

F13-1058

São Paulo, 1990



Dissertação apresentada à
Escola Politécnica da USP
para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia
Mecânica

APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS À
ANÁLISE DE TENSÕES EM DENTES DE ENGRANAGENS:
GERAÇÃO AUTOMÁTICA DA MALHA

JULIO SERGIO NUÑEZ GAGO

São Paulo, 1990

Depto. Eng. Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Valter Francisco de Arruda Alves

Mecânica

Dissertação apresentada à
Escola Politécnica da USP
para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia

GERAÇÃO AUTOMÁTICA DA MALHA

ANÁLISE DE TENSÕES EM DENTES DE ENGRANAGENS:
APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS À

Eng. Mecânico, Escola Politécnica da USP, 1976

JULIO SERGIO NUÑEZ GAGO

Este trabalho descreve o desenvolvimento de um programa para computador, pré-processador, que permite automatizar os procedimentos de discretização de dentes de engrenagens cilíndricas retas para a análise de tensões através do método dos elementos finitos.

As coordenadas dos nós sobre o perfil dos dentes são determinadas simulando o movimento de uma ferramenta tipo cremalheira durante a geração do próprio dente. Situações em que ocorre interferência de usinagem são convenientemente tratadas.

A distribuição de nós e elementos é controlada através de parâmetros. Estão também disponíveis recursos gráficos para a visualização do modelo.

O resultado final do programa é um arquivo com dados de entrada para processamento através do programa de elementos finitos SAF-80.

Na parte final do trabalho, são analisados os resultados de dois exemplos de processamentos.

The subject of this work is the development of a finite element model automatic generation program for stress analysis of spur gear teeth.

Node coordinates of tooth profile are calculated through motion simulation of a rack type tool during tooth generation. Undercutting conditions are also considered.

A set of parameters determines node and element distribution. Graphic options are available for model display.

The program output file is an input file for the structural analysis program SAF-80. Two examples are processed and analysed.

AGRADECIMENTOS

Desejo aqui expressar a minha gratidão a todos aqueles que, de uma forma ou de outra, contribuíram para o desenvolvimento de meus estudos de pós-graduação e para a conclusão deste trabalho.

Em particular, agradeço ao meu orientador, Professor Valter Francisco de Arruda Alves, pela sua assistência, orientação e paciência.

Agradeço também à Cooperativa dos Produtores de Cana, Açúcar e Alcool do Estado de São Paulo Ltda. - Copersucar, especialmente aos Engenheiros Isaias de Carvalho Macedo, Paulo de Tarso Delfini e Kassato Kawasaki, pelo apoio e pelos recursos que foram colocados à minha disposição.

Meus mais sinceros agradecimentos aos Professores Carlos C. Tu, Luis Carlos Felício, Hélio Nanni e ao Engenheiro Raul Mazzafera por suas sugestões, auxílio, estímulo e amizade.

Agradeço também a todos os meus familiares que sempre me encorajaram e apoiaram durante todo esse período de minha vida acadêmica, em especial à minha mãe, Dona Teresa Aina Gago Nunez, e aos meus sogros, Dona Elvira Costa e Dr. Amoracyr José Costa.

Desejo também expressar os meus agradecimentos aos meus filhos, Amoracyr e Juliana, que tantas vezes ficaram privados da minha companhia mas que, na sua inocência, sempre foram uma fonte de estímulo.

Finalmente, um agradecimento especial à minha esposa, Rosana,

por sua ajuda, encorajamento, dedicação e amor, sem os quais não me seria possível encerrar esta jornada.
Encerrando, desejo dedicar este trabalho à memória de meu pai, para quem, tenho certeza, a conclusão do meu programa de mestrado seria motivo de extrema satisfação.

18	análise de tensões em dentes de engrenagens.....
		2.5 Aplicação do método dos elementos finitos à
14	tensões em dentes de engrenagens.....
		2.4 Outros métodos utilizados para a análise de
13	forçados.....
		2.3 Engrenagens montadas através de ajustes
10	espessura.....
		2.2 Engrenagens usinadas em anéis de pequena
6	propostas nas normas AGMA e ISO.....
		2.1 Limitações das fórmulas de resistência à flexão
6	CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA.....
1	CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....
XIV	NOMENCLATURA.....
X	LISTA DE FIGURAS.....
IX	LISTA DE TABELAS.....
IV	AGRADECIMENTOS.....
III	ABSTRACT.....
II	RESUMO.....
		página

CONTEÚDO

82	A.1 Trecho de evolvente.....
80	PARTES IGUAIS.....
		APÊNDICE A - DIVIDINDO A EVOLVENTE E A TROCÓIDE EM
77	TRABALHOS.....
		CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS
65	CAPÍTULO 5 - EXEMPLOS DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA.....
62	4.4 O desenvolvimento do modelo.....
60	modelo.....
		4.3 Definição da distribuição dos elementos no
58	4.2 Entrada de dados geométricos da engrenagem.....
57	4.1 O bloco principal do programa.....
56	MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....
		CAPÍTULO 4 - DESCRIÇÃO DO PROGRAMA PARA A GERAÇÃO DO
48	3.6 Interferência de usinagem.....
44	cabeca e de pé.....
		3.5 Coordenadas dos pontos da circunferência de
39	trocóide.....
		3.4 Coordenadas dos pontos do perfil no trecho de
35	evolvente.....
		3.3 Coordenadas dos pontos do perfil no trecho de
32	3.2 Sistemas de referência.....
26	roda dentada gerada.....
		3.1 Geometria básica da cremalheira geratriz e da
23	EXTERNAS.....
		PERFIL DOS DENTES DE ENGENHAGENS RETAS
		CAPÍTULO 3 - DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DE PONTOS DO

87	A.2 Trecho de trocôide.....
89	APÊNDICE B - LISTAGEM COMENTADA DO PROGRAMA
89
89	MODELO PAS.....
152	APÊNDICE C - LISTAGEM COMENTADA DO PROGRAMA FFCSV PAS.....
158	APÊNDICE D - TABELAS DE RESULTADOS.....
171	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....

166	Lado Comprimido.....
	D.4 Tensoes no modelo de engragem com anel espesso.
164	Lado Tractionado.....
	D.3 Tensoes no modelo de engragem com anel espesso.
161	espessura pequena. Lado Comprimido.....
	D.2 Tensoes no modelo de engragem com anel de
158	espessura pequena. Lado tractionado.....
	D.1 Tensoes no modelo de engragem com anel de

pagina

LISTA DE TABELAS

2.1 Modelagem adotada pela AGMA para a definição da seção crítica e para o cálculo da máxima tensão normal de tração 7

2.2 Modelagem adotada para a definição da seção crítica e para o cálculo da máxima tensão normal de tração segundo a ISO, método B.82.3 Aspectos típicos das fraturas em dentes de engrenagens (a) com anéis de pequena espessura, (b) com anéis espessos..... 10

2.4 Fator de espessura do anel K_p . Curva A para carregamento em duas direções; curvas B e C para carregamento unidirecional..... 13

3.1 Geração dos dentes de uma engrenagem através de usinagem com "cremalheira de corte"..... 24

3.2 Geração dos dentes de uma engrenagem através de usinagem com "fresa-caracol"..... 24

3.3 Perfis dos dentes gerados pela movimentação da cremalheira. A cremalheira usina o flanco direito de um dente quando penetra na engrenagem (a) e o flanco esquerdo do dente seguinte quando se afasta (b)..... 25

LISTA DE FIGURAS

48 usinagem.....
	geratriz que irá produzir interferência de
	3.16 Representação esquemática de uma cremalheira
47 3.15 Geometria para a determinação do ângulo ϕ
45 3.14 Geração da circunferência de pé.....
43 trocóiide.....
	3.13 Posições limites da cremalheira para a geração da
41	engrenagem no trecho de trocóiide.....
	3.12 Coordenadas de um ponto do perfil do dente da
37	engrenagem no trecho de evolvente.....
	3.11 Coordenadas de um ponto do perfil do dente da
36	3.10 Geração do trecho de evolvente.....
33	perfil de um dente de engrenagem.....
	3.9 Sistemas de referência adotados para descrever o
32	3.8 Esquema para a determinação de α e γ
30	3.7 Geração de uma engrenagem corrigida.....
29	cremalheira.....
	3.6 Possíveis configurações do topo dos dentes da
28	cabeca.....
	3.5 Cremalheira geratriz com máxima altura da
26	cremalheira geratriz.....
	3.4 Principais parâmetros geométricos de uma

50	3.17 Representação da evolvente e da trocóiide quando ocorre interferência.....
61	4.1 Representação gráfica de um modelo com um dente de engrenagem, indicando como a distribuição dos elementos é controlada através dos parâmetros.....
66	5.1 Modelo de engrenagem com anel de pequena espessura.....
67	5.2 Modelo de engrenagem com anel espesso.....
68	5.3 Modelo de engrenagem com anel de pequena espessura, mostrando a estrutura na condição deformada.....
69	5.4 Modelo de engrenagem com anel espesso, mostrando a estrutura na condição deformada.....
70	5.5 Distribuição das máximas tensões normais de tração ao longo da superfície do fundo do dente central, flanco direito. Modelo com anel de pequena espessura.....
71	5.6 Distribuição das máximas tensões normais de tração ao longo da superfície do fundo do dente central, flanco direito. Modelo com anel espesso.....
72	5.7 Distribuição das máximas tensões normais de compressão ao longo da superfície do fundo do dente central, flanco esquerdo. Modelo com anel de pequena espessura.....

170	esquerdo (comprimido).....
		superfície do fundo do dente central, lado
		D.2 Sequência numérica de nós e elementos ao longo da
169	(tracionado).....
		superfície do fundo do dente central, lado direito
		D.1 Sequência numérica de nós e elementos ao longo da
84	A.1 Condições geométricas para $\theta_{\max} = \text{tg } \alpha_0$
75	modelos.....
		dente central, flanco esquerdo, para ambos os
		compressão ao longo da superfície do fundo do
		5.10 Distribuição das máximas tensões normais de
74	flanco direito, para ambos os modelos.....
		ao longo da superfície do fundo do dente central,
		5.9 Distribuição das máximas tensões normais de tração
73	espesso.....
		dente central, flanco esquerdo. Modelo com anel
		compressão ao longo da superfície do fundo do
		5.8 Distribuição das máximas tensões normais de

- alfa_@-graus - variável do programa à qual é atribuído o valor do ângulo de pressão de usinagem em graus.
- C - centro do arco de concordância na cabeça do dente da cremalheira geratriz (ver figura 3.12).
- Cr - posição do centro C a partir da qual não mais ocorre contato entre a cremalheira geratriz e o trecho de trocói de perfil do dente (ver figura 3.13).
- Ci - posição do centro C na qual se inicia o contato entre a cremalheira geratriz e o trecho de trocói de perfil do dente (ver figura 3.13).
- e - espessura do anel, sob a raiz dos dentes.
- eo - vão do dente da cremalheira geratriz (ver figura 3.4 e equação 3.1).
- E - ponto genérico de contato entre a cremalheira geratriz e o trecho de evolvente de perfil do dente (ver figura 3.11).
- Ef - ponto final de contato da cremalheira geratriz com o perfil do dente da engrenagem, no trecho de evolvente (ver figura 3.10).
- Ei - ponto inicial de contato da cremalheira geratriz com o perfil do dente da engrenagem, no trecho de

NOMENCLATURA

- fat_corr_1 - variável do programa à qual é atribuído o valor do coeficiente de correção.
- F - ponto genérico de contato entre a porção reta da cabeça da cremalheira geratriz e a circunferência de pé no perfil do dente (ver figura 3.14). Largura útil do dente para a determinação da máxima tensão normal de tração de acordo com a norma AGMA-218.01.
- F - ponto final de contato entre a porção reta da cabeça da cremalheira geratriz e a circunferência de pé no perfil do dente (ver figura 3.14).
- F - ponto inicial de contato entre a porção reta da cabeça da cremalheira geratriz e a circunferência de pé no perfil do dente (ver figura 3.14).
- h - altura do dente da engrenagem. Altura do braço do momento provocado pela carga de contato na seção crítica, de acordo com a norma AGMA-218.01 (ver figura 2.1).
- ho - altura do dente da cremalheira geratriz (ver figura 3.4).
- ha - altura da cabeça da engrenagem (equação 3.4).
- ha - altura da cabeça da cremalheira geratriz (ver figura 3.4).
- hao_max - valor máximo para a altura da cabeça da cremalheira geratriz (ver figura 3.5 e equação 3.2).
- hao_1 - variável do programa à qual é atribuído o valor da

- h_a altura da cabeça da cremalheira geratriz, expresso como uma constante a ser multiplicada pelo módulo (h_a^o / m^o) .
- distância entre a reta primitiva e os pontos mais externos da porção reta do perfil dos dentes da cremalheira geratriz (ver figura 3.7 e equação 3.11).
- h_f altura do pé da engrenagem (equação 3.5).
- h_f^o altura do pé da cremalheira geratriz (ver figura 3.4).
- h_{f0-1} variável do programa à qual é atribuído o valor da altura do pé da cremalheira geratriz, expresso como uma constante a ser multiplicada pelo módulo (h_{f0}^o / m^o) .
- h_p altura do braço do momento provocado pela carga de contato na seção crítica, segundo a norma ISO, método B (ver figura 2.2).
- J fator de geometria da norma AGMA-218.01 (equação 5.2).
- K_a fator de aplicação da norma AGMA-218.01.
- K_b fator de espessura do anel (ver figura 2.4).
- K_f fator de concentração de tensões da norma AGMA 218.01.
- K_m fator de distribuição de carga da norma AGMA-218.01.
- K_o fator de tamanho da norma AGMA-218.01.
- K_v fator dinâmico da norma AGMA-218.01.

- m₀ - módulo da cremalheira geratriz (ver figura 3.4).
- m₀ - variável do programa à qual é atribuído o valor do
- módulo da cremalheira geratriz.
- m - módulo de usinagem da engrenagem.
- n - normal comum à cremalheira geratriz e ao perfil do
- dente nos pontos de contato (ver figura 3.12).
- na - parâmetro que define no programa o número de
- elementos que se deseja considerar na direcção
- normal ao flanco do dente (ver figura 4.1).
- ne - parâmetro que define no programa o número de
- elementos que se deseja dispor na direcção do flanco
- do dente, na região correspondente à curva
- evolvente (ver figura 4.1).
- nf - parâmetro que define no programa o número de
- elementos que se deseja dispor na direcção do flanco
- do dente, na região correspondente à circunferência
- de fundo (ver figura 4.1).
- nt - parâmetro que define no programa o número de
- elementos que se deseja dispor na direcção do flanco
- do dente, na região correspondente à curva trocói-de
- (ver figura 4.1).
- nti - parâmetro que controla o número de elementos a
- serem introduzidos no trecho superior da trocói-de,
- na direcção do flanco do dente (ver figura 4.1).
- nz - número de dentes que devem ser incluídos no modelo.
- O - centro da roda dentada (ver figura 3.9).
- Ox, y, - sistema de referência fixo, com origem no centro da

- roda O , com o eixo Ox , passando pelo ponto primitivo P e o eixo Oy , paralelo à reta primitiva (ver figura 3.9).
- Ox_2y_2 - sistema de referência móvel, com origem em O e ligado à engrenagem, no qual o eixo Ox_2 passa pelo ponto P_2 , intersecção da circunferência primitiva com o flanco do dente (ver figura 3.9).
- Ox_1y_1 - sistema de referência móvel, com origem no centro da roda dentada e possuindo um dos eixos coincidente com o eixo de simetria do perfil do dente (ver figura 3.9).
- P_0 - passo da cremalheira geratriz (ver figura 3.4)
- P - ponto primitivo, e portanto, centro instantâneo de rotação do movimento relativo entre a cremalheira geratriz e a roda dentada (ver figuras 3.9 a 3.14).
- P_1 - ponto de intersecção de um flanco de dente da cremalheira com a reta primitiva (ver figura 3.9).
- P_{fi} - posição final do ponto P_1 (ver figuras 3.10, 3.13 e 3.14).
- P_{ii} - posição inicial do ponto P_1 (ver figuras 3.10, 3.13 e 3.14).
- P_2 - ponto de intersecção entre um flanco de dente da engrenagem com a circunferência primitiva (ver figura 3.9).
- - raio primitivo de referência ou de usinagem da engrenagem (equação 3.10).
- - raio de cabeça da engrenagem (equação 3.8).

- r_{E_0} - raio vetor, no sistema de referência Ox_0y_0 , de um ponto da evolvente com coordenadas (X_{E_0}, Y_{E_0}) .
- r_f - raio de pé da engrenagem (equação 3.9).
- r_{E_0} - raio vetor, no sistema de referência Ox_0y_0 , de um ponto da trocóiide com coordenadas (X_{T_0}, Y_{T_0}) (equação 3.75).
- roa θ - variável do programa à qual é atribuído o valor do raio de arredondamento na cabeça do dente da cremalheira geratriz, expresso como uma constante a ser multiplicada pelo módulo (ρ_{a_0} / m_0).
- s - espessura circular sobre a circunferência primitiva da engrenagem (ver figura 3.7 e equação 3.6).
- S - comprimento de uma curva qualquer (equação A.1).
- s_0 - espessura do dente da cremalheira geratriz (ver figura 3.4 e equação 3.1).
- s_{P_0} - espessura da seção crítica do dente segundo a ISO, método B (ver Figura 2.2).
- S_t - máxima tensão normal de tração de acordo com a norma AGMA-218.01 (equação 5.1).
- t - espessura da seção crítica do dente, de acordo com a norma AGMA-218.01 (ver figura 2.1).
- T - ponto genérico de contato entre a cremalheira geratriz e o trecho de trocóiide do perfil do dente (ver figura 3.12).
- Tf - ponto final de contato entre a cremalheira geratriz e o trecho de trocóiide do perfil do dente (ver figura 3.13).

- Ti - ponto inicial de contato entre a cremalheira geratriz e o trecho de trocido de perfil do dente (ver figura 3.13).
- M^1 - componente tangencial da carga de contato.
- X - coeficiente de correção (ver figura 3.7).
- X_1 - abscissa de um ponto no sistema de referência OX_1Y_1 .
- X_2 - abscissa de um ponto no sistema de referência OX_2Y_2 .
- X_3 - abscissa de um ponto no sistema de referência OX_3Y_3 .
- X_4 - abscissa de um ponto sobre a circunferência de cabeça do perfil do dente no sistema de referência OX_4Y_4 (equação 3.54).
- X_E - abscissa do ponto E no sistema de referência OX_1Y_1 (equação 3.18).
- X_E - abscissa do ponto E no sistema de referência OX_2Y_2 (equação 3.20).
- X_E - abscissa do ponto E no sistema de referência OX_3Y_3 (equação 3.22).
- X_F - abscissa do ponto F no sistema de referência OX_1Y_1 (equação 3.44).
- X_F - abscissa do ponto F no sistema de referência OX_2Y_2 (equação 3.46).
- X_F - abscissa do ponto F no sistema de referência OX_3Y_3 (equação 3.48).
- X_T - abscissa do ponto T no sistema de referência OX_1Y_1 (equação 3.32).
- X_T - abscissa do ponto T no sistema de referência OX_2Y_2 (equação 3.35).

- X_T - abscissa do ponto T no sistema de referência OX, Y (equação 3.37).
- Y - fator de forma da norma AGMA 218.01.
- Y_1 - ordenada de um ponto no sistema de referência OX, Y_1 .
- Y_2 - ordenada de um ponto no sistema de referência OX, Y_2 .
- Y_3 - ordenada de um ponto no sistema de referência OX, Y_3 .
- Y_4 - ordenada de um ponto sobre a circunferência de cabeça do perfil do dente no sistema de referência OX, Y_4 (equação 3.55).
- Y_E - ordenada do ponto E no sistema de referência OX, Y_1 (equação 3.19).
- Y_E - ordenada do ponto E no sistema de referência OX, Y_2 (equação 3.21).
- Y_E - ordenada do ponto E no sistema de referência OX, Y_3 (equação 3.23).
- Y_F - ordenada do ponto F no sistema de referência OX, Y_1 (equação 3.45).
- Y_F - ordenada do ponto F no sistema de referência OX, Y_2 (equação 3.47).
- Y_F - ordenada do ponto F no sistema de referência OX, Y_3 (equação 3.49).
- Y_T - ordenada do ponto T no sistema de referência OX, Y_1 (equação 3.33).
- Y_T - ordenada do ponto T no sistema de referência OX, Y_2 (equação 3.36).
- Y_T - ordenada do ponto T no sistema de referência OX, Y_3 (equação 3.38).

- Z - o numero de dentes da engrenagem.
- Z1 - variável do programa à qual é atribuído o número de dentes da engrenagem a ser modelada.
- α_0 - ângulo de pressão da cremalheira geratriz (ver figura 3.4).
- α_a - ângulo de incidência na cabeça do dente de uma engrenagem (ver figura 3.8 e equação 3.12)
- α_e - ângulo de incidência de um ponto da evolvente cujo raio vetor é r_E (equação 3.61).
- α_n - ângulo da carga de contato (ver Figura 2.2).
- β - ângulo formado entre a normal \vec{n} e a reta primitiva (ver figura 3.12 e equação 3.34).
- ϕ - ângulo formado entre o raio vetor de um ponto sobre a circunferência de cabeça e o eixo OX_0 . Parâmetro nas equações para a determinação das coordenadas dos pontos sobre a circunferência de cabeça.
- ϕ_f - valor máximo de ϕ correspondente ao ponto do flanco do dente sobre a circunferência de cabeça (ver figura 3.15).
- γ - o ângulo formado entre o eixo de simetria do dente da engrenagem e um outro eixo que passa pelo ponto de intersecção do perfil do dente com a circunferência primitiva (ver figura 3.8 e equação 3.13), ou seja, ângulo formado entre os eixos do sistema OX_0Y_0 e os do sistema de referência $OX_0'Y_0'$. (ver figura 3.15).

- ρ_{ao} - raio de arredondamento na cabeça do dente da cremalheira geratriz (ver figura 3.4).
- $\rho_{ao\ max}$ - valor máximo do raio de arredondamento para a altura da cabeça considerada (ver figura 3.6c e equação 3.3).
- ρ_{fn} - o raio de curvatura do perfil no ponto de tangência das retas inclinadas a 30° (ver figura 2.2).
- $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - tensões principais.
- θ - ângulo formado entre os eixos móveis Ox_1 ou Oy_1 e os eixos fixos Ox_2 e Oy_2 (ver figura 3.9).
- Parâmetro nas equações para a determinação das coordenadas dos pontos sobre a evolvente, a trocói e a circunferência de fundo.
- $\theta_{z\ lim}$ - valor do parâmetro θ para a determinação das coordenadas do ponto da evolvente em que esta é interceptada pela trocói, quando ocorre interferência de usinagem (equação 3.83).
- θ_{f1} - valor do parâmetro θ quando o contato entre a cremalheira geratriz e o perfil do dente da engrenagem ocorre em E_{f1} (ver figura 3.10 e equação 3.30).
- θ_{f2} - valor do parâmetro θ quando o contato entre a cremalheira geratriz e o perfil do dente da engrenagem ocorre em E_{f2} (ver figura 3.10 e equação 3.28).
- $\theta_{E_{lim}}$ - o mesmo que $\theta_{z\ lim}$.

θ_{r_1} - valor do parâmetro θ quando o contato entre a cremalheira geratriz e o perfil do dente da engrenagem ocorre em F_1 (ver figura 3.14 e equação 3.52).

θ_{r_2} - valor do parâmetro θ quando o contato entre a cremalheira geratriz e o perfil do dente da engrenagem ocorre em F_2 (ver figura 3.14 e equação 3.50).

$\theta_{r_2 \text{ lim}}$ - valor do parâmetro θ para a determinação das coordenadas do ponto da trocóiode em que esta é interceptada pela evolvente, quando ocorre interferência de usinagem (equação 3.77).

$\theta_{r_3^0}$ - valor inicial de $(\theta + \gamma)$ na iteração para a determinação numérica das raízes da equação $Y_{T_3} = Y_{E_3}$ (equação 3.71).

$\theta_{r_3^1}$ - valor atual de $(\theta + \gamma)$ na iteração para a determinação numérica das raízes da equação $Y_{T_3} = Y_{E_3}$ (equação 3.72).

$\theta_{r_3^{i+1}}$ - novo valor de $(\theta + \gamma)$ na iteração para a determinação numérica das raízes da equação $Y_{T_3} = Y_{E_3}$ (equação 3.72).

θ_{r_1} - valor do parâmetro θ quando o contato entre a cremalheira geratriz e o perfil do dente da engrenagem ocorre em T_1 (ver figura 3.13 e equação 3.41).

θ_{T_1} - valor do parâmetro θ quando o contato entre a cremalheira geratriz e o perfil do dente da engrenagem ocorre em T_1 (ver figura 3.13 e equação 3.40).

θ_{T_2} - o mesmo que θ_{T_1}

Projetar uma engrenagem significa determinar as suas características dimensionais, de fabricação, de montagem, e de funcionamento, para que, dentro das condições de operação especificadas e durante o tempo de trabalho previsto, não se manifestem, na roda dentada, avarias que possam prejudicar o funcionamento ou colocar fora de serviço o equipamento em que ela será instalada.

É com base nessa filosofia de prevenção de avarias que os procedimentos analíticos convencionais para o dimensionamento de engrenagens, normalmente empregados na prática da construção de máquinas, foram sendo desenvolvidos, a partir do final do século passado.

Atualmente, para o caso das engrenagens cilíndricas retas e helicoidais, esses métodos de cálculo já estão bastante consolidados, seguindo, basicamente, duas correntes: a linha norte-americana e a linha européia. A primeira desenvolvida pela AGMA [1] - AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASSOCIATION - e a segunda originada em centros de pesquisa alemães.

Esta última, foi adotada pela ISO [2,3,4 e 5] - INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION - como uma padronização internacional.

1- Os números entre colchetes correspondem às referências bibliográficas reunidas no final deste trabalho, na ordem em que aparecem no texto.

No Brasil, a ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - elaborou quatro projetos de normas [6,7,8 e 9], baseados na ISO, os quais se encontram, presentemente, na fase de receber sugestões de forma e objeções de méritos da comunidade tecnológica envolvida com o assunto.

É importante observar que tanto a AGMA quanto a ISO têm procurado aperfeiçoar e tornar cada vez mais abrangentes os seus procedimentos para a determinação da capacidade de carga de engrenagens.

Entretanto, o campo de aplicação das fórmulas de dimensionamento, especialmente das fórmulas da resistência à flexão, é ainda bastante limitado, devido às próprias hipóteses simplificadoras adotadas em seu desenvolvimento.

Uma das situações importantes que não pode ser corretamente avaliada através das fórmulas clássicas das normas é a de engrenagens com a espessura do anel que sustenta os dentes, insuficiente para oferecer um suporte rígido.

Nesses casos, a flexão do próprio anel se combina com a flexão do dente, resultando em tensões alternantes totais maiores do que as previstas pelas equações convencionais.

Essa condição é bastante comum em engrenagens de grandes dimensões, em construção leve, altamente solicitadas.

Outras situações onde a aplicação direta das fórmulas de resistência à flexão não é recomendável são aquelas nas quais o estado de tensões que ocorre no fundo dos dentes não depende somente da carga de contato, mas também é afetado por outros fatores.

Entre esses fatores pode estar a presença de concentradores de

tensões, tais como pinos, chavetas ou entalhados próximos da região dos dentes; ou ainda a existência de tensões residuais, provenientes do próprio processo construtivo da roda dentada, como no caso de engrenagens com anéis montados através de ajustes forçados.

Nessas situações, é necessário o emprego de técnicas analíticas mais precisas e rigorosas, que permitam uma melhor avaliação do estado de tensões atuante real e, consequentemente, a verificação da capacidade de resistência das engrenagens, através dos métodos gerais do projeto mecânico.

Entre as técnicas disponíveis, o Método dos Elementos Finitos (MEF) se destaca por permitir a análise de geometrias complicadas, dentro de uma boa precisão.

A popularização do uso dos microcomputadores, o aumento da sua capacidade de processamento e a disponibilidade de programas poderosos e confiáveis, têm possibilitado reduzir os custos de aplicação do MEF, tornando cada vez mais comum o seu emprego. As principais vantagens da utilização do MEF, na análise de tensões em engrenagens, estão relacionadas com o tamanho e a complexidade da malha de elementos finitos, podendo ser enumeradas as seguintes:

- a geometria característica dos dentes de engrenagem faz com que seja bastante trabalhosa a disposição dos elementos no modelo e a determinação das coordenadas dos nós, especialmente daqueles situados sobre o perfil;
- a concentração de tensões que ocorre no fundo dos dentes torna aconselhável utilizar malhas bastante refinadas, de modo a garantir uma boa precisão.

O procedimento adotado no programa para a determinação das retas, através do método dos elementos finitos, na determinação de tensões em engrenagens cilíndricas de dentes enumeradas acima, que possa ser utilizado como ferramenta auxiliar programa para computador pré-processador, com as características O objetivo principal deste trabalho é o desenvolvimento de um alguma outra operação desejada.

programa de elementos finitos, execute rotinas de ordenação ou que, automaticamente, a partir dos arquivos de saída criados pelo Nesse caso, também é muito útil um programa pós-processador geral, o deslocamentos e as tensões em todos os nós.

em volume de dados resultante do processamento é muito grande: em fornecidos pelo programa de elementos finitos, uma vez que o Um outro aspecto importante é a análise dos resultados entrada para o programa principal de elementos finitos.

a maneira como deve ser discretizado o modelo, crie um arquivo de partir de dados básicos da engrenagem e de parâmetros que definam elaboração da malha através de um programa pré-processador que, a Uma maneira de aliviar o esforço de modelagem é automatizar a

para a elevação do custo do projeto. modelagem como em processamento, o que, sem dúvida, irá contribuir uma peça, um grande dispêndio de tempo, tanto em termos de Isto pode causar, até que se chegue na configuração final de

se altera a geometria da engrenagem. necessário que todos os procedimentos sejam feitos, cada vez que ser extrapolada para outras configurações, torna-se, geralmente, diretamente ligada à geometria da malha, não podendo, normalmente,

Além dessas, como a solução obtida em cada cada processamento é

coordenadas dos pontos do perfil do dente, simulando o movimento de uma cremalheira de referência durante o processo de usinagem, será apresentado e analisado de forma detalhada, bem como, as precauções necessárias à sua aplicação, nos casos em que ocorre interferência entre a ferramenta e o perfil.

Serão discutidos os critérios utilizados na elaboração da malha, a possibilidade de controlar a distribuição dos elementos através de parâmetros e os recursos gráficos disponíveis para a visualização do modelo. Estes últimos, desenvolvidos com o objetivo de facilitar a otimização da modelagem.

Alguns exemplos de cálculos, utilizando especificamente o programa de elementos finitos SAF-80 [10], serão apresentados, com a finalidade de demonstrar os recursos dessa técnica, a validade dos resultados obtidos e a utilidade do programa pré-processador. Complementando o trabalho e com o objetivo de facilitar a análise dos resultados fornecidos pelo SAF-80, foi desenvolvido um programa pós-processador para a conversão dos arquivos contendo as tensões resultantes do processamento em arquivos tipo CSV - valores separados por vírgulas. Estes são facilmente acessados por outros "softwares", tais como: planilhas eletrônicas, processadores de bancos de dados, programas estatísticos ou gráficos e diversas linguagens de programação.

As tensões de projeto assim estabelecidas são então

2.2).

inclinadas 30° em relação ao eixo de simetria do mesmo (figura de retas tangentes as curvas de concordância no fundo do dente, do procedimento proposto por Hofer, o qual consiste na construção somente a parcela de flexão. A seção crítica é determinada através Para a ISO, a tensão de projeto é calculada considerando

2.1).

radial (compressão) da carga de contato entre os dentes (figura considerando a componente tangencial (flexão) e a componente resistência de Lewis. A máxima tensão normal é calculada momento são determinados através do critério da parábola de igual Na AGMA, a localização da seção crítica e a altura do braço do de simetria.

em uma seção crítica da base do dente, perpendicular ao seu eixo como tensão de projeto a máxima tensão normal de tração que atua preponderante na propagação de trincas por fadiga, considera-se Tendo em vista que as tensões normais de tração são o fator submetidas à flexão pela ação de uma carga concentrada.

equações da resistência dos materiais para vigas engastadas, (métodos B e C) quanto a AGMA [1] adotam aproximações baseadas nas Para a determinação da resistência à flexão, tanto a ISO [4]

normas AGMA e ISO.

2.1 Limitações das fórmulas de resistência à flexão propostas nas

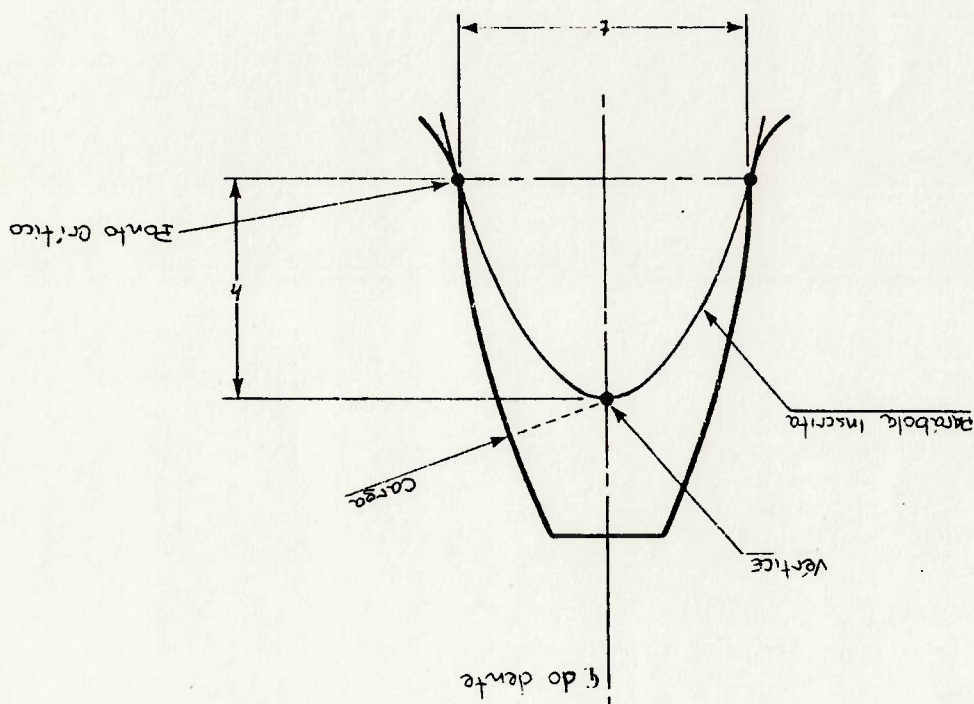
nas formulações clássicas ISO ou AGMA, tanto no que diz respeito
 é importante ressaltar que, em função das hipóteses implícitas

h a altura do braço do momento.

tração. Na figura, t é a espessura da seção crítica e

crítica e para o cálculo da máxima tensão normal de

Figura 2.1 Modelagem adotada pela AGMA para a definição da seção



integral

utilizando o método dos elementos finitos e o método da equação

foram baseados em medições através de extensômetros e em cálculos.

anos quarenta por Dolan e Broghamer. Os recomendados pela ISO

partir de ensaios de fotoelasticidade, realizados no início dos

Os fatores de correção indicados na AGMA foram derivados a

parcela de compressão.

aplicada a carga de contato e também, no caso da ISO, o efeito de

os efeitos de concentração de tensão, da posição onde se considera

multiplicadas por fatores de correção que procuram levar em conta

ao cálculo das tensões de projeto como à determinação dos fatores de correção, a aplicação direta desses procedimentos somente é recomendada quando:

- as tensões atuantes na raiz dos dentes são causadas, exclusivamente, pela força de contato.

- as características construtivas das rodas dentadas permitem conferir aos dentes uma estrutura de apoio suficientemente rígida, de modo que, somente a flexão dos dentes é um efeito importante.

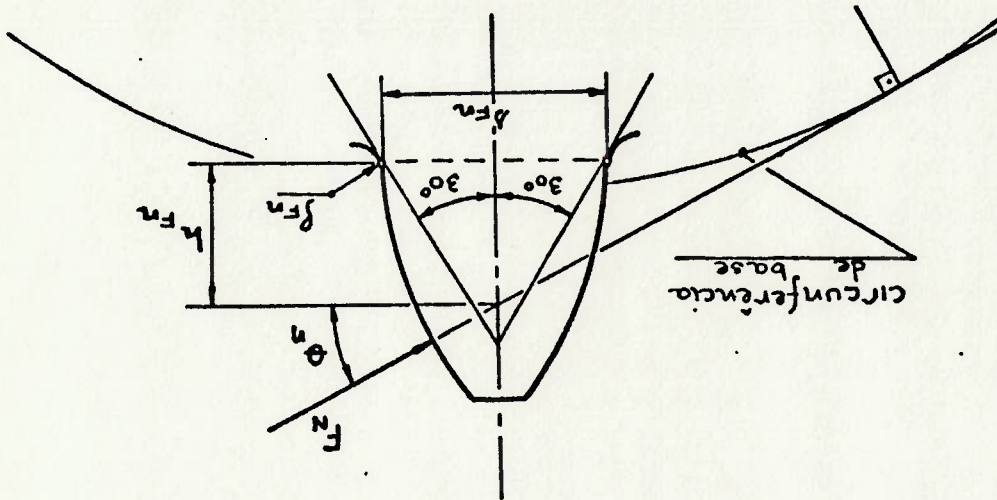


Figura 2.2 Modelagem adotada para a definição da seção crítica e para o cálculo da máxima tensão normal de tração segundo a ISO, método B. Na figura estão indicados:

- r_{fn} - a espessura da seção crítica, h_{fn} - o braço do momento fletor, r_{fn} - o raio de curvatura do perfil no ponto de tangência das retas inclinadas a 30° e α_{fn} - o ângulo da carga de contato.

Nos casos em que essas condições são satisfeitas, as fórmulas convencionais de dimensionamento constituem ferramentas válidas e

Nesses casos, para o projeto final, "deve-se recorrer ao método dos elementos finitos" [13] ou a outros procedimentos analíticos e experimentais, que permitam a determinação do estado de tensões principal.

Além disso, qualquer tentativa de se utilizar o princípio da superposição deve ser feita de forma cuidadosa, pois é sempre perigoso tentar superpor diferentes estados de tensões quando, para um deles, se conhece apenas uma estimativa da máxima tensão efetivamente ocorre na região da curva de concordância

intensidade da máxima tensão normal de tração σ_1 , que pelos fatores de correção representa apenas uma estimativa da tensões nominais de tração, determinadas de acordo com as normas. Dessa forma, é importante ter em mente que o produto das nula.

terceira tensão principal σ_3 , perpendicular a esse plano, é contidas em um plano tangente à superfície de concordância. A plano de tensões, com tensões principais de tração σ_1 e σ_2 superfície de concordância no fundo dos dentes, ocorre um estado engrenagem o estado de tensões é triaxial. Em contrapartida, na WINTER e HIRT [12] afirmam que no interior de um dente de

substancialmente do previsto nessas modelagens. efetivamente ocorre na seção crítica do pé do dente difere para estimativas preliminares, uma vez que o estado de tensões que equações fundamentais da AGMA e da ISO podem ser empregadas apenas Nas demais situações, as tensões calculadas através das capacidade de suportar uma certa carga, satisfatoriamente" [11].

seja um modelo em escala de uma anterior, da qual se conhece a padrão de medida, permitindo fazer com que uma nova construção necessárias para o projeto, pois podem ser utilizadas "como um

real resultante e a aplicação dos procedimentos gerais, normalmente adotados nos cálculos de resistência mecânica.

