	Tensor de taxa de deformação	-
$dV$	Volume do elemento de casca	$\text{mm}^3$
$Dt$	Intervalo de tempo fixado considerado entre sucessivas adaptações do modelo	ms
$V$	Volume do elemento	$\text{mm}^3$
$G$	Módulo de cisalhamento	MPa
$W$	Potencial elástico	-

## 1 - Introdução à Estampagem Profunda

Por mais de cem anos, no desenvolvimento tecnológico de automóveis tudo já foi pensado, desenhado, construído e rejeitado ao menos uma vez. Hoje, grandes novidades tecnológicas que podem afetar a cadeia automotiva como um todo são somente esporadicamente anunciadas.

Nesta cadeia automobilística, um dos pontos importantes na questão da produtividade e fabricação [1], são as estampagens progressivas e a estampagem em estágios de grandes peças com geometrias complexas para emprego na construção de carrocerias. Para a conformação a frio de chapas metálicas, é definida para cada a peça o seu perfil necessário de acordo com sua utilidade. Os tipos de aços são então de acordo com as suas propriedades corretamente especificadas para o seu emprego conforme a solicitação do devido componente.

Sobre a utilização do *CAD (Computer Aided Design)*, esse processo teve nas últimas duas décadas um enorme avanço. Para o construtor, o *CAD* é uma enorme ferramenta para facilitar seu trabalho. Não somente na construção de detalhes, como também uma carroceria inteira pode ser representada desde um primeiro estágio em modelagem protótipo na tela do computador sendo modificada até a sua forma definitiva. Com a utilização do modelo *CAD*, que traça a geometria do futuro automóvel, dá-se início à construção do protótipo. Antes de toda a atenção ser destinada a esse protótipo, é colocada em prática a análise computacional em primeiro lugar, traduzindo-se do modelo *CAD* em um modelo *CAE (EF-Elementos Finitos)*. Nos anos 60 foram instalados os primeiros programas praticáveis com esse método de cálculo, que já possuíam consigo uma ascensão extraordinária. Hoje em dia, o método dos elementos finitos (MEF) tornou-se altamente recomendável na indústria, pois ele ajuda a reduzir o tempo gasto no desenvolvimento de primeira linha em componentes com altas complexidades geométricas, em relação a tradicional sistemática utilizada no passado “tentativa e erro”, até a obtenção dos resultados desejados.

É esperado, que no futuro também os engenheiros construtores possam ter, em suas ferramentas CAD sistemas capazes de analisar os processos de conformação e que estes possam ser simulados com o auxílio de comandos de cálculos e método dos elementos finitos integrados ao CAD. Hoje as utilizações das ferramentas CAE ainda em sua grande parte são restritas a especialistas no método dos elementos finitos.

Também não pode ser esquecido que o método dos elementos finitos atualmente é um requisito necessário para a simulação de ferramentas e processos de conformação de componentes para a indústria automobilística. Para isso se torna necessário completo suporte computacional no desenvolvimento um sistema inteligente para o projeto e construção da ferramenta de estampagem, de forma a garantir-se que o componente ali gerado atendera aos severos padrões de qualidade exigidos pela indústria.

Os objetivos desejados estão representados da figura 1-1. Tendencialmente, com o advento de novos materiais e técnicas de fabricação, procura-se hoje em dia dentro dos novos conceitos construtivos, possibilidades de integração das diversas peças estampadas em uma única peça, podendo assim serem economizados custos nos mecanismos de estampagem, custos em ferramental, custos logísticos e também serem reduzidos investimentos na montagem de carrocerias (menor sobreposição de componentes e redução em uniões (soldas)). Para que isso ocorra, é necessário esperar um grande suporte das simulações computacionais, de modo a demonstrar a viabilidade de tais tecnologias.

Futuramente, assim se espera, poderemos da parte da indústria automobilística aproveitar o amplo Know-How técnico-científico dos fornecedores, e assim a rápida assimilação dos conhecimentos (Engenharia Simultânea) [3] dos mesmos, dando assim rápidas respostas às questões técnicas bem como reduzindo o tempo de desenvolvimento e problemas de custo com possíveis retrabalhos no projeto e no produto.

Um exemplo: a longarina longitudinal frontal do VW Golf III (1990) era composta antigamente de cinco partes individuais. Em primeiro lugar cada *blank* era prensado, ou seja, estampado (estampagem profunda) e agregadas, para finalmente serem todas unidas com solda a ponto [2]. Nas gerações posteriores (Golf IV e V), graças ao advento de novas

tecnologias em material e técnicas construtivas, pode-se fazer o mesmo componente em uma única peça, a partir de um *blank* plano especialmente preparado para tal.

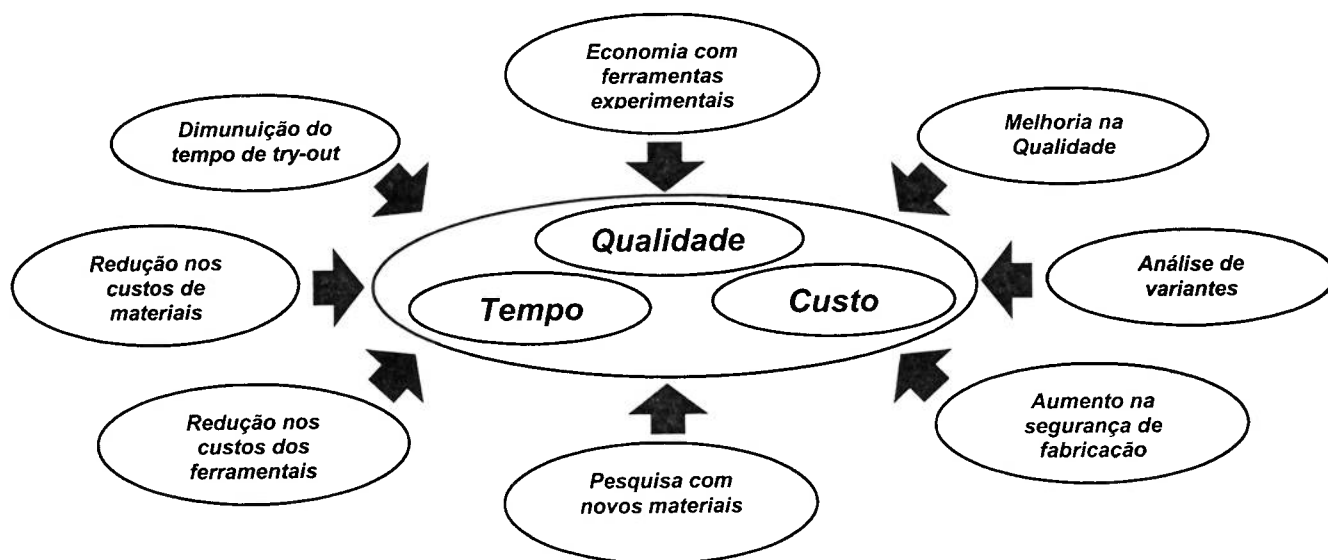


Fig.1-1: Objetivos na utilização de simulações em conformação de chapas

### 1.1 - Simulação dos Processos de Estampagem

No projeto de peças estampadas, são realizados certos cálculos sobre a formação e desenvolvimento da forma da peça estampada com base na complexibilidade de seu processo de fabricação. Um fator decisivo é hoje ainda a experiência ao longo de vários anos dos planejadores de métodos ou construtores de ferramentais.

Para a seguinte questão: “*esta peça neste processo de estampagem será conformada sem erros ou não?*” devemos ter uma possível resposta, visto se muito dinheiro e tempo na fabricação das ferramentais já foram investidos. Para uma simulação do processo por computador com diversos programas comerciais para a simulação de estampagem (como por exemplo, PAM-STAMP, UFO-3D, ICEM-STAMP, AUTOFORM, etc.), foi utilizado o método dos elementos finitos como base.

Para cerca de 75 por cento das peças que compõem relativamente o escopo de componentes de uma carroceria construída nos padrões de material e técnica atuais, os quais provavelmente irão ter seus respectivos processos e ferramentais desenvolvidos e construídos respectivamente sem problemas, também é vantajoso pensar em simples simulações dos processos, porém é esperada economia consideravelmente baixa. Apesar do cálculo com elementos finitos ser empregado com sucesso em conformações há muito tempo, o domínio de simulações de processos de estampagem profunda necessita ainda de uma série de novas descobertas, que se pressupõe um trabalho teórico aprofundado. Em especial na formulação de materiais que apresentem um bom desempenho e sejam fisicamente livres dos muitos casos de influência da anisotropia e do encruamento também em altas taxas de conformação.

Para a melhoria do layout da fabricação de peças estampadas de alta complexibilidade geométrica, é hoje em dia indispensável uma primeira discretização pelo MEF para conseguir-se obter a qualidade planejada. Esses programas hoje em dia têm a vantagem de trabalhar tanto com computadores PC's em ambientes Windows ou em se tratando do uso de programas especiais ou cálculos complexos (como por exemplo, cálculo do retorno elástico de um componente), que será processado em um existente Sistema-Integrado CAD-CAE em um conjunto de programas que requerem especialistas, sendo estes processados em poderosas Workstations operando em plataformas UNIX.

Enquanto os cálculos já funcionam há muitos anos em exemplos bidimensionais ou rotacionalmente simétricos, hoje cálculos e processamentos em circunstâncias puramente tridimensionais tornaram-se uma constante. Antigamente para se processar componentes inteiros de carrocerias era uma dificuldade por causa da de recursos computacionais e enormes tempos de computação (processamento) que eram geralmente necessários. Através da programação para refinadas formulações teóricas, a falta de memória computacional por um lado, conseguiu ser superada hoje, aumentando muito o desempenho computacional. Com a disponibilidade de Softwares produtivos e empregáveis, com uma superfície de trabalho de fácil interação para com o usuário, foi estabelecida pelos fabricantes de automóveis a simulação dos processos de conformação das chapas como nova ferramenta

CAE. A Engenharia de Manufatura pode então utilizar o artifício da discretização da superfície do componente a ser estampado inclusive para tirar as primeiras conclusões sobre a produtibilidade e sobre possíveis problemas no processo de conformação deste, de forma a interagir no projeto seja do ferramental ou até mesmo solicitar mudanças na forma (geometria) do componente a Engenharia de Desenvolvimento do Produto.

## **1.2 Bibliografia do Capítulo 1**

- [1] Publicação “Alles über die Karosserie”, Revista Motor Spezial, Motor Presse Stuttgart, 1994, pg. 7-10.
- [2] RECKE, L; SCHMIDT H., “Simulation Blechumformung als Integriertes Werkzeug in der Prozesskette Karosserie”, T.C. Vu. München, VDI Report Nr.1153, 1994.
- [3] BATALHA, G. F.; DAMOULIS, G. L.; SCHWARZWALD, R. C.; “New Trends in Computer Simulation as Integrated Tool Automotive Components Development”, NUMIFORM 2004, Ohio N306.



## 2 - Tecnologias de Apoio Computacional na Conformação de chapas

### 2.1 - CAD na fase de concepção do veículo

Uma representação esquemática esclarece a interação no desenvolvimento do veículo, (figura 2-1). A integração do CAD começa na fase de concepção do produto até o estabelecimento do catálogo de encargos do marketing ao novo produto, no meio planejado e da sua construção [4] [5]. Os primeiros conceitos dimensionais gerais para carroceria (forma e design) foram trabalhados juntamente com estilistas. Paralelamente já são esboçados os *designs* em modelo 1:5. Com a crescente melhoria dos sistemas CAD, hoje em dia já é possível na fase de concepção, no lugar do modelo em escala produzir e julgar layouts no CAD (conhecidos como DMU ou *Digital Mock'up*) utilizando-se de técnicas de representação em realidade virtual.

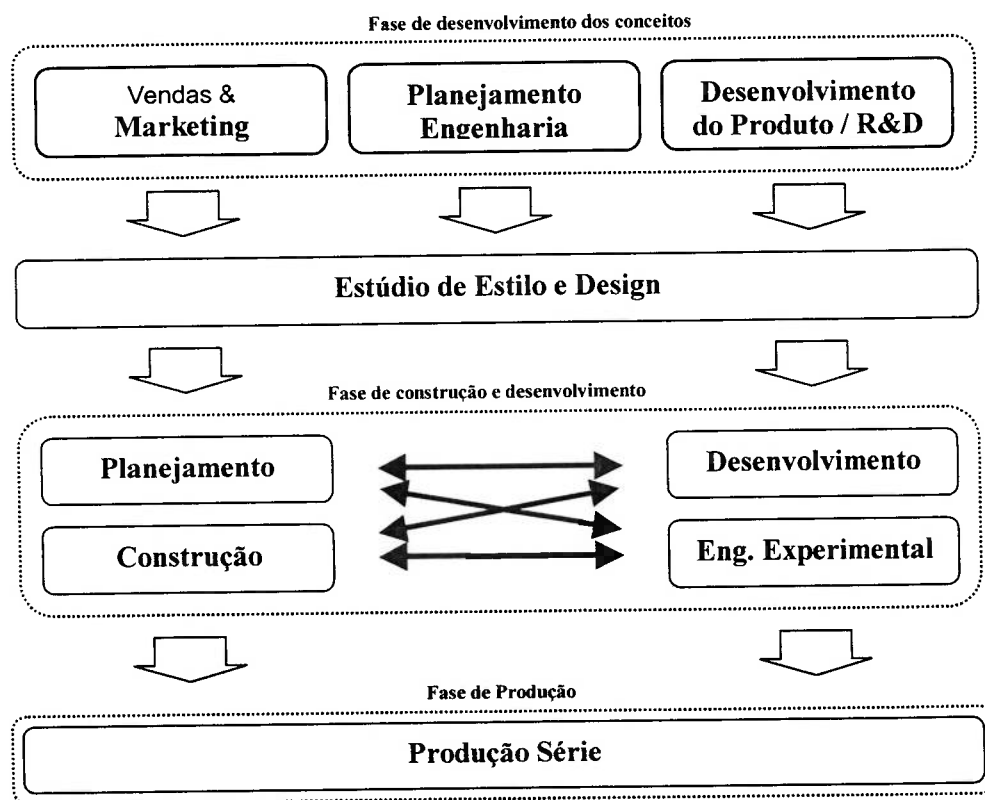


Fig. 2-1: Conceito empregado ao desenvolvimento de veículos – CAD na fase de concepção do veículo.

Essa representação de um modelo volumétrico com semelhança fotográfica de um produto, desenhada com sombreado, facilita a escolha das propostas de designs (forma) do produto [4].

Os designers podem examinar através do controle de reflexo de luz os seus esboços. No caso do desenvolvimento de forma por CAD através do design, se tem com antecedência uma superfície para as posteriores operações no campo de construção e produção, podem ser aperfeiçoadas até o início da produção por engenharia simultânea.

## **2.2 – Cadeia CAD/CAM para a fabricação de ferramentas protótipo.**

O próximo passo depois da construção do projeto em CAD é a fabricação de peças protótipo. Então será fabricada com o trabalho de dados de CAD e CNC (comando numérico), a ferramenta protótipo com material de baixo ponto de fusão (conhecido também como "*Soft-Tools*"), figura 2-2. A ferramenta de construção para o punção e prensa-chapa dessa ferramenta protótipo será desenvolvida por dimensões de CAD através métodos e geometria de conformação, que mais tarde será útil para uma ferramenta em série (ferramental definitivo). Uma função dessa ferramenta protótipo é encontrar dimensões seguras considerando o efeito elástico e a distribuição de tensões, assim como aprovar a escolha da chapa e a exigente qualidade superficial para a série. O resultado deste teste deve ser trabalhado nas definições da ferramenta da série, para que, se possa prever no corpo de provas (peça protótipo) deformações na peça, de modo que esta possa ser aceita.

### **2.2.1 – Cadeia CAD/CAM na construção da ferramenta e modelo**

Posteriormente, o fluxo de dados processados em CAD será utilizado pela ferramenta de série da seguinte forma: As definições de geometria da peça a ser construída da carroceria servirá como dado de entrada na construção da ferramenta [5].

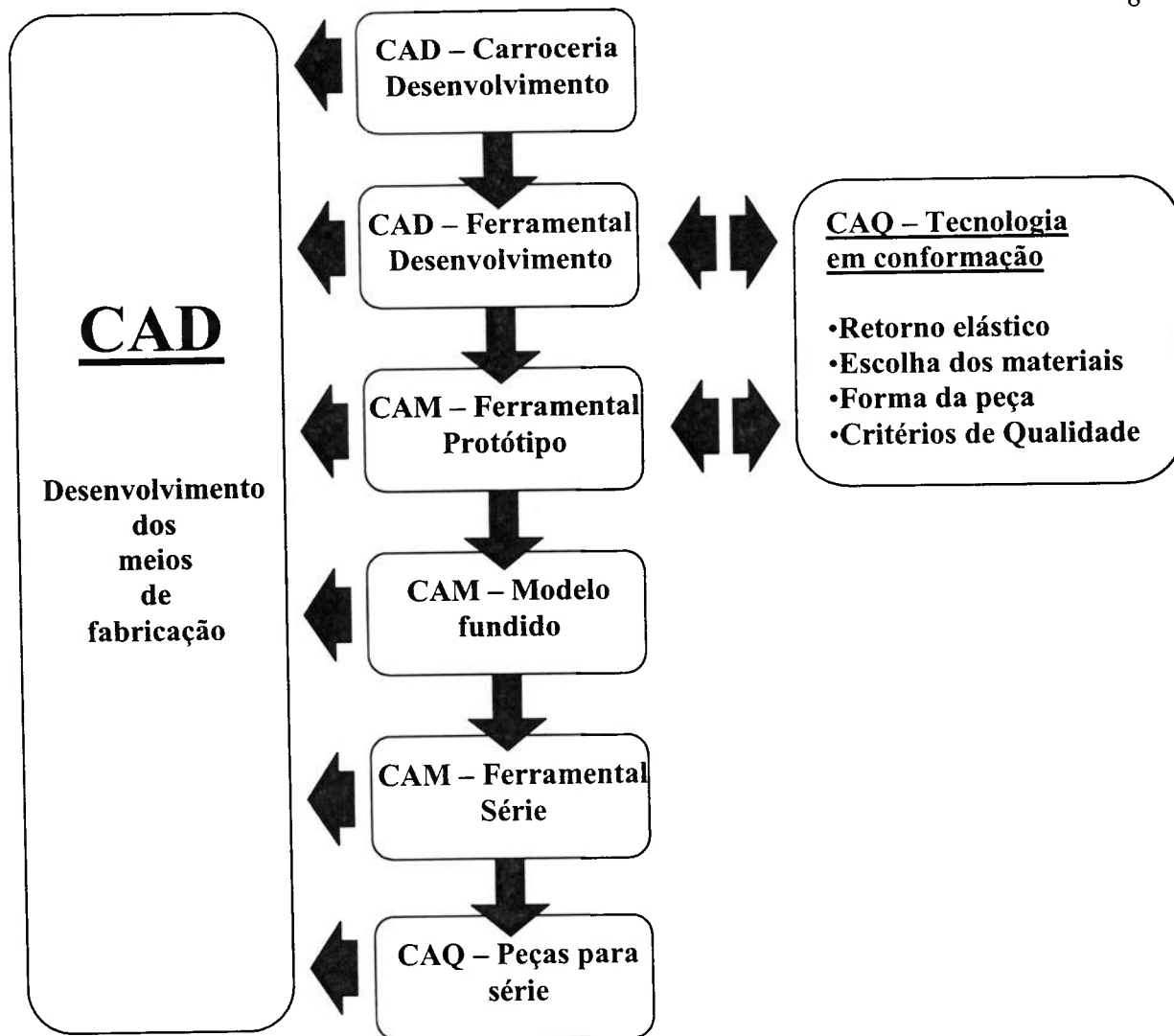


Fig. 2-2: Processo CAD/CAM para desenvolvimento de ferramentas de conformação de chapas

Aqui será também realizado o acabamento das superfícies complementares, assim como os respectivos corpos da ferramenta. Após a construção, esses dados vão para programação CNC (CAM), para produzir o programa de usinagem para fresadoras com três ou cinco eixos, dependente das formas superficiais livres do componente e da fabricação do ferramental. O objetivo será, durante a padronização dos elementos de ferramenta para o corpo fundido (base do ferramental) assim como através de CAD e também de CAM, a redução no tempo de trabalho na construção do ferramental. Isso ocorre simultaneamente a uma redução do tempo percorrido na construção da ferramenta e do modelo (estudos de otimização dos caminhos de usinagem da fresa em relação à superfície a ser usinada).

A ferramentaria tem atualmente a tarefa, partindo com os dados matemáticos da superfície da carroceria, de gerar programas CNC para a fabricação da superfície do ferramental, desde o desbaste bruto, assim como dar acabamento ao mesmo, sua montagem e try-out deste.

Sob consideração das diversas condições de contorno com relação aos custos de fabricação deste ferramental e a qualidade do componente por este a ser produzido, são verificadas as operações (processo de estampagem) e otimizadas assim as condições de produção da peça em seu respectivo ferramental. Decisivo é, que no futuro os métodos de planejamento tenham o apoio numérico, no qual a geometria e as condições de contorno do ferramental sejam aperfeiçoadas em programas de simulação numérico baseado pelo método dos elementos finitos MEF. Assim, desta forma, engenheiros e planejadores de métodos poderão contar com uma poderosa ferramenta, a fim de evitar custos desnecessários, onde processos complexos não mais serão planejados ou desenvolvidos por “tentativa e erro”, passando assim os mesmos a contar com uma base científica e sólida para seu desenvolvimento.

### **2.3 – Uso do CAD nos meios de fabricação**

Paralelamente ao desenvolvimento de componentes da carroceria em CAD 3D, são utilizados também no campo da fabricação de ferramentas de grande porte (produção de peças de geometria complexas), sistemas para o desenvolvimento de meios de fabricação como ferramentas de estampagem, dispositivos, calibradores e dispositivos de soldagem, também com o suporte CAD. Com o suporte deste sistema, serão alcançadas qualidades do processo, que devido às suas complexibilidades não eram alcançadas nas antigas mesas de desenhos. Assim se tem através do emprego de CAD uma grande vantagem de tempo, custo e qualidade, que antes eram gastos pelo longo tempo de testes com processos e meios de produção [6].

Com definições a respeito do ferramental a ser construído, a aplicação de CAD e CAE (simulações) [7] no desenvolvimento dos meios de fabricação [6], neste caso mais

especificamente de ferramentas para a produção de peças para construção de carrocerias, onde este processo permite uma comparação dos dados reais com os que deveriam ter sido obtido nas peças da carroceria (simulação). Em CAD/CAE foram desenvolvidos processos de cálculos específicos, que proporcionam uma representação gráfica na tela do computador das diferenças entre as peças.

Na fabricação moderna de automóveis são empregados atualmente dois diferentes sistemas no processo em cadeia CAD/CAM/CAE para ferramentas de série. Os dados para a construção da carroceria automotiva, a geometria de conformação das peças e a programação CNC são produzidas no próprio sistema CAD/CAM propriamente para isso desenvolvido.

#### **2.4 Bibliografia Capítulo 2**

- [4] HEIMERDINGER, E.; POLLMAN, W.; “Computerunterstützte Technologien in der Blechumformung”; VDI-Z 133 (2001), N4, pg. 74-80.
- [5] Revista MASCHINENMARKET, “Prozessbedingungen Optimierung”, Würzburg, Nr. 97 (1997), pg. 28-33.
- [6] BARTI, M.; “Chancen und Risiken bei theoretischen Auslegung von Methodenplänen in der Blechumformung”, VDI-Tagung “Blech Umformung” ; Wolfsburg, 1996.
- [7] KAWKA, A. M. e outros; “Simulating Manufacturing Processes”; Automotive Engineering; April 1997, pg. 31-33.

### 3 – Simulação da conformação de chapas como ferramenta integrada no processo de desenvolvimento de carrocerias automotivas.

#### 3.1 – Posicionamento no processo em cadeia da carroceria.

Juntamente com a noção de “*processo de desenvolvimento*” em cadeia será traçados o desdobramento das atividades do desenvolvimento dos componentes construídos e o seu respectivo meio de fabricação até o fechamento de uma carroceria completa e seu acabamento em chapa, antes do envio da mesma para a pintura, a fim de seguir seu fluxo normal no processo de montagem e fabricação ate gerar um veiculo completo [2] [4] [5] e [7]. Os únicos pontos de dificuldade, assim como o encontro da chapa e seu processo de conformação, estão esquematicamente na figura 3-1.

Decisivo para a efetividade da técnica em CAD, que nesse processo é empregada, será o seu posicionamento e integração na evolução do desenvolvimento do produto. Para outras técnicas empregadas no desenvolvimento com suporte numérico das ferramentas de conformação (figura 3-1), esse posicionamento é eficaz. A ancoragem da simulação em todos os seus possíveis campos de aplicação e almejadas conexões com técnicas próximas (capacidade produtiva, flexibilidade de sistemas, novas tecnologias de conformação, etc...) demonstra que estas simulações ainda possuem um longo caminho de aplicações, ainda mais com o advento de novas tecnologias de construções automotivas (gerações denominadas *Ultra-light* ou construções leves). Além do mais a simulação numérica pode, com o agrupamento de diversas áreas correlatas ao desenvolvimento do produto (carroceria) e no desenvolvimento dos meios de fabricação em toda a sua evolução, através de “Engenharia Simultânea” (figura 2-1) ter um significado mais amplo.

A simulação de estampagem contém um alto potencial de desenvolvimento de componentes obtidos apartir de chapas planas dentro do processo de desenvolvimento na cadeia automotiva (especificamente na carroceria). Suas possibilidades como ferramenta de análise são desde emprego no planejamento produtivo até em algum lugar na construção dos meios de fabricação [7]. Para atender as amplas exigências do emprego no processo em

cadeia, foram necessários desenvolvimentos de métodos, integração no processo, adaptação de modelos de dados e otimização dos processos de cálculos, bem como principalmente nos tempos e na forma de processamento computacional destes.

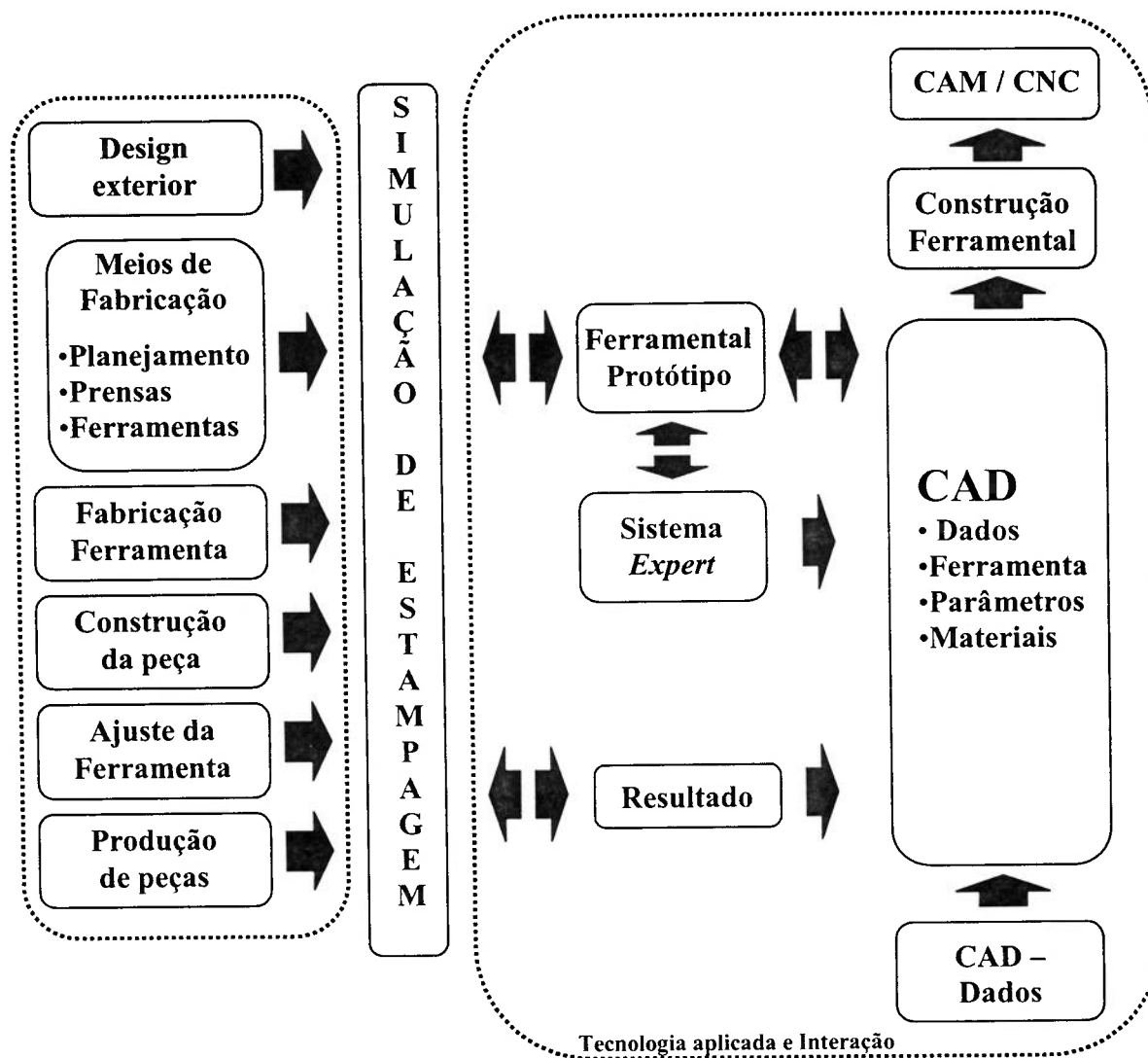


Fig 3-1: Posicionamento das simulações no processo de desenvolvimento de carrocerias automotivas.

Na utilização com sucesso de simulações de componentes da carroceria, como, por exemplo, para conformação de peças críticas ou na otimização dos processos de fabricação, foram provadas as possíveis contribuições dos cálculos numéricos.

Com o resultado realmente efetivo, mostra-se aplicabilidade, como por exemplo, na pré-otimização das ferramentas para peças estampadas de chapas de relativamente novos materiais aplicados a construções automotivas (alumínio, aços especiais de alta resistência (Dual-Phase ou TRIP) ou *Tailor-Blanks*) ou por novas tecnologias de fabricação (como por exemplo, Hidroformagem).

### **3.2 – Empregabilidade das simulações de conformação de chapas**

No início, a técnica utilizada pelo fabricante automotivo no domínio da fabricação era a simulação direta com o uso da estampagem (figura 4-1), onde uma simulação a partir de uma geometria já existente ou já aprovada pela engenharia do produto era feita. Este tipo de atuação ou de emprego da simulação restringia o poder dos engenheiros de ferramental ou planejadores de métodos a poucas variáveis, visto que sistematicamente pouco ou quase nada se conseguia fazer com os resultados, em parte devido aos grandes tempos de processamento, que inviabilizavam a tomada de decisões e na resposta do que modificar seja no processo, ou seja, na geometria do produto. Quase nada se conseguia alterar na condição geométrica do produto, uma vez que este já era tido como definitivamente aprovado pela engenharia de produto. O foco ficava mais uma vez na otimização do processo (parâmetros) de produção ou modificação na condição do ferramental (balanço de plano, direção de repuxo, fluxo de material (direção) para dentro da matriz, etc.). Pouco se fazia em termos de modificação do produto definitivamente.

Normalmente só é seguido uma variante do planejamento, cuja elaboração do plano de métodos para peças complexas pode levar até quatro semanas. Neste espaço de tempo, simultaneamente a base do modelo para a ferramenta é fundida, podendo ser definida e iniciada a sua construção (a base do ferramental também pode ser desenvolvida a partir de modelos em elementos finitos, gerando assim uma otimização estrutural da mesma). Para a análise de estampabilidade deste componente, serão utilizados cálculos de elementos finitos empregados com base na completa descrição em CAD da geometria das ferramentas, e seus



resultados utilizados pelos planejadores para um julgamento mais aprofundado da capacidade de fabricação, do processo e da qualidade final do componente.

Dos resultados avaliados são dirigidas adaptações nos parâmetros do processo (corte do *blank*, força no prensa-chapas,...) ou modificações da geometria da ferramenta. A simulação contribui definitivamente para assegurar a função da ferramenta em série gerando componentes com os requerimentos de qualidade para a construção de carrocerias. Antigamente a única forma de definição do plano de métodos era baseado na experiência dos planejadores seniores através do uso de ferramentas experimentais, e também sob a disposição de critérios de avaliação quantitativos (figura 3-1), que podem ser obtidos através de experimentos, os quais muitas vezes somente com altos gastos empregados (Try-out). Além do mais o potencial do uso de simulações consiste em reduzir a utilização de ferramentas experimentais, diminuindo assim os custos com a fabricação do ferramental e aumentando a qualidade dos componentes fabricados.

O emprego de simulações na construção de ferramentais de estampagem era também essencial para a aceitação da nova técnica de construção e gerenciamento de projetos em CAD, assim mostrando a análise esquemática, na qual o resultado da simulação de conformação suporta o desenvolvimento de componentes para a construção de carrocerias monobloco a partir de chapas planas.

A simulação fornece direções objetivas não somente para o processo de desenvolvimento do meio de fabricação (ferramenta), mas também sob o ponto de vista da manufatura, variantes de possíveis geometrias da peça construída durante o processo de design do veículo ou de desenvolvimento. Assim a simulação oferece a possibilidade para considerar-se critérios quantitativos para capacidade de fabricação, e com isso chegar a decisões seguras.

Já durante a construção da peça em CAD, as zonas problemáticas da mesma sob a ótica da manufatura devem ser exibidas. Depois da avaliação em CAE, pode-se já antecipadamente conseguir modificações construtivas necessárias para elevação da

qualidade da fabricação de acordo com necessidades neste momento. Nos processos atuais geralmente não está a disposição um esboço do processo de estampagem neste momento (O engenheiro do produto não conhece o plano de métodos do engenheiro da Engenharia de Manufatura). A resposta à desvantagem dos atuais meios de processos no emprego no planejamento nos meios de fabricação está nos próprios agrupamentos da simulação. Junto das contribuições do desenvolvimento existentes, a simulação pode mostrar não somente mais rapidamente o perímetro de deformação na peça estampada, mas também para contribuir no projeto da ferramenta de estampagem (metodologia e critérios construtivos da mesma).

## 4 – Conceito ‘Simulação da Estampagem de Chapas’

### 4.1 – Simulação do processo de Estampagem

Através de avançadas simulações e cálculos na construção de meios de fabricação [3] [6], hoje é plenamente possível calcular importantes dados e parâmetros para o acerto (try-out) na estampagem dos estágios de conformação, de modo que já nos primeiros passos de utilização da ferramenta, somente pequenos e importantes acertos nos parâmetros da prensa ou na estampagem progressivamente serão necessários. Aqui será pressuposto de que utilizamos uma prensa com comando numérico e controle eletrônico dos parâmetros principais de estampagem, veja figura 4-1.

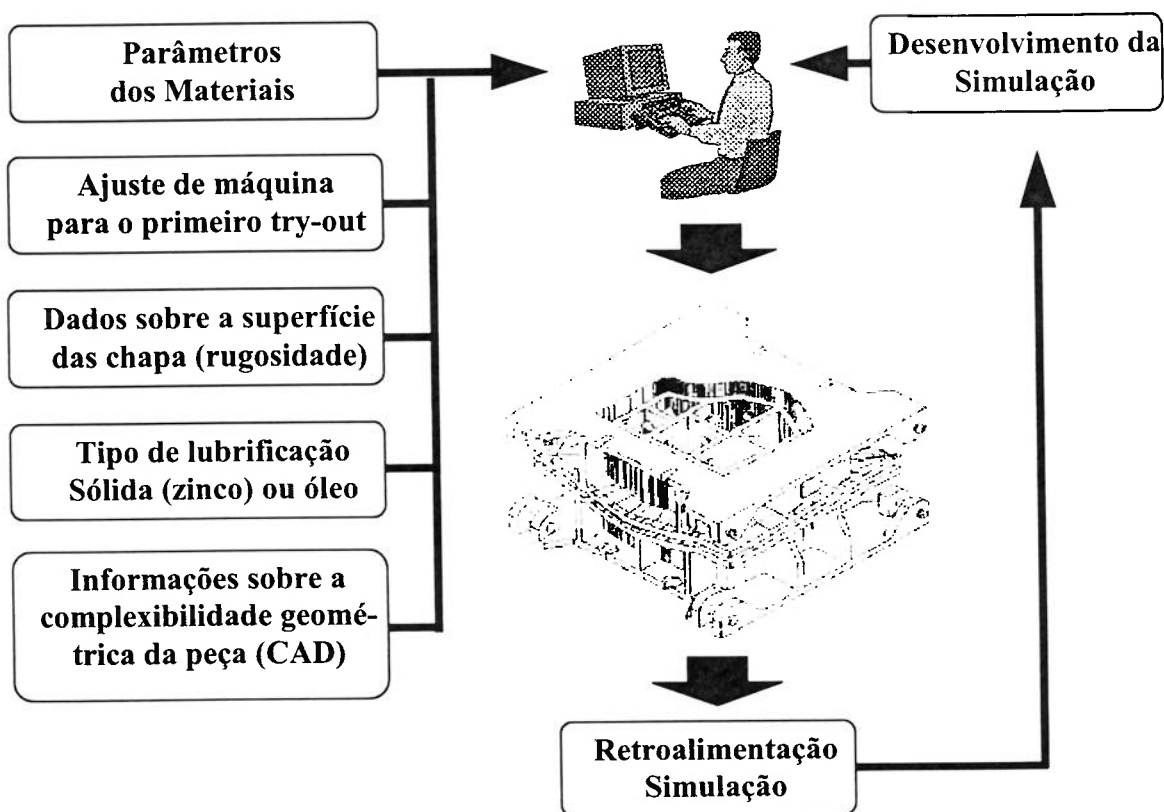


Fig 4-1: Controle da entrada de dados para as simulações de estampagem (conceito)

Para que isso seja possível, outros parâmetros de modelagem do processo de conformação como qualidade da chapa, acabamento superficial e composição química da mesma devem ser medidos e também normalizados. Para a simulação de uma peça obtida por estampagem profunda, o contorno da ferramenta com todos os dados técnicos relevantes deve ser conhecido. Para a preparação geométrica utiliza-se, conforme objetivos, o conjunto de dados da estampagem construída com o auxílio de CAD e a discretização da matriz e punção para gerar a superfície da ferramenta, acrescentando-se eventualmente conjunto de dados do prensa-chapas considerando-se sempre os respectivos raios da geometria do componente, modelando os mesmos na superfície do modelo CAD-CAE (figura 4-2(a)) [8] [9]. Assim então será incluído o próprio objeto de cálculo, o *blank*, e será gerado como uma malha de elementos finitos para o primeiro estágio da simulação, um modelo plano.

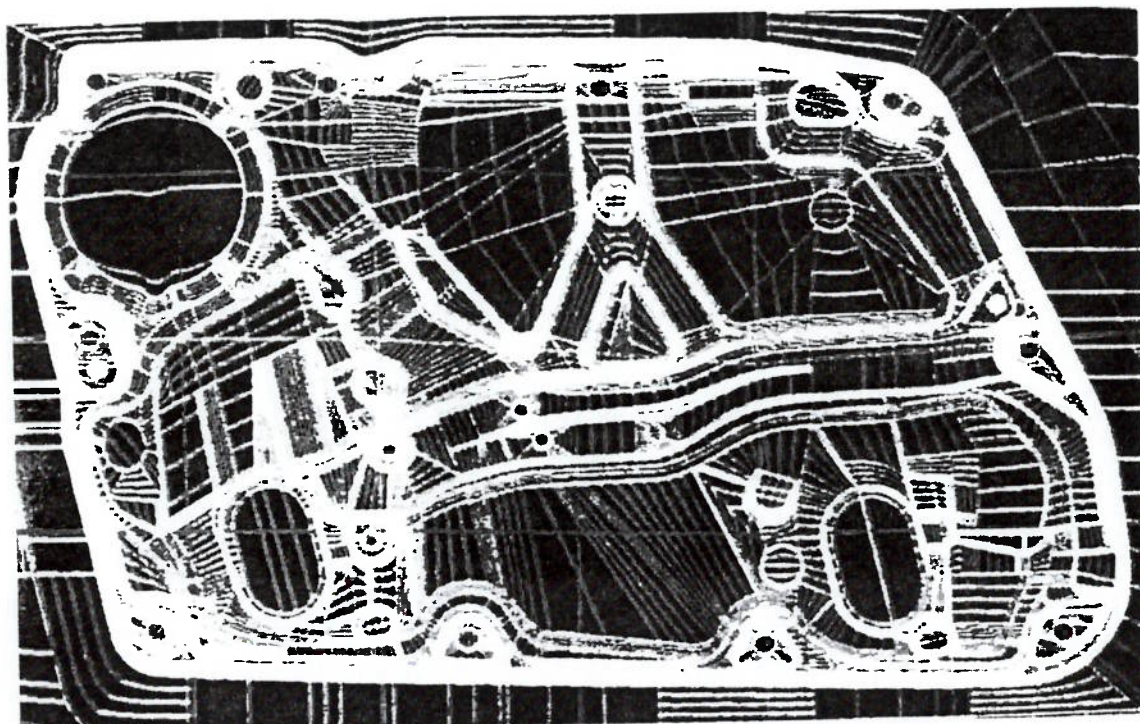


Fig 4-2(a): Descrição em CAD da superfície de um módulo de portas descrito com superfícies “*Splines*”.

Através da discretização do *blank* em pontos nodais de uma malha de elementos finitos, monta-se um sistema de equações, cujas partes principais estão representadas na figura 4-4 [12] [13].

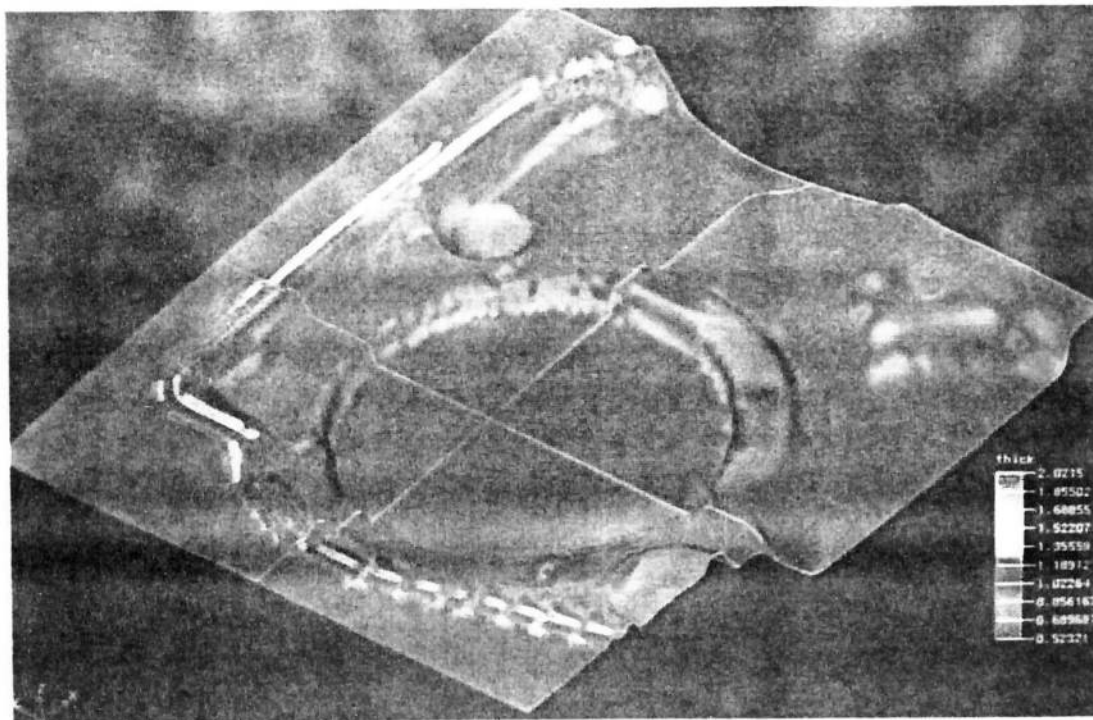


Fig 4-3(b): Geometria da malha de EF na parte esquerda superior do agregado, com distribuições de espessuras no componente após simulação.

As relações físico-mecânicas entram, organizada através de dados da geometria, material da ferramenta (que neste caso será sempre corpo rígido) e *blank*, na montagem da assim denominada Matriz de rigidez  $\mathbf{K}$ , cuja inversa  $\mathbf{K}^{-1}$  multiplicada com o vetor força  $\mathbf{F}$  composto pela força do punção e prensa-chapas nos fornece o vetor deslocamento  $\mathbf{u}$  procurado [13]. Esse vetor resolução é composto pelos valores do deslocamento dos nós dos elementos finitos, de onde se pode verificar a deformação do *blank* conformado bem como as tensões. Em um pós-cálculo elástico pode-se verificar o efeito mola e as tensões residuais (retorno elástico ou *springback*).

A figura 4-3(b) [8] mostra os resultados da simulação de um componente (Módulo agregado de porta). Está representado o *blank* conformado após o estiramento. Para o material, foi considerada simulação da chapa sobre todas as considerações de anisotropia plana e perpendicular, bem como o comportamento ao encruamento deste (*Workhardening*).

Mais adiante a figura mostra o contorno das bordas do *blank* depois do estiramento. Reconhece-se que os estiramentos nos cantos estão não tão fortemente manifestados, isto é, mais discretos, assim como se pode observar na realidade em comparação ao componente real. Além do mais as divisões de tensão são mostradas em diferentes escalas de cor. Hoje, similarmente é possível também já na fase de desenvolvimento otimizar o recorte do *blank*.

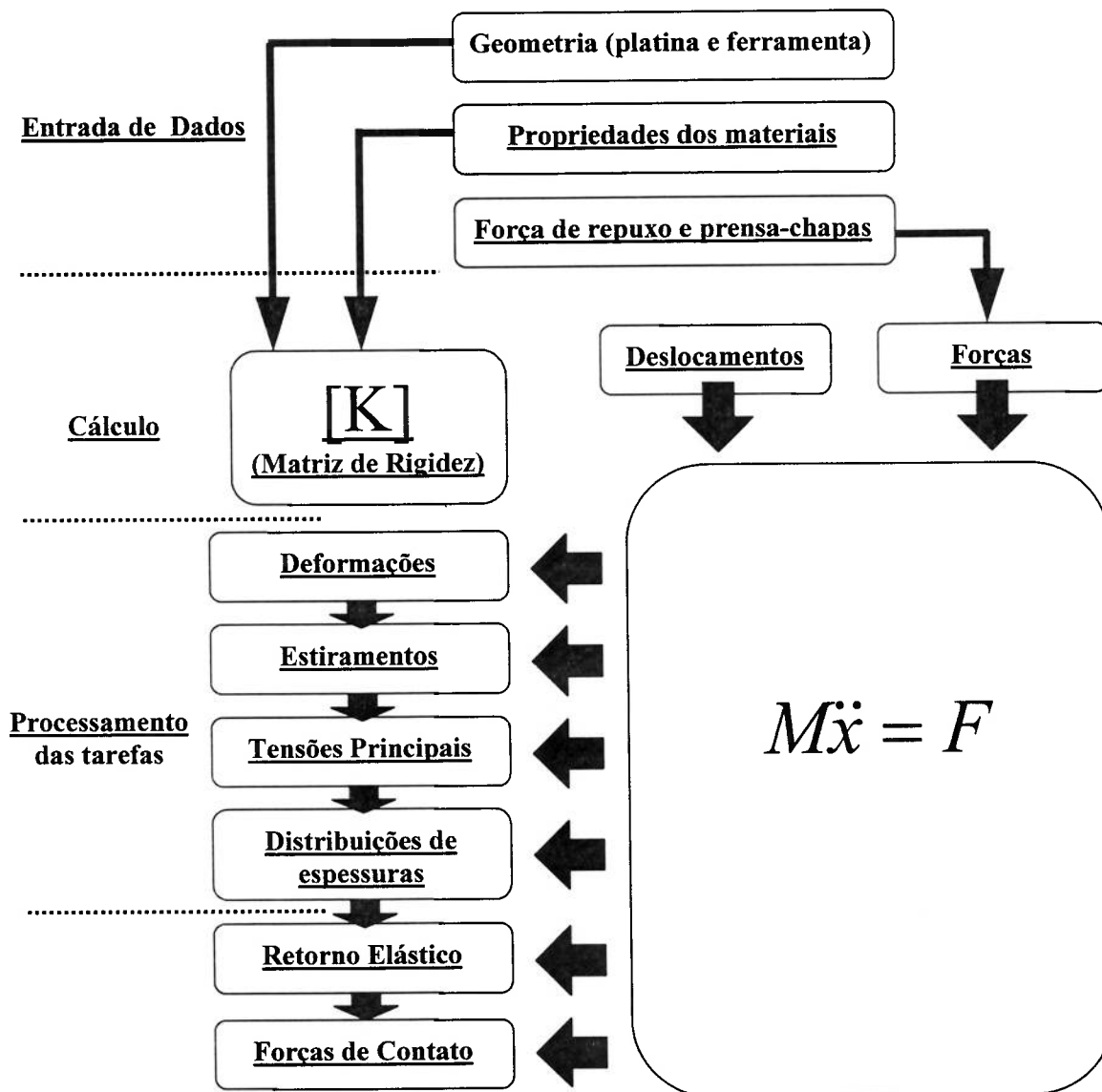


Fig.4-4: Procedimento do Método dos Elementos Finitos

O programa permite uma rápida localização e quantificação das tensões e deformações. Num segundo estágio será programado um critério de escoamento, que dirá sobre quais solicitações (estados de tensão) pode haver formações de fraturas.

#### **4.2 – Exigências e critérios para as simulações**

Para se estabelecer os cálculos necessários para cada fase individual do processo de desenvolvimento em cadeia da carroceria, temos que ter definidas as diversas condições de contorno da simulação para orientar as exigências desta, os softwares (Análise, Pré/Pós-Processamento), o modelo e também todo o processo de cálculo (critérios de escoamento, critério de convergência, critérios materiais) a ser desenvolvido [10-12]. Aqui estão alguns dos critérios a considerar-se:

- Modelo de dados CAD da peça e tipo de ferramenta de estampagem (exigência, qualidade, capacidade produtiva);
- Funcionalidade do software (modelo mecânico, possibilidades de modelagem, formas de input de dados);
- Resultados necessários (tipo, qualidade, apresentação);
- Tempo para análises e conclusões;
- Gastos no primeiro modelo (capacidade pessoal, tempo de processamento).
- Gasto com cálculos de modelos variantes (comparativos e otimizações).

O software comercial disponível especialmente para a simulação de processos de conformação pode, com diferentes empregos no método e apresentação do modelo, ser classificado em:

- (I)** – Programa de cálculo de elementos finitos para idealizar representações (diagramas gráficos) de todo o processo (Elementos de casca)
- 1 – Transiente; integração explícita;
  - 2 – Incremental, iterativa; integração implícita;

(II) – Processo facilitado com minimização de energia como ajuda de interpretações.

1 – Processo – Proceder, interativo;

2 – Programa de desenvolvimento, interativo;

Com base no emprego geral, programas podem ser utilizados de acordo com (I) para a averiguação de um largo espectro de grandezas de fabricação relevante com bastante exatidão. Com base na maior facilidade de aceitação, como será encontrado em alguns programas, por exemplo, para comportamento em dobras de chapas ou problemas de contato, esse espectro pode eventualmente ser reduzido. No geral se tem processos implícitos na maioria das simulações, que representam vantagens para as etapas de cálculo ‘juntar o *blank*’, ‘fechar o prensa-chapas’ e ‘executar processo de estampagem’ como menor tempo no processamento da simulação. Programas explícitos aplicados ao processo de simulação de estampagem realizam com grandes alterações no estado da simulação, bem como as condições de contato momentâneas.

Como regra geral para todos os programas é que no modelo de cálculo e preparação das geometrias, os raios e secções arredondadas das ferramentas precisam ser descritas. Programas de acordo com (II) dispõem de uma clara fidelidade de prognóstico a respostas reduzido, as fontes necessárias (gasto com a geração do modelo, tempo de processamento). Finalmente a partir da geometria da peça construída em CAD, a forma do *blank* (platina), o comportamento material (comportamento e empregabilidade do mesmo) bem como a variação da espessura podem ser verificados. Parâmetros essenciais do projeto como, por exemplo, atrito ou então aplicação de métodos para limitar o escoamento da platina para dentro da matriz, alterando assim o escoamento material, diminuiram no atual estado de desenvolvimento. Para o meio ‘construção de carroceria’ é decisivo o curto tempo de resposta para o julgamento das muitas variantes na obtenção dos componentes para a fabricação destes.

Os pontos críticos dos critérios de decisão para o emprego da ferramenta de simulação para a construção do componente encontram-se nas possibilidades de



modelagem (única etapa, operações em seqüência), na integridade dos resultados (figura 4-5) e em suas qualidades. Essas vantagens têm que ser adquiridas com o alto crescimento da necessidade de programas da classe (I). Mas não em todos os casos são necessários modelos completos. Para a análise de certa peça, por exemplo, zonas problemáticas locais ou dobras depois do fechamento do prensa-chapas, nestes casos, muitas respostas podem ser alcançadas com modelos adaptados com pequenos custos e em pouco tempo. Estes tópicos serão melhor demonstrados adiante.

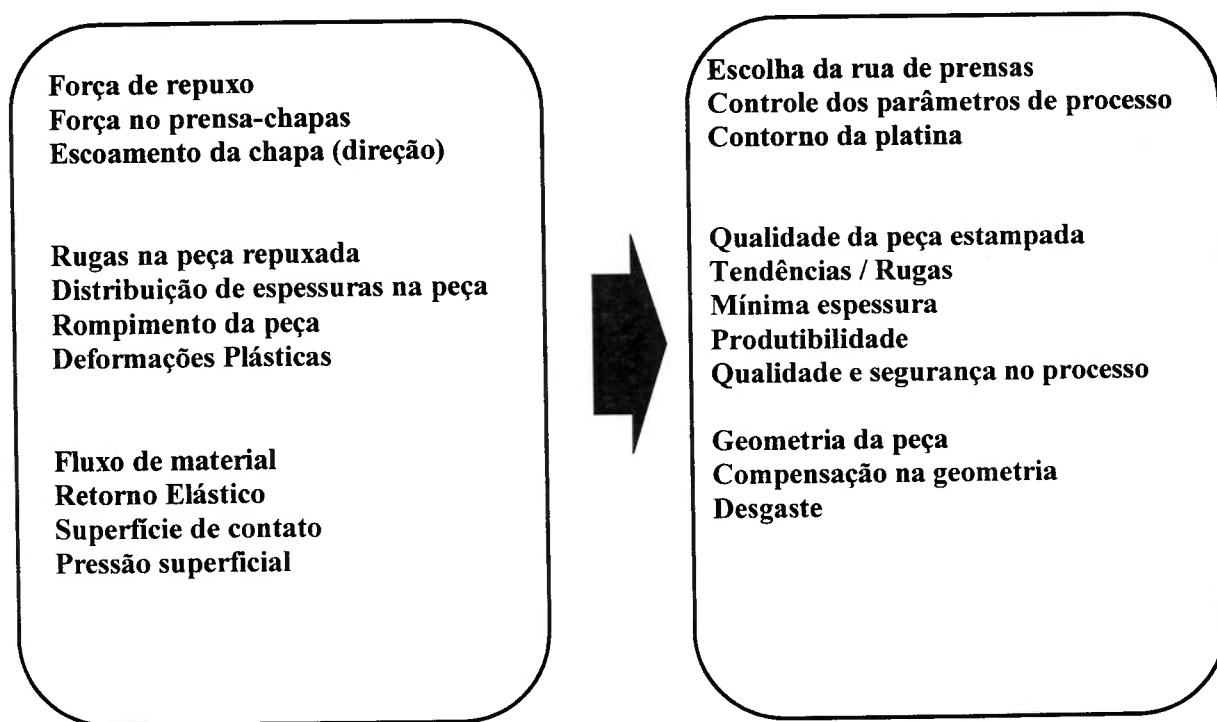


Fig.4-5: Resultados da Simulação Vs. possíveis conclusões da Eng. de Manufatura

### 4.3 – Conceito “introdução” e “Desenvolvimento Continuado”

O conceito para execução de simulações de conformação de chapas por fabricantes automotivos prevê hoje como meta o emprego ordenado de software de ambas as já mencionadas classes, para conseguir cobrir o largo espectro de exigências. Para a introdução passo-a-passo na continuação do desenvolvimento destes aplicativos, a tabela 1 foi definida:

Etapa	Atividade
0	Escolha de um programa da classe (I).
1	Introdução de (I) no planejamento dos métodos.
2	Otimização da evolução (I) e continuação do desenvolvimento do modelo de cálculo.
3	Introdução produtiva de (II) na construção da carroceria.
4	Agrupamento de (I)

Tabela1: Introdução e desenvolvimento continuado.

#### 4.4 – Modelagem “Software Infraestrutura”

Depois do término da primeira etapa (1) vem na segunda etapa (2) o aumento da eficiência do processo de cálculo desde a elaboração do modelo até para a documentação dos resultados para trabalho e da garantia dos tempos de respostas requeridos. Antes de tudo a rápida interligação dos dados da superfície CAD e aceleração de atividades por geração de modelos e variantes, preparação dos resultados e manuseio dos dados devem ser melhorados. Para isso foi iniciado com a construção de uma “caixa de ferramentas” (*toolbox*), que deve pôr à disposição para a engenharia de aplicação em CAE todos programas de ajuda importantes sob superfícies de trabalho homogêneas. Os típicos processos para cálculo e elaboração de suas variantes estão representados na figura 4-6.

Outros objetivos são a redução de produtos de software empregados e a integração de ferramentas específicas de estampagem no correspondente programa de pré-processamento e pós-processamento. Potencial para a aceleração do processo também se encontra na continuação do desenvolvimento dos softwares de simulação, como por exemplo, das “*adaptive meshings*” (ajuste da malha ou refino da mesma). Na etapa (3) são testados e avaliados atualmente softwares que estão à disposição no mercado. Os sistemas oferecidos dispõem de diagramação CAD (para discretização do modelo de dados da geometria da ferramenta – Modelo de elementos finitos), próprio pré-processador e pós-processador, e podem com isso serem empregados como um sistema ‘fechado’.

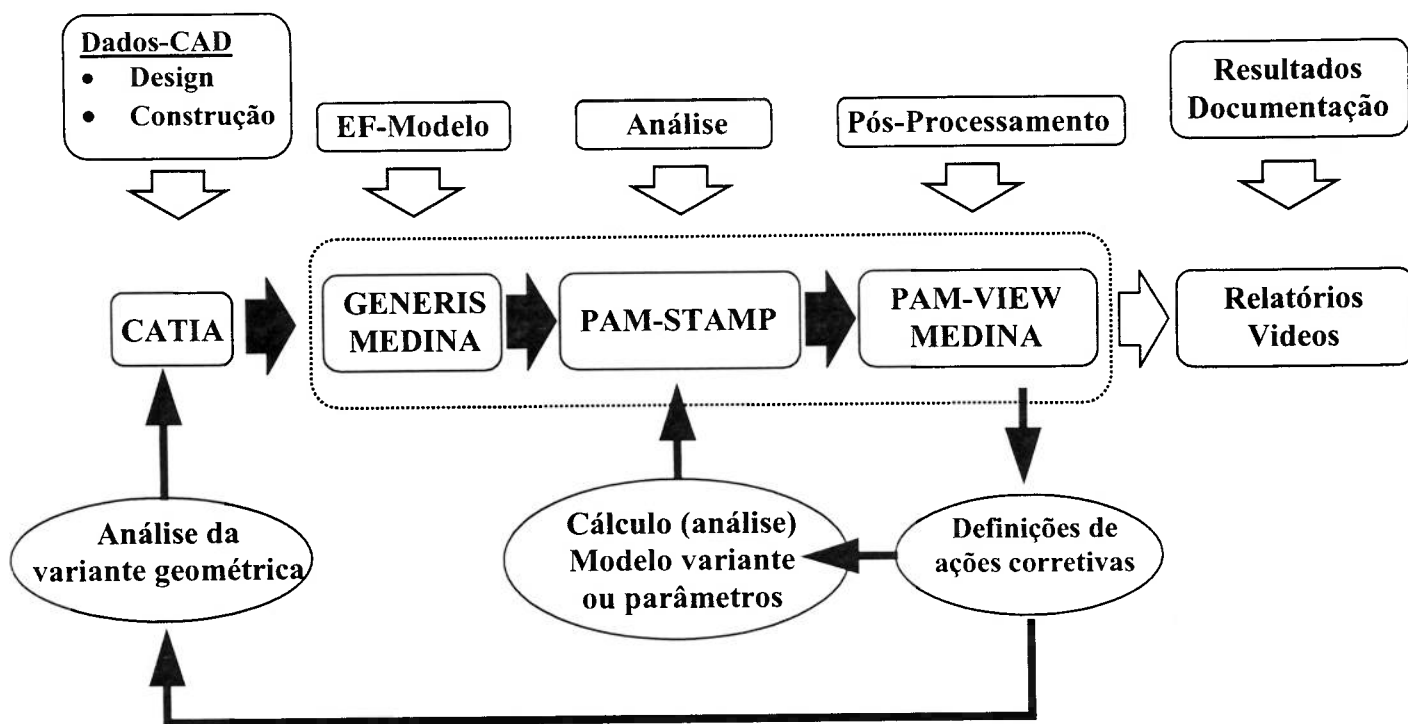


Fig.4-6: Procedimento para simulação de estampagem com PAM-STAMP

Para todo cálculo, além da verificação da geometria definida pela engenharia (chamaremos aqui de 1ª simulação), outras deverão ser preparadas de forma que a solução mais aproximada seja encontrada, sendo aquela que nos resultados apresente o melhor comportamento na simulação.

Além disso, podem ser seguidas estratégias diferentes, em partes complementares, que assim como em CAD atuam também nos modelos de cálculo, de forma a agilizar a otimização da ferramenta:

- Modelo superficial mais simples em base de diagramação 2D;
- Preparação das variantes (otimizações) no modelo CAD (por exemplo, prever dois modelos).
- Raios de estampagem para certa secção do ferramental já vista como (Crítica);
- Parametrização do modelo CAD;

- Flexibilidade na troca de áreas modificadas da ferramenta;
- Automatização / repetição através de arquivos e comandos.

Um aspecto essencial na questão da otimização é o armazenamento em uma única base de dados para o modelo da geometria em CAD. Como um outro problema na peça pode ocorrer, têm-se como resultado com essa estratégia uma rápida execução de para a simulação de importantes acertos da geometria no modelo em CAD, que são submetidas a acertos construtivos essenciais, de forma que a melhor condição geométrica para a área em questão seja encontrada.

#### **4.5 Bibliografia Capítulo 4**

- [8] DAMOULIS, G.L.; Relatório Simulação “Agregado interno da porta”, EDAG, Fulda – Alemanha, 1995.
- [9] HEATH, A.N.; PICKETT, A.K.; ULRICH, D.; “Development of Industrial Sheet Metal Forming Process using Computer Simulation”, ESI GmbH, Germany 1997.
- [10] YANO, Y.; AKASHI T.; “Use of CAD/CAE in the CASE activities”; Simulation of Materials Processing, Theory, Methods and Applications, 2001.
- [11] ALEKSY A. K.; “Changing the Stamping Process”; Automotive Engineering, Abril, 1997, pg. 43-46.
- [12] DAMOULIS G. L.; KLEINHANS U.; “Simulation of Sheet Metal Forming Using a FEM Program as Integrated Tool in the Car Body Development”; V International Mobility Technology Conference and Exhibit, São Paulo, Brazil 1996.
- [13] DAMOULIS, G. L.; BATALHA, G. F.; “Development of Industrial Sheet Metal Forming Process Using Computer Simulation as Integrated Tool in the Car Body Development”; Proc. COBEF, Uberlândia, 2003, in CD.

## 5 – Processo de Estampagem de chapas

### 5.1 Considerações sobre a classificação do processo de Conformação

Segundo desenvolvimento da norma DIN 8584 folha 1, a estampagem pertence ao grupo “Conformação por estiragem (tração) e compressão” [14]. Na folha 3 desta norma são abordados os diversos processos de estampagem. Entende-se por conformação por estiragem ou estampagem de materiais, as operações em que no decorrer do processo são realizadas com ações conjuntas de forças de estiragem e pressão nas zonas de conformação [14] [15] e [17]. A estampagem é também uma conformação de material, especialmente de chapas planas, platinas (*blanks*), e bobinas em corpos geométricos com o uso de anel de estiramento (ou matriz), punção e prensa-chapas, sem causar alterações significativas na espessura da chapa (ou ao menos dentro de limites máximos de tolerância). Esta definição esboça grosseiramente a abordagem estampagem. A conformação por estampagem acontece basicamente através da diminuição da espessura de sua parede. Diferencia-se entre as peças ocas, das que são estampadas através de diâmetro e semelhantes, e as que são estampadas através das paredes, diminuição do diâmetro simultaneamente a diminuição da espessura da parede.

Os processos na estampagem profunda são somente em partes pesquisados, de modo que de acordo com a atual situação técnica nenhum cálculo realmente válido, isto é, obrigatório pode ser processado, tendo em vista a exatidão exigida [16] e [17]. Todos os cálculos executáveis na região da estampagem profunda são e permanecem cálculos aproximados. Estes, porém, são suficientes para a maioria dos casos, e decidem o processo prático e experimento na diversidade de influências do processo.

Concluimos então, que todos os cálculos para dimensionamento do ferramental e certificação de que o componente será estampado (fala-se aqui em componente de geometria complexa, para aplicação na indústria automobilística), servem somente para poder escolher a prensa correta com a força de prensagem suficiente, assim como estimar o número de etapas e o tamanho da bobina e da platina. A estampagem limita-se à transformação de chapas em corpos geométricos; apesar disso resulta em automática

dificuldade, que são caracterizadas em extremamente grandes dimensões. Os seguintes fatores devem ser individualmente coordenados em todos os seus meios de influência, que resulta numa otimização para o respectivo caso: peça, material e ferramenta [17].

## 5.2 Bibliografia capítulo 5

- [14] HILBERT, H. L.; “Stanzertechnik”; Band II, Carl Hanser Verlag, München 1970;
- [15] KANDIL, A.; “Methodische Betrachtung der Konstruktion von Tiefziehewerkzeugen und Bereitstellung von Algorithmen für ihre rechnerunterstützte Bearbeitung”  
Dissertação, Universidade Ruhr-Bochum, Institut für Konstruktionstechnik, 1983.
- [16] HARLOFF, B.; “Grundzüge der Karosserietechnik”, Notas de Aula, Universidade Karlsruhe, 1996.
- [17] LANGE, K.; “Umformtechnik: Handbuch für Industrie und Wissenschaft”; Springer Verlag, Berlin 1990.

