

MIGUEL JAIME SANDOVAL RODRIGUEZ

ANÁLISE ELASTOPLÁSTICA DO COLAPSO DE ELEMENTOS TUBULARES

Tese apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do
título de Doutor em Engenharia.

São Paulo
2005

MIGUEL JAIME SANDOVAL RODRIGUEZ

ANÁLISE ELASTOPLÁSTICA DO COLAPSO DE ELEMENTOS TUBULARES

Tese apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do
título de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica

Opção:
Sistemas Mecânicos

Orientador :
Prof. Dr. João Batista de Aguiar

Aos colegas, professores e funcionários da Escola Politécnica que muito me ajudaram e me incentivaram para este aperfeiçoamento técnico poder ter sido realizado.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador Prof. Dr. João Batista de Aguiar pelas
diretrizes seguras e permanente incentivo .

À minha família pelo estímulo e pela incansável
compreensão .

A todos que direta ou indiretamente colaboraram na
execução deste trabalho .

RESUMO

Este trabalho objetiva o estudo específico, teórico e numérico, da determinação dos diferentes modos de colapso, elásticos e elastoplásticos, de uma estrutura tubular sujeita a esforços: pressão externa, flexão e flexo-pressurização. Entre os mais importantes elementos estruturais básicos, analisaremos inicialmente o modelo de um anel comprimido por uma carga radial. Isso significa determinar as pressões de instabilidade, elástica e elastoplástica, e de colapso, com os correspondentes modos, para anéis com diferentes relações diâmetro-espessura, D/t , submetidos a uma série gradual de pressões externas. A Estabilidade estrutural é computada utilizando uma formulação variacional, com discretização por elementos finitos. O modelo material pressupõe comportamento elastoplástico, com pequenas deformações. A análise não linear envolve a aplicação de pressurização externa aos anéis, de forma incremental, para a obtenção da resposta, tomando em conta a falta de circularidade inicial dos mesmos. Casos específicos envolvendo anéis de paredes finas e grossas serão considerados. Será analisado depois o estudo da resposta e da estabilidade de tubos de metal de parede fina e relativamente grossa sob flexão e flexo-pressurização através do método dos elementos finitos. Durante as últimas décadas este problema tem muito sido estudado através de métodos analíticos e experimentais. A maioria das soluções, entretanto, referem-se ao comportamento destas estruturas sob condições elásticas. No entanto, uma experiência de um elemento tubular é um problema inerentemente não linear com flambagem ou colapso do cilindro tomando lugar. Às vezes com localização. Confrontaremos no final principalmente os resultados numéricos com aqueles da literatura, Kyriakides et al (1987), (1991) e (1992).

ABSTRACT

This work looks first at the determination of instability pressures as well as elastoplastic collapse, with the corresponding modes of rings with different diameter/thickness ratios under incremental external pressure loading and . Structural stability is computed by a variational formulation with discretization by finite elements. Material modeling considers elastoplastic behaviour with small deformations. Non Linear analysis produces the response curves considering lack of initial out-of-roundness. .After the response and stability of long and relatively thick wall metal tubes under bending and combined bending and external pressure were studied through experimental and analytical methods during the last decades. Most of the solutions, however, referred to the behavior under elastic conditions. In these cases we used the Finite Element Method with several discretizations. Nonetheless these experiments of a tube element is an inherently nonlinear problem with cylinder buckling or collapse taking place. Sometimes with localization. At the end numerical results are mainly compared to experimental measurements of Kyriakides et al (1987), (1991) e (1992).

SUMARIO

1	INTRODUÇÃO	01
	1.1 OBJETIVO	01
	1.2 MOTIVAÇÃO	02
	1.3 MÉTODOS DE SOLUÇÃO	03
	1.4 RESULTADOS	04
	1.5 ESTADO DA ARTE	05
	1.6 CONTRIBUIÇÃO	08
2	FUNDAMENTOS DA MECANICA ESTRUTURAL PARA CASCAS CILINDRICAS	13
	2.1 INTRODUÇÃO	13
	2.2 FORMULAÇÃO TOTALIZADA DE LAGRANGE	14
	2.3 FORMULAÇÃO TOTALIZADA DE LAGRANGE: TEORIA DE CASCAS PARA DEFORMAÇÕES FINITAS	19
3	COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A PRESSURIZAÇÃO EXTERNA	24
	3.1 INTRODUÇÃO	24
	3.2 FLAMBAGEM DE ELEMENTOS TUBULARES	25
	3.2.1 EQUAÇÃO DE BOUSSINESQ	25
	3.2.2 FLAMBAGEM DE TUBOS SOB PRESSÃO UNIFORME	27
	3.2.3 COMPORTAMENTO DE ANÉIS IMPERFEITOS	31
	3.3 COLAPSO TUBULAR POR OVALIZAÇÃO : SOLUÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA	33

3.4	COLAPSO TUBULAR POR OVALIZAÇÃO : SOLUÇÃO NUMÉRICA	42
3.5	RESULTADOS	45
3.5.1	DETERMINAÇÃO DOS MODOS E PRESSÕES DE FLAMBAGEM	45
3.5.2	DETERMINAÇÃO DAS PRESSÕES DE COLAPSO	47
4	COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A FLEXÃO	54
4.1	INTRODUÇÃO	54
4.2	SOLUÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA	56
4.3	SOLUÇÃO NUMÉRICA	64
4.4	RESULTADOS	70
5	COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A FLEXO-PRESSURIZAÇÃO	86
5.1	INTRODUÇÃO	86
5.2	SOLUÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA	87
5.3	SOLUÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS	97
5.4	RESULTADOS	97
6	CONCLUSÕES	106
6.1	COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A PRESSURIZAÇÃO EXTERNA	106
6.2	COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A FLEXÃO PURA	107

6.3	COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A FLEXO-PRESSURIZAÇÃO	108
7	TRABALHOS FUTUROS	110
7.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	110
	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	111
	APÊNDICES	

LISTA DE FIGURAS

2.1	Uma casca sob deformação e deslocamento	14
2.2	Elemento de casca de 8 ou 9 nós	18
3.1	Curvaturas da barra : (a) condição inicial (b) condição final	26
3.2	Metade do anel circular flexionado e comprimido de forma uniforme e combinada por forças externas	28
3.3	Relação das pressões aplicadas (p/p_y) em função da esbeltez dos anéis (λ)	31
3.4	Determinação da curva das pressões críticas dos anéis	46
3.5	Resposta Pressão x Deslocamento para o anel elastoplástico : $D/t = 19.23$	47
3.6	Malhas deformada e indeformada de meio anel com 96 elementos C3D8R	49
3.7	Malhas deformada e indeformada de meio anel com 2 elementos S8R	50
3.8	Pressão de colapso em função do deslocamento de U_2 do anel ($D/t=18.66$)	50
3.9	Relação das pressões de colapso numéricas para diferentes anéis (D/t)	52
3.10	Comparação entre pressões de colapso numéricas e experimentais	52
3.11	Modo de colapso do anel elastoplástico com $D/t = 18.66$	53
4.1	Geometria do problema de flexão pura	60
4.2	MPC não linear tipo junta de velocidade constante	69
4.3	Momento fletor em função da curvatura imposta para $D/t = 19,5$	73
4.4	Ovalização resultante em função da curvatura imposta para $D/t = 19,5$	73
4.5	Momento fletor em função da curvatura imposta para $D/t = 25,3$	74
4.6	Ovalização resultante em função da curvatura imposta para $D/t = 25,3$	74

4.7	Momento fletor em função da curvatura imposta para $D/t = 35,7$	75
4.8	Ovalização resultante em função da curvatura imposta para $D/t = 35,7$	75
4.9	Momento fletor em função da curvatura imposta para $D/t = 44,0$	76
4.10	Ovalização resultante em função da curvatura imposta para $D/t = 44,0$	76
4.11	Momento e Ovalização em função da curvatura para $D/t = 19,5$	77
4.12	Momento e Ovalização em função da curvatura para $D/t = 25,3$	77
4.13	Momento e Ovalização em função da curvatura para $D/t = 35,7$	78
4.14	Momento e Ovalização em função da curvatura para $D/t = 44,0$	78
4.15	Curvas Numérica x Experimental do Colapso para $D/t = 19,5$	79
4.16	Curvas Numérica x Experimental da Ovalização para $D/t = 19,5$	79
4.17	Curvas Numérica x Experimental do Colapso para $D/t = 25,3$	80
4.18	Curvas Numérica x Experimental da Ovalização para $D/t = 25,3$	80
4.19	Curvas Numérica x Experimental do Colapso para $D/t = 35,7$	81
4.20	Curvas Numérica x Experimental da Ovalização para $D/t = 35,7$	81
4.21	Curvas Numérica x Experimental do Colapso para $D/t = 44,0$	82
4.22	Curvas Numérica x Experimental da Ovalização para $D/t = 44,0$	82
4.23	Malhas deformada e indeformada de um tubo $D/t = 19,5$ com elementos S8R5	84
4.24	Malhas deformada e indeformada de um tubo $D/t = 25,3$ com elementos S8R5	84
4.25	Malhas deformada e indeformada de um tubo $D/t = 35,7$ com elementos S8R5	85
5.1	Geometria do problema	92
5.2	Regra de endurecimento de duas superfícies	94
5.3	Curvas de colapso x curvatura numérica x experimental para $D/t = 34,7$	100
5.4	Curvas de colapso x curvatura numérica x teórica para $D/t = 34,7$	100

5.5	Curvas de colapso x curvatura numérica vs. experimental para $D/t = 24,5$	101
5.6	Curvas de colapso x curvatura numérica vs. teórica para $D/t = 24,5$	101
5.7	Malhas deformada e indeformada do tubo de $D/t = 24,5$; $\Delta_0 = 0,001$ com 120 elementos S8R5 sob flexo-pressurização.	103
5.8	Malhas deformada e indeformada do tubo de $D/t = 24,5$; $\Delta_0 = 0,001$ com 120 elementos S9R5 sob flexo-pressurização.	103
5.9	Malhas deformada e indeformada do tubo de $D/t = 24,5$; $\Delta_0 = 0,001$ com 240 elementos S9R5 sob flexo-pressurização (vista 1).	104
5.10	Malhas deformada e indeformada do tubo de $D/t = 24,5$; $\Delta_0 = 0,001$ com 240 elementos S9R5 sob flexo-pressurização (vista 2).	104
5.11	Malhas deformada e indeformada do tubo com $D/t = 34,7$; $\Delta_0 = 0.0004$ com 120 elementos S9R5 sob flexo-pressurização.	105

LISTA DE TABELAS

3.1 Resultados numéricos das pressões críticas dos anéis com diferentes malhas	46
3.2 Determinação numérica dos modos de flambagem dos anéis ensaiados	47
3.3 Resultados numéricos das pressões de colapso dos anéis com diferentes malhas	51
4.1 Erro percentual da pressão de colapso e da ovalização numéricas na flexão	83
5.1 Variação percentual da P_{co} na flexo- pressurização do tubo $D/t = 34,7$ ($\kappa = \kappa_I$)	102
5.2 Variação percentual da P_{co} na flexo- pressurização do tubo $D/t = 24,5$ ($\kappa = \kappa_I$)	102

LISTA DE SIMBOLOS

A	Área da seção transversal
A	Magnitude arbitrária da falta de circularidade inicial do tubo
A(θ)	Matriz contendo derivadas de deslocamentos
a_i	Espessuras nodais
B	Matriz de deslocamento–deformação nodal
$\bar{\mathbf{B}}_{\epsilon}$	Matriz de conexão $\bar{\mathbf{B}}$ de $\delta\bar{\epsilon}$ para $\delta\mathbf{p}$
$\bar{\mathbf{B}}_{\kappa}$	Matriz de conexão $\bar{\mathbf{B}}$ de $\delta\kappa$ para $\delta\mathbf{p}$
$\bar{\mathbf{B}}_{\gamma}$	Matriz de conexão $\bar{\mathbf{B}}$ de $\delta\gamma$ para $\delta\mathbf{p}$
B_m	Matriz conectando $\bar{\mathbf{E}}_1$ ao \mathbf{p}_m
B_b	Matriz conectando χ ao \mathbf{p}_θ
B_s	Matriz conectando as inclinações \mathbf{s} ao \mathbf{w}
$\bar{\mathbf{B}}_s$	Matrizes B modificadas após a aplicação de restrições
B_L	Matriz de interpolação do gradiente de velocidades
b	Vetor deslocamento- deformação nodal
C	Matrizes ou tensores constitutivas com módulo tensão-deformação
C_t	Matriz modular efetiva .
C_m, C_b e C_{mb}	Matrizes de membrana, de flexão e de acoplamento da Matriz constitutiva tangencial C_t
dθ	Diferencial angular da flexão
dw	Diferencial angular da deformação
d	Vetor deslocamento

$\bar{\mathbf{d}}$	Vetor deslocamento relativo à superfície de referência
\mathbf{d}^T	Campo de deslocamentos
D	Diâmetro médio do anel ou do tubo
D/t	Relação diâmetro / espessura do tubo testado
\mathbf{D}	Derivadas dos deslocamentos
\mathbf{D}	Razão de extensão
$\hat{\mathbf{D}}$	Matriz das derivativas dos deslocamentos com respeito aos vetores da base cartesiana ortonormal.
$\bar{\mathbf{D}} = [\bar{D}_{ij}]$	Matriz de componentes covariantes das derivativas de deslocamento.
\mathbf{D}_ξ	Matriz de derivadas com respeito às coordenadas naturais
\mathbf{D}	Matriz diagonal em LDL^T
\mathbf{D}_{lm}	Matriz derivativa de deslocamento local
$\mathbf{D}_{1k}, \mathbf{D}_{2k}$ e \mathbf{D}_{3k}	Matrizes diagonais com $(i,i)^{\text{th}}$ termos com \mathbf{z}_{1-3}
e	Erro percentual do ensaio numérico em relação ao experimental (%)
$\mathbf{e}_1 \sim \mathbf{e}_3$	Eixos das coordenadas locais
E	Módulo de elasticidade longitudinal ou de Young
E'	Modulo do material
E_s	Módulo secante
\mathbf{F}	Gradiente de deformação
f	Função de campo
f	Função de superfície de Von Mises
g	Força de desbalanceamento ou gradiente de energia potencial
G	Modulo de cisalhamento

G	Equilíbrio entre o trabalho virtual interno e externo
g	Vetor forças de desbalanceamento ou gradiente da energia potencial total
G	Matriz relacionando θ a \mathbf{p} (ou matriz de conexão de $\delta\theta$ a $\delta\mathbf{p}$)
h	Vetor funções de forma com funções de interpolação
h	Funções de forma compatíveis e convencionais para os nós
h_{ξ}^* e h_{η}^*	Derivadas das funções de forma incompatíveis com respeito a ξ e η
H	Matriz de função de forma
<i>I</i>	Momento de inércia da barra ou <i>i</i>
I	Matriz identidade ou às vezes tensor unidade de quarta ordem
<i>J</i>	$\det(\mathbf{F})$
J	Matriz Jacobiana
J_2	Teoria de fluxo da Plasticidade com encruamento isotrópico
\mathbf{J}_0	Matriz jacobiana computada no centróide
<i>j₀</i>	determinante de \mathbf{J}_0
<i>k</i>	Número do modo ; $k = 2, 3, 4, \dots$
\mathbf{K}^m	Matriz de rigidez da estrutura
\mathbf{K}_{cl}	Matriz de rigidez geométrica dada pela formulação continua
\mathbf{K}_g	Matriz de Rigidez geométrica
\mathbf{K}_t	Matriz de tensões iniciais
K	Matriz de rigidez tangente
\mathbf{K}_{ig}	Matriz de rigidez geométrica ou de tensão inicial
\mathbf{K}_o	Matriz de rigidez linear

L	Comprimento médio da casca
\mathbf{L}	Matriz triangular inferior em factorização LDL ^T
$M/M_{0 \max}$	Relação de momento aplicado/ momento de colapso do tubo
\mathbf{M}	Vetor dos Momentos resultantes
M	Resultante dos momentos fletores
M_0	Momento de colapso
m	Momento fletor aplicado ao elemento curvo
m_M	Momentos fletores máximos
n	Expoente de encruamento da expressão de Ramberg-Osgood
N	Resultante das forças normais
\mathbf{N}	Matriz de interpolação do campo de velocidades
\mathbf{N}	Vetor das Resultantes no plano neutro
\mathbf{N}_2	Matriz das tensões resultantes no plano
o	Origem do Sistema de coordenadas globais
P_{co}	Pressão de colapso teórica
P_{CO}/P_0	Relação da pressão de colapso na flexo-pressurização/ pressurização
P_{b1}	Pressão de colapso do modo 1 de flambagem
P_e	Pressão elástica de limite de escoamento
P_y	Pressão de colapso do material do anel .
P	Pressão externa uniforme aplicada ao anel
P_0	Pressão de colapso na pressurização
\mathbf{p}	Vetor das Variáveis de deslocamento generalizado nodal
\mathbf{p}	deslocamentos nodais; incluindo rotações

\mathbf{p}	Deslocamento nodal : $\mathbf{p}^T = (\bar{\mathbf{u}}^T, \bar{\mathbf{v}}^T, \mathbf{w}^T, \boldsymbol{\theta}_x^T, \boldsymbol{\theta}_y^T) = (\mathbf{p}_m^T, \mathbf{w}^T \mathbf{p}_\theta^T)$
\mathbf{P}_k	Matriz relativa de $\delta \mathbf{G}_k$ para $\delta \mathbf{p}$
\mathbf{q}	Vetor das Variáveis de força generalizada nodal correspondente a \mathbf{p}
\mathbf{q}	Forças internas onde : $\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{E} \mathbf{q}$
\mathbf{q}_{ii}^j	Forças internas locais no nó j com respeito aos eixos \mathbf{e}_1 e \mathbf{e}_2
$\bar{\mathbf{q}}_{ii}^j$	Forças equivalentes com respeito aos eixos globais
\mathbf{Q}	Vetor das Resultantes de cisalhamento
r_0	Raio inicial de curvatura da linha de centro da barra
r	Raio curvatura após deformação de qualquer ponto da linha de centro definido por θ .
\mathbf{r}	Vetor posição
$\bar{\mathbf{r}}$	Vetor posição em relação à superfície de referência ou centroidal
$\bar{\mathbf{r}}_i$	Coordenadas da superfície de referência do elemento
R_0	Raio do anel perfeito
R	Raio médio do anel
\mathbf{s}	Vetor contendo as inclinações : $\partial w / \partial x$ e $\partial w / \partial y$
S	Parâmetro de anisotropia
S	Força axial constante de compressão ou n_0
\mathbf{S}	Segundo Tensor de tensões de Piola – Kirchhoff
\mathbf{S}	Matriz anti simétrica
S_y	Tensão de escoamento
t	Espessura de parede da casca

T	Matriz de transformação
T	Matriz de transformação pela qual $\delta \mathbf{p}_i = \mathbf{T} \delta \mathbf{p}$ é global .
T	Matriz das Inclinações
T_{gl}	Tensor das coordenadas transpostas
<i>u, v, w</i>	Deslocamentos correspondentes às coordenadas <i>x, y, z</i>
\bar{u} e \bar{v}	Deslocamentos no plano neutro
$\bar{\mathbf{u}}$	Vetor deslocamento <i>u</i> na direção de <i>x</i> no plano de referência
U	Tensor de extensão direito
$\bar{\mathbf{v}}$	Vetor deslocamento <i>v</i> na direção de <i>y</i> no plano de referência
\mathbf{v}_i	Vetor unidade na direção da espessura definido por ψ_i e ω_i
V	Matriz spin pela qual $\delta \mathbf{\beta} = \mathbf{V}^T \delta \mathbf{p}$ ou $\delta \mathbf{\beta} = \mathbf{V}^T \delta \mathbf{p}_t$; translacional
v	Vetor spin pelo qual $\delta \mathbf{\beta} = \mathbf{v}^T \delta \mathbf{p}$ ou $\delta \mathbf{\beta} = \mathbf{v}^T \delta \mathbf{p}_t$; translacional
V	Energia de deformação da flexão do anel da expressão da barra reta
<i>V</i>	Volume
<i>V</i>	Trabalho virtual
<i>V_i</i>	Trabalho virtual interno
<i>V_e</i>	Trabalho virtual externo
V	Trabalhos Virtuais no equilíbrio
<i>w</i>	Deformação subsequente
<i>w</i>	Vetor deslocamento na direção de <i>z</i>
<i>w</i>	Deslocamento fora do plano neutro

w_0	Deslocamento radial de A em B
w	Deslocamento radial de um ponto na posição angular θ
$w_0(\theta)$	Imperfeição geométrica inicial
x, y, z	Coordenadas retangulares
X	Coordenadas axiais
X, Y	Coordenadas iniciais ou vetor posição
$X_i^j = X^j - X^1$	Coordenadas locais corrotacionais iniciais coordenadas iniciais—coordenadas no nó 1 em relação ao nó j.
$\langle X, Y, Z \rangle$	Sistema de coordenadas global cartesiano
$\langle X, \theta, R - z \rangle$	Sistema de coordenadas global polar
z	Variável ao longo da espessura
z	Coordenada vertical inicial do plano de referencia da casca
z_k	Vetor usado para definir \mathbf{G}

γ	Deformação de cisalhamento
$\boldsymbol{\gamma}$	Vetor das deformações de cisalhamento
$\boldsymbol{\gamma}$ e γ_{xz}, γ_{yz}	Vetor Rotação do cisalhamento vertical e componentes
$\delta\boldsymbol{\psi}$	Vetor contendo valores nodais de $\delta\boldsymbol{\psi}$
$\delta\boldsymbol{\omega}$	Vetor contendo valores nodais de $\delta\boldsymbol{\omega}$
$\delta\bar{\boldsymbol{u}}$	Mudanças de deslocamento nodal de $\bar{\boldsymbol{u}}$
$\delta\bar{\boldsymbol{v}}$	Mudanças de deslocamento nodal de $\bar{\boldsymbol{v}}$
$\delta\bar{\boldsymbol{w}}$	Mudanças de deslocamento nodal de $\bar{\boldsymbol{w}}$
$\delta\boldsymbol{\psi}$	Mudanças nodais nos $\boldsymbol{\psi}$'s
$\delta\boldsymbol{\omega}$	Mudanças nodais nos $\boldsymbol{\omega}$'s
$\Delta\bar{\boldsymbol{r}}$	Vetor da variação de posição na direção do 'diretor' através da espessura
$\Delta\mathbf{r}_i = \mathbf{a}_i \mathbf{v}_i$	Vetores diretores através da espessura
Δ_0	Falta de circularidade inicial
$\Delta_0 \%$	Ovalização ou falta de circularidade inicial percentual do tubo
$\Delta D/D_{0 \max}$	Relação da variação de diâmetro / diâmetro nominal máxima do Tubo.
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Deformação
ε_x^0	Deformação axial do eixo do cilindro
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Vetor deformação (às vezes um tensor)
$\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}_z$	Tensor de Green-Lagrange plano médio, cota z
$\ddot{\boldsymbol{\varepsilon}} (\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_l, \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{nl})$	Componentes do tensor de Green-Lagrange linear, não linear ($z_l, \boldsymbol{\chi}$)

χ	Curvatura do tubo
θ	Coordenada angular
θ_x	Rotação em torno do eixo x
θ_y	Rotação em torno do eixo y
θ_x e θ_y	Rotações à normal .
θ	Vetor contendo θ_x e θ_y
θ	Vetor contendo derivadas de deslocamentos
θ_x	Valores nodais de θ_x
θ_y	Valores nodais de θ_y
μ	Módulo de cisalhamento
ν	Coefficiente de Poisson
λ	Parâmetro de nível de carga
κ	Curvaturas de Mindlin-Reissner
ξ e η	Coordenadas não dimensionais no plano da casca
ξ, η, ζ	Coordenadas naturais não dimensionais
ζ	Coordenada não dimensional na direção da espessura da casca
ν	Coefficiente de Poisson
σ	Tensão normal
σ_e	Tensão equivalente
$\sigma_{0x}, \sigma_{0\theta}, \sigma_{0r}$	Tensões de escoamento iniciais nas direções principais da anisotropia
$\sigma_{e \max}$	Valor máximo de σ_e na história do carregamento

σ_0	Tensão de colapso do material do tubo
σ_y	Tensão de escoamento do material do tubo
σ_M	Tensão máxima
σ	Vetor tensão
τ	Tensão de cisalhamento
$\Phi (\Phi_x, \Phi_y)$	Vetor de rotações em relação `a normal
Φ^*	ângulo de rotação
Φ^*_L	valor de Φ^* no momento limite.
Φ	Energia potencial total
ψ_i, ω_i	Parâmetro nodal definindo orientação de v_i
ψ_{io}, ω_{io}	Parâmetro nodal definindo orientação de v_{io}
$\Xi_0 \%$	Varição inicial da espessura do tubo
λ	Coefficiente de esbeltez do anel

Sub-escritos :

2	Segunda ordem
4	Quarta ordem
cr	'Crítico' (em relação à flambagem)
e	Externo
ef	Externo (fixo)
g	Global
i	Interno
n	Novo
o	Antigo
t	Tangencial
v	Virtual

Sobre-escritos:

.	Derivada em relação ao tempo ou fração
T	Matriz transposta
:	Contração
\otimes	Produto tensorial
tr	Traço ou soma dos elementos da diagonal principal de uma matriz

Matrizes ou Tensores:

2	Sub escrito = tensor ou matriz de segunda ordem
4	Sub escrito = tensor ou matriz de quarta ordem
1	Tensor unidade de segunda ordem ou matriz identidade
δ_{ij}	Delta de Kronecker (=1, $i = j$; = 0, $i \neq j$)
ϵ	Deformação

Símbolos Especiais com vetores ou tensores:

δ	Mudança pequena (iterativa ou virtual); assim :
$\delta \mathbf{p}$	Mudança iterativa em \mathbf{p} ou ‘deslocamentos’ nodais iterativos
$\delta \mathbf{p}_v$	Mudança virtual em \mathbf{p}
Δ	Mudança grande (incremental – de um estado de equilíbrio convergente final) :
$\Delta \mathbf{p}$	Mudança incremental em \mathbf{p} ou ‘deslocamentos nodais incrementais’ .
$\delta \alpha$	Mudança do pseudo vetor para rotações nodais
β	ângulo definindo a direção de \mathbf{e}_1
$\delta \beta$	Mudança da rotação do vetor da tríade do elemento
ϵ	Deformações
θ	Rotação de meio lado
$\boldsymbol{\theta}$	Vetor das derivadas dos deslocamentos = forma do vetor de \mathbf{D}
$\boldsymbol{\theta}_l$	Vetor das rotações locais
ξ, η	Coordenadas não dimensionais

Subscritos dos super-escritos:

1	Relaciona para as variáveis do ‘nó do canto’ primárias
2	Relaciona para as variáveis internas secundárias
i	Interna
l	Local
r	Rotacional
t	Translacional ou tangencial
*	incompatível
^	relacionando para os eixos cartesianos convencionais
-	relacionando para as componentes covariantes.

CAPITULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 OBJETIVO

Estruturas tubulares, sob condições diversas de carregamento, padecem de três formas principais de falha: uma relativa à ovalização seccional, outra relativa ao empenamento e outra relativa a distintas formas de instabilidade. Em particular, o problema de colapso ligado a qualquer destas formas de comportamento, quer de forma individual, quer de forma combinada, para tubulações espessas sob elevadas cargas, tem importância capital na resistência destas estruturas.

A determinação dos diferentes modos de colapso, quer no regime elástico, quer no elastoplástico de estruturas tubulares sujeitas a carregamento de pressurização pura, flexão pura, e flexo-pressurização, em função dos principais parâmetros geométricos e de identificação dos materiais; é o objetivo principal deste trabalho. Tanto uma abordagem analítico-numérica quanto uma puramente numérica, através do método dos elementos finitos, são utilizadas neste objetivo. Os estudos envolverão também a determinação numérica dos deslocamentos, das rotações finitas que acompanham os problemas de colapso, das deformações e tensões, além das cargas críticas.

Na seqüência da abordagem, primeiramente anéis de diferentes relações diâmetro / espessura (D/t), submetidos à pressurização externa são analisados, quer perfeitamente redondos, quer apresentando falta de circularidade inicial, utilizando a teoria de fluxo, de forma incremental, são analisados. A seguir, estes elementos são submetidos a um carregamento de flexão pura, sendo construída uma solução analítico-numérica utilizando a teoria da deformação, sem imposição de restrições referentes à

extensionalidade, modelando o material como elástico não linear, com partição aditiva das deformações. E finalmente a combinação destes dois primeiros esforços num problema de flexo–pressurização é analisada.

1.2 MOTIVAÇÃO

A motivação principal para este trabalho deriva da necessidade de entender, pelo menos em parte, o comportamento de elementos tubulares, utilizados em instalações submarinas, transportando óleo, gás ou uma complexa mistura de componentes, em águas mar-a-fora. A alta pressão ambiente torna tais estruturas, em operação, suscetíveis ao colapso. Mais, estas estruturas são particularmente vulneráveis durante o processo de instalação; onde além das altas pressões, esforços relativos à flexão se combinam aos de pressão, causando ovalização e empenamento de elementos tubulares. Sob operação, as pressões internas podem adicionar um enrijecimento que se contrapõe aos efeitos anteriores.

No momento se projeta o lançamento e utilização de dutos em profundidades que superam os 2000 m de lâmina d'água, em condições consideradas ultraprofundas. Nestas condições existem elevadas razões diâmetro / espessura, para elementos construídos com os materiais de uso submarino presente, são necessárias; da ordem de espessura de tubos de canhão.

No estudo do comportamento de elementos tubulares espessos, sob condições diversas, o comportamento observado é o de aumento contínuo da carga, até o ponto em que uma carga do tipo limite é alcançada,. Esta carga está associada a deformações globais ou localizadas, o que é seguido pelo colapso do elemento tubular, com diferentes configurações finais de seção. Muitas vezes este colapso é acompanhado da presença de instabilidades, na forma de enrugamento, caracterizado por ondas de pequeno comprimento, que tanto antecedem quanto sucedem a esta carga limite.

1.3 MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Três cenários principais de carga serão analisados, de forma individualizada, neste trabalho, para a análise elastoplástica do colapso.

Assim no Capítulo 3, o problema do comportamento de elementos tubulares rígidos, sob condições de pressurização pura será analisado. Dois enfoques serão adotados nesse caso: Um analítico-numérico, voltado para o comportamento elastoplástico, para elementos perfeitos e imperfeitos, sob condições quase estáticas e utilizando a teoria de fluxo, de forma incremental, sem atualização, será desenvolvido e implementado. Alternativamente uma solução utilizando o método dos elementos finitos será utilizada para o mesmo problema.

No Capítulo 4, uma nova formulação será desenvolvida, desta vez utilizando a teoria da deformação, de forma totalizada, para computar a energia de deformação num problema de flexão pura, associado à prescrição de curvaturas de extremidade.

Essa solução será comparada, novamente, à solução obtida pela utilização do método dos elementos finitos. Dada a forma de prescrição do carregamento, para implementação da solução por elementos finitos, uma rotina de carga, referente à prescrição de restrições múltiplas, será desenvolvida.

Finalmente, no Capítulo 5, o problema combinado de flexo-pressurização é analisado. Desta vez a formulação analítico-numérica, com uma variável livre: O grau de ovalização, é desenvolvido. Neste caso, a ovalização criada pela aplicação da pressurização é adicionada àquela gerada pela aplicação de curvatura de extremidade, e sob condições de extensibilidade, o problema é formulado e resolvido de forma analítico-numérica, usando o princípio dos trabalhos virtuais, com minimização do potencial elastoplástico. A análise por elementos finitos, neste caso, permite grandes deformações e grandes rotações.

Em todos os casos, simulações utilizando uma discretização por elementos finitos, fazendo uso do processador do programa ABAQUS, **Hibbit et al. (1994)**, com elementos de casca para deformações finitas e de comportamento não linear do material, são comparadas aos resultados obtidos a partir da formulação analítico-numérica desenvolvida em cada um dos capítulos mencionados anteriormente.

Ambos os resultados, são comparados aos proporcionados por outras formas analíticas e medidas experimentais obtidas em programas específicos de avaliação de elementos tubulares para aplicações submarinas.

1.4 RESULTADOS

Os resultados apresentados neste trabalho resultam de diferentes simulações envolvendo diversas formas de colapso e de material elastoplástico do elemento tubular submetido a uma série gradual de pressões externas, de curvaturas, ou de combinações de pressões e curvaturas.

As variáveis de análise são diversas e podem ser tipificadas como variáveis geométricas da seção transversal do elemento : falta de circularidade inicial e variação da espessura de parede do elemento tubular.

Ou como variáveis de identificação dos materiais: resistência de fluxo, grau de encruamento do material, rigidez, etc.

As variáveis objetivas mais importantes se referem às pressões de colapso, momento de colapso bem como os pares críticos, envolvendo estas variáveis, parametrizados em relação às variáveis geométricas ou de material.

1.5 ESTADO DA ARTE

Para elementos tubulares com espessuras menores, instabilidades elásticas podem ocorrer, assim, estes foram os primeiros problemas analisados neste campo.

Numa perspectiva histórica, os primeiros problemas de instabilidade elástica referentes à flambagem lateral de membros comprimidos axialmente, foram resolvidos por Euler; quando os principais materiais estruturais eram madeira e pedra.

Somente quando se iniciou a construção extensiva de pontes ferroviárias, a solução teórica de Euler, desenvolvida para barras esbeltas, tornou a estabilidade elástica uma questão de primeira importância.

A utilização de elementos estruturais de aço, tais como, placas finas e cascas finas esbeltas submetidas à compressão, e que falhavam por estabilidade elástica insuficiente, levou a estudos mais avançados sobre o problema da flambagem lateral de colunas. Assim foi possível determinar para os membros tubulares, a possibilidade da ocorrência de flambagem local, bem como de flambagem global; no caso de placas finas, por exemplo, nas estruturas aeronáuticas, a falha ocorria por flambagem lateral.

Cascas cilíndricas finas sob pressão externa uniforme colapsam com baixas tensões, se a espessura da casca for muito menor em comparação com o diâmetro. Conseqüentemente as cascas cilíndricas finas podem flambar, além da compressão axial, por flexão e também pela combinação destes esforços.

A maioria dos outros trabalhos iniciais sobre esta matéria se refere ao problema da flambagem linear, **Gallagher e al.(1967)** e **Gallagher e Paddok (1990)**.

Para procedimentos incrementais de não linearidade geométrica genuinamente, foram de forma original adotados por **Argyris (1964)** e **(1965)**, usando a matriz de rigidez geométrica em conjunto com uma matriz atualizada de coordenadas e possivelmente

uma matriz de deslocamentos iniciais e uma aproximação similar foi adotada com material não linear.

Em particular, para a plasticidade determinou-se a matriz de rigidez estrutural tangente; relacionando incremento de carga com incremento de deslocamento; incorporada a uma matriz modular tangente, a qual relacionava os incrementos de tensão aos incrementos de deformação.

Mas, a aproximação incremental (Forward-Euler) pode levar a uma sucessão de erros na contagem do problema. A iteração de Newton-Raphson foi usada por outros autores, como **Mallet et al.(1968)** e **Oden (1967)** e **(1969)**.

Os métodos de pesquisa de energia direta também foram adotados e um procedimento de Newton-Raphson modificado também foi recomendado por **Oden (1967)** e **Zienkiewics (1971)**; onde, em contraste com o método de Newton-Raphson completo, a matriz de rigidez não seria continuamente atualizada.

Uma forma especial usando uma matriz de rigidez elástica muito inicial foi relacionada ao método da tensão inicial e muito usada com material não-linear.

