

OK

CONSULTA  
FD-3795  
Ed.rev.

São Paulo  
2004

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia

**Metodologia para o estudo do empeno  
desbalanceamento térmico em máquinas  
rotativas**

**Rubem Ribeiro Neto**

2004-07

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

São Paulo  
2004

Orientador:  
Prof. Dr. Silvio de Oliveira Júnior

Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia

# Metodologia para o estudo do empeno desbalanceamento térmico em máquinas rotativas

Rubem Ribeiro Neto

À Rosângela por todo o seu apoio e  
compreensão nos momentos em que  
deixei de estar ao seu lado enquanto  
realizava este trabalho.

## AGRADECIMENTOS

Ao amigo e orientador Prof. Dr. Sílvio de Oliveira Júnior pelas orientações e incentivo, mesmo quando eu pensei em mudar de rumo.

À GEVISA S/A e aos colegas, Ney T. Merheb, Renato A. Hofstatter, e Marc Flammia pelo material fornecido e apoio.

Ao amigo Nelson Y. Kawasaki por todo o estímulo durante o projeto e pelo apoio no tratamento dos dados de vibração dos experimentos que realizamos juntos.

Aos meus pais Rubem e Esméria, que desde cedo me incentivaram a sempre continuar meus estudos.

Ao Prof. Dr. Francisco Nigro e ao Prof. Dr. Demétrio C. Zachariadis pelas orientações durante a qualificação e fase final deste trabalho.



# SUMÁRIO

1	Introdução.....	1
1.1	Histórico.....	1
1.2	Definição do problema.....	2
1.3	Objetivo.....	4
1.4	Motivação para o estudo das causas do empeno desbalanceamento térmico.....	5
2	Revisão bibliográfica.....	8
2.1	Estudo de caso de um disco de freio.....	9
2.2	Motor elétrico de indução - Finley e Hodowanec.....	12
2.2.1	Parâmetros de controle da interface pacote-eixo.....	13
2.2.2	Homogeneidade das barras e suas ligações.....	14
2.2.3	Parâmetros de controle da interface barra-ranhura.....	15
2.3	Turbo Gerador.....	16
3	Análise Teórica.....	18
3.1	Origem das vibrações no eixo e na estrutura de um motor elétrico de indução.....	18
3.2	Máquina naturalmente balanceada.....	21
3.3	Afastamento da rotação de trabalho da rotação crítica do rotor.....	23
3.4	Parâmetros que influenciam a rotação crítica do rotor.....	24
3.4.1	Coefficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo.....	25
3.4.2	Massa e rigidez do rotor.....	26
3.4.3	Rigidez da carga do motor.....	27
3.5	Métodos para o cálculo das rotações críticas de rotores.....	29
3.5.1	Método de Dunkerley e método de Rayleigh.....	30
3.5.2	Método dos elementos finitos no cálculo da resposta ao desbalanceamento de um rotor.....	31
3.5.3	Matrizes de rigidez para cada um dos elementos utilizados.....	32
3.6	Caracterização do empeno desbalanceamento térmico.....	35
4	Metodologia.....	37
4.1	Modelo de elementos finitos.....	39
4.2	Hipóteses sugeridas como causa do empeno desbalanceamento térmico do rotor de máquinas elétricas.....	40
4.3	Hipóteses adotadas no modelo de elementos finitos.....	43
4.4	Considerações sobre as hipóteses adotadas.....	43

Lista de figuras

Lista de tabelas

Lista de abreviaturas

Lista de equações

Lista de símbolos

Resumo

“Abstract”

45	4.5	Cálculo dos coeficientes dos elementos de mola linear	45
47	4.6	Propriedades dos materiais utilizados	47
48	4.7	Tratamento dos resultados das análises por elementos finitos	48
50	4.8	Discussão sobre o grau de desbalançamento exigido pela API 541 [3]	50
51	4.9	Modelo de elementos finitos do rotor para análise dinâmica	51
53	5	Estudos de Caso	53
53	5.1	Descrição dos carregamentos	53
53	5.1.1	Caso 1 – Barras com diferentes temperaturas	53
54	5.1.2	Caso 2 – Barras presas e barras livres	54
55	5.1.3	Caso 3 – Barras presas em uma extremidade e livres em outra	55
56	5.1.4	Caso 4 – Mudança da distribuição das pressões do pacote sobre o eixo	56
56	5.2	Resultados das análises estáticas por elementos finitos	56
56	5.2.1	Caso 1 – Barras com diferentes temperaturas	56
60	5.2.2	Caso 2 – Barras presas e barras livres	60
63	5.2.3	Caso 3 – Barras presas em uma extremidade e livres em outra	63
65	5.2.4	Caso 4 – Mudança da distribuição das pressões do pacote sobre o eixo	65
68	5.3	Rotor em alumínio	68
68	5.3.1	Rotor em alumínio – Análise Teórica Comparativa	68
70	5.3.2	Resultados da análise estática para o rotor em alumínio – (Caso 1)	70
72	5.3.3	Resultados das análises estáticas para o rotor rígido em cobre – (Caso 1)	72
75	5.4	Resultados das análises dinâmicas	75
77	5.4.1	Modelos originais a frio	77
78	5.4.2	Rotor flexível com barras de cobre	78
81	5.4.3	Rotor flexível com barras de alumínio	81
83	5.4.4	Rotor rígido com barras de cobre	83
86	5.5	Resultados das Análises dinâmicas – Modelos com o efeito do empeno desbalançamento térmico	86
86	5.5.1	Rotor flexível com barras de cobre – Caso 1	86
88	5.5.2	Rotor flexível com barras de cobre – Caso 2	88
90	5.5.3	Rotor flexível com barras de cobre – Caso 3	90
92	5.5.4	Rotor flexível com barras de cobre – Caso 4	92
94	5.5.5	Rotor flexível com barras de alumínio – Caso 1	94
96	5.5.6	Rotor rígido com barras de cobre – Caso 1	96
99	6	Conclusões	99
99	6.1	Discussão sobre a metodologia aplicada	99
100	6.2	Discussão dos resultados das análises dinâmicas	100
100	6.2.1	Avaliação dos resultados dos modelos com desbalançamento residual grau ISO 6.3	100
100	6.2.2	Considerações sobre o “shaft runout” e os valores de vibrações medidos experimentalmente em comparação aos valores previstos por análise	100
100	6.2.3	Avaliação dos resultados dos modelos com empeno desbalançamento térmico somado ao desbalançamento residual grau ISO 6.3	100
102	6.2.4	Considerações sobre o projeto dinâmico do rotor	102
105	6.3	Regras para o projeto básico do rotor de máquinas elétricas	105
107	6.3.1	Outras considerações sobre as vibrações em máquinas elétricas	107
108	6.3.2	Considerações finais sobre o projeto de máquinas elétricas	108
108	6.4	Generalizações sobre o projeto de rotores com baixa sensibilidade térmica	108
108	6.4.1	Projeto dinâmico do rotor e dos suportes dos mancais	108
109	6.4.2	Continuidade das deformações	109
110	6.4.3	Aplicações	110
112	7	Referências Bibliográficas	112

10	Figura 1 – Configuração inicial do disco de freio [8].
11	Figura 2 – Esquema da mudança de contato entre o disco e a pastilha durante o resfriamento [8].
12	Figura 3 – Configuração final do disco de freio [8].
16	Figura 4 – Corte transversal da barra, ranhura e envoltória [7].
19	Figura 5 – Componentes da vibração em um eixo de motor elétrico de indução.
20	Figura 6 – Componentes da vibração na caixa do mancal (carga) de um motor elétrico de indução.
22	Figura 7 – Ilustração exemplificando um equipamento onde o conceito de máquina naturalmente balanceada não foi observado.
24	Figura 8 – Modelo dinâmico do rotor [13].
25	Figura 9 – Detalhe dos coeficientes de rigidez do mancal e carga [13].
36	Figura 10 – Caracterização do empeno desbalanceamento térmico.
38	Figura 11 – Fluxograma da metodologia proposta para se estudar o empeno desbalanceamento térmico em máquinas rotativas.
39	Figura 12 – Um rotor gaiola de esquilo, similar ao rotor utilizado nos estudos de caso (Cortesia da GEVISA S/A).
40	Figura 13 – Vista geral do modelo de elementos finitos utilizado.
41	Figura 14 – Corte longitudinal de um rotor do tipo “gaiola de esquilo”.
52	Figura 15 – Modelo dinâmico do rotor.
54	Figura 16 – Variação radial da temperatura do núcleo do rotor.
57	Figura 17 – Legenda das análises em elementos finitos.
58	Figura 18 – Vista em perspectiva das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.
59	Figura 19 – Vista lateral das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.
60	Figura 20 – Vista lateral das deformações do eixo, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.
61	Figura 21 – Vista em perspectiva das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 2.
61	Figura 22 – Vista lateral das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 2.
61	Figura 23 – Vista lateral das deformações do eixo, quando este está submetido ao caso de carregamento 2.
61	Figura 24 – Vista em perspectiva das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 3.
63	Figura 25 – Vista lateral das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 3.
64	Figura 26 – Vista lateral das deformações do eixo, quando este está submetido ao caso de carregamento 3.
64	Figura 27 – Vista em perspectiva das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 4.
66	Figura 28 – Vista lateral das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 4.
66	Figura 29 – Vista lateral das deformações do eixo, quando este está submetido ao caso de carregamento 4.
67	Figura 30 – Corte transversal do núcleo de um rotor do tipo gaiola de esquilo.
69	Figura 31 – Vista em perspectiva das deformações do rotor com barras de alumínio, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.
70	Figura 32 – Vista lateral das deformações do rotor com barras de alumínio, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.
71	Figura 33 – Vista lateral das deformações do eixo com barras em alumínio, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.
71	Figura 34 – Vista em perspectiva das deformações do rotor com barras de cobre do tipo rígido, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.
73	Figura 35 – Vista lateral das deformações do rotor com barras de cobre do tipo rígido, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.
74	Figura 36 – Vista lateral das deformações do rotor com barras de cobre do tipo rígido, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.

## LISTA DE FIGURAS

74	este esta submetido ao caso de carregamento 1.
78	Figura 37 – Legenda das figuras das análises dinâmicas.
79	Figura 38 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, rotor flexível e barras de cobre, desbalançamento ISO grau 6.3.
80	Figura 39 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, rotor flexível e barras de cobre, desbalançamento ISO grau 6.3.
80	Figura 40 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, rotor flexível e barras de cobre, desbalançamento ISO grau 6.3.
82	Figura 41 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, rotor flexível e barras de alumínio, desbalançamento ISO grau 6.3.
82	Figura 42 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, rotor flexível e barras de alumínio, desbalançamento ISO grau 6.3.
83	Figura 43 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, rotor flexível e barras de alumínio, desbalançamento ISO grau 6.3.
84	Figura 44 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, rotor rígido e barras de cobre, desbalançamento ISO grau 6.3.
84	Figura 45 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, rotor rígido e barras de cobre, desbalançamento ISO grau 6.3.
85	Figura 46 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, rotor rígido e barras de cobre, desbalançamento ISO grau 6.3.
85	Figura 47 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.
87	Figura 48 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.
87	Figura 49 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.
88	Figura 50 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 2.
89	Figura 51 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 2.
89	Figura 52 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 2.
90	Figura 53 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 3.
91	Figura 54 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 3.
91	Figura 55 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 3.
92	Figura 56 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 4.
93	Figura 57 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 4.
93	Figura 58 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 4.
94	Figura 59 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, rotor de barras em alumínio, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.
95	Figura 60 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, rotor de barras em alumínio, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.
95	Figura 61 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, rotor de barras em alumínio, desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.
96	Figura 62 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, rotor rígido e com gaiola de cobre desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.
97	Figura 63 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, rotor rígido e com gaiola de cobre desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.
97	Figura 64 – Resposta ao desbalançamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, rotor rígido e com gaiola de cobre desbalançamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.

## LISTA DE TABELAS

48	Tabela 1 – Propriedades dos materiais utilizados.
76	Tabela 2 – Valores de desbalançamento para as análises dinâmicas.
76	Tabela 3 – Valores de desbalançamento resultante nas análises dinâmicas.
79	Tabela 4 – Resultados do rotor flexível de barras em cobre, grau de desbalançamento ISO 6.3.
81	Tabela 5 – Resultados do rotor flexível de barras em alumínio, grau de desbalançamento ISO 6.3.
84	Tabela 6 – Resultados do rotor rígido de barras em cobre, grau de desbalançamento ISO 6.3.
86	Tabela 7 – Resultados do rotor flexível de barras em latão, caso de carga 1 e grau de desbalançamento inicial ISO 6.3.
88	Tabela 8 – Resultados do rotor flexível de barras em latão, caso de carga 2 e grau de desbalançamento inicial ISO 6.3.
90	Tabela 9 – Resultados do rotor flexível de barras em latão, caso de carga 3 e grau de desbalançamento inicial ISO 6.3.
92	Tabela 10 – Resultados do rotor flexível de barras em latão, caso de carga 4 e grau de desbalançamento inicial ISO 6.3.
94	Tabela 11 – Resultados do rotor flexível de barras em alumínio, caso de carga 1 e grau de desbalançamento inicial ISO 6.3.
96	Tabela 12 – Resultados do rotor rígido e com gaiola de cobre, caso de carga 1 e grau de desbalançamento inicial ISO 6.3.
100	Tabela 13 – Resultados de vibração para a harmônica de rotação do rotor para os casos onde se considerou o desbalançamento residual ISO grau 6.3.
102	Tabela 14 – Aumento absoluto da vibração para a velocidade de operação para cada caso de carga analisado.
103	Tabela 15 – Valor absoluto da vibração para as velocidades críticas para cada caso de carga analisado.

API – American Petroleum Institute.  
NEMA – National Electric Manufacturers Association.  
MEF – Método dos Elementos Finitos  
IEE – The Institution of Electrical Engineers  
IEBE – The Institute of Electrical and Electronics Engineers

## LISTA DE ABREVIATURAS

## LISTA DE EQUAÇÕES

- (1) Freqüência natural de uma barra bi-apoiada
- (2) Rigidez transversal de uma viga bi-apoiada
- (3) Momento de inércia da seção transversal de uma viga de seção circular
- (4) Freqüência natural de um rotor segundo Dunkerley [1]
- (5) Freqüência natural de um rotor segundo Rayleigh [1]
- (6) Equação dinâmica para o sistema do rotor
- (7) Equação dinâmica para o sistema do rotor na forma de resultantes de forças
- (8) Matriz de massa para o elemento de barra bi-dimENSIONAL com 4 graus de liberdade
- (9) Matriz de rigidez para o elemento de barra bi-dimENSIONAL com 4 graus de liberdade
- (10) Matriz de massa para o elemento de massa com 4 graus de liberdade
- (11) Matriz de rigidez para o elemento mola e amortecedor bi-dimENSIONAL com 2 graus de liberdade
- (12) Matriz de amortecimento para o elemento mola e amortecedor bi-dimENSIONAL com 2 graus de liberdade
- (13) Matriz de massa para o elemento de massa bi-dimENSIONAL com 2 graus de liberdade
- (14) Matriz de rigidez para o elemento mola bi-dimENSIONAL com 2 graus de liberdade
- (15) Rigidez à flexão de uma viga bi-apoiada
- (16) Rigidez axial de uma viga bi-apoiada
- (17) Força de expansão devido à dilatação térmica axial da barra do rotor
- (18) Força de expansão devido à dilatação térmica axial do pacote na vizinhança da barra
- (19) Razão entre a razão das forças em um rotor de gaiola de cobre e a razão das forças em um rotor de gaiola de alumínio
- (20) Máximo desbalanceamento residual permitido por plano de balanceamento conforme API 541 [3]

## LISTA DE SÍMBOLOS

### *Letras gregas*

$\alpha$	Coefficiente de expansão térmica linear ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
$\alpha_{al}$	Coefficiente de expansão térmica linear da barra de alumínio ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
$\alpha_{co}$	Coefficiente de expansão térmica linear da barra de cobre ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
$\alpha_p$	Coefficiente de expansão térmica linear do pacote de lâminas ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
$\Delta T$	Diferença de temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )
$\Delta T_b$	Diferença de temperatura da barra ( $^{\circ}\text{C}$ )
$\Delta T_p$	Diferença de temperatura do pacote de lâminas ( $^{\circ}\text{C}$ )
$\Delta t$	Intervalo de tempo (s)
$\epsilon$	Deformação relativa (adimensional)
$\nu$	Coefficiente de Poisson (adimensional)
$\pi$	Número PI (adimensional)
$\rho$	Densidade ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$\omega$	Frequência natural (Hz)
$\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$	Frequência natural de cada componente do rotor (Hz)
$\omega_n$	Frequência natural (Hz)

### *Letras minúsculas*

$d$	Diâmetro do eixo (m)
$g$	Aceleração da gravidade ( $\text{m}/\text{s}^2$ )
$k$	Rigidez ( $\text{N}/\text{m}$ )
$l$	Comprimento (m)
$l_b$	Comprimento da barra (m)
$l_{op}$	Comprimento do pacote de lâminas (m)
$m$	Massa do eixo (kg)
$y_1, y_2, \dots, y_n$	Deflexão estática do eixo na posição de cada componente (m)

### *Letras maiúsculas (escalares)*

$A$	Área da seção transversal do eixo ( $\text{m}^2$ )
$A_b$	Área da seção transversal da barra ( $\text{m}^2$ )
$A_p$	Área da seção transversal do pacote que envolve a barra ( $\text{m}^2$ )
$C_{xx}$	Coefficiente de amortecimento do filme de óleo do mancal na direção x ( $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ )
$C_{yy}$	Coefficiente de amortecimento do filme de óleo do mancal na direção y ( $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ )
$C_{xy}$	Coefficiente cruzado de amortecimento do filme de óleo do mancal na direção x, dado um deslocamento em y ( $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}$ )



Coefficiente cruzado de amortecimento do filme de óleo do mancal na direção y dado um deslocamento em x (N.s/m)	Cyx,
Amortecimento do elemento i na direção x em relação ao nó i (N.s/m)	Dxx <sub>i</sub> ,
Amortecimento cruzado do elemento i na direção x em relação ao nó i	Dxy <sub>i</sub> ,
Amortecimento cruzado do elemento i na direção y em relação ao nó i	Dyx <sub>i</sub> ,
Amortecimento cruzado do elemento i na direção y em relação ao nó j	Dyx <sub>j</sub> ,
Amortecimento do elemento i na direção y em relação ao nó j (N.s/m)	Dyy <sub>i</sub> ,
Módulo de elasticidade da barra de alumínio (MPa)	E <sub>al</sub> ,
Módulo de elasticidade da barra (MPa)	E <sub>b</sub> ,
Módulo de elasticidade da barra de cobre (MPa)	E <sub>cu</sub> ,
Módulo de elasticidade do pacote de lamínas (MPa)	E <sub>p</sub> ,
Força de expansão térmica atuante na barra (MPa)	F <sub>p</sub> ,
Força de expansão térmica atuante no pacote de lamínas (MPa)	F <sub>p</sub> ,
Momento de inércia da seção transversal (m <sup>4</sup> )	I,
Inércia do elemento i na direção x, em relação ao nó i (kg.m <sup>2</sup> )	Ixx <sub>i</sub> ,
Inércia do elemento i na direção x, em relação ao nó j (kg.m <sup>2</sup> )	Ixx <sub>j</sub> ,
Inércia do elemento i na direção y em relação ao nó i (kg.m <sup>2</sup> )	Iyy <sub>i</sub> ,
Inércia do elemento i na direção y em relação ao nó j (kg.m <sup>2</sup> )	Iyy <sub>j</sub> ,
Rigidez do elemento i na direção x em relação ao nó i (N/m)	Kxx <sub>i</sub> ,
Rigidez do elemento i na direção x em relação ao nó j (N/m)	Kxx <sub>j</sub> ,
Rigidez cruzada do elemento i na direção x em relação ao nó i (N/m)	Kxy <sub>i</sub> ,
Rigidez cruzada do elemento i na direção x em relação ao nó j (N/m)	Kxy <sub>j</sub> ,
Rigidez cruzada do elemento i na direção y em relação ao nó i (N/m)	Kyx <sub>i</sub> ,
Rigidez cruzada do elemento i na direção y em relação ao nó j (N/m)	Kyx <sub>j</sub> ,
Rigidez do elemento i na direção y em relação ao nó i (N/m)	Kyy <sub>i</sub> ,
Rigidez do elemento i na direção y em relação ao nó j (N/m)	Kyy <sub>j</sub> ,
Coefficiente de rigidez do filme de óleo do mancal na direção x (N/m)	Kxx,
Coefficiente de rigidez do filme de óleo do mancal na direção y (N/m)	Kyy,
Coefficiente cruzado de rigidez do filme de óleo do mancal na direção x, dado um deslocamento em y (N/m)	Kxy,
Coefficiente cruzado de rigidez do filme de óleo do mancal na direção y, dado um deslocamento em x (N/m)	Kyx,
Comprimento entre os mancais ou comprimento do elemento de barra (m)	L,
Massa concentrada no centro do eixo (kg)	M,
Massa do pedestal na direção x (kg)	Mx,
Massa do pedestal na direção y (kg)	My,
Massa do elemento i na direção x (kg)	Mx <sub>(i)</sub> ,
Massa do elemento i na direção y (kg)	My <sub>(i)</sub> ,
Rotação da máquina (rpm)	N,
Coefficiente de rigidez do suporte do mancal na direção x (N/m)	PKxx,

PKyy,	Coefficiente de rigidez do suporte do mancal na direção y (N/m)
PKxy,	Coefficiente cruzado de rigidez do suporte do mancal na direção x, dado um deslocamento em y (N/m)
PKyx,	Coefficiente cruzado de rigidez do suporte do mancal na direção y dado um deslocamento em x (N/m)
PCxx,	Coefficiente de amortecimento do suporte do mancal na direção x (N.s/m)
PCyy,	Coefficiente de amortecimento do suporte do mancal na direção y (N.s/m)
PCxy,	Coefficiente cruzado de amortecimento do suporte do mancal na direção x, dado um deslocamento em y (N.s/m)
PCyx,	Coefficiente cruzado de amortecimento do suporte do mancal na direção y dado um deslocamento em x (N.s/m)
R <sub>1</sub> ,	Razão entre as forças da barra de cobre e o pacote de lâminas (adimensional)
R <sub>2</sub> ,	Razão entre as forças da barra de alumínio e o pacote de lâminas (adimensional)
U <sub>b</sub> ,	Máximo desbalanceamento permitido (g.mm)
W,	Carga no mancal do lado do plano de balanceamento (kgf)

*Letras maiúsculas (vetores e matrizes)*

C,	Matriz de amortecimento
D <sub>(i)</sub> ,	Matriz de amortecimento do elemento i
F <sub>I(i)</sub> ,	Matriz das forças de inércia no instante t
F <sub>D(i)</sub> ,	Matriz das forças de amortecimento no instante t
F <sub>E(i)</sub> ,	Matriz das forças elásticas no instante t
K,	Matriz de rigidez
K <sub>(i)</sub> ,	Matriz de rigidez do elemento i
M,	Matriz de massa
M <sub>(i)</sub> ,	Matriz de massa do elemento i
R,	Matriz de forças externas
R <sub>(i)</sub> ,	Matriz de forças externas no instante t
U,	Matriz de deslocamento
U <sub>.</sub> ,	Matriz de velocidade
U <sub>.</sub> ,	Matriz de aceleração

Propõe-se uma metodologia para analisar as causas do aumento das vibrações em máquinas rotativas em função da variação de temperatura e/ou deformações desiguais das partes do rotor. Utilizando um modelo de elementos finitos do rotor e de análises estáticas lineares, calculam-se as deformações ocasionadas no rotor. Através de uma rotina computacional calcula-se o desbalanceamento introduzido pelos efeitos térmicos e então este resultado, juntamente com a deformada da linha neutra do eixo é utilizado em um outro modelo em elementos finitos, que calcula a resposta ao desbalanceamento do rotor. Aplica-se a metodologia proposta em um rotor de máquina elétrica 2 pólos. Como base teórica para o estudo revisam-se os conceitos de dinâmica de rotores, em especial o cálculo de velocidades críticas, assim como a origem das deformações térmicas envolvidas. Os resultados das análises são comparados com estudos semelhantes realizados por outros autores sobre o tema. Ao final generalizam-se as conclusões para outros sistemas rotativos onde este efeito é importante. Conclui-se que tanto um bom projeto dinâmico, reduzindo o fator de amplificação da resposta do rotor na velocidade de operação, como um projeto capaz de distribuir igualmente as deformações térmicas, reduzindo o empeno desbalanceamento introduzido pela variação de temperatura, são importantes para reduzir o fenômeno.

## RESUMO

## “ABSTRACT”

A methodology to evaluate the root causes of vibration increase in rotary machinery as function of temperature change and/or uneven rotor parts deformation is proposed. Using a finite element model of the rotor and linear static analysis, the rotor displacements and strains are calculated. Using a computer program the unbalance due to thermal effects is calculated and this result with the rotor neutral axis deformed shape is used as load in another finite element model that gives the rotor unbalance response. The methodology developed is applied in a 2-pole induction machine rotor. As theoretical background of this research the rotor dynamic concepts are revised, with special attention to the critical speed analysis, as well as the thermal stress-strain origin in this type of rotor. The analysis results are compared against similar studies done by others about this subject. The conclusions are extended to other rotary machinery where this effect is important to the overall vibration levels. It is concluded that both the rotor dynamic design, reducing the amplification factor of the rotor response at operating speed, as well as a mechanical design of the rotor that is capable of evenly distributing the thermal strain, without introducing shaft bow and unbalance as a result of temperature change, are important in order to reduce the phenomena.

## **1 Introdução**

### **1.1 Histórico**

A roda foi sem dúvida uma das maiores invenções da humanidade. Este conceito proporcionou à humanidade várias alternativas e facilidades, as quais antes da sua descoberta, não eram possíveis. Facilitou e modificou os meios de transporte, permitiu o aumento de força e torque através de polias e engrenagens, possibilitou uma eficiente maneira de converter uma forma de energia em outra, entre muitas outras aplicações.

Com certeza desde a mais primordial forma de roda que o homem inventou, também surgiu o problema do desbalançamento em um sistema rotativo. O desbalançamento em um sistema rotativo é altamente indesejável, pois acarreta queda de rendimento, desgaste prematuro de componentes, entre outros problemas.

Antes da consolidação das leis da mecânica clássica o homem enfrentava o problema de uma maneira não científica e em razão disso era difícil construir máquinas de rotação elevada.

A revolução industrial gerou a necessidade de sistemas rotativos que operassem a rotações cada vez maiores e isso acabou levando a muitas pesquisas e por consequência ao desenvolvimento de tecnologias na área de máquinas rotativas. Isso possibilitou que máquinas de rotações elevadas fossem projetadas, construídas e operassem com segurança. De acordo com Loewy e Piarulli [1], o primeiro trabalho sobre dinâmica de rotores data de 1869, publicado por Rankine, o que evidencia o impulso dado nesta área pela revolução industrial e pela necessidade de gerar energia elétrica.

Olhando apenas do ponto de vista da mecânica newtoniana, isto é, levando em conta apenas os efeitos de rigidez e inércia do sistema, hoje o homem moderno possui conhecimentos suficientes para projetar máquinas rotativas até rotações bastante elevadas, já que os fenômenos envolvidos são bem representados por estas leis.

Porém, se a mecânica newtoniana proporciona conhecimentos físicos suficientes e se hoje existem ferramentas matemáticas e computacionais fantásticas, por que sistemas

tão simples quanto um disco de freio de um automóvel mesmo quando bem projetados do ponto de vista da mecânica newtoniana apresentam problemas de vibração ainda “jovens”?

Por uma razão muito simples. Os efeitos de inércia e rigidez não são os únicos presentes no sistema. Efeitos hidrodinâmicos, de temperatura e outros mais estão presentes e precisam ser considerados em muitos casos.

Em sistemas como turbinas a gás ou vapor, discos de freio, motores de combustão e motores elétricos, só para citar os mais estudados, existem evidências de que o aumento e/ou diminuição da temperatura tem um papel muito importante no comportamento dinâmico destas máquinas quando em operação.

## 1.2 Definição do problema

Todo rotor de uma máquina rotativa possui um desbalanceamento residual mesmo após o seu balanceamento na máquina de balancear. Segundo Hartog [2], o nível de vibração que a máquina irá apresentar em operação, depende entre outros fatores, do desbalanceamento residual que resta no rotor da máquina após o balanceamento.

Alguns rotores de máquinas como motores elétricos e turbinas a gás ou vapor, mesmo quando balanceados dentro dos limites exigidos, apresentam um aumento do nível de vibração assim como mudança da fase da mesma quando em operação. Isto ocorre em razão do aumento de temperatura do rotor. O aumento de temperatura acarreta o fenômeno conhecido como “vetor térmico”, já que rodando a frio a máquina apresenta um certo valor e fase de vibração, e a quente outros.

Este fenômeno ocorre devido à deformação não homogênea do rotor com a temperatura, o que acaba por empenar o rotor e mudar o seu centro de gravidade, alterando o seu desbalanceamento residual.

Cada vez mais, os códigos que regulam os limites de vibração aceitáveis nos motores elétricos, exigem valores de velocidade de vibração e amplitude cada vez menores,

assim como estabelecem que este valor deve ser com a máquina em carga. Isto significa que mesmo com o aquecimento das partes do rotor o motor elétrico de indução deve manter um baixo nível de vibração.

Em uma máquina elétrica o componente de maior custo de fabricação e material é o estator, sendo assim, o projeto elétrico da máquina procura sempre minimizar o gasto deste componente e isto acaba praticamente impondo uma condição muito interessante para operação do rotor da máquina. Nos motores com potência maior do que 200 kW, em geral os rotores de 4 pólos ou mais trabalham abaixo da primeira velocidade crítica, enquanto os rotores de 2 pólos acabam trabalhando acima da sua primeira velocidade crítica na maioria dos casos.

Muitos são os fatores que influem no valor da velocidade crítica do rotor e nos níveis de vibração quando da máquina em operação, como rigidez do eixo, rigidez dos mancais, rigidez da carga, etc. Porém no caso de motores 2 pólos, como o eixo é pouco rígido por imposição do projeto elétrico do estator, por mais que se aumente a rigidez da carga, a rotação crítica esta limitada pela rigidez do eixo, o que acaba praticamente impondo que o rotor 2 pólos opere acima da sua primeira crítica.

O fato acima, aliado à maior rotação do motor 2 pólos e maior aumento de temperatura do rotor acaba por torná-lo mais sensível ao "vetor térmico". Entretanto, os códigos exigem níveis de vibração menores para esses motores.

As condições de operação dos motores 2 pólos e os níveis de vibração exigidos pelo mercado atualmente, geram a necessidade de um projeto mecânico mais robusto da carga do motor e do rotor. No caso do projeto da carga, um projeto robusto, significa um sistema rígido suficiente que minimize a vibração nos componentes da máquina, proveniente das partes rotativas e que ataste as frequências naturais das partes da carga o suficiente da excitação do rotor e da frequência da rede elétrica. Estes requisitos de projeto e comportamento dinâmico acerca da carga, são exigidos pela norma API 541 [3] para componentes cujas frequências naturais se encontrem até a terceira harmônica da rotação do rotor.

Atualmente, é possível balancear o rotor até níveis bem baixos de desbalanceamento residual, mesmo para rotores que operam acima da primeira velocidade crítica, porém isto somente não garante que a máquina apresentará um baixo nível de vibração quando da mesma em operação.

Dentre todos os efeitos que aumentam os níveis de vibração quando da máquina em operação, o mais difícil de corrigir após a fabricação do rotor é o “vetor térmico” extremamente elevado. Geralmente quando isto ocorre acaba sendo necessário a construção de um novo rotor. Isto significa que é necessário um estudo bem conduzido sobre como o “vetor térmico” aparece e quais os parâmetros mais importantes que contribuem para o mesmo. Sendo assim, será possível propor um novo modelo de rotor onde este efeito seja minimizado, sem potencializar outros efeitos que possam aumentar os níveis de vibração.

Encontrou-se somente literatura em Inglês sobre este tema, o qual aparece geralmente como “thermal vector”, “thermal sensitivity” ou “thermal bow”. Adotou-se o nome em Português de empeno desbalanceamento térmico, por este descrever melhor o fenômeno que ocorre, que é um empenamento do rotor somado a um desbalanceamento, que tem como origem deformações térmicas. Em algumas partes do texto a expressão “vetor térmico” é utilizada entre aspas, fazendo referência à tradução literal do termo em Inglês.

### 1.3 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo revisar os conceitos do projeto dinâmico de uma máquina elétrica e desenvolver uma metodologia para estudar os principais efeitos que acarretam o fenômeno de empeno desbalanceamento térmico (aumento de intensidade e mudança de fase da vibração) em um motor elétrico de grande porte de dois pólos. Após a análise da configuração construtiva inicial e dos parâmetros que mais contribuem para o aumento do “vetor térmico”, uma configuração mais robusta será proposta de maneira a minimizar o empeno desbalanceamento causado pelo aumento de temperatura.



As conclusões obtidas e a metodologia desenvolvida ao longo do texto podem então ser generalizadas, de maneira a servir de guia para o projeto de outros rotores onde efeitos semelhantes sejam observados.

#### **1.4 Motivação para o estudo das causas do empeno desbalançamento térmico**

Hartog [2] e Rao [4] mostram a necessidade de margens de separação entre a rotação de trabalho do rotor e sua frequência natural. A norma API 541[3] exige uma margem de separação de 15%. A norma API 684 [5], por outro lado, estabelece margens de separação como função do fator de amplificação, e até mesmo permite que o rotor opere na sua velocidade crítica, caso o fator de amplificação seja menor do que 2,5.

Caso este conceito não seja seguido, de modo que a rotação crítica esteja muito próxima da rotação de trabalho, teoricamente é um dos fatores que devem em muito contribuir para um empeno desbalançamento térmico elevado. Em projetos desenvolvidos durante os anos 50 e 60 era difícil de se prever com precisão os valores de rotação crítica, pelas razões que se seguem.

Em primeiro lugar era difícil modelar o sistema com todos os parâmetros necessários, tais como: rigidez do eixo, mancais, carga e os respectivos coeficientes de amortecimento.

Em segundo lugar, na época defendia-se muito a tese do rotor rígido, ou seja, de que o rotor deveria operar necessariamente abaixo de sua primeira crítica. Também não existia uma definição clara do conceito de rotor rígido. Definia-se um rotor rígido apenas com base no sistema dinâmico da rigidez do eixo. Mancais e suportes estavam fora da definição. Este fato histórico é interessante, pois este conceito de rotor rígido, era defendido entre os principais fabricantes de motores elétricos de indução, embora rotores flexíveis já fossem utilizados desde a década de 40 por fabricantes de turbo geradores, conforme evidencia Rao [4].

Isto levava a conclusões e projetos equivocados, já que a influência dos mancais e suportes mostra-se experimental e numericamente importante. Atualmente, as melhores definições de rotor e eixo flexível se encontram na norma API 684 [5], onde estas definições são corretamente apresentadas e também onde se encontra um excelente tutorial para análise dinâmica de rotores. Rao [4] também apresenta com clareza as definições de rotor rígido e de rotor flexível, além de diversos métodos para o cálculo da rotação crítica.

Os fatos mencionados acima, acabaram por gerar padrões construídos onde a rotação crítica era muito próxima da velocidade de trabalho. As máquinas projetadas dessa maneira apresentam um comportamento interessante, já que uma unidade pode não apresentar "vetor térmico" elevado e outra, geometricamente igual à primeira pode apresentar um empeno desbalançamento térmico extremamente elevado, ou seja, não existe repetitividade de resultados para o mesmo padrão construído. Isso inicialmente faz pensar que, o problema tende a estar no processo e não no projeto, porém será mostrado que além dos eventuais problemas de processo, um rotor bem projetado dinamicamente é menos sensível às variações do processo.

A separação entre a rotação crítica do rotor e a sua velocidade de trabalho e as respostas em amplitude que o sistema apresenta nas velocidades de operação, mostram-se em parâmetros importantes para a redução do empeno desbalançamento térmico em máquinas elétricas, como evidenciam os dados experimentais levantados pelo autor de máquinas adequadamente projetadas de acordo com este critério, mas também podem não ser suficientes, já que não se sabe a priori qual será o empeno desbalançamento térmico causado pelo aumento de temperatura.

Além disso, pode ser que em máquinas de velocidade variável, não seja possível evitar as críticas para toda a faixa de operação e então o conhecimento dos parâmetros que contribuem para o "vetor térmico" e como controlá-lo tornam-se importantes.

Neste trabalho são apresentadas algumas hipóteses de como pode ocorrer o empeno desbalançamento térmico do rotor e são feitas simulações por elementos finitos para

se concluir quais das hipóteses apresentaram-se como as principais responsáveis por este fenômeno. Ao final propõem-se soluções para controlar e/ou reduzir este efeito.

Apesar do conceito exposto na primeira seção ser óbvio demais, até recentemente ainda era um conceito pouco explorado, pois exigia recursos computacionais mais sofisticados. Hoje é possível projetar um rotor considerando praticamente todos os parâmetros que influem no seu comportamento dinâmico a um custo relativamente baixo e num tempo curto. Esta metodologia também é apresentada e discutida nas seções posteriores.

Os estudos de caso se concentram em rotores do tipo “gaiola de esquilo” de cobre sendo considerado inicialmente um rotor do tipo flexível. Um dos casos de carga é então estendido a um rotor do mesmo tipo de alumínio, com a finalidade de comparar a influência do material da gaiola no fenômeno. Finalmente, um rotor do tipo “rígido” fabricado com gaiola de cobre, é também analisado para um dos casos de carga, com a finalidade de provar que os conceitos de margens de separação e fator de amplificação são importantes para a reduzir os efeitos do empeno desbalanceamento térmico.