2.2 Engrenagens usinadas em anéis de pequena espessura

Diversas investigações têm mostrado que as equações convencionais para o cálculo da resistência à flexão dos dentes não permitem prever, de forma precisa, nem a magnitude nem a localização das tensões críticas de fadiga, para dentes de engrenagens usinados em anéis de pequena espessura.

Ensaio e experiência de campo revelam que, para essas engrenagens, as falhas devido a fraturas, normalmente se iniciam no vão entre um par de dentes, do lado tracionado, e se propagam através do anel, inutilizando o corpo da engrenagem [13] (figura 2.3a).

2.3a)

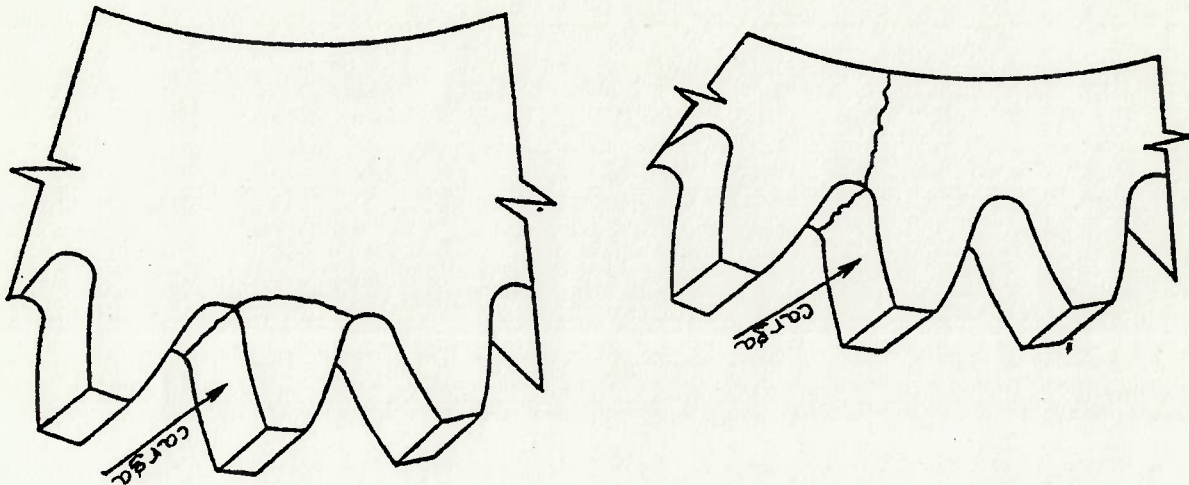


Figura 2.3 Aspectos típicos das fraturas em dentes de engrenagens (a) com anéis de pequena espessura, (b) com anéis espessos.

Esse comportamento contrasta com o que se verifica no caso de

produziram melhorias significativas de capacidade de engrenagem com $e = 2 m_o$. Espessuras maiores do que esta última não resistência à flexão da ordem de 50%, em relação à de uma dentes - $e = m_o$, verificou-se experimentalmente uma diminuição da Para uma roda dentada, com espessura do anel sob os consideravelmente a resistência à flexão.

posteriores reduções da espessura sob os dentes afetam praticamente constante, até um determinado valor. A partir daí, anel, sob a raiz dos dentes, a resistência à flexão se mantém dado carregamento, à medida em que é diminuída a espessura do Uma constatação importante desses experimentos é que, para um flexão.

distribuição de tensões na raiz dos dentes e sobre a resistência à nervuras, bem como da disposição dessas almas, sobre a informações sobre os efeitos da espessura do anel, almas e experimentais em engrenagens com estrutura soldada, visando obter ODA et alii [15 e 16] realizaram uma série de estudos engrenagem."

dentes como vigas engastadas, fixadas firmemente ao corpo da menor do que os valores usuais estimados, quando se consideram os engrenagens e verificou que nesses casos "a rigidez dos dentes é por ATTIA [14], que estudou a deflexão dos dentes dessas de engrenagens com anéis de pequena espessura, foi desenvolvido Um dos primeiros trabalhos publicados, tratando especificamente

engrenagem (figura 2.3b). o seu arrancamento, porém sem afetar o resto do corpo da base de um dente, causando a fratura de uma parte do dente, ou até trinca se propagar a partir da curva de concordância, através da rodas dentadas usinadas sobre estruturas rígidas, onde é usual uma

As curvas da figura 2.4 fornecem os valores de K_p e mostram que para espessuras do anel - e $\geq 2h$ - o fator K_p não afeta a resistência dos dentes à flexão. Para engrenagens normalizadas essa relação significa $e \geq 4,5 m_o$.

de pé.
altura dos dentes e a espessura do anel abaixo da circunferência "fator de espessura do anel" - K_p , função da relação entre a resistência à flexão, de um novo fator de correção denominado DRAGO [18] propôs a introdução, nas fórmulas convencionais de A partir de dados experimentais reunidos de diversas pesquisas, dente precedente é pequeno.

máximas tensões de tração, o efeito da compressão causada pelo não é tão importante, uma vez que, nos pontos onde atuam as também ocorre nas engrenagens sólidas, porém, nesses casos, isso WINTER e HIRT [12] mostram que o ciclo parcialmente alterna- dentes e = $2,5 m_o$.

ARAI recomenda como limite mínimo da espessura do anel sob os alterna- te, em vez do ciclo pulsante.
tensões na raiz dos dentes seguem um ciclo parcialmente Dessa forma, mesmo quando o carregamento é unidirecional, as tração à medida que o dente considerado entra em engrenamento. causadas pela carga no dente precedente, passando a tensões de tensões na raiz de um dente são inicialmente compressivas, ao fato de que, nas engrenagens com anéis de pequena espessura, as ARAI et alii [17] atribuem a redução da resistência à flexão, importantes.

Em função desse resultado, os autores propõe que uma espessura do anel sob os dentes - e = $2 m_o$ - seja adotada como o limite inferior, abaixo da qual os efeitos da espessura do anel se tornam

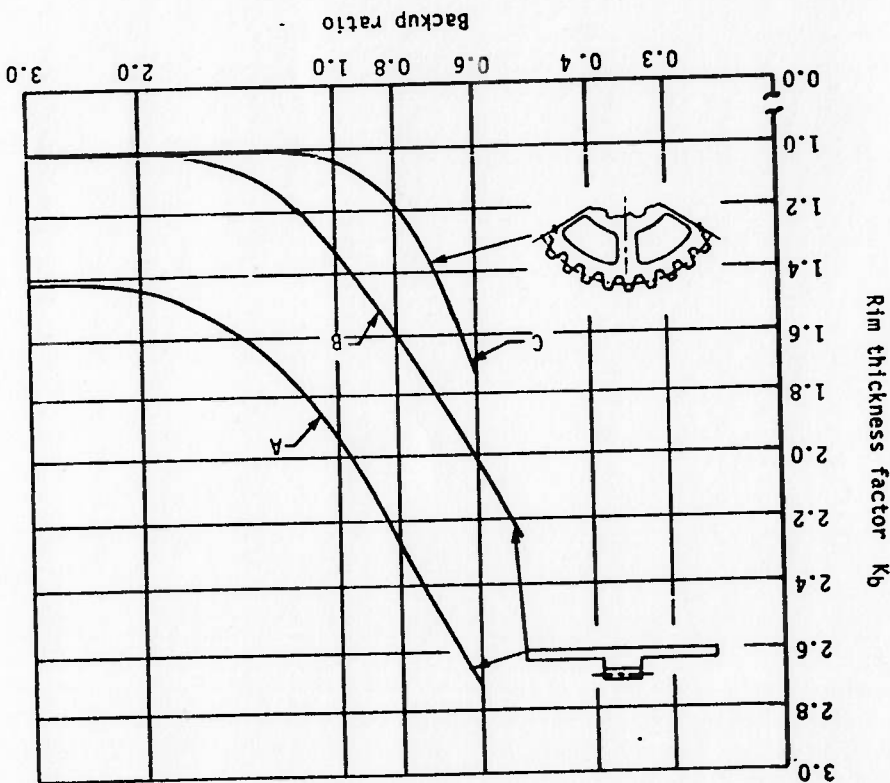
O projeto de engrenagens com transmissão de torque entre o cubo e a dentadura através de ajustes forçados é normalmente baseado na experiência, utilizando relações empíricas tais como a que estabelece a interferência do ajuste em torno de 1/1000 do diâmetro das superfícies em contato.

Esse tipo de construção tem sido largamente utilizado.

2.3 Engrenagens montadas através de ajustes forçados.

Fator de espessura do anel K_p . Curva A para carregamento em duas direções; curvas B e C para carregamento unidirecional.

Figura 2.4



DRAGO enfatiza que as curvas apresentadas na figura 2.4 foram baseadas em um número limitado de experimentos (fotoelasticidade e extensômetria) e portanto devem ser usados com cuidado.

Além das formulações clássicas utilizando modelagens simples da teoria básica da resistência dos materiais associados a fatores de correção da tensão semi-empíricos, nas últimas duas décadas foram desenvolvidas diversas pesquisas envolvendo outros métodos para a

de engrenagens.

2.4 Outros métodos utilizados para a análise de tensões em dentes

No caso do exemplo citado, as tensões residuais na raiz dos dentes, causadas pelo ajuste forçado, decrescem gradualmente dos braços para o centro dos setores vazados.

Para dente. Conseqüentemente, a resistência de cada dente é variável, como no caso de engrenagens com braços e setores diferentes. Por outro lado, se a estrutura de suporte possui rigidez

uniforme, essa distribuição é simétrica em relação a todos os dentes. no caso de engrenagens montadas sobre estruturas com rigidez quanto à distribuição das tensões residuais, foi verificado que flexão dos mesmos.

devido ao ajuste forçado, reduz sensivelmente a resistência e ocorrência de tensões residuais de tração, na raiz dos dentes. Os autores constataram que, nesse tipo de construção, a

engrenagens montadas com ajustes forçados, cujos resultados teóricos e experimentais foram reunidos em [19].

AIDA e ARAI desenvolveram um conjunto de pesquisas sobre análise mais cuidadosa.

entretanto, apresenta alguns problemas importantes que exigem uma

análise de tensões em dentes de engrenagens.

Esses métodos podem, de uma forma geral, ser classificados em

duas categorias [20]:

a) métodos numéricos aproximados, tais como o método dos elementos finitos (o qual será abordado adiante).

b) métodos matemáticos "exatos" tais como o método do potencial complexo (transformação conforme) e o método da equação integral ou método dos elementos de contorno.

A aplicação do método do potencial complexo para a determinação da distribuição de tensões em dentes de engrenagens é descrita em [21]. O mesmo procedimento foi utilizado para calcular a flexibilidade de um dente [22].

Resumidamente, o método do potencial complexo consiste numa técnica matemática que pode ser aplicada a qualquer forma geométrica, desde que esta possa ser descrita por uma expressão algébrica.

No caso de engrenagens, considera-se somente um dente, estendendo-se como um apêndice de uma placa semi-infinita. A forma do dente é então descrita por uma "função de mapeamento" a qual, matematicamente, transforma o dente de engrenagem em um semi-plano para o qual é disponível a solução teórica completa da teoria da elasticidade.

Assim, supondo-se a aplicação de uma carga concentrada sobre o dente, as tensões e os deslocamentos de qualquer ponto do mesmo podem ser expressos em termos de equações algébricas não lineares. CARDON e TORRION [23] afirmam que "essas expressões são exatas desde que sejam satisfeitas as seguintes hipóteses:

a) os dentes adjacentes tem pouco ou nenhum efeito um sobre o outro;

ALMANNI et alii [24] realizaram uma série de comparações entre os resultados obtidos com a aplicação, a alguns exemplos característicos, do BEM e dos métodos clássicos (AGMA, ISO, engrenagem.

Algumas pesquisas foram desenvolvidas para determinar a validade da aplicação do BEM à análise das tensões em dentes de modelo.

No caso dos dentes de engrenagem, o BEM requer somente a definição dos pontos nodais ao longo do contorno do dente, trazendo portanto uma grande vantagem com relação ao MEF em termos de redução do tempo e trabalho necessários para a discretização do problema.

Dessa forma, o conhecimento dos valores das variáveis nos extremos de integração é suficiente para a solução completa do problema.

U método é baseado nas equações diferenciais da teoria da elasticidade que, entretanto, são expressas na forma integral antes de serem resolvidas através de métodos numéricos convenientes.

U método dos elementos de contorno (BEM) é uma técnica recente que experimentou um rápido desenvolvimento na última década.

Já o método dos elementos de contorno (BEM) é uma técnica recente que experimentou um rápido desenvolvimento na última década. Na prática, a forma complicada do dente de engrenagem impõe que o mesmo seja ajustado por funções aproximadas, o que introduz imprecisões nos resultados numéricos, da mesma forma que a definição da malha afeta os resultados do método dos elementos finitos.

suficientemente precisa do perfil dado." c) a função de mapeamento fornece uma representação b) os dentes são usinados sobre um anel com suficiente espessura.

ensaios foto-elásticos) tendo concluído pela conveniência da utilização do método tanto em termos de correção dos resultados quanto sob o ponto de vista econômico. Nesse trabalho foram utilizados elementos de contorno bi-dimensionais constantes.

Estudos semelhantes foram efetuados por ODA et alii [25] e SUN et alii [26].

No primeiro foram determinadas as tensões em dentes de engrenagens com anéis de pequena espessura através do BEM utilizando elementos bi-dimensionais constantes e lineares.

Os resultados obtidos foram comparados com os de análises utilizando o MEF com elementos triangulares bi-dimensionais e também com os de procedimentos experimentais.

No último, as comparações foram efetuadas entre análises com elementos de contorno tri-dimensionais parabólicos e elementos finitos bi-dimensionais e tri-dimensionais.

Em ambos os trabalhos os resultados se mostraram consistentes tanto entre os procedimentos analíticos como com relação aos experimentais, desde que um número apropriado de elementos seja utilizado.

Em termos de esforço de processamento (a partir da modelagem) o BEM se revelou mais vantajoso.

Entretanto, até o presente momento não existem disponíveis no País programas comerciais que permitam a utilização do método dos elementos de contorno.

Assim, as vantagens anteriormente citadas ficam temporariamente prejudicadas pelo esforço necessário no desenvolvimento do próprio programa de análise.

2.5 Aplicação do método dos elementos finitos à análise de tensões em dentes de engrenagens.

Os primeiros trabalhos publicados sobre a utilização do método dos elementos finitos para a determinação de tensões em dentes de engrenagens datam do início da década de 70.

WILCOX & COLEMAN [27] efetuaram uma série de análises utilizando modelagens bi-dimensionais e mostraram que "o MEF pode ser aplicado com bastante precisão e flexibilidade para a determinação da distribuição exata das tensões na região da curva de concordância no fundo dos dentes de engrenagens com dentes de perfil simétricos" (engrenagens retas e helicoidais). Com base nessas análises os autores desenvolveram uma fórmula simplificada dos dentes em função da geometria do dente e do ponto de aplicação da carga de contato.

Os resultados fornecidos por essa fórmula se mostraram bastante consistentes com os de ensaios foto-elásticos realizados por diversos pesquisadores, para o caso dos dentes com perfil simétrico.

No caso dos dentes com perfil assimétrico (engrenagens cônicas retas, cônicas espirais e hipóides), WILCOX & AUBLE [28] e WILCOX [29] recomendam a utilização de modelagens tridimensionais.

CHABERT et alii [30] também procuraram desenvolver fórmulas simplificadas para a determinação das máximas tensões normais de tração e de compressão no fundo dos dentes de engrenagens retas a partir de análises utilizando o MEF. Nesse trabalho foram utilizadas modelagens bi-dimensionais com elementos de estado plano de deformação. Os resultados obtidos foram comparados com os

d) A posição das tensões máximas na raiz dos dentes em uma anel de 10 m^o.

c) No caso de engrenagens sólidas é suficiente que o modelo compreenda um arco correspondente a 5 dentes e uma espessura do razoáveis do anel.

b) O efeito de dentes adjacentes sobre as tensões na raiz dos dentes é desprezível, embora ele se torne maior com o decréscimo da espessura do anel. Portanto o modelo com um único dente pode ser considerado satisfatório para espessuras experimentais.

a) Os resultados do MEF estão de acordo com os resultados As principais conclusões dos autores foram as seguintes:

dispositivo de testes.

de elementos finitos, submetida a um carregamento estático em um engrenagem com as mesmas características geométricas dos modelos determinados experimentalmente utilizando extensimetria em uma Os resultados obtidos com o MEF foram comparados com resultados extremidades e na periferia do anel) também foram estudados.

e da vinculação adotada (somente nas extremidades do modelo ou nas cabeça). Os efeitos da variação da espessura do anel sob os dentes dente central (carregamento na direção normal, aplicado na com um único dente e com três dentes sendo carregado somente o triangulares de estado plano de tensão. Foram analisados modelos Os modelos estudados foram constituídos por elementos

pequena espessura.

que ocorrem no fundo dos dentes de engrenagens retas com anel de

OD4 et al [31] utilizaram o MEF para a análise das tensões

mostrado substancialmente em acordo com esta última.

obtidos através das fórmulas clássicas ISO e AGMA tendo se

No desenvolvimento da análise foi considerado um modelo constituído pela metade do anel e mais três dentes, posicionados simetricamente em relação às extremidades do modelo, sendo o dente central sollicitado por uma carga normal ao perfil, atuando na

direção ao fundo do dente com o decréscimo da espessura do anel. Um estudo semelhante foi também desenvolvido por CHANG et alii [32] os quais analisaram basicamente os efeitos que a vinculação adotada na modelagem provoca nos valores das tensões calculadas através do MEF.

Dois tipos de vinculações foram considerados:

a) anéis parcialmente vinculados (somente nos pontos radiais do contorno do modelo).
b) anéis totalmente vinculados (também ao longo do contorno interno do anel).

Os autores concluíram que a espessura do anel e a condição de vinculação têm um efeito significativo sobre as tensões, particularmente para anéis parcialmente vinculados onde as tensões de compressão são mais afetadas.

As tensões aumentam com o decréscimo da espessura do anel para anéis parcialmente vinculados. Entretanto para anéis totalmente vinculados as tensões decrescem levemente com o decréscimo da espessura do anel.

Finalmente, para anéis de grande espessura as condições de vinculação do anel têm pouco efeito sobre as tensões.

Finalmente, para anéis de grande espessura as condições de vinculação do anel têm pouco efeito sobre as tensões.

Finalmente, para anéis de grande espessura as condições de vinculação do anel têm pouco efeito sobre as tensões.

Os autores realizaram comparações entre três possibilidades de configuração do modelo: contendo um único dente e com o anel limitado ao setor correspondente a esse dente; com três dentes e com o anel limitado à região dos três dentes e com três dentes e porém com o anel se estendendo por um arco de 180°, como em [33].

as tensões máximas na raiz dos dentes de engrenagens. Já SOMPRAKIT et alii, estudaram os efeitos da espessura do anel, das condições de vinculação e da presença de chavetas sobre as tensões máximas.

sobre as tensões máximas, chavetas, pinos e entalhados, bem como de suas posições relativas, de contato sobre as tensões máximas; o efeito da presença de ferramenta sobre as tensões máximas; o efeito da posição da carga da espessura do anel, do número de dentes e do raio na cabeça da espessura do anel sobre as tensões máximas; o efeito combinado da Com essa modelagem, os autores pesquisaram o efeito da acrescida para simular um momento de inércia equivalente.

considerada a presença dos dentes a espessura do mesmo foi suporte e mais três dentes. Na região do anel onde não foi de GULLIOT & TORDION utilizaram na modelagem todo o anel de TORDION [34] e por SOMPRAKIT et alii [35].

Trabalhos similares foram também desenvolvidos por GULLIOT & de simetria de um dente.

dentes, e aquela em que a sua linha de centro coincide com o eixo posição mais favorável da chaveta em relação à resistência dos A conclusão mais importante desse trabalho foi a de que a extensometria e fotoelastividade.

resultados de ensaios em bancos de testes, utilizando As condições de vinculação foram determinadas com base nos cabeça.

Com base nessas comparações verificou-se que ao se utilizar a vinculação completa do anel (tanto nos contornos radiais como ao longo do contorno interno do mesmo) as diferenças relativas entre os valores das tensões, em cada uma das três modelagens, eram bastantes pequenas (menos de 2%), independente da espessura do anel.

No caso da vinculação parcial (sômente ao longo dos contornos radiais) as diferenças entre os modelos se mostram algo mais significativas apenas quando o diâmetro interno do anel supera 55% do diâmetro primitivo da engrenagem. Portanto, nesses casos, é recomendável utilizar o modelo maior.

3 - DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DE PONTOS DO PERFIL DOS DENTES DE ENGRENAGENS RETAS EXTERNAS.

Diversos são os procedimentos disponíveis para a usinagem de dentes de engrenagens com a forma do perfil, na região de contato, correspondente a uma curva evolvente do círculo.

Dentre todos, os processos chamados "de geração" são os mais importantes, especialmente para o caso de engrenagens de precisão. O princípio básico dos processos de geração é a usinagem dos dentes através do engranamento da futura roda dentada com uma ferramenta, com a forma de um perfil conjugado ao que se deseja obter.

Os processos de geração podem ser classificados em três categorias, em função do tipo da ferramenta que é empregada nas máquinas operatrizes, específicas para cada procedimento: usinagem com "cremalheira de corte", com "fresa-caracol" e com "engrenagem de corte" [36].

Destes, os mais utilizados para a fabricação de engrenagens externas são os dois primeiros, e o equacionamento que será indicado a seguir, somente é válido para esses casos.

No processo com "cremalheira de corte", a ferramenta de usinagem possui a forma de uma cremalheira geratriz, e os movimentos básicos para a geração são a rotação da mesa, onde é fixada a engrenagem, sincronizada com a translação da ferramenta, numa direção tangencial (figura 3.1).

No sistema com "fresa-caracol", a ferramenta tem a forma semelhante a uma rosca sem-fim, com a secção axial correspondente a uma cremalheira geratriz. Os movimentos básicos sincronizados,

neste caso, são as rotações da mesa e da ferramenta (figura 3.2).

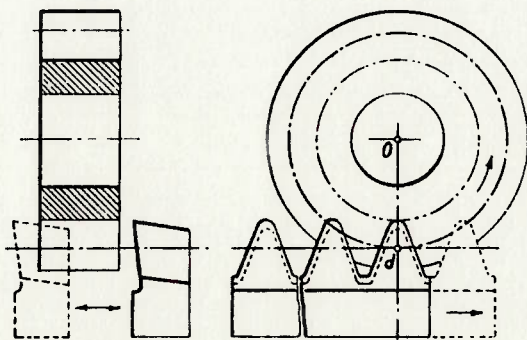


Figura 3.1 Geração dos dentes de uma engrenagem através de

usinagem com "cremalheira de corte".

De um ponto de vista cinemático, o movimento relativo entre a cremalheira geratriz e a roda dentada, em qualquer dos dois sistemas, pode ser representado pelo movimento de uma reta, paralela ao topo dos dentes da cremalheira - a reta primitiva - que rola sem escorregar sobre uma circunferência, com o mesmo centro da engrenagem - a circunferência primitiva. Os pontos de tangência,

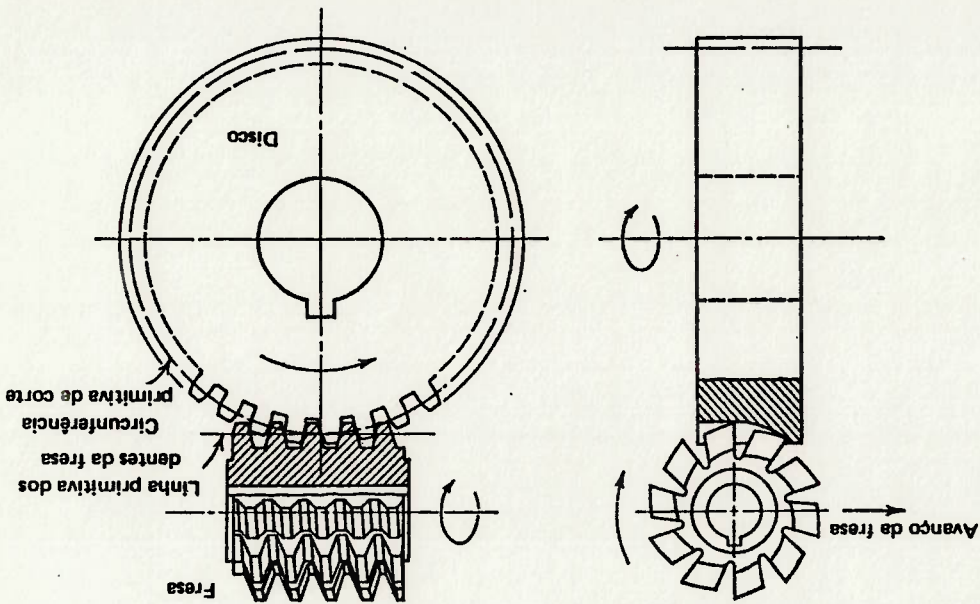
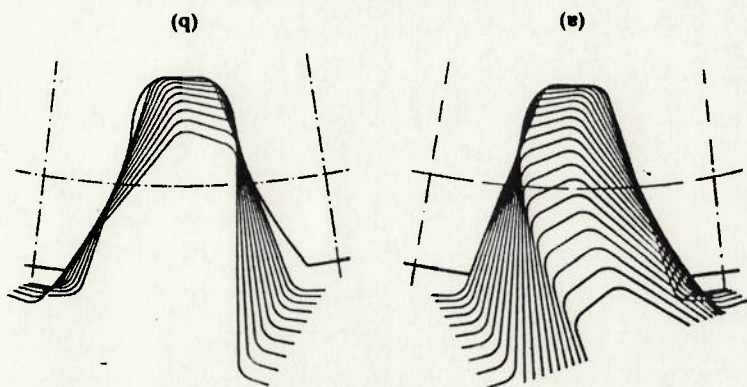


Figura 3.2 Geração dos dentes de uma engrenagem através de usinagem com "fresa-caracol".

HENRIOT [36] demonstra uma propriedade importante dessa envolvente, que é a seguinte: a normal comum em um ponto de contato entre a cremalheira geratriz e a envolvente, no caso o próprio perfil do dente, passa pelo centro instantâneo de rotação da cremalheira geratriz em relação à engrenagem. É fácil verificar que, a cada instante, esse centro instantâneo de rotação é o ponto de tangência entre a reta primitiva e a circunferência primitiva, ou seja, o ponto primitivo. Essa propriedade é o conceito fundamental em que se baseia o equacionamento desenvolvido por HEFENG et alii. [37], o qual será utilizado neste trabalho para a determinação das coordenadas dos pontos pertencentes ao perfil de engrenagens retas, geradas a

Figura 3.3 Perfis dos dentes gerados pela movimentação da cremalheira. A cremalheira usina o flanco direito de um dente quando penetra na engrenagem (a) e o flanco esquerdo do dente seguinte quando se afasta (b).



a cada instante, são, também, denominados pontos primitivos. Os perfis dos dentes de engrenagem assim gerados, correspondem à envolvente das sucessivas posições ocupadas pela cremalheira geratriz, quando a reta primitiva realiza seu movimento em torno da circunferência primitiva (figura 3.3).

partir de uma cremalheira geratriz

3.1 Geometria básica da cremalheira geratriz e da roda dentada

gerada

De acordo com a ABNT, "a cremalheira geratriz é a cremalheira que pode se engrenar com a cremalheira de referência, de modo que os dentes de uma preencham exatamente os vãos de dentes da outra" [38].

Dessa forma, as características geométricas da cremalheira geratriz são definidas a partir das da cremalheira de referência, padronizada pela ABNT [39].

Na figura 3.4 estão indicados os principais parâmetros geométricos de uma cremalheira geratriz.

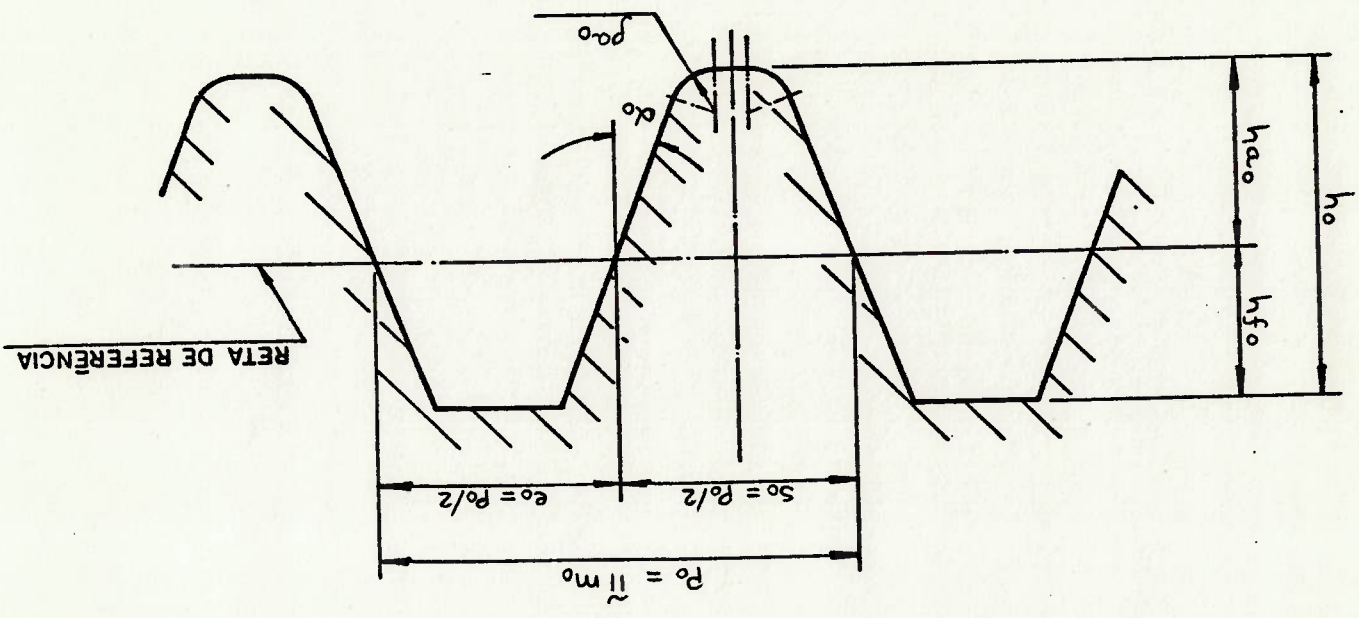


Figura 3.4 Principais parâmetros geométricos de uma cremalheira

geratriz.

Nessa figura fica evidenciado o significado geométrico da reta

Inúmeras combinações desses parâmetros podem ser estabelecidas.

- h_{ao} , e do raio de arredondamento - ρ_{ao} .

fixos, normalizados, da altura da cabeça da cremalheira geratriz

Por outro lado, o equacionamento não ficará limitado a valores

convencional.

utilizando os procedimentos indicados adiante para o perfil

do equacionamento para esses casos, pode ser desenvolvida

variações da forma da cremalheira geratriz, entretanto a extensão

Neste trabalho, não serão consideradas as possibilidades de

dentés de engrenagem com alívio na cabeça, e outras.

ferramentas tipo "protuberance", ferramentas para a geração de

geratriz pode sofrer algumas alterações como, por exemplo, nas

Nestes casos, a própria forma do perfil da cremalheira

superficiais, etc.

superficial], formatos apropriados para tratamentos térmicos

sobre metal necessários para um posterior processo de acabamento

pelo projeto das engrenagens que serão geradas, requisitos de

sofrer variações em função de características específicas exigidas

na cabeça do dente - ρ_{ao} , são normalizados, entretanto, podem

As dimensões dessas alturas, bem como do raio de arredondamento

altura do pé - h_{fo} .

dividido pela reta de referência em altura da cabeça - h_{ao} , e

A altura do dente do perfil da cremalheira geratriz - h_o , é

, onde m_o é o módulo da cremalheira.

$$s_o = e_o = \frac{\rho_o}{\pi m_o} = \frac{z}{2} \quad (3.1)$$

e_o , que é igual à metade do passo - ρ_o , ou seja:

dente da cremalheira geratriz - s_o , seja igual ao vão do dente -

de referência, a qual corta o perfil de forma que, a espessura do

de arredondamento, cujos centros estão separados por uma pequena A figura 3.6 (b) mostra um caso intermediário, com dois raios de arredondamento é nulo.

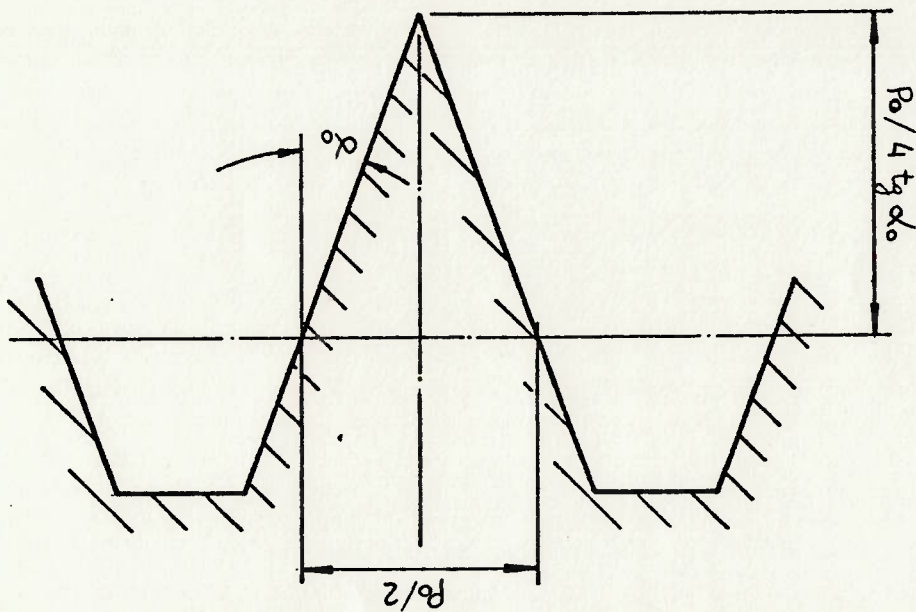
Na figura 3.6 (a), está representado um caso extremo em que o cremalheira.

existem tres possíveis configurações para o topo dos dentes da Para uma determinada altura de cabeça menor do que esta,

$$h_{ao \max} = 2,158 m_o.$$

Para cremalheiras geratrizes com ângulo de pressão de 20° ,

Figura 3.5 Cremalheira geratriz com máxima altura da cabeça.



onde α_o é o ângulo de pressão da cremalheira geratriz.

$$h_{ao \max} = \frac{P_o}{\pi m_o} = \frac{4 \operatorname{tg} \alpha_o}{\pi m_o} \quad (3.2)$$

3.5), para a qual,

correspondente a uma cremalheira com dentes pontiagudos (figura

Assim, a máxima altura da cabeça que pode ser imposta é aquela

cremalheira geratriz.

restritas somente a condições inerentes à geometria do perfil da

distância. Finalmente, a figura 3.6 (c) mostra o outro caso extremo, com o ratio de arredondamento atingindo seu valor máximo para a altura da cabeça considerada.

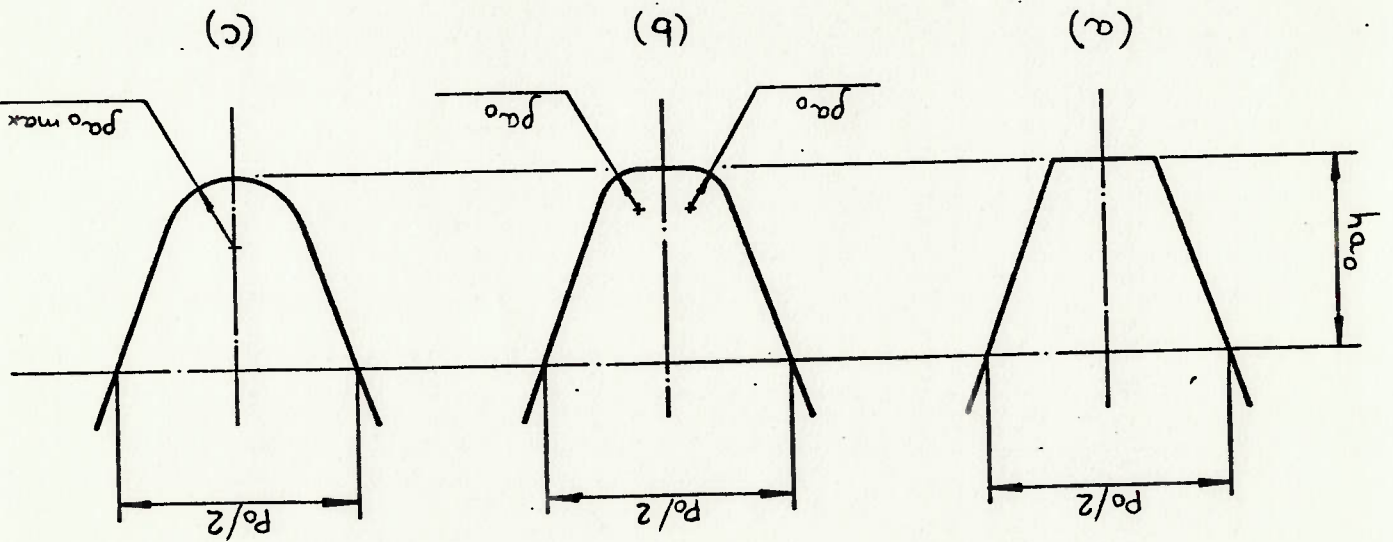


Figura 3.6 Possíveis configurações do topo dos dentes da cremalheira.

É fácil verificar geometricamente que:

$$p_a0 \max = \frac{p_0 / 4 - h_a0 \tan \alpha_0}{\cos \alpha_0 + (\sin \alpha_0 - 1) \tan \alpha_0} \quad (3.3)$$

Para as cremalheiras geratrizes normalizadas, com ângulo de pressão 20° e $h_a0 = 1,25 m_0$, o máximo ratio de arredondamento, $p_a0 \max = 0,472 m_0$.

Os valores mais comuns dos ratios de arredondamento estão na faixa de $0,2$ a $0,3 m_0$ e os da altura da cabeça da cremalheira geratriz entre $1,1$ a $1,4 m_0$.

Outro aspecto importante, que deve ser observado, diz respeito a geometria especial das engrenagens corrigidas.

Essas engrenagens são caracterizadas pelo fato de que durante a

sua geração, a reta de referência da cremalheira não coincide com a reta primitiva.

A distância entre essas duas retas é convencionalmente expressa em termos do produto de um coeficiente de correção - x , pelo módulo da cremalheira (figura 3.7). O coeficiente de correção é considerado positivo quando a reta de referência se afasta da circunferência primitiva, negativo quando a reta de referência é uma secante da circunferência primitiva.

