

OK

São Paulo 1997

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Engenharia .
Área de Concentração: Engenharia Mecânica. Fluidos e Energia .

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL
ATRAVÉS DE UM FEIXE DE VARETAS COM
DESBALANÇAMENTOS NAS VAZÕES DAS ENTRADAS DE ÁGUA .**

Paulo de Lima Belisário

Paulo de Lima Belisário

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL
ATRAVÉS DE UM FEIXE DE VARETAS COM
DESBALANÇAMENTOS NAS VAZÕES DAS ENTRADAS DE ÁGUA.**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Engenharia .
Área de Concentração : Engenharia Mecânica. Fluidos e Energia .
Orientador : Prof Dr. Clemente Greco .
Professor Doutor do Departamento de Engenharia Mecânica da
Escola Politécnica da Universidade de S. Paulo .

São Paulo 1997

A memória de meus pais Ary e Maria José.
Aos meus filhos Mariana e Eduardo.
A minha esposa Maria Angélica.

Dedicatória

DEDALUS - Acervo - EPMN

31600010091

Agradecimentos

Ao meu orientador professor Dr. Clemente Greco pela valiosa e competente orientação e pela amizade demonstrada nos momentos

difíceis.

Ao CTMSP - Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo - pelo apoio

dado na realização deste trabalho.

Aos colegas da divisão de Termo Hidráulica : André, Marcelo, Sandra,

Liu, Carlos, José Carlos, Wladimir, Rogilson e Takeshi pelo agradável

convívio.

Ao Walter Ferreira e João Treco pelo apoio recebido.

Resumo

Os códigos computacionais da linha COBRA tem sido utilizados na simulação de escoamentos em sub canais de reatores do tipo água pressurizada e seus resultados foram validados face a um grande número de experimentos. Constatou-se em [4] que as simulações feitas com este código com desbalançamento de 0% / 100% nas vazões entrada de água de canais de pequeno comprimento, apresentaram resultados em desacordo com os dados experimentais.

Esta dissertação apresenta a simulação numérica do escoamento tridimensional num canal contendo um feixe de varetas, sustentado por grades de apoio e com desbalançamentos de 33 % / 67% e 0% / 100% nas vazões na entrada. Os resultados computacionais foram obtidos com o código PHOENICS 2.0.

A contribuição deste trabalho foi propor um modelo matemático para resolver as equações de conservação usando o método das porosidades. Com isso foi possível tratar um problema que envolveria a geração de uma malha computacional complexa de uma forma mais simples : usando coordenadas retangulares com menor número de pontos e viabilizando o uso dos micro computadores disponíveis.

Para os desbalançamentos de vazões 33% / 67% na entrada do canal os resultados obtidos foram concordantes com os dados experimentais [4]. Entretanto para o desbalançamento de vazões com uma seção de entrada totalmente bloqueada, (0% / 100%) verificou-se que todos os valores calculados para as velocidades axiais diferem dos dados experimentais de no máximo 10 % , exceto no ponto de coordenada $X / A = 0.86$ no qual esta diferença é no máximo 30% , sugerindo com isso que outras correlações empíricas de perdas de carga em varetas devem testadas.

ABSTRACT

The COBRA series computer codes have been widely used in simulating the flow in sub channels in typical pressurized water reactor . The results of such simulation have been validated against a large number of experimental results. However , in the case of unbalanced flow in parallel , short length , sub channels the agreement between calculated and experimental [4] values were not very good .

The present work shows numerical simulation of the three dimensional flow in a typical rod bundle with spacer grids and inlet sub channel flow unbalance of 33% / 67% and 0% / 100% . The PHOENICS 2.0 computer code was used in the flow simulations .

The contribution of this work was to propose a mathematical model to solve the conservation equations using the porosity method which allows to treat the complex grid computational problem using a simple rectangular coordinates system , in order to run the simulations with a available micro computer.

For a unbalanced flows with 33% / 67% the calculations provided a very good agreement between calculated and experimental results [4].

However for more severe unbalanced flows with a entrance section entirely blocked (0% / 100%) , it is verified that all the calculated values to axial velocities are different from experimental measures in a maximum 10% , except in point $X / A = 0.86$ which this difference is a maximum 30% ; it is meaning that other empirical correlation of pressure drop in rod should be tested

SUMÁRIO

1	1	Introdução.
4	1.1	Relevância e a contribuição do estudo.
5	2	Objetivos.
7	3	Revisão Bibliográfica.
7	3.1	Códigos computacionais usados na simulação do escoamento em canais de reatores.
10	3.2	Descrição da seção de testes.
17	4	Formulação do modelo matemático.
17	4.1	Simplificações adotadas.
18	4.2	Equação básicas.
18	4.2.1	Equação da continuidade.
19	4.2.2	Equação da quantidade de movimento.
21	4.2.3	Equações de transporte para as propriedades turbulentas.
23	4.2.4	Equação de transporte para a energia cinética turbulenta.
24	4.2.5	Equação de transporte para a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta.
28	4.2.6	Condições de contorno.
43	5	Solução numérica das equações.
43	5.1	Malha computacional.

47	5.2	Métodos Numéricos.
48	5.2.1	Discretizadas equações .
58	5.3	Localização das variáveis na malha computacional .
61	5.4	Acoplamento pressão velocidade.
63	5.5	Equações discretizadas para as condições de contorno.
73	5.6	Procedimento de solução das equações algébricas.
76	5.7	Critério de convergência .
78	6	Resultados computacionais , discussão e comparação com os dados experimentais .
78	6.1	Canal contendo duas grades com distribuição de vazões. 0% / 100% .
87	6.2	Canal contendo duas grades com distribuição de vazões 33% / 67% .
98	6.3	Canal contendo seis grades com distribuição de vazões 0% / 100% .
104	6.4	Canal contendo seis grades com distribuição de vazões 33% / 67% .
111	6.5	Canal contendo duas grades com distribuição de vazões 50% / 50% .
116	7	Conclusões e considerações finais .
118	8	Referências bibliográficas .

9	Apêndices .	122
A	Revisão do método SIMPLE.	122
B	Dedução da equação da discretização .	127
C	avaliação das perdas de cargas nos escoamentos axiais e transversais .	135

LISTA DE FIGURAS

2	Arranjo de um reator nuclear PWR .	Figura 1.1
3	Arranjo do núcleo de um reator de água. pressurizada e detalhe do elemento combustível .	Figura 1.2
6	Canal usado nas simulações numéricas .	Figura 1.3
11	Secção transversal do canal.	Figura 3.1
15	Determinação dos sub canais nos feixes de varetas com e sem barreiras .	Figura 3.2
13	Localização dos pontos de medidas das velocidades axiais .	Figura 3.3
35	Malha junto à parede 40x10x32 nós.	Figura 4.1
44	Malha computacional grossa .	Figura 5.1
49	Volume de controle elementar .	Figura 5.2
51	Volume finito em coordenadas cartesianas .	Figura 5.3
57	Posicionamento das velocidades nas faces N , S , E , W .	Figura 5.4a
58	Posicionamento das velocidades nas faces L , H , N , S .	Figura 5.4b
59	Posicionamento das velocidades nas faces N , S , L , H .	Figura 5.4c
65	Malha para a definição da condição de contorno na entrada do canal .	Figura 5.4
66	Malha para a definição da condição de contorno no plano de simetria .	Figura 5.5
69	Malha para a definição da condição de contorno na saída do canal.	Figura 5.6

80	Pressões ao longo da direção axial . Posição Y / B = 0.5	Figura 6.1
80	Z / L = 0.24 . Duas grades . 0% / 100% .	Figura 6.2
80	Pressões ao longo da direção axial . Posição Y / B = 0.5	Figura 6.3
82	Z / L = 0.74 . Duas grades . 0% / 100% .	Figura 6.4
83	Distribuição das velocidades axiais . Posição Y / B = 0.5	Figura 6.5
83	Z / L = 0.35 . Duas grades . 0% / 100% .	Figura 6.6
84	Distribuição das velocidades axiais . Posição Y / B = 0.5	Figura 6.7
84	Z / L = 0.69 . Duas grades . 0% / 100% .	Figura 6.8
85	Distribuição das velocidades transversais U . Posição	Figura 6.9a
86	Y / B = 0.5 Z / L = 0.81 Duas grades . 0% / 100% .	Figura 6.9
86	Velocidades . Posição Y / B = 0.5 . Duas grades 0% / 100%	Figura 6.10
88	Pressões ao longo da direção axial . Posição Y / B = 0.5 .	Figura 6.11
88	X / A = 0.24 . Duas grades . 33% / 67% .	Figura 6.12
91	Distribuição das velocidades axiais . Posição Y / B = 0.5	Figura 6.13
91	Z / L = 0.35 . Duas grades . 33% / 67% .	Figura 6.14
92	Distribuição das velocidades axiais . Posição Y / B = 0.5	

103	Figura 6.26	Distribuição das velocidades axiais. Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.69 . Seis grades . 0% / 100% .
102	Figura 6.25	Distribuição das velocidades axiais. Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.35 . Seis grades . 0% / 100% .
102	Figura 6.24	Distribuição das velocidades axiais. Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.35 . Seis grades . 0% / 100% .
101	Figura 6.23	Distribuição das velocidades axiais. Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.24 . Seis grades . 0% / 100% .
99	Figura 6.22	Pressões ao longo da direção axial. Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.24 . Seis grades . 0% / 100% .
99	Figura 6.21	Pressões ao longo da direção axial. Posição Y / B = 0.5 Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.52
98	Figura 6.20	Distribuição da energia cinética turbulenta. Canal com duas grades Desbalançamento 33 % 67% . Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.18 .
96	Figura 6.19	Distribuição da energia cinética turbulenta. Canal com duas grades Desbalançamento 0 % 100% . Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.52 .
95	Figura 6.18	Distribuição da energia cinética turbulenta. Canal com duas grades Desbalançamento 0 % 100% . Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.18 .
94	Figura 6.17	Distribuição da energia cinética turbulenta. Canal com duas grades Desbalançamento 0 % 100% .
93	Figura 6.16	Distribuição das velocidades axiais. Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.87 . Duas grades . 33% / 67% .
92	Figura 6.15	Distribuição das velocidades axiais. Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.52 . Duas grades . 33 % / 67 % .
		Z / L = 0.69 . Duas grades . 33% / 67% .

103	Distribuição das velocidades axiais .Posição Y / B = 0.5	Figura 6.27	Z / L = 0.52 . Seis grades . 0% / 100% .
105	Pressões ao longo da direção axial .Posição Y / B = 0.5	Figura 6.28	X / A = 0.24 . Seis grades . 33% / 67 %
105	Pressões ao longo da direção axial .Posição Y / B = 0.5	Figura 6.29	X / A = 0.62 . Seis grades . 33% / 67% .
106	Distribuição das velocidades axiais .Posição Y / B = 0.5	Figura 6.30	Z / L = 0.18 . Seis grades . 33% / 67% .
106	Distribuição das velocidades axiais .Posição Y / B = 0.5	Figura 6.31	Z / L = 0.35 . Seis grades . 33% / 67% .
107	Distribuição das velocidades axiais .Posição Y / B = 0.5	Figura 6.32	Z / L = 0.52 . Seis grades . 33% / 67% .
107	Distribuição das velocidades axiais .Posição Y / B = 0.5	Figura 6.33	Z / L = 0.69 . Seis grades . 33% / 67% .
108	Distribuição das velocidades axiais .Posição Y / B = 0.5	Figura 6.34	Z / L = 0.87 . Seis grades . 33% / 67% .
109	Velocidades Posição Y / B = 0.5 . Seis grades . 33% / 67% .	Figura 6.35	
109	Distribuição das velocidades transversais U .Posição	Figura 6.36	
110	Distribuição das velocidades transversais V .Posição	Figura 6.36a	Y / B = 0.5 , Z / L = 0.18 . Seis grades . 33% / 67% .
112	Pressões ao longo da direção axial .Posição Y / B = 0.5	Figura 6.37	X / A = 0.62 . Seis grades .50% / 50% .
113	Distribuição das velocidades axiais .Posição Y / B = 0.5	Figura 6.38	Z / L = 0.18 . Seis grades . 50% / 50% .
114	Distribuição das velocidades axiais .Posição Y / B = 0.5	Figura 6.39	Z / L = 0.35 . Seis grades . 50% / 50% .

114	Distribuição das velocidades axiais .Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.52 . Seis grades . 50% / 50% .	Figura 6.40
115	Distribuição das velocidades axiais .Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.69 Seis grades . 50% / 50% .	Figura 6.41
115	Distribuição das velocidades axiais .Posição Y / B = 0.5 Z / L = 0.87 . Seis grades . 50% / 50% .	Figura 6.42
135	Caracterização das velocidades no feixe de varetas com um arranjo quadrado	Figura c.1

Lista de Tabelas

12	Tabela 3.1	Parâmetros geométricos da seção de testes .
13	Tabela 3.2	Localização das grades espalhadoras .
15	Tabela 3.3	Parâmetros geométricos .
26	Tabela 4.1	Constantes do modelo $k - \epsilon$.
27	Tabela 4.2	Valores de ϕ_1 , S_ϕ e I_ϕ .
30	Tabela 4.3	Velocidades da água na seção de entrada (0% / 100%) .
31	Tabela 4.4	Velocidades da água na seção de entrada (33% / 67%) .
40	Tabela 4.5	Perdas de carga axiais e transversais nas varetas e termos fontes .
68	Tabela 5.1	Termos fontes para as células que contém as varetas .
72	Tabela 5.1	Equações para as condições de contorno para correção de pressão

Nomenclatura

a_1	coeficiente da equação de discretização.
A	área.
$A(p)$	função de interpolação.
C	fluxo convectivo por unidade de área.
C^{e_1}	constante empírica.
C^{e_2}	constante empírica.
C^D	constante empírica.
C^{e_3}	constante empírica.
D_h	diâmetro hidráulico.
D_v	diâmetro hidráulico volumétrico.
D	termo difusivo.
d	diâmetro da vareta.
E	constante empírica.
f_i	força de campo por unidade de massa na direção i .
f	coeficiente de atrito.
F	Fluxo convectivo.
\hat{i}	versor do sistema cartesiano na direção x .
J	fluxo através de uma superfície.
\hat{j}	versor do sistema cartesiano na direção y .
\hat{k}	versor do sistema cartesiano na direção z .
k	energia cinética turbulenta.
L	escala de turbulência.
\hat{n}	vetor normal à superfície a^m .
NX	número de malhas na direção x .
NY	número de malhas na direção y .
NZ	número de malhas na direção z .

p	pressão.
p'	correção de pressão.
P	produção de energia cinética turbulenta, número de Peclet, passo.
Pr	número de Prandtl.
Re	número de Reynolds.
Re _{Dv}	número de Reynolds referido ao diâmetro volumétrico.
R	resíduo da equação da equação diferencial.
S _φ	termo fonte.
S _c	parte da linearização de S _φ que não é multiplicada por φ.
S _p	parte da linearização de S _φ que é multiplicada por φ.
U _i	componente da velocidade instantânea segundo a direção i.
u _i	flutuação da velocidade.
\bar{U}	componente da velocidade média na direção x.
\bar{V}	componente da velocidade média na direção y.
\bar{W}	componente da velocidade média na direção z.
V ⁺ _{res}	velocidade adimensional.
V*	velocidade de atrito.
A	volume.
x _i	coordenada espacial segundo a direção i.
x	coordenada transversal.
y	coordenada transversal.
y ⁺	coordenada adimensional.
z	coordenada axial.
p	massa específica do fluido.
μ	viscosidade dinâmica.
ε	taxa de dissipação da energia cinética turbulenta.
$\underline{\rho u_i u_j}$	tensor viscosidade turbulenta.

δ_{ij}	delta de Kronecker.
ϕ_i	variável genérica.
Γ_ϕ	difusividade da propriedade ϕ_i .
ν	viscosidade cinemática.
κ	constante de Von Karman.
τ_w	tensão de cisalhamento.
δ	distância entre a parede e o ponto nodal P mais próximo.
Δp	perda de carga.
β	porosidade.
$\tau =$	tensor das tensões.
Δx	distância entre as faces oeste e este da célula das velocidades.
Δy	distância entre as faces sul e norte da célula das velocidades.
Δz	distância entre as faces inferior e superior da célula das velocidades.
(δx)	distância entre uma face e o ponto P.
Subscritos:	
aber	abertura
e	nó situado na face este da célula das velocidades
f	fluido.
ef	efetiva.
w	nó situado na face oeste da célula das velocidades , refere-se também a uma parede.
n	nó situado na face norte da célula das velocidades.
s	nó situado na face sul da célula das velocidades.
l	nó situado na face inferior da célula das velocidades.
h	nó situado na face superior da célula das velocidades.

E n^o situado na face este do ponto P.

W n^o situado na face oeste do ponto P.

N n^o situado na face norte do ponto P.

S n^o situado na face sul do ponto P.

H n^o situado na face superior do ponto P.

L n^o situado na face inferior do ponto P.

P ponto nodal P.

t refere-se ao escoamento turbulento.

tx transversal segundo a direçã^o x.

ty transversal segundo a direçã^o y.

tz transversal segundo a direçã^o z.

xy área perpendicular à direçã^o z.

xz área perpendicular à direçã^o y.

zy área perpendicular à direçã^o x.

ϕ refere-se à propriedade ϕ .

Super escritos

* refere-se à velocidade de atrito.

+ adimensional.

Simbolos especiais

> indica propriedade média no volume.

$|-F_e, 0|$ Simbolo que indica, por exemplo, que se deve tomar o maior valor entre $-F_e$ e 0.

{ } indica propriedade média na área.

Abreviaturas.

PWR água pressurizada .

I INTRODUÇÃO

O reator de água pressurizada é a parte de uma central nuclear onde a dissipação térmica da fissão de núcleos atômicos é utilizada para a produção do vapor que aciona um conjunto turbo gerador. Deste modo, o reator nuclear tem papel análogo às caldeiras a carvão, a óleo combustível ou a gás existentes nas centrais termo elétricas convencionais.

A pressão e a temperatura operacionais são ajustadas de tal maneira que o refrigerante permaneça no estado líquido, aproveitando-se assim o intenso poder de refrigeração da água pressurizada.

A figura 1.1 mostra o vaso de pressão de um reator onde o corpo cilíndrico é feito de anéis forjados sem costura sendo que o fundo e o tampo são hemisféricos feitos de chapa forjada. A superfície interna é revestida com material resistente à corrosão e a estrutura de suporte do núcleo está suspensa a partir do flange superior, o núcleo do reator é removível pela parte superior do vaso de forma a possibilitar a recarga de elementos combustíveis.

A figura 1.2 mostra o arranjo típico do núcleo do reator que é composto por varetas de elementos combustíveis que são constituídos por tubos de “zircaloy” soldados e estanques, contendo pastilhas de dióxido de urânio UO_2 enriquecido com U - 235 na faixa de 3% a 4%. Uma certa quantidade destas varetas está unida através de um feixe dispostos segundo um arranjo quadrado e com espaçamento equidistante entre os elementos combustíveis.

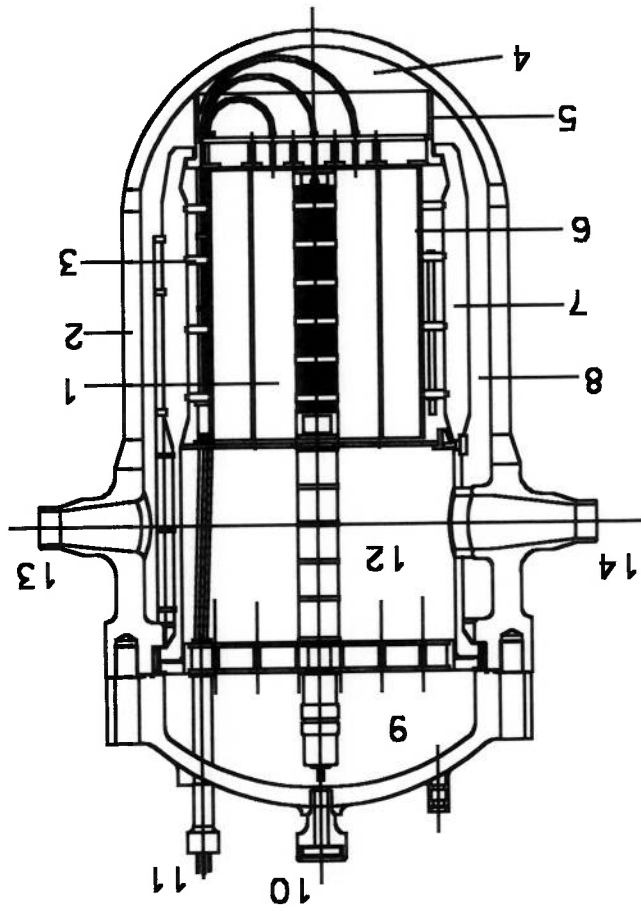


Figura 1.1 Esquema simplificado de um reator de água pressurizada

- 1 - núcleo do reator
- 2 - vaso do reator
- 3 - suporte da chicana
- 4 - câmara inferior
- 5 - saia
- 6 - chicana
- 7 - barril
- 8 - canal descendente
- 9 - câmara superior
- 10 - mecanismo de apoio das barras.
- 11 - instrumentação
- 12 - estrutura guia da barra de controle
- 13 - bocal de entrada de água
- 14 - bocal de saída de água

Observando a figuras 1.1 e 1.2 nota-se que água de resfriamento do reator entra pelo bocal 13, escoia pelo canal descendente 8 até a câmara inferior 4, atravessa o núcleo do reator 1 até a região das estruturas guias das barras de controle 12 e sai pelo bocal 14. Os bocais de entrada e saída estão defasados em 90 graus um do outro e 22,5 graus em relação ao eixo de simetria do núcleo.

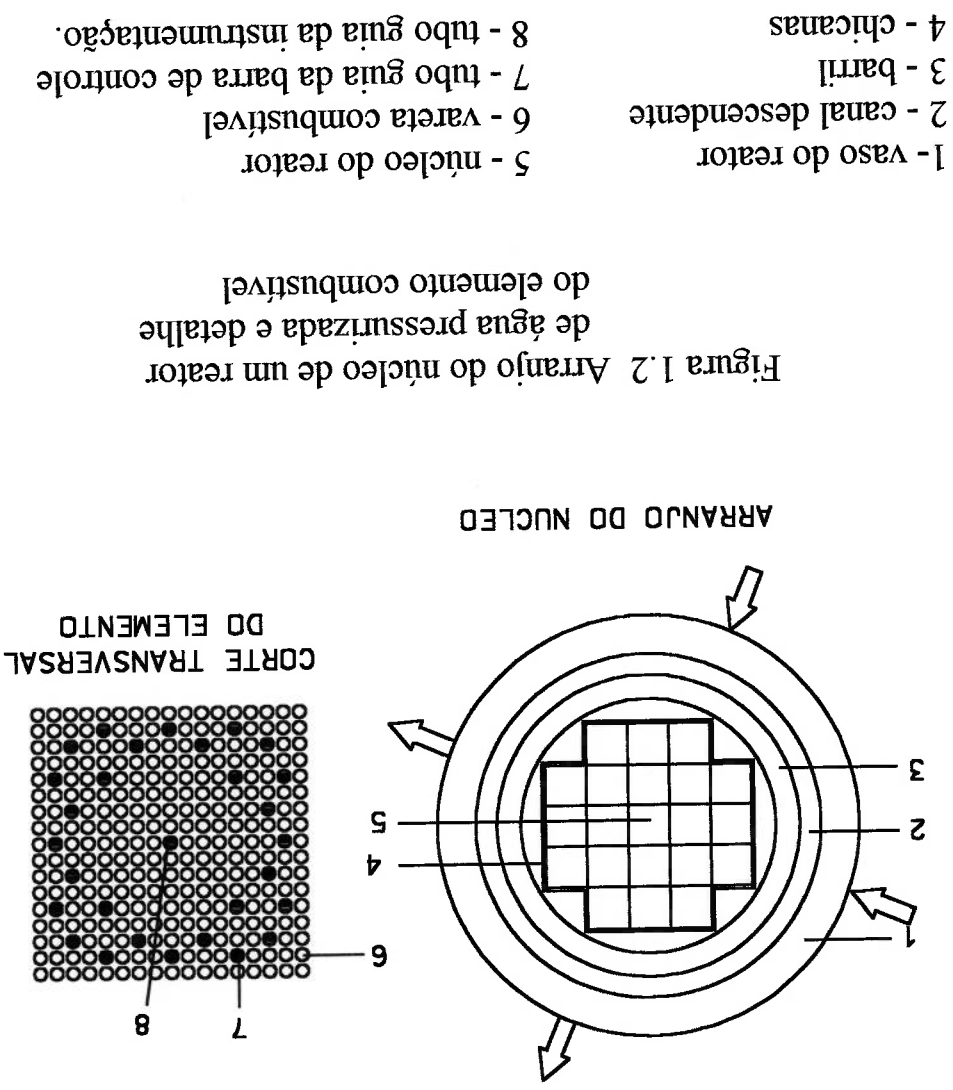


Figura 1.2 Arranjo do núcleo de um reator de água pressurizada e detalhe do elemento combustível

- 1 - vaso do reator
- 2 - canal descendente
- 3 - barril
- 4 - chicanas
- 5 - núcleo do reator
- 6 - vareta combustível
- 7 - tubo guia da barra de controle
- 8 - tubo guia da instrumentação.

1.1 Relevância e a contribuição do estudo

A localização dos bocais de entrada de água conforme mostrado nas figuras 1.1 e 1.2 induz a um desbalançamento nas vazões de água que escoam através dos elementos combustíveis. Este desbalançamento das vazões na entrada do núcleo do reator faz com que as componentes das quantidades de movimento transversais não sejam desprezíveis face à componente axial; devido a isso o escoamento é recirculativo em determinadas regiões do núcleo afetando a troca de calor das varetas combustíveis com a água e portanto a distribuição de temperatura e entalpia do fluido que são propriedades calculadas em função das velocidades de escoamento.

A relevância do estudo está no fato que as propriedades entalpia e temperatura afetam análise do fluxo crítico de calor que é um dos principais parâmetros de projeto do núcleo.

Em princípio para simular o escoamento tridimensional num canal com varetas circulares e grades retangulares internas é necessário a implementação de um sistema de coordenadas complexo, orientado de acordo com as fronteiras. Este sistema gera malhas que posteriormente são transformadas em malhas retangulares usadas para resolver o escoamento [17]. Este procedimento de difícil convergência exige computadores de alta velocidade e com grande capacidade de armazenamento.

A contribuição deste trabalho consistiu na proposição de um modelo matemático para resolver as equações de conservação usando o método das simples usando coordenadas retangulares e um menor número de nós. Deste modo viabiliza-se o uso do micro computador disponível.

2 Objetivos

Pela análise da bibliografia [4] constata-se que os códigos computacionais COBRA usados para simular o escoamento em canais com desbalançamentos de vazões com 33% / 67% apresentaram resultados bastante diferentes dos dados experimentais e com 0% / 100% ocorrem instabilidades numéricas não verificando portanto a convergência.

A necessidade então de obter informações sobre a distribuição de velocidades e pressões quando existem recirculações devido principalmente aos desbalançamentos de vazões na entrada de canais com feixes de varetas de pequeno comprimento ($> 3.5 \text{ m}$) é a principal motivação deste trabalho que será desenvolvido usando um caminho alternativo de forma a eliminar as restrições dos códigos COBRA .

Para isso objetiva-se simular numericamente o escoamento tridimensional em um canal no qual está inserido um feixe contendo 8×4 varetas com 1195 mm de comprimento e diâmetro 9.8 mm dispostas segundo um arranjo quadrado.

A figura 1.3 mostra um arranjo esquemático deste canal que possui duas entradas de água situadas na sua parte inferior onde serão simulados os desbalançamentos de vazões . O escoamento da água ocorre então no espaço compreendido entre varetas e a sua saída pela parte superior do canal. Para a sustentação das varetas serão instalados e simulados separadamente o escoamento em dois arranjos sendo um com duas e o outro com seis grades de apoio.

As distribuições de velocidades e de pressões obtidas serão então comparadas com os resultados experimentais determinados por Franco [4] para as condições de entrada de água com ou sem desbalançamentos de vazões. As simulações serão feitas , utilizando o código PHOENICS 2.0 [16] ; suas possibilidades e limitações serão também verificadas neste trabalho.

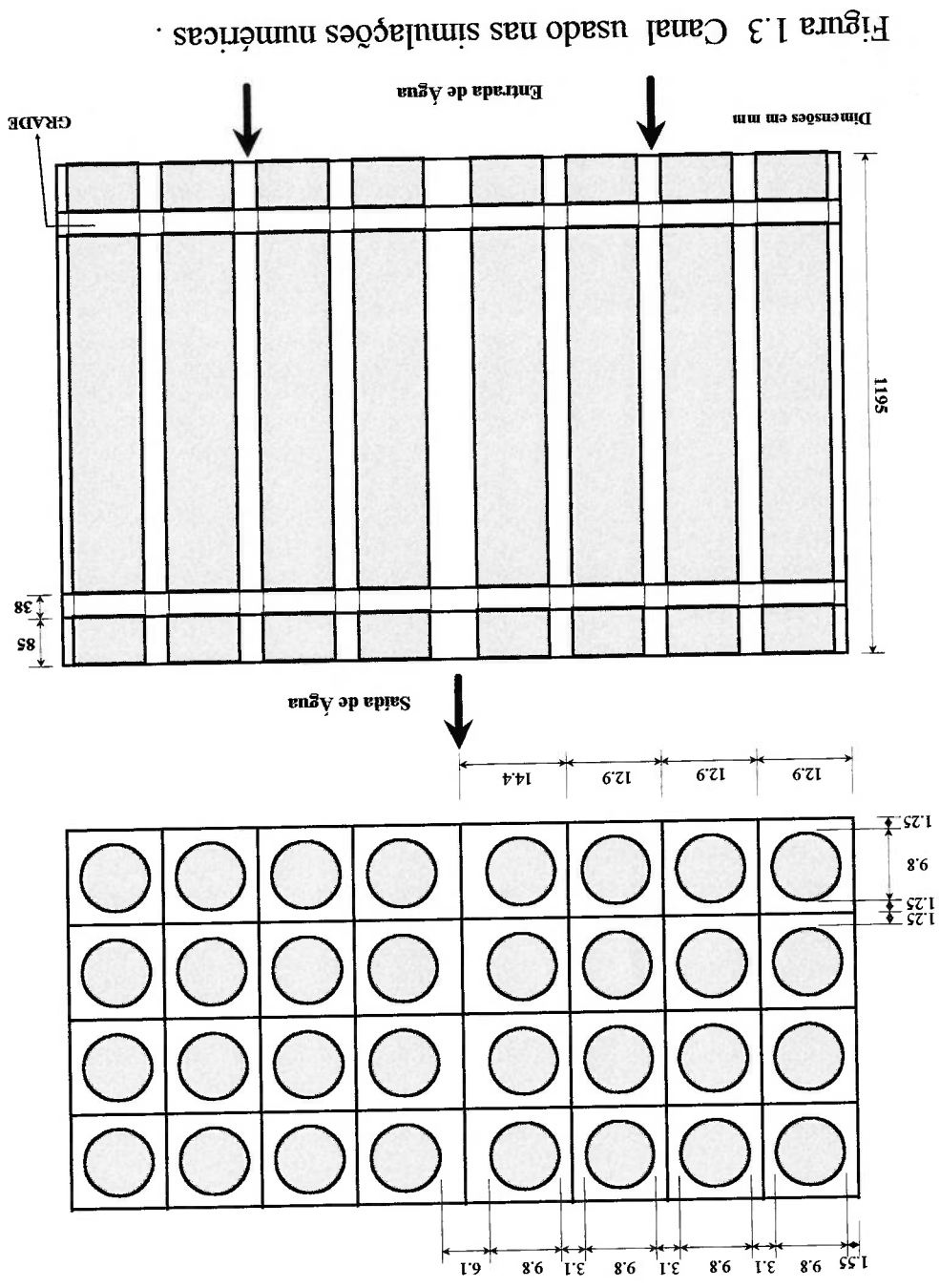


Figura 1.3 Canal usado nas simulações numéricas .

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo inicialmente serão revisados os métodos numéricos usados nos códigos computacionais específicos para os estudos de escoamento e transferência de calor em canais de reatores em seguida será feita uma breve descrição da seção de testes do experimento desenvolvido por Franco [4] na qual foram obtidos os resultados que serão usados para validar as simulações computacionais feitas nesta dissertação.

3.1 Códigos computacionais usados na simulação do escoamento em canais de reatores.

A simulação numérica do escoamento e da transferência de calor em feixe de varetas de reatores nucleares tem sido objeto de diversos códigos computacionais onde se procura verificar sua validação com os dados experimentais.

Apesar do grande número de códigos desenvolvidos, Weisman e Bowring [27] mostram que todos são muito semelhantes, tanto no equacionamento quanto no método numérico utilizado.

Os códigos da linha COBRA tem sido amplamente utilizados na simulação de escoamentos em sub canais de reatores do tipo água pressurizada e seus resultados foram validados face a um grande número de experimentos. Nesses códigos o procedimento clássico é tratar o escoamento como unidimensional na direção axial, fazendo balanços integrais de massa, quantidade de movimento e energia que levam em conta os fluxos transversais nos canais. No código

A integração das equações básicas é feita em regime permanente usando a técnica do falso transiente, isto é, partindo-se da solução fornecida inicialmente através de um esquema implícito, calcula-se explicitamente o campo de velocidades para os instantes seguintes repetindo-se o cálculo até que

reator nuclear. desbalançamentos que podem ocorrer nas condições de entrada de água do desta forma a análise de escoamento com recirculações que surgem devido aos as velocidades transversais desprezados, então, no COBRA 3; possibilitando desenvolvida especificamente de forma a incluir os termos convectivos devido A versão do código COBRA 4 conforme mostrado por Stewart [21] foi recirculações e desta forma praticamente caiu em desuso.

limitado à análise de problemas termo hidráulicos que não envolvesse das vazões de água na entrada do reator; com isso este código ficava então situação que induza o surgimento de recirculações devido ao desbalançamento Estas simplificações entretanto impedem a simulação correta de qualquer conforme mostrado em [18].

acima descritas podem ser obtidas através de uma análise de ordem de grandeza componentes das velocidades nas direções transversais x e y. As aproximações Onde W é a componente da velocidade na direção axial z e U e V são as

$$(3.1) \quad \frac{\partial W}{\partial x} \gg \frac{\partial U}{\partial y} \gg \frac{\partial W}{\partial z} \gg \frac{\partial V}{\partial z}$$

quando comparados com a convecção axial, isto é, movimento transversal de forma que os termos convectivos são desprezíveis COBRA 3 [18] são feitas simplificações nas equações da quantidade de

as variações de velocidades sejam desprezíveis indicando deste modo, que o regime permanente foi atingido. Os detalhes referentes ao equacionamento e o algoritmo de cálculo estão mostrados em [21].