## 2 Revisão bibliográfica

Encontrou-se certa dificuldade na obtenção de uma vasta bibliografia sobre o tema, o que a princípio pode induzir que o mesmo seja irrelevante, porém o problema de fato existe, já que esta é uma preocupação de muitos fabricantes de máquinas elétricas rotativas e de seus consumidores mais exigentes, como evidencia a norma API 541 [3], que estabelece limites de vibração para as máquinas tanto a frio, na condição sem carga como a quente, condição esta em carga.

As condições estabelecidas pela norma API 541 [3] são tão difíceis de serem atingidas para motores de alta rotação, que os fabricantes de máquinas elétricas que conseguem produzir produtos que atendam a esta norma, fazem intensa propaganda, como mostra o catálogo do fabricante TICO-Whethinghouse [6], que chama a linha de "Rock 541", em referência à norma.

Existe um artigo, de caráter mais promocional do que técnico-científico e específico sobre máquinas elétricas publicado por Finley e Hodowanec [7]. Apesar de ser um artigo com poucas informações sobre como o fenômeno se desenvolve, talvez por questões de segredo industrial ou simplesmente por um estudo científico não ter sido realizado, este foi incluído na revisão bibliográfica para comparar as suas conclusões principais com as conclusões deste trabalho.

A referência mais interessante, produzida por Kubota et Al [8] trata do desbalanceamento térmico e otimização de um disco de freio com peso reduzido para um automóvel. Esta é extremamente interessante pois combina a análise de diversos parâmetros e diferentes tipos de análise sobre o problema, procurando otimizar o sistema.

Por último analisa-se o trabalho publicado por Zawowsky e Genovese [9], que realiza estudos de sensibilidade térmica de um rotor de turbo gerador.

## 2.1 Estudo de caso de um disco de freio

Apesar de este artigo não tratar de “empeno desbalanceamento” térmico em máquinas rotativas especificamente, nem sobre motores elétricos de indução, a metodologia apresentada para o desenvolvimento de um rotor de freio a disco que melhor balanceie os requisitos de desempenho de frenagem, vibração e redução de peso é interessante, já que um estudo paramétrico tendo a forma do rotor como parâmetro é apresentado.

Realiza-se tanto o estudo do escoamento do ar, como das deformações térmicas que podem ocasionar fadiga térmica e vibração, na otimização da forma do sistema, o que mostra que estudos desta natureza, mesmo que apenas qualitativos ou de sensibilidade, produzem bons resultados quando se deseja otimizar as características do sistema.

Partindo da configuração inicial mostrada na figura 1, primeiramente busca-se otimizar o fluxo de ar através do rotor do disco, de maneira a otimizar o coeficiente de resfriamento do disco. Neste processo utilizam-se modelos reduzidos, análises numéricas e testes de protótipos.

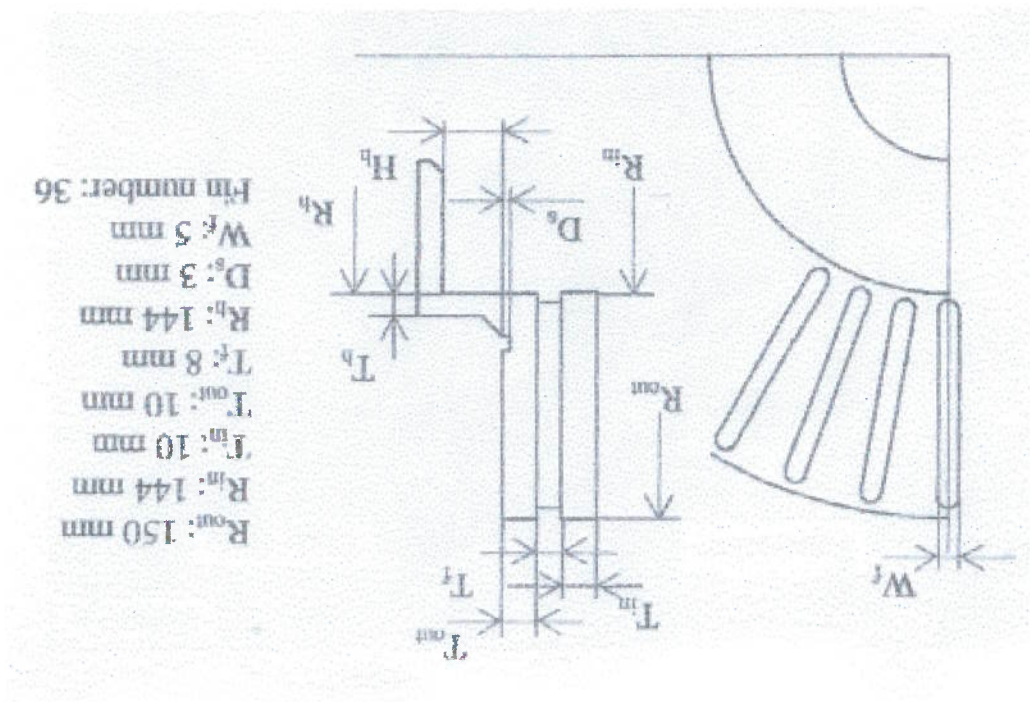
Após avaliar-se como os parâmetros construtivos afetam a ventilação e a troca de calor, busca-se minimizar as tensões térmicas, de modo a reduzir o mecanismo de fadiga térmica. Neste processo utiliza-se um modelo em elementos finitos do rotor do disco de freio.

Em seguida, busca-se, através de análises modais e testes de ruído, reduzir o ruído emitido pelo sistema, aumentando-se a frequência natural do sistema acima das frequências audíveis pelo ouvido humano.

O desgaste desigual ocorre, pois uma vez que o sistema está em balanço, este se deforma devido ao aumento de temperatura durante a frenagem. Esta deformação desigual faz com que durante o resfriamento, o disco interno mantenha contato em apenas uma parte da pastilha, fato este que acarreta desgaste desigual e por consequência desbalanceamento e então vibração. A figura abaixo ilustra como o fenômeno ocorre.

Finalmente, através de análises em elementos finitos da deformação do disco, busca-se reduzir o ângulo de deformação, com a finalidade de se melhorar o desgaste e reduzir a vibração no sistema.

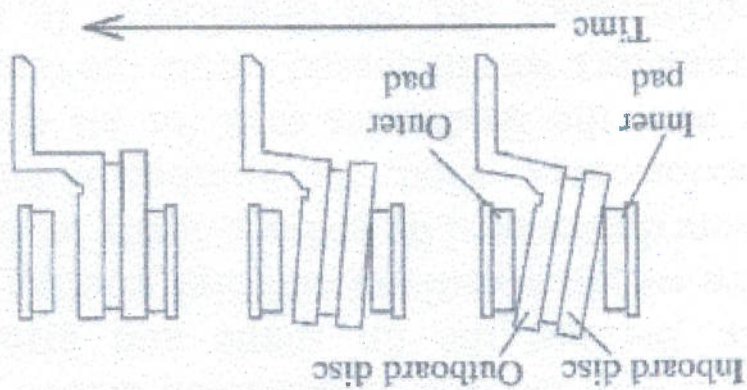
Figura 1 – Configuração inicial do disco de freio [8].



Finalmente, após analisar-se individualmente todos os casos busca-se uma configuração que melhor atenda aos requisitos de projeto. A figura abaixo mostra a configuração final desenvolvida.

Este é um fenômeno fácil de ser observado dependendo da qualidade do projeto do disco do automóvel, quando os freios do automóvel são submetidos a sobrecarga, seja por estar sendo utilizado em competições esportivas ou durante a descida de uma serra. Realmente, até que o sistema volte à sua temperatura normal, o desbalanceamento residual nas rodas aumenta, sendo possível inclusive observar o volante vibrar. Quando o disco está muito gasto, e o desbalanceamento é grande, o sistema fica desbalanceado à temperatura ambiente mesmo, sendo necessário balanceamento local das rodas para reduzir os níveis de vibração.

**Figura 2 – Esquema da mudança de contato entre o disco e a pastilha durante o resfriamento [8].**





Embora as causas e soluções sejam mencionadas, nenhum estudo com embasamento matemático é apresentado, o que deixa as hipóteses, apenas como hipóteses, já que não é possível quantificá-las e nem mesmo limites de controle aos processos mencionados

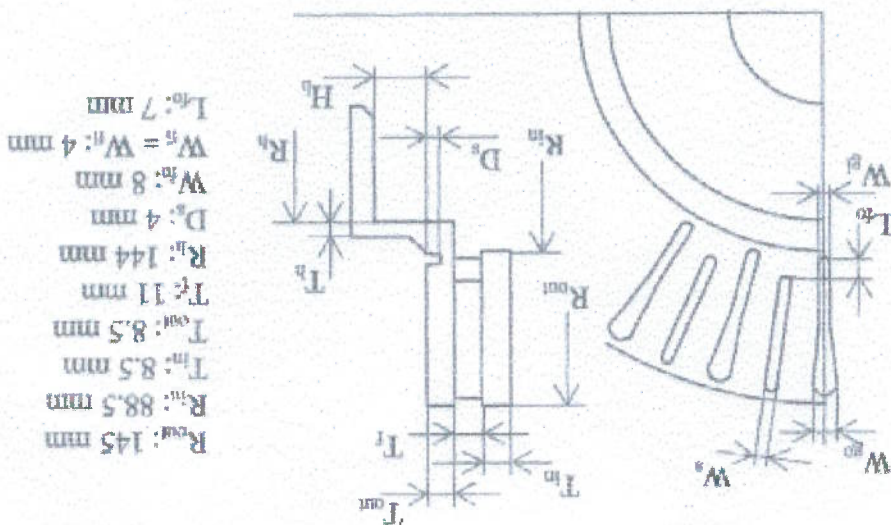
Em meio à descrição dos processos de fabricação das diversas configurações e da análise das mesmas, algumas causas potenciais para o empeno desbalanceamento térmico são mencionadas assim como soluções para as mesmas.

Em meio à descrição dos processos de fabricação das diversas configurações e da análise das mesmas, algumas causas potenciais para o empeno desbalanceamento térmico são mencionadas assim como soluções para as mesmas.

Este artigo procura analisar, comparar e concluir sobre qual forma construtiva de rotor, alumínio fundido, alumínio inserido, cobre fundido ou cobre inserido, é mais confiável, já que o pensamento corrente tanto de fabricantes como de usuários de motores de indução é de que a construção em cobre com barras inseridas é mais confiável, apesar de apresentar o maior custo. A configuração do tipo gaiola de cobre fundida é mencionada apenas como referência, já que na prática não se produzem máquinas de potência elevada nesta configuração, por este ser um processo relativamente novo onde o custo do maquinário para se implementar esta configuração é alto embora o custo de fabricação não seja substancialmente superior ao do alumínio fundido.

## 2.2 Motor elétrico de indução - Finley e Hodowanec

Figura 3 – Configuração final do disco de freio [8].





são definidos, mesmo que tenham advindo de experimentos. As hipóteses levantadas no artigo como potenciais causas para o empeno desbalanceamento térmico são apresentadas a seguir, mas basicamente tratam do controle de fabricação de duas interfaces dos componentes do rotor. A interface entre o pacote de lâminas e o eixo e a interface entre barras e ranhuras, além da não homogeneidade do material das barras.

Embora o artigo não mencione, e a afirmação que se segue seja uma conclusão deste trabalho, sempre que existir uma interface entre componentes, ou um componente não apresentar homogeneidade, este será um ponto que pode ocasionar uma deformação não homogênea com a temperatura e por consequência, levar a uma diferença entre os níveis de vibração de um sistema rotativo.

Como este é um dos objetivos deste estudo, agruparam-se as referências deste artigo em três grupos que tratam destas questões. A interface eixo-pacote, a interface barra-ranhura e a homogeneidade das barras.

## **2.2.1 Parâmetros de controle da interface pacote-eixo**

Como o pacote é empilhado primeiramente sobre um pino, onde existe uma folga que permita remover o pacote após o empilhamento e então montá-lo com interferência no eixo, as lâminas sempre sofrerão um pequeno desalinhamento umas em relação às outras, o que pode fazer que com a força centrífuga e com o aumento da temperatura do pacote em relação ao eixo quando em operação, o rotor não se deforme de maneira homogênea, terminando numa configuração desbalanceada à quente. Dessa maneira é preciso uma tolerância bem justa entre o pacote e o pino, de maneira a minimizar ao máximo este desalinhamento e reduzir assim o fenômeno do empeno desbalanceamento térmico.

Os autores também recomendam que se girem as lâminas durante o empilhamento, uma vez que como a espessura não é homogênea ao longo de todo o círculo da mesma, caso isto não seja feito, as espessuras maiores se agrupariam, o que resultará em um rotor com formato de banana, que será corrigido por posterior usinagem, mas que se

deformará de maneira não homogênea com a temperatura, ocasionando o empeno desbalançamento térmico.

## **2.2.2 Homogeneidade das barras e suas ligações**

A homogeneidade do material das barras se aplica apenas aos rotores fundidos, já que em geral o material das barras fabricadas, seja por extrusão ou por trafilamento é bastante homogêneo, não acarretando diferenças significativas. O problema dos rotores fundidos é que sempre fica uma porosidade no material pela contração do mesmo durante a solidificação. Como já dito anteriormente, em geral trata-se de rotores de alumínio, já que os de cobre requerem alto investimento em ferramental, apesar da tecnologia já ter sido desenvolvida.

Quando a porosidade remanescente é igualmente distribuída isto não representa um problema, já que as barras apresentarão praticamente a mesma resistência elétrica e as mesmas propriedades termo-mecânicas, de modo que as deformações das mesmas serão simétricas. O problema consiste em rotores onde algumas barras ficam com porosidades grandes demais, que acabam por acarretar pontos quentes no rotor, assim como pontos com rigidez bastante diferente dos demais. Ambos os fatores fazem com que o rotor não se deforme de maneira homogênea, ocasionando o fenômeno do empeno desbalançamento térmico. Isto também vale para porosidades nos anéis de curto, já que os mesmos são fundidos em conjunto com as barras.

Uma vez que todo processo de soldagem acarreta tensões residuais, outro ponto de não homogeneidade na gaiola é a junta soldada entre as barras e os anéis. Na gaiola de alumínio é utilizado o processo MIG e na de cobre o processo de brazagem. No processo MIG não é possível soldar todas as barras ao mesmo tempo, de forma a conseguir uma tensão residual uniforme, apesar do material de deposição ser bem uniforme. Este fato pode levar a pontos que se dilatam mais ou menos e que resultam no empeno desbalançamento térmico. Os autores propõem que eventualmente uma solução para minimizar as tensões residuais, seria o pré-aquecimento seguido de um resfriamento controlado das regiões soldadas.

Os autores sugerem três processos de fabricação: no primeiro, as barras são projetadas para ter uma interferência leve com a ranhura, são inseridas e então punccionadas em alguns pontos para travá-las na ranhura. Este é o processo tradicional, mas que se mostra pouco robusto, já que vez ou outra surgem barras soltas e principalmente pelo fato que como é difícil controlar o aperto das barras, com o rotor em operação, algumas barras acabam vencendo a força de atrito, se expandindo axialmente, enquanto outras não, o que acaba por resultar em um rotor deformado à quente que gera o fenômeno do empeno desbalançamento térmico. Este processo ainda conta com a desvantagem de que nos pontos onde a barra é punccionada, podem aparecer trincas com o tempo.

e ranhuras.

No processo, assim como existe um pequeno desalinhamento entre as lâminas no furo de eixo, existe também nas ranhuras. Isto faz com que a superfície não seja totalmente uniforme, como no caso de uma superfície usinada. Dessa maneira, é difícil projetar e construir um rotor de barras inseridas, assegurando um aperto adequado entre as barras

falhas podem surgir, comprometendo a confiabilidade do equipamento. expansão térmica, pontos com tensões elevadas podem ser atingidos, e então trincas e outro lado, as barras não podem estar muito apertadas, pois senão, em razão da força de em alta frequência, contribuindo para o aumento dos níveis de vibração do sistema. Por rotor não podem estar soltas em relação ao pacote, pois caso estejam, tendem a vibrar para transmitir o torque necessário na rotação e temperatura de trabalho, as barras do Do mesmo modo que o pacote deve possuir interferência suficiente em relação ao eixo,

### **2.2.3 Parâmetros de controle da interface barra-ranhura**

já no processo de braçagem, as tensões residuais e a não uniformidade do material da solda tendem a ser maiores quando se utiliza o processo por chama, mesmo que se busque manter a melhor uniformidade de temperatura durante o processo e controlar o resfriamento. A solução proposta por Finley e Hodowanec [7] é o processo de braçagem por indução, onde todas as barras são soldadas ao mesmo tempo.

Outro método é projetar as barras com uma interferência elevada em relação à ranhura, resfriar as barras em gelo seco ou nitrogênio líquido e montá-las. Quando as mesmas atingirem a temperatura ambiente, as mesmas estarão presas, sem a necessidade do punção. Como no método anterior, em alguns pontos a barra tocará mais a ranhura do que em outros, devido ao desalinhamento do pacote de lâminas, e o empeno desbalanceamento térmico pode surgir.

A melhor solução que se coloca para a uniformização desta interface é a introdução de um envoltório entre a barra e a ranhura. Esta espécie de calço, em tese, acomodaria o desalinhamento das lâminas e proporcionaria uma superfície uniforme e com baixo atrito que possibilita as barras se expandirem e contraírem facilmente, não deformando o rotor e reduzindo o empeno desbalanceamento térmico. A figura abaixo mostra um esquema dessa envoltória.

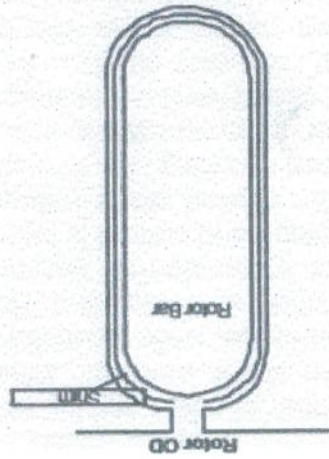


Figura 4 – Corte transversal da barra, ranhura e envoltória [7].

### 2.3 Turbo Gerador

Zawoysky e Genovese [9] analisam as principais causas da sensibilidade térmica de rotores de turbo geradores. Trata-se de rotores de 2 pólos, de aço forjado, nos quais as bobinas são inseridas em canais, ou seja, estes apresentam forma construtiva muito semelhante aos motores de 2 pólos tipo “gaiola de esquilo”, com a exceção de que neste caso as ranhuras são usinadas no eixo forjado, pois não existe o pacote de lâminas.

As duas principais causas apontadas como potenciais responsáveis para o empeno desbalançamento térmico neste caso é a distribuição desigual de temperatura entre lados opostos do rotor, em razão de uma distribuição desigual da geração de calor, ou restrição desigual do rotor e a distribuição desigual das forças das bobinas sobre o eixo de aço forjado, em razão dos diferentes coeficientes de atrito e da pressão que variam entre as bobinas e o eixo.

Além do controle de algumas etapas do processo de fabricação do rotor, os autores sugerem a introdução do “plano de correção”, por eles desenvolvido e patenteado, como forma de se diminuir a sensibilidade térmica do rotor. Este não é descrito em maiores detalhes, mas o princípio de funcionamento é o mesmo da envoltória descrita por Finley e Hodowanec [7]: igualar as forças axiais de expansão das bobinas, evitando assim o empenamento do rotor.

Nota-se que este trabalho parece ter sido desenvolvido independentemente do trabalho desenvolvido por Finley e Hodowanec [7], apesar das conclusões e das soluções propostas serem as mesmas. Observa-se que ambos os autores chegaram a conclusões semelhantes para rotores parecidos, o que indica que tanto a distribuição desigual de temperatura como a de forças de expansão das barras ou bobinas, parecem ser as principais causas do empeno desbalançamento de rotores de máquinas elétricas.

#### 3.1 Origem das vibrações no eixo e na estrutura de um motor elétrico de indução

As normas reguladoras que tratam de motores elétricos especificam níveis de vibração tanto para o eixo como para a carga (estrutura) do motor. Os níveis de vibração no eixo em geral são especificados em deslocamento pico a pico e na carga são especificados em velocidade zero-pico.

A vibração no eixo em geral é proveniente do desbalanceamento residual do rotor. Isto é facilmente observado pela leitura dos testes experimentais que mostram que a componente principal de vibração no eixo é proveniente da sua primeira harmônica, que é a frequência de rotação do eixo. Em geral, as demais harmônicas (em maior grau a segunda, terceira e quarta) apresentam níveis bastante pequenos, contribuindo muito pouco para o nível de vibração global.

Quando um rotor do tipo gaiola de esquilo apresenta outras harmônicas predominantes nos níveis de vibração, em geral ocorre o fenômeno “chuva de harmônicas”, ou seja, não é possível identificar uma frequência predominante para a vibração. Este fenômeno é raro e a hipótese atribuída à sua ocorrência é a de barras da gaiola soltas, já que este fenômeno é típico de rotores com partes soltas.

Nos rotores de 2 pólos fica difícil separar a primeira harmônica mecânica da frequência da rede elétrica, já que por serem estas bem próximas, menos de 0,5 Hz, seria necessária uma resolução muito grande do sistema de aquisição de dados. Isto também ocorre com a segunda harmônica mecânica e a segunda harmônica elétrica.

Em alguns rotores observa-se uma segunda harmônica significativa. Em geral, esta segunda harmônica na maioria dos casos é de origem eletromagnética, em razão de um entreferro desigual. Observa-se que se ajustando o entreferro conforme recomendado pela norma API 541 [3], o problema é solucionado.

Atualmente, utilizam-se sensores do tipo proxímetro para a medição da vibração do eixo e sensores sísmicos para as vibrações na caixa do mancal. Sensores do tipo “shaft stick”

não são em geral normalmente aceitos pelos clientes nem pelas principais normas reguladoras de máquinas elétricas rotativas. A figura 5 mostra as componentes típicas de vibração num eixo de um motor elétrico de indução.

A figura foi obtida do sistema de coleta de dados e análise de vibrações ADRE [10], muito utilizado em máquinas elétricas. Trata-se da análise no domínio da frequência do sinal num dado intervalo de tempo através da transformada de Fourier. A transformada de Fourier de um sinal de vibração é muito útil, pois permite identificar a frequências predominantes no sinal auxiliando na identificação das fontes de vibração do sistema. m

Na primeira linha estão indicados o número do sensor (DE PROX 1), a sua posição relativa em relação ao contador de ciclos por segundo (45° left) e o valor total da vibração (1.90 mil pp). Na segunda linha identifica-se o nome da máquina e a rotação. Na terceira linha mostra-se a data do teste e na última a taxa de aquisição do sinal.

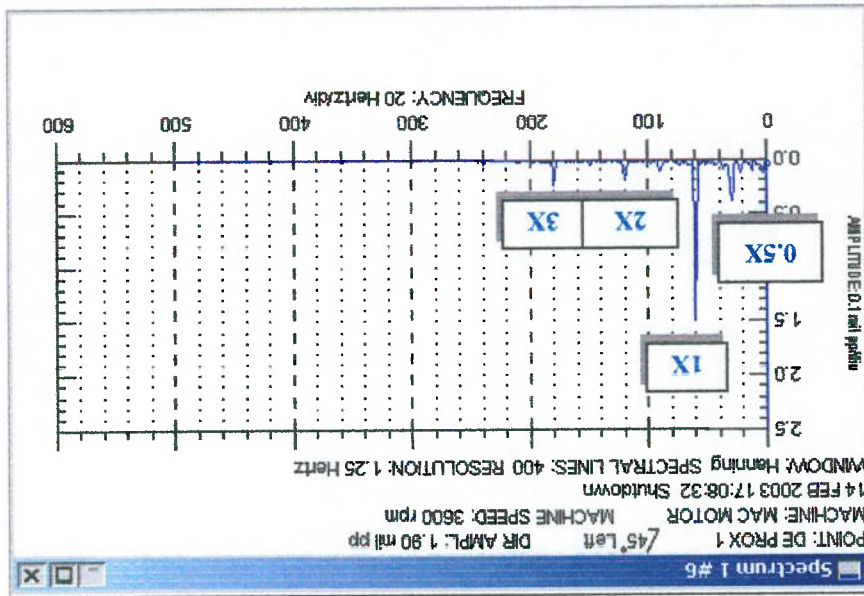


Figura 5 – Componentes da vibração em um eixo de motor elétrico de indução.

A vibração na carga por sua vez é proveniente da vibração do eixo assim como da própria carga, pois a carga está sujeita a excitações do estator. Em geral, uma carga bem projetada deve apresentar baixos níveis para todas as harmônicas, exceto quando o estator por questões de projeto apresentar frequências naturais próximas às excitações da rede elétrica.



Quando o estator entra em ressonância em geral esta ocorre na frequência da rede ou no múltiplo de dois desta, porém segundo Alvarez [11] as interações com o rotor podem ocasionar vibrações em outras harmônicas.

Este fenômeno é mais comum em máquinas de baixa velocidade (10 ou mais pólos), quando a coroa do estator fica menor e consequentemente o mesmo fica menos rígido, sua frequência natural cai próxima às excitações mencionadas. Este fenômeno não faz parte do estudo deste trabalho, pois este se concentra no estudo de máquinas de alta velocidade. Graham, Beckwith e Milliken [12] apresentam um método para o cálculo das frequências naturais do estator, o qual é comumente aplicado no projeto de geradores e motores de grande porte de baixa velocidade. A figura 6 mostra medições típicas de vibração na carga de um motor elétrico de indução.

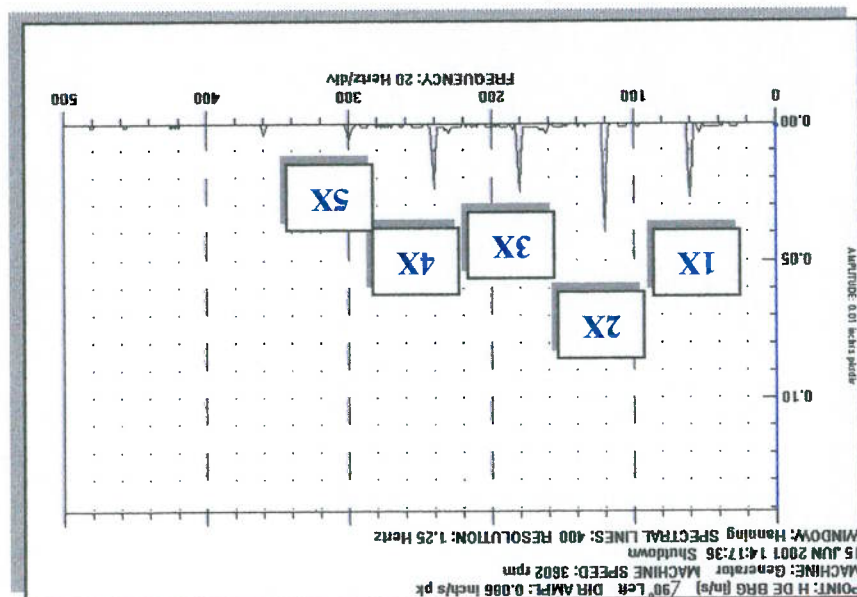


Figura 6 – Componentes da vibração na caixa do mancal (carga) de um motor elétrico de indução.



### 3.2 Máquina naturalmente balanceada

Este é talvez o primeiro e mais óbvio conceito que uma máquina rotativa deve apresentar para que os problemas de vibração, quando da máquina em operação, sejam minimizados. A distribuição de massa ao longo da seção do rotor deve ser a mais simétrica possível.

Isto em tese torna o desbalanceamento inicial da máquina menor, o que minimiza o esforço de balanceamento na máquina de balancear.

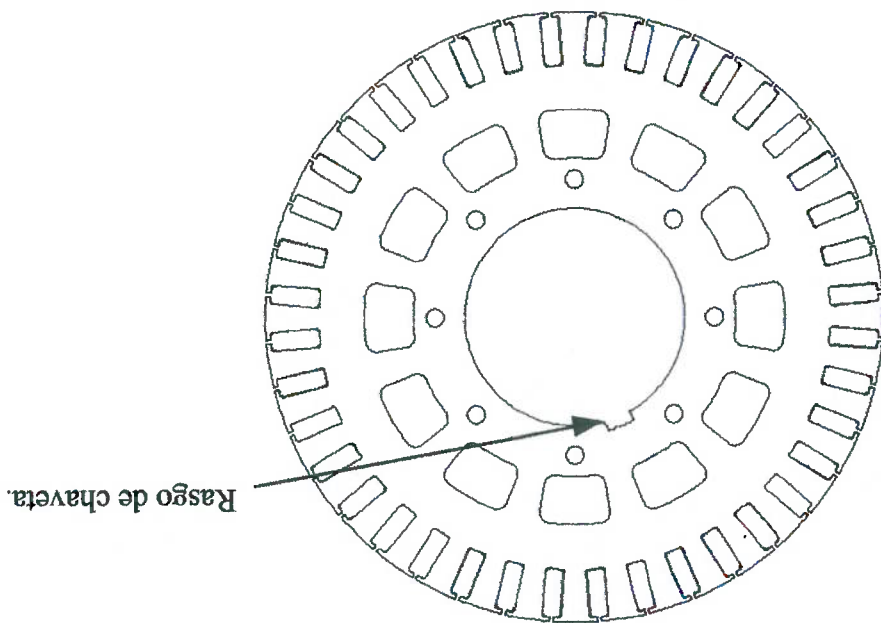
Isto pode parecer uma recomendação um tanto quanto óbvia, mas eventualmente observam-se rotores que não seguem esta regra. A título de ilustração elaborou-se a figura 7, com base no projeto de lâmina de um rotor de motor elétrico de indução.

No caso, a falta da chaveta que é ao longo de todo o pacote de lâminas, torna o balanceamento da máquina especialmente difícil se o rotor for do tipo flexível, já que para rotores flexíveis recomenda-se que o desbalanceamento seja corrigido o mais próximo possível do plano desbalanceado, conforme sugere Rao [4].

Uma das técnicas mais utilizadas para o balanceamento de rotores flexíveis é o balanceamento por etapas, onde cada componente é balanceado separadamente e depois montado sobre o eixo, de forma a se obter um conjunto pré-balanceado, que então é balanceado em baixa velocidade como um corpo rígido, conforme sugerem Rao [4] e a norma API 684 [5].

A princípio pode parecer que esta assimetria não introduza um desbalanceamento grande, mas uma análise mais cuidadosa mostra que a massa inicialmente desbalanceada ao longo de todo o comprimento do rotor representa cerca de 0,5 kg. Na prática observou-se que em rotores com assimetrias de massa desta ordem são de difícil balanceamento.

**Figura 7 – Ilustração exemplificando um equipamento onde o conceito de máquina naturalmente balanceada não foi observado.**



### **3.3 Afastamento da rotação de trabalho da rotação crítica do rotor**

Todo componente apresenta, em função da sua massa, propriedades de inércia e rigidez, modos naturais de vibrar. A cada modo de vibrar está associada uma frequência, a essa frequência dá-se o nome de frequência natural [1, 2, 4].

Caso uma estrutura seja excitada na mesma frequência de sua frequência natural e o sistema não tenha amortecimento, a amplitude da vibração tende ao infinito, o que implica na falha catastrófica da estrutura. Num sistema com amortecimento, a amplitude não tende ao infinito, porém próximo das frequências naturais é onde o sistema apresenta as maiores amplitudes de vibração. Mesmo que neste ponto as tensões mecânicas ainda estejam dentro de limites que não provoquem a falha catastrófica e repentina, as mesmas podem estar acima dos limites de fadiga e com o tempo a peça pode vir a falhar por fadiga.

Para rotores não se definem frequências naturais mas rotações críticas, as quais apesar de semelhantes apresentam conceitos diferentes, já que a rotação crítica é tratada como um fenômeno de ressonância, onde as forças aplicadas aumentam a resposta do sistema por ocorrerem na frequência natural.

No caso de rotores, existe o efeito giroscópico. Este efeito é de maior ou menor intensidade, dependendo da relação entre massas e inércias. O mesmo é bastante significativo em rotores onde existem pontas em balanço com discos de alta inércia, enquanto que em rotores semelhantes ao estudado ao longo deste trabalho, o mesmo é de pequena influência.

Quando o rotor passa pela rotação crítica observa-se aumento nos níveis de vibração e mudança de fase. Em geral deve-se projetar a máquina de forma que a rotação de trabalho esteja afastada o suficiente de sua rotação crítica. Em geral, os códigos que tratam de projeto e níveis de vibração em máquinas rotativas, como as normas API 541 [3] e API 684 [5], estabelecem margens de separação entre a rotação de trabalho e as rotações críticas do rotor.

A norma API 541 [3], que trata dos requisitos de projeto e níveis de vibração de motores elétricos, estabelece que a rotação de trabalho esteja afastada em 15% das rotações críticas do sistema. Considera-se boa prática de projeto uma margem de separação de 20%.

### 3.4 Parâmetros que influenciam a rotação crítica do rotor

O sistema dinâmico de um rotor é constituído não somente pelo eixo e suas propriedades de inércia, mas também pela rigidez e amortecimento do filme de óleo do mancal, a rigidez da carga do mancal, a rigidez da carga do motor e a massa modal da carga do motor. A figura 8 mostra o modelo dinâmico de um rotor.

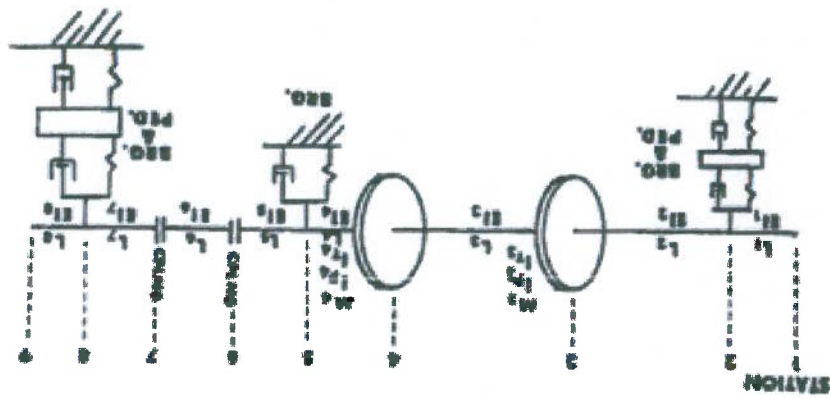


Figura 8 – Modelo dinâmico do rotor [13].

Em geral, os coeficientes de rigidez da carga do mancal e da carga do motor são representados por um único valor equivalente. Este valor é calculado aplicando-se o modelo de duas molas em série [2, 5]. É importante notar que, como o sistema apresenta coeficientes diferentes de rigidez a partir do filme de óleo do mancal para cada uma das direções (vertical e horizontal), o sistema apresentará duas rotações críticas. Uma para a direção horizontal e outra para a direção vertical.

O sistema dinâmico do mancal é um pouco mais complexo, pois apresenta os termos cruzados de rigidez e amortecimento [4, 5]. O significado destes coeficientes cruzados é o seguinte: dada uma força na direção horizontal, o sistema apresenta um deslocamento na direção vertical, e vice versa. A figura 9 mostra o detalhe dos coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal e carga. Os coeficientes cruzados são importantes no



Isto mostra que o problema da análise de um rotor rodando sobre mancais de deslizamento é uma análise harmônica e não simplesmente uma análise modal. A análise modal é importante para se identificar o modo de vibrar e os deslocamentos relativos máximos, indicando qual parte do sistema deve sofrer alterações ou não a fim de se posicionar corretamente as rotações críticas.

Embora se possa trabalhar com os coeficientes de rigidez dos mancais para se adequadamente projetar as rotações críticas do rotor, alterando-se alguns parâmetros construídos do mancal como a folga entre o eixo e a bucha, a razão entre seu comprimento e o diâmetro e até mesmo o tipo construtivo do mancal, esta nem sempre é uma prática recomendada de projeto.

Pode ser que seja necessário deixar uma margem de segurança na folga eixo-bucha, pois pode ser que em razão de alguma manutenção no rotor possa ser necessário alterar a folga, geralmente aumentando-a e então se o sistema estiver muito dependente deste parâmetro pode ser que as frequências naturais sejam alteradas e problemas de vibração provenientes de proximidade com a rotação crítica apareçam. Esta é a provável razão pela qual a norma API 684 [5], solicita que as análises dinâmicas sejam feitas para a folga máxima e mínima dos mancais de deslizamento.

Além da questão da manutenção, observa-se que nos rotores estudados o modo do rotor quase sempre depende de todos os parâmetros, pois dificilmente consegue-se um rotor rígido o suficiente de maneira que seu modo de vibrar seja o de um corpo rígido sobre mancais flexíveis. Geralmente, o modo inclui uma maior ou menor flexão do eixo, mesmo para o caso de rotores que operam abaixo de sua primeira crítica.

### 3.4.2 Massa e rigidez do rotor

Estes parecem ser fatores de bastante influência na rotação crítica do rotor, pois pequenas alterações no comprimento e diâmetros das seções do eixo modificam significativamente a rotação crítica do rotor. A variação da massa é menos preponderante do que a rigidez do eixo, já que enquanto a massa influencia a frequência natural pelo inverso da raiz quadrada da sua variação, o comprimento entre mancais

influencia proporcionalmente ao expoente 1,5 e o diâmetro do eixo ao expoente 2, conforme demonstra a expressão abaixo, que determina a frequência de uma viga simplesmente apoiada com uma massa central [2], admitindo-se que este seja um modelo razoável para o cálculo da primeira frequência natural do rotor sobre mancais infinitamente rígidos.

$$\omega_n = \frac{k_2}{k_1} (M + 0.5m)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$k = \frac{48.E.I}{l^3} \quad (2)$$

$$I = \frac{\pi.d^4}{64} \quad (3)$$

Projetar todo o sistema dinâmico de modo que as frequências naturais sejam mais dependentes do eixo, do que dos mancais e carga, é interessante, já que a resposta do sistema é fácil de ser controlada, pois o sistema em geral possui massa e rigidez dependente apenas da geometria.