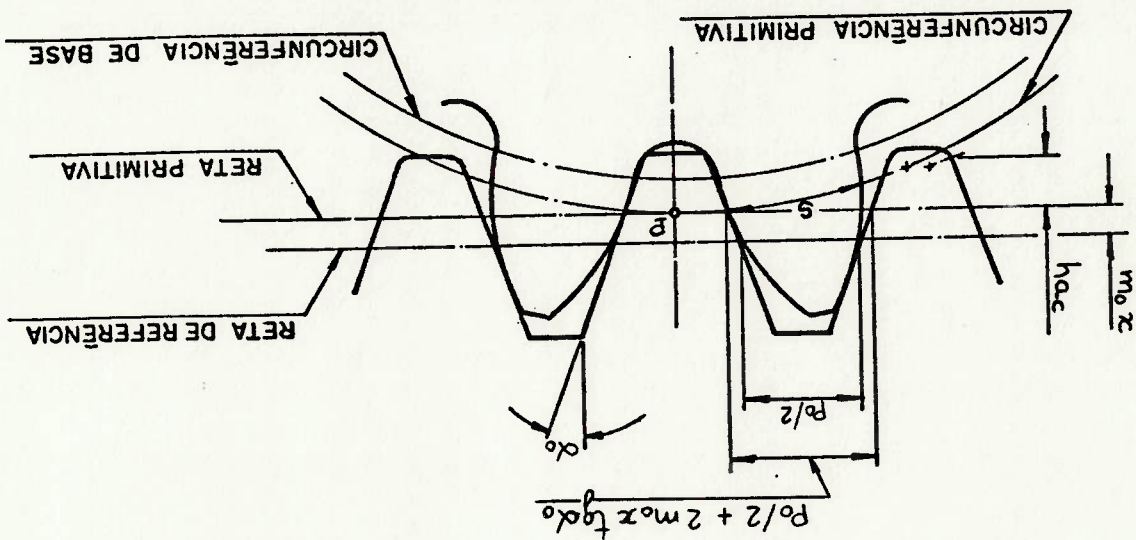


Figura 3.7 Geração de uma engrenagem corrigida.

A introdução de uma correção na usinagem de uma roda dentada altera toda a geometria do perfil dos dentes, afetando particularmente a altura da cabeça - h_a , a altura do pé - h_f , e a espessura circular sobre a circunferência primitiva - s . Todas essas características geométricas da engrenagem passam também a ser função do coeficiente de correção, conforme as expressões seguintes:

$$h_a = h_f + m_0 x$$

(3.4)

(figura 3.8), que é dado por:

- o ângulo de incidência na cabeça do dente de uma engrenagem - α_a

$$h_{ac} = h_f - p_{ao} (1 - \text{sen } \alpha_a) \quad (3.11)$$

equação:

por h_{ac} (ver a figura 3.7) e pode ser calculada através da porção reta dos dentes da cremalheira, que será aqui designada - a distância entre a reta primitiva e os pontos mais externos da

eles:

pontos do perfil dos dentes, serão também discutidos aqui. São

necessários no desenvolvimento das expressões das coordenadas dos

Além desses parâmetros geométricos básicos, alguns outros,

nulo.

para engrenagens não corrigidas, quando o fator de correção é

Evidentemente, as expressões (3.4) a (3.10) também são válidas

com Z o seu número de dentes.

$$r = \frac{m_o Z}{2} \quad (3.10)$$

primitivo de referência ou de usinagem, dado por:

onde r é o raio primitivo da engrenagem, mais precisamente o raio

$$r_f = r - h_f = r - h_{ao} + m_o x \quad (3.9)$$

$$r_a = r + h_a = r + h_{fo} + m_o x \quad (3.8)$$

devem ser expressos por:

Conseqüentemente, o raio de cabeça - r_a e o raio de pé - r_f ,

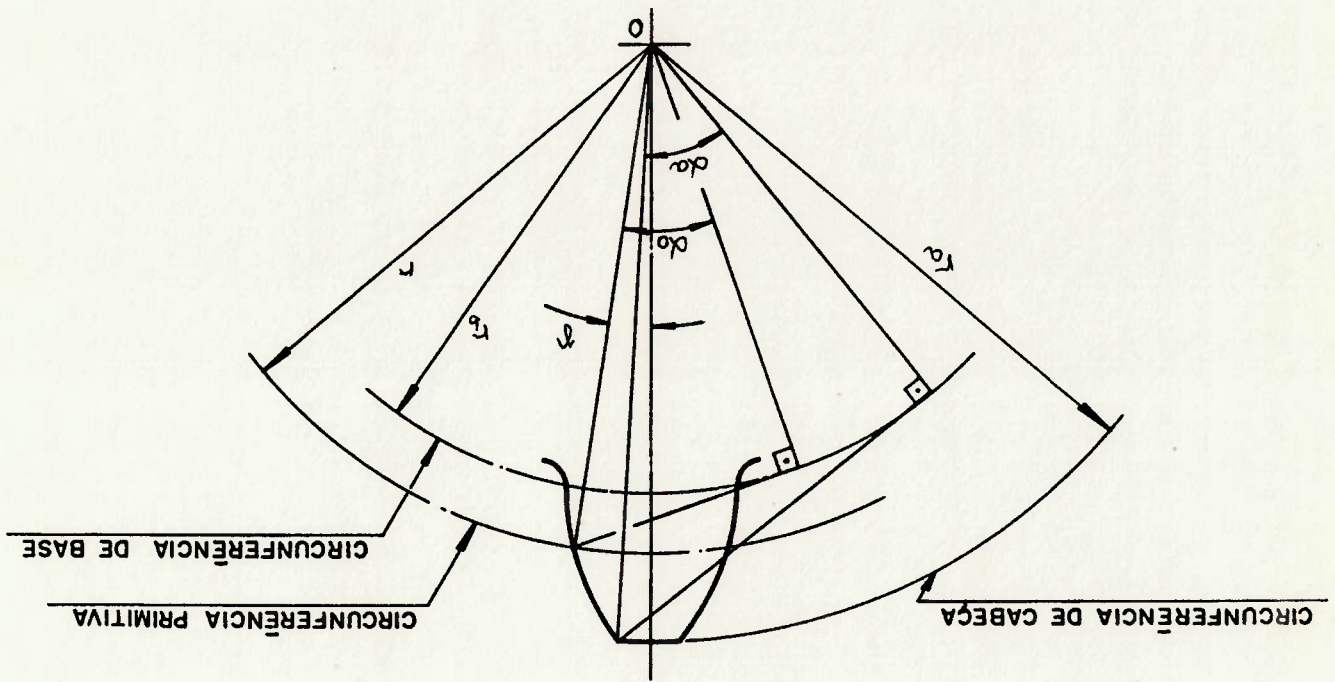
$$s = \frac{p_o}{2} + 2 m_o x \text{tg } \alpha_o = \frac{\pi m_o}{2} + 2 m_o x \text{tg } \alpha_o \quad (3.6)$$

$$h_f = h_{ao} - m_o x \quad (3.5)$$

Para o desenvolvimento das equações das coordenadas, é necessário utilizar tres sistemas de referéncia ortogonais, ambos

3.2 Sistemas de referéncia.

Figura 3.8 Esquema para a determinação de α_a e γ .



$$r = \frac{Z}{\pi / 2 + 2 \times \text{tg } \alpha_a} \quad (3.14)$$

substituindo as expressões (3.7) e (3.10) na (3.13) obtém-se:

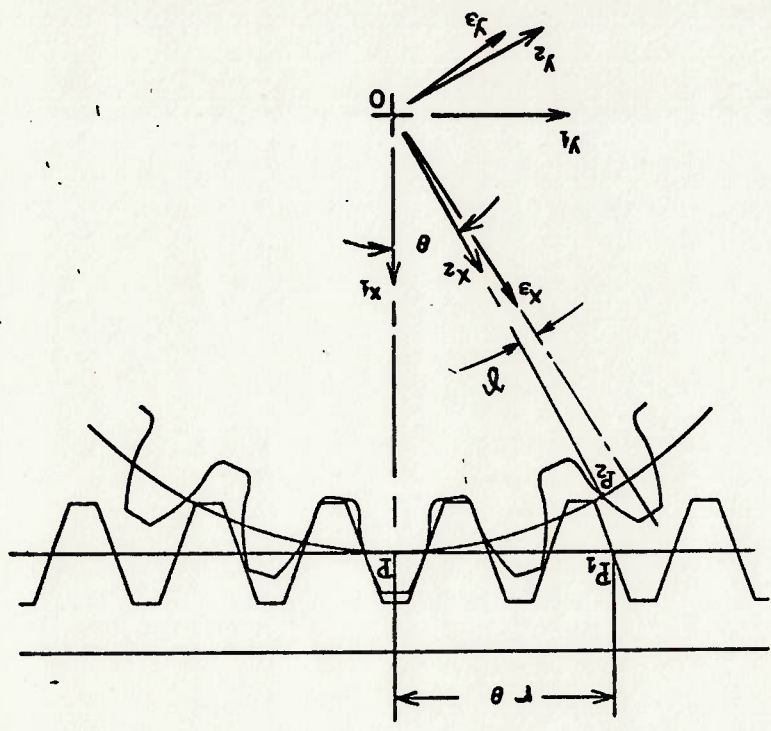
$$r = \frac{E r}{s} \quad (3.13)$$

- o ângulo formado entre o eixo de simetria do dente da engrenagem e um outro eixo que passa pelo ponto de intersecção do perfil do dente com a circunferéncia primitiva, que será designado ângulo γ . Da figura 3.8 verifica-se que:

$$\alpha_a = \text{arc cos} \left[\frac{r \cos \alpha_a}{r_a} \right] \quad (3.12)$$

Nas deduções a seguir, será considerada uma inversão do movimento, descrito anteriormente, da cremalheira se movimentando em torno da roda fixa. Como indicado na figura 3.9, supõe-se a cremalheira dotada de um movimento de translação, da direita para a esquerda, enquanto que a engrenagem executa uma rotação em torno de O no sentido anti-horário, da mesma forma como nas máquinas operatrizes.

Figura 3.9 Sistemas de referência adotados para descrever o perfil de um dente de engrenagem.



Os sistemas de referência adotados são os seguintes (figura 3.9):
 O sistema fixo tem sua origem no centro O com o eixo Ox_1 passando pelo ponto primitivo P e o eixo Oy_1 paralelo à reta primitiva.

com origem no centro da roda, sendo um fixo e os outros ligados à engrenagem.

Para o programa pré-processador, é conveniente que as coordenadas dos perfis dos dentes de engrenagem possam ser descritas em relação a um sistema de referência também com origem

$$\begin{Bmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

Um ponto qualquer, definido no sistema de referência fixo através de suas coordenadas X_1 e Y_1 , será representado no sistema móvel pelas coordenadas X_2 e Y_2 , obtidas a partir da seguinte transformação de coordenadas:

Neste outro instante, os eixos móveis OX_2 e OY_2 estarão deslocados em relação aos eixos fixos OX_1 e OY_1 de um ângulo θ .

Devido ao movimento sem escorregamento, num instante seguinte, quando o ponto P_2 da engrenagem se deslocar sobre a circunferência primitiva, descrevendo o arco P_2 , de comprimento $r\theta$, o ponto P_1 se movimentará sobre a reta primitiva, de modo a ocupar uma posição distante $r\theta$ de P_1 .

Dessa forma, no instante considerado, o ponto P_1 , intersecção de um flanco de dente da cremalheira com a reta primitiva, coincide com o ponto P_2 , intersecção de um flanco correspondente de dente da engrenagem com a circunferência primitiva.

Nesse instante, será imposto que o contato entre a cremalheira e o perfil do dente gerado esteja ocorrendo no ponto primitivo P_1 .

O sistema de referência móvel, também com origem em O e ligado à engrenagem, possui seus eixos OX_2 e OY_2 , coincidentes com os eixos OX_1 e OY_1 do sistema fixo, num dado instante.

Assim, o ponto primitivo P_1 , centro instantâneo de rotação do movimento relativo entre a cremalheira geratriz e a roda dentada, permanece fixo no plano.

no centro da roda dentada e possuindo um dos eixos coincidente com o eixo de simetria do perfil.

Evidentemente esse terceiro sistema de eixos Ox_3 e Oy_3 estará ligado à roda dentada e seus eixos manterão com os do sistema Ox_2y_2 uma defasagem angular constante correspondente ao ângulo γ , determinado através da equação (3.14).

Para um ponto com coordenadas X_2 e Y_2 no sistema Ox_2y_2 , as suas coordenadas X_3 e Y_3 neste terceiro sistema serão:

$$\begin{Bmatrix} X_3 \\ Y_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

A descrição de um ponto no sistema Ox_2y_2 também pode ser obtida diretamente da sua descrição no sistema Ox_1y_1 através da

transformação:

$$\begin{Bmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta + \gamma) & -\sin(\theta + \gamma) \\ \sin(\theta + \gamma) & \cos(\theta + \gamma) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

Da maneira como o sistema de referência Ox_2y_2 foi definido em relação ao sistema Ox_1y_1 , quando os pontos P_1 e P_2 se situarem à direita do eixo Ox_1 , o ângulo θ deverá ser considerado negativo.

3.3 Coordenadas dos pontos do perfil no trecho de evolvente.

O trecho do perfil de um dente de engrenagem com a forma de uma curva evolvente de um círculo, é gerado pela porção reta da cremalheira geratriz.

Tendo em vista que, a normal comum à cremalheira geratriz e ao perfil do dente de engrenagem, nos pontos de contato, passa sempre pelo ponto primitivo F conclui-se que, no sistema de referência fixo, o lugar geométrico dos pontos de contato entre a porção reta

da cremalheira e o perfil do dente de engrenagem, é uma reta fixa no plano, que passa por F e é inclinada de um ângulo α_0 em relação à reta primitiva. Essa reta é denominada reta de ação.

Na realidade o lugar geométrico é limitado a um segmento E_1F_1 da reta de ação, conforme veremos adiante (figura 3.10).

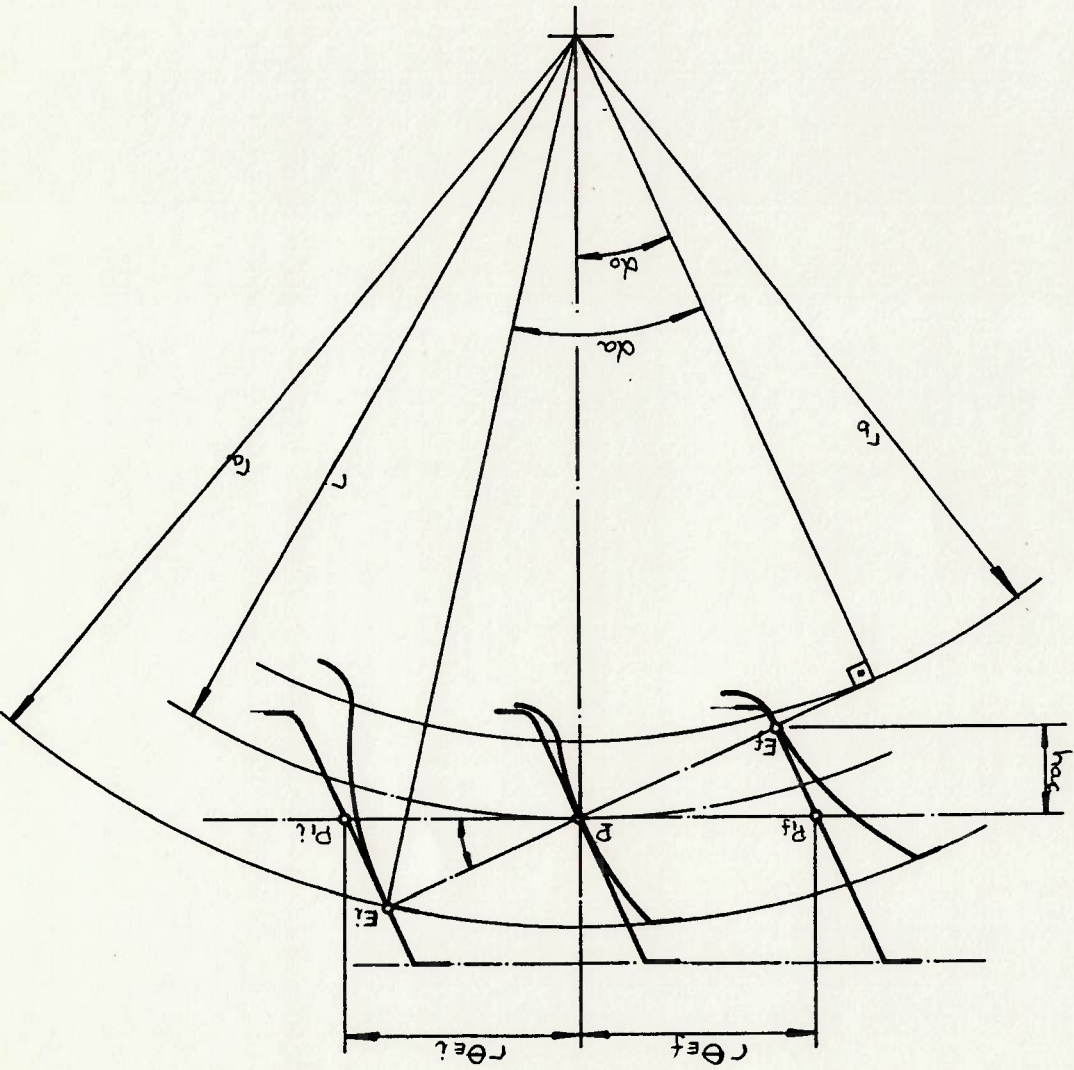


Figura 3.10 Geração do trecho de evolvente.

Da figura 3.11 verifica-se que qualquer ponto de contato E , no segmento E_1F_1 , pode ser descrito no sistema de referência fixo Ox_1y_1 , através das coordenadas:

$$Xe_1 = r - r_b \cos \alpha_0 \text{ sen } \theta \quad (3.18)$$

$$(3.19)$$

$$Ye_1 = r\theta - r_b \text{ sen }^2 \alpha_0$$

onde $r\theta$ possui o significado já descrito no item 3.2 deste capítulo.

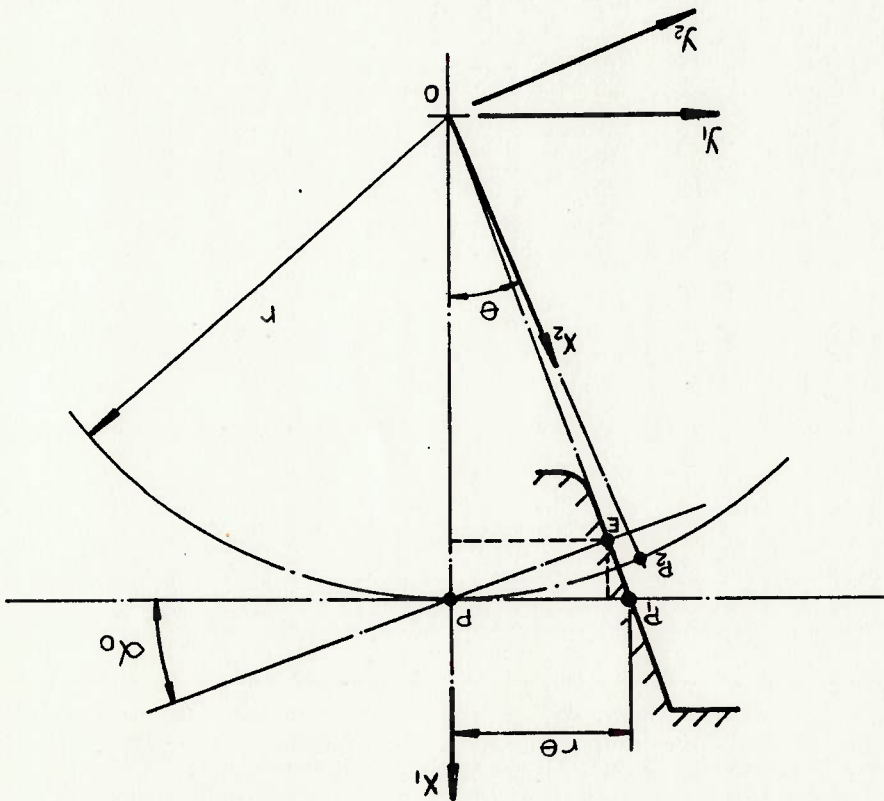


Figura 3.11 Coordenadas de um ponto do perfil do dente da engrenagem no trecho de evolvente.

O lugar geométrico dos pontos de contato E no sistema móvel $O'X_2Y_2$, ligado à engrenagem, é o próprio perfil do dente, no trecho com forma de curva evolvente. As suas coordenadas podem ser obtidas aplicando a transformação de coordenadas (3.15) às equações (3.18) e (3.19), de modo a obter:

$$X_{E_2} = r \cos \theta + r\theta \operatorname{sen} \theta - r\theta \operatorname{sen} \alpha_0 \cos(\theta - \alpha_0) \quad (3.20)$$

$$Y_{E_2} = -r \operatorname{sen} \theta + r\theta \cos \theta + r\theta \operatorname{sen} \alpha_0 \operatorname{sen}(\theta - \alpha_0) \quad (3.21)$$

Da mesma forma, no sistema $O'X_2Y_2$, utilizando a transformação (3.17) obtem-se:

$$X_{E_1} = r \cos(\theta + \gamma) + r \theta \sin(\theta + \gamma) - r \theta \sin \alpha_0 \cos(\theta + \gamma - \alpha_0) \quad (3.22)$$

$$Y_{E_1} = -r \sin(\theta + \gamma) + r \theta \cos(\theta + \gamma) + r \theta \sin \alpha_0 \sin(\theta + \gamma - \alpha_0) \quad (3.23)$$

As equações (3.20) a (3.23) são equações paramétricas do perfil do dente de engrenagem no trecho de evolvente, e o ângulo θ é o parâmetro em função do qual são definidos os diferentes pontos do perfil.

Os valores limites para θ podem ser deduzidos geometricamente da figura 3.10.

O ponto inicial de contato da cremalheira geratriz com o perfil do dente de engrenagem, ocorre na intersecção da reta de ação com a circunferência de cabeça, representada na figura 3.10 através do ponto E_1 . Nessa situação, o ponto P_{E_1} estará distante $r \theta_{E_1}$ de P .

É fácil verificar que:

$$r \theta_{E_1} = \frac{PE_1}{\cos \alpha_0} \quad (3.24)$$

e

$$PE_1 = r \alpha \sin \alpha_0 - r \sin \alpha_0 \quad (3.25)$$

Substituindo (3.25) em (3.24), obtém-se:

$$\theta_{E_1} = \frac{r \alpha \sin \alpha_0}{r \cos \alpha_0} - \tan \alpha_0 \quad (3.26)$$

Da relação (3.12), tem-se:

$$\cos \alpha_0 = \frac{r \alpha}{r} \quad (3.27)$$

Portanto, θ_{E_1} pode ser escrito:

$$\theta_{E_1} = \tan \alpha_0 - \tan \alpha_0 \quad (3.28)$$

O ponto final de contato E_2 , quando não ocorre interferência

A trocóiide é definida como sendo a curva gerada por um ponto solidário a uma reta, que rola sem escorregar sobre uma maneira geral, trocóiide.

A curva que realiza a concordância entre o trecho de evolvente do perfil do dente e a circunferência de fundo é denominada, de

3.4 Coordenadas dos pontos do perfil no trecho de trocóiide.

$$-\theta_{E1} \leq \theta \leq \theta_{E1} \quad (3.31)$$

quando o parâmetro θ está compreendido no intervalo descrever o perfil do dente de engrenagem no trecho de evolvente, nessa forma, as equações (3.20) a (3.23) são válidas para parâmetro θ é negativo.

portanto, para esses pontos o ponto F_1 à direita do eixo OX_1 , correspondem a posições do externos à circunferência primitiva, é importante notar que, todos os pontos do perfil de engrenagem especificamente mais adiante.

que o determinado acima. Essas situações serão tratadas Nos casos em que ocorre interferência, o ângulo θ_{E1} é menor do

$$\theta_{E1} = \frac{r \operatorname{sen} \alpha_0 \cos \alpha_0}{h_{ac}} \quad (3.30)$$

portanto,

$$r \theta_{E1} = \frac{h_{ac} \operatorname{tg} \alpha_0}{h_{ac} + h_{ac} \operatorname{tg} \alpha_0} + \frac{\operatorname{sen} \alpha_0 \cos \alpha_0}{h_{ac}} \quad (3.29)$$

e F pode ser escrita:

Da figura 3.10, verifica-se que a distância entre os pontos F_1 distância à reta primitiva é h_{ac} . ação (próximo da intersecção com a circunferência de base) cuja entre a cremalheira e o dente da engrenagem, é o ponto da reta de

circunferência, quando o ponto não pertence à reta [40].

Na realidade, a curva de concordância no fundo dos dentes, somente é uma trocóiide quando o raio de arredondamento na cabeça do dente da cremalheira geratriz - ρ_{ao} - é nulo.

Quando o raio ρ_{ao} é diferente de zero, a curva de concordância é a envoltória de uma família de circunferências, de raio ρ_{ao} , cujos centros estão sobre uma trocóiide descrita pelo centro do arco de circunferência, na cabeça do dente da cremalheira.

Independente deste detalhe, as equações que serão apresentadas adiante são válidas para as tres configurações indicadas na figura 3.6 e como os formatos (a) e (c) são casos limites do (b), as deduções serão efetuadas em relação a este último.

A trocóiide é gerada pelos pontos do arco de circunferência na cabeça do dente da cremalheira. Portanto, nos pontos de contato, a normal comum à cremalheira geratriz e ao perfil do dente de engrenagem deve passar pelo ponto primitivo F e pelo centro C, do arco de circunferência.

Com base nessa conclusão foi construída a figura 3.12. Nesta são indicados dois pontos distintos de contato entre a cremalheira e o perfil do dente de engrenagem, que ocorrem no mesmo instante. O ponto E, sobre a reta de ação e pertencente ao trecho de evolvente, com coordenadas X_{T1} e Y_{T1} , no sistema de referência fixo, e o ponto T da trocóiide com coordenadas X_{T1} e Y_{T1} , dadas por:

$$X_{T1} = r - h_{ac} + \rho_{ao} \sin \alpha_0 - \rho_{ao} \sin \beta \quad (3.32)$$

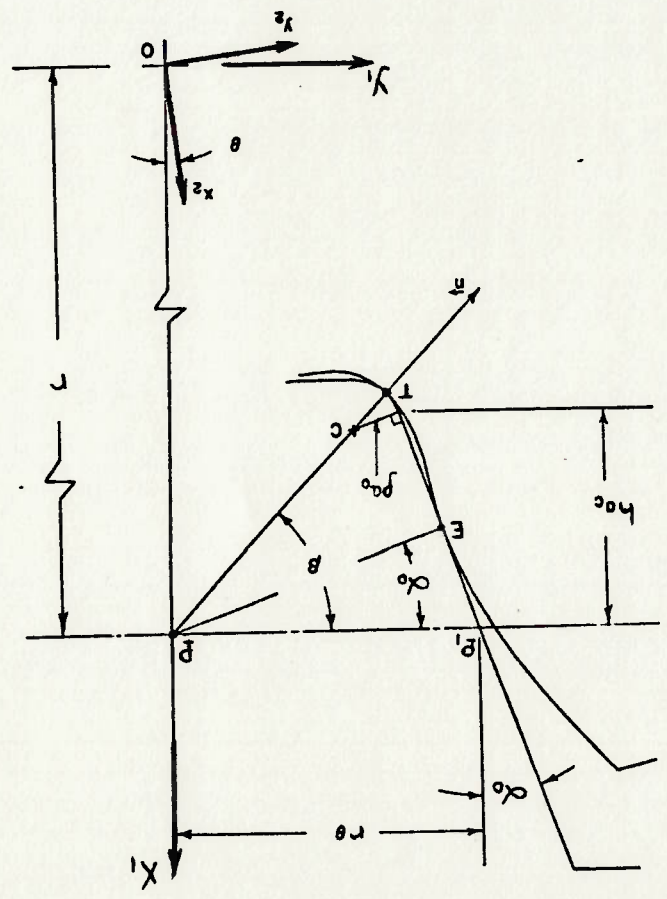
$$Y_{T1} = r\theta - h_{ac} \operatorname{tg} \alpha_0 - \rho_{ao} \cos \alpha_0 + \rho_{ao} \cos \beta \quad (3.33)$$

onde β é o ângulo formado entre a normal $\frac{1}{2}$ e a reta primitiva, de modo que :

No sistema móvel Ox_2y_2 , o lugar geométrico dos pontos descritos pelas coordenadas Xr_2 e Yr_2 constitui a curva de concordância no fundo do dente de engrenagem.

As equações paramétricas do ponto T nesse sistema são obtidas pela aplicação da transformação de coordenadas (3.15) às equações (3.32) e (3.33), assim :

Figura 3.12 Coordenadas de um ponto do perfil do dente da engrenagem no trecho de troçoide.



$$\tan \beta = \frac{h_{0c} - r_0 \sin \alpha_0}{r_0 - h_{0c} \tan \alpha_0 - r_0 \cos \alpha_0} \quad (3.34)$$

$$r \cdot \theta T_1 = h_{ac} t g \alpha_0 + p_{ao} \cos \alpha_0 \quad (3.39)$$

condição, a distância de F_1 a F e sobre o eixo OX_1 , da mesma forma que o ponto de contato T_1 . Nessa da cremalheira em que o centro do arco de circunferência C_1 está O ponto inicial da curva de concordância corresponde à posição

3.13.

Os valores limites do parâmetro θ para esse trecho do perfil do dente de engrenagem são determinados conforme indicado na figura

$$- p_{ao} \cos (\theta + \gamma - \alpha_0) + p_{ao} \cos (\theta + \gamma - \beta) \quad (3.38)$$

$$Y_{T_2} = -r \operatorname{sen}(\theta + \gamma) + r \theta \cos(\theta + \gamma) - h_{ac} \frac{\cos \alpha_0}{\operatorname{sen}(\theta + \gamma - \alpha_0)}$$

$$- p_{ao} \operatorname{sen} (\theta + \gamma - \alpha_0) + p_{ao} \operatorname{sen} (\theta + \gamma - \beta) \quad (3.37)$$

$$X_{T_2} = r \cos(\theta + \gamma) + r \theta \operatorname{sen}(\theta + \gamma) - h_{ac} \frac{\cos \alpha_0}{\cos(\theta + \gamma - \alpha_0)}$$

Analogamente, no sistema $OX_2 Y_2$, as equações são obtidas através da transformação (3.17) a partir de (3.32) e (3.33) :

$$- p_{ao} \cos (\theta - \alpha_0) + p_{ao} \cos (\theta - \beta) \quad (3.36)$$

$$Y_{T_2} = -r \operatorname{sen} \theta + r \theta \cos \theta + h_{ac} \frac{\cos \alpha_0}{\operatorname{sen} (\theta - \alpha_0)}$$

$$- p_{ao} \operatorname{sen} (\theta - \alpha_0) + p_{ao} \operatorname{sen} (\theta - \beta) \quad (3.35)$$

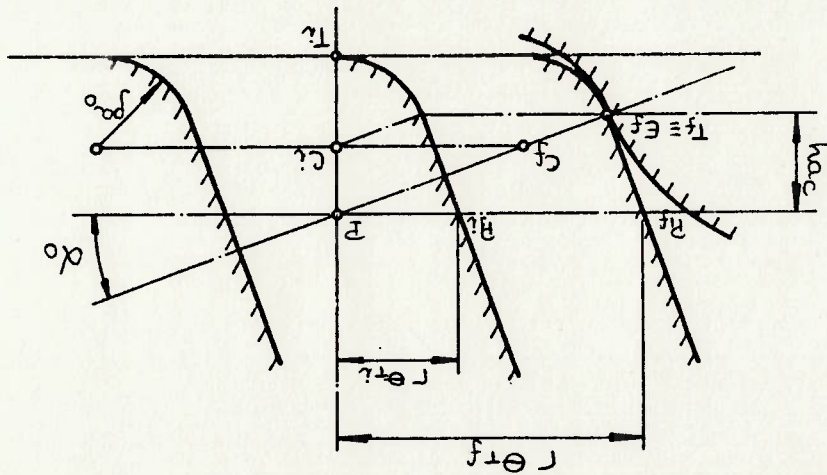
$$X_{T_2} = r \cos \theta + r \theta \operatorname{sen} \theta - h_{ac} \frac{\cos \alpha_0}{\cos (\theta - \alpha_0)}$$

Quando ocorre interferência entre a engrenagem e a cremalheira, a trocóiide cruzará a evolvente antes de β atingir α_0 , de modo que

$$\theta_{Tf} = \theta_{E_f} = \frac{r \operatorname{sen} \alpha_0 \cos \alpha_0}{h_{ac}} \quad (3.41)$$

O valor do parâmetro θ correspondente a essa posição é :
 concordância entre as duas curvas, quando elas se tangenciam.
 figura 3.13. Dessa forma os pontos $T_f \equiv E_f$ representam o ponto de
 até coincidirem no instante em que $\beta = \alpha_0$, conforme mostrado na
 interferência. Ao mesmo tempo, os pontos T e E vão se aproximando,
 crescente, o ângulo β decresce de $\pi/2$ até α_0 , caso não ocorra
 cremalheira geratriz prossigue, no sentido de θ positivo e
 A medida que o engrenamento entre a roda dentada e a
 trocóiide.

Figura 3.13 Posições limites da cremalheira para a geração da



Nessa situação, o ângulo β é igual a $\pi/2$ e o denominador da expressão (3.34) se anula.

$$\theta_{Tf} = \frac{r}{h_{ac} \operatorname{tg} \alpha_0 + r_{\theta_0} \cos \alpha_0} \quad (3.40)$$

perfil passa pelo ponto primitivo P e pelo centro O da roda dente de engrenagem ocorre nesse trecho, a normal comum aos dois quando o contato entre a cremalheira geratriz e o perfil do

cremalheira, situada entre os dois arcos de circunferência. circunferência de pé é gerado pela porção reta da cabeça da O trecho do perfil do dente de engrenagem correspondente à de cabeça a sobre a circunferência de pé.

coordenadas dos pontos do perfil situados sobre a circunferência simetria do vão, é necessário desenvolver as expressões das um lado pelo eixo de simetria do dente e do outro pelo eixo de Para completar a descrição desse flanco, o qual é limitado de um dente de engrenagem.

coordenadas de dois trechos característicos do flanco direito de O equacionamento desenvolvido até aqui, permite determinar as

3.5 Coordenadas dos pontos da circunferência de cabeça e de pé.

$$\beta = \arctan \frac{ha_c - p_a \sin \alpha_0}{r\theta - ha_c \tan \alpha_0 - p_a \cos \alpha_0} \quad \text{para } \theta < \theta_1$$

ou (3.43)

$\beta = \pi/2$ para $\theta = \theta_1$
 Para evitar indeterminações, o ângulo β deve ser obtido de :

$$\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2 \quad (3.42)$$

parâmetro θ está compreendido no intervalo dente de engrenagem no trecho da curva de concordância, quando o Portanto, as equações (3.35) a (3.38) descrevem o perfil do tangenciam.

as normais às duas curvas não são coincidentes e elas não se

dentada, sendo portanto uma reta fixa no plano, coincidente com o eixo Ox_1 .

Portanto, o ponto de contato F estará sempre situado na intersecção da porção reta da cabeça da cremalheira com o eixo Ox_1 (figura 3.14) e as suas coordenadas no sistema de referência fixo serão :

$$X_{F_1} = r_f \tag{3.44}$$

$$Y_{F_1} = 0 \tag{3.45}$$

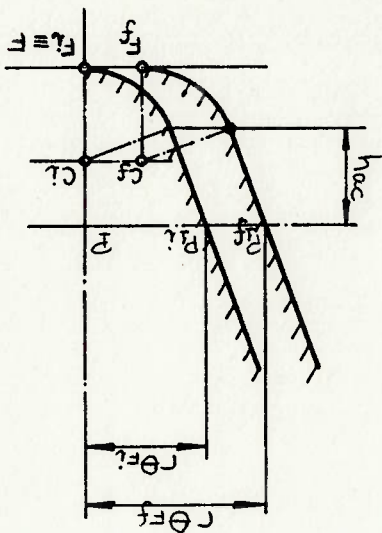


Figura 3.14 Geração da circunferência de pé.

Nos sistemas de referência móveis, os lugares geométricos dos pontos F serão arcos de circunferência, dados por:

$$X_{F_2} = r_f \cos \theta \tag{3.46}$$

$$Y_{F_2} = -r_f \sin \theta \tag{3.47}$$

ou

$$X_{F_2} = r_f \cos(\theta + \gamma) \tag{3.48}$$

$$Y_{F_2} = -r_f \sin(\theta + \gamma) \tag{3.49}$$

O início da geração dos pontos do perfil do dente de engrenagem, pertencentes à circunferência de fundo, ocorre para a mesma posição da cremalheira geratriz em que se inicia a geração da curva de concordância no fundo dos dentes, assim, o parâmetro θ correspondente é dado por:

$$\theta r_1 = \theta r_1 = \frac{r}{\text{hae } \tan \alpha_0 + p a_0 \cos \alpha_0} \quad (3.50)$$

A medida que a ferramenta vai se deslocando para a esquerda, os pontos da porção reta da cabeça da cremalheira geratriz que estiveram em contato com pontos da circunferência de pé se deslocam sobre o segmento Fff.

