

CONSULTA  
FD-3012

SÃO PAULO  
2001

Dissertação apresentada à  
Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo  
para obtenção do título de  
Mestre em Engenharia.

**ESTUDO DO ESCOAMENTO AO REDOR DE UM  
AGRUPAMENTO DE CILINDROS**

**RICARDO BECHT FLATSCHART**

SÃO PAULO  
2001

Dissertação apresentada à  
Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo  
para obtenção do título de  
Mestre em Engenharia.  
Área de concentração:  
Engenharia Mecânica  
Orientador:  
Julio Romano Meneghini

**ESTUDO DO ESCOAMENTO AO REDOR DE UM  
AGRUPAMENTO DE CILINDROS**

**RICARDO BECHT FLATSCHART**

## AGRADECIMENTOS

À FAPESP, por proporcionar uma bolsa de mestrado que permitiu a realização deste trabalho.

À PETROBRÁS, que patrocinou esta pesquisa através do projeto CFD, coordenado pelo Prof. Dr. Julio Romano Meneghini (USP) e pelo Dr. José A. Ferrari Jr. (Petróbras).

Ao meu orientador Prof. Dr. Julio Romano Meneghini, pela orientação no andamento deste trabalho e por proporcionar os meios que possibilitaram a sua conclusão.

Aos meus colegas Cesareo de la Rosa Siqueira, Cassio Takeshi Yamamoto, Fábio Saltara, Jose Ignacio Hernandez Lopez, Alison Bonacorsi e Rodrigo de Andrade Fregonesi, pela troca de experiências e pela amizade criada nesta jornada.

Aos alunos de iniciação científica do Laboratório de CFD da Escola Politécnica da USP, pelos softwares de visualização e pela ajuda na confecção de algumas das malhas utilizadas neste trabalho.

À minha mãe Helga, pela educação, afeto e atenção que me proporcionou durante minha vida.

À minha esposa Claudia, pelo apoio e compreensão nesta etapa importante de minha vida.

**SUMÁRIO**

III	LISTA DE FIGURAS
VIII	LISTA DE TABELAS
IX	LISTA DE SÍMBOLOS
XI	RESUMO
XII	ABSTRACT
I	1. INTRODUÇÃO

1	1.1. OBJETIVOS E MOTIVAÇÃO DO TRABALHO
---	--

4	1.2. METODOLOGIA
---	------------------

5	1.3. FORMATO DA DISSERTAÇÃO
---	-----------------------------

7	<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>
---	---------------------------------

7	2.1. O FENÔMENO DE EMISSÃO DE VÓRTICES
---	--

7	2.1.1. Revisão Histórica
---	--------------------------

9	2.1.2. Aspectos Físicos do Fenômeno
---	-------------------------------------

13	2.1.3. Resultados Experimentais
----	---------------------------------

15	2.1.4. Simulações Numéricas
----	-----------------------------

18	2.2. PRINCIPAIS MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES
----	--

18	2.2.1. Método dos Vórtices Discretos
----	--------------------------------------

19	2.2.2. Método das Diferenças Finitas
----	--------------------------------------

20	2.2.3. Método dos Elementos Finitos
----	-------------------------------------

21	2.2.4. Método dos Volumes Finitos
----	-----------------------------------

<b>22</b>	<b>3. MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS PARA MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS</b>
-----------	---

166	<b>10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>
162	<b>9. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA EXTENSÃO DO TRABALHO</b>
151	8.2.1. Arranjo em Tandem com Cilindros de Diâmetros Iguais, Re = 10.000
149	8.2. RESULTADOS OBTIDOS, RE = 10.000
132	8.1.5. Arranjo com Quatro Cilindros de Diâmetros Iguais
113	8.1.4. Arranjo Oblíquo com Dois Cilindros de Diâmetros Iguais
100	8.1.3. Arranjo Lado a Lado com Dois Cilindros de Diâmetros Diferentes
85	8.1.2. Arranjo em Tandem com Dois Cilindros de Diâmetros Iguais
72	8.1.1. Arranjo em Tandem com Dois Cilindros de Diâmetros Diferentes
71	8.1. RESULTADOS OBTIDOS, RE = 200
71	<b>8. RESULTADOS</b>
62	7.2. REGIME TURBULENTO, CILINDRO ISOLADO, RE = 10.000.
53	7.1. REGIME LAMINAR, CILINDRO ISOLADO, RE = 200.
53	<b>7. VALIDAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO</b>
46	<b>6. GERAÇÃO DAS MALHAS COMPUTACIONAIS</b>
38	<b>5. MODELAGEM DA TURBULÊNCIA</b>
33	<b>4. MÉTODO DA RESOLUÇÃO POR PARTES</b>

## LISTA DE FIGURAS

8	Figura 2.1. Estreia de vórtices de von Kármán.....
10	Figura 2.2. Modelo de formação do vórtice .....
11	Figura 2.3. Regimes de emissão de vórtices para cilindros lisos.....
13	Figura 2.4. Relação entre números de Strouhal e Reynolds, cilindros .....
23	Figura 3.1 – Volume de integração, formado pelas medianas dos triângulos .....
23	Figura 3.2 – Face para o cálculo dos fluxos .....
29	Figura 3.3 – Esquema para o cálculo do valor de $\phi_e$ , fluxo de P para E.....
30	Figura 3.4 – Esquema para o cálculo do valor de $\phi_e$ , fluxo de E para P .....
32	Figura 3.5 – Determinação do valor de $\phi_w$ .....
37	Figura 4.1 – Algoritmo do Preconditioned Conjugate Gradient.....
46	Figura 6.1. Exemplo das configurações estudadas .....
48	Figura 6.2 - Malha não-estruturada típica, utilizada nas simulações, $Re = 200$ .....
48	Figura 6.3 - Detalhe da malha, mostrando o refinamento na região da camada limite em torno dos cilindros .....
51	Figura 6.4. Análise de qualidade de malha através do programa GAMBIT .....
55	Figura 7.1. Regime laminar de emissão de vórtices ( $50 < Re < 150$ -200).....
56	Figura 7.2. Malha utilizada para validação do código, regime laminar .....
58	Figura 7.3. Comparação entre resultados numéricos e experimentais .....
59	Figura 7.4. Validação: contornos de pressão, regime laminar.....
60	Figura 7.5. Validação: contornos de vorticidade, regime laminar.....
60	Figura 7.6. Validação: coeficientes de sustentação e arrasto, $Re = 200$ .....
62	Figura 7.7. Malha computacional utilizada para validação da modelagem da turbulência .....
65	Figura 7.8. Validação: coeficientes de sustentação e de arrasto, $Re=200$ – LES.....
65	Figura 7.9. Validação: coeficientes de sustentação e de arrasto, $Re=10.000$ – LES .....
66	Figura 7.10. Validação: coeficientes de sustentação e de arrasto, $Re=10.000$ – sem LES .....
66	Figura 7.11. Validação: contornos de vorticidade e pressão, $Re = 10.000$ – LES .....
67	Figura 7.12. Validação: contorno de viscosidade turbulenta, $Re = 10.000$ – LES.....
68	Figura 7.13. Detalhe do refinamento da malha na região da camada limite .....
69	Figura 7.14. Validação: coeficientes de sustentação e de arrasto, $Re=10.000$ – LES (malha mais refinada).....

73	Figura 8.1. Curva $C_d \times Re$ , tandem, diâmetros diferentes, $Re = 200$ .....
73	Figura 8.2. Curva $S \times Re$ , tandem, diâmetros diferentes, $Re = 200$ .....
77	Figura 8.3. Contornos de pressão, arranjo em tandem, cilindros diferentes, $Re=200$ .....
78	Figura 8.4. Contornos de vortividade, arranjo em tandem, cilindros diferentes, $Re=200$ .....
79	Figura 8.5. Estreia representada por traçadores. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes, $Re=200$ .....
80	Figura 8.6. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes, $L/D = 1.5$ , $Re=200$ .....
81	Figura 8.7. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes, $L/D = 2.0$ , $Re=200$ .....
82	Figura 8.8. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes, $L/D = 2.5$ , $Re=200$ .....
83	Figura 8.9. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes, $L/D = 3.0$ , $Re=200$ .....
84	Figura 8.10 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, ... cilindros de diâmetros diferentes, $L/D = 3.5$ , $Re=200$ .....
88	Figura 8.11. Curva $C_d \times Re$ , tandem, diâmetros iguais, $Re = 200$ .....
88	Figura 8.12. Curva $S \times Re$ , tandem, diâmetros iguais, $Re = 200$ .....
89	Figura 8.13. Vetores de velocidade, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 3.0$ .....
89	Figura 8.14. Vetores de velocidade, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 4.0$ .....
90	Figura 8.15. Vetores de velocidade, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 10.0$ .....
90	Figura 8.16. Regime laminar de emissão de vórtices, arranjos em tandem e lado a lado, cilindros de diâmetros iguais (ZDRAVKOVICH, 1987).....
91	Figura 8.17. Contornos de pressão, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais, $Re=200$ .....
92	Figura 8.18. Contornos de vortividade, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais, $Re=200$ .....
93	Figura 8.19 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 2.0$ , $Re=200$ .....
94	Figura 8.20 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 3.0$ , $Re=200$ .....
95	Figura 8.21 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 4.0$ , $Re=200$ .....
96	Figura 8.22 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 5.0$ , $Re=200$ .....

121	.....	Figura 8.43. Contornos de vorticidade, arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 4,0, Re=200$
120	.....	Figura 8.42. Contornos de vorticidade, arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 3,0, Re=200$
119	.....	Figura 8.41. Contornos de pressão, arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais, $L/D=4,0, Re=200$
118	.....	Figura 8.40. Contornos de pressão, arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais, $L/D=3,0, Re=200$
117	.....	Figura 8.39. Curva $C_d \times Re$ e $C_l \times Re$ , $L/D=4,0$ , arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais, $Re = 200$
116	.....	Figura 8.38. Curva $C_d \times Re$ e $C_l \times Re$ , $L/D=3,0$ , arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais, $Re = 200$
114	.....	Figura 8.37. Deflexão da esteira para arranjo oblíquo
112	.....	Figura 8.36. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes, $L/D = 4,0, Re=200$
111	.....	Figura 8.35. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes, $L/D = 3,5, Re=200$
110	.....	Figura 8.34. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes, $L/D = 3,0, Re=200$
109	.....	Figura 8.33. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes, $L/D = 2,5, Re=200$
108	.....	Figura 8.32. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes, $L/D = 2,0, Re=200$
107	.....	Figura 8.31. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes, $L/D = 1,5, Re=200$
106	.....	Figura 8.30. Esteira representada por traçadores. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes, $Re=200$
105	.....	Figura 8.29. Contornos de vorticidade, arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes, $Re=200$
104	.....	Figura 8.28. Contornos de pressão, arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes, $Re=200$
103	.....	Figura 8.27. Curva $S \times Re$ , lado a lado, diâmetros diferentes, $Re = 200$
103	.....	Figura 8.26. Curva $C_d \times Re$ e $C_l \times Re$ , lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes, $Re = 200$
99	.....	Figura 8.25 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 10,0, Re=200$
98	.....	Figura 8.24 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, ... cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 8,0, Re=200$
97	.....	Figura 8.23 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, ... cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 6,0, Re=200$



143	.....	Re=200.
142	.....	Re=200.
141	.....	Re=200.
140	.....	Re=200.
139	.....	Re=200.
138	.....	Re=200.
137	.....	Re=200.
136	.....	Re=200.
135	.....	Re=200.
131	.....	Re=200.
130	.....	Re=200.
129	.....	Re=200.
128	.....	Re=200.
127	.....	Re=200.
126	.....	Re=200.
125	.....	Re=200.
124	.....	Re=200.
123	.....	Re=200.
122	.....	Re=200.

144	Figura 8.63. Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de frequências do coeficiente de sustentação. Arranjo com quatro cilindros, $L/D = 3.0$ , $h/D = 1.5$ , $Re=200$ .....
145	Figura 8.64. Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de frequências do coeficiente de sustentação. Arranjo com quatro cilindros, $L/D = 4.0$ , $h/D = 0$ , $Re=200$ .....
146	Figura 8.65. Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de frequências do coeficiente de sustentação. Arranjo com quatro cilindros, $L/D = 4.0$ , $h/D = 0.5$ , $Re=200$ .....
147	Figura 8.66. Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de frequências do coeficiente de sustentação. Arranjo com quatro cilindros, $L/D = 4.0$ , $h/D = 1.0$ , $Re=200$ .....
148	Figura 8.67. Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de frequências do coeficiente de sustentação. Arranjo com quatro cilindros, $L/D = 4.0$ , $h/D = 1.5$ , $Re=200$ .....
154	Figura 8.68. Malha computacional típica utilizada nas simulações. $L/D = 2.0$ , $Re = 10.000$ .....
154	Figura 8.69. Detalhe da malha na região próxima aos cilindros .....
155	Figura 8.70. Curva $Cd \times Re$ , cilindro a montante, arranjo em tandem, $Re=10.000$ ...
155	Figura 8.71. Curva $Cd \times Re$ , cilindro a jusante, arranjo em tandem, $Re=10.000$ .....
156	Figura 8.72. Contornos de pressão, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais, $Re = 10.000$ .....
157	Figura 8.73. Contornos de vorticidade, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais, $Re = 10.000$ .....
158	Figura 8.74. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 2.0$ , $Re=10.000$ .....
159	Figura 8.75. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 3.0$ , $Re=10.000$ .....
160	Figura 8.76. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 4.0$ , $Re=10.000$ .....
161	Figura 8.77. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais, $L/D = 5.0$ , $Re=10.000$ .....

## LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1. Relações entre $Q_{EAS}$ e qualidade de malha .....	50
Tabela 7.1. Validação: coeficientes de arrasto e número de Strouhal médios, regime laminar .....	56
Tabela 7.2. Comparação dos resultados obtidos na validação, regime laminar .....	57
Tabela 7.3. Validação: número de Strouhal e coeficiente de arrasto médio, regime turbulento .....	64
Tabela 8.1 – Coeficientes de força médios e número de Strouhal, arranjo em tandem, diâmetros diferentes, $Re = 200$ .....	72
Tabela 8.2 – Coeficientes de arrasto médio e número de Strouhal, cilindro isolado, $Re=200$ .....	74
Tabela 8.3 – Coeficientes de força médios e número de Strouhal, $Re = 200$ , arranjo em tandem com dois cilindros de mesmo diâmetro. (SIQUEIRA, 1999).....	76
Tabela 8.4 – Coeficientes de força médios e número de Strouhal, $Re = 200$ , arranjo em tandem com dois cilindros de mesmo diâmetro.....	85
Tabela 8.5. Coeficientes de arrasto e sustentação e número de Strouhal, configuração lado a lado, diâmetros diferentes, $Re=200$ .....	102
Tabela 8.6. Coeficientes de arrasto médio e números de Strouhal, arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais, $Re=200$ .....	116
Tabela 8.7. Coeficientes de arrasto médio e números de Strouhal, arranjo com quatro cilindros de diâmetros iguais, $Re=200$ .....	134
Tabela 8.8. Malhas utilizadas nas simulações, $Re=10.000$ .....	153
Tabela 8.9. Coeficiente de arrasto médio e número de Strouhal, arranjo em tandem, $Re=10.000$ .....	153

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Área
$C_d$	Coefficiente de arrasto
$C_l$	Coefficiente de sustentação
$C_k, C_s$	Constantes do modelo de turbulência
$D$	Diámetro
$f_s$	Frequência de emissão de vórtices
$k_{SG}$	Energía cinética turbulenta
$n^+$	Distância adimensional da parede
$\bar{n}$	Vetor unitário normal
$p$	Pressão
$Re$	Número de Reynolds
$S$	Número de Strouhal; superficie
$S_\phi$	Término fonte das equações discretizadas
$t$	Tempo
$T$	Período
$u$	Componente da velocidade na direção x
$u^z$	Velocidade de atrito
$U$	Velocidade do escoamento
$v$	Componente da velocidade na direção y
$\bar{v}$	Vetor velocidade
$V$	Volumen
$\alpha$	Difusividade
$\delta_{ij}$	Função delta de Kronecker
$\Delta$	Dimensão típica da malha
$\phi$	Variável escalar
$\nu$	Viscosidade cinemática
$\nu_t$	Viscosidade turbilhonar

$\rho$  massa específica  
 $\tau_w$  Tensão de cisalhamento na parede  
 $\tau_{ij}$  Tensão de Reynolds de sub-malha

## RESUMO

Neste trabalho, um método puramente euleriano é utilizado para a simulação bidimensional do escoamento ao redor de agrupamentos de cilindros fixos. O Método dos Volumes Finitos (MVF) aplicado a malhas não-estruturadas de triângulos é empregado na resolução por partes das equações de Navier-Stokes, cujos termos convectivos são modelados através de um esquema parabólico-bilinear, inspirado no esquema QUICK.

As simulações numéricas visam ao estudo do fenômeno de geração e desprendimento de vórtices e do efeito de interferência no escoamento ao redor de agrupamentos de cilindros fixos em diversas configurações, tanto para baixos como para altos valores de número de Reynolds. As flutuações turbulentas são modeladas através de "Large Eddy Simulation". Para todas as configurações estudadas são apresentados contornos de vorticidade, que permitem uma melhor visualização do escoamento.

## ABSTRACT

An Eulerian method is employed for the numerical calculation of the flow around groups of fixed cylinders. A Finite Volume Method using a non-structured 2D triangular mesh is employed for solving the Navier-Stokes equations. The Fractional Step Method is used. The convective terms are treated by a parabolic-bilinear interpolation scheme based on the QUICK scheme.

The simulations aim to investigate the vortex shedding and flow interference phenomena around cylinder bundles in several configurations, for both low and high Reynolds number. Large Eddy Simulation is used for the turbulence modelling. Vorticity contours for all of the studied configurations are presented in order to give a better visualization of the flow.

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. OBJETIVOS E MOTIVAÇÃO DO TRABALHO

Esta pesquisa teve por objetivo desenvolver ferramentas numéricas para utilização específica em problemas que envolvam Estruturas Marítimas e Oceânicas, através de códigos computacionais que visam a solução das Equações de Navier-Stokes e que permitam a simulação do escoamento ao redor de agrupamentos de cilindros.

É sabido que corpos rombudos submetidos a uma corrente fluida levam à geração e desprendimento alternado de vórtices ("vortex shedding"). Estes vórtices, por sua vez, interagem com a estrutura através da formação de campos de pressão cíclicos. Na Baía de Campos, onde a Petrobrás concentra seu esforço de produção em águas profundas, existe uma corrente marítima persistente e relativamente intensa, e o estudo do fenômeno da vibração induzida por emissão de vórtices (VIV) é uma etapa necessária na estimativa da vida útil de componentes de sistemas oceânicos, como oleodutos, linhas de amarração, "risers", etc. Estes "risers," em particular, têm comprimento suspenso da ordem de 1000 a 2000 metros. As forças cíclicas que atuam sobre a estrutura, devido à geração e desprendimento alternado de vórtices, levam ao surgimento de oscilações do corpo que, dependendo da frequência desta excitação, são capazes de sintonizar simultaneamente diferentes modos naturais destes elementos, podendo em casos extremos levar à fadiga e ao colapso da estrutura.



Outro aspecto interessante acerca de VIV está relacionado ao efeito de interferência, quando temos um agrupamento de cilindros. Quando há mais de um corpo imerso na corrente, padrões não triviais de emissão e desprendimento de vórtices são obtidos devido à proximidade entre os corpos, levando a interações fluido/estrutura de difícil predição. O fenômeno de VIV em “risers” e agrupamento dos mesmos, particularmente para a exploração de óleo em águas profundas, passa a ser um problema potencialmente complexo com poucas referências para definição dos parâmetros de projeto.

É fundamental que as características críticas de uma nova estrutura que esteja sujeita a VIV sejam reconhecidas em uma fase inicial do projeto. No entanto, algumas das fontes do fenômeno de VIV envolvem a complexa interação entre forças hidrodinâmicas e a resposta da estrutura. Estas forças não são facilmente previstas sem que se recorra à realização de experimentos ou à simulação completa do escoamento conjuntamente com a resposta dinâmica da estrutura. O conhecimento do fenômeno de acoplamento vibração/escoamento ainda encontra-se em uma fase incipiente, havendo uma incerteza elevada no cálculo das forças hidrodinâmicas que causam a vibração. Esta incerteza pode muitas vezes levar a uma superestimação do risco de colapso da estrutura e, conseqüentemente, a um superdimensionamento da mesma.

Em alguns casos, estudos experimentais são impraticáveis, tanto por problemas técnicos como pelo alto custo envolvido na experimentação. Pode-se citar como exemplo o projeto da aeronave A330, da companhia americana Airbus, em que 800 diferentes tipos de asas foram estudadas através da Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics*, CFD), em um tempo total de 2 anos. Caso a análise deste mesmo número de configurações fosse feita experimentalmente, o

tempo total necessário seria em torno de 150 anos, a um custo mais de cem vezes superior (Morgan e Weatherill, 1996). Nesse sentido, o uso da CFD passa a ser uma alternativa interessante para o estudo das forças hidrodinâmicas que atuam sobre estas estruturas, servindo como uma ferramenta para o dimensionamento das mesmas.

Deve ser salientado que, no estágio atual, o uso da CFD em Tecnologia Marítima restringe-se a casos simplificados, muitas vezes idealizados, em face à elevada complexidade do fenômeno e às condições a que os corpos são submetidos (correntes de intensidade, sentido e direção variáveis, efeitos de solo e de ondas superficiais, etc). Porém, com o desenvolvimento de métodos computacionais mais robustos e com o crescente aumento da capacidade computacional que vem sendo obtido atualmente, espera-se ampliar a gama de utilização da CFD como uma ferramenta importante de projeto em problemas envolvendo Tecnologia Marítima.

Muitas vezes métodos experimentais são imprescindíveis para o estudo envolvendo o fenômeno de emissão de vórtices e vibração induzida pelo escoamento. Nesse sentido, torna-se um consenso o uso da CFD como uma ferramenta para complementar, e não substituir, o uso das técnicas experimentais.

## 1.2. METODOLOGIA

A metodologia empregada neste trabalho é essencialmente numérica, utilizando o Método dos Volumes Finitos (MVF) aplicado a malhas não-estruturadas de triângulos, juntamente com o Método da Resolução por Partes (“*Fractional Step Method*”) das equações de Navier-Stokes, para o estudo do escoamento ao redor de agrupamentos de cilindros. Para simulações a número de Reynolds elevado, foi utilizada a técnica “*Large Eddy Simulation*”.

A utilização de malhas não-estruturadas, embora torne mais complicada a implementação do código computacional, justifica-se pela maior flexibilidade na discretização do domínio quando são estudados agrupamentos de cilindros, bem como no refinamento local da malha em regiões de gradientes elevados.

São apresentados os registros temporais das forças atuando sobre os cilindros, bem como contornos de vorticidade e figuras da esteira representada por traçadores.

### 1.3. FORMATO DA DISSERTAÇÃO

Neste trabalho foi realizado um estudo essencialmente numérico do problema de emissão de vórtices no escoamento ao redor de agrupamentos de cilindros. Este documento foi dividido da seguinte forma:

- O capítulo 1 descreve a motivação, os objetivos e a metodologia empregada nesta pesquisa;
- O capítulo 2 traz uma síntese da bibliografia fundamental para esta pesquisa, apresentando uma revisão histórica, uma descrição dos aspectos físicos envolvendo o problema, e uma pequena descrição dos métodos numéricos mais empregados para a resolução das equações de Navier-Stokes;

- Os capítulos 3, 4 e 5 descrevem os métodos numéricos utilizados na pesquisa, como o Método dos Volumes Finitos, o método da resolução por partes das equações de Navier-Stokes (*Fractional Step Method*), e a modelagem da turbulência;

- O capítulo 6 trata da geração das malhas computacionais empregadas na discretização dos domínios de cálculo;

- O capítulo 7 mostra a validação do método numérico, tanto para o caso laminar como para o turbulento;

- O capítulo 8 apresenta os resultados obtidos nas simulações numéricas envolvendo as diversas configurações de agrupamentos de cilindros estudadas;

- O capítulo 9 traz as conclusões e sugestões para melhoria e continuação da pesquisa.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. O FENÔMENO DE EMISSÃO DE VÓRTICES

#### 2.1.1. REVISÃO HISTÓRICA

As primeiras observações do fenômeno de emissão de vórtices foram registradas pelos antigos gregos, que descreveram os chamados “*Aeolian Tones*”, sons provenientes de cordas tensionadas vibrando ao vento. No século XV, *Leonardo da Vinci* desenhou uma fileira de vórtices na esteira de um pilar de uma ponte. No entanto, somente a partir do século XIX os primeiros estudos formais acerca do fenômeno de emissão de vórtices foram realizados. Em 1878, *Strouhal* verificou que os “*Aeolian Tones*” eram proporcionais à velocidade do vento dividido pelo diâmetro da corda. Também observou que o som aumentava consideravelmente quando os tons naturais da corda coincidiam com os “*Aeolian Tones*”.

Em 1879, *Kayleigh* verificou que uma corda de violino submetida a um fluxo de ar, contrariamente ao que se supunha, vibrava principalmente na direção transversal do escoamento. E em 1896, definiu um parâmetro adimensional - que mais tarde passou a ser conhecido como número de Strouhal - que relaciona a velocidade do escoamento com a frequência de emissão de vórtices:

$$S = \frac{f_s D}{U}$$

onde  $f_s$  é a frequência de emissão de vórtices,  $D$  o diâmetro do cilindro e  $U$  a velocidade do escoamento.

A periodicidade da esteira de um cilindro foi associada com a formação de

vórtices por *Bernard* em 1908, e pela formação de duas fileiras de vórtices por *von Kármán* em 1912. A análise de *von Kármán* mostra que esta configuração só é estável se for obedecida uma razão de espaçamento  $b/a$  igual a 0.281, onde  $a$  é o espaçamento longitudinal e  $b$  o espaçamento transversal.

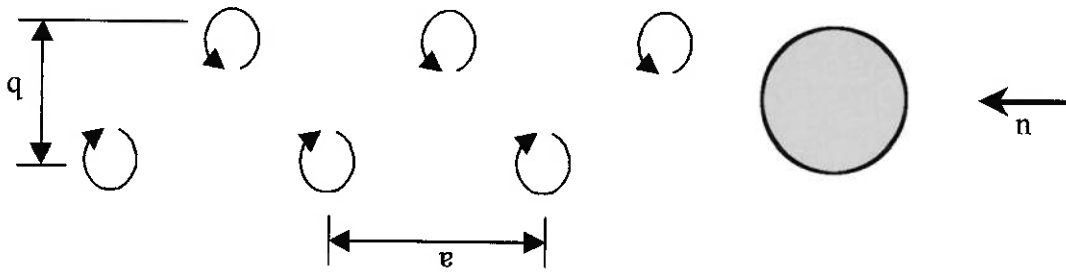


Figura 2.1. Esteira de vórtices de von Kármán

## 2.1.2. ASPECTOS FÍSICOS DO FENÔMENO

Um corpo rombudo é definido por BEARMAN (1984) como um corpo que, quando imerso em uma corrente, gera a separação do escoamento sobre uma porção substancial de sua superfície. A separação do escoamento em um corpo rombudo leva à criação de duas camadas cisalhantes na parte posterior deste corpo. A interação entre estas camadas cisalhantes, que carregam fluido com vorticidade de sinais opostos, representa a razão essencial do surgimento da esteira de vórtices atrás do corpo. GERARD (1966) propôs um modelo de formação dos vórtices, mostrado na Figura 2.2. Segundo este modelo, o vórtice é continuamente alimentado de vorticidade pela camada cisalhante à qual o mesmo está conectado. Em um dado instante, este vórtice torna-se de tal forma intenso que é capaz de atrair a camada cisalhante oposta. As partículas fluidas pertencentes à camada cisalhante atráida podem então:

- a) serem incorporadas pelo vórtice em formação, diminuindo a circulação deste vórtice;
- b) cortar o suprimento de vorticidade para o vórtice em formação, causando o desprendimento do mesmo;
- c) formar um novo vórtice, com circulação de sinal contrário ao do vórtice anterior e na parte oposta da esteira.



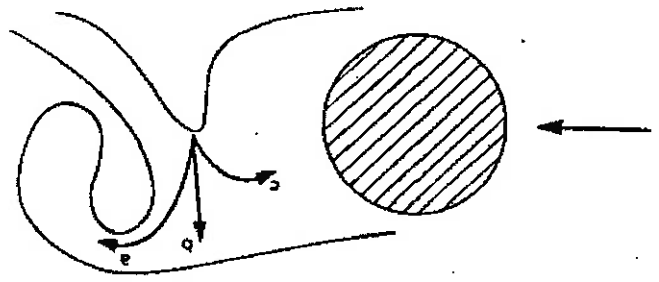
onde  $U$  é a velocidade da corrente,  $D$  é uma dimensão característica do corpo (no caso de cilindros, o diâmetro) e  $\nu$  é a viscosidade cinemática.

(2.2)

$$Re = \frac{UD}{\nu}$$

Os principais regimes de emissão de vórtices para um cilindro liso em relação ao número de Reynolds foram descritos por Lienhard (1966), e são mostrados na Figura 2.3, extraída de BLEVINS (1990). O número de Reynolds é uma relação entre forças inerciais e forças viscosas, e é definido como:

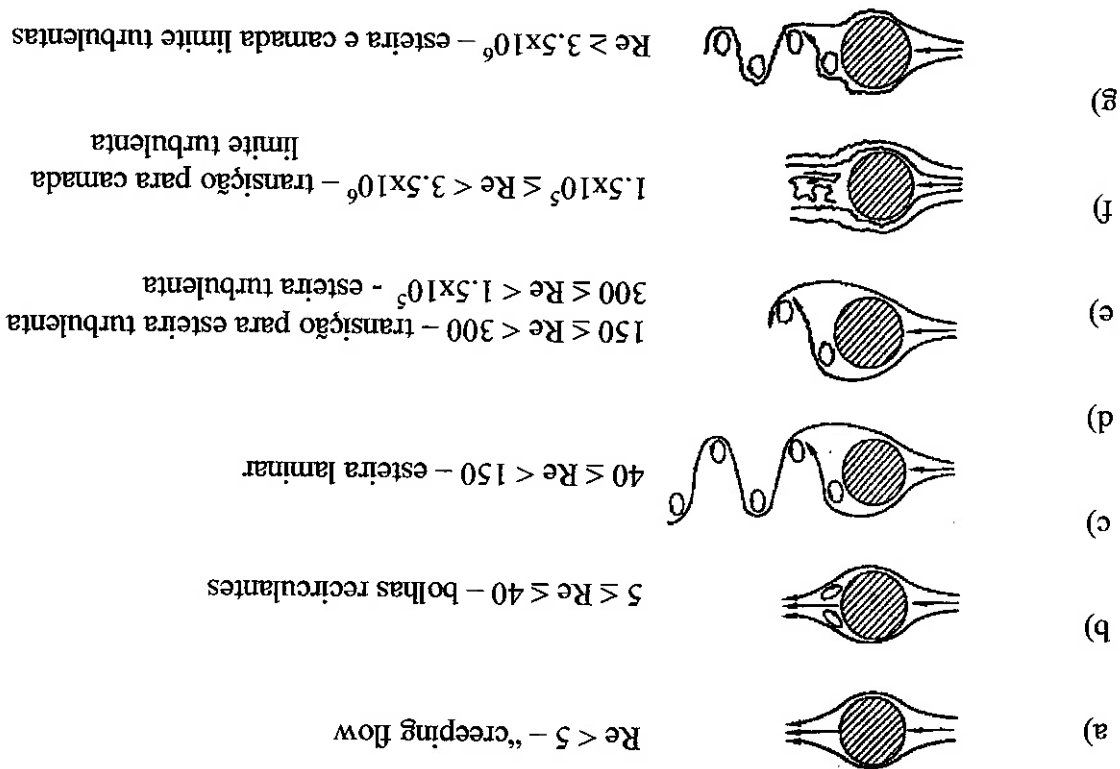
Figura 2.2. Modelo de formação do vórtice (GERRARD, 1966)



O regime a) também é chamado de “*creeping flow*”. Neste regime, que ocorre para  $Re < 5$ , o fluido segue o contorno do cilindro, não havendo separação. No regime b), que ocorre entre  $5 \leq Re < 40$ , ocorre separação do escoamento, porém não há emissão de vórtices, apenas a formação de duas bolhas de recirculação. Aumentando-se o número de Reynolds, a esteira torna-se instável, e começa o desprendimento de vórtices, caracterizado pelo regime c), para  $40 \leq Re < 150$ . Nesta faixa de Reynolds, a esteira é laminar. Para valores de Reynolds entre  $150 \leq Re < 300$ , correspondentes ao regime d), a esteira torna-se turbulenta, porém a camada limite permanece laminar.

A faixa de números de Reynolds compreendida entre 300 e  $1.5 \times 10^5$  é chamada *faixa subcrítica*. Nesta faixa, a separação ocorre a um ângulo de cerca de 80 graus, e a

Figura 2.3. Regimes de emissão de vórtices para cilindros lisos (BLEVINS, 1990)



emissão de vórtices é forte e periódica. Na chamada *faixa de transição*  $1.5 \times 10^5 \leq Re < 3.5 \times 10^6$ , a camada limite torna-se turbulenta, o ponto de separação ocorre a cerca de 140 graus, e o arrasto cai dramaticamente. Esta é a chamada *crise do arrasto*. Nesta faixa, caracterizada pelo regime f), a emissão regular de vórtices é quebrada, devido a bolhas de separação laminar e efeitos tridimensionais, e a esteira apresenta-se desorganizada e estreita. No regime g), para  $Re > 3.5 \times 10^6$ , a emissão regular de vórtices é restabelecida, com a esteira e a camada limite completamente turbulentas.

O gráfico da Figura 2.4, de autoria de Lienhard (1966), Achenbach e Heimecke (1981) e extraído de BLEVINS (1990) mostra a relação entre o número de Strouhal e o número de Reynolds para cilindros fixos de superfície lisa e rugosa. Observa-se que a frequência de emissão de vórtices apresenta um valor praticamente constante, em torno de 0.21, para uma larga faixa de número de Reynolds. Na faixa correspondente à faixa de transição, onde a camada limite torna-se turbulenta, o número de Strouhal para cilindros lisos apresenta um salto, chegando a um valor igual a 0.47 e a seguir uma recuperação para cerca de 0.25.

ZDRAVKOVICH (1977 e 1986) produziu uma extensa revisão do fenômeno de emissão de vórtices para agrupamentos de dois ou mais cilindros em configurações lado

para valores de espaçamento entre os cilindros entre 0.1 e 1 diâmetro.

de repulsão entre os mesmos. Também verificaram uma instabilidade do escoamento

$2.5 \times 10^4$ . As medições de pressão na superfície dos cilindros indicaram uma força média

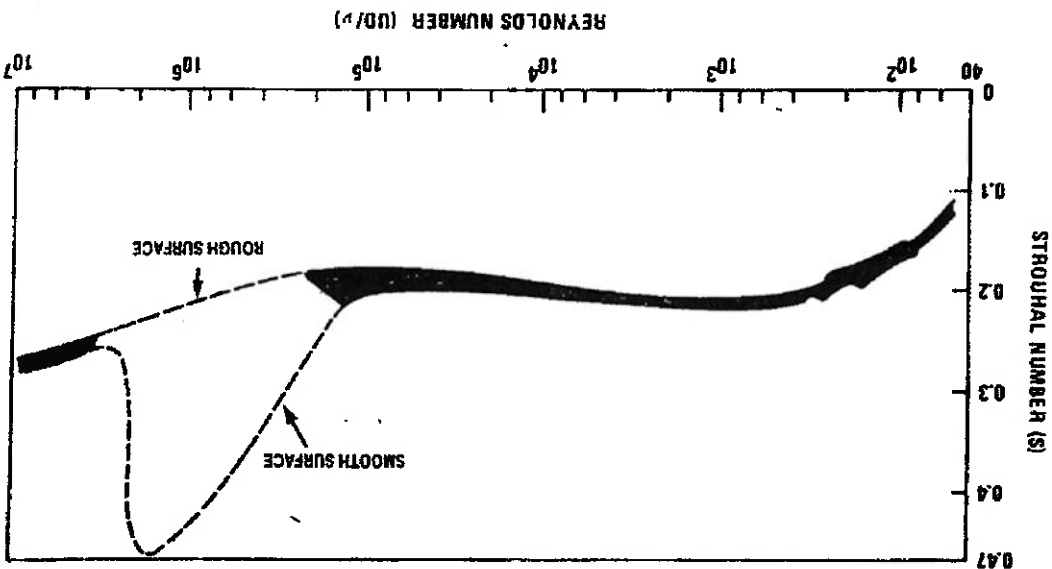
com dois cilindros fixos dispostos lado a lado para um número de Reynolds igual a

BEARMAN e WADCOCK (1973) realizaram experimentos em um túnel de vento

### 2.1.3. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

#### cilindros fixos (BLEVINS, 1990)

Figura 2.4. Relação entre números de Strouhal e Reynolds,



a lado, em "tandem", e arranjos "staggered". Os efeitos de interferência devido à proximidade e à esteira são categorizados em relação aos diversos tipos de arranjos entre os cilindros. São examinados aspectos como as forças atuando nos cilindros em função do espaçamento entre os mesmos, distribuições de pressão, perfis de velocidade e características da esteira.

ARIE *et al* (1983) realizaram medições de pressão superficial em arranjos de dois cilindros de mesmo diâmetro em tandem, para diversos espaçamentos entre os centros dos cilindros para Reynolds igual a  $1.57 \times 10^5$ . Verificaram que os valores *rms* (*root mean square*, ou raiz média quadrática) dos coeficientes de sustentação e arrasto do cilindro posterior são muito maiores que os do cilindro a montante, até um espaçamento de 7 diâmetros. Para um espaçamento de 10 diâmetros, esta diferença reduz-se consideravelmente.

WILLIAMSON (1985) estudou o escoamento ao redor de dois cilindros dispostos lado a lado, através de visualizações do escoamento. Verificou-se que, acima de um certo espaçamento crítico entre os cilindros, ocorria a sincronização da emissão de vórtices entre os dois cilindros, tanto em fase como em antifase. Abaixo deste espaçamento crítico, o escoamento torna-se assimétrico.

## 2.1.4. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

CLEMENTS (1973) propôs um método numérico que utiliza vórtices discretos para estudar o escoamento ao redor de um corpo semi-infinito de seção retangular. Este método inviscido utiliza a superposição da velocidade do escoamento livre e da velocidade induzida pelos outros vórtices discretos para o cálculo da velocidade de um dado vórtice. As simulações mostraram boa concordância de número de Strouhal e formato da esteira com resultados obtidos experimentalmente.

SPALART e LEONARD (1981) apresentaram um *Método dos Vórtices Discretos* (MVD) inviscido, no qual os vórtices são criados em volta do corpo e emitidos a cada *time step*. A circulação dos vórtices é calculada de forma a garantir que a componente normal da velocidade no corpo seja nula. Este método somente apresentou bons resultados quando o corpo estudado possuía pontos de separação geometricamente fixados. NAGANO *et al* (1982) modelaram a viscosidade através da adoção de um *core radius* para cada vórtice, cujo raio aumenta com o tempo devido à difusão viscosa.

GRAHAM (1988), utilizou uma técnica híbrida, chamada *Vortex-in-Cell*, na qual a convecção da vorticidade é feita de forma lagrangeana, e a difusão da vorticidade de forma euleriana. MENEGHINI (1993), utilizando a técnica proposta por Graham, simulou o escoamento ao redor de um cilindro fixo e submetido a oscilações forçadas. Foi determinada para qual faixa de amplitude e frequência de oscilação ocorria a região de sincronização, ou *lock-in*.

PATANAKAR (1980), em seu livro, descreve o *Método dos Volumes Finitos* (MVF), aplicados principalmente em malhas estruturadas. BALIGA e PATANAKAR (1983) estenderam o MVF para malhas não-estruturadas, usando o método das medianas e

funções de forma semelhantes às utilizadas no *Método dos Elementos Finitos* (MEF). Tal método é conhecido como *Método dos Volumes Finitos Aplicados a Volumes de Controle* (MVFC).

MALISKA (1995), baseado-se nos trabalhos de Patankar e Baliga, buscou aprofundar-se nas questões relativas a novas formulações para os fluxos convectivos, visando a diminuição da difusão numérica, e ao emprego de malhas não-estruturadas.

SALTARA (1999) utilizou-se do MVD através da técnica *vortex-in-cell* para estudar o escoamento a alto número de Reynolds ao redor de cilindros livres para oscilar. Foi constatado que a máxima amplitude obtida nas simulações ficou cerca de 54% abaixo do valor obtido nos experimentos de KHALLAK e WILLIAMSON (1996). Em seu trabalho, foi também utilizado o MVFC associado ao *Fractional Step Method* (FSM), para estudar agrupamentos de cilindros lado a lado e em tandem a  $Re = 200$ , e também um único cilindro fixo a  $Re = 1.0 \times 10^4$ , através de *Large Eddy Simulation* (LES). Os coeficientes de arrasto médio e número de Strouhal mostraram boa concordância com resultados experimentais para o caso laminar. Porém, para o regime turbulento, observou-se um coeficiente de arrasto maior que os obtidos experimentalmente, provavelmente devido à tridimensionalidade do escoamento nesta faixa de Reynolds. Para o cálculo dos fluxos convectivos, foi proposto um novo esquema de interpolação parabólico-bilinear, inspirado no esquema QUICK (LEONARD, 1979).

SIQUEIRA (1999) utilizou o FSM através do *Método dos Elementos Finitos* (MEF), para estudar o fenômeno de emissão de vórtices para problemas bidimensionais e tridimensionais a baixo número de Reynolds. Foram investigados agrupamentos bidimensionais de cilindros fixos em disposição lado a lado e em tandem, e para o caso

tridimensional o escoamento ao redor de cilindros fixos e submetidos a oscilação forçada na direção transversal. Para as simulações tridimensionais, são apresentadas superfícies de vorticidade, cujo formato apresenta boa concordância com visualizações de escoamento realizadas por Williamson (1992).

MURAKAMI e MOCHIDA (1995) realizaram simulações bidimensionais e tridimensionais para cilindros de seção quadrada a  $Re = 1.0 \times 10^5$ , utilizando LES. Os resultados obtidos foram comparados com os experimentos de Ohtsuki *et al* (1978) e Vickers (1966). Somente as simulações tridimensionais mostraram boa concordância com os dados experimentais relativos às pressões superficiais e, portanto, aos coeficientes de sustentação e arrasto. Tais diferenças devem-se à falha das simulações bidimensionais em reproduzir corretamente o mecanismo de transferência de energia de um escoamento turbulento.

SELVAN (1997) realizou simulações bidimensionais utilizando LES para números de Reynolds variando entre  $1.0 \times 10^4$  e  $1.0 \times 10^6$ . A curva com os coeficientes de arrasto obtidos mostra a tendência de queda do  $C_d$  ao se aumentar o número de Reynolds compreendido na faixa investigada, característica conhecida como *crise do arrasto*, porém os valores de coeficiente de arrasto obtidos foram maiores que os dados experimentais.

NAKAYAMA e NODA (2000) utilizaram LES com o modelo de Smagorinsky para simulações tridimensionais do escoamento ao redor de um cilindro de seção quadrada dotado de *splitter plate* de diversos comprimentos, para  $Re = 2.0 \times 10^5$ . Os resultados obtidos mostraram boa concordância com os experimentos de Bearman (1965).



## 2.2. PRINCIPAIS MÉTODOS DE RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES

Existem diversos métodos para a resolução de problemas envolvendo emissão de vórtices, como por exemplo métodos analíticos e modelos semi-empíricos. Neste tópico, por este ser um trabalho essencialmente numérico, será dada uma breve descrição dos métodos numéricos mais difundidos nos problemas relacionados a escoamentos com emissão de vórtices.

### 2.2.1. MÉTODO DOS VÓRTICES DISCRETOS

As origens do MVD podem ser creditadas ao trabalho pioneiro de Helmholtz (1858), que mostrou que escoamentos com regiões de vorticidade concentrada podem ser modeladas através de vórtices com circulação apropriada e seção transversal infinitamente pequena, isto é, linhas vorticais. Todos os métodos de vórtices baseiam-se neste princípio. A evolução do escoamento é feita convecção-se os vórtices pontuais através de um esquema puramente lagrangeano, ou por um esquema híbrido euleriano-lagrangeano.

Os esquemas lagrangeanos não necessitam de malhas, o que faz com que sejam apreciados por muitos pesquisadores para a resolução das equações de Navier-Stokes. A convecção dos vórtices pontuais é feita através da lei de Biot-Savart, o que pode fazer com que estes esquemas sejam de elevado custo computacional, caso o número de

vórtices seja muito alto. Para minimizar este problema, normalmente adotam-se esquemas de amalgamamento de vórtices, seguindo alguns critérios como proximidade e distância do corpo, entre outros.

Uma alternativa para a utilização da lei de Biot-Savart é avaliar as velocidades nos nós de uma malha, através da função de corrente, e então interpolar as velocidades para os vórtices pontuais, utilizando-se algum esquema de interpolação, como por exemplo o “*area weighting scheme*”. A desvantagem deste método é que o mesmo torna o MVD dependente de uma malha.

O MVD ainda traz a desvantagem de não trabalhar com grandezas primitivas, como a velocidade. Com isso, a especificação de condições de contorno torna-se uma tarefa não trivial.

## 2.2.2. MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Este método é baseado na aproximação das derivadas nas equações diferenciais (no caso, as equações de Navier-Stokes) por diferenças, através do truncamento de uma série de Taylor (ROACHE, 1982). Substituindo-se estas aproximações nas equações de Navier-Stokes, obtém-se um conjunto de equações algébricas para a variável em questão. Trabalhando com as expansões em série de Taylor, é possível representar derivadas de qualquer ordem.

Na maioria das vezes, utilizam-se malhas estruturadas com o MDF, embora este método possa ser aplicado a qualquer tipo de malha, mesmo malhas não-estruturadas (MALISKA, 1995).

### 2.2.3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O MEF baseia-se no método dos resíduos ponderados. Tal método consiste na minimização de um resíduo proveniente de uma aproximação para a solução da equação diferencial, feita através do uso de uma expressão analítica ou função de interpolação, aplicada a um certo domínio. Este método foi amplamente desenvolvido na área de mecânica estrutural, sendo mais tarde empregado em problemas envolvendo o meio contínuo.

Para a minimização do resíduo, deve ser escolhida uma função de peso (*weighting function*) apropriada. Assim, obtemos um sistema de equações algébricas para o domínio de interesse, que pode ser resolvido através de diversos métodos. Normalmente, utiliza-se a formulação de Galerkin, na qual funções de forma lineares são empregadas para a minimização do resíduo.

## 2.2.4. MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O MVF é obtido considerando-se a integral de cada termo da equação diferencial avaliada sobre pequenos volumes finitos, que compõem o domínio discretizado. O balanço dos fluxos é avaliado em cada um destes volumes finitos.

Pode-se considerar este método equivalente ao MEF, com a função peso igual à unidade no volume considerado e zero em todos os demais volumes. A integral do resíduo sobre cada volume finito, correspondente ao balanço local dos fluxos sobre este volume, é igual a zero.

Este método tem como principal vantagem a forma como são criadas as equações algébricas, pois as principais equações envolvendo a Dinâmica dos Fluidos são normalmente expressas como balanços das propriedades avaliadas em volumes de controle, exatamente como no MVF, com o correspondente balanço da propriedade em volumes elementares, o que faz com que este método seja atrativo para a resolução desta classe de problemas.

### 3. MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS PARA MALHAS NÃO-ESTRUTURADAS

Neste trabalho, decidiu-se adotar um enfoque puramente euleriano para o desenvolvimento da pesquisa, optando-se pela utilização do *Fractional Step Method* empregando o Método dos Volumes Finitos (MVF) aplicados a malhas não-estruturadas de triângulos.

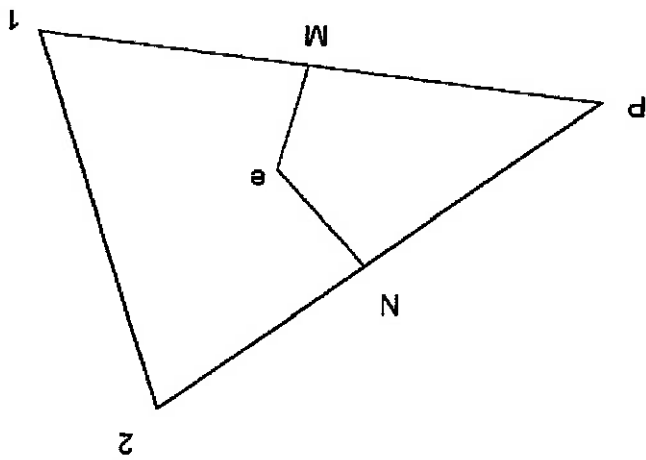
A metodologia que foi utilizada neste trabalho também é chamada de Método dos Elementos Finitos Baseado em Volumes de Controle (*Control Volume Finite Element Method*), pela sua semelhança com a formulação tradicional de elementos finitos, no que concerne à aplicação das funções de interpolação (ou funções de forma, *shape functions*) e à montagem das equações algébricas. Tal metodologia foi proposta inicialmente por BALIGA e PATANKAR (1980). Inicialmente, faremos uma breve introdução sobre o MVF para malhas não-estruturadas.

Os volumes de controle são formados em torno de cada nó, unindo-se os centróides dos elementos triangulares com as medianas dos mesmos, como mostram as Figuras 3.1 e 3.2. Assume-se que as propriedades variam linearmente no interior do elemento triangular. Assim, uma função de forma pode ser escrita para uma dada quantidade escalar  $\phi$  como se segue:

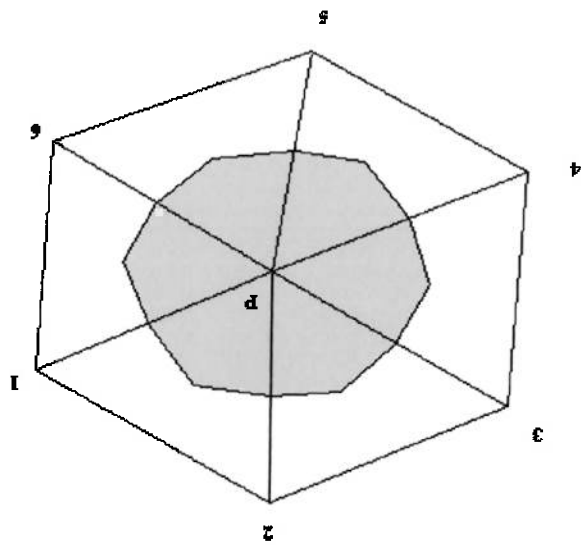
$$\phi = Ax + By + C \quad (3.1)$$

Os coeficientes  $A$ ,  $B$  e  $C$  são determinados ajustando-se a função de forma aos valores nodais nos vértices do triângulo. Assim, estes coeficientes são uma função das coordenadas e dos valores nodais da variável  $\phi$ .

**Figura 3.2 – Face para o cálculo dos fluxos**



**Figura 3.1 – Volume de integração, formado pelas medianas dos triângulos**



As equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia, para problemas em regime variado e fluidos incompressíveis, podem ser escritas genericamente em sua forma conservativa, como se segue (MALISKA, 1995):

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{v} \phi) = \Delta \cdot (\alpha \nabla \phi) + S_{\phi} \quad (3.2)$$

O significado dos termos  $\alpha$  e  $S_{\phi}$  são específicos para a grandeza  $\phi$  corresponde – para a equação da conservação da massa,  $\phi = 1$  e  $\alpha$  e  $S_{\phi}$  são iguais a zero. No caso das equações de Navier-Stokes,  $\phi$  corresponde às componentes do vetor velocidade,  $\alpha$  à viscosidade dinâmica  $\mu$  e  $S_{\phi}$  ao gradiente de pressão. Os quatro termos na equação acima são, pela ordem, os termos transiente, convectivo, difusivo e fonte.

Integrando esta equação genérica sobre um volume de controle, como o exemplificado na Figura 3.1, formado por triângulos como o da Figura 3.2, e utilizando-se o Teorema da Divergência, resulta em:

$$\rho V \frac{\partial \phi}{\partial t} = \sum_{NM} \int \alpha \Delta \phi \cdot \underline{n} dS - \sum_{NM} \int \phi \rho \underline{v} \cdot \underline{n} dS + \sum_{NM} \int S_{\phi} \quad (3.3)$$

onde  $V$  é o volume total correspondente ao nó  $P$ . O valor de  $\phi_e$  é escrito em função dos valores de  $\phi$  em  $P$  e nos nós vizinhos através de uma função de interpolação, de forma a gerar um sistema de equações.

Considerando-se que a integral dos fluxos de massa é nula sobre a superfície do volume (pela equação da continuidade, para um fluido incompressível), adiciona-se à equação acima o valor de  $\phi_p$  multiplicado por tal integral. Assim, temos:

$$\rho V \frac{\partial \phi}{\partial t} = \sum_{NM} \int \alpha \Delta \phi \cdot \bar{n} dS - \sum_{NM} \int (\phi_e - \phi_p) \rho \bar{v} \cdot \bar{n} dS + \bar{S}_\phi \quad (3.4)$$

Para problemas em regime variado, é importante a variação temporal de  $\phi$  ao longo do intervalo de tempo  $\Delta t$  utilizado no cálculo dos fluxos convectivo e difusivo através do volume de controle. Assim, podemos reescrever a equação (3.4) da seguinte

forma:

$$\rho V \frac{\phi_1^p - \phi_0^p}{\Delta t} = f \left[ \sum_{NM} \int \alpha \Delta \phi_1 \cdot \bar{n} dS - \sum_{NM} \int (\phi_1^e - \phi_1^p) \rho \bar{v}_1 \cdot \bar{n} dS \right] + \left[ (1-f) \sum_{NM} \int \alpha \Delta \phi_0 \cdot \bar{n} dS - \sum_{NM} \int (\phi_0^e - \phi_0^p) \rho \bar{v}_0 \cdot \bar{n} dS \right] + \bar{S}_\phi \quad (3.5)$$

onde temos  $f = 0$  para o esquema explícito,  $f = 0.5$  para o esquema Cranck-Nicholson ou semi-implícito, e  $f = 1$  para o esquema implícito. Os índices 0 e 1 referem-se ao começo e fim do intervalo de tempo, respectivamente, no qual é calculada a grandeza  $\phi$ . O esquema Cranck-Nicholson garante uma precisão temporal de 2ª ordem, enquanto os demais têm precisão temporal de 1ª ordem.



Quando é utilizado o esquema Cranck-Nicholson, a matriz dos coeficientes

gerados pela discretização das equações de transporte não é mais simétrica. A solução normalmente adotada é utilizar o esquema Cranck-Nicholson somente para os termos

difusivos, e aplicar o esquema Adams-Bashforth (ROACHE, 1982) na parte convectiva.

