

**FABRÍCIO SUNAHARA NAGASHI**

**PROJETO, CONSTRUÇÃO E TESTES DE UM  
REDUTOR PLANETÁRIO DE DUPLO ESTÁGIO  
A TRACÇÃO**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia.

**São Paulo  
2002**

CONSULTA  
FD-3253

**São Paulo**  
**2002**

Eduardo Lobo Lustosa Cabral

Orientador: Prof. Dr.

Área de Concentração:  
Engenharia Mecatrônica e de  
Sistemas Mecânicos

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do  
Título de Mestre em Engenharia.

**PROJETO, CONSTRUÇÃO E TESTES DE UM  
REDUTOR PLANETÁRIO DE DUPLO ESTÁGIO  
A TRACÇÃO**

**FABRÍCIO SUNAHARA NAGASHI**

Aos meus pais.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Eduardo Lobo Lustosa Cabral pela orientação, incentivo e por acreditar em meu trabalho desde o início.

Ao Prof. Dr. Carlos Chien-Ching Tu pela orientação e por ter me incentivado a realizar este projeto.

Ao Prof. Dr. Marcos Costa Humold pelos conselhos e pela ajuda na montagem e execução dos testes do redutor, que foram de grande importância para a realização deste trabalho.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo auxílio concedido para realização deste projeto.

Aos técnicos da oficina do Depto de Engenharia Mecânica, Fidel, Laércio, César, Zé Guilherme, Paulo, Adilson, Gilberto e Lee Tu e ao chefe de almoxarifado, Alceu, pela ajuda fornecida na fabricação dos componentes do redutor.

Aos amigos que, direta ou indiretamente, me auxiliaram neste projeto.

E a Deus, por tudo.

# SUMÁRIO

|      |   |
|------|---|
| III  | Lista de Figuras  |
| VI   | Lista de Tabelas  |
| VII  | Resumo  |
| VIII | Abstract  |
| 1    | 1. Introdução   |
| 1    | 1.1. Motivação e Justificativa                                    |
| 2    | 1.2. Trabalhos desenvolvidos anteriormente                        |
| 4    | 1.3. Objetivos  |
| 4    | 1.4. Estrutura da Dissertação                                     |
| 6    | 2. Fundamentos Teóricos   |
| 6    | 2.1. Redutores Planetários  |
| 9    | 2.2. Princípio de tração para transmissão de movimento e torque   |
| 15   | 2.3. Tensões de contato de Hertz                                  |
| 20   | 2.4. Critério de fadiga de contato                                |
| 24   | 3. Projeto do Redutor   |
| 24   | 3.1. Configuração geral e princípio de funcionamento              |
| 28   | 3.2. Análise Cinemática   |
| 30   | 3.3. Configuração geométrica do redutor                           |
| 32   | 3.4. Análise Dinâmica   |
| 34   | 3.5. Dimensionamento das superfícies de tração                    |
| 46   | 3.6. Programa para cálculo das tensões de contato                 |
| 49   | 4. Calibração da Força de Aperto                                  |
| 49   | 4.1. Introdução   |
| 51   | 4.2. Calibração da força de aperto sobre o rolo de leva (planeta) |

|    |  |
|----|--|
| 94 | Referências Bibliográficas   |
| 88 | Anexo C. Programa escrito em MATLAB para cálculo das tensões de contato entre corpos cilíndricos |
| 85 | B.4. Custos do redutor   |
| 82 | B.3. Processos de montagem   |
| 80 | B.2. Processos de fabricação   |
| 78 | B.1. Introdução  |
| 78 | reductor   |
|    | Anexo B. Processos de fabricação, montagem e custos do protótipo do                              |
| 76 | tração   |
|    | Anexo A. Taxa máxima de ocupação dos planetas no redutor planetário a                            |
| 75 | 6.3. Propostas para trabalhos futuros  |
| 74 | 6.2. Conclusões  |
| 74 | 6.1. Introdução  |
| 74 | 6. Conclusões  |
| 72 | 5.4. Determinação do torque máximo   |
| 71 | 5.3. Determinação da folga e da rigidez torsional  |
| 63 | de velocidade angular  |
|    | 5.2. Determinação do erro de transmissão angular e da flutuação                                  |
| 61 | 5.1. Introdução  |
| 61 | 5. Testes do Redutor e Resultados  |
| 58 | 4.4. Calibração da força de aperto sobre a carga   |
| 56 | do rolo de leva  |
|    | 4.3. Estimativa da deformação máxima admissível do anel externo                                  |

|    |  |    |
|----|--|----|
| 10 | Esquema da separação das superfícies de contato por um fluido de tração.....   | 10 |
| 10 | Relação de forças entre duas superfícies em movimento.....   | 10 |
| 11 | Curva característica do coeficiente de tração ( $\mu$ ) com relação a velocidade da superfície de contato imersa em um fluido de tração.....                                   | 11 |
| 12 | Efeito da velocidade de superfície sobre o máximo coeficiente de tração para o fluido de tração SANTOTRAC-50 à temperatura de 80°C (LOEWENTHAL, 1983).....                     | 12 |
| 13 | Variação no limite de resistência ao cisalhamento do SANTOTRAC-50. Pressão de contato - 1,5 GPa; Temperatura - 50 ° C; velocidade superficial - 50m/s. (LOEWENTHAL, 1983)..... | 13 |
| 15 | Distribuição de pressão e região de contato formada entre os corpos cilíndricos em contato.....  | 15 |
| 15 | Distribuição de pressão na região de contato.....  | 15 |
| 17 | Campos de tensões formados por um carregamento estático (a) e por um carregamento dinâmico com rolagem e escorregamento (b), (NORTON, 1998).....                               | 17 |
| 24 | Esquema representativo de um estágio do redutor planetário a tração.....   | 24 |
| 25 | Esquema representativo do redutor planetário de duplo estágio a tração.....  | 25 |
| 26 | Esquema lateral do sistema de aperto sol-planetas para eliminação de folgas no contato.....  | 26 |
| 27 | Vista frontal do braço com rasgos que possibilitam melhor ajuste do contato entre sol e planetas.....  | 27 |
| 28 | Esquema lateral do redutor planetário a tração.....  | 28 |
| 28 | Esquema frontal do redutor planetário a tração.....  | 28 |

## LISTA DE FIGURAS

|    |  |              |   |
|----|--|--------------|---|
| 32 | planetas.....  | Figura 3.7.  | Esquema das forças normais e tangenciais no sol e nos           |
| 37 | Gráfico das tensões normais na direção $x$ ( $\sigma_x$ ) devido às  | Figura 3.8.  | forças normal e tangencial para $z=0$ (superfície).....         |
| 37 | Gráfico das tensões normais na direção $z$ ( $\sigma_z$ ) devido às  | Figura 3.9.  | forças normal e tangencial para $z=0$ (superfície).....         |
| 37 | Gráfico das tensões normais na direção $y$ ( $\sigma_y$ ) para $z=0$ | Figura 3.10. | (superfície).....   |
| 38 | Gráfico das tensões de cisalhamento ( $\tau_{xz}$ ) devido às forças | Figura 3.11. | normal e tangencial para $z=0,5a$ .....                         |
| 39 | Gráfico da distribuição de tensões principais, de Von Mises e        | Figura 3.12. | de cisalhamento da região com maior tensão principal.....       |
| 41 | de cisalhamento da região com maior tensão principal.....            | Figura 3.13. | Solicitações no sol do segundo estágio do redutor.....          |
| 42 | Gráfico da distribuição de tensões principais, de Von Mises e        | Figura 3.14. | de cisalhamento da região com maior tensão principal.....       |
| 44 | Diagrama de blocos do programa que calcula as tensões de             | Figura 3.15. | contato entre corpos cilíndricos.....                           |
| 47 | Esquema em corte do sistema de aperto do redutor planetário          | Figura 4.1.  | a tração.....   |
| 49 | Vista frontal esquemática do redutor planetário.....                 | Figura 4.2.  | Esquema da pressão exercida pelo anel de aperto sobre o anel    |
| 50 | externo.....   | Figura 4.3.  | Posicionamento dos extensômetros com resistências elétricas     |
| 51 | $R_1$ e $R_3$ sobre o planeta para medição da força de aperto.....   | Figura 4.4.  | Esquema das ligações montadas para o experimento.....           |
| 52 | Esquema da disposição dos extensômetros na ponte de                  | Figura 4.6.  | Wheatstone.....   |
| 52 | Esquema do circuito com fonte de alimentação, ponte de               | Figura 4.7.  | Wheatstone e amplificação para calibração da força de           |
| 53 | aperto.....  | Figura 4.8.  | Gráfico da calibração da força de aperto sobre o rolo de leva.. |
| 55 |  |              |   |



|    |   |
|----|---|
| 84 | componentes.....  |
| 80 | Figura B.3. Desenho de conjunto do redutor planetário e seus respectivos  |
| 79 | Figura B.2. Redutor planetário a tração projetado com um estágio.....   |
| 76 | Figura B.1. Vista principal em corte do desenho de conjunto do redutor planetário de duplo estágio a tração.....  |
| 72 | Figura A.1. Taxa máxima de ocupação dos planetas no redutor planetário do torque aplicado, para o eixo de entrada travado.....  |
| 68 | Figura 5.6. Curva da variação do ângulo de saída do redutor em função para rotação no sentido anti-horário.....   |
| 68 | Figura 5.5. Gráficos do erro de transmissão angular e da flutuação de velocidade angular em uma volta do eixo de saída do redutor para rotação no sentido anti-horário..... |
| 67 | Figura 5.4. Gráficos das posições e velocidades angulares dos eixos de entrada e saída do redutor, para rotação no sentido anti-horário.....                                |
| 67 | Figura 5.3. Gráficos do erro de transmissão angular e da flutuação de velocidade angular em uma volta do eixo de saída do redutor para a rotação no sentido horário.....    |
| 62 | Figura 5.2. Gráficos das posições e velocidades angulares dos eixos de entrada e saída do redutor, para rotação no sentido horário.....                                     |
| 59 | Figura 5.1. Esquema da bancada de testes experimentais do redutor.....  |
| 56 | Figura 4.10. Posicionamento dos extensômetros sobre a parte externa da carga central de compressão.....   |
| 56 | Figura 4.9. Esquema das deformações do anel quando submetido à uma  |

|    |   |                    |
|----|---|--------------------|
| 7  | Configurações de Redutores Planetários.(CISNEROS,1996)...   | <b>Tabela 2.1.</b> |
| 14 | Valores do coeficiente de tração máximo ( $\mu_{max}$ ) para diversos fluidos, para velocidade superficial de 20 m/s, temperatura de 82°C e pressão de contato de 0,965 GPa. (KRAUS, 1992).....                                   | <b>Tabela 2.2.</b> |
| 22 | Resistência à fadiga superficial para vários materiais. (Materiais em contato com rolo de aço-ferramenta com HRC 60-62). (MORRISON, 1968).....  | <b>Tabela 2.3.</b> |
| 31 | Velocidades superficiais e angulares dos componentes do redutor.....  | <b>Tabela 3.1.</b> |
| 34 | Forças (normais e tangenciais) e torques de entrada necessários para vários torques máximos requeridos de saída do redutor para um coeficiente de tração $\mu$ igual à 0,06.....  | <b>Tabela 3.2.</b> |
| 45 | Vida útil estimada do redutor em função de alguns torques requeridos de saída.....  | <b>Tabela 3.3.</b> |
| 55 | Calibração da força de aperto no rolo de leva (planeta).....  | <b>Tabela 4.1.</b> |
| 60 | Valores de calibração da força de aperto sobre a carcaça.....   | <b>Tabela 4.2.</b> |
| 63 | Classificação dos redutores de velocidade angular .....   | <b>Tabela 5.1.</b> |
| 69 | Resultados do erro de transmissão angular e da flutuação de velocidade angular.....   | <b>Tabela 5.2.</b> |
| 70 | Comparação entre os erros de quantização calculados teoricamente e a taxa de flutuação da velocidade angular efetivamente medida no eixo de saída do redutor para uma taxa de amostragem $T_a$ de $1,953125 \cdot 10^{-3}$ s..... | <b>Tabela 5.3.</b> |
| 87 | Custos dos componentes do redutor planetário.....   | <b>Tabela B.1.</b> |
| 87 | Custos dos materiais que foram usados.....  | <b>Tabela B.2.</b> |

## LISTA DE TABELAS

## RESUMO

Este trabalho apresenta o projeto, construção e teste de um redutor planetário de duplo estágio a tração. Este redutor tem como principais características a precisão de posicionamento, baixas flutuações de velocidade e de torque, baixo nível de vibração, alta eficiência e ausência de folgas. Para apresentar tais características, este redutor não apresenta engrenagens. A transmissão é realizada pelo atrito entre cilindros, o que possibilita a ausência de folgas. Nesta transmissão é utilizado um fluido de tração que forma uma camada de filme entre as superfícies evitando o contato metal-metal entre as mesmas.

São estudadas as possíveis configurações dos redutores planetários existentes, os princípios de transmissão de movimento e torque, as tensões de contato de Hertz, bem como, critérios de fadiga de contato. As tensões de Hertz em conjunto com os critérios de fadiga são utilizados para se estimar a vida útil do redutor. O projeto do redutor descreve a sua configuração e princípio de funcionamento, assim como, apresenta as análises cinemática e dinâmica do redutor e o dimensionamento das superfícies de tração. São determinadas as dimensões dos elementos do redutor e a força de aperto necessária entre os elementos rolantes para um determinado torque requerido de saída. Para aferição da força de aperto são utilizados procedimentos de medição com extensômetros elétricos.

Finalmente, são realizados testes experimentais para se determinar a precisão do redutor. Estes testes consistem nas medições do erro de transmissão angular, flutuação de velocidade, rigidez torsional e folga. Os resultados de erro de transmissão angular e folga, permitem concluir que o redutor fabricado é de precisão. A rigidez torsional deste redutor é menor que a rigidez de um redutor planetário de engrenagens com relação de redução e torque máximo semelhantes, mas esta é aceitável.

This work presents the design, construction and test of a two-stage planetary traction speed reducer. This reducer has characteristics of positioning accuracy, low speed and torque fluctuations, low vibration level, high efficiency, and zero backlash. To present these characteristics, this reducer doesn't have gears. Transmission is produced by friction between rollers that enables the reducer to have null backlash. A traction fluid is used in this transmission forming a film pad between the surfaces avoiding the metal to metal contact.

Theoretical studies concerning the possible configurations of planetary reducers, the principles of movement and torque transmission, the Hertzian contact stresses, and the contact fatigue criteria are performed. The Hertzian contact stresses combined with the contact fatigue criteria are used to predict the life of the reducer. The reducer design describes its configuration, working principle, kinematics and dynamics analysis, and the calculation of the traction surfaces. The dimension of the reducer components and the pre-load force (normal force) are determined for a given output torque and life. The normal force is calibrated using strains gages placed on the planets and on the reducer body.

Finally, tests to determine the reducer precision are performed. These tests are based on measurements of angular transmission error, speed fluctuation, torsional stiffness and backlash. Results of the angular transmission error and backlash permitted to conclude that the reducer can be classified as a precise device. The torsional stiffness of this reducer is smaller than the torsional stiffness of a planetary gear reducer with similar reduction ratio and maximum torque, but it is acceptable.

## ABSTRACT

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

### 1.1. Motivação e Justificativa

Atualmente são inúmeras as atividades desenvolvidas por equipamentos industriais que requerem dispositivos de transmissão de alta precisão. Dentre estes dispositivos mecânicos, um dos mais utilizados são os redutores de velocidade angular. A característica fundamental dos redutores é a capacidade de converter altas rotações e baixos torques no eixo de entrada (normalmente fornecidas por motores elétricos) em baixas rotações e elevados torques no eixo de saída.

Os redutores podem ser encontrados em praticamente quase todos os tipos de máquinas operatrizes, como tornos, fresadoras, retificadoras, entre outras, e em caixas de câmbio de automóveis. Os redutores de engrenagens, que são os mais utilizados para estes fins, possuem alguns problemas que impedem a sua aplicação em sistemas de alta precisão. O principal problema dos redutores de engrenagens é a existência de folga (também conhecida como jogo) que não satisfaz as exigências atuais de sistemas de transmissão de alta precisão. Devido a isto, faz-se necessário um redutor a tração.

As características que determinam a precisão de um redutor são:

- baixa flutuação de velocidade e torque;
- alta rigidez e folga zero;
- baixa vibração;
- baixo ruído;
- alta eficiência.

Um redutor a tração não possui engrenagens, pois a sua transmissão é feita pelo atrito entre superfícies metálicas envolvidas por um filme de fluido viscoso especial. Este tipo de transmissão elimina a folga e aumenta a precisão de posicionamento. A ausência de dentes de engrenamento, neste tipo de redutor, faz com que se reduzam consideravelmente as flutuações de velocidade e de torque, bem como os níveis de vibração e ruído.

Os redutores a tração podem ser utilizados em sistemas de precisão como os seguintes:

- Máquinas de produção de filme plástico;
- Aparelhos de fotografia;
- Máquina de produção de semicondutores;
- Mesa de medição;
- Aparelhos de medição de precisão;
- Instrumental médico (controle de movimentos cirúrgicos);
- Máquinas ferramentas (controle de deslocamentos);
- Transmissão de movimento de robôs; etc.

Atualmente existem no mercado diferentes tipos de redutores de precisão, como, por exemplo:

- coroa e parafuso sem-fim;
- harmônicos;
- cicloidais;
- a tração.

Os redutores coroa e parafuso sem-fim apresentam alto atrito (contato metal-metal) no seu sistema de transmissão, o que prejudica o seu rendimento, além de limitar sensivelmente a sua vida útil. Os redutores cicloidais apresentam engrenagens com dentes com perfis muito difíceis de serem fabricados, o que torna o seu custo muito elevado. Os redutores harmônicos apresentam grande relação torque-peso (superior aos redutores a tração), porém, apresentam baixa rigidez torsional.

Em termos gerais, os redutores a tração apresentam vantagens sobre os outros tipos de redutores em todos os aspectos que caracterizam um redutor de precisão e também quanto aos aspectos construtivos.

## 1.2. Trabalhos desenvolvidos anteriormente

No Departamento de Engenharia Mecatrônica da Escola Politécnica da USP estão se desenvolvendo projetos na área da robótica. Um dos objetivos desses projetos é o controle de precisão de um braço de robô. Assim, CISNEROS(1996)

Tu, o projeto de um redutor planetário a tração composto, que possui alta relação de redução e alta relação esforço-peso, além da característica de alta precisão de posicionamento. Este redutor é composto por dois estágios com relação de transmissão de 1:100. O redutor possui 1 sol em cada estágio e 4 planetas, sendo que a entrada é o sol do 1º estágio e a saída é o anel externo do 2º estágio. As principais características deste redutor são as seguintes:

- torque de saída : 200 N.m ;

- velocidade de entrada: 1750 rpm ;

- relação de transmissão : 1:100.

O redutor desenvolvido por CISNEROS(1996) tem a vantagem de ser muito compacto e a desvantagem de necessitar peças com altíssimas precisões dimensionais, o que o torna muito caro. Ele foi construído e apresentou um problema relacionado com a presença de 4 planetas, que geram um jogo durante o seu funcionamento e consequente vibração.

ARAUJO(1998) desenvolveu um outro projeto de redutor a tração, também orientado pelos professores Carlos C. Tu e Eduardo L. L. Cabral. O trabalho consistiu no projeto básico e de detalhamento de um redutor planetário de um estágio a tração.

HUNOLD(1999), como parte da sua tese de doutorado, também orientada pelos professores Carlos C. Tu e Eduardo L. L. Cabral, continuou o desenvolvimento do redutor projetado por ARAUJO(1998) (com um estágio e três planetas). Este redutor é semelhante ao desenvolvido neste trabalho, a diferença principal entre o redutor desenvolvido por HUNOLD(1999) e o redutor desta dissertação, além dos detalhes construtivos e apertamentos, é que este possui dois estágios e, portanto, uma alta relação de transmissão.

No seu trabalho, CISNEROS(1996) fez uma análise das possíveis configurações de redutores planetários. Analisando-se cada configuração de redutor, procurou-se escolher o que mais se adequava aos propósitos do projeto, citados anteriormente.

### 1.3. Objetivos

Os objetivos desse trabalho são o projeto, construção e execução de testes de um redutor planetário a tração de duplo estágio.

Prende-se desenvolver um redutor que atenda as especificações técnicas determinadas, ou seja, que apresente baixa flutuação de velocidade e torque, baixo nível de ruído, alta rigidez e ausência de folgas internas.

O redutor deverá fornecer alta precisão de posicionamento, alta relação de redução e ter baixo nível de vibração, com baixo custo relativo de construção. Para redução dos custos e facilidade de fabricação, agregou-se ao redutor, o máximo de elementos normalizados disponíveis no mercado, sem que houvesse comprometimento no funcionamento do mesmo.

### 1.4. Estrutura da dissertação

Nessa dissertação, são apresentados os fundamentos teóricos nos quais o projeto do redutor se baseia, o projeto do redutor, os processos de fabricação, montagem e custos de fabricação, a calibração da força de aperto, os testes do redutor e as conclusões.

No Capítulo 2 - Fundamentos Teóricos, são apresentadas as possíveis configurações de redutores planetários, os princípios de transmissão de movimento e o estudo das tensões de contato de Hertz, bem como, o critério de fadiga de contato. Na descrição das possíveis configurações de redutores planetários, faz-se a análise e a escolha da configuração a ser implementada. Nos princípios de transmissão de movimento e torque, descreve-se as propriedades do fluido de tração SANTOTRAC e a sua importância no projeto do redutor. No estudo das tensões de contato de Hertz e no critério de fadiga de contato, são apresentados cálculos para estimar a vida útil do redutor.

No Capítulo 3 - Projeto do Redutor, estão descritos a configuração geral e o princípio de funcionamento do redutor, assim como, são feitas as análises cinemática e dinâmica do redutor e o dimensionamento das superfícies de tração. Também é apresentado o programa elaborado para cálculo das tensões de contato. Na análise



cinemática são determinadas as dimensões das superfícies de contato para a relação de transmissão estipulada no projeto (1:81). Na análise dinâmica, faz-se os cálculos necessários para determinação da força de aperto dos elementos rolantes para um determinado torque requerido de saída do redutor. Em seguida, é aplicada a teoria das tensões de contato de Hertz para se estimar a vida útil do redutor projetado.

No Capítulo 4 - Processos de fabricação, montagem e custos do redutor, é apresentado o resumo dos procedimentos técnicos utilizados para a construção do redutor e também é feita uma análise dos custos envolvidos para implementação do protótipo. Nos aspectos construtivos do redutor, é apresentada a forma física do redutor para operação com um ou dois estágios.

No Capítulo 5 - Calibração da força de aperto, estão descritos os procedimentos para medição e regulação da força de aperto dos elementos rolantes do redutor.

No Capítulo 6 - Testes, são apresentados os principais testes para se determinar as características do redutor. Esses testes envolvem a medição do erro de transmissão angular e flutuação de velocidade. Também são apresentadas medições referentes à rigidez torsional e à folga.

No Capítulo 7 - Conclusões, estão descritas as conclusões finais referentes à teoria e aos testes. Também são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1. Redutores planetários

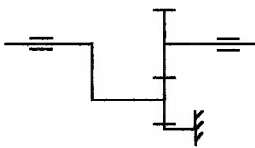
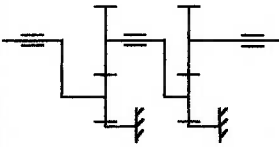
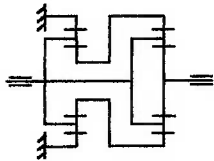
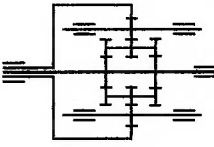
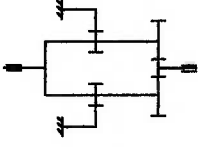
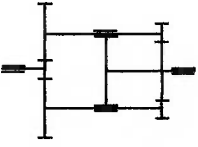
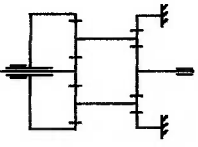
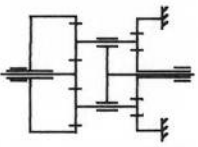
Os redutores planetários apresentam diversas configurações que oferecem diversas vantagens nos sistemas de transmissões mecânicos. Dentre essas vantagens podemos citar as altas capacidades de transmissão de torque, melhor distribuição de forças entre os elementos de transmissão, elevadas reduções de velocidade, alta eficiência, apresentam melhor lubrificação e oferecem saída de velocidade em linha com o eixo de entrada. Além disso, apresentam configurações muito compactas e também fornecem uma alta relação esforço-peso.

A Tabela 2.1, descrita em CINSEROS(1996), apresenta as possíveis configurações de redutores planetários:

Os redutores planetários são divididos basicamente em dois grupos: os simples e os compostos. Nota-se que quanto maior é a complexidade do redutor, maior é a relação de transmissão fornecida, porém, a eficiência tende a ser menor.

Esta tabela permite uma análise de todas as configurações possíveis de redutores planetários para se escolher a configuração a ser implementada.

Tabela 2.1. Configurações de Redutores Planetários (CISNEROS, 1996).

| GRUPO        | TIPO                        | ESQUEMA   | Relação de Transmissão | Rendimento |
|--------------|-----------------------------|---|------------------------|------------|
| 1. SIMPLES   | 1.1 Um estágio              |  | 1.3-9                  | 0.96-0.98  |
|              | 1.2 Dois estágios           |  | 15-60                  | 0.93-0.97  |
|              | 1.3 Acoplado                |  |                        |            |
|              | 1.4 Multi-rolletes          |  | → 150                  | 0.90       |
| 2. COMPOSTOS | 2.1 saída pelo braço        |    | 1-15                   | 0.96-0.99  |
|              | 2.2 saída pelo sol          |    | + 1500                 | 0.01       |
|              | 2.3 saída pelo anel externo |    | 15-1500                | 0.09-0.25  |
|              | 2.4 saída pelo anel externo |    | 15-500                 | 0.09-0.25  |

A configuração 1.4, de múltiplos rolêes, não é adequada para ser implementada, pois apresenta uma alta complexidade em comparação com as configurações 1.1 e 1.2, e seu rendimento (cerca de 90%) apesar de ser bom, não é tão bom quanto ao destas outras duas configurações. Além disso, pode-se atingir os objetivos propostos pelo trabalho com um redutor mais simples.

A configuração 2.1, com saída pelo braço, também não é adequada pelas mesmas razões que a 1.4.

A configuração 2.2, com saída pelo sol, apesar de apresentar altíssimas reduções (podendo chegar a mais de 1500) é relativamente mais complexa que a 1.1 e a 1.2, e apresenta um rendimento muito baixo (por volta de 1%), o que determina a sua exclusão.

A configuração 2.3, com saída pelo anel externo, foi desenvolvida por CISNEROS (1996). Esta configuração apresenta a vantagem de ser muito compacta e de apresentar uma grande redução, mas as desvantagens de ser relativamente complexa e de requerer precisões muito altas de fabricação (tolerâncias muito apertadas), o que torna a fabricação do redutor muito cara e suscetível a pequenos erros dimensionais. Além disto, o seu rendimento não é alto.

Uma outra configuração possível (2.4) é a utilizada pelo fabricante DOJEN(1989), que possibilita altíssimas reduções, podendo chegar a valores maiores que 200, porém apresenta baixíssimo rendimento, muitas vezes inferior a 5%. Os redutores Dojen são do tipo cicloidal.

A configuração 1.1, com um estágio, apresenta uma relação de redução máxima de 14,9. Essa redução máxima é limitada pela taxa de ocupação máxima dos planetas descrita no anexo A. Este estudo mostra que, para relações de redução maiores que 14,9, os planetas começam ter contato entre si. Esta mesma configuração também foi a utilizada por ARAÚJO(1998) em seu projeto e por HUNOLD(1999). Esta é a configuração mais simples dentre todas as apresentadas e tem a vantagem de possuir um bom rendimento (podendo ser superior a 95% como mostra a tabela) e de não exigir tolerâncias muito apertadas de fabricação. Isto torna a sua fabricação mais simples e barata do que a de todos os outros modelos. Com esta configuração pode-se fazer uso de algumas peças produzidas em série, tornando

o sistema relativamente barato. A desvantagem desta configuração é que ela não é tão compacta e não possibilita reduções tão altas quanto às outras.

Observando-se todas as possibilidades de configurações e pesando-se os prós e os contras de cada uma, optou-se pela configuração 1.2, que é a 1.1 com dois estágios. Escolheu-se esta configuração porque é o redutor mais simples possível de dois estágios e que pode satisfazer os objetivos principais do trabalho, que são a eliminação total de folgas, alta relação de redução e alto rendimento. Também optou-se por esta configuração porque, além de ter todas as principais vantagens da configuração 1.1, com dois estágios pode-se obter uma alta redução, o que não ocorre na configuração 1.1. Pretende-se com ela obter um redutor de precisão que não exige tolerâncias muito apertadas de fabricação e, portanto, mais simples de se fabricar.

## 2.2. Princípio de tração para transmissão de movimento e torque

A transmissão por tração é aquela que é realizada, não pelo contato metal-metal, mas pela resistência do filme de fluido aderente às superfícies em movimento (Figura 2.1). No contato entre essas superfícies, o fluido é submetido a altas forças de compressão. Os fluidos de tração apresentam a propriedade de aumentar a sua viscosidade quando submetidos a altas pressões de contato. Os melhores fluidos de tração adotam uma consistência plástica à altas pressões, comportando-se como piche ou vidro, minimizando o desgaste por atrito entre as superfícies e melhorando a transmissão de movimento entre elas. Porém, existe um limite para as forças de contato e de cisalhamento sobre o fluido que deve ser observado para que este se comporte adequadamente. Se o fluido for submetido a forças de contato e de cisalhamento excessivas, poderá haver a perda da separação dada pelo fluido na área de contato e consequente danificação das superfícies em movimento. A força de cisalhamento excessiva ocasiona o aumento de calor na região de contato e consequente perda de viscosidade do fluido.

Na transmissão de movimentos entre duas superfícies, o coeficiente de tração ( $\mu$ ) representa a relação entre a força normal ( $F_n$ ) e a força tangencial ( $F_t$ ), conforme mostra a Figura 2.2.

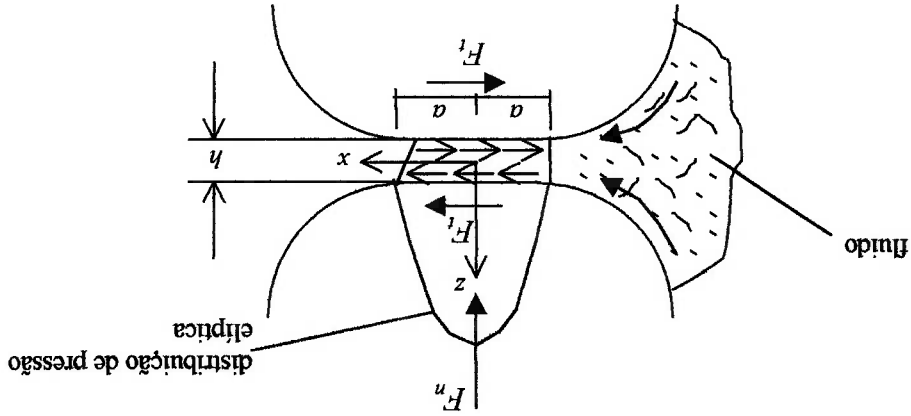


Figura 2.1. Esquema da separação das superfícies de contato por um fluido de tração.