Quando a cremalheira atingir a posição aqui considerada como do [final da geração, o eixo de simetria do perfil] de seu dente estará coincidindo com o eixo Ox_1 . Nessa condição o ponto P_{gr} estará posicionado a uma distância $r\theta r_1$ de P (ver figura 3.7).

$$r \theta r_1 = \frac{r_0}{4} - m_0 \times \tan \alpha_0 \quad (3.51)$$

ou

$$\theta r_1 = \frac{\pi}{2 - 2 \times \tan \alpha_0} \times Z \quad (3.52)$$

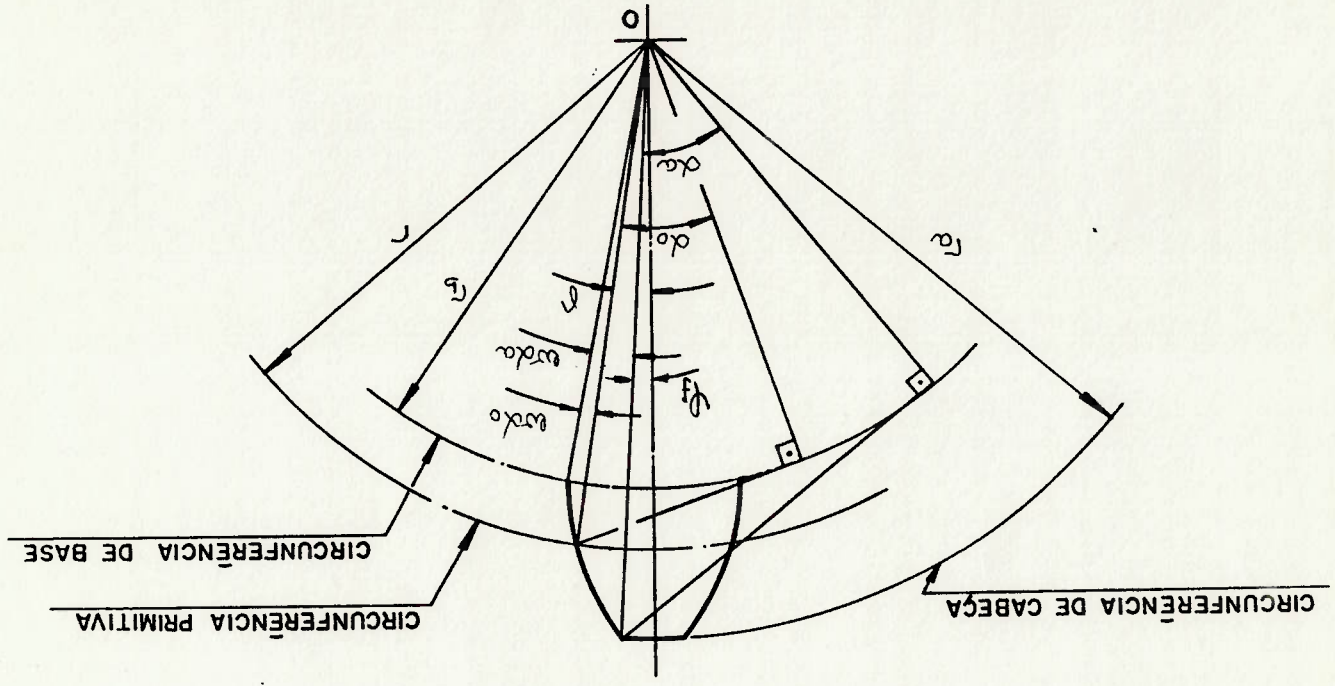
Assim, as equações (3.46) a (3.49) descrevem o perfil do dente de engrenagem no trecho da circunferência de pé, quando o parâmetro θ varia no intervalo

$$\theta r_1 \leq \theta \leq \theta r_1 \quad (3.53)$$

Para o trecho do perfil do dente de engrenagem sobre a circunferência de cabeça, não será necessário utilizar o procedimento de geração.

No referencial Ox_0Y_0 , os pontos da cabeça do dente pertencem a

Figura 3.15 Geometria para a determinação do ângulo ϕ .



(3.57)

$$\rho r = r - (ev \alpha a - ev \alpha_0)$$

Da figura 3.15, verifica-se que :

(3.56)

$$0 \leq \phi \leq \phi_f$$

Nesse caso, ϕ está contido no intervalo

sendo determinado, sobre a circunferência de cabeça, e o eixo Ox_0 , onde ϕ é o ângulo formado entre o raio vetor do ponto que esta

(3.55)

$$Y_{A_0} = - r a \text{ sen } \phi$$

(3.54)

$$X_{A_0} = r a \text{ cos } \phi$$

uma circunferência de raio ra , e suas coordenadas são :

3.6 Interferência de usinagem.

A interferência de usinagem ocorre quando a cremalheira geratriz possui pontos do trecho reto do seu perfil a uma distância maior do que $r \text{ sen}^2 \alpha_0$, da reta primitiva [41]. Da figura 3.16, verifica-se que $r \text{ sen}^2 \alpha_0$ corresponde à distância da reta primitiva até o ponto de tangência da reta de ação com a circunferência de base.

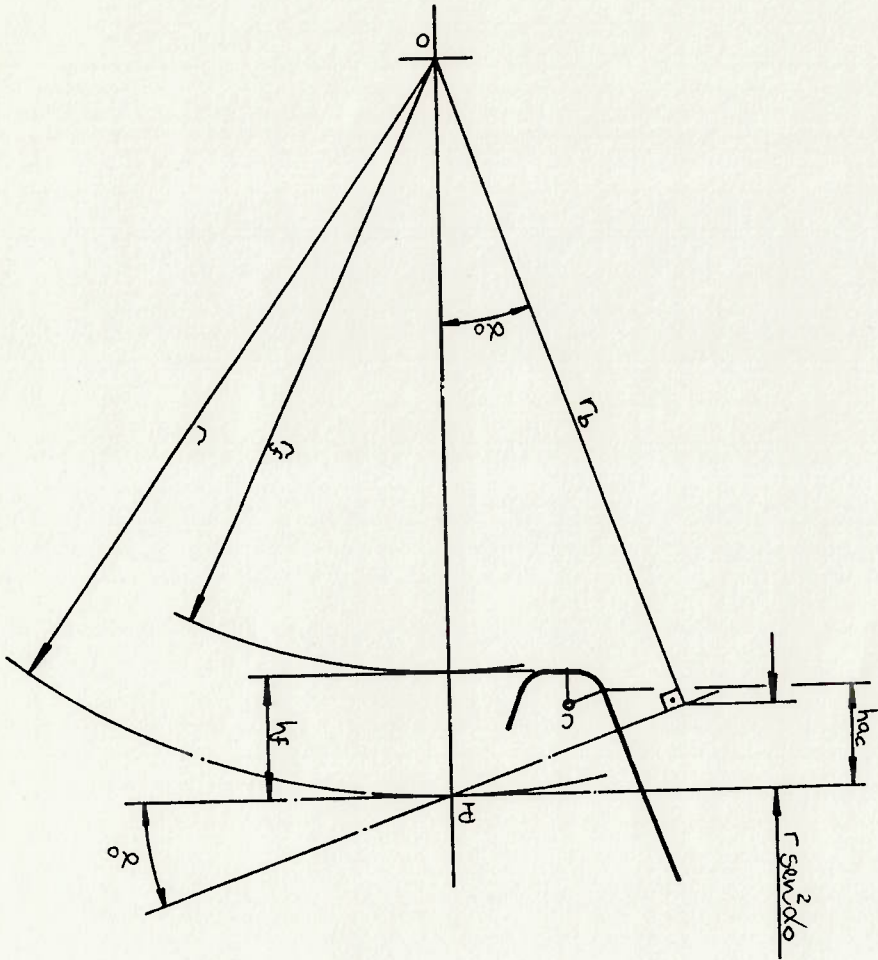


Figura 3.16 Representação esquemática de uma cremalheira geratriz que irá produzir interferência de usinagem.

Fortanto, a condição geométrica para a ocorrência de interferência de usinagem entre a cremalheira e a engrenagem, pode ser expressa por:

$$\text{hac} > r \text{ sen}^2 \alpha_0 \quad (3.58)$$

A existência de pontos do trecho reto da cremalheira além desse limite, significa que, o contato entre a cremalheira e a curva evolvente gerada deveria ocorrer em pontos internos à circunferência de base.

Como a evolvente é definida como sendo a curva gerada por um ponto de uma reta, que rola sem escorregar sobre a circunferência de base, ela não possui pontos internos a essa circunferência.

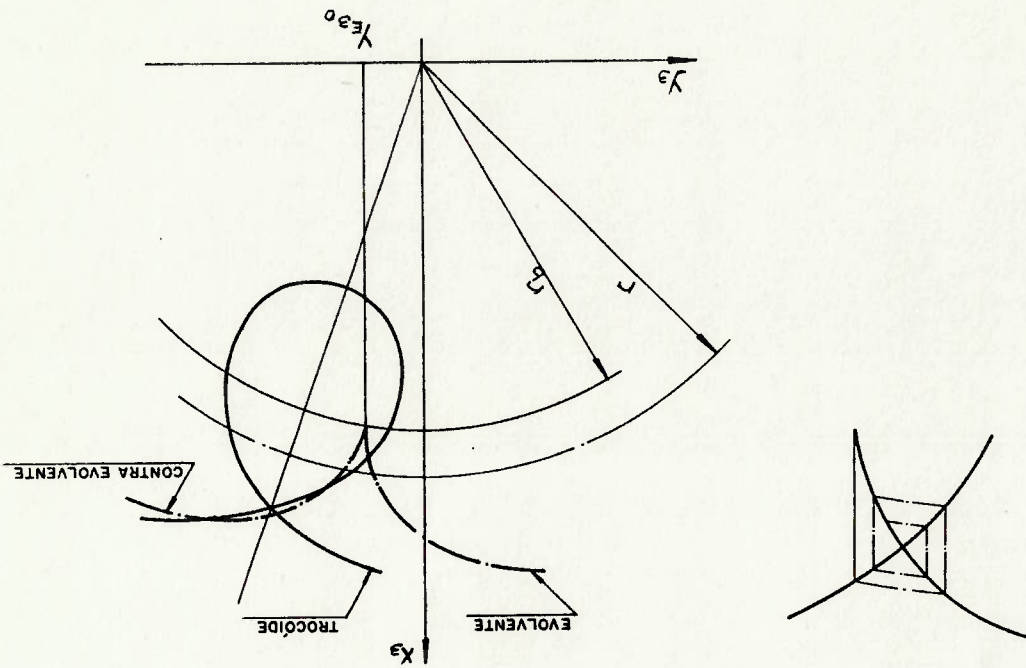
Dessa forma, o contato entre os pontos da cremalheira, além do limite de interferência, e o perfil de evolvente gerado não ocorre. De um ponto de vista geométrico, esse contato ocorreria com pontos da contra-evolvente correspondente à evolvente gerada.

Além disso, quando ocorre interferência de usinagem, a trocói-de que está sendo gerada, intercepta o perfil de evolvente antes de o angulo β atingir o valor de α_0 e as duas curvas não se tangenciam. Dessa forma, a geração dos pontos finais do trecho de trocói-de provocará a eliminação de uma porção final do trecho de evolvente já gerado, conforme pode ser verificado na figura 3.17.

Isto significa que, quando ocorre interferência, os valores de θ_{E1} e θ_{E2} obtidos da expressão (3.41), não podem ser utilizados como valores limites do parâmetro θ nas equações das coordenadas dos pontos do trecho de evolvente e do trecho de trocói-de.

Também, deve-se observar que, no ponto onde a trocói-de

Figura 3.17 Representação da evolvente e da troçoide quando ocorre interferência. No detalhe, a evolução do algoritmo para a localização do ponto de intersecção.



Entre as possíveis soluções, a procurada é aquela na qual os ângulos estão entre θ_{T1} e θ_{T2} , dados, respectivamente, pelas equações (3.40) e (3.41).
 A solução do sistema de equações (3.59) pode ser obtida por diversos métodos. Entretanto, devido à complexidade do equacionamento, será aqui adotado o algoritmo proposto por LOPEZ & WHEWY [42], que resolve o problema iterativamente.

$$\begin{aligned} X_{E3} &= X_{T3} \\ Y_{E3} &= Y_{T3} \end{aligned} \quad (3.59)$$

resolvendo para θ_E e θ_T o sistema de equações não lineares:
 Os valores dos ângulos limites θ_{E1m} e θ_{T1m} podem ser obtidos, das coordenadas, não são iguais.
 intercepta a evolvente, os valores do parâmetro θ , nas equações

O procedimento executado no algoritmo é o seguinte:

1) adota-se como ponto inicial, o ponto da evolvente sobre a

circunferência de base.

ii) calcula-se X_{E_0} , Y_{E_0} e r_{E_0} do ponto adotado.

iii) impõe-se $Y_{T_0} = Y_{E_0}$ do ponto adotado.

iv) a partir de Y_{E_0} , determina-se θ_{T_0} , X_{T_0} e r_{T_0} , onde este último

é o raio vetor do ponto de coordenadas (X_{T_0}, Y_{T_0}) .

v) compara-se r_{T_0} com r_{E_0} , onde r_{E_0} é o raio vetor do ponto de

coordenadas (X_{E_0}, Y_{E_0}) . Se $|r_{T_0} - r_{E_0}| >$ tolerância desejada,

impõe-se $r_{E_0} = r_{T_0}$ e retorna-se ao passo ii).

vi) se $|r_{T_0} - r_{E_0}| \leq$ tolerância desejada, então $\theta_{T_{lim}} = \theta_{T_0}$ do

passo iv) e $\theta_{E_{lim}}$ é determinado a partir de X_{E_0} ou Y_{E_0} do

passo ii).

O equacionamento necessário para desenvolver o algoritmo é

indicado a seguir:

1- Considera-se inicialmente o ponto de origem da evolvente sobre

a circunferência de base, toma-se a distância do ponto ao

centro da engrenagem.

$$r_{E_0} = r_p = r \cos \alpha_0$$

(3.60)

2- Determina-se o ângulo de incidência do ponto da evolvente

considerado e cujo raio vetor é r_{E_0} .

$$\alpha_{E_0} = \arccos \frac{r_{E_0}}{r \cos \alpha_0}$$

(3.61)

3- Determina-se a coordenada Y_E do ponto E

$$(3.62) \quad Y_E = -Y_E \operatorname{sen} \left[\gamma + \operatorname{ev} \alpha_0 - \operatorname{ev} \alpha_E \right]$$

com

$$(3.63) \quad \gamma = \frac{\pi}{2} + 2 \times \operatorname{tg} \alpha_0$$

$$(3.64) \quad \operatorname{ev} \alpha_0 = \operatorname{tg} \alpha_0 - \alpha_0$$

$$(3.65) \quad \operatorname{ev} \alpha_E = \operatorname{tg} \alpha_E - \alpha_E$$

4- Determina-se o ângulo $\theta_E = \theta + \gamma$ em que a coordenada $Y_E = Y_E$

encontrando as raízes da equação:

$$F(\theta_E) = -r \operatorname{sen} \theta_E + r(\theta_E - \gamma) \cos \theta_E + \frac{\operatorname{hac} \cdot \operatorname{sen}(\theta_E - \alpha_0)}{\cos \alpha_0}$$

$$(3.66) \quad -r \operatorname{pa} \cos(\theta_E - \alpha_0) + r \operatorname{pa} \cos(\theta_E - \beta) - Y_E = 0$$

onde

$$(3.67) \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{r(\theta_E - \gamma) - \operatorname{hac} \operatorname{tg} \alpha_0 - r \operatorname{pa} \cos \alpha_0}{\operatorname{hac} - r \operatorname{pa} \operatorname{sen} \alpha_0}$$

ou

$$(3.68) \quad \beta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{r(\theta_E - \gamma) - \operatorname{hac} \operatorname{tg} \alpha_0 - r \operatorname{pa} \cos \alpha_0}{\operatorname{hac} - r \operatorname{pa} \operatorname{sen} \alpha_0}$$

Para tanto utiliza-se o método de Newton-Raphson para encontrar

as raízes da equação (3.66).

A expressão da derivada $dF(\theta_E)/d\theta$ é:

$$- p a^o \text{sen} (\theta_{1^g} - \alpha^o) + p a^o \text{sen} (\theta_{1^g} - \beta) \quad (3.74)$$

$$X_{1^g} = r \cos \theta_{1^g} + r (\theta_{1^g} - \gamma) \text{sen} \theta_{1^g} - \frac{h a^o \cos (\theta_{1^g} - \alpha^o)}{\cos \alpha^o}$$

5- Conhecido θ_{1^g} para o qual $Y_{1^g} = Y_{1^g}$ correspondente X_{1^g} através da equação determina-se o

$$| \theta_{1^g}^{i+1} - \theta_{1^g}^i | < \text{tolerância} \quad (3.73)$$

que prossigue até

$$\theta_{1^g}^{i+1} = \theta_{1^g}^i - \frac{F(\theta_{1^g}^i)}{F'(\theta_{1^g}^i)} \quad (3.72)$$

Portanto a iteração será:

isto devido a análises do gráfico de $F(\theta_{1^g})$.

$$\theta_{1^g}^o = \frac{\pi}{2} \quad (3.71)$$

e adota-se como valor inicial na iteração

$$\frac{d\theta_{1^g}}{d\beta} = \frac{-r (\theta_{1^g} - \gamma) \text{sen} \theta_{1^g} - p a^o \text{sen} \alpha^o}{-r (\theta_{1^g} - \gamma) \text{sen} \theta_{1^g} - p a^o \text{sen} \alpha^o + \left[h a^o \cos \alpha^o \right]^2 + \left[h a^o - p a^o \text{sen} \alpha^o \right]^2} \quad (3.70)$$

com

$$- p a^o \text{sen} (\theta_{1^g} - \beta) \quad (1 - d\beta / d\theta_{1^g}) \quad (3.69)$$

$$F'(\theta_{1^g}) = -r (\theta_{1^g} - \gamma) \text{sen} \theta_{1^g} + \frac{h a^o \cos (\theta_{1^g} - \alpha^o)}{\cos \alpha^o} + p a^o \text{sen} (\theta_{1^g} - \alpha^o)$$

6- A seguir calcula-se o raio r_g do ponto da tróide com o valor calculado de θr_g

$$r_g = \sqrt{X r_g^2 + Y r_g^2} \quad (3.75)$$

7- Compara-se

$$| r_g - r_g^* | < \text{tolerância} \quad (3.76)$$

Se a expressão (3.76) for falsa faz-se $r_g = r_g^*$ e se retorna ao passo número 2.

Caso contrário, ou seja, a expressão é verdadeira, encontra-se θr_g do ponto de interferência.

Portanto

$$\theta r_g^{2lm} = \theta r_g^{2l+1} - r \quad (3.77)$$

8- Calcula-se agora a coordenada $X r_g$ da evolvente que possui raio

$$\text{vetor } r_g = r r_g$$

$$X r_g = r r_g \cdot \cos(\gamma + \text{ev } \alpha^o - \text{ev } \alpha r_g^o) \quad (3.78)$$

onde

r é dado por (3.63)

ev α^o é dado por (3.64)

ev αr_g^o é dado por (3.65)

e αr_g^o é dado por (3.61)

9- Determina-se o ângulo θr_g correspondente a $X r_g$ dado por (3.78) encontrando a raiz da equação:

$$G(\theta_3) = r \cos \theta_3 + r(\theta_3 - \gamma) \sin \theta_3 - r(\theta_3 - \gamma) \sin \alpha_0 \cdot \cos(\theta_3 - \alpha_0) -$$

$$(3.79) \quad - r \cos \theta_3 = 0$$

Para tanto também se utiliza o método de Newton-Raphson. A expressão da derivada $dg(\theta_3)/d\theta_3$ é:

$$G'(\theta_3) = r(\theta_3 - \gamma) \cos \theta_3 - r \sin \alpha_0 \cos(\theta_3 - \alpha_0) +$$

$$(3.80) \quad + r(\theta_3 - \gamma) \sin \alpha_0 \sin(\theta_3 - \alpha_0)$$

e adota-se como valor inicial na iteração

$$(3.81) \quad \theta_3^0 = \text{tg} \alpha_0 - \text{tg} \alpha + \gamma$$

que é o ângulo θ_3 mínimo correspondente à intersecção entre a

evolvente e a circunferência de cabeça.

A iteração será:

$$\theta_3^{i+1} = \theta_3^i - \frac{G(\theta_3^i)}{G'(\theta_3^i)}$$

que prosseguirá até

$$(3.82) \quad |\theta_3^{i+1} - \theta_3^i| < \text{tolerância}$$

10- Finalmente:

$$(3.83) \quad \theta_{z1m} = \theta_3^{i+1} - \gamma$$

O programa que será descrito a seguir foi elaborado utilizando a linguagem de programação Pascal através de sua implementação Turbo Pascal 4.0 [41].

Segundo as características de programação estruturada dessa linguagem, o programa foi dividido em blocos. Em cada bloco procurou-se agrupar as sub-rotinas necessárias para a realização de funções específicas dentro do programa.

Dessa forma, o programa consta de um bloco principal, onde praticamente todas as instruções correspondem a procedimentos (sub-rotinas). Estes, por sua vez, podem executar chamadas a outros procedimentos, e assim sucessivamente.

No apêndice B é apresentada uma lista comentada completa do programa. Nela se procurou tornar evidente a separação entre todos os procedimentos e funções de modo a facilitar a análise de cada um isoladamente.

Além disso, logo após a linha de identificação do procedimento, foram inseridos comentários, os quais procuram esclarecer as tarefas executadas em cada procedimento, bem como alguns detalhes importantes de suas rotinas.

Dessa forma, pretende-se fazer com que seja relativamente fácil acompanhar todo o desenvolvimento do programa através da análise do bloco principal e a referência imediata às características de cada um dos procedimentos que constituem as suas instruções.

Isto também deve facilitar a manutenção do programa e a introdução de novos recursos que venham a melhorar a sua

Para tanto, foi necessário fazer com que as coordenadas dos nós fossem armazenadas na área de memória denominada "Heap", seguindo uma estrutura de registros em cadeia, com quatro campos: o campo

relação ao número de nós e elementos no modelo. distribuição dos elementos, não foram impostas limitações em pré-processador foi permitir ao usuário flexibilidade quanto à Tendo em vista que um dos objetivos na elaboração do programa determinação das coordenadas do nós.

Todo o desenvolvimento do programa gira em torno da executadas nesse bloco.

Além dessas, algumas outras rotinas auxiliares também são de alterar a distribuição dos elementos no modelo.

possibilidade de alterar os dados da engrenagem e a possibilidade elementos finitos, representação gráfica do modelo gerado na tela, arquivo de entrada para processamento através do programa de Esta última, por sua vez também está subdividida em: criação do coordenadas dos nós de cada elemento e as opções finais.

distribuição dos elementos no modelo, a determinação dos dados geométricos da engrenagem que se vai modelar, a definição de controlar as quatro rotinas básicas do programa: a entrada dos As instruções contidas no bloco principal, permitem executar e

4.1 O bloco principal do programa

utilização e torná-lo mais abrangente.

"no"2 contendo o número de identificação do nó, os campos "x" e "y"

com as coordenadas do nó e o campo "prox" contendo o endereço da posição de memória onde está armazenado o registro seguinte na cadeia.

O controle sobre o acesso a essa área de memória é possível

através de duas variáveis do tipo ponteiro: "atual" - que contém o endereço do registro que está sendo processado no momento, e "prim" - que guarda o endereço do primeiro registro na cadeia.

Além dessas, foi também definida a variável "inicio-heap" com o

objetivo de registrar a posição de memória correspondente ao início do "Heap" no instante em que o bloco principal é executado pela primeira vez.

Toda vez que, após um processamento inicial, se desejar alterar os dados da engrenagem ou a distribuição dos elementos, a área de

memória anteriormente ocupada pela estrutura de registros em

cadeia será liberada. Com isso, as coordenadas dos nós determinados anteriormente são

perdidos. Entretanto, o número total de nós e elementos que podem ser definidos no modelo ficam limitados apenas à memória

disponível no microcomputador.

4.2 Entrada de dados geométricos da engrenagem.

Os dados geométricos da engrenagem requisitados pelo programa

2- Neste texto, qualquer variável empregada no programa terá seu

identificador indicado entre aspas.

"Inicialização.Dados.Entrada" o qual atribui valores iniciais aos

Para aproveitar esse recurso foi elaborado o procedimento alterada.

fornecida ao usuário como uma opção que pode ser aceita ou Elas também permitem que o valor prévio de uma variável seja

solicitada pelo programa, não provoque a interrupção do mesmo. impróprio, com relação ao tipo da variável que está sendo

Essas rotinas permitem que a digitação de um valor numérico pré-programadas, retiradas de [42].

foram utilizadas no programa algumas rotinas de entrada/saída informações como ao fornecimento de dados e opções via teclado,

programa, tanto no que diz respeito à apresentação de telas de Para tornar mais confortável a interação entre o usuário e o

módulo (pa° / m°) - "roa@". geratriz, expresso como uma constante a ser multiplicada pelo

- o raio de arredondamento na cabeça do dente da cremalheira "ha@.1".

como uma constante a ser multiplicada pelo módulo (ha° / m°) - - a altura da cabeça do dente da cremalheira geratriz, expresso

"hf@.1". uma constante a ser multiplicada pelo módulo (hf° / m°) - - a altura do pé do dente da cremalheira geratriz, expresso como

- o coeficiente de correção - "fat_corr.1".

- o ângulo de pressão de usinagem em graus - "alfa@_graus".

- o módulo de usinagem da roda dentada - "m@".

- o número de dentes da engrenagem a ser modelada - "Z1".

através do procedimento "Entrada.Dados" são os seguintes:

A distribuição dos elementos no modelo é definida pelo usuário através de um conjunto de parâmetros.

O primeiro parâmetro é o número de dentes que devem ser incluídos no modelo - "nz".

Os demais, informam ao programa como as diversas curvas que constituem o perfil do dente devem ser divididas de modo a obter-se a distribuição desejada.

A figura 4.1 mostra o significado de cada um deles. Nela estão indicadas as direcções i e j, correspondendo a primeira a uma direcção aproximadamente normal ao perfil do flanco do dente e a outra a uma direcção aproximadamente paralela a esse perfil.

O parâmetro "na" define o número de elementos que se deseja considerar na direcção i. Na figura 4.1 na = 4.

Os parâmetros "ne", "nt" e "nf" determinam respectivamente o

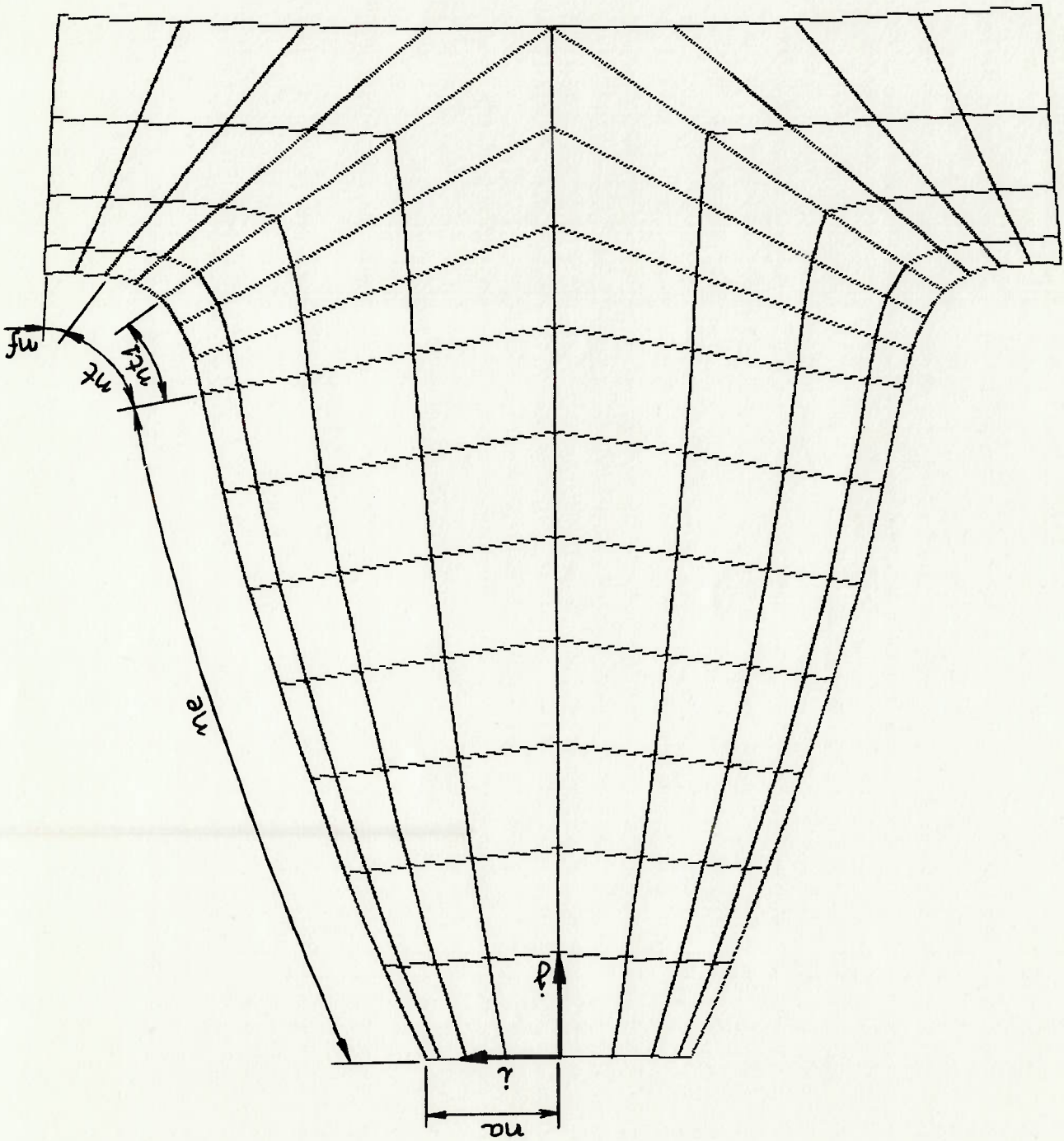
4.3 Definição da distribuição dos elementos no modelo.

Esses valores iniciais podem ser valores convenientes ao início do processamento, como por exemplo: o número de dentes considerados no modelo - "nz" = 1; ou então valores típicos de certos parâmetros geométricos, tais como: $\alpha_0 = 20^\circ$, $h_f = 1.0 m_0$, $h_a = 1.25 m_0$ e $p_a = 0.2 m_0$.

Esses recursos são bastante úteis quando após um processamento completo se deseja alterar um ou outro parâmetro anterior sem que seja necessário repetir todo o trabalho de digitação.

dados geométricos da engrenagem e aos parâmetros que controlam a distribuição dos elementos no modelo.

Figura 4.1 Representação gráfica de um modelo com um dente de engrenagem, indicando como a distribuição dos elementos é controlada através dos parâmetros.



objetivo de obter uma maior precisão.

nós [43], tendo sido escolhida a formulação de 9 nós com o Esse elemento apresenta uma formulação isoparamétrica de 3 a 9 deformação e estruturas bidimensionais de estado plano de tensão. permite modelar estruturas tridimensionais de estado plano de adotado neste desenvolvimento é o elemento ASOLID do SAP-80, que É importante ressaltar aqui, que o tipo de elemento finito equacionamento apresentado anteriormente.

Os nós de todo o contorno dessa metade são obtidos utilizando o do primeiro dente.

Para tanto considera-se inicialmente somente a metade direita para a fase em que são determinadas as coordenadas dos nós.

Uma vez definida a distribuição dos elementos o programa passa

4.4 O desenvolvimento do modelo

deste último ser ímpar.

metade de "nt" se este for par ou a metade de "nt" mais um no caso A sugestão inicial fornecida pelo programa para "nt1" é a de superior da trocóiide.

qual controla o número de elementos a serem introduzidos no trecho no pé dos dentes, está disponível no programa o parâmetro "nt1", o na distribuição dos elementos na região da curva de concordância Como um recurso adicional para possibilitar um melhor controle de fundo. Na figura 4.1 tem-se $n_e = 7$, $n_t = 5$ e $n_f = 2$.

correspondentes às curvas evolvente, trocóiide e da circunferência número de elementos que se deseja dispor nas regiões do dente

Essa formulação corresponde a um elemento quadrangular com 1 nó em cada vértice, 1 nó no ponto médio de cada face e mais um nó no centro.

Em função do número de nós do elemento, todas as curvas que definem o contorno devem ser divididas no dobro dos valores estipulados através dos parâmetros que controlam a distribuição dos elementos.

Os critérios adotados na definição dos nós do contorno estão descritos na listagem comentada do apêndice B, no início dos procedimentos: "Gera_Cabeça", "Gera_Evolvente", "Gera_Trocóide", "Gera_Fundo", "Gera_Eixo_Simetria_Dente", "Gera_Segmento_Separador", "Gera_Circunferência_Limite", "Gera_Eixo_Simetria_Vão".

Na mesma forma, os critérios adotados na determinação dos nós internos a esse contorno, dos nós da metade esquerda do primeiro dente e dos nós dos demais dentes estão respectivamente descritas nos comentários dos procedimentos "Gera_Coordenadas_Nos-Internos", "Gera_Lado_Esquerdo" e "Gira_Dente".

É importante ressaltar a convenção adotada no programa em relação à numeração dos dentes dentro do modelo. Assim se o número de dentes do modelo for ímpar, o primeiro dente é tratado como sendo o dente central, os dentes com numeração par ficam sequencialmente à esquerda do dente central e os dentes ímpares à sua direita. No caso de "nz" par há apenas a distribuição de dentes de numeração par à esquerda e de numeração ímpar à direita.

Determinadas as coordenadas dos nós, a definição dos elementos é desenvolvida separadamente, utilizando os próprios recursos de geração do SAF-80, para cada metade de dente.

Finalmente, todas as metades são correspondentemente investigadas utilizando o recurso "CONSTRAINTS" que permite fazer com que os deslocamentos de determinados nós sejam idênticos aos deslocamentos de outros.

Dessa forma o modelo completo é gerado, incluindo o número de dentes desejados, e possuindo um contorno que é limitado pelos eixos de simetria dos vãos dos dentes extremos e pela circunferência limite.

Esse modelo poderá então ser posteriormente expandido utilizando o mesmo recurso de "CONSTRAINTS", conforme será mostrado a seguir.

5- EXEMPLOS DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA.

Para demonstrar o desempenho do programa pré - processador para a geração automática da malha de elementos finitos, foram elaborados dois exemplos de análises de tensões, ambos com as mesmas características geométricas das engrenagens, porém com diferentes espessuras do anel.

Os dados geométricos da engrenagem são os mesmos adotados nos modelos estudados em [32] :

$$Z = 18 ; m_o = 5 ; \alpha_o = 20^\circ ; h_f_o = 1 m_o ; h_a_o = 1,25 m_o ; p_a_o = 0,2 m_o$$

Os parâmetros para o controle da distribuição dos elementos são:

$$n_z = 3 ; n_a = 4 ; n_e = 9 ; n_t = 10 ; n_{t1} = 6 ; n_f = 2$$

Considerou-se aplicada na cabeça do dente central (dente 1) uma carga normal ao flanco do dente de 400 kgf, e a largura do mesmo foi admitida 10 mm.

O material adotado foi o aço, com módulo de elasticidade de 21000 kgf/mm^2 e módulo de Poisson 0,3.

A partir dessas informações o programa pré-processador foi executado tendo produzido o arquivo básico dos dois modelos, contendo as coordenadas de todos os nós dos três dentes, as ligações ("Constraints") entre as seis metades de dentes, as incidências de todos os elementos e o carregamento.

Nesse trecho similar para os dois modelos foram gerados 504 elementos com 2322 nós. O ratio da circunferência limite fornecido foi de 35 mm.

A seguir os modelos foram completados pela introdução dos nós e

elementos correspondentes a região entre a circunferência limite e a circunferência interna.

Para o modelo de engrenagem com anel de pequena espessura o ratio da circunferência interna foi estabelecido em 32 mm tendo sido acrescidos ao modelo básico mais 72 elementos perfazendo um total de 576 elementos e 2689 nós. A figura 5.1 permite visualizar esse modelo.

A vinculação imposta nesse caso restringiu-se somente aos contornos radiais nas extremidades do modelo.

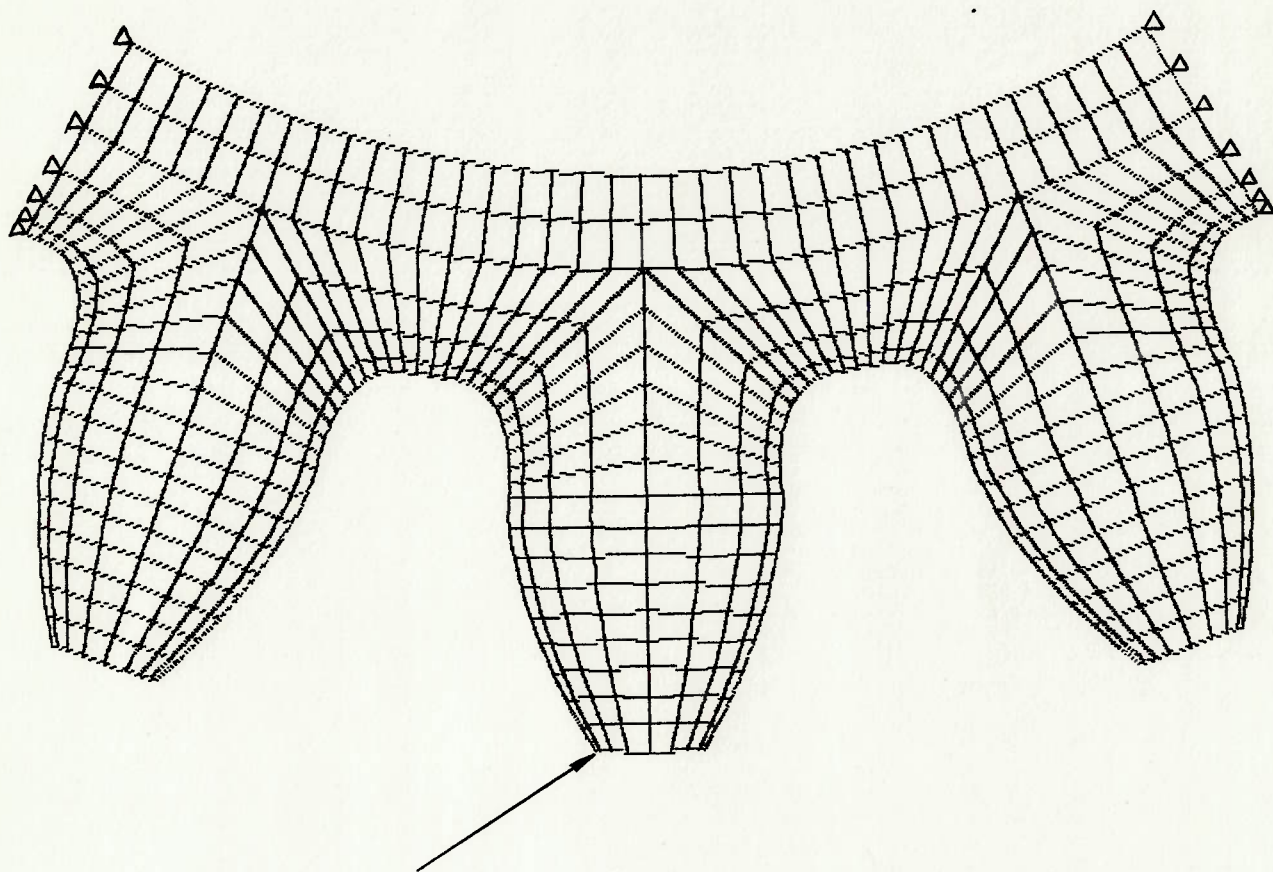


Figura 5.1 Modelo de engrenagem com anel de pequena espessura.

Já para o modelo de engrenagem com anel espesso o ratio da circunferência interna foi definido em 14 mm, tendo sido

Figura 5.2 Modelo de engrenagem com anel espesso.