Procedimentos de aceleração também foram considerados e os conceitos de métodos incrementais de combinação (preditor) e iterativo (corretor), foram introduzidos por **Brebbia e Connor (1969)**; e **Murray e Wilson (1969)**, que adotaram uma forma do método da continuação. Trabalhos iniciais na análise não linear de cascas e placas usam métodos simplificados com plastificação repentina.

Armen et al.(1970) traçaram a região de interface elastoplástica enquanto procedimentos integrados numericamente ou por camadas foram adotados por outros autores como **Marçal (1970)** e **Whang (1969)**, que combinaram material e geometria não linear para placas inicialmente envolvidas na flambagem elastoplástica perfeita .

Este trabalho será relevante nesta área, porque os seus resultados fornecerão uma série de leis, modelos e dados, que serão matéria básica importante para utilização em outros trabalhos de áreas correlatas; como por exemplo, no impacto de estruturas; **Jones (1989)**, na conformabilidade de estruturas e na análise do colapso estrutural; **Abramowics et al.(1991)**.

Analisando-se assim, este trabalho se utilizará das leis da análise não linear na Mecânica; **Gurtin (1981)** e **Coimbra (1978)**, das equações constitutivas dos materiais e dos modelos de malhas de elementos finitos; **Bathe (1988)**; **Hughes (1987)** e **Zienkiewics (1977)**; para a determinação dos diversos modos de colapso elastoplástico de uma estrutura tubular.

A Resposta e a Estabilidade de tubos de metal de parede grossa relativamente longos sob flexão foram estudadas inicialmente, através de esforços experimentais e analíticos. Assim, foi possível comparar os resultados do trabalho, com aqueles gerados através do envolvimento do colapso na interação curvatura–pressão experimentalmente; primeiro, somente por flexão, e finalmente com os resultados gerados pelas 2 vias de carregamentos diferentes envolvendo a flexão seguida pela pressão.

A resposta do tubo, as cargas de colapso crítico e a natureza das instabilidades observadas serão encontradas dependendo das cargas.

Uma formulação apropriada do problema baseada no princípio dos trabalhos virtuais, foi utilizada para simular numericamente as experiências, uma regra de fluxo da plasticidade foi usada para modelar o comportamento do material inelástico.

A análise satisfatoriamente reproduz o tipo de carga limite das instabilidades que regem o problema na faixa do diâmetro às taxas de espessura de interesse, assim este trabalho aborda as necessidades de projeto destas estruturas, tais como tubulações submarinas; **De Aguiar (1995)**.

A alta pressão do ambiente produz colapso crítico das estruturas; **Boresi (1955)**, e elas são particularmente vulneráveis durante a instalação, quando além da pressão externa, elas devem sustentar a flexão e ou cargas de tração, **Bai et al.(1997)**.

Uma formulação apropriada do problema é apresentada para os elementos tubulares, nos casos de : pressurização, flexão pura e flexo–pressurização; e assim determinam-se as soluções analíticas, depois se desenvolve a solução do problema para cada caso, utilizando o método dos elementos finitos.

Finalmente se comparam os resultados numericamente obtidos pelo método dos elementos finitos, com aqueles provenientes dos estudos analíticos e principalmente com aqueles resultados das experiências, para cada caso.

1.6 CONTRIBUIÇÃO

Uma importante contribuição prática deste trabalho está na determinação das pressões e dos momentos de colapso, e dos diagramas de falha relativo às formas combinadas de carregamento.

No último caso, em particular, a ordem de aplicação dos componentes de carga resulta em diferenciação dos pares críticos, pressão-de-colapso e momento-de-colapso.

O problema de colapso de tubos tratará com materiais apropriados para águas profundas de 450 a 2450 m.

Brazier (1927) indicou que a resposta de tubos elásticos longos na flexão pura é caracterizada por um tipo de carga limite de instabilidade; **Bushnell (1981)**.

O momento limite está relacionado diretamente à ovalização experimentada pela seção transversal do tubo; **Jirsa et al.(1969)**.

O tipo de bifurcação da instabilidade caracterizado pelas ondas circunferenciais e axiais, foi mostrado que freqüentemente antecede o limite de carga; **Seide et al.(1961)**; **Reissner et al.(1963)** e **Kyriakides (1987)** e **Kyriakides et al.(1992)**.

Na presença da pressão externa, a resposta não linear do tubo chega a ser baixa..

Isto leva a momentos limites menores e a cargas de bifurcação; **Kyriakides (1981) e (1982)**.

No caso de cascas grossas; $10 < D_0 / t < 200$, a resposta bem como as instabilidades inerentes da estrutura são fortemente influenciadas pela interação da ovalização induzida e pelas características plásticas do material.

Ades (1957), obteve o momento limite dos tubos elastoplásticos assumindo que a seção transversal ovalizada fosse elíptica e pela modelagem do comportamento inelástico através da deformação J_2 da teoria da plasticidade.

Gellin (1980), desenvolveu um procedimento de solução, mais sistemático para estabelecer a resposta não linear do tubo, adotando a cinemática inextensional circumferencialmente e a deformação J_2 da teoria da plasticidade. O procedimento da solução de Gellin foi estendido pela adoção de uma postura da cinemática inextensional e uma variedade de modelos de plasticidade incremental. Outras contribuições notórias ao problema são aquelas de **Bushnell (1981) e Calladine (1983)**.

Muitos testes experimentais envolvendo flexão pura de cascas inelásticas tem sido reportados, **Kyriakides et al.(1987) e (1992)**, e por estes estudos pode-se concluir, que para a bifurcação de tubos “finos” um tipo de instabilidade precede a carga limite; para tubos “grossos” a carga limite é atingida primeiro; em aços e ligas de alumínio usados comumente, a transição parece estar para D / t entre 35 – 45, experimentalmente.

Tubos de parede grossa relativamente longos, sob pressão externa, experimentam um tipo de pressão limite de instabilidade. Ao invés do momento limite no problema de carregamento de flexão pura, a pressão limite é muito mais sensível às imperfeições geométricas iniciais, particularmente à ovalização inicial; **Jirsa et al.(1972)**.

Estudos paramétricos detalhados da pressão de colapso podem ser encontrados nas referências de **Yeh et al.(1976)**; **Stephens et al.(1975)**; **Kyriakides (1981) e (1982)**; onde, eles reportam experiências envolvendo colapso de tubos sob flexão e pressão externa combinadas. Os resultados de **Kyriakides et al.(1992)**, foram principalmente para tubos de aço tendo valores de D/t 40, 60 e 80 ; e aqueles de **Kyriakides (1992)** principalmente para tubos de alumínio com valores de D/t 35 e 50.

Um tipo de bifurcação de casca na análise do problema foi desenvolvido por **Sorensen et al.(1975)**, e uma análise para prever o tipo de carga limite da instabilidade do problema foi apresentada por **Kyriakides et al.(1982)** ; ambas as análises adotaram a deformação J_2 da teoria da plasticidade para modelar o comportamento do material inelástico. **Fabian (1981)** desenvolveu uma análise mais completa do problema envolvendo: a bifurcação e as instabilidades da carga limite e o J_2 mais apropriado ao modelo de plasticidade incremental. A principal contribuição deste estudo é propor novas ferramentas analíticas e numéricas para estudos de colapso em tubulações submarinas e os seus resultados de elementos finitos, para o estabelecimento do colapso de tubos sob flexão e pressão externa combinadas para valores baixos de D/t . A faixa de D/t de 35-15 foi escolhida como a única mais relevante para aplicações de plataforma em águas profundas. Para tubos de aço liga comuns nesta faixa de D/t , o colapso é dominado primeiramente pelas instabilidades do tipo de carga limite tanto para a pressão externa quanto para as cargas de flexão pura.

Um dispositivo de pressão e flexão combinadas foi desenvolvido experimentalmente para testar tubos de aço liga na faixa de interesse; **Kyriakides (1991) e (1992)**; obtendo desta forma os resultados experimentais. Recentes experiências de **Kyriakides (2.000) e (2.003)** analisam as imperfeições geométricas no colapso pela flexão e pressurização.

A organização deste trabalho foi elaborada na forma dos seguintes capítulos:

⇨ ***CAPITULO 1 - INTRODUÇÃO***

Neste capítulo procurou-se definir o estudo da análise elasto-plástica do colapso de elementos tubulares; através da descrição do objetivo, da motivação, dos métodos de solução, dos resultados obtidos, do estado da arte deste fenômeno e da contribuição deste trabalho para aplicações práticas.

⇨ ***CAPITULO 2 – FUNDAMENTOS DA MECÂNICA ESTRUTURAL PARA CASCAS CILÍNDRICAS***

Neste capítulo procurou-se fazer uma revisão bibliográfica da análise não linear de elementos finitos; particularmente no caso de cascas rasas, partindo do equacionamento deste elemento pela mecânica do contínuo e considerando as diversas teorias de placa.

⇨ ***CAPITULO 3 – COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A PRESSURIZAÇÃO EXTERNA***

Neste capítulo, tratou-se da análise elasto-plástica do colapso de elementos tubulares sob pressão externa; desenvolveu-se uma análise analítica e uma numérica modelada pelo método dos elementos finitos, encontrando os modos de colapso elasto-plástico para os elementos perfeitos e imperfeitos geometricamente e comparando estes resultados com aqueles obtidos pelas análises experimentais, **Kyriakides et al.(1987)**.

⇨ ***CAPITULO 4 – COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A FLEXÃO PURA***

Neste capítulo, tratou-se da análise elasto-plástica do colapso de elementos tubulares sob Flexão pura, analiticamente pela teoria da deformação totalizada associando curvaturas com esforço de flexão aplicado e numericamente através de modelos de malhas de elementos finitos, determinando assim, os momentos de carga limite e de colapso dos elementos e comparando estes resultados com aqueles obtidos pelas análises experimentais, **Kyriakides et al.(1991)**.

⇨ ***CAPITULO 5 – COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES
SUBMETIDOS A FLEXO-PRESSURIZAÇÃO***

Neste capítulo, tratou-se da análise elastoplástica do colapso de elementos tubulares sob Flexo-pressurização, analiticamente pela formulação com uma variável livre; o grau de ovalização desenvolvido e um programa computacional.

Procurou se desenvolver, associando diversas curvaturas com pressões externas aplicadas aos elementos tubulares, para determinar as respectivas pressões de colapso destes elementos, através de modelos de malhas de elementos finitos e comparar estes resultados com aqueles obtidos pelas análises experimentais, **Kyriakides et al.(1992)** e teóricas .

⇨ ***CAPITULO 6 – CONCLUSÕES***

Neste capítulo são apresentadas, de maneira concisa, as principais conclusões, que se podem obter, a partir da análise das comparações dos resultados obtidos em cada uma das experiências deste trabalho.

⇨ ***CAPITULO 7 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS***

A análise elastoplástica do colapso de elementos tubulares, pode oferecer muitas linhas de pesquisa a serem executadas e somadas à investigação apresentada neste trabalho.

Procurou-se, neste capítulo, enunciar algumas sugestões neste caminho, a serem pesquisadas em um futuro próximo.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS DA MECÂNICA ESTRUTURAL PARA CASCAS CILÍNDRICAS

2.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados alguns fundamentos de mecânica estrutural para implementação de soluções de problemas de cascas cilíndricas flexíveis, **Axelrad (1980)**.

Dois casos principais são apresentados.

Embora nas soluções analíticas desenvolvidas mais adiante, o modelo de cascas da teoria de Kirchhoff seja utilizado, aqui uma formulação menos restritiva será utilizada.

*A análise de Mindlin-Reissner, com a consideração do efeito das deformações de cisalhamento é desenvolvida. Essa análise em particular altera a maneira de cálculo da parte relativa à flexão do problema. A forma de solução totalizada de Lagrange é utilizada, não sendo considerados os efeitos de rotação, com mapeamento relativo à configuração inicial.

*Na segunda parte, uma formulação mais geral, particularizada para cascas cilíndricas é apresentada. Nesse caso, restrições são impostas de maneira mais leve ao cômputo das deformações, com atualização de rotações, via gradiente de velocidades.

Essa solução atualizada de Lagrange é apresentada mais abaixo.

2.2 FORMULAÇÃO TOTALIZADA DE LAGRANGE

Neste item um procedimento de análise não linear de cascas, baseado na formulação totalizada de Lagrange, e derivado da teoria de cascas de Kirchhoff, adequado para cascas com pouca curvatura, será delineado, com particular interesse em cascas cilíndricas, com é o caso de elementos tubulares.

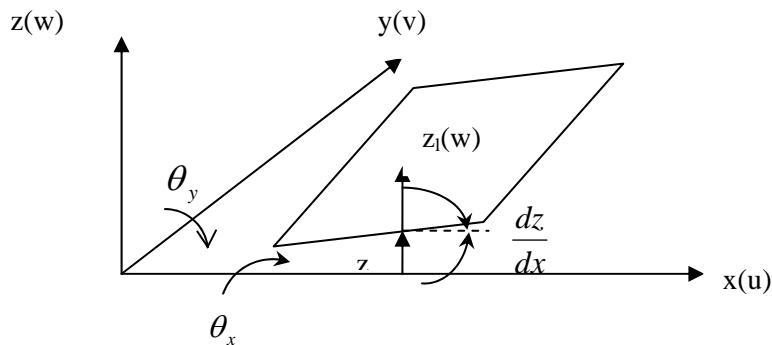


Figura 2.1 Uma casca sob deformação e deslocamento.

Um sistema de coordenadas global, $\langle X, Y, Z \rangle$ cartesiano ou $\langle X, \theta, R - z \rangle$, polar, fixado ao ponto O , a meio comprimento do elemento tubular, correspondendo X às coordenadas axiais, R ao raio médio, z à variável posicional ao longo da espessura e θ à coordenada de posição angular; ver acima na Figura 2.1, (equivalentes a : $x =$ axial, $y =$ tangencial, $z =$ radial).

O campo de deslocamentos $\mathbf{d}^T = [\bar{u} \quad \bar{v} \quad w]$ contém componentes de deslocamento \bar{u} e \bar{v} , no plano neutro, e componente w fora desse plano, enquanto que o vetor de rotações Φ em relação à normal, $\Phi^T = [\Phi_x \quad \Phi_y]$, contém as componentes de rotações.

A cinemática proposta supõe que seções transversais planas permanecem planas após a deformação.

Portanto:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + z\boldsymbol{\chi} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_l + \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{nl} + z\boldsymbol{\chi} \quad (2.1)$$

onde :

$\boldsymbol{\varepsilon}$ e $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ representam o tensor de deformações de Green-Lagrange no plano médio e na cota z

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_l^T = \begin{bmatrix} \bar{u}_{,X} & \bar{v}_{,Y} & \bar{u}_{,Y} + \bar{v}_{,X} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

representando $(\cdot)_{,i} = \frac{\partial}{\partial i}$, e a barra sobre o símbolo referindo-se a variáveis do plano médio,

e:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{nl}^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial X} \right)^2 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial Y} \right)^2 & \frac{\partial w}{\partial X} \frac{\partial w}{\partial Y} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

sendo as curvaturas, segundo Mindlin-Reissner, calculadas como:

$$\boldsymbol{\kappa}^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_X}{\partial X} & \frac{\partial \Phi_Y}{\partial Y} & \frac{\partial \Phi_X}{\partial Y} + \frac{\partial \Phi_Y}{\partial X} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

A partir da expressão (2.1), as variações de deformação resultam ser, em forma vetorial,:

$$\{\delta \boldsymbol{\varepsilon}\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta \bar{u}}{\partial X} \\ \frac{\partial \delta \bar{v}}{\partial Y} \\ \frac{\partial \delta \bar{u}}{\partial Y} + \frac{\partial \delta \bar{v}}{\partial X} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial X} \right)^2 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial Y} \right)^2 \\ \left(\frac{\partial \delta w}{\partial X} \right) \left(\frac{\partial \delta w}{\partial Y} \right) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

que pode ser desmembrada em:

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_l + \mathbf{T} \delta \mathbf{s} + z \delta \boldsymbol{\kappa} \quad (2.6)$$

onde :

$$[\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} w_{,X} & 0 \\ 0 & w_{,Y} \\ w_{,Y} & w_{,X} \end{bmatrix}; \quad [\delta \mathbf{s}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta w}{\partial X} \\ \frac{\partial \delta w}{\partial Y} \end{bmatrix}; \quad \{\delta \boldsymbol{\kappa}\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta \Phi_X}{\partial X} \\ \frac{\partial \delta \Phi_Y}{\partial Y} \\ \frac{\partial \delta \Phi_X}{\partial Y} + \frac{\partial \delta \Phi_Y}{\partial X} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

podendo-se observar a necessidade da expressão das curvaturas em função das rotações do plano neutro.

Rotações essas que também se apresentam na definição da cinemática de cisalhamento:

$$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\Phi} + \mathbf{s}; \quad \boldsymbol{\gamma}^T = \begin{bmatrix} \gamma_{xz} & \gamma_{yz} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

com variações indicadas como:

$$\delta\boldsymbol{\gamma} = \delta\boldsymbol{\Phi} + \delta\mathbf{s}; \quad \delta\boldsymbol{\Phi}^T = \begin{bmatrix} \delta\Phi_x & \delta\Phi_y \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Para uma configuração de equilíbrio, a variação dos trabalhos virtuais:

$$\delta\mathcal{V} = \int_{A_0} [\mathbf{N}^T \delta\bar{\boldsymbol{\epsilon}} + \mathbf{M}^T \delta\boldsymbol{\kappa} + \mathbf{Q}^T \delta\boldsymbol{\gamma}] dS - \mathbf{q}_e^T \delta\mathbf{p}; \quad (2.10)$$

tem valor mínimo. Acima, \mathbf{q}_e identifica o sub-vetor de forças externas, e:

$$\mathbf{N} = \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{S} dz; \quad \mathbf{S}^T = \begin{bmatrix} S_x & S_y & S_{xy} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{N}^T = \begin{bmatrix} N_x & N_y & N_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{M} = \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{S}_z dz; \quad \mathbf{M}^T = \begin{bmatrix} M_x & M_y & M_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{Q} = \int_{-1/2}^{1/2} \begin{Bmatrix} S_{xz} \\ S_{yz} \end{Bmatrix} dz; \quad \mathbf{Q}^T = \begin{bmatrix} Q_x & Q_y \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

são os esforços internos resultantes, sendo :

\mathbf{N} o vetor de resultantes no plano neutro, \mathbf{M} o vetor de momentos resultantes e \mathbf{Q} o vetor de resultantes de cisalhamento.

O segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff é indicado por \mathbf{S} .

Na resolução numérica, utilizando diversos tipos de elementos, Figura. 2.2, diferentes funções de forma podem ser utilizadas para interpolação.

Portanto, em supondo que se adote:

$$\bar{u} = [h] \{\bar{u}_N\}; \quad \bar{v} = [h] \{\bar{v}_N\} \quad (2.14)$$

E para as variáveis de deslocamento do plano,

$$w = [h] \{w_N\} \quad (2.15)$$

para os deslocamentos laterais e:

$$\Phi_X = [h] \{\Phi_{XN}\}; \quad \Phi_Y = [h] \{\Phi_{YN}\} \quad (2.16)$$

correspondendo o sub-escrito N às variáveis nodais e \mathbf{h}^T à função de interpolação.

Escrevendo o vetor de deslocamentos nodais generalizados como:

$$\mathbf{p}^T = [\bar{u}_N \quad \bar{v}_N \quad w_N \quad \Phi_{XN} \quad \Phi_{YN}] \quad (2.17)$$

de modo que:

$$\begin{aligned} \delta \kappa &= \bar{\mathbf{B}}_\kappa \delta \mathbf{p} \\ \delta \gamma &= \bar{\mathbf{B}}_\gamma \delta \mathbf{p} \\ \delta \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} &= \bar{\mathbf{B}}_\varepsilon(\mathbf{p}) \delta \mathbf{p} \end{aligned} \quad (2.18)$$

e portanto a substituição destes resultados na expressão (2.10), irá produzir:

$$\delta V = \int_{A_0} [\bar{\mathbf{B}}_\varepsilon^T(\mathbf{p}) \mathbf{N} + \bar{\mathbf{B}}_\kappa^T \mathbf{M} + \bar{\mathbf{B}}_\gamma^T \mathbf{Q}] dS_0 - \mathbf{q}_e^T \quad (2.19)$$

Em equilíbrio, $d\delta V = 0$.

Dessa forma :

$$d\mathbf{q}_i = \int_{A_0} [\bar{\mathbf{B}}_\varepsilon^T d\mathbf{N} + \bar{\mathbf{B}}_\kappa^T d\mathbf{M} + \bar{\mathbf{B}}_\gamma^T d\mathbf{Q}] dA_0 + \int_{A_0} d\bar{\mathbf{B}}_\varepsilon^T(\mathbf{p}) \mathbf{N} dA_0 \quad (2.20)$$

e que pode ser fatorizada, como:

$$d\mathbf{q}_i = [\mathbf{K}_g + \mathbf{K}_i] d\mathbf{p} \quad (2.21)$$

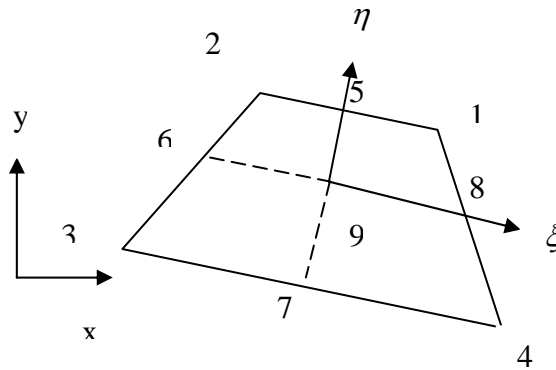


Figura 2.2 Elemento de casca de 8 ou 9 nós

Onde : \mathbf{K}_g é a matriz de rigidez geométrica,

$$\mathbf{K}_g = \int_{A_0} \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{B}}_\varepsilon^T \\ \overline{\mathbf{B}}_\kappa^T \\ \overline{\mathbf{B}}_\gamma^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_m & \mathbf{C}_{mb} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{mb}^T & \mathbf{C}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{B}}_\varepsilon \\ \overline{\mathbf{B}}_\kappa \\ \overline{\mathbf{B}}_\gamma \end{bmatrix} dA_0 \quad (2.22)$$

onde as matrizes são definidas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_m &= \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{C}_t dz \\ \mathbf{C}_{mb} &= \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{C}_t z dz \\ \mathbf{C}_b &= \int_{-1/2}^{1/2} \mathbf{C}_t z^2 dz \end{aligned} \quad (2.23)$$

sendo : \mathbf{C}_t a matriz constitutiva do material, tangente.

No caso geral o material tem comportamento não linear, elastoplástico, isotrópico, sendo C_t dependente do estado de tensões e do esquema de solução utilizado.

A matriz de tensões iniciais seria escrita como:

$$\mathbf{K}_i = \int_{A_0} \bar{\mathbf{B}}_s^T \mathbf{N} \mathbf{B}_s dA_0 \quad (2.24)$$

Esta solução abriga diversos tipos de elementos e tipos de cascas. Casos de deformações pequenas e médias, que ocorrem em alguns carregamentos de cascas médias, podem ser resolvidos com a aproximação desenvolvida acima.

2.3 FORMULAÇÃO ATUALIZADA DE LAGRANGE: TEORIA DE CASCAS PARA DEFORMAÇÕES FINITAS

Coordenadas naturais de cascas são inerentemente curvilíneas e retangulares, como $\langle S_1, S_2, S_3 \rangle$. Contudo ao utilizar um sistema de coordenadas cartesiano retangular, fixo, como $\langle X_1, X_2, X_3 \rangle$, um mapeamento entres sistemas se faz necessário:

$$\mathbf{X}(S_i) = \bar{\mathbf{X}}(S_\alpha) + S_3 \mathbf{N}_3(S_\alpha); \quad \alpha = 1,2 \quad i = 1,2,3 \quad (2.25)$$

correspondendo $\bar{\mathbf{X}}$ e S_1, S_2 às variáveis de plano médio da casca, S_3 à coordenada na direção da normal \mathbf{N}_3 ao plano neutro na configuração original, indeformada.

Nessa condição o gradiente de posição seria:

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial S_\alpha} = \frac{\partial \bar{\mathbf{X}}}{\partial S_\alpha} + \frac{\partial \mathbf{N}_3}{\partial S_\alpha} S_3; \quad \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial S_3} = \mathbf{N}_3 \quad (2.26)$$

Da mesma forma, numa configuração deformada, pontos X mapeiam pontos x de acordo com:

$$\mathbf{x}(S_i) = \bar{\mathbf{x}}(S_\alpha) + \eta(S_\alpha)S_3\mathbf{n}_3 \quad (2.27)$$

Sendo:

η o fator relativo ao aumento de espessura da casca, de forma que o gradiente de posição nessa condição se escreve:

$$\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial S_\alpha} = \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}}{\partial S_\alpha} + \frac{\partial \eta}{\partial S_\alpha} S_3 \mathbf{n}_3 + \eta S_3 \frac{\partial \mathbf{n}_3}{\partial S_\alpha}; \quad \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial S_3} = \eta \mathbf{n}_3 \quad (2.28)$$

Tanto na configuração inicial quanto na deformada, ortogonalidade dos eixos requer que:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_j &= 0 \quad i \neq j; \quad \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{N}_j = 1 \quad i = j \\ \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_j &= 0 \quad i \neq j; \quad \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_j = 1 \quad i = j \end{aligned} \quad (2.29)$$

A partir da expressão (2.28) acima, as componentes de plano do gradiente de deformação podem ser escritas como:

$$f_{\alpha\beta} = \bar{f}_{\alpha\beta} + b_{\alpha\beta} \eta S_3 \quad (2.30)$$

sendo desprezadas as derivadas de η , e, onde:

$$\bar{f}_{\alpha\beta} = \mathbf{n}_\alpha \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}}{\partial S_\beta}; \quad b_{\alpha\beta} = \mathbf{n}_\alpha \cdot \frac{\partial \mathbf{n}_3}{\partial S_\beta} \quad (2.31)$$

O mesmo procedimento aplicado ao gradiente de posição inicial, equação (2.26), produz expressão do mesmo tipo:

$$F_{\alpha\phi} = \delta_{\alpha\beta} + B_{\alpha\beta} S_3 \quad (2.32)$$

O inverso deste gradiente também é bastante útil.

Ele pode ser escrito como:

$$\bar{h}_{\alpha\beta} = \bar{f}_{\alpha\beta}^{-1} \quad (2.33)$$

de forma que o operador gradiente, para o estado presente, fica

$$\frac{\partial}{\partial s_\beta} = \bar{h}_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial S_\alpha} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial S_\beta} = \bar{f}_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial s_\alpha} \quad (2.34)$$

Se entre duas configurações consecutivas, n, t e $n+1, t+\Delta t$, ocorrer um incremento de deformação, o tensor de deformação incremental poderá ser computado:

$$\Delta \bar{f}_{\alpha\beta} = \bar{n}_\alpha^{t+\Delta t} \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{x}}^{t+\Delta t}}{\partial s_\beta^t} \quad (2.35)$$

a partir do qual a curvatura da superfície também pode ser calculada:

$$\mathbf{b}_{\alpha\beta} = \bar{n}_\alpha \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{n}}_\beta}{\partial S_\beta} = b_{\alpha\gamma} \bar{h}_{\gamma\beta} \quad (2.36)$$

Numa análise incremental a taxa de trabalho virtual é utilizada. Uma maneira de chegar a essa forma começa pelo uso de uma configuração de referencia:

$$\delta V = \int_{V_0} \tau_{\alpha\beta} \delta \varepsilon_{\alpha\beta} dV^0 = \iint_{A_0 t_0} \tau_{\alpha\beta} \delta \varepsilon_{\alpha\beta} dS_3^0 dA^0 \quad (2.37)$$

sendo :

$\tau_{\alpha\beta} = J \sigma_{\alpha\beta}$ o tensor de tensões de Kirchhoff, t_0 a espessura de referência da casca e A_0 sua área, podemos escrever o incremento da variação de δV como:

$$d\delta V = \iint_{A_0 t_0} [d^\nabla \tau_{\alpha\beta} \delta \varepsilon_{\alpha\beta} + \tau_{\alpha\beta} d^\nabla \delta \varepsilon_{\alpha\beta}] dS_3^0 dA^0 \quad (2.38)$$

onde, a partir da equação constitutiva, com matriz \mathbf{C} , temos:

$$d^\nabla \tau_{\alpha\beta} = \mathbf{J} \mathbf{C}_{\alpha\beta\gamma\delta} d\varepsilon_{\gamma\delta} \quad (2.39)$$

a forma corrotacional do incremento de tensão. Voltando à expressão (2.38) e mapeando de volta à configuração corrente,

$$d\delta V = \int_A \int_t [\delta\varepsilon_{\alpha\beta} \mathbf{C}_{\alpha\beta\gamma\delta} d\varepsilon_{\gamma\delta} + \sigma_{\alpha\beta} d^\nabla \delta\varepsilon_{\alpha\beta}] \eta dS_3 dA \quad (2.40)$$

Definindo os esforços de membrana $N_{\alpha\beta}$ como:

$$N_{\alpha\beta} = \int_t \sigma_{\alpha\beta} \eta dS_3 \quad (2.41)$$

e os momentos fletores $M_{\alpha\beta}$ como:

$$M_{\alpha\beta} = \int_t \sigma_{\alpha\beta} \eta^2 S_3 dS_3 \quad (2.42)$$

a expressão (2.40) pode ser rescrita na forma:

$$d\delta V = \int_A \int_t [(\delta\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta} + \eta S_3 \delta\kappa_{\alpha\beta}) \mathbf{C}_{\alpha\beta\gamma\delta} (d\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta} + \eta S_3 d\kappa_{\gamma\delta}) \eta dS_3 + N_{\alpha\beta} d^\nabla \delta\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta} + M_{\alpha\beta} d^\nabla \delta\kappa_{\alpha\beta}] dA$$

onde:

$$d^\nabla \delta\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (\mathbf{E} + \mathbf{E}^T); \quad E_{\alpha\beta} = \frac{\partial d\bar{\mathbf{x}}}{\partial s_\alpha} \cdot \frac{\partial \delta\bar{\mathbf{x}}}{\partial s_\beta} - 2d\bar{\varepsilon}_{\alpha\gamma} \delta\bar{\varepsilon}_{\gamma\beta} \quad (2.44)$$

para as deformações de membrana, e:

$$d^\nabla \delta\kappa_{\alpha\beta} = \delta\bar{\mathbf{x}}_{,ab} \cdot d^\nabla \mathbf{n}_{3,b} + d\bar{\mathbf{x}}_{,a} \cdot \delta\mathbf{n}_{3,b} + \bar{\mathbf{x}}_{,a} \cdot (d^\nabla \delta\mathbf{n}_3)_{,b} \quad (2.45)$$

Novamente funções de interpolação paramétricas são utilizadas para, em função das posições nodais, escrever posições nas cascas:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{x}}(S_\alpha) &= \mathbf{N}^T(S_\alpha)\bar{\mathbf{x}}^T \\ \bar{\mathbf{X}}(S_\alpha) &= \mathbf{N}^T(S_\alpha)\bar{\mathbf{X}}^T\end{aligned}\tag{2.46}$$

e assim, computar os vetores de base assim como os gradientes de deformação, sendo as orientações destes atualizadas.

Assim como no caso anterior, componentes de cisalhamento podem ser adicionadas à expressão do princípio da razão dos trabalhos virtuais.

Como não estaremos utilizando cascas finas, travamento a causa de cisalhamento não será um problema a ser cogitado aqui.

Portanto o mesmo esquema apresentado no item anterior, com a inclusão dos termos de cisalhamento sendo feita essencialmente da mesma forma.

Precisamente, esse mesmo tratamento deriva as matrizes de rigidez geométrica e inicial do problema.

CAPÍTULO 3

COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES

SUBMETIDOS A PRESSURIZAÇÃO EXTERNA

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo o comportamento de elementos tubulares sob pressurização externa será estudado. Em particular a falha destes elementos; falha esta, dominada por dois modos; um correspondente à perda da forma estrutural, ligado a pressões de instabilidade específicas, juntamente com os seus modos correspondentes, e outro ligado ao colapso, caso em que uma condição de carga limite é atingida. juntamente com seus correspondentes modos.

Uma e outra ocorrência estão determinadas em função da relação diâmetro / espessura (D/ t), parâmetros constitutivos do material, condições de extremidade e carregamento. Tanto a falha por instabilidade estrutural quanto por colapso será computada utilizando um procedimento analítico e outro numérico.

No primeiro caso, a formulação desenvolvida considera a cinemática de viga-tubo de Saint-Venant, estendida pela ovalização seccional, introduzida por Brazier. A solução utiliza um modelo material baseado na teoria de deformação totalizada com uma superfície de carregamento do tipo J_2 de Von Mises.

No outro caso, o numérico, uma formulação variacional, com discretização por elementos finitos é implementada usando o processador do programa ABAQUS; **Hibbit et al. (1994)**.

O modelo constitutivo do material pressupõe comportamento elasto-plástico, com grandes deformações e rotações, utilizando um modelo incremental. Atualização geométrica é implementada nesse caso.

A análise não linear envolve a aplicação de pressurização externa aos elementos tubulares, de forma a simular os experimentos de pressurização. Nestes experimentos as extremidades dos elementos podem ser abertas ou fechadas.

As restrições podem ser modeladas como afetando somente a resposta axial dos elementos. Variáveis de forma, mostram-se bastante importantes na determinação da resposta tubular, em particular a falta de circularidade inicial dos mesmos. Além dessa, variações de espessura, presença de tensões e/ou deformações iniciais e excentricidade axial também modificam os resultados medidos experimentalmente, **Kyriakides et al (1987)**.

Ao primeiro destes elementos, atenção especial será devotada neste capítulo.

3.2 FLAMBAGEM DE ELEMENTOS TUBULARES

3.2.1 EQUAÇÃO DE BOUSSINESQ

Consideremos um elemento curvo AB, sendo flexionado no plano da sua curvatura inicial, e adotemos que um dos eixos principais das suas seções transversais se encontre no mesmo plano. O raio de curvatura da linha de centro do mesmo, nas condições iniciais é R , e na condição final é r .

Ver a seguir a Figura 3.1 :

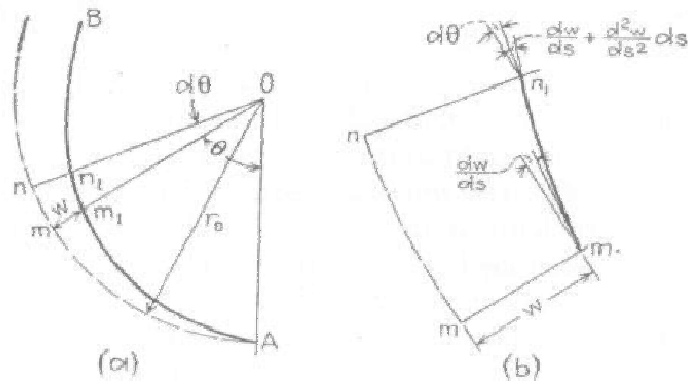


Figura 3.1 Curvaturas da barra : (a) condição inicial ; (b) condição final.

Assumindo condições uniformes ao longo do elemento, o que permite, por simplicidade, tomar uma modelagem de vigas. Portanto, a partir da equação de linha elástica de vigas,

$$E' I \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right] = -m \quad I = \frac{t^3}{12}; E' = \frac{E}{1 - \mu^2} \quad (3.1)$$

onde :

E identifica o módulo elástico do material, I seu momento de inércia ligado à rigidez na flexão da barra e m o momento fletor aplicado.