Conforme mostrado por Wheeler [26] nos núcleos com varetas de grande comprimento, cerca de 3.5 m, a distribuição axial de potência é aproximadamente cossenoidal e portanto o desbalançamento de vazões na entrada do reator, não afeta sensivelmente o valor e o local da ocorrência do fluxo crítico de calor, ainda que o escoamento nessa região não esteja completamente desenvolvido. Isto se deve ao fato que ao longo do comprimento das varetas o escoamento é predominante axial e portanto o fluxo crítico de calor ocorrerá acima da metade deste comprimento.

Entretanto as simulações numéricas obtidas por Franco [4] com desbalançamentos de 33% / 67% e 0% / 100% nas vazões de entrada de água utilizando o código COBRA 4, apresentaram resultados bastante diferentes dos dados experimentais obtidos na seção de testes dos sub canais com feixe de varetas de pequeno comprimento.

- Código PHOENICS 2.0

O código PHOENICS 2.0 usado neste trabalho é de natureza mais geral sendo capaz de simular qualquer problema de escoamento e de transferência de calor. A descrição da geometria do escoamento pode ser feita em coordenadas cartesianas retangulares, cilíndricas ou malhas que acompanham as fronteiras do escoamento. Podem ser simulados escoamentos incompressíveis ou compressíveis e também mono ou bifásicos.

O método dos volumes finitos e o algoritmo SIMPLE usados neste código estão revisados no capítulo 3.

A organização deste código , a definição das suas variáveis e a forma de utilizá-lo está apresentada com detalhes em [16].

A limitação deste código é capacidade e a memória do computador usado.

Conclui-se pelo exposto na revisão bibliográfica , que é plausível a procura de um caminho alternativo para simular numericamente o escoamento com desbalanceamentos de vazões de água nas entradas de canais contendo feixes de varetas , com isso pode-se ampliar as propostas dos códigos COBRA .

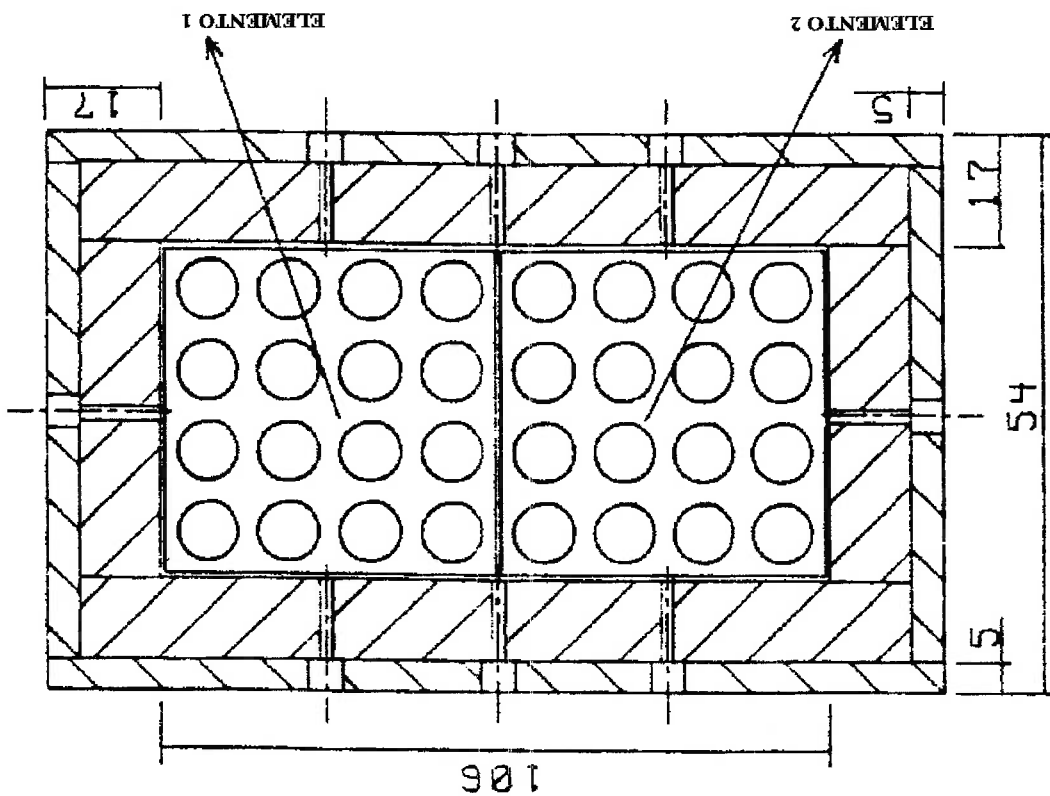
3.2 Descrição da seção de testes

Para simular um escoamento predominantemente axial mas com intensa componente das quantidades de movimento transversais , foi usada uma seção de testes que consiste de dois feixes com 8 varetas cada um agrupados em um arranjo quadrado de 4x4 , presos por grades localizadas em diversas posições ao longo da direção axial conforme mostrado de forma esquemática na figura 1.3 .

Usando água como fluido de trabalho foram medidas as distribuições de velocidades e pressões na temperatura ambiente considerando números de Reynolds variando de 1000 a 30000 . O número de Reynolds nos experimentos definido para a seção de testes é determinado considerando a vazão média de água e na dimensão característica é usado o diâmetro hidráulico da seção . Os

Os feixes estão presos na extremidade por bocais e uma folga de projeto entre eles permite a realização de diversos ensaios colocando-se uma chapa entre eles ao longo de todo o comprimento das varetas de forma a impedir o escoamento entre os dois elementos de 4x4. Com isso é possível simular as condições de desbalanceamentos de vazões na entrada do canal.

Figura. 3.1 Secção transversal do canal



feixes de varetas foram colocados em um duto retangular de acrílico cuja seção transversal está mostrada na figura 3.1.

As dimensões dos principais parâmetros geométricos da seção de teste estão

mostrados na tabela 3.1.

Tabela 3.1 Parâmetros geométricos da seção de testes

Parâmetro	Valor
A Lado menor do duto (mm)	54.0
B Lado maior do duto (mm)	106
L Comprimento do duto (mm)	1440
N Número de elementos	2
NV Número de varetas por feixe	16
P/d Razão passo diâmetro	1.32
H Comprimento das varetas mm	1195
NG Número de grades por elemento	6
HG Altura das grades (mm)	38
d Diâmetro das varetas (mm)	9.8

A tabela 3.2 mostra a localização das grades espagadoras ao longo do comprimento do canal considerando uma montagem com duas grades e seis grades espagadoras .

Tabela 3.2 Localização das grades espagadoras

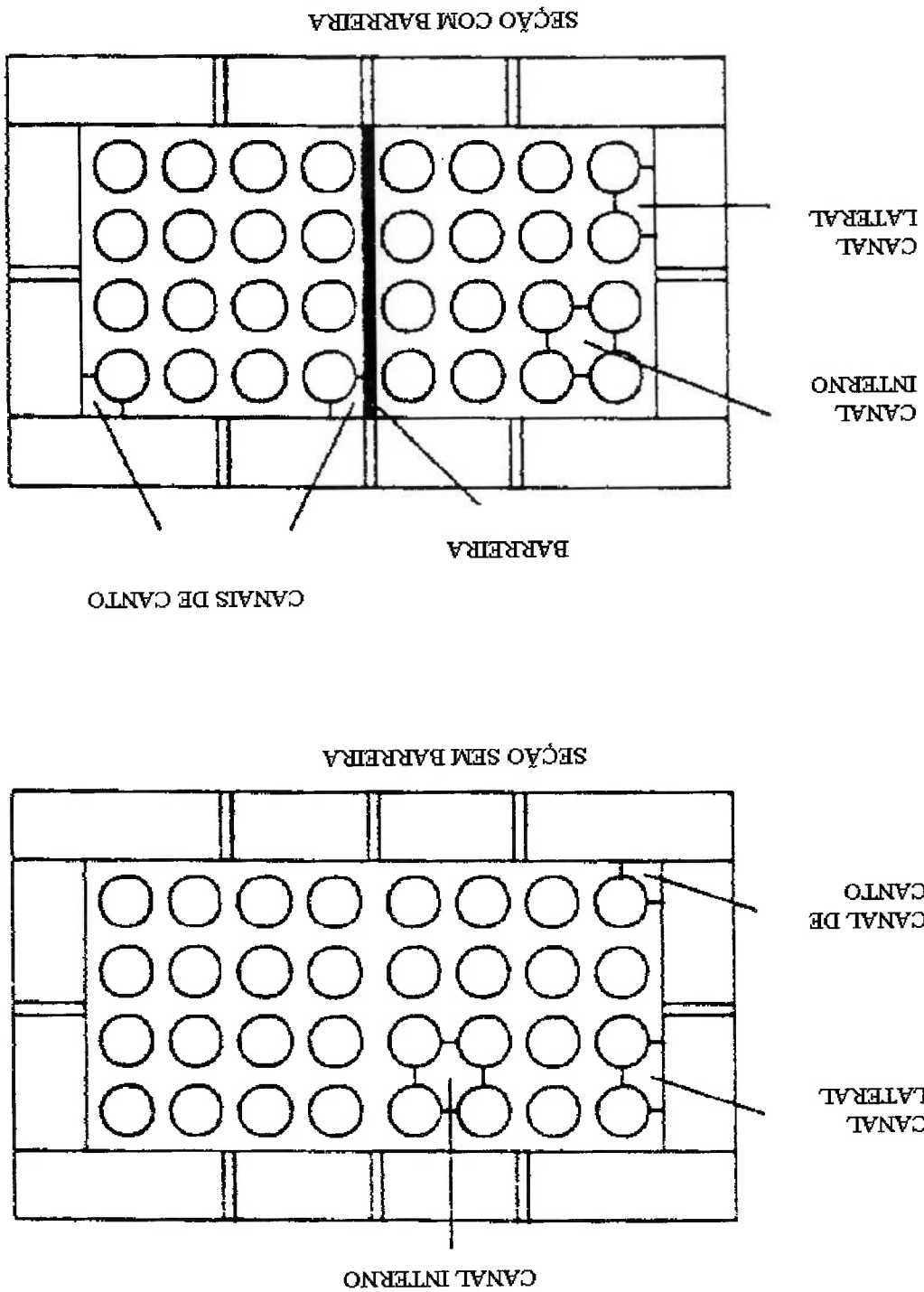
Montagem com duas grades

Montagem com seis grades

Número da grade	Montagem com duas grades		Montagem com seis grades	
	Posição axial mm	Posição relativa (Z/L)	Posição axial mm	Posição relativa (Z/L)
1	85.0	0.071	85	0.071
2			290.0	0.243
3			495.0	0.414
4			700.0	0.586
5			905	0.757
6	1100	0.929	1110	0.929

As posições axiais das grades espagadoras são dadas a partir do início o feixe de varetas até sua linha de centro, sendo sua altura de 38.0 mm conforme mostrado de forma esquemática na figura 1.3. A colocação de barreira entre dois feixes de varetas dá origem a diferentes número dos diversos tipos de sub canais conforme mostrado na figura 3.2 .

Figura. 3.2 Determinação dos sub canais nos feixes de varetas com e sem barreiras



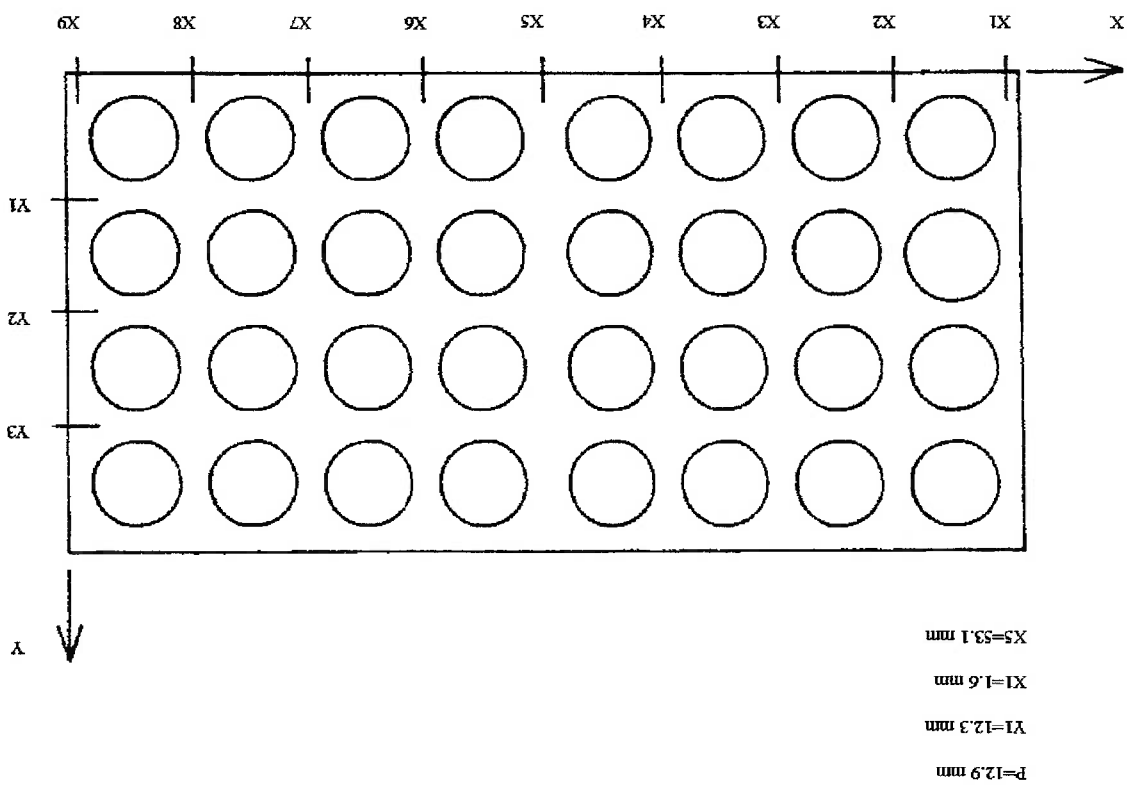
A tabela 3.3 mostra os parâmetros geométricos usados no experimento e na entrada de dados das simulações. Considera-se os canais com e sem barreiras.

Tabela 3.3 Parâmetros geométricos

Parâmetro	Canal sem barreira	Canal com barreira
Área de escoamento	3292 mm ²	3252 mm ²
Diâmetro hidráulico	10.28 mm	9.34 mm
Número dos sub canais	21	18
internos		
Número de sub canais	20	24
laterais		
Número de sub canais	4	8
de canto		

As velocidades axiais do escoamento em cada sub canal foram medidas com o sistema de anemometria laser. A figura 3.3 mostra as localizações dos pontos onde foram feitas as leituras das medidas das velocidades, em relação aos eixos cartesianos X e Y da seção transversal.

Figura 3.3 Localização dos pontos de medida das velocidades axiais



4 FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

Neste capítulo será desenvolvido um modelo matemático para simular numericamente o escoamento na seção de testes de um canal retangular composto por 8x4 varetas de pequeno comprimento sendo que a sua geometria está mostrada na figura 1.3.

Inicialmente serão apresentadas as simplificações do modelo e em seguida serão revisadas as equações básicas utilizadas para a descrição matemática do escoamento juntamente com o modelo de turbulência $k-\epsilon$.

4.1 Simplificações adotadas no modelo

Considera-se em princípio as seguintes simplificações :

- i simetria axial.
- ii escoamento incompressível.
- iii fluido stokesiano.
- iv estado estacionário.
- v escoamento isotérmico.
- vi viscosidade isotrópica.
- vii propriedades uniformes.
- viii o efeito gravitacional atua

na direção do eixo dos z no sentido negativo.

4.2 Equações que governam o escoamento no feixe de varetas

Nesta seção apresentar-se-á as equações que governam o escoamento de água num canal retangular composto por 8×4 varetas .

Estas equações serão colocadas na forma conservativa de forma a representar os balanços de massa e de quantidade de movimento envolvidos no escoamento.

Considerando o escoamento turbulento , faz-se necessário também definir um modelo de turbulência . Nos códigos COBRA [18] e [21] foi adotado o modelo do comprimento de mistura de Prandtl adequado para os escoamentos predominantemente axiais e sem recirculações .

Considerando a existência de recirculações no escoamento devido aos desbalanceamentos de vazões, será investigado neste trabalho o comportamento do modelo $k-\epsilon$ proposto por Harlow e Nakayama [11] .

As equações básicas que simulam o escoamento são a da continuidade , da conservação da quantidade de movimento e as representativas do modelo de turbulência $k-\epsilon$ adotado ; estas equações em conjunto com as relações constitutivas pertinentes ao fluido stokesiano fazem o fechamento do problema do escoamento no canal.

4.2.1 Equação da continuidade

Seja U_1 a velocidade instantânea e ρ a massa específica a equação da continuidade pode ser escrita da seguinte forma:

Onde

$$(4.4) \quad \frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + \rho f_i$$

Considerando as hipóteses referentes ao fluido feitas em (4.1) a equação da quantidade de movimento pode ser escrita da seguinte forma :

4.2.2 Equação da quantidade de movimento

$$(4.3) \quad \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{U}_i) = 0$$

média.

(4.1) obtém-se a equação da continuidade expressa em função da velocidade nos escoamentos incompressíveis. Substituindo o valor de U_i na equação A decomposição acima é chamada de decomposição de Reynolds e é usada

$$(4.2b) \quad \bar{u}_i = 0$$

com

$$(4.2a) \quad U_i = \bar{U}_i + u_i$$

flutuação u_i ou seja :

A velocidade U_i , assim como as grandezas escalares, podem ser decompostas num valor médio \bar{U}_i (independente do tempo) e numa

$$(4.1) \quad \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0$$

U_i	velocidade instantânea .
p	pressão .
ρ	massa específica do fluido .
f_i	força de campo .
μ	viscosidade dinâmica .

A viscosidade turbulenta definida a partir das tensões de Reynolds e das taxas de deformação é dada pelo modelo de Boussinesq, conforme mostrado por Rodi [19]; a expressão deste tensor é a seguinte :

$$\overline{p u_i u_j} = \mu_{turb} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.5)$$

Substituindo o valor de U_i da decomposição de Reynolds dada pela equação (4.2a) e o valor dos tensões de Reynolds dado por (4.5) a equação da quantidade de movimento (4.4) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial(\overline{\rho U_i U_j})}{\partial x_j} = - \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_{gr} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.6)$$

Por simplicidade abandonam-se as barras representativas das grandezas médias e escreve-se novamente as equações da continuidade (4.3) e da quantidade de movimento (4.6), entendendo que se tratam de equações que expressam sempre as médias de velocidades e das propriedades escalares.

Assim ter-se-á :

Neste trabalho o modelo adotado é o $k-\epsilon$ onde k é a energia cinética turbulenta e ϵ é a sua taxa de dissipação.

O valor da viscosidade turbulenta μ_t não é um propriedade do fluido, pois depende intensamente de seu movimento sendo portanto determinado pela estrutura da turbulência no ponto em questão. O valor desta viscosidade é calculado através de um modelo de turbulência adequado, sendo que uma revisão bem detalhada destes modelos pode ser encontrada em Rodi [19].

$$\mu_{ef} = \mu + \mu_t \quad (4.9)$$

De acordo com Boussinesq a tensão turbulenta ou tensão de Reynolds pode ser calculada usando as mesmas relações existentes entre as várias tensões encontradas nos fluidos newtonianos, bastando trocar a viscosidade molecular do fluido pela viscosidade efetiva que é dada por:

4.2.3 Equações de transporte para as propriedades turbulentas

$$\frac{\partial(\rho U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.8)$$

• Equação da quantidade de movimento

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (4.7)$$

Equação da continuidade

O modelo de turbulência k-ε é um dos modelos de duas equações que foi proposto inicialmente por Harlow e Nakayama [11] que o descreveram em função de uma única velocidade e de uma escala de turbulência. Admite-se neste modelo que a velocidade de turbulência pode ser caracterizada pela raiz quadrada da energia cinética turbulenta ou seja:

$$k = \overline{u_i u_i} / 2 \quad (4.10)$$

e a escala de turbulência suposta isotrópica e com o espectro de energia em equilíbrio é dada por :

$$\varepsilon = \frac{L}{k^{3/2}} \quad (4.11)$$

onde

k	energia cinética turbulenta
ε	a taxa de dissipação de k
L	escala de turbulência

No modelo k-ε a viscosidade turbulenta μ_t é dada por :

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.12)$$

onde

C_μ constante empírica

4.2.4 Equação de transporte para a energia cinética turbulenta

A equação das tensões de Reynolds serve de base para a dedução da equação de transporte para a energia cinética turbulenta, esta dedução está apresentada de forma detalhada em Rodi [19] e Hinze [9].

Partindo da definição do tensor viscosidade turbulenta

$$(4.13) \quad \overline{p_j u_i u_j} = -\mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{3}{2} k \delta_{ij}$$

e fazendo a contração das tensões de Reynolds, isto é, $k = \overline{u_i u_i} / 2$, considerando somente os termos do transporte difusivo, produção de tensões e dissipação viscosa chega-se à seguinte equação de transporte para a energia cinética turbulenta k .

$$(4.14) \quad \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} (T_k \frac{\partial k}{\partial x_j}) + S_k$$

O coeficiente de difusão T_k para a energia cinética turbulenta k está relacionado com o número de Prandtl Pr_k e com a viscosidade efetiva através da expressão:

$$(4.15) \quad T_k = \frac{\mu_{ef}}{Pr_k}$$

Sendo Pr_k o número de Prandtl turbulento
O termo fonte S_k é dado por :

$$(4.16) \quad S_k = P - \epsilon$$

Conforme citado por Zerbini [28] a versão da equação para taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ϵ é a de Hanjalić e Launder [8] que foi desenvolvida para escoamentos que apresentam alto número de Reynolds. Nesta versão a difusão de ϵ é modelada como difusiva e a turbulência se dá de forma isotrópica, sendo que o maior problema é que na dedução desta equação é usada apenas uma escala para descrever o processo local de dissipação de energia o que contraria vários resultados experimentais como por exemplo os de Browne referenciados por Taubert [24] e citados por Zerbini [28].

cinética turbulenta

4.2.5 Equação de transporte para a taxa de dissipação da energia

flutuantes

O termo de geração P representa a difusão de energia cinética entre o fluxo principal e a turbulência e o termo de dissipação ϵ representa a taxa na qual a tensão viscosa realiza trabalho de deformação contra a taxa de tensões

$$\epsilon_{ij} = -2\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4.18)$$

A taxa de dissipação da energia cinética turbulenta é obtida considerando o traço do tensor dissipação e definido por :

$$P = \mu \epsilon \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \quad (4.17)$$

onde P é a produção de energia cinética turbulenta dada por

A equação de transporte para a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta é dada por :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}) + C_{1\varepsilon} \rho \frac{k}{\varepsilon} + C_{2\varepsilon} + \frac{k}{\varepsilon} \quad (4.19)$$

O coeficiente de difusão Γ_ε para a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ε é relacionado com o número de Prandtl Pr_ε e com a viscosidade efetiva através da expressão:

$$\Gamma_\varepsilon = \frac{\mu_{ef}}{Pr_\varepsilon} \quad (4.20)$$

A viscosidade efetiva é dada pela relação (4.9) e no modelo $k-\varepsilon$ a viscosidade turbulenta μ_t é dada pela equação (4.12) .

O equacionamento do escoamento ainda não está completo , pois falta definir as constantes numéricas presentes nas equações (4.12) , (4.15) , (4.19) e (4.20).

Estas constantes foram ajustadas utilizando-se experimentos numéricos feitos em escoamentos simples , no sentido definido por Bradshaw [1] , conforme citado por Zerbini [28] .

Os valores recomendados para estas constantes e citados por Rodi [19] estão apresentados na tabela 4.1.

Tabela 4.1 Constantes do modelo k-ε .

$C_p = 0.09$	$C_{s1} = 1.44$
$C_{\epsilon 2} = 1.92$	$Pr_t = 1.0$
	$Pr_{\epsilon} = 1.3$

As equações da continuidade (4.7) , da quantidade de movimento (4.8) , da energia cinética turbulenta (4.14) e da sua taxa de dissipação (4.19) , escritas na forma conservativa apresentam uma forma comum dada por :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \phi_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu_{\text{ef}} \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j}) + S_{\phi} \tag{4.21}$$

termos convectivos
termos difusivos
termos termo fonte

Onde

ϕ_i variável genérica
 S_{ϕ} termo fonte.
 U_i componente da velocidade média segundo a direção i.
 x_i coordenada espacial segundo a direção i.
 T_{ϕ} difusividade da propriedade ϕ_i .
 ρ massa específica.

A tabela 4.2 resume as equações de conservação definindo os valores de ϕ_i , S_{ϕ} e T_{ϕ} .

Tabela 4.2 Valores de ϕ , S_ϕ e Γ_ϕ

Equação da continuidade .

(4.21a) $\phi = 1$

(4.21b) $\Gamma_\phi = 1$

(4.21c) $S_\phi = 0$

Equação da quantidade de movimento .

(4.21d) $\phi = U_i$

(4.21e) $\Gamma_\phi = \mu_{er}$

(4.21f) $S_\phi = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + \rho f_i$

Equação da energia cinética turbulenta .

(4.21g) $\phi = k$

(4.21h) $\Gamma_\phi = \frac{\mu_{er}}{Pr_k}$

Nesta seção serão desenvolvidas expressões para as condições de contorno considerando a geometria do canal mostrada na figura 1.3. Além do mais turbulência.

pressões do escoamento em conjunto com as propriedades referentes à constitutivas permitem a determinação das distribuições de velocidades e de Estas condições acopladas às equações de conservação e às equações de contorno do problema.

problema em questão ; estas informações são denominadas condições de definição de informações que são pertinentes às fronteiras geométricas do A natureza do problema do escoamento no canal sendo elíptica exige a

4.2.6 Condições de contorno

$$S_{\phi} = C_{\epsilon 1} P \frac{k}{\epsilon} + C_{\epsilon 2} + \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4.21i)$$

$$\Gamma_{\phi} = \frac{\mu_{\text{eff}}}{Pr_{\epsilon}} \quad (4.21k)$$

$$\phi = \epsilon \quad (4.21j)$$

Equação da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta .

$$S_{\phi} = P - \epsilon \quad (4.21i)$$

No experimento feito por Franco [4] foram considerados para o número de Reynolds os valores 9400, 18800 e 28200. De forma a poder simular os desbalançamentos o canal possui duas entradas de água sendo que no experimento [4] as vazões nestas seções

onde

$$Re = \frac{v D_h}{\nu} = 10^{-5} \frac{m^2}{s}$$

número de Reynolds

$$D_h = 10.28mm$$

diâmetro hidráulico.

viscosidade cinemática da água.

$$W_m = W_{ref} = \frac{D_h}{Re \nu} \quad (4.22)$$

Admite-se que as velocidades de referência que escoam no canal seja uniforme e igual à velocidade média expressa por:

i	Entradas de água
i	Entrada de água.
ii	Saída de água.
iii	Plano de simetria.
iv	Paredes do canal e das grades de apoio.
v	Dissipação por atrito nas paredes das varetas.

No caso do canal retangular as condições de contorno serão as seguintes :

serão apresentadas também as ' funções de parede ' que são usadas na definição das condições de contorno para os pontos próximos às paredes.

foram desbalanceadas nas proporções de 0% / 100% e de 33% / 67% da vazão total, além do mais não foram feitas medições das velocidades nas secções de entrada portanto, o perfil de velocidades considerado foi obtido a partir das informações dos dados medidos na seção $Z / L = 0.18$ que é a mais próxima da entrada e do balanço de massa considerando a vazão total e os percentuais de desbalanceamentos.

As condições de contorno para as velocidades axiais serão as seguintes :

- Desbalanceamento 0% / 100% .

A vazão total corresponde à velocidade de 2.03 m / s, referente ao número de Reynolds de 20900. Neste caso os valores das velocidades nas condições de contorno das duas entradas são dados pela tabela 4.3 .

Tabela 4.3. Velocidades da água na seção de entrada.(0% / 100%)

Desbalanceamento	W (m / s)
0 %	0.0
100 %	4.03

- Desbalanceamento 33% / 67% .

Para este desbalanceamento a vazão total corresponde à velocidade de referência 2.47 m / s, calculada para um número de Reynolds de 25400. Neste caso os valores das velocidades nas condições de contorno das duas entradas são dados pela tabela 4.4.

Tabela 4.4 Velocidades da água

na seção de entrada.(33% / 67%)

Desbalanceamento	W (m / s)
33 %	1.63
67 %	3.31

Como referência será simulado também um caso em que não haverá desbalanceamento , isto é , em cada seção de entrada escoará 50% da vazão total que para o número de Reynolds de 28800 corresponderá a velocidade axial $W_{ref} = 2.80 \text{ m / s}$.

As componentes U e V da velocidade na entrada são nulas em conformidade com a equação da continuidade .

A energia cinética turbulenta na entrada é dada por:

$$k = 0.03W^2 \quad (4.23)$$

e a sua taxa de dissipação é dada por:

$$\varepsilon = \frac{k^{1.5}}{0.005D_h} \quad (4.24)$$

Os valores da energia cinética turbulenta e da sua taxa de dissipação são idênticos aqueles adotados por Gosman et al [6] .

Na saída do canal serão aplicadas as condições de fronteira livre, isto é, os gradientes das velocidades, energia cinética turbulenta e da sua taxa de dissipação em relação ao plano xy perpendicular à direção axial z serão nulos, portanto valem então, as seguintes relações :

$$U = 0 \quad (4.25a)$$

$$V = 0 \quad (4.25b)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.25c)$$

A condição de contorno para pressão na saída do canal é deduzida a partir da equação (4.8) representativa da quantidade de movimento onde são introduzidas as condições de gradiente nulo para as velocidades representadas pela equação (4.25c) juntamente com as condições de não escoamento (4.25a) e (4.25b) .

É importante observar que as condições de gradiente nulo são aplicadas na saída do escoamento onde admite-se que os números de Peclet possuem grande magnitude, vale dizer, os termos convectivos são predominantes face aos termos difusivos . O refinamento da malha computacional nesta região é importante de forma a restringir os efeitos elípticos, caso existam, às regiões vizinhas da saída, conforme mostrado com detalhes por Patankar [13].

Perto da parede os efeitos de turbulência não prevalecem por causa da condição de não escorregamento e da rigidez da parede, que faz com que as componentes da velocidade sejam nulas. Nesta região os efeitos viscosos tornam-se predominantes em relação aos efeitos turbulentos, ocorrendo desta forma variações bruscas nos gradientes das propriedades, sendo necessário portanto, refinar a malha nestes locais de forma a integrar as equações básicas e usar também os modelos de turbulência adequados.

$$U = V = W = 0 \quad (4.27)$$

Nas paredes do canal e das grades de apoio das varetas aplicam-se a condição de não escorregamento, ou seja:

iv Paredes do canal

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (4.25c)$$

$$U = 0 \quad (4.25b)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial k}{\partial x} = \frac{\partial \epsilon}{\partial x} = 0 \quad (4.26a)$$

O canal é simétrico em relação ao plano yz e neste caso são válidas, também, as relações de gradiente nulo ou seja:

iii Plano de simetria

De forma a resolver este problema Launder e Spalding [29] propuseram as "funções parede" que relacionam as velocidades, energia cinética turbulenta e a sua taxa de dissipação com ângulos da região logarítmica.

Conforme citado por Zerbini [28] as "funções de parede" foram obtidas considerando inicialmente uma análise unidimensional de problemas simples que possuem pequenos gradientes de pressão, tais como escoamento em tubos e em placas planas.

Admitiu-se também que as difusões perpendiculares às paredes são os fenômenos dominantes e que a turbulência está localmente em equilíbrio. Através de experimentos para a obtenção de perfis de velocidades feitos em tubos e em placas planas, foi possível correlacionar nas regiões próximas das fronteiras sólidas a velocidade paralela à superfície com a distância normal a esta superfície do seguinte modo:

$$V^+_{res} = V^+_{res}(y) \quad (4.28)$$

Sendo V^+_{res} a velocidade adimensional dada por

$$V^+_{res} = \frac{V_{res}}{V^*_{res}} \quad (4.29)$$

Sendo $V_{res} = (U^{1/2} + V^{1/2})^{1/2}$ a resultante paralela à parede oeste, por exemplo.

A coordenada adimensional y^+ é dada por:

$$y^+ = \frac{y}{V^*_{res}} \quad (4.30)$$

A velocidade V^* é chamada velocidade de atrito e é dada por:

$$V^* = \left[\frac{\rho}{\tau_w} \right]^{0.5} \quad (4.31)$$

Onde

τ_w tensão de cisalhamento resultante na parede
 y coordenada normal à parede.

A figura 4.1 mostra a região hachureada próxima às paredes do canal na qual o método da "função parede" é utilizado. A distância do ponto P à parede é designada por δ .

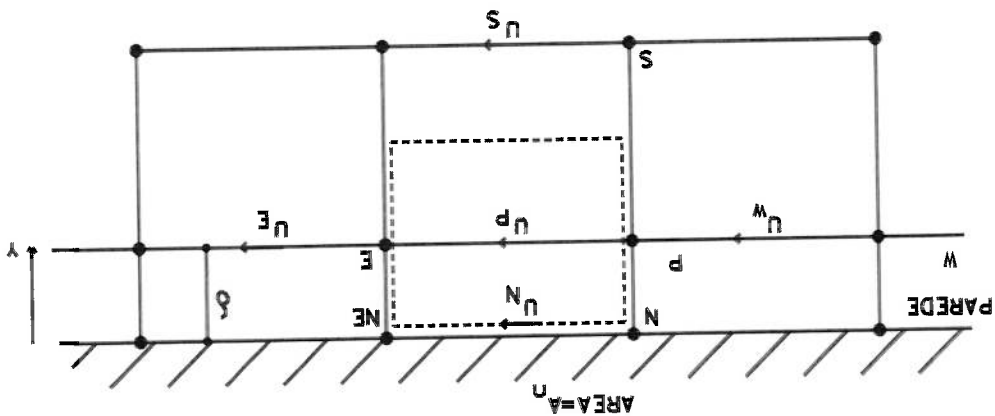


Figura 4.1 Malha junto à parede .

