EDILSON HIROSHI TAMAI

PROJETO E ANÁLISE DE COMPENSADORES ADAPTATIVOS PARA CONTROLE DE MOVIMENTO

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da USP para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

São Paulo, 1990

FD 1150

EDILSON HIROSHI TAMAI

Eng. Mecânico, Escola Politécnica da USP, 1987

PROJETO E ANÁLISE DE COMPENSADORES ADAPTATIVOS PARA CONTROLE DE MOVIMENTO

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da USP para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Akira Misawa, Depto. Eng. Mecânica.

São Paulo, 1990

Aos meus pais

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Eduardo Akira Misawa, pelo apoio e orientação, sem os quais este trabalho não teria sido possível.

Ao Prof. Dr. Luis Eduardo Cerda Ortiz, orientador inicial desta Dissertação de Mestrado.

Aos Profs. José Jaime da Cruz e Tsen Chung Kang, do Departamento de Engenharia Elétrica da Escola Politécnica, pela permissão de uso dos equipamentos do Laboratório de Controle, pelo auxílio no desenvolvimento da parte do programa de controle envolvido diretamente com as placas de conversão, e pela orientação inicial quanto ao manejo dos equipamentos.

Aos colegas e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica, e todas as demais pessoas que direta ou indiretamente contribuiram para a realização deste trabalho.

Este trabalho contou com o apoio da FAPESP (Fundação de Apoio à Pesquisa do Estado de São Paulo) através de Bolsa de Mestrado, processo nº 88/1455-8.

RESUMO

Qualquer mecanismo está sujeito, em maior ou menor grau, ao atrito seco. Este atrito pode limitar o desempenho de um mecanismo, principalmente se os requisitos são críticos. Neste caso deve-se recorrer a compensadores não lineares. A abordagem adaptativa foi escolhida porque lida com sistemas cujos parâmetros não são bem conhecidos ou variam durante a operação, o que geralmente ocorre com o atrito seco. Por outro lado, a aplicação desta abordagem tem sido restrita, uma vez que o problema da robustez de compensadores adaptativos é ainda uma questão, sob muitos aspectos, em aberto. As aplicações práticas existentes são geralmente fundamentadas em soluções *ad hoc* que, em geral, dependem da específica aplicação em vista. Este trabalho pretende verificar se algumas destas soluções se aplicam ao controle de velocidade de motores elétricos de corrente contínua na presença de atrito seco. Inicialmente dois sistemas adaptativos com modelo de referência e estrutura paralela foram desenvolvidos através de métodos "clássicos", o método de Lyapunov e o método de Hiperestabilidade, a partir de um modelo nominal do sistema, onde diversas simplificações foram admitidas. Como os algoritmos obtidos foram muito semelhantes entre si, escolhemos aquele obtido pelo método de Hiperestabilidade para uma análise mais detalhada e para a implementação prática. Verificamos que este sistema adaptativo é nominalmente estável, e que o erro entre os estados do sistema e do modelo de referência são limitados se as entradas externas não previstas também forem limitadas.

Em seguida o algoritmo obtido é transformado para permitir sua implementação através de um computador digital, e convenientemente modificado para aumentar sua robustez. O compensador de tempo discreto foi obtido através do método de Euler, e as modificações adotadas foram a normalização do sinal do erro usado no algoritmo adaptativo, a interrupção da adaptação quando a norma do erro relativo é menor que um certo limite, e a interrupção das integrações realizadas pelo algoritmo quando ocorre saturação. As simulações mostraram que tais modificações são necessárias, ou seja, o compensador nominal leva o sistema a um comportamento instável, quando condições mais reais são consideradas.

O compensador assim modificado foi implementado diretamente (sem outras alterações) num sistema real e os ensaios experimentais realizados indicaram que o sistema tem boas características de desempenho, estabilidade e robustez, confirmando os resultados das simulações. Este tipo de abordagem, porém, possui algumas restrições: a teoria não fornece subsídios para a determinação de importantes parâmetros de projeto, como os ganhos de adaptação, e as modificações realizadas dependem de certos conhecimentos prévios como um limite superior do ruído e os limites a partir dos quais ocorre saturação. Além disso os ensaios mostraram certas situações onde o processo adaptativo não foi interrompido, o que poderia levar à instabilidade se os parâmetros ajustáveis do compensador divergissem, o que, felizmente, não ocorreu, pelo

menos nas condições ensaiadas.

Apesar disso, acreditamos que a utilização da abordagem adaptativa neste problema específico de controle é viável, em razão das boas características de estabilidade, desempenho e robustez demonstradas pelo sistema durante os ensaios.

ABSTRACT

Any mechanism is subjected to dry friction, in a bigger or smaller degree. This friction may limit the mechanism performance, mainly if the requirements are critical. In this case one must fall back upon non-linear compensators. The adaptive approach was chosen because it deals with sistems whose parameters are not well known or change during the operation, as normaly it occurs with dry friction. On the other hand, the application of adaptive approach has been limited once adaptive compensator robustness problem is, in many ways, an open question. The existing applications are generally based on *ad hoc* solutions that normally depend on considered application. This work intends to verify whether some of this suggestions apply on direct current motors in the presence of dry friction. First two parallel direct reference adaptive system were designed through "classic" methods, the Lyapunov method and the Hyperstability method based on the nominal model of the system, where several simplifications were admited. Since the obtained algorithms were quite similar, we chose the one which was got through the Hyperstability method in order to analise it with more details and to implement it. We verified that this adaptive system is nominally stable, and that the error betwen the system and reference model states is bounded if the non anticipated external inputs are also bounded.

In the sequel the obtained algorithm is converted in order to allow its implementation through a digital computer, and suitably changed in order to increase its robustness. The discrete algorithm was obtained through Euler's method, and the adopted changes were the use of normalized error signal in the adaptive algorithm, adaptation process were frozen when relative error norm is smaller than a certain bound, and the integrations performed by the algorithm were frozen when saturation occurs. The simulations showed that such modifications are needed, in other words, the nominal compensator drives the system to the instability when more real conditions are considered.

This modified compensator was implemented (with no others changes) in an actual system, the carried out experimental tests showed that the system has good performance, stability and robustness characteristcs,and that supports the simulations results. This sort of approach has, however, some limitations: the theory does not give means to define important design parameters as the adaptive gains, the used modifications depend on *a priori* knowledge as the noise upper bound and saturation bounds. Furthermore the tests showed some situations where

the adaptive processes was not stopped, what might end up in instability if the adjustable compensator parameters drifted, which fortunately does not happen, at least in the tested conditions.

Nevertheless we believe that the use of adaptive approach is feasible in this specific control problem, by reason of good performance, stability and robustness characteristcs showed by the system during the tests.

Lista de Símbolos

$\underline{r}$ - entrada de referência.

$\underline{x}_m$ - estado do modelo de referência.

$\underline{A}_m, \underline{B}_m, \underline{C}_m$ - matrizes que descrevem o modelo de referência.

$\underline{x}_s$ - estado do sistema ajustável.

$\underline{A}_s, \underline{B}_s$ - matrizes que descrevem o sistema ajustável.

$\underline{e}$ - erro entre os estados do sistema ajustável e do modelo de referência.

V - função de Lyapunov.

$\underline{P}, \underline{Q}, \underline{\Gamma}_a^{-1}, \underline{\Gamma}_b^{-1}$ - matrizes definidas positivas simétricas.

$\underline{A}, \underline{B}$ - matrizes constantes que expressam a diferença assintótica entre os parâmetros do modelo de referência e o sistema ajustável.

H_1, H_2 - blocos componentes do sistema para o Teorema de Hiperestabilidade.

$(-w)$ - saída do bloco H_2.

v - entrada do bloco H_2.

γ_0 - constante real.

a_m, b_m - parâmetros do modelo de referência.

a, b - parâmetros do sistema a ser controlado.

k_x, k_r - ganhos ajustáveis do compensador.

R_a - resistência do enrolamento da armadura.

L_a - indutância do enrolamento da armadura.

i_a - corrente elétrica no enrolamento da armadura.

e_a - tensão elétrica aplicada no enrolamento da armadura.

R_f - resistência do enrolamento de campo.

L_f - indutância do enrolamento de campo.

i_f - corrente elétrica no enrolamento de campo.

e_f - tensão elétrica aplicada no enrolamento de campo.

T - torque fornecido pelo motor.

ω - velocidade angular do eixo do motor.

J - momento de inércia total (rotor mais carga).

T_a - momento devido ao atrito.

f_1, f_2, d_1, d_2 - parâmetros do modelo de atrito.

f, d - parâmetros do modelo simplificado de atrito.

$P, C_1, C_2, C_3, B_1, B_2, B_3$ - constantes positivas arbitrárias.

$P_1, P_2, P_3, D_1, D_2, D_3$ - ganhos da adaptação (são constantes positivas).

x_1 - estado do sistema controlado introduzido pelo compensador através de um integrador.

x_2 - estado do sistema controlado (velocidade angular do eixo do motor).

x_3 - sinal da velocidade.

a_p, b_p, d_p - parâmetros do sistema simplificado.

a_c, b_c, d_c - parâmetros do sistema controlado (compensador + sistema).

y - saída do sistema.

x_{m1}, x_{m2} - estados do modelo de referência.

y_m - saída do modelo de referência.

M_p, t_a - respectivamente sobre-sinal e tempo de acomodação (características da resposta transitória do modelo de referência).

ζ - coeficiente de amortecimento (modelo de referência).

ω_n - freqüência natural (modelo de referência).

k_1, k_2, k_3 - ganhos ajustáveis do compensador.

u - sinal de controle.

k_{10}, k_{20}, k_{30} - valores iniciais do ganhos ajustáveis (devem ser calculados com base nas melhores estimativas disponíveis dos parâmetros do sistema).

B_e, C_e - matrizes constantes da equação do erro.

u_{e1}, u_{e2} - entradas externas do diagrama de blocos da equação do erro.

z_1, z_2 - respectivamente entradas do bloco direto e do bloco de realimentação do diagrama de blocos da equação do erro.

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \delta_1, \delta_2, \delta_3$ - constantes reais (teorema da Passividade).

$\mathcal{H}$ - espaço de funções $\mathcal{L}_2$ estável.

$b(T), c(T)$ - polinômios funções de T, u_{e1} e u_{e2}.

w' - saída do bloco de realimentação do diagrama rearranjado da equação do erro.

W - bloco adicionado (e subtraído) do diagrama rearranjado da equação do erro.

γ_{s0} - constante real.

e_r - erro relativo.

v - sinal do erro (combinação linear da diferença entre os estados do sistema e do modelo de referência).

$\overline{v}$ - sinal normalizado do erro.

λ - constante positiva (para evitar divisão por zero no cálculo de $\overline{v}$).

h - período de amostragem.

u_l - limite do módulo da variável de controle (se o limite é ultrapassado as integrações feitas pelo algoritmo de controle são interrompidas).

e_l - limite do erro relativo (se o módulo do erro relativo for menor que esse limite a adaptação é interrompida).

e_p - limite para considerar a velocidade nula (nas simulações, se o módulo da velocidade for menor que esse limite consideramos como nula a velocidade).

a_{mp1}, a_{mp2}, D_C - parâmetros da função que simula o ruído introduzido pelo sensor.

τ - atraso de transporte na variável de controle.

k_{sp} - ganho (medido estaticamente) do sensor de velocidade (tacogerador).

k_{ap} - ganho (medido estaticamente) do amplificador de potência.

k_{sc} - valor que sendo unitário normaliza os parâmetros do compensador pelo valor de k_{sp}.

k_{ac} - ganho constante da lei de controle (é o inverso de k_{ap} por convêniencia, para fazer coincidir a saturação das placas de conversão com a saturação do amplificador de potência).

Lista de Figuras

2.1 Esquema básico de um "MRAS". 5

2.2 Identificador e observador de estados com modelo de referência. 6

2.3 Esquema série-paralelo. 6

2.4 Esquema série-paralelo. 6

2.5 Esquema série. 7

2.6 Esquema padrão para o Teorema de Hiperestabilidade. 10

2.7 Diagrama de blocos da equação do erro. 12

3.1 Esquema do motor elétrico e sua carga. 17

3.2 Modelo de atrito segundo a ref.[7]. 17

3.3 Diagrama de blocos representando a equação do erro. As entradas externas u_{e1} e u_{e2} devem ser nulas. . . 23

3.4 Diagrama equivalente àquele representado na fig.3.3. 25

3.5 Simulação do sistema nominal, o algoritmo de adaptação foi obtido pelo método de Lyapunov e a entrada de referência é um degrau de amplitude 1. O gráfico mostra a saída y comparada com a saída y_m do modelo de referência. . . 30

3.6 Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à mesma simulação da fig. 3.5. Os parâmetros não convergem para seus valores "ideais" representados no gráfico por linhas horizontais. . . 30

3.7 Simulação do sistema nominal, o algoritmo de adaptação foi obtido pelo método de Lyapunov e a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude $0,5$ e período $4s$. O gráfico mostra a saída y comparada com a saída y_m do modelo de referência. . . 31

3.8 Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à mesma simulação da fig. 3.7. Os parâmetros não convergem para seus valores "ideais" (linhas horizontais). . . 31

3.9 Simulação do sistema nominal, o algoritmo de adaptação foi obtido pelo método de Hiperestabilidade e a entrada de referência é um degrau de amplitude 1. O gráfico mostra a saída y comparada com a saída y_m do modelo de referência. . . 32

3.10 Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à mesma simulação da fig. 3.9. Os parâmetros não convergem para seus valores "ideais" (linhas horizontais). . . 32

3.11 Simulação do sistema nominal, o algoritmo de adaptação foi obtido pelo método de Hiperestabilidade e a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude $0,5$ e período $4s$. O gráfico mostra a saída y comparada com a saída y_m do modelo de referência. . . 33

3.12 Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à mesma simulação da fig. 3.11. Os parâmetros convergem para seus valores "ideais" (linhas horizontais). . . 33

4.1 Simulação do sistema "completo", ou seja sem desprezar a indutância da armadura, utilizando o compensador de tempo discreto. Não há ruído nem saturação, mas há atraso no sinal de controle. A entrada de referência é um degrau de amplitude 1. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência. A resposta é estável. . . 39
4.2 Simulação do sistema quando a entrada de referência é um degrau de amplitude 1,5. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência. A resposta é instável. . . 39
4.3 Variável de controle definida pelo compensador para a simulação apresentada na figura 4.2. . . 40
4.4 Simulação do sistema quando a entrada de referência é um degrau de amplitude 1,5 e o compensador normaliza o sinal do erro. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência. A resposta é estável. . . 40
4.5 Simulação do sistema quando ocorre saturação, e a entrada de referência é um degrau de amplitude 10. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência. A resposta do sistema apresenta sobre-sinais elevados. . . 41
4.6 Variável de controle definida pelo compensador para a simulação apresentada na figura 4.5. . . 42
4.7 Parâmetros do compensador ajustados pelo mecanismo de adaptação correspondentes à simulação apresentada na fig. 4.5. . . 42
4.8 Simulação do sistema quando a entrada de referência é um degrau de amplitude 10 e as integrações são interrompidas quando ocorre saturação. O gráfico mostra a saída y do sistema comparada com a saída y_m do modelo de referência. . . 42
4.9 Variável de controle definida pelo compensador para a simulação apresentada na figura 4.8. . . 43
4.10 Parâmetros do compensador ajustados pelo mecanismo de adaptação correspondentes à simulação apresentada na fig. 4.8. . . 43
4.11 Simulação do sistema quando a entrada de referência é um pulso de amplitude 10 e duração $0,1s$,e é acrescentado um ruído constante $D_C = 2$. O gráfico mostra a saída y do sistema, e verifica-se um comportamento "instável". . . 43
4.12 Simulação do sistema para as mesmas condições da simulação apresentada na figura 4.11, exceto que o sistema interrompe a adaptação quando a norma do erro relativo e_r é menor que e_l. O gráfico mostra a saída y do sistema, e verifica-se que o comportamento é adequado. . . 44
4.13 Saída do sistema com diferentes valores dos ganhos de adaptação, sendo a entrada de referência um degrau de amplitude 1. A curva 1 é a saída para ganhos dez vezes menores que os nominais, a curva 2 é a saída para os valores nominais e a curva 3 é a saída para valores oito vezes maiores. Verifica-se na curva 3 um comportamento "instável" (y_m é a saída do modelo de referência). . . 45
4.14 Variável de controle definida pelo compensador para as simulações apresentadas na figura 4.13. A numeração é correspondente. . . 45
4.15 Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à curva 1 da fig. 4.13. . . 46
4.16 Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à curva 2 da fig. 4.13. . . 46
4.17 Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à curva 3 da fig. 4.13. . . 46

4.18 Saída do sistema,a entrada de referência é um degrau de amplitude 10. A resposta não é instável nem apresenta sobre-sinal elevado, mas, obviamente, o desempenho é prejudicado pela saturação. A curva y_m é a saída do modelo de referência. . . 47
4.19 Variável de controle referente à simulação apresentada na figura anterior. . . 47
4.20 Parâmetros do compensador ajustados pelo mecanismo de adaptação correspondentes à simulação apresentada na fig. 4.18. . . 47
4.21 Simulação do sistema quando a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude 0,5 e período 4s, com valores iniciais $k_{10} = -17,7$, $k_{20} = -6,4$ e $k_{30} = 0$ e sem adaptação. O gráfico mostra a saída y e a saída y_m do modelo de referência. . . 48
4.22 Simulação do sistema para uma entrada de referência igual à usada na simulação anterior, porém aqui existe adaptação. . . 49
4.23 Variável de controle definida pelo compensador para a simulação apresentada na figura 4.22. . . 49
4.24 Parâmetros do compensador ajustados pelo mecanismo de adaptação correspondentes à simulação apresentada na fig. 4.22. . . 49
4.25 Simulação do sistema quando a entrada de referência é uma onda senoidal de amplitude 0,5 e período 4s, com valores iniciais $k_{10} = -17,7$, $k_{20} = -6,4$ e $k_{30} = 0$ e sem adaptação. O gráfico mostra a saída y e a saída y_m do modelo de referência. . . 50
4.26 Simulação do sistema para uma entrada de referência igual à usada na simulação anterior, porém aqui existe adaptação. . . 50
4.27 Parâmetros do compensador ajustados pelo mecanismo de adaptação correspondentes à simulação apresentada na fig. 4.26. . . 51
4.28 Simulação do sistema quando a entrada de referência é um pulso de amplitude 10 e duração 0,1s, é acrescentado um ruído descrito pela expressão 4.5 com $D_C = 0$, $a_{mp1} = 0,5$ e $a_{mp2} = 0,015$, e o sistema interrompe a adaptação quando a norma do erro relativo e_r é menor que e_l. O gráfico mostra a saída y do sistema, e verifica-se que o comportamento é adequado. . . 51
5.1 Esquema do servomotor DIGIAC 717. . . 54
5.2 Servomotor DIGIAC 717. . . 55
5.3 Esquema da configuração para os ensaios. . . 55
5.4 Ensaio do sistema, a entrada de referência é um degrau de amplitude 1 e o gráfico mostra a saída y do sistema. . . 59
5.5 Variável de controle para o mesmo ensaio anterior. . . 59
5.6 Parâmetros do compensador referentes ao mesmo ensaio da figura 5.4. Nesta figura e nas demais que mostram os parâmetros, linha contínua - k_1, linha tracejada - k_2, linha pontilhada - k_3. . . 60
5.7 Ensaio do sistema, a entrada de referência é um degrau de amplitude 10 e o gráfico mostra a saída y do sistema. . . 60
5.8 Variável de controle para o mesmo ensaio anterior. . . 61
5.9 Parâmetros do compensador referentes ao ensaio da figura 5.7. . . 61
5.10 Ensaio do sistema, a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude 0,5 e período 4s, não há adaptação. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência. . . 61

5.11 Ensaio do sistema, a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude . . 62
0,5 e período 4s, e existe adaptação. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência.
5.12 Variável de controle para o mesmo ensaio anterior. 62
5.13 Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na . . 62
figura 5.11.
5.14 Ensaio do sistema, a entrada de referência é uma onda senoidal de amplitude . . 63
0,5 e período 4s, não há adaptação. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência.
5.15 Ensaio do sistema para as mesmas condições da figura anterior, exceto que . . 63
aqui existe adaptação. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência.
5.16 Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na . . 64
figura 5.15.
5.17 Ensaio do sistema. A entrada de referência é um pulso de amplitude 10 e . . 64
duração 0, 1s. O gráfico mostra a saída y do sistema, e verifica-se que o comportamento é adequado.
5.18 Ensaio do sistema, a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude . . 65
0,5 e período 4s, a duração é de uma hora, e o gráfico mostra os parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação.
5.19 Ensaio do sistema, a entrada de referência é um degrau de amplitude 2 mais . . 65
uma senóide de amplitude 0.1 e freqüência 3 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.
5.20 Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na . . 66
figura 5.19.
5.21 Ensaio do sistema, as condições são as mesmas do ensaio anterior exceto que . . 66
a freqüência da senóide é 9 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.
5.22 Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na . . 66
figura 5.21.
5.23 Ensaio do sistema, as condições são as mesmas do ensaio anterior exceto que . . 67
a freqüência da senóide é 24 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.
5.24 Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na . . 68
figura 5.23.
5.25 Ensaio do sistema, a entrada de referência é um degrau de amplitude 2 mais . . 68
uma senóide de amplitude 2 e freqüência 3 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.
5.26 Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na . . 69
figura 5.25. Observe que estamos mostrando a evolução dos parâmetros por um período de 120 s.
5.27 Ensaio do sistema, as condições são as mesmas do ensaio anterior exceto que . . 69
a freqüência da senóide é 9 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.
5.28 Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na . . 70
figura 5.27 Podemos notar que os parâmetros parecem não convergir para um valor finito.
5.29 Ensaio do sistema, as condições são as mesmas do ensaio anterior exceto que . . 70
a freqüência da senóide é 24 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.
5.30 Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na . . 70
figura 5.29.
5.31 Ensaio do sistema, a entrada de referência é um degrau de amplitude 2 mais . . 71
uma senóide de amplitude 2 e freqüência 9 rad/s, e a duração é de uma hora. O gráfico mostra os parâmetros k_1, k_2, k_3.

A.1 Esquema do motor elétrico e sua carga. 81
A.2 Modelo de atrito 81
A.3 "Bond Graph" do sistema representado na fig. A.1. 81
B.1 Diagrama de blocos para o Teorema de Hiperestabilidade. 87
B.2 Exemplo de função que pertence a $\mathcal{H}$ mas não é limitada 89
B.3 Sistema para o Teorema de Passividade. 91
C.1 Diagrama de blocos da equação do erro. 97
E.1 Resposta do motor em malha aberta. 105
E.2 Resposta do motor em malha aberta, os dados foram tratados através do programa PC-MATLAB com um filtro digital. . . 105

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 1

1.1 Introdução 1

1.2 Objetivos 1

1.3 Contribuições deste trabalho 2

1.4 Organização da Dissertação 3

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 4

2.1 Controle Adaptativo 4

2.2 Sistemas Adaptativos por Modelo de Referência 5

2.2.1 Definição 5

2.2.2 Projeto pelo Método de Lyapunov 7

2.2.3 Projeto pelo Método de Hiperestabilidade 10

2.3 Considerações sobre Estabilidade e Robustez 14

3 PROJETO DO COMPENSADOR NOMINAL 16

3.1 Apresentação do Problema 16

3.1.1 Introdução 16

3.1.2 Modelos Matemáticos 16

3.2 Sistema Nominal 18

3.2.1 Simplificações 18

3.2.2 Modelo de Referência e Compensador 19

3.3 Algoritmos de Adaptação 21

3.3.1 Método de Lyapunov 21

3.3.2 Método de Hiperestabilidade 22

3.4 Análise e Simulações 24

3.5 Conclusões 34

4 IMPLEMENTAÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE 35

4.1 Introdução 35

4.2 Implementação de Compensadores Digitais 35

4.3 Projeto do Compensador de Tempo Discreto 36

4.4 Conclusões 52

5 ENSAIOS EXPERIMENTAIS 53
5.1 Introdução 53
5.2 Descrição do Equipamento 53
5.3 Identificação dos Parâmetros do Sistema 54
5.4 Ensaios Experimentais 58
5.4.1 Programa de Controle 58
5.4.2 Resultados dos Ensaios 59
5.5 Conclusões 71

6 CONCLUSÕES 73
6.1 Conclusões 73
6.2 Direções para Prosseguimento da Pesquisa 74

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 76

A MODELO DO MOTOR 80

B CONCEITOS MATEMÁTICOS 86
B.1 Segundo Método de Lyapunov 86
B.2 Teorema de Hiperestabilidade 86
B.3 Lema de Meyer Kalman Yacubovitch 87
B.4 Espaço de Funções com Produto Interno 88
B.5 Passividade 89
B.6 Outros Teoremas 91

C DESENVOLVIMENTO DOS ALGORITMOS 92
C.1 Método de Lyapunov 92
C.2 Método de Hiperestabilidade 95

D PROGRAMA DE CONTROLE 100

E CARACTERÍSTICAS DO MOTOR 104

1 INTRODUÇÃO

1.1 Introdução

O atrito seco, normalmente presente em maior ou menor grau em qualquer mecanismo, pode limitar o desempenho deste mecanismo, dependendo da sua função e das condições de operação. Considerando o controle de velocidade, os efeitos negativos do atrito seco são mais evidentes quando as velocidades envolvidas são baixas, há inversão do sentido de movimento e as cargas sobre os mancais são elevadas. Na maioria das aplicações práticas, entretanto, o atrito seco é uma não linearidade desprezada para permitir a utilização de bem desenvolvidos e bem conhecidos métodos de análise e projeto de compensadores lineares, uma vez que não é suave, não permitindo a utilização de métodos convencionais de linearização. Mas quando os requisitos de desempenho são elevados, é necessário recorrer-se a compensadores não lineares. Nesse caso a abordagem adaptativa é interessante pois lida com sistemas cujos parâmetros não são bem conhecidos ou variam durante a operação, o que geralmente ocorre com o atrito seco, ou melhor, com os modelos empíricos usados para descrevê-lo. Por outro lado, o problema da robustez de sistemas adaptativos é, sob muitos aspectos, uma questão em aberto, o que vem limitando sua utilização prática. Estas considerações justificam este trabalho cujo objetivo é avaliar o potencial e averiguar as deficiências da abordagem adaptativa no projeto de compensadores para controle de velocidade de motores elétricos de corrente contínua na presença de atrito seco. A seleção de motores elétricos de corrente contínua se justifica pois são largamente utilizados em automação, e os modelos matemáticos usados para descrevê-los podem ser bastante simples

1.2 Objetivos

Um sistema de controle adaptativo exige, para seu projeto, pouco conhecimento do sistema a ser controlado, e garantem um determinado desempenho mesmo que as condições de operação variem muito. Estas características, entretanto, são garantidas apenas para situações idealizadas onde a ordem do sistema a ser controlado é igual à ordem do modelo de referência, não existe ruído e os parâmetros variam lentamente. Muitas das aplicações práticas não são fundamentadas em sólidas bases teóricas, mas em soluções "ad hoc" que geralmente dependem da aplicação em vista. Assim o objetivo deste trabalho é verificar as potencialidades e restrições da abordagem adaptativa para a resolução do específico problema de controle de velocidade de motores elétricos de corrente contínua na presença de atrito seco, partindo do projeto nominal (condições "ideais") do sistema de controle, passando por uma análise através de simulações usando, tanto quanto possível, condições reais de operação, e terminando com a implementação prática de um compensador e a realização de ensaios experimentais.

1.3 Contribuições deste trabalho

Este trabalho versa sobre a aplicação de compensadores adaptativos para o controle de velocidade de motores elétricos de corrente contínua na presença de atrito seco.

Inicialmente, através de métodos "clássicos", são projetados dois algoritmos adaptativos fundamentados no Segundo Método de Lyapunov para verificação de estabilidade e no Teorema de Hiperestabilidade. Como os algoritmos obtidos são muito semelhantes, apenas aquele resultante do método de Hiperestabilidade foi escolhido para uma análise mais detalhada e para a fase experimental.

É demonstrado que o compensador proposto, quando aplicado ao sistema nominal, é estável mesmo na presença de entradas externas não previstas, desde que estas entradas pertençam ao espaço de funções $\mathcal{H}$ (ver Apêndice, seção B.4), e também que o erro v, que é uma combinação linear dos erros de estado, é limitado se as entradas externas forem limitadas. As simulações realizadas sobre o sistema nominal mostram que o atrito seco é perfeitamente compensado, e que os parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação convergem para os valores corretos, se a entrada excitar suficientemente o sistema.

Em seguida o compensador nominal é modificado para poder ser implementado através de um computador digital. Pela dificuldade que a análise teórica apresenta realizamos simulações para verificar o comportamento do sistema. Estas simulações mostram que o sistema adaptativo é instabilizado por entradas de referência de valores elevados e por ruídos, que a saturação provoca grandes "desvios" dos parâmetros ajustáveis e do estado introduzido pelo integração feita pelo compensador, provocando sobre-sinais elevados. Para contornar estes problemas o compensador é modificado através de sugestões presentes na literatura, principalmente aquela que trata da implementação de sistemas adaptativos. As modificações realizadas são: normalização do sinal de erro empregado no algoritmo de adaptação, interrupção das integrações realizadas pelo algoritmo de controle quando ocorre saturação, e a interrupção do processo adaptativo quando a norma do erro é menor que um certo limite. O compensador assim modificado revela-se estável, e apresenta desempenho razoável, de acordo com as simulações.

O compensador é então aplicado a um sistema real, um motor elétrico cuja carga apresenta uma parcela de atrito seco. O sistema apresenta ruído elevado, e está sob a influência de diversos elementos não considerados nas simulações, como a folga existente nas transmissões do sistema e as dinâmicas desprezadas do tacogerador (que fornece a informação sobre a velocidade do motor) e do amplificador de potência, mas, apesar disso, os resultados dos ensaios mostram que o compensador apresenta de fato as características de estabilidade e desempenho que as simulações sugeriam.

O processo de projeto do sistema nominal e implementação prática revela que a abordagem

adaptativa apresenta diversos problemas e limitações, apesar dos bons resultados obtidos. As modificações introduzidas não são suportadas por uma base teórica sólida, os métodos de projeto não fornecem indicações para a seleção conveniente dos ganhos de adaptação, e as modificações feitas dependem de um certo conhecimento prévio do sistema a ser controlado, quando a abordagem adaptativa apregoa ser justamente uma alternativa para o projeto de compensadores para sistemas pouco conhecidos.

1.4 Organização da Dissertação

O capítulo 2 apresenta uma breve introdução ao controle adaptativo por modelo de referência, incluindo dois métodos básicos de projeto muito utilizados, os métodos de Lyapunov e de Hiperestabilidade nas seções 2.2.2 e 2.2.3 respectivamente, e um comentário sobre a estabilidade e a robustez de sistemas adaptativos na seção 2.3. O projeto do compensador "nominal" é o conteúdo do capítulo 3. Na seção 3.1 apresentamos o problema de controle e os modelos matemáticos do motor e sua carga. O modelo nominal do sistema é descrito na seção 3.2 que inclui ainda o modelo de referência escolhido e a lei de controle utilizada. Na seção 3.3 dois algoritmos de adaptação são determinados, o primeiro através do método de Lyapunov, e o segundo através do método de Hiperestabilidade. Pela semelhança existente entre os dois algoritmos, escolhemos apenas o segundo para uma análise mais detalhada e para a implementação prática. A seção 3.4 contém a análise e simulação do sistema nominal. No capítulo 4 temos a determinação de um compensador de tempo discreto fundamentado no compensador obtido no capítulo anterior. Na seção 4.2 são comentados os diversos aspectos a serem considerados na implementação de um compensador através de um computador digital tais como a interação com sensores, atuadores e com o operador humano, problemas numéricos, processo de amostragem dos sinais analógicos, atraso devido às operações realizadas no computador, segurança, etc. Na seção 4.3 o compensador nominal obtido no capítulo 3 é aproximado por outro de tempo discreto obtido através do método de Euler, analisado através de simulações e convenientemente modificado segundo algumas sugestões da literatura para aumento de robustez. Os ensaios experimentais são o tema do capítulo 5. Na seção 5.2 descrevemos o equipamento utilizado, na seção 5.3 apresentamos o método utilizado para identificar experimentalmente os parâmetros do motor elétrico e os resultados dos ensaios estão na seção 5.4. O capítulo 6 contém as conclusões deste trabalho bem como sugestões para futuras pesquisas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Controle Adaptativo

Controle adaptativo surge como alternativa quando é necessário um sistema de controle de desempenho elevado para um sistema onde os parâmetros de seu modelo são pouco conhecidos ou variam durante a operação normal. Enquanto um sistema comum por realimentação pretende eliminar o efeito das perturbações dos estados do sistema, o controle adaptativo objetiva eliminar os efeitos de perturbações estruturais, causadas essencialmente por variações dos parâmetros dinâmicos do sistema, sobre o desempenho do sistema de controle [22]. Esta característica apenas, entretanto, não permite classificar um sistema de controle como adaptativo. Não existe ainda uma definção consensual de controle adaptativo que permita verificar se um sistema de controle é ou não adaptativo. Para Åström [1], numa definição pragmática, controle adaptativo é um tipo especial de controle não linear por realimentação onde os estados do processo podem ser classificados segundo suas velocidades de evolução. Os estados que evoluem mais lentamente são denominados parâmetros do sistema. Para Landau [22], um sistema adaptativo deve medir um certo índice de desempenho usando as entradas, os estados e as saídas do sistema ajustável, e da comparação desse índice medido com o índice desejado o mecanismo de adaptação modifica os parâmetros do sistema ou gera uma entrada auxiliar no sentido de manter mínima a diferença.

Entre os principais artigos revistos temos o de Åström [2], que fornece um panorama relativamente recente (1987) sobre controle adaptativo, comenta trabalhos pioneiros na área, apresenta alguns produtos industriais que utilizam a abordagem adaptativa e ainda cita uma extensa bibliografia sobre o assunto, o livro de Landau [22], que trata de controle adaptativo por modelo de referência, Lindorf e Carrol [24] e Narendra e Kudva [28] apresentam diversos algoritmos adaptativos, Wittenmark e Åström comentam aspectos práticos na implementação de controle auto-ajustável em [42], Ioannou e Kokotovic apontam em [13] as principais causas de instabilidade em sistemas de controle adaptativo e Ioannou e Sun [15] apresentam uma recente proposta (1988) de uma nova abordagem para o estudo de compensadores adaptativos robustos. A atual tendência das pesquisas nesta área é justamente o estudo da robustez e o projeto de compensadores robustos.

Dos principais esquemas de controle adaptativo, reguladores auto-ajustáveis, escalonamento de ganhos ("Gain Scheduling"), e controle adaptativo por modelo de referência, o nosso trabalho atém-se a este último.

2.2 Sistemas Adaptativos por Modelo de Referência

2.2.1 Definição

Segundo Landau [22], em sistemas adaptativos por modelo de referência (Model Reference Adaptive Systems - MRAS), o índice de desempenho é do tipo dinâmico, e o índice de desempenho de referência é gerado por um sistema dinâmico auxiliar denominado modelo de referência, que recebe a mesma entrada externa que atua no sistema. Assim o modelo de referência especifica, em termos de saídas e estados, o índice desejado de desempenho. A comparação entre o índice real e o especificado è feita através da comparação das respectivas saídas (ou estados), sendo o resultado utilizado para modificar os parâmetros do sistema ou gerar um sinal auxiliar de entrada. A figura 2.1 mostra o esquema básico de um "MRAS", onde $\underline{r}$ é o vetor de entrada, $\underline{x}_m$ o vetor de estados do modelo de referência, $\underline{x}_p$ o vetor de estados do sistema ajustável e $\underline{e}$ o vetor de erro.

Normalmente o sistema ajustável compreende o sistema a ser controlado e o compensador, sendo os parâmetros do compensador aqueles acessíveis ao ajuste. Uma característica a ser observada é a correspondência entre o sistema de controle por modelo de referência e um identificador e observador de estados com modelo ajustável, conforme se percebe comparando a figura 2.1 com a figura 2.2. No esquema de identificação e observação de estados o sistema a ser identificado corresponde ao modelo de referência no esquema de controle, e o modelo ajustável corresponde ao sistema ajustável. Devido a esta correspondência, a análise e projeto dos dois tipos de esquemas podem ser fundamentados numa mesma teoria básica.

As configurações mostradas nas figuras 2.1 e 2.2 são ditas paralelas, e são as mais comuns. Outras configurações básicas são as configurações em série e em série-paralela, mostradas nas figuras 2.3, 2.4 e 2.5. Estas estruturas são geralmente usadas em identificação.

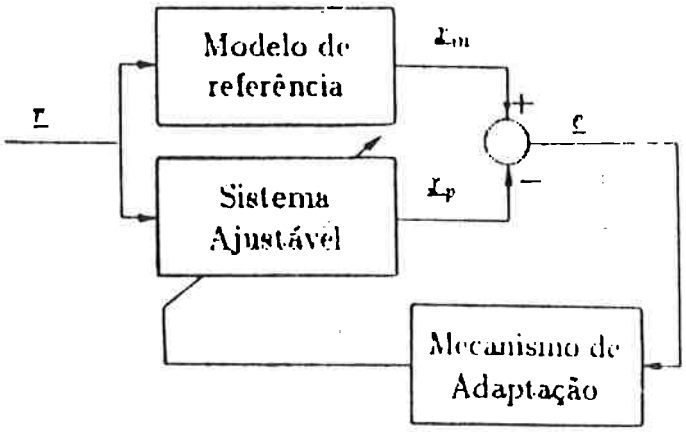


Fig. 2.1: Esquema básico de um "MRAS".

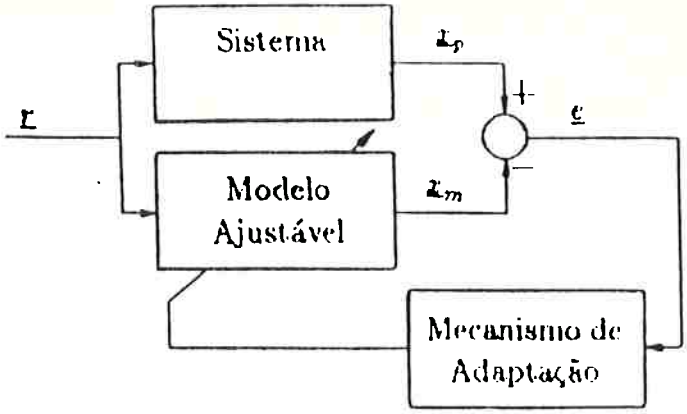


Fig. 2.2: Identificador e observador de estados com modelo de referência.

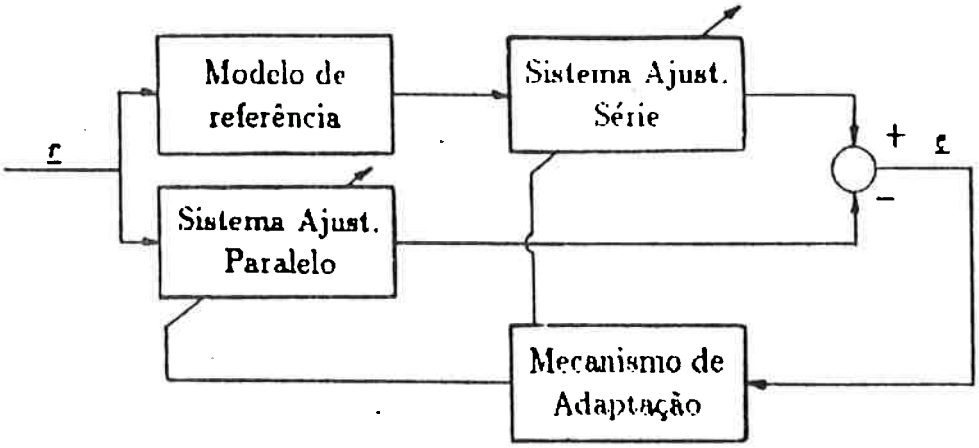


Fig. 2.3: Esquema série-paralelo.