Considerando os mapeamentos de segmentos inicial e presente,

$$\frac{1}{R} = \frac{d\theta}{dS}; \quad \frac{1}{r} = \frac{d\theta + \Delta d\theta}{dS + \Delta dS} \quad (3.2)$$

e lembrando que os ângulos de rotação variam de $\frac{dw}{dS}$, na seção transversal m_1 , a

$$\frac{dw}{dS} + \frac{d^2w}{dS^2} dS \text{ na seção } n_1, \text{ resulta que } \Delta d\theta = \frac{d^2w}{dS^2} dS.$$

E, portanto, comparando-se o comprimento do elemento m_1n_1 com o elemento mn , resulta que:

$$\Delta dS = -wd\theta = -w \frac{dS}{R} \quad (3.3)$$

ou, pela Equação de Boussinesq, (1883) :

$$D^2w + w = -\frac{mR^2}{E'i}; \quad E' = \frac{E}{(1-\nu^2)}; \quad D = \frac{d}{d\theta} \quad (3.4)$$

Essa equação, escrita por unidade de comprimento, pode ser estendida, com a inclusão do coeficiente de Poisson, na definição do módulo elástico do material E' .

3.2.2 FLAMBAGEM DE TUBOS SOB PRESSÃO UNIFORME

A Figura 3.2 mostra a metade de um anel de forma circular, com raio R , sob a ação de uma pressão externa uniforme. Sob esse carregamento o anel deforma, assumindo uma configuração oval, definida pela intensidade w_0 , com raio de curvatura r variável, de forma pontual.

Assumindo que n_0 e m_0 correspondam aos esforços internos generalizados na configuração deformada, representando a ação da parte inferior do anel sobre a parte superior do anel, podemos escrever que:

$$n_0 = p(R - w_0) = \overline{pAO} \quad (3.5)$$

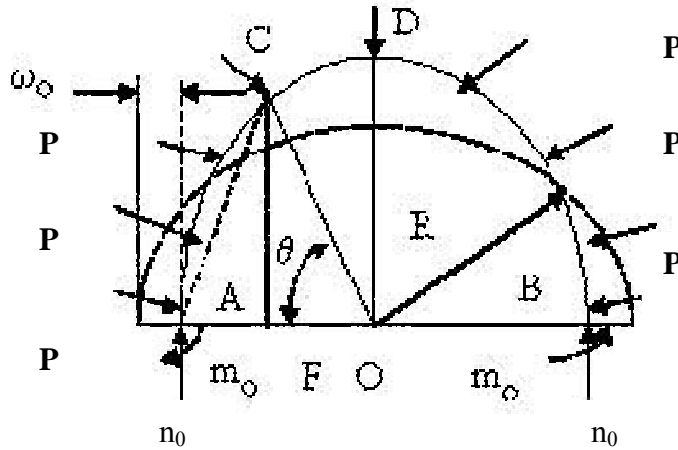


Figura 3.2 Metade do anel circular flexionado e comprimido de forma uniforme combinada por forças externas, **Timoshenko (1936)**.

e, em considerando o equilíbrio em C:

$$m = m_0 + p \overline{AO} \cdot \overline{AF} - \frac{p}{2} \overline{AC}^2 \quad (3.6)$$

Assim, no triângulo ACO temos:

$$\overline{OC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AO}^2 - 2 \overline{AO} \cdot \overline{AF} \quad (3.7)$$

logo :

$$\frac{1}{2} \overline{AC}^2 - \overline{AO} \cdot \overline{AF} = \frac{1}{2} (\overline{OC}^2 - \overline{AO}^2) \quad (3.8)$$

e, multiplicando por p :

$$p \overline{AO} \cdot \overline{AF} - \frac{p}{2} \overline{AC}^2 = -\frac{1}{2} p (\overline{OC}^2 - \overline{AO}^2) \quad (3.9)$$

que pode ser substituindo na expressão (3.6),

$$m = m_0 - \frac{1}{2} p (\overline{OC}^2 - \overline{AO}^2) \quad (3.10)$$

ou

$$m = m_0 - pR(w_0 - w) \quad (3.11)$$

e retornando à equação de BOUSSINESQ, resulta:

$$\frac{d^2 w}{d\theta^2} + w + \frac{R^3}{EI} p w = -\frac{r_0^2}{E'i} [m_0 - p R w_0] \quad (3.12a)$$

ou,

$$\frac{d^2 w}{d\theta^2} + \kappa^2 w = -\frac{r_0^2}{E'i} (m_0 - p R w_0); \quad \kappa = \sqrt{1 + \frac{p R^3}{E'i}} \quad (3.12b)$$

A forma geral de solução para este tipo de equação diferencial é:

$$w = A \sin k\theta + B \cos k\theta - \frac{M_0 R^2 + p R^3 w_0}{E'i + p R^3} \quad (3.13)$$

cujos coeficientes podem ser determinados a partir das condições de simetria do problema.

Assim em A e em D:

$$Dw_{\theta=0} = Dw_{\theta=\pi/2} = 0 \quad (3.14)$$

de forma que:

$$A = 0; \quad k \frac{\pi}{2} = n\pi; \quad n = 1, 2, \dots \quad (3.15)$$

E assim, para $k = 2$, (3.12b), teremos a pressão crítica, ou de flambagem, $p_{\text{crítico}} = \frac{3E'i}{R^3}$.

Nesse instante, para $\theta = 0$, $w = w_0$ e da expressão (3.13),

$$B = \frac{1}{4} \left[\frac{m_0 R^2}{E'i} + w_0 \right] \quad (3.16)$$

E, portanto :

$$w = \frac{1}{4} \left[\frac{m_0 R^2}{E'i} + w_0 \right] \cos 2\theta - \frac{m_0 R^2}{4E'i} + \frac{3}{4} w_0 \quad (3.17)$$

A partir da condição de inextensibilidade : $\frac{dv}{d\theta} - \omega = 0$, resulta que:

$$v = \frac{1}{8} \left[\frac{m_0 R^2}{E' i} + w_0 \right] \sin(2\theta) + \left[\frac{-m_0 R^2}{4E' i} + \frac{3}{4} w_0 \right] \theta \quad (3.18)$$

e, para : $\theta = 0$; $\theta = \frac{\pi}{2}$, resulta $v = 0$ ou, $m_0 = \frac{3E' i}{R^2} w_0$.

Dessa forma o campo de deslocamentos apresentará as componentes:

$$w = w_0 \cos 2\theta \quad e \quad v = \frac{1}{2} w_0 \sin 2\theta \quad (3.19)$$

Mudança do estado puramente elástico para o elastoplástico, pode ser determinada em função da razão $\lambda = D/t$.

Assim, se $p_y = \frac{2\sigma_y}{\lambda}$ com $D = 2R$, $p_e = \frac{2E'}{\lambda^3}$, resulta que $p_e = p_y$, $\lambda = \lambda_y = \sqrt[3]{\frac{2E'}{p_y}}$.

Assumindo uma dependência de forma parabólica das pressões com relação a λ , $p(\lambda) = \alpha + \beta\lambda + \gamma\lambda^2$, e os valores de α , β e γ podem ser determinados em função de p_y e p_e .

Tomando em $\lambda = 0$, $p = p_y$, e em $\lambda = \lambda_j$; $\lambda_j = \frac{\lambda_y}{2}$, $p = \frac{p_y}{2}$;

resulta que $p(\lambda) = \left[1 - \frac{1}{2\lambda_j^2}\right]\lambda^2$, expressão que é mostrada no gráfico da Figura 3.3 em função de λ .

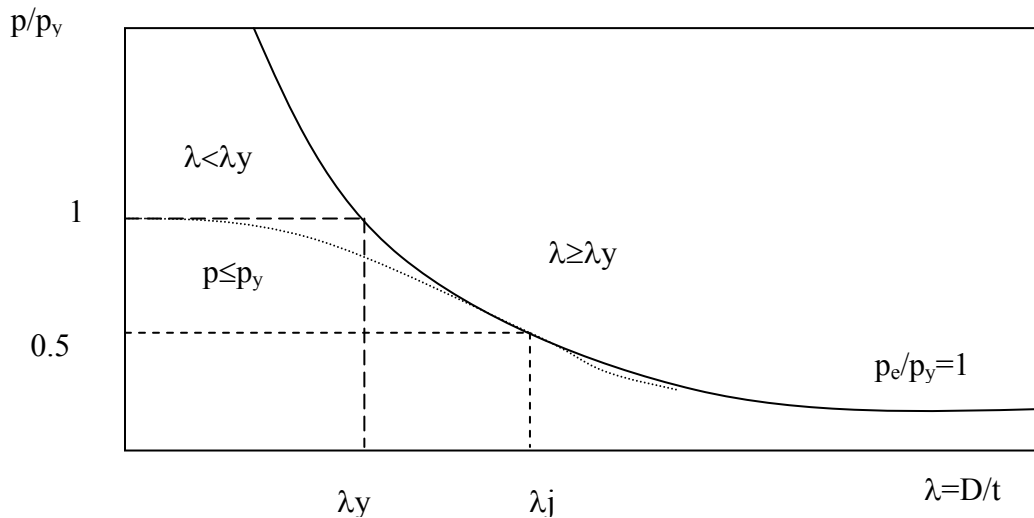


Figura 3.3 Relação das pressões aplicadas p/p_x em função da esbeltez dos anéis λ .

3.2.3 COMPORTAMENTO DE ANÉIS IMPERFEITOS

O comportamento de anéis sob pressurização externa, depende grandemente dos vários tipos de imperfeições existentes. A imperfeição mais comum nestes elementos, se refere a uma falta de circularidade inicial dos mesmos, identificada por um grau de elipticidade, objeto de medida nos mesmos.

O desvio de forma inicial, neste caso, será descrito por :

$$w_i = -W_0 \cos 2\theta \quad (3.20)$$

E, de forma que os momentos fletores em uma seção qualquer como no caso acima serão :

$$m = pR(w + w_j) \quad (3.21)$$

E, portanto, o equilíbrio será medido pela equação:

$$D^2w + w\left[1 + \frac{pR^3}{E'I}\right] = -\frac{pR^3}{E'I}w_i \quad (3.22)$$

cuja solução é :

$$w = p \frac{W_0}{p_b - p} \cos 2\theta \quad (3.23)$$

à qual correspondem momentos fletores máximos iguais a :

$$m_M = pR \frac{W_0}{1 - \frac{p}{p_b}} \quad (3.24)$$

com valores máximos de tensão :

$$\sigma_M = \frac{pR}{t} + \frac{6pR}{t^2} \frac{W_0}{1 - \frac{p}{p_b}} \quad (3.25)$$

que, no máximo, podem igualar a resistência ao escoamento S_y , para materiais elasto-perfeitamente-plásticos.

A esta condição corresponde uma pressão de escoamento p_y , que opera na equação,

$$p_y^2 - \left[\frac{S_y}{a} + (1 + 6ao)p_b\right]p_y + \frac{S_y}{a}p_b = 0; \quad a = \frac{R}{t}; \quad o = \frac{W_0}{R} \quad (3.26)$$

o que nos permite estabelecer a pressão de transição em função da razão de aspecto a , e da falta de circularidade inicial . Essa equação de caráter elástico, pode ser utilizada no campo elastoplástico no caso de materiais perfeitamente plásticos, representando nesse caso p_y , a pressão de colapso.

3.3 COLAPSO TUBULAR POR OVALIZAÇÃO: SOLUÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA

Colapso de elementos tubulares causado pela ovalização gerada pela aplicação de pressão externa é o efeito predominante na resposta de elementos tubulares de paredes espessas. Neste caso a resposta é elastoplástica, às vezes acompanhada por instabilidade, com enrugamento axial e circunferencial.

A cinemática proposta para o problema, consiste de um mapeamento entre uma forma circular e uma forma oval, com uma única variável livre. A curvatura do tubo e a deformação da sua seção transversal são supostas uniformes ao longo do comprimento, com simetria em relação ao plano de flexão, o plano vertical, assumida.

As relações cinemáticas adotadas acomodam relativamente grandes deflexões da seção transversal do tubo. O sistema de coordenadas usado e as componentes de deslocamento são definidas na Figura 4.1 na pág.60. É assumido que seções planas perpendiculares à superfície média do tubo e aquela perpendicular à superfície média da parede do tubo, permanecem planas durante o carregamento.

As deformações são assumidas pequenas, porém rotações finitas das seções do plano são acomodadas.

i. Caso 1: $\Delta_0 = 0$; $\Xi_0 = 0$

Na sua configuração inicial indeformada, o elemento tubular perfeito apresenta uma geometria uniforme, com diâmetro externo D_0 , espessura uniforme t , comprimento L , $L \gg D_0$.

O diâmetro médio do elemento tubular será $D = D_0 - t$.

Não existe falta de circularidade inicial na seção, variações de espessura e tampouco curvatura inicial no elemento. Tensões ou deformações residuais não existem.

Supondo um mapeamento da deformação em relação à configuração inicial, indeformada, podemos identificar o vetor de deslocamentos por :

$$\mathbf{d}^T = [u \quad v \quad w]; \quad \mathbf{d} = \hat{\mathbf{d}}(X, R + z, \theta) \quad (3.27)$$

sendo $R = D/2$ o raio médio, X a posição global axial da seção, z a componente local de posicionamento radial, e θ o identificador da posição circunferencial.

O problema envolve rotação ϕ_x , em torno dos eixos globais X .

As variáveis dimensionais se referem a condições iniciais.

No experimento de pressurização tubular, extremidades abertas ou fechadas podem ser consideradas. Assumamos o último, já que o primeiro é um caso particular deste. Portanto

em $X = \pm \frac{L}{2}$, $\sigma_a = \bar{\sigma}$; $\bar{\sigma} = -\frac{pD}{4t}$, sendo σ_a a compressão axial causada pelo

carregamento externo, a pressão p , na extremidade tubular.

Componentes radial e circunferencial de deslocamento não são prescritas.

A partir das componentes de deslocamento, deformações de Green-Lagrange, simplificadas pelas hipóteses da teoria de cascas cilíndricas, podem ser calculadas. Por serem longos os tubos, um estado de deformação plana pode ser admitido, com as componentes principais do tensor nas direções principais de referência, sem a presença portanto das componentes de cisalhamento.

A componente de deformação axial será :

$$\varepsilon_a = \bar{\varepsilon}_a - v_s \varepsilon_c^0 \quad (3.28)$$

sendo $\bar{\varepsilon}_a$ a componente de encurtamento axial imposta, e

$$\varepsilon_c^0 = e + \frac{1}{2}e^2 + \frac{1}{2}\beta^2; \quad e = \frac{v' + w}{R}; \quad \beta = \frac{v - w'}{R}$$

a extensão circunferencial.

A componente circunferencial completa resulta ser:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_c^0 + z\kappa_c \quad (3.29)$$

sendo a curvatura :

$$\kappa_c = \frac{1}{R} \frac{\beta'}{(1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (3.30)$$

onde é utilizada a notação $(\)' = \frac{d}{d\theta}(\)$.

Na expressão acima ν_s corresponde ao coeficiente efetivo de Poisson.

A medida de tensão correta associada ao tensor de deformações de Green é o segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff.

Para um estado plano de deformações, supondo o material elástico não linear, particionável de forma aditiva, as componentes axiais de tensão seriam descritas por meio de :

$$\sigma_a = \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} [\varepsilon_a + \nu_s \varepsilon_c] \quad (3.31)$$

enquanto que as componentes circunferenciais obedeceriam à equação:

$$\sigma_c = \frac{E_s}{1 - \nu_s^2} [\varepsilon_c + \nu_s \varepsilon_a] \quad (3.32)$$

Sob o modelo de material considerado, derivado da teoria da deformação, as tensões têm natureza proporcional, sem descarregamento.

Nela os parâmetros materiais, E_s e ν_s , módulo secante e coeficiente efetivo de Poisson, são determinados a partir da caracterização unidimensional do mesmo.

No caso da utilização da relação de Ramberg-Osgood, para materiais metálicos, de origem experimental, a relação tensão-deformação não linear resulta expressa por:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{\sigma}}{E} \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0} \right)^{n-1} \right] \quad (3.33)$$

sendo: E o módulo elástico do material (módulo de Young), n um expoente que define o grau de encruamento do material e σ_0 a tensão de fluxo ou limite elástico do material.

Para essa descrição, o módulo secante resulta ser:

$$E_s = E \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{S_y}{\sigma_0} \right)^{n-1} \right] \quad (3.34)$$

sendo: S_y a resistência ao escoamento do material.

O coeficiente inelástico de Poisson, por outra parte fica:

$$\nu_s = \frac{1}{2} + \frac{E_s}{E} \left(\nu - \frac{1}{2} \right) \quad (3.35)$$

sendo ν o coeficiente de Poisson.

A tensão equivalente $\bar{\sigma}$ que aparece na relação acima, deriva da superfície de carregamento de Von Mises, forma J_2 ,

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \sqrt{\sigma_a^2 - \sigma_a \sigma_c + \sigma_c^2} \\ \bar{\varepsilon} &= \sqrt{\frac{1}{1-\mu^e} [\varepsilon_a^2 + \varepsilon_c^2 + 2\mu \varepsilon_a \varepsilon_c]} \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\text{com, } \mu = \frac{1}{2} - \frac{1}{6(E/E_s)}.$$

Para cada uma das configurações da casca deformada, componentes do tensor de deformações podem ser consideradas particionadas, de forma aditiva, em duas partes:

Uma elástica e outra plástica, de forma que:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_a^e + \varepsilon_a^p; \quad \varepsilon_c = \varepsilon_c^e + \varepsilon_c^p \quad (3.37)$$

sendo as partes elásticas descritas por:

$$\varepsilon_a^e = \frac{1}{E}[(1 + \nu)\sigma_a - \nu \text{tr}\sigma]; \quad \text{tr}\sigma = \sigma_a + \sigma_c + \sigma_r \quad (3.38)$$

$$\varepsilon_c^e = \frac{1}{E}[(1 + \nu)\sigma_c - \nu \text{tr}\sigma]; \quad \sigma_r = \nu(\sigma_a + \sigma_c) \quad (3.39)$$

As componentes plásticas de deformação resultam da hipótese de normalidade à superfície de escoamento:

$$f = \bar{\sigma} - S_y; \quad S_y = S_y(\bar{\varepsilon}^p) \quad (3.40)$$

sendo $\bar{\varepsilon}^p$ a deformação equivalente plástica, $\bar{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3}[\varepsilon_a^{p^2} + \varepsilon_c^{p^2}]}$, com:

$$\varepsilon_a^p = \lambda_p \frac{\partial f}{\partial \sigma_a}; \quad \varepsilon_c^p = \lambda_p \frac{\partial f}{\partial \sigma_c} \quad (3.41)$$

e portanto, considerada a estacionariedade de f para condições elastoplásticas, resulta :

$$\begin{aligned} \varepsilon_a^p &= \frac{3}{2} \left(\frac{E - E_s}{EE_s} \right) \sigma'_a \\ \varepsilon_c^p &= \frac{3}{2} \left(\frac{E - E_s}{EE_s} \right) \sigma'_c \end{aligned} \quad (3.42)$$

sendo σ'_a e σ'_c componentes axial e circunferencial do tensor de tensões deviatóricas.

A cada valor de pressão, corresponde um mapeamento da seção deformada do elemento tubular. A forma mais simples de mapeamento seccional considera uma família de elipses.

Sob condições de inextensibilidade seccional,

$$v = \frac{w_0}{2} \sin(2\theta); \quad w = -w_0 \cos(2\theta) \quad (3.43)$$

Utilizando o princípio dos trabalhos virtuais, equilíbrio ocorre, para cada valor de pressão aplicada p , quando o potencial V , que é a soma da energia de deformação U com o trabalho externo Ω é mínimo.

A energia de deformação é computada a partir da densidade:

$$dU = 2 \int_0^{l^0/2} \int_0^{2\pi} \left\{ \int_{-r^0/2}^{r^0/2} [\sigma_a d\varepsilon_a + \sigma_c d\varepsilon_c] dz \right\} R d\theta dl; \quad U = \int_0^{w_0} dU \quad (3.44)$$

enquanto que o trabalho dos esforços externos resulta de :

$$d\Omega = 2 \int_0^{l^0/2} \left(\int_0^{2\pi} \left\{ dw \left[1 + \frac{w}{R} + \frac{v}{2R} \right] + dv \left[\frac{v}{R} - \frac{w}{2R} \right] + dv \left[\frac{w}{2R} \right] + dw' \left[\frac{v}{2R} \right] \right\} R d\theta \right) dl \quad (3.45)$$

O potencial de deformação, $V = \hat{V}(w_0)/V = U + \Omega$, sob condições de equilíbrio será estacionário, de forma que:

$$\frac{\partial}{\partial w_0} V = 0 \quad (3.46)$$

ou, em termos de variações, $\delta V = \delta U - \delta\Omega$; $\delta V = 0$, sendo

$$\delta U = 2 \int_0^{l^0/2} \left(\int_0^{2\pi} \left\{ \int_{-r^0/2}^{r^0/2} [\delta\sigma_a d\varepsilon_a + \sigma_a d\delta\varepsilon_a + \delta\sigma_c d\varepsilon_c + \sigma_c d\delta\varepsilon_c] dz \right\} R d\theta \right) dl \quad (3.47)$$

E :

$$\delta\Omega = pR \int_0^{2\pi} \left\{ \delta w \left[1 + \frac{w}{R} + \frac{v'}{2R} \right] + \delta v \left[\frac{v}{R} - \frac{w'}{2R} \right] + \delta v' \left[\frac{w}{2R} \right] + \delta w' \left[\frac{v}{2R} \right] \right\} d\theta \quad (3.48)$$

Portanto para um dado tubo, com parâmetros geométricos e materiais conhecidos :

Para cada valor de pressão aplicada, a variação de potencial depende apenas do fator de ovalização w_0 , variável livre, e que especifica a configuração de equilíbrio para os valores de carga momentâneos. O valor de w_0 que minimiza o potencial de deformação, é aquele de equilíbrio seccional, ou seja, aquele para o qual $\frac{\partial \delta V}{\partial w_0} = 0$.

No caso em que o comprimento da circunferência circular pode modificar-se durante a deformação, v e w são independentes, e podemos, para a mesma ordem de mapeamento escrever que:

$$v = v_0 \sin(2\theta); \quad w = -w_0 \cos(2\theta) \quad (3.49)$$

de forma que neste caso, um par de condições tem que ser obedecidas $\frac{\partial \delta V}{\partial v_0} = 0$ e $\frac{\partial \delta V}{\partial w_0} = 0$.

ii .Caso2: $\Delta_0 = 0$; $\Xi_0 \neq 0$

Elementos tubulares raramente possuem uniformidade de espessura.

Variações de espessura circunferenciais são medidas pelo parâmetro:

$$\Xi_0 = \frac{t_M - t_m}{t_M + t_m} \quad (3.50)$$

sendo:

t_M e t_m os valores máximo e mínimo, respectivamente, da espessura tubular.

Tomando a amplitude destas variações como sendo ξ_0 , de forma que:

$$t_M = t + \xi_0 \text{ e } t_m = t - \xi_0, \text{ resulta que } \xi_0 = t\Xi_0.$$

Avaliação do efeito dessa variação de espessura, pode ser obtida utilizando o mesmo procedimento delineado acima, tomando em conta no cômputo das integrais ao longo da

$$\text{espessura de : } t_\theta = t \left[1 - \frac{\Xi_0}{t} \sin \theta \right]$$

onde: t representa a espessura tubular, na condição inicial, t^0 .

iii. Caso 3: $\Delta_0 \neq 0$; $\Xi_0 = 0$

Dutos de forma perfeitamente circular são bastante raros. Em geral erros de forma são comuns em elemento industrializados.

E assumida uma forma oval, medida por meio do parâmetro Δ_0 :

$$\Delta_0 = \frac{D_M - D_m}{D_M + D_m} \quad (3.51)$$

$$\text{sendo, } D_M = D + 2W_0, \quad D_m = D - 2W_0$$

onde: W_0 é a amplitude da ovalização inicial resulta que $W_0 = R\Delta_0$.

$$\text{De maneira que nesse caso } R_\theta = R \left[1 - \frac{W_0}{R} \cos(2\theta) \right].$$

Portanto o mesmo procedimento mostrado acima pode ser utilizado para análise de tubos nessas condições, com as modificações indicadas, além da mudança no campo de deslocamento inicial,

$$\text{onde : } v_i = V_0 \sin(2\theta) \text{ e } w_i = -W_0 \cos(2\theta).$$

iv. Caso 4: $\Delta_0 \neq 0; \Xi_0 \neq 0$

É o caso geral, e novamente pode ser desenvolvido utilizando a mesma formulação, que comporta tanto o caso extensional quanto o inextensional.

A formulação foi codificada em programa FORTRAN, denominado kExp.for, utilizando esquema iterativo, com busca de um fator de ovalização do potencial minimizante efetuado, equilíbrio pela energia potencial, com o uso do método de Newton-Raphson.

Em particular uma rotina constitutiva é escrita para revelação do comportamento do material, a cada ponto de uma malha de discretização, composta de “m” setores ao longo da circunferência tubular, por “n” segmentos ao longo da espessura tubular.

As integrações para cômputo do princípio dos trabalhos virtuais são levadas numericamente usando quadratura Gaussiana.

Quatro pontos de integração através da espessura e doze no intervalo $[0, \pi]$, foram encontrados suficientes através dos estudos de convergência.

Durante o procedimento de cálculo:

*Pressões são aumentadas em cada iteração.

*A cada valor de pressão, um valor de ovalização é determinado.

*Valores de pressão são tabulados contra o grau de ovalização.

*O procedimento é repetido até que um valor máximo de pressão, valor tipo limite, seja alcançado. Apenas em condições de bifurcação, por causa de flambagem elastoplástica, há interrupções do procedimento.

*Os valores dos incrementos ovalização no processo de pesquisa do mínimo, a cada carregamento, foram escolhidos em função da espessura tubular (normalmente da ordem de 10% da mesma, em cada passo).

*Os incrementos da achatamento resultante ($\Delta D/D_0$) também são tabulados.

*Os resultados obtidos foram normalizados com relação à pressão de fluxo p_0 ,

$$\text{onde: } p_0 = \frac{2\sigma_0}{D_0}$$

3.4 COLAPSO TUBULAR POR OVALIZAÇÃO: SOLUÇÃO NUMÉRICA

Supondo que as diferentes configurações do anel durante o processo de colapso possam ser descritas pelo movimento $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t)$; ocorrendo no intervalo $t \in [0, \infty)$, com o equilíbrio verificado em configurações discretas [1,2,...,n, n+1,..), podemos dizer que :

$$G_t = 0; \quad G_t + \Delta G = 0 \quad (3.52)$$

medindo G o equilíbrio entre a razão de trabalho virtual interno e externo,

$$G = \int_{V_t} \boldsymbol{\sigma} : \delta \mathbf{L} dV - \int_{S_t} (-\mathbf{p}\mathbf{n}) \cdot \delta \mathbf{v} dS; \quad \mathbf{L} = \text{grad} \mathbf{v} \quad (3.53)$$

de forma que :

$$\Delta G = \Delta I - \Delta E; \quad \Delta G = 0$$

$$\Delta I = \int_{V_t} \text{tr} \left[\frac{\partial \delta \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} (\Delta \boldsymbol{\sigma} - \Delta \mathbf{F} \mathbf{F}^{-1} + \boldsymbol{\sigma} \frac{\Delta \mathbf{J}}{\mathbf{J}}) \right] dV; \quad \Delta E = \Delta \int_{S_t} (-\mathbf{p}\mathbf{n}) \cdot \delta \mathbf{v} dS \quad (3.54)$$

correspondendo tr ao traço do tensor.

Considerando as propriedades do gradiente de deformações:

$$\mathbf{F} = \text{grad} \mathbf{x}; \quad \Delta \mathbf{F} \mathbf{F}^{-1} = \frac{\partial(\Delta \mathbf{d})}{\partial \mathbf{X}} \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial(\Delta \mathbf{d})}{\partial \mathbf{x}} = \Delta \mathbf{I} \quad (3.55)$$

sendo \mathbf{d} o vetor de deslocamentos.

Também,

$$\det \mathbf{F} = J; \quad \frac{\partial J}{\partial \mathbf{F}} = J \mathbf{F}^{-T}; \quad \frac{\Delta J}{J} = \mathbf{F}^{-T} : \Delta \mathbf{F} \quad (3.56)$$

Assim podemos reescrever a expressão do princípio dos trabalhos virtuais como:

$$\Delta I = \Delta E; \quad \Delta I = \int_{V_t} \delta \mathbf{L} : (\Delta \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma} \Delta \mathbf{I}^T + \boldsymbol{\sigma} \text{tr} \Delta \mathbf{I}) dV; \quad \Delta E = \int_{S_t} \delta \mathbf{v} \cdot (-\mathbf{p}\mathbf{n}) dA \quad (3.57)$$

resultado que pode ser discretizado por elementos finitos para produzir:

$$\mathbf{K}^m \Delta \mathbf{d}^N = \Delta \mathbf{F}_e; \quad \mathbf{K}^m = \int_{V_t} \mathbf{B}_L^T (\mathbf{C} - \boldsymbol{\Sigma} + \boldsymbol{\Gamma}) \mathbf{B}_L dV; \quad \Delta \mathbf{F}_e = \int_{S_t} \mathbf{N}^T \Delta(-\mathbf{p}\mathbf{n}) dA \quad (3.58)$$

sendo : \mathbf{B}_L a matriz de interpolação do gradiente velocidades, e

\mathbf{N} a matriz de interpolação do campo de velocidades.

As matrizes $\boldsymbol{\Sigma}$ e $\boldsymbol{\Gamma}$ indicam as fatorizações do segundo e terceiro termo na expressão do trabalho virtual interno, enquanto a matriz \mathbf{C} contém a parte constitutiva. A matriz \mathbf{K}^m representa a matriz de rigidez da estrutura, sendo composta de uma parte não linear, geométrica, e de outra parte envolvendo não linearidades materiais.

No caso de comportamento elastico-plástico, a relação constitutiva do material, escrita em forma incremental, depende da consideração adequada das rotações e portanto do uso de medidas corrotacionais. Incrementos na parte elástica, $f < 0$, função de carregamento, podem ser computados a partir de :

$$\boldsymbol{\sigma}^\nabla = \mathbf{C}_e : \mathbf{D}^e; \quad \mathbf{C}_e = 2\mu \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I} \mathbf{I}; \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}; \quad \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.59)$$

sendo :

\mathbf{C}_e o tensor elástico e \mathbf{J} e \mathbf{I} , tensores unitários de quarta e segunda ordem, respectivamente.

A razão de extensão é \mathbf{D} , que admite partição aditiva:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p; \quad \mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) \quad (3.60)$$

Os incrementos na parte elastoplástica, que ocorrem quando $f = 0$ derivam, de :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^\nabla = \mathbf{C}^{ep} : \mathbf{D}; \quad \dot{\boldsymbol{\sigma}}^\nabla = \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{\sigma}\mathbf{W} - \mathbf{W}\boldsymbol{\sigma}; \quad \mathbf{W} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) \quad (3.61)$$

onde:

$$\mathbf{C}^{ep} = \mathbf{C}^e - \frac{\mathbf{C}^e : \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}}{\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \mathbf{C}^e : \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} - \frac{\partial f}{\partial S_y} \frac{\partial f}{\partial \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p} \frac{\partial f}{\partial S_y}} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.62)$$

É a matriz constitutiva elastoplástica, logo, pode-se definir uma superfície de escoamento e um potencial plástico.

A derivada corrotacional do tensor de Cauchy utilizada é a de Jaumann, $\boldsymbol{\sigma}^\nabla$.

Os estados elástico e elástico-plástico são determinados a partir da função de carregamento f de Von Mises ou superfície de Von Mises:

$$f = q - S_y; \quad q = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}'}; \quad \boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{I}; \quad S_y = S_y(\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) \quad (3.63)$$

As estimativas do autovalor de carga de flambagem são muito úteis no projeto, porque são muito exatas se a estrutura não for muito sensível a imperfeições.

A discretização da geometria do elemento tubular é feita com elementos de casca e de sólido, incluídos na biblioteca do programa ABAQUS, que então vai prescrever as componentes do vetor de deslocamentos, rotações, o cômputo do gradiente de deformação e a partir daí as matrizes de interpolação que aparecem acima.

3.5 RESULTADOS

3.5.1 DETERMINAÇÃO DOS MODOS E PRESSÕES DE FLAMBAGEM

O método dos elementos finitos pode ser utilizado, através de uma análise de perturbação, para determinar, de forma numérica, as pressões de instabilidade de anéis perfeitos e imperfeitos. Estas pressões de flambagem podem ser geradas considerando os valores característicos de pressão que tornam a matriz de rigidez da estrutura singular.

Associados a essas pressões existem modos característicos, dos quais o principal é o primeiro modo.

De acordo à discretização e tipo de elemento utilizado, modificações nos resultados são encontradas.

São apresentados os resultados das pressões de flambagem correspondentes a tubos, anéis de extremidades abertas, utilizando diversas malhas para obter e aprimorar o melhor possível estas pressões em relação aos valores teóricos.

No primeiro caso listado, Ring1, ver Tabela 3.1 na pág.46, uma malha de um quarto de anel, 90° portanto, com três elementos tipo B21, com material elástico.

Depois com material elastoplástico, Ring2, é utilizada.

No último caso, Ring3, material elastoplástico, cinco elementos são utilizados.

E, para complementar:

E' mostrada a generalização do estudo comparando as pressões de flambagem, na Fig.3.4 na pág.46, o modo 1 com a pressão de início de escoamento, p_e , e a pressão de colapso, no caso de material elástico-perfeitamente-pástico, p_y , no intuito de obter uma classificação inicial dos regimes de comportamento.

Tabela 3.1 Resultados numéricos das pressões críticas dos anéis com diferentes malhas

D/t	Ring1 (MPa)	Ring2 (MPa)	Ring3 (MPa)	Pressão crítica teórica (MPa)	Erro Pressões críticas (%)
20	27,047	26,870	26,286	26,250	-0,137143
40	6,704	6,672	6,527	6,464	-0,974629
80	0,839	0,835	0,817	0,807	-1,239157
160	0,105	0,104	0,102	0,100	-2,000000

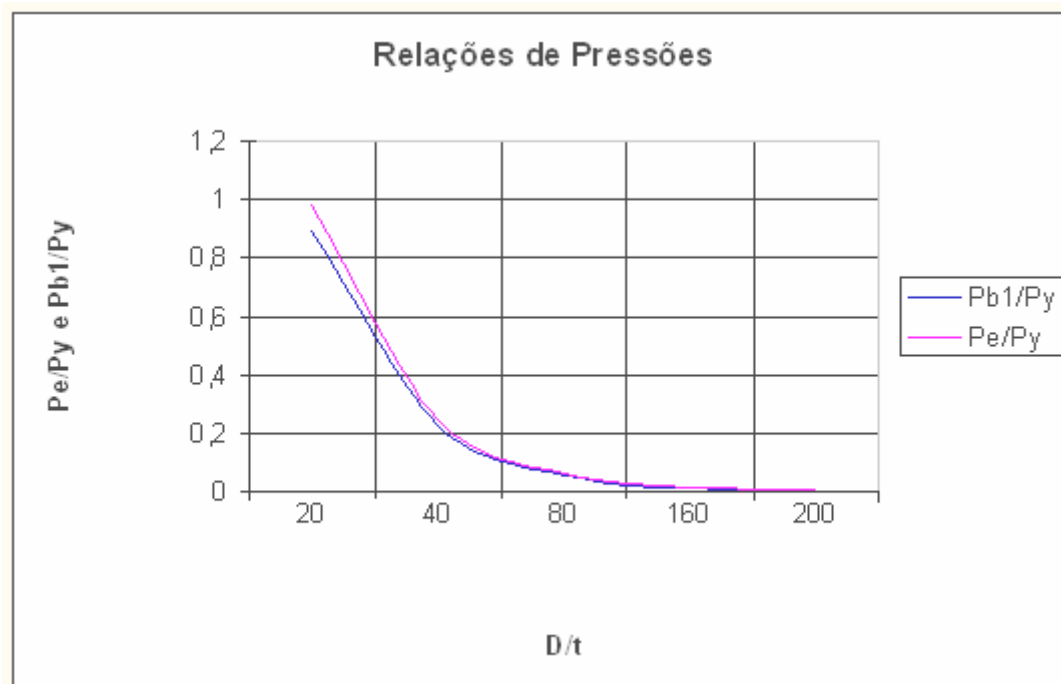


Figura 3.4. Determinação da curva das pressões críticas dos anéis.