### 3.4.3 Rigidez da carga do motor

Como já dito, a rigidez da carga do motor influencia de maneira significativa na rotação crítica do sistema do rotor e em termos de custo de material é o que apresenta menor custo. Dessa maneira, é altamente recomendável um sistema robusto que apresente rigidez suficientemente maior do que o filme de óleo e eixo, fornecendo uma base rígida para o rotor.

A rigidez da carga também influencia diretamente os níveis de vibração na caixa do mancal, pois a carga além de estar sujeita às excitações provenientes do desbalanceamento residual do rotor, também está sujeita às excitações provenientes do estator. Por esta razão, o projeto da carga deve atender a dois requisitos básicos. Primeiro deve possuir rigidez suficientemente grande quando comparada com o do



filme de óleo e com a do eixo, e em segundo ter as frequências naturais do sistema carga, estator, tampas e mancais suficientemente afastadas da rotação do rotor e suas harmônicas e da frequência da rede e suas harmônicas.

Quando as frequências dos suportes dos mancais numa dada direção, em geral a direção axial, estão muito próximas de umas das harmônicas de rotação do rotor, um fenômeno muito interessante ocorre: a amplificação do empeno desbalanceamento térmico, tanto nos mancais como no eixo.

Com a máquina a frio, e o rotor bem balanceado, observa-se uma pequena preponderância dos níveis de vibração na harmônica de ressonância, ou até mesmo a ausência de ressonância, porém com o aumento da temperatura do rotor, o mesmo se deforma levemente. Essa pequena deformação não seria suficiente para aumentar significativamente os níveis de vibração no eixo, mas como o sistema entra em ressonância estrutural, além de se observar o crescimento da harmônica de ressonância nos mancais, observa-se o mesmo fenômeno no eixo.

Isto ocorre pois os sensores de vibração do eixo estão fixados na caixa do mancal, e então começa a existir deslocamento relativo entre o sensor e o eixo, de modo que isto reflète como vibração do eixo. Nestes casos, testes modais e análises modais por elementos finitos dos suportes dos mancais mostraram a existência da ressonância estrutural. Após novos suportes terem sido projetados de forma adequada e construídos, testou-se novamente o motor sem realizar-se alteração no rotor e o fenômeno desapareceu.

A norma API 541 [3] apresenta requisitos de margens de separação quanto à ressonância estrutural, e em geral a implementação dessas regras no projeto produz bons resultados. Entretanto, em alguns casos, quando a relação entre a rigidez dos suportes dos mancais e o amortecimento estrutural é baixa, de modo que a resposta em amplitude seja muito aberta, mesmo com um baixo fator de amplificação o problema persiste, embora se seguindo as regras de margens de separação recomendadas.

Este fenômeno, comprovado por análises modais experimentais, foi abordado através de um modelo de elementos finitos com o valor de amortecimento determinado



experimentalmente, de modo a se projetar o sistema, aumentando-se as margens de separação de forma a minimizar a resposta em amplitude nas frequências próximas das harmônicas da rotação. Este procedimento possibilitou eliminar o problema definitivamente.

### **3.5 Métodos para o cálculo das rotações críticas de rotores**

Segundo Lowey e Piarulli [1], o primeiro trabalho sobre dinâmica de eixos rotativos foi publicado em 1869 por Rankine. Até 1935 eram publicados poucos trabalhos, na média menos de 1 por ano. A partir de 1935, com o avanço da tecnologia em razão do desenvolvimento de sistemas para turbinas para avião, turbinas a gás e a vapor, motores e geradores elétricos e outros, a taxa de publicação cresceu e em 1965 já eram publicados em média 65 trabalhos por ano.

Basicamente, a literatura sobre dinâmica de rotores está concentrada na determinação das velocidades críticas, na resposta ao desbalanceamento e no balanceamento de rotores. As primeiras publicações tratavam de determinar a primeira velocidade crítica e apresentar técnicas de balanceamento para rotores que operassem abaixo da sua primeira crítica, pois este era o conceito de projeto praticado na época.

Nos anos 60 com a necessidade de máquinas que operassem a rotações cada vez mais elevadas, começaram a surgir cada vez mais rotores que operavam acima da primeira crítica e até mesmo acima da segunda crítica. Nestes sistemas, a utilização de ferramenta computacional é fundamental.

Os modelos analíticos inicialmente desenvolvidos são aplicáveis a sistemas com poucos graus de liberdade e poucos componentes. A sua aplicação em sistemas com diversos graus de liberdade exigem simplificações dos modelos, o que prejudica a sua precisão.

Torna-se importante e fundamental apresentar-se os mais utilizados métodos para o cálculo das rotações críticas dos rotores, uma vez que este é um importante parâmetro no desenvolvimento deste trabalho, juntamente com a resposta ao desbalanceamento do

rotor e das deformações ocasionadas pelo aumento de temperatura do rotor. A seguir os principais métodos encontrados na literatura são apresentados e comentados.

### 3.5.1 Método de Dunkerley e método de Rayleigh

Estes dois métodos, além de serem populares na indústria, são bastante simples, porém não prevêem com exatidão a frequência natural de flexão de um rotor. Em geral, o método de Dunkerley apud Loewy e Piarulli [1] prevê um valor menor do que a realidade e o método de Rayleigh apud Loewy e Piarulli [1] um valor maior. Pode-se utiliza-los como referência, pois aplicando os dois a um mesmo rotor, sabe-se qual a faixa em que a frequência natural cairá.

Atualmente, com a necessidade de uma precisão cada vez maior imposta pelas normas de diversos tipos de máquinas rotativas, como as normas API 541 [3], API 684 [5] e API 617 [14] entre outras, juntamente com usuários de máquinas rotativas cada vez mais exigentes, estes métodos gradualmente perdem a sua aceitação e aplicação. Rao [4] sugere que métodos mais precisos devem então ser utilizados, como a das matrizes de transferência ou o método dos elementos finitos. Neste trabalho, utiliza-se o método dos elementos finitos para o cálculo das frequências naturais do rotor.

O método de Dunkerley apud Loewy e Piarulli [1], consiste basicamente da redução do sistema em diversos subsistemas simples onde se calcula a frequência natural de cada subsistema separadamente e calcula-se a frequência do sistema através da equação abaixo:

$$\frac{\omega^2}{1} = \frac{\omega_1^2}{1} + \frac{\omega_2^2}{1} + \dots + \frac{\omega_n^2}{1} \quad (4)$$

O método de Rayleigh apud Loewy e Piarulli [1] baseia-se no fato de que a energia cinética do sistema deve ser igual à máxima energia potencial sobre condições de vibração livres. A frequência fundamental pode ser obtida pela expressão:

Onde  $g$  é a aceleração da gravidade,  $M_1, M_2, \dots, M_n$ , são as massas dos diferentes componentes e  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , são as deflexões estáticas do eixo na posição dos componentes.

$$\omega_z = \frac{g \sum M_y}{\sum M_y^2} \quad (5)$$

### 3.5.2 Método dos elementos finitos no cálculo da resposta ao desbalanceamento de um rotor

Nesta secção apresenta-se na forma generalizada o método dos elementos finitos na solução das equações de equilíbrio dinâmico. Como referências utilizaram-se os trabalhos publicados por Bathe [15] e Alves [16].

Dado um sistema de elementos finitos, a resposta dinâmica linear do sistema têm a forma:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = R \quad (6)$$

Onde  $M, C$  e  $K$  são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema e  $R$  é o vetor das forças externas aplicadas. Considerando-se cada intervalo de tempo no equilíbrio, a equação 6 pode ser escrita na forma:

$$F_{I(t)} + F_{D(t)} + F_{E(t)} = R \quad (7)$$

Onde  $F_{I(t)}$  são as forças de inércia,  $F_{D(t)}$  são as forças de amortecimento e  $F_{E(t)}$  as forças elásticas, todas elas dependentes do tempo.

Partindo-se da equação geral do sistema e das matrizes de rigidez, massa e amortecimento de cada elemento, desenvolve-se um sistema de equações lineares para cada instante de tempo  $t$ , já que o sistema acima é um sistema não linear em razão do amortecimento e das características dos mancais.

Barthe [15] e Alves [16] apresentam diversos métodos para a solução do sistema acima, como os métodos de integração direta, os métodos de Houbolt, Wilson e de Newmark apud Barthe [15], que são métodos de integração direta implícita e o método da superposição modal.

Os métodos de integração direta, são aplicáveis para sistemas de poucos graus de liberdade, pois estes métodos requerem que um grande número de equações seja resolvido para cada passo  $\Delta t$ . O método da superposição modal reduz o número de equações a serem resolvidas em cada instante  $t$ .

Conceitualmente, a solução da equação 6 para cada instante  $t$ , assume que existe equilíbrio estático em cada instante  $t$ , ou seja lineariza-se a equação 6, dentro de cada intervalo  $\Delta t$  nos métodos de integração direta.

Uma vez que o objetivo deste texto não é apresentar os diversos equacionamentos do método dos elementos finitos nas soluções de equações dinâmicas, mas sim propor uma metodologia para a investigação do fenômeno do empeno desbalançamento térmico, não serão apresentadas os diversos métodos de maneira detalhada.

Uma vez que a obtenção das matrizes de rigidez, massa e amortecimento dos elementos são parte fundamental para se entender a representação matemática do fenômeno físico em questão descrito pela equação 6 e entender as hipóteses adotadas na sua solução, estas são apresentadas a seguir, para o sistema de coordenadas dos elementos paralelo ao sistema de coordenadas global.

### 3.5.3 Matrizes de rigidez para cada um dos elementos utilizados

A análise dinâmica de rotores para o cálculo das rotações críticas de flexão do rotor tem como objetivo solucionar a equação 6, no plano XY, transversal ao eixo de rotação do rotor Z, o que implica que este é um problema bi-dimensional, com 4 graus de

liberdade: deslocamentos e rotações em relação aos eixos X e Y. Dessa maneira utilizam-se elementos finitos bidimensionais.

Para a representação do eixo, adotam-se elementos de barra bi-dimensionais com dois nós (i e j). Nestes elementos considera-se em geral apenas a massa e a rigidez, desprezando-se os efeitos de amortecimento já que em geral o amortecimento do material do eixo é pequeno, quando comparado ao filme de óleo dos mancais de deslizamento. Dessa maneira as matrizes de massa (equação 8) e rigidez (equação 9) para o elemento i, se escrevem da forma:

$$M^{(i)} = \begin{bmatrix} \frac{2}{Mx_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{My_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{Iy_i} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{Ix_i} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{My_j} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{Ix_j} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{Iy_j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{Ixx_j} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$K^{(i)} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3(1+\phi)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\phi)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6EI}{L(1+\phi)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L(1+\phi)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\phi)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3(1+\phi)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L(1+\phi)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L(1+\phi)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Os componentes do rotor, fixados ao eixo por interferência representam-se através de elementos de massa de um nó, pois se admite que não contribuem para a rigidez nem para o amortecimento do sistema, de modo que para o elemento  $i$ , escreve-se somente a matriz de massa (equação 10) na forma:

$$(10) \quad M^{(i)} = \begin{bmatrix} Mx_i & 0 & 0 \\ 0 & Ixx_i & 0 \\ 0 & 0 & My_i \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Iyy_i \end{bmatrix}$$

Para o filme de óleo do mancal, admite-se que este contribua apenas com rigidez (equação 11) e amortecimento (equação 12), de modo que as respectivas matrizes são escritas na forma:

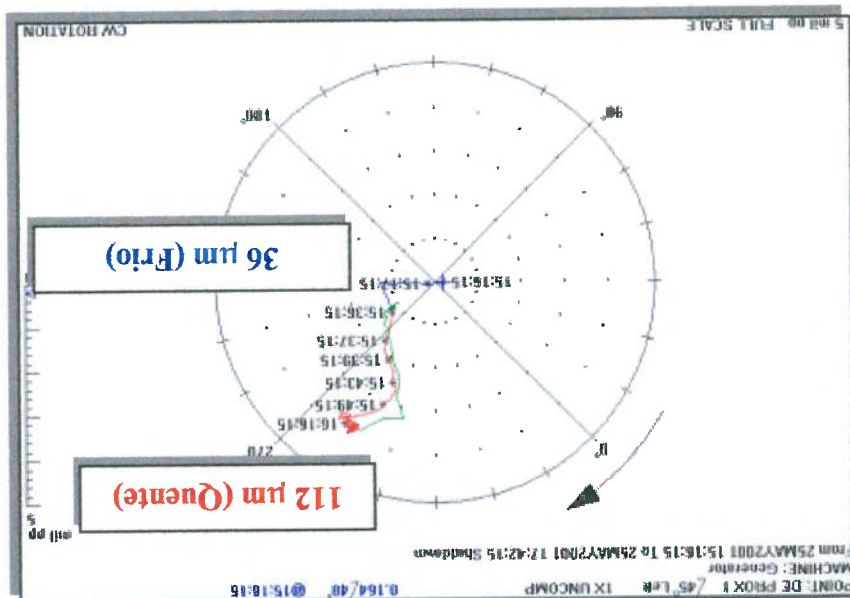
$$(11) \quad K^{(i)} = \begin{bmatrix} Kxx_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Kxy_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Kyy_i & 0 & 0 & 0 \\ -Kxx_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Kxy_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Kyy_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Kxx_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Kxy_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Kyy_j \\ -Kyx_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(12) \quad D^{(i)} = \begin{bmatrix} Dxx_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Dxy_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Dyy_i & 0 & 0 & 0 \\ -Dxx_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Dxy_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Dyy_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Dxx_j & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Dxy_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Dyy_j \\ -Dyx_j & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para os suportes dos mancais, admite-se que estes contribuam apenas com rigidez (equação 14) e massa (equação 13), desprezando-se o amortecimento, já que estes em



Figura 10 – Caracterização do empeno desbalanceamento térmico.





#### 4 Metodologia

Com base em alguns estudos preliminares de análise dinâmica de rotores, algumas simulações em elementos finitos da carga do motor, observações experimentais, análise construtiva do rotor e a revisão bibliográfica de alguns artigos, três fatores foram identificados como os possíveis responsáveis pelo empeno desbalanceamento térmico:

- a) projeto dinâmico do rotor;
- b) interferência entre as barras da gaiola e o pacote de lâminas do rotor;
- c) interferência entre o pacote de lâminas e o eixo do rotor.

O projeto dinâmico está relacionado ao fato de que os níveis de vibração, que são função do desbalanceamento residual, são amplificadas quando o rotor trabalha muito próximo da sua rotação crítica.

Existem hipóteses que o aumento de temperatura nas diferentes partes do rotor aliado a uma desigual interferência entre as barras da gaiola e o pacote de lâminas modificaria a forma do rotor e deslocaria o seu centro de gravidade em relação ao eixo de rotação. Isto em tese poderia modificar o nível do desbalanceamento residual, o que explicaria o fenômeno.

Também existem hipóteses de que a interferência entre o pacote de lâminas e o eixo está relacionada com a mudança da forma do rotor em razão da distribuição das pressões entre pacote e eixo em razão da perda de parte da interferência entre o eixo e o pacote por razão do aumento de temperatura do pacote e da força centrífuga.

Com base nessas hipóteses, um rotor do tipo flexível foi modelado em elementos finitos, com a finalidade de avaliar os efeitos das barras e do núcleo, ou seja, as deformações do rotor e por consequência a mudança do seu centro de gravidade. Os valores do desbalanceamento acentuado, para cada caso de carga, servem então de dado de entrada no modelo dinâmico do rotor, constituído de elementos de barras, massas, molas e amortecedores, onde os valores de vibração são calculados e comparados com o rotor a frio.

Para se avaliar os efeitos do projeto dinâmico, um rotor do tipo rígido é também modelado e então os resultados de ambas as análises dinâmicas são comparados.

A metodologia proposta para estudar o fenômeno consiste basicamente das seguintes etapas:

- Calcular as deformações sofridas pelo rotor, em razão de gradientes de temperatura presentes no rotor e/ou deformações desiguais entre as partes do rotor;
- Calcular o desbalanceamento total introduzido pelas deformações acima;
- Obter os deslocamentos ao longo da linha neutra do eixo, ou seja obter a forma deformada do rotor;
- Calcular o desbalanceamento proveniente apenas da linha neutra do eixo;
- Calcular a diferença entre os desbalanceamentos obtidos em "b" e "d";
- Aplicar a forma deformada da linha neutra do eixo juntamente com a diferença obtida em "e" como carregamentos em um modelo que calcule a resposta ao desbalanceamento do rotor.

A figura 11 mostra um fluxograma da metodologia proposta.

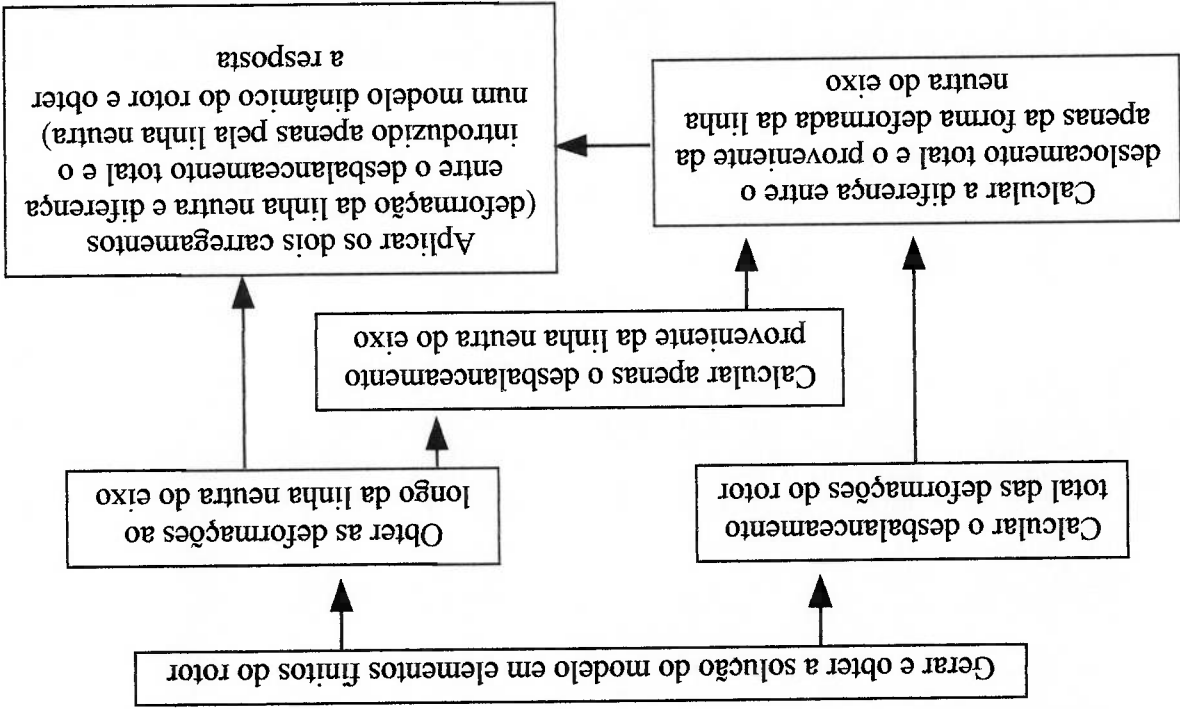


Figura 11 – Fluxograma da metodologia proposta para se estudar o empeno e desbalanceamento térmico em máquinas rotativas.

#### 4.1 Modelo de elementos finitos

Para testar a metodologia proposta estuda-se um rotor de máquina elétrica de dois pólos, através de alguns casos de carga que são possíveis de ocorrer neste tipo de rotor e estuda-se qualitativamente e quantitativamente, qual dos casos é o que mais contribui para o fenômeno do empeno desbalanceamento térmico neste tipo de máquina. Construi-se quatro modelos em elementos finitos, um para cada caso de carga. O software utilizado para geração do modelo de elementos finitos, solução das equações e visualização dos resultados foi o programa de computador ANSYS 6.1 [18].

Em todos os modelos de elementos finitos utilizam-se elementos sólidos hexagonais de 8 nós para representação do eixo, do pacote de lâminas, barras e anéis de curto circuito. Uma vez que a geometria do pacote é complexa, em algumas regiões os elementos de 8 nós foram substituídos por elementos prismáticos de 6 nós.

Os modelos foram gerados nas unidades inglesas, já que toda a documentação como desenhos e códigos, se encontram neste sistema de unidades. Os resultados e dados apresentados estão convertidos para o Sistema Internacional de Unidades A figura 12 mostra a foto de um rotor deste tipo e a figura 13 uma vista geral do modelo de elementos finitos utilizado.

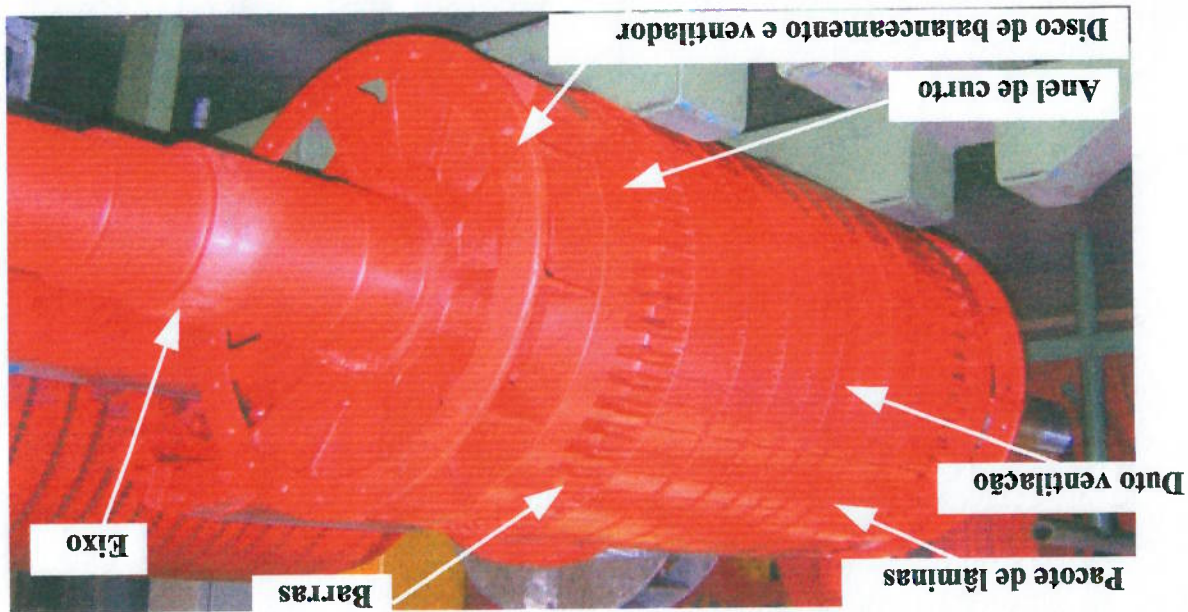
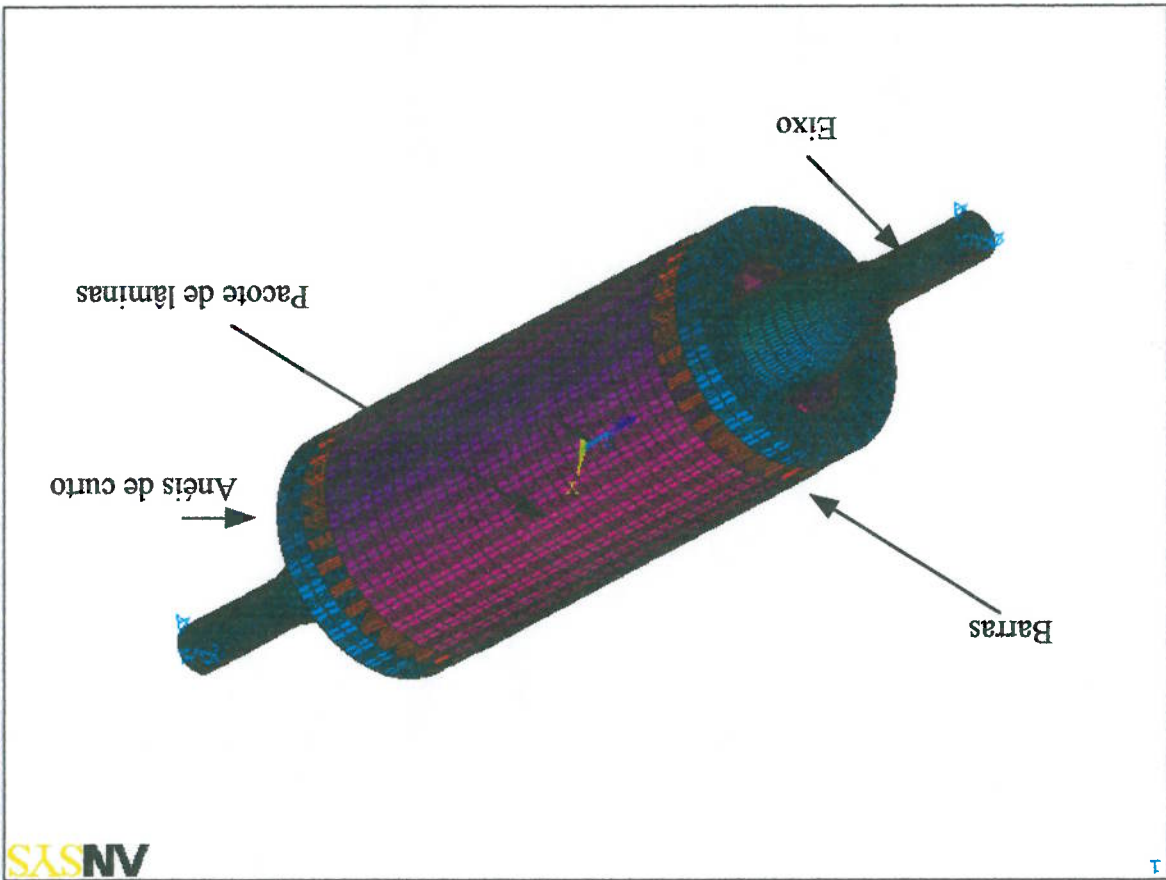


Figura 12 – Um rotor gaiola de esquilo, similar ao rotor utilizado nos estudos de caso (Cortesia da GEVISA S/A).

Após a revisão dos estudos realizados sobre outros sistemas rotativos apresentados na última seção e com base na forma construída do rotor do tipo “gaiola de esquilo”, algumas hipóteses para as causas do empeno desbalanceamento térmico nessas máquinas foram elaboradas. A figura 14 mostra a forma construída básica de um rotor do tipo “gaiola de esquilo”, onde estão representados o eixo, o pacote de lâminas de aço, as barras e os anéis de curto circuito.

#### 4.2 Hipóteses sugeridas como causa do empeno desbalanceamento térmico do rotor de máquinas elétricas

Figura 13 – Vista geral do modelo de elementos finitos utilizado.



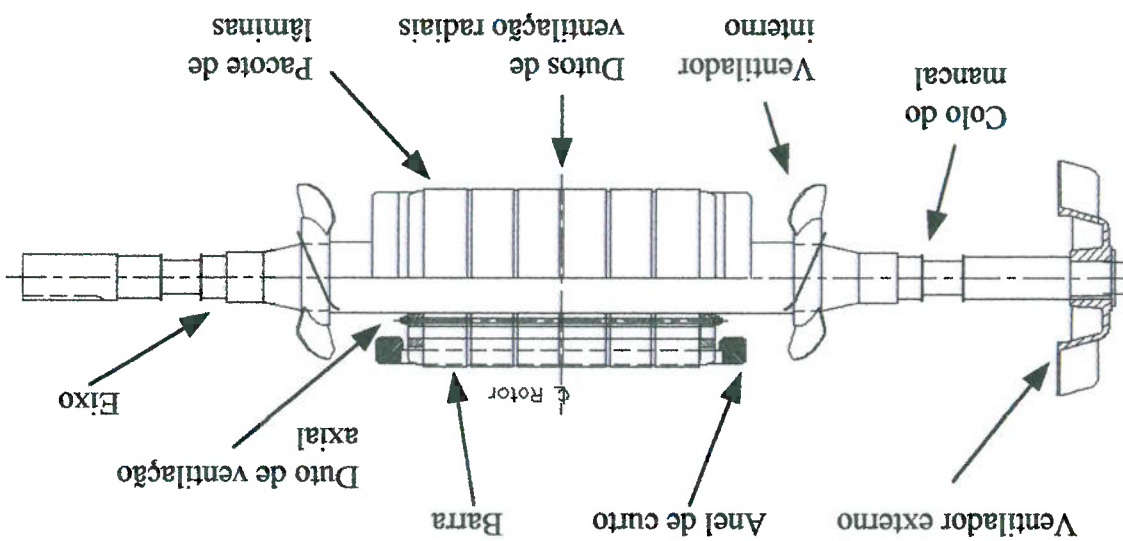


Uma segunda hipótese é quando, apesar das barras sofrerem o mesmo aumento de temperatura, algumas barras estão suficientemente resfriadas pelo pacote de lâminas e outras não. Isto fisicamente significa que para algumas barras a força de interferência normal entre a barra e o pacote, multiplicada pelo coeficiente de atrito supera a força de dilatação térmica da barra (condição de travamento) e em outras não (condição de deslizamento).

A primeira delas é o caso onde algumas barras sofrem aumento de temperatura superior às outras, seja por deficiências no sistema de refrigeração do rotor ou por deficiências nos processos de fabricação, que façam com que algumas barras esquentem mais do que outras. Isto pode acontecer caso a solda das barras com o anel de curto circuito seja não homogênea, caso algumas barras estejam interrompidas ou até mesmo caso o material de algumas barras não seja homogêneo o suficiente.

Com base na forma construtiva de um rotor do tipo gaiola de esquilo, sugerem-se algumas hipóteses que poderiam ocasionar o empeno desbalanceamento térmico e, então, utilizando-se de um modelo de elementos finitos do rotor e de um modelo dinâmico do sistema do rotor, conforme apresentado anteriormente, procura-se avaliar qual das hipóteses apresentadas é mais significativa para o empeno desbalanceamento térmico.

Figura 14 – Corte longitudinal de um rotor do tipo “gaiola de esquilo”.



O terceiro caso, apesar de derivado do segundo, supõe-se muito fácil de ocorrer na prática. Este é o caso onde algumas barras estão restritas ao longo de todo o pacote e outras estão restritas em apenas uma região do pacote. Isto é fácil de ocorrer na prática pois nos rotores de gaiola fabricada, onde as barras são inseridas após a montagem do pacote de lâminas estas podem sofrer desgaste durante o processo de inserção, caso em algum ponto a passagem da barra esteja mais fechada, devido ao desalinhamento das ranhuras na montagem do pacote.

A quarta hipótese é a única que não trata de deformações desiguais nas barras do rotor, mas sim da mudança da forma do rotor pela mudança da interferência entre o pacote de lâminas e o eixo. Para compreender este fenômeno é preciso antes entender a sequência de fabricação de um rotor gaiola de esquilo.

O primeiro passo é empilhar e prensar o pacote de lâminas. Em seguida, inserem-se as barras do rotor e soldam-se os anéis de curto-circuito. Finalmente o pacote com barras e anéis é montado com interferência no eixo pré usinado, sendo a única seção acabada, a região onde o pacote sofrerá interferência com o eixo. Nesta montagem, já que a pressão do pacote sobre o eixo não é uniforme ao longo de seu comprimento e nem na direção angular, o eixo sofre uma deformação entre os colos dos mancais. Esta deformação é corrigida pelo processo de retífica dos colos dos mancais e pistas dos sensores de vibração realizada em seguida.

Quando o rotor entra em operação a força centrífuga e as deformações térmicas do pacote de lâminas, barras e anéis de curto, modificam os valores de pressão sobre o eixo, o que acaba por modificar a forma e alinhamentos do eixo conseguidos na retífica. Isto em tese causaria desbalançamento e empenamento do eixo, o que resultaria no fenômeno do empeno desbalançamento térmico.

O terceiro caso, apesar de derivado do segundo, supõe-se muito fácil de ocorrer na prática. Este é o caso onde algumas barras estão restritas ao longo de todo o pacote e outras estão restritas em apenas uma região do pacote. Isto é fácil de ocorrer na prática pois nos rotores de gaiola fabricada, onde as barras são inseridas após a montagem do pacote de lâminas estas podem sofrer desgaste durante o processo de inserção, caso em algum ponto a passagem da barra esteja mais fechada, devido ao desalinhamento das ranhuras na montagem do pacote.

A quarta hipótese é a única que não trata de deformações desiguais nas barras do rotor, mas sim da mudança da forma do rotor pela mudança da interferência entre o pacote de lâminas e o eixo. Para compreender este fenômeno é preciso antes entender a sequência de fabricação de um rotor gaiola de esquilo.

O primeiro passo é empilhar e prensar o pacote de lâminas. Em seguida, inserem-se as barras do rotor e soldam-se os anéis de curto-circuito. Finalmente o pacote com barras e anéis é montado com interferência no eixo pré usinado, sendo a única seção acabada, a região onde o pacote sofrerá interferência com o eixo. Nesta montagem, já que a pressão do pacote sobre o eixo não é uniforme ao longo de seu comprimento e nem na direção angular, o eixo sofre uma deformação entre os colos dos mancais. Esta deformação é corrigida pelo processo de retífica dos colos dos mancais e pistas dos sensores de vibração realizada em seguida.

Quando o rotor entra em operação a força centrífuga e as deformações térmicas do pacote de lâminas, barras e anéis de curto, modificam os valores de pressão sobre o eixo, o que acaba por modificar a forma e alinhamentos do eixo conseguidos na retífica. Isto em tese causaria desbalançamento e empenamento do eixo, o que resultaria no fenômeno do empeno desbalançamento térmico.

Atualmente os programas computacionais têm permitido uma representação cada vez mais próxima da realidade, porém isto não exime os pesquisadores de adotarem hipóteses na solução de seus problemas. Aliás, a adoção de hipóteses coerentes com a física do problema é fundamental para o sucesso de uma análise numérica.

As principais hipóteses adotadas no problema foram:

- a) A estrutura se encontra livre para se deslocar nas 3 direções;
- b) Malha coincidente entre as partes nas quais existe escorregamento relativo;
- c) Malha não coincidente entre as partes nas quais existe escorregamento relativo;
- d) Propriedades dos materiais são constantes com a temperatura;
- e) Todos os componentes, exceto o pacote de lâminas, são representados por materiais isotrópicos;
- f) O pacote de lâminas é representado por um material ortotrópico;

As hipóteses "b" a "f" foram adotadas com a finalidade de que análises estáticas lineares fossem utilizadas na solução do problema, isto para que se reduzisse o tempo de solução do problema, sem as quais se tornaria impraticável resolver o problema com os recursos computacionais de equipamentos disponíveis, embora o programa utilizado permita a representação de não linearidades de contato, escorregamento relativo por atrito e material, assim como variação das propriedades com a temperatura. O recurso computacional disponível é um computador pessoal com um processador de 550 MHz, 384 Mb de memória e 8 Gb de disco rígido.

#### **4.4 Considerações sobre as hipóteses adotadas**

Numa análise estática é necessário que o modelo tridimensional esteja restrito nas três direções de deslocamento e nas três direções de rotação, senão instabilidades numéricas são geradas. A fim de restringir o modelo e não gerar instabilidades numéricas, assim como atender à hipótese de que a estrutura está livre para se deslocar nas três direções, utilizaram-se elementos de mola lineares nas pontas do eixo, nas três direções. Nesses



elementos utilizou-se um valor de rigidez bastante baixo, de maneira a minimizar a sua influência nas deformações da estrutura e assim adequadamente simular a hipótese “a”. Caso as restrições fossem colocadas diretamente no eixo, isto invalidaria a hipótese “a”.

Apesar de as barras não estarem solidamente ligadas ao pacote de lâminas e estes não estarem solidamente ligados ao eixo, utilizou-se malha coincidente entre estes componentes, como se eles estivessem solidamente ligados. Este hipótese pode ser adotada uma vez que não existe escorregamento entre as partes.

O pacote de lâminas, apesar de ser um conjunto laminado e prensado, foi considerado como um corpo sólido. A modelagem de rigidez do pacote de lâminas é complexa e talvez uma das maiores incógnitas no comportamento estrutural do rotor, juntamente com o estator que é fabricado da mesma maneira. Nas análises dinâmicas do rotor, considera-se que o pacote não contribua com rigidez para o rotor, adicionando somente com massa e inércia. Esta hipótese é em geral validada pelos resultados experimentais que determinam as velocidades críticas do rotor, já que poucas discrepâncias são encontradas entre os modelos dinâmicos e os resultados experimentais, porém talvez esta hipótese não seja verdadeira quando se estudam as deformações que o rotor sofre com a temperatura.

Neste trabalho, considerou-se o pacote como um corpo sólido com um material ortotrópico, onde as propriedades na direção radial são as mesmas do aço. Na direção axial, considerou-se um valor diferente para o módulo de rigidez axial e os transversais que se relacionam com este, tendo como base testes modais realizados por Fife e Ribeiro [19] em estatores de motores elétricos construídos de forma semelhante. Wang e Lai [20], também sugerem a mesma abordagem para modelos de elementos finitos de estator de motores elétricos. Utilizaram-se os dados levantados experimentalmente para estatores já que não foi possível realizar estes ensaios em pacotes de rotores.

Esta talvez seja a hipótese adotada a qual pode comprometer um pouco os resultados, já que não se dispõe de medições experimentais que comprovem as hipóteses adotadas para pacotes de lâminas de um rotor semelhante, porém já que o pacote do rotor é

submetido ao mesmo processo de fabricação do pacote do estator, admite-se que as propriedades sejam bastante próximas.