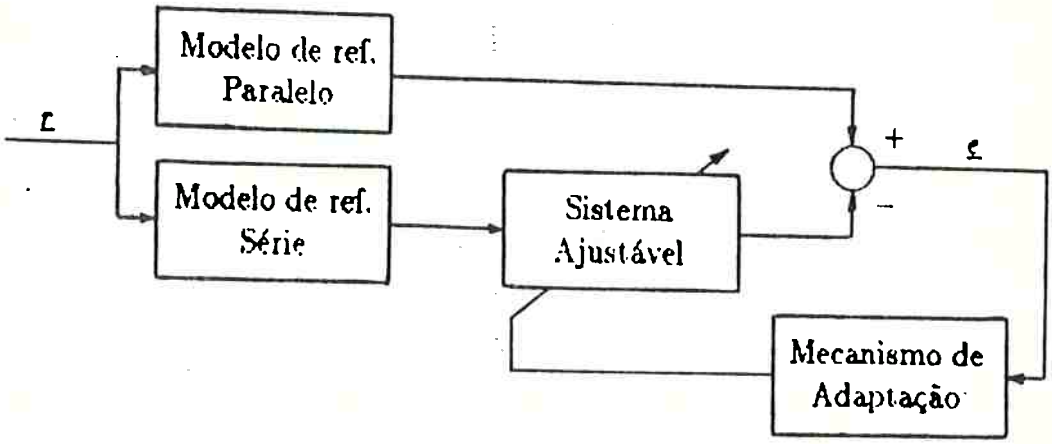


Fig. 2.4: Esquema série-paralelo.

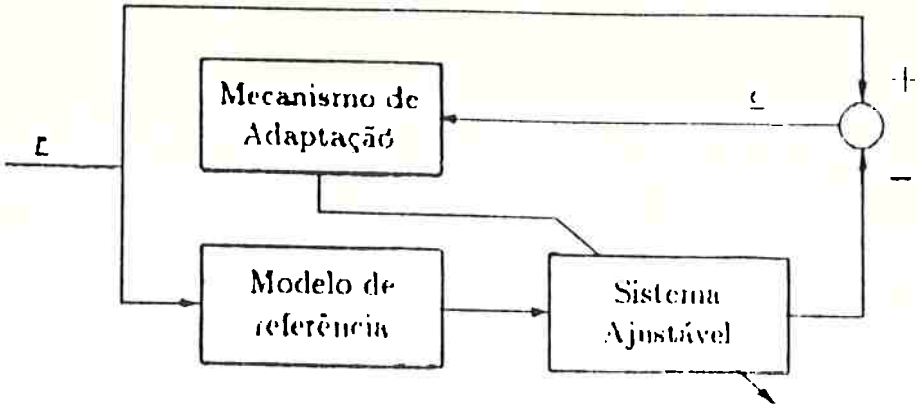


Fig. 2.5: Esquema série.

As três principais abordagens para o projeto de um compensador adaptativo por modelo de referência são a teoria de otimização paramétrica local, o método de Lyapunov e o método de Hiperestabilidade, sendo que descreveremos apenas as duas últimas.

2.2.2 Projeto pelo Método de Lyapunov

O problema básico a ser considerado é o projeto de um sistema de controle capaz de fazer um sistema comportar-se como um determinado modelo de referência, permanecendo estável, sem a especificação exata dos parâmetros do sistema a ser controlado. O método do Lyapunov baseia-se no Segundo Método de Lyapunov para verificação de estabilidade (ver Apêndice, seção B.1), e a solução encontrada depende basicamente da forma da função de Lyapunov previamente selecionada. Apresentamos a seguir, através de um exemplo (ver referência [22]), o método básico:

Considerando o sistema descrito por equações de estado:

Modelo de referência:

$$\dot{\underline{x}}_m = \underline{A}_m \underline{x}_m + \underline{B}_m \underline{r} \tag{2.1}$$

onde $\underline{x}_m$ é o vetor de estados do modelo, $\underline{A}_m$ e $\underline{B}_m$ são matrizes constantes relacionadas com os parâmetros do modelo e $\underline{r}$ o vetor de entrada.

Sistema ajustável:

$$\dot{\underline{x}}_s = \underline{A}_s(\underline{e}, t).\underline{x}_s + \underline{B}_s(\underline{e}, t).\underline{r} \tag{2.2}$$

onde $\underline{x}_s$ é o vetor de estados do modelo, $\underline{A}_s$ e $\underline{B}_s$ são matrizes relacionadas com os parâmetros ajustáveis, sendo funções do erro $\underline{e}$ e do tempo t, e $\underline{r}$ é o mesmo vetor de entrada da expressão 2.1.

Normalmente os elementos de $\underline{A}_s$ e $\underline{B}_s$ são compostas de duas parcelas, os parâmetros do sistema a ser controlado, geralmente não acessíveis para o ajuste, e os parâmetros do compensador, geralmente ajustáveis.

Definindo o vetor erro $\underline{e}$:

$$\underline{e} := \underline{x}_m - \underline{x}_s \tag{2.3}$$

logo:

$$\dot{\underline{e}} := \dot{\underline{x}}_m - \dot{\underline{x}}_s \tag{2.4}$$

Substituindo 2.1 2 2.2 em 2.4 temos:

$$\dot{\underline{e}} = \underline{A}_m.\underline{e} + [\underline{A}_m - \underline{A}_s].\underline{x}_s + [\underline{B}_m - \underline{B}_s].\underline{r} \tag{2.5}$$

Adotando, por exemplo, a seguinte função de Lyapunov:

$$V = \underline{e}^T.\underline{P}.\underline{e} + tr\{[\underline{A}_m - \underline{A}_s]^T.\underline{F}_a^{-1}[\underline{A}_m - \underline{A}_s]\} + tr\{[\underline{B}_m - \underline{B}_s]^T.\underline{F}_b^{-1}[\underline{B}_m - \underline{B}_s]\} \tag{2.6}$$

onde $\underline{P}$, $\underline{F}_a^{-1}$ e $\underline{F}_b^{-1}$ são matrizes positivas e simétricas.

Teremos então, derivando 2.6, substituindo 2.5 e rearranjando:

$$\begin{aligned}\dot{V} = {} & \underline{e}^T(\underline{A}_m^T.\underline{P} + \underline{P}.\underline{A}_m)\underline{e} + 2.tr\{[\underline{A}_m - \underline{A}_s]^T[\underline{P}.\underline{e}.\underline{x}_s^T - \underline{F}_a^{-1}.\dot{\underline{A}}_s]\} + \\ & 2.tr\{[\underline{B}_m - \underline{B}_s]^T[\underline{P}.\underline{e}.\underline{r}^T - \underline{F}_r^{-1}.\dot{\underline{B}}_s]\}\end{aligned} \tag{2.7}$$

Como $\underline{A}_m$ é uma matriz de Hurwitz (o modelo de referência deve ser estável):

$$\underline{A}_m^T.\underline{P} + \underline{P}.\underline{A}_m = -\underline{Q} \tag{2.8}$$

onde $\underline{Q}$ é uma matriz positiva simétrica arbitrária que permite determinar a matriz $\underline{P}$.

Impondo:

$$\dot{\underline{A}}_s = \underline{F}_a(\underline{P}.\underline{e})\underline{x}_s^T \tag{2.9}$$

$$\dot{\underline{B}}_s = \underline{F}_b(\underline{P}.\underline{e})\underline{r}^T \tag{2.10}$$

e substituindo 2.8, 2.9 e 2.10 em 2.7 obtemos:

$$\dot{V} = -\underline{e}^T.\underline{Q}.\underline{e} < 0, \quad para \ \forall \ \underline{e} \neq 0 \tag{2.11}$$

Com estes resultados o sistema possui estabilidade assintótica global para um vetor de entrada $\underline{r}$ linear por partes. Considerando desprezíveis as variações dos parâmetros do sistema (variações bem lentas), é possível isolar as leis de adaptação dos parâmetros do compensador a partir das expressões 2.9 e 2.10. É necessário, entretanto, atentar para o seguinte fato:

Se o limite do erro tornar-se nulo, a partir das expressões 2.9 e 2.10 resulta:

$$\lim_{t\to\infty} \underline{e}(t) = \underline{0} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{t\to\infty}[\underline{A}_m - \underline{A}_s] = \underline{A} \\ \lim_{t\to\infty}[\underline{B}_m - \underline{B}_s] = \underline{B} \end{cases} \tag{2.12}$$

onde $\underline{A}$ e $\underline{B}$ são matrizes constantes expressando a diferença paramétrica assintótica.

Se $\underline{e} = 0$ e constante, considerando 2.12 temos para a expressão 2.5:

$$\underline{A}.\underline{x}_s + \underline{B}.\underline{r} = 0 \tag{2.13}$$

A identidade expressa por 2.13 é satisfeita somente se uma das condições a seguir também seja verdadeira:

1-$\underline{x}_s$ e $\underline{r}$ são linearmente dependentes (LD) e $A, B \neq 0$.

2-$\underline{x}_s$ e $\underline{r}$ são identicamente nulos.

3-$\underline{x}_s$ e $\underline{r}$ são linearmente independentes (LI) e $A, B = 0$.

Somente a 3ª situação leva à convergência de parâmetros, logo, para a estabilidade de todo o sistema (considerando também os parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação) deve-se impor que $\underline{x}_s$ e $\underline{r}$ sejam LI. No caso de um compensador, a entrada de referência $\underline{r}$ é determinada pela tarefa a ser realizada, logo nem sempre é possível assegurar que $\underline{x}_s$ e $\underline{r}$ sejam LI. No caso de um identificador de parâmetros, onde o objetivo é tornar $\underline{A}$ e $\underline{B}$ nulos, a entrada $\underline{r}$ pode, em geral, ser determinada de forma a ser LI em relação a $\underline{x}_s$. Na literatura específica de controle adaptativo diz-se que $\underline{r}$ deve atender ao requisito de ser PE (Persintently Exciting). Para maiores detalhes ver referências [2], [22] e [6].

A referência [26] apresenta o esquema básico sugerido por Monopoli para este método, a referência [34] apresenta a sugestão de Parks, e as referência [24] e [28] mostram diversos algoritmos adaptativos fundamentados no método de Lyapunov.

2.2.3 Projeto pelo Método de Hiperestabilidade

Neste método utiliza-se resultados derivados do Teorema de Hiperestabilidade (ver seção B.2 do Apêndice) para se determinar o algoritmo de adaptação. Aqui o sistema (o modelo de referência mais o sistema controlado) deve ser manipulado de forma a apresentar-se segundo o esquema da figura 2.6.

O método requer que:

a) O bloco H_1 seja estritamente positivo real

b) O bloco H_2 seja tal que a desigualdade de Popov se verifique:

$$\int_{t_0}^{t} \underline{w}^T.\underline{v}.d\tau \geq -\gamma_0{}^2 \quad \text{para todo} \quad t \geq t_0 \tag{2.14}$$

onde $(-w)$ é a saída do bloco H_2, v é a entrada do bloco H_2 e γ_0 é uma constante real.

Verifica-se que o Teorema de Hiperestabilidade é um caso particular do Teorema da Passividade [8],[40](ver Apêndice, seção B.5).

Usando um sistema bem simples para descrever o método (ver referência [33]):

Sistema a ser controlado:

$$\dot{x}_p = a_p.x_p + b_p.u \tag{2.15}$$

Modelo de referência:

$$\dot{x}_m = a_m.x_m + b_m.r \tag{2.16}$$

Lei de controle:

$$u = -k_x.x_p - k_r.r \tag{2.17}$$

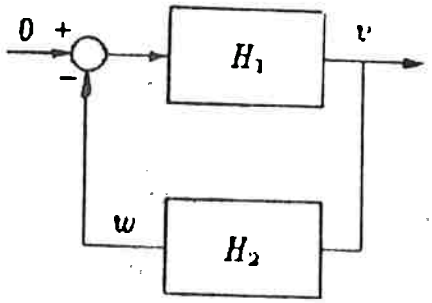


Fig. 2.6: Esquema padrão para o Teorema de Hiperestabilidade.

nas expressões anteriores x_p é o estado do sistema, a_p e b_p são seus parâmetros, u representa a lei de controle, x_m é o estado do modelo de referência, a_m e b_m seus parâmetros, r é a entrada de referência e k_x e k_r são parâmetros do compensador ajustados pelo algoritmo de adaptação.

Substituindo 2.17 em 2.15 obtemos o sistema controlado:

$$\dot{x}_p = (a_p - b_p.k_x)x_p - b_p.k_r.r \tag{2.18}$$

Definindo o erro e:

$$e = x_m - x_p \tag{2.19}$$

logo

$$\dot{e} = \dot{x}_m - \dot{x}_p \tag{2.20}$$

Substituindo 2.16 e 2.18 em 2.20 obtemos:

$$\dot{e} = -a_m.x_m + b_m.r - (a_p - b_p.k_x)x_p + b_p.k_r.r \tag{2.21}$$

de 2.19 temos que:

$$x_m = e + x_p \tag{2.22}$$

Substituindo 2.22 em 2.21 obtemos:

$$\dot{e} = -a_m.e - [a_m + (a_p - b_p.k_x)]x_p - [-b_m - b_p.k_r]r \tag{2.23}$$

Denominando

$$w = [a_m + (a_p - b_p.k_x)]x_p - [b_m + b_p.k_r]r \tag{2.24}$$

resulta em:

$$\dot{e} = -a_m.e + (-w) \tag{2.25}$$

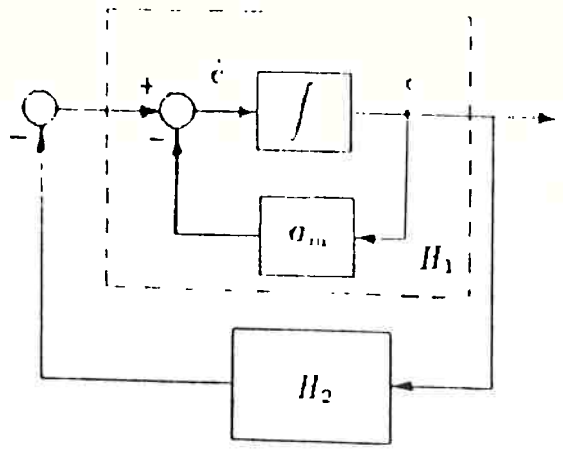


Fig. 2.7: Diagrama de blocos da equação do erro.

Em diagrama de blocos temos a figura 2.7.

Como a_m é uma constante real positiva (o modelo de referência deve ser estável), H_1 é estritamente positivo real.

O termo da esquerda da inequação de Popov neste caso é:

$$\int_{t_0}^{t} w.e.d\tau \tag{2.26}$$

Substituindo 2.24 em 2.26 obtemos:

$$\int_{t_0}^{t} w.e.d\tau \;=\; \int_{t_0}^{t} [a_m + (a_p - b_p.k_x)]x_p - [b_m + b_p.k_r]re\, d\tau \tag{2.27}$$

Definindo:

$$f_1 \;=\; a_m + (a_p - b_p.k_x) \tag{2.28}$$

logo

$$f_1(0) \;=\; a_m + [a_p - b_p.k_x(0)] \;=\; \text{constante} \tag{2.29}$$

$$f_2 \;=\; -[b_m + b_p.k_r] \tag{2.30}$$

logo

$$f_2(0) = -[b_m + b_p.k_r(0)] = \text{constante} \tag{2.31}$$

Adotando:

$$\dot{f}_1 = -b_p.\dot{k}_x = b_p.K_a.e.x_p \tag{2.32}$$

$$\dot{f}_2 = -b_p.\dot{k}_r = b_p.K_a.e.r \tag{2.33}$$

A expressão 2.27 pode ser escrita como:

$$\int_0^t \frac{1}{b_p.K_a}[a_m + (a_p - b_p.k_x)]b_p.K_a.e.x_p - [b_m + b_p.k_r]b_p.K_a.e.r\, d\tau \tag{2.34}$$

Substituindo 2.28, 2.30, 2.32 e 2.33 em 2.34 obtemos:

$$\begin{aligned}\int_0^t \frac{1}{b_p.K_a}[f_1.\dot{f}_1 + f_2.\dot{f}_2]\, d\tau &= \frac{1}{2.b_p.K_a}[f_1{}^2(t) - f_1{}^2(0)] + [f_2{}^2(t) - f_2{}^2(0)] \\ &\geq -\frac{1}{2.b_p.K_a}[f_1{}^2(0) + f_2{}^2(0)] = -\gamma_0{}^2\end{aligned} \tag{2.35}$$

onde K_a é positivo para b_p positivo.

Observa-se que a desigualdade de Popov é respeitada adotando-se as expressões 2.32 e 2.33, de onde derivamos as leis de adaptação:

$$\dot{k}_x = -K_a.e.x_p \tag{2.36}$$

$$\dot{k}_r = -K_a.e.r \tag{2.37}$$

As expressões 2.36 e 2.37 não são únicas, como se pode verificar em [22] e [33]. A referência [22] mostra ainda que o método de Hiperestabilidade e o método de Lyapunov são equivalentes, mas o primeiro permite maior facilidade de se obter diferentes leis de adaptação.

2.3 Considerações sobre Estabilidade e Robustez

Os métodos descritos nas seções anteriores garantem estabilidade nominal, porém os sistemas podem ser instáveis sob condições menos ideais, conforme revelaram as pesquisas feitas principalmente a partir do final da década de 70, quando se intensificaram as preucupações com as aplicações práticas. Entre as condições necessárias para garantir a estabilidade temos como as mais críticas a ausência de ruído, a necessidade do sistema possuir parâmetros constantes (embora possam ser até parcialmente desconhecidos), e principalmente a necessidade de que a ordem do modelo de referência seja igual à ordem do sistema a ser controlado.

Segundo Ioannou e Kokotovic [14], quando perturbações e/ou dinâmicas não modeladas estão presentes, cinco tipos de mecanismos de instabilidade podem ocorrer: o parâmetro ajustado pela lei de adaptação não possui limite ("parameter drift"), instabilidade linear ("linear instability"), que ocorre devido a ganhos muito elevados, instabilidade devido à uma adaptação muito rápida ("fast adaptation instability"), instabilidade devido a altas freqüências ("high frequency instability") e instabilidade devido a dinâmicas não modeladas no ramo que liga diretamente a entrada com a saída ("throughput instability").

Wittenmark e Åström comentam em [42] aspectos práticos na implementação de controle auto-ajustável. Na referência [14], já citada, Ioannou e Kokotovic propõem um algoritmo robusto capaz de contornar os cinco mecanismos de instabilidade num sistema nominal (modelo simplificado e idealizado do sistema a ser controlado que é efetivamente utilizado no projeto do compensador) linear, e que garante uma região de atração na qual as trajetórias são limitadas e os erros de estado convergem exponencialmente para um pequeno resíduo. Ioannou e Sun propõem em [15] uma nova abordagem teórica para o problema de estabilidade e robustez capaz de lidar com os diversos algoritmos adaptativos sugeridos na literatura de uma forma unificada. Bodson e Sastry [5] aplicam resultados da Teoria de Estabilidade Entrada-Saída [8], [40], [43], [44] para a análise de robustez de sistemas adaptativos. Entre outras referências podemos citar Ioannou e Kokotovic [13], Ioannou e Tsakalis [16], Kosut e Johnson [20], Kreisselmeier e Narendra [21], Peterson e Narendra [35], Narendra e Annaswamy [27], quase todos apresentando trabalhos fundamentados nos resultados do artigo de Narendra e Valavani [30] e sua continuação [31] onde a estabilidade do algoritmo adaptativo sugerido é demonstrada para sistemas nominais lineares com grau relativo (número de pólos menos número de zeros) menor que três. O livro de Ioannou e Kokotovic [12] trata de controle adaptativo aplicado a modelos reduzidos, onde a planta nominal é uma simplificação da planta real através da redução de ordem, desprezando-se os pólos de ordem superior. Por fim Rohrs conclui em sua tese de doutorado [36] que os algoritmos de adaptação que partem de um sistema a ser controlado desconhecido, exceto pelo seu grau relativo e por um valor limite superior de sua ordem estão sujeitos a apresentar um

comportamento instável quando o sistema possui dinâmicas não consideradas no projeto. A este tipo de algoritmo de adaptação pertencem uma grande gama de algoritmos apresentados na literatura, incluindo o de Narendra e Valavani [30] e muitos outros derivados deste.

Nesta revisão verificamos que o problema da robustez de sistemas adaptativos ainda não está plenamente resolvido, mesmo para sistemas nominais lineares. Para sistemas nominais não lineares, que é o nosso caso, os resultados são praticamente inexistentes, com a ressalva de que não foi possível realizar uma revisão bibliográfica mais extensa e abrangente.

3 PROJETO DO COMPENSADOR NOMINAL

3.1 Apresentação do Problema

3.1.1 Introdução

O objetivo do compensador é diminuir os efeitos negativos do atrito seco presente na carga de um motor elétrico de corrente contínua, fazendo-o comportar-se como um modelo de referência linear pré-determinado. Utilizamos um modelo relativamente simples de um motor elétrico, que será ainda mais simplificado pois desprezaremos o pólo de ordem superior. Os detalhes do desenvolvimento do modelo e dos algoritmos de adaptação estão no Apêndice, seções A e C respectivamente.

3.1.2 Modelos Matemáticos

O modelo do motor foi obtido aplicando-se a técnica do "Bond-Graph" [18] ao esquema apresentado na figura 3.1.

Na figura 3.1 temos:

R_a - resistência do enrolamento da armadura.

L_a - indutância do enrolamento da armadura.

i_a - corrente elétrica no enrolamento da armadura.

e_a - tensão elétrica aplicada no enrolamento da armadura.

R_f - resistência do enrolamento de campo.

L_f - indutância do enrolamento de campo.

i_f - corrente elétrica no enrolamento de campo.

e_f - tensão elétrica aplicada no enrolamento de campo.

T - torque fornecido pelo motor.

ω - velocidade angular do eixo do motor.

J - momento de inércia total (rotor mais carga).

T_a - momento devido ao atrito.

O modelo do motor é expresso pelo seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{aligned} J\dot{\omega} &= K_b.i_f.i_a - T_a \\ L_a.\dot{i}_a &= -K_b.i_f.\omega - R_a.i_a + e_a \\ L_f.\dot{i}_f &= -R_f.i_f + e_f \end{aligned} \tag{3.1}$$

Existem diversos modelos (empíricos) de atrito na literatura (ver referências [7], [10] e [41]). Como não é nossa intenção desenvolver um modelo de atrito, adotaremos o modelo utilizado

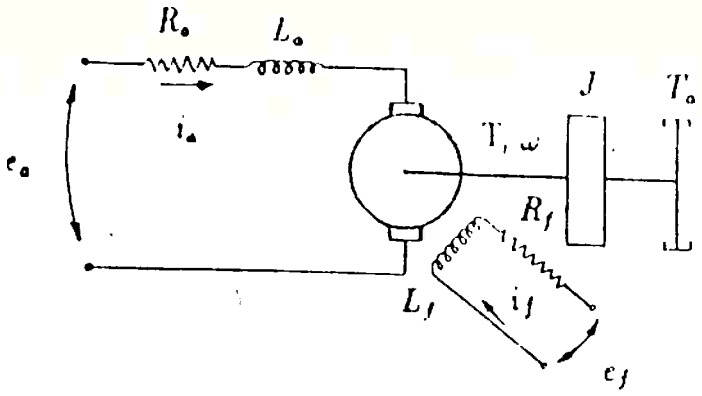


Fig. 3.1: Esquema do motor elétrico e sua carga.

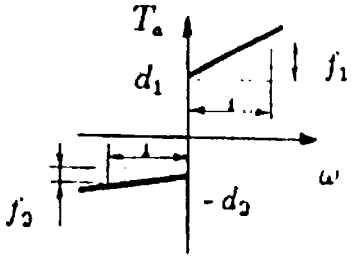


Fig. 3.2: Modelo de atrito segundo a ref.[7].

em [7], representado na figura 3.2 , porém com algumas simplificações que serão explicadas mais adiante.

Neste modelo o momento de atrito é uma combinação de atrito de Coloumb com atrito viscoso linear.

O controle de um motor elétrico de corrente contínua pode ser feito de dois modos básicos: controle por campo e controle por armadura [32]. No método de controle por campo mantém-se constante a corrente de armadura, e a corrente de campo define o torque fornecido pelo motor. Através deste método é mais fácil o controle da velocidade, pois a corrente de campo não sofre influência direta da velocidade do motor pois não há efeito da força contra-eletromotriz no enrolamento de campo. Entretanto manter a corrente de armadura constante é mais difícil, justamente devido à força contra-eletromotriz. O que usualmente se faz é associar em série com o enrolamento de armadura uma resistência de valor elevado, de forma que a força contra-eletromotriz seja desprezível relativamente à queda de tensão nas resistências. O rendimento do motor é necessariamente pequeno. No método de controle por armadura a corrente de campo é mantida constante, e o controle é realizado através da corrente de armadura.

Utilizando o método de controle por armadura temos:

$$i_f = \text{constante} \Rightarrow K_b.i_f = \text{constante} = K_m \tag{3.2}$$

Substituindo o resultado expresso em 3.2 na expressão 3.1 obtemos:

$$\begin{aligned} J.\dot{\omega} &= K_m.i_a - T_a \\ L_a.\dot{i}_a &= -K_m.\omega - R_a.i_a + e_a \end{aligned} \tag{3.3}$$

A expressão 3.3 pode representar também um motor elétrico de ímã permanente, onde o enrolamento de campo é inexistente. Este é o modelo a ser usado na análise por simulações, mas não no projeto do compensador.

3.2 Sistema Nominal

3.2.1 Simplificações

Geralmente o modelo de motor elétrico expresso por 3.3 é simplificado desprezando-se o pólo de ordem superior, pois a indutância de armadura é geralmente desprezível [32]. De 3.3, fazendo $L_a = 0$ temos:

$$L_a.\dot{i}_a = 0 = -K_m.\omega - R_a.i_a + e_a \Rightarrow i_a = \frac{1}{R_a}(e_a - K_m.\omega) \tag{3.4}$$

Substituindo 3.4 na expressão de $\dot{\omega}$ obtemos:

$$J\dot{\omega} = -\frac{K_m^2}{R_a}.\omega + \frac{K_m}{R_a}.e_a - T_a \tag{3.5}$$

Como já foi dito, o modelo de atrito adotado seria uma simplificação daquele representado na figura 3.2. Neste trabalho adotaremos $-d_2 = d_1 = d$ e $f_1 = f_2 = f$, e com o momento de atrito expresso por:

$$T_a = f.\omega + d\,sgn(\omega) \tag{3.6}$$

onde:

$$sgn(\omega) = \begin{cases} -1 & se \quad \omega < 0 \\ 0 & se \quad \omega = 0 \\ 1 & se \quad \omega > 0 \end{cases} \tag{3.7}$$

O momento de atrito passa a ser "simétrico", e assim existe um menor número de parâmetros a considerar.

Substituindo 3.6 em 3.5 e simplificando a notação obtemos:

$$\dot{x}_2 = -a_p x_2 + b_p u - d_p \, sgn(x_2) \tag{3.8}$$

onde $x_2 = \omega$ (a presença do índice 2 é justificada mais adiante), $u = e_a$, $a_p = \frac{1}{J}\left(f + \frac{K_m^2}{R_a}\right)$, $b_p = \frac{K_m}{JR_a}$ e $d_p = \frac{d}{J}$. O projeto do compensador adaptativo parte da expressão 3.8, considerando-se que a estrutura do sistema, tal qual é expressa em 3.3, é desconhecida.

3.2.2 Modelo de Referência e Compensador

O modelo de referência reflete a finalidade do motor, o tipo de tarefa que ele deve executar, mas neste trabalho adotaremos um modelo simples, linear e de 2ª ordem onde os parâmetros são facilmente associáveis com a resposta transitória:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}_m &= \underline{A}_m \cdot \underline{x}_m + \underline{B}_m \cdot \omega_r \\ y_m &= \underline{C}_m \cdot \underline{x}_m \end{aligned} \tag{3.9}$$

onde:

$$\underline{A}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b_m & -a_m \end{bmatrix} \qquad \underline{B}_m = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \underline{C}_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A função de transferência é a seguinte:

$$G_m = \frac{Y_m}{\Omega_r} = \frac{b_m}{s^2 + a_m s + b_m} \tag{3.10}$$

Considerando $b_m = \omega_n^2$ e $a_m = 2\zeta\omega_n$, temos um sistema de 2ª ordem com freqüência natural ω_n e coeficiente de amortecimento ζ. Para um sistema deste tipo duas das características da resposta transitória geralmente especificadas são o sobre-sinal(M_p) e o tempo de acomodação (t_a) [32]:

$$M_p = e^{-(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2})\pi} \tag{3.11}$$

$$t_a = \frac{4}{\zeta\omega_n} \tag{3.12}$$

onde t_s é definido segundo o critério de $\pm 2\%$.

Sendo o sistema nominal e o modelo de referência relativamente simples, apenas a comparação das expressões 3.8 e 3.9 é suficiente para sugerir a seguinte lei de controle:

$$u = k_1.x_1 + k_2.x_2 + k_3.x_3 \tag{3.13}$$

onde k_1, k_2 e k_3 são os parâmetros do compensador, $x_3 = sgn(x_2)$, e x_1 é dado por:

$$\dot{x}_1 = x_2 - \omega_r \tag{3.14}$$

Aqui se justifica o índice 2 adotado anteriormente, e verifica-se que a lei de controle, além da simples realimentação de estado, incorpora um integrador e um termo não linear, responsável pela compensação do atrito seco.

Substituindo 3.13 em 3.8 e acrescentando 3.14, obtemos o sistema controlado:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - \omega_r \\ \dot{x}_2 &= b_c x_1 + a_c x_2 + d_c\, sgn(x_2) \\ y &= x_2 \end{aligned} \tag{3.15}$$

onde $a_c = -a_p + b_p.k_2$, $b_c = b_p.k_1$ e $d_c = -d_p + b_p.k_3$

Observe que se a_p, b_p e d_p fossem constantes conhecidas o problema de controle estaria resolvido pois adotando:

$$k_1 = \frac{-b_m}{b_p} \tag{3.16}$$

$$k_2 = \frac{a_p - a_m}{b_p} \tag{3.17}$$

$$k_3 = \frac{d_p}{b_p} \tag{3.18}$$

resultaria em $b_c = -bm$, $a_c = -a_m$ e $d_c = 0$, e o sistema controlado teria o mesmo comportamento do modelo de referência. Admitindo, entretanto, que são disponíveis apenas estimativas de b_p, a_p e d_p, e que seus valores possam variar (lentamente) de acordo com as condições de operação, é necessário, se os requisitos de desempenho são elevados, ajustar os valores de k_1, k_2 e k_3, o que pode ser feito por um mecanismo de adaptação.

3.3 Algoritmos de Adaptação

3.3.1 Método de Lyapunov

Este método já foi descrito anteriormente, logo apresentaremos aqui apenas os passos principais e o resultado da aplicação deste método sobre o sistema composto pelo sistema nominal e o modelo de referência. O desenvolvimento detalhado do algoritmo de adaptação está apresentado no Apêndice, seção C.1.

Inicialmente definimos o erro entre as saídas do sistema nominal e do modelo de referência:

$$e_2 = y_m - y \tag{3.19}$$

De 3.19 obtemos, usando 3.9 e 3.15:

$$\dot{e}_2 = -b_m.e_1 - a_m.e_2 - (b_m + b_c).x_1 - (a_m + a_c).x_2 - d_c.x_3 \tag{3.20}$$

onde $e_1 = \int_0^t e_2.d\tau$.

Adotando a seguinte função de Lyapunov:

$$\begin{aligned} V &= P(b_m {e_1}^2 + {e_2}^2) + C_1[(b_m + b_c) - B_1 e_2 x_1]^2 + C2[(a_m + a_c) - B_2 e_2 x_2]^2 + \\ &+ C_3[d_c - B_3 e_2 x_3]^2 \end{aligned} \tag{3.21}$$

verifica-se que $V \geq 0$ com P_1, B_1, B_2, B_3, C_1, C_2 e C_3 sendo constantes positivas arbitrárias. Impondo que $\dot{V} \leq 0$ obtemos as seguintes leis de adaptação:

$$k_1 = P_1 \int_0^t x_1 e_2 d\tau + D_1 x_1 e_2 + k_{10} \tag{3.22}$$

$$k_2 = P_2 \int_0^t x_2 e_2 d\tau + D_2 x_2 e_2 + k_{20} \tag{3.23}$$

$$k_3 = P_3 \int_0^t x_3 e_2 d\tau + D_3 x_3 e_2 + k_{30} \tag{3.24}$$

onde P_1, P_2, P_3, D_1, D_2 e D_3 são constantes positivas arbitrárias, e k_{10}, k_{20} e k_{30} são estimativas disponíveis dos valores "ideais" de k_1, k_2 e k_3 (ver expressões 3.16, 3.17 e 3.18).

As expressões 3.22, 3.23 e 3.24 compoem o algoritmo de adaptação obtido pelo método de Lyapunov.

3.3.2 Método de Hiperestabilidade

Da mesma forma que na seção anterior apresentaremos aqui apenas os passos principais e o resultado da aplicação deste método ao problema. O desenvolvimento detalhado pode ser visto no Apêndice, seção C.2.

Definindo o vetor erro:

$$\underline{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} x_{m1} - x_1 \\ x_{m2} - x_2 \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

obtemos através de 3.9 e 3.15 a equação do erro:

$$\dot{\underline{e}} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ -b_m e_1 - a_m e_2 - (b_m + b_c)x_1 - (a_m + a_c)x_2 - d_c x_3 \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

A equação do erro pode ser expressa por:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= \underline{A}_m \underline{e} + \underline{B}_e(-w) \\ v &= \underline{C}_e \underline{e} \end{aligned} \tag{3.27}$$

onde $w = (b_m + b_c)x_1 + (a_m + a_c)x_2 + d_c x_3$, $\underline{B}_e^T = [0 \quad 1]$ e $\underline{C}_e$ é um vetor constante determinado através do teorema de Hiperestabilidade. A figura 3.3 mostra o diagrama de blocos da equação do erro.

Aplicando o teorema de Hiperestabilidade devemos impor que a função de transferência do bloco H_1 seja estritamente positiva real, ou seja devem existir matrizes simétricas definidas positivas $\underline{P}$ e $\underline{Q}$ tais que (Lema de Meyer Kalman Yacubovitch - ver Apêndice, seção B.3):

$$\underline{P}\underline{A}_m + \underline{A}_m^T \underline{P} = -\underline{Q} \tag{3.28}$$

$$\underline{B}_e^T \underline{P} = \underline{C}_e \tag{3.29}$$

Devemos ainda projetar H_2 tal que:

$$\int_0^t wv \, d\tau \geq -\gamma_0^2 \tag{3.30}$$

Verifica-se que 3.28, 3.29 e 3.30 são satisfeitas quando adotamos:

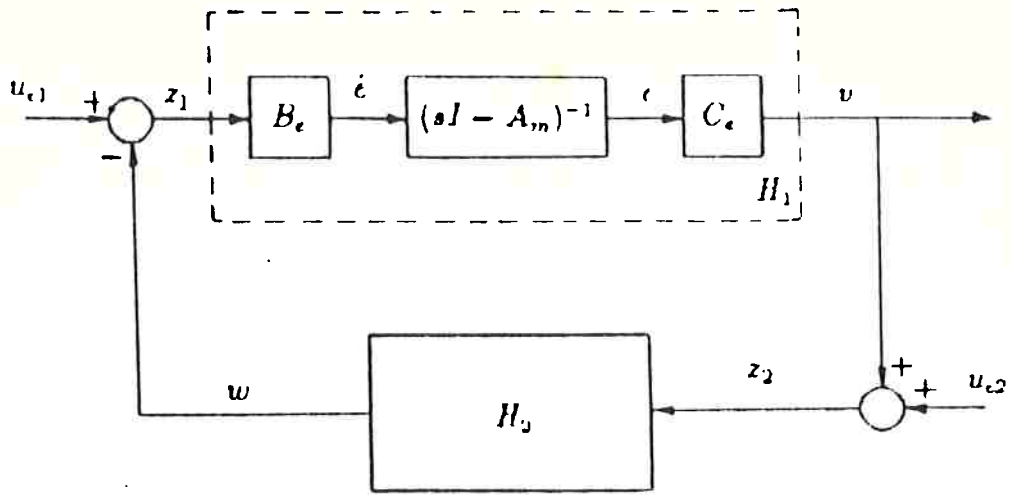


Fig. 3.3: Diagrama de blocos representando a equação do erro. As entradas externas u_{e1} e u_{e2} devem ser nulas.

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} 2b_m & 0 \\ 0 & 2(a_m - 1) \end{bmatrix}$$

Logo

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} a_m + b_m & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad e \quad \underline{C}_e = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

ou seja, $v = e_1 + e_2$.

Observe que para $\underline{Q}$ definida positiva é necessário que $b_m > 0$ e $a_m - 1 > 0$.

Além disso devemos adotar as seguintes leis de adaptação:

$$k_1 = P_1 \int_0^t x_1 v d\tau + D_1 x_1 v + k_{10} \tag{3.31}$$

$$k_2 = P_2 \int_0^t x_2 v d\tau + D_2 x_2 v + k_{20} \tag{3.32}$$

$$k_3 = P_3 \int_0^t x_3 v d\tau + D_3 x_3 v + k_{30} \tag{3.33}$$

onde P_1, P_2, P_3, D_1, D_2 e D_3 são constantes positivas arbitrárias, e k_{10}, k_{20} e k_{30} são estimativas disponíveis dos valores "ideais" de k_1, k_2 e k_3.

Como já foi dito, as leis de adaptação obtidas não são únicas, o teorema de Hiperestabilidade permite a obtenção de outras leis, mas, normalmente, a leis expressas por 3.31, 3.32 e 3.33 fornecem resultados semelhantes ou melhores que outras [33]. De acordo com a referência [22]

os métodos de Lyapunov e de Hiperestabilidade são equivalentes, e a semelhança entre as leis de adaptação obtidas é evidente. De fato, adotando a seguinte função de Lyapunov as leis seriam idênticas, lembrando que $v = e_1 + e_2$:

$$\begin{aligned} V &= P(e_1+e_2)^2 + C_1[(b_m+b_c) - B_1(e_1+e_2)x_1]^2 + C2[(a_m+a_c) - B_2(e_1+e_2)x_2]^2 + \\ &+ C_3[d_c - B_3(e_1+e_2)x_3]^2 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Em vista disso escolhemos apenas o algoritmo de adaptação obtido pelo método de Hiperestabilidade para uma análise mais detalhada e para a implementação prática.