## 6 – Ferramenta de estampagem profunda

### 6.1 – Fatores de influência para a construção da ferramenta de repuxo

A construção da ferramenta de estampagem é dependente de vários fatores de influência (figura 6-1), que podem proporcionar uma infinidade de diferentes construções desta. A peça representa sempre o fator de influência primário para a construção da ferramenta, e também devem ser definidas e consideradas grandezas geométricas como, por exemplo, forma, dimensões, tolerâncias entre outras, e também consideradas as grandezas tecnológicas como, por exemplo, propriedades dos materiais, qualidade superficial da peça, etc [18], [19] e [20].

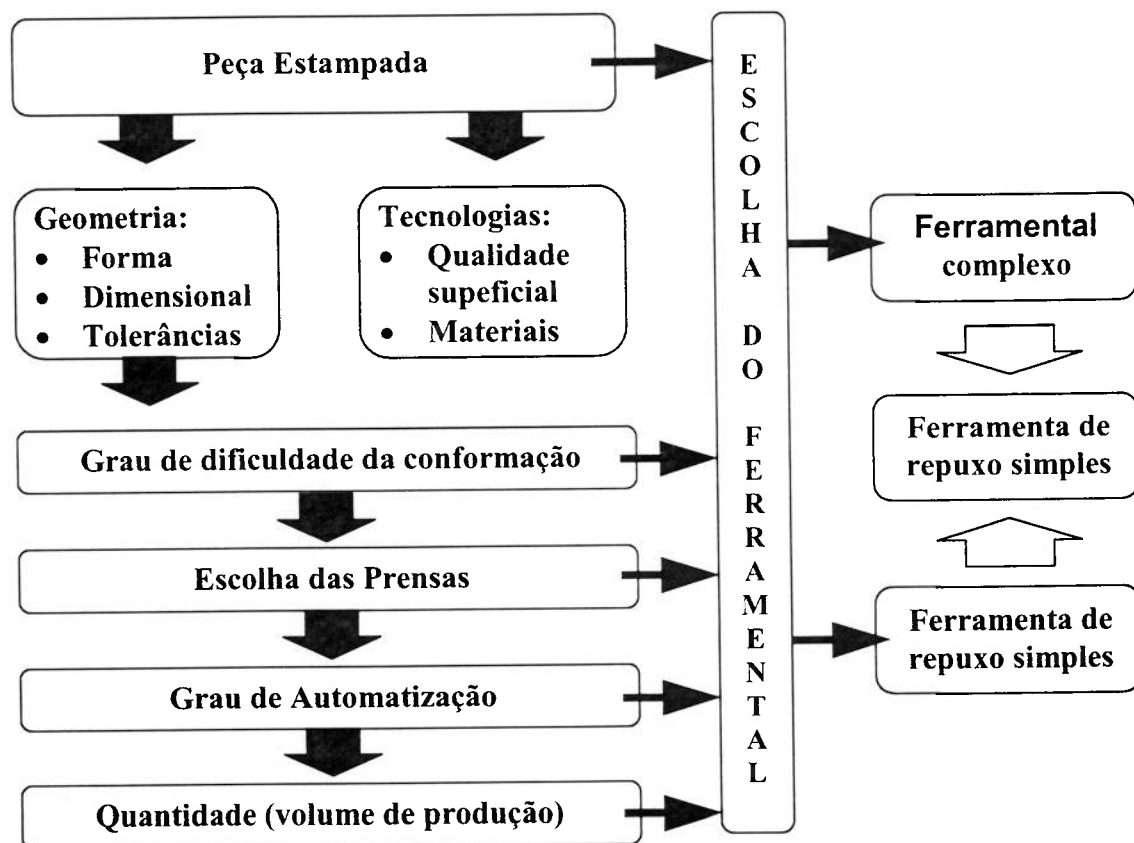


Fig.6-1: Fatores de influência na construção do ferramental

O grau de dificuldade da conformação, que tem importância na escolha da prensa, é dependente das grandezas geométricas dos produtos. Sobre o grau de dificuldade na conformação não se entende somente a complexidade do produto fabricado, mas também a pergunta: “e se a peça precisa ser produzida em um ou mais processos de estampagem?”. Para melhor compreensão do último critério, deve-se citar o seguinte caso: um corpo cilíndrico com relativo pequeno diâmetro  $d_0$  e relativa grande altura  $h$  não representa grande dificuldade geométrica. Por causa da grande razão  $h/d_0$ , esse corpo geométrico deve ser produzido em mais que uma etapa (operação) do processo [18] e [19].

Um outro critério de escolha da prensa é o grau de automatização. Um aumento da rentabilidade do processo de manufatura só será alcançado, quando a quantidade de peças produzida for suficientemente alta. Depois que essas grandezas de influência são fixadas, o construtor da ferramenta pode escolher entre ferramentas simples ou optar por um conjunto de ferramentas interligadas. No emprego do conjunto de ferramentas interligadas, em que a peça completou todo o curso de trabalho, melhoramos o aproveitamento do parque de máquinas (ou rua de prensas).

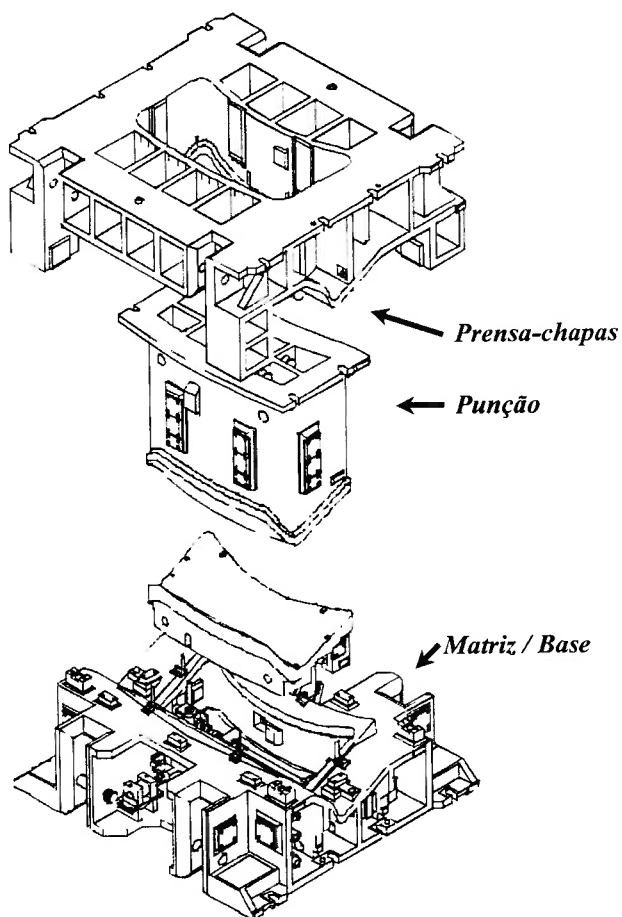
## 6.2 – Elementos básicos de uma ferramenta de repuxo

Enquanto que o projeto e o dimensionamento da ferramenta de estampagem profunda (repuxo) para peças de geometria complexas é diferentemente processado, a sua construção permanece basicamente (por conceito) igual. Também a troca de punções da parte inferior da ferramenta para a superior, com a transferência da forma ou princípio de atuação simples, isto é, do repuxo em várias etapas para um repuxo de ação dupla, só tem importância se considerado a forma e o dimensionamento da ferramenta de estampagem profunda. Na estampagem em várias etapas, os diferentes punções, que são importantíssimos para o acabamento da peça, são fixados em uma base e formam a parte inferior da ferramenta. Posicionado logo acima os diversos anéis de estiramento (ou prensa-chapas) são reunidos em uma placa superior e formam assim a parte superior da ferramenta.



As principais partes de uma ferramenta de estampagem que na maioria dos tipos de ferramentas tem grande emprego, são (Figura 6-2) [18]:

- Punção
- Matriz
- Prensa-chapas
- Base da ferramenta



---

Fig.6.2: Componentes principais de uma ferramenta de estampar (Punção, Matriz e Prensa-Chapas e base da ferramenta).

### 6.2.1 – Punção

O punção é, juntamente com a matriz a parte principal de uma ferramenta de estampagem. O contorno é à parte do punção que pressiona a peça no anel de estiramento (matriz) e que no fim do ciclo de estampagem, dará forma à peça. A forma geométrica do punção representa então o contorno interno da peça estampada. Um bom resultado consiste em um correto assentamento dos arredondamentos dos raios do punção  $r_s$ , respectivamente, com os raios da matriz  $r_R$ .

Um arredondamento muito pequeno na borda do anel de estiramento da matriz se encaminha para a ruptura do metal, caso corte seja requerido em uma das operações de fabricação (cisalhamento). Então a ferramenta passa a trabalhar como ferramenta de corte. Um arredondamento muito grande no bordo do anel de estiramento proporcionara uma indesejável formação de rugas.

O arredondamento na borda inferior do punção  $r_s$  não pode de forma alguma ser menor que o respectivo raio da borda do anel de estiramento  $r_r$ , senão o punção penetrará no material, rompendo-o.

Um outro aspecto da construção do punção é a sua fixação na parte inferior (ou superior dependendo do princípio da ferramenta). Para grandes dimensões ele poderá ser constituído de varias partes (figura 6-3). Neste caso somente o núcleo de estampagem deve ser fabricado em aço ferramenta e deve ser fixado com um prolongamento na base do ferramental.

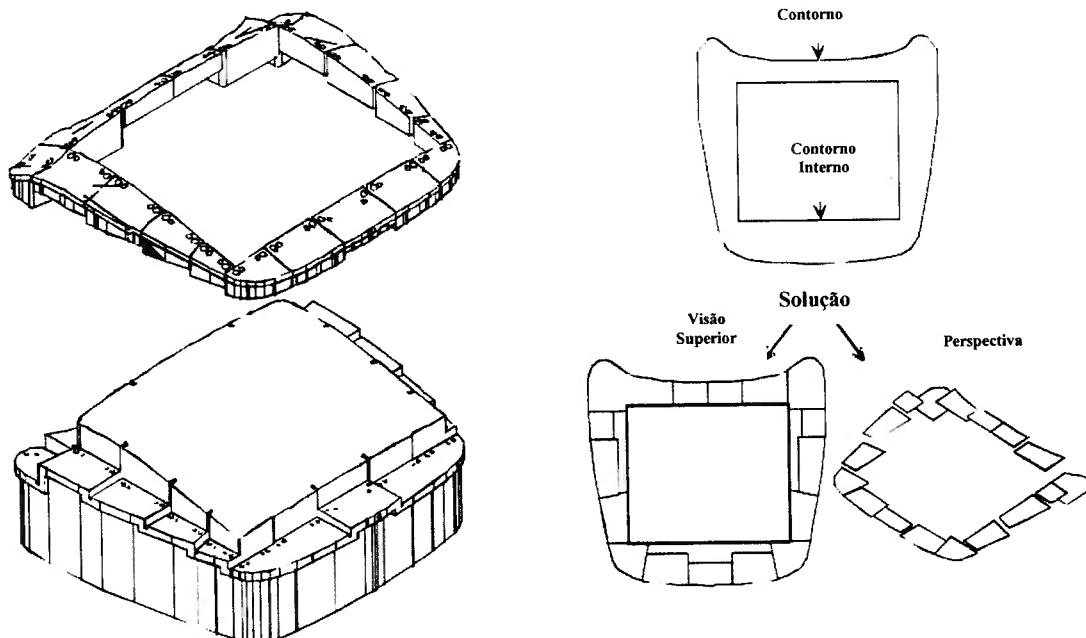


Fig.6.3: Composição de um punção em várias secções para peças de geometria complexas e grandes ferramentas.

### 6.2.2 – Anel de estiramento ou Matriz de Repuxo

A matriz é a peça mais importante junto com o punção. Ela é fabricada de pequenas partes de metal, em geral aço ferramenta e, quando é muito grande, é fabricado totalmente de ferro fundido (ferro ou ferro fundido com lamelas de grafite (Ferro fundido nodular denominação DIN GGG). Para grande quantidade de peças em produção (volume), mostra-se que, o bordo fundido é muito utilizado, assim se pode posteriormente reforça-lo com aço ferramenta. Para a matriz existem três possíveis configurações (figura 6.4):

- Execução em uma peça, conhecido como uma matriz única;
- Execução em duas peças, consiste em anel de estiramento e ejetor;
- Execução em três peças, consiste em uma chapa base, anel de estiramento e ejetor.

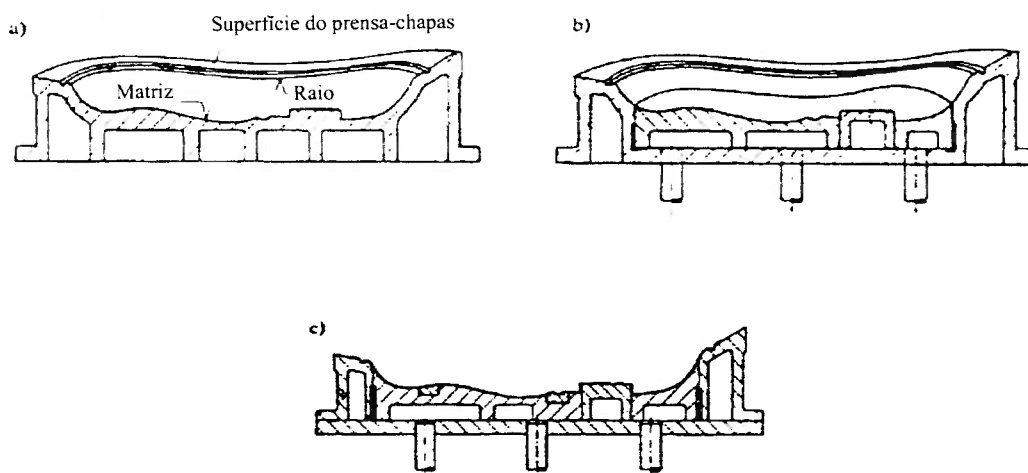


Fig.6.4: Diferentes composições para matrizes - (a) execução em uma única peça, conhecido como uma matriz única; (b) execução em duas peças, consiste em anel de estiramento e ejetor e (c) execução em três peças, consiste em uma chapa base, anel de estiramento e ejetor.

A execução em uma peça (Figura 6-4(a)) é a mais estável, porém só deve ser realmente empregada onde o trabalho mecânico for o mais leve possível (limites quanto a força de repuxo), assim ela será a opção mais econômica construtiva. Mas em termos de modificações, assim como para sua manutenção, deve-se considerar um grande gasto com tempo, uma vez que trata-se de uma superfície única determinada em projeto, e somente com grandes custos pode ser modificada.

Como mais favorável aparece a execução em três peças, figura 6-4(c). Ela realmente tem o maior gasto com material e construtivamente, mas o trabalho pode ser mais fácil, rápido e preciso. As placas rígidas separadas podem ser intercambiáveis com outras ferramentas na não utilização de ferramentas serem empregadas de outra forma.

### 6.2.3 – Prensa-chapas

O prensa-chapas tem como finalidade durante o processo de estampagem segurar a chapa entre ele e o anel de estiramento, de modo que seja reduzida a formação de rugas. Segurar a chapa é uma importante função em uma ferramenta de estampagem, de forma a

permitir um melhor escoamento da chapa dentro da matriz, bem como eliminar qualquer ruga ou ondulações que por ventura possa formar-se na superfície da peça estampada.

O prensa-chapas é uma forma equivalente do anel de estiramento, por isso o prensa-chapas e a superfície do anel de estiramento devem corresponder entre si, de forma a reter a chapa e controlar seu escoamento para dentro da matriz pelo punção. O prensa-chapas tem um papel muito importante e principalmente para a estampagem de peças com geometrias complexas, a definição de seu plano de ação quanto ao seu fechamento em relação a matriz (dependentemente do principio utilizado, estampagem simples ou dupla ação), terá um papel importante na definição do plano na platina ao qual o punção encontrará, e o que pode vir a provocar por exemplo, a formação de rugas ou ondulações indesejáveis na superfície da peça a ser estampada. O prensa-chapas deve atuar como um “freio” para a chapa, de modo a reter a mesma em regiões onde deve-se ter um controle preciso do escoamento da platina para dentro da matriz.

#### **6.2.4 – Base da Ferramenta**

Em grandes ferramentas, como regra geral, a base da ferramenta está fundida a matriz (anel de estiramento). Em ferramentas para produção de pequenas quantidades de peças, aconselha-se fortemente a execução em separado, porque a base da ferramenta pode ser re-utilizável. A base é um componente importante de cada ferramenta. Nas ferramentas de estampagem para execução de repuxos simples ela é extremamente necessária, já que sobre ela o punção e a matriz deverão ser fixados. Nas outras ferramentas de estampagem às vezes a matriz, ou melhor, o carregador do anel de estiramento pode ser vantajosamente unido à chapa base (figura 6-4).

#### **6.3 – Aplicação de forças na ferramenta**

O levantamento das forças aplicadas ao ferramental de estampagem é dependente de muitos fatores, de tal forma que sua compreensão matemática total hoje não é possível sem

o suporte computacional. Temos, por exemplo, o valor da espessura da chapa inicial com relação à espessura da chapa distribuída ao componente estampado, e sua rigidez final.

Em cada cálculo não se deve empregar de jeito nenhum as dimensões nominais da espessura da chapa e uma rigidez intermediária para esta, mas sim empregar a espessura da chapa já com tolerâncias distribuídas e os mais altos valores de rigidez para esta. A ordem de grandeza da força tem que ser conhecida, para prevenir o risco de falha na escolha da máquina. Todas as forças tratadas devem ser adicionadas, como se elas viessem de um mesmo eixo. Esse é o caso na estampagem em ação simples. Em outro caso encontramos estampagem de componentes com diferentes superfícies distribuídas no prensa-chapas (geometrias complexas). Neste tipo de operação, a força de estampagem e a força do prensa-chapas são tomadas de diferentes eixos.

A força do golpe mecânico ou hidráulico  $F_{ST}$ , ou seja, força do êmbolo  $F_K$  deve ser introduzida na ferramenta. Relacionado ao tipo da força introduzida na ferramenta, diferenciamos entre duas possibilidades [19]:

- a) Estampagem com movimento do punção (figura 6-5(a)): aqui a força de ação sobre o punção é transmitida para a chapa. O blank se deformará através do punção movimentado pela força transmitida, onde a matriz permanece parada. O punção introduz aqui uma força de ação  $F_A$  no blank e o anel de estiramento da matriz, que por sua vez, exerce uma força  $F_S$  de reação na platina.
- b) Estampagem com movimento do anel de estiramento (matriz) (figura 6-5(b)): aqui o anel de estiramento da matriz se move e introduz-se no punção, ou seja, a força do punção aplicada diretamente ao blank, onde neste caso o punção permanece parado. Através do anel de estiramento introduz uma força de ação  $F_A$  onde o punção reage com uma força de reativa  $F_S$ .

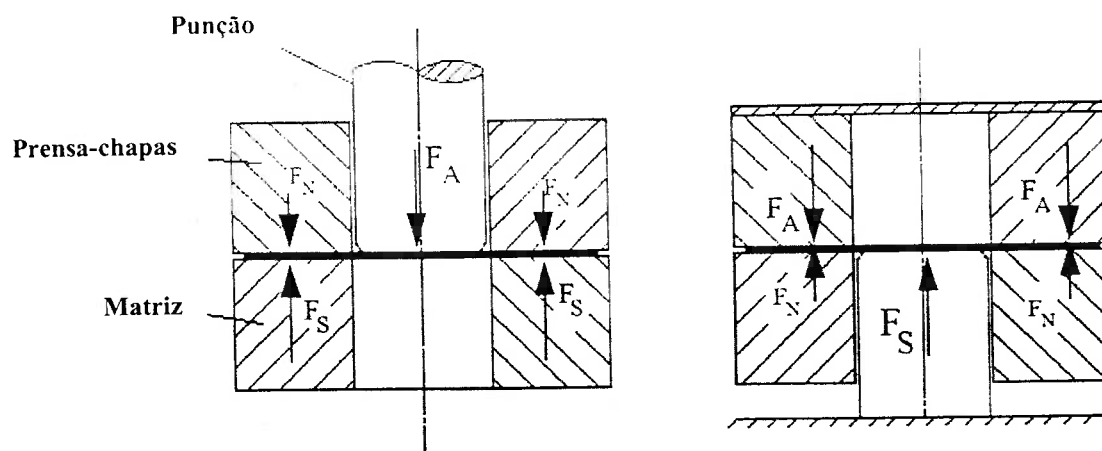


Fig.6-5: Duas possíveis formas de aplicação de força nas ferramentas de estampagem.

#### 6.4 Bibliografia Capítulo 6

- [18] NOACK, H.;" Introduction to a CAD-Application System for Die Design"  
Notas de Aula, Fachhochschule Hamburg, Fachbereich Maschinenbau und  
Produktion, 2002.
- [19] Schuler; "Manual da Tecnologia de Conformação", Springer Verlag, Berlin 1996.
- [20] ALTAN, T; S., OH; GEGEL, H.; "Conformação de Metais – fundamentos e  
Aplicações"; EESC USP, Projeto REENGE 1999.

## 7. Plasticidade dos Metais – Leis de Materiais e Critérios de Escoamento (Hill)

### 7.1 Definição de tensão e deformação para estado uniaxial de tensões

#### 7.1.1 Ensaio de Tração

O experimento mais simples e conhecido para a determinação das propriedades dos materiais metálicos é o ensaio de tração padrão [21]. Uma amostra da chapa na forma de um corpo de prova para ensaio de tração é montada numa máquina de ensaio de tração e uma carga longitudinal é aplicada. A força e a correspondente deformação longitudinal são registradas em um diagrama típico como o mostrado na figura 7-1. Baseado neste diagrama podemos definir a tensão nominal (também denominada tensão de engenharia) pela relação:

$$\sigma_n = \frac{P}{A_0} \quad [7-1]$$

onde  $A_0$  é a área original da secção transversal. No gráfico da figura 7-1 vê-se  $\sigma_n$  versus a deformação convencional  $e$  ou a deformação de engenharia definida como o aumento no comprimento por unidade do comprimento original e representada pela relação:

$$e = \frac{l - l_0}{l_0} \quad [7-2]$$

Inicialmente a relação entre tensão e deformação é essencialmente linear. Essa parte linear da curva vai até o ponto  $A$  na figura 7-1, o qual é denominado limite proporcional. Está é a faixa da teoria da elasticidade onde é válida a lei de *Hook* dado pela equação:

$$\sigma_n = Ee \quad [7-3]$$

onde  $E$  é o Modulo de Elasticidade.

Além do limite proporcional, a deformação não aumenta linearmente com a tensão, mas o material permanece elástico, isto é, após a remoção da carga, o corpo de prova retoma ao seu comprimento original. Esta condição prevalecerá até a deformação atingir o ponto  $B$ , chamado limite elástico ou ponto de escoamento. Na maioria dos materiais, há uma



pequena diferença entre o limite proporcional  $A$  e o limite elástico  $B$ . A identificação destes pontos depende muito da precisão dos equipamentos de medição e para alguns materiais este ponto é de difícil determinação o que leva algumas normas a estabelecer um valor de deformação permanente de 0.2% como o ponto de escoamento já que a deformação no limite elástico é de 0.001 ou 0.1 %.

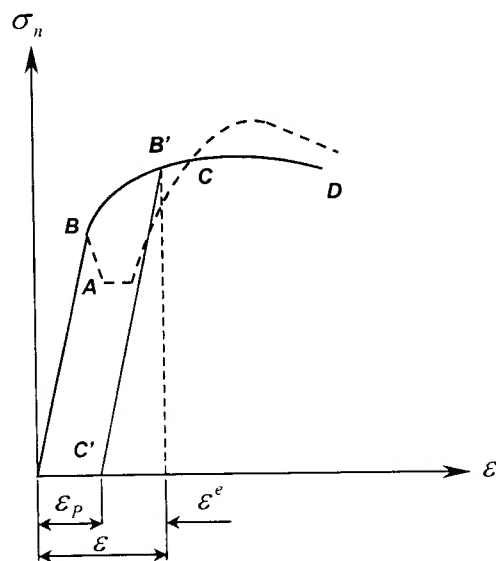


Fig. 7-1: Curva Tensão-Deformação

Além do limite elástico, deformações permanentes ocorrem e são denominadas deformações plásticas. A partir do limite elástico as deformações aumentam a uma taxa maior. Uma vez um certo material deformado plasticamente, tendo sido atingido um determinado nível de tensão, um escoamento adicional ocorrerá somente se este nível de tensão for exercido. Este fenômeno é conhecido por encruamento ou endurecimento por deformação.

Quando o ponto  $C$  é atingido, a carga é máxima e este ponto é denominado ponto de carga máxima ou ponto de instabilidade. Neste ponto incia-se a estricção, vindo a seguir a fratura no ponto  $D$ . Além do ponto  $C$  existe um estado triaxial de tensão. O ponto  $C$  representa assim o limite da parte útil do ensaio de tração até onde a teoria da plasticidade aplica-se. A tensão no ponto de carga máxima é denominada tensão limite à tração ou resistência a tração.

Denomina-se a região entre os pontos  $B$  e  $C$  na figura 7-1 como a região de deformação plástica uniforme. Se em qualquer ponto entre  $B$  e  $C$  a carga é removida, o descarregamento ocorrerá por uma linha paralela à linha elástica como representado pela linha  $B'C'$ . Parte da deformação retoma e parte permanece definitivamente. A deformação total pode assim ser considerada como sendo constituída de duas partes, a componente elástica  $e^e$  e a componente plástica  $e^p$ , sendo assim, podemos escrever:

$$e = e^e + e^p \quad [7-4]$$

Uma vez retomada a carga ao corpo de prova, a linha  $B'C'$  é seguida com pequenos desvios. Na realidade uma pequena histerese ocorre, o que pode ser desprezado. O escoamento não ocorre antes de  $B'$  ser atingido. Com carregamento adicional, a linha  $B'C$  é percorrida. O ponto  $B'$  é assim considerado o novo ponto de escoamento para o material encruado. Alguns poucos materiais, tais como aços médio-carbono exibem uma queda após o escoamento no ponto  $B$  como mostrado pela linha tracejada. O corpo de prova alongará aproximadamente a carga constante por até 10 vezes a deformação no início do escoamento antes da carga voltar a aumentar e o material iniciar o encruamento. A parte reta na curva tracejada após a queda é denominado tensão de escoamento inferior e representa uma média de uma série de saltos instáveis entre o valor superior e inferior de escoamento.

A tensão superior de escoamento é bastante sensível a pequenas tensões de flexão ou a irregularidades no corpo de prova bem como a taxa de carregamento. Assim, muito pouco escoamento ocorre na tensão de escoamento superior. A tensão de escoamento inferior deve ser utilizada para fins de projeto e para cálculos de escoamento.

### 7.1.2 A curva de tensão-deformação verdadeira

No item anterior foi discutido o ensaio e o gráfico resultante do ensaio de tração definido e relacionando a tensão nominal ou tensão de engenharia versus a deformação convencional. É evidente, contudo, que a tensão nominal não é a tensão efetiva agindo no corpo de prova, já que a área da secção transversal do corpo de prova diminui com o aumento da carga.

Para tensões até ou próximas à tensão limite de escoamento, esta distinção não tem importância. Para tensões maiores, esta diferença torna-se importante. A tensão verdadeira pode facilmente ser obtida a partir da tensão nominal como segue. Se pequenas mudanças no volume forem desprezadas, isto é, o material é considerado incompressível, então:

$$A_0 l_0 = Al \quad [7-5]$$

onde  $A_0$  e  $l_0$  são respectivamente a área e o comprimento originais e  $A$  e  $l$  são os valores instantâneos. Se  $P$  é a carga, então a tensão verdadeira será dada pela fórmula:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{Pl}{A_0 l_0} \quad [7-6]$$

Como a tensão nominal  $\sigma_n$  é dada por  $\sigma_n = P/A_0$  e a deformação convencional é  $e = (l/l_0) - 1$  então,

$$\sigma = \sigma_n (1 + e) \quad [7-7]$$

De maneira similar, reconhece-se que a deformação convencional ou de engenharia não está correta, já que ela é calculada baseada sempre no comprimento inicial do corpo de prova. Definiu-se então nova relação baseada no comprimento modificado ou instantâneo. Assim o incremento da deformação para um dado comprimento é:

$$d\varepsilon = \frac{dl}{l} \quad [7-7]$$

e a deformação total indo de  $l_0$  para  $l$  é:

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \frac{l}{l_0} \quad [7-9]$$

onde  $\varepsilon$  é denominado deformação natural ou logarítmica ou ainda deformação verdadeira e representa a deformação crescente indo do comprimento de  $l_0$  para  $l$ . Sua relação com a deformação convencional é rapidamente encontrada desde que  $l/l_0 = 1 + e$ :

$$\bar{\varepsilon} = \ln(1 + e) \quad [7-10]$$

Para pequenas deformações, as duas deformações são praticamente iguais e para a maioria dos problemas considerados, a deformação convencional é utilizada. No entanto a deformação verdadeira apresenta diversas vantagens:

- a) Deformações verdadeiras podem ser somadas, ao passo que as convencionais não;
- b) Se um material dúctil é testado a compressão e a tração, as curvas Tensão-deformação verdadeira para compressão e tração são quase idênticas, ao passo que as curvas tensão-deformação convencional são bem diferentes,
- c) Finalmente, a condição de incompressibilidade conduz a:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0 \quad [7-11]$$

ao passo que em termos das deformações convencionais obtem-se:

$$(1 + e_1)(1 + e_2)(1 + e_3) - 1 = 0 \quad [7-12]$$

o que reduz a

$$e_1 + e_2 + e_3 = 0 \quad [7-13]$$

apenas para pequenas deformações. Se sobrepusermos as curvas com grandezas convencionais e verdadeiras, as duas serão praticamente idênticas até próximo ao ponto de escoamento. Além deste ponto, os dois gráficos vão divergir. A tensão verdadeira sempre será crescente até o ponto de ruptura e não apresentará um máximo no ponto onde a carga começa a cair. Para determinar-se a tensão verdadeira no ponto de máxima tensão convencional, diferencia-se a equação 7-6 obtendo-se:

$$dP = \sigma dA + Ad\sigma = 0$$

ou

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{dA}{A}$$

diferenciando-se a equação [7-3], temos:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\sigma}{1+e} \quad [7-14]$$

diferenciando-se a equação [7-10], temos:

$$d(\varepsilon) = d(\ln(1+e)) \Rightarrow d\varepsilon = \frac{de}{1+e} \quad [7-15]$$

Substituindo [7-15] em [7.16]:

$$\frac{d\sigma}{\frac{de}{1+e}} = \sigma \Rightarrow \frac{d\sigma}{de} = \frac{\sigma}{1+e} \quad [7-16]$$

Em um gráfico (figura 7-1) de  $\sigma$  por  $\varepsilon$ , o valor de  $\sigma$  no qual a carga é máxima ocorre onde a inclinação é igual a própria tensão (equação [7-16]), isto é, deve-se desenhar uma tangente naquele ponto da curva para o qual a tangente é igual a 1 como mostrado na figura 7-2. A curva da figura 7-2 é comumente descrita pela equação:

$$\sigma = K\varepsilon^n \quad [7-17]$$

que será utilizado a frente na definição dos critérios de escoamento.

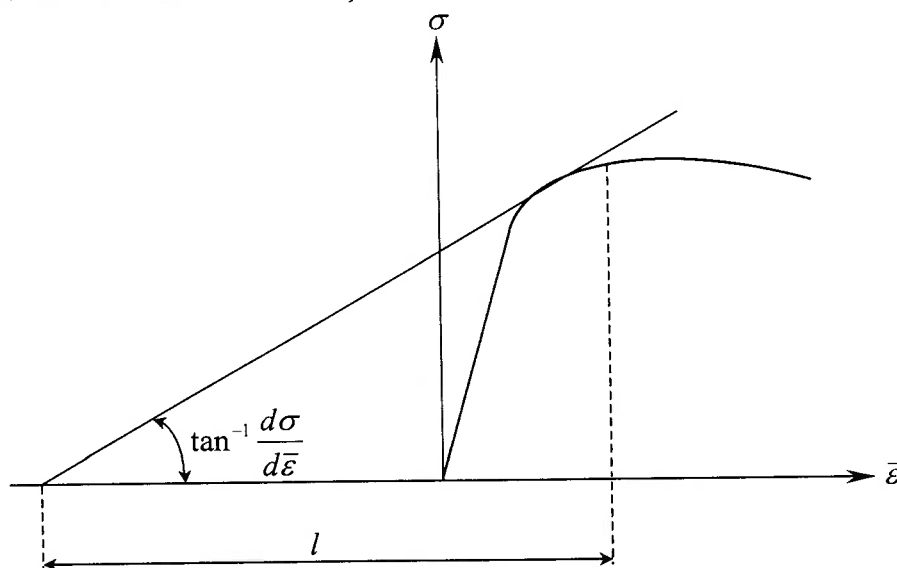


Fig.7-2: Curva Tensão verdadeira-Deformação verdadeira.

## 7.2 Correlação entre o estado uniaxial de tensão do ensaio de tração e estados de tensões multiaxiais

As relações tensão-deformação apresentadas no item anterior foram estabelecidas em termos de tensões e deformações nominais. Tais representações foram possíveis apenas porque uma carga uniaxial foi considerada. Contudo, na maioria das aplicações de engenharia, os carregamentos são multiaxiais. A questão imediata que surge é: "*Como podem ser as relações constitutivas para um material sob carregamento multiaxial ser determinada e representada sem considerar todas as componentes da tensão e da deformação*" [22]. Uma resposta surge a partir da extensão dos conceitos da secção anterior.

O comportamento uniaxial do material representado pela sua curva tensão-deformação pode ser generalizada para os casos de carregamento multiaxial pelo uso das seguintes premissas [23] e [24]:

- a) A deformação plástica ocorre em resposta a tensão de cisalhamento;
- b) Como já descrito no item anterior, a deformação plástica não muda o volume de um corpo.

A curva tensão-deformação das figuras 7-1 e 7-2 podem também ser apresentadas na forma da máxima tensão de cisalhamento versus a máxima deformação de cisalhamento, já que estas são proporcionais à tensão e deformação normais presentes no ensaio de tração. A máxima tensão de cisalhamento para outros carregamentos pode ser comparada a máxima tensão de cisalhamento no ensaio de tração. O conceito de que o comportamento em diferentes casos de carregamentos são idênticos quando a máxima tensão de cisalhamento de ambos os casos são idênticos, pode ser utilizado para desenvolver relações constitutivas para os estados mais gerais de carregamento. Infelizmente este procedimento não leva a descrições matemáticas simples.

Assim é mais comum comparar diferentes estados de tensão utilizando-se a tensão efetiva  $\sigma_{ef}$  e o incremento de deformação plástica  $d\varepsilon_{ef}$ . Estas grandezas serão definidas nos itens a seguir.

### 7.3 Critérios de escoamento isotrópicos para estados de tensões multiaxiais

Para haver deformação plástica no ensaio de tração, um determinado nível de tensão deve ser atingido e é definido como tensão de escoamento. Macroscopicamente, a plasticidade dos materiais trata do comportamento dos materiais acima da tensão de escoamento baseando-se em observações experimentais e são geralmente representadas por expressões matemáticas. Essas expressões matemáticas são denominadas critérios de escoamento e seu principal uso é prever-se quando o escoamento ocorrerá sob estados mono e multiaxiais de tensões.

Qualquer critério de escoamento é uma expressão matemática do estado de tensões que induzirá o escoamento ou o princípio da deformação plástica. A forma mais geral é:

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}) = C(\text{const.}) \quad [7-17]$$

ou em termos das tensões principais  $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = C(\text{const.})$

Para a maioria dos materiais dúcteis (material é considerado dúctil se no ensaio de tração, na temperatura ambiente, ele apresenta alongamento maior que 5% na ruptura; do contrário ele será denominado frágil) que são isotrópicos (propriedades idênticas em todas as direções no espaço), as seguintes hipóteses são assumidas de acordo com observações experimentais:

- Não há efeito de Bauschinger, ou seja, os valores das tensões de escoamento a tração e compressão são equivalentes;
- Não há variação volumétrica quando ocorre a escoamento e a constante equivalente ao coeficiente de Poisson vale 0.5;
- A magnitude da tensão média normal ou componente hidrostática,

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad [7-19]$$

não influencia o escoamento.

Apesar destas hipóteses para o critério a ser discutido, qualquer violação destas hipóteses ira requerer um critério diferente. Outros efeitos influenciam nestes critérios e serão discutidos em itens específicos à frente, tais como taxa de deformação, temperatura e anisotropia plástica.

Tendo-se em conta as hipóteses 1 e 2 acima, um critério de escoamento postulado, se representado graficamente no espaço tridimensional das tensões principais, deve produzir uma superfície prismática cuja área da seção transversal não varia. Esta superfície é denominada superfície de escoamento. Se uma das três tensões principais é mantida constante, o que é equivalente a passar um plano pela superfície de escoamento, resultará em uma figura plana como mostrado na figura 7.2. A hipótese de que o escoamento é independente da componente hidrostática do estado total de tensões é razoável se o escoamento depende de mecanismos de cisalhamento tais como deslizamento e redução de espessuras. Nesta situação as equações 7.17 podem ser expressas como:

$$f[(\sigma_1 - \sigma_2), (\sigma_2 - \sigma_3), (\sigma_3 - \sigma_1)] = C \quad [7-20]$$

o que significa que o escoamento depende do tamanho do círculo de Mohr e não de sua posição. A figura 7-4 ilustra este ponto.

Podemos ver nesta figura que se um estado de tensão  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  causa escoamento, um estado de tensão equivalente  $(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3)$  também causará escoamento se dados pelas fórmulas:

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma_m, \sigma'_2 = \sigma_2 - \sigma_m, \sigma'_3 = \sigma_3 - \sigma_m \quad [7-21]$$

já que os dois estados só diferem-se pela tensão hidrostática.



A tensão  $\sigma'_1, \dots$  etc. na equação 7-21 é denominada tensão desviadora já que ela é um desvio da tensão média normal. Assim se  $\sigma_m$  não tem influência no escoamento, a tensão desviadora deve ser então a responsável pelo escoamento.

### 7.3.1 Critério de Tresca

Esse critério afirma que o escoamento ocorrerá quando a maior tensão de cisalhamento atingir um valor crítico. Quando possível, a convenção  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  será utilizada, mas há casos onde esta comparação relativa não é conhecida a priori. Adicionalmente, essa convenção não pode ser mantida rigorosamente se os gráficos em espaços bi ou tridimensionais são considerados. Esse critério prevê escoamento quando:

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = C \text{ ou } \sigma_1 - \sigma_3 = C \text{ se } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad [7-22]$$

Neste caso  $\sigma_{\max} = \sigma_1$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  e o escoamento ocorre quando  $\sigma_1 = Y$ , ou seja, a resistência ao escoamento no ensaio de tração. Assim:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = Y = C \quad [7-23]$$

No caso de cisalhamento puro,  $\sigma_{\max} = \sigma_1$ ,  $\sigma_{\min} = \sigma_3 = -\sigma_1$  e  $\sigma_2 = 0$ . O escoamento ocorrerá quando a máxima tensão de escoamento atingir a resistência ao escoamento em cisalhamento puro, isto é, a resistência ao escoamento em cisalhamento  $k$ . Nesta situação:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2\sigma_1 = 2k = C \quad [7-24]$$

e o critério de Tresca torna-se:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = Y = 2k \quad [7-25]$$

A figura 7-3 mostra o critério de Tresca na forma gráfica e deve-se notar que este critério independe de  $\sigma_2$ .

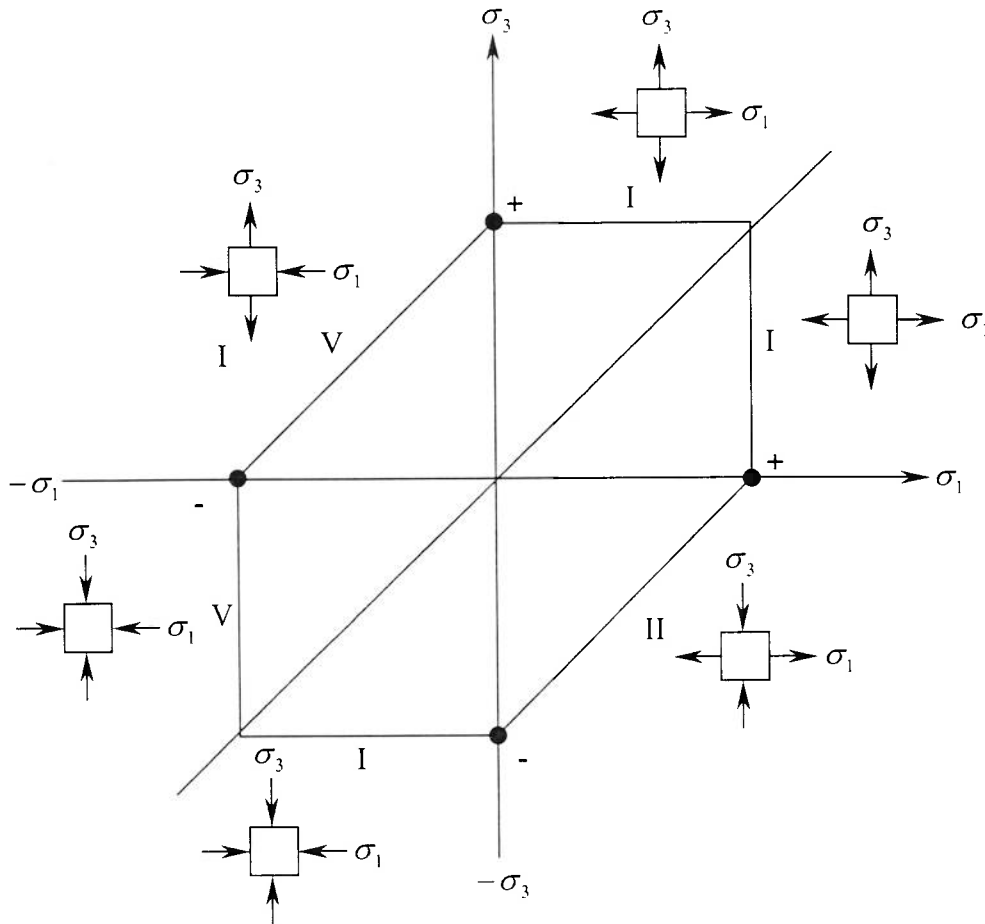


Fig.7-3: Representação gráfica do Critério de Tresca.

### 7.3.2 Critério de Von Mises ou Critério de Máxima Energia de Distorção

Este critério afirma que:

$$\left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{3} \right]^{1/2} = C_1 \quad [7-26]$$

o que é equivalente a

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = C_2 \quad [7-27]$$

Novamente pode-se usar o ensaio de tração uniaxial para definir  $C_2$ . Substituindo  $\sigma_1 = Y$  no escoamento e  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , a constante é  $2Y^2$ . Para cisalhamento puro,  $\sigma_1 = k = -\sigma_3$  e  $\sigma_2 = 0$ ,  $C = 6k^2$ , de maneira que o critério de von Mises é expresso como:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2Y^2 = 6k^2 \quad [7-27]$$

Numa forma mais geral, a equação acima poderá ser escrita como:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2Y^2 = 6k^2 \quad [7-29]$$

A figura 7-5 mostra o espaço limite definido por este critério, enquanto a figura 7-6 mostra os critérios de von Mises e Tresca superpostos para o mesmo valor de  $Y$ . Note que as diferenças máximas nas previsões de escoamento ocorrem ao longo do caminho  $\alpha = -1; 1/2$  e 2.

Relembrando os três invariantes de tensão, sendo o primeiro:

$$I_1 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 3\sigma_m \quad [7-30]$$

Assim  $I_1$  é uma função direta da componente hidrostática e qualquer critério que seja insensível a este componente, será insensível a  $I_1$ . Ambos os critérios acima discutidos atende a este requisito.

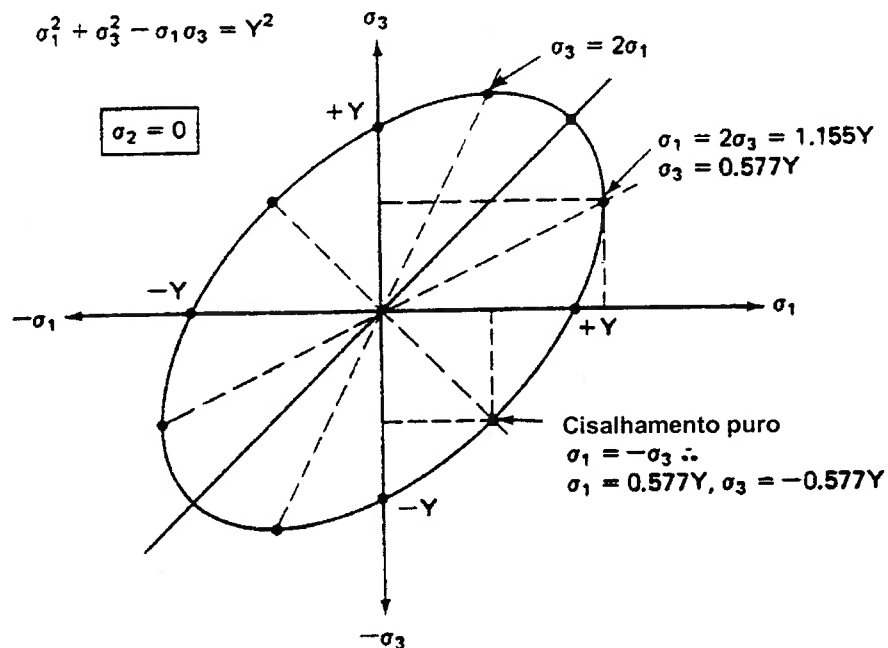


Fig.7-4: Representação gráfica do critério de von Mises.

Estes critérios atendem também o requisito de isotropia, além da independência de  $I_1$ . Outros critérios que satisfaçam estes dois requisitos são possíveis.

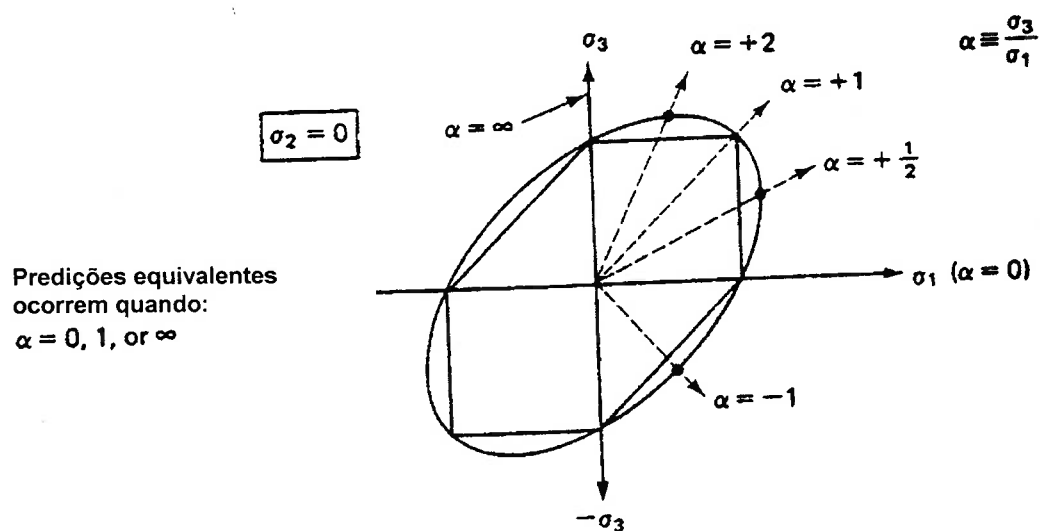


Fig.7-5: Sobreposição das representações gráficas dos critérios de von Mises e Tresca.

A figura 7-6 mostra um gráfico tridimensional onde foram sobrepostos os dois critérios de Tresca e von Mises representados por um prisma hexagonal e um cilindro respectivamente. Ambas figuras geométricas são centradas em uma linha cujos três cossenos diretores são iguais e qualquer combinação das tensões  $\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_3$  quando somadas como componentes de um vetor deve produzir uma resultante que toca a superfície de escoamento se o escoamento está na iminência de ocorrer. A figura 7-6 ilustra a forma resultante quando um plano descrito por  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = const.$ , atravessa ambas as superfícies.

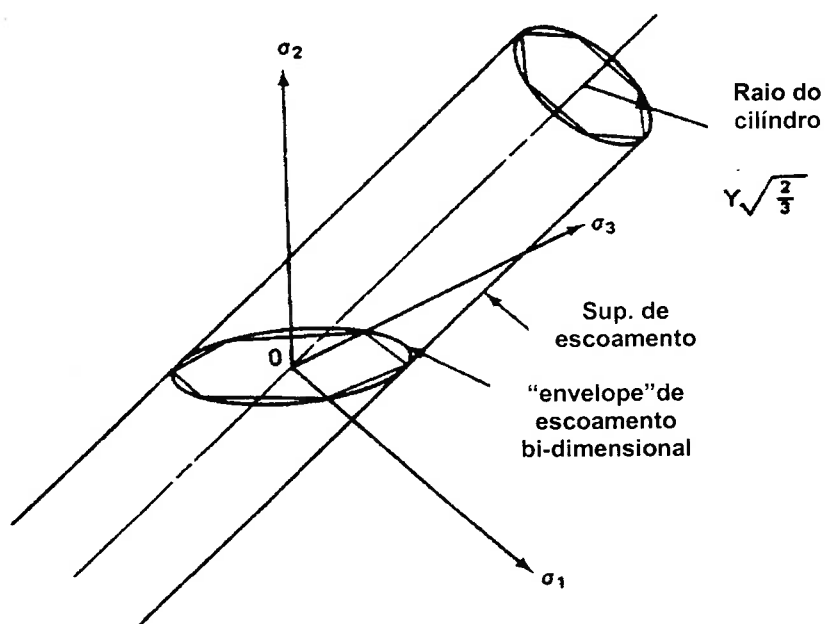


Fig. 7-6: Sobreposição das representações gráficas dos critérios de von Mises e Tresca para o estado triplô de tensões.

#### 7.4 Trabalho Plástico

Em uma barra de comprimento  $l_0$ , sujeita a uma força  $P$  agindo sobre uma superfície  $w_0 t_0$ , na qual diremos que para esta condição ocorrerá um alongamento  $dl$ . O trabalho realizado por unidade de volume pode ser escrito como:

$$d\Omega = \frac{pdl}{w_0 t_0 l_0} = \sigma d\varepsilon \quad [7-31]$$

Num caso mais geral, onde três forças normais e três forças de cisalhamento agem simultaneamente, podemos escrever:

$$d\Omega = \sigma_x d\varepsilon_x + \sigma_y d\varepsilon_y + \sigma_z d\varepsilon_z + \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \tau_{yz} d\gamma_{yz} + \tau_{zx} d\gamma_{zx} \quad [7-32]$$

ou em termo das componentes principais:

$$d\Omega = \sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3 \quad [7-33]$$

Para os critérios de escoamento discutidos anteriormente, a componente hidrostática de qualquer estado de tensão atua ao longo de eixo do cilindro da figura 7-6, ao redor do qual a superfície de escoamento é posicionada. Devido ao princípio da normalidade, que será discutido abaixo, não há componente de deformação na direção de  $\sigma_m$  e como consequência ela não age no sentido de aumentar a superfície de escoamento e nenhum trabalho plástico é realizado por esta componente. Ao contrário, a tensão desviadora age na mesma direção do vetor da deformação e o produto escalar dessas quantidades resultam numa expansão da superfície de escoamento e no trabalho máximo, o qual é positivo no contexto termodinâmico.

## 7.5 Tensão Efetiva

Com qualquer dos critérios, é interessante definir a tensão efetiva representada por  $\sigma_{ef}$ , que é uma função do estado de tensão aplicado. Se a magnitude de  $\sigma_{ef}$  atinge um valor crítico, então o estado de tensão aplicado causará o escoamento, onde na sua essência, o mesmo atingirá o nível efetivo. Para o critério de von Mises tem-se:

$$\sigma_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{1/2} \quad [7-34]$$

enquanto para o critério de Tresca temos:

$$\sigma_{ef} = \sigma_1 - \sigma_3, \text{ onde } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad [7-35]$$

Como para o ensaio de tração  $\sigma_{ef} = Y$ , para estados mais complexos de tensão  $\sigma_{ef}$  deve atingir  $\sqrt{3}k$  de acordo com von Mises e  $2k$  de acordo com Tresca para haver escoamento.

## 7.6 Deformação Efetiva

Define-se a deformação verdadeira de maneira que o trabalho efetivo por unidade de volume seja:

$$dw = \sigma_{ef} \varepsilon_{ef} = \sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3 \quad [7-36]$$

Para o critério de von Mises, a deformação efetiva é dada por:

$$d\varepsilon_{ef} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ (d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1)^2 \right]^{1/2} \quad [7-37]$$

que pode ser expressa num modo simples como:

$$d\varepsilon_{ef} = \left[ \frac{2}{3} (d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2) \right]^{1/2} \quad [7-37]$$

Se a deformação é proporcional (com uma razão constante de  $d\varepsilon_1 : d\varepsilon_2 : d\varepsilon_3$ ), a deformação efetiva total pode ser expressa em termos das deformações totais como:

$$\varepsilon_{ef} = \left[ \frac{2}{3} (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) \right]^{1/2} \quad [7-39]$$

Se o caminho de deformação não é constante,  $\varepsilon_{ef}$  deve ser encontrado através de uma integral de linha de  $d\varepsilon_{ef}$ . Para o critério de Tresca, a deformação efetiva é:

$$d\varepsilon_{ef} = |d\varepsilon|_{\max} \quad [7-40]$$

onde  $i$  refere-se as direções principais. Assim,  $\varepsilon_{ef}$  para o critério de Tresca iguala o valor absoluto da maior deformação principal. Foi encontrada pouca utilização para esta equação exceto que:

$$|\varepsilon_{ef_i}| \leq \varepsilon_{ef/MISES} \leq 1,15 \cdot |\varepsilon_i|_{\max} \quad [7-41]$$

fornece um meio rápido de verificação de  $\varepsilon_{ef}$  para o critério de von Mises. Quando a equação 7-34 define  $\sigma_{ef} - \varepsilon_{ef}$  os valores de  $r$  e de  $\varepsilon_{ef}$  devem ser definidos pelas equações 7-37, 7-38 ou 7-39. Se  $\varepsilon_{ef}$  é definida pela equação 7-35, que é a definição do critério de Tresca, então não é correto definir  $d\varepsilon_{ef}$  pela equação 3-37, apesar disto já ter sido feito em outra ocasião. Aqui neste texto, se ambos  $\sigma_{ef}$  e  $\varepsilon_{ef}$  são usados em conjunto, as equações 7-34 e 7-37, 7-38, ou 7-39 devem ser utilizadas. Deve-se notar que os coeficientes  $1/\sqrt{2}$  e  $\sqrt{2}/3$  nas equações 7-34 e 7-38 resultam pela relação de  $\sigma_{ef}$  e  $\varepsilon_{ef}$  com a deformação a tração descrita no item 7.1 acima.



Isto significa que a equação 7-16, tensão-deformação verdadeira obtida no ensaio de tração é uma curva tensão-deformação efetiva e esta curva é comumente utilizada para prever o comportamento tensão-deformação para outras formas de carregamento.

Apesar da relação de  $\sigma_{ef}$  e  $\varepsilon_{ef}$  através da equação 7-16 ser a principal razão para ter-se definido tensão e deformação efetivas, deve-se utilizá-la com cuidado. Experimentos mostram que em diversas situações que o comportamento  $\sigma_{ef} \times \varepsilon_{ef}$  pode não coincidir com resultados do ensaio de tração, principalmente para grandes deformações.

Outra situação de divergência ocorre quando há mudanças significativas na sequência das deformações, por exemplo, tração na direção  $x$  seguida de compressão na direção  $y$ . Quando se utiliza a expressão 7-39 para calcular a deformação por tração na direção  $x$ , seguida de uma deformação de compressão na direção  $x$ , podemos assumir que nenhuma deformação e que nenhum encruamento ocorreu com o material, o que é uma conclusão absurda. A formulação aqui apresentada, denominada "*Plasticidade por Deformação*" baseia-se apenas no início e no fim da deformação, o que pode levar a erros como o descrito acima. Outra formulação existente, denominada "*Plastificação por Incrementos de Deformação*", que leva em conta a sequência em que ocorreu a deformação, será descrita adiante. Por hora esta formulação é suficiente para a elaboração dos conceitos que virão a seguir.

## 7.7 Relações Tensão-Deformação Plásticas ou Leis de Escoamento

Para a deformação elástica, as tensões estão relacionadas com as deformações pela lei de *Hooke*, onde, por exemplo:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad [7-42]$$

Relações similares para o regime plástico são definidas e são denominadas leis de escoamento. Em geral as leis de escoamento podem ser definidas pela fórmula:

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad [7-43]$$

onde  $f$  é a função de  $\sigma_{ij}$  que descreve o escoamento. Ele está relacionado ao chamado potencial plástico. Se o critério de von Mises é utilizado, então tem-se:

$$d\varepsilon_1 = \frac{d\varepsilon_{ef}}{d\sigma_{ef}} \left[ \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] \quad [7-44]$$

É importante notar a similaridade com a equação [7-42]. As expressões para  $d\varepsilon_2$  e para  $d\varepsilon_3$  são similares.

$$d\varepsilon_1 : d\varepsilon_2 : d\varepsilon_3 = \left[ \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] : \left[ \sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \right] : \left[ \sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_1) \right] \quad [7-45]$$

## 7.8 O Princípio da Normalidade

Uma interpretação das regras de escoamento é como segue: O vetor soma dos incrementos de deformação plástica é normal à superfície de escoamento. Isto pode ser visualizado na figura 7-7.

Desta forma, cada incremento de deformação é tratado como um vetor onde o sistema de coordenadas usado para a tensão pode ser usado pela deformação. Na figura 7-7,  $d\varepsilon_v$  é o vetor soma das componentes incrementais da deformação  $d\varepsilon_1$ ,  $d\varepsilon_2$  e  $d\varepsilon_3$ , e este é normal a superfície de escoamento. Para materiais isotrópicos, as direções principais da tensão e da deformação coincidem.

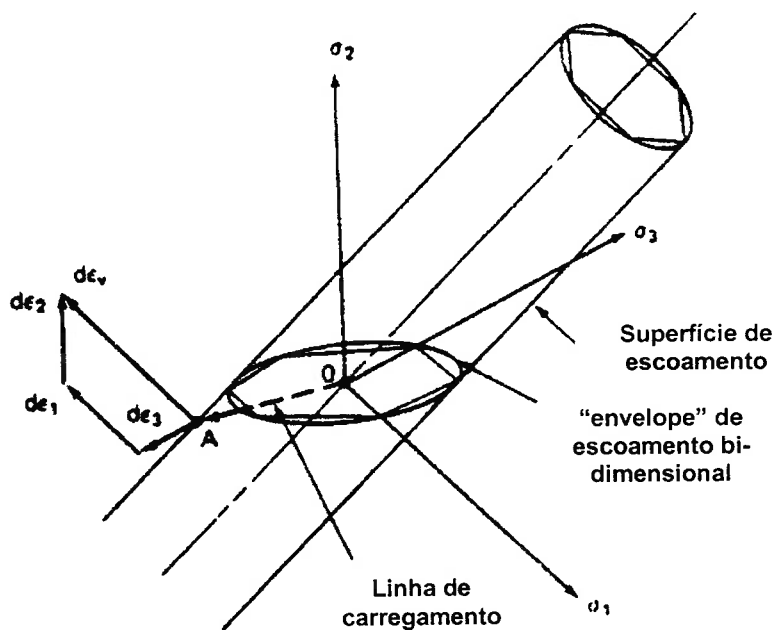


Figura 7-7: Representação gráfica do princípio da normalidade. O vetor  $d\epsilon_v$  é normal a superfície de escoamento.

### 7.9 Critérios de Escoamento Anisotrópicos

Como já discutido anteriormente é essencial aumentar a precisão das simulações via MEF. A maioria das simulações assume critérios de escoamento isotrópicos, mesmo para materiais na forma de chapa que geralmente mostram características anisotrópicas após o processo de laminação. Alguns autores realizaram esforços no sentido de incluir a anisotropia, mas a maioria deles ficam restritos a isotropia planar (equivalente à anisotropia normal) ou anisotropia na espessura. A dificuldade que sempre se apresenta, quando se desenvolve um critério de escoamento que leve em conta a anisotropia, é a dificuldade de mantê-lo simples e de fácil adaptação aos programas MEF de simulação existentes.

Para representar a anisotropia planar, o critério de escoamento quadrático desenvolvido por *Hill 1947* [25], tem sido a escolha mais popular. Contudo, *Hosford 1977* [26] demonstrou que o critério de *Hill* não representa adequadamente comportamento de alguns metais com estrutura *cfc* incluindo ligas de alumínio, devido a um comportamento considerado anômalo. Vários outros critérios de escoamento não quadráticos foram desenvolvidos por *Hershey 1954* [27], *Hosford 1972* [28], *Gotoh 1977* [29], *Bassani 1977* [29], *Hill 1979* [30], *Logan e Hosford 1970* [31] e *Budianski 1974* [32]. Alguns critérios também foram desenvolvidos utilizando cálculos da cristalografia baseado na teoria de *Taylor 1937* [33], destacando-se *Bishop e Hill 1951* [34], *Logan and Hosford 1970* [35] e *Barlat and Richmond 1977* [36], dentre outros. Contudo, muitos destes critérios baseados na cristalografia são de difícil adaptação para utilização nos programas MEF.

Para contornar esta dificuldade, *Barlat e Lian 1979* [37], *Barlat e co-autores 1991* [38], propuseram um novo critério para anisotropia planar que é simples, mas não possui as limitações que os critérios anteriores apresentam. Estes dois critérios mostraram-se consistentes com os critérios de escoamento, obtidos com a abordagem cristalográfica, as quais freqüentemente apresenta um pequeno raio de curvatura nas proximidades dos estados de tensão de tração uniaxial e biaxial [39]. O critério de *Barlat e Lian 1979* [37], possui três componentes, sendo um deles a componente de cisalhamento, é aplicável a condições de estado plano de tensões e necessita a determinação de três parâmetros  $A, B$  e  $P$ , além do expoente  $a$ . Já o critério de *Barlat e co-autores, 1991* [38], tem seis componentes, é aplicável a estado tridimensional de deformação e necessita a determinação de seis parâmetros  $A, B, C, F, G, H$ , além do expoente  $a$ .

Destes critérios, os de *Hill, 1947* [25] e *Logan e Hosford, 1970* [35] são descritos nos capítulos a seguir.

### 7.9.1 Teoria da Plasticidade Anisotrópica de Hill

Nos itens acima foram definidos os coeficientes de anisotropia média planar  $\Delta R$  e anisotropia média normal  $R$  e neste item será revisto a teoria da plasticidade de Hill, que inclui este parâmetro em um novo critério de escoamento.