Tal esquema, de precisão temporal de 2ª ordem, determina o valor de uma variável pelo seu valor em dois instantes anteriores. Assim, a equação (3.5) fica:

$$\begin{aligned}
 \rho V \phi_1^p - \phi_0^p \frac{\Delta t}{\Delta x} = & \frac{2}{1} \sum_{NM}^{\Delta t} \int \alpha \Delta \phi_1 \cdot \bar{u} ds + \frac{2}{1} \sum_{NM}^{\Delta t} \int \alpha \Delta \phi_0 \cdot \bar{u} ds \\
 & - \frac{2}{3} \sum_{NM}^{\Delta t} \int (\phi_0^e - \phi_0^p) \rho_0^p \cdot \bar{u} ds + \frac{2}{1} \sum_{NM}^{\Delta t} \int (\phi_1^e - \phi_1^p) \rho_1^p \cdot \bar{u} ds + \bar{S}_\phi
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Neste caso, o sobrescrito '-1' refere-se a dois intervalos de tempos antes do intervalo de cálculo. Podemos observar que, na equação acima, não existe mais uma contribuição dos fluxos convectivos nos coeficientes das equações de transporte, facilitando assim a resolução do sistema linear resultante.

Na equação (3.6) temos, para a parte difusiva, segundo BALIGA e PATANKAR (1983) e MALISKA (1995), a função interpoladora ou função de forma dada pela equação (3.1), válida quando os nós estão dispostos em sentido anti-horário. Os valores dos coeficientes A, B e C são escritos como:

$$(3.12) \quad \int_{MN} \alpha \nabla \phi \cdot \vec{n} dS = C_p \phi_p + C_1 \phi_1 + C_2 \phi_2$$

(3.8), temos para o termo difusivo:

Substituindo nesta expressão os valores de  $A$  e  $B$  dados pelas equações (3.7) e

$$(3.11) \quad \int_{MN} \alpha \nabla \phi \cdot \vec{n} dS = \alpha \frac{\partial \phi}{\partial x} (\gamma_N - \gamma_M) + \alpha \frac{\partial \phi}{\partial y} (x_M - x_N) = \alpha A (\gamma_N - \gamma_M) + \alpha B (x_M - x_N)$$

volume de integração será:

Tomando-se um triângulo como o da Figura 3.2, o fluxo difusivo para fora do

$$(3.10) \quad D = x_1 \gamma_2 + x_2 \gamma_p + x_p \gamma_1 - \gamma_1 x_2 - \gamma_2 x_p - \gamma_p x_1$$

e o valor de  $D$  nas equações acima é dado por:

$$(3.9) \quad C = \frac{D}{(x_2 \gamma_p - x_p \gamma_2) \phi_1 + (x_p \gamma_1 - x_1 \gamma_p) \phi_2 + (x_1 \gamma_2 - x_2 \gamma_1) \phi_p}$$

$$(3.8) \quad B = \frac{D}{(x_p - x_2) \phi_1 + (x_1 - x_p) \phi_2 + (x_2 - x_1) \phi_p}$$

$$(3.7) \quad A = \frac{D}{(\gamma_2 - \gamma_p) \phi_1 + (\gamma_p - \gamma_1) \phi_2 + (\gamma_1 - \gamma_2) \phi_p}$$

parabólica-bilinear, inspirada no esquema Quick, dada por:

Para a determinação de  $\phi_e$ , SALTARA (1999) propôs uma interpolação

$$(3.17) \quad \int_{NM} (\phi_e - \phi^p) \mathcal{D}^T \cdot \underline{n} dS = \phi^e - \phi^p \mathcal{D}^T [v_x^e (y_N - y_M) + v_y^e (x_M - x_N)]$$

(3.2), temos que o fluxo convectivo para fora do volume é dado por:

Para a parte convectiva, tomando-se novamente um triângulo como o da Figura

$$(3.16) \quad \phi^p = \frac{a^p}{\sum_{NM} a^i \phi^i + S_\phi}$$

uma expressão na forma

Fazendo a integração para todos os outros triângulos vizinhos a  $P$ , obtemos

$$(3.15) \quad C_2 = \frac{D}{a} [(y_N - y_M)(y^p - y_1) + (x_M - x_N)(x_1 - x^p)]$$

$$(3.14) \quad C_1 = \frac{D}{a} [(y_N - y_M)(y_2 - y^p) + (x_M - x_N)(x^p - x_2)]$$

$$(3.13) \quad C_p = \frac{D}{a} [(y_N - y_M)(y_1 - y_2) + (x_M - x_N)(x_2 - x_1)]$$

com  $C_p$ ,  $C_1$  e  $C_2$  dados por:

(3.18)

$$\phi_e = \frac{5}{9}\phi_p + \frac{6}{5}\phi_E - \frac{1}{9}\phi_w$$

Tal equação é válida quando o fluxo difusivo é para fora do volume de controle, ou seja, do ponto  $P$  para o ponto  $E$ , como mostra a Figura 3.3. Os pontos  $P$  e  $E$  estão separados por uma distância  $\Delta$ , assim como os pontos  $P$  e  $W$ . Logo, as coordenadas do ponto  $W$  são conhecidas.

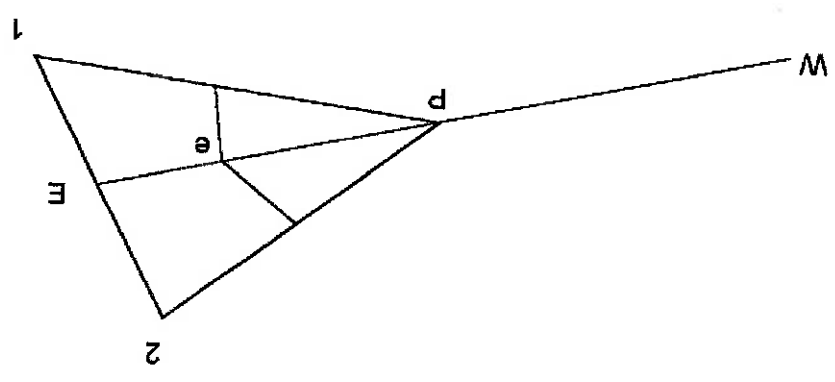


Figura 3.3 – Esquema para o cálculo do valor de  $\phi_e$ , fluxo de  $P$  para  $E$ .  
 Extrairido de SALTARA (1999)

Quando o fluxo difusivo é do ponto  $E$  para o ponto  $P$ , como na Figura 3.4, temos a seguinte relação:

$$\phi_e = \frac{2}{9}\phi_p + \frac{6}{8}\phi_E - \frac{1}{9}\phi_W \quad (3.19)$$

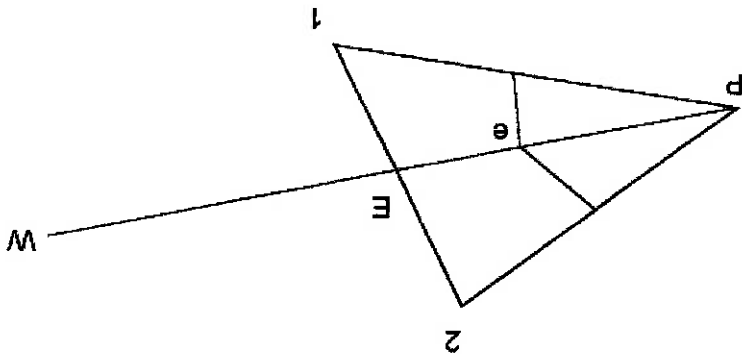


Figura 3.4 – Esquema para o cálculo do valor de  $\phi_e$ , fluxo de  $E$  para  $P$ .  
 Extrairido de SALTARA (1999)

Em ambas as equações, o valor de  $\phi_e$  é dado pela média aritmética dos valores de  $\phi$  nos pontos 1 e 2. Para a determinação do valor de  $\phi$  no ponto  $W$ , utiliza-se um algoritmo de busca, também usado no MVD para determinar em qual elemento triangular da malha está localizado um determinado vórtice discreto (SALTARA, 1999, SIQUEIRA, 1999, GIANNAKIDIS, 1996).

onde  $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$  são as coordenadas dos vértices do triângulo. A área  $A$  será positiva se os vértices forem numerados no sentido anti-horário.

O algoritmo de busca consiste em, sabendo-se as coordenadas do ponto  $W$  e dos vértices de um dado triângulo, calcular as áreas dos triângulos formados por  $W$  e pelos vértices deste triângulo, através da equação (3.20). Se todas as áreas forem positivas, significa que o ponto  $W$  estará dentro do triângulo. Caso contrário, estará na direção da área mais negativa, como mostra a Figura 3.5, na qual a área mais negativa é a representada pela área  $A1$ . Assim, podemos traçar um caminho na malha, a partir do triângulo para o qual estamos calculando o fluxo convectivo, para determinarmos em qual triângulo o ponto  $W$  está contido. Sabendo-se em qual triângulo está contido o ponto  $W$ , podemos calcular o valor de  $\phi_w$  pelos valores de  $\phi$  nos vértices deste triângulo, através da função de forma.

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} \quad (3.20)$$

A área de um triângulo pode ser calculada pelo determinante:

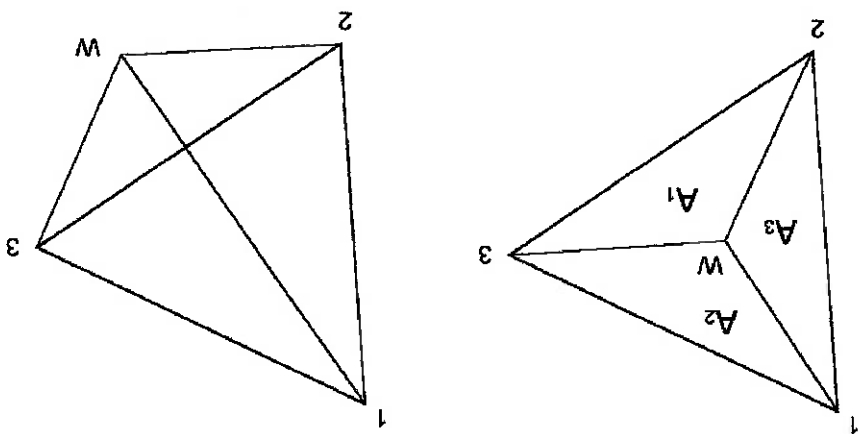


Figura 3.5 - Determinação do valor de  $\phi_w$

#### 4. MÉTODO DA RESOLUÇÃO POR PARTES

O Método da Resolução por Partes (ou *Fractional Step Method*, FSM) é um método puramente euleriano, utilizado para a solução das equações de Navier-Stokes. Este método é muito semelhante ao método *SIMPLE* (MALISKA, 1995), e tem sido muito utilizado em problemas relacionados à geração e desprendimento de vórtices.

O FSM é um método geral, e muitas variações são encontradas na literatura. Tal método consiste em resolver a equação (3.6) para cada uma das componentes da velocidade, desconsiderando-se o termo fonte (no caso, o gradiente de pressão) e a parte implícita do termo difusivo, gerando assim um campo de velocidades intermediário. Este campo intermediário é depois corrigido, levando-se em consideração os termos retirados da equação original.

Com este procedimento, não há a possibilidade do surgimento de um campo de pressões oscilatório, como descrito em PATANKAR (1980), pois o gradiente de pressão é retirado da equação (3.6) (SALTARA, 1999; SIQUEIRA, 1999).



Retomando a equação (3.6), e aplicando o FSM, obtemos um campo de velocidades intermediário dado por  $n^*$  e  $v^*$  :

$$(4.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} (n^* - n_0^d) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^S \int_{\mathcal{H} \Delta n_0^d} \frac{2}{3} \cdot \bar{n} p_S \cdot \sum_{i=0}^S \int (n_0^d - n_0^d) \frac{2}{3} \cdot \bar{n} p_S + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^S \int (n_{i-1}^d - n_{i-1}^d) \frac{2}{3} \cdot \bar{n} p_S$$

$$(4.2) \quad \frac{\partial}{\partial t} (v^* - v_0^d) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^S \int_{\mathcal{H} \Delta v_0^d} \frac{2}{3} \cdot \bar{v} p_S \cdot \sum_{i=0}^S \int (v_0^d - v_0^d) \frac{2}{3} \cdot \bar{v} p_S + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^S \int (v_{i-1}^d - v_{i-1}^d) \frac{2}{3} \cdot \bar{v} p_S$$

Estas equações são resolvidas através do MVF. O campo final é obtido pelas equações de correção:

$$(4.3) \quad \frac{\partial}{\partial t} (n_1^d - n^*) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^S \int_{\mathcal{H} \Delta n_1^d} \frac{2}{3} \cdot \bar{n} p_S - \frac{\partial}{\partial t} (n_0^d - n^*)$$

$$(4.4) \quad \frac{\partial}{\partial t} (v_1^d - v^*) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^S \int_{\mathcal{H} \Delta v_1^d} \frac{2}{3} \cdot \bar{v} p_S - \frac{\partial}{\partial t} (v_0^d - v^*)$$

O campo final de velocidades deve satisfazer a equação da continuidade. Assim, tomando a divergência do campo de velocidades corrigido, dado pelas equações (4.3) e (4.4), e lembrando que, pela equação da continuidade, a divergência do campo final de velocidades deve ser nula, obtemos então uma equação de Poisson para a pressão, dada por:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \Delta p \left( \frac{\partial u^*}{\partial x} + \frac{\partial v^*}{\partial y} \right)$$

Nesta equação, o termo fonte corresponde ao erro na equação da continuidade,

que ocorre quando adotamos o campo intermediário de velocidades dado por  $u^*$  e  $v^*$ . Tal erro deve ser avaliado em cada um dos volumes finitos que compõem o domínio

computacional, a cada avanço temporal na solução do problema transitório.

As condições de contorno para a velocidade são: nas fronteiras do domínio,

velocidade igual à velocidade da corrente livre, e sobre as paredes dos cilindros

velocidade igual a zero (condição de não-escorregamento). Para a pressão, utilizou-se a

condição de gradiente normal de pressão nulo ao longo da fronteira.

Para a resolução dos sistemas de equações resultantes da discretização, foi

escolhido o *Conjugate Gradient Method* (ou CGM, BARRET *et al.*, 1994). Este método é

um método iterativo muito eficiente para resolver sistemas lineares positivos, definidos

e esparsos, como é o caso dos sistemas lineares resultantes da discretização das

equações de transporte através do MVF, onde somente os nós que são vizinhos a um

dado nó podem ter coeficientes diferentes de zero. Para casos onde o número de

equações que compõem o sistema linear é elevado, ou ainda quando o número de

elementos não nulos da matriz dos coeficientes é pequeno em relação ao número total

de elementos da matriz, não é recomendável a utilização de métodos tradicionais da

álgebra linear.

O CGM é um dos mais conhecidos e utilizados métodos não-estacionários. Tal

método baseia-se na minimização de um vetor composto pelos resíduos das iterações.

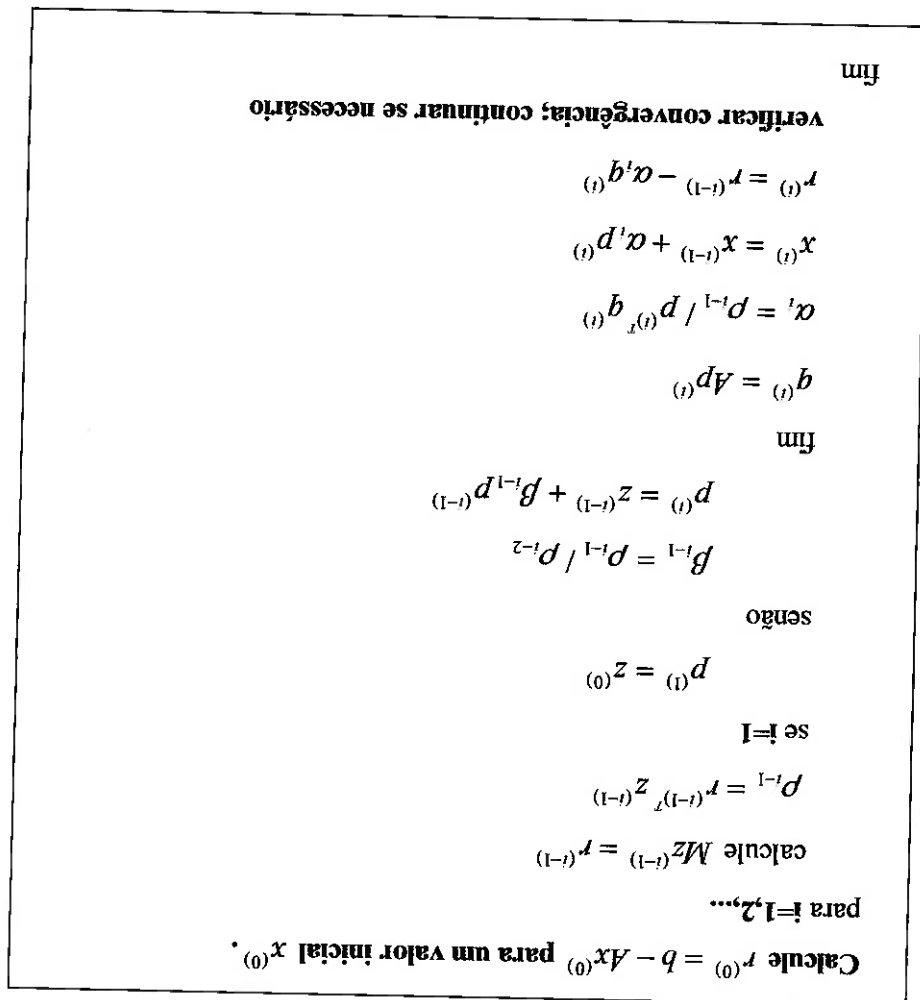
Esta minimização é feita através de um vetor de busca de direção, que é constantemente atualizado durante o processo iterativo.

Em malhas não-estruturadas, a matriz resultante da discretização das equações de transporte é mal condicionada. Assim, utiliza-se a versão pré-condicionada do CGM, ou *Preconditioned Conjugate Gradient Method* (PCGM). A matriz preconditionadora tem por objetivo melhorar o espectro da matriz original, acelerando a convergência do método iterativo. Deve ser ainda destacado que a ausência de um preconditionador pode levar à não convergência do método iterativo.

Neste trabalho, o preconditionador utilizado foi o “*Diagonal Scaling*”, ou seja, a matriz formada pela diagonal principal da matriz dos coeficientes do sistema linear (SIQUEIRA, 1999). O algoritmo do PCGM, extraído de BARRET *et al* (1994) é dado na

Figura 4.1.

Figura 4.1 – Algoritmo do Preconditioned Conjugate Gradient Method (extraído de BARRET *et al*, 1994)



## 5. MODELAGEM DA TURBULÊNCIA

Visando a realização de simulações a números de Reynolds de maior interesse prático, foi implementada a modelagem de turbulência. Foram feitas simulações numéricas do escoamento para uma configuração com dois cilindros em tandem a um valor de número de Reynolds igual a  $1.0 \times 10^4$ . A seguir, mostraremos a metodologia aplicada para a modelagem dos efeitos turbulentos.

A maioria dos escoamentos de interesse prático na engenharia é turbulento. Estes escoamentos são caracterizados pelas seguintes propriedades (TENNEKES e LUMLEY, 1972, FERZIGER e PERIC, 1996):

- *Irregularidade, ou aleatoriedade* – é uma característica intrínseca dos escoamentos turbulentos, obrigando a utilização de métodos estatísticos;

- *Tridimensionais e com alta vorticidade* – a turbulência é caracterizada por altos níveis de flutuação de vorticidade. A flutuação aleatória da vorticidade não pode ser mantida por si mesma se as flutuações de velocidade forem bidimensionais, uma vez que um importante mecanismo de variação da vorticidade conhecido por *vortex stretching* não está presente em duas dimensões;

- *Difusivos* – a turbulência aumenta a taxa de *mistura* no escoamento, ou seja, parcelas de fluido com diferentes concentrações da quantidade conservada são postas em contato;

- *Diferentes escalas* – escoamentos turbulentos são caracterizados pela existência de uma ampla faixa de escalas de tempo e comprimento;

- *Contínuo* – a turbulência é um fenômeno governado pelas leis da mecânica dos fluidos. Mesmo as menores escalas em um escoamento turbulento são muito maiores que qualquer escala molecular.

A primeira aproximação para o estudo de escoamentos turbulentos tem sido experimental. Parâmetros globais como arrasto médio são de obtenção relativamente simples. Porém, quando o nível de detalhes requeridos a respeito do escoamento aumenta, torna-se difícil ou até mesmo impossível a obtenção de medições com as ferramentas usuais. Assim, métodos numéricos passam a ser uma alternativa para estes casos.

A mais simples, do ponto de vista conceitual, e mais exata aproximação para a simulação de escoamentos turbulentos é a resolução das equações de Navier-Stokes sem as aproximações além das discretizações numéricas necessárias, cujos erros podem ser estimados e controlados. Esta aproximação é chamada Simulação Numérica Direta (ou DNS - *Direct Numerical Simulation*).

Uma simulação DNS deve captar toda dissipação da energia cinética. Esta dissipação ocorre nas menores escalas de comprimento do escoamento turbulento. Assim, o tamanho das células de cálculo provenientes da discretização espacial do domínio não pode ser maior do que uma determinada escala de comprimento, correspondente à escala dos menores núcleos turbulentos presentes em um escoamento, chamada de escala de Kolmogoroff ( $\eta$ ), e que é definida como a razão entre a viscosidade cinemática e a taxa de fornecimento de energia pelo movimento de larga escala (TENNEKES e LUMLEY, 1972). As escalas de tempo também devem ser pequenas, para captar as flutuações turbulentas. Devido a limitações de velocidade de

processamento e memória das máquinas em uso na atualidade, DNS torna-se extremamente custosa em termos computacionais, ficando limitada a baixos números de Reynolds e escoamentos simples.

Existem modelos, como o k- $\epsilon$  o k- $\omega$ , que também apresentam bons resultados. Porém, a sua utilização envolve a resolução de duas equações adicionais, elevando assim o custo computacional.

As maiores escalas do escoamento geralmente carregam a maior parte da energia no escoamento. As escalas menores normalmente são muito mais fracas e respondem apenas por uma pequena parcela do transporte da propriedade conservada, em comparação com as grandes escalas. Assim, uma simulação que capta as maiores escalas de movimento do escoamento turbulento, enquanto modela as menores escalas, torna-se atrativa do ponto de vista computacional. Tal técnica é conhecida como *Large Eddy Simulation*, ou LES.

Em simulações LES, é importante definir as quantidades a serem computadas precisamente. Isto pode ser feito através de um filtro. As escalas maiores são as que devem ser simuladas, enquanto as menores são modeladas. Tomando-se um caso unidimensional como exemplo, podemos definir um filtro de velocidade por:

$$\bar{u}_i(x) = \int G(x, x') u_i(x') dx' \quad (5.1)$$

onde  $G(x, x')$  é o *kernel* do filtro. Cada filtro é associado a um comprimento de escala  $\Delta$  Um dos tipos de kernel mais utilizados em LES é simplesmente um filtro de corte (ou

*cutoff*), ou seja, um filtro que elimina todos os coeficientes de Fourier pertencentes a números de onda acima do *cutoff*:

Filtrando-se as equações de Navier-Stokes para um escoamento incompressível, obtemos a seguinte equação (FERZIGER e PERIC, 1996):

$$(5.2) \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{p} \bar{u}'_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}'_j}{\partial x_i} \right) \right]$$

A equação da continuidade após a aplicação do filtro fica:

$$(5.3) \quad \frac{\partial (\bar{p} \bar{u}'_i)}{\partial x_i} = 0$$

É importante notar que:

$$(5.4) \quad \bar{\bar{u}'_j} \neq \bar{u}'_j$$

O lado esquerdo desta inequação não é de fácil obtenção. Assim, uma modelagem para a diferença entre as duas quantidades nesta inequação deve ser introduzida:



$$\tau_{ij}^s = -\rho \overline{u'_i u'_j} \quad (5.5)$$

No contexto de LES, o valor  $\tau_{ij}^s$  é chamado de *tensão de Reynolds de sub-*

*malha (subgrid scale stress, ou SGS)*. O termo 'tensão' vem da forma pela qual este termo é tratado, ao invés de sua natureza física. E, de fato, o fluxo de quantidade de movimento de larga escala, causado pela ação das menores escalas do escoamento. O termo 'sub-malha' também não é necessariamente relacionado ao tamanho local da malha  $h$ , exceto pela condição óbvia de que  $\Delta > h$ . Os modelos utilizados para aproximar as tensões de sub-malha são chamados *modelos de sub-malha*.

O modelo de sub-malha mais comum é o proposto por SMAGORINSKY (1963). Este modelo utiliza um modelo de viscosidade turbilhonar, baseado na ideia de que os efeitos das tensões de sub-malha são aumento no transporte e na dissipação. Como estes são efeitos relacionados à viscosidade em escoamentos laminares, foi proposto o seguinte modelo (FERZIGER e PERIC, 1996):

$$\tau_{ij}^s = \frac{3}{2} \delta_{ij} k_{SG} - \nu' \left( \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j}} + \overline{\frac{\partial u_j}{\partial x_i}} \right) \quad (5.6)$$

onde  $\nu'$  é a viscosidade turbilhonar,  $\delta_{ij}$  a função delta de Kronecker e  $k_{SG}$  é a energia cinética turbulenta. O termo da energia cinética turbulenta é modelado da seguinte forma:

de van Driest para o cálculo de  $C_S$ :

0.1. Quando na presença de fronteiras sólidas, na maioria das vezes utiliza-se o modelo camadas cisalhantes, esta constante deva ser reduzida para valores em torno de 0.065 a de Smagorinsky em torno de 0.18. DEARDORFF (1970) propôs que, na ocorrência de valores em diferentes tipos de escoamento. LILLY (1967) estimou o valor da constante do número de Reynolds e de outros parâmetros adimensionais, e que pode ter diferentes e  $C_S$  (constante de Smagorinsky) é um parâmetro do modelo, cujo valor varia em função

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \tag{5.9}$$

onde  $|S| = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2}$  é o módulo do tensor taxa de deformação, definido como:

$$\nu_t = C_S^2 \Delta^2 |S| \tag{5.8}$$

correspondente à viscosidade turbulenta é modelado como:  
 utilizamos a raiz quadrada do volume associado ao nó em questão. O termo  $\nu_t$  normalmente utilizado para a constante  $C_K$  é igual a 0.094 (PIOMELLI, 1997), e para  $\Delta$  sendo  $C_K$  uma constante do modelo, e  $\Delta$  uma dimensão típica da malha. O valor

$$k_{ss} = \frac{(C_K \Delta)^2}{\nu_t} \tag{5.7}$$

(5.2), temos:

Assim, substituindo-se os parâmetros do modelo de Smagorinsky na equação

van Driest é reduzir a viscosidade turbilhonar próximo à parede:

e  $\tau_w$  a tensão de cisalhamento na parede (PIONEIL, 1997). O propósito do modelo de

(5.12)

$$n_t = \sqrt{\frac{d}{\tau_w}}$$

sendo  $n_t$  a velocidade de atrito:

(5.11)

$$n_+ = n_t^2 / \nu$$

onde  $C_{s0}$  é a constante de Smagorinsky,  $A^+$  é uma constante de valor em torno de 25, e  $n^+$  é a distância adimensional da parede em unidades viscosas:

(5.10)

$$C_s = C_{s0} (1 - e^{-n^+/A^+})^2$$

Estas equações podem ser resolvidas através do FSM, de maneira análoga ao procedimento mostrado anteriormente para o caso laminar, diferenciando-se do mesmo apenas pelos termos de energia cinética turbulenta e viscosidade turbulenta, que devem ser calculados a cada intervalo de tempo através das equações (5.7) e (5.8).

Devido à maior simplicidade de implementação, decidiu-se pela utilização de LES, com o modelo de Smagorinsky, para as simulações a alto número de Reynolds do escoamento ao redor dos agrupamentos de cilindros. Deve ser destacado que, modelando-se a turbulência em casos bidimensionais, incorremos em um erro pois, conforme mencionado anteriormente, escoamentos turbulentos são intrinsecamente tridimensionais. A modelagem bidimensional, como abordada neste trabalho, deve ser entendida como uma aproximação inicial do problema.

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \Delta \cdot (\bar{v} \bar{v}) = - \left( \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\rho}{2} k_{sg} \right) \right) + \Delta \cdot (\nu + \nu') \nabla^2 \bar{v} \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial \bar{n}}{\partial t} + \Delta \cdot (\bar{v} \bar{n}) = - \left( \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho}{2} k_{sg} \right) \right) + \Delta \cdot (\nu + \nu') \nabla^2 \bar{n} \quad (5.13)$$

## 6. GERAÇÃO DAS MALHAS COMPUTACIONAIS

Neste item é discutida a geração das malhas computacionais não-estruturadas

de triângulos utilizadas nas simulações. A figura abaixo mostra um esquema com algumas das diversas configurações estudadas. Nesta figura,  $D$  corresponde ao diâmetro do cilindro,  $L$  é o espaçamento longitudinal ou transversal entre os centros dos cilindros, e  $h$  é o *offset* entre o centro dos cilindros. Nas configurações com cilindros de diferentes

diâmetros, o diâmetro do cilindro menor é  $d = D/2$ .

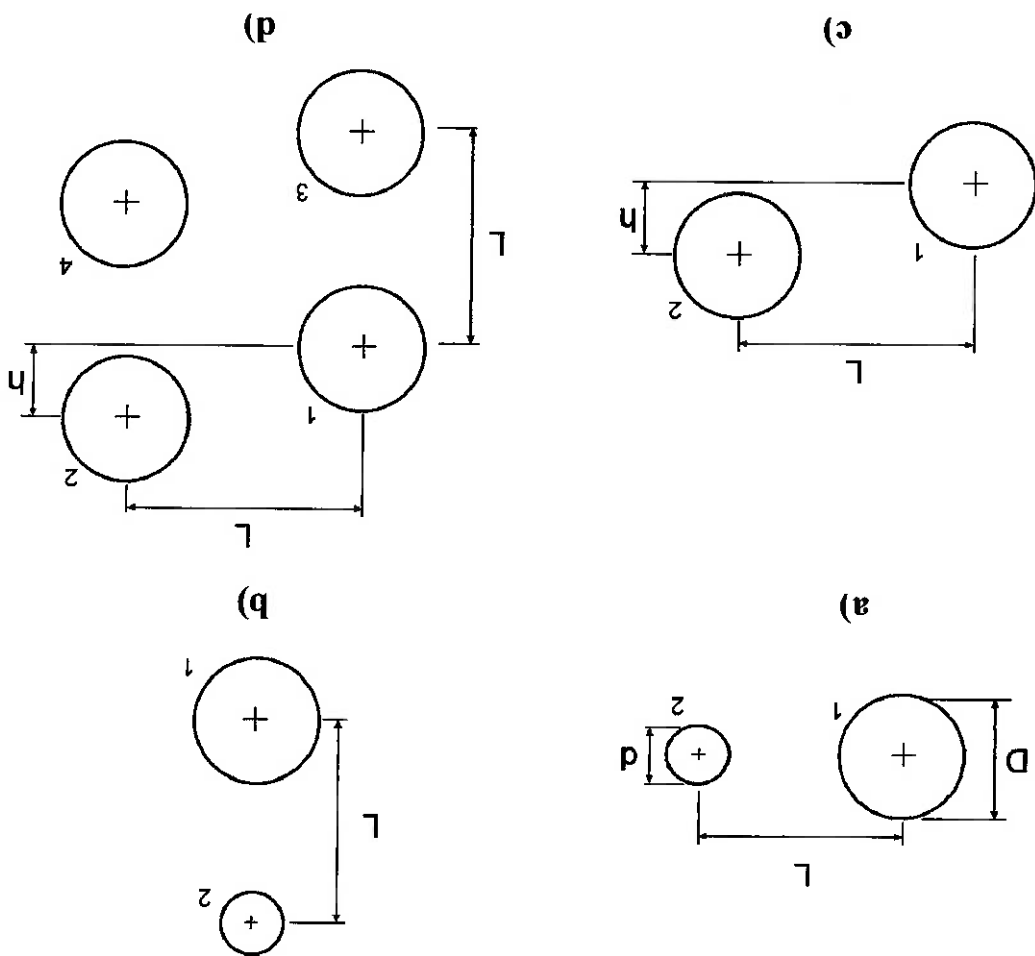
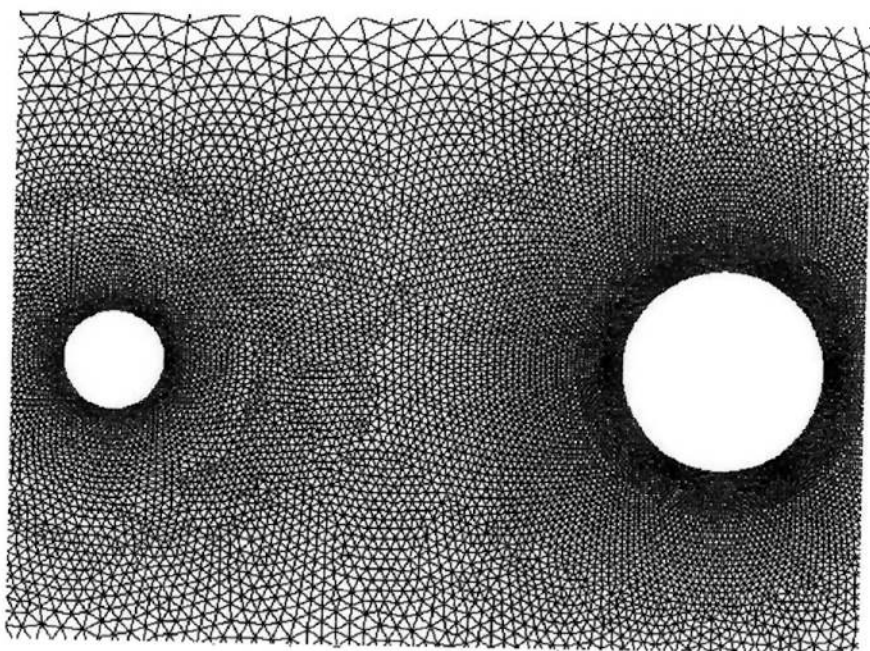


Figura 6.1. Exemplo das configurações estudadas: a) Tandem; b) Lado a lado; c) Obliquo; d) Quatro cilindros

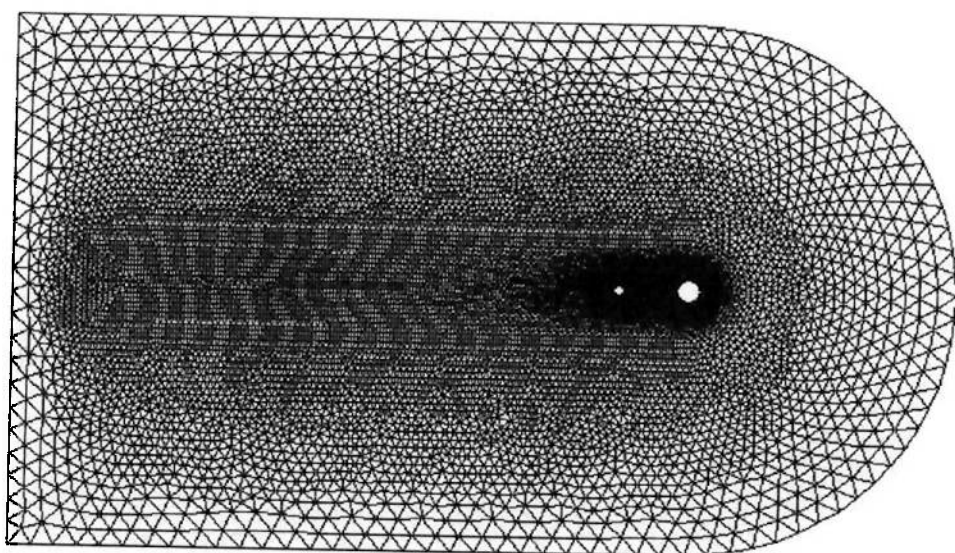
A motivação fundamental para o estudo destas configurações residiu no interesse da PETROBRAS, de acordo com os termos de cooperação científica junto à USP, sobre o estudo da interferência nas características do escoamento devido à presença de agrupamentos de cilindros.

A utilização de malhas não-estruturadas de triângulos, apesar da maior complexidade imposta aos algoritmos para a solução das equações discretizadas, maior necessidade de armazenamento e maior custo computacional, justifica-se pela alta flexibilidade na adaptação da malha às fronteiras do domínio e à facilidade de refinamento em regiões específicas do domínio, possibilitando uma grande versatilidade para a discretização de geometrias complexas, como é o caso de agrupamentos de cilindros.

As malhas computacionais utilizadas nas simulações foram geradas através do programa GAMBIT. Este programa é parte integrante do pacote FLUENT 5.0, adquirido pelo grupo de Dinâmica dos Fluidos Computacional da Escola Politécnica da USP. A Figura 6.2 mostra uma malha computacional típica para o arranjo em tandem com cilindros de diâmetros diferentes, constituída por 40595 elementos triangulares e 20547 nós. Existem 256 nós sobre a parede do cilindro a montante, e 128 nós sobre a parede do cilindro a jusante. A malha em questão corresponde a um espaçamento entre os centros dos cilindros de  $3.0D$ , sendo  $D$  o diâmetro do cilindro a montante. Pode-se observar nas Figuras 6.2 e 6.3 o refinamento da malha na região da camada limite dos cilindros e na esteira, onde estão concentrados os maiores gradientes no escoamento. As malhas para as demais geometrias estudadas têm diferentes valores para o número total de elementos e de nós, porém preservam as mesmas características gerais da malha mostrada.



**Figura 6.3 - Detalhe da malha, mostrando o refinamento na região da camada limite em torno dos cilindros**



**Figura 6.2 - Malha não-estruturada típica, utilizada nas simulações, com 40595 elementos e 20547 nós. Distância entre centros igual a 3.0D.  $Re = 200$**

A qualidade de cada uma das malhas geradas foi controlada de forma a garantir níveis compatíveis com as simulações a serem realizadas. Diversos critérios para a verificação da qualidade das malhas computacionais foram empregados:

- *Razão de aspecto* -  $Q_{AR}$  - a razão de aspecto é definida como a razão entre os raios dos círculos inscritos e circunscritos ao triângulo:

$$Q_{AR} = \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right) \quad (6.1)$$

Por definição, temos sempre  $Q_{AR} \geq 1$ . Quanto maior esta relação, mais distorcido o elemento. Para  $Q_{AR}$  igual a 1, temos um triângulo equilátero.

- *Razão de arestas* -  $Q_{ER}$  - é a relação entre o maior e o menor lado do elemento triangular:

$$Q_{ER} = \frac{\max(s_i)}{\min(s_i)} \quad (6.2)$$

Quanto maior o seu valor, mais distorcido o elemento. Para um triângulo equilátero, temos  $Q_{ER}$  igual a 1.

- *Distorção do elemento* -  $Q_{EAS}$  - é uma medida normalizada da distorção do elemento, definida como:

$$Q_{EAS} = \max \left\{ \frac{\theta_{\max} - \theta_{eq}}{\theta_{\max} - \theta_{mm}}, \frac{\theta_{eq} - \theta_{eq}}{\theta_{eq} - \theta_{mm}} \right\} \quad (6.3)$$



onde  $\theta_{\max}$  e  $\theta_{\min}$  são os ângulos máximos e mínimos, em graus, entre as fronteiras do elemento, e  $\theta_{eq}$  o ângulo correspondente a um elemento equilátero. Por definição,  $\bar{Q}_{EAS}$  igual a zero corresponde a um elemento triangular equilátero, e  $\bar{Q}_{EAS}$  igual a 1 corresponde a um elemento mal formado (degenerado). A tabela abaixo mostra as relações aceitas entre os valores de  $\bar{Q}_{EAS}$  e a qualidade do elemento.

$\bar{Q}_{EAS}$	Qualidade
$\bar{Q}_{EAS} = 0$	Equilátero (perfeito)
$0 < \bar{Q}_{EAS} \leq 0.25$	Excelente
$0.25 < \bar{Q}_{EAS} \leq 0.5$	Bom
$0.5 < \bar{Q}_{EAS} \leq 0.75$	Regular
$0.75 < \bar{Q}_{EAS} \leq 0.9$	Pobre
$0.9 < \bar{Q}_{EAS} < 1$	Muito pobre
$\bar{Q}_{EAS} = 1$	Degenerado

Tabela 6.1. Relações entre  $\bar{Q}_{EAS}$  e qualidade de malha

- “Equisize Skew” – é uma relação definida como:

$$\bar{Q}_{EAS} = \left( \frac{S^{eq}}{S - S^{eq}} \right) \quad (6.4)$$

onde  $S$  é a área do elemento e  $S_{eq}$  é a maior área do elemento equilátero cujo raio da circunferência circunscrita é igual ao do elemento em questão. As relações entre  $Q_{EAS}$  e qualidade da malha, mostradas na tabela anterior, também são válidas para  $Q_{EVS}$ .

A Figura 6.4 mostra uma análise de qualidade, feita no programa GAMBIT, para o caso da malha mostrada nas Figuras 6.2 e 6.3. Para esta malha foram obtidos os seguintes indicadores de qualidade.

- $Q_{AR}$  – 99.3% dos elementos da malha com  $Q_{AS}$  entre 1 e 1.15;
- $Q_{ER}$  – 92.3% dos elementos da malha com  $Q_{ER}$  entre 1 e 1.27;
- $Q_{EAS}$  – 99.3% dos elementos da malha com  $Q_{EAS}$  entre 0 e 0.3;
- $Q_{EVS}$  – 99.9% dos elementos da malha com  $Q_{EVS}$  entre 0 e 0.3.

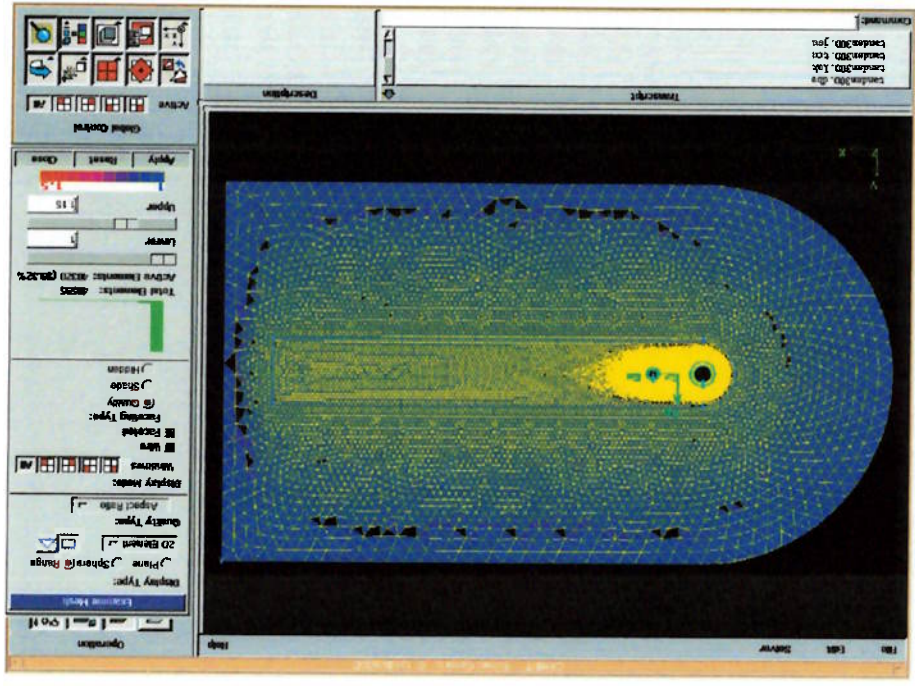


Figura 6.4. Análise de qualidade de malha através do programa GAMBIT

Foram obtidos valores semelhantes dos critérios de qualidade para as demais

malhas utilizadas neste trabalho.

## 7. VALIDAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO

### 7.1. REGIME LAMINAR, CILINDRO ISOLADO, $Re = 200$ .

Para a validação do método numérico, foram realizadas simulações para um cilindro isolado em uma faixa de número de Reynolds compreendida entre  $60 \leq Re \leq 200$ , e os valores médios de coeficiente de arrasto e número de Strouhal foram comparados com os obtidos experimentalmente e numericamente por outros autores. Nas simulações foi utilizada a malha computacional mostrada na Figura 7.2, composta por 27062 elementos e 13696 nós. Esta malha foi utilizada por SIQUEIRA (1999) para a validação de seu código computacional baseado em Elementos Finitos.

A Tabela 7.1 mostra os valores médios de coeficiente de arrasto e número de Strouhal obtidos nesta validação. Estes coeficientes são obtidos somando-se as contribuições de pressões e das tensões viscosas sobre a parede do cilindro. A distribuição de pressão sobre a parede do cilindro é obtida através da equação de Poisson, dada pela equação (4.5). A contribuição das tensões viscosas é dada pela equação:

$$\tau_0 = -\mu \omega_0 \quad (7.1)$$

sendo  $\omega_0$  a vorticidade na parede, dada por:

Os valores de coeficiente de arrasto e número de Strouhal destacados nesta tabela foram comparados com os valores obtidos por outros autores, como mostrado na Tabela 7.2. A Figura 7.3, extraída de SIQUEIRA (1999), mostra os valores de número de Strouhal obtidos por outros pesquisadores nesta faixa de número de Reynolds e, em destaque, os obtidos nesta validação. Pode-se constatar que os valores de coeficiente de arrasto médio e número de Strouhal obtidos estão em boa concordância com resultados tanto experimentais como de simulações numéricas realizadas por outros autores. Os contornos de pressão e vorticidade para os números de Reynolds estudados são mostrados nas Figuras 7.4 e 7.5, respectivamente.

Nos contornos de pressão, podemos observar uma região de alta pressão na parte anterior do cilindro, de cor vermelha, correspondente à região de estagnação

$$C_d = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho U^2 D} \quad C_l = \frac{F_y}{\frac{1}{2}\rho U^2 D} \quad (7.3)$$

obtidos como se segue:

Integrando-se estas contribuições, os coeficientes de sustentação e arrasto são

onde  $N$  é o número de nós vizinhos ao nó em questão, e  $V$  o volume associado a este nó.

$$\omega_0 = \frac{V}{\sum_N^{I=I} \left( \frac{\partial v}{\partial n} - \frac{\partial x}{\partial y} \right)_{parede}} \quad (7.2)$$

frontal, e regiões de baixa pressão em cor azul, correspondente ao centro dos vórtices emitidos na esteira.

Nos contornos de vorticidade da Figura 7.5, observa-se que os vórtices são desprendidos regularmente na esteira, formando uma esteira de von Kármán. Para os valores de Reynolds mais baixos mostrados, os vórtices formam-se a uma distância maior do corpo. Aumentando-se o número de Reynolds, a emissão de vórtices passa a ser mais vigorosa, com os vórtices se formando mais próximos ao cilindro. Os contornos de vorticidade obtidos mostram uma grande semelhança ao descrito por Perry *et al* (1982), mostrado na Figura 7.1, extraída de MENEZHINI (1993).

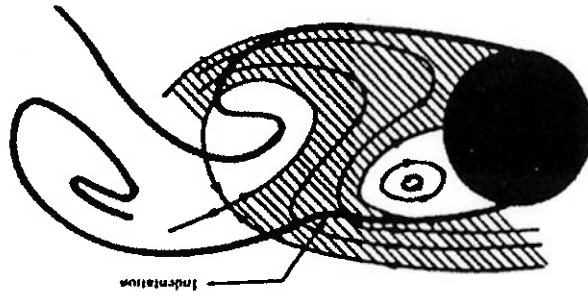
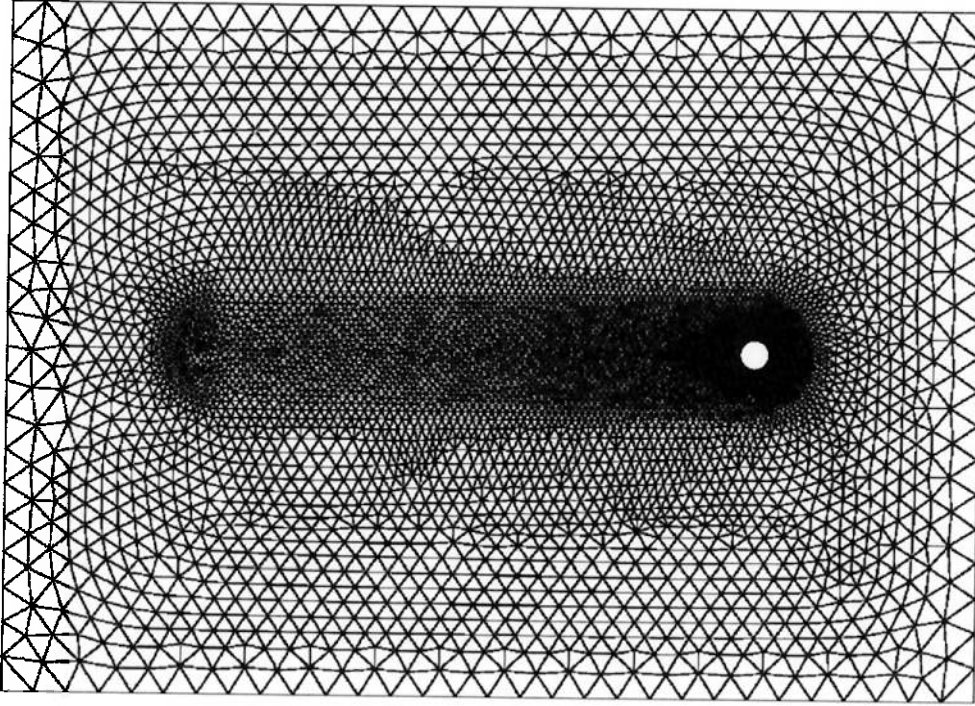


Figura 7.1. Regime laminar de emissão de vórtices ( $50 < Re < 150-200$ ). Perry *et al*, 1982. Extraído de MENEZHINI (1993)

O registro temporal dos coeficientes de sustentação e arrasto obtido para  $Re = 200$  é mostrado na Figura 7.6.