Considerando que a região hachureada representa camadas de cisalhamento constantes com valores da tensão de cisalhamento iguais a τ_w tem-se :

$$\frac{dV_{res}}{dy} = \mu_1 \tau_w \tag{4.30}$$

Admitindo que o comprimento de mistura seja proporcional à distância normal à parede e que $y^+ > 11.5$ pode-se avaliar v_{res} através de uma lei logarítmica modificada conforme proposto por Launder e Spalding [29] e deste modo escreve-se a seguinte relação :

Substituindo os valores de τ_w da equação (4.30) e μ_t da equação (4.12) a equação (4.33) ficará :

$$\mu_t \left[\frac{\partial V_{res}}{\partial y} \right]_z = \rho \varepsilon \quad (4.33)$$

No termo P da equação (4.16) de transporte de k somente o gradiente de velocidade na direção normal à parede é significativo portanto, na forma cartesiana a equação (4.32) ficará :

$$P - \varepsilon = 0 \quad (4.32)$$

e supondo que a difusão e a convecção de k sejam desprezíveis face ao termo fonte $P - \varepsilon$ tem-se a seguinte condição de equilíbrio local :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + P - \varepsilon \quad (4.14)$$

Partindo da equação de transporte da energia cinética turbulenta (4.14), escrita novamente por simples conveniência

$$E = 9.0.$$

E constante empírica cujo valor depende da rugosidade do tubo Para tubos rugosos $E=9.8$ e para tubos lisos κ constante de Von Karman ($\kappa = 0.4$).

onde

$$V_{res}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(E y^+) \quad (4.31)$$

As expressões de τ_w dadas pelas equações (4.37) ou (4.38) multiplicadas pela área a_n próxima à parede mostrada na figura 4.1, dão como resultado a

- Condição de contorno para as velocidades próximas à parede

$$\tau_w = \frac{\mu V_{res}}{\delta} \quad (4.38)$$

Para $y^+ \leq 11.5$ o valor de τ_w é dado por

se ao ponto P.

Onde δ é a distância entre as paredes e o ponto nodal mais próximo, sendo que os valores da velocidade V_{res} e da energia cinética turbulenta k referem-

$$\tau_w = \frac{\mu \left[\frac{E C_D^{1/4} \rho k^{1/2} \delta}{V_{res}} \right]}{k C_D^{1/2} \rho k^{1/2} V_{res}} \quad (4.37)$$

Para a condição $y^+ \geq 11.5$ pode-se avaliar τ_w a partir da seguinte relação:

$$V_{res}^* = \frac{\rho C_D^{1/4} k^{1/2}}{\tau_w} = k^{1/2} C_D^{1/4} \quad (4.36)$$

$$y^+ = \frac{\mu}{\rho C_D^{1/2} k^{1/2}} \quad (4.35)$$

Usando esta relação em conjunto com (4.29), (4.30) e (4.31) pode-se escrever as seguintes relações para y^+ e V_{res}^*

$$\frac{\tau_w}{\rho} = C_D^{1/2} k \quad (4.34)$$

força de cisalhamento por unidade de volume, que será o termo fonte da equação da quantidade de movimento que representa a condição de contorno para as velocidades dos pontos próximos à parede.

- Condição de contorno para a energia cinética turbulenta k_p e para sua taxa de dissipação ϵ_p no ponto nodal P próximo à parede

Usando a equação (4.34) o valor da energia cinética turbulenta será dado

por:

$$k_p = \frac{\rho C_D^{1/2}}{t_w} \quad (4.39)$$

usando as equações (4.30), (4.33) e (4.34) o valor da taxa de dissipação ϵ_p no ponto nodal P próximo à parede será dado por:

$$\epsilon_p = \frac{k_p^2 C_D^{3/4}}{\rho \delta} \quad (4.40)$$

Onde

- k_p constante de Von Karman.
- δ distância entre a parede e o ponto nodal P mais próximo.
- C_D constante empírica definida na tabela 4.1.

vi Dissipação por atrito nas paredes das varetas

Os obstáculos internos ao escoamento como as varetas circulares são simulados através do método das resistências localizadas usado por Patankar e Spalding [14] entre outros.

Por este método é necessário caracterizar a presença de objetos sólidos inseridos dentro do escoamento considerando dois efeitos:

O primeiro é que o volume disponível do fluido é menor que o volume nominal do espaço considerado e o segundo é que os objetos sólidos oferecem resistência ao escoamento podendo também trocar calor com o fluido.

O primeiro efeito é geométrico e leva em conta que as áreas disponíveis em qualquer posição para os fluxos de massa e para as forças de pressão são calculadas multiplicando as áreas pela porosidade β , que por definição é a razão entre o volume ocupado pelo fluido e o volume total nominal.

Esta mesma consideração vale para o volume nominal onde atuam as forças de campo que também deve ser multiplicado pela porosidade β .

O segundo efeito da presença das varetas dentro do escoamento é que estes elementos produzem resistências distribuídas que são representadas por sorvedouros de quantidade de movimento e de calor. As resistências podem variar a posição e a direção e podem ser representadas por correlações empíricas obtidas experimentalmente para perda de carga e para a transferência de calor em feixes de tubos.

As células onde se localizam as varetas são tratadas como um meio de porosidade $\beta = 0.215$. O atrito entre o fluido e as paredes devido ao escoamento, tanto nas direções transversais quanto axial, representam sorvedouros de quantidade de movimento e, portanto, serão incluídos nos termos fontes dessas equações, sob a forma de correlações empíricas de perdas de carga que são modeladas como relações instantâneas médias no volume.

Como suporte a este trabalho está deduzida no apêndice B a equação geral de discretização a partir da equação de transporte da propriedade ϕ , considerando o escoamento incompressível, o meio poroso e o regime estacionário.

As expressões para as perdas de carga transversais e axial em varetas baseadas em Todreas [25] estão revisadas no apêndice C e estão resumidas na tabela 4.5 a seguir

Tabela 4.5 Perdas de carga axiais e transversais nas varetas e termos fontes

Perda de carga devido ao escoamento axial :

$$\Delta p_z = f \frac{D_h}{\Delta z} \frac{D_h}{2} \frac{D_h}{W} \tag{C.1}$$

Perda de carga devido ao escoamento transversal na direção x :

para $R_{eDv} > 200$

$$\Delta p_{rx} = \frac{0.96}{P} \left(\frac{D_v}{P} \right)^{0.145} \left(\frac{R \beta}{P} \right)^{0.145} \left(\frac{P-d}{P} \right)^{0.145} \{U_{ab}\}^2 \tag{C.27}$$

para $R_{eDv} < 200$

$$\Delta p_{rx} = \frac{90}{P} \left(\frac{D_v}{P} \right)^{0.6} \left(\frac{R \beta}{P} \right)^{0.145} \left(\frac{P-d}{P} \right)^{0.145} \{U_{ab}\}^2 \tag{C.28}$$

A área de escoamento A_{yz} e o volume do fluido V_f para a disposição das varetas segundo um arranjo quadrado são dadas pelas relações mostradas no apêndice C e com isso a expressão (C.6) pode ser também colocada sob a seguinte forma :

$$\langle S_x \rangle = \frac{1}{V_f} \int_{A_{yz}} \tau \mathbf{n} dA = - \frac{\Delta p_{xz} A_f}{\Delta p_{yz} A_f} \quad (C.6)$$

Para o escoamento transversal na direção x o termo fonte $\langle S_x \rangle$ é dado por :

$$\langle S_z \rangle = \frac{1}{V_f} \int_{A_{xy}} \tau \mathbf{n} dA = - \frac{\Delta p_{xy} A_f}{\Delta p_{yz} A_f} \quad (C.5)$$

O termo fonte médio no volume $\langle S_z \rangle$ da equação da quantidade de movimento na direção axial z é dado pela força $\Delta p_{xy} A_{xy}$ dividido pelo volume ou seja :

$$\Delta p_{xy} = \frac{90}{P} \left(\frac{D_v}{P} \right)^{0.145} \left(\frac{R \beta P}{P} \right)^{-0.145} \{ V_{abc} \}^2 \quad (C.30)$$

para $R_{cdv} > 200$

$$\Delta p_{xy} = \frac{0.96}{P} \left(\frac{D_v}{P} \right)^{0.145} \left(\frac{R \beta P}{P} \right)^{-0.145} \{ V_{abc} \}^2 \quad (C.29)$$

para $R_{cdv} > 200$

Perda de carga devido ao escoamento transversal na direção y :

Para o escoamento transversal na direção y o termo fonte $\langle S_y \rangle$ é dado por :

$$\langle S_x \rangle = -\frac{\Delta p_{rx}}{2\beta P} \quad (C.9)$$

$$\langle S_y \rangle = \frac{1}{A} \int_{A_{cs}} \tau_{xy} n_x dA = -\frac{\Delta p_{xy} A_{xz}}{A} \quad (C.11)$$

5 SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES

Inicialmente serão feitas considerações sobre a malha computacional a ser adotada nas simulações numéricas. Mostrar-se-á também a revisão dos diversos métodos numéricos utilizados para a solução da equação de conservação (4.2.1).

5.1 Malha computacional

A geometria do canal mostrada na figura 1.3 sugere o uso de malha computacional retangular. Os resultados das simulações foram obtidos usando a malha grossa não uniforme da figura 5.1 com 40 linhas na direção x, 10 na direção y e 32 na direção z. Para verificar se os resultados obtidos com a malha grossa eram independentes da malha utilizada, foram feitas também simulações usando uma malha fina compatível com o computador usado, tendo 40 linhas na direção z e o mesmo número de linhas nas direções x e y da malha grossa. O fator máximo de expansão ou compressão, definido como a relação entre os comprimentos entre duas linhas sucessivas utilizado é 1.2. O refinamento da malha foi feito nas suas extremidades e nas regiões internas onde estão instaladas as grades espaçadoras. Com isso pode-se dentro das possibilidades do micro computador disponível capturar as recirculações perto das entradas e das grades. Por outro lado na saída, o refinamento da malha é importante de forma a prescrever as condições de contorno 'tracas', que são representadas pelos gradientes de velocidades nulos.

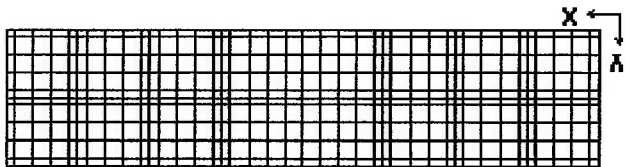
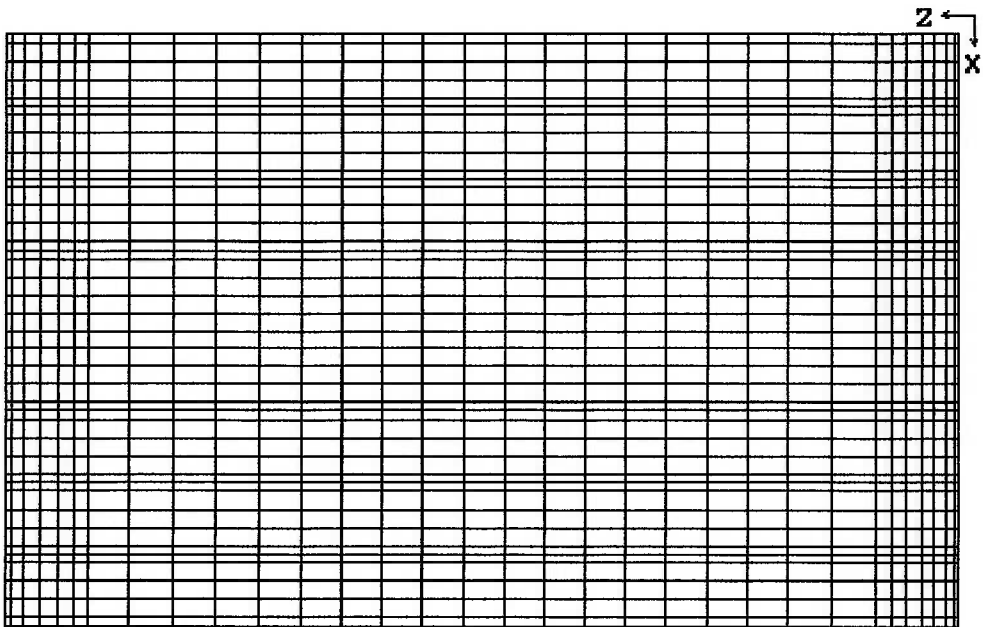


Figura 5.1 Malha computacional grossa 40x10x32 nós.

5.2 Métodos Numéricos

Nesta seção apresentar-se-á de modo sumário uma revisão da conceituação dos métodos numéricos das diferenças finitas, elementos finitos e volumes finitos usados em Mecânica dos Fluidos Computacional, caracterizando também suas diferenças básicas.

O ponto de partida é a equação (4.21) que será escrita novamente por simples conveniência.

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \phi_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j}) + S_{\phi_i} \quad (4.21)$$

termos convectivos
termos difusivos
termos fonte

Introduzindo o operador L , esta equação pode ser colocada sob a seguinte forma :

$$L(\phi) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \phi_i) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\Gamma \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j}) - S_{\phi_i} = 0 \quad (5.1)$$

Admite-se que um valor aproximado de ϕ seja $\bar{\phi}$, expresso por uma função polinomial do tipo :

$$\bar{\phi} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m \quad (5.2)$$

Onde $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m$ são parâmetros a determinar .

Introduzindo $\bar{\phi}$ no operador L o resultado não será igual a zero , mas sim igual a um residuo R , portanto pode-se escrever :

$$L(\bar{\phi}) = R \tag{5.3}$$

Para determinar o melhor valor de $\bar{\phi}$ (melhor valor baseado em algum critério) a integral do valor de R , ponderado com certa função ω , deve ser igualado a zero no domínio D ou seja:

$$\int_D \omega \delta V = 0 \tag{5.4}$$

A escolha das funções de ponderação produz um sistema de equações algébricas cujas incógnitas são os parâmetros a_0, a_1, a_2 e a_m ; a solução deste sistema permite então obter a solução aproximada da equação diferencial (5.1). Este método conforme citado por Patankar [13] foi desenvolvido por Finlayson e recebeu o nome de "método dos resíduos ponderados".

A base comum a todos os métodos numéricos para a resolução da equação (4.21) é portanto o método de Finlayson , sendo que os diversos métodos existentes diferem entre si na escolha da função peso ω que minimiza o residuo R .

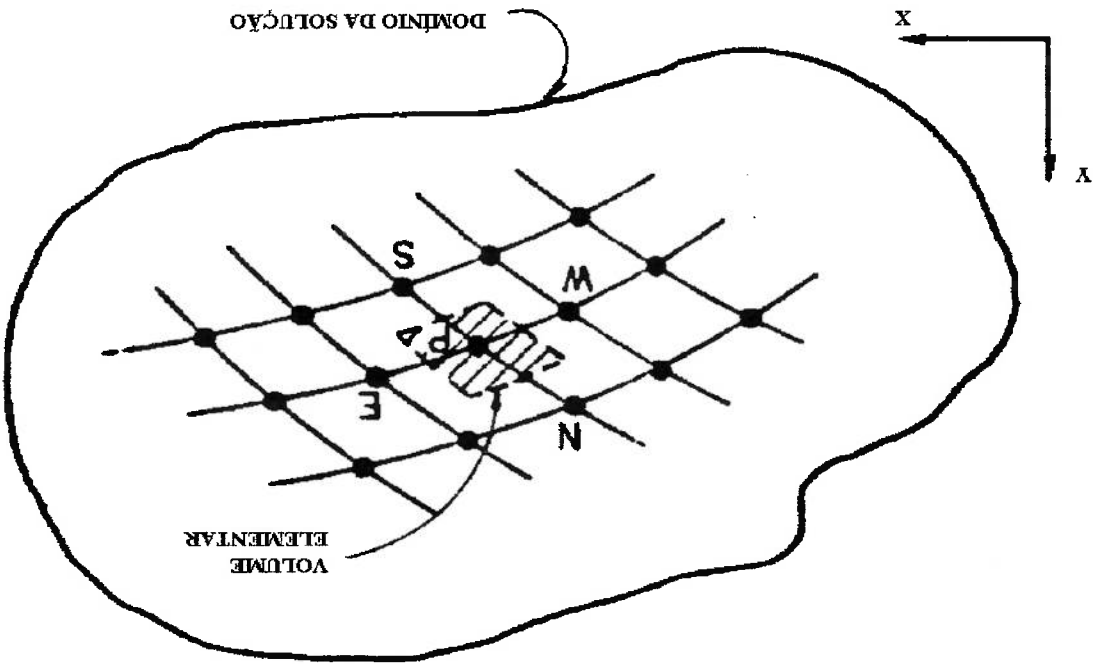
Assim , considerando o volume de controle mostrado na figura. 5.2 , no método das diferenças finitas faz-se a função de ponderação ω igual à função delta centrada no P , isto é , o residuo é forçado a zero neste ponto.

já o método de Galerkin é obtido fazendo a função de interpolação ω igual as funções tentativas.

No método do volumes finitos a função ω vale 1 sobre o volume hachurado em P e zero no restante do domínio de integração.

O método dos volumes finitos é o adotado no código PHOENICS 2.0 [16], neste método a escolha das funções de ponderação, leva a obtenção de equações de discretização que nada mais são que balanços de conservação sobre os volumes elementares do domínio.

Figura 5.2 Volume de controle elementar



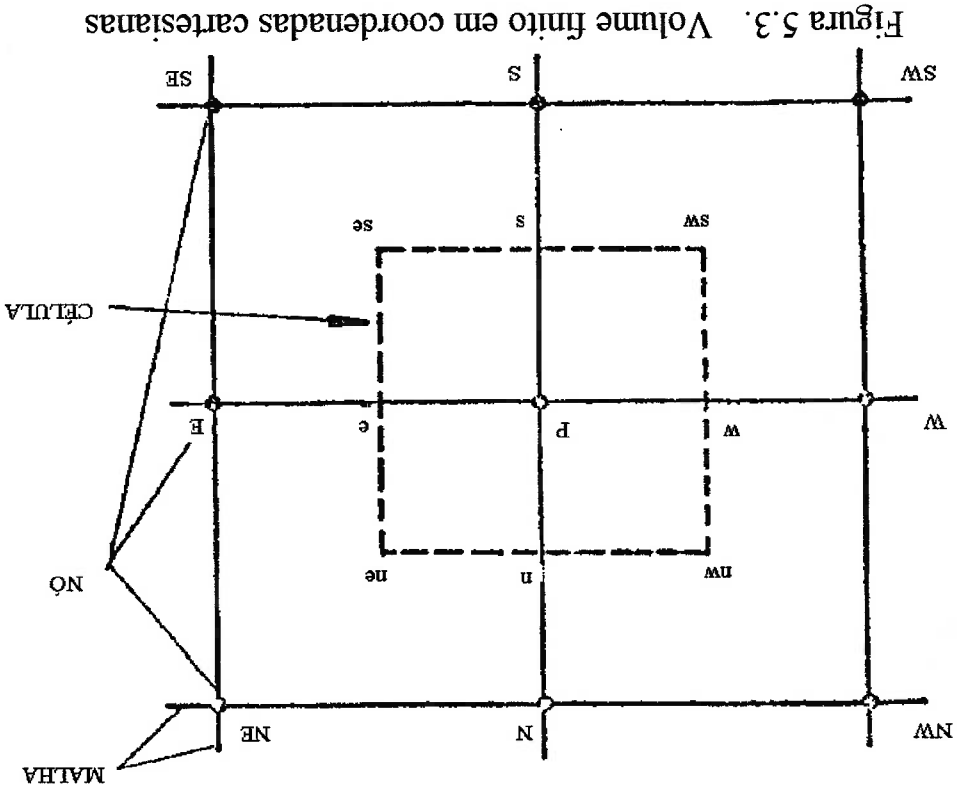
Existe, portanto, uma razão física para a escolha do método dos volumes finitos, esta razão é que independente do tamanho dos volumes elementares os princípios de conservação são absolutamente respeitados de forma local e global. Outros métodos poderão apresentar também resultados precisos, mas não carregam uma forte componente física, fundamental ao entendimento do problema como o método dos volumes finitos.

5.2.1 Discretização das equações

A equação geral de discretização é obtida integrando a equação (4.21) referente à conservação de uma propriedade ϕ considerando o volume de controle definido por um paralelepípedo retangular que contorna o ponto P. A face deste paralelepípedo, como por exemplo, a formada pelos pontos N, S, E e W está mostrada na figura 5.3.

É importante observar que a integração da equação na forma conservativa equivale a fazer balanços da propriedade considerada no volume elementar. Quando esta integração é realizado na fronteira satisfaz-se a condição de contorno ali existente. Desta maneira as condições de contorno são incorporadas ao sistema de equações a ser resolvido resultando em esquemas numéricos conservativos, tanto para os volumes internos como para as fronteiras.

A integração da equação 4.21 é feita usando a técnica proposta por Spalding [22] e também usada por Patankar [13]. Como suporte a este trabalho o apêndice B apresenta esta integração de forma detalhada.



[13].

Os coeficientes a_N, a_S, a_E, a_W, a_H e a_L representam os efeitos combinados de convecção e difusão da propriedade extensiva ϕ_p . Estes coeficientes apresentam-se sob a seguinte forma geral conforme mostrado por Patankar

Para todos os pontos do domínio de integração são criadas então equações semelhantes à equação (5.5), formando um sistema de equações algébricas que resolvido permite determinar os valores da propriedade extensiva ϕ .

onde $i = N, S, E, W, H, L$

$$\phi_p = \frac{\sum_i a_i \phi_i + S_c}{\sum_i a_i - S_p} \quad (5.6)$$

De forma sintética a equação (5.5) pode também ser escrita da seguinte forma :

$$a_p \phi_p = a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_L \phi_L + a_H \phi_H + S_c - S_p \phi \quad (5.5)$$

Como resultado desta integração um conjunto de equações algébricas denominado equações de discretização, é então obtido para cada ponto nodal P, que conecta os valores das variáveis dependentes nos pontos N, S, E, W, T e L. A forma geral da equação de discretização é a seguinte :

$$a_E = D_e A(P_e) + \|-F_e, 0\| \quad (5.7a)$$

$$a_W = D_w A(P_w) + \|F_w, 0\| \quad (5.7b)$$

$$a_N = D_n A(P_n) + \|-F_n, 0\| \quad (5.7c)$$

$$a_S = D_s A(P_s) + \|F_s, 0\| \quad (5.7d)$$

$$a_I = D_I A(P_I) + \|F_I, 0\| \quad (5.7e)$$

$$a_H = D_h A(P_h) + \|-F_h, 0\| \quad (5.7f)$$

O símbolo $\|-F_e, 0\|$ indica, por exemplo, que se deve tomar o maior valor entre

$$-F_e \text{ e } 0.$$

Os valores dos fluxos convectivos nas faces do volume de controle são dados pelas seguintes relações :

$$F_e = (\rho U)_e \Delta y \Delta z \quad (5.8a) \quad F_w = (\rho U)_w \Delta y \Delta z \quad (5.8b)$$

$$F_n = (\rho V)_n \Delta z \Delta x \quad (4.8c) \quad F_s = (\rho V)_s \Delta z \Delta x \quad (5.8d)$$

$$F_h = (\rho W)_h \Delta x \Delta y \quad (5.8e) \quad F_l = (\rho W)_l \Delta x \Delta y \quad (5.8f)$$

Os valores das condutâncias são dados pelas seguintes relações :

$$D_e = \frac{F_e \Delta y \Delta z}{F^e (\delta x)_e} \quad (5.9a) \quad D_w = \frac{F_w \Delta y \Delta z}{F^w (\delta x)_w} \quad (5.9b)$$

$$D_n = \frac{F_n \Delta z \Delta x}{F^n (\delta y)_n} \quad (4.9c) \quad D_s = \frac{F_s \Delta z \Delta x}{F^s (\delta y)_s} \quad (5.9d)$$

$$D_h = \frac{F_h \Delta x \Delta y}{F^h (\delta z)_h} \quad (4.9e) \quad D_l = \frac{F_l \Delta x \Delta y}{F^l (\delta z)_l} \quad (5.9f)$$

O coeficiente a_p é dado por

$$a_p = a_N + a_S + a_W + a_E + a_H + a_L \quad (5.9g)$$

Supõe-se que o termo fonte S_ϕ seja uniforme na célula de forma a permitir sua dependência com ϕ e a unidade com as condições de contorno ; sendo assim este termo pode ser colocado sob uma forma linearizada do tipo $S_c - S_p \phi$ tornando o sistema de equações (5.5) linear .

A forma dos coeficientes definidos acima depende da função de interpolação utilizada para a variável ϕ na integração da equação de conservação (4.2.1) , sendo que a escolha desta função é fundamental para a consistência com a física do problema que se propõe a resolver .

A função de interpolação é designada por $A(|P|)$ onde P é o número de Peclet que no caso da face da célula de velocidades terá como valor $P_e = \frac{F_e}{D_e}$.

Os valores da função de interpolação $A(|P|)$ estão bem detalhados por Patankar [13], sendo que para os esquemas "upwind" e híbrido $A(|P|)$ é definido da seguinte forma :

$$A(|P|) = 1 \quad \text{esquema "upwind"} \quad (5.10a)$$

$$A(|P|) = \left\| 0 - \frac{|P|}{2} \right\| \quad \text{esquema híbrido} \quad (5.10b)$$

No escoamento podem ocorrer simultaneamente ou não os efeitos difusivos e convectivos.

Os efeitos difusivos são transmitidos ao fluido em todas as direções, não existindo pois, uma direção preferencial, sendo pois termos elípticos.

Se estes efeitos forem predominantes no processo, pode-se usar uma função de interpolação linear sem causar problemas de oscilações ou divergência da solução.

Os termos convectivos, por sua vez, são parabólicos e, pelo fato de seus efeitos se propagarem em uma determinada direção (direção do vetor velocidade), admitem funções de interpolação do tipo "upwind", onde os efeitos de juzante não interferem a montante.

Quando, entretanto, os efeitos difusivos e convectivos estão ambos presentes e com pesos variáveis em determinadas regiões do escoamento, usa-se conforme mostrado por Patankar [13] o esquema híbrido que pondera então os efeitos convectivos e difusivos

O código PHOENICS 2.0 [16] possui opções para usar tanto o esquema upwind como o híbrido.

5.3 Localização das variáveis na malha computacional

Conforme mostrado por Harlow e Welch [10] e também detalhado por Patankar [14], para que haja consistência entre o campo das pressões e o das velocidades é necessário que as malhas da pressão e dos demais escalares seja desenhada das malhas das velocidades.

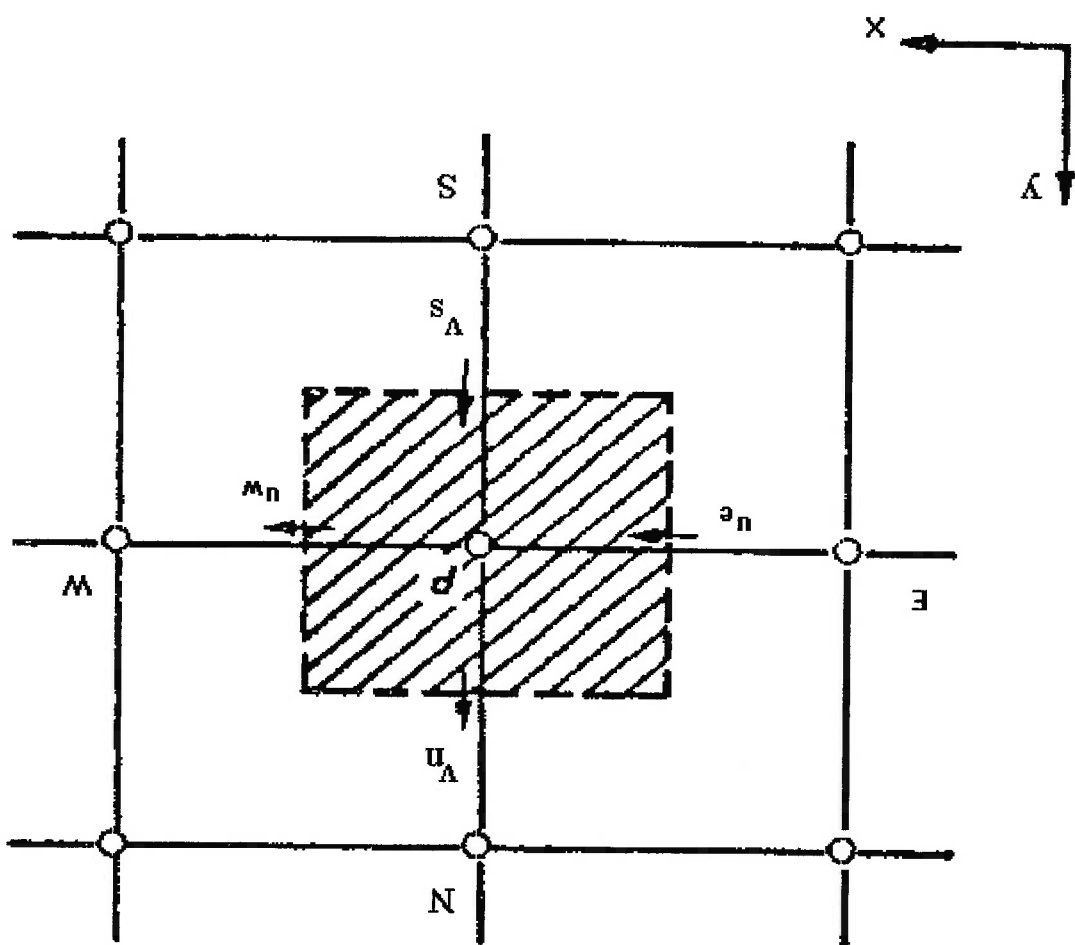
De acordo com este esquema de malhas defasadas as velocidades são localizadas onde elas são necessárias para a realização dos balanços de massa, isto é, nas fronteiras do volume de controle sendo que as pressões e os demais escalares são estocados no centro do volume de controle; isto faz com que as velocidades sejam controladas por gradientes de pressão fisicamente consistentes.

Conforme mostrado nas figuras 5.4a, 5.4b e 5.4c as pressões e os demais escalares estão localizados nos pontos P, N, S, E, W, L e H. Os valores das velocidades estão estocados nos pontos n, s, e, w, l e h.

Patankar [13] mostra que a defasagem das malhas é particularmente importante porque se as médias de velocidades forem necessárias para a obtenção da equação da conservação da massa, as médias das pressões nas equações da quantidade de movimento também ocorrem, em função do acoplamento pressão velocidade.

Este procedimento faz com que ocorra o cancelamento da influência das pressões vizinhas, originando campo de pressões inconsistentes que causam problemas na convergência da solução.

Figura 5.4a. Posicionamento das velocidades nas faces N, S, E, W



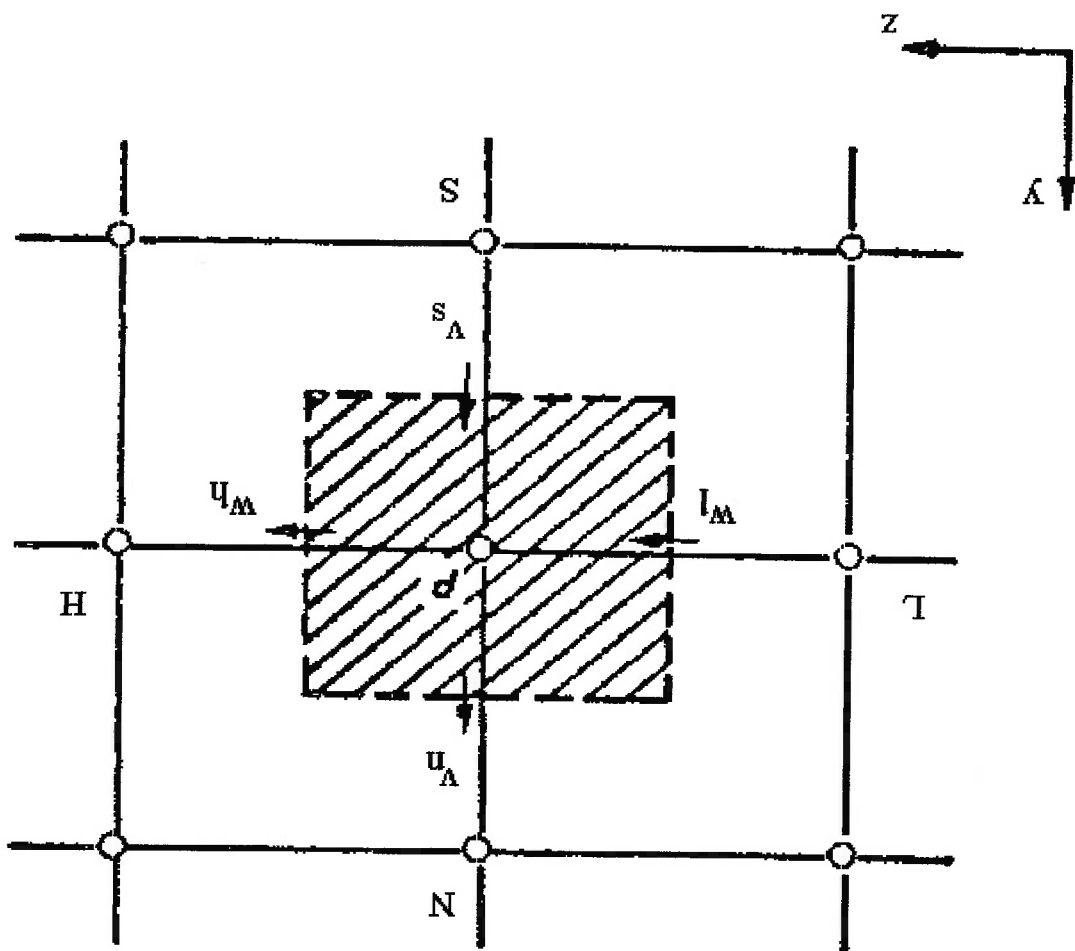
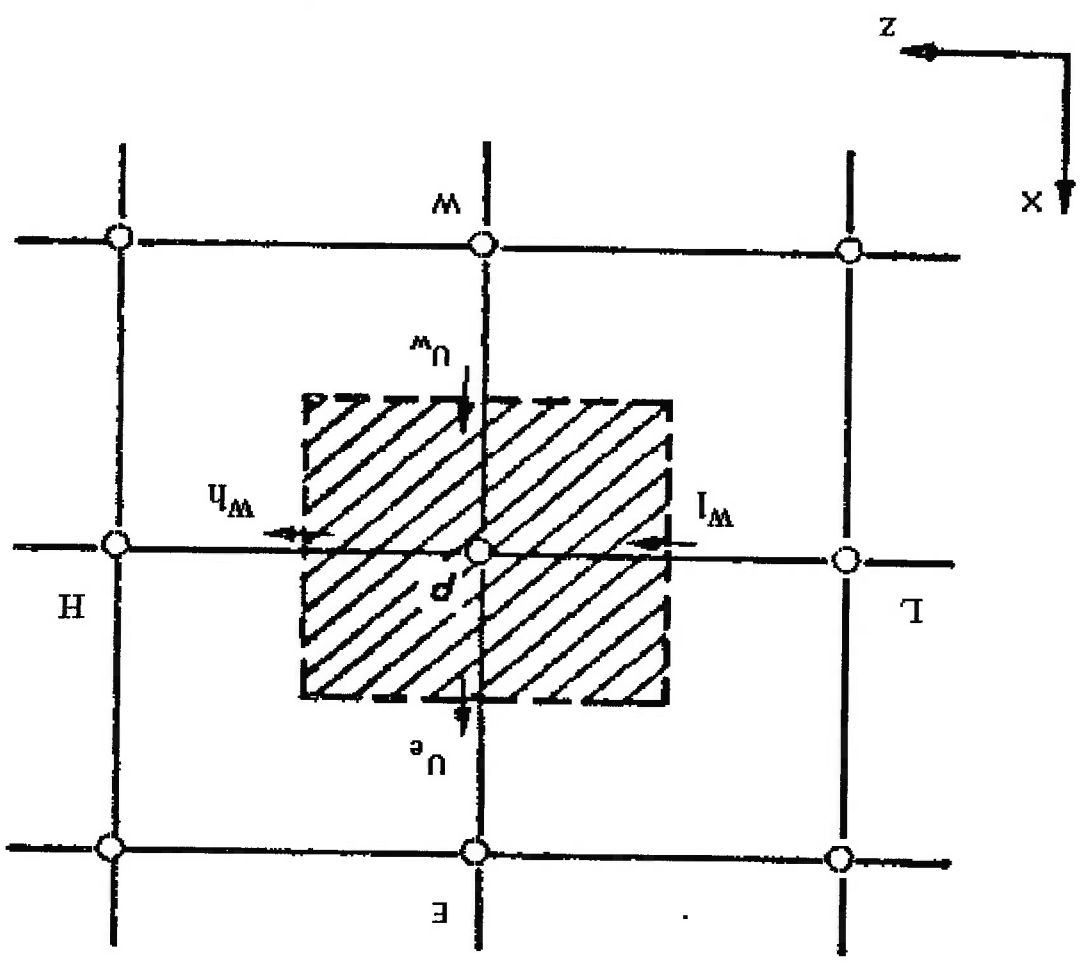


Figura. 5.4b. Posicionamento das velocidades nas faces L, H, N, S

Figura 5.4c. Posicionamento das velocidades nas faces E, W, L, H



5.4 Acoplamento pressão velocidade

Quando a massa específica é constante no domínio ou é apenas função da temperatura a equação de estado não poderá ser usada para a determinação da pressão e passará a ser uma equação que determinará a massa específica. Desta maneira não existe uma equação para avançar os valores da pressão no ciclo iterativo usado para resolver o sistema das equações de discretização obtido a partir de (4.21).