Hill [25] formulou sua teoria assumindo que o material é homogêneo em três direções ortogonais,  $x, y$  e  $z$ , sob as quais as propriedades têm dupla simetria (equivalentemente, os planos  $x-y$ ,  $y-z$  e  $z-x$  são de simetria). Para uma chapa laminada, é convencionalmente assumir  $x$  na direção de laminação,  $y$  transversal a direção de laminação no plano da chapa e  $z$  normal ao plano da chapa, na espessura. A teoria de Hill [25] assume que nas três direções as resistências ao escoamento são diferentes, mas iguais na tração e na compressão. Para as premissas assumidas, o critério de Hill para anisotropia tem a forma:

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \quad [7-46]$$

onde  $F, G, H, L, M$  e  $N$  são constantes do material que caracterizam a anisotropia da chapa. Nota que se  $F = G = H$  e  $L = M = N = 3F$  temos o critério de von Mises. As constantes  $F, G$  e  $H$  podem ser obtidas a partir de ensaios de tração simples. Consideremos um determinado teste na direção  $x$  e vamos assumir que  $X$  é a tensão de escoamento. No escoamento,  $\sigma_x = X$ ,  $\sigma_y = \sigma_z = \tau_{ij} = 0$ , então a equação 7-46 torna-se  $(G + H)X^2 = 1$  ou  $X^2 = 1/(G + H)$ . Similarmente, se  $Y$  e  $Z$  são as tensões de escoamento nas direções  $y$  e  $z$ , temos:

$$X^2 = \frac{1}{G + H} \quad [7-47]$$

$$Y^2 = \frac{1}{H + F} \quad [7-47]$$

$$Z^2 = \frac{1}{F + G} \quad [7-49]$$

Resolvendo simultaneamente:

$$2F = \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{Y^2} \quad [7-50]$$

$$2G = \frac{1}{Z^2} + \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} \quad [7-51]$$

$$2H = \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \quad [7-52]$$

Há um problema com estas últimas relações, já que não é possível medir a resistência  $Z$  na direção da espessura da chapa. Antes de resolver este problema é necessário calcular  $L, M$  e  $N$ . Utilizando a lei de escoamento geral equação 7-42, diferenciando de 7-46, resulta nas seguintes leis de escoamento para cada direção:

$$d\varepsilon_x = d\lambda [H(\sigma_x - \sigma_y) + G(\sigma_x - \sigma_z)], \quad d\varepsilon_{xy} = d\varepsilon_{yx} = d\lambda L \tau_{yz} \quad [7-53]$$

$$d\varepsilon_y = d\lambda [F(\sigma_y - \sigma_z) + H(\sigma_y - \sigma_x)], \quad d\varepsilon_{yz} = d\varepsilon_{zy} = d\lambda L \tau_{zx} \quad [7-54]$$

$$d\varepsilon_z = d\lambda [F(\sigma_z - \sigma_y) + G(\sigma_z - \sigma_x)], \quad d\varepsilon_{zx} = d\varepsilon_{xz} = d\lambda L \tau_{yx} \quad [7-55]$$

Nestas equações, a hipótese da constância de volume é respeitada ou

$$d\varepsilon_x + d\varepsilon_y + d\varepsilon_z = 0 \quad [7-56]$$

Considerando o ensaio de tração na direção  $x$ , substituindo  $\sigma_x = X$ ,  $\sigma_y = \sigma_z = 0$  nas equações 7-53/54/55, tem-se:

$$d\varepsilon_x = d\lambda(H + G)X, \quad d\varepsilon_y = d\lambda(H)X \quad \text{e} \quad d\varepsilon_z = d\lambda(G)X \quad [7-57]$$

Como a razão das deformações para a direção  $x$  no ensaio de tração é definido como o coeficiente de anisotropia  $R = R_0 = (d\varepsilon_y / d\varepsilon_z)$ ,

$$R = \frac{H}{G} \quad [7-57]$$

Da mesma maneira, para a direção  $y$ , definindo  $P = R_{90} = (d\varepsilon_x/d\varepsilon_z)$ , e com  $\sigma_y = Y$  e com  $\sigma_x = \sigma_z = 0$ , resulta em :

$$P = \frac{H}{F} \quad [7-59]$$

Com as equações 7-57 e 7-59, ensaios de tração nas direções  $x$  e  $y$ , medindo-se  $R, P, X$  e  $Y$ , e das equações 7-50, 7-51 e 7-52 pode-se estimar a tensão de escoamento na direção  $z, Z$ , como:

$$\frac{Z^2}{X^2} = \frac{(G+F)}{(F+G)} = \frac{(1/R)+1}{(1/R)+(1/P)} \quad \text{ou} \quad [7-60]$$

$$Z = X\sqrt{P(1+R)}/(P+R) \quad \text{ou} \quad Z = X\sqrt{R_{90}(1+R_{90})}/(R_{90}+R_{00}) \quad [7-61]$$

Similarmente:

$$Z = Y\sqrt{R(1+P)}/(P+R) \quad \text{ou} \quad Z = X\sqrt{R_{00}(1+R_{90})}/(R_{90}+R_{00}) \quad [7-62]$$

### 7.9.2 Caso especial: $x, y$ e $z$ coincidem com os eixos principais

Para situações de carregamento em que os eixos  $x, y$  e  $z$  são os eixos principais, o critério de escoamento de Hill [25] pode ser reescrito em termos de  $R$  e  $P$ . Tomando-se  $\tau_{yz} = \tau_{zx} = \tau_{xy} = 0$  na equação 7-46, e nesta substituindo-se a equação 7-47 ( $1 = (G+H)X^2$ ) e dividindo-se por  $G$ , tem-se:

$$\left(\frac{F}{G}\right)(\sigma_y - \sigma_z)^2 + \left(\frac{G}{G}\right)(\sigma_z - \sigma_x)^2 + \left(\frac{H}{G}\right)(\sigma_x - \sigma_y)^2 = \left[\left(\frac{G}{G}\right) + \left(\frac{H}{G}\right)\right]X^2 \quad [7-63]$$

e substituindo-se  $R = H/G$  e  $R/P = F/G$ , e multiplicando-se por  $P$ , obtém-se:

$$R(\sigma_y - \sigma_z)^2 + P(\sigma_z - \sigma_x)^2 + RP(\sigma_x - \sigma_y)^2 = P(R+1)X^2 \quad [7-64]$$

Seguindo-se as regras de escoamento, as equações 7-50, 7-51 e 7-52 reduzem-se a:

$$d\varepsilon_x : d\varepsilon_y : d\varepsilon_z = \quad [7-65]$$

$$= R(\sigma_x - \sigma_y) + (\sigma_x - \sigma_z) : \left(\frac{R}{P}\right)(\sigma_y - \sigma_z) + (\sigma_y - \sigma_z) : \left(\frac{R}{P}\right)(\sigma_z - \sigma_y) + (\sigma_z - \sigma_x)$$

A tensão efetiva para este critério pode ser expressa de maneira que ela reduz a  $\sigma_x$  para um ensaio de tração na direção  $x$  como:

$$\bar{\sigma} = \left[ R(\sigma_y - \sigma_z)^2 + P(\sigma_z - \sigma_x)^2 + RP(\sigma_x - \sigma_y)^2 / P(R+1) \right]^{1/2} \quad [7-66]$$

e também com:

$$\bar{\varepsilon} = C \left[ P(\varepsilon_y - R\varepsilon_z)^2 + R(\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + (R\varepsilon_x - P\varepsilon_y)^2 \right]^{1/2} \quad [7-67]$$

$$\text{onde } C = \left[ (R+1)/R \right]^{1/2} (R+P+1). \quad [7-67]$$

Hill definiu a expressão acima com constantes diferentes, de maneira que num ensaio de tração na direção  $x$ ,  $\bar{\sigma} = K\sigma_x$ ,  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_x / K$ , onde  $K = \left[ \frac{3}{2} P(R+1)/(R+P+RP) \right]^{1/2}$

$$[7-69]$$

### 7.10 Critério Anisotrópico de escoamento com um expoente de maior ordem (Logan e Hosford [26] e [35])

O critério de escoamento para texturas cristalográficas metálicas *efc* e *ccc* pode ser calculado a partir de considerações dos sistemas de movimentação de discordâncias ou sistemas de escorregamento e da orientação dos grãos metálicos. Os resultados destes cálculos para uma grande gama de texturas indicam que Hill [25] superestimou o efeito de  $R$  sobre a forma do espaço limitante do escoamento, [26] e [35]. Um melhor resultado é obtido pela equação:

$$F|\sigma_y - \sigma_z|^a + G|\sigma_z - \sigma_x|^a + H|\sigma_x - \sigma_y|^a = 1 \quad [7-70]$$



onde  $a$  é muito maior que 2. Para  $a = 2$ , este critério toma-se o Critério de Hill [25]. Contudo, cálculos cristalográficos são melhores aproximados com  $a = 6$  para metais *ccc* e  $a = 8$  para metais *ccf*. Para o estado plano de tensão ( $\sigma_z = 0$ ), este critério é simplificado para:

$$P|\sigma_x|^a + R|\sigma_y|^a + RP|\sigma_x - \sigma_y|^a = P(R+1)X^a \quad [7-71]$$

Se o expoente é um número inteiro par, o sinal absoluto da grandeza não é necessário. A figura 7-7 mostra o espaço correspondente a Eq. 7-71 para isotropia planar ( $R = P$ ) para diversos valores do expoente  $a$  para  $R = 0,5$  e  $R = 2,0$ . Pode-se notar que conforme este expoente aumenta, o espaço limitante do escoamento aproxima-se de espaço de escoamento de Tresca e a Eq. 7-71 torna-se o critério de Tresca para  $R = P$  e  $a \rightarrow \infty$ . Se  $a$  é um inteiro par, as leis de escoamento tornam-se:

$$d\varepsilon_x = d\lambda \left[ P\sigma_x^{a-1} + RP(\sigma_x - \sigma_y)^{a-1} \right] \quad [7-72]$$

$$d\varepsilon_y = d\lambda \left[ R\sigma_y^{a-1} + RP(\sigma_y - \sigma_x)^{a-1} \right] \quad [7-73]$$

$$d\varepsilon_z = -d\lambda \left[ P\sigma_x^{a-1} + R\sigma_y^{a-1} \right] \quad [7-74]$$

As funções da tensão e da deformação efetiva são:

$$\bar{\sigma} = \left[ P|\sigma_x|^a + R|\sigma_y|^a + RP|\sigma_x - \sigma_y|^a / P(R+1) \right]^{1/a} \text{ e} \quad [7-75]$$

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_x (1 + \alpha\rho) \frac{\sigma_x}{\bar{\sigma}} \quad [7-76]$$

onde:

$$\rho = \frac{d\varepsilon_x}{d\varepsilon_y} = \left( \frac{R}{P} \right) \cdot \left( \frac{\alpha^{a-1} - P(1-\alpha)^{a-1}}{1 + R(1-\alpha)^{a-1}} \right), \quad \alpha = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \quad [7-77]$$

A menos que  $a = 2$ , uma solução numérica é necessária para a equação 7-77, de forma a encontrar-se a razão das deformações  $\alpha$  causa deformação com uma particular razão  $\rho$ .

Para isotropia planar e expoente par, o critério de escoamento da equação 7-71 e as leis de escoamento eq. 7-72 reduzem-se a:

$$\sigma_x^a + \sigma_y^a + R(\sigma_x - \sigma_y)^a = (R+1)Y^a \quad [7-77]$$

$$d\varepsilon_x : d\varepsilon_y : d\varepsilon_z = \left[ \sigma_x^{a-1} + R(\sigma_x - \sigma_y)^{a-1} \right] : \left[ \sigma_y^{a-1} + R(\sigma_y - \sigma_x)^{a-1} \right] : \left[ \sigma_x^{a-1} + \sigma_y^{a-1} \right] \quad [7-79]$$

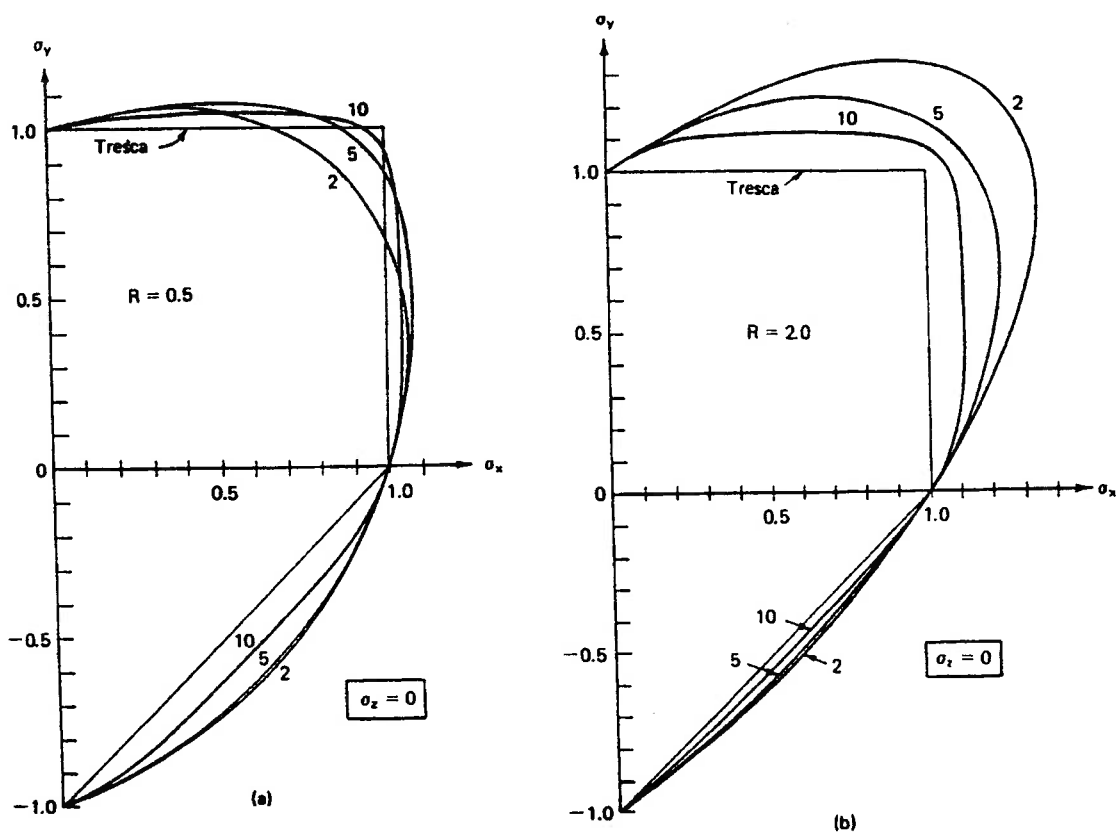


Fig. 7-7: Espaço limite de escoamento para estado plano de tensão ( $\sigma_z = 0$ ). Expoentes maiores que  $a = 2$  (Critério de Hill), predizem um menor efeito de  $R$  sobre o espaço limite de escoamento. Observa-se também que  $a \rightarrow \infty$ , o espaço limite de escoamento tende ao critério de Tresca.

## 7.11 Critério de escoamento de *Barlat* para chapas ortotrópicas submetidas ao estado plano de tensões

### 7.11.1 Critério de Escoamento de *Barlat* para Materiais com isotropia planar

A isotropia planar ocorre quando  $R_{00} = R_{45} = R_{90}$ ,  $\bar{R} = 1$  ou  $\Delta\bar{R} = 0$ . *Logan e Hosford* [26] e [35] mostraram que a função para critério de escoamento, equação [7-77] proposta por *Hershey* [39], *Hosford* [35] e *Hill* [25] é capaz de representar de maneira mais exata a superfície de escoamento de materiais isotrópicos e materiais com isotropia planar com estrutura cristalina cúbica de corpo centrado (*ccc*) e cúbica de face centrada (*cfc*), calculada com o modelo de *Hill* quando  $a = 6$  e  $a = 8$  respectivamente). Esta equação, reescrita para a notação das tensões principais e materiais isotrópicos, assume a forma:

$$f = |\sigma_1 - \sigma_3|^a + |\sigma_3 - \sigma_2|^a + |\sigma_2 - \sigma_1|^a = 2Y^a \quad [7-70]$$

*Barlat e Richmond* [36] reescreveram 7-70 em função dos invariantes de tensão para o estado plano de tensão e obtiveram:

$$f = |K_1 + K_2|^a + |K_1 - K_2|^a + |2K_2|^a = 2Y^a \quad [7-71]$$

Onde  $K_1$  e  $K_2$  são os invariantes de tensão para o estado plano de tensão e são dados pelas equações:

$$K_1 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}, \quad K_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad [7-72]$$

Esta formulação para materiais com isotropia planar envolvendo os invariantes de tensão é importante, pois mostra um acoplamento das tensões de cisalhamento às tensões normais. Esta formulação foi estabelecida com base de uma representação fenomenológica usando os invariantes de tensão. Na figura 7-9 está a representação gráfica da equação 7-72. Nesta figura temos  $S = \sigma_{xy} / \bar{\sigma}$ .

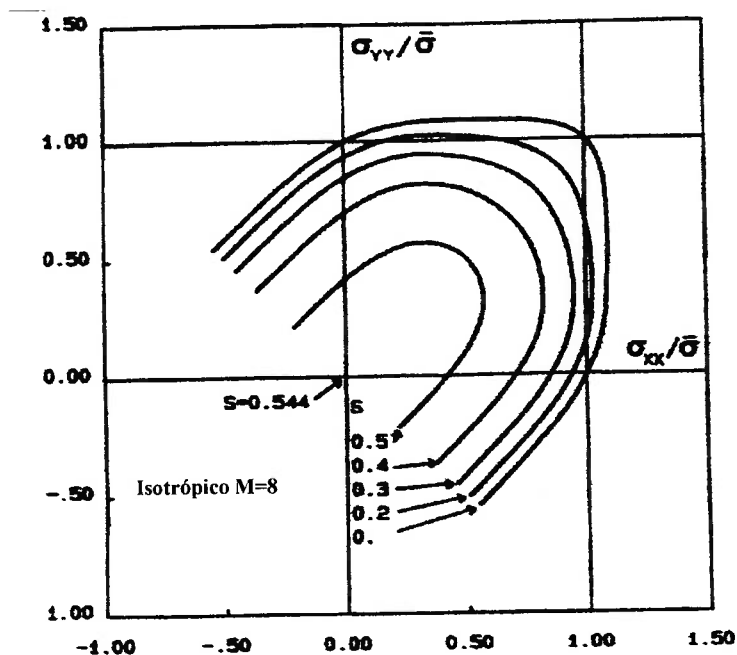


Fig. 7-9: Superfície de escoamento para estado plano de tensões com 3 componentes (eq. [7-72]) para  $a = 8$  e metais *cfc*.

### 7.11.2 Critério de escoamento de *Barlat* para anisotropia planar Incluindo a componente de cisalhamento

Para estender a formulação da equação 7-72 ao caso anisotrópico, serão introduzidos nesta equação coeficientes  $A, B$  e  $C$ , que caracterizarão os graus de anisotropia:

$$f = A|K_1 + K_2|^a + B|K_1 - K_2|^a + C|2K_2|^a = 2Y^a \quad [7-73]$$

Como  $K_1$  e  $K_2$  são imutáveis (invariantes), esta equação pode descrever apenas isotropia planar, a menos que  $A, B$  e  $C$  sejam funções das próprias das três componentes da tensão. Se este for o caso, a equação 7-73 perde a sua relativa simplicidade e os requisitos de convexidade não são simples de verificar-se. A própria definição do requisito de convexidade afirma que uma função de escoamento é convexa se a forma quadrática definida pela sua matriz de *Hessian* dada pela relação a seguir é positiva, semidefinida:

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 f}{\partial \sigma_i \partial \sigma_j} \quad [7-74]$$

O critério anteriormente apresentado para o item 7.10 atende a este critério e *Barlat* procedeu a sua verificação baseado nos trabalhos de *Eggleston* [40] e *Rockaffelar* [41].

Não será oferecido neste trabalho detalhe desta verificação por estar além de seu escopo, devendo apenas ser mencionado que tal verificação se deve ao princípio da normalidade e detalhes desta comprovação podem ser obtidos nas referências *Barlat e Richmond* [36] e *Eggleston* [40], acima mencionadas.

Assim para manter a simplicidade, os parâmetros  $A, B$  e  $C$  serão assumidos constantes. O requisito da convexidade é atendido para o estado biaxial de tensões quando  $A = B$ . Assim  $f$  pode ser separado em duas parcelas:  $f = Ag_1 + Cg_2$

$$[7-75]$$

Onde apartir do que *Barlat* [35] [36] [37] pode provar que  $g_1$  e  $g_2$  são funções convexas quando  $a$  é maior que 1. Assim  $f$  também é uma função convexa se  $A$  e  $C$  são números positivos. *Barlat* [36] calculou também que:

$$A = B = 2 - C = \frac{2}{1 + R} \quad [7-76]$$

onde  $R$  é o coeficiente de anisotropia planar e é um número sempre positivo. Conseqüentemente  $A$  e  $C$  são positivos e  $f$  é convexa. Até agora, as formulações 7-71 e 7-72 não trouxeram melhorias significativas comparado à equação 7-70, já que nestes casos é sempre possível escolher um sistema de coordenadas onde a tensão de cisalhamento desaparece. Contudo pela introdução de  $K_1$  e  $K_2$ , é possível obter um critério de escoamento para anisotropia planar que inclui os termos de cisalhamento.

### 7.11.3 Critério de escoamento de *Barlat* para Anisotropia Planar em função dos coeficientes de anisotropia $R_{00}$ , $R_{45}$ e $R_{90}$

Inicialmente, por uma transformação linear de 7-73 e do desenvolvimento do item anterior, obtém-se o seguinte critério de escoamento:

$$f = A|K_1 + K_2|^a + B|K_1 - K_2|^a + C|2K_2|^a = 2Y^a \quad [7-77]$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  são dados por :

$$K_1 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}, \quad K_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \quad [7-77]$$

Para  $a = 2$  este critério torna-se o critério de *Hill*.

*Barlat* [36] apresenta duas maneiras de calcular-se as constantes  $A, C, h$  e  $p$ . Neste trabalho será apresentado apenas uma, aquela que usa os valores de  $R$  obtidos de ensaios de tração e assim relacionando estas constantes a  $R_{00}, R_{45}$  e  $R_{90}$ .

$$A = 2 - 2 \sqrt{\frac{R_{00}}{1 + R_{00}}} \frac{R_{90}}{1 + R_{90}} \quad [7-79]$$

$$C = 2 - A \quad [7-90]$$

$$h = \sqrt{\frac{R_{00}}{1 + R_{00}}} \frac{1 + R_{90}}{R_{90}} \quad [7-91]$$

O parâmetro anisotrópico  $p$  é calculado implicitamente. De acordo com *Barlat e Lian* [36], o valor de  $R$ , razão entre as deformações na largura e na espessura, para qualquer ângulo  $\phi$  pode ser calculado:

$$R_\phi = \frac{2aY^a}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{xx}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{yy}}\right)\sigma_\phi} - 1 \quad [7-92]$$

onde  $\sigma_\phi$  é a tensão uniaxial na direção  $\phi$ . Essa expressão pode ser usada para calcular iterativamente o valor de  $p$ . Vamos assumir  $\phi = 45^\circ$  e definir a função  $g$  como:

$$g(p) = \frac{2aY^a}{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_x} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_y}\right)\sigma_\phi} - 1 - R_{45} \quad [7-93]$$

Uma procura iterativa é utilizada para encontrar o valor de  $p$ . Para materiais com rede cristalina cúbica de face centrada (*fcc*) é recomendado  $a = 8$ , por exemplo, latão, cobre e alumínio. Para materiais com redes cristalinas cúbica de corpo centrada (*ccc*) pode ser utilizado  $a = 8$ , por exemplo, para o aço.

## 7.12 Bibliografia do Capítulo 7

- [21] MENDELSON, A.; "Plasticity: Theory and Applications", Mac Millan Series in Applied Mechanics; Fred Landis, Editor, 1992.
- [22] SUH, N.P.; TURNER, A.P.L.; "Elements of the Mechanical Behavior of Solids", Mac Graw Hill Book Company, New York 1986;
- [23] HOSFORD, W. F. & CADDELL, R.M.; "Metal Forming, Mechanics and Metallurgy"; 2<sup>nd</sup> Ed.; PTR-Prentice Hall – 1993, EUA; ISBN 0-13-5888526-4
- [24] ABRANTES, J.P.; "Simulação Numérica via Elementos Finitos da Conformação de Chapas Metálicas por Pressão Hidrostática (Bulge Test)"; Dissertação de Mestrado EPUSP, São Paulo, 2003.
- [25] HILL, R.; "A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals", Proc. R. Soc. Londres, A193, 281 -1948.
- [26] HOSFORD, W. F.; "Limitations of Non-Quadratic Anisotropic Yield Criteria and their Use in Analysis of Sheet Forming", International Deep Drawing Research Group (ed.), Controlling Sheet metal Forming Process, ASM International, p. 163 a 170.

- [27] HERSHEY, A. V., "The Plasticity of an Isotropic Aggregate of Anisotropic Face Centered Cubic Crystals", J. Appl. Mech., 76, 241 -1954.
- [28] HOSFORD, W. F., "A Generalized Isotropic Yield Criterion", J. Appl. Mech., 39, p. 607- 1972.
- [29] GOTO, H. M., A Theory of plastic Anisotropic Based on a Yield Function of Fourth order (Plane Stress State), Int. J. Mech. Sci., 19, 505 -1977.
- [29] BASSANI, J. L., "Yield Characterization of Metals with Transversely Isotropic Plastic Properties"; Int. J. Mech. Sci., 19, 651 -1977
- [30] HILL, R., "Theoretical Plasticity of Texture Aggregates", Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 85, 1979.
- [31] LOGAN, R. W. AND HOSFORD, W. F., "Upper-Bond Anisotropic Yield Locus Calculations Assuming  $\langle 111 \rangle$  Pencil Glide" Int. J. Mech. Sci., 22, 419 1980.
- [32] BUDIANSKI, B., "Anisotropic Plasticity of Plane-Isotropic Sheets," In DVORAK, G. J., and SHIELD, R. T., (ed.), Mechanics of Material Behavior, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, pp 15 -99 -1984.
- [33] TAYLOR, G. I., "Plastic Strain in Metals," J. Inst. Metals, 62, 307 -1938.
- [34] BISHOP, J.W.F., and HILL, R., "A Theory of the Plastic Distortion of Polycrystalline Aggregate Under Combined Stress, " Phil. Mag., 42, 414 -1951.
- [35] BARLAT, F.; RICHMOND, O., "Prediction of Tricomponent Plane Stress Yield Surfaces and Associated Flow and Failure Behavior of Strongly Textured FCC Polycrystalline Sheets", Mat. Sci. Eng., 91, 55 -1987.
- [36] BARLAT, F. ; LIAN, J. -"Plastic Behavior and Stretch ability of Sheet Metals. Parte I: A Yield Function for Orthotropic Sheets under Plane Stress Conditions"; International Journal of Plasticity, Vol. 5, pp 51-66, 1989.
- [37] BARLAT, F., LEGE, D. J., AND BREM, J. C., "A Six-Component Yield Function for Anisotropic Materials," Int. J. Plasticity, 7, 693.
- [38] CHUNG, K., SHAH, K., "Finite Element Simulation of Sheet Metal Forming for Planar Anisotropic Metals," Int. J. of Plasticity, 8 p. 453-476, 1992.
- [39] HABRAKEM, A. M., Modeling the Plastic Anisotropy of Metals By Finite Element Method -GrasMech Course, University of Liege -Belgium -2000.



- [40] EGGLESTON, H. G., in Convexity, Chapter 3, "General Properties of Convex Functions," Cambridge at the University Press, p. 45, 1986.
- [41] ROCKAFELLAR, R. T., in Convex Analysis, Section 4 "Convections Functions," Princeton University Press, p. 23, 1982.

## 8. Diagramas de limite de conformação

### 8.1 Introdução

O processo de estampagem é um dos mais importantes processos de fabricação para produtos semi-acabados utilizados na indústria mecânica, principalmente no que se refere à produção de peças de geometria complexas, encontrando uma maior empregabilidade hoje na indústria automobilística, que demanda por peças estampadas para a fabricação de carrocerias. As chapas de aço são caracterizadas pela relação entre sua grande área superficial em função da sua espessura reduzida. O processo de conformação pode ser definido então como a transformação destas chapas metálicas em um certo produto de uma certa forma desejada sem defeitos como fraturas ou redução excessiva da espessura da mesma localizadamente.

Os produtos fabricados a partir da estampagem de *blanks* em chapas metálicas incluem uma variedade de formas, desde simples dobras, até geometrias mais complexas e com repuxos extremamente profundos, com uma grande sollicitação da chapa metálica. Em alguns casos, enquanto a chapa metálica deforma-se plasticamente, podem ocorrer fraturas na peça em certo ponto do processo. As causas destas falhas são parâmetros relacionados ao processo de estampagem.

Neste item são revistos vários aspectos relacionados a conformabilidade de chapas, os quais contribuirão para a elaboração de uma metodologia de análise de processos de conformação como o repuxo junto ao método dos elementos finitos.

As propriedades físicas das chapas metálicas variam consideravelmente, dependendo do material e ligas empregadas, seu processamento, tratamentos térmicos e grau de encruamento. Busca-se na seleção do material um compromisso entre requisitos funcionais da peça e as propriedades de conformação nos materiais disponíveis quando se requer bom desempenho. Para isto, analisam-se os fatores influentes na conformabilidade da chapa, que é definida pela sua capacidade de submeter-se ao processo de conformação escolhido conforme [42]:

- distribuição uniforme de deformações;
- alcance de elevados níveis de deformação sem estricções exageradas;
- fixação das tensões de compressão no plano das deformações, evitando-se assim o enrugamento;
- fixação das tensões de cisalhamento no plano de deformações, sem a ocorrência de fraturas;
- manutenção da forma após a remoção da matriz e apresentação de superfície com textura suavizada, sem danificações.

Estes fatores por sua vez são influenciados por diversas propriedades do material.

## 8.2 Distribuição de deformações

Três propriedades de material influenciam na distribuição de deformações durante uma operação de conformação:

- Módulo de elasticidade de *Young*  $E$  e coeficiente de *Poisson*  $\nu$  ;
- Coeficiente de encruamento ou valor  $n$ ;
- Sensibilidade à taxa de deformação ou valor  $m$ ;
- Razão de deformações plásticas ou fator de anisotropia ou valor  $r$ ;

A distribuição uniforme de deformações depende dos valores de  $m$  e de  $n$ . O alcance de valores de deformação mais elevados depende de muitos fatores tais como o material empregado e suas ligas, tratamentos térmicos, os valores  $m$ ,  $n$ , e  $r$ , a espessura da chapa, uniformidade além de quantidade de defeitos e inclusões presentes.

## 8.3 Máximos níveis de tensão alcançados

Cada tipo de material em chapa como aço ou alumínio pode ser deformado até um certo limite de tensões, antes da ocorrência de estricções (*neckings*) ou fratura [43]. Este limite depende principalmente de combinações de deformações impostas, ou seja, da relação entre as deformações máximas e mínimas. O limite inferior de tensões ocorre em pontos próximos ao caso de deformação plana, isto é, quando a menor deformação é nula. Em geral pode-se afirmar que o nível de tensões máximas

aceitáveis aumenta quando se aumenta a complexidade do estado de deformações do material. As propriedades do chapa que permitem este aumento são os parâmetros  $m$  e  $n$ .

#### 8.4 Propriedades de material e enrugamentos

O efeito das propriedades do material na formação de enrugamentos é assunto bastante considerado na literatura. Em operações de estampagem profunda, TAYLOR (1988) [44] afirma que, em experimentos feitos com copos cônicos e cilíndricos, os valores altos de  $r_m$  e baixos de  $\Delta r$  reduzem os enrugamentos de flange e de parede. Soma-se a isto o fato de uma razão baixa entre tensão de escoamento e módulo de elasticidade ( $\sigma_f / E$ ) diminuem os enrugamentos de parede. O valor  $n$  tem uma influência indireta. Quando a força do prensa-chapas é mantida constante, o valor  $n$ , não tem efeito. Entretanto, valores altos para  $n$  exigem que a força no prensa-chapas seja aumentada, reduzindo-se os enrugamentos de parede.

##### 8.4.1 Propriedades de material e resistência ao cisalhamento

Fraturas por cisalhamento devido a tensões de cisalhamento no plano prevalecem em materiais de alta resistência e trabalhados a frio, sobretudo quando os defeitos internos como inclusões estão presentes. Neste caso, a falha do material ocorre em regiões próximas a  $\varepsilon_1 = \pm\varepsilon_2$  antes do início da estrição. Este tipo de fratura depende do material, tratamentos térmicos e presença de encruamento.

##### 8.4.2 Propriedades de material e recuo elástico (*springback*)

Os parâmetros do material que influem no retorno elástico após uma operação de conformação são:

- Módulo de elasticidade,  $E$ ;
- Tensão de escoamento,  $\sigma_y$  e

- Tangente da curva Tensão verdadeira  $\times$  deformações, tangente  $d\sigma_T / d\varepsilon$ .

Na peça final, o recuo elástico é determinado por interações complexas entre as tensões elásticas internas e residuais, sujeitas a restrições pela geometria da peça.

Os fenômenos decorrentes de concentração de deformações são estudados sem razoável consenso a respeito de seus mecanismos, pois alguns aspectos das falhas do material podem ser considerados como parcialmente explorados, conforme *Marciniak 1982* [51], *Fukui 1958* [49] e *Nakazima 1968* [50]. O desenvolvimento das falhas depende da geometria da peça, das forças em questão, das propriedades do material e do grau de homogeneidade inicial da chapa.

Os defeitos mais comuns encontrados durante um processo de conformação de chapas são listados, sendo possíveis quaisquer combinações destes:

#### **8.4.3 Estricção e fraturas**

Ocorrem quando a chapa é submetida a tensões que excedam aos limites aceitáveis do material, para um dado histórico de deformações e seu estado atual, taxa de deformações e temperatura de trabalho. Eventualmente em algum ponto desta área ocorre uma concentração de deformações, ou seja, uma banda de afinamento na espessura da chapa conhecido como estricção (*necking*), que no final ocasiona a fratura. A deformação da estricção é geralmente considerada como falha do *blank* porque produz um defeito visível e um enfraquecimento estrutural. A estricção pode ser local ou difusa e no decorrer deste trabalho serão detalhados alguns aspectos para a sua descrição.

#### **8.4.4 Enrugamentos (de flange ou de parede)**

Nas conformações típicas de chapas, o punção entra em contato com a chapa, estira-a e força-a através do anel do prensa-chapas. As bordas da chapa são puxadas para uma região cujo perímetro é cada vez menor. Isto produz tensões de compressão na direção circunferencial e no limite, dependendo do material e de sua espessura, surgem pequenas flambagens. Estas, por sua vez, desenvolvem-se para ondas mais pronunciadas (rugas) se a pressão do prensa-chapas não for suficientemente alta.

Estes enrugamentos podem ocorrer em outras partes da peça como nas regiões de mudança abrupta de seção ou em regiões em que o metal recebe suporte ou contato por apenas uma de suas faces da espessura. Em casos extremos podem ocorrer dobras duplas ou triplas em regiões específicas da chapa. Citam-se como soluções usuais a este problema o bloqueio parcial ou total do fluxo do metal em regiões específicas da chapa ou um aumento conveniente da pressão no prensa-chapas.

#### **8.4.5 Distorção de forma**

Nos processos em questão, o metal é deformado de modo elástico e plástico através de forças aplicadas. Com a remoção destas, relaxam-se as tensões elásticas internas. Em algumas regiões pode haver uma relaxação total destas tensões, com uma modificação pouco significativa nas dimensões da peça. Entretanto, em áreas sujeitas ao dobramento ocorrem gradientes de tensões elásticas ao longo da espessura. Se estas tensões internas não forem restringidas ou bloqueadas quanto à sua propagação à geometria da peça, a relaxação destas causará uma distorção de forma, definida como recuo elástico (*springback*). Tal problema pode ser compensado nas etapas do projeto da peça e da ferramenta, mas pode complicar-se em caso de grandes variações de um *blank* para outro nas propriedades do material ou do processo em si.

#### **8.4.6 Porção não deformada do material**

É indesejável para a peça final, pois é defletida facilmente. É um fenômeno comum em latas de óleo, em que uma mesma área específica sendo côncava ou convexa pode ser encontrada. Em estampagens com duas ou mais dobras de raio pequeno e com mesma orientação, esta tendência existe para o material entre as dobras. Isto se deve à dificuldade que o material possui em ter seu fluxo através de porções cujo raio é pequeno.

Pode-se evitar isto garantindo-se que o metal não esteja em contato simultâneo com estas duas linhas de dobra. Assim, algum estiramento ocorrerá antes do contato com a segunda linha de dobra. Esta tendência mostra-se também no centro de porções

repuxadas através de punções cuja base seja ampla e reta ou pouco abaulada. Obtem-se melhoria através do aumento das forças de restrição nas bordas da chapa.

### 8.5 Representação gráfica do limite de conformabilidade

Pode-se associar conjuntos de pontos  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$  de uma chapa sob conformação mecânica com tipos de defeitos possíveis em um diagrama geral. Os pontos deste diagrama podem ser determinados experimentalmente conforme alguns dos ensaios citados no tópico anterior. São chamados *diagramas de limite de conformação* (*forming limit diagram* ou *FLD*) e indicam as deformações no limite em que as chapas metálicas podem sustentar em um processo de conformação específico [42] [43]. Estes diagramas são ferramentas importantes para serem visualizados os aspectos da conformabilidade de uma chapa.

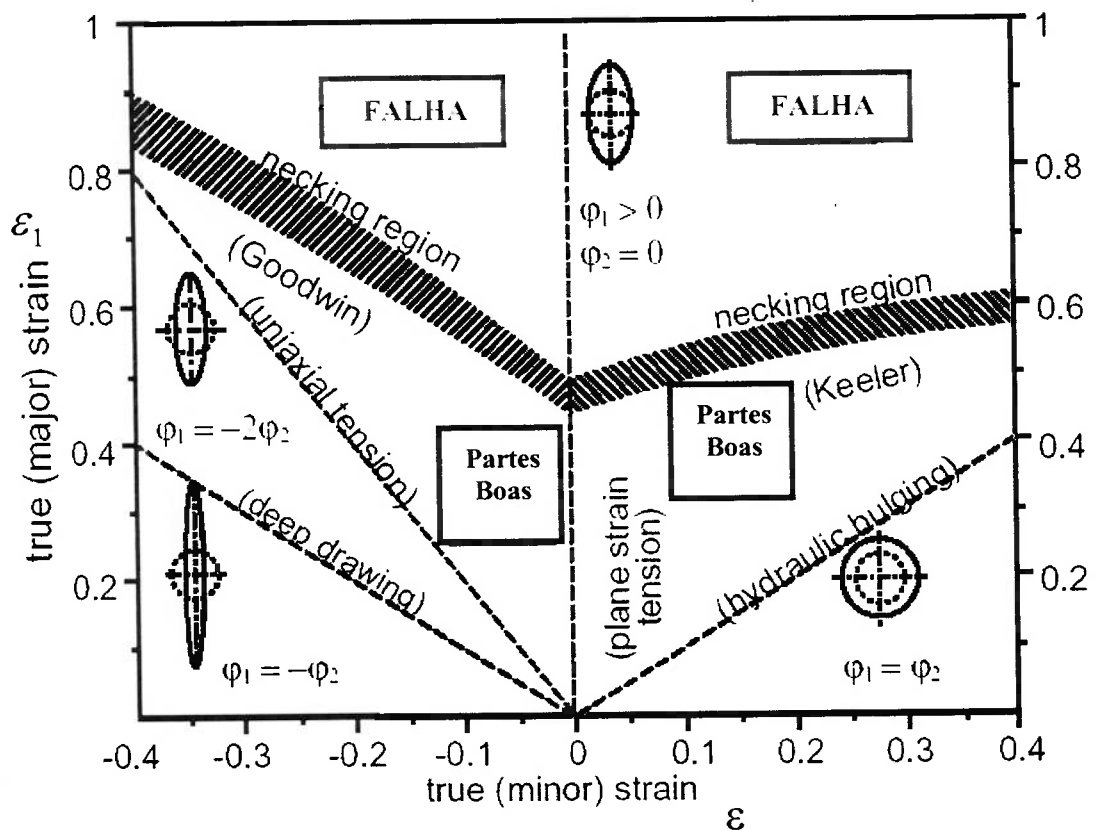


Fig.8-1: Representação dos possíveis defeitos na chapa em um diagrama  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$

Sua construção é baseada na obtenção de pontos do corpo de prova com deformações principais ( $\epsilon_1, \epsilon_2$ ) que estejam sob estrição ou ruptura ou outros tipos de defeitos, conforme o critério escolhido.

Na determinação experimental da estrição e/ou fratura imprime-se uma grade de círculos na chapa para análise, a qual, deformada após alguma operação mecânica crítica, poderá apresentar uma série de elipses cujo perímetro esteja aberto ou não. Nas elipses "abertas" vêem-se distorções de forma que possibilitarão o cálculo das deformações principais em seu interior. Os ensaios são feitos para vários corpos de prova com impressão dos círculos, obtendo-se experimentalmente uma curva com o aspecto da figura 8-1.

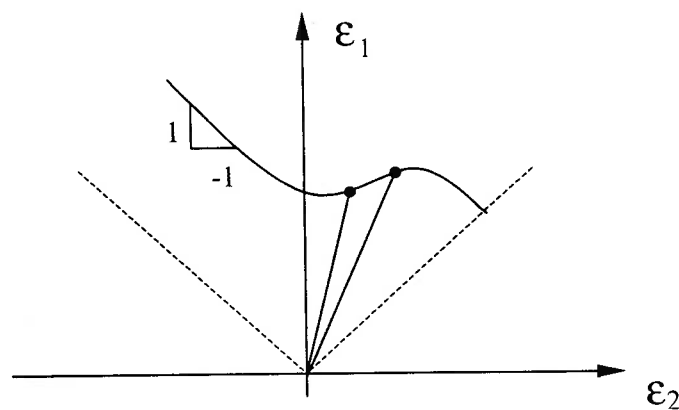


Fig.8-2: Diagrama de limite de conformação determinado através de estrição e/ou fratura

Dois grandes grupos de testes são efetuados para determinação destes diagramas. O primeiro grupo de testes abrange o estiramento de corpos de prova através de um punção, por pressão hidráulica, como exemplo o método do punção esférico. Neste caso produzem-se deformações fora do plano de trabalho e com o uso do punção tem-se também o efeito do atrito. O segundo grupo de testes produz somente deformações no plano e não envolve algum tipo de contato entre o *blank* e os medidores. O primeiro tipo de teste é mais usado que o segundo e fornece resultados razoavelmente diferentes, conforme TAYLOR, 1988 [44].

A análise das deformações através do método de marcas de *grid* (malha) em círculo tem sido utilizado efetivamente na resolução de problemas em conformação de



chapas. Quando a chapa é conformada, a sua superfície é solicitada a diferentes tensões. Isso resulta em deformações não-uniformes desenvolvendo-se na mesma.

Então se conclui que deve haver regiões com altas deformações bem como regiões com reduzidas deformações, que podem levar o material ao enrugamento ou ao rompimento (dependentemente das condições de atrito e lubrificação local também). Com o método de marcação dos círculos na superfície da chapa, as regiões com grandes alongamentos da chapa podem ser facilmente identificadas. A chapa é traçada antes da mesma ser conformada.

Depois que a chapa é conformada na geometria desejada, a distribuição dos alongamentos e as respectivas áreas críticas podem ser visualizadas pelo diagrama limite de conformação onde através de um planejamento, pode-se controlar a variação dos parâmetros de estampagem.

#### **8.6 Conceito do Diagrama Limite de Conformação (FLD)**

Para reduzir os experimentos pelo método de tentativa e erro, que por conceito é mais dispendioso em tempo e custo, *Keeler e Goodwin* [45] [46] [47] propuseram a análise das deformações geradas em uma malha de círculos. Isso envolve a gravação de pequenos círculos na chapa metálica antes da mesma ser processada. Após a estampagem dos círculos, os mesmos podem ser medidos de forma que as elipses geradas indicarão “*major*” ou “*minor*” deformações ou alongamentos produzidos no componente.

Uma estimativa de quão tão perto o metal está sob o aspecto de falha é obtido com referência ao *FLD* (*diagrama limite de conformação*), que é a plotagem dos alongamentos “*major*” e “*minor*” (máximo e mínimo) no ponto de fratura sobre uma série de condições.

Os diagramas limites de conformação indicam as deformações limites que as chapas metálicas podem suportar sobre uma condição de taxas de deformação “*major-to-minor*”. Dois tipos de testes são utilizados para determinar estes limites de conformação.

A primeira categoria de testes envolve estirar corpos de prova sobre um punção – por exemplo, um punção hemisférico, produzindo deformações na chapa. O método do punção hemisférico para a determinação do *FLD* utiliza tiras do metal a ser testado com as impressões dos círculos variando de 25.4 até 203 *mm*, que são fixas no anel da matriz da ferramenta por um prensa-chapas, e são estiradas até a fratura por um punção de aço de 102 *mm* de diâmetro.

As deformações são medidas na região de visível estricção e fratura e regiões adjacentes. A curva *FLD* é desenhada em referência as deformações medidas fora da região estriccionada e com dados referentes à região estriccionada e fraturada.

O segundo teste produz apenas deformações planas. Este pode ser feito utilizando-se teste de tração uniaxial ou o teste de estiramento biaxial *Marciniak* [51] com punções elipsoidais.

### **8.7 Utilização da curva *FLD* para estamparias**

A curva *FLD* pode ser utilizada em conjunto com a análise do *grid* para estimar o quanto próximo de certas áreas, com alta taxa de estiramento estão próximas à fratura. Através deste método a criticidade da operação de estampagem para uma certa geometria de componente pode ser determinado. Áreas de grandes estiramentos na peça estampada podem ser localizadas através do estudo destas deformações (ou estiramentos) durante o processo de conformação, de forma que estes possam ser encontrados e remediados. A análise do *grid* pode ser utilizada para:

- a) Desenvolvimento de matrizes
- b) Seleção de materiais e lubrificantes
- c) Encontrar pontos de enrugamento da chapa
- d) Para controle da produção
- e) Para monitorar o trabalho da ferramenta.

### 8.8 Estricção localizada em tração biaxial

As falhas em situações onde temos como, por exemplo, operações que envolvem tração, normalmente ocorrem em virtude do desenvolvimento de uma estricção aguda localizada sobre uma superfície [43]. Esta estricção localizada não deve ser confundida com estricção difusa, a qual precede e leva a falha mecânica em ensaios de tração de corpos cilíndricos. Para entendermos a distinção entre estricção localizada e difusa, primeiro precisamos entender as deformações de um corpo de prova largo, fino carregado em tração uniaxial na direção-1.

Inicialmente as deformações são uniformes. Quando a carga atinge um máximo, um escoamento difuso começa a formar-se, figura 8-3 (a). Para um material obedecendo à lei de encruamento:

$$\bar{\sigma} = K\bar{\epsilon}^n \quad [8-1]$$

a deformação iniciando-se na estricção difusa será:

$$\epsilon_1^* = n \quad (\text{o } * \text{ indica deformação crítica na instabilidade}).$$

A estricção difusa é acompanhada por contrações de deformações em ambas as direções da espessura e pela largura, sendo que para um material isotrópico,

$$d\epsilon_2 = d\epsilon_3 = -\frac{1}{2}d\epsilon_1 \quad [8-2]$$

Com um corpo de prova mais largo, a deformação na largura,  $d\epsilon_2$  não pode ser localizada rapidamente, então a completa estricção desenvolve-se gradualmente, e uma considerável extensão deste corpo será ainda possível mesmo após início desta estricção difusa.

A condição será finalmente alcançada onde uma aguda estricção localizada formará um ângulo  $\theta$  com o eixo de carregamento. Tipicamente, a largura  $b$  da estricção é da ordem da espessura da chapa,  $t$ , de forma que uma pequena adicional alongação deste corpo será possível antes da falha deste.

O ângulo  $\theta$  característico da estricção e da deformação na qual sua forma dependerá da geometria.

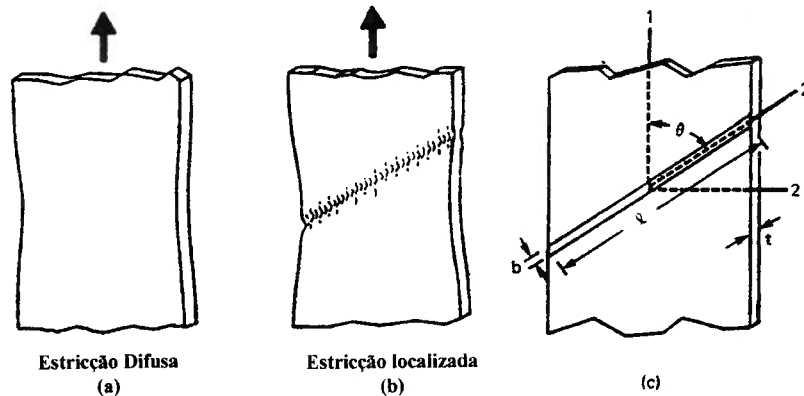


Fig.8-3: Desenvolvimento de uma estrição difusa (a) e de uma estrição localizada (b). Eixos de coordenadas utilizadas nas análises são mostrados em (c).

Partindo-se do princípio que a estrição é muito estreita, a deformação paralela a estrição  $d\varepsilon_2$  deverá ser zero. Entretanto,  $d\varepsilon_2$  é diretamente relacionado a  $d\varepsilon_1$  e a  $d\varepsilon_3$  pela transformação das deformações, de forma que podemos escrever:

$$d\varepsilon_2 = d\varepsilon_1 \cos^2 \theta + d\varepsilon_3 \sin^2 \theta = 0 \quad [8-3]$$

Para tração uniaxial na direção-1, as regras de fluxo para um material isotrópico prevê que,

$$d\varepsilon_2 = -\frac{d\varepsilon_1}{2} = d\varepsilon_3 \quad [8-4]$$

Substituindo ambas as equações acima temos:

$$d\varepsilon_2 \cos^2 \theta + \left(-\frac{d\varepsilon_1}{2}\right) \sin^2 \theta = 0 \quad [8-5]$$

então  $\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = 2$  ou  $\tan \theta = \sqrt{2}$  e  $\theta = 54^\circ 44'$  (isso poderá também ser demonstrado plotando-se o Circulo de Mohr das tensões e das deformações plásticas correspondentes).

Se o metal é anisotrópico,  $d\varepsilon_2/d\varepsilon_3 = R$ , ou  $d\varepsilon_2/d\varepsilon_1 = -R/(R+1)$ . Neste caso:

$$\theta = \arctan\left(\sqrt{(R+1)/R}\right) \quad [8-6]$$

A área da secção transversal da estrição, aqui chamada de  $A'$  iguala-se a  $lt$ . Desde que temos então  $A' = lt$  e  $l$  é constante, então  $dA'/A' = dt/t = d\varepsilon_3$ . A área perpendicular ao eixo-1 será  $A = A' \sin \theta$ , mas  $\theta$  sendo também constante, então:

$$\frac{dA}{A} = \frac{dA'}{A'} = d\varepsilon_3 \quad [8-7]$$

A estrição local pode apenas formar-se se a carga  $F$  pode reduzir-se sob a condição  $d\varepsilon_2 = 0$ . Desde que  $F = \sigma_1 A$ ,

$$dF = 0 = \sigma_1 dA + A d\sigma_1 \quad [8-8]$$

ou

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{-dA}{A} = -d\varepsilon_3 \quad [8-8]$$

mas como:  $d\varepsilon_3 = \frac{-d\varepsilon_1}{2}$ , então: [8-10]

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{d\varepsilon_1}{2} \quad [8-11]$$

Se  $\bar{\sigma} = K\bar{\varepsilon}^n$ , então  $\sigma_1 = K\varepsilon_1^n$  para tração uniaxial, e temos  $d\sigma_1 = nK\varepsilon_1^{n-1} d\varepsilon_1$ . Entretanto, as deformações críticas para estrição localizada em tensão uniaxial torna-se:

$$\varepsilon_1^* = 2n \quad [8-12]$$

enquanto indicado antes, para escoamento difuso,  $\varepsilon_1^* = n$ . [8-13]

Na conformação de metais, o estado de tensões é raramente único, em tensão axial, e o estado de deformação é raro, onde  $d\varepsilon_2 = d\varepsilon_3 = -d\varepsilon_1/2$ . Entretanto, os mesmos princípios podem ser usados para desenvolver as condições para estrição localizada sob um estado de trações biaxiais. Assumindo-se que o carregamento durante o ensaio de tração mantém uma taxa constante de deformação,  $\rho = \varepsilon_2/\varepsilon_1$ . Substituindo-se  $\varepsilon_2 = \rho\varepsilon_1$  na equação [8-3], temos então:

$$\varepsilon_1 \cos^2 \theta + \rho \varepsilon_1 \sin^2 \theta = 0 \quad [8-14]$$

$$\text{ou } \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{-\rho}} \quad [8-15]$$

O ângulo  $\theta$  tem um valor real apenas se  $\rho$  é negativo, (ou seja, se  $\varepsilon_2$  é negativo). Fisicamente isto significa que se  $\varepsilon_2$  é positivo, não há ângulo na qual uma estrição local poderá formar-se e ainda atender ao requerimento que  $\varepsilon_2 = 0$  (ou seja, se  $\rho$  é constante e  $> 0$ , estrição local não poderá ocorrer. Como as tensões tornam-se mais

biaxiais, então  $\alpha$  aumenta e  $\rho$  torna-se menos negativo, então  $\theta$  tem que aumentar. Para condições de deformações planas. ( $\varepsilon_2 = 0$ ),  $\rho = 0$ , então  $\tan\theta = \infty$  e  $\theta = 90^\circ$ .

As deformações críticas para a estrição é também influenciada por  $\rho$ . Pela constância de volume, temos:

$$d\varepsilon_3 = -(1 + \rho)d\varepsilon_1 \quad [8-16]$$

Então da equação [8-8] temos:

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = (1 + \rho)d\varepsilon_1 \quad [8-17]$$

Utilizando-se  $\sigma_1 = K\varepsilon_1^n$ , a condição para a estrição torna-se:

$$\varepsilon_1^* = \frac{n}{1 + \rho} \quad [8-18]$$

ou seja, a equação acima implica que a deformação crítica,  $\varepsilon_1^*$ , para estrição local diminui de  $2n$  para  $\rho = -\frac{1}{2}$  até  $n$  para deformações planas (ou seja,  $\rho = 0$ ).

*Swift, H.W. (1852) [48]* demonstrou que as estrições difusas poderão ser esperadas quando:

$$\varepsilon_1^* = \frac{2n(1 + \rho + \rho^2)}{(\rho + 1)(2\rho^2 - \rho + 2)} \quad [8-19]$$

O critério para estrição local e estrição difusa dados pelas equações [8-18] e [8-19] são plotadas na figura 8-4. A análise prévia parece implicar que estrições localizadas não podem formar-se sob condições de tensionamento, onde  $\varepsilon_2$  é positivo.

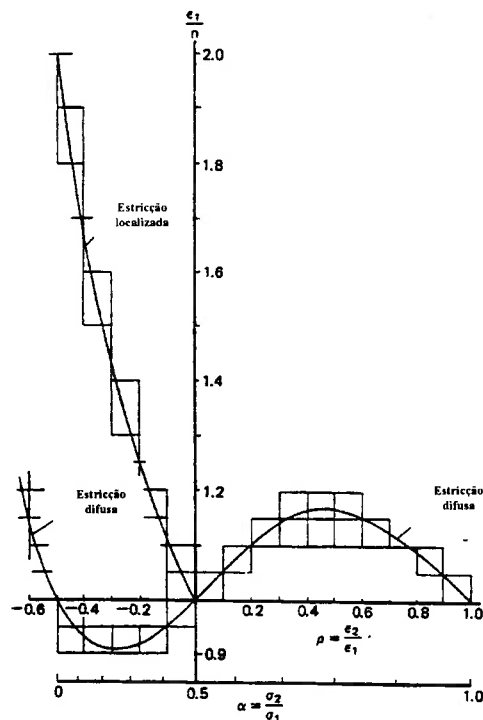


Fig.8-4: Deformações críticas para estrição difusa e localizada de acordo com as equações [8-18] e [8-19]. É assumido carregamento com taxas de tensão e deformações constantes. Note que sob estas condições a estrição localizada não pode ocorrer se  $\varepsilon_2$  é positivo.

Com isso, se o carregamento pode ser mantido com  $\alpha$  (um constante  $\rho$ ), não ocorrerá estrição local e o tensionamento continuaria até ocorrer fratura. Entretanto,  $\alpha$  e  $\rho$  devem mudar durante este tensionamento. Estrição local pode ser explicada através da mudança de níveis de deformação, mesmo pensando que o total de deformação  $\varepsilon_2 > 0$ . O que é crítico para a formação de uma estrição local é que, a taxa incremental  $\rho' = d\varepsilon_2/d\varepsilon_1$  torna-se zero melhor do que a taxa de deformação  $\rho = \varepsilon_2/\varepsilon_1$ .

*Marciniak* [51] argumentou que por causa das desomogenidades locais do material (variações do tamanho de grão, textura, elementos de liga ou espessura da chapa), pode existir uma zona de fraqueza, permanecendo esta paralelo à direção-2. Embora uma estrição nesta zona não seja uma estrição real, esta pode-se desenvolver dentro desta zona.

A deformação  $\varepsilon_1$  crescerá mais rápido na região fraca do que fora desta. Entretanto a deformação  $\varepsilon_2$  deverá ser a mesma dentro desta região ou fora da mesma, por ser constringida pelo material ao redor desta. Portanto, dentro desta zona,  $\varepsilon_1$  aumenta mais rápido do que  $\varepsilon_2$ , então o valor local de  $\rho' = d\varepsilon_2/d\varepsilon_1$ , diminui. Uma vez que  $\rho'$  atinge zero, uma estrição local pode-se formar.

Frequentemente a geometria da ferramenta propriamente dita poderá induzir a mudanças no plano de carregamento, de forma que as desomogeneidades do material não são necessárias para explicar porque  $d\varepsilon_2/d\varepsilon_1$  diminuem durante uma operação de estampagem. Considerando-se, por exemplo, uma chapa metálica sendo tensionada sobre um punção esférico, figura 8-5.

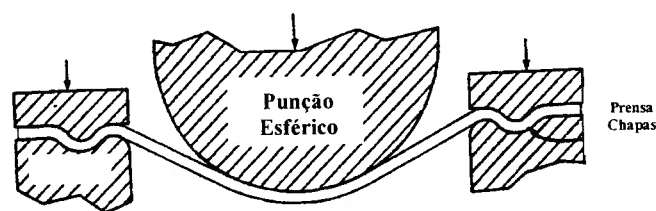


Fig. 8-5: Esquema de um punção esférico tensionando uma chapa.

O flange é travado lateralmente para impedir qualquer movimento deste. Se o atrito entre o punção e a chapa é suficiente para prevenir o movimento desta, as deformações em um elemento se iniciarão uma vez o punção passando a ter contato com este.

Um elemento na secção livre entre a matriz e punção é tensionado bi-axialmente; as deformações ambas seja na direção radial  $\varepsilon_1$  e na direção circunferencial  $\varepsilon_2$ , sendo positivas. Tão logo um elemento tenha contato com esta superfície, a taxa de aumento de  $\varepsilon_2$  será diminuída devido a presença de constrictões por elementos vizinhos ao punção; as deformações radiais  $\varepsilon_1$  não serão por sua vez constringidas. Assim que um elemento tem contato com o punção,  $d\varepsilon_2/d\varepsilon_1 \rightarrow 0$ , de forma que a estrição poderá ocorrer.



Nos testes atuais desta forma, falhas ocorrem por estirções provocadas por deformações planas ao longo do anel do contato do punção, e com baixo atrito então, as posições de não-escorregamento e falha são deslocadas do centro do domo (calota) formada.

### 8.9 Aplicação aos diagramas limite de conformação (*FLD*)

As deformações na região onde a formação de estirção localizada é primeiramente observada,  $\varepsilon_1^*$  e  $\varepsilon_2^*$  podem ser experimentalmente determinados, para carregamentos ao longo de vários níveis. A técnica mais comumente utilizada envolve como já demonstrado a marcação dos círculos na superfície da chapa, com círculos que aqui chamaremos de  $d_0$  na chapa antes da conformação. Durante a conformação, estes círculos serão então distorcidos em elipses, e serão então feitas as medidas da maior  $d_1$  e menor  $d_2$  deformação, após conformação. Estas dimensões podem ser expressas como deformações verdadeiras,  $\varepsilon_1^* = \ln(d_1/d_0)$  e  $\varepsilon_2^* = \ln(d_2/d_0)$  ou deformações de engenharia,  $e_1^* = (d_1 - d_0)/d_0$  e  $e_2^* = (d_2 - d_0)/d_0$ . Os valores para círculos inteiros ou parcialmente na região de estirção são considerados “falhos”, enquanto as deformações nos círculos de um ou mais diâmetros na região longe da estirção são considerados “seguros”, figura 8-6. Plotando-se estas deformações, é possível construir um diagrama limite de conformação, ou curva *FLD*, também às vezes chamado de diagrama *Keeler-Goodwin* [45] [46] [47], (por convenção, serão plotados usualmente deformações de engenharia).

Uma típica curva *FLD* para aços baixo-carbono é mostrado na figura 8-7. A figura 8-8 compara esta curva *FLD* com uma condição teórica para condições de estirção local e difusa.

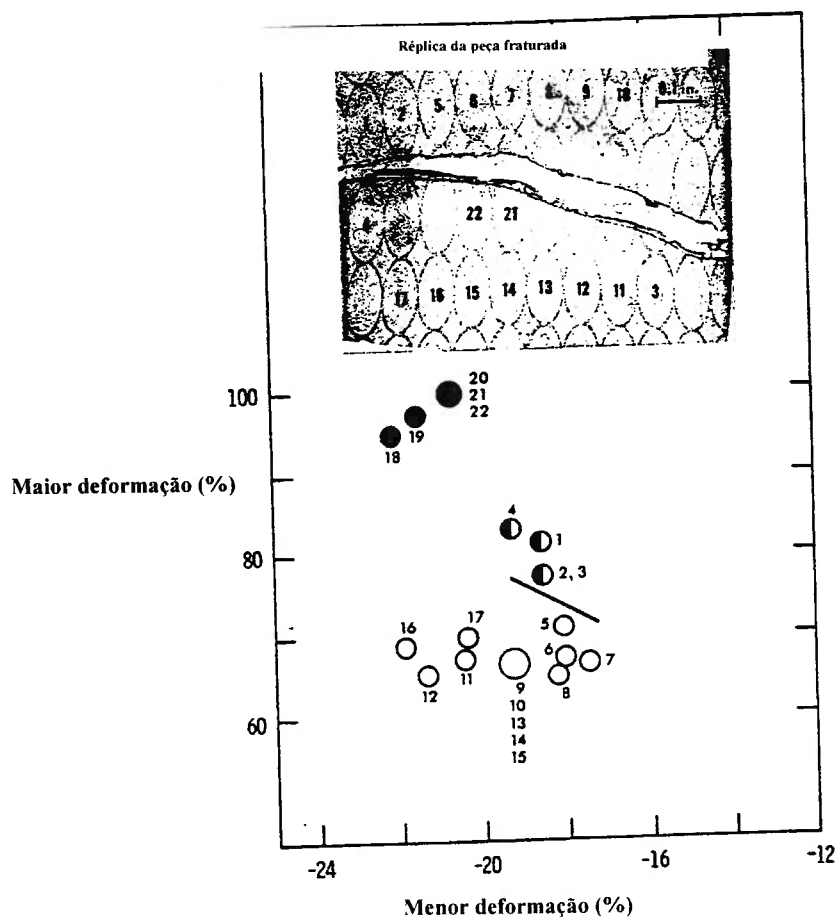


Fig. 8-6: Distorsão dos círculos impressos próximo a uma região de estrição localizada e uma plotagem das deformações destes. Os pontos sólidos são para os círculos os quais a fratura (falha) ocorreu através dos mesmos, os pontos abertos são para os círculos os quais não estão no caminho da fratura, e círculos parcialmente encobertos são para círculos próximos a fratura, segundo S.S. Hecker (1875).

Para valores negativos de  $e_2$  a curva experimental torna-se paralela a curva teórica para estrição localizada. O fato é, que a curva alta indica que os círculos “seguros” estavam em algum lugar onde são afetados pela estrição local na sua vizinhança, ou porque o material tinha uma sensibilidade a taxa de deformação, ou seja, a deformação continua fora da estrição mesmo após esta estrição ter-se iniciado.

O mais baixo valor de  $e_1$  ocorre ou muito próximo ou nas condições do próprio plano de deformações ( $e_2 = 0$ ), ou seja  $e_1$  aumenta com  $e_2$  para tensionamento biaxial.

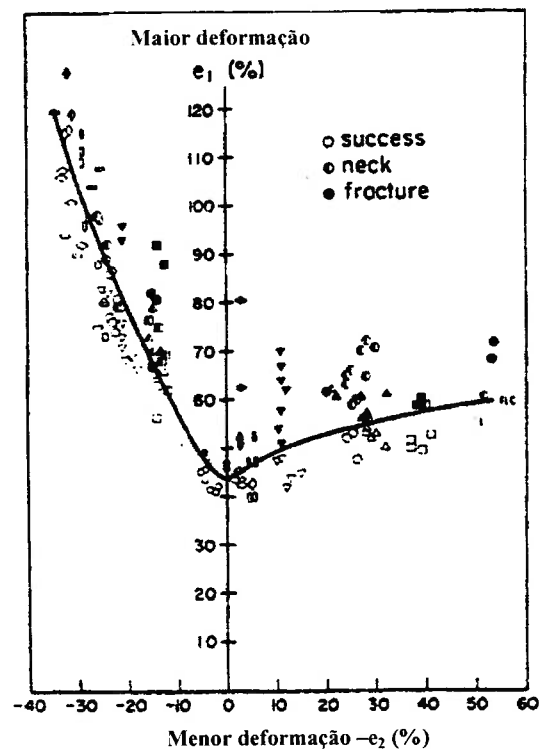


Fig. 8-7: Diagrama Limite de Conformação para um aço baixo-carbono. As deformações abaixo da curva são aceitáveis enquanto aquelas acima desta correspondem a regiões afetadas por estricção local ( S.S. Hecker).

Os diagramas limite de conformação provaram ser muito úteis em diagnosticar atuais e potenciais problemas na conformação de chapas. Chapas pré-marcadas com os círculos de *grid* podem ser formadas em ferramentais protótipos durante try-out ou até em ferramental de série. Falhas devido a deformações locais ou pontos suspeitamente potenciais de problemas podem ser analisados e comparados com a FLD. Isto serve a dois importantes propósitos. Primeiro, potencialmente locais problemáticos podem ser identificados e a severidade destes podem ser avaliadas mesmo quando não ocorre falha. Se as deformações medidas estão próximas a uma curva de falha, algumas falhas de produção podem se dar devido, por exemplo, ao desgaste do ferramental, variações diárias de temperatura, lubrificação, alinhamento da ferramenta ou a variação na espessura da chapa bem como suas propriedades.

A segunda razão para se comparar às deformações medidas na curva FLD, é que a natureza do problema poderá ser identificada. O mais baixo valor de  $e_1^*$  ocorre em deformação plana de forma que se a deformação na região crítica está próxima a uma

deformação plana, mudanças no ferramental ou na lubrificação que induzam a um maior repuxo ou mais tracionamento será então benéfico. Uma melhor condição de lubrificação e menos retenção do flange promovem repuxo do material, enquanto tracionamento puro do material poderá ser aumentado quando utilizado *draw-beads* (ou *esticadores*).

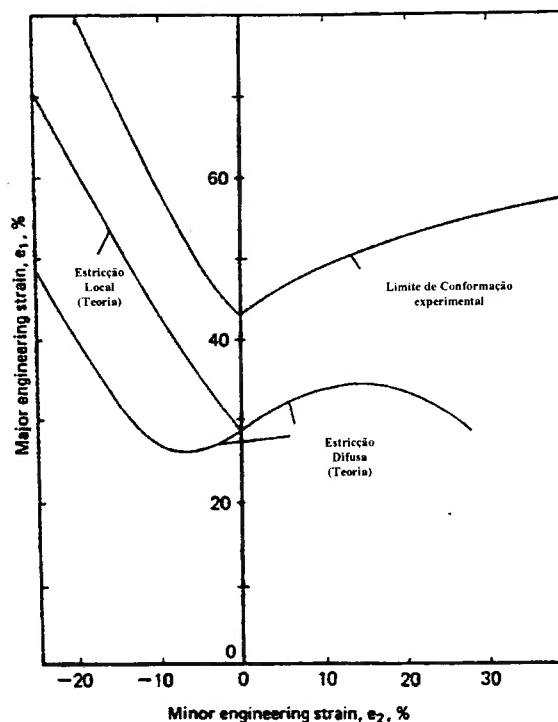


Fig.8-8: Comparação de uma curva experimental FLD na figura 8-7 com as curvas teóricas da figura 8-4, redesenhado conforme as deformações de engenharia, utilizando-se  $n = 0.25$ .

### 8.10 Bibliografia do Capítulo 8

- [42] JOSHI, A. M.; *Strain Studies in Sheet Metal Stamping*; B.E Mechanical, A.M.I. Prod; 2001.
- [43] HOSFORD, W.F.; CADDELL, R.M.; *"Metal Forming – Mechanics and Metallurgy"* ISBN 0-13-588526-4, Prentice Hall, 1993.
- [44] TAYLOR, B.; *"Formability Testing of Sheet Metals"*; ASM Metals Handbook, 9<sup>th</sup> Ed.