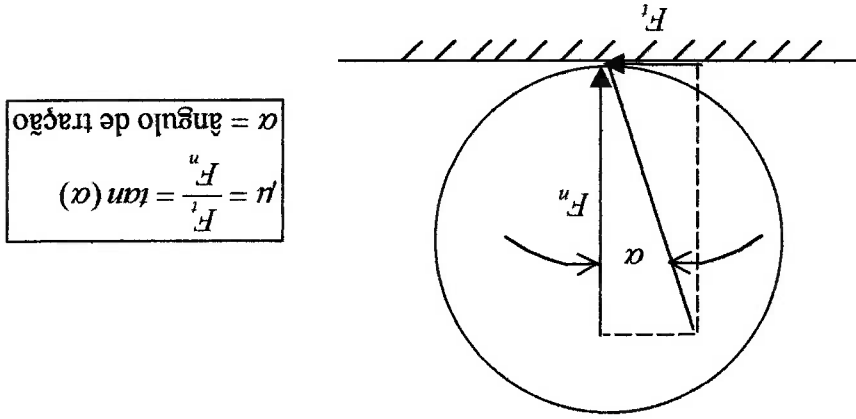


Figura 2.2. Relação de forças entre duas superfícies em movimento.

O coeficiente de tração ( $\mu$ ) fornecido por um determinado fluido depende de um conjunto de variáveis envolvidas na transmissão. Essas variáveis são: pressão de contato, temperatura, velocidade das superfícies e a geometria de contato entre as superfícies.

A Figura 2.3 representa a curva característica coeficiente de tração ( $\mu$ ) versus velocidade da superfície de contato ( $v^{sup}$ ) imersa em um filme de fluido de tração. Esta curva mostrada é estendida por uma linha tracejada até  $v^{sup} = 0$  para mostrar o valor estático de  $\mu$ . Não é aconselhável utilizar os valores máximos de coeficiente de tração ( $\mu^{max}$ ), pois para altos valores de  $v^{sup}$ , poderá haver uma redução considerável

da espessura do filme ocasionado pelo arrasto das partículas do fluido e, consequentemente, a quebra da separação das superfícies pelo fluido. Recomenda-se utilizar um coeficiente de tração ( $\mu$ ) em valores próximos de  $3/4$  de  $\mu_{max}$ . O coeficiente de tração pode ser reduzido através da redução da pressão de contato, conforme a Figura 2.4.

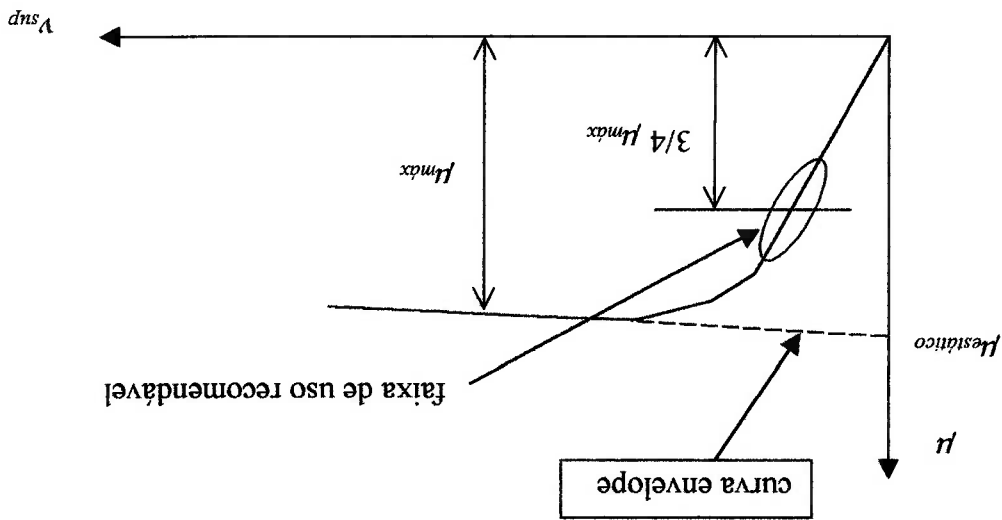
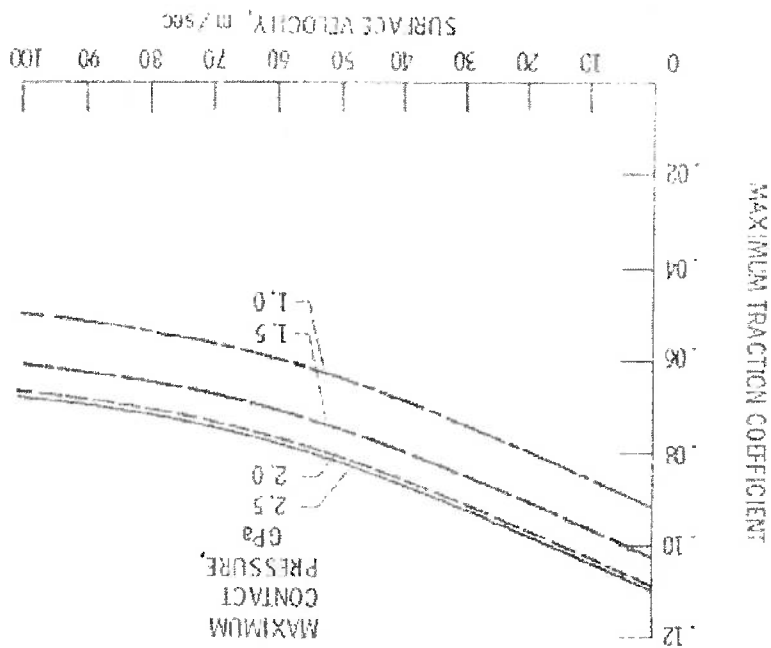


Figura 2.3. Curva característica do coeficiente de tração ( $\mu$ ) em função da velocidade da superfície de contato imersa em um fluido de tração.

Figura 2.4. Efeito da velocidade de superfície sobre o coeficiente de tração máximo para o fluido de tração SANTOTRAC-50 à temperatura de 80°C, (LOEWENTHAL, 1983).



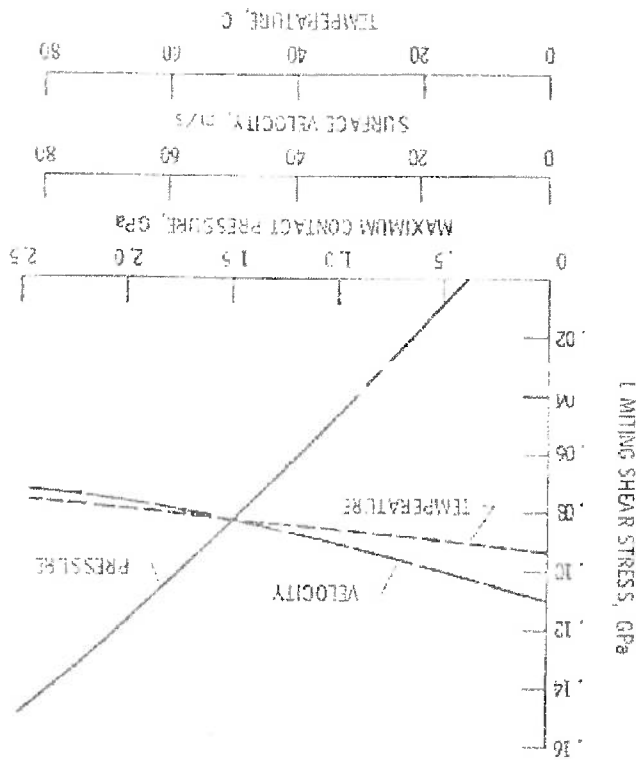
A Figura 2.4 mostra que o valor do coeficiente de tração máximo tende a aumentar com o aumento da pressão máxima de contato ( $p^{max}$ ) e a diminuir com o aumento da velocidade superficial das superfícies de contato. O aumento na pressão de contato tende a aumentar a resistência ao cisalhamento do fluido que é função de sua viscosidade e é denominado como sendo o limite de resistência ao cisalhamento ( $\tau_c$ ). O limite de resistência ao cisalhamento ( $\tau_c$ ) é dado pela seguinte expressão:

$$\tau_c = \mu \frac{dv}{dx} \quad (2-1)$$

onde  $p_{avg}$  é a pressão média de contato.

A Figura 2.5 ilustra o comportamento do limite de tensão de cisalhamento com relação à máxima pressão de contato, velocidade superficial e temperatura para o fluido SANTOTRAC-50. Conclui-se que o valor do coeficiente de tração é quase constante na faixa de temperatura compreendida entre 0 a 80°C.





**Figura 2.5.** Variação no limite de resistência ao cisalhamento do SANTOTRAC-50. Pressão de contato - 1,5 GPa, Temperatura - 50 ° C, velocidade superficial - 50m/s, (LOEWENTHAL, 1983).

O valor de coeficiente de tração ( $\mu$ ) é importante no projeto do redutor, pois é um dos fatores determinantes para a definição do torque máximo de saída do redutor que é função das forças de pré-carga (forças normais) aplicadas, que por sua vez determinam a vida útil do redutor.

O fluido de tração SANTOTRAC-50 é o mais indicado para ser utilizado no redutor, pois fornece um coeficiente de tração maior do que outros fluidos. A Tabela 2.2 extraída de KRAUS(1992) mostra uma comparação entre os valores dos coeficientes de tração máximos fornecidos por diversos fluidos.

**Tabela 2.2.** Valores do coeficiente de tração máximo ( $\mu_{max}$ ) para diversos fluidos, para velocidade superficial de 20 m/s, temperatura de 82°C e pressão de contato de 0,965 GPa. (KRAUS, 1992).

|                                   |             |
|-----------------------------------|-------------|
| <b>Fluido</b>                     | $\mu_{max}$ |
| Poliéster (Mil-L-23699)           | 0,035       |
| Diéster (Mil-L-7808)              | 0,04        |
| Esteres de silicato               | 0,045       |
| Políglícóis                       | 0,045       |
| Parafínico                        | 0,050       |
| Fluidos de transmissão automática | 0,055       |
| Esteres fosfatos                  | 0,060       |
| Naftênico                         | 0,058-0,065 |
| Silicona                          | 0,075       |
| SANTOTRAC                         | 0,09-0,095  |

Os fluidos de tração SANTOTRAC são compostos por hidrocarbonetos sintéticos cicloalifáticos. A utilização destes fluidos tem aumentado, em cerca de 200% a 300%, a vida média dos aços em contatos que envolvem rolagem entre superfícies. Este efeito é explicado pelo aumento da viscosidade do fluido no contato, juntamente com a separação entre superfícies dada pelo filme do fluido. Com a substituição de outros fluidos pelo SANTOTRAC, a capacidade de tração de uma determinada transmissão, pode ser aumentada por causa dos altos coeficientes de tração fornecidos por este fluido, bem como, pela sua alta resistência ao cisalhamento.

Os contaminantes possuem grande importância nas transmissões a tração. A presença de restos de materiais abrasivos como cavacos, poeiras, grãos e outras impurezas podem remover a camada de tratamento superficial das superfícies de contato pelo desgaste abrasivo, ocasionando o desgaste prematuro das mesmas. A presença de contaminantes no fluido também podem decrescer o valor de coeficiente de tração ( $\mu$ ). Por isso, recomenda-se que as superfícies em contato estejam bem limpas antes que se coloque o fluido de tração.

### 2.3. Tensões de contato de Hertz

Nesse trabalho, foram utilizados cálculos baseados na Teoria de Hertz que estão contidos no livro escrito por NORTON (1998).

Quando dois corpos cilíndricos rolam um sobre outro, a região de contato tem formato retangular conforme mostra a Figura 2.6.

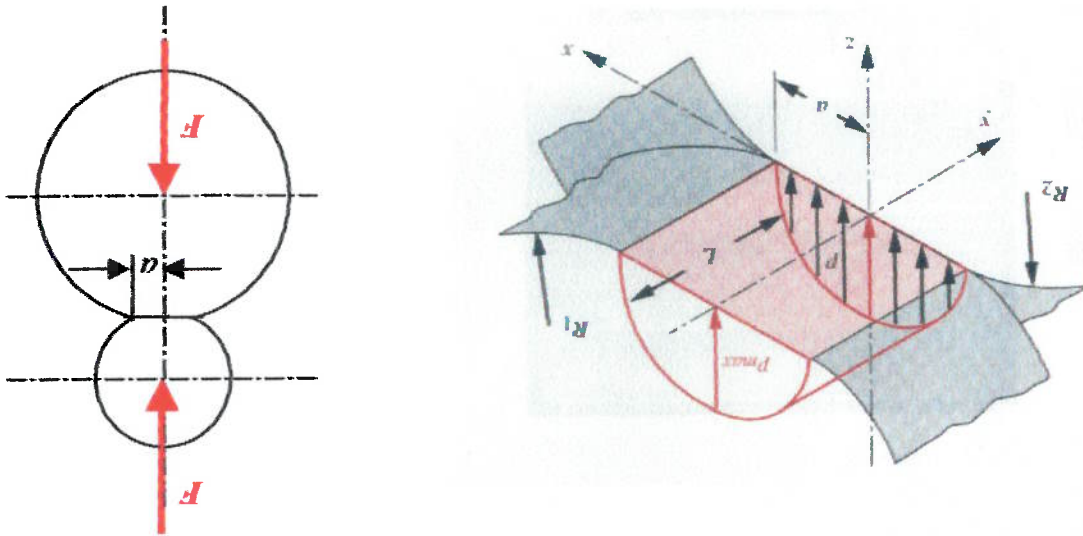


Figura 2.6. Distribuição de pressão e região de contato formada entre corpos cilíndricos em contato.

A pressão de contato é máxima ( $p_{max}$ ) no centro do contato e possui valor nulo nas bordas de contato como mostra a Figura 2.7.

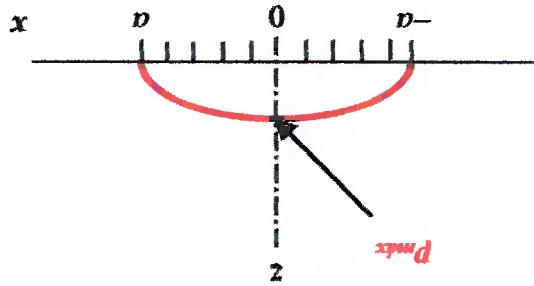


Figura 2.7. Distribuição de pressão na região de contato.

A carga aplicada  $F$  (força normal) sobre a zona de contato é igual ao volume da metade do prisma elíptico (volume do prisma semi-elíptico formado pela distribuição de pressão no contato).

$$F = \frac{1}{2} \pi a L p_{max} \quad (2-2)$$

onde  $a$  é a metade da largura da região submetida à pressão de contato entre os corpos cilíndricos,  $L$  é o comprimento de contato entre os corpos cilíndricos e  $p_{max}$  é a pressão máxima de contato. Logo, a pressão máxima ( $p_{max}$ ) é dada por:

$$p_{max} = \frac{2F}{\pi a L} \quad (2-3)$$

A pressão média de contato ( $p_{avg}$ ) é dada pela força aplicada dividida pela área de contato:

$$p_{avg} = \frac{F}{2aL} \quad (2-4)$$

O parâmetro  $B$  é definido como uma constante geométrica cilíndrica que depende dos raios  $R_1$  e  $R_2$  dos cilindros em contato.

$$B = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (2-5)$$

No caso de um contato entre um cilindro de raio  $R_1$  sobre um plano,  $R_2$  é infinito, consequentemente,  $1/R_2$  tende a zero. No caso de um contato entre um cilindro côncavo de raio  $R_1$  e um cilindro convexo de raio  $R_2$ ,  $R_2$  é colocado com valor negativo no cálculo da constante geométrica  $B$ .

A metade da largura da região de contato  $a$  é dada por:

$$a = \sqrt{\frac{\pi}{2} \left( \frac{B}{m_1 + m_2} \right) \left( \frac{L}{F} \right)} \quad (2-6)$$

onde  $m_1$  e  $m_2$  são constantes que dependem dos materiais dos cilindros dadas por:

$$m_1 = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \quad (2-7)$$

$$m_2 = \frac{E_2}{1 - \nu_2^2}$$

onde  $\nu_1$  e  $\nu_2$  são os coeficientes de Poisson dos materiais dos corpos cilíndricos 1 e 2 e  $E_1$  e  $E_2$  são os módulos de elasticidade dos corpos cilíndricos 1 e 2.

A distribuição de pressões dentro do prisma semi-elíptico é dada por:

$$p = p_{max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \quad (2-8)$$

A análise de tensões por Hertz pode ser aplicada para carregamento estático como também para contato de pura rolagem (sem escorregamento). As máximas tensões normais (que também são as tensões principais, pois não é aplicada tensão de cisalhamento) no centro da superfície de contato são dadas por:

$$\sigma_x = \sigma_z = -p_{max} \quad (2-9)$$

$$\sigma_y = -2p_{max}$$

onde  $\sigma_x$  é a tensão normal na direção do eixo  $x$ ,  $\sigma_y$  é a tensão normal na direção do eixo  $y$  e  $\sigma_z$  é a tensão normal na direção do eixo  $z$ .

A máxima tensão de cisalhamento principal  $\tau_{13}$  ocorre no centro de contato ( $x = 0$ ) a uma profundidade  $z$  igual a  $0,786a$  e o valor desta tensão vale:

$$\tau_{13} = 0,304p_{max} \quad (2-10)$$

As equações apresentadas acima para tensões de contato assumem que há somente rolagem pura entre os corpos cilíndricos. Quando estão presentes os fenômenos de rolagem e escorregamento, o campo de tensões é distorcido pelo carregamento tangencial (força de atrito). A Figura 2.8, retirado de NORTON(1998), mostra a distorção do campo de tensões em um caso através de um ensaio fotoelástico.

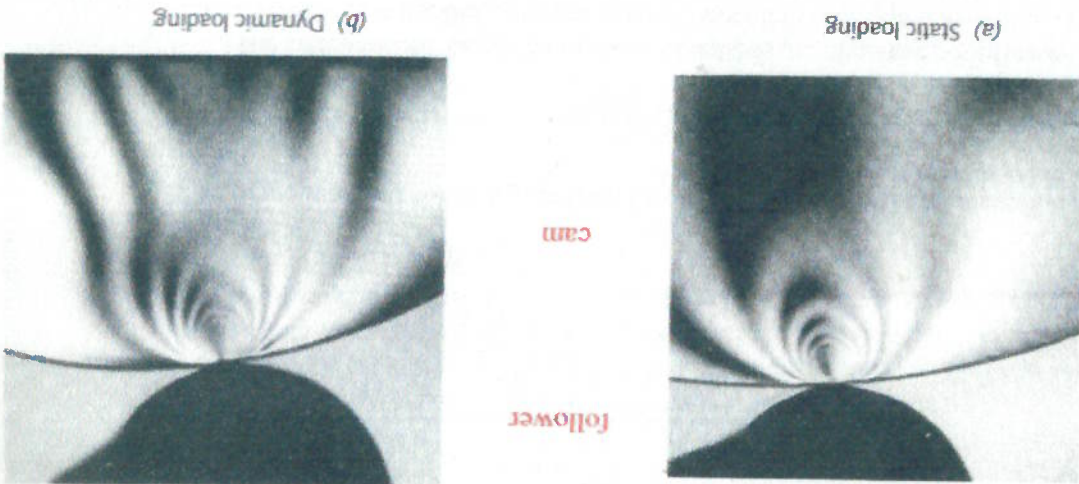


Figura 2.8. Campos de tensões formados por um carregamento estático (a) e por um carregamento dinâmico com rolagem e escorregamento (b), (NORTON, 1998).

A análise do efeito da combinação entre rolagem e escorregamento sobre as

distribuições de tensões foi feita por SMITH e LUI (1953). Concluiu-se nessa análise que o carregamento devido a força tangencial tem um efeito significativo sobre o campo de tensões. As tensões normais nas direções x e z e as tensões de cisalhamento no plano xz podem ser separadas em componentes segundo a sua origem devido a um determinado carregamento (normal ou tangencial). As tensões devido ao carregamento normal sobre os rolos cilíndricos foram denotados pelo índice n e as tensões devido ao carregamento tangencial foram denotados pelo índice t. As fórmulas deduzidas por SMITH e LUI (1953) adotam a orientação dos eixos mostrada na Figura 2.6.

As tensões devido ao carregamento normal, que ocasionam uma região com pressão máxima  $p_{max}$ , são dadas por:

$$\sigma_x^n = -\frac{\nu}{z} \left[ a^2 + 2x^2 + 2z^2 \right] \beta \frac{a}{2\pi} - 3x\alpha \left[ p_{max} \right] \quad (2-11)$$

$$\sigma_z^n = -\frac{\nu}{z} [a\beta - x\alpha] p_{max}$$

$$t_{xz}^n = -\frac{\nu}{z} \alpha p_{max}$$

As tensões devido a força de atrito (tangencial) são dadas por:

$$\sigma_x^t = -\frac{\nu}{z} \left[ (2x^2 - 2a^2 - 3z^2) \alpha + 2\pi \frac{a}{x} + 2(a^2 - x^2 - z^2) \beta \right] \frac{a}{x} f_{max}$$

$$\sigma_z^t = -\frac{\nu}{z} \alpha f_{max}$$

(2-12)

$$t_{xz}^t = -\frac{\nu}{z} \left[ (a^2 + 2x^2 + 2z^2) \beta - 2\pi \frac{a}{z} - 3x\alpha \right] f_{max}$$

Nestas equações, os fatores  $\alpha$  e  $\beta$  são dados por:

$$\alpha = \frac{\pi k_1 \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} \sqrt{k_1 + k_2 - 4a^2} + 2 \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}}{1 - \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}}$$

(2-13)

$$\beta = \frac{\pi k_1}{1 + \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}} \frac{\sqrt{\frac{k_2}{k_1}} \sqrt{k_1 + k_2 - 4a^2} + 2\sqrt{\frac{k_2}{k_1}}}{k_1}$$

onde:

$$(2-14) \quad \begin{aligned} k_1 &= (a+x)^2 + z^2 \\ k_2 &= (a-x)^2 + z^2 \end{aligned}$$

A pressão tangencial máxima ( $f^{max}$ ) é dada pela pressão normal de contato máxima e o coeficiente de atrito ( $\mu$ ) entre os corpos rolantes.

$$(2-15) \quad f^{max} = \mu P^{max}$$

As equações de (2-11) à (2-14) definem as tensões para os pontos abaixo da

superfície de contato. Porém, para pontos na superfície ( $z=0$ ;  $x=-a$  e  $z=0$ ;  $x=a$ ), os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  se tornam infinitos, invalidando estas equações.

Para a superfície ( $z=0$ ), as tensões são calculadas pelas seguintes expressões:

$$(2-16) \quad \begin{aligned} \tau_{zx_n} &= 0 \\ \sigma_{z_i} &= 0 \end{aligned}$$

Se  $|x| \leq a$ , então:

$$(2-17) \quad \sigma_{x_n} = -P^{max} \sqrt{1 - \frac{a^2}{x^2}}, \quad \text{senão: } \sigma_{x_n} = 0$$

$$\sigma_{z_n} = \sigma_{x_n}$$

Se  $x \geq a$ , então:

$$(2-18) \quad \sigma_{x_i} = -2f^{max} \left( \frac{a}{x} - \sqrt{\frac{a^2}{x^2} - 1} \right)$$

Se  $x \leq -a$ , então:

$$(2-19) \quad \sigma_{x_i} = -2f^{max} \left( \frac{a}{x} + \sqrt{\frac{a^2}{x^2} - 1} \right)$$

Se  $|x| \leq a$ , então:

$$(2-20) \quad \sigma_{x_i} = -2f^{max} \frac{a}{x}$$

Se  $|x| \leq a$ , então:

$$(2-21) \quad \tau_{xz_i} = -f_{max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}, \quad \text{senão: } \tau_{xz_i} = 0$$

Somando-se as tensões devido aos carregamentos normais e tangenciais, tem-se as tensões totais nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

$$(2-22) \quad \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_x^n + \sigma_x^t \\ \sigma_z &= \sigma_z^n + \sigma_z^t \\ \tau_{xz_i} &= \tau_{xz_i}^n + \tau_{xz_i}^t \end{aligned}$$

As tensões na direção  $y$  são dadas por:

$$(2-23) \quad \sigma_y = \nu(\sigma_x + \sigma_z)$$

Nos corpos em contato, para qualquer ponto da região de tensões formada pela pressão de contato, os valores das tensões de cisalhamento  $\tau_{xy}$  e  $\tau_{yz}$  são nulos.

As tensões principais  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ , que são as utilizadas no dimensionamento das superfícies em contato, são dadas pelos autovalores da Matriz Tensor das Tensões  $[T]$ , definida a seguir:

$$[T] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

A tensão máxima de cisalhamento  $\tau_{13}$  é dada por:

$$(2-24) \quad \tau_{13} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2},$$

onde  $\sigma_1$  é a maior tensão principal e  $\sigma_3$  é a menor tensão principal.

## 2.4. Critério de fadiga de contato

Existem ainda muitas controvérsias com relação aos mecanismos de falha que resultam em "pitting" e em desgaste de superfícies.

A maioria das conclusões consideram que o processo de "pitting" se inicia sobre ou próximo do local onde ocorre a máxima tensão de cisalhamento que fica abaixo da superfície (no caso de rolagem pura). Outras conclusões consideram que o "pitting" se inicia na superfície. É possível que ambos os processos possam ocorrer,



onde uma imperfeição (inclusão) do material pode iniciar o processo de falha dependendo de sua localização (acima ou abaixo da superfície).

MORRISON(1968) e CRAM(1961) fizeram separadamente um estudo experimental sobre a resistência à fadiga de contato de materiais no período entre 1932 e 1956. Quatro máquinas de testes de desgaste foram utilizadas durante 24 anos (24 horas por dia) para determinar o limite de fadiga superficial para vários materiais como ferro fundido, aço, bronze, alumínio e materiais não-metálicos. Os testes incluíram corpos em rolagem pura, assim como, rolagem combinada com escorregamento. A taxa de escorregamento (percentual) é definida como a razão entre a diferença entre as velocidades periféricas (velocidade relativa de escorregamento) das superfícies em rolagem e a velocidade periférica na interface de contato de uma das superfícies.

A discussão dos mecanismos de falha indica que a sua localização é imprevisível devido à aleatoriedade da distribuição de inclusões no material. Um dos valores utilizados como referência para comparação com o limite de resistência à fadiga de contato dos materiais é a maior tensão principal de contato negativa (de compressão).

A expressão para a tensão estática compressiva de Hertz em um contato cilíndrico é dada por:

$$\sigma_z = -P_{max} = -\frac{\pi a L}{2F} \quad (2-25)$$

Substituindo a expressão (2-6) na expressão (2-25) e elevando-se ao quadrado

ambos os lados, tem-se:

$$\sigma_z = \frac{2F}{B} \frac{\pi L}{2F} (m_1 + m_2)^2 \quad (2-26)$$

rearranjando, tem-se:

$$F = \sigma_z \frac{\pi L (m_1 + m_2)}{2B} \quad (2-27)$$

Fazendo:

$$F = \frac{kL}{2B}, \quad (2-28)$$

tem-se:

$$k = \pi (m_1 + m_2) \sigma_z \quad (2-29)$$

O fator  $k$  é o fator de carregamento experimental, sendo utilizado para se determinar a resistência do material com relação a uma carga admissível  $F$  para um especificado número de ciclos. Assim, o fator  $k$  é utilizado para o cálculo do número de ciclos que podem ser esperados antes que a falha ocorra para uma determinada carga  $F$ .

A Tabela 2.3 mostra os dados experimentais obtidos por MORRISON(1968) de fator de carga ( $k$ ), resistência à fadiga ( $S_c$ ) e fatores de resistência  $\lambda$  e  $\zeta$ , que representam a inclinação e a intersecção do diagrama S-N (em coordenadas log-log) da resistência à fadiga de contato do material, que é determinado pela regressão de grandes quantidades de dados de testes. Esses fatores podem ser utilizados na equação da linha S-N ajustada para se calcular a vida estimada em ciclos para o determinado nível de tensão aplicado, da seguinte forma:

$$\log_{10} k = \frac{\zeta - \log_{10} N}{\lambda} \quad (2-30)$$

**Tabela 2.3.** Resistência à fadiga superficial para vários materiais. (Materiais em contato com rolo de aço-ferramenta com HRC 60-62), (MORRISON, 1968).

| Material  | Rolagem Pura    |                         | Rolagem e 9% de escorregamento |                         |
|---|-----------------|-------------------------|--------------------------------|-------------------------|
|   | K para Sc (psi) | λ para IE8 ciclos (psi) | K para Sc (psi)                | λ para IE8 ciclos (psi) |
| 1. aço 1020, cimento, 0,045 polegadas (profundidade mínima) HRC50-60.                 | 12700           | 7,39                    | 10400                          | 13,20                   |
| 2. aço 1020, HB 130-150.  | -               | -                       | 1720                           | 4,78                    |
| 3. aço 4340, endurecido por indução, 0,045 polegadas (profundidade mínima) HRC 50-58. | 13000           | 14,15                   | 9000                           | 14,02                   |
|   | 259000          | 66,22                   | 216000                         | 63,44                   |

Para se aumentar a vida útil das superfícies de contato com relação à fadiga recomenda-se:

- Usar lubrificantes apropriados, como os fluidos de tração;
- Fazer o polimento das superfícies de contato para se minimizar o desgaste abrasivo;
- Manter as superfícies de contato limpas, livres de partículas contaminantes;
- Aumentar a dureza superficial dos corpos em contato para se aumentar a resistência à fadiga.

## CAPÍTULO 3 - PROJETO DO REDUTOR

### 3.1. Configuração geral e princípio de funcionamento

O redutor projetado é composto por dois estágios. O primeiro estágio consiste em um cilindro ("sol") que transmite a rotação e torque de entrada para os planetas, que rotacionam ao redor de seus próprios eixos e cujos centros, através da rolagem de suas superfícies e com o apoio do anel externo fixo, descrevem uma trajetória circular ao redor do sol. Os eixos dos planetas estão ligados através de um suporte ("braço"), que, por sua vez, é solidário ao eixo de saída. O segundo estágio é composto por elementos semelhantes ao do primeiro estágio, sendo que o eixo de saída do primeiro estágio está solidário ao sol do segundo estágio.

A Figura 3.1 apresenta o desenho esquemático de um estágio do redutor planetário.

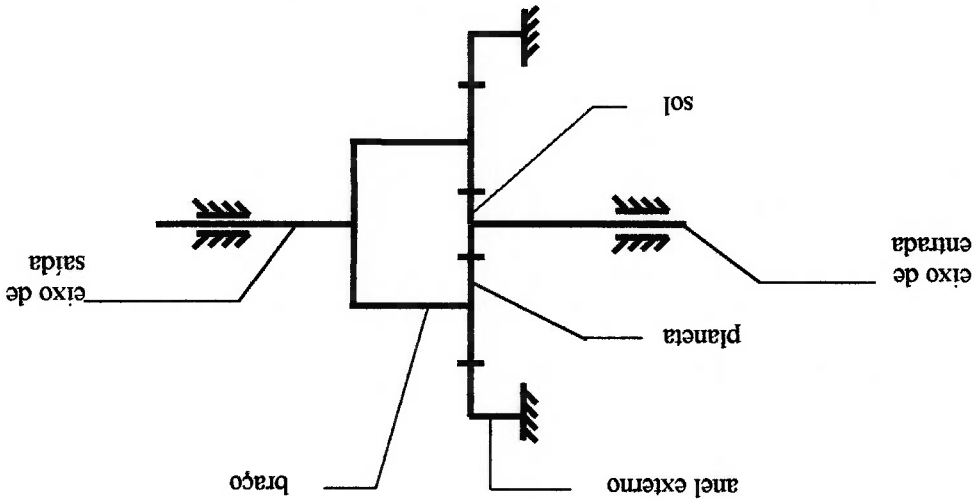


Figura 3.1. Esquema representativo de um estágio do redutor planetário a tração.