Na Tabela 3.2 resultados mais gerais são apresentados.

Quatro anéis, com geometrias específicas, e construídos de material apresentado na Tabela 3.3 da pág.51, são analisados com relação à estabilidade.

Os resultados apresentados foram gerados utilizando o modelo de elementos finitos listado como Ringbuc.inp. Observe-se que mesmo utilizando poucos elementos na análise de estabilidade, resultados razoáveis são obtidos.

Tabela 3.2 Determinação numérica dos modos de flambagem dos anéis ensaiados

D/t	Pressão Flamb. [Met.Num.](MPa)	Pressão Flamb. [Met. Teor.] (MPa)	Erro %
18.66	24.370	27.083	10.01
25.66	23.377	22.610	-3.39
28.65	17.430	16.839	-3.51
34.67	9.1527	8.8305	-3.64

3.5.2 DETERMINAÇÃO DAS PRESSÕES DE COLAPSO

O fenômeno desenvolve-se segundo uma curva típica de resposta pressão x deslocamento radial de um anel imperfeito, formulada pelo método analítico.

*Em aumentando a pressão aplicada, partindo inicialmente de uma condição de comportamento elástico, chegamos a :

*Uma pressão p_y de escoamento, depois a uma pressão de flambagem elastoplástica p_b^{ep} , que antecede a pressão de colapso p_{co} . Uma curva foi construída utilizando a modelagem por elementos finitos, na Figura 3.5 abaixo e um programa designado como Presspipe.inp.

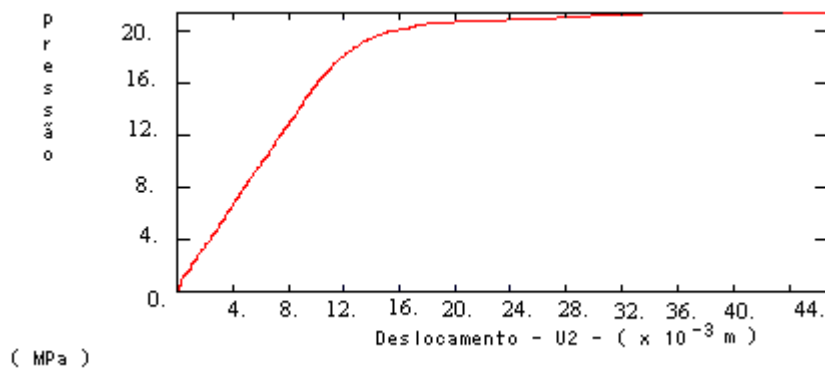


Figura 3.5 Resposta Pressão x Deslocamento para o anel elastoplástico : $D/t = 19,23$, $E = 198$ GPa , $S_y \cong \sigma_0 = 297$ MPa , $\Delta_0 = 0,00155$ e $n = 13,6$.

Sucedesse essa análise uma série de simulações numéricas.

Nela a geometria dos anéis foi designada por meio de quatro razões D/t , ver Tabela 3.3 na pág.51, e uma única razão L/t , igual a 10, de maneira a garantir condições de deformações planas.

Imperfeições foram modeladas através da falta de circularidade inicial Δ_0 , com quatro diferentes amplitudes – Tabela 3.3 - e distribuição circunferencial harmônica.

O comportamento dos materiais ensaiados, quatro, foi estabelecido pela designação do módulo elástico E , do coeficiente de Poisson ν , da tensão de escoamento S_y e do expoente de encruamento n , ver Tabela 3.3, de acordo com a expressão de Ramberg-Osgood, equação (3.3) pág.36.

Os materiais são supostos isotrópicos. O carregamento consistiu de pressões prescritas de maneira incremental, quase-estática.

Condições de contorno, considerada a simetria do problema, envolvem imposição de deslocamento circunferencial v nulo nas posições zero e noventa graus, com deslocamento radial livre.

O deslocamento axial, fixada uma seção de extremidade, também é suposto livre.

Três tipos de elementos foram utilizados na discretização do problema:

*Elementos de viga, que não contém tensões de membrana, para o caso de flambagem, elementos de casca e elementos sólidos, para colapso.

*A discretização por elementos sólidos envolveu uma malha de 96 elementos C3D8R, **Hibbit et al (1994)**, contínuos com nós intermediários e com integração reduzida, em um setor de 90° executada em 3D, com as suas respectivas imperfeições, para os respectivos anéis, conforme especificados em **Yeh et al (1986)**.

*No caso de elementos de casca usamos malha com dois elementos S8R, **Hibbit et al (1994)**, com nós intermediários e com integração reduzida em 90° executada em 3D.

As Figuras 3.6 (elementos C3D8R) e 3.7 (elementos S8R) na pág.50, apresentam a malha utilizada na modelagem do problema, para um e outro tipo desses elementos.

A Figura 3.8 na pág.50, mostra a resposta pressão p versus deslocamento radial v , num caso específico, $D/t = 18,66$, ver a Tabela 3.3 na pág. 51.

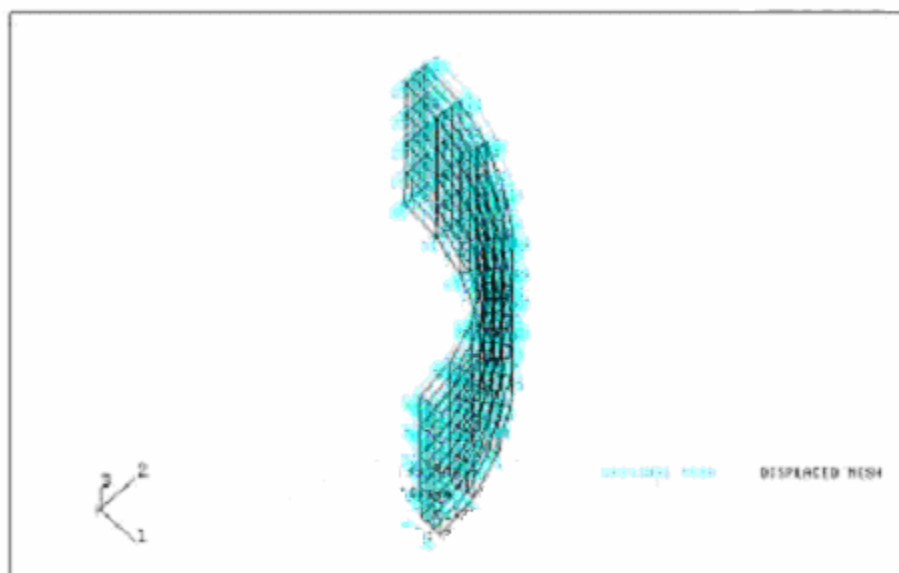


Figura 3.6 Malhas deformada e indeformada de meio anel com 96 elementos C3D8R, (malha deformada = DISPLACED MESH).

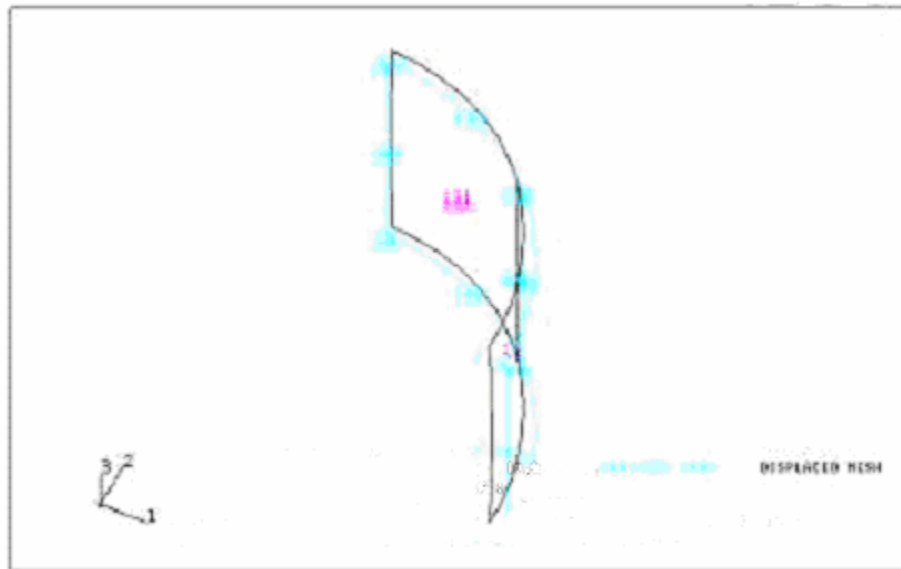


Figura 3.7 Malhas deformada e indeformada de meio anel com 2 elementos S8R, (malha deformada = DISPLACED MESH).

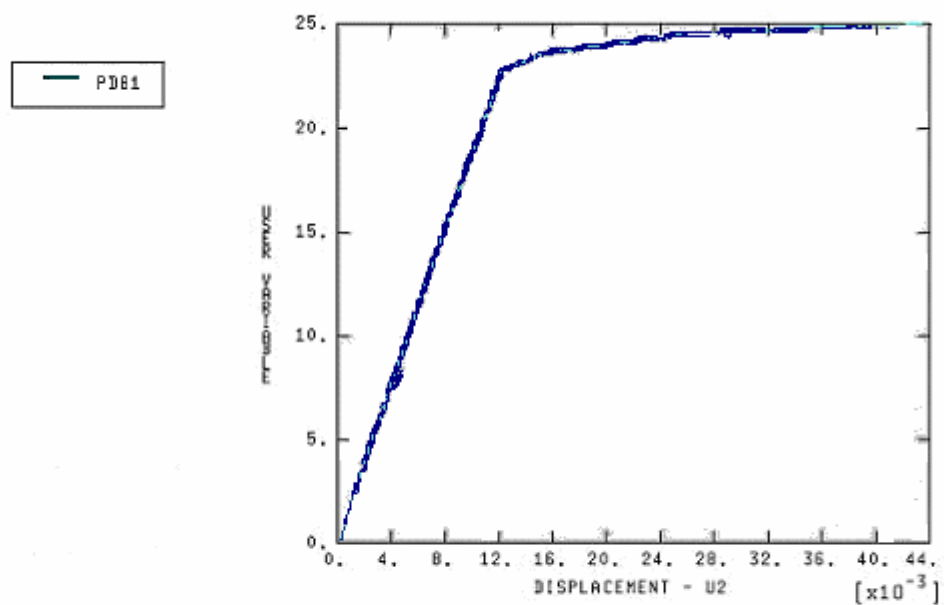


Figura 3.8 Pressão de Colapso em função do deslocamento U2 do anel ($D/t=18.66$)

Tabela. 3.3 Resultados numéricos das pressões de colapso dos anéis com diferentes malhas

D/t	Δ_0	σ_0 (MPa)	E(GPa)	N	P _{co} Met.Exp. (MPa)	P _{co} Met.Teor. (MPa)	P _{co} Met. Num. (MPa)	Erro %
18.66	.0008	267	197	13.0	23.63	27.86	25.48	7.82
25.66	.0012	344	191	14.5	17.68	20.50	20.16	1.40
28.65	.0015	346	198	14.0	14.43	15.94	15.92	1.03
34.67	.0005	300	184	12.0	8.97	9.34	8.75	-2.45

À medida que diminuimos a relação D/t, o comportamento do elemento de anel muda, passando de um comportamento puramente elástico, para um elastoplástico com mudança na variável de pressão crítica. A Figura 3.9 na pág.52, mostra esse comportamento, para diferentes tipos de materiais, em forma adimensional.

Na Figura 3.10 na pág.52, é mostrada uma comparação entre resultados preditos numericamente com aqueles medidos em experimentos de colapso desenvolvidos para condições quase estáticas como as aqui assumidas, **Kyriakides et.al.(1987)**.

Verificamos a concordância entre ambos conjuntos de resultados, com os erros obtidos listados na Tabela 3.3. Finalmente, na Figura 3.11 na pág.53, as formas indeformada e deformada transversal do anel, como discretizado com elementos de casca, para um setor de 90° são apresentadas, imediatamente antes de atingirmos a condição de colapso seccional.

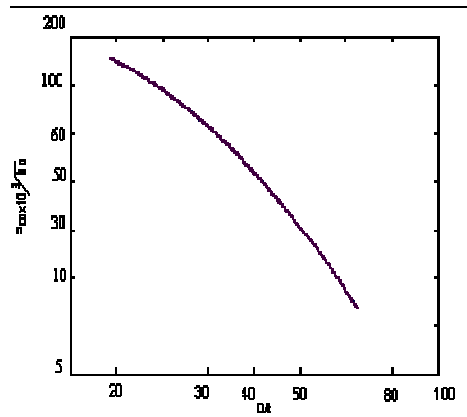


Figura 3.9 Relação das pressões de colapso numéricas para diferentes anéis (D/t).

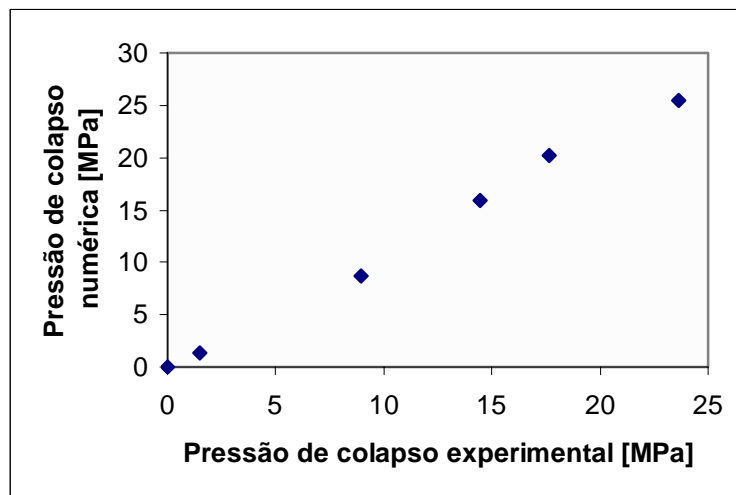


Figura 3.10. Comparação entre pressões de colapso numéricas e experimentais

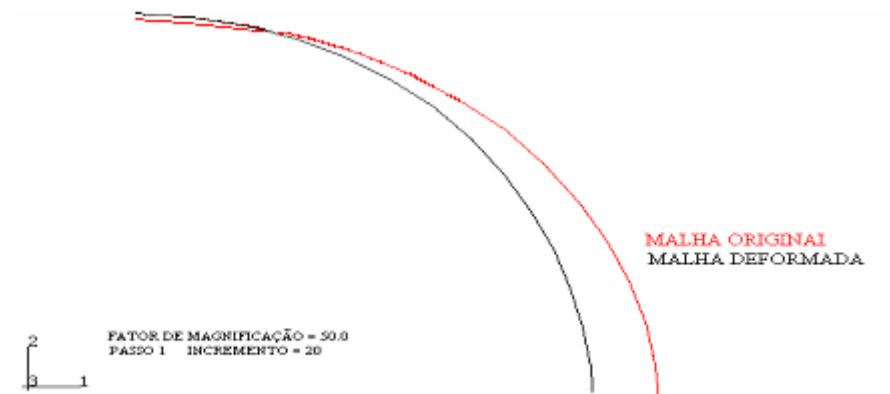


Figura 3.11 Modo de colapso do anel elasto-plástico com $D/t = 18,66$

CAPÍTULO 4

COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A FLEXÃO PURA

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, a resposta de elementos tubulares com parede de espessura relativamente grossa, sob flexão, será obtida por dois métodos distintos: um analítico-numérico, inerentemente aproximado; e outro essencialmente numérico, o método dos elementos finitos.

O comportamento tubular, nestas condições, resulta essencialmente dominado pela ovalização induzida, com falha global, às vezes com localização, outras vezes acompanhada por flambagem, caracterizada pela presença de enrugamento axial.

A resposta das cascas cilíndricas, sob flexão, ocorre em grande medida no campo elasto-plástico de comportamento do material. Sob carregamento monotônico, esta resposta pode, em uma análise de primeiro grau, ser desenvolvida utilizando a teoria de deformação, tipo J_2 de Von Mises.

A flexão de tubos circulares de parede relativamente fina, induz a uma ovalização da seção transversal do tubo, fato conhecido como Efeito de Brazier. O crescimento desta ovalização provoca uma redução progressiva da rigidez à flexão da casca. Eventualmente, um valor máximo do momento é atingido. Além desse ponto, a flexão prossegue com queda do momento fletor. Para cascas elásticas, quando o momento máximo é atingido, a ovalização produz uma redução do diâmetro da seção transversal, no plano de flexão, de aproximadamente dois nonos (2/9).

Na prática, para cascas finas, esta instabilidade de carga limite é freqüentemente precedida pelas instabilidades do tipo bifurcação, caracterizadas pela presença de ondas axiais e circunferenciais, **Kyriakides et al (1992)**.

No caso de cascas grossas, a resposta, bem como as instabilidades, são fortemente influenciadas pela interação entre a ovalização induzida e as características plásticas do material.

Ades (1957), calculou a resposta momento-curvatura não linear de tubos elasto-plásticos longos submetidos a ovalização uniforme. Ele assumiu a seção transversal deformar na forma de uma elipse e utilizou a teoria de deformação J_2 da plasticidade para modelar a resposta não linear do material.

Gellin (1980), desenvolveu uma solução mais exata para o problema utilizando uma cinemática melhorada e também a teoria de deformação J_2 da plasticidade. A formulação de Gellin e o procedimento de solução foram mais adiante refinados por **Shaw e Kyriakides (1985)**, pela adoção de um programa mais completo de cinemática extensional e de modelos de plasticidade incremental. Estas soluções demonstraram que embora a ovalização imposta às seções transversais dos tubos fosse relativamente pequena, ainda assim, no intervalo plástico, levam ao desenvolvimento de uma resposta do tipo momento limite.

Formulações utilizando o modelo de flexão de Saint Venant, que desconsidera a ovalização, produzem momentos fletores crescentes, e ligeiramente maiores que aqueles obtidos utilizando formulações em que a ovalização é considerada; e que mostram o desenvolvimento de um momento limite.

Experimentos envolvendo flexão pura de cascas inelásticas, foram desenvolvidos por vários pesquisadores, entre os quais, destacam-se **Jirsa et al (1972)** e por **Kyriakides e Shaw (1982)**; entre outros.

4.2 SOLUÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA

Elementos tubulares sob flexão apresentam um padrão de deformação, que compõe a flexão geral, tipo viga, de Saint Venant, à ovalização seccional acoplada ao flexionamento longitudinal, efeito de Brazier. Essa composição constitui o elemento predominante na resposta de elementos tubulares de paredes espessas, sendo que a flambagem, principalmente por enrugamento axial e circunferencial, é dominante em tubos de paredes médias e mais finas.

Considerando essas premissas, uma formulação, com simplificação da cinemática de cascas, é desenvolvida, utilizando a teoria de deformação, de forma não atualizada, e adequada para carregamentos monotônicos, quase-estáticos.

A cinemática proposta para o problema, consiste de um mapeamento entre uma forma circular, ao qual é adicionada falta de circularidade inicial, e uma forma oval, com uma única variável livre. A curvatura do tubo e a deformação da sua seção transversal são supostas uniformes ao longo do comprimento do tubo. E, simetria em relação ao plano de flexão, o vertical, é assumida; com seções planas mapeando seções planas. Variações longitudinais, com localização, requeririam a prescrição de dependência longitudinal para o campo de deslocamentos.

As deformações no problema, de acordo com medidas experimentais, são pequenas e acompanhadas de rotações finitas das seções do plano.

A configuração inicial do elemento tubular supõe uma geometria uniforme, com :

Um diâmetro externo D_0 , uma espessura uniforme t , um comprimento L , $L \gg D_0$.

O diâmetro médio do elemento tubular será : $D = D_0 - t$.

Tensões ou deformação residuais não existem.

Sob carga, prescrita pela aplicação de uma curvatura inicial κ_a às extremidades do elemento tubular, é fisicamente obtida com rotações em torno do centro das seções de extremidade; deformações seccionais dão nova geometria ao elemento, modificações essas caracterizadas pelo encurvamento, acoplado à ovalização do mesmo.

Supondo um mapeamento em relação à configuração indeformada, podemos identificar o vetor de deslocamentos pela adição de um deslocamento global :

$$\mathbf{D}^T = [U \quad V \quad W]; \quad W = 0,$$

a um vetor de deslocamento local, relativo ao centro da seção transversal:

$$\mathbf{d}^T = [u \quad v \quad w]; \quad u = 0,$$

que é resultante da decomposição do vetor de posição de um ponto qualquer P na seção,

OP em dois segmentos, um **OC** ao centro da seção e outro desse centro ao ponto, **CP**.

Dessa forma, a identificação de ponto designa X como variável de posição global axial da seção:

R o raio médio da casca, z a componente local de posicionamento radial, e

θ o identificador de posição circunferencial.

O problema envolve rotações ϕ_X e ϕ_Z , em torno dos eixos globais X e Z .

A partir das componentes de deslocamento, deformações de Green-Lagrange, simplificadas pelas hipóteses da teoria de cascas cilíndricas, podem ser calculadas.

Por serem longos os tubos, um estado de deformação plana pode ser admitido, com as componentes principais do tensor nas direções principais de referência, sem a presença, portanto das componentes de cisalhamento.

A componente da deformação axial será :

$$\varepsilon_a = \varepsilon_a^0 + z.\kappa_a \quad (4.1)$$

onde a componente de membrana ε_a^0 é dada por :

$$\varepsilon_a^0 = -\zeta k_a; \quad \zeta = (R + w_t) \sin \theta - v_t \cos \theta; \quad w_s = w + W \quad v_t = v + V \quad (4.2)$$

sendo a falta de circularidade inicial caracterizada por :

$$W = -W_0 \cos(2\theta); \quad V = -\frac{V_0}{2} \sin(2\theta) \quad (4.3)$$

para expansões de primeira ordem. Por outra parte, a componente circunferencial resulta ser:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_c^0 + z\kappa_c \quad (4.4)$$

sendo :

$$\varepsilon_c^0 \cong -\nu_s \varepsilon_a^0; \quad \kappa_c = \frac{1}{R} \frac{\beta'}{(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}}; \quad \beta = \frac{v-w'}{R} \quad (4.5)$$

sendo utilizada a notação $()' = \frac{d}{d\theta}()$.

Na expressão acima ν_s corresponde ao coeficiente efetivo de Poisson.

A medida de tensão correta associada ao tensor de deformações de Green-Lagrange é o segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff.

Para um estado plano de deformações, supondo o material elástico não linear, particionável de forma aditiva, as componentes axiais de tensão seriam descritas por meio de:

$$\sigma_a = \frac{E_s}{1-\nu_s^2} [\varepsilon_a + \nu_s \varepsilon_c] \quad (4.6)$$

enquanto que as componentes circunferenciais obedeceriam à equação:

$$\sigma_c = \frac{E_s}{1-\nu_s^2} [\varepsilon_c + \nu_s \varepsilon_a] \quad (4.7)$$

Sob o modelo de material considerado, derivado da teoria da deformação, as tensões têm natureza proporcional, sem descarregamento.

Nela os parâmetros materiais, E_s e ν_s , módulo secante e coeficiente efetivo de Poisson, são determinados a partir da caracterização unidimensional do mesmo.

No caso da utilização da relação de Ramberg-Osgood, de origem experimental, especificada para certos materiais metálicos, onde essa relação tensão-deformação resulta expressa por:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{\sigma}}{E} \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0} \right)^{n-1} \right] \quad (4.8)$$

sendo E o módulo elástico do material ou de Young, n um expoente que define o grau de encruamento do material e σ_0 a tensão de fluxo do material.

Para essa descrição, o módulo secante resulta ser:

$$E_s = E \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{S_y}{\sigma_0} \right)^{n-1} \right] \quad (4.9)$$

sendo S_y a resistência ao escoamento do material.

O coeficiente inelástico de Poisson, por outra parte fica:

$$\nu_s = \frac{1}{2} + \frac{E_s}{E} \left(\nu - \frac{1}{2} \right) \quad (4.10)$$

sendo ν o coeficiente de Poisson.

A tensão equivalente σ_e , que aparece na relação acima, deriva da superfície de carregamento de Mises, forma J_2 ; uma energia de distorção:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma} &= \sqrt{\sigma_a^2 - \sigma_a \sigma_c + \sigma_c^2} \\ \bar{\varepsilon} &= \sqrt{\frac{1}{1-\mu^e} [\varepsilon_a^2 + \varepsilon_c^2 + 2\mu^e \varepsilon_a \varepsilon_c]}\end{aligned}\quad (4.11)$$

$$\text{com, } \mu = \frac{1}{2} - \frac{1}{6(E/E_s)}$$

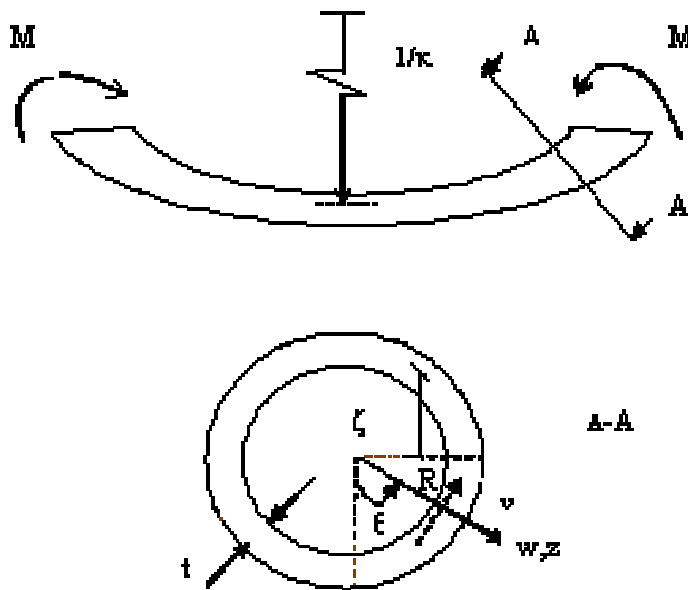


Figura 4.1 Geometria do problema de flexão pura

Para cada uma das configurações da casca, quando deformada, componentes do tensor de deformações, podem ser consideradas particionadas, de forma aditiva, em duas componentes: uma elástica e outra plástica, de forma que:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_a^e + \varepsilon_a^p; \quad \varepsilon_c = \varepsilon_c^e + \varepsilon_c^p \quad (4.12)$$

sendo as partes elásticas descritas por:

$$\varepsilon_a^e = \frac{1}{E}[(1 + \nu^2)\sigma_a - \nu(1 - \nu)\sigma_c] \quad (4.13)$$

$$\varepsilon_c^e = \frac{1}{E}[(1 + \nu^2)\sigma_c - \nu(1 - \nu)\sigma_a] \quad (4.14)$$

As componentes plásticas de deformação resultam da hipótese de normalidade à superfície de escoamento:

$$f = \sigma_e - S_y; \quad S_y = S_y(\bar{\varepsilon}^p) \quad (4.15)$$

sendo $\bar{\varepsilon}^p$ a deformação equivalente plástica, $\bar{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3}[\varepsilon_a^{p2} + \varepsilon_c^{p2}]}$, com:

$$\varepsilon_a^p = \lambda_p \frac{\partial f}{\partial \sigma_a}; \quad \varepsilon_c^p = \lambda_p \frac{\partial f}{\partial \sigma_c} \quad (4.16)$$

e portanto, considerada a estacionariedade de f para condições elastoplásticas :

$$\begin{aligned} \varepsilon_a^p &= \frac{3}{2} \left(\frac{E - E_s}{EE_s} \right) \sigma'_a \\ \varepsilon_c^p &= \frac{3}{2} \left(\frac{E - E_s}{EE_s} \right) \sigma'_c \end{aligned} \quad (4.17)$$

sendo σ'_a e σ'_c componentes axial e circunferencial do tensor de tensões deviatóricas.

As componentes de deslocamento v e w, que determinam a configuração deformada do elemento tubular, podem ser aproximadas por expansões harmônicas:

$$v = \frac{w_0}{2} \cos 2\theta; \quad w = w_0 \cos 2\theta \quad (4.18)$$

sendo w_0 o parâmetro de ovalização

O princípio dos trabalhos virtuais, pode então ser utilizado para determinar o valor do parâmetro livre w_0 , que para cada condição de carga, corresponde à configuração de equilíbrio.

Para tal, a densidade de energia de deformação U , por unidade de comprimento tubular, necessita ser computada:

$$U = \int_0^{w_0} dU; \quad dU = \int_0^{2\pi} \left\{ \int_{-l/2}^{l/2} [\sigma_a d\varepsilon_a + \sigma_c d\varepsilon_c] dz \right\} R d\theta; \quad (4.19)$$

com W , trabalho dos esforços externos, nulo; dessa forma o potencial de deformação,

$V = \hat{V}(w_0) / V = U + W$, sob condições de equilíbrio será estacionário, de modo que:

$$\frac{\partial}{\partial w_0} V = 0 \quad (4.20)$$

ou, em termos de variações,

$$\delta U = \int_0^{2\pi} [N_a \delta\varepsilon_a + M_a \delta\kappa_a + N_c \delta\varepsilon_c + M_c \delta\kappa_c] R d\theta \quad (4.21)$$

onde:

$$N_a = \int_{-l/2}^{l/2} \sigma_a dz; \quad N_c = \int_{-l/2}^{l/2} \sigma_c dz \quad (4.22)$$

e:

$$M_a = \int_{-l/2}^{l/2} \sigma_a \zeta dz; \quad M_c = \int_{-l/2}^{l/2} \sigma_c z dz; \quad (4.23)$$

e assim, da Eq. (4.19),

$$\frac{\partial U}{\partial w_0} = 0 \quad (4.24)$$

Portanto para um dado tubo, com parâmetros geométricos e materiais conhecidos, além dos valores de curvatura axial, a variação de potencial depende apenas do fator de ovalização w_0 , variável livre; e que especifica a configuração de equilíbrio para os valores de carga momentâneos. O valor de w_0 , que minimiza o potencial de deformação, é aquele de equilíbrio seccional.

Uma vez determinada a configuração de equilíbrio, para cada curvatura aplicada, os valores de tensões e deformações pontuais podem ser determinados, a partir das equações correspondentes acima. Em particular, o valor do momento fletor de equilíbrio, correspondente à curvatura axial prescrita, pode ser computado a partir de:

$$M_a = - \int_0^{2\pi} \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_a \left[(R - w_t \cos 2\theta) \cos \theta - \frac{w_t}{2} \sin 2\theta \sin \theta + z \cos \theta \right] R dz d\theta \quad (4.25)$$

A formulação apresentada acima foi codificada em um programa Fortran, denominado kExp.for, utilizando esquema iterativo, com busca do fator de ovalização minimizante efetuada com o uso do método de Newton-Raphson. Em particular uma rotina constitutiva é escrita para descrição do comportamento do material, a cada ponto de uma malha de discretização, composta de “m” setores ao longo da circunferência tubular, por “n” segmentos ao longo da espessura tubular.

As integrações para cômputo do princípio dos trabalhos virtuais são levadas numericamente usando quadratura Gaussiana. Quatro pontos de integração através da espessura e dezoito no intervalo $[0, \pi]$, foram encontrados suficientes através dos estudos de convergência.

Durante o procedimento de cálculo, um raio de curvatura é inicialmente prescrito.

Correspondente a esse valor de curvatura, existe um momento fletor de equilíbrio, um valor de achatamento; soma da falta de circularidade inicial à ovalização causada pela carga, é determinado.

Valores de momento fletor são tabulados.

O procedimento é repetido até o momento em que um valor máximo de momento fletor, valor tipo limite, seja alcançado. Apenas em condições de bifurcação, por causa de flambagem elastoplástica; interrupções do procedimento ocorrem.

Os resultados obtidos foram normalizados com relação ao momento de fluxo M_0 :

Kyriakides et.al.(1991):

$$M_0 = \sigma_0 D_0^2 t ,$$

enquanto que as curvaturas foram referidas à curvatura de momento limite ou curvatura limite κ_l , **Kyriakides et.al.(1991)** :

$$\kappa_l = t / D_0^2$$

4.3 SOLUÇÃO NUMÉRICA

A solução por elementos finitos do problema de flexão tubular, com prescrição de curvatura κ_a , ao longo do plano vertical, XY, com rotações iniciais em torno do eixo Z, segue o equacionamento detalhado no capítulo anterior, com a retirada do termo de trabalho externo.

A real diferença no equacionamento se refere à forma com que as rotações, finitas, das extremidades são prescritas. Isso requer o desenvolvimento de uma rotina envolvendo restrições múltiplas, MPC, e cujo desenvolvimento depende do entendimento da forma como rotações finitas são adicionadas.

Aqui é desenvolvida essa discussão :

Elementos de casca, além dos três graus de liberdade referentes às três componentes de deslocamento nodais, incluem duas ou três componentes de rotação, muitas vezes arbitrariamente grandes. Denotando em geral o vetor de rotação como :

Φ ; $\Phi^T = [\Phi_x \quad \Phi_y \quad \Phi_z]$, cuja magnitude é :

$$\Phi = \|\Phi\|; \quad \Phi = \sqrt{\Phi_x^2 + \Phi_y^2 + \Phi_z^2} \quad (4.26)$$

e cujo eixo de rotação no espaço é determinado pelo vetor de direção :

$$\mathbf{p} = \frac{\Phi}{\|\Phi\|} / \quad \mathbf{p}^T = \left[\frac{\Phi_x}{\Phi} \quad \frac{\Phi_y}{\Phi} \quad \frac{\Phi_z}{\Phi} \right] \quad (4.27)$$

A partir dessa informação relativa às componentes de rotação nodal, uma matriz anti-simétrica $\hat{\Phi}$, definida como:

$$\hat{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & -\Phi_3 & \Phi_2 \\ \Phi_3 & 0 & -\Phi_1 \\ -\Phi_2 & \Phi_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

e que tem como propriedades principais :

$$\hat{\Phi} \cdot \Phi = 0; \quad \hat{\Phi} \cdot \mathbf{v} = \hat{\Phi} \times \mathbf{v}; \quad \forall \mathbf{v} \quad (4.29)$$

Um mapeamento exponencial, a partir dessa matriz $\hat{\Phi}$, pode ser construído com o mapeamento $\mathbf{C} = \exp(\hat{\Phi})$

O que portanto pode ser expresso na forma :

$$\mathbf{C} = \cos(\Phi)\mathbf{I} + \frac{\sin(\Phi)}{\Phi} \hat{\Phi} + \frac{1 - \cos(\Phi)}{\Phi^2} \Phi \otimes \Phi; \quad \Phi \otimes \Phi = \Phi\Phi \quad (4.30)$$

e que pode ser expresso com quartas \mathbf{q} , que são pares da forma, $\mathbf{q} = (q, \mathbf{q})$ estruturado na forma :

$$q = \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right); \quad \mathbf{q} = \frac{\sin(\Phi/2)}{\Phi} \Phi \quad (4.31)$$

que então permite rescrever Eq. (4.30) como:

$$\mathbf{C} = (2q^2 - 1)\mathbf{I} + 2q\hat{\mathbf{q}} + 2\mathbf{q}\mathbf{q} \quad (4.32)$$

Quando tratamos com rotações finitas, composição não ocorre de forma aditiva, e a ordem de aplicação das mesmas também é importante, dado que não existe a comutatividade.