- [45] KEELER, S. P.; "Determination of Forming Limits in Automotive Stampings", Sheet Metal Industries -September 1965; pg. 357 a 361 e 364.
- [46] KEELER, S. P.; "Circular grid system – a valuable aid for evaluating sheet metal formability"; Sheet Metal Industries, 45,1968.
- [47] GOODWIN, G. M.; "Application of Strain Analysis to Sheet Metal Forming Problems in the Press Shop"; La Metalurgia Italiana -no. 8 –1968; pg. 767 a 774.
- [48] SWIFT, H. W.; "Plastic Instability under Plane Stress"; Journal of the Mechanical and Physics of Solids -Vol. 1- 1952; pg.1 a 18.
- [49] FUKUI, S.; "The Conical Cup Test Research Group"; Tokyo 1958; pg. 43 a 75.
- [50] NAKAZIMA, K.; KIKUMA, T; KANAME, H.; "Study of the Formability of Sheet Steels"; Yawata Technical Report, September 1968; pg. 141
- [51] GRONOSTAJSKI, J.; DOLNY, A.; "Determination of Forming Limits Curves by means of Marciniak Punch-Memories"; Scientific Revue Metallurgy, Avril 1980; pg. 570 a 578.

## **9. Tribologia nos Processos de Conformação de Chapas Metálicas**

### **9.1 Introdução**

Produtos obtidos através de processos de conformação de chapas metálicas estão em nosso uso diário. Componentes produzidos pelo processo de estampagem já datam de 5000 a.C., quando utensílios “domésticos” ou jóias eram produzidos por estampagem, utilizando-se materiais como ouro, prata e cobre. Comparado com fundição ou com forjamento, peças produzidas a partir de chapas metálicas oferecem vantagens como peso reduzido e formas complexas. Devido ao seu baixo custo, boa resistência e características de conformabilidade, aços baixo-carbono são geralmente utilizados para a confecção de chapas metálicas. Para aplicações na indústria aeroespacial, chapas metálicas constituídas em alumínio ou ligas de titânio podem ser utilizadas no processo de estampagem.

Uma das mais importantes características determinantes e reverentes ao processo de estampagem são os fenômenos ligados ao comportamento tribológico do material. Em definição, o termo “Tribologia” compreende ao comportamento de dois corpos quando em contato entre si. Conseqüentemente, para a melhor compreensão destes fenômenos de interação, fricção (atrito), desgaste e lubrificação deverão ser estudados para compreensão de suas influências significativas na tecnologia e nos fatores econômicos das operações de manufatura.

### **9.2 Comportamento Tribológico**

O comportamento tribológico na conformação de chapas são caracterizados através de baixas velocidades entre ferramenta e peça, velocidades que, se comparado com outros processos de conformação como, por exemplo, forjamento, há por um lado baixa pressão normal superficial, e especialmente em processos de repuxo de chapas, há um grande contato de superfície entre ferramenta e peça [52].

As baixas pressões normais permitem na maioria dos casos, a utilização de lubrificantes líquidos ou pastosos. As baixas velocidades relativas entre ferramenta e peça não são suficientes para que haja a formação de um estado de lubrificação hidrodinâmico entre as mesmas. Com isso, uma condição de lubrificação mista na conformação de chapas metálicas será a melhor condição encontrada.

Em alguns casos podemos ter condições em que, uma parte da superfície de contato entre ferramenta e peça pode ter condições de formar um estado de lubrificação hidrostático. Outra forma de minimizar os efeitos do atrito entre corpos rígidos em contato é a utilização de filmes plásticos sobre as chapas, logicamente quando nenhum outro meio lubrificante é utilizado.

Para a descrição exata do estado físico do modelo de lubrificação mista [53] e para o levantamento dos parâmetros tribológicos como por exemplo, coeficiente de atrito  $\mu$ , modelos teóricos ou experimentais (reais) deverão ser analisados, onde deixam analisar-se em função do mecanismo de atrito em um estado de lubrificação mista, com as suas influências e dependências qualitativas.

Para o caso de atrito misto, fig. 9-1, podemos distinguir na macro-superfície de contato  $A1$  uma micro superfície de contato  $A2$ , com uma outra superfície parcial, as quais possuem as devidas superfícies opostas em contato metálico umas com as outras (atrito entre corpos rígidos), e uma parcela da superfície, ao qual a correspondente oposta, através de uma camada de filme [54][55] lubrificante que separa as mesmas entre si (lubrificação limite), bem como superfícies, as quais ocorrem condições de lubrificação hidrostática.

Variáveis que possuem uma influência grande no valor do coeficiente de atrito são ainda, como um valor de condição, a pressão superficial  $PN$ , a proporção da micro-superfície de contato em toda a superfície de contato (que é determinada pela superfície da ferramenta e do componente) e a tensão de cisalhamento  $\tau_s$  na região limite de lubrificação, que é dependente dos diversos tipos de lubrificantes utilizados.

Nos próximos pontos serão discutidos tópicos sobre o processo de modelagem para levantamento do processo tribológico na conformação de chapas e analisado as forças envolvidas no mesmo, influência da superfície da peça e ferramenta no comportamento do coeficiente de atrito, princípios de adesão e aplicação de lubrificantes ao processo de estampagem.

### 9.3 Descrição matemática do atrito

Para o levantamento das condições de conformação, assim tal como as forças envolvidas em um processo de conformação é necessário ter-se uma exata descrição das condições de atrito matematicamente, a qual descreva o comportamento tribológico entre ferramenta e blank, e, portanto a real condição de transferência de energia. Sob a condição de atrito, entendemos a resistência ao escorregamento entre duas superfícies que deslizam-se entre si tangencialmente.

Então através do valor da tensão de cisalhamento atuante  $\tau_i$ , resultará uma geral condição de tensão de cisalhamento superficial de atrito que chamaremos de  $\tau_R$ .

Segundo a teoria da plasticidade [56][57][58], podemos descrever  $\tau_R$  segundo dois modelos diferentes. Se seguirmos a definição de atrito de *Coloumb*, então a relação entre a força de pressão de contato atuante na direção normal  $F_n$  e a força contrária a direção de movimento que chamaremos de força de atrito  $F_R$ , então definimos através da relação:

$$F_R = \mu \cdot F_n \quad [9-3]$$



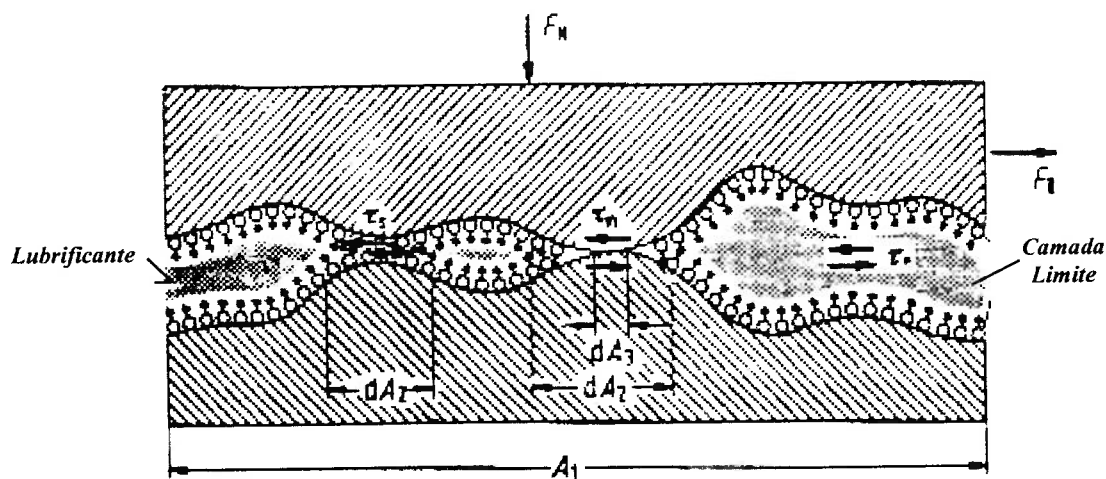


Fig.9-1: Modelo de atrito em condições de lubrificação mista.

Descrevemos como tensões de cisalhamento as interações em locais onde ocorre contato diretamente metálico, que chamamos de  $\tau_m$ , a resistência ao cisalhamento no local onde há lubrificação em condição limite, que chamamos de  $\tau_s$ , a situação onde temos o caso de lubrificação hidrodinâmica, que chamaremos de  $\tau_h$ , e temos ainda a proporção de superfície de contato metálico na micro-superfície com  $\tau_h$  [56].

$$\mu = \frac{F_R}{F_N} = \alpha \rho \frac{\tau_m}{p_N} + (1 - \alpha) \rho \frac{\tau_s}{p_N} + (1 - \rho) \frac{\tau_h}{p_N} \quad [9-1]$$

Em termos gerais, sobre conformação de chapas, como condição geral, a parcela de composição tribológica de atrito entre corpos rígidos (sem lubrificação) e atrito em regiões onde há lubrificação é pequena e, portanto podem ser desconsideradas, temos então a seguinte simplificação:

$$\mu = \rho \frac{\tau_s}{p_N} \quad [9-2]$$

Variáveis que possuem uma influência grande no valor do coeficiente de atrito são ainda, como um valor de condição, a pressão superficial  $PN$ , a proporção da micro-superfície de contato em toda a superfície de contato (que é determinada pela superfície da ferramenta e do componente) e a tensão de cisalhamento  $\tau_s$  na região limite de lubrificação, que é dependente dos diversos tipos de lubrificantes utilizados.

Nos próximos pontos serão discutidos tópicos sobre o processo de modelagem para levantamento do processo tribológico na conformação de chapas e analisado as forças envolvidas no mesmo, influência da superfície da peça e ferramenta no comportamento do coeficiente de atrito, princípios de adesão e aplicação de lubrificantes ao processo de estampagem.

### 9.3 Descrição matemática do atrito

Para o levantamento das condições de conformação, assim tal como as forças envolvidas em um processo de conformação é necessário ter-se uma exata descrição das condições de atrito matematicamente, a qual descreva o comportamento tribológico entre ferramenta e blank, e, portanto a real condição de transferência de energia. Sob a condição de atrito, entendemos a resistência ao escorregamento entre duas superfícies que deslizam-se entre si tangencialmente.

Então através do valor da tensão de cisalhamento atuante  $\tau_i$ , resultará uma geral condição de tensão de cisalhamento superficial de atrito que chamaremos de  $\tau_R$ .

Segundo a teoria da plasticidade [56][57][58], podemos descrever  $\tau_R$  segundo dois modelos diferentes. Se seguirmos a definição de atrito de *Coloumb*, então a relação entre a força de pressão de contato atuante na direção normal  $F_n$  e a força contrária a direção de movimento que chamaremos de força de atrito  $F_R$ , então definimos através da relação:

$$F_R = \mu \cdot F_n \quad [9-3]$$

O fator de proporcionalidade, também conhecido como coeficiente de atrito  $\mu$ , é em geral na maioria dos casos dependente da condição de atrito da superfície e é visto como sendo um fator constante. Novas pesquisas mostram, entretanto, que o valor do coeficiente de atrito depende muito da superfície correspondente de atrito, assim como a geometria da superfície de contato, bem como outros fatores de influência, tais como pressão, velocidade de deslocamento, temperatura. A condição de tensão de cisalhamento local referente ao atrito  $\tau_R$ , então com a ajuda do coeficiente de atrito, poderá assim ser escrita:

$$\tau_R = \mu \cdot \sigma_n \quad [9-4]$$

Se as tensões normais de contato  $\sigma_n$  forem pequenas em relação a tensão de escoamento  $k_f$ , por exemplo, em estampagem o contato entre prensa-chapas e flange da peça, diminui  $\tau_R$  com  $\mu$  linearmente com  $\sigma_n$ , [57] figura 9-2, e então  $\mu$  assume um valor constante. Se então o valor da tensão de cisalhamento de atrito igual ao limite de escoamento máximo (limite)  $k$  de seu par de atrito correspondente, então podemos escrever para a máxima condição de atrito:

$$\mu_{\max} = \frac{k}{\sigma_n} \quad [9-5]$$

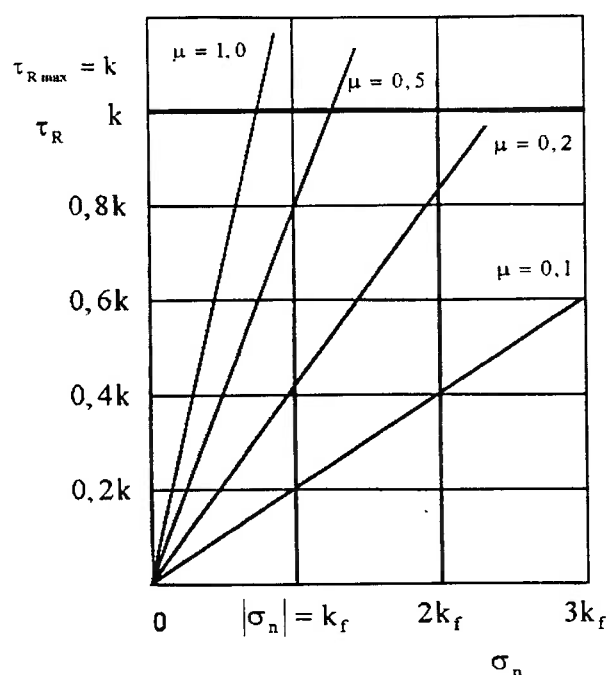


Fig. 9-2: Dependência da tensão de cisalhamento de atrito em função da tensão normal  $\sigma_n$ .

Então para cada tensão normal  $\sigma_n$  existe um correspondente  $\mu_{\max}$  referente, que depende do valor de  $\sigma_n$  e de  $k$ . Entretanto, enquanto  $k$  for o limite de escoamento e este não for alcançado (região elástica  $0 < \sigma_n < k_f$ ), reduzindo-se  $\mu_{\max}$  hiperbolicamente com crescente tensão normal  $\sigma_n$ , teremos:

$$\square \text{ Segundo Tresca: } k = k_f / 2 \quad [9-6]$$

$$\square \text{ Segundo von Mises: } k = k_f / \sqrt{3} \quad [9-7]$$

Se  $\sigma_n$  alcançar o valor da tensão de escoamento  $k_f$ , então teremos para a região plástica:

$$\square \text{ Segundo Tresca: } \mu_{\max} = 0,5 \quad [9-8]$$

$$\square \text{ Segundo von Mises: } \mu_{\max} = 1/\sqrt{3} = 0,577 \quad [9-9]$$

Se a tensão de escoamento  $k_f$  permanecer na região do regime plástico em função de crescente  $\sigma_n$  constante, então teremos a dependência do máximo valor do coeficiente de atrito correspondente. Diminui-se  $k_f$  com reduzida tensão normal, como por exemplo, devido a influência do aumento da temperatura, então cai-se o valor máximo do coeficiente de atrito correspondente [57]. Aumenta a tensão de escoamento ao mesmo valor como a tensão normal, então o coeficiente de atrito permanecerá constante, figura 9-3.

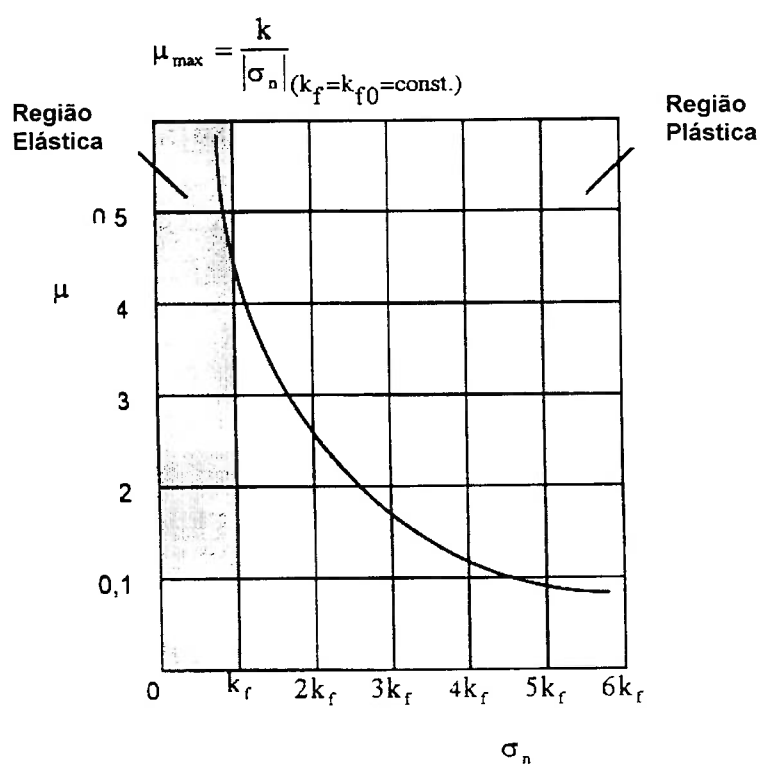


Fig. 9-3: Dependência do valor máximo de atrito  $\mu_{\max}$  em função da tensão normal  $\sigma_n$ .

Pode ser dito de uma forma geral, que para cada etapa ou operação do processo de estampagem, nos quais atuam tensões de compressão entre ferramental e chapa, nas superfícies de atrito onde a tensão normal é maior do que a tensão de cisalhamento entre as superfícies, de tal forma que neste caso o maior valor do coeficiente de atrito será de 0,5 para *Tresca* e até 0,577 para o critério de *von Mises*.

As tensões normais principais ocorrem aqui para um ângulo de  $\pm 45^\circ$  em relação a  $\sigma_n$  e respectivamente a tensão de cisalhamento  $\tau_R$ . Este estado é freqüentemente chamado de caso limite de atrito.

Uma outra forma de verificar esta teoria é, considerando-se a tensão de cisalhamento de atrito  $\tau_R$  com a tensão de escoamento  $k$  de um certo material, comportando-se segundo a relação:

$$\tau_i = \tau_R = m \cdot k \quad [9-10]$$

o fator de proporcionalidade  $m$  será aqui utilizado para diferenciar-se de  $\mu$  como fator de atrito. Pode-se tomar valores de  $0 \leq m \leq 1$ , onde para  $m=0$  corresponderia um caso livre de atrito e para  $m=1$  o caso onde o atrito encontra seu limite. A tabela 1 mostra de que forma ambos os modelos para  $\mu$  e para  $m$  podem descrever os diversos estados de lubrificação na interação da superfície chapa-ferramental [57].

São dados inclusive condições de contorno constantes para o caso onde as superfícies tanto da ferramenta como da peça sejam consideradas grosseiras e sem lubrificação. Neste caso, não há escorregamento, apenas cisalhamento no material com o limite de escoamento  $\tau_i = k$  (tabela 1, caso A, ou seja, há travamento entre as superfícies). O ponto fraco dos modelos de atrito mostra-se aqui em uma redução de  $\mu$  para com o aumento correspondente da pressão normal  $\sigma_n$ , onde:

$$\mu = \frac{k}{\sigma_n} \quad [9-11]$$

onde para o caso de  $\sigma_n = k_f$ , temos  $\mu = \mu_{\max} = 0,5$  (*Tresca*) e respectivamente 0,577 (*von Mises*); onde se  $\sigma_n > k_f$  então temos o menor valor para  $\mu$ , de forma que o estado de atrito físico não altera-se.

Da mesma forma, pode então um fator de atrito constante ou de proporcionalidade  $m$  ser utilizado para a descrição de uma certa condição de atrito, quando um material a ser estampado com um certo limite de escoamento  $\tau_s$  é trazido a linha de contato da ferramenta rígida, onde (caso de atrito de corpos rígidos, caso B a tabela 1):

$$\tau_s = \tau_i = m \cdot k \quad [9-12]$$

Então se  $m < 1$ , tendo o limite de escoamento para o material definido como  $k$  constante, então temos o caso onde para uma  $\sigma_n$  que aumenta, temos então um  $\mu$  que reduz-se. Neste caso ainda não há nenhuma relação física entre  $\tau_i$  e  $k$ .

Se alterarmos o material da peça para um com valores de tensão de escoamento  $k$  muito maiores, enquanto  $\tau_s$  permanece eventualmente constante, então  $m$  deve reduzir-se.

Para metais com camadas de recobrimento, estes sempre são correlacionados com lubrificantes (sejam estes sólidos ou não). Para esta condição de atrito, então o comportamento do lubrificante é muito mais importante do que o comportamento das camadas sobre o material base da chapa. Este estado de lubrificação não corresponde ao caso B na tabela, mas sim correlaciona com o caso do comportamento dos lubrificantes nos casos C, D ou E na tabela 1.

Se a resistência ao cisalhamento  $\tau_s$  é dada como uma função da pressão normal  $\sigma_n$  ( $\tau_s = \alpha \sigma_n$ ) tal como no caso C representando o limite de atrito, então  $m$  não terá nenhum significado. O estado de atrito então seria descrito melhor através de uma adequada tensão de cisalhamento  $\tau_s$ .

Estado de atrito e lubrificação → Modelo de atrito ↓	(Caso A) Condição de Travamento $\tau_R = k$	(Caso B) Atrito de corpo rígido com camada de recobrimento $\tau_S < k$ $\tau_R = \tau_S = \text{const.}$	(Caso C) Atrito de corpos rígidos $\tau_R = \tau_S \approx \sigma_n$	(Caso D) Lubrificação Mista $\tau_R$ variável	(Caso E) Lubrificação Hidrodinâmica $\tau_R \approx \eta v$
Coef. de atrito $\mu = \frac{\tau_R}{\sigma_n}$	$\frac{k}{\sigma_n}$ $(\sigma_n \uparrow, \mu \downarrow)$	$\frac{\tau_R}{\sigma_n}$ $(\sigma_n \uparrow, \mu \downarrow)$	$\frac{\tau_S(\sigma_n)}{\sigma_n} \approx \text{const}$	$\frac{f(\sigma_n)}{\sigma_n}$	$\frac{\eta v}{\sigma_n} = \text{const}$
Fator de Atrito $m = \frac{\tau_R}{k}$	$\frac{k}{k} = 1$ = constante	$\frac{\tau_S}{k} < 1$ = constante	$\frac{\tau_S}{k}$ = variável	$\frac{\tau_R}{k}$ = variável	$\frac{\eta v}{k}$ = variável

Tabela 2: Propriedades para os modelos de atrito em função de  $\mu$  e de  $m$  para descrição dos estados de lubrificação.

Para condições de lubrificação mistas, toma-se para a descrição do atrito melhor o coeficiente  $\mu$ , que leva em consideração a tensão normal local. O valor de  $\mu$  pode ser levantado experimentalmente como em alguns métodos tais como *Wojtowicz* [1955], *Reihle* [1959], *Fukui* [1963], *Littlewood e Wallace* [1965], *Kassuga* [1968], *Gibson* [1974], *Nine* [1978], *Witthüser* [1980], *Woska* [1982] e *Reissner* [1983]. Para o aumento de  $\tau_R$ , por exemplo, para uma falha de lubrificação, aumenta-se então também o valor de  $\sigma_n$ , quando não proporcionalmente. O valor de  $\mu$  pode para esta condição de lubrificação mista aumentar com o também aumento da pressão superficial local, reduzir-se ou permanecer constante, de acordo com os limites de lubrificação de cada caso.

Lubrificação hidrodinâmica será melhor descrita através de  $\mu$ , pois leva este em consideração todos os fatores tais como viscosidade do lubrificante, velocidade de escorregamento  $v$  e pressão superficial  $p$ . Entretanto o valor de  $m$  por sua vez não é recomendado, pois neste estado de lubrificação não há uma grande influência do limite de escoamento do par de atrito para o material menos resistente (no caso a chapa), e portanto no caso a pressão superficial  $p > k_f$  deverá ser levada em consideração.



#### 9.4 O Atrito e a sua modelagem em elementos finitos

Podemos segundo a descrição abaixo propor para um caso geral, uma expressão que defina tensão a tensão de cisalhamento por atrito  $\tau_R$  segundo a forma [59] [60]:

$$\tau_R = -\alpha(\Delta_V, \sigma_n) \frac{\Delta_V}{|\Delta_V|} \quad [9-13]$$

onde  $\Delta_V$  é a diferença da velocidade tangencial entre ferramenta e a peça e  $\alpha$  é a função de  $\Delta_V$  e  $\sigma_n$  é a tensão normal, a qual deverá ser positiva quando ocorrer contato (e nula se não houver contato).

Em geral,  $\tau_R$  é meramente introduzida na expressão do princípio do trabalho virtual (veja apêndice 3, tópicos [3.6] e [3.9.2]) como um componente prescrito do vetor de tensões nas condições de  $\partial\Omega^f$  em contato com as ferramentas. A outra parte de  $\partial\Omega^f$  destas condições poderão vir a corresponder a um vetor de tensões externas de carga  $T^d$ . Para qualquer campo de velocidades virtuais  $V^*$ , a equação resultante poderá ser escrita como:

$$\int_{\Omega} \sigma : \dot{\epsilon} dV - \int_{\partial\Omega^f} T^d \cdot V^* dS - \int_{\partial\Omega^f} \alpha(\Delta_V, \sigma_n) \frac{\Delta_V}{|\Delta_V|} \cdot V^* dS = 0 \quad [9-14]$$

A questão mais difícil aqui é a introdução do valor de  $\sigma_n$ , o qual requer de fato uma solução global do problema. Entretanto, o tensor de tensões é geralmente obtido após discretização e resolução numérica do problema de elementos finitos por pós-processamento.

Três métodos podem ser utilizados:

- a) Quando o método do multiplicador de Lagrange é utilizado e o parâmetro  $\lambda^c$  é substituído por  $\sigma_n$ ;
- b) Quando um esquema iterativo é utilizado para computar a velocidade (ou os deslocamentos), a tensão normal introduzida na lei de atrito corresponde ao valor obtido na interação prévia;
- c) Mesmo um simples algoritmo faz uso da tensão normal computada do incremento prévio.

É correto lembrar que, quando um processo estacionário é computado diretamente, apenas os métodos (a) e (b) poderão ser utilizados diretamente. Em um caso particular, o qual é bastante conveniente para aplicações práticas, é quando a tensão de cisalhamento por atrito não depende da tensão normal:

$$\tau_R = -\alpha(\Delta_V) \frac{\Delta_V}{|\Delta_V|} \quad [9-15]$$

Para o atrito isotrópico, a equação [9-15] pode outra vez ser simplificada, então teremos:

$$\tau_R = -\alpha(|\Delta_V|) \frac{\Delta_V}{|\Delta_V|} \quad [9-9]$$

E como o último termo na equação [9-14], o qual então se tornará:

$$\int_{\partial\Omega'} \alpha(|\Delta_V|) \frac{\Delta_V}{|\Delta_V|} \cdot \mathcal{V}^* dS \quad [9-17]$$

## 9.5 Bibliografia do capítulo 9

- [52] BLAICH, M.; DANNENMANN, E. MÖSSLE, E.: "Tribologie der Blechumformung":
- [53] LANGE, K: Umformtechnik – Handbuch für Industrie und Wissenschaft, Spring Verlag, Berlin 1990;
- [54] HEATH, A.N. "Rechnerisches Simulation von Kontakt und Reibung beim tiefziehen mit PAM-STAMP" ESI Beitrag zum EFB Kolloquium, Março 1993, Schwabenhalle, Fellbach bei Stuttgart;
- [55] LARSEN-BASSE, J., "Basic theory of solid friction": ASM Metais Handbook, Friction, Lubrication and Wear Technology, v.19, 9 ed., 1992, pp. 27 32;
- [56] HUTCHINGS, J. M., "Tribology : Friction and wear materials": Edward Arnold, 1992;
- [57] RABINOWICZ, E.. "Friction and wear of materials": Ed. John Wiley, New York - EUA, 1965;
- [58] STAEVES, J.; FILZEK, J.; SCHMOECKEL, D.: "Surface Qualification in the sheet metal domain": SHEMEET'98, Enschede, The Netherlands;
- [59] WAGONER, R.H.; CHENOT, J.L.: "Fundamentals of Metal Forming": Wiley, New York, 1997;
- [60] WAGONER, R.H.; CHENOT, J.L.: "Metal Forming Analysis". Cambridge University Press, 2001.

## 10. Caso de aplicação Industrial

### 10.1 Aplicação da simulação de estampagem no desenvolvimento de um painel lateral interno traseiro de um veículo

Este capítulo tem por finalidade a demonstração prática da aplicação das simulações de estampagem, demonstrando seu poder e seu valor no desenvolvimento de peças com geometria complexas para a aplicação em carrocerias automotivas. Nos dias de hoje, engenheiros de desenvolvimento de carrocerias, em sintonia com as tendências globais de novos materiais (principalmente os aços de alta resistência) e de novas formas construtivas, desenvolvem cada vez mais componentes onde a sua extrema leveza em função da sua alta resistência é considerado uma grande vantagem competitiva em relação à concorrência (construções denominadas de *Ultralight* ou *Ultraleves*). Cabe então aos engenheiros de processos de manufatura a árdua tarefa de desenvolver maior de fabricar tais componentes. Cada vez mais estes criam painéis com formas geométricas complexas, irregulares e singulares, de forma que cada vez menos teremos sobreposição de peças, ou seja, componentes no futuro serão construídos de uma forma única, havendo cada vez menos a necessidade da montagem de conjuntos soldados, *Projeto ULSAB (1994)*. Para se ter uma idéia disso, a Daimler-Chrysler, quando do lançamento do modelo E-Classe no ano de 1984, este dispunha de mais de 800 peças estampadas na sua carroceria. Com o lançamento do modelo E-Classe de 1994, este número reduziu-se para algo em torno de 400 peças, ou seja, praticamente a sua metade, diminuindo-se o peso e aumentando não só a rigidez estrutural desta carroceria, bem como melhorando a performance em impacto deste veículo, tornando-se na época o melhor de sua categoria.

Hoje há uma forte tendência na direção de cada vez mais se fabricar componentes onde o número de operações é reduzido (ou redução no número de ferramentas, no caso das peças estampadas), de forma a reduzir-se os custos e melhorar o tempo de fabricação, diminuindo assim a necessidade de máquinas para a estampagem, menor custo na fabricação de ferramentas (sem contar o menor tempo na construção destas) e redução nos custos com a logística de transporte destes componentes.

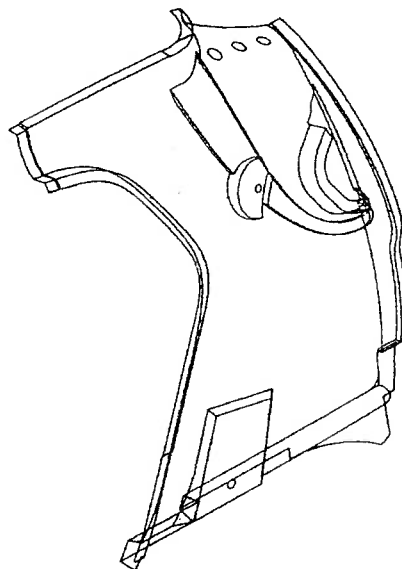
Porém, para que tal demanda por tais componentes sejam atendidas com os custos dentro do planejado, há uma forte necessidade do emprego de suporte computacional desde a elaboração do projeto (*CAD*) figura 10-1, simulações (*CAE*) e da fabricação destas, ou seja, da geração de superfícies usinadas em *CAM* (capítulo 1).

Para demonstrar a como tais simulações em *CAE* podem ser poderosas como ferramenta de suporte aos engenheiros, será demonstrado aqui as fases de desenvolvimento de um painel lateral interno traseiro de um veículo, na prática uma das mais complexas peças da estrutura da carroceria, de forma que todas as fases de simulação deste serão demonstradas, até a aprovação do conceito e do projeto deste ferramental para a construção (usinagem em *CAM*).

Será demonstrado para um complexo componente (figura 10-1 e 10-2) como através do suporte computacional e das técnicas até aqui apresentadas, podemos realizar simulações confiáveis, para definirmos as condições de projeto não só do componente, mas também do ferramental de estampagem, principalmente da operação de repuxo. Para tal, será realizado uma primeira simulação (chamaremos aqui de *Simulação 1*) para esta primeira operação, onde dois modelos distintos serão apresentados, um contemplando o fechamento do prensa-chapas e um segundo onde temos a situação onde o prensa-chapas encontra-se fechado, e o punção parte em direção ao *blank*, onde poderemos avaliar as condições que se encontra este e os resultados obtidos. Ambos os modelos são dependentes um ao outro, já que estamparemos este componente em uma prensa de dupla ação, e esta questão deve ser considerada nas simulações.

Apartir destes então, tome-se uma série de caminhos e utiliza-se de algumas ferramentas de avaliação disponíveis no Software, de forma a avaliar-se as condições do componente após a sua estampagem (curva *FLD*), trabalhando-se de forma a encontrar soluções que possam ser aplicadas de forma a obter-se o componente com os requisitos de qualidade de se deseja.

Adiante, para esta primeira simulação, é verificado que somente uma região deste componente será crítica, e portanto caberá ao engenheiro de *CAE*, juntamente com os engenheiros de manufatura, a definição de propostas técnicas a fim de se otimizar os resultados obtidos. Outras simulações com novas propostas para esta região crítica serão executadas, (*Simulação 2*) até a obtenção de resultados condizentes com os requerimentos de qualidade esperados. As técnicas empregadas, a definição da modelagem e a comparação dos resultados obtidos serão demonstrados neste capítulo, bem como será apresentado um formato de apresentação destes resultados a comunidade técnica da empresa, de forma a se estabelecer uma melhor compreensão destes.



---

Fig 10-1: Painel lateral interno traseiro – Considerado um componente de geometria complexa

Através desta simulação, engenheiros terão respostas a respeito do conceito do componente, bem como do ferramental projetado, tais como (capítulo 1):

- Formação da geometria do componente e comportamento da geometria da platina (ou *blank*) no ferramental;
- distribuição da espessura no componente;
- Estimar parâmetros tais como força de repuxo e força de prensa-chapa, bem como dados aos ferramenteiros para o ajuste inicial deste ferramental (chamado *try-out*);
- Formação de rugas e a possível formação de trincas (ou até estimar a ruptura).

## 10.2 Desenvolvimento da superfície do ferramental

A superfície do ferramental foi toda desenvolvida em *CATIA* a partir da disponibilização da superfície geométrica do painel lateral interno traseiro unitário pela engenharia de produto, apresentando-se este na forma de 2500 elementos geométricos, disponíveis em formato *VDA* (figura 10-2).

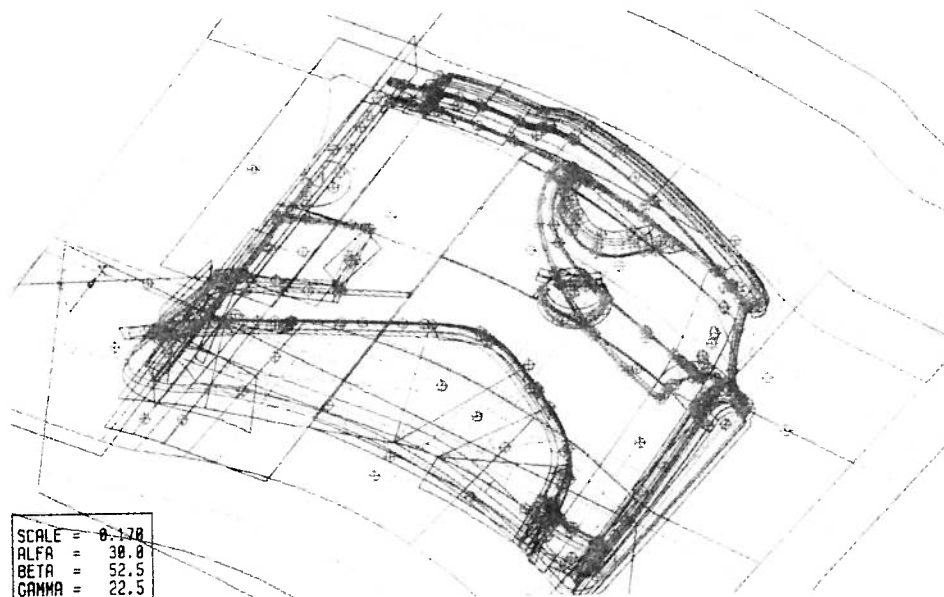


Fig 10-2: Dados geométricos em CATIA - Painel lateral interno peça unitária

Estes dados foram disponibilizados aos engenheiros de processos de manufatura, de forma a iniciar-se os trabalhos de definição dos conceitos do ferramental para a fabricação deste componente, ou seja, a elaboração do chamado plano de métodos.

Para esta peça, fora definido uma ferramenta de repuxo para a execução da primeira operação, onde os planos de posição da peça sobre a superfície do ferramental (em relação ao sistema de coordenadas construtivas da ferramenta) são:

- Plano  $X-Y$   $7,76^\circ$
- Plano  $X-Z$   $0^\circ$
- Plano  $Y-Z$   $10,53^\circ$

Tal posicionamento é necessário devido ao desafio técnico de produzir-se esta peça em menos operações e também pelo fato desta possuir um repuxo na sua parte posterior (ver detalhe da figura 10-1 e 10-2), cuja função definida pelo departamento de estilo foi a de servir como alojamento do conjunto da lanterna traseira deste veículo. Portanto grande parte da definição destes planos de repuxo no ferramental deve-se a esta questão. Este repuxo, como será demonstrado adiante, será a região aqui denominada crítica para a fabricação deste componente, e o trabalho dos engenheiros ficará na questão da otimização desta.

Um total de 5 operações (corte do *blank*, primeiro repuxo, flangeamento, corte e calibragem) foram previstas para a fabricação deste componente, sendo aqui neste trabalho apresentado somente os resultados da operação 20, ou seja, do primeiro repuxo da peça. Adiante será demonstrado que praticamente todo sucesso na conformação deste componente tem sua origem nesta operação.



A ferramenta de repuxo (que agora chamaremos de operação 20) possui um prensa-chapas em todo seu contorno, definido pela geometria desta e definido também pela posição de repuxo, o qual será acionado por uma prensa de dupla ação. Na figura 10-3 podemos ver a definição em *CAD* da superfície deste prensa-chapas no volume total da ferramenta.

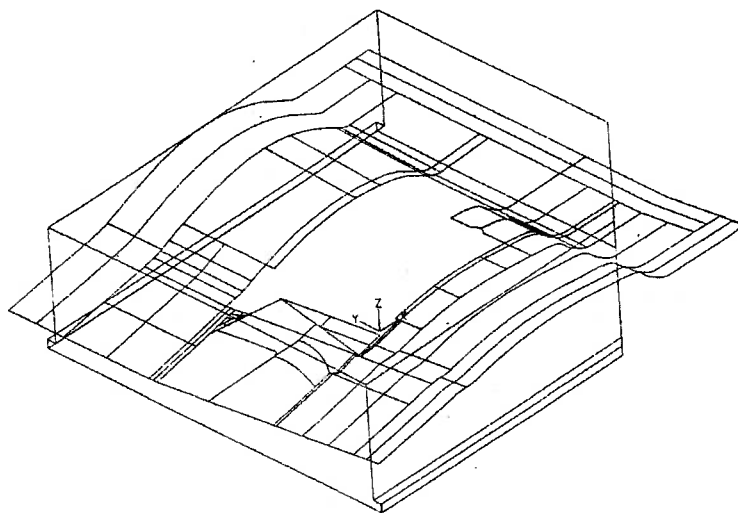


Fig 10-3: Definição do prensa-chapas no volume total da ferramenta da operação 20 conforme definição da geometria da peça.

A ferramenta possui ainda dimensões totais de (*cxlxa*) 950 x 1200 x 600 *mm* e é projetado seu peso total em 3350 *Kg*.

Apartir da definição da geometria do prensa-chapas para a operação 20, parte-se para a definição da geometria do punção e da matriz para esta operação, onde podemos ver na figura 10-4 a definição desta baseado também no plano de repuxo da peça. Optou-se por construir o punção desta ferramenta com o seu núcleo na região onde se encontra o repuxo mais profundo com um inserto metálico (região do alojamento da lanterna), de forma que este possa ser substituído em caso de quebra ou desgaste prematuro, sem o comprometimento do restante da ferramenta.

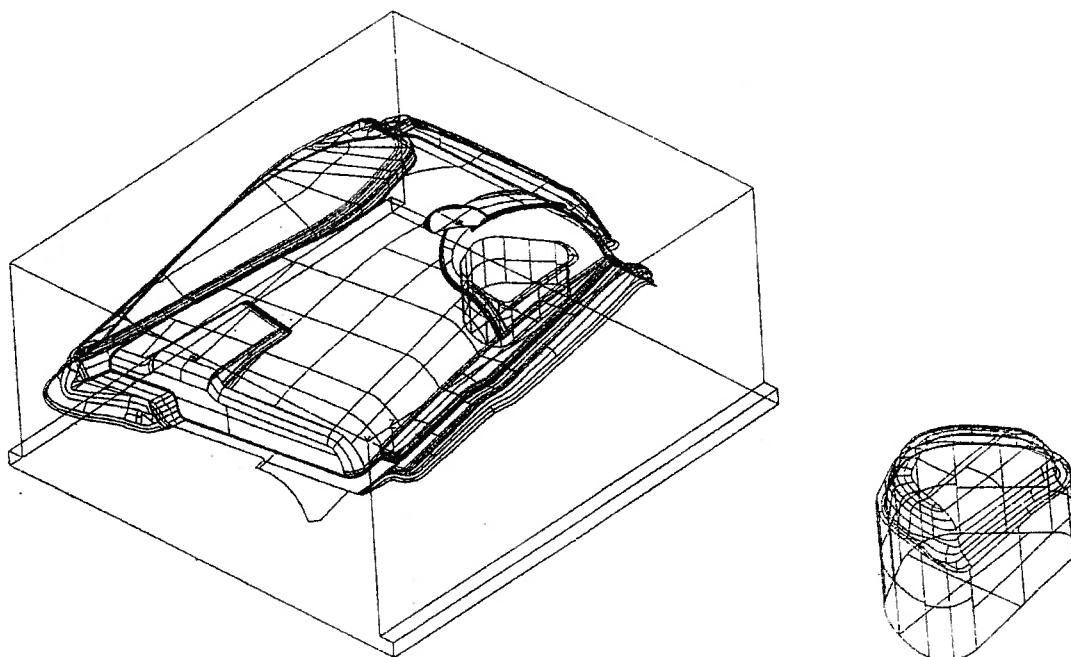


Fig 10-4: Definição da geometria do punção no volume total da ferramenta da operação 20 conforme definição da geometria da peça. No detalhe, inserto do repuxo na região do alojamento da lanterna.

### 10.3 Definição da geometria e do material da platina

Para este componente, fora definido uma platina retangular com dimensões 760 x 1010 *mm*, onde o material definido pela engenharia de produto a ser empregado é o *St1405*. A superfície da chapa é com acabamento zincado eletrolítico, sendo a camada deste definida em 7,5  $\mu\text{m}$ , portanto teremos zinco como sendo o lubrificante (sólido) utilizado para a realização desta operação 20.

Na tabela 2 os valores das propriedades materiais utilizados na simulação são relatados e reproduzidos.

<u>Propriedades</u>	<u>Material St1405</u>
<i>Espessura [mm]</i>	1,00
<i>Módulo de Elasticidade E [Gpa]</i>	210
<i><math>\nu</math> Coeficiente de Poisson</i>	0,30
<i><math>\varepsilon_0</math> Deformação pré-existente (*1)</i>	0,0073
<i>n Coeficiente de Encruamento</i>	0,264
<i>Coeficientes de Lankford (R)</i>	
<i>P</i>	1,8
<i>Q</i>	1,5
<i>R</i>	2,3
<i><math>\mu</math> Coeficiente de atrito</i>	0,10
<i>K Constante Plástica de Resistência [KN/mm<sup>2</sup>]</i>	0,5673
<i>Peso da peça acabada estimada [Kg]</i>	3,49

Tabela 2 - Propriedade do material utilizado

Observação (\*1): Valores médios obtidos das curvas  $\sigma = K(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n$  ou  $Y = K(\varepsilon_0 + \varepsilon_{plástico})^n$ .

Para esta simulação, o valor do coeficiente de atrito  $\mu$  foi considerado constante. Como o material aqui apresentado possui uma estrutura *ccc*, foi definido que para a execução desta simulação seria utilizado o critério de Hill 1948 com 3 valores de P, Q e R para Ortotropia. Este critério é definido no Software *PAM-STAMP* como MATERIAL\_TYPE\_107, onde o material é considerado isotrópico elástico, porém pode exibir anisotropia (ortotropia) plástica nas direções transversais (normal) e nas direções planares, como no caso de chapas laminadas. Para os coeficientes de Hill, os efeitos da anisotropia podem ser expressas por via da função de escoamento plástico, dado por:

$$f(\sigma) = \left[ \frac{(G+H)\sigma_{11}^2 + (F+H)\sigma_{22}^2 - 2H\sigma_{11}\sigma_{22} + 2N\sigma_{12}^2}{2} \right]^{1/2} \quad [10-1]$$

Onde  $G$ ,  $F$ ,  $H$  e  $N$  são os quatro coeficientes de *Hill*. Para os cálculos numéricos, somente os coeficientes  $G$ ,  $F$  e  $N$  devem ser introduzidos, partindo-se do suposto que  $H = 2 - G$ . Mais informações sobre os critérios de escoamento aqui utilizado podem se verificadas no capítulo 07.

Também utilizando-se os coeficientes de *Lankford*, a função do escoamento torna-se:

$$f(\sigma) = \left[ \frac{P\sigma_{11}^2 + R\sigma_{22}^2 + PR(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (2Q+1)(P+R)\sigma_{12}^2}{P(R+1)} \right]^{1/2} \quad [10-2]$$

onde  $P$ ,  $Q$  e  $R$  são os coeficientes de Lankford. Em chapas de aço laminadas,  $P$ ,  $Q$  e  $R$  caracterizam os efeitos da laminação nestas chapas em ângulos de  $90^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $0^\circ$  respectivamente, em relação a direção principal de laminação.

O programa PAM-STAMP automaticamente transforma os coeficientes especificados (*Lankford*) nos coeficientes de *Hill*, através das seguintes formulas:

$$G = \frac{2}{1+R} \quad [10-3]$$

$$F = \frac{2R}{P(1+R)} \quad [10-4]$$

$$N = \frac{(2Q+1)(P+R)}{P(1+R)} \quad [10-5]$$

#### 10.4 Definição para modelagem do material da ferramenta

A ferramenta foi definida como sendo um corpo rígido (punção, matriz e prensa-chapas). Para corpos rígidos, entrada de dados para este material é dada por MATERIAL\_TYPE\_100, que também é chamado de material zero para elementos de casca. O material zero é uma forma econômica e conveniente para modelação de superfícies de contato quando as forças internas e as deformações destas não são de interesse. Para esta definição, basta apenas definir quais elementos terão a definição na entrada da base de dados como MATERIAL\_TYPE\_100, e declarar este conjunto de elementos como corpos rígidos. Também não é necessário declarar todos os nós correspondentes aos quais estes elementos estão conectados. A vantagem de utilizar

estes elementos é que as forças internas não serão calculadas, salvando assim com isso tempo de processamento computacional.

## 10.5 Modelagem MEF e condições da primeira simulação

### 10.5.1 Modelo Fase 1 – Fechamento do prensa-chapas

Apartir da geometria definida, tomando-se esta como referência, um primeiro modelo será construído. Para a simulação da operação 20, tomou-se esta em dois diferentes modelos, onde primeiramente um modelo do prensa-chapas deslocando-se para o fechamento com a matriz e com o blank, que chamaremos de primeira simulação, fase 1 e um segundo modelo, onde se considerando o prensa-chapas fechado em relação a matriz, que chamaremos em primeira simulação, fase 2, onde o punção, agora introduzido, parte em direção ao blank, finalizando-se assim a operação 20. A figura 10-5 representa o modelo em malha de EF na condição inicial.

Na construção da malha do ferramental, fora utilizado o gerador de malha automático *Hypermesh* e importado ao pré-processador *PAM-GENERIS* do software *PAM-STAMP*, e para a definição da malha do *blank*, foram utilizados recursos do próprio pré-processador *PAM-GENERIS*.

Para fins de representação, a figura 10-5 foi explodida (o mesmo para a figura 10-6), de forma a representar melhor o modelo da malha de *EF*. Na realidade, este modelo foi calculado levando-se em conta uma distância total a ser percorrida pelo prensa-chapas de *240 mm*, a considerar-se do ponto de contato do prensa-chapas com o blank, até o fechamento total deste com a superfície de contato da matriz (atingindo sua força máxima de fechamento).

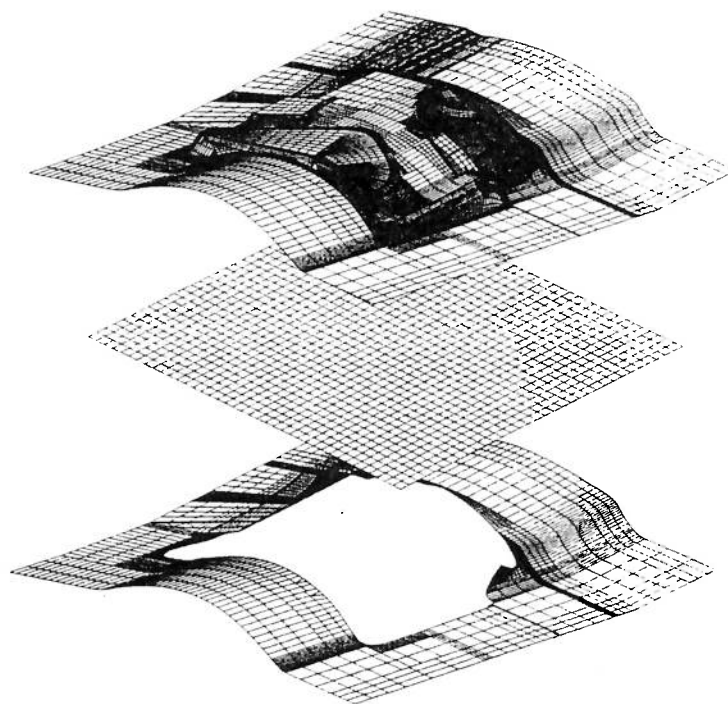


Fig 10-5: Representação do modelo da primeira simulação – Fase 1. Modelagem do prensa-chapas em fechamento com a matriz .

Foram utilizados elementos de casca 4 nós tipo *BELYTSCHKO-TSAY* na definição desta malha, tanto para o ferramental (corpo rígido) como para a platina (*blank*). Os dados referentes à construção desta malha podem ser verificados na tabela 3. Na verdade, se verificarmos esta tabela, podemos notar que para este modelo na 1ª simulação, fase 1, há uma alteração durante o processamento da quantidade de elementos desta. Esta técnica chama-se “*Adaptive-Mesh*”, ou adaptação de malha de *EF*, e pode ser verificado mais detalhes no Apêndice A. Esta técnica é de extrema importância para salvar tempo computacional e adaptar as necessidades de cálculo (precisão dos resultados) somente nas áreas que necessitam de maior definição de malha (ou refino de malha) no ponto certo do deslocamento do punção ou do prensa-chapas, salvando tempo de processamento computacional. Neste ítem, fica uma contribuição deste trabalho, demonstrando que esta técnica é totalmente viável quanto a aplicação adaptativa de malha, somente no instante onde esta mostra-se necessária.

Parte-se de um modelo de malha de *EF* para o *blank* com 1287 elementos. e dentre os 240 mm de curso, para os 20 mm finais de curso o *adaptive-mesh* entra em ação. refinando-se a malha para um total de 20592 elementos. Vale lembrar que para a fase 2 da primeira simulação, onde será incorporado ao modelo da fase 1 o punção, o *blank* refinado com 20592 elementos será utilizado.

Para o processamento deste modelo da fase 1, utilizou-se uma Estação de Trabalho “Workstation” HP720 um tempo de processamento total de 4 horas aproximadamente (em *elapsed time* ou tempo real de processamento), com um modelo de 60 Mb.

Para os elementos de casca tipo *BELYTSCHKO-TSAY* deste modelo foram utilizados os critérios de *Controle de Hourglass* para os modelos:

- Hourglass *modo-w*: 0.01 até 0.05
- Hourglass *modo-q*: 0.01 até 0.05

Informações sobre o *Controle de Hourglass* pode ser obtida no Apêndice A. O controle deste por parte do usuário previne uma série de possíveis erros que poderão ocorrer ao longo do tempo de processamento, eliminando-se assim variáveis que possam levar a erros durante o processamento dos dados, visto que os tempos computacionais são elevados, podendo causar prejuízos de tempo na obtenção dos resultados.

### 10.5.2 Modelo Fase 2 – Deslocamento do punção

Após ter sido finalizado o processamento da fase 1, é introduzido no pré-processador *PAM-GENERIS* o modelo em *EF* do punção, que terá agora um curso total de 200 mm até o seu fechamento por completo. Na figura 10-6a podemos ver representado o modelo de *EF* para a fase 2.

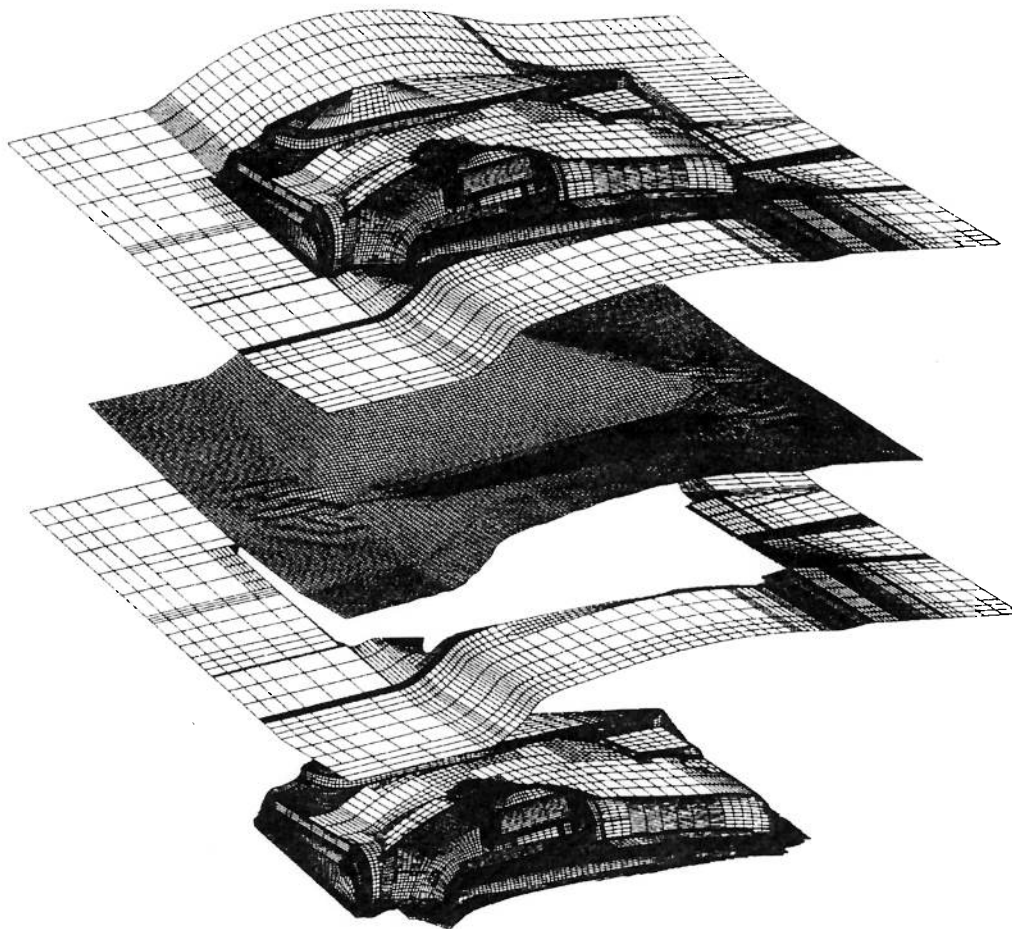


Fig 10-6: Representação do modelo da primeira simulação – Fase 2. Modelagem do punção em fechamento com a matriz

A base de dados para a partida do modelo fase 2 será a saída de dados gerado pelo processamento do modelo da fase 1. Este segundo modelo entra com a base de dados da platina já deformada pela ação do prensa-chapas, com o blank discretizado em *adaptive-mesh* com um total de 20592 elementos neste estágio da simulação. Para este processamento, nas mesmas condições do modelo anterior da 1 fase, levou-se 6 horas para o processamento total das informações, a fim de se obter todos os resultados esperados para esta primeira simulação, gerando um modelo de 92 Mb. De uma forma geral, a figura 10-7 demonstra o total de elementos utilizados na discretização do modelo da ferramenta para a primeira simulação da operação 20, com o devido tempo de processamento por quantidade de elementos discretizados.



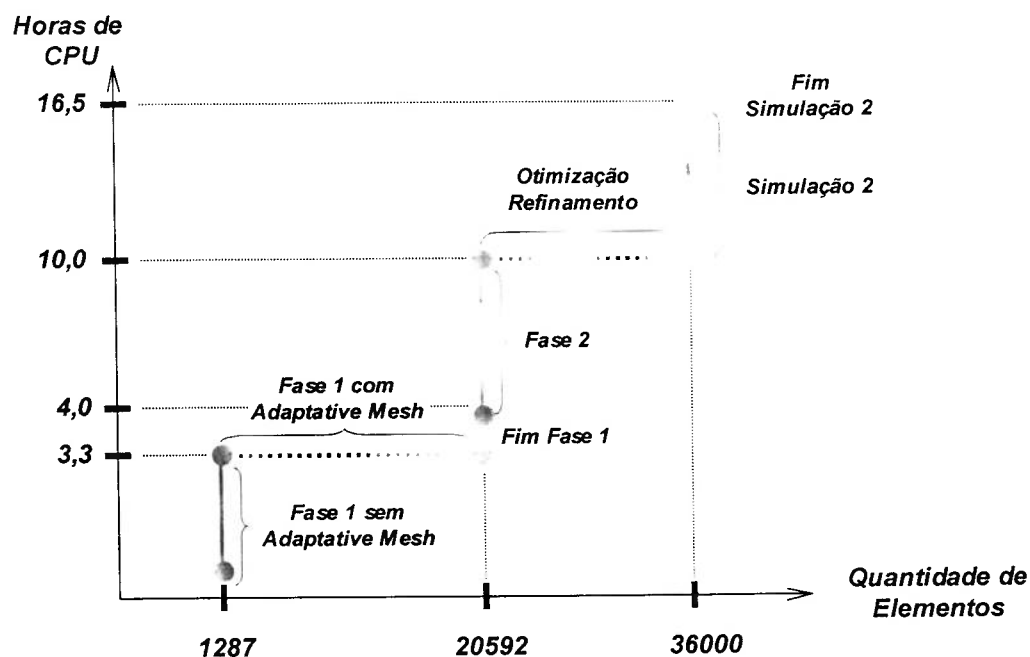


Figura 10-7: Resumo das quantidades de elementos finitos utilizados na malha da discretização do modelo da operação 20 – Primeira simulação, fases 1 e 2, com os respectivos tempos de processamento (CPU).

### 10.5.3 Condições de contorno para a Simulação 1

#### 10.5.3.1 Velocidades de deslocamentos do punção e prensa-chapas

Devido ao algoritmo de solução dinâmico condicionalmente estável (referência apêndice A), soluções explícitas e implícitas dinâmicas) apresentado nas soluções pelo software PAM-STAMP, as velocidades e deslocamentos destes modelos podem ser calculados em intervalos discretos. O tamanho do incremento de tempo (*time step*) depende do menor tempo em que ondas de tensões elásticas propaguem-se entre dois pontos de um modelo discreto (na verdade a velocidade de propagação do som no meio material). Modelos de EF de ferramentas de conformação ou de impacto veicular (crash testes) possuem na sua grande maioria incrementos de tempo na ordem de um microsegundo. Por exemplo, um modelo de impacto veicular de 100 ms de tempo de simulação poderá ter até 100.000 incrementos de tempo para a sua solução.

Para este caso da simulação da operação 20 do lateral interno, de forma que tenhamos êxito neste cálculo, ou seja, para que possamos aplicar eficientemente uma formulação explícita dinâmica a este processo de estampagem, o qual possui uma relativa velocidade baixa de movimento seja do prensa-chapas, ou seja, do punção, precisamos aumentar substancialmente a velocidade do punção (ou do prensa chapas), utilizando-se de fatores os quais possam suprir os efeitos da inércia da massa da chapa movimentando-se no interior da ferramenta, de forma que isso não interfira nos resultados da simulação. Estudos têm demonstrado que o punção poderá atingir velocidades de 15 até 20  $m/s$  antes do efeito de inércia ter influência sobre os resultados da estampagem.

Uma forma de se conduzir simulações de estampagem é elevar-se à velocidade do punção em um fator muitas vezes maior do que a velocidade real de processo, para que apenas a velocidade seja o fator dependente da simulação a ser calculado, baseado na velocidade real do punção.

Outro meio simples de reduzir-se os indesejáveis efeitos da inércia é aplicar cargas e velocidades a simulação não de repente, mas seguindo uma curva em rampa, de forma a reduzir-se à resposta em alta frequência do conjunto ferramenta e *blank*.

Para a simulação 1, fases 1 e 2, definimos que iremos aumentar a velocidade do prensa-chapas e punção respectivamente, de modo a suprimos o efeito de inércia. Para a fase 1, de modo ao prensa-chapas percorrer os 240 mm de curso, a ESI (*Engineering Software International*, desenvolvedor do *PAM-STAMP*) recomenda que a velocidade do prensa-chapas na simulação seja de 2,0  $m/s$ , o que confere a fase 1 o tempo de 150  $ms$  ( 148,999985  $ms$ ) de tempo de simulação. Para o modelo fase 2, o punção percorrerá um curso de 200  $mm$  com uma velocidade de 10,0  $m/s$  em um tempo total de simulação de aproximadamente 20  $ms$  (21,749739  $ms$ ).

Para a entrada destes dados na simulação, o programa permite que seja construído um gráfico com a função de velocidade em função do tempo de simulação. Na figura 10-8 podemos visualizar os gráficos para a entrada destes dados.

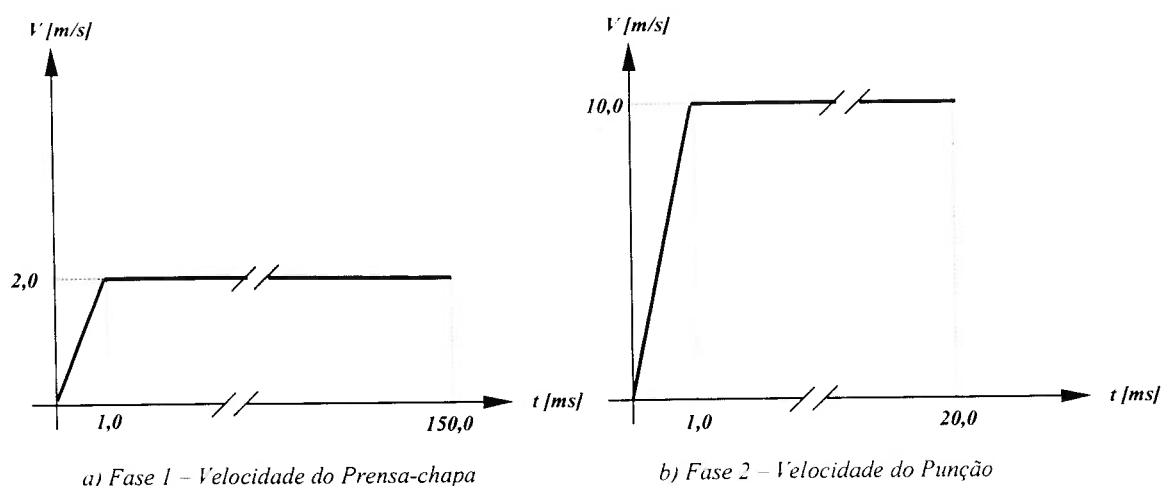


Fig. 10-8: Representação gráfica da base de dados para velocidade do punção em função do tempo de simulação.

### 10.5.3.2 Definição de vetor normal e contato

Para a definição de contato entre os componentes do modelo (prensa-chapas, blank, matriz e punção), as normais de cada elemento deverão ser cheçadas e orientadas todas na mesma direção, de modo que não haja desequilíbrio no sistema. Quando da utilização de software geradores automáticos para a malha de EF (como neste caso), dependendo da complexibilidade da geometria da superfície da ferramenta, pode haver uma desorientação de alguns dos elementos, que deverão ser ajustados com a utilização de recursos disponíveis no pré-processador. Uma vez ajustados estes, é necessário a definição dos contatos entre os componentes, ou seja, definir quem é "master" (mestre) e quem será slave (escravo), conforme a definição no Apêndice A. Para este caso, fora recomendado um contato do tipo "master-slave" definido como sendo um contato chamado segmento-à-segmeneto, próprio para configurações de estampagem, chamado na entrada de dados de CONTACT\_TYPE\_13. Este contato utiliza um algoritmo de busca como demonstrado no Apêndice A para detectar

penetrações dos nós “escravos” contra segmentos “mestres”, e simetricamente de nós “mestres” contra segmentos “escravos”. Todas as interfaces deslizantes entre si são baseadas na formulação de “*Penalty*” (ou penalidade), onde interpenetrações geométricas entre as faces de contato são penalizadas por forças contrárias, que são na sua essência proporcionais a profundidade de penetração destes.