O redutor é denominado planetário, pois os movimentos descritos pelos elementos girantes deste mecanismo lembram o movimento dos planetas ao redor do sol. A transmissão é dita a tração, pois, ao contrário da transmissão por atrito, as superfícies rolantes ficam separadas por um filme de óleo lubrificante especial. A Figura 3.2 apresenta o esquema do redutor planetário de duplo estágio.

A relação de transmissão estipulada para o projeto foi de 1:81, sendo que cada estágio é responsável pela redução de 1:9. Essa relação de transmissão foi escolhida, pois a relação geométrica necessária entre o raio do sol e os raios dos planetas não apresenta alto valor. Estabelecendo-se uma medida fixa para o raio do sol, quanto menor é o raio dos planetas, menores são as tensões geradas na região de contato e, portanto, maior será a vida útil destes elementos. Poderia-se utilizar uma relação de redução dada pela máxima taxa de ocupação dos planetas, que é de 14,92 (ver Anexo A). Porém, não se utilizou esta relação para se evitar a geração de tensões com altos valores na região de contato devido a maior diferença entre os raios dos elementos rolantes nesta relação de redução.

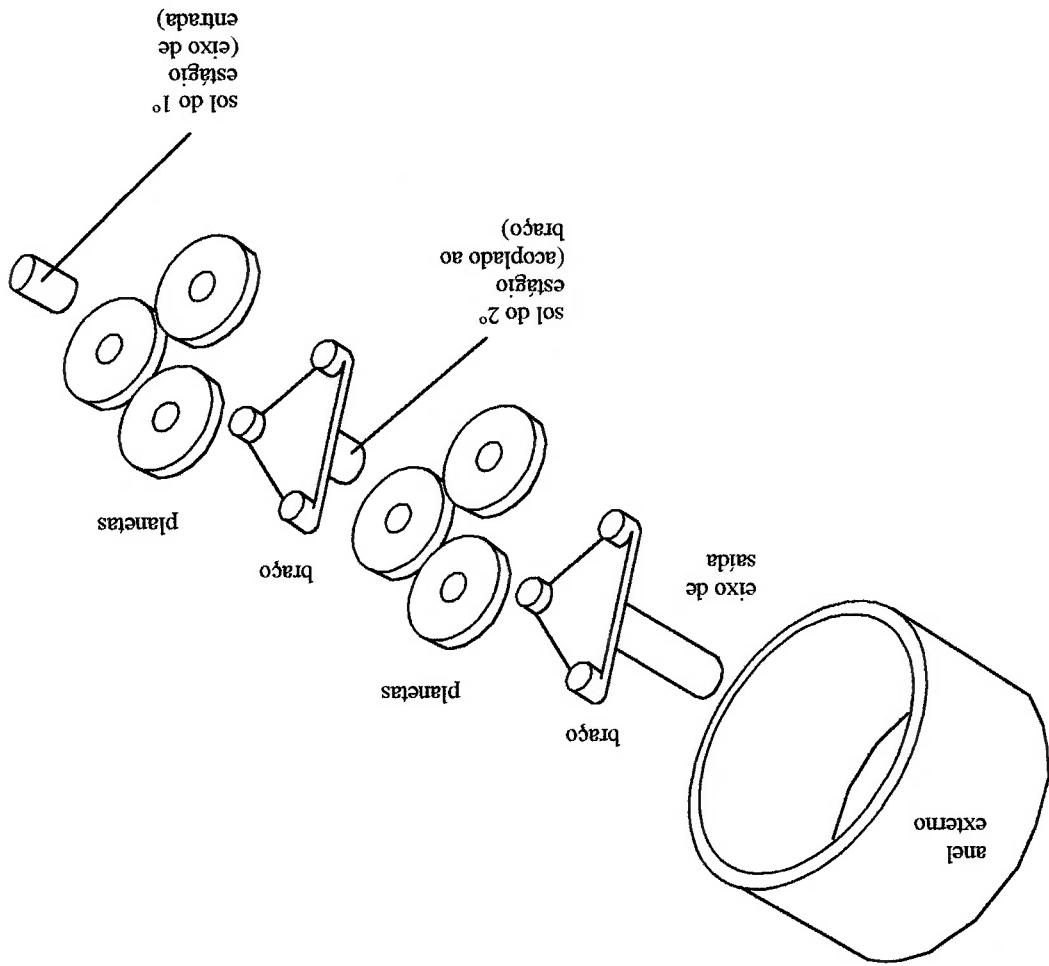


Figura 3.2. Esquema representativo do redutor planetário de duplo estágio a tração.

Foi utilizado, neste projeto, um lubrificante especial cuja função, além de lubrificar as superfícies rolantes, é separar estas superfícies. A característica mais importante deste lubrificante é que, quando submetido às altas pressões, ele desenvolve resistência ao cisalhamento e aumenta consideravelmente sua viscosidade, permitindo a transmissão de altas forças e momentos entre os cilindros.

Para ajustar a força de contato (força normal) entre os elementos girantes, de modo a possibilitar o desenvolvimento do torque de saída desejado, construiu-se um sistema de pré-carga. Este sistema é constituído por um anel de aperto localizado ao redor do anel de externo. Este anel possui duas cunhas que, quando aproximadas pelo aperto do parafuso, exercem pressão sobre o anel externo e sobre a carga do redutor. A pressão exercida sobre o anel externo tende a comprimir os planetas sobre o sol, eliminando-se, assim, a folga de contato e melhorando o desempenho do redutor. A Figura 3.3 apresenta um desenho em corte de um estágio do redutor.

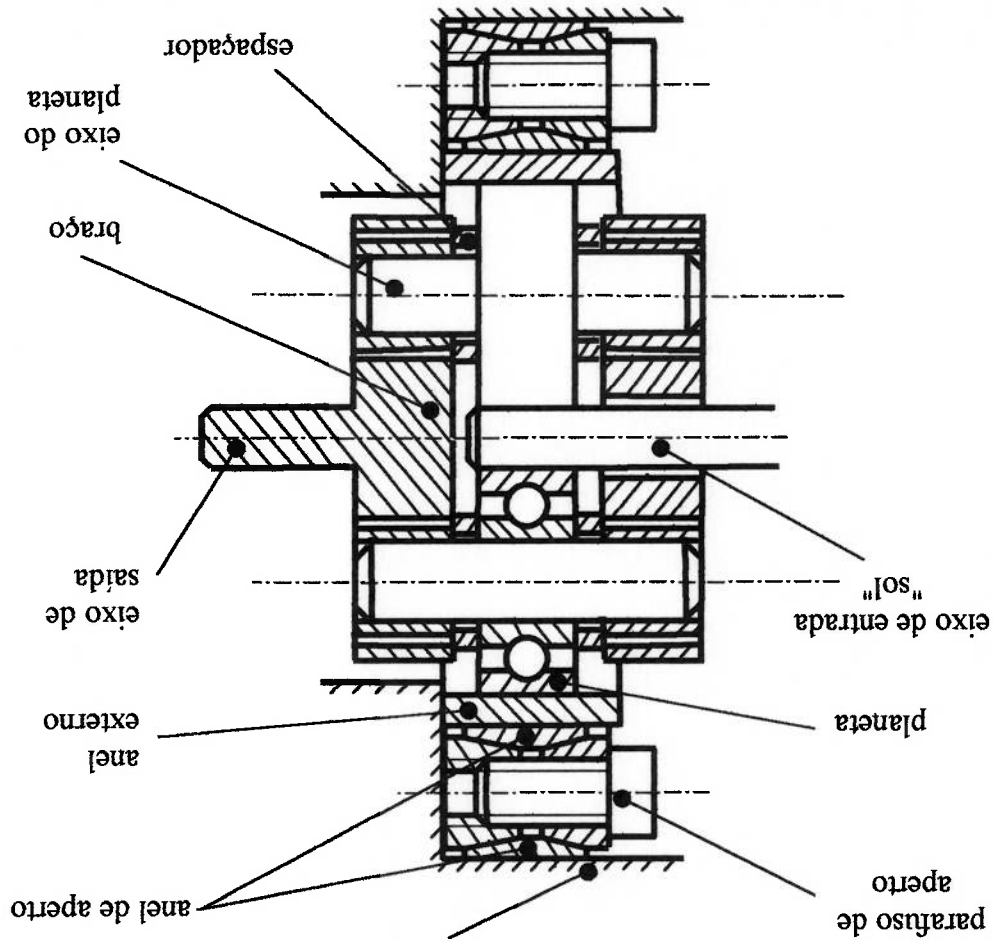
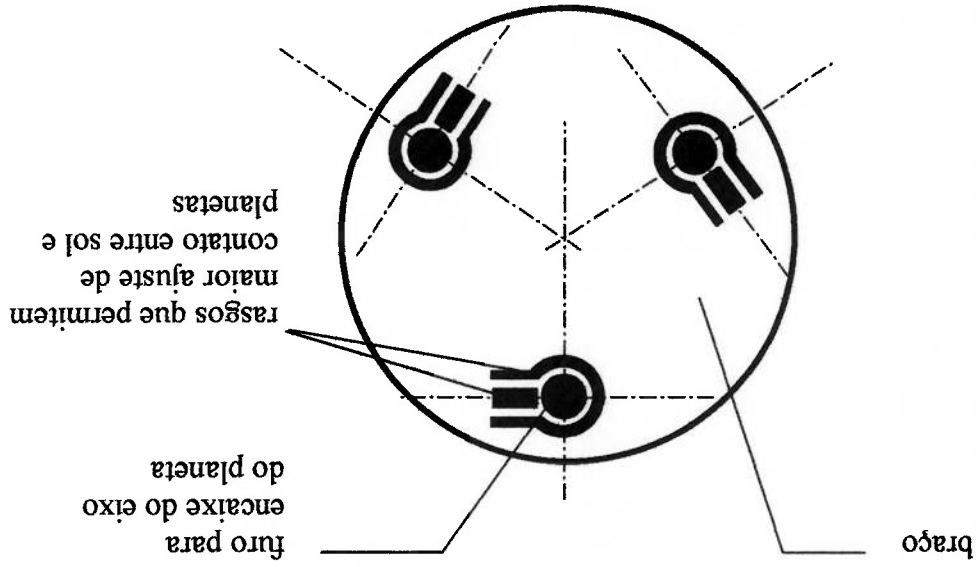


Figura 3.3. Esquema lateral do sistema de aperto sol-planetas para ajuste da força de contato e eliminação de folgas no contato.

Para permitir o ajuste radial necessário para o aperto dos planetas com relação ao sol, foram realizados rasgos no braço possibilitam um pequeno deslocamento dos planetas para que estes possam entrar em contato com o sol. Nota-se que os rasgos introduzem uma flexibilidade radial de forma a permitir pequenos movimentos dos eixos dos planetas, sem no entanto, diminuir a rigidez tangencial, que é importante para não reduzir a rigidez torsional do redutor.

Além disso, estes rasgos possibilitam uma maior facilidade de montagem dos elementos do redutor. A presença dos rasgos permite também que os elementos rolantes (sol e planetas) e os elementos de suporte, como a carcaça do redutor, possam tolerância dimensional não muito estreita, o que exige uma precisão menor na usinagem. A Figura 3.4 apresenta um esquema do braço com os rasgos.



**Figura 3.4.** Vista frontal do braço com rasgos que possibilitam melhor ajuste do contato entre sol e planetas.

No projeto, os espaços internos do redutor foram otimizados, através do estudo para alocação das peças, a fim de torná-lo o mais compacto possível. Também estudou-se a melhor forma de se fixar os componentes internos, de modo que não fossem permitidos deslocamentos prejudiciais ao funcionamento do redutor. A maior parte das peças que formam o redutor estão disponíveis no mercado a preços relativamente acessíveis, o que causa uma redução nos custos de fabricação e, consequentemente, nos custos finais do redutor.

### 3.2. Análise Cinemática

Como mencionado, o redutor planetário projetado é de duplo estágio com relação de transmissão de 1:81, sendo que cada estágio é responsável pela redução de 1:9. A Figura 3.5 mostra o esquema lateral do redutor planetário.

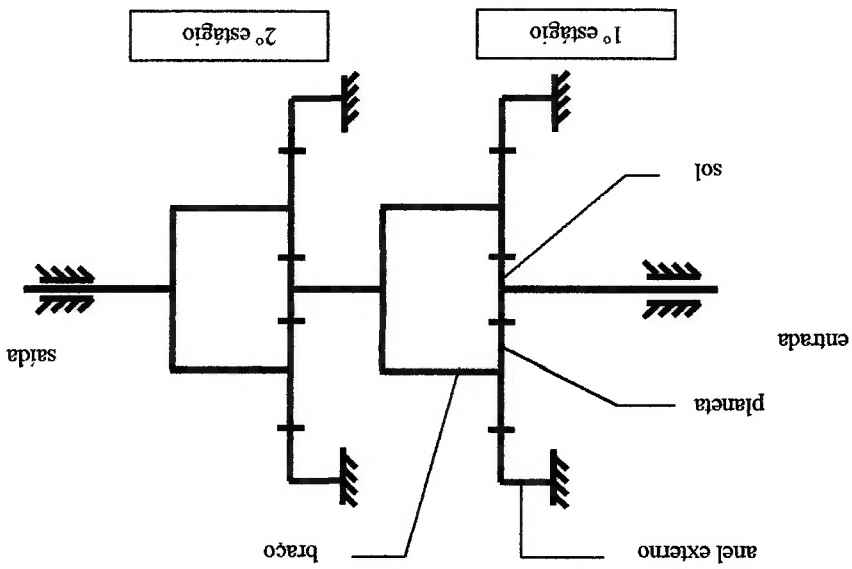


Figura 3.5. Esquema lateral do redutor planetário a tração.

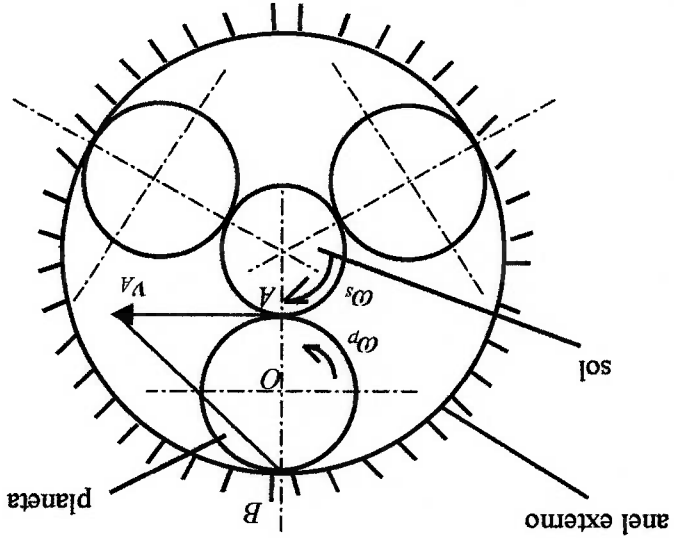


Figura 3.6. Esquema frontal do redutor planetário a tração.



A relação de transmissão do redutor é obtida através da análise cinemática do redutor. A partir desta análise, pode-se obter a relação entre os diâmetros dos planetas, do sol e do anel externo para uma determinada relação de transmissão.

A velocidade do ponto A ( $v_A$ ) mostrada na Figura 3.6 é dada pela expressão:

$$(3-1) \quad v_A = \omega_s r_s = \omega_s \frac{d_s}{2}, \quad v_A = \omega_s r_s \Leftrightarrow v_A = \omega_s \frac{d_s}{2},$$

onde  $\omega_s$  é a velocidade angular do eixo de entrada (sol) em rad/s,  $r_s$  é o raio do sol e  $d_s$  é o diâmetro do sol.

Como o ponto B é um centro instantâneo de rotação e que, portanto, possui velocidade nula, a velocidade do ponto A também é dada pela expressão:

$$(3-2) \quad v_A = \omega_p 2r_p \Leftrightarrow v_A = \omega_p d_p,$$

onde  $\omega_p$  é a velocidade angular (rotação) dos planetas em rad/s,  $r_p$  é o raio dos planetas e  $d_p$  é diâmetro dos planetas.

Iguando as duas expressões, tem-se que:

$$(3-3) \quad \omega_p = \frac{2d_p}{\omega_s d_s}$$

Sabendo-se que o ponto B é um centro instantâneo de rotação, a velocidade do ponto O ( $v_o$ ) é dada por:

$$(3-4) \quad v_o = \omega_p \frac{d_p}{2}$$

Substituindo a expressão (3-3) em (3-4), tem-se que a velocidade do ponto O é dada por:

$$(3-5) \quad v_o = \frac{\omega_s d_s}{4}$$

Como o centro de eixo de saída tem velocidade nula e está solidário ao braço, tem-se que:

$$(3-6) \quad v_o = \omega_p r_p = \omega_p (r_p + r_s) \Leftrightarrow v_o = \omega_p \left( \frac{d_p + d_s}{2} \right)$$

onde  $\omega_p$  é a velocidade angular (rotação) do braço ou do eixo de saída do estágio em rad/s e  $r_p$  é o raio do braço.

Igualandando-se as expressões (3-5) e (3-6), tem-se a relação de transmissão de cada estágio,  $i$ , é dada por:

$$(3-7) \quad i = \frac{\omega_s}{\omega_p} \Leftrightarrow i = \frac{d_p}{2(d_p + d_s)}$$

O diâmetro interno do anel externo ( $d^v$ ) que contém os planetas é dada por:

$$(3-8) \quad d^v = 2d_p + d_s$$

Em função de  $d^v$ , a expressão da relação de transmissão ( $i$ ) fica igual a:

$$(3-9) \quad i = 1 + \frac{d_s}{d^v}$$

### 3.3. Configuração geométrica do redutor

Como se pretende obter uma relação de transmissão de 1:9 em cada um dos estágios, obtêm-se a relação entre os diâmetros do planeta e do eixo sol pela equação

(3-7).

$$(3-10) \quad 9 = \frac{2(d_p + d_s)}{d_s} \Leftrightarrow d_p = 3,5d_s$$

Pela relação (3-10), adotando-se o diâmetro do eixo sol como sendo

$d_s = 10$  mm, tem-se que os diâmetros dos planetas serão iguais a  $d_p = 35$  mm. Logo,

pela equação (3-9), obtêm-se o diâmetro interno do anel externo  $d^v = 80$  mm. Estas

dimensões são utilizadas para os componentes dos dois estágios. Foram adotadas

estas dimensões de componentes do redutor planetário tendo-se como referência as

dimensões de redutores comerciais com as mesmas características de relação de

transmissão e relação esforço-peso.

Dados estabelecidos para alguns componentes do redutor:

- raio do sol:  $r_s = 5.10^{-3}$  m;
- raio dos planetas (rolos de leva SKF 361201 R):  $r_p = 17,5.10^{-3}$  m;
- largura dos planetas:  $L = 15,9.10^{-3}$  m.

A Tabela 3.1 apresenta as velocidades superficiais nos contatos do sol do 1º

estágio ( $v_{s1}$ ) e do sol do 2º estágio ( $v_{s2}$ ), velocidades angulares dos planetas do 1º

estágio ( $\omega_{p1}$ ) e dos planetas do 2º estágio ( $\omega_{p2}$ ) e as rotações do eixo de saída ( $\omega_{sada}$ )

para diversas rotações do eixo de entrada do redutor ( $\omega_{entrada}$ ).

Tabela 3.1. Velocidades superficiais e angulares dos componentes do redutor.

| $\omega_{entrada}$<br>(rad/s) | $v_{A1}$<br>(m/s) | $\omega_{p1}$<br>(rad/s) | $v_{A2}$<br>(m/s) | $\omega_{p2}$<br>(rad/s) | $\omega_{saida}$<br>(rad/s) |
|-------------------------------|-------------------|--------------------------|-------------------|--------------------------|-----------------------------|
| 1                             | 0,005             | 0,143                    | 0,0006            | 0,016                    | 0,012                       |
| 3                             | 0,015             | 0,429                    | 0,0017            | 0,048                    | 0,037                       |
| 6                             | 0,030             | 0,857                    | 0,0033            | 0,095                    | 0,074                       |
| 10                            | 0,050             | 1,429                    | 0,0056            | 0,159                    | 0,123                       |
| 20                            | 0,100             | 2,857                    | 0,0111            | 0,317                    | 0,247                       |
| 30                            | 0,150             | 4,286                    | 0,0167            | 0,476                    | 0,370                       |
| 40                            | 0,200             | 5,714                    | 0,0222            | 0,635                    | 0,494                       |
| 50                            | 0,250             | 7,143                    | 0,0278            | 0,794                    | 0,617                       |
| 60                            | 0,300             | 8,571                    | 0,0333            | 0,952                    | 0,741                       |
| 70                            | 0,350             | 10,000                   | 0,0389            | 1,111                    | 0,864                       |
| 80                            | 0,400             | 11,429                   | 0,0444            | 1,270                    | 0,988                       |
| 90                            | 0,450             | 12,857                   | 0,0500            | 1,429                    | 1,111                       |
| 100                           | 0,500             | 14,286                   | 0,0556            | 1,587                    | 1,234                       |
| 110                           | 0,550             | 15,714                   | 0,0611            | 1,746                    | 1,358                       |
| 120                           | 0,600             | 17,143                   | 0,0667            | 1,905                    | 1,481                       |
| 130                           | 0,650             | 18,571                   | 0,0722            | 2,063                    | 1,605                       |
| 140                           | 0,700             | 20,000                   | 0,0778            | 2,222                    | 1,728                       |
| 150                           | 0,750             | 21,429                   | 0,0833            | 2,381                    | 1,852                       |
| 160                           | 0,800             | 22,857                   | 0,0889            | 2,540                    | 1,975                       |
| 170                           | 0,850             | 24,286                   | 0,0944            | 2,698                    | 2,099                       |
| 180                           | 0,900             | 25,714                   | 0,1000            | 2,857                    | 2,222                       |
| 190                           | 0,950             | 27,143                   | 0,0156            | 3,016                    | 2,346                       |
| 200                           | 1,000             | 28,571                   | 0,1111            | 3,175                    | 2,469                       |

### 3.4. Análise Dinâmica

Através da análise dinâmica do redutor, obtém-se a relação entre um determinado torque requerido de saída do redutor e a força normal de contato necessária entre os planetas e o sol. A Figura 3.7 mostra o esquema das forças que agem sobre o sol e os planetas.

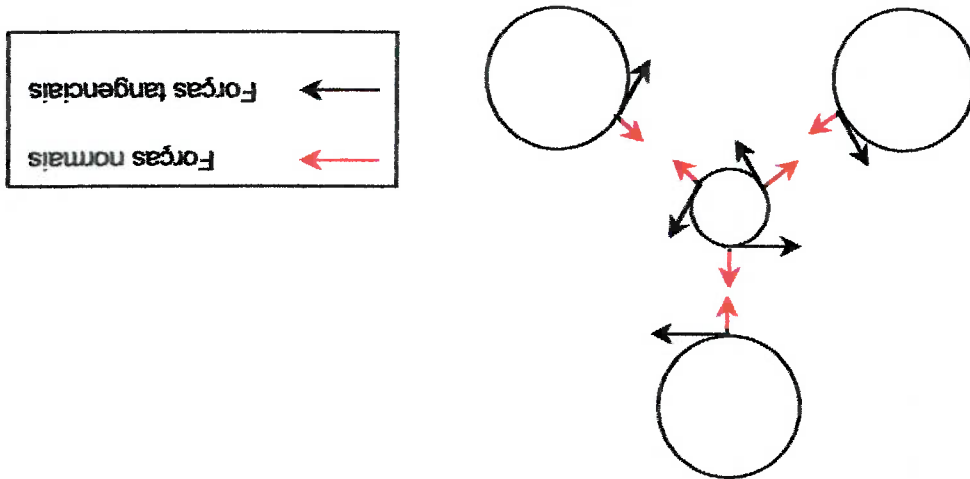


Figura 3.7. Esquema das forças normais e tangenciais no sol e nos planetas.

O torque de entrada do redutor ( $T_e$ ) é dado pela seguinte expressão:

$$(3-11) \quad T_e = 3F_{pn}r_s,$$

onde  $F_{pn}$  é a força tangencial nos planetas do primeiro estágio.

A relação entre as forças normais ( $F_{pn}$ ) e as forças tangenciais ( $F_{pt}$ ) nos

planetas do primeiro estágio é dada por:

$$(3-12) \quad F_{pn} = \mu F_{pt},$$

onde  $\mu$  é o coeficiente de atrito entre o sol e o planeta.

Substituindo-se a equação (3-12) na equação (3-11), tem-se a expressão do

torque de entrada em função da força normal nos planetas do primeiro estágio com

relação ao sol:

$$(3-13) \quad T_e = 3\mu F_{pt}r_s$$

Desprezando-se as perdas por atrito, tem-se que a potência de entrada ( $P_e$ ) no

redutor é igual a potência de saída ( $P_s$ ), ou seja:

$$(3-14) \quad P_e = P_s$$

Sabendo-se que a potência é dada pelo produto do torque pela velocidade angular, tem-se pela equação (3-14) que:

$$(3-15) \quad T_e \omega_e = T_s \omega_s$$

Da equação (3-15), tem-se a razão entre torques em função da relação de transmissão do redutor,  $i_r$ :

$$(3-16) \quad \frac{T_e}{T_s} = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{1}{i_r}$$

onde  $\omega_e$  e  $\omega_s$  são as velocidades angulares na entrada e saída do redutor.

Pela expressão (3-16), o torque de entrada do 2º estágio, ( $T_e$ ) é dada por:

$$(3-17) \quad \frac{T_e}{T_s} = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{1}{i_2} \Leftrightarrow \frac{T_e}{T_s} = \frac{1}{i_2}$$

onde  $i_2$  é a relação de transmissão do segundo estágio.

A relação entre as forças normais ( $F_{pn2}$ ) e as forças tangenciais ( $F_{pt2}$ ) nos planetas do segundo estágio é dada por:

$$(3-18) \quad F_{pt2} = \mu F_{pn2}$$

Analisando-se as expressões (3-11), (3-13) e (3-18) e, analogamente, aplicando-se estas para o segundo estágio do redutor, tem-se a seguinte expressão:

$$(3-19) \quad T_{e2} = 3\mu F_{pn2} r_s$$

onde os raios do sol do primeiro e do segundo estágio são iguais a  $r_s$ .

Substituindo-se a expressão (3-19) na expressão (3-17), obtêm-se a expressão da força normal de contato dos planetas com relação ao sol no segundo estágio e o torque de saída do redutor:

$$(3-20) \quad F_{pn2} = \frac{3\mu T_s}{T_s}$$

A Tabela 3.2 apresenta as forças normais do 1º estágio ( $F_{pn1}$ ) e do 2º estágio ( $F_{pn2}$ ) necessárias para diversos torques máximos requeridos de saída ( $T_s$ ), para um coeficiente tração  $\mu$  igual a 0,06. Também são apresentadas as forças tangenciais do 1º estágio ( $F_{pt1}$ ) e do 2º estágio ( $F_{pt2}$ ) e os torques de entrada ( $T_e$ ) necessários para fornecer os torques máximos requeridos de saída ( $T_s$ ).

Como visto na Tabela 3.1, a velocidade superficial máxima estipulada do sol do 2º estágio ( $v_{s2}$ ) será de 0,1111 m/s para uma velocidade de entrada do redutor

igual a 200 rad/s. O coeficiente de atrito utilizado para cálculos foi obtido através do gráfico da Figura 2.4. Nota-se que, para contatos com pressões máximas ( $p_{max}$ ) acima de 1 GPa e com velocidades superficiais baixas, o coeficiente de tração terá no mínimo o valor de 0,09. Para efeito de cálculos, utilizou-se um valor de coeficiente de tração igual a 0,06. Este valor, inferior ao mostrado pelo gráfico da Figura 2.4, foi utilizado com a finalidade de compensar possíveis perdas de tração que podem ocorrer pela existência de contaminantes no fluido, por exemplo.

**Tabela 3.2.** Forças (normais e tangenciais) e torques de entrada necessários para vários torques máximos requeridos de saída do redutor para um coeficiente de tração  $\mu$  igual a 0,06.

| $T_s$ (Nm) | $T_e$ (Nm) | $F_{pm1}$ (N) | $F_{pm2}$ (N) | $F_{p2}$ (N) |
|------------|------------|---------------|---------------|--------------|
| 25         | 0,31       | 342,94        | 20,58         | 3086,42      |
| 30         | 0,37       | 411,52        | 24,69         | 3703,70      |
| 35         | 0,43       | 480,11        | 28,81         | 4320,99      |
| 40         | 0,49       | 548,70        | 32,92         | 4938,27      |
| 45         | 0,56       | 617,28        | 37,04         | 5555,56      |
| 50         | 0,62       | 685,87        | 41,15         | 6172,84      |

### 3.5. Dimensionamento das superfícies de tração

Os cálculos das tensões de contato são realizados para o ponto crítico do redutor com relação à fadiga. O ponto crítico (região com maior tensão de contato) se localiza no contato entre o sol e os planetas no segundo estágio, sendo o sol a peça mais solicitada. Conclui-se que este é o ponto crítico, pois o sol possui um diâmetro relativamente pequeno (3 vezes e meia menor que os planetas) e também porque, no segundo estágio, o torque de saída é maior que o do primeiro estágio, requerendo-se assim, uma força normal de aperto maior.

Principais dados adotados para o redutor:

- material do sol: aço 8620 cementado (dureza 60 HRC – 1 mm de profundidade) - coeficiente de Poisson  $\nu_s=0,3$  e módulo de elasticidade  $E_s=207$  GPa;
- material dos planetas (rolos de leva): aço AISI 52100 (dureza 197 HRC) coeficiente de Poisson  $\nu_p=0,3$  e módulo de elasticidade  $E_p=207$  GPa;
- coeficiente de atrito fornecido pelo filme de fluido SANTOTRAC-50:  $f=0,06$ ;
- relação de transmissão do segundo estágio:  $i_2 = 9$ .