Figura 7.2. Malha computacional utilizada para validação do código, regime laminar



$Re$	$\underline{C_d}$	$\underline{S}$
200	1.34	0.194
180	1.35	0.190
160	1.35	0.185
140	1.36	0.179
120	1.37	0.171
100	1.39	0.162
80	1.42	0.152
60	1.47	0.135

Tabela 7.1. Validação: coeficientes de arrasto e número de Strouhal médios, regime laminar

**Tabela 7.2. Comparação dos resultados obtidos na validação, regime laminar**

Autor	$Re$	$\overline{C}_d$	$\underline{S}$
Validação	100	1.39	0.162
Braza <i>et al</i> (1986) – numérico	100	1.37	0.160
Meneghini (1993) – numérico	100	1.52	0.162
Saltara (1999) – numérico	100	1.33	0.160
Sigueira (1999) – numérico	100	1.37	0.165
Williamson (1991) – experimental	100	-	0.164
Validação	200	1.34	0.194
Braza <i>et al</i> (1986) – numérico	200	1.35	0.200
Arzell (1995) – numérico	200	1.30	0.196
Saltara (1999) – numérico	200	1.25	0.190
Sigueira (1999) – numérico	200	1.30	0.196
Williamson (1991) – experimental	200	-	0.196
Norberg (1993) – experimental	200	1.30	-



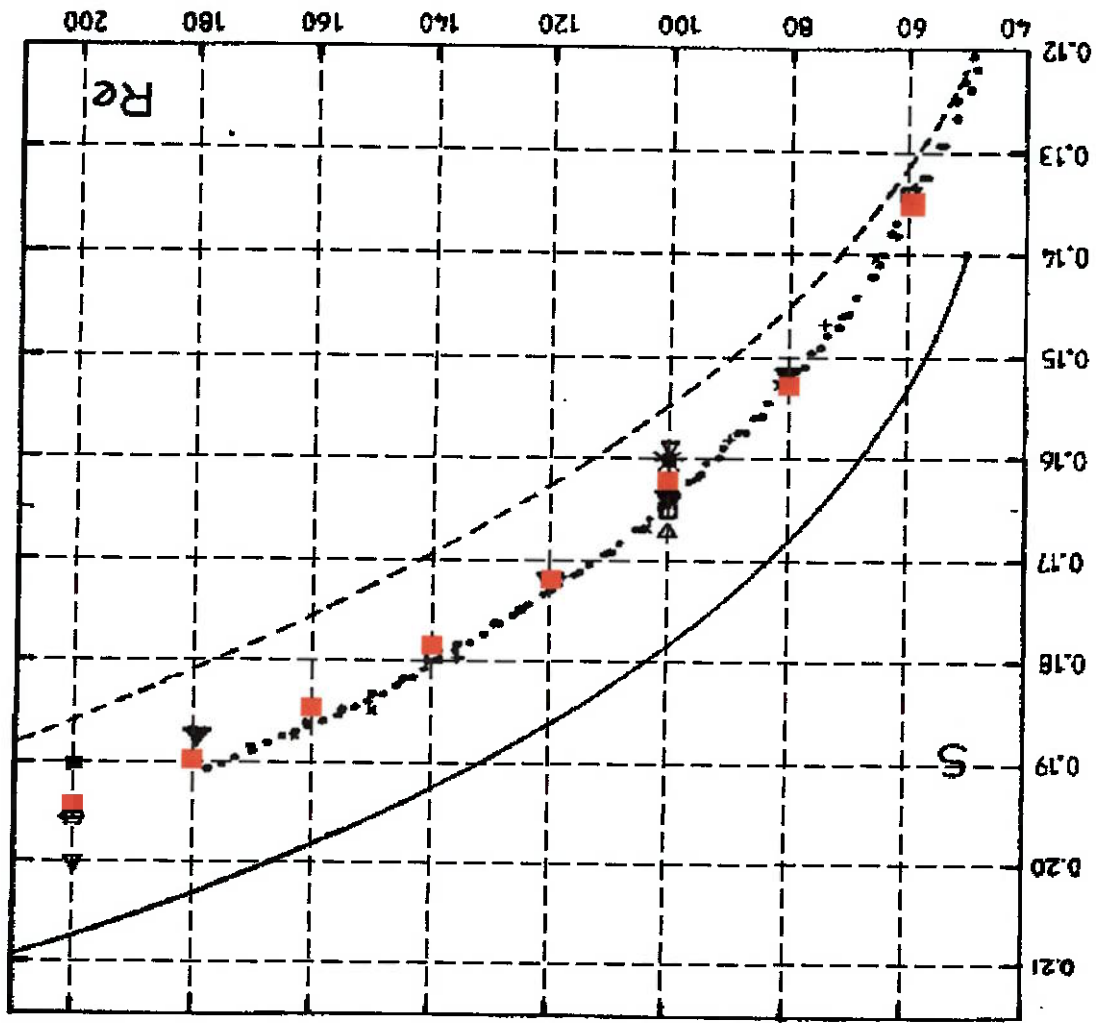


Figura 7.3. Comparação entre resultados numéricos e experimentais. ■ Validação. Experimentais : • Túnel de vento, emissão paralela; o Túnel de vento, emissão oblíqua; + Tanque de água (WILLIAMSON, 1991). Numéricos : - KARNIADAKIS e TRIANTAFYLLOU (1989); --- SA e CHANG (1988); Δ BRAZA *et al.* (1986); □ LECOINTE e PIQUET (1988); ■ MARTINEZ (1987); ▽ KOSCHEL *et al.* (1989); □ YOUNG e NI (1989); \* DOLAN, GRAHAM e YOUNG (1990); ▼ SHARIF & PULLMAN (1990). © SIQUEIRA e MENEZES (1999). Extraiido de SIQUEIRA (1999)

Figura 7.4. Validação: contornos de pressão, regime laminar

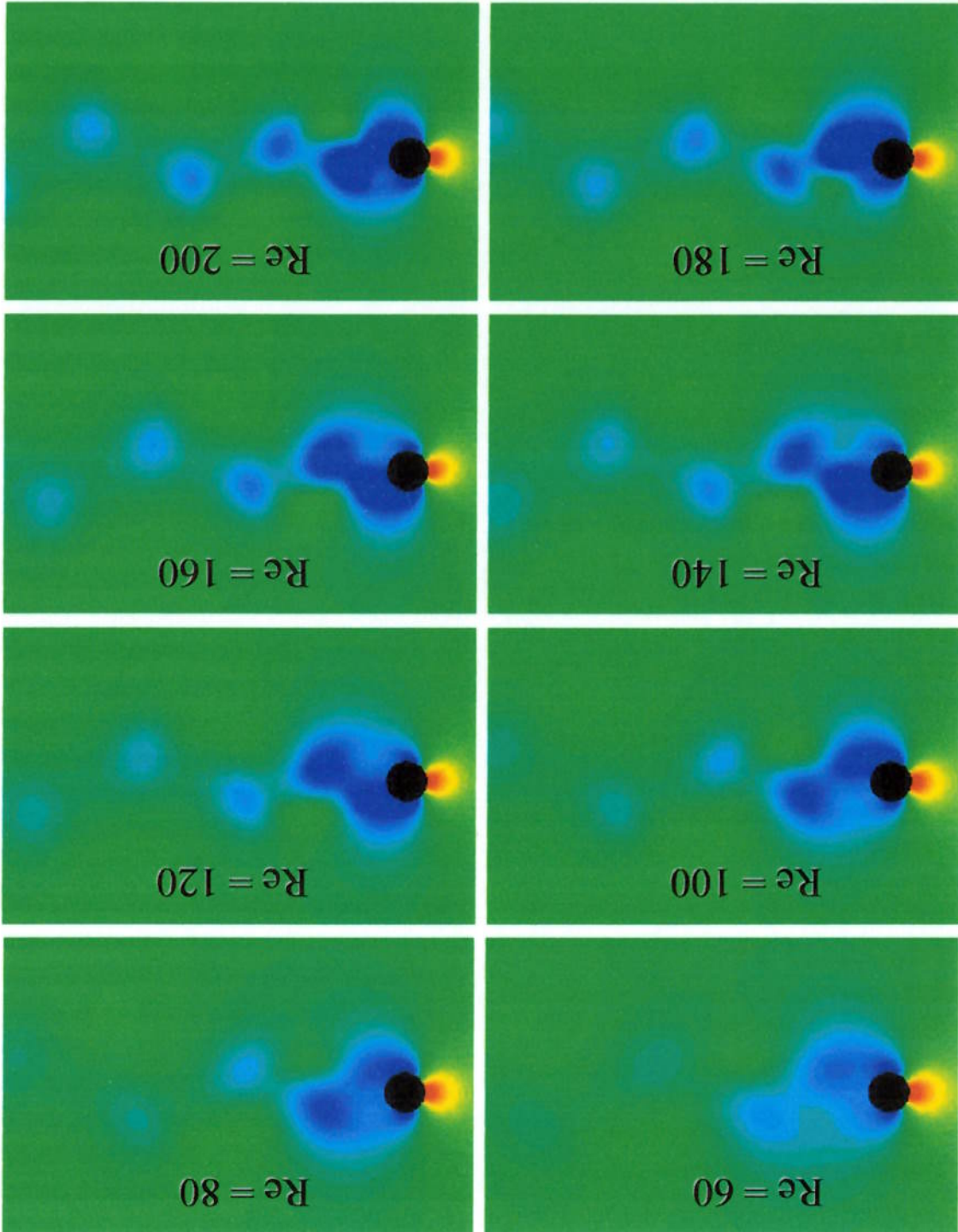
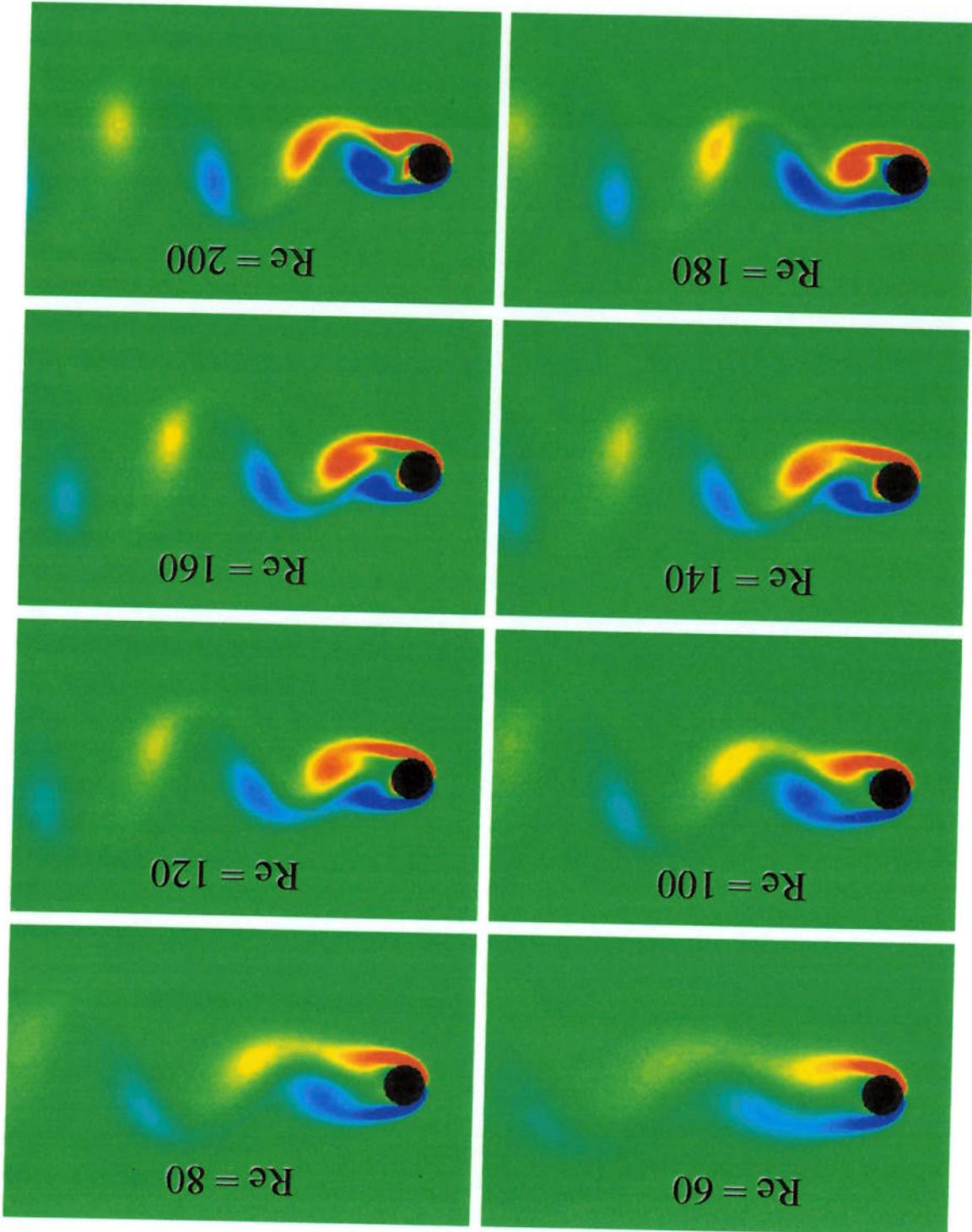


Figura 7.5. Validação: contornos de vorticidade, regime laminar



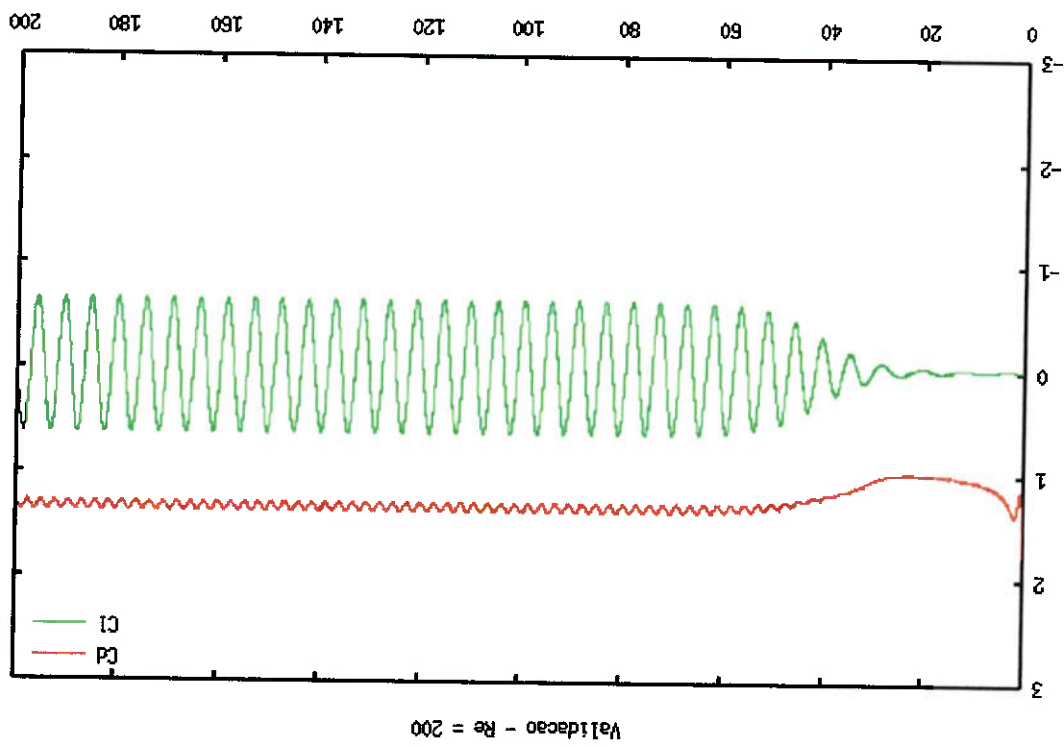


Figura 7.6. Validação: coeficientes de sustentação e arrasto,  $Re = 200$

## 7.2. REGIME TURBULENTO, CILINDRO ISOLADO, $Re = 10.000$ .

Para a validação do código computacional turbulento, foram feitas simulações numéricas a  $Re = 200$  com a utilização de LES, e a  $Re = 10.000$ , com e sem a utilização de LES. A malha computacional utilizada é constituída de 37649 elementos e 19007 nós, com 256 nós sobre a parede do cilindro. A Figura 7.7 mostra a malha computacional utilizada na validação.

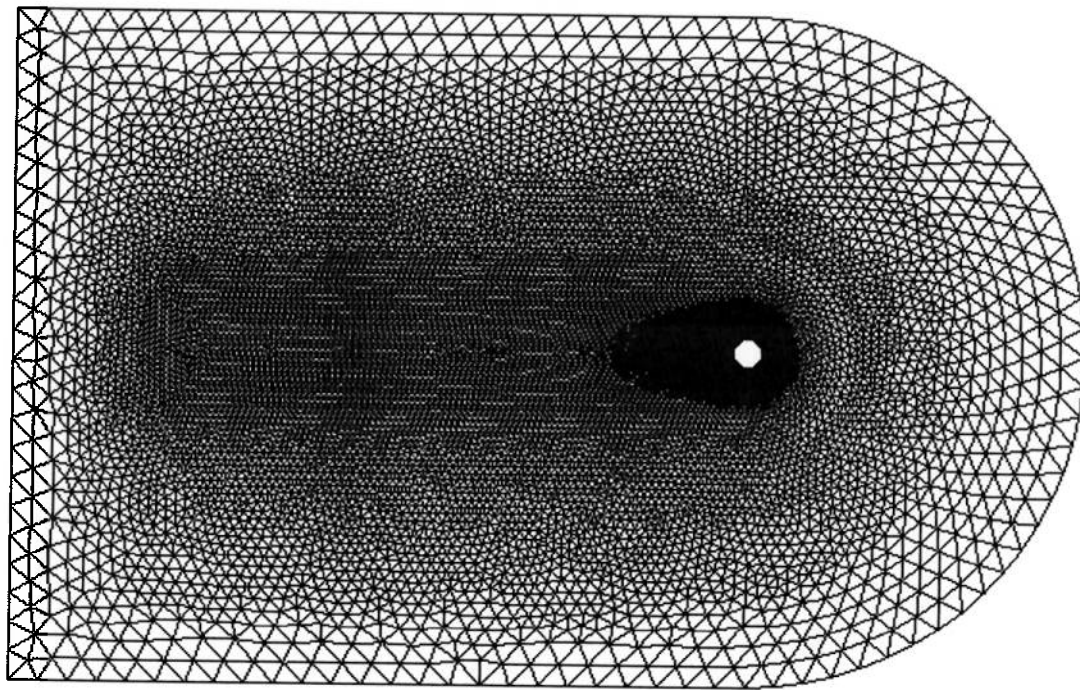


Figura 7.7. Malha computacional utilizada para validação da modelagem da turbulência

O registro temporal dos coeficientes de sustentação e de arrasto para  $Re = 200$

com a utilização de LES, para  $Re = 10.000$  com LES e para  $Re = 10.000$  sem a utilização de LES podem ser vistos nas Figuras 7.8, 7.9 e 7.10, respectivamente. As constantes da modelagem LES utilizando o modelo de van Driest foram  $C_{s0} = 0.1$  e  $C_k = 0.094$ . Foi utilizado um intervalo de tempo adimensional de 0.0001, e as simulações limitadas a 400.000 *time steps*. Com estes parâmetros, as simulações levaram cerca de 80 horas para serem completadas, em uma estação de trabalho Compaq AlphaServer DS20. A Tabela 7.3 mostra os valores de arrasto e número de Strouhal médios obtidos na presente validação e por outros pesquisadores. Pode-se observar uma boa concordância entre os valores de coeficiente de arrasto e número de Strouhal médios obtidos para  $Re = 200$  utilizando LES, com os valores obtidos para o mesmo número de Reynolds sem a modelagem da turbulência, mostrados na tabela 7.2. Já para a simulação a  $Re = 10.000$  sem a modelagem de turbulência, foi obtido um valor de coeficiente de arrasto médio muito elevado, em torno de 2.0.

Na simulação a  $Re = 10.000$  utilizando LES, o número de Strouhal obtido está em boa concordância com os resultados experimentais obtidos por outros autores para a mesma faixa de Reynolds. Porém, o valor médio do coeficiente de arrasto está acima do esperado. Obtivemos um coeficiente de arrasto médio igual a 1.55, quando o esperado seria em torno de 1.2. Este comportamento do coeficiente de arrasto também foi verificado em simulações bidimensionais feitas por outros autores, como NOMURA (1994) e SALTARA (1999). Simulações tridimensionais realizadas por TAMURA (1990) mostram concordância com dados experimentais no que se refere ao coeficiente de arrasto.

<i>Autor</i>	<i>Re</i>	<i>Strouhal</i>	<i>C<sub>D</sub></i>
Validação (sem LES)	10.000	0.23	2.02
Validação (LES)	200	0.19	1.33
Validação (LES)	10.000	0.21	1.55
Validação (LES), malha refinada	10.000	0.22	1.78
Saltara, F., 1999 (2D)	10.000	0.24	1.73
Selvan, RP, 1997 (2D)	10.000	0.15	1.34
Nomura, T, 1994 (2D)	10.000	0.19	1.35
Tamura, T, 1990 (3D)	10.000	-	1.20
Williamson, 1991 (experimental)	200	0.196	-
Norberg, 1993 (experimental)	200	-	1.30
Roshko, A, 1961 (experimental)	10.000	0.20	1.20

Tabela 7.3. Validação: número de Strouhal e coeficiente de arrasto médio, regime turbulento

Figura 7.9. Validação: coeficientes de sustentação e de arrasto,  $Re=10,000$  - LES

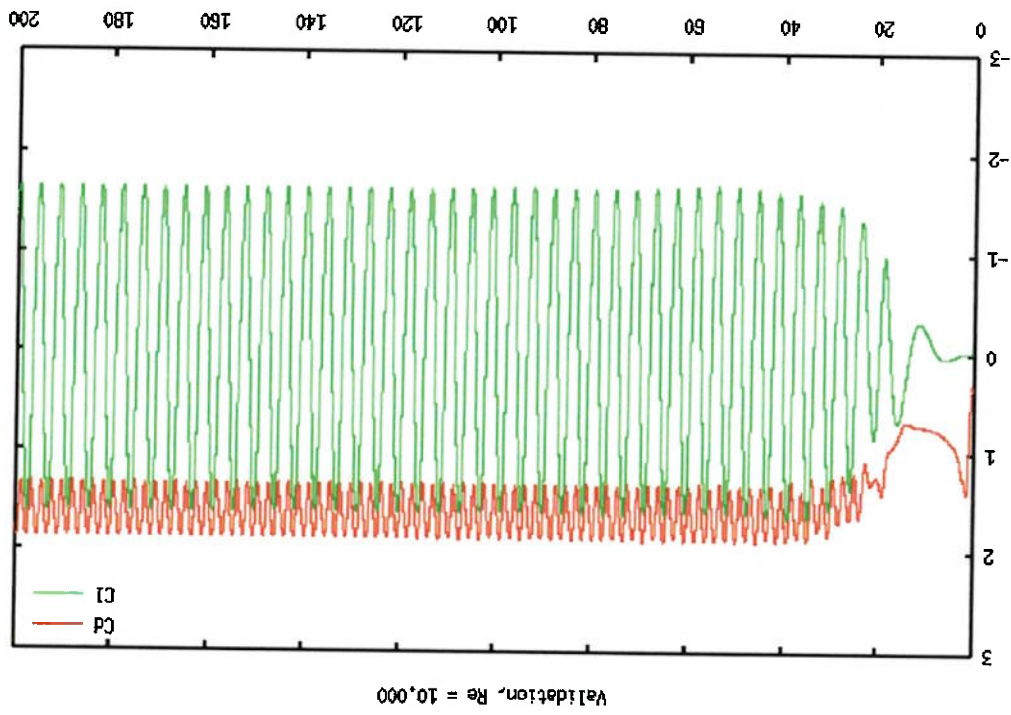


Figura 7.8. Validação: coeficientes de sustentação e de arrasto,  $Re=200$  - LES

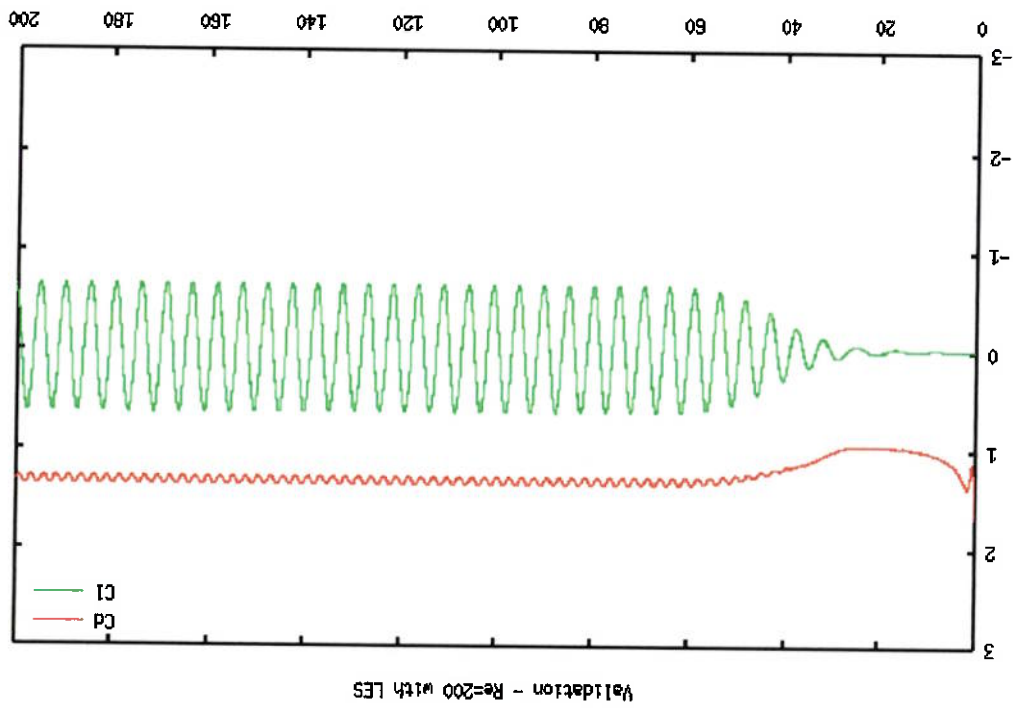




Figura 7.11. Validação: contornos de vorticidade e pressão,  $Re = 10.000$  – LES

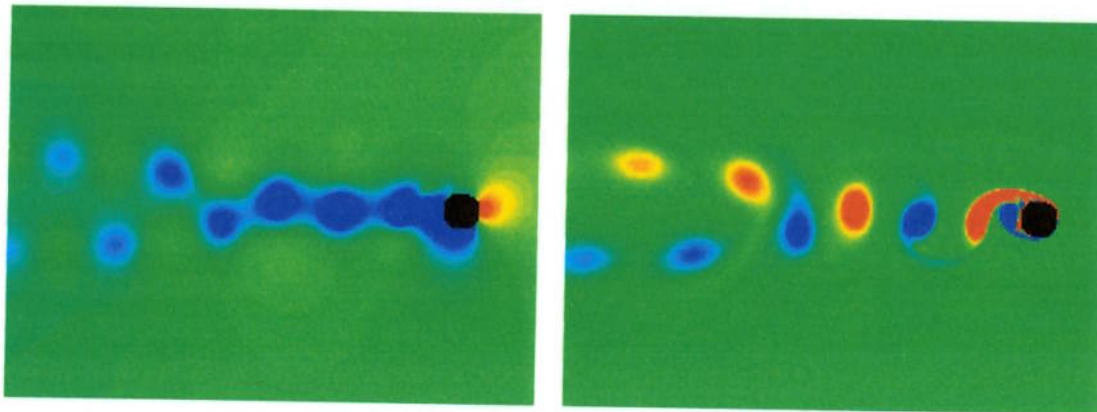
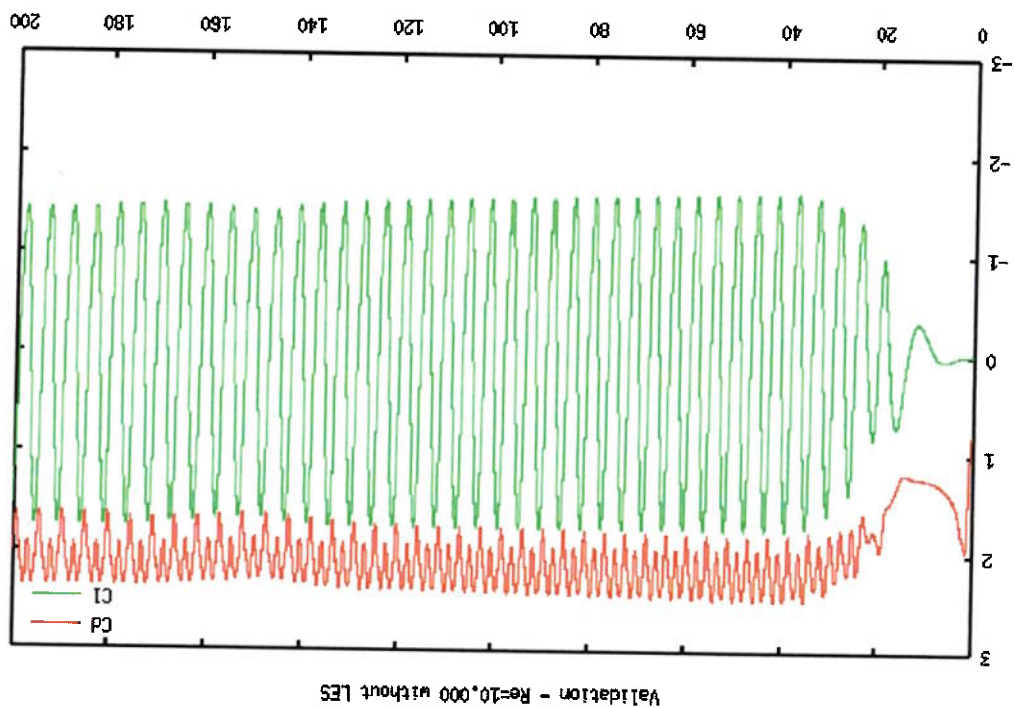


Figura 7.10. Validação: coeficientes de sustentação e de arrasto,  $Re=10.000$  – sem LES



A Figura 7.11 mostra os contornos de vorticidade e de pressão obtidos nas simulações a  $Re = 10.000$  com LES.

No contorno de viscosidade turbulenta da Figura 7.12, podemos observar que a função de van Driest cumpriu o seu papel, reduzindo a viscosidade turbulenta na região da camada limite. A viscosidade turbulenta tem maior magnitude na região da camada limite ao centro dos vórtices desprendidos. Isto está em acordo com a observação experimental de que para este intervalo de número de Reynolds (regime pré-crítico) apenas a esteira é turbulenta e a camada limite é laminar. A transição para turbulência ocorre na camada cisalhante na região da esteira.

Para verificar se a discrepância entre o valor esperado e o obtido na validação para  $Re = 10.000$  seria devido a uma discretização pobre na região da camada limite, foi feita uma outra simulação utilizando uma malha muito mais refinada. Esta malha tem um total de 109.356 elementos e 55513 nós, com 1571 nós distribuídos sobre a parede do cilindro. O nó mais próximo da parede encontra-se a uma distância de  $0,0004 D$ . A Figura 7.13 mostra um detalhe desta malha na região da camada limite.

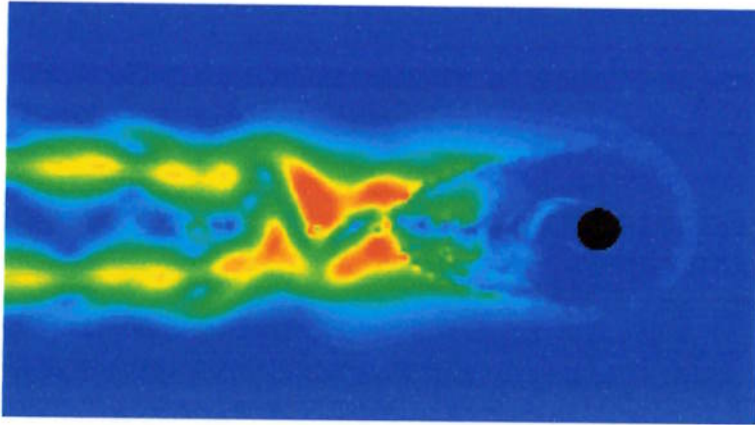
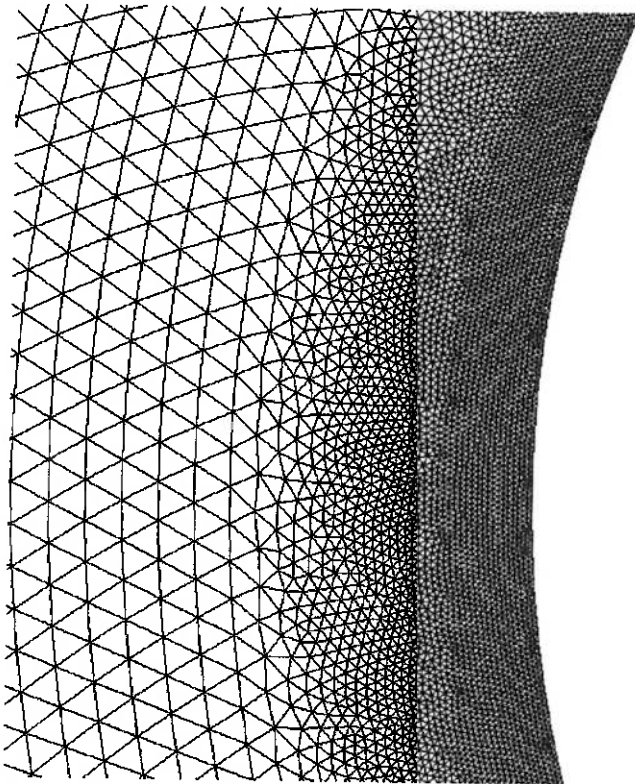


Figura 7.12. Validação: contorno de viscosidade turbulenta,  $Re = 10.000$  - LES

Foi utilizado um intervalo de tempo adimensional de 0.00025, em um total de 1.600.000 intervalos de tempo. A simulação levou cerca de 16 dias para ser completada, devido ao elevado número de elementos na malha e ao passo de tempo reduzido. Embora utilizando uma malha mais refinada, foi obtido um valor médio de coeficiente igual a 1.78, mais alto do que o obtido com a malha mais pobre. O número de Strouhal obtido foi também ligeiramente mais alto, como mostra a tabela 7.3.

**Figura 7.13. Detalhe do refinamento da malha na região da camada limite**

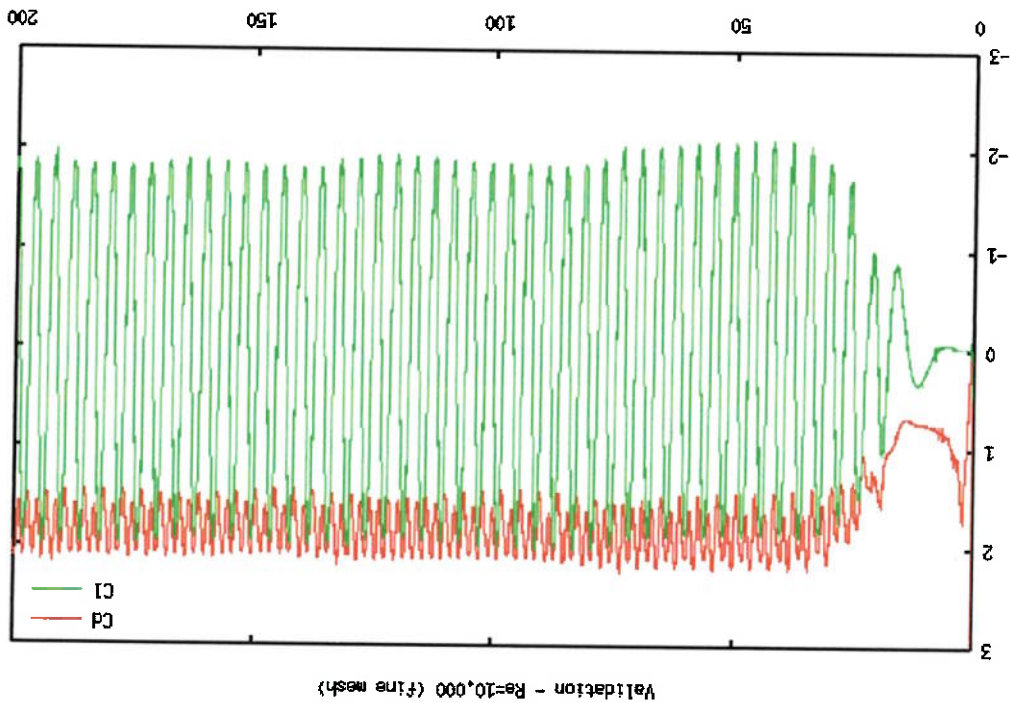


Como o valor do coeficiente de arrasto médio obtido nas simulações a  $Re = 10.000$  é maior do que o verificado experimentalmente, supõe-se que esta diferença provém da incapacidade de uma simulação bidimensional em capturar corretamente todas as características de um escoamento turbulento, como por exemplo o fenômeno de uma malha mais refinada.

A explicação para esta aparente disparidade é que, ao utilizarmos uma malha mais pobre, incorremos em uma maior difusão numérica. Esta difusão numérica faz o papel de um aumento na viscosidade turbulenta. Assim, não se pode afirmar que uma simulação com uma malha mais pobre gera resultados melhores do que os obtidos com uma malha mais refinada.

**Re=10.000 – LES (malha mais refinada).**

**Figura 7.14. Validação: coeficientes de sustentação e de arrasto,**



*vortex stretching*, que desempenha um papel de grande importância no mecanismo de transferência de energia em um escoamento turbulento, e que é essencialmente tridimensional. Assim sendo, as limitações de uma simulação bidimensional ficam evidentes para este caso.

Apesar das limitações mencionadas, decidiu-se realizar simulações nesta faixa de número de Reynolds para uma configuração em tandem com cilindros de mesmo diâmetro. Foi feita uma análise puramente qualitativa dos resultados das simulações. Os dados obtidos foram comparados com simulações realizadas com a mesma configuração a um número de Reynolds igual a 200. Estes resultados bidimensionais serão comparados futuramente com resultados de simulações tridimensionais utilizando LES e que fazem parte das sugestões para pesquisas futuras e do programa de doutorado do autor desta dissertação.

## 8. RESULTADOS

### 8.1. RESULTADOS OBTIDOS, RE = 200

Neste item serão apresentados os resultados obtidos nas simulações realizadas a baixo número de Reynolds. As simulações numéricas foram realizadas nas estações de trabalhos existentes no *Laboratório de Dinâmica dos Fluidos Computacional*, da Escola Politécnica da USP. As estações utilizadas foram as seguintes: Compaq AlphaServer DS20 com 500 MHz e 1 GB de memória RAM, três Compaq AlphaServer DS20E com 667 MHz e 1 GB de memória RAM, Digital AlphaStation 600 6/500, com 512 MB de memória RAM, e Compaq Personal Workstation 500au, com 256MB de memória RAM.

As simulações aqui apresentadas foram realizadas para um valor de número de Reynolds igual a 200. O intervalo de tempo adimensional utilizado nas simulações foi de 0,01, em um total de 60.000 intervalos de tempo, pertazendo um tempo adimensional total  $U_{\infty} T / D$  igual a 300, onde  $D$  corresponde ao diâmetro do cilindro (para geometrias com cilindros de diâmetros diferentes,  $D$  é o diâmetro do cilindro maior). Em alguns dos casos simulados, notadamente nas configurações com quatro cilindros, foram necessárias simulações mais longas (até 200.000 intervalos de tempo), pois ainda não havia sido constatada uma estabilização do escoamento simulado. Com isso, o tempo computacional necessário para a realização das simulações mais do que triplicou.

8.1.1. ARRANJO EM TANDEM COM DOIS CILINDROS DE DIÂMETROS DIFERENTES

A Tabela 8.1 mostra os coeficientes de força e o número de Strouhal médios obtidos nas simulações para a configuração em tandem com cilindros de diâmetros diferentes. Esta configuração corresponde à mostrada esquematicamente na Figura 6.1a. O diâmetro do cilindro maior é o dobro do diâmetro do cilindro menor. Os coeficientes de sustentação e arrasto foram adimensionalizados em relação ao diâmetro de cada cilindro, e o número de Strouhal em relação ao cilindro maior, a montante.

Tabela 8.1 – Coeficientes de força médios e número de Strouhal, arranjo em tandem, diâmetros diferentes,  $Re = 200$

L/D	$Cd_1$	$Cd_2$	$S_1$	$S_2$
5.00	1.33	1.02	0.19	0.19
4.00	1.32	0.97	0.19	0.19
3.50	1.32	0.91	0.18	0.18
3.00	1.31	0.79	0.18	0.18
2.75	1.31	0.72	0.18	0.18
2.50	1.31	0.60	0.17	0.17
2.25	1.13	-0.28	0.15	0.15
2.00	1.14	-0.30	0.16	0.16
1.50	1.18	-0.25	0.17	0.17

Para espaçamentos pequenos entre os cilindros, o número de Strouhal obtido é consideravelmente menor que o de um único cilindro isolado, para o mesmo número de Reynolds. Foi alcançado um valor mínimo de 0.154 nas simulações realizadas, cerca de 80% abaixo do número de Strouhal obtido para um cilindro isolado. É interessante notar

Figura 8.2. Curva  $S$  x  $Re$ , tandem, diâmetros diferentes,  $Re = 200$

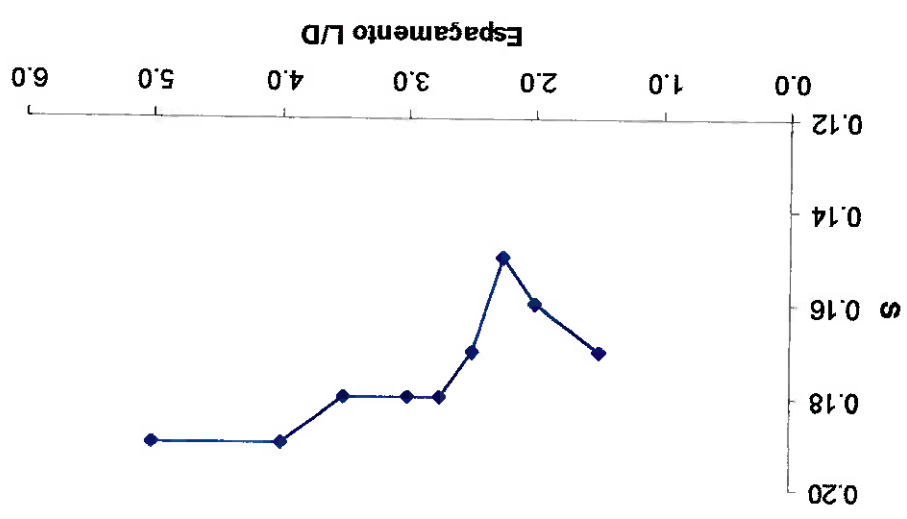
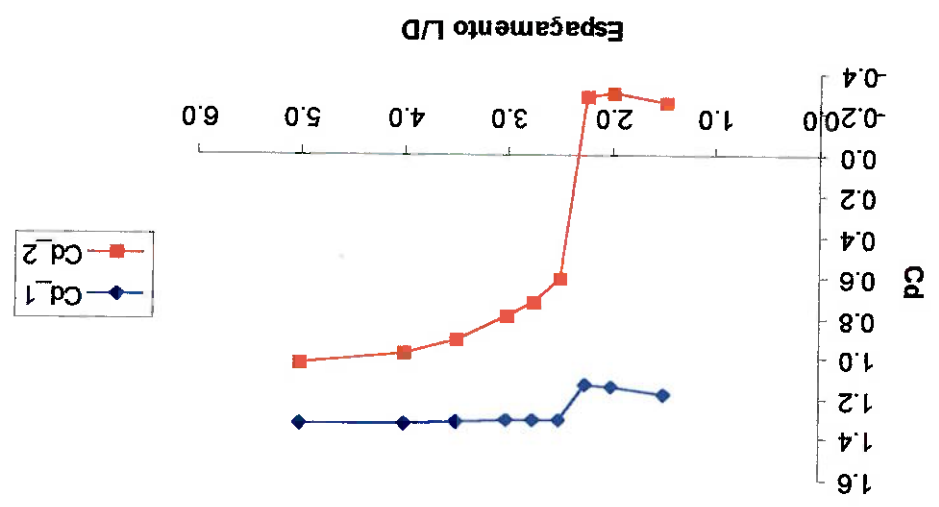


Figura 8.1. Curva  $C_d$  x  $Re$ , tandem, diâmetros diferentes,  $Re = 200$





que o cilindro a jusante tem o mesmo número de Strouhal do cilindro a montante, apesar de ter apenas a metade do diâmetro. Isto indica que a emissão de vórtices do cilindro posterior é controlada pelo cilindro maior, a montante.

Os valores de coeficiente de arrasto e número de Strouhal para um cilindro isolado e mesmo número de Reynolds, obtidos por alguns pesquisadores, podem ser vistos na Tabela 8.2. Nota-se que, para os espaçamentos mais elevados aqui estudados, tanto o número de Strouhal quanto o coeficiente de arrasto do cilindro a montante aproximam-se dos valores esperados para um cilindro isolado.

**Tabela 8.2 – Coeficientes de arrasto médio e número de Strouhal, cilindro isolado ( $Re = 200$ ).**

Autor	Forma de obtenção	$C_d$	$S$
Williamson (1991)	experimental		0.196
Meneghini (1993)	numérica	1.395	0.195
Norbert (1993)	experimental	1.3	
Saltara (1999)	numérica	1.25	0.19

As curvas dos coeficientes de arrasto e sustentação obtidas nas simulações são mostradas na Figura 8.1. Nesta figura, os índices 1 e 2 referem-se aos cilindros a montante e a jusante, respectivamente. O coeficiente de arrasto é positivo para o cilindro 1, e negativo no cilindro 2 para valores de espaçamento entre  $1.5D$  e  $2.0D$ . O efeito líquido destes valores de coeficiente de arrasto é de uma força de atração entre os cilindros. A Figura 8.3 mostra os contornos de pressão para os diferentes espaçamentos.

Como pode ser visto nesta figura, o cilindro a montante apresenta uma região de pressão elevada na parte frontal, em cor vermelha, correspondente ao ponto de estagnação frontal. O cilindro a jusante encontra-se em uma região de “sombra”, de baixa pressão, formada pelo cilindro a montante, e apresenta valores de coeficiente de arrasto médio menores, ou até mesmo negativos para espaçamentos entre centros de até 2.5D.

Os contornos de vorticidade apresentados na Figura 8.4 mostram que, para espaçamentos até 2.5D, os dois cilindros comportam-se como um único corpo, com as camadas cisalhantes provenientes do cilindro a montante envolvendo o cilindro posterior. A interação entre estas camadas ocorre atrás do cilindro posterior.

Quando o espaçamento entre os cilindros é aumentado para 2.5D, ocorre uma mudança nas características do escoamento: o cilindro a jusante passa a desprender vórtices. O coeficiente de arrasto deste cilindro passa a ser positivo, ainda que com um valor menor que o do cilindro a montante. Nos contornos de vorticidade, pode-se observar que os pontos de separação do cilindro posterior têm uma grande variação angular em comparação com o cilindro a montante, durante um ciclo de emissão de vórtices. Conseqüentemente, os coeficientes de sustentação deste cilindro, mostrados nas Figuras 8.6 a 8.10, apresentam uma amplitude maior que do cilindro a montante. Nos contornos de pressão, nota-se uma pequena região de pressão mais elevada na parte frontal deste cilindro. A mudança de sinal no coeficiente de arrasto do cilindro posterior ocorre para um espaçamento entre centros menor em relação a uma configuração em tandem com dois cilindros iguais para a mesma faixa de Reynolds, como mostra a Tabela 8.3. Para uma configuração em tandem com cilindros iguais, a inversão do arrasto ocorre para um espaçamento entre 3.0D e 4.0D, segundo observações

experimentais de ZDRAVKOVICH (1987) e simulações numéricas realizadas por SIQUEIRA (1999) e SALTARA (1999).

A Figura 8.5 mostra a estrutura da esteira, formada por traçadores, para alguns dos casos estudados. Nesta figura observa-se, para espaçamentos até  $2.5D$ , uma região de recirculação na região entre os cilindros, e os vórtices somente se formam atrás do cilindro a jusante. Para espaçamentos maiores, nota-se claramente que ocorre desprendimento de vórtices nos dois cilindros.

Tabela 8.3 – Coeficientes de força médios e número de Strouhal,  $Re = 200$ ,

arranjo em tandem com dois cilindros de mesmo diâmetro. (SIQUEIRA, 1999)

L/D	$\overline{Cd}_1$	$\overline{Cd}_2$	$S_1$	$S_2$
4.0	1.18	0.38	0.174	0.174
3.0	1.0	-0.08	0.125	0.125
2.0	1.03	-0.17	0.130	0.130
1.5	1.06	-0.18	0.167	0.167

Figura 8.3. Contornos de pressão, arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes,  $Re=200$

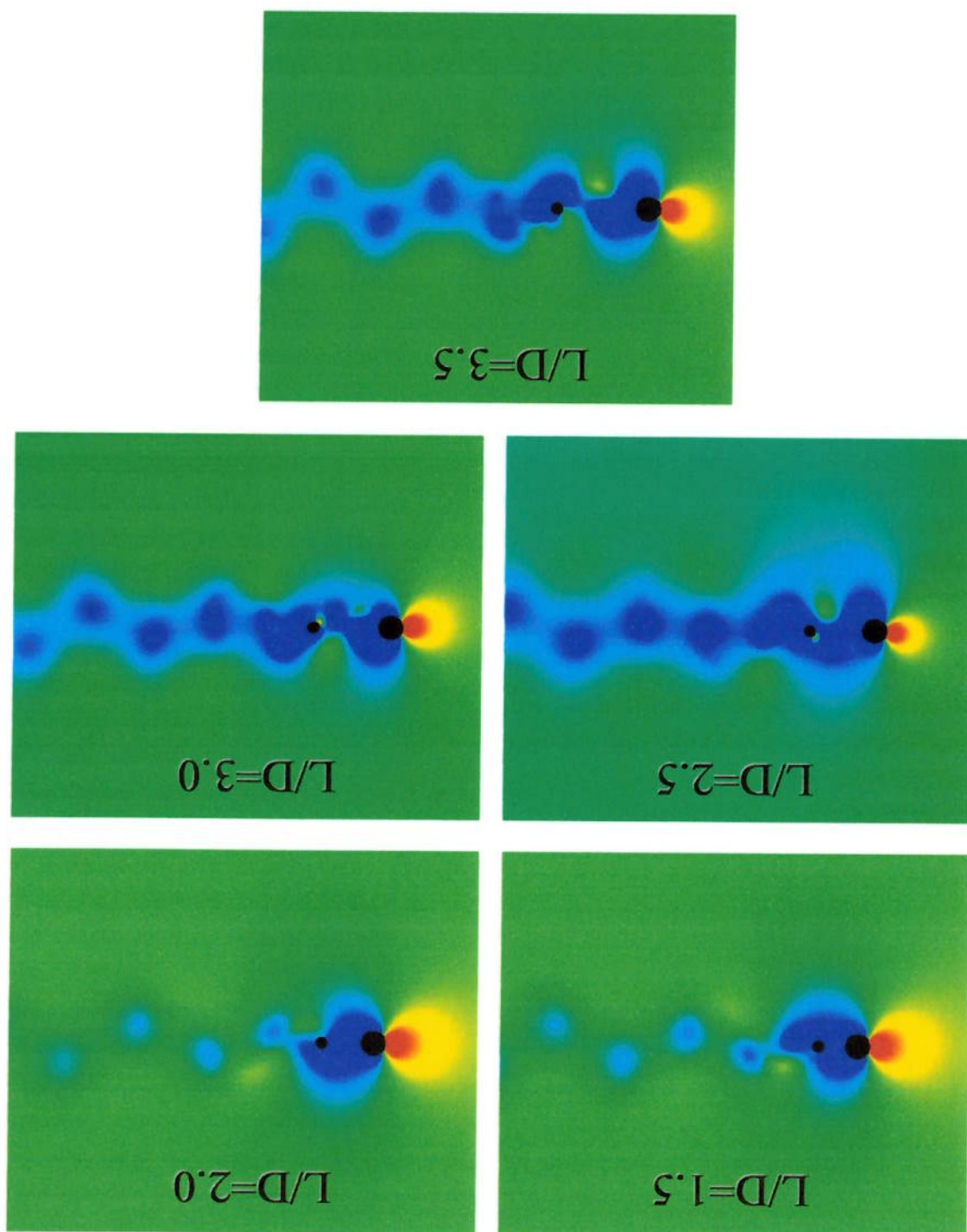


Figura 8.4. Contornos de vorticidade, arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes,  $Re=200$

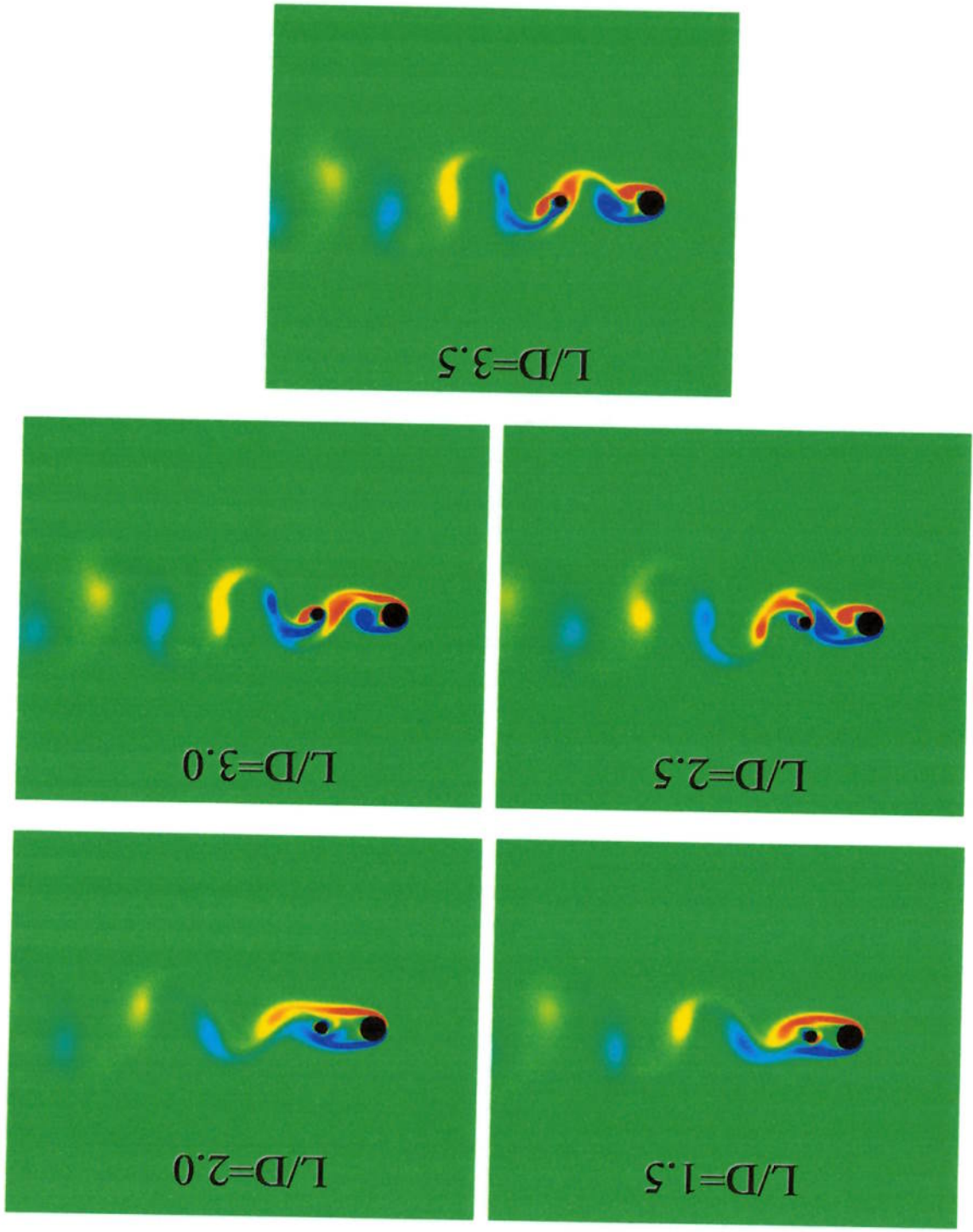


Figura 8.5. Estreia representada por traçadores. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes,  $Re=200$

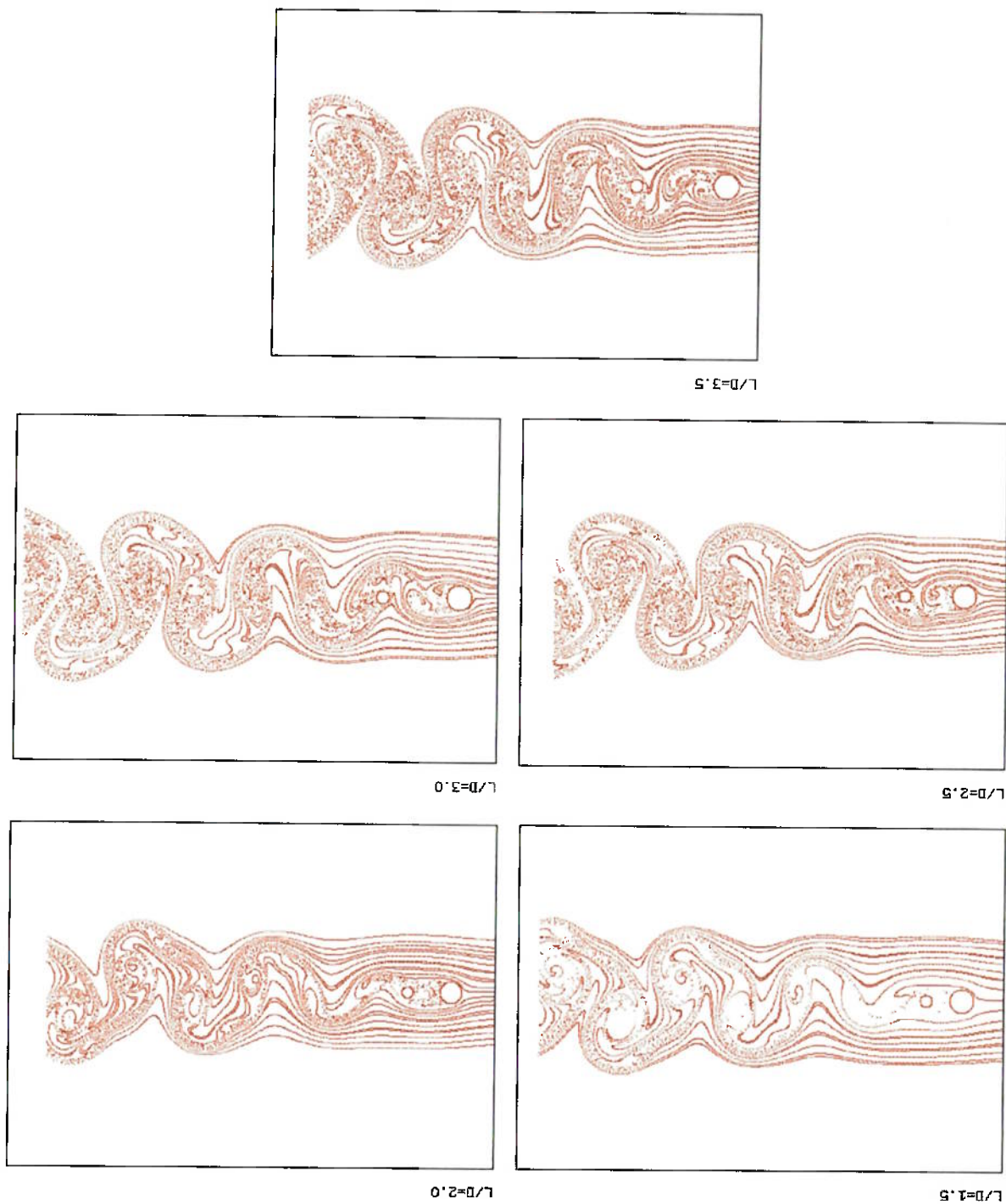


Figura 8.6. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes,  $L/D = 1.5$ ,  $Re=200$