Esta abordagem também está coerente com o apresentado por Walker, Rogers e Jackson [21], que mostram que para pressões de prensagem acima de 1.4 MPa um pacote de lâminas é considerado suficientemente rígido, ou seja as lâminas não se soltam com o tempo nem com as vibrações. Uma vez que a rigidez de ambos os pacotes, estator e rotor, é dependente da pressão de prensagem e como ambos estão submetidos às mesmas pressões de prensagem durante a fabricação, assume-se que as propriedades levantadas para o estator sejam válidas para o rotor.

O que difere em cada modelo são apenas alguns detalhes de modelagem e as condições de contorno e carregamentos aplicados. A seguir são apresentadas as hipóteses, condições de contorno e carregamentos adotados em cada um dos casos. Análises estáticas lineares foram utilizadas em todos os casos de carregamento. Em todos os modelos os mesmos foram restritos nos nós dos elementos de mola lineares nas três direções de deslocamento, dependendo da matriz de rigidez de cada elemento.

#### 4.5 Cálculo dos coeficientes dos elementos de mola linear

Os elementos de mola linear, localizados nos centros das pistas dos mancais de deslizamento, foram utilizados apenas para restringir o modelo nos seis graus de liberdade da estrutura e assim evitar erros numéricos na análise estática linear. Estes elementos devem ter rigidez suficientemente pequena para não interferir nos resultados, mas também esta não pode ser muito pequena de modo a gerar instabilidade numérica.

Com base no exposto acima e na experiência de outras situações semelhantes em outras análises, considerou-se que a soma dos coeficientes dos elementos de mola devem ser cerca de 1000 vezes menor que a rigidez do eixo na respectiva direção, tomando como base o sistema cartesiano de coordenadas.

Como o modelo é tridimensional este possui seis graus de liberdade, sendo necessário restringir não somente os deslocamentos nas três direções de movimento de corpo rígido, como também as rotações de corpo rígido. A fim de restringir também as rotações, foi utilizado mais de um elemento para cada direção de deslocamento linear, em nós diferentes de forma a gerar uma restrição de momento. Na direção axial do eixo foram utilizados 2 elementos, da direção horizontal mais dois elementos (flexão) e na direção vertical 4 elementos, de maneira que tanto os três deslocamentos estão restritos, assim como as rotações.

Para cálculo da rigidez de flexão de eixo, que se aplica no cálculo dos coeficientes de mola das direções vertical e horizontal foi usada a seguinte relação [22]:

$$K = (48 \cdot E \cdot I) / L^3 \quad (15)$$

Onde E é o módulo de elasticidade, I é o momento de inércia da seção do eixo e L é o comprimento entre mancais.

Para cálculo da rigidez axial do eixo, que se aplica no cálculo dos coeficientes de mola axiais foi usada a seguinte relação:

$$K = (E \cdot A) / L \quad (16)$$

Onde E é o módulo de elasticidade, A é a área da seção do eixo e L é o comprimento entre mancais.

Para os estudos de caso propostos, o diâmetro do eixo é igual a 171,5 mm, o módulo de elasticidade igual a 206 000 MPa e dado o comprimento entre mancais igual a 1824 mm, calculou-se a rigidez à flexão do eixo em cerca de 70 kN/mm e a rigidez axial em 2 600 kN/mm.

Adotando a hipótese de que a soma dos coeficientes dos elementos de mola devem ser 1000 vezes inferiores a estes valores, determinou-se que os coeficientes das molas

axiais devem ser 2,6 kN/mm, das molas radiais 70 N/mm e das molas tangenciais 35 N/mm.

#### **4.6 Propriedades dos materiais utilizados**

O eixo é feito em aço de alta resistência (AISI 1045 ou AISI 4140), o pacote é feito em aço silício, que possui boas propriedades magnéticas. As barras e anéis são feitos em cobre ou ligas de cobre pois possuem boa condutividade elétrica, em alguns casos o cobre é substituído pelo alumínio, por razões técnicas e econômicas. A norma API 541 [3] praticamente impõe que o rotor seja fabricado em cobre, portanto concentraram-se os estudos em rotores deste tipo.

As propriedades mecânicas e térmicas do alumínio diferem sensivelmente das do cobre e suas ligas e portanto os efeitos do empeno desbalançamento térmico devem ser diferentes. Dessa maneira, e para efeitos de comparação entre as duas configurações, após a análise dos casos de carga em cobre escolheu-se um caso para realizar a mesma análise com barras e anéis de alumínio. Isto permite avaliar qual das duas construções, gaiola de alumínio ou de cobre, é mais sensível ao empeno desbalançamento térmico. Visando simplificar e reduzir o número de análises a serem realizadas, escolheu-se dentre as ligas de cobre utilizadas, apenas a liga de latão naval.

Como o objetivo deste estudo é avaliar deformações globais no sistema do rotor e não tensões, tanto a malha gerada como as propriedades adotadas visam a boa representação de deslocamentos e não tensões. A tabela abaixo mostra as propriedades adotadas em todas as análises, onde  $H$  é o módulo de elasticidade,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $\alpha$  é o coeficiente de expansão linear e  $\rho$  é a densidade.

**Tabela 1 – Propriedades dos materiais utilizados.**

Componente	Material	E (MPa)	$\nu$	$\alpha$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )	$\rho$ ( $\text{kg}/\text{mm}^3$ )
Eixo	AISI 1045	206 000	0,29	$1,22 \cdot 10^{-5}$	$7,85 \cdot 10^{-6}$
Pacote*	Aço silício	206 000	0,29	$1,22 \cdot 10^{-5}$	$7,85 \cdot 10^{-6}$
Barras	Latao	96 000	0,32	$1,75 \cdot 10^{-5}$	$8,51 \cdot 10^{-6}$
	Alumínio	70 700	0,33	$1,69 \cdot 10^{-5}$	$2,72 \cdot 10^{-6}$
Anel de curto	Cobre	116 700	0,33	$1,70 \cdot 10^{-5}$	$8,91 \cdot 10^{-6}$
	Alumínio	70 700	0,33	$1,69 \cdot 10^{-5}$	$2,72 \cdot 10^{-6}$

\* Conforme já mencionado, este componente foi modelado através de um material ortotrópico com as propriedades determinadas através de ensaios modais [19].

#### 4.7 Tratamento dos resultados das análises por elementos finitos

As análises por elementos finitos apenas mostram a deformação sofrida pelo rotor para cada caso de carga e utilizando-se a rotina computacional do anexo, calcula-se a mudança do centro de gravidade em relação à posição inicial. Além disto, se obtêm a linha deformada do eixo através dos resultados de deformação para os nós localizados no centro do rotor.

Isto não é suficiente para avaliar os níveis de vibração com a máquina em operação. Para isso é necessário que os resultados das análises estáticas lineares por elementos finitos sejam utilizados em análises dinâmicas capazes de quantificar o aumento da vibração resultante da deformação e do desbalanceamento introduzidos pelo rotor.

Rao [4] e Finley, Hodowanec e Holter [23] sugerem que o aumento das vibrações devido à flexão do rotor, ocasionado por efeitos térmicos, pode ser interpretado como um desbalanceamento. Bachschmid, Pennacchi e Vania [24] sugere que este efeito seja modelado no modelo de elementos finitos através de dois momentos aplicados em nós diferentes no modelo de elementos finitos, que resulte na mesma deflexão estática ocasionada pela desigual distribuição de deformações térmicas.

O modelo proposto por Bachschmid, Pennacchi e Vania [24] representa melhor o valor de vibração observada pelo rotor deformado. Entretanto, além da deformação do rotor, é necessário também considerar o desbalanceamento resultante da deformação não homogênea dos diversos componentes. Considera-se que esta combinação de ambos os modelos sugeridos pelos autores pesquisados é a melhor alternativa para se tratar dos resultados obtidos, ou seja, o rotor deformado somado-se a um desbalanceamento.

Uma vez que o desbalanceamento calculado pela rotina computacional é o desbalanceamento total introduzido, o qual já leva em consideração a forma deformada do rotor, o procedimento adotado foi o seguinte:

- a) Introduz-se como carregamento a forma deformada do eixo para os nós correspondentes geometricamente da linha neutra do eixo em ambos os modelos;
- b) Calcula-se em uma rotina computacional em separado, o desbalanceamento que a forma deformada do eixo introduz no modelo dinâmico;
- c) Desconta-se o desbalanceamento calculado em "b" do desbalanceamento calculado no modelo tridimensional em elementos finitos;
- d) Aplica-se o desbalanceamento resultante no modelo de dinâmico.

A análise que será realizada mostra a resposta ao desbalanceamento em função da rotação. Como é praticamente impossível deixar um rotor completamente balanceado, ficando sempre um desbalanceamento residual, é necessário comparar o desbalanceamento térmico introduzido com algum valor de máximo desbalanceamento permitido.

Uma vez que este trabalho se concentra em máquinas elétricas, seria natural escolher a norma API 541 [3], uma vez que esta é considerada a norma mais rígida no que se refere à vibração e à variação da vibração entre o estado do rotor frio e na temperatura de operação. Esta mesma norma estabelece limites de desbalanceamento residual para os rotores de máquinas elétricas, para cada plano de desbalanceamento baseando-se na massa do rotor e na velocidade de operação do mesmo.

Entretanto, utilizou-se como máximo valor de desbalanceamento residual para o modelo a frio, o grau ISO 6.3, conforme definido na norma ISO 1940-1 [25]. Escolheu-se o grau ISO 6.3, uma vez que este é aceito como o melhor grau de desbalanceamento residual técnica e economicamente possível de se alcançar em uma máquina de balancear onde o rotor roda sobre roletes. Nos modelos em que o empeno desbalanceamento térmico é considerado, este se soma em fase ao desbalanceamento inicial ISO grau 6.3.

#### 4.8 Discussão sobre o grau de desbalanceamento exigido pela API 541 [3]

Como em geral utilizam-se dois planos de balanceamento no rotor para se efetuar o balanceamento dinâmico a norma API 541 [3] estabelece que para cada plano o limite máximo de desbalanceamento é dado pela fórmula (em unidades métricas):

$$U_b = 6350 * W / n, \quad (18)$$

onde:

- W é a carga no mancal do lado do plano de balanceamento em kgf;
- N é a rotação da máquina em rpm.

O valor do desbalanceamento  $U_b$  é dado em g.mm (gramas vezes milímetros), e equivaleria a um grau ISO 0.7, conforme evidencia a norma API 684 [5].

Para rotores flexíveis, isto é, que operam acima da sua primeira velocidade crítica, a mesma norma estabelece a adoção de um terceiro plano de balanceamento, mas não define limites para este terceiro plano.

De acordo com a norma ISO 1940-1 [25], graus de desbalanceamento iguais ou superiores ao grau 1, só podem ser alcançados com o rotor montado sobre os seus mancais definitivos e provavelmente com as temperaturas tanto dos mancais como do rotor estabilizadas. Isto evidencia o exagerado e impraticável requisito das normas API 541 [3] e API 684 [5].

Para mostrar que o grau exigido pela norma API 541 [3] é impossível de ser alcançado em uma máquina de balançar onde o rotor roda sobre roletes, tome-se como exemplo o rotor objetivo das análises cuja massa é 960 kg. Suponha-se que o centro dos mancais esteja perfeitamente centrado em relação ao pacote de lâminas, mas que o colo onde apoiara o rotor para balançar apresente uma ovalização e que esteja fora de centro em relação ao mancal. Suponha-se que estas duas diferenças resultem em 0.015 mm de excentricidade total, o que é um bom valor para um rotor deste tamanho.

Pelo exposto acima o desbalançamento remanescente no rotor é de 14 400 g.mm, o que mostra que o grau solicitado pela API 541 [3] é impossível na prática. É interessante notar que o grau ISO 6.3 é 16 000 g.mm para o mesmo rotor. Esta é a razão pela qual adotou-se este desbalançamento como o melhor grau inicial do rotor.

Utilizando o programa computacional DyRoBes [26], que é um programa computacional de análise dinâmica, construiu-se um modelo dinâmico do rotor com a mesma geometria e propriedades do eixo utilizadas nas análises estáticas.

#### **4.9 Modelo de elementos finitos do rotor para análise dinâmica**

O DyRoBes [26] utiliza o método dos elementos finitos para modelagem e solução do problema e é um programa computacional desenvolvido especificamente para a análise de rotores. Obviamente, os mesmos resultados poderiam ser obtidos com o programa ANSYS [18], mas isso exigiria um esforço adicional desnecessário. O eixo é modelado com elementos de barras, os quais têm as suas propriedades de inércia e rigidez representadas. O pacote é considerado como massas pontuais, com momentos de inércia em relação aos eixos transversal e longitudinal de um cilindro.

Os mancais são modelados por elementos de molas e amortecedores, incluindo-se os coeficientes cruzados, como já explicado anteriormente. Tais propriedades, são colocadas como função da rotação do rotor.



As rigezas da carga dos mancais e da carga do motor são combinadas e representadas através de elementos de mola linear sem amortecimento, já que este é considerado como desprezível para estruturas de aço. Embora o efeito giroscópico seja pequeno nos rotores estudados, este efeito foi considerado nas análises.

O modelo assume vibrações lineares, ou seja, que a massa as propriedades de massa, rigidez e amortecimento não são alteradas pelas amplitudes das vibrações nem pelas deformações térmicas introduzidas, de modo que o sistema possa ser representado por equações diferenciais lineares

A figura 15 mostra o modelo dinâmico do rotor. Os elementos do eixo estão representados em azul, os mancais pelas molas que se ligam ao eixo e a carga do motor e mancais, pelas molas que se ligam a terra. Os círculos representam as massas do rotor, distribuídas em 11 nós, que é um grau de refinamento satisfatório para o problema em questão, tendo como base análises de convergência numéricas realizadas com base no valor da velocidade crítica e da amplitude de resposta nesta velocidade. Os triângulos representam o desbalanceamento em cada plano de balanceamento.

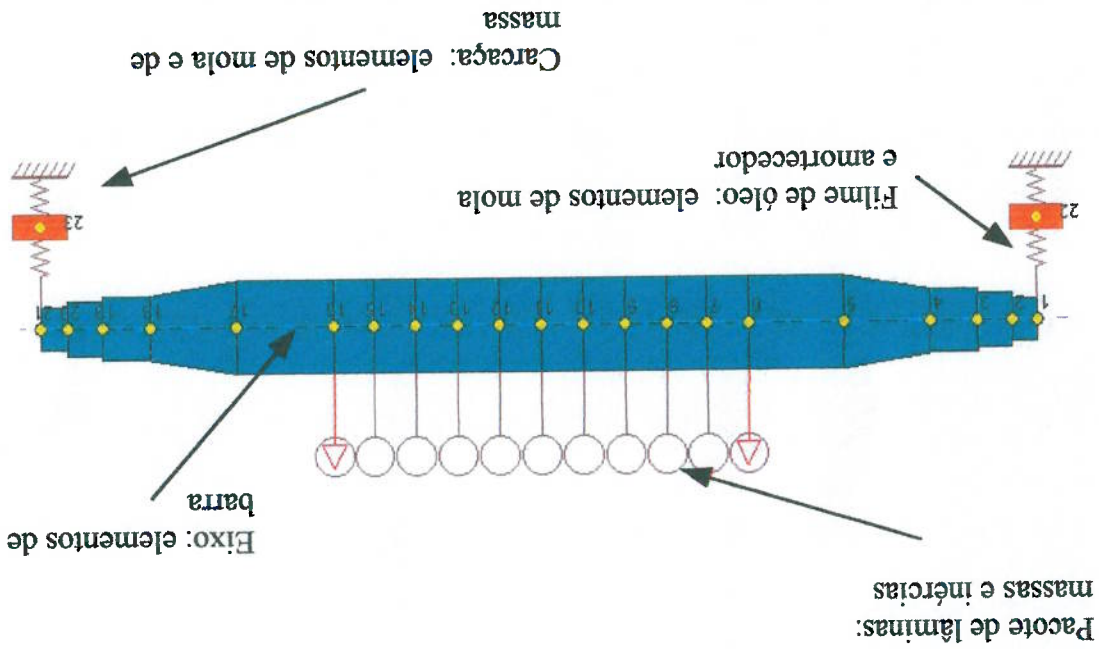


Figura 15 – Modelo dinâmico do rotor.

## 5 Estudos de Caso

### 5.1 Descrição dos carregamentos

#### 5.1.1 Caso 1 – Barras com diferentes temperaturas

Este caso estuda o que acontece quando parte das barras de um determinado trecho angular do rotor, seja por problemas da solda entre elas e o anel de curto, por falhas no material das barras, o que aumentaria a resistência elétrica do sistema neste trecho, e por consequência as perdas por efeito Joule, ou até mesmo por deficiências na ventilação do rotor, sofrem um aumento de temperatura maior do que as demais.

No modelo em algumas barras aplica-se um valor de temperatura diferente das demais. Foram escolhidas arbitrariamente 8 barras subseqüentes, que representam um quarto do total de barras. Estas barras foram submetidas a uma elevação de temperatura de 5 °C acima das demais. As demais barras sofrem um aumento de temperatura de 80 °C, assim como os anéis de curto-circuito.

O pacote é submetido a aumento de temperatura o qual varia desde o centro até a sua extremidade da seguinte maneira: a porção central é submetida a um aumento de 20 °C, a porção dos furos de ventilação a um aumento de 30 °C, a região entre os furos de ventilação e as barras a um aumento de 40 °C e finalmente a região ao redor das barras é submetida a um aumento de 60 °C. O eixo não sofre aumento de temperatura. A figura 16 mostra a variação de temperatura do núcleo.

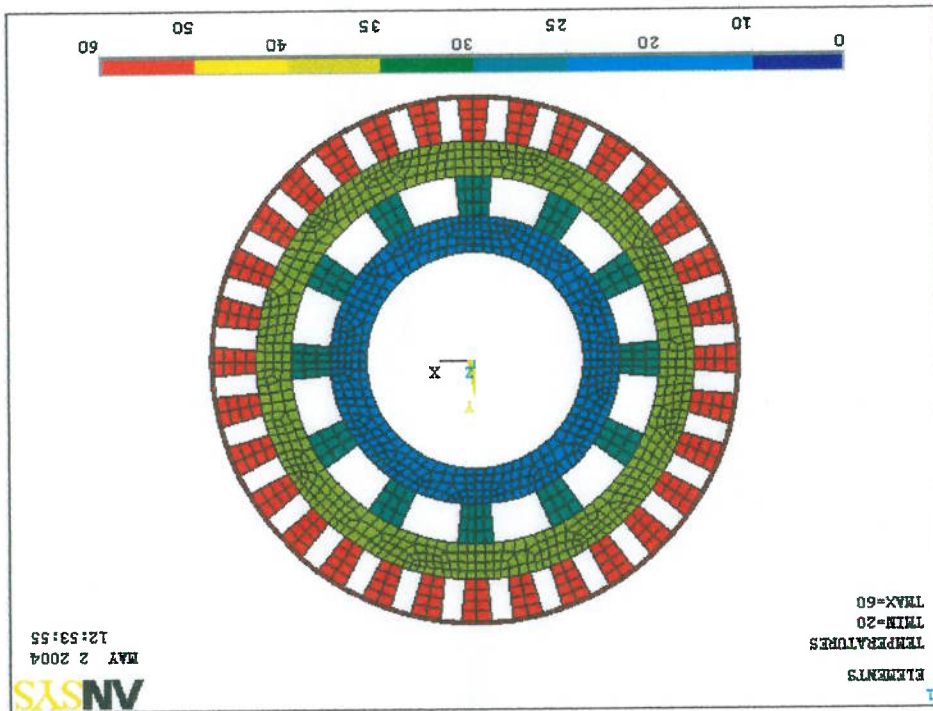
Este caso estuda a alteração do centro de gravidade do rotor, e por consequência, o desbalanceamento do rotor e o empenamento introduzido no eixo, quando algumas barras estão mais presas na ranhura do que outras. Isto significa que com o aquecimento e rotação, algumas barras vencem a força de atrito e se deslocam livremente em relação

### 5.1.2 Caso 2 – Barras presas e barras livres

Para calcular com maior precisão a alteração do centro de gravidade do rotor completo, desenvolveu-se uma rotina, utilizando a linguagem de programação interna APDL (Ansys Parametric Design Language) do programa computacional ANSYS [18]. A rotina está listada e comentada em anexo.

Inicialmente pensou-se em calcular a alteração do centro de gravidade do sistema, através da mudança da linha neutra do eixo, mas a análise dos resultados dos deslocamentos sofridos pelas diversas partes do rotor mostrou que este tratamento não seria preciso, já que não somente o eixo como todos os demais componentes sofrem deformações significativas em relação à sua posição original.

Figura 16 – Variação radial da temperatura do rotor.



ao pacote e outras não, deformando o pacote de maneira não homogênea, gerando uma distribuição desigual de massa e deformando o eixo. Este caso pode ocorrer quando, por questões de processo de fabricação, algumas barras estão submetidas a uma interferência maior do que as outras em relação à ranhura.

Neste caso, todas as barras foram submetidas ao mesmo aumento de temperatura, porém em algumas barras a hipótese de malha coincidente não foi adotada, de modo que estas barras estão presas somente aos anéis de curto e podem deformar-se livremente em relação ao pacote de lâminas. Para poder haver comparação de resultados em relação ao caso anterior as mesmas 8 barras foram modeladas nesta condição. Novamente a mesma rotina mencionada anteriormente foi utilizada para calcular a mudança do centro de gravidade do rotor e os deslocamentos ao longo da linha neutra do eixo foram utilizados para se obter a forma deformada do eixo.

### 5.1.3 Caso 3 – Barras presas em uma extremidade e livres em outra

Este caso simula o que ocorre quando parte das barras está presa em uma parte do seu comprimento em relação à ranhura e livre no restante. Isto ocorre quando as barras, durante o processo de inserção na ranhura são erodidas por uma ranhura desalinhada em relação às demais. Este efeito é observado com maior frequência nas barras de alumínio e cobre puro, por estas terem dureza menor do que as barras de latão.

Neste caso a hipótese de malha coincidente foi adotada apenas em metade do comprimento das 8 barras na região em que estas estão dentro do pacote. O restante do comprimento da barra foi considerado livre para se deslocar em relação ao pacote de lâminas. Novamente, a mesma rotina mencionada acima foi utilizada para calcular a mudança do centro de gravidade do rotor e os deslocamentos ao longo da linha neutra do eixo foram utilizados para quantificar a deformação do rotor.

#### **5.1.4 Caso 4 – Mudança da distribuição das pressões do pacote sobre o eixo**

O pacote de lâminas é montado por interferência no eixo. Como é um conjunto de finas lâminas de aço empilhadas num pino que tem uma folga em relação ao diâmetro interno das lâminas, para permitir desmontagem e subsequente montagem no eixo, existe sempre um pequeno desalinhamento entre as lâminas.

Quando este conjunto de lâminas desalinhadas é montado sobre o eixo, algumas regiões exercem maior pressão sobre o eixo do que outras. Isso faz com que o eixo se deforme levemente. É por esta razão que a retífica final dos colos dos mancais é realizada somente após a montagem do pacote, para alinhar os colos.

Admite-se que, com a máquina em funcionamento, a força centrífuga e a diferença de temperatura entre o eixo e o pacote, que é na média 30 °C, modifiquem a distribuição de pressões e que o eixo novamente se deforme. Isto acabaria por gerar um empeno desbalanceamento derivado da distribuição e do aumento da temperatura.

Neste caso, combinou-se a interferência nominal entre o eixo e o pacote, com a máxima variação que a interferência inicial pode ter em uma dada secção do eixo, somados com a diferença de temperatura entre pacote e eixo. A velocidade angular do rotor em operação não foi considerada, já que atua simetricamente em todo o rotor. Adotou-se que um quarto do eixo está submetido a um valor diferente de pressão.

Para simular a variação da distribuição de pressões, o trecho escolhido foi submetido a um aumento de temperatura 10 °C acima do resto, seção a seção, conforme explicado no caso 1. Isto simula o fato dessa região se descolar mais em relação ao eixo do que as demais, como se ela perdesse mais a sua interferência inicial.

### **5.2 Resultados das análises estáticas por elementos finitos**

#### **5.2.1 Caso 1 – Barras com diferentes temperaturas**

A figura 17 explica a legenda que aparece em todas as figuras dos resultados das análises em elementos finitos.

As figuras 18 e 19 mostram a deformação sofrida pelo rotor para o caso em que um quarto das barras sofre um aumento de temperatura superior às demais. A primeira mostra a vista em perspectiva e a outra a vista lateral. A figura 20 mostra a deformação do eixo e têm como objetivo mostrar que o eixo sofre deformação, mesmo as cargas ocorrendo em outras partes do rotor.

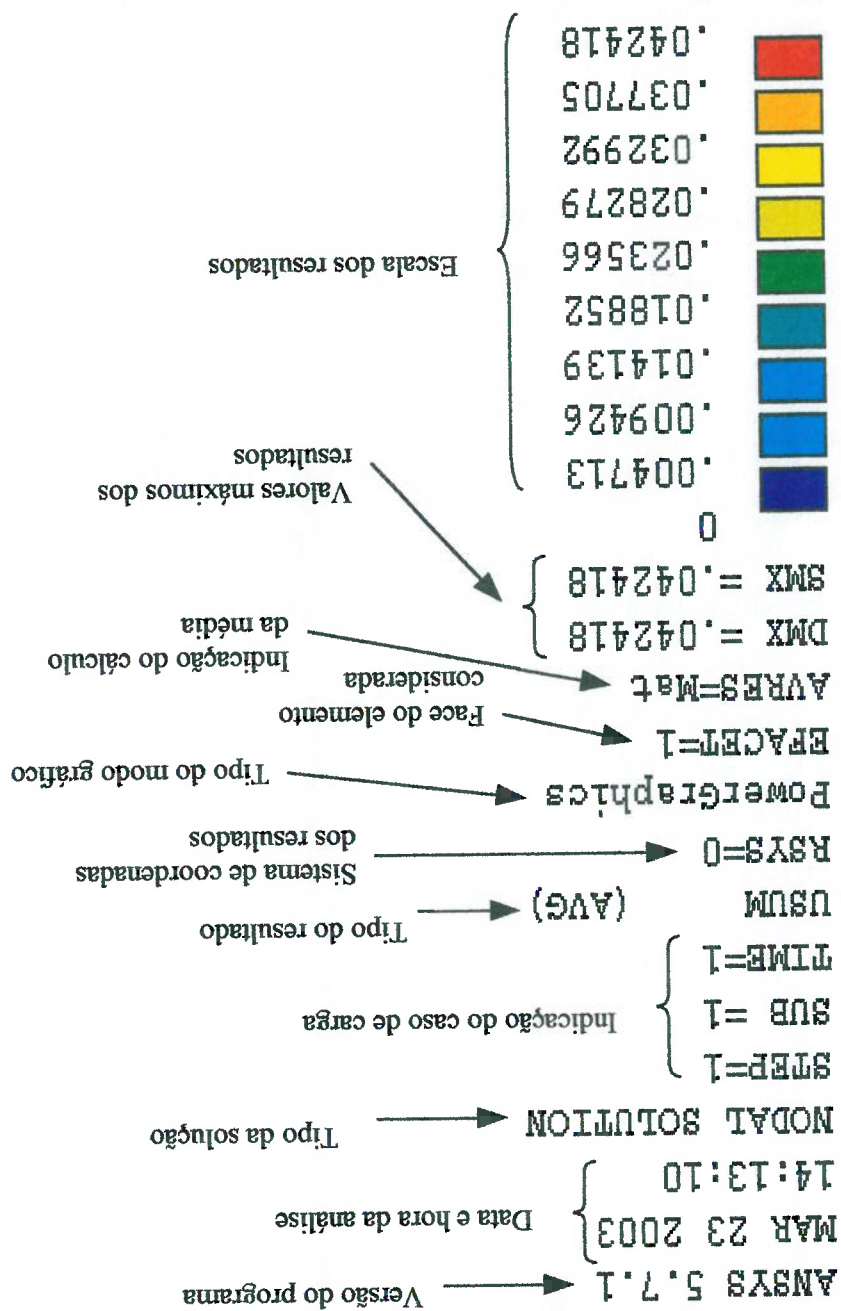


Figura 17 - Legenda das análises em elementos finitos.



Figura 19 – Vista lateral das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.

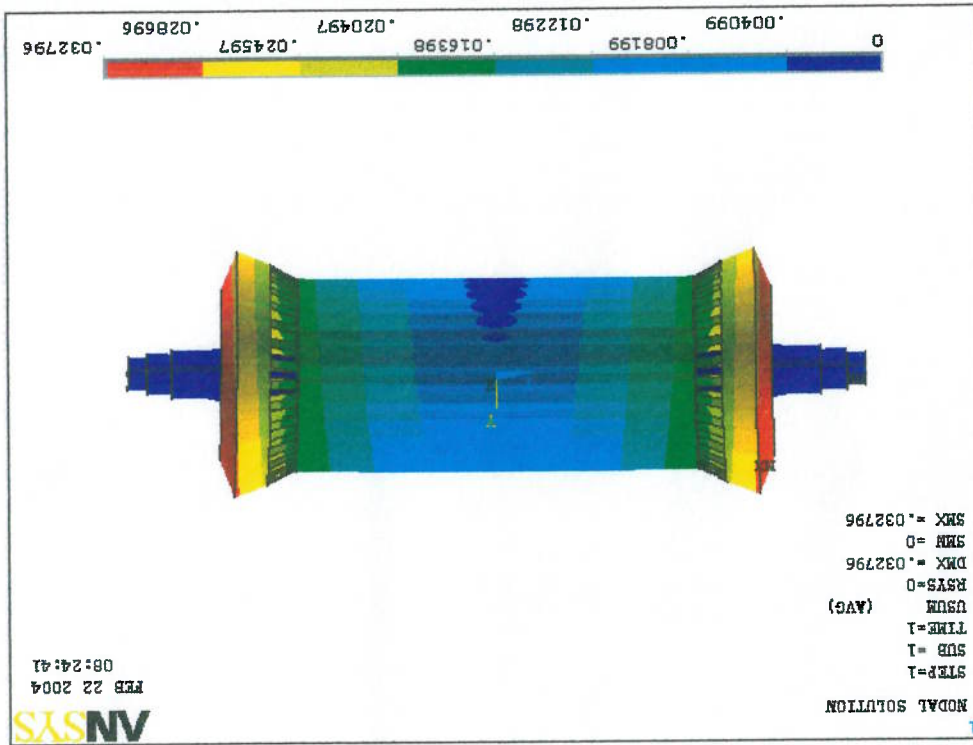
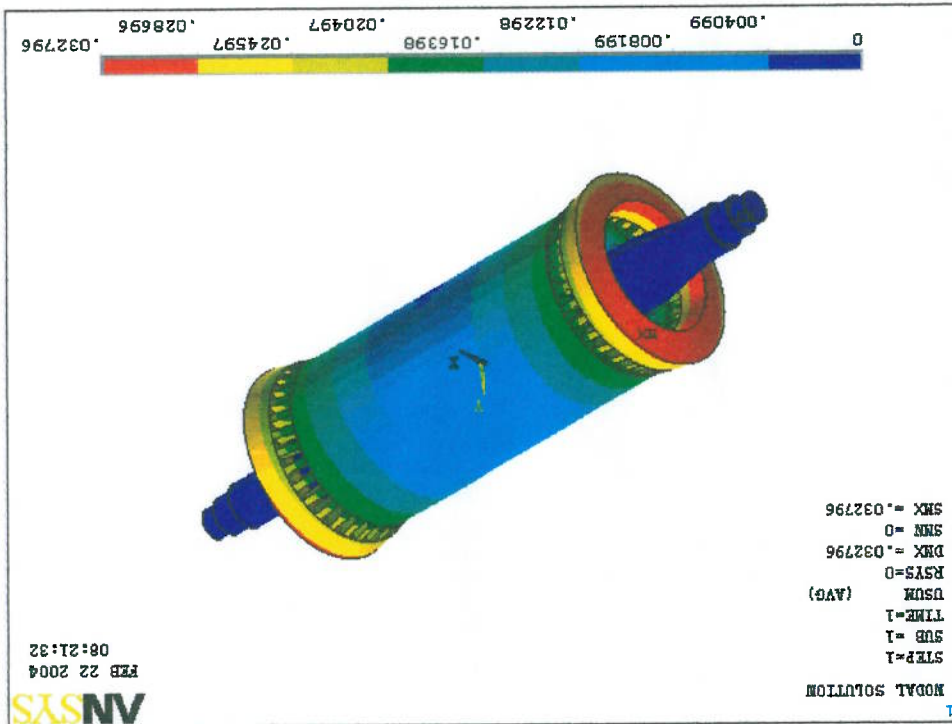


Figura 18 – Vista em perspectiva das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.

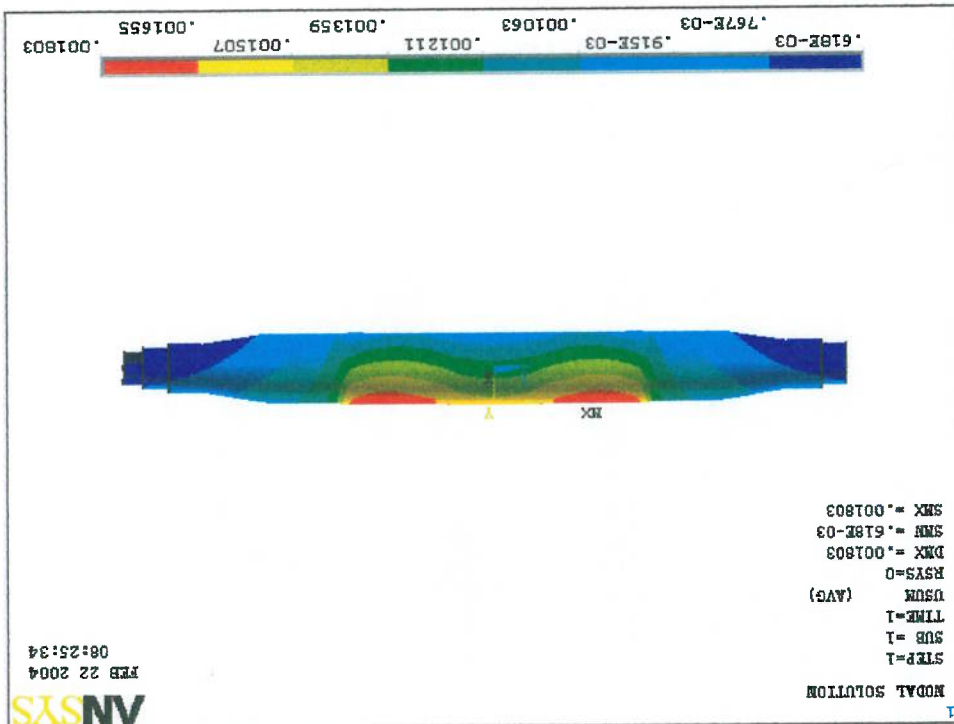


Na análise dos resultados de deformação, observa-se que a deformação da estrutura e também do eixo são simétricas em relação ao plano XY. Isto é importante, pois isto indica que o modelo respondeu adequadamente, uma vez que o carregamento é simétrico em relação a este plano.

Observa-se também que as deformações são contínuas em todas as interfaces. Como neste caso assume-se que não existe escorregamento entre as partes, isto demonstra a hipótese de malha coincidente conseguiu representar bem este caso de carga.

Observa-se que o eixo se deforma no sentido oposto das barras que sofreram aumento de temperatura superior às demais. A flexão no ponto central do rotor é 0,032 mm e o deslocamento do centro de gravidade do rotor é 0,025 mm.

**Figura 20 – Vista lateral das deformações do eixo, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.**





## 5.2.2 Caso 2 – Barras presas e barras livres

As figuras 21 e 22 mostram a deformação sofrida pelo rotor quando um quarto das barras encontram-se livres para se deslocarem em relação ao pacote e as demais não. A primeira mostra a vista em perspectiva e a segunda a vista lateral. A figura 23 mostra a deformação do eixo e têm como objetivo mostrar que o eixo sofre deformação, mesmo as cargas ocorrendo em outras partes do rotor, o que indica que uma deformação desigual do pacote pode deslocar o eixo em relação à linha neutra e também alterar o seu centro de massa.

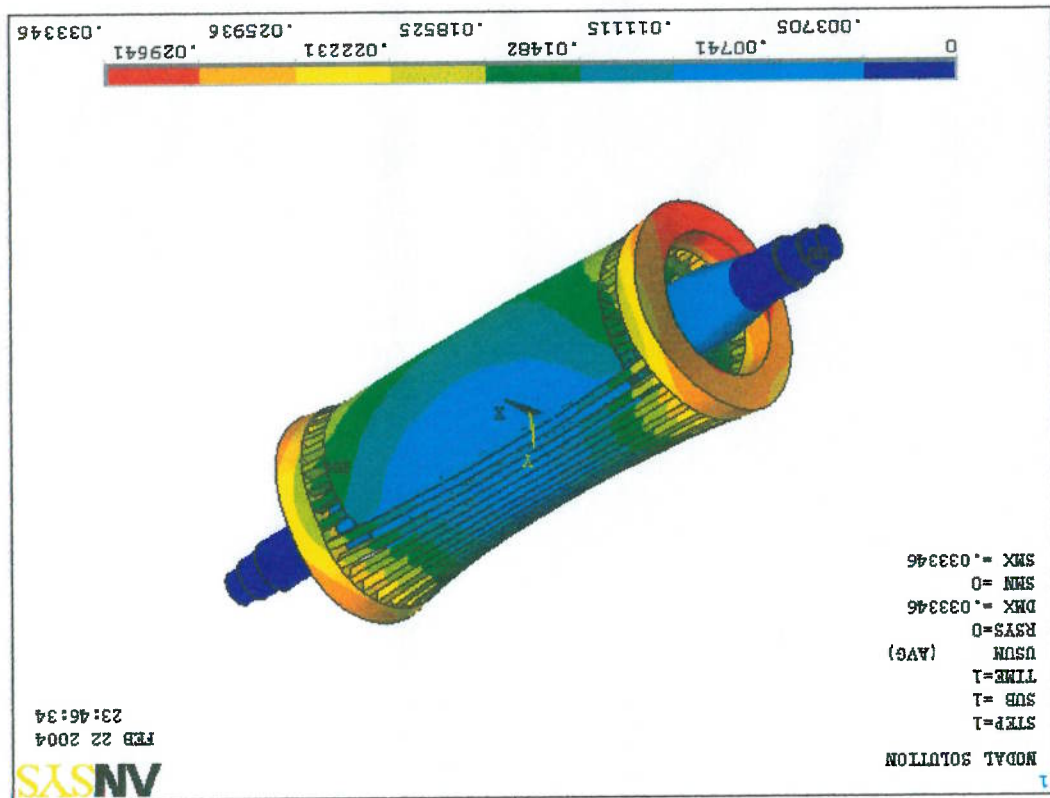


Figura 23 – Vista lateral das deformações do eixo, quando este está submetido ao caso de carregamento 2.