3.4 Análise e Simulações

Pelo teorema de Hiperestabilidade o sistema representado na figura 3.3 é assintoticamente hiperestável desde que adotemos 3.31, 3.32 e 3.33, e que as entradas u_{e1} e u_{e2} sejam nulas. Utilizando o teorema da Passividade (Estabilidade Entrada-Saída, ver [8], [40], [43], [44] e Apêndice, seções B.4 e B.5), se existirem γ_1, γ_2, γ_3, δ_1, δ_2 e δ_3 tais que as seguintes condições para os operadores H_1 e H_2 sejam satisfeitas:

$$\|H_1 z_1\|_T \leq \gamma_1 \|z_1\|_T + \delta_1 \tag{3.35}$$

$$\langle z_1 | H_1 z_1 \rangle_T \geq \gamma_2 \|z_1\|_T^2 + \delta_2 \tag{3.36}$$

$$\langle H_2 z_2 | z_2 \rangle_T \geq \gamma_3 \|H_2 z_2\|_T^2 + \delta_3 \tag{3.37}$$

Acrescentando

$$\gamma_2 + \gamma_3 \geq 0 \tag{3.38}$$

Então z_1, z_2, v e $w \in \mathcal{H}$, ou seja o sistema é $\mathcal{L}_2$ estável, mesmo que u_{e1} e u_{e2} não sejam nulos desde que u_{e1} e $u_{e2} \in \mathcal{H}$.

Além disso o seguinte resultado também é válido:

$$\begin{aligned} (\gamma_2+\gamma_3)\|z_1\|_T^2 &\leq \|z_1\|_T[(2|\gamma_3| + \gamma_2)\|u_{e1}\|_T + \|u_{e2}\|_T] + \\ &+ \|u_{e2}\|_T + \delta_1\|u_{e1}\|_T + |\gamma_3|\|u_{e1}\|_T^2 - \delta_2 - \delta_3 \end{aligned} \tag{3.39}$$

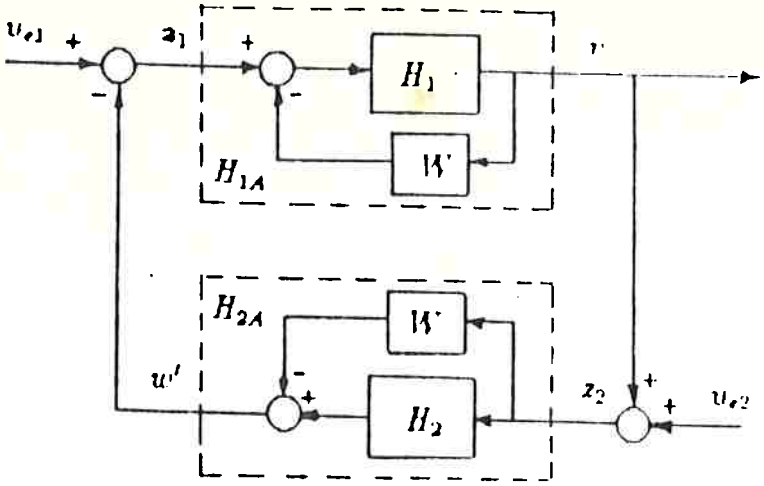


Fig. 3.4: Diagrama equivalente àquele representado na fig.3.3.

Se 3.38 é válida então podemos reescrever 3.39:

$$\|z_1\|_T \leq b(T) + [b(T)^2 + c(T)]^{1/2} \tag{3.40}$$

onde:

$$2b(T) = \frac{1}{\gamma_2 + \gamma_3}[(2|\gamma_3| + \gamma_2)\|u_{e1}\|_T + \|u_{e2}\|_T] \tag{3.41}$$

$$c(T) = \frac{1}{\gamma_2 + \gamma_3}[\|u_{e1}\|_T\|u_{e2}\|_T + \delta_1\|u_{e1}\|_T + |\gamma_3|\|u_{e1}\|_T^2 - \delta_2 - \delta_3] \tag{3.42}$$

Combinando 3.40 e 3.35:

$$\|v\|_T = \|H_1 z_1\|_T \leq \gamma_1\{b(T) + [b(T)^2 + c(T)]^{1/2}\} + \delta_1 \tag{3.43}$$

Como v é uma combinação linear dos erros entre os estados do modelo de referência e o sistema controlado (ver expressão 3.25), então 3.43 é uma expressão do limite do erro do sistema, em função de u_{e1} e u_{e2}.

A figura 3.4 é um modo equivalente de se representar o mesmo sistema da figura 3.3:

De fato, na figura 3.4 temos:

$$H_{1A} = \frac{H_1}{1 + H_1 W} \tag{3.44}$$

$$H_{2A} = H_2 - W \tag{3.45}$$

$$\frac{v}{u_{e1}} = \frac{H_{1A}}{1 + H_{1A}H_{2A}} \tag{3.46}$$

Da figura 3.3 sabemos que:

$$\frac{v}{u_{e1}} = \frac{H_1}{1 + H_1H_2} \tag{3.47}$$

Substituindo 3.44 e 3.45 em 3.46 obtemos:

$$\frac{v}{u_{e1}} = \frac{\frac{H_1}{1+H_1W}}{1 + \frac{H_1}{1+H_1W}(H_2 - W)} = \frac{H_1}{1 + H_1W + H_1H_2 - H_1W} = \frac{H_1}{1 + H_1H_2} \tag{3.48}$$

De 3.27 obtemos:

$$H_1 = \frac{s+1}{s^2 + a_m s + b_m} \tag{3.49}$$

Adotando

$$W = -s \tag{3.50}$$

temos:

$$H_{1A} = \frac{s+1}{(a_m - 1)s + b_m} \tag{3.51}$$

Como o pólo e o zero de $H_{1A}(s)$ têm parte real negativa, e ainda $H_{1A}(s)$ é racional, é válido o teorema 54, seção 6.5 do livro de Vydyasagar [40] (ver Apêndice, seção B.6), e temos o seguinte resultado:

$$\|H_{1A}z_1\|_T \leq m\|z_1\|_T \tag{3.52}$$

onde:

$$m = \max_{\omega} |H_{1A}(j\omega)| \tag{3.53}$$

Por outro lado o resultado do lema 58, seção 6.7 [40] (ver Apêndice, seção B.6) também é válido:

$$\int_0^T (H_{1A}z_1)(t).z_1(t)\,dt \;\geq\; p\int_0^T z_1^2(t)\,dt \quad \forall\, T \;\geq\; 0 \tag{3.54}$$

onde:

$$p \;=\; \min_{\omega} Re\{H_{1A}(j\omega)\} \tag{3.55}$$

mas:

$$\int_0^T (H_{1A}z_1)(t).z_1(t)\,dt := \langle z_1|H_{1A}z_1\rangle_T \tag{3.56}$$

$$\int_0^T z_1^2(t)\;dt := \|z_1\|_T^2 \tag{3.57}$$

De 3.51, 3.53 e 3.55 verificamos que m e p são finitos e $m > 0$, $p > 0$.

Comparando 3.52 com 3.35 e 3.54 com 3.36 e considerando condições iniciais finitas (para que δ_1 e δ_2 sejam valores finitos):

$$\|H_{1A}z_1\| \;\leq\; m\|z_1\|_T + \delta_1 \tag{3.58}$$

$$\langle z_1|H_{1A}z_1\rangle_T \;\geq\; p\|z_1\|_T^2 + \delta_2 \tag{3.59}$$

Falta examinar a expressão 3.37:

Pela figura 3.4:

$$w' \;=\; H_2z_2 - Wz_2 \tag{3.60}$$

$$z_2 \;=\; v + u_{c2} \tag{3.61}$$

logo:

$$\langle H_{2A} z_2 | z_2 \rangle_T = \int_0^T w' z_2 \, dt = \int_0^T (H_2 z_2 - W z_2) z_2 \, dt \tag{3.62}$$

Sabemos que H_2 foi projetado de tal forma que:

$$\int_0^\infty (H_2 z_2) z_2 \, d\tau \; > \; -\gamma_0^2 \tag{3.63}$$

Como $W = -s \Rightarrow (W z_2)(t) = -\dot{z}_2(t)$, logo:

$$\int_0^T (-W z_2) z_2 \, d\tau = \int_0^T z_2 \dot{z}_2 \, d\tau = \frac{1}{2}[z_2^2(T) - z_2^2(0)] \geq -\frac{1}{2} z_2^2(0) \geq -\gamma_{z0}^2 \tag{3.64}$$

onde γ_{z0} é uma constante real.

De 3.63 e 3.64 podemos concluir que 3.37 é válida pelo menos para:

$$\gamma_3 \; = \; 0 \tag{3.65}$$

$$\delta_3 \; = \; -(\gamma_0^2 + \gamma_{z0}^2) \tag{3.66}$$

Assim, por 3.58, 3.59, 3.65 e 3.66, lembrando que $m + p > 0$, concluímos que o sistema é $\mathcal{L}_2$ estável para u_{e1} e $u_{e2} \in \mathcal{H}$. Deve-se observar que o fato de z_1, z_2, v e $w \in \mathcal{H}$ não significa que essas variáveis sejam limitadas (ver um contra-exemplo no Apêndice, seção B.4). Apesar disso 3.43 é válida, ou seja, para entradas u_{e1} e u_{e2} limitadas, a saída v também é limitada.

Infelizmente esta análise é válida apenas para o sistema nominal. Considerando que u_{e1} e u_{e2} sejam sinais resultantes de ruído externo e de dinâmicas desprezadas no modelamento do sistema, esta análise não permite afirmar que u_{e1} e $u_{e2} \in \mathcal{H}$ (as estruturas de u_{e1} e u_{e2} não são consideradas na análise, e a propriedade de pertencerem a $\mathcal{H}$ é admitida como hipótese inicial), logo, da forma como foi executado, este processo de análise nada permite concluir sobre a estabilidade do sistema "completo" (sem as simplificações feitas).

As simulações realizadas usando-se o sistema nominal mostram que o compensador adaptativo efetivamente executa aquilo a que se propõe, fazendo o sistema comportar-se como o modelo de referência, apesar da ausência de conhecimento que a escolha de valores iniciais nulos para os parâmetros k_1, k_2 e k_3 do compensador reflete.

A figura 3.5 mostra a saída y do sistema nominal quando utilizamos o algoritmo de adaptação obtido através do método de Lyapunov quando a entrada de referência é um degrau de amplitude 1, comparada com a saída y_m do modelo de referência.

A escala horizontal (t) representa o tempo em segundos na figura 3.5 e em todas as figuras que mostram resultados de simulações e de ensaios experimentais. Os valores dos parâmetros usados nas simulações foram obtidos consultando-se as referências [37] e [39] e através do ensaio descrito na seção 5.3, ou seja, descontando-se os normais erros de modelagem e de identificação de parâmetros, estamos simulando o sistema físico real usado nos ensaios experimentais. Os valores usados são:

$J = 1,68 \times 10^{-5}\ kg\,m^2$	$k_{10} = 0$
$K_m = 0,02\ Nm/A$	$k_{20} = 0$
$f = 2,41 \times 10^{-6}\ Nm\,s$	$k_{30} = 0$
$d = 1,23 \times 10^{-3}\ Nm$	$P_1 = 150$
$R_a = 30\ \Omega$	$P_2 = 150$
$a_m = 4,2$	$P_3 = 20$
$b_m = 9$	$D_1 = 15$
$L_a = 0$	$D_2 = 15$
$e_p = 0,0005\ rad/s$	$D_3 = 1$

Nesta simulação o momento de atrito pode assumir valores tais que se a velocidade é nula e a magnitude do momento fornecido pelo restante do sistema é inferior a d (parâmetro do atrito), então a velocidade mantém-se nula, ou seja, é um modelo diferente daquele usado no projeto dos compensadores. Para implementar este modelo de atrito utilizamos a sugestão de Karnopp [17], onde o momento de atrito é definido por duas expressões, acrescido de um "chaveamento" definido pelo valor da velocidade, do momento fornecido pelo motor e pelo valor de d. Além disso, devido à finita precisão dos computadores digitais, a velocidade nula é definida, nas simulações, por uma faixa de valores centrada no zero. No caso $x_2 = 0$ se $-e_p \leq x_2 \leq e_p$.

A figura 3.6 mostra a evolução dos parâmetros k_1, k_2 e k_3 para a mesma simulação referente à figura 3.5, e verificamos que estes parâmetros não convergiram para seus valores "ideais" $k_{i1} = -13,6$, $k_{i2} = -4,9$ e $k_{i3} = 1,8$. Isso decorre do fato de que um degrau não excita suficientemente o sistema. As figuras 3.7 e 3.8 mostram recpectivamente a saída y e os parâmetros k_1, k_2 e k_3 para uma simulação onde a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude $0,5$ e período $4s$. Verificamos novamente que, apesar da saída y do sistema acabar por seguir a saída y_m do modelo de referência, os parâmetros não convergiram para os valores corretos.

A simulação mostrada nas figuras 3.9 e 3.10 mostram respectivamente a saída y e os parâmetros k_1, k_2 e k_3 quando a entrada de referência é um degrau de amplitude 1 e o algoritmo de adaptação é aquele obtido pelo método de Hiperestabilidade, e novamente os parâmetros do compensador não convergem para seus valores "ideais". Porém, quando a entrada de referência é uma onda quadrada, novamente de amplitude $0,5$ e período $4s$, os parâmetros acabam por atingir estes valores "ideais", conforme podemos observar na figura 3.12. A figura 3.11 mostra a saída y comparada com a saída y_m do modelo de referência.

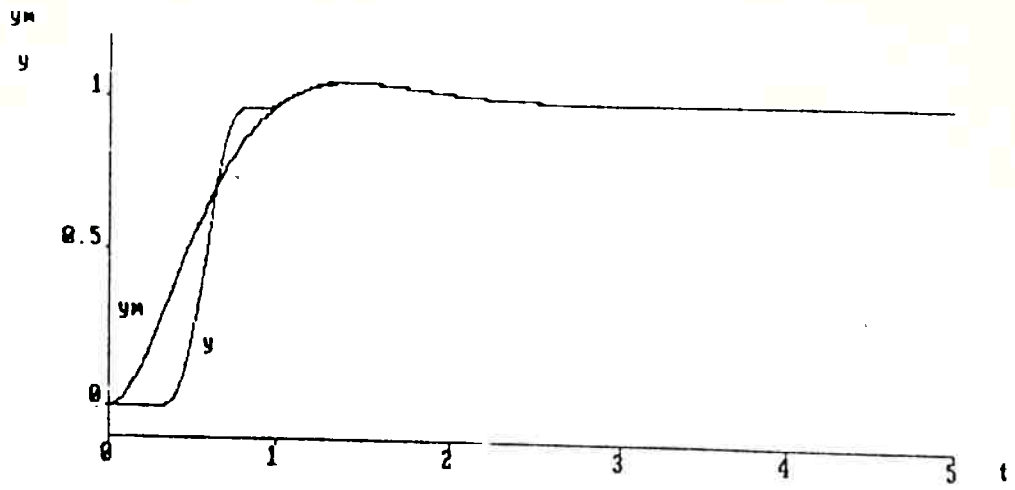


Fig. 3.5: Simulação do sistema nominal, o algoritmo de adaptação foi obtido pelo método de Lyapunov e a entrada de referência é um degrau de amplitude 1. O gráfico mostra a saída y comparada com a saída y_m do modelo de referência.

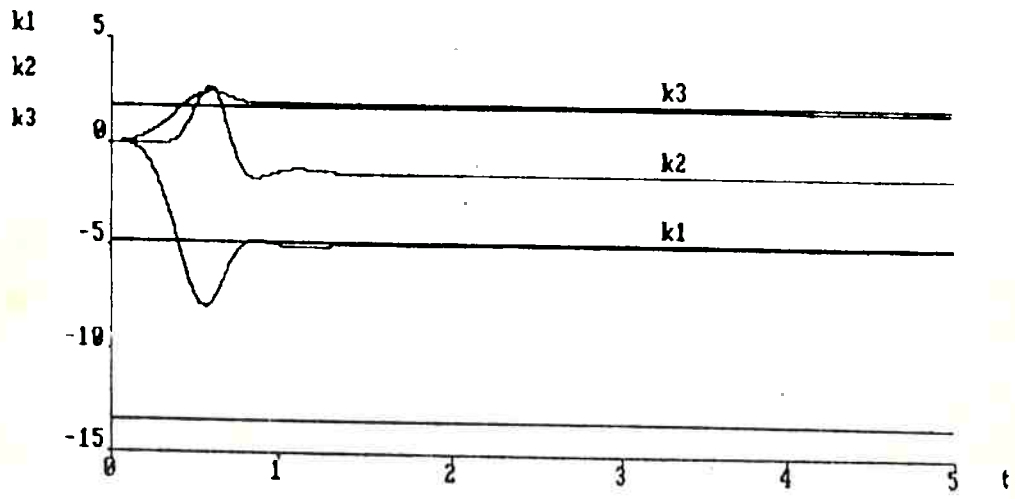


Fig. 3.6: Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à mesma simulação da fig. 3.5. Os parâmetros não convergem para seus valores "ideais" representados no gráfico por linhas horizontais.

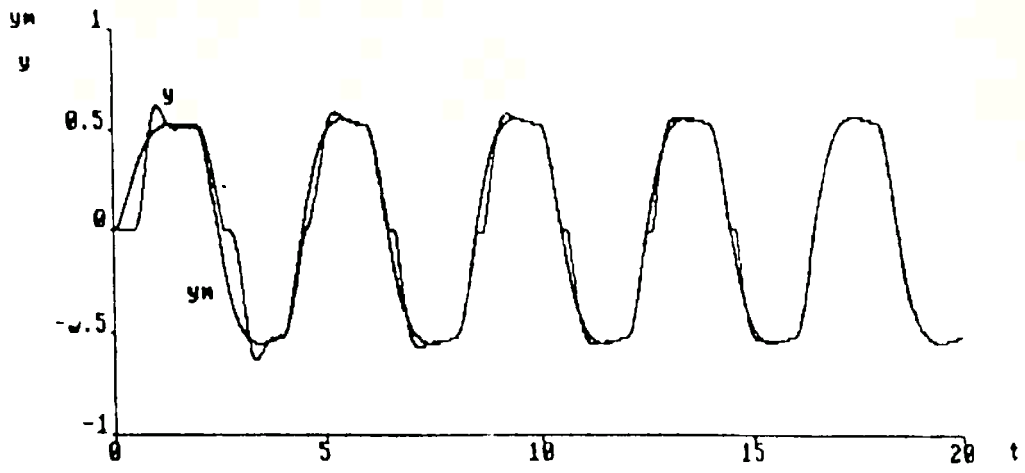


Fig. 3.7: Simulação do sistema nominal, o algoritmo de adaptação foi obtido pelo método de Lyapunov e a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude $0,5$ e período $4s$. O gráfico mostra a saída y comparada com a saída y_m do modelo de referência.

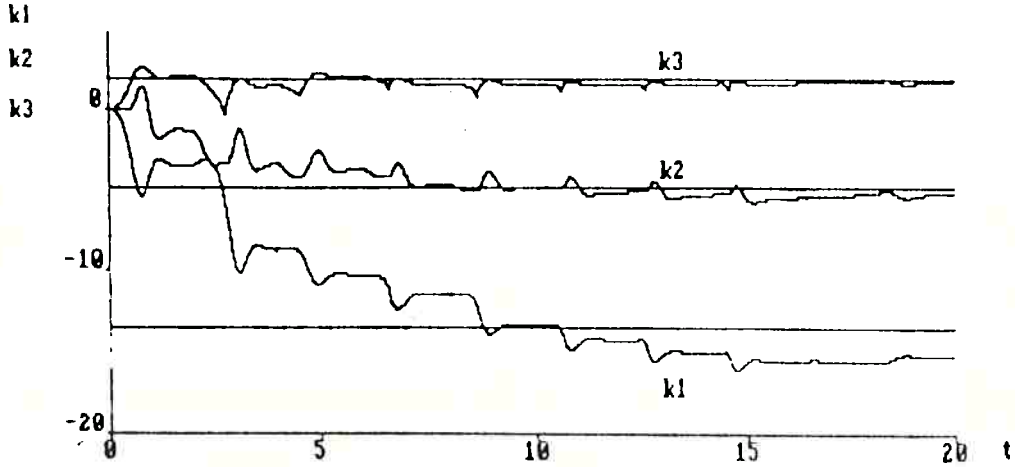


Fig. 3.8: Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à mesma simulação da fig. 3.7. Os parâmetros não convergem para seus valores "ideais" (linhas horizontais).

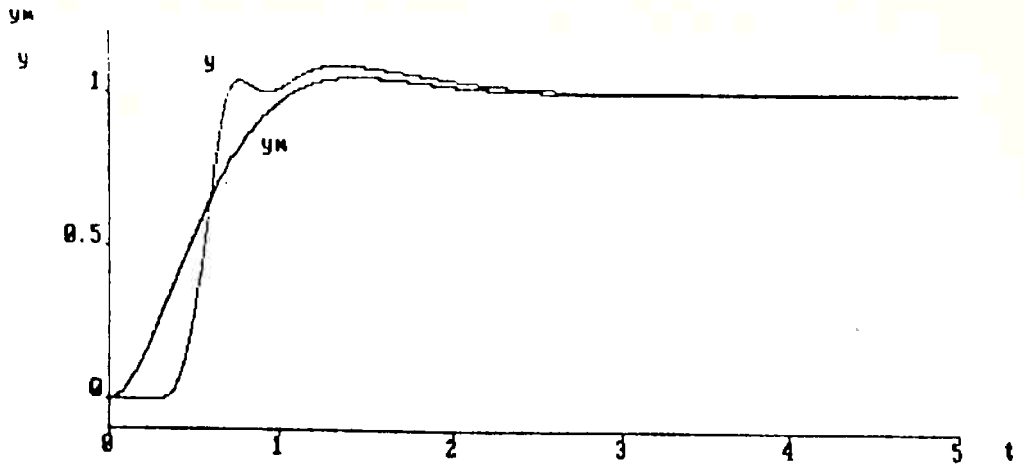


Fig. 3.9: Simulação do sistema nominal, o algoritmo de adaptação foi obtido pelo método de Hiperestabilidade e a entrada de referência é um degrau de amplitude 1. O gráfico mostra a saída y comparada com a saída y_m do modelo de referência.

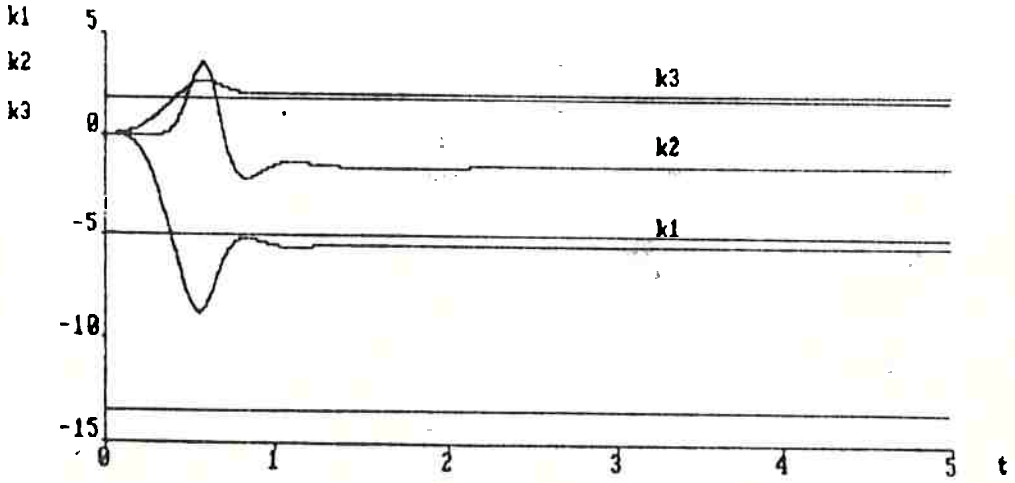


Fig. 3.10: Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à mesma simulação da fig. 3.9. Os parâmetros não convergem para seus valores "ideais" (linhas horizontais).

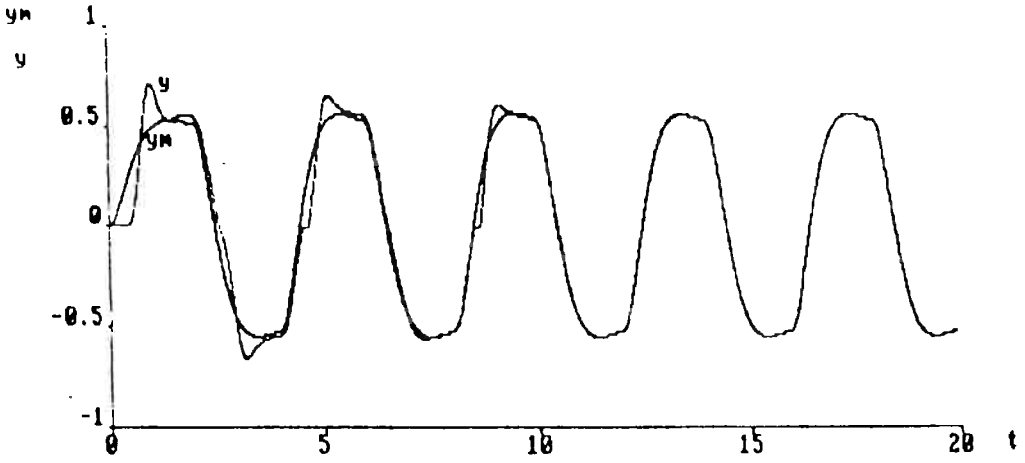


Fig. 3.11: Simulação do sistema nominal, o algoritmo de adaptação foi obtido pelo método de Hiperestabilidade e a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude $0,5$ e período $4s$. O gráfico mostra a saída y comparada com a saída y_m do modelo de referência.

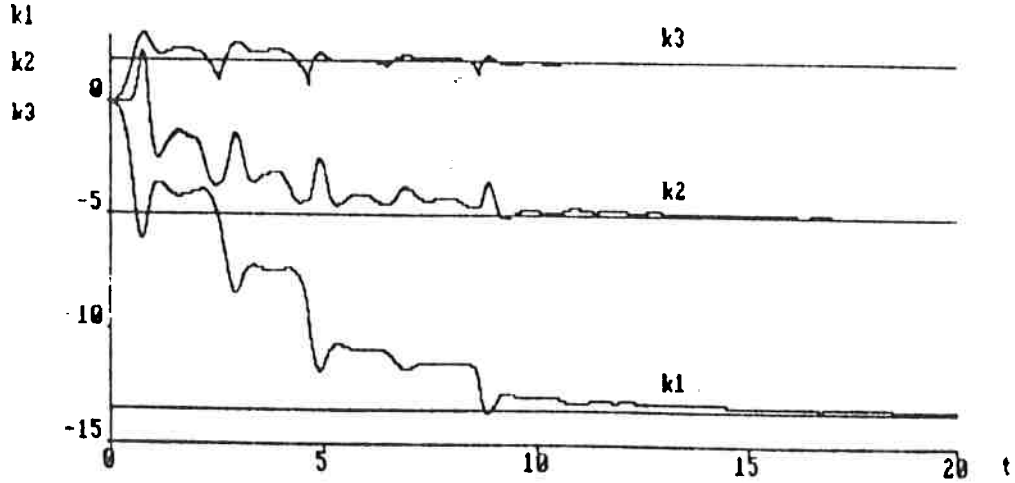


Fig. 3.12: Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à mesma simulação da fig. 3.11. Os parâmetros convergem para seus valores "ideais" (linhas horizontais).

3.5 Conclusões

As análises feitas no sistema nominal indicam que ele é assintoticamente estável mesmo na presença de entradas externas não previstas, desde que estas entradas pertençam ao espaço de funções $\mathcal{H}$ (ver Apêndice, seções B.4 e B.5), e a saída (o sinal de erro v) é limitada se as entradas u_{e1} e u_{e2} também o forem. As simulações realizadas mostram que o sistema pode efetivamente compensar o atrito seco, e que a convergência dos parâmetros depende de uma conveniente entrada de referência capaz de excitar suficientemente o sistema controlado. Como a teoria utilizada (segundo método de Lyapunov, teorema de Hiperestabilidade, Estabilidade Entrada-Saída) é de aplicação muito difícil quando se considera o sistema "completo", incluindo as dinâmicas desprezadas no projeto do compensador nominal (fugindo ao escopo deste trabalho), no próximo capítulo, que trata da implementação do sistema de controle através de um computador digital, e onde devem ser considerados condições mais próximas da realidade quanto possível, a análise será feita através de simulações, apesar das limitações de uma abordagem desse tipo. Pela semelhança existente entre os dois algoritmos obtidos, selecionamos para implementação apenas aquele obtido pelo método de Hiperestabilidade.

4 IMPLEMENTAÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE

4.1 Introdução

O uso de computadores digitais para implementar sistemas de controle têm crescido [3], e o desenvolvimento nesta área já permite, em vários casos, a utilização de sistemas de controle mais sofisticados como os compensadores adaptativos [1] [2], que de outra forma não seriam viáveis. Daí o interesse em partir para a implementação prática do compensador obtido no capítulo anterior através de um computador, que permitirá também verificar quais os problemas inerentes a este processo. Uma vez que temos o compensador analógico já desenvolvido, simplesmente faremos uma aproximação para obter um compensador de tempo discreto, adotando ainda algumas modificações para aumento da robustez. Para a parte específica de implementação usando computador digital a referência consultada foi o livro de Åström e Wittenmark [3], e para a parte de alterações para aumento de robustez utilizamos sugestões presentes nos artigos de Wittenmark e Åström [42], Gilbart e Winston [10] e na dissertação de Papadopoulos [33].

4.2 Implementação de Compensadores Digitais

A implementação de compensadores através de um computador digital requer diversos cuidados. É necessário considerar os sensores, atuadores, a interação do sistema com o operador humano e as características próprias do computador digital como o atraso devido aos cálculos realizados (que demandam um tempo finito), os problemas de precisão numérica e os problemas introduzidos pelas conversões digital-analógica (D-A) e analógico-digital (A-D). Não é nossa intenção fazer uma revisão da teoria de controle digital, logo faremos apenas alguns comentários breves sobre os itens mais importantes.

Um dos aspectos fundamentais é o processo de amostragem dos sinais analógicos, a conversão A-D. Normalmente a amostragem se faz a intervalos regulares, onde a teoria é bem desenvolvida, porém esquemas mais complexos onde diferentes malhas do compensador operam com diferentes freqüências de amostragem podem ser usados. Neste trabalho usaremos uma única freqüência de amostragem. Um dos fenômenos que ocorrem no processo de amostragem é o "aliasing", onde sinais de freqüência elevada que seriam (em geral) naturalmente atenuados pelo sistema são interpretados como sinais de baixa freqüência pela conversão A-D. Para evitar este problema normalmente se acrescenta um filtro analógico antes da amostragem, filtro esse que deverá atenuar os sinais cujas freqüências sejam superiores à freqüência de Nyquist (metade da freqüência de amostragem). Tais filtros introduzem uma dinâmica que eventualmente deve ser considerada no projeto do compensador. Outro problema é a seleção da freqüência de amostragem, que depende do sinal amostrado, do método de reconstrução do sinal ("segu-

rador" de ordem zero ou de ordem 1 - "zero" ou "first order holder"), e do objetivo do sistema. No caso de sistemas de controle a freqüência de amostragem deve estar intimamente relacionada com a largura de banda especificada.

O atraso devido ao processo de cálculo no computador digital também é importante, sendo que o intervalo de tempo gasto no processo é um fator limitante na escolha da freqüência de amostragem. Nas simulações devemos analisar o efeito da introdução de um atraso equivalente a um período de amostragem, verificando se a estabilidade e o desempenho são afetados.

Outro aspecto importante são as não linearidades, principalmente aquelas presentes na carga e nos atuadores, como, por exemplo, a saturação, que exige modificações no sistema de controle, principalmente se este contém integradores.

Entre os aspectos operacionais podemos citar a interação entre o sistema de controle e o operador humano, o problema da partida (início da operação) do sistema, a visualização por parte do operador do que ocorre no sistema (monitoração) e, no caso de sistemas mais sofisticados que permitem a mudança de parâmetros durante a operação ("on-line"),o problema do transiente que estas mudanças acarretam. Para motores elétricos de grande potência é necessário ainda um sistema que limite a corrente de armadura durante a partida. É necessário preucupar-se também com a segurança e com problemas provocados por mal funcionamento de, por exemplo, sensores e atuadores.

Os problemas numéricos são causados por diversos fatores entre os quais estão a precisão dos conversores A-D e D-A, arredondamento, ultrapassagem dos limites de representação de uma quantidade ("overflow" e "underflow"), etc. Os problemas numéricos estão relacionados com o tamanho da palavra (8, 16, 32 bits, etc) com que o computador e as placas de conversão operam, bem como com a utilização (ou não) de aritmética de ponto flutuante, da utilização de dupla ou simples precisão, etc.

A estrutura do programa de controle influi diretamente na eficiência do sistema, e seu desenvolvimento deve considerar os aspectos já citados, tentando diminuir o atraso computacional e descrevendo o compensador através de uma forma numericamente bem condicionada, sem esquecer que controle dinâmico implica em sistemas de tempo real.

4.3 Projeto do Compensador de Tempo Discreto

Existem diversos métodos para se obter um sistema de tempo discreto a partir de outro de tempo contínuo, como o de Euler, ou o do trapézio (também conhecido como aproximação de Tustin). Escolhemos o método de Euler por ser o mais simples, embora ele não garanta que o sistema de tempo discreto obtido de um sistema analógico estável seja também estável [3].

Neste método a derivada é aproximada por uma diferença:

$$\dot{x}(t) \approx \frac{x(t+h) - x(t)}{h} \tag{4.1}$$

onde h é o intervalo de tempo.

Adotamos também as seguintes modificações para aumento de robustez, conforme sugestões da literatura: o sinal do erro é normalizado (veja expressão 4.2), conforme sugestão da referência [33], as integrações existentes no algoritmo de controle são interrompidas quando ocorre saturação, ou seja, quando $abs(u) > u_l$ onde u_l é o valor limite da saturação, e o algoritmo de adaptação é "congelado" quando a norma do erro relativo (expressão 4.3) é suficientemente pequena, ou melhor, quando $abs(e_r) < e_l$, onde e_l é o valor limite do erro relativo e_r (ver ref. [42]).

$$\bar{v} = \frac{v}{\lambda + x_1^2 + x_2^2} \tag{4.2}$$

v - sinal do erro.

$\bar{v}$ - sinal normalizado.

λ - constante para evitar a divisão por zero. Adotamos λ=1.

$$e_r = \frac{e2}{1 + abs(x_{m2})} \tag{4.3}$$

e_r - erro relativo.

Para verificar o desempenho do sistema, bem como sua estabilidade, realizamos algumas simulações utilizando condições mais próximas da realidade quanto possível. Para isso, além da utilização do compensador modificado, o sistema simulado apresenta ainda um atraso de transporte na variável de controle (ver expressão 4.4), bem como saturação. Acrescentamos ainda um ruido à leitura da velocidade (x_2) feita pelo sensor conforme a expressão 4.5.

$$u(t) = u_s(t - \tau) \tag{4.4}$$

$$x_2 = x_{2i} + a_{mp1}.norm(t) + a_{mp2}.abs(x_2).norm(t) + D_C \tag{4.5}$$

Na expressão 4.4, u é a variável de controle aplicada atrasada ao sistema, u_a é a variável de controle calculada pelo sistema de controle, t é o tempo e τ é o valor do atraso. Na expressão 4.5, a_{mp1} e a_{mp2} são constantes positivas, $abs(x_2)$ é a norma de x_2, x_2, é a velocidade angular antes da adição do ruído, $norm(t)$ é uma função do programa de simulação usada para gerar ruído e D_C é uma constante.

Exceto menção em contrário, utilizamos os seguintes valores para realizar as simulações:

$J = 1,68 \times 10^{-5}\ kg\,m^2$	$k_{10} = 0$	$h = 0,03s$
$K_m = 0,02\ Nm/A$	$k_{20} = 0$	$u_l = 20V$
$f = 2,41 \times 10^{-6}\ Nm\,s$	$k_{30} = 0$	$\lambda = 1$
$d = 1,23 \times 10^{-3}\ Nm$	$P_1 = 150$	$e_l = 0,06$
$R_a = 30\ \Omega$	$P_2 = 150$	$\tau = h$
$a_m = 4,2$	$P_3 = 20$	$a_{mp1} = 0,5$
$b_m = 9$	$D_1 = 15$	$a_{mp2} = 0,015$
$L_a = 0,1$	$D_2 = 15$	$D_C = 0$
$e_p = 0,0005\ rad/s$	$D_3 = 1$	$k_{sp} = 0,01671$
$k_{sc} = 1$	$k_{ap} = -4$	$k_{ac} = 1/k_{ap}$

Não estamos considerando as dinâmicas do sensor e do amplificador de potência, logo utilizamos apenas os ganhos estáticos k_{sp} do sensor e k_{ap} do amplificador. Como existe saturação também na placa de conversão, num valor de $5V$, estamos multiplicando o valor calculado da variável de controle u por k_{ac}, que é o inverso de k_{ap}. Adotando $k_{sc} = 1$ estamos normalizando o algoritmo de controle pelo valor de k_{sp}.

Um sistema adaptativo pode tornar-se instável quando a entrada de referência é elevada, na presença de dinâmicas não modeladas. Considerando o nosso sistema, sem as modificações para aumento de robustez já citadas, sem a presença de ruído e sem saturação, aplicando um degrau de amplitude 1 (ver figura 4.1) verificamos que existe maior oscilação do que aquela observada no sistema nominal. E um degrau de amplitude 1,5 já é elevado o bastante para resultar numa resposta instável, conforme podemos observar na figura 4.2. As figuras 4.1 e 4.2 mostram a saída y do sistema comparada com a saída y_m do modelo de referência. A figura 4.3 mostra a variável de controle referente à simulação mostrada na figura 4.2 e podemos confirmar o comportamento instável. A normalização do sinal do erro (expressão 4.2) contorna este problema, conforme podemos observar na figura 4.4. Isso se deve ao fato de que a normalização torna o processo adaptativo independente da amplitude do sinal de referência.

A saturação causa problemas também, tornando elevado o sobre-sinal. Se as integrações são interrompidas quando ocorre saturação, o comportamento é do sistema é melhor. As figuras 4.5 e 4.6 mostram respectivamente a saída y e a variável de controle u resultantes da simulação do sistema quando a entrada de referência é um degrau de amplitude 10. Podemos observar um sobre-sinal elevado e a saturação da variável de controle. A figura 4.7 mostra

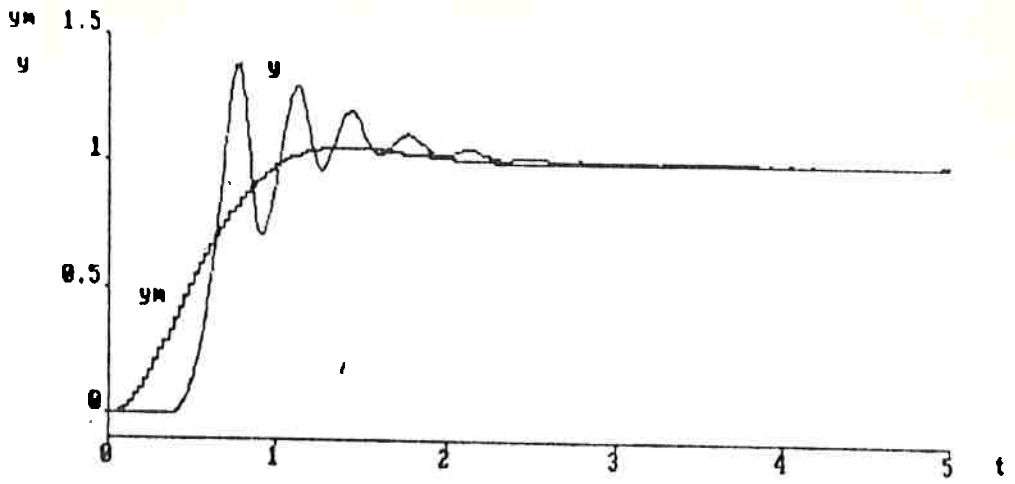


Fig. 4.1: Simulação do sistema "completo", ou seja sem desprezar a indutância da armadura, utilizando o compensador de tempo discreto. Não há ruído nem saturação, mas há atraso no sinal de controle. A entrada de referência é um degrau de amplitude 1. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência. A resposta é estável.