O problema do acoplamento pressão velocidade aparece também devido à forma segregada de resolver o sistema não linear formado pelas equações de discretização. Os esquemas numéricos criados para avançar os valores da pressão são chamados métodos que tratam do acoplamento pressão velocidade.

As velocidades e pressões estão acopladas através das equações da continuidade (4.7) e da equação da quantidade de movimento (4.8) e portanto a resolução do acoplamento pressão velocidade, consiste em determinar um campo de pressões que inserido nas equações da conservação da quantidade de movimento produz um campo de velocidades que satisfaz a equação da continuidade.

No método dos volumes finitos existem diversos procedimentos para resolver o acoplamento pressão velocidade. O objetivo de todos eles é criar um algoritmo para avançar os valores da pressão no ciclo iterativo.

Os precursores no desenvolvimento destes métodos foram Harlow e Welch [10]. Entre os métodos para o acoplamento pressão velocidade destaca-se o

método SIMPLE desenvolvido por Patankar e Spalding [14] e apresentado de

forma detalhada por Patankar [13].

O método SIMPLE estabelece que a pressão é escrita como a soma da melhor estimativa da pressão disponível p^* , mais uma correção p' que é calculada de maneira a satisfazer a equação da continuidade.

O código PHOENICS [16] utiliza o método SIMPLE e por esta razão no apêndice A está feita uma revisão detalhada que serve como suporte a este trabalho.

Outros métodos derivados do SIMPLE tais como SIMPLER, SIMPLEC e PRIME estão bem detalhados nos trabalhos de Maliska [16] e Doormall [3].

A seguir será revisado o algoritmo para a implementação do método SIMPLE sendo sua seqüência a seguinte :

- 1 Estimar um campo de velocidades U^*, V^*, W^*
- 2 Estimar um campo de pressões p^* .
- 3 Calcular os coeficientes a_i e resolver as seguintes equações da quantidade de movimento de forma a obter um novo campo para as velocidades U^*, V^*, W^* .

$$(A.2a) \quad a_p U^p = \sum_i a_i U^i + S_u + A_p (p^* - p^e)$$

$$(A.2b) \quad a_p V^p = \sum_i a_i V^i + S_v + A_p (p^* - p^e)$$

(A.2c)
$$a_p W^p = \sum_i^I a_i W^i + S_w + A_c (p^p - p^w)$$

4 Calcular o termo fonte b da equação de Poisson usando a equação

(A.10h) abaixo .

b = $[(\rho U)_x - (\rho U)_x^*] \Delta y \Delta z + [(\rho V)_y - (\rho V)_y^*] \Delta x \Delta z + [(\rho W)_z - (\rho W)_z^*] \Delta x \Delta y$ (A.10h)

5 Calcular um campo de pressões p^* .

(A.10)
$$a_p p^p = a_n p^n + a_s p^s + a_w p^w + a_e p^e + a_l p^l + a_H p^H + b$$

6 Corrigir as e pressões e velocidades usando as seguintes equações :

(A.3)
$$p = p^* + p$$

(A.5a)
$$U^e = U^p = U^p + d_c (p^p - p^e)$$

(A.5b)
$$V^u = V^p = V^p + d_c (p^p - p^u)$$

(A.5c)
$$W^h = W^p = W^p + d_c (p^p - p^w)$$

7 Calcular a energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação usando a equação (5.5) fazendo respectivamente $\phi = k$ e $\phi = \epsilon$. Atualizar em seguida a viscosidade efetiva usando as equações (4.12) e (4.9) .

8 Fazer $p^* = p$, $U^* = U$, $V^* = V$, $W^* = W$ e retornar ao passo 3 , recalculando as velocidades e pressões até que o termo fonte b do passo 4 seja inferior ao erro adotado.

5.5 Equações discretizadas para as condições de contorno

No método dos volumes finitos a equação de discretização para as condições de contorno pode ser obtida a partir de dois procedimentos :

No primeiro as equações discretizadas são obtidas realizando balanços de conservação da propriedade em todos os volumes da fronteira , observando as condições de contorno definidas em (4.2.6) específicas para cada fronteira. Deste modo essas condições ficam incorporadas às equações para cada malha da fronteira e portanto a conservação da propriedade é respeitada local e globalmente.

Este procedimento é bastante geral e pode ser empregado para malhas ortogonais e não ortogonais.

No segundo procedimento usa-se pontos fictícios que objetivam facilitar a aplicação das condições de contorno buscando deste modo uma equação geral para representar todos os pontos dos volumes elementares do domínio , inclusive o ponto fictício . O código PHOENICS 2.0 [17] buscando uma maior generalidade utiliza este procedimento.

O uso destes pontos fictícios apresenta , entretanto , um adicional de armazenamento de variáveis , mas este detalhe é cada vez menos importante em função do aparecimento de computadores de grande porte e com isso , a

generalização do código passa ser o fator predominante que motiva o uso deste procedimento .

- Condições de contorno para a entrada .

Fazendo o ponto P da malha coincidir com a fronteira conforme mostrado na figura 5.4 e sendo o valor de ϕ_p conhecido neste ponto , o código PHOENICS 2.0 [20] usa a técnica proposta por Patankar [13] , que consiste em considerar na equação geral da discretização (5.6) os termos fontes com uma ordem de grandeza muito superior aos demais coeficientes . Deste modo a proposta de Patankar consiste em fazer :

$$S_c = 10^{10} \phi_{\text{dado}} \quad (5.11a)$$

$$S_p = -10^{10} \quad (5.11b)$$

Deste modo a equação (5.6) pode ser escrita da seguinte forma :

$$\phi_p = -\frac{S_p}{S_c} = \phi_{\text{dado}} \quad (5.12)$$

Os valores de ϕ_{dado} para a condição de contorno na entrada no caso das velocidades axiais W_1 é dado pela tabela 4.3 considerando o desbalançamento de 0 % / 100% e pela tabela 4.4 para o desbalançamento de 33 % / 67 % . No caso de referência em que as vazões estão balanceadas (50 % / % 50%) o valor da velocidade considerado é de 2.80 m / s.

A energia cinética turbulenta é dada por :

$$k_p = 0.03W^2 \quad (4.23)$$

e a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta vale

$$\epsilon_p = \frac{K_{15}}{0.005D_h} \quad (4.24)$$

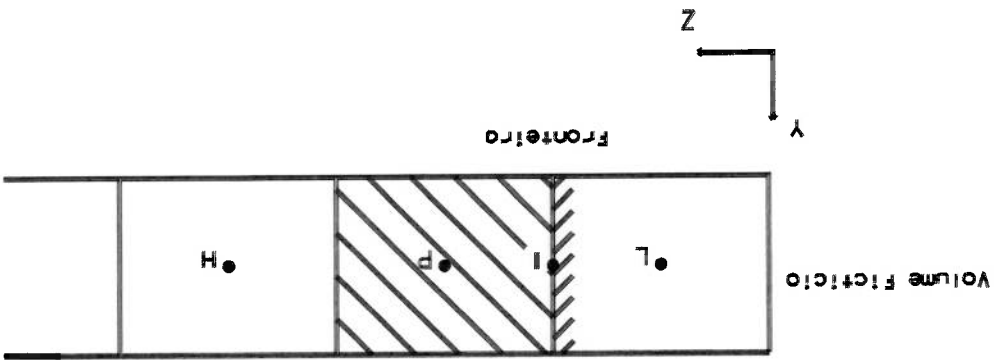


Figura 5.4 Malha para a definição da condição de contorno

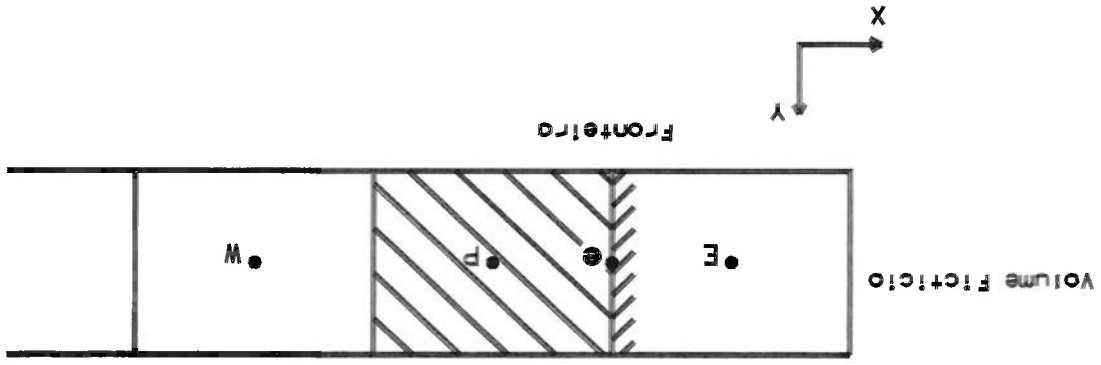
- Condições de contorno para o plano de simetria na entrada do canal .

Considerando a malha da figura 5.5 e a partir das equações (4.2.5) as seguintes relações podem ser escritas para a propriedade conservativa ϕ considerando um ponto P situado no plano de simetria

$$\phi_p = \phi_w \quad (5.13)$$

- Condições de contorno para as paredes do canal e das grades de apoio .
- As equações de discretização das condições de contorno para os pontos nodais próximos às paredes do canal e das grades de apoio são obtidas usando as "funções de parede".

Figura 5.5 Malha para a condição de contorno no plano de simetria .



O valor de ϕ_s é calculado durante a varredura do penúltimo nó (NY-1) e o valor de ϕ_p é calculado usando a técnica de impor a ordem de grandeza dos termos fontes muito maior que os demais termos da equação de discretização conforme mostrado nas equações (5.11) .

$$\phi_E = 0 \quad (5.14)$$

Para as paredes norte, sul, este e oeste são necessárias as condições de não escorregamento definidas pelas relações (4.27) que referida a um ponto nodal situado na parede podem ser escritas para uma propriedade ϕ_p . Para a definição destas condições de contorno usa-se a técnica de impor a ordem de grandeza dos termos fontes muito maior que os demais termos da equação de discretização conforme mostrado na equação (5.11) e neste caso ter-se-á:

$$\phi_p = 0 \quad (5.15)$$

As equações de discretização para as velocidades nos pontos nodais próximos às paredes são obtidas usando as relações (5.14) acima, sendo que o termo fonte é obtido multiplicando a tensão de cisalhamento pela área da parede da respectiva célula.

Assim, por exemplo, a equação de discretização para os pontos próximos à parede norte é obtida considerando as seguintes relações:

$$a_N = 0 \quad (5.16a)$$

$$S_c = -\tau^w A_N \quad (5.16b)$$

$$S_p = 0 \quad (5.16c)$$

Onde

A_N área norte da célula das velocidades que envolve o ponto P.
 τ^w tensão de cisalhamento dada pelas equações (4.39) e (4.40)

Deste modo a equação de discretização para a quantidade de movimento em U para um ponto nodal próximo à fronteira ficará :

$$(a^E + a^W + a^S + a^H + a^L) U_p = a^E U^E + a^W U^W + a^S U^S + a^H U^H + a^L U^L + S_p \quad (5.18)$$

De modo análogo a tensão de cisalhamento para as paredes oeste e este podem ser obtidas substituindo nas equações (4.39) e (4.40) U_p por V_p .

A condição de contorno para a energia cinética turbulenta k_p e sua taxa de dissipação ϵ_p no ponto nodal P próximo à parede são dadas pelas equações (4.41) e (4.42) .

- Condição de contorno para a saída do canal

Na saída do canal considera-se a condição de fronteira livre definida pelas equações (4.25) .

Considerando a malha mostrada na figura 5.6 onde xy é o plano de simetria do canal a partir das equações (4.2.5) as seguintes relações podem ser escritas para a propriedade conservativa ϕ :

$$\phi_p = \phi_L \quad (5.19)$$

e para o nó fictício H tem-se :

$$\phi_H = 0 \quad (5.20)$$

• Dissipação por atrito nas paredes das varetas

O atrito nas paredes das varetas ocasiona perdas de cargas tanto no sentido axial quanto nos sentidos transversais, essas perdas conforme mostrado nas equações (C.1) (C.27), (C.28) e (C.29) do apêndice C são introduzidas nos termos fontes das componentes da equação da quantidade de movimento. As expressões para os termos fontes são resumidas na tabela 5.1.

O valor de ϕ_L é calculado durante a varredura do penúltimo nó (NZ-1) e o valor de ϕ_p é calculado usando a técnica de impor a ordem de grandeza dos termos fontes muito maior que os demais termos da equação de discretização conforme mostrado nas equações (5.11a).

Figura. 5.6 Malha para a condição de contorno para a saída do canal .

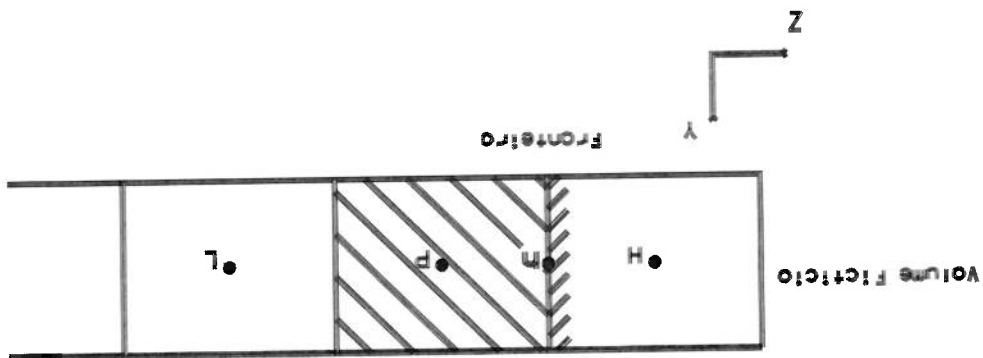


Tabela 5.1 . Termos fontes para as células que contêm as varetas.

Termo fonte na direção axial

$$(5.21) \quad \langle S_{uz} \rangle = 0$$

$$(5.22) \quad \langle S_{pz} \rangle = f \frac{D^h}{\Delta z} \langle p \rangle \langle W \rangle \frac{A_{xy}}{A_{yz}}$$

$$(5.23) \quad \langle S_z \rangle = \langle S_{pz} \rangle \langle W \rangle$$

Termo fonte na direção transversal x

$$(5.24) \quad \langle S \rangle = - \langle S_{px} \rangle \langle U \rangle$$

$$(5.25) \quad \langle S_u \rangle = 0$$

para $R_{eD^h} > 200$

$$(5.26) \quad S_{px} = \frac{0.96}{P} \left(\frac{D^h}{P} \right) \left(\frac{R^e \beta}{P} \right)^{0.145} \left(\frac{P-d}{P} \right) \left\{ U_{abcc} \right\} \frac{A_{yz}}{A_{xy}}$$

para $R_{eD^h} > 200$

$$S_{pz} = \frac{90}{P} \left(\frac{D_v}{P} \right)^{0.145} \left(\frac{R \beta P - d}{P} \right) 8p \{U_{abc}\} \frac{A_j}{A_{yz}} \quad (5.27)$$

Termo fonte na direção transversal y

$$\langle S \rangle = - \langle S_{py} \rangle \langle V \rangle \quad (5.28)$$

$$\langle S_u \rangle = 0 \quad (5.29)$$

para $R_{Dv} > 200$

$$S_{py} = \frac{0.96}{P} \left(\frac{D_v}{P} \right)^{0.145} \left(\frac{R \beta P - d}{P} \right) 2p \{V_{abc}\} \frac{A_j}{A_{xz}} \quad (5.30)$$

para $R_{cpv} > 200$

$$S_{py} = \frac{90}{P} \left(\frac{D_v}{P} \right)^{0.145} \left(\frac{R \beta P - d}{P} \right) 2p \{V_{abc}\} \frac{A_j}{A_{xz}} \quad (5.31)$$

- Condições de contorno para a correção de pressão p' nas entradas .

Nas entradas de água do canal as velocidades são conhecidas. Sendo assim , por exemplo , para um ponto I situado nesta fronteira não existe correções a serem feitas nas velocidades pode-se pois escrever:

$$W_1 = W_p = W_p^* \quad (5.32)$$

A condição de contorno para p' é obtida a partir das equação deduzidas no apêndice 8.A , sendo assim pode-se escrever :

$$W_1 = W_p = W_p^* + d_n (p'_p - p'_n) \quad (A.5b)$$

Substituindo os valores de (5.32) nas equações (A.5b) ter-se-á as seguintes condição de contorno para p' :

$$p'_p = p'_n \quad (5.33)$$

- Condição de contorno para a correção de pressão p' na saída do canal

No código PHOENICS 2.0 [14] a pressão na saída é especificada , isto é ,

$$p = p_{\text{saída}} \quad (5.34)$$

Então no caso do canal considerado tem-se $p = p^*$, não existindo pois a correção de pressão p' e portanto a equação será :

$$p' = 0 \quad (5.35)$$

- Condição de contorno para a correção de pressão no plano de simetria.

No plano de simetria yz da figura 5.5 vale a seguinte relação:

$$V_x = V_p = V^* \quad (5.36)$$

A condição de contorno para a correção de pressão é então obtida substituindo os valores das velocidades dadas por (5.36) na equação (A.7b) deduzida no apêndice A, desta forma pode-se escrever:

$$p' = p'' \quad (5.37)$$

- Condição de contorno para a correção de pressão p' nas paredes.

Para um ponto n situado, por exemplo, na parede norte $V_n = 0$, então não existe correções a serem feitas nas velocidades V_n ; pode-se pois escrever :

$$V_p = V^* = V_n = 0 \quad (5.38)$$

A condição de contorno para a correção de pressão p' é obtida através da equação (A5.b) na qual substituindo (5.36) ter-se-á :

$$p' = p_n \quad (5.39)$$

Substituindo os valores da pressão corrigida p' na equação (A.10a) obtêm-se as condições de contorno referente às paredes .
 As equações para as condições de contorno para a correção de pressão podem ser resumidas na tabela 5.2.

Tabela 5.2 Equações para as condições de contorno para a correção de pressão .

Entrada	$a_p p' = a_n p_n + a_s p_s + a_w p_w + a_e p_e + a_h p_h + b$	$a_p p' = a_n p_n + a_s p_s + a_w p_w + a_e p_e + a_h p_h + b$
Saída	$a_p p' = a_n p_n + a_s p_s + a_w p_w + a_e p_e + a_h p_h + b$	$a_p p' = a_n p_n + a_s p_s + a_w p_w + a_e p_e + a_h p_h + b$
Simetria	$a_p p' = a_n p_n + a_s p_s + a_w p_w + a_e p_e + a_h p_h + b$	$a_p p' = a_n p_n + a_s p_s + a_w p_w + a_e p_e + a_h p_h + b$
Parede sul	$a_p p' = a_n p_n + a_s p_s + a_w p_w + a_e p_e + a_h p_h + b$	$a_p p' = a_n p_n + a_s p_s + a_w p_w + a_e p_e + a_h p_h + b$
Parede norte	$a_p p' = a_s p_s + a_e p_e + a_w p_w + a_h p_h + a_l p_l + b$	$a_p p' = a_h p_h + a_s p_s + a_e p_e + a_w p_w + a_l p_l + b$
Parede este	$a_p p' = a_s p_s + a_n p_n + a_w p_w + a_e p_e + a_h p_h + a_l p_l + b$	$a_p p' = a_h p_h + a_s p_s + a_n p_n + a_w p_w + a_e p_e + a_l p_l + b$
Parede oeste	$a_p p' = a_s p_s + a_n p_n + a_w p_w + a_e p_e + a_h p_h + a_l p_l + b$	$a_p p' = a_s p_s + a_n p_n + a_w p_w + a_e p_e + a_h p_h + a_l p_l + b$

5.6 Procedimento de Solução para o sistema de equações algébricas

Nesta seção é feita uma revisão dos procedimentos adotados no código PHOENICS 2.0 [13] para a resolução do sistema formado pelas equações de discretização referentes às três componentes da quantidade de movimento, equação da correção de pressão, propriedades turbulentas e condições de contorno.

O sistema de equações algébricas (5.5) é tri diagonal sua resolução é feita pelo algoritmo TDMA para cada variável $(U, V, W, p, k, \varepsilon)$; sendo que em cada ciclo iterativo os coeficientes a_i são previamente conhecidos a partir de uma dada estimativa para as velocidades. Uma revisão do algoritmo TDMA está apresentada com detalhes por Patankar [11].

No problema tri dimensional a varredura se dá ao longo do eixo dos z que é a direção preferencial do escoamento e neste caso num ciclo iterativo os fluxos convectivos e difusivos $(a_L \phi_L, a_H \phi_H)$ são estimados e portanto o escoamento é resolvido no plano xy .

A resolução linha por linha é então adotada e por esta técnica escolhe-se uma linha y e considera-se que os valores da propriedade ϕ são conhecidos a partir da iteração anterior nos pontos nodais vizinhos pertencentes à direção x . Com isso os coeficientes convectivos e difusivos $(a_E \phi_E + a_W \phi_W)$ são também conhecidos.

O sistema de equações (5.5) toma então a seguinte forma unidimensional:

$$a_p \phi_p = a_N \phi_N + a_S \phi_S + b^* \quad (5.40)$$

$$b^* = a_w \phi_w + a_e \phi_e + a_l \phi_l + a_h \phi_h + S_c - S_p \phi \quad (5.40a)$$

onde

Uma característica interessante deste algoritmo é que a convergência do processo linha por linha é então acelerada e isto se deve ao fato que as informações das condições de contorno dos pontos da fronteira são transmitidas de forma mais rápida para os nós interiores .

No método SIMPLE as equações são resolvidas de forma segregada devido ao problema do acoplamento pressão velocidade e por isso ocorrem problemas de divergência ou de convergência lenta . Para resolver estes problemas usam-se as técnicas de relaxação linear e a do falso intervalo de tempo .

Na relaxação linear se ϕ^{velho} é o valor da variável da iteração anterior e ϕ^* o da iteração corrente , pode-se escrever que o valor ϕ^{novo} da variável de uma dada iteração será dado por :

$$\phi^{novo} = \phi^{velho} + \alpha (\phi^* - \phi^{velho}) \quad (5.41)$$

onde α é o fator de relaxação compreendido entre $0 < \alpha \leq 1$

Na técnica do falso intervalo de tempo é adicionado do lado direito da equação de conservação (5.5) o termo $\frac{\rho V_p \Delta t^f}{\rho V_p} (\phi^p - \phi^{p,velho})$.

Esta relaxação é chamada falso intervalo de tempo porque o termo adicionado tem a mesma forma do termo transiente da equação diferencial usada nos cálculos de transientes .

Conforme recomendação do código PHOENICS [16] usa-se para a correção de pressão p a relaxação linear e para as demais variáveis o falso intervalo de tempo.

$$\Delta t_r = \frac{\text{comprimento característico}}{\text{velocidade característica}} \quad (5.43)$$

V_p volume da célula.
 Δt_r falso intervalo de tempo que é dado por

$$a_p \phi_p = a_n \phi_n + a_s \phi_s + a_w \phi_w + a_e \phi_e + a_l \phi_l + a_h \phi_h + S_c - S_p \phi_p + \frac{\rho V_p}{\Delta t_r} (\phi_p - \phi_{\text{velho}}) \quad (5.42)$$

Desta forma pode-se escrever :

5.7 Critério de Convergência

O critério de convergência utilizado no código PHOENICS 2.0 [16] é o da somatoria dos erros residuais absolutos que é definida, para cada variável dependente, em cada volume finito da seguinte forma:

$$R_{\phi,p} = a_p \phi_p - \sum_{i=N.S.E.}^{W.L.H.} a_i \phi_i - S_{\phi} \quad (5.44)$$

Onde

$R_{\phi,p}$ erro residual absoluto para a variável ϕ no volume finito referente ao nó P.

a_i coeficientes da equação de discretização.

S_{ϕ} termo fonte que não é multiplicado por ϕ_p

Δ somatoria normalizada dos erros residuais que é definida por

$$\Delta = \sum_p \frac{R_{\phi,p}}{|R_{\phi,p}|} \text{Resref}(\phi) \quad (5.45)$$

onde

$\text{Resref}(\phi)$ residuo de referência da propriedade ϕ .

Sendo

$\text{Resref}(u)$ fluxo em massa multiplicado pela velocidade u.

$\text{Resref}(v) = \text{Resref}(u)$.

$\text{Resref}(p)$ fluxo em massa.

$\text{Resref}(w)$ fluxo em massa multiplicado pela velocidade w.

Resref(k) fluxo de energia cinética turbulenta na entrada .
Resref(ε) fluxo da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta na entrada.
No código PHOENICS admite-se que a convergência é atingida quando a somatoria normalizada dos erros residuais for $\Delta \leq 0.001$.

6 RESULTADOS COMPUTACIONAIS, DISCUSSÃO E COMPARAÇÃO

COM OS DADOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção estão mostradas as simulações computacionais feitas para a obtenção das distribuições das velocidades e pressões considerando o escoamento no canal com 2 e 6 grades e as partições de vazões na seção de entrada de 0%/100%, 33%/67% e 50%/50%.

A malha usada é aquela mostrada na figura 5.1 com 40 nós na direção X, 10 nós em Y e 32 nós em Z; foram feitas também simulações usando uma malha mais refinada com 40 nós na direção Z e a diferença entre os resultados foi inferior a 2%.

As distâncias axiais Z / L onde foram feitas as medidas experimentais são 0.18, 0.35, 0.52, 0.69 e 0.87.

As distâncias de referência usadas na adimensionalização dos resultados são as seguintes: L = 1.195 m para a axial e para as transversais B = 0.572 m e A = 0.106 m.

A incerteza experimental cometida nas medidas das velocidades axiais foi em torno de $\pm 10\%$ conforme [4] e será indicada em todos as figuras pelo seguinte símbolo:



6.1 Canal contendo duas grades com distribuição de vazões 0% / 100%

Os gráficos das figuras 6.1 a 6.7 mostram as distribuições de pressões e velocidades obtidas através das simulações com o código PHOENICS 2.0

considerando o canal com 2 grades e a partição das vazões na secção de entrada de 0 % / 100 % .

Isto equivale a dizer que uma das secções de entrada está totalmente bloqueada (vazão zero) e na outra haverá a passagem de 100 % da vazão. Os valores de referência para a pressão e velocidades axiais mostrados nos gráficos são os seguintes $P_{ref} = 10000Pa$ e $W_{ref} = 2.03 m/s$.

As figuras 6.1 e 6.2 mostram as distribuições de pressões ao longo da distância axial para a posição $X/L = 0.24$ e $X/L = 0.74$.

Comparando estas figuras observa-se os deslocamentos para a direita das curvas de pressão os quais foram causados pelos gradientes de pressão transversais que ocorrem devido ao desbalanceamento das vazões na entrada do canal .

Na figura 6.2 nota-se de maneira bastante acentuada o efeito das perdas de carga devido as grades situadas nas extremidades do canal observando a mudança da declividade da curva da pressão nas posições próximas das distâncias $Z/L = 0.07$ e 0.1 .

Na figura 6.1 onde a vazão na secção de entrada na posição $X/L = 0.24$ é zero o efeito da perda de carga através das grades é pouco acentuado .

Figura 6.2 Pressões ao longo da direção axial. Posição $Y/B = 0.5$ e $X/L = 0.74$. Duas grades . 0%/100% .

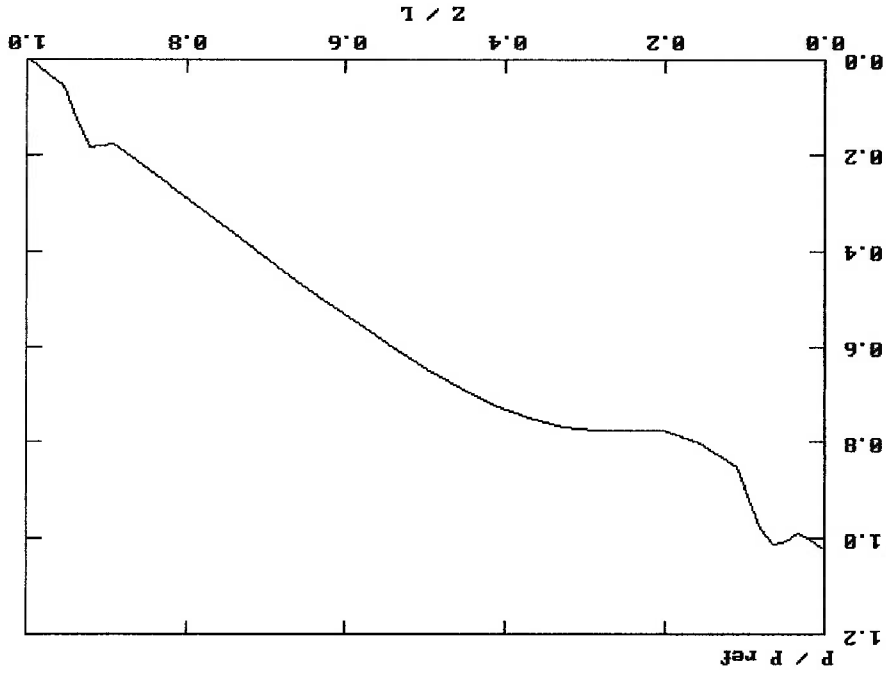
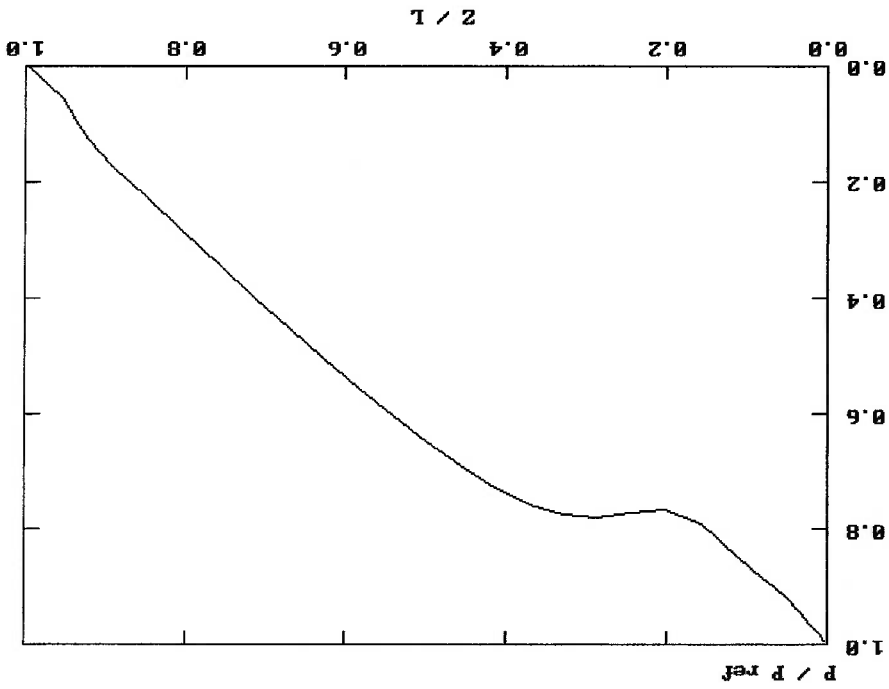


Figura 6.1 Pressões ao longo da direção axial. Posição $Y/B = 0.5$ e $X/L = 0.24$. Duas grades . 0/100% .



As figuras 6.3 a 6.7 mostram as distribuições das velocidades axiais calculadas e as comparações com os dados experimentais obtidos por Franco [4], a posição transversal considerada foi $Y/B = 0.5$.

O perfil de velocidades adotado na seção de entrada mais adequado aos dados experimentais está mostrado na tabela 4.3. Seus valores foram obtidos a partir do balanço de massa feito nesta seção considerando a vazão total correspondente à velocidade de 2.03 m/s , referente ao número de Reynolds de 20900 sendo o diâmetro hidráulico de 10.28 mm ; como consequência disso os resultados das simulações da figura 6.3 são grosseiros quando comparados com os valores medidos.

Os valores de velocidades nula e 4.03 m/s obtidos através deste balanço referem-se respectivamente às vazões de 0% e 100% que escoam em cada uma das metades da seção de entrada do canal.

Pelas figuras 6.3 e 6.4 nota-se também que o desbalançamento das vazões nas seções de entrada ainda reflete nas seções $Z/L = 0.18, 0.35, 0.52$ caracterizando por recirculações nestas seções.

Nas figuras 6.5, 6.6 e 6.7 nota-se que o efeito do desbalançamento das vazões na seção de entrada já não ocasiona mais recirculações no escoamento.

Os valores calculados para as velocidades axiais diferem dos dados experimentais de no máximo 10%, exceto no ponto de coordenada $X/A = 0.86$ no qual esta diferença é no máximo 30%, mostrando com isso que outras correlações empíricas de perdas de carga em varetas devem testadas.