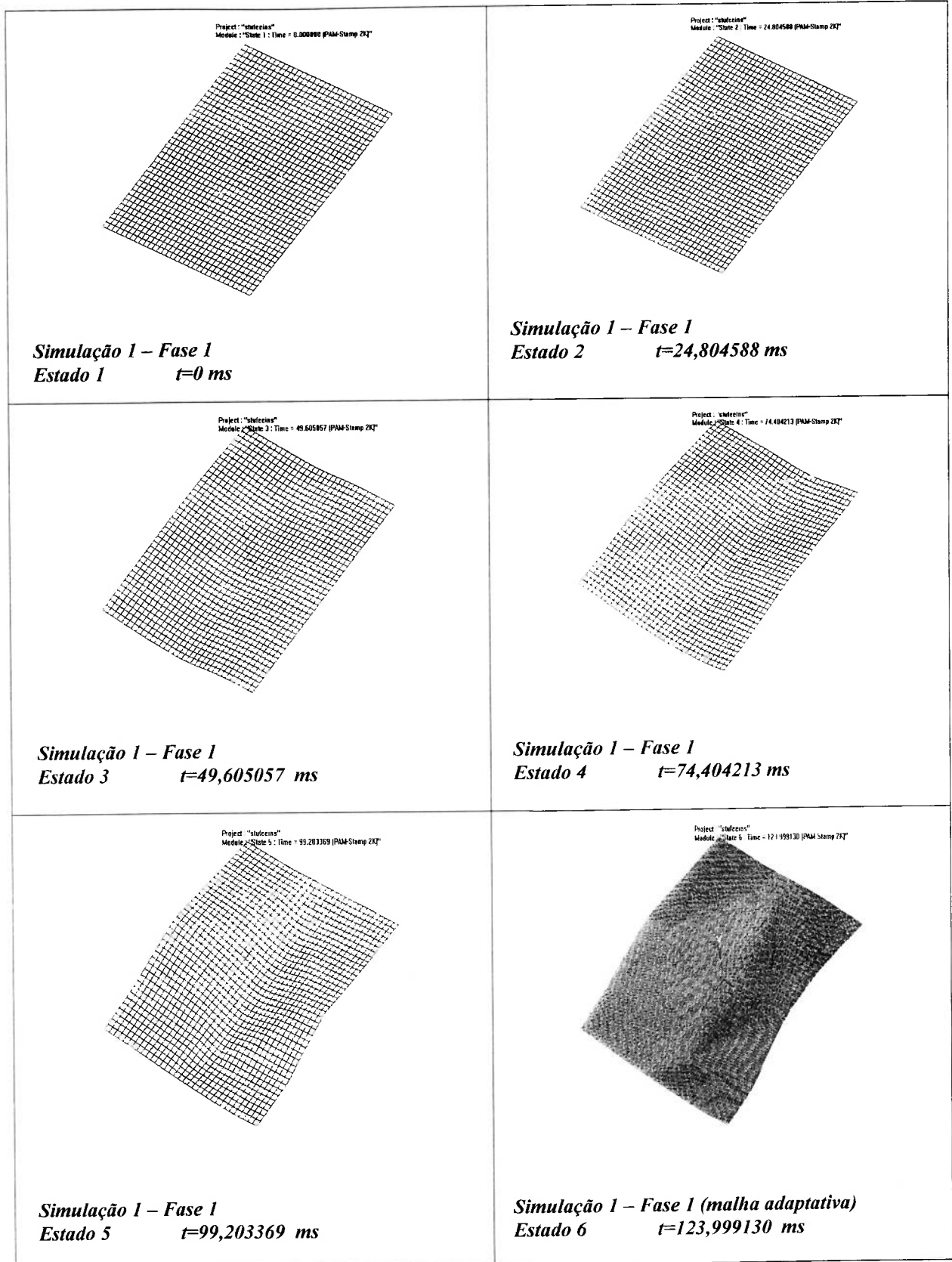
Ainda na definição de contato, atrito segundo a formulação de *Coulomb* é definido para todas as interfaces, onde pela natureza da cobertura da chapa do *blank* (zinco eletrolítico), admite-se o valor de  $\mu = 0,10$  (referência no capítulo 9).

## 10.6 Apresentação dos resultados para a primeira simulação

### 10.6.1 Resultados da simulação da fase 1

Na figura 10-9a podemos ver o primeiro resultado do comportamento do *blank* após o fechamento do prensa-chapa na simulação da fase 1. Nesta figura, para efeito de representação, o prensa-chapas fora deslocado da sua posição original, (que neste ponto da simulação seria fechado junto à superfície da matriz) podendo-se verificar a forma geométrica resultante para o *blank*, que servirá de ponto de partida para a simulação da fase 2 (inclusive nesta figura pode-se verificar a presença do punção, adicionado ao modelo).

Nas figuras 10-9a estão os 7 estados da fase 1. Na figura 10-9b estão assinalados três pontos avaliados desta geometria, que indicam a formação prematura de rugas nestas posições. Para estes pontos, pode-se implementar esticadores na geometria do prensa-chapas, ou aqui poderemos trabalhar com a pressão no prensa-chapas.



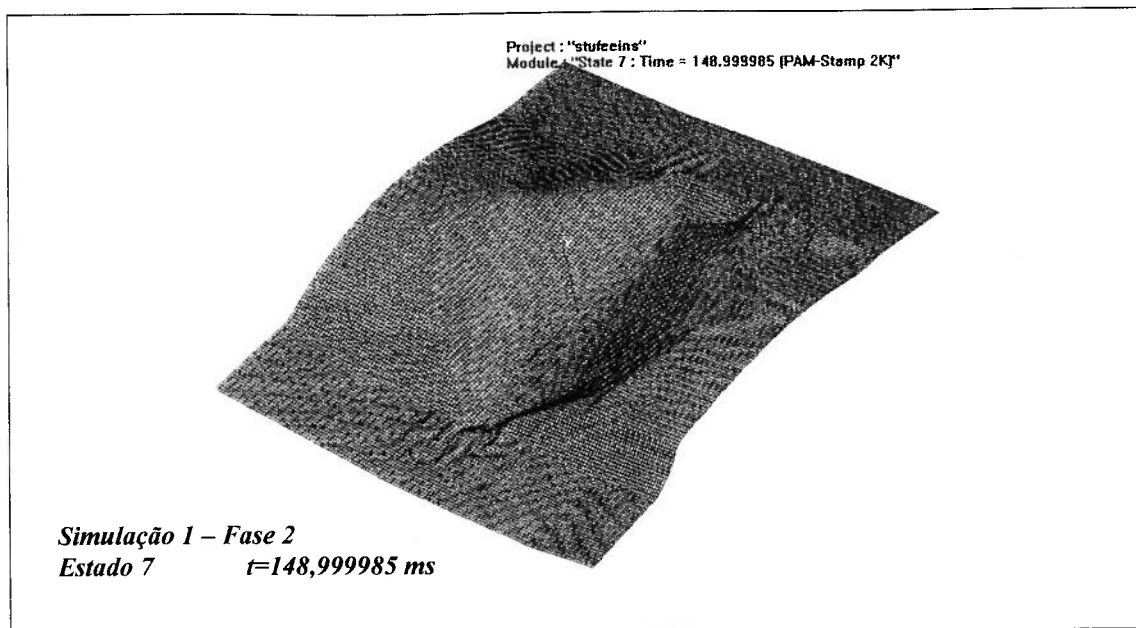


Fig. 10-9a: Resultado da simulação 1, fase 1, onde estão representados os estágios de conformação do componente para o fechamento do prensa-chapas.

Esta é uma outra grande vantagem da aplicação das simulações, pois parâmetros de máquina (*set-up*'s) podem ser aferidos e otimizados com as simulações.

Outro ponto aqui verificado é que pela geometria resultante do *blank* para a partida do punção na direção do repuxo, esta vai totalmente em desencontro com o deslocamento deste, ou seja, sua forma desfavorece a conformação da peça. O punção deve primeiramente vencer a resistência oferecida pela chapa de forma a colocar esta na direção do repuxo, para depois prosseguir no estiramento desta, gerando a forma desejada. Ou seja, já se verifica de saída que se deve novamente estudar a forma de balanceamento da peça no plano da ferramenta, de forma a se tentar minimizar este efeito com o *blank* após o fechamento do prensa-chapas.

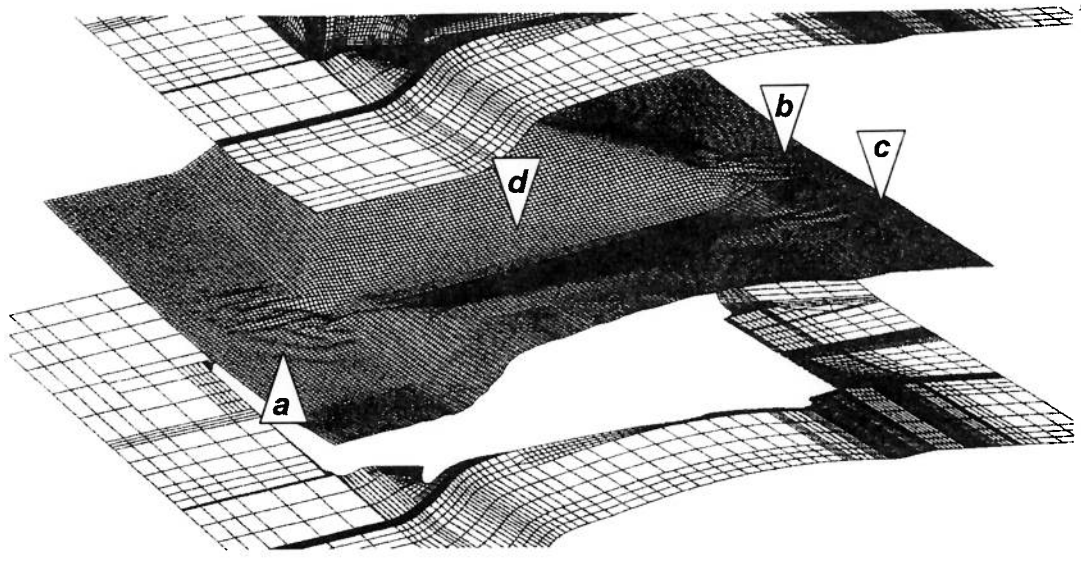
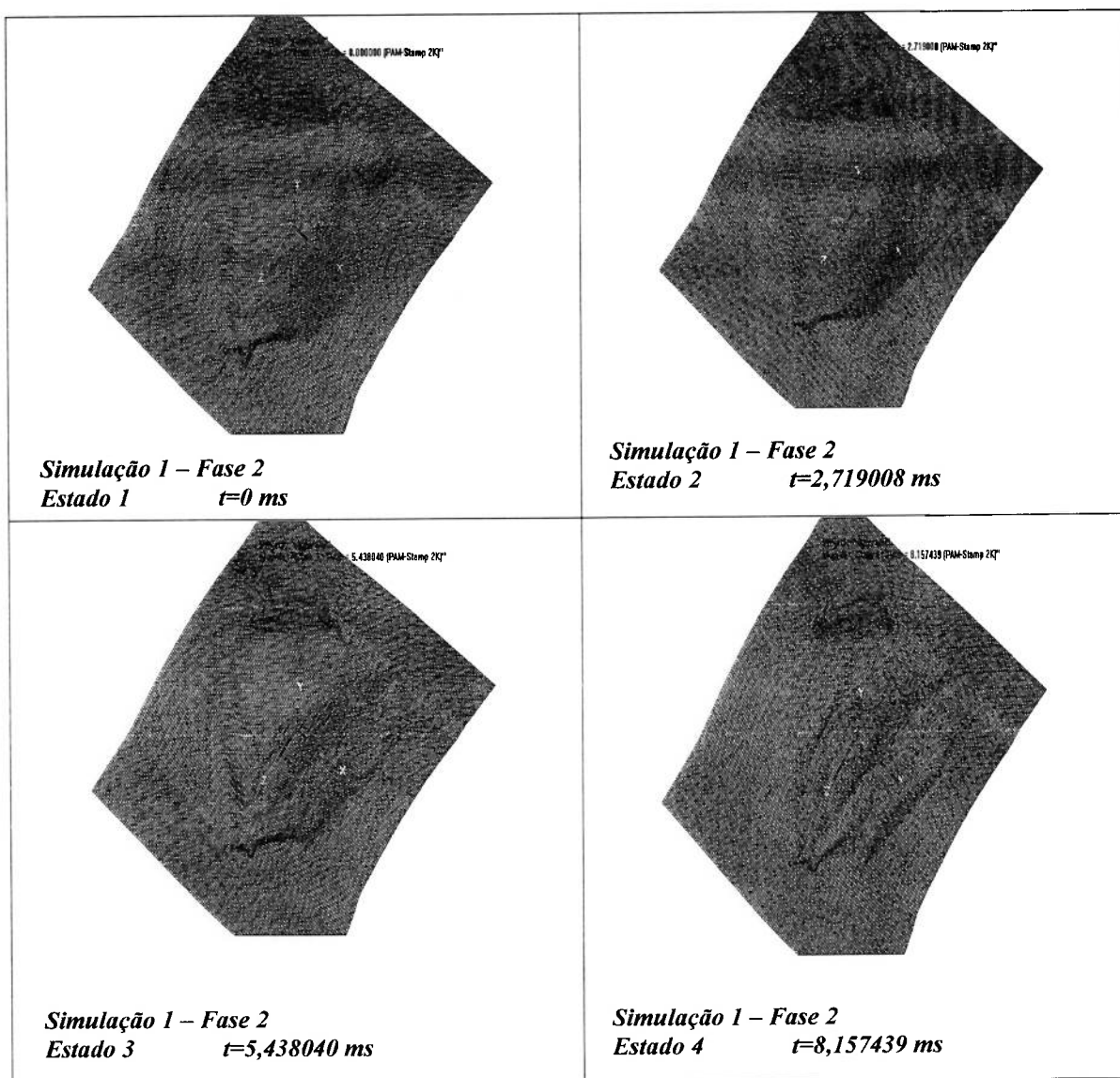


Fig. 10-9b: Resultado da simulação 1. fase I estado 7: Pontos *a*, *b* e *c* mostram regiões de formação de rugas no blank e região *d*, onde a geometria resultante vai de encontro a direção de deslocamento do punção.

### 10.6.2 Resultados da simulação da fase 2

Após a performance da simulação 1, fase 2, temos então o primeiro resultado da conformação da peça, ou seja, da geração da superfície desta. Na figura 10-9c abaixo, podemos verificar a geometria final da malha desta simulação (que chamaremos de estágio 7) onde partindo-se do estágio 1 (fechamento do prensa-chapas), chega-se a esta geometria final, no estágio 7, determinados automaticamente pelo programa PAM-STAMP.





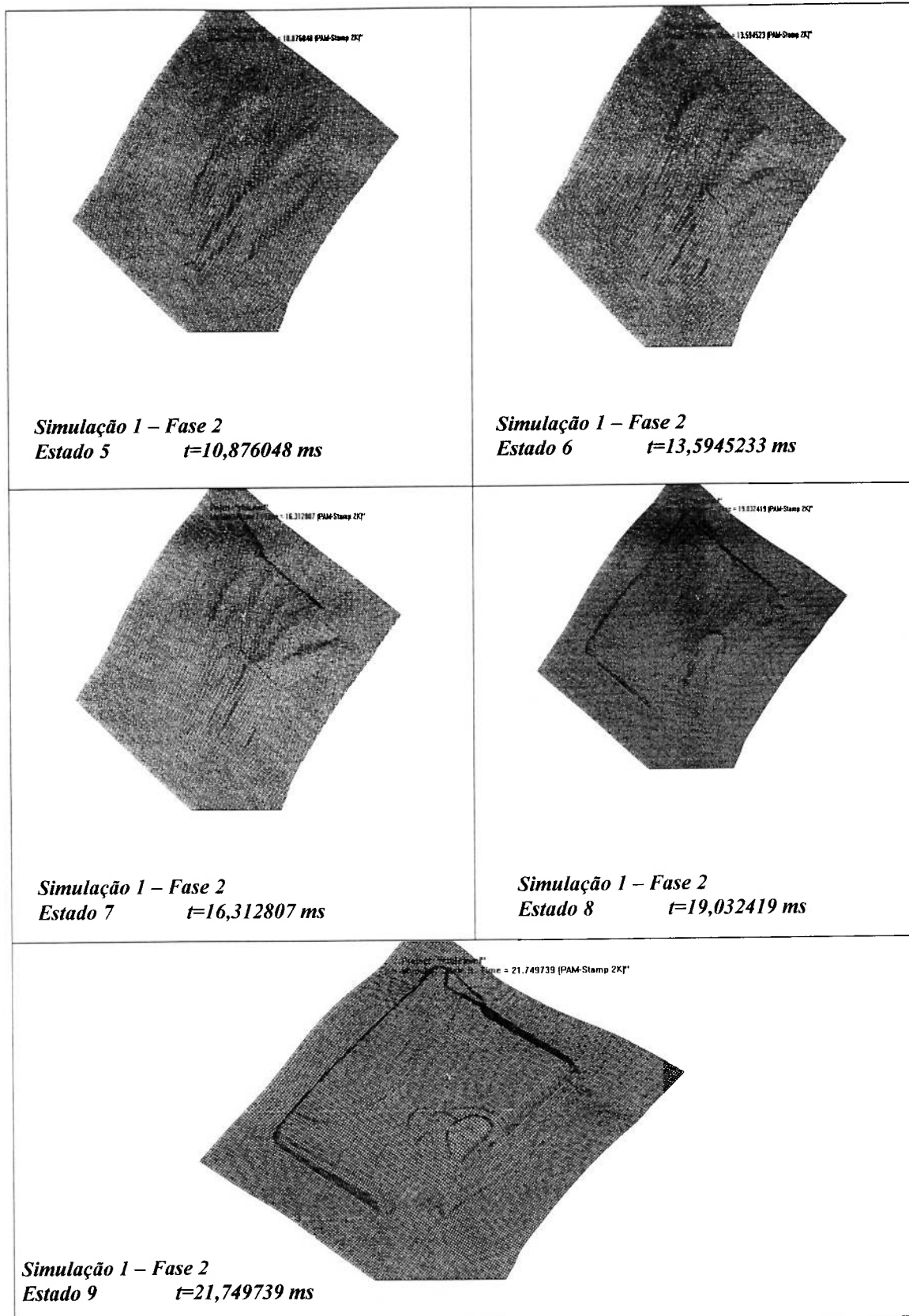


Fig. 10-9c: Resultado da simulação 1, fase 2, onde estão representados estágios de conformação do componente.

Por motivos de representação, nos estágios acima da figura 10-9c optou-se por mostrar a região de maior criticidade (como era esperado), de forma a mostrar com mais detalhamento esta. Na figura 10-10 a seguir, podemos verificar como e porque tomamos esta decisão, pois nesta figura, verificamos a geometria do componente completa (estágio 9) em sua representação de distribuição de espessuras. O critério para aceitação deste componente baseia-se no fato de não se permitir que se tenha mais de 30% de redução da espessura nominal do componente. Na representação, verificamos que na sua quase totalidade temos espessuras (partindo de uma espessura de 1,0 *mm* como base) dentro destes limites de tolerâncias, porém exatamente na região do repuxo do alojamento da lanterna, tem-se o ponto mais crítico, que extrapola estes limites, chegando à ruptura da chapa. Estes resultados podem ser comparados com a peça experimental repuxada no ferramental de baixa produção construído para a produção de componentes protótipos e verificação dos conceitos de conformabilidade para este componente, como a comparação da figura 10-11.

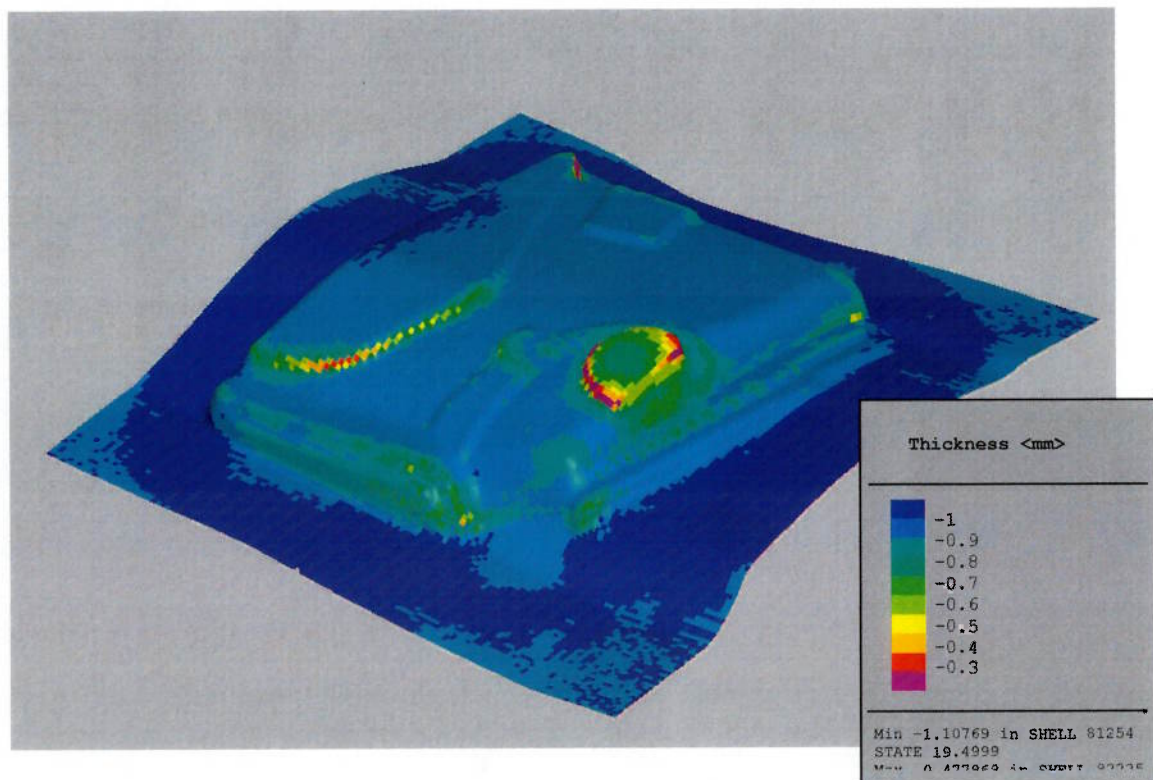


Fig. 10-10: Resultado comparativo da peça para o estágio 7 na distribuição de espessuras ao longo da superfície do componente.



Fig. 10-11: Apresentação da peça estampada (protótipo) em ferramental de baixa produção com a simulação, resultados obtidos equivalente ao estágio 7 da simulação. Observa-se as semelhanças de comportamento com a região do alojamento da lanterna e com a região inferior da porta.

Na região inferior próximo ao ponto de início da soleira do veículo e na periferia do contorno da porta também nota-se um pequeno ponto onde há uma região em vermelho, demonstrando que há também uma quebra de critério nestes pontos, que também pode ser notado pela comparação com a geometria da peça protótipo,

apresentada na figura 10-11. Porém a situação na região do repuxo do alojamento é nitidamente mais crítica.

Também na figura 10-12a podemos ver no detalhe, a região do alojamento, onde em comparação com a peça protótipo, temos a mesma tendência de extrema redução de espessura, podendo vir à mesma a romper (critério de falha), provocando o que chamamos de “tearing”, ou rompimento, que provoca o dano a partir de uma certa região que se rompe, criando a fratura ou rompimento tal como na peça da figura 10-11. Este critério poderá ser demonstrado através da curva *FLD*, tal como no capítulo 8, que para este caso será adiante verificado.

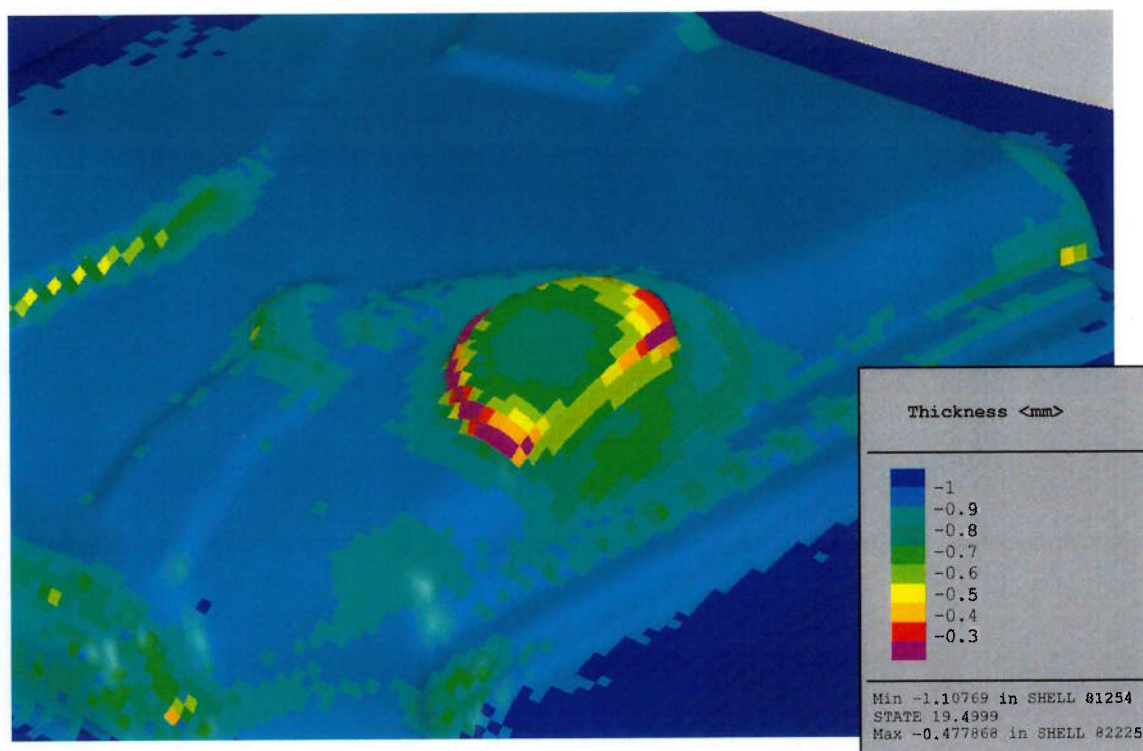


Fig. 10-12a: Detalhe do estado 7 da simulação, região do alojamento da lanterna.

Em termos gerais, podemos fazer agora um comparativo entre a peça protótipo estampada e o cálculo realizado, podendo assim verificar a eficácia da simulação em termos de distribuição de espessuras encontradas entre ambos. Para tal, será adotada uma norma comparativa utilizada pela *AUDI AG* como fator de comparação da

eficácia entre a simulação e os valores reais encontrados na peça estampada. O cálculo da Redução da Espessura [REP] será realizado a partir da comparação relativa da redução da espessura real  $REP_{real}$  com a redução da espessura encontrada na simulação  $REP_{simul}$ . Em termos de valores absolutos, e será calculado pelas seguintes fórmulas:

a) Quando  $REP_{real} < REP_{simul}$ .

$$ABS\left(\frac{(REP_{simul} - (REP_{real} + 2))}{(REP_{real} + 2)} \cdot 100\%\right) \quad [10-1]$$

b) Quando  $REP_{real} > REP_{simul}$ .

$$ABS\left(\frac{(REP_{simul} - (REP_{real} - 2))}{(REP_{real} - 2)} \cdot 100\%\right) \quad [10-2]$$

Então para o lateral em simulação, podemos ver a seguinte distribuição:

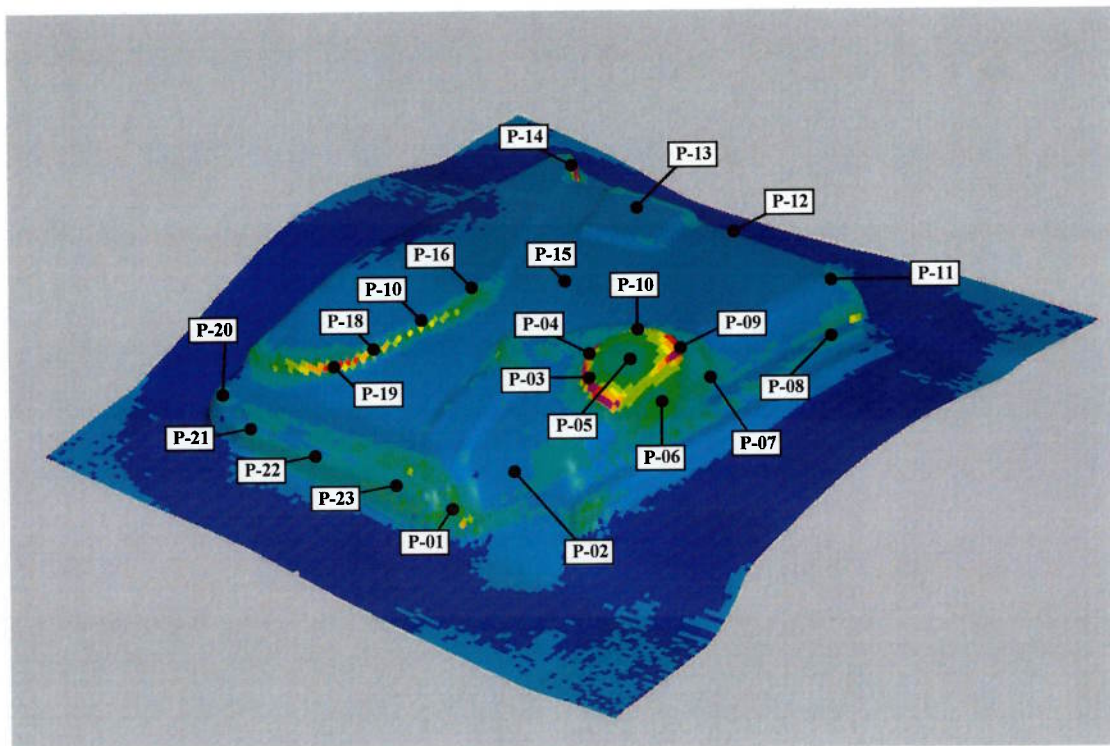


Fig. 10-12b: Detalhamento da distribuição de espessuras – denominação de pontos

Então na tabela 4 abaixo temos a seguinte distribuição de espessuras [mm]:

Pontos Valores	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	10	18	19	20	21	22	23
<i>REP<sub>real</sub></i>	0,79	0,77	0,0	0,34	0,0	0,51	0,68	0,84	0,64	0,61	0,90	0,90	0,91	0,54	0,91	0,71	0,64	0,60	0,55	0,79	0,80	0,84	0,79
<i>REP<sub>real</sub></i> [%]	21	23	100	66	100	49	32	16	36	39	10	10	9	46	9	29	36	40	45	21	20	16	21
<i>REP<sub>simul.</sub></i>	0,73	0,84	0,12	0,19	0,74	0,64	0,87	0,91	0,51	0,51	0,97	0,91	0,87	0,57	0,88	0,64	0,61	0,49	0,41	0,74	0,76	0,71	0,68
<i>REP<sub>simu</sub></i> [%]	28	16	88	81	26	36	13	9	49	49	3	9	13	43	12	36	39	51	59	26	26	29	32
<i>Erro Absol.</i>	0,07	(-) 0,07	(-) 0,12	0,15	(-) 0,74	(-) 0,13	(-) 0,19	(-) 0,07	0,13	0,1	(-) 0,07	(-) 0,01	0,04	(-) 0,03	0,03	0,07	0,03	0,11	0,14	0,05	0,04	0,13	0,11
<i>REP</i> [%]	21,7	23,8	10,2	19,1	73,5	23,4	56,6	35,7	28,9	19,5	62,5	12,5	18,18	2,7	9,0	16,1	2,6	21,4	25,5	13,0	13,0	61,1	39,1

Tabela 4: distribuições de espessuras com reduções proporcionais para os pontos de 01 até 23 na peça e no modelo em EF.

Foram escolhidos pontos onde a função da espessura mínima se faz necessário, uma vez que o requisito empregado na indústria automobilística é permitir somente uma redução de 30% da espessura inicial, devido à problemática de resistência do componente quando montado em carrocerias automotivas em chapa (monoblocos). Os valores de espessura observados tanto na peça quanto calculado que estão entre 0,60 e 0,69 foram marcados em amarelo, pois estão em uma zona onde se requer ajustes de try-out no ferramental. Abaixo de 69% (0,69) da espessura inicial, há reprovação pela norma, e, portanto são os pontos marcados em vermelho, os quais deverão ser ajustados durante o tryout da ferramenta e sua influência verificada no projeto do ferramental (eventual necessidade de alteração seja de conceito da ferramenta ou geometria do produto). Críticos são os pontos {P-03-04-05}, onde na peça verifica-se o rompimento da peça, requerendo a modificação da geometria do ferramental e/ou ajuste nos parâmetros do processo.

O erro total em porcentagem lida na última linha da tabela pode na sua média demonstrar a efetividade do cálculo em comparação ao modelo em EF pelas diferenças encontradas nas espessuras, onde um erro de 24,3% na média total pode

ser calculado, em relação aos valores das reduções encontrados no cálculo e medidos na peça. Este valor mostra-se dentro dos resultados esperados para uma simulação em uma peça com uma geometria complexa como esta. Na prática hoje, em simulações dentro das condições de fábrica, um grave problema ocorre com a convergência destes dados em relação ao resultado esperado, muitas vezes pela falta de experiência no ajuste dos parâmetros materiais e set-up (entrada de dados) no programa pelo seu executor. Não é difícil ocorrer erros em relação ao esperado em magnitudes maiores do que 50-60% para peças de carrocerias. Na interpretação destes erros, vale também a observação do sinal negativo, significando na sua presença que o programa superestimou o valor no cálculo para além do valor encontrado na chapa.

No ponto P-05, se observado na peça protótipo estampada, não há material neste ponto, sendo denominado aqui espessura  $0,0\text{ mm}$ , pois houve o rompimento e escoamento deste nesta região. O programa deu como resultado uma espessura de  $0,74\text{ mm}$ , o que leva a um erro de interpretação deste dado, sendo este portanto descartado. Verifica-se também que embora os maiores erros encontrados entre medido/calculado se dá na região dos pontos de P-03 até P-07, o programa foi totalmente capaz de prever o resultado na região em função da geometria local.

Claramente para os pontos P-03-04-05-06 há uma necessidade de rever-se à questão da geometria local do ferramental ou da geometria da peça em função do resultado encontrado.

### 10.6.3 Cálculo da curva limite de conformação ou curva *FLD*

Tal como demonstrado no capítulo 8, da mesma forma como por via experimental, o software *PAM-STAMP* dispõe do mesmo artifício virtual para a criação do diagrama limite de conformação (*FLD*), e este utiliza uma técnica chamada de **Eliminação de Elementos** para criar uma nuvem de pontos dentro da curva *FLD*, de modo que possamos verificar se um certo ponto (ou elemento) atende ao critério de estampabilidade. A definição ou a plotagem destes pontos dentro do diagrama, ou melhor, o critério baseia-se na definição se a deformação plástica máxima de um elemento excede a deformação máxima especificada, chamada de  $\varepsilon_{p\_máximo}$ , ou se o incremento de tempo calculado para um certo elemento cair abaixo do incremento de tempo  $\Delta t_{\min}$  mínimo especificado permitido, então a resistência material deste elemento é removida dos cálculos, enquanto sua massa será ainda conservada.

Para simulações de estampagem utilizando-se da definição de material `MATERIAL_TYPE_100`, um elemento será eliminado se a taxa da espessura atual (cálculo) cai abaixo da espessura de partida (*blank*), ou seja, se esta reduz-se a uma taxa mínima especificada, ou se estas deformações principais para este elemento excedem os limites especificados no diagrama limite de conformação (curvas limite). Se uma curva *FLD* é definida, o programa também irá plotar no diagrama a distância deste a curva limite. A distância relativa de um ponto  $(\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max})$  no diagrama *FLD* da curva limite especificada é calculada por:

$$d = (\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{FLD}) / \varepsilon_{FLD} \quad [10-3]$$

onde  $\varepsilon_{FLD}$  é o valor do limite da curva na deformação  $\varepsilon_{\min}$ , como na figura 10-13.



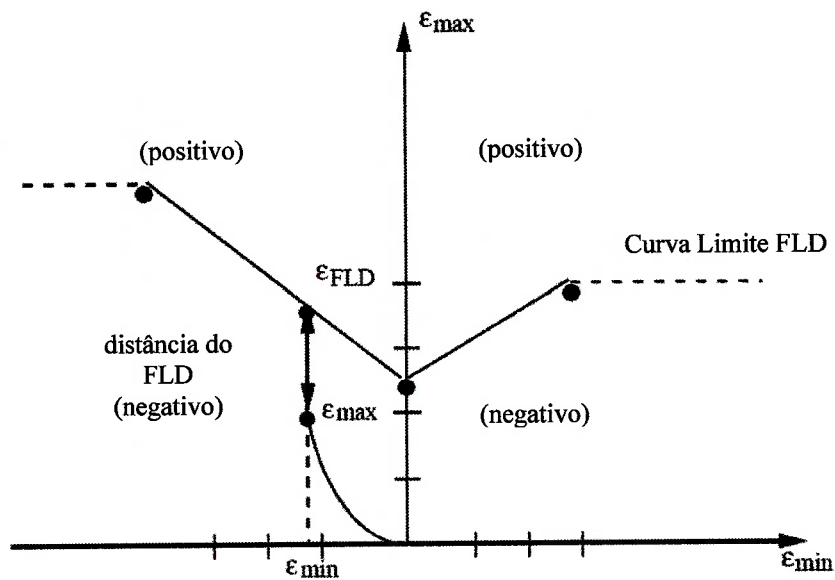


Fig. 10-13: Curva limite de conformação (FLD) conforme definição do software PAM-STAMP.

Na figura 10-14 podemos ver também a representação dos valores das deformações plásticas máximas para a geometria da peça sobre a redução de espessura da chapa, com foco nos valores encontrados na região do repuxo do alojamento.

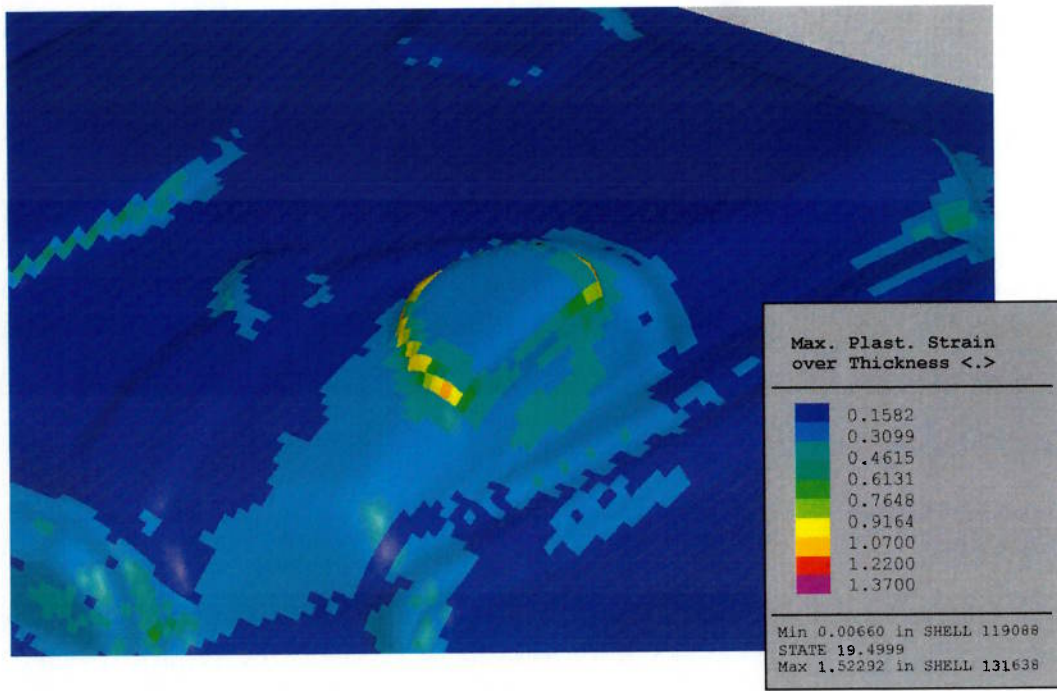


Fig. 10-14: Representação das deformações plásticas máximas na região mais crítica da peça.

Como também era de se esperar, esta foi à região onde encontrou-se a maior deformação plástica em relação à espessura original de partida do *blank*.

Outra forma de representação ou visualização das deformações, tal como descrito no capítulo 8, pode ser feito através da representação dos círculos sobre a superfície da chapa. A figura 10-15 mostra os círculos desenhados na superfície da chapa plana, porém representados apartir da geometria de saída (fase 1 completa, prensa-chapas fechado) para a fase 2. Na figura 10-16 temos então a configuração da peça para o estágio de conformação 7, onde temos o punção alcançando o fundo de ferramenta, definindo o repuxo total da peça.



Fig. 10-15: Representação do grid de círculos sobre o blank no final da simulação 1, fase 1, iniciando-se a simulação para o estágio final (fase 2).

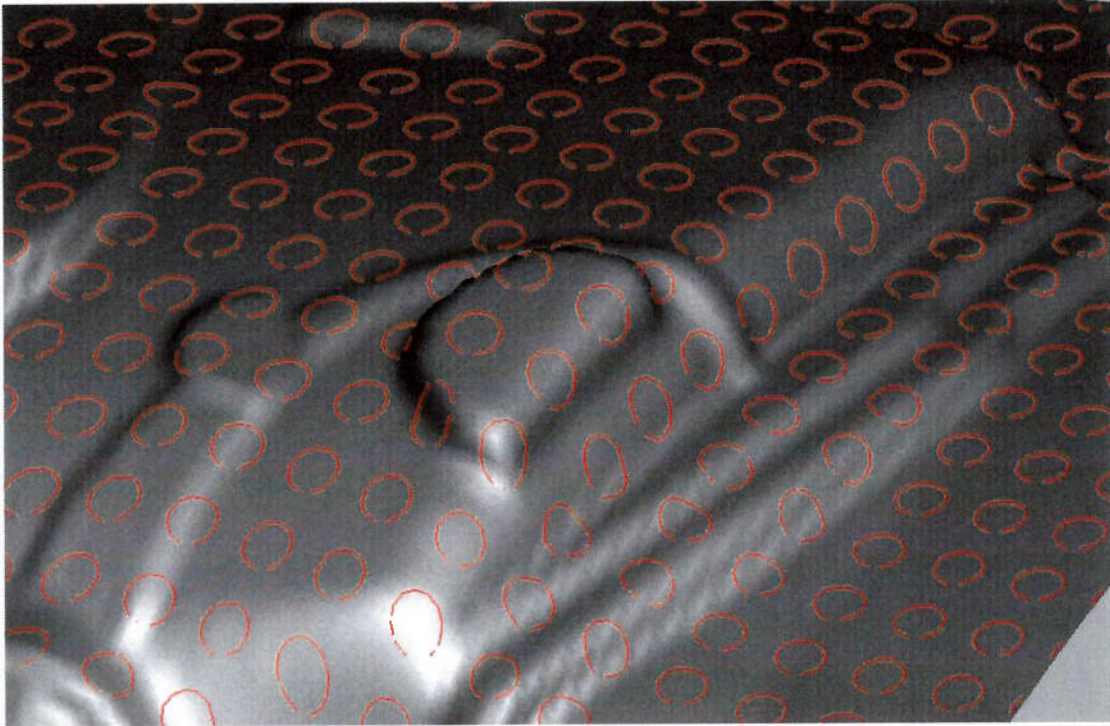


Fig. 10-16: Representação do grid de círculos sobre o blank no final da simulação 1, fase 2, com a geometria total da peça definida no repuxo.

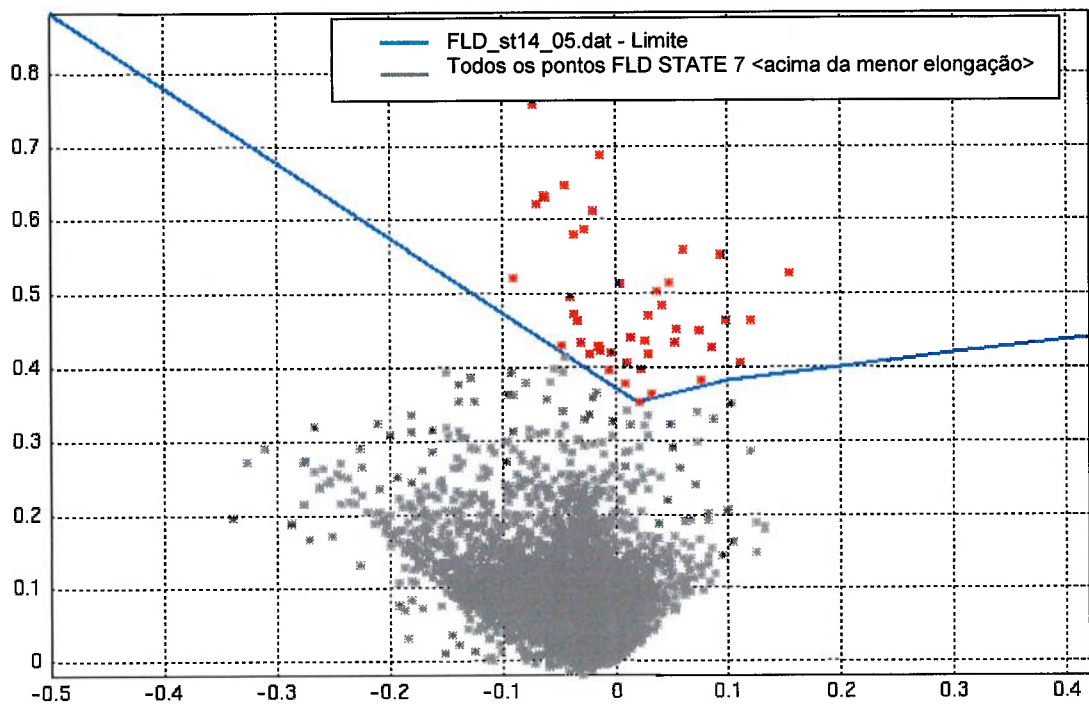


Fig. 10-17: Representação da curva FLD para o painel lateral. Em vermelho os pontos acima da linha limite do critério para o material St1405 na geometria do painel lateral.

De acordo com os critérios estabelecidos no capítulo 8, o software *PAM-STAMP* determina a partir dos dados fornecidos para o material da chapa as curvas limite para o diagrama *FLD*, representado assim acima na linha azul, o critério limite para o rompimento da chapa. Em cinza temos representados os pontos (cada ponto representa aqui um certo elemento na superfície da peça, de forma que qualquer um pode ser solicitado através de sua escolha com o mouse, e imediatamente o software demonstrará em que posição encontra-se o elemento na superfície do modelo ou vice-versa, o elemento escolhido na superfície da peça mostra o ponto no diagrama *FLD*. Calculando-se os dados  $(\epsilon_{\min}, \epsilon_{\max})$ , e através da equação [10-6], o programa então calcula a distribuição dos pontos (ou seja a distância dos pontos a curva limite *FLD* para o material *St1405*) em relação a curva critério-limite deste. O resultado pode ser conferido na figura 10-10. Em vermelho, também na figura 10-10 temos os pontos em que, no cálculo para cada elemento da simulação, representados pelo resultado da relação estabelecida pela equação [10-6]. Nota-se que os pontos onde supera-se esta relação  $(\epsilon_{\max})$ , estes também superam ao critério definido pela curva *FLD* limite, portanto estão além dos limites de deformação, e o componente poderá romper.

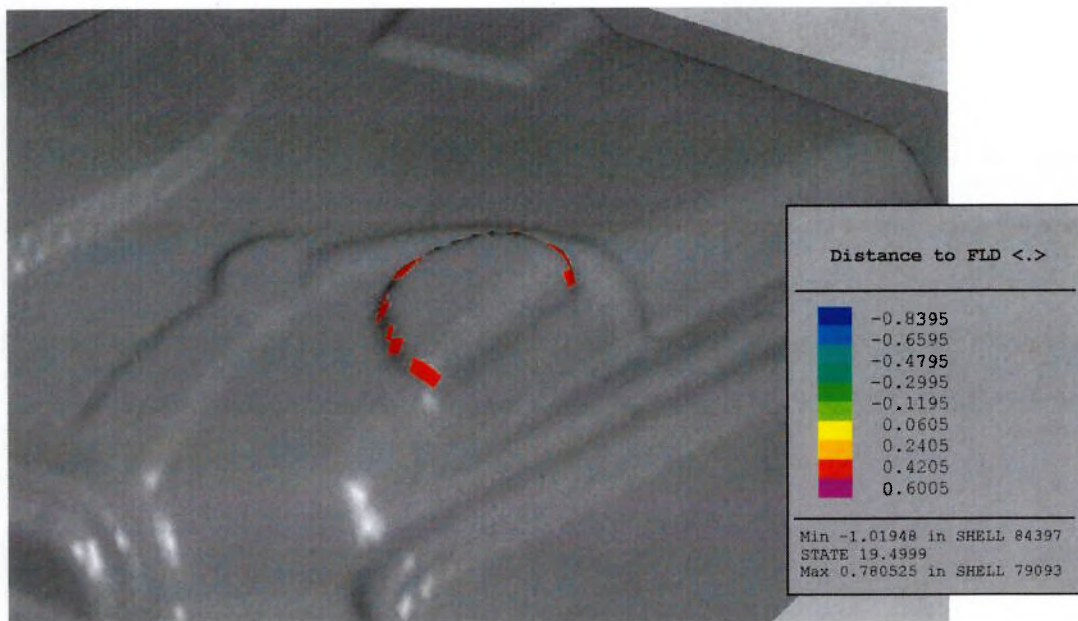


Fig. 10-18: Geometria do painel lateral, onde em vermelho os elementos representados na curva *FLD* acima da linha limite do critério para o material *St1405*.

Na figura 10-18 temos a representação geométrica dos pontos em vermelho (possibilidade de ruptura) da região positiva do diagrama *FLD* na figura 10-10. Os

pontos (ou elementos), como já era de se esperar, estão na região crítica do alojamento da lanterna. Não foi aqui observado nenhum outro ponto acima do critério em qualquer outra região da peça.

Estes dados são de relativa importância para que a área de execução do ferramental (ferramentarias) possam utilizar estas informações no ajuste (try-out) destas ferramentas. De posse destas informações, ferramenteiros podem saber exatamente em quais regiões deve-se concentrar o ajuste, salvando assim tempo de fabricação.

Porém não somente basta que os resultados sejam apresentados, onde a peça falha, por exemplo. Outra importante função das simulações é apresentar possibilidades de acerto no processo (parâmetros, por exemplo) ou na ferramenta (conceito, geometria, etc), de modo que não se tenha uma sistemática de “*tentativa-e-erro*” a consumir o tempo, aumentar os custos e ainda por fim não atingir os objetivos de qualidade requeridos para esta ferramenta, sem contar que, no caso específico de ferramentas automotivas, cada dia de atraso passa a contar na data de lançamento do veículo (início de produção), onde o impacto financeiro poderá ser drástico, muitas vezes afetando inclusive a imagem do fabricante (problemas de lançamento).

Nos próximos tópicos será apresentada uma solução para o problema encontrado aqui com esta peça, de forma que a ferramenta possa produzir o referido componente (repuxado), tal como definido no conceito de engenharia do componente (forma geométrica).

## 10.7 Otimização geométrica da peça – Simulação 2

Tal como colocado no tópico anterior, uma das vantagens de se trabalhar com simulações de estampagem é o retorno que esta pode oferecer quanto a otimizações, seja da ferramenta de estampar, ou seja, na avaliação dos parâmetros do processo. É de responsabilidade dos engenheiros de *CAE* (responsáveis pelas simulações), juntamente com os especialistas em conformação (engenheiros de manufatura) de executarem estudos para as possibilidades de fabricação dos componentes das carrocerias automotivas. Com o devido conhecimento, os engenheiros de manufatura podem apresentar sugestões, bem como solicitar em casos extremos aos engenheiros de produtos e até estilistas (em caso tratar-se de componentes que afetam o veículo visualmente ao cliente) alterações na forma geométrica destes componentes, como por exemplo, alturas de repuxos, raios de concordância, raios exteriores, planos, furações, etc; bem como também a possibilidade de introdução, por exemplo, de formas a fim de reduzir a formação de rugas na superfície da peça, outro típico problema em referindo-se a componentes de geometria complexas (painéis automotivos).

Neste exemplo de simulação industrial, uma possibilidade de melhoria na geometria seria a alteração da profundidade de repuxo do alojamento da lanterna ou a alteração da geometria deste. A profundidade por motivos de construção, não pode ser alterada, devido à função deste repuxo ser a de alojar todo o conjunto da lanterna traseira do veículo, tendo então que ser mantido as relações dimensionais na região. Então outra possibilidade será a alteração do raio de concordância do repuxo com a geometria do lateral, tal como indicado na figura 10-19 (alterações em CAD). Aqui, porém, para melhorar-se a precisão da simulação como um todo, outra técnica será utilizada, onde a geometria da região estudada será refinada em *adaptive-mesh* (ou seja, será aumentada a quantidade de elementos somente em uma área pré-determinada automaticamente conforme necessidade) para que haja um aumento na precisão dos resultados.

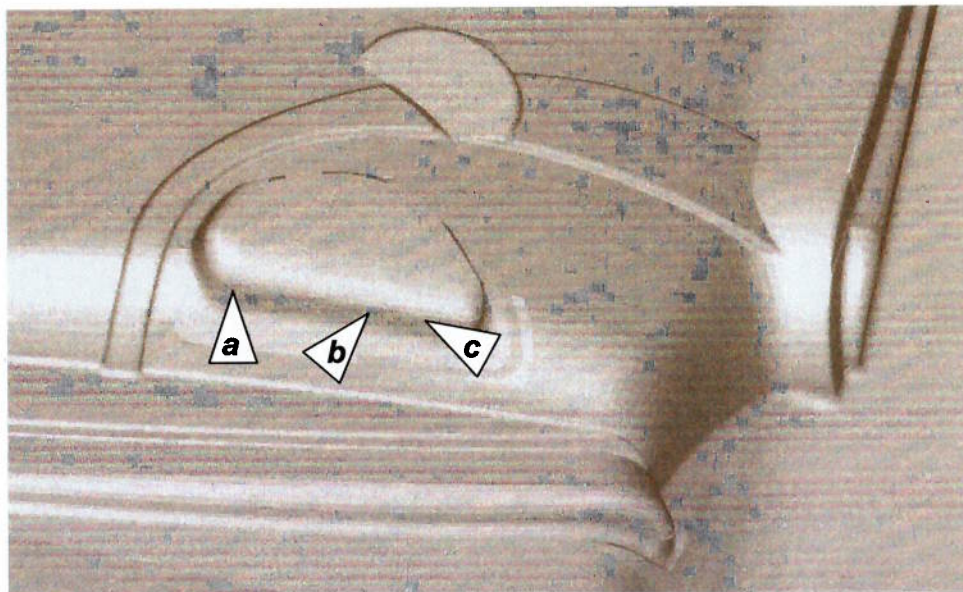


Fig. 10-19: As regiões assinaladas (a), (b) e (c) são pontos onde se deve alterar o raio de concordância da geometria do repuxo da peça, porém sem alterar a altura do repuxo como um todo (Dados CAD). Nota-se que aqui para esta representação utilizou-se diferentemente da figura 10-2 uma representação com o comando "Shadow" (sombreado) com textura metálica, a fim de representar melhor a geometria da peça.

A alteração proposta pode ser explicada na figura 10-20.

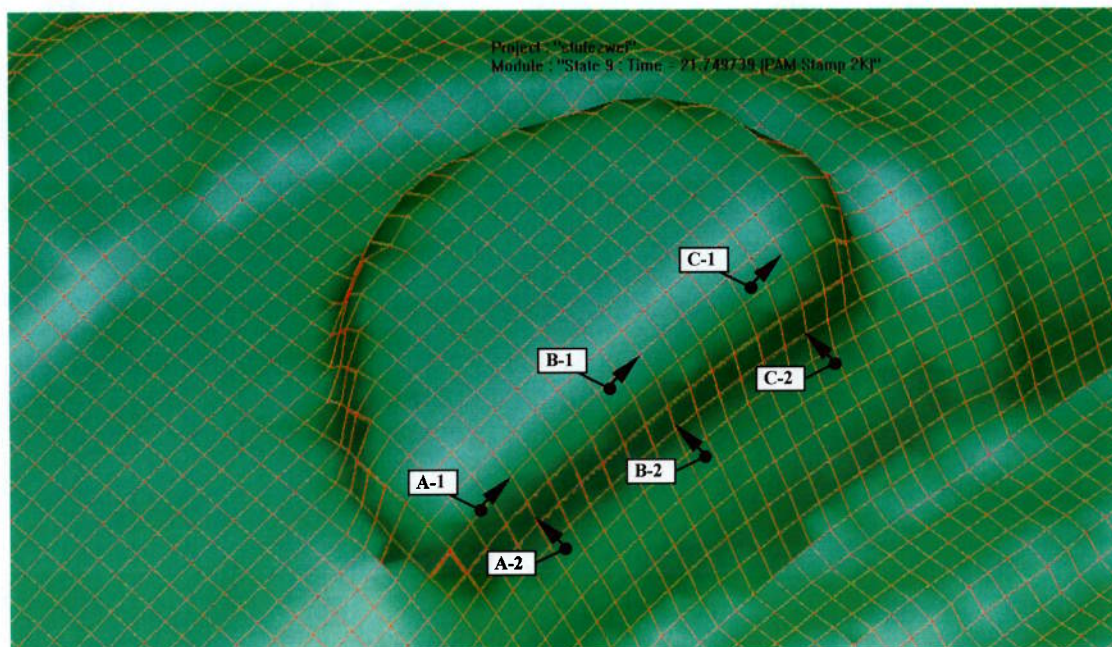


Fig. 10-20: Pontos A-B-C demonstrando as posições de alteração do raio de concordância na superfície da peça.

Para os pontos A-B-C na figura 10-20, podemos verificar na tabela 6, que para os raios de concordância nos pontos indicados, há um aumento proposto dos mesmos em 25%, de forma a aliviar o escoamento do material nesta região, de forma a impedir com que esta região rompa ou que fique conforme o descrito no tópico 10.6.3 dentro da zona crítica da FLD e mesmo assim seja compatível dimensionalmente com as regiões de assentamento na sua contra peça, o painel lateral externo. Para que o projetista possa ajustar as coordenadas do modelo no CAD, a tabela 6 mostra com precisão os pontos a serem alterados na peça. Dos resultados obtidos apartir da curva FLD temos como críticos:

<b>Ponto</b>	<b>Posição dos pontos para definição do raio no espaço (3 pontos para definição do centro no espaço)</b>	<b>Raio acrescido 25%</b>	<b>Posição do centro do raio no espaço</b>
<b>A1</b>	Posição 1 : X : 1812.890 , Y : 1010.756 ,Z : 797.228 Posição 2 : X : 1827.691 , Y : 1004.236 ,Z : 795.297 Posição 3 : X : 1836.154 , Y : 987.653 ,Z : 791.355	33,10	( 1809.8 , 985.054, 791.658 )
<b>A2</b>	Posição 1 : X : 1833.779 , Y : 992.168 ,Z : 802.820 Posição 2 : X : 1838.906 , Y : 976.804 ,Z : 797.685 Posição 3 : X : 1850.810 , Y : 961.343 ,Z : 794.734	63,96	( 1882.21 , 993.428, 819.301 )
<b>B1</b>	Posição 1 : X : 1802.748 , Y : 1017.057 ,Z : 760.548 Posição 2 : X : 1826.514 , Y : 1011.074 ,Z : 759.193 Posição 3 : X : 1837.547 , Y : 996.082 ,Z : 758.575	39,96	( 1807.45 , 985.428, 760.307 )
<b>B2</b>	Posição 1 : X : 1835.181 , Y : 1005.759 ,Z : 748.842 Posição 2 : X : 1840.720 , Y : 988.764 ,Z : 747.430 Posição 3 : X : 1856.023 , Y : 965.750 ,Z : 744.177	105,07	( 1916.18 , 1023.81, 735.435 )
<b>C1</b>	Posição 1 : X : 1819.855 , Y : 1023.576 ,Z : 697.368 Posição 2 : X : 1836.738 , Y : 1014.492 ,Z : 696.155 Posição 3 : X : 1844.061 , Y : 996.947 ,Z : 696.788	35,41	( 1815.97 , 995.655, 700.206 )
<b>C2</b>	Posição 1 : X : 1839.443 , Y : 1009.557 ,Z : 696.904 Posição 2 : X : 1846.375 , Y : 988.371 ,Z : 696.747 Posição 3 : X : 1860.570 , Y : 967.296 ,Z : 695.410	106,83	( 1922.31 , 1025.05, 682.797 )

Tabela 4: Posição dos centros e seus respectivos raios de concordância para alívio da geometria da peça afim de melhorar o escoamento na região crítica.



Na situação anterior tínhamos para a simulação 1, fase 2 um total de 20592 elementos definidos para o *blank*, conforme a tabela 3. Na nova situação para a simulação 2, temos agora para o modelo do blank refinado com a função *adaptive-mesh* um total de 36000 elementos de casca 4 nós tipo *BELYTSCHKO-TSAY*. Os demais modelos (punção, matriz e prensa-chapas) permanecem tal como nas quantidades representadas na tabela 3. Na figura 10-21 podemos ver a área definida pelo engenheiro de *CAE* para a ativação da função *adaptive-mesh*. O resultado geométrico desta malha refinada do novo modelo, que agora chamaremos aqui de simulação 2, pode ser vista na figura 10-22.

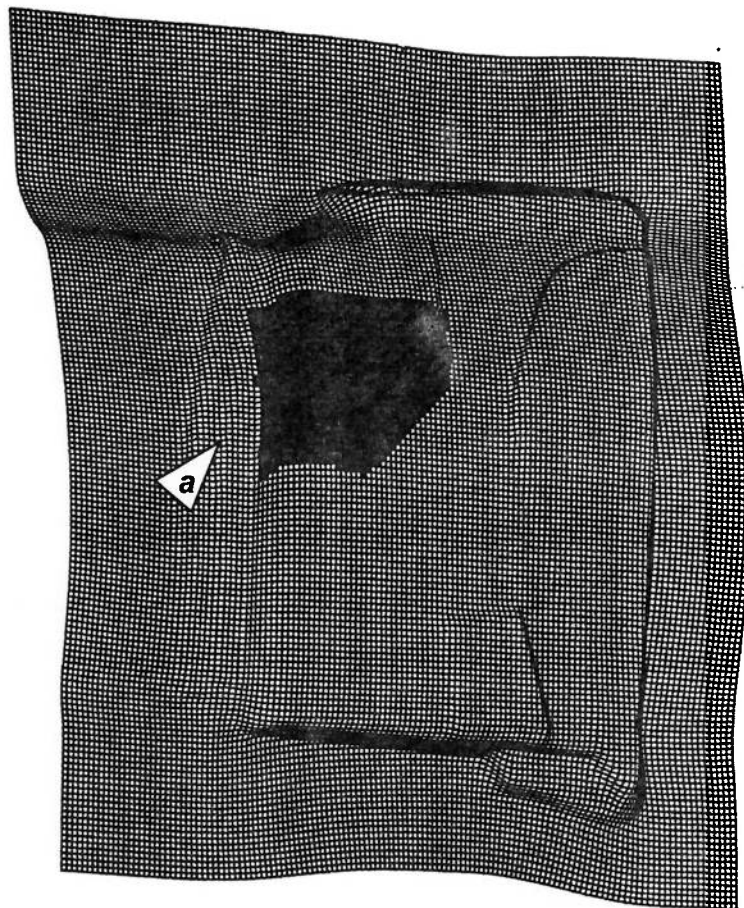


Fig. 10-21: A região marcada com (a) é a nova região otimizada durante o processamento da simulação 2, onde através da função *adaptive-mesh* houve um aumento automático na quantidade total de elementos, de forma a aumentar a precisão dos cálculos (valores) obtidos. Este aumento no número de elementos será feito pelo programa de forma automática, de modo a aumentar a precisão dos valores locais encontrados no cálculo.

O tempo total de processamento foi de 6,5 horas, gerando um modelo de 94 Mb. Todas as outras condições de entrada de dados (com exceção do adaptative-mesh) para a simulação 2 são oriundas da simulação 1, fase 2. Temos também para a simulação 2 um estado final 7 com também um tempo total de processamento para  $t=19,4999 \text{ ms}$  (figuras 10-22 e 10-23). Na figura 10-22 podemos ver com mais detalhes o refino dos elementos na região marcada como (a) na figura 10-21. Nota-se também nas figuras 10-22 e 10-23 a nova geometria das concordâncias alteradas do repuxo em relação à superfície da peça da simulação 1, fase 2 com base nas referências da geometria alterada em CAD na figura 10-19, pontos (a), (b) e (c).

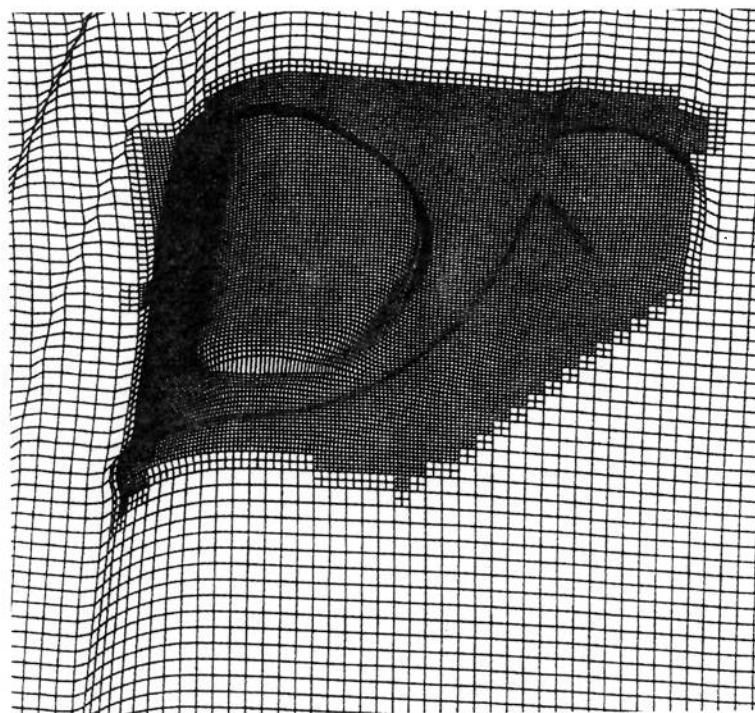


Fig. 10-22: Detalhe dos resultados representados na simulação 2, estado 7 com  $t=19,4999 \text{ ms}$  da região (a).

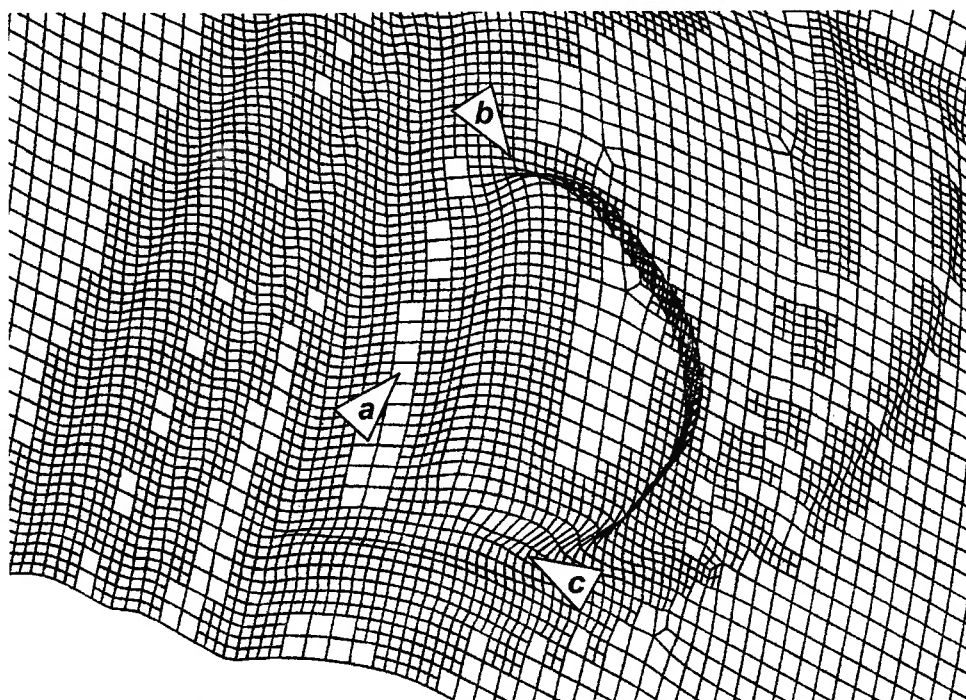


Fig. 10-23: Detalhe dos resultados finais da simulação 2 aqui representados com base nos pontos (a), (b) e (c) da figura em CAD 10-19. (representação da malha).