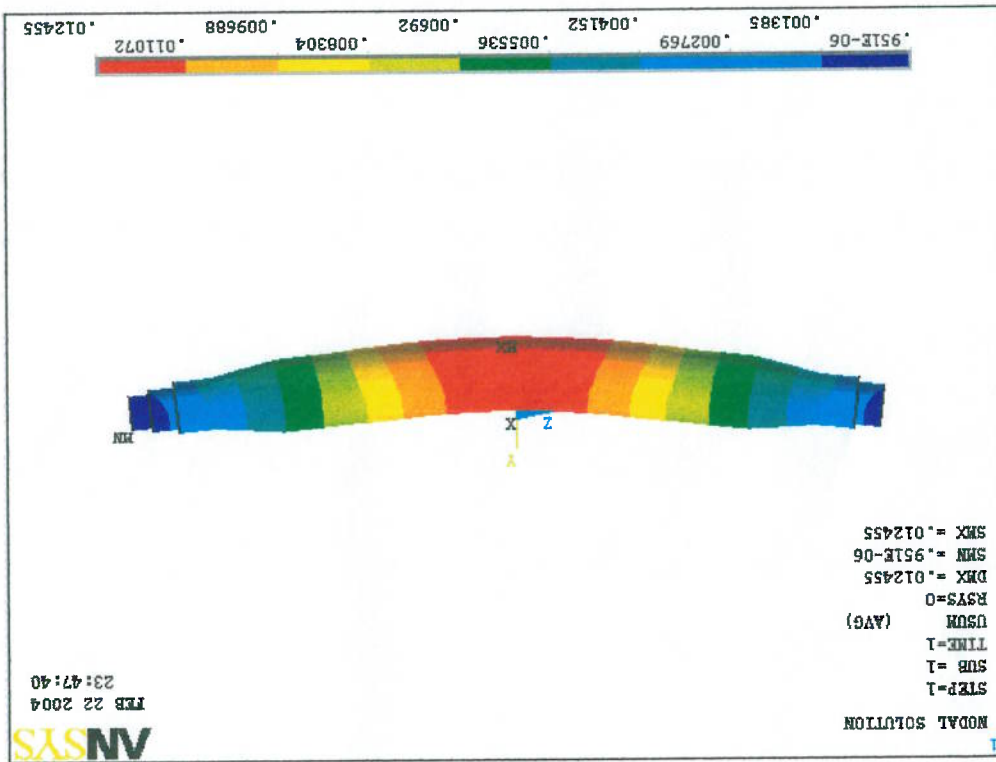
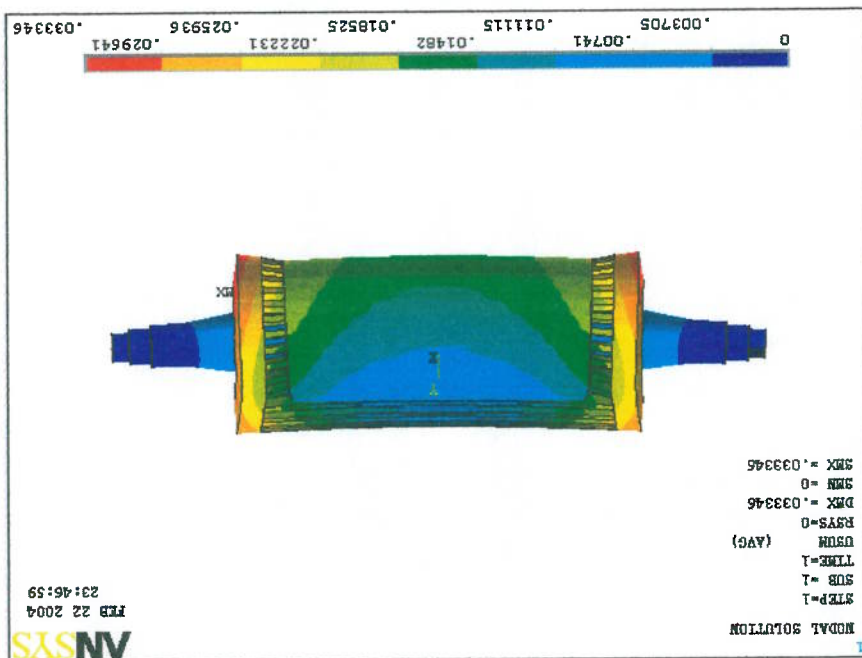


Figura 22 – Vista lateral das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 2.



Novamente observa-se que a deformação da estrutura e também do eixo são simétricas em relação ao plano XY. Isto é importante, pois uma vez que o carregamento é simétrico em relação a este plano, isto indica que o modelo respondeu adequadamente.

Neste caso porém as deformações não são contínuas em todas as interfaces, sendo claramente descontínuas na interface das barras "livres" com o pacote, o que de certa forma validaria a hipótese de escorregamento entre as partes, porém é necessário verificar o valor das deformações radiais entre as barras e o pacote, para verificar se não existe penetração excessiva, pois na realidade a barra só desloca na direção axial em relação ao pacote, estando contida na direção radial.

Esta restrição radial não foi representada no modelo, pois isto exigiria elementos de contato, o que implicaria em uma análise estática não linear, ou a utilização de equações de acoplamento de graus de liberdade ao longo destas interfaces, o que introduziria restrições adicionais na matriz de rigidez. Ambas as opções aumentariam demasiadamente o tempo de processamento, o que inviabilizaria a solução do problema com os recursos computacionais disponíveis.

Uma barra tem 3.84 kg de massa e seu respectivo centro de gravidade está localizado a 0.19 m do centro de rotação, de maneira que a 3600 rpm a força centrífuga aplicada sobre o pacote é 104 000 N, assumindo que os anéis de curto não absorvam nenhuma porção desta carga e aplicando-se um coeficiente de 0.2 entre a barra e a ranhura, a força de atrito resultante é 20 800 N. A força de expansão térmica é 46 200 N para uma barra de latão. Isto demonstra que a barra pode se deslocar em relação à ranhura, caso exista uma pequena folga inicial. Como a barra se expande 0,046 mm na direção radial, em razão do aumento de temperatura, e a ranhura expande 0,025 mm, uma folga inicial de apenas 0.021 mm já é suficiente para permitir a expansão livre da barra no sentido axial, de maneira a deformar o rotor.

Nota-se que a parte central do eixo chega a flexionar 0,312 mm em relação à sua posição original. Neste caso, o centro de gravidade da estrutura se desloca 0,220 mm.

Observa-se que neste caso o eixo se deforma no sentido das barras livres, o que a princípio não seria muito intuitivo, já que era esperado que as barras livres, por se deformarem mais na direção axial, deformassem o eixo no sentido oposto, mas o fato é que o pacote das lâminas é o grande responsável pela deformação do eixo. Como as barras, por serem de latão e por serem submetidas a uma temperatura maior, se deformam mais do que o pacote, na região das barras livres o pacote se deforma menos axialmente do que no resto, e então o eixo se deforma nesta direção. Os resultados mostram que este caso de carga é pior do que ter barras a temperaturas diferentes.

### 5.2.3 Caso 3 – Barras presas em uma extremidade e livres em outra

As figuras 24 e 25 mostram a deformação sofrida pelo rotor neste caso de carregamento. Uma mostra a vista em perspectiva e a outra a vista lateral. A figura 26 mostra a deformação do eixo e têm como objetivo mostrar que o eixo sofre deformação, mesmo as cargas ocorrendo em outras partes do rotor.

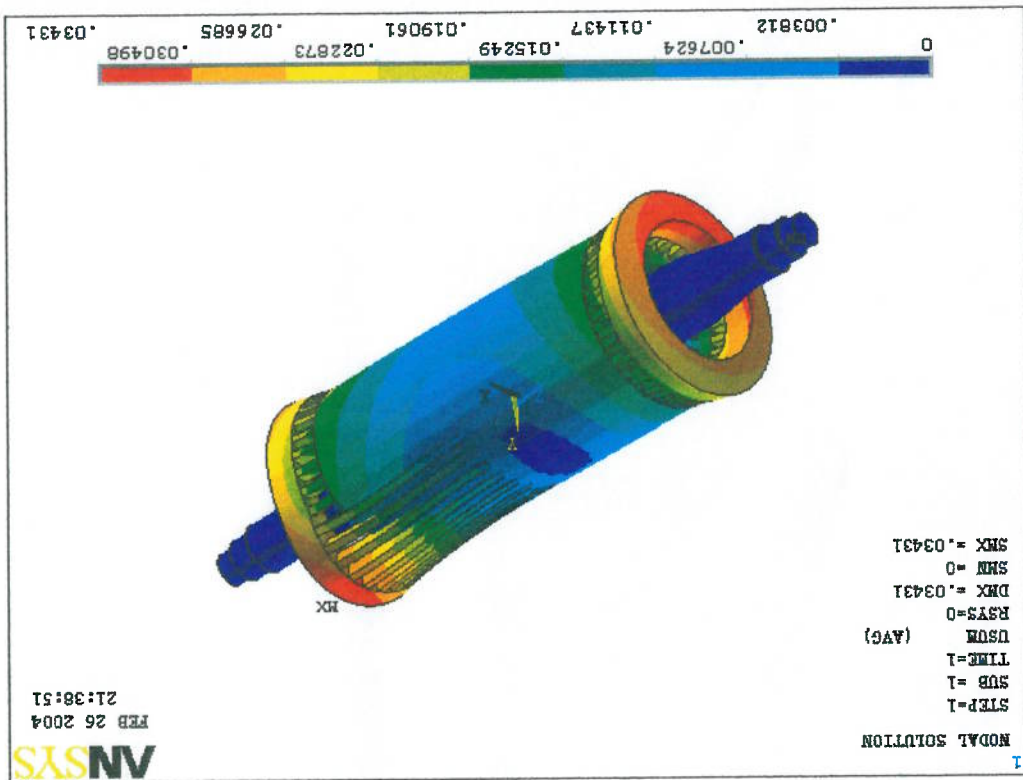
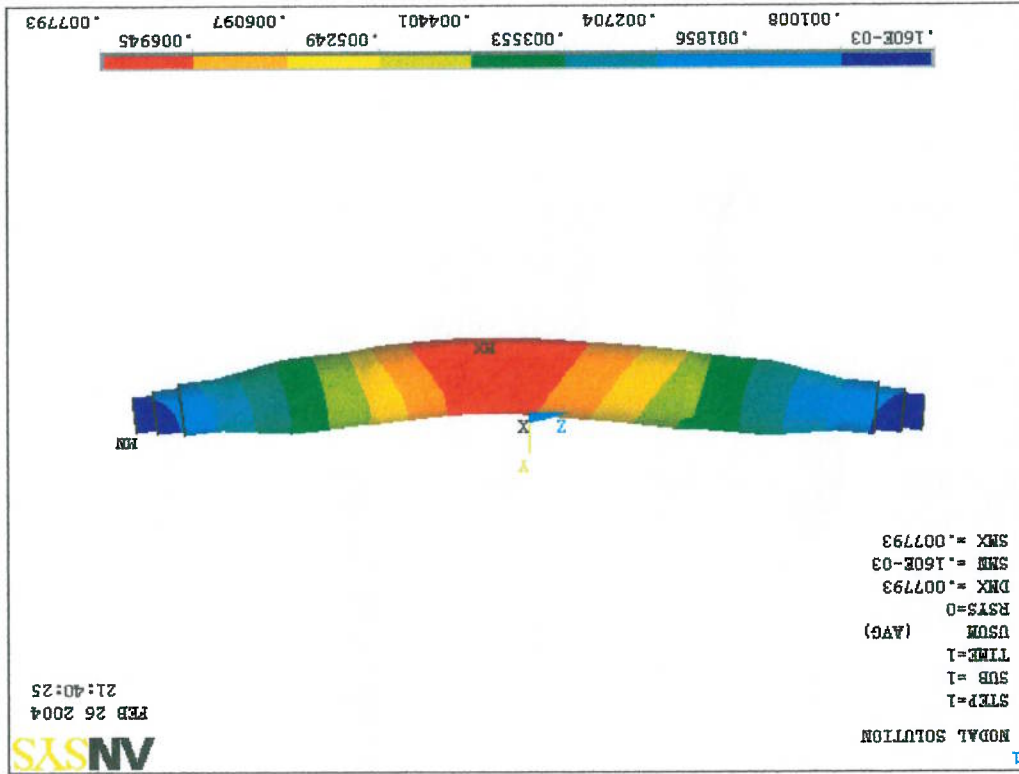
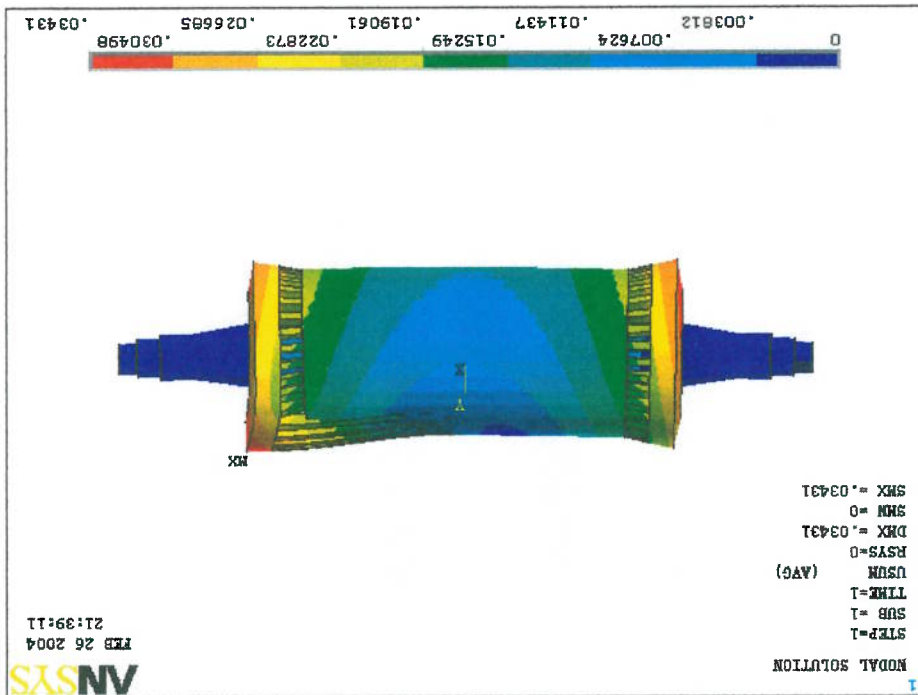


Figura 24 – Vista em perspectiva das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 3.

**Figura 26 – Vista lateral das deformações do eixo, quando este está submetido ao caso de carregamento 3.**



**Figura 25 – Vista lateral das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 3.**



Neste caso observa-se que as deformações da estrutura e também do eixo não são simétricas em relação ao plano XY. Isto é importante já que uma vez que o carregamento é assimétrico em relação a este plano, este é um resultado que mostra que o modelo respondeu adequadamente.

Neste caso também as deformações não são contínuas em todas as interfaces, sendo claramente descontínuas na interface das metades de barras que estão livres com o pacote, o que de certa forma validaria a hipótese de escorregamento entre as partes, porém é necessário checar o valor das deformações radiais entre as barras e o pacote, para verificar se não existe penetração excessiva, pois na realidade a barra só desloca na direção axial em relação ao pacote, estando contida na direção radial.

Nota-se que a parte central do eixo flexiona 0,188 mm em relação à sua posição original. Neste caso o centro de gravidade da estrutura se desloca 0,142 mm em relação à posição inicial. O eixo se deforma no sentido das barras livres, pelas mesmas razões já explicadas anteriormente.

#### **5.2.4 Caso 4 – Mudança da distribuição das pressões do pacote sobre o eixo**

As figuras 27 e 28 mostram a deformação sofrida pelo rotor neste caso de carregamento. Uma mostra a vista em perspectiva e a outra a vista lateral. A figura 29 mostra a deformação do eixo e têm como objetivo mostrar que o eixo sofre deformação, mesmo as cargas ocorrendo em outras partes do rotor.



Figura 28 – Vista lateral das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 4.

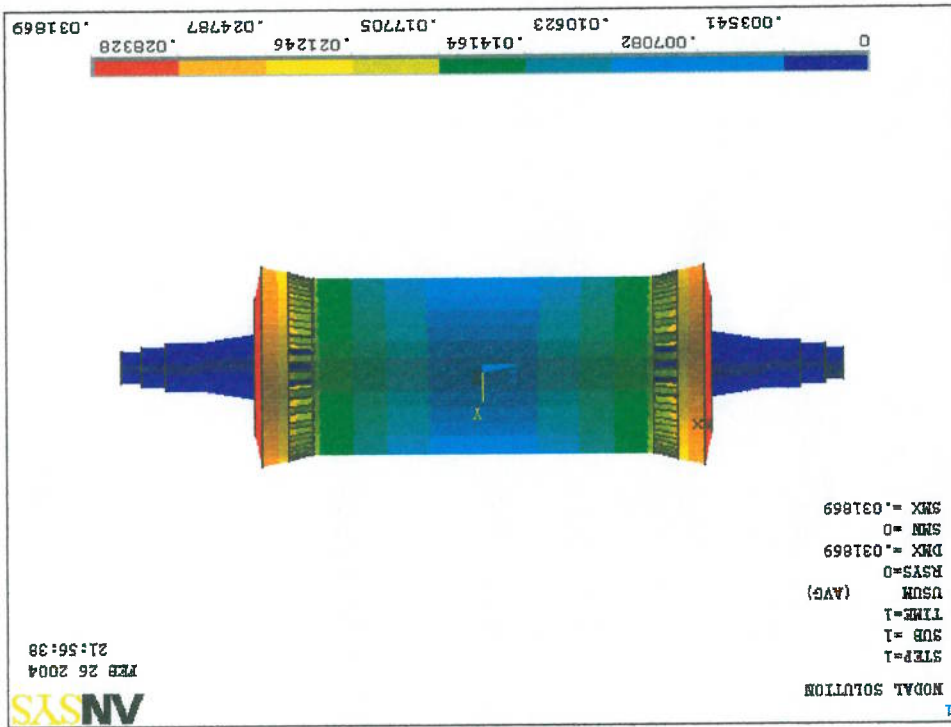
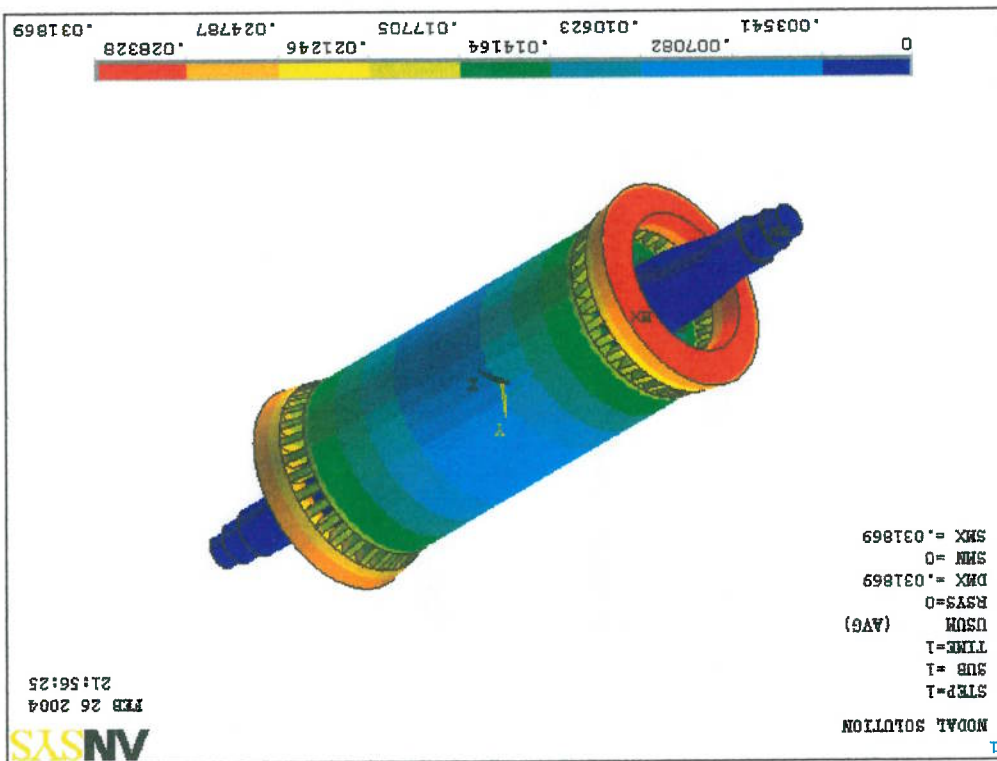


Figura 27 – Vista em perspectiva das deformações do rotor, quando este está submetido ao caso de carregamento 4.



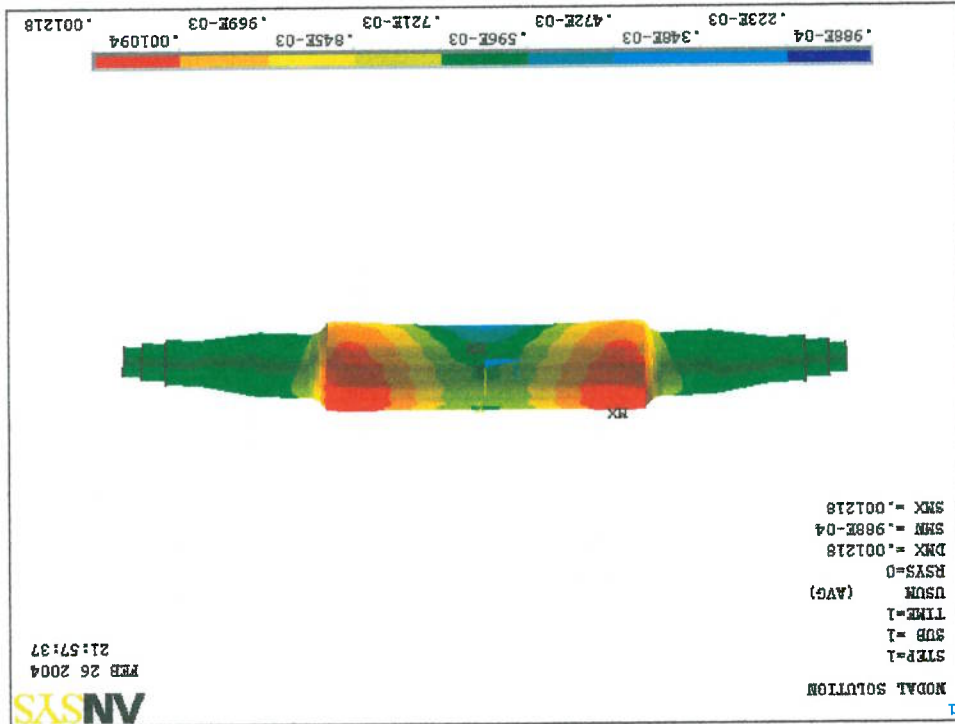
Isto concorda com algumas experiências onde se procurou melhorar a interface eixo-pacote através de usinagem do diâmetro interno do pacote. Rotores fabricados com esta modificação produziram resultados iguais ou piores ao caso sem usinagem, o que leva a

caso que menor causa empeno desbalançamento térmico neste tipo de rotor. Nota-se que neste caso a deformação do eixo é menor do que nos casos anteriores, já que o eixo se deforma 0,007 mm. Neste caso o centro de gravidade da estrutura se desloca 0,009 mm em relação à posição inicial. Estes resultados indicam que este é o

Observa-se também que as deformações são contínuas em todas as interfaces. Como neste caso assume-se que não existe escorregamento entre as partes, isto demonstra que a hipótese de malha coincidente conseguiu representar bem este caso de carga.

Observa-se que a deformação da estrutura e também do eixo são simétricas em relação ao plano XY. Isto é importante já que uma vez que o carregamento é simétrico em relação a este plano, conforme já explicado anteriormente.

**Figura 29 – Vista lateral das deformações do eixo, quando este está submetido ao caso de carregamento 4.**





Com a finalidade de se verificar a influência do material da barra do rotor, tome-se o rotor esquemático da figura 30, com as propriedades das barras e do pacote de lâminas definidas.

Aos mesmos carregamentos do caso 1. análises em elementos finitos para um rotor de barras de alumínio, quando submetido a construção. A seguir realiza-se esta análise teórica e apresentam-se os resultados dos rotores sujeitos aos mesmos efeitos e que tenham diferentes opções de materiais em sua podem ser generalizadas através de uma análise paramétrica para outras aplicações de interessante para o caso de motores elétricos especificamente, mas suas conclusões desbalanceamento térmico, a análise de uma configuração em alumínio torna-se expansão térmica e densidade, diferentes do cobre e que interferem no empeno da Como o alumínio possui propriedades como módulo de elasticidade, coeficiente de

custo de fabricação deste tipo construtivo. alumínio pode ser uma solução interessante em razão das propriedades elétricas e do econômico mas também técnico, em algumas aplicações, a gaiola fabricada em praticamente uma exigência da norma API 541 [3]. Porém não só do ponto de vista Até o momento analisaram-se apenas rotores com gaiolas fabricadas em cobre, que é

### 5.3.1 Rotor em alumínio – Análise Teórica Comparativa

## 5.3 Rotor em alumínio

Nos casos apresentados os que mais causam desbalanceamento são os casos em que algumas barras podem se deslocar e outras não. Isto concorda com o apresentado por Finley e Hodowanec [7], o que mostra que os modelos ao menos qualitativamente mostram coerência com a experiência do autor e de outros autores.

no empeno desbalanceamento térmico é minimizado. se a maior interferência possível sem escoamento das lâminas, o efeito desta interface melhora. Parece que se a interferência for adequadamente projetada, de maneira a obter- introduziu piora no contato entre as duas superfícies, ou não ao menos não produziu concluir que o processo de usinagem, por ser complicado neste caso específico,

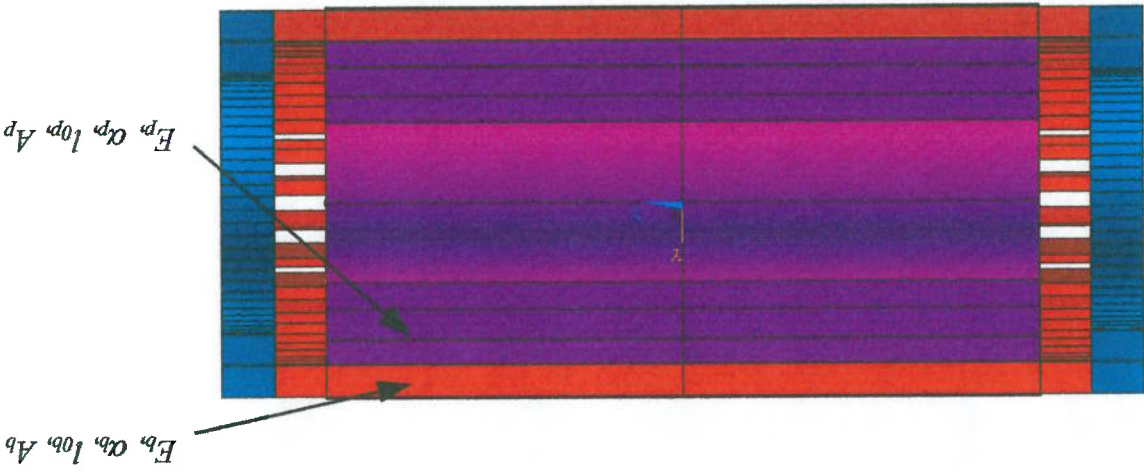


Figura 30 – Corte transversal do núcleo de um rotor do tipo gaiola de esquilo.

Assumindo que as deformações são significativas somente na direção axial do rotor, a força de expansão térmica resultante da expansão na direção axial de uma barra é dada pela expressão:

$$F_b = \frac{E_b * l_{ob} * \alpha_b * \Delta T_b}{A_b} \tag{17}$$

Tomando-se  $A_p$ , como a área do pacote de lâminas que circula uma barra, a força devido à expansão térmica desta região é dada por:

$$F_p = \frac{E_p * l_{op} * \alpha_p * \Delta T_p}{A_p} \tag{18}$$

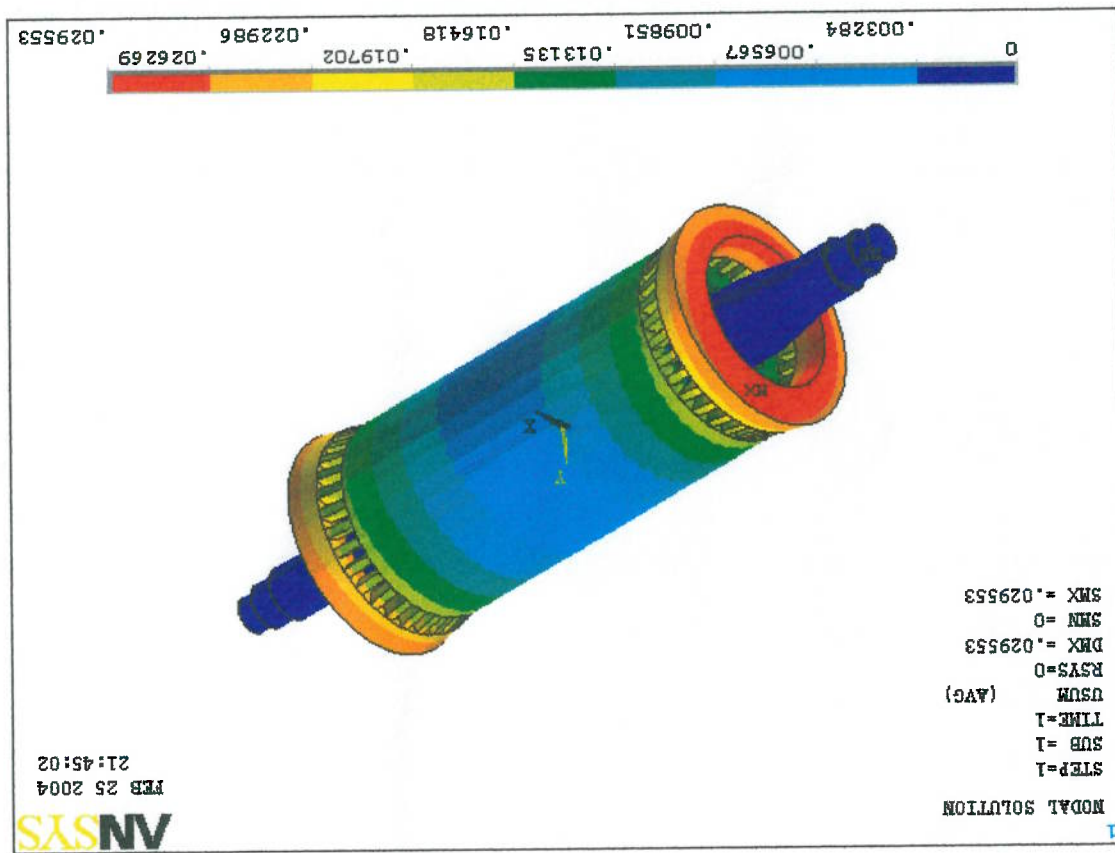
Definindo  $R_1$ , como a razão entre  $F_b$  e  $F_p$ , para barras de ligas de cobre e definindo  $R_2$  como a razão entre  $F_b$  e  $F_p$ , para barras de alumínio, dividindo  $R_1$  por  $R_2$ , e simplificando os termos comuns, tem-se:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{E_{cu} * \alpha_{cu}}{E_{al} * \alpha_{al}} \tag{19}$$

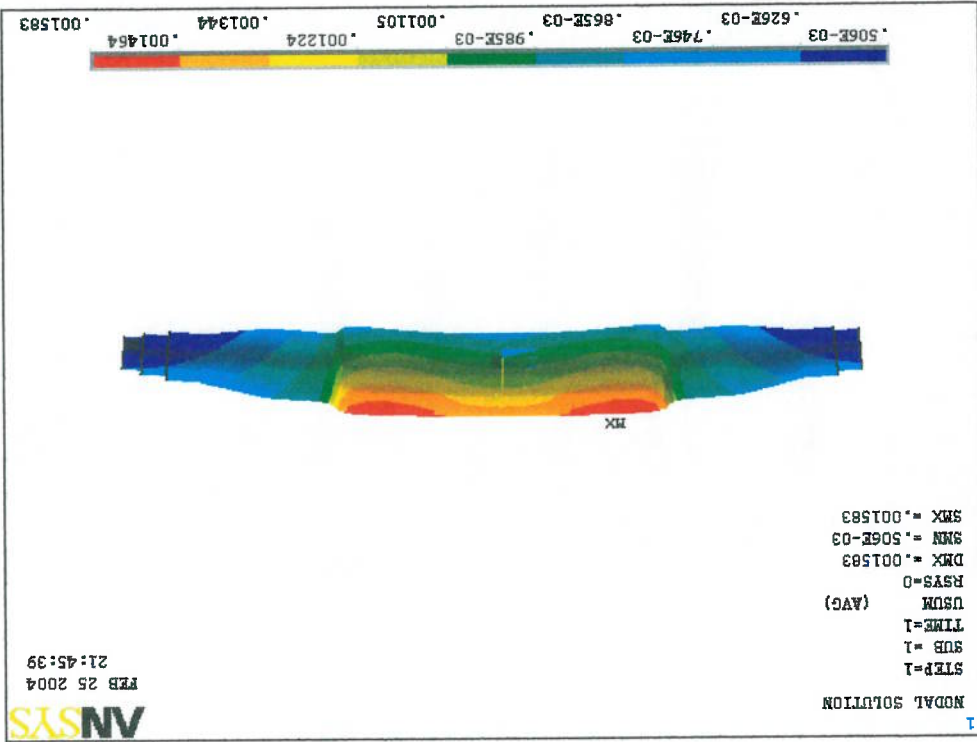
Adotando-se os valores de  $E$  e  $\alpha$  definidos na tabela 1 (alumínio e latão), tem-se que a razão entre  $R_1$  e  $R_2$  é 1,40, o que mostra que os rotores fabricados com barras de latão devem ser cerca de 40% mais sensíveis do que os rotores feitos em alumínio.

### 5.3.2 Resultados da análise estática para o rotor em alumínio – (Caso 1)

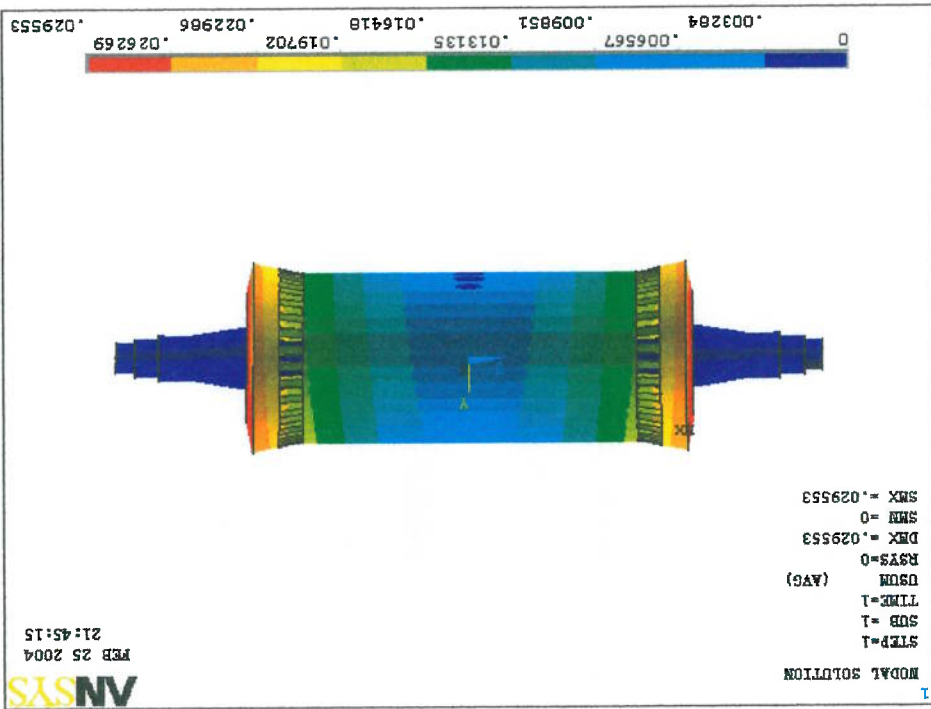
As figuras 31 e 32 mostram a deformação sofrida pelo rotor para o caso em que um quarto das barras sofre um aumento de temperatura superior às demais, quando o material das barras é alumínio. A primeira mostra a vista em perspectiva e a outra a vista lateral. A figura 33 mostra a deformação do eixo e têm como objetivo evidenciar que o eixo sofre deformação, mesmo as cargas ocorrendo em outras partes do rotor.