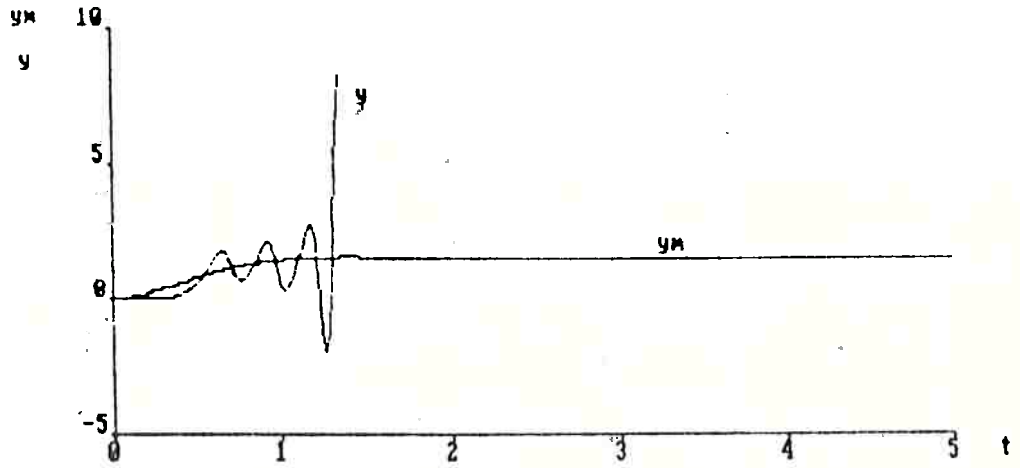


Fig. 4.2: Simulação do sistema quando a entrada de referência é um degrau de amplitude 1,5. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência. A resposta é instável.

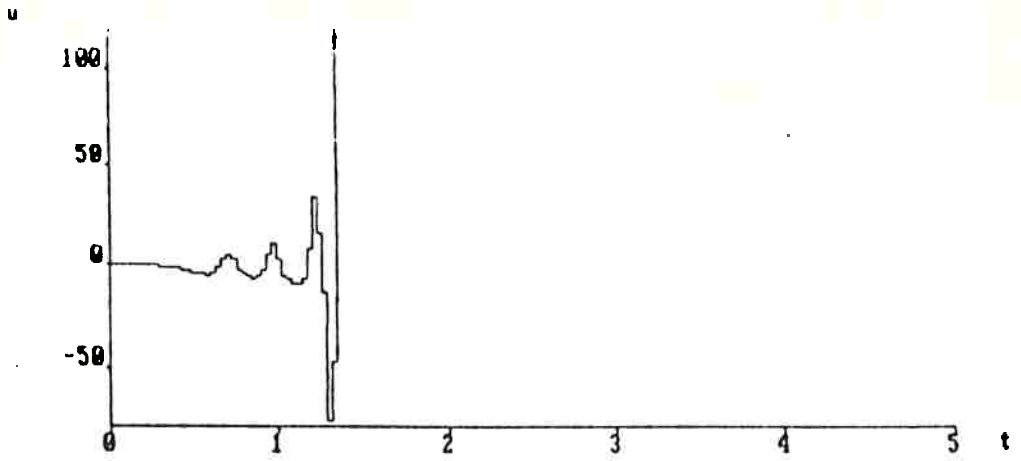


Fig. 4.3: Variável de controle definida pelo compensador para a simulação apresentada na figura 4.2.

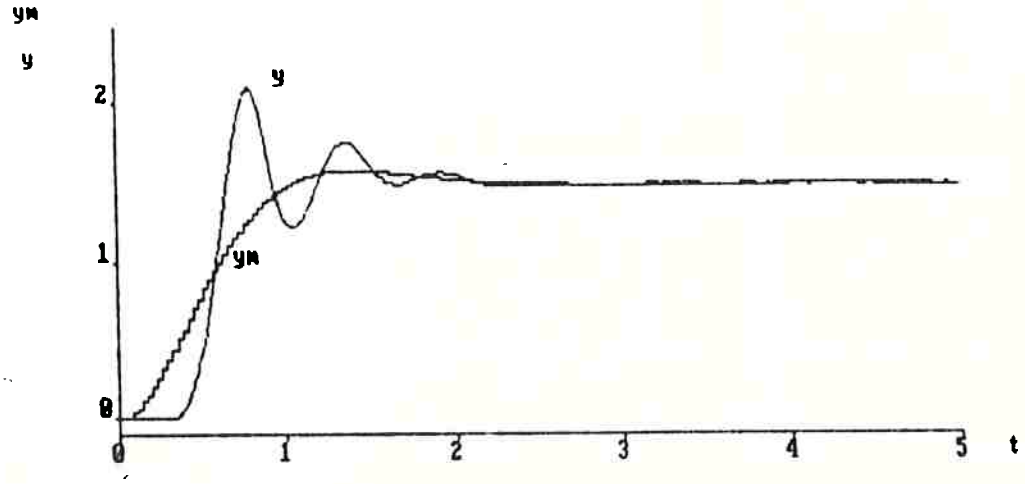


Fig. 4.4: Simulação do sistema quando a entrada de referência é um degrau de amplitude 1,5 e o compensador normaliza o sinal do erro. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência. A resposta é estável.

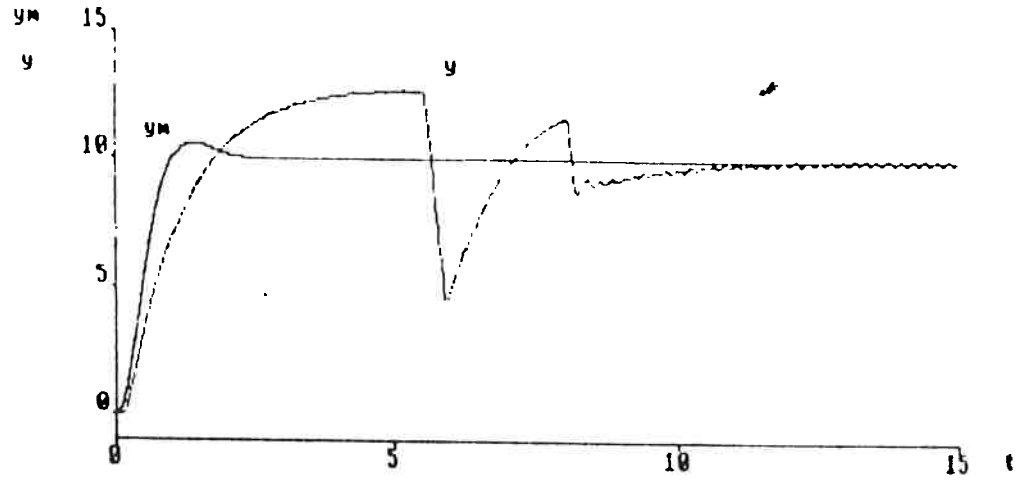


Fig. 4.5: Simulação do sistema quando ocorre saturação, e a entrada de referência é um degrau de amplitude 10. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência. A resposta do sistema apresenta sobre-sinais elevados.

que os parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação sofrem também considerável desvio devido à saturação, embora o sistema permaneça estável. As figuras 4.8, 4.9 e 4.10 mostram os resultados da simulação do sistema quando há interrupção das integrações quando ocorre saturação. Nestas simulações o sinal do erro é normalizado.

A presença de um ruído constante D_C (ver expressão 4.5) também pode causar um comportamento instável. A figura 4.11 mostra a saída y resultante da simulação do sistema "completo", com a interrupção das integrações quando ocorre saturação, com a normalização do sinal do erro v, e com a presença de um ruído $D_C = 2$. Podemos verificar que a resposta do sistema não é conveniente. Se incorporarmos ao sistema a modificação relativa à interrupção da adaptação quando a norma do erro relativo é menor que um limite (e_l), a simulação feita mostra uma saída estável, conforme podemos observar na figura 4.12. Observe que o ruído introduzido por D_C causa um erro e_r menor que o limite e_l.

Considerando agora os parâmetros listados anteriormente, e com o sistema modificado para aumento de robustez, realizamos algumas simulações para verificar o seu desempenho sob condições próximas da realidade. Um dos principais problemas da abordagem de projeto utilizada é a falta de informações para a determinação dos ganhos de adaptação P_1, P_2, P_3, D_1, D_2 e D_3, cujos valores influem no comportamento do sistema pois estes ganhos estão relacionados com a velocidade de adaptação. Esta influência pode ser mostrada através de simulações. Devido a este problema a seleção dos ganhos de adaptação não obedeceram a nenhum critério formal.

A figura 4.13 mostra a saída do sistema para diferentes valores dos ganhos de adaptação, e verificamos que, apesar das modificações, se os ganhos forem muito elevados o sistema pode

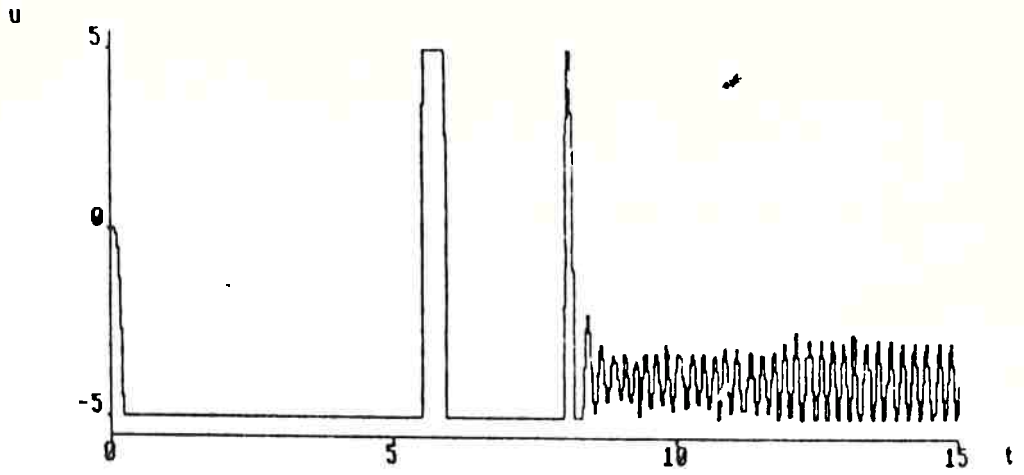


Fig. 4.6: Variável de controle definida pelo compensador para a simulação apresentada na figura 4.5.

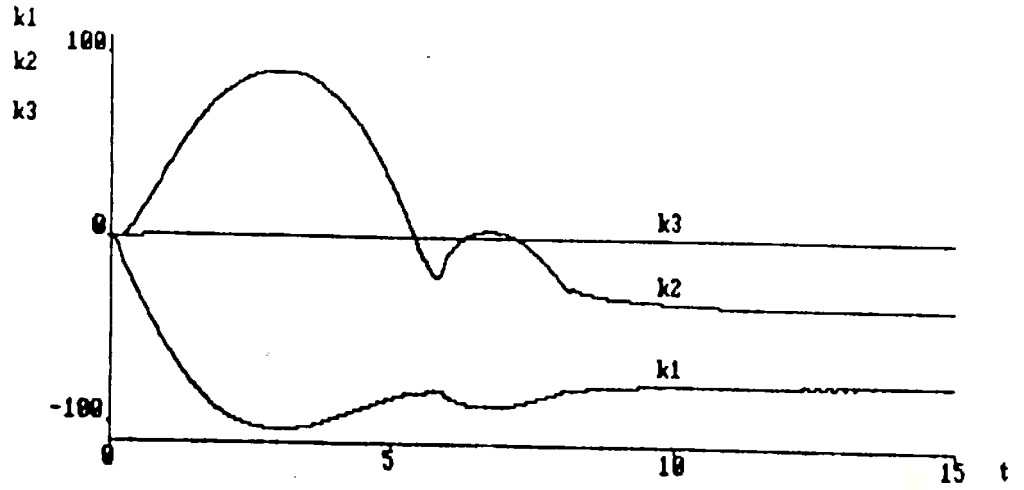


Fig. 4.7: Parâmetros do compensador ajustados pelo mecanismo de adaptação correspondentes à simulação apresentada na fig. 4.5.

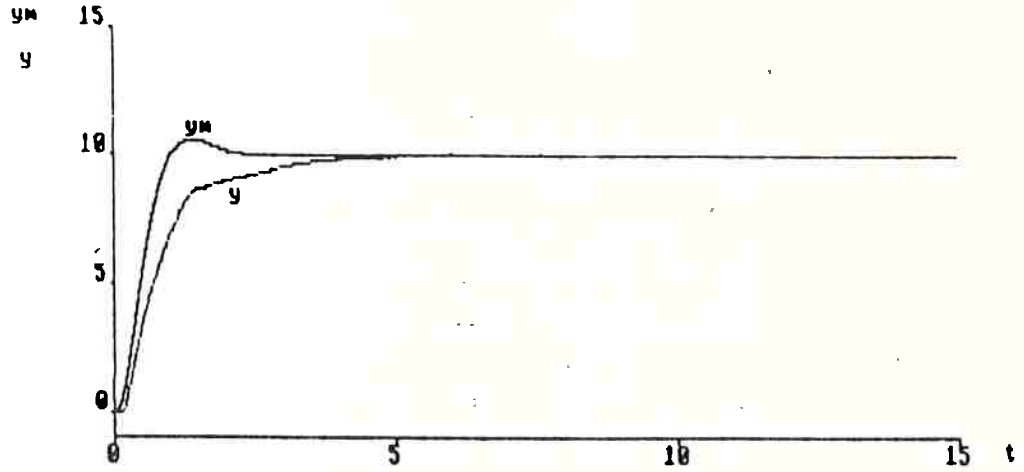


Fig. 4.8: Simulação do sistema quando a entrada de referência é um degrau de amplitude 10 e as integrações são interrompidas quando ocorre saturação. O gráfico mostra a saída y do sistema comparada com a saída y_m do modelo de referência.

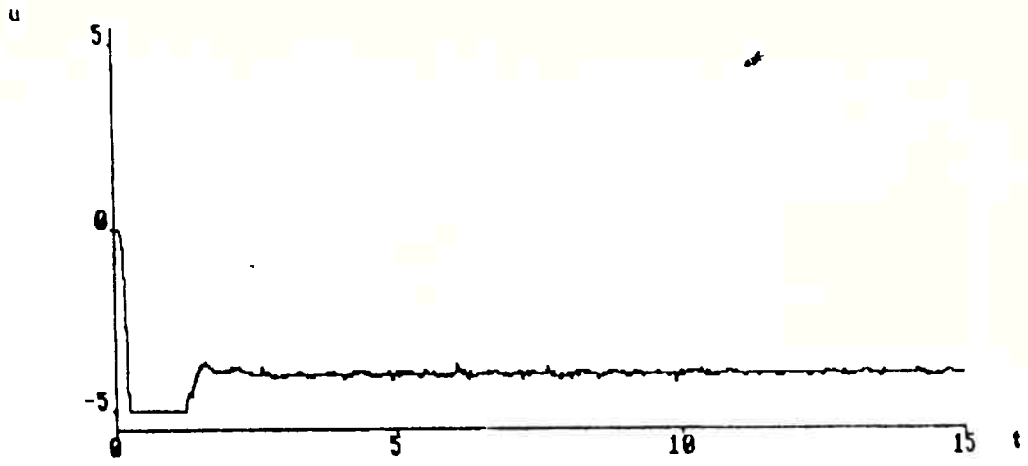


Fig. 4.9: Variável de controle definida pelo compensador para a simulação apresentada na figura 4.8.

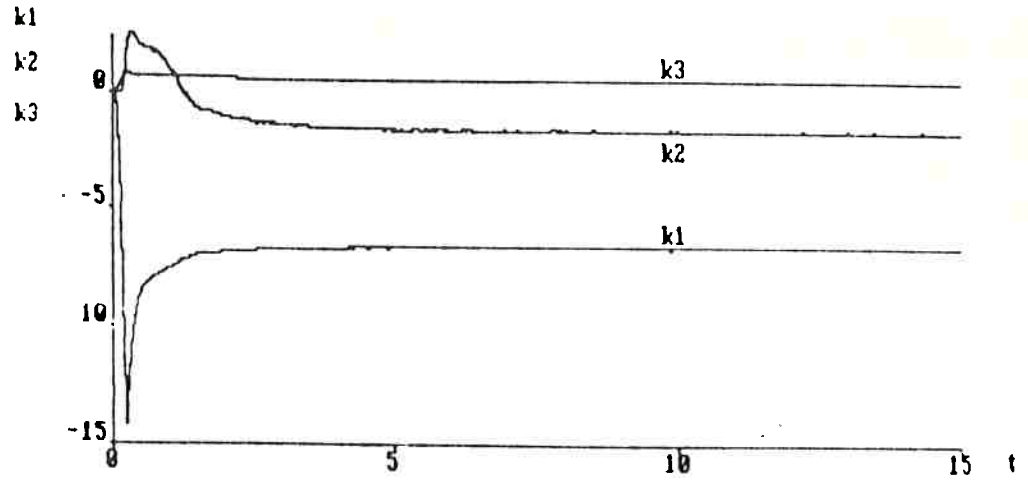


Fig. 4.10: Parâmetros do compensador ajustados pelo mecanismo de adaptação correspondentes à simulação apresentada na fig. 4.8.

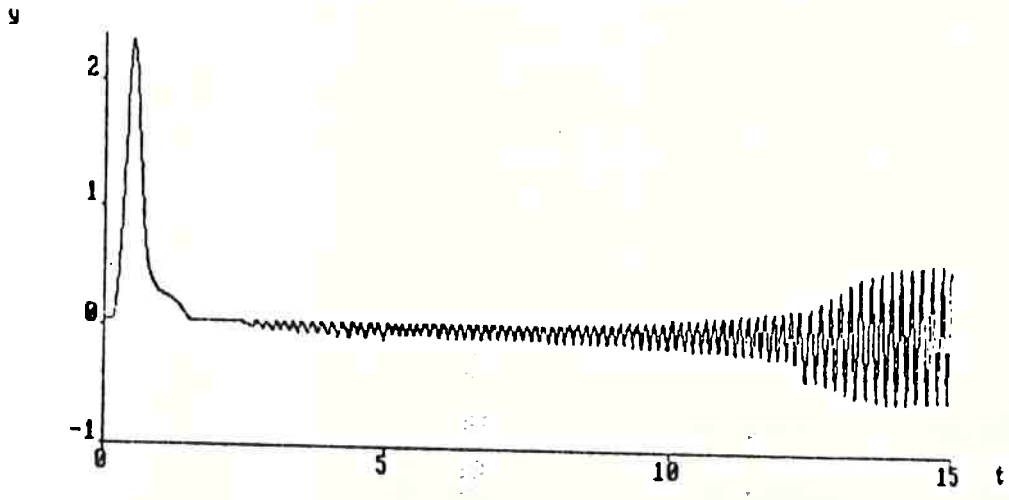


Fig. 4.11: Simulação do sistema quando a entrada de referência é um pulso de amplitude 10 e duração $0,1s$,e é acrescentado um ruído constante $D_C = 2$. O gráfico mostra a saída y do sistema, e verifica-se um comportamento "instável".

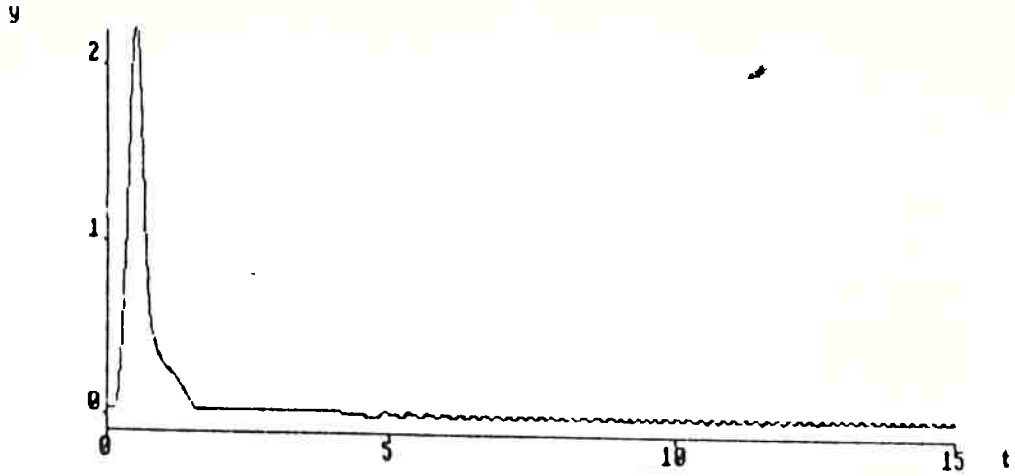


Fig. 4.12: Simulação do sistema para as mesmas condições da simulação apresentada na figura 4.11, exceto que o sistema interrompe a adaptação quando a norma do erro relativo e_r é menor que e_l. O gráfico mostra a saída y do sistema, e verifica-se que o comportamento é adequado.

tornar-se instável, como mostra a curva 3, que é a saída para ganhos de adaptação oito vezes maiores que os valores efetivamente adotados. A adaptação muito rápida pode levar à instabilidade se dinâmicas não modeladas estão presentes [14]. A curva 2 mostra a saída para os ganhos adotados, e a curva 1 mostra a saída para ganhos dez vezes menores. O sobre-sinal é elevado porque o sistema demora para responder à entrada de referência (a adptação é lenta e os parâmetros ajustados têm valores iniciais nulos). Os gráficos mostram a saída do sistema antes da adição do ruído (embora o ruído esteja presente). A figura 4.14 mostra a lei de controle, e a numeração é correspondente.

As figuras 4.15, 4.16 e 4.17 mostram os parâmetros ajustados pelo algoritmo de adaptação correspondentes, respectivamente à curva 1, curva 2 e curva 3 da figura 4.13, onde podemos ver que a velocidade de adaptação está relacionada com os ganhos de adaptação.

Simulamos o sistema aplicando um degrau de amplitude 10 como entrada de referência. A figura 4.18 mostra a saída do sistema tal qual o compensador a percebe (com ruído). A figura 4.19 mostra a variável de controle para a mesma simulação e a figura 4.20 mostra os parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação. Estas figuras podem ser comparadas com os resultados dos ensaios experimentais. Comparando com as figuras 4.8, 4.9 e 4.10 (onde não há ruído na simulação) podemos verificar o efeito do ruído no sistema.

A figura 4.21 mostra a saída do sistema tendo uma onda quadrada como entrada de referência, sem um mecanismo de adaptação, com valores iniciais $k_{10} = -17,7$, $k_{20} = -6,4$ e $k_{30} = 0$, e podemos observar o efeito do atrito sobre o desempenho. Com o compensador adaptativo este efeito é menor, como podemos ver na figura 4.22. O transiente inicial é maior

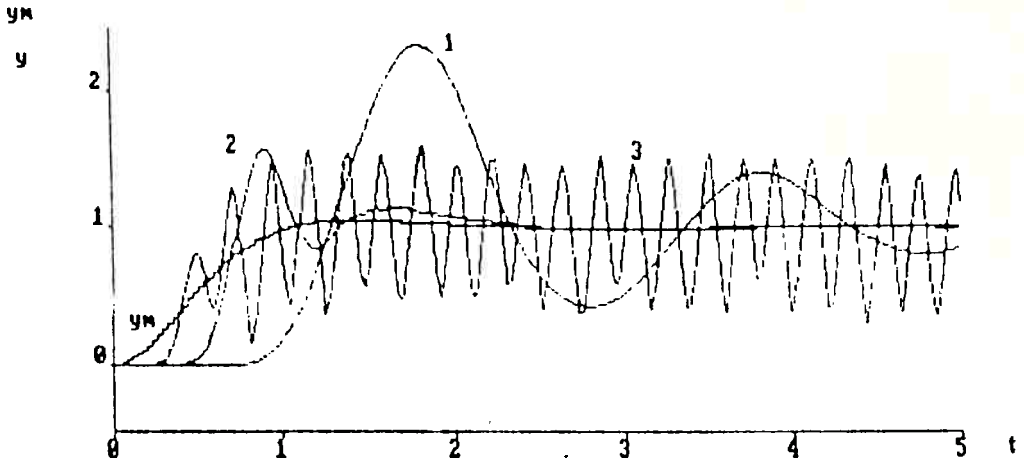


Fig. 4.13: Saída do sistema com diferentes valores dos ganhos de adaptação, sendo a entrada de referência um degrau de amplitude 1. A curva 1 é a saída para ganhos dez vezes menores que os nominais, a curva 2 é a saída para os valores nominais e a curva 3 é a saída para valores oito vezes maiores. Verifica-se na curva 3 um comportamento "instável" (y_m é a saída do modelo de referência).

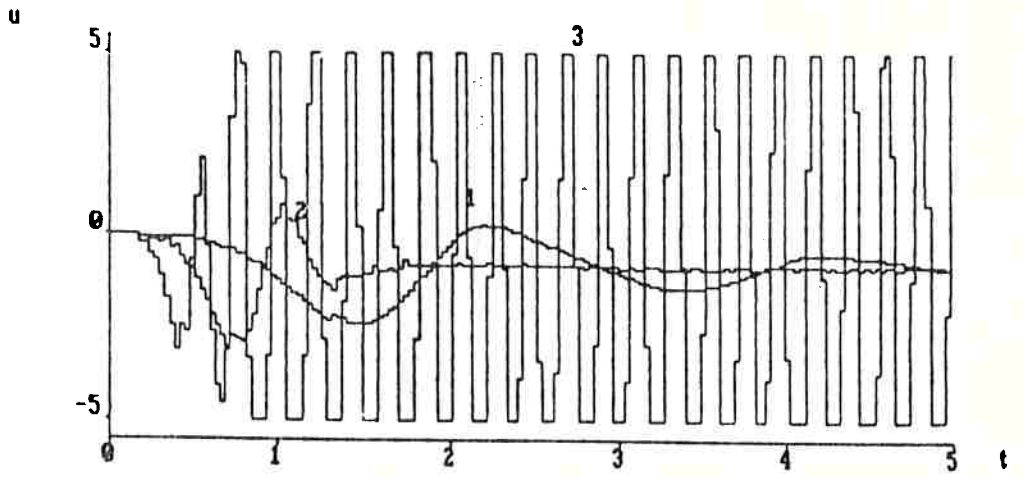


Fig. 4.14: Variável de controle definida pelo compensador para as simulações apresentadas na figura 4.13. A numeração é correspondente.

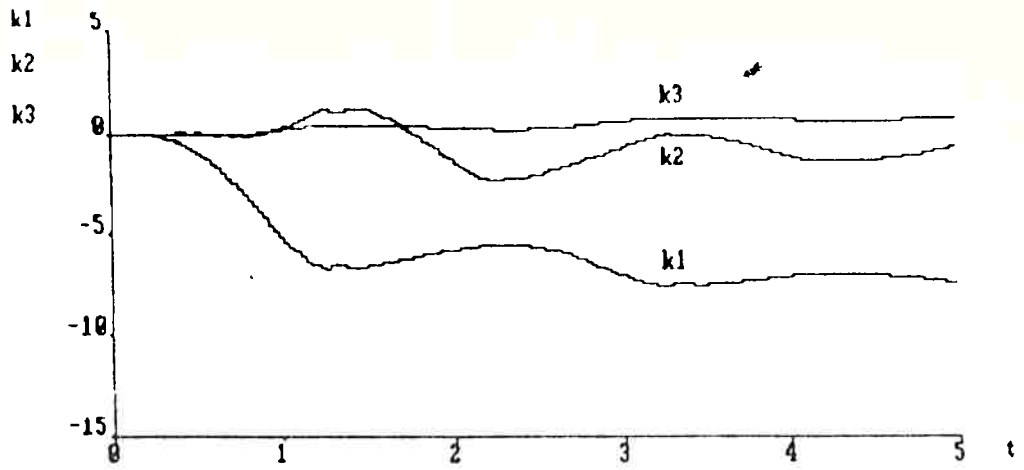


Fig. 4.15: Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à curva 1 da fig. 4.13.

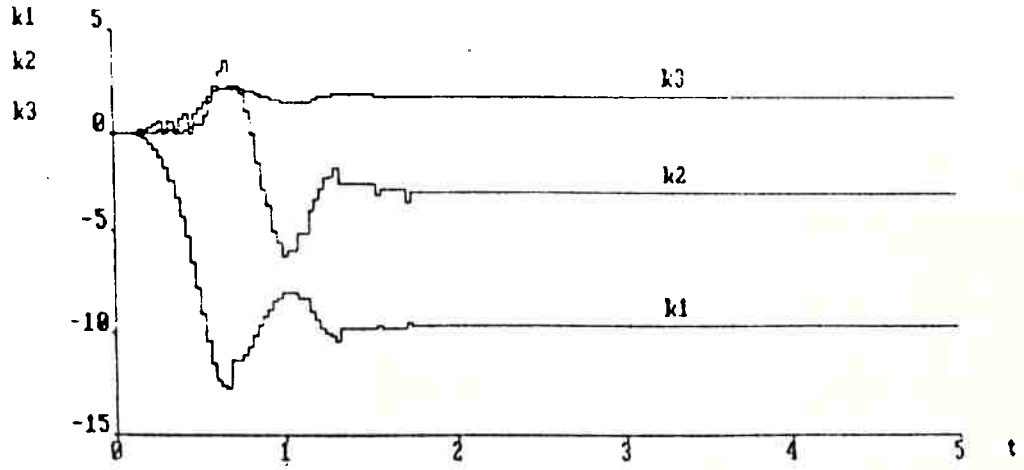


Fig. 4.16: Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à curva 2 da fig. 4.13.

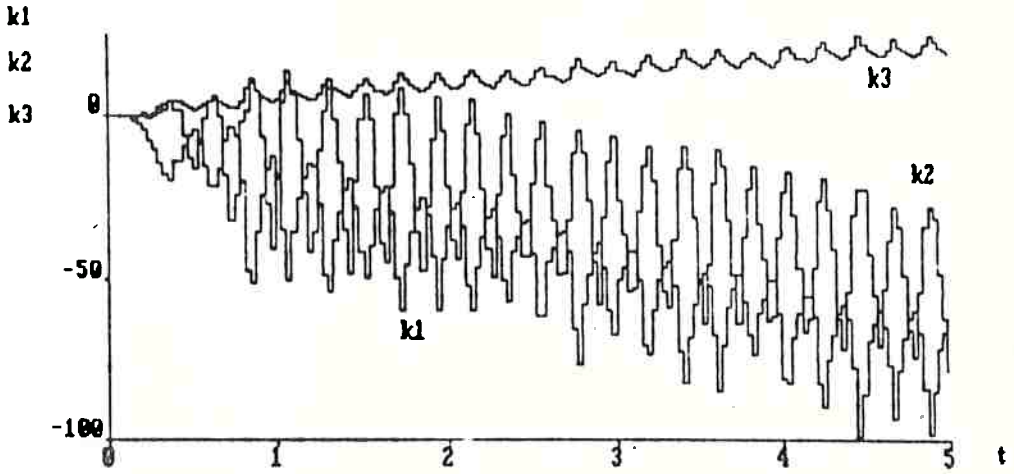


Fig. 4.17: Parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação referentes à curva 3 da fig. 4.13.

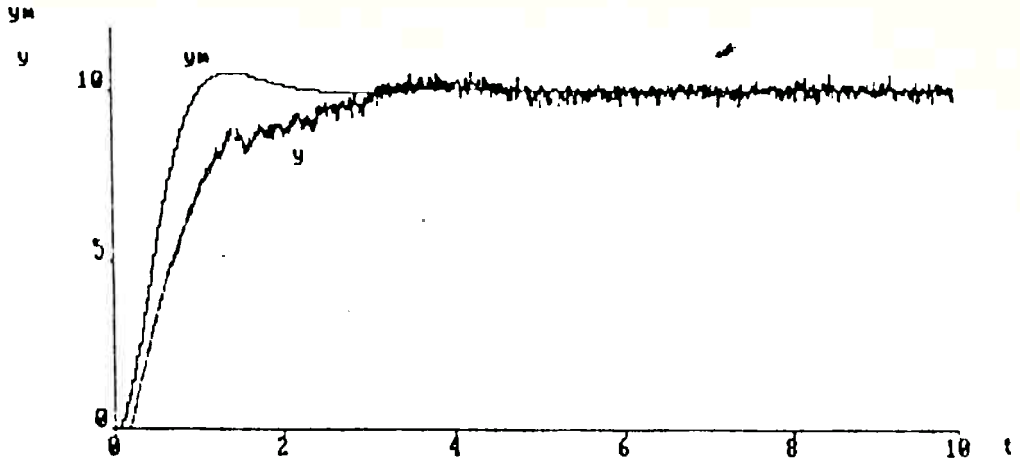


Fig. 4.18: Saída do sistema,a entrada de referência é um degrau de amplitude 10. A resposta não é instável nem apresenta sobre-sinal elevado, mas, obviamente, o desempenho é prejudicado pela saturação. A curva y_m é a saída do modelo de referência.

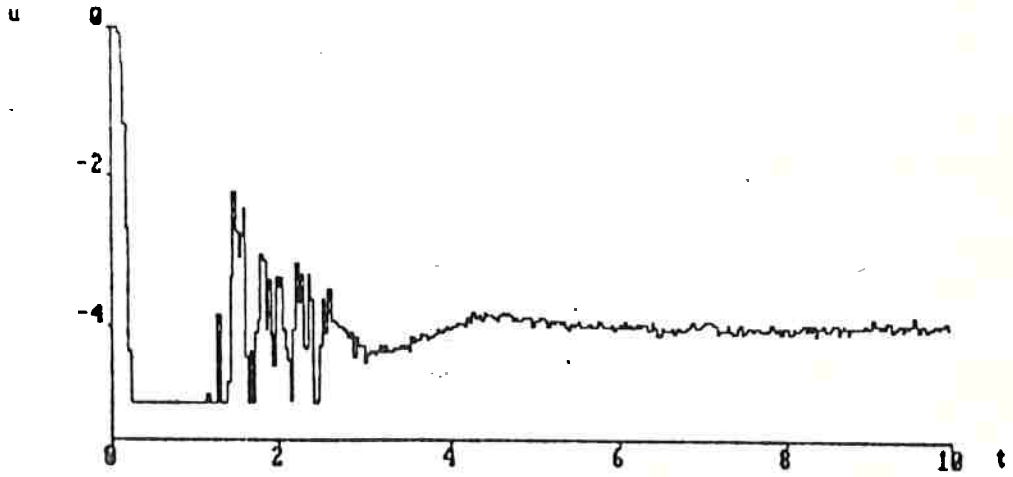


Fig. 4.19: Variável de controle referente à simulação apresentada na figura anterior.

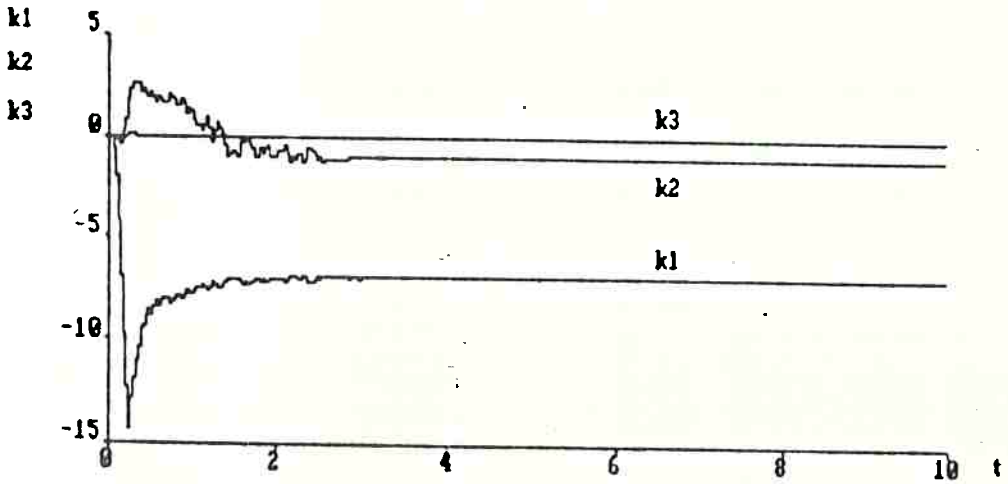


Fig. 4.20: Parâmetros do compensador ajustados pelo mecanismo de adaptação correspondentes à simulação apresentada na fig. 4.18.

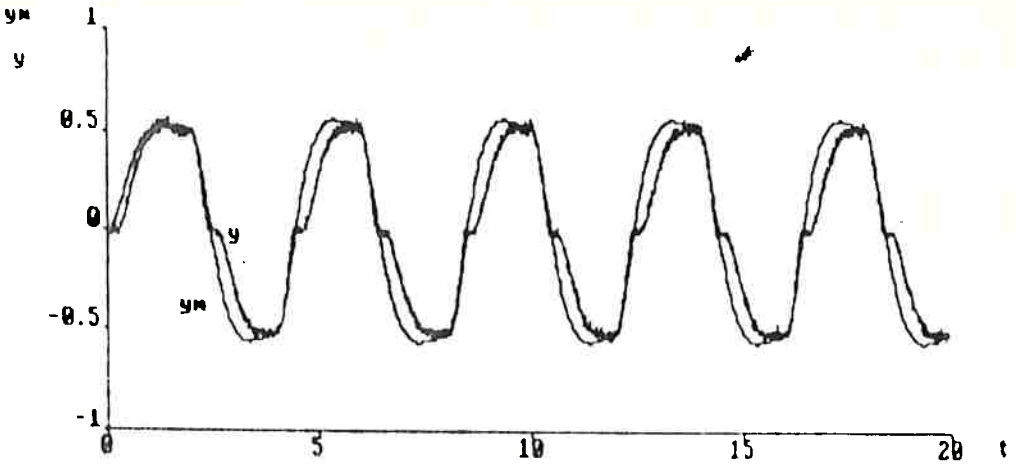


Fig. 4.21: Simulação do sistema quando a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude 0,5 e período 4s, com valores iniciais $k_{10} = -17,7$, $k_{20} = -6,4$ e $k_{30} = 0$ e sem adaptação. O gráfico mostra a saída y e a saída y_m do modelo de referência.

porque os valores iniciais dos parâmetros do compensador são todos nulos.

A figura 4.23 mostra a variável de controle u e a figura 4.24 mostra os parâmetros k_1, k_2 e k_3 ajustados pelo mecanismo de adaptação. Eles não convergem para os valores "ideais", mas isso já era esperado uma vez que o sistema simulado difere do sistema nominal.

A figura 4.25 mostra a saída do sistema tendo uma onda senoidal de amplitude 0,5 e período 4s como entrada de referência, sem um mecanismo de adaptação, com valores iniciais $k_{10} = -17,7$, $k_{20} = -6,4$ e $k_{30} = 0$, e podemos observar o efeito do atrito sobre o desempenho. Com o compensador adaptativo este efeito é menor, como podemos ver na figura 4.26. Novamente o transiente inicial é maior porque os valores iniciais dos parâmetros do compensador são todos nulos.

A figura 4.27 mostra os parâmetros k_1, k_2 e k_3 ajustados pelo mecanismo de adaptação. Novamente eles não convergem para os valores "ideais", como já era esperado.

A simulação mostrada na figura 4.28 permite observar que ruídos com elevada "freqüência" não instabilizam o sistema.

Estas simulações mostram que o sistema diminui os efeitos do atrito seco e não é instabilizado por uma entrada de referência de valor elevado nem pelo erro de modelagem e ruídos, pelo menos nas condições das simulações.

