

CONSULTA  
FD-3176

São Paulo  
2002

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia

**CONTROLADOR DE POSIÇÃO LINEAR  
HIDRO - PNEUMÁTICO**

**SIDNEY NOGUEIRA PEREIRA DE JESUS**

**SIDNEY NOGUEIRA PEREIRA DE JESUS**

**CONTROLADOR DE POSIÇÃO LINEAR  
HIDRO - PNEUMÁTICO**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia  
Área de Concentração :  
Engenharia Mecânica

Orientador :  
Prof. Dr.  
Línilson R. Padovese

São Paulo  
2002

Dedico este trabalho à Deus que me permitiu a  
oportunidade de chegar à esse nível de conhecimento,  
e também à minha querida esposa Maria Aparecida  
de Carvalho, que em muito contribuiu na motivação  
e incentivo para que eu conseguisse concluir esse  
estudo

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu Orientador prof. Dr. Limalson R. Padovese pelas diretrizes traçadas na condução dessa obra, assim como pelo empenho, apoio e paciência que dele recebi durante todo o desenvolvimento desse trabalho.

Quero também deixar registrado meu profundo agradecimento aos colegas docentes professores Mestres : Franco Brunetti e Fabrizio Leonardi, pelas sugestões essenciais que contribuíram para a consistência e enriquecimento do conteúdo desse estudo.

## RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre um dispositivo controlador de posição linear de acionamento hidro-pneumático e controlado com o emprego de duas válvulas direcionais convencionais do tipo On – Off . Desenvolveu-se um modelo matemático que em seguida foi transformado num diagrama em blocos para a sua simulação numérica, usando-se os recursos disponíveis no Simulink do Matlab. Com isso conseguiu-se levantar graficamente o comportamento da pressão pneumática dentro do regime transitório, assim como obter-se a resposta no tempo desse dispositivo, adotando-se uma posição de referência desejada, e observando-se o seu desempenho tanto em termo das oscilações existentes, quanto no que se refere ao seu tempo de acomodação. Os resultados obtidos com a simulação do modelo desenvolvido, demonstrou-se bastante satisfatórios, considerando-se o comportamento do gráfico gerado de acordo com as expectativas reais, assim como também os valores numéricos obtidos, foram muito convincentes quanto à sua veracidade com relação à uma aplicação real. O tipo de controlador eletrônico implementado foi muito bom, dadas as condições significativas de não linearidade entre as grandezas envolvidas no processo, e acima de tudo, a tradicional dificuldade no controle de sistemas algumas vezes citado na literatura competente pela expressão : controle do tipo ' bang – bang ' . Nessas condições acredita-se que esse dispositivo controlador de posição linear possa contribuir para o desenvolvimento de tecnologias de menor custo, com respeito aos sistemas tradicionais, que empregam válvulas direcionais do tipo servo ou proporcionais.

## ABSTRACT

This work presents one study about a linear position controller operating by hydraulic and pneumatic fluids, and using electrical conventional directions valves normally denominates type On – Off . Developed a model using elements inside Simulink from Matlab software, and processing one numerical computation about this model. This results inform the evaluation about the pneumatic pressure into the air compartment, and the response time of this devise controlling the reference position like one reference, in terms the amplitude and also the acomodation time required for this equipament. The numerical and grafic results indicates good performance and the mathematical development of this model, too next of the comportament that can hope in a real application. The type of electronics controller was satisfactory, because several non – linearity finded in the mathematical equations , and de traditional difficulties normally coments in specific literature about Control Systems, when using valves designates On – Off, designates by a bang – bang controller. Probably this work has contributed for a development about new technologies with low cost using this type of directional valves, otherwise the use of the servo and proportional directional valves largement used for industrial equipment .

# SUMÁRIO

## LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE SÍMBOLOS

## RESUMO

## ABSTRACT

1-	INTRODUÇÃO.....	1
1.1-	Introdução .....	1
1.2-	Sistema Servo – Hidráulico.....	4
1.3-	Sistema Hidro – Pneumático.....	8
1.4-	Estrutura do Controlador Hidro – Pneumático.....	11
2-	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	19
2.1	Controle de posição com um cilindro de simples ação.....	19
2.2	Controle de posição de um cilindro de dupla ação.....	21
2.3	Comentários.....	22
3-	MODELAGEM MATEMÁTICA.....	24
3.1-	Introdução.....	24
3.2-	Escoamento através de um orifício.....	24
3.3-	Pressão pneumática na Câmara de Controle.....	28
3.4-	Interpretação física da pressão dentro da Câmara de Controle.....	39
3.5-	Modelo matemático da pressão na Câmara de Controle.....	42
3.6-	Modelo matemático do Atuador.....	51
3.7-	Diagrama funcional geral do Controlador de Posição Linear.....	53
3.8-	Modelagem matemática do Controlador.....	60

4-	MODELOS NUMÉRICOS E SIMULAÇÕES.....	67
4.1	Câmara de Controle Esquerda ou Direita.....	67
4.1.1-	Resumo das equações que definem o modelo.....	67
4.1.2-	Simulação Numérica do modelo Matlab – Simulink.....	74
4.2	Controlador de Posição Hidro – Pneumático.....	77
4.2.1-	Resumo das equações que representam o seu modelo.....	77
4.2.2-	Simulação numérica do modelo através do Matlab – Simulink.....	80
4.3-	Implementação da ação de controle ( controlador eletrônico ).....	81
4.4-	Resultados.....	90
5-	CONCLUSÕES.....	92
	LISTA DE REFERÊNCIAS.....	93



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Sistema Servo – Hidráulico tradicional.....	5
Figura 1.2 – Sistema Hidro – Pneumático proposto.....	8
Figura 1.3 – Croquis do Controlador de Posição Linear Hidro-Pneumático.....	12
Figura 1.4 – Câmaras e deslocamentos existentes no Controlador.....	14
Figura 1.5 – Esquema hidráulico e pneumático do Controlador e suas respectivas áreas de importância no seu funcionamento.....	16
Figura 1.6 – O Controlador de Posição com suas partes e funções.....	17
Figura 1.7 - Diagrama de blocos do Controlador de Posição Hidro-Pneumático.....	18
Figura 2.1- Controle de posição com cilindro de simples ação e válvulas ON-OFF.....	20
Figura 2.2 - Controle de posição usando um cilindro de dupla ação e 4 direcionais ON-OFF.....	21
Figura 3.1 - Escocamento através de um orifício.....	24
Figura 3.2 - Câmara de Controle e respectiva válvula direcional.....	28
Figura 3.3 - Entrada de massa de ar na Câmara de Controle.....	30
Figura 3.4 - Saída de massa de ar da Câmara de Controle.....	30
Figura 3.5 - Visão espacial da Câmara de Controle e seu Embolo de Controle.....	32
Figura 3.6 - Interpretação da variação da pressão na Câmara de Controle.....	40
Figura 3.7 - Enchimento e esvaziamento de ar na Câmara de Controle.....	41
Figura 3.8 - Pressões e forças nos Embolos de Controle e Atuador.....	54
Figura 4.2 – Diagrama Simulink para simulação na Câmara de Controle.....	69
Figura 4.3 – Diagrama Simulink referente ao conteúdo do bloco ENCHE.....	70
Figura 4.4 – Diagrama Simulink referente ao conteúdo do bloco ESVAZIA.....	71
Figura 4.5 – Diagrama Simulink referente ao conteúdo do bloco CALCULOS.....	72
Figura 4.6 – Diagrama Simulink referente ao bloco Câmara de Controle.....	73
Figura 4.7 - Elevação da pressão pneumática absoluta na Câmara de Controle.....	75
Figura 4.8 - Variação da pressão nas Câmaras de Controle, através do comando da bobina da válvula direcional On – Off ( Aberta / Fechada ).....	76

Figura 4.9-Estrutura em blocos do Controlador de Posição Linear Hidro – Pneumático.....	78
Figura 4.10-Diagrama Simulink / Matlab para o Controlador de Posição Linear.....	79
Figura 4.11- Resposta no tempo para uma posição de referência de $x = +1$ mm ..	80
Figura 4.12- Diagrama Simulink / Matlab correspondente ao bloco $PWM$ .....	83
Figura 4.13- Diagrama do controlador referente ao bloco $PWM$ .....	83
Figura 4.14- Gráfico do erro de posição em função do tempo.....	84
Figura 4.15- Forma de onda ' Dente de Serra ' .....	84
Figura 4.16- Sinal de saída do ponto de soma, entre o erro normalizado $e_n$ e a amplitude do sinal dente de serra $A$ .....	85
Figura 4.17- Comportamento do sinal de ação de controle para cada direcional.....	86

## LISTA DE SÍMBOLOS

$x(t)$	Deslocamento horizontal do Atuador
$y(t)$	Deslocamento vertical dos Êmbolos de Controle
$A_c$	Área da coroa circular do Êmbolo do Atuador
$A_o$	Área do círculo menor do Êmbolo de Controle
$A_a$	Área do círculo maior do Êmbolo de Controle
$u_1$	Velocidade média do escoamento no conduto, antes do estrangulamento
$u_2$	Velocidade média do escoamento no conduto, após o estrangulamento
$A_1$	Área transversal do conduto, onde o fluido apresenta velocidade $u_1$
$A_2$	Área transversal do jato de fluido com velocidade $u_2$
$A_{or}$	Área transversal do orifício que representa o estrangulamento do fluxo
$p_1$	Massa específica do fluido na seção 1 anterior ao estrangulamento
$p_2$	Massa específica do fluido na seção 2 do jato através do estrangulamento
$\gamma_1$	Peso específico do fluido na seção 1 anterior ao estrangulamento
$\gamma_2$	Peso específico do fluido na seção 2 do jato através do estrangulamento
$z_1$	Cota de posição vertical das partículas de fluido antes do estrangulamento em relação à uma referência
$z_2$	Cota de posição vertical das partículas de fluido no jato através do estrangulamento, em relação à uma referência
$Q$	Vazão em volume para o escoamento de fluido
$C_c$	Coefficiente de contração devido à redução da área transversal do jato de fluido, ao atravessar o estrangulamento
$C_v$	Coefficiente de velocidade do fluido no jato, reduzida devido aos atritos com o estrangulamento
$C_d$	Coefficiente de descarga do fluido ( combinação entre $C_c$ e $C_v$ )
$p_1$	Pressão das partículas de fluido, antes do estrangulamento
$p_2$	Pressão das partículas de fluido, após o estrangulamento
$P_s$	Pressão da fonte de alimentação pneumática ( fixa )
$P_a$	Pressão atmosférica padrão
$A_{oe}$	Área transversal do orifício de entrada de fluido na Câmara de Controle

$A_{os}$	Área transversal do orifício de saída de fluido da Câmara de Controle
$p(t)$	Pressão no interior da Câmara de Controle, num instante qualquer
$\dot{m}_e(t)$	Vazão em massa de fluido que atravessa o orifício de entrada da Câmara de Controle
$\dot{m}_s(t)$	Vazão em massa de fluido que atravessa o orifício de saída da Câmara de Controle
$\Delta p$	Diferencial de pressão entre os extremos do orifício de entrada e / ou de saída da Câmara de Controle
$Cd_{os}$	Coefficiente de descarga relativo fluido que atravessa o orifício de entrada
$Cd_{os}$	Coefficiente de descarga relativo fluido que atravessa o orifício de saída
$R$	Contante par o Ar
$T$	Temperatura em graus Kelvin
$m$	Massa de Ar
$v$	Volume de Ar
$\dot{v}$	Taxa de variação temporal do volume de Ar
$\dot{p}$	Taxa de variação temporal da pressão do Ar
$\dot{T}$	Taxa de variação temporal da temperatura do Ar em graus Kelvin
$\dot{m}$	Taxa de variação temporal da massa de Ar
$k$	Contante adiabática para o Ar ( igual à 1,4 )
$p_0$	Massa específica do Ar tomada como referência ( atmosfera padrão )
$m_0$	Massa de Ar tomada como referência no instante do início do processo
$v_0$	Volume do Ar tomado como referência no instante do início do processo
$VM$	Volume residual da Câmara de Controle ( ' morto ' )
$C$	Curso total dos Embolos de Controle ( esquerdo e direito )
$pce(t)$	Pressão pneumática dentro da Câmara de Controle Esquerda
$pcdt(t)$	Pressão pneumática dentro da Câmara de Controle Direita
$poe(t)$	Pressão hidráulica no interior da Câmara de Pressão Esquerda
$pod(t)$	Pressão hidráulica no interior da Câmara de Pressão Direita
$FEE(t)$	Força de origem pneumática no Embolo de Controle Esquerdo
$FED(t)$	Força de origem pneumática no Embolo de Controle Direito
$Fa(t)$	Força de origem hidráulica no Atuador
$A_{na}$	Área da secção transversal das duas hastas do Atuador

$M_a$	Massa total do Atuador ( Embolo do Atuador + duas Hastes )
$M_{ec}$	Massa dos Embolos de Controle Esquerdo e / ou Direito
$F_{ex}(t)$	Força externa agindo axialmente sobre o Atuador
$y_{ec}(t)$	Deslocamento vertical do Embolo de Controle Esquerdo
$y_{ed}(t)$	Deslocamento vertical do Embolo de Controle Direito
$x_a(t)$	Deslocamento horizontal do Atuador
$v_{ec}(t)$	Volume geométrico interno total da Câmara de Controle Esquerda
$v_{ed}(t)$	Volume geométrico interno total da Câmara de Controle Direita
$e$	Erro entre a posição real ocupada pelo Atuador e aquela tomada como referência
$e_n$	Erro de posição normalizado
$u$	Ação de controle enviada para as válvulas direcionais pneumáticas
$A$	Amplitude do sinal ' dente de serra '
$C_2$	Constante para o Controlador de Posição ( desprezando sua dinâmica )
$C_1$	Constante do gerador PWM
$K_1$	Ganho da malha de controle

## 1 - INTRODUÇÃO

### 1.1 - Introdução

Na evolução tecnológica dos equipamentos industriais, verifica-se uma necessidade crescente na *automatização do funcionamento* dos mesmos, principalmente pela exigência em produzir-se mais, com custo reduzido, maior aproveitamento e melhor padronização dos produtos.

Nessa direção, os projetistas utilizam diversos recursos voltados para a melhoria da construção mecânica existente, em termos de materiais mais nobres e resistentes, tratamentos superficiais de endurecimento, processos de fabricação mais eficientes, elementos de máquinas mais modernos, como os fusos de esferas recirculantes, guias lineares, etc.

Por outro lado, quando falamos em "*Automação*" envolvemos não apenas os aspectos puramente mecânicos relatados acima, como também as formas de acionamento das diversas partes móveis, necessárias para o desempenho do trabalho da máquina em questão.

Estamos nos referindo à outras energias normalmente encontradas em qualquer dispositivo e / ou equipamento automático, à saber: *Hidráulica, Pneumática e Eletro-Eletrônica.*

Assim sendo, nos últimos trinta anos a indústria assistiu à uma enorme mudança nas máquinas de produção, à exemplo das *Prensas Excêntricas* muito comuns na década de 70, e hoje totalmente acionadas por *sistemas hidráulicos* com monitoramento constante da parte eletrônica, tanto em termos do controle dos movimentos realizados como também da segurança do operador.

A indústria automobilística por sua vez, intensificou essas tecnologias levando-as para os dispositivos *eletro-pneumáticos automáticos*, frequentemente usados na fabricação de peças e partes dos veículos, os quais sofrem alterações rápidas e constantes devido à alta competitividade do setor, no qual a vida útil dessas ferramentas torna-se cada vez menor.

Com isso consegue-se conciliar melhor, tanto as exigências técnicas quanto as necessidades econômicas - principalmente - a substituição desses equipamentos na velocidade requerida pela linha de produção, com os modelos sofrendo atualizações anuais em custo e qualidade do produto final.

No setor de plásticos observou-se o mesmo comportamento, onde as primeiras injetoras mecânicas deram lugar a modernas máquinas *elétrico-hidráulicas*, que permitem entre outras coisas, a programação dos movimentos em função da ferramenta existente e não o inverso, como era habitual nos modelos antigos.

Na área siderúrgica, igualmente encontramos os laminadores de chapas e perfis, comandados por *circuitos hidráulicos e controlados por processadores eletrônicos* de última geração.

Com esse entoque, observamos que hoje não mais utilizamos máquinas totalmente mecânicas, mas sim conjuntos híbridos envolvendo as três tecnologias de comando e controle existentes : *hidráulica, pneumática e eletrônico*.

Por outro lado existe uma grande diferença de tecnologias, quando falamos em *Comandar e Controlar* um movimento / função de um equipamento. Enquanto no primeiro estamos preocupados com a obtenção do deslocamento entre dois pontos distintos, por exemplo distenter ou recuar a haste de um cilindro entre duas posições desejadas; no segundo queremos executar essa ação de maneira progressiva, gradualmente percorrendo os pontos pelos quais o movimento é desenvolvido, podendo-se inclusive parar o mecanismo numa coordenada de interesse pré-definida.

Em outros termos, temos maior *resolução do movimento* numa aplicação de *Controle* do que na de *Comando*.

Quando o equipamento requer um controle de movimento mais fino do que apenas o deslocamento entre os pontos de início e término do mesmo, então a tecnologia empregada torna-se mais refinada, à qual damos o nome genérico de *Sistema Servo*.

Dessa maneira existem os chamados "servo atuadores lineares" e suas respectivas "válvulas de controle", tanto na aplicação hidráulica como também na pneumática

Nesses termos o panorama atual da indústria, mostra dois tipos de solução:

- a)- tecnologia convencional = *Comando* : baixos custos de implementação ;
- b)- sistemas servo = *Control* : onde há um significativo aumento nesse quesito;

Portanto verificamos que existe uma lacuna entre esses dois extremos tecnológicos distintos, isto é: o dos equipamentos / dispositivos de pequeno porte , nos quais o acionamento é feito através de componentes convencionais - custos menores, compatíveis com o mesmo - porém o seu requisito de performance tem o perfil somente disponível nos elementos servo assistidos.

Em outros termos, o mercado precisa de soluções à nível de componentes que melhor combinem custo e desempenho, para essas aplicações reduzidas em tamanho mas exigentes em qualidade / tecnologia.

Assim sendo, o presente trabalho tem por objetivo de aplicação prática, sugerir um dispositivo *Eléctro-Hidráulico-Pneumático*, que possibilite ser empregado para solucionar o caso mencionado anteriormente, ou seja: oferecer uma alternativa técnica e econômica para o acionamento em sistemas de *controle de pequeno porte*.

Como exemplo ilustrativo no controle preciso de posição, podemos mencionar:

- a)- a fabricação de papel – Setor de Papel e Celulose;
- b)- a laminação de chapas planas metálicas de aço, alumínio - Setor Siderúrgico;
- c)- filmes plásticos e fotográficos – Setor de Plásticos;
- d)- lençóis de borracha – Setor de Artêfatos de Borracha;
- e)- biscoitos planos – Setor Alimentício;



Nessas aplicações específicas temos a necessidade de *Controlar* constantemente a *posição* do cilindro móvel com relação à outro fixo, mantendo uma distância requerida, a qual representa a espessura final do produto sendo produzido.

Portanto temos uma combinação típica de um grande esforço com um pequeno deslocamento do atuado linear ( cilindro ).

Por uma falta de solução de menor custo, esses mecanismos empregam os tradicionais sistemas *Servo-Hidráulicos*, que reúnem todo um conjunto de componentes: reservatório, motor elétrico, bomba, servo-válvulas, servo atuador linear, filtros, os quais representam normalmente um grande investimento, independentemente da aplicação ser de pequeno ou grande portes. Esperamos assim sugerir uma alternativa tecnológica para essas utilizações.

Um *modelo* para esse dispositivo automático que atenda aos requisitos técnicos traçados : baixo custo, facilidade de instalação, poucas exigências de infraestrutura de instalação, compacto, com boa capacidade de vencer esforços externos, e com um controle fino na posição de saída do elemento mecânico acoplado ao mesmo.

Caso o *modelo* desenvolvido apresente boas características de desempenho, poderemos implementar no futuro um protótipo real, no qual os ajustes necessários serão realizados e o controlador de posição testado numa aplicação real.

## 1.2- Sistema Servo – Hidráulico

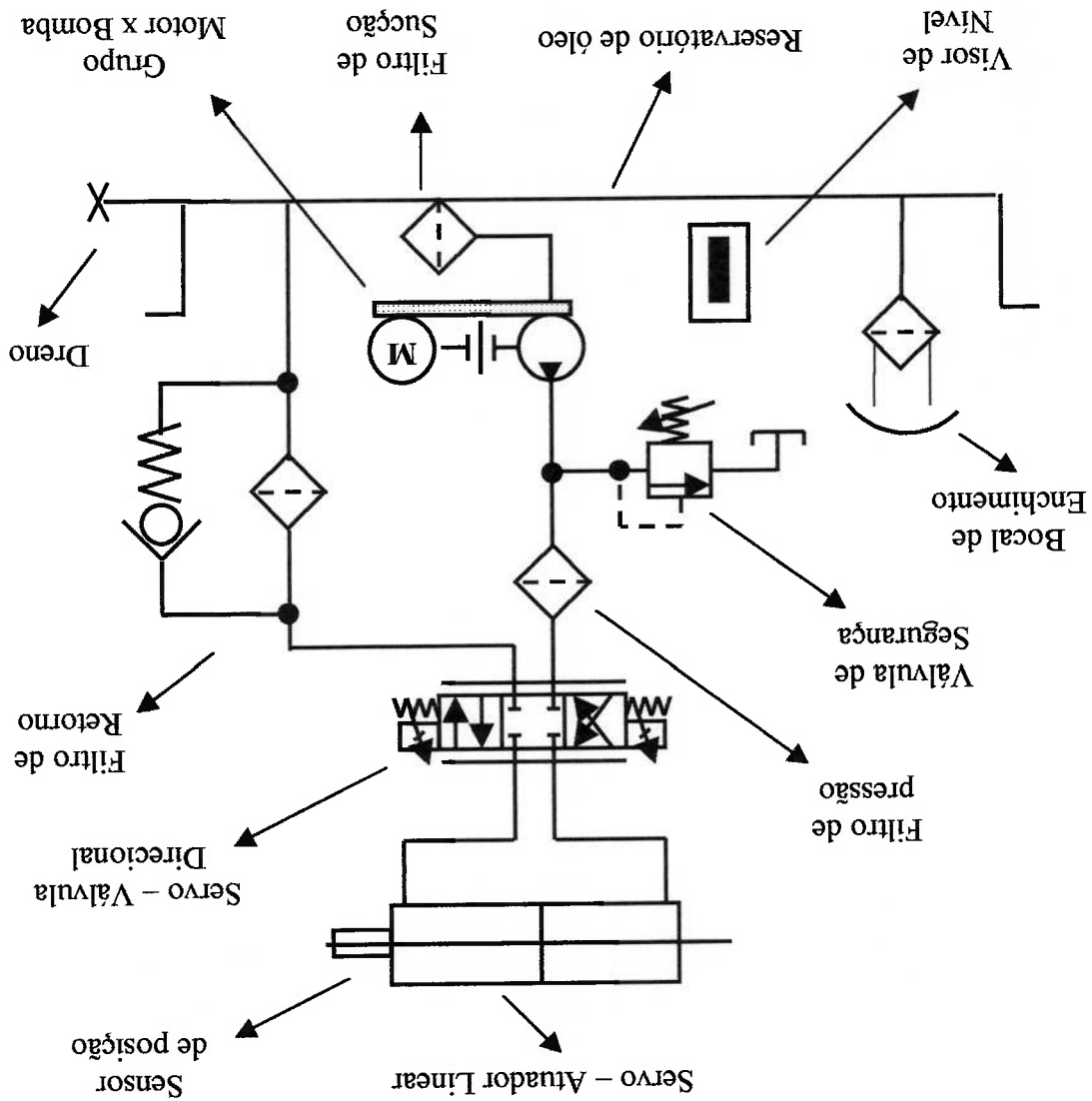
A figura 1.1 a seguir, ilustra o circuito hidráulico de um sistema que funciona basicamente com uma *servo - válvula direcional* e um *servo - atuador linear* = cilindro hidráulico de baixo atrito e alta velocidade de translação.

Notamos de início a necessidade de um grupo motor x bomba, especialmente projetado para atender às necessidades de vazão e pressão requeridas, a fim de que se consiga atender às exigências de velocidades e forças impostas pelo sistema mecânico cuja posição o equipamento controlará.

Esses conjuntos são largamente empregados no acionamento de partes mecânicas móveis de um equipamento industrial, no qual é fundamental a rapidez e precisão de posicionamento do elemento transladado pelo *servo - atuador linear*. Esses atuadores representam cilindros hidráulicos de alta performance no que se refere aos baixos atritos internos provenientes do sistema de vedação utilizado e de uma boa qualidade superficial de deslizamento.

Dessa maneira, esses cilindros hidráulicos podem deslocar-se com velocidades reduzidas, garantindo uma resolução de posição linear muito boa<sup>1</sup>

Figura 1.1 : Sistema Servo - Hidráulico tradicional.



Por outro lado, o baixo coeficiente de atritos internos também confere a esses componentes, um ótimo desempenho em altas velocidades de translação, pois transformam em calor somente uma pequena parcela da energia hidráulica que lhes é fornecida pelo grupo motor x bomba.

O atuador em questão é comandado tanto no sentido do movimento como também na velocidade do mesmo, através de uma *Servo - Válvula* *Directional*, conforme mostra a figura (1.1).<sup>10</sup>

Essas válvulas são de fabricação esmerada em termos dos materiais empregados, tolerâncias finas de ajustes entre as partes móveis, e também uma baixa rugosidade das superfícies usinadas, principalmente aquelas que terão movimento relativo com algum tipo de elastômero, integrante do conjunto de vedação.

Também incorporam uma eletrônica própria desenvolvida pelo fabricante, especialmente para dar ao conjunto válvula, o máximo em rapidez de resposta, ampla faixa de linearidade na região de operação, e pequena histerese de funcionamento.<sup>10</sup>

Para obter uma rápida resposta do Sistema, quando a *Servo Directional* é solicitada, costuma-se manter o óleo hidráulico proveniente da bomba constantemente sob pressão, pois com isso evita-se o módulo de elasticidade do fluido ( óleo ) e por consequência reduz-se substancialmente o tempo de transmissão do sinal de pressão através desse meio líquido.<sup>1</sup>

A solução mais comum empregada, é o uso de uma bomba de vazão fixa ( mais econômica em custo de aquisição ) em detrimento de uma variável, com elevado preço de compra.

Nesse ponto então é que tem início um enorme problema energético, isto é, haverá uma grande geração de calor durante todo o tempo que o sistema de posicionamento não estiver atuando.

Isso acontece porque com o motor elétrico funcionando permanentemente, o bloqueio da conexão de entrada de fluido na *Servo Válvula Directional* ( centro fechado ) obriga a abertura da válvula de segurança, na máxima pressão ajustada e com a máxima vazão fornecida pela bomba hidráulica em questão.

Numa primeira fase, o aquecimento do óleo hidráulico à temperaturas da ordem de 80 graus centígrados, ataca os elementos de borracha que constituem os componentes de vedação existentes.

Com o crescimento dessa temperatura, ocorre um processo de deterioração do próprio fluido hidráulico, o qual acima dos 100 graus centígrados começa a polimerizar-se, formando partículas de goma e verniz.

Para reduzirmos esse efeito térmico danoso às vedações e também para o óleo hidráulico, procura-se aumentar significativamente o volume do reservatório ( que representa um trocador de calor natural ) solução nem sempre possível em função do espaço disponível no local.

Contudo somente essa providência não tem capacidade de dissipação suficiente para estabilizar a temperatura na faixa máxima de 55 à 60 graus centígrados, recomendados para a maioria das aplicações.

Ocorre então a necessidade de um sistema externo de refrigeração forçada do fluido hidráulico, o que agrega um custo suplementar significativo para a instalação, isto é, a instalação de um conjunto motobomba + torre de resfriamento, e toda infra-estrutura requerida como tubulação adicional para a circulação de água ( fluido refrigerante ), registros e conexões.