**Figura 33 – Vista lateral das deformações do eixo do rotor com barras em alumínio, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.**



**Figura 32 – Vista lateral das deformações do rotor com barras de alumínio, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.**



A forma deformada do rotor e do eixo é exatamente a mesma obtida para o rotor de gaiola de cobre, porém neste caso, em razão da gaiola ser fabricada em alumínio, os valores de deformação são diferentes. A flexão no ponto central do rotor é 0,028 mm, ou seja 87,5 % do valor obtido para o mesmo modelo com gaiola de cobre. O deslocamento do centro de gravidade do rotor é 0,023 mm, que representa 92 % do valor obtido para o modelo em gaiola de cobre.

A análise mostra que o empeno desbalanceamento ocasionado pelas forças desiguais de expansão térmica entre a gaiola e o núcleo do rotor deve ser menor para rotores fabricado em alumínio, conforme prevê a análise teórica.

### **5.3.3 Resultados das análises estáticas para o rotor rígido em cobre – (Caso 1)**

Todo o trabalho desenvolvido até o momento analisa os efeitos do aumento dos níveis de vibração com a temperatura de um rotor do tipo flexível, que roda bem acima das suas primeiras críticas, o que em teoria seria o correto, já que não se deseja que o desbalanceamento introduzido pelo aumento de temperatura seja amplificado pelo fato do rotor estar operando próximo da crítica, porém uma questão interessante é que rotores mais rígidos se deformam menos e em tese o empeno desbalanceamento térmico seria menor, apesar de ser amplificado. Dessa maneira, o mesmo estudo para um rotor rígido é interessante de ver o que é mais importante, deformar menos o rotor ou amplificar menos o desbalanceamento.

Obviamente um rotor completamente rígido, isto é, com as sua velocidade de operação bem abaixo das primeiras críticas seria o ideal, porém, no caso de motores de dois pólos, isto é economicamente e até mesmo em alguns casos tecnicamente inviável.

A seguir apresentam-se os resultados das análises em elementos finitos para um rotor do tipo rígido submetido ao caso de carregamento 1. O rotor em questão segue o conceito de rotor rígido conforme projetado nos anos 60 e o qual foi utilizado até o final dos anos 90.



Conforme já explicado, é difícil para um motor de 1500 HP, ser completamente rígido, operando 20% abaixo de sua primeira crítica. O conceito defendido na época era de que o amortecimento do filme de óleo seria suficiente para que o rotor, mesmo operando próximo de suas críticas, apresentasse níveis de vibração aceitáveis.

Na época, entretanto, os limites de vibração eram maiores e os mesmos eram medidos em amplitude para a caixa do mancal e em amplitude para o eixo. Os sensores comumente utilizados na época para as medições no eixo também eram menos precisos. Com instrumentos mais modernos, observou-se que os valores medidos para o eixo eram na realidade muito maiores do que se previa.

As figuras 34 e 35 mostram a deformação sofrida pelo rotor para o caso em que um quarto das barras sofre um aumento de temperatura superior às demais. A primeira mostra a vista em perspectiva e a outra a vista lateral. A figura 36 mostra a deformação do eixo e têm como objetivo mostrar que o eixo sofre deformação, mesmo as cargas ocorrendo em outras partes do rotor.

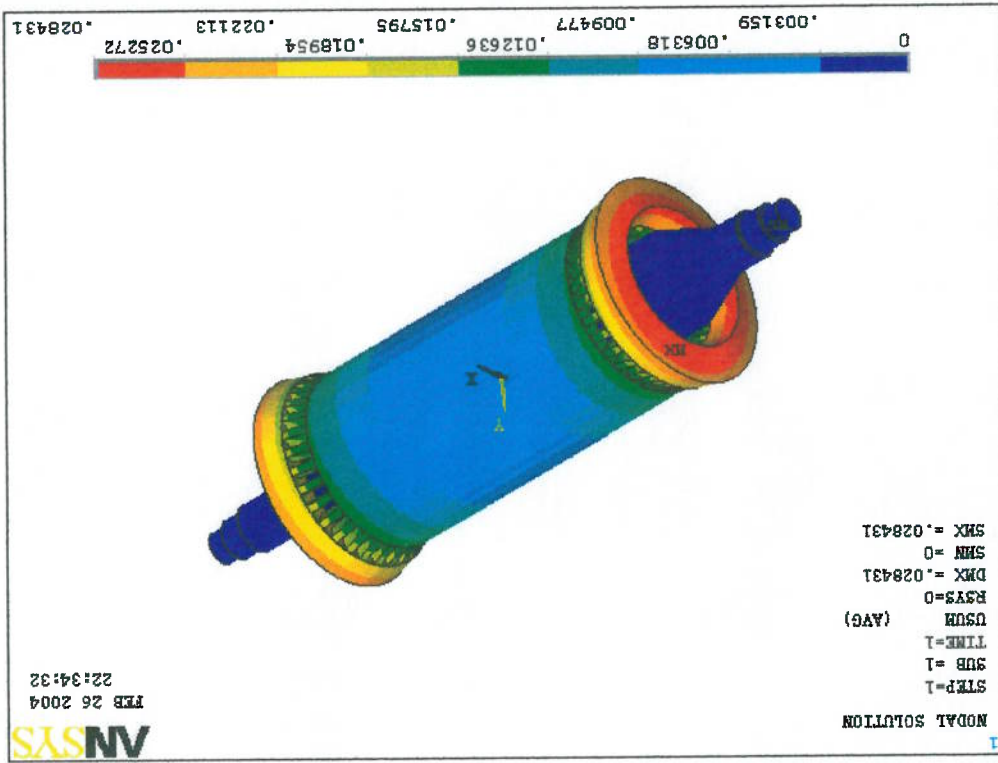


Figura 34 – Vista em perspectiva das deformações do rotor com barras de cobre do tipo rígido, quando este está submetido ao caso de carregamento 1.

Figura 36 – Vista lateral das deformações do eixo do eixo com barras em cobre do tipo rígido, quando esta submetido ao caso de carregamento 1.

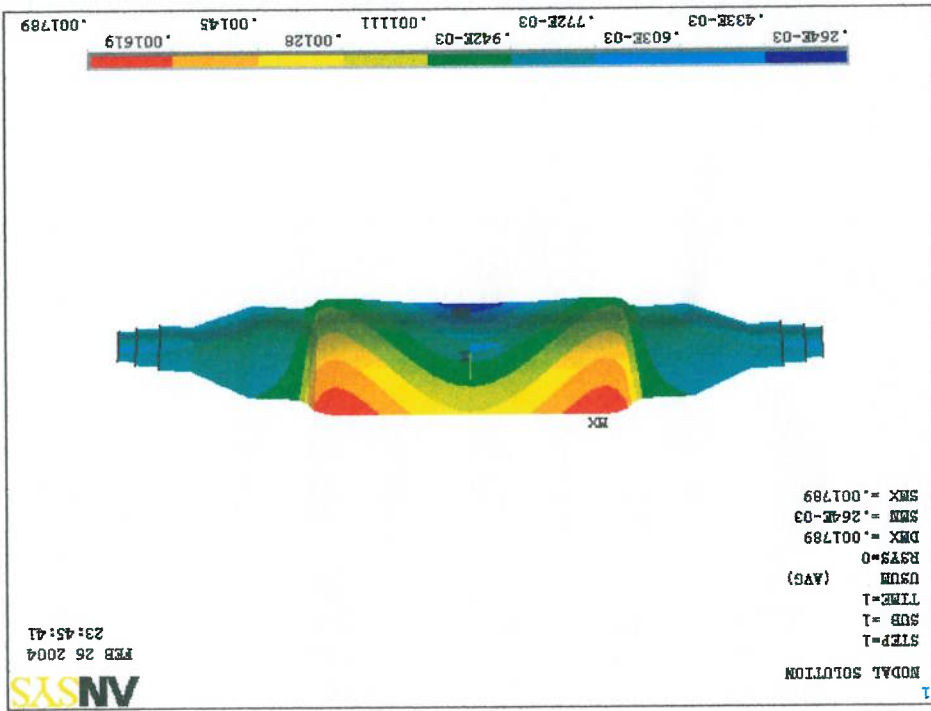
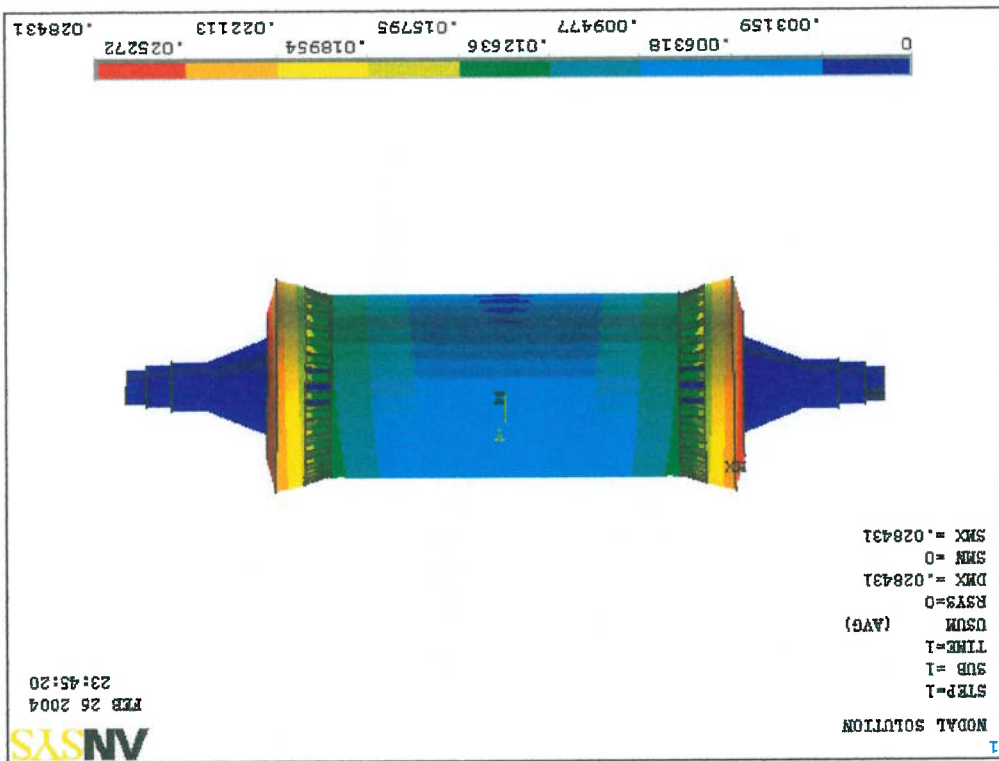


Figura 35 – Vista lateral das deformações do rotor com barras de cobre do tipo rígido, quando esta submetido ao caso de carregamento 1.



A forma deformada do rotor e do eixo é exatamente a mesma obtida para o rotor do tipo flexível, porém neste caso, em razão da maior rigidez do eixo, os valores de deformação flexível, porém diferentes. A flexão no ponto central do rotor é 0,020 mm, ou seja 62,5 % do valor obtido para o mesmo modelo com rotor flexível. O deslocamento do centro de gravidade do rotor é 0,015 mm, que representa 60 % do valor obtido para o modelo com rotor flexível.

A análise mostra que o empeno desbalanceamento ocasionado pelas forças desiguais de expansão térmica entre a gaiola e o núcleo do rotor é menor para rotores do tipo rígido do que para rotores do tipo flexível, porém, conforme já explicado isto não é suficiente para comparar os níveis de vibração da máquina, já que os rotores em questão trabalham com margens de separação entre a rotação nominal e a rotação crítica diferentes, assim como os fatores de amplificação diferem bastante para ambos os casos.

Para avaliar o aumento dos níveis de vibração é necessário utilizar os resultados das análises acima como carregamentos em um modelo dinâmico do rotor e comparar os valores de vibração tanto na velocidade nominal como na crítica.

#### 5.4 Resultados das análises dinâmicas

Conforme já mencionado, o objetivo destas análises é comparar o aumento do desbalanceamento causado pelas deformações de origem térmica num rotor do tipo gaiola de esquilo. Dessa maneira utilizou-se o desbalanceamento grau 6.3 permitido pela norma ISO 1940-1 [25] como base de referência. Este valor é 8017 g.mm em cada lado do rotor, para o rotor de barras de cobre do tipo flexível. Para o rotor flexível em alumínio, este valor é 6536 g.mm e para o rotor rígido em cobre este valor é 9622 g.mm. A tabela abaixo mostra os valores de massa do rotor e de desbalanceamento total calculado para cada um dos 6 casos considerados.



A tabela acima mostra que os valores de desbalançamento térmico introduzido são extremamente elevados, quando comparados com os valores iniciais de desbalançamento sugeridos pela norma ISO 1940-1 [25], grau 6.3.

Conforme explicado anteriormente, a deformação da linha neutra do eixo será utilizada como carregamento no modelo e a este valor soma-se a diferença para com o desbalançamento total calculado. A tabela abaixo mostra o valor do desbalançamento total introduzido pela deformação da linha neutra do eixo, o desbalançamento total calculado nos modelos de elementos finitos e o resultante que será aplicado no centro do rotor.

Caso de carga	Massa do rotor (kg)	Deslocamento radial do centro de gravidade (mm)	Desbalançamento no centro do rotor (g.mm)
1	959.2	0.025	23781
2	959.2	0.220	211136
3	959.2	0.142	136102
4	959.2	0.009	8237
1 - Alumínio	819.8	0.023	18593
1 - Rígido	1151.4	0.015	17296

Tabela 2 – Valores de desbalançamento para as análises dinâmicas.

Caso de carga	Desbalançamento total calculado (g.mm)	Desbalançamento total introduzido pela deformação do eixo (g.mm)	Desbalançamento resultante aplicado no centro do rotor (g.mm)
1	24 272	25 000	-728
2	215 590	244 227	-28 637
3	139 000	146 181	-7181
4	8 409	6 136	2 273
1 - Alumínio	19 000	18 863	137
1 - Rígido	18409	17 681	728

Tabela 3 – Valores de desbalançamento resultante nas análises dinâmicas.

Na tabela acima se observa que para o caso 1, seja para o rotor flexível com barras de cobre, para o flexível com barras de alumínio ou para o rígido com barras de cobre, que o desbalançamento principal é devido à flexão do eixo.

Isto também ocorre para o caso 4, porém com menor intensidade. Para os casos 2 e 3, observa-se que o desbalanceamento resultante é negativo e portanto será considerado em oposição de fase aos demais carregamentos.

#### 5.4.1 Modelos originais a trio

O objetivo destes modelos é primeiramente mostrar os valores de vibração que podem ser alcançados com cada tipo de rotor: o rotor flexível com barras de cobre, o rotor flexível com barras de alumínio e o rotor rígido com barras de cobre, para um dado grau de desbalanceamento residual.

Estes modelos assumem, que na extremidade de cada lado do pacote resta um desbalanceamento de 8017 g.mm, 6536 g.mm e 9622 g.mm respectivamente. Estes são os máximos valores teóricos permitidos pela norma ISO 1940-1 [25] como desbalanceamento residual após o balanceamento na máquina de balancear, considerando-se o grau 6.3. Os modelos também servirão de base de comparação para os modelos com efeitos térmicos, para os três rotores considerados.

Após a máquina ser montada os valores teóricos de vibração podem ser maiores, mesmo sem se considerar os efeitos térmicos. Isto se deve a vários fatores, mas principalmente pelo fato de parte do valor da vibração no eixo é em razão da pista de leitura do sensor de proximidade possuir um erro e ao fato desta estar excêntrica em relação ao centro do mancal e de não ser perfeitamente cilíndrica. Ambos os fatores mencionados induzem a um falso valor de vibração, já que se trata de um sensor de proximidade. A soma total deste erro denomina-se “shaft runout” e o limite estabelecido é de 1  $\mu$ m. Este é medido rodando-se o eixo à baixa velocidade, ao redor de 10% da velocidade nominal da máquina, onde a vibração é reduzida a praticamente zero.

Existem algumas explicações sobre a origem deste erro de natureza eletromagnética como o acabamento superficial do eixo e de diversas propriedades deste, como tamanho do grão e grau de magnetização. Estudos mais profundos sobre a origem deste erro e como minimizá-lo ainda são necessários.

Como o rotor é simétrico em relação ao plano XY, no sistema de coordenadas cartesianas, analisam-se as respostas em 3 diferentes pontos. No eixo sobre os mancais e na caixa do mancal. Analisam-se as respostas somente em deslocamento nos pontos mencionados. No modelo dinâmico estes pontos são os nós 1 (eixo sobre o primeiro mancal), nó 11 (centro do eixo) e nó 22 (primeiro mancal), conforme figura 15.

A figura 37 é uma legenda explicativa das figuras utilizada nas figuras 36 a 62 das análises dinâmicas do rotor, que explica as informações contidas na parte superior da figura. Na parte inferior está indicada a escala das rotações. Na lateral esquerda inferior está indicada a escala de amplitudes e na lateral esquerda superior a escala do ângulo de fase.

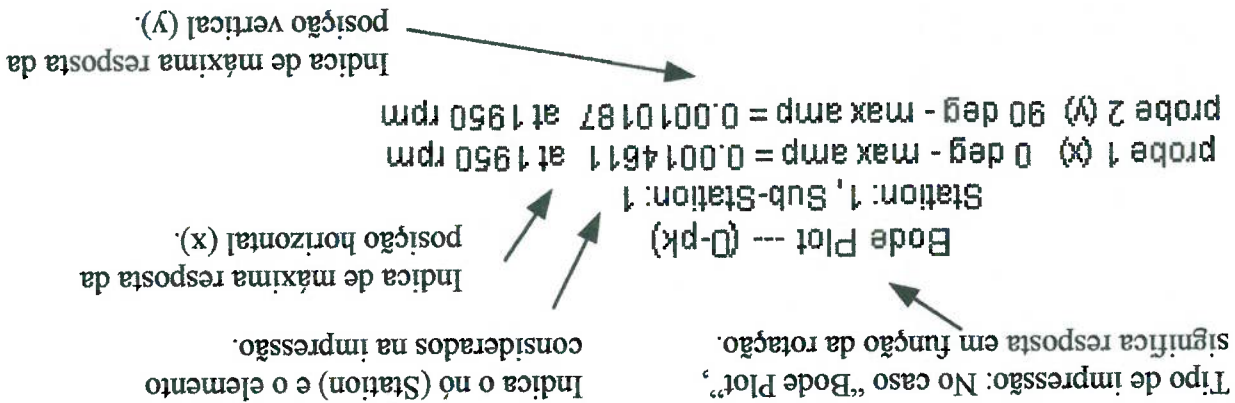


Figura 37 – Legenda das figuras das análises dinâmicas.

#### 5.4.2 Rotor flexível com barras de cobre

A tabela abaixo mostra os resultados da resposta do rotor flexível de barras de cobre para cada um dos pontos mencionados. Mostram-se os resultados tanto para a velocidade de operação síncrona (3600 rpm) como para as duas velocidades críticas, horizontal e vertical. A velocidade crítica é definida no ponto de máximo desbalanceamento. Para o rotor flexível em cobre os valores são 2180 rpm para a direção horizontal (X) e 2590 rpm para a direção vertical (Y). As figuras 38 a 40, mostram as curvas de resposta do rotor.

Tabela 4 – Resultados do rotor flexível de barras em cobre, grau de desbalanceamento ISO 6.3.

N6	Deslocamento na velocidade crítica (µm)		Deslocamento a 3600 rpm (µm)	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
1	38	37	9	6
11	88	282	27	32
22	9	19	3	2

Bode Plot -- (0-pk)  
 Station: 1, Sub-Station: 1  
 probe 1 (φ) 0 deg - max amp = 0.0015042 at 2180 rpm  
 probe 2 (ψ) 90 deg - max amp = 0.0014690 at 2590 rpm

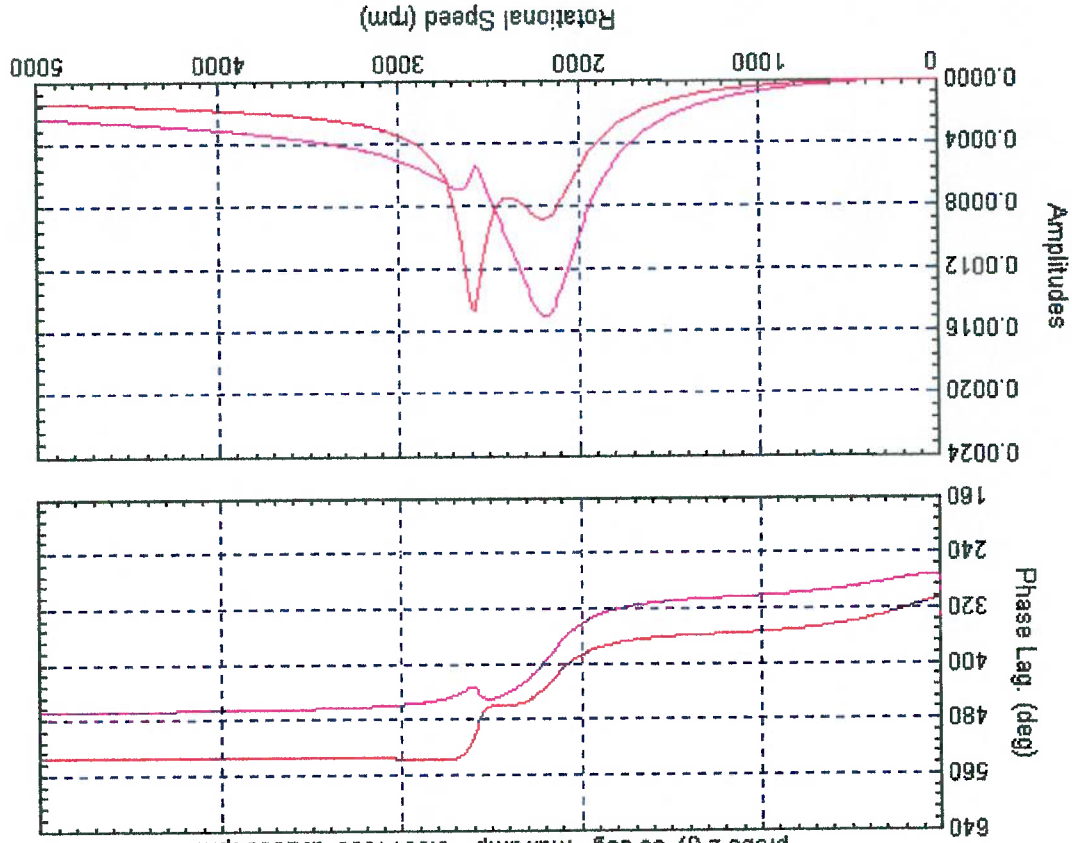
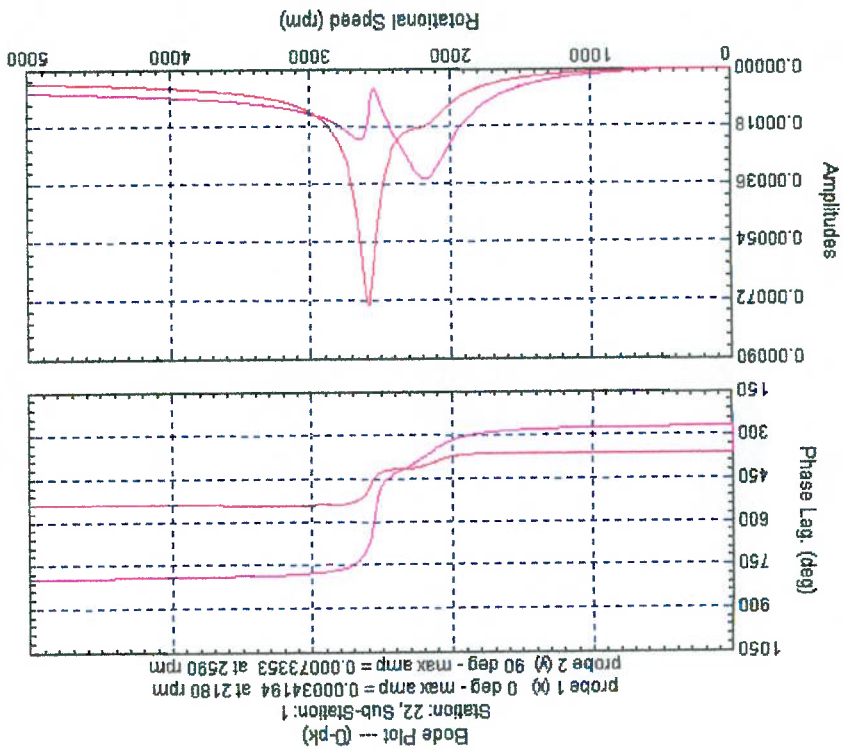
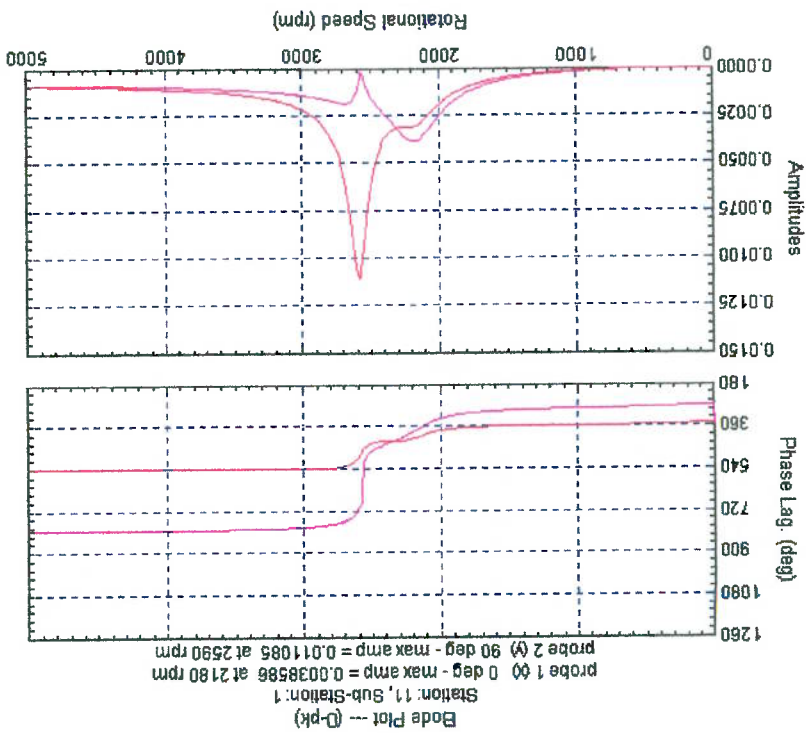


Figura 38 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, rotor flexível e barras de cobre, desbalanceamento ISO grau 6.3.

**Figura 40 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, rotor flexível e barras de cobre, desbalanceamento ISO grau 6.3.**



**Figura 39 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, rotor flexível e barras de cobre, desbalanceamento ISO grau 6.3.**



#### 5.4.3 Rotor flexível com barras de alumínio

A tabela abaixo mostra os resultados da resposta do rotor flexível de barras de alumínio para cada um dos pontos mencionados. Mostram-se os resultados tanto para a velocidade de operação síncrona (3600 rpm) como para as duas velocidades críticas, horizontal e vertical.

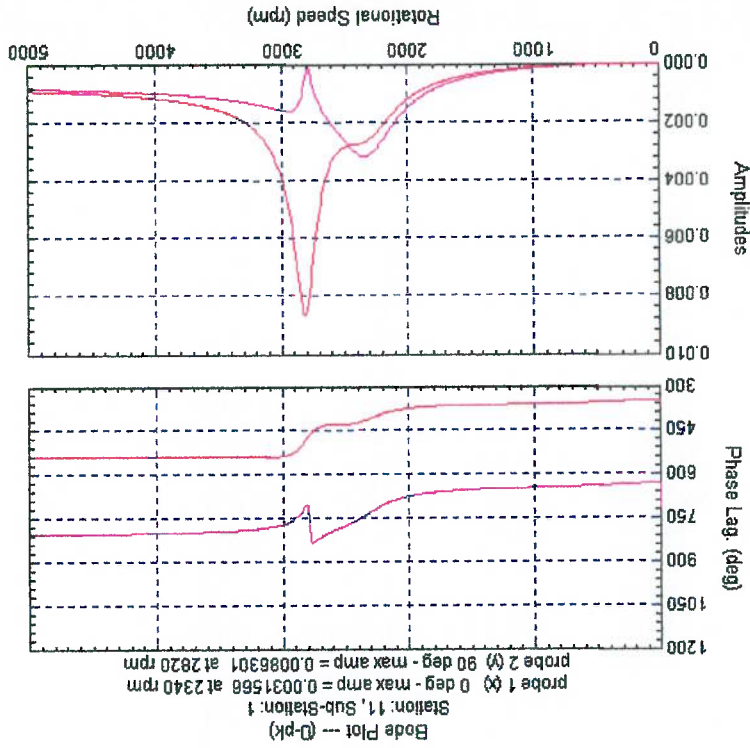
As velocidades críticas para o rotor fabricado com gaiola em alumínio diferem ligeiramente das críticas para o rotor fabricado em gaiola de cobre em razão significativa mudança na massa do rotor e por consequência mudança também nos coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo dos mancais. Para este caso as críticas são 2350 rpm para a direção horizontal (X) e 2810 rpm para a direção vertical (Y). As figuras 41 a 43, mostram as curvas de resposta do rotor.

**Tabela 5 – Resultados do rotor flexível de barras em alumínio, grau de desbalanceamento ISO 6.3.**

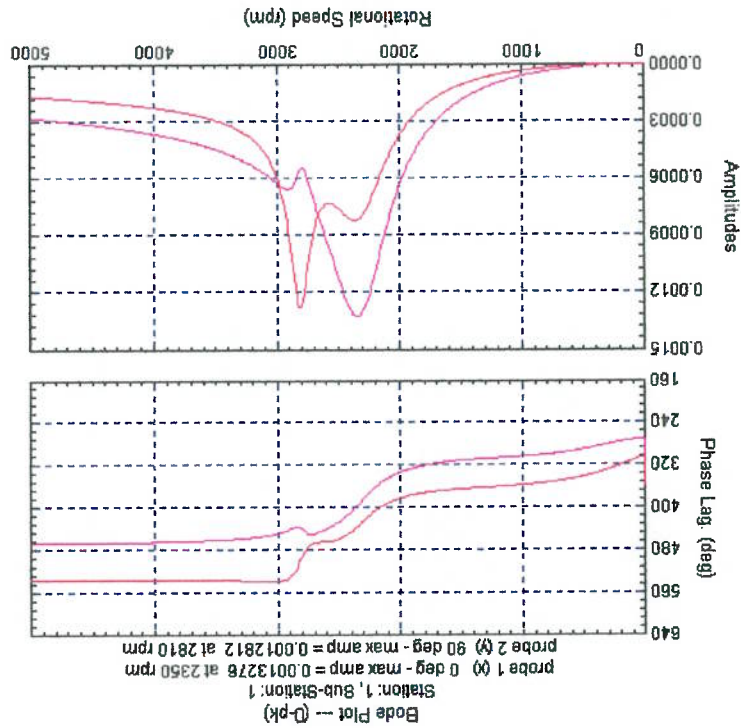
Nº	Deslocamento na velocidade crítica (µm)		Deslocamento a 3600 rpm (µm)	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
1	34	33	11	7
11	80	219	29	37
22	7	15	3	2



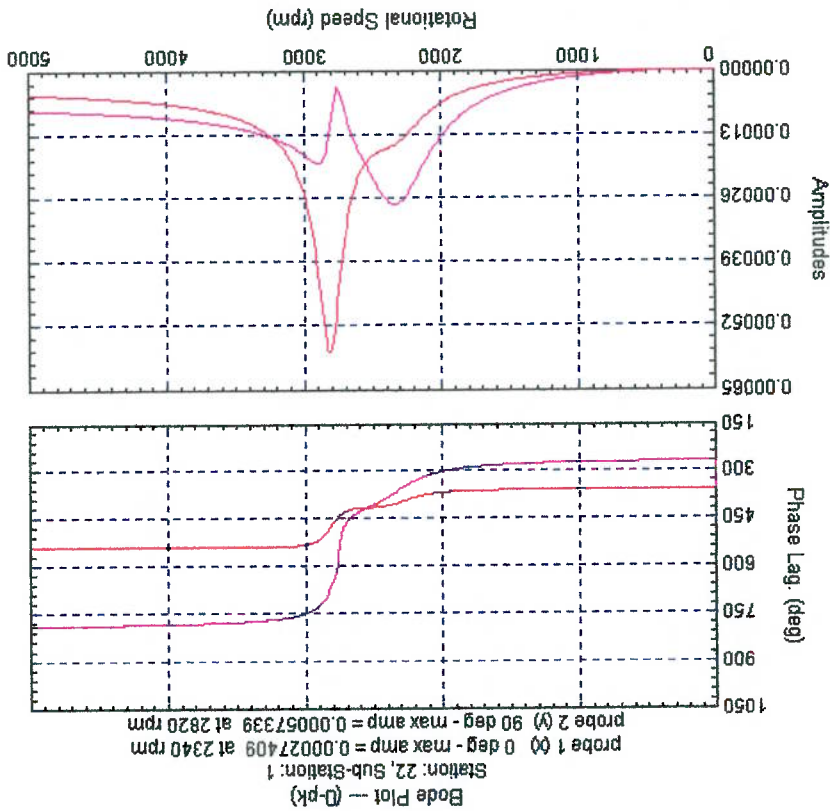
**Figura 42 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, rotor flexível e barras de alumínio, desbalanceamento ISO grau 6.3.**



**Figura 41 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, rotor flexível e barras de alumínio, desbalanceamento ISO grau 6.3.**



**Figura 43 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, rotor flexível e barras de alumínio, desbalanceamento ISO grau 6.3.**



#### 5.4.4 Rotor rígido com barras de cobre

A tabela abaixo mostra os resultados da resposta do rotor rígido de barras de cobre para cada um dos pontos mencionados. Mostram-se os resultados tanto para a velocidade de operação síncrona (3600 rpm) como para as duas velocidades críticas, horizontal e vertical.

As velocidades críticas para o rotor rígido fabricado com gaiola em cobre diferem substancialmente das críticas para o rotor flexível fabricado em gaiola de cobre em razão da mudança na massa do rotor, mudança nos coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo dos mancais e principalmente do significativo aumento de rigidez do eixo. Para este caso as críticas são 2730 rpm para a direção horizontal (X) e 3820 rpm para a direção vertical (Y). As figuras 44 a 46, mostram as curvas de resposta do rotor.



Tabela 6 – Resultados do rotor rígido de barras em cobre, grau de desbalanceamento ISO 6.3.

Nº	Deslocamento na velocidade crítica (µm)		Deslocamento a 3600 rpm (µm)	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
1	47	46	19	30
11	72	145	26	89
22	12	27	3	16

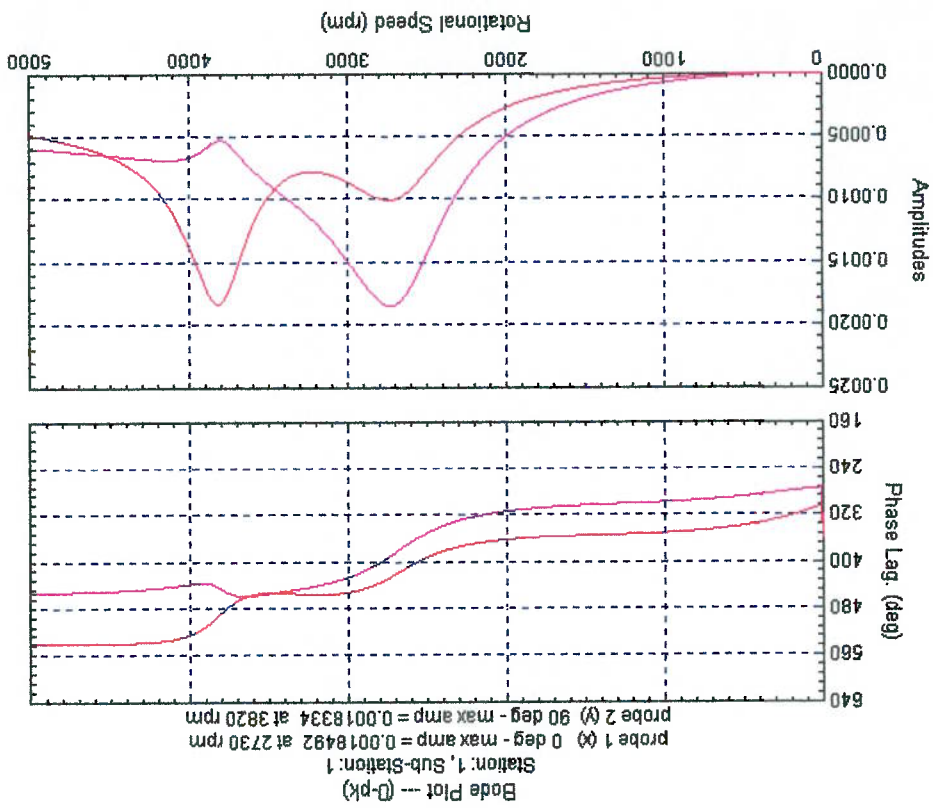
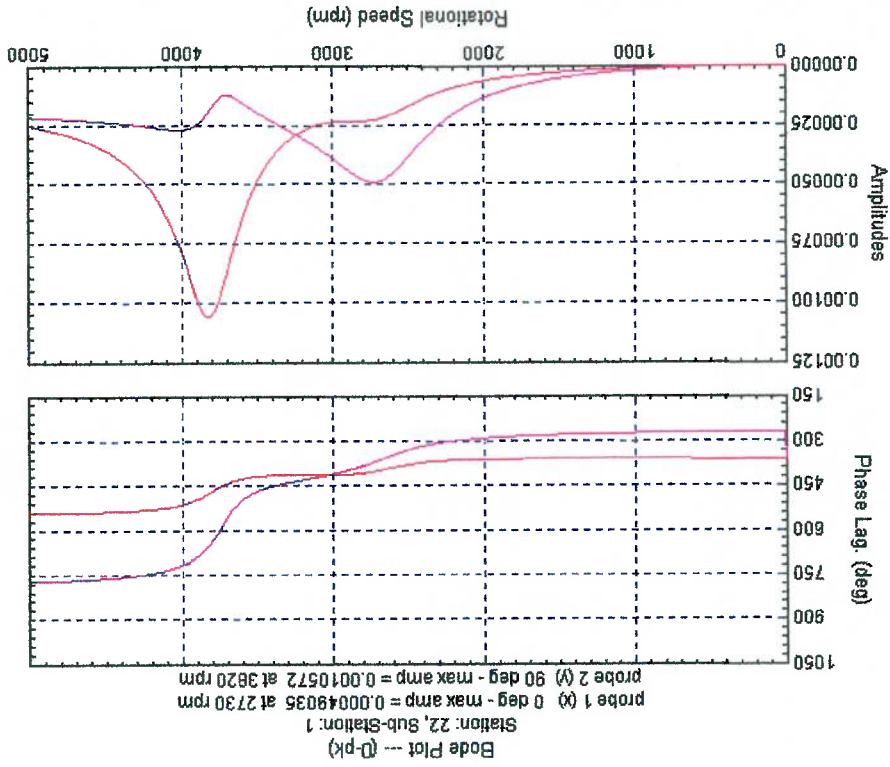
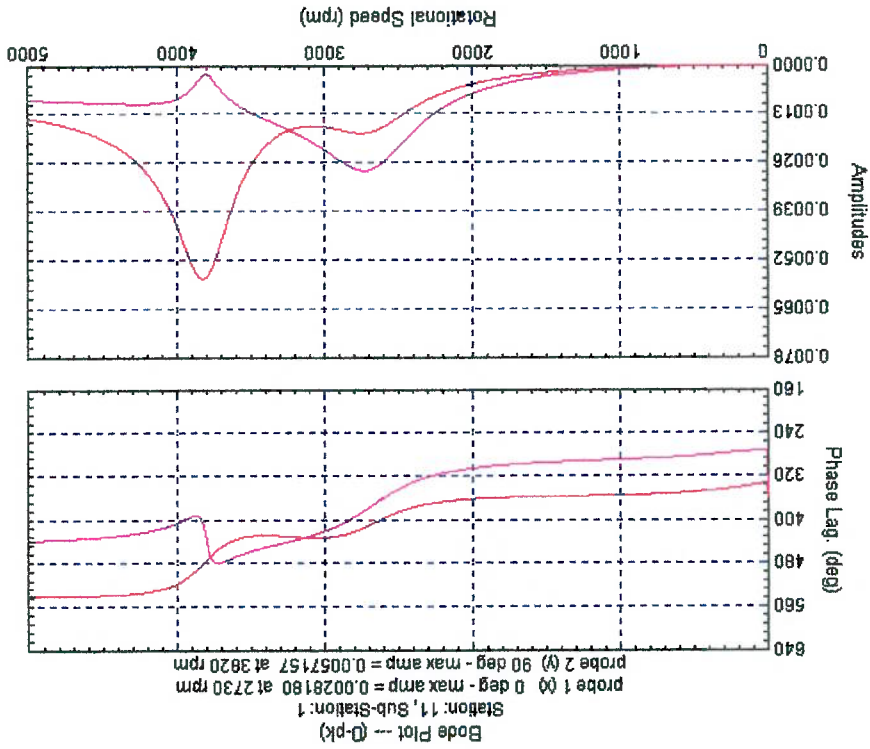


Figura 44 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, rotor rígido e barras de cobre, desbalanceamento ISO grau 6.3.