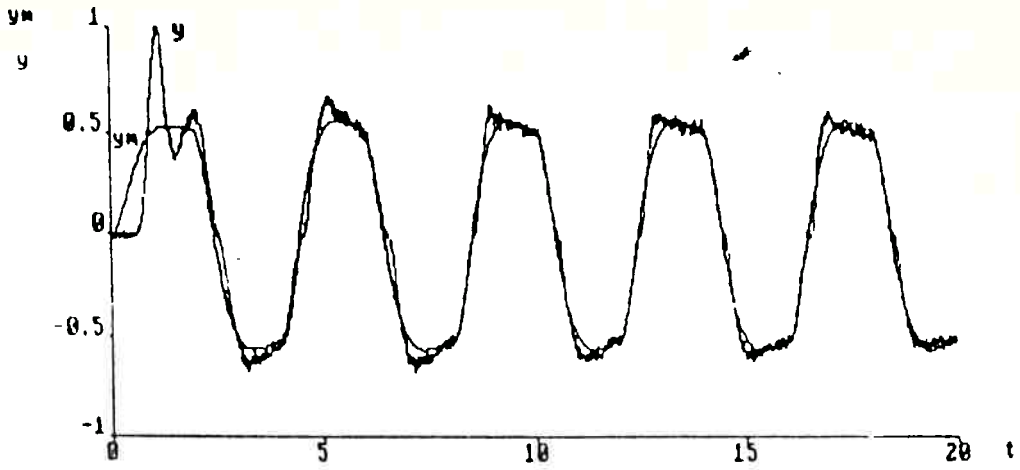


Fig. 4.22: Simulação do sistema para uma entrada de referência igual à usada na simulação anterior, porém aqui existe adaptação.

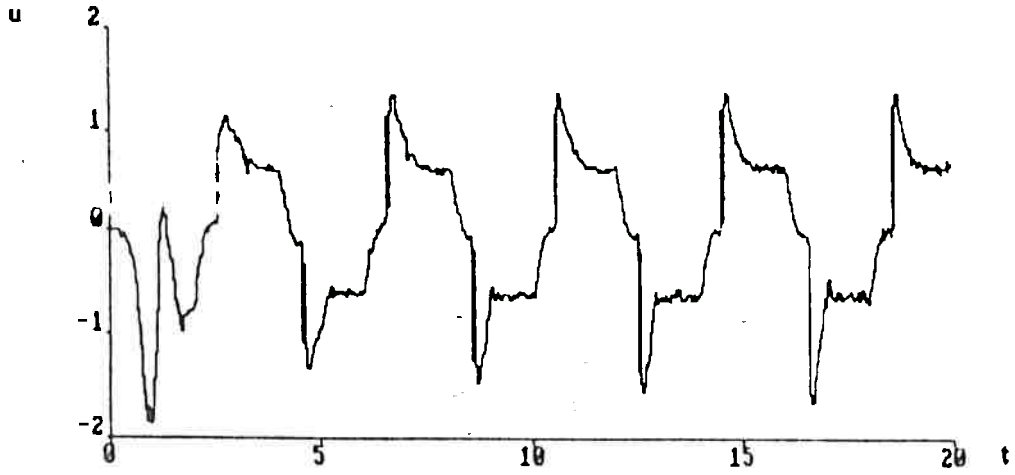


Fig. 4.23: Variável de controle definida pelo compensador para a simulação apresentada na figura 4.22.

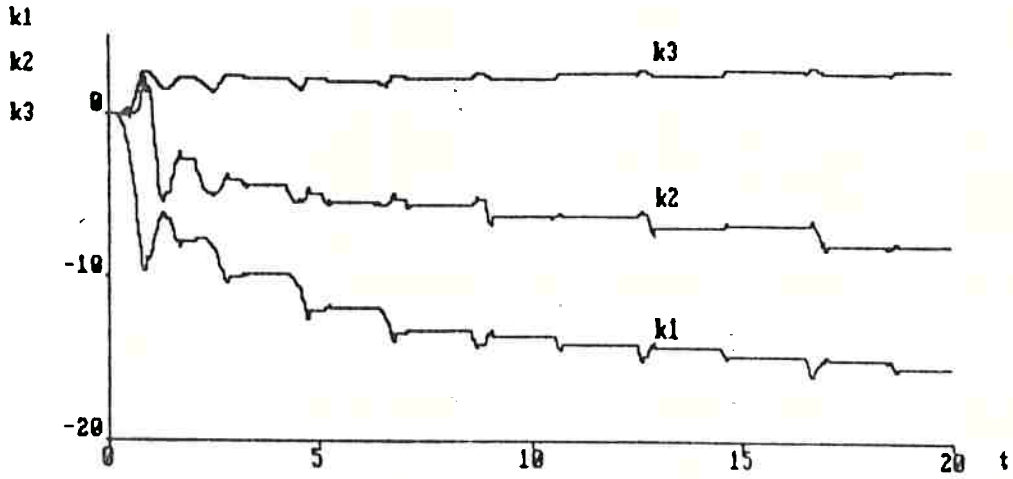


Fig. 4.24: Parâmetros do compensador ajustados pelo mecanismo de adaptação correspondentes à simulação apresentada na fig. 4.22.

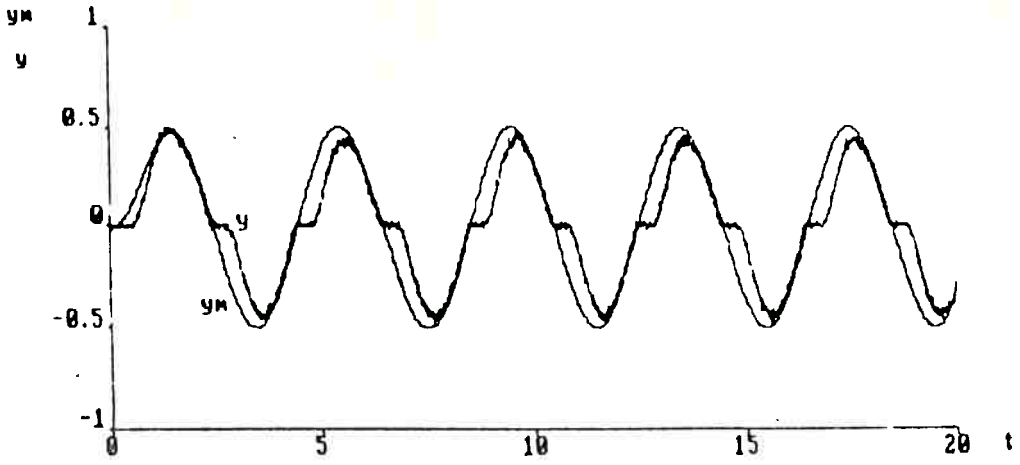


Fig. 4.25: Simulação do sistema quando a entrada de referência é uma onda senoidal de amplitude $0,5$ e período $4s$, com valores iniciais $k_{10} = -17,7$, $k_{20} = -6,4$ e $k_{30} = 0$ e sem adaptação. O gráfico mostra a saída y e a saída y_m do modelo de referência.

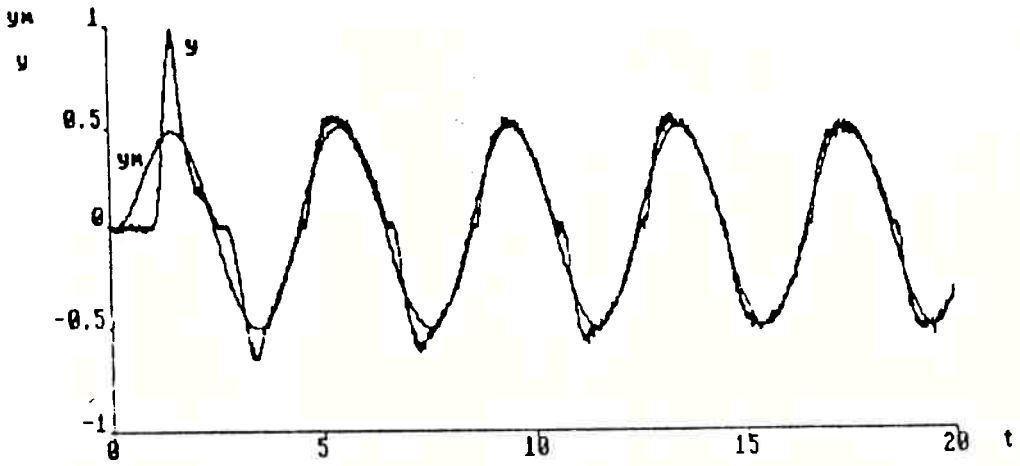


Fig. 4.26: Simulação do sistema para uma entrada de referência igual à usada na simulação anterior, porém aqui existe adaptação.

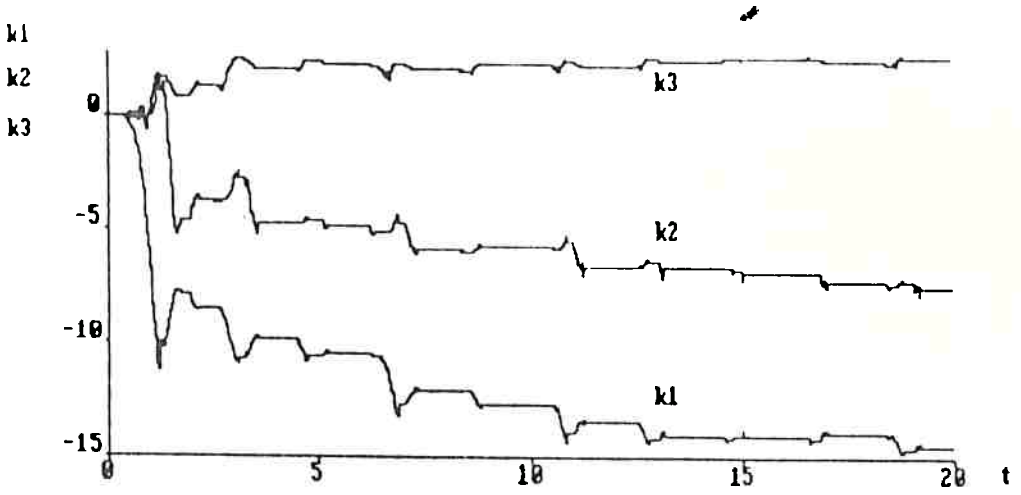


Fig. 4.27: Parâmetros do compensador ajustados pelo mecanismo de adaptação correspondentes à simulação apresentada na fig. 4.26.

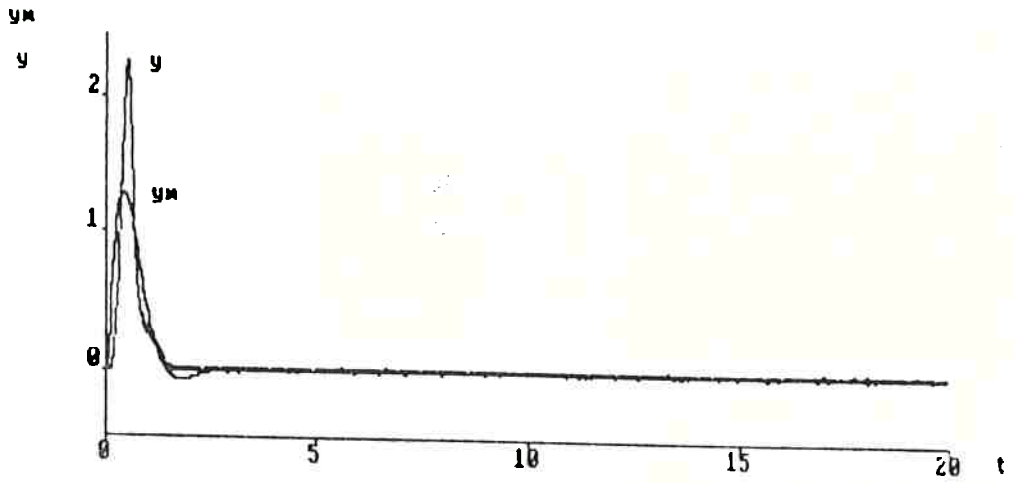


Fig. 4.28: Simulação do sistema quando a entrada de referência é um pulso de amplitude 10 e duração $0,1s$, é acrescentado um ruído descrito pela expressão 4.5 com $D_C = 0$, $a_{mp1} = 0,5$ e $a_{mp2} = 0,015$, e o sistema interrompe a adaptação quando a norma do erro relativo e_r é menor que e_l. O gráfico mostra a saída y do sistema, e verifica-se que o comportamento é adequado.

4.4 Conclusões

As simulações mostram que o conceito usado para compensar o efeito do atrito seco (o termo não linear $sgn(x)$) é satisfatório quando se pretende controlar a velocidade, e que o sistema de controle adaptativo convenientemente modificado é estável, e possui desempenho satisfatório, apesar da grande diferença entre o sistema simulado e o sistema nominal usado no projeto. O principal problema é que a teoria utilizada no projeto do compensador nada informa sobre como determinar os valores adequados dos ganhos de adaptação, ou se a matriz $\underline{Q}$ selecionada é a melhor, etc. A escolha de outros parâmetros, como o valor de u_l (o limite que causa a interrupção das integrações para evitar problemas com a saturação) e e_l (o valor limite do erro relativo que interrompe a adaptação) dependem de conhecimento prévio do sistema a ser controlado, que nem sempre é disponível. É necessário ainda mencionar que a utilização de simulações para a análise de um sistema apresenta deficiências, uma vez que ainda existem erros de modelagem (não foi considerado, por exemplo, as dinâmicas do sensor e do amplificador de potência), e validade das conclusões é confiável apenas para as condições simuladas, não podendo ser extrapoladas com segurança para outras condições de operação.

5 ENSAIOS EXPERIMENTAIS

5.1 Introdução

Os ensaios experimentais tem por objetivos verificar se o sistema de controle é exeqüível e se o desempenho e a estabilidade são satisfatórios sob condições reais de operação. Implementamos o compensador obtido no capítulo anterior, e os resultados das simulações, devido aos parâmetros usados, podem ser comparados com os resultados dos ensaios, embora haja erros de modelagem (as dinâmicas do sensor e do amplificador não foram consideradas, e um valor arbitrário de L_a foi utilizado). A seção 5.2 contém a descrição do equipamento utilizado nos ensaios, a seção 5.3 apresenta o método usado para identificar os parâmetros não disponíveis nos catálogos dos equipamentos, bem como os resultados do ensaio de identificação. Os resultados dos ensaios do sistema adaptativo encontram-se na seção 5.4.

5.2 Descrição do Equipamento

Os equipamentos utilizados compreendem um microcomputador de 16 bits (compatível com IBM-PC) PROCEDA 5370-CAD, com freqüência de operação de 8MHz equipado com co-processador aritmético 8087 e com placa de conversão analógico-digital e digital-analógica da Lynx Tecnologia Eletrônica Ltda, modelo CAD 10/26-V1, um servomotor da DIGIAC Corporation, modelo DIGIAC 717, e um osciloscópio digital da Philips, modelo 3302.

Uma vez que o servomotor é o sistema no qual será aplicado o sistema de controle, vamos descrevê-lo com mais detalhes. A figura 5.1 mostra um esquema do servomotor DIGIAC 717, e a figura 5.2 mostra o aspecto real do servomotor, incluindo o painel de ligações.

Os dados disponíveis sobre o servomotor são [39] [37] :

Resistência do enrolamento de armadura : $R_a = 30\Omega$.

Ganho do tacogerador : $k_{sp} = 7V/1000rpm$.

Relação de transmissão dos engrenamentos : $\alpha = 1/4$.

Constante de torque do motor (valor aproximado obtido a partir das curvas características do motor): $K_m = 0,02Nm/A$.

A figura 5.3 mostra o esquema da disposição dos equipamentos usados nos ensaios.

A placa de conversão também precisa ser melhor descrita. Ela opera com 10 bits na conversão analógico-digital, na faixa de -15 V a +15 V, aproximadamente, para os canais de entrada, e com 8 bits na conversão digital-analógica, na faixa de -5 V a +5 V, aproximadamente, para os canais de saída. Esta placa utiliza como referência a freqüência de operação do microcomputador dividida por 4, e a freqüência de amostragem é obtida dividindo-se o resultado por um número cujo valor máximo é 65.536 (o maior número que pode ser representado

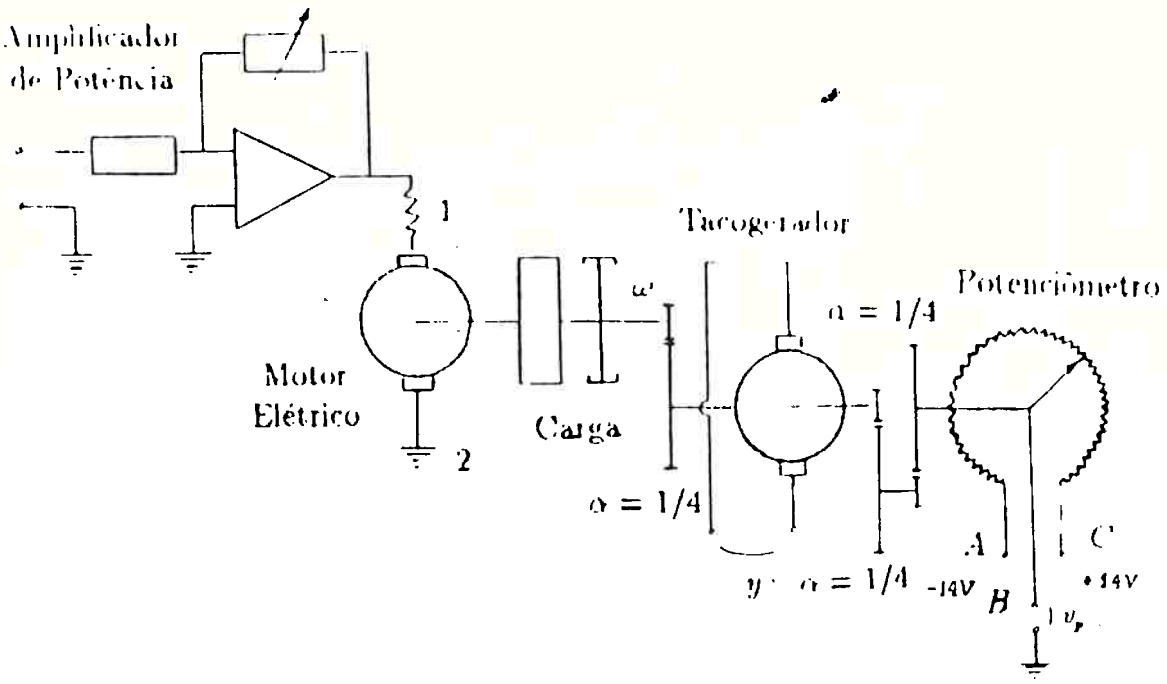


Fig. 5.1: Esquema do servomotor DIGIAC 717.

por 16 bits). Este número é o valor limite de um contador interno, e assim a freqüência de amostragem pode ir de $30,52Hz$ a $2MHz$ (lembrando que o microcomputador opera a $8MHz$). Na verdade a freqüência pode ser menor utilizando-se contadores em série, mas a placa não estava configurada para isso.

5.3 Identificação dos Parâmetros do Sistema

A fim de poder realizar simulações cujos resultados possam ser comparados diretamente com os resultados experimentais é necessário obter-se os parâmetros do motor que não são disponíveis.

O modelo do sistema que identificamos é o seguinte:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= -a_p x_2 + b_p u - d_p\, sgn(x_2) \\ y &= k_{ep} x_2 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Partimos de um sistema de 1ª ordem pois seria difícil perceber o transiente relacionado com o pólo de ordem superior.

O ganho k_{ep} do amplificador de potência foi medido estaticamente, pois estamos desprezando sua dinâmica, e não o estamos considerando na expressão 5.1. Na verdade o valor é negativo (é uma característica construtiva do amplificador) e com magnitude ajustável, e foi fixado em -4 pois o amplificador satura a cerca de 20V e a placa de conversão digital-analógica satura a 5V.

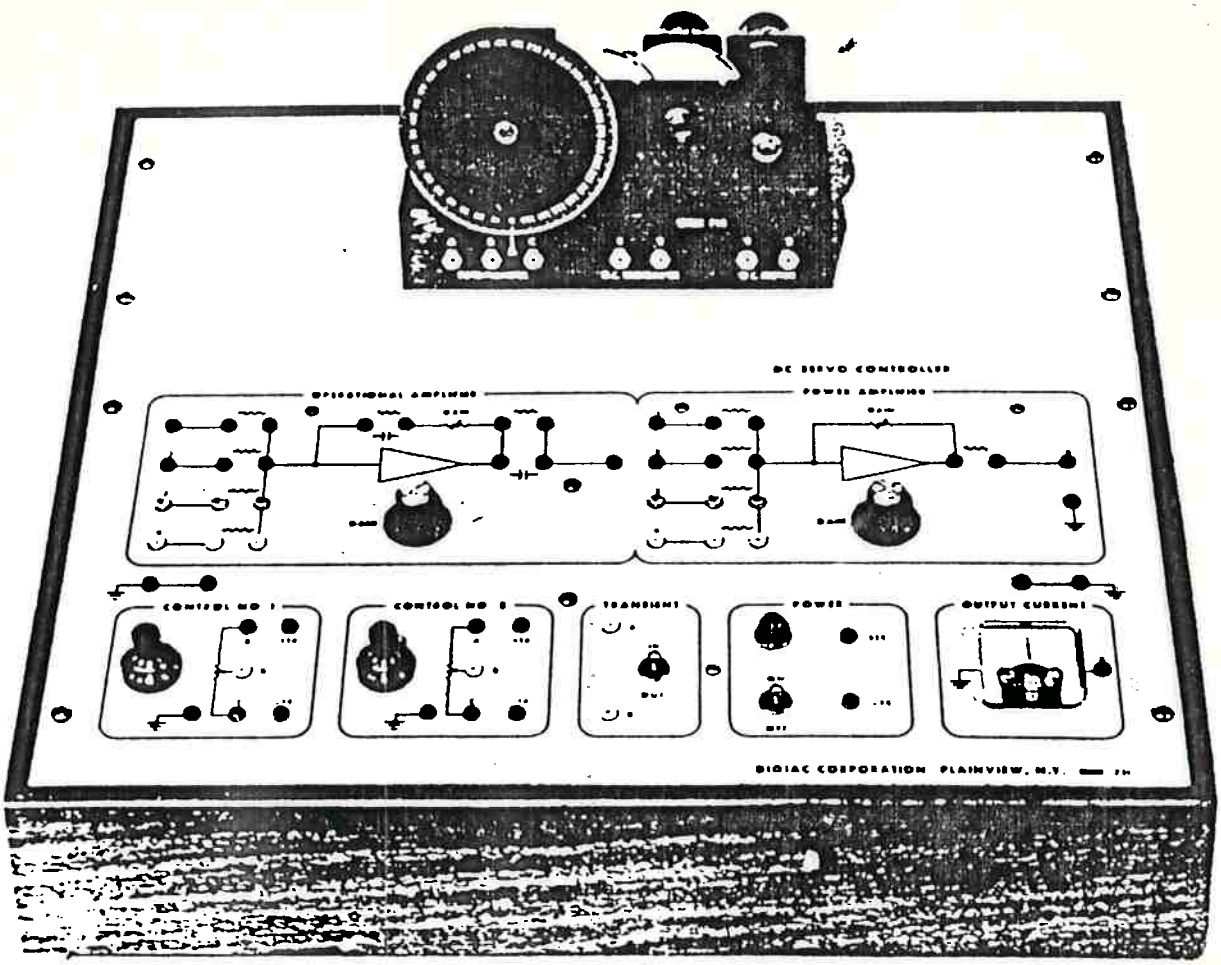


Fig. 5.2: Servomotor DIGIAC 717.

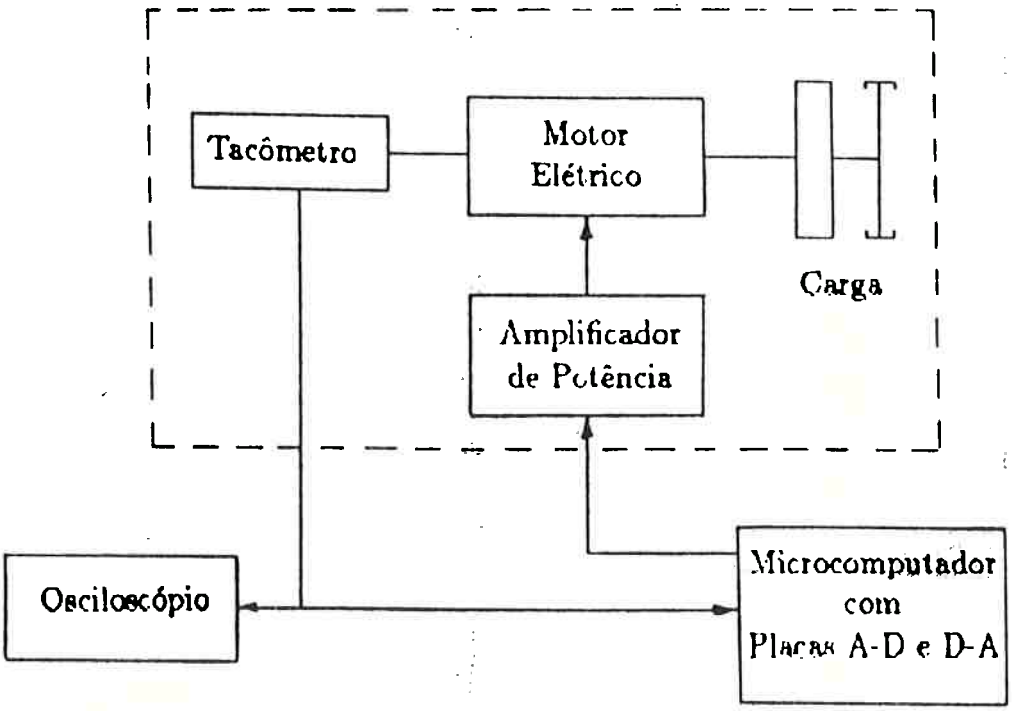


Fig. 5.3: Esquema da configuração para os ensaios.

Assim o sinal de controle que leva a placa à saturação também satura o amplificador, levando à plena utilização da faixa de operação linear dos dois dispositivos simultaneamente.

Apesar de não existir a aplicação de atrito seco na carga, ainda existe uma parcela devido aos mancais, às diversas transmissões por engrenagens e aos instrumentos ligados pelas transmissões mecânicas ao eixo do motor. Para eliminar o efeito do atrito seco na identificação, aplicamos dois degraus sucessivos na entrada do servomotor, o segundo após o transiente do primeiro haver terminado. Observe que o ensaio é sobre o sistema de malha aberta.

Para o primeiro degrau:

$$\dot{x}_{21} = -a_p x_{21} + b_p u_1 - d_p \, sgn(x_{21}) \tag{5.2}$$

Para o segundo degrau:

$$\dot{x}_{22} = -a_p x_{22} + b_p u_2 - d_p \, sgn(x_{22}) \tag{5.3}$$

Se não há inversão no sentido da velocidade, então:

$$sgn(x_{21}) = sgn(x_{22}) \tag{5.4}$$

Definindo $z=x_{22}-x_{21}$, de 5.2 e 5.3 e 5.4 obtemos (por hipótese admitida neste ensaio os parâmetros são constantes):

$$\dot{z} = -a_p z + b_p(u_2 - u_1) \tag{5.5}$$

A expressão 5.5 é linear e representa um sistema de 1ª ordem, cuja resposta no tempo é:

$$z(t) = \frac{b_p}{a_p}(1 - e^{-a_p t})A, \qquad t \geq 0 \tag{5.6}$$

onde $A=u_2-u_1$

Portanto:

$$\lim_{t\to\infty} z(t) = z_\infty = \frac{b_p}{a_p}A \tag{5.7}$$

$$z(t)\,|_{t_r=\frac{1}{a_p}} = \frac{b_p}{a_p}A(1 - e^{-1}) \approx 0.632\, z_\infty \tag{5.8}$$

Através das expressões 5.7 e 5.8 identificamos a_p e b_p, e com seus valores podemos identificar d_p através de 5.2 ou 5.3.

Seguindo este procedimento obtemos os seguintes valores aproximados, para A=10V ($u_1 = 8V$ e $u_2 = 18V$):

$x_\infty = k_{sp}^{-1}\, 7{,}08$ rad/s

t_r=1,07s (constante de tempo).

$x_{2\infty} = k_{sp}^{-1}\, 11{,}44$ rad/s

Logo:

$a_p = 0,935\ s^{-1}$

$b_p = 0,662 k_{sp}^{-1}\ Nm/A\ \Omega\ Kg\ m^2$

$d_p = 1,218 k_{sp}^{-1}\ Nm/Kg\ m^2$

No apêndice E apresentamos o gráfico que mostra o resultado do ensaio para identificação de parâmetros. No gráfico temos a saída do tacogerador em função do tempo. Para simplificar o algoritmo de controle resolvemos normalizar os parâmetros pelo valor do ganho k_{sp} do sensor (tacogerador).

Para as simulações temos que determinar os demais parâmetros.

Sabemos que:

$a_p = \frac{1}{J}(f + \frac{K_m^2}{R_a})$

$b_p = \frac{K_m}{JR_a}$

$d_p = \frac{d}{J}$

k_{sp}=7V/1000rpm=1V/(59,84rad/s)

K_m=0,02 Nm/A

R_a=30Ω

Com os valores anteriores obtemos (aproximadamente):

J=1,68×10^{-5} $Kg\ m^2$

f=2,41×10^{-6} $Nm\ s$

d=1,23×10^{-3} Nm

Para realizar as simulações é ainda necessário determinar os parâmetros a_m e b_m do modelo de referência. Especificando $M_p \leq 0{,}05$ e $t_s \leq 2$s obtemos, usando as expressões 3.11 e 3.12:

$\zeta \approx 0{,}69 \rightarrow$ adotaremos ζ=0,7

$\omega_n \approx 2{,}85 \rightarrow$ adotaremos ω_n=3

e portanto

$a_m = 2\zeta\omega_n = 4{,}2$

$b_m = \omega_n^2 = 9$

Usando as expressões 3.16, 3.17 e 3.18 podemos ainda determinar os valores "ideais" de k_1, k_2 e k_3:

$$k_1 \approx -13,6 \tag{5.9}$$

$$k_2 \approx -4,9 \tag{5.10}$$

$$k_3 \approx 1,8 \tag{5.11}$$

Observe que os valores foram normalizados pelo valor de k_{sp}.

5.4 Ensaios Experimentais

5.4.1 Programa de Controle

O desenvolvimento do programa de controle foi feito usando-se a linguagem Pascal, no ambiente de programação do TURBO-PASCAL, versão 4.0. O programa de controle tem por objetivo implementar o compensador e registrar algumas variáveis que julgamos importantes como a saída y do sistema, a variável de controle u e os parâmetros k_1, k_2 e k_3 ajustados pelo mecanismo de adaptação, sem a pretensão de ser "ótimo" do ponto de vista de desempenho ou de operacionalidade. O programa contém três rotinas básicas que atuam sobre as placas de conversão A-D e D-A, responsáveis pela leitura dos dados (conversão A-D), escrita dos dados (conversão D-A) e pela sincronização do sistema para permitir a operação em tempo real. O programa principal compõe-se de três partes, a primeira onde os valores iniciais são fixados, a parte onde se realiza efetivamente o controle do sistema, e por fim a parte onde são construídos os arquivos em ASCII com os dados recolhidos nos ensaios. Estes arquivos de dados são posteriormente transformados em gráficos através do programa PC-MATLAB.

Este programa mantém nula a variável de controle (e portanto o motor permanece parado) sempre que o ensaio estiver na fase inicial ou na fase de construção do arquivo de dados. Fora dessas fases o programa pode ser interrompido pressionando-se uma tecla, parando também o motor. O programa não permite a mudança dos parâmetros durante a operação, nem informa em tempo real o que está ocorrendo, daí necessidade do osciloscópio. O apêndice D apresenta uma listagem comentada do programa de controle usado.

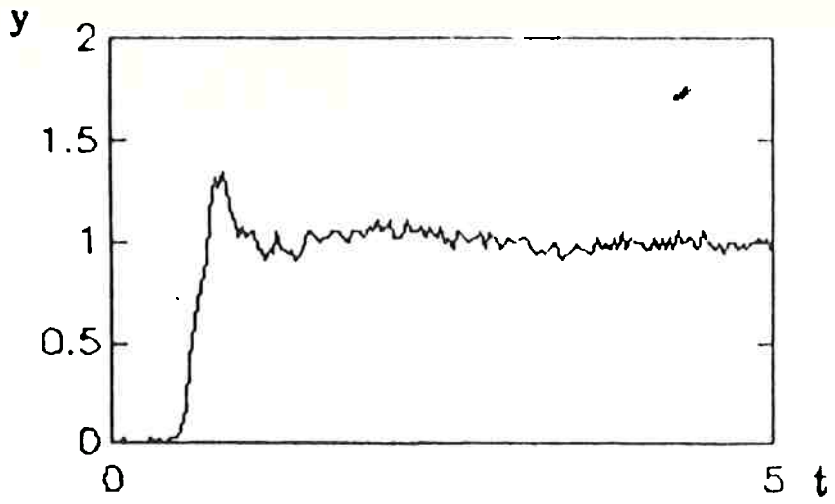


Fig. 5.4: Ensaio do sistema, a entrada de referência é um degrau de amplitude 1 e o gráfico mostra a saída y do sistema.

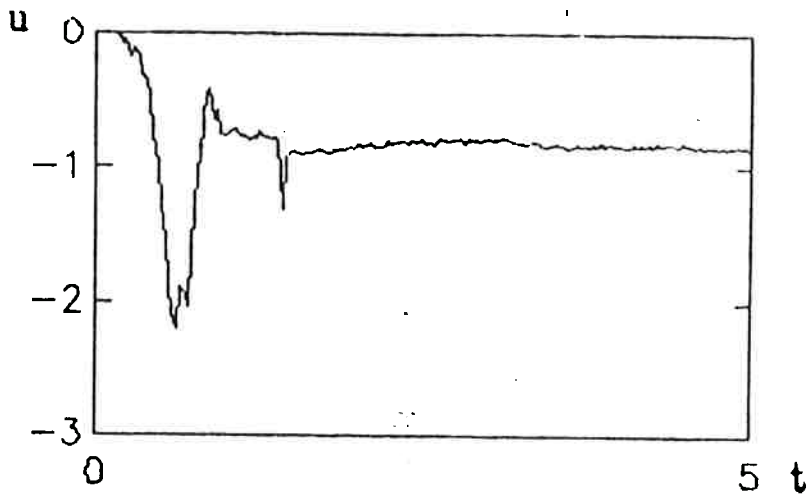


Fig. 5.5: Variável de controle para o mesmo ensaio anterior.

5.4.2 Resultados dos Ensaios

Realizamos diversos ensaios com diferentes entradas de referência, e os resultados expressam, pelos menos qualitativamente, uma boa correspondência com os resultados das simulações.

As figuras 5.4, 5.5 e 5.6 mostram respectivamente a saída y, a variável de controle u e os parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação resultantes do ensaio do sistema quando a entrada de referência é um degrau de amplitude 1. Tal qual ocorreu na simulação os parâmetros não convergiram para os valores corretos devido aos erros de modelagem e ao fato de que um degrau não consegue excitar suficientemente o sistema.

As figuras 5.7, 5.8 e 5.9 mostram respectivamente a saída y, a variável de controle u e os parâmetros do compensador referentes ao ensaio onde a entrada de referência é um degrau de amplitude 10. Não ocorre instabilidade nem sobre-sinais elevados e os resultados são muito semelhantes aos obtidos na simulação.

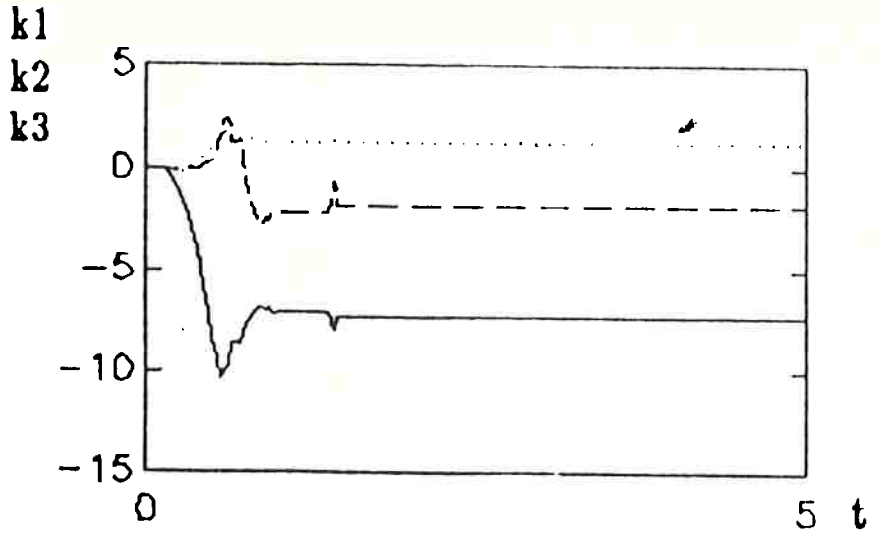


Fig. 5.6: Parâmetros do compensador referentes ao mesmo ensaio da figura 5.4. Nesta figura e nas demais que mostram os parâmetros, linha contínua - k_1, linha tracejada - k_2, linha pontilhada - k_3.

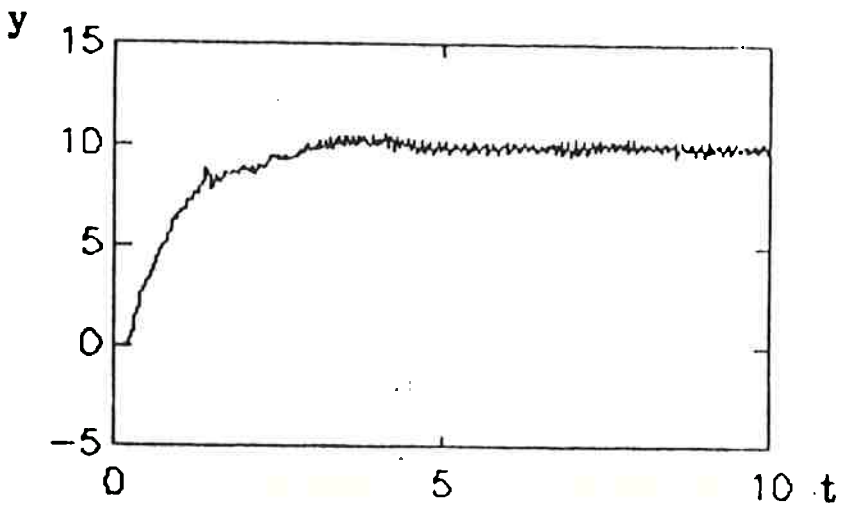


Fig. 5.7: Ensaio do sistema, a entrada de referência é um degrau de amplitude 10 e o gráfico mostra a saída y do sistema.

As figuras 5.10 e 5.11 mostram respectivamente a saída y do sistema quando não há adaptação e com adaptação, comparada com a saída y_m do modelo de referência, quando a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude 0,5 e período 4s. As figuras 5.12 e 5.13 mostram respectivamente a variável de controle u e os parâmetros do compensador referentes ao ensaio com adaptação.

As figuras 5.14 e 5.15 mostram respectivamente a saída y do sistema quando não há adaptação e com adaptação, comparada com a saída y_m do modelo de referência, quando a entrada de referência é uma onda senoidal de amplitude 0,5 e período 4s. A figura 5.16 mostra os parâmetros do compensador referentes ao ensaio com adaptação.