Concluindo diríamos que um *Sistema Servo - Hidráulico*, apesar de todas as vantagens acima mencionadas, também apresenta alguns inconvenientes, os quais passamos a enumerar abaixo :

- a)- necessidade de um reservatório de óleo hidráulico;
- b)- exigência de um conjunto Motor x Bomba adequados para a aplicação;
- c)- painel elétrico para o sistema de partida / parada do motor de acionamento;
- d)- filtragem de sucção, pressão e retorno para o fluido utilizado;
- e)- válvula de segurança para a instalação hidráulica;
- f)- significativa geração de calor, nas configurações mais comuns;
- g)- trocador de calor Ar – Óleo ou Água – Óleo para estabilizar a temperatura;
- h)- redução do rendimento energético global da transmissão de potência;
- i)- elevado custo de aquisição, principalmente a servo – válvula e o servo- atuador;
- j)- razoável volume de óleo hidráulico, de acordo com a aplicação;
- k)- bomba de alto custo, especialmente para pressões acima de 35000 Kpa;

### 1.3- Sistema Hidro - Pneumático

A figura ( 1.2 ) abaixo, ilustra os componentes necessários para uma instalação completa empregando o Controlador de Posição Hidro - Pneumático proposto.

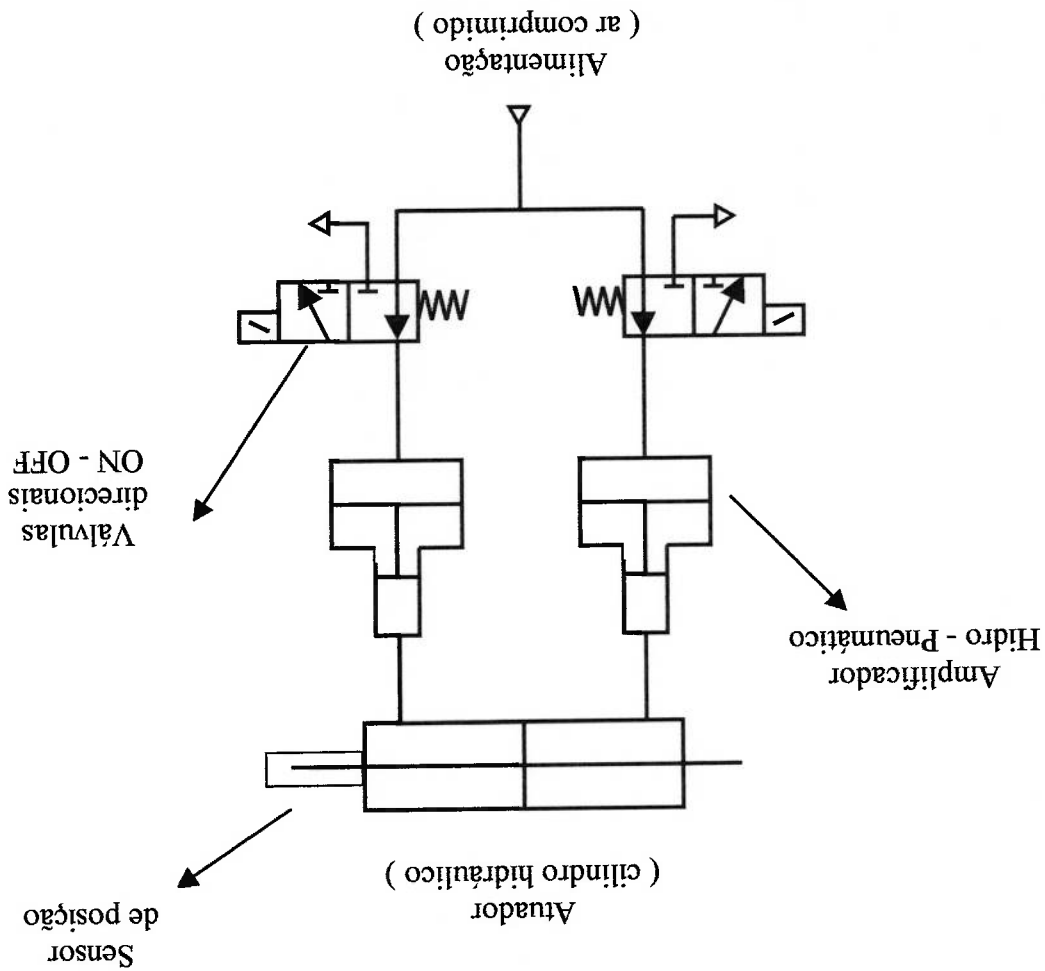


Figura 1.2 : Sistema Hidro - Pneumático proposto.

Conforme podemos notar na figura ( 1.2 ) fica nítida a simplicidade em número de componentes necessários nesse sistema, com relação ao anterior.

O Atuador segue em concepção construtiva, assim como nos ajustes e qualidades superficiais de acabamento, os mesmos cuidados de baixo coeficiente de atrito interno entre as partes metálicas móveis e suas respectivas vedações.

Essa condição confere respostas rápidas no deslocamento do cilindro hidráulico, ao mesmo tempo que dissipa pequena energia recebida, e também garante uma boa resolução de posicionamento do elemento mecânico ligado ao mesmo. <sup>2</sup>

Separando o compartimento de óleo hidráulico (*Câmaras de Pressão*) do de ar comprimido (*Câmaras de Controle*), existe um componente denominado *Embolo de Controle*. Esses elementos operam sincronizadamente, ou seja, quando um distende o outro retrocede e vice – versa, promovendo assim o deslocamento linear de saída no Cilindro Hidráulico ou *Atuador*, como convençionalmente denominar. Simultaneamente à função acima citada ( traduzir o *Atuador* ) os *Embolos de Controle* cumprem um trabalho ainda mais importante, isto é, a função de amplificar o baixo sinal de pressão pneumática recebida em sua entrada ( lado de maior diâmetro ) para um elevado valor de pressão hidráulica ( lado de menor diâmetro ). Esse aspecto é fundamental para que o *Controlador de Posição Hidro – Pneumático* não procure somente posicionar adequadamente um componente mecânico ligado à tomada de potência do *Atuador* ( eixo de saída ) mas também superar os grandes esforços provenientes do componente externo pertencente à máquina. As duas válvulas direcionais pneumáticas empregadas são acionadas eletricamente através de sinais de tensão contínua de 12 ou 24 Vdc, normais na indústria. Além disso são do tipo *ON – OFF*, ou seja, fecham ou abrem totalmente a passagem interna para a circulação do fluxo de ar comprimido proveniente da fonte de potência pneumática ( linha de distribuição ou compressor ), mediante um simples sinal de entrada de tensão elétrica, de conformidade com os valores acima mencionados. Por esse motivo, são componentes de baixíssimo custo, se comparadas com as servoválvulas direcionais do sistema anterior ( vide item 1.2 ). Também apresentam uma elevada rapidez de resposta, devido à excelente concepção do projeto aliado à uma esmerada qualidade de fabricação, podendo operar tranquilamente na faixa de 150 Hz de frequência, compatíveis nesse ponto com as servo hidráulicas tradicionais do mercado.

Adicionalmente, no sistema *Hidro-Pneumático* proposto neste trabalho, conforme podemos visualizar na figura ( 1.2 ), *não existem* : conjunto Motor x Bomba; Reservatório de óleo hidráulico de grandes dimensões; Filtros de sucção, Pressão e Retorno; Torres de resfriamento e acima de tudo Válvula de segurança que geram calor durante todo o tempo no qual o Controlador não está operando.

Com essas considerações, o novo *Sistema Hidro-Pneumático* sugerido, reduz significativamente o desperdício energético no Sistema, elimina todos os seus efeitos térmicos nocivos tanto aos componentes de vedação ( borrachas ), como também aos próprios fluidos de trabalho existentes ( óleo hidráulico e ar comprimido ).

Para que se possa instalar um *Controlador Hidro-Pneumático* num mecanismo qualquer de uma máquina industrial, basta tão somente dispor-se de uma tomada de ar comprimido, situação muito simples e fácil de ser encontrada ou implementada, com relação ao sistema anterior.

Dispensam-se quaisquer necessidades de componentes adicionais para o resfriamento dos fluidos operantes, reduzindo-se ainda mais os custos gerais de implantação dessa nova modalidade de Controlador. <sup>2</sup>

Outro ponto importante a se destacar, é a compactidade deste conjunto com relação ao anterior, fato facilmente visível observando-se atentamente os elementos existentes nas figuras ( 1.1 ) e ( 1.2 ).

Nesse momento, gostaríamos de salientar que não estamos afirmando ( nem poderíamos ) que o sistema proposto substitui integralmente qualquer aplicação de controle de posição linear, resolvidos com o uso das servo-válvulas hidráulicas tradicionais, e os seu equipamentos complementares conforme foram apresentados. Como ênfase ao exposto acima, diríamos que acionamentos de médio e grande portes em termos de potência hidráulica manipulada ( altas vazões com elevadas pressões ) , não são apropriados para o novo sistema sugerido, e ainda constituem um reduto técnico somente exequível com o equipamento servo convencional.

Nessas condições, achamos interessante relacionar algumas das aplicações de controle de posição linear, mais adequadas aos limites naturais de potência que a alternativa *Hidro-Pneumática* pode ser empregada:

- a)- controle de posição em cilindros móveis na laminação de:
  - indústria de papel e celulose;
  - indústria alimentícia, na produção de biscoitos planos;
  - indústria do plástico, na produção de filmes em geral;
  - indústria da borracha, na fabricação de lençóis planos;
- b)- controle da posição lateral da mesa, nas bobinadeiras de chapas ou papel;
- c)- acionamento de pequenas mesas coordenadas em máquinas ferramentas;
- d)- controle de freios e embreagens em aplicações industriais ou veiculares;
- e)- posicionamento de lemes em embarcações de pequeno e médio portes;
- f)- abertura ou fechamento de registros em linhas de processos industriais;

Concluindo diríamos que a alternativa do *Controlador Hidro - Pneumático* oferece uma solução econômica para as aplicações nas quais as potências envolvidas ( vazão e pressão ) são relativamente baixas, isto é, pequenos cursos porém com grandes capacidades de esforços, e que por falta de uma alternativa atual no mercado, ainda são tratadas e solucionadas com o emprego dos sistemas servo - hidráulicos tradicionais, resultando principalmente em todos aqueles custos de aquisição e instalação já discutidos no item anterior. <sup>2</sup>

#### 1.4- Estrutura do Controlador Hidro-Pneumático

Inicialmente vamos apresentar a configuração interna fundamental do *Controlador de Posição Linear Hidro - Pneumático*. Nossa intenção é conhecer sua concepção construtiva, entendermos o seu princípio de funcionamento básico e também identificarmos, através de uma terminologia específica, os diversos componentes e partes que o compõem. Esse conhecimento será muito importante na fase futura, onde iremos tratar da modelagem matemática desse dispositivo.



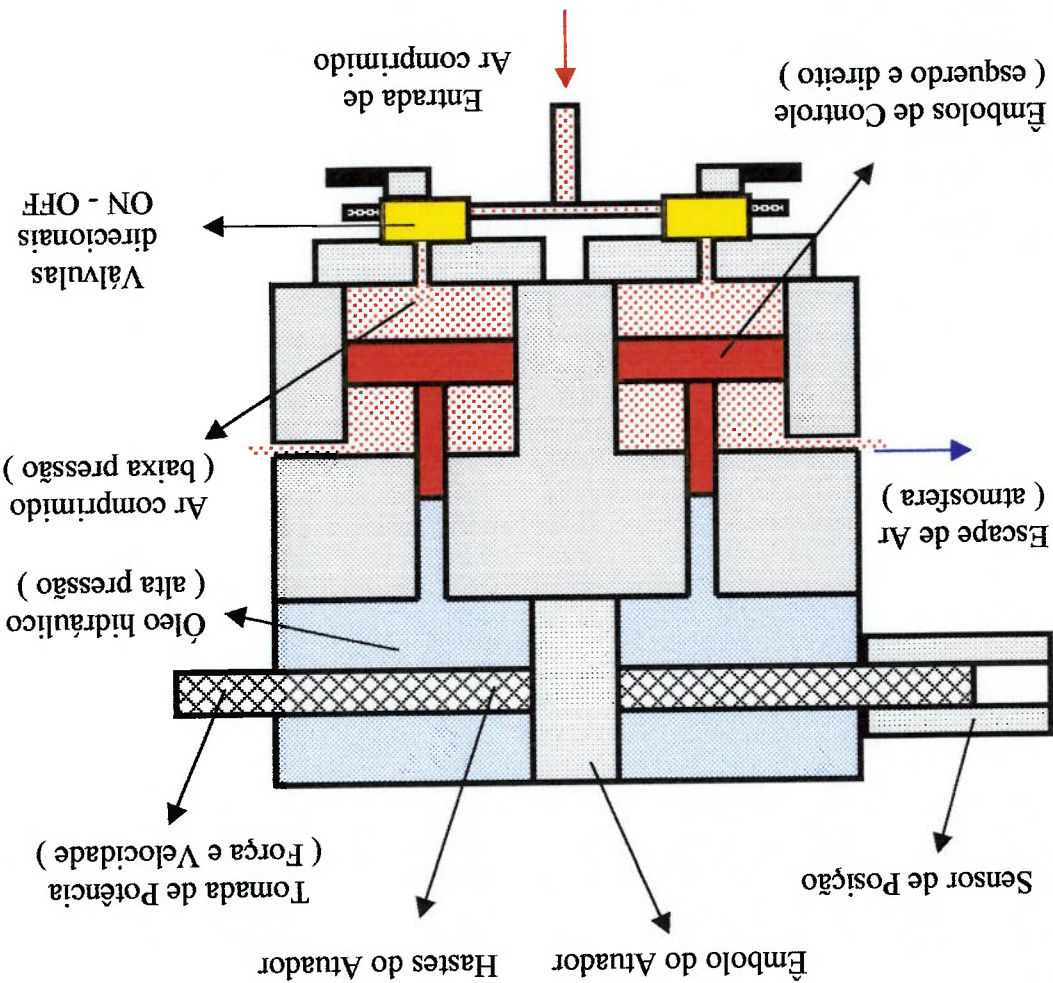


Figura 1.3 : Croquis do Controlador de Posição Linear Hidro-Pneumático.

Com base na Figura ( 1.3 ) podemos dividir o Controlador de Posição nos seguintes módulos principais :

a)- Elétrico

Formado pelo sensor de posição e os solenóides que acionam as válvulas direcionais pneumáticas tipo : *ON-OFF*.

Interfacando os dois elementos acima, existem outros componentes eletrônicos os quais mediante o processamento das informações da posição desejada ( referência ) e real do Embolo do Atuador, ativam a bobina da válvula encarregada da ação corretiva necessária naquele instante.

### **b)-Hidráulico**

Esta representado na parte superior, onde encontramos o Embolo do Atuador e suas respectivas hastes, os quais deslizam suavemente dentro de um alojamento cilíndrico ( cilindro ), através do óleo hidráulico pressurizado em seu interior.

Esse movimento de translação é externamente aproveitado para deslocar a carga acoplada à ponta de uma das hastes ( tomada de potência ). Ao conjunto formado pelo Embolo do Atuador + duas Hastes do Atuador, vamos denominar simplesmente de *Atuador*.

### **c)-Pneumático**

Localizado na parte central, onde encontramos os dois Embolos de Controle que são responsáveis pela pressurização e deslocamento do óleo hidráulico, com o consequente movimento do Atuador nos dois sentidos de translação, isto é, para a esquerda ou direita, em relação ao observador da figura. O ar comprimido proveniente da fonte pneumática pressuriza-os através das respectivas válvulas direcionais flangeadas diretamente no corpo do Controlador de Posição.

A figura ( 1.4 ) abaixo, mostra os compartimentos internos nos quais ficam alojados o Ar comprimido e o Óleo hidráulico pressurizado.

Os deslocamentos encontrados para os componentes móveis importantes no funcionamento do Controlador, são também identificados, à saber :

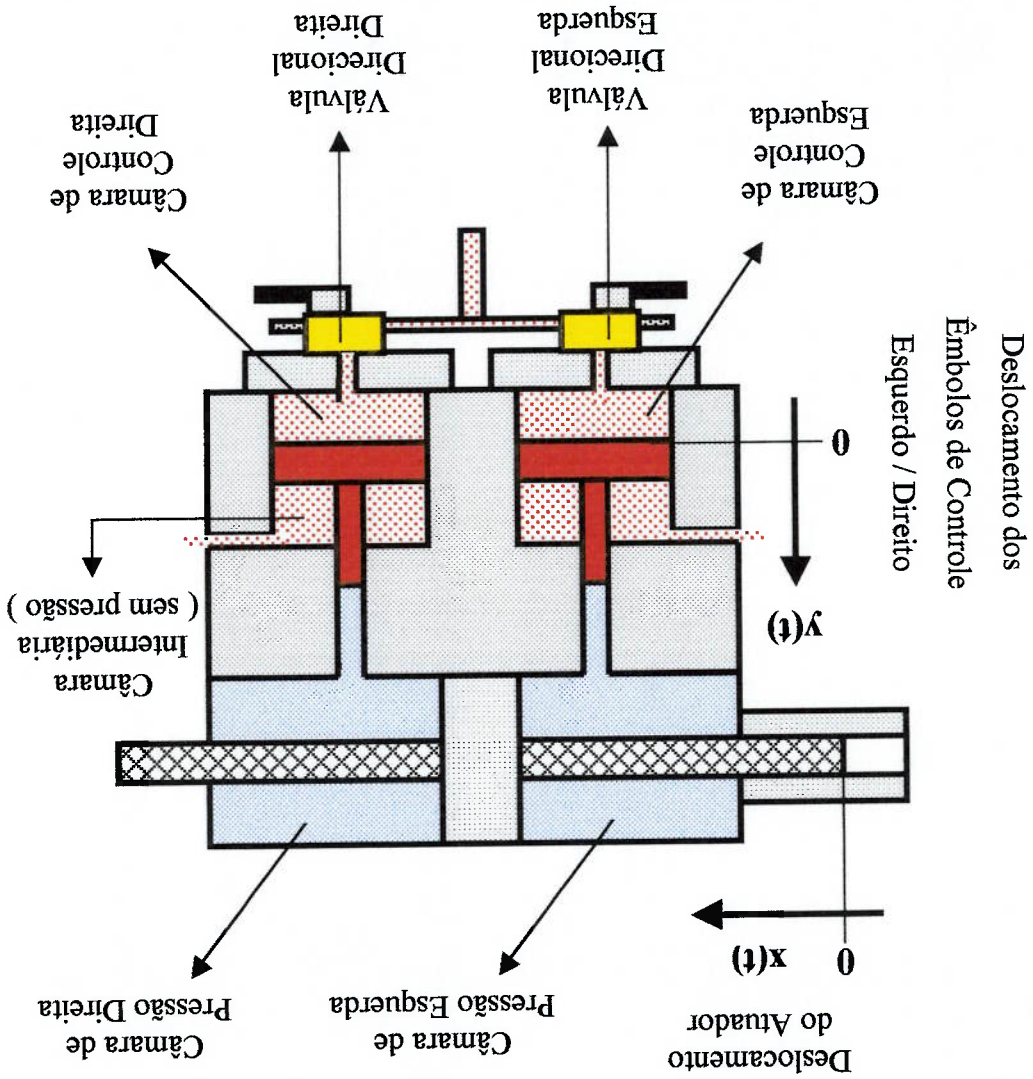
O arraste externo da carga através do Atuador, na direção horizontal, estamos denominando por  $x(t)$  . Já os movimentos na direção vertical dos Embolos de Controle esquerdo e direito, são correspondentes à  $y(t)$  .

Destacamos que o Atuador move-se horizontalmente para a esquerda e / ou direita,  $x(t)$  negativo ou positivo, respectivamente, através do deslocamento vertical e sincronizado dos dois Embolos de Controle, ou seja, enquanto o esquerdo avança, assumindo posições  $y(t)$  positivas, o direito simultaneamente retorna, varrendo as cotas de  $y(t)$  negativas, e vice – versa.

comprimido e Oleo pressurizado) .  
 internos, assim como dos fluidos existentes no interior do Controlador ( Ar  
 Posto isso, concluímos que temos uma situação de repouso dos elementos móveis  
 automaticamente o movimento de translação do primeiro.

Controlé existentes, uma vez que o deslocamento destes últimos ocasionaria  
 de tração ou de compressão, teremos igualmente parados os dois Êmbolos de  
 condição de partida o Atuador em repouso, não submetido à nenhum esforço axial  
 Com base no conteúdo apresentado nas Figuras ( 1.3 ) e ( 1.4 ), admitindo-se como

Figura 1.4 : Câmaras e deslocamentos existentes no Controlador



Nessa condição, as duas Câmaras de Pressão estarão submetidas à mesma intensidade de pressão hidráulica e os Embolos de Controle terão suas respectivas Câmaras de Controle igualmente pressurizadas.

Devido à diferença entre as áreas dos Embolos de Controle ( diâmetros diferentes entre suas extremidades ), ocorre que o óleo hidráulico dentro das Câmaras de Pressão estará num nível de pressão estática, bem maior do que a existente no ar comprimido contido nas Câmaras de Controle.

Dessa maneira, observamos que os Embolos de Controle além da função de produzir o movimento de translação de saída no Atuador, também desempenham um importante papel de amplificação entre os sinais de pressão aplicados nas suas extremidades, pneumática e hidráulica .

Se, através dos respectivo comando elétrico ativarmos uma das válvulas direcionais pneumáticas, faremos com que a Câmara de Controle correspondente seja conectada para a atmosfera, liberando o ar comprimido existente no seu interior.

Essa ação causa um desequilíbrio entre as pressões hidrostáticas existentes nas duas Câmaras de Pressão, esquerda e direita do Embolo do Atuador.

O efeito é a produção de uma força resultante não nula, num determinado sentido de deslocamento do Atuador.

Nesses termos o Atuador entra em movimento, deslocando a carga conectada mecanicamente à ponta livre de uma de suas hastes, denominada : tomada de potência.

Simultaneamente um sensor monitora ponto à ponto a posição ocupada pelo Atuador, enviando um sinal ( posição real ) que é constantemente lido e comparado com o de referência ( posição desejada ), através de um microprocessador existente.

No instante em que os dois sinais se igualarem ( erro zero ) teremos o desligamento da válvula direcional pneumática em questão, com o ar comprimido rapidamente alimentando a sua Câmara de Controle, que foi depressurizada no início desse processo.

Assim retornaremos à condição de equilíbrio, com o Atuador e Embolos de Controle em repouso, e os fluidos submetidos à uma pressão estática mais elevada nas Câmaras de Pressão ( óleo hidráulico ) e mais baixa nas Câmaras de Controle ( ar comprimido ) .

A outra válvula direcional pneumática é utilizada para se produzir os mesmos efeitos descritos acima, porém com o movimento do Atuador no sentido inverso ao do anterior. A Figura ( 1.5 ) a seguir, apresenta um esquema hidráulico e pneumático do Controlador de Posição, no qual além de complementar numa visão gráfica do funcionamento do mesmo, também destaca as áreas de importância, com as quais trabalharemos na fase da modelagem matemática desse equipamento.

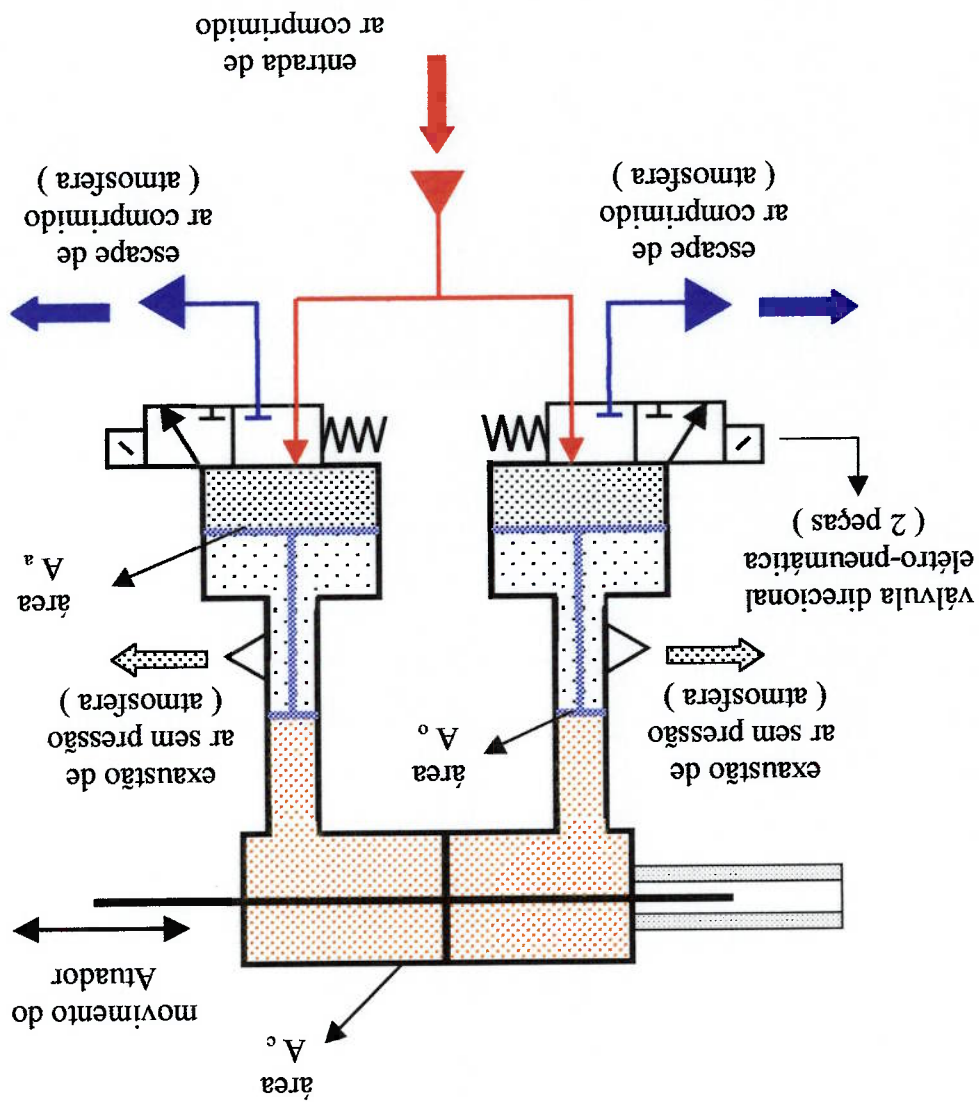


Figura 1.5 : Esquema hidráulico e pneumático do Controlador e suas respectivas áreas de importância no seu funcionamento.



A legenda das áreas indicadas na Figura ( 1.5 ) é a seguinte :

- $A_c$  = Área da coroa circular do Embolo do Atuador ;
- $A_o$  = Área do círculo menor do Embolo de Controle ;
- $A_a$  = Área do círculo maior do Embolo de Controle ;

Na hipótese de uma força externa tentar deslocar o componente mecânico externo, cuja posição está sendo controlada ( perturbação ), automaticamente as válvulas direcionais pneumáticas serão ativadas de acordo com o desvio detectado ( válvula esquerda ou direita ) , até que o Atuador consiga recuperar a posição desejada.

Obviamente dependendo da maneira como o esforço externo varia, as ações corretivas serão alteradas dinamicamente, e nessas condições as Câmaras de Pressão e de Controle terão pressões instantâneas diferentes, dependendo da intensidade da força externa existente à cada momento.

Abaixo, dividimos o Controlador de Posição em partes, destacando a função desempenhada e a interação existente entre as mesmas.