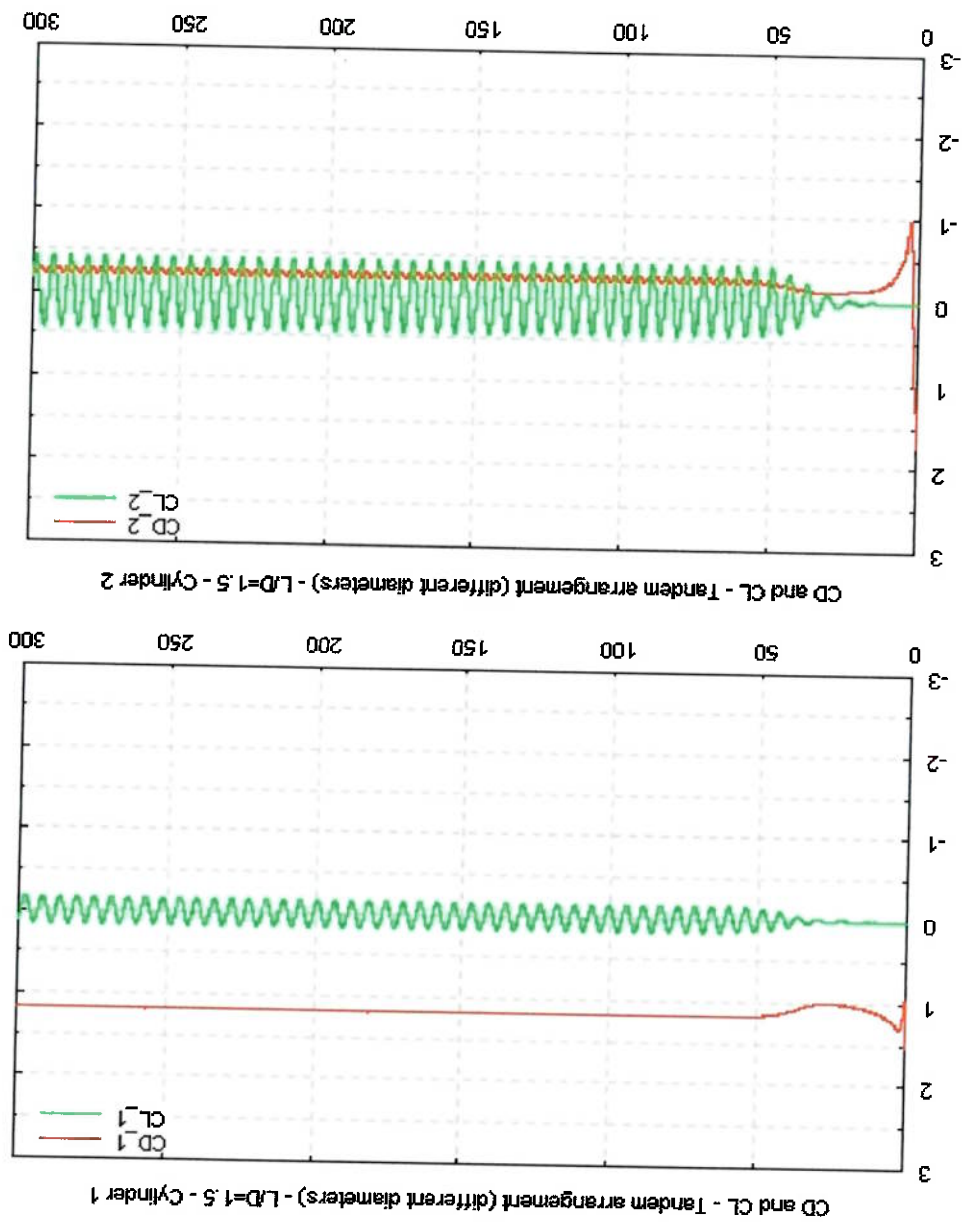


Figura 8.7. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes,  $L/D = 2.0$ ,  $Re=200$

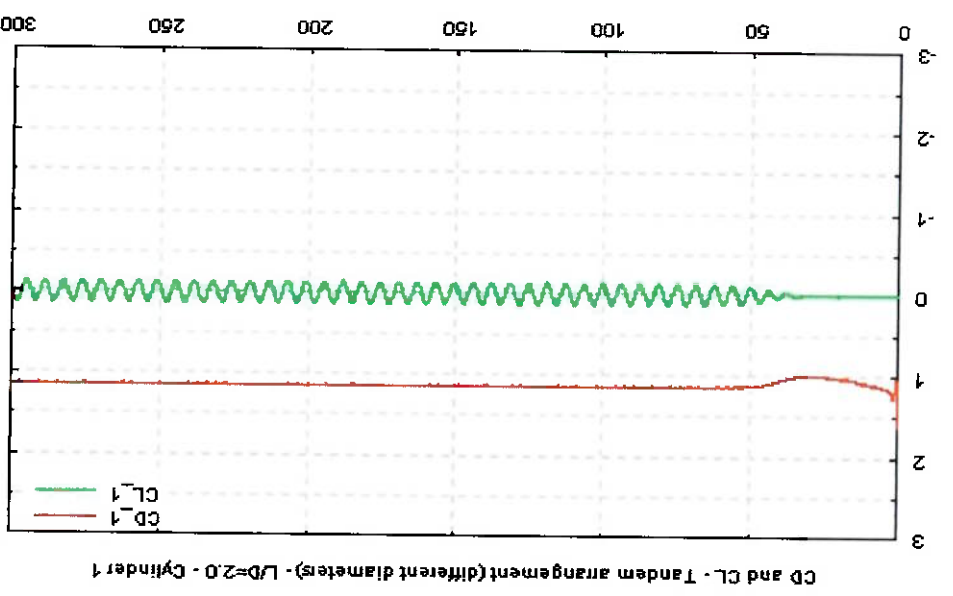
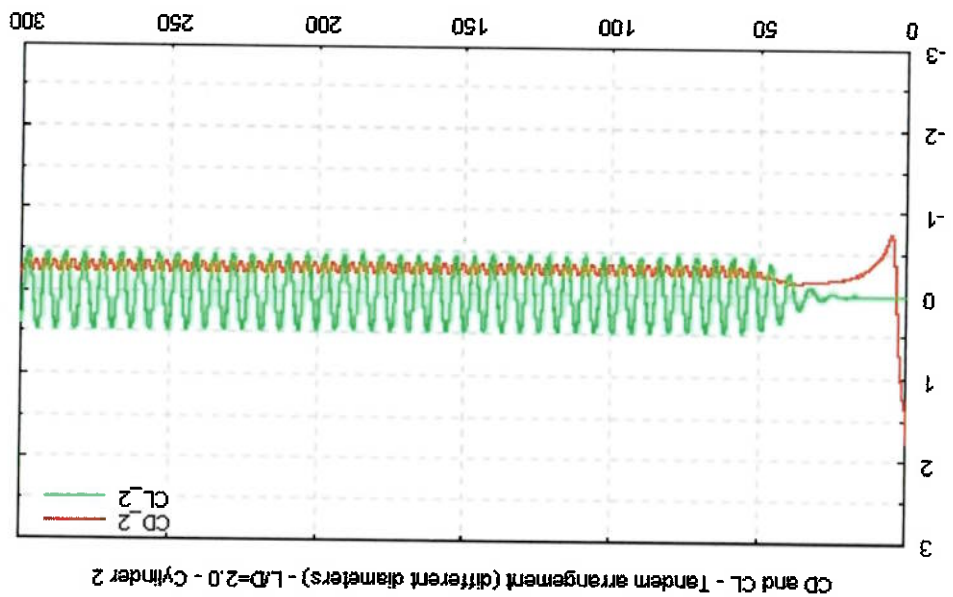
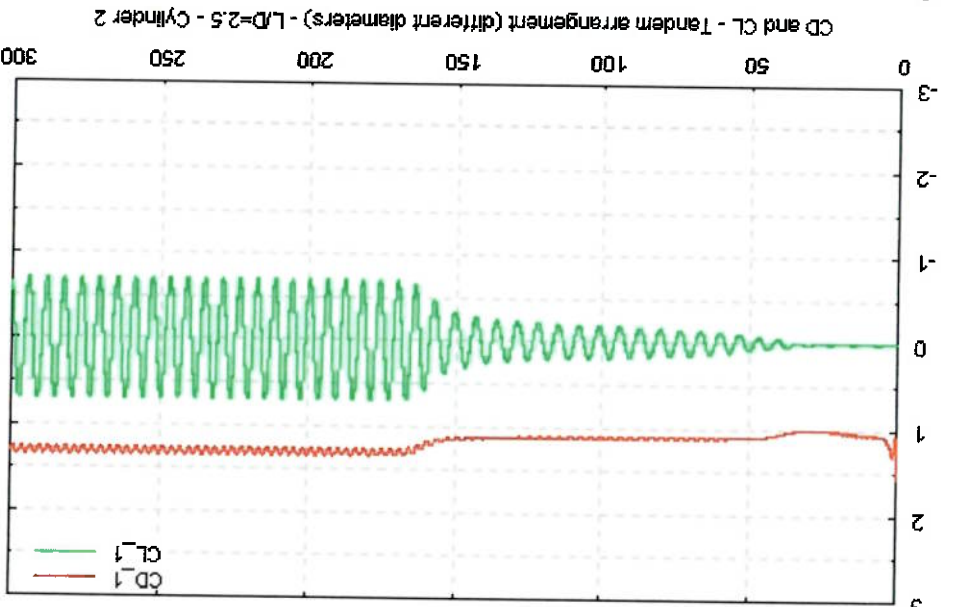
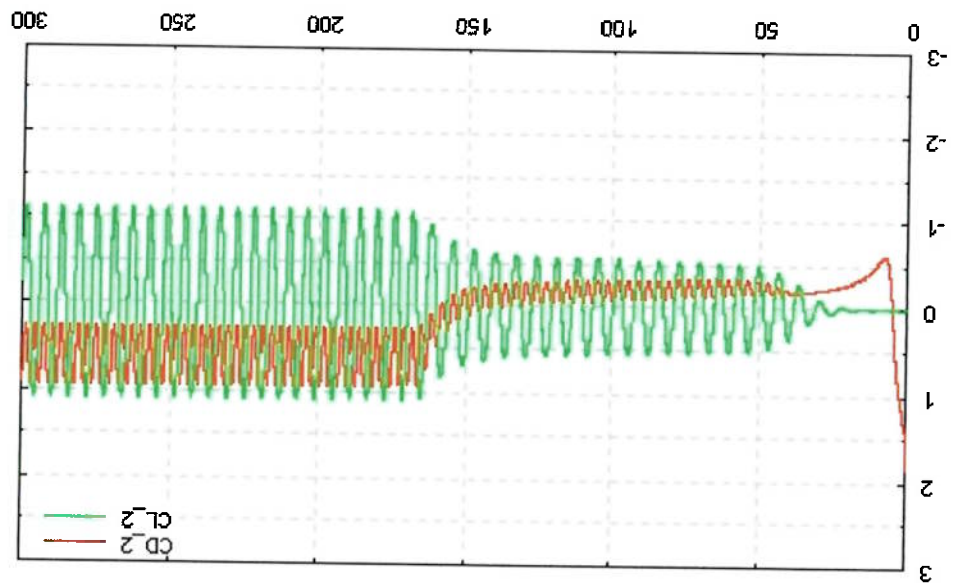




Figura 8.8. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes,  $L/D = 2.5$ ,  $Re=200$



CD and CL - Tandem arrangement (different diameters) -  $L/D=2.5$  - Cylinder 1

CD and CL - Tandem arrangement (different diameters) -  $L/D=2.5$  - Cylinder 2

Figura 8.9. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes,  $L/D = 3.0$ ,  $Re=200$

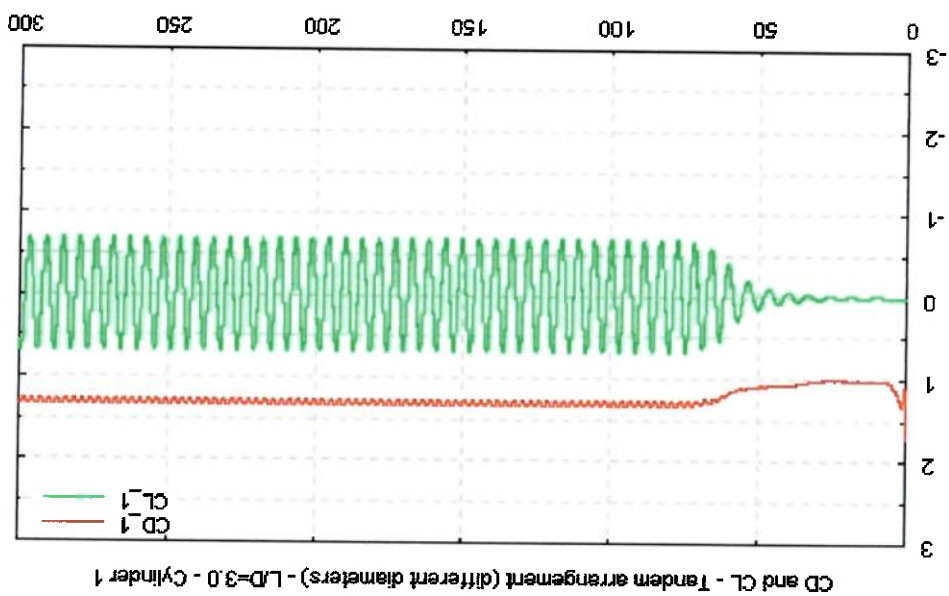
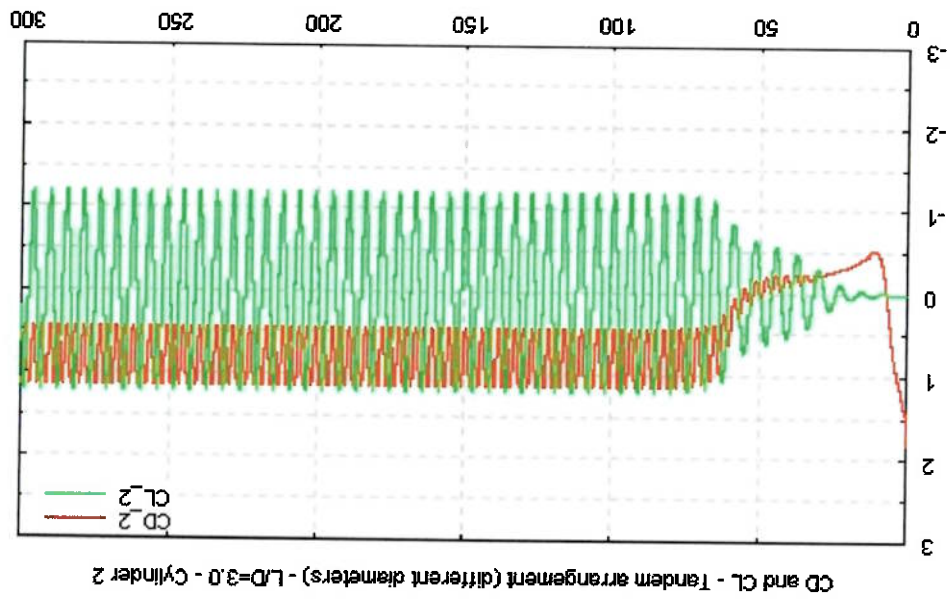
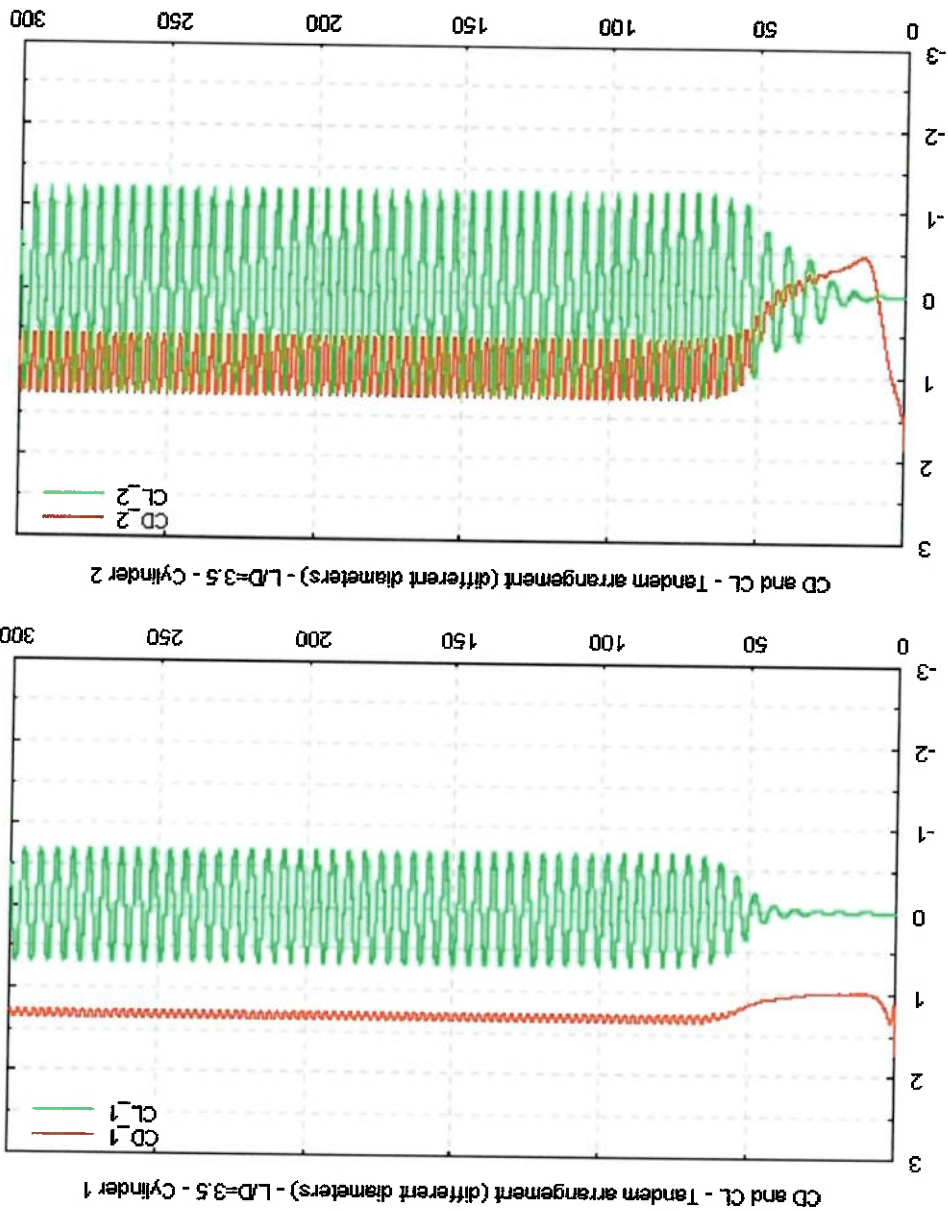


Figura 8.10 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros diferentes,  $L/D = 3.5$ ,  $Re = 200$



8.1.2. ARRANJO EM TANDEM COM DOIS CILINDROS DE DIÂMETROS IGUAIS

Esta configuração corresponde à mostrada na Figura 6.1a, porém com dois cilindros de diâmetros iguais. O objetivo destas simulações é complementar o trabalho de SIQUEIRA (1999), estendendo o espaçamento entre os cilindros para uma distância  $L$  entre centros até 10 diâmetros.

Tabela 8.4 – Coeficientes de força médios e número de Strouhal,  $Re = 200$ , arranjo em tandem com dois cilindros de mesmo diâmetro

	L/D	$Cd_1$	$Cd_2$	$S_1$	$S_2$
Siqueira, 1999	2.0	1.03	-0.17	0.130	0.130
	3.0	1.0	-0.08	0.125	0.125
	4.0	1.18	0.38	0.174	0.174
Simulações realizadas	2.0	1.07	-0.17	0.135	0.135
	3.0	1.03	-0.08	0.125	0.125
	4.0	1.20	0.39	0.169	0.169
	5.0	1.25	0.44	0.171	0.171
	6.0	1.26	0.48	0.175	0.175
	8.0	1.29	0.55	0.181	0.181
	10.0	1.30	0.63	0.182	0.180

A tabela 8.4 mostra em destaque os valores de coeficiente de arrasto médio e número de Strouhal obtidos por SIQUEIRA (1999) para espaçamentos até  $4,0D$ , e os resultados obtidos nas simulações apresentadas neste trabalho. Nota-se uma boa concordância tanto do coeficiente de arrasto como do número de Strouhal obtidos para os espaçamentos em destaque.

Para um espaçamento entre centros igual a  $2D$ , o aspecto da esteira assemelha-se à observada para um corpo único, com as camadas cisalhantes provenientes do cilindro a montante envolvendo o cilindro a jusante, e os vórtices se formando atrás deste último, como mostram os contornos de vorticidade da Figura 8.18. Não há desprendimento de vórtices do cilindro posterior.

As Figuras 8.13 a 8.15 mostram os vetores de velocidade para três dos espaçamentos estudados, a saber  $L/D = 3,0, 4,0$  e  $10,0$ , respectivamente. Na Figura 8.13 e nos contornos de vorticidade da Figura 8.18, correspondentes ao espaçamento  $L/D = 3,0$ , nota-se uma bolha de recirculação na região entre os cilindros, e o 'recolamento' das camadas cisalhantes provenientes do cilindro a montante na parede do cilindro a jusante, conforme descrito por ZDRAVKOVICH (1987), e mostrado na Figura 8.16. O coeficiente de arrasto do cilindro posterior é negativo para espaçamentos até  $3D$ , pois o cilindro encontra-se em uma região de 'sombra', de baixa pressão, formada pelo cilindro a montante, como mostram os contornos de pressão da Figura 8.17. Aumentando-se o espaçamento para  $4,0D$ , observa-se na Figura 8.14 e nos contornos de vorticidade o desprendimento de vórtices em ambos os cilindros. O coeficiente de arrasto do cilindro a montante e o número de Strouhal dos dois cilindros apresenta um valor menor do que do cilindro a montante, como mostram as Figuras 8.11 e

8.12, e o registro temporal dos coeficientes de força, apresentados nas Figuras 8.19 a 8.25. Nos contornos de pressão, nota-se uma pequena região em cor vermelha, na parte frontal do cilindro a jusante, correspondente ao ponto de estagnação frontal, para espaçamentos maiores que  $3D$ .

A medida que a distância entre centros é aumentada, os valores de coeficiente de arrasto médio e número de Strouhal do cilindro a montante aproximam-se dos valores esperados para um cilindro isolado. Para o maior espaçamento estudado –  $L/D=10$  – o coeficiente de arrasto é igual ao valor para um cilindro isolado ( $Cd_{isolado}=1.30$ ). O número de Strouhal obtido é ligeiramente inferior ( $St_{isolado} = 0.20$ ), mas a curva  $S \times Re$  da Figura 8.12 mostra uma clara tendência de recuperação do valor esperado para um cilindro isolado. O cilindro posterior sofre uma maior influência do cilindro a montante. O valor do coeficiente de arrasto para o maior espaçamento estudado é cerca da metade do valor obtido para um cilindro isolado, e o número de Strouhal também é menor. Porém, também é observada uma tendência de aumento tanto de  $Cd$  como de Strouhal para este cilindro, como apresentado nas Figuras 8.11 e 8.12. Isto mostra que a vorticidade gerada pela presença do cilindro a montante ainda se mantém por uma grande distância a jusante, mas diminuindo com o aumento da distância entre centros, devido à dissipação viscosa da vorticidade.

Figura 8.12. Curva S x Re, tandem, diâmetros iguais, Re = 200

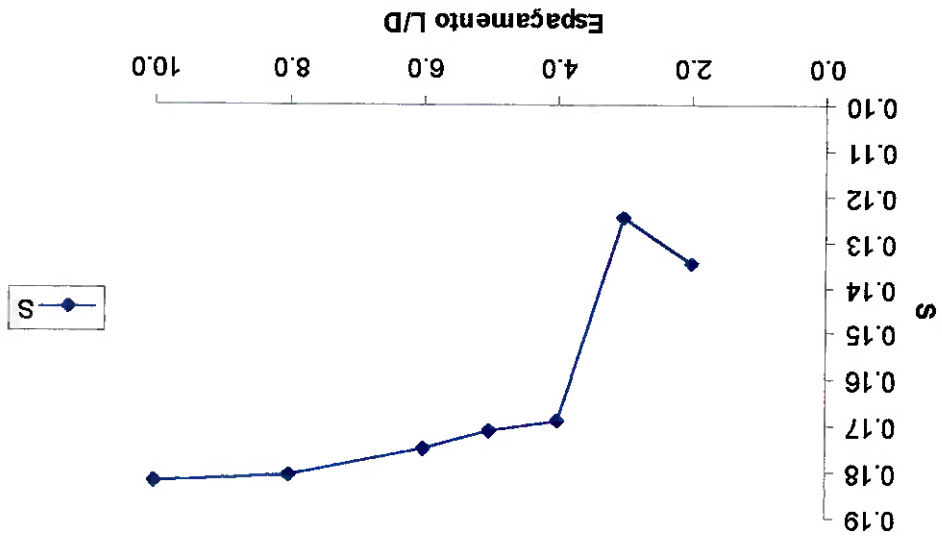


Figura 8.11. Curva  $C_d$  x Re, tandem, diâmetros iguais, Re = 200

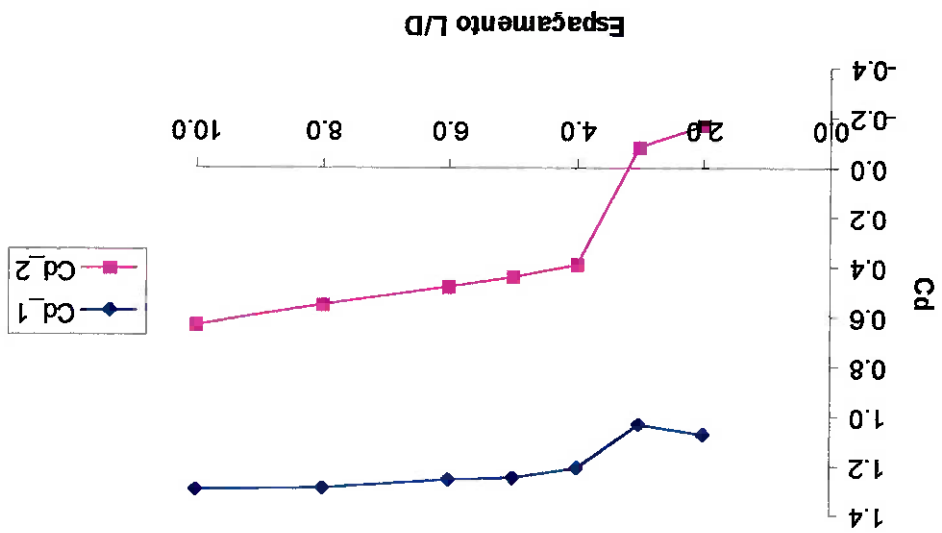


Figura 8.14. Vetores de velocidade, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$

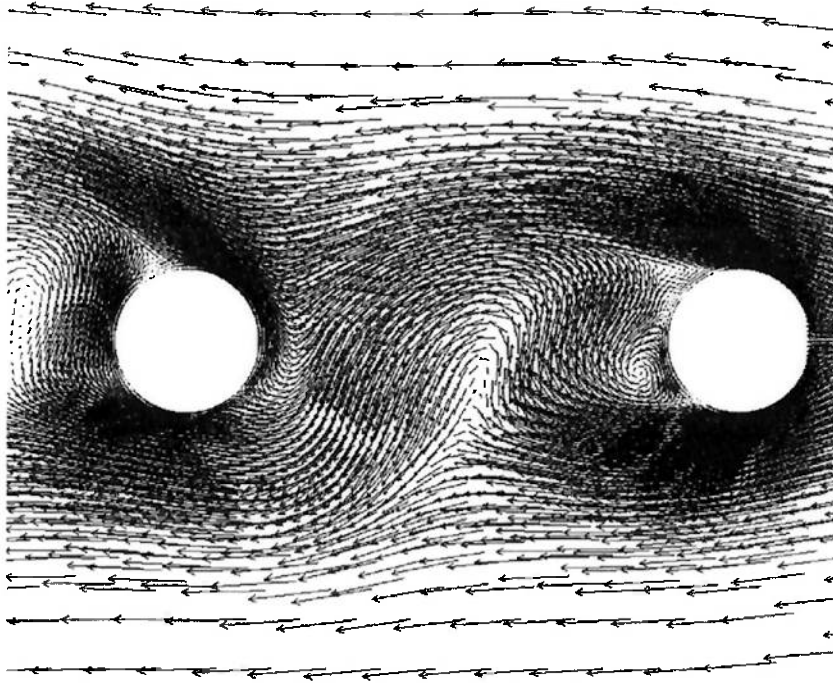
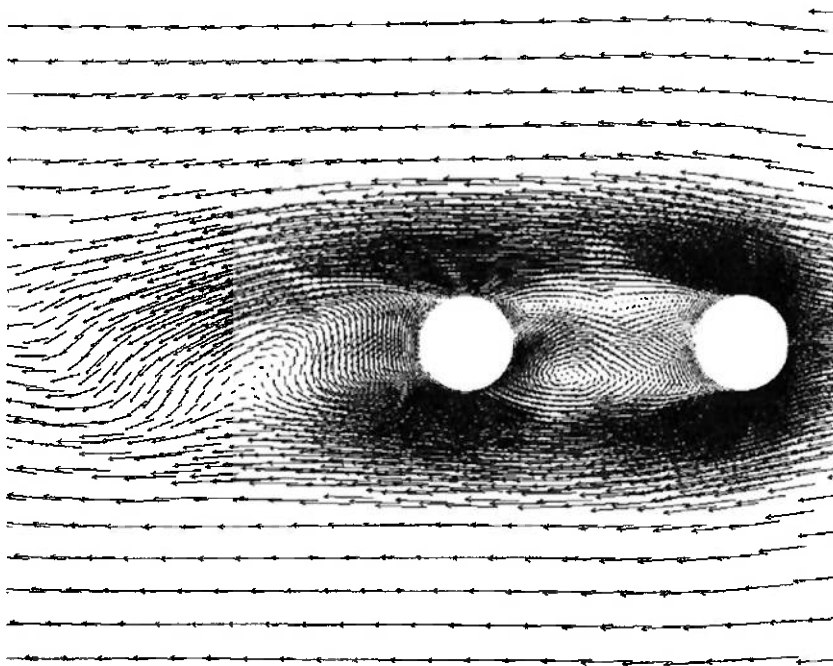


Figura 8.13. Vetores de velocidade, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$





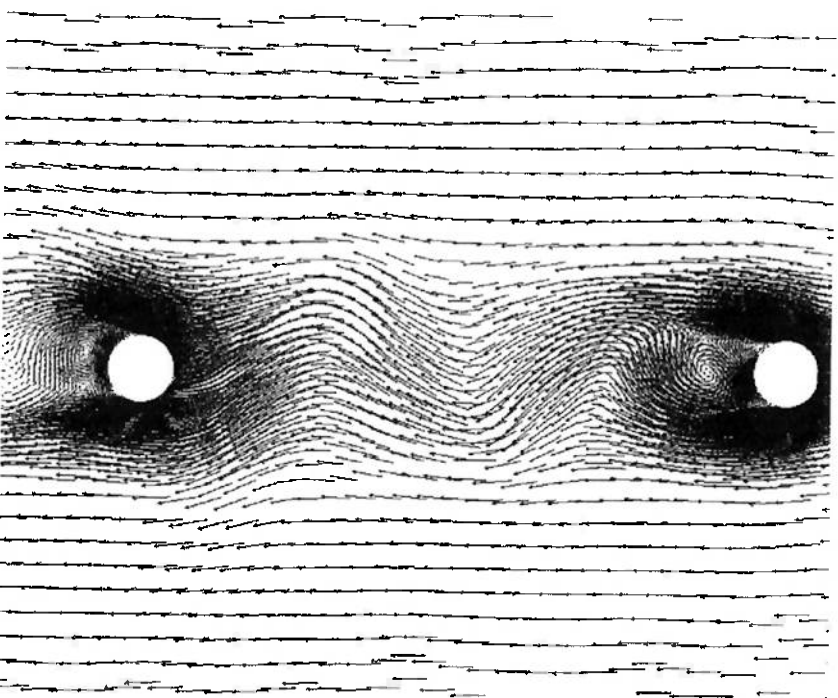


Figura 8.15. Vetores de velocidade, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 10.0$

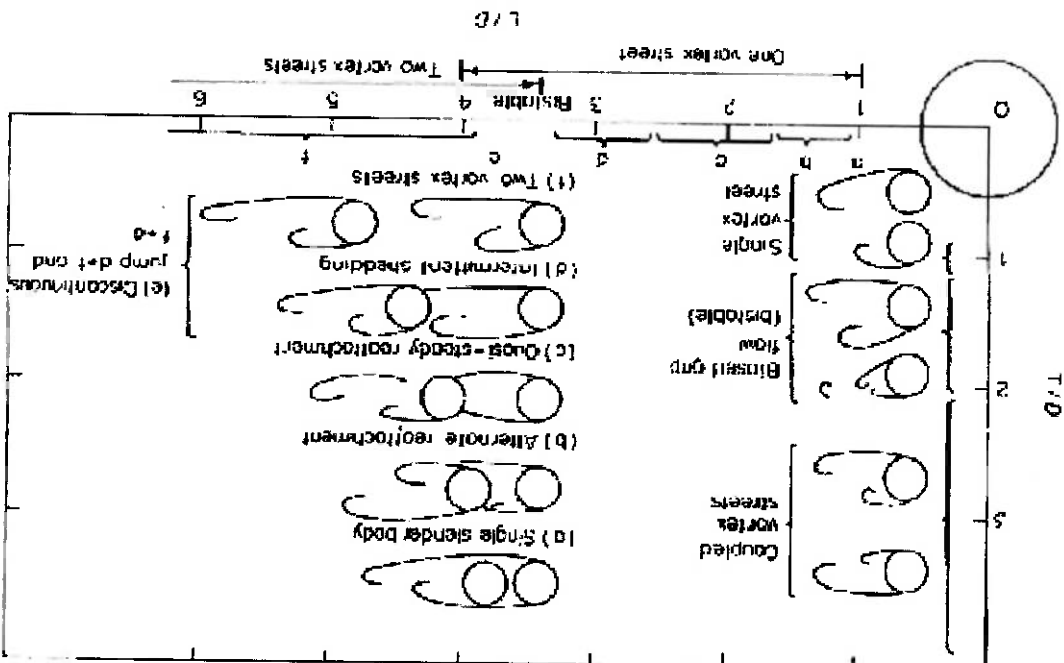


Figura 8.16. Regime laminar de emissão de vórtices, arranjos em tandem e lado a lado, cilindros de diâmetros iguais (ZDRAVKOVICH, 1987)

Figura 8.17. Contornos de pressão, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais,  $Re=200$

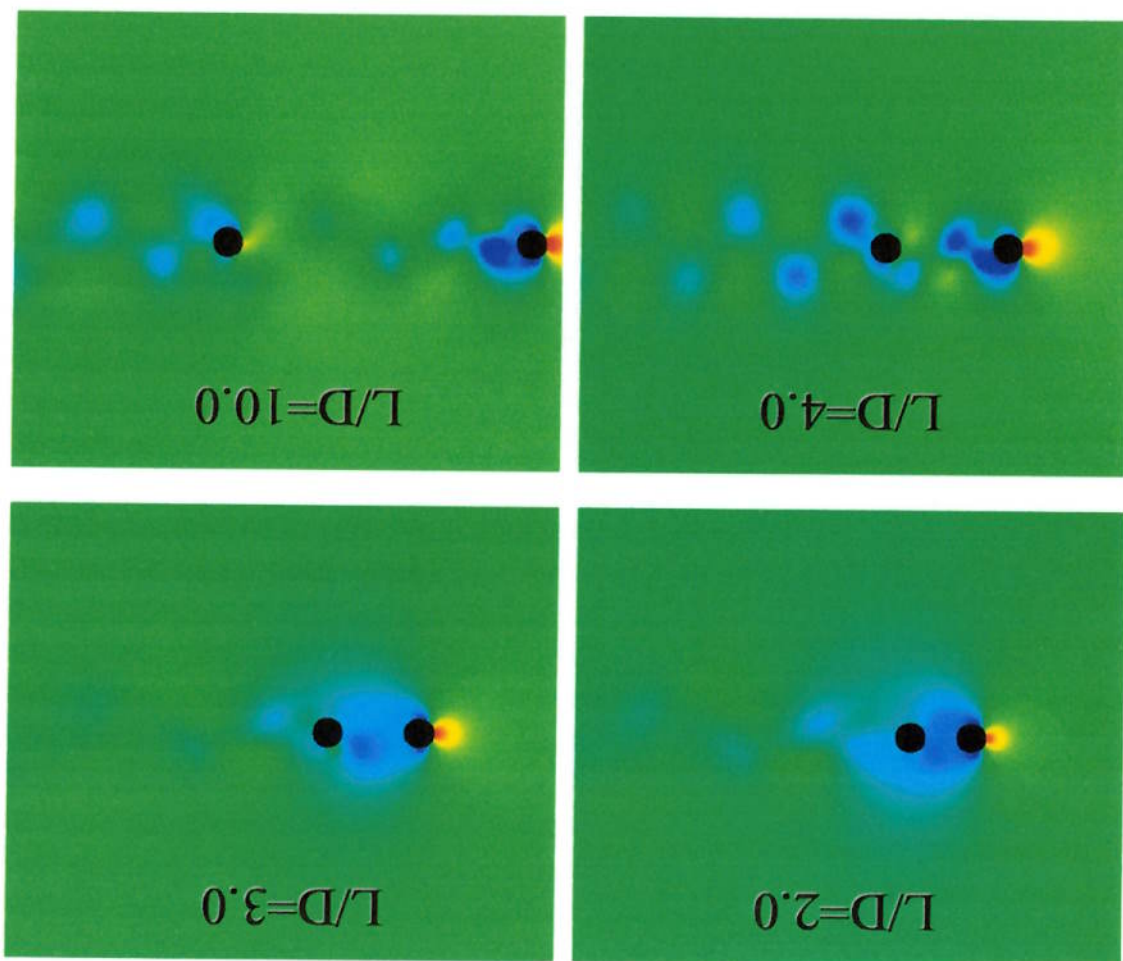


Figura 8.18. Contornos de vorticidade, arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais,  $Re=200$

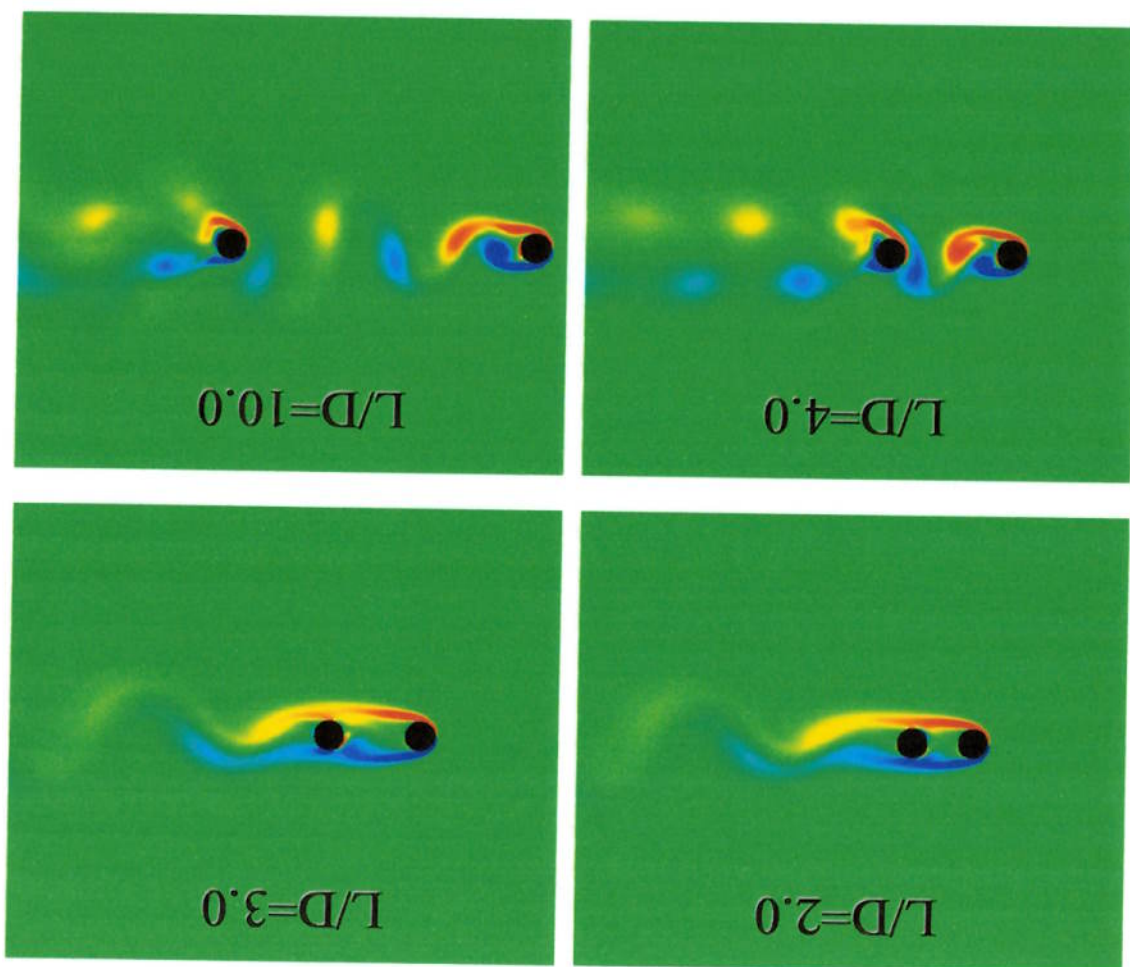


Figura 8.19 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 2.0$ ,  $Re=200$

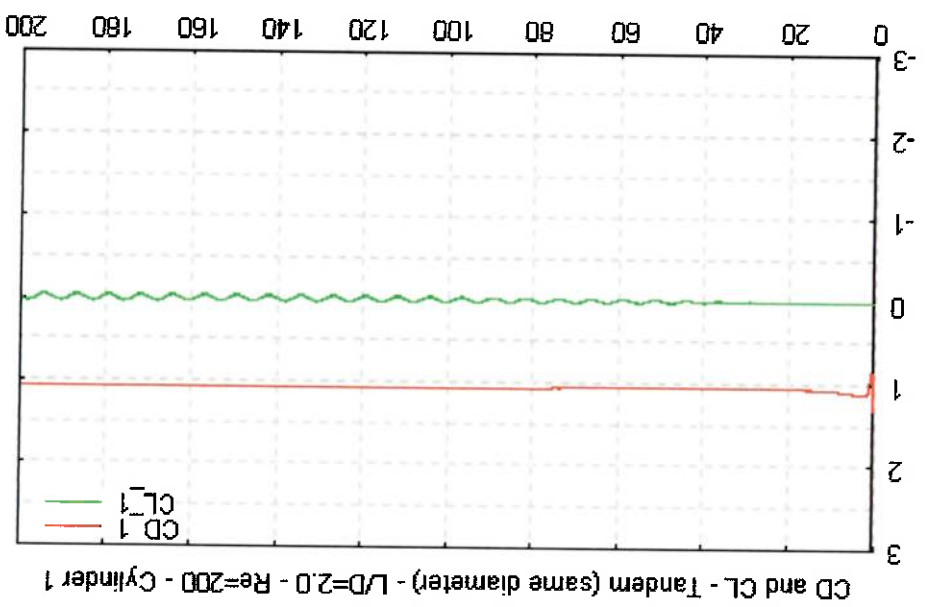
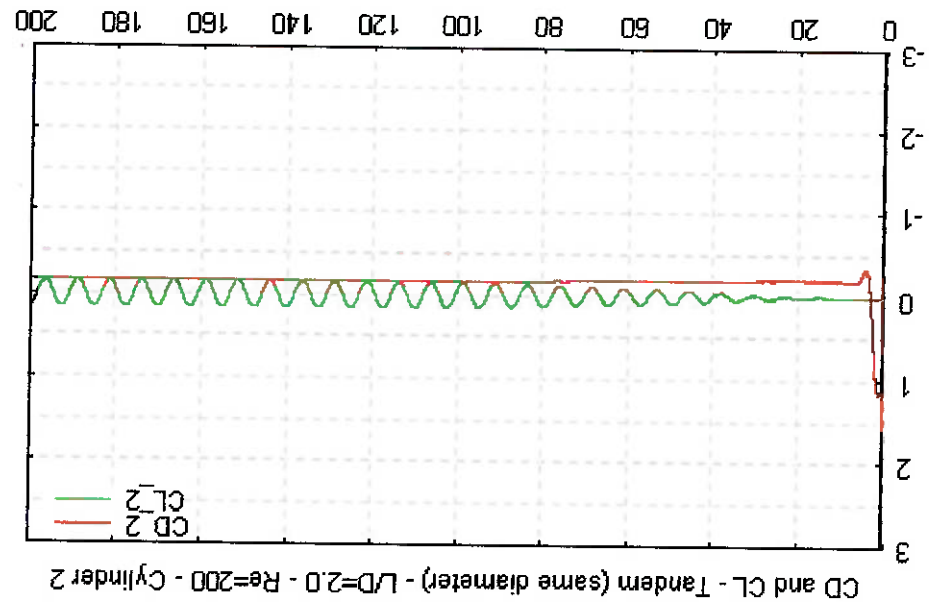


Figura 8.20 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$ ,  $Re=200$

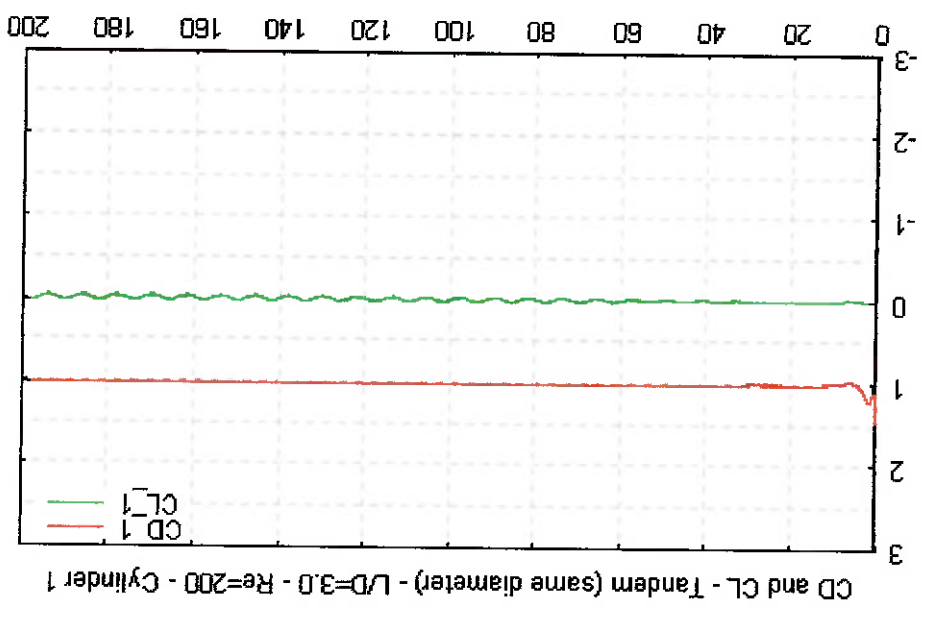
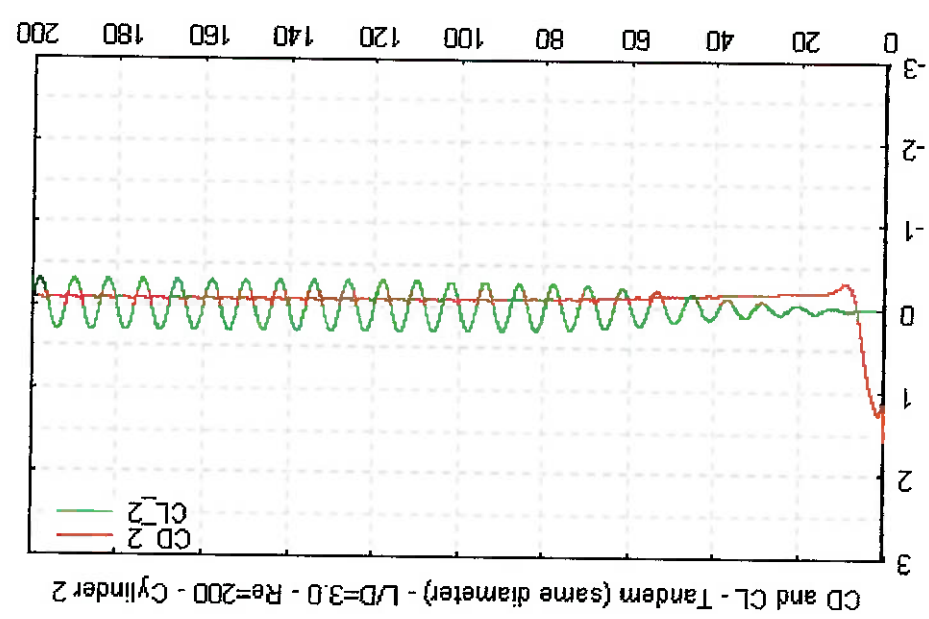


Figura 8.21 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $Re=200$

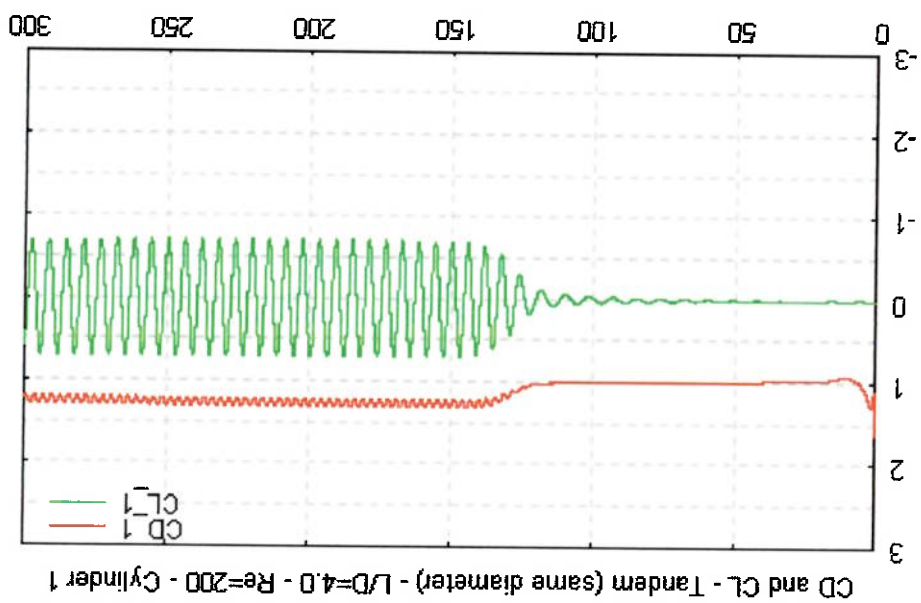
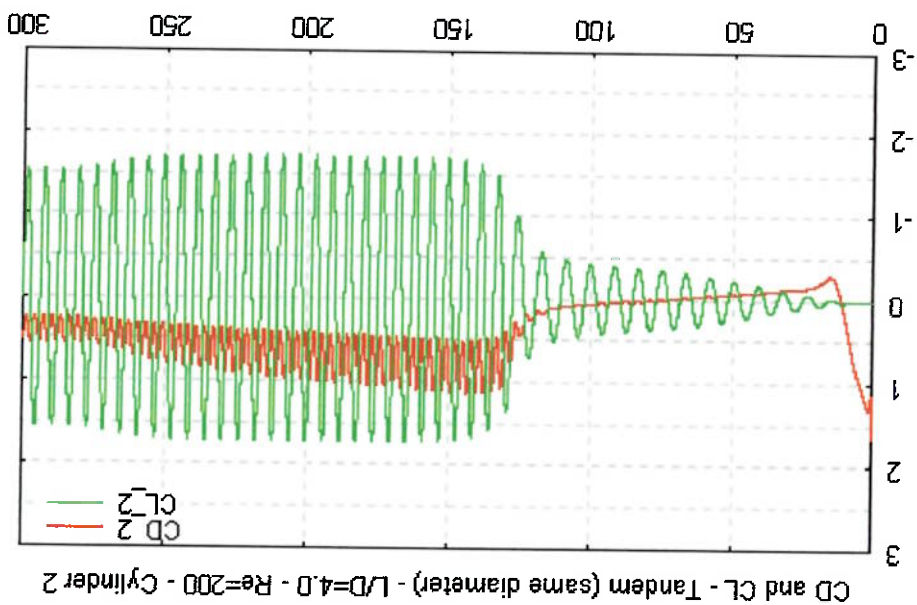


Figura 8.22 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 5.0$ ,  $Re=200$