Observa-se que na medida que o escoamento vai se desenvolvendo o perfil das velocidades axiais se estabiliza em torno de de uma distância de cerca

$Z/L = 0.69$ o que corresponde cerca de 80 diâmetros contados a partir da entrada do canal .

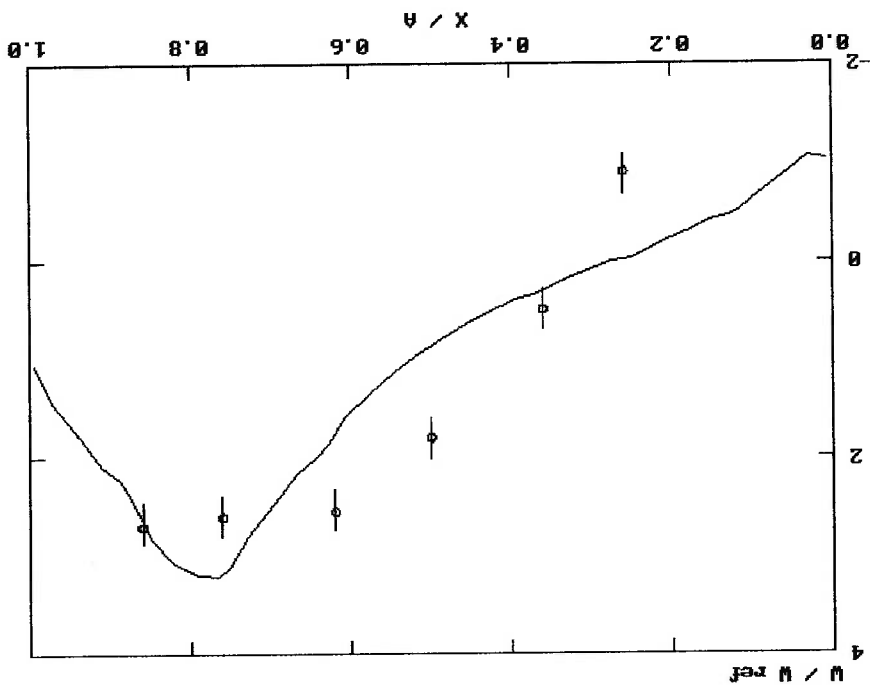


Figura 6.3 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.18$. Duas grades . 0% / 100% .

Figura 6.5 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.52$. Duas grades . 0% / 100% .

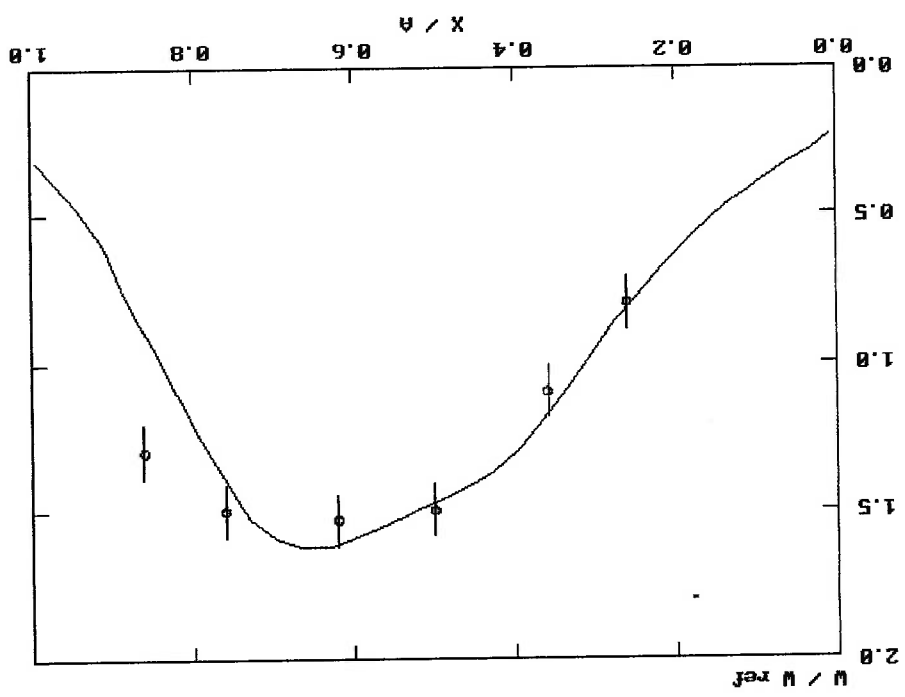


Figura 6.4 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.35$. Duas grades . 0% / 100% .

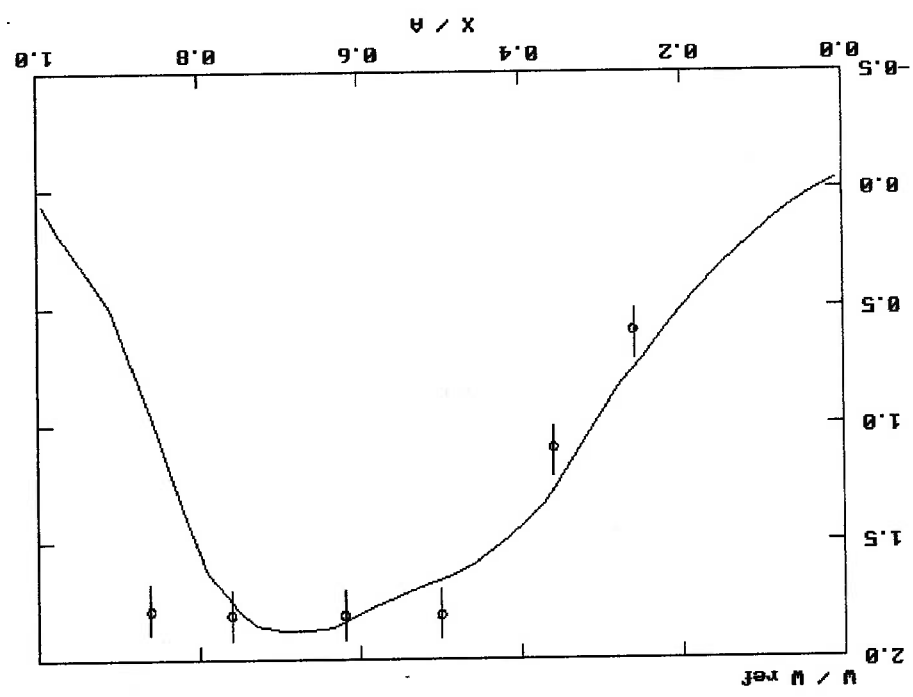


Figura 6.7 Distribuição das velocidades axiais. Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.87$. Duas grades. 0% / 100%.

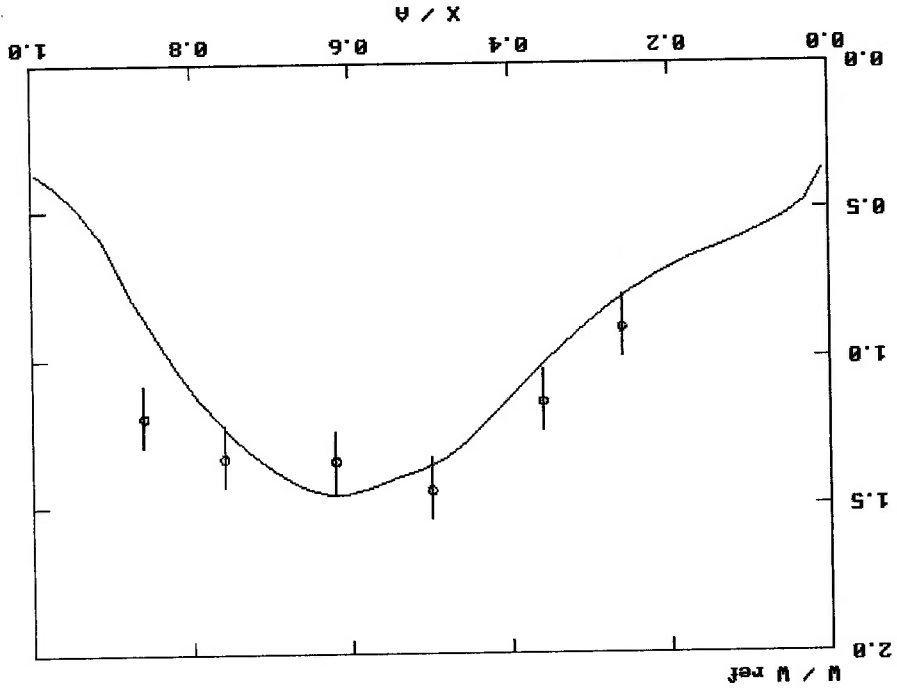
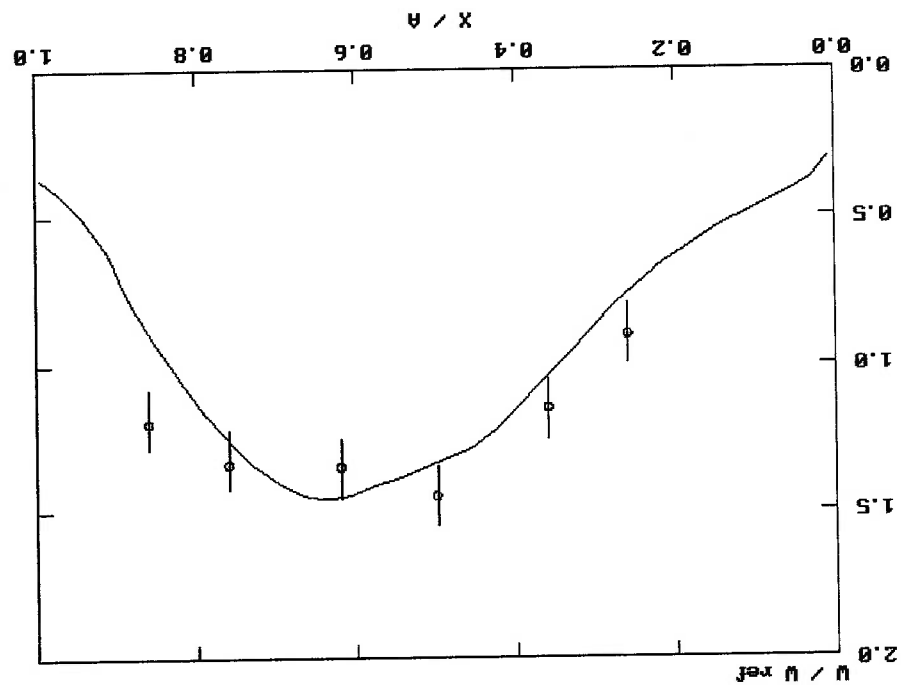


Figura 6.6 Distribuição das velocidades axiais. Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.69$. Duas grades. 0% / 100%.



A visualização do escoamento no plano ZY, feita através dos vetores de velocidades esta mostrada na figura 6.9, onde se pode observar as intensas recirculações causadas pelo desbalanceamento das vazões. Nas figuras 6.8, 6.10 estão mostradas de forma pictórica as velocidades transversais U e V; estas velocidades não foram medidas experimentalmente em [4] e deste modo os valores aqui apresentados devem ser usados apenas como referência para a interpretação qualitativa da influência das recirculações causadas pelo desbalanceamento das vazões.

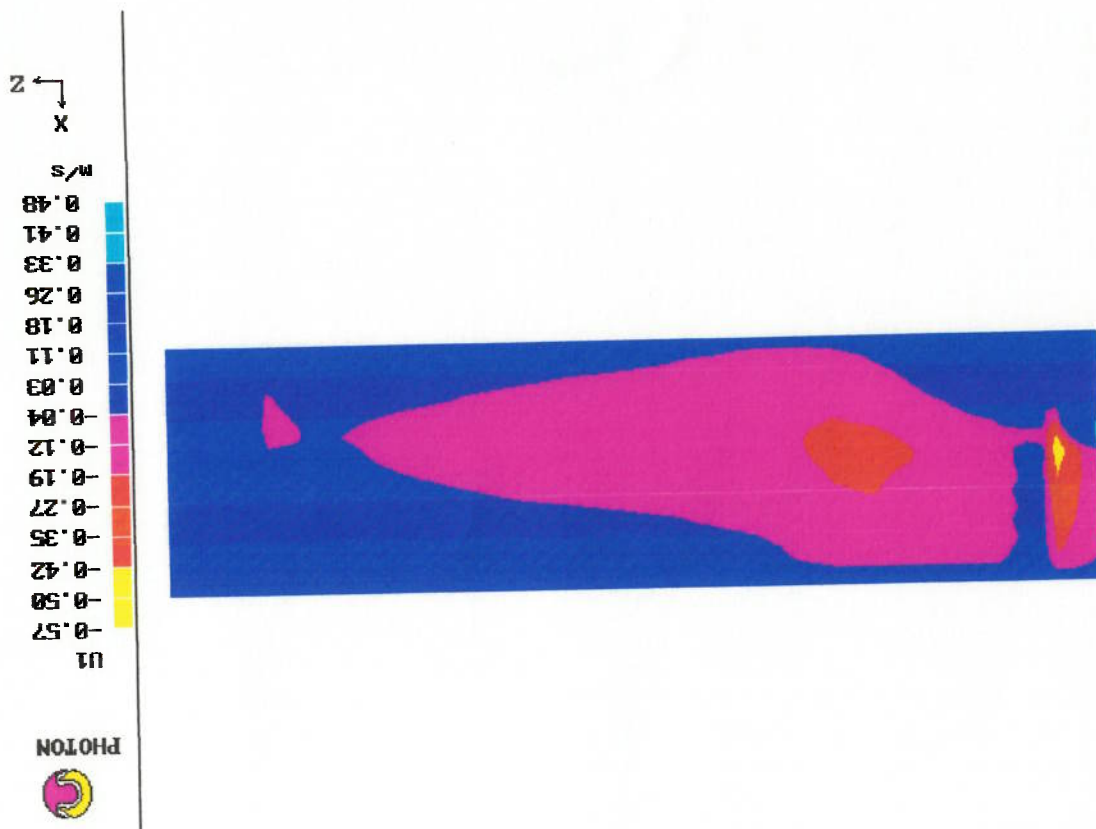


Figura 6.8 Distribuição das velocidades transversais U.
Posição Y / B = 0.5. Duas grades. 0% / 100%.

Figura 6.9a Distribuição das velocidades transversais V.
 Posição $X/A = 0.5$. Duas grades. 0% / 100%.

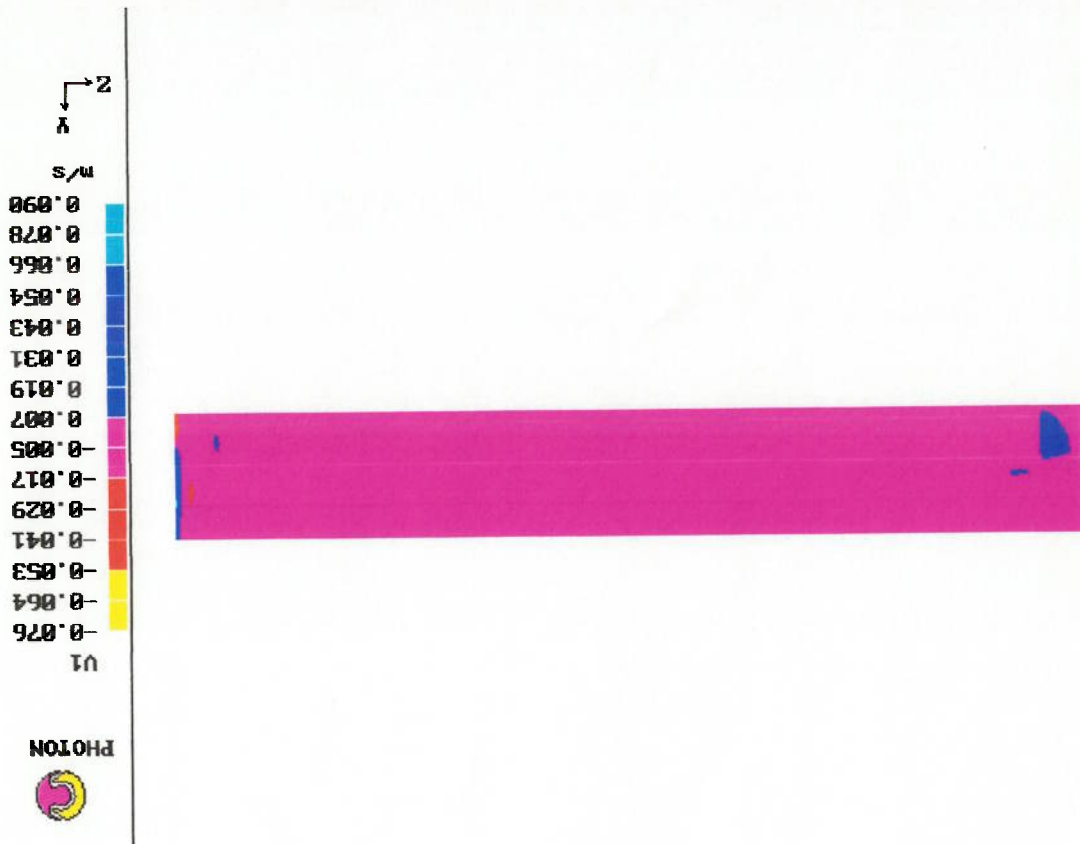
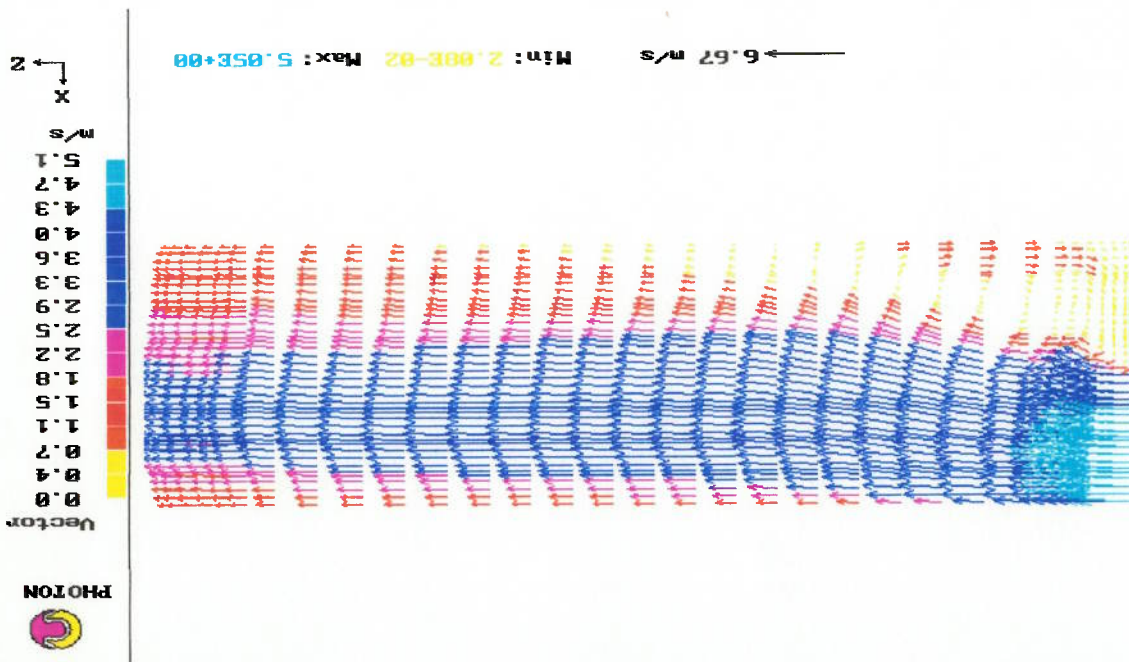


Figura 6.9 Velocidades Posição $Y/B = 0.5$.
 Duas grades. 0% / 100%.



6.2 Canal contendo duas grades e com distribuição de vazões 33% / 67%

Os gráficos das figuras 6.10 a 6.16 mostram as distribuições de pressões e velocidades obtidas através das simulações considerando o canal com 2 grades e a partição das vazões nas seções de entrada de 33% / 67%. Neste caso em uma das seções de entrada a vazão é 33% e na outra haverá a passagem de 67% da vazão total.

Os valores de referência para a pressão e velocidades axiais mostrados nos gráficos são os seguintes $P_{ref} = 10000 \text{ Pa}$ e $W_{ref} = 2.47 \text{ m/s}$. A velocidade de referência e a mesma do experimento [4] e foi calculada para um número de Reynolds de 25400.

As figuras 6.10 e 6.11 mostram as distribuições de pressões ao longo da distância axial para a posição $X/L = 0.24$ e $X/L = 0.74$.

Comparando estes gráficos nota-se que neste caso com a diminuição do desbalançamento de 0% / 100% para 33% / 67% os gradientes de pressões transversais são menos acentuados. Neste caso o efeito das perdas de carga devido as grades situadas nas extremidades do canal pode também ser notado nos pontos de mudança de declividade das curvas.

Figura 6.11 Pressões ao longo da direção axial. Posição $Y/B = 0.5$ e $X/L = 0.62$. Duas grades. 33%/67%.

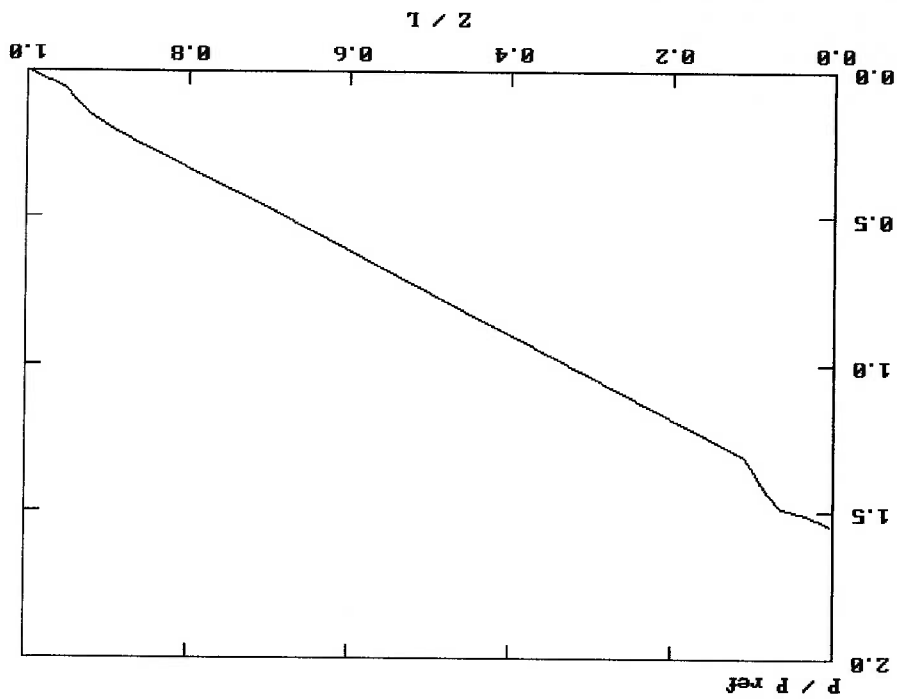
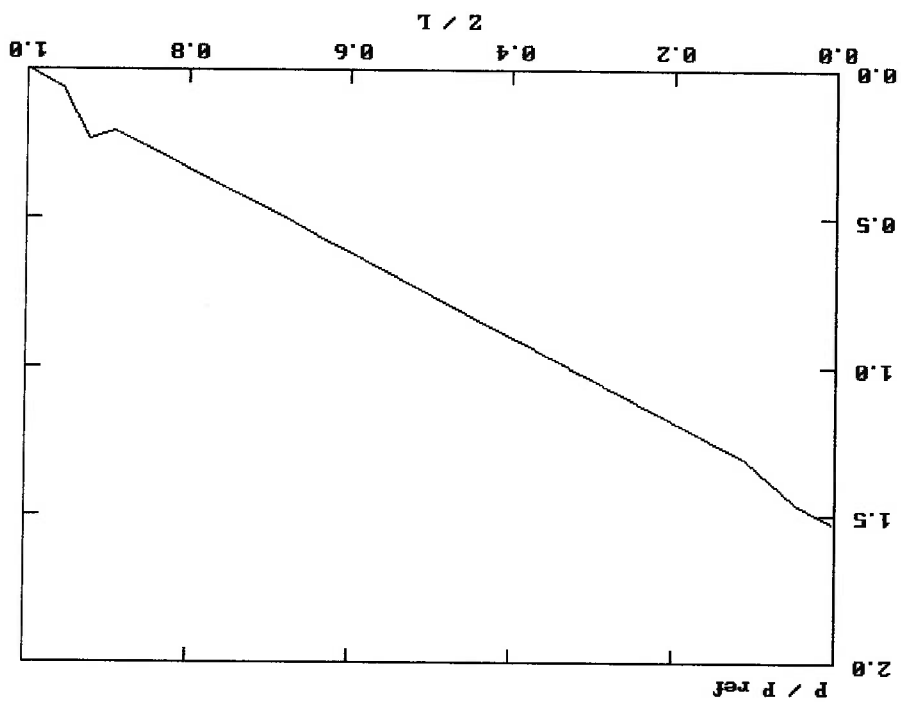


Figura 6.10 Pressões ao longo da direção axial. Posição $Y/B = 0.5$ e $X/L = 0.24$. Duas grades. 33%/67%.



O perfil de velocidades adotado na seção de entrada mais adequado aos dados experimentais está mostrado na tabela 5.2. Seus valores foram obtidos a partir do balanço de massa feito nesta seção considerando a vazão total correspondente à velocidade de 2.47 m / s, referente ao número de Reynolds de 25400 sendo o diâmetro hidráulico de 10.28 mm. Os valores de 1.63 m/s e 3.31 m / s referem-se respectivamente às vazões de 33% e 67% que escoam em cada uma das metades da seção de entrada do canal. As figuras 6.12 a 6.16 mostram as distribuições das velocidades axiais calculadas e as comparações com os dados experimentais obtidos por Franco [4].

Observa-se que na medida que o escoamento vai desenvolvendo ao longo do canal o perfil das velocidades axiais ainda não se estabilizou em torno da distância $Z / L = 0.87$ que corresponde cerca de 101 diâmetros hidráulicos contados a partir da entrada do canal.

Para o caso do desbalanceamento de vazões 33% / 67% nota-se que a concordância entre os valores calculados para as velocidades axiais e os dados experimentais é satisfatória, sendo também superior àquela obtida para o desbalanceamento mais severo de 0% / 100%.

Neste caso verifica-se também que no ponto $X / A = 0.86$ a diferença entre as velocidades medidas e as calculadas está em torno de 30% conforme já constatado nas simulações anteriores.

Na figura 6.12 nota-se de forma bastante acentuada os picos e vales de velocidades que ocorrem devido a influência da grade situada à montante da posição $Z/L = 0.35$; este efeito é bem menos acentuado na posição $Z/L = 0.35$, conforme mostrado na figura 6.14.

Ao contrário do desbalançamento de 0% / 100% observa-se neste caso, pelos gráficos mostrados nas figuras 6.12 a 6.16, a inexistência de gradientes negativos de velocidades axiais, mostrando com isso que não há recirculações devido a esta componente a partir da posição $Z/L = 0.18$.

Figura 6.13 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.18$. Duas grades . 33% / 67% .

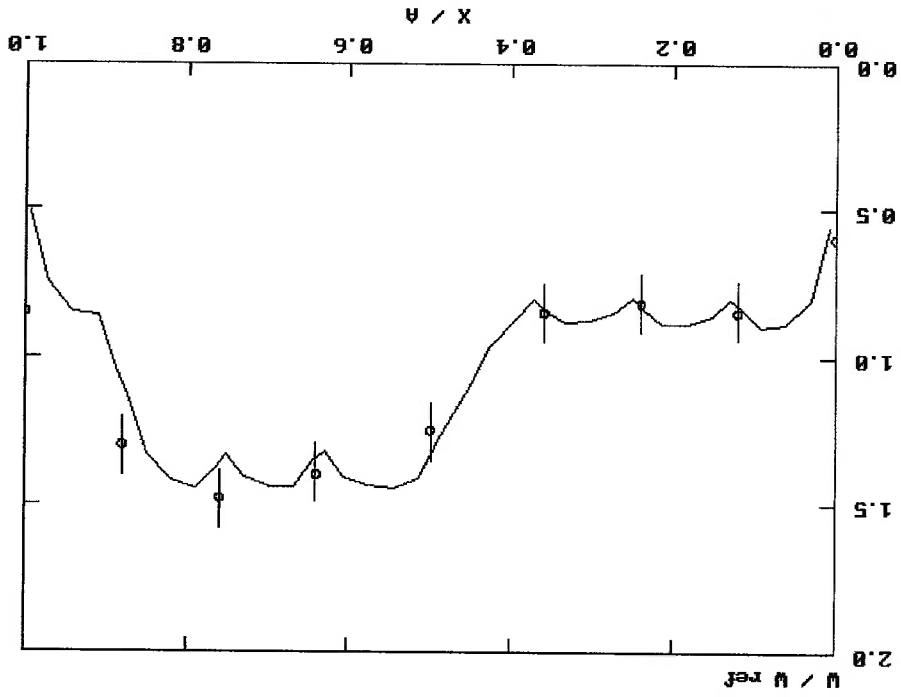


Figura 6.12 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.35$. Duas grades . 33% / 67% .

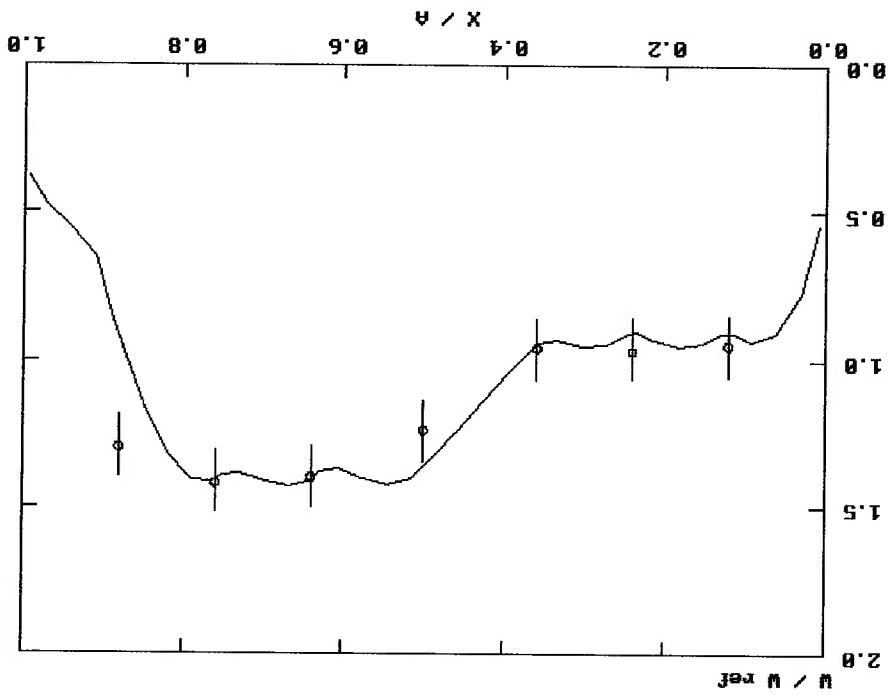


Figura 6.15 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.52$. Duas grades . 33% / 67% .

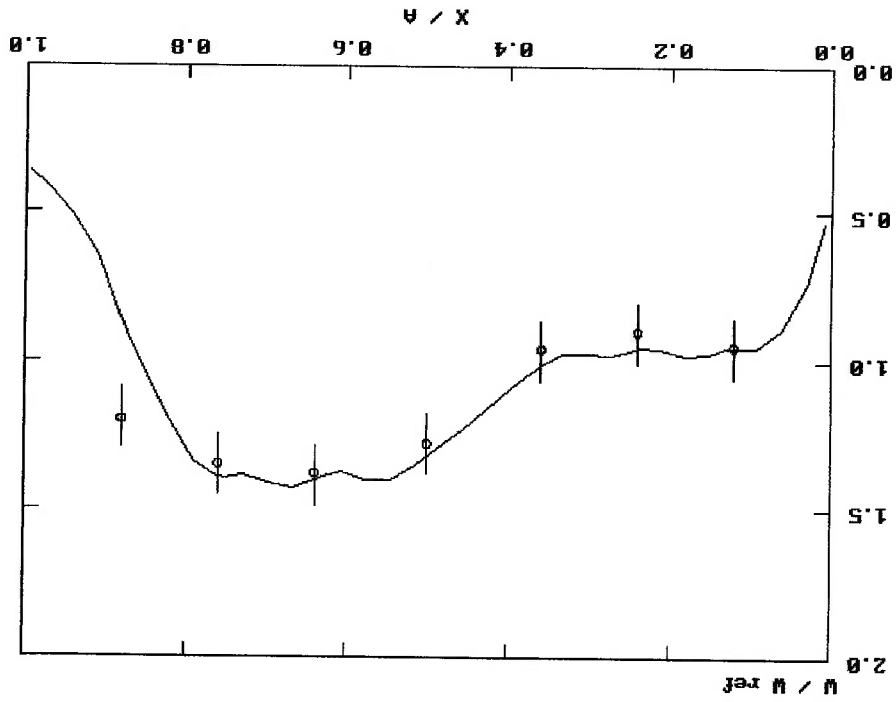


Figura 6.14 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.69$. Duas grades . 33% / 67% .