**a) Esforços solicitantes e vida útil do redutor, supondo os efeitos combinados de rolagem e escorregamento entre o sol e os planetas.**

A força normal de aperto dos planetas no segundo estágio ( $F^{pn2}$ ) necessária para um torque requerido de saída de  $T_s=30$  Nm, utilizando-se a equação (3-20) é igual a:

$$F^{pn2} = \frac{3 \cdot 0,06 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{30} \Rightarrow F^{pn2} = 3703,70 \text{ N}$$

Pelas equações (2-7), para o aço com  $E=207 \cdot 10^9$  N/m<sup>2</sup> e  $\nu=0,3$ , as constantes que dependem dos materiais são iguais a:

$$m_1 = m_2 = \frac{207 \cdot 10^9}{1 - 0,3^2} \Rightarrow m_1 = m_2 = 4,396 \cdot 10^{12} \text{ Pa}^{-1}$$

Pela equação (2-5), calcula-se a constante geométrica do contato entre cilindros:

$$B = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{1} + \frac{17,5 \cdot 10^{-3}}{1} \right) \Rightarrow B = 128,571 \text{ m}^{-1}$$

A largura da região de contato  $a$  é dada pela equação (2-6):

$$a = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,396 \cdot 10^{12} \cdot 3703,70}{128,571} \cdot \frac{\pi}{15,9 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow a = 1,007 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Logo, pela equação (2-3), calcula-se a pressão máxima de contato  $p^{max}$ :

$$p^{max} = \frac{\pi \cdot 1,007 \cdot 10^{-4} \cdot 15,9 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 3703,70} \Rightarrow p^{max} = 1472,607 \text{ MPa}$$

A pressão média de contato  $p^{avg}$  é dada pela expressão (2-4), fornecendo:

$$P_{avg} = \frac{3703,70}{2 \cdot 1,007 \cdot 10^{-4} \cdot 15,9 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow P_{avg} = 1156,590 \text{ MPa}$$

A pressão tangencial máxima  $f^{max}$  é calculada pela expressão (2-15),

resultando em:

$$f^{max} = 0,06 \cdot 1472,607 \Rightarrow f^{max} = 88,356 \text{ MPa}$$

Foi elaborado um programa que localiza as coordenadas do ponto da região de contato submetido à maior tensão principal em módulo. Para as condições adotadas, a região de contato com a maior tensão principal está situada na superfície ( $z=0$ ) em  $x=0,0601a$ . O programa também calcula os valores das tensões máximas de cisalhamento e de Von Mises, bem como, suas respectivas localizações. O programa também apresenta gráficos para demonstração das parcelas de tensão devido aos carregamentos normal e tangencial com relação às tensões totais nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ . As parcelas de tensões devido às forças normal e tangencial são dadas pelas expressões de (2-16) à (2-21).

$$\sigma_{xn} = -P^{max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} = -1472,607 \cdot \sqrt{1 - (0,0601)^2} \Rightarrow \sigma_{xn} = -1469,953 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{xt} = -2f^{max} \frac{x}{a} = -2 \cdot 88,356 \cdot 0,0601 \Rightarrow \sigma_{xt} = -10,620 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zn} = \sigma_{xn} \Rightarrow \sigma_{zn} = -1469,953 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{zt} = 0 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xzn} = 0 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xzt} = -f^{max} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} = -88,356 \cdot \sqrt{1 - (0,0601)^2} \Rightarrow \tau_{xzt} = -88,197 \text{ MPa}$$

Pelas equações (2-22), calcula-se as tensões totais de contato nas direções  $x$ ,  $y$

e  $z$ .

$$\sigma_x = \sigma_{xn} + \sigma_{xt} \Rightarrow \sigma_x = -1480,573 \text{ MPa}$$

$$\sigma_z = \sigma_{zn} + \sigma_{zt} \Rightarrow \sigma_z = -1469,953 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{xzn} + \tau_{xzt} \Rightarrow \tau_{xz} = -88,197 \text{ MPa}$$

A tensão total na direção  $y$  é dada pela expressão (2-23), resultando em:  
 $\sigma_y = \nu(\sigma_x + \sigma_z) = 0,30 \cdot (-1480,573 - 1469,953) \Rightarrow \sigma_y = -885,158 \text{ MPa}$



A distribuição de tensões normais nas direções  $x$ ,  $z$  e  $y$  na região para  $z=0$  (superfície) e de cisalhamento  $\tau_{xz}$  na região para  $z=0,5a$  são apresentadas nas Figuras 3.8, 3.9, 3.10 e 3.11, respectivamente.

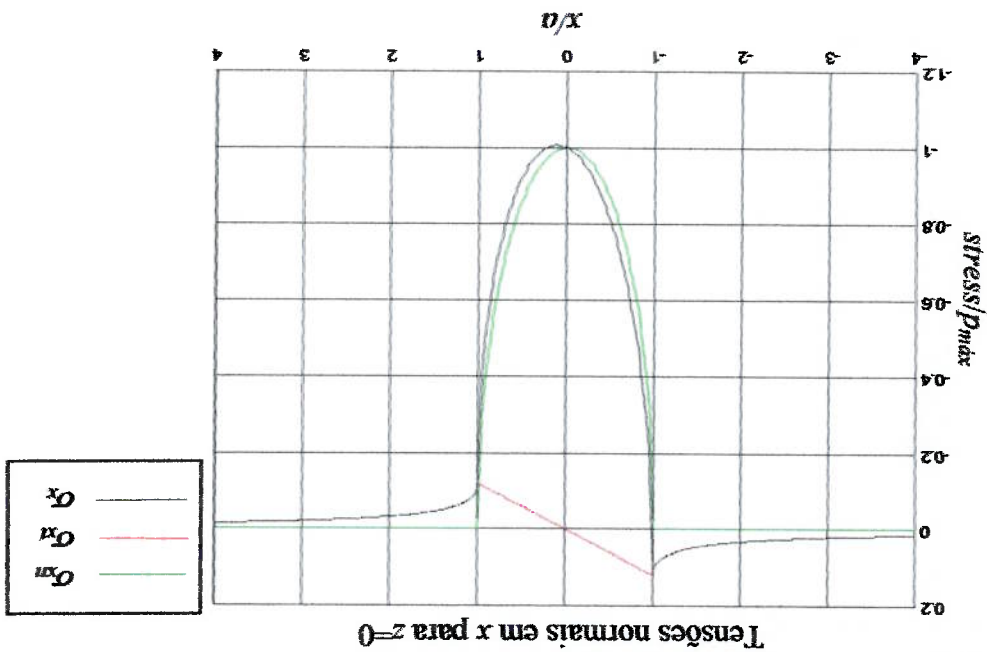


Figura 3.8. Gráfico das tensões normais na direção  $x$  ( $\sigma_x$ ) devido às forças normal e tangencial para  $z=0$  (superfície).

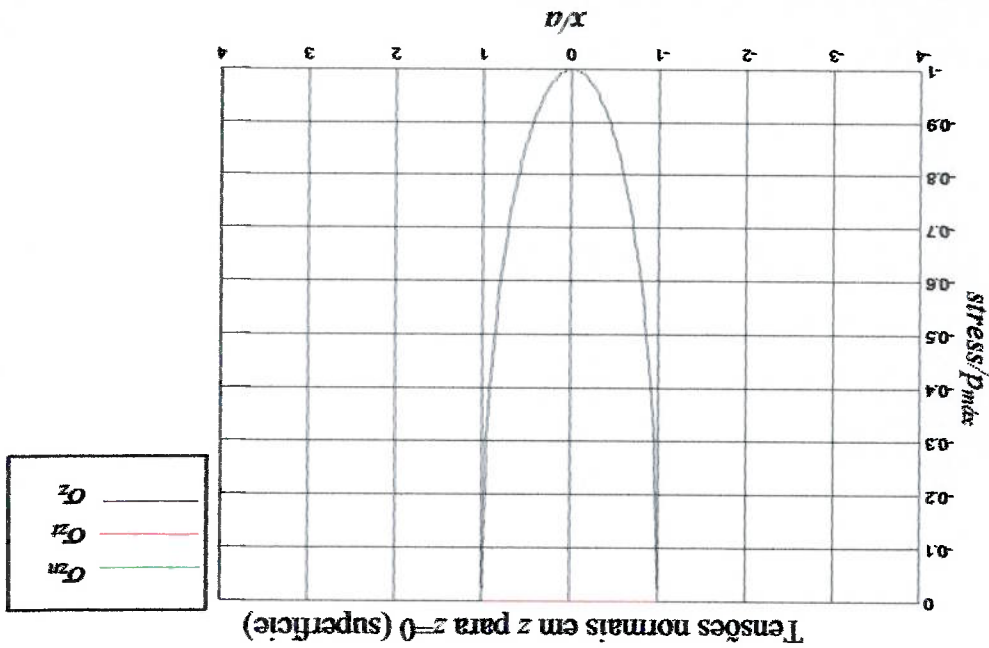


Figura 3.9. Gráfico das tensões normais na direção  $z$  ( $\sigma_z$ ) devido às forças normal e tangencial para  $z=0$  (superfície).

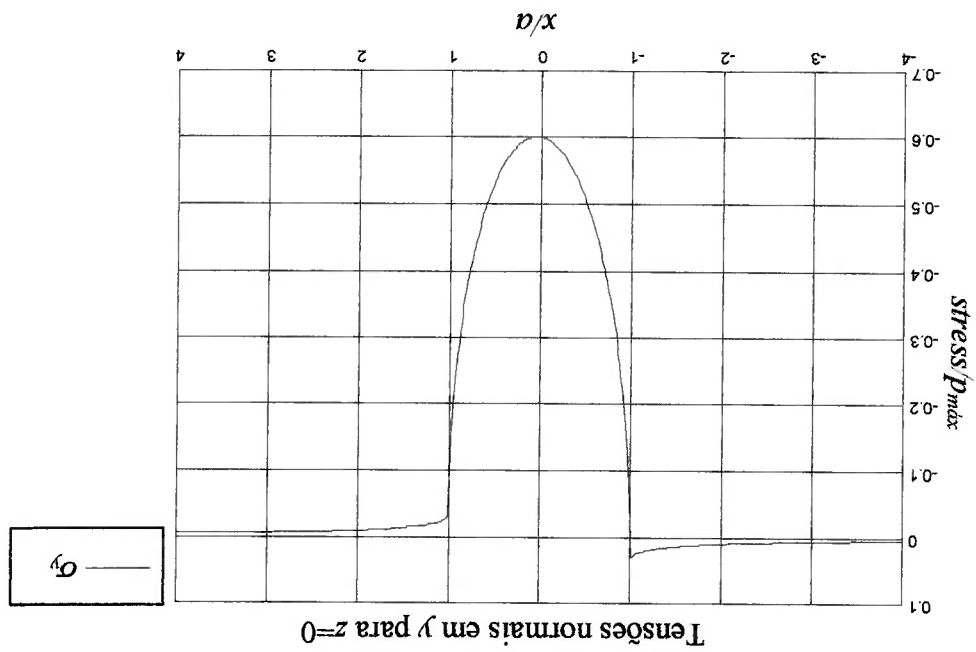


Figura 3.10. Gráfico das tensões normais na direção y ( $\sigma_y$ ) para  $z=0$  (superfície).

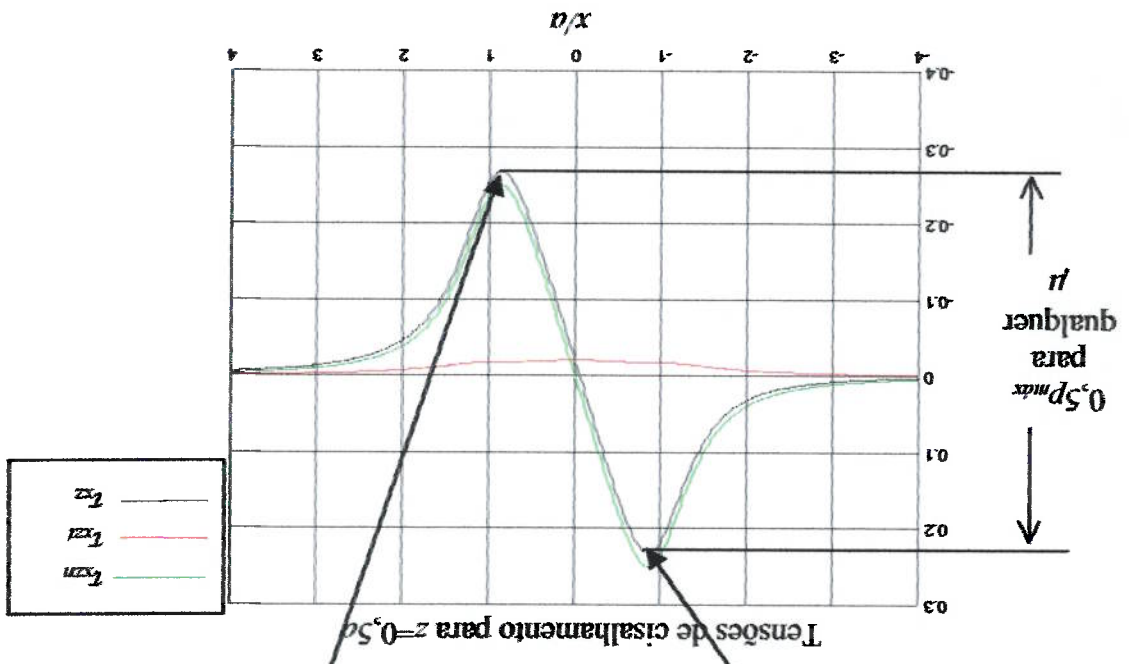
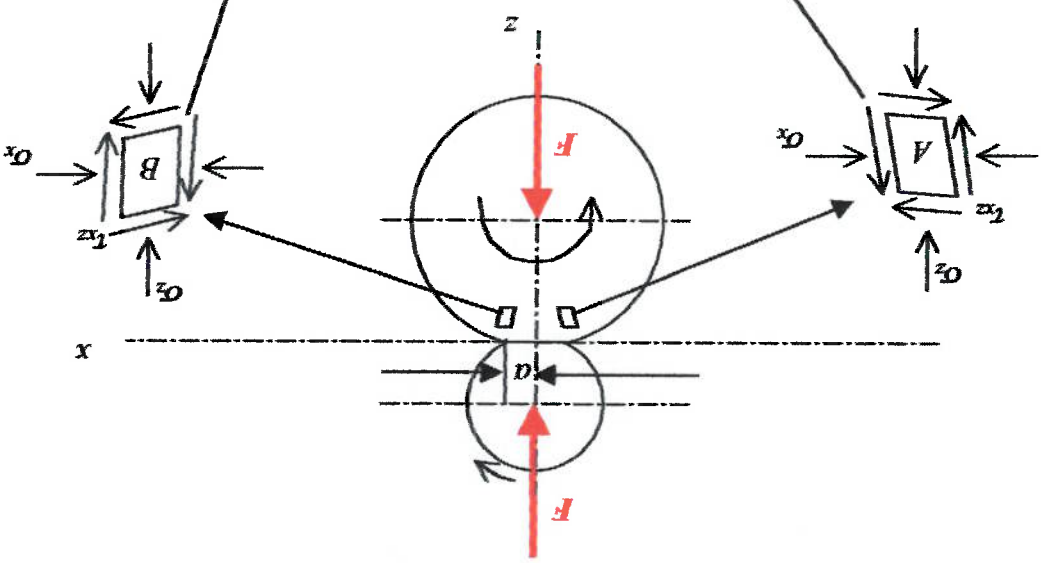


Figura 3.11. Gráfico das tensões de cisalhamento ( $\tau_{xz}$ ) devido às forças normal e tangencial para  $z=0,5a$ .

Abaixo da superfície, as tensões compressivas devido ao carregamento normal diminuem. Porém, a tensão de cisalhamento  $\tau_{xz}$  devido ao carregamento normal aumenta com a profundidade, tornando-se máxima na profundidade de  $z=0,5a$  (Figura 3.11). A faixa de valor a pico a pico da tensão de cisalhamento ( $\tau_{xz}$ ) é

maior que a faixa de valor a pico a pico da tensão de cisalhamento máxima ( $\tau_{13}$ ) e este é considerado por alguns estudiosos como o fator responsável pelas falhas que ocorrem abaixo da superfície.

Como visto, as tensões principais são dadas pelos autovalores da Matriz

Tensor das Tensões  $[T]$ :

$$[T] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1478,573 & 0 & -88,197 \\ 0 & -885,158 & 0 \\ -88,197 & 0 & -1469,953 \end{bmatrix} \text{ [MPa]}$$

Os autovalores são calculados através da seguinte expressão:

$$\det(T - \sigma \cdot I) = 0, \text{ onde } I \text{ é a matriz identidade.}$$

$$\begin{vmatrix} -1478,573 - \sigma & 0 & -88,197 \\ 0 & -885,158 - \sigma & 0 \\ -88,197 & 0 & -1469,953 - \sigma \end{vmatrix} = 0$$

Resolvendo-se a expressão acima, tem-se que:

$$\sigma_1 = -885,2 \text{ MPa}$$

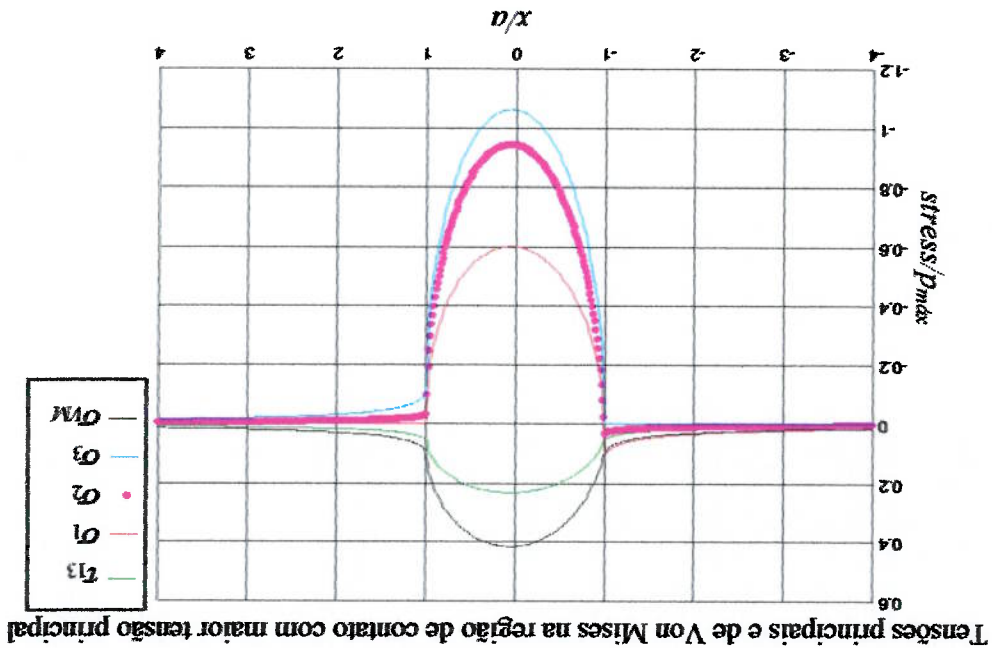
$$\sigma_2 = -1386,9 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = -1563,6 \text{ MPa}$$

Assim, a tensão máxima de cisalhamento na superfície é dada por:

$$\tau_{13} = \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2} \Leftrightarrow \tau_{13} = 339,15 \text{ MPa}$$

A distribuição de tensões principais, de Von Mises e de cisalhamento da região com maior tensão principal são apresentadas no gráfico da Figura 3.12.



Para se estimar o número de ciclos à fadiga de contato, calcula-se o fator de carregamento ( $k$ ), dado pela expressão (2-28), como se segue:

$$k = \pi(m_1 + m_2) \sigma_{prnc\_max}^2 = \pi(2 \cdot 4,396 \cdot 10^{-12})(1563,6)^2 = 67,528 \text{ MPa}$$

Como os fatores de resistência obtidos por MORRISON (1968) foram obtidos para o fator de carregamento em psi (Tabela 2.3), deve-se converter o valor de  $k$  calculado anteriormente em MPa para psi.

$$k = 1,45037 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Pa}}{\text{psi}} \cdot 67,528 \cdot 10^6 \text{ Pa} \Rightarrow k = 9794,17 \text{ psi}$$

Como a Tabela 2.3 não apresenta o material do sol do projeto (aço 8620 cementado com dureza de 60 HRC), foi utilizado, para efeito de cálculos, o material com características mais próximas nas condições de rolagem e escorregamento, ou seja, material 1 com  $\lambda = 13,20$  e  $\zeta = 61,06$ .

A partir da expressão (2-29), calcula-se o número de ciclos estimado até a falha por fadiga ocorrer. Assim, tem-se:

Como a cada volta de saída do redutor, um determinado ponto do sol é submetido a 3 solicitações devido aos planetas (ver Figura 3.13), a vida estimada do redutor será de  $N/3 \approx 8,0 \cdot 10^7$  rotações para uma força normal requerida de aperto de 3703,70 N.

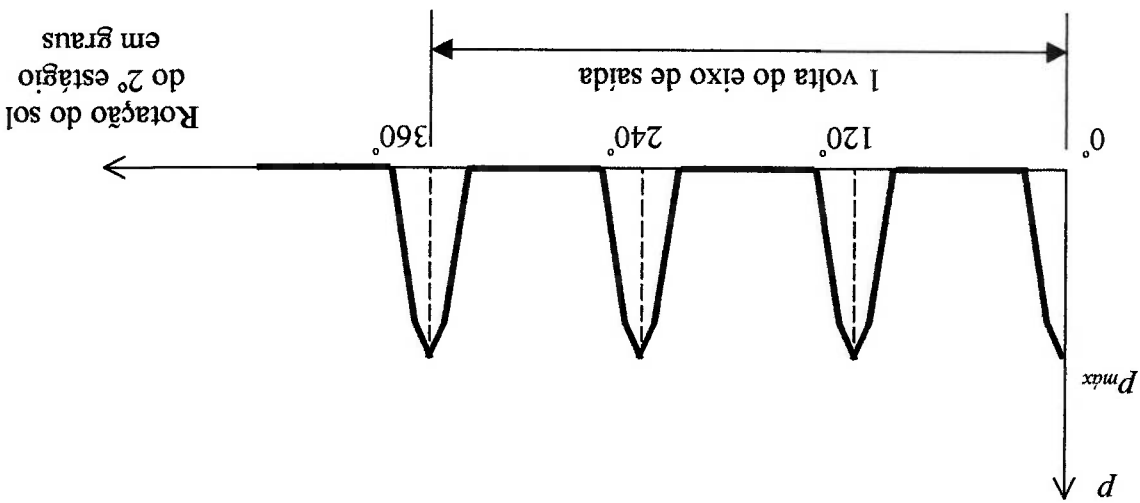


Figura 3.13. Solicitações no sol do segundo estágio do redutor.

b) Esforços solicitantes e vida útil do redutor, supondo que existe somente rolagem pura entre o sol e os planetas.

Alguns dos resultados dos cálculos realizados anteriormente para o caso (a), ou seja, combinação dos efeitos de rolagem e escorregamento, podem ser reutilizados para os cálculos para o caso de somente rolagem entre os corpos cilíndricos em contato. Os valores reutilizados são os seguintes:

$$F_{pn2} = 3703,70 \text{ N}$$

$$m_1 = m_2 = 4,396 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$$

$$B = 128,571 \text{ m}^{-1}$$

$$a = 1,007 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$P_{max} = 1472,607 \text{ MPa}$$

As máximas tensões normais de contato (que também são as tensões principais) para rolagem pura entre os corpos cilíndricos são dadas pelas expressões

(2-9)

$$\sigma_x = \sigma_z = -p_{max} = -1472,607 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = -2\nu p_{max} = -883,564 \text{ MPa}$$

Logo, as tensões principais são dadas por:

$$\sigma_1 = -883,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = -1472,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = -1472,6 \text{ MPa}$$

A máxima tensão de cisalhamento principal ocorre no centro de contato ( $x = 0$ ), a uma profundidade  $z$  igual a  $0,786a$ . O valor desta tensão é dada pela expressão (2-10), que resulta em:

$$\tau_{13} = 0,304p_{max} = 447,7 \text{ MPa}$$

Calculando-se o fator de carregamento  $k$ , segundo a expressão (2-28), tem-se:

$$k = \pi(m_1 + m_2)\sigma_{2 \text{ princ\_max}}^2 = \pi(2 \cdot 4,396 \cdot 10^{-12})(1472,6)^2 = 59,897 \text{ MPa}$$

A distribuição de tensões principais, de Von Mises e de cisalhamento na região submetida à maior tensão principal são apresentadas na gráfico da Figura 3.14. Observa-se que, para o caso de rolagem pura, desprezam-se os efeitos da força tangencial.

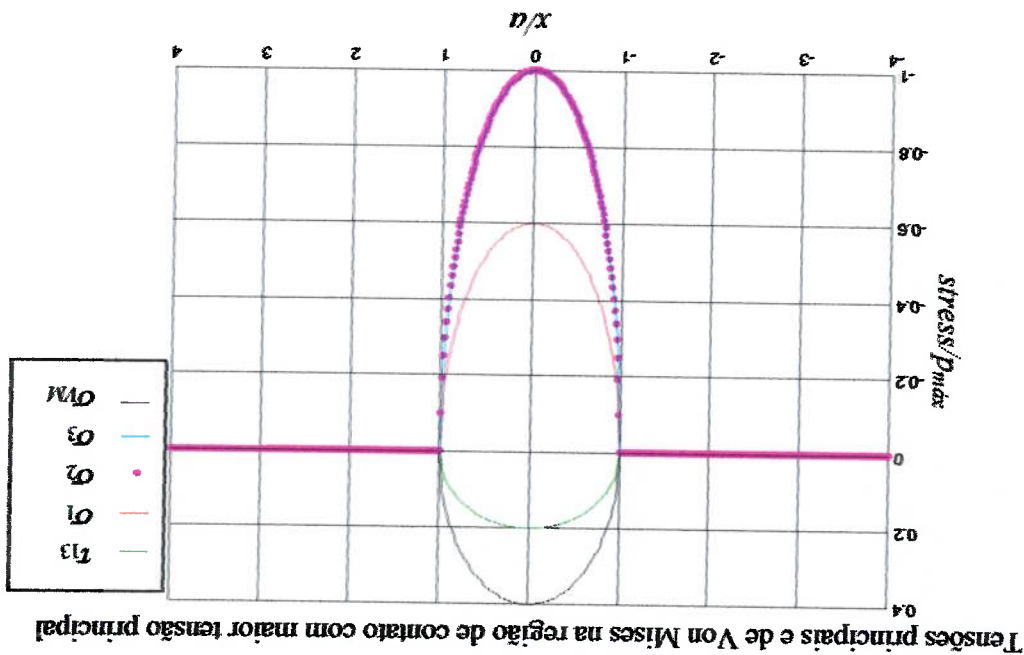


Figura 3.14. Gráfico da distribuição de tensões principais, de Von Mises e de cisalhamento da região com maior tensão principal.

Novamente, como os fatores de resistência obtidos por MORRISON (1968) foram para o fator de carregamento em psi, deve-se converter o valor de  $k$  calculado anteriormente em MPa para psi, ou seja:

$$k = 1,45037 \cdot 10^4 \frac{\text{Pa}}{\text{psi}} \cdot 59,897 \cdot 10^6 \text{ Pa} \Rightarrow k = 8687,3 \text{ psi}$$

Assim, como no caso (a), na medida em que a Tabela 2.3 não apresenta o material do sol (aço 8620 cementado com dureza de 60 HRC), foi utilizado, para efeito de cálculos, o material com características mais próximas nas condições de rolagem pura, ou seja, material 1 com  $\lambda = 7,39$  e  $\zeta = 38,33$ .

Utilizando-se a expressão (2-29), calcula-se o número de ciclos estimado até a falha por fadiga ocorrer, resultando em:

$$\log_{10} k = \frac{\zeta - \log_{10} N}{\lambda} \Rightarrow \zeta - \log_{10} N = \lambda \log_{10} k \Rightarrow \log_{10} N = \zeta - \lambda \log_{10} k \Rightarrow N = 10^{(\zeta - \lambda \log_{10} k)} \Rightarrow N = 10^{(38,33 - 7,39 \log_{10} 8687,3)} \Rightarrow N = 1,66 \cdot 10^9 \text{ ciclos}$$

Como a cada volta do eixo de saída, um determinado ponto é submetido a 3 solicitações devido aos planetas (Figura 3.12), a vida estimada do redutor será de  $N/3 \approx 5,6 \cdot 10^8$  rotações de saída para uma força normal de aperto requerida de



3703,70 N, desde que não haja escorregamento entre os corpos cilíndricos em contato.

**c) Vida útil estimada do redutor para vários torques de saída.**

A Tabela 3.3 apresenta as vidas estimadas do sol do redutor para diversos torques de saída requeridos. As seguintes condições de operação no contato entre o sol e os planetas são consideradas: com rolagem e 9% de escorregamento e com rolagem pura. Os resultados calculados foram obtidos pelo programa contact desenvolvido nesta dissertação. Os resultados apresentados nesta tabela são calculados de forma similar aos realizados nos itens (a) e (b) desta seção.

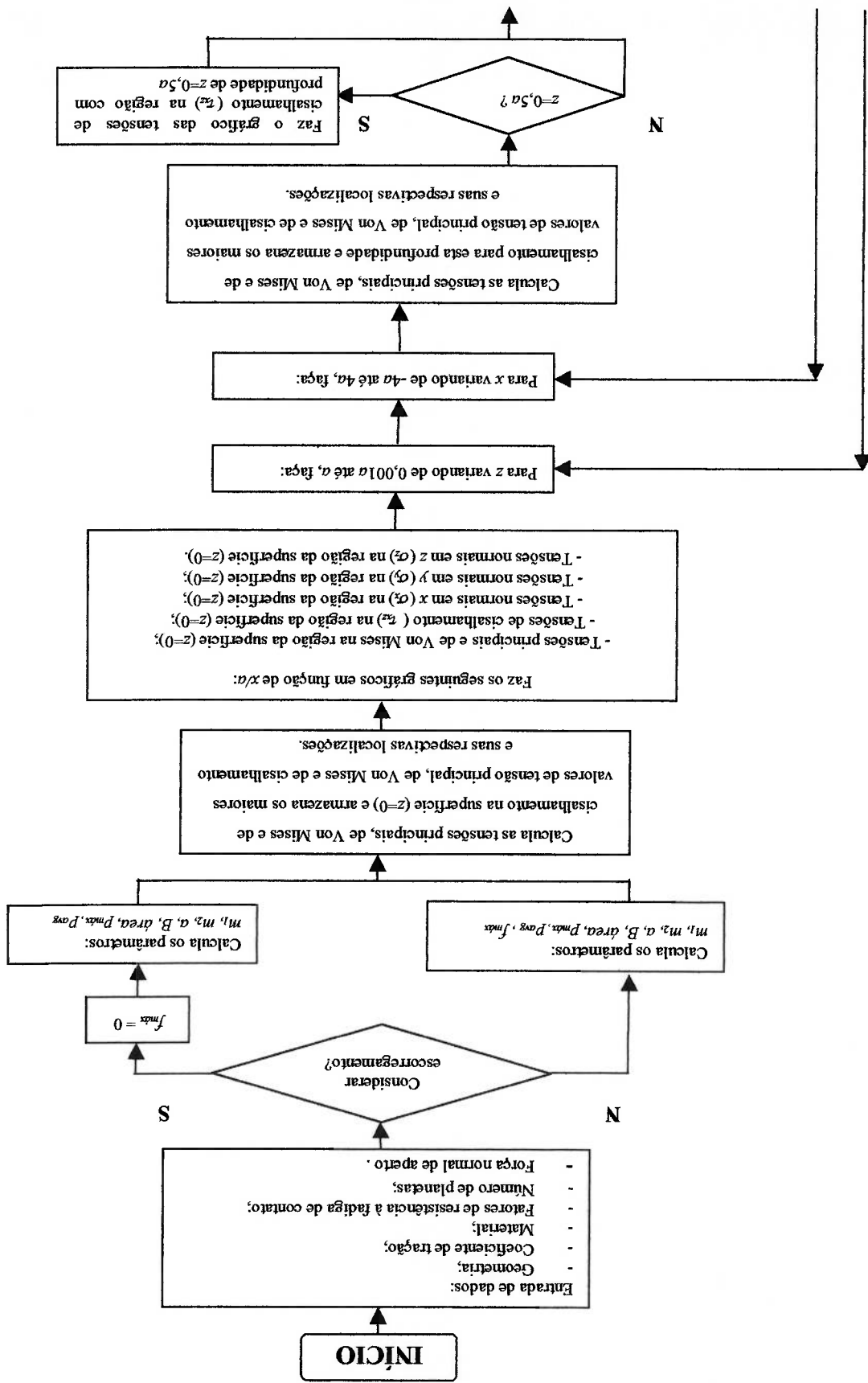
**Tabela 3.3.** Vida útil estimada do redutor em função de alguns torques requeridos de saída.

| Torque requerido | Força normal de aperto necessária no 2º estágio ( $F_{pn2}$ (N)) | Pressão máxima de contato ( $P_{max}$ (MPa)) | Rolagem pura                               |  | escorregamento e 9% de |
|------------------|--|--|--|--|------------------------|
|                  |  |  | Máxima Tensão estimada em número de ciclos | Máxima Tensão estimada em número de ciclos |                        |
| 25               | 3086,42  | 1344,3                                       | 1344,3                                     | $2,1 \cdot 10^9$                           | $8,9 \cdot 10^8$       |
| 30               | 3703,70  | 1472,6                                       | 1472,6                                     | $5,6 \cdot 10^8$                           | $8,0 \cdot 10^7$       |
| 35               | 4320,99  | 1590,4                                       | 1590,4                                     | $1,8 \cdot 10^8$                           | $1,0 \cdot 10^7$       |
| 40               | 4938,27  | 1700,4                                       | 1700,4                                     | $6,6 \cdot 10^7$                           | $1,8 \cdot 10^6$       |
| 45               | 5555,56  | 1803,5                                       | 1803,5                                     | $2,8 \cdot 10^7$                           | $3,8 \cdot 10^5$       |
| 50               | 6172,84  | 1901,0                                       | 1901,0                                     | $1,3 \cdot 10^7$                           | $9,4 \cdot 10^4$       |

Os cálculos apresentados de vida útil do redutor consideram o contato como sendo metal-metal. Na verdade, a vida útil do redutor será superior aos apresentados nos cálculos realizados. Para uma melhor estimativa da vida útil do redutor deste projeto seria necessário a obtenção dos valores de testes (fator de carga [ $k$ ], resistência à fadiga ( $S_c$ ) e fatores de resistência  $\lambda$  e  $\zeta$ ) para o contato entre o material do sol e o material dos planetas, ambos imersos no fluido SANTOTRAC.