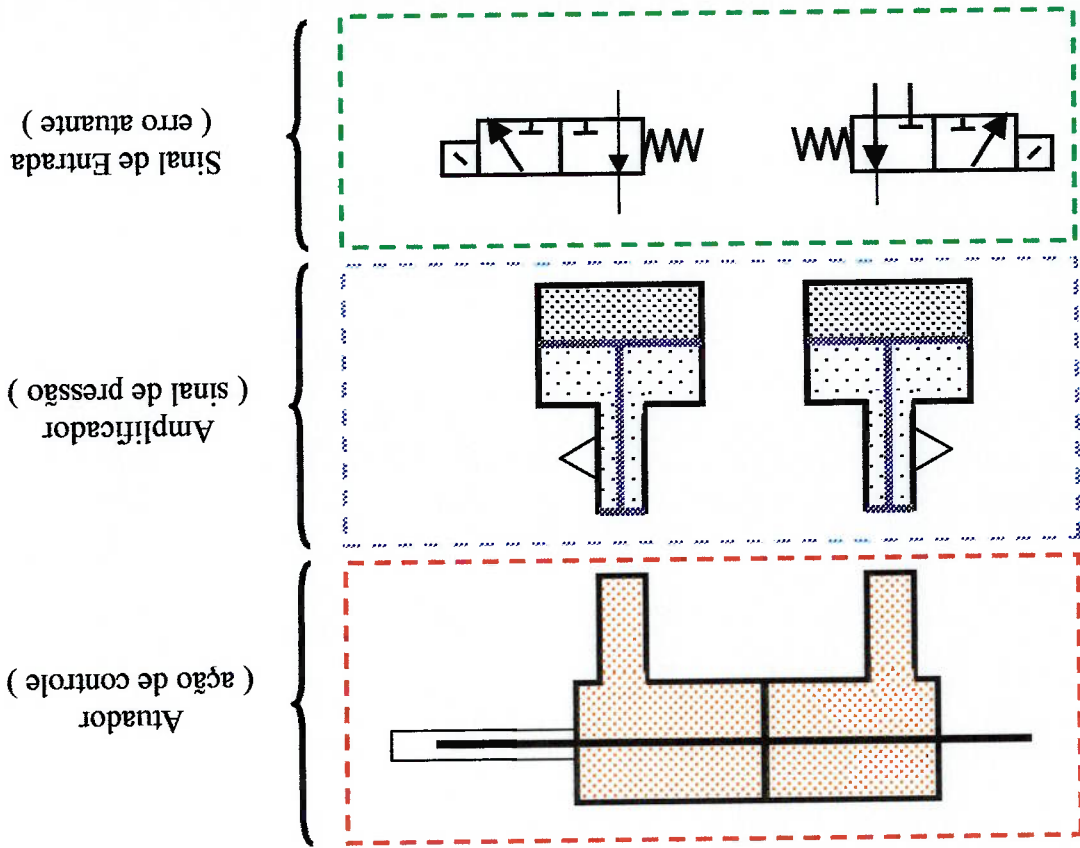


Figura 1.6 : O Controlador de Posição com suas partes e funções.

Complementado a descrição verbal do funcionamento, apresentamos na figura ( 1.7 ) à seguir, um diagrama em blocos mostrando o fluxo dos sinais existentes entre a entrada e a saída do Controlador de Posição Hidro – Pneumático.

Salientamos que o Sistema trabalha em malha fechada através do Sensor de Posição solidário ao Atuador. No somador é que realizamos a comparação entre os sinais eletrônicos de referência e o de retroação, respectivamente representando as posições desejada e real para o sistema mecânico, cuja posição linear se quer controlar.

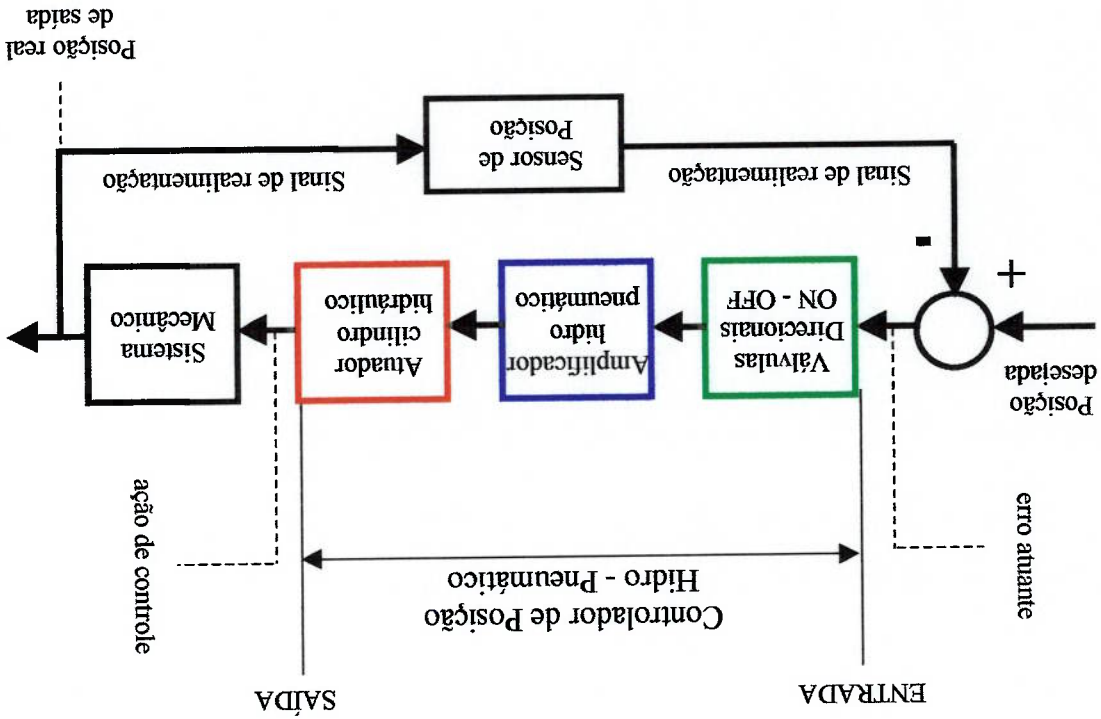


Figura 1.7 : Diagrama de blocos do Controlador de Posição Hidro – Pneumático

## 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Foi realizada uma pesquisa bibliográfica procurando levantar o estado da arte no assunto. Apesar da cuidada pesquisa, não foi encontrado nenhum trabalho nos bancos de dados nacionais disponíveis, relacionado diretamente ao tema do presente trabalho. Encontrou-se apenas estudos sobre modelos de cilindros e / ou dispositivos puramente hidráulicos ou pneumáticos.

Em adição, foi verificado ainda uma preocupação maior pelos pesquisadores no que se refere ao controlador eletrônico do sistema, do que no comportamento físico e matemático do Atuador em particular. Atribui-se esse fato devido à maioria dos trabalhos terem sido desenvolvidos por pessoas mais ligadas e interessadas na área da eletrônica de controle.

Assim, pode-se dizer que a ideia de conciliar duas formas diferentes de energia num único artefato ( hidráulica e pneumática ), associa à presente proposta com um certo grau de inovação no meio científico ao qual pertence. Somente dois títulos chamaram nossa atenção, por terem empregados o mesmo tipo de válvula direcional pneumática elétrica tipo  $ON-OFF$ , sobre a qual está fundamentada nossa pesquisa, objetivando baixo custo e eficiência no controle da posição de um mecanismo externo qualquer.

### 2.1 - Controle de posição com um cilindro de simples ação

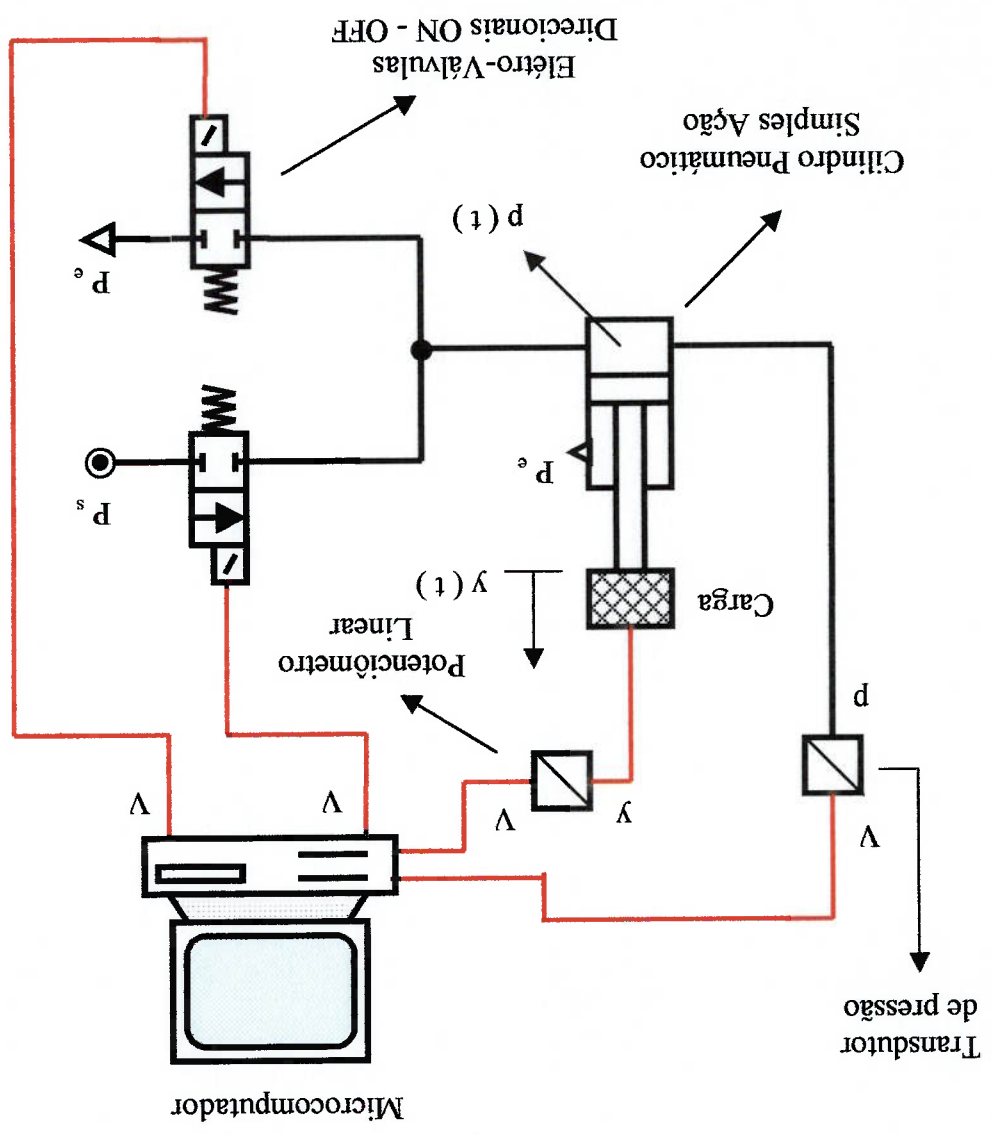
A Figura ( 2.1 ) ilustra um experimento realizado por Oyama e Harada, no qual foram empregadas duas eletro-válvulas direcionais  $ON-OFF$  de 2 vias e 2 posições, no controle da posição de um cilindro pneumático de simples ação.<sup>3</sup>

O princípio através do qual as válvulas direcionais foram comandadas é conhecido pela sigla “  $PWM$  ”, ou seja “ *Pulse Width Modulation* “. Nesse estudo foram utilizados dois solenóides convencionais, operados à uma frequência de 300 Hz, para poder acionar os carretéis das válvulas em questão.



As duas válvulas trabalham alternadamente, injetando ou retirando massa de ar do volume interno do cilindro; valendo-se especialmente da alta frequência na qual operam, conseguindo assim obter com sucesso, o posicionamento preciso da carga existente.<sup>3</sup> Com isso a pressão instantânea dentro da câmara do cilindro varia subindo ou abaixando, de acordo com a necessidade de aumentar ou reduzir a cota 'y' da carga naquele dado momento.

Figura 2.1 : Controle de posição com cilindro de simples ação e válvulas ON - OFF.



Devido ao tamanho reduzido dessas válvulas, a pequena vazão admissível, tornou-se um fator limitante para a cota de controle de posição à uma pequena faixa.

## 2.2- Controle de Posição de um cilindro de Dupla Ação

A figura ( 2.2 ) abaixo, ilustra outro trabalho realizado por C. O. EL ( 1995 ), no qual o objetivo foi o de controlar a posição de uma carga movida pela haste de um cilindro pneumático de dupla ação.<sup>3</sup>

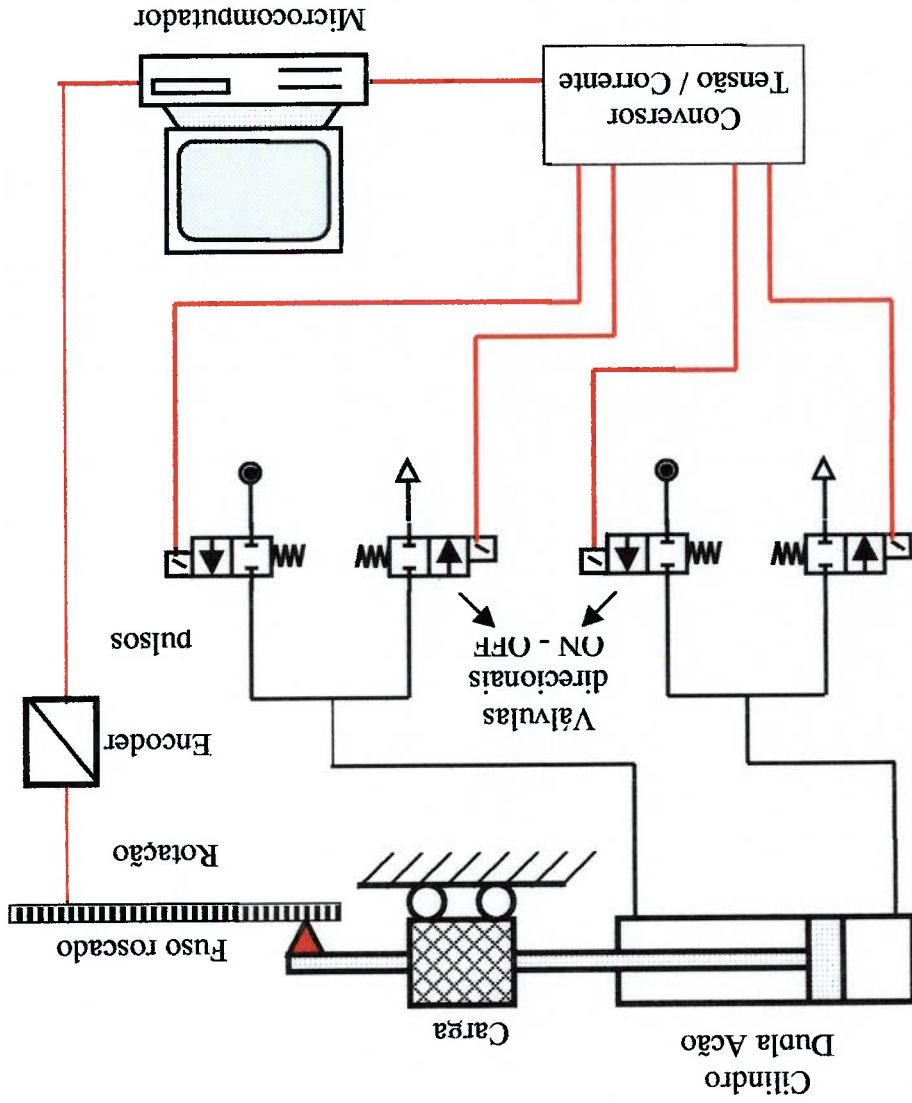


Figura 2.2 : Controle de posição usando um cilindro de dupla ação e 4 direcionais ON-OFF

Os dois exemplos mencionados apresentam um ponto em comum, com relação à nossa proposta desenvolvida nesse trabalho, ou seja, ambos empregam válvulas direcionais do tipo On – Off, acionadas eletricamente por suas respectivas bobinas. Também usam de um gerador de sinais PWM, para o comando alternado dessas eletro-válvulas, o que produz o efeito de mover a haste do cilindro invertendo constantemente o seu sentido de deslocamento, com o objetivo de alcançar a posição previamente estabelecida e requerida. As válvulas direcionais usadas, são de pequeno porte ( baixa vazão ) e alto desempenho ( frequência operacional ) .

### 2.3- Comentários

Acompanhando a figura ( 2.2 ), podemos ter uma visão da instalação montada pelos pesquisadores. O cilindro pneumático empregado é de dupla ação, com diâmetro do tubo de 40mm, diâmetro da haste de 16mm e curso total igual à 600mm. A carga acoplada ao mesmo tem um peso de 160 N, e desliza sobre pequenos rodízios, conforme é mostrado nessa figura. As 4 válvulas direcionais empregadas são do tipo *ON-OFF* e foram comandadas por um circuito eletrônico especialmente desenvolvido para atingir uma frequência de trabalho de até 6 KHz. Para obter a posição do cilindro durante o seu movimento, foi instalado um sistema mecânico de transmissão envolvendo um fuso roscado cujo passo é constante e bem conhecido, uma polia e uma correia. Com esse sistema acionam um encoder, o qual gera pulsos de acordo com o número de voltas ( totais ou parciais ) que recebe da transmissão mecânica descrita. Esses sinais são processados num microcomputador, que por sua vez envia os comandos elétricos para ativar ou desativar as válvulas direcionais existentes, no sentido de mover o cilindro para frente ou para trás, buscando dessa maneira, atingir e manter a posição desejada. A conclusão que chegaram é que a simulação real e do modelo tiveram praticamente o mesmo diagrama Posição [ m ] x Tempo [ s ], para uma entrada tipo degrau.

Todos esses aspectos estão diretamente condizentes com a forma de controle que usaremos, assim como o modelo de válvulas direcionais é de procedência do mesmo fabricante, à saber : Mac Valves Inc. ( USA ) .

Portanto muito nos incentivou encontrar pesquisas desse tipo, inclusive tomando-as como exemplos por estarem bastante próximas daquilo que o Controlador de Posição Hidro – Pneumático pretende implementar, tanto à nível de componentes ( válvulas direcionais ) como em questão do tipo de controle pretendido ( PWM ) .

Acrescentamos somente que, em nossa pesquisa de uma nova tecnologia no controle de posição usando cilindros ( atuadores ), estamos inovando em muito quando agregamos num mesmo sistema dois tipos diferentes de fluidos, isto é : Ar comprimido e Oleo hidráulico.

Enquanto os pesquisadores citados abordaram tão somente aplicações de controle de posição com atuadores puramente pneumáticos, o que limita e reduz substancialmente a capacidade de vencer esforços externos impostos pela carga acoplada aos mesmos.

Em nosso caso, vamos procurar conciliar duas características importantes advindas de cada tipo de sistema, à saber : a grande velocidade de movimento, comum nas aplicações pneumáticas, com a alta capacidade de força, marca registrada dos acionamentos hidráulicos.

Com essas providências esperamos obter um dispositivo de controle de posição linear, o qual possa simultaneamente ser rápido nas respostas quanto às solicitações do elemento mecânico externo acoplado ao mesmo, como ainda com boa capacidade de mover cargas muito mais elevadas do que são possíveis, nos trabalhos mencionados anteriormente.

### 3. MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 3.1- Introdução

Neste item, serão abordados os pontos mais relevantes dentro da Mecânica dos Fluidos, que formarão a base de informações para desenvolver e compreender com maior clareza, a futura modelagem matemática do Controlador de Posição Hidro-Pneumático. Uma vez que o princípio fundamental de operação do Controlador tem por base o comportamento de dois tipos distintos de fluidos : compressível e incompressível, respectivamente ar comprimido e óleo hidráulico; torna-se muito importante lembrarmos alguns conceitos que serão aplicados no equacionamento geral do dispositivo de controle em questão.

#### 3.2- Escoramento através de um orifício

A figura 3.1 mostra um esquema de um escoamento de fluido através de um orifício :

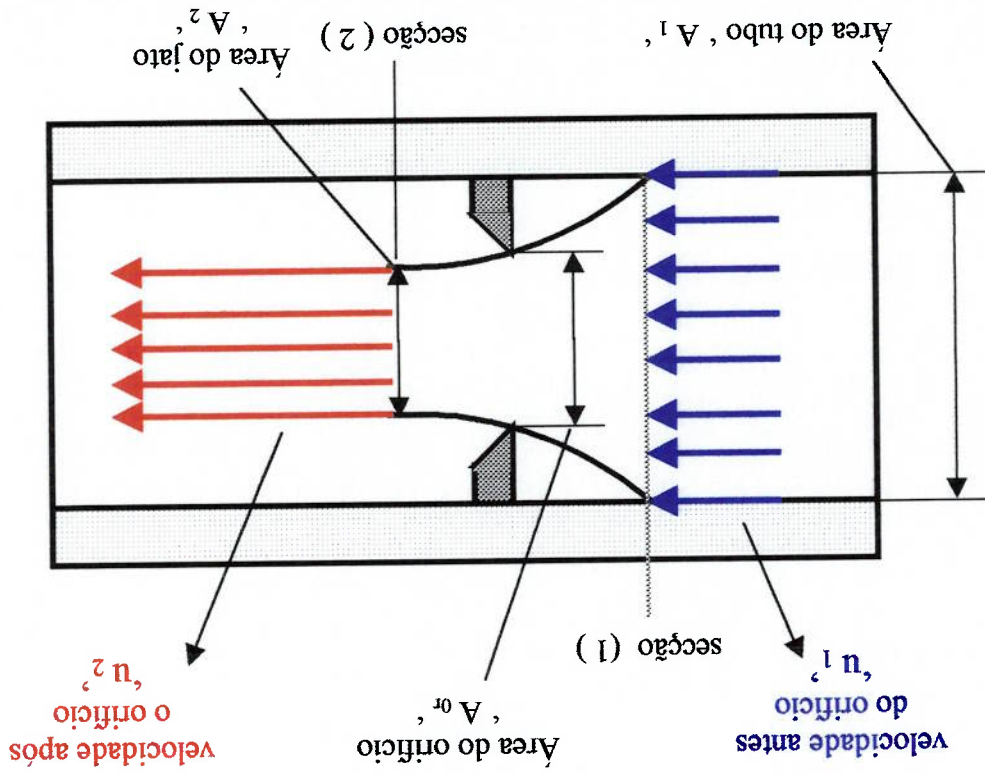


Figura 3.1 : Escoramento através de um orifício.

Nesta figura, estamos mostrando o fenômeno chamado “vena – contracta”, ou seja a redução da área transversal do escoamento de fluido, ao passar da secção ( 1 ) para a secção ( 2 ).

Isso acontece especialmente quando o número de Reynolds é elevado, acima de 2500, ou seja sob altas velocidades das partículas do fluido, situação bastante aproximada com os casos reais de escoamento, os quais encontraremos dentro do Controlador Hidro – Pneumático.

Considerando uma distribuição uniforme para o perfil de velocidades nas duas secções mostradas na figura ( 3.1 ), admitindo comprimento desprezível do orifício, e desprezando trocas de energia através da parede do tubo ( fronteira do sistema ), podemos aplicar entre essas secções a equação de Bernoulli :<sup>4</sup>

$$p_1 + \frac{1}{2} \cdot \rho_1 \cdot u_1^2 + \gamma \cdot z_1 = p_2 + \frac{1}{2} \cdot \rho_2 \cdot u_2^2 + \gamma \cdot z_2 \quad (3.1)$$

Desprezando as diferenças de cotas entre as partículas de fluido do escoamento, considerando inalteradas a massa específica (  $\rho$  ) e o peso específico do fluido (  $\gamma$  ), podemos então chegar à expressão :

$$u_2^2 - u_1^2 = \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) \quad (3.2)$$

Por outro lado, adotando um dos princípios básicos da Física, o da conservação de massa, podemos dizer que no escoamento considerado vale a equação da continuidade, ou seja :

$$u_1 \cdot A_1 = u_2 \cdot A_2 \quad (3.3)$$

Isolando a velocidade ao longe  $u_1$  da equação ( 3.3 ) e substituindo na equação ( 3.2 ) obtemos :

$$u_2 = \left[ 1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right] \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_2)} \quad (3.4)$$

Ocorre que devido aos atritos internos entre as partículas de fluido no estrangulamento sentido pelo jato na seção (2) da figura (3.1), a velocidade  $u_2$  não é totalmente recuperada, ficando um pouco menor. Este efeito é quantificado através de um fator  $C_v$  denominado *coeficiente de velocidade*.

Assim a vazão real de fluido na seção do jato é igual à :

$$Q = C_v \cdot u_2 \cdot A_2 \quad (3.5)$$

Substituindo  $u_2$  da equação (3.4) na equação (3.5), obtemos a expressão para a vazão de fluido em volume, através do orifício em questão :

$$Q = \frac{C_v \cdot A_2}{2} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_1 - p_2)} \sqrt{1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2} \quad (3.6)$$

Definimos como "*coeficiente de contração*"  $C_c$  a relação entre a área da seção reta do jato  $= A_2$  e a área transversal do orifício  $= A_{or}$ , isto é :

$$C_c = \frac{A_2}{A_{or}} \quad \longleftarrow \quad A_2 = C_c \cdot A_{or} \quad (3.7)$$

Substituindo  $A_2$  da equação (3.7) na equação (3.6) e reorganizando os termos, obtemos a expressão :

Como na prática usualmente os valores experimentais obtidos para  $C_v$  giram em torno de 0,98 e também devido à relação entre as áreas do orifício  $A_{or}$  e do tubo  $A_1$  é um número muito pequeno que elevado ao quadrado se torna menor ainda podendo ser desprezado, a equação ( 3.11 ) para o coeficiente de descarga fica reduzida à :

$$C_d = \frac{C_v \cdot C_c}{\sqrt{1 - C_c^2 \left( \frac{A_1}{A_{or}} \right)^2}} \quad (3.11)$$

Se substituirmos  $A_2$  da equação ( 3.7 ) na equação ( 3.9 ), obteremos uma expressão equivalente para o coeficiente de descarga envolvendo a relação de áreas entre o orifício e o tubo, ou seja :

$$Q = C_d \cdot A_{or} \cdot \sqrt{\frac{p}{2} \cdot (p_1 - p_2)} \quad (3.10)$$

Utilizando a definição da equação ( 3.9 ) na equação ( 3.8 ), chegamos à relação final para a vazão em volume de um escoamento de fluido através de um orifício, à saber :

$$C_d = \frac{C_v \cdot C_c}{\sqrt{1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2}} \quad (3.9)$$

Denominamos “ coeficiente de descarga ”  $C_d$  à seguinte relação :

$$Q = \frac{C_v \cdot C_c \cdot A_{or}}{\sqrt{\frac{p}{2} \cdot (p_1 - p_2)}} \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2} \quad (3.8)$$



$$C_d = C_v \cdot C_c \quad \leftarrow \quad C_c \approx 1 \quad \leftarrow \quad C_d = C_c = \frac{A_{or}}{A_2} \quad (3.12)$$

Na aplicações prática experimentais, a relação mostrada pela equação ( 3.12 ) resulta num valor considerado usual para o coeficiente de descarga, ou seja = 0,611 válido para todos os orifícios com escoamento em regime turbulento. <sup>4</sup>

### 3.3- Pressão pneumática na Câmara de Controle

Já foi explicado, o funcionamento básico do Controlador de Posição Hidro - Pneumático, verificamos que todo o processo tem como princípio de operação, o deslocamento de cada um dos Embolos de Controle existentes .  
 Portanto, nesse tópico queremos entender como evolui a pressão pneumática dentro de um volume, o qual em síntese representa as Câmaras de Controle que são alimentadas por suas respectivas válvulas direcionais.

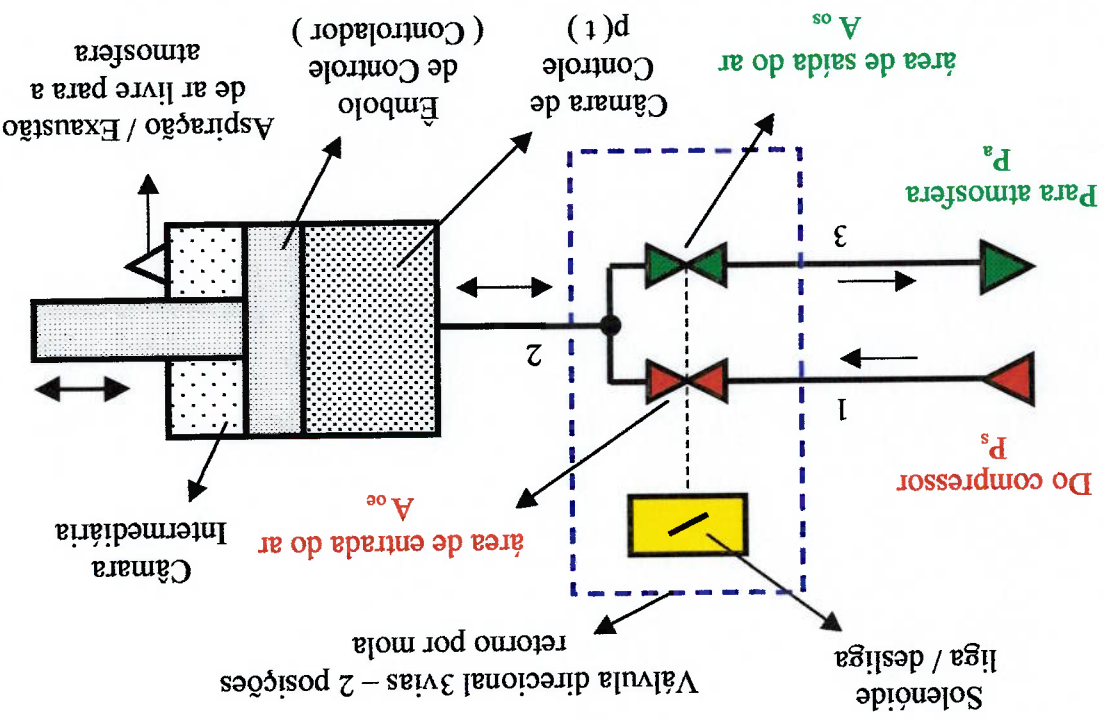


Figura 3.2 : Câmara de Controle e respectiva válvula direcional.