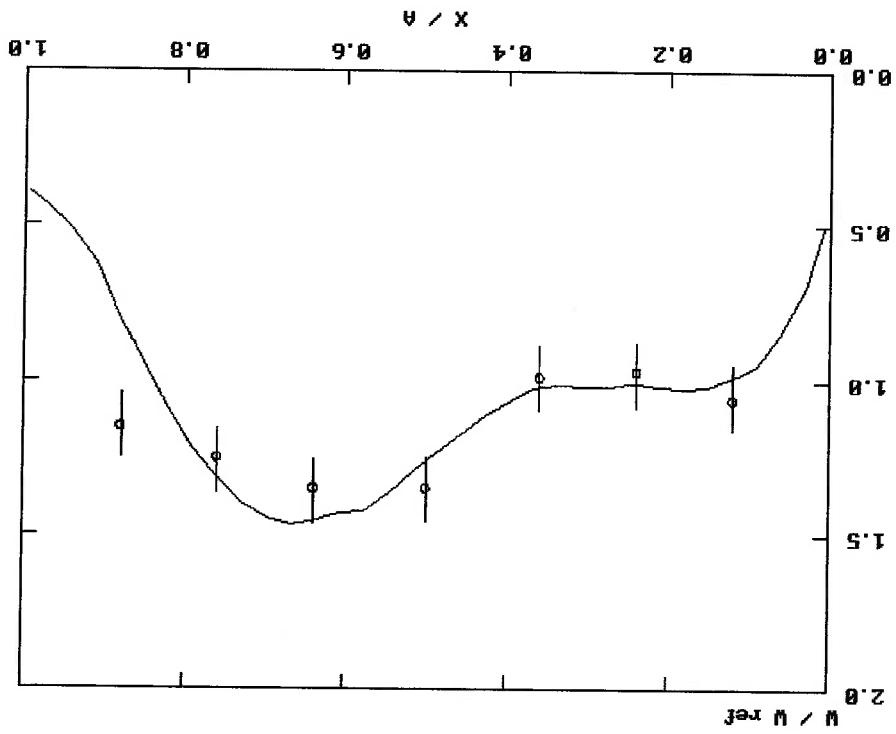
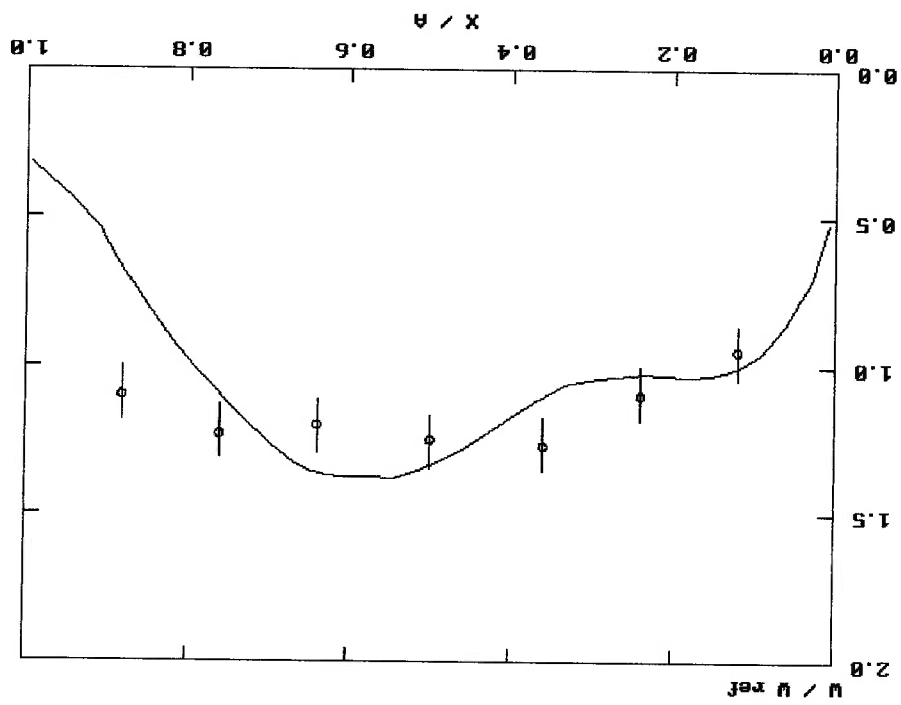


Figura 6.16 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.87$. Duas grades . 33%/67% .



As figuras 6.17 e 6.18 mostram de forma comparativa as energias cinéticas turbulentas k calculadas na posição $Y/B = 0.31$ nas secções $Z/L = 0.18$ e $Z/L = 0.52$ considerando o canal com 2 grades sendo que o desbalançamento das vazões é 0% / 100%.

Observa-se que a energia cinética turbulenta na secção $Z/L = 0.18$ atinge um valor máximo para a posição X/A inferior a 0.4; isto ocorre pois as recirculações causadas pelo desbalançamento de vazão na entrada do canal ainda refletem nesta secção de forma bastante intensa. Na secção $Z/L = 0.52$ a energia cinética diminui significando com isso que as recirculações diminuíram de intensidade.

A energia cinética turbulenta foi adimensionalizada através de $\frac{W_{\max}^2}{2k}$ sendo $W_{\max} = 4$ m/s a máxima velocidade axial.

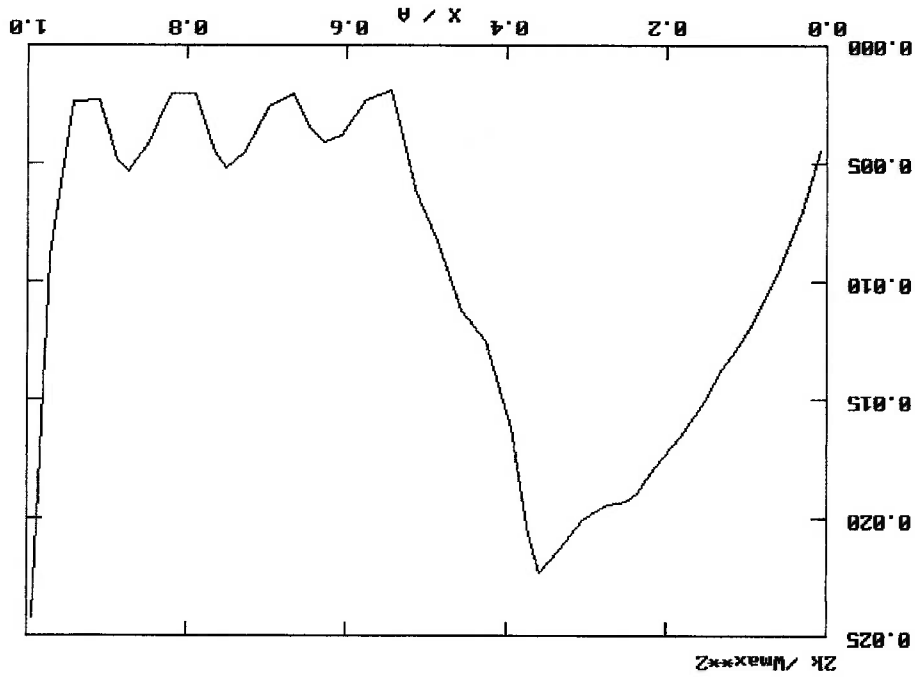


Figura 6.17 Distribuição da energia cinética turbulenta. Canal com duas grades. Desbalançamento 0% / 100% $Z/L = 0.18$.

Neste caso a energia cinética turbulenta é adimensionalizada usando $W_{\max} = 3.3 \text{ m/s}$.

Observa-se que com a diminuição do desbalançamento das vazões na entrada, a energia cinética turbulenta diminui sendo que na seção $X/A = 0.5$ onde ocorre a mistura dos fluxos de 33% com o de 67% ela atinge um máximo.

Figura 6.18 Distribuição da energia cinética turbulenta. Canal com duas grades. Desbalançamento 0% / 100% $Z/L = 0.52$.

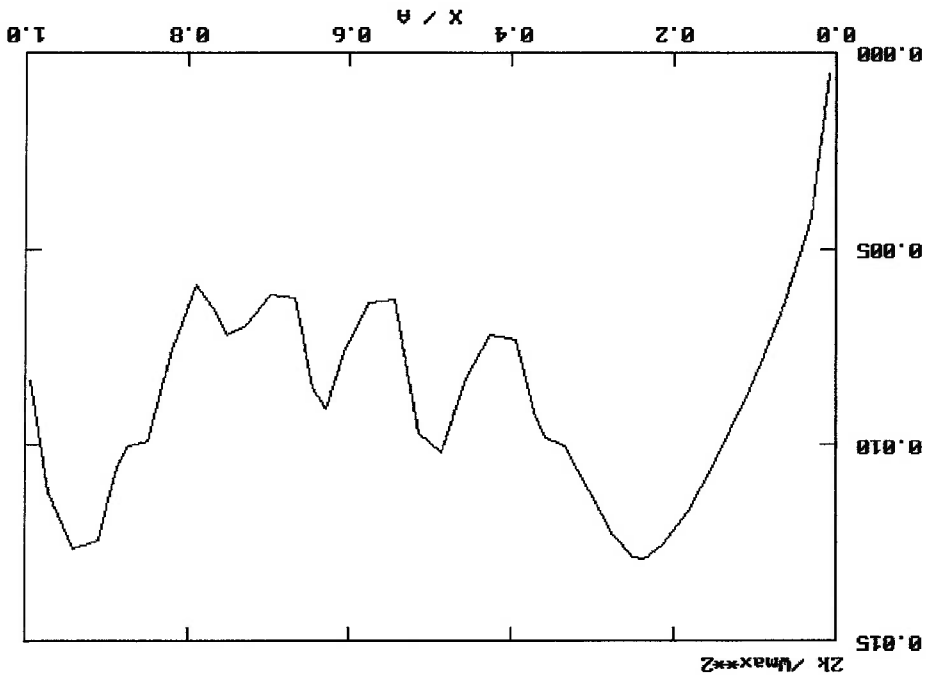


Figura 6.20 Distribuição da energia cinética turbulenta . Canal com duas grades Desbalançamento 0% / 33% $Z/L = 0.52$.

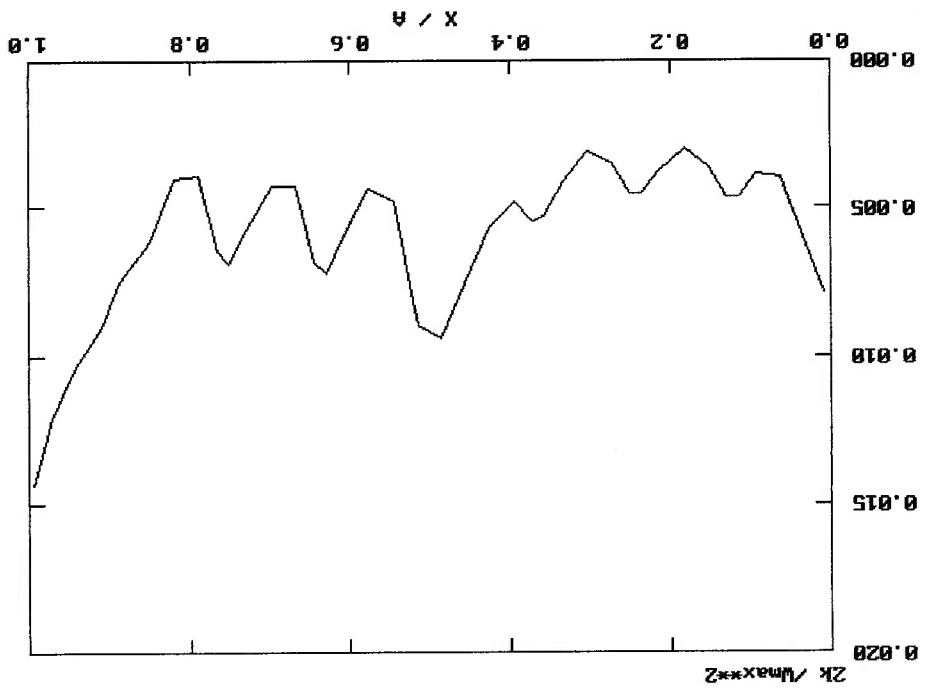
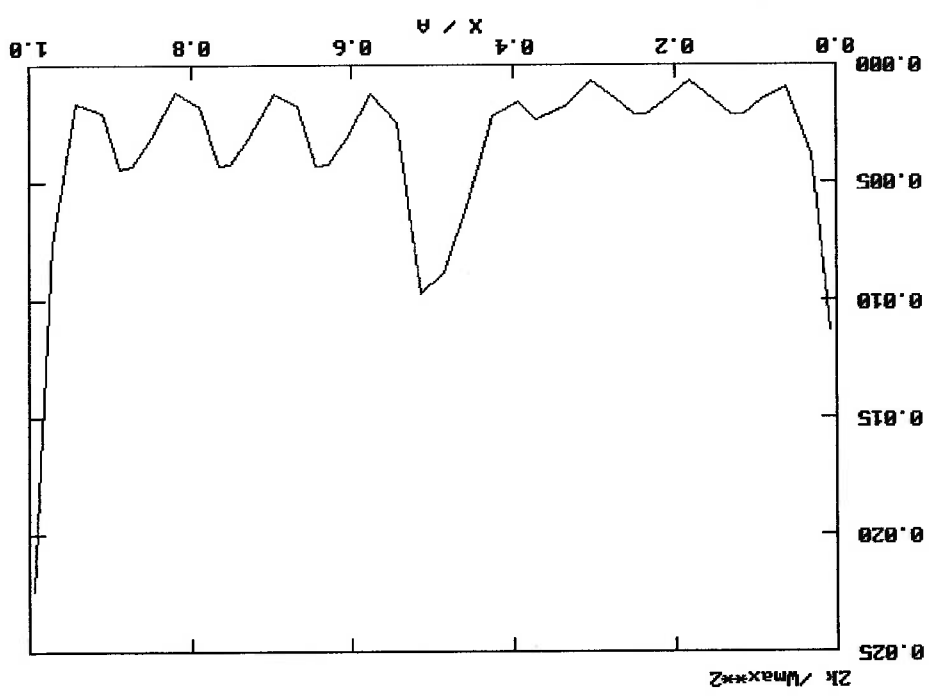


Figura 6.19 Distribuição da energia cinética turbulenta . Canal com duas grades Desbalançamento 0% / 33% $Z/L = 0.18$.



As energias cinéticas turbulentas não foram medidas experimentalmente por Franco em [4] e deste modo os valores apresentados acima servem apenas como referência .

6.3 Canal contendo seis grades com distribuição de vazões 0% / 100%

Os gráficos das figuras 6.21 a 6.27 mostram as distribuições de pressões e velocidades obtidas através das simulações considerando o canal com 6 grades e a partição das vazões na seção de entrada de 0% / 100% .

Os valores de referência para a pressão e velocidades axiais mostrados nos gráficos são os seguintes $P_{ref} = 10000 \text{ Pa}$ e $W_{ref} = 2.03 \text{ m/s}$.

As figuras 6.21 e 6.22 mostram as distribuições de pressões ao longo da dimensão axial $X/L = 0.24$ e $X/L = 0.74$.

Pela figura 6.21 observa-se de forma bastante acentuada que o efeito do desbalançamento das vazões de entrada ainda reflete nas recirculações que ocorrem na seção $Z/L = 0.18$ através dos gradientes das pressão transversais que deslocam as curvas das pressões para a direita.

O efeito das perdas de carga devido as seis grades espaçadoras no canal pode ser notado com maior destaque nos gráfico das figuras 6.22 , observa-se as perdas de carga através das grades pelas mudanças bruscas das declividades da curva.

Figura 6.22 Pressões ao longo da direção axial. Posição $Y/B = 0.5$ e $X/A = 0.74$. Seis grades. 0% / 100%.

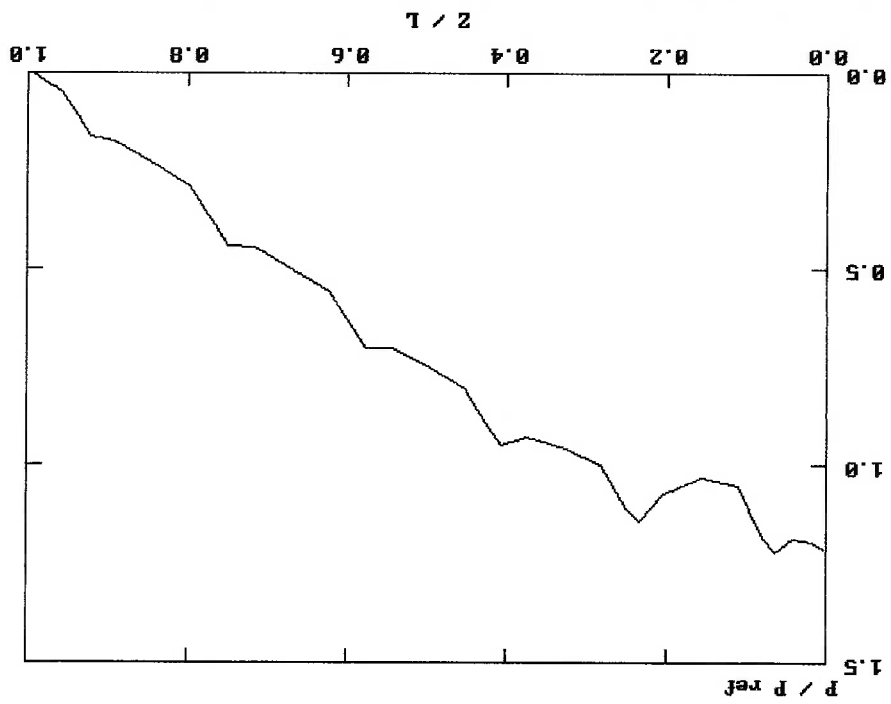
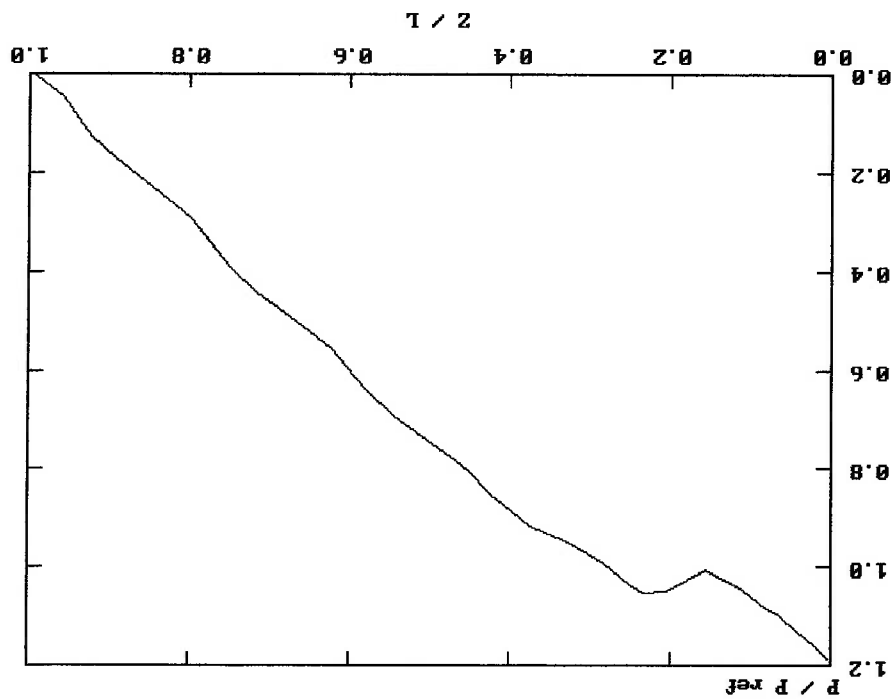


Figura 6.21 Pressões ao longo da direção axial. Posição $Y/B = 0.5$ e $X/A = 0.24$. Seis grades. 0% / 100%.



As figuras 6.23 a 6.27 mostram as distribuições das velocidades axiais calculadas e as comparações com os dados experimentais obtidos por Franco [4].

Nota-se que o escoamento vai se desenvolvendo ao longo do canal e o perfil das velocidades axiais ainda não se estabilizou em torno da distância $Z / L = 0.87$, que corresponde cerca de 101 diâmetros hidráulicos contados a partir da entrada.

Observa-se que a concordância entre os valores calculados para as velocidades axiais ultrapassa em alguns pontos a incerteza de $\pm 10\%$ dos dados experimentais.

O problema da diferença entre os valores das velocidades calculadas e as medidas no ponto $X / A = 0.86$ fica ainda mais acentuado neste simulação

De forma bastante destacada nota-se os picos e vales de velocidades que ocorrem devido a influência das seis grades situadas ao longo do escoamento.

Figura 6.24 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.18$. Seis grades . 0% / 100% .

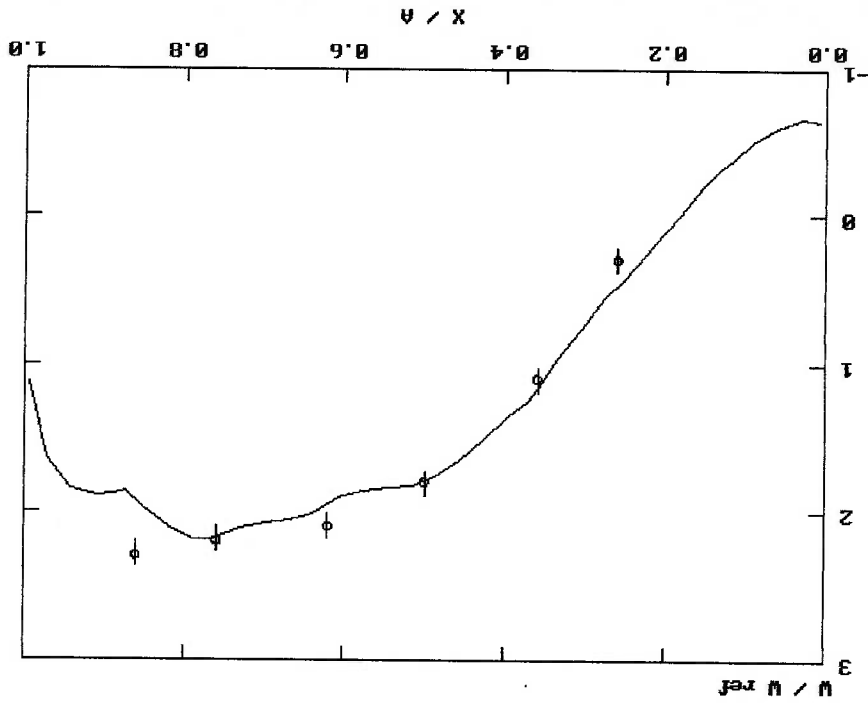


Figura 6.23 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.35$. Seis grades . 0% / 100% .

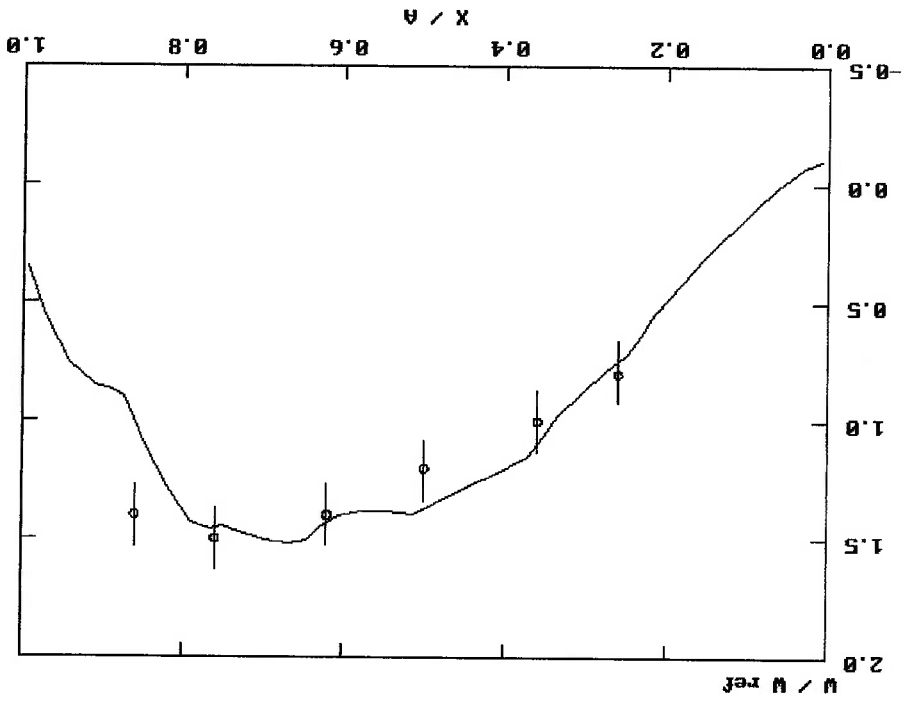


Figura 6.26 Distribuição das velocidades axiais . Posições Y / .5 e Z / L = 0.52 . Seis grades . 0% / 100% .

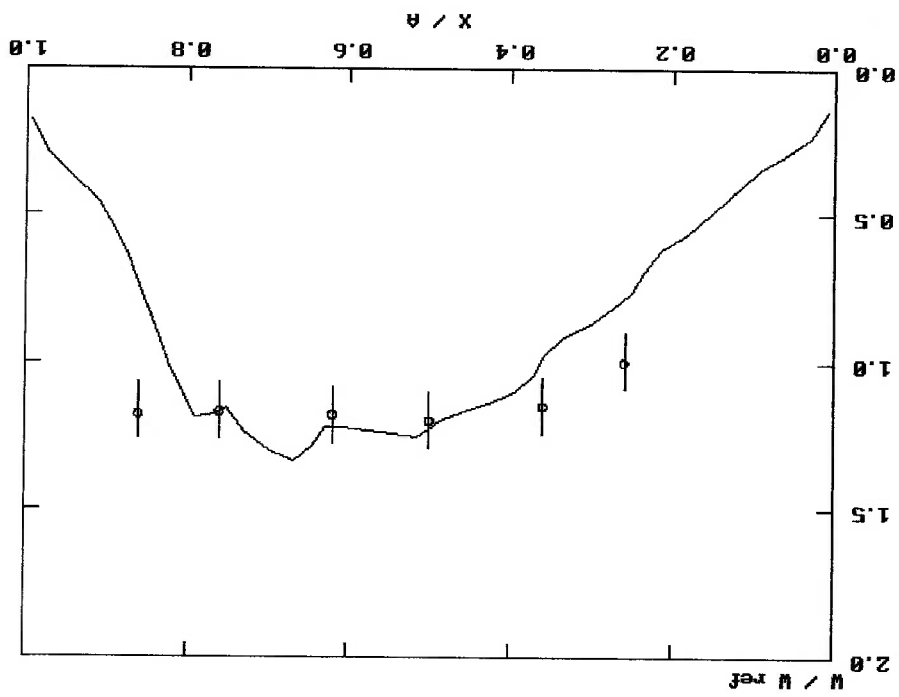


Figura 6.25 Distribuição das velocidades axiais . Posições Y / B = 0.5 e Z / L = 0.69 . Seis grades . 0% / 100% .

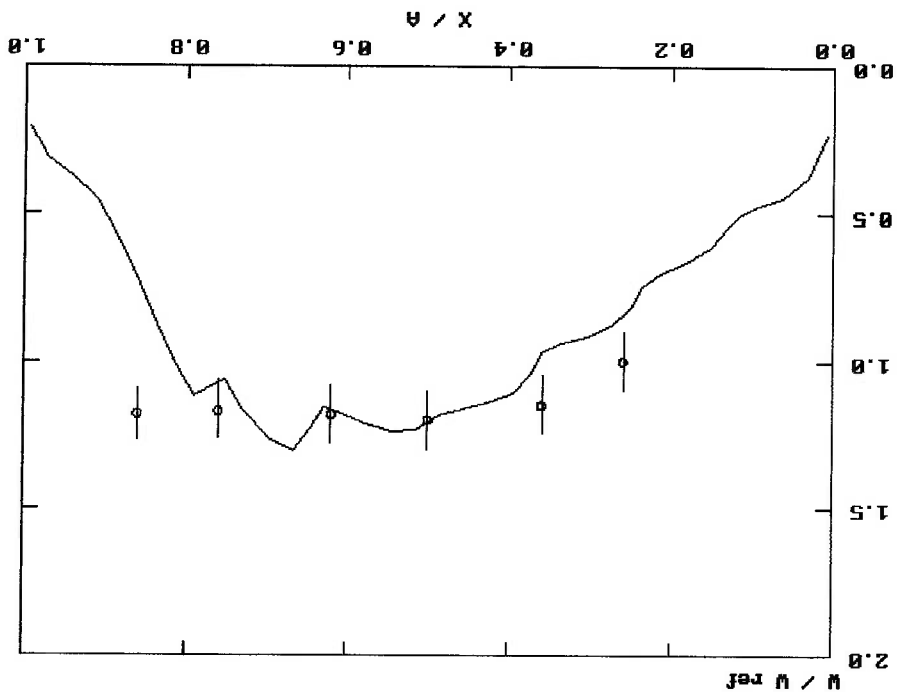
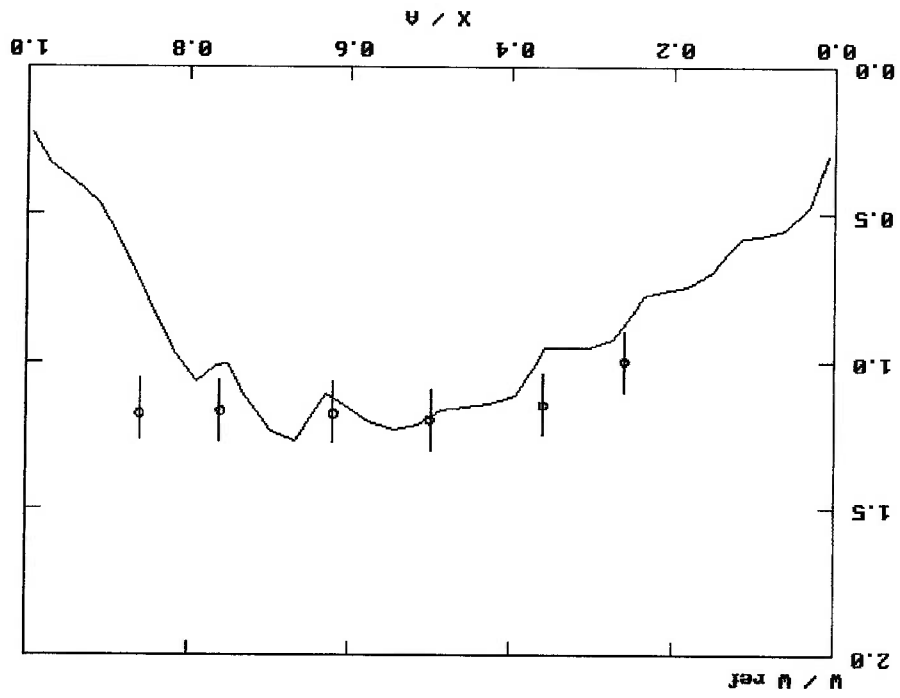


Figura 6.27 Distribuição das velocidades axiais. Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.87$. Seis grades . 0% / 100%.



6.4 Canal contendo seis grades com distribuição de vazões 33% / 67%

As figuras 6.28 a 6.34 mostram as distribuições de pressões e velocidades obtidas através das simulações considerando o canal com 6 grades e a partição das vazões na secção de entrada de 33% / 67%.

Os valores de referência para a pressão e velocidades axiais mostrados nos gráficos são os seguintes $P_{ref} = 10000 \text{ Pa}$ e $W_{ref} = 2.47 \text{ m/s}$.

As figuras 6.28 e 6.29 mostram as distribuições de pressões ao longo da distância axial para a posição $X/L = 0.24$ e $X/L = 0.74$.

Neste caso o efeito das perdas de carga devido as seis grades é bem mais acentuado e pode também ser notado nos pontos de mudança de declividade das curvas.

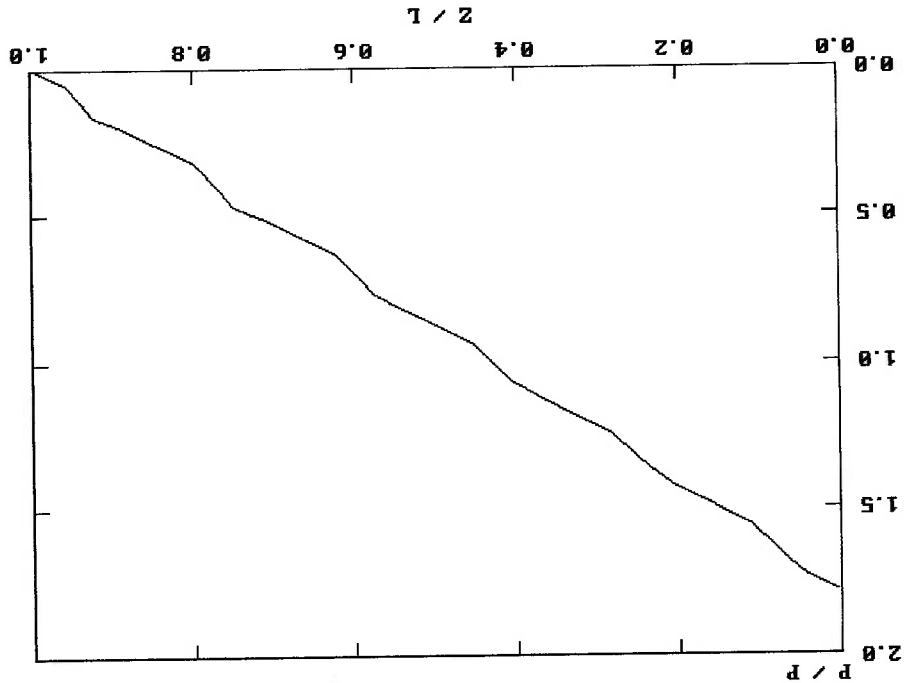


Figura 6.28 Pressões na direcção axial. Posição $X/L = 0.24$. Seis grades. 33% / 67%.

de velocidades que ocorrem devido a influência das seis grades .
 100%. Nota-se pelas figuras de forma bastante acentuada os picos e vales superior àquela obtida para o desbalanceamento mais severo de 0% / Neste caso nota-se que a concordância entre os valores calculados para as velocidades axiais e os dados experimentais é satisfatória , sendo também hidrâulicos contados a partir da entrada do canal .
 uma distância $Z / L = 0.52$ o que corresponde cerca de 60 diâmetros longo do canal o perfil das velocidades axiais se estabiliza em torno de Observa-se que na medida que o escoamento vai se desenvolvendo ao Franco [4] .

As figuras 6.30 a 6.34 mostram as distribuições das velocidades axiais calculadas e as comparações com os dados experimentais obtidos por

Figura 6.29 Pressões na direção axial. Posição $Y / B = 0.5$ $X / A = 0.62$. Seis grades . 33%/67% .

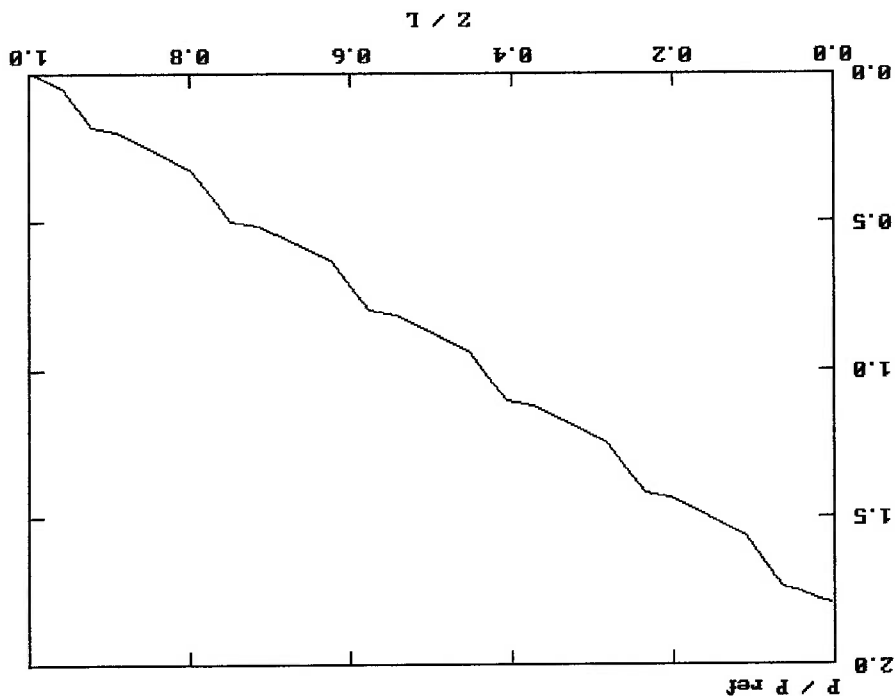


Figura 6.31 Distribuição de velocidades axiais . Posição $Y / B = 0.5Z / L = 0.35$. Seis grades. 33% / 67% .