### **3.6. Programa para cálculo das tensões de contato**

A Figura 3.15 apresenta o diagrama de blocos do programa desenvolvido para o cálculo das tensões de contato entre corpos cilíndricos. O código-fonte deste programa está no Anexo C.



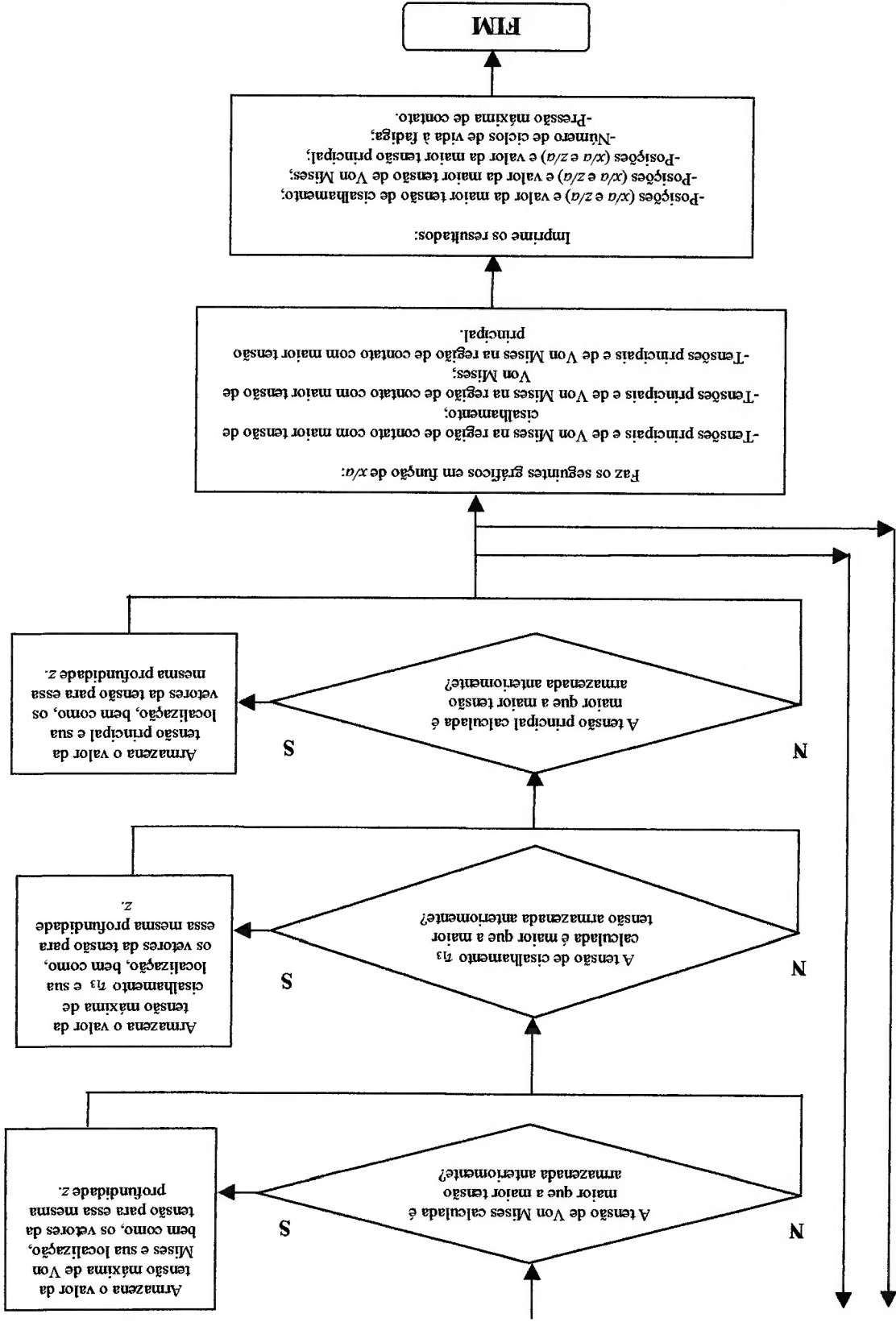


Figura 3.15. Diagrama de blocos do programa que calcula as tensões de contato entre corpos cilíndricos.

## CAPÍTULO 4 - CALIBRAÇÃO DA FORÇA DE APERTO

### 4.1. Introdução

Para o projeto do redutor planetário a tração realizou-se a medição da força de contato entre o sol e os planetas. Essa força de contato é regulada pelo anel de aperto que está fixo à carcaça e ao redor do anel externo. A medição dessa força de contato é necessária, pois o torque requerido de saída exige uma força de aperto adequada para que não haja escorregamento entre o sol e os planetas para torques inferiores ao torque máximo de projeto. Também é importante medir essa força de contato, pois esta gera tensões na região de contato o que pode comprometer o funcionamento, bem como, a vida útil do redutor. Pretendeu-se ajustar a força de aperto, de modo que o redutor fosse capaz de fornecer um torque de saída de 30 Nm.

As Figuras 4.1 e 4.2 mostram o esquema do sistema de aperto entre o sol e os planetas. Lembra-se que o sistema de aperto é igual para os dois estágios.

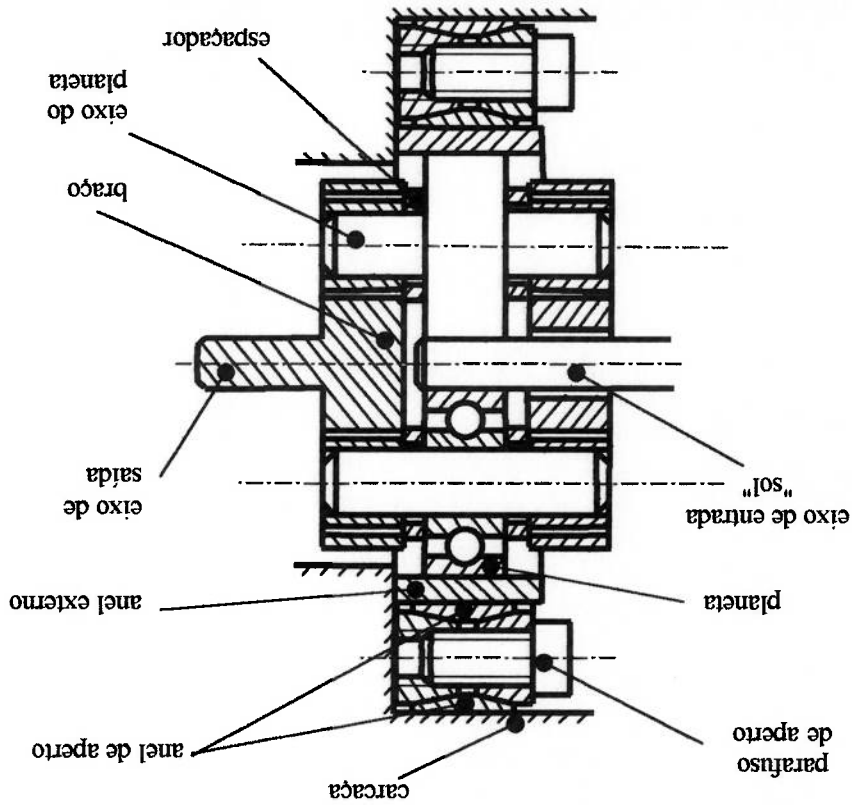


Figura 4.1. Esquema em corte do sistema de aperto do redutor planetário a tração.

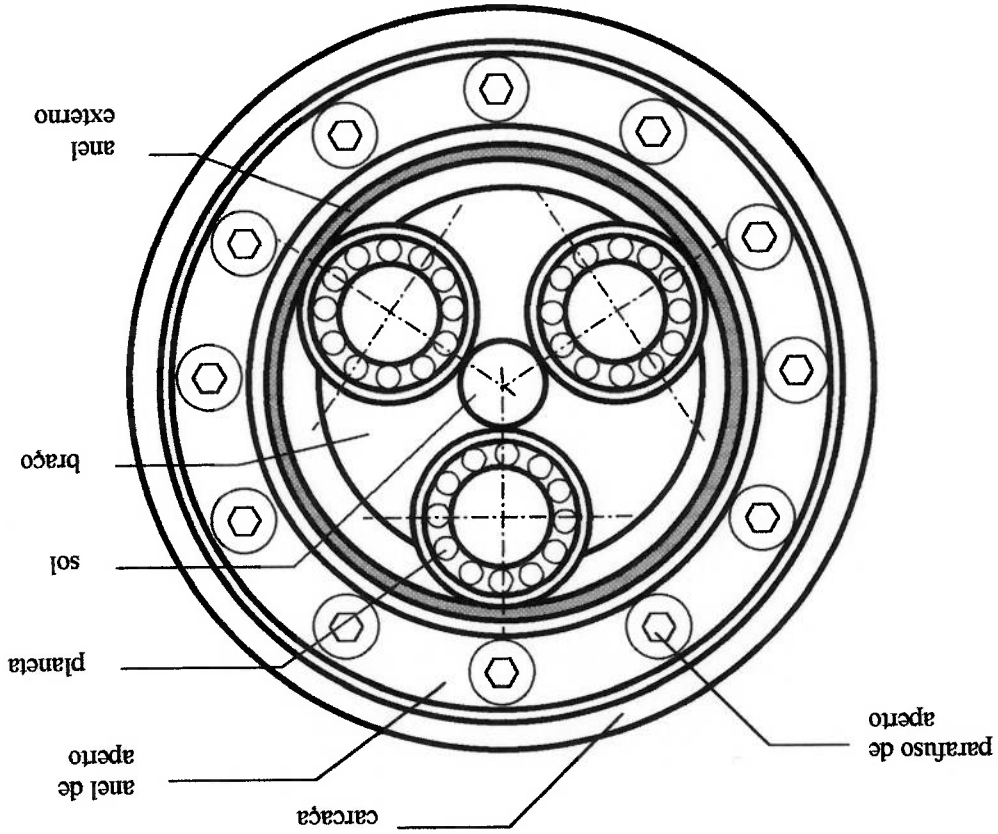


Figura 4.2. Vista frontal esquemática do redutor planetário.

Para se determinar a pressão exercida pelo anel de aperto sobre o anel externo, necessitaria para um determinado torque de saída, decidiu-se medir a força de contato entre o sol e os planetas com o auxílio de extensômetros elétricos. A Figura 4.3 mostra o esquema da pressão exercida pelo anel de aperto sobre o anel externo.

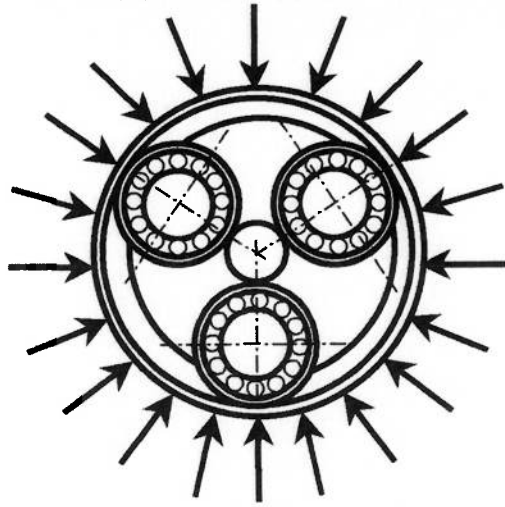


Figura 4.3. Esquema da pressão exercida pelo anel de aperto sobre o anel externo.

#### 4.2. Calibração da força de aperto sobre o rolo de leva (planeta)

Para calibrar a força de contato entre o sol e os planetas, realizou-se um ensaio de compressão no rolo de leva do planeta e tomou-se dados das deformações correspondentes às determinadas forças aplicadas. Para a medição da deformação foram utilizados dois extensômetros posicionados no rolo de leva, conforme mostra a Figura 4.4.

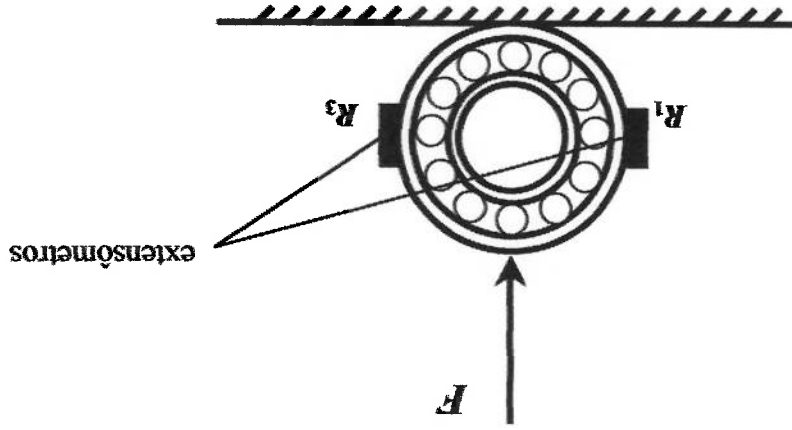


Figura 4.4. Posicionamento dos extensômetros com resistências elétricas  $R_1$  e  $R_3$

sobre o planeta para medição da força de aperto.

O ensaio de compressão foi realizado numa prensa hidráulica manual e a aquisição de dados dos extensômetros foi realizada a partir da leitura da saída da ponte de Wheatstone. O esquema da montagem do aparato experimental utilizada neste ensaio está representado na Figura 4.5.

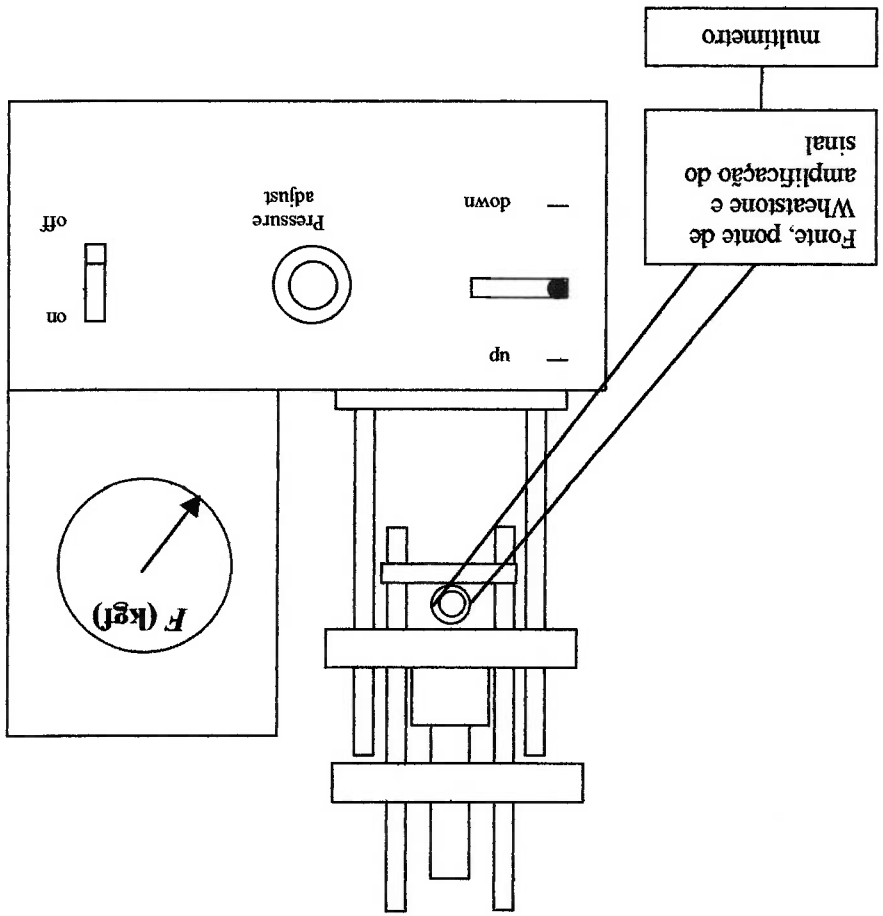


Figura 4.5. Esquema das ligações montadas para o experimento.

Ligou-se os terminais dos dois extensômetros ( $R_1$  e  $R_3$ ) em meia-ponte de Wheatstone, conforme a Figura 4.6. A tensão de saída (de leitura) da ponte foi amplificada e ligada a um multímetro digital. Foram utilizados dois extensômetros com as seguintes características:  $R=120\pm 0,3\% \Omega$  e Gage-factor ( $GF$ ) à temperatura de  $24^\circ C = 2,15$ .

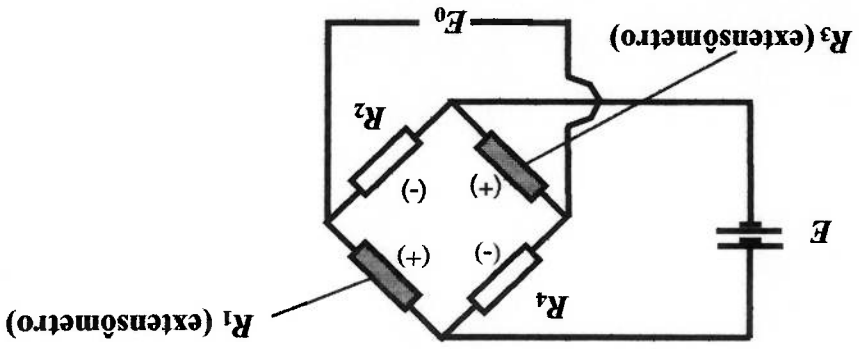


Figura 4.6. Esquema da disposição dos extensômetros na ponte de Wheatstone.



O circuito eletrônico com a regulação da tensão de alimentação e com a amplificação da saída da ponte de Wheatstone está representado na Figura 4.7.

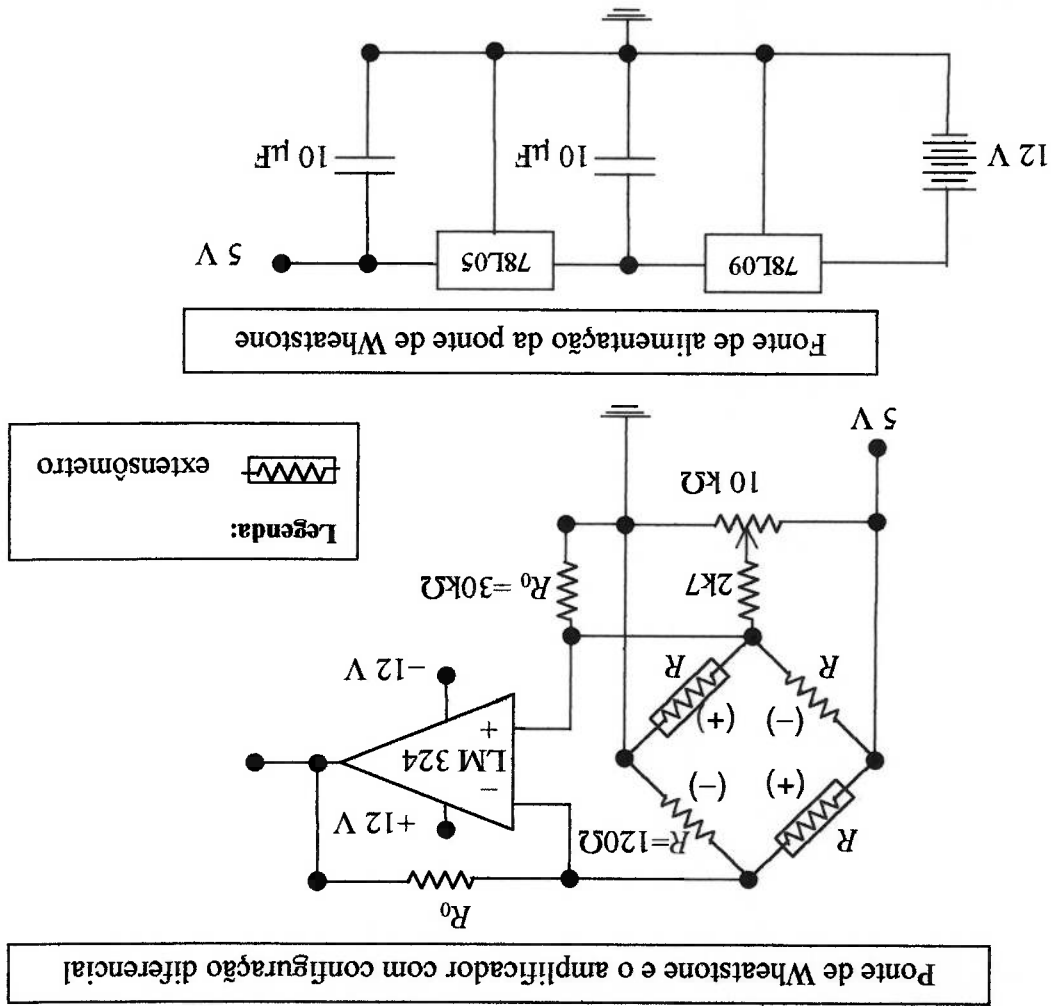


Figura 4.7. Esquema do circuito com fonte de alimentação, ponte de Wheatstone e amplificação para calibração da força de aperto.

Ao circuito eletrônico foi adicionado um "trimpot" (potenciômetro) para garantir o balanceamento da ponte de Wheatstone, ou seja, para manter a condigão em que a tensão de leitura da ponte de saída da ponte de leitura da tensão de saída da ponte de Wheatstone, fez-se o cálculo da leitura da tensão de saída da ponte de Wheatstone para a deformação máxima do anel externo do rolo de leva

Com a finalidade de se estipular o valor de amplificação necessária para uma boa leitura da ponte de Wheatstone, fez-se o cálculo da leitura da tensão de saída da ponte de Wheatstone para a deformação máxima do anel externo do rolo de leva

(planeta) em relação a uma determinada carga limite (ver seção 4.3). Assim, adotou-se uma amplificação com ganho de  $G=500$  a fim de que as leituras medidas no multímetro fossem da ordem de décimos e unidades de Volts.

A resistência do ganho ( $R_0$ ), para o amplificador operacional na configuração diferencial, ligado na ponte com extensômetros, é dada por:

$$R_0 = G \cdot \frac{R}{2} = 30 \text{ k}\Omega.$$

É importante ressaltar que é necessário a utilização de dois resistores  $R_0$  absolutamente iguais para garantir a rejeição de ruído no modo comum. Foram selecionados dois resistores de precisão idênticos obtidos através da medição da resistência de diversos resistores.

No início do ensaio de compressão do rolo de leva, realizou-se o balanceamento da ponte de Wheatstone através do "trimpot". Após isto, iniciou-se a aplicação gradativa de cargas conhecidas sobre o rolo de leva. A leitura de cada medição, para cada carga aplicada, foi feita após a estabilização do sinal lido no multímetro. Fez-se duas medições, para cada condição de carga, com a finalidade de se verificar a ocorrência de repetibilidade dos resultados. As duas medições apresentaram resultados muito próximos.

Com este procedimento, obteve-se relações entre as forças aplicadas nos rolos de leva (planetas) e as leituras de tensão correspondentes às deformações dos planetas na ponte de Wheatstone. Os resultados deste ensaio estão apresentadas na Tabela 4.1 e na Figura 4.8.

Tabela 4.1. Calibração da força de aperto no rolo de leva (planeta).

| Leitura de saída da ponte de Wheatstone, correspondente a deformação no rolo de leva $E_0$ (Volts) | Força (N) |
|--|-----------|
| 0  | 0         |
| 0,22   | 500       |
| 0,41   | 1000      |
| 0,52   | 1500      |
| 0,66   | 2000      |
| 0,81   | 2500      |
| 0,93   | 3000      |
| 1,08   | 3500      |
| 1,21   | 4000      |
| 1,42   | 4500      |
| 1,62   | 5000      |

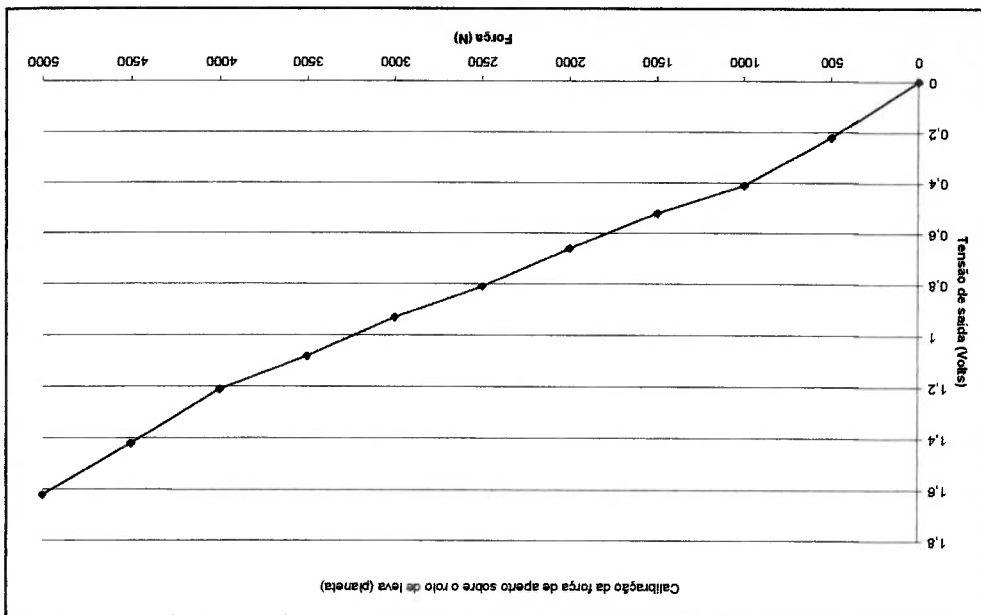


Figura 4.8. Gráfico da calibração da força de aperto sobre o rolo de leva (planeta).

### 4.3. Estimativa da deformação máxima admissível do anel externo do rolo de leva

Para se obter uma estimativa das deformações que devem ser medidas experimentalmente nos planetas, com a finalidade de verificação dos resultados experimentais, analisou-se as deformações de um anel submetido a uma força de compressão, conforme mostra a Figura 4.9. Obviamente, os resultados desta análise teórica serão diferentes dos resultados experimentais, pois os rolos de leva (planetas) tem componentes internos que contribuem para o aumento da resistência do anel externo à uma força de compressão.

Quando um anel é submetido a um esforço de compressão, surgem deformações de tração nas superfícies externa e deformações de compressão nas superfícies internas do anel. Estas tensões atingem um valor máximo em posições à 90° do ponto de aplicação da força.

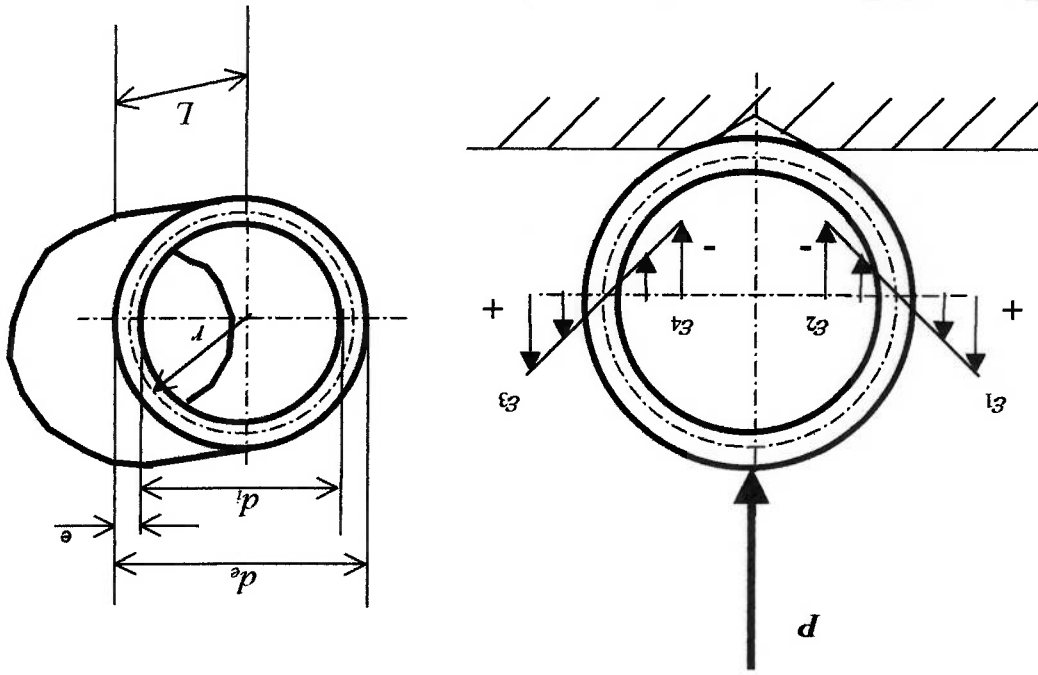


Figura 4.9. Esquema das deformações do anel quando submetido à uma carga central de compressão.

Os valores das deformações, segundo a Teoria da Elasticidade, são dadas por:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = -\frac{3Pr}{2} \left(1 - \frac{\pi}{2}\right); \quad (4-1)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_4 = +\frac{3Pr}{2} \left(1 - \frac{\pi}{2}\right); \quad (4-2)$$

onde  $r$  é o raio médio do anel,  $E$  é o módulo de Elasticidade do material do anel,  $P$  é a carga aplicada sobre o anel,  $L$  é a largura do anel,  $e$  é a espessura do anel e  $\varepsilon_i$  representa as deformações externas e internas do anel, conforme apresenta a Figura 4.9.

Sabe-se que para uma ponte de Wheatstone, conforme a disposição da Figura 4.6, vale a seguinte expressão:

$$E_0 = \frac{E_p}{4} GF (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4), \quad (4-3)$$

onde  $E_0$  é o valor da leitura da saída da ponte de Wheatstone,  $E_p$  é o valor da alimentação da ponte de Wheatstone,  $GF$  é o gage-factor dos extensômetros e  $\varepsilon_i$  são os valores lidos pelos 4 extensômetros, se a ponte da Figura 5.6 fosse completa, ou seja, composta por 4 extensômetros ao invés de 2.