Supondo, portanto, que a configuração n seja o produto final de n passos com rotações especificadas como $\Delta C_i; i = 1, 2, \dots, n$:

$$C_n = \Delta C_n \cdot \Delta C_{n-1} \cdots \Delta C_1 \quad (4.33)$$

e que no passo $n+1$ uma rotação incremental, finita, $\Delta \Phi$ seja aplicada, podemos, utilizando quádruplas escrever:

$$\Delta q = (\Delta q, \mathbf{q}_n); \quad (4.34)$$

que então é composta com o resultado anterior, referente à configuração n , $\mathbf{q}_n = (q_n, \mathbf{q}_n)$, num produto de quádruplas:

$$\Delta q \circ \mathbf{q}_n = (\Delta q q_n - \Delta \mathbf{q} \cdot \mathbf{q}_n; \Delta q \mathbf{q}_n + q_n \Delta \mathbf{q} + \Delta \mathbf{q} \times \mathbf{q}_n) \quad (4.35)$$

O que então, por meio de extração do vetor de rotação permite o cômputo, e atualização, do campo de rotação nodal.

A aplicação de uma curvatura κ_a ao elemento tubular requer que rotações sejam aplicadas às seções de extremidade, situadas nas posições $= -\frac{L}{2}$ e $\frac{L}{2}$.

Essas rotações em torno do eixo Z, ocorrem de forma incremental, e são finitas.

De acordo às condições impostas num experimento de flexão tubular, as posições dos pontos centrais dessas seções de extremidade, C_- e C_+ , com posições $\langle -\frac{L}{2}; 0.; 0. \rangle$ e $\langle \frac{L}{2}; 0.; 0. \rangle$, respectivamente, se mantém inalteradas, de forma que os vetores de deslocamento :

$$\mathbf{D}_{C_-} = \mathbf{D}_{C_+} = \mathbf{0} \quad (4.36)$$

e, ocorrendo a rotação em torno destes pontos.

Neste caso, deslocamentos radiais e circunferenciais ocorrem, de forma a manter as seções planas, mas com possibilidade de se deformarem.

Portanto as equações de restrição, aplicadas a cada um dos “M+1” nós, resultado da discretização por elementos finitos por “M” elementos de extremidade, supõem um valor constante de rotação, $\bar{\Phi}_Z$ a cada passo de carga :

$$\Phi_Z = \bar{\Phi}_Z \quad (4.37)$$

assim como a obediência às condições de simetria nessas seções de carga.

Assim, de forma geral, o conjunto de restrições, não lineares, impostas poderá ser expresso, por um conjunto de equações:

$$f_i = f_i(\mathbf{d}^1, \mathbf{d}^2, \dots, \mathbf{d}^{M+1}); \quad f_i = 0 \quad (4.38)$$

sendo \mathbf{d}^j o vetor de deslocamentos do nó j . Resolvido o conjunto de equações acima, de forma incremental, linearizada, produz:

$$\delta f_i = \mathbf{A}_i^1 \cdot \delta \mathbf{d}^1 + \mathbf{A}_i^2 \cdot \delta \mathbf{d}^2 + \dots + \mathbf{A}_i^{M+1} \cdot \delta \mathbf{d}^{M+1} \quad (4.39)$$

enquanto que a parte correspondente às componentes de rotação, contraparte da Eq. (4.38), produz :

$$\delta f_i = \mathbf{A}_i^1 \cdot \delta \boldsymbol{\Phi}^1 + \mathbf{A}_i^2 \cdot \delta \boldsymbol{\Phi}^2 + \dots + \mathbf{A}_i^{M+1} \cdot \delta \boldsymbol{\Phi}^{M+1} \quad (4.40)$$

cujos coeficientes, cabe frisar, não são as derivadas de f_i com relação às variáveis de rotação, já que em se tratando de rotações finitas o formalismo apresentado acima tem que ser seguido.

O desenvolvimento considerado acima, foi implementado em uma rotina MPC, parte da codificação de solução do problema por elementos finitos, e que recebeu a sigla PressPipe.inp para aplicar em tubos, no ambiente do processador do programa ABAQUS.

4.4 RESULTADOS

Neste problema é considerado somente o carregamento no plano de flexão.

O modo de deformação que está sendo estudado é o de colapso uniforme da seção que, assume que, todas as seções transversais deformam da mesma maneira, sem localização. Portanto, desta forma o problema é resolvido de forma seccional, por dois procedimentos: um analítico e outro numérico. Os resultados derivam, no primeiro caso, da implementação do programa kExp.for e no segundo da implementação do PressPipe.inp, dependente da MPC de carregamento de contorno.

Por exemplo, um elemento tubular com diâmetro externo $D = 31.80 \text{ mm}$, espessura $t = 1,2569 \text{ mm}$, e assim $D/t = 25,3$, construído de Al-6061-T6, para o qual $E = 69,16e + 09 \text{ Pa}$, $\nu = 0,30$, $\sigma_0 = 286e + 06 \text{ Pa}$ e $n = 30$, é submetido a um experimento numérico de flexão pura, para simular a resposta do mesmo em um experimento físico incluído em **Kyriakides et al.(1992)**.

O elemento apresenta inicialmente uma falta de circularidade de $\Delta_0 = W_0 / D_0 = 0,06$.

A resposta obtida pelo método dos elementos finitos, mostrada na Figura 4.5 mostra a evolução do momento aplicado em função da curvatura imposta o que, tanto no caso experimental como numérico, mostra a existência de uma concordância de comportamento, com a ocorrência de um momento fletor M_M máximo, que se manifesta quando κ / κ_L tem valor praticamente unitário, curvatura do tubo igual à da carga limite.

A progressão da razão $\Delta D/D_0$, com evolução muito pronunciada quando do achatamento tubular à medida que a curvatura de momento máximo, k_M , era aproximada, é mostrada na Figura 4.6, para a solução pelo método dos elementos finitos.

A solução numérica por elementos finitos, é a seguir implementada numa série na análise desse mesmo problema, assim como na de outros elementos, com razões D/t no intervalo 19,5 a 44, na Tabela 4.1 na pág.83.

Os problemas são modelados com elementos de casca de 8 nós; tipo S8R5, constando de 60 ou 120 elementos, sendo 10 ao longo do comprimento. As propriedades dos materiais ensaiados também constam da Tabela 4.1 na pág.83.

Nas Figuras 4.3 e 4.4 na pág.73, são apresentadas a evolução do momento fletor e do achatamento de seção de um elemento tubular com $D/t = 19,5$, respectivamente.

Conforme exposto anteriormente, nas Figuras 4.5 e 4.6 na pág.74, esse par de curvas é desenvolvido para um elemento com $D/t = 25,3$, respectivamente.

Na Figura 4.7 e 4.8 na pág.75, essa razão vale 35,7; enquanto que nas Figuras 4.9 e 4.10 na pág.76 o caso $D/t = 44$ é apresentado. Nesses exemplos cinco pontos de integração são utilizados.

Falta de circularidade inicial Δ_0 dos elementos tubulares foi definida segundo:

$$\Delta_0 = \frac{D_M - D_m}{D_M + D_m} \quad (4.41)$$

com os subscritos “M” e “m”, significando mínimo e máximo. Normalmente essa falta de circularidade é definida sobre o diâmetro externo do elemento tubular. Evidentemente,

$$W_0 = \Delta_0 D \quad (4.42)$$

No mesmo formato, a variação de espessura é definida como:

$$\Xi_0 = \frac{t_M - t_m}{t_M + t_m} \quad (4.43)$$

Um outro conjunto de figuras, Figuras 4.15 a 4.22, da pág.79 `a pág.82, compara os resultados numéricos àqueles obtidos experimentalmente, **Kyriakides et. al.(1992)** e as conclusões destas comparações se encontram no Capítulo 6.

Nesses gráficos se nota discrepâncias maiores na região de baixas curvaturas, e também nas regiões de altas curvaturas, já próximo ao ponto do colapso tubular.

As formas discretizada, deformada e indeformada, produzidas pelo pré-processador do programa ABAQUS são apresentadas na série final de figuras que acompanham este capítulo.

Os resultados numéricos mais importantes, que foram obtidos utilizando o método dos elementos finitos, vêm a seguir :

I - $D/t = 19,5$

i. com 60 elementos :

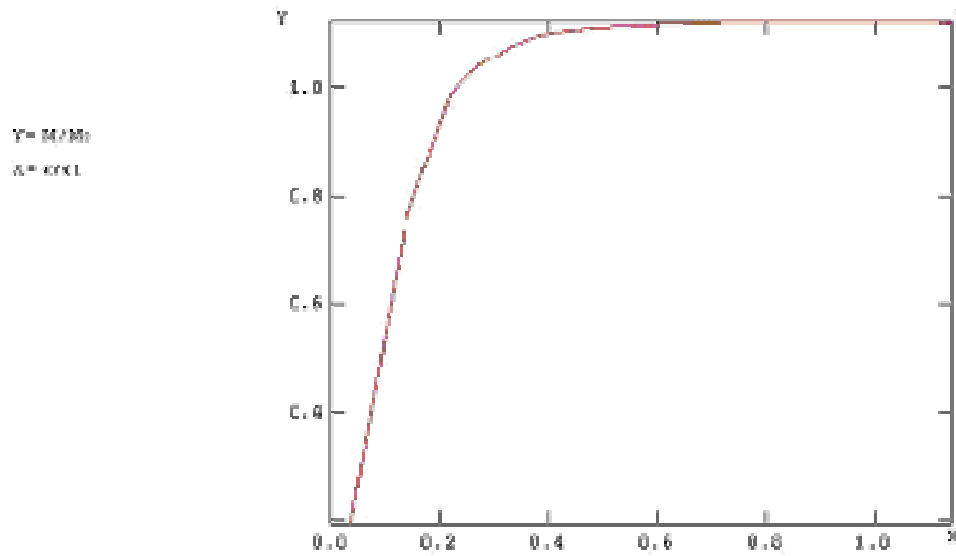


Figura 4.3 Momento fletor em função da curvatura imposta para $D/t = 19,5$

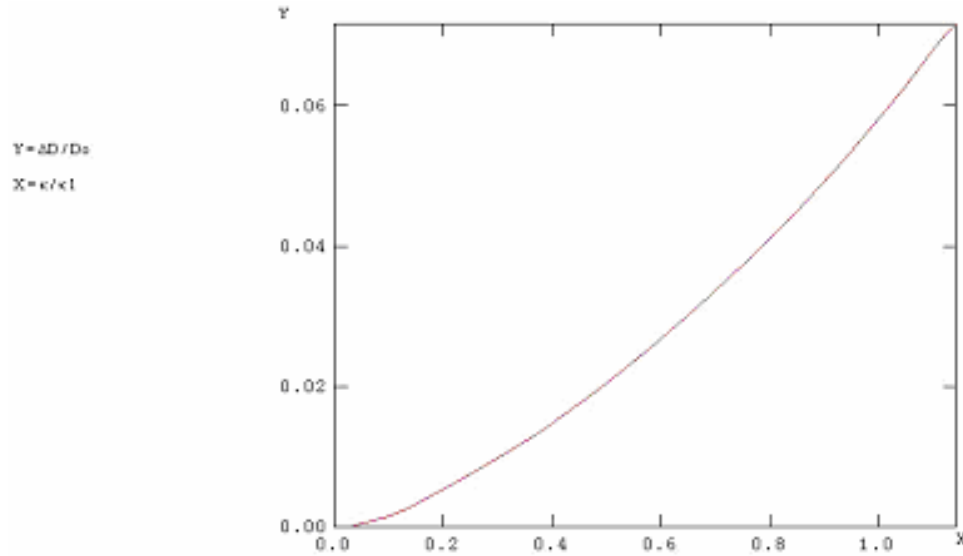


Figura 4.4 Ovalização resultante em função da curvatura imposta para $D/t = 19,5$

II - $D/t = 25,3$

i. com 120 elementos:

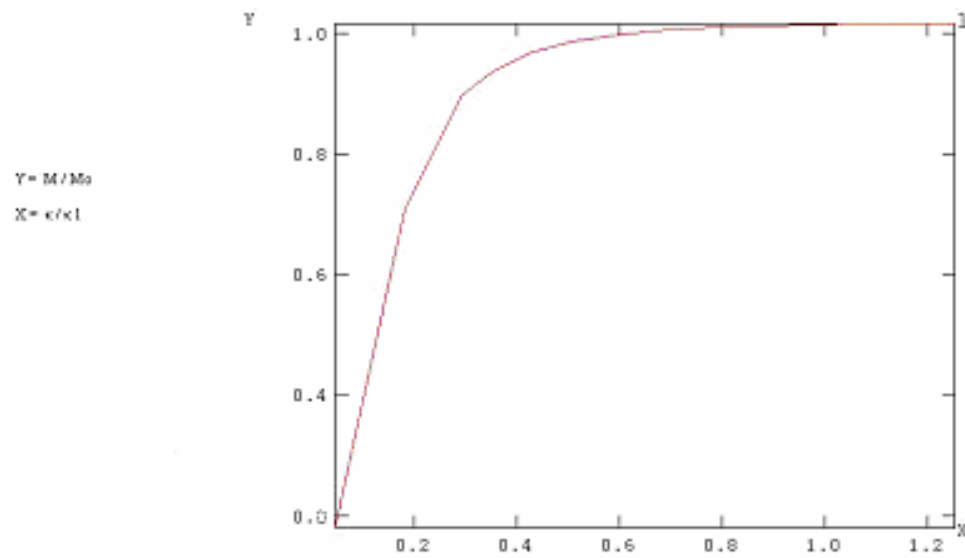


Figura 4.5 Momento fletor em função da curvatura imposta para $D/t = 25,3$

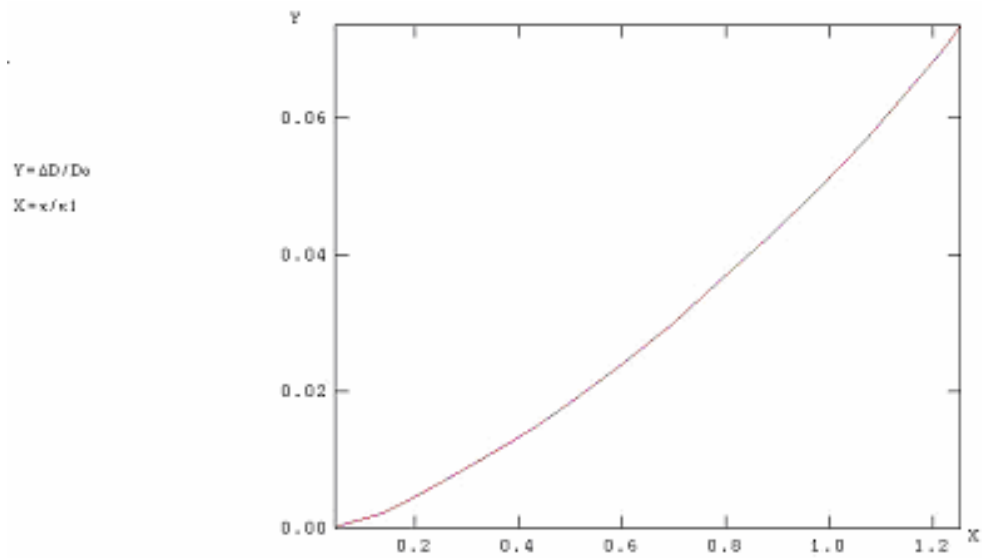


Figura 4.6 Ovalização resultante em função da curvatura imposta para $D/t=25,3$

III - $D/t = 35,7$:

i. com 120 elementos :

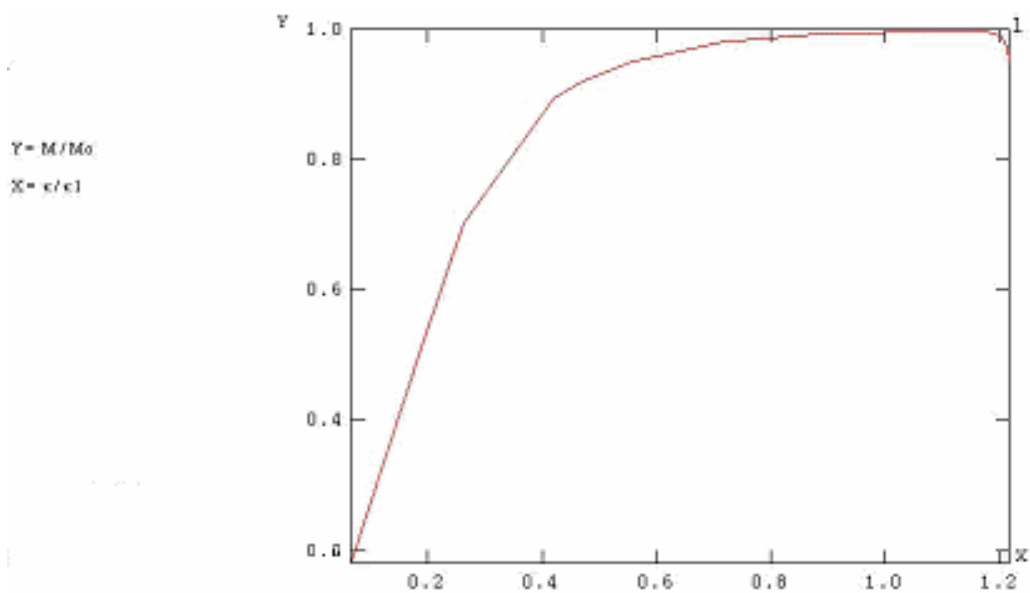


Figura 4.7 Momento fletor em função da curvatura imposta para $D/t = 35,7$

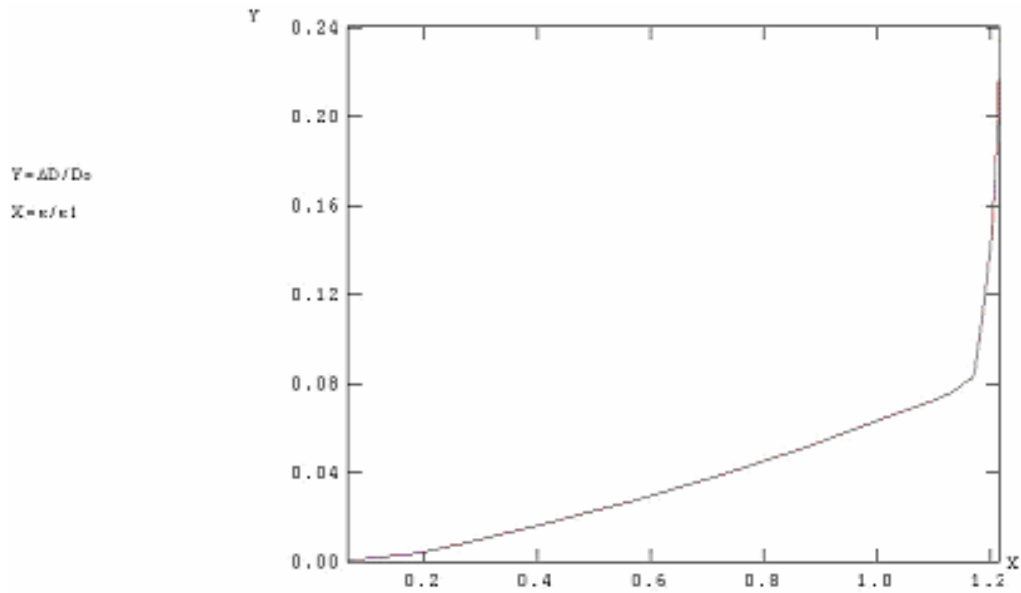


Figura 4.8 Ovalização resultante em função da curvatura imposta para $D/t = 35,7$

IV - $D/t = 44,0$

i. com 120 elementos :

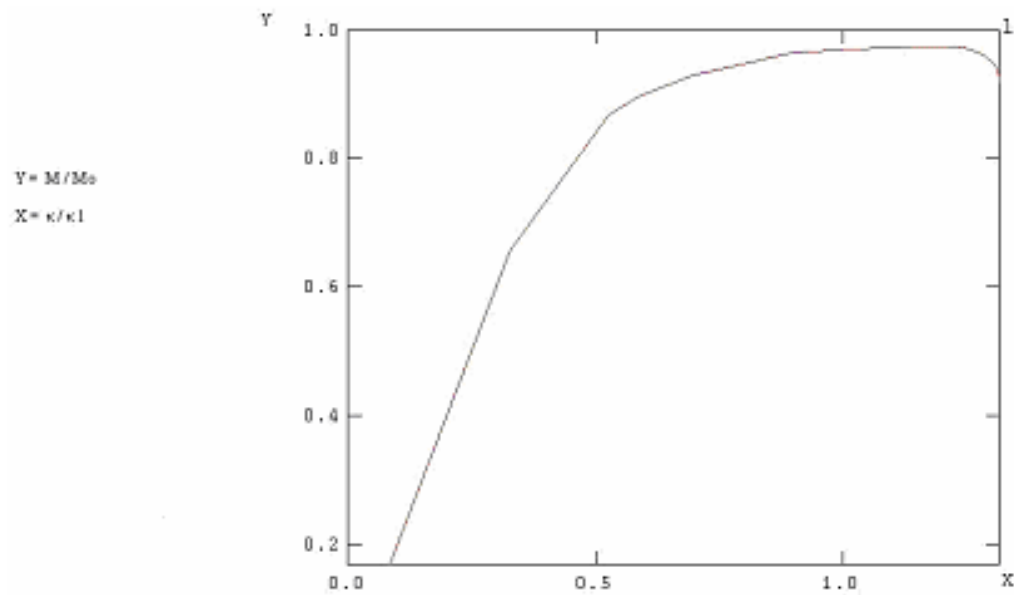


Figura 4.9 Momento fletor em função da curvatura imposta para $D/t = 44,0$

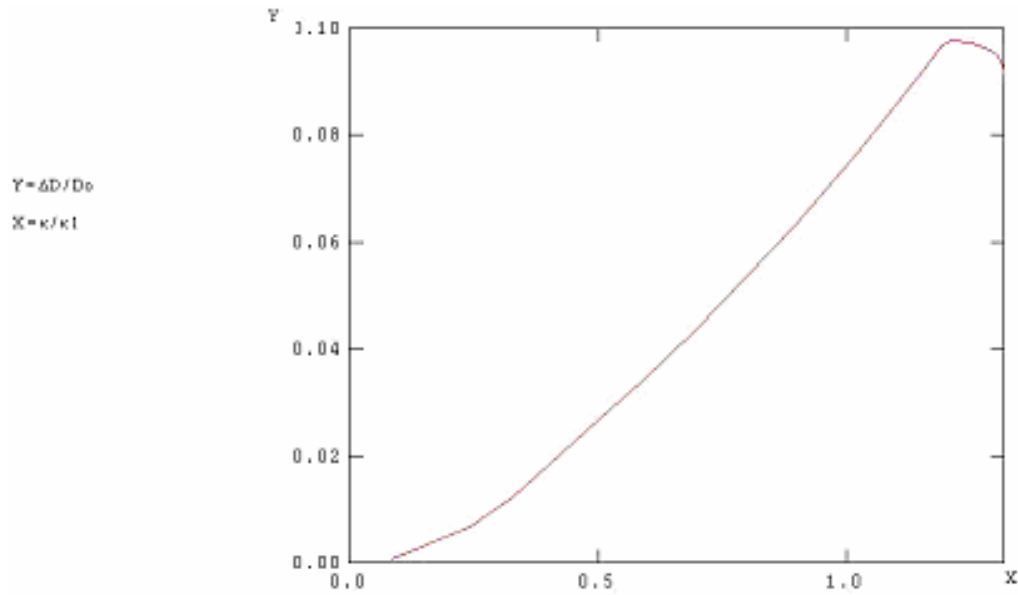


Figura 4.10 Ovalização resultante em função da curvatura imposta para $D/t=44,0$

* Método Experimental:

A seguir os gráficos obtidos dos experimentos de **Kyriakides et al. (1992)**

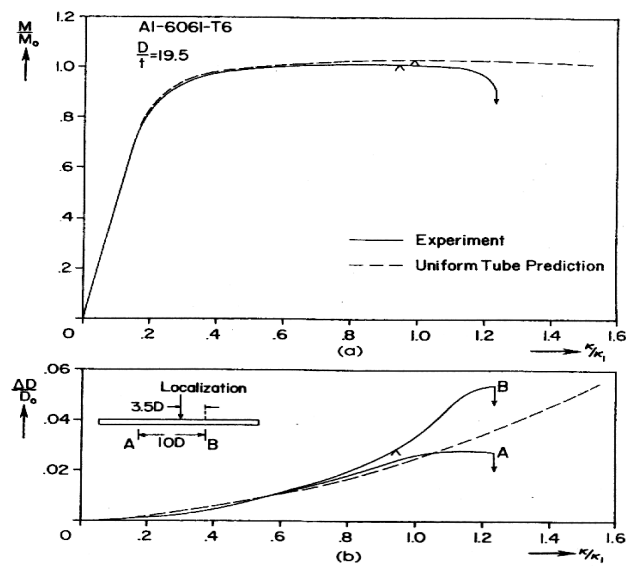


Figura 4.11 Momento e Ovalização em função da curvatura para: $D/t = 19,5$
Kyriakides et al. (1992).

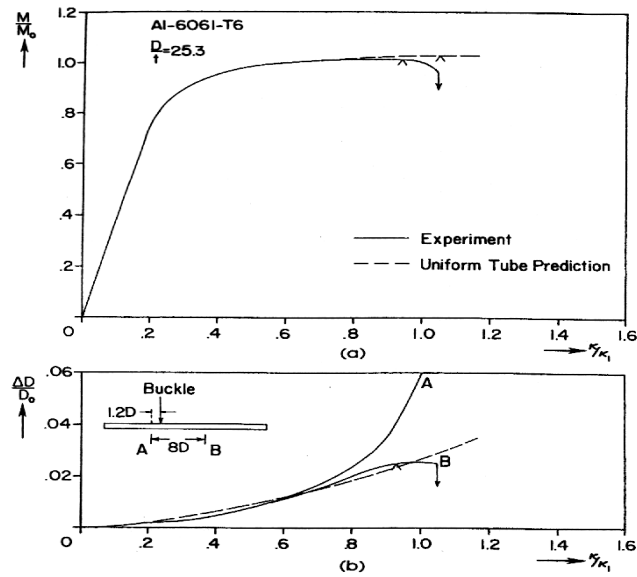


Figura 4.12 Momento e Ovalização em função da curvatura para $D/t = 25,3$ Kyriakides et al. (1992).

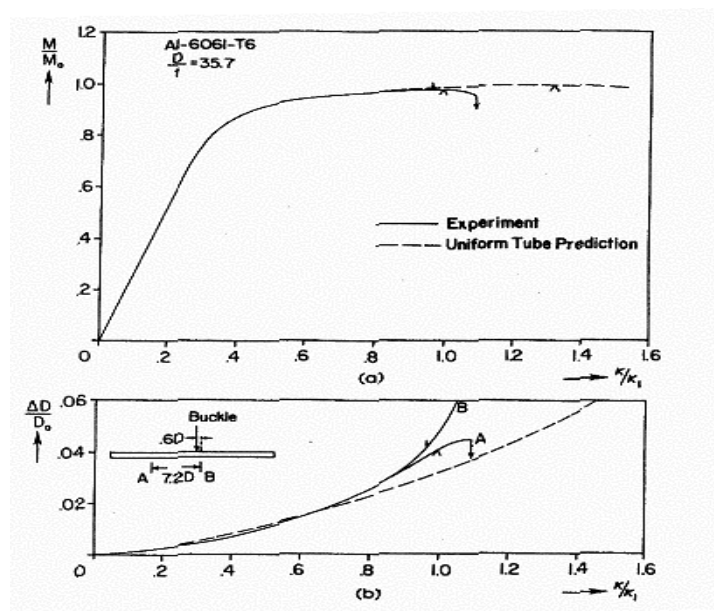


Figura 4.13 Momento e Ovalização em função da curvatura para $D/t = 35,7$ Kyriakides et al. (1992).

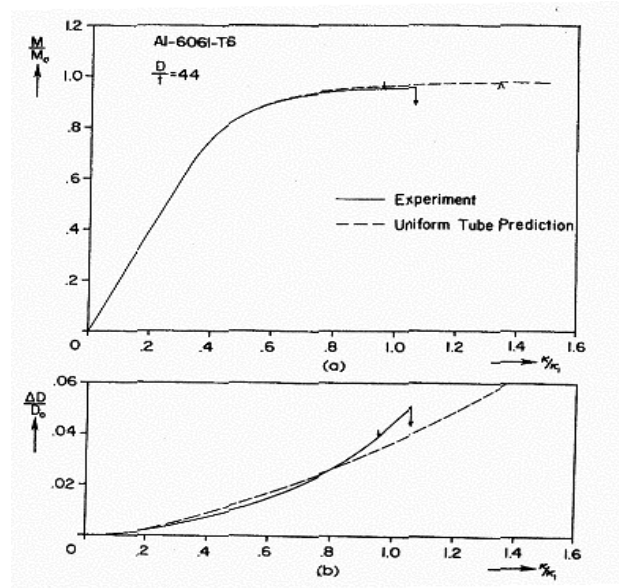


Figura 4.14 Momento e Ovalização em função da curvatura para $D/t = 44,0$
Kyriakides et al. (1992).

* Comparação dos Resultados Numéricos x Experimentais Kyriakides et al. (1992):