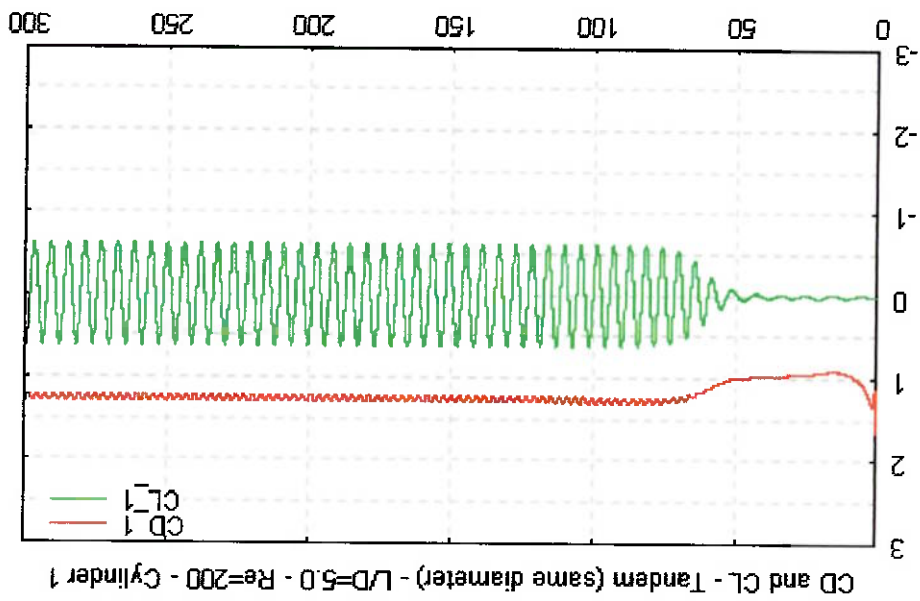
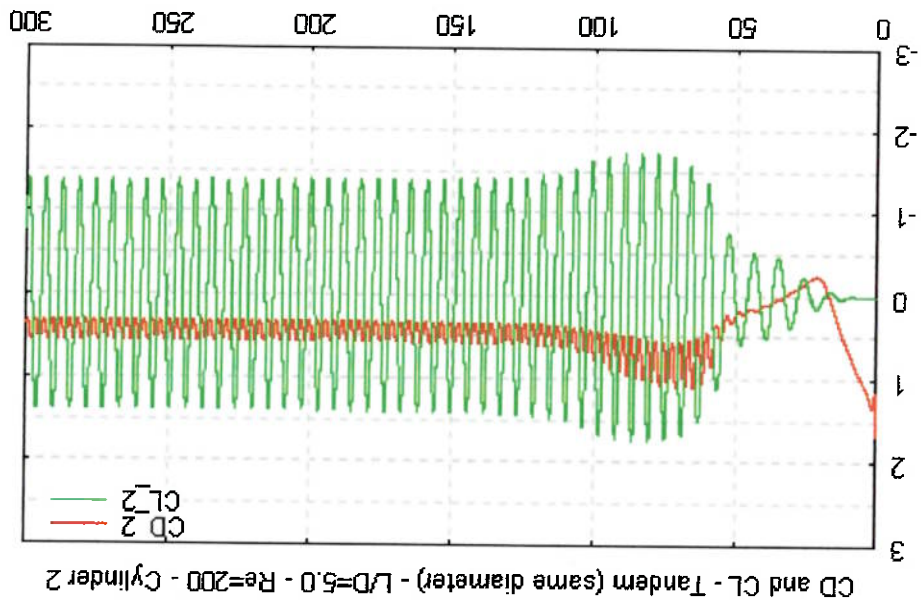


Figura 8.23 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 6.0$ ,  $Re=200$

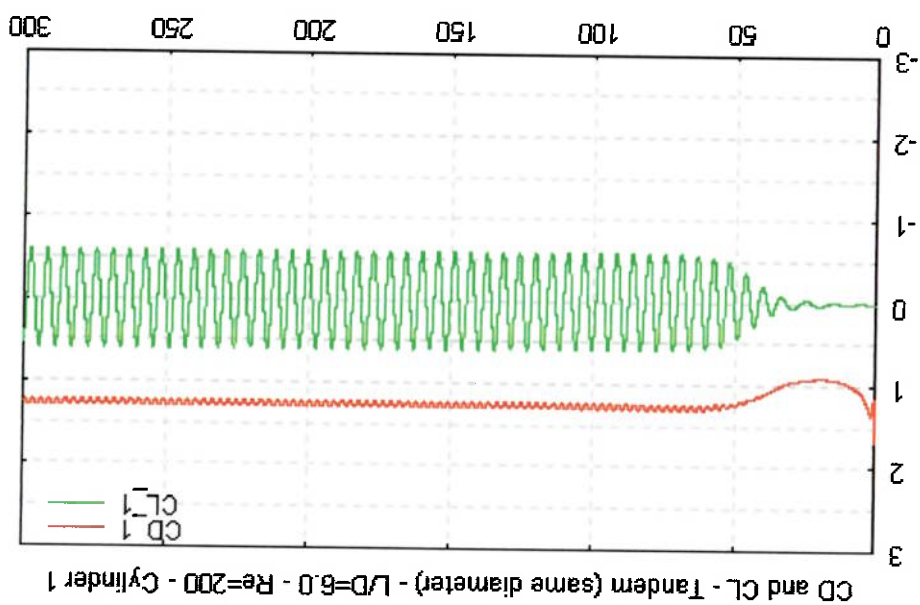
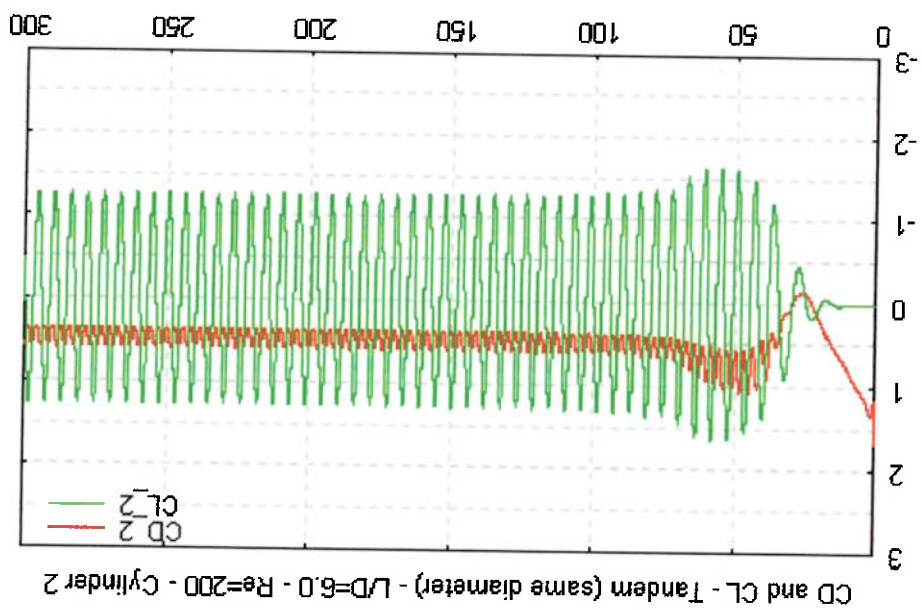




Figura 8.24 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 8,0$ ,  $Re=200$

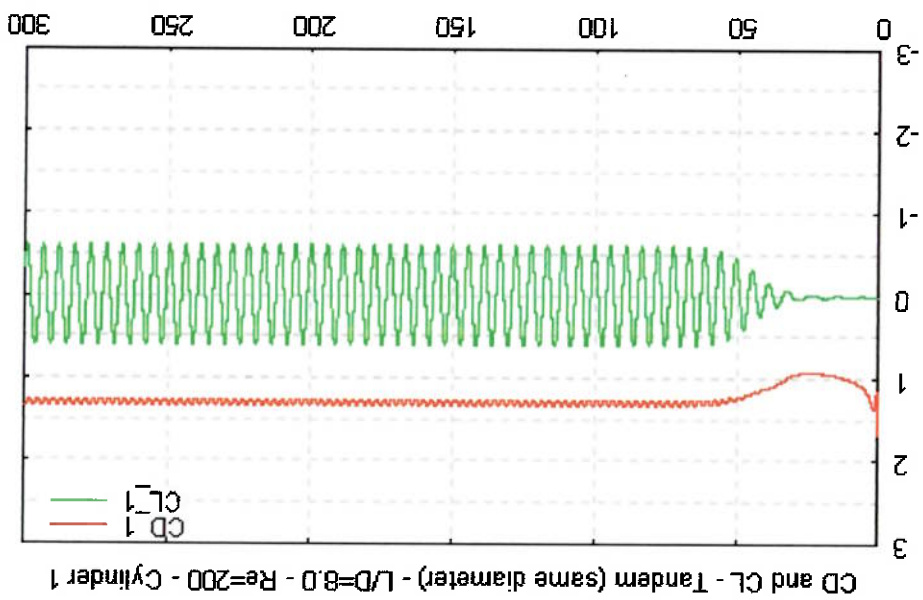
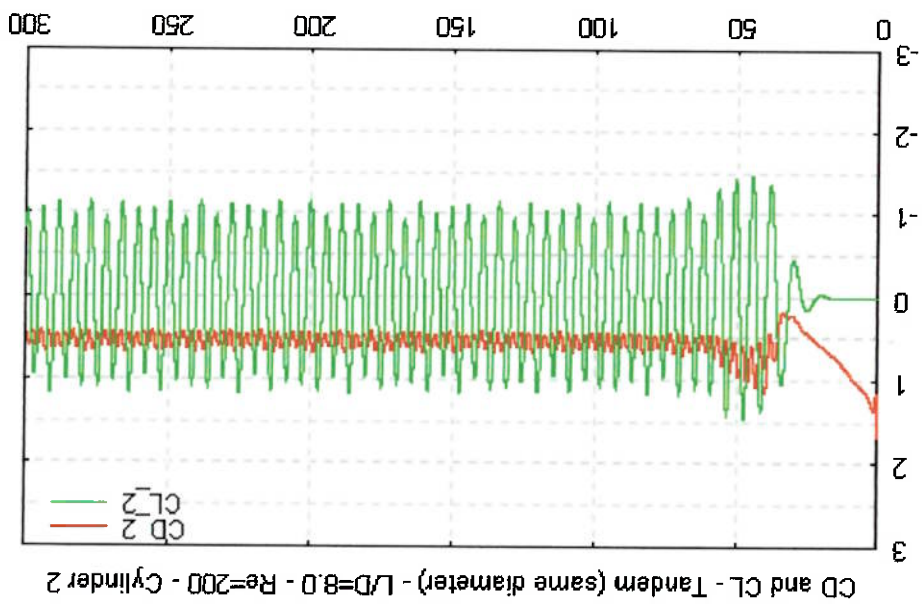
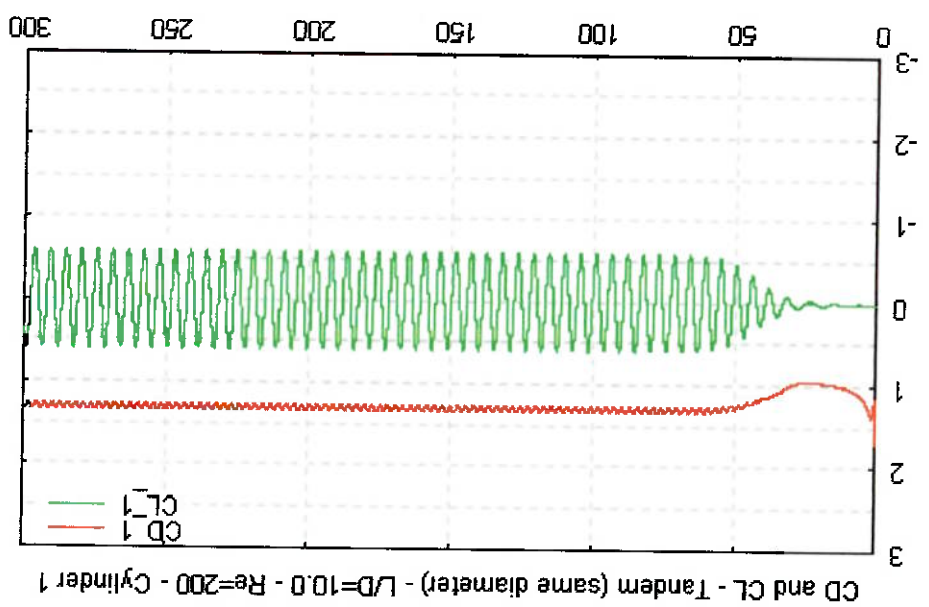
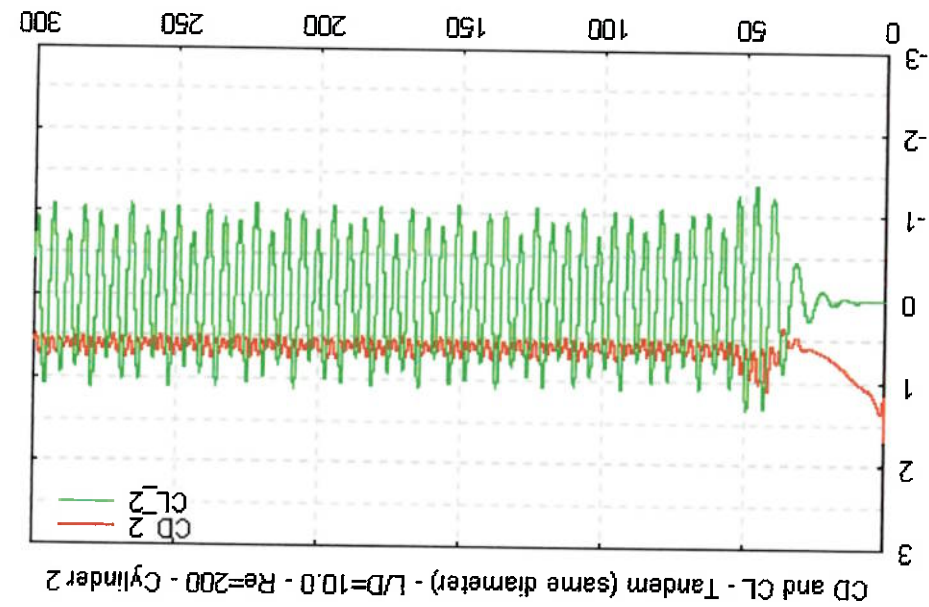


Figura 8.25 – Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 10,0$ ,  $Re=200$



### 8.1.3. ARRANJO LADO A LADO COM DOIS CILINDROS DE DIÂMETROS DIFERENTES

Para esta configuração, correspondente à mostrada na Figura 6.1b, podemos observar uma força média de repulsão entre os cilindros, como evidencia o registro temporal dos coeficientes de força, mostrados nas Figuras 8.31 a 8.36. Nestas figuras, nota-se que o coeficiente médio de sustentação do cilindro superior é positivo, e o do cilindro inferior é negativo. Esta força de repulsão, que também é observada em configurações lado a lado com cilindros de mesmo diâmetro, ocorre devido ao deslocamento dos pontos de estagnação frontais dos cilindros em direção ao espaço entre os mesmos, como mostram os contornos de pressão da Figura 8.28. Com os deslocamentos dos pontos de estagnação, os pontos de separação são também deslocados, fazendo com que haja regiões de baixa pressão na parte superior do cilindro superior e na parte inferior do cilindro inferior. O efeito líquido é o surgimento de uma força de repulsão entre os cilindros.

A Tabela 8.5 mostra os valores de coeficientes de arrasto e sustentação médios e o número de Strouhal para os espaçamentos estudados. Nesta tabela, os coeficientes de sustentação e força foram adimensionalizados em relação ao diâmetro de cada cilindro, e o número de Strouhal em relação ao diâmetro do cilindro maior. Um aspecto a ser destacado é quanto à razão entre os números de Strouhal dos dois cilindros. Para espaçamentos pequenos, o número de Strouhal do cilindro menor é o dobro do número de Strouhal do maior, como esperado, pois a razão entre os diâmetros é de 1:2. Já para espaçamentos maiores, o número de Strouhal do cilindro menor é menos que o dobro do valor do número de Strouhal do maior. No arranjo em tandem com cilindros de

diâmetros diferentes, como visto anteriormente, a frequência de desprendimento de vórtices é a mesma, para todos os espaçamentos estudados. Isto pode ser explicado pela posição do cilindro menor, imerso na esteira do maior. Neste caso, é o cilindro maior que controla a frequência de desprendimento de vórtices do menor.

À medida que a distância entre centros é aumentada, a força de repulsão diminui. Para espaçamentos elevados, é esperado que os dois cilindros comportem-se como se fossem cilindros isolados. O coeficiente de arrasto de ambos os cilindros, exceto para valores pequenos do espaçamento  $L/D$ , é muito semelhante, como mostra a

Figura 8.26.

Os coeficientes de arrasto obtidos em ambos os cilindros são maiores do que os obtidos para um cilindro isolado de mesmo diâmetro. É interessante notar, porém, que a razão entre o  $C_d$  obtido e  $C_{d0}$  - referente a um cilindro isolado de mesmo diâmetro - é maior para o cilindro menor (de índice 2) do que para o cilindro maior (índice 1), como mostra a Tabela 8.5. À medida que o espaçamento entre os cilindros aumenta, esta relação aproxima-se de 1 em ambos os cilindros, porém mais rapidamente para o cilindro menor.

Os coeficientes de sustentação para o cilindro inferior (índice 1) apresentam sinal negativo, enquanto os do cilindro superior têm sinal positivo, denotando uma força média de repulsão entre os mesmos. Aumentando-se a distância entre os cilindros, esta força de repulsão diminui, como mostra a Tabela 8.5 e o registro temporal dos coeficientes de sustentação.

O aspecto da esteira mostrada na Figura 8.29, para espaçamentos entre centros até  $2D$ , é desorganizado. Traçadores inseridos no escoamento e mostrados na Figura 8.30 evidenciam este comportamento desorganizado da esteira, para espaçamentos pequenos. Quando o espaçamento é aumentado, nota-se a formação de duas esteiras de vórtices em antifase, com uma diferença de fase entre as mesmas, como mostram os contornos de vorticidade da Figura 8.29. Estas esteiras confundem-se em uma posição mais a jusante no escoamento. Aumentando-se ainda mais a distância entre os dois cilindros, a interferência entre as esteiras ocorre a uma distância também maior. É esperado que a interferência entre os cilindros desapareça para grandes espaçamentos, e as esteiras apresentem-se como de dois cilindros isolados.

**Tabela 8.5. Coeficientes de arrasto e sustentação e número de Strouhal, configuração lado a lado, diâmetros diferentes,  $Re=200$**

$L/D$	$\overline{C_d}$	$\overline{C_d}$	$\overline{C_d}/\overline{C_{d0}}$	$\overline{C_d}/\overline{C_{d0}}$	$\overline{C_l}$	$\overline{C_l}$	$S_1$	$S_2$
4.0	1.47	1.49	1.10	1.11	-0.02	0.04	0.21	0.34
3.5	1.49	1.52	1.11	1.13	-0.03	0.06	0.21	0.34
3.0	1.51	1.57	1.13	1.17	-0.04	0.08	0.21	0.35
2.5	1.55	1.63	1.16	1.22	-0.06	0.11	0.21	0.36
2.0	1.58	1.73	1.18	1.29	-0.16	0.18	0.21	0.38
1.5	1.61	1.86	1.20	1.39	-0.23	0.33	0.19	0.38

Figura 8.27 . Curva S x Re, lado a lado, diámetros diferentes, Re = 200

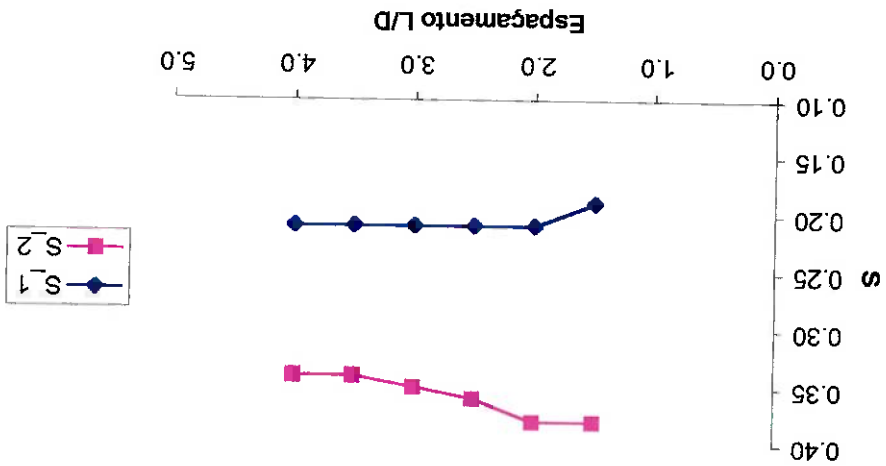


Figura 8.26 . Curva C<sub>a</sub> x Re e C<sub>l</sub> x Re, lado a lado, diámetros diferentes, Re = 200

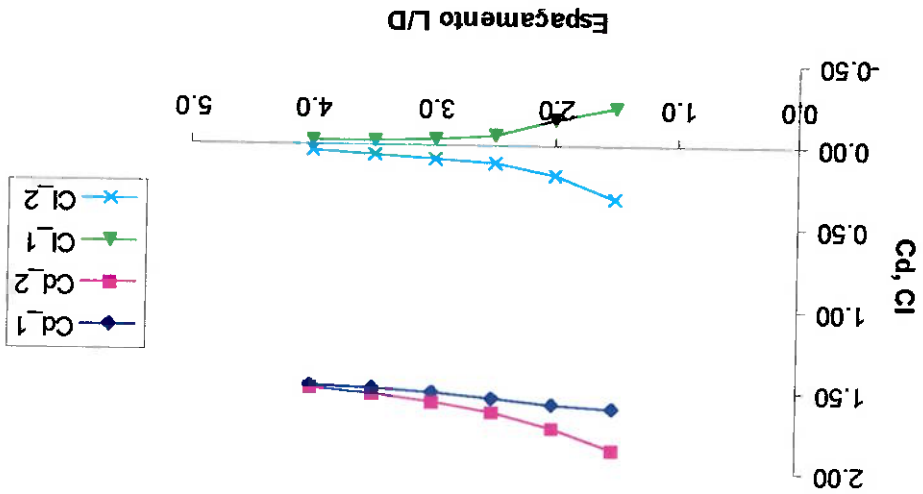


Figura 8.28 . Contornos de pressão, arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes,  $Re=200$

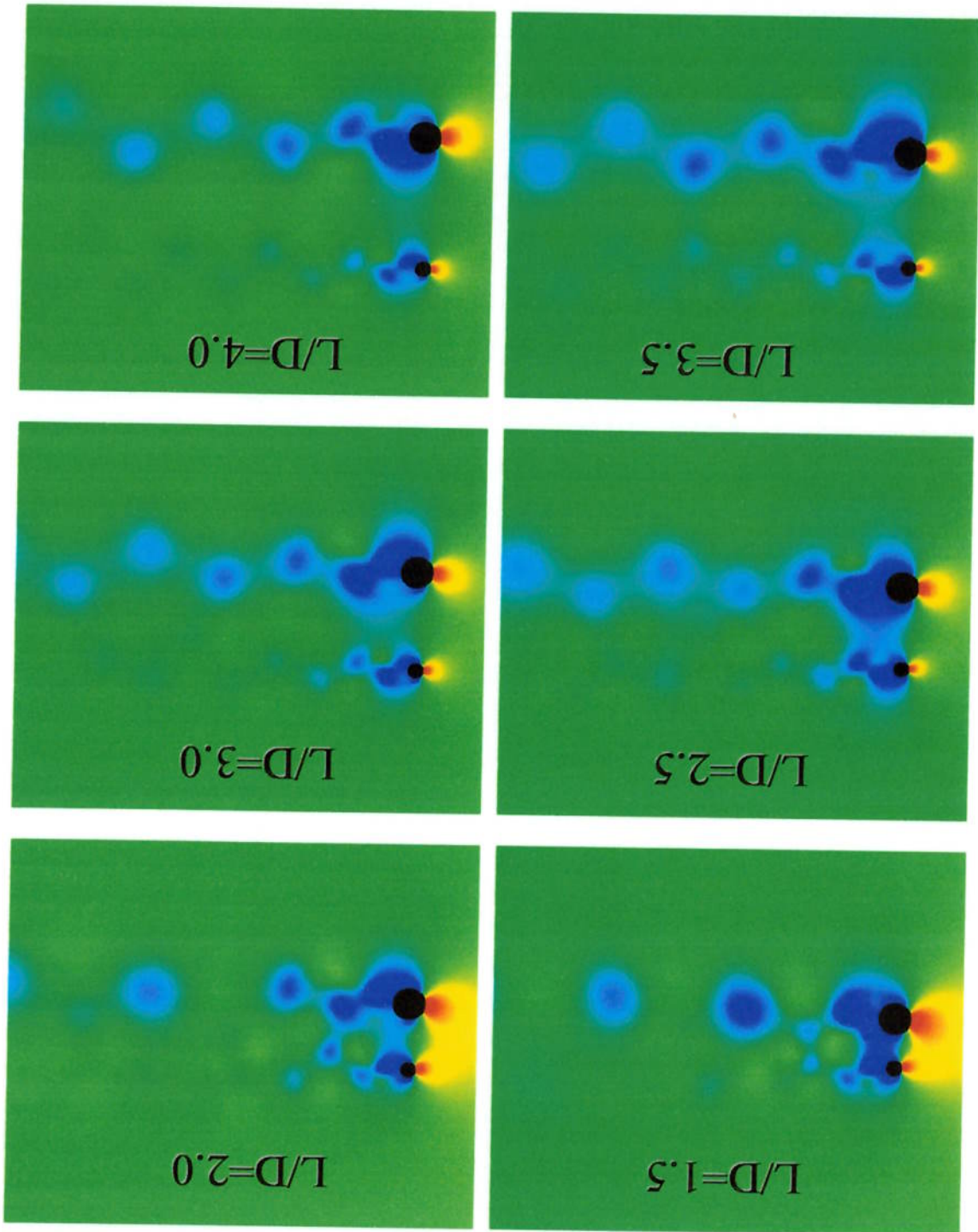


Figura 8.29 . Contornos de vorticidade, arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes,  $Re=200$

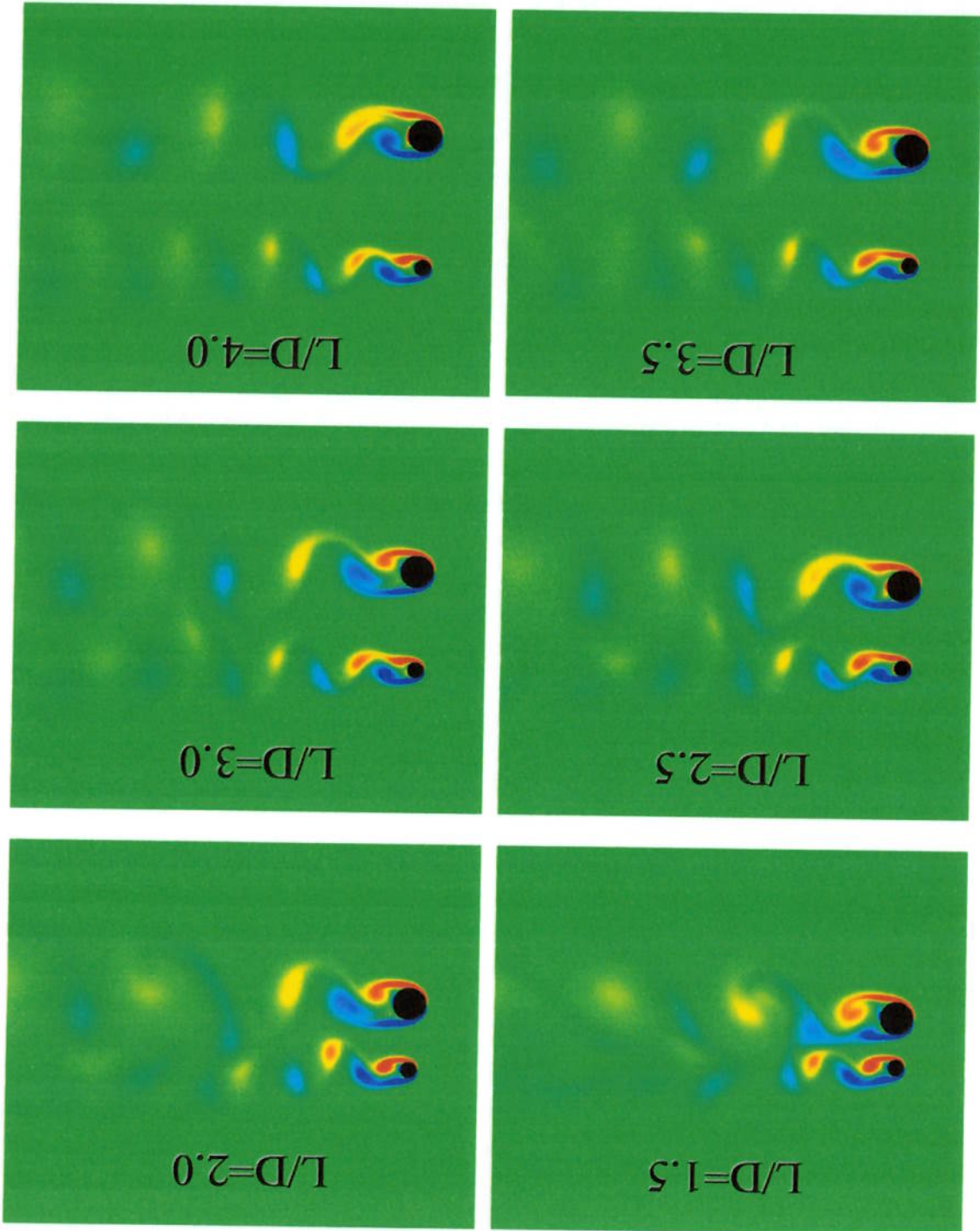




Figura 8.30 . Esteira representada por tragadores,  $Re=200$   
cilindros de diâmetros diferentes, Arranjo lado a lado,

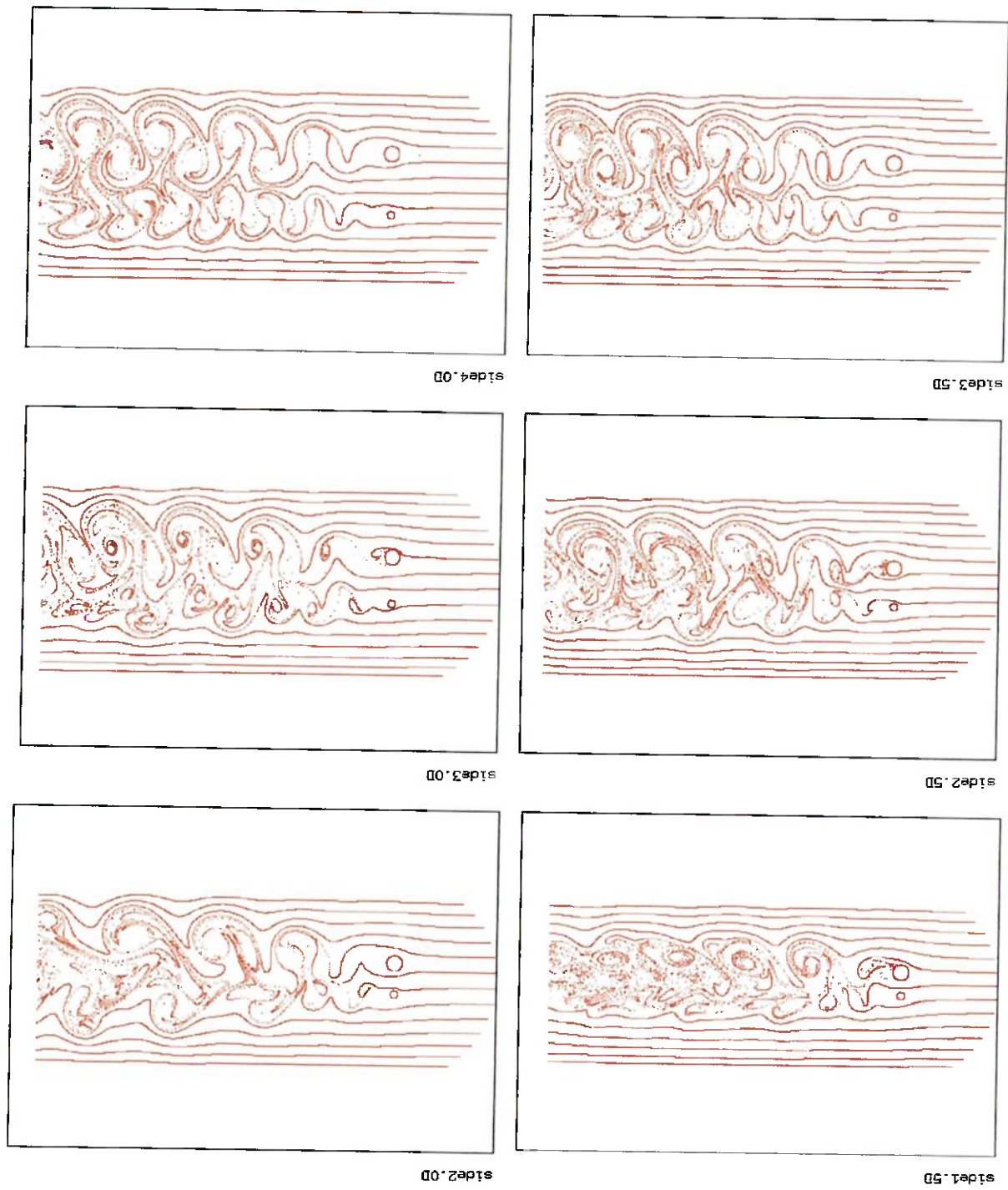


Figura 8.31. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes,  $L/D = 1.5$ ,  $Re=200$

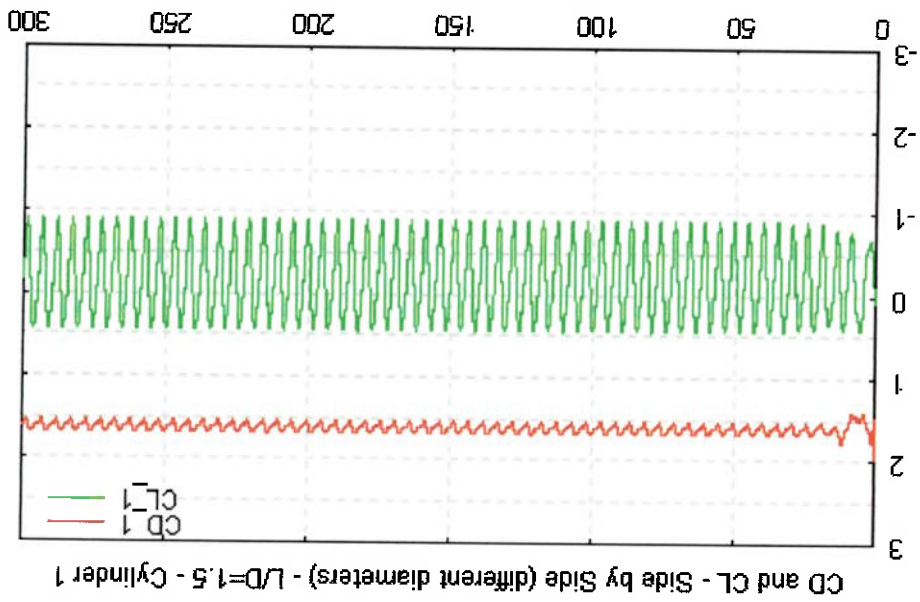
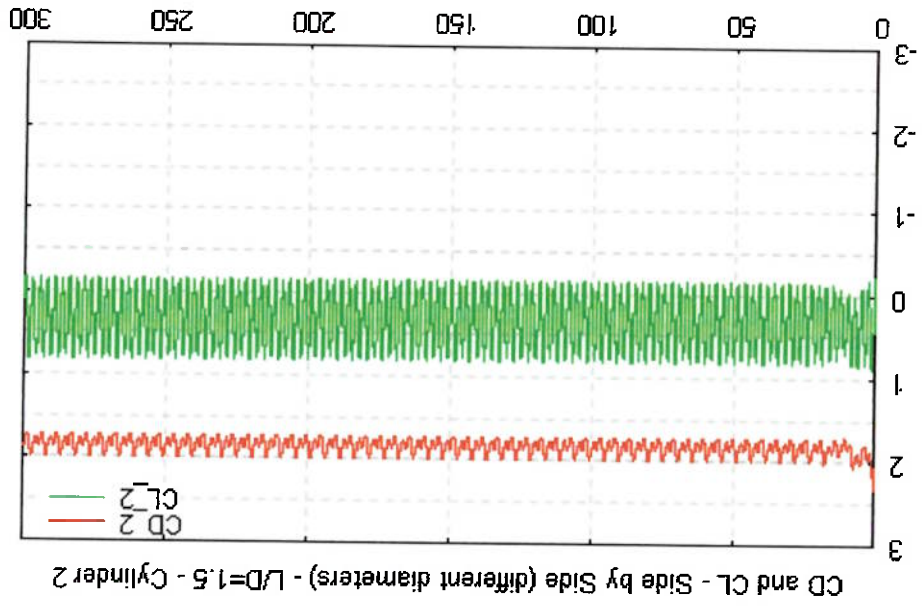


Figura 8.32. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes,  $L/D = 2.0$ ,  $Re=200$

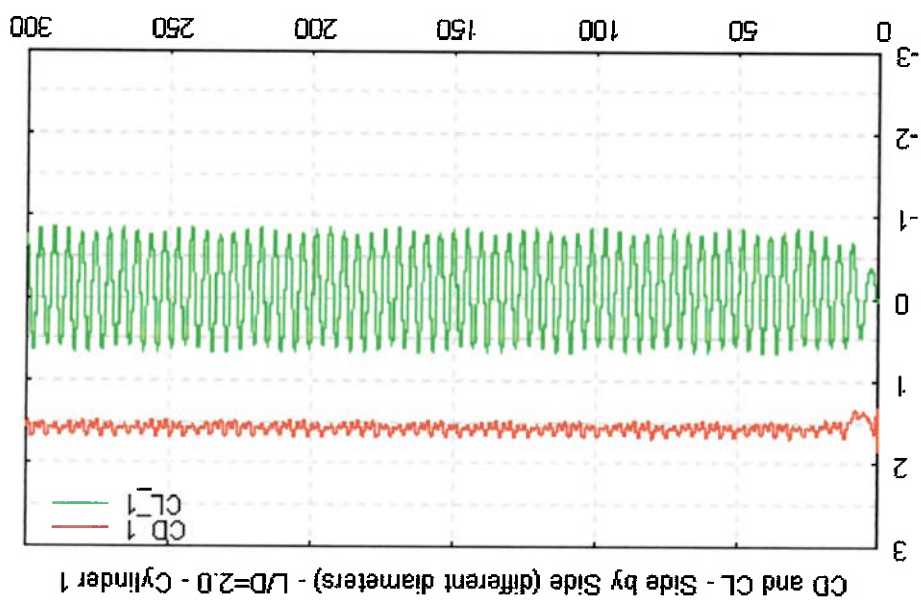
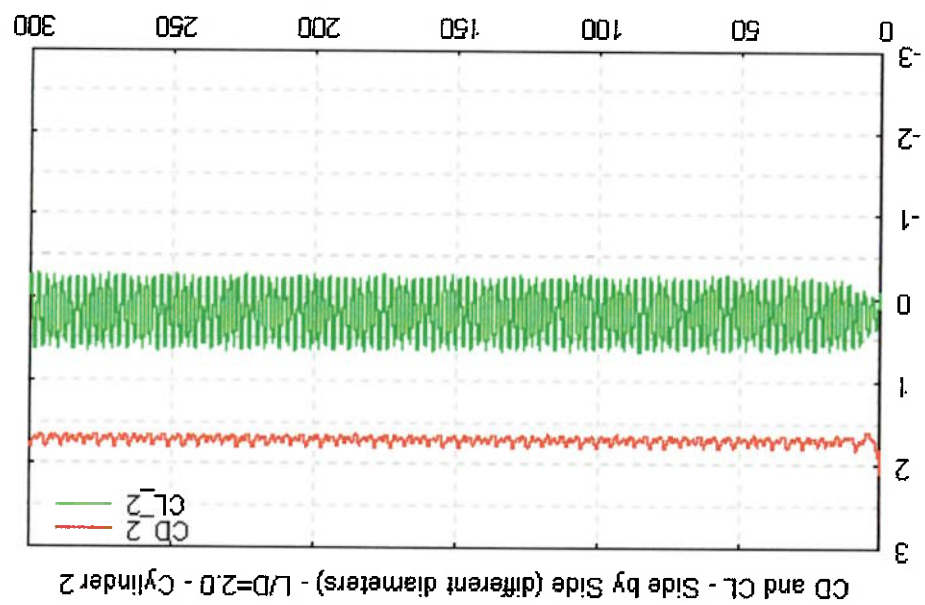


Figura 8.33. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes,  $L/D = 2.5$ ,  $Re=200$

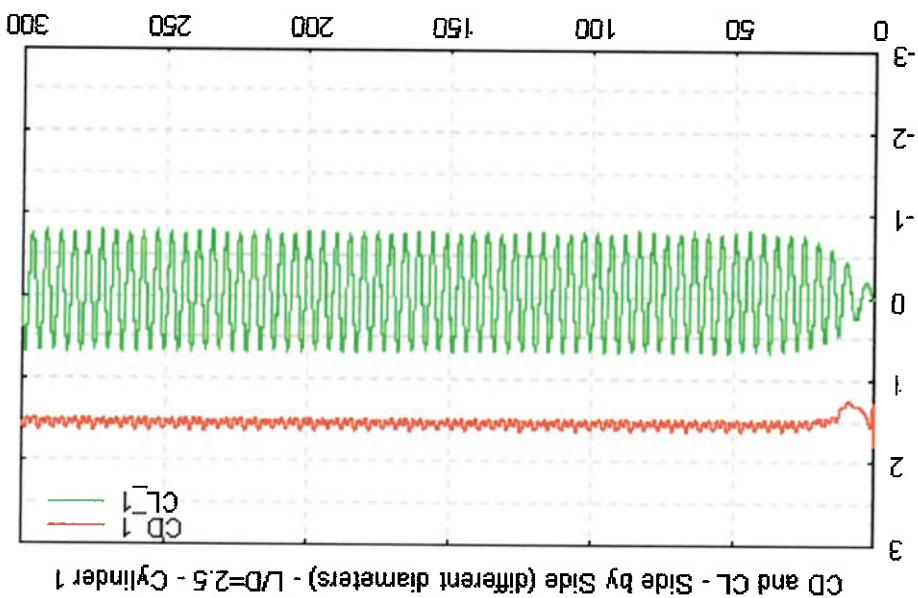
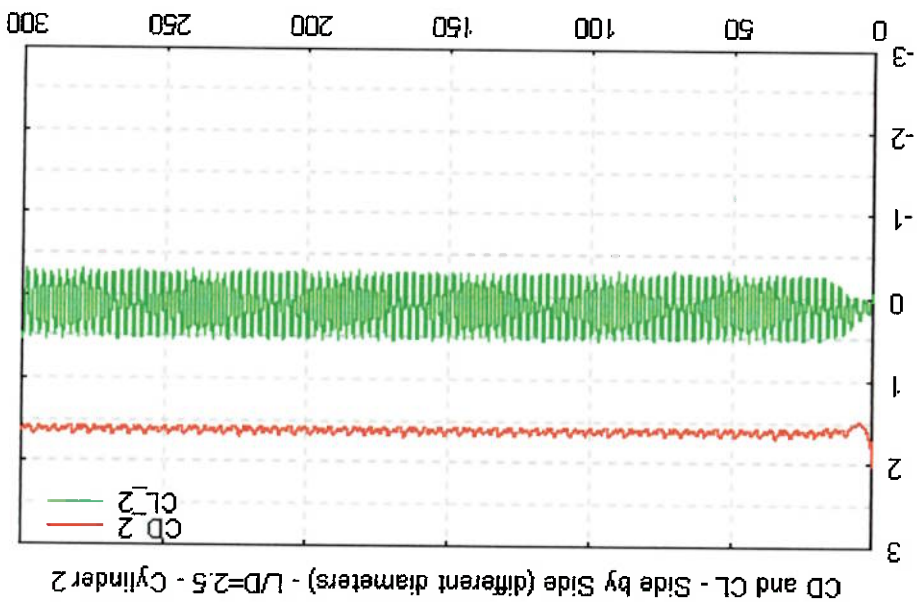


Figura 8.34 . Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes,  $L/D = 3.0$ ,  $Re=200$

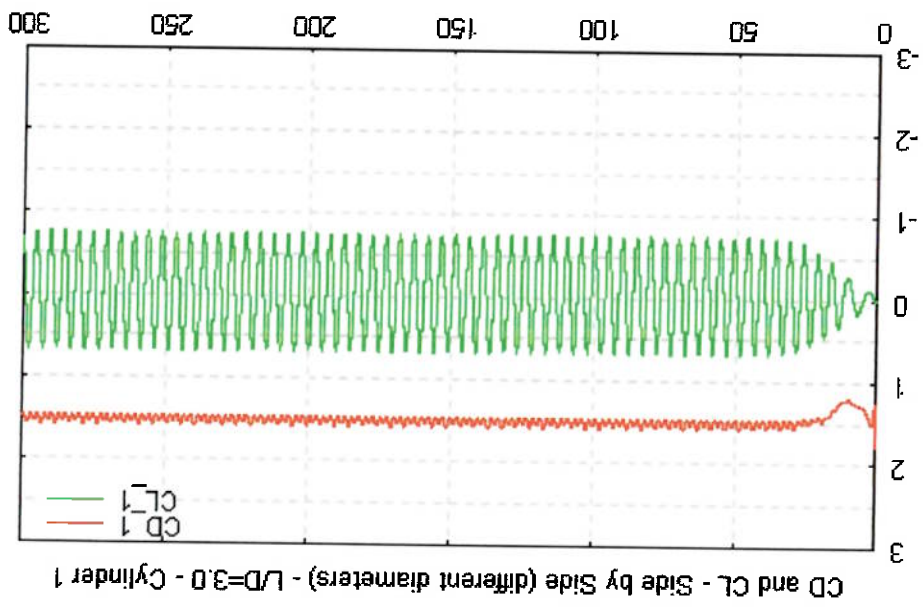
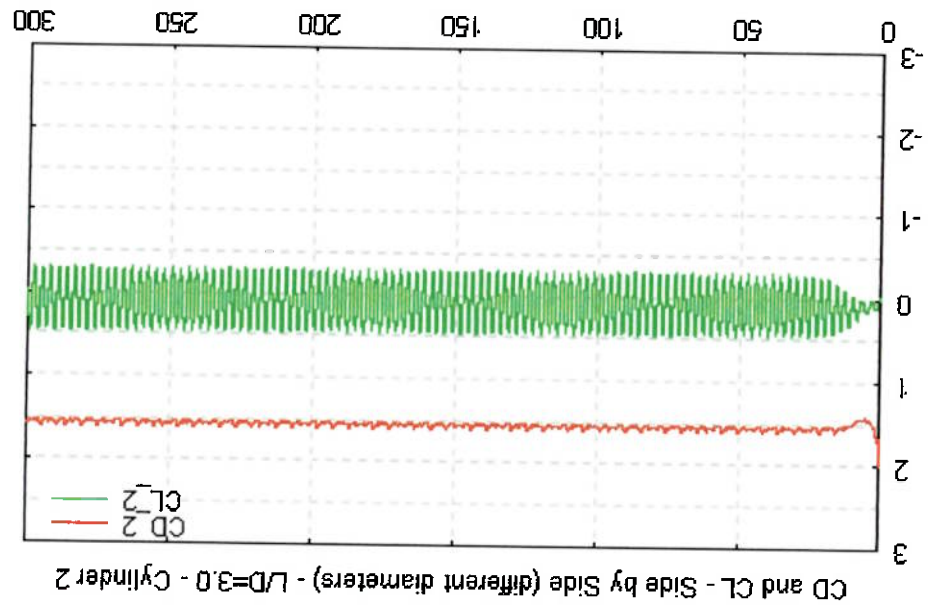


Figura 8.35. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes,  $L/D = 3.5$ ,  $Re = 200$

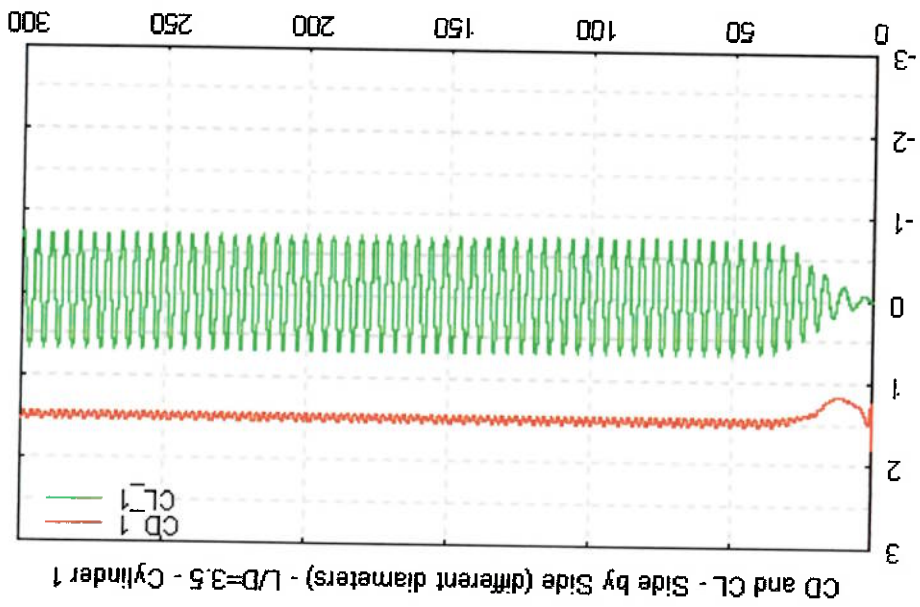
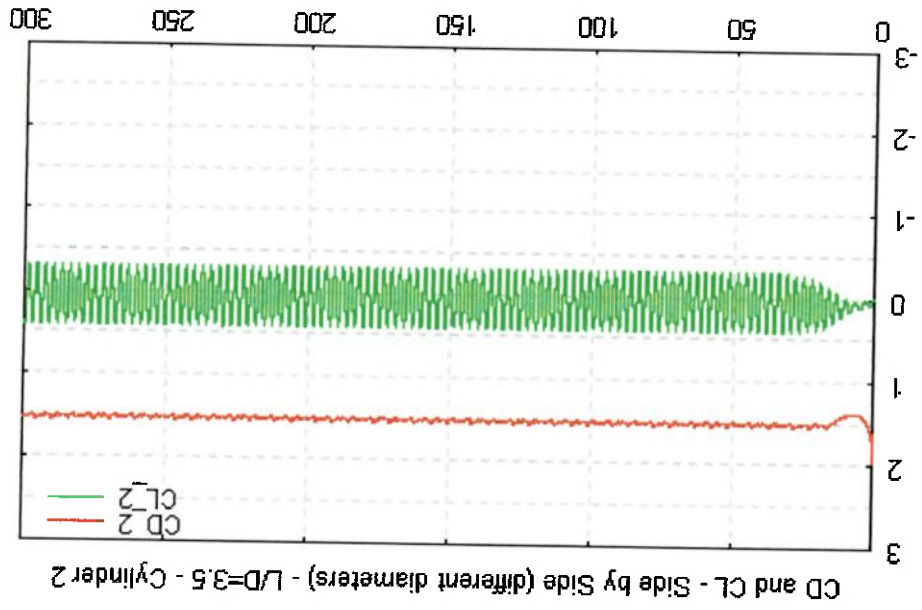
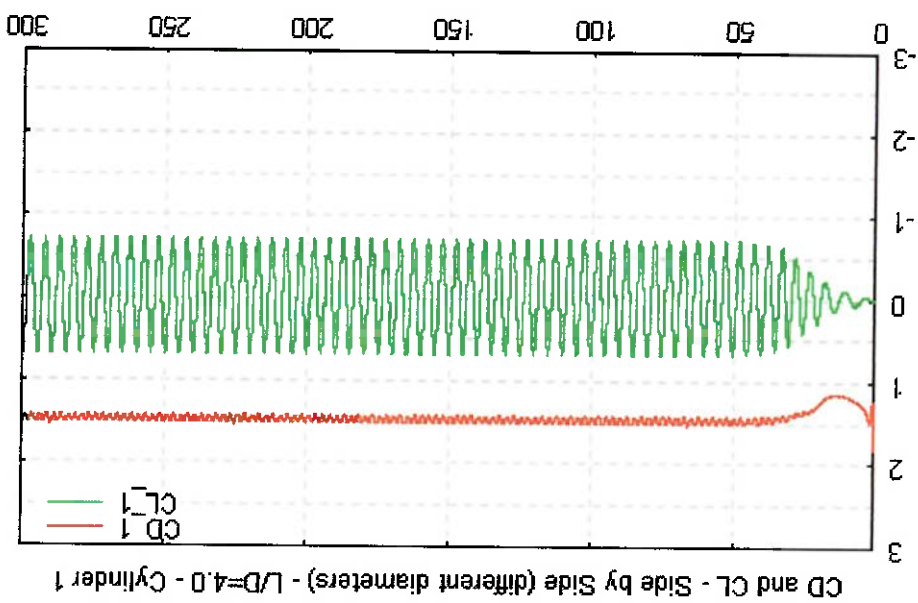
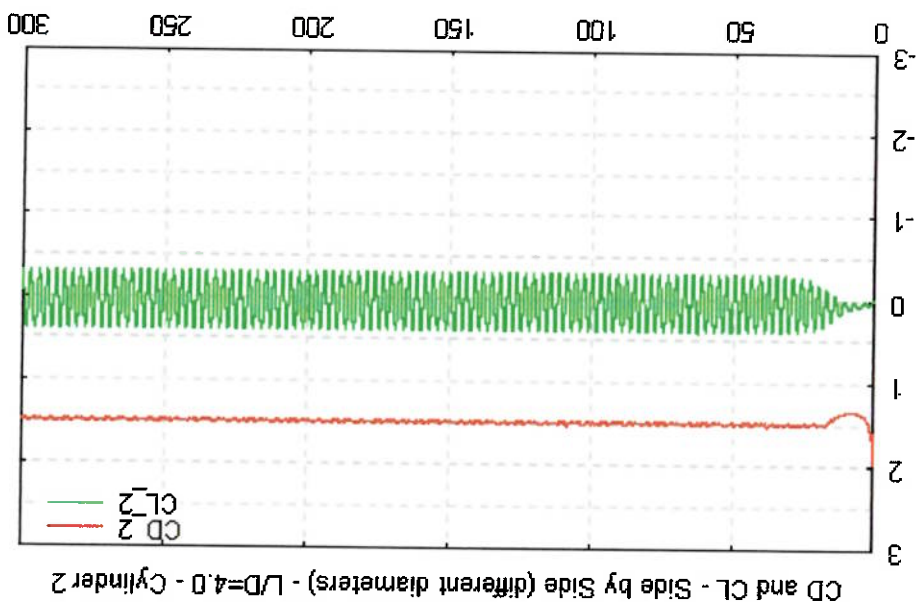


Figura 8.36 . Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo lado a lado, cilindros de diâmetros diferentes,  $L/D = 4.0$ ,  $Re=200$



#### 8.1.4. ARRANJO OBLÍQUO COM DOIS CILINDROS DE DIÂMETROS IGUAIS

Nas Figuras 8.38 e 8.39 podemos observar que, para esta configuração, corresponde à mostrada na Figura 6.1c, mesmo com valor de  $offset\ h/D = 0.5$ , a inversão do sinal do coeficiente de arrasto do cilindro a jusante ocorre para um espaçamento  $L/D$  próximo a 3.0, pois o cilindro a jusante não se encontra mais completamente imerso na esteira do cilindro a montante. Deve ser lembrado que para um arranjo em "tandem" com cilindros de mesmo diâmetro, a inversão só ocorre para um espaçamento  $L/D$  igual a 4.0. Nos contornos de pressão mostrados nas Figuras 8.40 e 8.41, podemos observar uma região de alta pressão na frente do cilindro posterior, próxima do ponto de estagnação frontal, para valores de  $h$  maiores que zero.