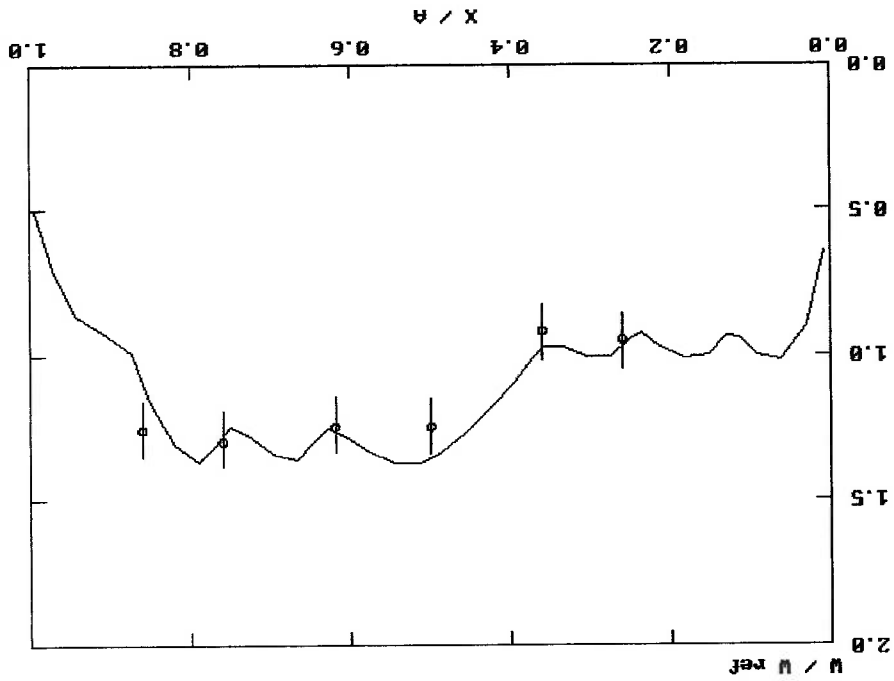


Figura 6.30 Distribuição de velocidades axiais. Posição $Y / B = 0.5$ $Z / L = 0.18$. Seis grades . 33% / 67% .

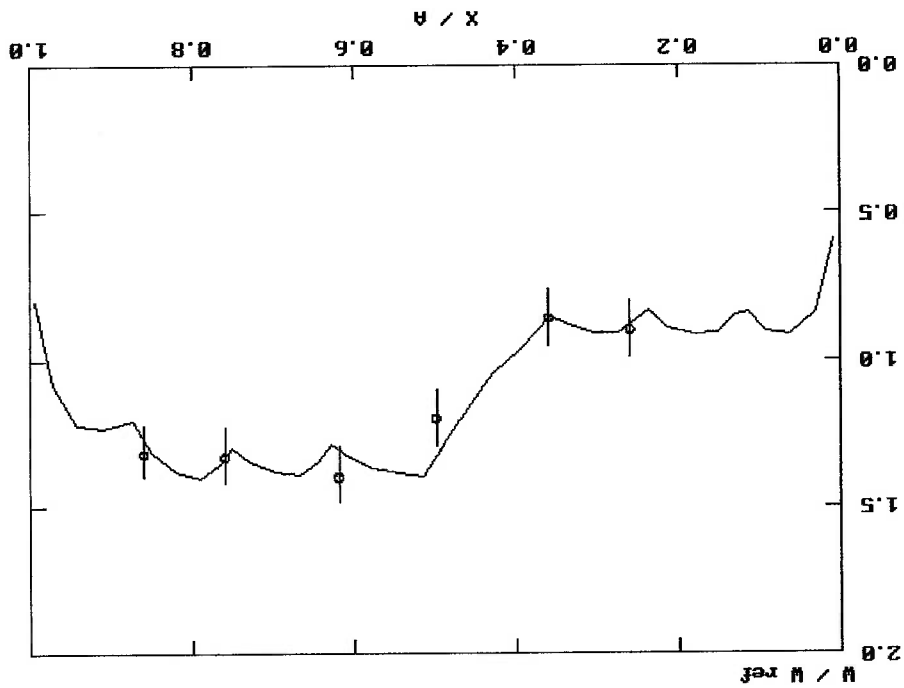


Figura 6.33 Distribuição de velocidades axiais . Posição $Y/B = 0.5$ $Z/L = 0.69$. Seis grades . 33% / 67% .

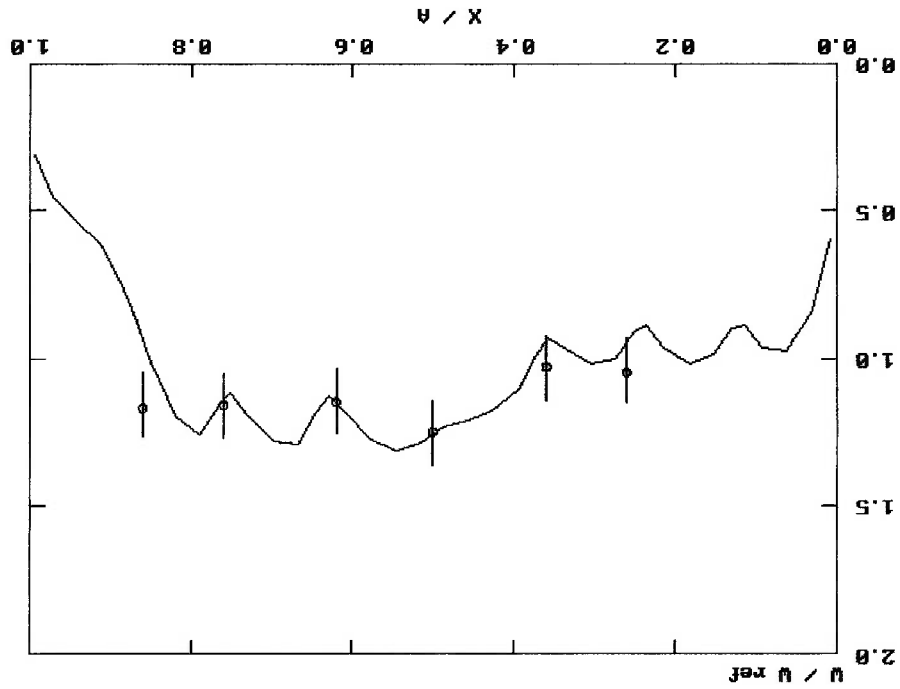
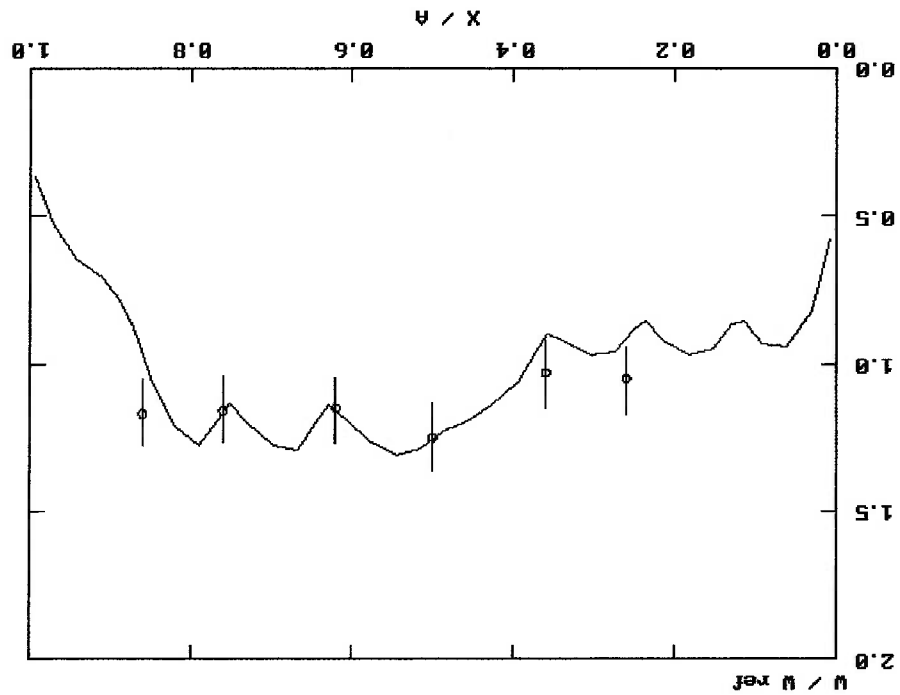


Figura 6.32 Distribuição de velocidades axiais . Posição $Y/B = 0.5$ $Z/L = 0.52$. Seis grades . 33% / 67% .



A visualização do escoamento no plano ZX feita através dos vetores de velocidades está mostrada na figura 6.35, onde se pode observar também as recirculações causadas pelo desbalanceamento.

Nas figuras 6.36 e 6.37 estão mostradas de forma pictórica as velocidades transversais U e V calculadas na posição $Z/L = 0.35$, também neste caso estas velocidades não foram medidas experimentalmente em [4]. Deste modo estes valores devem ser usados apenas como referência para a interpretação qualitativa da influência da recirculações causadas pelo desbalanceamento das vazões.

Figura 6.34 Distribuição de velocidades axiais. Posição $Y/B = 0.5$ $Z/L = 0.87$. Seis grades. 33%/67%.

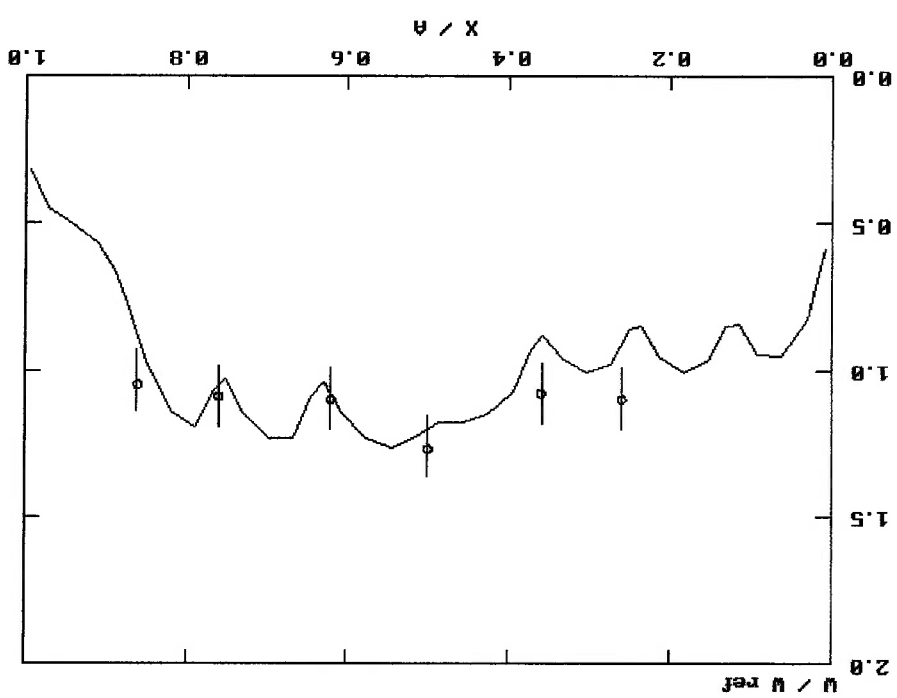


Figura 6.36 Distribuição das velocidades transversais U Posição Z/L = 0.18 . Seis grades . 33%/67% .

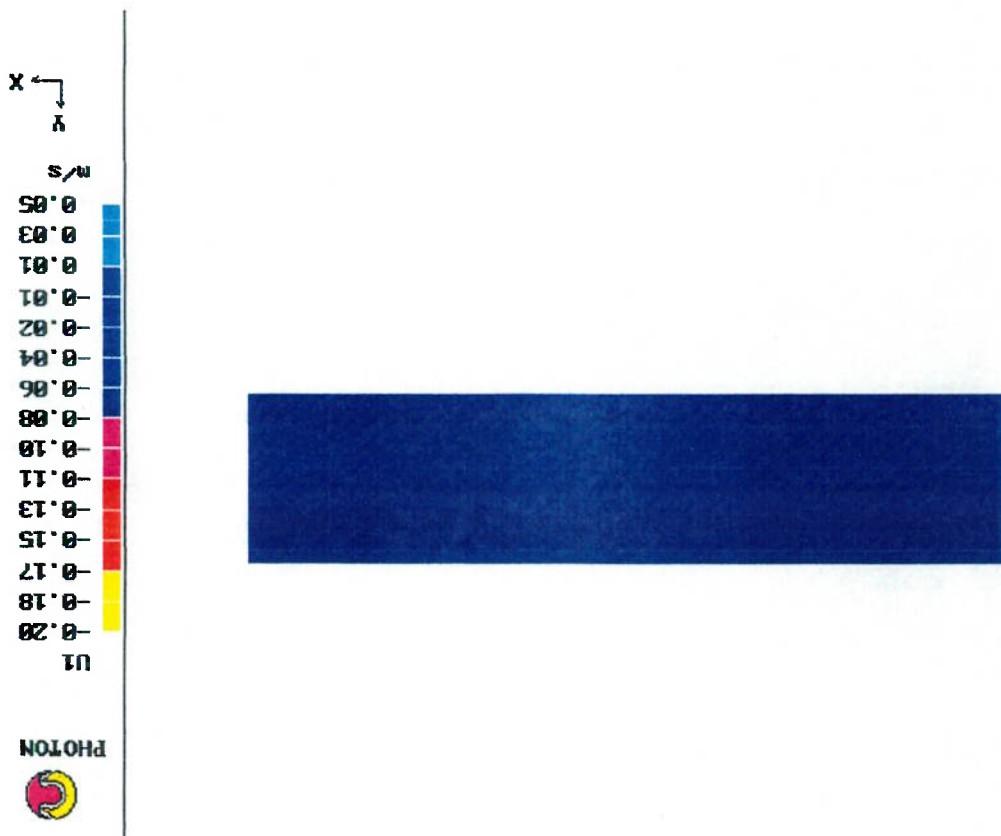
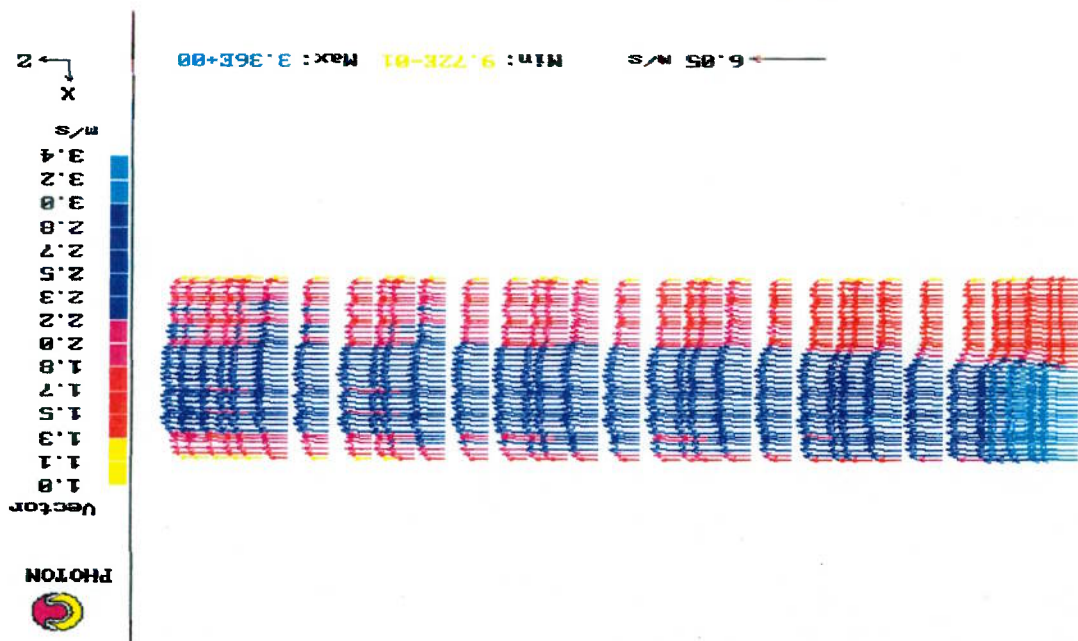


Figura 6.35 Velocidades Posição Y / B = 0.5 Seis grades . 33%/67% .



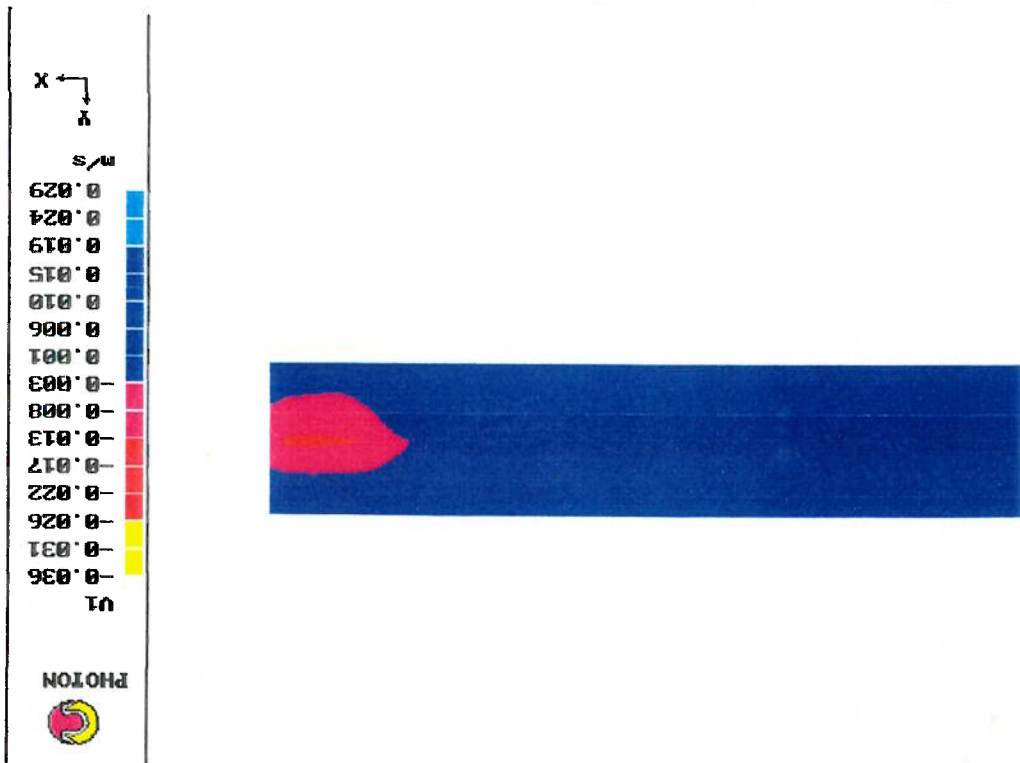


Figura 6.37 Distribuição das velocidades transversais V
Posição Z/L = 0.18 . Seis grades . 33% / 67% .

6.5 Canal contendo seis grades com distribuição de vazões 50% / 50%

Como referência mostrar-se-á a seguir a situação em que não ocorre desbalanceamento e portanto em cada seção de entrada escoará a metade da vazão total .

A velocidade de cada seção de entrada foi calculada para um número de Reynolds de 28800 considerando o diâmetro hidráulico de 10,28mm ; seu valor é 2.80 m / s. Considerou-se na ausência de medições feitas na seção de entrada , que o perfil das velocidades é uniforme.

A condição de simetria das vazões conduz a perfis simétricos de velocidades como se pode observar pelos gráficos das figuras 6.38 a 6.42.

Os gráficos das figuras 6.36 a 6.41 mostram as distribuições de pressões e velocidades, os valores de referência são respectivamente dados por $P_{ref} = 10000Pa$ e $W_{ref} = 2.80 m / s$.

A figura 6.36 mostra a distribuição de pressão ao longo da distância axial para a posição $X / A = 0.62$; de maneira bastante acentuada observa-se o efeito das perdas de carga através das grades situadas nas extremidades do canal pela mudança da declividade da curva da pressão .

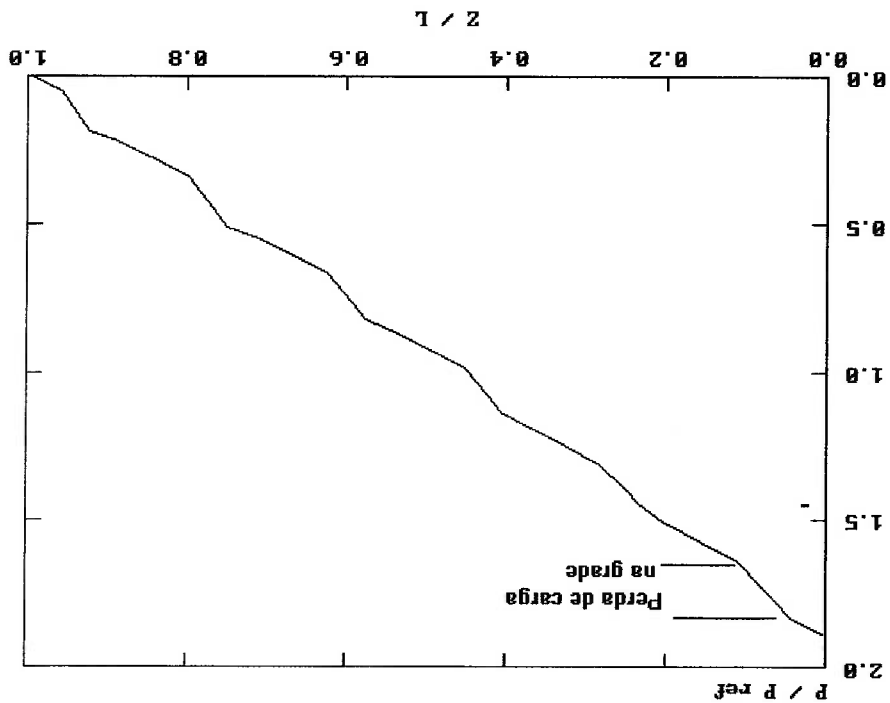
As figuras 6.37 a 6.41 mostram as distribuições das velocidades axiais calculadas e as comparações com os dados experimentais obtidos por Franco [4].

O valor de 2.80 m / s para as velocidades de entrada foi obtido a partir do balanço de massa feito nesta seção considerando a vazão total e o número de Reynolds de 28200 sendo o diâmetro hidráulico de 10.28 mm.

Os picos e vales de velocidades mostrados nas figuras são devidos às seis grades situadas ao longo do escoamento.

A concordância entre os valores calculados para as velocidades axiais em alguns pontos, ultrapassa de pouco a incerteza de $\pm 10\%$ obtida pela medidas experimentais.

Fig 6.37 Pressões ao longo da direção axial. Posição $Y / B = 0.5$ e $X / L = 0.62$. Seis grades . 50% / 50% .



Observa-se que na medida que o escoamento vai se desenvolvendo o perfil das velocidades axiais tende a se estabilizar em torno de uma distância superior a $Z/L = 0.69$ que corresponde cerca de 80 diâmetros contados a partir da entrada do canal .

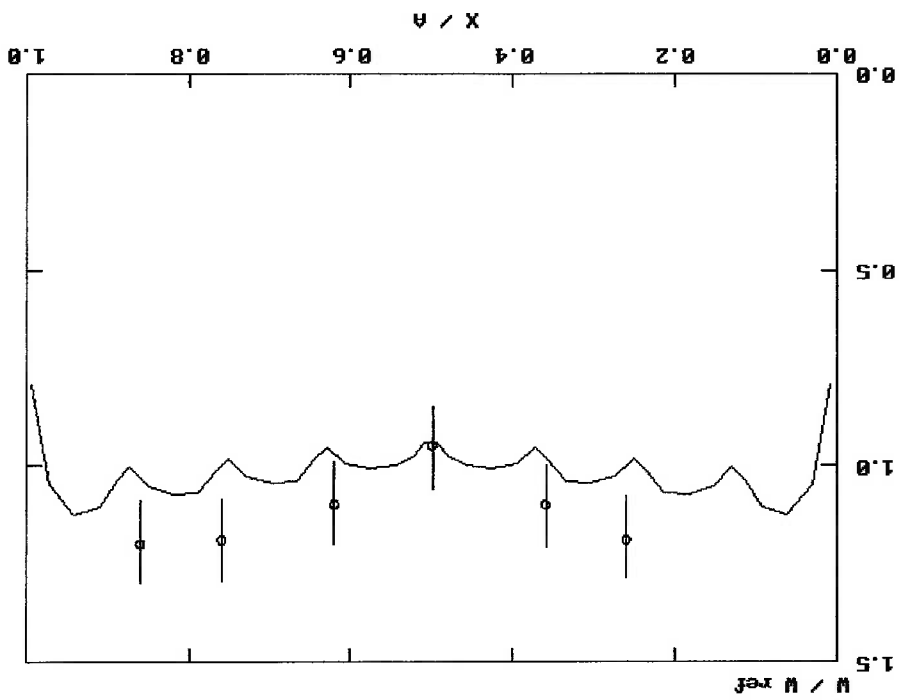


Figura 6.38 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.18$. Seis grades . 50%/50% .

Figura 6.40 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.52$. Seis grades . 50% / 50% .

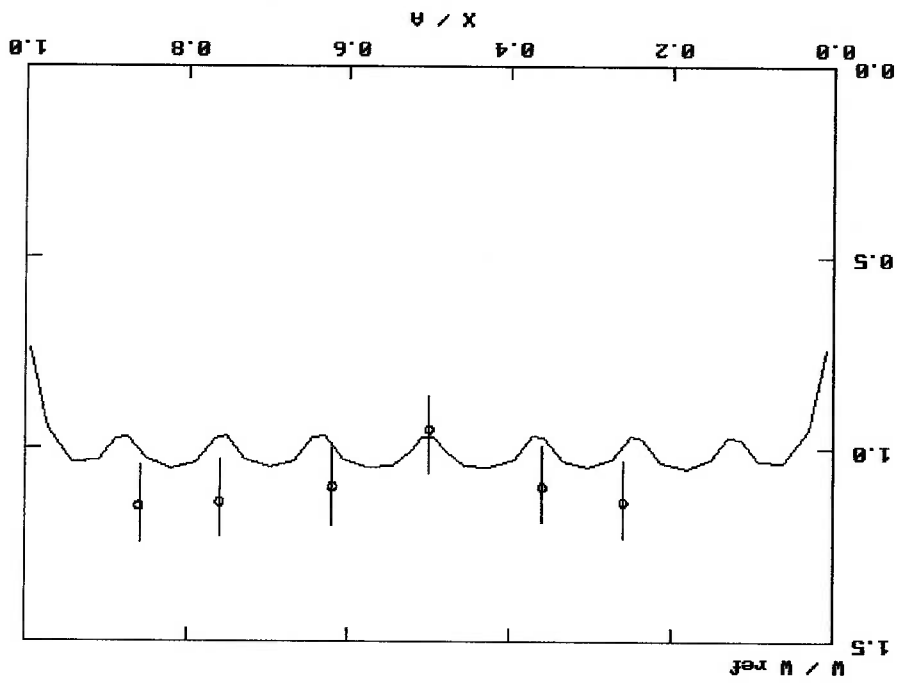


Figura 6.39 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.35$. Seis grades . 50% / 50% .

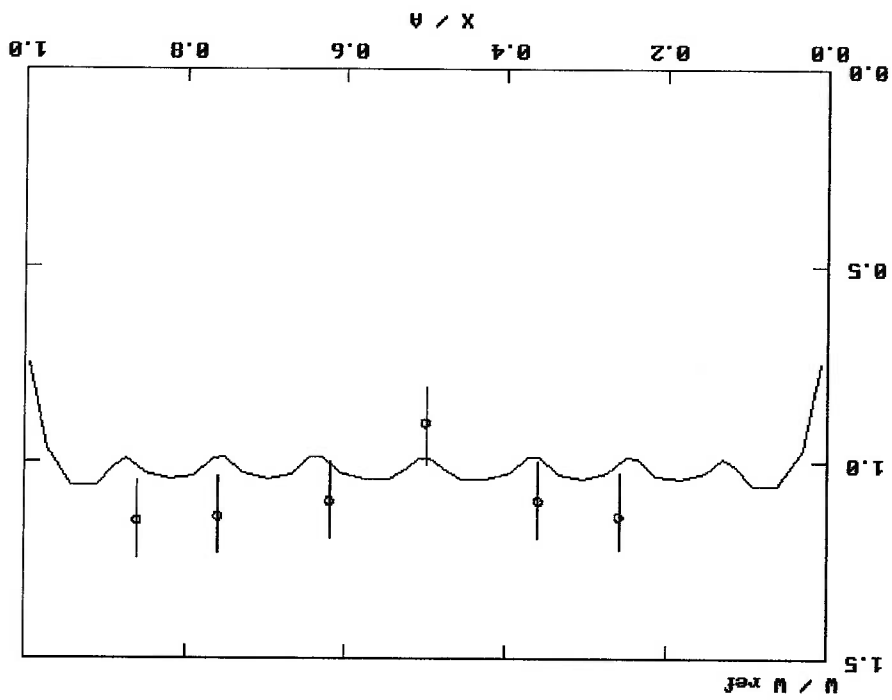


Figura 6.42 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.87$. Seis grades . 50% / 50% .

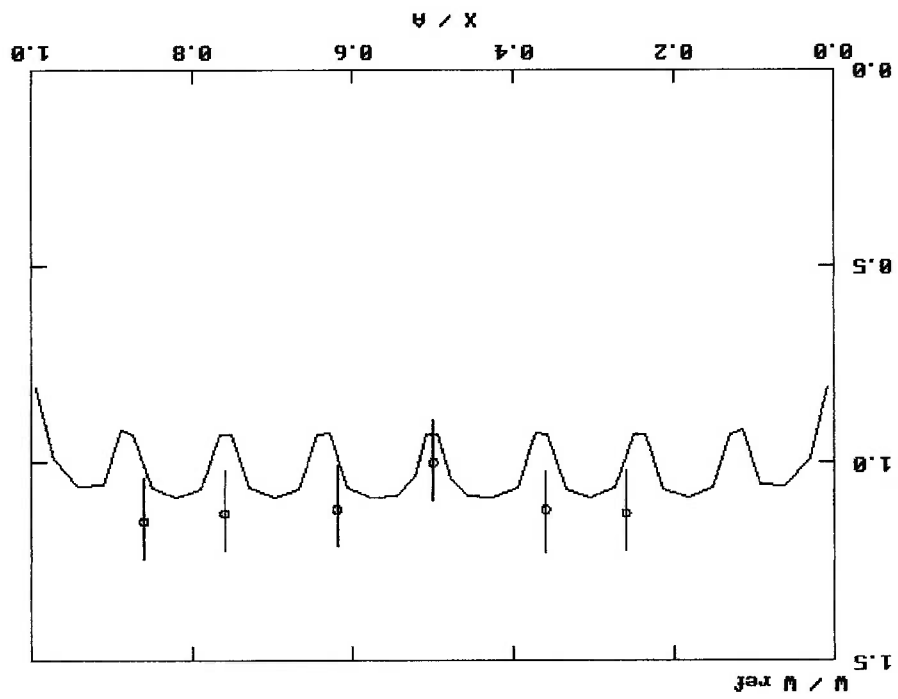
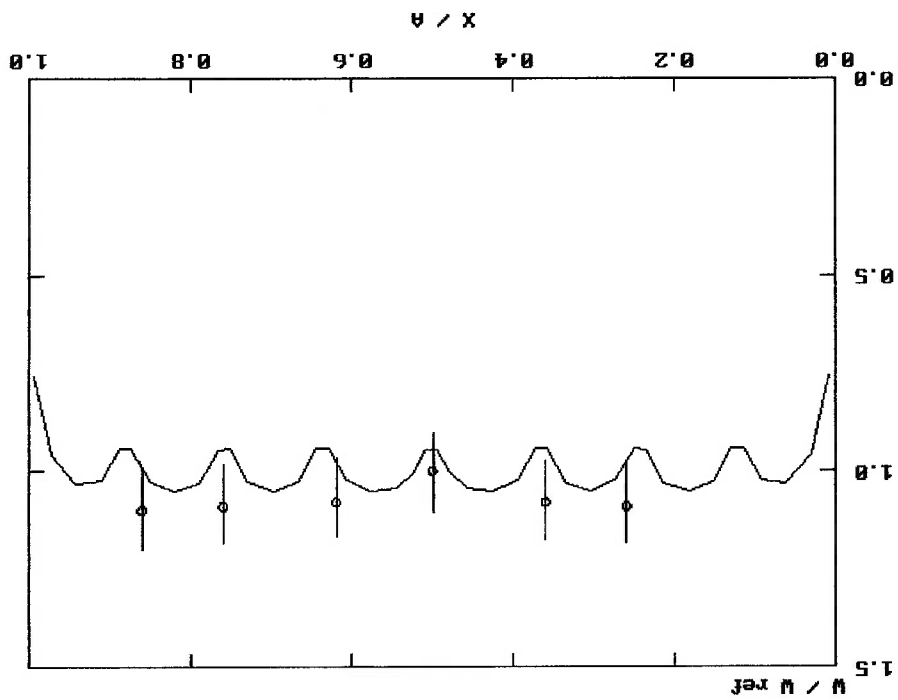


Figura 6.41 Distribuição das velocidades axiais . Posições $Y/B = 0.5$ e $Z/L = 0.69$. Seis grades . 50% / 50% .



7 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados das simulações apresentados no capítulo anterior foram obtidos utilizando a malha grossa, ao substituí-la pela malha fina a diferença máxima entre os valores das variáveis calculadas foi inferior a 2%. Nestas condições pode-se afirmar que a solução depende da malha utilizada.

Os resultados calculados para as velocidades axiais foram concordantes com os dados experimentais disponíveis, quando se considera a situação de desbalanceamento de vazões 33% / 67%.

Entretanto para o desbalanceamento de vazões com uma seção de entrada totalmente bloqueada, (0% / 100%) verificou-se pelos gráficos das figuras 6.3 a 6.7 e de 6.23 a 6.27 que todos os valores calculados para as velocidades axiais diferem dos dados experimentais de no máximo 10%, exceto no ponto de coordenada $X / A = 0.86$ no qual esta diferença é no máximo 30%, mostrando com isso que outras correlações empíricas de perdas de carga em varatas devem testadas.

As velocidades transversais não foram medidas experimentalmente em [4] e deste modo os valores apresentados devem ser usados apenas como referência para a interpretação qualitativa da influência das recirculações causadas pelos desbalanceamentos de vazões.