As dimensões dos rolos de leva, utilizados como planetas, são as seguintes: diâmetro externo do anel externo ( $d_e$ ), 35 mm; diâmetro interno do anel externo ( $d_i$ ), 27,7 mm e largura ( $L$ ), 15,9 mm. Assim, para o anel externo, tem-se que:

$$r = \frac{d_e + d_i}{4} = 15,675 \text{ mm};$$

$$e = \frac{d_e - d_i}{2} = 3,65 \text{ mm}.$$

Sabendo-se que o rolo de leva, modelo SKF 305801 C-2Z, tem capacidade de carga estática de 5200 N, estipulou-se, para o teste, uma carga máxima de compressão ( $P^{max}$ ) de 5000 N. Assim, pela expressão (4-1), tem-se o valor da deformação máxima de tração nos dois locais onde os extensômetros foram colados, ou seja:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \frac{-3P_{máx}r}{2} \left( 1 - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{-3(-5000)(15,675 \cdot 10^{-3})}{2} \left( 1 - \frac{\pi}{2} \right) \Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1,921 \cdot 10^{-3}$$

A leitura da saída da ponte de Wheatstone, sabendo-se que os valores medidos para  $\varepsilon_2$  e  $\varepsilon_4$  são iguais a zero, pois não há extensômetros colados na região interna do anel, é dada pela expressão (4-3), assim:

$$E_0 = \frac{E_F}{4} GF(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \frac{4}{5} 2,15(2 \cdot 1,921 \cdot 10^{-3}) = 0,0103 \text{ V}$$

Logo, aplicando-se uma força de 5000 N sobre o anel externo do rolo de leva, a deformação correspondente lida na ponte de Wheatstone será de 10,3 mV, que com o ganho  $G=500$  do circuito amplificador utilizado experimentalmente, corresponde a um valor de leitura de 5,15 V.

Observa-se uma grande diferença entre o valor obtido experimentalmente (1,62 V) e o valor obtido teoricamente (5,15 V). Isto se deve ao fato de que o valor calculado pela teoria para um anel, não leva em consideração a resistência de compressão dos componentes internos do rolo de leva (estêras e anel interno), bem como, do seu eixo de fixação. Portanto, era de se esperar que a deformação obtida experimentalmente fosse menor que a calculada pela teoria que considera apenas a deformação de um anel externo. Considerar os componentes internos do rolo de leva para calcular teoricamente a deformação do anel externo seria complicado e completamente desnecessário.

#### 4.4. Calibração da força de aperto sobre a carga

A calibração da força de aperto sobre a carga é necessária, pois permite a aferição da força de aperto pela parte externa do redutor. A medição da força de aperto sobre os rolos de leva não permitiria a posterior retirada dos extensômetros do rolo de leva, no momento em que o redutor seria testado.

Para calibração da força de aperto sobre a carga o 2º estágio do redutor foi montado com um dos rolos de leva (planetas) instrumentado com extensômetros, da forma descrita na seção 4.2. Aplicando-se uma força de aperto sobre o anel externo (através da regulação pelos parafusos de aperto), esta força é transmitida para a

carrega do redutor, causando uma deformação da mesma. Assim, colocando-se extensômetros na carga (ver Figura 4.10) pode-se medir a deformação da mesma e estabelecer uma relação entre a força aplicada e a deformação na carga. Lembra-se que a força de aperto é conhecida através da deformação do planeta instrumentado e os resultados apresentados na Tabela 4.1 e Figura 4.8. Este procedimento de se estabelecer a relação entre a força de aperto e a deformação na carga tem como objetivo medir a força de contato pelo lado externo do redutor, sem a necessidade de se medir a força de contato, através da leitura dos extensômetros ligados ao planeta no interior do redutor.

Utilizou-se dois extensômetros ligados na mesma configuração de meia-ponte utilizada para a calibração da força de aperto sobre o rolo de leva (Figura 4.6), com a saída amplificada através de um ganho de  $G=500$ .

Este procedimento foi realizado para diversas condições, de modo a se levantar a Tabela 4.2 de calibração da força de aperto através da deformação da carga. Com esta Tabela é possível impor uma determinada força de aperto desejada com o auxílio da regulagem pelos parafusos do anel de aperto.

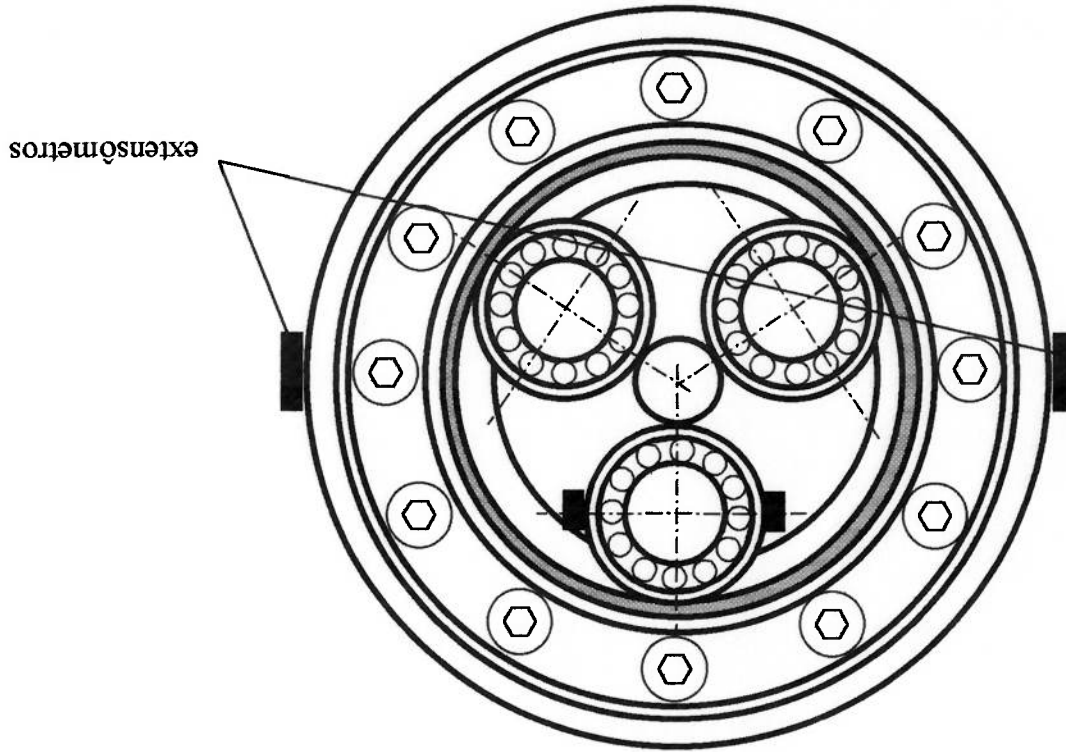


Figura 4.10. Posicionamento dos extensômetros sobre a parte externa da carga do redutor planetário.

Tabela 4.2. Valores de calibração da força de aperto sobre a carga.

| Leitura de saída da ponte de Wheatstone, correspondente à deformação da carga $E_0$ (V) | Leitura de saída da ponte de Wheatstone, correspondente à deformação do rolo de leva (planeta) $E_0$ (V) | Força normal de aperto necessária no segundo estágio do redutor $F_{m2}$ (N) | Torque requerido de saída do redutor $T_s$ (N·m) |
|---|--|--|--|
| 1,71  | 0,62   | 1851,85  | 15   |
| 2,33  | 0,80   | 2469,13  | 20   |
| 2,82  | 0,96   | 3086,42  | 25   |
| 3,28  | 1,13   | 3703,70  | 30   |
| 3,64  | 1,34   | 4320,99  | 35   |
| 3,99  | 1,60   | 4938,27  | 40   |



## CAPÍTULO 5 - TESTES DO REDUTOR E RESULTADOS

### 5.1. Introdução

São realizados testes com o redutor para se determinar experimentalmente suas características importantes para a avaliação do seu desempenho. Os testes realizados são os seguintes:

- Determinação do erro de transmissão angular e da flutuação de velocidade angular;
- Determinação da folga e da rigidez torsional.

Os testes são realizados em uma bancada experimental, mostrada esquematicamente na Figura 5.1. Nesta bancada, o redutor planetário e o motor elétrico de acionamento estão fixos em uma base rígida. A transmissão entre o motor elétrico e o redutor é feita por uma correia lisa apoiada sobre dois eixos com polias. Esse tipo de transmissão foi escolhido por dois motivos:

- minimização do efeito da vibração do motor elétrico sobre o redutor;
- ligação direta do motor elétrico diretamente no redutor, além de propagar a vibração do motor elétrico para o redutor, também não permite a instalação do encoder sobre o eixo de entrada do redutor, impossibilitando assim, os testes referentes à flutuação de velocidade e à relação de transmissão.

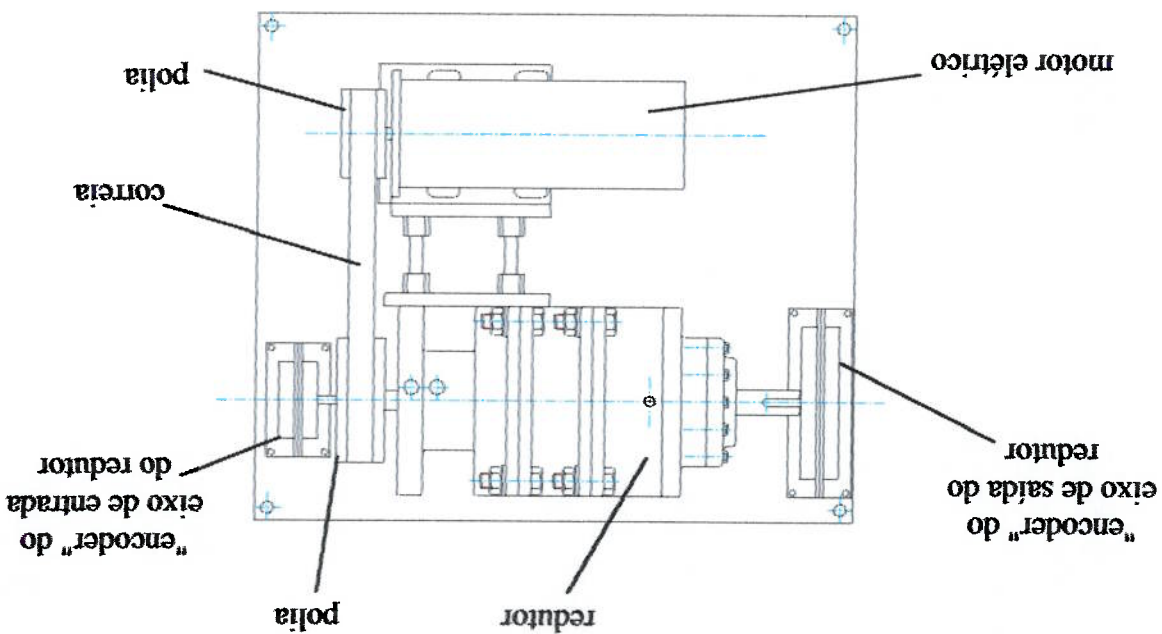


Figura 5.1. Esquema da bancada de testes experimentais do redutor.

A polia ligada ao eixo de entrada do redutor planetário é fabricada com furos para fixação desta na carga para se possibilitar os testes do redutor que exigem o travamento do eixo de entrada do mesmo.

A determinação do torque máximo de saída do redutor é importante, pois este depende da força normal de aperto dos planetas com relação ao sol e, portanto, esta diretamente relacionada com a vida útil do redutor.

No catálogo de redutores a tração da MITSUBISHI(19) é apresentado um conjunto de testes que demonstram que o redutor desenvolvido por esta empresa apresenta excelentes resultados quando comparado com redutores convencionais de precisão. Este mesmo conjunto de testes também é realizado sobre o redutor a tração desenvolvido neste trabalho a fim de se verificar em qual classe de redutores de precisão este se enquadra.

Para se verificar o desempenho completo do redutor faltaria medir experimentalmente o rendimento do mesmo, mas devido à grande dificuldade de realização desta medida, isto não é realizado. Contudo, espera-se que o redutor a

tração projetado apresenta um rendimento acima de 90%, que é o rendimento dos redutores a tração apresentado nas literaturas MITSUBISHI(19) e KRAUS(1992).

### 5.2. Determinação do erro de transmissão angular e da flutuação de velocidade angular

A Tabela 5.1 mostra a classificação dos redutores, extraída de MITSUBISHI(19), relativas à precisão. As características que servirão como parâmetros de comparação são as seguintes: erro de posição angular, taxa de flutuação de velocidade e folga.

Tabela 5.1. Classificação dos redutores de velocidade angular.

| Característica   | Ultra-precisão   | Precisão                 | Normal           |
|--|------------------|--------------------------|------------------|
| Taxa de flutuação da velocidade angular ( $\delta$ ), em %     | $\delta < 0,2\%$ | $0,2\% < \delta < 3,0\%$ | $\delta > 3,0\%$ |
| Erro de transmissão angular ( $d\theta$ ), em segundos de arco | $d\theta < 50$   | $50 < d\theta < 100$     | $d\theta > 100$  |
| Folga ( $C\theta$ ), em minutos de arco                        | $C\theta < 2$    | $2 < C\theta < 10$       | $C\theta > 10$   |

O erro de posição angular ( $d\theta$ ) ocorre em qualquer sistema de transmissão de velocidade, como por exemplo, em pares de engrenagens ou em superfícies submetidas ao contato a tração, devido aos erros associados a usinagem. O erro de posição angular é dado pela seguinte expressão:

$$d\theta = \theta_2 - \frac{r}{\theta_1}, \quad (5-1)$$

onde  $\theta_1$  é a posição angular do eixo de entrada do redutor,  $\theta_2$  é a posição angular do eixo de saída do redutor e  $r$  é a relação de redução total fornecida pelo redutor.

Os erros de transmissão angular geram os erros relacionados à flutuação de velocidade angular do eixo de saída, que podem ser expressas pela seguinte equação:

$$\delta = \frac{\Delta\omega}{\omega} \cdot 100\% = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega} \cdot 100\%, \quad (5-2)$$

onde  $\delta$  é a taxa de flutuação da velocidade angular,  $\Delta\omega$  é a flutuação de velocidade angular do eixo de saída,  $\omega_2$  é a velocidade angular do eixo de saída do redutor e  $\omega_1$  é a velocidade angular do eixo de entrada do redutor.

Devido a inexistência de algum método padrão para medição do erro de transmissão angular e da taxa de flutuação da velocidade angular de redutores, foi adotado o método utilizado pela MITSUBISHI(19). Neste método, o redutor é acionado, através de correias lisas em baixa velocidade, por um motor elétrico C.C. O acionamento é realizado por correias a fim de se minimizar a transmissão de vibrações do motor ao redutor.

Para a medição do erro de transmissão angular  $d\theta$ , foram utilizados "encoders" óticos. Ao eixo de entrada do redutor foi acoplado um "encoder" ótico com resolução de 36 segundos de arco (900 traços por revolução) e ao eixo de saída do redutor foi acoplado outro "encoder" ótico com resolução de 18 segundos de arco (1800 traços por revolução que multiplicado por 4 geram 7200 pulsos por revolução).

A Figura 5.2 apresenta gráficos com resultados típicos das posições e das velocidades angulares de entrada e de saída do redutor, para rotação no sentido horário. A Figura 5.3 apresenta os gráficos das medições do erro de transmissão angular e da flutuação de velocidade para rotação do redutor no sentido horário. As Figuras 5.4 e 5.5 apresentam resultados típicos de um ensaio com rotação no sentido anti-horário.

Observa-se pelos gráficos das Figuras 5.2 e 5.4 que as posições angulares, tanto de entrada como de saída do redutor, apresentam um comportamento linear como é de se esperar em um ensaio com velocidade angular constante.

Observa-se também pelos gráficos das Figuras 5.2 e 5.4 que a resolução dos "encoders" utilizados não são suficientes para medição, com a precisão adequada, da velocidade angular e, consequentemente, da flutuação de velocidade de um redutor

de precisão. Isto pode ser verificado pela existência de pequenas oscilações com valores máximos e mínimos bem definidos, em torno de uma velocidade angular média. Estas pequenas oscilações de velocidades estão no limite da resolução do "encoder". Assim, as medidas de velocidade angular apresentam erros de quantização que impossibilitam concluir se as flutuações de velocidades observadas realmente existem e se são causadas por problemas no redutor, ou se são simplesmente geradas por esses erros de quantização.

O erro de quantização na velocidade angular ( $\epsilon_v$ ) pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\epsilon_v = \frac{T^a}{\text{resolução do "encoder"} \cdot 2\pi}, \quad (5-3)$$

onde a resolução do "encoder" é dada em voltas e  $T^a$  é a taxa de amostragem de aquisição.

O erro de quantização na flutuação de velocidade angular ( $\epsilon_{vp}$ ) é dada pela seguinte expressão:

$$\epsilon_{vp}(\%) = \frac{\omega_{média}}{\epsilon_v} - 100, \quad (5-4)$$

onde  $\omega_{média}$  é a velocidade angular medida.

Para o "encoder" acoplado ao eixo de saída com resolução igual a 1/72000 de volta, ou 18 segundos de arco, e uma taxa de amostragem de aquisição ( $T^a$ ) igual a  $1,953125 \cdot 10^{-3}$  s, o erro de quantização na velocidade angular do eixo de saída é igual a 0,0447 rad/s.

O erro de quantização na flutuação de velocidade angular ( $\epsilon_{vp}$ ) do eixo de saída para uma velocidade angular média de 1,6126 rad/s (ver Figura 5.2) é igual a 2,771%. Para o experimento com rotação no sentido anti-horário, onde se tem velocidade angular média igual a 1,6025 rad/s (ver Figura 5.4), o erro de quantização é igual a 2,788%. Estes erros são exatamente da mesma ordem de grandeza que as medidas de flutuação de velocidade realizadas. Portanto, o "encoder" utilizado para medir a posição angular do eixo de saída não apresenta resolução suficiente para medição, menor do que 2,8% da flutuação de velocidade.

Para que a flutuação de velocidade fosse medida na faixa de precisão requerida, seria necessário a modificação de três fatores experimentais. Estes fatores



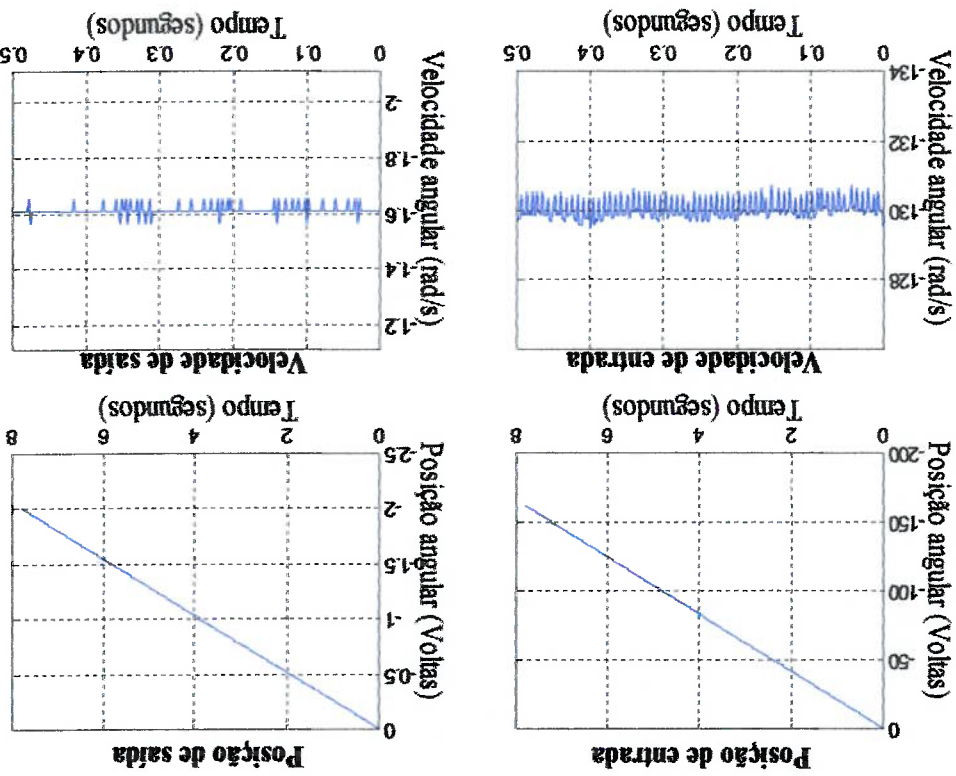


Figura 5.2. Gráficos das posições e velocidades angulares dos eixos de entrada e saída do redutor, para rotação no sentido horário.

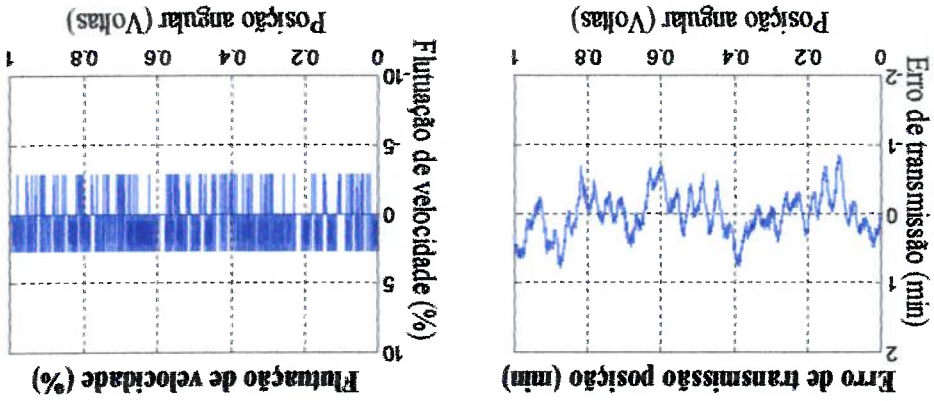


Figura 5.3. Gráficos do erro de transmissão angular e da flutuação de velocidade angular em uma volta do eixo de saída do redutor para a rotação no sentido horário.

Figura 5.4. Gráficos das posições e velocidades angulares e velocidades dos eixos de entrada e saída do redutor, para rotação no sentido anti-horário.

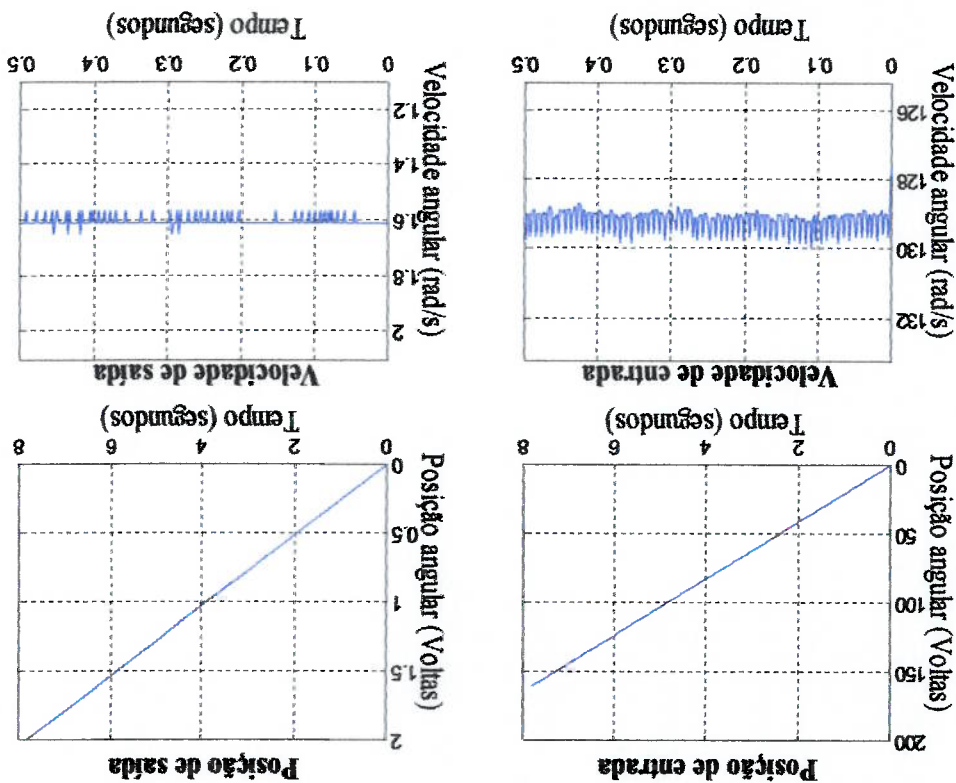
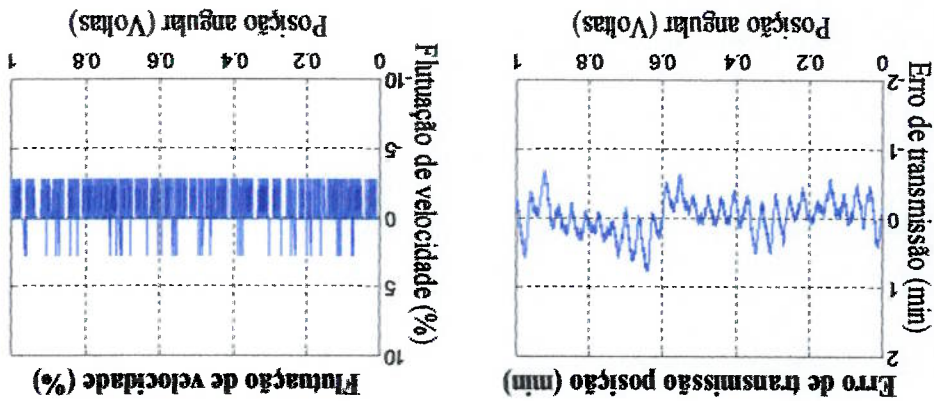


Figura 5.5. Gráficos do erro de transmissão angular e da flutuação de velocidade angular em uma volta do eixo de saída do redutor para rotação no sentido anti-horário.





A Tabela 5.2 apresenta um sumário dos resultados obtidos com os testes das Figuras 5.2 a 5.5 e de outros testes experimentais.

Tabela 5.2. Resultados do erro de transmissão angular e da flutuação de velocidade angular.

| Ensaio | Sentido de rotação | velocidade angular média do eixo de entrada (rad/s) | velocidade angular média do eixo de saída (rad/s) | Relação de redução de medida angular, $d\theta$ (minutos de arco) | Flutuação da velocidade angular na saída, $\Delta\omega$ (rad/s) | Taxa de flutuação da velocidade angular na saída, $\delta$ (%) |
|--------|--------------------|---|---|---|--|--|
| 1      | horário            | 130,012   | 1,613   | 80,62   | 1,5  | menor que 5,57%  |
| 2      | anti-horário       | 129,224   | 1,603   | 80,63   | 1,5  | menor que 5,58%  |
| 3      | horário            | 98,327  | 1,219   | 80,62   | 1,2  | menor que 7,50%  |
| 4      | anti-horário       | 97,745  | 1,212   | 80,64   | 1,2  | menor que 7,54%  |
| 5      | horário            | 65,826  | 0,816   | 80,62   | 1,2  | menor que 11,32%   |
| 6      | anti-horário       | 65,762  | 0,816   | 80,63   | 1,2  | menor que 11,32%   |

Comparando estes resultados com os valores da Tabela 5.1, pode-se concluir que:

- Os resultados obtidos para o erro de transmissão angular são satisfatórios, enquadrando o redutor na classe dos redutores de precisão com relação ao posicionamento;
- Devido aos erros de quantização na medição da flutuação de velocidade angular, nada se pode afirmar quanto a este aspecto de precisão do redutor;

- O erro entre a relação de redução medida e a nominal (redução de 1:81) é

pequena (em torno de 0,5%).

A Tabela 5.3 mostra a comparação entre os erros de quantização calculados teoricamente para a medição da taxa de flutuação da velocidade angular média do eixo de saída e a taxa de flutuação da velocidade angular efetivamente medida no eixo de saída do redutor.

**Tabela 5.3.** Comparação entre os erros de quantização calculados teoricamente e a taxa de flutuação da velocidade angular efetivamente medida no eixo de saída do redutor para uma taxa de amostragem  $T_a$  de  $1,953125 \cdot 10^{-3}$  s.

| Ensaio | Sentido de rotação | velocidade angular média do eixo de saída (rad/s) | Taxa de flutuação da velocidade angular medida na saída, $\delta$ (%) | Erro de quantização percentual na velocidade angular do eixo de saída $\epsilon_{sp}$ (%) |
|--------|--------------------|---|---|---|
| 1      | horário            | 1,613   | menor que 5,57%   | 2,771%  |
| 2      | anti-horário       | 1,603   | menor que 5,58%   | 2,778%  |
| 3      | horário            | 1,219   | menor que 7,50%   | 3,665%  |
| 4      | anti-horário       | 1,212   | menor que 7,54%   | 3,687%  |
| 5      | horário            | 0,816   | menor que 11,32%  | 5,476%  |
| 6      | anti-horário       | 0,816   | menor que 11,32%  | 5,476%  |

Pode-se concluir pela Tabela 5.3 que a taxa de flutuação da velocidade de saída é da mesma o ordem do erro de quantização calculado teoricamente. Observa-se que o erro de quantização ocorre tanto para variações positivas de taxa de flutuação de velocidade quanto para variações negativas de taxa de flutuação de

71

velocidade. Assim, o efeito do erro de quantização na flutuação de velocidade é o dobro do valor apresentado na Tabela 5.3.

### 5.3. Determinação da folga e da rigidez torsional

Para a determinação da folga e da rigidez torsional do redutor foram aplicados torques variáveis no eixo de saída com o eixo de entrada travado (sem possibilidade de rotação). Os torques variáveis foram aplicados através do posicionamento de pesos ao longo de uma barra fixada ao eixo de saída. Iniciando-se com o torque nulo, adicionou-se pesos ao longo da barra de modo a aumentar gradativamente o torque em um sentido. Após atingido cerca de 50% do torque nominal máximo, retirou-se os pesos até que o torque retornasse a zero. Adicionaram-se os pesos para aplicação de torques variáveis em outro sentido até que o torque atingisse novamente o valor de cerca de 50% do torque nominal máximo. Novamente, retirou-se os pesos até que o torque atingisse novamente o valor nulo. Durante estas operações, as variações de torque e de posição angular do eixo de saída foram medidas. O torque aplicado foi medido através da multiplicação do valor do peso pela distância entre o ponto de aplicação deste peso ao centro de rotação do eixo. A posição angular do eixo de saída foi medida através do "encoder" ótico com resolução de 18 segundos de arco (7200 pulsos por revolução).

Neste ensaio, se houvesse alguma folga no redutor, ocorreria uma grande variação da posição angular do eixo no momento de mudança de sentido do torque, ou seja, quando o torque passasse novamente pelo valor nulo. Ao mesmo tempo, existindo a ausência de folga do redutor, a relação entre o torque e a posição angular deveria ser linear, e assim, somente a rigidez torsional do redutor seria observada.

A Figura 5.6. apresenta resultados típicos obtidos para a folga e rigidez torsional do redutor. Nesta Figura, os pontos experimentais estão marcados por uma cruz, '+'. Nota-se que a variação da posição angular durante a carga e descarga não são exatamente os mesmos, produzindo um pequeno ciclo de histeresis. A pequena variação entre os pontos medidos de carga e de descarga estão dentro da resolução do "encoder" de medição (18 segundos). Por estes resultados, pode-se concluir que o redutor não apresenta nenhuma folga, pois não ocorre nenhuma descontinuidade na

posição angular, ou mesmo mudança brusca na taxa de variação da posição angular, quando o torque muda de sentido.