Geralmente a presença de ruído afeta a estabilidade do sistema, principalmente quando a

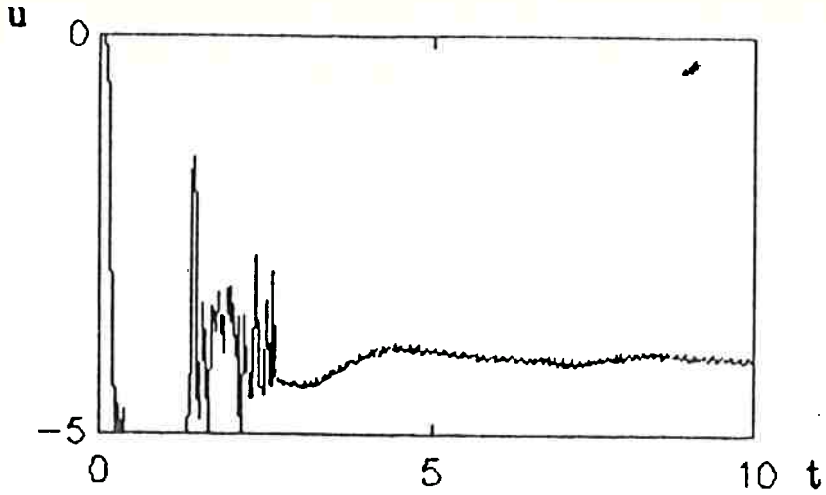


Fig. 5.8: Variável de controle para o mesmo ensaio anterior.

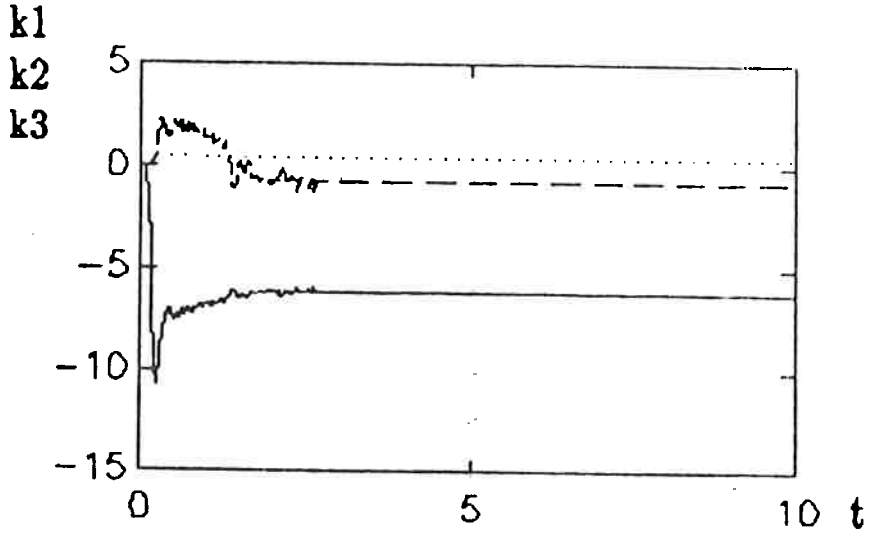


Fig. 5.9: Parâmetros do compensador referentes ao ensaio da figura 5.7.

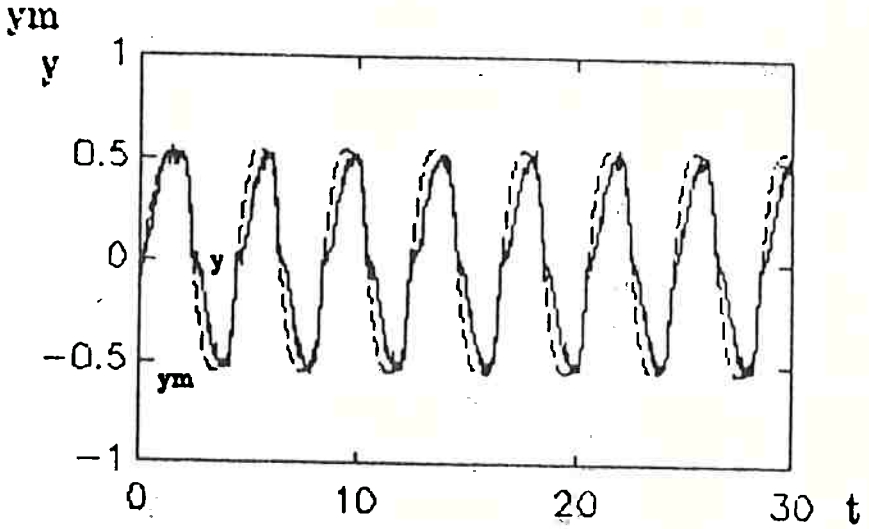


Fig. 5.10: Ensaio do sistema, a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude 0,5 e período 4s, não há adaptação. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência.

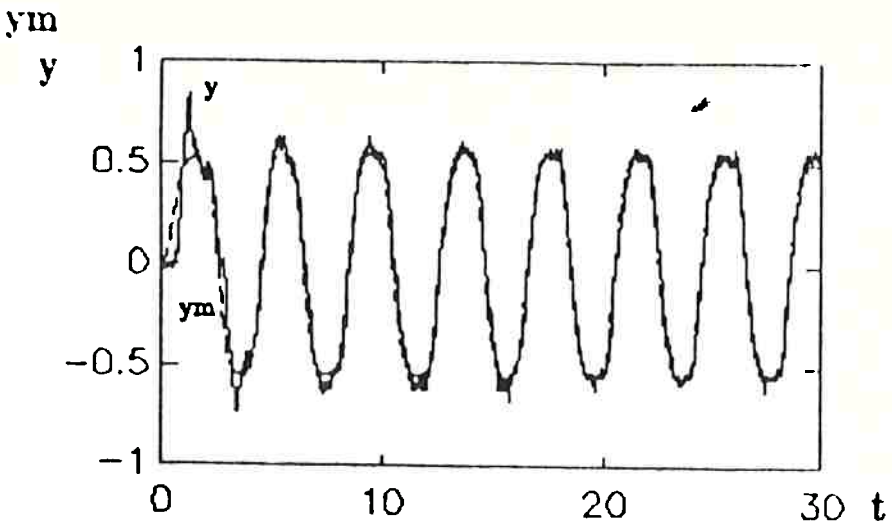


Fig. 5.11: Ensaio do sistema, a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude 0,5 e período 4s, e existe adaptação. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência.

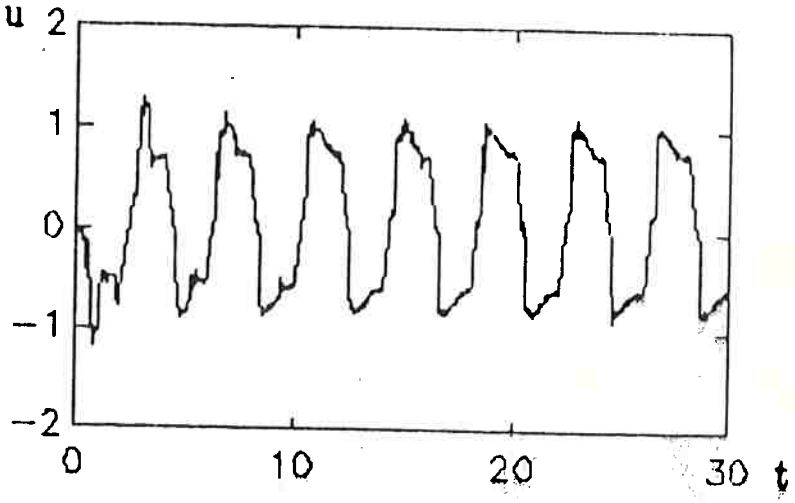


Fig. 5.12: Variável de controle para o mesmo ensaio anterior.

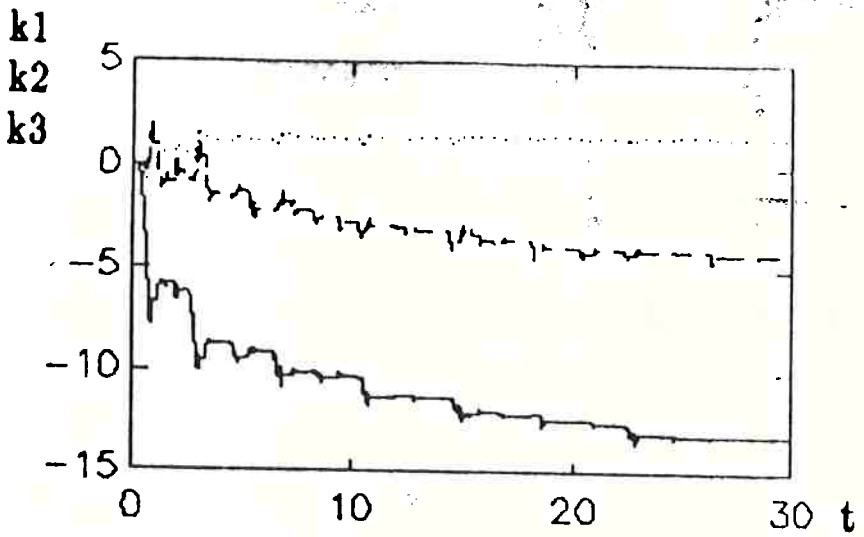


Fig. 5.13: Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na figura 5.11.

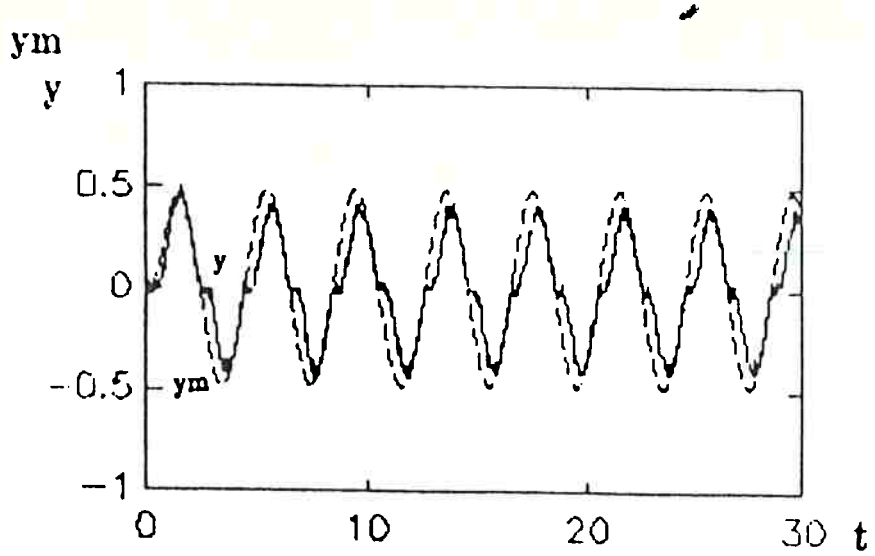


Fig. 5.14: Ensaio do sistema, a entrada de referência é uma onda senoidal de amplitude 0,5 e período 4s, não há adaptação. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência.

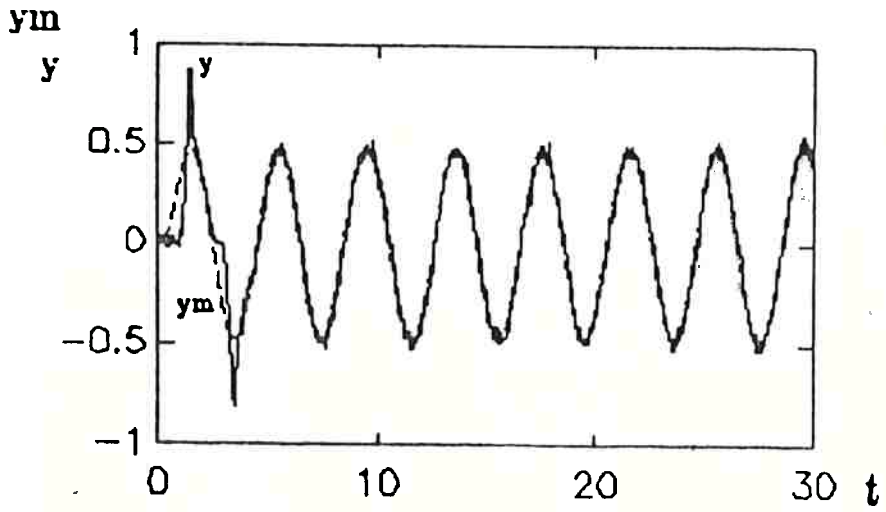


Fig. 5.15: Ensaio do sistema para as mesmas condições da figura anterior, exceto que aqui existe adaptação. O gráfico mostra a saída y do sistema e a saída y_m do modelo de referência.

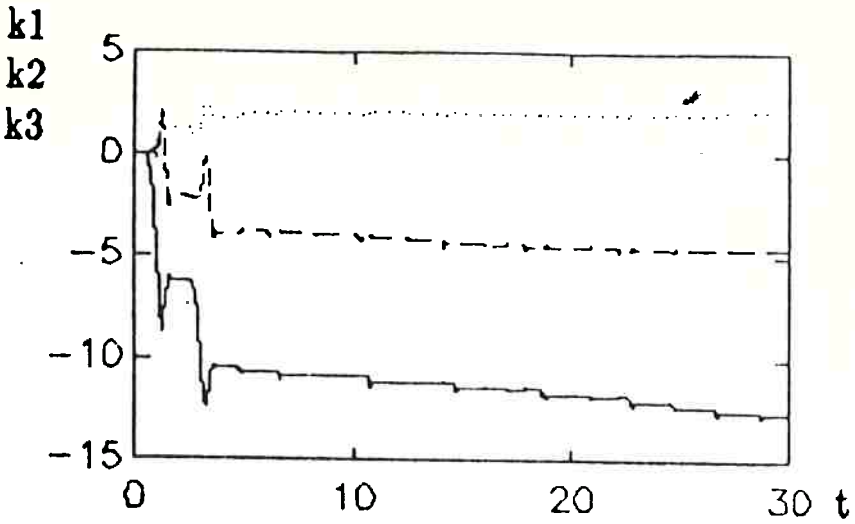


Fig. 5.16: Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na figura 5.15.

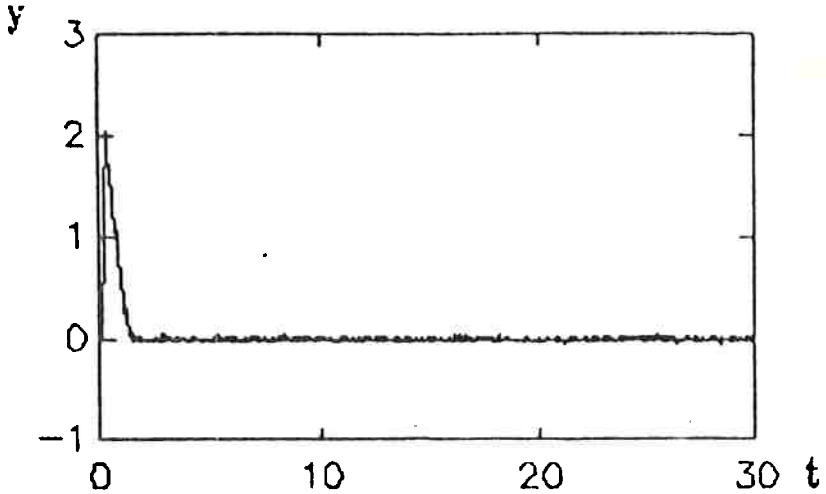


Fig. 5.17: Ensaio do sistema. A entrada de referência é um pulso de amplitude 10 e duração $0,1s$. O gráfico mostra a saída y do sistema, e verifica-se que o comportamento é adequado.

referência é nula. Na simulação do sistema à uma entrada pulso de amplitude 10 e duração $0,1s$ não houve problemas. Aqui realizamos o ensaio para a mesma entrada de referência, e o resultado mostrado na figura 5.17, confirma o resultado da simulação.

A figura 5.18 mostra os parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação resultantes de um ensaio onde a entrada de referência foi uma onda quadrada de amplitude 0,5 e período 4s, com uma duração de uma hora. Este ensaio mostra que os parâmetros são limitados, porém mostra ainda que não ocorre a interrupção da adaptação, indicando que o erro relativo não está sempre abaixo do valor limite de 0,06.

Um problema também citado na bibliografia [33] é o problema causado em sistemas adaptativos por entradas senoidais, principalmente de freqüência elevada, mesmo que a amplitude seja

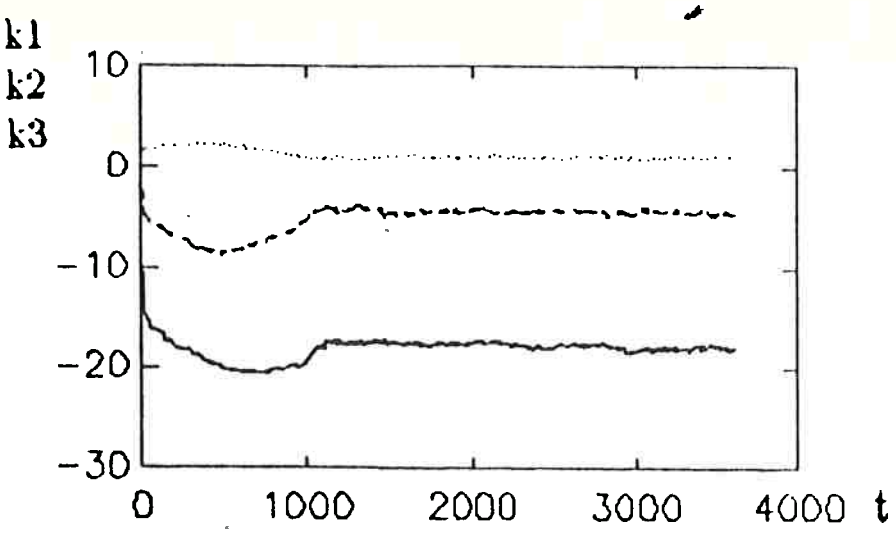


Fig. 5.18: Ensaio do sistema, a entrada de referência é uma onda quadrada de amplitude 0,5 e período 4s, a duração é de uma hora, e o gráfico mostra os parâmetros ajustados pelo mecanismo de adaptação.

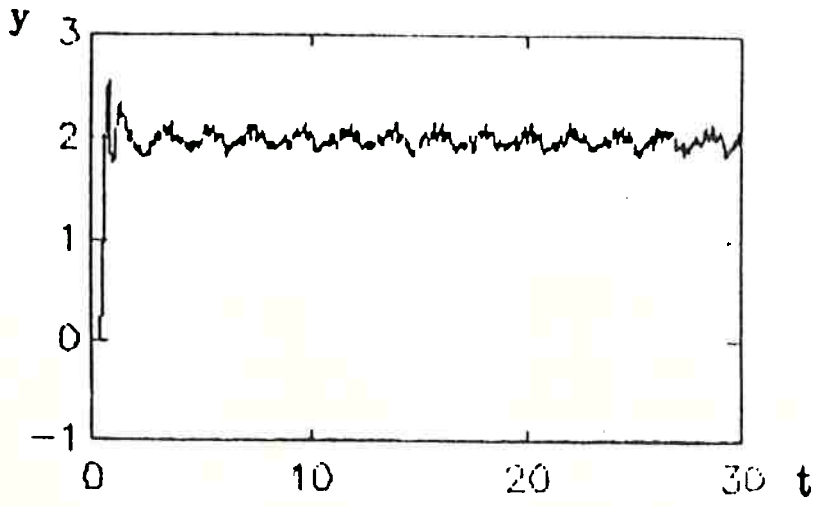


Fig. 5.19: Ensaio do sistema, a entrada de referência é um degrau de amplitude 2 mais uma senóide de amplitude 0.1 e freqüência 3 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.

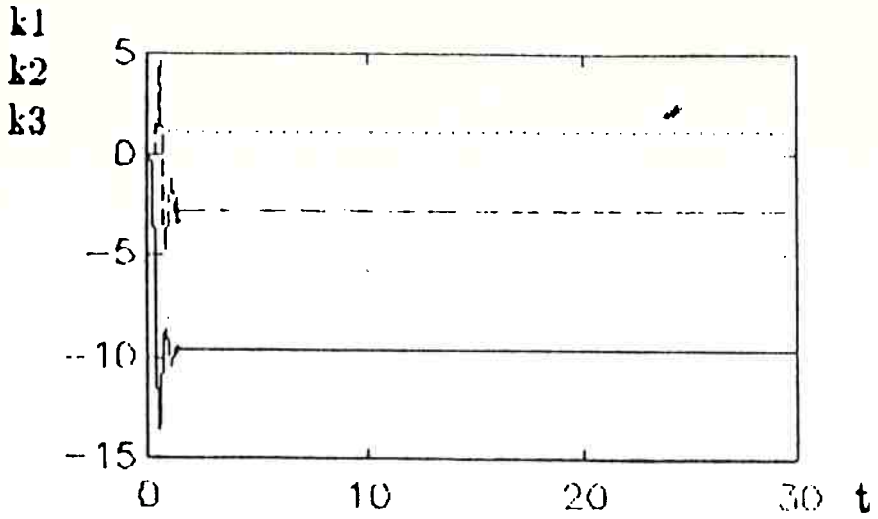


Fig. 5.20: Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na figura 5.19.

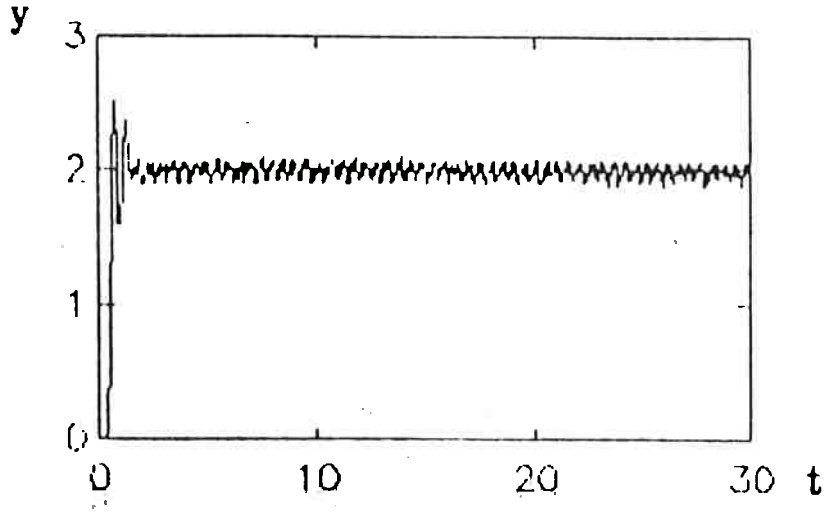


Fig. 5.21: Ensaio do sistema, as condições são as mesmas do ensaio anterior exceto que a freqüência da senóide é 9 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.

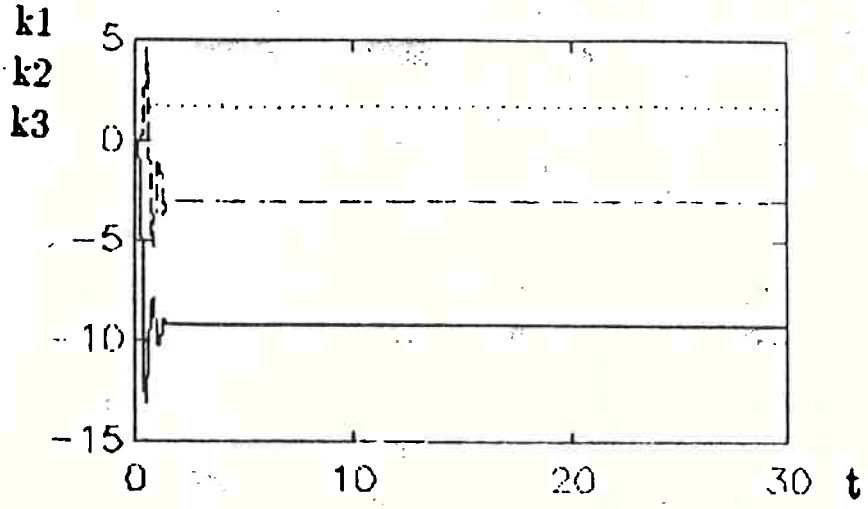


Fig. 5.22: Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na figura 5.21.

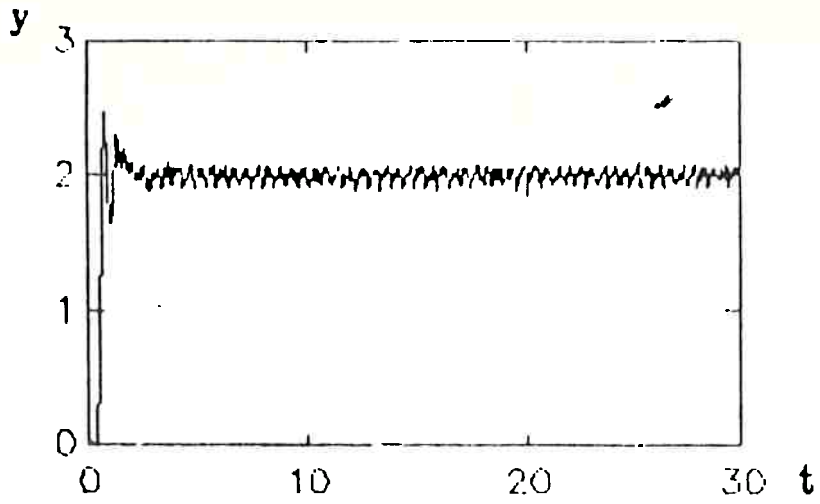


Fig. 5.23: Ensaio do sistema, as condições são as mesmas do ensaio anterior exceto que a freqüência da senóide é 24 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.

pequena. Para verificar se o nosso sistema também apresenta esta deficiência realizamos ensaios em que a entrada de referência é um degrau de amplitude 2 acrescido de uma senóide. Da figura 5.19 até a figura 5.24 a amplitude da senóide é 0,1, e nas figuras 5.25 a 5.31 a amplitude é 2. Observando principalmente o comportamento dos parâmetros que sofrem adaptação (ver figuras 5.20, 5.22, 5.24, 5.26, 5.28 e 5.30), verificamos que o sistema não é prejudicado por entradas senoidais de freqüência elevada ($24rad/s$, oito vezes maior que a freqüência natural do modelo de referência), nem por senóides com pequena amplitude, desde que esta amplitude produza uma perturbação tal que o erro relativo e_r diminua, após um período inicial de adaptação, até um valor menor que o limite e_l que define a interrupção do processo adaptativo. Mas quando a amplitude é elevada (2)e a freqüência não muito alta (9 rad/s), o processo adaptativo não é interrompido, tal qual o que ocorreu na simulação mostrada na figura 5.28. Assim realizamos um ensaio com duração de uma hora para verificar se os parâmetros que sofrem adaptação são limitados, e aparentemente o são, conforme podemos ver na figura 5.31.

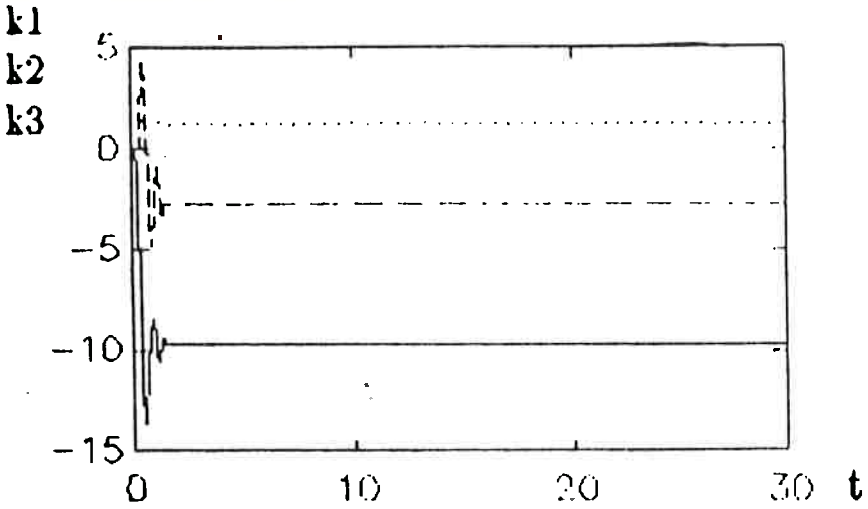


Fig. 5.24: Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na figura 5.23.

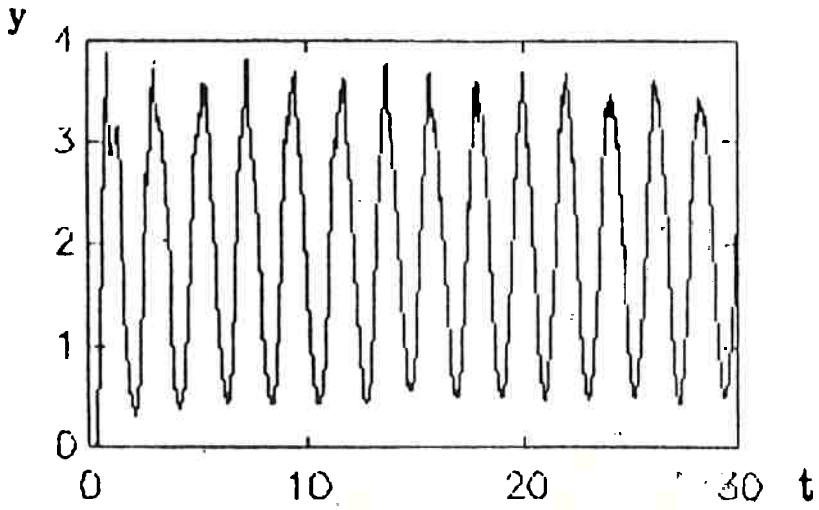


Fig. 5.25: Ensaio do sistema, a entrada de referência é um degrau de amplitude 2 mais uma senóide de amplitude 2 e freqüência 3 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.

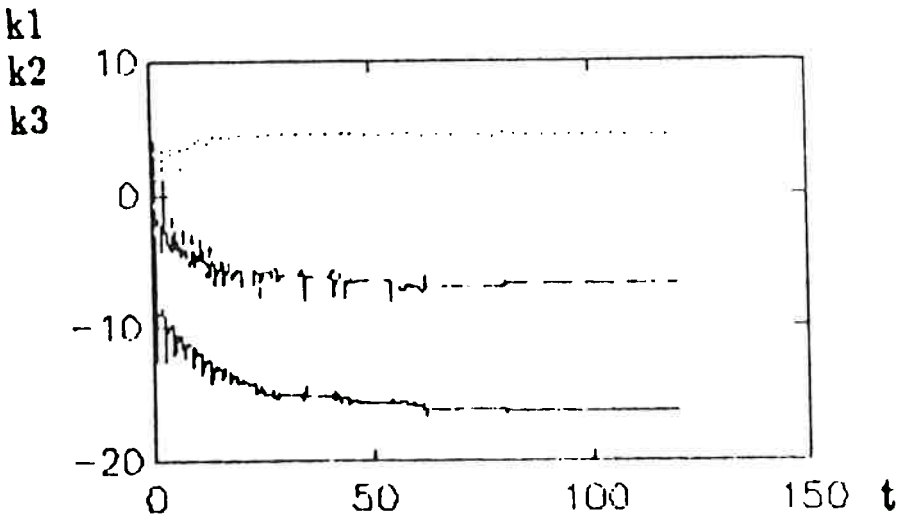


Fig. 5.26: Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na figura 5.25. Observe que estamos mostrando a evolução dos parâmetros por um período de 120 s.

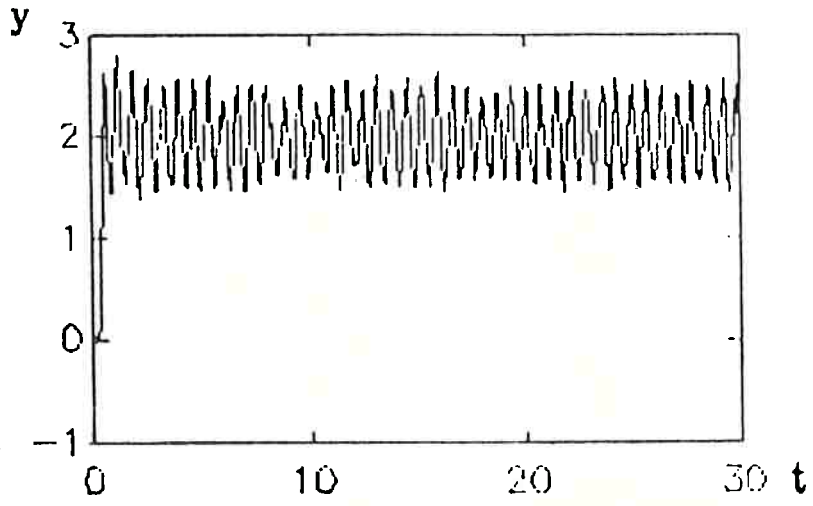


Fig. 5.27: Ensaio do sistema, as condições são as mesmas do ensaio anterior exceto que a freqüência da senóide é 9 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.

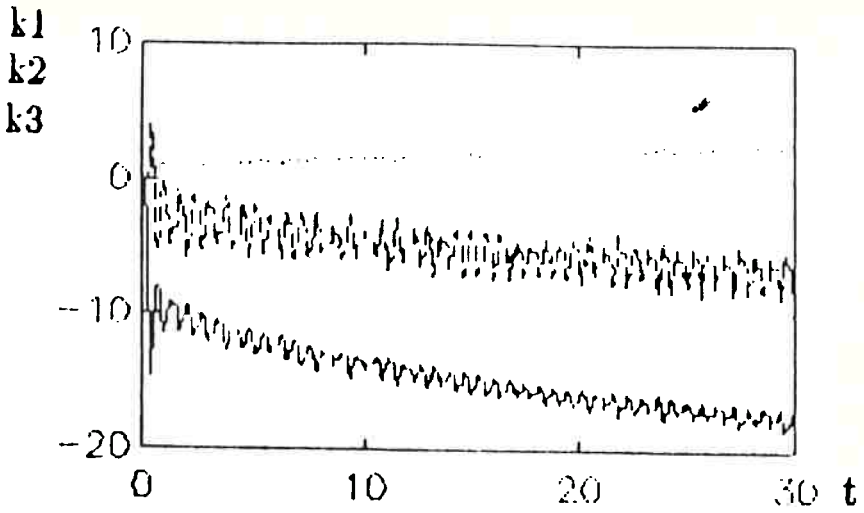


Fig. 5.28: Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na figura 5.27 Podemos notar que os parâmetros parecem não convergir para um valor finito.

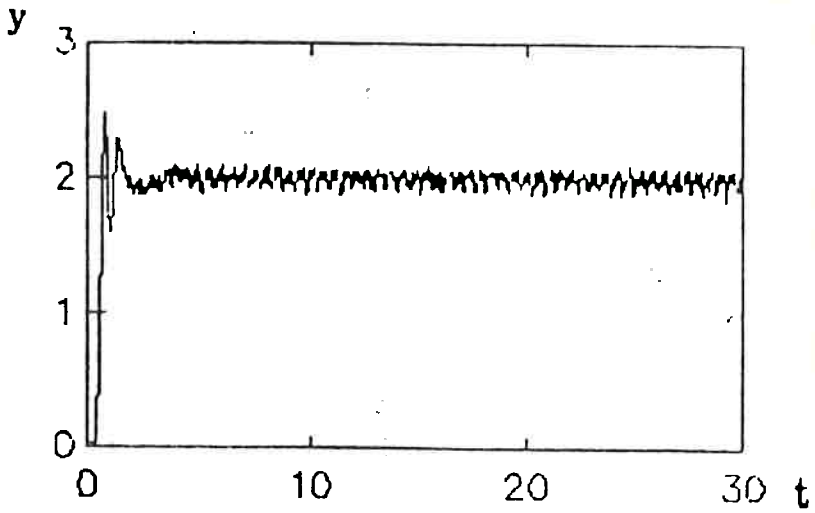


Fig. 5.29: Ensaio do sistema, as condições são as mesmas do ensaio anterior exceto que a freqüência da senóide é 24 rad/s. O gráfico mostra a saída y do sistema.

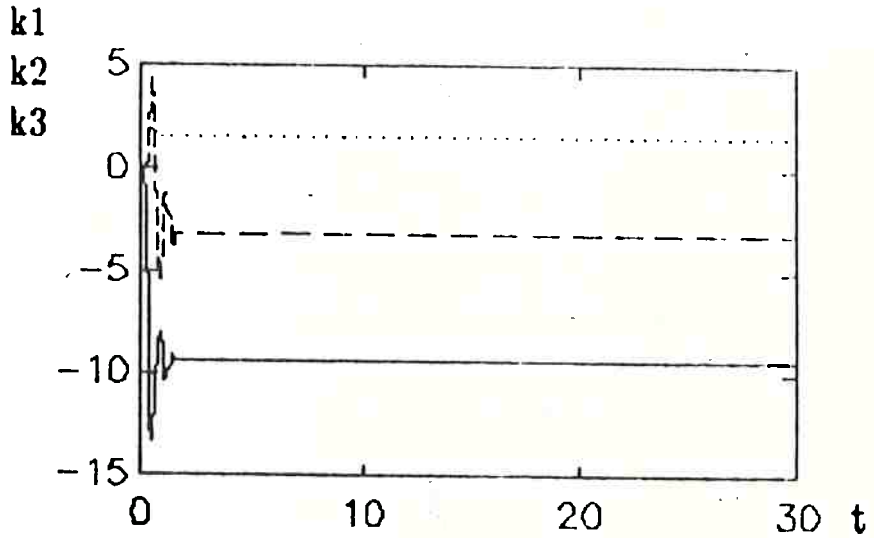


Fig. 5.30: Parâmetros do compensador referentes ao ensaio cuja saída é mostrada na figura 5.29.

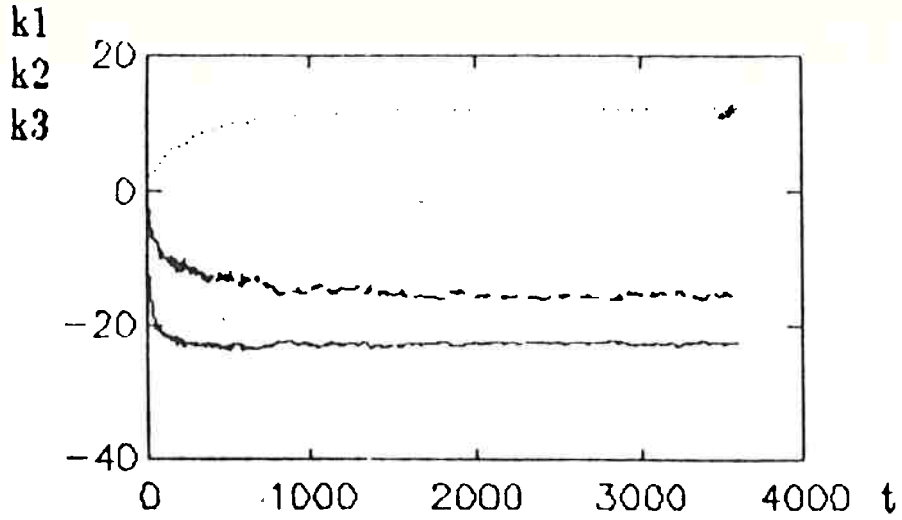


Fig. 5.31: Ensaio do sistema, a entrada de referência é um degrau de amplitude 2 mais uma senóide de amplitude 2 e freqüência 9 rad/s, e a duração é de uma hora. O gráfico mostra os parâmetros k_1, k_2, k_3.