**Figura 46 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, rotor rígido e barras de cobre, desbalanceamento ISO grau 6.3.**



**Figura 45 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, rotor rígido e barras de cobre, desbalanceamento ISO grau 6.3.**



## 5.5 Resultados das Análises dinâmicas - Modelos com o efeito do empeno desbalanceamento térmico

A seguir são apresentados os resultados das análises do desbalanceamento introduzido pelos casos de carga propostos para o rotor flexível com barras de latão, somado ao desbalanceamento inicial, ISO grau 6.3.

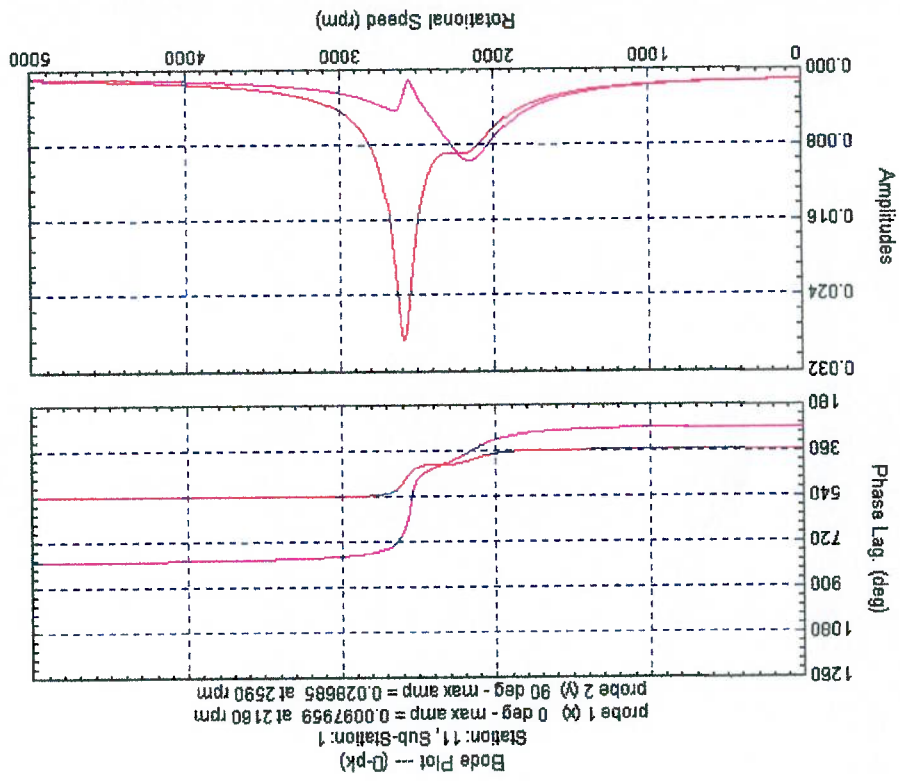
### 5.5.1 Rotor flexível com barras de cobre - Caso 1

Este modelo mostra os resultados das análises dinâmicas quando algumas barras são submetidas a um aumento de temperatura superior às demais. A tabela abaixo mostra os resultados das análises dinâmicas. Novamente mostram-se os resultados para os pontos no eixo sobre os mancais e no centro, e no mancal. As figuras 47 a 49 apresentam a curva de resposta do sistema para cada um dos pontos mencionados. As críticas neste caso são as mesmas do modelo flexível em cobre.

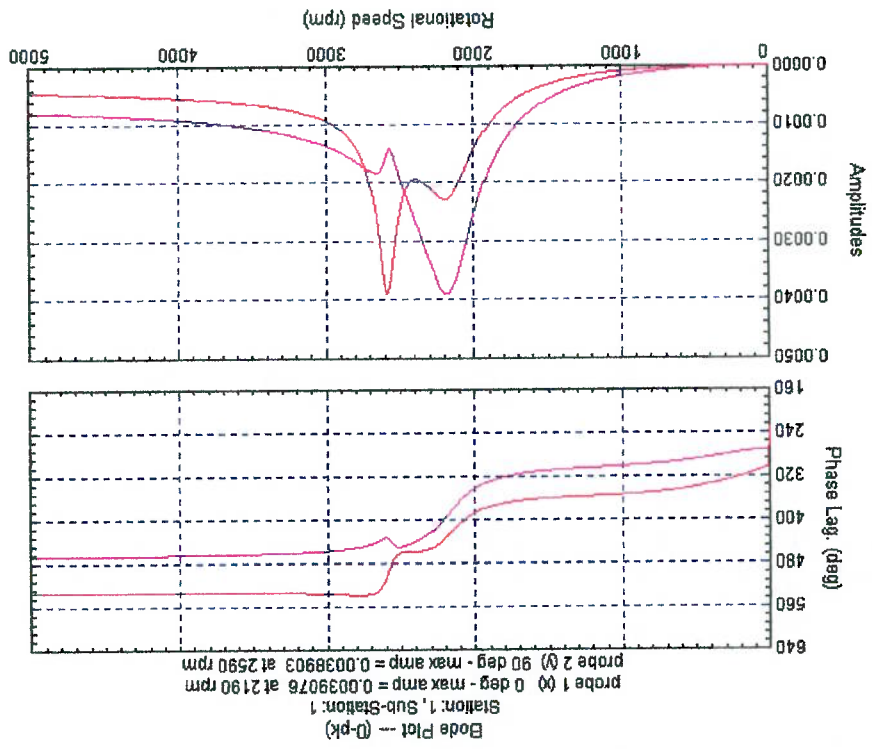
**Tabela 7 - Resultados do rotor flexível de barras em latão, caso de carga 1 e grau de desbalanceamento inicial ISO 6.3.**

N6	Deslocamento na velocidade crítica (µm)		Deslocamento a 3600 rpm (µm)	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
1	99	99	26	16
10	247	729	39	52
20	22	49	7	5

**Figura 48 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.**



**Figura 47 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.**



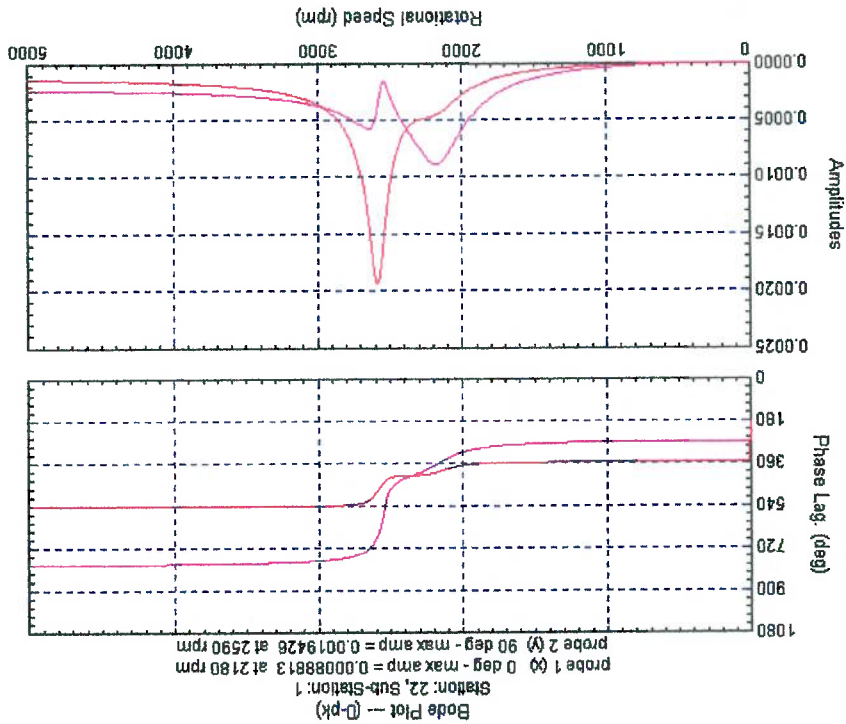
N6	Deslocamento na velocidade crítica (µm)		Deslocamento a 3600 rpm (µm)	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
1	577	579	156	96
10	1422	4191	110	177
20	131	290	43	31

Tabela 8 - Resultados do rotor flexível de barras em latão, caso de carga 2 e grau de desbalanceamento inicial ISO 6.3.

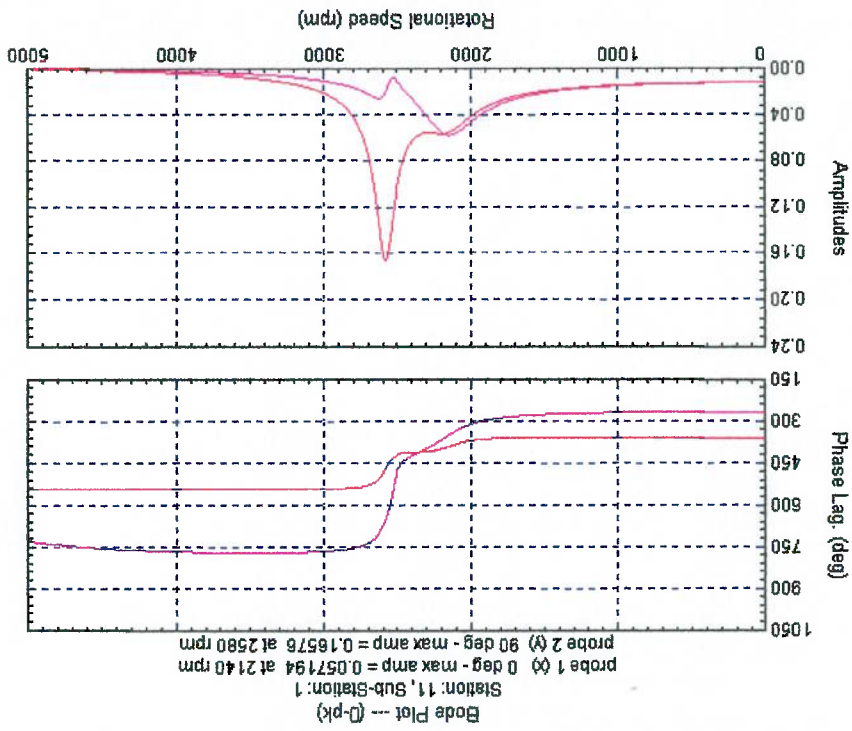
Este modelo mostra os resultados das análises dinâmicas quando algumas barras estão livres para se deslocar em relação ao pacote. A tabela abaixo mostra os resultados das análises dinâmicas. Novamente, mostram-se os resultados para os pontos no eixo sobre os mancais e no centro, e no mancal. As figuras 50 a 52 mostram as curvas de resposta do sistema para cada um dos pontos mencionados. Para este caso, as velocidades críticas são as mesmas do modelo com barras de latão inicialmente calculadas.

### 5.5.2 Rotor flexível com barras de cobre - Caso 2

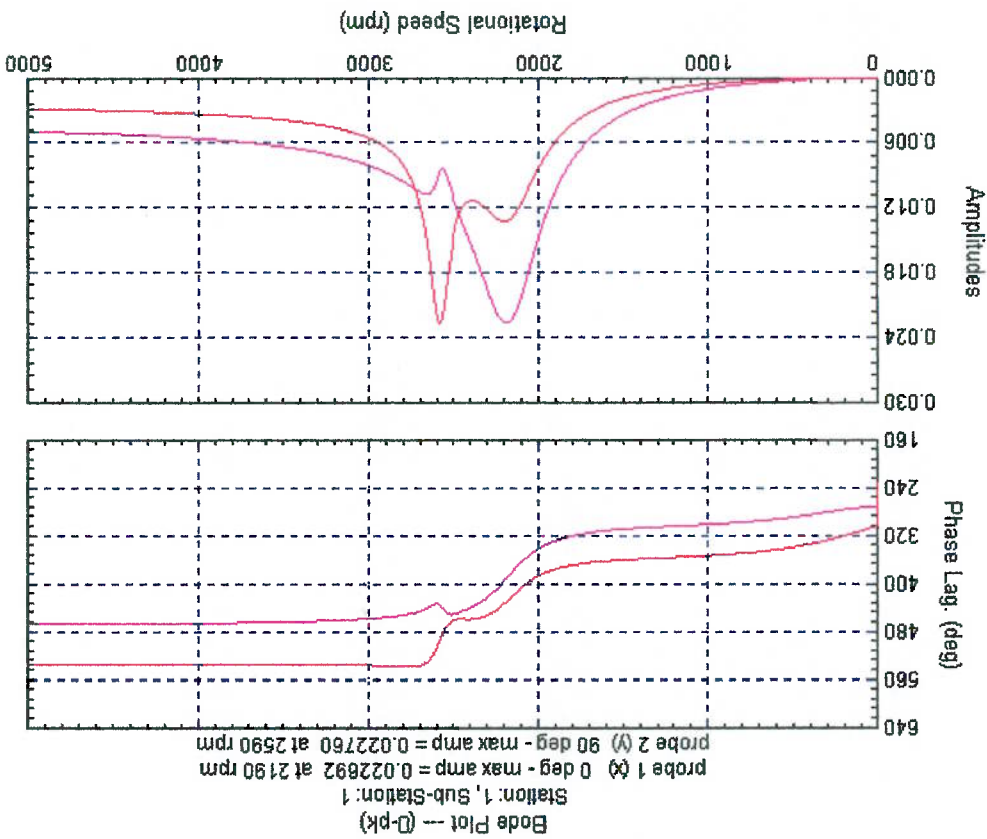
Figura 49 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.



**Figura 51 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 2.**



**Figura 50 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 2.**





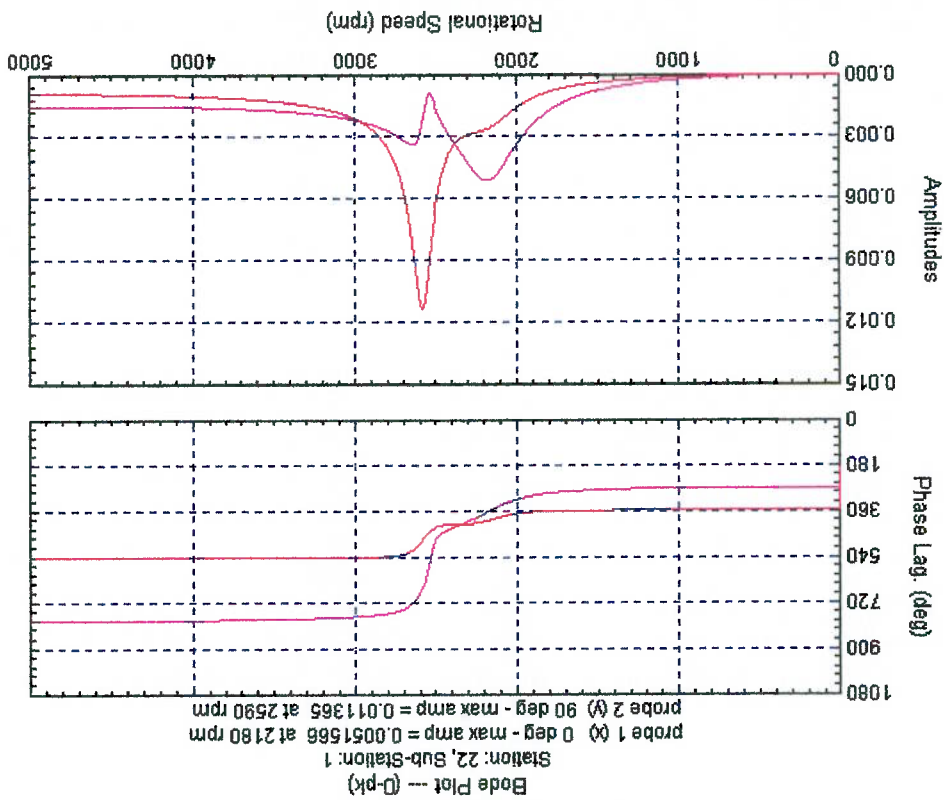
N6	Deslocamento na velocidade crítica (µm)		Deslocamento a 3600 rpm (µm)	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
1	386	389	102	62
10	958	2845	92	140
20	88	194	28	21

Tabela 9 - Resultados do rotor flexível de barras em latão, caso de carga 3 e grau de desbalanceamento inicial ISO 6.3.

Este modelo mostra os resultados das análises dinâmicas quando algumas barras estão livres para se deslocar em relação ao pacote em um sentido, já que estão presas na metade oposta. A tabela abaixo mostra os resultados das análises dinâmicas. Novamente, mostram-se os resultados para os pontos no eixo sobre os mancais e no centro, e no mancal. As figuras 53 a 55 a curva de resposta do sistema para cada um dos pontos mencionados.

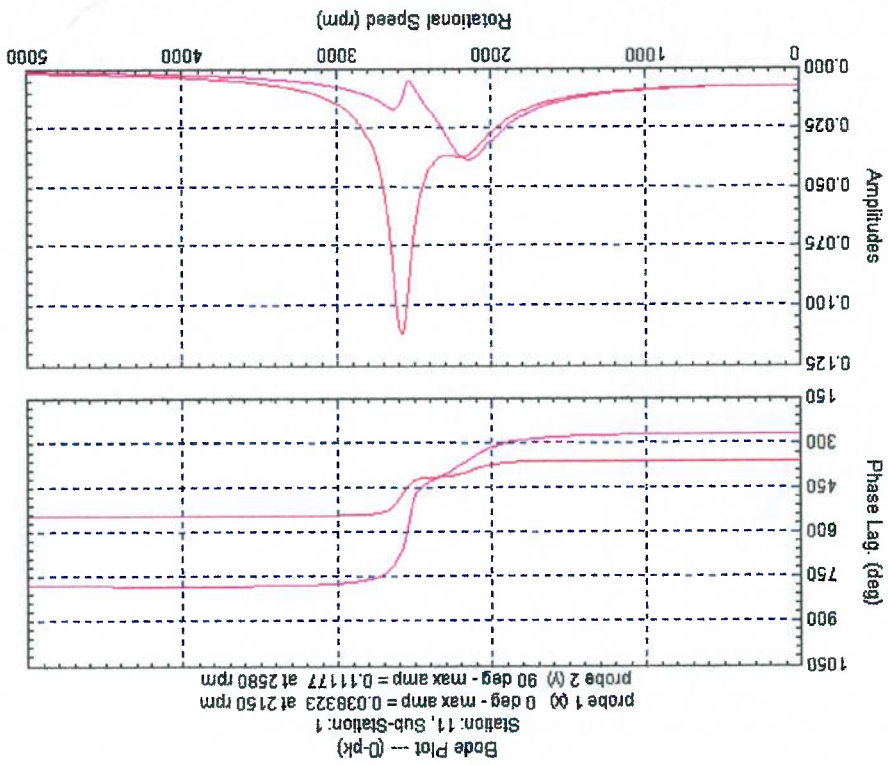
### 5.5.3 Rotor flexível com barras de cobre - Caso 3

Figura 52 - Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 2.

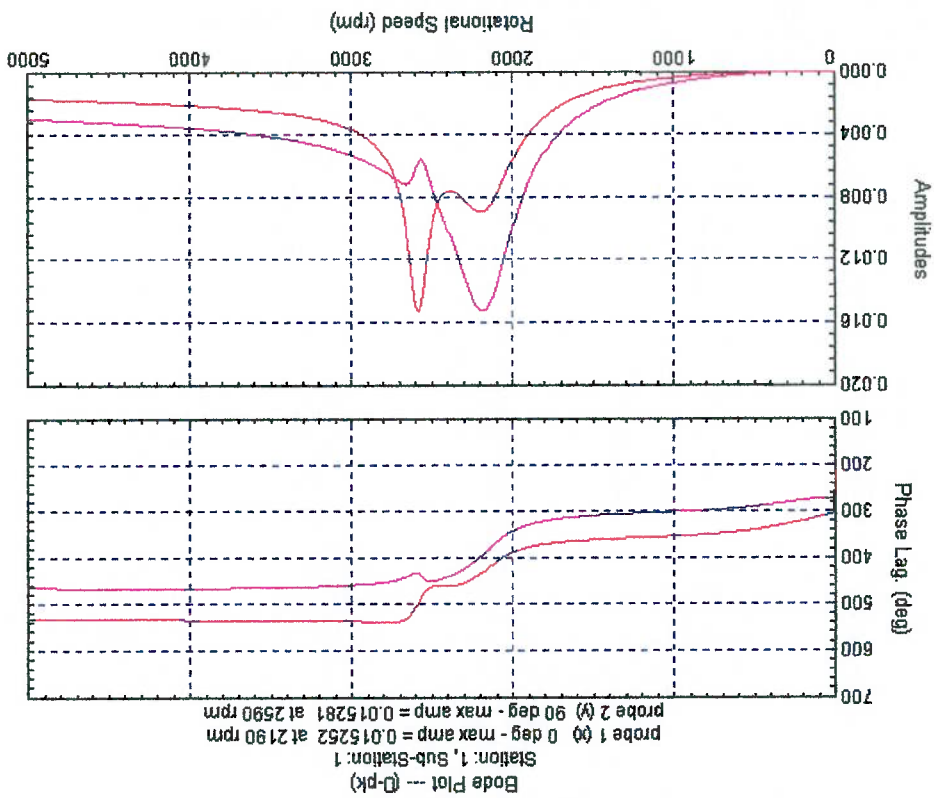




**Figura 54 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 3.**



**Figura 53 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 3.**



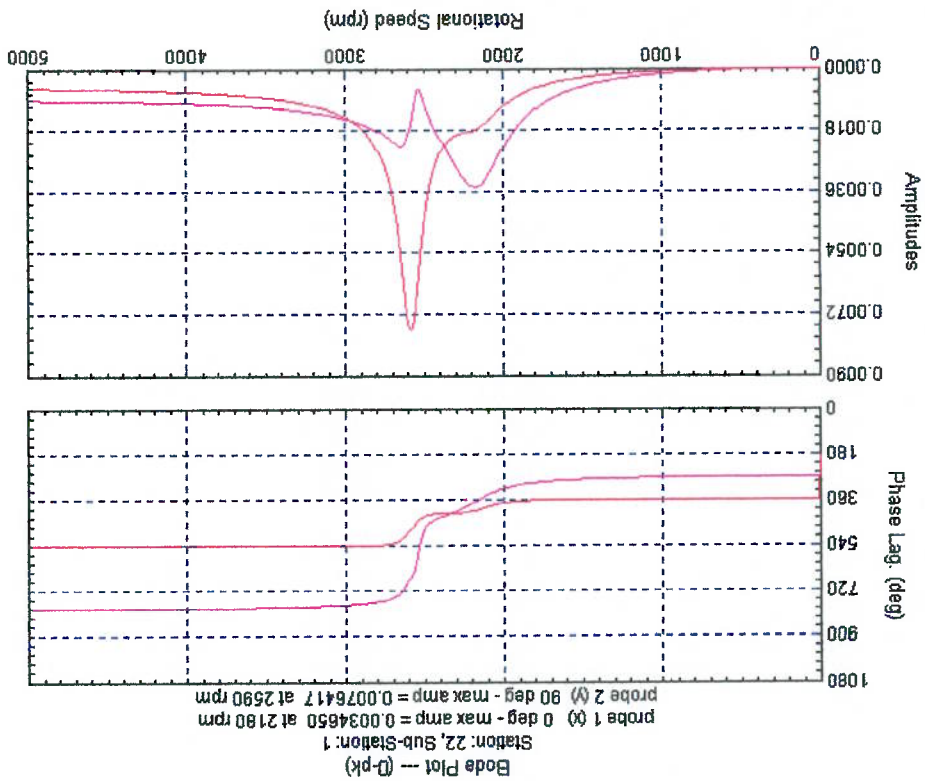
Nº	Deslocamento na velocidade crítica (µm)		Deslocamento a 3600 rpm (µm)	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
1	60	59	15	9
10	151	442	35	43
20	14	29	4	3

Tabela 10 - Resultados do rotor flexível de barras em latão, caso de carga 4 e grau de desbalanceamento inicial ISO 6.3.

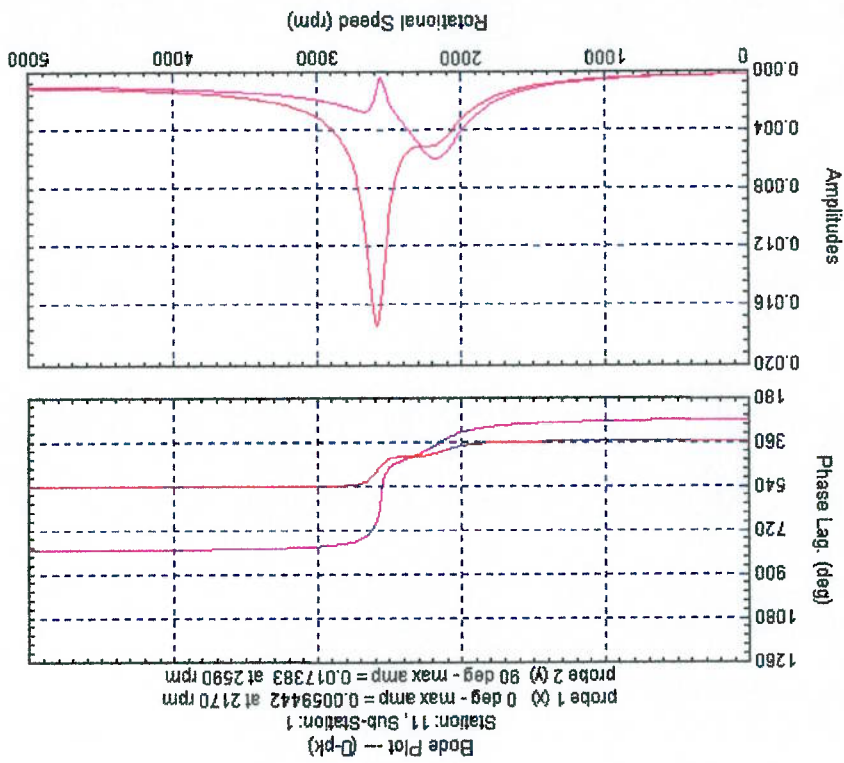
Este modelo mostra os resultados das análises dinâmicas quando o ocorre significativa mudança nas pressões do pacote sobre o eixo. A tabela abaixo mostra os resultados das análises dinâmicas. Novamente, mostram-se os resultados para os pontos no eixo sobre os mancais e no centro, e no mancal. As figuras 56 a 58 mostram a curva de resposta do sistema para cada um dos pontos mencionados.

#### 5.5.4 Rotor flexível com barras de cobre - Caso 4

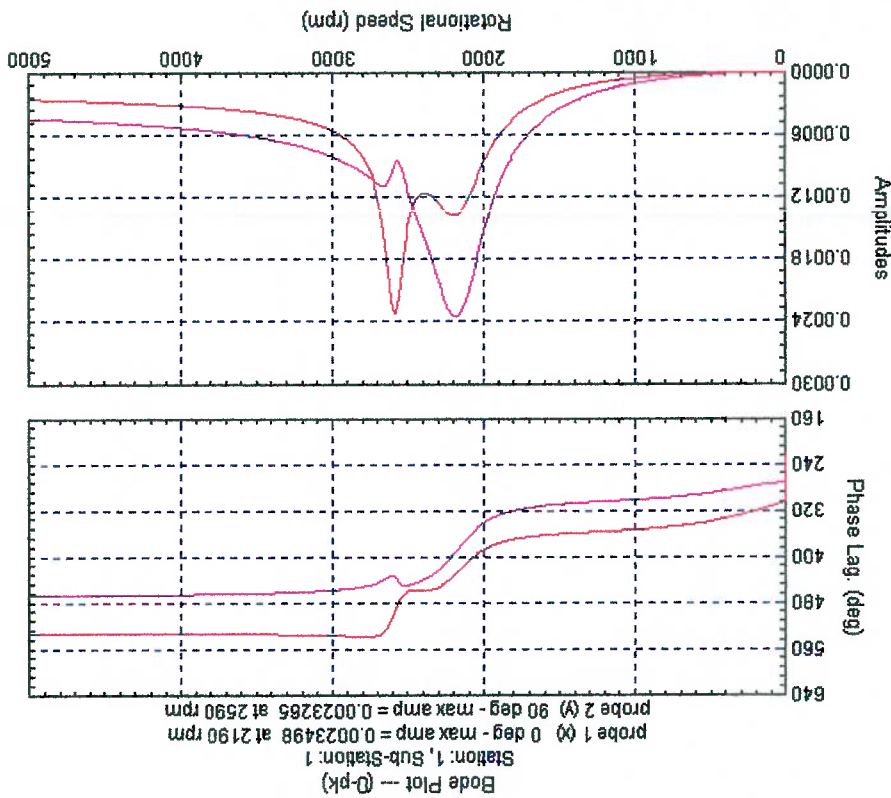
Figura 55 - Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 3.



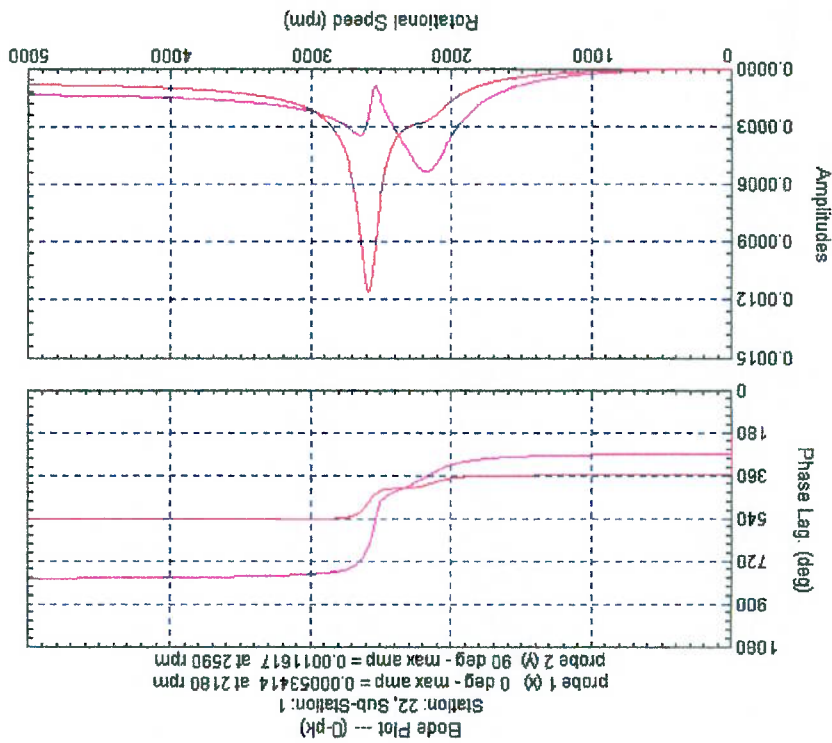
**Figura 57 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 4.**



**Figura 56 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 4.**



**Figura 58 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 4.**



**5.5.5 Rotor flexível com barras de alumínio – Caso 1**

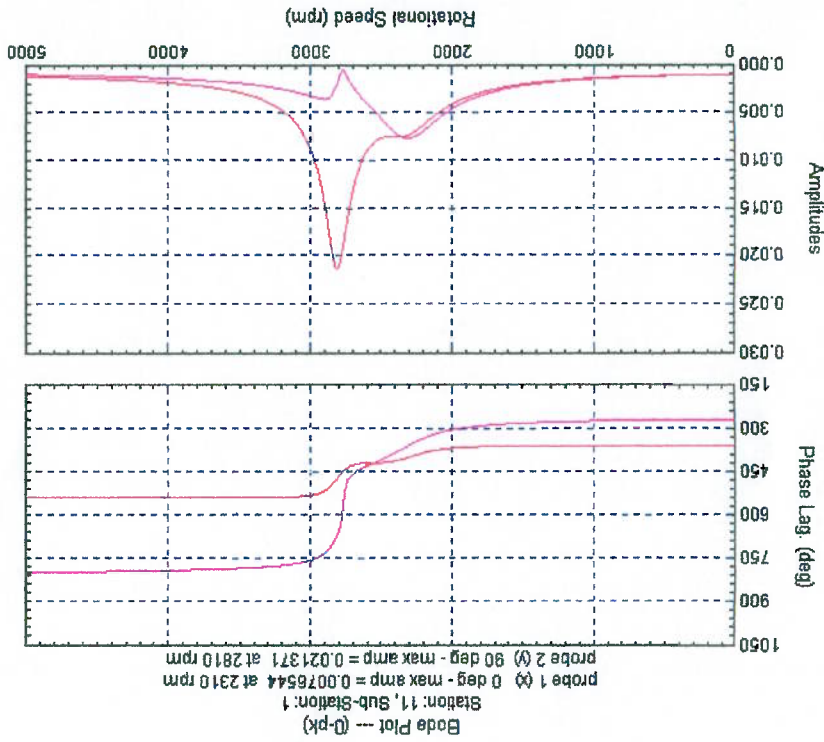
Este modelo mostra os resultados das análises dinâmicas para o rotor flexível em alumínio quando submetido ao caso de carga 1, conforme definido para o rotor flexível de cobre. A tabela abaixo mostra os resultados das análises. Novamente, mostram-se os resultados para os pontos no eixo sobre os mancais e no centro, e no mancal. As figuras 59 a 61 apresentam a curva de resposta do sistema para cada um dos pontos mencionados.