Verificando-se agora a distribuição total de espessuras para a nova condição geométrica do repuxo do painel, temos um resultado final onde a menor espessura encontrada calculada foi de  $0.70$ , conforme a representação na figura 10-24, onde temos a distribuição total de espessuras somente na área de interesse (repuxo). Como já descrito no tópico 10.6.2, o critério aceito pelas indústrias automobilísticas é de no máximo uma redução de 30% na espessura da chapa. Como partimos de uma espessura inicial de  $1.00\text{mm}$ , então podemos dizer que houve êxito nos resultados apresentados com a alteração dos raios de concordância na geometria final do *blank* (ou melhor na geometria final da peça conformada).

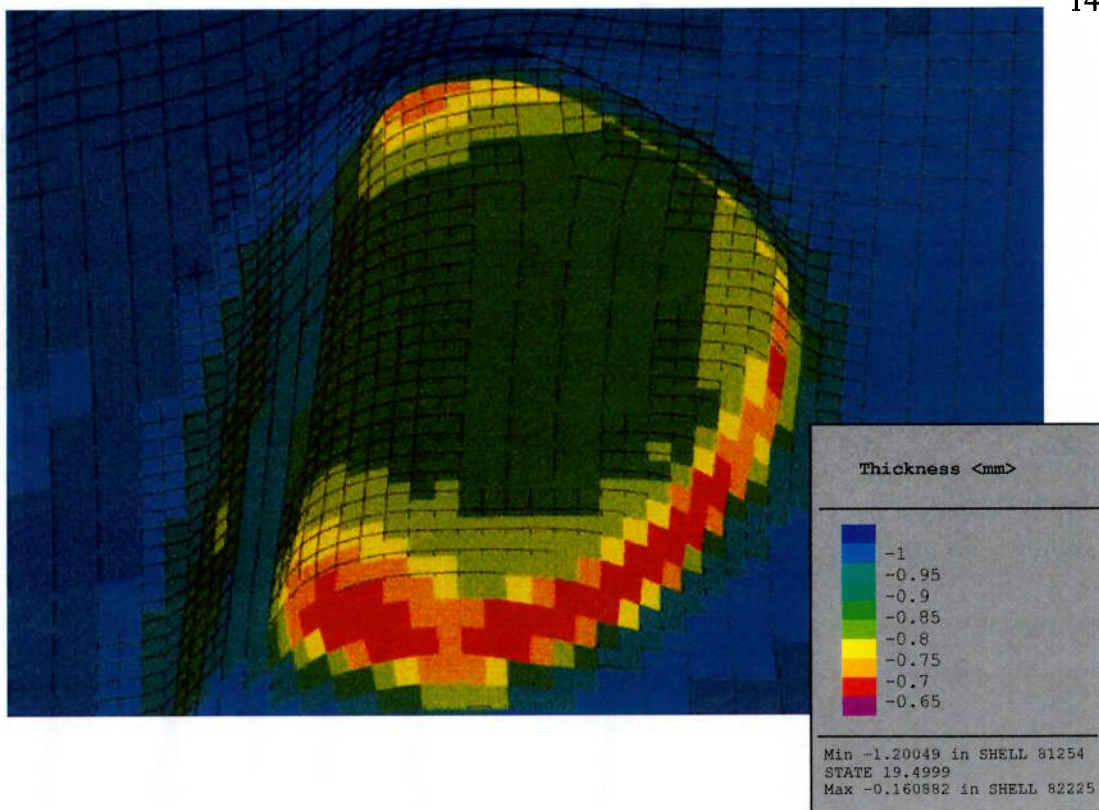


Fig. 10-24: Detalhe do estado 7 da simulação 2 ( $t=19.4999\text{ ms}$ ), região do alojamento da lanterna, após o ajuste da geometria. Não há mais regiões com redução abaixo de 30% da espessura (além de 0.7 mm).

O retorno elástico do componente não foi considerado nesta aplicação, uma vez que para seu cálculo será necessário um novo estudo das condições do modelo, desta vez porém, considerando-se as tratativas do retorno elástico (novo cálculo utilizando-se do programa PAM-STAMP), que para esta caso, está estimado em torno de 9 horas mais de processamento.

## 11. Conclusões

### 11.1 Conclusões e observações

Foi desenvolvido com sucesso um modelo em Elementos finitos (MEF) para a simulação da fabricação de um painel automotivo de geometria complexa por estampagem profunda. Todas as partes da ferramenta foram desenvolvidas utilizando-se o programa de pré-processamento MEDINA, e posteriormente processadas no software PAM-STAMP, utilizando-se os critérios de anisotropia apresentados na revisão deste trabalho.

Na fase de simulação, foram verificados os seguintes pontos no modelo de ferramental apresentado:

- a) Definição dos planos de estampagem da peça em função da geometria da mesma;
- b) Discretização da geometria 3D da ferramenta em um modelo MEF;
- c) Checagem do comportamento da geometria inicial do blank após o fechamento do prensa-chapas, demonstrando-se assim o resultado da definição da direção de estampagem e dos planos de assentamento do prensa-chapas em relação à superfície da peça;
- d) Força inicial de fechamento do prensa-chapas (parâmetro de processo);
- e) Comportamento durante o repuxo da peça (segundo estágio de conformação – Punção / Matriz);
- f) Históricos de deformação (comportamento) e suas respectivas geometrias,
- g) Distribuições de tensões (Von Mises) e deformações na peça de forma a identificar-se regiões críticas na peça;
- h) Avaliação dos raios e verificação das propostas de correção na matriz / Punção da ferramenta;
- i) Aplicação da curva limite de conformação gerada com dados oriundos do próprio programa e demonstrado como esta pode ser uma ferramenta de avaliação em regiões críticas da peça;

- j) Representação dos círculos de deformação de forma a obter-se o Diagrama limite de conformação.

Com a aplicação do diagrama limite de conformação pode-se visualizar melhor e identificar na superfície o momento de ocorrência da ruptura da chapa, assim como poderá também ser utilizado para identificar com estiramento insuficiente e regiões com a superfície aprovada. As simulações comprovaram a eficácia da metodologia apresentada na simulação de conformação de chapas pelo método dos elementos finitos, demonstrando que o método é capaz de reduzir custos e tempo de desenvolvimento para novos ferramentais e ser utilizado na tomada de decisões em ferramentas onde correções se fazem necessárias.

Foi demonstrado que somente com uma correção em uma certa geometria (raio matriz / punção), pode-se obter com segurança a geometria desejada pela engenharia de desenvolvimento para o painel interno lateral do modelo Smart (1. Geração – Swatch Auto), sem a necessidade de longos try-outs (ou metodologia da tentativa-erro, que no caso aqui apresentado, ocasionou uma redução de mais de 80% no tempo de tryout desta peça, baseando-se em experiências anteriores), que poderia inclusive levar a altos custos e a resultados qualitativos indesejáveis.

Para o planejamento do processo de fabricação por estampagem de um componente automobilístico em relação a suas ferramentas associadas e a geração do layout deste processo para todas as operações requeridas, será primeiramente necessário o fornecimento de informações precisas e confiáveis a respeito dos requerimentos para este processo. Típicas questões feitas pelos planejadores incluem entre outras:

- Qual é a melhor direção de estampagem?
- Haverá retorno elástico após calibragem?
- Quais as forças necessárias para a estampagem deste componente?
- Há ângulos de repuxo ou corte críticos nesta peça?
- As peças serão produzidas dentro da tolerância de fabricação especificada?

O processo de planejamento destes layouts de fabricação atual nos leva a conversão de uma peça em certa geometria 3D gerada a partir de um blank plano através de algumas operações de conformação (por exemplo, um primeiro repuxo, um segundo repuxo, flangeamento, calibragem, etc...), baseada tipicamente em geometria original de CAD, envolvendo projeto de secções típicas desta peça em 2D. Este procedimento para os dias de hoje é completamente desestruturado, onde os resultados dependem praticamente da experiência única do planejador.

Ainda, a geração de superfícies geométricas em 3D manualmente não é apenas uma questão de consumo de tempo de desenvolvimento, mas também uma questão de que pode não existir conhecimento nem experiência prática suficiente para novos materiais aplicados em construção de carrocerias, tais como aços high-strength steels (aços de alta resistência), aços Dual-Phase e aços TRIP, entre outros, os quais vêm sendo aplicados de forma a reduzir-se peso e aumentar a resistência mecânica destas carrocerias.

O resultado destas superfícies geradas em 3D podem ser utilizados para simulações de ajuste no processo de estampagem, e ainda baseado nestas simulações as superfícies geométricas podem ainda ser modificadas de forma a atingir-se um resultado satisfatório no processo de fabricação deste componente.

Entretanto, planejadores e projetistas tipicamente não possuem tempo hábil para a realização de diversos modelos com diferentes propostas em relação à geometria deste componente, de forma a avaliar-se diferentes alternativas para este processo e respectivamente a otimização destes. Portanto os dados geométricos de superfície utilizados para a realização destas simulações (e subsequentemente para a fabricação da superfície da ferramenta) não são necessariamente os melhores disponíveis para a geração da geometria da peça, de forma que estes podem influenciar na qualidade final e na confiabilidade desta.

Para o futuro, novas formas de simulação deverão ser utilizadas, criando-se a possibilidade assim de validar o processo de fabricação (ou seja, todas as etapas da fabricação, repuxo, flangeamento, corte e calibragem) e calcular o retorno elástico desta peça. Novos softwares com conceitos inovativos estão surgindo, de forma a dar o suporte a planejadores e projetistas, gerando assim layout do processo de fabricação em 3D diretamente, incluindo as operações subsequentes ou operações secundárias).



## 12. Considerações finais e trabalhos futuros: Layouts em 3D

Muitas novas idéias formam a base de desenvolvimento do layout em 3D. Primeiramente a definição das superfícies ativas em 3D para todas as operações serão essencialmente baseadas na geometria em 3D da peça em CAD. Segundo, uma aproximação inversa será utilizada para a geração destas superfícies.

Finalmente o layout 3D do ferramental será diretamente ligado a simulação do processo, o que de fato poderá ser considerado como sendo o princípio por trás do conceito de layout 4D.

Outra forma de se avaliar o processo é a aplicação da engenharia reversa, ou seja, partindo-se da geometria em 3D da peça, simula-se o processo reverso até a geometria inicial do Blank, tal como na figura 12.1.

Uma importante vantagem deste método de engenharia reversa é a que todas as operações de conformação podem ser associadas entre si, ou seja, significa que efeitos de modificações em operações intermediárias na superfície geométrica destas ferramentas serão automaticamente refletidas na superfície das operações subsequentes. Esta análise poderá ser feita no futuro de forma a estudar-se a aplicação prática desta metodologia e seu impacto na performance de desenvolvimento seja do produto ou do processo.

Como resultado, estes softwares são capazes hoje de suportar engenheiros de desenvolvimento, planejadores de processos e ferramenteiros de forma rápida e fácil para a definição das condições de estampabilidade do processo e a verificação rápida e eficaz das modificações implementadas no processo, considerando diferentes layouts destes processos, ajudando no processo de tomada de decisões no caminho a ser percorrido na correção / construção do ferramental de conformação mecânica.

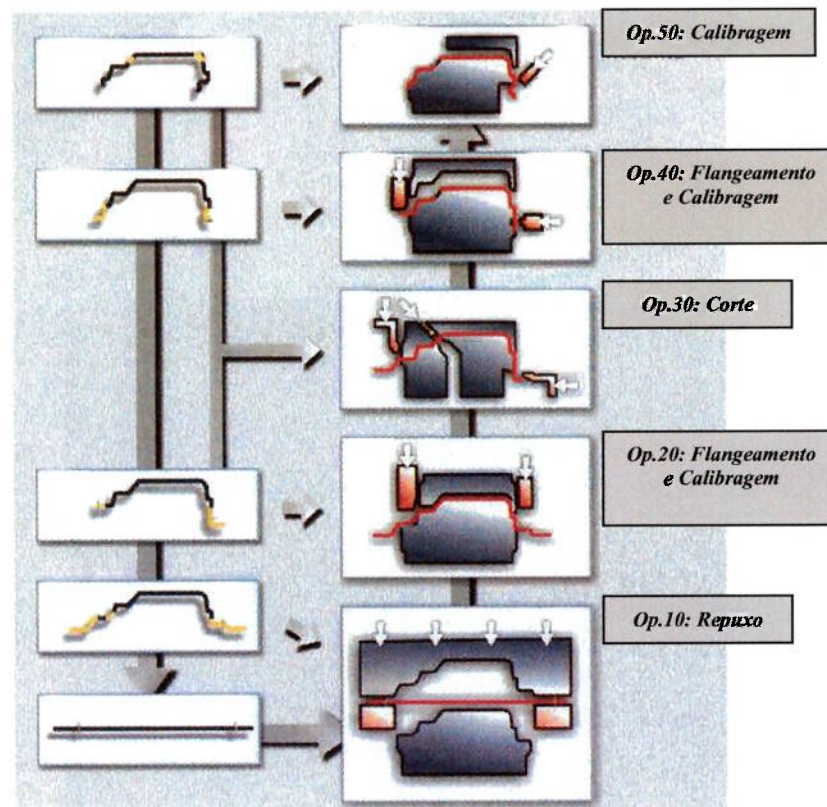


Fig. 12-1: Desenvolvimento reverso da peça (coluna à esquerda) e o correspondente layout da ferramenta (coluna direita).

### 12.1 Tendência futura: Layouts em 4D

O processo de layout 4D incluirá no futuro a simulação total do processo em 3D, seguindo-se o fluxo comum do processo de fabricação desta peça, tal como na figura 18-1, seja em engenharia reversa ou não. Cada modificação de um certo estágio de geometria da peça será considerado como uma operação única de conformação, porém serão sempre ligados e dependentes entre si.

Ferramentas serão automaticamente criadas por estes programas, através da duplicação e geração de superfícies 3D ativas no processo. Assim que as geometrias estão determinadas, o blank da peça poderá também ser automaticamente definido pelo programa, desenvolvendo-se assim de superfícies em 3D, blanks planos, obtendo-se assim o máximo rendimento em material em função da geometria final da peça.

Desta forma, todos os envolvidos técnicos terão disponíveis todas as informações necessárias para a definição de um processo robusto para a produção principalmente de peças de geometria complexas automotivas, alcançando assim um alto índice de produtibilidade e eficiência.

Layouts do processo em 3D integrados nas simulações, os quais descrevem todos os movimentos das ferramentas e seus efeitos na confirmação da chapa em função do tempo, serão chamados de Processo-4D. Estes Layout do processo em 4D darão muito mais informações sobre as operações de fabricação e são sem dúvida mais confiáveis que as simulações 2D convencionais, ainda mesmo que estas requeiram muito menos tempo para o seu processamento. Com foco no processo total como um todo, inclusive no cálculo do retorno elástico desta peça, qualidade e robustez do processo de estampagem é atingido, e o tempo geral de desenvolvimento é reduzido consideravelmente.

## **12.2 Aplicações Futuras para Simulações de Estampagem**

### **12.2.1 “Meisterbock” Digital**

Uma forte tendência para a aplicação das simulações computacionais em estampagem é a criação do chamado Meisterbock Digital. Fabricantes de automóveis procuram cada vez mais cedo simular seus processos de fabricação, procurando por pontos críticos nos seus produtos a fim de evitá-los quando da construção do ferramental para a produção destes. Porém muitas vezes, um problema ou uma certa ocorrência de qualidade somente é verificado ou evidenciado quando a peça estampada é avaliada pelas salas de medidas das fábricas, sendo por muitas vezes tarde demais, pois as ferramentas, conceitualmente já estão praticamente construídas e encontra-se na fase final de ajuste. Torções e retornos elásticos são problemas comuns encontrados hoje em peças de geometria complexa (carrocerias), sendo que muitos destes casos são de difícil solução e às vezes requerem total reestruturação do conceito da ferramenta.

Hoje em dia, através dos chamados “Meisterböcke”, ou seja, tal como a representação física na figura 12-2, é uma estrutura construída com perfis especiais, de forma a acolher as peças estampadas do veículo, sejam estas unitárias ou conjuntos soldados. Em relação ao grau de maturidade de uma ferramenta de estampagem para a indústria automobilística, Meisterböcke são ferramentas indispensáveis ao desenvolvimento da construção do veículo, uma vez que simula a condição real de montagem da peça no dispositivo e sua influência final (comportamento) na carroceria do veículo. O problema é que somente podem ser avaliadas peças que já existam fisicamente. Como advento do Meisterbock Digital, no futuro poderemos simular a estampagem completa de um painel de geometria complexa para carrocerias automotivas, e com a aplicação, integração e uso da realidade virtual e de sistemas CAD-CAE integrados, poderemos em um futuro próximo determinar todas as condições de fabricação e principais ocorrências de qualidade potenciais destes painéis virtualmente, sem que haja a necessidade destas ferramentas estarem construídas, interagindo o quanto mais cedo no processo de desenvolvimento destas, de forma a prevenir futuros graves problemas em relação à qualidade do produto.

**„Meisterbock“ Virtual**



**„Meisterbock“ Físico**



Fig. 12-2: Representação do Meisterbock Digital e o modelo e chapa construído para avaliação das peças estampadas que irão compor uma carroceria. No Meisterbock digital podemos já em avançado identificar futuros problemas de qualidade nas peças.

### 12.2.2 Simulações de Impacto Veicular em componentes simulados quanto a sua estampagem - Integração dos Modelos Computacionais

Outra importante área de aplicação dos elementos finitos é a realização de simulações computacionais relativas ao processo de impacto veicular (crash testes) na indústria automobilística. Com o advento de melhoria da qualidade das simulações computacionais e da velocidade de processamento destas, hoje fabricantes desenvolvem e aplicam cada vez mais programas para simulações a fim de obterem resultados cada vez mais confiáveis e procurar a redução de cada vez mais no número de protótipos a serem testados, gerando assim uma economia considerável nos custos e melhoria no tempo de desenvolvimento do produto. Novas interfaces vem sendo desenvolvidas nos programas de simulação de estampagem e programas de simulação de impacto, a fim de integrar os modelos estampados nos modelos de veículos modelados para impacto, tal como representado na figura 12-3. Distribuições de espessuras e distribuições de deformações nas chapas serão integradas aos modelos de impacto veicular. O resultado desta integração será no futuro modelos com um maior grau de precisão, gerando assim resultados em simulações cada vez mais confiáveis em relação ao impacto físico do veículo.

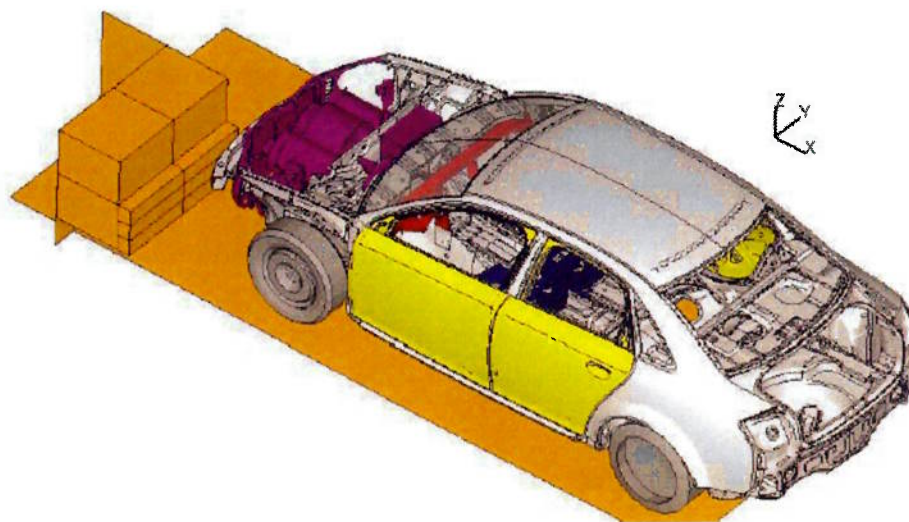


Fig. 12-3: Integração dos modelos de simulações de estampagem com modelos de impacto veicular (crash).

## Apêndice A: Método dos Elementos Finitos – Teoria aplicada

### A.1 Soluções explícitas e implícitas

#### A.1.1 Esquemas de integração explícita

Um certo sistema massa-mola vibrante consiste de uma massa  $m$ , uma constante  $k$  e uma carga externa  $f(t)$ . Considere a equação diferencial ordinária de segunda ordem a qual expressa o equilíbrio dinâmico deste sistema, onde  $x$  é o deslocamento,  $\dot{x}$  é a velocidade e  $\ddot{x}$  é a aceleração da massa  $m$ .

$$m\ddot{x} + kx = f(t) \text{ (1DOF)} \quad [\text{A-1}]$$

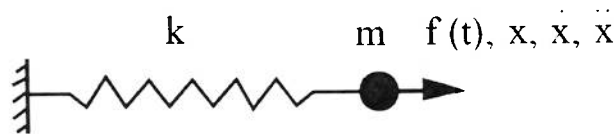


Fig.A-1: Sistema massa-mola.

Considere os seguintes eixos de tempo em torno de um discreto ponto no intervalo de tempo  $t_n$ :

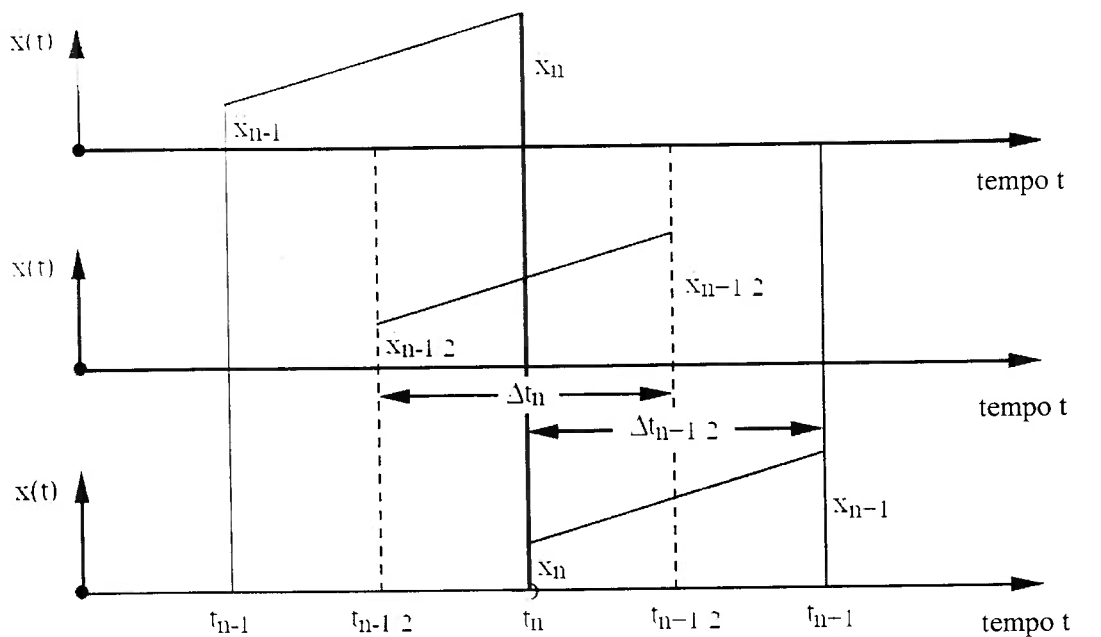


Fig.A-2: Eixos do tempo sobre um ponto discreto no intervalo de tempo  $t_n$

As quantidades conhecidas são o deslocamento no intervalo de tempo  $t_n, x_n$ , e a velocidade no intervalo  $t_{n-1/2}, \dot{x}_{n-1/2}$ . As quantidades esperadas são o deslocamento no intervalo  $t_{n+1}, x_{n+1}$  e a velocidade no tempo  $t_{n+1/2}, \dot{x}_{n+1/2}$ . O equilíbrio dinâmico no intervalo de tempo  $t_n$  é expresso como:

$$m \ddot{x}_n = f_n - k x_n \quad [A-2]$$

Partindo do princípio que todos os termos do lado direito são conhecidos, então podemos calcular  $\ddot{x}_n$ , aplica-se a diferença central de integração de tempo e resolve-se para as quantidades desconhecidas  $\dot{x}_{n+1/2}$  e  $x_{n+1}$  como:

$$(a) \ddot{x}_n = m^{-1}(f_n - kx_n) \quad [A-3]$$

$$(b) \dot{x}_{n+1/2} = \dot{x}_{n-1/2} + \Delta t_n \ddot{x}_n \quad [A-4]$$

$$(c) x_{n+1} = x_n + \Delta t_{n+1/2} \dot{x}_{n+1/2} \quad [A-5]$$

a condição para estabilidade do sistema acima massa-mola é então dada por:

$$\Delta t_n < 2\sqrt{m/k} \quad [\text{A-6}]$$

## A.2 Checagem para a condição de estabilidade

O critério acima para a solução de estabilidade das diferenças centrais da integração explícita do tempo pode ser derivada como em *Bathe J., 1982* formalmente. Para um sistema com um *GLD* livre de vibrações, a equação de movimento torna-se:

$$\ddot{x}_n + 2 \xi \omega \dot{x}_n + \omega^2 x_n = 0 \quad [\text{A-7}]$$

onde  $\xi = c/c_{crit}$  é a taxa de amortecimento,  $c_{crit} = \sqrt{2km}$  é o amortecimento crítico,  $\omega = \sqrt{k/m}$  é a frequência de vibração circular e  $k$  e  $m$  são a rigidez da mola e massa vibrante respectivamente. A diferença central, no esquema dita, utilizando-se passo constante de tempo,  $\Delta t$ , sobre tempo  $t_n$ , temos:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{n+1/2} &= (x_{n+1} - x_n) / \Delta t \\ \dot{x}_{n-1/2} &= (x_n - x_{n-1}) / \Delta t \\ \ddot{x} &= (\dot{x}_{n+1/2} - \dot{x}_{n-1/2}) / \Delta t \\ &= (x_{n+1} - 2x_n + x_{n-1}) / \Delta t^2 \end{aligned} \quad [\text{A-8}]$$

Substituindo as expressões acima na equação de movimento, tem-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{Bmatrix} x_{n+1} \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2 - \omega^2 \Delta t^2}{1 + \xi \omega \Delta t} & -\frac{1 - \xi \omega \Delta t}{1 + \xi \omega \Delta t} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_n \\ x_{n-1} \end{Bmatrix} \quad [\text{A-9}]$$

Para amortecimento nulo,  $\xi = 0$ , este torna-se:

$$\begin{Bmatrix} x_{n+1} \\ x_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - \omega^2 \Delta t^2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_n \\ x_{n-1} \end{Bmatrix} \quad [\text{A-10}]$$

Em geral, podemos escrever esta relação equivalente em:

$$x_{n+1} = Ax_n = A^2 x_{n-1} = \dots = A^n x_1 \quad [\text{A-11}]$$



onde a matriz operadora  $A$  pode ser vista em função dos valores de  $n$ . Esta relação é estável apenas se  $A^n$  permanecer estável para todos os valores de  $n$ . Isto significa que os valores absolutos dos autovalores de  $A$ , ou seu “raio espectral”, deva ser menos do que ou igual a:

$$\rho(A) = \max |\lambda_i| \leq 1 \text{ para estabilidade}$$

Em caso de amortecimento zero, os autovalores de  $A$  seguem:

$$A x = \lambda x \quad [A-12]$$

com as soluções:

$$\det \begin{bmatrix} 2 - \omega^2 \Delta t^2 - \lambda & -1 \\ 1 & -\lambda \end{bmatrix} = 0 \quad [A-13]$$

$$(2 - \omega^2 \Delta t^2 - \lambda)(-\lambda) + 1 = 0 \quad [A-14]$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{2 - \omega^2 \Delta t^2}{2} \pm \sqrt{\frac{(2 - \omega^2 \Delta t^2)^2}{4} - 1} \quad [A-15]$$

$$\lambda_{1,2} = a \sqrt{a^2 - 1} \text{ com } a = (2 - \omega^2 \Delta t^2) / 2. \quad [A-16]$$

Para  $|\lambda_{1,2}| = 1$ , temos  $\lambda_{1,2}^2 = 1$  ou  $a \sqrt{a^2 - 1} = 1$ , do qual segue que  $a^2 = 1$  satisfaz a condição. Isto leva a expressão:

$$(2 - \omega^2 \Delta t^2)^2 = 4 = 4 - 4\omega^2 \Delta t^2 + (\omega^2 \Delta t^2)^2 \quad [A-17]$$

Desta equação, a condição para a estabilidade é dada por:

$$\text{Estável: } \Delta t \leq 2 / \omega \quad [A-18]$$

Para o caso de vibração livre no sistema massa-mola, a estabilidade é dada

$$\text{por: } \Delta t \leq 2\sqrt{m/k} \quad [A-19]$$

### A.3 Esquema de Integração implícita

Considerando-se o mesmo sistema ordinário de equações diferenciais,

$$m \ddot{x} + k x = f \quad [\text{A-20}]$$

e um eixo discreto de tempo como na figura A-3, teremos as quantidades conhecidas de  $x_n$  e  $\dot{x}_n$ . As quantidades requeridas são então  $\dot{x}_{n+1}$  e  $x_{n+1}$ . O equilíbrio dinâmico no instante  $t_{n+1}$  é expresso por:

$$m \ddot{x}_{n+1} + k x_{n+1} = f_{n+1} \quad [\text{A-21}]$$

onde  $x_{n+1}$  é desconhecido. A solução direta para  $\ddot{x}_{n+1}$  ou  $x_{n+1}$  é portanto impossível. Então podemos agora aplicar as diferenças e substituindo temos:

$$\dot{x}_{n+1} = (x_{n+1} - x_n) / \Delta t \quad [\text{A-22}]$$

$$\ddot{x}_{n+1} = (\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n) / \Delta t \quad [\text{A-23}]$$

$$\text{e então } \ddot{x}_{n+1} = (x_{n+1} - 2x_n + x_{n-1}) / (\Delta t)^2 \quad [\text{A-24}]$$

a qual após substituição fica:

$$(m / \Delta t^2 + k) x_{n+1} = f_{n+1} - m / \Delta t^2 (2x_n - x_{n-1}) \quad [\text{A-25}]$$

Esta equação pode ser resolvida para um deslocamento desconhecido no intervalo de tempo  $t_{n+1}$

$$x_{n+1} = (m / \Delta t^2 + k)^{-1} (f_{n+1} - m / \Delta t^2 (2x_n - x_{n-1})). \quad [\text{A-26}]$$

As outras variáveis são então obtidas como:

$$\dot{x}_{n+1} = (x_{n+1} - x_n) / \Delta t \quad [\text{A-27}]$$

$$\ddot{x}_{n+1} = (\dot{x}_{n+1} - \dot{x}_n) / \Delta t \quad [\text{A-28}]$$

Este esquema trabalha independentemente do valor de  $\Delta t$ . É então chamado de “*incondicionalmente instável*”.

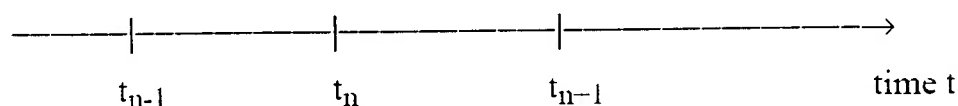


Fig.A-3: Discretização do eixo de tempo.

#### A.4 Comparação de soluções implícitas e explícitas

Tipicamente, o incremento de tempo  $\Delta t$  será de 30 até 300 vezes maior em uma análise implícita do que em uma análise explícita. No caso geral (ou seja, em mais de um *GLD*),  $K$  e  $M$  são matrizes, tais como:

- $M$  pode ser diagonal,
- $K$  praticamente nunca é diagonal.

Isso requer inversões de matrizes para o método implícito, com  $K$  aparecendo no denominador. Utilizando-se métodos implícitos, a solução sobre um incremento de tempo pode tornar-se extremamente “pesadas” para grandes sistemas, especialmente quando muitos incrementos de tempo são necessários de forma a adequadamente descrever o fenômeno físico estudado.

Os incrementos de tempo são pequenos em análises explícitas, assim pequenas aproximações de deslocamento são justificadas a cada incremento; o que não é o caso para o método implícito. A solução do conjunto não-linear de equações requer interações e critérios de convergência nos métodos implícitos, o que já não é o caso em métodos de soluções explícitas onde o incremento de tempo é pequeno suficiente para assumir convergência a cada incremento de tempo.

Os métodos implícitos podem resolver problemas estáticos diretamente, métodos explícitos não o fazem. A estática requer satisfação simultânea de todas as condições de contorno em todos os nós. Isso não é possível com métodos explícitos, desde que o efeito de uma condição de contorno ou carga é propagada em apenas uma fileira de elementos por unidade de tempo.

O método explícito, portanto, é pela sua natureza próprio para a resolução de problemas de propagação de ondas e problemas de transiente dinâmicos. Em algumas instâncias, pode, contudo, ser vantajoso utilizar métodos explícitos para soluções quasi-estáticas, as quais são soluções estáticas de aproximação obtidas pelo alisamento de funções de carregamento em função do tempo, massa e amortecimento nodal.

### A.5 Integração explícita para um caso simples

De forma a demonstrar o esquema de integração explícita, o processo todo será conduzido para o seguinte caso:

- Geometria *1D* (1 *GLD* por nó), assim não há rotação;
- Elemento barra "Bar" (pequenas deformações) ( $A=\text{constante}$ );
- Material elástico linear.

Todos os elementos são assumidos tendo em conta uma massa constante e geometrias e propriedades mecânicas idênticas. Os deslocamentos serão pequenos ( $L=\text{constante}$ ). O modelo estudado, tal como na figura A-4, consiste de cinco elementos de barra:

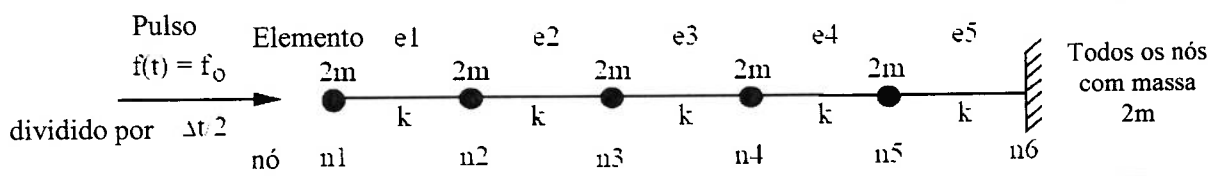


Fig A-4: modelo estudado.

O modelo possui 6 nós, 5 elementos tipo barra de comprimento  $L$ , área transversal  $A$ , massas nodais (discretas)  $2m = \rho AL$ , módulo de elasticidade  $E$  e rigidez axial  $k = EA/L$ . Nó 6 é fixo e nó 1 possui uma massa adicional  $m$ , de forma que todos os nós possuem massa  $2m$ . O carregamento externo consiste de um pulso  $f_0$  aplicado ao nó 1 no intervalo de tempo  $t=0$ , até o intervalo  $\Delta t/2$ . O comprimento deste intervalo (ou  $\Delta t$ ) será atribuído abaixo. Todas as velocidades são zero até o tempo  $t=0$ .

De acordo com o esquema de solução explícita, temos para o nó 1 no intervalo de tempo  $t_0=0$  e para  $t_{1/2} = \Delta t/2$ , onde  $a = d^2x/dt^2$  é a aceleração e  $v = dx/dt$  é a velocidade  $x_0 = 0$ .

$$(a) \quad a_{0,n1} = f_0 / 2m \quad [A-29]$$

$$(b) \quad v_{1/2,n1} = (\Delta t/2)f_0 / 2m \text{ (o pulso é suposto terminar em } \Delta t/2) \quad [A-30]$$

$$(c) \quad x_{1,n1} = x_0 + \Delta t^2 f_0 / 4m \text{ (com } x_0=0 \text{ no nó 1)}. \quad [A-31]$$

Todos os nós ainda não se moveram nos intervalos de tempo  $t_0$  e  $t_{1/2}$ .

Para o elemento 1, obtem-se destes resultados em  $t=1$  com  $\Delta L = x_1 - x_0$ ,

$$\varepsilon_{1,e1} = \Delta L / L = -\Delta t^2 f_0 / (4mL) = -\Delta t^2 f_0 / (2L^2 \rho A)$$

$$\sigma_{1,e1} = E\varepsilon_1$$

$$f_{1,n1} = EA\varepsilon_1 = f_0 \Delta t^2 E / (2L^2 \rho) \quad [A-32]$$

$$f_{1,n2} = EA\varepsilon_1 = f_0 \Delta t^2 E / (2L^2 \rho)$$

As forças  $f_1 = f_0 \Delta t^2 E / (2L^2 \rho)$  são forças internas no elemento atuando nos nós dos elementos.

Para uma solução estável, definindo-se um comprimento  $\Delta s$  como:

$$\Delta s = \Delta t \sqrt{E/\rho} = c \Delta t \quad [\text{A-33}]$$

onde  $\sqrt{E/\rho} = c$  é a velocidade de propagação do som no material. O comprimento  $\Delta s$  é portanto igual a distância em que uma onda sonora viaja no material no intervalo de tempo  $\Delta t$ . Então podemos escrever:

$$f_1 = \pm (f_0/2) (\Delta s/L)^2 \quad [\text{A-34}]$$

e escolhendo-se  $\Delta s = L =$  comprimento do elemento, obtem-se  $\Delta t = L/c$  e

$$f_1 = \pm f_0/2$$

O segundo incremento de tempo entre  $t_1$  e  $t_2$  apresenta cargas (internas)  $f_1 = \pm f_0/2$  nos nós 1 e 2. Para estas cargas, supõe-se que estas permanecem constantes  $t_{1/2}$  e  $t_{3/2}$ , ou sobre um intervalo inteiro de tempo  $\Delta t$ . Pode-se encontrar no nó 1 no intervalo

$$t_1 = \Delta t, t_{3/2} = (3/2)\Delta t \text{ e } t_2 = 2\Delta t :$$

$$(a) \quad a_{1,n1} = -f_0/2(1/2m) \quad [\text{A-35}]$$

$$(b) \quad v_{3/2,n1} = \Delta t/2(f_0/2m) - \Delta t f_0/2(1/2m) = 0 \quad [\text{A-36}]$$

$$(c) \quad x_{2,n1} = x_{1,n1} + 0 = \Delta t^2 f_0/4m \quad [\text{A-37}]$$

e no nó 2:

$$(a) \quad a_{1,n2} = f_0/2(1/2m) \quad [\text{A-38}]$$

$$(b) \quad v_{3/2,n2} = \Delta t f_0/2(1/2m) \quad [\text{A-39}]$$

$$(c) \quad x_{2,n2} = x_{1,n2} + \Delta t^2 f_0/4m \text{ (com } x_1 = 0 \text{ no nó 2), ou seja, } x_2 \text{ no nó 2} \quad [\text{A-40}]$$

é igual a  $x_1$  no nó 1,  $x_{2,n2} = x_{1,n1}$ .

Assim,  $\varepsilon_2 = 0$  no elemento 1

$\varepsilon_2$  no elemento 2 será igual a  $\varepsilon_1$  no elemento 1 no intervalo de tempo prévio. O comportamento desta solução sugere que o pulso de velocidade está se propagando a um elemento de distância por intervalo de tempo com velocidade  $c = \sqrt{E/\rho}$ , figura A-5.

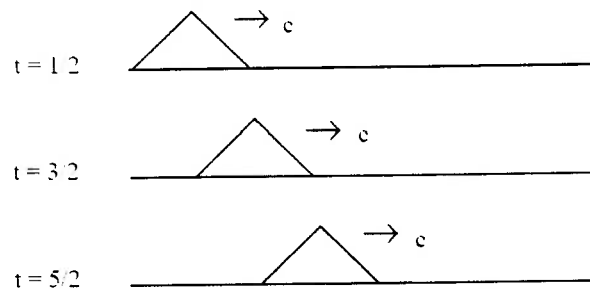


Fig.A-5: Comportamento da solução, pulso de velocidade  $c = \sqrt{E/\rho}$  propagando-se a um elemento por incremento de tempo.

Note que esta velocidade vezes a massa nodal, equivale ao momento induzido pelo pulso de força original, denominado:

$$\Delta t(f_0/2) (1/2m)2m = (\Delta t/2)f_0 \quad [A-41]$$

Ou

$$mv = \int_0^t f(t)dt \quad [A-42]$$

A propagação das velocidades e acelerações podem então ser sumarizadas na tabela 3 abaixo. As acelerações (*acc.*) são dadas no seu incremento de tempo máximo, as velocidades (*vel.*) são dadas em meio período.

time	result.	nó1	nó2	nó3	nó4	...
0	acc	$f_0/2m$	0	0	0	...
1/2	vel	$\Delta t f_0/4m$	0	0	0	...
1	acc	$-f_0/4m$	$f_0/4m$	0	0	...
3/2	vel	0	$\Delta t f_0/4m$	0	0	...
2	acc	0	$-f_0/4m$	$f_0/4m$	0	...
5/2	vel	0	0	$\Delta t f_0/4m$	0	...
3	acc	0	0	$-f_0/4m$	$f_0/4m$	...
	:	:	:	:	:	...

Tabela 3: Propagação das velocidades e acelerações

## A.6 Aplicação no Software *PAM-SCL*

Os problemas resolvidos com a formulação do código inscrito no software aqui demonstrado *PAM-STAMP SCL* são consideravelmente mais complexos do que o exemplo apresentado no tópico A-1. Em geral, problemas mais complexos possuem:

- Geometria em 3D;
- 3 ou 6 graus de liberdade por nó;
- grandes rotações (solução incremental);
- elementos sólidos ou em casca (pequenas deformações em dobramento);
- comportamento elásto-plástico (também em solução incremental);
- comportamento material hidrodinâmico.

O método de solução, entretanto permanece fundamentalmente o mesmo e corresponde ao chart de fluxo mostrado abaixo, figura A-6. Antes de descrever o algoritmo em detalhes, algumas notações serão necessárias, tais como:

- Teoria de cascas;
- Mecânica de rotação finita;
- Derivação da formulação dos EF a partir do princípio de trabalho virtual;

No *PAM-SCL*, basicamente são feitas duas formulações:

- Incremento de tempo, o  $\Delta t$ , permanece pequeno (na ordem de microssegundos);
- A teoria de plates/cascas utilizadas comportam-se como plates/cascas finas, significando que estas são totalmente planas e sua espessura é muito pequena comparado com as dimensões no plano;

As consequências desta primeira formulação é que:

- Podemos simplesmente calcular  $\dot{\epsilon}_{n+1/2} = \partial v_{n+1/2} / \partial x_{n+1}$ ;



- Pode-se então calcular o vetor de velocidade rotacional  $\omega$  e utilizar  $\Delta_t \omega$  para atualizar as rotações nodais (pequenas formulações de rotação para pequenos incrementos);
- Pode-se usar  $\omega_{n-1/2}$  nas equações de equilíbrio rotacional no intervalo de tempo  $t_n$ .

**A.6.1 Diagrama de fluxo do algoritmo PAM-SCL**

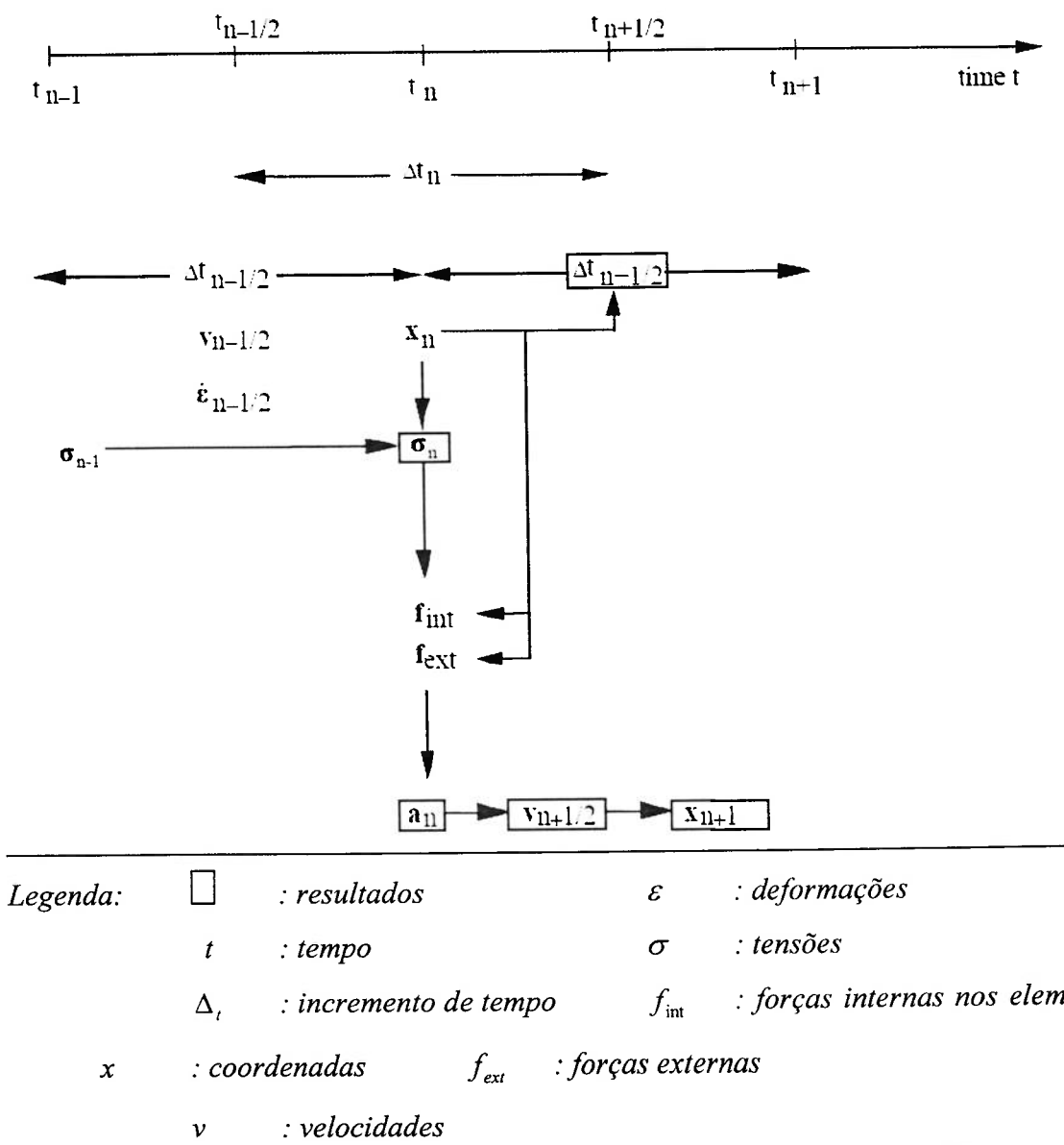


Fig.A-6: Diagrama de fluxo PAM-SCL.

O diagrama de fluxo PAM-SCL na figura A-6, simboliza as operações processadas pelo programa a um dado intervalo de tempo, denominado  $t_n$ . Os programas calculam a partir de valores conhecidos  $\Delta t_{n-1/2}$ ,  $\Delta t_n$ ,  $v_{n-1/2}$ ,  $x_n$ ,  $\sigma_{n-1}$  as quantidades atualizadas ou desconhecidas  $\Delta t_{n+1/2}$ ,  $\sigma_n$ ,  $f_{int}$ ,  $f_{ext}$ ,  $a_n$ ,  $v_{n+1/2}$ ,  $x_{n+1}$ . O significado destes valores pode ser explicado na legenda colocado no diagrama na figura A-6.

## A.7 Diagrama de fluxo do algoritmo PAM-SCL

O algoritmo PAM-SCL (*Solid Core Library*) neste tópico é explicado. Com um exemplo utilizando-se principalmente elementos de cascas e baseando-se em uma solução para crash (PAM-CRASH). O algoritmo básico é idêntico quando utilizados inclusive elementos sólidos, barras, vigas ou elementos de união, somente substituindo-se os dados para elementos de cascas por estes, e correspondendo-se as informações para outros tipos de elementos. O software para simulação de estampagem na sua origem foi concebido nos início anos 80 através de adaptações em códigos existentes na época para a simulação de impactos. A idéia era, se poderíamos “destruir”, porque não construir com base em codificação semelhante? .

### A.7.1 Fase de inicialização

Na fase de inicialização, o programa prepara a fase de solução constituindo vários determinantes iniciais e resolvendo alguns cálculos preliminares. Essencialmente na fase de inicialização são calculadas três operações, descritas aqui:

- (1) Calcula o sistema de referência local para cada elemento de casca, no qual são válidas as equações de *Mindlin / Reissner* ;
- (2) Calcula um sistema de referência local para cada ponto nodal correspondente às direções dos eixos principais de inércia deste ponto. As equações de *Euler* para equilíbrio dinâmico ou um corpo rígido são válidos neste caso.
- (3) Calcula a matriz de massa diagonal para o sistema (todos os graus de liberdade (GLD)/por nó).

### A.7.2 Sistemas de coordenadas locais para elementos de casca

O sistema de coordenadas locais para elementos de casca é escolhido da seguinte forma:

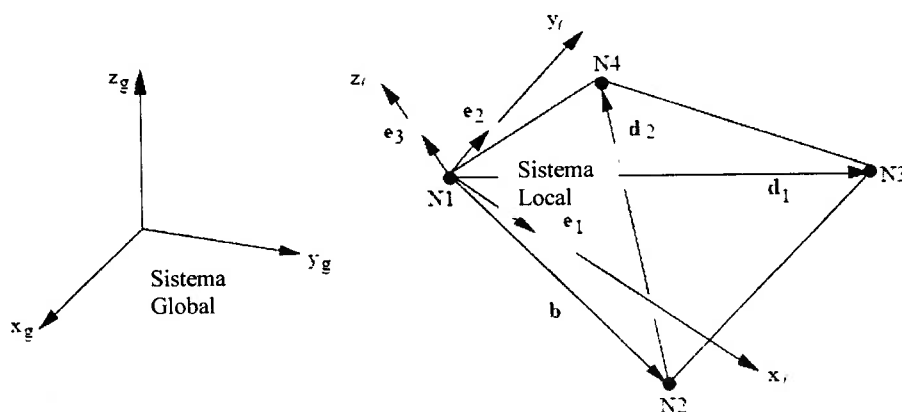


Fig A-7: Sistema de coordenadas locais

O vetor normal de base unitária o qual os pontos na direção local  $z_l$  é definido como sendo o produto vetorial normalizado dos vetores diagonais:

$$d_1 = \{N1N3\} \text{ e } d_2 = \{N2N4\}, \quad [A-43]$$

$$e_3 = d_1 \times d_2 / |d_1 \times d_2| \quad [A-44]$$

o qual significa que o vetor normal,  $e_3$ , é ortogonal a um plano médio através dos pontos N1 até N4. O vetor de base unitária o qual os pontos na direção local  $x_l$  são definidos como:

$$e_1 = (b - (e_3 \cdot b) e_3) / |b - (e_3 \cdot b) e_3| \quad [A-45]$$

onde  $b = \{N1N2\}$  é o vetor representando os limites entre os nós N1 e N2. O vetor base na direção local  $y_l$ , finalmente torna-se:

$$e_2 = e_3 \times e_1 \quad [A-46]$$

no caso de um elemento perfeitamente retangular e plano,  $e_1$  é ao longo de  $\{N1N2\}$  e  $e_2$  é ao longo de  $\{N1N4\}$ .

Os vetores base locais definem então a matriz de transformação local-global,  $\lambda$ , como sendo:

$$\lambda = [ e_1 \ e_2 \ e_3 ] \quad [A-47]$$

e também com:

$$x_\ell = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_\ell = \lambda^T \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_g = \lambda^T x_g \quad [A-48]$$

### A.7.3 Eixos principais de ponto nodais para sistemas de coordenadas de inércia

Os programas de elementos finitos expressam as equações de movimento em todos os seis graus de liberdade de cada ponto nodal. Os graus de liberdade de um nó consiste em três translações e três rotações. Os graus de liberdade translacionais são tomados nas direções do sistema de coordenadas globais da estrutura e as massas são associadas a estes graus de liberdade, as quais são as massas discretas (as quais levam em conta a inércia de rotação e translação do mesmo) de cada elemento contribuinte.

Sabendo-se que em uma solução explícita de equações de movimento as massas rotacionais ou inércias deverão ser conhecidas, é conveniente definir os graus de liberdade rotacionais de cada nó em seu próprio sistema de inércias principais. Neste sistema o tensor de inércia é diagonal e as equações rotacionais de movimento podem ser expressas pelas equações de movimento de *Euler*.

Em ordem de estabelecer as contribuições de um elemento a matriz de massa discreta, o programa primeiramente calcula a contribuição de cada elemento a massa translacional e ao vetor de inércia rotacional destes nós no elemento no sistema de coordenadas do elemento:

$$m_x = m_y = m_z = \rho A_e h / 4 = \quad [A-49]$$

$$I_{xx} = \int_{A_e} \rho (y - y_i)^2 dA_e \quad [\text{A-50}]$$

$$I_{yy} = \int_{A_e} \rho (x - x_i)^2 dA_e \quad [\text{A-51}]$$

$$I_{zz} = I_{xx} + I_{yy} \quad [\text{A-52}]$$

Onde  $A_e$  é a área do elemento,  $h$  é a espessura do plate e  $\rho$  é a densidade de massa do material. Podemos também escrever de forma aproximada:

$$I_{xx} = I_{yy} = \max \left[ (mA/8), (mh^2/12) \right] \quad [\text{A-53}]$$

onde esta expressão será importante sob considerações de *time step* (incremento de tempo). A seguir, o programa transforma o tensor de inércia obtido novamente em coordenadas globais e soma os tensores pertencentes a um mesmo nó. Assim para cada nó, o tensor de inércia é calculado em coordenadas globais, calculado da seguinte forma:

$$I_g = [I]_g = \sum_e [\lambda]_e \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix}_e [\lambda]_e^T = \sum_e \lambda_e I_e \lambda_e^T \quad [\text{A-54}]$$

Então o programa finalmente encontra 3 autovetores normalizados, aqui chamados de  $i_i$ , e 3 autovalores,  $I_i$ , de  $I_g$ , para cada nó, o qual corresponde aos momentos principais de inércia e aos eixos principais de inércia deste nó. Agora define então a matriz de transformação para o sistema nodal local, a qual terá nas colunas as coordenadas globais para os autovetores normalizados:

$$A = [ i_1 \ i_2 \ i_3 ] \quad [\text{A-55}]$$

Então a matriz se transforma em um vetor como a seguir:

$$x_\ell = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_\ell = [A]^T \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_g = A^T x_g \quad [\text{A-56}]$$

#### A.7.4 Matriz de massa diagonal

A mesma transformação desta matriz transforma o tensor de inércia global de um nó em um tensor principal de inércia:

$$I_{princ} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix}_{princ} = [A]^T [I]_g [A] = A^T I_g A \quad [A-57]$$

Os principais momentos de inércia definem o tensor de inércia do nó no sistema de referência local.

A matriz de massa diagonal e a matriz de inércia será agora dada por:

$$\langle m_x m_y m_z \mid I_1 I_2 I_3 \rangle^T = \langle m^T \mid I_{princ}^T \rangle \quad [A-58]$$

Onde todos os termos fora da diagonal principal são zero porque as inércias rotacionais serão expressas no sistema de coordenadas locais.

#### A.7.5 Fase de solução

Na fase de solução o programa processa um looping externo sobre o incremento de tempo da solução, até um determinado tempo definido pelo usuário. As principais características desta fase são essencialmente dados por:

- O uso de diferenças centrais no esquema de integração de tempo explícita;
- Estabilidade condicional requer pequenos time steps,  $\Delta_t$ ;
- A aproximação Lagrangiana requer apenas conservação das equações momentâneas para ser resolvido (a conservação de massa já é obrigatória);
- Não se requer matriz de massa diagonal para a resolução de sistemas de equações algébricas.

Dentro deste looping, as operações podem ser agrupadas dentro daquelas pertinentes aos pontos nodais e aquelas pertinentes aos elementos finitos. As operações de pontos nodais

são calculadas em um looping interno sobre os pontos nodais, ou sobre os graus de liberdade, enquanto as operações dos elementos são realizadas em loopings sobre os elementos finitos. Ambos os tipos de operações são descritos separadamente.

## A.8 Operações de pontos nodais

Em um *looping* sobre todos os nós (ou graus de liberdade), procedentes de conhecidas forças internas e externas no tempo  $t_n$  para as coordenadas e velocidades nos tempos  $t_{n+1}$  e  $t_{n+1/2}$ . As operações são realizadas no sistema global para a translação dos graus de liberdade e em um sistema nodal local para os graus de liberdade rotacionais. O sistema nodal local sofre uma pequena rotação de acordo com o incremento de tempo,  $\Delta t$ . A soma de todas as atualizações destas pequenas rotações eventualmente resultarão em uma rotação finita.

### A.8.1 Incremento de tempo

As notações no eixo do tempo ficam:

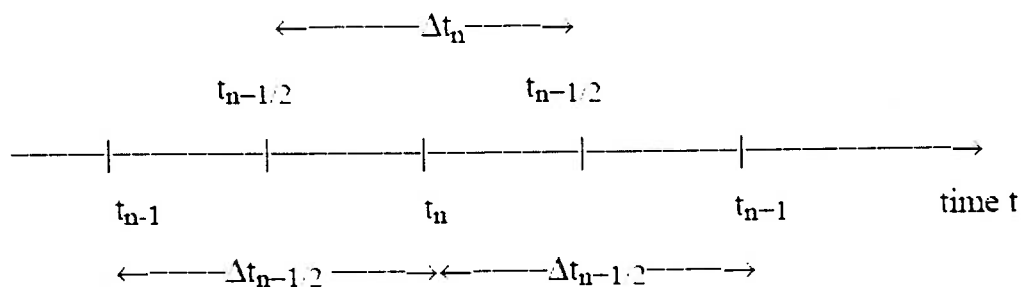


Fig.A-8: Esquema de notações para incremento do tempo

Um passo estável para um elemento,  $\Delta t_e$ , é determinado como a seguir:

$$\Delta t_e = k(L/c) \min(1.0, L/h\sqrt{3}) \quad [\text{A-59}]$$

onde:

$L$  = comprimento característico do elemento correspondente ao menor tempo de propagação de onda através de um elemento;

$c$  = velocidade do som no meio material =  $\sqrt{(E/\rho)}$ ;

$k$  = fator (0,6 até 0,9) para garantir estabilidade no caso de não-linearidade (parâmetro imputado ao programa);

$h$  = espessura do elemento.

Esta fórmula expressa o fato que para a estabilidade numérica, o time step (incremento de tempo)  $\Delta t_e$ , deve ser menor do que o tempo de propagação da onda resultante de dobragem ou compressão no elemento, através deste. O incremento final de tempo estável é o mínimo sobre todos os elementos finitos,  $\Delta t = \text{MIN}(\Delta t_e)$ .

### A.8.2 Operações de pontos nodais

Os graus de liberdade (GLD) nodais são tratados como a seguir:

#### GLD Translacionais

#### GLD Rotacionais

- (1) *Cálculo das forças nodais.* A soma das forças nodais internas (i) e externas (e):

$$f^n = f_{ext}^n - f_{int}^n$$

$$m^n = m_{ext}^n - m_{int}^n$$

- (2) *Transformação dos momentos.* Transformações dos momentos no sistema de coordenadas locais:

$$m_i^n = A m^n$$

- (3) *Calcula as acelerações.* Calcula as acelerações apartir do equilíbrio dinâmico no intervalo de tempo  $t_n$ :

$$a^n = f^n / m \quad \alpha^n = \begin{Bmatrix} \alpha_1^n \\ \alpha_2^n \\ \alpha_3^n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (m_1^n - (I_3 - I_2) \omega_3^{n-1/2} \omega_2^{n-1/2}) / I_1 \\ (m_2^n - (I_1 - I_3) \omega_1^{n-1/2} \omega_3^{n-1/2}) / I_2 \\ (m_3^n - (I_2 - I_1) \omega_2^{n-1/2} \omega_1^{n-1/2}) / I_3 \end{Bmatrix}$$

(Newton)

(Euler)

- (4) *Impõe-se a condição de contorno.* Impõem-se as condições de contorno essenciais onde requeridas:

$$a^n = 0$$

$$\alpha^n = 0$$

- (5) *Atualiza as velocidades.* Atualiza as velocidades pelas diferenças centrais:



$$v^{n+1/2} = v^{n-1/2} + a^n \Delta t^n$$

$$\omega^{n+1/2} = \omega^{n-1/2} + \alpha^n \Delta t^n$$

- (6) *Atualiza as coordenadas.* Atualiza as coordenadas pelas diferenças centrais:

$$x^{n+1} = x^n + \Delta t^{n+1/2} v^{n+1/2}$$

- (7) *Coordenadas locais.* Atualiza o sistema de coordenadas locais no intervalo de tempo  $t_{n+1}$ :

$$A^{n+1} = A^n \Delta A$$

onde o incremento de transformação  $\Delta A$ , torna-se para pequenas rotações:

$$\Delta A = \begin{bmatrix} i_1^n + \Delta t_{n+1/2} \omega^{n+1/2} & x & i_1^n \\ i_2^n + \Delta t_{n+1/2} \omega^{n+1/2} & x & i_2^n \\ i_3^n + \Delta t_{n+1/2} \omega^{n+1/2} & x & i_3^n \end{bmatrix}$$

A matriz é ortonormalizada e a transformação é local para global.

- (8) *Energia cinética.* Calcula a energia cinética no tempo  $t_{n+1/2}$ :

$$E_{kin}^{n+1/2} = (1/2) m v^T v + (1/2) \omega^T I_{princ} \omega$$

onde  $v$  são as velocidades globais do nó,  $m$  é o ponto de massa nodal,  $I_{princ}$  é o tensor principal de inércias e  $\omega$  são as velocidades rotacionais do nó no sistema de inércias principais.

- (9) *Velocidades rotacionais globais.* Transforma velocidade de rotação em sistema global.

$$\omega_g^{n+1/2} = A^n \omega^{n+1/2}$$

Note que as seguintes aproximações estão contidas no procedimento acima descrito:

- as velocidades rotacionais em  $t_{n+1/2}$  não são corretas no equilíbrio em  $t_n$ ,
- as formulações de atualização do sistema local assumem pequenas rotações.

O seguinte exemplo em 2D da figura A-3 mostra como as rotações são tratadas em um dado ponto nodal.

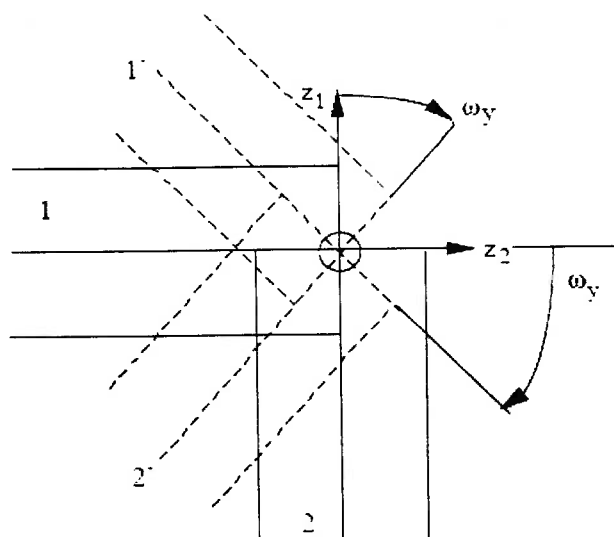


Fig.A-9: Rotações em um dado ponto nodal.

A rotação  $\omega_y$  no nó é transmitida a direção das fibras dos elementos.

### A.9 Operações dos elementos

Em um *looping* de resolução sobre todos elementos, obtém-se forças nodais internas e momentos no intervalo  $t_{n+1}$  de conhecidas velocidades e coordenadas nos intervalos  $t_{n+1/2}$  e  $t_{n+1}$ .

As operações são realizadas no sistema de coordenadas do elemento local, o qual é recalculado a cada incremento de tempo para consideração dos grandes efeitos rotacionais.

As principais características e suposições nesta fase são as seguintes:

- Utilização de um elemento plano;
- Teoria de cascas de *Mindlin / Reissner*;
- Taxa de deformação / formulação de tensões de *Jaumman*;
- Elementos de casca tipo Belytschko com 4 nós;
- Interpolação bilinear para todos os GLD's.
- Um ponto de integração no plano e um número de integrações definido pelo usuário através da espessura do elemento;
- Viscosidades *anti-hourglass*;

- Elemento corotacional, pequenas curvaturas são assumidas.