5.5 Conclusões

Os ensaios experimentais confirmaram os resultados e as conclusões obtidas nas simulações, apesar de que nos ensaios existirem as influências do tacogerador, do amplificador de potência, do computador e das placas de conversão, e da folga dos engrenamentos, significando que o sistema adaptativo, nesta específica aplicação de controle de velocidade de motores de corrente contínua é razoavelmente robusto. O desempenho também é razoável, e, desconsiderando o transiente inicial devido ao fato dos parâmetros ajustados iniciarem com valor nulo, a saída do sistema controlado acaba por seguir a saída do modelo de referência, conforme pudemos observar nos ensaios onde a entrada de referência era uma onda quadrada ou uma senóide. Evidentemente o sistema é limitado pela saturação, e se a amplitude da entrada de referência é muito elevada, não há como seguir a resposta do modelo de referência, embora não haja erros de regime permanente quando a entrada de referência é um degrau devido ao integrador incorporado à lei de controle.

Os ensaios do sistema onde a entrada de referência contém uma senóide mostraram que freqüências altas ou pequenas amplitudes não provocam problemas de *desvio* dos parâmetros ("parameter drift"), porém existem condições onde o processo adaptativo não cessa, podendo existir o perigo de que os parâmetros que sofrem adaptação aumentem sem um limite, embora isso não tenha ocorrido em nossos ensaios.

O resultado do ensaio do sistema com uma onda quadrada como entrada de referência, onde se verifica que a adaptação não cessa (o erro não permanece abaixo do limite e_l que determina a paralização da adaptação) parece indicar que não há perfeita compensação do atrito seco, sendo que sua influência é importante em baixas velocidades com inversão do sentido de movimento.

Na referência [7] é citado que o sistema adaptativo ali proposto também não é muito eficiente quando a velocidade do sistema está próxima de zero. Ainda assim o desempenho é razoavel, e os parâmetros parecem ser limitados, o que possibilita pelo menos considerar a abordagem adaptativa como uma possível alternativa para o projeto do compensador, embora os métodos de projetos ainda não sejam adequados, existindo ainda o problema da determinação de certos parâmetros, como os ganhos da adaptação, e da necessidade de algum conhecimento prévio do sistema, como o nível de ruído.

6 CONCLUSÕES

6.1 Conclusões

Como foi visto na revisão da teoria, capítulo 2, mesmo os algoritmos adaptativos obtidos através de teoremas de estabilidade não apresentam a necessária robustez para aplicações práticas, embora tenhamos demonstrado na seção 3.4 que o sistema nominal definido neste trabalho seja robusto com relação à presença de entradas externas (não previstas no projeto), sendo $\mathcal{L}_2$-estável se tais entradas pertencerem ao espaço de funções $\mathcal{H}$, ou pelo menos, apresentar erro limitado se as entradas externas também forem limitadas. Considerando que para implementação do compensador utilizamos um computador digital e que o sistema real apresenta diferenças com relação ao sistema nominal, é evidente que o compensador nominal obtido poderia apresentar problemas de estabilidade, o que realmente ocorreu nas simulações. Desta forma algumas modificações foram necessárias para permitir a implementação e a realização dos ensaios experimentais. O compensador de tempo discreto obtido do compensador nominal recebeu então as seguintes modificações:

- O sinal de erro v usado no algoritmo adaptativo é normalizado pela soma dos quadrados dos estados do sistema.

- O processo adaptativo é interrompido quando a norma do erro relativo e_r é menor que um determinado limite e_l.

- As integrações realizadas pelo algoritmo de controle são interrompidas quando ocorre saturação.

As duas primeiras modificações são importantes do ponto de vista da estabilidade do sistema, e a última visa melhorar o aspecto da resposta do sistema, pois a saturação provoca sobresinais elevados quando existem integradores no sistema, mas, em geral não provoca problemas de estabilidade. Não apresentamos uma prova teórica formal para o aumento da robustez causado por estas modificações, mas as simulações indicaram a sua necessidade. O algoritmo assim modificado teve um comportamento estável e apresentou razoável desempenho nas simulações, e os resultados dos ensaios experimentais confirmaram estas expectativas. Lembrando que nas simulações não consideramos as dinâmicas do tacogerador (que fornecia informações sobre a velocidade angular do eixo do motor), e do amplificador de potência, da influência do computador e das placas de conversão (erros introduzidos por arrendondamento, por exemplo), da folga existente nas transmissões mecânicas e do fato de termos escolhido um valor arbitrário da indutância L_a da armadura (o valor correto não é conhecido), a grande correspondência entre os resultados das simulações e dos ensaios experimentais mostram que o compensador apresenta também uma certa robustez. Estas diferenças justificam também o fato dos parâmetros

adaptados não terem convergido para seus valores "ideais" (a convergência para os valores corretos ocorre no sistema nominal).

Apesar destes resultados, a utilização desta abordagem para o projeto do compensador apresenta algumas restrições importantes. A principal delas é que a teoria não fornece subsídios para a determinação de importantes variáveis de projeto de forma a se obter as características desejadas de estabilidade, desempenho e robustez. A teoria não aborda o problema da velocidade de adaptação, que está relacionada com os valores dos ganhos adaptativos ($P_1, P_2, P_3, D_1, D_2, D_3$), e esta velocidade influi no comportamento do sistema, conforme pudemos observar nas simulações, podendo levar à instabilidade se for muito elevada. O valor limite e_l também deve ser convenientemente selecionado, e para isso depende do conhecimento de um limite máximo dos ruídos que ocorrem no sistema. A alteração relativa à saturação é menos crítica, uma vez que, geralmente, o conhecimento dos limites em que a saturação ocorre é disponível "a priori" ou pode ser facilmente obtido. Convém lembrar que os valores iniciais dos parâmetros k_1, k_2, k_3 do compensador nas simulações e nos ensaios foram nulos, significando que admitimos desconhecimento dos valores dos parâmetros $a_p, b_p e d_p$ do sistema, sem que isto tenha gerado algum problema, excetuando-se o transitório inicial que já era esperado. Além disso o bom comportamento do sistema deve ser em parte creditado ao fato de que o período de amostragem h escolhido é bem pequeno ($0,03\ s$)se comparado com a constante de tempo do sistema, cerca de $1s$, ou com o tempo de acomodação especificado, $2s$, fazendo com que a aproximação de Euler para a obtenção do algoritmo de tempo discreto tenha sido razoavelmete precisa.

Nos ensaios experimentais ocorreram algumas situações em que o processo adaptativo não cessou, e apesar de que os ensaios terem mostrado que os parâmetros que sofrem adaptação não tenham divergido, este fato é preucupante, pois, como não é possível verificar através de simulações ou ensaios todas as situações possíveis, pode ocorrer um determinado conjunto de condições em que tais parâmetros aumentem até provocar a instabilidade do sistema (observe que o sistema real tem ordem superior ao sistema nominal e está sujeito a atrasos).

Apesar destes problemas, acreditamos, em vista dos resultados obtidos, principalmente aqueles obtidos nos ensaios experimentais, que a utilização da abordagem adaptativa para o projeto de compensadores de velocidade para motores elétricos de corrente contínua que compensem o efeito do atrito seco é viável, e pode resultar num sistema com boas características de estabilidade, desempenho e robustez.

6.2 Direções para Prosseguimento da Pesquisa

Uma difusão maior do uso de compensadores adaptativos depende do desenvolvimento de metodologias de projeto que considerem explicitamente ruídos e erros de modelagem, que uti-

lizem toda a informação disponível sobre o sistema, resultando em algoritmos mais robustos. Entretanto pode não ser possível a existência de uma metodologia de projeto com estas características que seja adequada para todos os tipos de sistemas. Assim sugerimos linhas de pesquisas que considerem sistemas e problemas de controle específicos, onde a não exigência de se obter uma generalização pode facilitar a obtenção de soluções.

Acreditamos que um melhor equilíbrio entre análises teóricas e investigações experimentais, com maior ênfase neste último aspecto (comparando com o que foi feito nesta pesquisa) também seria importante, permitindo avaliar diretamente sistemas adaptativos sob condições reais de operação, e evitando que a pesquisa acabe gerando resultados pouco práticos, como geralmente ocorre neste campo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1) ÅSTRÖM, K.J. Theory and Applications of Adaptive Control - A Survey. **Automatica**, 19(5):471-86, Feb. 1983.

2) ———— Adaptive Feedback Control. **Proceedings of the IEEE**, 72(2):185-217, Feb. 1987.

3) ÅSTRÖM, K.J. e WITTENMARK, B. **Computer Controlled Systems - Theory and Design**, Englewood Cliffs, Prentice Hall, Inc., 1984, 430p.

4) BALESTRINO, A.;DE MARIA, G. e ZINOBER, A.S.I. Nonlinear Adaptive Model-Following Control. **Automatica**, 20(5):559-69, Sept. 1984.

5) BODSON, M. E SASTRY, S.S. **Small Signal I/O Stability of Nonlinear Control Systems: Application to the Robustness of a MRCA Scheme**. Technical Report UCB/ERL, M84/70. University of California, Sept. 1984.

6) BOYD, S. E SASTRY, S.S. Necessary and Sufficient Conditions for Parameter Convergence in Adaptive Control. **Automatica**, 22(6):629-39, Nov. 1986.

7) CANUDAS, C.; ÅSTRÖM, K.J. e BRAUN, K. Adaptive Friction Compensation in DC-Motor Drives. **IEEE Journal of Robotics and Automation**, RA-3(6):681-5, Dec. 1987.

8) DESOER, C.A. E VIDYASAGAR, M. **Feedback Systems: Input-Output Properties**, New York, Academic Press, 1975.

9) GIBSON, J.E. **Nonlinear Automatic Control**, New York, McGraw-Hill Inc., 1963, 585p.

10) GILBART, J.W. e WINSTON, G.C. Adaptive Compensation for an Optical Tracking Telescope. **Automatica**, 10(2):125-31, Mar. 1974.

11) HAHN, W. **Stability of Motion**. New York, Springer Verlag, 1967, 448p.

12) IOANNOU, P.A. e KOKOTOVIC, P.V. **Adaptive Systems With Reduced Models**, New York, Springer-Verlag, 1983,

13) ———— Robust Redesign of Adaptive Control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-29(3):202-11, Mar. 1984.

14) ———— Instability Analysis and Improvement of Robustness of Adaptive Control. **Automatica**, 20(5):583-94, Sept. 1984.

15) IOANNOU, P.A. e SUN, J. Theory and Design of Robust Direct and Indirect Adaptive-Control Schemes. **International Journal of Control**, 47(3):775-813, Mar. 1988.

16) IOANNOU, P.A. e TSAKALIS, K.S. A Robust Direct Adaptive Controller, **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-31(11):1033-43, Nov. 1986.

17) KARNOPP, D. Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems. **Transactions of ASME - Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control**, Vol. 107,100-103p, Mar. 1985.

18) KARNOPP, D. e ROSENBERG, R. **System Dynamics: A Unified Approach**. New York, John Wiley & Sons, 1975, 402p.

19) KOKOTOVIC, P.V. Recent Trends in Feedback Design: An Overview. **Automatica**, 22(3):225-36, May 1985.

20) KOSUT, R.L. e JOHNSON, Jr., C.R. An Input-Output View of Robustness in Adaptive Control. **Automatica**, 20(5):569-81, Sept. 1984.

21) KREISSELMEIER, G. e NARENDRA, K.S. Stable Model Reference Adaptive Control in the Presence of Bounded Disturbances. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-27(6):1169-75, Dec. 1982.

22) LANDAU, Y.D. **Adaptive Control: The Model Reference Approach**, New York, Marcel Dekker, Inc. 1979, 406p.

23) LA SALLE, J. e LEFSCHETZ, S. **Stability by Liapunov's Direct Method With Applications**. New York, Academic Press, 1961, 134p.

24) LINDORF, D.P. e CARROL, R.L. Survey of Adaptive Control Using Liapunov Design. **International Journal of Control**, 18(5):897-914, May 1973.

25) LUENBERGER, D.G. **Introduction to Dynamic Systems: Theory, Models and Applications**. New York, John Wiley & Sons, 1979, 446p.

26) MONOPOLI, R.V. Liapunov's Method for Adaptive Control-System Design. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-12(3):334-5, June 1967.

27) NARENDRA, K.S. e ANNASWAMY, A.M. A New Adaptive Law for Robust Adaptation Without Persistent Excitation. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-32(2):134-45, Feb. 1987.

28) NARENDRA, K.S. e KUDVA, P. Stable Adaptive Schemes for Systems Identification and Control - Part I and Part II. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, SMC-4(6):542-60, Nov. 1974.

29) NARENDRA, K.S. e TAYLOR, J.H. **Frequency Domain Criteria for Absolute Stability**. New York, Academic Press, 1973, 246p.

30) NARENDRA, K.S. e VALAVANI, L.S. Stable Adaptive Controller Design - Direct Control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-23(4):570-83, Aug. 1978.

31) NARENDRA, K.S.; LIN, Y.H. e VALAVANI, L.S. Stable Adaptive Controller Design - Part II: Proof of Stability. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-25(3):440-8, June 1980.

32) OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. Rio de Janeiro, Prentice Hall do Brasil, 1985, 929p.

33) PAPADOPOULOS, E.G. **An Investigation of Model Reference Adaptive Control Algorithms for Manufacturing Processes: Problems and Potentials**, M.S. Thesis, Dept. of Mechanical Engineering, Massachusets Institute of Technology, Sept. 1983.

34) PARKS, P.C. Liapunov Redesign of Model Reference Adaptive Control Systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-11(3):362-7, July 1966.

35) PETERSON, B.B. e NARENDRA, K.S. Bounded Error Adaptive Control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-27(6):1161-8, Dec. 1982.

36) ROHRS, C.E. **Adaptive Control in the Presence of Unmodeled Dynamics**, PHD Thesis, Laboratory for Information and Decision Systems, Massachusets Instiute of Technology, Nov. 1982.

37) SERVO TEK PRODUCTS COMPANY, **Servo-Tek Permanent-Magnet D-C Motors**, Hawthorne, 1971.

38) SLOTINE, J-J. E. e COETSEE, J.A. Adaptive Controller Synthesis for Non-Linear Systems. **International Journal of Control**, 43(6):1631-51, June 1986.

39) **THE STUDY OF SERVO MECHANISMS**, DIGIAC Corporation, 1971.

40) VIDYASAGAR, M. **Nonlinear Systems Analysis**, New Jersey, Prentice Hall, Inc., Englewoods Cliffs, 1978.

41) WALRATH, C.D. Adaptive Bearing Friction Compensation Based on Recent Knowledge of Dynamic Friction. **Automatica**, 20(6):717-27, Nov. 1984.

42) WITTENMARK, B. e ÅSTRÖM, K.J. Practical Issues in the Implementation of Self-tuning Control. **Automatica**, 20(5):595-605, Sept. 1984.

43) ZAMES, G. On the Input-Output Stability of Time-Varying Nonlinear Feedback Systems - Part I: Conditions Derived Using Concepts of Loop Gain, Conicity and Posivity. **IEEE**

Transactions on Automatic Control, AC-11(2):228-38, Apr. 1966.

44) ——— On the Input-Output Stability of Time-Varying Nonlinear Feedback Systems - Part II: Conditions Involving Circles in the Frequency Plane and Sector Nonlinearities. **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-11(3):465-76, July 1966.

A MODELO DO MOTOR

O sistema a ser modelado compõe-se de um motor elétrico de corrente contínua e sua carga, refletida no eixo motor. A figura A.1 mostra o sistema de maneira esquemática, e nela temos:

R_a - resistência do enrolamento da armadura.

L_a - indutância do enrolamento da armadura.

i_a - corrente elétrica no enrolamento da armadura.

e_a - tensão elétrica aplicada no enrolamento da armadura.

R_f - resistência do enrolamento de campo.

L_f - indutância do enrolamento de campo.

i_f - corrente elétrica no enrolamento de campo.

e_f - tensão elétrica aplicada no enrolamento de campo.

T - Torque fornecido pelo motor.

ω - velocidade angular do eixo do motor.

J - momento de inércia total (rotor mais carga).

T_a - momento devido ao atrito.

Verifica-se que adotamos um modelo bastante simplificado de um motor elétrico. O acoplamento entre as grandezas elétricas e às mecânicas será modelado através de um girador modulado, com dependência linear.

Outro elemento do esquema que exige maior atenção é o momento de atrito. Os modelos matemáticos existentes para o atrito são empíricos, com estruturas diferentes entre si. Adotando o modelo representado na figura A.2a, a representação no "bond graph" deve prever um "bond" de sinal ligando o elemento resistivo e uma junção zero logo à saída do motor, como mostra a figura A.2b (ver referência [17]). A referência [18] fornece maiores detalhes quanto à técnica do "Bond Graph". A representação do sistema através da técnica do "Bond Graph" está mostrada na figura A.3.

Considerando todos os elementos como lineares, exceto R, temos:

Equações elementares:

Fontes:

$$S_{Ea}: \qquad e_1 = e_a(t) \tag{A.1}$$

$$S_{Ef}: \qquad e_{10} = e_f(t) \tag{A.2}$$

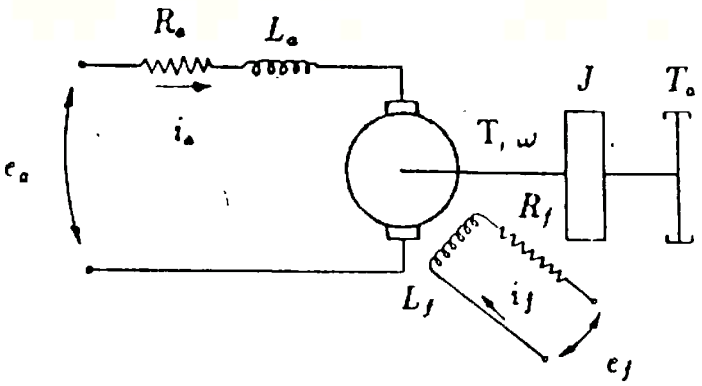


Fig. A.1: Esquema do motor elétrico e sua carga.

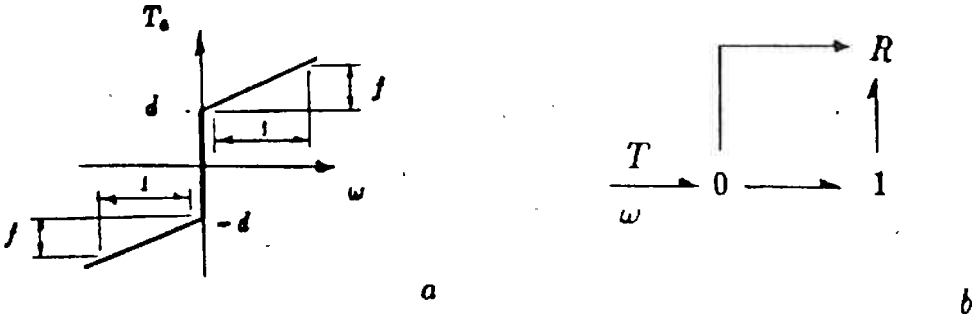


Fig. A.2: Modelo de atrito

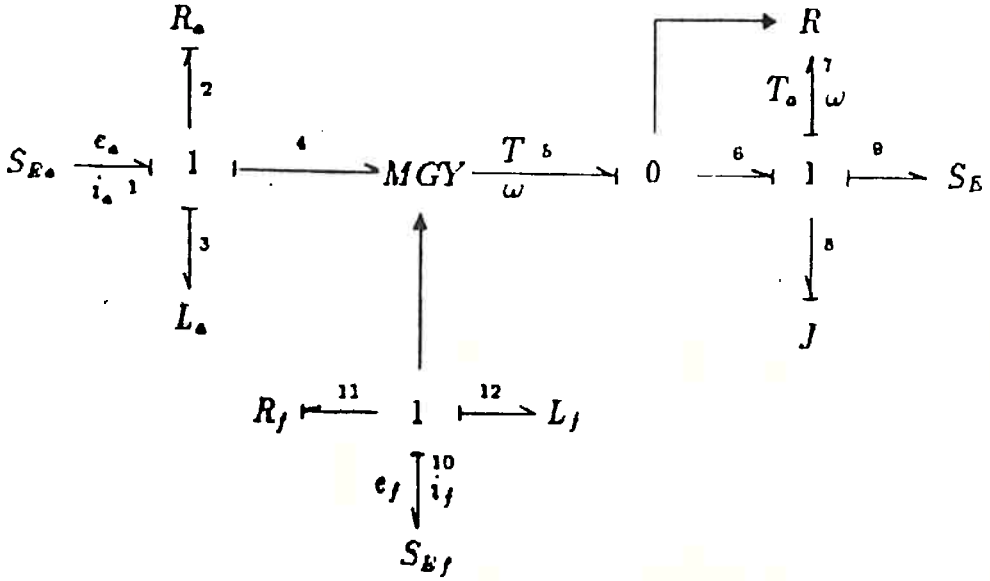


Fig. A.3: "Bond Graph" do sistema representado na fig. A.1.

$$S_B : \qquad e_9 = 0 \tag{A.3}$$

Resistências:

$$R_a : \qquad f_2 = \frac{1}{R_a} e_2 \tag{A.4}$$

$$R_f : \qquad f_{11} = \frac{1}{R_f} e_{11} \tag{A.5}$$

$$R : \qquad e_7 = T_a \tag{A.6}$$

Inertâncias:

$$L_a : \qquad L_a f_3 = p_3 = \int_0^t e_3 d\tau \tag{A.7}$$

$$L_f : \qquad L_f f_{12} = p_{12} = \int_0^t e_{12} d\tau \tag{A.8}$$

$$J : \qquad J f_8 = p_8 = \int_0^t e_8 d\tau \tag{A.9}$$

Girador modulado:

$$MGY : \qquad e_5 = r f_4 \tag{A.10}$$

$$e_4 = r f_5 \tag{A.11}$$

$$r = k_b f_{11} \tag{A.12}$$

Junções:

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_4 \tag{A.13}$$

$$e_1 = e_2 + e_3 + e_4 \tag{A.14}$$

$$f_{10} = f_{11} = f_{12} \tag{A.15}$$

$$e_{10} = e_{11} + e_{12} \tag{A.16}$$

$$e_5 = e_6 \tag{A.17}$$

$$f_5 = f_6 \tag{A.18}$$

$$f_6 = f_7 = f_8 = f_9 \tag{A.19}$$

$$e_6 = e_7 + e_8 + e_9 \tag{A.20}$$

Variáveis de estado de energia: p_3, p_8 e p_{12}.

Equações diferenciais:

Usando A.7 e A.14:

$$\dot{p}_3 = e_3 = e_1 - e_2 - e_4 \tag{A.21}$$

de A.4, A.13 e A.7:

$$e_2 = R_a f_2 = R_a f_3 = R_a \frac{p_3}{L_a} \tag{A.22}$$

de A.11 e A.12:

$$e_4 = k_b f_{11} f_b \tag{A.23}$$

de A.18, A.19 e A.9:

$$f_b = f_6 = f_8 = \frac{p_8}{J} \tag{A.24}$$

logo:

$$e_4 = k_b \frac{f_{11}}{J} p_8 \tag{A.25}$$

de A.1, A.21, A.22 e A.25:

$$\dot{p}_3 = e_a(t) - \frac{R_a}{L_a} p_3 - k_b \frac{f_{11}}{J} p_8 \tag{A.26}$$

usando A.9, A.20 e A.3:

$$\dot{p}_8 = e_8 = e_6 - e_7 - e_9 = e_6 - e_7 \tag{A.27}$$

de A.17, A.10, A.12, A.13 e A.7:

$$e_6 = e_5 = r f_4 = k_b f_{11} f_4 = k_b f_{11} f_3 = k_b f_{11} \frac{p_3}{L_a} \tag{A.28}$$

de A.27, A.28 e A.6:

$$\dot{p}_8 = k_b \frac{f_{11}}{L_a} p_3 - T_a \tag{A.29}$$

usando A.8, A.16 e A.2:

$$\dot{p}_{12} = e_{12} = e_{10} - e_{11} = e_f - e_{11} \tag{A.30}$$

de A.5, A.15 e A.8:

$$e_{11} = R_f f_{11} = R_f f_{12} = R_f \frac{p_{12}}{L_f} \tag{A.31}$$

Assim, de A.30 e A.31:

$$\dot{p}_{12} = e_f(t) - \frac{R_f}{L_f} p_{12} \tag{A.32}$$

Adotando a nomenclatura da figura A.1 temos:

$p_3 = L_a f_3 = L_a i_a$

$p_8 = J f_8 = J\omega$

$f_{11} = f_{12} = i_f$

$p_{12} = L_f f_{12} = L_f i_f$

De A.26, A.29 e A.32 resulta:

$$\begin{aligned} J\dot{\omega} &= K_b . i_f . i_a - T_a \\ L_a . \dot{i}_a &= -K_b . i_f . \omega - R_a . i_a + e_a \\ L_f . \dot{i}_f &= -R_f . i_f + e_f \end{aligned} \tag{A.33}$$

B CONCEITOS MATEMÁTICOS

B.1 Segundo Método de Lyapunov

O segundo método de Lyapunov para verificação de estabilidade tem seu enunciado apresentado em diversas referências [11], [23], [32]. Considerando a referência [22], corolaário A.1, temos:

Considerando uma função escalar real $V(t)$ com primeiras derivadas parciais contínuas com respeito a $\underline{x}$, o estado de equilíbrio $\underline{x}_e = 0$ do sistema autônomo $\dot{\underline{x}} = f(\underline{x})$ é globalmente (uniformemente) assintoticamente estável se:

1- $V(\underline{0}) = 0$.

2- $V(\underline{x}) > 0$ para todo $\underline{x} \neq \underline{0}$, $\underline{x} \in \Re^n$.

3- $V(\underline{x}) \to \infty$ com $\|\underline{x}\| \to \infty$.

4- $\dot{V}(\underline{x}) \leq 0$ para todo $\underline{x} \neq \underline{0}$, $\underline{x} \in \Re^n$.

5- $\dot{V}(\underline{x})$ não é identicamente zero ao longo de qualquer trajetória do sistema $\dot{\underline{x}} = f(\underline{x}, t)$ para qualquer t_0 ou qualquer $\underline{x}_0 \neq \underline{0}$.

B.2 Teorema de Hiperestabilidade

Este teorema é apresentado nas referências [22], [33], e resultados correlatos são apresentados em [43] e [44].

Tomando por base a referência [33]:

Definição 1: Considerando a diagrama da figura B.1, a configuração apresentada é hiperestável se existirem constantes positivas $\delta > 0$ e $\gamma_0 > 0$ tais que as soluções $x(x(t_0), t)$ satisfaçam a inequação a seguir:

$$\|x(t)\| \leq \delta \|x(t_0)\| + \gamma_0 \quad \text{para todo} \quad t \geq t_0 \tag{B.1}$$

para qualquer bloco de realimentação que satisfaça a inequação de Popov:

$$\int_{t_0}^{t} \underline{w}^T \underline{v} \, d\tau \geq -\gamma_0^2 \quad \text{para todo} \quad t \geq t_0 \tag{B.2}$$

Se, em adição às condições anteriores:

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = 0 \tag{B.3}$$

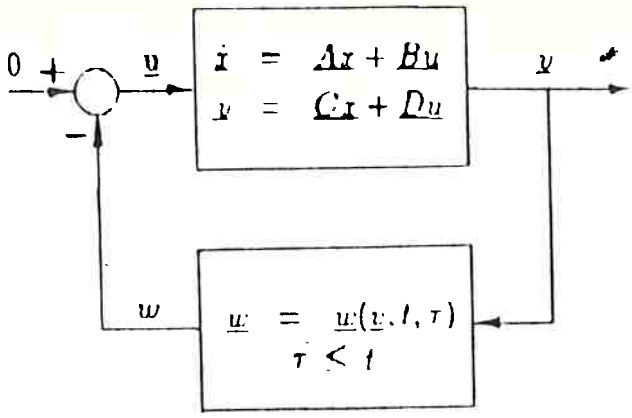


Fig. B.1: Diagrama de blocos para o Teorema de Hiperestabilidade.

então a configuração é dita assintoticamente hiperestável.

Definição 2: O operador do bloco de realimentação que satisfaz B.2 é dito passivo ou, se causal, positivo.

Definição 3: Um sistema linear invariante no tempo, cuja função de transferência seja $H(s)$ é positivo se:

1- $H(s)$ não possui pólos com parte real positiva.

2- Os pólos de $H(s)$ com parte real nula são simples e tem resíduos reais positivos.

3- $Re\{H(j\omega)\} \geq 0$ para todo ω.

Definição 4: Um sistema linear invariante no tempo com função de transferência $H(s)$ é estritamente positivo real se:

1- $H(s)$ não tem pólos no semiplano direito do plano s, incluindo o eixo imaginário.

2- $Re\{H(j\omega)\} > 0$ para todo ω.

Teorema: A condição necessária e suficiente para que a configuração apresentada na figura B.1 seja (assintoticamente) hiperestável é que a função de transferência $H_1(s)$ seja (estritamente) positiva real e que o bloco de realimentação H_2 seja tal que a equação B.2 é satisfeita.

B.3 Lema de Meyer Kalman Yacubovitch

Se a função de transferência (expressão B.5) associada com o seguinte sistema [33]:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \underline{A}\underline{x} + \underline{b} \\ y &= \underline{c}\underline{x} \end{aligned} \tag{B.4}$$

$$H(s) = \underline{c}(s\underline{I} - \underline{A})^{-1}\underline{b} \tag{B.5}$$

é estritamente positiva real, então existem matrizes simétricas positivas $\underline{P}$ e $\underline{Q}$ tais que:

$$\underline{A}^T\underline{P} + \underline{P}\underline{A} = -\underline{Q} \tag{B.6}$$

$$\underline{P}\underline{b} = \underline{c} \tag{B.7}$$

B.4 Espaco de Funções com Produto Interno

Seja $\mathcal{E}$ um espaço vetorial, e $\mathcal{V}$ um espaço vetorial normalizado, uma norma definida em termos de produto escalar é:

$$\|\underline{x}(t)\|^2 = \langle \underline{x}(t)|\underline{x}(t)\rangle \tag{B.8}$$

onde o produto escalar é definido como:

$$\langle \underline{x}(t)|\underline{y}(t)\rangle = \int_0^\infty \underline{x}(t)^T\underline{y}(t)\, dt \tag{B.9}$$

Definindo ainda $\mathcal{F}$ como a classe de funções que mapeia os números reais não negativos em $\mathcal{V}$.

Um espaço $\mathcal{H}$ de funções com produto interno (também denominado $\mathcal{L}_2$) é definido como:

$$\mathcal{H} = \{x(t) \in \mathcal{F}/\|x(t)\|^2 = \langle x(t)|x(t)\rangle < \infty\} \tag{B.10}$$

Uma função truncada é definida como:

$$x_T(t) = \begin{cases} x(t) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases} \tag{B.11}$$

para todo $T \in [0, \infty)$. Admite-se que x(t) seja mensurável.

Com a definição dada por B.11 podemos definir um espaço estendido $\mathcal{H}_e$ de funções com produto interno:

$$\mathcal{H}_e = \{x(t) \in \mathcal{F}/\forall T \in \Re_+; \|x(t)\|_T^2 = \langle x(t)|x(t)\rangle_T < \infty\} \tag{B.12}$$

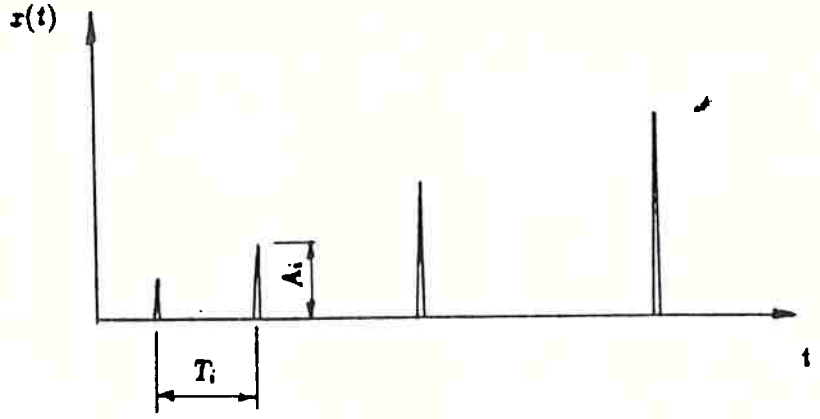


Fig. B.2: Exemplo de função que pertence a $\mathcal{H}$ mas não é limitada

$$\|x_T\|^2 = \|x\|_T^2 = \langle x|x\rangle_T = \langle x_T|x_T\rangle \tag{B.13}$$

Tomando como exemplo uma função constante, ela pertence a $\mathcal{H}_e$ mas não pertence $\mathcal{H}$.
Com a definição de espaços $\mathcal{L}_2$ (ou $\mathcal{H}$), podemos definir também estabilidade $\mathcal{L}_2$:
Seja um operador H um operador que mapeie $\mathcal{L}_{2e}$ em $\mathcal{L}_{2e}$.

$$H : \mathcal{L}_{2e} \rightarrow \mathcal{L}_{2e}$$

H é dito estável se $Hx \in \mathcal{L}_2$, sempre que $x \in \mathcal{L}_2$, e se existirem constantes α e β tais que:

$$\|Hx\|_2 \leq \alpha\|x\|_2 + \beta \qquad \forall x \in \mathcal{L}_2 \tag{B.14}$$

Deve-se observar, entretanto, que o fato de $x \in \mathcal{H}$ não significa necessariamente que x seja limitada. Pode ocorrer o que mostra a figura B.2

Na figura, podemos imaginar T_i e A_i aumentando de forma a garantir que $\|x\|^2 < \infty$, ou seja, que $x \in \mathcal{H}$, mas sem ser limitada.

B.5 Passividade

Para maiores detalhes veja a referência [8].

Definição 1:

$H : \mathcal{H}_e \rightarrow \mathcal{H}_e$ é dito passivo se e somente se:

$$\langle Hx|x\rangle_T \geq \beta \quad \text{para todo } x \in \mathcal{H}_e \text{ e } T \in \Re_+ \tag{B.15}$$

onde β é uma constante.

Definição 2:

$H : \mathcal{H}_e \rightarrow \mathcal{H}_e$ é estritamente passivo se e somente se existirem constantes $\delta > 0$ e β tais que:

$$\langle Hx|x\rangle_T \geq \delta\|x_T\|^2 + \beta \quad \text{para todo } x \in \mathcal{H}_e \text{ e } T \in \Re_+ \tag{B.16}$$

Teorema da Passividade

Considerando o sistema mostrado na figura B.3, descrito por:

$$\begin{aligned} e_1 &= u_1 - H_2 e_2 \\ e_2 &= u_2 + H_1 e_1 \end{aligned} \tag{B.17}$$

onde H_1 e H_2 mapeiam $\mathcal{H}_e$ em $\mathcal{H}_e$. Admititindo que para qualquer u_1 e u_2 em $\mathcal{H}$, existam soluções e_1 e e_2 em $\mathcal{H}$. Se existirem constantes α_1, α_2, α_3, β_1, β_2 e β_3, tais que:

$$\|H_1 z\|_T \leq \alpha_1\|z\|_T + \beta_1 \tag{B.18}$$

$$\langle z|H_1 z\rangle_T \geq \alpha_2\|z\|_T^2 + \beta_2 \tag{B.19}$$

$$\langle H_2 z|z\rangle_T \geq \alpha_3\|H_2 z\|_T^2 + \beta_3 \tag{B.20}$$

$\forall z \in \mathcal{H}_e$, $\forall T \in [0, \infty]$.

Se, ainda a expressão B.21 for válida:

$$\alpha_2 + \alpha_3 > 0 \tag{B.21}$$

então e_1, e_2, $H_1 e_1$ e $H_2 e_2 \in \mathcal{H}$.

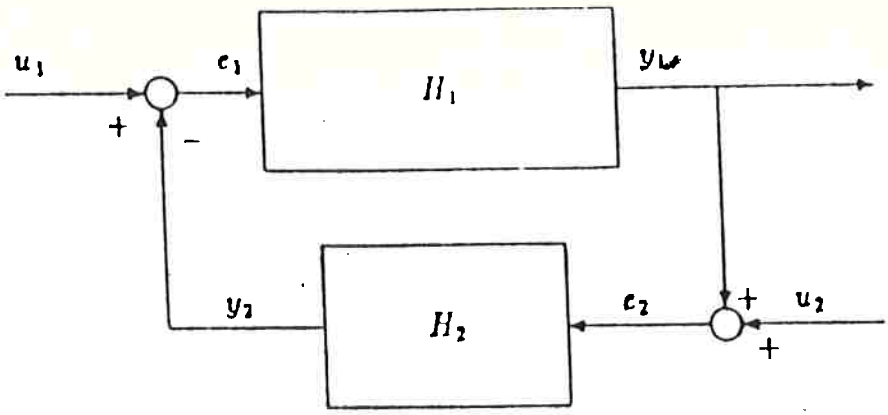


Fig. B.3: Sistema para o Teorema de Passividade.

B.6 Outros Teoremas

Apresentamos aqui, de maneira não muito rigorosa os teoremas mencionados na seção 3.4, e que são apresentados na referência [40].

Seja $\mathcal{A}$ o conjunto de todas as respostas impulsivas estáveis, e $\hat{\mathcal{A}}$ como o conjunto de todas as funções $\hat{f} : C_+ \rightarrow C$ que são transformadas de Laplace de elementos de $\mathcal{A}$ (lembrando que C é o conjunto dos números complexos e C_+ o conjunto dos números complexos com parte real maior ou igual a zero).

Teorema 54: Considere o operador H definido por B.22, onde $h(.) \in \mathcal{A}$. Então H é $\mathcal{L}_2$ - estável, e é válida B.23.

$$(Hf)(t) = \int_0^t h(t-\tau)f(\tau)\,d\tau \tag{B.22}$$

$$\|h * f\|_2 \leq m.\|f\|_2 \tag{B.23}$$

onde $m = \max_\omega |\hat{h}(j\omega)|$ (lembrando que $\hat{h}$ é a transformada de Laplace de h).

Lema 58: Seja $\hat{h} \in \hat{\mathcal{A}}$, e definindo:

$$\delta = \min_\omega Re\{\hat{h}(j\omega)\}$$

Então, para toda $f \in \mathcal{L}_{2e}$, temos:

$$\int_0^T r(t)f(t)\,dt \geq \delta \int_0^T f^2(t)\,dt \quad , \forall T \geq 0$$

onde $r = h * f$.

As demonstrações foram omitidas pois fogem ao objetivo desse Apêndice.

C DESENVOLVIMENTO DOS ALGORITMOS

C.1 Método de Lyapunov

O sistema controlado é expresso por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - \omega_r \\ \dot{x}_2 &= b_c x_1 + a_c x_2 + d_c sgn(x_2) \\ y &= x_2 \end{aligned} \tag{C.1}$$

com $b_c = b_p k_1$, $a_c = -a_p + b_p k_2$ e $d_c = -d_p + b_p k_3$.