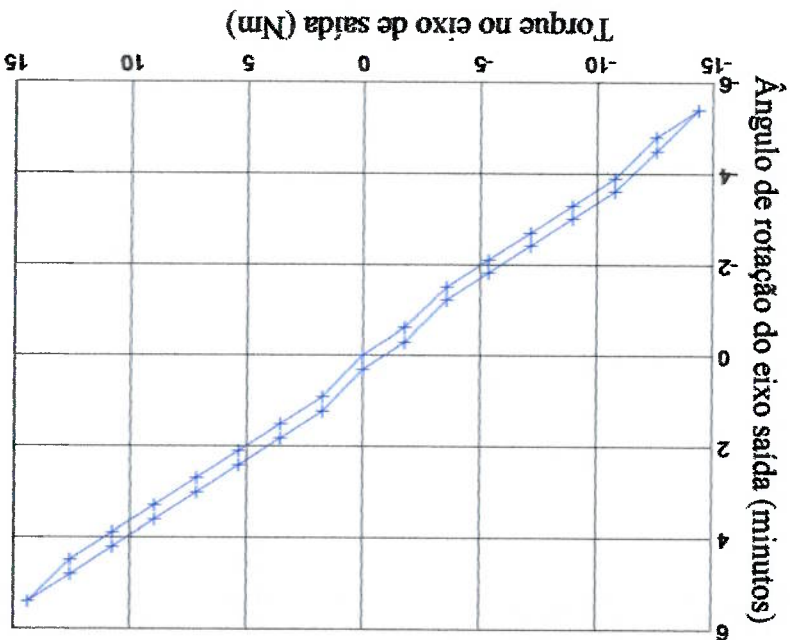


Figura 5.6. Curva da variação do ângulo de rotação do eixo saída do redutor em função do torque aplicado, para o eixo de entrada travado.

A rigidez torsional do redutor planetário fabricado é de cerca de 2,5 Nm/min. Nota-se que a rigidez torsional deste redutor é menor que a de um redutor planetário com engrenagens de aço da THOMSON MICRON(1998) com relação de redução de 1:100 e torque máximo de 30Nm, cuja rigidez torsional é de 6,3 Nm/min. Observa-se que outros testes de rigidez torsional foram realizados e que os resultados obtidos são idênticos a este apresentado.

#### 5.4. Determinação do torque máximo

O teste de medida do torque máximo consiste no carregamento do redutor com o eixo de saída travado, até o início do escorregamento completo entre as superfícies em contato

Optou-se por não realizar esta medida de torque máximo do redutor para não se correr o risco de danificar as superfícies de tração. A razão disto é permitir a medição futura da flutuação de velocidade com sensores de maior resolução.

Obviamente, a realização de um teste de flutuação da velocidade com as superfícies em contato danificadas não forneceria resultados confiáveis. A não realização desta medida prejudica um pouco os resultados do trabalho, mas não invalida o desenvolvimento realizado e, principalmente, não impede de verificar que o redutor desenvolvido é de fato de precisão.

## CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES

### 6.1. Introdução

A maior parte dos objetivos inicialmente apresentados neste trabalho foram concluídos. Neste trabalho foram apresentados o estudo do princípio de transmissão de movimento e torque por um fluido de tração, cálculos de projeto e aspectos construtivos do redutor planetário de duplo estágio a tração. Os cálculos de projeto englobaram as análises cinemática e dinâmica do redutor, bem como, as tensões de contato de Hertz. Estes cálculos permitiram o dimensionamento dos componentes do redutor e forneceram uma estimativa da vida útil do redutor para uma determinada força de aperto, que é função do torque requerido de saída. Foi realizada a calibração da força de aperto necessária entre os elementos rolantes com o auxílio de extensômetros elétricos. Finalmente, foram apresentados testes importantes para determinação da precisão do redutor fabricado. Não foi possível se medir adequadamente a flutuação de velocidade do redutor, devido à resolução insuficiente do "encoder" utilizado e também não se realizou a determinação do torque máximo do redutor para não prejudicar futuras medições de flutuação de velocidade com sensores com maiores resoluções.

### 6.2. Conclusões

Em casos de transmissões por tração que envolvem rolagem e escorregamento, a força tangencial tem um efeito significativo na distribuição de tensões e, consequentemente, na vida útil do redutor.

Em um redutor, o acréscimo de estágios de redução implica no aumento do torque de saída do mesmo. Porém, o número de estágios de redução fica limitado ao torque de saída do último estágio, pois este apresentará maior valor e, portanto, necessitará maior força de aperto. Como visto, a força de aperto é um dos fatores fundamentais que determinarão a vida útil do redutor.

A utilização de fluidos de tração, como o SANTOTRAC, aumenta a vida útil das transmissões de contato devido a propriedade de aumento da sua viscosidade

quando o fluido é submetido às altas pressões, como no caso do contato. Além disso, o fluido forma uma fina camada entre as superfícies, evitando-se assim, o desgaste abrasivo que seria ocasionado pelo contato metal-metal

A relação de transmissão fornecida pelo redutor projetado não foi exatamente igual ao projetado (1:81). Isto ocorreu, devido à existência de escorregamento entre as superfícies transmissoras de movimento (planetas, anel externo e sol) e também porque ocorreu uma redução do tamanho dos seus componentes internos (planetas, sol e anel externo) devida à força de aperto. Os erros dimensionais de fabricação das peças também podem ter influenciado na relação de transmissão final do redutor.

O redutor apresentou características de um redutor de precisão quanto aos aspectos de posicionamento (transmissão angular) e quanto à ausência de folgas. Durante o seu funcionamento, notou-se que o redutor apresentou baixo nível de ruído e vibração, como já era esperado. Contudo, devido à resolução não adequada dos sensores utilizados não foi possível obter um resultado confiável para a taxa de flutuação de velocidade.

### 6.3. Propostas para trabalhos futuros

Para medição adequada da flutuação de velocidade de saída do redutor, recomenda-se a utilização de "encoders" com resoluções que atendam as necessidades de precisão de medição. Assim, problemas quanto aos erros de quantização poderiam ser eliminados.

Verificou-se que o redutor apresenta baixa rigidez radial com relação ao eixo de entrada devido à existência de somente um rolamento fixo à carga. Recomenda-se modificar o redutor para dar uma maior rigidez radial ao eixo de entrada. Esta modificação poderia ser feita através da utilização de dois rolamentos de contato angular fixos ao eixo de entrada e à carga, ou seja, uma montagem semelhante ao que foi utilizado no eixo de saída do redutor.

Seria interessante a medição de rendimento/eficiência do redutor, bem como, o percentual de escorregamento existente entre os elementos rolantes do redutor. Poderia-se também fazer o teste de vida útil do redutor em condições próximas à de operação para comparação com os cálculos realizados neste trabalho.

## ANEXO A - TAXA MÁXIMA DE OCUPAÇÃO DOS PLANETAS NO REDUTOR PLANETÁRIO A TRACÇÃO

A taxa máxima de ocupação dos planetas no redutor planetário a tração determina a relação máxima possível de redução para um estágio. A taxa máxima de ocupação é limitada no momento em que os planetas começam a ter contato entre si (ver Figura A.1).

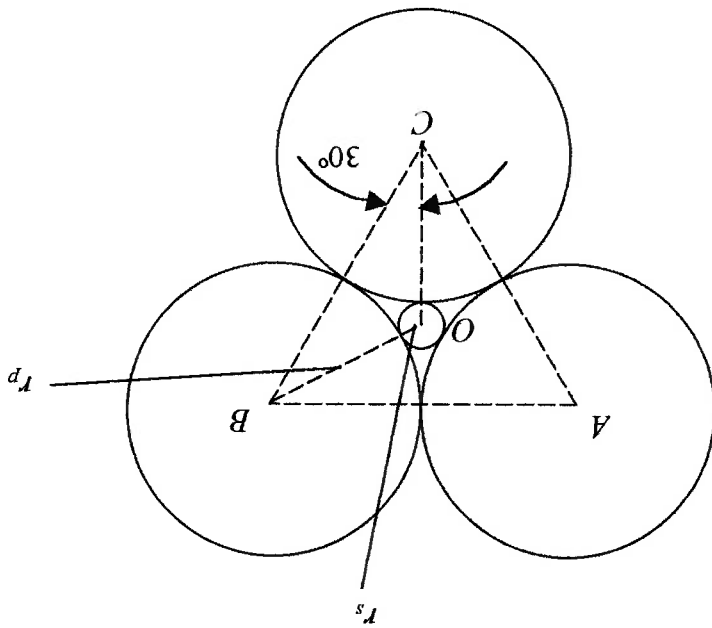


Figura A.1. Taxa máxima de ocupação dos planetas no redutor planetário a tração.

Aplicando-se a lei dos co-senos no triângulo isósceles  $BOC$ , pode-se determinar a relação geométrica entre o raio do sol ( $r_s$ ) e os raios dos planetas ( $r_p$ ) que fornecem a taxa máxima de ocupação dos planetas, conforme a seguinte expressão:

$$(A-1) \quad (2r_p)^2 = 2(r_p + r_s)^2 - 2(r_p + r_s)^2 \cos 120^\circ$$

Simplificando-se a expressão (A-1), obtém-se a relação geométrica entre os raios dos elementos rolantes (sol e planetas) que fornecem a maior taxa de ocupação:

$$(A-2) \quad \frac{r_s}{r_p} = 2\sqrt{3} + 3$$



Substituindo-se a relação (A-2) na expressão (3-7), obtém-se a máxima relação de redução possível em um estágio de um redutor planetário a tração que é igual a:

$$(A-3) \quad i = 2 \left( \frac{r_s}{r_p} + 1 \right) \Rightarrow i = 4\sqrt{3} + 8 \Rightarrow i = 14,92$$

# ANEXO B - PROCESSOS DE FABRICAÇÃO, MONTAGEM E CUSTOS DO PROTÓTIPO DO REDUTOR B.1. Introdução

No projeto do redutor foram agregados o maior número de componentes disponíveis no mercado. Esta decisão foi motivada pelos seguintes fatores:

- os custos de fabricação são reduzidos, visto que as peças já são prontas e dispensam operações de usinagem;

- os componentes são adquiridos facilmente e rapidamente, o que reduz o tempo para execução do projeto;

- as peças adquiridas no mercado possuem qualidade e funcionalidade garantidas por fabricantes confiáveis.

Um dos principais requisitos de projeto é o redutor apresentar dimensões menores ou semelhantes aos redutores disponíveis comercialmente com relações de transmissão próximas ou iguais e com torque de saída equivalente. Este requisito determinou os tamanhos dos sóis e planetas compatíveis com a relação de transmissão determinada (1:81), de modo que o redutor apresentasse uma razoável relação esforço-peso.

Um dos problemas encontrados no projeto foi como se poderia eliminar os deslocamentos axiais dos eixos do redutor. Para isso foi colocada uma mola no eixo de entrada do redutor que exerce uma pressão na direção axial entre os eixos do redutor. Para minimizar a força de atrito causada por esta força axial, os eixos do redutor foram separados por esferas.

A Figura B.1 mostra o desenho em corte do redutor projetado.

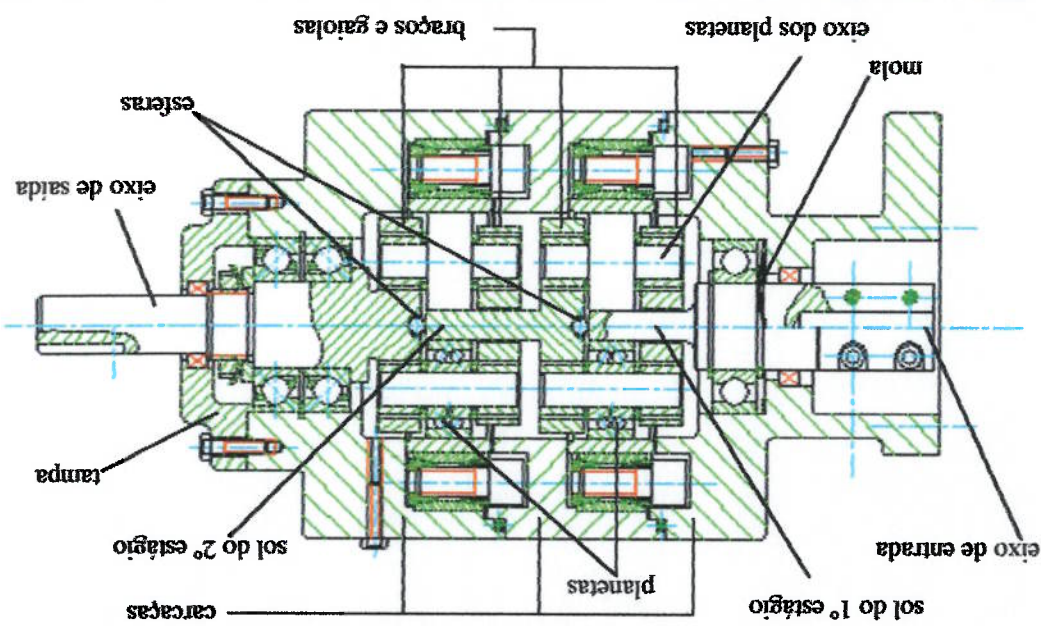
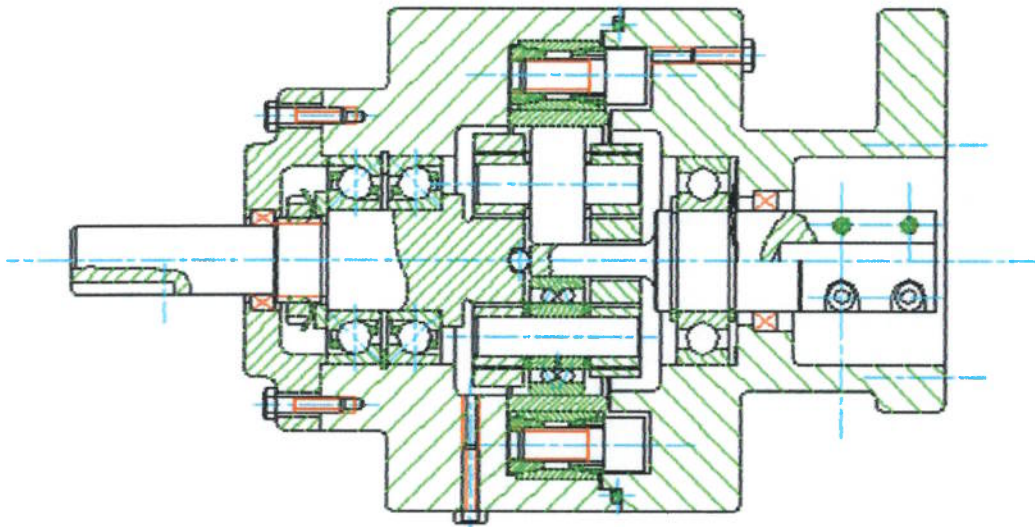


Figura B.1. Vista principal em corte do desenho de conjunto do redutor planetário de duplo estágio a tração.

Uma das características do redutor é a versatilidade de operação com 1, 2 ou mais estágios. Para que se houvesse a possibilidade da adição ou remoção de estágios do redutor, optou-se por dividir o redutor em módulos. Os módulos possuem encaixes comuns o que possibilita a retirada ou adição de estágios entre os módulos de entrada e de saída do redutor. Dessa forma, o redutor projetado pode operar com 1 estágio se fosse removido o módulo intermediário (uma carcaça e um eixo de redução) (Figura A.2).

Figura B.2. Redutor planetário a tração projetado com um estágio.



As peças adquiridas no mercado e que compõem o redutor são as seguintes:

- 6 rolos de leva SKF 305601 C-2Z (planetas do redutor);
- 2 anéis internos INA DIN 620 (anéis externos do redutor);
- 2 anéis de fixação IMETEX RFN 7012 (anéis de aperto);
- 1 mola Smalley SSR 0237;
- 2 rolamentos de contato angular 7206 BECB;
- 1 rolamento de esferas 6206;
- anéis elásticos;
- parafusos e porcas de fixação;
- arruelas;
- O-Rings;
- Retentores radiais.

## B.2. Processos de fabricação

As peças fabricadas do redutor foram as seguintes:

- as três carcaças;
- os três eixos (sendo o de entrada com acoplamento);
- a tampa;

- os seis eixos dos planetas.

Todas as peças foram obtidas através da usinagem de tarugos cilíndricos. Nas operações de torneamento adotou-se os procedimentos técnicos necessários para se minimizar os erros de fabricação. Dentre estes procedimentos pode-se citar o uso de relógio comparador para centralização das peças no torno e o uso de contra-ponto. Para se minimizar os erros de fabricação adotou-se o procedimento de se iniciar a usinagem da peça pelo lado em que se poderia fazer mais operações (furação, rebaxos, faceamentos, rasgos). Posteriormente, após o término de todas as operações deste lado, fixou-se a peça no torno pelo outro lado no torno para o seu término. Para a fixação da peça no torno pelo outro lado, utilizou-se um relógio comparador, de forma a garantir a centralização da peça no torno.

Nas três cargas foram realizadas as seguintes operações: torneamento, fresagem, furação, rosqueamento e retífica. O torneamento foi realizado para o desbaste das superfícies cilíndricas externas e internas das cargas, bem como para o faceamento das superfícies planas. A fresagem foi realizada na superfície externa das cargas na localização das flanges de fixação. As operações de retífica nas cargas foram realizadas nos locais onde seriam fixos os rolamentos, os anéis de aperto e nos locais de encaixes entre cargas e na tampa. Foram feitos dois furos rosqueados nas cargas para colocação e retirada do fluido de tração SANTOTRAC-50. Na superfície da carga, na junção com a tampa, foram realizados oito furos rosqueados para a fixação da tampa com parafusos.

No eixo de entrada do redutor foram realizadas as seguintes operações: torneamento, fresagem, furação, rosqueamento e retífica no local do furo de acoplamento do eixo externo e no local de fixação do rolamento.

Nos eixos intermediário e de saída do redutor foram realizadas as seguintes operações: torneamento, fresagem, furação, mandrilamento dos furos e retífica. Os seis furos de cada braço, para a fixação dos eixos dos planetas, foram feitos após a soldagem da tampa da gaiola. Esse procedimento foi adotado para que os pares de furos fossem realizados em conjunto (na mesma operação) a fim de se eliminar o problema do desalinhamento que poderia ocorrer se a soldagem fosse feita posteriormente, visto que, a soldagem provoca deformações nas peças. Logo após a

furação, fez-se o mandrilamento dos mesmos e o acabamento interno foi realizado numa retificadora de coordenadas "Moore".

Nos eixos dos sóis foi realizado o processo termquímico de cementação líquida a fim de se aumentar a dureza superficial dos mesmos para 60 HRC e, conseqüentemente, aumentar a sua resistência à fadiga de contato. No caso do sol do 2º estágio, a cementação foi realizada somente na região do sol, pois o aumento do teor de carbono causado pela cementação poderia fragilizar o local da solda no braço/gaiola, assim como o endurecimento superficial de todo eixo dificultaria a posterior furação em conjunto dos furos dos braços para suporte dos eixos dos planetas. Após este tratamento superficial fez-se a retífica dos trechos cementados e dos locais de assento dos rolamentos.

Os eletrodos utilizados na eletroerosão para usinagem nos braços/gaiolas também foram fabricados. O formato cilíndrico dos eletrodos foi conformado com o auxílio de uma matriz cilíndrica e com os mordentes de uma morsa. O porta-eletrodo foi fabricado com aço 1020 e os eletrodos foram fabricados com chapa de cobre (parte circular do rasgo) e tarugo de cobre com seção retangular (parte retangular do rasgo).

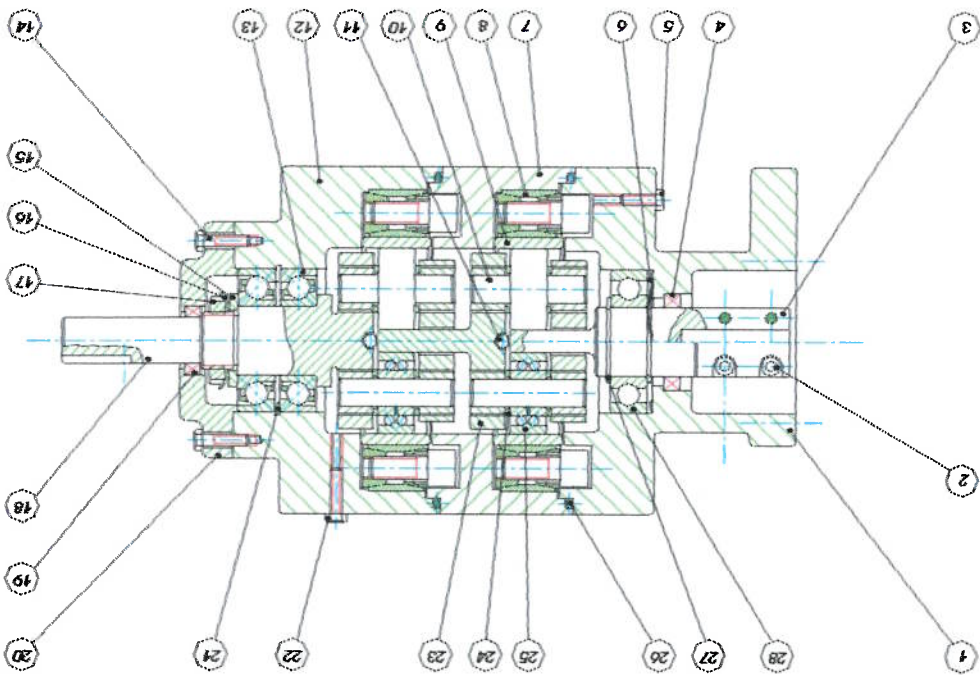
### **B.3. Processos de montagem**

A montagem do redutor foi relativamente simples, porém, algumas operações de encaixe por ajuste interferente foram um pouco mais complexas.

Inicialmente, montou-se os rolos de leva nos braços dos 1º e 2º estágios do redutor. Posicionou-se e alinhou-se o eixo central das arruelas e dos rolos de leva nas gaiolas com o auxílio de pinças. Restriuiu-se os eixos de fixação dos rolos de leva com nitrogênio líquido e encaixou-se estes eixos nos furos da gaiola, das arruelas e dos rolos de leva. O ajuste requerido nesta montagem foi interferente.

Nesta montagem foi utilizado nitrogênio líquido para a redução (contração) do diâmetro do eixo do rolo de leva, de forma a eliminar a interferência existente entre os eixos e os furos dos rolos de leva durante a montagem. Como os eixos dos rolos de leva fabricados apresentaram dimensões entre 11,997 e 12,002 mm e os

furos da gaiola apresentaram dimensões entre 11,998 e 12,003 mm, o ajuste mais interferente seria de  $12,002-11,998=0,004$  mm. A montagem do redutor foi realizada no sentido da direita para a esquerda, conforme orientação do desenho da Figura B.3. Assim, a montagem iniciou-se com o eixo e a carcaça de saída e finalizou-se com a carcaça de entrada.



Legenda:

|   |  |
|---|--|
| 1) Carcaça 1 (de entrada)                             | 15) Aruêla d26   |
| 2) Parafuso com sextavado interno M5X15               | 16) Aruêla de trava MB5  |
| 3) Eixo de entrada e sol do 1º estágio                | 17) Porca de fixação M25X1,5                                     |
| 4) Retentor radial d30XD40                            | 18) Braço do 2º estágio e eixo de saída                          |
| 5) Parafuso com cabeça sextavada M5X15                | 19) Retentor radial d20XD30                                      |
| 6) Mola SSR-0237                                      | 20) Tampa  |
| 7) Carcaça 2 (Intermediária)                          | 21) Anel elástico interno d26                                    |
| 8) Anel de fixação d90 RFN-7012 (Anel de aperto)      | 22) Parafuso com cabeça sextavada M5X20                          |
| 9) Anel interno INA (anel externo aos rolos de levas) | 23) Eixo intermediário (sol do 2º estágio e braço do 1º estágio) |
| 10) Eixo do planeta                                   | 24) Aruêla d13   |
| 11) Estera d4   | 25) Rolo de leva (planeta)                                       |
| 12) Carcaça 3 (de saída)                              | 26) Anel O-Ring  |
| 13) Rolamento de contato angular 7206 BECB            | 27) Anel elástico d30  |
| 14) Parafuso com cabeça sextavada M5X20               | 28) Rolamento de esteras 6206                                    |

Figura B.3. Desenho de conjunto do redutor planetário e seus respectivos componentes.



Após o encaixe dos rolos de leva no eixo de saída, fixou-se o rolamento de contato angular da esquerda no eixo de saída. Fixou-se o anel elástico interno na carga e apoiou-se sobre este, o rolamento de contato angular da esquerda que já estava fixo ao eixo. Colocou-se o outro rolamento de contato angular (da direita) no interior da carga e no eixo de saída. Com o auxílio da porca de fixação, apertou-se o rolamento contra o anel elástico para se evitar folgas axiais. Introduziu-se o retentor radial na tampa e fixou-se esta na carga com 8 parafusos. Colocou-se o anel de aperto sobre o anel interno (anel externo para os rolos de leva) no interior da carga. Posicionou-se a esfera entre os eixos de saída e o intermediário. Colocou-se o sol do eixo intermediário posicionado entre os planetas e apoiado sobre a esfera. Os parafusos do anel de fixação foram apertados, de modo que fosse possível a transmissão de torque do eixo intermediário para o eixo de saída. O ajuste da força de aperto conforme o torque requerido de saída é descrito no Capítulo 4. Encaixou-se a carga intermediária na carga de saída e repetiu-se o processo de fixação do eixo intermediário com os rolos de leva do 1º estágio com relação ao eixo de entrada que contém o sol do 1º estágio.

Colocou-se a mola no interior da carga de entrada e apoiada sobre o anel externo do rolamento rígido de esferas. Apertou-se os parafusos do anel de aperto e fechou-se o redutor encaixando-se a carga de entrada na carga intermediária. Por último, colocou-se o retentor radial na entrada do redutor e fixaram-se as flanges de junção das cargas com porcas e parafusos.

#### B.4. Custos do redutor

Basicamente, na fabricação do redutor planetário foram envolvidos custos relacionados à compra de peças avulsas, material bruto a ser usinado, mão-de-obra de usinagem e retífica das peças usinadas. A Tabela B.1 contém os preços de cada um dos componentes adquiridos prontos. O custo total das peças adquiridas foi de aproximadamente 360 dólares.

Foram também adquiridos o fluido de tração SANTOTRAC (70 dólares/litro) e o material das cargas, da tampa e dos eixos do redutor. A Tabela B.2 contém os preços dos tarugos que foram necessários para a fabricação destes componentes do

reduzido. O preço total dos materiais brutos que foram usados foi de 115 dólares aproximadamente.

Verificou-se que a concepção do projeto visando a redução de peças a serem usinadas através da aquisição de peças no mercado, reduziu muito os custos de fabricação do redutor. A usinagem de desbaste dos componentes que foi realizada na oficina do Depto da Engenharia Mecânica teve um custo total estimado em 500 dólares (custo orçado por uma empresa de usinagem). A retífica das peças, realizados no IPT, custou 520 dólares. A cementação líquida dos eixos custou cerca de 40 dólares. Somando-se o custo de materiais, usinagem e retífica, contabilizou-se um custo total para fabricação do redutor de aproximadamente 1500 dólares (custo do protótipo). Observa-se que estes custos poderiam ser sensivelmente reduzidos, caso este redutor fosse produzido comercialmente.

Nas Tabelas B.1 e B.2, estão apresentados os custos em dólares dos componentes e dos materiais que foram usados para a fabricação do redutor. Em agosto de 2001, quando foram feitas as cotações, 1 dólar equivalia a 2,50 reais.