A figura ( 3.2 ) acima, ilustra com clareza, como cada Câmara de Controle recebe e descarrega o ar comprimido proveniente da fonte de alimentação pneumática. Nessa figura os números 1, 2 e 3 representam, respectivamente, as vias através das quais o ar comprimido alimenta a válvula direcional, carrega e descarrega a Câmara de Controle e escapa para a atmosfera pela válvula em questão.

Na mesma, as indicações  $A_{oe}$  e  $A_{os}$ , representam as áreas dos orifícios, através dos quais ocorrerão os escoamentos de entrada e saída do ar comprimido, na Câmara de Controle.

A sigla  $P_s$  foi empregada para indicar a pressão de fornecimento ( source ) da fonte pneumática que abastece o sistema com ar comprimido, e  $P_a$  identifica a pressão atmosférica padrão, as quais serão consideradas sempre constantes no sistema.

Quando desligamos a bobina da válvula direcional, permitimos o ar da entrada ( 1 ) na mesma à pressão  $P_s$  escoar para a saída ( 2 ), atravessando o orifício vermelho de área  $A_{oe}$  e elevando a pressão no interior da Câmara de Controle  $p(t)$  devido ao crescimento da massa de ar contida na mesma.

Inversamente, quando ligamos a bobina dessa mesma válvula interligamos a conexão ( 2 ) com a ( 3 ), o que equivale dizer que permitimos a saída de uma massa de ar comprimido de dentro da Câmara de Controle para a atmosfera  $P_a$ .

Passando pelo orifício verde de área  $A_{os}$  esse escape de ar comprimido, causará uma redução na pressão anteriormente existente  $p(t)$ , devido evidentemente à redução da massa de ar contida em seu interior.

A Câmara Intermediária ( volume oposto à Câmara de Controle ), não exerce outra função senão a de expelir e / ou aspirar ar da atmosfera, sem nenhuma resistência significativa, devido às grandes passagens do ar para o ambiente e vice – versa, previstas no projeto construtivo desse compartimento.

Com base nas informações acima, provenientes dos comentários feitos com base na figura ( 3.2 ), podemos representar através das figuras ( 3.3 ) e ( 3.4 ) à seguir, cada esquema simplificado dos processos de enchimento - aumento da pressão  $p(t)$  - e esvaziamento - diminuição da pressão  $p(t)$  - de ar comprimido na Câmara de Controle, cujas intensidades possuem um papel relevante no funcionamento do Controlador de Posição.

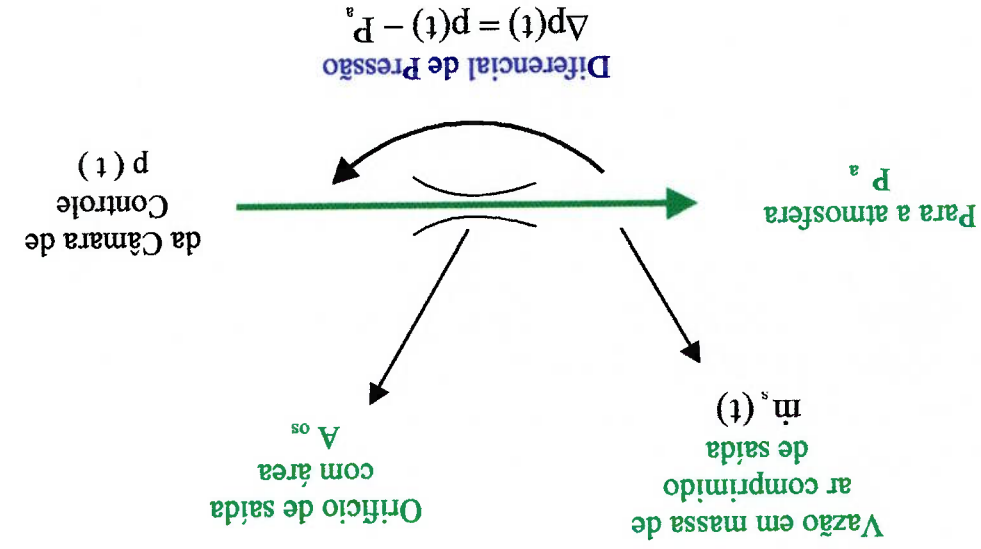


Figura 3.4 : Saída de massa de ar da Câmara de Controle.

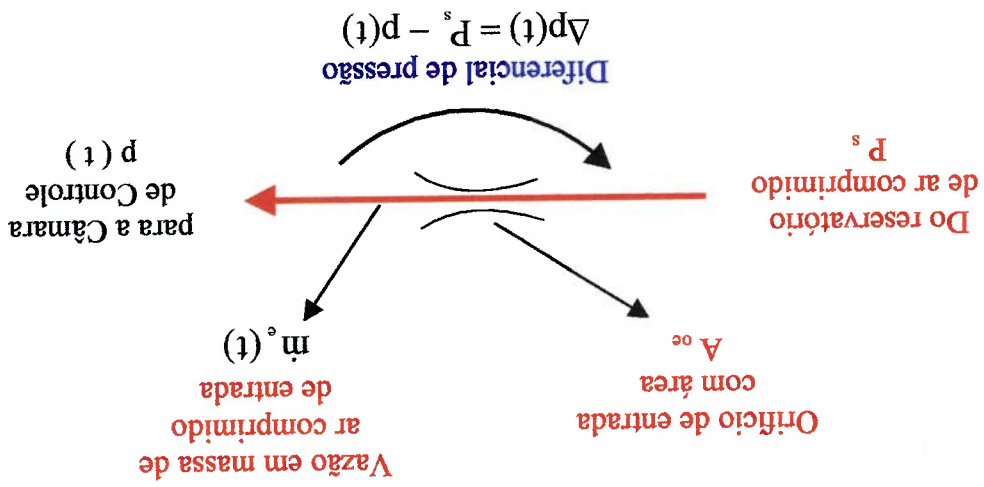


Figura 3.3 : Entrada de massa de ar na Câmara de Controle.

Sabemos que para obtermos uma vazão em massa, partindo de uma vazão em volume, basta multiplicarmos esta última, pela massa específica do fluido considerado, Ar no caso da nossa aplicação.<sup>4</sup>

Assim sendo, vamos aplicar o conceito acima na equação ( 3.10 ), para obtermos as vazões em massa do ar que entra e sai da Câmara de Controle, quando desligamos e ligamos, respectivamente, a bobina da correspondente válvula direcional.

a)- entrada de massa ar comprimido na Câmara de Controle – figura ( 3.3 ) :

$$\dot{m}_e(t) = C d_{oe} \cdot A_{oe} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho(t) \cdot [P_s - p(t)]} \quad ( 3.13 )$$

b)- saída de massa de ar comprimido da Câmara de Controle – figura ( 3.4 ) :

$$\dot{m}_s(t) = C d_{os} \cdot A_{os} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho(t) \cdot [p(t) - P_a]} \quad ( 3.14 )$$

Nas equações acima os “ coeficientes de descarga “ para o ar comprimido passando pelos orifícios de entrada e saída existentes na válvula direcional pneumática, receberam índices, cujos significados esclareceremos abaixo :

a)-  $C d_{oe}$  = coeficiente de descarga correspondente ao orifício de entrada de ar ;

b)-  $C d_{os}$  = coeficiente de descarga correspondente ao orifício de saída de ar ;

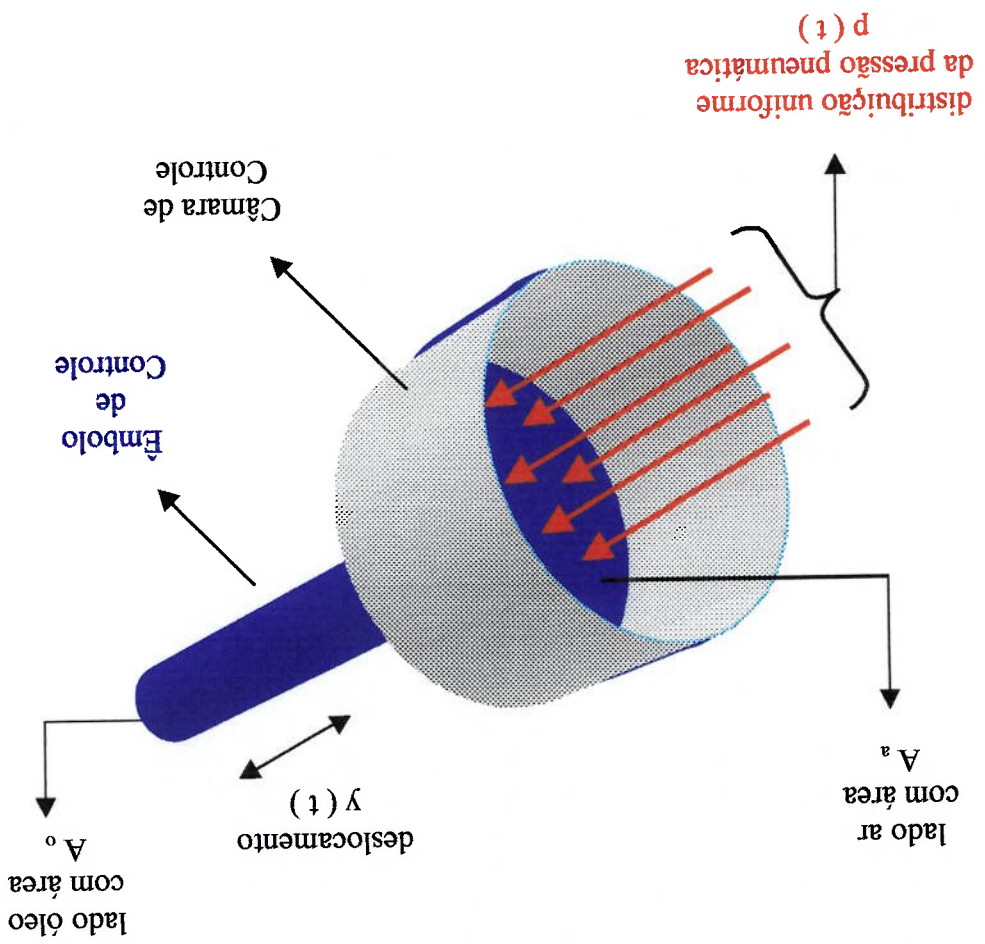
A Figura ( 3.5 ) a seguir, fornece uma visão panorâmica espacial da Câmara de Controle com o seu respectivo Embolo de Controle.

Dando uma conclusão técnica do objetivo alcançado nessa abordagem, queremos salientar que obtivemos através das equações ( 3.13 ) e ( 3.14 ) uma relação entre a vazão em massa que entra e sai da Câmara de Controle e o valor da pressão pneumática existente dentro da mesma.

Portanto a massa líquida de ar comprimido contida dentro da Câmara de Controle definirá a intensidade da pressão pneumática que atua no Êmbolo de Controle, naquele dado instante.

Essa pressão aplicada na área frontal  $A_a$  produzirá numa força pneumática no Êmbolo de Controle, o qual poderá deslocar-se ou não, dependendo dos esforços opostos existentes.

Figura 3.5 : Visão espacial da Câmara de Controle e seu Êmbolo de Controle.



Nesse ponto, queremos relacionar como varia a pressão pneumática dentro da Câmara de Controle, quando temos uma massa de ar comprimido contido na mesma diferente à cada instante, e ao mesmo tempo uma variação do volume geométrico interno dessa câmara, devido ao deslocamento linear do Embolo de Controle.

Para isso vamos tomar como ponto de partida a *Lei dos Cases Perfetos*, a qual condiz com as hipóteses colocadas no início do item anterior, e também é válida em termos práticos para representar o comportamento real do ar comprimido dentro das faixas de pressão e temperatura que se espera operar no Controlador de Posição Hidro – Pneumático.<sup>4</sup>

→ Equação de estado de um gás perfeito :  $p = p.R.T$  (3.15)

- $p$  = pressão absoluta do Ar [ $N/m^2$ ];
- $p$  = massa específica do Ar [ $Kg/m^3$ ];
- $R$  = constante do Ar = 286,9 [ $J/Kg \cdot K$ ];
- $T$  = temperatura absoluta do Ar [ $K$ ];

Sabendo-se que por definição :  $p = \frac{m}{V}$  (3.16)

- $m$  = massa de Ar [ $Kg$ ];
- $V$  = volume de Ar [ $m^3$ ];

Substituindo a equação (3.16) na (3.15) e isolando o termo da massa, obtemos :

$$m = \frac{p.V}{R.T} \quad (3.17)$$

Derivando a equação (3.17) com relação ao tempo ( $t$ ) tem-se :

$$p = \frac{m.R.T}{v} \quad (3.22)$$

Da equação ( 3.17 ), podemos tirar as seguintes relações entre as grandezas :

$$\frac{1}{m} \cdot \frac{\partial(m)}{\partial t} = \frac{v}{p} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m.R.T}{v} \right) + \frac{p}{m.R.T} - \frac{p}{v} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m.R.T^2}{p.v} \right) \quad (3.21)$$

Multiplicando os dois membros da equação ( 3.20 ) por  $\frac{1}{m}$  obtemos :

$$\frac{\partial(m)}{\partial t} = \frac{v}{p} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m.R.T}{v} \right) + \frac{p}{m.R.T} - \frac{p}{v} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m.R.T^2}{p.v} \right) \quad (3.20)$$

Arranjando adequadamente os termos da equação ( 3.19 ), chegamos à :

$$\frac{\partial(m)}{\partial t} = \frac{m.R.T}{v} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{v}{m.R.T} \right) + \frac{p}{m.R.T} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{v}{p} \right) - \frac{p}{v} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{m.R.T^2}{p.v} \right) \quad (3.19)$$

Desenvolvendo o segundo membro da equação ( 3.18 ), chegamos à expressão :

$$\frac{\partial(m)}{\partial t} = \frac{\partial(m)}{\partial p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(m)}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(m)}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.18)$$

Nesse momento vamos definir um modelo para o processo de mudança de estado a que é submetido o ar comprimido dentro da Câmara de Controle. Desde que já consideramos desprezíveis os atritos existentes entre as partículas de ar entre si e com a superfície sobre a qual deslizam, hipótese satisfatória à nosso ver principalmente devido à baixa viscosidade desse fluido, vamos acrescentar ainda que não há troca de calor entre o ar contido na Câmara de Controle e o meio externo; ou seja, estamos admitindo também que o processo se desenvolve dentro de um regime adiabático.<sup>4</sup>

$$\dot{p} = \frac{\dot{m}}{m} p - \frac{\dot{v}}{v} + \frac{\dot{T}}{T} \quad (3.26)$$

Isolando o termo da pressão da equação ( 3.25 ), obtemos :

$$\frac{\dot{m}}{m} = \frac{\dot{p}}{p} + \frac{\dot{v}}{v} - \frac{\dot{T}}{T} \quad (3.25)$$

Combinando as equações ( 3.22 ), ( 3.23 ) e ( 3.24 ) com a equação ( 3.21 ), vem

$$T = \frac{m.R}{p.v} \quad (3.24)$$

$$v = \frac{m.R.T}{p} \quad (3.23)$$



Essa segunda condição, baseia-se especialmente no fato de que as mudanças de estado do ar dentro da Câmara de Controle ocorrem num tempo muito curto, portanto não havendo espaço de tempo suficiente para que tenhamos trocas de energia com o meio ambiente externo.

Em suma, um processo que é considerado adiabático e sem atritos, recebe o nome de *Isentrópico*.<sup>4</sup>

Utilizando os índices 1 e 2, respectivamente para denominar os estados inicial e final para o ar comprimido na Câmara de Controle, durante o processo isentrópico agora considerado, podemos então lançar mão das equações de estado válidas para os gases perfeitos quando submetidos a mudanças de estado dessa natureza.

Assim, da Mecânica dos Fluidos para Compressíveis em processos isentrópicos, vale particularmente uma expressão que apresentamos a seguir :<sup>4</sup>

$$(3.27) \quad \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{k}{k-1}} = \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

- $k =$  constante adiabática do Ar  $= 1,4$  ( adimensional )

Alterando a equação ( 3.27 ) no sentido de isolarmos o termo da temperatura, vem :

$$(3.28) \quad T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Derivando  $T_2$  com relação ao tempo (  $t$  ) a partir da equação ( 3.28 ), obtemos :

$$(3.29) \quad \frac{e(T_2)}{e(T_2)} = \frac{e(p_2)}{e(p_2)} \cdot \frac{e(T_2)}{e(T_2)}$$

Trabalhando a primeira parcela do segundo membro da equação ( 3.29 ), usando a equação ( 3.28 ) para a temperatura  $T_2$ , temos :

$$(3.30) \quad \frac{\partial p_2}{\partial(T_2)} = e \left( T_1 \frac{p_1^{\frac{k}{k-1}}}{p_2^{\frac{k}{k-1}}} \cdot p_2^{\frac{k}{k-1}} \right) = \frac{p_1^{\frac{k}{k-1}}}{T_1^{\frac{k}{k-1}}} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot p_2^{\frac{k}{k-1}-1} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1^{\frac{k}{k-1}}}{T_1^{\frac{k}{k-1}}} \cdot p_2^{\frac{k}{k-1}} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1^{\frac{k}{k-1}}}{p_2^{\frac{k}{k-1}}}$$

Organizando convenientemente os termos da equação ( 3.30 ), chegamos a :

$$(3.31) \quad \frac{\partial p_2}{\partial(T_2)} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1^{\frac{k}{k-1}}}{T_1^{\frac{k}{k-1}}} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1^{\frac{k}{k-1}}}{p_2^{\frac{k}{k-1}}} \cdot T_1 \left[ \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1^{\frac{k}{k-1}}}{p_2^{\frac{k}{k-1}}} \cdot T_2 \right]$$

A equação ( 3.31 ) foi simplificada pois o termo entre colchetes é exatamente igual à equação ( 3.28 ).

Voltando à equação ( 3.29 ) e substituindo o termo obtido na equação ( 3.31 ), temos

$$(3.32) \quad \frac{\partial(T_2)}{\partial(p_2)} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1^{\frac{k}{k-1}}}{T_1^{\frac{k}{k-1}}} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1^{\frac{k}{k-1}}}{p_2^{\frac{k}{k-1}}} \cdot T_2 \cdot \frac{\partial(p_2)}{\partial(T_2)}$$

Multiplicando os dois membros da equação ( 3.32 ) por  $\frac{1}{T_2}$  vamos chegar à :

$$(3.33) \quad \frac{1}{T_2} \cdot \frac{\partial(T_2)}{\partial(p_2)} = \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1^{\frac{k}{k-1}}}{T_1^{\frac{k}{k-1}}} \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_1^{\frac{k}{k-1}}}{p_2^{\frac{k}{k-1}}} \cdot \frac{1}{T_2} \cdot T_2 \cdot \frac{\partial(p_2)}{\partial(T_2)}$$

Assim, num *processo isentrópico* genérico, vale a seguinte relação :

$$(3.34) \quad \frac{T}{p} = \frac{T}{p} \cdot \frac{k-1}{k} \cdot \frac{p}{p}$$

Aplicando o resultado obtido com a equação ( 3.34 ) na equação ( 3.26), temos :

$$(3.35) \quad \frac{\dot{p}}{p} = \frac{\dot{m}}{m} - \frac{\dot{v}}{v} + \frac{k-1}{k} \cdot \frac{\dot{p}}{p}$$

Trabalhando a equação ( 3.35 ) isolando os termos da pressão, obtemos :

$$(3.36) \quad \frac{\dot{p}}{p} \left( 1 - \frac{k-1}{k} \right) = \frac{\dot{m}}{m} - \frac{\dot{v}}{v}$$

Fazendo a operação:

$$(3.37) \quad 1 - \frac{k-1}{k} = \frac{1}{k}$$

Substituindo o resultado da equação ( 3.37 ) na equação ( 3.36 ), chegamos à :

$$(3.38) \quad \frac{\dot{p}}{p} = k \cdot \frac{\dot{m}}{m} - k \cdot \frac{\dot{v}}{v}$$

Observando atentamente o resultado mostrado através da equação ( 3.40 ) acima, podemos extrair algumas conclusões à respeito do comportamento da pressão da pneumática instantânea do ar comprimido confinado no interior da Câmara de Controle.

### 3.4- Interpretação física da pressão dentro da Câmara de Controle

- $m, V, \dot{p}$  = taxa de variação temporal, respectivamente da massa, volume e pressão do ar contido na Câmara de Controle. <sup>2</sup>
- $m, v, p$  = valores, respectivamente da massa, volume e pressão do ar contido dentro da Câmara de Controle, num dado instante. <sup>2</sup>

$$\dot{p} = \frac{m}{k \cdot p} \cdot \dot{m} - \frac{m}{V} \cdot \dot{V} \quad (3.40)$$

Isolando o termo  $\dot{p}$  da equação ( 3.39 ), temos a seguinte relação final :

$$\frac{m}{k \cdot p} \cdot \dot{p} = \dot{m} - \frac{m}{V} \cdot \dot{V} \quad (3.39)$$

Multiplicando os dois membros da equação ( 3.38 ) por  $\frac{m}{k}$  obtemos a expressão:

A figura ( 3.6 ) abaixo, dá uma visão mais esclarecedora de como cada parcela do segundo membro da equação ( 3.40 ), participa no processo de variação da pressão pneumática interna na Câmara de Controle, em função do tempo.

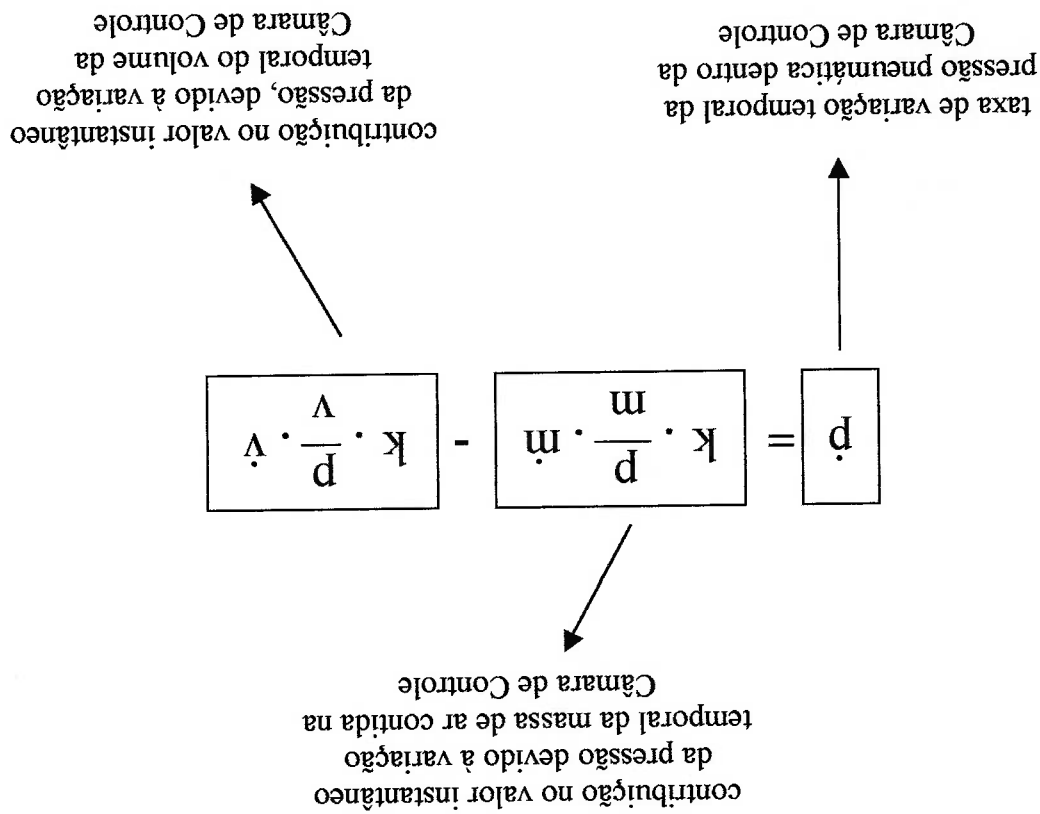


Figura 3.6 : Interpretação da variação da pressão na Câmara de Controle. <sup>2</sup>

A taxa de variação temporal da pressão do ar comprimido contido dentro da Câmara de Controle, varia diretamente com a taxa de variação temporal da massa de ar existente dentro da mesma, e inversamente com a taxa de variação temporal do volume geométrico interno desse compartimento, devido ao deslocamento axial do Embolo de Controle.

Salienta-se que a equação ( 3.40 ) e sua interpretação física através da figura ( 3.6 ) somente são válidas para um processo bastante rápido de compressão e / ou expansão do ar dentro da Câmara de Controle.

Na prática esse limite pode se considerado quando a frequência operacional do processo de compressão / expansão atua acima de 1 ciclo por segundo = 1 Hz. <sup>2</sup>

Alem disso, durante esses ciclos são desprezíveis as perdas de energia devido aos atritos internos entre as partículas de ar e destas com a superfície sobre a qual escoam, ou seja, a superfície cilíndrica interna da Câmara de Controle.

Para completar ainda as hipóteses, temos também desprezíveis as trocas de energia entre a massa de ar contida na Câmara de Controle e o meio externo, isto é, o ambiente.

A figura ( 3.7 ) à seguir, faz uma ilustração de uma montagem prática, na qual utilizando uma válvula direcional elétrica comandada por uma bobina de 12 VDC, executa o trabalho de encher e esvaziar de ar comprimido, o interior de uma Câmara de Controle.

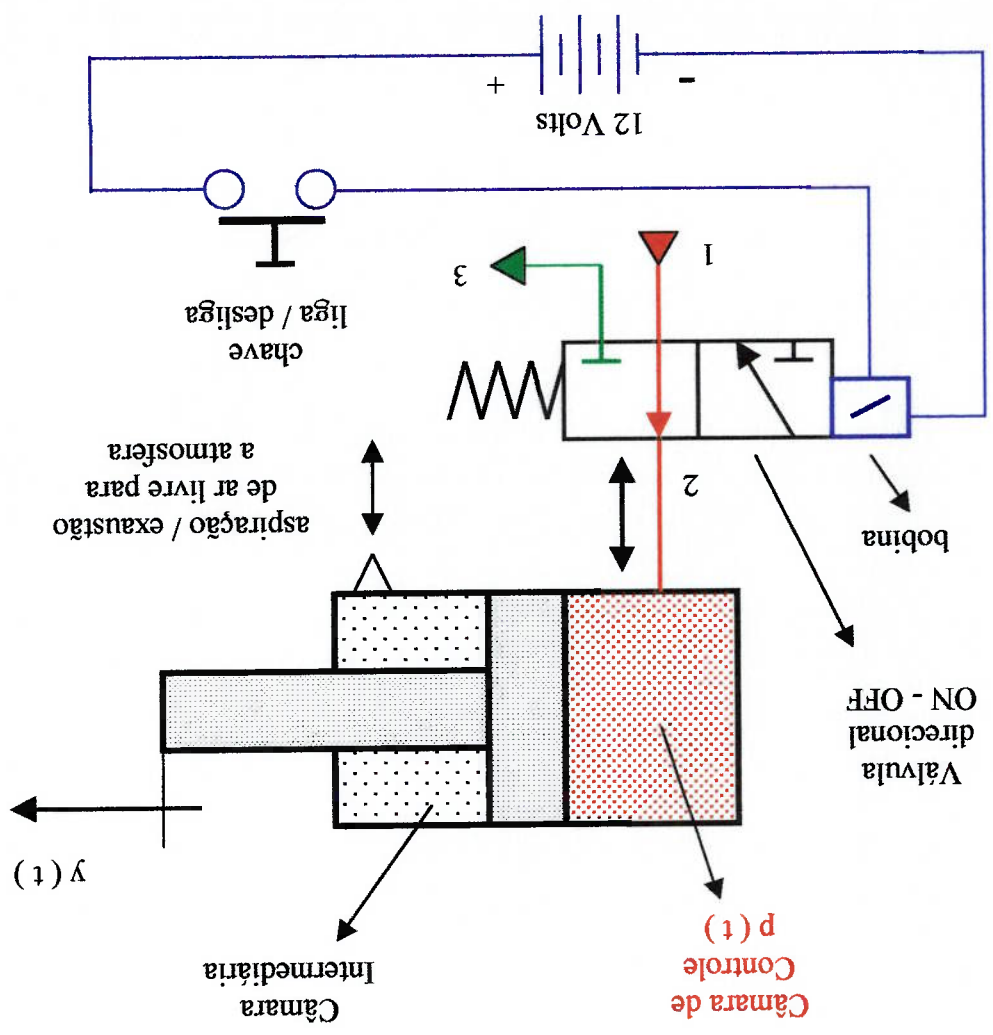


Figura 3.7 : Enchimento e esvaziamento de ar na Câmara de Controle.