Para verificar o macro comportamento da simulação considerou-se o caso do escoamento balanceado e comparou-se o valor da perda de carga obtida nestas condições com o valor determinado por equações empíricas correlacionadas por Todreas [25]. O resultado da comparação é que a perda de carga obtida

por simulação é 6 % superior àquela obtida pelas fórmulas empíricas , o que é bastante satisfatório .

A contribuição deste trabalho foi a utilização do modelo dos meios porosos para simular o escoamento. Possibilitou-se tratar um problema que envolvia a geração de uma malha computacional complexa orientada de acordo com as fronteiras , de uma forma mais simples , pelo uso das coordenadas retangulares com menor número de pontos. Viabilizou-se assim a execução deste trabalho com uso dos micro computadores disponíveis.

Considerando os problemas de instabilidades devido ao desbalanceamento de vazões de 0% / 100 % apresentados nos códigos COBRA e citados por Franco [4] , conclui-se que a utilização do código PHOENICS 2.0 com o equacionamento dos fluidos em meio poroso amplia as propostas do código COBRA e apresenta-se como uma solução alternativa viável.

Entretanto são plausíveis e merecem ser testadas outras geometrias de canais inclusive levando-se em conta o aquecimento das varetas e as medidas experimentais de velocidades transversais.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Bradshaw, P., Review - Complex Turbulent Flows, J Fluids Eng, ASME, Vol. 97, 1975, pp 146-154.
- [2] Chellemer, H.; Chu, P.T.; Hochreiter, L.E. THINC-IV: An improved program for thermal-hydraulic analysis of rod bundle cores. Pittsburgh, Pennsylvania, Westinghouse Electric Corporation, jun. 1973. (wcap-7956).
- [3] Doornaal, J.P.; Raithby G.D.; Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows, Num Heat Transfer, Vol. 7, 1984 pp 147-163.
- [4] Franco, C.B.; Determinação experimental da redistribuição axial do escoamento em feixe de varetas com forte componente transversal. Dissertação apresentada no IPEN para a obtenção do título de mestre em engenharia nuclear, 1992.
- [5] Franco, C.B.; Carajilescov, P. Desempenho dos programas da linha COBRA na simulação de escoamento em feixes de varetas curtas com forte componente transversal. In Encontro Nacional de Física de Reatores e Termodinâmica: anais do oitavo encontro realizado em Atibaia-S.P, 1720 9191. São Paulo, 1991. p. 307-309.
- [6] Gosman, A.D.; Pun, W.; Runchal, A. K.; Spalding D.B., Wolfstein, M., Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows, Academic Press, Great Britain, 1969.

- [7] Gunter, A. Y, and Shaw, W. A; A general correlation of friction factors for various types of surfaces in cross flow. Trans. ASME 67:643-600, 1945.
- [8] Hanjalic, K. Launder, B.E. , Reynolds Stress Model of Turbulence and its Application to Thin Shear Flows, J.Fluid Mech. , Vol 61, 1972, pp 33-62 .
- [9] Hinze, O. , Turbulence, Mc Graw Hill, New York, 1959.
- [10] Harlow, F.H ; Welch J.E ; Numerical Calculation of Time Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface, Physics of Fluids , Vol 8, pp 2182-2189, 1965 .
- [11] Harlow F. H, Nakayama P.I, Turbulent Transport Equation. Physics of Fluids (1967) pp 323.
- [12] Marek, J, Maubach, K, and Rehme, K. Heat transfer and pressure drop performance and rod bundles arranged in square array. In. J. Heat Mass Transfer 16 : 2215-2228, 1973 .
- [13] Patankar, S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere New York, 1980.
- [14] Patankar, S.V. ; Spalding, D.B. , A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, 1972, pp 1787-1806 .

- [15] Patankar, S.V. ; Spalding , D.B. , Computer analysis of three-dimensional flow and heat transfer in a steam generator , Forsch.Ing-Wes 44 (1978) Nr 2 , pp 47-51 .
- [16] Phoenics 2.0 Instructions Courses. Courses Notes CHAM TR/300 .
- [17] Maliska , C. R ; Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional Universidade Federal de Santa Catarina.
- [18] Rowe, D.S COBRA-1 I I : A digital computer program for steady state and transient thermal- hydraulics analysis of rod bundle nuclear fuel element. Richland Whashington , Battele, BNW-B-82 (1971) .
- [19] Rodi , W. Turbulence Models and their Application in Hydraulics- A State of the Art Review. Institut für Hydromechanik and Sandorforschungsbereich 80 University of Karlsruhe , Karlsruhe, Federal Republic of Germany .
- [20] Rosten , H , I ; Spalding , D.B : The Phoenics Equations , Cham TR/99 november 1987 , document revision 2 .
- [21] Stewart, C.W. ; Wheeler , C.L ; Cena, R.J. ; McMonagle , C.A ; Cuta , J.M. ; Trent , D.S. COBRA- IV: the model and the method . Richland, Washington , Battele , Jul. 1977 . (BNW-2214) .
- [22] Spalding , D.B , A Novel Finite Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and second derivatives , Int . J Num Meths . Eng. Vol4 , 1972 , pp 551-559 .

- [23] Slattery, J.C. Momentum, Energy and Mass Transfer in Continua. New York: McGraw-Hill, 1972.
- [24] Taubee, D. B., Engineering Turbulence Models, em Advances in Turbulence, Eds George, W.K, Arndt, Hemisphere, New York, 1989 pp 75-126.
- [25] Todreas, N. E, Kazimi, M.S. Nuclear Systems Thermal Hydraulics Fundamentals. Hemisphere Publishing Corporation.
- [26] Wheeler, C.L; Stewart, C.W.; Cena, R.J.; Rowe, D.S.; Sutey, A.M. COBRA IV- I: an interim version of COBRA for thermal hydraulic analysis of rod of bundle nuclear fuel elements and core. Richland Washington, Battele, Mar 1976 (BNW-1962).
- [27] Weisman, J.; Bowring, R.W. Methods for detailed thermal and hydraulic analysis of water-cooled reactors. Nuclear Science and Engineering, 57, 255-276. 1975.
- [28] Zerbini, E.J.G.J, Simulação Numérica do Escaldamento em Câmaras Ciclônicas com Elevada Recirculação. Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Para a Obtenção do Título de Doutor em Engenharia 1992.
- [29] Launder, B.E., Spalding, D.B., The Numerical Computation of Turbulent Flows, Comp. Meths. Appl. Mech. Eng., Vol 3, 1974, pp 269-289.

9 APÊNDICES

Apêndice A Método SIMPLE

Para um campo de pressões as velocidades são calculadas através das equações da quantidade de movimento que referidas aos sistema cartesiano são escritas como se segue :

$$(A.1a) \quad a^p U^p = \sum_i a_i U^i + S_u + A_c (p^p - p^a)$$

$$(A.1b) \quad a^p V^p = \sum_i a_i V^i + S_v + A_n (p^p - p^n)$$

$$(A.1c) \quad a^p W^p = \sum_i a_i W^i + S_w + A_n (p^p - p^w)$$

A sequência de cálculo do método SIMPLE envolve dois passos distintos : no primeiro as velocidades são corrigidas de maneira a satisfazer a equação da continuidade e no segundo as pressões são avançadas para completar o ciclo iterativo.

Para uma estimativa de pressões p^* o campo de velocidades de U^* , V^* e W^* é dado pelas equações :

$$(A.2a) \quad a^p U^p = \sum_i a_i U^i + S_u + A_c (p^* - p^a)$$

$$(A.2b) \quad a^p V^p = \sum_i a_i V^i + S_v + A_n (p^* - p^n)$$

$$(A.2c) \quad a^p W^p = \sum_i a_i W^i + S_w + A_n (p^* - p^w)$$

As velocidades U , V e W calculadas através das equações (A.1), juntamente com a distribuição de pressão p , devem satisfazer a equação da continuidade, enquanto que as velocidades U^* , V^* e W^* obtidas através das equações (A.2), ocasionam um erro na continuidade. É necessário portanto efetuar uma correção nos campos de pressão e de velocidades, de forma que os valores já corrigidos atendam a equação da continuidade.

O método SIMPLE propõe que a pressão p deva ser escrita como a soma da melhor estimativa disponível p^* mais uma pressão p' que será calculada de maneira a satisfazer a equação da continuidade. A equação para a correção de pressão é então dada por :

$$p = p^* + p' \quad (\text{A.3})$$

As correções de velocidades U , V e W somadas com as pressões e velocidades estimadas U^* , V^* e W^* fornecem as seguintes relações :

$$U = U^* + U' \quad (\text{A.4a})$$

$$V = V^* + V' \quad (\text{A.4b})$$

$$W = W^* + W' \quad (\text{A.4c})$$

As relações entre p' , U' , V' e W' são obtidas subtraindo as equações (A.1) de (A.2) e substituindo nestas os valores de p , U , V e W dados por (A.3) e (A.4) Após o desenvolvimento da álgebra ter-se-a- as seguintes equações para as correções das velocidades :

Onde os coeficientes d^e , d^n e d^h são dados por:

$$W^h = W^p = W^* + d^p + d^h(p^p - p^h) \quad (\text{A.7c})$$

$$V^n = V^p = V^* + d^p + d^n(p^p - p^n) \quad (\text{A.7b})$$

$$U^e = U^p = U^* + d^p + d^e(p^p - p^e) \quad (\text{A.7a})$$

Substituindo as equações (A.4) em (A.6) tem-se :

$$a^p W^p = A^h(p^p - p^h) \quad (\text{A.6c})$$

$$a^p V^p = A^n(p^p - p^n) \quad (\text{A.6b})$$

$$a^p U^p = A^e(p^p - p^e) \quad (\text{A.6a})$$

escritas do seguinte modo:

e desta forma uma aproximação grosseira para as equações acima podem ser
 No método SIMPLE os termos $\sum a^i U^i$, $\sum a^i V^i$ e $\sum a^i W^i$ são desprezados

$$a^p W^p = \sum a^i W^i + A^h(p^p - p^h) \quad (\text{A.5c})$$

$$a^p V^p = \sum a^i V^i + A^n(p^p - p^n) \quad (\text{A.5b})$$

$$a^p U^p = \sum a^i U^i + A^e(p^p - p^e) \quad (\text{A.5a})$$

Equação para a pressão corrigida

Resta agora obter uma equação para determinar p' tal que, quando substituído nas equações (A.7) origemem velocidades U , V e W que satisfazam a equação da continuidade. Partindo então da equação da continuidade escrita para os volumes de controle mostrado nas figuras. 4.3a 4.3b, 4.3c tem-se :

$$0 = [(pU)'_x - (pU)'_x] \Delta y \Delta z + [(pV)'_y - (pV)'_y] \Delta x \Delta z + [(pW)'_z - (pW)'_z] \Delta x \Delta y \quad (A.9)$$

Substituindo (A.7) em (A.9) e desenvolvendo a álgebra obtém-se a equação de Poisson

$$a_p p' = a_N p'_N + a_S p'_S + a_W p'_W + a_E p'_E + a_L p'_L + a_H p'_H + b \quad (A.10)$$

onde

$$a_p = a_N + a_S + a_W + a_E + a_L + a_H + a_L \quad (A.10a)$$

$$a_E = \rho_e d_e \Delta y \Delta z \quad (A.10b)$$

$$a_W = \rho_w d_w \Delta y \Delta z \quad (A.10c)$$

O termo b é uma fonte de massa que quando nula significa que o campo de pressões produz velocidades que satisfazem as equações da continuidade e da conservação da quantidade de movimento, portanto, não é necessário corrigir a pressão.

$$b = [(\rho U)_x - (\rho U)_x] \Delta y \Delta z + [(\rho V)_y - (\rho V)_y] \Delta x \Delta z + [(\rho W)_z - (\rho W)_z] \Delta x \Delta y \quad (\text{A.10h})$$

$$a_x = \rho_x \Delta y \Delta z \quad (\text{A.10g})$$

$$a_y = \rho_y \Delta x \Delta z \quad (\text{A.10f})$$

$$a_z = \rho_z \Delta x \Delta y \quad (\text{A.10e})$$

$$a_N = \rho_N \Delta y \Delta z \quad (\text{A.10d})$$

Apêndice B Dedução da equação de discretização

Como suporte deste trabalho é deduzida neste apêndice a equação geral de discretização a partir da equação geral de transporte da propriedade ϕ , considerando o escoamento incompressível e o regime estacionário e um meio poroso.

Escrevendo novamente a equação geral de transporte (4.21) tem-se :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho U_f \phi_i) = \frac{\partial}{\partial t}(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi_i}{\partial x_f}) + S_\phi \quad (4.21)$$

Integrando esta equação no volume V e dividindo por V tem-se :

$$\frac{1}{V} \int V \frac{\partial \phi_i}{\partial t} (\rho U_f \phi_i) dV = \frac{1}{V} \int V \left[\frac{\partial}{\partial t} (\Gamma_\phi \frac{\partial \phi_i}{\partial x_f}) \right] dV + \frac{1}{V} \int V S_\phi dV \quad (B.1)$$

Considerando que o fluido só existe no volume V_f as integrações ficarão reduzidas a:

$$\frac{1}{V} \int V \frac{\partial \phi_i}{\partial t} (\rho U_f \phi_i) dV = \frac{1}{V} \int V_f \left[\frac{\partial}{\partial t} (\Gamma_\phi \frac{\partial \phi_i}{\partial x_f}) \right] dV + \frac{1}{V} \int V_f S_\phi dV \quad (B.2)$$

Considerando as médias volumétricas referentes aos termos convectivos, difusivos e fonte pode-se escrever as seguintes relações:

$$\frac{1}{V} \int V \frac{\partial \phi_i}{\partial t} (\rho U_f \phi_i) dV = \frac{1}{V} \int V_f \frac{\partial \phi_i}{\partial t} (\rho U_f \phi_i) dV \quad (B.3)$$

$$\frac{1}{V} \int V \frac{\partial \phi_i}{\partial t} (\Gamma_\phi \frac{\partial \phi_i}{\partial x_f}) dV = \frac{1}{V} \int V_f \frac{\partial \phi_i}{\partial t} (\Gamma_\phi \frac{\partial \phi_i}{\partial x_f}) dV \quad (B.4)$$

Considerando que na interface sólida a velocidade é zero e aplicando o teorema de Slattery [24] que mostra que o divergente da média em volume é igual à média do divergente pode-se escrever as seguintes relações

$$(B.5) \quad \langle S_\phi \rangle = \frac{1}{V} \int_V S_\phi dV$$

$$(B.6) \quad \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \phi_i) \right\rangle = \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \phi_i) \right\rangle$$

$$(B.7) \quad \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} (T_\phi \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j}) \right\rangle = \frac{1}{V} \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} (T_\phi \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j}) dV$$

A equação (B.7) ficará :

$$(B.8) \quad \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \phi_i) \right\rangle = \left\langle \frac{\partial}{\partial x_j} (T_\phi \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j}) \right\rangle + \langle S_\phi \rangle$$

Por simplicidade elimina-se o símbolo $\langle \rangle$ representativo das médias volumétricas entendendo que agora esta equação representa as médias temporais e volumétricas da propriedade ϕ . Escrevendo novamente esta equação ter-se-á :

$$(B.9) \quad \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \phi_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} (T_\phi \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j}) + S_\phi$$

Integrando a equação no volume total V e considerando que o fluido só existe no volume V_f a integração fica reduzida a:

$$(B.10) \quad \int_{V_f} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \phi_i) dV = \int_{V_f} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (T_\phi \frac{\partial \phi_i}{\partial x_j}) + S_\phi \right] dV$$

O volume V sendo arbitrário na igualdade implica que o integrando acima será nulo então:

$$(B.12) \quad \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \phi) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_j = 0$$

Desenvolvendo (B.12) para a forma cartesiana ter-se-á :

$$\frac{\partial (\rho U \phi)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho V \phi)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho W \phi)}{\partial z}$$

$$(B.13) \quad - \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = S$$

Rearranjando e integrando a equação (B.13) no volume de controle formado pelas faces do paralelepípedo mostrado nas figuras 4.3a, 4.3b, 4.3c tem-se :

$$(B.14) \quad \int_V \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right) \rho \phi \, dV = \int_V S \phi \, dV$$

onde os fluxos através das faces são dados por

$$(B.15) \quad j_x = (\rho U \phi) - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$$

$$(B.16) \quad j_y = (\rho V \phi) - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)$$

$$j_z = (\rho W \phi) - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \tag{B.17}$$

A integração do termo fonte S_ϕ é feita considerando a uniformidade de ϕ_p no volume de controle e a linearização de ϕ_p com S_ϕ da forma $S_\phi = S_u - S_p \phi_p$. Deste modo ter-se-á :

$$\int_{S_\phi} S_\phi dA = (S_u - S_p \phi_p) \tag{B.18}$$

Aplicando o teorema de Gauss na equação (B.18) tem-se :

$$\int_{S_\phi} \left(\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} \right) dV_\phi = \iint_{S_\phi} (j_x dydz + j_y dx dz + j_z dx dy) \tag{B.19}$$

Integrando o lado direito da equação (B.19) designado por RHS tem-se

$$RHS = [(j_x)_e - (j_x)_w + (j_y)_n - (j_y)_s + (j_z)_h - (j_z)_l] \tag{B.20}$$

Substituindo as equações (B.16) e (B.17) na equação (B.20) e admitindo que a porosidade β é uniforme em cada célula tem-se :

$$RHS = \left[(\rho U A)_e \phi_e - \left(\Gamma \frac{\Delta x}{\Delta V} \right)_e (\phi_e - \phi_p) \right] - \left[(\rho U A)_w \phi_w - \left(\Gamma \frac{\Delta x}{\Delta V} \right)_w (\phi_p - \phi_w) \right]$$

$$+ \left[(\rho V A)_n \phi_n - \left(\Gamma \frac{\Delta y}{\Delta V} \right)_n (\phi_n - \phi_p) \right] - \left[(\rho U A)_s \phi_s - \left(\Gamma \frac{\Delta y}{\Delta V} \right)_s (\phi_p - \phi_s) \right]$$

$$+ \left[(\rho W A)_l \phi_l - \left(\Gamma \frac{\Delta z}{\Delta V} \right)_l (\phi_l - \phi_p) \right] - \left[(\rho W A)_h \phi_h - \left(\Gamma \frac{\Delta z}{\Delta V} \right)_h (\phi_p - \phi_h) \right] \tag{B.21}$$

Combinando a equação (B.21) com a equação (B.20) obtêm-se :

$$\begin{aligned}
 & [C^e \phi^e - D^e (\phi^e - \phi^p)] - [C^w \phi^w - D^w (\phi^p - \phi^w)] \\
 & + [C^h \phi^h - D^h (\phi^h - \phi^p)] - [C^s \phi^s - D^s (\phi^p - \phi^s)] \\
 & + [C^h \phi^h - D^h (\phi^h - \phi^p)] - [C^l \phi^l - D^l (\phi^p - \phi^l)] = (S^u - S^p \phi^p)
 \end{aligned}$$

(B.22)

Os fluxos convectivos são dados por

$$C^e = (\rho VA)^e, C^w = (\rho VA)^w, C^h = (\rho VA)^h, C^s = (\rho VA)^s,$$

(B.23)

$$C^l = (\rho WA)^l, C^u = (\rho WA)^u$$

Aplicando o esquema de diferenças a frente às expressões de diferenças finitas obtêm-se as seguintes relações, por exemplo, para o fluxo total através da face oeste de uma célula de área A^w

$$J^{local, w} = [C^w \phi^w - D^w (\phi^p - \phi^w)]$$

(B.24)

Onde

$$\phi^w = \phi^w \text{ para } C^w = (\rho VA)^w \geq 0$$

(B.25)

$$\phi^w = \phi^p \text{ para } C^w = (\rho VA)^w < 0$$

(B.26)

As expressões das diferenças a frente para $J^{local, w}$ serão :

(B.27)

$$\text{para } C^w \geq 0 \quad J^{local, w} = [D^w + C^w] \phi^w - D^w \phi^p$$

$$(B.28) \quad \text{para } C^w > 0 \quad J^{\text{total}, \phi^w} = -(D^w - C^w) \phi^p + D^w \phi^w$$

que pode ser escrita como

$$(B.29) \quad J^{\text{total}, \phi^w} = \left(C^w + |C^w| + D^w \right) \phi^w - \left(-C^w + |C^w| + D^w \right) \phi^p$$

$$(B.30) \quad J^{\text{total}, \phi^w} = [a^w (\phi^w - \phi^p) + C^w \phi^p]$$

O coeficiente a^w é dado por

$$(B.31) \quad a^w = \frac{2}{(C^w + |C^w|) + D^w}$$

Da mesma forma os demais fluxos são escritos da seguinte forma :

$$(B.32) \quad J^{\text{total}, \phi^c} = -[a^e (\phi^e - \phi^p) + C^c \phi^p]$$

$$(B.33) \quad J^{\text{total}, \phi^n} = -[a^N (\phi^N - \phi^p) + C^n \phi^p]$$

$$(B.34) \quad J^{\text{total}, \phi_s} = [a^s (\phi^s - \phi^p) + C^s \phi^p]$$

$$(B.35) \quad J^{\text{total}, \phi_l} = [a^L (\phi^L - \phi^p) + C^l \phi^p]$$

$$(B.36) \quad J^{\text{total}, \phi_h} = -[a^H (\phi^H - \phi^p) + C^h \phi^p]$$

Onde os demais coeficientes a^e, a^N, a^s, a^L e a^H são dados por :

$$(B.37) \quad a^e_* = \left[\frac{(-c_e + |c_e|)}{2} + D^e \right]$$

$$(B.38) \quad a^N_* = \left[\frac{(-c_n + |c_n|)}{2} + D^N \right]$$

$$(B.39) \quad a^s_* = \left[\frac{(c_s + |c_s|)}{2} + D^s \right]$$

$$(B.40) \quad a^L_* = \left[\frac{(c_l + |c_l|)}{2} + D^L \right]$$

$$(B.41) \quad a^H_* = \left[\frac{(-c_h + |c_h|)}{2} + D^H \right]$$

Substituindo as equações (B.31), (B.37), (B.38), (B.39), (B.40) e (B.41) na equação (B.22) e rearranjando os termos obtém-se :

$$a^e_* (\phi^p - \phi^e) + a^w_* (\phi^p - \phi^w) + a^s_* (\phi^p - \phi^s) + a^N_* (\phi^p - \phi^N)$$

$$+ a^L_* (\phi^p - \phi^L) + a^H_* (\phi^p - \phi^H) + \phi^p (C^e - C^w + C^n + C^s)$$

$$(B.42) \quad = (S^e - S^p) \phi^p$$

O termo $(C^e - C^w + C^n + C^s) = 0$ é nulo para satisfazer o balanço de massa e

fazendo :

$$(B.43) \quad a^p_* = a^N_* + a^s_* + a^w_* + a^e_* + a^H_* + a^L_*$$

Sendo a porosidade superficial dada por $\beta = \frac{V_N}{V}$ pode-se escrever:

A forma desta equação e a definição dos seus coeficientes está mostrada também no código PHOENICS 2.0 [16]

$$a_p \phi_p = a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_L \phi_L + a_H \phi_H + (S_c - S_p \phi) \quad (\text{B.49})$$

A equação geral de discretização ficará :

$$S_c - S_p \phi_p = \beta (S_c^* - S_p^* \phi_p) \quad (\text{B.48})$$

Sendo a porosidade volumétrica dada por $\beta_v = \frac{V^j}{V}$ pode-se escrever :

$$a_E = \beta a_E^* \quad a_W = \beta a_W^* \quad a_L = \beta a_L^* \quad a_H = \beta a_H^* \quad (\text{B.45})$$

$$a_p = \beta a_p^* \quad a_N = \beta a_N^* \quad a_S = \beta a_S^* \quad (\text{B.44})$$

Apêndice C Avaliação das perdas de cargas no escoamento axial e nos transversais

Como suporte ao desenvolvimento deste trabalho será feita neste apêndice uma revisão das correlações utilizadas para determinar as perdas de carga entre a água e as varetas . Estas perdas serão introduzidas nos termos fontes das equações da quantidade de movimento de modo a determinar as distribuições de velocidades e de pressões do escoamento . Admite-se que o meio onde ocorre o escoamento seja assimilado a um meio poroso .

A figura c.1 mostra a seção transversal do canal caracterizando os elementos geométricos necessários à definição das perdas de carga entre a água e as varetas .

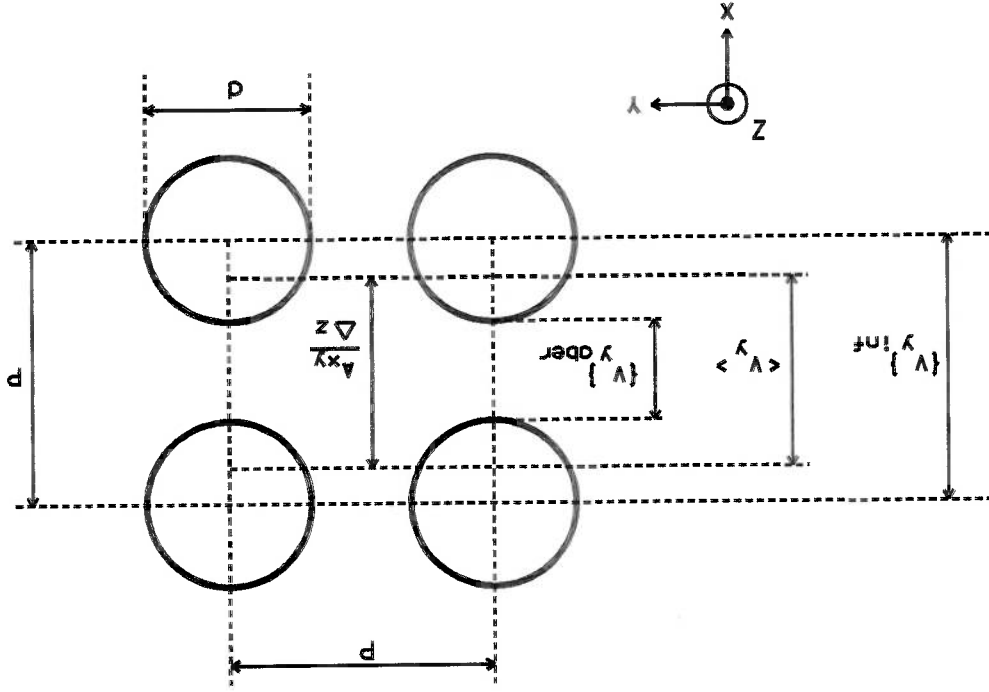


Figura c.1 Caracterização das velocidades no feixe com varetas em um arranjo quadrado .

- Perda de carga devido ao escoamento axial

A perda de carga devido ao escoamento axial é dada pela seguinte relação :

$$\Delta p_z = f \frac{D_h}{\Delta z} \frac{\rho \langle W \rangle^2}{2} \quad (C.1)$$

onde

f coeficiente de atrito
 Δz altura da malha
 ρ > massa específica média no volume
 $\langle W \rangle$ > velocidade axial média no volume
 D_h diâmetro hidráulico
f coeficiente de atrito

O número de Reynolds é dado pela relação

$$Re = \frac{W D_h}{\nu} \quad (C.2)$$

O coeficiente de atrito f para um escoamento axial em um arranjo quadrado conforme Marek [12] é dado por

$$\frac{f}{f_{ca}} = 1,04 + 0,06 \left(\frac{P}{d} - 1 \right) \quad (C.3)$$

onde

A área de escoamento A_{yz} e o volume do fluido V_f para a disposição das varetas segundo um arranjo quadrado são dadas pelas seguintes relações :

$$(C.6) \quad \langle S_x \rangle = \frac{1}{V_f} \int_{\text{abs}} \bar{u} \, dA = - \frac{\Delta p_{xz} V_f}{\Delta p_{yz} V_f}$$

$\langle S_x \rangle$ é dado por :

Para o escoamento transversal na direção x , por exemplo, o termo fonte

- Perda de carga para o escoamento transversal no sentido do eixo x

$$(C.5) \quad \langle S_z \rangle = \frac{1}{V_f} \int_{\text{abs}} \bar{w} \, dA = - \frac{\Delta p_{xy} V_f}{\Delta p_{yz} V_f}$$

ou seja :

O termo fonte médio no volume $\langle S_z \rangle$ da equação da quantidade de movimento na direção axial z é dado pela força Δp_{xy} dividido pelo volume

corrigido para um arranjo quadrado

Logo substituindo f_{ci} da equação (C.3) em (C.4) obtém-se o valor de f

$$(C.4) \quad \frac{1}{f_{ci}} = 2.035 \log \left[R_c (f_{ci})^z \right] - 0.980$$

f_{ci} coeficiente de atrito para tubos circulares dado por
 d diâmetro da vareta
 P passo do arranjo quadrado

Neste caso a expressão a largura do canal é dada por $2P$ e sendo o escoamento incompressível $\rho = \rho_{\text{abcr}}$ e a velocidade $\{V\}_{\text{abcr}}$ é dada pelo seguinte balanço de massa

$$\langle S_y \rangle = \frac{1}{A} \int_{-A/2}^{A/2} \tau_{xy} \, dA = - \frac{\Delta p_{xy} A}{A_{xz}} \quad (\text{C.11})$$

O termo fonte médio é $\langle S_y \rangle$ é dado por

- Perda de carga para o escoamento transversal no sentido do eixo y

$$\Delta p_n = \frac{f_n}{2P} \frac{D_v}{D_v} \left(\frac{P}{D_v} \right)^{0.4} \quad (\text{C.10})$$

O termo da perda de carga no escoamento transversal é dado pela seguinte correlação de Gunter e Shaw [7]: já adaptada por Todreas et alia [25] para o escoamento incompressível.

$$\langle S_x \rangle = - \frac{\Delta p_n}{2 \beta P} \quad (\text{C.9})$$

Substituindo (C.7) e (C.8) em (C.6) o termo fonte médio no volume é expresso pela seguinte relação :

$$V_f = 4 \beta P^2 \Delta z \quad (\text{C.8})$$

$$A_{yz} = 2 P \Delta z \quad (\text{C.7})$$

$$R_{edv} = \frac{\mu_{abr}}{\rho} \frac{V_{abr}}{D_v} = Re \beta \frac{P-d}{P} \quad (C.18)$$

O número de Reynolds R_{edv} é calculado através da seguinte relação :

$$\frac{F_r}{90} = R_{edv} \quad \text{para } R_{edv} < 200 \quad (C.17)$$

$$\frac{F_r}{2} = \frac{(R_{edv})^{0.145}}{0.96} \quad \text{para } R_{edv} > 200 \quad (C.16)$$

O valor do coeficiente de atrito F_r é calculado através das seguintes relações

$$Re = \frac{V < p > < V > D_v}{\mu} > \quad (C.15)$$

e o número de Reynolds médio no volume é definido como sendo :

$$\{V\}_{abr} = V < V > \beta \left(\frac{P-d}{P} \right) \quad (C.14)$$

A velocidade de escoamento na abertura canal é então dada por :

$$A_{abr} = (P-d) \Delta z \quad (C.13)$$

onde a área da abertura A_{abr} é dada pela seguinte relação :

$$\{V\}_{abr} = \frac{A_{abr}}{V < V > < A_{yz} >} \quad (C.12)$$

Nesta equação D_v é o diâmetro hidráulico volumétrico que é definido como

sendo :

$$D_v = \frac{4V_f}{\pi d \Delta z} \quad (C.19)$$

O denominador $\pi d \Delta z$ representa a área onde atua a tensão de cisalhamento A equação (C.10) pode então tomar um das seguintes formas após as substituições necessárias :

para $R_{edv} > 200$

$$\Delta p_{vy} = \frac{0.96 (R_{edv})^{0.145}}{P} \left(\frac{D_v}{P} \right)^{0.6} 2 \rho \{V_z\}_{abc}^2 \quad (C.20)$$

para $R_{edv} < 200$

$$\Delta p_{vy} = \frac{90}{R_{edv}} \left(\frac{D_v}{P} \right)^{0.6} 2 \rho \{V_z\}_{abc}^2 \quad (C.21)$$

Com o valor de Δp_{rx} dado pelas equações (C.20) ou (C.21) o termo fonte dado pela equação (C.9) fica, então, determinado

- Perda de carga para o escoamento transversal no sentido do eixo x .

Para o escoamento transversal na direção x considera-se $n = 8$ varetas conforme proposto na geometria definida na figura 3.2, então $L = 8P$

$$\Delta p_{rx} = \frac{f_r}{8P} \frac{2 D_v}{P} \{U_z\}_{abc} \left(\frac{P}{D_v} \right)^{0.4} \quad (C.22)$$

De maneira semelhante ao cálculo da velocidade transversal $\{v_x\}$ a velocidade $\{v_y\}$ é também dada por um balanço de massa e neste caso ter-se-á :

$$\{U\}_{abcr} = \langle U \rangle < \beta \left(\frac{8P}{8P-d} \right) \quad (C.23)$$

Os números de Reynolds serão dados por:

$$Re = \frac{\langle p \rangle < U \rangle < D_v}{\mu} > \quad (C.24)$$

$$R_{eDv} = \frac{\{U\}_{abcr} D_v \rho}{\mu_{abcr}} = R_c \cdot \beta \cdot \frac{P}{P-d} \quad (C.25)$$

A perda de carga para o escoamento transversal na direção de x será então :

para $R_{eDv} > 200$

$$\Delta p_{rx} = \frac{0.96}{8P} \left(\frac{D_v}{P} \right)^{0.145} \{U\}_{abcr}^2 \quad (C.26)$$

para $R_{eDv} < 200$

$$\Delta p_{rx} = \frac{90}{8P} \left(\frac{D_v}{P} \right)^{0.6} \{U\}_{abcr}^2 \quad (C.27)$$

Substituindo o valor do número de Reynolds R_{edv} dado pela equação (C.18) ou (C.25) as perdas de cargas para os escoamentos transversais podem ser escritas também da seguinte forma :

para $R_{edv} > 200$

$$\Delta p_{ix} = \frac{0,96}{8} \left(\frac{D^v}{P} \right)^{0,145} \left(R_c \beta \frac{P-d}{P} \right)^{0,6} \rho \{U\}_{ab}^2 \quad (C.28)$$

para $R_{edv} < 200$

$$\Delta p_{ix} = \frac{90}{8} \left(\frac{D^v}{P} \right)^{0,6} \left(R_c \beta \frac{P-d}{P} \right)^{0,6} \rho \{U\}_{ab}^2 \quad (C.29)$$

para $R_{edv} > 200$

$$\Delta p_{iy} = \frac{0,96}{2} \left(\frac{D^v}{P} \right)^{0,145} \left(R_c \beta \frac{P-d}{P} \right)^{0,6} \rho \{V\}_{ab}^2 \quad (C.30)$$

para $R_{edv} < 200$

$$\Delta p_{iy} = \frac{90}{2} \left(\frac{D^v}{P} \right)^{0,6} \left(R_c \beta \frac{P-d}{P} \right)^{0,6} \rho \{V\}_{ab}^2 \quad (C.31)$$