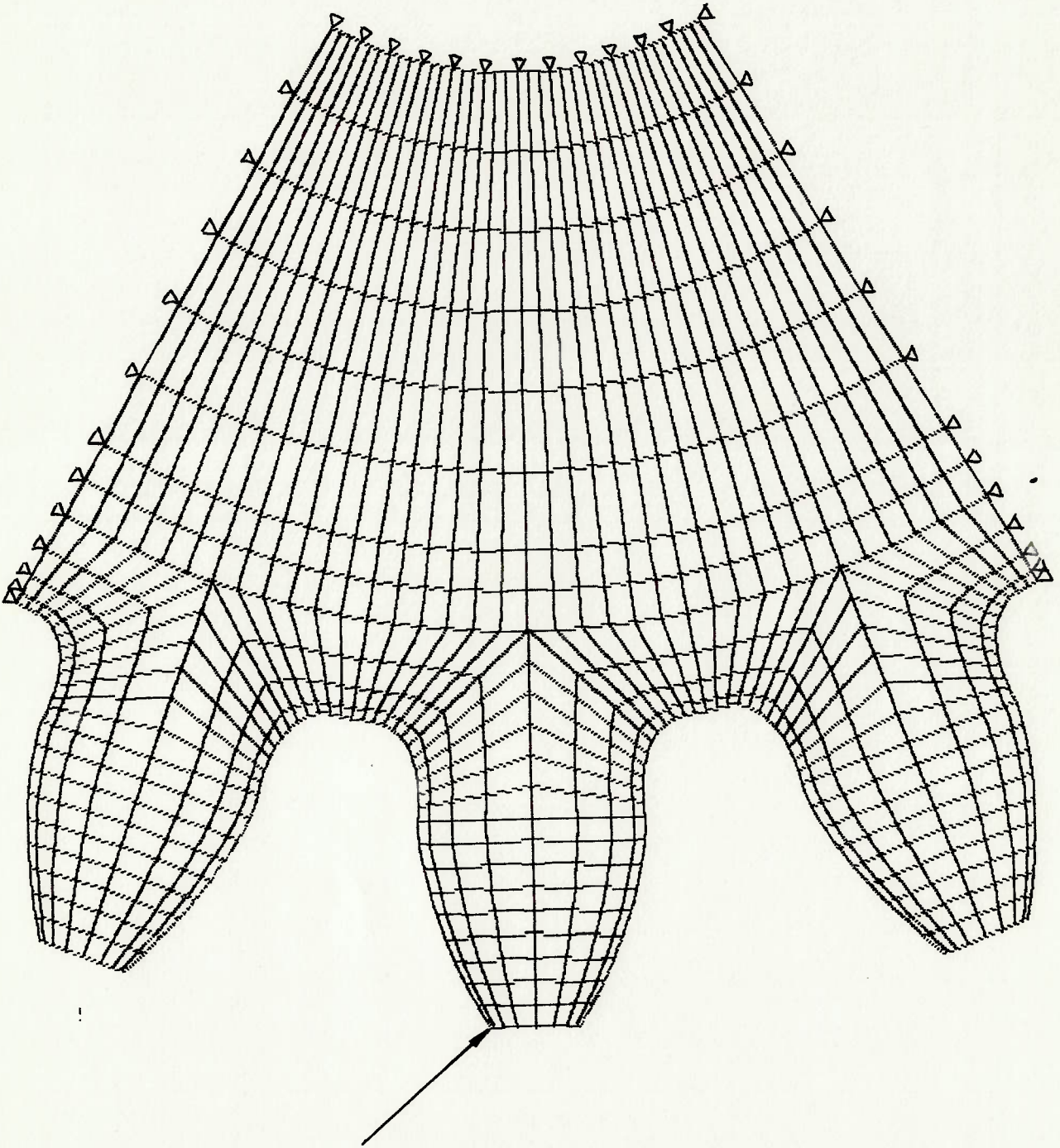


Figura 5.2
acrescidos ao modelo anterior 216 elementos, o que resultou no
total de 792 elementos e 3638 nós, os quais estão representados na

Em termos de vinculação, neste caso, além dos contornos radiais, foram também restritos os deslocamentos dos nós do contorno interno do anel.

Ambos os modelos foram então processados em microcomputador baseado em processador 80386, tendo o processamento resultado num tempo total de, respectivamente, 78 e 99 minutos.

As figuras 5.3 e 5.4 mostram os modelos na condição deformada, com os deslocamentos exagerados para permitir a sua visualização. Os arquivos de saída do SAP - 80 foram a seguir processados através do programa "F5FC5V.PAS", cuja listagem é apresentada no apêndice C.

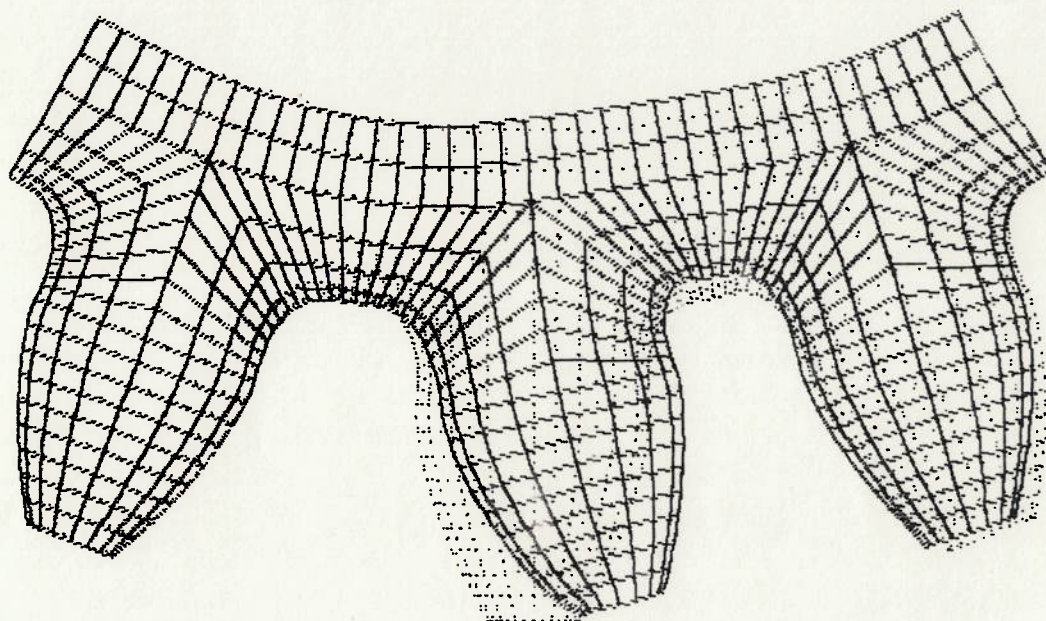


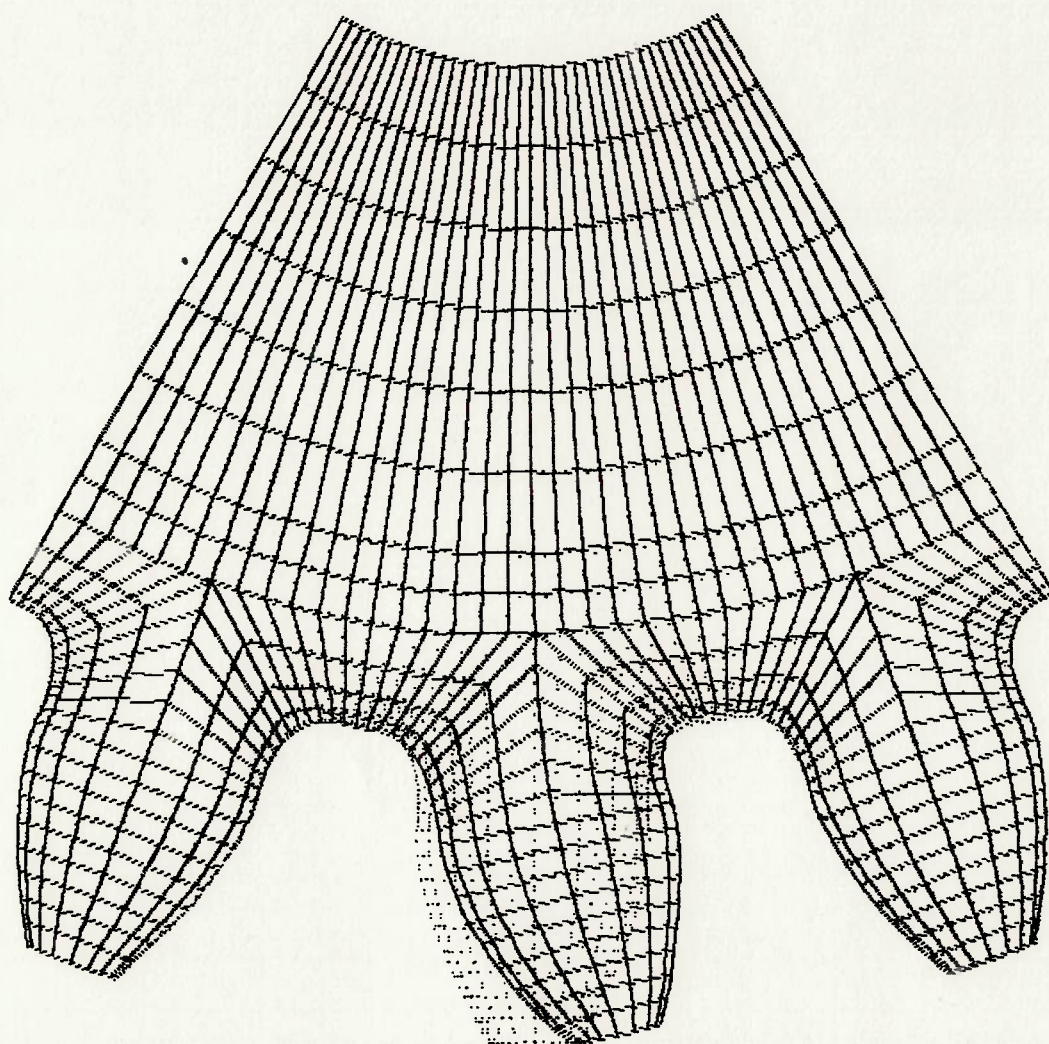
Figura 5.3 Modelo de engrenagem com anel de pequena espessura, mostrando a estrutura na condição deformada.

Esse programa permite realizar uma espécie de filtragem nos arquivos de texto que fornecem os resultados das tensões nos

As tabelas D.1 a D.4, no apêndice D, resumem os resultados de toda essa sequência para alguns elementos da superfície dos flancos do dente central, na região das curvas de concordância,

estrutura na condição deformada.

Figura 5.4 Modelo de engrenagem com anel espesso, mostrando a



de um programa tipo planilha.

Finalmente, os resultados das tensões foram ordenados através

valores das tensões, separados por vírgulas.

elementos, transformando-os em arquivos contendo somente os

tanto no lado tracionado como no comprimido. As figuras D.1 e D.2 permitem identificar os elementos e os nós. Os gráficos das figuras 5.5 a 5.8 permitem visualizar a distribuição das máximas tensões normais, tanto de tração como de compressão, ao longo da superfície dos flancos do dente central, na região das curvas de concordância.

Engrenagem com anel de pequena espessura

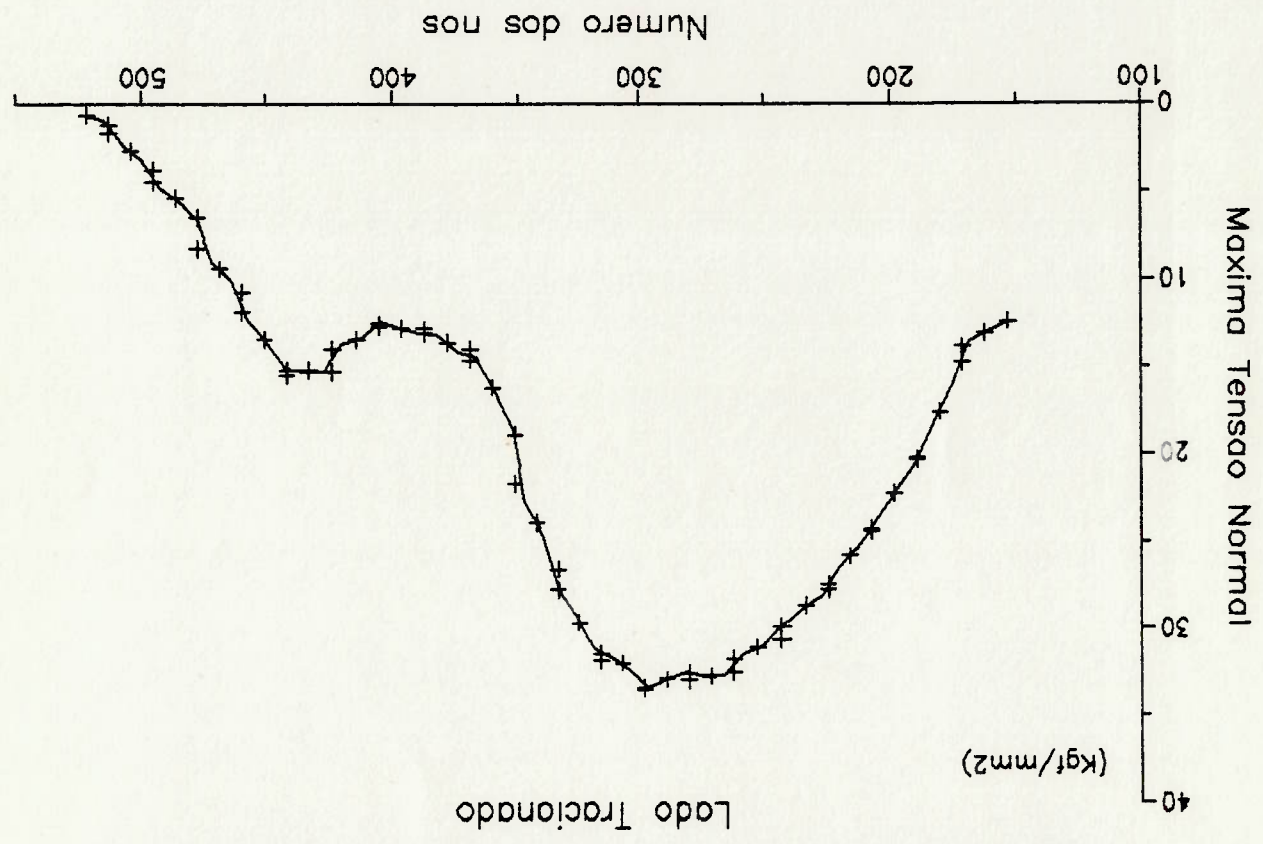


Figura 5.5 Distribuição das máximas tensões normais de tração ao longo da superfície do fundo do dente central, flanco direito. Modelo com anel de pequena espessura.

Das figuras, verifica-se em primeiro lugar que o tipo de elemento utilizado e a distribuição de elementos adotada não

exigem o refinamento da malha, uma vez que as tensões calculadas nos mesmos nós de elementos vizinhos não apresentaram grandes diferenças, mesmo em locais de altos gradientes.

Para procurar validar esses resultados pode-se lançar mão de um dos procedimentos clássicos, no caso o da ABMA [1], e determinar a máxima tensão normal de tração atuante no pé do dente do modelo de engrenagem com anel espesso.

Engrenagem com anel espesso

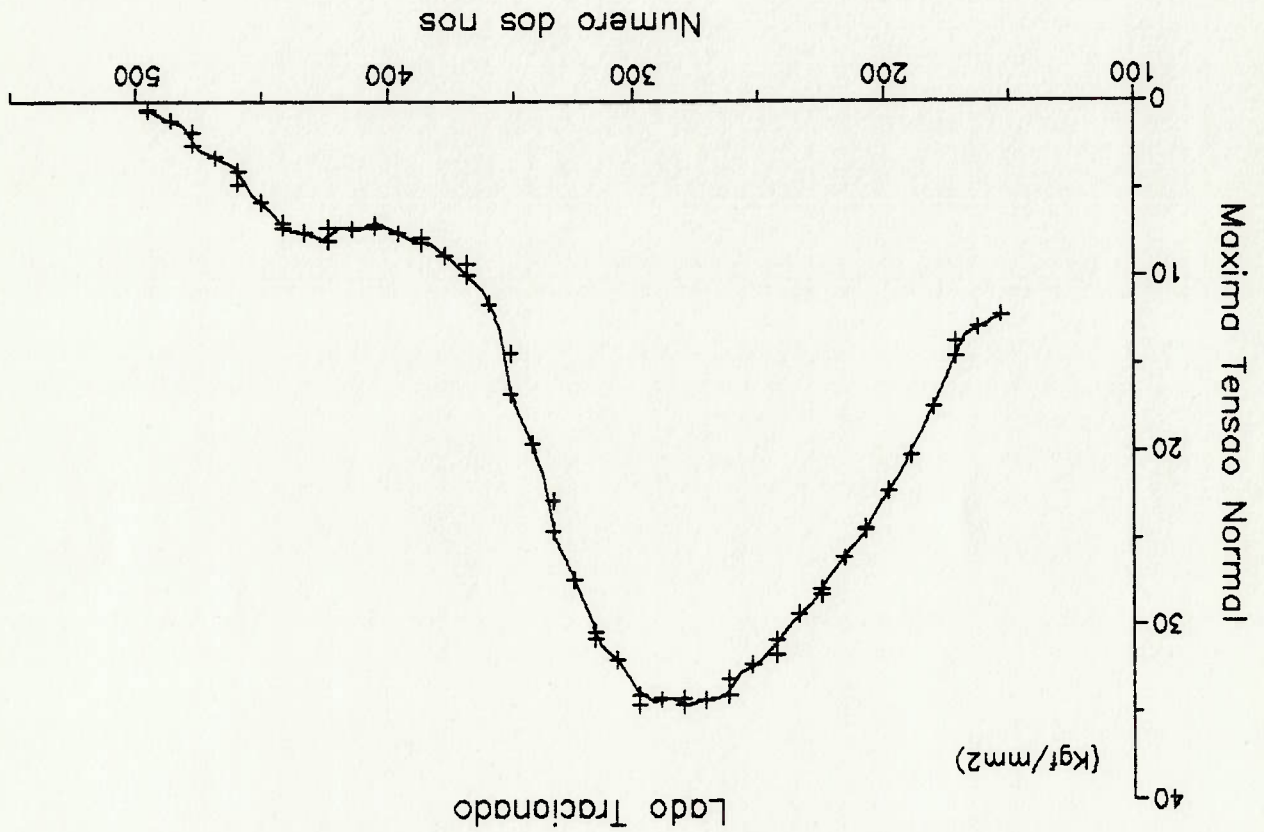
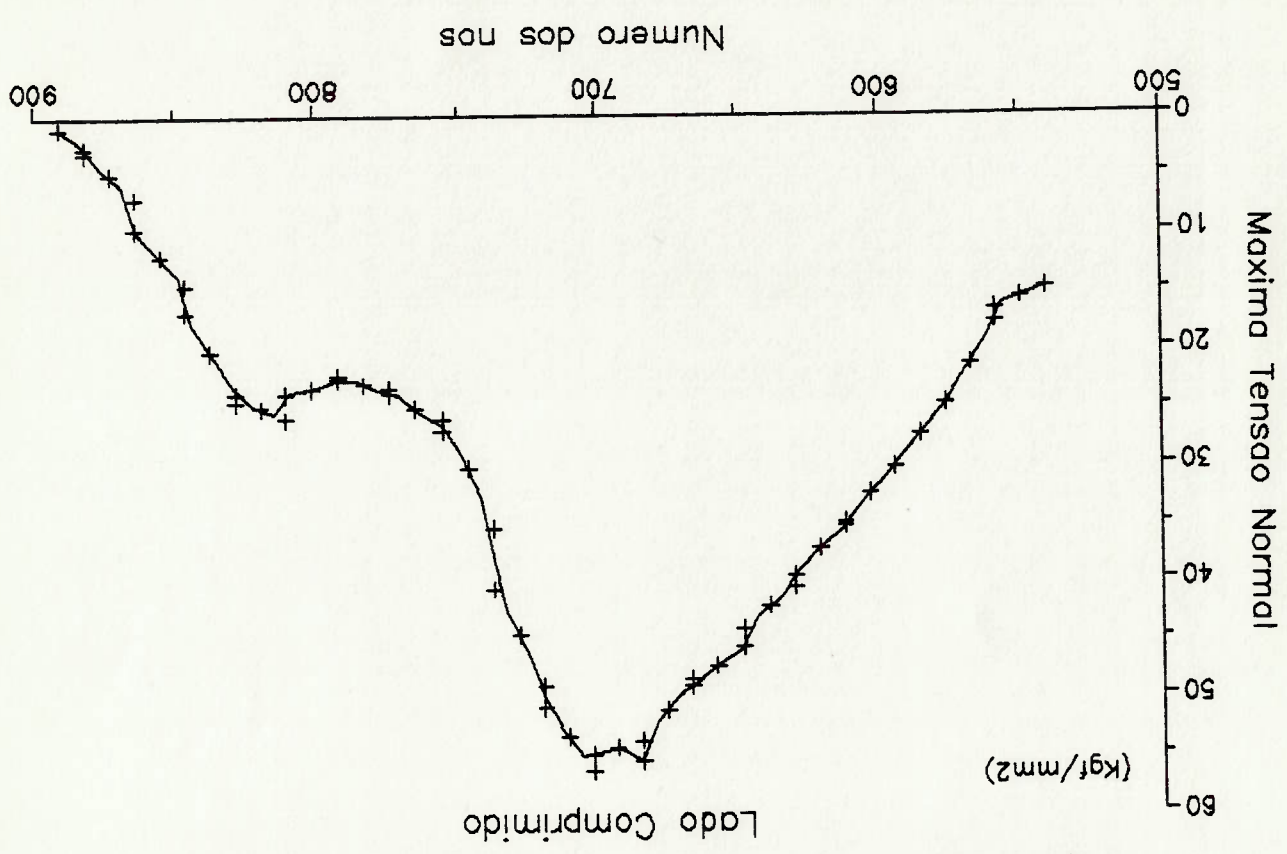


Figura 5.6 Distribuição das máximas tensões normais de tração ao longo da superfície do fundo do dente central, flanco ao direito. Modelo com anel espesso.

A fórmula fundamental da ABMA para tensão de flexão é:

Figura 5.7 Distribuição das máximas tensões normais de compressão ao longo da superfície do fundo do dente central, flanco esquerdo. Modelo com anel de pequena espessura.



Engrenagem com anel de pequena espessura

F é a largura útil do dente e m é o módulo.

adotados unitários:

$K_a, K_v, K_o, e K_m$ são respectivamente os fatores de aplicação, dinâmico, de tamanho e de distribuição de carga, os quais serão

W_t é a carga tangencial transmitida:

onde

$$s_t = \frac{W_t \cdot K_a \cdot K_v \cdot K_o \cdot K_m}{F \cdot m \cdot J} \quad (5.1)$$

Engrenagem com anel espesso

Lado Comprimido

(kgf/mm²)

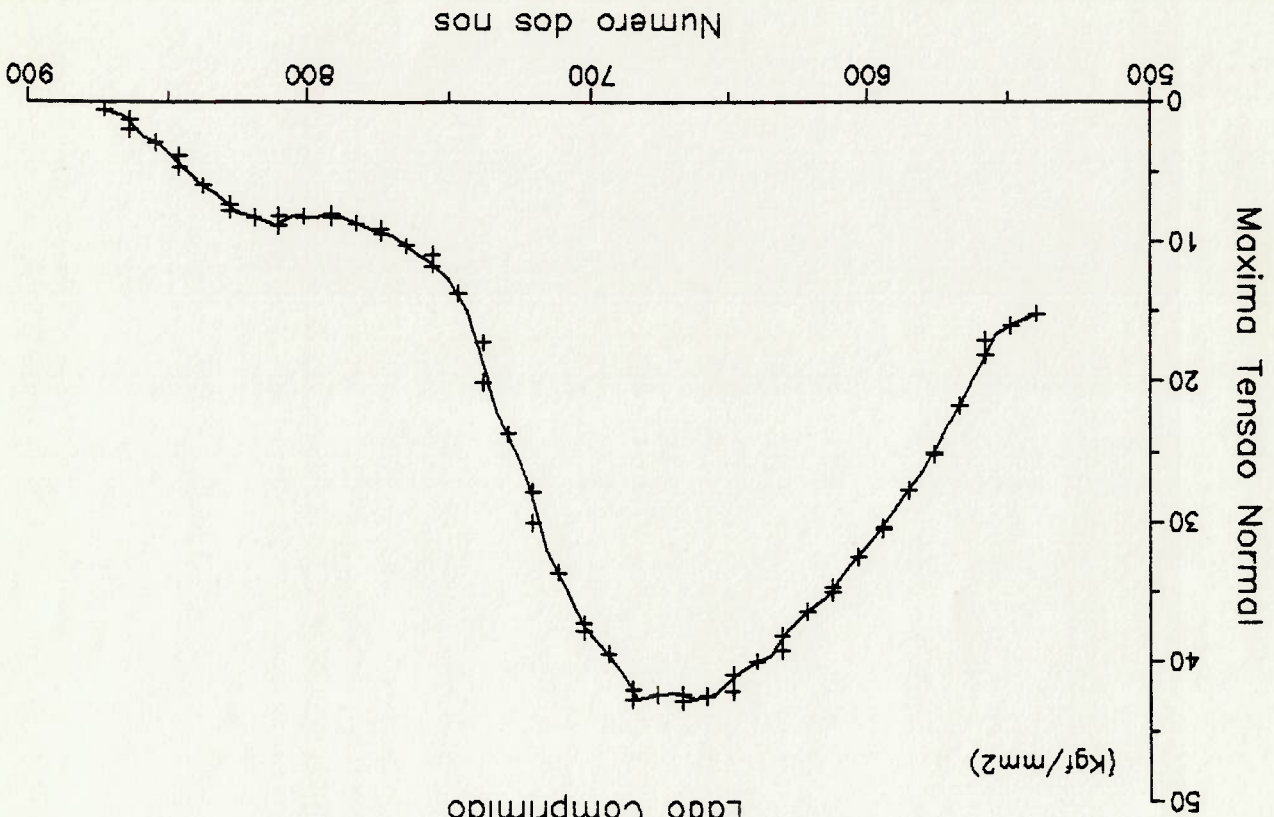


Figura 5.8 Distribuição das máximas tensões normais de compressão ao longo da superfície do fundo do dente central, flanco esquerdo. Modelo com anel espesso.

onde

γ é o fator de forma;

K_f o fator de concentração de tensões;

Os valores de γ e K_f foram determinados de acordo com

procedimentos analíticos existentes na própria norma, obtendo-se

$$\gamma = 0,342 \text{ e } K_f = 1,452.$$

O fator de geometria - J é dado pela relação:

$$J = \frac{K_f}{\gamma} \quad (5.2)$$

O qual é bastante próximo do determinado através do modelo de elementos finitos que está em torno de $34,5 \text{ Kgf/mm}^2$.

$$S_t = \frac{400 \cdot \cos 20^\circ}{10 \cdot 5} \cdot \frac{1,462}{0,342} = 32,14 \text{ Kgf/mm}^2$$

Assim, substituindo-se os valores na expressão (5.1), obtêm-se:

Comportamento das tensões para diferentes espessuras do anel - Lado Tractionado

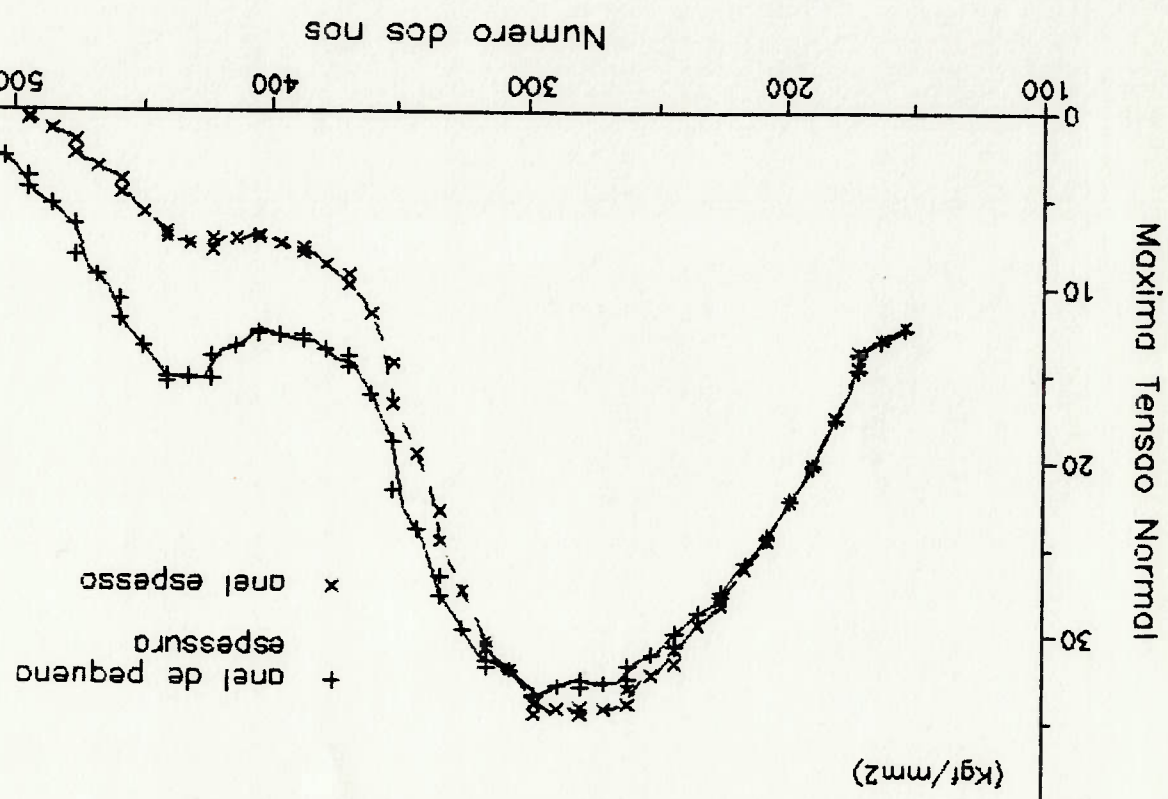


Figura 5.9 Distribuição das máximas tensões normais de tração ao longo da superfície do fundo do dente central, flanco direito, para ambos os modelos.

Além dessa, uma outra indicação da correção dos resultados obtidos, é que para o modelo com anel espesso, tanto do lado tracionado como do comprimido, as máximas tensões normais

ocorreram em nós próximos dos pontos de tangencia das retas inclinadas de 30° em relação ao eixo de simetria do dente (critério de Hofer).

Algumas outras observações interessantes podem ser obtidas comparando-se os resultados dos dois modelos.

Para tanto os gráficos das figuras 5.5 e 5.6 e os das figuras 5.7 e 5.8 foram reunidos respectivamente nas figuras 5.9 e 5.10.

Comportamento das tensões para diferentes espessuras do anel - Lado Comprimido

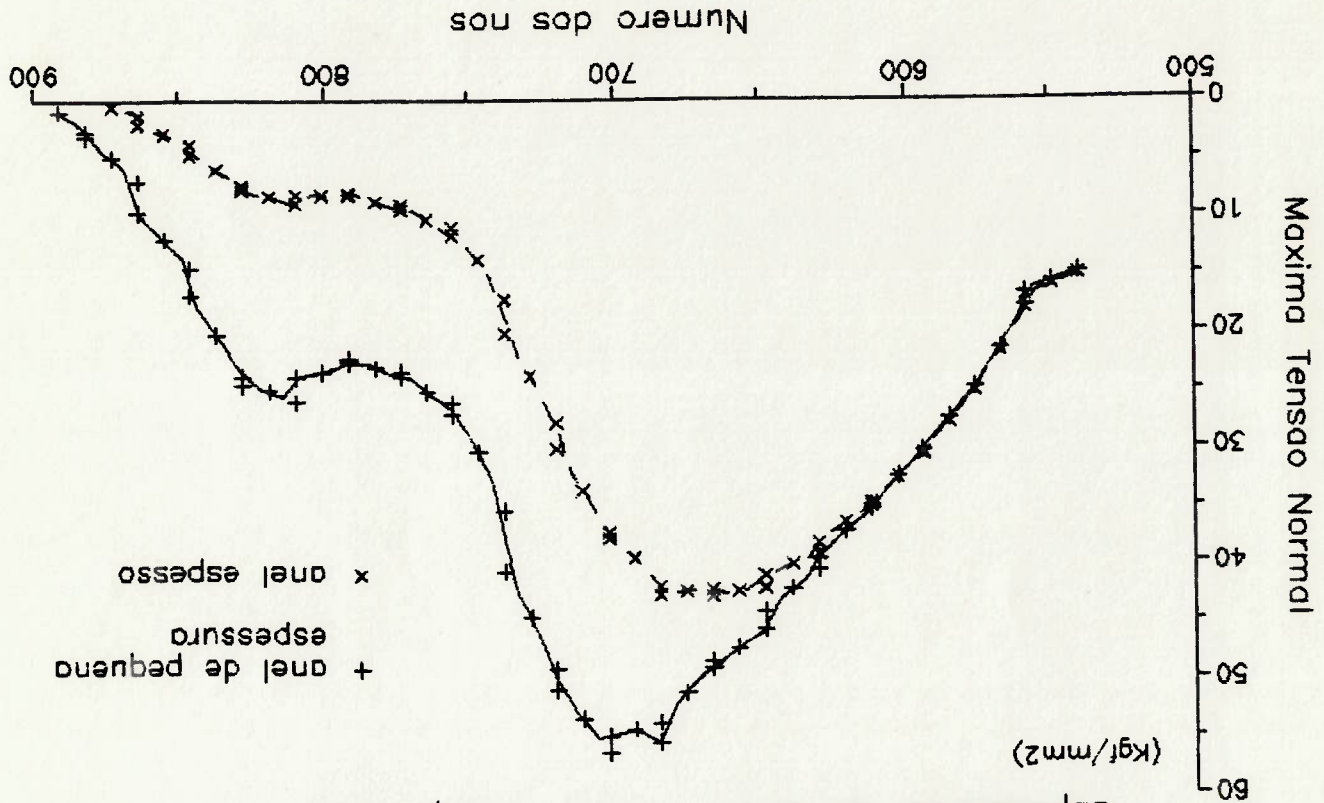


Figura 5.10 Distribuição das máximas tensões normais de compressão ao longo da superfície do fundo do dente central, flanco esquerdo, para ambos os modelos.

Na figura 5.9 verifica-se que as máximas tensões de tração são bastante semelhantes, tanto para o modelo com anel de pequena espessura como para o de anel espesso. Entretanto, no primeiro caso, nota-se uma ligeira tendência da máxima tensão ocorrer um pouco mais próxima do vão entre dentes.

Já a figura 5.10 mostra que as máximas tensões de compressão são muito mais afetadas pela redução da espessura do dente. Além disso, a tendência do deslocamento do ponto de ocorrência da máxima tensão em direcção ao vão do dente é bem mais pronunciada.

Outro fato importante a ser revelado, é que no modelo com anel de pequena espessura, na região do vão entre dentes, ocorrem tensões normais de tração e compressão com intensidades significativas, bastante superiores às verificadas no caso do modelo com anel espesso.

Estes resultados estão de acordo com as afirmações de ARAI et alii [17] e de WINTER e HIRT [12] descritas na página 12 deste trabalho.

O objetivo deste trabalho foi o de desenvolver um programa para computador, pré-processador, que facilitasse o desenvolvimento de modelos de dentes de engrenagem, visando a determinação de tensões, através do método dos elementos finitos.

O ponto central desse desenvolvimento estava na determinação das coordenadas dos nós, especialmente daqueles situados sobre o perfil dos dentes.

O procedimento adotado no programa, simulando a geração do próprio dente, através do seu engrenamento com uma cremalheira geratriz, permitiu a elaboração de rotinas eficientes e precisas para a descrição das curvas características do perfil de um dente de engrenagem reta.

Além dessas, a rotina iterativa para a determinação do ponto de intersecção entre a curva evolvente e a trocóiide, nos casos em que ocorre interferência de usinagem, também se revelou bastante apropriada, permitindo resolver um problema geométrico relativamente complicado e estendendo o campo de aplicação do programa pré-processador.

Já os critérios adotados para a distribuição dos elementos através dos dentes não se mostraram tão eficientes, o que tende a provocar algumas imperfeições nos resultados obtidos do programa, em termos dos modelos gerados.

Assim, o número reduzido dos parâmetros de controle provocou o refinamento da malha em regiões de menor interesse, conduzindo a modelos grandes e, portanto, a processamentos demorados.

Uma alteração interessante nesse sentido seria a divisão dos

dentes em mais setores, com possibilidade de transição entre malhas finas e grossas nas interfaces, de modo a que somente determinadas regiões sofram uma maior discretização. Outra possibilidade seria a opção de nos modelos com mais de um dente, aqueles não submetidos a carregamento pudessem ser discretizados de uma forma mais grosseira. No momento, o programa somente permite uma discretização única para todos os dentes. A possibilidade de se utilizar elementos com diferentes números de nós, em regiões a critério do usuário, certamente também contribuiria para a redução dos modelos. Poderiam ser também implementadas rotinas que automatizassem a expansão do modelo básico, tanto na direção circunferencial (sem a inclusão de novos dentes) quanto na direção radial, bem como automatizar a especificação dos vínculos externos. O trabalho poderia ser estendido em termos de recursos disponíveis, no sentido de se tornar mais abrangente. Com esse objetivo poderia ser incluída a possibilidade de aplicação da carga de contato em qualquer nó ao longo da curva evolvente e em mais de um dente. Isto permitiria o desenvolvimento de análises considerando a repartição da carga por dois ou mais pares de dentes ao mesmo tempo, ou então o estudo do efeito da posição do ponto de contato sobre os deslocamentos e tensões. Também se poderia estender a modelagem bi-dimensional passando a tri-dimensional, o que possibilitaria considerar fatores tais como a distribuição não uniforme da carga ao longo da largura da face do dente. De qualquer forma, é possível concluir que, mesmo em um estágio

ainda inicial, o programa desenvolvido representa uma ferramenta valiosa no estudo da resistência de dentes de engrenagem, pois permite aplicar uma técnica de cálculo avançada, reduzindo sensivelmente o tempo e o trabalho dispendidos na elaboração do modelo, bem como as possibilidades de erros.

Além disso, os recursos gráficos nele introduzidos permitem ao usuário a visualização do modelo e facilitam uma certa otimização. Outro aspecto a ser observado é que uma vez definidos os procedimentos para a geração de nós e elementos é relativamente fácil adaptar-se este programa para a elaboração de arquivos com dados de entrada para outros programas de elementos finitos.

Com relação aos resultados obtidos nos exemplos processados, estes se mostraram bastante consistentes com os de diversos trabalhos publicados, confirmando a sua correção.

A - DIVIDINDO A EVOLVENTE E A TROCÓIDE EM PARTES IGUAIS.

APÊNDICES

O comprimento de uma curva $y = f(x)$ com $a \leq x \leq b$ e $f(x)$ contínua no intervalo $[a, b]$ é dado por [46]:

$$S = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx \quad (A.1)$$

Se a curva for dada na forma paramétrica: $x = g(t)$ e $y = h(t)$

com $\alpha \leq t \leq \beta$, então

$$S = \int_\alpha^\beta \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt \quad (A.2)$$

ou

$$S = \int_\alpha^\beta \sqrt{g'(t)^2 + h'(t)^2} dt \quad (A.3)$$

No caso da evolvente e da trocóide as curvas são expressas, de uma maneira geral, no referencial Ox_1y_1 por:

$$\begin{Bmatrix} X_2 \\ Y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{Bmatrix} \quad (A.4)$$

onde X_1 e Y_1 são as coordenadas das curvas no referencial fixo Ox_1y_1 .