### 3.5- Modelo matemático da pressão na Câmara de Controle

Repetimos abaixo a equação ( 3.40 ) :

$$\dot{p} = \frac{m}{k \cdot p} \cdot \dot{m} - \frac{k \cdot p}{V} \cdot \dot{V} \quad ( 3.40 )$$

Com base nas diferenciais da grandezas físicas nela identificadas, podemos reescrevê-la da seguinte forma :

$$\frac{dp}{dt} = k \cdot \frac{m}{p} \cdot \frac{dt}{dm} - k \cdot \frac{V}{p} \cdot \frac{dt}{dV} \quad ( 3.41 )$$

Lembramos que, a pressão ( p ), a massa de ar ( m ) e o volume geométrico interno da Câmara de Controle ( V ), são todas *funções do tempo* durante o qual ocorre o processo isentrópico de entrada e / ou saída do ar comprimido do interior da mesma. Para simplicidade de notação e facilidade de visualização, estamos omitindo essa indicação da maneira matematicamente explícita nas equações que deduzimos, e continuaremos a desenvolver .<sup>2</sup>

Multiplicando ambos os membros da equação ( 3.41 ) pelo diferencial de tempo ( dt ), obtemos a expressão :

$$dp = k \cdot \frac{m}{p} \cdot dm - k \cdot \frac{V}{p} \cdot dV \quad ( 3.42 )$$

Organizando de forma adequada os elementos da equação ( 3.42 ), conseguimos chegar a relação matemática :

$$\frac{dp}{p} = k \cdot \frac{dm}{m} - k \cdot \frac{dv}{v} \quad ( 3.43 )$$

Aplicando-se uma integração definida nos dois membros da equação ( 3.43 ), vem :

$$\int_{p(t)}^{p_0} \frac{dp}{p} = k \cdot \int_{m(t)}^{m_0} \frac{dm}{m} - k \cdot \int_{v(t)}^{v_0} \frac{dv}{v} \quad ( 3.44 )$$

Na qual os índices ' 0 ' , significam os respectivos valores de cada grandeza considerada no instante inicial do processo, isto é, tempo  $t = \text{zero}$   
 Um exemplo para esses valores, seriam os tabelados para a chamada "*Atmosfera Padrão* " , que é muito utilizada como ponto de referência em projetos pneumáticos no fornecimento de valores para as diversas grandezas físicas para o Ar .<sup>4</sup>

O resultado da operação de integração sobre a equação ( 3.44 ) resulta em :

$$\ln \left( \frac{p_0}{p} \right) = k \cdot \ln \left( \frac{m_0}{m} \right) - k \cdot \ln \left( \frac{v_0}{v} \right) \quad ( 3.45 )$$

Desenvolvendo e simplificando a equação ( 3.45 ), conseguimos obter a expressão :



$$(3.46) \quad \ln \frac{p}{p_0} = \ln \left[ \frac{m}{m_0} - \frac{v}{v_0} \right]_k$$

Trabalhando matematicamente a equação (3.46), podemos escrever :

$$(3.47) \quad \ln \frac{p}{p_0} = \ln \left[ \frac{m}{m_0} \left( \frac{v_0}{v} \right) \right]_k$$

Evidenciando-se para o primeiro membro a grandeza pressão ( p ) na equação ( 3.47 ), efetuando a operação de divisão entre os elementos do seu segundo membro obtemos a igualdade :

$$(3.48) \quad p = p_0 \left( \frac{m}{m_0} \cdot \frac{v_0}{v} \right)_k$$

Organizando convenientemente os componentes do segundo membro, vem :

$$(3.49) \quad p = p_0 \left( \frac{m}{m_0} \cdot \frac{v_0}{v} \right)_k$$

a)- a quantidade em massa de ar *contida* na Câmara de Controle à cada instante  $m(t)$ , é diretamente responsável pela maior ou menor pressão pneumática existente dentro da mesma;

b)- por outro lado, o volume interno da mesma  $v(t)$ , que não é fixo mas variável no tempo, contribui de maneira inversa para o crescimento ou decréscimo da pressão pneumática existente na mesma, num dado momento.

comportamento :

*interior da Câmara de Controle*, podemos destacar o seguinte *modelo matemático para a pressão instantânea* no tempo. Interpretando fisicamente o conteúdo da equação (3.50), que representa o ( indicados com índice zero ) daqueles que sofrem variação contínua no decorrer do processo são os elementos tomados fixos, como referência no instante inicial do processo variável independente ( tempo =  $t$  ), com a intenção de distinguir claramente quais Na equação (3.50) fizemos questão de usar a notação matemática indicando a

$$p(t) = \frac{p_0}{p_k} \cdot \left( \frac{m(t)}{v(t)} \right)^k \quad (3.50)$$

Fazendo essa substituição na equação (3.49), e no seu segundo membro, agrupando as grandezas fixas e as respectivas variáveis, chegamos finalmente na função temporal da pressão pneumática total  $p(t)$  do ar comprimido contido na Câmara de Controle, à cada instante do desenvolvimento do processo de pressurização ( enchimento ) ou despressurização ( esvaziamento ) da mesma :

Condições iniciais do processo de enchimento e / ou esvaziamento da Câmara de Controle.

Acontece que a relação  $\frac{m_0}{V_0}$  é exatamente a massa específica  $P_0$  do ar nas

c)- já o fator  $\frac{p_0}{p_0^k}$  é constante durante todo o escoamento, pois conforme já

informamos, são valores de referência para o ar, no instante inicial do processo, tomados da tabela internacional para a chamada “atmosfera padrão”

Por outro lado, para podermos implementar o modelo da pressão, representado pela equação (3.50) acima, necessitamos definir as variáveis temporais existentes, ou seja : a massa de ar contida  $m(t)$  e o volume interno da Câmara de Controle  $v(t)$ .

Para isso vamos recorrer à equação (3.27), vista anteriormente e que repetimos abaixo para facilitar o acompanhamento matemático :

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{k}} = \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}} \quad (3.27)$$

Através dessa igualdade, podemos relacionar a massa específica do ar à cada instante, durante um processo isotérmico, como uma função da pressão pneumática naquele momento e os valores tomados como referência, para o tempo inicial  $t_0$  igual a zero.

Segundo esse raciocínio, a relação pretendida pode ser extraída da equação (3.27) acima, e escrita com os índices empregados nesse trabalho, à saber :

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}} \left(\frac{p_0}{p(t)}\right)^{\frac{1}{k}}$$

Isolando a massa específica  $p(t)$ , obtemos a expressão :

$$p(t) = p_0 \cdot \left[ \frac{p(t)}{p_0} \right]^{\frac{1}{k}} \quad \text{a qual vamos escrever } p = p_0 \cdot \left[ \frac{p}{p_0} \right]^{\frac{1}{k}} \quad (3.51)$$

sem os parênteses que identificam a dependência das grandezas que variam com o tempo, conforme estamos procedendo nas deduções feitas, para simplificar e facilitar a visualização das equações obtidas.

Substituindo a expressão (3.51) nas equações (3.13) e (3.14), conseguimos a *vazão em massa de entrada e de saída* para o ar na Câmara de Controle como uma função variável no tempo, conforme a válvula direcional é desligada ou ligada, respectivamente (vide figura 3.7).

Executando-se as substituições mencionadas acima, chegamos às equações :

→ *Entrada de Ar na Câmara de Controle* \*

$$m_e(t) = Cd_{oe} \cdot A_{oe} \cdot \sqrt{2 \cdot p_0 \cdot \left[ \frac{p(t)}{p_0} \right]^{\frac{1}{k}} \cdot [P_s - p(t)]} \quad (3.52)$$

Integrando a expressão acima no tempo, obtemos a massa de Ar que entra na Câmara de Controle em cada instante do processo :

$$m_e(t) = Cd_{oe} \cdot A_{oe} \cdot \sqrt{2 \cdot p_0 \cdot \left[ \frac{p(t)}{p_0} \right]^{\frac{1}{k}} \cdot [P_s - p(t)]} \cdot \int_0^t dt$$

Cuja expressão, simplificada nos termos do comentário anterior, fica com o aspecto abaixo apresentado :

$$m_e = Cd_{oe} \cdot A_{oe} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_0}{1} \cdot \int_0^t \left[ p_k \cdot [P_s - p] \right] \cdot dt} \cdot \sqrt{\frac{(p_0) \cdot k}{1}} \tag{3.53}$$

→ Saída do Ar da Câmara de Controle <sup>4</sup>

$$m_s(t) = Cd_o \cdot A_{os} \cdot \sqrt{2 \cdot p_o \cdot \left[ \frac{p(t)}{k} \cdot [p(t) - P_a] \right]} \cdot \sqrt{\frac{p_o \cdot k}{1}}$$

Efetuando-se o mesmo cálculo de integração definida na expressão acima com relação ao tempo, obtemos :

$$m_s(t) = Cd_{os} \cdot A_{os} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_0}{1} \cdot \int_0^t \left[ p(t) \cdot [P_s - p(t)] \right] \cdot dt} \cdot \sqrt{\frac{(p_0) \cdot k}{1}}$$

Simplificando o seu formato no sentido de eliminar os parenteses que denotam função do tempo para as grandezas variáveis temporais, chegamos à :

$$m_s = Cd_{os} \cdot A_{os} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_0}{1} \cdot \int_0^t \left[ p_k \cdot [P_s - p] \right] \cdot dt} \cdot \sqrt{\frac{(p_0) \cdot k}{1}} \tag{3.54}$$

Usando-se agora o princípio da conservação de massa, podemos dizer que a massa de ar acumulada dentro da Câmara de Controle à cada instante do processo, é a diferença entre a massa que entra e a que sai da mesma.<sup>4</sup>

Matematicamente esse raciocínio pode ser escrito como :

$$m(t) = m_e(t) - m_s(t) \quad \text{ou equivalentemente} \quad m = m_e - m_s \quad (3.55)$$

Portanto, utilizando as equações (3.53) + (3.54) + (3.55) conseguimos implementar o cálculo do numerador do segundo membro da equação (3.50), a qual é o modelo da variação temporal da pressão pneumática  $p(t)$  dentro da Câmara de Controle.

Contudo, ainda temos a definir, o denominador do segundo membro dessa mesma equação (3.50), para podermos completar o modelo em questão.

Nesses termos, vamos então propor um modelo para o volume geométrico interno da Câmara de Controle  $v(t)$ , o qual como podemos observar não pode ser nulo (pois é o denominador de uma divisão) e também deve respeitar dois limites : mínimo e máximo, reproduzindo matematicamente assim o deslocamento total possível de se obter no Atuador de saída do Controlador de Posição Linear.

Sugerimos então, a expressão abaixo para implementar essa grandeza :

$$v_c(t) = VM + \frac{1}{2} A_a \cdot C + A_a \cdot y(t) \quad (3.56)$$

Onde a parcela “  $V_M$  ” representa um volume fixo mínimo ( Volume Morto ), isto é, um espaço residual que é necessário por razões construtivas, quando o Embolo de Controle estiver totalmente retraido no interior da respectiva Câmara de Controle.

As outras parcelas do segundo membro da equação ( 3.56 ) reproduzem o aumento ou decréscimo do volume interno da Câmara de Controle, quando o deslocamento do Embolo de Controle “  $y(t)$  ” é positivo ou negativo, respectivamente, e respeitando o intervalo  $-\frac{1}{2}.C \leq y(t) \leq +\frac{1}{2}.C$ , onde “  $C$  ” significa o

*curso total do Embolo de Controle* A soma algébrica dessas parcelas individuais compõe o volume total interno da mesma, à cada instante do funcionamento do Controlador de Posição Linear.

Concluindo, através das equações ( 3.50 ) + ( 3.53 ) + ( 3.54 ) + ( 3.55 ) + ( 3.56 ) temos completo o modelo matemático do sistema Válvula Direcional e a Câmara de Controle, no que se refere à evolução da pressão pneumática total no interior da mesma, à cada instante em que se desenvolve o processo de entrada e / ou saída do ar comprimido.

Fisicamente o modelo composto pelas equações acima citadas, está configurado na Figura ( 3.27 ), que foi nossa referência desde o início, para as análises e deduções realizadas.

Comandando eletricamente a bobina dessa válvula, abrimos ou fechamos totalmente a porta de entrada e / ou saída do ar comprimido retido na Câmara de Controle.

A pressão pneumática decorrente dessa ação, atua sobre a área maior do Embolo de Controle produzindo força de origem pneumática, com a qual poderemos obter o movimento do mesmo, resultando no deslocamento do Atuador de saída, através do qual controlamos a posição do elemento mecânico externo.

### 3.6- Modelo matemático do Atuador

Para esse trabalho, vamos admitir algumas hipóteses simplificadoras, que facilitarão e permitirão obter a modelagem matemática desse componente.

- a)- distribuição uniforme da pressão sobre as superfícies frontais dos Embolos de Controle e do Atuador.  
Essa hipótese visa facilitar o equacionamento matemático na modelagem desse sistema, a qual acreditamos ser muito razoável em termos práticos, no funcionamento do controlador.

- b)- consideraremos irrelevante a perda de carga ( $\Delta p$ ) observada em cada fluido durante o seu escoamento no interior de suas respectivas Câmaras, devido à construção compacta do dispositivo, às pequenas distâncias percorridas pelos fluidos em cada compartimento, ao excelente acabamento superficial interno dos alojamentos dos respectivos Embolos e à boa área de passagem prevista (diâmetros de passagem), acreditamos que essa restrição não implicará em grandes desvios entre os resultados obtidos com a simulação virtual do modelo ora desenvolvido, e os esperados quando da sua implementação prática.

- c)- ausência de folga radial entre o Embolo de Controle e do Atuador, com relação aos seus respectivos alojamentos cilíndricos nos quais deslizam : Câmaras e Controle e de Pressão, respectivamente.<sup>2</sup>

Isso não é real, porém essa folga é muitíssimo reduzida, da ordem de milésimos de milímetro, o que a torna satisfatória para a modelagem que faremos.  
A consequência dessa restrição, em outras palavras, é que estamos admitindo vazamento zero de fluido ( Ar ou Óleo ) através dessas frestas axiais .

- d)- não existência de esforços de origem viscosa entre o fluido contido nas folgas acima mencionadas, existentes nas Câmaras de Controle e de Pressão, e os respectivos Embolos de Controle e do Atuador, durante seus movimentos retilíneos de translação.<sup>5</sup>



f) - não haverá nenhum tipo de esforço radial de origem mecânica nos Embolos de Controle e do Atuador, provocados pela existência de uma excentricidade de desvio de usinagem entre os Furos ( Câmaras ) e respectivos Fijos ( Embolos ) entre os quais haverá um movimento retilíneo de translação.

Essa força advém mais das eventuais imperfeições construtivas ocorridas, seja pela qualidade do equipamento de fabricação utilizado e / ou devido à concepção de projeto empregada para idealizar esse conjunto.

e) - consideraremos desprezível, os esforços de atrito existentes entre os elementos de vedação dos Embolos de Controle e do Atuador, com as superfícies cilíndricas internas das suas correspondentes Câmaras de Controle e de Pressão, sobre as quais desenvolvem um movimento relativo .

Esse ponto é bastante polémico e difícil de equacionar, pois muitas variáveis interferem no valor desse esforço, tais como: o tipo de vedante empregado ( forma geométrica ), o seu material, as dimensões do seu alojamento no corpo do Embolo de Controle e / ou do Atuador, as rugosidades superficiais do próprio elastômero de vedação, assim como da superfície cilíndrica interna na qual esses componentes deslizam. A velocidade com que ocorre o movimento e, por consequência a temperatura em que se desenvolve o processo, são também fatores agravantes dentro de uma definição matemática precisa e confiável, através da qual poderíamos relacionar todas essas variáveis .

Essa é outra condição que mesmo irreal podemos aproximá-la bastante da suposição feita , adotando um fluido de baixa viscosidade, em contato com superfícies altamente retificadas e polidas, ou seja, com baixíssima rugosidade superficial entre as partes metálicas em contato com os fluidos empregados .

No caso do Ar, essa condição é muito próxima da realidade , pois já é um fluido que por natureza apresenta reduzidíssimos valores com respeito à essa grandeza física. Quanto ao óleo hidráulico contido na Câmara de Pressão, existem diversas classes de viscosidades comercialmente disponíveis no mercado, e dessa maneira podemos nessa escolha, adequar-mo-nos à um tipo com características favoráveis nesse sentido.

Tomando-se as devidas precauções em todas essas etapas ( projeto e fabricação ), principalmente construindo os Embolos de Controle e o Atuador através de partes independentes, simulando uma articulação entre os dois diâmetros diferentes existentes nos mesmos, conseguiremos nos aproximar muito dessa condição ideal agora adotada.

g)- consideraremos desprezíveis as participações das massas de cada fluido ( Ar e Oleo ) existentes no sistema.

Esse aspecto é bastante próximo da realidade do dispositivo, visto que de um lado temos o ar cuja massa específica é muito baixa, e do outro encontramos óleo hidráulico, o qual apesar de possuir maior valor com relação à essa grandeza física, esse fato fica compensado pelo reduzido volume que a Câmara de Pressão apresentará, por uma condição inicial do projeto de fabricação e limites de deslocamento previstos para o Controlador de Posição Linear.

h)- como consequência do anterior, as únicas massas com as quais faremos uma avaliação dos esforços exigidos para a obtenção dos movimentos existentes no controlador, serão as correspondentes aos Embolos de Controle e ao Atuador. Com a intenção de minimizar ao máximo essas forças inerciais, esse elementos serão produzidos usando-se ligas especiais de Alumínio ( aplicação hidráulica ) leves e sem porosidade superficial, pois isso tornará mais rápida a resposta do sistema quando o sinal da ação de controle requerida, for aplicado no sistema, num dado instante.

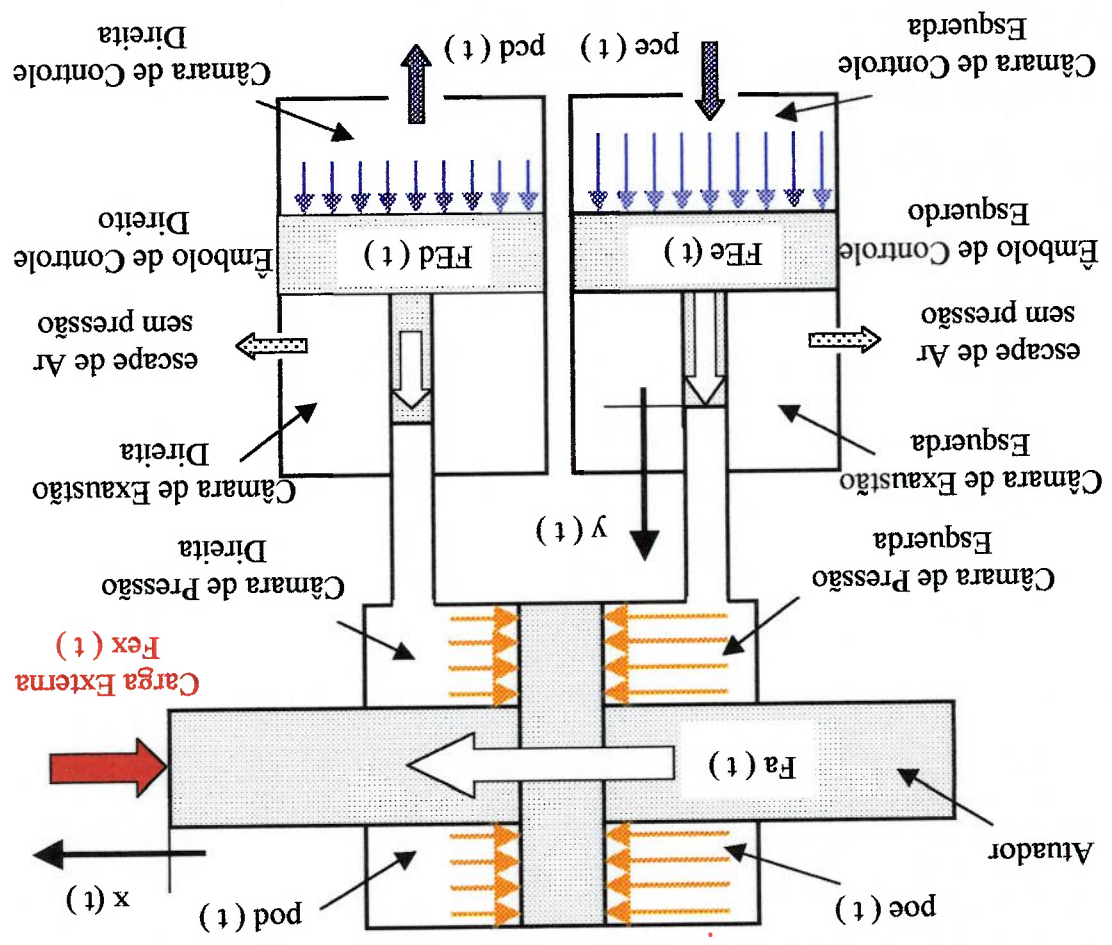
### 3.7- Diagrama funcional geral do Controlador de Posição Linear

Com as considerações acima mencionadas e descritas, vamos dar continuidade ao processo de modelagem do sistema, partindo da Câmara e Embolo de Controle, cujo modelo matemático já foi obtido, e chegaremos até a Câmara de Pressão na qual trabalha o Atuador ( Embolo + 2 Hastes ) .

Supondo-se que o Atuador esteja deslocando-se para a direita, de acordo com a Figura ( 3.8 ), teremos a Câmara de Controle Esquerda pressurizada com ar comprimido à uma intensidade superior, com relação à outra da Direita, fato que procuramos evidenciar através dos módulos dos vetores que representam a pressão agindo em cada Êmbolo de Controle.

Com base na Figura ( 3.8 ) acima, temos uma resistência que o Atuador deverá vencer, com o objetivo de deslocar-se para alcançar e manter a posição do elemento mecânico externo acoplado ao mesmo. Essa posição desejada, é exatamente o valor de referência no modelo do Controlador.

Figura 3.8 : pressões e forças nos Êmbolos de Controle e Atuador.



O fato é que, atuando adequadamente com as válvulas direcionais que injetam e / ou expulsam o ar comprimido em cada Câmara de Controle, podemos produzir um diferencial de pressão entre as duas Câmaras de Pressão existentes, Esquerda e Direita conforme mostra claramente a Figura ( 3.8 ).

Portanto, na situação de movimento proposta nessa Figura, temos a válvula direcional que alimenta a Câmara de Controle Esquerda *desligada*, permitindo a entrada de massa de ar e elevando consequentemente a pressão pneumática dentro da mesma. Por outro lado, simultaneamente a válvula direcional que comanda a Câmara de Controle Direita estará com sua bobina *ligada*, de modo que o ar comprimido em seu interior possa ser expelido para a atmosfera, decrescendo assim a pressão pneumática existente dentro dela.

Para simplicidade de expressão e também da modelagem matemática do Controlador, passaremos a denominar as pressões das Câmaras de Controle Esquerda e Direita, respectivamente de :  $p_{ce}(t)$  e  $p_{cd}(t)$ . Os diâmetros maior e menor dos Embolos de Controle Esquerdo e Direito serão identificados por :  $D_a$  ( maior / lado Ar ) e  $D_o$  ( menor / lado óleo ), uma vez que serão iguais por construção.

No caso do Atuador que age sobre a carga externa, destacamos o diâmetro maior correspondente ao Embolo do Atuador e o menor, referente às duas hastes ligadas mecanicamente ao mesmo, que chamaremos pelas siglas  $D_{ea}$  ( diâmetro do Embolo do Atuador ) e  $D_{ha}$  ( diâmetro da Haste do Atuador ), respectivamente.

Correspondentemente a todos esses diâmetros mencionados, classificaremos suas respectivas áreas frontais, usando as letras :  $A_a$  /  $A_o$  /  $A_{ea}$  /  $A_{ha}$  e  $A_c$  Essa última (  $A_c$  ), representa a superfície útil do Atuador que produz força hidráulica quando o óleo contido nas Câmaras de Pressão fica pressurizado devido ao esforço transmitido através dos Embolos de Controle.

Muito importante também são as massas dos componentes móveis apresentados na Figura ( 3.8 ), onde usaremos  $M_a$  para indicar a massa do Atuador e  $M_{ec}$  para representar as massas dos Embolos de Controle Esquerdo e Direito, considerados iguais, uma consideração bastante razoável uma vez que são igualmente construídos.

Complementando as informações contidas na Figura ( 3.8 ), temos as forças produzidas pela pressão distribuída na superfície frontal dos componentes móveis existentes, ou seja, os Embolos de Controle e o Atuador.

Nesses termos temos as forças provenientes da pressão pneumática agindo na área maior dos Embolos de Controle Esquerdo e Direito, respectivamente :  $F_{HE}(t)$  e  $F_{HD}(t)$  . Já no Atuador, a pressão do óleo distribuída na área da coroa circular ( $A_c$ ), produz uma força resultante, a qual identificaremos por  $F_a(t)$  .

Devido aos diâmetros maior e menor existentes no Embolo de Controle, temos um efeito multiplicador de pressão, isto é, a pressão pneumática atuando na área  $A_a$  fica amplificada na área  $A_o$  , cujo fator ( *ganho de pressão* ) é exatamente a relação entre essas duas áreas.

Dessa forma, conseguimos um pressão nas Câmaras de Pressão Esquerda e Direita, respectivamente  $poe(t)$  e  $pod(t)$  , elevadas significativamente uma vez estabelecida por fabricação, uma boa relação entre as áreas maior e menor dos Embolos de Controle.

Por essa razão, podemos esperar uma força líquida no Atuador  $F_a(t)$  bastante intensificada, mesmo com uma fonte de pressão pneumática normal utilizada na indústria, a qual é da ordem de  $700Kpa$  ( 7 atm – relativa ) .

Aliás, essa é uma das principais propostas do Controlador de Posição Linear Hidro-Pneumático, mover cargas elevadas ligadas ao Atuador, embora em pequenos cursos de operação.

Concluindo esse estudo, temos ainda a força externa  $F_{ex}(t)$  que age axialmente no Atuador, e que é a principal responsável pelos níveis das pressões necessárias nas Câmaras de Controle Esquerda e Direita, para que obtenhamos uma resultante  $F_a(t)$  suficientemente capaz para garantir a posição previamente estabelecida pelo Controlador.

O objetivo nas abordagens feitas nesse item, foi o de identificarmos e definirmos os parâmetros fundamentais relativos às pressões, esforços e condições construtivas, com suas respectivas nomenclaturas, para que possamos utilizá-los na modelagem matemática completa do Controlador que será apresentada num item subsequente.

Antes porém, achamos interessante descrevermos o funcionamento do Controlador de Posição Linear, agora sob um enfoque mais detalhado como mostra a Figura ( 3.8 ), tomada como referência nessa abordagem.