**Tabela B.1.** Custos dos componentes do redutor planetário.

| Numero              | Item  | Qrde | US/unid. | Total (US\$) | Fornecedor     |
|---------------------|---|------|----------|--------------|----------------|
| 2                   | Parafuso c/ sextavado interno MSX15 (DIN 912) | 4    | 0,05     | 0,20         |                |
| 4                   | Retentor radial d30XD49XB7                    | 1    | 1,00     | 1,00         |                |
| 5                   | Parafuso de cabeça sextavada MSX15            | 1    | 0,05     | 0,05         |                |
| 6                   | Mola SSR-0237                                 | 1    | 1,00     | 1,00         | Smalley        |
| 8                   | Anel de fixação d 90 RFN 7012                 | 2    | 70,00    | 140,00       | Imetex         |
| 9                   | Anel interno d80XD90XB30 DIN 620              | 2    | 22,00    | 44,00        | INA            |
| 11                  | Esfera d4 RB-4                                | 2    | 0,10     | 0,20         | SKF            |
| 13                  | Rolamento de contato angular 7206 BECB        | 2    | 20,00    | 40,00        | FAG            |
| 14,22               | Parafuso de cabeça sextavada MSX20            | 9    | 0,05     | 0,45         |                |
| 15                  | Arruela d26XD40X4 (DIN 433)                   | 1    | 0,10     | 0,10         |                |
| 16                  | Arruela de trava MBS                          | 1    | 0,65     | 0,65         | SKF            |
| 17                  | Porca de fixação M25 X 1,5 KMS                | 1    | 1,75     | 1,75         | SKF            |
| 19                  | Retentor radial d20XD30XB7 (DIN 3760)         | 1    | 1,00     | 1,00         |                |
| 21                  | Anel elástico interno d62 (DIN 472)           | 1    | 0,30     | 0,30         |                |
| 24                  | Arruela d13XD20X2 (DIN 435)                   | 6    | 0,10     | 0,60         |                |
| 25                  | Rolos de leva 305801 C-22 (cód. SKF)          | 6    | 20,00    | 120,00       | INA            |
| 26                  | Anel O-Ring d1/8" X D 5+3/8"                  | 2    | 0,30     | 0,60         |                |
| 27                  | Anel elástico interno D30 (DIN 471)           | 2    | 0,20     | 0,40         |                |
| 28                  | Rolamentos de esferas 6206                    | 1    | 4,00     | 4,00         |                |
| 29                  | Porca sextavada M12 (DIN 934)                 | 8    | 0,05     | 0,40         |                |
| 30                  | Arruela d13                                   | 8    | 0,05     | 0,40         |                |
| 31                  | Parafuso cabeça sextavada M12X40 (DIN 558)    | 10   | 0,10     | 1,00         |                |
| <b>TOTAL (US\$)</b> |   |      |          |              | <b>~358,00</b> |

**Tabela B.2.** Custos dos materiais que foram usados.

| Numero              | Item  | Kg  | US/kg | Total (US\$) | Fornecedor     |
|---------------------|---|-----|-------|--------------|----------------|
| 1                   | Tarugo laminado Ø 8" X 120 mm ABNT 1020     | 32  | 1,00  | 32,00        | Agos Hita      |
| 7                   | Tarugo laminado Ø 8" X 93 mm ABNT 1020      | 24  | 1,00  | 24,00        | Agos Hita      |
| 12                  | Tarugo laminado Ø 8" X 132 mm ABNT 1020     | 34  | 1,00  | 34,00        | Agos Hita      |
| 3                   | Tarugo laminado Ø 1+1/2" X 160 mm ABNT 8620 | 1,5 | 1,50  | 2,25         | Fadago         |
| 18,23               | Tarugo laminado Ø 3" X 350 mm ABNT 8620     | 13  | 1,50  | 19,50        | Fadago         |
| 10                  | Tarugo laminado Ø 20 mm X 500 mm ABNT 1020  | 1,5 | 1,00  | 1,50         | Fadago         |
| 20                  | Tarugo laminado Ø 3" X 40 mm ABNT 1020      | 1,5 | 1,00  | 1,50         | Fadago         |
| <b>TOTAL (US\$)</b> |   |     |       |              | <b>~115,00</b> |

# ANEXO C - PROGRAMA ESCRITO EM MATLAB PARA CÁLCULO DAS TENSÕES DE CONTATO ENTRE CORPOS CILÍNDRICOS

```

% Programa: Tensões de contato entre cilindros
% número de partições na região de contato entre os corpos cilíndricos
n_pontos=600;
% Dados do carregamento
F=3703.70; % Força Normal aplicada entre os cilindros
% Coeficiente de atrito entre cilindros
mi=0.06;
% Dados dos materiais dos dois corpos cilíndricos em contato
poisson_1=0.30;
poisson_2=0.30;
E_1=207e9;
E_2=207e9;
% Fatores de resistência (Critério de falha) com combinação dos efeitos de rolagem e
escorregamento
ksi_1=61.06;
lambda_1=13.2;
% Fatores de resistência (Critério de falha) somente com rolagem pura
ksi_2=38.33;
lambda_2=7.39;
% Número de planetas do redutor
n_planetas=3;
% Dados geométricos
r_1=5e-3; % raio do sol
r_2=17.5e-3; % raio dos planetas
l=15.9e-3; % largura dos planetas
escolha=3;
while ((escolha~=1)&(escolha~=2))
    escolha=input('Digite <1>: cálculos com os efeitos combinados de rolagem e
    escorregamento <2>: cálculos somente com rolagem pura: ');
    if escolha == 1
        ksi_1=ksi_1;
        lambda_1=lambda_1;
    elseif escolha == 2
        ksi_2=ksi_2;
        lambda_2=lambda_2;
    else
        'Valor não válido de escolha'
    end
end if
mi=(1-poisson_1^2)/E_1;
m2=(1-poisson_2^2)/E_2;
B=0.5*((1/r_1)+(1/r_2));
a=sqrt((2*(m1+m2)*F)/(pi*B*L));
area=2*a*L;
p_avg=F/area;
p_max=2*F/(pi*a*L);
F_max=mL*p_max;
x= linspace(-4*a,4*a,n_pontos);
end

```

```

% Cálculo das tensões principais na superfície (z=0)
for i=1:n_pontos
    if abs(x(i))<a | x(i)==-a
        Tx_n(i)=-p_max*sqrt(1-(x(i)/a)^2);
    else
        Tx_n(i)=0;
        Tx_n(i)=Tx_n(i);
        end % end if
        Cz_n(i)=0;
        Cz_n(i)=0;
        if x(i)>a | x(i)==a
            Tx_t(i)=-2*f_max*(x(i)/a)^2-1);
            end % end if
            if x(i)<-a | x(i)==-a
                Tx_t(i)=-2*f_max*(x(i)/a)^2-1);
                end % end if
                if abs(x(i))<a | x(i)==a
                    Tx_t(i)=-2*f_max*(x(i)/a);
                    end % end if
                    if abs(x(i))<a | x(i)==-a
                        Tx_t(i)=-2*f_max*sqrt(1-(x(i)/a)^2);
                        end % end if
                        Cz_t(i)=-f_max*sqrt(1-(x(i)/a)^2);
                    else
                        Cz_t(i)=0;
                    end % end if
                    Tx(i)=Tx_n(i)+Tx_t(i);
                    Tz(i)=Tz_n(i)+Tz_t(i);
                    Cz(i)=Cz_n(i)+Cz_t(i);
                    Ty(i)=poisson*(Tx(i)+Tz(i));
                    tensor=[Tx(i) 0 Cz(i); 0 Ty(i) 0 Cz(i); 0 Tz(i)];
                    T_principais=eig(tensor); % autovalores da matriz Tensor das tensões
                    T_a=T_principais(1,1);
                    T_b=T_principais(2,1);
                    T_c=T_principais(3,1);
                    if T_a<T_b % ordena os valores das tensões principais em ordem decrescente
                        T_1>T_2>T_3
                    else
                        T_1=T_3;
                        T_2=T_2;
                        T_3=T_1;
                    end % end if
                    T_a=T_a;
                    T_b=T_b;
                    T_c=T_c;
                    T_1=T_1;
                    T_2=T_2;
                    T_3=T_3;
                    if T_a<T_c
                        T_a=T_c;
                        T_c=T_a;
                    end % end if
                    if T_b<T_c
                        T_b=T_c;
                        T_c=T_b;
                    end % end if
                    T_1=T_1;
                    T_2=T_2;
                    T_3=T_3;
                    C_13(i)=(T_1(i)-T_3(i))/2; % tensão máxima de cisalhamento
                    T_3(i)=T_c;
                    T_2(i)=T_b;
                    T_1(i)=T_a;
                    end % end if
                    T_1=T_1;
                    T_2=T_2;
                    T_3=T_3;
                    C_13(i)=(T_1(i)-T_3(i))/2; % tensão máxima de cisalhamento
                    T_vm(i)=sqrt(0.5*((T_1(i)-T_2(i))^2+(T_1(i)-T_3(i))^2+(T_2(i)-T_3(i))^2)); % tensão
                    equivalente de Von Mises
                end % end for i
                cis_max_global=max(C_13); % guarda a tensão máxima de cisalhamento
                for cont=1:n_pontos
                    if C_13(cont)==cis_max_global
                        x_cis_max=x(cont); % guarda a coordenada x com maior tensão de cisalhamento
                    end % end if C_13(cont)
                    end % end for cont
                    z_cis_max=0; % inicia a coordenada z=0 (superfície) como sendo a de maior tensão de
                    cisalhamento
                    ('Figura 1) Posições x/a e z/a e o valor da maior tensão de
                    cisalhamento(T_cis_max/p_max) na superfície',
                    x_cis_max/a
                    z_cis_max/a
                    cis_max_global/p_max
                for aux=1:n_pontos % guarda, em vetores, as tensões na superfície (z=0), onde há a
                    tensão máxima de cisalhamento

```

```

C_13_cis_max(aux)=C_13(aux); % tensões de cisalhamento 13
F_1_cis_max(aux)=F_1(aux); % tensões principais 1
F_2_cis_max(aux)=F_2(aux); % tensões principais 2
F_3_cis_max(aux)=F_3(aux); % tensões principais 3
F_vm_cis_max(aux)=F_vm(aux); % tensões de Von Mises
end % end for aux

if max(abs(F_1))>max(abs(F_3))
    F_n_max_global=max(abs(F_1)); % guarda a tensão principal máxima, caso |T1|>|T3|
    for cont=1:n_pontos
        if abs(F_1(cont))==F_n_max_global
            F_n_max=x(cont); % guarda a coordenada x com maior tensão principal, caso
            |T1|>|T3|
        end % end if F_1(cont)
    end % end for cont
else F_n_max_global=max(abs(F_3)); % guarda a tensão principal máxima, caso |T3|>|T1|
    for cont=1:n_pontos
        if abs(F_3(cont))==F_n_max_global
            F_n_max=x(cont); % guarda a coordenada x com maior tensão principal, caso
            |T3|>|T1|
        end % end if F_3(cont)
    end % end for cont
end % end if max(abs(F_1))
z_n_max=0; % inicia a coordenada z=0 (superfície) como sendo a de maior tensão
principal
(Figura 1) Posições x/a e z/a e o valor da maior tensão principal (F_n_max/p_max) na
superfície de contato
x_n_max/a
z_n_max/a
F_n_max_global/p_max
for aux=1:n_pontos % guarda, em vetores, as tensões na superfície (z=0), onde há a
tensão máxima principal
C_13_n_max(aux)=C_13(aux);
F_1_n_max(aux)=F_1(aux);
F_2_n_max(aux)=F_2(aux);
F_3_n_max(aux)=F_3(aux);
F_vm_n_max(aux)=F_vm(aux);
end % end for aux
F_vm_max_global=max(F_vm); % armazena a maior tensão de Von Mises na superfície
(z=0)
for cont=1:n_pontos
    if F_vm_max_global==F_vm_max(x(cont)); % guarda a coordenada em x da maior tensão de Von Mises na
    superfície (z=0)
        end % end if C_13(cont)
    end % end for cont
    z_vm_max=0;
    (Figura 1) Posições x/a e z/a e o valor da maior tensão de Von Mises
    (F_vm_max/p_max) na superfície de contato
    x_vm_max/a
    z_vm_max/a
    F_vm_max_global/p_max
    for aux=1:n_pontos % guarda, em vetores, as tensões na superfície (z=0), onde há a
    tensão de Von Mises
    C_13_vm_max(aux)=C_13(aux);
    F_1_vm_max(aux)=F_1(aux);
    F_2_vm_max(aux)=F_2(aux);
    F_3_vm_max(aux)=F_3(aux);
    F_vm_max(aux)=F_vm(aux);
end % end for aux
figure(1);
plot(x/a, C_13/p_max, 'g', x/a, F_1/p_max, 'r--', x/a, F_2/p_max, 'k', x/a, F_3/p_max, 'c', x/a, F_vm/p_max, 'k');
title('Tensões principais e de Von Mises na superfície de contato (z=0)');
xlabel('x/a');
ylabel('stress/p_max, x');
legend('C_13', 'F_1', 'F_2', 'F_3', 'F_vm', '-1');
grid;
figure(2);

```



```

T_c=T_temp;
end % end if
T_1(i)=T_a;
T_2(i)=T_b;
T_3(i)=T_c;
C_13(i)=(T_1(i)-T_3(i))/2;
T_vm(i)=sqrt(0.5*((T_1(i)-T_2(i))^2+(T_2(i)-T_3(i))^2+(T_3(i)-T_1(i))^2));
end % end for i

C_13_max_local=max(C_13); % guarda o valor da maior tensão de cisalhamento para a
coordenada z analisada
if C_13_max_local>C_13_max_global % Se o valor da maior tensão de cisalhamento para a
coordenada z analisada for maior que as calculadas anteriormente,
C_13_max_global=C_13_max_local; % guarde esse valor como sendo a máxima tensão de
cisalhamento global
z_cis_max=z(j); % guarde a coordenada z da máxima tensão de cisalhamento global
encontrada até o momento
for cont=1:n_pontos
if C_13(cont)==C_13_max_global
x_cis_max=x(cont); % guarde a coordenada x da máxima tensão de
cisalhamento global encontrada até o momento
end % end if C_13
end % end for cont
for aux=1:n_pontos % guarde as tensões em vetores onde há a tensão máxima de
cisalhamento
C_13_cis_max(aux)=C_13(aux);
T_1_cis_max(aux)=T_1(aux);
T_2_cis_max(aux)=T_2(aux);
T_3_cis_max(aux)=T_3(aux);
end % end for aux
end % end if C_13_max_local

if max(abs(T_1))>max(abs(T_3))
Tn_max_local=max(abs(T_1));
else Tn_max_local=max(abs(T_3));
end % end if max(abs(T_1))>max(abs(T_3))
if Tn_max_local>Tn_max_global
Tn_max_global=Tn_max_local;
z_n_max=z(j); % armazena a coordenada z com maior tensão principal
for cont=1:n_pontos
if abs(T_1(cont))==Tn_max_global | abs(T_3(cont))==Tn_max_global
x_n_max=x(cont); % armazena a coordenada x com maior tensão principal
end % end if T_1(cont)
end % end for cont
for aux=1:n_pontos % guarde as tensões em vetores onde há a maior tensão
principal
C_13_n_max(aux)=C_13(aux);
T_1_n_max(aux)=T_1(aux);
T_2_n_max(aux)=T_2(aux);
T_3_n_max(aux)=T_3(aux);
end % end for aux
end % end if Tn_max_local

T_vm_max_local=max(T_vm); % armazena a maior tensão de Von Mises local for maior
que a global, então:
T_vm_max_global=T_vm_max_local; % Guarde esse valor como sendo máximo global
z_vm_max=z(j); % armazena a coordenada z com maior tensão de Von Mises
for cont=1:n_pontos
if T_vm_max_global==T_vm_max_local
x_vm_max=x(cont); % armazena a coordenada x com maior tensão de Von Mises
end % end if C_13
end % end for cont
for aux=1:n_pontos % guarde as tensões em vetores onde há a maior de Von Mises
C_13_vm_max(aux)=C_13(aux);
T_1_vm_max(aux)=T_1(aux);
T_2_vm_max(aux)=T_2(aux);
T_3_vm_max(aux)=T_3(aux);
end % end for aux
end % end if T_vm_max_local

```



```

end % end if T_vm_max_local
if j==n_pontos/2
    'cisalhamento para z=0.5*a'
    z(j)/a
    figure(6);
    plot(x/a, c_xz_n/p_max, 'g', x/a, c_xz_t/p_max, 'r--', x/a, c_xz/p_max, 'k-');
    title('Tensões de cisalhamento para z=0.5*a');
    xlabel('x/a');
    ylabel('stress/p_m a x');
    legend('C_xz_n', 'C_xz_t', 'C_xz_t_o_t_a_1', -1);
    grid;
end % if j==n_pontos/2
end % end for j

'Número de ciclos de vida a fadiga'
k=1.45037e-4*pi*(m1+m2)*Tn_max_global^2
N_life=10^(ksi-lambda*log10(k)/n_planetas

'Pressão máxima de contato'
p_max
tecla=menu('Clique no X para fechar as figuras', 'X');
close all;

```

```

'cisalhamento'
figure(7);
plot(x/a, c_l3_cis_max/p_max, 'g', x/a, T_l_cis_max/p_max, 'r--', x/a,
T_2_cis_max/p_max, 'm', x/a, T_3_cis_max/p_max, 'c-', x/a, T_vm_cis_max/p_max, 'k-');
title('Tensões principais e de Von Mises na região de contato com maior tensão de
cisalhamento');
xlabel('x/a');
ylabel('stress/p_m a x');
legend('C_l3', 'T_l', 'T_2', 'T_3', 'T_vm', -1);
grid;

```

```

'cisalhamento'
figure(8);
plot(x/a, c_l3_vm_max/p_max, 'g', x/a, T_l_vm_max/p_max, 'r--', x/a,
T_2_vm_max/p_max, 'm', x/a, T_3_vm_max/p_max, 'c-', x/a, T_vm_vm_max/p_max, 'k-');
title('Tensões principais e de Von Mises na região de contato com maior tensão de
Von Mises');
xlabel('x/a');
ylabel('stress/p_m a x');
legend('C_l3', 'T_l', 'T_2', 'T_3', 'T_vm', -1);
grid;

```

```

'Figura 8) Posições (x/a e z/a) e valor da maior tensão de Von Mises'
x_vm_max/a
z_vm_max/a
T_vm_max_global/p_max
figure(9);
plot(x/a, c_l3_n_max/p_max, 'g', x/a, T_l_n_max/p_max, 'r--', x/a,
T_2_n_max/p_max, 'm', x/a, T_3_n_max/p_max, 'c-', x/a, T_vm_n_max/p_max, 'k-');
title('Tensões principais e de Von Mises na região de contato com maior tensão
principal');
xlabel('x/a');
ylabel('stress/p_m a x');
legend('C_l3', 'T_l', 'T_2', 'T_3', 'T_vm', -1);
grid;

```

```

'Figura 9) Posições (x/a e z/a) e valor da maior tensão principal'
x_n_max/a
z_n_max/a
Tn_max_global/p_max
Tn_max_global
'Número de ciclos de vida a fadiga'
k=1.45037e-4*pi*(m1+m2)*Tn_max_global^2
N_life=10^(ksi-lambda*log10(k)/n_planetas

```

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAUJO, R.G.; CABRAL, E.L.L.; TU, C.C.C., Redutor Planetário a Tração de um Estágio. 6º SICUSP - Simpósio de Iniciação Científica da USP, Vol. 2, pp. 362, São Carlos, Novembro, 1998.
- BORESI, ARTHUR P., *Elasticity in Engineering Mechanics*. Prentice-Hall, New Jersey, 1965.
- CHIRONIS, N. P., *Gear Design and Application*. McGraw-Hill, 1967.
- CISNEROS, C. A. F., Projeto de um Redutor Planetário Composto a Tração. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, EPUSP, São Paulo, 1996.
- COOK, N.H.; RABINOWICZ, E., *Physical Measurement and Analysis*. Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1963.
- GRAM, W. D., *Experimental Load-Stress Factors*. Handbook of Mechanical Wear, C.Lipson and L. V. Colwell, eds., Univ. of Mich. pp. 56-91, 1961.
- CUNHA, V. L. C., Monitoramento de desgaste em fresas de topo através da medição de torque. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, EPUSP, São Paulo, 2000.
- DOJEN, *Zero Backlash Reducers and Actuator-Designer's Guide*. Catalogo, Dojen-Lenze, 4c Henshaw St., Woburn, MA 0A801, 1989.
- HUNOLD, M. C., Sistema de Posicionamento Pneumático Rotativo. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, EPUSP, São Paulo, 1999.
- JUVINALT, R.C.; MARSHK, K.M., *Fundamentals of Machine Component Design*. 2ª ed., John Wiley & Sons, EUA, 1991.

- KORNHAUSER, M., A Note on Elastic Surface Deformation. Journal of Applied Mechanics, v.18, 1951, p.251-252.
- KRAUS, C. E., Rolling Traction Analysis and Design. Excelermatic Inc., Texas, USA, 1992.
- LOEWENTHAL, S.H; ROHN, D.A, Elastic Model of the Traction Behavior of Two Traction Lubricants. ASLE Transactions, v.27,2, pp.129-137, Abril, 1985.
- MABIE, H.H; OCWIRK F.W., Mechanisms and Dynamics Machinery. 3ª edição, John Wiley and Sons, New York, 1984.
- MALVINO, A. P., Eletrônica. 4ª edição, Volume 2, Makron Books, São Paulo, 1995.
- MITSUBISHI, Rotation Accuracy of Mitsubishi Planetary Traction Drive Unit, Tokio, Japão, 19\_\_.
- MONSANTO, SANTORACK, Synthetic Traction Lubricants.
- MORRISON, R. A., Load / Life Curves for Gear and Cam Materials. Machine Design, v.40, pp.102-108, Aug. 1, 1968
- NASH, WILLIAM A., Resistência dos Materiais. Mc Graw-Hill, 3ª edição, 1990.
- NORTON, ROBERT L., Machine Design: An Integrated Approach. Prentice-Hall, New Jersey, 1998.
- SMITH, J. O.; LUI, C. K., Stresses Due to Tangential and Normal Loads on an Elastic Solid with Application to Some Contact Stress Problems. Journal of Applied Mechanics. Transactions of The ASME, 75: pp.157-166, 1953.

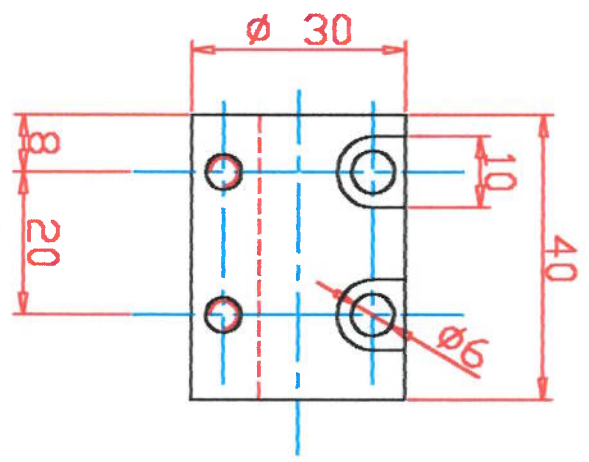
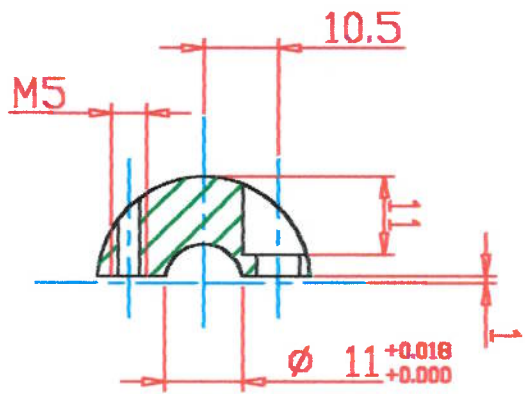
TEVAARWERK, J.L., A Simple Thermal Correction for Large Spin Traction Curves. Trans. of ASME, Journal of Mechanical Design, Vol.103, Abril 1981.

TIMOSHENKO, S.P. ; GOODIER, J.N., Teoria da Elasticidade. Ed. Guanabara Dois, 3ª edição, 1980.

THOMSON, Product Selection and Engineering Guide. (Catálogo). USA, 1998.

**APÊNDICE A - DESENHOS DE CONJUNTO E DE FABRICAÇÃO  
DO REDUTOR**

|    |     |    |                        |      |        |               |                 |             |
|----|-----|----|------------------------|------|--------|---------------|-----------------|-------------|
| 32 | Pos | 32 | Suporte do acoplamento | 01   | Quant. | Aço ABNT 8620 | Material/Código | Observações |
|    |     |    | Denominação            |      |        |               |                 |             |
|    |     |    | Especi: S/E            |      |        | Especi: S/E   |                 |             |
|    |     |    | Des. 16106/00          | Rev. |        |               |                 |             |
|    |     |    | RSN                    |      |        |               |                 |             |
|    |     |    | Data                   |      |        |               |                 |             |
|    |     |    | Assinatura             |      |        |               |                 |             |
|    |     |    | Redutor Planetário     |      |        | Cor:          |                 |             |
|    |     |    | SUPORTE DO ACOPLAM.    |      |        | Folha: 02/11  |                 |             |



Tolerâncias de Fabricação: ISO 2768 m K  
ISO 8015

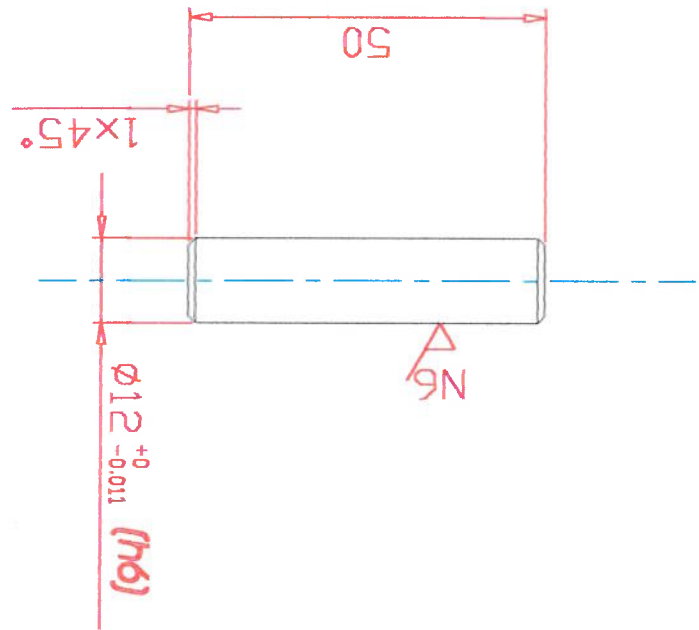


# EIXO DO PLANETA

Redutor Planetário

|      |    |              |                 |          |    |                  |               |              |  |
|------|----|--------------|-----------------|----------|----|------------------|---------------|--------------|--|
| Pos: | 10 | Denominação: | EIXO DO PLANETA | Quant:   | 06 | Material/Código: | Aço ABNT 1020 | Observações: |  |
|      |    | Escala:      |                 | Des:     |    | Data:            |               | Assin:       |  |
|      |    | S/E          |                 | 15/06/00 |    | FSN              |               |              |  |
|      |    | Cor:         |                 |          |    |                  |               |              |  |
|      |    | Folha: 04/11 |                 |          |    |                  |               |              |  |

Tolerâncias de Fabricação: ISO 2768 mK  
ISO 8015



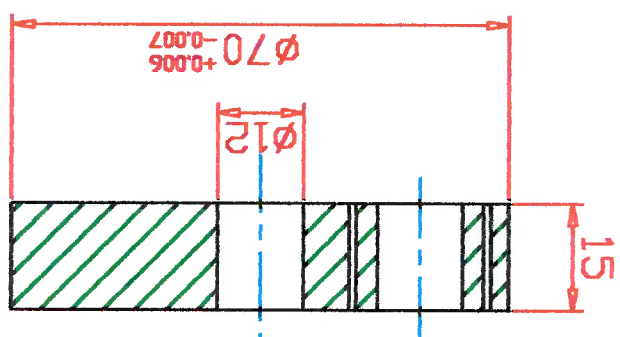


|  |                 |          |               |        |                 |             |
|--|-----------------|----------|---------------|--------|-----------------|-------------|
| 32   | Tampa da gaiola | 02       | Aço ABNT 8620 | Quant. | Material/Código | Observações |
| <p style="text-align: center;"><b>TAMPA DA GAIOLA</b><br/>Redutor Planetário</p> |                 |          |               |        |                 |             |
| Escalor:   |                 | S/E      | Cor:          |        |                 |             |
| Data:  |                 | 15/04/00 | Rev:          |        |                 |             |
| Assn:  |                 |          | Des:          |        |                 |             |
|  |                 |          | Assn:         |        |                 |             |
|  |                 |          | Rev:          |        |                 |             |
|  |                 |          | Cor:          |        |                 |             |

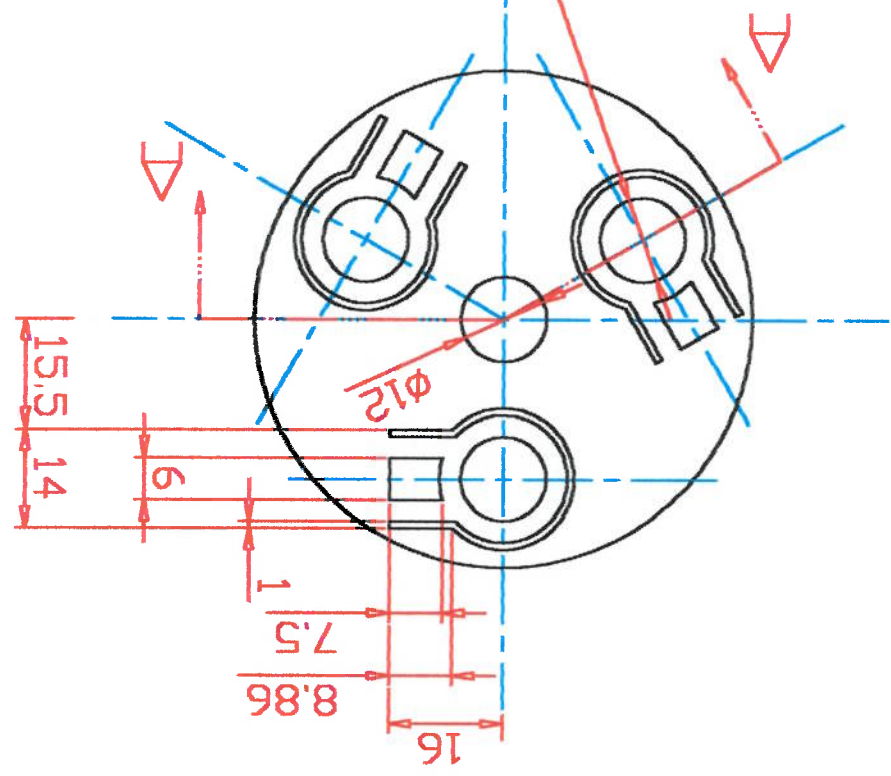
Folha: 05/11

Tolerâncias de Fabricação: ISO 2768 mK  
ISO 8015

**CORTE A-A**



**3 FURDS  $\phi 12^{+0.016}_{-0.034}$  EQUISPACADOS**



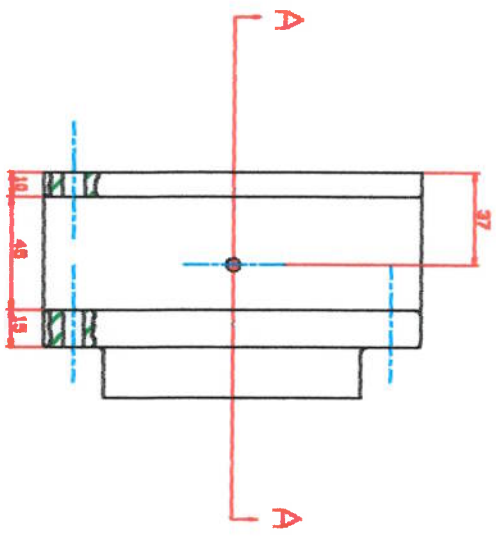
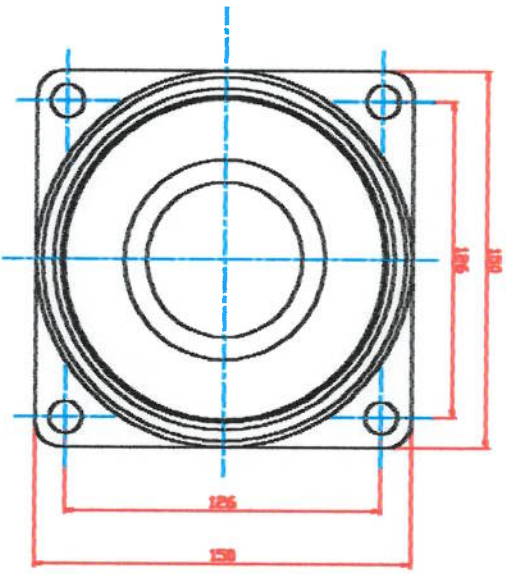
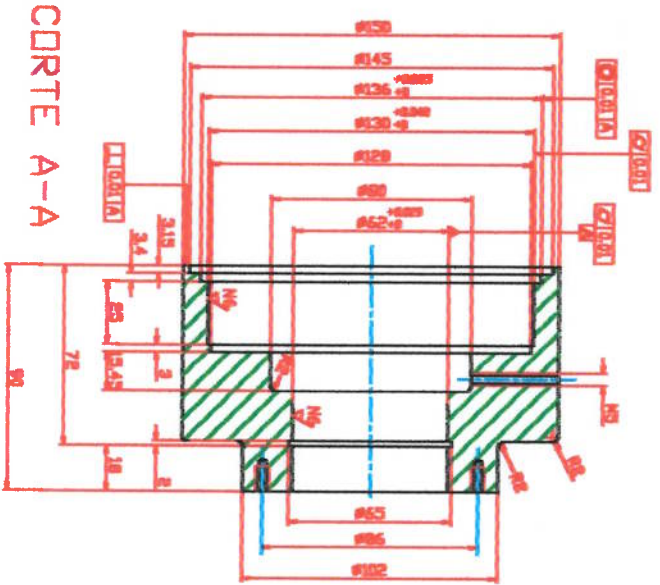
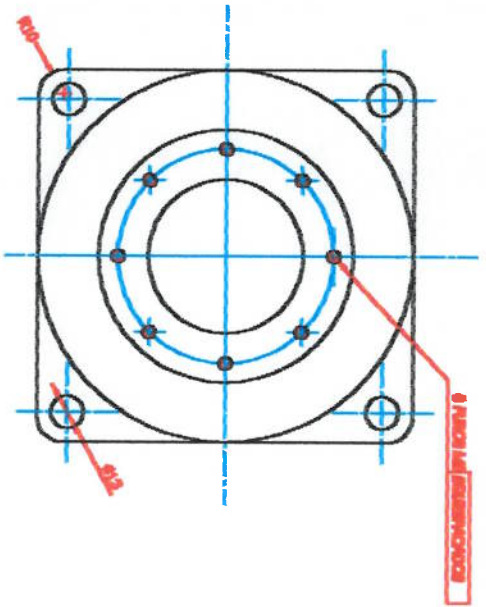












Indicaciones de cotado y normas  
 ISO 2556

|             |            |          |            |
|-------------|------------|----------|------------|
| PROYECTO    | 01         | PROYECTO | 001        |
| DESCRIPCION | MOTOR 3    |          |            |
| FECHA       | 01/01/2010 | FECHA    | 01/01/2010 |
| ELABORADO   | CLD        | REVISADO |            |
| APROBADO    |            | APROBADO |            |