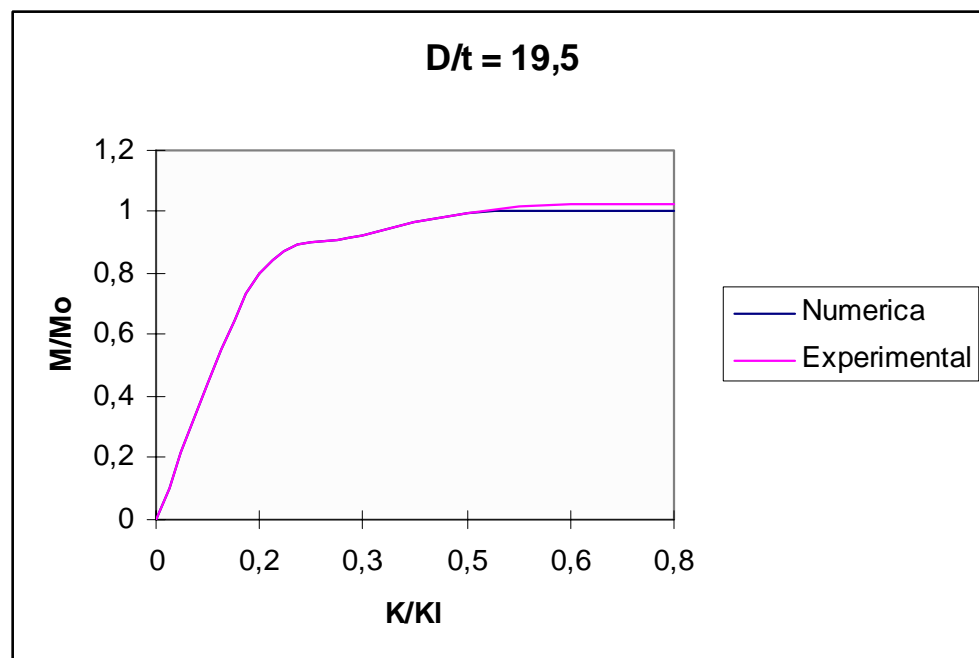


Figura 4.15 Curvas Numérica x Experimental do Colapso para $D/t = 19,5$

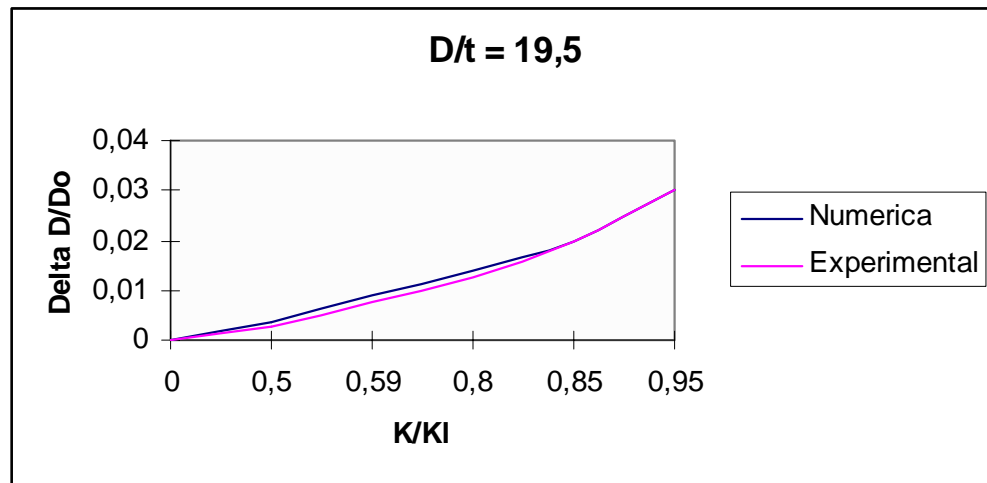


Figura 4.16 Curvas Numérica x Experimental da Ovalização para $D/t = 19,5$

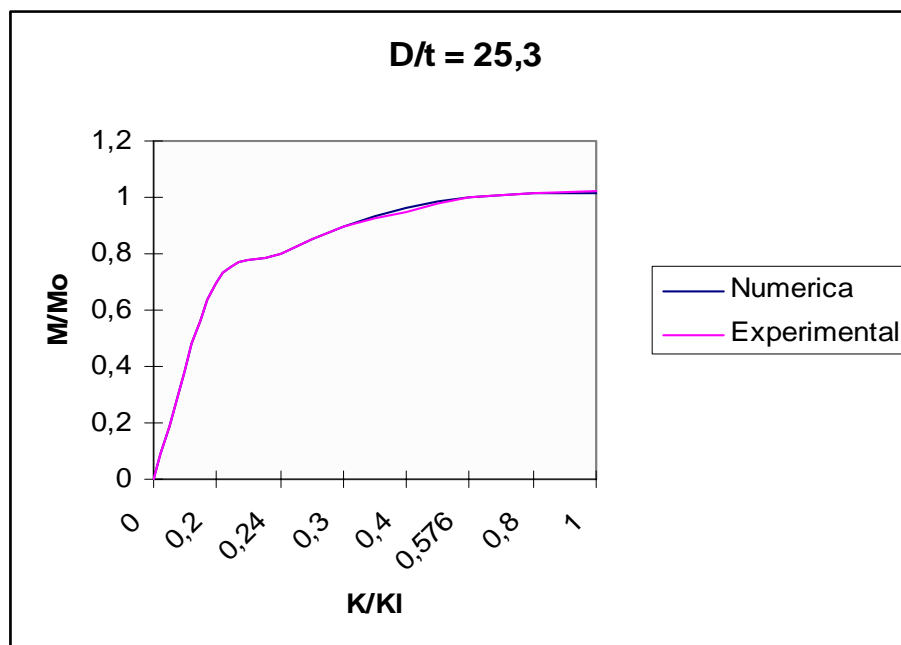


Figura 4.17 Curvas Numérica x Experimental do Colapso para $D/t = 25,3$

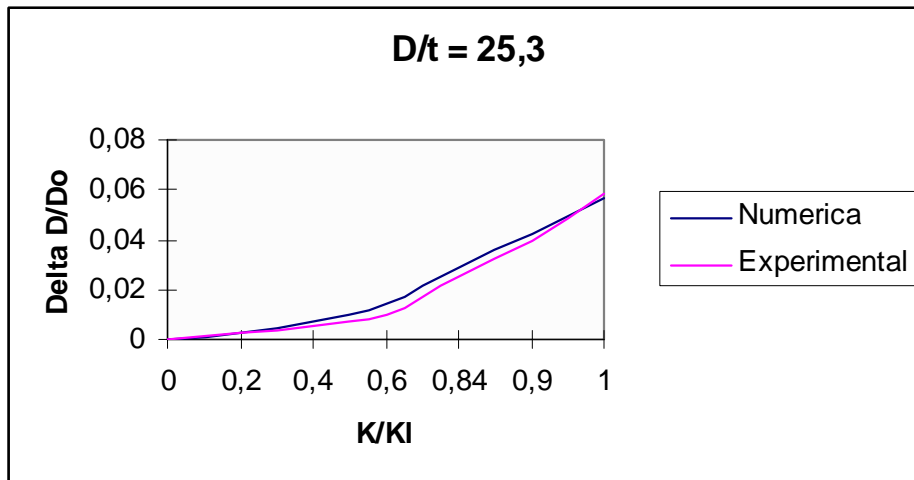


Figura 4.18 Curvas Numérica x Experimental da Ovalização para $D/t = 25,3$

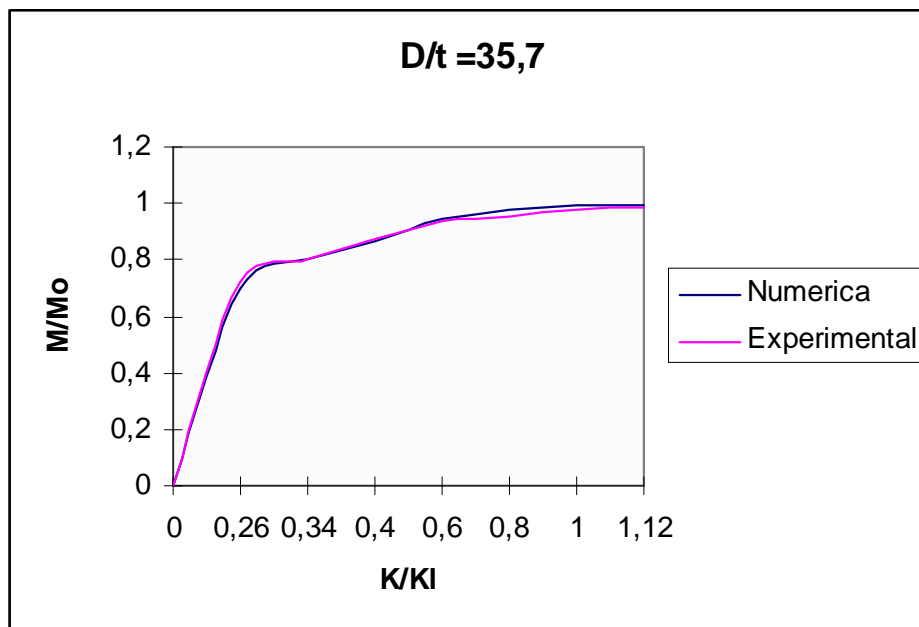


Figura 4.19 Curvas Numérica x Experimental do Colapso para $D/t = 35,7$

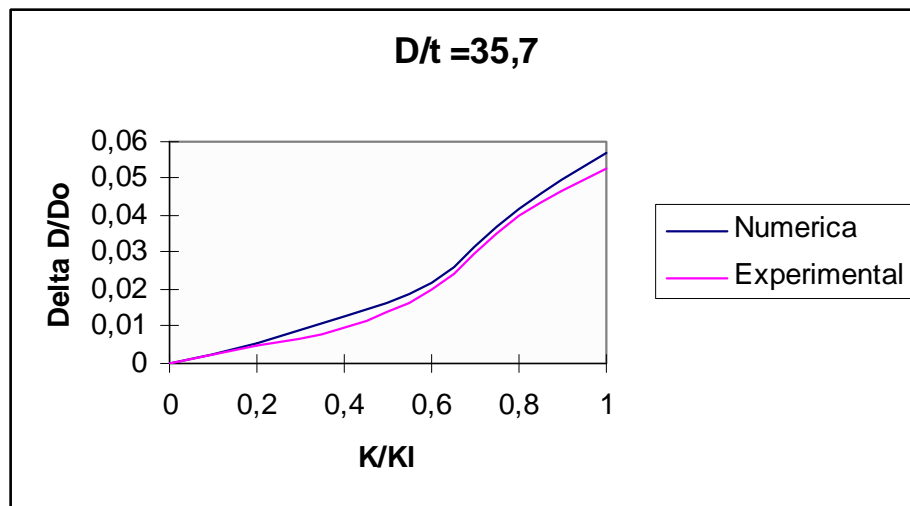


Figura 4.20 Curvas Numérica x Experimental da Ovalização para $D/t = 35,7$

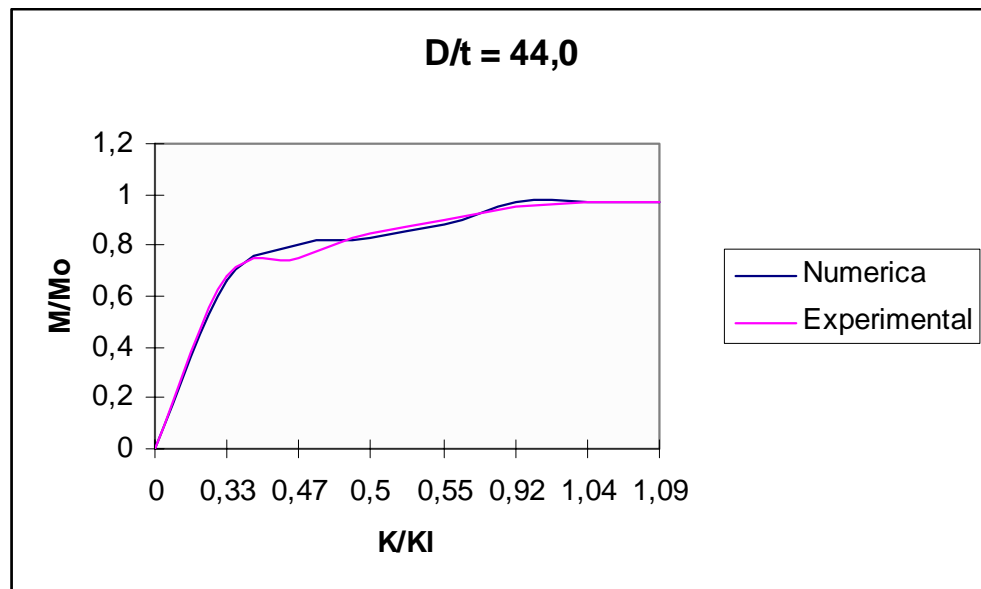


Figura 4.21 Curvas Numérica x Experimental do Colapso para $D/t = 44,0$

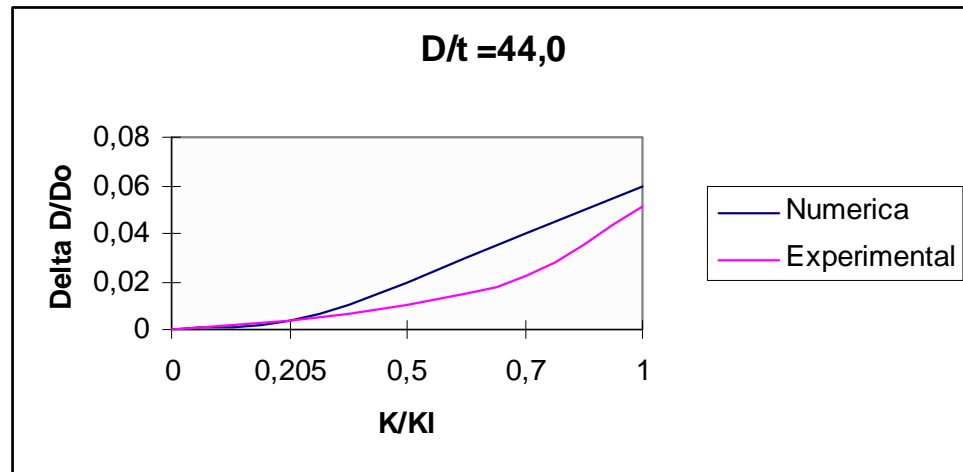


Figura 4.22 Curvas Numérica x Experimental da Ovalização para $D/t = 44,0$

* Cálculo do erro percentual do momento de colapso e da ovalização limite numéricos em relação aos valores experimentais (%).

Tabela 4.1 Erro percentual da pressão de colapso e da ovalização numéricas na flexão

D/t	D (mm)	t (mm)	2L/D	Δ_0 %	Ξ_0 %	σ_0 (MPa)	σ_y (MPa)	E (GPa)	n	M/M_0 max Exp.	M/M_0 max num.	e %	$\Delta D/D_0$ max exp.	$\Delta D/D_0$ max num.	e %
19,5	31,78	1,629	39,6	0,05	3,45	309	308,9	68,67	37	1,025	1,004	2,05	0,039	0,038	2,57
25,3	31,80	1,257	39,6	0,06	1,21	286	84,8	69,16	30	1,03	1,02	0,97	0,058	0,057	1,73
35,7	31,75	0,889	39,7	0,05	0,86	283,4	282	67,36	28	,987	0,997	-0,9	0,052	0,056	-7,8
44,0	31,78	0,722	39,6	0,12	4,5	304	303,4	67,20	25	0,975	0,973	0,21	0,051	0,058	-13

Onde:

D / t = relação diâmetro / espessura do tubo testado

D = diâmetro externo do tubo

t = espessura da parede do tubo

L = comprimento médio do tubo

$\Delta_0 \%$ = ovalização ou falta de circularidade inicial percentual do tubo

$\Xi_0 \%$ = variação inicial percentual da espessura do tubo

σ_0 = tensão de colapso do material do tubo

σ_y = tensão de escoamento do material do tubo

E = módulo de elasticidade longitudinal ou de Young do material do tubo

n = parâmetro de encruamento do material do tubo

$M / M_{0 \max}$ = relação de momento fletor / momento de colapso máximo do tubo

$e \%$ = erro percentual do ensaio numérico em relação ao experimental

$\Delta D / D_{0 \max}$ = relação da variação de diâmetro / diâmetro médio máximo do tubo.

* Figuras complementares :

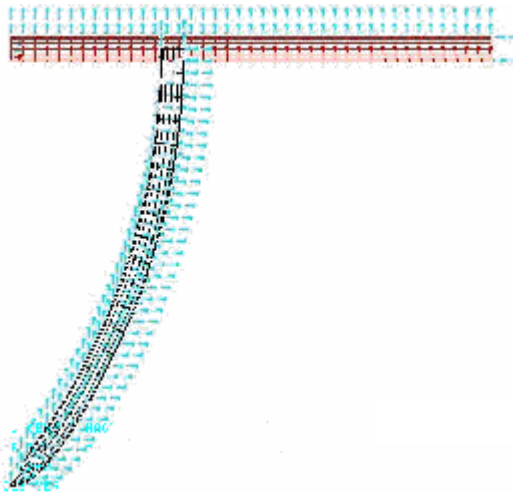


Figura 4.23 Malhas deformada e indeformada de um tubo $D/t = 19,5$ com elementos S8R5

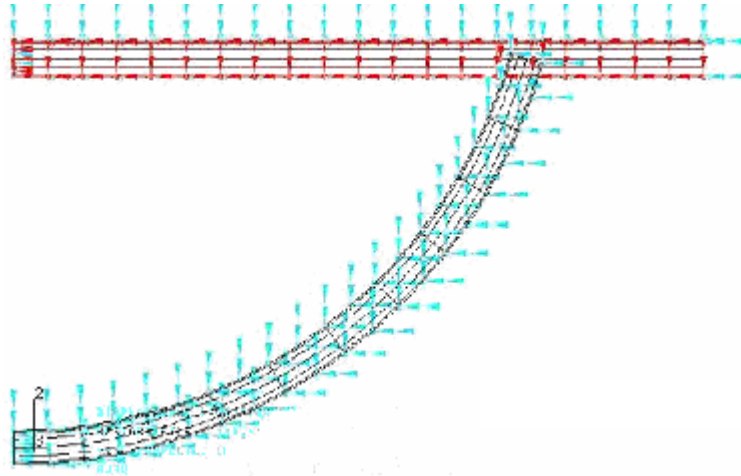


Figura 4.24 Malhas deformada e indeformada de um tubo $D/t = 25,3$ com elementos S8R5

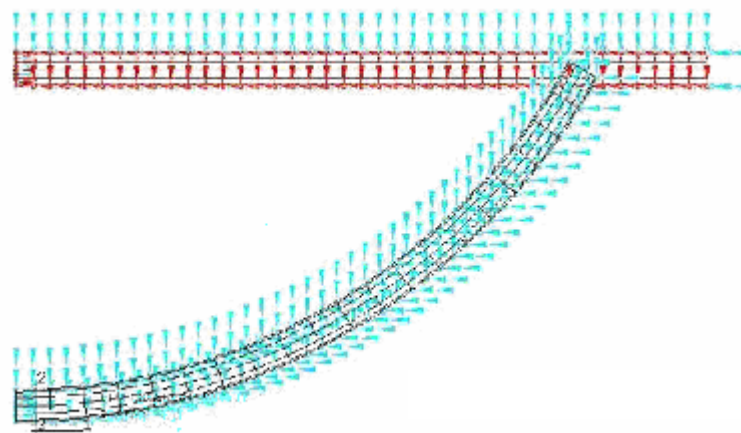


Figura 4.25 Malhas deformada e indeformada de um tubo $D/t = 35,7$ com elementos S8R5.

CAPÍTULO 5

COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A FLEXO-PRESSURIZAÇÃO

5.1 INTRODUÇÃO

A resposta de elementos tubulares metálicos de parede grossa e relativamente longos, sob flexão e pressão externa combinadas é estudada através do método analítico-numérico e por meio do método numérico, o método dos elementos finitos.

As experiências numéricas envolveram tubos de aço inox 304 com relações de diâmetro nominal contra espessura de 34,7 a 24,5; uma vez que, para estes valores existem resultados experimentais, para efeitos de comparação, estando disponibilizados na literatura aberta.

O desenvolvimento do colapso tubular, a causa da interação entre uma curvatura aplicada em adição a uma pressão gradualmente aplicada; representa uma forma aproximada do desenvolvimento do processo de instalação de elementos tubulares em águas profundas. Nesse caso, uma curva de instalação tem que ser prescrita, de forma a evitar que combinações de carga críticas, e que causam colapso localizado, possam propagar-se, ou se tornarem globais; ocorram.

A determinação dessa ocorrência será usualmente indicada por intersecção da curva de carga do locus de falha, bidimensional, do elemento tubular.

Uma formulação apropriada do problema baseado no princípio dos trabalhos virtuais; extensão do desenvolvido em capítulos anteriores, foi utilizada para gerar um código, que implementado numericamente simula as condições críticas do elemento tubular.

A teoria de deformação, baseada na superfície de Mises, J_2 da plasticidade foi usada para modelar o comportamento do material tubular.

As análises satisfatoriamente reproduziram o tipo de carga limite das instabilidades que regem o problema na faixa dos diâmetros às taxas de espessura de interesse.

Esta parte do trabalho aborda as necessidades do projeto de estruturas tubulares em plataformas de águas profundas; onde a alta pressão do ambiente produz o colapso crítico das estruturas. Elas são particularmente vulneráveis durante a instalação, quando além da pressão externa, devem sustentar principalmente a flexão.

A faixa de tubos de relação de D/t de 15 a 35, escolhida como a mais relevante para aplicações em águas profundas, onde em tubos de aço comuns nesta faixa, o colapso é dominado primeiramente pela ovalização seccional da estrutura produzida pela carga limite, associação dos efeitos da pressão externa com as cargas de flexão pura.

Em soma, deformações plásticas extensivas podem preceder o colapso. Como um resultado as combinações críticas da pressão e da flexão resultam dependentes do programa de carregamento que está sendo seguido.

Este tipo de problema, apresenta respostas momento-curvatura idênticas às mostradas no capítulo anterior, apenas que parametrizadas pela pressão ambiente; em particular, respostas Momento x Curvatura nestes casos, seguem uma solução de Brazier modificada.

3.1 SOLUÇÃO ANALÍTICO-NUMÉRICA

Colapso de elementos tubulares a causa da ovalização, compõe a ovalização gerada pela aplicação de pressão externa àquela causada pela flexão, e é o efeito predominante na resposta de elementos tubulares de paredes espessas.

E, portanto, é desenvolvida neste item uma formulação para obtenção de tal resposta, de forma aproximada, através do uso da teoria de deformação, de forma não atualizada; adequada para carregamentos monotônicos, quase-estáticos.

A cinemática proposta para o problema, consiste de um mapeamento entre uma forma circular, ao qual é adicionada alguma falta de circularidade inicial, e uma forma oval, com uma única variável livre. A curvatura do tubo e a deformação da sua seção transversal são supostas uniformes ao longo do comprimento do tubo. E simetria em relação ao plano de flexão, o plano vertical, é assumida.

As relações cinemáticas adotadas acomodam relativamente as grandes deflexões da seção transversal do tubo. O sistema de coordenadas usado e as componentes de deslocamento são definidas na Figura 5.1 (pág.92).

É assumido que seções planas perpendiculares à superfície média do tubo e aquela perpendicular à superfície média da parede do tubo permanecem planas durante o carregamento.

As deformações são assumidas serem pequenas, mas, as rotações finitas das seções de plano serão acomodadas. A configuração inicial do elemento tubular supõe o elemento apresentando uma geometria uniforme, com diâmetro externo D_0 , espessura uniforme t , comprimento $L \gg D_0$.

O diâmetro médio do elemento tubular será $D = D_0 - t$. Não existe falta de circularidade inicial na seção e tampouco curvatura inicial no elemento tubular. Tensões ou deformações residuais não existem.

Sob carga, prescrita pela aplicação de uma curvatura inicial κ_a às extremidades do elemento tubular, e seqüente aplicação de pressão externa p , deformações seccionais dão nova geometria ao elemento, modificações essas caracterizadas pela ovalização do mesmo. Supondo um mapeamento em relação à configuração indeformada, podemos identificar o vetor de deslocamentos por :

$$\mathbf{d}^T = [u \quad v \quad w]; \quad \mathbf{d} = \mathbf{d}(X, R + z, \theta) \quad (5.1)$$

sendo $R = D/2$ o raio médio, X a posição global axial da seção, z a componente local de posicionamento radial, e θ o identificador de posição circunferencial; ver Fig. 5.1.

O problema envolve rotações ϕ_x e ϕ_z , em torno dos eixos globais X e Z .

A partir das componentes de deslocamento, as componentes do tensor de deformações de Green-Lagrange, simplificadas pelas hipóteses da teoria de cascas cilíndricas, podem ser calculadas.

Por serem longos os tubos, um estado de deformação plana pode ser admitido, com as componentes principais do tensor nas direções principais de referência, sem a presença, portanto das componentes de cisalhamento.

A componente de deformação axial será :

$$\varepsilon_a = \varepsilon_a^0 + z \cdot \kappa_a \quad (5.2)$$

onde a componente de membrana ε_a^0 é dada por :

$$\varepsilon_a^0 = -\zeta \kappa_a; \quad \zeta = (R + w) \sin \theta + v \cos \theta \quad (5.3)$$

de maneira que:

$$\varepsilon_a \cong -\kappa_a [R + w] \sin \theta + v \cos \theta \quad (5.4)$$

para tubos moderadamente espessos.

Por outra parte, a componente circunferencial resulta ser:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_c^0 + z\kappa_c \quad (5.5)$$

sendo :

$$\varepsilon_c^0 \cong -\nu_s \varepsilon_a^0; \quad \kappa_c = \frac{1}{R} \frac{\beta'}{(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}}; \quad \beta = \frac{\nu - w'}{R} \quad (5.6)$$

sendo utilizada a notação $(\)' = \frac{d}{d\theta}(\)$.

Na expressão acima ν_s corresponde ao coeficiente efetivo de Poisson, definido na equação (5.11). A medida de tensão correta associada ao tensor de deformações de Green é o segundo tensor de tensões de Piola-Kirchhoff.

Para um estado plano de deformações, supondo o material elástico não linear, particionável de forma aditiva, as componentes axiais de tensão seriam descritas por meio de:

$$\sigma_a = \frac{E_s}{1-\nu_s^2} [\varepsilon_a + \nu_s \varepsilon_c] \quad (5.7)$$

enquanto que as componentes circunferenciais obedeceriam à equação:

$$\sigma_c = \frac{E_s}{1-\nu_s^2} [\varepsilon_c + \nu_s \varepsilon_a] \quad (5.8)$$

Sob o modelo de material considerado, derivado da teoria da deformação, as tensões têm natureza proporcional, sem descarregamento.

Nela os parâmetros materiais, E_s e ν_s , módulo secante e coeficiente efetivo de Poisson, são determinados a partir da caracterização unidimensional do mesmo.

No caso da utilização da relação de Ramberg-Osgood, de origem experimental, a relação tensão-deformação resulta expressa por:

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_e}{E} \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{n-1} \right] \quad (5.9)$$

sendo :

E o módulo elástico do material ou de Young, n um expoente que define o grau de encruamento do material e σ_0 a tensão de fluxo ou limite de escoamento do material.

Para essa descrição, o módulo secante resulta ser:

$$E_s = E \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{S_y}{\sigma_0} \right)^{n-1} \right] \quad (5.10)$$

sendo S_y a resistência ao escoamento do material.

O coeficiente inelástico de Poisson, por outra parte fica:

$$\nu_s = \frac{1}{2} + \frac{E_s}{E} \left(\nu - \frac{1}{2} \right) \quad (5.11)$$

sendo ν o coeficiente de Poisson.

Verificado esse coeficiente para os valores dos materiais utilizados.

A tensão equivalente σ_e , que aparece na relação acima, deriva da superfície de carregamento de Mises, forma J_2 ,

$$\begin{aligned} \sigma_e &= \sqrt{\sigma_a^2 - \sigma_a \sigma_c + \sigma_c^2} \\ \varepsilon_e &= \sqrt{\frac{1}{1-\mu^e} [\varepsilon_a^2 + \varepsilon_c^2 + 2\mu \varepsilon_a \varepsilon_c]} \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\text{com, } \mu = \frac{1}{2} - \frac{1}{6(E/E_s)}.$$

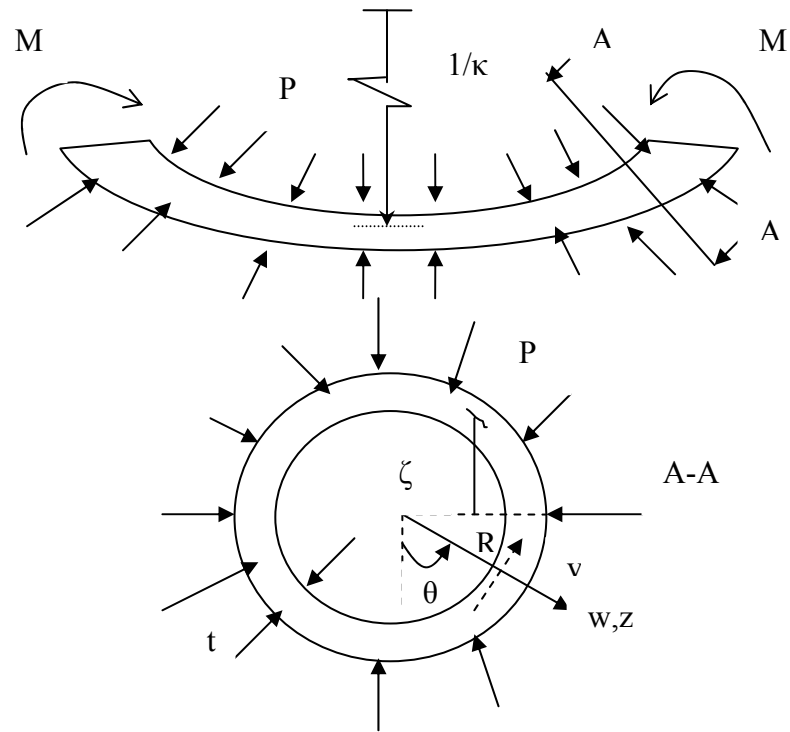


Figura 5.1 Geometria do problema.

Para cada uma das configurações da casca, quando deformada, componentes do tensor de deformações podem ser consideradas particionadas, de forma aditiva, em duas componentes: uma elástica e outra plástica, de forma que:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_a = \boldsymbol{\varepsilon}_a^e + \boldsymbol{\varepsilon}_a^p; \quad \boldsymbol{\varepsilon}_c = \boldsymbol{\varepsilon}_c^e + \boldsymbol{\varepsilon}_c^p \quad (5.13)$$

sendo as partes elásticas descritas por:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_a^e = \frac{1}{E} [(1 + \nu)\boldsymbol{\sigma}_a - \nu \text{tr}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\delta}_{11}]; \quad \text{tr}\boldsymbol{\sigma} = \sigma_a + \sigma_c + \sigma_r \quad (5.14)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_c^e = \frac{1}{E} [(1 + \nu)\boldsymbol{\sigma}_c - \nu \text{tr}\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\delta}_{22}] \quad (5.15)$$

onde $\delta_{ij}; i, j = 1, 2, 3$ representa o delta de Kronecker.

As componentes plásticas de deformação resultam da hipótese de normalidade à superfície de escoamento:

$$f = \sigma_e - S_y; \quad S_y = S_y(\varepsilon_{ep}) \quad (5.16)$$

sendo ε_{ep} a deformação equivalente plástica, $\varepsilon_{ep} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varepsilon_a^{p2} + \varepsilon_c^{p2})}$, com:

$$\varepsilon_a^p = \lambda_p \frac{\partial f}{\partial \sigma_a}; \quad \varepsilon_c^p = \lambda_p \frac{\partial f}{\partial \sigma_c} \quad (5.17)$$

e portanto, considerado f estacionário para condições elastoplásticas, na Figura 5.2,

$$\begin{aligned} \varepsilon_a^p &= \frac{3}{2} \left(\frac{E - E_s}{EE_s} \right) \sigma'_a \\ \varepsilon_c^p &= \frac{3}{2} \left(\frac{E - E_s}{EE_s} \right) \sigma'_c \end{aligned} \quad (5.18)$$

sendo σ'_a e σ'_c componentes axial e circunferencial do tensor de tensões deviatóricas.

As componentes de deslocamento v e w , que determinam a configuração deformada do elemento tubular, podem ser aproximadas por expansões harmônicas:

$$v \approx R \sum_{n=2}^N b_n \text{senn}\theta \quad e \quad w \approx R \left[a_0 + \sum_{n=1}^N a_n \cos n\theta \right]. \quad (5.19)$$

cuja expressão mais simples se restringe a um mapeamento oval, com uma variável livre apenas. Nesse caso, podemos considerar:

$$v = \frac{w_t}{2} \cos 2\theta; \quad w = w_t \cos 2\theta; \quad w_t = w_0 + \Delta_0 \quad (5.20)$$

sendo Δ_0 a medida da falta de circularidade inicial, e w_0 é o parâmetro de ovalização.

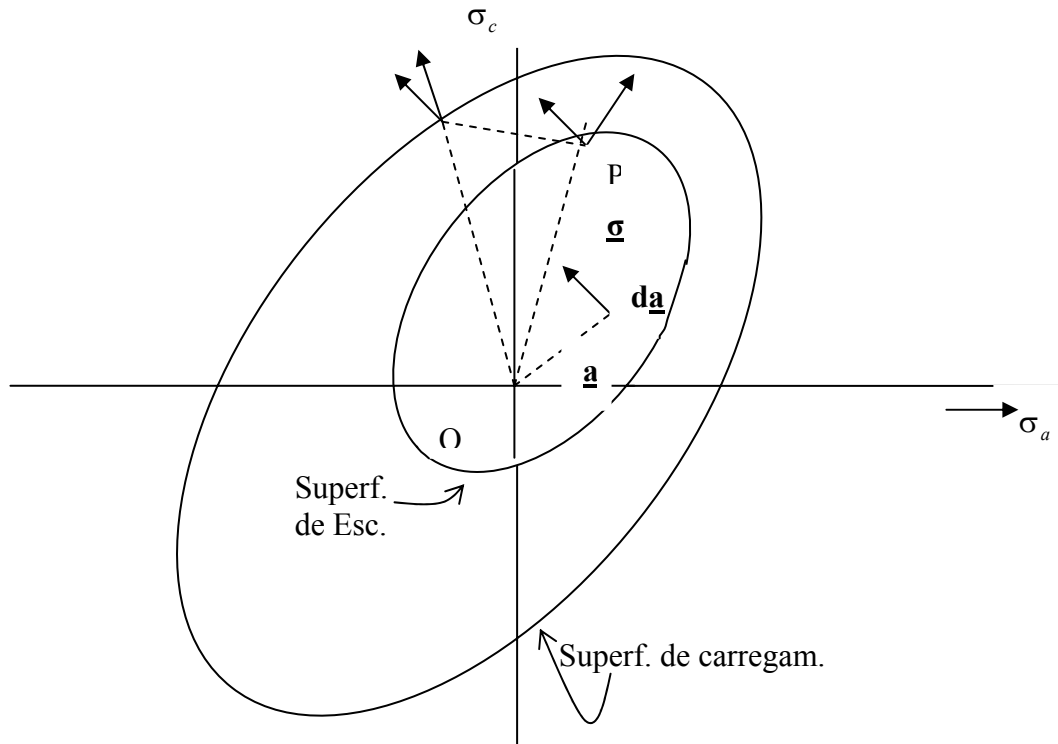


Figura 5.2 regra de encruamento de 2 superficies.

O princípio dos trabalhos virtuais, pode então ser utilizado para determinar o valor do parâmetro livre w_0 , que para cada condição de carga, corresponde à configuração de equilíbrio. Para tal, a densidade de energia de deformação U , por unidade de comprimento tubular, necessita ser computada:

$$U = \int_0^{2\pi} \left\{ \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [\sigma_a d\varepsilon_a + \sigma_c d\varepsilon_c] R dz \right\} d\theta \quad (5.21)$$

juntamente com o trabalho dos esforços externos, neste caso apenas o trabalho das pressões externas, por unidade de comprimento:

$$W = - \int_0^{2\pi} p dw R d\theta \quad (5.22)$$

de forma que o potencial de deformação, $V = \hat{V}(w_0) / V = U + W$, sob condições de equilíbrio será estacionário, de modo que:

$$\frac{\partial}{\partial w_0} V = 0 \quad (5.23)$$

ou, em termos de variações, Fig. 5.2 :

$$\delta U = \int_0^{2\pi} \int_{-t/2}^{t/2} [\delta\sigma_a d\varepsilon_a + \sigma_a d\delta\varepsilon_a + \delta\sigma_c d\varepsilon_c + \sigma_c d\delta\varepsilon_c] dz \} R d\theta \quad (5.24)$$

e:

$$\delta W = pR \int_0^{2\pi} \left\{ \delta w \left[1 + \frac{w}{R} + \frac{v'}{2R} \right] + \delta v \left[\frac{v}{R} - \frac{w'}{2R} \right] + \delta v' \left[\frac{w}{2R} \right] + \delta w' \left[\frac{v}{2R} \right] \right\} d\theta \quad (5.25)$$

Portanto para uma dado tubo, com parâmetros geométricos e materiais conhecidos, além dos valores de curvatura axial e pressão aplicada, a variação de potencial depende apenas do fator de ovalização w_0 , variável livre, e que especifica a configuração de equilíbrio para os valores de carga momentâneos. O valor de w_0 , que minimiza o potencial de deformação, é aquele de equilíbrio seccional.

Uma vez determinada a configuração de equilíbrio, para cada par de carga, valores de tensões e deformações pontuais podem ser determinados, a partir das equações correspondentes acima. Em particular, o valor do momento fletor de equilíbrio, correspondente à curvatura axial prescrita, pode ser computado a partir de:

$$M_a = - \int_0^{2\pi} \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_a \left[(R - w_t \cos 2\theta) \cos \theta - \frac{w_t}{2} \sin 2\theta \sin \theta + z \cos \theta \right] R dz d\theta \quad (5.26)$$

A formulação apresentada acima foi codificada em um programa Fortran, denominado FlexPressPipe.for, utilizando esquema iterativo, com busca de fator de ovalização minimizante efetuada com o uso do método de Newton-Raphson. Em particular uma rotina constitutiva é escrita para revelação do comportamento do material, a cada ponto de uma malha de discretização, composta de “m” setores ao longo da circunferência tubular, por “n” segmentos ao longo da espessura tubular.

As integrações para cômputo do princípio dos trabalhos virtuais são levadas numericamente usando quadratura Gaussiana. Sete pontos de integração através da espessura e doze no intervalo $[0, \pi]$, foram encontrados suficientes através dos estudos de convergência:

- * Durante o procedimento de cálculo, um raio de curvatura é inicialmente prescrito.
- * A pressão é incrementada seqüencialmente, pela prescrição dos incrementos de pressão.
- * A cada valor de pressão, um valor de ovalização é determinado, e conseqüentemente o valor do momento fletor requerido para equilíbrio do elemento tubular.
- * Valores de momento fletor são tabulados.
- * O procedimento é repetido até o momento em que um valor máximo de momento fletor, valor tipo limite, seja alcançado, Cap.4 (pág.64).

Apenas em condições de bifurcação, por causa de flambagem elastoplástica, é que causam interrupções do procedimento.

Os valores dos incrementos de carregamento foram escolhidos de forma que os incrementos da tensão resultante não excedessem 14 MPa e os incrementos da ovalização resultante ($\Delta D/D$) não excedessem 0,002.

Os resultados obtidos foram normalizados com relação à pressão de fluxo p_0 , momento de fluxo M_0 e tensão de colapso σ_0 .

onde:

$$p_0 = \frac{2\sigma_0}{D_0/t}; \quad M_0 = \sigma_0 D_0^2 t \quad (5.27)$$

enquanto que as curvaturas foram referidas à curvatura de momento limite $\kappa_l = t/D_0^2$.

5.3 SOLUÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

O procedimento requerido para resolução por elementos finitos do problema de flexo-pressurização tubular, é uma composição dos procedimentos utilizados na construção da solução do problema de pressurização tubular juntamente com aquele utilizado para a solução do problema de flexão tubular, para o qual uma rotina de restrições múltiplas, para aplicação das curvaturas de extremidade, foi desenvolvida.

Aqui, portanto, não voltaremos a detalhar tal procedimento. No ambiente do processador do programa ABAQUS, a listagem do procedimento aparece sob o título kpExp.inp.

5.4 RESULTADOS

No presente problema, em que a ênfase maior está no comportamento de elementos tubulares em águas profundas e ultra-profundas, foram adotados basicamente dois tipos de tubos : o primeiro com $D_0/t = 34.7$, e o segundo com $D_0/t = 24,5$, ambos portanto na faixa $10 \leq D_0/t \leq 50$; ambos casos portanto próximos ao limite $D_0/t = 20$.

O material dos tubos foi aço inox 304, sem costura e o ajuste da curva utilizado foi o de Ramberg-Osgood, conforme detalhado nas Tabelas 5.1 e 5.2.

O histórico de carregamento utilizado procurou reproduzir aproximadamente a instalação de uma tubulação submarina em águas profundas; isto é, no intervalo de profundidade limitado, especificado de 450 a 2.450 m.

O primeiro programa de carregamento considera inicialmente, para cada tubo, a aplicação de uma curvatura κ_a , referenciada como fator do valor limite κ_L , correspondente à flexão no plano vertical, seguida da aplicação da pressão externa p .

Esse constitui o programa principal de carga; um programa alternativo considera aplicação inicial da pressão externa, seguida pela aplicação da curvatura ao elemento tubular.

E, finalmente, existe a possibilidade do carregamento concomitante, em que ambas componentes de carregamento são aplicadas conjuntamente e de forma proporcional.

Cada tubo, além da relação D/t característica; possui imperfeição geométrica importante como a falta de circularidade inicial, Δ_0 , com a mesma forma de especificação mostrada anteriormente.

Determinamos a variação percentual da solução numérica que utilizou o método dos elementos finitos em relação; primeiramente, aos resultados experimentais e depois ao resultado teórico, na determinação da pressão de colapso correspondente à curvatura da carga limite; trabalhando com as curvas do ensaio de colapso para cada tubo, com confiabilidade para executar este tipo de serviço.

As conclusões a respeito destas variações percentuais, se encontram no Capítulo 6.