Partindo do repouso, vamos descrever, passo a passo, o que acontece com as pressões nos fluidos contidos em seus respectivos compartimentos, e de que maneira ocorre a transmissão de força seguida de aceleração e velocidade nos elementos internos móveis, à saber : Embolos de Controle e Atuador.

a)- ao ser ativado, o controlador mantém desligadas as duas válvulas direcionais pneumáticas, que assim permitem o fluxo de ar para o interior das duas Câmaras de Controle ( através dos seus orifícios de entrada  $D_{oe}$  , pressurizando-as igualmente até o nível máximo disponível na fonte de alimentação ;

b)- com isso, os dois Embolos de Controle avançam simultaneamente, num distância equivalente à metade do seu curso total  $CT$  , parando numa posição de partida que corresponderá à cota  $y = 0$  ;

c)- nessas circunstâncias temos as duas Câmaras de Pressão igualmente pressurizadas na sua intensidade máxima, que é muito superior à pressão do ar comprimido contido nas Câmaras de Controle, devido ao efeito amplificador exercido pelos mesmos ;

d)- assim sendo, o Embolo do Atuador  $F_a$  fica igualmente submetido a duas forças de mesma intensidade e direção, porém com sentidos opostos, resultando portanto na sua parada numa posição, à qual associaremos a cota  $y = 0$  ;

e)- admitindo agora que surja um carregamento constante no Atuador, tentando empurrá-lo para a esquerda, conforme mostra a Figura ( 3.8 ), o Controlador reage ligando a bobina da válvula direcional da Câmara de Controle Direita, à fim de que o ar comprimido contido na mesma possa ser expelido para a atmosfera através do seu orifício de saída  $D_{os}$  ;

- f)- enquanto isso, a válvula direcional da Câmara de Controle Esquerda permanece com a sua bobina desligada, o que significa a entrada constante de massa de Ar no seu interior, através do orifício de entrada  $D_{oe}$  ;
- g)- essa ação de controle dá início nesse instante a um processo contínuo de produzir um desequilíbrio entre as pressões existentes nas Câmaras de Pressão Esquerda e Direita, provocando o aparecimento de um *diferencial de pressão* entre as duas ;
- h)- imediatamente surge uma força resultante no Atuador, cuja intensidade é crescente na medida que o ar comprimido sai da Câmara de Controle Direita e simultaneamente entra na Câmara de Controle Esquerda ;
- i)- esse processo se desencadeia sucessiva e rapidamente, de forma que a intensidade da força no Atuador vai subindo gradualmente, até atingir o valor da sua oponente ou seja, a força externa  $F_{ex}(t)$  ;
- j)- a partir desse momento, temos disponível no Atuador, uma força de origem hidro-pneumática  $F_a(t)$  com módulo superior ao da força externa de origem mecânica, que representa a carga que o controlador deve garantir a posição ;
- k)- em consequência do passo anterior, o Atuador inicia seu movimento para a direita, na intenção de reposicionar-se exatamente na cota que se encontrava, quando estava imóvel antes do surgimento do carregamento externo repentino ( tipo degrau ) ;
- l)- surge dessa maneira uma aceleração seguida de velocidade e deslocamento do Atuador, cujas intensidades dessas grandezas dependem basicamente da massa do Embolo do Atuador e suas duas Hastes, e do valor do  $\Delta p$  gerado durante o *tempo* em que a válvula direcional da Câmara de Controle Direita *permaneceu ligada* ;

- m)-um transdutor de posição monitora constantemente a cota real em que se encontra o Atuador, comparando-a com o valor de referência previamente fixado ;
- n)- quando a diferença entre os dois valores for zero, significa que o Atuador conseguiu atingir a posição requerida para aquele mecanismo naquela aplicação ;
- o)- nesse instante a válvula direcional da Câmara da Direita é desligada, permitindo assim a entrada de ar proveniente da fonte pneumática para o seu interior, e consequentemente fazendo elevar novamente a pressão na mesma ;
- p)- evidentemente isso acontece durante um certo intervalo de tempo, o que pode ocasionar a passagem do Atuador pelo ponto exato programado para a sua parada, correspondente ao valor de referência ajustado ;
- q)- teremos agora o inverso da situação anterior, isto é, o Controlador imediatamente envia um sinal para ligar a válvula direcional correspondente à Câmara de Controle Esquerda, provocando um escape do Ar comprimido contido em seu interior, ao mesmo tempo em que mantém desligada a direcional da Câmara de Controle da Direita ;
- r)- produz-se novamente um diferencial de pressão entre as Câmaras de Pressão, com a diferença que agora o sentido de geração da força no Atuador é para a esquerda, devido à entrada de ar estar aberta para a Câmara de Controle Direita, e o escape de ar estar ocorrendo na Câmara da Esquerda ;
- s)- esse ciclo se repete num processo contínuo porém amortecido, isto é, a amplitude do desvio de posição do Atuador começa a se tornar cada vez menor, até que tenhamos o Atuador, novamente ocupando a cota prevista e necessária para o elemento acoplado ao mesmo ;



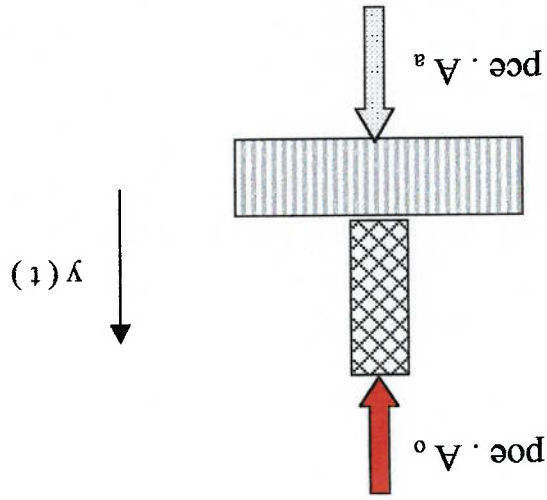
### 3.8- Modelagem matemática do Controlador

Para melhor apresentarmos e acompanharmos esse equacionamento, julgamos conveniente montarmos pequenos *diagramas de corpo livre* para cada elemento interno móvel do Controlador, de acordo com o exposto da Figura (3.8) .

Nesse trabalho, vamos admitir apenas como referência, o deslocamento do Atuador para a direita ( sentido positivo do eixo  $x$  ), assim como uma força externa agindo contra o seu movimento ( sentido negativo do eixo  $x$  ) .

Ainda para designar os movimentos dos Embolos de Controle Esquerdo, Direito e Aturador, vamos utilizar as legendas :  $y_{ce}$  ,  $y_{cd}$  , e  $x_a$  ; respectivamente.

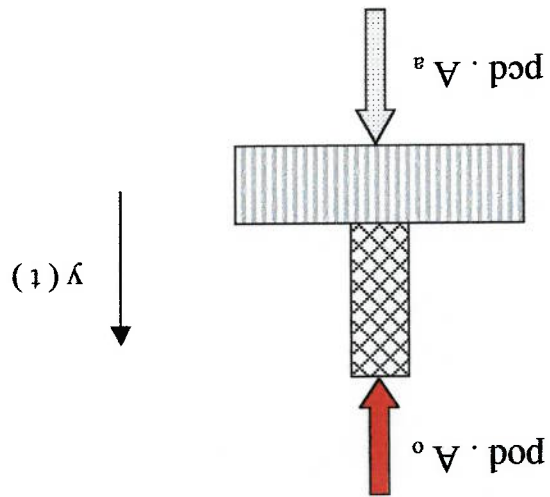
a)- Embolo de Controle Esquerdo



Do diagrama acima, extraímos as seguinte equação :

$$pce \cdot A_a - poe \cdot A_o = Mec \cdot \ddot{y}_{ce} \quad (3.57)$$

b)- Êmbolo de Controle Direito



Acontece porém que, de acordo com o movimento estabelecido para o Atuador ( sentido positivo do eixo  $x$  ), temos automaticamente a condição física de que enquanto o Êmbolo de Controle Esquerdo avança no sentido positivo do eixo  $y$ , simultaneamente o Êmbolo de Controle Direito retorna no sentido negativo desse mesmo eixo coordenado.

Nesses termos, do diagrama acima obtemos a relação :

$$pcd \cdot A_a - pod \cdot A_o = -Mec \cdot y_{ecd} \quad (3.58)$$

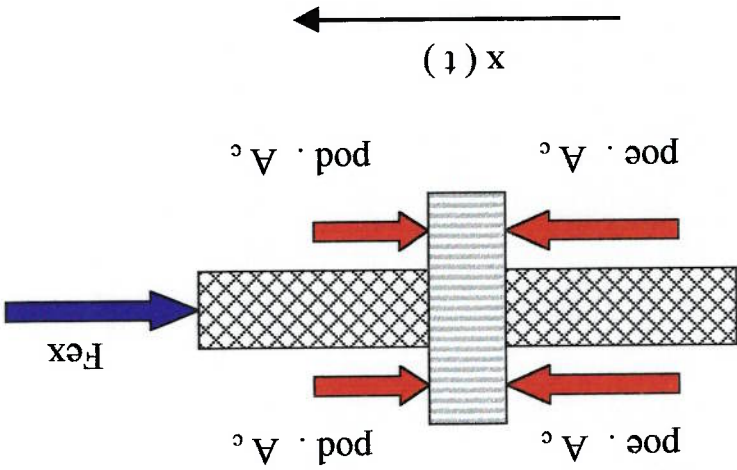
Nessas condições, podemos escrever a seguinte igualdade matemática :

$$y_{ece} = -y_{ecd} \quad (3.59)$$

Substituindo a equação ( 3.59 ) na ( 3.58 ), obtemos a relação matemática para o movimento do Embolo de Controle Direito, à saber :

$$p_{cd} \cdot A_a - p_{od} \cdot A_o = M_{ec} \cdot \ddot{x} \quad (3.60)$$

c)- Atuador



Para esse diagrama, temos o seguinte equacionamento de forças :

$$p_{oe} \cdot A_c - p_{od} \cdot A_c - F_{ex} = M_{ec} \cdot \ddot{x} \quad (3.61)$$

Fazendo uma subtração membro a membro entre as equações ( 3.57 ) e ( 3.60 ), conseguimos a seguinte expressão :

$$p_{ce} \cdot A_a - p_{oe} \cdot A_o - (p_{cd} \cdot A_a - p_{od} \cdot A_o) = 0$$

para o Controlador, quando submetido às condições de esforços estabelecidas. seu eixo coordenado  $x$ , de conformidade com o comportamento físico esperado movimento com aceleração positiva, ou seja, deslocando-se no sentido positivo do for maior do que a carga externa resistente  $F_{ex}$ , o Atuador entrará em as Câmaras de Controle, e a força produzida por esse diferencial de pressão  $F_a$  Através dessa expressão, podemos verificar que, se tivermos um  $\Delta p$  positivo entre *Atuador*.

A equação ( 3.64 ) representa o modelo matemático para o

$$\boxed{A_c \cdot \frac{A_a}{A_o} (pce - pcd) - F_{ex} = M_a \ddot{x}_a} \quad (3.64)$$

Substituindo a equação ( 3.63 ) na ( 3.61 ), chegamos à seguinte relação :

$$poe - pod = \frac{A_a}{A_o} (pce - pcd) \quad (3.63)$$

Reordenando adequadamente os termos da equação ( 3.62 ), obtemos :

$$pce \cdot A_a - poe \cdot A_o - pcd \cdot A_a + pod \cdot A_o = 0 \quad (3.62)$$

Resolvendo essa subtração, resulta na igualdade abaixo :

Evidentemente se tivermos uma situação inversa do que a acima descrita, o Atuador entrará em aceleração oposta, isto é, deslocando-se agora no sentido negativo do seu eixo coordenado, confirmando novamente a expectativa do resultado real aguardado para o comportamento do Controlador, para essas novas condições admitidas.

Apenas fizemos essa breve análise, para comprovarmos a consistência do modelo matemático do Controlador de Posição, representado pela equação ( 3.64 ), e os resultados físicos reais que se espera obter com sentido de movimento do Atuador.

Tendo por base de raciocínio ainda a Figura ( 3.8 ) – página 54 - e considerando-se desprezível a compressibilidade do óleo hidráulico no interior das Câmaras de Pressão, hipótese muito razoável dado o volume reduzido das mesmas, podemos escrever a seguinte igualdade matemática :

$$y(t) \cdot A_o = x(t) \cdot A_c \quad \longleftarrow \quad y(t) = \frac{A_o}{A_c} \cdot x(t) \quad ( 3.65 )$$

Reportando-nos à página 49 - equação ( 3.56 ), que define o volume geométrico variável para as Câmaras de Controle, vemos que o deslocamento dos Embolos de Controle obedece, por decorrência desse modelo matemático, à acompanhar um intervalo, que repetimos abaixo para melhor visualização :

$$-\frac{1}{2} \cdot C \leq y(t) \leq +\frac{1}{2} \cdot C$$

Substituindo-se nessa inequação, a expressão obtida na equação ( 3.65 ) vem :

$$-\frac{1}{2} \cdot C \leq \frac{A_o}{A_c} \cdot x(t) \leq +\frac{1}{2} \cdot C \quad ( 3.66 )$$

Com base nessa inequação ( 3.66 ), podemos escrever os limites do deslocamento previsto para o Atuador, em função do Curso Total  $CT$  disponível nos Êmbolos de Controle, à saber :

$$\boxed{-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{A_0} \cdot C \leq x(t) \leq +\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{A_0} \cdot C} \quad (3.67)$$

Essa inequação ( 3.67 ) será muito útil para estabelecermos no modelo de simulação para o Controlador de Posição Linear Hidro - Pneumático, os valores previstos para o deslocamento do Atuador, e por consequência, tornar consistente o modelo para o volume das Câmaras de Controle .

Aproveitamos esse momento para vincular o volume das Câmaras de Controle  $vc(t)$  ao movimento do Atuador  $x(t)$  .

Para isso vamos repetir abaixo a equação ( 3.56 ) :

$$vc(t) = VM + \frac{1}{2} A_a \cdot C + A_a \cdot y(t)$$

Substituindo-se na mesma a equação ( 3.65 ), conseguimos o objetivo proposto, ou seja :

$$vc(t) = VM + \frac{1}{2} A_a \cdot C + A_a \cdot \frac{A_0}{A_c} \cdot x(t) \quad (3.68)$$

Tendo em vista a igualdade já apresentada na página 61 – equação ( 3.59 ), a qual repetimos abaixo :

$$y^{ece}(t) = -y^{ecd}(t)$$

Concluímos que existem duas equações diferentes para as Câmaras de Controle Esquerda e Direita, quando ambas estiverem funcionando, sincronizadamente dentro do modelo para simulação numérica do Controlador.

a)- Volume da Câmara de Controle Esquerda :  $vce(t)$

$$vce(t) = VM + \frac{1}{2} \cdot Aa \cdot C + Aa \cdot \frac{Ao}{Ac} \cdot x(t) \quad (3.69)$$

b)- Volume da Câmara de Controle Direita :  $vcd(t)$

$$vcd(t) = VM + \frac{1}{2} \cdot Aa \cdot C - Aa \cdot \frac{Ao}{Ac} \cdot x(t) \quad (3.70)$$

Finalizando esse item destacamos que as equações ( 3.64 ) + ( 3.69 ) + ( 3.70 ) reproduzem o modelo matemático completo para o Controlador de Posição Linear Hidro – Pneumático.

#### 4- MODELOS NUMÉRICOS E SIMULAÇÕES

##### 4.1- Câmaras de Controle Esquerda ou Direita

##### 4.1.1- Resumo das equações que definem o modelo

$$p(t) = \frac{p_0}{p_k} \left( \frac{m(t)}{v(t)} \right)^k \quad (3.50)$$

$$m_e = C d_{oe} \cdot A_{oe} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_0}{\rho}} \cdot \int_0^t \sqrt{\frac{1}{p_k} [p_s - p]} \cdot dt \quad (3.53)$$

$$m_s = C d_{os} \cdot A_{os} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_0}{\rho}} \cdot \int_0^t \sqrt{\frac{1}{p_k} [p_s - p]} \cdot dt \quad (3.54)$$

$$m = m_e - m_s \quad (3.55)$$

$$v(t) = VM + \frac{1}{2} \cdot A_a \cdot C + A_a \cdot y(t) \quad (3.56)$$



O modelo matemático associado às equações acima relacionadas, pode ser visualizado através de uma estrutura gráfica, conforme a figura abaixo :<sup>6</sup>

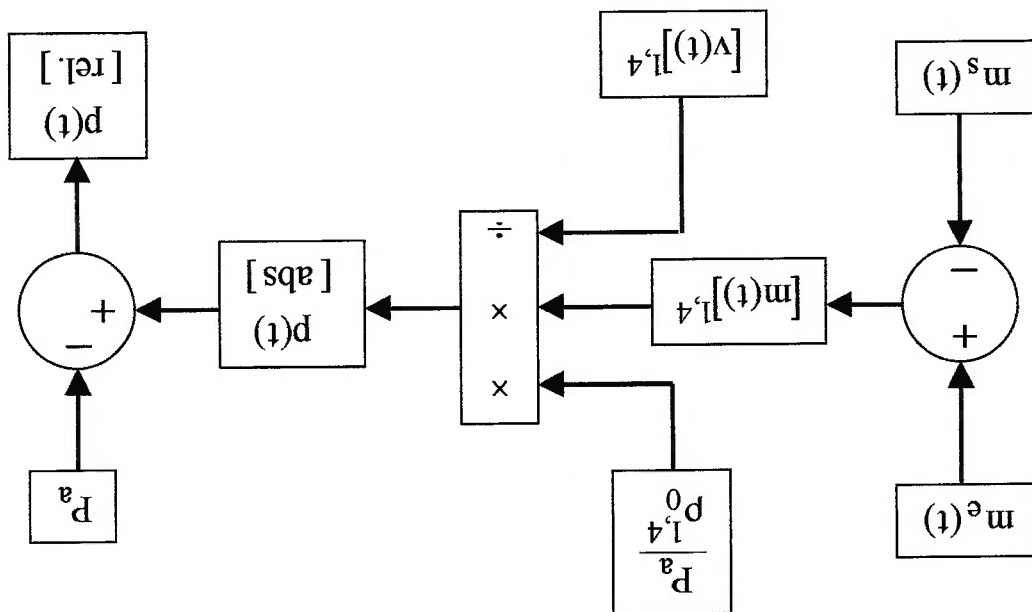


Figura 4.1 : Diagrama em blocos do modelo da evolução da pressão pneumática na Câmara de Controle Esquerda ou Direita.

Segundo a estrutura da Figura ( 4.1 ), usando o Matlab – Simulink podemos montar o modelo para a simulação numérica da variação da pressão pneumática dentro da Câmara de Controle, em função do tempo.<sup>6</sup>

O diagrama geral, assim como todos os seus sub - sistemas internos, serão mostrados nas figuras que se seguem nas páginas : 69, 70, 71, 72 e 73 .

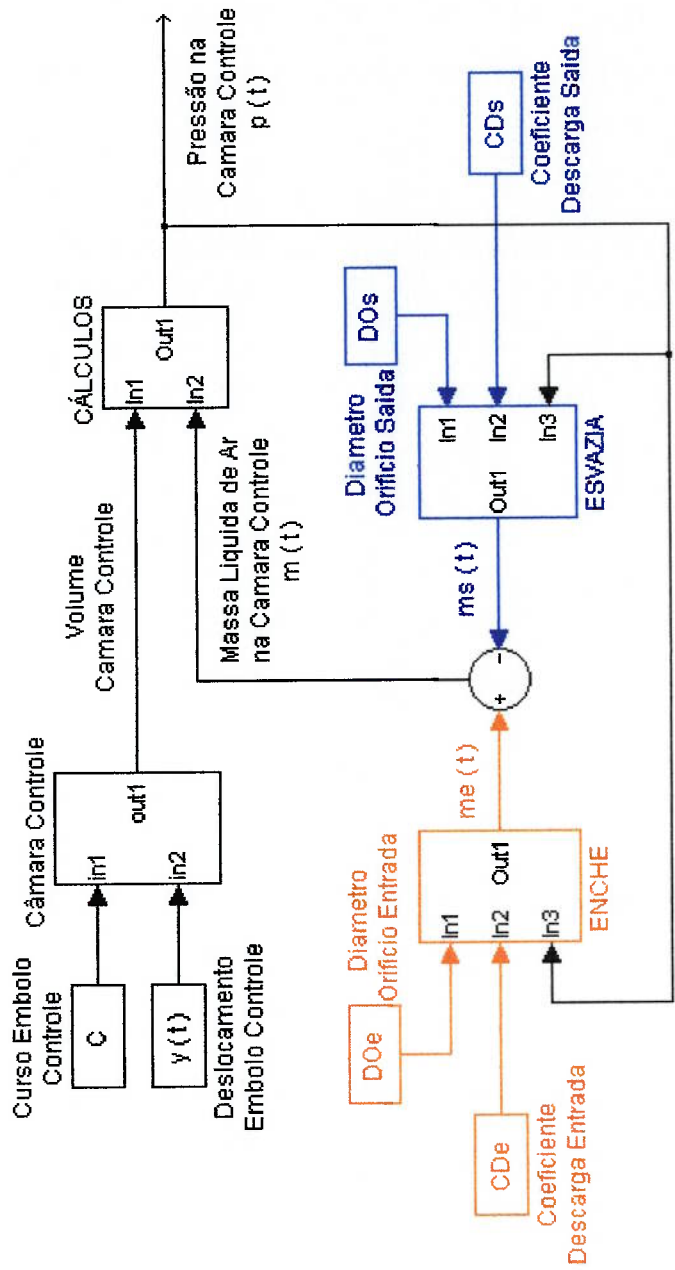


Figura 4.2 : Diagrama Simulink para simulação da pressão na Câmara de Controle

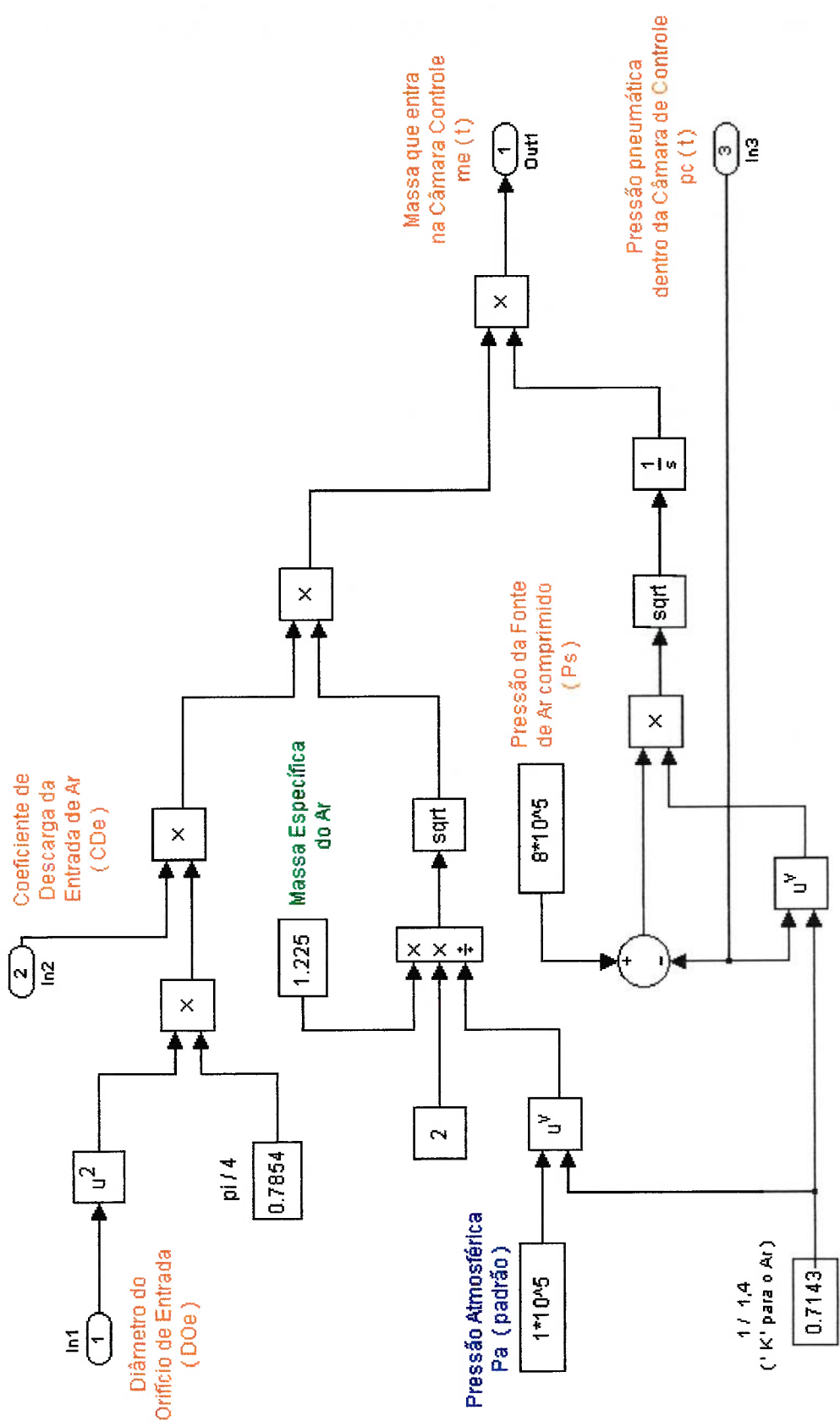


Figura 4.3 : Diagrama Simulink referente ao conteúdo do Bloco “ ENCHE ”

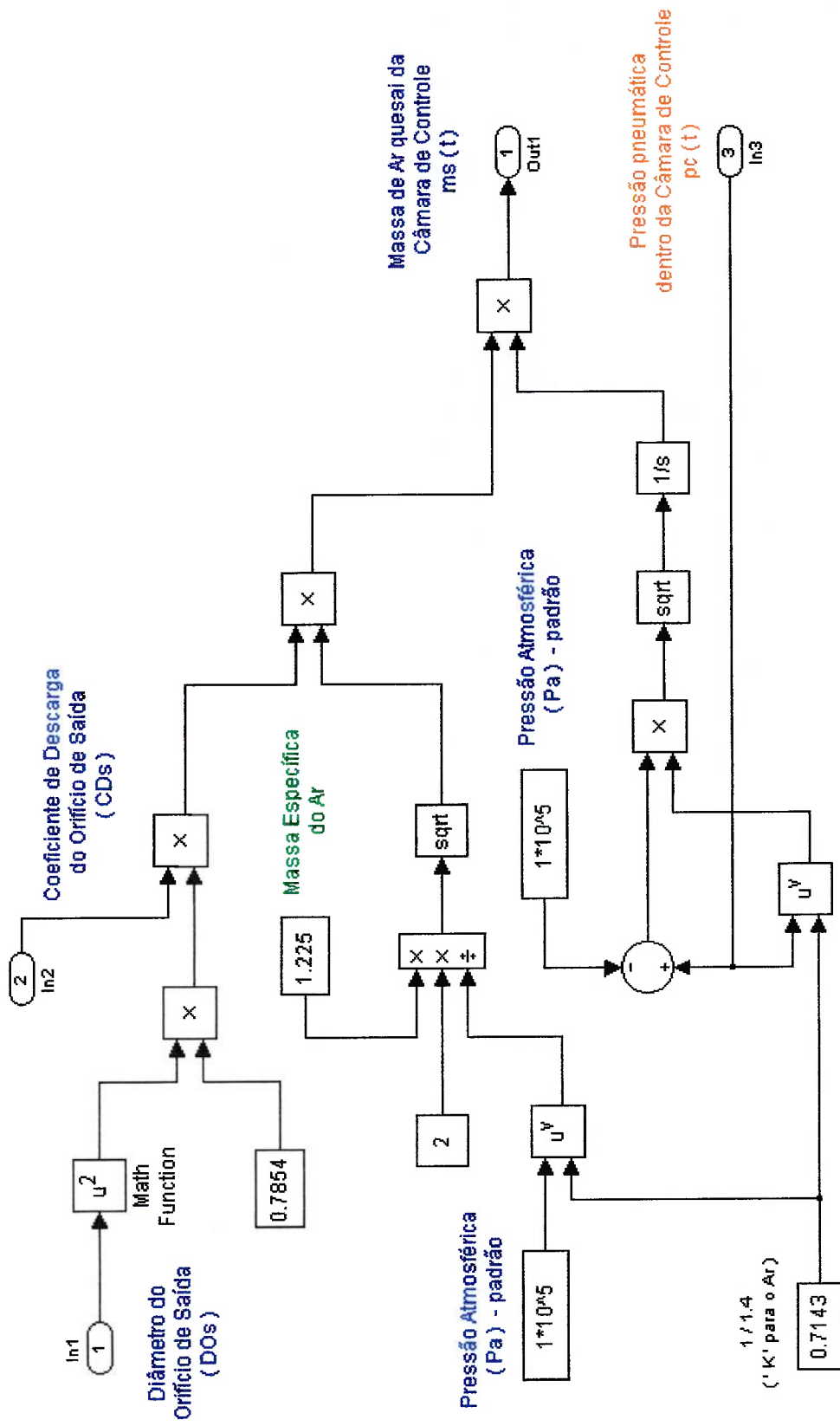


Figura 4.4 : Diagrama Simulink referente ao conteúdo do Bloco “ESVAZIA”