### A.9.1 Formulação do elemento

As taxas de deformação são definidas para os elementos rescrevendo-se as equações de Mindlin's como a seguir:

$$\begin{aligned}
 \dot{\varepsilon}_{xx} &= \dot{\varepsilon}_{xx0} - Z \dot{K}_{xx} \\
 \dot{\varepsilon}_{yy} &= \dot{\varepsilon}_{yy0} - Z \dot{K}_{yy} \\
 2\dot{\varepsilon}_{xy} &= 2\dot{\varepsilon}_{xy0} - Z \dot{K}_{xy} \\
 2\dot{\varepsilon}_{yz} &= 2\dot{\varepsilon}_{yzo} \\
 2\dot{\varepsilon}_{xz} &= 2\dot{\varepsilon}_{xzo}
 \end{aligned} \tag{A-60}$$

onde

$$\begin{aligned}
 \dot{\varepsilon}_{xx0} &= \partial v_x / \partial x \\
 \dot{\varepsilon}_{yy0} &= \partial v_y / \partial y \\
 2\dot{\varepsilon}_{xy0} &= \partial v_x / \partial y + \partial v_y / \partial x \\
 2\dot{\varepsilon}_{yzo} &= \partial v_z / \partial y - \omega_x \\
 2\dot{\varepsilon}_{xzo} &= \partial v_z / \partial x + \omega_y
 \end{aligned} \tag{A-61}$$

são as velocidades de deformação dos elementos de uma superfície média e:

$$\begin{aligned}
 \dot{K}_{xx} &= -\partial \omega_y / \partial x \\
 \dot{K}_{yy} &= \partial \omega_x / \partial y \\
 \dot{K}_{xy} &= -(\partial \omega_y / \partial y - \partial \omega_x / \partial x)
 \end{aligned} \tag{A-62}$$

e são também as “*velocidades de curvatura*” das superfícies médias. Quantidades “ $v$ ” e “ $\omega$ ” são respectivamente as velocidades translacional e a rotacional. Então podemos escrever um vetor  $8 \times 1$  de uma deformação de superfície de um elemento como a seguir:

$$\varepsilon_{eo}^T = \{\varepsilon_0\}_e^T = \left\langle \underbrace{\varepsilon_{xx0} \varepsilon_{yy0} \varepsilon_{xy0}}_{(membrana)} ; \underbrace{2\varepsilon_{yzo} \ 2\varepsilon_{xzo}}_{(cisalhamento)} ; \underbrace{K_{xx} K_{yy} K_{xy}}_{(dobramento)} \right\rangle e. \tag{A-63}$$

Associado a esta matriz, temos a matriz dos elementos dos resultantes de tensões,

$$f_{e0}^T = \{f_0\}_e^T = \left\langle \underbrace{f_{xx} \ f_{yy} \ f_{xy}}_{(membrana)} ; \underbrace{f_{yz} \ f_{xz}}_{(cisalhamento)} ; \underbrace{m_{xx} \ m_{yy} \ m_{xy}}_{(dobramento)} \right\rangle e. \quad [A-64]$$

Os elementos de tensão resultantes são definidos como na figura A-10:

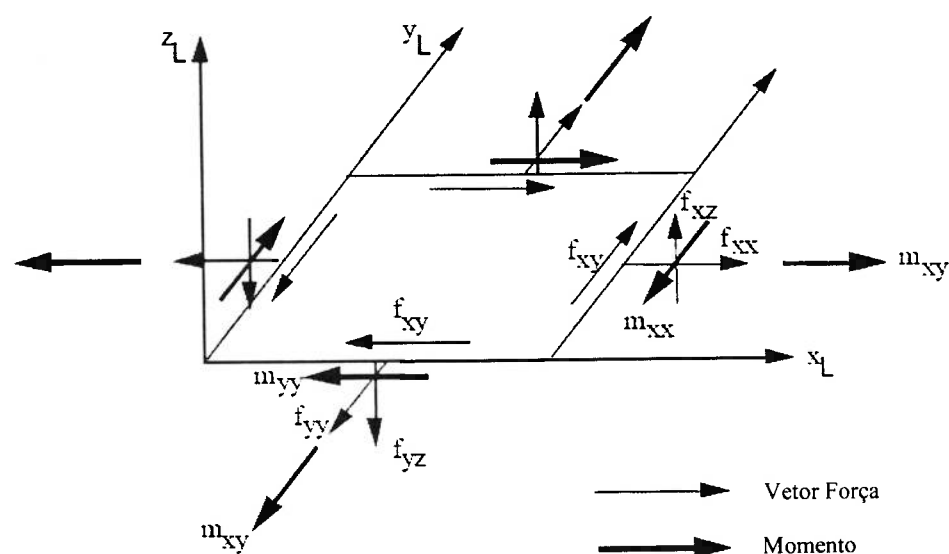


Fig A-10: Resultantes de tensões no elemento com base em um sistema de coordenadas

$f_{xx}, f_{yy}, f_{xy}$  são resultantes da tensão de membrana;

$f_{yz}, f_{xz}$  é cisalhamento fora do plano;

$m_{xx}, m_{yy}$  são momento de dobramento;

$m_{xy}$  é o momento de retorcimento (ou empenamento do elemento).

As deformações na integração dos pontos são obtidas das deformações dos elementos usando as equações de *Mindlin/Reissner*. As tensões na integração dos pontos devido a resultante dos pontos são obtidas através de da integração de *Simpson* através da espessura do elemento.

### A.9.2 Tratamento de fluxo no elemento

As operações nos elementos são realizadas no looping interno sobre estes, e para um elemento de casca com 4-nós essencialmente temos o seguinte:

- (1) **Calcula o incremento de tempo estável:** Das coordenadas  $x_{n+1}$  em todos os nós, calcula o comprimento característico  $L$  de cada elemento, e então o incremento de tempo (time-step) estável será:

$$\Delta t_{n+1/2} = k(L/c) \min(1.0, L/(h\sqrt{3}))$$

- (2) **Atualiza o sistema de coordenadas do elemento:** Calcula um novo sistema local para cada elemento durante a fase de inicialização, ou seja:

$$\lambda_{n+1}$$

- (3) **Transformação de quantidade nodais:** Transforma as quantidades nodais  $x_{n+1}$ , as velocidades translacionais  $V_{n+1}$  e as velocidades rotacionais  $\{\partial\rho/\partial t\}_{n+1/2} = \omega_{n+1/2}$  em coordenadas locais do elemento:

$$\begin{aligned} x_l &= \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_l = [\lambda]^T \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}_g = \lambda^T x_g \\ v_l &= \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{Bmatrix}_l = [\lambda]^T \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{Bmatrix}_g = \lambda^T v_g \\ \omega_l &= \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}_l = [\lambda]^T \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}_g = \lambda^T \omega_g \end{aligned} \quad [A-65]$$

- (4) **Velocidade nodal dos elementos:** Define uma coluna na matriz a qual define as variáveis nodais para cada elemento:

$$u_e^T = \{u\}_e^T = \langle v_{x1} v_{y1} v_{z1} \omega_{x1} \omega_{y1} ; v_{x2} \dots ; \dots \omega_{y4} \rangle = \langle v_{e1} v_{e2} v_{e3} v_{e4} \rangle \quad [A-66]$$

- (5) **Velocidades pontuais mid-surface:** As velocidades a cada ponto de integração da chamada mid-surface serão obtidas como uma função das velocidades nodais dos elementos:

$$v_e = \underbrace{\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ \omega_x \\ \omega_y \end{Bmatrix}}_{5 \times 1} = \underbrace{[N]}_{5 \times 20} \underbrace{\{u\}_e}_{20 \times 1} = N u_e \quad [A-67]$$

Onde  $N$  é uma matriz de interpolação cuja elementos são os valores das funções bilineares de interpolação em um considerado ponto de integração.

- (6) **Velocidade de deformação mid-surface (superfícies médias):** As velocidades de deformação mid-surface originam-se em:

$$\varepsilon_{eo} = \underbrace{\{\varepsilon_0\}_e}_{8 \times 1} = \underbrace{[B]}_{8 \times 5} \underbrace{[N]}_{5 \times 20} \underbrace{\{u\}_e}_{20 \times 1} = BN u_e \quad [A-68]$$

onde o operador- $B$  é dado por:

$$[B]_{8 \times 5} = \left\{ \begin{array}{cccc} \partial/\partial x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 & 0 \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\partial/\partial x \\ 0 & 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial x & -\partial/\partial y \end{array} \right\} = B \quad [A-69]$$

Os valores da matriz de interpolação tensão-deslocamento dos elementos  $BN$ , são simples funções das coordenadas do elemento para o caso de um ponto de integração no centro do elemento quando usando funções de interpolação bilineares.

- (7) **Atualização na espessura do elemento:** Da atualização das velocidades de deformação do elemento atualiza-se a espessura do elemento  $h$ , de acordo com o plano de tensões assumidos como:

$$h_{n+1} = h_n (1 + \epsilon_{ZZO} \Delta t_{n+1/2}) \quad [A-70]$$

com

$$\epsilon_{ZZO} = -(\epsilon_{xx0} + \epsilon_{yy0}) (\nu / 1 - \nu) \quad [A-71]$$

(onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson)

- (8) **Ponto de Integração para as velocidades de deformação:** Das taxas de deformação do elemento na superfície média e na coordenada z do elemento, obtemos o tensor de deformações  $D_{n+1/2}$ , (taxa de deformação) a cada ponto de integração através da espessura, utilizando as equações de Mindlin / Reissner.
- (9) **Novas tensões nos pontos de integração:** a cada ponto de integração deverá ser obtido:

$$D_{n+1/2} \sigma_{n+1} \quad [A-72]$$

$$\sigma_n \quad [A-73]$$

onde D é o tensor taxa de deformação e  $\sigma$  é o tensor de tensões, e temos ainda:

$D_{n+1/2}$  é analisado no sistema  $\lambda_{n+1}$

$\sigma_n$  é analisado no sistema  $\lambda_n$

$\sigma_{n+1}$  é analisado no sistema  $\lambda_{n+1}$

Suponhando-se que foi calculado o tensor de giro (spin):

$W_{n+1/2}$  é analisado no sistema  $\lambda_{n+1}$

também pode ser definido a matriz de transformação (rotacional) entre os sistemas  $\lambda_n$  e  $\lambda_{n+1}$  por:

$$\lambda' = \lambda_{n+1} \quad \lambda_n$$

$$g \rightarrow n+1 \quad n \rightarrow g$$

O qual rotaciona as velhas tensões dentro do novo sistema de coordenadas com a seguir em:

$$\sigma_n' = \lambda' T \sigma_n \lambda' \quad [A-74]$$

A taxa de tensões de *Jaumann* no sistema  $\lambda_{n+1}$  produzirão:

$$\sigma_{n+1} = CD_{n+1/2} \Delta t_{n+1/2} + \Delta t_{n+1/2} \Omega \lambda' T \sigma_n \lambda \cdot \Omega T \Delta t_{n+1/2} \quad [A-75]$$

onde  $\Omega$  representa o tensor de giro (spin) e  $\lambda'$  a transformação.

O co-rotacional ou a consideração de pequenas deformações resulta em:

$$\Delta t_{n+1/2} \Omega^T \lambda \cdot T = I \quad (I = \text{matriz unitária}) \quad [A-76]$$

ou

$$\sigma_{n+1} = CD_{n+1/2} \Delta t_{n+1/2} + \sigma_n \quad [A-77]$$

onde  $\lambda_n$  simplesmente permanece no antigo sistema de coordenadas  $\lambda_n$ .

Esta fórmula implica nas seguintes considerações:

- A rotação do sistema de coordenadas do elemento é igual à rotação do corpo rígido em todos os pontos de integração, ou,
- Os componentes de tensões rotacionais no novo sistema no tempo  $t_{n+1}$  são iguais aos componentes de tensões não-rotados no velho sistema em  $t_n$ .

(3) **Energia Interna:** Obtem-se a energia interna através de:

$$\Delta E_{\text{int}} = \int_A \int_h \Delta t D \sigma dh dA \quad [A-78]$$

$$E_{\text{int}}^{n+1} = \int_0^{t_{n+1}} \Delta E_{\text{int}} \quad [A-79]$$

Na primeira integral, a escolha de  $\Delta t$  é uma aproximação desde  $D$  em  $t_{n+1/2}$  e em  $\sigma$  em  $t_{n+1}$ .

(3) **Resultantes das tensões dos elementos:** Utiliza a regra de integração trapezoidal para conseguir as resultantes dos elementos apartir das tensões nos pontos de integração. Para um certo número de pontos de integração,  $n$  deverá evoluir da soma:

$$\int \sigma dz = f = \sigma_1 \cdot d + \sigma_2 \cdot 2d + \sigma_3 \cdot 2d + \dots \sigma_n \cdot d \quad [A-80]$$

( $n$  = número de pontos de integração)



Esta somatória é avaliada para todos os componentes das resultantes de tensões.

$$\left\langle f_{xx} \ f_{yy} \ f_{xy} ; f_{xz} \ f_{yz} \right\rangle_e^T \quad [A-81]$$

Baseado nas tensões, respectivamente,

$$\left\langle \sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{xy} ; \sigma_{xz} \ \sigma_{yz} \right\rangle_e^T \quad [A-82]$$

tensões  $\left\langle \sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{xy} \right\rangle_e^T$  também aumenta os momentos resultantes

$$\left\langle m_{xx} \ m_{yy} \ m_{xy} \right\rangle_e^T \quad [A-83]$$

onde os momentos são calculados da fórmula

$$m = - \int \sigma z \ dz = \sigma_1 1_1 d + \sigma_2 1_2 2d + \sigma_3 1_3 2d + \dots \sigma_n 1_n d \quad [A-84]$$

onde  $1, 2, \dots, 1_n$  são os braços de alavanca associados com os pontos de integração de  $1$  até  $n$ . Os valores de  $l$  corresponde a um valor de integração vezes o comprimento  $d = (1/2)h/(n-1)$ .

- (3) **Forças nodais nos elementos:** As integrações realizadas no plano da força resultante nos elementos para obter as forças nodais de acordo com o princípio de trabalho virtual (e teoria de EF):

$$\mathcal{E}_{eo} = \left\langle \mathcal{E}_0 \right\rangle_e = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{N} \end{bmatrix} \left\langle \mathbf{u} \right\rangle = \mathbf{B} \mathbf{N} u_e \quad [A-85]$$

$$f_e = \left\langle f_e \right\rangle = \int_A \begin{bmatrix} \mathbf{N} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{B} \end{bmatrix}^T \left\langle f_{eo} \right\rangle dA = \int \mathbf{N}^T \mathbf{B}^T f_{eo} dA \quad [A-86]$$

para a integração de um ponto, torna-se então:

$$f_e = \left\langle f_e \right\rangle = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \mathbf{N} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{B} \end{bmatrix}^T \left\langle f_{eo} \right\rangle = \mathbf{A} \mathbf{N}^T \mathbf{B}^T f_{eo} \quad [A-87]$$

onde:

$$f_e^T = \left\langle f_e \right\rangle^T = \left\langle f_{xx1} \ f_{yx1} \ f_{zz1} \ m_{xx1} \ m_{yy1} ; f_{xx2} \dots ; \dots f_{zz4} \ m_{xx4}, m_{yy4} \right\rangle \quad [A-88]$$

então podemos escrever  $B^T f_{eo}$  completo:

$$B^T f_{eo} = \begin{Bmatrix} f_{xx} \\ f_{yy} \\ f_{zz} \\ m_{xx} \\ m_{yy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f^i \\ m^i \end{Bmatrix} \quad [A-89]$$

$$B^T f_{eo} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & \partial/\partial y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \partial/\partial y & \partial/\partial x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\partial/\partial x & 0 & -\partial/\partial y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_{xx} \\ f_{yy} \\ f_{xy} \\ f_{yz} \\ f_{zx} \\ m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{zz} \end{Bmatrix}_{eo} \quad [A-90]$$

Isto mostra que os momentos nodais podem resultar de  $f_{xy}$  e de  $f_{yz}$ , mesmo se  $m_{xx}$ ,  $m_{yy}$  e  $m_{zz}$  são zero. O cisalhamento causa junção da rotação com efeitos de deslocamentos fora do plano. As forças nodais resultantes são dadas no intervalo de tempo  $t_{n+1}$  desde que todas as tensões fossem calculadas a este tempo.

(3) **Forças nodais globais:** Transformam forças nodais novamente no sistema global:

$$f_{n+1}^g = \begin{Bmatrix} f_{xx} \\ f_{yy} \\ f_{zz} \end{Bmatrix}_{n+1}^g = [\lambda]_{n+1} \begin{Bmatrix} f_{xx} \\ f_{yy} \\ f_{zz} \end{Bmatrix}_{n+1}^i = \lambda_{n+1} f_{n+1}^i \quad [A-91]$$

$$m_{n+1}^g = \begin{Bmatrix} m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{zz} \end{Bmatrix}_{n+1}^g = [\lambda]_{n+1} \begin{Bmatrix} m_{xx} \\ m_{yy} \\ 0 \end{Bmatrix}_{n+1}^i = \lambda_{n+1} \begin{Bmatrix} m_{n+1}^i \\ 0 \end{Bmatrix}$$

- (3) **Montagem:** A somatória de forças vindas de diferentes elementos como forças externas para cada nó:

$$\begin{Bmatrix} f \\ m \end{Bmatrix}_{n+1} = - \sum_{e=1}^{N_e} \begin{Bmatrix} f \\ m \end{Bmatrix}_{n+1}^{eg} \quad [A-92]$$

onde  $N_e$  é o número de elementos na vizinhança do nó considerado.

## A.10 Formulação da simulação numérica para aplicação ao método dos elementos finitos

### A.10.1 Gradiente e Taxa de Deformação

Considerando-se um vetor velocidade, o mesmo pode ser interpretado na seguinte forma:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(x, t) \quad [A-93]$$

consequentemente, podemos escrever o tensor para o gradiente de velocidade sendo o mesmo definido como:

$$L_{ij} = v_{i,j} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad [A-94]$$

$L$  pode ser expresso como sendo a soma de um tensor simétrico  $D$  e uma tensor oblíquo  $W$ . O tensor simétrico  $D$  será chamado de taxa de deformação e o tensor oblíquo simétrico  $W$  de tensor spin ou tensor de vórtice. Na forma de componentes, estes vetores podem ser escritos:

$$D_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i})$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} - v_{j,i}) \quad [A-95]$$

e teremos  $L = D + W$ .

O tensor taxa de deformação pode ser relacionado à taxa de deformação *Lagrangiana* pela relação:

$$\dot{E} = \frac{1}{2} \dot{C} = F^T D F \quad [A-96]$$

Notamos que  $L$ ,  $D$ , e  $W$  estão na configuração de deformação enquanto  $\dot{E}$  está na configuração de referência. A taxa do gradiente de deformação é então dada por:

$$\dot{F} = L F \quad [A-97]$$

Definimos então  $\Omega$ , que será dado pela seguinte expressão:

$$\Omega = \dot{R} R^T \quad [A-98]$$

Então a taxa do tensor de rotação será dado por:

$$\dot{R} = \Omega R \quad [A-99]$$

Note que, partindo do princípio que  $\Omega$  é um tensor simétrico oblíquo, então um vetor  $\omega$  poderá ser definido como sendo:

$$\omega \times r = \Omega \quad [A-100]$$

para todos vetores  $r$ .

### A.10.2 Leis elásticas constitutivas materiais

Definem um material elástico como sendo aquele cuja resposta depende do gradiente de deformação ou de um apropriado valor de deformação. Assume-se então a existência de uma energia interna armazenada por unidade de massa  $\Sigma$ . Esta energia armazenada satisfaz a seguinte equação:

$$\dot{\Sigma} = \sigma : \text{grad } v = \sigma : D \quad [A-101]$$

então as tensões podem ser obtidas desta energia armazenada utilizando-se da seguinte formulação:

$$\sigma = F \frac{\partial \Sigma}{\partial E} F^T = 2F \frac{\partial \Sigma}{\partial C} F^T \quad [A-102]$$

Similarmente, o primeiro e o segundo tensores de tensões *Piola-Kirchhoff* podem derivar da energia interna:

$$S = 2 \frac{\partial \Sigma}{\partial C} \quad [A-103]$$

$$\text{e } P = 2F \frac{\partial \Sigma}{\partial C} \quad [A-104]$$

Das relações acima, a taxa de tensões  $\dot{S}$  pode ser expressa como uma função da taxa de deformação  $\dot{C}$

$$\dot{S} = C : \dot{E} \quad [A-105]$$

$$\text{onde: } C = 4 \frac{\partial^2 \Sigma}{\partial C^2} \quad [A-106]$$

$C$  é um tensor de 4.a ordem chamado tensor constitutivo material. A taxa de tensões de *Cauchy* e a correspondente taxa de deformação pode ser relatado como:

$$\overset{\nabla}{\sigma} = c : \dot{e} \quad [A-107]$$

$$\text{onde: } c_{abcd} = F_{aA} F_{bB} F_{cC} F_{dD} C_{ABCD} \quad [A-108]$$

### A.10.3 Deformações Infinitesimais

Neste capítulo, a teoria de deformação infinitesimal será derivada da teoria para grandes deformações. Uma certa deformação  $\varphi$  pode ser escrita em função do deslocamento  $u$ ,

$$\varphi = X + u \quad [A-109]$$

de forma que para derivar os resultados para a teoria de pequenas deformações (infinitesimais), uma medição desta dimensão deverá ser introduzida:

$$\varepsilon = \max_k (\sup \|u_{,k}\|) \quad \text{para } k = 1, 2, 3 \quad [A-110]$$

A função, vetor ou tensor  $f(u_{,k})$  deve ser de ordem  $o(\varepsilon^n)$  se existir uma constante  $c > 0$  de forma que:

$$\|f(u_{,k})\| < C \varepsilon^n \quad \text{com } \varepsilon \rightarrow 0 \quad [\text{A-111}]$$

para pequenas deformações, os gradientes de deslocamentos são na ordem de  $o(\varepsilon^n)$ :

$$u_{i,A} = o(\varepsilon) \text{ e } u_{i,B} = o(\varepsilon) \quad \text{com } \varepsilon \rightarrow 0 \quad [\text{A-112}]$$

O tensor *Lagrangiano* de deformações neste caso será dado por:

$$E_{AB} = \frac{1}{2}(u_{A,B} + u_{B,A} + u_{C,A}u_{C,B}) = \frac{1}{2}(u_{A,B} + u_{B,A}) + o(\varepsilon^2) \quad [\text{A-113}]$$

$$= \frac{1}{2}(u_{A,B} + u_{B,A}) = o(\varepsilon) \quad \text{as } \varepsilon \rightarrow 0 \quad [\text{A-114}]$$

Note que em termos de ordem,  $o(\varepsilon^n)$  tem sido negligenciado em respeito aos termos de primeira ordem para se obter os resultados acima. Este resultado é válido apenas em caso de pequenas deformações onde as considerações acima (em se tratando realmente de pequenas deformações) são verificadas.

O mesmo resultado pode ser obtido em termos de deformações *Eulerianas*:

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} - u_{k,i}u_{k,j}) = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) + o(\varepsilon^2) \quad [\text{A-115}]$$

$$= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) = o(\varepsilon) \quad \text{as } \varepsilon \rightarrow 0 \quad [\text{A-116}]$$

As diferenças entre as deformações Lagrangianas e Eulerianas desaparecem para o caso infinitesimal:

$$E_{\Lambda B} = e_{ij}\delta_{i\Lambda}\delta_{jB} = o(\varepsilon) \quad \text{as } \varepsilon \rightarrow 0 \quad [\text{A-117}]$$

de forma que obtemos então o seguinte gradiente de deformação:

$$F_{i\Lambda} = \delta_{i\Lambda} + \frac{\partial u_i}{\partial X_\Lambda} = \delta_{i\Lambda} + o(\varepsilon) \quad [\text{A-118}]$$

O inverso do gradiente de deformação pode ser também derivado para a teoria de pequenas deformações, resultando em:

$$F_{i\Lambda}^{-1} = \delta_{i\Lambda} - \frac{\partial u_{\Lambda}}{\partial X_B} \delta_{Bi} = \delta_{i\Lambda} + o(\varepsilon) \quad [\text{A-119}]$$

A diferenciação a respeito de  $X_{\Lambda}$  ou  $x_i$  devem gerar os mesmos resultados no caso da teoria de pequenas deformações; isso reforça que no caso de escolha da referência ou da atual configuração não importa para pequenas deformações, então isto significa que:

$$\frac{\partial u_A}{\partial x_i} = \frac{\partial u_A}{\partial X_B} \frac{\partial X_B}{\partial x_i} = \frac{\partial u_A}{\partial X_B} (\delta_{Bi} - \frac{\partial u_B}{\partial X_C} \delta_{Ci}) = \frac{\partial u_A}{\partial X_B} \delta_{Bi} + o(2) = \frac{\partial u_A}{\partial X_B} \delta_{Bi}, \text{ com } \varepsilon \rightarrow 0 \quad [\text{A-120}]$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial u_i}{\partial X_{\Lambda}} \frac{\partial X_{\Lambda}}{\partial x_j} = \frac{\partial u_i}{\partial X_{\Lambda}} (\delta_{ij} - \frac{\partial u_{\Lambda}}{\partial X_B} \delta_{Bj}) = \frac{\partial u_i}{\partial X_{\Lambda}} \delta_{ij} + o(2) = \frac{\partial u_i}{\partial X_{\Lambda}} \delta_{ij}, \text{ com } \varepsilon \rightarrow 0 \quad [\text{A-121}]$$

A expressão para o gradiente de deslocamento pode então ser derivado como:

$$u_{i,j} = e_{ij} + w_{ij} \quad [\text{A-122}]$$

Onde  $e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$  e  $w_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} - u_{j,i})$  são respectivamente o tensor de deformações simétrico e o tensor oblíquo simétrico.

Similarmente para o tensor de dilatação:

$$C_{\Lambda B} = U_{\Lambda C} U_{CB} = \delta_{\Lambda B} + 2E_{\Lambda B} = \delta_{\Lambda B} + o(\varepsilon) \quad [\text{A-123}]$$

e

$$(\delta_{\Lambda C} + E_{\Lambda C})(\delta_{CB} + E_{CB}) = \delta_{\Lambda B} + 2E_{\Lambda B} + o(2) = C_{\Lambda B} \quad [\text{A-124}]$$

gerando o seguinte resultado para o tensor de dilatação:

$$U_{\Lambda B} = \delta_{\Lambda B} + E_{\Lambda B} = \delta_{\Lambda B} + o(\varepsilon) \quad [\text{A-125}]$$

o inverso do tensor de dilatação pode ser derivado como:

$$U_{\Lambda B}^{-1} = \delta_{\Lambda B} - E_{\Lambda B} = \delta_{\Lambda B} + o(\varepsilon) \quad [\text{A-126}]$$

As expressões para o tensor de rotação para pequenas deformações podem ser derivadas de  $F$  e de  $U$  como:

$$R_{i\Lambda} = F_{iB} U_{B\Lambda}^{-1} = \left( \delta_{iB} + \frac{\partial u_i}{\partial X_B} \right) (\delta_{BA} - E_{B\Lambda}) = \delta_{i\Lambda} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial X_\Lambda} - \frac{\partial u_\Lambda}{\partial x_i} \right) \quad [\text{A-127}]$$

O tensor rotação fica então como:

$$R_{i\Lambda} = \delta_{i\Lambda} + w_{ij} \delta_{jA} \quad [\text{A-128}]$$

$$\text{ou em um tensor na forma: } R = I + w \quad [\text{A-129}]$$

A taxa de deformação e os tensores de giro podem ser também simplificados para a teoria das deformações infinitesimais, denominando:

$$\begin{aligned} D_{ij} &= \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}) = \dot{e}_{ij} \\ W_{ij} &= \frac{1}{2} (v_{i,j} - v_{j,i}) = \dot{w}_{ij} \\ \Omega_{ij} &= \dot{R}_{iA} R_{jA} = W_{ij} \end{aligned} \quad [\text{A-130}]$$

O determinante Jacobiano para as pequenas deformações neste caso tornam-se:

$$J = \det F = \frac{1}{6} e_{abc} e_{ABC} F_{aA} F_{bB} F_{cC} \quad [\text{A-131}]$$

onde  $e_{ijk}$  é um símbolo indicando permutação.

Trocando-se  $F$  por esta expressão para o caso infinitesimal, leva-nos a:

$$J = 1 + u_{k,k} = 1 + e_{kk} \quad [\text{A-132}]$$

e

$$J^{-1} = 1 - u_{k,k} = 1 - e_{kk} \quad [\text{A-133}]$$

Então a mudança de volume pode ser relacionada aos tensores de deformações como:

$$dv = JdV = (1 + e_{kk})dV \quad [\text{A-134}]$$

o qual resulta em:



$$\frac{dv - dV}{dV} = e_{kk} = \text{trace}(e) \quad [\text{A-135}]$$

ou seja, isso é chamado de volume de dilatação o qual devido aos seus componentes volumétricos do tensor de deformação, o cisalhamento não contribui para a mudança de volume no caso de pequenas deformações.

#### **A.10.4 Checagem dos elementos de casca (Shell elements)**

##### **A.10.4.1 Introdução**

De forma a evitar-se elementos com relações de taxa de aspecto muito ruins, elementos de casca com formas altamente deformadas, empenadas e com aspecto cortante, deve-se na elaboração do modelo realizar algumas checagem da forma geométrica destes antes do início do processamento computacional do modelo. Esta checagem é feita apenas no momento em que os dados e o modelo geométrico está pronto e não afeta o processamento do mesmo. Elementos de casca com péssimo aspecto (relação), com forma inicial extremamente deformada, ou elementos que possuem ângulos agudos ou cortantes demais podem levar a péssimos resultados ou em até certos casos podem levar a resultados completamente divergentes.

##### **A.10.4.2 Relação ou taxa de aspecto do elemento**

A relação de aspecto do elemento poderá ser checada em relação a um certo valor prescrito (figura A-11):

$$AR = \frac{L_{12} + L_{34}}{L_{23} + L_{14}} \leq ARMAX \quad [\text{A-136}]$$

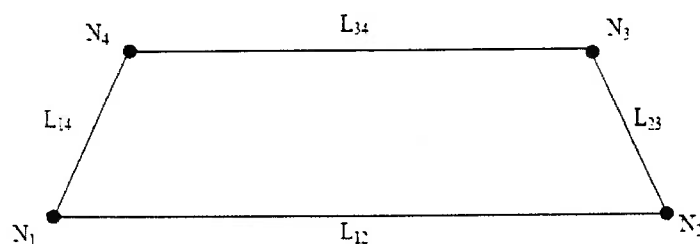


Fig. A-11: Relação de aspecto para um elemento de casca

O aspecto ideal para esta relação é 1, ao qual corresponde ao elemento quadrado. A deteriorização dos resultados do elemento é proporcional a relação de aspecto no mesmo.

#### A.10.4.3 Ângulos Máximo-Mínimo para elementos de cascas tipo *Quads* e Triangular

Os ângulos de um elemento de casca quadrilateral e triangular (figura A-12) podem ser checado de forma a verificar se o elemento não está altamente distorcido. Elementos com forma ideal são quadrados e triângulos equiláteros. Elementos com alto grau de distorção podem levar a péssimos resultados e a deteriorização no time-step de processamento, levando a divergência.

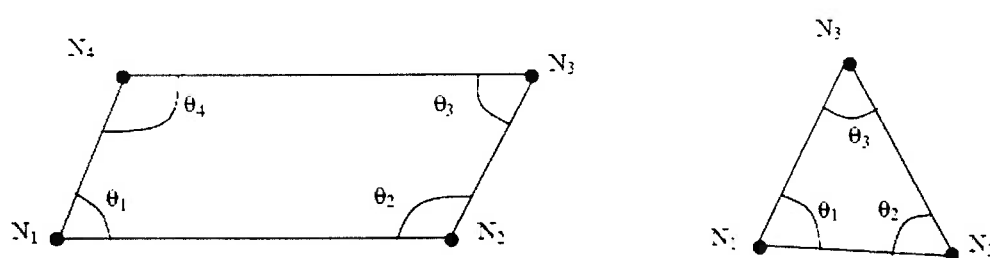


Fig. A-12: Ângulos internos para um elemento de casca

A checagem consiste em verificar se os ângulos internos estão entre os valores prescritos

$$\theta_{\min} \leq \theta \leq \theta_{\max} .$$

Para um elemento de casca Quadrilateral temos:  $\theta_{ideal} = 90^\circ$

Para um elemento de casca Triangular temos:  $\theta_{ideal} = 60^\circ$

#### A.10.4.4 Empenamento do elemento de casca

No caso dos elementos de casca quadrilaterais, o ângulo de empenamento (figura A-13) da casca pode ser calculado e checado contra um certo valor prescrito. Um elemento de casca altamente empenado pode levar a péssimos resultados e em certos casos também a soluções divergentes.

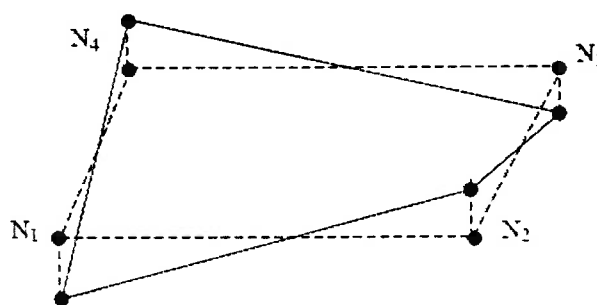


Fig. A-13: Elemento de casca empenado

O ângulo de empenamento é medido como o ângulo entre a normal da casca no nó 2 e a diagonal conectada (figura A-14). Neste caso, o ângulo checado é dado por  $\theta \leq \theta_{m\acute{a}x}$ .

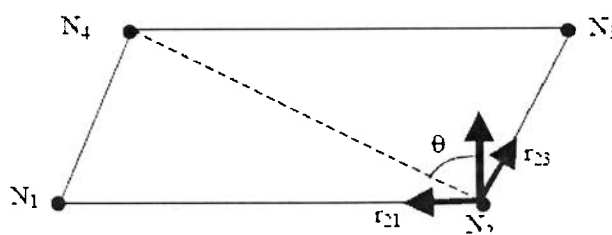


Fig. A-14: Cálculo do ângulo de empenamento no elemento

### A.11 Controle de Hourglass para elementos de casca finos

#### A.11.1 Modos Hourglass para elementos de casca com 4-nós

Considerando-se uma casca com 4 nós com 1 grau de liberdade ( $GL$ ) por nó (figura A-15):

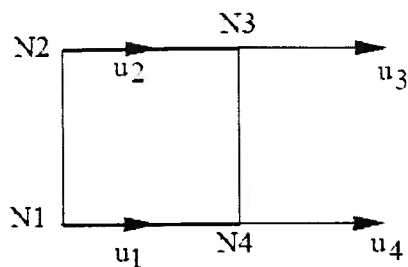


Fig. A-15: Elemento 4-nós

O modelo de deformação é um vetor 3D no espaço:

$$u_1 \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + u_2 \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + u_3 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} + u_4 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad [A-137]$$

Os vetores base são modelos de unidades de deslocamento aos 4-nós, como na figura A-16:

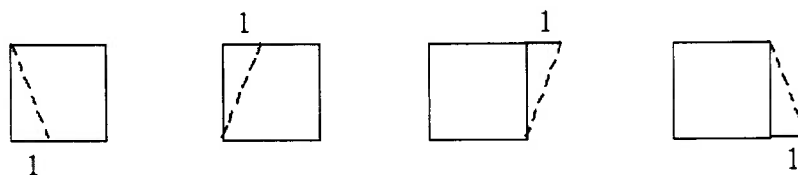
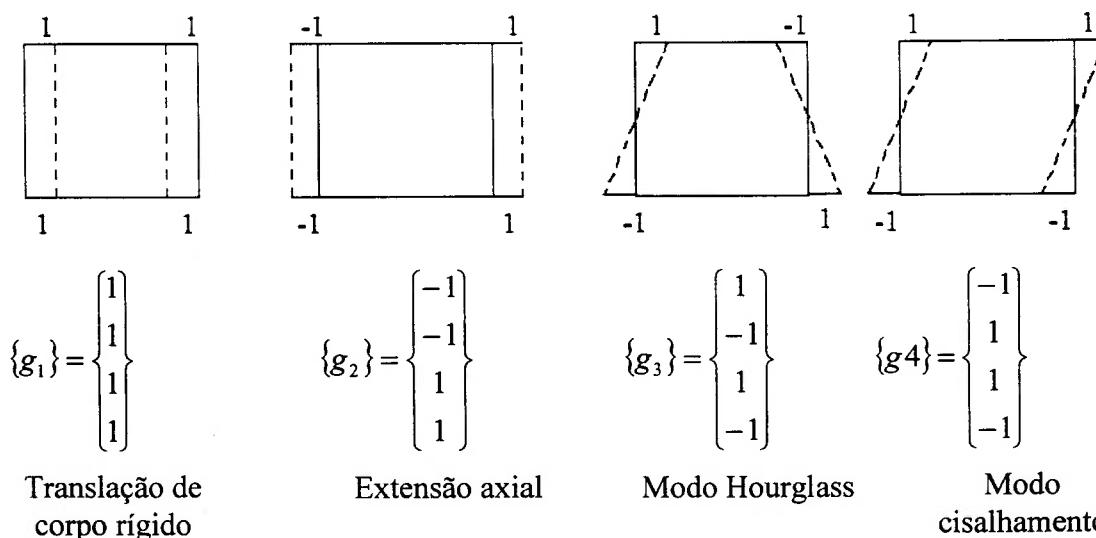


Fig. A-16: Unidades de deslocamentos para um elemento com 4-nós

Para estes vetores base, um melhor significado físico pode ser demonstrado como tendo as seguintes formas no espaço:



O terceiro deste conjunto de linearidades independentes do vetor base (ou componente de qualquer modelo de deformação  $\langle u_1 u_2 u_3 u_4 \rangle$ ) é de forma que, para no caso de integração de um ponto no plano, temos:

$$\{\varepsilon_x\} = [B] [N] \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{Bmatrix} = 0 \quad [A-138]$$

Isto significa que há zero em contribuição de deformação. Portanto o comprimento do elemento em uma linha paralela através do eixo  $x$  no centro do elemento permanece inalterado, embora haja definitivamente deformação. Esta deformação não causa estiramento quando utilizando integração de um ponto, e nem tensões ou forças internas são geradas para resistir a este modo de deformação. Cada um dos 5 graus de liberdade dos nós do elemento de casca tem o seu próprio modo hourglass. O grau de liberdade no plano produz os seguintes modos Hourglass:

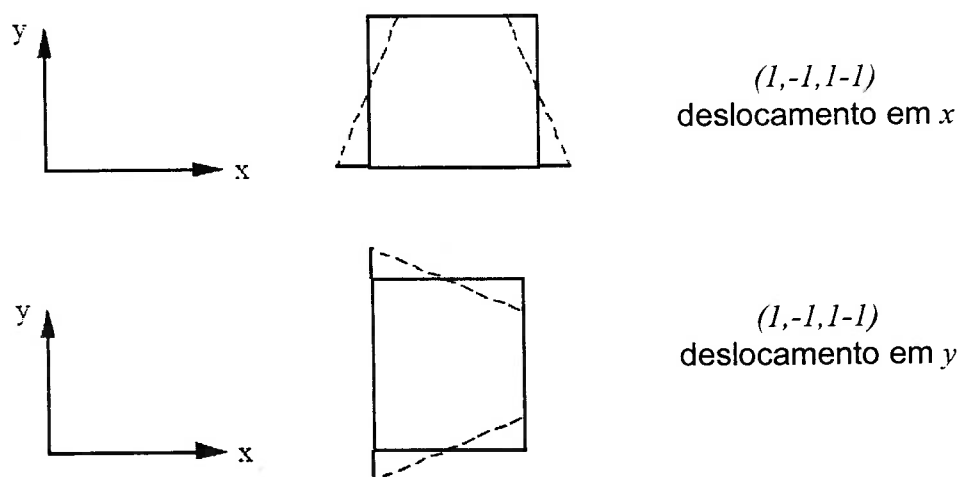


Fig. A-16a: Unidades de deslocamentos para um elemento com 4-nós

Estes modos são chamados modos hourglass de membrana.

Para os 3 graus de liberdade remanescentes, um tem os seguintes modos a seguir:

O modo de deslocamento em  $z$ , chamado de “*Modo Hourglass-w*” funciona na seguinte forma:

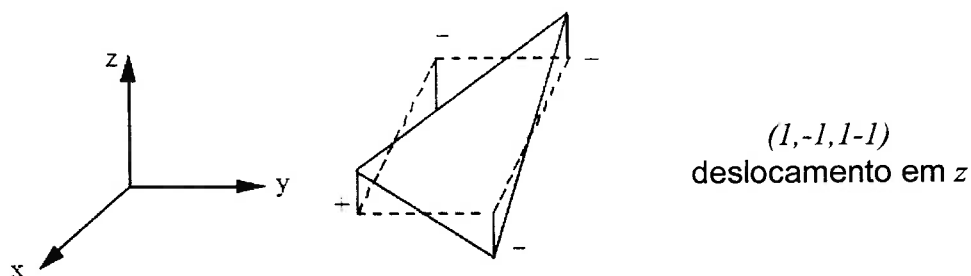


Fig. A-16b: Modo “Hourglass”.

Os graus de liberdades rotacionais produzem também o chamado “*modo hourglass- $\varphi$* ”, que fisicamente representa:

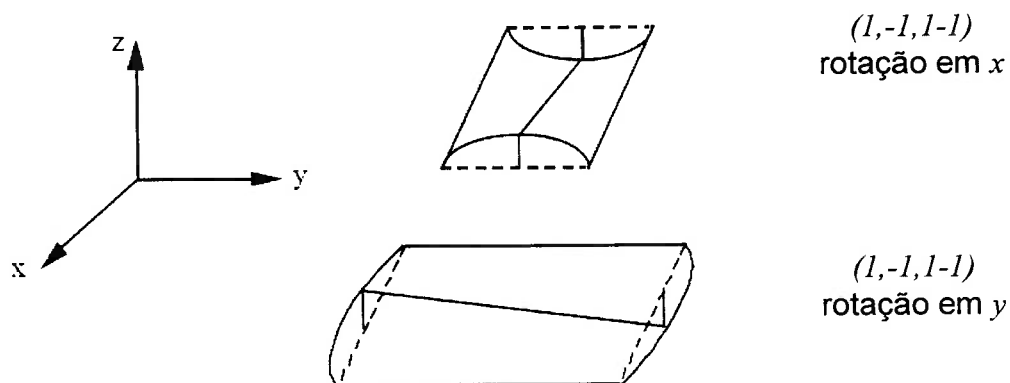


Fig. A-16c: Modo “Hourglass- $\varphi$ ”.

O *Modo Hourglass-w* é particularmente perigoso e pode acontecer na presença de uma malha regular com elementos empenados na configuração indeformada.

### A.11.2 Prevenção dos modos “Hourglass”

Para um elemento retangular, obtém-se o componente *hourglass* da velocidade projetando-se cada grau de liberdade em um vetor base hourglass:

$$\{q\} = (\{u\}, \{g3\}) \{g3\} = (\langle u \rangle \{g3\}) \{g3\} \quad [A-139]$$

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix} = \left( \left( \langle u_1 u_2 u_3 u_4 \rangle \right) \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \right) \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{Bmatrix} \quad [A-140]$$

Conhecendo-se as projeções das velocidades ao modo hourglass, então pode-se artificialmente adicionar forças nodais as quais resistirão aos modos:

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{Bmatrix} = -q k \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix} \quad [A-141]$$

Na relação acima temos:

$q$  viscosidade artificial definido pelo usuário.

$k$  rigidez do elemento de casca ou placa para permitir que a viscosidade artificial seja adimensional.

Para elementos não retangulares, a prevenção ao hourglass é mais complicada. Para estes, o tratamento desta problemática é dado por *Flanagan e Belytschko*.

#### A.12 *Adaptative Meshing* (ou Adaptação de Malha)

Uma das maiores incertezas em modelos de elementos finitos implícitos e explícitos de processos físicos é a própria escolha da densidade de malha, ou seja, o nível de discretização espacial necessária para se alcançar uma precisa e homogênea solução sobre o domínio analisado. Isto se aplica a modelos de elementos finitos lineares, onde uma fina discretização nos modelos é necessária em regiões onde há altos gradientes para variáveis de soluções. Ainda mais, esta técnica pode ser aplicada também a modelos de processos

A própria densidade de discretização é usualmente utilizada baseando-se a experiência do analista, ganha através do frequente uso de um certo código particular de elementos finitos e de técnica. Para o usuário não treinado, a escolha de uma correta densidade de malha pode, portanto não ser óbvia. Em casos onde a localização de altos gradientes de parâmetros de soluções em grandes modelos são imprevisíveis, a escolha prioritária de níveis de discretização é praticamente impossível, mesmo ao mais experimentado analista.

Portanto, a necessidade de adaptação automática de um modelo em um processo de simulação não-linear, o qual se auto ajusta ou adapta-se a níveis de discretização durante a simulação aos níveis locais requeridos torne-se extremamente necessária. Este benefício não somente reside no atendimento de melhores níveis de precisão nos resultados, mas em particular também em uma alta eficiência de solução, porque o modelo é continuamente mantido em estados de refinamento para constante precisão local.

Simulações numéricas de estampagem utilizando-se finos elementos de casca é particularmente bem recomendado para a introdução de adaptações automáticas no modelo, baseado no desejo de obter-se sempre soluções com uniformidade e precisão. A razão é que as deformações de chapa e erros associados são bem circunscritos, se comparados naturalmente com impacto de estruturas ou componentes, feitos de chapas de aço finas, onde as regiões e a natureza das deformações são muitas menos conhecidas em avanço. O fato é que a cinemática e as deformações de uma chapa de aço estampada são bem determinados pela geometria e pela ação das ferramentas, o que facilita em princípio a seleção e aplicação do critério automático de adaptação. O trabalho de desenvolvimento deste critério iniciou-se com projetos de conclusão de curso para estudantes de engenharia, onde primeiramente estudou-se um algoritmo para a fissão do elemento, isto é para a subdivisão automática de grandes elementos finos de casca de acordo com a precisão local requerida.

Em um segundo passo, novos projetos foram desenvolvidos onde a implementação deste algoritmo fora estendida para a fusão do elemento, isto é para o desrefinamento automático de certas regiões que foram refinadas previamente, e para compatibilidade de fissão e fusão



Em um segundo passo, novos projetos foram desenvolvidos onde a implementação deste algoritmo fora estendida para a fusão do elemento, isto é para o desrefinamento automático de certas regiões que foram refinadas previamente, e para compatibilidade de fissão e fusão de elementos com os existentes algoritmos de contato. A fusão de elementos (desrefinamento) pode em particular ser levado em consideração mesmo se a cinemática de deformação do elemento de casca ou plate é revertida para muito próximo ao estado original não deformado do mesmo, tal como ocorre em certas porções da platina no processo de estampagem, onde a mesma é dobrada e repuxada na borda da matriz, deslizando sobre esta.

Os passos básicos a serem considerados no algoritmo de adaptação automática para malhas em elementos finitos podem ser resumido como:

- Seleção de um método para adaptação do modelo;
- Seleção de um critério pára adaptação do modelo;
- Criação e implementação de um algoritmo eficiente para adaptação do modelo;
- Tornar o algoritmo compatível com as existentes opções do programa;
- Tornar graficamente visual o pós-processamento dos modelos adaptados;
- Testar a nova metodologia.

No total, a quantidade de trabalho necessário para o estabelecimento do algoritmo de adaptação da malha de elementos finitos e seu código é considerável.

### A.12.1 Métodos para adaptação do modelo

Alguns dos métodos publicados para adaptação linear e não-linear automática da modelagem de malhas pode ser classificada a seguir:

- *r-adaptativa*, onde os pontos nodais existentes para uma certa malha são realocados para refinar o *grid* em áreas próximo onde a uma alta precisão se faz necessária, sem aumentar o número total de elementos e nós;
- *p-adaptativa*, onde o grau de interpolação polinomial  $p$  das funções de forma é adaptado aos requerimentos locais de precisão, sem alterar a topologia da malha;
- *h-adaptativa*, onde o espaçamento do *grid*  $h$  de uma malha de elementos finitos é adaptada de acordo com os requerimentos de precisão locais, a maioria subdividindo-se elementos existentes em elementos menores e vice-versa, aumentando também o número de nós e elementos;
- *h-p-adaptativa*, onde alta precisão pode ser obtida por aplicação simultânea dos métodos *h-* e *p-*.

Para problemas de transiente não-lineares apenas o método *h-adaptativo* aparece como prático a respeito da relativa complexibilidade introduzida pela estrutura variável de dados, que necessita de substancial realocações na memória quando elementos e nós são criados ou fundidos. Isto é também em particular devido ao fato que códigos dinâmicos transientes não-lineares explícitos funcionam em base a uma simples interpolação de elementos, tais como o método bi-linear quadrilateral de cascas *Belytschko*, o que já exclui, por exemplo, o método *p-*.

O maior desafio do método *r-adaptativo* está no limite de ganho de precisão, devido ao fato do número fixado de nós e elementos  $e$ , para cascas em três dimensões, a dificuldade de deslocar pontos nodais ou superfícies contínuas. Devido ao *quasi-Euleriano* deslocamento dos pontos nodais, o método introduz difusões numéricas indesejáveis nas variáveis do problema. Este método, entretanto, tem a vantagem de uma estrutura fixa de dados.

O maior desafio para o método *p-adaptativo* em análise explícita não-linear em transiente dinâmico em soluções de algoritmos em elementos finitos residem no fato que funções

complexas de interpolação polinomial levam a dificuldades na formação de matrizes de massa consistente, sem o qual a formulação explícita perde sua eficiência numérica. Ainda mais, regiões de grandes descontinuidades ou grandes gradientes, como plasticidade em cascas ou ondas de choque em sólidos, seriam necessárias funções de forma com altos graus polinomiais impraticáveis a ser capturado em domínios de elementos singulares ou grandes domínios. Interpolações de grandes ordens também requerem um aumento no número de graus de liberdade, seja na forma de grandes ordens derivadas de nós existentes, ou seja, pela introdução de nós *mid-side* os quais deste ponto de vista, coloca o método *p-adaptativo* não mais atrativo do que o método de adaptatividade *h-*.

Por razões similares, a combinação dos métodos adaptativos *h-p* parecem muito complexos para serem implementados em códigos transiente não-lineares para cascas, o qual deixa o método *h-* de adaptatividade como uma escolha lógica.

#### **A.12.2 Critério para modelo de adaptação**

Independente da natureza do método escolhido para adaptatividade natural automática do modelo, uma escolha deve ser feita de um ou mais critérios para basear-se as adaptações. Cada uma das possíveis escolhas é condicionada pelo desejo de aumentar a condição de precisão das soluções, que pode ser medida seja pela observação de um erro calculado para um local ou por avaliação dos gradientes locais ou descontinuidades.

Embora medições de erros de confiabilidade possam ser calculados apartir de soluções de elementos finitos lineares, como por exemplo, por avaliações de resíduos locais, erros gerais estimados para simulações transiente dinâmicas não-lineares ainda neste ponto não são disponíveis. Os critérios para adaptação do modelo neste caso devem ser seleccionados de observações em gradientes de soluções ou descontinuidades. Para simulações numéricas transientes não lineares em impacto ou estampagem com cascas finas uma escolha poderá ser feita entre os seguintes critérios de adaptação da malha:

- Detecção de regiões com grandes gradientes de tensão de membrana ou energia;
- Detecção de regiões com grandes deformações plásticas (membrana e dobramento);

- Detecção de regiões com importantes níveis de energia de hourglass;
- Detecção de regiões com grandes mudanças de ângulos interelementares, o qual é um meio de detecção local para fenômenos como deformação ou enrugamentos.

Enquanto os três primeiros critérios são baseados em considerações de densidade local de energia, o último critério é puramente geométrico, que relaciona as mudanças de ângulos entre as superfícies de domínio bilineares de casca fina nos elementos finitos. Para regiões com grandes curvaturas de cascas que são aproximadas com um número deficiente de, por exemplo, domínios de elementos bilineares, os ângulos destes elementos que se formam em seus limites comuns tornam-se grandes, e as aproximações bilineares tornam-se pobres. Como mostrado abaixo, o critério adaptativo angular deveria ser baseado em ambos, o ângulo total formado entre as faces dos elementos e também com a taxa de mudança instantânea. O trabalho base estudado pela ESI (*Engineering Software International*) considera a energia como critério de adaptatividade, dos quais os resultados serão sumarizados abaixo.

### A.12.3 Critério adaptativo baseado na energia

O critério estudado pela ESI fora baseado em um incremento de total (membrana mais dobramento) energia específica interna por unidade de volume, chamado aqui de  $\Delta e$ , o qual dado para qualquer elemento finito de casca:

$$\Delta e = \left[ \frac{\Sigma}{dt} \left( \int_V \sigma D dV \right) \Delta t \right] / V = \Delta E / V \quad [\text{A-142}]$$

onde  $\sigma$  é o tensor de tensões,  $D$  é o tensor de taxa de deformação,  $dV = dA dh$  é o volume do elemento de casca (produto da área do elemento,  $dA$ , vezes a espessura do elemento,  $dh$ ),  $\Delta t$  é o time-step,  $V$  é o volume do elemento,  $Dt$  é um intervalo de tempo fixado considerado entre sucessivas adaptações do modelo e  $\Delta E$  é o incremento de energia interna do elemento sobre o intervalo  $Dt$ . O critério para adaptação do modelo, baseado em valores de  $\Delta e$  calculados para todos os elementos finitos no fim de um intervalo fixado de tempo, após o qual a adaptação é permitida de acontecer, a qual será baseada nos seguintes testes:

Se  $\max \Delta e - \min \Delta e > a$ , então

- (i) refine os elementos com o mais alto incremento específico de energia;
- (ii) desrefine os elementos com o menor dos incrementos específicos de energia.

Onde  $\max \Delta e$  e  $\min \Delta e$  são os maiores e menores incrementos específicos de energia sobre todos os elementos no intervalo de tempo de adaptação considerado  $Dt$ .

Os incrementos específicos de energia dos elementos para serem refinados devem satisfazer a condição:

$$\Delta e_{refine} \geq b \cdot \max \Delta e \quad [A-143]$$

e os incrementos específicos de energia dos elementos para serem desrefinados devem satisfazer a condição:

$$\Delta e_{desrefine} \geq c \cdot \min \Delta e \quad [A-144]$$

Nas expressões acima, o parâmetro  $a$  é um valor especificado pelo usuário para a energia específica, introduzido para prevenir o modelo de adaptações se a distribuição dos incrementos da energia de volume sobre os elementos é também uniforme; o parâmetro  $b \leq 1.0$  é um fator adimensional, que permite apenas estes elementos de serem refinados os quais possuem uma energia de incremento específica de até  $(30b)\%$  do maior incremento específico de energia,  $\max \Delta e$ , e o parâmetro  $c > 1.0$  é um fator adimensional o qual limita o desrefinamento dos elementos, o incremento do volume de energia o qual é menos do que ou igual a  $(30c)\%$  do menor incremento específico de energia,  $\min \Delta e$ .

Nos seguintes parágrafos, algumas implicações de quatro diferentes versões do critério adaptativo baseado no modelo específico de energia serão discutidos. O critério, por exemplo, aplicado ao impacto de um *crash-box* de chapa de aço fino, na parte inferior que durante a simulação começa a demonstrar deformação de flambagem elasto-plástica, quando a parte superior é atingida por uma enorme massa com velocidade constante na direção do eixo axial deste *crash-box* colunar. Para cada critério estudado, após cada intervalo de tempo de adaptação  $dt$ , os valores dos contornos de um parâmetro incidente adaptativo adimensional  $I$ , são plotados, cujos valores são dados por:

$I=+1.0$	se o elemento é refinado;
$I=-1.0$	se o elemento é desrefinado;
$I=0.0$	se o elemento permanece inalterado.

Os contornos resultantes da incidência adaptativa são plotados sobre um quarto do modelo simétrico desta coluna, e as adaptações não são entretanto realizadas como sugerido pelo critério, de forma a melhor ser capaz de comparar os diferentes critérios. Todos os resultados posteriores dependem dos valores escolhidos para os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

#### A.12.4 Primeiro critério

O primeiro critério estudado foi baseado segundo as energias específicas:

$$\Delta e_1 = \Delta E / V \quad [A-145]$$

para pelo menos dois testes consecutivos. Nesta versão, elementos foram adaptados (refinados) apenas se o critério estava sendo satisfeito para pelo menos dois testes consecutivos. O contorno plotado na figura A-13 mostra que, de fato após o teste nenhum dos elementos deveria ter-se adaptado. Após o segundo teste, elementos próximos a extremidade inferior em colapso da coluna são vistos estando em estado de incipiente refinamento (contornos escuros). Esta versão de critério aparece para localizar bem a área de colapso local da parede do tubo, porém sua sensibilidade aparece fraca.

A aplicação do critério após satisfazer dois consecutivos testes retorna a *Belytschko*, o qual nota que sucessivos refinamentos e desrefinamentos entre sucessivos testes entre certas áreas são reduzidos.

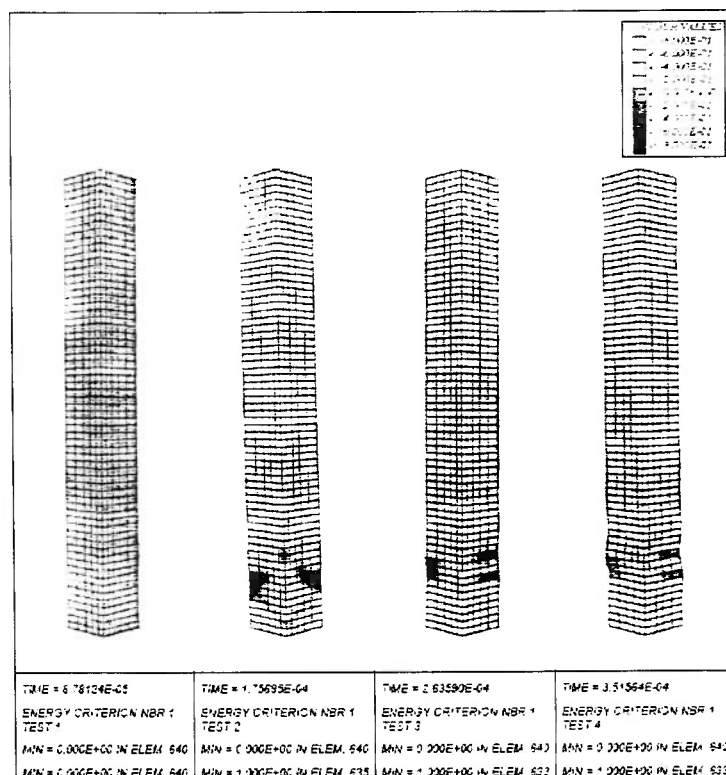


Fig.A-13: Modelo de adaptatividade baseado em energia segundo o primeiro critério,  $\Delta e_1 = \Delta E/V$  para pelo menos dois testes consecutivos.

### A.12.5 Segundo critério

O segundo critério é idêntico ao primeiro critério,

$$\Delta e_2 = \Delta E/V$$

[A-146]

Porém este é aplicado a cada teste de adaptatividade e não é baseado nos resultados de dois testes contínuos. A figura A-14 indica uma grande sensibilidade deste critério, o qual agora é capaz de localizar a região de baixo colapso (contorno escuro), e também as regiões superiores que são resultados do colapso nas primeiras fases do impacto. Em tempos posteriores a este, as tensões na região superior do *crash-box* (coluna) são formadas quando a parte inferior entra em colapso, a qual gera a si próprio os contornos escuros próximos da parcela superior após o terceiro ou quarto teste adaptativo.

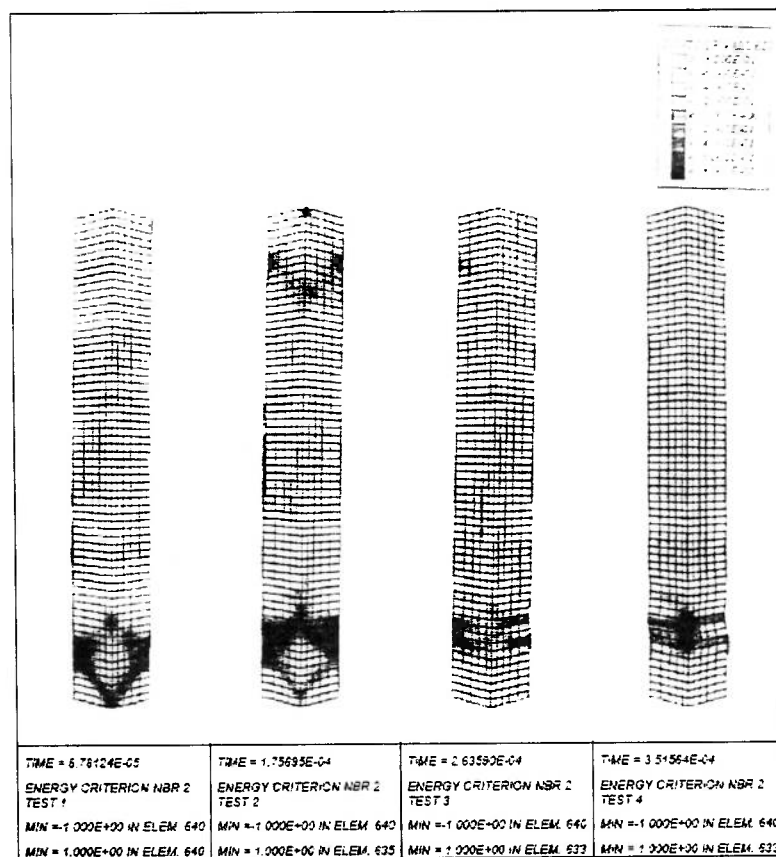


Fig.A-14: Modelo de adaptatividade baseado em energia de acordo com o segundo critério  $\Delta e_2 = \Delta E/V$

### A.12.6 Terceiro critério

Um terceiro critério adaptativo foi testado, baseado no aumento relativo de Energia:

$$\Delta e_3 = \Delta E / E \quad [A-147]$$

onde E é a energia total acumulada sobre todos os intervalos de tempo em um elemento finito. Após o primeiro teste,  $\Delta E - E$ , e nenhum elemento será adaptado. Em estágios avançados da simulação, aparecem algumas zonas de refinamento nas regiões altas e baixas do *crash-box* (coluna), como na figura A-15. Este critério aparece como sendo altamente sensitivo e pode levar a muitos refinamentos dos elementos.



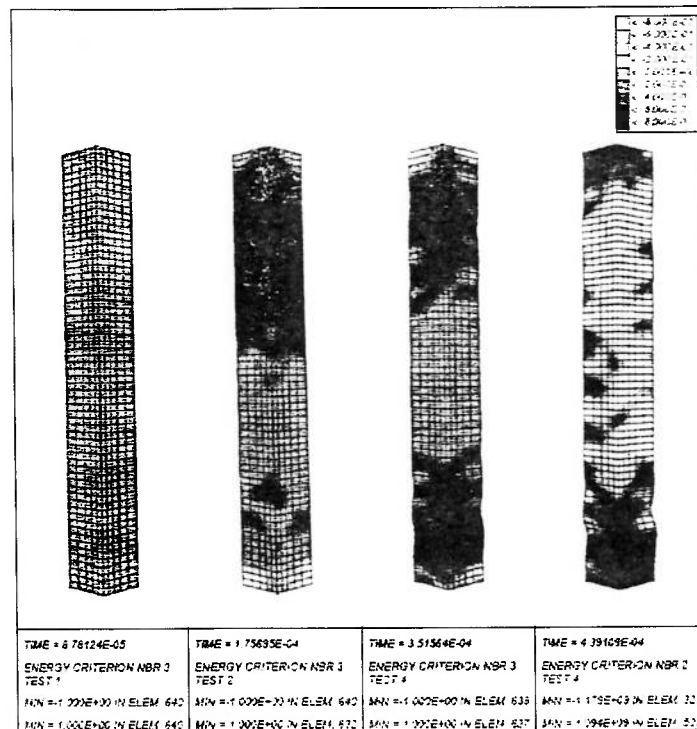


Fig.A-15: Modelo de adaptatividade baseado em energia de acordo com o terceiro critério  $\Delta e_3 = \Delta E / E$

### A.12.7 Quarto critério

Aqui temos, o critério de adaptatividade baseado na energia seletiva:

$$\Delta e_4 = \Delta E_{bending} / V \quad [A-148]$$

Este critério foi estudado, onde apenas o aumento de energia devido às tensões de dobramento (estiramento) foram consideradas. A figura A-16 mostra os refinamentos de acordo com este critério, que é capaz de localizar as regiões onde se encontram as altas taxas de tensões de dobramento.

### A.12.8 Critério adaptativo selecionado

Das quatro versões estudadas, o segundo critério de adaptatividade foi eleito como sendo aquele que se apresenta mais atrativo e mais sensível critério de adaptatividade baseado no modelo de energia.

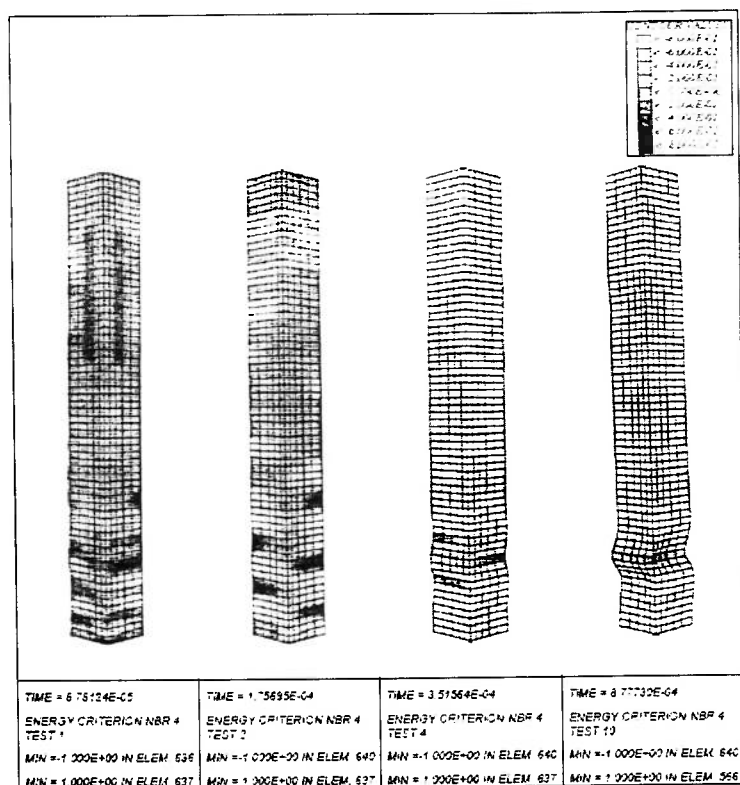


Fig.A-16: Modelo de adaptatividade baseado em energia de acordo com o quarto critério  $\Delta e_4 = \Delta E_{bending} / V$

### A.12.9 Critério adaptativo baseado em deformação

A adaptatividade de modelos em elementos finitos constituídos de elementos de casca que são submetidos a grande deformação por flexão pode ser baseada na localização e magnitude destas. A curvatura resultante pelo critério de adaptatividade sensitiva não reconhece distorções planares de membrana pura de elementos de casca, os quais no caso de comportamento ao impacto e em simulações de estampagem podem não serem elegíveis. Apenas será reconhecida mudança nas curvaturas dos elementos de casca, ou seja, haverá adaptação da malha em regiões onde há dobramento da estrutura ou um colapso local. Se estes são julgados ainda insuficientes, um segundo critério adaptativo baseado em energia deverá ser aplicado simultaneamente, o qual reconhece grandes distorções de membrana em elementos de casca.

### A.12.10 Critério de adaptatividade angular

O critério de adaptatividade angular poderá ser resumido da seguinte forma:

- Para cada elemento de casca bi-linear, será calculado o vetor normal, o qual será posteriormente utilizado para calcular-se os ângulos entre os elementos adjacentes;
- Para cada borda entre dois elementos de casca, será calculado o ângulo entre estes dois elementos, baseado no vetor normal previamente calculado destes elementos;
- Para os limites considerados (bordas entre elementos), será ajustado na simulação um *flag* (sinal) para a *fusão* do elemento, se a seguinte condição for satisfeita:

$$|\alpha_n - \alpha_{n-1}| < \Delta\alpha_1 \text{ e } |\alpha_n - \alpha_0| < \Delta\alpha_2 \quad [\text{A-149}]$$

onde  $\alpha_n$  e  $\alpha_{n-1}$  são os ângulos entre os dois elementos em pelo menos dois testes consecutivos de adaptatividade,  $\alpha_0$  é o ângulo que os dois elementos formaram inicialmente e  $\Delta\alpha_1$  e  $\Delta\alpha_2$  são os ângulos de fusão especificados pelo usuário, figura A-17.