A modelagem por elementos finitos foi feita com elementos de casca do tipo : S8R5 e S9R5; usando o processador do programa ABAQUS, com malha como mostrada na Figuras 5.8 a 5.12.

I. $D_o / t = 34,7$:

a . Curvas numérica x experimental

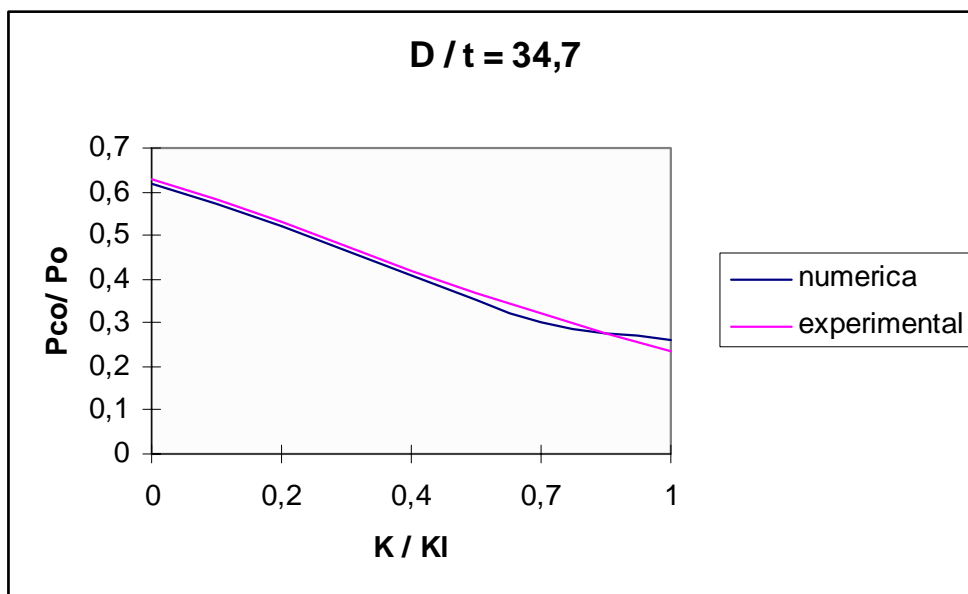


Figura 5.3 curvas de colapso x curvatura numérica vs. experimental para $D/t = 34,7$

b. Curvas numérica x teórica

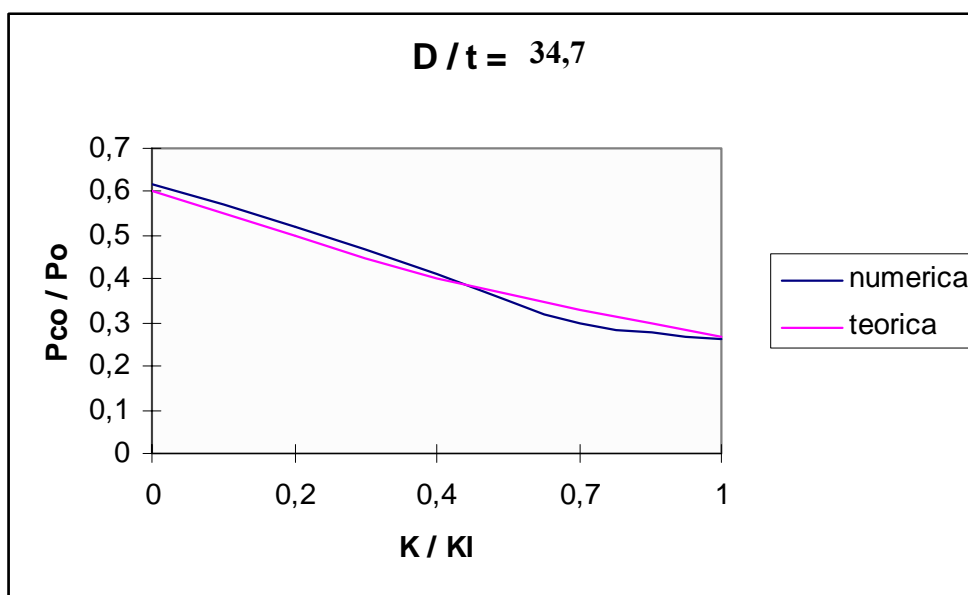


Figura 5.4 curvas de colapso x curvatura numérica vs. teórica para $D/t = 34,7$

II . $D_o / t = 24,5$:

a . Curvas numérica x experimental

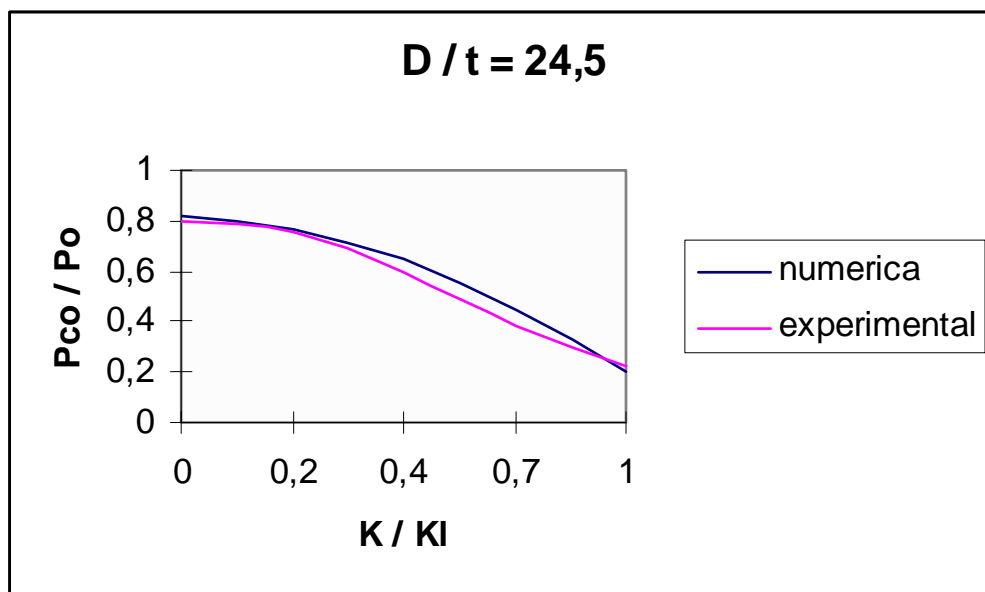


Figura 5.5 curvas de colapso x curvatura numérica vs. experimental para $D/t = 24,5$.

b. Curvas numérica x teórica

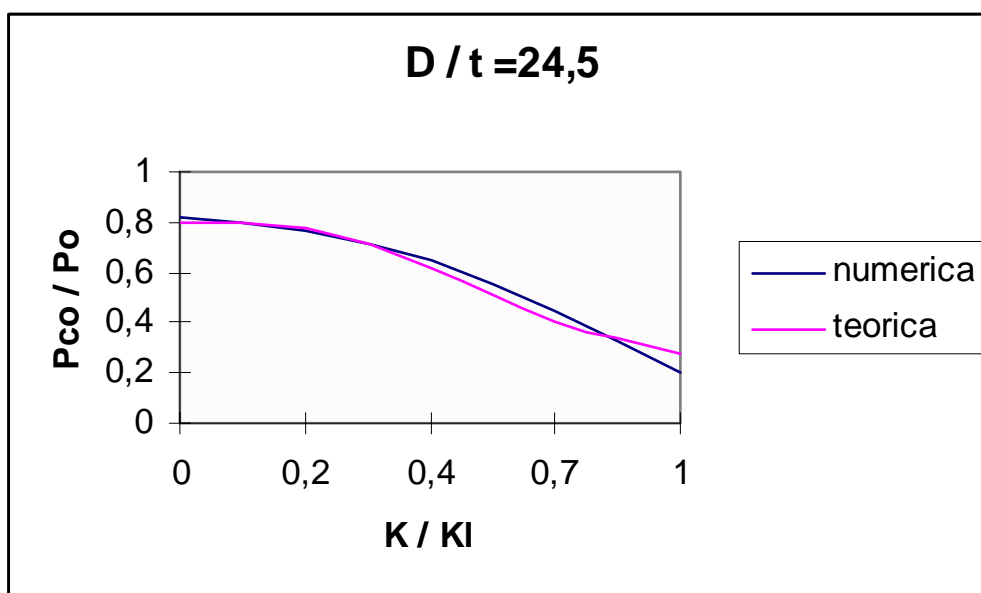


Figura 5.6 curvas de colapso x curvatura numérica vs. teórica para $D/t = 24,5$

III. Variações percentuais das pressões de colapso (P_{co}) dos tubos havendo aplicação da curvatura limite (κ_1) na flexo-pressurização.

Tabela 5.1 Variação percentual da P_{co} na flexo-pressurização do tubo $D/t=34,7$ ($\kappa = \kappa_1$)

Curva	D/t	Δ_0 %	E (GPa)	σ (MPa)	σ_0 (MPa)	n	P_{CO}/P_0 p/ $\kappa/ \kappa_1 = 1$	e % n.-e.	e % n.-t.
Num.	34,7	0,04	186	224	259	9,67	0,260	-10	3,7
Exp.	34,7	0,04	186	224	259	9,67	0,235	-	-
Teor.	34,7	0,00	186	224	259	9,67	0,270	-	-

Tabela 5.2 Variação percentual da P_{co} na flexo-pressurização do tubo $D/t=24,5$ ($\kappa = \kappa_1$)

Curva	D/t	Δ_0 %	E (GPa)	σ_y (MPa)	σ_0 (MPa)	n	P_{CO}/P_0 p/ $\kappa/ \kappa_1 = 1$	e % n.-e.	e % n.-t.
Num.	24,5	0,1	201	342	357	17	0,20	9	4
Exp.	24,5	0,1	201	342	357	17	0,22	-	-
Teor.	24,5	0,0	201	342	357	17	0,28	-	-

* Figuras complementares :

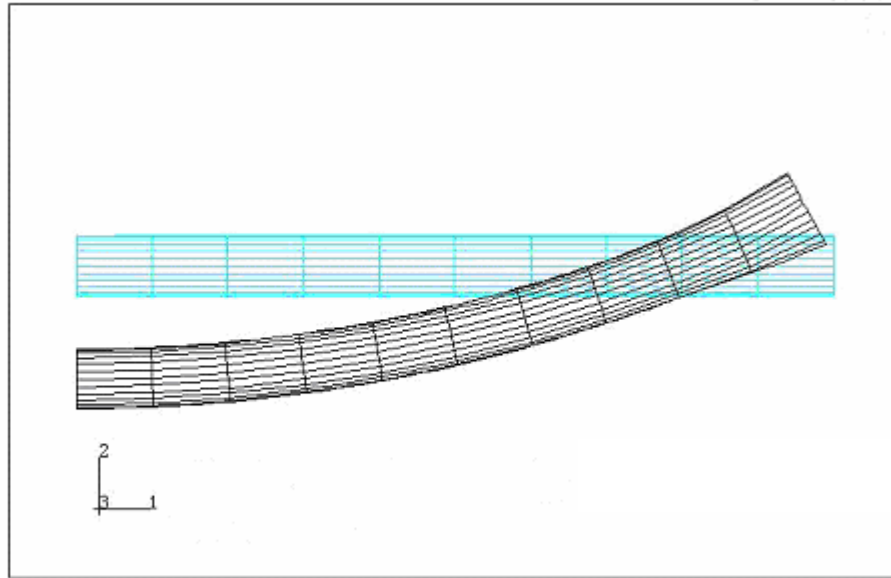


Figura 5.7 Malhas deformada e indeformada do tubo de $D/t = 24.5$; $\Delta_0 = 0.001$ com 120 elementos S8R5 sob flexo-pressurização.

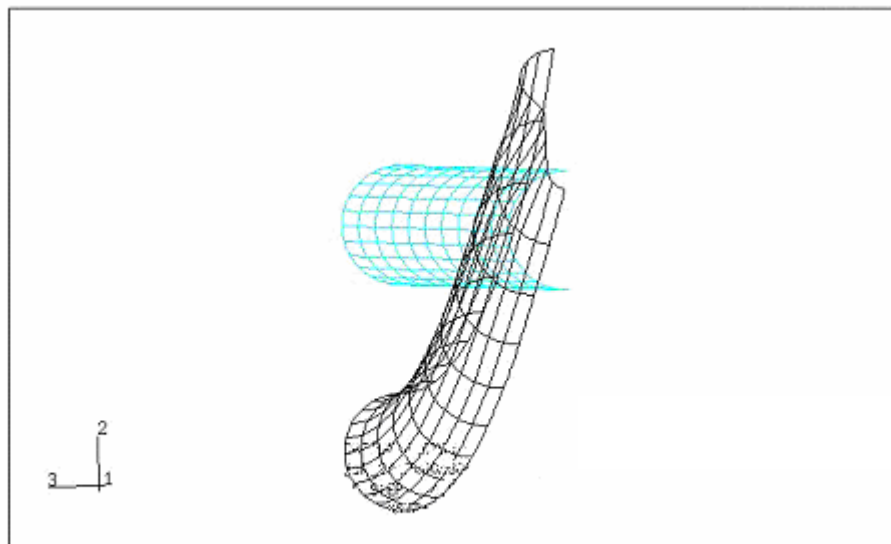


Figura 5.8 Malhas deformada e indeformada do tubo de $D/t = 24.5$; $\Delta_0 = 0.001$ com 120 elementos S9R5 sob flexo-pressurização.

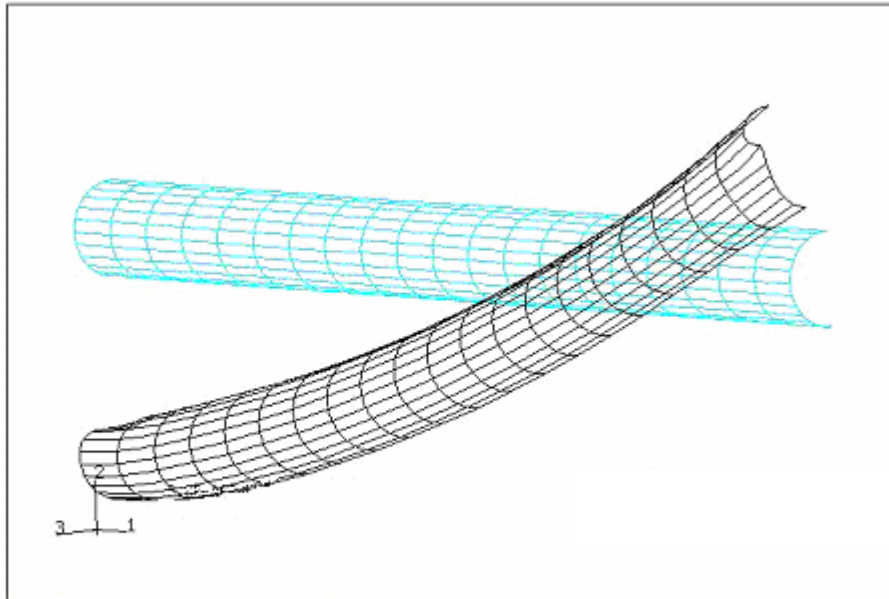


Figura 5.9 Malhas deformada e indeformada do tubo de $D/t = 24.5$; $\Delta_0 = 0.001$ com 240 elementos S9R5 sob flexo-pressurização (vista 1).

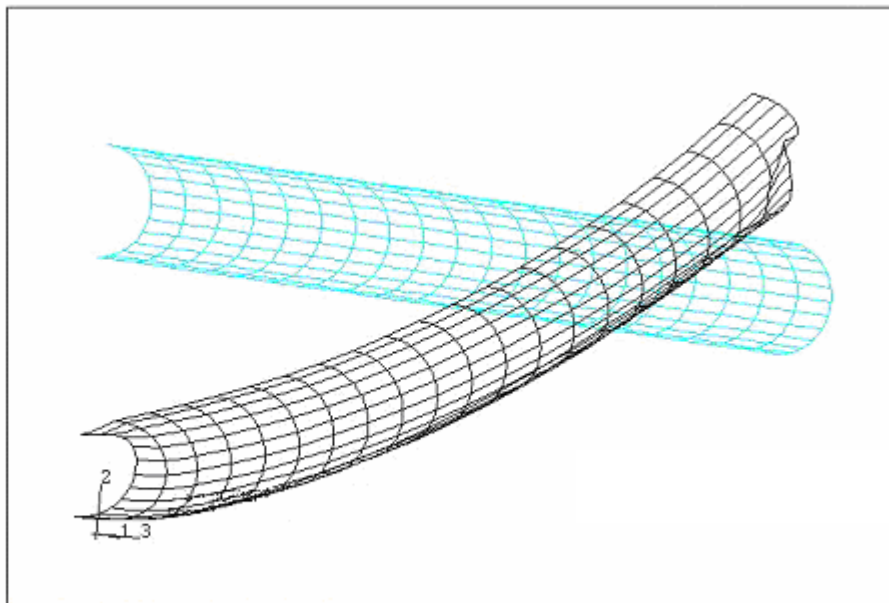


Figura 5.10 Malhas deformada e indeformada do tubo de $D/t = 24.5$; $\Delta_0 = 0.001$ com 240 elementos S9R5 sob flexo-pressurização (vista 2).

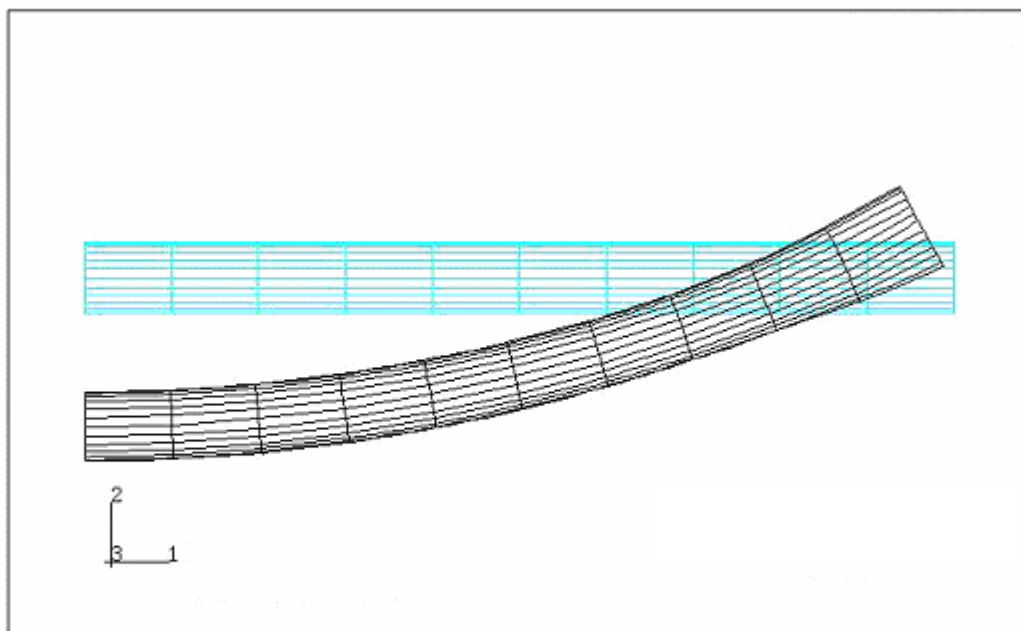


Figura 5.11. Malha deformada e indeformada do tubo com $D/t = 34.7$; $\Delta_0 = 0.0004$ com 120 elementos S9R5 sob flexão-pressurização.

CAPITULO 7

SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Nesta área, as sugestões para os trabalhos futuros são :

- Estudo da Influência das Imperfeições Geométricas no Colapso das Tubulações sob Flexo-pressurização mais Tração
- Estudo do desenvolvimento das ondas axiais e da localização na influência do encurvamento em Tubulações sob Flexo-pressurização..
- Estudo do comportamento no colapso de Tubulações de diferentes materiais em relação ao encruamento sob Flexo-pressurização.
- Estudo da Análise Dinâmica do comportamento das Tubulações submarinas sob cargas catastróficas devido a Deformações plásticas cíclicas / Flexão plástica cíclica ocasionadas por fenômenos extremos (furacões, terremotos, etc) .

CAPITULO 6

CONCLUSÕES

6.1 COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A PRESSURIZAÇÃO EXTERNA

A solução analítico–numérica apresentada neste trabalho, que é uma solução clássica, contém bastantes restrições geométricas e de material, mas pode ser estendida. Uma forma de extensão foi aquela apresentada na solução analítico-numérica, cuja formulação foi desenvolvida. Outra forma de solução, puramente numérica, por elementos finitos mostra, por outra parte, possuir maior extensão de recursos, incluindo grandes deformações e rotações, porém requerendo recursos e tempo de processamento bastante maior.

Na modelagem constitutiva existe grande espaço para melhorias, uma vez que a anisotropia não foi considerada no comportamento elasto-plástico. Tampouco outras formas de irregularidade, como as variações de espessura, outras formas de variação de circularidade, que não a harmônica, foram consideradas. Assim como existe espaço para considerar soluções incrementais, baseadas em teorias de fluxo, e com atualização de geometria. Esses tópicos podem ser adicionados ao modelo base apresentado.

De outra parte, cabe ressaltar que os resultados obtidos foram estatisticamente bastante acertados, como indicado pelas comparações com os resultados experimentais e teóricos, dependendo do tipo de elemento utilizado na implementação.

6.2 COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A FLEXÃO PURA

As simulações numéricas pelo método dos elementos finitos das cascas cilíndricas, demonstraram que, apesar das ovalizações impostas na seção transversal das cascas serem relativamente pequenas para cascas flexionadas no campo elasto-plástico, elas ocasionam o desenvolvimento de um momento limite significativo na resposta.

Pelos gráficos $[(M/M_0) \times (\kappa/\kappa_1)]$ e $[(\Delta D/D_0) \times (\kappa/\kappa_1)]$ obtidos e verificando os valores de colapso, analíticos e experimentais, podemos concluir que os modelos apresentados são de grande importância, devido aos seus baixos erros percentuais (Tabela 4.1).

A solução analítica, embora simplificada, apresentou previsões aceitáveis. Em particular, essa solução é gerada muito rapidamente. Além disso ela pode ser ampliada pela inclusão de expansões harmônicas de ordem maior, assim como pela inclusão da dependência de variável longitudinal, de forma a incluir a possibilidade de localização.

Ainda, a solução por elementos finitos é adequada, principalmente para D/t baixos, o que pode ser conferido pelos baixos erros percentuais dos ensaios numéricos em relação aos ensaios experimentais.

Não somente, pelo tempo de processamento, mas também custos, torna-se essa solução, uma ferramenta bastante importante na análise de elementos tubulares, em adição às fórmulas de código.

6.3 COMPORTAMENTO DE ELEMENTOS TUBULARES SUBMETIDOS A FLEXO-PRESSURIZAÇÃO

Os Cálculos numéricos obtidos demonstraram claramente pelos dois itens anteriores, que o principal fator que contribui para o aumento do erro da pressão de colapso refere-se ao aumento na falta de circularidade inicial.

No caso do tubo com $Do/t = 34.7$, a variação percentual da pressão de colapso para $\kappa/\kappa_1 = 1$ pela análise numérica em relação à análise experimental, e também, no caso do tubo com $Do/t = 24.5$, a variação percentual da pressão de colapso para $\kappa/\kappa_1 = 1$ pela análise numérica em relação à experimental, demonstram claramente a influência de alguns fatores geométricos muito importantes que influenciam o colapso na prática, como por exemplo:

A variação da espessura de parede do tubo, o comprimento da região ovalizada do tubo, o encurvamento ou empenamento do tubo ao longo do seu comprimento, etc.

Existem também, outros fatores práticos que experimentalmente influenciam essas variações percentuais, tais como:

Os parâmetros de anisotropia, as tensões residuais, o parâmetro de encruamento, etc.

Pode-se concluir que no caso de cascas mais finas, as pressões de colapso foram um pouco mais aproximadas e com variações percentuais menores, enquanto que, para cascas mais grossas, onde as pressões divergiram um pouco mais com variações percentuais um pouco maiores, significando que os resultados para cascas mais grossas dependerão muito mais dos fatores relacionados com as imperfeições geométricas; assim tendo como fatores principais :

A falta de circularidade inicial, em primeiro lugar e;

A variação de espessura da parede do tubo, em segundo lugar;

para a análise do colapso dos tubos por flexo-pressurização.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

ABRAMOVICS, W.AND JONES, N. Transition from initial global bending to progressive buckling of tubes loaded statically and dynamically. **International Journal of Impact Engineering** v.19, n.5 e 6, p. 415-437. 1991.

ADES C.S. Bending strength of tubing in the plastic range. **Journal of Aeronautical Science** vol.24, p.605. USA. 1957.

ARGYRIS, J.H. **Recent advances in Matrix Methods of Structural Analysis.** Pergamon Press, USA, 1964.

ARGYRIS, J.H. **Continua and Descontinua.** Proceeding of Conference in Matrix Methods in Structural Mechanics, Air Force Institute.of Technology Wright Patterson Air Force base, Ohio.USA, October 1965.

ARMEN, H.; PIFKO , A.B.;LEVINE ,H.S.&ISAKSON ,G. **Plasticity : Finite Element Techniques in Structural Mechanics.** ed. H. Tottemham, UK, Southampton Univ. Press. 1970.

AXELRAD E.L. **Flexible shells.**Proc.15th IUTAM, Toronto.Canada,p.45-56 Aug. 1980.

BAI,Y., IGLAND R.T.&MOAN T. Tube collapse combined external pressure, tension and bending. **Marine Structures**, vol.10, iss. 5, , p. 389-416, UK. Jun.1997.

BATHE K.J. **Finite Elements Procedures.** Chp.6, USA, Prentice Hall, 1988 .

BORESI, A.P. A Refinement of the Theory of Buckling of rings under uniform pressure. **Journal of Applied Mechanics.** vol.77, pp. 99-102. 1955.

BRAZIER L.G. **On the flexure of thin cylindrical shells and others thin sections.**

Proceedings of Royal Society, UK.v. A116,p.104. 1927.

BREBBIA, C.&CONNOR,J. Geometrically non-linear finite element analysis.

Proceedings of ASCE Journal of Engineering, Mechanics Division Procedures

Paper,p. 6516. 1969.

BRUSH D.O. AND ALMROTH B.O. **Buckling of Bars, Plates and Shells.**

McGraw-Hill New York USA 1975.

BUSHNELL D. Elastic-plastic bending and buckling of pipes and elbows.

Computer & Structures.13, p.241-248. 1981.

CALLADINE C.R. **Plastic buckling of tubes in pure bending.**Proceeding IUTAM

Conference on Collapse.p.111, G.W.Hunt&J.M.T.Thompson, London, UK. 1983.

COIMBRA,A.L. **Continuum Mechanics.** S.Paulo, Brasil, Ed. Edgard Blucher, 1978.

CORONA E..**Stability of long elastoplastic circular tubes under combined**

bending and pressure.M.S.Thesis, University of Texas, USA, EMRL Rep.No.86/7

Aug 1986.

CRISFIELD M.A. A fast incremental/iterative solution procedure that handles

snap through. **Computer & Structures.** vol.13 55-62. 1981.

CRISFIELD, M.A. **Non-linear Finite Elements Analysis of Solids and Structures**

V. 1: **Essentials** , UK, John Wiley & Sons, 1991.

CRISFIELD M.A. **Non-linear Finite Elements Analysis of Solids and Structures**

V. 2: **Advanced** , UK, John Wiley & Sons, 1991.

DE AGUIAR J. B. **Colapso de Elementos Tubulares para aplicações submarinas**
Projeto Fapesp 92/0167-4 , EPUSP, Depto. de Eng. Mec.São Paulo.BRASIL 1995.

DE WINTER P.E., STARK J.W.B. AND WITTEVEEN J. Collapse behaviour of
submarine pipelines. **Shell Structures : Stability and Strength;**
R.Narayanan,Ch.7,p.221, Elsevier, Amsterdam. Ned. 1985.

DRUCKER D.C. AND PALGEN L. **On stress-strain relations suitable for
cyclic and other loadings.** ASME Journal of Applied Mechanics v.48,p.479. 1981.

EMERLING F.A. **Nonlinear bending of elliptic tubes under normal pressure.**
Ingenieur-Architecture vol.52,p.1-16. 1982.

ENDO T., ODEN J.T., BECKER E.B.& MILLER T. A numerical analysis of
contact and limit-point behaviour in a class of problems of finite
deformations. **Computer&Structures.** vol. 18,p.899-910. 1984.

FABIAN O. Collapse of cylindrical, elastic tubes under combined bending,
pressure and axial loads. **International Journal of Solids& Structures.** v.13,p.1257.
1977.

FABIAN O. Elastic-plastic collapse of long tubes under combined bending
and pressure loads. **Ocean Engineering** v.8,p. 295. 1981.

GALLAGHER, R.J.,GELLATLY, R.A., PADLOG, J.&MALLET R.H..A discrete
element procedure for thin shell instability analysis. **American Institute&
Astronautical Journal**, 5,(1), p.138-145, 1967.

GALLAGHER, R.J.; PADLOG, J. Discrete element approach to structural
stability, **American Institute&Astronautical Journal** v.1, n.6, p. 1437-1439. 1990.

GELLIN S. The plastic buckling of long cylindrical shells under pure bending. **International Journal of Solids Structures** vol.10,p. 397. 1980.

GURTIN, M.E. **An Introduction to Continuum Mechanics**. San Diego California, USA, Academic Press Inc, 1981.

HIBBIT, KARLSON & SORENSEN P. Inc, **ABAQUS Theory Manual** USA.1994

HIBBIT, KARLSON & SORENSEN P. Inc., **ABAQUS Problems**, USA.1994.

HIBBIT, KARLSON & SORENSEN, P. INC., **ABAQUS Post manual**. USA.1994.

HILL R. **The Mathematical Theory of Plasticity**.Oxford Univ.Press, Oxford UK.1950.

HUGHES T.H.R. **The Finite Elements Methods**. NJ, USA, Prentice Hall, 1987.

JIRSA J.E., LEE F.H., WILHOIT J.C AND MERWIN J.E. **Ovaling of pipelines under pure bending**, OTC 1969. Proceeding in Offshore Technology Conference V.I,p.573. 1972.

JONES, N. **Structural Impact** . UK, Cambridge University Press, 1989.

KYRIAKIDES S. **On the Stability of inelastic circular pipes under combined bending and external pressure**. Proceeding in.Spring Meeting, Society of Experimental Stress Analysis. Dearborn.MI,p.372. USA. 1981.

KYRIAKIDES S. AND SHAW P.K. Response and Stability of elastoplastic circular pipes under combined bending and external pressure. **International Journal of Solids&Structures** v.18,p. 957. 1982.

KYRIAKIDES S. AND CORONA E An unusual mode of collapse of tubes under combined bending and pressure. **ASME. Journal of Pressure Vessel Technology** vol.109, n.302 . 1987.

KYRIAKIDES S. AND SHAW P.K. Inelastic buckling of tubes under cyclic bending. **ASME Journal of Pressure Vessel Technology** V.109,p. 169. 1991.

KYRIAKIDES S. AND YEH M.K. **Plastic Anisotropy in drawn tubes.** Engineering Mechanical Research Lab, Report EMRL 86/11. ASME Journal of Engineering Index 1992.

KYRIAKIDES S. AND CORONA E. Asymmetric Collapse Modes of Pipes under Combined Bending and External Pressure.**Journal of Engineering Mechanics** Volume 126, Issue 12, pp. 1232-1239 (Dec. 2000).

KYRIAKIDES S. AND AGUIRRE F. Bending of steel tubes with Lüders bands
Research Center for Mechanics of Solids, Structures & Materials, WRW 110, The
University of Texas at Austin, Austin, Texas 78712,(2.003) USA

MALLET, R.H.& MARÇAL, P.V. **Finite Element Analysis of non-linear Structures.** Proceeding of ASCE, Journal.of Structural Division 94,ST9 ,p.2081-2105. 1968.

MARÇAL ,P.V. **Large deflection analysis of elasto-plastic shells of revolution** American Institute of Aeronautical&Astronautical.Journal. Vol.8,1627-1634. 1970.

MURRAY,D.W.&WILSON ,E.L. **Finite element postbuckling analysis of thin elastic plates.** Proceeding of ASCE. Journal of Engineering in Mechanical Division, 95, EM1,p.143-165. 1969.

ODEN ,J.T. **Numerical formulation of non-linear elasticity problems.** Proceeding of ASCE, Journal .of Structural Division 93, ST3, paper 5290. 1967.

ODEN, J.T. **Finite element applications in non-linear structures analysis.** Proceeding of .Conference on Finite Elements Methods, Vanderbilt. University of Tennessee. USA Nov.1969.

REISSNER E&WEINITSCHKE H.J. **Finite pure bending of circular cylindrical tubes.** Journal of Applied .Mathematics vol.20, p.305. 1963.

RIKS, E. An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. **International Journal of Solids & Structures**, v.15, p. 529-551, 1979.

SEIDE P.&.WEINGARDEN V.I. **On the buckling of circular cylindrical shells under pure bending**’. ASME Journal of Applied. Mechanics. v.28,p. 112 .1961.

SHAW P.K. AND KYRIAKIDES S. **Inelastic analysis of thin walled tubes under cyclic bending.** International Journal of Solids Structures vol.21,p.1073 .1985.

SHAW P.K. **On the Ovalization of inelastic tubes under cyclic bending.**PhD. Thesis, University of Texas, Austin TX USA 1985.

SIMO, J.C. ; WRIGGERS, P.; SCHWEIZERHOF, K.H. & TAYLOR, R.L. Finite deformation Post-buckling Analysis involving inelasticity and Contact constraints. **International Journal of Numerical Methods Eng.**, v.23, p.779-800. 1986.

SORENSEN J.E. JOHNS T.G., MESLOH R.E.AND WINEGARDNER R.

Inelastic buckling of pipelines under combined loads. OTC 2209.

Proceeding in Offshore Technology Conference, Vol.II,p.635 .1975.

STEPHENS W.B., STARNES J,H. AND ALMROTH B.O. **Collapse of long cylindrical shells under combined bending and flexure loads**". International Journal of Numerical Methods, Vol.13,p. 2025. 1975.

TURNER, M.J. ; DILL, E.H.; MARTIN, H.C. & MELOSH, R.J. **Large deflection of structures subject to heating and external load.** Journal of Aeronautical Science.,v 27,p 97-106. 1960.

TIMOSHENKO, S. **Theory of Elastic Stability.** 2.Ed. New York and London. Mc Graw-Hill, 1936.

WHANG , B. **Elasto-plastic orthotropic plates and shells.** Proceeding of Symposium on Application of Finite Elements Methods. in Civil Engineering USA. Vandebilt University ASCE 481-516. 1969.

YEH M.K.AND KYRIAKIDES S. **Collapse of deepwater pipelines.**OTC 5215. Proceeding in Offshore Technology Conference, Vol.III,p.511 .1976.

YEH M.K. AND KYRIAKIDES S. **On the collapse of inelastic thick-walled tubes under external pressure.** ASME Journal of Engineering Technology v.108,p.35 1986.

ZIEGLER H. **A modification of Prager's hardening rule.** Applied Mathematics n.17, n.55 USA .1959.

ZIENKIEWICS , O .C. **The Finite Element in Engineering Science,** Mc.Graw Hill, London, UK, 1971.