Nos contornos de vorticidade das Figuras 8.42 e 8.43, observa-se uma deflexão da esteira devido à presença do cilindro posterior, para o espaçamento  $L/D =$  3.0. Esta deflexão pode fazer com que o coeficiente de sustentação médio do cilindro posterior seja negativo, ou seja, o cilindro a jusante tende a ser atraído em direção à esteira do cilindro a montante, ou seja positivo, dependendo da configuração, conforme descrito por ZDRAVAKOVICH (1977). Para um  $offset$  pequeno, o escoamento é acelerado em direção ao  $gap$  entre os cilindros, diminuindo o espaçamento lateral das camadas cisalhantes, e resultando em uma força de sustentação negativa no cilindro posterior, ou seja, o cilindro tende a ser atraído em direção à esteira do cilindro a montante, como mostra a Figura 8.37 Aumentando-se o  $offset$ , o escoamento em direção ao  $gap$  diminui, e a distribuição de pressão na superfície do cilindro posterior passa a ser tal que gera uma força dirigida para fora da esteira do cilindro a montante, ou seja, o coeficiente de



sustentação do cilindro posterior passa a ser positivo. Quando este *offset* é aumentado ainda mais, a influência da esteira do cilindro a montante diminui, e o coeficiente médio de sustentação do cilindro posterior tende a zero. Este comportamento é mostrado nas curvas das Figuras 8.38 e 8.39.

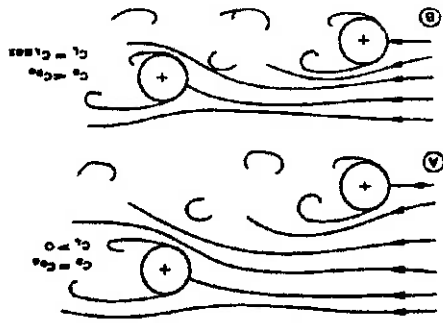


Figura 8.37. Deflexão da esteira para arranjo oblíquo (extraído de Zdravkovich, 1977)

A presença do cilindro posterior, dependendo de sua posição, pode inibir o desprendimento de vórtices do cilindro a montante, como mostra a Figura 8.42, para os espaçamentos com  $L/D = 3.0$  e  $h/D = 0.5$  e  $1.0$ . Nestes casos, observa-se a ocorrência de uma “bolha” de recirculação, formada pelas camadas cisalhantes provenientes do cilindro a montante. Para valores diferentes de  $L$  e  $h$ , a presença do cilindro posterior não é suficiente para inibir a emissão de vórtices, conforme se pode observar nos coeficientes de força das Figuras 8.46 a 8.53. Para de  $L/D$  igual a 3 e  $h/D$  igual a 1.5, o sinal do coeficiente de sustentação do cilindro a montante passa a oscilar com maior intensidade, devido à ocorrência do fenômeno de desprendimento de vórtices.

Os traçadores mostrados nas Figuras 8.44 e 8.45 evidenciam a inibição da emissão de vórtices no cilindro a montante, para alguns dos espaçamentos estudados. Observa-se que algumas das partículas inseridas no escoamento são capturadas na bolha de recirculação que se forma na região posterior do cilindro a montante, quando há inibição da emissão de vórtices neste cilindro.

Para  $L/D$  igual a 4, praticamente não se observa alteração nos coeficientes de sustentação e arrasto do cilindro a montante, como mostra a Figura 8.39. Já o cilindro a jusante apresenta uma certa modulação tanto no coeficiente de sustentação como no coeficiente de arrasto, devido à colisão dos vórtices desprendidos do cilindro a montante com a parede do cilindro posterior. A Tabela 8.6. mostra os valores dos coeficientes de sustentação e arrasto médios e o número de Strouhal para os cilindros. As curvas *C<sub>d</sub>Re* das Figuras 8.38 e 8.39 mostram uma tendência de recuperação de ambos os cilindros para o valor de coeficiente de arrasto médio observado em cilindros isolados.

Tabela 8.6. Coeficientes de arrasto médio e números de Strouhal, arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $Re=200$

L/D	h/D	$\overline{Cd}_1$	$\overline{Cd}_2$	$\overline{Cl}_1$	$\overline{Cl}_2$	$S_1$	$S_2$
3.0	0.0	1.03	-0.08	0	0	0.13	0.13
	0.5	1.02	0.44	0	-0.28	0.14	0.14
	1.0	1.04	1.06	0	-0.23	0.14	0.14
	1.5	1.19	1.14	0	-0.05	0.18	0.18
4.0	0.0	1.21	0.39	0	0	0.17	0.17
	0.5	1.26	0.57	0	0.12	0.17	0.17
	1.0	1.26	0.95	0	0.04	0.18	0.18
	1.5	1.26	1.06	0	0	0.18	0.18

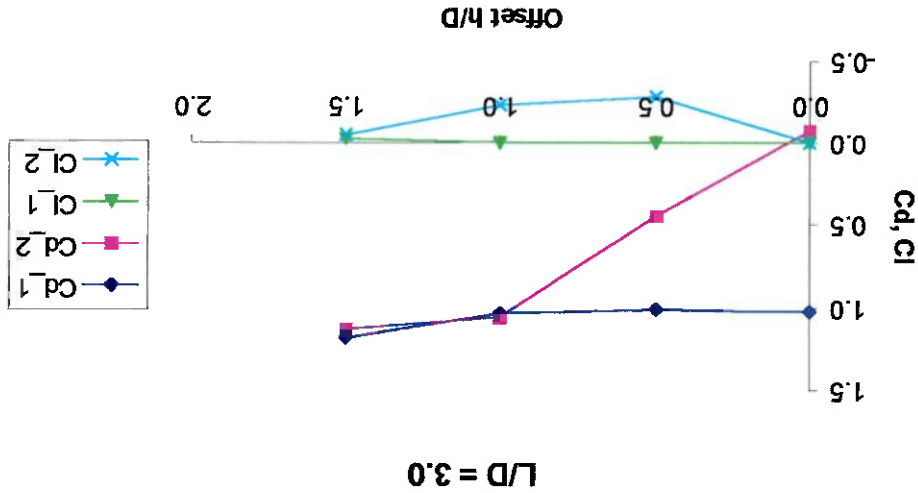


Figura 8.38. Curva  $C_d$  x  $Re$  e  $C_l$  x  $Re$ ,  $L/D=3.0$ , arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $Re = 200$

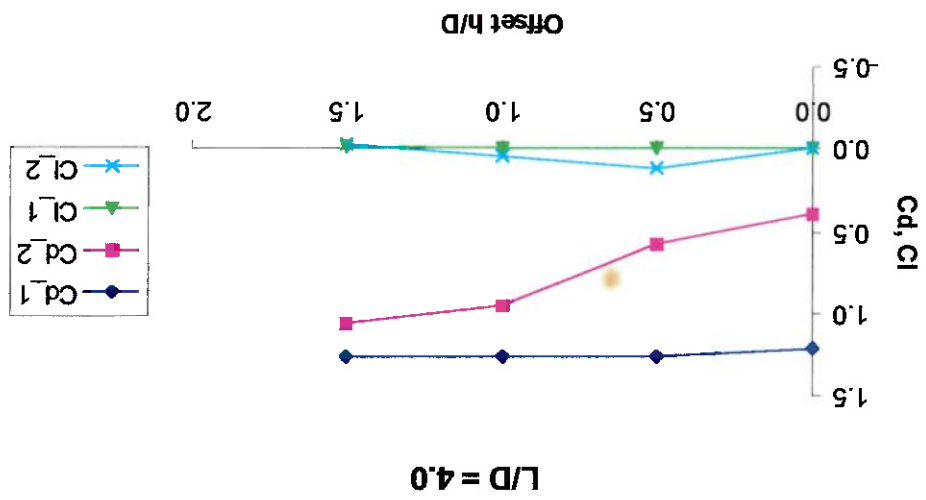


Figura 8.39. Curva  $C_d$  x  $Re$  e  $C_l$  x  $Re$ ,  $L/D=4,0$ , arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $Re = 200$

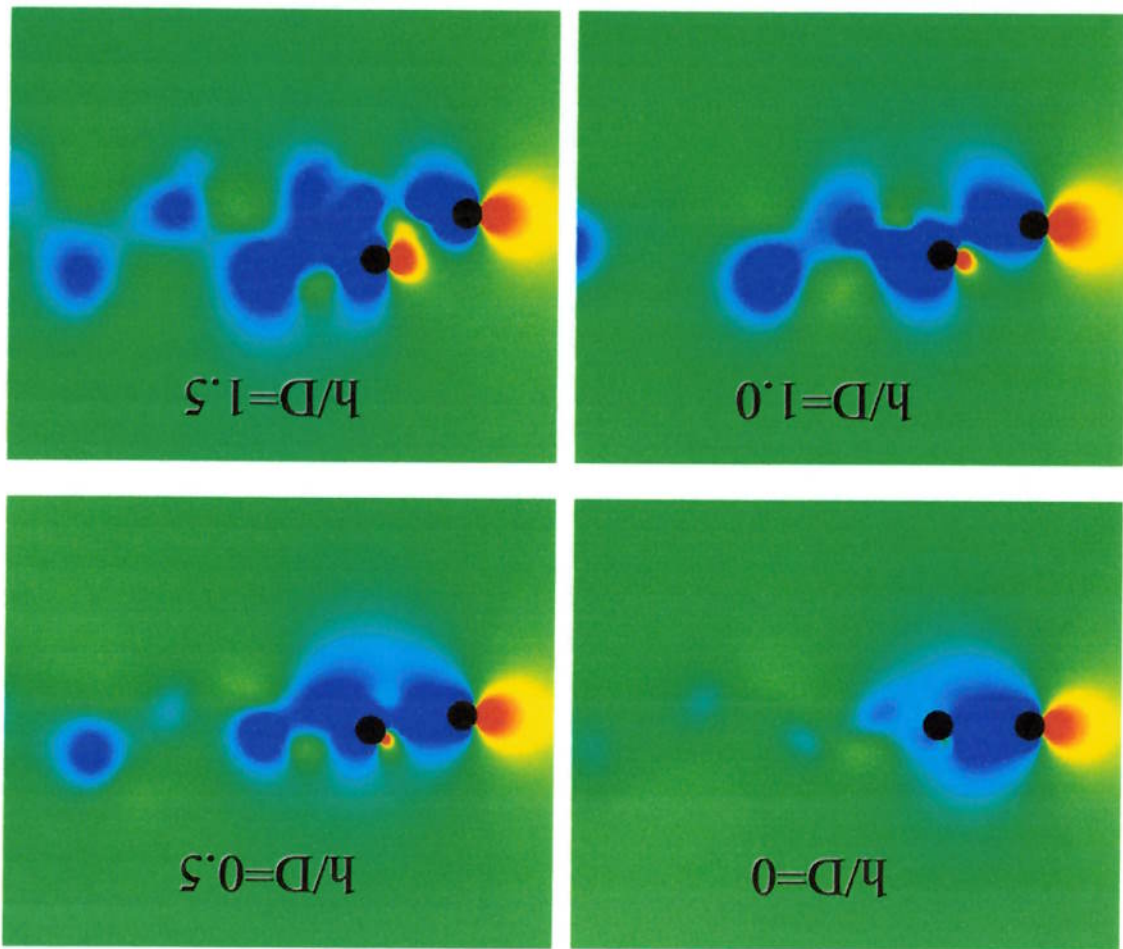


Figura 8.40. Contornos de pressão, arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$ ,  $Re=200$

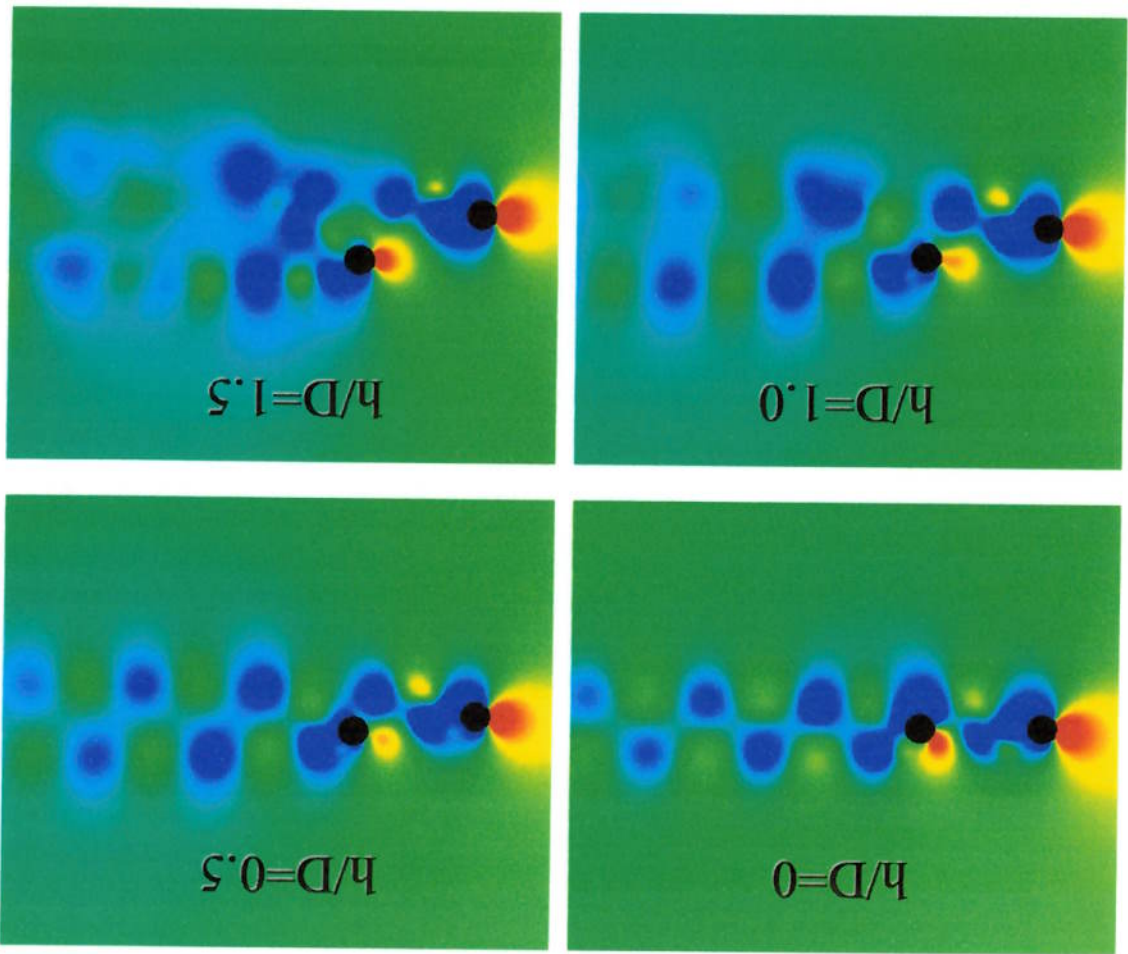


Figura 8.41. Contornos de pressão, arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $Re=200$

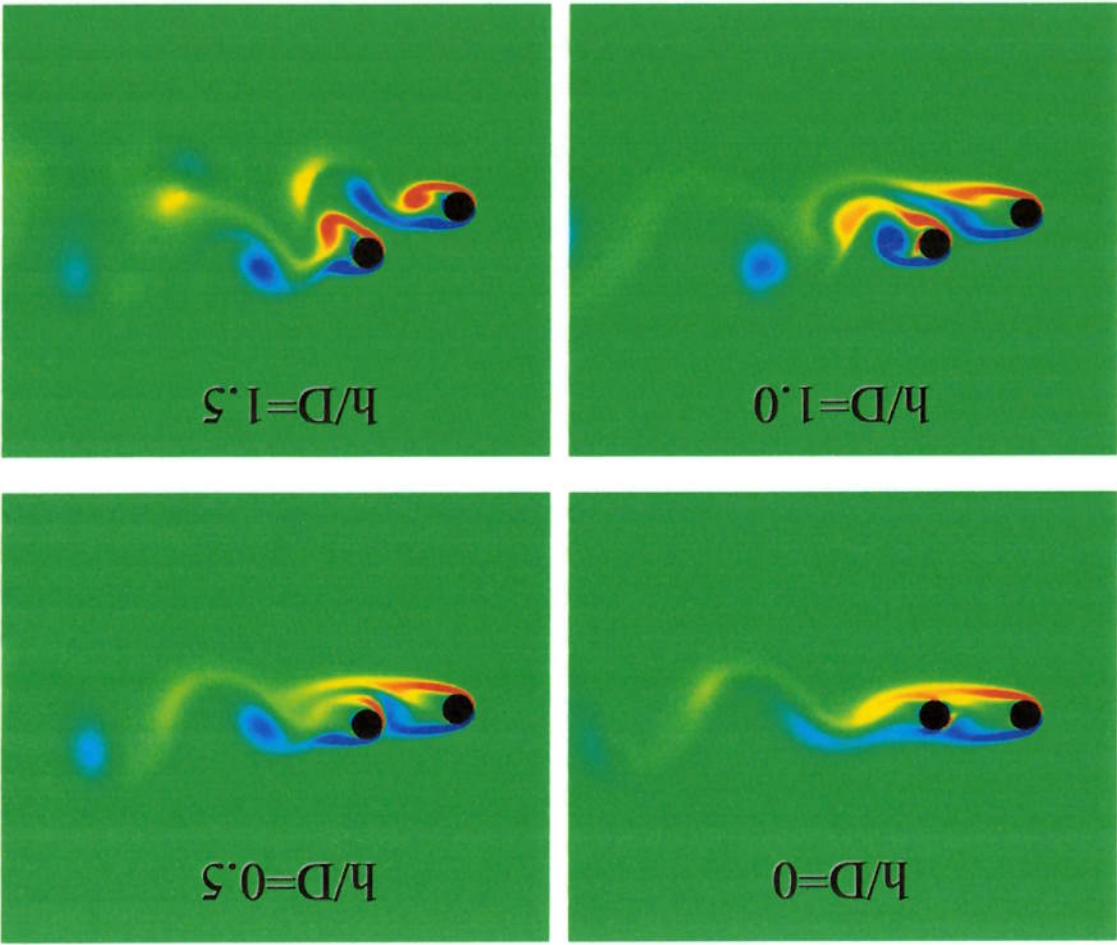


Figura 8.42. Contornos de vorticidade, arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0, Re = 200$

Figura 8.43. Contornos de vorticidade, arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $Re = 200$

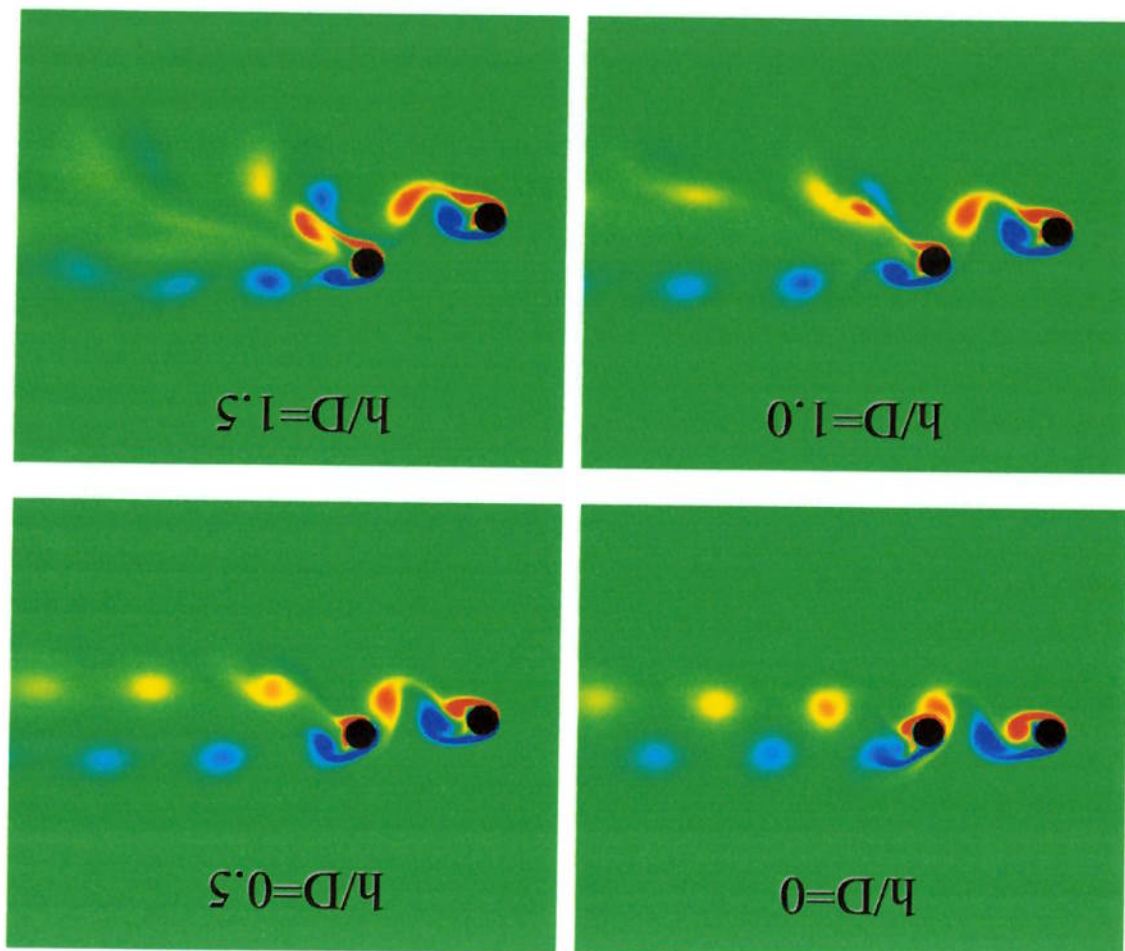




Figura 8.44. Estreita representada por traçadores. Arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$ ,  $Re = 200$

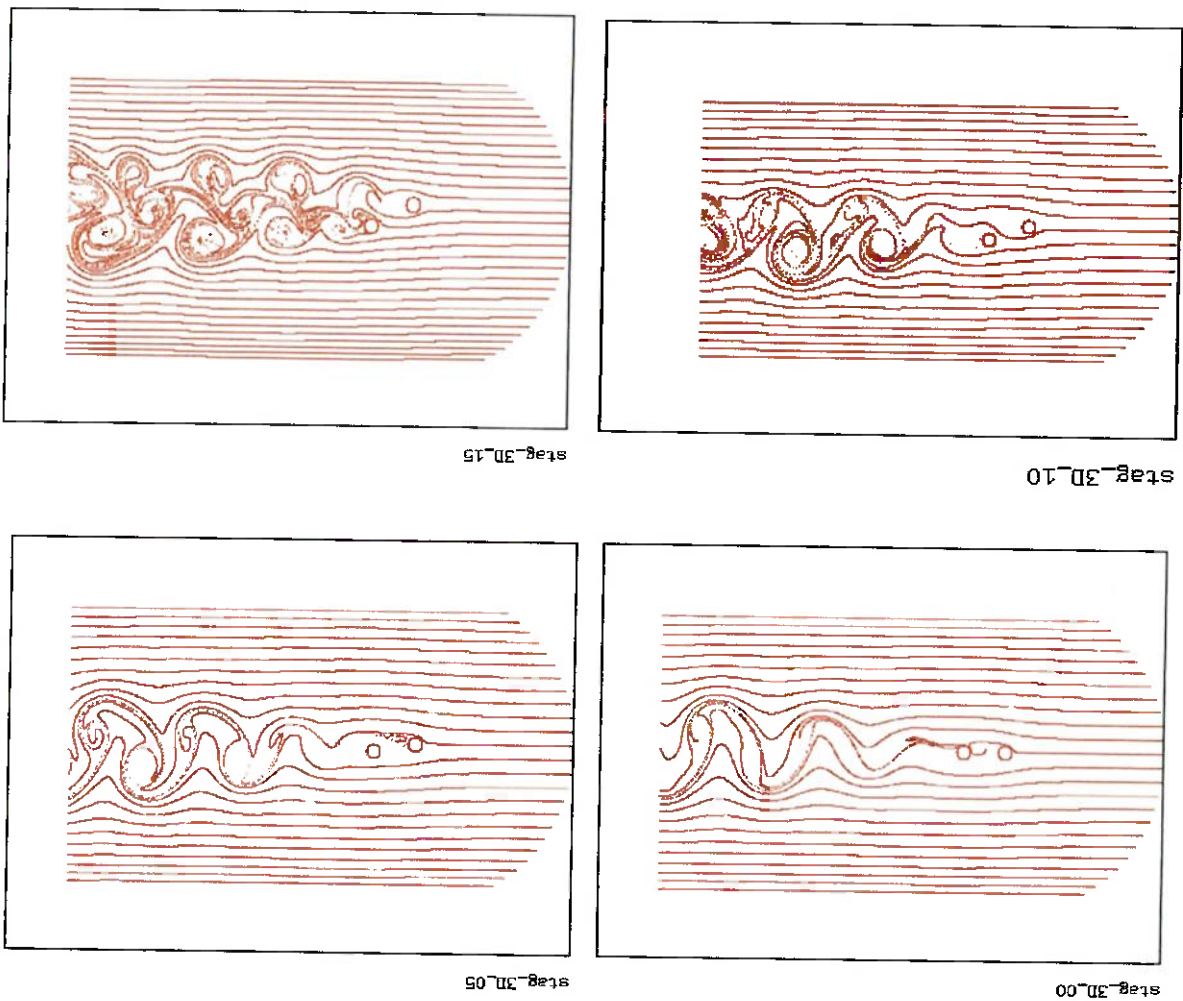


Figura 8.45. Estera representada por traçadores. Arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $Re = 200$

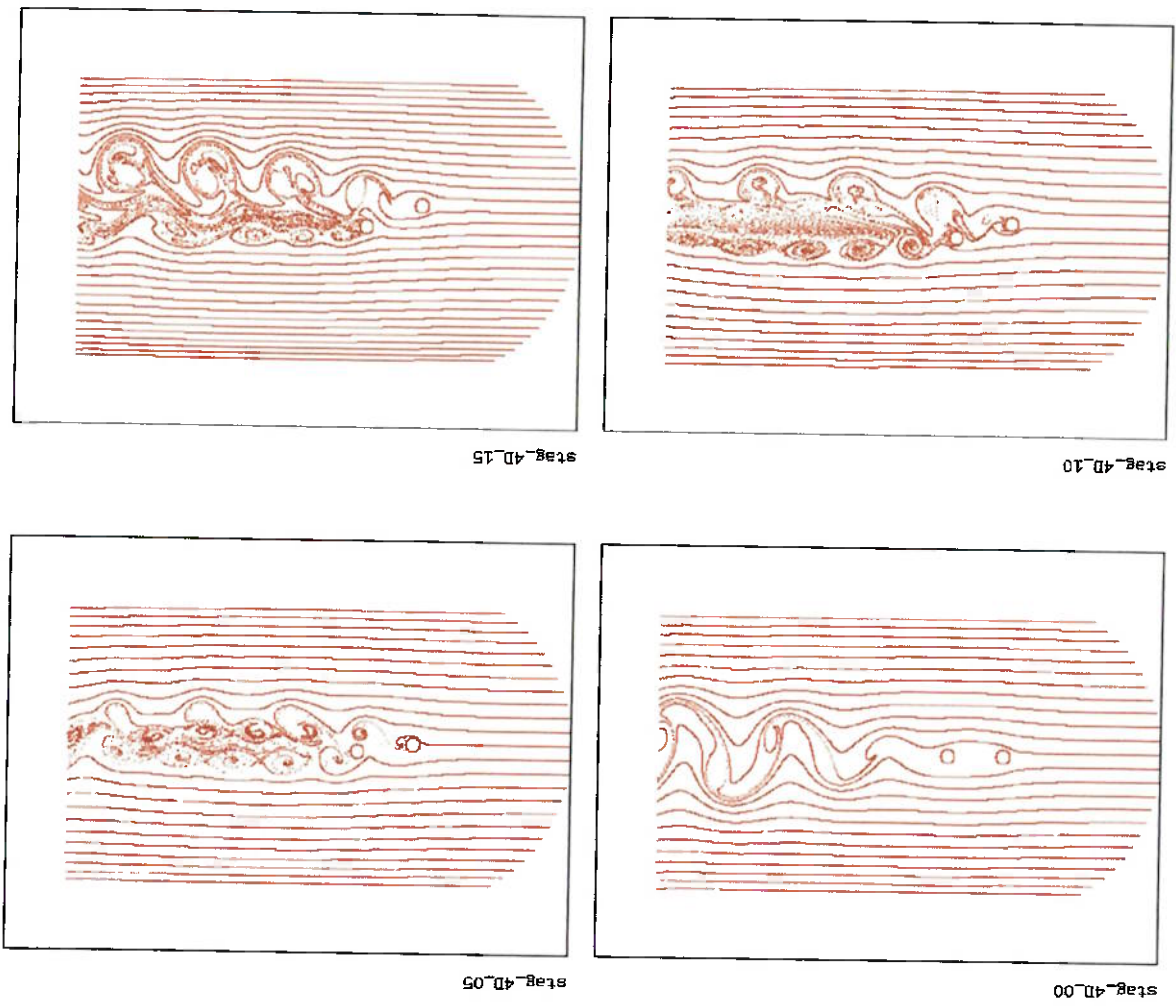


Figura 8.46. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$ ,  $h/D = 0$ ,  $Re = 200$

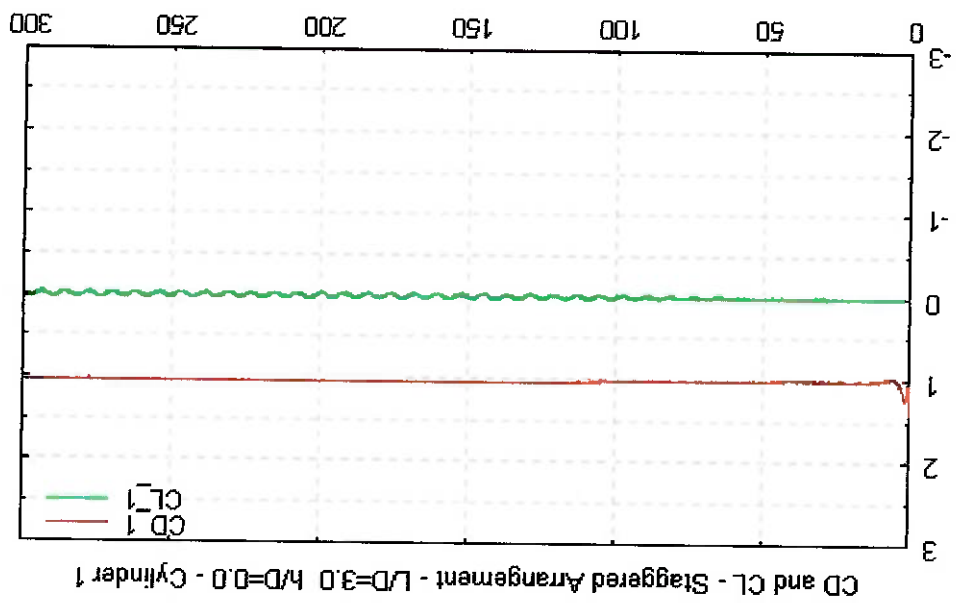
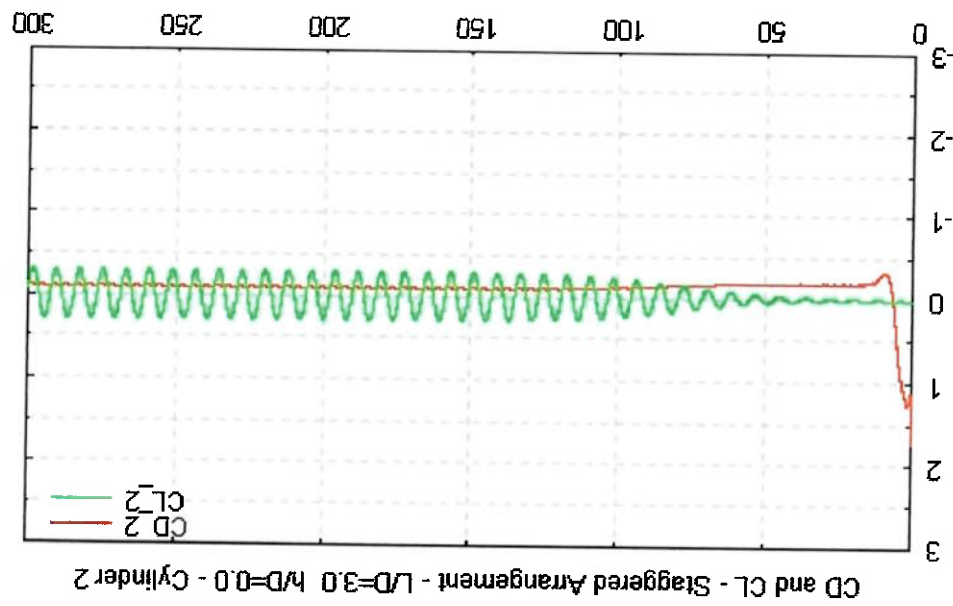


Figura 8.47. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$ ,  $h/D = 0.5$ ,  $Re = 200$

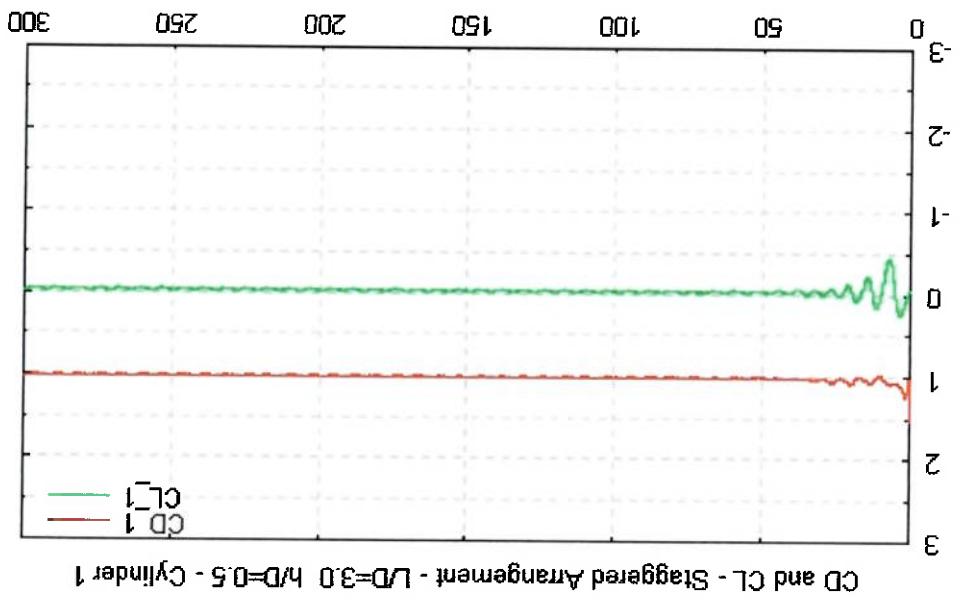
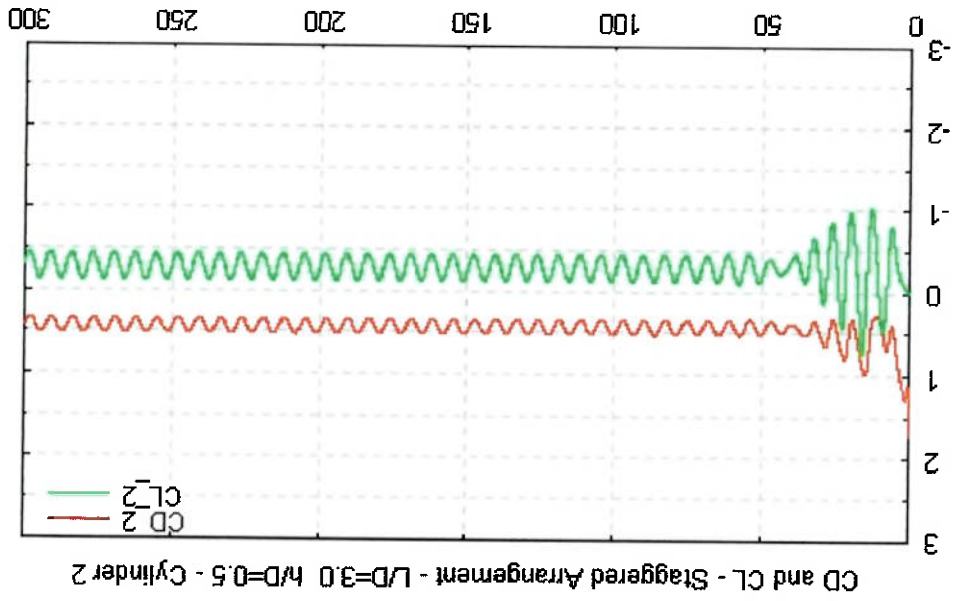


Figura 8.48. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo obliquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$ ,  $h/D = 1.0$ ,  $Re = 200$

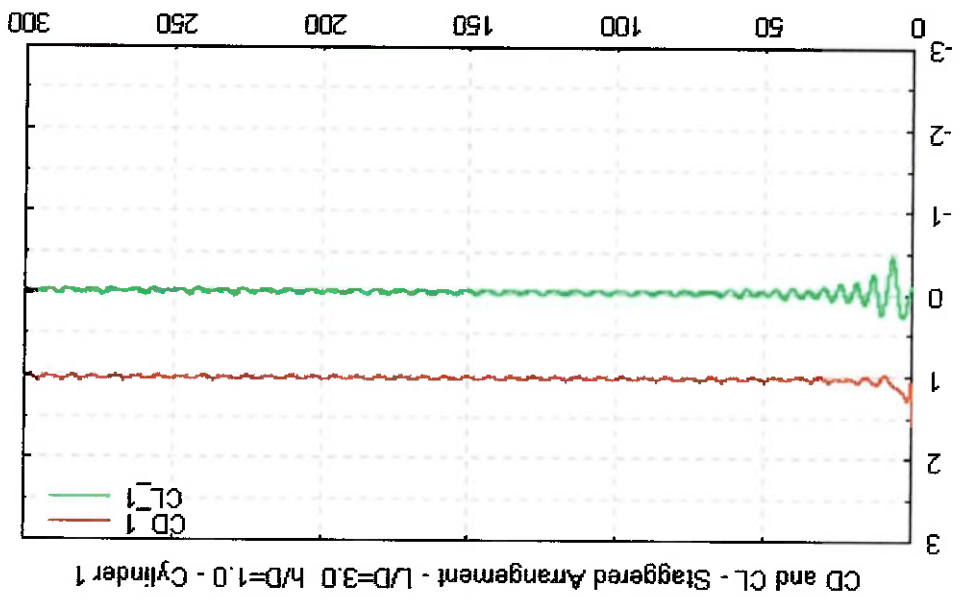
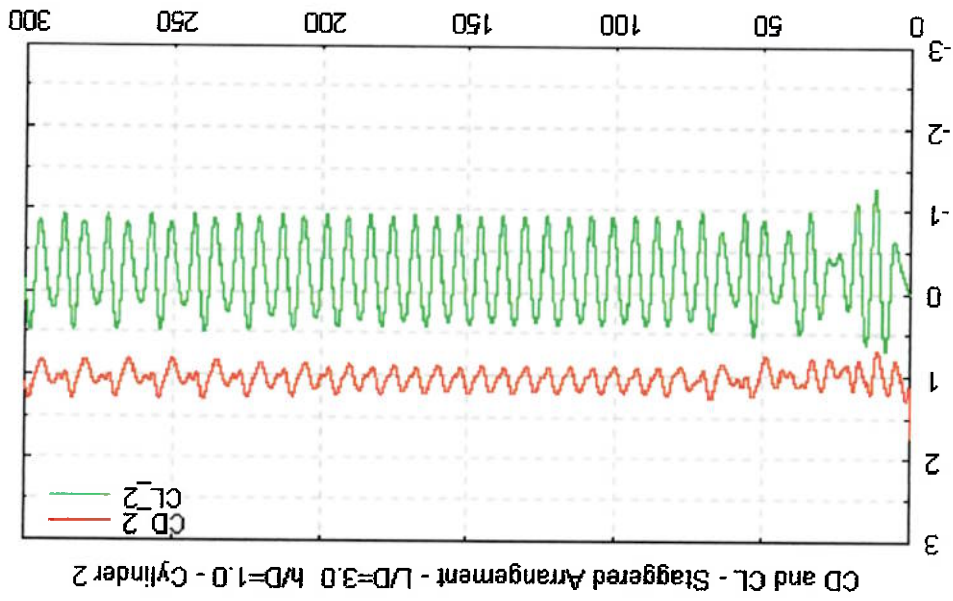


Figura 8.49. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo obliquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$ ,  $h/D = 1.5$ ,  $Re = 200$

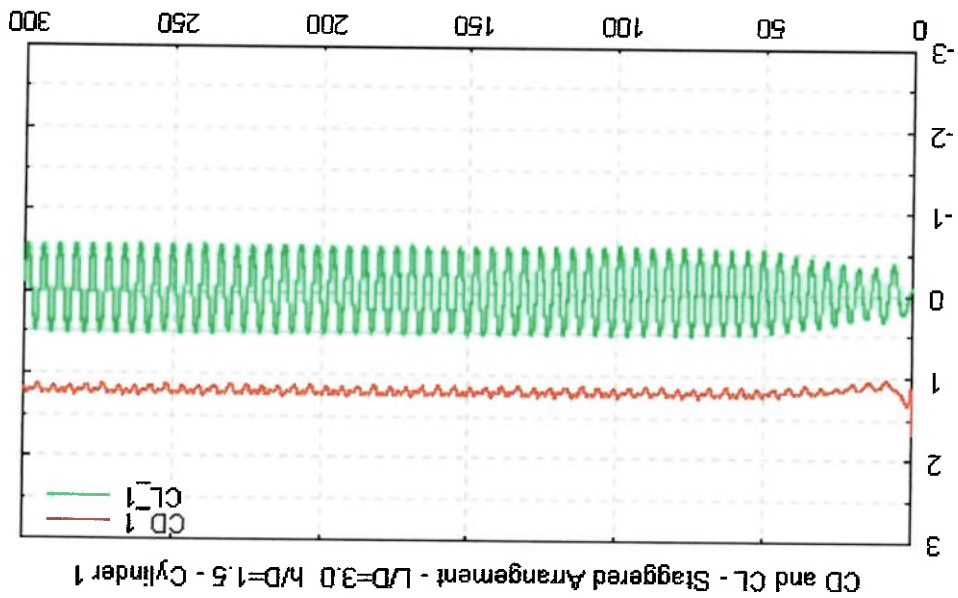
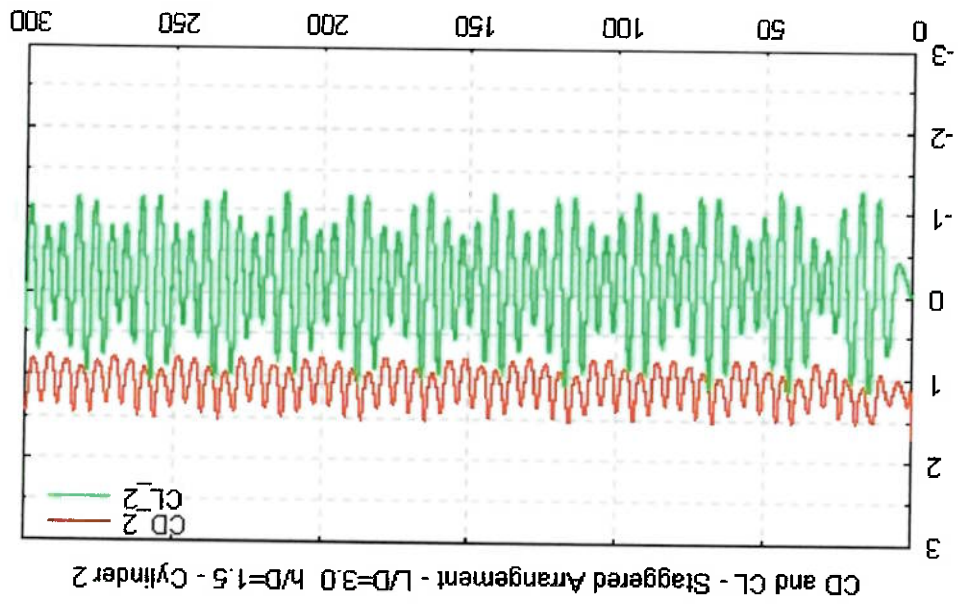


Figura 8.50. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $h/D = 0$ ,  $Re = 200$

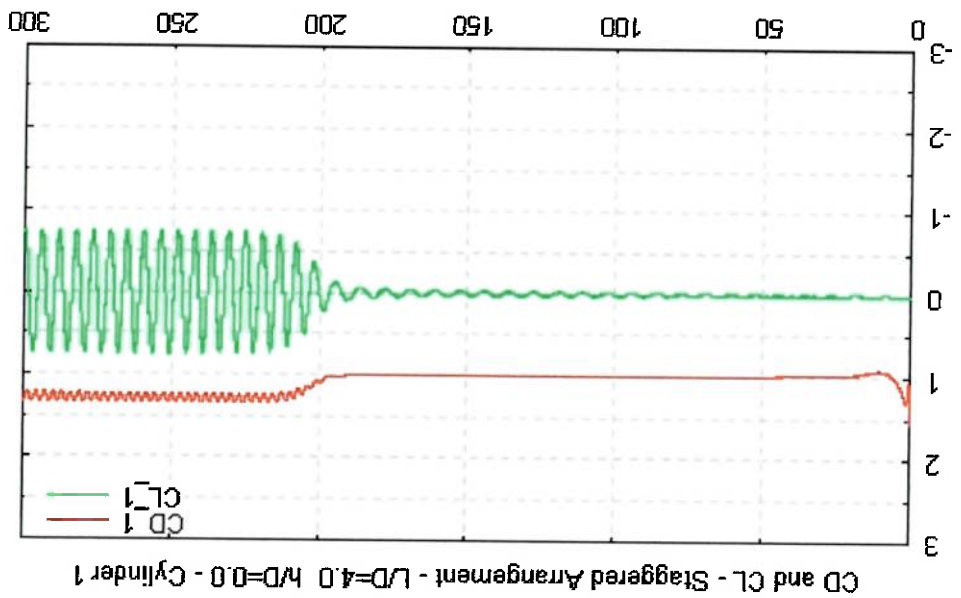
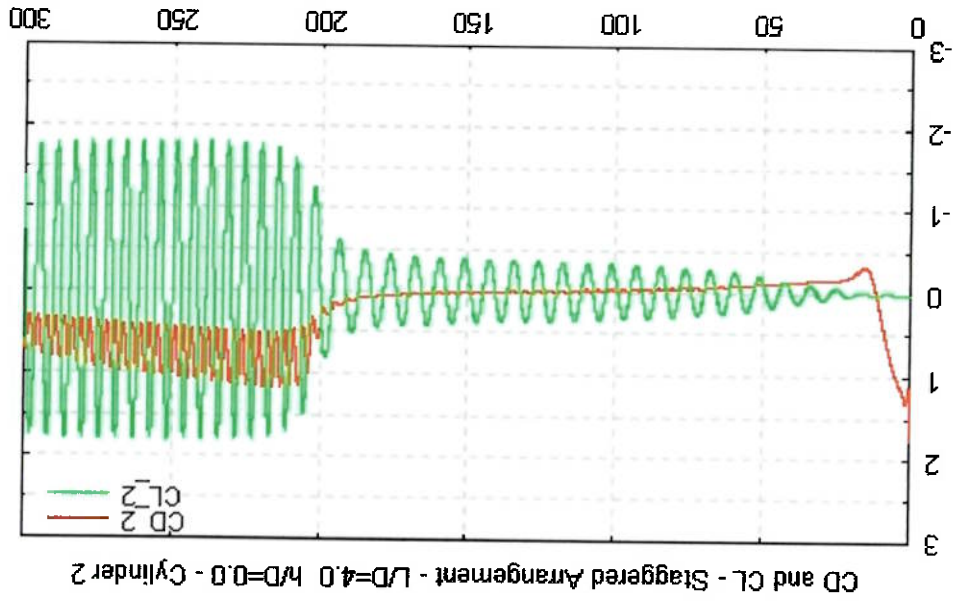
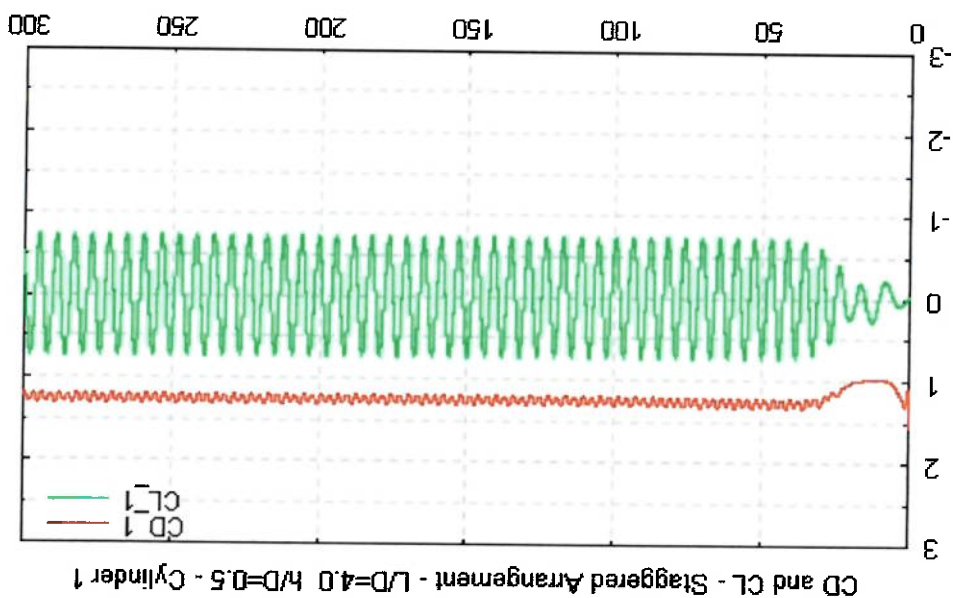
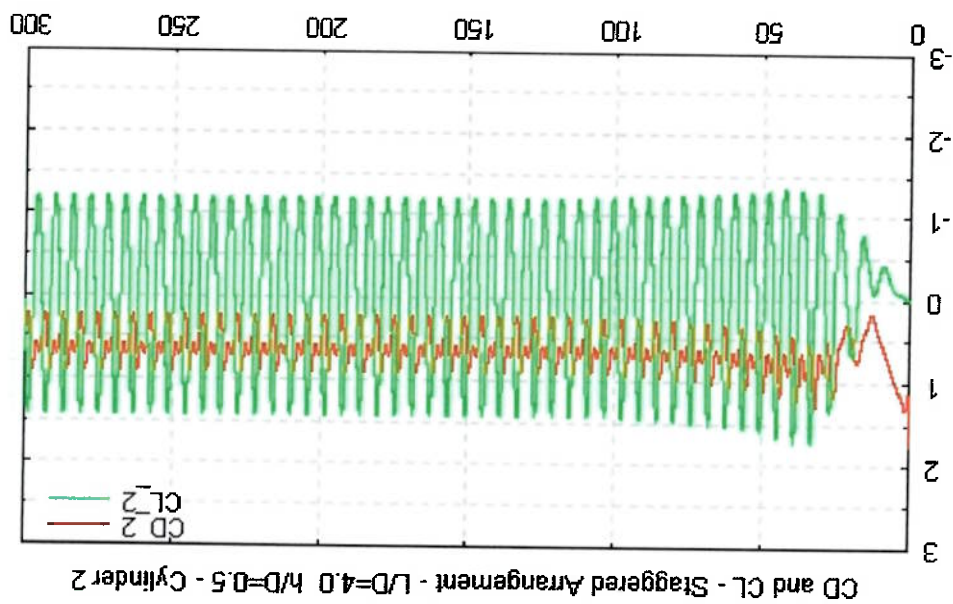


Figura 8.51. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $h/D = 0.5$ ,  $Re = 200$





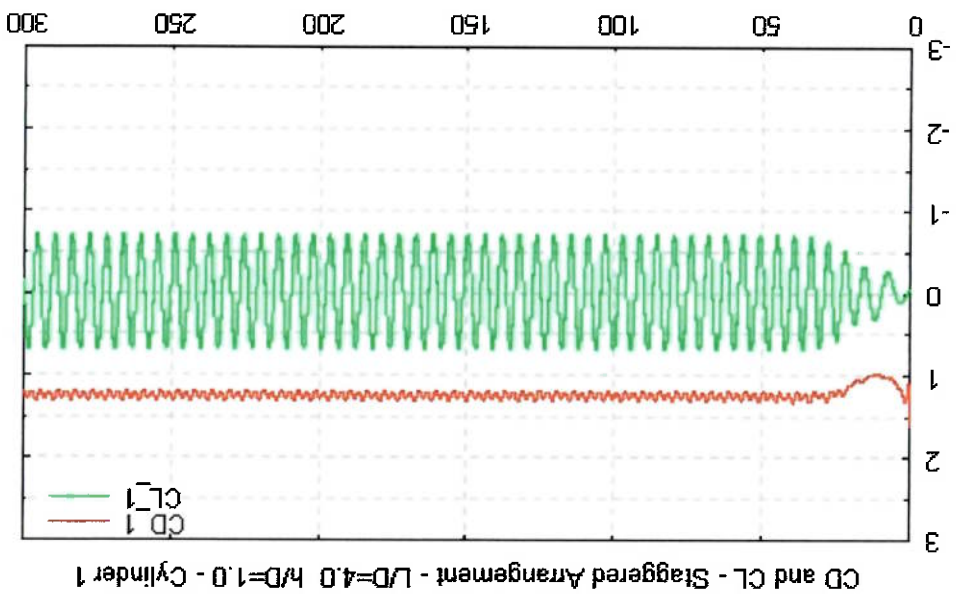
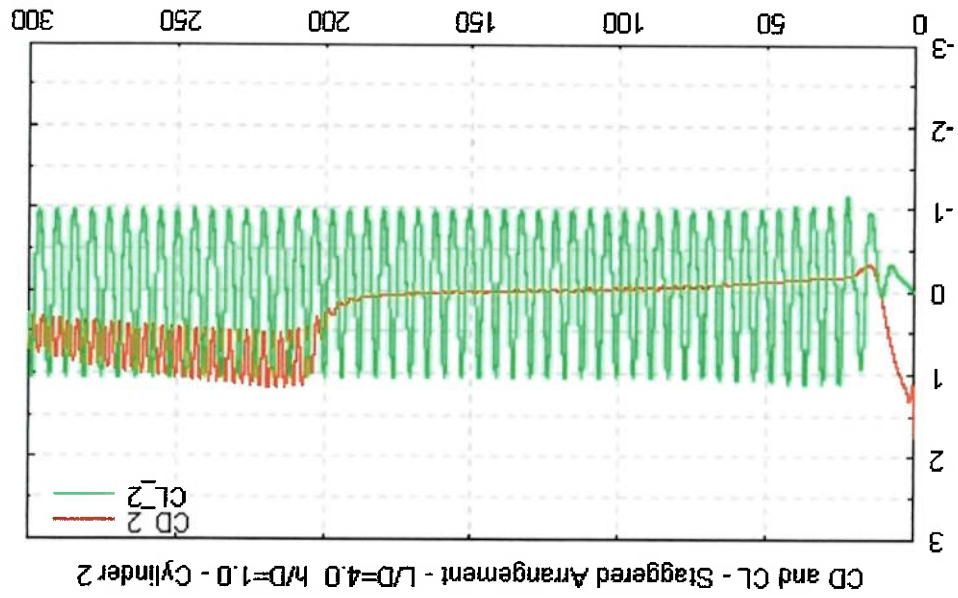
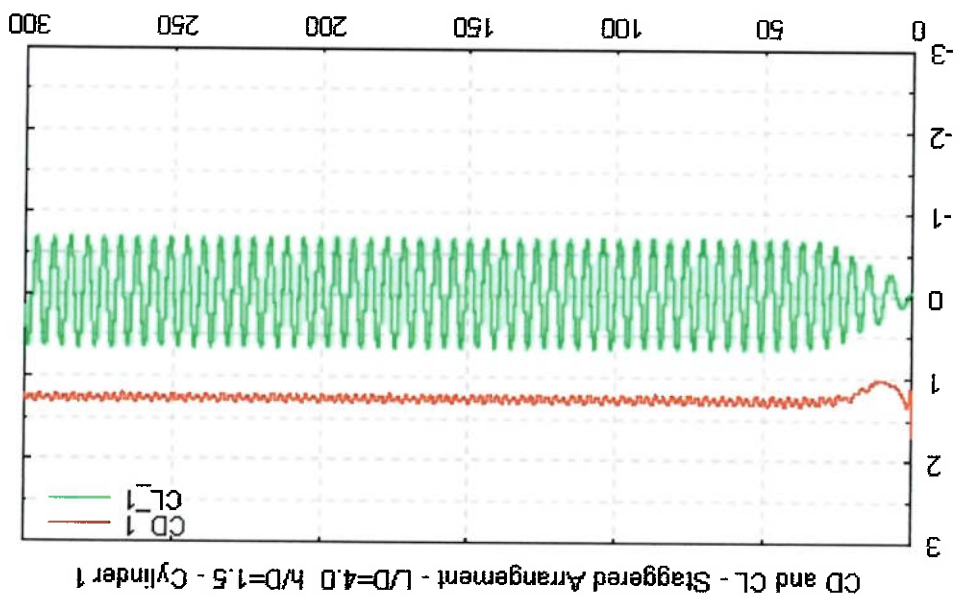
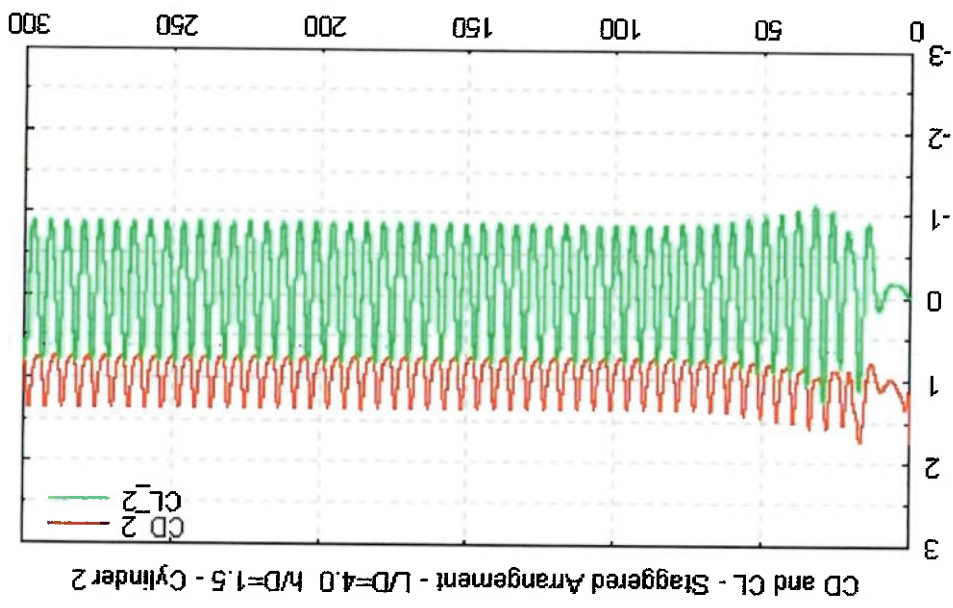


Figura 8.52. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $h/D=1.0$ ,  $Re=200$

Figura 8.53. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo oblíquo, cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $h/D = 1.5$ ,  $Re = 200$



#### 8.1.5. ARRANJO COM QUATRO CILINDROS DE DIÂMETROS IGUAIS

Os contornos de vorticidade das Figuras 8.56 e 8.57 mostram a alta complexidade do escoamento ao redor deste tipo de configuração, representado na Figura 6.1d. Mesmo para uma configuração simétrica, com  $h$  igual a zero e  $L/D$  igual a 3, o formato da esteira é altamente assimétrico.

Para este arranjo, observa-se no registro temporal dos coeficientes de força mostrados nas Figuras 8.60 a 8.67 que o coeficiente de arrasto dos cilindros a jusante é positivo para todos os espaçamentos estudados. Deve ser lembrado que, para configurações em “tandem” com cilindros de mesmo diâmetro, o sinal do coeficiente de arrasto do cilindro posterior é negativo para espaçamentos iguais ou inferiores a três diâmetros. Nestas figuras, os índices dos cilindros correspondem aos índices mostrados na Figura 6.1d. Os contornos de pressão das Figuras 8.54 e 8.55 mostram que os cilindros a jusante, devido ao arranjo, não se encontram completamente mergulhados na esteira dos cilindros a montante.

Outro aspecto interessante desta configuração é quanto ao formato da esteira. Para o espaçamento  $L/D$  igual a 4 e  $h/D$  igual a zero, observa-se a formação de duas esteiras de vórtices em fase. Já para  $L/D$  igual a 3 e mesmo valor de  $h$ , o aspecto da esteira é de uma única esteira de largura maior, como mostram os traçadores nas Figuras 8.58 e 8.59. Nota-se que a esteira somente tem uma forma organizada para valores de *offset* nulos. Para o espaçamento  $L/D = 3.0$  e  $h/D = 0$ , o aspecto da esteira é de uma única esteira mais larga.

Em alguns casos, foram necessárias simulações mais longas para verificar se existe uma estabilização do sinal (até mil unidades de tempo adimensionais) Pode-se observar visualmente o surgimento de diferentes modos de desprendimento de vórtices a partir dos registros temporais dos coeficientes de arrasto e sustentação, que apresentam uma modulação do sinal. Tal modulação tem origem na interação entre um dado cilindro e os vórtices desprendidos pelos demais, gerando um padrão de emissão de vórtices totalmente diverso daquele obtido para um cilindro isolado. Para estes casos, utilizou-se a técnica de transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* – FFT) para detecção dos modos de emissão de vórtices predominantes.

As Figuras 8.60 a 8.67 mostram o espectro dos coeficientes de sustentação, obtidos via FFT, para os casos simulados. O eixo vertical corresponde ao *power spectral density*  $P_h(f) = 2|H(f)|^2$ , onde  $H(f)$  é a transformada de Fourier do coeficiente de sustentação, e o eixo horizontal corresponde às frequências adimensionais de emissão de vórtices (número de Strouhal, no caso da frequência principal). Pode-se observar, em alguns dos casos, a existência de mais de um pico de frequência de emissão de vórtices. Isto revela a presença de mais de um modo de geração e desprendimento de vórtices. E ainda, em alguns dos casos simulados, nota-se que os cilindros não têm o mesmo número de Strouhal. Isto pode ser facilmente visualizado através de animações, feitas durante um ciclo de emissão de vórtices. Nestas animações, nota-se um “salto” durante o período de emissão de vórtices para os cilindros que têm números de Strouhal diferentes, fato que não ocorreria caso todos os cilindros tivessem a mesma frequência de emissão de vórtices

Os valores dos coeficientes de sustentação e arrasto dos cilindros a montante são altamente influenciados pela posição dos cilindros a jusante, como mostram os gráficos das Figuras 8.60 a 8.67. Para algumas das configurações, foi constatada a inibição do desprendimento de vórtices para os cilindros a montante, a exemplo do ocorrido para o arranjo oblíquo - por exemplo, para  $L/D=3$  e  $h/D=0$ , há o desprendimento de vórtices dos cilindros a montante. Porém, para valores de  $h$  ligeiramente maiores, isto não ocorre.

**Tabela 8.7. Coeficientes de arrasto médio e números de Strouhal, arranjo com quatro cilindros de diâmetros iguais,  $Re=200$**

$L/D$	$h/D$	$CD_1$	$CD_2$	$CD_3$	$CD_4$	$Cl_1$	$Cl_2$	$Cl_3$	$Cl_4$
4.0	1.5	1.42	1.45	1.42	1.44	0.08	-0.13	0.23	-0.12
	1.0	1.46	1.45	1.42	1.44	0.09	-0.13	0.35	-0.08
	0.5	1.42	1.45	1.42	1.44	0.07	-0.13	0.24	-0.08
	0	1.42	1.45	1.42	1.44	0.08	-0.13	0.24	-0.08
3.0	1.5	1.01	1.04	1.01	1.04	0.14	0.12	-0.11	-0.13
	1.0	1.01	1.04	1.01	1.04	0.14	0.12	-0.11	-0.13
	0.5	1.01	1.04	1.01	1.04	0.14	0.12	-0.11	-0.13
	0	1.01	1.04	1.01	1.04	0.14	0.12	-0.11	-0.13

Figura 8.54. Contornos de pressão, arranjo com quatro cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$ ,  $Re = 200$

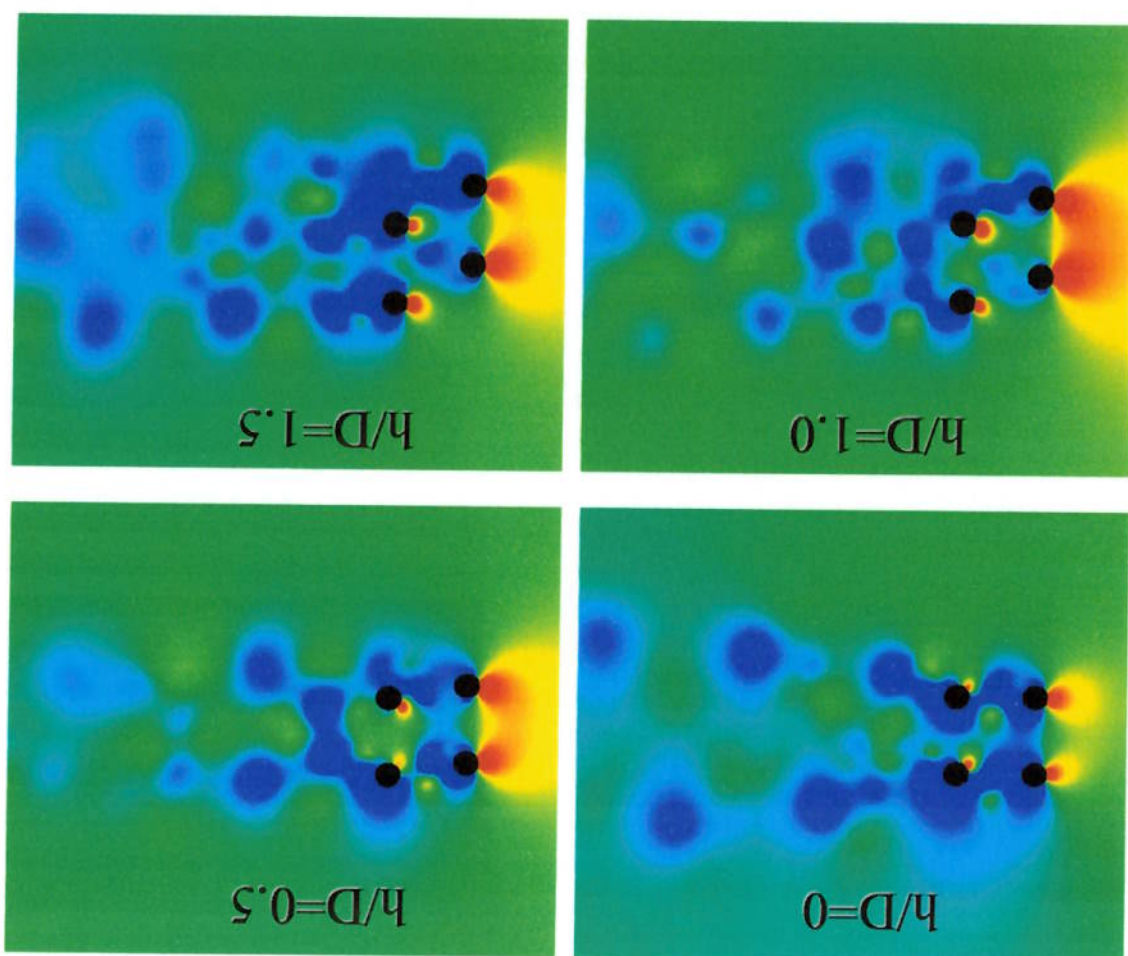


Figura 8.55. Contornos de pressão, arranjo com quatro cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $Re=200$

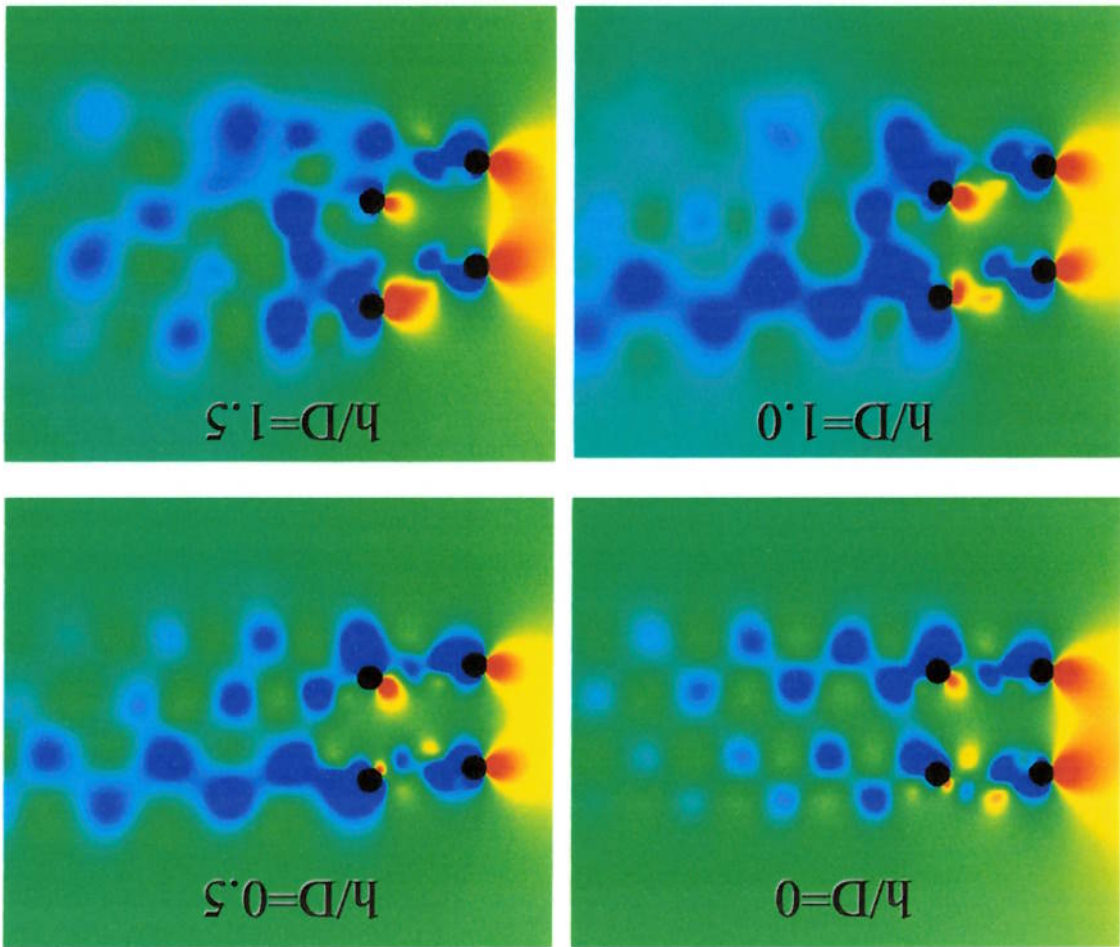


Figura 8.56. Contornos de vorticidade, arranjo com quatro cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$ ,  $Re=200$

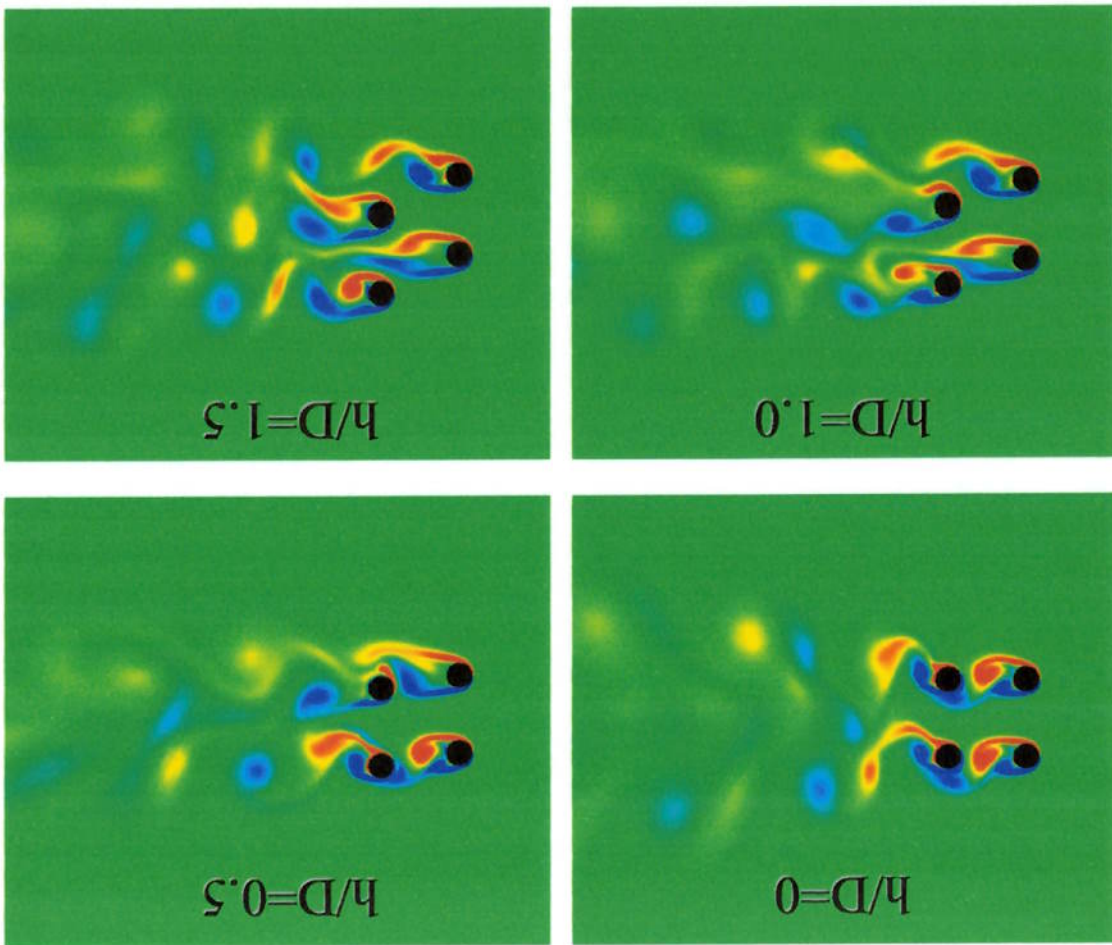




Figura 8.57. Contornos de vorticidade, arranjo com quatro cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $Re=200$

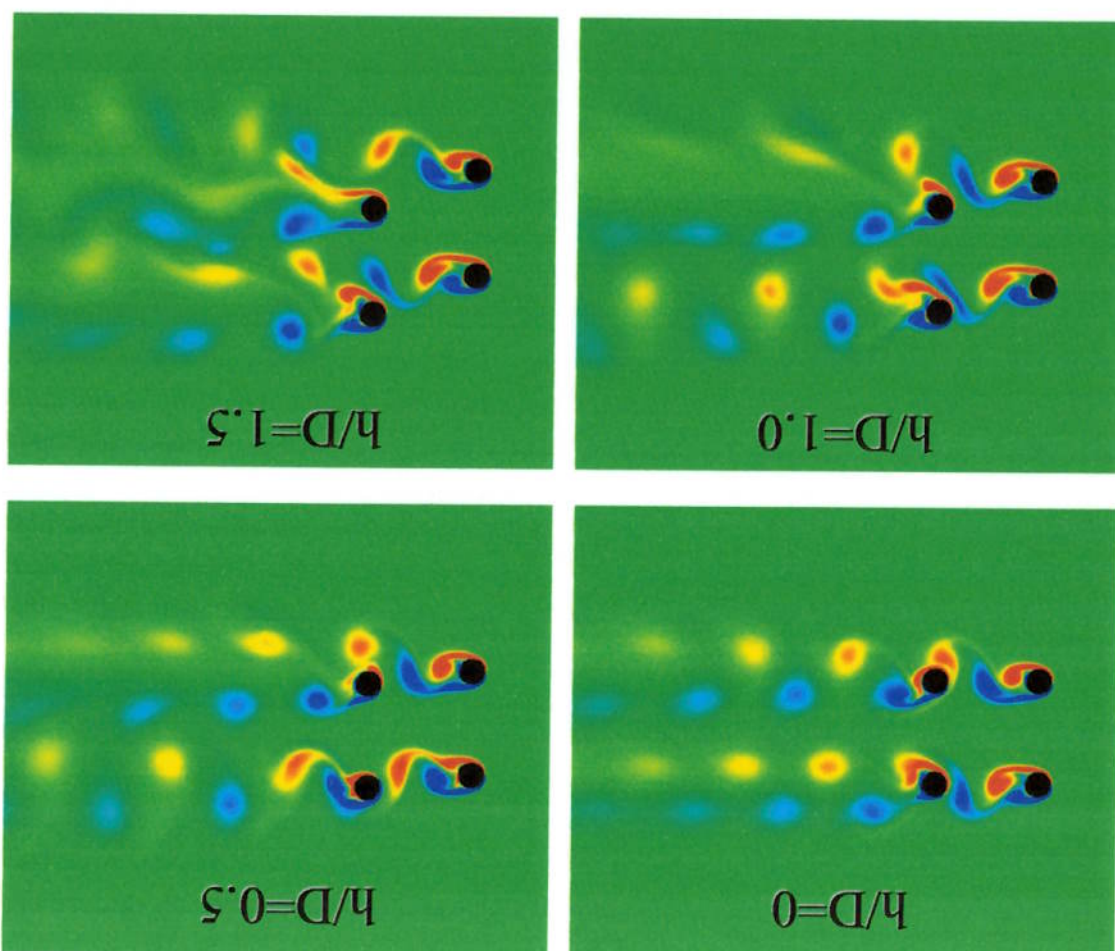


Figura 8.58. Esteira representada por traçadores. Arranjo com quatro cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$ ,  $Re = 200$

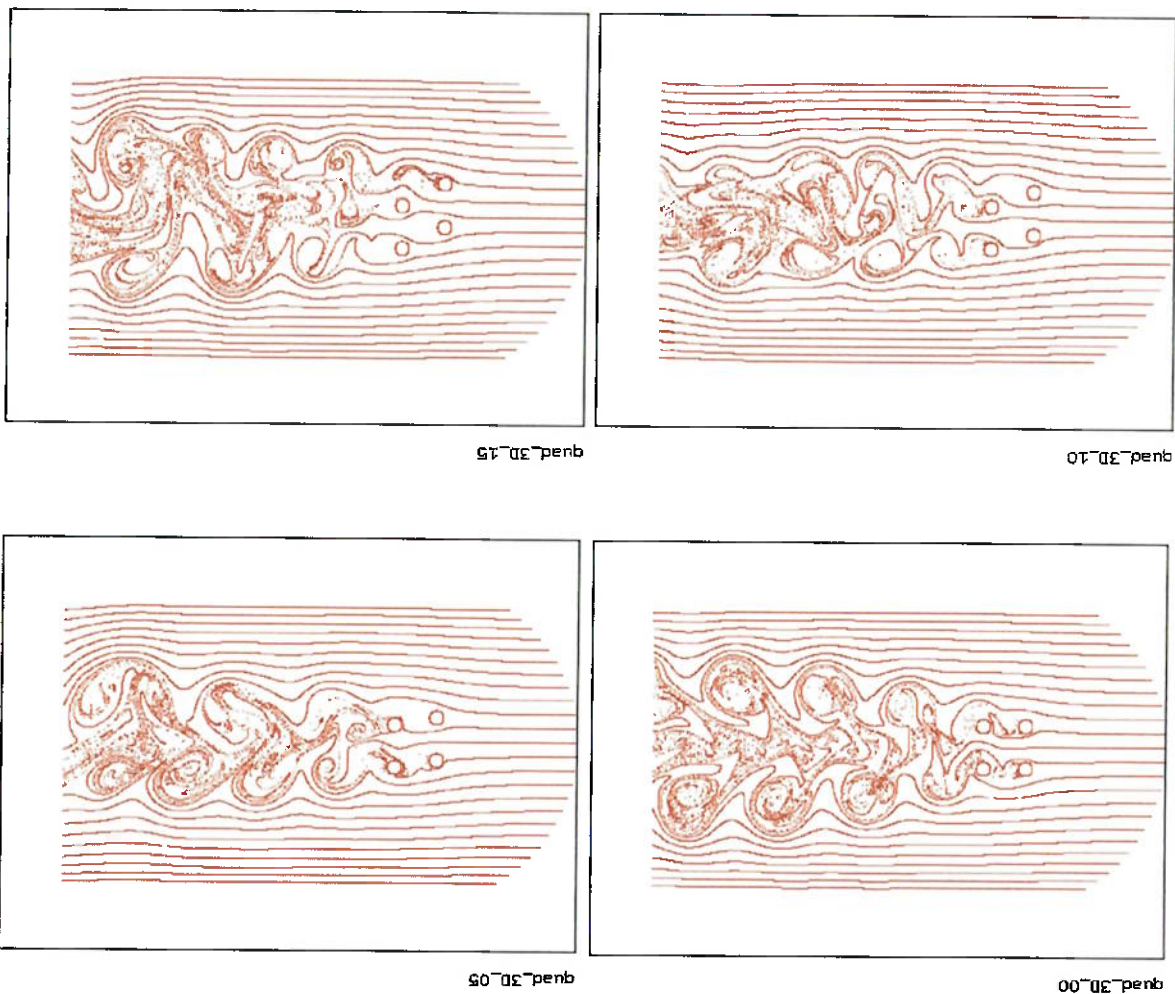
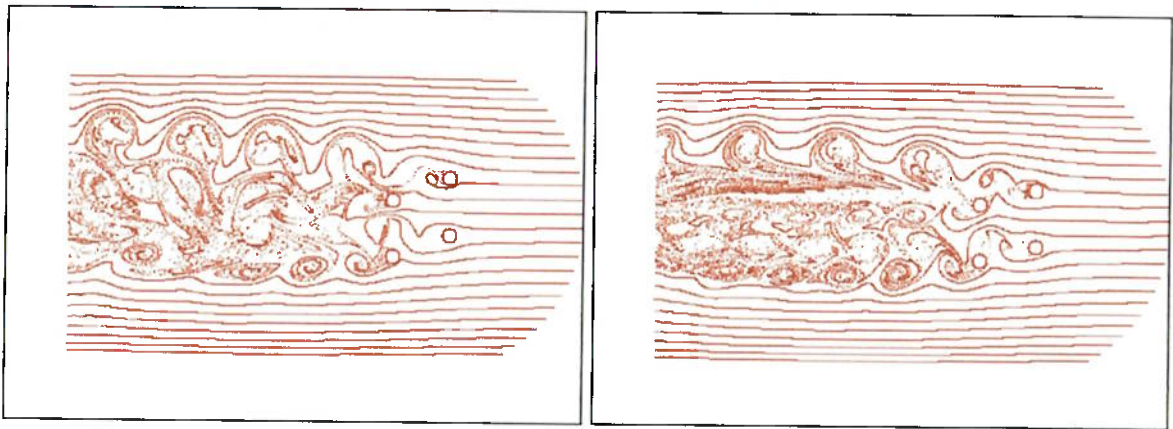
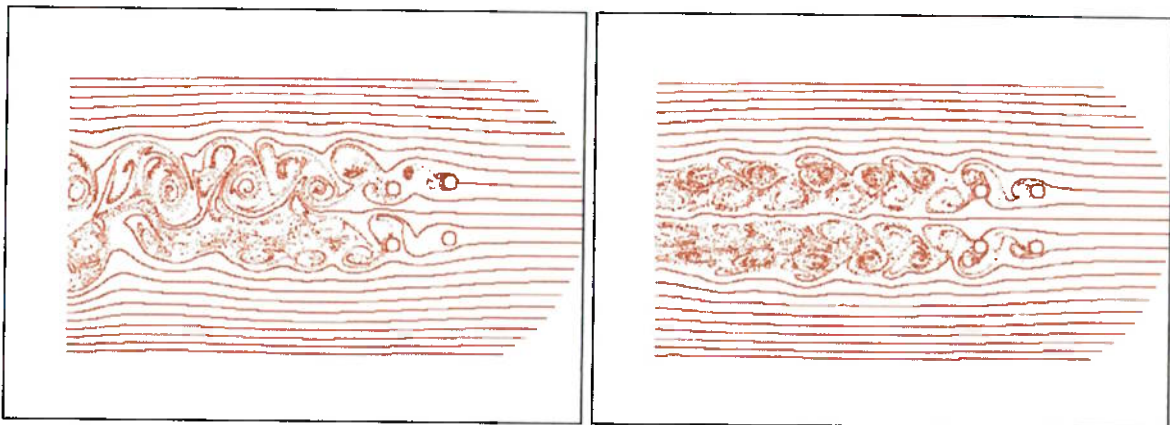


Figura 8.59. Esteira representada por traçadores. Arranjo com quatro cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $Re = 200$



quad\_4D\_15

quad\_4D\_10



quad\_4D\_05

quad\_4D\_00

Figura 8.60. Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de sustentação e espectro de frequências do coeficiente de sustentação. Arranjo com quatro cilindros,  $L/D = 3.0$ ,  $h/D = 0$ ,  $Re = 200$ .

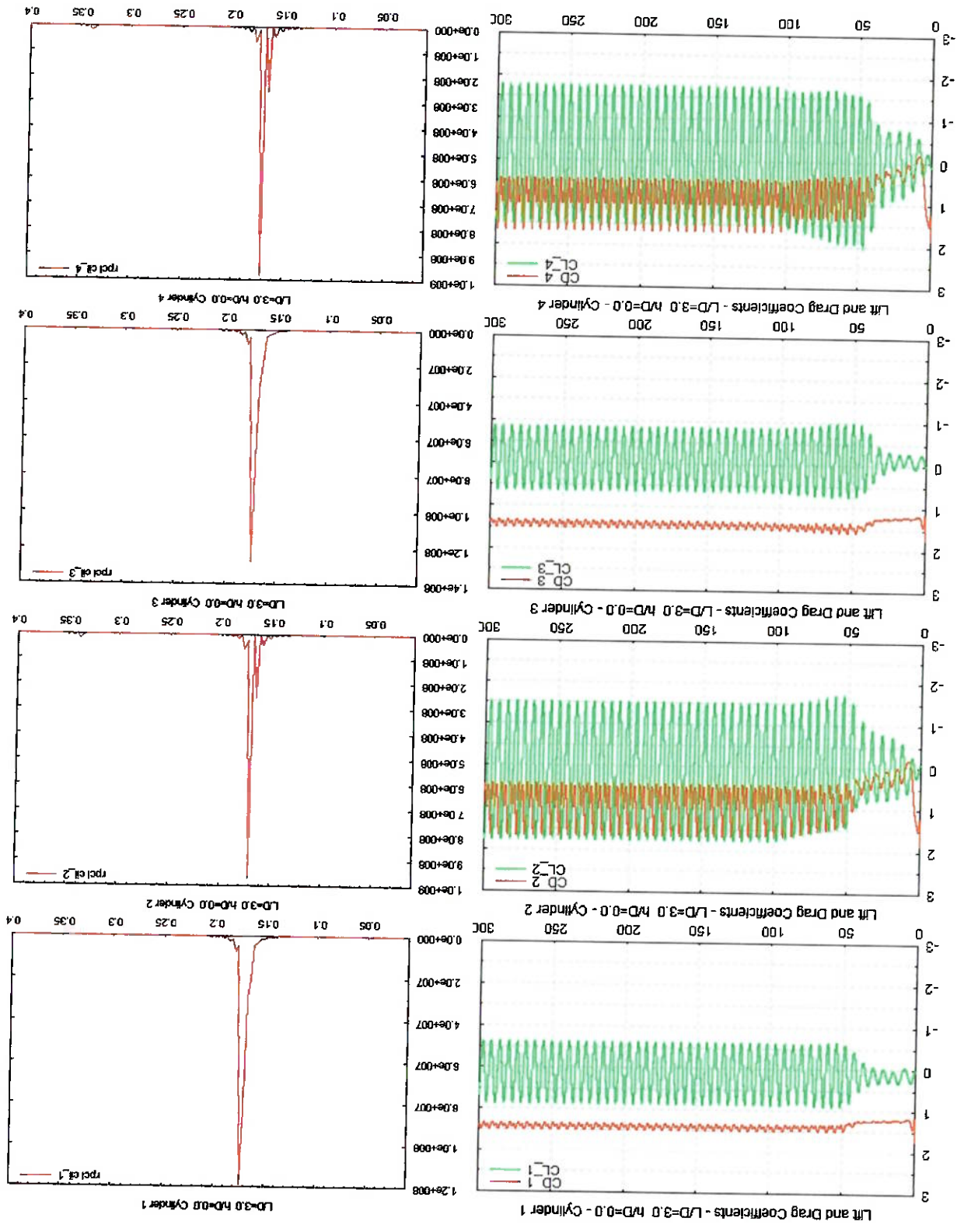
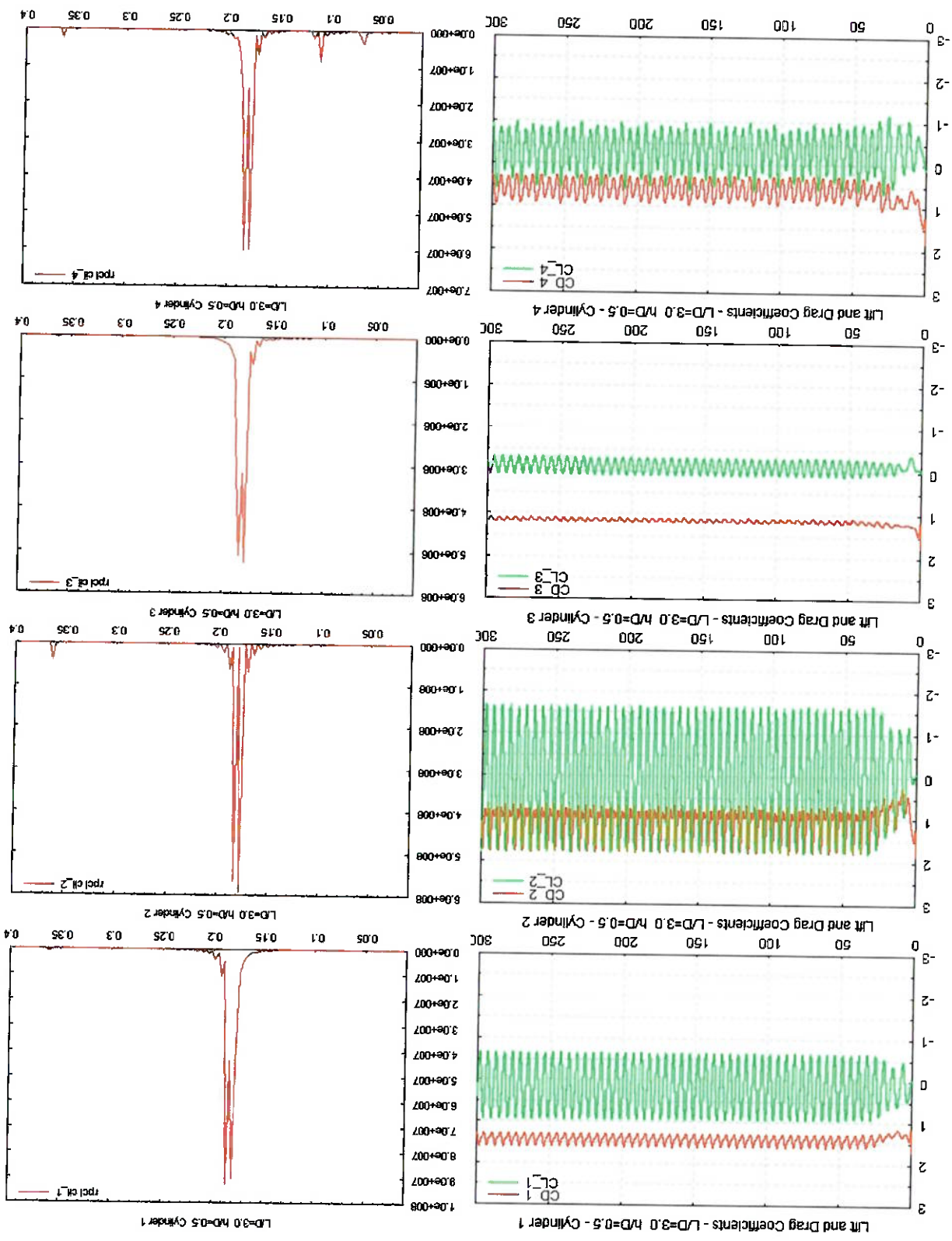
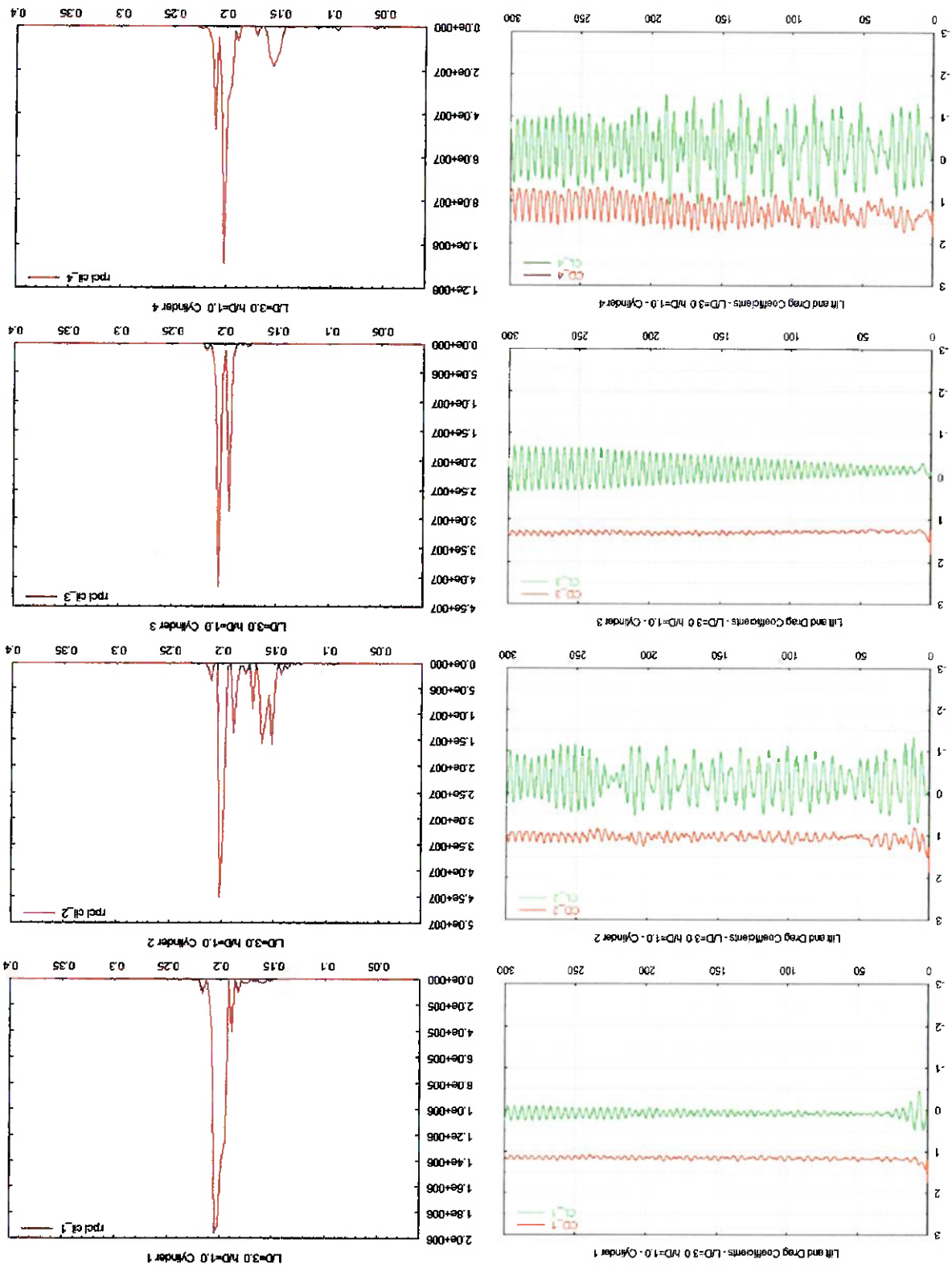


Figura 8.61 . Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de sustentação e espectro de frequências do coeficiente de sustentação. Arranjo com quatro cilindros,  $L/D = 3.0$ ,  $h/D = 0.5$ ,  $Re = 200$ .



**Figura 8.62 . Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de frequências do coeficiente de sustentação, Arranjo com quatro cilindros,  $L/D = 3.0$ ,  $b/D = 1.0$ ,  $Re=200$ .**



**Figura 8.63. Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de frequências do coeficiente de sustentação, Arranjo com quatro cilindros,  $L/D = 3.0$ ,  $b/D = 1.5$ ,  $Re = 200$ .**

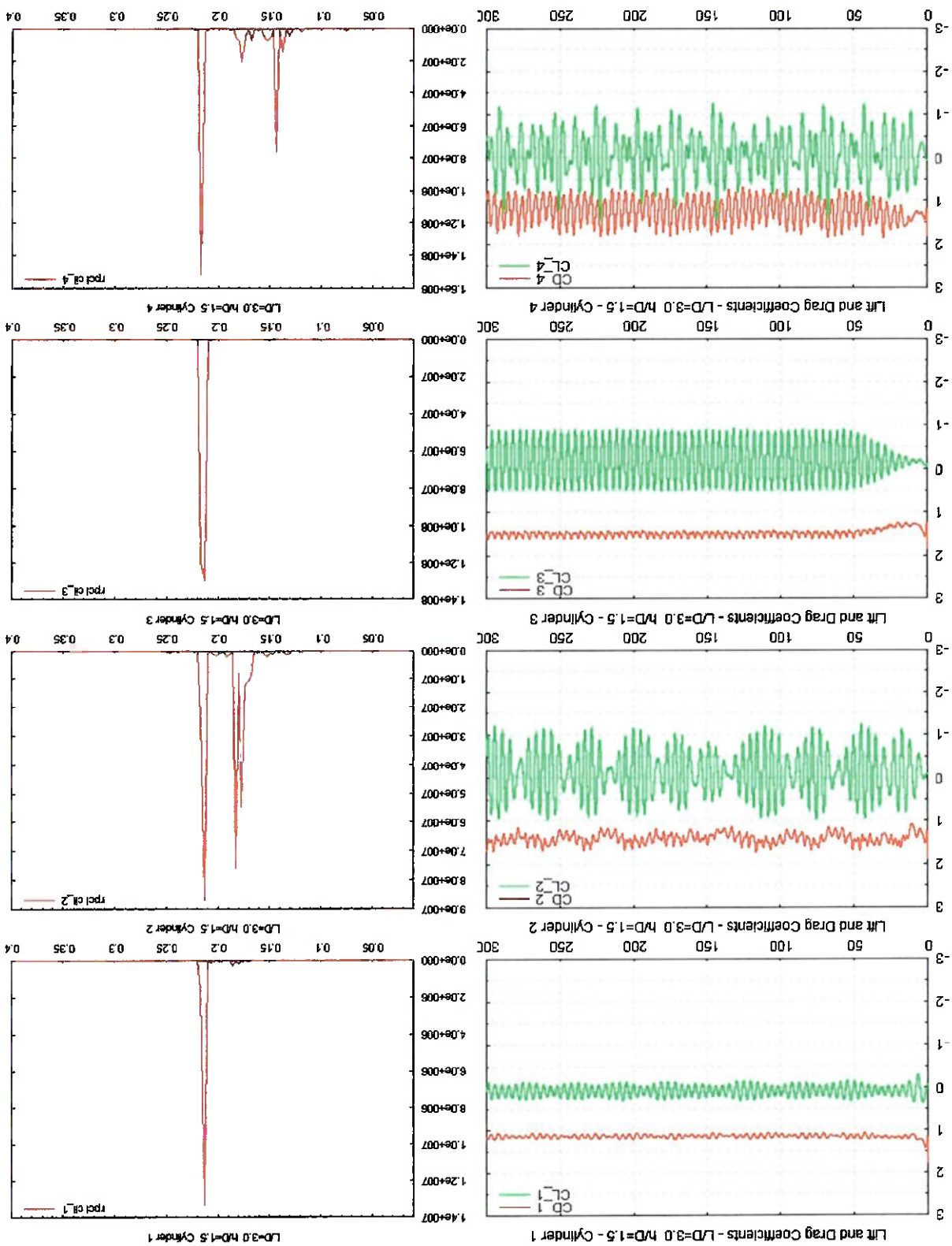
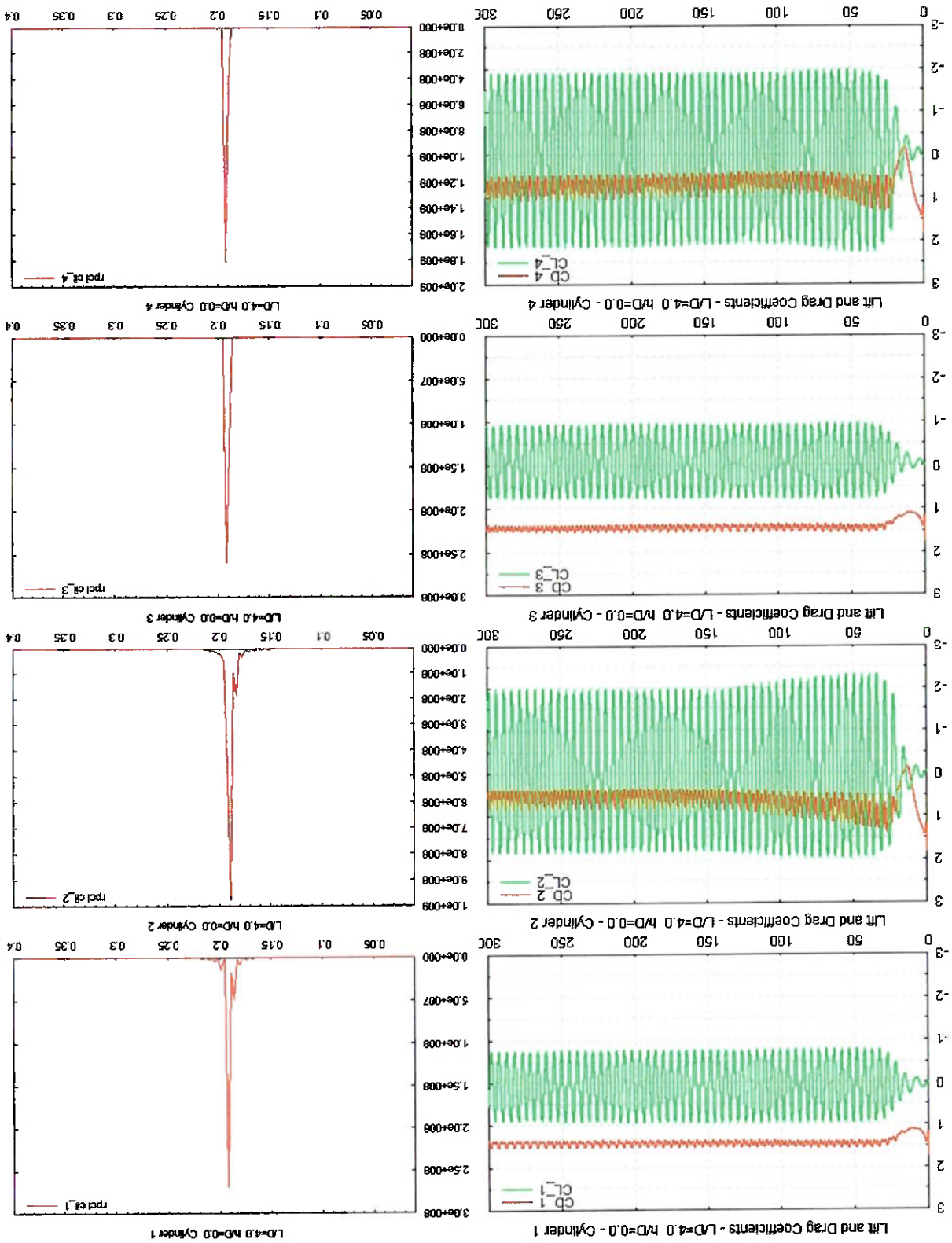
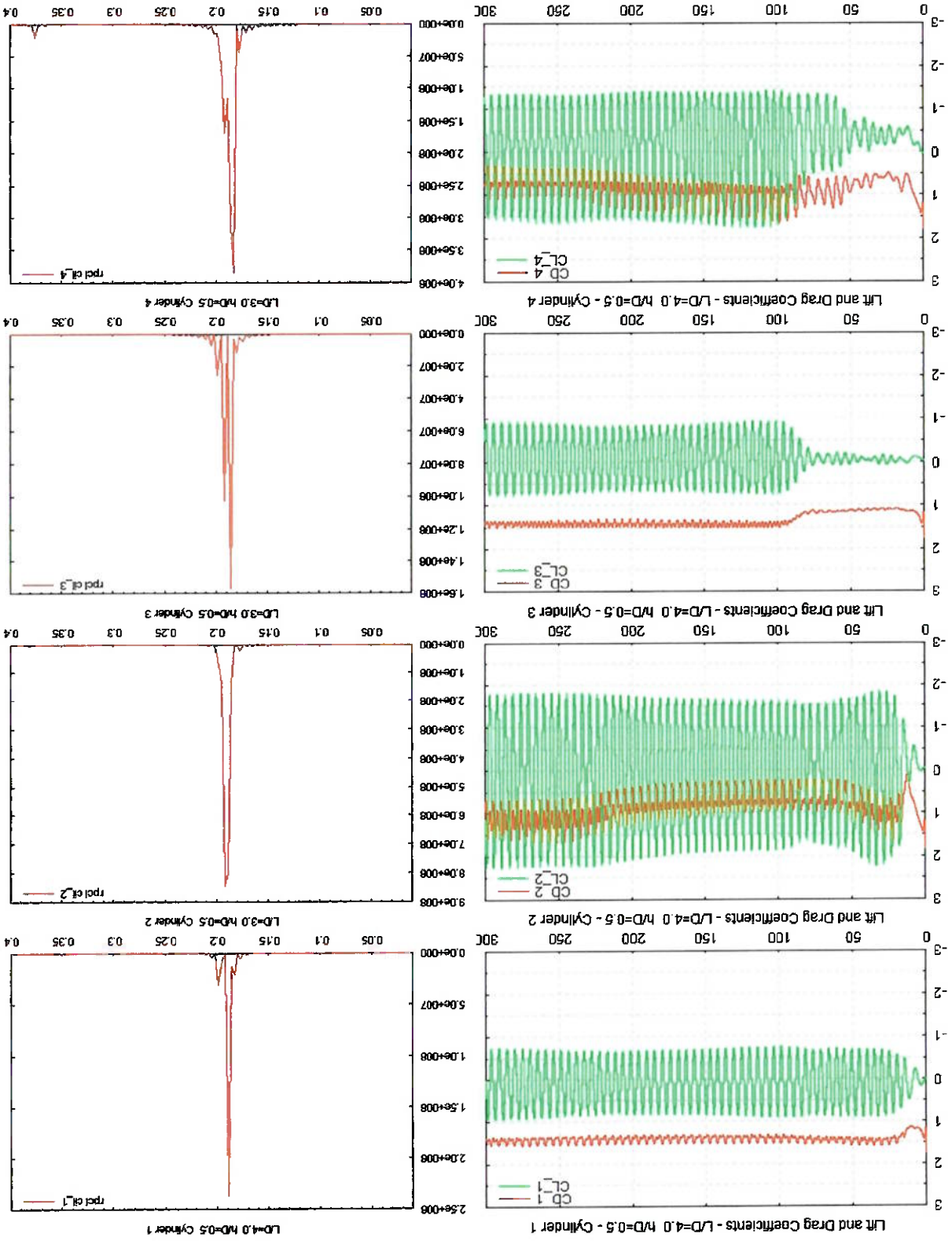


Figura 8.64. Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de sustentação e espectro de frequências do coeficiente de sustentação. Arranjo com quatro cilindros,  $L/D = 4.0$ ,  $h/D = 0$ ,  $Re = 200$ .

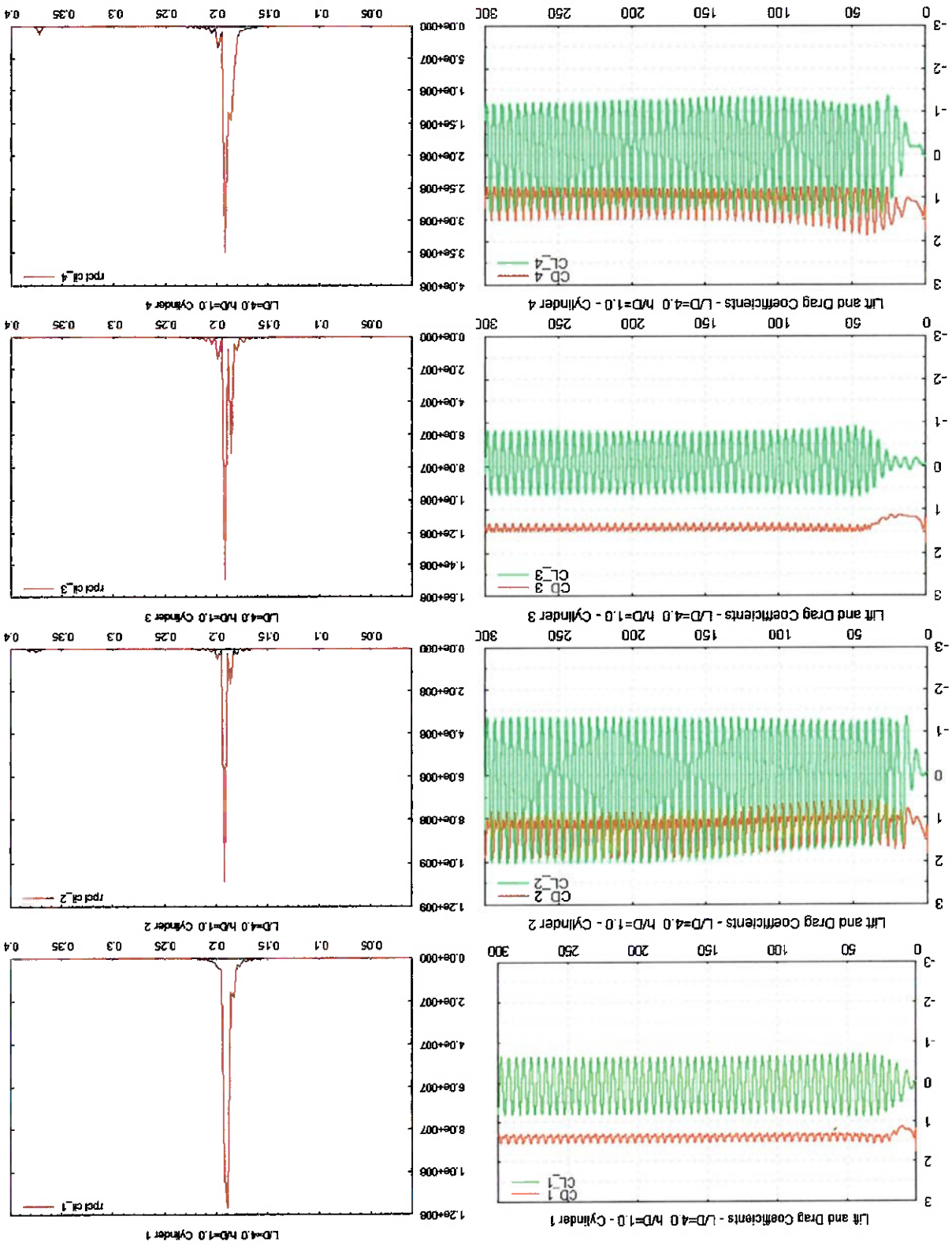




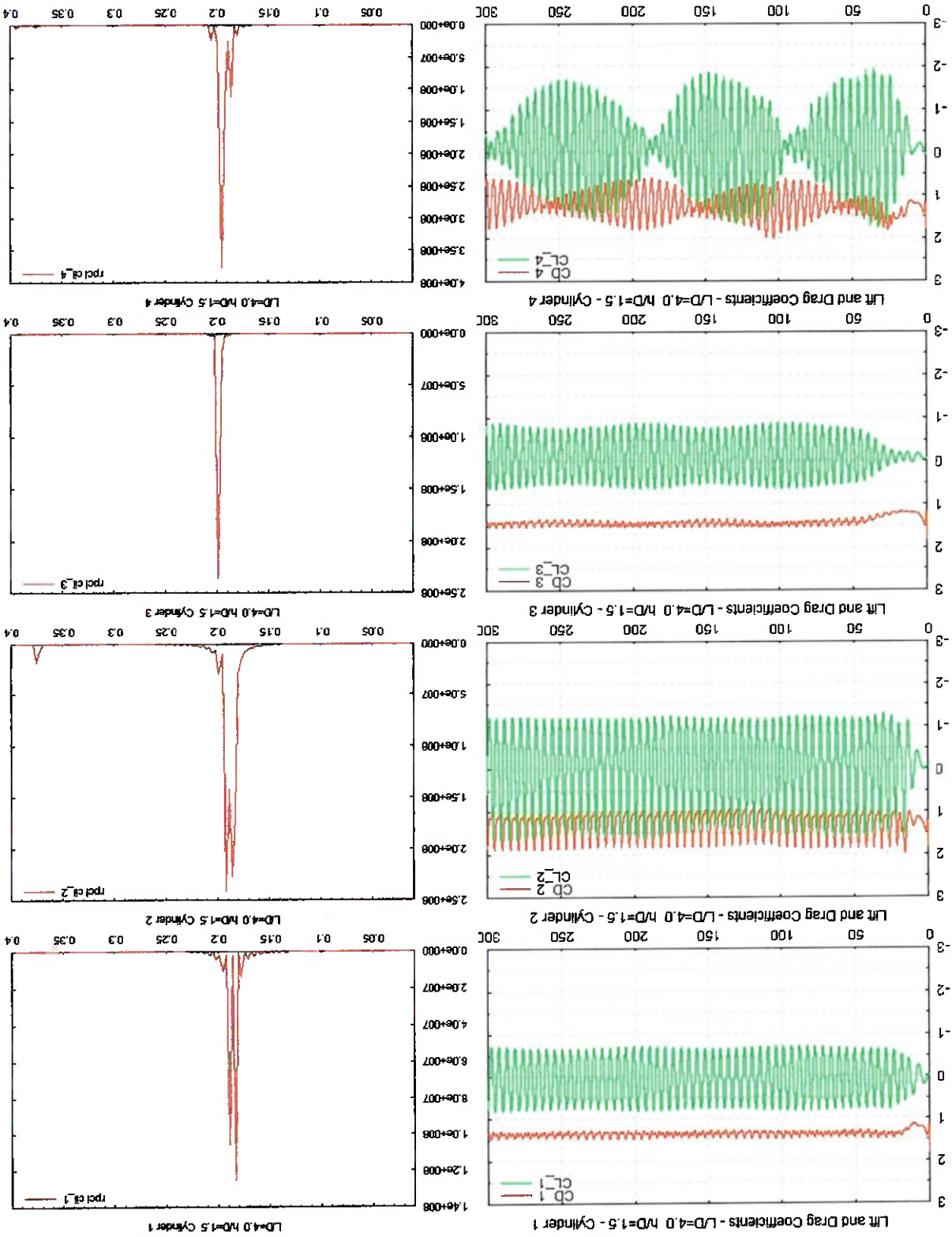
**Figura 8.65. Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de frequências do coeficiente de sustentação. Arranjo com quatro cilindros,  $L/D = 4.0$ ,  $h/D = 0.5$ ,  $Re = 200$ .**



**Figura 8.66. Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de sustentação e espectro de frequências do coeficiente de sustentação. Arranjo com quatro cilindros,  $L/D = 4.0$ ,  $h/D = 1.0$ ,  $Re = 200$ .**



**Figura 8.67. Coeficientes de sustentação e arrasto e espectro de frequências do coeficiente de sustentação. Arranjo com quatro cilindros,  $L/D = 4.0$ ,  $h/D = 1.5$ ,  $Re = 200$ .**



## 8.2. RESULTADOS ORTOS, RE = 10.000

Para as simulações a alto número de Reynolds com agrupamentos de cilindros, foi escolhida uma configuração em tandem com cilindros de diâmetros iguais. Não foram realizadas simulações para todos os casos estudados no regime laminar em virtude do elevado tempo computacional necessário para a realização das simulações no regime turbulento.

Nestas simulações, decidiu-se utilizar malhas extremamente refinadas, como as mostradas na Figura 7.13. Embora na etapa de validação os valores médios de coeficiente de arrasto, ao utilizarmos este refinamento da malha, terem se mostrado maiores do que os obtidos com uma malha mais pobre, obtivemos um resultado que pode ser considerado qualitativamente melhor. Isto devido à diminuição da ocorrência da difusão numérica e do consequente mascaramento da viscosidade turbulenta, como explicado na etapa de validação do código turbulento. As malhas utilizadas têm aproximadamente o dobro de volumes e um número de nós cerca de 80% maior do que a malha utilizada na validação do código, como mostra a Tabela 8.8.

Foi utilizado um intervalo de tempo igual a 0.00025. Não foi utilizada a função de van Driest para o cálculo da viscosidade turbulenta, pois o uso da mesma incorreria em um custo computacional muito elevado, devido às operações de exponenciação necessárias para o cálculo de  $C_s$ , e ao cálculo da distância adimensional da parede. Assim, decidiu-se pela utilização de um valor de  $C_s$  constante. Procedeu-se uma nova etapa de validação, e os melhores resultados foram os obtidos ao utilizarmos um valor

de  $C_S$  igual a 0.1. Com este valor da constante  $C_S$ , foram obtidos praticamente os mesmos valores de coeficiente de arrasto médio e número de Strouhal em comparação com a validação com a malha mais refinada e utilizando a função de van Driest. Com estas providências, o tempo transcorrido durante as simulações manteve-se em cerca de 750 horas.

Na Tabela 8.8 é mostrado o número de elementos e de nós das malhas utilizadas nas simulações. A Figura 8.68 mostra uma das malhas utilizadas. Esta malha corresponde a um espaçamento entre centros de 2 diâmetros. Nota-se o elevado número de elementos na região próxima aos cilindros, para a obtenção de uma boa discretização da camada limite. Cada cilindro possui 1.571 nós distribuídos sobre a parede.

As Figuras 8.74 a 8.77 mostram o registro temporal das forças de sustentação e arrasto obtidos para os espaçamentos estudados. Os índices dos cilindros são os mesmos utilizados para o caso laminar, e correspondem aos da Figura 6.1d, porém com diâmetros dos cilindros iguais.

A Tabela 8.9 apresenta os valores dos coeficientes de arrasto médio obtidos na simulação. A inversão do arrasto do cilindro a jusante ocorreu para o espaçamento entre os centros  $L/D=3.0$ , como mostra a Figura 8.71. Para a mesma configuração em tandem e número de Reynolds igual a 200, a inversão ocorre para um valor  $L/D$  igual a 4.0. Nota-se que o espaçamento entre os cilindros para que se desse a inversão é a mesma que a obtida pelo método dos vórtices discretos (MVD), efetuadas por YAMAMOTO (2001) e FREGONESI (2001), para  $Re = 10.000$ , e ZDRAVKOVICH (1977) para  $Re=24.400$ , porém é menor que o obtido nos ensaios realizados no IPT (2001). De uma forma geral, o coeficiente de arrasto do cilindro a jusante é ligeiramente maior que o obtido por outros autores.

Nos contornos de pressão da Figura 8.72, para o espaçamento igual a dois diâmetros, pode-se ver o cilindro a jusante imerso em uma região de baixa pressão, formada pela esteira do cilindro a montante. O coeficiente de arrasto do cilindro posterior é negativo, indicando uma força média de atração entre os cilindros. Nota-se pelos contornos de vorticidade da Figura 8.73, que as camadas cisalhantes provenientes do cilindro a montante envolvem o cilindro posterior, e uma bolha de recirculação é verificada na região entre os cilindros.

Antes da inversão do arrasto do cilindro posterior, o coeficiente de arrasto do cilindro a montante está em boa concordância com os obtidos nos ensaios do IPT. Quando o espaçamento é aumentado para  $4.0D$ , e o cilindro a jusante passa a desprender vórtices, o valor do coeficiente de arrasto do cilindro a montante apresenta um salto, desviando-se significativamente dos resultados dos resultados experimentais, como mostrado na Tabela 8.9 e na Figura 8.70.

A exemplo do observado no regime laminar, os valores de coeficiente de arrasto obtidos para o cilindro a montante são menores do que os obtidos na etapa de validação, para um cilindro isolado. Para o maior espaçamento estudado, o coeficiente de arrasto médio é cerca de 12% inferior ao obtido para um cilindro isolado e mesmo grau de refinamento da malha. Para o regime laminar, esta diferença gira em torno de 6%.

L/D	$Cd_1$	$Cd_2$	$S_1$	$S_2$
5.0	1.58	0.49	0.23	0.23
4.0	1.56	0.53	0.23	0.23
3.0	1.52	0.36	0.22	0.22
2.0	0.95	-0.29	0.19	0.19

Strouhal, arranjo em tandem, Re=10.000

Tabela 8.9. Coeficiente de arrasto médio e número de

L / D	Elementos	Nós	Nós na parede
5.0	222.577	112.908	1.571
4.0	222.157	112.698	1.571
3.0	220.253	111.746	1.571
2.0	215.163	109.201	1.571

Tabela 8.8. Malhas utilizadas nas simulações, Re=10.000



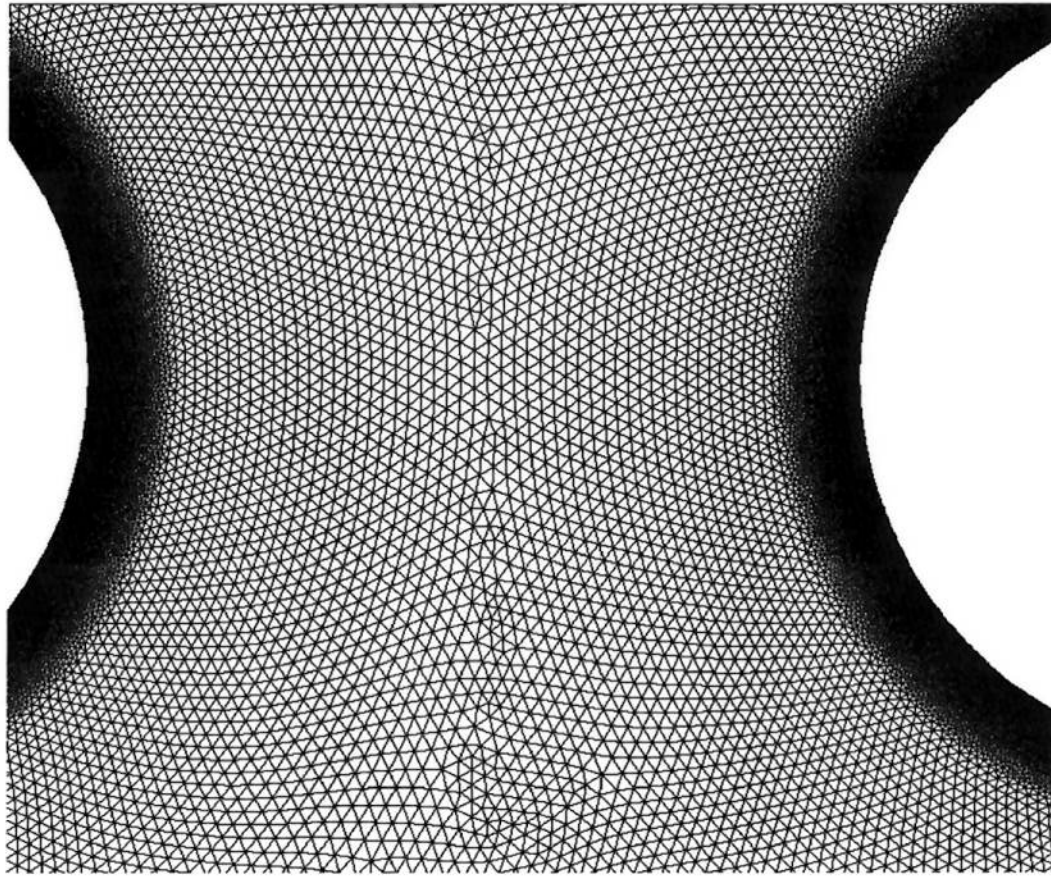


Figura 8.69. Detalhe da malha na região próxima aos cilindros

Figura 8.68. Malha computacional típica utilizada nas simulações.  
 $L/D = 2.0$ ,  $Re = 10.000$ .

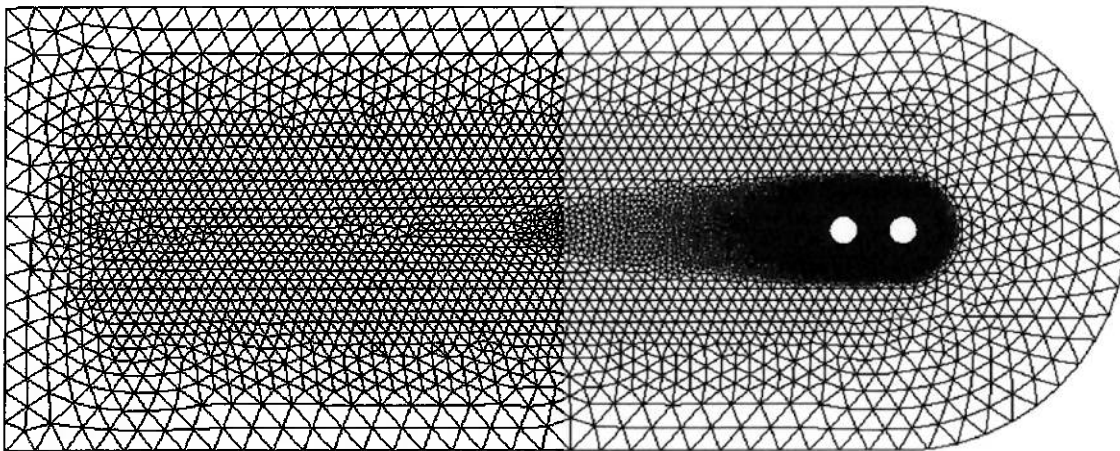


Figura 8.71. Curva  $C_d$  x  $Re$ , cilindro a jusrante, arranjo em tandem,  $Re = 10.000$

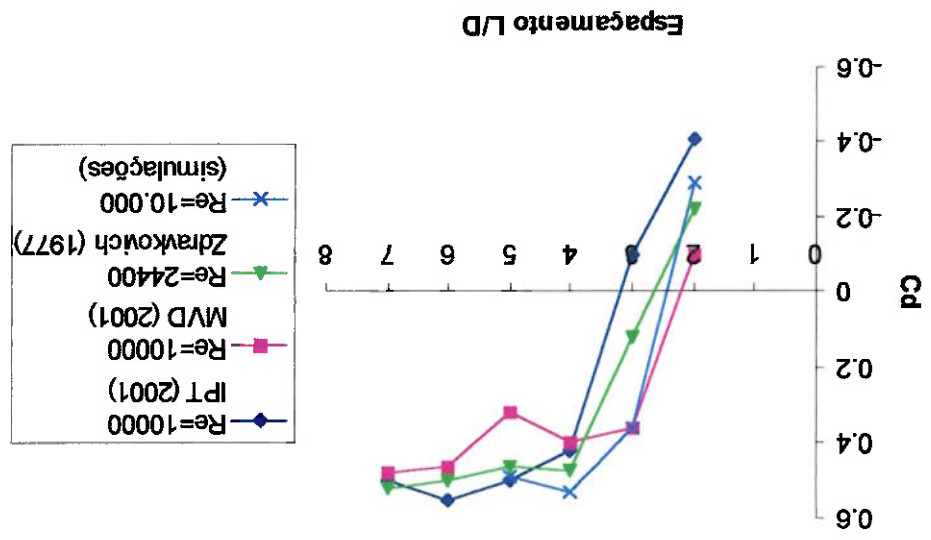
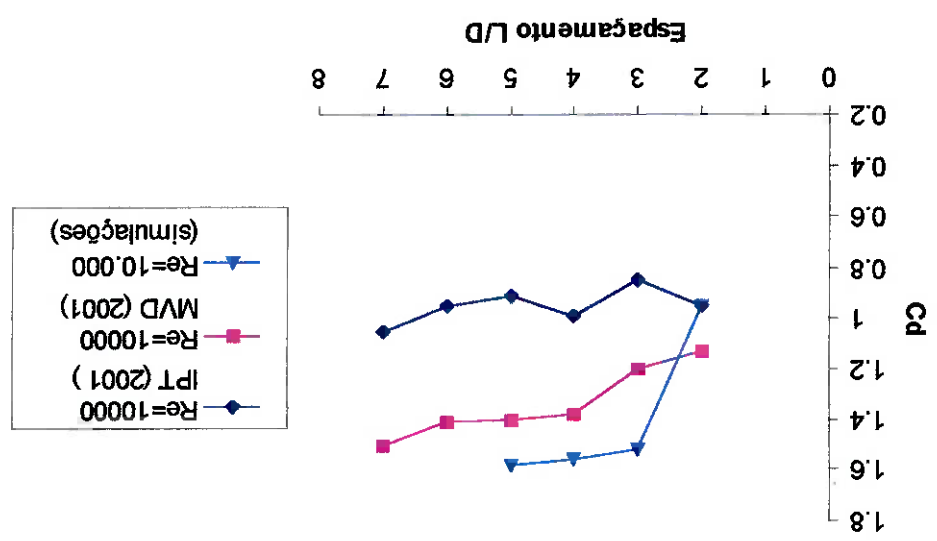


Figura 8.70. Curva  $C_d$  x  $Re$ , cilindro a montante, arranjo em tandem,  $Re = 10.000$



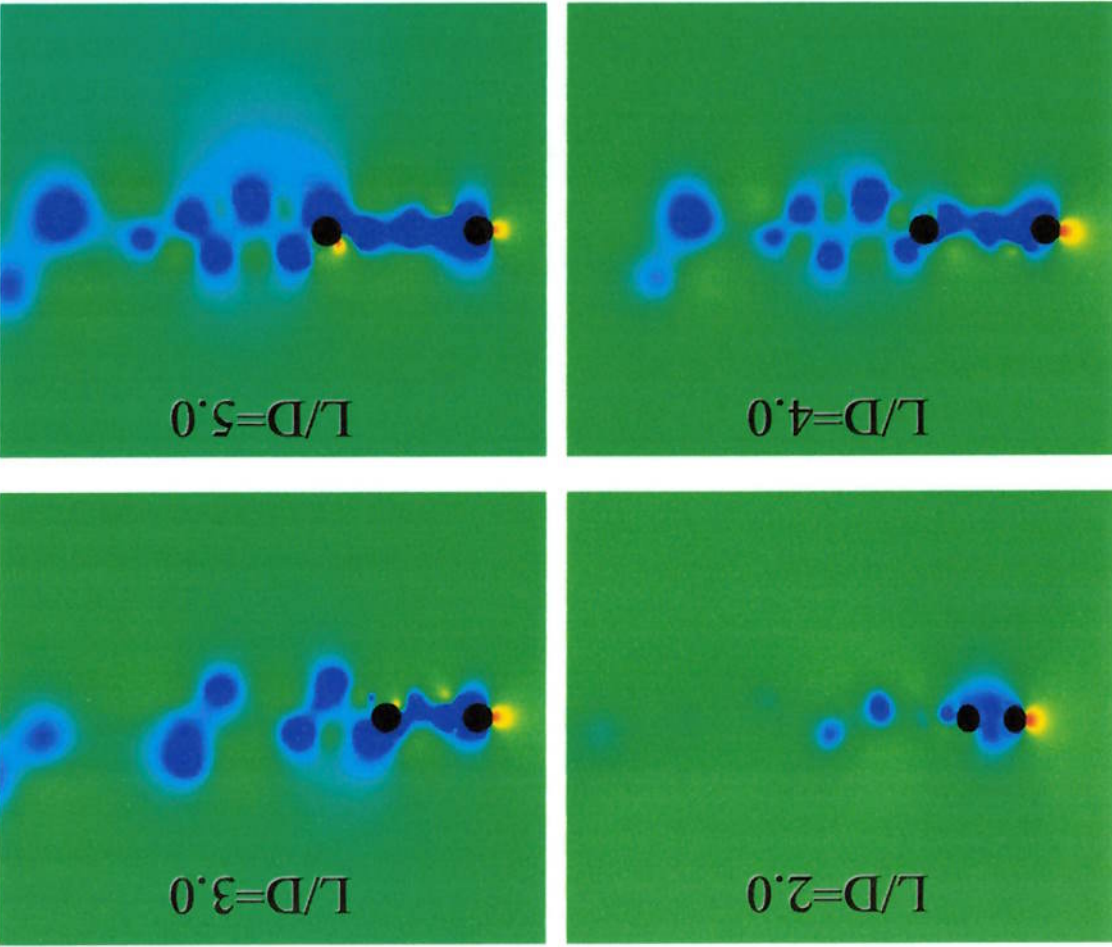


Figura 8.72. Contornos de pressão, arranjo em tandem, diâmetros iguais,  $Re = 10.000$

Figura 8.73. Contornos de vorticidade, arranjo em tandem, diâmetros iguais,  $Re = 10,000$

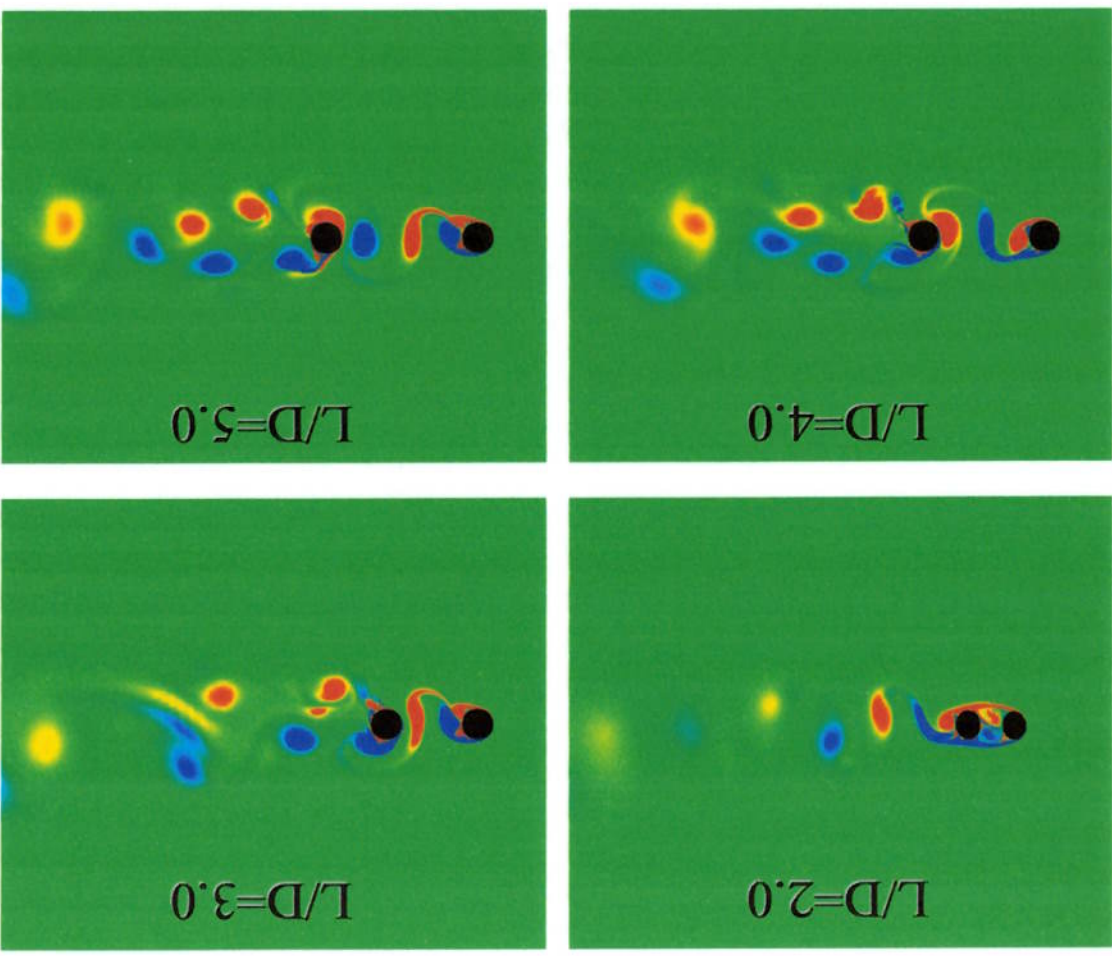


Figura 8.74. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 2.0$ ,  $Re=10.000$

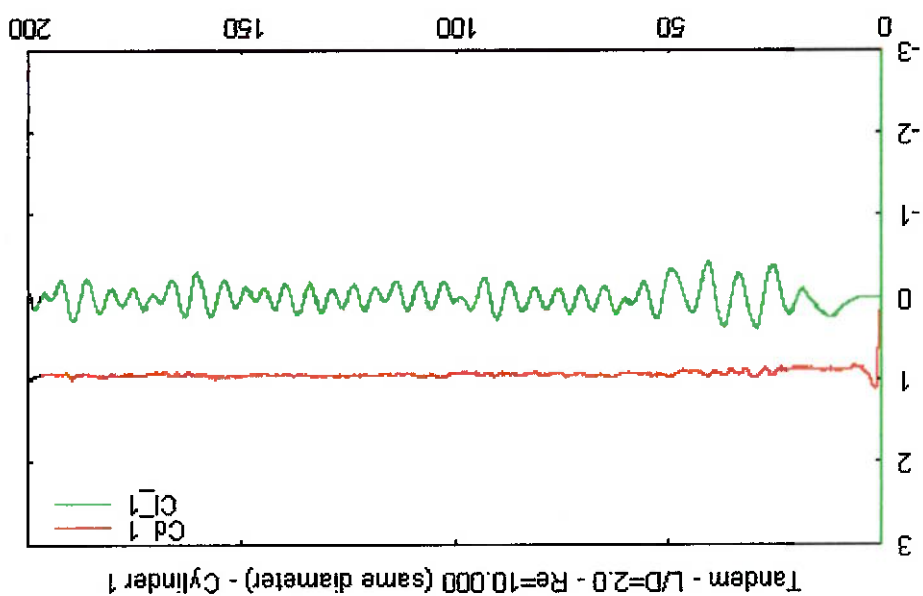
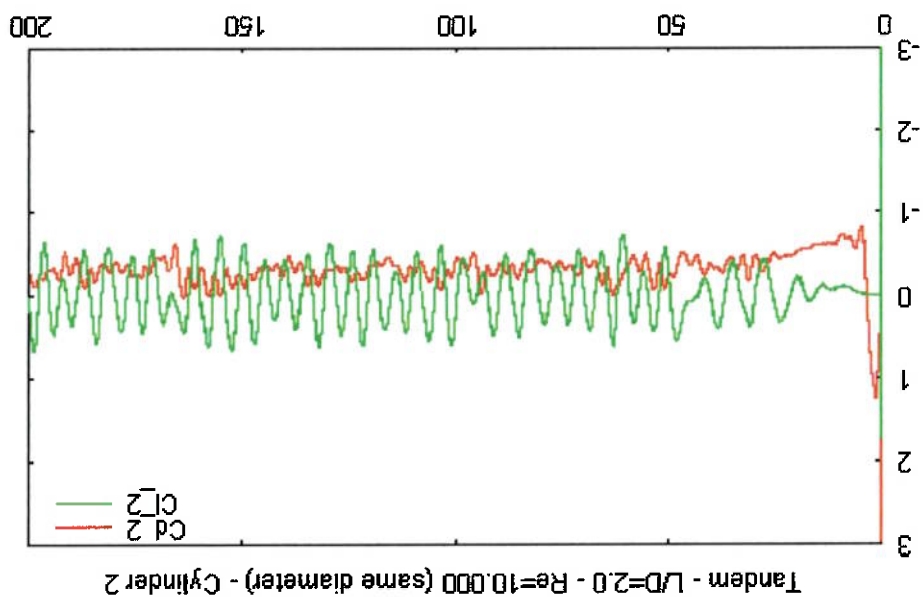


Figura 8.75. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 3.0$ ,  $Re = 10.000$

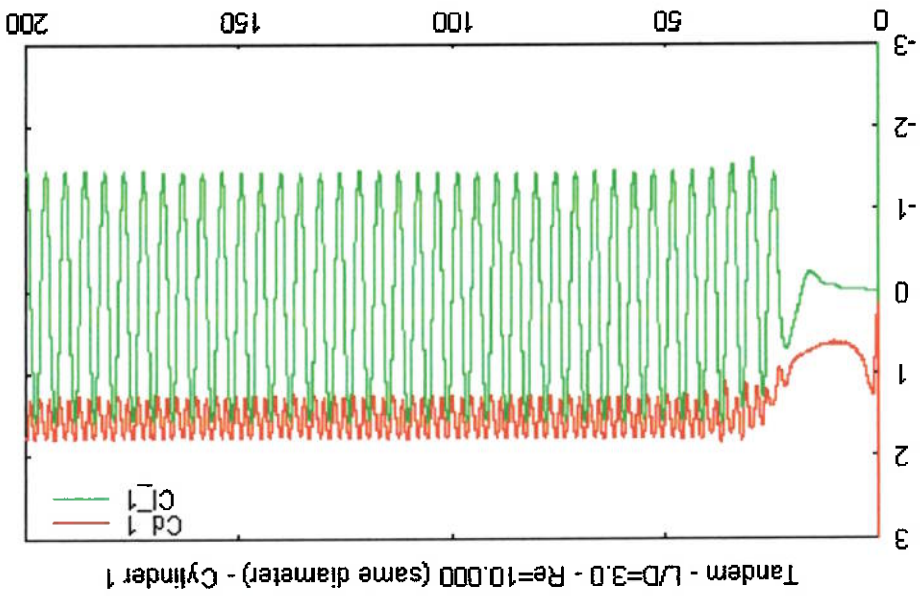
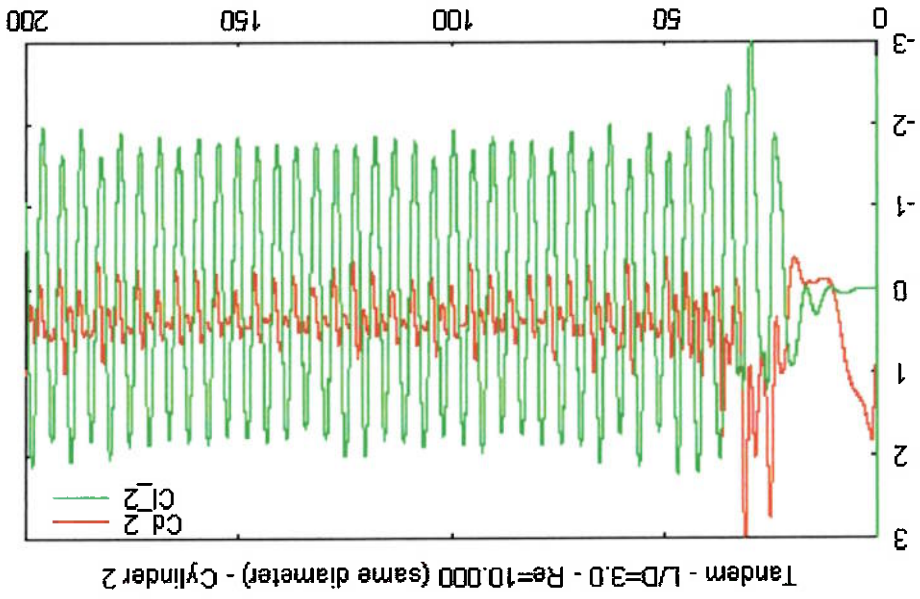


Figura 8.76. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 4.0$ ,  $Re=10.000$

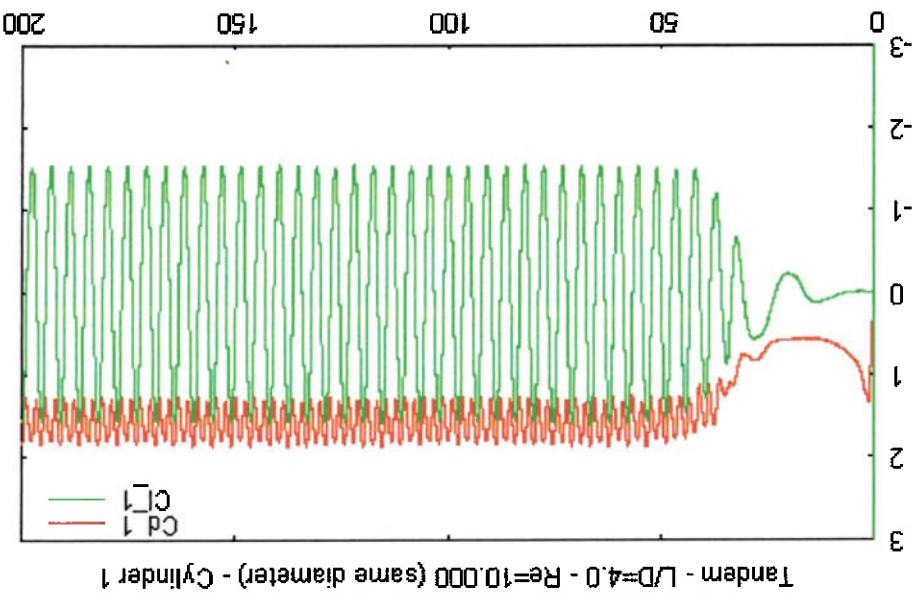
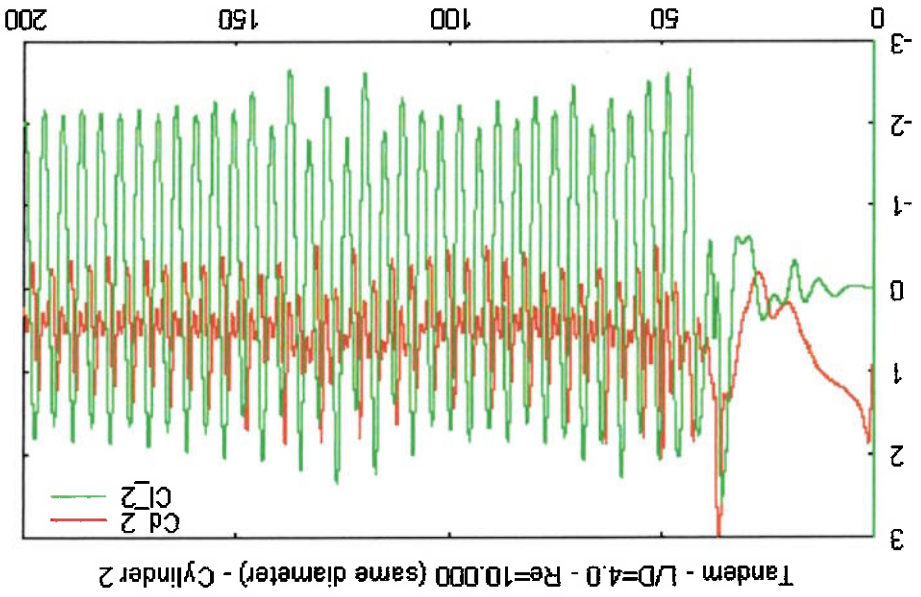
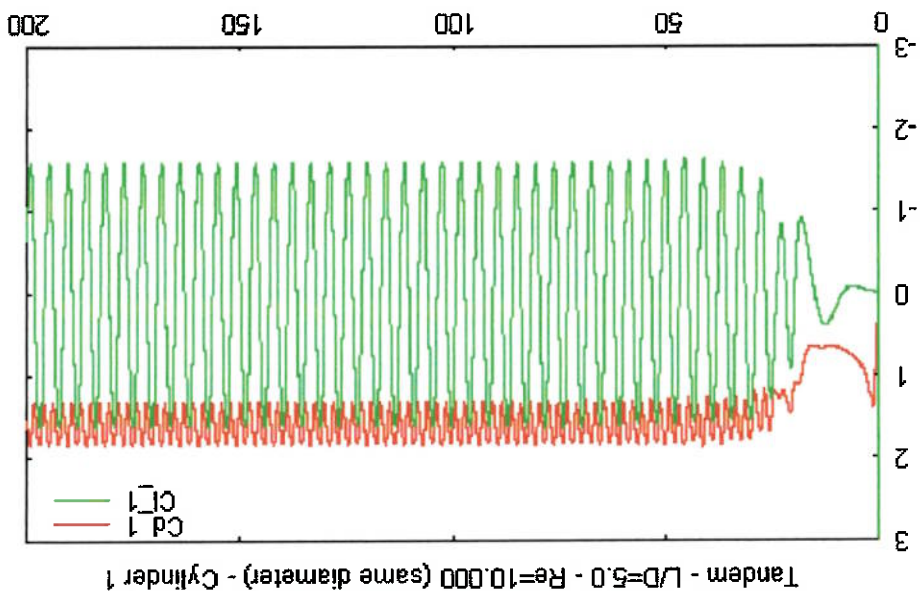
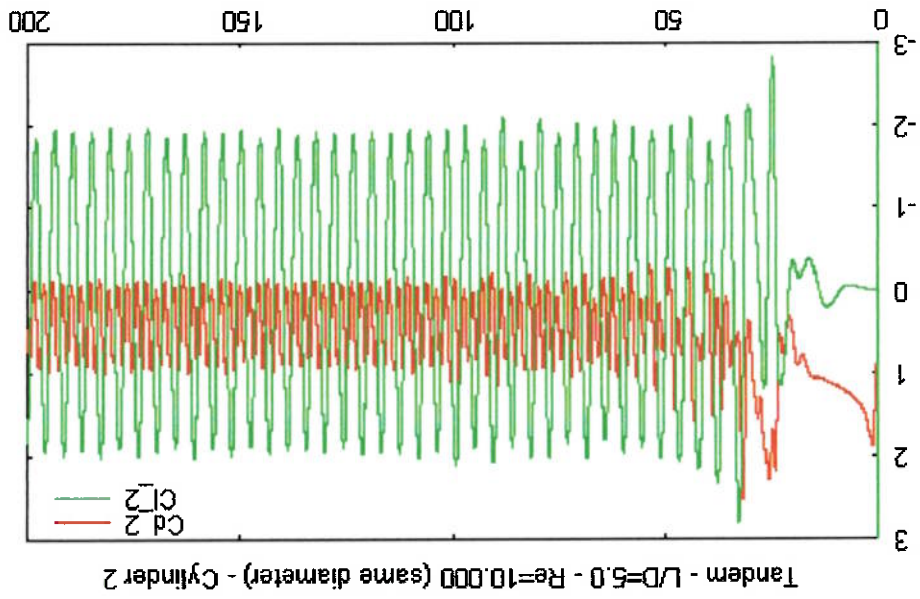


Figura 8.77. Coeficientes de sustentação e arrasto. Arranjo em tandem com cilindros de diâmetros iguais,  $L/D = 5.0$ ,  $Re=10.000$





Os resultados apresentados na validação para Reynolds igual a 200 mostraram boa concordância com resultados obtidos por outros pesquisadores, tanto experimentalmente como numericamente. Assim, o código computacional desenvolvido neste trabalho pode ser considerado uma boa ferramenta para a determinação de características importantes como o arrasto sobre os cilindros do agrupamento nesta faixa de número de Reynolds.

Para todos os casos estudados, foi mostrada a história temporal dos coeficientes de força dos cilindros, importante para a determinação de alguns parâmetros de projeto, como por exemplo, a determinação da distância mínima entre os cilindros para se evitar o fenômeno de *clashing* – colisão entre os cilindros, que ocorre quando existe uma força média de atração entre os mesmos. Foram também apresentadas figuras de traçadores, contornos de vorticidade e pressão, que auxiliam na visualização da complexa estrutura do escoamento, até mesmo para geometrias consideradas simples.

Nesta dissertação, foram apresentadas simulações numéricas do escoamento ao redor de agrupamentos de cilindros englobando diversas configurações geométricas, tanto para cilindros de mesmo diâmetro como para cilindros de diâmetros diferentes. Este último caso se faz presente em muitas situações práticas na indústria petrolífera, onde *risers* de diferentes diâmetros são colocados próximos uns aos outros. Não existem muitos estudos a respeito deste tipo de configuração na literatura.

## 9. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA EXTENSÃO DO TRABALHO

Apesar destas limitações, foram realizadas simulações para agrupamentos em tandem com dois cilindros de mesmo diâmetro. A análise dos resultados foi feita praticamente de forma qualitativa, devido à incapacidade do método numérico aqui apresentado em proporcionar resultados satisfatórios para valores de número de Reynolds elevados. Foram comparadas algumas características observadas nas

escoramento turbulento e que é essencialmente tridimensional. Algumas características importantes de um escoramento turbulento, como o fenômeno de *vortex stretching*, que é um importante mecanismo de transferência de energia em um escoamento decorre da incapacidade de uma simulação bidimensional em captar coeficiente de arrasto, utilizando simulações bidimensionais. Provavelmente esta não é aceitável. Outros pesquisadores também obtiveram valores mais altos para o valor esperado para um cilindro isolado a  $Re = 10.000$ , o que das presentes simulações para este regime. Foi obtido um valor de coeficiente de arrasto A etapa de validação do código turbulento mostrou claramente as limitações

turbulento. bidimensional seria capaz de prever as características principais do escoramento do problema. A meta, neste caso, foi verificar até que ponto uma simulação uma simulação bidimensional somente pode ser considerada uma aproximação inicial anteriormente, escoamentos turbulentos são intrinsecamente tridimensionais e, portanto, bidimensional do código desenvolvido para o regime laminar. Conforme exposto computacional que incorporasse os efeitos turbulentos, porém mantendo a estrutura práticas de Tecnologia Marítima, procedeu-se então à implementação de um código Porém, como este regime não corresponde ao regime encontrado em aplicações

simulações com as obtidas para o regime laminar, como por exemplo a inversão do arrasto do cilindro posterior, que ocorreu para uma distância menor entre os centros dos cilindros em relação ao regime laminar. Esta inversão se deu a uma distância entre centros igual a três diâmetros, em comparação com o espaçamento de quatro diâmetros, observado no regime laminar. Resultados obtidos por ZDRAVKOVICH (1977) mostram que a inversão do arrasto ocorre para o mesmo espaçamento observado nas simulações para o regime turbulento, na mesma faixa de número de Reynolds.

Deve ser destacado o elevado custo computacional da simulação de escoamentos turbulentos através de LES. Apesar de menos exigente em termos computacionais que uma simulação DNS para a mesma faixa de Reynolds, as simulações numéricas utilizando LES exigem alto poder de processamento, memória e armazenagem. Supondo-se que somente simulações tridimensionais produzam resultados satisfatórios para Reynolds elevado, tornam-se óbvias as dificuldades para a realização de simulações numéricas a valores de Reynolds encontrados em situações usuais em Tecnologia Marítima, em prazos aceitáveis para a sua utilização como uma ferramenta de projeto, utilizando-se os recursos computacionais disponíveis na atualidade.

Uma saída para este impasse poderia ser uma mudança de enfoque para a resolução das equações de Navier-Stokes. Métodos que utilizam decomposição modal das equações de Navier-Stokes possibilitariam a resolução do escoamento tridimensional através da resolução de fatias bidimensionais do domínio. O acoplamento entre as faixas se dá através do termo não-linear da equação de Navier-Stokes, ou seja, o termo convectivo. Este método é aplicável quando o problema em

análise envolve simetria ao longo da convergadura do corpo. Ou ainda, métodos espectrais para resolver o problema tridimensional, que permitam a utilização de malhas menos refinadas, porém utilizando interpolantes de ordem superior.

Por fim, como a maior limitação para a realização das simulações numéricas mencionadas é o poder computacional disponível atualmente, outra solução seria a paralelização do código computacional, para possibilitar a divisão da carga de processamento entre várias máquinas simultaneamente. Existem bibliotecas de comunicação, como PVM (*Parallel Virtual Machine*) e MPI (*Message Passing Interface*), que foram especialmente desenvolvidos para este fim, e vêm sendo utilizadas na comunidade científica para a resolução de problemas extremamente complexos e que demandam alta capacidade de processamento. Assim, a resolução das equações de Navier-Stokes poderia ser feita utilizando-se qualquer um dos métodos mencionados acima, em padrões aceitáveis no que se refere ao tempo de processamento. Esta é uma proposta que poderá servir para o início do programa de doutoramento do autor deste trabalho.

## 10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AIRIE, M.; KIYA, M.; MORIYA, M.; MORI, H. Pressure fluctuations on the surface of two cylinders in tandem arrangement. *ASME Journal of Fluids Engineering*, vol. 105, pp. 161-167, June 1983.
- BALIGA, B. R.; PATANKAR, S. V. A control volume finite-element method for two-dimensional fluid flow and heat transfer. *Numerical Heat Transfer*, vol. 6, pp. 245-261, 1983.
- BARRET, R. *et al.* Templates for the solution of Linear systems: building blocks for iterative methods. National Science Foundation, 1994.
- BEARMAN, P. W. Investigation of the flow behind a two-dimensional model with a blunt trailing edge fitted with splitter plates. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 21, part 2, pp. 241-255, 1965.
- BEARMAN, P. W.; WADCOCK, A. J. The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 61, pp 499-511, 1973.
- BEARMAN, P. W. Vortex shedding from oscillating bluff bodies. *Ann. Ver. Fluid Mech*, vol. 16, pp. 195-222, 1984.
- BLEVINS, R.D. *Flow induced vibration*. Van Nostrand Reinhold, New York, second edition, 1990.
- BRIKA, D.; LANEVILLE, A. Wake interference between two circular cylinders. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 72, pp. 61-70, 1997.

- CLEMENTS, R. R. An inviscid model of two-dimensional vortex shedding. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 57, part2, pp. 321-336, 1973.
- DEARDORFF, J. W. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 41, pp.453, 1970
- FERZIGER, J. H.; PERIC, M. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer, Berlin, 1996.
- FREGONESI, R. A. Tercero Relatório Científico da Bolsa de Mestrado - Fapesp, 2001.
- FUJARRA, A. L. C.; PESCE, C. P.; MENEGHINI, J. R.; PARRA, P. H. C. An investigation of vortex-induced vibration of a circular cylinder in water. *Proceedings of ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, 1998.
- GERMANO, M., PIOMELLI, U., MONI, P., CABBOT, W. H. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A*, vol. 3, pp. 1760-1765, 1991
- GERRARD, J. H. The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, vol.25 part 2, pp. 401-413.
- GRAHAM, J. M. R. Computation of viscous separated flow using a particle method. *Numerical Methods in Fluid Mechanics*, vol. 3, Oxford University Press, pp. 310-317, 1988.
- HOFFMAN, K. A.; CHIANG, S. T. *Computational fluid dynamics for engineers*. vol. 1 e 2, Engineering Education System, Wichita, Kansas, USA.1993.
- IPT Relatório de Ensaio No. 54804. Laboratório de Vazão/DME. Outubro/2001.

- KHALAK, A.; WILLIAMSON, C. H. K. Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping. *Submetido ao Journal of Fluids and Structures*, Academic Press, 1996.
- LEONARD, B. P. A stable and accurate convection modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Comp. Methods in Applied Mechanical Engineering*, vol. 19, pp. 59-98, 1979.
- LILLY, D. K. The representation of small-scale turbulence in numerical simulation experiments. *Proceedings of the IBM Scientific Computing Symposium on Environmental Sciences*, Yorktown Heights, N.Y.
- MALISKA, C. R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. LTC – Livros Técnicos e Científicos Ed., Rio de Janeiro, 1995.
- MELING, T. S.; DALHEIM, J. Numerical prediction of the response of a vortex-excited cylinder at low reynolds numbers. *Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE 97)*, Honolulu, USA, 1997.
- MENEGHINI, J. R. Numerical simulation of bluff body flow control using a discrete vortex method. PhD thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, 1993.
- MENEGHINI, J. R.; SIQUEIRA, C. R.; SALTARA, F.; FERRARI Jr., J. A. Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side by side arrangements. *submetido ao Journal of Fluids and Structures*, 1999.
- MITTAL, S.; KUMAR, V. RAGHUVANSHI, A. Unsteady incompressible flows past two cylinders in tandem and staggered arrangements. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 25, pp. 1315-1344, 1997.

- MURAKAMI, S.; MOCHIDA, A. On turbulent vortex shedding p2D square cylinder predicted by CFD. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 54/55, pp. 191-211, 1995.
- NAGANO, S.; NAITO, M.; TANAKA, H. A numerical analysis of two-dimensional flow past a rectangular prism by a discrete vortex method. *Computers and Fluids*, vol. 10, n° 4, pp. 243-259, 1982.
- NAKAYAMA, A.; NODA, H. LES simulation of flow around a bluff body fitted with a splitter plate. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 85, pp. 85-96, 2000.
- NG, C. W., KO, N. W. M. Flow interaction behind two circular cylinders of equal diameter – a numerical study. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 54/55, pp. 277-287, 1995.
- NOMURA, T.; JIRAVACHARADET, M. Finite element analysis of turbulent flows around a circular cylinder using the Smagorinsky model. *Wind Engineering and Retrospect and Prospect*, vol. 2, pp. 572-580, 1994.
- PATANRKAR, S. V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- POMELLI, U. Large-eddy and direct simulation of turbulent flows. *Introduction to the modelling of turbulence*, Lecture Series 1997-03, von Karman Institute for Fluid Dynamics, March 17-21, 1997.
- PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; FLANNERY, B. P. *Numerical recipes in Fortran 77*. Cambridge University Press, 1992.
- ROACHE, P. J. *Computational Fluid Dynamics*. Hermosa Publishers, 1982.



- ROSHKO, A. Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 10, pp. 354, 1961.
- SALTARA, F. *Simulação numérica do escoamento ao redor de cilindros*. Tese de doutoramento, EPUSP Universidade de São Paulo, Brasil, 1999.
- SCHLICHTING, H. *Boundary layer theory*. 7<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill Books Company, 1978.
- SELVAN, R. P. Finite element modelling of flow around a circular cylinder using LES. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 67/68, pp. 129-139, 1997.
- SIQUEIRA, C. R. *Simulação numérica do escoamento ao redor de cilindros: aplicação a problemas bi e tridimensionais*. Tese de doutoramento, EPUSP, Universidade de São Paulo, 1999.
- SPALART, P. R.; LEONARD, A. Computation of separated flow by a vortex algorithm. *AIAA Paper*, 81-1246, 1981.
- TAMURA, T.; ITOH, Y.; WADA, A.; KUWAHARA, K. On the reliability of two-dimensional simulation for unsteady flows around a cylinder-type structure. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 35, pp. 275-298, 1990.
- TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. *A first course in turbulence*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1972
- WILLIAMSON, C. H. K. Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 159, pp. 1-18, 1985.
- WILLIAMSON, C. H. K.; ROSHKO, A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures*, nr. 2, pp. 355-381, 1988.

- WILLIAMSON, C. H. K. 2-D and 3-D Aspects of the Wake of a Cylinder, and Their Relation to Wake Computations. In: *Vortex Dynamics and Vortex Methods*, C. R. Anderson and C. Greengard, Lectures in Applied Mathematics, vol. 28, American Mathematical Society, 719-751, 1991.
- YAMAMOTO, C. T. Tercero Relatório Científico da Bolsa de Mestrado - Fapesp, 2001.
- ZDRAVKOVICH, M.M. Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements. *ASME Journal of Fluids Engineering*, vol. 99, pp. 618-633, 1977.
- ZDRAVKOVICH, M. M. The effects of interference between circular cylinders in cross flow. *Journal of Fluids and Structures*, vol. 1, pp. 239-261, 1987.