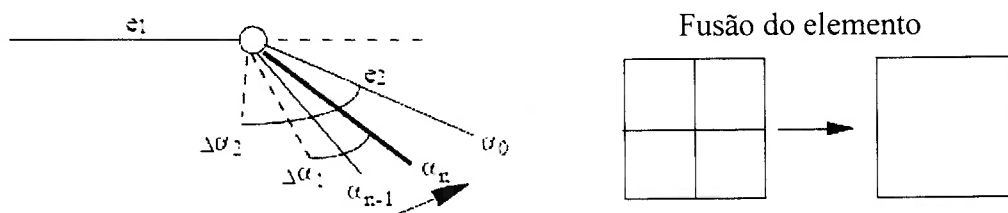


Fig.A-17: Fusão de elementos baseado no critério angular de adaptatividade

Para a borda considerada, será ajustado na simulação um *flag* para a *fusão* do elemento, se a seguinte condição for satisfeita:

$$|\alpha_n - \alpha_{n-1}| > \Delta\alpha_3 \text{ e } |\alpha_n - \alpha_0| < \Delta\alpha_4 \quad [\text{A-150}]$$

onde  $\Delta\alpha_3$  e  $\Delta\alpha_4$  são ângulos são os ângulos de fusão especificados pelo usuário, figura A-18.

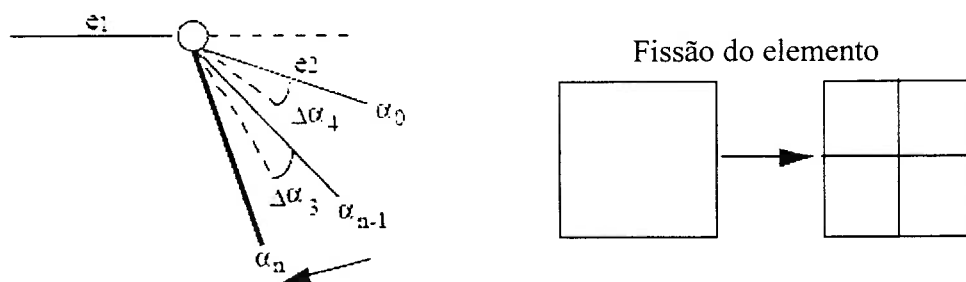


Fig.A-18: Fissão de elementos baseado no critério angular de adaptatividade

Para cada elemento, será ajustado na simulação:

- um *flag* de fusão para o elemento se o mesmo *flag* for ajustado para todas as bordas;
- um *flag* de fissão se há um *flag* de fissão para qualquer uma das bordas.

Após haver ajustado *flags* para a fusão do elemento, tal como na figura A-18 ou fissão como na figura A-19, as operações correspondentes poderão ser conduzidas quando estas condições forem satisfeitas, como será adiante descrito.

#### A.12.11 Fissão dos elementos

A fissão de um elemento finito tipo quadrilateral de casca fina em quatro pequenos elementos chamados de “siblings”, ou de um elemento tipo triangular em quatro pequenos triângulos, são mostrados na figura A-19.

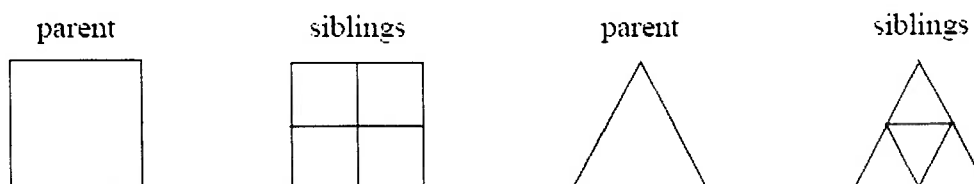


Fig.A-19: Fissão de elementos

A fissão de elementos está também sujeita às seguintes regras adicionais:

- A geração de novos elementos não deverá exceder o número máximo de gerações especificado pelo usuário;
- A fissão destes elementos não deverá criar os chamados “saltos” de geração através das bordas dos elementos maiores do que um (figura A-20), a fim de evitar conflitos entre estes.

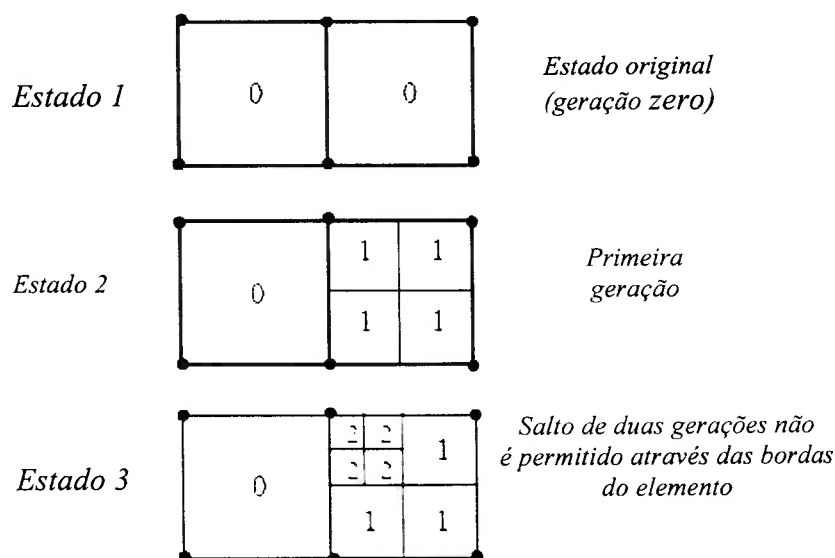


Fig.A-20: Fissão de elementos – regras adicionais

#### A.12.12 Fusão dos elementos

A fusão de quatro “siblings” de uma alta geração para um elemento chamado de parente estará sujeito às seguintes regras adicionais:

- Fissão ocorre antes da fusão;
- Apenas descendentes podem ser fundidos, ou seja, a malha original não será fundida;
- Todos os quatro “siblings” de um antigo elemento “parente” devem satisfazer as condições para a fusão;
- A fusão é prevenida no caso de acontecer um “conflito de gerações”. Este pode acontecer quando próximo a um elemento a ser fundido a um elemento adjacente de

mesma geração que está sujeito a fissão; então a fissão do elemento vizinho terá prioridade, figura A-21.

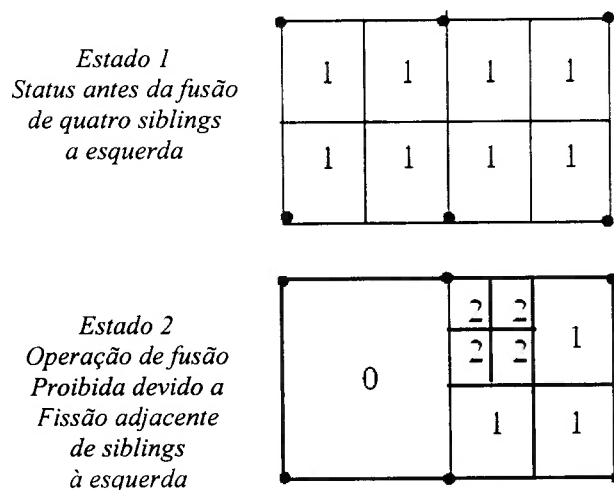


Fig.A-21: Fusão de elementos – regras adicionais

## A.13 Material Tipo 1: Elasto-Plasticidade para elementos sólidos

### A.13.1 Definição

Material tipo 1 corresponde ao comportamento elásto-plástico com encruamento isotrópico, como mostrado nas figuras A-22, onde  $l_0$  e  $l$  são os comprimentos indeformados e deformados de um corpo de prova submetido a um ensaio de tração uniaxial.

### A.13.2 Comportamento Elástico

O comportamento elástico deste material é descrito especificando-se os módulos de cisalhamento e abaulamento como:

$$\text{Módulo de Cisalhamento: } G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad [\text{A-151}]$$

$$\text{Módulo de abaulamento: } K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad [\text{A-152}]$$

Onde:

$E$  Módulo de Young

$\nu$  Coeficiente de Poisson

A taxa de tensão-deformação é dada por:

$$\overset{\nabla}{\sigma} = C : D \quad [\text{A-153}]$$

onde  $\overset{\nabla}{\sigma}$  é uma taxa de tensões *Cauchy* objetiva e  $D$  é a taxa de deformação. O tensor constitutivo elástico  $C$  para um material elástico isotrópico é dado por:

$$C = \frac{\partial^2 W}{\partial^2}, \text{ onde } W \text{ é o potencial elástico;} \quad [\text{A-154}]$$

$$\sigma = \frac{\partial W}{\partial} \quad [\text{A-155}]$$

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad [\text{A-156}]$$

onde  $\lambda$  e  $\mu$  são os coeficientes de *Lame*'s. Estes coeficientes podem ser expressos como uma função de  $E$  e de  $\nu$ :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}; \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad [\text{A-157}]; [\text{A-158}]$$

As tensões podem ser expressas como sendo a soma dos termos deviatóricos e volumétricos:

$$\sigma = dev(\sigma) + \sigma^{vol} \quad [\text{A-159}]$$

$$\sigma^{vol} = \frac{1}{3} \sigma_{kk} I = \text{Tensão volumétrica, } I \text{ é o tensor Identidade} \quad [\text{A-160}]$$

$$dev(\sigma) = s = \sigma - \sigma^{vol} = \text{Tensão deviatórica} \quad [\text{A-161}]$$

## A.14 Comportamento Elástico-Plástico

### A.14.1 Relações de Tensão-Deformação e domínio elástico

Deixaremos  $\varepsilon^p$  designar o tensor de deformação plástica. A relação tensão-deformação poderá então ser dada por:

$$\sigma = C : (\varepsilon - \varepsilon^p) \quad [A-162]$$

Deixaremos agora que  $f(\sigma, q)$  seja uma função de escoamento que varia com ambos tensores de tensão  $\sigma$  e com as variáveis internas plásticas que aqui chamaremos de  $q$ . As variáveis plásticas dependem dos parâmetros de encruamento  $\alpha$  e das deformações plásticas  $\varepsilon^p$ . O domínio elástico é então definido como todos os pares  $(\sigma, q)$  de forma que  $f(\sigma, q) \leq 0$ .

### A.14.2 Regras de fluxo de plasticidade associativa

No caso de plasticidade associativa, a deformação plástica e as variáveis internas plásticas são dadas pelas seguintes regras de fluxo:

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad [A-163]$$

$$\dot{q} = \dot{\gamma} E \frac{\partial f}{\partial q}, \text{ onde } E \text{ é a matriz de módulo plástico generalizado} \quad [A-164]$$

onde  $\dot{\gamma}$  é um parâmetro de consistência, o qual obedece às seguintes condições:

$$\dot{\gamma} \geq 0, f(\sigma, q) \leq 0, \dot{\gamma} f(\sigma, q) = 0 \quad [A-165]$$

(chamado de condição de carregamento e descarregamento *Kuhn-Tucker*)

$$\text{e } \dot{\gamma} f(\sigma, q) = 0$$

(chamado de condição de consistência)



### A.14.3 Plasticidade $J_2$

Para a plasticidade  $J_2$ , o tensor de deformação plástica é um tensor puro e deviatórico e a deformação volumétrica é puramente elástica. Neste caso, a função de escoamento e as regras associativas de fluxo são dadas por:

(i) **Função de Escoamento:**

$$f(\sigma, q) = \|\eta\| - \sqrt{\frac{2}{3}} K(\alpha) \quad [\text{A-166}]$$

$$\eta = \text{dev}(\sigma) - \text{dev}(q) = s - \bar{q} \quad [\text{A-167}]$$

(ii) **Regras de fluxo:**

$${}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \dot{\gamma} \frac{\eta}{\|\eta\|} \Rightarrow \dot{\gamma} = \|{}^p\| \quad [\text{A-168}]$$

$${}^v q = -\dot{\gamma} E \frac{\partial f}{\partial q} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\bar{q}}{q} = \dot{\gamma} \frac{2}{3} H'(\alpha) \frac{\eta}{\|\eta\|} \\ \dot{\alpha} = \dot{\gamma} \sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \|{}^p\| \end{array} \right\} \quad [\text{A-169}]$$

ii) **Formas comuns de encruamento cinemático e isotrópico:**

$$H'(\alpha) = (1 - \beta) \bar{H} \quad [\text{A-170}]$$

$$K(\alpha) = \sigma_y + \beta \bar{H} \alpha \quad [\text{A-171}]$$

### A.14.4 Encruamento Plástico

O comportamento elásto-plástico pode ser imputado como:

- (i) Especifica a tensão de escoamento e o módulo tangencial, fig. A-22
- (ii) Especifica as deformações plásticas efetivas e as tensões plásticas, figura A-22. Os comprimentos  $l_0$  e  $l$  são, respectivamente, os comprimentos indeformados e deformados de um corpo de ensaio de tração;

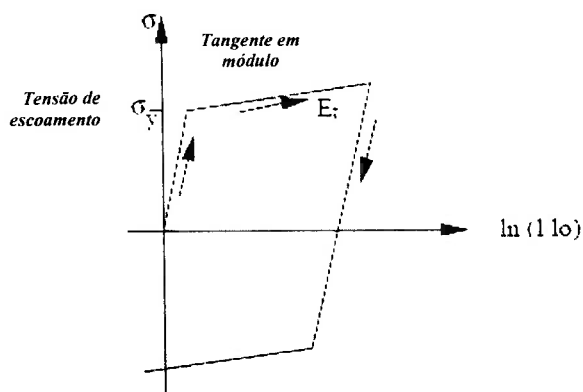


Fig. (i): Primeira definição de trabalho de encruamento

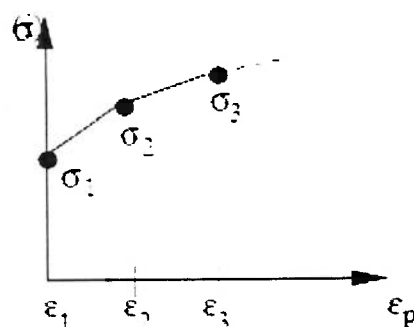


Fig.(ii):Segunda definição de trabalho de encruamento

Fig A-22: Definição gráfica do trabalho de encruamento

- (iii) Para a definição de *Krupkowsky*, a tensão de escoamento é dada por:

$$\sigma(\epsilon) = k(\epsilon + \epsilon_0)^n \quad [A-172]$$

onde  $\epsilon$  é a deformação plástica efetiva e  $\sigma_{\max}$  é o limite superior das tensões plásticas (*cut-off*).

- (iv) Para a definição da lei de poder, a tensão de escoamento é dada por:

$$\sigma(\epsilon) = a + b\epsilon_p^n \quad [A-173]$$

onde  $\epsilon_p$  é a deformação plástica efetiva e  $\sigma_{\max}$  é o limite superior tensões plásticas (*cut-off*).

A tensão plástica efetiva é definido como com as tensões deviatóricas  $s_{ij} = \sigma_{ij} - (1/3)\sigma_{kk}\delta_{ij}$ , como a seguir:

$$\sigma = \sqrt{3/2 s_{ij} s_{ij}} \quad [A-174]$$

e a deformação plástica efetiva por:

$$\varepsilon_p = \int_0^t \sqrt{2/3 D_{ij}^p D_{ij}^p} dt \quad [A-175]$$

onde  $t$  denota o tempo,  $D_{ij}$  é o componente plástico do tensor da taxa de deformação,  $\sigma_{kk}$  é o traço de  $\sigma_{ij}$  e  $\delta_{ij}$  é o *Delta de Kronecker*.

Segmentos horizontais não são permitidos com as curvas especificada tensão-deformação (deformação plástica é indeterminada). A extrapolação por trás do último ponto especificado é horizontal, entretanto. Qualquer número de pontos entre 1 e 7 podem ser definidos.

#### A.14.5 Comportamento da taxa de deformação

##### A.14.5.1 Forma geral

O comportamento da taxa de deformação pode ser descrito analiticamente nas formas:

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \sigma_0(\varepsilon) f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \quad \text{ou} \quad [A-176]$$

$$\sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \sigma(p(\varepsilon, \dot{\varepsilon})) \quad [A-177]$$

onde os efeitos da taxa de deformação no primeiro caso são consideradas por via de uma função analítica  $f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ , que multiplica o material básico da curva  $\sigma_0(\varepsilon)$ , e no segundo caso, os efeitos da taxa de deformação são considerados permitindo-se os parâmetros,  $p$ , da lei material básica  $\sigma(p(\varepsilon))$ , também dependente da taxa de deformação  $\dot{\varepsilon}$ . Alternativamente, o comportamento da taxa de deformação pode ser descrito pela especificação das curvas tensão-deformação dependentes da taxa de deformação.

## A.15 Superfícies de contato

### A.15.1 Introdução

Fenômenos de contato por impacto podem ocorrer em muitos campos da mecânica aplicada. Neste tópico, os fenômenos de contato encontrado em simulações de estampagem e impacto serão demonstrados. O contato pode ser um elemento intencional, como engrenagens ou como sendo consequência de uma grande deformação estrutural, como, por exemplo, uma estrutura constituída de paredes finas, a qual pode impactar em uma parede rígida, e conseqüentemente deformar na região de contato uma com a outra ou ainda o comportamento de uma chapa metálica em contato com a superfície da ferramenta de conformação, transmitindo as forças atuantes na geração de certa geometria a partir de um *blank* plano. Enquanto regiões de contato tendem como, por exemplo, em impacto ou em conformação a aumentar em tamanho e em número, em simulações de deflagração de *air-bags* como, por exemplo, no desvaziamento da bolsa estas regiões de contato tendem a desaparecer. Todas estas soluções podem ser tratadas com as mesmas famílias de algoritmos numéricos de contato-impacto.

Por razões de economia computacional, entretanto, distinções são feitas frequentemente no tratamento numérico de estruturas deformáveis contra paredes rígidas, impacto de um elemento estrutural remoto ou outro autocontato entre as partes de um mesmo componente estrutural. Simulações de contato envolvendo corpos rígidos também requerem tratamento numérico distinto. O tempo numérico em uma simulação para análise de impacto pode ser dominado pelo algoritmo utilizado. É, portanto de suma importância atingir eficiência computacional, e nos últimos anos tem sido aplicado esforços no sentido de se melhorar os tempos de processamento.

Primeiramente, os corpos em elementos finitos deformáveis discretizados em simulações computacionais envolvendo impacto ou contato são descrito de forma geral e então o problema é subdividido na procura de contato e em sub-problemas em interfaces de

contato. Algoritmos de procura avaliam qual parte de uma estrutura será impactada contra uma outra estrutura. Uma vez que a proximidade de contato foi detectada pelo algoritmo de busca, o algoritmo de interfaces de contato verifica uma possível penetração e estabelece o contato. As equações básicas de contato (condições de contato) são aplicadas com mais ou menos rigor no multiplicador de *Lagrange* e nos métodos de contato de *Penalty*, os quais são os algoritmos de interface de contato mais utilizados em programas de elementos finitos.

Ainda, as equações clássicas de dinâmica de impacto de corpos rígidos são consideradas, as quais fornecem a base geral para os algoritmos discretos de contato-impacto, os quais são dados por equações de interface singular discreta de nó-à-nó ou discreto nó-segmento.

#### **A.15.2 Tratamento de contato de corpos deformáveis**

Os métodos de soluções gerais para problemas de impacto envolvendo contato / dinâmica quasi-estática em simulações de impacto serão revisadas e sua aplicabilidade em simulações de impacto serão discutidas. Os problemas de contato-impacto entre estruturas e dentro de estruturas (autocontato) levam a diferentes algoritmos. Os algoritmos de contato-impacto são divididos em procura de contato e interface de contato. O algoritmo de busca localiza os limites de contato-impacto e o algoritmo de contato-impacto impõe as condições para o impacto-contato, como deslizamento/fricção (atrito) e separação. As seguintes considerações aplicam a modelos de elementos finitos com cascas finas de estruturas deformáveis discretizadas feitas de pontos nodais e elementos finitos, as quais são submetidas ao contato.

#### **A.15.3 Definições**

- a) ***Parede Rígida***: Uma parede rígida é um obstáculo os quais os pontos nodais de uma estrutura não são permitidos a penetrar. Uma parede rígida pode ter massa e ou uma extensão finita ou infinita ou pode ainda ter a geometria de objetos simples e impenetráveis.

- b) **Corpo de contato e superfície de contato:** Um corpo de contato e suas superfícies de contato são representados por uma estrutura, a qual suas superfícies internas e externas podem ter contato entre si ou contato com outros corpos com uma superfície de contato interna ou externa. Como exemplo, um cubo oco é um corpo com uma superfície interna e externa de contato.
- c) **Interface de contato:** Uma interface de contato é uma sub-região na superfície de contato interna e externa de um corpo, ao qual pode ocorrer contato. Enquanto a superfície interna ou externa total de um corpo de contato pode ser declarada uma superfície singular de contato, pode ser mais econômico declarar uma ou mais sub-regiões distintas das superfícies como interfaces de contato. Uma interface de contato é constituída de um conjunto de segmentos de contato.
- d) **Segmento de contato:** Na maioria dos programas de elementos finitos os segmentos de contato são tomados como sendo as superfícies individuais dos elementos finitos (volume ou casca). Um segmento de contato pode ser contactado por um nó escravo (slave).
- e) **Nós "master" e "slaves":** Nós *master* (mestre) e nós *slave* (escravos) são nós pertencentes à malha de elementos finitos que pertencem às interfaces de contato e aos segmentos de contato. Em definições de contato unilaterais, nós tipo *slave* pertencem a interfaces *slaves* e nós tipo *master* pertencem a interfaces *master*.

Em definições de contato bilaterais, não há distinções entre as interfaces *master* e *slaves* e estas interfaces de contato são tratadas simetricamente, ou seja, primeiro *slaves* são *slaves* e *master* são *masters*, e em segundo lugar *slaves* são *masters* e *master* são *slaves*, figura A-23.

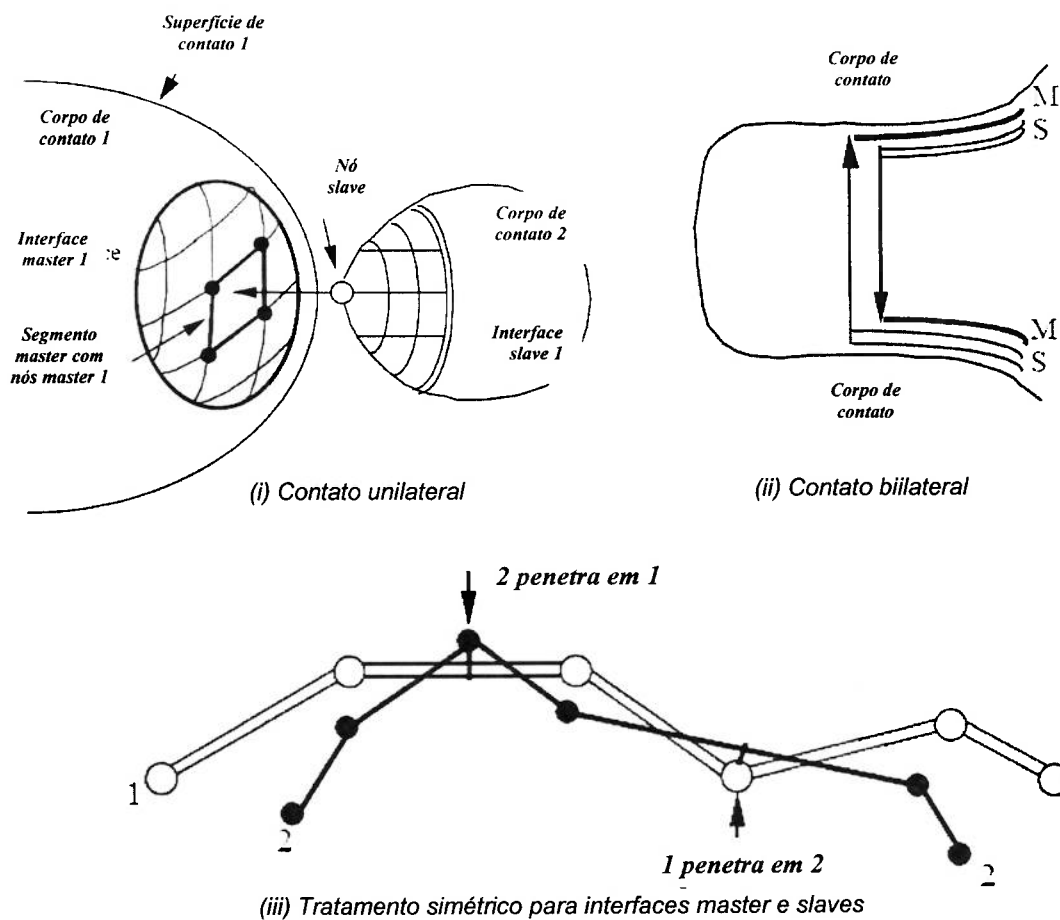


Fig.A-23: Interfaces de contato

#### A.15.4 Algoritmo de Contato-Impacto

Em programas envolvendo simulações numéricas onde o contato é fundamental, um bom algoritmo contato-impacto torna-se fundamental, porque, como por exemplo, na simulação de estampagem, esta é fortemente influenciada por intrigáveis eventos de contato.

Houve, portanto muito trabalho no desenvolvimento destes algoritmos, os quais continuam sendo aprimorados até os dias de hoje. Os algoritmos modernos subdividem o problema em dois sub-problemas maiores, tal como na figura A-24, para serem resolvidos por:

- Algoritmo de busca de contato;
- Algoritmo de interface de contato.

No algoritmo de busca de contato, as partes propensas ao contato em certas estruturas são escaneadas em busca de possível contato, enquanto o algoritmo de interface de contato aplica condições contato-impacto após o contato ser detectado.

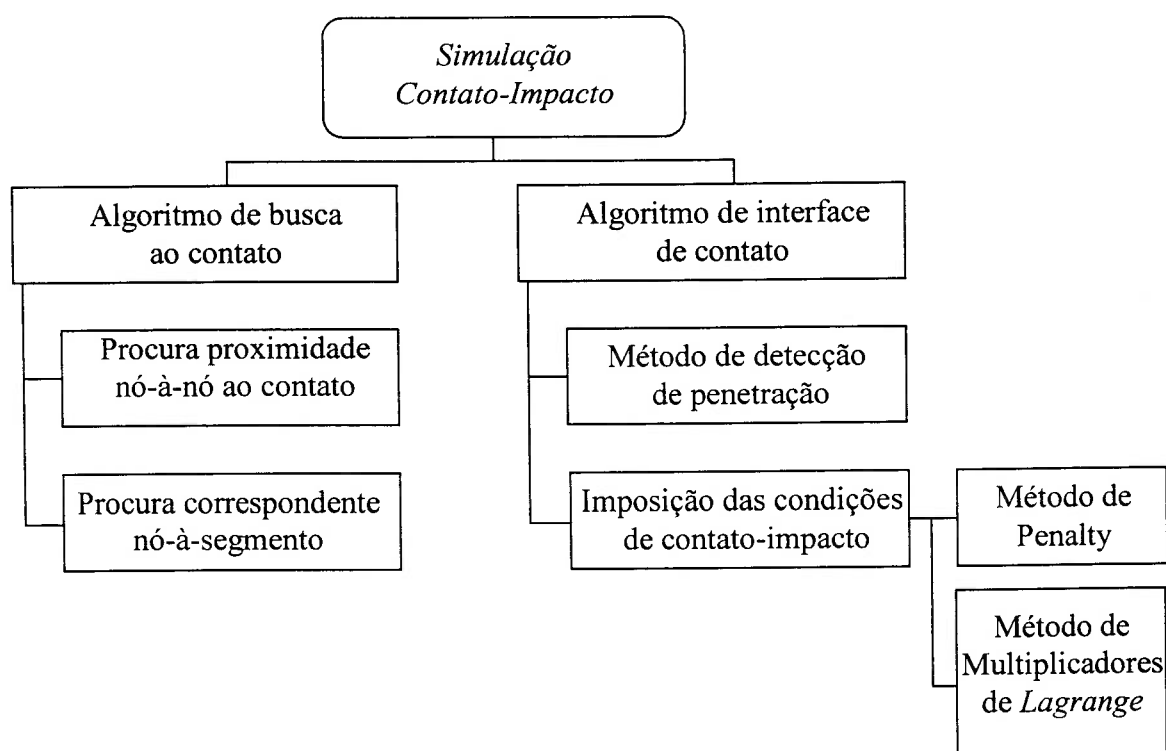


Fig. A-24: Métodos de Simulação Contato-Impacto

### A.15.5 Algoritmo de busca de contato

Modelos de elementos finitos de estruturas submetidas ao impacto podem envolver de 3.000 elementos de casca ou mais, os quais a cada instante podem contatar uns aos outros. O contato pode ser estabelecido numericamente formando pares entre nós denominados de *slave* (escravos) e segmentos denominados de *master* (mestre) (ou paredes rígidas e nós slaves), onde os nós *slaves* são representados pelos pontos nodais da malha e dos segmentos *master* pelos elementos de cascas.

Em princípio, cada ponto nodal de um dado modelo de elementos finitos de uma estrutura pode contatar cada elemento de casca; então um algoritmo de busca de contato geral deve



permitir, para contato potencial em todos os nós discretos com todos os segmentos máster ou pelas paredes rígidas definidas a qualquer instante de tempo.

Deve ser notado que este problema de busca potencialmente gigante e repetitivo pode ser restringido através da especificação de regiões prévias de contato e omitindo outras deste tratamento de contato. Na simulação, por exemplo, de um impacto frontal, o programa pode excluir a parte traseira do veículo de contato. Desta forma, a procura de contato seria limitada a procura dentro das regiões pré-estabelecidas, reduzindo o tamanho e o custo da procura de contato. O contato pode ser convenientemente sub-dividido em duas partes, como na figura A-25, em:

- Procura próxima nó-à-nó;
- Procura correspondente nó-a-segmento.

#### **A.15.5.1 Procura próxima nó-à-nó**

A procura próxima nó-à-nó consiste em se avaliar o nó *master* mais próximo de um dado nó *slave*. A proximidade entre os nós é dada pela sua distância espacial.

O cálculo da distância de todos os nós de uma estrutura (ou de uma região sub-definida) em relação a um dado nó é uma operação que consome tempo. Portanto, os nós de uma estrutura podem primeiro ser separado correspondente a suas distâncias apartir de uma dada direção, e a ordem na qual isto ocorre pode ser armazenada.

A direção de busca poderá ser definida como uma das direções dos eixos globais de maior extensão estrutural. A procura poderá começar em ambos os lados da linha de busca, utilizando simplesmente as coordenadas nodais ao longo desta linha, começando apartir da posição do nó *slave* considerado. Esta forma de operação-scanner é restrita a aqueles nós que caem em um dado intervalo de busca em torno do nó *slave*. Uma outra técnica diferente de busca consiste em subdividir o corpo de contato em “caixas” cúbicas 3D e restringir a

busca a “caixa” que contém o nó *slave* e a todas as “caixas” na vizinhança imediata. Devido à deformação estrutural, o conteúdo destas “caixas” podem ser atualizados continuamente.

Um nó *slave* em um intervalo de busca poderá ser construído a partir do raio  $R$  dentro de uma esfera de busca a qual é circunscrita circularmente ao nó *slave* considerado, figura A-25. Outras formas de construir o segmento de contato das caixas ou cubos de busca, os quais são cubos circunscritos circularmente aos segmentos de contato, em ordem de definir um intervalo de busca. Se o eixo global  $Z$  é escolhido como direção de busca, então o intervalo entre os planos:

$$Z_s \pm R \quad [A-178]$$

é procurado, onde  $X_s$ ,  $Y_s$  e  $Z_s$  são as coordenadas globais do nó *slave* considerado. Em outras palavras, primeiro são localizados os números de todos os nós situados entre os dois planos de busca os quais delimitam o intervalo de busca. Depois, apenas aqueles nós que caem no espaço do cubo de busca:

$$X_s \pm R, Y_s \pm R, Z_s \pm R \quad [A-179]$$

serão retidos. Finalmente as distâncias espaciais do nó *slave* considerado dos nós dentro do espaço de busca do cubo serão realmente calculados, e os nós que realmente caem dentro da esfera de raio  $R$  serão localizados. Este procedimento reduz repetidamente o cálculo das distâncias espaciais a um mínimo necessário.

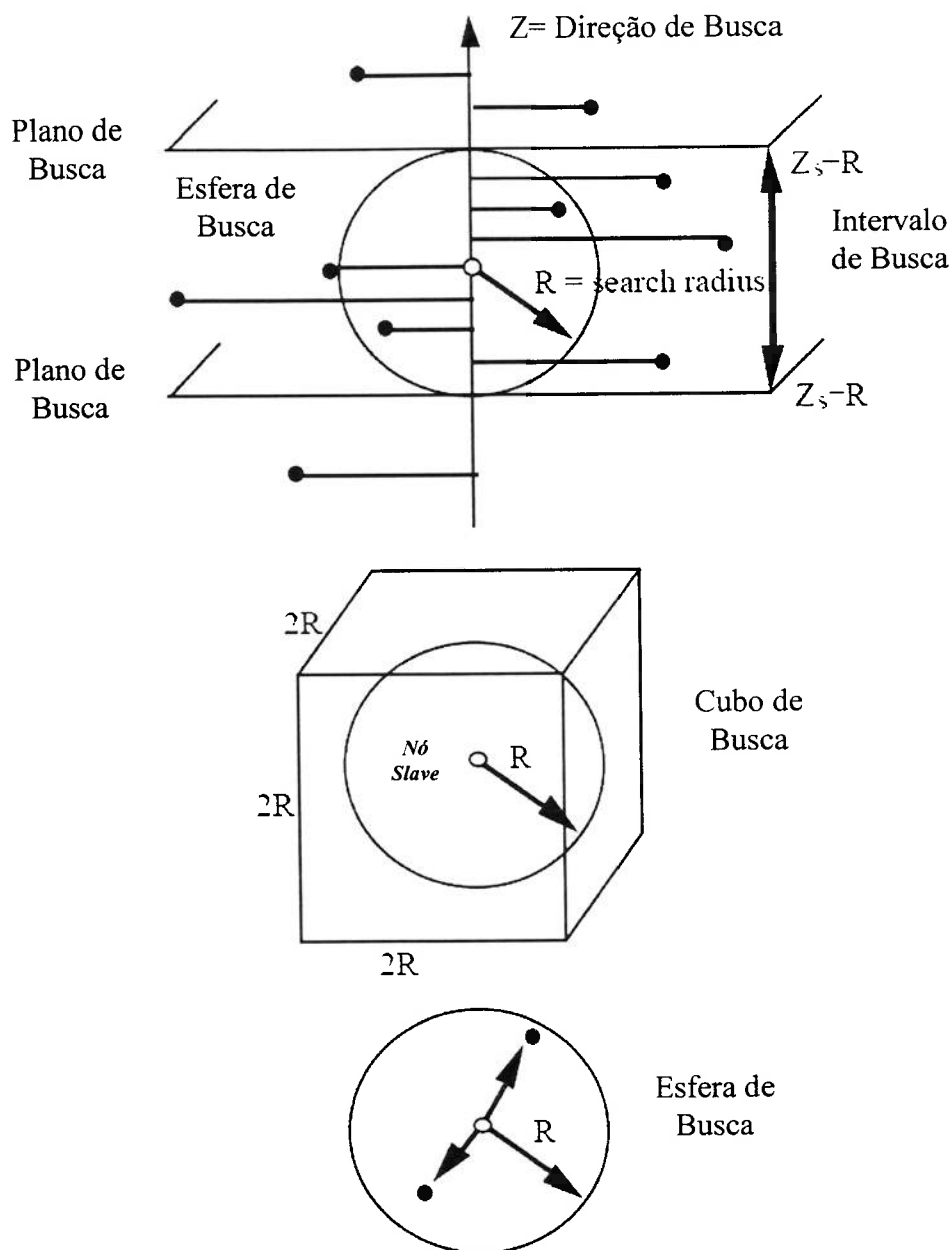


Fig.A-25: Busca de proximidade nó-à-nó.

A ordenação dos pontos nodais de uma interface de contato ao longo da linha de busca deve ser repetida a cada time-step para uma solução, desde que a ordem possa mudar devido à deformação da estrutura. O raio de busca  $R$  de uma esfera em torno de um dado nó *slave* pode ser obtido da seguinte maneira: O raio de busca é definido como o maior raio possível em torno de um nó *slave*, o qual não contém nenhum outro nó conectado ao nó *slave*.

Um nó conectado é um nó o qual pertence a qualquer segmento de contato ao qual o nó *slave* é conectado, figura A-26.

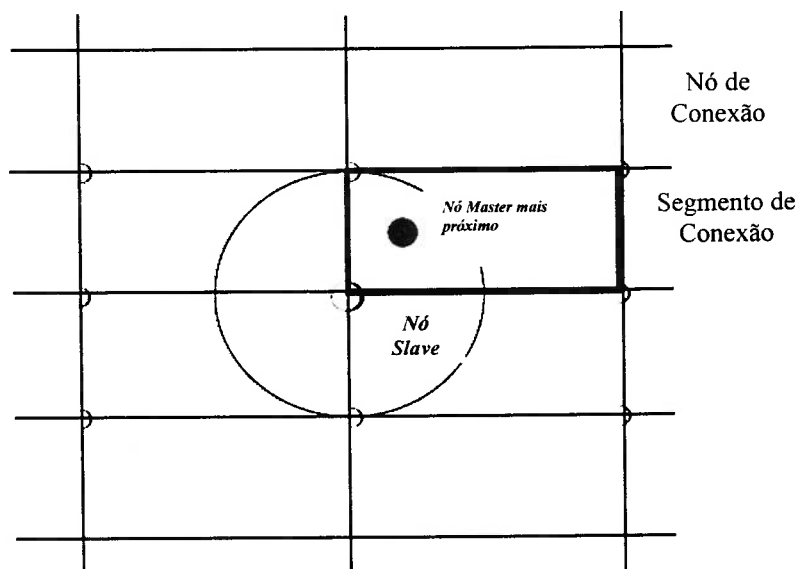


Fig. A-26: Raio de busca.

A escolha do raio de busca exclui o contato dos nós *slave* com os segmentos de contato os quais estes estão conectados, e assegura a detecção confiável do contato na maioria dos casos, quando os elementos finitos não estão estirados em uma direção, ou seja, quando os elementos são quadrados ou apenas possuem uma forma moderadamente retangular.

### A.15.6 Busca correspondente nó-à-segmento

Uma vez que o nó *master* mais próximo a um nó *slave* dentro do espaço de sua esfera de contato foi localizado, o segmento ao qual este nó está conectado e o qual o nó *slave* está próximo de tocar, deverá então este ser localizado, figura A-27. Para este fim, primeiro, os vetores  $c_i$  o qual o ponto do nó *master*  $i$  aos nós conectados adjacentes de cada segmento conectado são estabelecidos, assim como o vetor  $g$  o qual aponta para os pontos do nó *master* mais próximo em direção ao nó *slave*.

Próximo destas projeções,  $s$  de  $g$  em um segmento conectado é encontrado segundo:

$$s = g - (g \cdot e_3) e_3 \quad [A-180]$$

onde  $e_3$  é o vetor unitário normal ao segmento conectado considerado próximo ao nó *master*, ou seja, para o segmento  $l$  com  $i=1$ , na figura A-27 temos:

$$e_3 = c_1 \times c_2 / |c_1 \times c_2| \quad [A-181]$$

Próximo à ponta do vetor de projeção  $s$ , um “nó de defesa” fictício poderá ser introduzido, o qual poderá ser utilizado para “defender” o segmento de contato contra a “colisão ou toque” do nó *slave*. O fato queira ou não, as projeções de  $g$  pertencem no espaço do segmento  $l$  e podem ser encontrados das condições:

$$(c_1 \times s) \cdot (c_1 \times c_2) > 0 \quad [A-182]$$

$$(c_1 \times s) \cdot (s \times c_2) > 0 \quad [A-183]$$

Se estas condições são encontradas, então as projeções do nó mais próximas projetam-se para cima do segmento de contato correspondente.

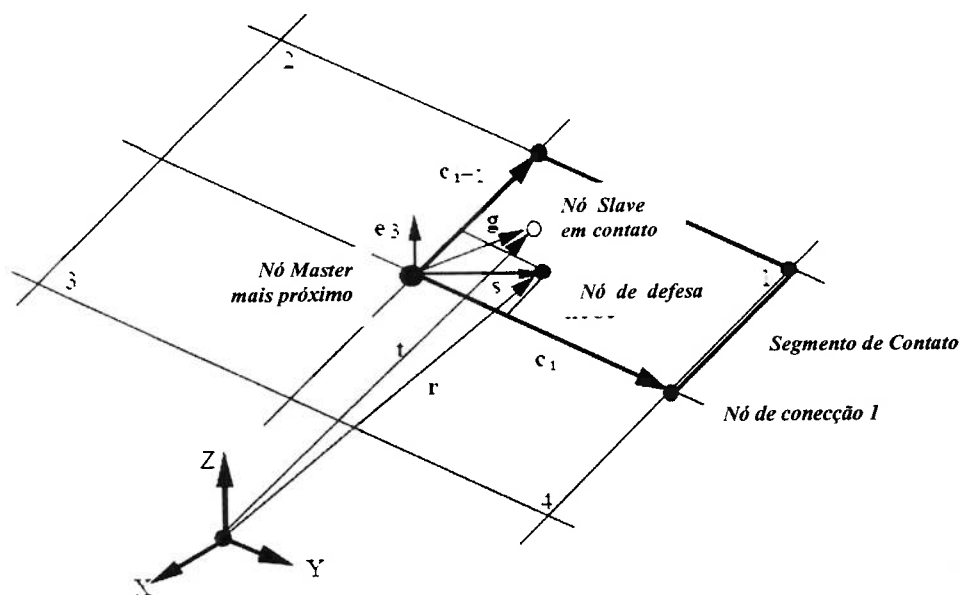


Fig.A-27: Busca correspondente nó-à-segmento.

Agora poderá ser feita uma checagem se o nó mais próximo penetrou no segmento de contato identificado. Esta checagem é dada por:

$$\delta = n \cdot (t - r) < 0 \quad [A-184]$$

ou seja, a penetração ocorre quando as projeções normais da diferença  $t-r$ , dos vetores de posição da origem do sistema de coordenadas globais ao nó *slave* "tocado" e ao nó de defesa é negativo. O vetor normal  $n$  é dado aproximadamente por  $e_3$  ou por:

$$n = \left( \frac{\partial r}{\partial s} \times \frac{\partial r}{\partial t} \right) / \left| \left( \frac{\partial r}{\partial s} \times \frac{\partial r}{\partial t} \right) \right| \quad [A-185]$$

onde  $s$  e  $t$  são os segmentos de contato local das superfícies médias do nó de defesa.

### A.16 Algoritmo de interface de contato

Uma vez que os nós e os segmentos de contato igualam-se, as condições de contato-impacto podem ser aplicadas sempre que o nó contatando tenha penetrado na superfície do segmento de contato. Para nós *master* e *slaves*, ambos conectados a cascas finas, esta superfície pode coincidir com as superfícies médias destas cascas, ou podem ser à distância da soma da metade da espessura de casca distantes das superfícies médias destas. Algumas dificuldades que podem aparecer com este tratamento estão representadas na figura A-28. No primeiro caso, os segmentos de cascas considerados são convexos, como vistos do nó *slave* e formam um “pico” e no segundo caso estes aparecem côncavos e formam um “vale”. Para o caso de “pico”, o nó escravo pode cair na folga entre as superfícies atuais de contato localizadas a uma distância de  $+t/2$  acima das superfícies médias e então escapar da detecção a menos que tenha tendência a ser localizado acima de uma das superfícies médias.

Então será rejeitado repentinamente a uma distância a qual pode ser maior do que metade da espessura de uma casca ao segmento de contato correspondente da superfície, o qual poderá causar problemas numéricos, como por exemplo, no tratamento das funções de penalidade para a interface de contato-impacto. Um remédio muito simples na maioria dos casos práticos é estender o domínio de cada superfície média em 5% além de suas bordas atuais. Isto assegura que o nó *slave* é reconhecido pelo algoritmo nó-à-segmento correspondente sempre pertencendo a um dos segmentos próximos ao “pico”.

No segundo caso, uma ambiguidade pode surgir porque o nó *slave* situado na região de sobreposição acima das superfícies médias dos segmentos, as quais formam um “vale” visto a partir do nó *slave* que podem pertencer a ambos os segmentos conectados. Um remédio fácil neste caso é simplesmente tratar o nó como pertencente ao primeiro segmento encontrado na correspondência nó-à-segmento do algoritmo de busca, ou melhor, associá-lo com o segmento ao qual a distância é a mais curta.

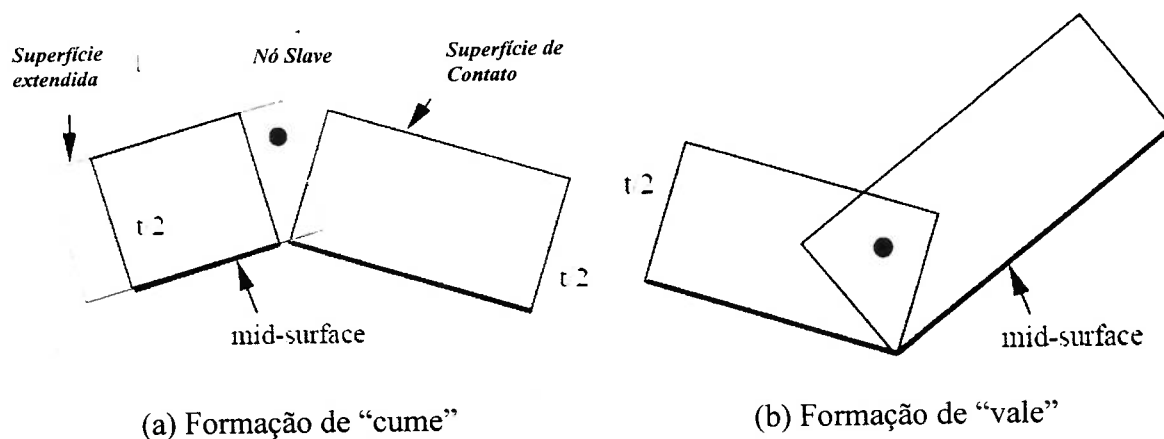


Fig. A-28: Contato no segmento de cascas

Com ambos os casos acima em mente, a penetração final pode ser checada e as condições de contato-impacto poderão ser aplicadas.

#### A.16.1 Condições de contato-impacto em um nó único

Em modelos de elementos finitos discretos para simulações de impacto em estruturas mecânicas deformáveis, eventos contato-impacto são discretizados em nós *slaves* os quais contatam os segmentos *master* ou segmentos de contato. As áreas gerais de contato podem ser representadas por um conjunto de nós *slaves*, simultaneamente em contato com um conjunto de segmentos de contato. Equações globais gerais para impacto estrutural não podem ser evocadas, porque a estrutura toda deforma e somente há o interesse focado nos eventos que ocorrem durante a fase de impacto, uma fase a qual não é coberta pelas equações clássicas. As condições de contato-impacto dos nós individuais *slaves* podem ser tratadas tão simples quanto se fizer necessário para a precisão local, porque a fase geral do evento de impacto é integrada a grandes detalhes na solução explícita das equações de movimento da estrutura impactada.



As condições completas de contato-impacto para impacto local completamente elástico e para contato sustentado de um par de nós *slave*,  $s$ , e seu referido ponto de impacto,  $d$ , no segmento de contato, chamado de “nó de defesa”. são dados por:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_s &= \ddot{u}_d, & i.e., & \quad \Delta\ddot{u} = \ddot{u}_s - \ddot{u}_d = 0 \\ \dot{u}_s &= \dot{u}_d, & i.e., & \quad \Delta\dot{u} = \dot{u}_s - \dot{u}_d = 0 \\ r_s &= r_d, & i.e., & \quad \Delta r = r_s - r_d = 0 \\ F_s &= F_d, & i.e., & \quad \Delta F = 0 \end{aligned} \quad [A-186]$$

onde  $\ddot{u}, \dot{u}, r$  e  $\Delta\ddot{u}, \Delta\dot{u}, \Delta r$  são as acelerações absolutas e relativas, vetores velocidade e posição respectivamente, do nó *slave*  $s$ , e do ponto de impacto no segmento de contato  $d$ , e  $F$  são as forças de contato. Na condição particular de penetração zero, torna-se:

$$\Delta r = r_s - r_d = 0 \quad [A-187]$$

onde  $\Delta r$  é o vetor de folga entre ambos os pontos. O nó de defesa com as coordenadas locais de Gauss ( $s, t$ ) no segmento de contato pode ser atribuído a massa, figura A-29,

$$M(s, t) = \sum_{i=1}^n \left( N_i(s, t) / \sum_{j=1}^n N_j^2(st) \right) M_i = \sum_{i=1}^n m_i(s, t) \quad [A-188]$$

onde  $N_i(s, t)$  são funções de interpolação do segmento da superfície média relatando deslocamentos no segmento, velocidades e acelerações ao segmento, velocidades e acelerações nos cantos dos nós dos segmentos,  $M_i$  são as massas dos segmentos dos cantos de nós,  $n$  é o número de nós de canto de um segmento e são as contribuições às massas dos nós de defesa das massas dos nós de canto,  $M_i$ . A força de contato  $F$ , atuando no nó de defesa no segmento de contato é distribuído aos nós de canto dos segmentos de acordo com:

$$F_i = (m_i / M) F \quad [A-189]$$

e segue logicamente que  $F = \sum_{i=1}^n F_i$  [A-190]

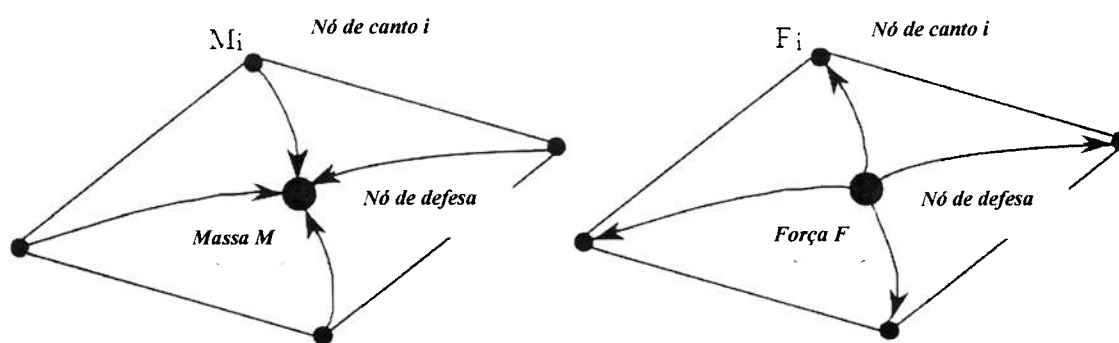


Fig.A-29: Massa do nó de defesa e distribuição de forças.

### A.17 Impacto em parede rígida

Em impactos nó-à-parede rígida, uma parede rígida móvel ou fixa (como por exemplo, a matriz e punção no caso de ferramentas de conformação ou o muro no caso de impacto veicular), seja com massa finita ou infinita, qual assume o papel do nó de defesa e das condições de contato-impacto, às satisfazendo plenamente, ou seja, sobre penetração, as quantidades relativas devem dissipar-se de acordo com:

$$\Delta \ddot{u} = 0 \quad ; \quad \Delta \dot{u} = 0 \quad ; \quad \Delta r = 0 \quad [A-191]$$

A penetração em uma parede rígida é detectada se o componente normal do vetor de folga,

$$\Delta r_n = r_{sn} - r_{dn} \quad [A-192]$$

apontar para a direção oposta ao vetor normal para fora,  $n$ , da parede rígida, ou seja, se

$$n \cdot \Delta r_n < 0 \quad [A-193]$$

Se *atrito zero* permanece, as equações (a) acima são satisfeitas apenas na direção normal à superfície da parede rígida, e será considerados os componentes normais das quantidades acima, ou seja:

$$\Delta \dot{u}_n = 0 \quad ; \quad \Delta \dot{u}_n = 0 \quad ; \quad \Delta r_n = 0 \quad [A-194]$$

e o deslizamento dos nós colidentes na direção do plano da tangente é permitido. Neste, as quantidades relativas tangenciais não desaparecem. Para *atrito finito*, uma checagem é feita nos componentes de tangente do vetor de força de contato,  $F$ , para ver se:

$$|F_t| > \mu > |F_n| \quad [A-195]$$

onde  $|F_n|$  é a magnitude dos componentes normais do vetor força de contato e  $\mu$  é o coeficiente de atrito.

Se a condição acima (c) é satisfeita, então conjuntos deslizantes e o nó impactante se moverá no plano tangente com força tangencial:

$$|F_t| = \mu |F_n| \quad [A-196]$$

Esta força tangencial  $|F_t|$  atua na direção oposta a direção do vetor de deslocamento tangencial instantâneo, e então a equação (A-3) deverão ser aplicadas para satisfazer as condições contato-impacto na direção normal. A força de contato de um nó em contato com uma parede rígida pode ser obtida da composição de forças para todos os elementos de casca conectados ao nó em contato.

### A.18 Método de *Penalty*

No método de *Penalty*, as condições de contato-impacto são “relaxadas”, e a penetração do nó *slave* contatante em direção ao segmento de contato é permitido, mas será penalizado de acordo com:

$$F_{dn(n)} = \alpha \Delta r_{(n)} \quad [\text{A-197}]$$

onde  $\alpha$  é o fator de penalidade o qual é relatado com a rigidez dos elementos estruturais próximos aos pontos de contato, e a subscrição  $(n)$  denota o tempo  $t_{(n)}$ . Uma vez conhecidas estas forças poderão ser redistribuídas aos nós de canto do segmento de contato, e diretamente decompostas em vetor de carga estrutural no intervalo de tempo  $t_{(n)}$  dos nós de canto do segmento de contato e do nó *slave* impactante. Com isto, elimina-se a folga entre o nó *slave* e o nó de defesa deve então ser avaliado por:

$$\Delta r_{(n)} = r_{s(n)} - r_{d(n)} \quad [\text{A-198}]$$

Para *atrito infinito*, os coeficientes dos vetores das equações acima aplicadas nas direções do segmento de contato próximo ao nó de defesa, os quais implicam que não apenas a penetração normal  $\Delta r_{n(n)}$ , mas também o escorregamento tangencial  $\Delta r_{t(n)}$  são penalizados pelo fator  $\alpha$ . Com isso, as coordenadas iniciais locais do segmento de contato  $(s_0, t_0)$  que o nó *slave* possuía quando atingiu a superfície de contato, e enquanto contatando, pode ser memorizado, e a tangente de escorregamento pode ser avaliada por comparação com as coordenadas atuais  $(s_{(n)}, t_{(n)})$ .

Para os coeficientes de *atrito finito*, uma checagem é feita quer se a componente da tangente do vetor de força de contato  $|F_{t(n)}|$ , excede em magnitude o componente normal,  $|F_{n(n)}|$ , multiplicado pelo coeficiente de atrito dado  $\mu$ . Se a resposta for sim, então o nó é permitido a deslizar no plano tangente da superfície de contato com a tangente da força de atrito ativa oposta a direção de escorregamento. O escorregamento irá parar se a condição

acima não for plenamente satisfeita, e então as coordenadas  $(s_0, t_0)$  podem ser reinicializadas.

#### A.19 Bibliografia do Apêndice A

- [61] Haug E., Ulrich D., “*The PAM-CRASH Code as an Efficient Tool Crashworthiness Simulation and Design*”, Second European Cars/Trucks Simulation Symposium, Schliersee (Munich), AZIMUTH, May 22-24, (1989).
- [62] Hughes T.J.R., Pister J.S. and Taylor R.L., “*Implicit-Explicit Finite Elements Non-Linear Transient Analysis*”, Computer Methods in Applied Mechanics Engineering 17/18, pp. 159-182, (1979).
- [63] Belytschko T. and Lin J.I., “*Explicit Algorithms for the Nonlinear Dynamics Shells*”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 42, pp. 251, (1984).
- [64] Belytschko T. and Tsay C.S., “*A Stabilization Procedure for the Quadrilateral Plate Element with One-Point Quadrature*”, International Journal for Numerical Methods in Engineering 19, pp. 405-419, (1983).
- [65] Belytschko T., Wong J.S., Liu W.K. and Kennedy J.M., “*Hourglass Control Linear and Nonlinear Problems*”, Computer Methods in Applied Mechanics Engineering 43, pp. 251-276, (1984).
- [66] Hughes T.J.R., Taylor R.L., Sackman J.L., Curnier A., Kanokkulchai W., “*Finite Element Method for a Class of Contact-Impact Problems*”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 8, pp. 249-276, (1976).
- [67] Hallquist J.O., Goudreau G.L. and Benson D.J., “*Sliding Surfaces with Contact-Impact in Large-Scale Lagrangian Computations Problems*”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 51, pp. 107-137, (1985).
- [68] Flanagan D.P. and Belytschko T., “*A uniform strain hexahedron and quadrilateral with orthogonal hourglass control*”. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 17, pp. 679-706, (1981).

- [69] Hughes T.J.R., Taylor R.L. and Kanoknukulchai W., "*A simple and efficient finite element for plate bending*". International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, pp. 1529-1547, (1977).
- [70] Hughes T.J.R. and Winget J., "*Finite rotation effects in numerical integration of rate constitutive equations arising in large deformation analysis*". International Journal for Numerical Methods in Engineering 15, pp. 1862-1867, (1980).
- [71] Love A.E.H., "*A Treatise on Mathematical Theory of Elasticity*". Dover, (1957).
- [72] Mindlin R.D., "*Influence of Rotary Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic, Plates*". Journal of Applied Mechanics, Vol. 18, pp. 31-38, (1951).
- [73] Nguyen Q.S., "*On the elastic-plastic initial-boundary value problem and its numerical integration*". International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, pp. 817-832, (1977).
- [74] Bathe J., "*Finite Element Procedures in Engineering*", Prentice-Hall, 1982.
- [75] Flanagan D.P., Belytschko T., "*A Uniform Strain Hexahedron and Quadrilateral with Orthogonal Hourglass Control*", Internat. J. Numer. Meths. Eng. 17, 679-706, (1981),.
- [76] Belytschko T., "*Correction of Article by D.P. Flanagan and T. Belytschko*", Internat. J. Numer. Meths. Eng. 19, 467-468, (1983).
- [77] Simo J.C. and Hughes T.J.R., "*Elastoplasticity and Viscoplasticity, Computational Aspects*", Preprint, (1992).
- [78] Zhi-Hua Z., "*On Contact-Impact Problems*", Thesis 178, Department of Mechanical Engineering, Linköping University, Linköping, Sweden, (1988).
- [79] Hallquist J.O., Goudreau G.L. and Benson, D.J., "*Sliding Interfaces with Contact-Impact in Large Scale Lagrangian Computations*", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.511, No. 1/3, pp. 107-137, (1985).
- [80] Wilkins M., "*Calculation of Elastic-Plastic Flow*", UCRL-7322, Rev. 1, Lawrence Livermore National Laboratory, University of California, (1969).
- [81] Belytschko T. and Lin J.I., "*A Three-dimensional Impact-Penetration Algorithm with Erosion*", International Journal of Impact Engineering, Vol. 5, pp. 111-127, (1987).

## Apêndice B: Estrutura de entrada de dados para o Programa PAM-STAMP

### B.1 Entrada de dados Arquivo base – Job Card PAM-GENERIS

```

$ This file is generated by PAM-GENERIS version 2003 on 04/6 /29 at 14:10:35
$   PAM-GENERIS Version 03 - Compiled 2003/05/06
$
FREE
SOLVER STAMP
NOLIS
NOPRINT
SIGNAL YES
FILE jonc_reel
DATACHECK NO
TIMESTEP LARGE BEND
SHLPLOT ALL
NODPLOT ALL
PIPE NO
TITLE /
$
$ CONTROL CARDS
$
$      TIME      TIOD      PIOD      IRD  NLOG DTO      SLFAC      ISTR IPHG IS
$
$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80
CTRL /   17.4603      200S      2S99999  10      0      0.03  0  0  0
$
$ SOLID VISCOSITY AND TIME STEP CARDS
$
$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80
$
$          1.2      0.06      0      0.9  0  0      1  0  0  1
$          0      0      0      0  0  0
$
$ MATERIAL DATA CARDS
$
$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80
MATER /      4      100      7.82e-06

Punch
  168.1      0.3      1

MATER /      5      100      7.82e-06

Die1
  168.1      0.3      1

MATER /      6      100      7.82e-06

Die2
  168.1      0.3      1

MATER /      7      100      7.82e-06

Blank holder1
  168.1      0.3      1

MATER /     10      100      7.82e-06

Die3
  168.1      0.3      1

```

```

MATER /      11      100      7.82e-06

  Die4
    168.1              0.3          1

MATER /      12      100      7.82e-06

  Blank holder2
    168.1              0.3          1

MATER /      13      100      7.82e-06

  Blank holder3
    168.1              0.3          1

MATER /      8       107      7.82e-06      0

  Blank sheet
    168.1KRUPK          0.3          1      0.01      0.01      0.01      0.8333
    0.4938  0.00306      0.22          0

      0          0          0          0          0          -1          1
      0          0          0          0          0          0          0          0
    1.84      1.308      1.672          0          1          0          0
      0
  
```

\$

\$ NODAL POINT CARDS

\$

```

$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80
NODE /      21541      -406.741      -143.178      -2.30921
NODE /      21542      -406.712      -142.545      -1.26416
NODE /      21543      -406.665      -141.548      -0.55829
NODE /      21544      -406.608      -140.353      -0.30921
.....
  
```

[continua...]

\$

\$ SHELL / MEMBRANE ELEMENTS CARDS

\$

```

$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80
SHELL /      609619      4      89243      89251      89262      3
SHELL /      609618      4      89244      89251      89243      3
SHELL /      503365      4      91499      91494      91498      3
SHELL /      503364      4      91499      89514      91495      3
SHELL /      503363      4      89762      91496      89763      3
SHELL /      503362      4      91500      91497      91496      3
SHELL /      503361      4      89762      89761      91500      3
SHELL /      503360      4      89760      91500      89761      3
SHELL /      503359      4      91497      90668      91498      3
SHELL /      503358      4      91498      90668      91499      3
SHELL /      503357      4      91499      90667      89514      3
SHELL /      503356      4      89511      90665      91504      3
SHELL /      503355      4      89510      91504      91501      3
SHELL /      503354      4      90665      90663      91504      3
SHELL /      503353      4      91484      89522      89523      3
SHELL /      503352      4      91485      89521      89522      3
SHELL /      503351      4      89515      91486      91487      3
SHELL /      503350      4      91489      91486      91485      3
SHELL /      503349      4      91490      91487      91486      3
SHELL /      503348      4      91492      89763      91496      3
SHELL /      503347      4      91498      91493      91497      3
.....
  
```

[continua...]



\$  
\$ NODAL TIME HISTORY CARDS  
\$

\$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80

#GPNAM Blank holder

THLNO / 26146

#GPNAM Die

THLNO / 92462

#GPNAM Punch

THLNO / 90872

#GPNAM Blank sheet

THLNO / 98964

\$  
\$ RIGID BODY CARDS

\$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80

BOUNC / 102188 110111

RBODY / 1 4 102188

Blank holder

MAT 7 12 13

END

BOUNC / 102189 111111

RBODY / 2 4 102189

Die

MAT 5 6 10 11

END

BOUNC / 102190 110111

RBODY / 3 4 102190

Punch

MAT 4

END

\$  
\$ FUNCTIONS CARDS

\$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80

#GPNAM Blank holder (Vbc) - 1

FUNCT / 1 12 1 1 0 0

0 0

0.0827037 0.02

0.165407 0.12

0.248111 1.88

0.330815 1.98

0.413518 2

3.72166 2

3.80437 1.98

3.88707 1.88

3.96978 0.12

4.05248 0.02

4.13518 0

#GPNAM Punch (Vbc) - 2

FUNCT / 2 13 1 1 0 0

0 0

4.13518 0

4.40169 0.1

4.66819 0.6

4.93469 9.4

5.20119 9.9

5.46769 10

16.1278 10

16.3943 9.9

16.6608 9.4

16.9273 0.6

17.1938 0.1

```

17.4603 0
#GPNAM Sensor for Blank holder - 3
FUNCT / 3 4 1 1 0 0
0 1
4.09383 1
4.13518 0
17.4603 0
#GPNAM Blank holder (n.force) - 4
FUNCT / 4 2 1 1 0 0
0 1
17.4603 1
#GPNAM DSY states curve - 5
FUNCT / 5 3 1 1 0 0
0 4.13518
4.13518 13.3251
17.4603 13.3251

```

```

$
$ CONCENTRATED NODAL LOADS
$
$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80
#GPNAM Blank holder
CONLO / 26146 3 4 550

```

```

$
$ SLIDING INTERFACE CARDS
$
$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80
SLINT2/ 1 16 0.1 -1 5 1
Blank/Die
0 0 0 0 1

```

```

$
MAT 8
END

```

```

$
MAT 5
MAT 6
END

```

```

SLINT2/ 2 16 0.1 -1 5 1
Blank/Punch
0 0 0 0 1

```

```

$
MAT 8
END

```

```

$
MAT 4
END

```

```

SLINT2/ 3 15 0.1 0.03 -1 5 0.1 1
Blank/Blkhd
0 0 0 0 1

```

```

$
MAT 8
END

```

```

$
MAT 7
END

```

```

SLINT2/ 4 16 0.1 -1 5 1
Blank/Die_Deads
0 0 0 0 1

```

```

$
MAT 8
END

```

```

$
MAT 10
MAT 11

```

```

      END
SLINT2/      5          15      0.1    0.03    -1      5      0.1      1
Blank/Blkhd_Beads
      0      0          0          0          0          1
$
      MAT      8
      END
$
      MAT      12
      MAT      13
      END
$
$ VELOCITY BOUNDARY CONDITION CARDS
$
$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80
#GPNAM Blank holder
VELBC /      0      1      3      1          1
      NOD      102188
      END
#GPNAM Punch
VELBC /      0      2      3      1
      NOD      102190
      END
$
$ SENSORS DATA CARDS
$
$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80
#GPNAM Sensor for Blank holder
SENSO /      1      5
          3
$
$ ADAPMESH CARDS
$
$---5---10---5---20---5---30---5---40---5---50---5---60---5---70---5---80
#GPNAM Adaptive Mesh for blank sheet
ADAPT2/      1      1    200S      7      0      0      2      1      0
          0      5
          1      2      3      4      5
      MAT      8
      END
ENDDATA

```