APÊNDICE

Listagem de programas :

Os programas kExp.for e FlexPressPipe.for, estão sintetizados em TpmExp.for a seguir :

Program TpmExp

```
implicit real*8 (a-h, o-z)
external eqstrain, deledelw0, del2edelw02, secmod
pi=3.141592
zero=0.0e+00
one=1.0e+00
c *****
c
c Tube Geometry
c
c *****
c write(*,100)
100 format(1x,'Enter External Diameter')
read(*,11)d0
11 format(e12.5)
write(*,81)d0
81 format(1x,'Value of d0', e12.5)
write(*,101)
101 format(1x,'Enter Thickness of Tube')
read(*,12)t
12 format(e12.5)
write(*,82)t
82 format(1x,'Value of Thickness', e12.5)
write(*,102)
102 format(1x,'Enter Tube Length')
read(*,13)xl
13 format(e12.5)
write(*,83)xl
83 format(1x,'Value of Length',e12.5)
write(*,103)
103 format(1x,'Enter out-of-roundness')
read(*,14)oor
14 format(e12.5)
write(*,84)oor
84 format(1x,'Value of oor',e12.5)
di=d0-2.*t
rm=(d0+di)/4.
c *****
c
c Material Properties
c
```

```

c      *****
c      write(*,110)
c110  format(1x,'Enter Elastic Modulus of Material')
c      read(*,20)E
c20   format(e12.5)
c      write(*,111)
c111  format(1x,'Enter Poisson ratio of Material')
c      read(*,21)xne
c21   format(e12.5)
c      write(*,112)
c112  format(1x,'Enter Strain-hardening Exponent')
c      read(*,22)xn
c22   format(e12.5)
c      write(*,113)
c113  format(1x,'Enter Yield Strength')
c      read(*,23)sy
c23   format(e12.5)
      E=1.68e+11
      xne=0.30e+00
      xn=9.67e+00
      sy=2.24e+08
      write(*,780)E,xne,xn,sy
780   format(1x,'E',e12.5,'xne',e12.5,'xn',e12.5,'sy',e12.5)
      ey=sy/E
      write(*,781)ey
781   format(1x,'Value of ey', e12.5)
c      *****
c
c      Loading
c
c      *****
      write(*,120)
120   format(1x,'Enter Radius of Curvature')
      read(*,30)rho
30    format(e12.5)
      write(*,121)
121   format(1x,'Enter Axial Force')
      read(*,31)fa
31    format(e12.5)
      a=pi*(d0**2.-di**2.)/4.
      siga=fa/a
      write(*,91)siga
91    format(1x, 'Value of siga', e12.5)
      if(abs(siga).lt.sy)then
      epsa=siga/E
      go to 162
      else

```

```

        epsa=-(sy/E)*(((abs(siga)/sy)**xn)/xn+1.-(1./xn))
    endif
162  continue
    write(*,211)epsa
211  format(1x,'epsa= ',e12.5)
    write(*,122)
122  format(1x,'Enter External Pressure')
    read(*,32)p
32   format(e12.5)
    sigp=-p*rm/t
    write(*,92)sigp
92   format(1x,'Value of sigp',e12.5)
    if(abs(sigp).lt.sy)then
        epsp=sigp/E
        go to 172
    else
        epsp=-(sy/E)*(((abs(sigp)/sy)**xn)/xn+1.-(1./xn))
    endif
172  continue
    write(*,212)epsp
212  format(1x,'epsp =',e12.5)
    w0=0.
    phi=0.
c    *****
c
c    Potential Energy: pot=u+w
c    u = Strain Energy
c    w = External work
c
c    *****
c    write(*,130)
c130 format(1x,'Enter Tolerance on Es')
c    read(*,40)tolEs
c40  format(1x,e12.5)
    tolEs=1.0e+10
c
c    Configuration Counter k
c
    do 500 k=1,10
c
c    <i,j> : Element Identification/ i=Sector Id; j=Layer Id
c
        u=0.
        do 501 i=1,18
            z=-5.*t/8.
            do 502 j=1,4
                z=z+t/4.

```

```

oEs=E
g=0.
xmu=xne
c write(*,750)
c750 format(1x,'Position Identification')
c write(*,751)i,j
c751 format(1x,'i=',i4,5x,'j=',i4)
c write(*,752)rm,phi,z
c752 format(1x,'rm',e12.5,'phi',e12.5,'z',e12.5)
c write(*,753)
c753 format(1x,'Constitutive Variables')
c write(*,754)g,xmu
c754 format(1x,'g',e12.5,'xmu',e12.5)
l=0
562 continue
call straine2(rm,phi,z,w0,oor,epsp,epsa,rho,xmu,e2)
c write(*,777)e2
c777 format(1x,'Value of e2', e12.5)
ee=eqstrain(e2)
c write(*,555)ee
c555 format(1x,'Value of ee',e12.5)
tl=E*(rm/2.)*e2*(t/4.)*(pi/18.)
if(ee.lt.ey)then
c write(*,1001)tl
c1001 format(1x,'Value of tl', e12.5)
u=u+tl
go to 522
else
Es=secmod(E,sy,xn,ee)
endif
delEs=oEs-Es
c write(*,9001)Es,delEs
c9001 format(1x,'Value of Es', e12.5,3x,'Value of delEs', e12.5)
if(abs(delEs).gt.tolEs)then
g=1.5*(E/Es-1.)
xmu=(xne+g/3.)/(1.+2.*g/3.)
oEs=Es
l=l+1
c write(*,888)l
c888 format(1x,'Constitutive Integration Counter', i4)
go to 562
else
alfa=(xn*(ee/ey-1.+(1./xn)))*((xn+1.)/xn)
tnl1=((ey**2.)/(xn+1.))*alfa
tnl2=(ey**2.)/2.-e2/2.-((ey**2.)/(xn+1.))
tnl=E*rm*(tnl1+tnl2)*(t/4.)*(pi/18.)
c write(*,1002)tl,tnl

```

```

c1002      format(1x,'Value of tl', e12.5, 4x,'Value of tnl', e12.5)
           u=u+tl+tnl
522        continue
c           write(*,1003)i,j,u
c1003      format(1x,'i=',i4,4x,'j=', i4,4x,'Strain Energy',e12.5)
           endif
502        continue
           write(*,901)u
901        format(1x,'Strain Energy',e12.5)
           phi=phi+pi/18.
501        continue
           write(*,140)k,w0
140        format(1x,'Configuration Number:',i4,4x,'w0=',e12.5)
           write(*,141)
141        format(1x,'Semi-total Strain Energy')
           write(*,142)u
142        format(1x,e10.5)
           wp=3.*pi*p*(w0**2.+2.*w0*oor)/8.
           pot=2.*u+wp
           write(*,143)wp
143        format(1x,'Work due to Pressure',e12.5)
           write(*,144)pot
144        format(1x,'Potential Energy',e12.5)
c          *****
c
c          Potential Energy at Different Configurations: Pot=Pot(w0)
c
c          *****
           if(k.eq.one)then
           potmin=pot
           womin=w0
           go to 499
           endif
           if(pot.lt.potmin)then
           potmin=pot
           womin=w0
           go to 499
           endif
499        w0=w0+0.1*t
500        continue
           write(*,150)
150        format(1x,'Approximate Minimum Potential')
           write(*,151)potmin
151        format(1x,e12.5)
           write(*,152)
152        format(1x,'w0 value for minpot')
           write(*,153)womin

```

```

153  format(1x,e12.5)
c    *****
c
c    Minimum Potential Point
c
c    *****
c
c    Configuration Variable: w0
c
c    A value of w0 for minimum potential energy is determined
c
c    x=womin
c    phi=0.
c    delu=0.
c    del2u=0.
c    do 650 i=1,18
c    z=-5.*t/8.
c    do 651 j=1,4
c    z=z+t/4.
c    oEs=E
c    g=0.
c    xmu=xne
c662 continue
c    call straine2(rm,phi,z,x,oor,eps,epsa,rho,xmu,e2)
c    ee=eqstrain(e2)
c    write(*,1010)ee
c1010 format(1x,'Value of ee for MinPotPoint', e12.5)
c    call dele2delw0(rm,phi,z,x,oor,eps,epsa,rho,xmu,dele2)
c    call del2e2delw02(rm,phi,z,x,oor,eps,epsa,rho,xmu,del2e2)
c    deltl=E*(rm/2.)*dele2*(t/4.)*(pi/18.)
c    del2tl=E*(rm/2.)*del2e2*(t/4.)*(pi/18.)
c    if(ee.lt.ey)then
c    delu=delu+deltl
c    del2u=del2u+del2tl
c    go to 651
c    else
c    Es=secmod(E,sy,xn,ee)
c    write(*,778)Es
c778 format(1x,'Value of Es',e12.5)
c    endif
c    delEs=oEs-Es
c    if(abs(delEs).gt.tolEs)then
c    g=1.5*(E/Es-1.)
c    xmu=(xne+g/3.)/(1.+2.*g/3.)
c    oEs=Es
c    go to 662
c    else

```

```

c      dele=deledelw0(e2,dele2)
c      del2e=del2edelw02(e2,dele2,del2e2)
c      deltnl1=dele*ey*(xn*(ee/ey-1.+(1./xn)))**(1./xn)
c      deltnl2=ee*dele
c      deltnl=E*rm*(deltnl1-deltnl2)*(t/4.)*(pi/18.)
c      delu=delu+deltl+deltnl
c      del2tnl1=dele*(xn*(ee/ey-1.+(1./xn)))**((1.-xn)/xn)
c      del2tnl2=del2e*ey*(xn*(ee/ey-1.+(1./xn)))**(1./xn)
c      del2tnl3=-dele**2.-ee*del2e
c      del2tnls=del2tnl1+del2tnl2+del2tnl3
c      del2tnl=E*(rm/2.)*del2tnls*(t/4.)*(pi/18.)
c      del2u=del2u+del2tl+del2tnl
c      endif
c651  continue
c      phi=phi+pi/18
c      write(*,540)i,delu
c540  format(1x,'i=', i4,5x,'delu',e12.5)
c650  continue
c      delwp=0.75*pi*p*(w0+oor)
c      del2wp=0.
c      delpot=2.*delu+delwp
c      del2pot=2.*del2u+del2wp
c      if(del2pot.ne.zero)then
c          delx=-delpot/del2pot
c          go to 580
c      else
c          write(*,541)
c541  format(1x,'del2pot equal to zero')
c      endif
c580  continue
c      write(*,543)delwp
c543  format(1x,'Del Work due to Pressure',e12.5)
c      write(*,544)delpot, del2pot
c544  format(1x,' delpot',e12.5,5x,'del2pot',e12.5)
c      write(*,545)delx
c545  format(1x,'delx =',e12.5)
c      *****
c
c      Stress computing: Sig<i,j>
c
c      *****
c      x=womin
c      phi=0.
c      epsl=0.
c      epsc=0.
c      bM=0.
c      Fa=0.

```

```

do 1201      i=1,36
z=-5.*t/8.
do 1202      j=1,4
z=z+t/4.
oEs=E
g=0.
xmu=xne
1230 continue
call straine2(rm,phi,z,x,oor,eps,epsa,rho,xmu,e2)
ee=eqstrain(e2)
call strainl(rm,phi,z,x,oor,eps,epsa,rho,xmu,epsl)
call strainc(rm,phi,z,x,oor,eps,epsa,rho,xmu,eps)
if(ee.lt.ey)then
signal=(E/(1.-xne**2.))*(epsl+xne*eps)
sigmac=(E/(1.-xne**2.))*(eps+xne*epsl)
go to 1240
else
Es=secmod(E,sy,xn,ee)
delEs=oEs-Es
1240 endif
      if(abs(delEs).gt.tolEs)then
g=1.5*(E/Es-1.)
xmu=(xne+g/3.)/(1.+2.*g/3.)
oEs=Es
go to 1230
else
signal=(Es/(1.-xmu**2.))*(epsl+xmu*eps)
sigmac=(Es/(1.-xmu**2.))*(eps+xmu*epsl)
write(*,1204)i,j,signal
1204 format(1x,'i=',i4,5x,'j=',i4,5x,'Signal=',e12.5)
beta1=(rm-(oor+x)*cos(2.*phi))*cos(phi)
beta2=0.5*(oor+x)*sin(2.*phi)*sin(phi)
beta3=z*cos(phi)
betas=beta1-beta2+beta3
delbM=-signal*betas*rm*(t/4.)*(pi/18.)
bM=bM+delbM
endif
1202 continue
phi=phi+pi/18.
1201 continue
write(*,1245)bM
1245 format(1x,'Value of Applied Bending Moment',e12.5)
stop
end
c      *****
c
c      Subroutine straine2 computes the squared value of the strain energy

```



```

c
c *****
subroutine straine2(r,phii,zj,w,or,ep,ea,rh,xu,e2)
implicit real*8 (a-h, o-z)
double precision yi,ai,bi,ci,di,e2
yi1=r*cos(phii)-(w+or)*cos(2.*phii)*cos(phii)
yi2=-0.5*(w+or)*sin(2.*phii)*sin(phii)
yi=yi1+yi2
c write(*,10)yi
c10 format(1x,'Value of yi',e12.5)
ai1=ep**2.+2.*xu*(ep/rh)*(yi-rh*ea)
ai2=(yi/rh-ea)**2.
ai=ai1+ai2
c write(*,11)ai
c11 format(1x, 'Value of ai',e12.5)
bi=4.5*(ep/(r**2.))*w*(w/2.+or)*(sin(2.*phii))**2.
c write(*,12)bi
c12 format(1x,'value of bi',e12.5)
ci1=(2./(rh**2.))*(yi-rh*ea)*cos(phii)
ci2=-3.*(ep/(r**2.))*w*sin(2.*phii)
ci=ci1+ci2
c write(*,13)ci
c13 format(1x,'Value of ci',e12.5)
di1=(3.*w/(r**2.))*(cos(2.*phii))**2.
di2=(xu/rh)*cos(phii)*sin(2.*phii)
di=((3.*w)/((1.-xu**2.)*(r**2.)))*(di1+di2)
c write(*,14)di
c14 format(1x,'Value of di',e12.5)
e2=ai+bi+ci*zj+di*(zj**2.)
return
end

c
c *****
c
c Subroutine dele2delw0 computes the derivative del e2 /del w0
c
c *****
c
subroutine dele2delw0(rm,phii,zj,w0,oor,eps,epsa,rho,xmu,dele2)
implicit real*8 (a-h, o-z)
double precision yi,delyi,delai,delbi,delci,deldi,dele2
c write(*,1)rm
c1 format(1x,'Value of rm', e12.5)
c write(*,2)phii
c2 format(1x,'Value of phii', e12.5)
c write(*,3)w0
c3 format(1x, 'Value of w0', e12.5)

```

```

c      write(*,4)oor
c4     format(1x, 'Value of oor', e12.5)
c      write(*,5)epsp
c5     format(1x, 'Value of epsp', e12.5)
c      write(*,6)epsa
c6     format(1x, 'Value of epsa', e12.5)
c      write(*,7)rho
c7     format(1x, 'Value of rho', e12.5)
c      write(*,8)xmu
c8     format(1x, 'Value of xmu', e12.5)
c      write(*,9)zj
c9     format(1x, 'Value of zj', e12.5)
       yi1=rm*cos(phii)-(w0+oor)*cos(2.*phii)*cos(phii)
       yi2=-0.5*(w0+oor)*sin(2.*phii)*sin(phii)
       yi=yi1+yi2
c      write(*,10)yi
c10    format(1x, 'yi', e12.5)
       delyi=-cos(2.*phii)*cos(phii)-0.5*sin(2.*phii)*sin(phii)
c      write(*,11)delyi
c11    format(1x, 'delyi', e12.5)
       delai=(2./rho)*(xmu*epsp+yi/rho-epsa)
c      write(*,12)delai
c12    format(1x, 'delai', e12.5)
       delbi=4.5*(epsp/(rm**2.))*(w0+oor)*(sin(2.*phii)**2.)
c      write(*,13)delbi
c13    format(1x, 'delbi', e12.5)
       delci1=(2./(rho**2.))*cos(phii)*delyi
       delci2=-(3.*epsp/(rm**2.))*sin(2.*phii)
       delci=delci1+delci2
c      write(*,14)delci
c14    format(1x, 'delci', e12.5)
       deldi1=(18.*w0*(cos(2.*phii)**2.)/((1.-xmu**2.)*(rm**4.))
       deldi2=(3.*xmu*cos(phii)*sin(2.*phii))/(rho*(rm**2.)*(1.-xmu**2.))
       deldi=deldi1+deldi2
c      write(*,15)deldi
c15    format(1x, 'deldi', e12.5)
       dele2=delai+delbi+delci*zj+deldi*(zj**2.)
       write(*,16)dele2
16     format(1x, 'dele2', e12.5)
       return
       end

c
c      *****
c
c      Subroutine del2e2 computes the derivative del2 e2 /del w02
c
c      *****

```

```

c
  subroutine del2e2delw02(rm,phii,zj,w0,oor,eps,epsa,rho,xmu,del2e2)
  implicit real*8 (a-h,o-z)
  double precision yi,delyi,del2ai,del2bi,del2ci,del2di,del2e2
c
  write(*,1)rm
c1  format(1x,'Value of rm', e12.5)
c
  write(*,2)phii
c2  format(1x,'Value of phii', e12.5)
c
  write(*,3)w0
c3  format(1x, 'Value of w0', e12.5)
c
  write(*,4)oor
c4  format(1x, 'Value of oor', e12.5)
c
  write(*,5)eps
c5  format(1x, 'Value of eps', e12.5)
c
  write(*,6)epsa
c6  format(1x, 'Value of epsa', e12.5)
c
  write(*,7)rho
c7  format(1x,'Value of rho', e12.5)
c
  write(*,8)xmu
c8  format(1x, 'Value of xmu', e12.5)
c
  write(*,9)zj
c9  format(1x, 'Value of zj', e12.5)
  yi1=rm*cos(phii)-(w0+oor)*cos(2.*phii)*cos(phii)
  yi2=-0.5*(w0+oor)*sin(2.*phii)*sin(phii)
  yi=yi1+yi2
c
  write(*,10)yi
c10 format(1x,'yi', e12.5)
  delyi=-cos(2.*phii)*cos(phii)-0.5*sin(2.*phii)*sin(phii)
  del2ai=(2./(rho**2.))*delyi**2.
c
  write(*,11)delyi
c11 format(1x, 'delyi', e12.5)
c
  write(*,12)del2ai
c12 format(1x, 'del2ai', e12.5)
  del2bi=(9.*eps*(sin(2.*phii)**2.)/(2.*(rm**2.))
c
  write(*,13)del2bi
c13 format(1x, 'del2bi', e12.5)
  del2ci=0.
  del2di=(18.*(cos(2.*phii)**2.)/((1.-xmu**2.)*(rm**4.))
c
  write(*,14)del2di
c14 format(1x, 'del2di', e12.5)
  del2e2=del2ai+del2bi+del2ci*zj+del2di*(zj**2.)
  write(*,15)del2e2
15  format(1x, 'del2e2', e12.5)
  return
  end
c
c  Subroutine strainl computes longitudinal strains

```

```

c
  subroutine strainl(r,phii,zj,w,or,ep,ea,rh,xu,el)
  implicit real*8 (a-h,o-z)
  zero=0.00e+00
  wt=w+or
  a1=(r-wt*cos(2.*phii))*cos(phii)
  a2=-0.5*wt*sin(2.*phii)*sin(phii)
a3= zj*cos(phii)
  s=a1+a2+a3
  if(rh.eq.zero)then
  write(*,1)
1  format(1x,'Zero Curvature')
  go to 10
  else
  el=-xu*ep+ea-(1./rh)*s
  endif
10  return
  end

```

```

c
c  Subroutine strainc computes circumferential strains
c

```

```

  subroutine strainc(r,phii,zj,w,or,ep,ea,rh,xu,ec)
  implicit real*8 (a-h,o-z)
  zero=0.00e+00
  wt=w+or
  a1=(r-wt*cos(2.*phii))*cos(phii)
  a2=-0.5*wt*sin(2.*phii)*sin(phii)
  s=a1+a2
  if(r.eq.zero)then
  write(*,1)
1  format(1x,'Zero Size Tube')
  go to 10
  else
  b=3.*w*(zj/(r**2.))
  c=(9.*w*(0.5*w+or))/(4.*(r**2.))
  endif
  if(rh.eq.zero)then
  write(*,2)
2  format(1x,'Zero Curvature')
  go to 10
  else
  ec=ep-xu*ea+(xu/rh)*s-b*cos(2.*phii)+c*(sin(2.*phii))**2.
  endif
10  return
  end

```

```

c
c  Functions
c
c  *****
c
c  Function eqstrain computes the value of the elastic strain energy
c
c  *****
c
function eqstrain(e2)
implicit real*8(A-H,O-Z)
double precision eqstrain
zero=0.0e+00
if(e2.lt.zero)then
write(*,100)
100 format(1x,'Zero Energy ee')
endif
eqstrain=sqrt(abs(e2))
return
end

c
c  *****
c
c  Function dele computes the derivative del e / del w0
c
c  *****
c
function deledelw0(e2,dele2)
implicit real*8(A-H,O-Z)
double precision deledelw0
zero=0.0e+00
if (e2.eq.zero)then
write(*,100)
100 format(1x,'Zero Energy deledelw0')
endif
deledelw0=0.5*dele2/(e2**0.5)
return
end

c
c  *****
c
c  Function del2edelw02 computes the derivative del2 e / del wo2
c
c  *****
c
function del2edelw02(e2,dele2,del2e2)
implicit real*8(A-H,O-Z)

```

```

double precision del2edelw02
zero=0.0e+00
if (e2.lt.or.eq.zero)then
write(*,100)
100 format(1x,'Zero Energy del2edelw02')
endif
del2edelw021=-0.25*(dele2**2.)*(e2**(-1.5))
del2edelw022=+0.50*del2e2***(e2**(-0.50))
del2edelw02=del2edelw021+del2edelw022
return
end

c
c *****
c
c Function secmod : Computes the Secant Modulus of the Material
c
c *****
function secmod(E,sy,xn,ee)
implicit real*8(A-H,O-Z)
double precision secmod
zero=0.0e+00
if(ee.eq.zero)then
write(*,100)
100 format(1x,'Zero Strain')
endif
ey=sy/E
secmod=(sy/ee)*(xn*(ee/ey-1.+(1./xn)))**(1./xn)
return
end

```

E os programas Presspipe.inp e kpExp.inp estão sintetizados a seguir :

```
*HEADING
BENDING AND PRESSURE PROBLEM WITH 2X60 SHELL ELEMENTS
4-3-1-1
*NODE
101, 0., -0.015244, 0.
102, 0., -0.015116, 0.001990066
103, 0., -0.014728, 0.003946394
104, 0., -0.014087, 0.005835121
105, 0., -0.013205, 0.007623623
106, 0., -0.012095, 0.009281105
107, 0., -0.010779, 0.010779155
108, 0., -0.009279, 0.012092224
109, 0., -0.007620, 0.013198038
110, 0., -0.005831, 0.014077939
111, 0., -0.003943, 0.014717156
112, 0., -0.001989, 0.015104999
113, 0., 0.000000, 0.015235002
114, 0., 0.00199, 0.015104999
115, 0., 0.00394, 0.014717156
116, 0., 0.00583, 0.014077939
117, 0., 0.00762, 0.013198038
118, 0., 0.00928, 0.012092224
119, 0., 0.01078, 0.010779155
120, 0., 0.01210, 0.009281105
121, 0., 0.01320, 0.007623623
122, 0., 0.01409, 0.005835121
123, 0., 0.01473, 0.003946394
124, 0., 0.01512, 0.001990066
125, 0., 0.01524, 0.000000000
*NSET,NSET=SYMM
101,102,103,104,105,106,107,108,109,110,111,112,113
114,115,116,117,118,119,120,121,122,123,124,125
*NCOPY,CHANGE NUMBER=2000,OLD SET=SYMM,SHIFT,NEW SET=SUBR
0.38028, 0.0, 0.0
0.0,
*NSET,NSET=SUBR
2101,2102,2103,2104,2105,2106,2107,2108,2109,2110,2111,2112,2113
2114,2115,2116,2117,2118,2119,2120,2121,2122,2123,2124,2125
*NFILL
SYMM,SUBR,20,100
*NODE,NSET=N2100
2100,0.38028,0.,0.
*NSET,NSET=LB1,GENERATE
101,2101,100
*NSET,NSET=LB2,GENERATE
102,2102,100
*NSET,NSET=LB3,GENERATE
103,2103,100
*NSET,NSET=LB4,GENERATE
104,2104,100
*NSET,NSET=LB5,GENERATE
```

```
105,2105,100
*NSET,NSET=LB6,GENERATE
106,2106,100
*NSET,NSET=LB7,GENERATE
107,2107,100
*NSET,NSET=LB8,GENERATE
108,2108,100
*NSET,NSET=LB9,GENERATE
109,2109,100
*NSET,NSET=LB10,GENERATE
110,2110,100
*NSET,NSET=LB11,GENERATE
111,2111,100
*NSET,NSET=LB12,GENERATE
112,2112,100
*NSET,NSET=LB13,GENERATE
113,2113,100
*NSET,NSET=LB14,GENERATE
114,2114,100
*NSET,NSET=LB15,GENERATE
115,2115,100
*NSET,NSET=LB16,GENERATE
116,2116,100
*NSET,NSET=LB17,GENERATE
117,2117,100
*NSET,NSET=LB18,GENERATE
118,2118,100
*NSET,NSET=LB19,GENERATE
119,2119,100
*NSET,NSET=LB20,GENERATE
120,2120,100
*NSET,NSET=LB21,GENERATE
121,2121,100
*NSET,NSET=LB22,GENERATE
122,2122,100
*NSET,NSET=LB23,GENERATE
123,2123,100
*NSET,NSET=LB24,GENERATE
124,2124,100
*NSET,NSET=LB25,GENERATE
125,2125,100
*ELEMENT,TYPE=S9R5
101,101,301,303,103,201,302,203,102,202
*ELGEN,ELSET=EALL
101,12,2,2,10,200,200
*SHELL SECTION,MATERIAL=A1,ELSET=EALL
0.001232
*NODAL THICKNESS
LB1,0.001232
LB2,0.001226
LB3,0.001221
LB4,0.001216
LB5,0.001211
LB6,0.001206
LB7,0.001202
LB8,0.001198
LB9,0.001195
```


LB10,0.001193
LB11,0.001191
LB12,0.001190
LB13,0.001189
LB14,0.001190
LB15,0.001191
LB16,0.001193
LB17,0.001195
LB18,0.001198
LB19,0.001202
LB20,0.001206
LB21,0.001211
LB22,0.001216
LB23,0.001221
LB24,0.001226
LB25,0.001232
*MATERIAL,NAME=A1
*ELASTIC
201.00E3,0.3
*PLASTIC
339.,0.000000
340.,0.000660
341.,0.000694
342.,0.000729
343.,0.000766
344.,0.000805
345.,0.000846
350.,0.001080
351.,0.001134
352.,0.001190
353.,0.001249
354.,0.001311
355.,0.001375
356.,0.001442
357.,0.001513
358.,0.001586
359.,0.001663
360.,0.001744
361.,0.001828
362.,0.001916
363.,0.002008
364.,0.002104
365.,0.002205
370.,0.002779
375.,0.003491
380.,0.004373
390.,0.006800
*NSET,NSET=PXY
101,201,301,401,501,601,701,801,901,1001,1101
1201,1301,1401,1501,1601,1701,1801,1901,2001,2101
125,225,325,425,525,625,725,825,925,1025,1125
1225,1325,1425,1525,1625,1725,1825,1925,2025,2125
*BOUNDARY
PXY,3,5
SYMM,1
SYMM,5,6
2100,2

```

** USER SUBROUTINE FOLLOWS STEP DEFINITIONS
*MPC,USER, MODE=NODE
1,2101,2101,2100
1,2102,2102,2100
1,2103,2103,2100
1,2104,2104,2100
1,2105,2105,2100
1,2106,2106,2100
1,2107,2107,2100
1,2108,2108,2100
1,2109,2109,2100
1,2110,2110,2100
1,2111,2111,2100
1,2112,2112,2100
1,2113,2113,2100
1,2114,2114,2100
1,2115,2115,2100
1,2116,2116,2100
1,2117,2117,2100
1,2118,2118,2100
1,2119,2119,2100
1,2120,2120,2100
1,2121,2121,2100
1,2122,2122,2100
1,2123,2123,2100
1,2124,2124,2100
1,2125,2125,2100
2,2101,2102,2103,2104,2105,2106,2107,2108,2109,2110,2111,2112,2113
2114,2115,2116,2117,2118,2119,2120,2121,2122,2123,2124,2125,2100
*NSET,NSET=NOUT
N2100,SYMM,SUBR
*RESTART,WRITE,FREQUENCY=5
**
**   bending load
**
*STEP,INC=150,NLGEOM
APPLY BENDING
*STATIC
.1,0.2
*BOUNDARY
2100,6,6,1.353
*NODE PRINT,NSET=N2100
U
RF
*EL PRINT , FREQUENCY=0
E
*EL FILE , FREQUENCY=0
E
*NODE FILE,NSET=NOUT
U,RF
*END STEP
**
**   pressure load
**
*STEP , NLGEOM , INC=150
HOLD BENDING CONSTANT, APPLY PRESSURE ACTION
*STATIC

```

```

0.005, 1.00, 0.00001, 0.025
*DLOAD
EALL, P, -45.0
*NODE PRINT , NSET=N2100
U
RF
*NODE FILE , NSET=NOUT
U , RF
*EL PRINT , FREQUENCY=0
S
*EL FILE , FREQUENCY=0
S
LOADS
*NODE FILE,NSET=NOUT
U , RF
*END STEP
**
*USER SUBROUTINES
  SUBROUTINE MPC(UE,A,JDOF,MDOF,N,JTYPE,X,U,UNIT,MAXDOF,LMPC,
1           KSTEP,KINC,TIME,NT,NF,TEMP,FIELD,LTRAN,TRAN)
  INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
  DIMENSION UE(MDOF), A(MDOF,MDOF,N), JDOF(MDOF,N), X(6,N),
1           U(MAXDOF,N), UNIT(MAXDOF,N), TIME(2), TEMP(NT,N),
2           FIELD(NF,NT,N),LTRAN(N),TRAN(3,3,N)
  PARAMETER( NTRIAL = 12, TOLU = 1.D-10, TOLF = TOLU )

C
  IF ( JTYPE .EQ. 1 ) THEN
C
C   INITIAL BEAM AXIS DIRECTORS ==> MUST BE RESET FOR DIFFERENT
C   INITIAL SECTIONS ORIENTATIONS.
C   FOR 4-2-1-2
C
  COSF10 = 1.0
  SINF10 = 0.0
  COSFIB = COS(U(6,3))
  SINFIB = SIN(U(6,3))

C
C   DEPENDENT SHELL DEGREES OF FREEDOM
C
  JDOF(1,1) = 1
  JDOF(2,1) = 5
  JDOF(3,1) = 6
  A(1,1,1) = COSF10*COSFIB - SINF10*SINFIB
  A(2,2,1) = A(1,1,1)
  A(3,3,1) = 1.0

C
C   INDEPENDENT SHELL DEGREES OF FREEDOM
C
  JDOF(1,2) = 2
  JDOF(2,2) = 4
  A(1,1,2) = SINF10*COSFIB + COSF10*SINFIB
  A(2,2,2) = -A(1,1,2)

C
C   INDEPENDENT BEAM DEGREES OF FREEDOM
C
  JDOF(1,3) = 1
  JDOF(2,3) = 2

```

```

JDOF(3,3) = 6
A(1,1,3) = -A(1,1,1)
A(1,2,3) = -A(1,1,2)
A(1,3,3) = (X(1,1) + U(1,1) - X(1,3) - U(1,3) ) * A(2,2,2) +
1          ( X(2,2) + U(2,2) - X(2,3) - U(2,3) ) * A(1,1,1)
A(3,3,3) = -1.0

C
C
C   RECOVERY OF DEPENDENT SHELL DEGREES OF FREEDOM
C
C   UE(1) = X(1,3) + U(1,3) - X(1,1) -
1          (X(2,2) + U(2,2) - X(2,3) - U(2,3)) * A(1,1,2) / A(1,1,1)
C
C   USE NEWTON LOOP TO SOLVE FOR ROTATION VARIABLES
C
C   UE(2) = U(5,1)
C   UE(3) = U(6,1)
C   DO 100 K=1, NTRIAL

C
C   SUPPLY TRIGONOMETRIC FUNCTIONS
C
C   PHI = SQRT( U(4,1)*U(4,1) + UE(2)*UE(2) + UE(3)*UE(3) )
C   IF ( ABS(PHI) .GT. 0.01 ) THEN
C       FPHI = ( PHI - SIN(PHI) ) / PHI**3
C       GPHI = ( 1.0 - COS(PHI) ) / PHI**2
C       HPHI = SIN(PHI) / PHI
C   ELSE
C       FPHI = 1.0/6.0 - (1.0/120.0)*PHI**2
C       GPHI = 0.5 - (1.0/24.0)*PHI**2
C       HPHI = 1.0 - (1.0/6.0)*PHI**2
C   END IF

C
C   SUPPLY MATRIX COEFFICIENTS
C
C   TMPO = U(4,1)*COSF10 + UE(2)*SINF10
C   ABX  = COS(PHI)*COSF10 - HPHI*UE(3)*SINF10 + GPHI*U(4,1)*TMPO
C   ABY  = COS(PHI)*SINF10 + HPHI*UE(3)*COSF10 + GPHI*UE(2)*TMPO
C   ABZ  = HPHI*(U(4,1)*SINF10 - UE(2)*COSF10) + GPHI*UE(3)*TMPO
C   FY   = ABY - A(1,1,2)
C   FZ   = ABZ
C   DOT  = ABX*U(4,1) + ABY*UE(2) + ABZ*UE(3)
C   TMPO = ABZ*U(4,1) - ABX*UE(3)
C   BYY  = FPHI*UE(2)*TMPO + GPHI*(ABY*UE(2) - DOT)
C   BYZ  = FPHI*UE(3)*TMPO - HPHI*ABX + GPHI*ABZ*UE(2)
C   TMPO = ABX*UE(2) - ABY*U(4,1)
C   BZY  = FPHI*UE(2)*TMPO + HPHI*ABX + GPHI*ABY*UE(3)
C   BZZ  = FPHI*UE(3)*TMPO + GPHI*(ABZ*UE(3) - DOT)

C
C   SUMMED FUNCTION VALUES
C
C   ERRF = ABS(FY) + ABS(FZ)
C   IF ( ERRF .LE. TOLF ) RETURN

C
C   SOLVE LINEAR SYSTEM FOR CORRECTIONS (RETURNED IN FY AND FZ)
C
C   DET  = BYY*BZZ - BYZ*BZY
C   TMPO = ( BZZ*FY - BYZ*FZ ) / DET
C   FZ   = ( BYY*FZ - BZY*FY ) / DET

```

```

      FY    = TMPO
C
C      UPDATE SOLUTION
C
      ERRU = ABS(FY) + ABS(FZ)
      UE(2) = UE(2) + FY
      UE(3) = UE(3) + FZ
      IF ( ERRU .LE. TOLU ) RETURN
100  CONTINUE
C
      ELSE IF ( JTYPE .EQ. 2 ) THEN
C
C      COMPUTE NUMBER OF SHELL NODES AND NUMBER OF SHELLS
C
      NSHNOD = N - 1
      NSHELL = ( NSHNOD - 1 ) / 2
      UE(1) = 0.
C
C      CONTRIBUTION FROM SHELL NODES
C
      DO 10 I=1, NSHNOD
        IF ( I .EQ. 1 .OR. I .EQ. NSHNOD ) THEN
          WEIGHT = 1.0
        ELSE IF ( MOD(I,2) .EQ. 0 ) THEN
          WEIGHT = 4.0
        ELSE
          WEIGHT = 2.0
        END IF
        JDOF(1,I) = 2
        A(1,1,I) = WEIGHT
        IF ( I .NE. 1 ) UE(1) = UE(1) - WEIGHT*U(2,I)
10    CONTINUE
C
C      CONTRIBUTION FROM BEAM NODE
C
      JDOF(1,N) = 2
      A(1,1,N) = -6.0*NSHELL
      UE(1) = UE(1) - A(1,1,N)*U(2,N)
      END IF
C
      RETURN
      END

```