O modelo de referência é o seguinte:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{m1} &= x_{m2} - \omega_r \\ \dot{x}_{m2} &= -b_m x_{m1} - a_m x_{m2} \\ y_m &= x_{m2} \end{aligned} \tag{C.2}$$

Definindo o erro e_2

$$e_2 = y_m - y \tag{C.3}$$

e denominando:

$$\int_0^t e_2 \, d\tau = e_1 = x_{m1} - x_1 \tag{C.4}$$

podemos determinar a equação do erro:

$$\dot{e}_2 = -b_m x_{m1} - a_m x_{m2} - b_c x_1 - a_c x_2 - d_c sgn(x_2) \tag{C.5}$$

como $x_{m1} = e_1 + x_1$ e $x_{m2} = e_2 + x_2$ temos:

$$\dot{e} = -b_m e_1 - a_m e_2 - (b_m + b_c) x_1 - (a_m + a_c) x_2 - d_c sgn(x_2) \tag{C.6}$$

Adotando a seguinte função de Lyapunov (cuja estrutura é comum e usada, por exemplo, em [10]):

$$
\begin{aligned}
V &= P(b_m e_1^2 + e_2^2) + C_1[(b_m + b_c) - B_1 e_2 x_1]^2 + C_2[(a_m - a_c) - B_2 e_2 x_2]^2 + \\
&+ C_3[d_c - B_3 e_2 x_3]^2
\end{aligned} \tag{C.7}
$$

onde P, C_1, C_2, C_3, B_1, B_2, B_3 são constantes positivas arbitrárias, $x_3 = sgn(x_2)$ e b_m é o mesmo parâmetro do modelo de referência.

Logo, de C.7:

$$
\begin{aligned}
\dot{V} &= P(2b_m e_1 \dot{e}_1 + 2e_2 \dot{e}_2) + 2C_1[(b_m + b_c) - B_1 e_2 x_1][\dot{b}_c - B_1 \frac{d(e_2 x_1)}{dt}] + \\
&+ 2C_2[(a_m + a_c) - B_2 e_2 x_2][\dot{a}_c - B_2 \frac{d(e_2 x_2)}{dt}] + \\
&+ 2C_3[d_c - B_3 e_2 x_3][\dot{d}_c - B_3 \frac{d(e_2 x_3)}{dt}]
\end{aligned} \tag{C.8}
$$

Substituindo C.6 em C.8, e sabendo de C.4 que $\dot{e}_1 = e_2$ obtemos:

$$
\begin{aligned}
\dot{V} &= P\{2b_m e_1 e_2 + 2e_2[-b_m e_1 - a_m e_2 - (b_m + b_c)x_1 - (a_m + a_c)x_2 - d_c x_3]\} + \\
&+ 2C_1[(b_m + b_c) - B_1 e_2 x_1][\dot{b}_c - B_1 \frac{d(e_2 x_1)}{dt}] + \\
&+ 2C_2[(a_m + a_c) - B_2 e_2 x_2][\dot{a}_c - B_2 \frac{d(e_2 x_2)}{dt}] + \\
&+ 2C_3[d_c - B_3 e_2 x_3][\dot{d}_c - B_3 \frac{d(e_2 x_3)}{dt}]
\end{aligned} \tag{C.9}
$$

Impondo:

$$
\dot{b}_c = \frac{P}{C_1} e_2 x_1 + B_1 \frac{d(e_2 x_1)}{dt} \tag{C.10}
$$

$$
\dot{a}_c = \frac{P}{C_2} e_2 x_2 + B_2 \frac{d(e_2 x_2)}{dt} \tag{C.11}
$$

$$
\dot{d}_c = \frac{P}{C_3} e_2 x_3 + B_3 \frac{d(e_2 x_3)}{dt} \tag{C.12}
$$

Substituindo C.10, C.11 e C.12 em C.9 e reorganizando os termos:

$$
\begin{aligned}
\dot{V} &= -2Pa_m e_2^2 + 2Pb_m e_1 e_2 - 2Pb_m e_1 e_2 + \\
&- 2P(b_m + b_c)e_2 x_1 + 2C_1[(b_m + b_c) - B_1 e_2 x_1][\frac{P}{C_1} e_2 x_1 + B_1 \frac{d(e_2 x_1)}{dt} - B_1 \frac{d(e_2 x_1)}{dt}] + \\
&- 2P(a_m + a_o)e_2 x_2 + 2C_2[(a_m + a_c) - B_2 e_2 x_2][\frac{P}{C_2} e_2 x_2 + B_2 \frac{d(e_2 x_2)}{dt} - B_2 \frac{d(e_2 x_2)}{dt}] + \\
&- 2Pd_c e_2 x_3 + 2C_3[d_c - B_3 e_2 x_3][\frac{P}{C_3} e_2 x_3 + B_3 \frac{d(e_2 x_3)}{dt} - B_3 \frac{d(e_2 x_3)}{dt}]
\end{aligned} \tag{C.13}
$$

que resulta em:

$$
\dot{V} = -2P[a_m e_2^2 + B_1(e_2 x_1)^2 + B_2(e_2 x_2)^2 + B_3(e_2 x_3)^2] \leq 0 \tag{C.14}
$$

Logo o sistema controlado deve ser nominalmente estável com as seguintes leis de adaptação, obtidas de C.10, C.11 e C.12:

$$
k_1 = P_1 \int_0^t e_2 x_1 d\tau + D_1 e_2 x_1 + k_{10} \tag{C.15}
$$

$$
k_2 = P_2 \int_0^t e_2 x_2 d\tau + D_2 e_2 x_2 + k_{20} \tag{C.16}
$$

$$
k_3 = P_3 \int_0^t e_2 x_3 d\tau + D_3 e_2 x_3 + k_{30} \tag{C.17}
$$

onde P_1, P_2, P_3, D_1, D_2, D_3 são constantes positivas arbitrárias, e k_{10}, k_{20} e k_{30} podem ser determinados como as melhores estimativas disponíveis para os valores ideais de k_1, k_2 e k_3.

C.2 Método de Hiperestabilidade

O sistema a ser controlado é expresso por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - \omega_r \\ \dot{x}_2 &= b_c x_1 + a_c x_2 + d_c x_3 \\ y &= x_2 \end{aligned} \tag{C.18}$$

com $b_c = b_p k_1$, $a_c = -a_p + b_p k_2$, $d_c = -d_p + b_p k_3$ e $x_3 = sgn(x_2)$.

O modelo de referência é expresso por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{m1} &= x_{m2} - \omega_r \\ \dot{x}_{m2} &= -b_m x_{m1} - a_m x_{m2} \\ y_m &= x_{m2} \end{aligned} \tag{C.19}$$

Definindo o vetor erro:

$$\underline{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} x_{m1} - x_1 \\ x_{m2} - x_2 \end{bmatrix} \tag{C.20}$$

podemos determinar a equação do erro:

$$\dot{\underline{e}} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{m1} - \dot{x}_1 \\ \dot{x}_{m2} - \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{m2} - \omega_r - x_2 + \omega_r \\ b_m x_{m1} - a_m x_{m2} - b_c x_1 - a_c x_2 - d_c x_3 \end{bmatrix} \tag{C.21}$$

Como $x_{m1} = e_1 + x_1$ e $x_{m2} = e_2 + x_2$, C.21 pode ser reescrita:

$$\dot{\underline{e}} = \begin{bmatrix} e_2 \\ -b_m e_1 - a_m e_2 - (b_m + b_c)x_1 - (a_m + a_c)x_2 - d_c x_3 \end{bmatrix} \tag{C.22}$$

A equação do erro pode ser expressa por:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= \underline{A}_m \underline{e} + \underline{B}_e(-w) \\ v &= \underline{C}_e \underline{e} \end{aligned} \tag{C.23}$$

onde

$$w = (b_m + b_c)x_1 + (a_m + a_c)x_2 + d_c x_3 \tag{C.24}$$

$$\underline{B_e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

e $\underline{C_e}$ é um vetor constante a ser determinado através do teorema de Hiperestabilidade.

A figura C.1 mostra o diagrama de blocos da equação do erro.

Segundo o teorema de Hiperestabilidade, o sistema será assintoticamente hiperestável se, primeiro, a função de transferência do bloco H_1 for estritamente positiva real, ou seja se existirem matrizes simétricas definidas positivas $\underline{P}$ e $\underline{Q}$ tais que (ver Apêndice, seção B.3):

$$\underline{A_m^T P} + \underline{P A_m} = -\underline{Q} \tag{C.25}$$

$$\underline{B_e^T P} = \underline{C_e} \tag{C.26}$$

Adotando, por exemplo:

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} 2b_m & 0 \\ 0 & 2(a_m - 1) \end{bmatrix}$$

onde devemos impor $b_m > 0$ e $a_m > 1$ para tornar $\underline{Q}$ definida positiva. Podemos então obter $\underline{P}$:

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} a_m + b_m & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Logo:

$$\underline{C_e} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{C.27}$$

de C.26 e C.23 verificamos que:

$$v = e_1 + e_2 \tag{C.28}$$

A segunda condição para o sistema ser assintoticamente hiperestável é a inequação de Popov para o bloco H_2 (figura C.1):

$$\int_0^t wv d\tau \geq -\gamma_0^2 \tag{C.29}$$

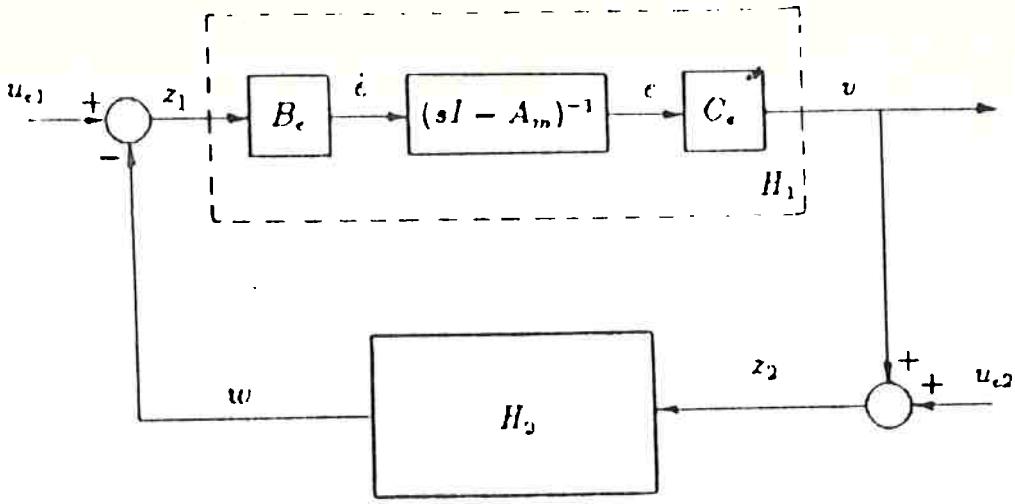


Fig. C.1: Diagrama de blocos da equação do erro.

Substituindo C.24 em C.29:

$$\int_0^t [(b_m + b_c)x_1 + (a_m + a_c)x_2 + d_c x_3] v d\tau \geq -\gamma_0^2 \tag{C.30}$$

Para que isto ocorra é suficiente que:

$$\int_0^t (b_m + b_c) x_1 v d\tau \geq -\gamma_b^2 \tag{C.31}$$

$$\int_0^t (a_m + a_c) x_2 v d\tau \geq -\gamma_a^2 \tag{C.32}$$

$$\int_0^t d_c x_3 v d\tau \geq -\gamma_d^2 \tag{C.33}$$

Considerando C.33, fazendo:

$$d_c = f_d = f_{d0} + f_{d2} \tag{C.34}$$

onde

$$f_{d0} = \int_0^t f_{d1} d\tau + f_{dk}$$

f_{dk} é uma constante arbitrária.

considerando

$$\frac{d(f_{d0})}{dt} = \frac{d(\int_0^t f_{d1} d\tau + f_{dk})}{dt} = f_{d1} = k_{d1} x_3 v \tag{C.35}$$

$$f_{d2} = k_{d2} x_3 v \tag{C.36}$$

Substituindo C.34, C.35, C.36 em C.33 obtemos:

$$\begin{aligned}
\int_0^t d_c x_3 v d\tau &= \int_0^t (f_{d0} + f_{d2}) x_3 v d\tau = \int_0^t f_{d0} x_3 v d\tau + \int_0^t f_{d2} x_3 v d\tau = \\
&= \int_0^t \frac{1}{k_{d1}} f_{d0} k_{d1} x_3 v d\tau + \int_0^t f_{d2} x_3 v d\tau = \int_0^t \frac{1}{k_{d1}} f_{d0} \frac{d(f_{d0})}{d\tau} d\tau + \int_0^t k_{d2} (x_3 v)^2 d\tau = \\
&= \frac{1}{2k_{d1}} [f_{d0}^2(t) - f_{d0}^2(0)] + k_{d2} \int_0^t (x_3 v)^2 d\tau \geq -\frac{f_{d0}^2(0)}{2k_{d1}} + k_{d2} \int_0^0 (x_3 v)^2 d\tau \geq -\gamma_d^2
\end{aligned} \tag{C.37}$$

Assim, lembrando que $d_c = -d_p + b_p k_3$ obtemos:

$$k_3 = \frac{1}{b_p} \int_0^t k_{d1} x_3 v d\tau + \frac{k_{d2}}{b_p} x_3 v + \frac{1}{b_p} (f_{dk} + d_p) \tag{C.38}$$

Considerando que k_{d1}, k_{d2} e f_{dk} são constantes arbitrárias, C.38 pode ser escrita como:

$$k_3 = P_3 \int_0^t x_3 v d\tau + D_3 x_3 v + k_{30} \tag{C.39}$$

Analogamente:

$$k_1 = P_1 \int_0^t x_1 v d\tau + D_1 x_1 v + k_{10} \tag{C.40}$$

$$k_2 = P_2 \int_0^t x_2 v d\tau + D_2 x_2 v + k_{20} \tag{C.41}$$

De acordo com a referência [22] o método de Lyapunov e o de Hiperestabilidade são equivalentes, e de fato, lembrando que $v = e_1 + e_2$, se adotarmos a seguinte função de Lyapunov podemos também demonstrar a estabilidade do sistema com o algoritmo de adaptação determinado aqui:

$$
\begin{aligned}
V &= P(e_1+e_2)^2 + C_1[(B_m+b_c) - B_1(e_1+e_2)x_1]^2 + c_2[(a_m+a_c) - B_2(e_1+e_2)x_2]^2 + \\
&+ C_3[d_c - B_3(e_1+e_2)x_3]^2 \qquad \text{(C.42)}
\end{aligned}
$$

De maneira semelhante à seção anterior obtemos as mesmas leis de adaptação dadas por C.39, C.40 e C.41 resultando em:

$$
\begin{aligned}
\dot{V} = -2P\{&[b_m e_1^2 + (b_m + a_m - 1)e_1 e_2 + (a_m - 1)e_2^2] + \\
&B_1(vx_1)^2 + B_2(vx_2)^2 + B_3(vx_3)^2\} \leq 0 \qquad \text{(C.43)}
\end{aligned}
$$

D PROGRAMA DE CONTROLE

```
{Este programa implementa o sistema de controle,e ainda registra ate}
{cinco variaveis criando um arquivo  em  ASCII  que pode ser tratado}
{posteriormente pelo programa PC-MATLAB                              }

program Controle;

uses Crt;

const
  EndPlaca=     $2D0; {Endereco inicial da placa de conversao}
  D        =        0; {Amplitude do degrau}
  TiDg     =        0; {Instante em que o degrau e' aplicado}
  TfDg     =     1000; {Instante em que o degrau e' retirado}
  Aq       =      0.5; {Amplitude da onda quadrada}
  Pq       =        4; {Periodo da onda quadrada}
  As       =        0; {Amplitude da entrada senoidal}
  Ps       =        4; {Periodo da entrada senoidal - segundos}
  Ka       =    -0.25; {Inverso do ganho do amplificador}
  am       =      4.2; {Parametro do modelo de referencia}
  bm       =        9; {Parametro do modelo de referencia}
  Ad       =        1; {Chave da adaptacao - Ad=0, sem adaptacao}
  Ae1      =        1; {Ganho do erro e1}
  Ae2      =        1; {Ganho do erro e2}
  Lambda   =        1; {Constante para evitar divisao por zero}
  epi      =     0.06; {Limite inferior de e2}
  k10      =        0; {Valor inicial de k1}
  k20      =        0; {Valor inicial de k2}
  k30      =        0; {Valor inicial de k3}
  x10      =        0; {Valor inicial de x1}
  xm10     =        0; {Valor inicial de xm1}
  xm20     =        0; {Valor inicial de xm2}
  Ul       =     4.96; {Limite da lei de controle (tensao de saida)}
  P1       =      150; {Ganho integral da adaptacao de k1}
  P2       =      150; {Ganho integral da adaptacao de k2}
  P3       =       20; {Ganho integral da adaptacao de k3}
  D1       =       15; {Ganho proporcional da adaptacao de k1}
  D2       =       15; {Ganho proporcional da adaptacao de k2}
  D3       =        1; {Ganho proporcional da adaptacao de k3}
  PA       =     0.03; {Periodo de amostragem}
  NCD      =        5; {Numero de colunas do vetor de dados}
  NumDados=     1000; {Numero de dados}
  PI2      =   6.2832; {2*PI}

 var
   x1,     {Variavel x1 - integracao introduzida pelo compensador}
   x2,     {Velocidade - sinal enviado pelo tacogerador}
   x3,     {Sinal da velocidade}
   e1,     {Erro e1}
   e2,     {Erro e2}
   u,      {Lei de controle}
   wr,     {Entrada de referencia}
   xm1,    {Estado xm1 do modelo de referencia}
   xm2,    {Estado xm2 do modelo de referencia}
   k11,    {Parcela de integracao de k1}
   k22,    {Parcela de integracao de k2}
```

```
  k33,    (Parcela de integracao de k3)
  k1,     (Ganho do termo de integracao x1)
  k2,     (Ganho do termo de realimentacao x2)
  k3,     (Ganho do termo nao linear x3)
  t,      (Tempo)
  ge,     (Variavel de controle da adaptacao)
  gs,     (Variavel de controle das integracoes)
  dg,     (Amplitude do degrau)
  v:real;(Sinal do erro)
  I,J,K : integer; (Variaveis auxiliares)
type
   VetorDados = array[1..NumDados,1..NCD] of real ;

var
   Dados : VetorDados;(Vetor de dados)
   DadosText:string[12];
   Data1:text;
   Data2:text;
   Data3:text;
   Data4:text;
   Data5:text;

procedure SetClock(Periodo: real);          (Esta rotina  programa o)
var                                         (temporizador, a leitura)
    Contagem        : word;                 (e'  entao  realizada  a)
begin                                       (periodos regulares.)
  Contagem:= round((8e6/4)*Periodo);
  Port[EndPlaca+3]:=180;
  Port[EndPlaca+2]:= Lo(Contagem);
  Port[EndPlaca+2]:= Contagem shr 8;
end;



(Rotina de leitura, o valor resultante ja' e',na base decimal, o valor)
(da tensao nos canais de entrada da placa em volts.                    )

procedure ReadA2D(var Leit:real);
var
  AuxLeit:word;
begin
  repeat
  until (Port[EndPlaca+5] and $10)<>0;
  repeat
  until (Port[EndPlaca+5] and $10)=0;
  Port [EndPlaca+7]:= $F0;
  repeat
  until (Port[EndPlaca+5] and $10)=0;
  AuxLeit:= (Port[EndPlaca+5] and 3)*256+Port[EndPlaca+4];
  if AuxLeit <= 1024 then
     Leit:=(((AuxLeit/3)*3-512)*30)/1024
  else Leit:=0;
end,
```

```
{Rotina de escrita, o valor em volts que se deseja nos canais de saida}
{sao convertidos para a escala propria da placa.}

procedure WriteD2A(Cnl: real);
begin
   Port[EndPlaca+5]:= round((Cnl+5)*25.6);
end;

function sinal(v:real):real;    {Implementacao da funcao sinal(x)}
var
   s:real;
begin
   if v<0 then s:=-1
   else if v=0 then s:=0
   else s:=1;
   sinal:=s;
end;


{Programa Principal}

begin

  x1:=x10;                        {Inicializa os valores}
  xm1:=xm10;
  xm2:=xm20;
  k11:=k10;
  k22:=k20;
  k33:=k30;
  t:=0;
  u:=0;
  I:=1;
  writeD2A(0);
  SetClock(PA);                   {Ajusta o periodo de amostragem}
  repeat
  if keypressed then              {O operador pode interromper o programa}
    begin                         {pressionando uma tecla.}
    writeD2A(0);
    halt;
  end;
  ReadA2D(x2);                     {Realiza a leitura}
  x3:=sinal(x2);                   {Calcula o sinal de x2}
  e1:=xm1-x1;                      {Calcula o erro e1}
  e2:=xm2-x2;                      {Calcula o erro e2}
  v:=(Ae1*e1+Ae2*e2)/(lambda+x1*x1+x2*x2);{calcula v normalizado}
  k1:=k11+D1*x1*v*Ad*ge;           {Atualiza k1}
  k2:=k22+D2*x2*v*Ad*ge;           {Atualiza k2}
  k3:=k33+D3*x3*v*Ad*ge;           {Atualiza k3}
  u:=(K1*X1+K2*X2+K3*X3)*Ka;
  if u<-Ul then                    {Limita o valor de u para evitar}
     begin                         {problemas  com  a  saturacao do}
       gs:=0;                      {amplificador de potencia  e  da}
       u:=-Ul;                     {placa de conversao.}
    end
  else if u<Ul then
     begin
       gs:=1;
       u:=u;
     end
```

```
  else
     begin
       gs:=0;
       u:=U1;
     end;
  WriteD2A(u);                          {Realiza a escrita}
  t :=t+PA;                             {Atualiza o tempo}
  if abs(e2/(1+abs(xm2))))epi then          {"Congela" a  adaptacao quando}
        ge:=1                               {a norma do  erro relativo  e'}
    else ge:=0;                             {menor que epi.}
  k11:=k11+P1*x1*v*PA*AD*ge*gs;  {Atualiza k11}
  k22:=k22+P2*x2*v*PA*AD*ge*gs;  {Atualiza k22}
  k33:=k33+P3*x3*v*PA*AD*ge*gs;  {Atualiza k33}
  x1 :=x1+(x2-wr)*PA*gs;         {Atualiza x1}
  xm1:=xm1+(xm2-wr)*PA;          {Modelo de referencia}
  xm2:=xm2+(-bm*xm1-am*xm2)*PA;
  if (t)TiDg) and (t(TfDg) then dg:=d {Entrada de referencia}
   else dg:=0;
  wr :=Dg+Aq*sinal(sin(PI2*t/Pq))+As*sin(PI2*t/Ps);
  dados[I,1]:=x2;                {Monta uma matriz com os dados}
  dados[I,2]:=u;                 {do ensaio.}
  dados[I,3]:=k1;
  dados[I,4]:=k2;
  dados[I,5]:=k3;
  I :=I+1;
until I)NumDados;
writeD2A(0);
assign(Data1,'c:/labctrl/Data1.dat');   {A partir daqui o programa}
assign(Data2,'c:/labctrl/Data2.dat');   {constroi o arquivo de da-}
assign(Data3,'c:/labctrl/Data3.dat');   {dos.}
assign(Data4,'c:/labctrl/Data4.dat');
assign(Data5,'c:/labctrl/Data5.dat');
rewrite(Data1);
rewrite(Data2);
rewrite(Data3);
rewrite(Data4);
rewrite(Data5);
for J:=1 to NumDados do
   begin
     str(Dados[J,1]:12:4,Dadostext);
     writeln(Data1,Dadostext);
     str(Dados[J,2]:12:4,Dadostext);
     writeln(Data2,Dadostext);
     str(Dados[J,3]:12:4,Dadostext);
     writeln(Data3,Dadostext);
     str(Dados[J,4]:12:4,Dadostext);
     writeln(Data4,Dadostext);
     str(Dados[J,5]:12:4,Dadostext);
     writeln(Data5,Dadostext);
   end;
close(Data1);
close(Data2);
close(Data3);
close(Data4);
close(Data5);
end
```

E CARACTERÍSTICAS DO MOTOR

As figuras mostram a resposta do sistema quando submetido ao ensaio para identificação de parâmetros. A figura E.1 mostra o gráfico feito a partir dos dados recolhidos no ensaio, e a figura E.2 mostra o gráfico resultante do tratamento dos dados através de um filtro Butterworth de 4ª ordem. O filtro pode ser descrito por:

$$\begin{aligned} y(k) &= 0,0048x(k) + 0,0193x(k-1) + 0,0289x(k-2) + 0,0193x(k-3) + 0,0048x(k-4) \\ &+ 2,3695y(k-1) - 2,3140y(k-2) + 1,0547y(k-3) - 0,1874y(k-4) \end{aligned} \tag{E.1}$$

onde $x(k)$ é a variável a ser filtrada.

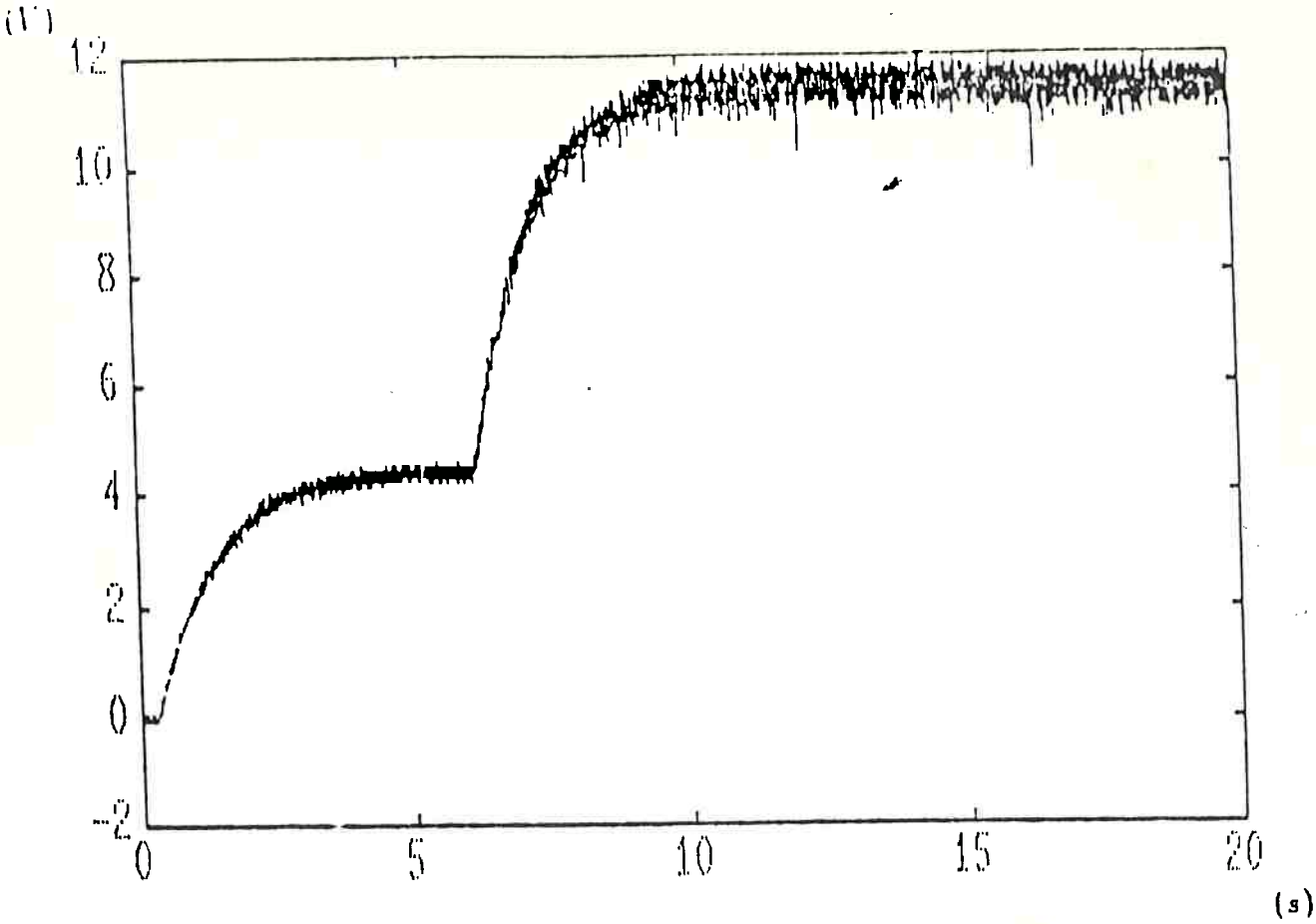


Fig. E.1: Resposta do motor em malha aberta.

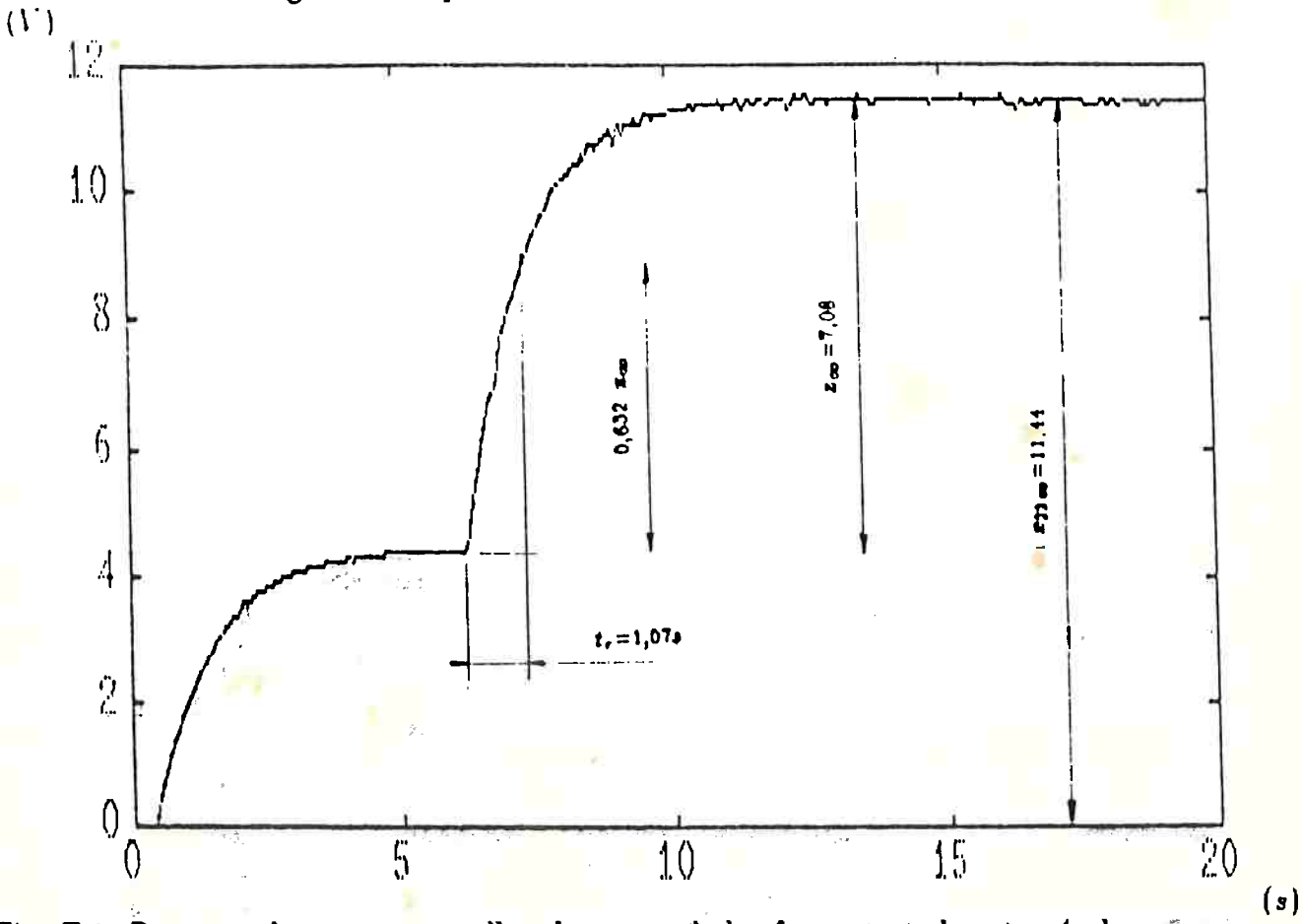
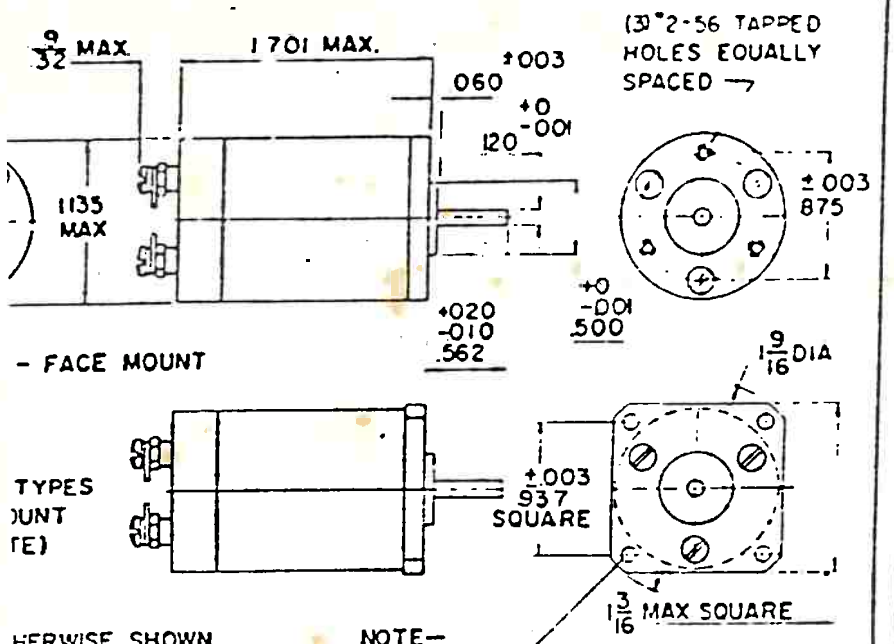


Fig. E.2: Resposta do motor em malha aberta, os dados foram tratados através do programa PC-MATLAB com um filtro digital.

S "A"

SERIES "B"

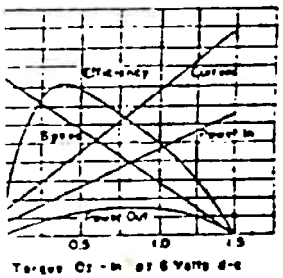
Western Office 6741 SEPULVEDA BLVD. VAN NUYS, CALIF. (213) 57 8-6690
Florida Office 1855 GULF TO BAY BLVD. CLEARWATER, FLA. (813) 442-6164



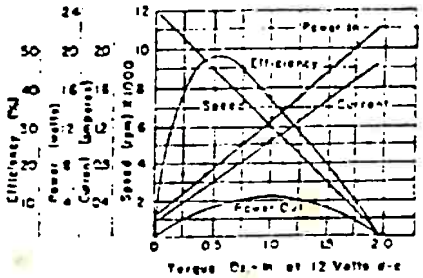
HERWISE SHOWN
ARE IDENTICAL
YPE

NOTE—
"SB" TYPE (4) .120 ±.003 DIA.
"SC" TYPE (4) #4-40 TAP

:0A-14 6 VOLTS



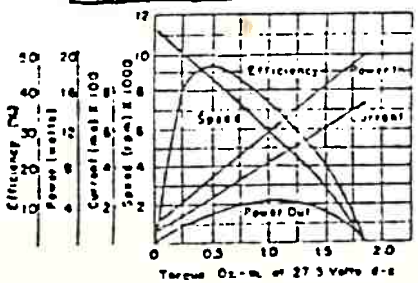
SA-640A-12 12 VOLTS

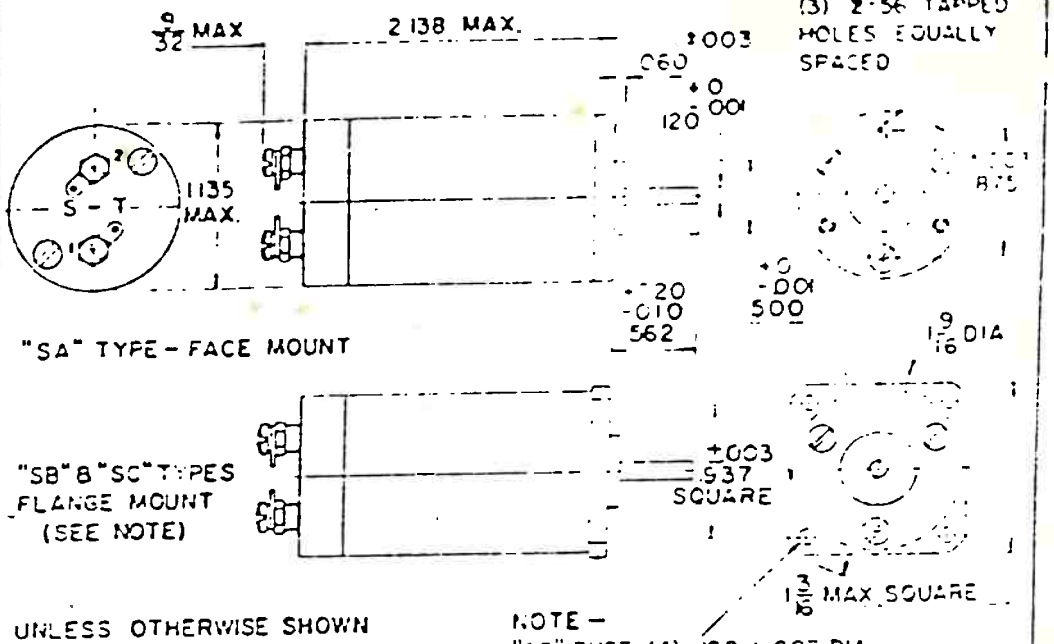


N STOCK MODELS

	Applied Voltage D.C.	Approx. No Load Speed (rpm)
	6.0	8,500
	6.0	8,500
	12.0	12,000
	12.0	12,000
	27.5	11,500
	27.5	11,500

SA-640A-22 27.5 VOLTS

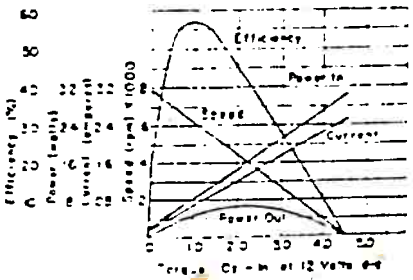




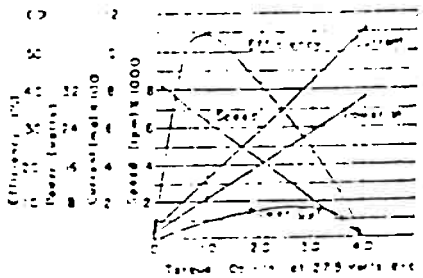
UNLESS OTHERWISE SHOWN
DIMENSIONS ARE IDENTICAL
TO "SA" TYPE

NOTE—
"SB" TYPE (4) .120 ± .003 DIA.
"SC" TYPE (4) #4-40 TAP

SA-640B-14 12 VOLTS



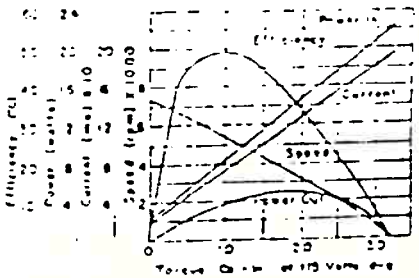
SA-640B-24 27.5 VOLTS



DATA ON STOCK MODELS

Model No.	Mounting Type	Applied Voltage D.C.	Approx. No Load Speed (rpm)
SB-640B-14	Face	12.0	8,000
SB-640B-14	Flange	12.0	8,000
SA-640B-24	Face	27.5	8,500
SB-640B-24	Flange	27.5	8,500
SA-640B-16	Face	115.0	7,500
SB-640B-16	Flange	115.0	7,500

SA-640B-16 115 VOLTS



CANUL AIRCRAFT CO. 1 ROUTE, HAWTHORNE, N. J. U.S.A.
WESTERN UNION: FAX, HAWTHORNE, N. J.