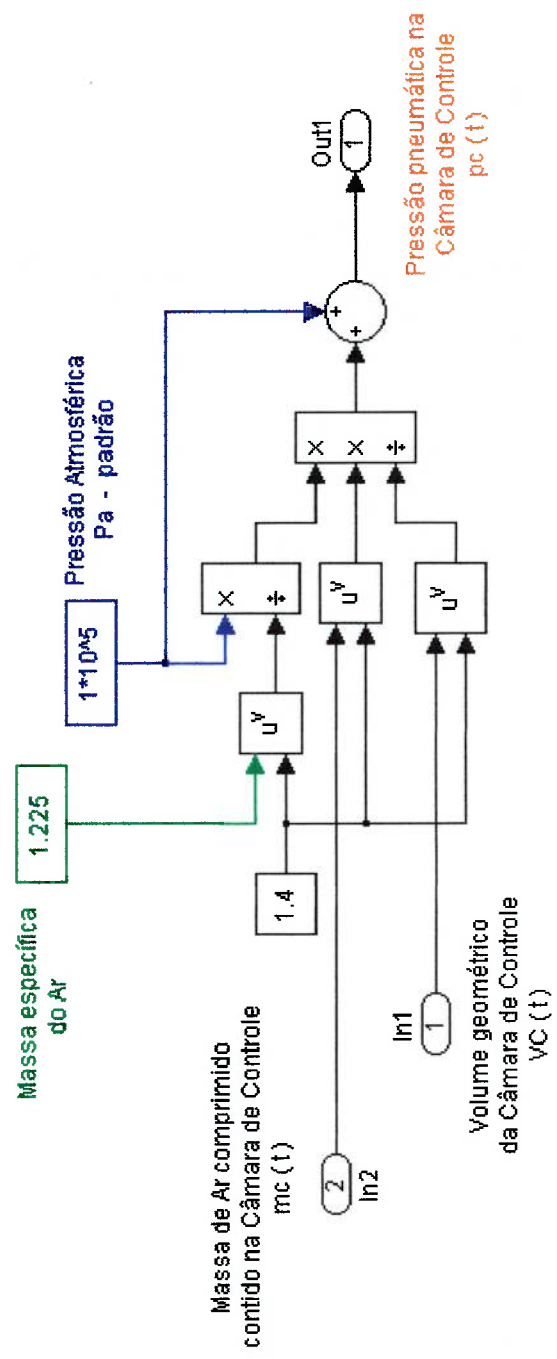


Figura 4.5 : Diagrama Simulink referente ao conteúdo do Bloco “ CÁLCULOS ”

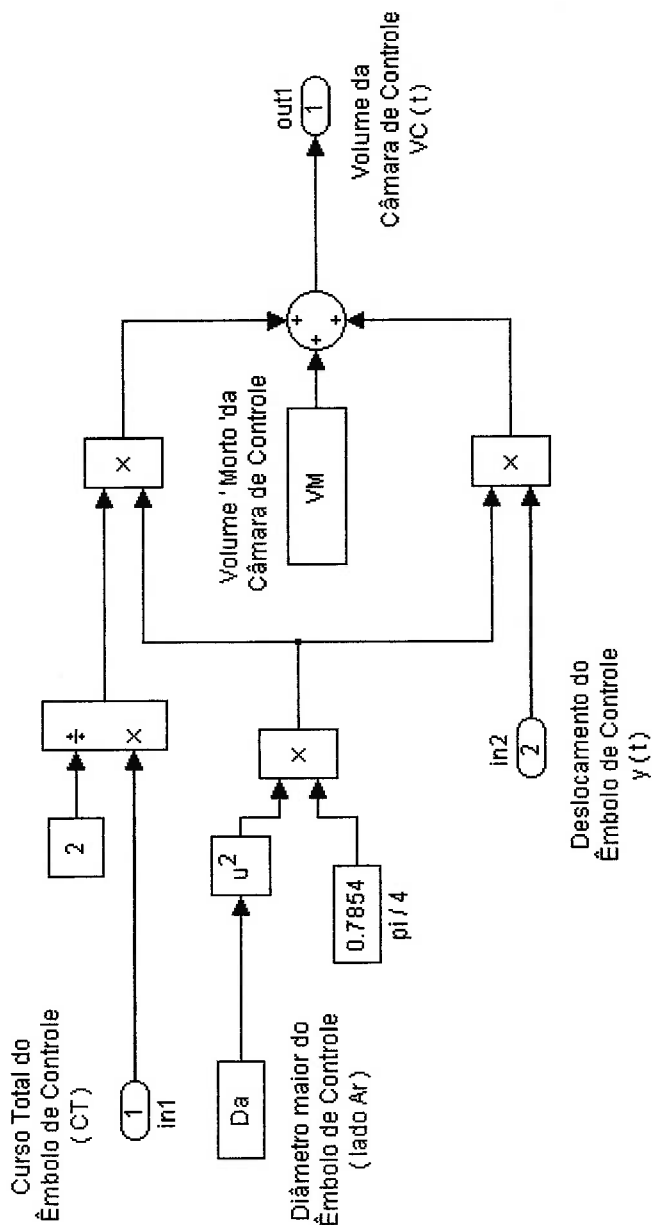


Figura 4.6 : Diagrama Simulink referente ao Bloco " Câmara de Controle "

#### 4.1.2- Simulação Numérica do modelo Matlab – Simulink

Nesse ponto, torna-se interessante apresentar graficamente, os resultados da variação da pressão pneumática dentro das Câmaras de Controle Esquerda e / ou Direita, utilizando o modelo desenvolvido através do Simulink, apresentados nas Figuras : ( 4.2 ), ( 4.3 ), ( 4.4 ), ( 4.5 ) e ( 4.6 ) nas páginas anteriores.

Para maior clareza no acompanhamento dessa simulação, vamos apresentar abaixo os dados relativos à fonte de ar comprimido considerada, as grandezas físicas relativas ao mesmo, assim como os parâmetros geométricos / dimensionais admitidos, os quais correspondem à um modelo de Controlador de Posição Linear Hidro – Pneumático característico para aplicações Siderúrgicas de médio porte.<sup>4</sup>

a)-*Fonte de ar e respectivo escape*

pressão de alimentação [ absoluta ] :  $P_s = 8.10^5 \text{ N/m}^2$  ( compressor ) ;  
pressão de escape [ absoluta ] :  $P_a = 1.10^5 \text{ N/m}^2$  ( atmosfera ) ;

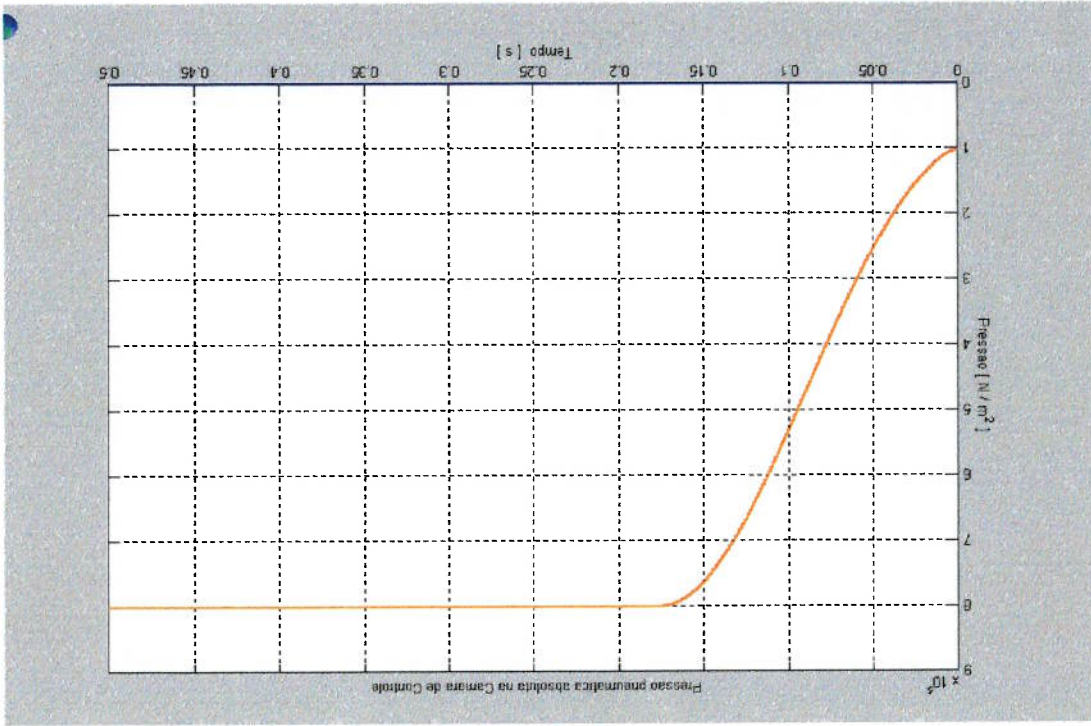
b)-*Grandezas físicas para o Ar ("atmosfera padrão")*

temperatura de referência :  $T_0 = 288 \text{ K}$  (  $15^\circ \text{C} + 273$  ) ;  
massa específica nessa temperatura :  $\rho_0 = 1,225 \text{ Kg/m}^3$  ;  
altitude do ensaio : nível do mar ( cota = zero ) ;

c)-*Parâmetros geométricos da Câmara de Controle*

diâmetro maior do Embolo de Controle :  $D_a = 0.100 \text{ m}$  ;  
diâmetro do orifício de entrada do Ar :  $D_{oe} = 0,005 \text{ m}$  ;  
diâmetro do orifício de saída do Ar :  $D_{os} = 0,003 \text{ m}$  ;  
volume residual da Câmara de Controle :  $VM = 78.5.10^{-6} \text{ m}^3$  ;  
posição fixa do Embolo de Controle :  $y(t) = 0.050 \text{ m}$  ;  
volume total da Câmara de Controle :  $0.0008639 \text{ m}^3$  ;  
coeficientes de descarga de entrada e saída :  $CDe = CDs = 1$  ( ideal ) ;

Realizando as substituições dos elementos listados, nos correspondentes diagramas Simulink / Matlab chegamos ao gráfico da evolução da pressão pneumática dentro da Câmara de Controle em função do tempo, conforme mostra a Figura ( 4.7 ) abaixo.<sup>6</sup>



Através da figura ( 4.7 ) podemos visualizar graficamente como evolui a pressão pneumática total dentro da Câmara de Controle no regime transitório, e com base nas configurações estabelecidas anteriormente. Nesse caso mostramos somente a rampa de subida da pressão, pois mantivemos a bobina da válvula direcional desligada, condição para a entrada de ar no interior da Câmara de Controle.

No entanto, podemos fazer a pressão variar continuamente ora crescendo ora decrescendo, bastando para isso atuar no comando que liga ou desliga a bobina dessa válvula direcional, conforme podemos verificar na Figura ( 3.7 ) - página 41 .



Assim julgamos interessante anexar também a Figura ( 4.8 ) abaixo, que possibilita-nos visualizar essa variação, confirmando a eficiente modelagem obtida para o comportamento da pressão no interior das Câmaras de Controle. <sup>6</sup>

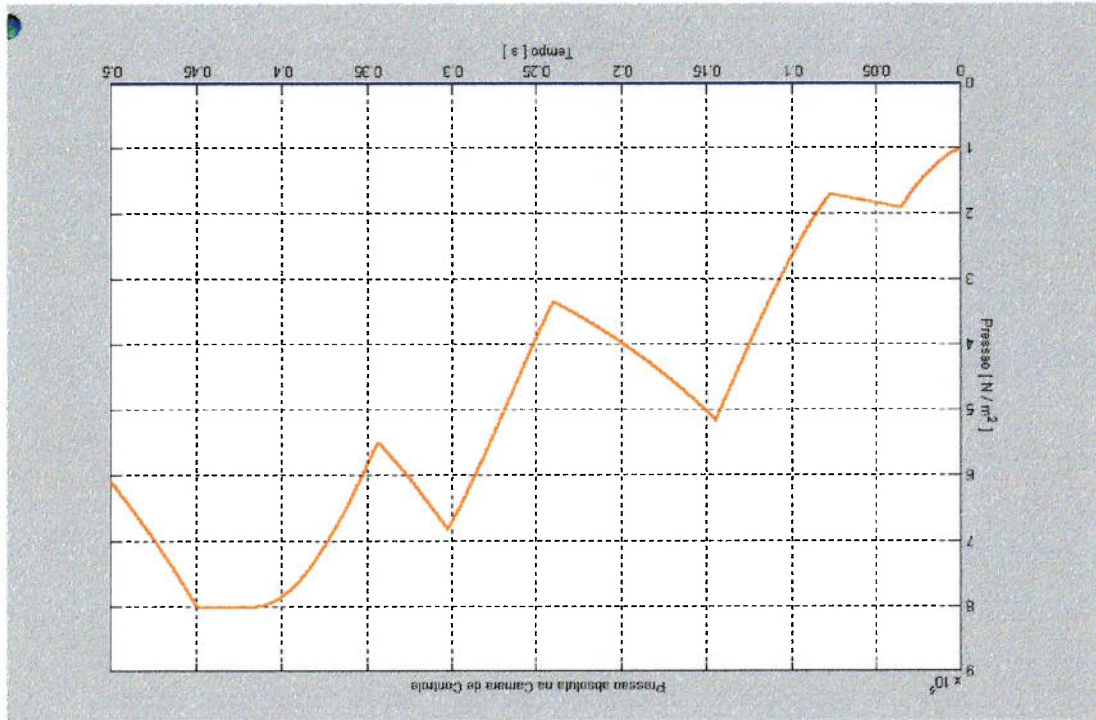


Figura 4.8 : Variação da pressão nas Câmaras de Controle, através do comando da bobina da válvula direcional On – Off ( Aberta / Fechada )

Além de notarmos que a pressão permanece entre dois limites, inferior = atmosférica e superior = valor máximo disponível na fonte pneumática em torno de 800 KPa ( 8 atmosferas absoluta ), também verificamos que a subida tem uma taxa de variação temporal diferente da descida, confirmando portanto a ação dos diferentes diâmetros ( gicleurs ) empregados no modelo, para os orifícios de entrada e saída do ar comprimido nas Câmaras de Controle, respectivamente de 0.005 m e 0.003 m .  
 Outra observação interessante nessa simulação, é avaliarmos em quanto tempo o ar no interior da Câmara de Controle, com as dimensões geométricas estabelecidas para a mesma, demora para sair da pressão atmosférica ( nenhuma sobre-pressão ) e chegar à pressão máxima da fonte de alimentação. <sup>7</sup>

Pela inspeção da figura ( 4.7 ) anterior, encontramos esse valor em torno de 0,17 segundos; isto é, o ar comprimido proveniente da fonte de alimentação pneumática, leva aproximadamente esse tempo para encher uma câmara com um volume geométrico interno da ordem de 864 cm<sup>3</sup> e pressurizá-la da condição inicial pressão atmosférica = nenhuma sobrepressão - até o estado final com o fluido comprimido à uma pressão absoluta de 800 KPa ( 8 atmosferas absoluta ) equivalente à uma sobrepressão de 700 KPa ( 7 atmosferas relativa ) .

Isso é muito importante, pois a rápida variação da pressão no interior da Câmara de Controle, tanto crescendo quanto decrescendo, faz com que as respostas do movimento de saída do Controlador de Posição através do seu Atuador sejam mais velozes, melhorando sobremaneira a se desempenho na obtenção da posição exata pré-fixada no valor de referência .<sup>6</sup>

#### 4.2- Controlador de Posição Hidro – Pneumático

##### 4.2.1- Resumo das equações que representam o seu modelo

$$A_c \cdot \frac{A_o}{A_a} \cdot (p_{ce} - p_{cd}) - F_{ex} = M_a \cdot \ddot{x}_a \quad (3.64)$$

$$v_{ce}(t) = VM + \frac{1}{2} \cdot A_a \cdot C + A_a \cdot \frac{A_o}{A_c} \cdot \dot{x}(t) \quad (3.69)$$

$$v_{cd}(t) = VM + \frac{1}{2} \cdot A_a \cdot C - A_a \cdot \frac{A_o}{A_c} \cdot \dot{x}(t) \quad (3.70)$$

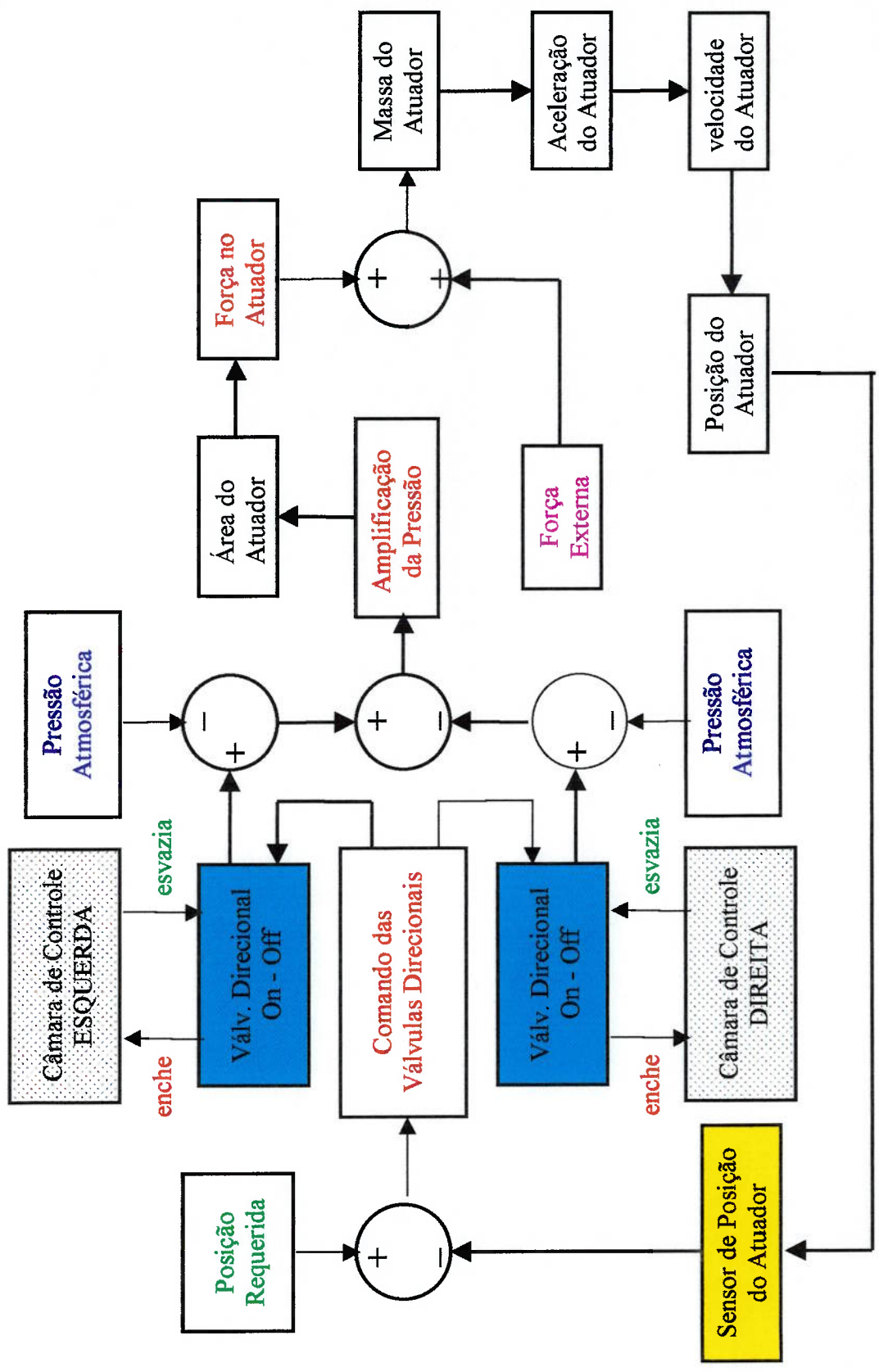
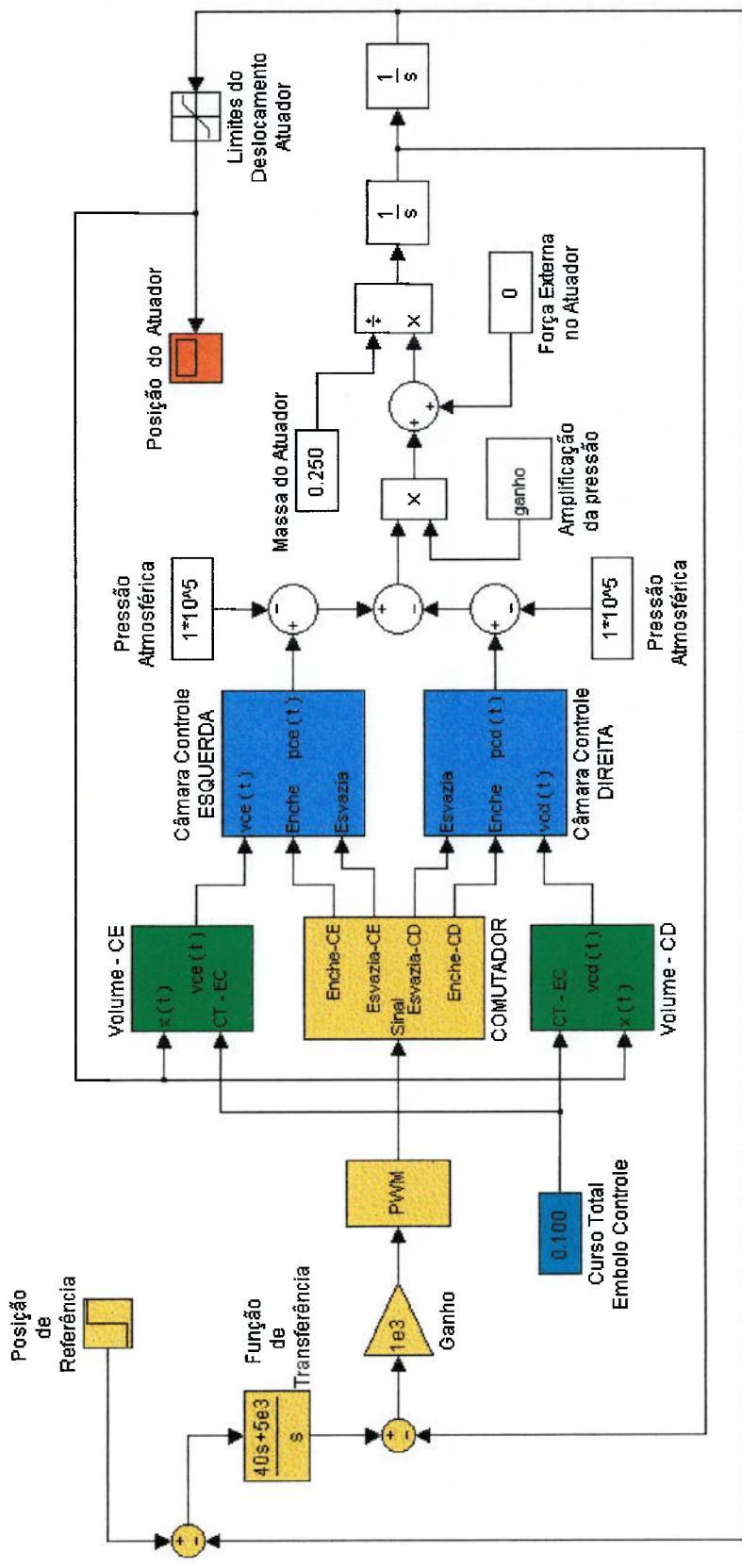


Figura 4.9 : Estrutura em blocos do Controlador de Posição Linear Hidro - Pneumático

Figura 4.10 : Diagrama Simulink / Matlab para o Controlador de Posição Linear



Na Figura ( 4.9 ), apresentamos a estrutura completa do Controlador de Posição Linear Hidro - Pneumático, na forma de um grupo de blocos interligados convenientemente, cada qual desempenhando as funções nele especificadas.

Já na Figura ( 4.10 ), mostramos a implementação da estrutura da Figura ( 4.9 ) utilizando as ferramentas de simulação disponíveis no Simulink / Matlab. Evidentemente esta implícito no diagrama da Figura ( 4.10 ), o modelo já desenvolvido e simulado para as Câmaras de Controle, isto é : Figuras ( 4.2 ) ( 4.3 ) / ( 4.4 ) / ( 4.5 ) / e ( 4.6 ), respectivamente nas páginas : 69 - 70 - 71 72 e 73 .

**4.2.2- Simulação Numérica do modelo através do Matlab - Simulink**

A Figura ( 4.11 ) à seguir, apresenta o resultado gráfico da simulação do Controlador de Posição Linear Hidro - Pneumático, no qual determinamos para o Atuador a cota de posição  $x = + 1 \text{ mm}$  como sendo a de referência desejada, para observarmos a resposta do mesmo com relação ao tempo. <sup>6</sup>

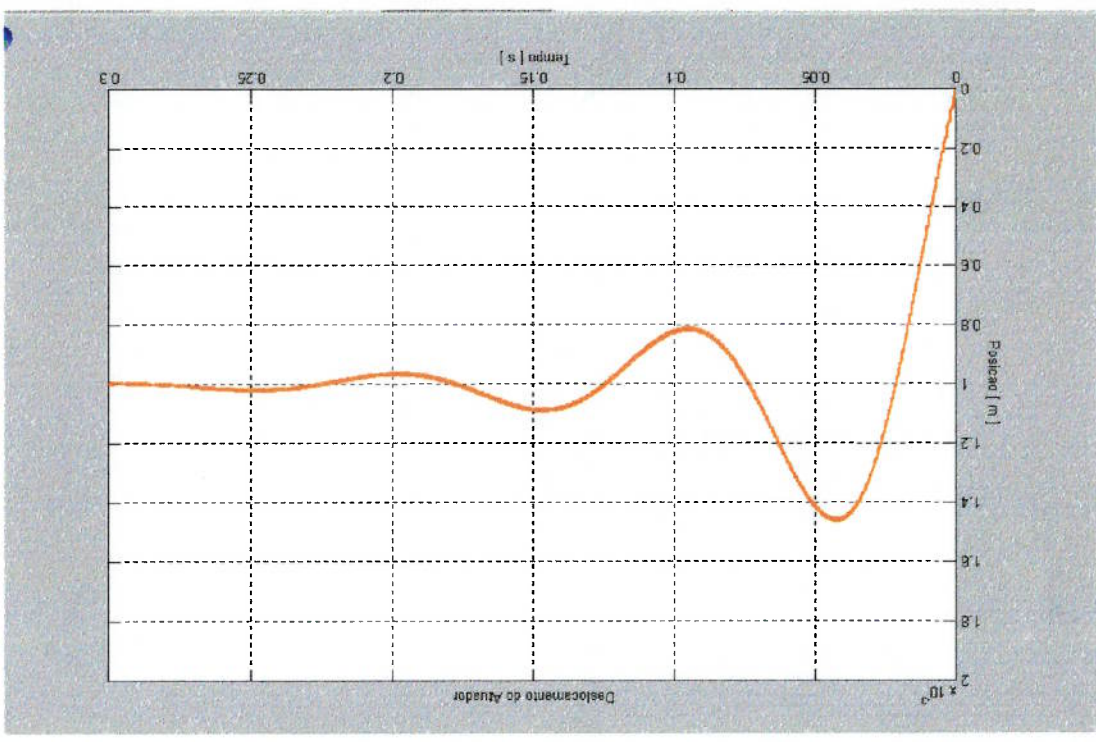


Figura 4.11 : Resposta no tempo para uma posição de referência de  $x = +1 \text{ mm}$ .



#### 4.3- Implementação da Ação de Controle ( controlador eletrônico )

Dessa Figura ( 4.11 ) acima, podemos concluir que tempo de acomodação para o Controlador de Posição, gira em torno de 0,3 segundos, ou seja, o seu Atuador demora esse intervalo de tempo, para conseguir estabilizar sua posição na cota requerida. Foi admitida uma massa para o Atuador  $M_a$  igual a 0,250 Kg e não impusemos nenhuma carga externa axial, agindo sobre o mesmo (  $F_{ex}$  ).