Para calcular o comprimento de cada trecho de curva é necessário determinar:

$$(A.5) \quad S = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{\left(\frac{dx_2}{dy_2}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{dy_2}\right)^2} dy_2$$

onde θ_1 e θ_2 são os valores limites de θ nos extremos de cada

trecho

Derivando a equação (A.4) obtém-se:

$$(A.6) \quad \frac{d}{d\theta} \begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \frac{d}{d\theta} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \frac{d}{d\theta} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{Bmatrix}$$

ou

$$(A.7) \quad \begin{Bmatrix} dx_2/d\theta \\ dy_2/d\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dx_1/d\theta \\ dy_1/d\theta \end{Bmatrix}$$

efetuando os produtos das matrizes e agrupando tem-se:

$$(A.8) \quad \frac{dx_2}{d\theta} = -x_1 \sin \theta + y_1 \cos \theta + \cos \theta \frac{dx_1}{d\theta} + \sin \theta \frac{dy_1}{d\theta}$$

$$(A.9) \quad \frac{dy_2}{d\theta} = -x_1 \cos \theta - y_1 \sin \theta + \sin \theta \frac{dx_1}{d\theta} - \cos \theta \frac{dy_1}{d\theta}$$

Eliminando as equações (A.8) e (A.9) ao quadrado e somando membro

a membro chega-se a:

$$(A.10) \quad \left(\frac{dx_2}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dy_2}{d\theta}\right)^2 = \left(-x_1 \sin \theta + y_1 \cos \theta + \cos \theta \frac{dx_1}{d\theta} + \sin \theta \frac{dy_1}{d\theta}\right)^2 + \left(-x_1 \cos \theta - y_1 \sin \theta + \sin \theta \frac{dx_1}{d\theta} - \cos \theta \frac{dy_1}{d\theta}\right)^2$$

A.1 Trecho de evolvente.

Para o trecho de evolvente, X_E , e Y_E , são dados pelas equações

$$(3.18) \text{ e } (3.19)$$

Derivando essas expressões em relação a θ , obtêm-se:

$$(A.11) \quad \frac{dX_E}{d\theta} = -r \cos \alpha_0 \sin \alpha_0$$

$$(A.12) \quad \frac{dY_E}{d\theta} = r - r \sin^2 \alpha_0 = r \cos^2 \alpha_0$$

que substituídas em (A.10) fornecem:

$$\left[\frac{dX_E}{d\theta} \right]^2 + \left[\frac{dY_E}{d\theta} \right]^2 = r^2 \left[(-1 + r \theta \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 + r \cos^2 \alpha_0)^2 + \right.$$

$$\left. + (r \theta - r \theta \sin^2 \alpha_0 - r \cos \alpha_0 \sin \alpha_0)^2 \right] \quad (A.13)$$

$$= r^2 \left[-\sin^2 \alpha_0 + \theta \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 \right]^2 + \left[\theta \cos^2 \alpha_0 - \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 \right]^2 =$$

$$= r^2 \left[\sin^4 \alpha_0 + \theta^2 \cos^2 \alpha_0 - 2\theta \cos \alpha_0 \sin^3 \alpha_0 + \theta^2 \cos^4 \alpha_0 + \right.$$

$$\left. + \cos^2 \alpha_0 \sin^2 \alpha_0 - 2\theta \cos^3 \alpha_0 \sin \alpha_0 \right] =$$

$$= r^2 \left[\sin^2 \alpha_0 + \theta^2 \cos^2 \alpha_0 - 2\theta \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 \right] =$$

$$-\theta_{E1} \leq \theta \leq \theta_{E1}$$

Conforme ficou estabelecido através da expressão (3.30),

forma de curva evolvente do perfil de engrenagem é gerada. (A.15) correspondem aos valores limites de θ quando a parte em Além disso, os limites de integração θ_1 e θ_2 na expressão

$$\theta > \theta_{E1} \rightarrow \sqrt{\frac{\text{sen} \alpha_0 - \theta \cos \alpha_0}{2}} = -\left[\text{sen} \alpha_0 - \theta \cos \alpha_0 \right] \quad (\text{A.19})$$

$$\theta \leq \theta_{E1} \rightarrow \sqrt{\frac{\text{sen} \alpha_0 - \theta \cos \alpha_0}{2}} = \text{sen} \alpha_0 - \theta \cos \alpha_0 \quad (\text{A.18})$$

Dessa forma, para :

$$\theta > \theta_{E1} \rightarrow y < 0 \quad (\text{A.17})$$

$$\theta \leq \theta_{E1} \rightarrow y \geq 0 \quad (\text{A.16})$$

A raiz de y é $\theta = \theta_{E1}$, de modo que para :

(25°).

Seja a função $y = \text{sen} \alpha_0 - \theta \cos \alpha_0$ onde o ângulo de pressão da cremalheira - α_0 é uma constante (normalmente 14,5°, 20° ou expressão no interior da raiz que será elevada ao quadrado.

Antes de efetuar a integração é necessário analisar o sinal da

$$S = \int_{\theta_1}^{\theta_2} r \sqrt{\frac{\text{sen} \alpha_0 - \theta \cos \alpha_0}{2}} d\theta \quad (\text{A.15})$$

tem-se:

Finalmente, substituindo a equação (A.14) na equação (A.15)

$$= r^2 \left[\text{sen} \alpha_0 - \theta \cos \alpha_0 \right] \quad (\text{A.14})$$

Para o ângulo θ_{EI} a condição de interferência,

$$h_{ac} > r \operatorname{sen}^2 \alpha_0$$

nos garante que o máximo valor que θ pode assumir sem que ocorra interferência, corresponde a:

$$h_{ac} = r_0 \operatorname{sen}^2 \alpha_0$$

Da figura A.1 verifica-se que o valor máximo de θ é:

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha_0$$

(A.21)

Portanto caso não haja interferência:

$$\theta_{EI} \leq \operatorname{tg} \alpha_0$$

(A.22)

Por outro lado se ocorrer interferência, o setor da cabeça do dente da cremalheira com forma de arco de circunferência remove uma trecho da evolvente já gerada, de modo que, nesses casos:

$$\theta_{EI} < \operatorname{tg} \alpha_0$$

(A.23)

Portanto

$$-\theta_{EI} \leq \theta \leq \theta_{EI} \leq \operatorname{tg} \alpha_0$$

(A.24)

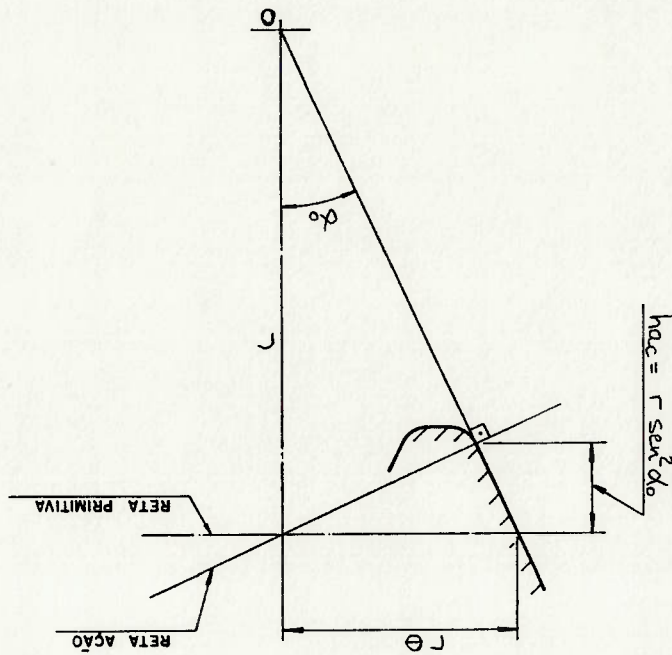


Figura A.1 Condições geométricas para $\theta_{\max} = \operatorname{tg} \alpha_0$.

cujos determinante é dado por:

$$r \left[\text{sen } \alpha_0 \left(\theta + \theta_{E1} \right) - \frac{\cos \alpha_0}{2} \left(\theta^2 - \theta_{E1}^2 \right) \right] - \frac{1}{S_{\text{total}}} = 0 \quad (\text{A.29})$$

grau:

O valor correspondente de θ será o da raiz da equação do 2º grau onde S_{total} é o valor de S dado pela expressão (A.26):

$$S(\theta) = \frac{1}{S_{\text{total}}} \quad (\text{A.28})$$

dado por:

Considerando que o comprimento do arco de evolvente desde $\theta = -\theta_{E1}$ até o ponto final da i-ésima divisão, com $i = 1, \dots, n$, é

$$S = r \left[\text{sen } \alpha_0 \left(\theta + \theta_{E1} \right) - \frac{\cos \alpha_0}{2} \left(\theta^2 - \theta_{E1}^2 \right) \right] \quad (\text{A.27})$$

necessário expressar o seu comprimento em função de θ :

Para que esse arco possa ser dividido em partes iguais é

de $-\theta_{E1}$ a θ_{E1} .

que é o comprimento do arco de evolvente gerado quando θ varia

$$S = r \left[\text{sen } \alpha_0 \left(\theta_{E1} + \theta_{E1} \right) - \frac{\cos \alpha_0}{2} \left(\theta_{E1}^2 - \theta_{E1}^2 \right) \right] \quad (\text{A.26})$$

Dessa forma:

$$S = r \int_{-\theta_{E1}}^{\theta_{E1}} \left(\text{sen } \alpha_0 - \theta \cos \alpha_0 \right) d\theta \quad (\text{A.25})$$

E a expressão (A.15) pode ser escrita:

$$\Delta = r^2 \left[\frac{r \cos \alpha_0}{2} + r \cos \alpha_0 \theta_{E1} - \frac{1}{1 S_{total}} \right] \quad (A.30)$$

ou

$$\Delta = r^2 \left[\frac{r \cos \alpha_0}{1 S_{total}} - 2 r \cos \alpha_0 \theta_{E1} \right] \quad (A.31)$$

Ao se analisar a expressão do determinante verifica-se que ela é sempre positiva, uma vez que o primeiro termo de (A.31) é uma constante positiva e Δ é mínimo para $i = n$. Nesse caso:

$$\Delta = r^2 \left[\frac{r \cos \alpha_0}{2} + \cos \alpha_0 \theta_{E1} - 2 r \cos \alpha_0 S_{total} \right] \quad (A.32)$$

Substituindo (A.26) em (A.32), obtém-se:

$$\Delta = r^2 \left[\frac{r \cos \alpha_0}{2} - \cos \alpha_0 \theta_{E1} \right] \geq 0 \quad (A.34)$$

onde a igualdade ocorrerá quando $\theta_{E1} = \tan \alpha_0$, ou seja, quando

$$\tan \alpha_0 = r \cos \alpha_0$$

Dessa forma, como $\Delta \geq 0$, as raízes da equação serão:

$$\theta = \frac{r \cos \alpha_0}{r \cos \alpha_0 \pm \sqrt{\Delta}} \quad (A.35)$$

ou

$$\theta = \frac{r \cos \alpha_0}{r \cos \alpha_0 \pm \sqrt{\Delta}} = \tan \alpha_0 \pm \frac{r \cos \alpha_0}{\sqrt{\Delta}} \quad (A.36)$$

Evidentemente a raiz que estamos procurando é:

$$\theta = \text{tg } \alpha_0 - \frac{r_0 \cos \alpha_0}{\sqrt{\Delta}} \quad (\text{A.37})$$

pois, como já ficou estabelecido anteriormente, θ deve ser menor que $\text{tg } \alpha_0$.

A.2 Trecho de troçoide.

Para o trecho de troçoide X_{T1} e Y_{T1} são dados pelas equações (3.31) e (3.32).

Derivando essas expressões em relação a θ , tem-se:

$$\frac{dX_{T1}}{d\theta} = -r_0 \cos \beta \quad (\text{A.38})$$

$$\frac{dY_{T1}}{d\theta} = r_0 - r_0 \sin \beta \quad (\text{A.39})$$

Substituindo em (A.10)

$$\begin{aligned} \left[\frac{dX_{T2}}{d\theta} \right]_2^2 + \left[\frac{dY_{T2}}{d\theta} \right]_2^2 &= \left[h_{ac} - r_0 \sin \alpha_0 + r_0 \sin \beta - r_0 \sin \alpha_0 + r_0 \sin \beta \right] \frac{d\theta}{d\theta} \\ &+ \left[r_0 \theta - h_{ac} \text{tg } \alpha_0 - r_0 \cos \alpha_0 + r_0 \cos \beta - r_0 \cos \alpha_0 + r_0 \cos \beta \right] \frac{d\theta}{d\theta} \\ &= \left[h_{ac} - r_0 \sin \alpha_0 + r_0 \sin \beta \right] \frac{d\theta}{d\theta} + \left[r_0 \theta - h_{ac} \text{tg } \alpha_0 - \right. \\ &\left. - r_0 \cos \alpha_0 + r_0 \cos \beta \right] \frac{d\theta}{d\theta} \quad (\text{A.40}) \end{aligned}$$

das secantes [48].

Essa raiz também é calculada numericamente utilizando o método

com S_{total} dado por (A.41).

$$(A.43) \quad - \frac{1}{S_{total}} = 0$$

$$\int_{\theta}^{\theta_{T1}} \frac{1}{\left[h_{ac} - p_{ao} \cos \alpha_0 + p_{ao} \left(1 - \frac{d\theta}{d\beta} \right) \right]^2 + \left[r_{\theta} - h_{actg} \alpha_0 - p_{ao} \cos \alpha_0 + p_{ao} \left(1 - \frac{d\theta}{d\beta} \right) \right]^2} d\theta$$

com $i = 1, \dots, n$, é a raiz da expressão:

de trocôides, desde $\theta = \theta_{T1}$ até o ponto final da i -ésima divisão. O ângulo θ correspondente a um determinado comprimento do arco

feita numericamente utilizando o método de Gauss-Legendre [47].

No programa pre-processor a integração da expressão (A.41) é

$$(A.42) \quad = \frac{\left[r_{\theta} - h_{actg} \alpha_0 - p_{ao} \cos \alpha_0 \right]^2 + \left[h_{ac} - p_{ao} \cos \alpha_0 \right]^2}{-1 \cdot (h_{ac} - p_{ao} \cos \alpha_0)}$$

$$= \frac{1 + \left[\frac{r_{\theta} - h_{actg} \alpha_0 - p_{ao} \cos \alpha_0}{h_{ac} - p_{ao} \cos \alpha_0} \right]^2}{-1 \cdot (h_{ac} - p_{ao} \cos \alpha_0)}$$

$$\frac{d\theta}{d\beta} = \frac{1 + \left[\frac{r_{\theta} - h_{actg} \alpha_0 - p_{ao} \cos \alpha_0}{h_{ac} - p_{ao} \cos \alpha_0} \right]^2}{d} \left[\frac{r_{\theta} - h_{actg} \alpha_0 - p_{ao} \cos \alpha_0}{h_{ac} - p_{ao} \cos \alpha_0} \right]$$

onde β é dado pela expressão (3.38) e

(A.41)

$$S = \int_{\theta}^{\theta_{T1}} \frac{1}{\left[h_{ac} - p_{ao} \cos \alpha_0 + p_{ao} \left(1 - \frac{d\theta}{d\beta} \right) \right]^2 + \left[r_{\theta} - h_{actg} \alpha_0 - p_{ao} \cos \alpha_0 + p_{ao} \left(1 - \frac{d\theta}{d\beta} \right) \right]^2} d\theta$$

e portanto

A seguir, é apresentada uma listagem, com comentários, do programa pré-processador para a geração automática da malha de elementos finitos, em dentes de engrenagens cilíndricas retas. Nessa listagem, as linhas de comentário contendo asteriscos procuram caracterizar os limites de separação entre os diversos blocos, procedimentos e funções. Os comentários inseridos em cada subdivisão têm o objetivo de descrever a função de cada uma delas dentro do programa.

B - LISTAGEM COMENTADA DO PROGRAMA MODELO.PAS

```

Program Modelagem_Engenhagens_Para_Analise_Tensoes_atraves_MEF:
($R+)
($I Float,inc) (Estabelece o estado da diretiva de compilador $N)
(*****)
uses
  Crt, Dos, Imput, Trig, Graph, Integrat;
(Chamada das Unites utilizadas pelo programa:
  Crt, Dos, Graph - units padrão do TurboPascal.
  Imput - unit contendo rotinas para controle de entrada de
  dados e impressão de textos na tela.
  Trig - unit contendo algumas funções trigonométricas
  complementares, não disponíveis na linguagem.
  Integrat - unit do Numerical Methods Tool Box para efetuar
  integração numérica.)
(*****)
(Bloco de compilação condicional para definir a utilização do
  coprocessador aritmético)
($IFOPT N+)
type
  Float = Double; {real de 8 bytes, requer o co-processor
  aritmético 80x87}
($ELSE)
type
  Float = Real; { real de 6 bytes, não requer o co-processor }
($ENDIF)

```

```

const
    VERSAO = '(v.11/6/90)';
    TOLERANCIA = 1E-7;
    APROX_ZERO = 1E-9;

(Declaracao de constantes globais)

*)

(Declaracao de tipos globais)

type
    Ponto = 'Ponto';
    Ponto = Record
        no : Integer;
        x : Float;
        y : Float;
        prox : Ponto;
    end;

(Declaracao de variaveis globais)

var
    tecla : Char;
    Interferencia : Boolean;
    z1,nz,nt,nt1,
    nt,ant,ne,na,
    contador : Integer;
    m0,fat_corr,
    hf0_1,ha0_1;

*)

```

```

roa0,hact,
r1,rat,rft,
alfa_0,graus,
alfa_0,alfa_at,
teta_lim_e,
teta_lim_t,
gamat,ang_rot : Float,
inicio_heap,
atual,prim : Ponteiro)

```

(*****)

procedure Inicializacao_Dados_Entrada;
 (Atribui valores iniciais convenientes aos parâmetros geométricos
 da engrenagem e aos parâmetros que definem a distribuição dos
 elementos no modelo.)

```

begin
  (Inicio de Inicializacao_Dados_Entrada)
  z1 := 0;
  nz := 1;
  nf := 1;
  nt := 1;
  nt_ant := 0;
  ne := 1;
  na := 1;
  m0 := 1.0;
  alfa_0,graus := 20.0;
  fat_corr_1 := 0.0;
  hfo_1 := 1.0;

```



```

begin
  C1:=C1;
  repeat
    Cabecalho:
      Put_String('Dados da engrenagem a ser modelada: ',5,1,2);
      mensagem:='No. de dentes.....';
      + '..... Z = ';
      Get_Prompted_Integer(z,1,3,mensagem,8,1,9,1);
      mensagem:='Modulo.....';
      + '..... m = ';
      Get_Prompted_Real(m,1,6,3,mensagem,10,1,11,1);
      mensagem:='Angulo de pressao de usinagem [graus].....';
      + '..... alpha_0 = ';
      Get_Prompted_Real(alpha_0,graus,1,9,6,mensagem,12,1,13,1);
      mensagem:='Fator de correcao.....';
      + '..... X = ';
      Get_Prompted_Real(fat_corr,1,1,5,3,mensagem,14,1,15,1);
      mensagem:='Altura do pe do perfil de referencia.....';
      + '..... hf_0/m_0 = ';
      Get_Prompted_Real(hf_0,1,1,5,3,mensagem,16,1,17,1);
      mensagem:='Altura da cabeca do perfil de referencia.....';
      + '..... ha_0/m_0 = ';
      Get_Prompted_Real(ha_0,1,1,5,3,mensagem,18,1,19,1);
      mensagem:='Rato de concordancia na cabeca do perfil refer.....';
      + '..... roa_0/m_0 = ';
      Get_Prompted_Real(roa_0,1,1,5,3,mensagem,20,1,21,1);
      Put_Centered_String('Alguuma alteracao ???',24,6);
      Put_Centered_String('Tecla [p] para prosseguir ou qualquer

```



```

+ 'outra tec]a para retornar',.25,3);
tecia:=Readkey;
if (tecia in ['P','F'])
then
ok = TRUE
else
ok = FALSE;
GOTOXY(1,24);
C1reol;
GOTOXY(1,25);
C1reol;
until ok;
end;
(Fim de Entrada_Dados)
(*****
Procedure Calculos_Iniciais;
(Calcula os demais dados geométricos necessários para a definição
das coordenadas dos nós sobre o perfil do dente.)
begin
alfa_0 := Arco(alfa_0_graus);
gamat := (F1/2 + 2*fat_corr_1*tan(alfa_0) ) / z1;
r1 := m0*z1/2;
rat := r1 + m0 * (hf0_1 + fat_corr_1);
alfaa1 := ArCos (r1 * Cos (alfa_0) / rat);
rfl := r1 - m0 * (ha0_1 - fat_corr_1);
hact := r1 - rfl - m0 * (1 - Sin(alfa_0));
end;
(Fim de Calculos_Iniciais)

```

```

(Transfoma as coordenadas (X,Y) de um ponto no perfil dos dentes
em um sistema de referêcia, nas coordenadas do ponto em outro
sistema de referêcia, com a mesma origem do primeiro, porém com
os eixos defasados por um ângulo dado.)

var
  X1,Y1 : Float;
begin
  X:=X1*cos(ang)+Y1*sin(ang);
  Y:=Y1*cos(ang)-X1*sin(ang);
end;
(Fim de Rot_Sist_Ref)

(Imprime mensagem na tela informando que no desenvolvimento de uma
rotina numerica para a determinação das raízes de uma função, não
foi possível convergir para uma raiz, dentro de uma dada
tolerância, após um número limite de iterações. O procedimento
dá a opção de encerrar o processamento nesse ponto ou prosseguir
com o valor atual da raiz.)
procedure Mensagem_Ultrapassou_Max_Iter( rotina:String ;
iter:Integer ) ;
(*****)

```

```

var
  j : Byte;
  texto : String79;
  str_aux_1 : String79;
  str_aux_2 : String79;
begin
  {Inicio de Mensagem_UltraPassou_Max_Iter}
  for j := 21 to 25 do
    begin
      gotoxy(1,j);
      clrEol;
    end;
    Str(TOLERANCIA:9:7,str_aux_1);
    Str(Iter,str_aux_2);
    texto := 'Nao foi possivel encontrar a raiz de ' + rotina +
      ' dentro da tolerancia ' +
      Put_Centered_String(texto,21,2);
    texto := str_aux_1 + ' em ' + str_aux_2 + ' iteracoes.';
    Put_Centered_String(texto,23,2);
    Put_Centered_String('Pressione [p] para prosseguir com o valor '
      + 'atual de teta ou [a] para abortar !!!',
      25,3);
  repeat
    tecla:=ReadKey;
  until tecla in ['a','p','P'];
  if tecla in ['a','A']
  then
    begin

```

```

DirSec:
  Put_Centered_String('Processamento abortado !!!',14,6);
  Halt;
end;
else
  for j := 21 to 25 do
    begin
      gotoxy(1,j);
      ClrEol;
    end;
  end;
end;
(Fim de Mensagem_Ultrassou_Max_Iter)
end;
(*****
procedure Verifica_Interferencia;
de usinagem (eq. 3.58). Em caso afirmativo, emite mensagem na
tela e chama o procedimento "Calcula_Teta_Lim".)
(*****
procedure Calcula_Teta_Lim;
(Calcula os valores do parametro teta, tanto para a curva
evolvente como para a curva trocoides, correspondentes ao ponto em
que essas curvas se interceptam, quando ocorre interferencia de
usinagem.)
const
  maxiter = 20;

```

```

var
  continua : Boolean;
  iter : Integer;
  re,rt,
  xe,ye,xt,
  alfa_e,beta,
  teta_e,teta_t,
  novo_teta_e,
  novo_teta_t : Float;
  texto : String79;
  str_aux 1,
  str_aux_2 : String[9];
  {*****}
function F_teta(teta : Float) : Float;
{A raiz adequada da função F_teta corresponde ao valor do
parâmetro teta para o ponto da curva trocõide onde ocorre a
intersecção com a curva envolvente ( passos iii e iv do algoritmo
descrito no item 3.6). Essa raiz é determinada numericamente no
procedimento "Calcula_Teta_Lim" através do procedimento de
Newton-Raphson, utilizando esta função nas iterações.}
beta : Float;
var

```



```

else
  beta := ArcTan ( ( hact - m0*roa0*Sin(alfa_0) ) / ( r1*
    (teta-gama1) - hact1*Tan(alfa_0) - m0*roa0*
    Cos(alfa_0) ) );
  d_beta_d_teta := -r1*( hact - m0*roa0*Sin(alfa_0) ) / ( Sqr ( r1*
    (teta-gama1) - hact1*Tan(alfa_0) - m0*roa0*
    Cos(alfa_0) ) + Sqr(hact1-m0*roa0*Sin(alfa_0))) ;
  F_linha_teta := -r1*((teta-gama1)*Sin(teta)+hact1*Cos(teta-alfa_0)
    /Cos(alfa_0) + m0*roa0*Sin(teta-alfa_0)-m0*roa0*
    Sin(teta-beta))*( 1 - d_beta_d_teta );
  end; (Fim de F_linha_teta)
)
function G_teta(teta : Float) : Float;
  (*****)
  begin
    G_teta := r1*Cos(teta) + r1*((teta-gama1)*Sin(teta) -
      r1*((teta-gama1)*Sin(alfa_0)*Cos(teta-alfa_0) - xe:
    (Fim de F_teta)
  end;
)
function G_linha_teta(teta : Float) : Float;
  (Permite determinar o valor da derivada primeira de G_teta em
  procedimento "Calcula_Teta_Lim" através do procedimento de
  Newton-Raphson, utilizando esta função nas iterações.)
  begin
    (Início de F_teta)
    G_teta := r1*Cos(teta) + r1*((teta-gama1)*Sin(teta) -
      r1*((teta-gama1)*Sin(alfa_0)*Cos(teta-alfa_0) - xe:
    (Fim de F_teta)
  end;
)
function G_teta(teta : Float) : Float;
  (A raiz adequada da função G_teta corresponde ao valor do
  parâmetro teta para o ponto da curva evolvente onde ocorre a
  intersecção com a curva troçoide ( passo vi do algoritmo
  descrito no item 3.6). Essa raiz é determinada numericamente no
  procedimento "Calcula_Teta_Lim" através do procedimento de
  Newton-Raphson, utilizando esta função nas iterações.)
  begin
    (Início de F_teta)
    G_teta := r1*Cos(teta) + r1*((teta-gama1)*Sin(teta) -
      r1*((teta-gama1)*Sin(alfa_0)*Cos(teta-alfa_0) - xe:
    (Fim de F_teta)
  end;
)
)
function G_linha_teta(teta : Float) : Float;
  (Permite determinar o valor da derivada primeira de G_teta em
  procedimento "Calcula_Teta_Lim" através do procedimento de
  Newton-Raphson, utilizando esta função nas iterações.)
  begin
    (Início de F_teta)
    G_teta := r1*Cos(teta) + r1*((teta-gama1)*Sin(teta) -
      r1*((teta-gama1)*Sin(alfa_0)*Cos(teta-alfa_0) - xe:
    (Fim de F_teta)
  end;
)
)

```

relação a teta. Utilizada nas iterações do método de Newton-Raphson no procedimento "Calcula_Teta_Lim".

```

begin
  (Inicio de G_Linha_teta)
  G_Linha_teta := r1*(teta-gama1)*Cos(teta) - r1*Sin(alfa_0)*
  Cos(teta-alfa_0) + r1*(teta-gama1)*Sin(alfa_0)
  *Sin(teta-alfa_0);
end;
(Fim de G_Linha_teta)

begin
  (Inicio de Calcula_Teta_Lim)
  re := r1 * Cos(alfa_0);
  repeat
    alfa_e := ArcCos( r1 * Cos(alfa_0) / re);
    ye := -re * Sin ( ( PI/2 + 2*fat_corr_1*Tan(alfa_0) )/z1 +
    Tan(alfa_0) - alfa_0 - Tan(alfa_e) + alfa_e );
    iter := 0;
    teta_t := PI/2;
    continua := FALSE;
    repeat
      iter := iter + 1;
    if Abs( F_Linha_teta(teta_t) ) < APROX_ZERO
    then
      begin
        CIRC;
        Str(APROX_ZERO:11:9, str_aux_1);
        Str(teta_t:9:6, str_aux_2);
        texto := 'Derivada de ( Yt-Ye) < ' + str_aux_1 +
        ' para teta = ' + str_aux_2;
      end
    end;
  end;

```



```

        Put_Centered_String(texto,8,2);
        Put_Centered_String('Processamento abortado !!!',12
        .6);
        Halt;
    end;
    novo_teta_t := teta_t - F_teta(teta_t)/F_inha_teta(teta_t);
    if Abs(novo_teta_t-teta_t) < TOLERANCIA
    then
        begin
            teta_t := novo_teta_t;
            continua := TRUE;
        end
    else
        begin
            if iter > maxiter
            then
                begin
                    continua := FALSE;
                end
            until continua;
        end;
        teta_t := novo_teta_t;
        continua := TRUE;
    end;
    teta_t := novo_teta_t;
    end;
    beta := ArcTan ( hact - m*roa*Sin(alfa_0) ) / ( r1*(teta_t
    -gamma1) - hact*Tan(alfa_0) - m*roa*Cos(alfa_0) );

```

```

xt := r1*cos(teta,t) + r1*(teta,t-gama1)*sin(teta,t) -
haci*cos(teta,t-alfa_0)/cos(alfa_0) - m*roa0*sin(teta,t
-alfa_0) + m*roa0*sin(teta,t-beta);
rt := sqrt(xt*xt + ye*ye);
if Abs ( rt-re ) < TOLERANCIA
then
continua := True
else
re := rt;
until continua;
teta_lim_t := teta_t - gama1;
xe := re * cos ( ( PI/2 + 2*fal_corr_1*tan(alfa_0) ) / z1 +
tan(alfa_0) - alfa_0 - tan(alfa_e) + alfa_e);
iter := 0;
teta_e := tan (alfa_0) - tan (alfa_al) + gama1;
continua := FALSE;
repeat
iter := iter + 1;
if Abs ( g_linha_teta(teta_e) ) < APROX_ZERO
then
begin
CIRCU:
Str(APROX_ZERO:11:9, str_aux_1);
Str(teta_e:9:6, str_aux_2);
texto := 'Derivada de Xe ( ' + str_aux_1 +
' para teta = ' + str_aux_2;
Put_Centered_String(texto,8,2);

```

```

Put_Centered_String('Processamento abortado !!!', 12
, 6);
Halt;
end;
novo_teta_e := teta_e - G_teta(teta_e)/G_linha_teta(teta_e);
if Abs(novo_teta_e - teta_e) < TOLERANCIA
then
begin
novo_teta_e := novo_teta_e;
continua := TRUE;
end
else
begin
if iter > maxiter
then
begin
Mensagem_ultrapassou_max_iter('Xe', maxiter);
continua := TRUE;
end;
teta_e := novo_teta_e;
end;
until continua;
teta_lim_e := teta_e - gama;
end;
(Fim de Calcula_Teta_Lim)
begin
C1rscr;
Cabecalho;
(Inicio de Verifica_Interferencia)

```

```

if hact > (r1*sin(alfa_0)*sin(alfa_0))
then
begin
interferencia := True;
Put_Centered_String('A engrenagem apresenta interferen'
+ 'cia entre a trocoide e a '
+ 'evolvente.', 14, 2);
Put_Centered_String('Calculando Teta_limt e Teta_liml',
+ ' ==> ' (Por favor, aguarde !!!',
17, 2);
Calcula_teta_lim;
GOTOXY(1, 14);
C1E01;
GOTOXY(1, 17);
C1E01;
end
else
interferencia := False;
end;
(Fim de Verifica_Interferencia)
*****
function No( i, j : Integer) : Integer;
(Fornece o número que identifica um determinado nó em função da
sua posição no modelo)
begin
No := 1+j*(2*na+1)+1;
end;
(Fim de No)

```

```

(Permite a entrada/alteração do número de dentes a serem incluídos
no modelo e dos parâmetros que controlam a distribuição dos
elementos no mesmo.)
var
    ok      : Boolean;
    mensagem : String79;
begin
    C15CR;
    repeat
        Cabecalho;
        mensagem := 'No. de dentes que devem ser incluídos no modelo.'
            + '..... = '
            + 'Get_Prompted_Integer(nz,1,3,mensagem,5,1,'',6,1);
        mensagem := 'No. de elementos na direcção 1.....'
            + '..... = '
            + 'Get_Prompted_Integer(na,1,2,mensagem,7,1,'',8,1);
        mensagem := 'No. de elementos na direcção j, no setor da curva'
            + 'evolvente..... = '
            + 'Get_Prompted_Integer(ne,1,2,mensagem,9,1,'',10,1);
        mensagem := 'No. de elementos na direcção j, nos dois setores'
            + 'da curva trocoides. = '
            + 'Get_Prompted_Integer(nt,1,2,mensagem,11,1,'',12,1);
    until (nt = ntant)
    then

```

```

nt1 := nt div 2 + nt mod 2;
nt_ant := nt;
mensagem := 'No. de elementos na direcao j, no setor superior';
+ ' da curva trocoide = ';
repeat
  Get_Prompted_Integer(nt1,1,2,mensagem,13,1,'',14,1);
  if nt1 > nt
  then
    Write(#7);
  until not (nt1 > nt);
mensagem := 'No. de elementos na direcao j, no setor do semi-';
+ 'arco de fundo..... = ';
Get_Prompted_Integer(nt,1,2,mensagem,15,1,'',16,1);
mensagem := 'No. total de elementos que serao gerados no mode-';
+ 'lo..... = ';
Put_String(mensagem,18,1,2);
Put_Integer(2*nt*(nt+nt+nt),18,Length(mensagem),2,4);
mensagem := 'No. total de nos que serao gerados no modelo.....';
+ '..... = ';
Put_String(mensagem,20,1,2);
Put_Integer(2*nt*No(2*nt*(nt+nt+nt)),20,Length(mensagem),2,5);
Put_Centered_String('Alguuma alteracao ???',24,6);
Put_Centered_String('Tecla [P] para prosseguir ou qualquer ou-';
+ 'tra tecla para retornar.',25,3);
tecla:=ReadKey;
if (tecla in ['P','F'])

```

```

end;
y := atual[.y];
x := atual[.x];
atual := atual[.prox];
while no (<) atual[.no] do
    atual := prim;
then
    if no (<) atual[.no]
begin
    (Início de Fornece_Coordenadas_No)
    ao no especificado e fornece as coordenadas (x,y) do mesmo.)
    (Permite localizar na memória ("Heap") o registro correspondente
    var x,y : Float
    );
    procedure Fornece_Coordenadas_No(
    no : Integer;
    *****
    )
end;
(Fim de Definição Distribuição_Elementos)
then
    ok := TRUE
    else
    ok := FALSE;
GOTOXY(1,24);
C1RE01;
GOTOXY(1,25);
C1RE01;
until ok;

```

```

(*****
procedure Armazena_Coordenadas_No( no : Integer;
                                x,y : Float );
(Permite localizar na memória ("Heap") o registro correspondente
ao nó especificado e armazenar, nos campos apropriados, os
valores das coordenadas (x,y) do mesmo.)
begin
    if no < atual".no
    then
        atual := prim;
    while no <> atual".no do
        atual := atual".prox;
        atual".x := x;
        atual".y := y;
end;
(Fim de Armazena_Coordenadas_No)

(*****
procedure Inicializa_Coordenadas;
(Cria a estrutura completa de registros encadeados contendo as
coordenadas dos nós. Como nesse tipo de estrutura o primeiro
registro criado é o último a ser acessado, o procedimento
inicializa todos os registros na ordem inversa da sequência de
numeração dos nós.)
var
    i : Integer;
)

```



```

begin (Inicio de H_teta)
  d_beta_d_teta := -r1 * (haci-m@rroa@Sin(a]fa_@)) / (Sqr(r1*teta -
    haci*Tan(alfa_@) - m@rroa@Cos(alfa_@)) +
    Sqr(haci-m@rroa@Sin(a]fa_@)));
var
  d_beta_d_teta : Float;
function H_teta(teta : Float) : Float;
  ($F+)
  (*****
  desenvolvidimento da integração numérica. H_teta é o integrando da
  expressão A.41 no item A-2 do apêndice A.)
  {Utilizada pela função seguinte - "Compr_Trocoide", para o
  desenvolvimento da integração numérica. H_teta é o integrando da
  expressão A.41 no item A-2 do apêndice A.}
  ($F+)
  (*****
  end;
  end;
  prim := atual;
  atual.prox := prim;
  atual.y := 0.0;
  atual.x := 0.0;
  atual.no := 1;
  New(atual);
begin
  for i := 2*nz*No( 2*na,2*(ne+nt+nf) ) downto No(0,0) do
    prim := NIL;
begin (Inicio de Inicializa_Coordenadas)

```

```

end:
(Fim de Compr_Trocoide)

Compr_Trocoide := Integral;

no_intervalos, erro, @H_teta);

no_max_intervalos, Integral,

Adaptive_Gauss_Quadrature(lim_inf, lim_sup, TOLERANCIA,

(Inicio de Compr_Trocoide)

begin

erro : Byte;

no_intervalos : Integer;

Integral : Float;

var

no_max_intervalos = 1000;

const

metodo de Gauss-Legendre.)

trocoide pela integração numérica da função H_teta através do

(Permite determinar o comprimento de um determinado trecho de

Function Compr_Trocoide( lim_inf, lim_sup : Float ) : Float;

(*****

($F-)

end:

(Fim de H_teta)

H_teta := Sqrt(Sqr(haci-m*roa*Sin(alfa_0)+m*roa*

(1-d_beta_d_teta))+Sqr(r1*teta-haci*Tan(alfa_0)-

m*roa*Cos(alfa_0)+m*roa*(1-d_beta_d_teta) ) );

```

(Calcula e armazena as coordenadas dos nós sobre o setor direito da circunferência de cabeça do dente central. As coordenadas são determinadas dividindo o arco completo em arcos com comprimento proporcional ao número de divisões desejadas.)

```

procedure Gera_Cabeca:
  (*****)
  var
    i,no_div : Integer;
    teta,delta_teta,
    teta_inicio,teta_fim,
    fi,xi,y : Float;
  begin
    Armazena_Coordenadas_No( No(0,0),rat,0,0 );
    fi := (Tan (alfa_at) - alfa_at) - (Tan (alfa_0) - alfa_0);
    teta_inicio := 0.0;
    teta_fim := gama1 - fi;
    no_div := 0;
    for i := 1 to na do
      no_div := no_div + 1;
      delta_teta := teta_fim/(2*no_div);
      teta := teta_inicio;
      for i := 1 to 2*na do
        begin
          teta := teta + ((2*na+1-1) div 2 + (2*na+1-1) mod 2 ) *
            delta_teta;
          xi := rat;
        end
      end
  end
  
```

```

      y := 0.0;
      Rot_Sist_Ref (x,y,teta);
      Armazena_Coordenadas_No( No(1,0),x,y );
    end;
  end;
  (Fim de Gera_Cabeca)
  (*****)
  procedure Gera_Evolvente;
  {Calcula e armazena as coordenadas dos nós sobre a curva evolvente
  do perfil] direito do dente central] As coordenadas são
  determinadas utilizando incrementos constantes do comprimento do
  arco de evolvente, conforme equacionamento mostrado no item A-2
  do apêndice A.}
  var
    j : Integer;
    teta,delta,s,
    teta_inicio,teta_fim,
    x,y,ang : Float;
  begin
    teta_inicio := Tan (alfa_0) - Tan (alfa_1);
    if interferencia = False
    then
      teta_fim := hact / (r1 * Sin (alfa_0) * Cos (alfa_0))
    else
      teta_fim := teta_inicio;
    end;
  end;
  (Inicio de Gera_Evolvente)

```

```

s := r1*(Sin(alfa_0))*(teta_fim-teta_inicio)-Cos(alfa_0)*
(teta_fim*teta_fim-teta_inicio*teta_inicio)/2);
for j:=1 to 2*ne do
begin
delta := Sqr(r1*(Sin(alfa_0)-Cos(alfa_0)*teta_inicio))-2*
r1*Cos(alfa_0)*(j*s/(2*ne));
teta := Tan(alfa_0)-Sqrt(delta)/(r1*Cos(alfa_0));
x := r1*(1-teta*Cos(alfa_0))*Sin(alfa_0);
y := r1 * teta * (1 - Sin (alfa_0)) * Sin (alfa_0));
ang := teta + gama1;
Rot_Sist_Ref (x,y,ang);
Armazena_Coordenadas_No( No(2*na,j),x,y );
end
end
(Fim de Gera_Evolvente)
end;
const
maxiter = 20;
apêndice A.)

```

(Calcula e armazena as coordenadas dos nós sobre a curva trocói-de do perfil] direito do dente central. As coordenadas são determinadas utilizando incrementos constantes do comprimento do arco da trocói-de, conforme equacionamento mostrado no item A-3 do

```

var
  encontrou_teta : Boolean;
  j_iter : Integer;
  teta,teta1,teta2,
  delta_teta,
  teta_inicio,teta_fim,
  s_total,s_ponto,
  s,s1,s2,
  x,y,ang,beta : Float;
  str_aux : String[4];

begin
  if interferencia = False
  then
    teta_inicio := hact / (r1 * Sin (alfa_0) * Cos (alfa_0))
  else
    teta_inicio := teta_lim_t;
  teta_fim := ( hact * Tan(alfa_0) + m * r0 * Cos(alfa_0) ) / r1;
  s_total := Compr_Trocoide(teta_inicio,teta_fim);
  teta := teta_inicio;
  s := 0;
  GOTOXY(1,25);
  CIRCLE1;
  Put_Centered_String('Por favor, aguarde !!!',25,2);
  for j:= 1 to 2*nt do
  begin
    GOTOXY(1,23);
    CIRCLE1;
  end
end
{Inicio de Gera_Trocoide}

```

```

Str( No(2*na,j+2*ne),str_aux );
Put_Centered_String( 'Calculando o ' + str_aux +
' o. no sobre o trecho de trocoide.',23
,2);
teta1 := teta;
s1 := s1;
delta_teta := (teta_fim - teta) / ( 2*nt + 1 - j ) ;
s_ponto := j*(s1_tota1)/(2*nt);
teta := teta + delta_teta;
s := Compr_Trocoide(teta_inicio,teta);
if Abs( s - s_ponto ) >= TOLERANCIA
then
begin
teta := teta - ( s-s_ponto )*( teta-teta1 ) /
( s-s1 );
s2 := Compr_Trocoide(teta_inicio,teta2);
if Abs( s2 - s_ponto ) < TOLERANCIA
then
begin
encontrou_teta := TRUE;
teta := teta2;
s := s2;
end
end
end

```

```

else
  begin
    tetat := tetat;
    s1 := s1;
    tetat2 := tetat2;
    s := s2;
  end;
  end;
  if not (encontrou_teta) and ( iter ) = maxiter )
  then
    mensagem_ultrapassou_max_iter( ' S.trocoides',
    maxiter );
  end;
  if Abs(r1*teta-haci*Tan(alfa_0)-m*roa0*Cos(alfa_0)) <
  APROX_ZERO
  then
    beta := PI/2
  else
    beta := ArcTan((haci-m*roa0*Sin(alfa_0))/(r1*teta-haci*
    Tan(alfa_0)-m*roa0*Cos(alfa_0)));
    x := r1 - haci + m*roa0*(Sin(alfa_0) - Sin(beta));
    y := r1*teta - haci*Tan(alfa_0) - m*roa0*(Cos(alfa_0) -
    Cos(beta));
    ang := teta + gamat;
    Rot_Sist_Ref (x,y,ang);
    Armazena_Coordenadae_No( No(2*na,j+2*ne),x,y );
  end;
  GOTOXY(1,23);

```



```

C1YEO1:
GOTOXY(1,25);
C1REO1:
end:
(Fim de Gera_Trocoide)

(*****
procedure Gera_Fundo;
{Calcula e armazena as coordenadas dos nós sobre o setor direito
da circunferência de pé do dente central. As coordenadas são
determinadas utilizando incrementos constantes do parâmetro teta}
var
j
: Integer;
teta,delta,teta,
teta_inicio,teta_fim,
x,y,ang
: Float;
begin
{Inicio de Gera_Fundo}
teta_inicio := ( hact*tan(alfa_0) + m0*roa0*cos(alfa_0) ) / r1;
teta_fim := ( PI*m0/4 - m0*fat_corr_1*tan(alfa_0) ) / r1;
delta_teta := (teta_fim - teta_inicio) / (2*nf);
for j:=1 to 2*nf do
begin
teta := teta_inicio + j*delta_teta;
x := r1;
y := 0.0;
ang := teta + gamat;
Rot_Sist_Ref (x,y,ang);

```

```

Armazena_Coordenadas_No( No(2*na, 2*(ne+nt)+j), x, y );
end
end
{Fim de Gera_Fundo}
{*****}
function x_aux_1 : Float;
{Determina a coordenada x do primeiro ponto auxiliar sobre o eixo
de simetria do dente central.}
var
x, y, teta, dist : Float;
begin
if interferencia = False
then
teta := hact / (r1 * Sin (alfa_0)) * Cos (alfa_0)
else
teta := teta_lim_e;
x := r1 / (Tan (teta + gamat) * Tan (alfa_0) + 1);
y := r1 * Tan(teta+gamat) / (Tan(teta+gamat) * Tan(alfa_0) + 1);
dist := Sqrt ( Sqr(x) + Sqr(y) );
Forneca_Coordenadas_No( No(2*na, 2*ne), x, y );
if dist > x
then
x_aux_1 := x
else
x_aux_1 := dist;
end;
{Fim de x_aux_1}

```

```

function x_aux_2 : Float;
(*****)
(Calcula o raio da circunferência limite.)
begin
x_aux_2 := r1 - 0.75*m0;
end;
(Fim de x_aux_2)

(*****)
procedure Gera_Eixo_Simetria_Dente;
(Calcula e armazena as coordenadas dos nós sobre o eixo de
simetria do dente central. O trecho superior do eixo, até o ponto de
x_aux_1, é dividido no mesmo número de partes do trecho de
evolvente do perfil. O trecho inferior, entre aquele ponto e a
circunferência limite, é dividido de acordo com o número de
divisões especificado para o trecho superior da troçoide.)
var
j : Integer;
x1,x2,x3,
x,y,delta_x : Float;
begin
(Inicio de Gera_Eixo_Simetria_Dente)
Forneca.Coordenadas_No(1,x1,y);
x2 := x_aux_1;
x3 := x_aux_2;
delta_x := (x2-x1)/(2*n);
for j := 1 to 2*n do

```

```

begin
  x := x1 + j*delta_x;
  Armazena_Coordenadas_No( No(0,j),x,y );
end;
delta_x := (x3-x2)/( 2*nt1 );
for j := 1 to 2*nt1 do
begin
  x := x2 + j* delta_x;
  Armazena_Coordenadas_No ( No(0,2*nt1+j),x,y );
end;
end;
(Fim de Gera_Eixo_Simetria_Dente)
)
(*****
procedure Gera_Segmento_Separador;
{Calcula e armazena as coordenadas dos nós sobre o segmento
que realiza a separação entre a região do dente correspondente ao
perfil de evolvente e a parte inferior, compreendendo a curva
troçoide e a circunferência de fundo. O segmento é definido pelo
ponto x_aux,1 e pelo nó do trecho de evolvente mais próximo do
centro da roda. Este segmento é também dividido em partes
proporcionais, da mesma forma que o setor direito da
circunferência de cabeça.}
var
  i,no_div : Integer;
  x1,y1,x2,y2,
  x,delta_x,
  y,delta_y : Float;

```

inferior da trocóiide e do setor direito da circunferência de pé.)
 número de divisões igual à soma do número de divisões do trecho
 circunferência. O arco é dividido em partes iguais, sendo o
 x_aux_2 e pela intersecção do eixo de simetria do vão com essa
 limite. O arco da circunferência limite é definido pelo ponto
 {Calcula e armazena as coordenadas dos nós sobre a circunferência
 procedure Gera_Circunferencia_Limite;

```

end;
end;
(Fim de Gera_Segmento_Separador)

Armazena_Coordenadas_No( No(1,2*ne),x,y );

y := y + ((2*na+1-1) div 2 + (2*na+1-1) mod 2)*delta_y;
x := x + ((2*na+1-1) div 2 + (2*na+1-1) mod 2)*delta_x;

begin
for i := 1 to 2*na-1 do
x := x1;
y := y1;
delta_x := (x2-x1)/(2*no_div);
delta_y := (y2-y1)/(2*no_div);
no_div := no_div + 1;
for i := 1 to na do
no_div := 0;
Fornece_Coordenadas_No( No(2*na,2*ne),x2,y2 );
Fornece_Coordenadas_No( No(0,2*ne),x1,y1 );
begin
(Inicio de Gera_Segmento_Separador)

```

```

Var
  J : Integer;
  X,Y : Float;

begin
  for J := 1 to 2*(nt-nt1+nf) do
    begin
      X := X_aux_2*Cos(J*PI/(Z1*2*(nt-nt1+nf)));
      Y := -X_aux_2*Sin(J*PI/(Z1*2*(nt-nt1+nf)));
      Armazena_Coordenadas_No( No(0,(2*(ne+nt1)+J)),X,Y );
    end;
  end;
  (Fim de Gera_Circunferencia_Limite)

  (*****
  Procedure Gera_Eixo_Simetria_Vao;
  Gera e armazena as coordenadas dos nós sobre o eixo de simetria
  do vão à direita do dente central. O eixo é dividido em segmentos
  com comprimento proporcional ao número de divisões especificadas
  para o setor direito da circunferência de cabeça do dente
  central.)
  Var
    i,no_div : Integer;
    x1,y1,x2,y2,
    x,delta_x,
    y,delta_y : Float;
  )

```

```

(*****)
procedure Gera_Coordenadas_Nos_Internos;
(Gera e armazena as coordenadas dos nós internos ao setor direito
do dente central. No processo, são definidos segmentos de ligação
entre nós correspondentes sobre, de um lado, o eixo de simetria
do vão e o arco da circunferência limite; do outro, sobre as
curvas evolvente, trocóiide e o arco da circunferência de re. Cada
segmento é então dividido em segmentos com comprimento
proporcional ao número de divisões especificadas para o setor
direito da circunferência de cabeça do dente central.)

```

```

end;
(Fim de Gera_Eixo_Simetria_Vao)
end;

Armazena_Coordenadas_No( No(i,2*(ne+nt+nf)),x,y );
y := y + ((2*na+1-i) div 2 + (2*na+1-i) mod 2)*delta_y;
x := x + ((2*na+1-i) div 2 + (2*na+1-i) mod 2)*delta_x;
begin
for i := 1 to 2*na-1 do
x := x1;
y := y1;
delta_y := (y2-y1)/(2*no_div);
delta_x := (x2-x1)/(2*no_div);
no_div := no_div + 1;
for i := 1 to na do
no_div := 0;
Forneca_Coordenadas_No( No(2*na,2*(ne+nt+nf)),x2,y2 );
Forneca_Coordenadas_No( No(0,2*(ne+nt+nf)),x1,y1 );
begin

```

```

var
  i,j,no_div : Integer;
  x,delta_x,
  y,delta_y,
  x1,y1,
  x2,y2 : Float;
begin
  (Inicio de Gera_Coordenadas_Mos_Internos)
  GOTOXY(1,23);
  ClrEol;
  Put_Centered_String('Determinando as coordenadas dos nos do fo.
+ ' dente.',23,2);
  GOTOXY(1,25);
  ClrEol;
  Put_Centered_String('Por favor, aguarde !!!',25,2);
  no_div := 0;
  for i := 1 to na do
    no_div := no_div + 1;
  for j := 1 to 2*(neut+nt)-1 do
    begin
      Fornece_Coordenadas_No( No(0,j),x1,y1 );
      Fornece_Coordenadas_No( No(2*na,j),x2,y2 );
      delta_x := (x2-x1)/(2*no_div);
      delta_y := (y2-y1)/(2*no_div);
      x := x1;
      y := y1;
      for i := 1 to 2*na-1 do

```



```

begin
  Armazena_Coordenadas_No( No(1,j),x,y );
  y := y + ((2*na+1-1) div 2 + (2*na+1-1) mod 2 )*delta_y;
  x := x + ((2*na+1-1) div 2 + (2*na+1-1) mod 2 )*delta_x;
end;
end;
end;
(Fim de Gera_Coordenadas_Nos_Internos)
(*****
procedure Gera_Lado_Esquerdo;
{Gera e armazena as coordenadas dos nos do setor esquerdo do dente
central. Para tanto o procedimento simplesmente recupera as
coordenadas do setor direito e multiplica o valor da coordenada y
por (-1).}
var
  i : Integer;
  x,y : Float;
  aponta_1,
  aponta_2 : Ponteiro;
begin
  (Inicio de Gera_Lado_Esquerdo)
  Put_Centered_String('Por favor, aguarde !!!',25,2);
  aponta_1 := prim;
  aponta_2 := prim;
  for i := 1 to No( 2*na,2*(neut+nt) ) do
    begin
      atual := aponta_1;
      Fornece_Coordenadas_No( i,x,y );
    end;
  end;
end;

```

```

aponta_1 := atual;
atual := aponta_2;
Armazena_Coordenadas_No( No(2*na, 2*(ne+nt+nf))+1, X, -Y );
aponta_2 := atual;
end;
GOTOXY(1, 23);
CIRE01;
GOTOXY(1, 25);
CIRE01;
end;
(Fim de Gera_Lado_Esquerdo)
(*****
Procedure Gira_Dente;
{Gera e armazena as coordenadas dos nós dos demais dentes a serem
incluídos no modelo. Para cada um deles, este procedimento
recupera todas as coordenadas dos nós do dente central e através
do procedimento "Rot_Sist_Ref" determina os valores dessas
coordenadas em um sistema de referência, rodado em relação ao
sistema de referência do dente central de um ângulo igual ao
formado entre os dois dentes em consideração.}
var
  i : Integer;
  X,Y : Float;
  aponta_1,
  aponta_2 : Ponteiro;
  str_aux : String[3];

```

```

begin
  GOTOXY(1,23);
  ClrEol;
  Str(contador, str_aux);
  Put_Centered_String('Determinando as coordenadas dos nos do
+ str_aux + 'o. dente.', 23, 2);
  GOTOXY(1, 25);
  ClrEol;
  Put_Centered_String('For favor, aguarde !!!', 25, 2);
  apontar_1 := prim;
  apontar_2 := prim;
  for i := 1 to 2*No(2*na, 2*(ne+nt+nf)) do
    begin
      atual := apontar_1;
      Fornece_Coordenadas_No( i, x, y );
      apontar_1 := atual;
      Rot_Sist_Ref(x, y, ang_rot);
      atual := apontar_2;
      Armazena_Coordenadas_No( (contador-1)*2*No(2*na, 2*(ne+nt+nf))
+1, x, y );
      apontar_2 := atual;
    end;
  GOTOXY(1, 23);
  ClrEol;
  GOTOXY(1, 25);
  ClrEol;
end;

```

```

(*****
Procedure Cria_Arq_Texto_Modelo:
(Efetua a geração automática do arquivo tipo texto, que se
constitue nos dados de entrada para o processamento do modelo
através do Sap-80.)
var
nome_arq, str_aux,
identificacao,
mensagem : String79;
i, j, k, l, e1, final,
no_final, aux, no_l,
no_j, no_k, e1,
e_type : Integer;
atual : Ponteiro;
arq : Text;
ok : Boolean;
e_mat, u_mat,
carga, fi_f, fh : Float;
const
TAM = 4;
)*****
Function Formata_Int( numero:Integer ) : String;
(Fermete a formatação dos valores inteiros, registrados no
arquivo, sempre com 4 algarismos)
const
TAM = 4;
)*****

```

```

var
temp_str : String;

begin
Str(numero:TAM;DEC,temp_str);
while ( temp_str[1] = ' ' ) and ( Length( temp_str ) > 0 ) do
begin
Str(numero:TAM;DEC,temp_str);
end;
end;

var
temp_str : String;

begin
Str(numero:TAM;DEC,temp_str);
while temp_str[1] = ' ' do
begin
Delete( temp_str,1,1);
temp_str := temp_str + ' ';
end;
end;

Format_Int := temp_str;
end;

(Fim de Formata_Int)

(Inicio de Formata_Int)

begin
Str(numero:TAM;DEC,temp_str);
while temp_str[1] = ' ' do
begin
Delete( temp_str,1,1);
temp_str := temp_str + ' ';
end;
end;

Format_Int := temp_str;
end;

(Fim de Formata_Int)

(Inicio de Formata_Float)
var
temp_str : String;
DEC = 3;
TAM = 10;
const
(*****
Function Formata_Float( numero:Float ) : String;
{Permite a formatação dos valores reais, registrados no
arquivo, sempre com 10 algarismos de 3 casas decimais.}
)

```

```

Delete( temp_str, 1, 1);
if temp_str[1] < ' ' then
  temp_str := ' ' + temp_str;
Formatata_Float := temp_str;
end;
(Fim de Formata_Float)

begin
  CDirScr;
  nome_arq := ' ';
  str_aux := ' [\Sub-dir\] NomeArq.Ext';
  identificacao := ' ';
  no_final := No( 2*na, 2*(ne+nt+nf) );
  e1_final := na*(ne+nt+nf);
  carga := 0;
  fl_f := Sqrt( Sqr( rai/( r1*cos(a)fa_0 )) - 1 ) - Tan(a)fa_0 ) + a]fa_0 - gama1;
  if nz mod 2 = 0 then
    fl_f := fl_f - PI/z1;
  e_mat := 21000.0;
  u_mat := 0.3;
  e_type := 1;
  fh := 1.0;
  repeat
    Cabecalho:
    Put_String( 'Geracao do arquivo texto com o modelo de ' +
      'elementos finitos: ', 5, 1, 2);
  until false;
end;
(Inicio de Cria_Arq_Texto_Modelo)

```

```

mensagem := 'Nome do arquivo: ';
Get_Prompted_String(nome_arq,1,62,mensagem,8,1,str_aux,9,1);
GOTOXY(1,9);
CIRcol;
mensagem := 'Identif.:';
Get_Prompted_String(identificacao,1,70,mensagem,10,1,'',11,1);
mensagem := 'Carga de contato atuante sobre o dente da ' +
'engrenagem [unidade forca] = ';
Get_Prompted_Real(carga,1,8,1,mensagem,12,1,'',13,1);
mensagem := 'Modulo de Elasticidade do material da engrenagem'
+ ' [unidade forca/mm2] = ';
Get_Prompted_Real(e_mat,1,7,1,mensagem,14,1,'',15,1);
mensagem := 'Modulo de Poisson do material da engrenagem.'
+ ' ..... = ';
Get_Prompted_Real(u_mat,1,3,1,mensagem,16,1,'',17,1);
mensagem := 'Codigo do tipo de elemento a ser usado na ' +
'modelagem..... = ';
GOTOXY(1,20);
CIRcol;
Put_String('Pressione :',20,1,2);
Put_String('[ 1 ] - Para elementos do tipo estado plano de ' +
'deformacoes.',20,13,0);
Put_String('[ 2 ] - Para elementos do tipo estado plano de ' +
'tensoes.',22,13,0);
repeat
Get_Prompted_Integer(e_type,1,1,mensagem,18,1,'',19,1);
if not (e_type in [1,2])

```

```

then
  Write(#7);
until (e_type in [1,2]);
GOTOXY(1,20);
C1FE01;
GOTOXY(1,22);
C1FE01;
if e_type = 2
then
begin
  mensagem := 'Espessura do dente [ mm ] ..... +
  ..... = ?';
  Get_Prompted_Real(th,1,7,2,mensagem,20,1,'',21,1);
end;
Put_Centered_String('Alguuma alteracao ???',24,6);
Put_Centered_String('Tecla [p] para prosseguir ou qualquer ' +
'outra tecla para retornar.',25,3);
tecla:=ReadKey;
if (tecla in ['p','P'])
then
  ok := TRUE
else
  ok := FALSE;
GOTOXY(1,24);
C1FE01;
GOTOXY(1,25);
C1FE01;
until ok;

```



```

Assign(arq.nome_arq);
Rewrite(arq);
writeln(arq.identificacao);
{ Bloco SYSTEM }
writeln(arq,'SYSTEM');
writeln(arq,'N=',2*nz*no_final,' L=1');
{ Bloco JOINTS }
writeln(arq,'JOINTS');
atual := prim;
write(arq,Format_Int(atual,no),' X=0');
writeln(arq,' Y=',Format_Float(-atual,y),' Z=';
Format_Float(atual,x));
atual := atual prox;
while atual < NIL do
begin
write(arq,Format_Int(atual,no));
writeln(arq,' Y=',Format_Float(-atual,y),' Z=';
Format_Float(atual,x));
atual := atual prox;
{ Bloco RESTRAINTS }
writeln(arq,'RESTRAINTS');
writeln(arq,'1','2*nz*no_final,' R=1,0,0,1,1,1');
writeln(arq);
{ relacao dos nos situados sobre eixos de simetria de vaos de
antes, nas extremidades do modelo gerado. }
if nz < 21

```

```

begin
then
WriteLn(arq, 'C Nos na extremidade esquerda do dente
+ ' no. 1');
WriteLn(arq, 'C No interno = 'No(0,2*(ne+nt+nf))+2*(nz-2
+ 'No(2*na,
2*(ne+nt+nf))+2*(nz-2+nz mod 2)*no_final,
' No externo = 'No(2*na,
2*(ne+nt+nf))+2*(nz-2+nz mod 2)*no_final,
' Incremento = 1');
WriteLn(arq, 'C ');
if nz = 1
then
WriteLn(arq, 'C ');
WriteLn(arq, 'C Nos na extremidade direita do dente no.
nz-1+nz mod 2);
WriteLn(arq, 'C No interno = 'No(0,2*(ne+nt+nf))+2*(nz-2
+ 'No(2*na,
2*(ne+nt+nf))+2*(nz-2+nz mod 2)*no_final,
' No externo = 'No(2*na,
2*(ne+nt+nf))+2*(nz-2+nz mod 2)*no_final,
' Incremento = 1');
WriteLn(arq, 'C extremidades do modelo gerado:');
WriteLn(arq, 'C ');
'simetria de vaos de dentes, nas');
WriteLn(arq, 'C Relacao dos nos situados sobre eixos de
+ ' =====');
WriteLn(arq, 'C =====');
begin
end
else
end
WriteLn(arq, 'C Nos na extremidade esquerda do dente
+ ' no. 'nz-nz mod 2);

```

```

WriteLn(arq, 'C No. Interno = ', No(0,2*(nt+nf) )+
(2*(nz-nz mod 2)-1)*no_final, ' No. Externo
+ ', No(2*na,2*(ne+nf) )+(2*(nz-nz mod
2)-1)*no_final, ' Incremento = 1');

end;
WriteLn(arq, 'C =====');
+ ' =====';
WriteLn(arq);

end;
( Bloco CONSTRAINTS )
WriteLn(arq, 'CONSTRAINTS');
( Ligar as duas metades de todos os dentes )
for i := 1 to nz do
begin
Write(arq, 1+(2*i-1)* no_final, ', ', No(0,2*(ne+nf) )+(2*i-1)
* no_final, ', ', 2*na+1);
Write(arq, ', 1+2*(i-1)*no_final, ', ', 1+2*(i-1)*no_final
, ', ', 0,0,0);
WriteLn(arq, ' I=0, ', 2*na+1, ', ', 2*na+1, ', ', 0,0,0);
end;
( Ligar os dentes entre si )
if nz > 1
then
begin
( Ligar o dente 2 ao dente 1 )
Write(arq, No(0,2*(ne+nf) )+2*no_final, ', ', 3*no_final);
Write(arq, ' C=0, ', No(0,2*(ne+nf) )+no_final, ', ',
No(0,2*(ne+nf) )+no_final, ', ', 0,0,0);

```



```

WriteLn(arq, 'C =====');
WriteLn(arq, 'C Relacao dos nos situados sobre a circunferencia
+ 'limite:');
WriteLn(arq, 'C ');
WriteLn(arq, 'C Rato da circunferencia limite = 'Formatata_Float
(x_aux_2), ' mm');
WriteLn(arq, 'C ');
for i := 1 to nz do
begin
WriteLn(arq, 'C Nos do setor direito do dente no. ', i, ':');
WriteLn(arq, 'C No sobre eixo do dente = ', No(0, 2*(ne+nt1)
+ 2*(i-1) *no_final, ' No sobre eixo do vao = ',
No(0, 2*(ne+nt+nf) + 2*(i-1)*no_final,
' Incremento = ', 2*na+1);
WriteLn(arq, 'C ');
WriteLn(arq, 'C Nos do setor esquerdo do dente no. ', i, ':');
WriteLn(arq, 'C No sobre eixo do dente = ', No(0, 2*(ne+nt1)
+(2*(i-1)+1) * no_final, ' No sobre eixo do vao = ',
No(0, 2*(ne+nt+nf) + (2*(i-1)+1)*no_final,
' Incremento = ', 2*na+1);
WriteLn(arq, 'C ');
for i := 1 to nz do
begin
WriteLn(arq, 'C Obs: Os g.l. do no. ', No(0, 2*(ne+nt1) ) +
(2*(i-1)+1)*no_final, ' sao dependentes dos g.l. do
+ ', No(0, 2*(ne+nt1) ) + 2*(i-1)*no_final);
end;
end;

```

```

end:
  if nz > 1
    then
      begin
        writeln(arp, 'C Obs: Os g.1. do no', No(0), 2*(ne+nt+
          nf) + 2*no_final, ' sao dependentes dos g.1.
          +', do no', No(0), 2*(ne+nt+nf) + no_final);
        aux := -1;
        for i := 3 to nz do
          begin
            writeln(arp, 'C Obs: Os g.1. do no', No(0), 2*(ne+nt+
              nf) + (2*(i-1)+1 mod 2)*no_final, ' sao
              +', dependentes dos g.1. do no', No(0),
              2*(ne+nt+nf) + (aux+1+2*(i-1 mod 2))*
              no_final);
            aux := aux+1+2*(i-1 mod 2);
          end;
        if nz = 21
          then
            begin
              writeln(arp, 'C Obs: Os g.1. do no', No(0), 2*(ne+
                nt+nf) + (2*zi-1-zi mod 2)*no_final,
                ' sao dependentes dos g.1. do no', No(0),
                2*(ne+nt+nf) + (2*(zi-2)+zi mod 2)*
                no_final);
            end;
          end;
end:

```

```

=====
WriteLn( arg, 'C =====');
+
WriteLn( arg );
( Bloco ASOLID )
WriteLn( arg, 'ASOLID' );
WriteLn( arg, 'NM=1 ETYPE=', e_type );
WriteLn( arg, '1 NUMT=1' );
WriteLn( arg, 'E=', FormatFloat( e_mat ), ' U=' );
FormatFloat( u_mat );
for l := 0 to n2-1 do
  for k := 0 to 1 do
    for j := 1 to n2+nt+nf do
      for i := 1 to na do
begin
e1 := (j-1)*na+1+k*e1_final+2*i*_final;
no_1 := No( 2*i-2+2*k, 2*j ) + k*no_final + 2*i*
no_j := No( 2*i-1, 2*j ) + k*no_final + 2*i*_final;
no_k := No( 2*i-2+2*k, 2*j-1 ) + k*no_final + 2*i*
no_final;
Write( arg, FormatInt( e1 ), ' JS=', no_1, ', no_j, ', ',
no_k );
if ( (l=0) and (k=0) ) and (j=1) ) and (i=1) )
then
WriteLn( arg, ' M=1 TH=', FormatFloat( th ) )
else
WriteLn( arg );
end;

```



```

function x_graf ( coordenada : Float ) : Integer;
  (Transforma a coordenada y de um não no sistema de referência
  ligado ao modelo, na coordenada x_graf de um "pixel"
  correspondente na tela.)
begin
  if (Abs(x_max-x_min)) >= (relaspecto*(GetMaxY/GetMaxX))*
  Abs(y_max-y_min))
  then
    x_graf := Round((GetMaxX-20)/(y_max-y_min))*(y_max -
    (x_max - x_min) * coordenada) + 10;
  else
    x_graf := GetMaxX div 2 - Round( relaspecto*(GetMaxY-20)/
    (x_max - x_min) * coordenada )
  end;
  (Inico de x_graf)
  (*****)
end;

function y_graf ( coordenada : Float ) : Integer;
  (Transforma a coordenada x de um não no sistema de referência
  ligado ao modelo, na coordenada y_graf de um "pixel"
  correspondente na tela.)
begin
  if (Abs(x_max-x_min)) >= (relaspecto*(GetMaxY/GetMaxX))*
  Abs(y_max-y_min))
  then
    y_graf := Round((GetMaxY-20)/(x_max-x_min))*(x_max -
    (y_max - y_min) * coordenada) + 10;
  else
    y_graf := GetMaxY div 2 - Round( relaspecto*(GetMaxX-20)/
    (y_max - y_min) * coordenada )
  end;
  (Inico de y_graf)
  (*****)
end;

```

```

y_graf := Round((GetMaxY-20)/(x_max - x_min))*(x_max -
coordenada)) + 10
else
y_graf := GetMaxY div 2 + Round((GetMaxX-20)/((y_max -
coordenada))*(x_max+x_min))/2-
coordenada));
end:
{Fim de y_graf}

begin
  GraphDriver := Detect;
  InitGraph(GraphDriver, GraphMode, \tpascal\graphics');
  ErrorCode := GraphResult;
  if ErrorCode <> gOK then
  begin
    WriteLn('Graphics error: ', GraphErrorMsg(ErrorCode));
    Halt(1);
  end;
  GetAspectRatio(xasp, yasp);
  relaspecto := yasp/xasp;
  atual := prim;
  while atual <> NIL do
  begin
    if atual = prim
    then
      begin
        x_max := atual'.x;
        x_min := atual'.x;
      end;
    end;
  end;
  WriteLn('Programa abortado ...');
end;
(Inicio de grafico)

```

```

i := 1 + 2*(1-1) + m + 2*n;
begin
for i := 1 + (m+2*n)*(ne+nt+nf) to (1+m+2*n)*(ne+nt+nf) do
for m := 0 to 1 do
for n := 0 to n2-1 do
SetColor(11);
{ Plota todos os elementos do modelo }
Rectangle(0,0,GetMaxX,GetMaxY);
end;
atual := atual'.prox;
end;
y_min := atual'.y;
then
if atual'.y < y_min
y_max := atual'.y;
then
if atual'.y > y_max
x_min := atual'.x;
then
if atual'.x < x_min
x_max := atual'.x;
then
if atual'.x > x_max
begin
else
end
y_min := atual'.y;
y_max := atual'.y;

```



```

Lineto(x_graf(y),y_graf(x));
Forneca_Coordenadas_No( i+1,j+1 ),(x,y);
Lineto(x_graf(y),y_graf(x));
Forneca_Coordenadas_No( i+1,j ),(x,y);
MoveTo(x_graf(y),y_graf(x));
Forneca_Coordenadas_No( i+1,j-1 ),(x,y);
Lineto(x_graf(y),y_graf(x));
aponta_2 := atual;
atual := aponta_1;
Forneca_Coordenadas_No( i+1,j-1 ),(x,y);
MoveTo(x_graf(y),y_graf(x));
Forneca_Coordenadas_No( i+1,j ),(x,y);
Lineto(x_graf(y),y_graf(x));
Forneca_Coordenadas_No( i+1,j+1 ),(x,y);
Lineto(x_graf(y),y_graf(x));
end;
atual := aponta_3;
end;
( Plota todos os nos do modelo )
atual := prim;
while atual (<) NIL do
begin
if nz = 1
then
begin
SetColor(0);
Circle(x_graf(atual'.y),y_graf(atual'.x),3);
Circle(x_graf(atual'.y),y_graf(atual'.x),2);
PutFixel(x_graf(atual'.y),y_graf(atual'.x),15);
if GraphDriver > 1
then
SetColor(14)
end;
end;
end;

```

```

else
    SetColor(15);
Circle(x_graf(Atual[9],9_graf(Atual[X],2);
end
else
    PutFixe1(x_graf(Atual[9],9_graf(Atual[X],15);
Atual := atual[prox
end;
MoveTo(1,1);
OutText('Tecla <Esc> para retornar. ');
repeat
    tecla:=ReadKey;
until tecla = #27;
CloseGraph;
end;
{Fim de grafico}
*****
begin
    TextBackground(0);
    TextColor(11);
    ClrScr;
    Mark(Inicio_heap);
    Inicializacao_Dados_Entrada;
    tecla := 'n';
repeat
    if tecla in ['n','N']
    then
        begin

```

```

Entrada_Dados;
Calculos_Iniciais;
Verifica_Interferencias;
end;
Definicao_Distribicao_Elementos;
Release(inicio_heap);
Inicializa_Coordenadas;
for contador := 1 to nz do
begin
if contador = 1
then
begin
Gera_Cabeca;
Gera_Evolventes;
Gera_Trocoide;
Gera_Fundo;
Gera_Eixo_Simetria_Dente;
Gera_Segmento_Separador;
Gera_Circunferencia_Limite;
Gera_Eixo_Simetria_Vao;
Gera_Coordenadas_Nos_Internos;
Gera_Lado_Esquerdo;
if nz mod 2 = 0
then
begin
ang_rot := PI/21;
Gira_Dente;
end;

```

```

end:
if contador > 1
then
begin
if (contador mod 2) = 1
then
ang_rot := (contador div 2) * (2*PI/z1)
else
ang_rot := -(contador div 2) * (2*PI/z1);
Gira_Dente;
end;
repeat
Clircr;
Cabecalho;
Put_String('Pressione : ',8,10,2);
Put_String(' [ a ] - Para criar o arquivo com o modelo de ' +
'elementos finitos. ',10,10,0);
Put_String(' [ g ] - Para gerar representacao grafica do ' +
'modelo na tela. ',12,10,0);
Put_String(' [ n ] - Para alterar os dados de entrada. ',14,
10,0);
Put_String(' [ d ] - Para alterar a distribuicao dos ' +
'elementos no modelo. ',16,10,0);
Put_String(' [ f ] - Para finalizar este processamento. ',18,
10,0);
repeat
tecla:=ReadKey;

```



```

until tecla in ['a', 'A', 'g', 'G', 'n', 'N', 'D', 'I', 'F', 'J'];
then
  if tecla in ['a', 'A']
  then
    Cria_Arq_Texto_Modelo
  else
    if tecla in ['g', 'G']
    then
      Grafico;
    until tecla in ['n', 'N', 'D', 'I', 'F', 'J'];
  until tecla in ['f', 'F'];
  ClrScr;
end.
(Fim do bloco principal)

```

0 - LISTAGEM COMENTADA DO PROGRAMA FSFCSV.PAS

O programa FSFCSV.PAS foi desenvolvido com o objetivo de facilitar as análises dos resultados de processamentos realizados através do programa de elementos finitos SAP-80 quando os modelos processados possuem elementos do tipo "ASOLID".

Nesses casos, um dos arquivos de saída do SAP-80, identificado pela extensão ".FSF" e que contém os valores das tensões calculadas em cada nó, é manipulado de forma a eliminar-se textos irrelevantes à análise, mantendo-se somente as estruturas das linhas de resultados, com os valores separados por vírgulas.

Esse tipo característico de arquivo é facilmente acessado por outros programas e linguagens, facilitando assim a manipulação dos dados obtidos.

Program f5fcsv: (Programa para conversao de arquivos SAP80 tipo F5F para arquivos texto tipo CSV a serem utilizados por outros programas)

```

uses
  CRT;

type
  String79 = String[79];

procedure Existe_Arq (var nome_arq:String79);
  (procedimento para verificacao da existencia de arquivo.)

```

```

const
  msg_col = 17;

```

```

var
  prim_col,prim_lin,
  ult_col,ult_lin,
  msg_lin      : Integer;
  qual_quer_arq : File;
  ok           : Boolean;

```

```

begin
  prim_col:=WhereX-Length(nome_arq);
  prim_lin:=WhereY;
  if (prim_lin>23) then
    msg_lin:=25
  else
    msg_lin:=prim_lin+2;
  repeat
    Assign(qual_quer_arq,nome_arq);
    {$I-}
    Reset(qual_quer_arq);
    {$I+}
    ok:=(IOResult=0);
    Close(qual_quer_arq);

```

```

if not ok then
  begin
    gotoxy(msg_col,msg_lin);
    write('ATENCAO !',nome_arq,' nao existe no diretorio. ');
    gotoxy(prim_col,prim_lin);
    c1reol;
    read(nome_arq);
    utt_col:=whereX;
    utt_lin:=whereY;
    gotoxy(msg_col,msg_lin);
    c1reol;
    gotoxy(utt_col,utt_lin);
  end;
  until ok;
end;

const
  USUARIO = 'COFERSUCAR';
  ELEM = 'ELEMENT';
  NO_CARAC_SEPARADOR = 74; (max. 79)
  VRG = ',';
  SEPARADOR : String79 = ',';
  CMP : Integer = 8;
  DEC : Integer = 2;

var
  car_del : Char;
  ok : Boolean;
  contador : Byte;
  no_no,cod_erro : Integer;
  syy,szz,sxx,syz,s_max,
  s_min,angulo,s_vm : Real;
  contr_elem : String[11];
  contr_usuario,titulo,
  nome_ft5f,nome_csv : String79;
  arq_ft5f,arq_csv : Text;

```

```

begin
  mensagens iniciais, entrada e verificacao dos
  arquivos.
  clrscr;
  gotoxy(7,3);
  writeln('Conversao de arquivos Sap80 tipo F5F para arquivos
  + 'Texto tipo CSV. ');
  gotoxy(1,10);
  write('Entre o nome do arquivo fonte == ');
  read(nome_f5f);
  existe_arq(nome_f5f); (verifica a existencia do arquivo)
  gotoxy(1,12);
  write('Entre o nome do arquivo destino == ');
  read(nome_csv);
  (verifica a existencia de arquivo anterior)
  gotoxy(33,24);
  write('A G U A R D E I ');
  (prepara os arquivos para leitura e gravacao.)
  assign(arq_f5f,nome_f5f);
  reset(arq_f5f);
  assign(arq_csv,nome_csv);
  rewrite(arq_csv);
  (procura o titulo do modelo Sap80 no arq. fonte e grava o
  cabecalho no arq. destino.)
  repeat
    readln(arq_f5f,contr_usuario);
    until copy(contr_usuario,2,length(USUARIO))=USUARIO;
    readln(arq_f5f,titulo);
    readln(arq_f5f);
    readln(arq_csv,titulo);
    writeln(arq_csv,titulo);
    writeln(arq_csv);
    writeln(arq_csv,'Elemento',VRG,'No',VRG,'SY',VRG,'SZZ',VRG,
    'SYZ',VRG,'S(MAX)',VRG,'S(MIN)',VRG,'Angulo',VRG,
    'S(VH)');
  for contador:=1 to NO_CARAC_SEPARADOR do
    separador:=separador + ',';
    writeln(arq_csv,separador);

```

```

{ loop principal de leitura e gravacao.}
while not EOF(arp_f5f) do
begin
{loop para encontrar a primeira ocorrencia de um numero de
elemento a partir do inicio de uma pagina de texto no
arquivo fonte.}
repeat
Read(arp_f5f, contr_elem);
if (copy(contr_elem, 2, length(ELEM))=ELEM)
then
begin
then
begin
ReadLn(arp_f5f, no_elemento);
ok:=TRUE;
end
else
begin
ReadLn(arp_f5f);
ok:=FALSE;
until ok;
ReadLn(arp_f5f);
ReadLn(arp_f5f);
{loop de leitura de dados em uma mesma pagina de texto e
gravacao desses dados.}
repeat
{#1-}
Read(arp_f5f, no_no); {tenta ler no_no.}
{#1+}
cod_erro:=IOResult;
case cod_erro of
$10 : begin {ocorreu mudanca de elemento.}
for contador:=1 to 3 do
Read(arp_f5f, car_del); {deleta tres caracteres
no_elemento.}
{#1-}
ReadLn(arp_f5f, no_elemento); {tenta ler
no_elemento.}
}
}
}

```

```

cod_erro:=IOResult;
if (cod_erro=#0) then (consequiu ler
no_lemento.)
begin
ReadLn(arp_ftf);
ReadLn(arp_ftf);
ReadLn(arp_ftf,no_no,yy,zz,sxx,yy,zz,s_max,
s_min,angulo);
s_lm:=Sqrt(Sqr(s_max)+Sqr(s_min))-(s_max*
s_min));
WriteLn(arp_csv,no_lemento:6,VRG,no_no:6,
VRG,yy:CMF:DEC,VRG,zz:CMF:DEC,VRG,
s_max:CMF:DEC,VRG,s_min:CMF:DEC,VRG,
angulo:VRG,s_lm:CMF:DEC);
end;
$0 : begin (nao ocorreu mudanca de elemento)
end;
ReadLn(arp_ftf,yy,zz,sxx,yy,zz,s_max,s_min,
angulo);
s_lm:=Sqrt(Sqr(s_max)+Sqr(s_min))-(s_max*
s_min));
WriteLn(arp_csv,no_lemento:6,VRG,no_no:6,
VRG,yy:CMF:DEC,VRG,zz:CMF:DEC,VRG,
s_max:CMF:DEC,VRG,s_min:CMF:DEC,VRG,
angulo:VRG,s_lm:CMF:DEC);
end;
end;
until ((cod_erro=#10) or EOF(arp_ftf));
end;
Close(arp_ftf);
Close(arp_csv);
end.

```

D - TABELAS DE RESULTADOS

A notação empregada nas tabelas D.1 a D.4 tem o seguinte significado:

SYX - Tensão normal na direcção global Y (perpendicular ao eixo de simetria do dente central) em $[Kg/mm^2]$

SZZ - Tensão normal na direcção global Z (paralela ao eixo de simetria do dente central) em $[Kg/mm^2]$

SYZ - Tensão de cisalhamento em $[Kg/mm^2]$

S(MAX) - Tensão principal máxima em $[Kg/mm^2]$

S(MIN) - Tensão principal mínima em $[Kg/mm^2]$

Ângulo - Ângulo formado entre a direcção da tensão principal máxima em módulo e o eixo de simetria do dente central. Valores positivos significam rotação no sentido anti-horário a partir do eixo.

SVM - Tensão equivalente de Von-Mises em $[Kg/mm^2]$.

Tabela D.1 Tensões no modelo de engraxagem com anel de espessura pequena. Lado tracionado.

Elem. No SYX SZZ SYZ S(MAX) S(MIN) Ângulo SVM
=====

36	153	0.07	12.31	-1.04	12.4	-0.02	4.82	12.41
36	162	-0.06	13.08	-0.4	13.09	-0.07	1.73	13.13
36	171	-0.24	13.86	0.2	13.86	-0.24	-0.82	13.98
40	171	-0.05	14.59	1.47	14.74	-0.2	-5.69	14.84
40	180	0.03	17.48	1.39	17.59	-0.08	-4.53	17.63
40	189	0.16	20.2	1.16	20.26	0.09	-3.31	20.22
44	189	0.02	20.25	0.97	20.3	-0.03	-2.73	20.32

Tabela D.1 Tensões no modelo de engrenagem com anel de espessura

pequena. Lado tracionado. (continuação)

Elem. No SYX SZZ SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM

44	198	0.07	22.25	0.51	22.27	0.06	-1.33	22.24
44	207	0.12	24.3	-0.05	24.3	0.12	0.12	24.24
48	207	-0.13	24.39	-0.64	24.41	-0.15	1.5	24.49
48	216	0.21	25.73	-1.47	25.82	0.13	3.3	25.76
48	225	0.51	27.25	-2.28	27.44	0.32	4.83	27.28
52	225	-0.04	27.38	-3.13	27.73	-0.39	6.43	27.93
52	234	0.81	27.96	-4.36	28.65	0.13	8.9	28.59
52	243	1.65	28.85	-5.34	29.86	0.64	10.71	29.55
56	243	0.89	29.25	-6.34	30.6	-0.47	12.05	30.84
56	252	2.31	28.77	-8.05	31.03	0.05	15.67	31.01
56	261	3.92	28.61	-9.23	31.68	0.85	18.39	31.26
60	261	3.66	29.01	-9.98	32.47	0.21	19.1	32.37
60	270	5.3	27.52	-11.88	32.68	0.14	23.47	32.61
60	279	7.4	25.98	-13.36	32.96	0.42	27.58	32.75
64	279	8.49	25.23	-13.25	32.53	1.19	28.86	31.95
64	288	9.94	23.3	-14.8	32.86	0.38	32.85	32.67
64	297	12.25	21.41	-15.96	33.43	0.22	37	33.32
68	297	14.73	18.97	-16.4	33.39	0.32	41.31	33.23
68	306	16.56	16.72	-15.32	31.96	1.33	44.85	31.32
68	315	18.01	14.47	-15.11	31.45	1.02	48.33	30.95
72	315	19.9	11.89	-15.39	31.8	-0.01	52.29	31.81
72	324	21.47	8.34	-13.19	29.64	0.18	58.23	29.55
72	333	22.71	5.88	-10.53	27.77	0.81	64.32	27.37
76	333	22.85	5.82	-8.8	26.58	2.09	67.03	25.6

Tabela D.1 Tensões no modelo de engrenagem com anel de espessura

pequena. Lado tracionado. (continuação)

Elem. No SYZ SZZ SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM

76	342	21.2	2.65	-7.65	23.95	-0.11	70.24	24.01
76	351	20.54	-0.21	-5.08	21.72	-1.39	76.94	22.45
80	351	18.28	0.92	-3.45	18.93	0.26	79.17	18.8
80	360	15.76	0.48	-2.6	16.19	0.04	80.6	16.17
80	369	13.66	-0.12	-2.26	14.02	-0.49	80.93	14.27
84	369	14.16	0.19	-2.58	14.62	-0.27	79.87	14.76
84	378	13.3	0.29	-2.17	13.66	-0.06	80.76	13.69
84	387	12.51	0.31	-2.02	12.84	-0.02	80.82	12.85
504	387	12.66	0.27	-2.43	13.12	-0.19	79.29	13.22
504	396	12.43	0.31	-2.2	12.82	-0.08	80.01	12.86
504	405	12.22	0.33	-2.05	12.56	-0.01	80.47	12.57
500	405	12.1	0.33	-2.78	12.73	-0.29	77.35	12.88
500	414	13.03	0.33	-2.37	13.46	-0.1	79.75	13.51
500	423	13.74	0.39	-1.82	13.98	0.14	82.38	13.91
496	423	15.15	0.32	-1.43	15.29	0.18	84.55	15.2
496	432	15.18	0.49	-0.71	15.21	0.45	87.24	14.99
496	441	15.47	0.57	-0.07	15.47	0.56	89.72	15.2
492	441	15.11	0.38	1.45	15.25	0.24	95.58	15.13
492	450	13.01	0.72	2.45	13.48	0.25	100.88	13.36
492	459	10.83	1.17	3.35	11.88	0.12	107.39	11.82
488	459	9.93	1.5	2.72	10.73	0.7	106.43	10.4
488	468	8.15	1.43	3.19	9.42	0.16	111.75	9.34
488	477	5.94	1.43	3.99	8.27	-0.9	120.26	8.75
484	477	5	1.93	2.66	6.53	0.4	120.01	6.34

120	540	-.07	-14.76	-1.23	.04	-14.87	-4.73	14.89
120	549	.09	-15.68	-.46	.11	-15.69	-1.67	15.75
120	558	.31	-16.67	.24	.31	-16.68	.8	16.84
124	558	.07	-17.58	1.84	.26	-17.77	5.89	17.9
124	567	-.01	-21.23	1.71	.12	-21.37	4.57	21.43
124	576	-.16	-24.65	1.38	-.09	-24.73	3.22	24.69
128	576	-.01	-24.68	1.28	.06	-24.75	2.95	24.78
128	585	-.05	-27.4	.67	-.03	-27.42	1.39	27.41
128	594	-.08	-30.15	-.14	-.08	-30.15	-.26	30.11
132	594	.19	-30.22	-.69	.21	-30.24	-1.3	30.35
132	603	-.21	-32.35	-1.8	-.11	-32.45	-3.2	32.4
132	612	-.54	-34.69	-2.99	-.28	-34.95	-4.96	34.81

=====
 Elem. No SYZ S(ZZ) SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM
 Tabela D 2 Tensões no modelo de engrenagem com anel de espessura
 pequena. Lado Comprimido.

484	486	3.82	1.75	2.4	5.4	0.17	123.33	5.32
484	495	2.51	1.34	2.48	4.47	-0.62	122.33	4.81
480	495	2.18	1.54	1.96	3.84	-0.12	130.41	3.9
480	504	1.37	1.57	1.26	2.73	0.21	137.26	2.63
480	513	0.52	0.97	0.92	1.69	-0.21	141.89	1.8
476	513	0.64	0.66	0.56	1.21	0.09	135.41	1.17
476	522	-0.18	-0.23	0.86	0.65	-1.06	134.21	1.5

=====
 Elem. No SYZ S(ZZ) SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM
 Tabela D 1 Tensões no modelo de engrenagem com anel de espessura
 pequena. Lado tracionado. (continuação)

164	756	-25.37	.2	-4.26	.89	-26.06	-80.79	26.52
164	747	-29.35	-.93	-4.91	-.1	-30.17	-80.47	30.12
164	738	-34.09	-1.8	-6.38	-.58	-35.31	-79.22	35.02
160	738	-38.36	.12	-9.48	2.32	-40.57	-76.88	41.78
160	729	-39.39	-4.88	-14.21	.21	-44.49	-70.27	44.6
160	720	-42.12	-10.62	-16.18	-3.78	-48.95	-67.11	47.17
156	720	-41.5	-11.3	-19.14	-2.03	-50.78	-64.14	49.8
156	711	-.39	-14.97	-23.39	-.69	-53.28	-58.6	52.94
156	702	-35.45	-20.37	-27.33	.44	-56.26	-52.71	56.48
152	702	-31.46	-25.1	-26.32	-1.76	-54.79	-48.44	53.93
152	693	-28.79	-28.54	-25.53	-3.13	-54.2	-45.14	52.7
152	684	-24.76	-30.89	-27.38	-.27	-55.38	-41.8	55.25
148	684	-20.43	-33.97	-25.56	-.76	-53.64	-37.58	53.26
148	675	-15.17	-35.22	-23.81	.64	-51.02	-33.58	51.34
148	666	-12.45	-37.66	-19.62	-1.74	-48.38	-28.64	47.53
144	666	-11.57	-38.5	-19.79	-1.1	-48.97	-27.89	48.43
144	657	-7.71	-39.44	-17.56	.09	-47.24	-23.95	47.29
144	648	-4.6	-40.73	-14.25	.34	-45.67	-19.13	45.84
140	648	-5.61	-39.83	-12.83	-1.33	-44.11	-18.43	43.46
140	639	-3.13	-38.97	-11.05	.01	-42.11	-15.83	42.12
140	630	-.81	-38.72	-8.52	1.02	-40.55	-12.1	41.07
136	630	-2.09	-38.15	-7.11	-.74	-39.5	-10.77	39.14
136	621	-.1	-36.26	-5.62	-.12	-37.14	-8.85	37.08
136	612	.18	-34.8	-3.94	.61	-35.24	-6.35	35.55

=====

Elem. No SYY SZZ SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM

peduena. Lado Comprimido (continuação)
 Tabela D.2 Tensões no modelo de engrenagem com anel de espessura

Tabela D.2 Tensões no modelo de engrenagem com anel de espessura

pequena. Lado Comprimido. (continuação)

Elem. No SYX SZZ SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM

168	756	-26.22	-.39	-4.75	.45	-27.06	-79.91	27.29
168	765	-24.42	-.56	-4.02	.1	-25.08	-80.69	25.13
168	774	-22.75	-.58	-3.73	.03	-23.36	-80.71	23.38
252	774	-23.02	-.52	-4.38	.31	-23.84	-79.36	24
252	783	-22.31	-.58	-3.97	.12	-23.01	-79.97	23.07
252	792	-21.62	-.61	-3.68	.02	-22.24	-80.35	22.25
248	792	-21.48	-.61	-4.81	.45	-22.54	-77.64	22.77
248	801	-22.6	-.62	-4.13	.13	-23.35	-79.71	23.42
248	810	-23.36	-.72	-3.23	-.27	-23.81	-82.03	23.68
244	810	-25.72	-.61	-2.36	-.39	-25.94	-84.68	25.75
244	819	-24.89	-.82	-1.26	-.76	-24.96	-87	24.59
244	828	-24.52	-.88	-.28	-.88	-24.52	-89.33	24.09
240	828	-23.58	-.69	1.95	-.52	-23.75	-94.82	23.49
240	837	-19.54	-.94	3.45	-.33	-20.16	-100.17	20
240	846	-15.2	-1.38	4.95	.21	-16.79	-107.8	16.9
236	846	-13.52	-2.01	3.35	-1.11	-14.43	-105.12	13.91
236	855	-10.51	-1.61	3.81	-.2	-11.92	-110.29	11.82
236	864	-6.78	-1.16	4.94	1.72	-9.66	-120.2	10.62
232	864	-5.43	-1.86	2.75	-.37	-6.92	-118.48	6.74
232	873	-3.56	-1.46	2.11	-.15	-4.87	-121.79	4.8
232	882	-1.6	-.58	1.97	.94	-3.12	-127.73	3.68
228	882	-1.57	-.65	1.43	.39	-2.62	-126.12	2.84
228	891	-.38	-.68	.38	-.12	-.94	-145.56	.89

Tabela D.3 Tensões no modelo de engrenagem com anel espesso.

Lado Tractionado.

Elem. No SY SZZ SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM

36	153	.06	12.13	-1.01	12.21	4.76	12.22
36	162	-.07	12.92	-.39	12.93	1.70	12.97
36	171	-.24	13.72	.19	13.72	-.79	13.85
40	171	-.06	14.44	1.48	14.59	-5.78	14.70
40	180	.02	17.37	1.39	17.48	-4.54	17.53
40	189	.15	20.12	1.14	20.18	-3.26	20.14
44	189	.06	22.27	.52	22.28	-1.34	22.26
44	207	.10	24.41	-.07	24.41	.17	24.36
48	207	-.14	24.51	-.63	24.53	1.47	24.61
48	216	.21	26.02	-1.49	26.10	3.30	26.04
48	225	.51	27.70	-2.33	27.90	4.87	27.75
52	225	-.06	27.85	-3.20	28.21	6.46	28.42
52	234	.84	28.62	-4.49	29.33	8.95	29.27
52	243	1.72	29.72	-5.50	30.76	10.72	30.43
56	243	.93	30.19	-6.58	31.60	12.11	31.85
56	252	2.43	29.83	-8.41	32.21	15.76	32.19
56	261	4.14	29.82	-9.61	33.02	18.40	32.56
60	261	4.00	30.29	-10.44	33.93	19.22	33.75
60	270	5.60	28.80	-12.44	34.21	23.51	34.12
60	279	7.71	27.23	-13.96	34.50	27.52	34.28
64	279	9.18	26.34	-13.90	34.09	29.16	33.40
64	288	10.40	24.37	-15.26	34.17	32.70	33.87
64	297	12.40	22.29	-16.42	34.49	36.62	34.39

496	441	7.22	.23	-.05	7.22	.23	89.60	7.11
496	432	7.51	.24	-.40	7.53	.22	86.89	7.42
496	423	7.90	.20	-.76	7.98	.12	84.42	7.92
500	423	7.14	.20	-.97	7.27	.07	82.18	7.24
500	414	7.06	.18	-1.29	7.29	-.05	79.75	7.32
500	405	6.88	.18	-1.56	7.22	-.17	77.54	7.31
504	405	6.87	.17	-1.12	7.06	-.01	80.73	7.07
504	396	7.33	.17	-1.28	7.56	-.06	80.14	7.59
504	387	7.80	.13	-1.53	8.09	-.16	79.14	8.17
84	387	7.63	.16	-1.17	7.81	-.02	81.29	7.82
84	378	8.58	.15	-1.37	8.80	-.06	81.02	8.83
84	369	9.60	.06	-1.81	9.93	-.27	79.61	10.07
80	369	9.08	-.20	-1.45	9.30	-.42	81.31	9.52
80	360	11.28	.30	-1.80	11.57	.02	80.90	11.56
80	351	13.85	.63	-2.71	14.38	.09	78.84	14.34
76	351	15.77	-.55	-4.09	16.74	-1.52	76.68	17.55
76	342	17.16	2.29	-6.49	19.60	-.14	69.45	19.67
76	333	19.63	5.31	-7.50	22.84	2.11	66.84	21.86
72	333	20.00	5.03	-9.46	24.58	.45	64.17	24.36
72	324	19.42	7.74	-12.50	27.38	-.22	57.51	27.49
72	315	18.91	11.80	-14.51	30.29	.42	51.88	30.08
68	315	17.35	14.44	-14.71	30.67	1.11	47.82	30.13
68	306	16.27	16.66	-15.44	31.90	1.03	44.64	31.40
68	297	15.05	19.34	-16.57	33.90	.49	41.32	33.66

=====

Elem. No SYY SZZ SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM

Lado Tractionado. (continuação)

Tabela D.3 Tensões no modelo de engrenagem com anel espesso.

128	594	- .13	-30.35	- .09	- .13	-30.35	- .18	30.29
128	585	- .08	-27.69	.65	- .06	-27.71	1.34	27.68
128	576	- .02	-25.07	1.23	.04	-25.13	2.81	25.15
124	576	- .18	-25.01	1.42	- .1	-25.09	3.26	25.04
124	567	- .03	-21.59	1.72	.11	-21.72	4.54	21.78
124	558	.07	-17.93	1.84	.25	-18.11	5.78	18.24
120	558	.31	-17	.25	.31	-17	.81	17.16
120	549	.09	-15.99	- .48	.1	-16.01	-1.7	16.06
120	540	- .07	-15.06	-1.27	.03	-15.17	-4.8	15.19

=====
 Elem. No SY SZZ SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM

Lado Comprimido.

Tabela D.4 Tensoes no modelo de engranagem com anel espesso.

480	495	.29	.03	.28	.47	- .14	122.41	.55
484	495	.24	.05	.39	.54	- .26	128.12	.71
484	486	.80	.31	.48	1.10	.02	121.53	1.09
484	477	1.37	.44	.69	1.74	.07	118.08	1.71
488	477	1.72	.25	1.32	2.49	- .52	120.40	2.79
488	468	2.83	.41	1.01	3.20	.04	109.99	3.18
488	459	3.74	.55	.90	3.97	.31	104.75	3.82
492	459	4.23	.34	1.45	4.71	- .13	108.31	4.78
492	450	5.62	.25	.97	5.79	.08	99.94	5.75
492	441	6.89	.20	.51	6.93	.17	94.33	6.85

=====
 Elem. No SY SZZ SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM

Lado Tractionado. (continuacao)

Tabela D.3 Tensoes no modelo de engranagem com anel espesso.

132	594	.17	-30.47	-.78	.19	-30.49	-1.46	30.59
132	603	-.26	-32.33	-1.85	-.15	-32.44	-3.29	32.37
132	612	-.62	-34.4	-2.91	-.37	-34.65	-4.88	34.47
136	612	.07	-34.58	-3.96	.51	-35.03	-6.44	35.29
136	621	-1.04	-35.54	-5.56	-.16	-36.41	-8.93	36.33
136	630	-2.12	-36.88	-6.83	-.83	-38.17	-10.73	37.76
140	630	-1.15	-37.45	-8.16	.6	-39.2	-12.1	39.5
140	639	-3.01	-37.01	-10.42	-.07	-39.95	-15.76	39.92
140	648	-5.12	-36.98	-11.92	-1.16	-40.95	-18.4	40.38
144	648	-4.96	-37.56	-12.95	-.45	-42.08	-19.23	41.86
144	657	-6.95	-35.7	-15.43	-.23	-42.42	-23.51	42.31
144	666	-9.56	-33.74	-17.3	-.54	-42.76	-27.53	42.49
148	666	-11.39	-32.65	-17.23	-1.77	-42.26	-29.17	41.4
148	675	-12.88	-30.18	-18.91	-.74	-42.33	-32.71	41.96
148	684	-15.34	-27.58	-20.31	-.24	-42.67	-36.62	42.55
152	684	-18.62	-23.93	-20.5	-.61	-41.94	-41.3	41.64
152	693	-20.08	-20.57	-19.07	-1.25	-39.4	-44.63	38.79
152	702	-21.37	-17.79	-18.13	-1.36	-37.79	-47.82	37.13
156	702	-23.24	-14.57	-17.82	-.57	-37.25	-51.84	36.97
156	711	-23.77	-9.5	-15.36	.3	-33.57	-57.46	33.72
156	720	-24.41	-6.1	-11.57	-.5	-30.01	-64.17	29.76
160	720	-23.89	-6.5	-9.12	-2.6	-27.8	-66.83	26.6
160	729	-20.74	-2.79	-7.87	.17	-23.7	-69.38	23.79
160	738	-18.92	.72	-4.94	1.89	-20.09	-76.66	21.1

=====

Elem. No SYX SZZ SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM

Lado Comprimido. (continuação)

Tabela D.4 Tensões no modelo de engrenagem com anel espesso.

232	882	.17	.21	.07	.26	.11	-127.19	.23
232	873	-.42	-.11	.23	.01	-.55	-118.05	.56
232	864	-1.03	-.26	.49	-.02	-1.27	-116.04	1.26
236	864	-1.37	-.08	1.16	.61	-2.05	-120.49	2.41
236	855	-2.59	-.33	.87	-.03	-2.89	-108.75	2.88
236	846	-3.6	-.52	.8	-.33	-3.79	-103.71	3.64
240	846	-4.17	-.28	1.49	.23	-4.67	-108.72	4.79
240	837	-5.82	-.23	.96	-.07	-5.98	-99.5	5.95
240	828	-7.31	-.23	.48	-.2	-7.34	-93.83	7.24
244	828	-7.73	-.24	-.07	-.24	-7.73	-89.5	7.61
244	819	-8.21	-.27	-.45	-.24	-8.23	-86.78	8.11
244	810	-8.8	-.23	-.84	-.15	-8.88	-84.43	8.81
248	810	-7.94	-.23	-1.09	-.08	-8.1	-82.1	8.06
248	801	-7.95	-.2	-1.45	.06	-8.21	-79.76	8.24
248	792	-7.84	-.2	-1.76	.19	-8.22	-77.62	8.32
252	792	-7.81	-.19	-1.27	.01	-8.01	-80.8	8.02
252	783	-8.41	-.19	-1.47	.07	-8.67	-80.18	8.71
252	774	-9.03	-.15	-1.77	.19	-9.37	-79.13	9.47
168	774	-8.81	-.18	-1.34	.02	-9.01	-81.4	9.02
168	765	-10.01	-.17	-1.58	.08	-10.26	-81.09	10.3
168	756	-11.29	-.06	-2.14	.33	-11.68	-79.58	11.85
164	756	-10.64	.25	-1.69	.51	-10.89	-81.41	11.15
164	747	-13.38	-.35	-2.12	-.01	-13.72	-80.98	13.72
164	738	-16.57	-.73	-3.27	-.09	-17.22	-78.8	17.18

=====

Elem. No SY SZZ SYZ S(MAX) S(MIN) Angulo SVM

Lado Comprimido. (continuação)

Tabela D.4 Tensões no modelo de engrenagem com anel espesso.

Figura D.1 Sequência numérica de nós e elementos ao longo da superfície do fundo do dente central, lado direito (traçado).

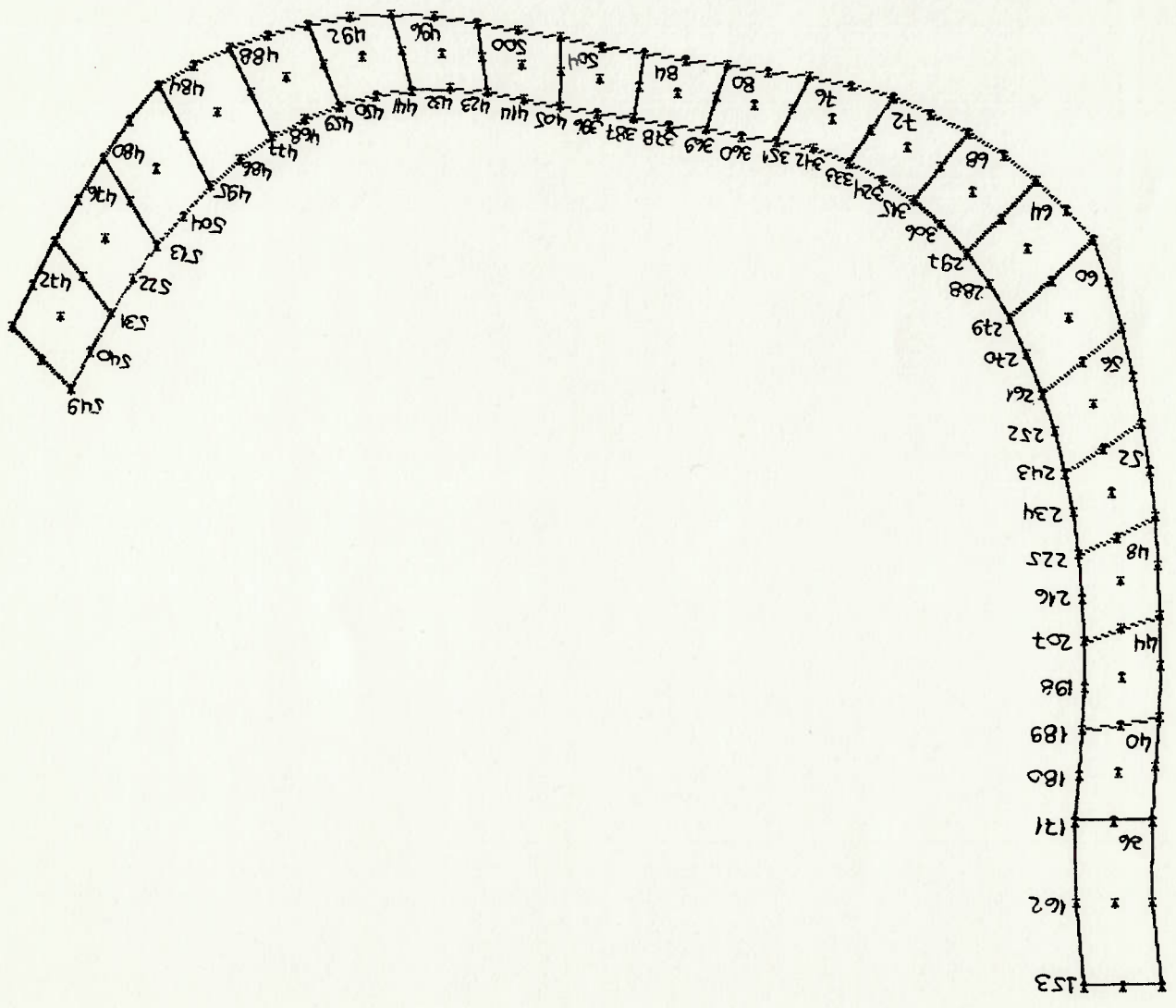
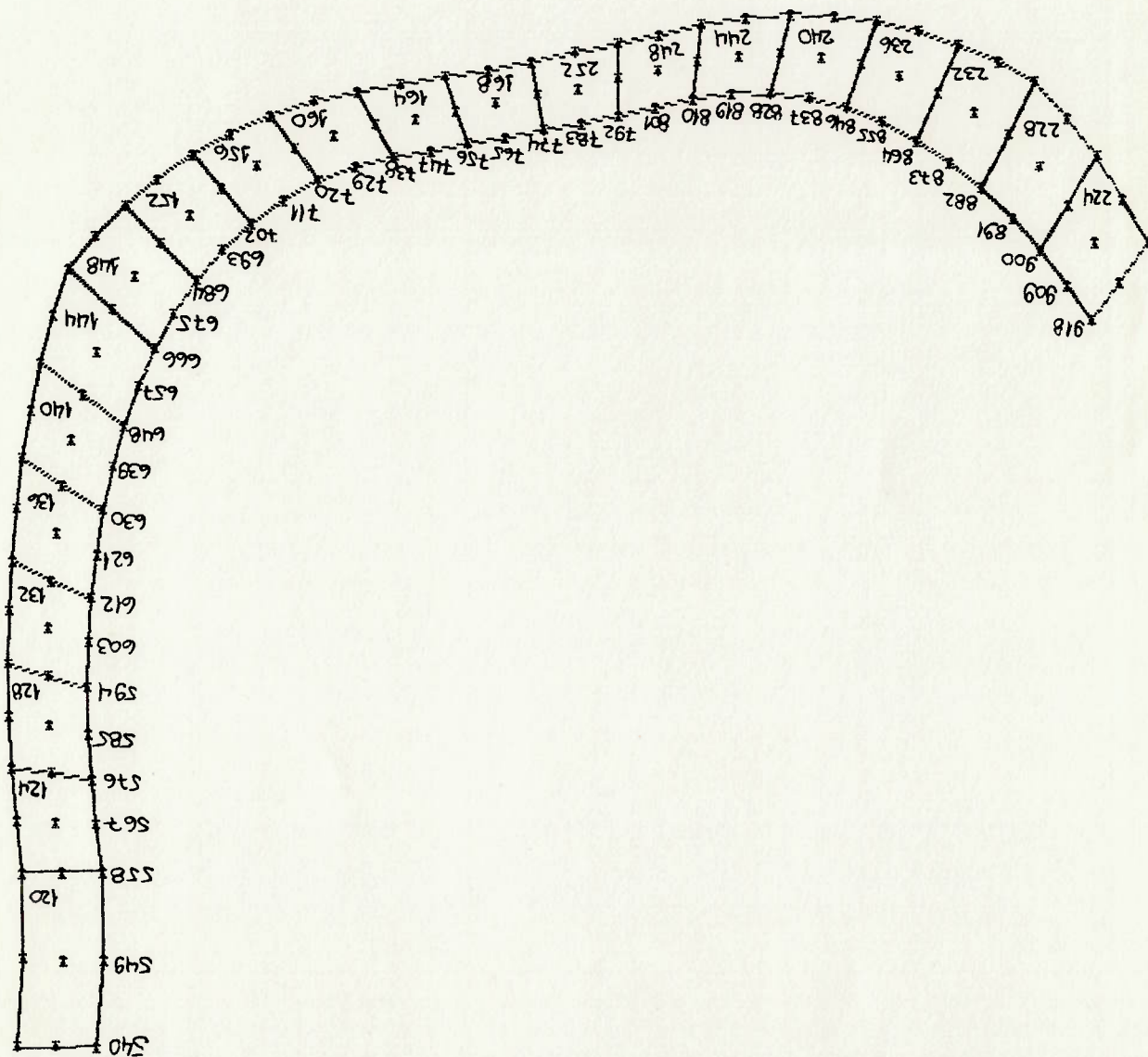


Figura D.2 Sequencia numerica de nós e elementos ao longo da superfície do fundo do dente central, lado esquerdo (comprimido).



- 1) AMERICAN GEAR MANUFACTURERS ASSOCIATION, Arlington-Va., USA
 AGMA Standard for rating the pitting resistance and bending
 strength of spur and helical involute gear teeth. AGMA Std.
 218.01, Dec. 1982. 75 p.
- 2) INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION, Suica.
 Calculation of load capacity of spur and helical gears; Part
 1 - Introduction and general influence factors. ISO/DIS
 6336/1, 1978. 125 p.
- 3) Calculation of load capacity of spur and helical
 gears; Part 2 - Calculation of surface durability (pitting).
 ISO/DIS 6336/2, 1978. 41 p.
- 4) Calculation of load capacity of spur and helical
 gears; Part 3 - Calculation of tooth strength. ISO/DIS
 6336/3, 1978. 78 p.
- 5) Calculation of load capacity of spur and helical
 gears; Part 4 - Calculation of scuffing load capacity.
 ISO/DIS 6336/4, 1978. 39 p.
- 6) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro.
 Cálculo da capacidade de carga de engrenagens cilíndricas de
 dentes retos e helicoidais; Princípios básicos e fatores de
 influência. Projeto de norma 4:04.01-008, 1986. 98 p.
- 7) Cálculo da capacidade de carga de engrenagens
 cilíndricas de dentes retos e helicoidais; Resistência
 superficial. Projeto de norma 4:04.01-009, 1986. 29 p.

- 17) ARAI, N.; HARADA, S. & AIDA, T. Research on bending strength properties of spur gears with a thin rim. Bulletin of the JSME. 24 (195) : 1642 - 50, sep. 1981.
- 18) DRAGO, R.J. An improvement in the conventional analysis of gear tooth bending fatigue strength. AGMA tech. paper P229.24, oct. 1982. 35 p.
- 19) AIDA, T. & ARAI, N. On problems for designing interference-fitted gears. In: WORLD CONGRESS ON GEARING, PARIS, FRANCE, 22-23 AND 24 JUNE, 1977. IET, Paris, 1977. p. 325-39
- 20) ERICHELLO, R. 1983 State-of-the-art review on gears: gear bending stress analysis. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design. ASME. 105 (3) : 283 - 85, sep. 1983.
- 21) BARONET, C. N. & TORDION, G. V. Exact stress distribution in standard gear teeth and geometry factors. Journal of Engineering for Industry. Trans. ASME. 95 (4) : 1159 - 63, nov. 1973.
- 22) PREMILHAT, A.; TORDION, G. V. & BARONET, C. N. An improved determination of the elastic compliance of a spur gear acted on by a concentrated load. Journal of Engineering for Industry. Trans. ASME. 96 (2) : 382 - 84, may 1974.
- 23) CARDOU, A. & TORDION, G. V. A study of spur gear geometry factor through complex potential analysis. In: PROCEEDINGS OF THE 1989 INTERNATIONAL POWER TRANSMISSION AND GEARING CONFERENCE, CHICAGO ILLINOIS 25 - 29 APRIL, 1989. New York, ASME, 1989. V.2 p.641 - 47.

- 24) ALEMANNI, M.; BERTOLIO, S. & STRONA, P. B.E.M. in gear teeth stress analysis: comparison with classical methods. In: PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GEARING & POWER TRANSMISSIONS, 1981 TOKYO, V.2 p. 177 - 82.
- 25) ODA, S. et alii. Stress analysis of thin-rimmed spur gears by boundary element method. Bulletin of the JSME, 22 (248): 593 - 99, Feb 1986.
- 26) SUN, H. et alii. Comparison of boundary element and finite element methods in spur gear root stress analysis. In: PROCEEDINGS OF THE 1989 INTERNATIONAL POWER TRANSMISSION AND GEARING CONFERENCE, CHICAGO ILLINOIS 25 - 29 APRIL, 1989. New York, ASME, 1989. V.1 p. 163 - 166.
- 27) WILCOX, L. & COLEMAN, W. Application of finite elements to the analysis of gear tooth stresses. Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, 25 (4): 1139 - 48, nov 1973.
- 28) WILCOX, L. E. & AUBLE, R. E. Three-dimensional stress analysis of meshing gear teeth. In: WORLD CONGRESS ON GEARING, PARIS, FRANCE, 22 - 23 AND 24 JUNE, 1977. Paris, IET, 1977. p. 93 - 107.
- 29) WILCOX, L. E. Finite element analysis pinpoints gear tooth stresses. Machine Design, 50 (4): 88 - 91, feb 23, 1978.
- 30) CHABERT, G.; DANG TRAN, T. & MATHIS, R. An evaluation of stresses and deflection of spur gear teeth under strain. Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, 26 (1): 85 - 93, feb. 1974.

- 31) ODA, S.; NAGAMURA, K. & AOKI, K. Stress analysis of thin rim spur gears by finite element method. Bulletin of the JSME. 24(193): 1273 - 80, July 1981.
- 32) CHANG, S. H.; HUSTON, R. L. & COY, J. J. A finite element stress analysis of spur gears including fillet radii and rim thickness effects. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design. Trans. ASME. 105(3): 327 - 330, sep 1983.
- 33) ODA, S. & MIYACHIKA, K. Effects of key on bending fatigue breakage of thin - rimmed spur gear. Bulletin of JSME. 22(232): 2279 - 86, oct 1984.
- 34) GULLIOT, M. & TORDION, G. V. Stress analysis of thin - rim spur gears by finite element method. In: PROCEEDINGS OF THE 1989 INTERNATIONAL POWER TRANSMISSION AND GEARING CONFERENCE, CHICAGO ILLINOIS 25 - 29 APRIL, 1989. New York, ASME, 1989. V 1 p. 167 - 72.
- 35) SOMPRAKIT, P.; FOURAZADY, M. & HUSTON, R. L. Effect of fitting parameters on spur gear stresses. In: PROCEEDINGS OF THE 1989 INTERNATIONAL POWER TRANSMISSION AND GEARING CONFERENCE, CHICAGO ILLINOIS 25 - 29 APRIL, 1989. New York, ASME, 1989. V 2 p. 815 - 822.
- 36) HENRIOT, G. Traité théorique et pratique des engrenages: théorie et technologie. 6 ed. [Paris]. Dunot, [1979]. 2 v.
- 37) HEFENG, B.; SAVAGE, M. & KNORR, R. J. Computer modeling of rack-generated spur gears. Mechanism and Machine Theory. Pergamon Press. 20 (4) : 351-60, 1985.

- 47) BORLAND INTERNATIONAL, Scotts Valley-Ca, USA. Turbo Pascal: Numerical methods toolbox. 1987. 277 p.
- 48) FACITTI, T. & ATKINSON, C.F. Programação e métodos computacionais. 2ª ed. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1977. 2 v.