**Tabela 11 - Resultados do rotor flexível de barras em alumínio, caso de carga 1 e grau de desbalanceamento inicial ISO 6.3.**

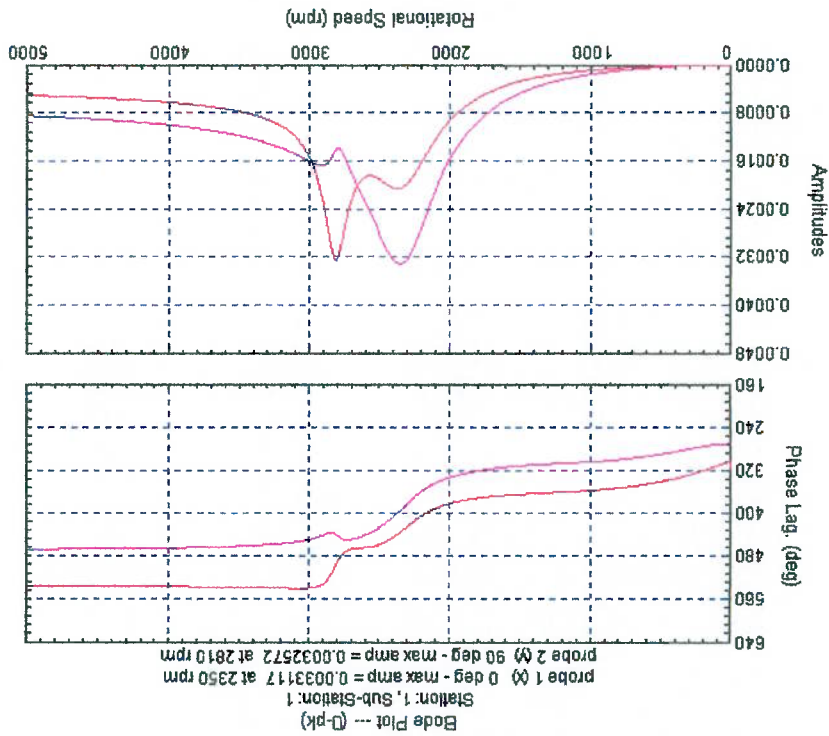
N6	Deslocamento na velocidade crítica (µm)		Deslocamento a 3600 rpm (µm)	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
1	84	83	29	19
10	191	544	45	66
20	17	37	7	6



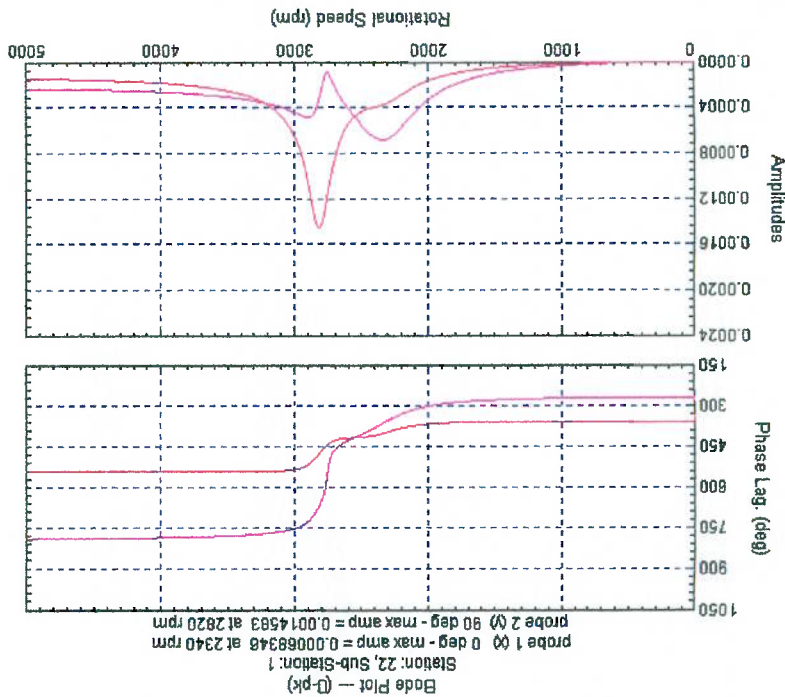
**Figura 59 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, rotor de barras em alumínio, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.**



**Figura 60 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, rotor de barras em alumínio, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.**



**Figura 61 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, rotor de barras em alumínio, desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.**



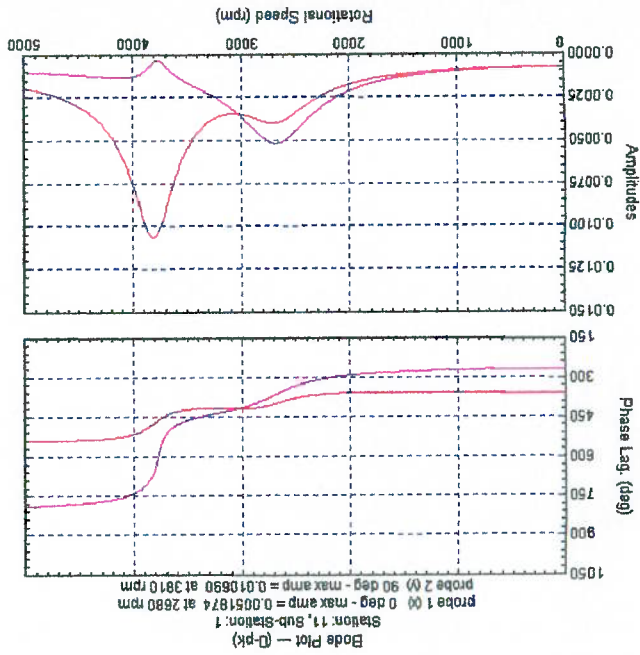
**5.5.6 Rotor rígido com barras de cobre – Caso 1**

Este modelo mostra os resultados das análises dinâmicas para o rotor rígido e gaiola de cobre quando submetido ao caso de carga 1, conforme definido para o rotor flexível de cobre. A tabela abaixo mostra os resultados das análises. Novamente, mostram-se os resultados para os pontos no eixo sobre os mancais e no centro, e no mancal. As figuras 62 a 64 mostram a curva de resposta do sistema para cada um dos pontos mencionados.

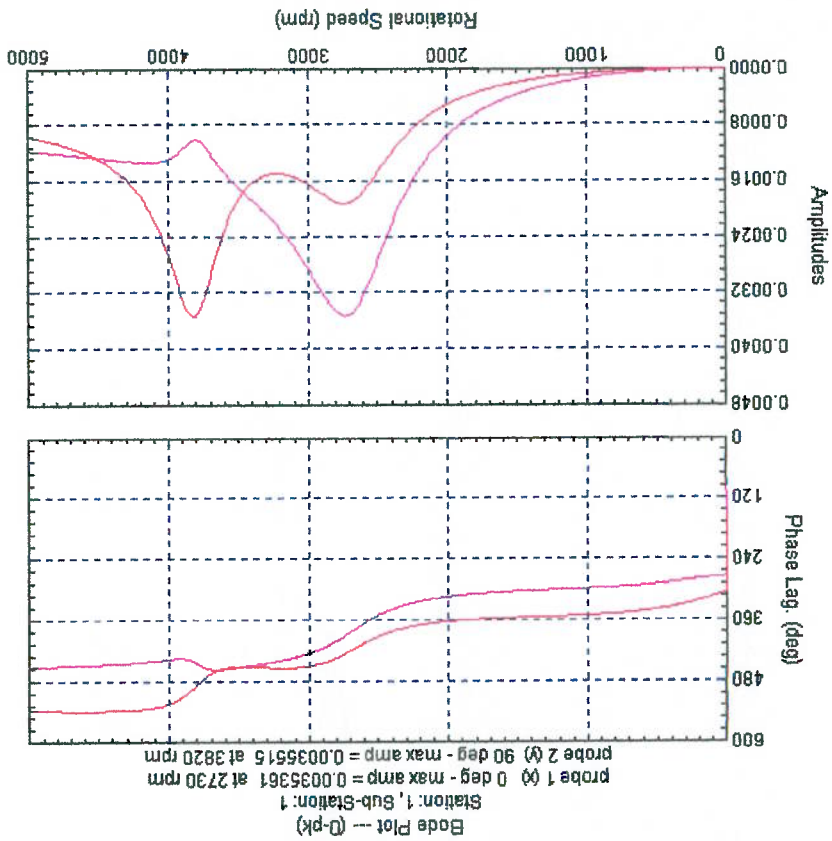
**Tabela 12 - Resultados do rotor rígido e com gaiola de cobre, caso de carga 1 e grau de desbalanceamento inicial ISO 6.3.**

N6	Deslocamento na velocidade crítica (µm)		Deslocamento a 3600 rpm (µm)	
	Horizontal	Vertical	Horizontal	Vertical
1	90	90	37	59
10	130	272	32	179
20	24	52	7	32

**Figura 63 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo no centro, rotor rígido e com gaiola de cobre desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.**

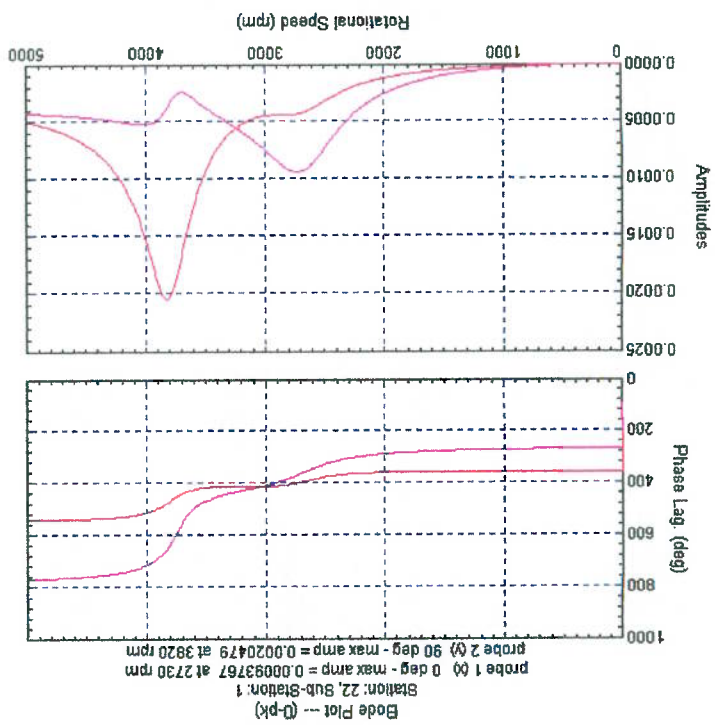


**Figura 62 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para o eixo na região do colo do mancal, rotor rígido e com gaiola de cobre desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.**





**Figura 64 – Resposta ao desbalanceamento de 0 a 5000 rpm para a caixa do mancal, rotor rígido e com gaiola de cobre desbalanceamento inicial ISO 6.3 e caso de carga 1.**



## 6 Conclusões

### 6.1 Discussão sobre a metodologia aplicada

A metodologia proposta neste trabalho permitiu identificar as principais causas do empeno desbalanceamento térmico no tipo de rotor estudado. Foram identificadas como as causas principais: a interface entre a barra e a ranhura, a distribuição desigual de temperatura entre partes do rotor e o projeto dinâmico inadequado do rotor. A mudança das pressões do pacote sobre o eixo foi identificada como sendo de menor importância quando comparada com os demais efeitos.

As conclusões acima correspondem ao que os autores pesquisados, os quais utilizaram experimentos na investigação do fenômeno, sugerem como as principais fontes causadoras do empeno desbalanceamento térmico em rotores de máquinas elétricas de alta velocidade, sendo esta uma das principais fontes de vibração quando deste tipo de equipamento opera na sua potência nominal.

Estas conclusões também estão de acordo com o observado pelo autor na análise dos resultados de vibração de diversas máquinas testadas e de experimentos conduzidos pelo autor e outros.

Sugere-se a aplicação desta metodologia em outros sistemas onde este efeito mostre-se importante com a finalidade de: melhor compreender o fenômeno, identificar as fontes causadoras do mesmo e obter parâmetros de controle do processo de fabricação dos equipamentos.

Nas análises dos modelos em elementos finitos que obtêm a forma deformada do rotor não se considerou o atrito. Entretanto, a metodologia continua válida caso este efeito seja introduzido. Esta é uma sugestão para trabalhos futuros, que visem estudar a importância deste efeito nos modelos que calculam as deformações do rotor.

## 6.2 Discussão dos resultados das análises dinâmicas

### 6.2.1 Avaliação dos resultados dos modelos com desbalanceamento residual grau ISO 6.3

Os resultados dos modelos com grau de desbalanceamento ISO 6.3 estão resumidos na tabela abaixo para o colo do mancal. Nota-se que nos rotores do tipo flexível seja a gaiola fabricada em alumínio, seja a gaiola fabricada em cobre, os valores de vibração para a harmônica de rotação do rotor se encontram dentro dos limites exigidos pela norma API 541 [3].

Os valores de vibração da primeira harmônica, para o rotor do tipo rígido com gaiola de cobre, estão muito próximos dos limites estabelecidos pela mesma norma. Como existirão outras harmônicas de vibração além da fundamental, este tipo de rotor provavelmente irá falhar no teste de vibração. Este fato mostra que este tipo de projeto do rotor não está adequado para atender os limites definidos pela norma.

**Tabela 13 – Resultados de vibração para a harmônica de rotação do rotor para os casos onde se considerou o desbalanceamento residual ISO grau 6.3.**

Caso	Horizontal ( $\mu\text{m}$ )	Vertical ( $\mu\text{m}$ )
Flexível – Cobre	9	6
Flexível – Alumínio	11	7
Rígido – Cobre	19	30

Observa-se que praticamente não existe diferença entre os níveis previstos para o rotor flexível fabricado em gaiola de cobre ou alumínio, o que indica que ambas as formas construídas são adequadas para se atender aos valores definidos na norma.

### 6.2.2 Considerações sobre o “shaft runout” e os valores de vibrações medidos experimentalmente em comparação aos valores previstos por análise

A norma API 541 [3] estabelece como limite máximo de vibração no eixo 38  $\mu\text{m}$ . A vibração no eixo é medida por um sensor de proximidade, que é induzido a um erro de leitura em razão da cilíndricidade da pista do colo do mancal e da pista de leitura, assim como a concentricidade entre as duas não ser perfeita e também a um erro de natureza

eletromagnética, em razão do acabamento superficial da pista de leitura e das propriedades do material. A este erro denomina-se “shaft runout”, o qual a mesma norma estabelece o limite máximo de 11 µm .

A mesma norma também estabelece um limite máximo de desbalançamento residual nos planos de balançamento, após balançamento na máquina de balancear. No caso em estudo este valor de desbalançamento residual não foi utilizado para calcular os valores de vibração a frio, pois conforme já explicado são valores que não podem ser alcançados no processo de balançamento tradicional.

Os valores calculados a frio tendo como base o desbalançamento grau 6.3 da norma ISO 1940-1 [25], 9 µm, concordam com os resultados experimentais quando comparados com os valores reais medidos, que variam de 10 µm a 71 µm, com o erro do “shaft runout” incluído. Os valores de “shaft runout” experimentalmente medidos se situam entre 8 µm a 18 µm. Mesmo utilizando as melhores técnicas de usinagem, não se conseguem valores inferiores a 6 µm para este erro de medição.

É importante lembrar que o fato de se apoiar o rotor em colos diferentes dos colos dos mancais na balanceadora, que possuem erros de cilíndricidade e concentricidade em relação aos colos dos mancais, pode resultar em um desbalançamento residual maior e por consequência maiores valores de vibração. Nestes casos, é necessário balancear o rotor montado na máquina para atingir os níveis de vibração exigidos.

Ambos os fatores, o “shaft runout” e a técnica de balançamento atualmente empregada, fazem com que os valores de vibração medidos estejam ligeiramente acima dos previstos por análise. Sugere-se não somente a melhoria das técnicas de usinagem atualmente empregadas, mas principalmente a implementação de melhores técnicas de balançamento, em especial para os rotores flexíveis.

### 6.2.3 Avaliação dos resultados dos modelos com empeno desbalanceamento térmico somado ao desbalanceamento residual grau ISO 6.3

A tabela 14 mostra, para todos os casos analisados, a diferença entre os valores calculados entre os modelos onde se considerou o empeno desbalanceamento térmico e seus respectivos modelos com desbalanceamento residual grau ISO 6.3. Os resultados referem-se para a velocidade de operação na região do colo do mancal.

**Tabela 14 – Aumento absoluto da vibração para a velocidade de operação para cada caso de carga analisado.**

Caso	Horizontal ( $\mu\text{m}$ )	Vertical ( $\mu\text{m}$ )
Flexível – Cobre Caso 1	17	10
Flexível – Cobre Caso 2	147	90
Flexível – Cobre Caso 3	93	56
Flexível – Cobre Caso 4	6	3
Flexível – Alumínio Caso 1	18	13
Rígido – Cobre Caso 1	18	29

A norma API 541 [3] estabelece que o máximo valor da mudança vetorial da vibração entre a condição a frio e a quente é de 50% do limite estabelecido pela norma, no caso 38  $\mu\text{m}$ , ou seja o limite máximo da variação é 19  $\mu\text{m}$ .

Observa-se que os rotores do tipo flexível, submetidos aos casos de carga 1 e 4, tanto para a gaiola fabricada em ligas de cobre como para a gaiola fabricada em ligas de alumínio atenderiam o exigido pela norma. Nota-se que o rotor do tipo rígido também falha neste critério.

O estudo mostra que não existe diferença significativa entre rotores com gaiolas de cobre contra rotores com gaiola de alumínio, que seguem o mesmo padrão construtivo, tanto para os níveis de vibração quanto para o empeno desbalanceamento térmico introduzido, desde que o projeto dinâmico de ambos esteja adequado.

Considerando-se que as gaiolas de alumínio apresentam a vantagem de terem menor custo, além de mecanicamente introduzirem menores esforços sobre a parte superior da ranhura do rotor, possibilitando que esta parte seja mais fina, e assim melhorando

algumas características elétricas da máquina, sugere-se que este material deva ser considerado como uma opção viável na construção de rotores de máquinas deste tipo.

Além destes fatos, é provável que a gaiola fabricada em alumínio necessite de menos massa para ser balanceada, já que por ser este um material de menor densidade e uma vez que a gaiola contribui significativamente para o desbalanceamento total do rotor por estar mais afastada do centro de giro, um material de menor densidade, em tese, introduz menos desbalanceamento.

Para os casos de carga 2 e 3, os limites estão bastante acima dos aceitáveis, o que mostra a importância de se controlar adequadamente o aperto das barras e manter o mesmo o mais constante possível para todas as barras, conforme sugerido por Finley e Hodowanec [7].

A tabela 15 mostra, para todos os casos analisados, os valores absolutos de vibração calculados nos modelos onde se considerou o empeno desbalanceamento térmico para as velocidades críticas no colo do mancal e no centro do pacote.

**Tabela 15 – Valor absoluto da vibração para as velocidades críticas para cada caso de carga analisado.**

Caso	Colo do mancal		Centro do pacote	
	Horizontal (µm)	Vertical (µm)	Horizontal (µm)	Vertical (µm)
Flexível – Cobre Caso 1	99	99	247	729
Flexível – Cobre Caso 2	577	579	1422	4191
Flexível – Cobre Caso 3	386	389	958	2845
Flexível – Cobre Caso 4	60	59	151	442
Flexível – Alumínio Caso 1	84	83	191	544
Rígido – Cobre Caso 1	90	90	130	272

Nas velocidades críticas, os resultados mostram-se bastante elevados para os casos 2 e 3, sugerindo toque do eixo na parte superior do mancal assim como contato do rotor no estator para o caso 3, uma vez que estão acima tanto da folga do mancal como da folga do entreferro.

Este toque foi observado experimentalmente em uma máquina, que tinha na velocidade nominal, valores de vibração de até 254 µm no eixo e que durante o ensaio de resposta ao desbalançamento, o sensor registrou valores fora da escala (superiores a 500 µm) e onde se observou toque do rotor no estator.

É importante observar que para os casos 2 e 3 o modelo de vibrações lineares não é mais válido, já que em razão das amplitudes das vibrações serem bastante elevadas não vale o modelo de vibrações ao redor de uma linha de equilíbrio estático além de que tanto a rigidez do eixo e como os coeficientes dos mancais são alterados.

Pelos resultados obtidos, verifica-se que as barras parecem ter uma influência maior do que o pacote de lâminas no fenômeno do empeno desbalançamento térmico em rotores tipo gaiola de esquilo.

Dispositivos que proporcionem uma melhor homogeneidade entre o aperto das diversas barras e do coeficiente de atrito entre estas e a ranhura, resultando numa distribuição mais igual das forças de expansão axial das barras, são sugeridos para reduzir a sensibilidade térmica do rotor.

De maneira geral os modelos responderam bem ao observado experimentalmente, embora não fosse possível instrumentar e obter dados detalhados das temperaturas atingidas pelas diversas partes do rotor. Isto proporcionaria carregamentos mais precisos para as análises em elementos finitos.

Os estudos mostram que a variável principal a ser controlada em máquinas deste tipo é a uniformidade do aperto entre a barra e a ranhura, o que concorda com as conclusões de Finley e Hodowanec [7] e de Zawovsky e Genovese [9] que estudaram o problema e propuseram soluções para esta interface.



#### 6.2.4 Considerações sobre o projeto dinâmico do rotor

As análises realizadas mostram que o projeto dinâmico do rotor é uma variável fundamental para a redução da sensibilidade do rotor com a temperatura. Para o tamanho de rotor estudado, as análises indicam que a utilização do conceito de eixo rígido é tecnicamente inviável de ser utilizada, uma vez que não é possível manter margens de separação adequadas nem fatores de amplificação baixos o suficiente para reduzir a amplificação do empino desbalanceamento térmico a níveis aceitáveis.

Conclui-se que para os motores estudados, motores de indução de 1000 kW ou mais, principalmente se os mesmos forem feitos em gaiola de ligas de cobre, os mesmos devem necessariamente seguir o conceito de eixo flexível.

Owen [27] propõe a utilização de rotores flexíveis para máquinas de uma única velocidade e de rotores rígidos para máquinas de velocidade variável para tornar a operação das máquinas de velocidade variável livre de altos níveis de vibrações em toda a faixa de operação. Entretanto não aborda eventuais soluções no projeto dos mancais de forma a reduzir o fator de amplificação nas críticas e proporcionar uma operação com níveis aceitáveis e vibração, para toda a faixa de velocidades.

Em máquinas de velocidade variável, pode-se eventualmente optar-se pela escolha de rotores rígidos, dependendo do tamanho e da faixa de operação da máquina. Nestes casos, a gaiola de alumínio apresenta significativa vantagem sobre a gaiola de ligas de cobre, pois em razão da menor massa da mesma, alterações no projeto dos mancais, como folga e tipo e alterações no projeto do rotor, como aumento da rigidez do eixo e redução da massa do pacote, podem vir a resultar num rotor rígido com margens de separação satisfatórias e fatores de amplificação baixos o suficiente para proporcionar uma operação suave do rotor.

Entretanto, em alguns casos não será possível a utilização de um rotor rígido. Nestas situações a escolha de um rotor do tipo flexível pode requerer que algumas faixas de operação sejam evitadas. Modificações no projeto dos mancais, que possibilitem baixos

Sugere-se o levantamento experimental do coeficiente de amortecimento estrutural dos suportes dos mancais de modo a substituir a análise modal pela harmônica. Isto têm

estator [3].

A partir dos valores de rigidez definidos para a carga, deve-se buscar por um projeto de carga que apresente os valores de rigidez mínimos definidos pela análise dinâmica e que possua as suas frequências naturais afastadas o suficiente das excitações do rotor e

condições de contorno impostas pelo projeto elétrico do rotor. rotor os parâmetros de rigidez da carga e o perfil do eixo, sempre lembrando as menor tamanho e custo. A seguir, deve-se determinar por meio da análise dinâmica do escolherem-se os mancais com base no já exposto anteriormente, procurando os de definido o projeto elétrico básico, deve-se efetuar um estudo preliminar do rotor e maneira, a sequência que acaba sendo a de menor custo e mais efetiva é uma vez projeto. As partes mais caras de uma máquina elétrica são o estator e mancais. Dessa melhor enfoque a ser dado no projeto, ou qual seria a sequência mais adequada de Pelo mostrado, nota-se que muitos são os parâmetros e surge a questão de qual é o

do rotor e nos níveis de vibração.

máquinas rotativas, assim como os parâmetros que mais influenciam na rotação crítica Ao longo do texto, apresentaram-se os conceitos fundamentais na modelagem de

### **6.3 Regras para o projeto básico do rotor de máquinas elétricas**

desbalanceamento residual e por consequência baixos níveis de vibração. durante o projeto e fabricação tornam-se importantes para se alcançar um baixo nível de de balanceamento, juntamente com o controle de tolerâncias e distribuição de massa com subsequente balanceamento do conjunto, além da utilização de mais de dois planos balanceamento. Neste caso, o balanceamento por etapas, componente a componente e É importante observar que uma dificuldade na fabricação de rotores flexíveis é o seu

rotor trabalhe nas velocidades críticas com níveis de vibração aceitáveis. fatores de amplificação nas críticas pode vir a ser uma solução caso deseje-se que o

como objetivo, evitar o aparecimento do fenómeno explicado anteriormente, mesmo quando na análise modal a margem de separação está dentro dos limites exigidos. No projeto da carcaça, a análise por elementos finitos, em conjunto com dados experimentais de análise modal mostra-se uma maneira segura e eficiente de abordar o projeto.

### **6.3.1 Outras considerações sobre as vibrações em máquinas elétricas**

Apesar de se ter adotado como estudo de caso um motor de indução, este trabalho não abordou efeitos eletromagnéticos como o desbalanceamento ocasionado por um entreferro irregular. Obviamente a uniformidade do entreferro, assim como o cálculo da força de atração magnética entre rotor e estator são importantes para garantir não somente baixos níveis de vibração como também evitar o fechamento do entreferro em rotores bastante flexíveis.

Em geral, máquinas com um entreferro bastante irregular apresentam espectro de vibração com alto conteúdo da segunda harmónica da rede elétrica, tanto para o eixo como para a caixa do mancal. Nestes casos, a correção do entreferro, dentro dos limites da norma API 541 [3], resultou na solução ou redução significativa do problema.

Além da questão do entreferro, que é comumente abordada pelos códigos reguladores da área, as máquinas elétricas de 2 pólos apresentam significativa vibração proveniente do estator, por este pulsar em duas vezes a frequência da rede elétrica, sendo assim, estudar o comportamento dinâmico do estator e da carcaça do motor tornam-se importante para se conseguir baixos níveis de vibração na caixa do mancal e no eixo.

Embora em geral o custo das máquinas elétricas rotativas seja menor que o dos equipamentos motores ou movidos, o estudo das vibrações deste tipo de máquina é o que talvez apresente maiores desafios, já que são as máquinas elétricas que apresentam os mais diversos fenómenos que influem nos valores das vibrações, tais como efeitos térmicos, mecânicos e eletromagnéticos. Estas máquinas são sem dúvida um interessante estudo de caso no que se refere a vibrações em máquinas rotativas.

Os suportes dos mancais devem possuir rigidez suficiente de maneira a ser uma base rígida sobre a qual está o sistema e reduzir os níveis de vibração nas carcaças dos mesmos. Durante a fase de projeto deve-se realizar uma análise paramétrica da rigidez dos suportes de maneira encontrar o ponto mínimo de rigidez. Este valor pode ser

a se tornarem instáveis com a deformação do rotor com a temperatura. Na escolha dos mancais deve-se escolher mancais suficientemente carregados de maneira a torná-los estáveis. Mancais extremamente descarregados são mais propensos a se tornarem instáveis com a deformação do rotor com a temperatura.

mancais e a rigidez e massa dos suportes dos mancais. Dentro os vários requisitos, um dos mais importantes é que as rotações críticas do rotor estejam suficientemente afastadas da rotação de trabalho. Neste cálculo não basta incluir somente a rigidez e a massa do rotor, mas também as propriedades do filme de óleo dos mancais e a rigidez e massa dos suportes dos mancais.

vibração tanto a frio quanto a quente. As análises dinâmicas do rotor mostram que um bom projeto dinâmico do rotor é fundamental para o sucesso de uma máquina rotativa que mantenha os seus níveis de

#### **6.4.1 Projeto dinâmico do rotor e dos suportes dos mancais**

### **6.4 Generalizações sobre o projeto de rotores com baixa sensibilidade térmica**

Uma vez que as máquinas elétricas rotativas estão presentes tanto na geração como no consumo de eletricidade, e uma vez que o seu projeto é complexo, já que existem diversos campos do conhecimento envolvidos, a interação entre os profissionais das mais diversas áreas: elétrica, mecânica e materiais, é fundamental para a melhoria do rendimento desses sistemas.

Atualmente existe uma crescente preocupação com a melhoria do rendimento energético e exergético dos mais diversos sistemas onde existe conversão de energia, com a finalidade de se reduzir os danos ambientais provenientes da vida moderna.

#### **6.3.2 Considerações finais sobre o projeto de máquinas elétricas**

definido pelo mínimo valor para o qual crescimos de rigidez acima deste não produzam significativa redução na amplitude para um dado desbalançamento.

Isto se faz necessário, já que mancais que tendem a vibrar muito, aumentam os valores relativos de vibração no eixo, já que além de o eixo estar rodando sobre o mancal, os sensores de vibração se encontram presos na carcaça do mesmo.

Uma vez definida a mínima rigidez, deve-se procurar posicionar as frequências naturais dos suportes, longe da frequência de giro do rotor e de suas harmônicas, de forma a evitar ressonância dos mesmos, pois a ressonância dos suportes dos mancais também aumenta os níveis de vibração no eixo.

No projeto do rotor mais um cuidado deve ser tomado. A simetria do rotor deve ser a máxima possível, de maneira que uma eventual deformação do rotor não resulte em um desbalançamento amplificado por uma desigual distribuição de massa em relação a um eixo.

O estudo ao longo do texto sugere que o bom projeto dinâmico do rotor juntamente com um bom projeto dos suportes dos mancais ajudam na redução do empeno desbalançamento térmico, pois o empenamento do rotor e o desbalançamento mecânico causado pela dilatação térmica em razão do aumento de temperatura das partes do rotor não são amplificadas sensivelmente, já que o rotor opera longe da sua frequência natural e os suportes também não são excitados significativamente pelo rotor.

## 6.4.2 Continuidade das deformações

As análises em elementos finitos de um rotor tipo gaiola de esquilo mostram que o desbalançamento térmico causado por deformações desiguais dos componentes do rotor pode ocasionar aumentos dos níveis de vibração como função da temperatura. A conclusão é que deve se projetar o rotor de maneira que o eixo não sofra empenamento e que não se introduza um desbalançamento proveniente da deformação do rotor com a temperatura.

Obviamente existem sistemas nos quais a mudança de temperatura é desprezível ou apenas momentânea, de maneira que parte deste estudo não se aplica, porém os

com tensões.

fluência e neste caso devem se utilizar modelos que representem bem tanto deformações de origem térmica também podem originar falhas mecânicas por fadiga térmica ou vapor, discos de freio, bombas, compressores, entre outros. Nessas máquinas as tensões de motores elétricos, onde os conceitos podem ser aplicados, são turbinas a gás e a sejam desejados durante toda a faixa de operação da máquina. Sistemas potenciais além servir de referência para o projeto de sistemas rotativos onde baixos níveis de vibração As conclusões deste trabalho assim como as técnicas de modelagem aplicadas podem

todos os lugares.

máquinas do mundo moderno, pois em geral mudanças de temperatura ocorrem em As tensões de origem térmica estão presentes em praticamente todos os equipamentos e

### 6.4.3 Aplicações

de atrito e expansão térmica deve ser buscado. escorregamento relativo uniforme. Neste processo, o correto balanceamento das forças deformações e rigidez dos componentes envolvidos de maneira a permitir Em montagens por interferência recomendam-se projetos que busquem avaliar as

das deformações ou deformações simétricas em relação aos eixos do rotor. as propriedades dos mesmos, deve-se buscar soluções que possibilitem a continuidade rotores onde mais de um tipo de material é utilizado e onde não é possível se melhorar de materiais com propriedades mecânicas e térmicas que deformem menos o rotor. Em Neste processo inclui-se também a escolha correta de materiais ou o desenvolvimento

deformar o mesmo.

contínuas de maneira a não introduzir um significativo desbalanceamento no rotor nem Para que esta condição seja alcançada, deve se buscar que as deformações sejam

conceitos de dinâmica de rotores apresentados continuam sendo importantes no projeto de máquinas com baixos níveis de vibração.

Atualmente, fabricantes de máquinas rotativas buscam cada vez mais máquinas de alta velocidade, já que o aumento da velocidade de operação reduz o tamanho da máquina para uma dada potência. Isto vem ocorrendo em motores e geradores elétricos, bombas e compressores centrífugos assim como em ventiladores. Nestes casos, o projeto dinâmico do rotor torna-se uma das variáveis mais importantes para o bom funcionamento da máquina, já que as forças dinâmicas geradas por desbalanceamento se tornam bem maiores do que em máquinas de baixa velocidade.



## 7 Referências Bibliográficas

- [1] Loewy, Robert G.; Piarulli, Vincent J. **Dynamics of Rotating Shafts**. Department of Defense – United States of America, 1969.
- [2] Hartog, J. P. Den **Vibrações nos sistemas Mecânicos**. Edgard Blucher, Ed. Da Universidade de São Paulo, 1972.
- [3] **API Standard 541 3rd Edition, "Form-Wound Squirrel Cage Motors – 250 Horsepower and Larger"**. Washington D.C., 1995.
- [4] Rao, J. S. **Rotor Dynamics**. 3.ed. New Age International (P) Ltd., 1996.
- [5] **API Standard 684, 1st Edition, "Tutorial on the API Standard Paragaphs Covering Rotor Dynamics and Balancing: An Introduction to Lateral Critical and Train Torsional Analysis and Rotor Balancing**. Washington D.C., 1996.
- [6] TICO-Westinghouse Motor Company, **"Rock 541"**, Nov/1997.
- [7] Finley, W. R.; Hodowanec, M. M. **Selection of Copper vs. Aluminum Rotors for Induction Motors**. Petroleum and Chemical Industry Conference, p. 187-197, IEEB, 2000.
- [8] Kubota, Masahiro, et Al. **Development of a lightweight brake disc rotor: a design approach for achieving an optimum thermal, vibration and weight balance**. Society of Automotive Engineers of Japan, Review 21, p. 349-355, January of 2000.
- [9] Zawoysky, R. J.; Genovese, W. M. **Generator Rotor Thermal Sensitivity – Theory and Experience**. GE Power Systems, Schenectady, NY, April of 2001.
- [10] **ADRE Version 4**. Bently Nevada, 1999.
- [11] Alvarez, H. P. **Vibrações em Motores Elétricos Provocadas por Forças Magnéticas**. São Paulo, 1987. 57p. Tese (Doutorado) Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- [12] Graham, Q.; Beckwith, S.; Milliken, F. H. **Magnetic Noise in Synchronous Machines**. A. I. E. E., 1931.
- [13] **Rotor PC User's Manual**. General Electric, 1990.
- [14] **API Standard 617 7th Edition, "Axial and Centrifugal Compressors and Expander-compressors for Petroleum, Chemical and Gas Industry Services"**. Washington D.C., July 2002.
- [15] Bathe, Klaus-Jürgen. **Finite Element Procedures**. Prentice Hall, 1996.

- [16] Alves, A Elementos Finitos – A Base da Tecnologia CAE. Editora Erica, 2000.
- [17] NEMA MG-1 Part 7, “General Standards Applying to All Machines – Mechanical Vibration-Measurement, Evaluation and Limits”. National Electric Manufacturers Association, 1998.
- [18] ANSYS Revision 6.1. ANSYS Inc., 2001.
- [19] Fife, H; Ribeiro, R Modal Test Results on GEVISA MAC8400 Machine. General Electric Company, 01/May/2002.
- [20] Wang, C.; Lai, C. S. Vibration Analysis of an Induction Motor. Journal of Sound and Vibration, 224(4), pg. 733-756, 1999.
- [21] Walker, J. H.; Rogers, G. J.; Jackson, R. L.. Pressing and clamping laminated cores. Proceedings IBE, Vol. 111 No 3, March, 1964.
- [22] Shigley, J. E.; Mischke, C. R.. Mechanical Engineering Design. 5. ed. McGraw-Hill International, 1989.
- [23] Finley, W. R., Hodowanec, M. M., and Holter, W. G. An Analytical Approach to Solving Motor Vibration Problems. Petroleum and Chemical Industry Conference p. 217-232, IEBE, 1999.
- [24] Bachschmid, N.; Pennacchi, P.; Vania, A. Identification of Multiple Faults in Rotor Systems. Journal of Sound and Vibration, Vol. 254 (2) pg. 327-366, 2002.
- [25] International Standard 1940-1, Mechanical vibration-Balance quality requirements of rigid rotors – Part 1: Determination of permissible residual unbalance. 1. ed. 1986.
- [26] Dynamic Rotor Bearing System – DyRoBes Revision 6. Eigen Technologies Inc., 2002.
- [27] Owen, E. L. Flexible Shaft Versus Rigid Shaft Electric Machines for Petroleum and Chemical Plants. IEBE Trans. Industry Applications, vol. 27 no 2, Mar/Apr. 1991.



```

*ENDDO
XC_ELEM=X_NODE/NUM_NODE
YC_ELEM=Y_NODE/NUM_NODE
ZC_ELEM=Z_NODE/NUM_NODE
MASS=MASS+EL_MASS
XC X_MAS=XC X_MAS+XC_ELEM*EL_MASS
YC X_MAS=YC X_MAS+YC_ELEM*EL_MASS
ZC X_MAS=ZC X_MAS+ZC_ELEM*EL_MASS
*ENDDO
XC=XC X_MAS/MASS
YC=YC X_MAS/MASS
ZC=ZC X_MAS/MASS
/OUTPUT
/EOF

```

```

! Calcula o X deformado do CG do elemento j
! Calcula o Y deformado do CG do elemento j
! Calcula o Z deformado do CG do elemento j
! Acumula a massa
! Acumula a somatoria de XC * Massa
! Acumula a somatoria de YC * Massa
! Acumula a somatoria de ZC * Massa

```

```

! Calcula a posicao X do CG
! Calcula a posicao Y do CG
! Calcula a posicao Z do CG

```

! Fim do Arquivo

128  
 129  
 130  
 131  
 132  
 133  
 134  
 135  
 136  
 137  
 138  
 139  
 140  
 141  
 142  
 143  
 144  
 145  
 146  
 147  
 148  
 149  
 150  
 151  
 152  
 153  
 154  
 155  
 156  
 157  
 158  
 159  
 160  
 161  
 162  
 163  
 164  
 165  
 166  
 167  
 168  
 169  
 170  
 171  
 172  
 173  
 174  
 175  
 176  
 177  
 178  
 179  
 180  
 181  
 182  
 183  
 184  
 185  
 186  
 187  
 188  
 189  
 190  
 191  
 192  
 193  
 194  
 195  
 196  
 197  
 198  
 199  
 200