No modelo representado na Figura ( 4.11 ), temos um curso útil de trabalho para o Atuador que vai de  $x = - 2,5$  mm até  $x = + 2,5$  mm ; e uma capacidade máxima de força estática igual a 100.000 N ( aproximadamente 10 tonf ), a qual conforme foi comentado, está dentro da capacidade para o uso industrial do Controlador de Posição Linear Hidro - Pneumático, na movimentação vertical de um cilindro laminador móvel, para Laminadores de pequeno à médio porte.

O Sistema que compõe o Controlador de Posição Linear Hidro-Pneumático, como já pudemos observar durante todo o desenvolvimento do seu modelo matemático, tem por base de funcionamento, a alternância com que as bobinas das duas válvulas direcionais eletro-pneumáticas 2 vias x 2 posições do tipo On - Off são ligadas ou desligadas. Desse modo, produzimos um diferencial de pressão entre as Câmaras de Pressão, que contém o óleo hidráulico e assim movimentamos o Atuador. Contudo, ao definirmos uma posição de referência desejada, temos que nos preocupar com o tempo durante o qual a bobina adequada naquele instante para produzir o deslocamento do Atuador no sentido adequado, permaneça energizada ou desenergizada.

De outra maneira, para o Atuador estabilizar-se rapidamente na posição requerida, sem muitas oscilações e consequentemente com o menor tempo de resposta possível, necessitamos encher ou esvaziar de modo estratégico e adequado as Câmaras de Controle convenientes naquele dado momento, visando com isso obter um maior ou menor  $\Delta p$  entre as Câmaras de Pressão do Controlador de Posição .

Por outro lado, sabemos que o ar comprimido demora um certo tempo para poder atingir uma determinada pressão, tanto no processo de subida (enchimento) como no de descida (esvaziamento), alterando a sua intensidade dentro das Câmaras de Controle Esquerda e/ou Direita, existentes no Controlador.

Isso nos conduz ao seguinte raciocínio: precisamos de alguma forma relacionar a amplitude do erro de posição do Atuador (diferença entre os valores de posição desejado e o real atingido), num determinado tempo de permanência ligado e/ou desligado para as bobinas das válvulas direcionais pneumáticas tipo  $On - Off$ , as quais produzam a ação de controle requerida naquele instante, qual seja, mover o Atuador no sentido correto para que o mesmo retorne e tente atingir novamente a posição desejada.<sup>7</sup>

Operando dessa maneira, o controlador eletrônico fará com que as amplitudes do erro de posição, que passaremos a denominar pela letra  $e$ , tendam assintoticamente à zero, até que finalmente tenhamos o Atuador posicionado na cota requerida e totalmente estabilizado.

O recurso que a eletrônica disponibiliza para implementarmos o acionamento das válvulas direcionais de acordo com o comentário acima descrito, tem a designação tradicional de *Pulse Width Modulation*, ou abreviadamente *PWM*.

Nesses termos implementamos um bloco, ao qual associamos a sigla *PWM* que permite manter ligada ou desligada por mais ou menos tempo cada uma das bobinas das eletro-válvulas direcionais pneumáticas, que geram a ação de controle necessária para o Atuador atingir sua posição de destino, ação essa que chamaremos pela letra  $u$ .

A Figura (4.12) abaixo, ilustra graficamente a composição interna desse bloco de controle:

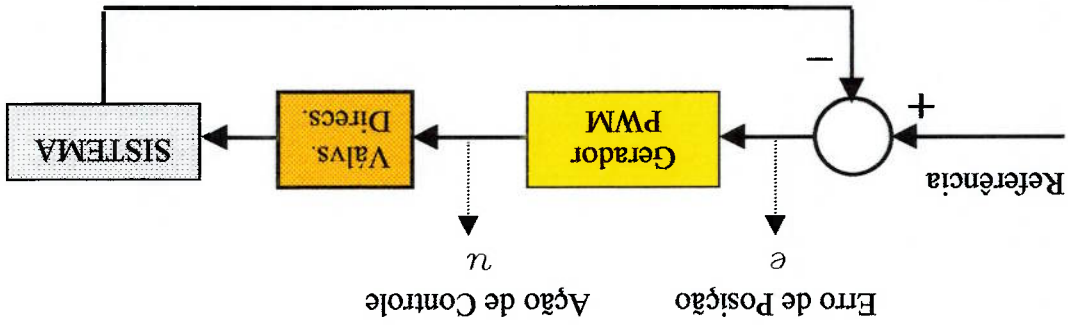
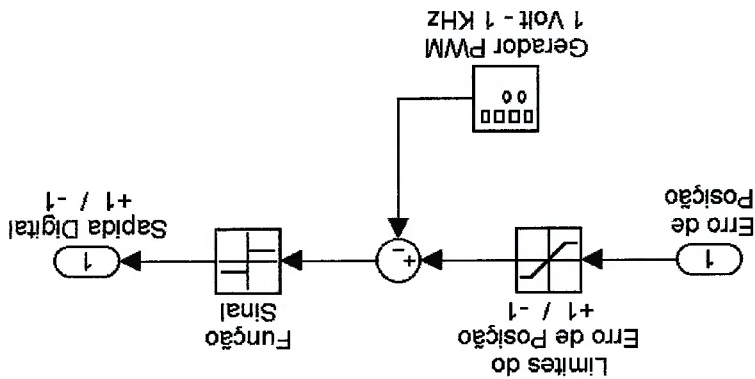


Figura 4.13 : Diagrama do controlador referente ao bloco *PWM*

O diagrama acima, pode ser melhor compreendido através da Figura ( 4.13 ) que ilustra sobre como desejamos que se comporte a saída  $n$ , que representa a *ação de controle* requerida ( ligar / desligar as válvulas direcionais pneumáticas do tipo *On-Off* ), com respeito à magnitude do erro de posição  $e$  num instante qualquer, durante o funcionamento do Controlador de Posição Hidro – Pneumático.<sup>8</sup>

Figura 4.12 : Diagrama Simulink / Matlab correspondente ao bloco *PWM*





O bloco " SISTEMA " desenhado na Figura ( 4.13 ), simboliza o Controlador de Posição Linear Hidro - Pneumático, objeto principal desse trabalho .  
 A Figura ( 4.14 ) abaixo, mostra de maneira genérica para fins ilustrativos, a variação entre a posição real e a desejada para o Atuador, em relação ao tempo .

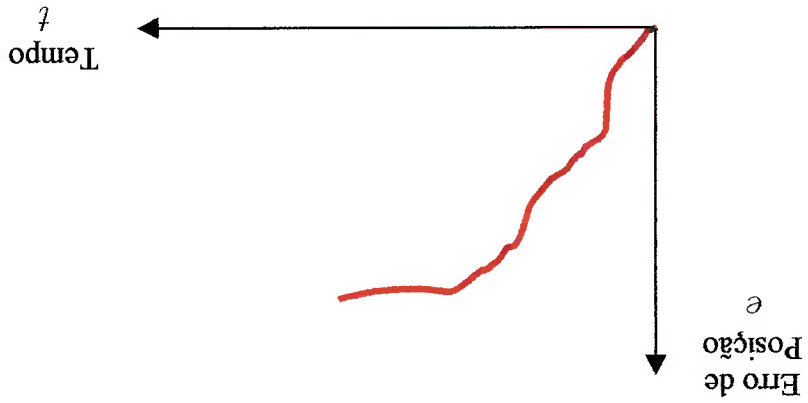


Figura 4.14 : Gráfico do erro de posição em função do tempo

Por outro lado, a Figura ( 4.15 ) em seguida apresenta o sinal ' Dente de Serra ' o qual é uma forma de onda comumente empregada na implementação de um *PWM*

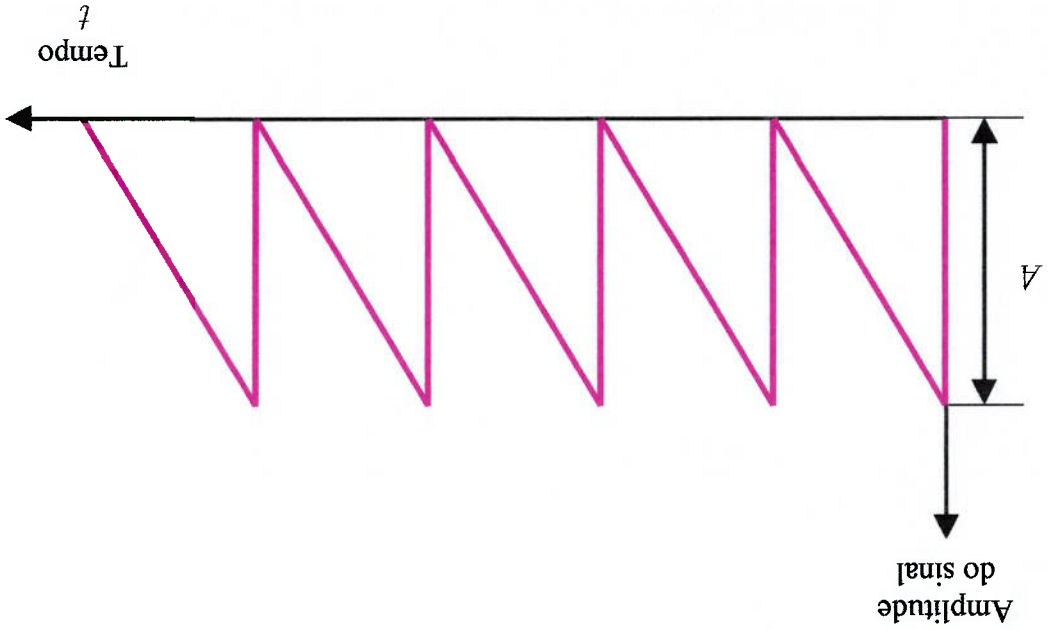


Figura 4.15 : Forma de onda ' Dente de Serra '

Na Figura ( 4.15 ) a letra  $A$  indica a amplitude desse sinal, o qual pode ser parametrizado, juntamente com a sua frequência de funcionamento.

A ideia básica é configurarmos uma amplitude para o sinal da Figura ( 4.15 ), no intervalo :

$$0 \leq A \leq +1$$

Usando o bloco ' Saturação ', encontrado no Simulink do Matlab, o qual estabelece dois limites, mínimo e máximo para o sinal de entrada, no caso o erro de posição  $e$ , podemos então normalizar a sua saída para obtermos somente valores contidos no intervalo :  $-1$  à  $+1$ , cujo sinal passaremos a chamar de erro normalizado  $e_n$ .

Na Figura ( 4.12 ) encontramos um ponto de soma, o que significa que estamos combinando o valor do erro normalizado  $e_n$  com a amplitude

do sinal dente de serra, apresentado na Figura ( 4.15 ).

O resultado é mostrado graficamente, através da Figura ( 4.16 ) abaixo :

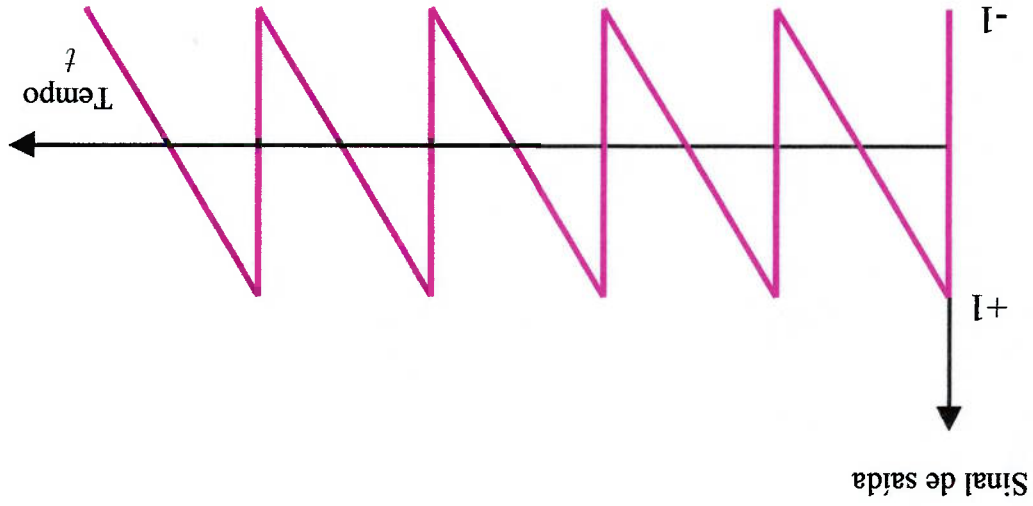


Figura 4.16 : Sinal de saída do ponto de soma, entre o erro normalizado  $e_n$  e a amplitude do sinal dente de serra  $A$ .

Em outras palavras, pelos artifícios demonstrados acima, conseguimos produzir um sinal que varia dentro do intervalo -1 à +1, seguindo no tempo a frequência estabelecida para o sinal dente de serra utilizado.

Dessa maneira, conseguimos associar um vínculo entre o valor do erro de posição e obtido no Atuador, com o tempo no qual mantém-se ligada a bobina da válvula direcional pneumática adequada para se obter a ação de controle necessária durante aquele intervalo.

Por fim, dando um conclusão sobre a implementação desse bloco PWM, acrescentamos na saída do somador, existente no diagrama de controle da Figura (4.12), a função sinal que habilita em sua saída dois valores pontuais e distintos: +1 quando recebe uma entrada positiva ou -1 quando a mesma é negativa.

Esse é o sinal, que denominamos ação de controle  $u$ , cujo gráfico em função do tempo está apresentado na Figura (4.17) abaixo, porque é através dele que alimentamos o bloco 'controlador', mostrado na Figura (4.10) que encontramos na página 79, e conseguimos selecionar a válvula direcional eletro-pneumática correspondente à Câmara de Controle Esquerda ou Direita, como aquela que deve ser ligada, para se conseguir o movimento do Atuador, no sentido requerido para aquele dado momento do funcionamento do Controlador de Posição Linear.

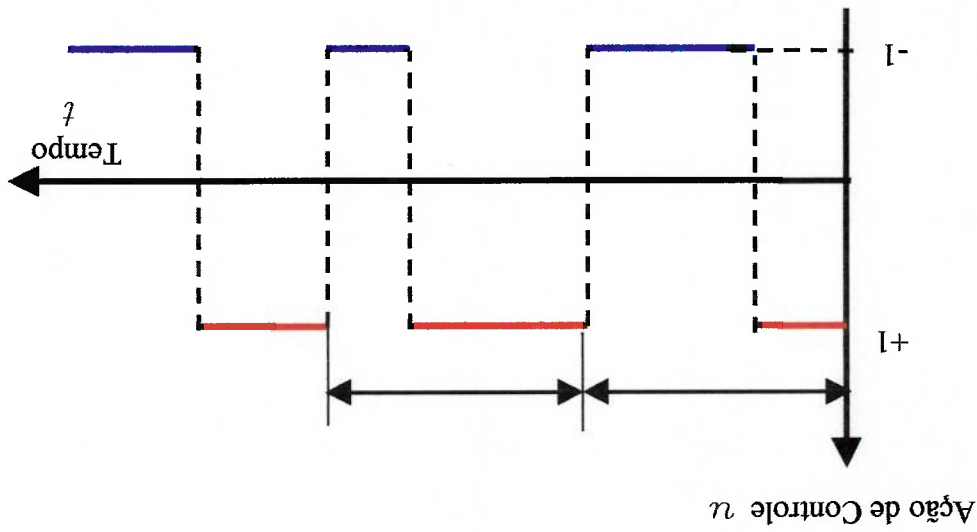


Figura 4.17 : Comportamento do sinal de ação de controle para cada direcional.

Analisando o aspecto do gráfico da Figura ( 4.17 ), notamos que existem dois patamares nas cores vermelho e azul. Esse recurso foi utilizado para distinguirmos a energização da válvula direcional pneumática da Câmara de Controle Esquerda com a da Direita.

Contudo, também desejamos mostrar que o tempo de permanência da bobina ligada para cada válvula em questão, varia entre si e durante o tempo, pois essa é exatamente a função desempenhada pelo bloco  $PWM$ , cuja implementação já foi descrita nos passos anteriores.

Com esses recursos, teremos o seguinte comportamento do Atuador, devido ao controle  $PWM$  implementado :

a)- se o erro de posição normalizado  $e_n$  estiver abaixo da amplitude  $A$  configurada para o sinal dente de serra, teremos um resultado negativo no somador , o qual produzirá uma ação de controle  $u = -1$  , devido exatamente à presença do bloco da função *signal* do Simulink nesse caminho ( vide Figura 4.12 ) .

b)- fisicamente isso significa que a posição real do Atuador  $x(t)$  está maior com relação àquela tomada como referência e requerida para o equipamento .

c)- nessa condição, a ação de controle  $u = -1$  energiza a bobina da válvula direcional pneumática correspondente à Câmara de Controle da Esquerda deslocando o Atuador no seu sentido negativo, para que o mesmo volte para buscar a posição  $x(t)$  desejada e programada .

d)- isso acontece durante o tempo no qual temos satisfeita a condição  $A > e_n$  .

e)- haverá um instante no qual a situação fica invertida, isto é, o erro de posição normalizado  $e_n$  agora é maior com relação à Amplitude  $A$  do sinal dente de serra empregado, e que foi configurado em amplitude e frequência, conforme explicado anteriormente.

f)- portanto à partir desse momento, a ação de controle *u* torna-se

positiva ou seja, igual a +1, devido novamente à presença da função

*signal* no caminho estabelecido no diagrama de controle, vide Figura (4.12) .

g)- em termos físicos , o Atuador está agora numa cota menor do que aquela que desejamos posicioná-lo, isto é  $x(t)$  igual ao de referência .

h)- nessa situação, a válvula direcional anterior é desligada e liga-se

automaticamente a bobina da outra válvula correspondente à Câmara de Controle Direita, que movimenta o Atuador no seu sentido positivo, tentando fazê-lo

alcançar a posição real igual à de referência para o mesmo.

i)- essa situação permanece durante outro intervalo de tempo, diferente do anterior até que consigamos novamente aproximar o Atuador da sua posição verdadeira de destino ( valor de referência ).

j)- o processo prossegue continuamente, nessa operação alternada de ligar e / ou desligar estrategicamente as eletro-válvulas pneumáticas que comandam as Câmaras de Controle Esquerda e Direita, fazendo o Atuador permanecer constantemente próximo da cota de posição  $x(t)$  requerida.

Com os passos acima, explicamos desde a concepção ( idéia ) até o funcionamento do bloco  $PWM$ , como elemento essencial para sistemas que operam utilizando elementos do tipo *On-Off* ( tudo ou nada ), e que operam portanto recebendo sinais estritamente digitais ( liga / desliga ) .

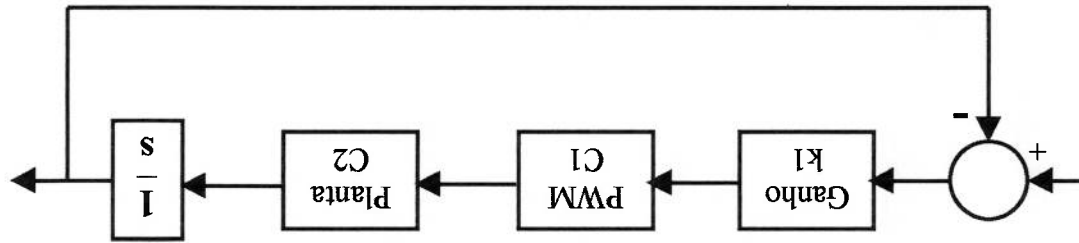
No entanto, como vimos, esse recurso faz alternar o sentido de deslocamento do Atuador, para que o mesmo fique nas imediações da posição final requerida.

Agora, dando continuidade ao projeto do controlador necessário para esse sistema, precisamos minimizar o tempo para que o Atuador atinja efetivamente a posição desejada, denominado “ *tempo de acomodação* “. A estratégia adotada e, divide o problema em dois projetos. Primeiro estabiliza-se a malha de velocidade e, em seguida, a malha de posição.

Como a única massa relevante para o Sistema é a do Atuador, pois no modelo matemático desenvolvido ( vide equações contidas no item 4.2.1 - página 77 ) as massas dos Embolos de Controle não influenciaram no funcionamento do mesmo, e por medidas construtivas / dimensionais incluindo o tipo de material empregado ( liga leve de Alumínio ), esta pode ser considerada pequena tendo uma grande facilidade de mover-se rapidamente, consideramos desprezível a dinâmica do mesmo no conjunto dessa Planta = Controlador de Posição Linear Hidro-Pneumático .

Admitindo ainda que a planta possa ser linearizada em torno de um ponto de trabalho, o Atuador pode ser representado por uma constante, C2 por exemplo, dentro de um diagrama de controle.<sup>8</sup>

A estrutura do sistema de controle simplificado pelas hipóteses consideradas, que visam a estabilização da malha de velocidade, fica então com o aspecto da figura abaixo apresentada :<sup>9</sup>

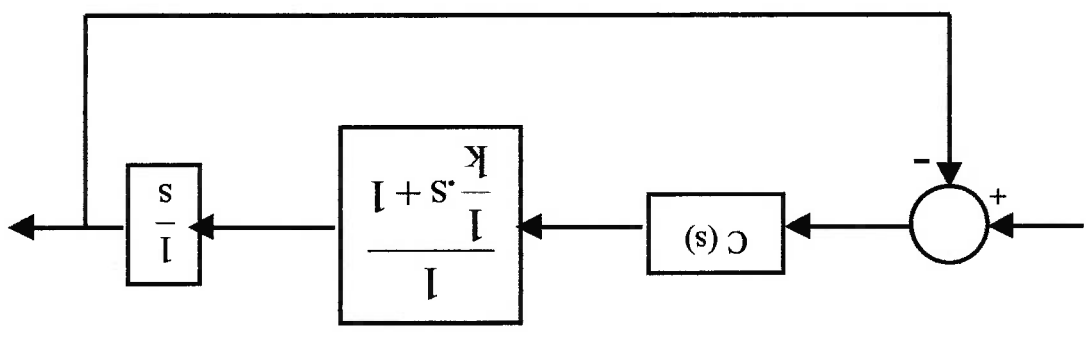


A função de transferência para o diagrama acima, considerando-se fixo o controlador é :

$$\frac{1}{1 + k \cdot s}$$

onde :  $k = k_1 \cdot C_1 \cdot C_2$ .

Fechando a segunda malha ( de posição ), ou seja, levando-se em consideração agora o segundo integrador, temos o diagrama abaixo :



O controlador  $C(s)$  adotado foi o tipo  $PI$  ( proporcional-Integral ). Com essa escolha, a função de transferência que melhor resultado obteve para o sistema em questão, é :

$$C(s) = \frac{40.s + 5000}{s}$$

Ou seja, um ganho proporcional de 40 e um ganho integral de 5000, que foram obtidos por um processo de tentativa e erro, usando-se o modelo elaborado com os recursos do Simulink - Matlab, conforme mostramos na página 79 Figura ( 4.10 ).<sup>6</sup>

#### 4.4- Resultados

Tomando-se por referência o conteúdo da Figura ( 4.11 ) – página 80 – achamos que a resposta no tempo ( regime transitório ) para o Controlador de Poligão Linear Hidro-Pneumático foi bastante satisfatória.

O tempo de acomodação foi relativamente curto na nossa opinião, dadas as características de elasticidade produzidas no Sistema pelo uso do ar comprimido, e também a reação inercial da massa representada pelo Atuador.

Em outros termos, apesar de tratar-se de um modelo virtual, com diversas limitações que foram consideradas durante o seu equacionamento matemático, ainda assim julgamos rápida a reação do mesmo, quando solicitado à alcançar uma cota de posição requerida.

Destacamos também o fato que um sistema com as características de operação como esse, ou seja, no qual empregam-se válvulas tipo *aberta ou fechada* sem nenhum controle de progressividade na abertura de passagem para o fluido (ar comprimido), é razoavelmente difícil de ser controlado.

Saltietamos ainda que podemos otimizar os resultados obtidos com a presente simulação, alterando convenientemente os parâmetros que configuram o modelo geral obtido para o Controlador de Posição, principalmente no que se refere aos diâmetros dos orifícios de entrada e saída do ar comprimido das respectivas Câmaras de Controle, pois através desses recursos poderemos, quem sabe, encontrar uma resposta melhor do que a obtida, para o regime transitório.

Baseados nisso acreditamos que conseguimos bons resultados na implementação do controlador eletrônico mais adequado, ao menos numa primeira abordagem de um dispositivo que agrega um certo grau de pioneirismo e inovação tecnológica, conseguindo fazê-lo estabilizar-se.

Na literatura de sistemas de controle, normalmente encontramos aplicações com elementos tipo On - Off, apenas para monitorar duas posições distintas, por exemplo, os níveis mínimo e máximo de um reservatório de água.

Comenta-se inclusive que esses componentes embora de baixo custo, não são muito adequados para desempenharem funções mais nobres, como é o caso do *Controlador de Posição Linear Hidro-Pneumático*.

Talvez tenhamos conseguido mostrar, mesmo que ainda de forma virtual, que é perfeitamente possível empregar-se esses componentes, para atividades mais nobres do que as usadas até o momento.



## 5-CONCLUSÕES

Finalizando esse trabalho, gostaríamos apenas de relembrar uma das afirmações feita no início do mesmo, qual seja : nunca houve a intenção em propor um novo sistema de controle de posição que fosse superior ou substituisse os atualmente usados, no quais são empregadas válvulas direcionais *servo ou proporcionais*, já existentes e comprovadamente eficientes no desempenho da sua função.

Assim sendo, confirmamos nossa intenção de tão somente sugerir um sistema híbrido *hidráulico e pneumático, que usando válvulas direcionais convencionais no funcionamento, pudesse resultar numa combinação de menor custo e possibilidades técnicas de uso industrial, surtindo algumas lacunas de aplicação nas quais, por falta de outra opção o mercado utiliza as soluções tradicionais existentes, com custos elevados quando comparados com o sistema aqui proposto*

Nesses termos classificaremos os resultados obtidos com o modelo desenvolvido como bons, e passíveis de um trabalho mais profundo, talvez uma implementação prática através de protótipos reais, com os quais poderíamos confirmar principalmente a controlabilidade desse sistema, a qual conforme lembramos acima, não é um processo considerado trivial dentro da literatura de Controle, com o emprego de *válulas direcionais convencionais* como elemento fundamental para a obtenção da posição e estabilização do mecanismo externo acionado por esse dispositivo.

## LISTA DE REFERÊNCIAS

- 1- DÖRR, H. et al. **Tecnologia das válvulas proporcionais e servo-válvulas: v.2** GmbH, Mannesmann Rexroth. 350p.
- 2- ANDERSEN, B. W. **The analysis and design of pneumatic systems:** New York: John Wiley & Sons, Inc. 1967. 302p. Cross House, 1980. 505p.
- 3- GOUVEIA, G.M. : **Válvula Pneumática Proporcional de Quatro Vias.** 1996 82p. Dissertação ( Mestrado ) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
- 4- MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H. **Fundamentos da mecânica dos fluidos:** New York: Marcel Dekker, Inc. 1985 . 180p.
- 5- TONYAN, M. J. **Electronically controlled proportional valves: selection and application.** v.1 e v.2, 2ed. São Paulo: Edgard Blucher Ltda., 1997. 412p.
- 6- HANSELMAN, D. ; LITTLEFIELD, B. **Matlab 5: guia do usuário.** São Paulo: Makron Books, 1999. 412p.
- 7- JUNIOR, A. P. **Amplificadores operacionais e filtros ativos: teoria, projetos, aplicações e laboratório.** São Paulo: McGraw-Hill, 1998. 356p. Makron Books do Brasil Ltda., 1997. 558p.
- 8- OGATA, K. **Engenharia de controle moderno:** 3.ed., Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil Ltda., 1998. 813p.
- 9- DISTEFANO, J. J.; STUBBERUD, A. R. ; WILLIAMS, I. J. **Sistemas de retroação e controle: realimentação.** 2ed. São Paulo: Makron Books do Brasil . 480p.
- 10- MCCLOY, D. **Control of fluid power: analysis and design.** 2.ed. England:Market

11-PHILLIPS, C.L.; HARBOR, R. D. **Sistemas de controle de realimentação:**  
São Paulo: