

**WILFREDO MONTEALEGRE RUBIO**

**Projeto de “MEMS” Eletrotermomecânicos  
Usando o Método de Otimização  
Topológica**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo  
para obtenção do Título de Mestre em  
Engenharia.

**São Paulo  
2005**

**WILFREDO MONTEALEGRE RUBIO**

**Projeto de “MEMS” Eletrotermomecânicos  
Usando o Método de Otimização  
Topológica**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo  
para obtenção do Título de Mestre em  
Engenharia.

Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica/Mecatrônica

Orientador:  
**Prof. Dr. Emílio Carlos Nelli Silva**

**São Paulo  
2005**

*A meus pais, Alfonso e Adonay;  
por sempre me incentivar e lutar  
para que se abrissem as portas  
do meu futuro. Por todo seu  
amor, dedicação, exemplo de  
honradez e trabalho.*

*A minha amada esposa, Belky; pelo  
amor, apoio, incentivo e compreensão  
ao longo desta etapa de nossas vidas,  
sem o qual teria sido uma tarefa impossível.*

*À memória das minhas avós, Isabel  
e Teodolinda, e do meu avô Nicasio*

## AGRADECIMENTOS

A Deus pela saúde e oportunidades proporcionadas.

A meu orientador, Prof. Dr. Emílio Carlos Nelli Silva, pela confiança em mim depositada. Mais que um orientador, foi mestre, amigo, e guia nas horas de incerteza. Com paciência, auxiliou-me sobremaneira no desenvolvimento da presente dissertação, demonstrando com seu exemplo o valor da vida acadêmica.

À FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), pela concessão da bolsa de estudos ao longo de dois anos, que viabilizou a minha estada no Brasil.

A meu irmão Alfonso; minhas irmãs, Teodolinda e Nancy; e meus sobrinos, pelo carinho e apoio sempre incondicional.

A Israel, Mercedes, Carolina e Lina, que sempre têm representado para mim uma segunda família e têm estado sempre presentes nos momentos mais difíceis.

A meus professores pelo ensino e orientação que recebi deles.

A meus colegas do grupo de otimização topológica, especialmente, a Cícero e Ronny, pela sua valiosa ajuda e oportunos esclarecimentos das minhas dúvidas.

A meus amigos colombianos no Brasil pelos momentos de entretenimento que desfrutamos juntos e ajuda oferecida oportunamente.

Ao Povo Brasileiro, pelo acolhimento e oportunidades oferecidas sem preconceitos.

## RESUMO

Sistemas microeletromecânicos ou “MEMS” em inglês são sistemas mecânicos projetados em escalas micrométricas. Um tipo comum de “MEMS” são os “MEMS” eletrotermomecânicos, os quais acoplam domínios elétrico, térmico e mecânico para gerar deslocamentos. Nesses “MEMS” uma corrente elétrica é convertida em calor pelo efeito de Joule e esse calor gera deformações térmicas, as quais por sua vez causam deformação estrutural. Os “MEMS” eletrotermomecânicos são projetados como mecanismos flexíveis; estes mecanismos conseguem sua mobilidade da flexibilidade da sua estrutura ao contrário das estruturas de corpo rígido que obtém sua mobilidade de dobradiças, rolamentos e guias deslizantes. O projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos não é uma tarefa fácil de realizar usando métodos de tentativa e erro; portanto, neste trabalho o Método de Otimização Topológica (MOT) é aplicado, o qual combina algoritmos de otimização com o Método dos Elementos Finitos para projetar a melhor topologia estrutural, distribuindo o material no interior de um domínio de projeto fixo segundo um critério de custo. Em “MEMS” eletrotermomecânicos, este critério de custo consiste de maximizar o deslocamento de saída, com o menor peso, quando um potencial elétrico é aplicado à estrutura. O principal objetivo deste trabalho é projetar “MEMS” eletrotermomecânicos utilizando o Método de Otimização topológica. Um modelo de material baseado no tradicional modelo “SIMP” é adotado e o algoritmo de otimização é construído usando a Programação Linear Seqüencial (PLS). Uma técnica de filtragem é aplicada para controlar a dependência da malha e o problema das instabilidades de xadrez. Uma forma alternativa é aplicada para controlar o problema das instabilidades de xadrez: o MOT baseado no método da aproximação contínua de distribuição de material – “CAMD”. Vários exemplos de “MEMS” eletrotermomecânicos bidimensionais otimizados são incluídos. Além disso, a influência de diversos valores dos parâmetros de otimização na topologia final é discutida.

## ABSTRACT

MEMS are MicroElectroMechanical Systems designed in micrometric scale. A very common type of MEMS are the electrothermomechanical MEMS, which couples electrical, thermal and mechanical field to generate displacements. In these MEMS an electrical current is converted to heat by Joule effect and the heat causes thermal strain, which in turn causes structural deformation. Electrothermomechanical MEMS are designed as compliant mechanisms; they attain their mobility from flexibility of their structure as opposed to rigid body structure that attains their mobility from hinges, bearings and sliders. Design of electrothermomechanical MEMS is not an easy task to be accomplished by using trial and error methods; therefore, in this work Topology Optimization Method (TOM) is applied, which combines optimization algorithms with Finite Element Method to design the best structure topology, distributing the material in the interior of a fixed domain according to cost criteria. In electrothermomechanical MEMS, this cost criteria consists of maximizing the output displacement, with the least weight, when an electric potential is applied to the structure. The main goal of this work is to design electrothermomechanical MEMS using the Topology Optimization Method. A material model based on the traditional SIMP model is adopted and the optimization algorithm is constructed based on sequential linear programming (SLP). A filtering technique is applied to control the mesh dependency and the checkerboard problem. An alternative way is applied to control the checkerboard problem: TOM based on the method of continuous approximation of material distribution – CAMD. Several examples of optimized two-dimensional electrothermomechanical MEMS are included. In addition, the influence of different values of optimization parameters upon the final topology is discussed.

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO.....</b>  | <b>1</b>  |
| <b>1.1 Introdução a “MEMS” eletrotermomecânicos.....</b>                    | <b>1</b>  |
| <b>1.2 Objetivos.....</b>   | <b>11</b> |
| <b>1.3 Justificativa.....</b>   | <b>12</b> |
| <br>  |           |
| <b>2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA.....</b>   | <b>13</b> |
| <b>2.1 Introdução.....</b>  | <b>13</b> |
| <b>2.2 O Método da Otimização Topológica (MOT).....</b>                     | <b>15</b> |
| 2.2.1 Histórico da Otimização Topológica.....                               | 16        |
| <b>2.3 Conceitos Básicos do MOT.....</b>                                    | <b>19</b> |
| 2.3.1 Domínio Estendido Fixo de Projeto.....                                | 19        |
| 2.3.2 Modelo de Material.....   | 20        |
| 2.3.2.1 Método da homogeneização.....                                       | 21        |
| 2.3.2.2 Modelo de Material SIMP.....  | 22        |
| 2.3.2.2.1 Modelo de Material SIMP no projeto de<br>micromecanismos ETM..... | 26        |
| <b>2.4 Classificação da Otimização Topológica.....</b>                      | <b>27</b> |
| <b>2.5 Implementação do MOT.....</b>  | <b>29</b> |
| <b>2.6 Problemas Numéricos no MOT.....</b>                                  | <b>33</b> |
| 2.6.1 Dependência de malha.....   | 33        |
| 2.6.2 Não unicidade da solução.....   | 33        |
| 2.6.3 Escalas de Cinza.....   | 35        |
| 2.6.4 Instabilidade de xadrez.....  | 36        |
| 2.6.4.1 Aumento da ordem do elemento finito.....                            | 37        |

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| 2.6.4.2    | Técnicas de filtragem.....  | 38        |
| 2.6.4.3    | Aproximação contínua de distribuição de material<br>("CAMD").....   | 40        |
| <b>3</b>   | <b>MODELAGEM DE MICROATUADORES ETM.....</b>   | <b>42</b> |
| <b>3.1</b> | <b>Equações governantes dos micromecanismos ETM.....</b>  | <b>42</b> |
| <b>3.2</b> | <b>Formulação de elementos finitos.....</b>   | <b>45</b> |
| 3.2.1      | MEF no problema termo-elástico.....   | 48        |
| 3.2.1.1    | Matriz de rigidez do elemento retangular isoparamétrico   | 48        |
| 3.2.1.2    | Vetor de carga do elemento no problema termo-elástico.  | 54        |
| 3.2.2      | MEF no problema elétrico e eletro-térmico.....  | 57        |
| 3.2.2.1    | Matriz de condutividade térmica, matriz de convecção e<br>vetor de carga do elemento no problema eletro-térmico.. | 57        |
| 3.2.2.2    | Matriz de condutividade elétrica no problema elétrico....   | 65        |
| <b>3.3</b> | <b>MEF para a otimização topológica baseada na aproximação contínua<br/>    de distribuição de material.....</b>  | <b>67</b> |
| <b>4</b>   | <b>PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO<br/>    NUMÉRICA DO MOT.....</b>  | <b>68</b> |
| <b>4.1</b> | <b>Problema de otimização.....</b>  | <b>68</b> |
| <b>4.2</b> | <b>Técnicas de solução do problema de otimização.....</b>   | <b>71</b> |
| 4.2.1      | Programação Linear Seqüencial (PLS).....  | 72        |
| 4.2.1.1    | Programação Linear (PL) na PLS.....   | 74        |
| <b>4.3</b> | <b>Problema de otimização na forma discreta.....</b>  | <b>78</b> |
| 4.3.1      | Problema de otimização para a formulação baseada no "CAMD".   | 80        |
| <b>4.4</b> | <b>Análise de sensibilidades.....</b>   | <b>81</b> |
| 4.4.1      | Sensibilidade usando o método direto.....   | 82        |
| 4.4.2      | Sensibilidade pelo método adjunto.....  | 88        |
| <b>4.5</b> | <b>Implementação da técnica de filtragem – filtro espacial.....</b>   | <b>90</b> |
| <b>4.6</b> | <b>Implementação do MOT.....</b>  | <b>94</b> |

|  |            |
|--|------------|
| <b>5 RESULTADOS.....</b>   | <b>97</b>  |
| <b>5.1 Introdução.....</b>   | <b>97</b>  |
| <b>5.2 Resultados preliminares.....</b>  | <b>100</b> |
| <b>5.3 Redução da instabilidade de xadrez, da escala de cinza e imposição de simetria.....</b> | <b>104</b> |
| 5.3.1 Variação do tamanho do filtro.....   | 107        |
| 5.3.2 Redução da escala de cinza.....  | 109        |
| 5.3.3 Imposição de simetria.....   | 112        |
| <b>5.4 Influência dos parâmetros do MOT no projeto de micromecanismos ETM.....</b>             | <b>113</b> |
| 5.4.1 Variação dos fatores de penalidade.....  | 114        |
| 5.4.2 Variação da restrição de volume.....   | 119        |
| 5.4.3 Variação do valor inicial das variáveis de projeto.....                                  | 120        |
| 5.4.4 Variação da rigidez da peça atuada.....  | 123        |
| 5.4.5 Variação da discretização do domínio de projeto fixo.....                                | 126        |
| <b>5.5 Efeito da variação das condições de contorno.....</b>                                   | <b>131</b> |
| 5.5.1 Variação das condições de contorno elétricas.....  | 131        |
| 5.5.2 Variação nas condições de contorno térmicas.....   | 134        |
| <b>5.6 Projeto e verificação de microatuadores.....</b>  | <b>137</b> |
| <b>5.7 Projeto de microgarras.....</b>   | <b>145</b> |
| <b>5.8 Avaliação com resultados da literatura.....</b>   | <b>149</b> |
| <b>5.9 Resultados do memsETM versus resultados intuitivos.....</b>                             | <b>152</b> |
| <b>5.10 Micromecanismos ETM com múltiplos graus de liberdade.....</b>                          | <b>154</b> |
| <b>5.11 Comentários finais.....</b>  | <b>157</b> |
| <br>   |            |
| <b>6 CONCLUSÕES E OBSERVAÇÕES.....</b>   | <b>162</b> |
| <b>6.1 Considerações finais e trabalhos futuros.....</b>                                       | <b>164</b> |
| <br>   |            |
| <b>ANEXO A – Controle elétrico em micromecanismos ETM.....</b>                                 | <b>165</b> |
| <br>   |            |
| <b>ANEXO B – Implementação do controle elétrico por potencial</b>                              |            |

|  |            |
|--|------------|
| elétrico.....  | 168        |
| <b>B.1 Implementação no MEF.....</b>   | <b>168</b> |
| <b>B.2 Análise de sensibilidades.....</b>  | <b>169</b> |
| <br>   |            |
| <b>ANEXO C – Descrição do programa computacional memsETM e<br/>                  memsETM_camd.....</b>                           | <b>171</b> |
| <b>C.1 Pré-processamento.....</b>  | <b>171</b> |
| <b>C.2 Processamento.....</b>  | <b>173</b> |
| <b>C.3 Pós-processamento.....</b>  | <b>179</b> |
| <br>   |            |
| <b>ANEXO D – Modelo do primeiro arquivo texto de entrada.....</b>  | <b>181</b> |
| <br>   |            |
| <b>ANEXO E – Modelo do segundo arquivo texto de entrada.....</b>   | <b>182</b> |
| <br>   |            |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>   | <b>184</b> |
| <br>   |            |
| <b>APÊNDICE – Projeto de mecanismos flexíveis com compensação<br/>                  térmica utilizando otimização topológica</b> |            |

## LISTA DE FIGURAS

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Figura 1.1 | (a) Alicates convencionais. (b) alicate como mecanismo flexível...   | 2  |
| Figura 1.2 | Um alicate desenvolvido como mecanismo flexível que está sendo comercializado.....   | 2  |
| Figura 1.3 | Micromecanismos ETM. (a) de movimento uniaxial; (b) Forma e condições de contorno para um “MEMS” “pseudo-bilaminar”; (c) Simulação computacional do atuador “pseudo-bilaminar” usando elementos finitos..... | 4  |
| Figura 1.4 | Micromecanismo ETM pseudo-bilaminar com movimento uniaxial.....  | 5  |
| Figura 1.5 | Micromecanismo ETM denominado cascata.....   | 5  |
| Figura 1.6 | Micromecanismo ETM formado por dois pseudo-bilaminares unidos paralelamente.....   | 6  |
| Figura 1.7 | Micropinça formada por dois micromecanismos ETM pseudo-bilaminares unidos em ângulo.....   | 6  |
| Figura 1.8 | Problema básico no projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos.....   | 7  |
| Figura 1.9 | Micromecanismos ETM projetado pelo método de otimização topológica (as setas indicam direção dos deslocamentos de saída). (a) com um grau de liberdade; (b) com dois graus de liberdade.....                 | 11 |
| Figura 2.1 | Solução de um problema usando diferentes abordagens de otimização.....   | 13 |
| Figura 2.2 | Modelo de material baseado em homogeneização.....  | 21 |
| Figura 2.3 | Curva limite de Hashin – Shtrikman e curvas do modelo “SIMP”.....  | 24 |
| Figura 2.4 | Procedimento no projeto de um micromecanismo ETM usando MOT. (a) Domínio de projeto e condições de contorno; (b) domínio discretizado; (c) iterações; (d) topologia final; (e)                               |    |

|            |   |     |
|------------|---|-----|
|            | interpretação final; (f) verificação por MEF; (g) fabricação.....   | 30  |
| Figura 2.5 | Projeto de “MEMS” eletrotermomecânico usando MOT. (a) Domínio de projeto e condições de contorno; (b) discretização usando elementos contínuos e topologia final atuada com distribuição de temperatura; (c) discretização e topologia final atuada usando elementos de viga..... | 32  |
| Figura 2.6 | Método da continuação.....  | 34  |
| Figura 2.7 | Escalas de cinza no projeto de MEMS eletrotermomecânicos usando MOT.....  | 35  |
| Figura 2.8 | Efeito do fator $p$ no projeto de um mecanismo flexível.....  | 36  |
| Figura 2.9 | Instabilidade de xadrez.....  | 37  |
| Figura 3.1 | Condições de carga e fronteira para o problema eletrotermomecânico no projeto de micromecanismos ETM.....   | 43  |
| Figura 3.2 | Elemento retangular de quatro nós no sistema de coordenadas naturais.....   | 49  |
| Figura 3.3 | Elemento retangular de quatro nós no sistema de coordenadas físicas.....  | 49  |
| Figura 3.4 | Um corpo submetido à transferência de calor.....  | 58  |
| Figura 4.1 | Problema no projeto de um micromecanismo ETM.....   | 69  |
| Figura 4.2 | Idéia básica do PLS e dos limites móveis.....   | 73  |
| Figura 4.3 | Implementação Q4/U.....   | 77  |
| Figura 4.4 | Implementação Q4/Q4.....  | 80  |
| Figura 4.5 | Raio de abrangência nos filtros espaciais.....  | 92  |
| Figura 4.6 | Diagrama de fluxo para o Método de Otimização Topológica.....   | 94  |
| Figura 5.1 | Exemplo 1. (a) Domínio de projeto fixo (medidas em $\mu\text{m}$ ); (b) topologia ótima e distribuição de corrente elétrica (em ampère); (c) curvas de convergência da função objetivo ( $u_{out}$ ( $\mu\text{m}$ ) vs iterações) e da restrição de volume.....                  | 101 |
| Figura 5.2 | Exemplo 2. (a) Domínio de projeto fixo (medidas em $\mu\text{m}$ ); (b)   |     |

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
|             | topologia ótima e distribuição de corrente elétrica (em ampère);<br>(c) curvas de convergência da função objetivo ( $u_{out}$ ( $\mu\text{m}$ ) vs iterações) e da restrição de volume.....  | 102 |
| Figura 5.3  | Exemplo 3. (a) Domínio de projeto fixo (medidas em $\mu\text{m}$ ); (b) topologia ótima e distribuição de corrente elétrica (em ampère); (c) curvas de convergência da função objetivo ( $u_{out}$ ( $\mu\text{m}$ ) vs iterações) e da restrição de volume..... | 103 |
| Figura 5.4  | Redução das instabilidades de xadrez no problema da Fig. 5.1. (a) Topologia sem filtro; (b) topologia com filtro; (c) topologia usando “CAMD” .....  | 105 |
| Figura 5.5  | Redução das instabilidades de xadrez no problema da Fig. 5.2. (a) Topologia sem filtro; (b) topologia com filtro; (c) topologia usando “CAMD” .....  | 106 |
| Figura 5.6  | Redução das instabilidades de xadrez no problema da Fig. 5.3. (a) Topologia sem filtro; (b) topologia com filtro; (c) topologia usando “CAMD” .....  | 106 |
| Figura 5.7  | Variação do raio de abrangência do filtro espacial para o problema da Fig. 5.1. (a) $R_{\text{max}} = 0,01 \mu\text{m}$ ; (b) $R_{\text{max}} = 0,02 \mu\text{m}$ ; (c) $R_{\text{max}} = 0,03 \mu\text{m}$ .....  | 108 |
| Figura 5.8  | Variação do raio de abrangência do filtro espacial para o problema da Fig. 5.2. (a) $R_{\text{max}} = 0,01 \mu\text{m}$ ; (b) $R_{\text{max}} = 0,02 \mu\text{m}$ ; (c) $R_{\text{max}} = 0,03 \mu\text{m}$ .....  | 109 |
| Figura. 5.9 | Variação do raio de abrangência do filtro espacial para o problema da Fig. 5.3. (a) $R_{\text{max}} = 0,01 \mu\text{m}$ ; (b) $R_{\text{max}} = 0,02 \mu\text{m}$ ; (c) $R_{\text{max}} = 0,03 \mu\text{m}$ .....  | 109 |
| Figura 5.10 | Redução das densidades intermediárias para o problema da Fig. 5.1. (a) Resultado obtido sem desligar o filtro, (b) resultado obtido desligando-se o filtro, (c) curva de convergência da figura (b) – $u_{out}$ ( $\mu\text{m}$ ) vs iterações.....              | 110 |
| Figura 5.11 | Redução das densidades intermediárias para o problema da Fig. 5.2. (a) Resultado obtido sem desligar o filtro, (b) resultado   |     |

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
|             | obtido desligando-se o filtro, (c) curva de convergência da figura (b) – $u_{out}$ (mm) vs iterações.....  | 111 |
| Figura 5.12 | Redução das densidades intermediárias para o problema da Fig. 5.1. (a) Resultado obtido sem desligar o filtro, (b) resultado obtido desligando-se o filtro, (c) curva de convergência da figura (b) – $u_{out}$ (µm) vs iterações..... | 111 |
| Figura 5.13 | Imposição de simetria no problema da Fig. 5.1(a).....  | 113 |
| Figura 5.14 | Variação do fator de penalidade no problema da Fig. 5.1(a).....  | 115 |
| Figura 5.15 | Variação do fator de penalidade no problema da Fig. 5.3(a).....  | 116 |
| Figura 5.16 | Escalas de cinza para diferentes valores de $p$ 's.....  | 117 |
| Figura 5.17 | Valor máximo de corrente para diferentes valores de $p$ 's.....  | 118 |
| Figura 5.18 | Valor final da função objetivo para diferentes valores de $p$ 's.....  | 118 |
| Figura 5.19 | Efeito da restrição de volume.....   | 120 |
| Figura 5.20 | Variação do valor inicial das variáveis de projeto.....  | 121 |
| Figura 5.21 | Escalas de cinza para diferentes “chutes” iniciais das variáveis de projeto.....   | 122 |
| Figura 5.22 | Corrente máxima para diferentes “chutes” iniciais das variáveis de projeto.....  | 122 |
| Figura 5.23 | Deslocamento de saída desejado para diferentes “chutes” iniciais das variáveis de projeto.....   | 123 |
| Figura 5.24 | Topologias obtidas variando-se a rigidez da peça atuada no problema da Fig. 5.1(a).....  | 124 |
| Figura 5.25 | Variação da função objetivo versus a rigidez da peça de trabalho das topologias da Fig. 5.24.....  | 125 |
| Figura 5.26 | Variação do número de elementos finitos com escala de cinza versus a rigidez da peça de trabalho das topologias da Fig. 5.24...  | 126 |
| Figura 5.27 | Variação da discretização do domínio de projeto fixo. As colunas representam topologias com igual número de elementos finitos e as filas as topologias ótimas sem filtro, com filtro e com “CAMD”, sucessivamente.....                 | 128 |
| Figura 5.28 | Curva que representa a variação do tempo computacional segundo o aumento do refino da malha.....   | 130 |

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
| Figura 5.29 | Excitação por potencial elétrico. (a) Domínio de projeto fixo (dimensões em $\mu\text{m}$ ); (b) topologias para diversos valores de voltagens de entrada..... | 133 |
| Figura 5.30 | Excitação por corrente e topologias para diversos valores de corrente elétrica de entrada.....   | 134 |
| Figura 5.31 | Efeito do coeficiente de convecção $h$ na topologia ótima do problema proposto na Fig. 5.29(a).....  | 135 |
| Figura 5.32 | Efeito da temperatura ambiente usando o problema ilustrado na Fig. 5.1(a).....   | 136 |
| Figura 5.33 | Efeito da temperatura ambiente usando o problema da Fig. 5.29(a).....  | 136 |
| Figura 5.34 | Avaliação da topologia ótima final do problema da Fig. 5.1(a).....   | 138 |
| Figura 5.35 | Simulações e avaliação da topologia ótima final do problema da Fig. 5.2(a).....  | 139 |
| Figura 5.36 | Simulações e avaliação da topologia ótima final do problema da Fig. 5.3(a).....  | 140 |
| Figura 5.37 | Simulações e avaliação da topologia ótima final do problema da Fig. 5.29(a).....   | 141 |
| Figura 5.38 | Projeto e simulação de um microatuador ETM num domínio irregular.....  | 143 |
| Figura 5.39 | Projeto e simulação de um microatuador ETM num domínio com buracos internos.....   | 144 |
| Figura 5.40 | Exemplo 1. Projeto ótimo e simulação de uma micropinça.....  | 146 |
| Figura 5.41 | Exemplo 2. Projeto ótimo e simulação de um microgrampo.....  | 147 |
| Figura 5.42 | Exemplo 3. Projeto ótimo e simulação de uma microgarra.....  | 148 |
| Figura 5.43 | Exemplo 1. Avaliação do memsETM com exemplos extraídos da literatura.....  | 150 |
| Figura 5.44 | Exemplo 2. Avaliação do memsETM com exemplos extraídos da literatura.....  | 151 |
| Figura 5.45 | Domínio de projeto fixo e condições de contorno para projetar um micromecanismo ETM intuitivo e por OT.....  | 153 |
| Figura 5.46 | Solução intuitiva para o problema da Fig. 5.45.....  | 153 |

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
| Figura 5.47 | Solução por OT do problema da Fig. 5.45.....   | 154 |
| Figura 5.48 | Micromecanismo ETM com múltiplos graus de liberdade. (a) Domínio de projeto fixo (dimensões em $\mu\text{m}$ ); (b) carregamento 1; (c) carregamento2..... | 155 |
| Figura 5.49 | Topologia ótima final, distribuição de corrente e temperatura para o problema da Fig. 5.48.....  | 156 |
| Figura 5.50 | Junta de somente um ponto.....   | 158 |
| Figura 5.51 | Curva que relaciona a voltagem aplicada versus o deslocamento gerado para o problema da Fig. 5.29(a).....  | 160 |
| Figura 5.52 | Curva que relaciona a voltagem aplicada versus a temperatura máxima gerada para o problema da Fig. 5.29(a).....  | 160 |
| Figura C.1  | Diagrama de fluxo geral do memsETM.....  | 171 |
| Figura C.2  | Diagrama de fluxo dos subproblemas do MEF.....   | 175 |
| Figura C.3  | Diagrama de fluxo detalhado para cada subproblemas do MEF....  | 176 |
| Figura C.4  | Fluxograma geral dos programas memsETM e memsETM_camd.....   | 177 |

## LISTA DE TABELAS

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| Tabela 2.1 | Comparação ente o Método da Homogeneização e o método “SIMP”.....     | 25  |
| Tabela 5.1 | Propriedades do Níquel.....   | 98  |
| Tabela 5.2 | Dados usados no MOT.....  | 99  |
| Tabela 5.3 | Condições de contorno.....  | 99  |
| Tabela 5.4 | Novos dados usados no MOT.....  | 130 |
| Tabela 5.5 | Comparação entre resultados da literatura e do memsETM.....           | 150 |
| Tabela 5.6 | Resultados dos microatuadores ETM intuitivos e projetados com OT..... | 154 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|                |   |
|----------------|---|
| 2D             | Bidimensional   |
| 3D             | Tridimensional  |
| A              | Ampère  |
| ANSYS          | Software comercial de elementos finitos   |
| ASCII          | American Standard Code for Information Interchange  |
| CAD            | Computed Aided Design   |
| CAMD           | Continuous Approximation of Material Distribution   |
| eq.            | Equação   |
| ETM            | Eletrotermomecânico   |
| EUA            | Estados Unidos de América   |
| Fig.           | Figura  |
| <i>gdl</i>     | Grau de liberdade   |
| °K             | Kelvin  |
| m              | Metro   |
| MATLAB         | Linguagem para computação técnica   |
| MDF            | Método das Diferenças Finitas   |
| MEF            | Método dos Elementos Finitos  |
| MEMS           | Microelectromechanical Systems  |
| memsETM        | Designação genérica do software desenvolvido neste trabalho utilizando a abordagem Q4/U     |
| memsETM_C      | Software desenvolvido neste trabalho usando a linguagem de programação C e a abordagem Q4/U |
| memsETM_camd   | Software desenvolvido neste trabalho utilizando MATLAB e a abordagem Q4/Q4                  |
| memsETM_Matlab | Software desenvolvido neste trabalho utilizando MATLAB e a abordagem Q4/U                   |
| MMA            | Method of Moving Asymptotes   |
| MOT            | Método de Otimização Topológica   |
| N              | Newton  |

|              |   |
|--------------|---|
| OT           | Otimização Topológica   |
| Pa           | Pascal  |
| PL           | Programação Linear  |
| PLS          | Programação Linear Seqüencial   |
| PQS          | Programação Quadrática Seqüencial   |
| Q4/U         | Implementação do MOT utilizando variável de projeto por elemento                                    |
| Q4/Q4        | Implementação do MOT utilizando variável de projeto por nó  |
| RAM          | Random-Access Memory  |
| SIMP         | Simple Isotropic material with Penalization   |
| SLP          | Sequential linear programming   |
| SQP          | Sequential quadratic programming  |
| Termomecflex | Software desenvolvido neste trabalho para o projeto de mecanismos flexíveis com compensação térmica |
| V            | Volt  |
| µm           | Micrometro  |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|              |  |
|--------------|--|
| $A_n$        | Variável de projeto qualquer                                   |
| $e$          | Representa um elemento finito                                  |
| $\rho$       | Variável de projeto (pseudo-densidade)                         |
| $\rho^e$     | Densidade do elemento finito $e$                               |
| $\rho_J$     | Densidade do nó $J$  |
| $\Omega$     | Domínio de projeto fixo  |
| $C^0$        | Propriedade do material base                                   |
| $\nu$        | Módulo de Poisson  |
| $E^0$        | Módulo de Young do material base                               |
| $E$          | Módulo de Young  |
| $\sigma_0^0$ | Condutividade elétrica do material base                        |
| $\sigma_0$   | Condutividade elétrica   |
| $\sigma_1^0$ | Condutividade térmica do material base                         |
| $\sigma_1$   | Condutividade térmica  |
| $\alpha$     | Coefficiente de expansão térmica                               |
| $h$          | Coefficiente de convecção                                      |
| $\rho$       | Pseudo-densidade   |
| $p$          | Fator de penalidade no modelo de material “SIMP”               |
| $p_0$        | Fator de penalidade da condutividade elétrica                  |
| $p_1$        | Fator de penalidade da condutividade térmica                   |
| $p_2$        | Fator de penalidade do módulo de Young                         |
| $N_J$        | Função de forma do nó $J$                                      |
| $u$          | Variáveis de estado  |
| $u_0$        | Voltagem   |
| $u_1$        | Temperatura  |
| $u_2$        | Componente do deslocamento na direção $i$                      |
| $,_i$        | Significa diferenciação em relação à direção da coordenada $i$ |

|               |  |
|---------------|--|
| $b_0$         | Fonte prescrita de corrente interna por unidade de volume  |
| $b_1$         | Geração interna de calor por unidade de volume mais a convecção da superfície superior do “MEMS” |
| $b_{2(i)}$    | Componentes de força volumétrica   |
| $E_{ijkl}$    | Tensor de rigidez elástica   |
| $u_0^p$       | Voltagem prescrita   |
| $u_1^p$       | Temperatura prescrita  |
| $u_{2(i)}^p$  | Componentes de deslocamentos prescritas  |
| $t_0^p$       | Fluxo de corrente prescrito  |
| $t_1^p$       | Calor prescrito  |
| $t_{2(i)}^p$  | Componentes de força de tração prescritos  |
| $\eta_{ij}$   | Deformação Green – Lagrange  |
| $s_{kl}$      | Segundo tensor de tensões Piola Kirchoff   |
| $\alpha_{ij}$ | Tensor de expansão térmica   |
| $n$           | Número de nós utilizados na discretização do domínio $\Omega$                                    |
| $N$           | Número de elementos utilizados na discretização do domínio $\Omega$                              |
| $m$           | Número de graus de liberdade por elemento  |
| $K_0$         | Matriz de condutividade global elétrica  |
| $K_1$         | Matriz de condutividade global térmica   |
| $K_2$         | Matriz de rigidez global   |
| $U_0$         | Vetor das voltagens nodais   |
| $U_1$         | Vetor das temperaturas nodais  |
| $U_2$         | Vetor dos deslocamentos nodais   |
| $P_0$         | Vetor de carga elétrica  |
| $P_1$         | Vetor de carga térmica   |
| $P_2$         | Vetor de carga estrutural  |
| $\rho$        | Vetor da densidade relativa dos elementos finitos  |
| $k_0^e$       | Matriz de condutividade elétrica do elemento $e$   |
| $k_1^e$       | Matriz de condutividade térmica do elemento $e$  |
| $h$           | Matriz de convecção do elemento $e$  |

|                 |   |
|-----------------|---|
| $k_2^e$         | Matriz de rigidez do elemento $e$   |
| $p_1^e$         | Vetor de carga do elemento $e$ no problema eletro-térmico                               |
| $p_2^e$         | Vetor de carga do elemento $e$ no problema termo-elástico                               |
| $u_0^e$         | Vetor de voltagens nodais do elemento $e$   |
| $u_1^e$         | Vetor de temperaturas nodais do elemento $e$  |
| $u_2^e$         | Vetor dos deslocamentos nodais do elemento $e$  |
| $v^e$           | Deslocamentos em qualquer ponto do elemento $e$   |
| $N$             | Matriz das funções de forma   |
| $\xi$           | Abcissa do sistema de coordenadas locais  |
| $\eta$          | Ordenada do sistema de coordenadas locais   |
| $x$             | Abcissa do sistema de coordenadas globais   |
| $y$             | Ordenada do sistema de coordenadas globais  |
| $t^e$           | Espessura do elemento $e$   |
| $\varepsilon$   | Vetor de deformações  |
| $\varepsilon^e$ | Vetor de deformações no elemento $e$  |
| $\sigma^e$      | Vetor de tensões no elemento $e$  |
| $L$             | Vetor – operador linear   |
| $B_2$           | Matriz de operadores diferenciais das funções de forma $N$ , no problema termo-elástico |
| $J$             | Matriz Jacobiana  |
| $U$             | Energia potencial de deformação do elemento   |
| $W$             | Energia potencial das cargas externas no elemento                                       |
| $D$             | Matriz do material  |
| $V^e$           | Volume do elemento $e$  |
| $P_B$           | Vetor de carga global que inclui os efeitos de forças volumétricas                      |
| $P_S$           | Vetor que inclui o efeito global das forças de superfície                               |
| $P_I$           | Vetor que inclui o efeito global das forças de inércia                                  |
| $P_C$           | Vetor que inclui o efeito global das cargas concentradas nodais                         |
| $f^B$           | Vetor das forças de volume aplicadas externamente ao elemento                           |

|                 |   |
|-----------------|---|
| $f^S$           | Vetor das forças de superfície aplicadas externamente ao elemento   |
| $\tau^I$        | Vetor das tensões iniciais do elemento                              |
| $\varepsilon^t$ | Vetor de deformações térmicas                                       |
| $u_{amb}$       | Temperatura ambiente  |
| $q^B$           | Calor gerado por unidade de volume                                  |
| $u_1^S$         | Temperatura superficial   |
| $q^S$           | Entrada de fluxo de calor prescrito sobre uma superfície $S_q$      |
| $Q^i$           | Entradas de fluxo de calor concentrado                              |
| $\mathbf{n}$    | Vetor normal unitário   |
| $n$             | Eixo coordenado na direção de um vetor normal unitário $\mathbf{n}$ |
| $u_r$           | Temperatura prescrita de uma fonte radioativa externa               |
| $h_r$           | Emissividade do corpo radiante                                      |
| $\bar{u}_1$     | Distribuição de temperatura contínua, arbitrária e admissível       |
| $S_c$           | Superfícies com condições de contorno por convecção                 |
| $S_r$           | Superfícies com condições de contorno por radiação                  |
| $B_0$           | Matriz gradiente-temperatura  |
| $N^S$           | Vetor de interpolação das temperaturas superficiais                 |
| $Q$             | Vetor de carga de fluxo de calor                                    |
| $Q^{conv}$      | Vetor de carga devido às condições de contorno por convecção        |
| $Q_B$           | Vetor de calor gerado por unidade de volume                         |
| $Q_S$           | Vetor de fluxo de calor sobre a superfície do corpo                 |
| $Q_C$           | Vetor de fluxo de calor nodal concentrado                           |
| $u_{amb}$       | Vetor de temperatura ambiente nodal                                 |
| $u_0^S$         | Voltagem prescrita sobre uma superfície $S_\theta$                  |
| $b^S$           | Corrente prescrita sobre uma superfície $S_q$                       |
| $\Phi^e$        | Vetor das densidades nodais para o elemento $e$                     |
| $u_{out}$       | Deslocamento de saída desejado                                      |
| $F_{ETM}$       | Função objetivo no projeto de micromecanismos ETM                   |
| $\Omega_s$      | Volume final desejado no problema contínuo                          |
| $gdl$           | Número de graus de liberdade  |

|                              |   |
|------------------------------|---|
| $W$                          | Fator-peso de cada <i>gdl</i> para problemas multiflexíveis   |
| $F(x)$                       | Função não-linear   |
| $f(x)$                       | Função linear   |
| $x_i^{\min}$                 | Limite móvel inferior da variável de projeto $x_i$  |
| $x_i^{\max}$                 | Limite móvel superior da variável de projeto $x_i$  |
| $x$                          | Variável – posição  |
| $x_0$                        | Valor inicial para a programação linear   |
| $\log$                       | Logaritmo na base 10  |
| $\ln$                        | Logaritmo neperiano   |
| $e(x)$                       | Erro da linearização através da Série de Taylor   |
| $V^*$                        | Restrições de volume de material no problema discreto   |
| $\rho_{\min}$                | Valor mínimo para as variáveis de projeto   |
| $\rho_{\text{movil}_{\min}}$ | Vetor que contém os limites móveis inferior das variáveis de projeto  |
| $\rho_{\text{movil}_{\max}}$ | Vetor que contém os limites móveis superiores das variáveis de projeto  |
| $\rho_{\min}$                | Vetor do limite inferior máximo   |
| $V^J$                        | “Volume” definido no nó $J$   |
| $V_{out}$                    | Voltagem do ponto de saída  |
| $L_o$                        | Vetor de tamanho $n$ consistente de zeros exceto para a posição correspondente ao grau de liberdade na direção de saída, onde este valor é um |
| $i$                          | Indica variação em relação à variável de projeto $i$ , somente na análise de sensibilidades   |
| $T_{out}$                    | Temperatura do ponto de saída   |
| $L_2$                        | Vetor de dimensão $2n$ composto de zeros, exceto para a posição correspondente ao grau de liberdade na direção do deslocamento de saída       |
| $\bar{D}$                    | Matriz do material sem considerar o modelo de material “SIMP”   |
| $A_0$                        | Vetor adjunto do problema elétrico  |
| $A_1$                        | Vetor adjunto do problema térmico   |
| $A_2$                        | Vetor adjunto do problema mecânico  |

|               |   |
|---------------|---|
| $w_1$         | Peso atribuído heurísticamente aos elementos vizinhos de aresta                                     |
| $w_2$         | Peso atribuído heurísticamente aos elementos vizinhos de vértice                                    |
| $\bar{v}$     | Faz referência aos elementos vizinhos do elemento $e$   |
| $R_{max}$     | Raio de abrangência do filtro   |
| $R_{ev}$      | Distância entre centróides do elemento central $e$ e do elemento vizinho                            |
| $\bar{v}$     |   |
| $n\bar{v}$    | Número de elementos vizinhos em torno do elemento central $e$                                       |
| $\Delta u_1$  | Variação de temperatura no MEF  |
| $K$           | Rigidez da peça atuada ou mola no ponto de saída  |
| $P$           | Potencia elétrica dissipada   |
| $R$           | Resistência elétrica  |
| $I$           | Corrente elétrica.  |
| $\phi$        | Tensão elétrica   |
| $T$           | Temperatura   |
| $R_0$         | Resistência elétrica para uma temperatura de referência $T_0$                                       |
| $T_0$         | Temperatura de referência   |
| $\Delta T$    | Variação da temperatura   |
| $\psi$        | Coefficiente de temperatura da resistividade  |
| $I_{critica}$ | Corrente crítica  |
| $d$           | Potencial elétrico prescrito  |
| $rest$        | Subscrito que indica o restante da matriz ou vetor em análise                                       |
| $T$           | Sobrescrito de transposição de matriz ou vetor  |
| $-1$          | Sobrescrito da inversa de uma matriz  |
| $q$           | Número de áreas ou superfícies do elemento finito   |
| $\Gamma$      | Indica regiões desligadas onde se aplicam condições de fronteira elétricas ou térmicas ou mecânicas |

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Introdução a “MEMS” eletrotermomecânicos

Sistemas microeletromecânicos ou “MEMS” em inglês são sistemas mecânicos projetados em escalas micrométricas. Os componentes desses sistemas são fabricados utilizando-se técnicas de gravuras e processos de microfabricação de superfícies utilizados na indústria de semicondutores (PETERSEN, 1982). Os investimentos em pesquisa, aplicações industriais e interesse científico na área de “MEMS” têm crescido consideravelmente no mundo nos últimos cinco anos. “MEMS” têm potencial aplicação nos setores de mecânica de precisão, como mecanismos de máquinas fotográficas; cabeçote leitor de um disco rígido de computador, onde devido à montagem compacta desses equipamentos são exigidas peças de pequenas dimensões; ferramentas de microcirurgia na área biomédica; sensores em “airbags” e acelerômetros na área automotiva; giroscópios na área aeroespacial; ressonadores em celulares; etc. (CHOUDHURY, 2000; ISHIHARA et al., 1996; PETERSEN, 1982).

Vários artigos sobre o projeto e fabricação de “MEMS” podem ser encontrados na literatura (REYNAERTS et al. 1998, ISHIHARA et al., 1996). Especificamente no Brasil, a fabricação de “MEMS” tem sido tema de interesse e estudo de grupos de pesquisa como o Laboratório de Sistemas Digitais (L.S.I.) do Departamento de Engenharia Eletrônica da Escola Politécnica da USP e o laboratório de microfabricação no LNLS (Campinas).

“MEMS” são constituídos essencialmente como mecanismos flexíveis, que são mecanismos onde o movimento é dado pela flexibilidade da estrutura ao invés da presença de juntas e pinos como mostrados na Fig. 1.1. Os mecanismos convencionais são compostos por corpos rígidos unidos por juntas e pinos. Já os mecanismos flexíveis utilizam a propriedade de deformação como fonte de movimento. Entre as principais vantagens dos mecanismos flexíveis podemos citar: o fato de consistir numa única peça, que pode ser fabricada com pequenas dimensões;

a inexistência de problemas de folga devido à montagem de pinos; e o fato de não necessitar de lubrificação, pois não há atrito entre peças. As principais desvantagens são o problema de fadiga e a operação limitar-se, em geral, a pequenos deslocamentos (HOWELL, 2001). Na Fig. 1.2 é apresentado um mecanismo construído como mecanismo flexível. A aplicação de mecanismos flexíveis no projeto de “MEMS” é quase 100%, já que na microescala em que são fabricados, a presença de pinos e juntas torna a montagem difícil, senão impossível, bem como a presença de folgas não permitiria transmitir deslocamentos da ordem de nano à micrômetros gerados pelos “MEMS”. Além disso, as técnicas de microfabricação de “MEMS” permitem a obtenção de qualquer estrutura plana de forma complexa a qual é uma das características dos mecanismos flexíveis (CHOUDHURY, 2000).

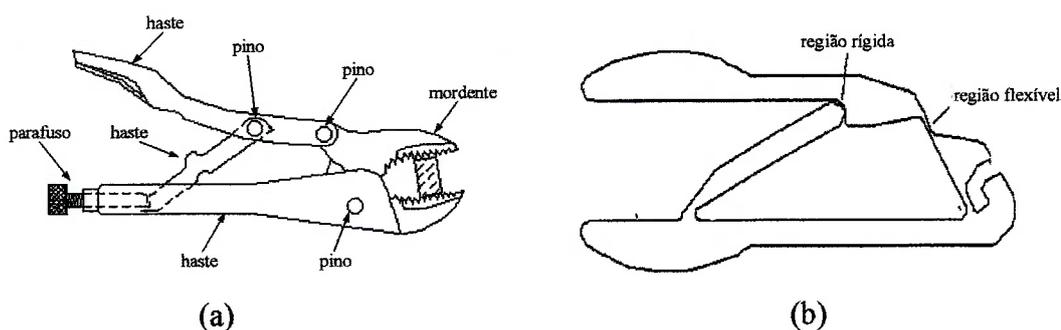


Figura 1.1 – (a) Alicates convencionais. (b) alicates como mecanismo flexível.



Figura 1.2 – Um alicate desenvolvido como mecanismo flexível que está sendo comercializado.

Os sistemas “MEMS” podem ser atuados de três formas: capacitiva, eletrotermomecânica e piezelétrica. Todas elas permitem que um “MEMS” seja atuado por meio da aplicação de um potencial elétrico. A atuação capacitiva apresenta a desvantagem da não-linearidade entre a voltagem aplicada e o deslocamento gerado. A atuação piezelétrica apresenta linearidade entre a voltagem aplicada e o deslocamento gerado, entretanto tem como principal desvantagem a dificuldade tecnológica de se depositar o material piezelétrico na escala do “MEMS”. Já a atuação eletrotermomecânica, sendo muito utilizada na atuação dos “MEMS”, tem como vantagem a linearidade entre a voltagem aplicada e o deslocamento gerado, e a sua facilidade de fabricação (JONSMANN, 1999a), mas apresenta um tempo de resposta maior do que as anteriores (CHOUDHURY, 2000; ISHIHARA et al., 1996).

Neste trabalho são estudados “MEMS” com atuação eletrotermomecânica. Os “MEMS” eletrotermomecânicos, também denominados neste trabalho como micromecanismos ETM (EletroTermoMecânicos), convertem uma entrada elétrica em uma saída mecânica (ANANTHASURESH, 2003; YIN; ANANTHASURESH 2002; SIGMUND, 2001a; SIGMUND, 2001b). Uma corrente elétrica é convertida em calor pelo efeito Joule. O calor causa tensões térmicas, o qual causa uma deformação estrutural do mecanismo (MANKAME; ANANTHASURESH, 2001), ver Fig. 1.3. A Fig. 1.3(b) ilustra um exemplo típico de um “MEMS” atuado de forma eletrotermomecânica denominado “pseudo-bilaminar” (ANANTHASURESH, 2003; MOULTON; ANANTHASURESH, 2001). Uma diferença de potencial elétrico é aplicada nos terminais originando uma corrente elétrica. Pelo fato da parte inferior ter largura menor que a superior a corrente irá provocar um aquecimento maior na parte inferior originando a atuação como mostrado na Fig. 1.3(c).

Dentre os micromecanismos ETM existentes, projetados em forma intuitiva, dois tem maior destaque na literatura: “MEMS” no formato de um “V” aberto (CHU et al., 2003a; CHU et al., 2003b; PARK et al., 2000; QUE et al., 1999), Fig. 1.3 (a); e os pseudo-bilaminares (CHEN et al., 2002; MOULTON; ANANTHASURESH, 2001; COMTOIS et al., 1998), Fig. 1.3 (b). Os microatuadores no formato de um

“V” aberto caracterizam-se pelo movimento no plano uniaxial, e são comumente fabricados em silício policristalino e em níquel eletrodepositado. Os “MEMS” pseudo-bilaminares são caracterizados pelo movimento em arco. São microatuadores que imitam o princípio de funcionamento dos atuadores bilaminares (que empregam dois materiais com coeficientes de expansão térmica diferentes para realizar o movimento) através do emprego de áreas de seções diferentes no mesmo atuador. O micromecanismo pseudo-bilaminar também pode ser empregado com movimentação uniaxial, próprio dos microatuadores ETM no formato de “V” aberto, o que é mostrado por MOULTON; ANANTHASURESH (2001) e SYMS et al. (1998), ver Fig. 1.4.

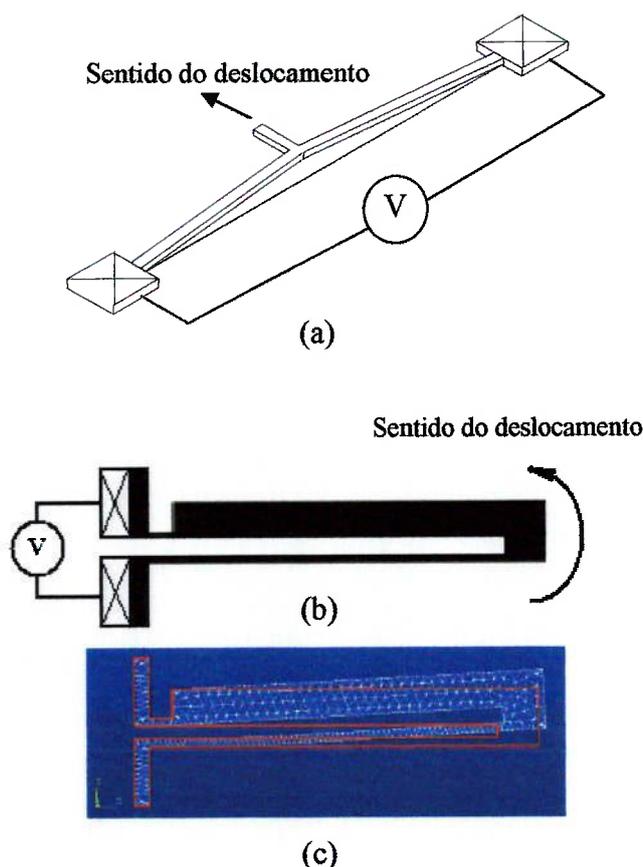


Figura 1.3 – Micromecanismos ETM. (a) de movimento uniaxial; (b) Forma e condições de contorno para um “MEMS” “pseudo-bilaminar”; (c) Simulação computacional do atuador “pseudo-bilaminar” usando elementos finitos.

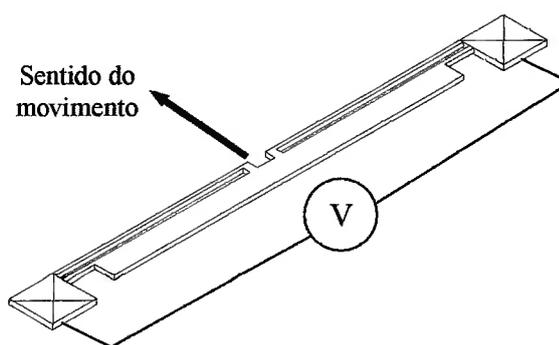


Figura 1.4 – Micromecanismo ETM pseudo-bilaminar com movimento uniaxial.

Os “MEMS” eletrotermomecânicos no formato de um “V” aberto podem ser combinados, contrapostos e unidos por uma estrutura flexível. Esta montagem é capaz de fornecer ampliação do deslocamento produzido por um micromecanismo ETM simples, mas com prejuízo da força exercida. Baseado nisto PARK et al (2000) descreve um tipo de micromecanismo ETM denominado *cascata*, o qual funciona através da atuação simultânea de um conjunto de dois microatuadores iguais, montados em oposição, produzindo amplificação de movimento na bissetriz do ângulo formado entre eles, ver Fig. 1.5. Tais microestruturas possuem como característica menor força de saída, mas com aumento no deslocamento, que pode chegar até quatro vezes do movimento dos atuadores isolados.

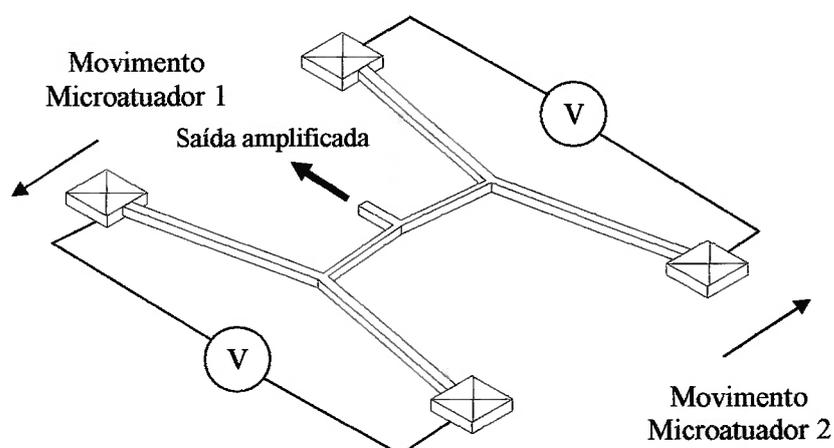


Figura 1.5 – Micromecanismo ETM denominado cascata.

Nos microatuadores do tipo pseudo-bilaminar também é possível obter uma amplificação de movimento através da montagem destes microatuadores pseudo-bilaminares unidos paralelamente por uma estrutura amplificadora, como se apresenta na Fig. 1.6, ou produzir micromecanismos do tipo pinça se estiverem unidos em ângulo como na Fig. 1.7.

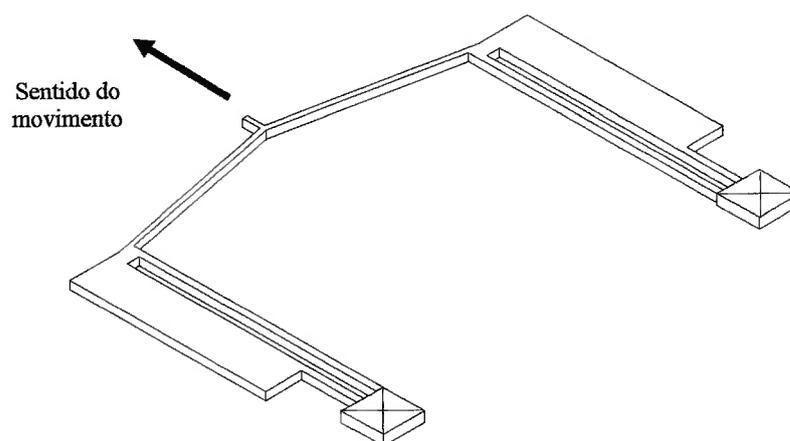


Figura 1.6 – Micromecanismo ETM formado por dois pseudo-bilaminares unidos paralelamente.

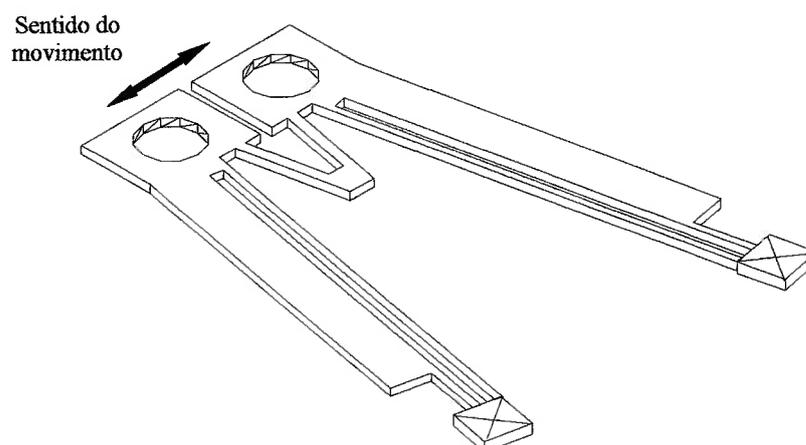


Figura 1.7 – Micropinça formada por dois micromecanismos ETM pseudo-bilaminares unidos em ângulo.

Técnicas de processo e fabricação de “MEMS” atingiram um alto nível de maturidade e novos dispositivos podem ser fabricados em questão de dias nos laboratórios. No entanto, a modelagem e em particular, o desenvolvimento de métodos sistemáticos para o projeto de MEMS estão ainda no seu estágio inicial (SIGMUND, 1998; ANANTHASURESH; KOTA; GIANCHANDANI, 1994), sendo muitos deles, ainda, projetados utilizando a intuição, experiência e abordagens de tentativa e erro (REYNAERTS et al., 1998), como os apresentados nas Fig. 1.3 até 1.7. O projeto genérico de um micromecanismo ETM, por exemplo, é uma tarefa muito complexa, pois essencialmente se deseja saber qual a topologia da estrutura que deforme, gerando um dado deslocamento numa dada direção e ponto da estrutura, devido ao calor gerado pela aplicação de uma corrente elétrica em outro ponto da estrutura, ver Fig. 1.8. Dessa forma, métodos de projeto sistemáticos como otimização topológica tem muito a contribuir para melhorar consideravelmente os projetos existentes, bem como obter novos e mais eficientes dispositivos, ou dispositivos que possam realizar diferentes tarefas em diferentes aplicações.

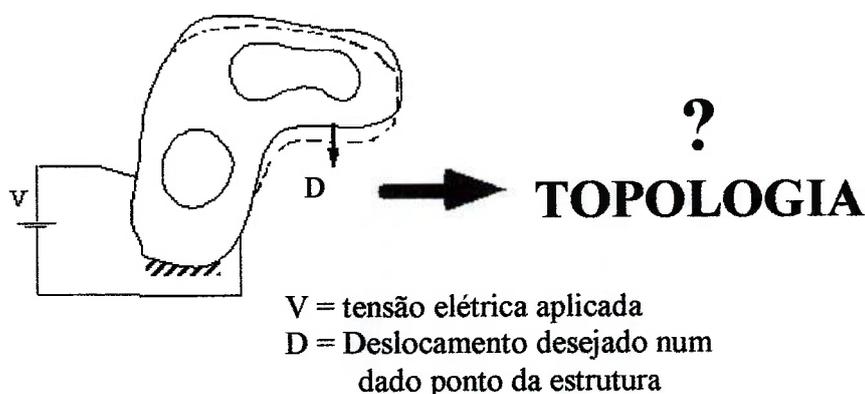


Figura 1.8 – Problema básico no projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos.

O Método de Otimização Topológica (MOT) consiste em um método computacional que permite projetar a topologia ótima de estruturas distribuindo o material no interior de um domínio fixo de forma a maximizar ou minimizar uma função custo específica; por exemplo, máxima rigidez e mínimo volume de material.

O MOT combina métodos de otimização com o Método de Elementos Finitos – MEF. Desde sua introdução, o MOT tem ganhado destaque no meio acadêmico e na indústria. O método de otimização topológica tem sido usado geralmente na solução de problemas lineares com uma variável e uma restrição, tais como na otimização da rigidez de estruturas mecânicas com restrição sobre o peso estrutural. Mas os recentes desenvolvimentos em teoria, velocidade computacional e algoritmos de otimização em grande escala permitiram a extensão do método de otimização topológica a problemas que envolvem numerosos fenômenos físicos acoplados, numerosas restrições, grande número de elementos e modelagem não-linear. Até o trabalho pioneiro de SIGMUND (2001a) e SIGMUND (2001b), que aplicou o MOT no projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos, os exemplos do método de otimização topológica aplicado a problemas multifísicos (por exemplo, fenômenos eletrotermomecânicos) eram relativamente poucos, comparados à vasta quantidade de literatura sobre otimização topológica geral (BENDSØE; SIGMUND, 2003), e estavam limitados a estruturas carregadas termicamente (RODRIGUES; FERNANDEZ, 1995); microestruturas de material com propriedades termoelásticas extremas (SIGMUND; TORQUATO, 1997; SIGMUND; TORQUATO, 1996); microestruturas de materiais piezelétricos (SILVA, et al., 1998; SIGMUND; TORQUATO, 1998); e microestruturas tridimensionais com rigidez extrema e limites sobre a condutividade (SIGMUND, 1999). Mas na atualidade o MOT tem sido expandido com sucesso para várias outras aplicações, como projeto de atuadores piezelétricos (CHEN et al., 2001; SILVA et al., 2000); problemas eletromagnéticos (BYUN et al., 2004); entre outros.

A primeira aplicação do MOT no projeto de “MEMS” foi desenvolvida independentemente para o projeto de mecanismos flexíveis por SIGMUND (1996); ANANTHASURESH; KOTA; GIANCHANDANI (1994); e ANANTHASURESH; KOTA; KIKUCHI (1994). Depois o desenvolvimento na área continuou através de duas abordagens diferentes. Uma aproximação iniciada em SIGMUND (1997) na qual o carregamento de saída é aproximado por uma mola no ponto e direção do deslocamento de saída, a qual foi seguida por diversos autores como: BRUNS; TORTORELLI (2001); LAU et al. (2001a); LAU et al. (2001b); PEDERSEN et al.

(2001); YIN; ANANTHASURESH (2001); CANFIELD; FRECKER (2000); HETRICK et al. (1999); TAI; CHEE (2000); JONSMANN et al. (1999b); e LARSEN et al. (1997). Esta é a metodologia utilizada no trabalho inicial de SIGMUND (2001a); SIGMUND (2001b), onde foi implementado pela primeira vez o MOT no projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos. A outra abordagem está baseada na maximização da razão de duas energias mútuas baseadas em dois diferentes problemas de elementos finitos como proposto por FRECKER et al. (1997). Os artigos que seguiram esta aproximação foram: CHEN et al. (2001); KOTA et al. (2001); NISHIWAKI et al. (2001); EJIMI (2000); FRECKER (1999); e NISHIWAKI et al. (1998). Segundo HETRICK et al. (1999) os problemas que utilizam a aproximação do carregamento de saída por uma mola apresentam menos problemas de convergência, em comparação à abordagem da energia mútua, e não tem dependência do limite mínimo da densidade do elemento.

Por outro lado, no projeto de micromecanismos ETM, COMTOIS e colaboradores (COMTOIS et al., 1998; REID et al., 1996) caracterizaram o desenvolvimento de “MEMS” eletrotermomecânicos em estado estacionário e dinâmico e têm proposto parâmetros para o seu projeto. LERCH et al., (1996) realizou uma análise mediante o método dos elementos finitos (MEF) de uma garra baseada neste tipo de microatuadores, para uma temperatura máxima no “MEMS” de 800 °K. As simulações em MEF produziram uma distribuição de temperatura que concorda um 90% com a distribuição de temperaturas obtidas mediante um termômetro óptico. Eles também modelaram e caracterizaram microatuadores térmicos assimétricos. LIN; CHIAO (1996) utilizaram simulações com elementos finitos para estudar a resposta eletrotérmica de microestruturas “*lineshape*”. SIGMUND (2001a); SIGMUND (2001b), e JONSMANN et al., (1999b) introduziram a otimização topológica baseada em elementos finitos como uma ferramenta sistemática para o projeto de micromecanismos ETM bidimensionais, utilizando elementos contínuos. ANANTHASURESH (2003) apresenta outro enfoque no projeto de micromecanismos ETM por otimização topológica utilizando elementos de viga. ANANTHASURESH (2003); e SIGMUND (2001b) ampliaram os conceitos no projeto de micromecanismos ETM pelo MOT com um material para

o projeto com vários materiais. MOULTON; ANANTHASURESH (2001) utilizaram simulações com elementos finitos para propor diversos blocos construtivos básicos para a síntese de mecanismos ETM em geral. QUE et al. (2000) realizou estudos quanto ao número de ciclos e a influência do projeto e condições de operação nos microatuadores ETM no formato de um “V” aberto; e também estabeleceu para eles um modelo de falha catastrófica em operação contínua e pulsada (QUE et al. 2001a; QUE et al., 2001b). CHEN et al., (2002) discutiu em seu artigo a geometria ótima de um micromecanismo ETM pseudo-bilaminar para maximizar o deslocamento; e HICKEY et al., (2003) publicou um estudo sobre a resposta em frequência deste tipo de “MEMS” eletrotermomecânicos. MANKAME et al., 2001; e YAN et al., 2003 realizaram um estudo sobre a modelagem térmica em microsistemas considerando microatuadores ETM no formato pseudo-bilaminar, onde mostrou-se que fatores como a radiação entre as partes do micromecanismo (particularmente em temperaturas superiores a 500 °K), a convecção natural e as perdas de calor da estrutura pelo substrato são significativos para se ter um modelo computacional consistente com a realidade. Por último, LI et al., (2004) usaram o método de otimização topológica para projetar atuadores térmicos considerando os efeitos transientes de transferência de calor.

Entre os métodos usados até agora para o projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos, o Método de Otimização Topológica tem obtido o maior sucesso por ser genérico e sistemático (SIGMUND 2001a). Na Fig. 1.9 podem-se observar exemplos de micromecanismos ETM projetados mediante o método de otimização topológica. O projeto do micromecanismo ETM é apresentado como sendo um problema de otimização estrutural no qual a função objetivo é maximizar um dado deslocamento numa dada direção e ponto da estrutura “MEMS”, dada certa excitação térmica, causada pela aplicação de um potencial elétrico na estrutura. Em outras palavras, obter o maior deslocamento possível na direção e ponto desejados, minimizando o volume total de material empregado na fabricação do micromecanismo. Outras funções objetivo podem ser definidas como, por exemplo, maximizar a razão entre a energia total acumulada e o trabalho de deformação sujeito às restrições de equilíbrio e recurso de material. A melhor formulação é aquela capaz

de incluir todas as restrições inerentes ao problema para se obter o controle total do comportamento das respostas requeridas (deslocamentos, propriedade mecânicas, etc), quando se estimula o “MEMS” com uma excitação elétrica.

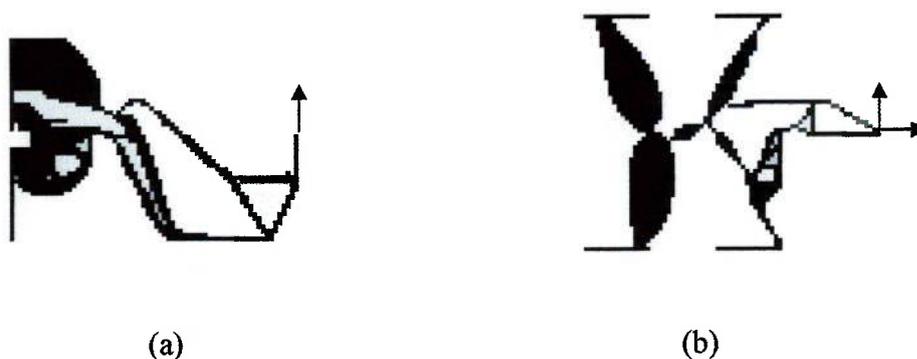


Figura 1.9 – Micromecanismos ETM projetado pelo método de otimização topológica (as setas indicam direção dos deslocamentos de saída). (a) com um grau de liberdade; (b) com dois graus de liberdade.

## 1.2 Objetivos

- Realizar o estudo do projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos utilizando o Método de Otimização Topológica (MOT) de forma a resultar no desenvolvimento de um “software”. O trabalho se limitará ao projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos em duas dimensões, uma vez que as técnicas de microfabricação se limitam a implementar estruturas planas.
- Implementar no “software” diversas rotinas de programação que permitam reduzir problemas próprios do MOT como são as escalas de cinza, o tabuleiro de xadrez, a dependência da malha da solução ótima, e a não unicidade da solução. Essas rotinas incluem técnicas de filtragem, a aproximação contínua de distribuição de material “CAMD”, e o método da continuação, entre outras.
- Implementar no “software” o conceito da multiflexibilidade que permita projetar “MEMS” eletrotermomecânicos com múltiplos graus de liberdade.

- Estudar possíveis aplicações dos “MEMS” eletrotermomecânicos projetados com o uso do “software”.

### 1.3 Justificativa

A área dos “MEMS” tem crescido muito a nível internacional, e já constitui tema de interesse e estudo de grupos de pesquisa no Brasil, como o do Laboratório de microfabricação localizado no Laboratório Nacional de Luz Síncrotron (LNLS), Campinas – São Paulo. Laboratório esse, multi-usuário, composto da infra-estrutura necessária para a fabricação e caracterização dos microcomponentes. É um passo importante, pois outros laboratórios no mundo também têm investido dinheiro para criar mão-de-obra especializada e infraestrutura adequada para esse segmento tecnológico. Podem-se citar como exemplo, laboratórios como o Mikroelektronik Centre na Universidade Técnica da Dinamarca, a Universidade de Michigan, o SANDIA National Labs, o Microsystems Institute na École Polytechnique Fédérale de Lausanne, a Universidade de Berkeley, Universidade de Urbana-Campaign Illinois, só para citar alguns.

Além disso, devido a sua aplicação multidisciplinar, o projeto dos “MEMS” exige que os profissionais de diferentes áreas adquiram conhecimentos específicos sobre estruturas e projeto de “MEMS”, o que de certa forma limita a propagação da tecnologia de “MEMS” nessas várias áreas. Assim, a implementação de um “software” para o projeto destes micromecanismos, que seja genérico e sistemático, poderá trazer grandes contribuições na aplicação da tecnologia “MEMS”; permitindo que os pesquisadores de diversas áreas no Brasil, onde o uso desses “MEMS” se faz necessário, possam projetá-los para a aplicação desejada sem a necessidade de adquirir conhecimentos específicos de estruturas termomecânicas, projeto de “MEMS”, etc., apenas tendo em mente as necessidades de sua aplicação específica. Portanto, a existência desse software permitirá uma maior divulgação da tecnologia de “MEMS” entre o meio acadêmico, principalmente, alunos de graduação e pós-graduação em Engenharia.

## 2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

### 2.1 Introdução

Nos últimos anos a questão de como obter automaticamente a estrutura ótima de um domínio que atenda às condições específicas de desempenho tem despertado muito interesse, já que se deseja gerar estruturas mais genéricas e otimizadas que as obtidas utilizando técnicas de tentativa e erro, as quais podem gerar soluções não ótimas do problema estrutural inicialmente proposto.

Os métodos de otimização estrutural podem ser divididos em três categorias principais diferenciando-se, principalmente, pela definição dos parâmetros que mudam durante o processo de otimização – as variáveis de projeto. Essas categorias são: otimização paramétrica, otimização de forma e otimização topológica, as quais são apresentadas esquematicamente na Fig. 2.1.

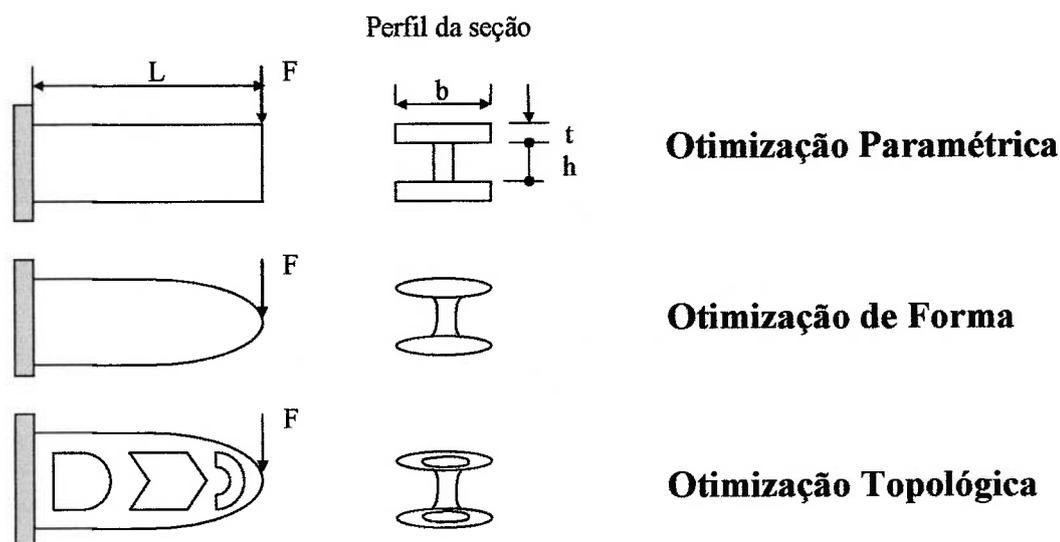


Figura 2.1 – Solução de um problema usando diferentes abordagens de otimização.

- Otimização Paramétrica: neste caso é assumida uma forma pré-definida para a estrutura e são escolhidas como variáveis de projeto algumas medidas, ou razão entre medidas, que caracterizam a geometria dessa estrutura. Assim, neste caso nunca é alterada a topologia inicial da estrutura, somente as suas dimensões –  $b$ ,  $t$  e  $h$  da Fig. 2.1.
- Otimização de Forma: neste método as variáveis de projeto podem ser as coordenadas de alguns pontos pertencentes ao contorno da peça ou, parâmetros mais abstratos como coeficientes de uma curva que representa a forma da peça; por exemplo, curvas *spline*. Trata-se de uma abordagem mais genérica que a anterior já que a forma externa da estrutura é otimizada, ver Fig. 2.1. Em outras palavras, a otimização é obtida através das modificações nas fronteiras de uma geometria que deve ser previamente definida. Neste tipo de otimização, devido às formas complexas que podem ser obtidas é utilizado em geral o método de elementos finitos (MEF) para a análise das estruturas durante a otimização. A principal desvantagem da otimização de forma nesse caso é que com a alteração da forma da estrutura, a malha de MEF é distorcida exigindo um remalhamento do domínio durante a otimização, o qual em geral não é fácil de implementar.
- Otimização Topológica: neste caso são geradas topologias diferentes à inicialmente propostas permitindo-se a presença de furos (não especificados na geometria inicial) na topologia da estrutura, ver Fig. 2.1. Assim são obtidas altas reduções de massa e um grande aumento de desempenho em comparação à otimização de forma. Além disso, neste método é eliminado o problema de remalhamento da malha de elementos finitos como acontece na otimização de forma ao trabalhar sempre com um domínio fixo, inicialmente proposto.

A Otimização Topológica (OT) soluciona o problema da distribuição de uma dada quantidade de material num domínio de projeto fixo sujeito a determinadas cargas e condições de contorno, tal que certa função objetivo seja extremizada. Desde a sua introdução computacional (BENDSØE; KIKUCHI, 1988), o método tem ganhado muita popularidade na área acadêmica e na indústria, e está agora sendo

usado para desenvolver estruturas ótimas no setor automotivo, aeroespacial, aeronáutico, entre outros. Recentemente, o método tem sido aplicado a outros problemas estruturais, como exemplo, no projeto de materiais com razão de Poisson negativa (materiais que se expandem quando são tracionados) e materiais com coeficientes de expansão térmica negativa (materiais que se contraem quando são aquecidos) (SIGMUND, 2000).

## **2.2 O Método da Otimização Topológica (MOT)**

O desenvolvimento teórico da Otimização Topológica data do trabalho pioneiro de MICHELL (1904), ver Seção 2.2.1. Desde esse trabalho muitos engenheiros e matemáticos tem trabalhado no desenvolvimento teórico da OT, mas somente com o trabalho de BENDSØE; KIKUCHI (1988) surge um algoritmo computacional para a OT, o Método de Otimização topológica (MOT); o qual consiste em um método computacional que permite projetar a topologia ótima de estruturas segundo certo critério de custo; por exemplo, máxima rigidez com o menor peso. No MOT o material em cada ponto do domínio pode variar de ar (não há presença de material) até sólido (total presença de material) podendo assumir densidades intermediárias entre ar e sólido de acordo com um modelo definido, ou modelo de interpolação de material.

Basicamente o MOT consiste em um módulo de análise e um módulo de otimização. O módulo de análise é usado para calcular a resposta da estrutura, que pode ser; por exemplo, máxima deflexão, máximo deslocamento ou frequência de ressonância da estrutura. O módulo de análise mais utilizado na literatura é o método de elementos finitos (MEF), mas outros métodos numéricos de análise podem ser usados; no entanto, devem ser genéricos o suficiente de forma a lidar com estruturas de formas complexas resultantes do módulo de otimização. O módulo de análise é usado, também, para o cálculo das sensibilidades. Esta análise corresponde a calcular a variação na resposta estrutural devido a uma pequena variação nas variáveis de projeto, como as densidades ou áreas da seção transversal de cada elemento finito

obtido da discretização do domínio inicial. Baseado na análise de sensibilidade, o módulo de otimização calcula os novos valores das variáveis de projeto que melhoram a função objetivo. No geral é necessário um processo iterativo que inclui o módulo de análise, seguido da análise de sensibilidade e do módulo de otimização, para encontrar a estrutura ótima.

### **2.2.1 Histórico da Otimização Topológica**

Os primeiros problemas de otimização estrutural foram resolvidos por Maxwell em 1872 e posteriormente por MICHELL (1904). Michell, baseado no estudo de Maxwell estudou as condições necessárias para uma estrutura formada por barras ter o mínimo volume de material respeitando restrições de tensão. Em seu estudo Michell calculou o campo de tensão mecânica principais, usando teoria da elasticidade, de uma força aplicada num ponto de um domínio infinito que está sujeito a restrições de deslocamento em outros pontos. Obtidas as linhas de isotensão principais, a idéia básica então, era propor nesse domínio uma estrutura formada por barras (treliça), em que cada barra (elemento de treliça) estivesse alinhada com as direções principais de tensão calculadas no domínio. Ou seja, a estrutura ótima (em que o material fosse mais bem aproveitado) seria aquela em que os elementos estariam sujeitos apenas à tração e compressão e não a momentos fletores. Assim, utilizando-se do conceito de alinhar as barras com as tensões principais no domínio, Michell obteve resultados de estruturas de treliça bi e tridimensionais.

A otimização de meios contínuos se desenvolveu com a introdução dos métodos de relaxação do problema discreto original, através da introdução de materiais compostos, iniciado nos anos 70. O conceito foi desenvolvido de forma independente por vários grupos de pesquisa, por exemplo, KOHN; STRANG (1986a); KOHN; STRANG (1986b); e KOHN; STRANG (1986c); CHENG; OLHOFF (1982); LURIE et al. (1982a); LURIE et al. (1982b); CHENG (1981). O clássico trabalho de CHENG; OLHOFF (1982) demonstrou que o ótimo no problema de otimização da distribuição de espessuras para a maximização da rigidez com

restrição de volume em placas finas consistia em regiões com infinitos reforços infinitesimais. Os resultados encontrados por eles indicam que a solução ótima é uma placa que, ao longo da espessura, é composta por regiões com infinitos reforços infinitesimais (nervuras), cujo comportamento é similar a um material composto por infinitas microestruturas.

As microestruturas constituem a base da OT, sendo assim que os trabalhos de CHENG; OLHOFF (1982) inspiraram a metodologia criada por BENDSØE; KIKUCHI (1988) para otimização topológica, OT – uma revisão sobre as características das microestruturas utilizadas na OT pode ser vista em HASSANI; HINTON (1998b). O trabalho de BENDSØE; KIKUCHI (1988) introduziu microestruturas sub-ótimas (ver Seção. 2.3.2.1), relacionadas à relaxação parcial do problema de otimização topológica, permitindo obter topologias mais definidas e com menos regiões de densidade intermediária. Detalhes do cálculo da relaxação na otimização estrutural podem ser encontrados em KOHN; STRANG (1986a), KOHN; STRANG (1986b). BENDSØE (1989) descreve várias maneiras alternativas de se conseguir a relaxação mencionada acima, através da introdução de um modelo de material baseado na distribuição de densidades na microestrutura, dentre eles o chamado de método de densidades (ver Seção. 2.3.2.2).

A descrição da implementação numérica do método de homogeneização aplicado para a relaxação do problema de otimização topológica de meios contínuos, por BENDSØE; KIKUCHI (1988) deu início a uma grande popularização do método. Assim, uma vez que a metodologia para OT foi definida por BENDSØE; KIKUCHI (1988) e SUZUKI; KIKUCHI (1991), que implementaram o método para resolver, com sucesso, vários exemplos de otimização estrutural cuja função objetivo do problema era a maximização de rigidez sujeita à restrição de volume de material, seguiram-se trabalhos como o de BENDSØE; RODRIGUES (1991) e OLHOFF et al. (1991). Eles estudaram a possibilidade da integração do MOT aos sistemas de “CAD” (desenho assistido por computador). Outros trabalhos foram o de DÍAZ; BENDSØE (1992), que apresentaram uma formulação para o problema de maximização de rigidez de estruturas elásticas submetida a várias cargas não

simultâneas; e o de THOMSEN (1992), que tratou numericamente uma extensão do método aplicada à otimização de estruturas compostas por mais de um material. SUZUKI; KIKUCHI (1991) comprovaram o embasamento matemático do método de otimização topológica, reproduzindo o resultado analítico obtido por Michell. Portanto, embora o trabalho de Michell permanecesse muitos anos na obscuridade até ser retomado por OWEN (1975); PRAGER (1974); HEMP (1973); COX (1956), entre outros, é reconhecido como o primeiro trabalho de otimização topológica de estruturas.

Outra extensão do método de otimização topológica para aplicação em projeto de reforçamento de chapas de carrocerias de automóveis pode ser encontrada em FUKUSHIMA et al. (1993). Problemas de OT considerando frequência de ressonância em estruturas contínuas são descritos em DÍAZ; KIKUCHI (1992); e MA et al. (1995). O uso do método da homogeneização para OT de placas utilizando o modelo de Mindlin pode ser visto em SOTO; DÍAZ (1993). Enquanto isso, problemas de instabilidades de estruturas (flambagem) usando o MOT foram resolvidos por NEVES et al. (1995). RODRÍGUEZ; FERNANDEZ (1995) descreveram a OT de estruturas termoelásticas submetidas a cargas térmicas. Além das aplicações na área estrutural clássica, a utilização do MOT expandiu-se para outras áreas de projeto; por exemplo, a aplicação do método por ANANTHASURESH; KOTA; KIKUCHI (1994) em projetos de mecanismos flexíveis motivou o surgimento de vários trabalhos nesta área (NISHIWAKI et al., 1998; LARSEN et al., 1997; SIGMUND, 1996; entre outros).

Atualmente a metodologia da OT está bem estabelecida, tornando-se evidente em várias linhas de projetos. Dentre eles, os projetos de transdutores piezelétricos (SILVA et al., 1999), projetos de micromecanismos flexíveis com atuação térmica (SIGMUND, 1999, JONSMANN, 1999a), projetos de atuadores flexionais (SILVA et al., 2000), projetos de estruturas sob atuação de campos magnéticos (YOO e KIKUCHI, 2000), implementação de flexibilidade com carga dinâmica (NISHIWAKI et al., 2000), micromecanismos eletrotermomecânicos (ANANTHASURESH, 2003; SIGMUND, 2001a; SIGMUND, 2001b). Outras

tendências têm sido as aplicações do MOT à tomografia por impedância elétrica (KOHN; VOGELIUS, 1987); problemas eletromagnéticos (BYUN et al., 2004; BYUN et al., 2000; YOO; KIKUCHI, 2000; POULTON, et al., 2000; COX; DOBSON, 2000; COX; DOBSON, 1999; DYCK; LOWTHER, 1997; DYCK; LOWTHER, 1996; e ACHDOU, 1993); física nuclear (ALLAIRE; CASTRO, 2001); projeto por impacto (PEDERSEN, 2002; SOTO, 2001; SOTO; DIAZ, 1999; MAYER et al., 1996); projeto sistemático de estruturas de cristal fotônico (JENSEN; SIGMUND, 2004); projeto topológico de motores de indução (WANG et al., 2004); projeto estrutural usando Materiais com Gradação Funcional (MGF) (PAULINO; SILVA, 2005); entre outros (BENDSØE; SIGMUND, 2003).

## **2.3 Conceitos Básicos do MOT**

O MOT se baseia em dois conceitos fundamentais, a saber: o domínio estendido fixo de projeto e o modelo de interpolação de material ou modelo de material, a seguir descrevem-se cada um destes conceitos.

### **2.3.1 Domínio Estendido Fixo de Projeto**

Ao contrário da otimização de forma, no MOT não são alterados os contornos externos do domínio da estrutura durante o processo de otimização. Este domínio fixo durante o MOT que conterá a estrutura desconhecida e que se encontra limitado pelos pontos de apoio da estrutura e os pontos de aplicação dos carregamentos denomina-se domínio estendido fixo de projeto. Assim, no MOT remover-se-á e adicionar-se-á material dentro do espaço definido pelo domínio fixo na procura da topologia ótima, mas a sua forma inicial não é alterada. As Fig. 2.4(a) e 2.5(a) ilustram este conceito.

Na implementação numérica do módulo de análise, o domínio estendido fixo deve ser discretizado em elementos finitos que permanecerão inalterados durante o

processo de otimização, sendo alterada somente a distribuição de material nos elementos. Isto facilita a implementação da análise de sensibilidade, uma vez que vale para todos os elementos do domínio estendido fixo a relação geral do cálculo da sensibilidade:

$$\frac{\partial}{\partial A_n} \int_{\Omega} q d\Omega = \int_{\Omega} \frac{\partial q}{\partial A_n} d\Omega \quad (2.1)$$

onde  $A_n$  é a variável de projeto do elemento  $n$ , e  $q$  é uma função contínua e diferenciável.

### 2.3.2 Modelo de Material

No MOT a utilização de valores discretos para a variação de material dentro dos elementos finitos – zero para ar e um para sólido, gera uma dependência da solução com a discretização (dependência da malha), e torna o problema mal posto, ou seja, sem solução. A solução para o problema anteriormente mencionado é a relaxação do problema de otimização, permitindo-se que o material, em cada elemento do domínio de projeto fixo discretizado assuma valores intermediários durante a otimização, ao se passar da condição de ausência de material a sólido. Assim, define-se o conceito do modelo de material, que está relacionado com a forma de variar-se o material em cada elemento finito entre zero (ar) e um (sólido) e, determina-se a lei de mistura entre materiais mediante uma equação. A definição do modelo de material define o grau de relaxação do problema.

Existem vários modelos de material descritos na literatura que podem ser utilizados. Entre os principais destacam-se: O método de homogeneização (BENDSØE; KIKUCHI, 1988) e o método das densidades (MLEJNEK, 1992; ZHOU; ROZVANY, 1991; BENDSØE, 1989).

### 2.3.2.1 Método da homogeneização

O método da homogeneização é baseado em microestruturas formadas pela mistura de materiais homogêneos (BENDSØE; KIKUCHI, 1988), uma revisão sobre esse método pode ser encontrada em HASSANI; HINTON (1998a). Esse método constitui um modelo de material complexo e robusto para o cálculo das propriedades efetivas de um material composto conhecida a geometria e composição da sua microestrutura. Assim, tomando-se como exemplo uma placa perfurada podemos calcular as propriedades da composição dos materiais da placa perfurada (sólido + “vazio”), a partir do material base da placa e conhecendo a distribuição dos furos na mesma. Nesse modelo de material, cada ponto do domínio da estrutura é definido como sendo um material composto gerado pela repetição periódica de uma microestrutura. Desta maneira, existem duas configurações de microestrutura que podem ser utilizadas, a partir das quais podem ser geradas outras microestruturas (FUJII et al., 2001). Uma delas é a microestrutura composta por material sólido com vazio interno (célula 1 na Fig. 2.2) e a outra é a microestrutura composta por camadas alternadas de material e vazio (célula 2 na Fig. 2.2).

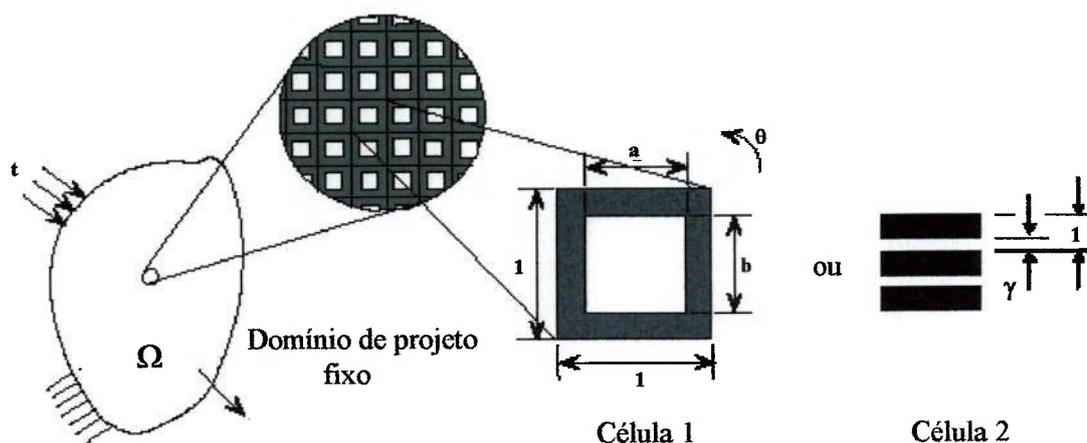


Figura 2.2 – Modelo de material baseado em homogeneização.

A microestrutura composta por camadas alternadas de material (célula 2 na Fig. 2.2) é construída alternando-se camadas de materiais sólidos com “vazios” e cujo parâmetro de otimização é a medida  $\gamma$ . THOMSEN (1992) utilizou essa categoria de microestrutura para otimização topológica em seus trabalhos. A microestrutura composta por material sólido com vazio interno (célula 1 na Fig. 2.2) consiste numa célula unitária com um buraco retangular no seu interior (BENDSØE; KIKUCHI, 1988, SUZUKI; KIKUCHI, 1991), cujas dimensões são definidas pelas variáveis de projeto  $a$  e  $b$  e o ângulo  $\theta$ . Assim, em cada ponto do domínio  $\Omega$  define-se um material composto gerado pela repetição periódica de uma microestrutura de dimensões  $a$ ,  $b$ , e  $\theta$  (ou  $\gamma$  na célula 2) correspondente aquele ponto. Dessa forma variando-se os valores de  $a$ ,  $b$ , e  $\theta$  (ou  $\gamma$  na célula 2) ao longo do domínio estendido fixo durante a otimização altera-se a distribuição de material nesse domínio, de maneira que ao final da otimização existirão pontos com ar ( $a = b = 1$  ou  $\gamma = 1$  na célula 2), pontos com sólido ( $a = b = 0$  ou  $\gamma = 0$  na célula 2) e alguns pontos com materiais intermediários. Nesse sentido o problema consiste em se otimizar a distribuição de material num domínio perfurado com infinitos micro-furos.

### 2.3.2.2 Modelo de Material SIMP

O SIMP – *Simple Isotropic Material with Penalization* ou método das densidades consiste em uma equação matemática que define o valor da propriedade do material em cada ponto do domínio em função da densidade (que no problema de otimização é a variável de projeto), e a propriedade básica do material a ser distribuído. Este modelo de material pode ser expresso como:

$$C(x) = \rho(x)^p C^0 \quad (2.2)$$

onde  $C^0$  é a propriedade do material base e  $\rho(x)$  é interpretada como uma função de distribuição contínua de densidade ou variável de projeto, a qual está definida no

intervalo  $0 \leq \rho(x) \leq 1$ .  $x$  é um ponto qualquer dentro do domínio de projeto  $\Omega$ .  $p$  é o fator de penalidade da variável de projeto.

No modelo de material “SIMP” existe um conflito na magnitude do fator de penalização,  $p$ . Assim com a utilização de um  $p$  pequeno (natureza mais contínua do que discreta do problema) gera-se o problema de escalas de cinza (ver Seção 2.6.3), que além de gerar problemas técnicos na fabricação não permitem uma adequada interpretação dos resultados. Portanto é necessário trabalhar com valores de  $p$  maiores (natureza mais discreta do que contínua) que caso muito alto; por exemplo,  $p = 9$ , geram problemas de convergência e de instabilidade numérica devido à tendência de retornar ao problema discreto (limitar os valores da densidade de cada elemento só a 0 ou 1).

A aproximação “SIMP” também tem sido chamada de aproximação de “*material fictício*”, já que se acreditava que nenhum material alcançaria as propriedades de material modeladas pela eq.(2.2). Não obstante, BENDSØE; SIGMUND (1999) têm provado que a aproximação “SIMP” é fisicamente possível desde que uma simples condição sobre o  $p$  seja satisfeita (em problemas estruturais): o fator de penalidade deve ser maior o igual a 3. Assim o termo  $p$  pode ser ajustado para reduzir as escalas de cinza sendo a eq.(2.2) termodinamicamente admissível se  $p$  é selecionado de tal forma que satisfaça as seguintes relações (em problemas de estado plano de tensão):

$$\rho^p E^0 \leq \frac{\rho E^0}{3 - 2\rho} \quad \text{para} \quad 0 \leq \rho(x) \leq 1 \quad \text{e} \quad E^0 \gg E_{ar} \quad (2.3)$$

$$p \geq \max \left\{ \frac{2}{1 - \nu}, \frac{4}{1 + \nu} \right\} \quad (2.4)$$

sendo  $\nu$  é o módulo de Poisson;  $E^0$  o módulo de Young e  $\rho$  a densidade.

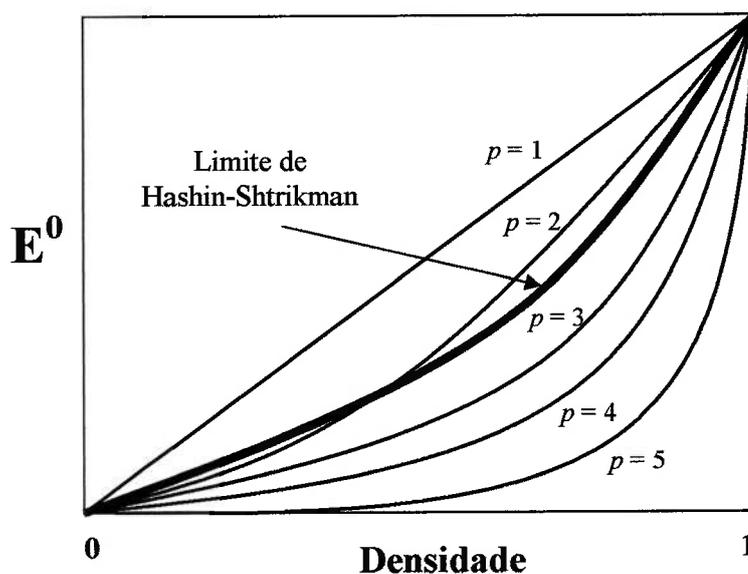


Figura 2.3 – Curva limite de Hashin – Shtrikman e curvas do modelo “SIMP”.

As eq.(2.3) e (2.4) são baseadas nos limites de Hashin – Shtrikman (BENDSØE; SIGMUND, 1999; HASHIN; SHTRIKMAN, 1963), os quais definem uma região, onde as propriedades de microestruturas formadas a partir da mistura de dois materiais (neste caso material base e ar) são fisicamente possíveis de serem obtidas. A partir das eq.(2.3) e (2.4) pode-se concluir que ambas são satisfeitas se  $p \geq 3$  (para o módulo de Young). No entanto, não se deve esquecer que valores de  $p$  muito altos geram os inconvenientes típicos de problemas discretos (instabilidades numéricas). A Fig. 2.3 mostra a comparação entre a curva limite superior de Hashin-Shtrikman e as curvas da relação entre o módulo de elasticidade e a densidade do modelo “SIMP” para diversos valores de  $p$ .

Como já mencionado, o método da homogeneização é um método robusto capaz de descrever as propriedades efetivas de um material homogeneizado a partir da definição de uma célula unitária ortotrópica, mas isso tem um custo: a introdução de novas variáveis de projeto (as dimensões  $a$ ,  $b$ , e  $\theta$  na célula 1 ou  $\gamma$  na célula 2, ver Fig. 2.2). De fato, o aumento de variáveis de projeto no problema torna o MOT desvantajoso, devido à complexidade da implementação numérica e ao alto custo computacional. Diante disso, o método de densidades tem ganho a preferência dos

pesquisadores da área de Otimização Topológica por ser um modelo mais simples de implementar e por utilizar somente uma variável de projeto: a densidade relativa do material em cada ponto do domínio estendido fixo de projeto. Além de permitir obter um resultado muito semelhante ao obtido usando o método da homogeneização. Além disso, na literatura existem vários artigos científicos que implementam o MOT utilizando esse modelo de material (SIGMUND, 2001a; SIGMUND, 2001b; PEDERSEN et al., 2001; YIN; YANG, 2000; JONSMANN et al., 1999b; SIGMUND, 1998; SIGMUND, 1997, e outros). Na Tabela 2.1 é apresentado um resumo das principais vantagens e desvantagens do método “SIMP” em comparação ao método de homogeneização. Pelas vantagens apresentadas pelo “SIMP”, neste trabalho é implementado o MOT baseado neste modelo de material.

Tabela 2.1 – Comparação ente o Método da Homogeneização e o método “SIMP”.

|                     | <b>SIMP</b>  | <b>Método da Homogeneização</b>  |
|---------------------|--|--|
| <b>Vantagens</b>    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fácil de implementar.</li> <li>• Menor custo computacional.</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelo de material mais realista.</li> <li>• Resultado, em geral, apresenta pouca escala de cinza.</li> </ul>                       |
| <b>Desvantagens</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modelo de material mais empírico.</li> <li>• Resultado depende da discretização da malha.</li> <li>• Resultado, em geral, apresenta muita escala de cinza.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Difícil de implementar.</li> <li>• Maior custo computacional.</li> <li>• Resultado dependente da discretização da malha.</li> </ul> |

### 2.3.2.2.1 Modelo de Material SIMP no projeto de micromecanismos ETM

Para micromecanismos ETM as propriedades de material que são relaxadas e penalizadas de acordo com o modelo de material “SIMP”, seguindo o trabalho pioneiro de SIGMUND (2001a), são a condutividade elétrica,  $\sigma_0$ ; a condutividade térmica,  $\sigma_1$ ; e o módulo de Young,  $E$ , que matematicamente são dadas por:

$$\sigma_0(x) = (\rho(x))^{p_0} \sigma_0^0; \quad (2.5)$$

$$\sigma_1(x) = (\rho(x))^{p_1} \sigma_1^0; \quad (2.6)$$

$$E(x) = (\rho(x))^{p_2} E^0 \quad (2.7)$$

Como mencionado anteriormente cada termo  $p$  ( $p_0$ ,  $p_1$ , e  $p_2$ ) é o fator de penalidade da variável de projeto nas diversas propriedades físicas (condutividade elétrica, térmica, e módulo de Young, respectivamente). Esses  $p$ 's têm como objetivo reduzir as densidades intermediárias (ver Seção 2.6.3), que do ponto de vista prático não tem significado físico.

No projeto de micromecanismos ETM assume-se que o coeficiente de expansão térmica e o coeficiente de convecção são constantes (SIGMUND, 2001a), em outras palavras, não dependem da variável de projeto; neste último caso para evitar que elementos finitos com baixa densidade não sejam resfriados. Da mesma forma a razão de Poisson é assumida constante (MLEJNEK, 1992; ZHOU; ROZVANY, 1991; BENDSØE, 1989), já que o valor de  $p_2$  está implicitamente relacionado a ela pelas eq.(2.3) e (2.4). Assim, a partir da eq.(2.4) é simples verificar que, para os casos bidimensionais (típico de micromecanismos ETM), se  $\nu$  for igual 1/3 (razão de Poisson do Aço ou Níquel) o fator  $p_2$  deverá ser igual a 3. O fator de penalidade  $p_2$  é governado neste trabalho unicamente pela eq.(2.4) para o módulo de Young. Para respeitar os limites Hashin – Shtrikman, no caso das condutividades

elétrica e térmica, seus respectivos fatores de penalidade devem satisfazer  $p_0 = p_1 \geq 2$  (SIGMUND, 2001a). Contudo, neste trabalho o valor de  $p_0$ ,  $p_1$  e  $p_2$  mais adequado será tema de estudo no capítulo 5.

## 2.4 Classificação da Otimização Topológica

A otimização topológica pode ser dividida em dois grupos principais (ROZVANY, 2001): otimização de *layout* (ROZVANY; BIRKER, 1994; ROZVANY, 1972a; ROZVANY, 1972b; ROZVANY, 1992; MICHELL, 1904) e otimização de forma generalizada (ZHOU; ROZVANY, 1991) ou otimização de forma com topologia variável (HABER et. al., 1996). A otimização de *layout* trata com estruturas reticulares e se refere a problemas de redes de membros estruturais com pequenas frações de volume, ver Fig. 2.4(b). A otimização de forma generalizada se refere a problemas com grandes frações de volume, nos quais se otimizam simultaneamente a topologia e a forma das fronteiras internas de um meio contínuo sólido, poroso ou compósito, ver Fig. 2.4(a).

A otimização de *layout* se iniciou com os trabalhos de MICHELL (1904), no contexto de treliças, os quais foram estendidos para vigas na década do setenta por ROZVANY (1972a) e ROZVANY (1972b); mais os princípios básicos foram formulados por PRAGER; ROZVANY (1977) e generalizados consideravelmente por ROZVANY; BIRKER (1994) e ROZVANY (1992). Já a otimização de forma generalizada se iniciou com o trabalho de CHENG; OLHOFF (1981) com placas, o qual foi ampliado por ROZVANY et al., (1987) e ONG et al., (1988), e estendida à otimização topológica baseada no Método dos Elementos Finitos por BENDSØE, (1989).

Antes de descrever a classificação para a otimização de forma generalizada deve-se definir uma terminologia para as formulações baseadas em MEF, onde um elemento é denominado (ROZVANY, 2001):

**S** – sólido: para elementos totalmente preenchidos por material;

**E** – vazio: para elementos que não contém material;

**P** – poroso: para elementos que contém material e vazios (cavidades);

**C** – compósito: para elementos que contém mais de um material e não contém vazios;

**CP** – compósito – poroso: para elementos que contém mais de um material e vazios.

Assim, com essa terminologia em mente se definem os diversos problemas de otimização de forma generalizada modelada pelo método dos elementos finitos, eles são segundo a classificação de ROZVANY (2001):

**Topologias ISE** (*“Isotropic-Solid or Empty finite elements”*): Corresponde a um conjunto determinado de elementos finitos de forma fixa os quais podem estar completamente vazios ou preenchidos por materiais isotrópicos, como em SIGMUND (2001a); HABER et al. (1996); ROZVANY, et al. (1992); ROZVANY; ZHOU (1991); e SIGMUND (1996), entre outros. Um exemplo clássico consiste em topologias “brancas ou pretas” ou 0 – 1; as quais envolvem a distribuição de um único material isotrópico dentro do domínio de projeto, como ocorre em problemas de placas perfuradas, nos quais a espessura da placa para qualquer elemento é restrita a zero ou a uma quantidade diferente de zero.

**Topologias ASE** (*“Anisotropic material, Solid or Empty finite elements”*): São topologias que contém um conjunto de elementos finitos que podem estar completamente vazios ou preenchidos por materiais anisotrópicos, e na qual a orientação e magnitude das propriedades mecânicas são constantes para cada elemento. Uma formulação geral desta classe de problema foi desenvolvida por RODRIGUES et. al. (1999); GUEDES; TAYLOR (1997); e TAYLOR (1998).

**Topologias ISEP, ISEC e ISECP** (“*Isotropic base material, Solid, Empty or Porous elements*”): Quando se deseja aproximar o problema formulado pelo MEF à solução exata (JOG, et al., 1994) utiliza-se para cada elemento finito as propriedades anisotrópicas homogeneizadas dos elementos originalmente não-homogêneos, o qual contém uma microestrutura ótima consistente de vazios e um ou vários materiais isotrópicos. Assim, a topologia é denominada (antes da homogeneização) como ISEP (“*Isotropic base material; Solid, Empty or Porous elements*”). Depois da homogeneização, uma topologia ISEP se reduz a uma ASE para propósitos computacionais.

As topologias ISEC são similares às ISEP, mas o elemento poroso é substituído por um compósito. Em topologias ISECP elementos compósitos – porosos são também permitidos.

Neste trabalho as topologias a serem consideradas são as topologias ISE, já que para fins de Engenharia e especificamente no projeto de micromecanismos ETM são as mais simples e comuns, como é observado nos trabalhos relacionados (SIGMUND, 2001a; SIGMUND, 2001b).

## 2.5 Implementação do MOT

Na Fig. 2.4 são apresentados de forma esquemática os passos necessários na implementação do MOT empregando, especificamente, o projeto pelo MOT de um micromecanismo ETM. O leitor não deve esquecer que esses passos são iguais no projeto de qualquer outro tipo de estrutura pelo MOT. O primeiro passo no desenvolvimento do MOT consiste em definir o domínio de projeto fixo. O domínio de projeto é o espaço que a estrutura ótima pode ocupar e no qual são especificadas as condições de contorno (temperatura, voltagem, ou deslocamentos prescritos); os pontos de aplicação do carregamento ou potencial elétrico e os deslocamentos de saída desejados, ver Fig. 2.4(a).

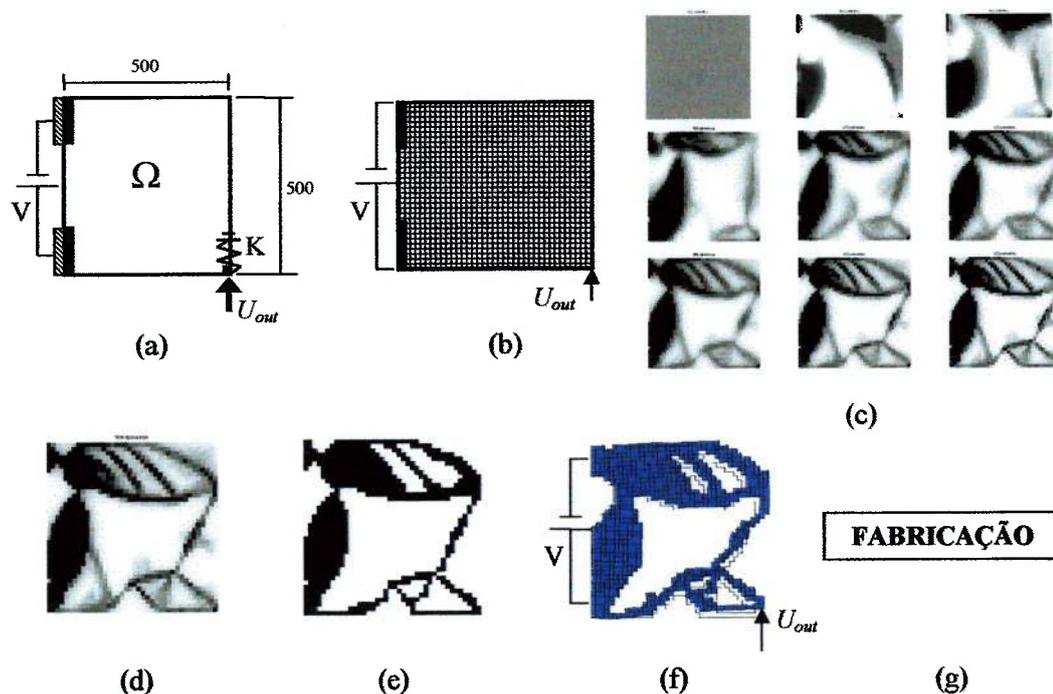


Figura 2.4 – Procedimento no projeto de um micromecanismo ETM usando MOT.

(a) Domínio de projeto e condições de contorno; (b) domínio discretizado; (c) iterações; (d) topologia final; (e) interpretação final; (f) verificação por MEF; (g) fabricação.

Quando for especificado o domínio de projeto com as condições de contorno e carga se inicia o módulo de análise. A análise da resposta estrutural é realizada dividindo-se a estrutura em elementos finitos, ver Fig. 2.4(b). Logo, utilizando a técnica do MEF é determinada a resposta estrutural de todo o micromecanismo ETM a partir do conhecimento da resposta ao nível de cada um dos elementos finitos. Essa resposta pode ser a distribuição de voltagem, ou temperaturas em cada elemento, os deslocamentos, entre outras. No caso dos micromecanismos ETM devem ser feitos três análises de elementos finitos: um problema elétrico, no qual se conhece como entrada do problema uma voltagem ou corrente elétrica e é obtida como saída uma distribuição de voltagem; um problema eletro-térmico, no qual a entrada é gerada pela distribuição de voltagem através do efeito Joule e é obtida como saída uma distribuição de temperatura; e por último, um problema termo-elástico, onde a

distribuição de temperatura do problema anterior gera como entradas tensões térmicas, as quais produzem os deslocamentos no micromecanismo ETM. Neste trabalho para o projeto dos “MEMS” eletrotermomecânicos são utilizados elementos quadrados de quatro nós, por razões que serão expostas mais adiante. Para maiores detalhes do MEF no projeto de micromecanismos ETM, ver o capítulo 3 deste trabalho.

Na continuação, utilizando este mesmo módulo de análise é realizada a análise das sensibilidades, a qual determina a derivada da resposta do micromecanismo ETM em relação das variáveis do projeto; em outras palavras, determina-se a variação do deslocamento de saída em função da variação das densidades de cada um dos elementos finitos (ver o capítulo 4 para maiores detalhes).

Baseado na análise de sensibilidades resolve-se o problema de otimização e num processo iterativo, Fig. 2.4(c), distribui-se o material dentro do domínio de projeto fixo, de tal forma que se extremize a função objetivo desejada (deslocamentos de saída), Fig. 2.4(d). Na Fig. 2.4(d) a cor escura indica presença de material e a cor branca indica ausência de material.

Existem alguns problemas resultantes do MOT (ver item 2.5) como as escalas de cinza – pontos de cor intermediários que são difíceis de ser implementados na prática e, a instabilidade de xadrez – áreas no domínio de projeto fixo com elementos intercalados de cor escura e cor branca, semelhante um tabuleiro de xadrez. Assim, no próximo passo os resultados devem ser interpretados, eliminando os problemas resultantes do MOT e suavizando o contorno da topologia obtida mediante processamento de imagens ou filtros, Fig 2.4(e).

Finalmente, comprovam-se os resultados obtidos do MOT, Fig. 2.4(f), e eventualmente fabrica-se um protótipo mediante técnicas de fabricação de micromecanismos ETM, Fig. 2.4(g), como: eletro-erosão a frio, processo de corrosão química pelo método de litografia, entre outras.

Já que a formulação do MEF para a otimização topológica não é única, pode-se propor implementações alternativas para o problema da síntese de “MEMS” eletrotermomecânicos, como o uso de elementos finitos de viga (ANANTHASURESH, 2003; RUBIO et al., 2004b). Neste caso é utilizado como variável de projeto a área transversal dos elementos de viga, em vez da densidade de cada elemento finito contínuo, a qual pode variar de zero a um valor máximo. O procedimento típico de projeto de um “MEMS” eletrotermomecânico utilizando a otimização topológica é apresentado na Fig. 2.5(b) quando são utilizados elementos finitos quadrados de quatro nós, e na Fig. 2.5(c) quando são utilizados elementos de viga na discretização do domínio de projeto fixo.

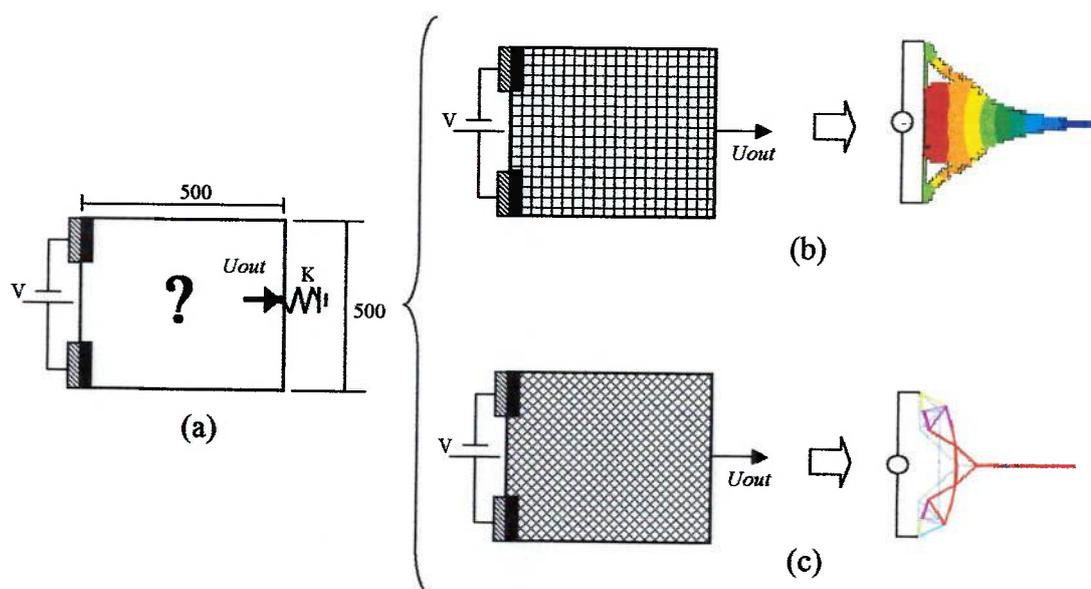


Figura 2.5 – Projeto de “MEMS” eletrotermomecânico usando MOT. (a) Domínio de projeto e condições de contorno; (b) discretização usando elementos contínuos e topologia final atuada com distribuição de temperatura; (c) discretização e topologia final atuada usando elementos de viga.

## 2.6 Problemas Numéricos no MOT

Existem alguns problemas resultantes do MOT próprios da sua natureza discreta e o seu caráter computacional, como são as escalas de cinza e o tabuleiro de xadrez. Outros problemas importantes existentes no projeto dos MEMS eletrotermomecânicos são a dependência da malha da solução ótima, e a não unicidade da solução. Todos estes problemas são descritos com detalhe em BENDSØE; SIGMUND, 2003, e em SIGMUND; PETERSSON, 1998.

### 2.6.1 Dependência de malha

O problema de otimização topológica considerando valores discretos (zero ou um) é mal-posto, ou seja, não apresenta solução. Essencialmente, o que acontece é que a utilização de valores discretos origina múltiplos mínimos locais, o qual origina uma dependência da solução em relação à discretização do problema. O problema da dependência de malha consiste na obtenção de diferentes soluções para diferentes discretizações do domínio de projeto fixo e tamanho de malhas. Assim o refinamento da malha de elementos finitos deveria resultar em uma melhor aproximação do problema real e não numa estrutura diferente. Varias técnicas têm sido usadas para reduzir este problema, entre as principais, incluem-se aumento de restrições no problema de otimização, ou aplicando filtros na implementação (BENDSØE; SIGMUND, 2003). Exemplos do efeito da discretização na solução ótima são apresentados no capítulo 5.

### 2.6.2 Não unicidade da solução

O caso específico do projeto de uma estrutura com máxima rigidez e menor peso é por natureza convexo, mas quando é utilizado o MOT baseado no modelo de material “SIMP” com um fator de penalidade maior que 1 ( $p > 1$ ), esse problema se torna não convexo. Portanto, ao se penalizar os valores de densidades intermediárias

retorna-se a um problema discreto e são geradas múltiplas soluções ótimas locais e não uma única global. Em outras palavras, a natureza não convexa do problema matemático leva a uma não unicidade da solução; isto é, o ponto ótimo encontrado não é necessariamente o mínimo global, (ponto 1 na Fig. 2.6). Assim, a existência de mínimos locais conduz o algoritmo a diferentes soluções possíveis considerando o mesmo tamanho de malha; portanto, diferentes pontos de partida, parâmetros de filtro e do algoritmo de otimização interferem no resultado, obtendo-se diferentes soluções ótimas. O problema de projetar micromecanismos ETM é por natureza não convexo e também sofre este tipo de problema.

Para diminuir o problema da não unicidade da solução utiliza-se o método da continuação (SVANBERG, 1994a; SVANBERG, 1994b) no qual, para o “SIMP”, inicia-se com um fator de penalização  $p = 1$  e gradualmente, durante o processo iterativo do MOT, aumenta-se o valor de  $p$  até que o projeto final seja obtido (BENDSØE; SIGMUND, 2003). A idéia, portanto, é fazer que durante o MOT a solução siga o “caminho” da curva não convexa, mostrada na Fig. 2.6, até alcançar, com os aumentos graduais de  $p$ , o mínimo local mais próximo do global (ponto 2) ao invés de terminar, por exemplo, com a solução do ponto 1.

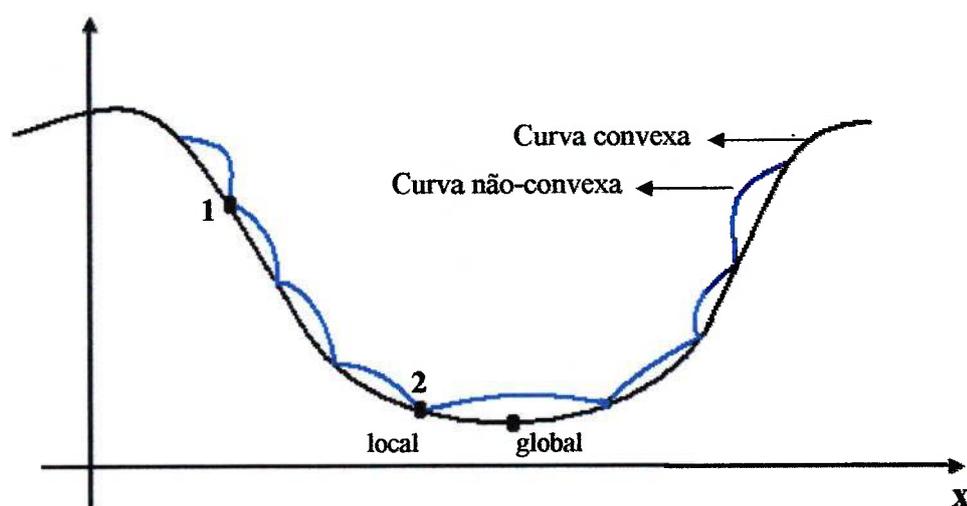


Figura 2.6 – Método da continuação.

### 2.6.3 Escalas de Cinza

O método “SIMP” sem penalização gera valores intermediários para a variável de projeto  $\rho$ , o qual implica obter uma estrutura com regiões de propriedades de material intermediário, ver Fig. 2.7. Isto do ponto de vista prático não é interessante, pois dificulta a interpretação final da topologia e torna difícil a sua fabricação. Assim, é necessária a existência do fator de penalidade  $p$  da eq.(2.2), o qual deve ser ajustado para reduzir o aparecimento das escalas de cinza.

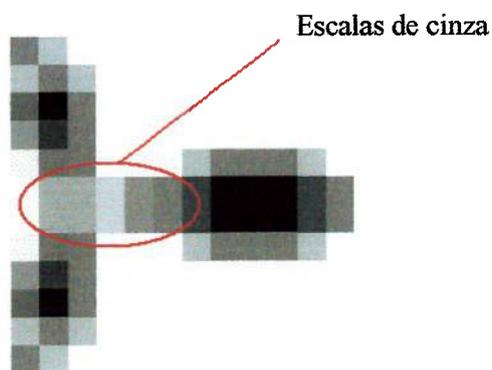


Figura 2.7 – Escalas de cinza no projeto de MEMS eletrotermomecânicos usando MOT.

Na Fig. 2.8 é mostrado o efeito do fator de penalização na diminuição das escalas de cinza no projeto de um mecanismo flexível. Pode-se perceber através da Fig. 2.8, que para um valor unitário de  $p$  houve a formação de grande quantidade de “escalas de cinza” e à medida que aumentamos o valor de  $p$  elas são reduzidas ou eliminadas. Entretanto, para elevados valores de  $p$ , como 9, modifica-se a natureza da relaxação do problema aproximando-o a um problema discreto, o que ocasiona problemas na obtenção da solução devido às instabilidades numéricas.

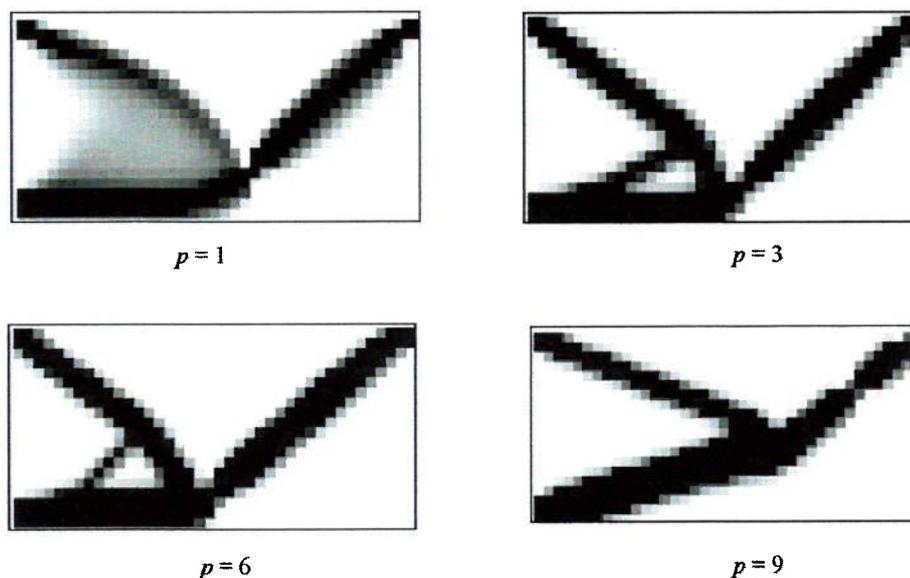


Figura 2.8 – Efeito do fator  $p$  no projeto de um mecanismo flexível.

#### 2.6.4 Instabilidade de xadrez

Consiste na formação, na solução ótima, de regiões com elementos de cor escura (presença de material) e elementos de cor branca (ausência de material), dispostos em forma de tabuleiro de xadrez. A Fig. 2.9 ilustra o exemplo de um resultado de MOT onde surge a “instabilidade de xadrez” ou *checkerboard* como é conhecido na literatura. Este problema ocorre devido à formulação (funções de interpolação) do elemento finito utilizado no processo de otimização, já que as aproximações numéricas introduzidas pelo MEF fazem com que o arranjo do material em forma de tabuleiro de xadrez seja mais rígido ao cisalhamento do que o arranjo uniforme, considerando o mesmo volume de material em ambos os arranjos (KIKUCHI, et al., 1997; DÍAZ; SIGMUND, 1995). Assim, como geralmente a maximização de rigidez é uma característica implícita nos problemas de OT (e explícita no caso do problema de maximização de rigidez com restrição de volume de material), o MOT acaba optando pela formação da instabilidade de xadrez na busca da solução ótima.

O controle da instabilidade de tabuleiro no projeto topológico foi primeiramente discutido por BENDSØE et al. (1993); JOG et al. (1993) e; RODRIGUES; FERNANDES (1993). Na literatura sugerem-se três formas distintas para diminuir o “*checkerboard*” no MOT. Uma delas é aumentar a ordem do elemento finito; outra é utilizar métodos de filtragem ou de controle de gradientes (DÍAZ; SIGMUND, 1995); e a terceira e mais recente consiste na formulação do MOT baseada na aproximação contínua de distribuição de material, CAMD – *continuous approximation of material distribution* (MATSUI; TERADA, 2004). Uma análise detalhada do problema de instabilidade de xadrez encontra-se em BENDSØE; SIGMUND (2003); JOG; HABER (1996) e; DIAZ;SIGMUND (1995).

Instabilidade de xadrez

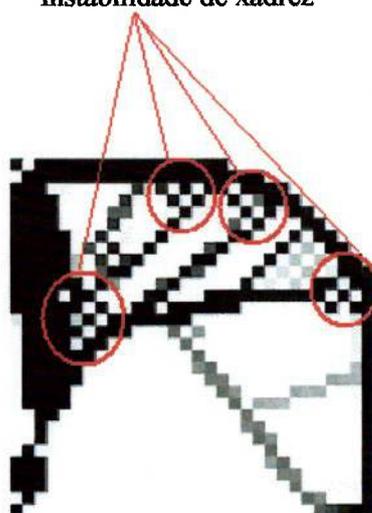


Figura 2.9 – Instabilidade de xadrez.

#### 2.6.4.1 Aumento da ordem do elemento finito

Aumentar a ordem do elemento significa aumentar o número de nós do elemento finito. Os elementos com 8 ou 9 nós possuem funções de interpolação que representam melhor o campo de deslocamentos no elemento e, conseqüentemente, o

campo de deformações. Então, a utilização de elementos com maior número de nós permite reduzir o erro induzido aos termos de deformação de cisalhamento no elemento. Portanto, esses elementos representam de forma menos “artificial” a rigidez num arranjo de elementos finitos, diminuindo assim a tendência de formação de “*checkerboard*” no MOT.

PETERSON; SIGMUND (1998) utilizaram essa solução para obter resultados isentos da formação de instabilidade de xadrez para o problema de otimização topológica, cuja função objetivo considera máxima rigidez de uma estrutura com restrição de volume de material. PETERSON; SIGMUND (1998) concluíram que esta é uma alternativa cara devido ao alto custo computacional, pois a matriz de rigidez do modelo de MEF se torna demasiadamente grande à medida que aumenta o número de nós do elemento. Além disso, é importante observar que DÍAZ; SIGMUND (1995) demonstraram que para determinados valores do fator de penalidade  $p$ , nos problemas de MOT baseados no “SIMP”, elementos de 9 nós também podem causar a formação de instabilidade de xadrez. Segundo eles, não é interessante a utilização desses elementos para a seguinte relação:

$$p > \frac{\log(2(6 - 5\nu))}{\log 2} \quad (2.8)$$

onde  $\nu$  é a razão de Poisson.

#### 2.6.4.2 Técnicas de filtragem

Os métodos de filtragem utilizados em otimização topológica podem ser classificados de acordo com a forma com que os elementos vizinhos são considerados: filtros de vizinhança fixa, onde somente vizinhos de aresta e/ou nó são considerados; e filtros espaciais, onde elementos que se encontram dentro de um determinado raio de varredura em torno do elemento central são considerados (CARDOSO, 2000).

No caso dos filtros de vizinhança fixa, SWAN; KOSAKA (1997) propuseram um filtro espacial deste tipo, no qual a densidade de cada elemento depende das densidades dos elementos vizinhos. Apesar de este filtro ser eficaz para evitar a formação do “*checkerboard*” ele é dependente do tamanho da malha de elementos finitos; ou seja, obtêm-se resultados de OT diferentes conforme aumentamos a discretização do domínio estendido fixo de projeto. CARDOSO; FONSECA (1999) propuseram uma versão baseada no filtro de SWAN; KOSAKA (1997), na qual implementam um conceito de raio de abrangência no filtro para torná-lo independente ao refino da malha de elementos finitos.

O filtro espacial é a técnica mais “tradicional” e utilizada até agora na maioria dos trabalhos que envolvem o MOT, nela se utiliza um elemento quadrilátero de 4 nós junto com um filtro da variação espacial das variáveis de projeto (densidades). O elemento quadrilátero de 4 nós se justifica por ter uma formulação simples de ser implementada computacionalmente. Além disso, usar este tipo de elemento resulta em menor tempo computacional, já que se geram matrizes muito menores que utilizando elementos quadriláteros com maior números de nós. Por outro lado, já que as variações bruscas nos gradientes das variáveis de projeto ao longo do domínio favorecem a formação da instabilidade de xadrez, a utilização de um método de controle sobre essa variação espacial das variáveis de projeto é necessária. Diversas técnicas têm sido utilizadas para evitar essas variações, que suavizam a variação das variáveis de projeto (pseudo-densidades) nos problemas de OT e controlam a complexidade da topologia obtida. Entre elas estão as restrições inseridas na própria formulação do problema de otimização; como em HABER et al. (1996), que acrescenta uma restrição de perímetro na formulação; ou mediante o uso de filtros espaciais, como em CARDOSO; FONSECA (1999).

Além da técnica de filtragem espacial direta sobre as variáveis de projeto (a técnica mais simples e comum), essa filtragem espacial também pode ser aplicada sobre as sensibilidades (BENDSØE; SIGMUND, 2003; SIGMUND, 2001a; BOURDIN, 2001). Neste caso substitui-se a sensibilidade do elemento em questão com um peso ponderado das sensibilidades dos seus vizinhos dentro de um raio

dados. Outra forma de realizar o processo de filtragem é diretamente sobre os limites móveis (CARDOSO, 2000), quando se trabalha com as técnicas de PLS - Programação Linear Seqüencial ou MMA – *Method of Moving Asymptotes* (SVANBERG, 1987), para resolver o MOT. A aplicação do filtro sobre os limites móveis apresenta como vantagens a facilidade de implementação e a não modificação da distribuição da variável de projeto e de seus gradientes; além de que requer menos iterações no processo de filtragem. O inconveniente decorrente desta forma de filtragem é a dependência do desempenho do filtro com o método de determinação dos limites móveis, já que variações elevadas ou bruscas dos limites móveis tendem a atenuar o método de filtragem. No entanto, isto não deve ser considerado como um problema, pois grandes variações dos limites móveis não são desejáveis devido à aproximação linear utilizada na PLS e no MMA (ver capítulo 4).

#### **2.6.4.3 Aproximação contínua de distribuição de material (“CAMD”)**

A aproximação contínua de distribuição de material, “CAMD” de suas siglas em inglês – *Continuous Approximation of Material Distribution*, consiste na introdução das mesmas funções de interpolação utilizadas no MEF para definir as variáveis de projeto, com a finalidade de obter uma distribuição contínua de material no interior do domínio fixo. Assim, problemas originados por distribuições descontínuas de material, como a instabilidade de xadrez, são reduzidas sem a utilização de restrições adicionais ao problema de otimização ou de uso de filtros (MATSUI; TERADA, 2004). O “CAMD” pode ser utilizado com qualquer tipo de modelo de material. A idéia básica do “CAMD” consiste em utilizar como variáveis de projeto, no problema de otimização, a densidade de cada nó, em vez de utilizar como variável de projeto a densidade de cada elemento, que é a abordagem “tradicional” na implementação do MOT, descrita até esta seção. Essa distribuição contínua de material consiste em definir a função densidade de cada elemento da seguinte forma:

$$\rho^e = \sum_{J=1}^{no} N_J \rho_J \quad (2.9)$$

Na eq.(2.9)  $\rho^e$  indica a função densidade do elemento finito  $e$ ,  $N_J$  e  $\rho_J$  são a função de forma e a densidade do nó  $J$ , respectivamente.

### **3 MODELAGEM DE MICROATUADORES ETM**

Como é típico em elementos “MEMS”, os microatuadores ETM operam em diversos domínios de energia, em particular nos domínios elétrico, térmico e elástico; portanto, a simulação da conduta deste tipo de micromecanismos vincula três etapas de análises: a análise elétrica, para determinar a distribuição de voltagem no “MEMS” quando se aplica uma corrente elétrica; a análise térmica, para determinar a distribuição de temperatura devido ao efeito Joule; e a análises de deformação elástica gerada pela presença de cargas térmicas. Assim, no princípio de atuação eletrotermomecânica uma corrente elétrica é convertida em calor, gerado pelo efeito Joule, por sua vez, o calor produz deformação térmica, a qual causa uma deformação estrutural.

Neste capítulo discutem-se as equações governantes para uma estrutura geral carregada eletrotermomecanicamente (item 3.1), assim como a representação destas equações utilizando o MEF - Método dos Elementos Finitos (item 3.2). Nos itens seguintes é apresentada uma descrição sobre o elemento retangular de quatro nós utilizado na discretização do MEF e sobre a sua formulação teórica para cada domínio físico envolvido nos micromecanismos ETM: elétrico, térmico e elástico.

#### **3.1 Equações governantes dos micromecanismos ETM**

Por razões de manufatura a maior parte dos microatuadores ETM são modelados e simulados como estruturas bidimensionais e pode-se assumir que atuam de forma linear no caso de pequenas deformações e conduta linear do material. As pequenas deformações permitem que os campos elétrico, térmico e mecânico possam ser modelados usando hipótese linear; deste modo o sistema é apenas fracamente acoplado, no sentido que as equações de calor não dependem das equações de elasticidade e as equações do campo elétrico são independentes das equações de calor (ANANTHASURESH, 2003; MANKAME; ANANTHASURESH, 2001; SIGMUND 2001a).

Considerando o sólido mostrado na Fig. 3.1 a estrutura a ser analisada é um subdomínio do domínio  $\Omega$ , o qual contém um material linear termoeletroelástico. As fronteiras estão compostas de seis pares de regiões desligadas  $\Gamma = \overline{\Gamma_{u_0} \cup \Gamma_{t_0}} = \overline{\Gamma_{u_1} \cup \Gamma_{t_1}} = \overline{\Gamma_{u_2} \cup \Gamma_{t_2}}$ , onde os índices 0, 1 e 2 referem-se às condições de fronteira elétrica, térmica e mecânica, respectivamente, e os subíndices  $u$  e  $t$  referem-se às condições de fronteira de deslocamento e de cargas superficiais, respectivamente. As regiões  $\Gamma_{u_i}$  podem coincidir em parte superpostas ou podem ser completamente separadas, o qual se aplica também para as regiões  $\Gamma_{t_i}$ .

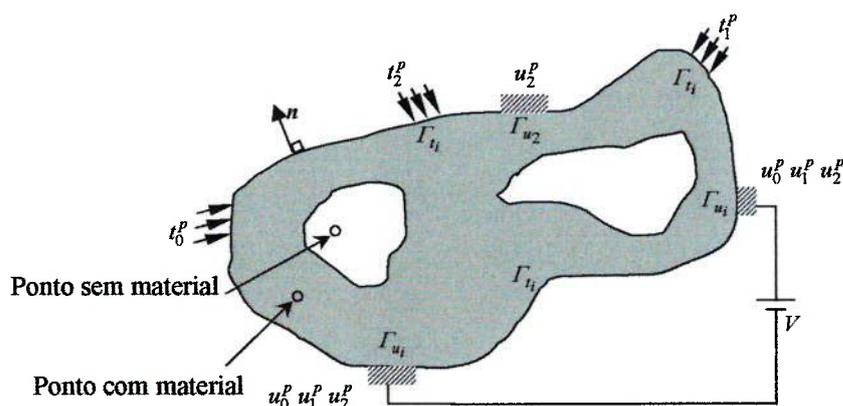


Figura 3. 1 – Condições de carga e fronteira para o problema eletrotermomecânico no projeto de micromecanismos ETM.

As equações para os domínios elétrico, térmico e elástico, respectivamente, são (SIGMUND 2001a):

- **Domínio elétrico:**

$$\sigma_0 u_{0,ii} + b_0 = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (3.1)$$

$$u_0 = u_0^p \quad \text{sobre } \Gamma_{u_0} \quad (3.2)$$

$$-\sigma_0 u_{0,n} = t_0^p \quad \text{sobre } \Gamma_{t_0} \quad (3.3)$$

- **Domínio térmico:**

$$\sigma_1 u_{1,ii} + b_1 = 0 \text{ em } \Omega, \quad (3.4)$$

$$b_1 = -\sigma_0 u_{0,i}^2 - h(u_1^p - u_1), \quad (3.5)$$

$$u_1 = u_1^p \text{ sobre } \Gamma_{u1}, \quad (3.6)$$

$$-\sigma_1 u_{1,n} = t_1^p \text{ sobre } \Gamma_{t1}, \quad (3.7)$$

- **Domínio elástico:**

$$s_{ij,j} + b_{2(i)} = 0 \text{ em } \Omega, \quad (3.8)$$

$$s_{ij} = E_{ijkl} (\eta_{kl} - \alpha_{kl} (u_1 - u_1^p)) \text{ em } \Omega, \quad (3.9)$$

$$\eta_{ij} = \frac{1}{2} [u_{2(i,j)} + u_{2(j,i)}] \text{ em } \Omega, \quad (3.10)$$

$$u_{2(i)} = u_{2(i)}^p \text{ sobre } \Gamma_{u2}, \quad (3.11)$$

$$s_{ij} u_j = t_{2(i)}^p \text{ sobre } \Gamma_{t2} \quad (3.12)$$

onde as variáveis  $u$ 's são variáveis de estado sendo  $u_0$  a voltagem existente,  $u_1$  a temperatura e  $u_2$  o componente do deslocamento na direção  $i$ . A notação  $_{,i}$  significa diferenciação em relação à direção da coordenada  $i$ .  $b_0$  é a fonte prescrita de corrente interna por unidade de volume,  $h$  o coeficiente de convecção,  $b_1$  modela a geração interna de calor por unidade de volume e a convecção da superfície superior,  $b_{2(i)}$  são as componentes de força volumétrica,  $\sigma_0$  e  $\sigma_1$  as condutividades elétrica e térmica (isotrópica), respectivamente,  $E_{ijkl}$  o tensor de rigidez elástica.  $u_0^p$  e  $u_1^p$  são a voltagem e a temperatura prescrita, respectivamente,  $u_{2(i)}^p$  as componentes de deslocamentos prescritas,  $t_0^p$  e  $t_1^p$  o fluxo de corrente e calor prescritos, respectivamente, e  $t_{2(i)}^p$  são as componentes de força de tração.  $\eta_{ij}$ ,  $s_{kl}$ , e  $\alpha_{ij}$  são a deformação Green – Lagrange, o segundo tensor de tensões Piola Kirchoff e o tensor de expansão térmica, respectivamente.  $n_i$  são as componentes do vetor normal unitário para a superfície  $\Gamma$ . Nota-se que a geração de calor interno  $b_1$  é uma função

do campo elétrico  $u_0$ , e o esforço  $s_{ij}$  é uma função do campo de temperatura  $u_1$  (ANANTHASURESH, 2003; MANKAME; ANANTHASURESH, 2001; SIGMUND, 2001a).

### 3.2 Formulação de elementos finitos

No caso do estudo dos microsistemas ETM, assim como de qualquer sistema de Engenharia, é necessário desenvolver um modelo matemático que descreva esse sistema, o qual implica assumir algumas hipóteses que simplifiquem a expressão matemática governante da conduta dos sistemas. Usualmente, essas expressões consistem de equações diferenciais como as descritas no item anterior.

Essas equações diferenciais são muito difíceis, senão, impossíveis de resolver analiticamente; no entanto, com o advento da tecnologia computacional torna-se viável resolver essas equações governantes. Várias técnicas de solução numérica têm sido desenvolvidas e aplicadas em numerosos problemas de Engenharia para encontrar a suas soluções aproximadas. Especialmente, o MEF - Método dos Elementos Finitos tem sido uma das técnicas de maior sucesso. Uma das maiores vantagens do MEF é a sua versatilidade para resolver e analisar diversos tipos de problemas físicos sejam ou não acoplados, dividindo o domínio do problema em muitos subdomínios. Cada subdomínio recebe o nome de elemento finito. Em particular, qualquer forma complexa do domínio de projeto com condições de fronteira prescritas pode ser manipulada utilizando o MEF. O MEF é utilizado na Otimização Topológica por ser um método de análise robusto, confiável e genérico o suficiente para lidar com estruturas de formas complexas resultantes da otimização topológica; embora, outros métodos de análise possam ser utilizados desde que tenham as mesmas características. Dos trabalhos que utilizam o MOT, o MEF é a técnica mais comum a todos eles (ANANTHASURESH, 2003; BENDSØE; SIGMUND, 2002; SIGMUND, 2001a; SILVA et al., 1999; NISHIWAKI et al., 1998; LARSEN et al., 1997; SIGMUND, 1996, entre muitos outros).

Em vista disso é fundamental representar na forma discreta as equações governantes dos microatuadores ETM. Esta discretização é feita utilizando os conceitos dos elementos finitos. O domínio de projeto fixo é assumido bidimensional e discretizado utilizando elementos finitos retangulares de quatro nós (ver item 3.2.1). O número de elementos usados na discretização é  $N$  e o número de nós é  $n$ . A estrutura é modelada usando a hipótese de estado plano de tensão ou *plane stress* (COOK; YOUNG, 1999).

Como o objetivo da otimização topológica, baseada no modelo de material “SIMP”, é otimizar a distribuição do material através do controle da densidade em cada elemento finito; define-se que as propriedades do material dependam da densidade relativa  $\rho^e$  no elemento  $e$ . Essas propriedades são: o coeficiente de condutividade elétrica e térmica  $e$ , o módulo de Young (SIGMUND, 2001a). O vetor que contém as variáveis de projeto é denominado  $\rho$  e tem dimensão  $N$ . Para simplificar, nas eq.(3.1) até (3.12) assumem-se que as forças volumétricas e as fontes internas de corrente elétrica são zero; assim, o sistema eletrotermomecânico discretizado pode ser modelado por três subproblemas de elementos finitos:

- **Problema elétrico:**

$$K_0(\rho)U_0(\rho) = P_0 \quad (3.13)$$

- **Problema eletro - térmico:**

$$K_1(\rho)U_1(\rho) = P_1(U_0(\rho), \rho) \quad (3.14)$$

- **Problema termo - elástico:**

$$K_2(\rho)U_2(\rho) = P_2(U_1(\rho), \rho) \quad (3.15)$$

Como no caso das equações governantes do item 3.1, o índice  $0$  se refere à modelagem elétrica,  $1$  à térmica e  $2$  à mecânica. Como se discutiu anteriormente, o campo elétrico resulta em aquecimento térmico o qual de novo resulta em deformação térmica, que por sua vez produz deslocamento estrutural; portanto, os problemas de elemento finito (3.13) até (3.15) devem ser solucionados na ordem que eles são relacionados. Para os problemas elétricos e térmicos,  $K_0$  e  $K_1$  são as matrizes de condutividade global elétrica e térmica, respectivamente, de tamanho  $n \times n$ , já que existe um único grau de liberdade elétrico e térmico por nó.  $K_2$  é a matriz de rigidez global (de tamanho  $2n \times 2n$ ), neste caso existem dois graus de liberdade de deslocamento por nó.  $U_0$  e  $U_1$  são os vetores da voltagem e da temperatura, respectivamente, de dimensão  $n$ .  $U_2$  é o vetor de deslocamentos (de tamanho  $2n$ ).  $P_0$  e  $P_1$  são os vetores (dimensão  $n$ ) de carga elétrica e térmica, respectivamente, e  $P_2$  é o vetor (de tamanho  $2n$ ) de carga estrutural. Todas as matrizes e vetores são dependentes do vetor  $\rho$  de densidade relativa de elemento.

O sistema de matrizes globais é montado do modo usual como uma “soma simbólica” de todas as matrizes dos elementos (SIGMUND, 2001a; BATHE, 1996; ZIENKIEWICZ, 1991):

$$K_0(\rho) = \sum_{e=1}^N k_0^e(\rho^e), \quad (3.16)$$

$$K_1(\rho) = \sum_{e=1}^N (k_1^e(\rho^e) + h^e), \quad (3.17)$$

$$K_2(\rho) = \sum_{e=1}^N k_2^e(\rho^e), \quad (3.18)$$

Sendo  $m$  o número de graus de liberdade por elemento:  $k_0^e$  é a matriz de condutividade elétrica do elemento  $e$ , de dimensão  $m \times m$ ;  $k_1^e$  e  $h$  são as matrizes (tamanho  $m \times m$ ) de condutividade térmica e convecção do elemento  $e$ , respectivamente; e  $k_2^e$  é a matriz de rigidez do elemento de dimensão  $2m \times 2m$ .

De igual forma são montados no sistema global como uma “somatória” dos carregamentos por elemento, o vetor de carga do problema eletro-térmico e do problema termo-elástico (BATHE, 1996; ZIENKIEWICZ, 1991):

$$P_1(U_0(\rho), \rho) = \sum_{e=1}^N p_1^e(u_0^e(\rho^e), \rho^e) \quad (3.19)$$

$$P_2(U_1(\rho), \rho) = \sum_{e=1}^N p_2^e(u_1^e(\rho^e), \rho^e) \quad (3.20)$$

onde  $p_1^e$  de dimensão  $m$ , e  $p_2^e$  de dimensão  $2m$ , são os vetores de carga do elemento  $e$ , no problema eletro-térmico e termo-elástico, respectivamente; os quais dependem da densidade relativa  $\rho^e$  e dos vetores (de dimensão  $m$ ) de voltagem  $u_0^e$ , e de temperatura  $u_1^e$ , do elemento  $e$ .

A continuação o estudo é feito no nível do elemento já que é aqui onde se apresentam as maiores diferenças na formulação pelo MEF das equações constitutivas dos microatuadores ETM. Primeiro, é formulada a expressão para o problema termo-elástico, especificamente para a matriz de rigidez do elemento e seu vetor de carga, sendo apresentado, no subsequente, cada um dos seus componentes detalhadamente. Posteriormente analisam-se o problema elétrico e eletro-térmico.

### 3.2.1 MEF no problema termo-elástico

#### 3.2.1.1 Matriz de rigidez do elemento retangular isoparamétrico

No problema termo-elástico se trabalha com um elemento retangular de quatro nós com dois graus de liberdade por nó, o deslocamento no eixo  $x$  (deslocamento horizontal) e no eixo  $y$  (deslocamento vertical). O elemento retangular com os graus de liberdade é apresentado na Fig. 3.2 nas suas coordenadas naturais e na Fig. 3.3 nas suas coordenadas físicas, entendendo que o sistema de coordenadas naturais  $(\xi, \eta)$  é o sistema padrão ou local, enquanto que o sistema “real” é denominado sistema de

coordenadas físicas ou globais ( $x, y$ ) (BATHE, 1996; ZIENKIEWICZ, 1991; COOK et al., 1989):

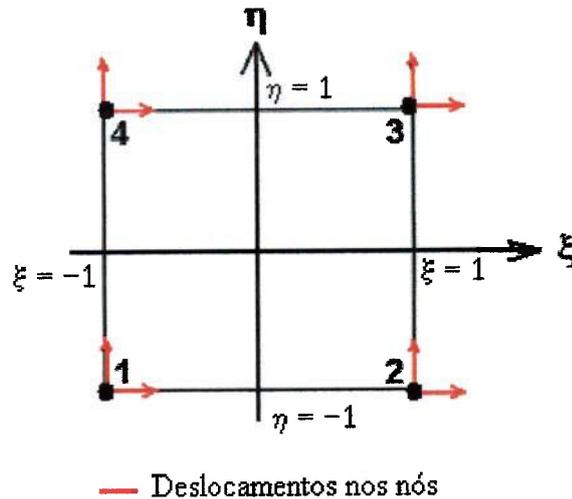


Figura 3. 2 – Elemento retangular de quatro nós no sistema de coordenadas naturais.

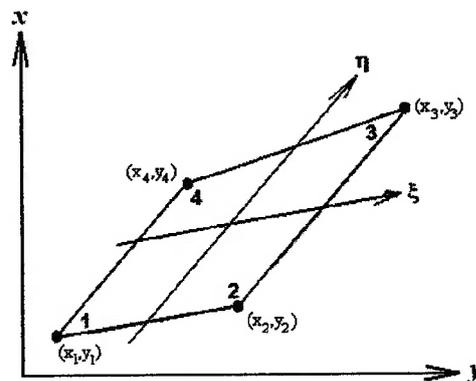


Figura 3. 3 – Elemento retangular de quatro nós no sistema de coordenadas físicas.

Todo cálculo por elementos finitos, sendo um método aproximado, busca uma expressão aproximada da solução; em outras palavras, busca aproximar os

deslocamentos  $\nu^e$  de qualquer ponto do elemento mediante um vetor coluna  $\hat{\nu}^e(x, y)$  (ZIENKIEWICZ, 1991):

$$\nu^e(x, y) \approx \hat{\nu}^e = \sum_{i=1}^4 N_i u_i^e = N u_2^e \quad (3.21)$$

Onde  $u_2^e$  é o vetor (de tamanho  $2m$ ) dos deslocamentos nodais do elemento  $e$ , e  $N$  é a matriz das funções de forma expressas em função de variáveis independentes, como as coordenadas locais  $-1 \leq \xi \leq 1$  e  $-1 \leq \eta \leq 1$  (ver Fig. 3.2). A matriz das funções de forma para o elemento isoparamétrico apresentado na Fig. 3.2 está composta pelos seguintes polinômios (BATHE, 1996; ZIENKIEWICZ, 1991; COOK et al., 1989):

$$N_1(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \quad (3.22)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \quad (3.23)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \quad (3.24)$$

$$N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \quad (3.25)$$

Também, conhecendo as funções de forma é possível mapear um ponto  $(\xi, \eta)$  no elemento retangular isoparamétrico a um ponto  $(x, y)$  do elemento em coordenadas globais; possivelmente com distorção, como se observa na Fig. 3.3, mediante (BATHE, 1996):

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) x_i \quad (3.26)$$

---

<sup>i</sup> Para simplificar as expressões omite-se a dependência das propriedades do material da densidade relativa  $\rho^e$  no elemento  $e$ .

$$y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) y_i \quad (3.27)$$

As eq.(3.21), (3.26) e (3.27) caracterizam a formulação dos elementos finitos paramétricos, nos quais na interpolação das coordenadas dos elementos e dos deslocamentos são usadas as mesmas funções de interpolação definidas no sistema de coordenadas naturais. Assim, uma vez conhecidos os deslocamentos para todos os pontos do elemento são determinadas as deformações em qualquer ponto do mesmo. Estas resultam de uma relação que é escrita na forma matricial como (ZIENKIEWICZ, 1991):

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{L} \mathbf{v}^e \quad (3.28)$$

onde  $\mathbf{L}$  é um operador linear apropriado. Mediante a eq.(3.21) a expressão anterior se pode definir como:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^e = \mathbf{B}_2 \mathbf{u}_2^e \quad (3.29)$$

onde

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{L} \mathbf{N} \quad (3.30)$$

No caso particular de estado plano de tensão, as deformações más importantes são as que ocorrem no plano e são expressas em função dos deslocamentos mediante as relações que definem o operador  $\mathbf{L}$  (ZIENKIEWICZ, 1991):

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \mu}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial \mu}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mu \\ v \end{Bmatrix} = \mathbf{L} \mathbf{v}^e \quad (3.31)$$

portanto, da eq.(3.30) deduz-se que a matriz  $B_2$  é uma matriz de operadores diferenciais das funções de forma  $N$ , que para o elemento retangular de quatro nós em tensão plana é dada por:

$$B_{2i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}_{i=1 \rightarrow 4} \quad (3.32)$$

Nota-se que é necessária uma transformação para avaliar as matrizes  $B_{2i}$ , já que  $N_i$  é definida em função de coordenadas locais; portanto, é necessário um procedimento que expresse as derivadas globais do tipo que apareceram na eq.(3.32) em função das derivadas locais. Isto é conseguido através da matriz jacobiana  $J$ , que no caso específico de estruturas bidimensionais, é dado por (ZIENKIEWICZ, 1991):

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

onde:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Com base nas expressões anteriormente desenvolvidas e segundo a teoria do MEF, a matriz de rigidez do elemento pode ser encontrada mediante o princípio de conservação de energia (BATHE, 1996; ZIENKIEWICZ, 1991). Assim, a energia potencial de deformação do elemento ( $U$ ) deve ser igual à energia potencial das

cargas externas ( $W$ ) ou, em outras palavras, ao trabalho realizado pelas tensões externas nos nós do elemento:

$$U = W \quad (3.35)$$

com:

$$U = \frac{1}{2} \int_{V^e} \sigma^{eT} \varepsilon^e dV^e = \frac{1}{2} \int_{V^e} \varepsilon^{eT} \sigma^e dV^e, \quad (3.36)$$

$$W = \frac{1}{2} p_2^{eT} u_2^e = \frac{1}{2} u_2^{eT} p_2^e = \frac{1}{2} u_2^{eT} k_2^e u_2^e \quad \text{já que} \quad p_2^e = k_2^e u_2^e \quad (3.37)$$

igualando  $W$  à  $U$ :

$$\frac{1}{2} u_2^{eT} k_2^e u_2^e = \frac{1}{2} \int_{V^e} \varepsilon^{eT} \sigma^e dV^e \quad (3.38)$$

conhecendo que a relação entre tensões e deformações tem a forma:  $\sigma^e = D\varepsilon^e$  e substituindo a eq.(3.29) em (3.38) obtém-se:

$$u_2^{eT} k_2^e u_2^e = \int_{V^e} u_2^{eT} B_2^T D B_2 u_2^e dV^e = u_2^{eT} \left( \int_{V^e} B_2^T D B_2 dV^e \right) u_2^e \quad (3.39)$$

portanto, a matriz de rigidez do elemento retangular isoparamétrico é:

$$k_2^e = \int_{V^e} B_2^T D B_2 dV^e \quad (3.40)$$

onde a matriz do material  $D$  para o estado plano de tensões, considerando a dependência do módulo de Young ( $E^0$ ) da densidade relativa do elemento  $\rho^e$ , pelo modelo de material, é dada por:

$$D(\rho^e) = \frac{E(\rho^e)}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \text{com} \quad E(\rho^e) = (\rho^e)^{p_2} E^0 \quad (3.41)$$

onde  $E(\rho^e)$  é o módulo de Young segundo o modelo de material “SIMP” (ver o capítulo 2),  $p$  é o fator de penalidade e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

Por outro lado, para ser consistente com a formulação isoparamétrica, o elemento de volume sobre o qual é efetuada a integração tem que ser escrito em função das coordenadas locais (BATHE, 1996; ZIENKIEWICZ, 1991). Assim é necessário mudar convenientemente os limites de integração na eq.(3.40) mediante:

$$dV^e = dx dy dz = \det \mathbf{J} d\xi d\eta \quad (3.42)$$

onde assume-se um elemento bidimensional. Também se faz explícita a dependência da matriz de rigidez em relação à densidade relativa  $\rho^e$ . Assim a matriz de rigidez do elemento  $e$  é:

$$k_2^e(\rho^e) = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}_2^T D(\rho^e) \mathbf{B}_2 \det \mathbf{J} t^e d\xi d\eta \quad (3.43)$$

### 3.2.1.2 Vetor de carga do elemento no problema termo-elástico

No caso de problemas elásticos gerais o vetor de carga é formado por qualquer uma das seguintes componentes (BATHE, 1996):

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_B + \mathbf{P}_S - \mathbf{P}_I + \mathbf{P}_C \quad (3.44)$$

onde  $\mathbf{P}_B$  é o vetor de carga global que inclui os efeitos de forças volumétricas;  $\mathbf{P}_S$  inclui o efeito das forças de superfície;  $\mathbf{P}_I$  inclui o efeito global das forças de inércia,

e o efeito das cargas concentradas nodais estão contidas no vetor  $P_C$ . Todos os anteriores vetores têm dimensão  $2n$ , lembrando que  $n$  é o número de nós da estrutura discretizada.

O vetor  $P_B$  pode ser expresso como (BATHE, 1996):

$$P_B = \sum_{e=1}^N \int_{V^e} N^T f^B dV^e \quad (3.45)$$

sendo  $f^B$  as forças de volume aplicadas externamente ao elemento (força por unidade de volume);  $N$  é o vetor das funções de forma anteriormente definidas nas eq.(3.22) até (3.25);  $dV^e$  está definida pela eq.(3.42). Da mesma forma o vetor  $P_S$  pode ser expresso como (BATHE, 1996):

$$P_S = \sum_{e=1}^N \int_{S_1^e, \dots, S_q^e} N^T f^S dS^e \quad (3.46)$$

onde  $f^S$  são as forças de superfície aplicadas externamente ao elemento (força por unidade de área);  $N$  é o vetor das funções de forma e  $q$  o número de áreas ou superfícies do elemento. O vetor  $P_I$  está definido como (BATHE, 1996):

$$P_I = \sum_{e=1}^N \int_{V^e} B^T \tau^I dV^e \quad (3.47)$$

sendo  $\tau^I$  as tensões iniciais do elemento e  $B$  a matriz de operadores diferenciais das funções de forma  $N$ , definida na eq.(3.32).

No caso do problema termo-elástico, no projeto de microatuadores ETM, o único efeito importante no vetor de carga  $P$  está composto pelas tensões térmicas iniciais geradas pelo diferencial de temperatura no micromecanismo ETM.

Lembrando que as temperaturas nodais estão contidas no vetor  $U_I$  (vetor global de temperatura), e no vetor  $u_1^e$  para cada elemento  $e$  (vetor local de temperatura); os quais são resultantes do problema eletro-térmico. Assim, se o subproblema termo-elástico é assumido isolado dos outros dois, essas tensões térmicas iniciais seriam interpretadas como tensões residuais, representadas na eq.(3.47) como  $\tau^t$ ; portanto, utilizando as eq.(3.20); (3.44) e (3.47) o vetor de carga do problema termo-elástico poderia ser expresso como (BATHE, 1996; COOK et al., 1989):

$$P = -P_I = P_2(U_I(\rho), \rho) = \sum_{e=1}^N p_2^e(u_1^e(\rho^e), \rho^e) = - \sum_{e=1}^N \int_{V^e} B^T \tau^t dV^e \quad (3.48)$$

Neste caso, sabe-se que a tensão total para um elemento sujeito a uma distribuição dada de temperatura nodal, devido à deformação total  $\varepsilon$  e às deformações térmicas  $\varepsilon^t$ , é (BATHE, 1996):

$$\tau^t = D(\varepsilon - \varepsilon^t) \quad (3.49)$$

onde em estado plano de tensão:

$$\varepsilon^t = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^t \\ \varepsilon_y^t \\ \gamma_{xy}^t \end{Bmatrix} = \alpha(u_1 - u_1^p) \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.50)$$

sendo  $\alpha$  o coeficiente de expansão térmica e  $u_1^p$  a temperatura prescrita, que neste trabalho se assume igual à temperatura ambiente,  $u_{amb}$ .

Se as deformações iniciais são zero,  $\varepsilon = \mathbf{0}$ ; as tensões devido às deformações térmicas podem ser propostas como tensões iniciais; portanto, substituindo (3.50) em (3.49) e considerando o modelo de material, obtém-se (BATHE, 1996):

$$\tau^I(\rho^e) = -\alpha D(\rho^e) \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \left\{ \left( \sum_{i=1}^4 N_i u_{1i} \right) - u_1^p \right\} \quad (3.51)$$

$$\tau^I(\rho^e) = -\alpha D(\rho^e) \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \left\{ Nu_1^e(\rho^e) - u_1^p \right\} \quad (3.52)$$

onde  $u_{1i}$  ( $i$  de 1 até 4) representa a temperatura para cada um dos nós do elemento retangular, resultantes do problema eletro-térmico. Assim, para obter o vetor de carga para o problema termo-elástico é suficiente substituir a eq.(3.52) em (3.48):

$$P_2(U_1(\rho), \rho) = - \sum_{e=1}^N \int_{V^e} B_2^T \tau^I(\rho^e) dV^e \quad (3.53)$$

### 3.2.2 MEF no problema elétrico e eletro-térmico

#### 3.2.2.1 Matriz de condutividade térmica, matriz de convecção e vetor de carga do elemento no problema eletro-térmico

No problema eletro-térmico trabalha-se com um elemento retangular de quatro nós com um grau de liberdade por nó, o qual corresponde à temperatura. As matrizes de condutividade térmica e de convecção são determinadas mediante o princípio das temperaturas virtuais, partindo das equações diferenciais governantes num processo de transferência de calor. Assim, considerando equilíbrio no fluxo de calor no interior de um corpo e assumindo que o corpo não está em movimento, que não existem mudanças de fase, nem efeitos de calor latente, obtém-se da mecânica do contínuo que (BATHE, 1996):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma_{1x} \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma_{1y} \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma_{1z} \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) = -q^B \quad (3.54)$$

onde  $q^B$  é o calor gerado por unidade de volume. Além disso, sobre as superfícies desse corpo as seguintes condições devem ser satisfeitas (BATHE, 1996):

$$u_1|_{S_\theta} = u_1^s \quad (3.55)$$

$$\sigma_{1n} \frac{\partial u_1}{\partial n} \Big|_{S_q} = q^s \quad (3.56)$$

onde  $u_1^s$  é a temperatura prescrita sobre a superfície  $S_\theta$ ,  $\sigma_{1n}$  é a condutividade térmica do corpo,  $n$  denota o eixo coordenado na direção de um vetor normal unitário  $\mathbf{n}$  saindo da superfície  $S_q$ ,  $q^s$  é a entrada de fluxo de calor prescrita sobre a superfície  $S_q$  do corpo, e  $S_\theta \cup S_q = S$ ,  $S_\theta \cap S_q = 0$ ; ver Fig. 3.4.

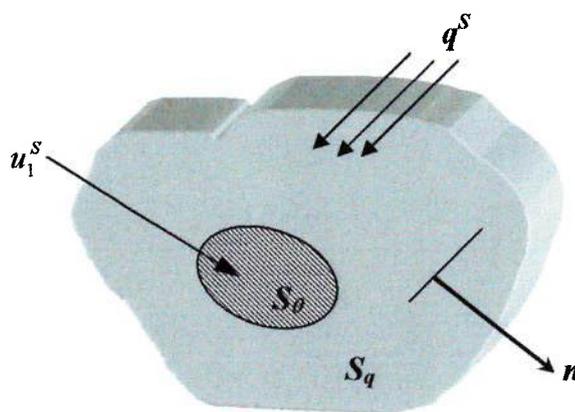


Figura 3.4 – Um corpo submetido à transferência de calor.

Quatro condições de contorno são encontradas em análises de transferência de calor (REDDY; GARTLING, 1994):

- a) as temperaturas prescritas em pontos ou superfícies específicas do corpo, eq.(3.55);

b) as entradas de fluxo de calor em pontos ou superfícies específicas do corpo, especificadas pela eq.(3.56);

c) as condições de fronteira por convecção, onde:

$$q^S = h(u_1^p - u_1^s) \quad (3.57)$$

e  $h$  é o coeficiente de convecção. Assume-se que a temperatura  $u_1^p$  é conhecida (temperatura ambiente,  $u_{amb}$ ), mas a temperatura superficial  $u_1^s$  é desconhecida, exceto na superfície  $S_\theta$ ;

d) e as condições de fronteira por radiação, onde:

$$q^S = \kappa(u_r - u_1^s) \quad (3.58)$$

onde  $u_r$  é a temperatura conhecida da fonte radioativa externa e  $\kappa$  é um coeficiente:

$$\kappa = h_r \left[ (u_r)^2 + (u_1^s)^2 \right] (u_r + u_1^s) \quad (3.59)$$

A variável  $h_r$  depende da emissividade do corpo radiante e de fatores geométricos, entre outros parâmetros (REDDY; GARTLING, 1994).

O princípio das temperaturas virtuais pode ser derivado das equações diferenciais básicas, eq.(3.54) até (3.56), escolhendo uma distribuição de temperatura contínua arbitrária mas admissível  $\bar{u}_1$ , com  $\bar{u}_1 = 0$  sobre  $S_\theta$ . Integrando e simplificando a eq.(3.54), obtém-se (BATHE, 1996):

$$\int_V [(\sigma_{1i} u_{1,i})_{,i} + q^B] \bar{u}_1 dV = 0 \quad (3.60)$$

onde  $_{,i}$  significa diferenciação em relação à direção coordenada  $i$ .  $\bar{u}_1$  é a “distribuição de temperatura virtual”. Já que  $\bar{u}_1$  é arbitrária, mas admissível, a eq.(3.60) somente pode ser satisfeita se e somente se o termo dentro dos parênteses quadrados é zero. Portanto, a eq.(3.60) é equivalente à eq.(3.54).

Para diminuir a ordem das derivadas (de segunda a primeira ordem) na integral da eq.(3.60), e introduzindo a condição de contorno natural da eq.(3.55), e utilizando a identidade matemática:

$$\left[ \bar{u}_1(\sigma_{1i}u_{1,i}) \right]_{,i} = \bar{u}_{1,i}(\sigma_{1i}u_{1,i}) + \bar{u}_1(\sigma_{1i}u_{1,i})_{,i} \quad (3.61)$$

obtém-se:

$$\int_V \left\{ \left[ \bar{u}_1(\sigma_{1i}u_{1,i}) \right]_{,i} - \bar{u}_{1,i}(\sigma_{1i}u_{1,i}) + q^B \bar{u}_1 \right\} dV = 0 \quad (3.62)$$

agora, usando o Teorema da Divergência<sup>ii</sup> (THOMAS; FINNEY, 1992), consegue-se:

$$\int_V \left[ \bar{u}_1(\sigma_{1i}u_{1,i}) \right]_{,i} dV = \int_S \left[ \bar{u}_1(\sigma_{1i}u_{1,i}) \right] \eta_i dS = \int_S \bar{u}_1(\sigma_{1n}u_{1,n}) dS \quad (3.63)$$

substituindo a eq.(3.63) na eq.(3.62), é obtido:

$$\int_V \left[ -\bar{u}_{1,i}(\sigma_{1i}u_{1,i}) + q^B \bar{u}_1 \right] dV + \int_S \bar{u}_1(\sigma_{1n}u_{1,n}) dS = 0 \quad (3.64)$$

agora, utilizando a eq.(3.56) de forma simplificada:

---

<sup>ii</sup> O Teorema da Divergência estabelece que: sendo  $\Gamma$  um campo vetorial no volume  $V$ ; logo:

$$\int_V F_{i,i} dV = \int_S \Gamma \cdot \eta dS$$

onde  $\eta$  é um vetor normal unitário que sai da superfície  $S$  do volume  $V$ .

$$\sigma_{1n} u_{1,n} = q^S \quad (3.65)$$

e substituindo-a na eq.(3.64), obtém-se:

$$\int_V \bar{u}_{1,i} (\sigma_{1i} u_{1,i}) dV = \int_V \bar{u}_1 q^B dV + \int_S \bar{u}_1 q^S dS \quad (3.66)$$

Na eq.(3.66) assume-se que  $\bar{u}_1 = 0$ , e é observado que a condição de fluxo de calor prescrito (condição de contorno natural) se apresenta como um termo de força no lado direito da equação.

Para a solução por elementos finitos do problema eletro-térmico é conveniente expressar a eq.(3.66) como (considerando as outras duas condições de contorno, por condução e radiação, eq.(3.57) e (3.58)):

$$\int_V \bar{\mathbf{u}}'^T \sigma_1 \mathbf{u}' dV = \Phi + \int_{S_c} \bar{u}_1^S h(u_1^p - u_1^S) dS + \int_{S_r} \bar{u}_1^S \kappa(u_r - u_1^S) dS \quad (3.67)$$

com:

$$\Phi = \int_V \bar{u}_1 q^B dV + \int_{S_q} \bar{u}_1^S q^S dS + \sum_i \bar{u}_1^i Q^i \quad (3.68)$$

$$\mathbf{u}'^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x} & \frac{\partial u_1}{\partial y} & \frac{\partial u_1}{\partial z} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \sigma_1 = \begin{bmatrix} \sigma_{1x} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{1y} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{1z} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

$S_c$  e  $S_r$  são as superfícies do corpo com condições de contorno por convecção e radiação, respectivamente. As temperaturas  $u_1^p$  e  $u_r$  são temperaturas conhecidas, mas  $u_1^S$  é a temperatura superficial desconhecida sobre  $S_c$  e  $S_r$ .  $\Phi$  inclui os efeitos da geração de calor interno  $q^B$ , as entradas de calor superficiais  $q^S$  não incluídas nas

condições de contorno por convecção e radiação, e as entradas por o fluxo de calor concentrado.  $Q^i$  são as entradas de fluxo de calor concentrado. A barra sobre  $u_i$  indica que uma distribuição de temperatura virtual está sendo considerada.

Assume-se que o corpo tem sido “dividido” em diversos elementos finitos, e por analogia com a análise feita para o problema termo-elástico, eq.(3.21) e (3.29), pode-se definir para o elemento  $e$  que:

$$u_1^e = Nu_1^e \quad ; \quad u_1^{s^e} = N^S u_1^e \quad ; \quad u_1'^e = B_0 u_1^e \quad (3.70)$$

lembrando que  $u_1^e$  é o vetor de temperaturas nodais local ou do elemento  $e$ .  $B_0$  é a matriz do gradiente-temperatura.  $N$  é o vetor das funções de forma com os seus componentes  $N_i$  definidos nas eq.(3.22) até (3.25).  $N^S$  é o vetor de interpolação das temperaturas superficiais.

Finalmente, utilizando as relações da eq.(3.70) e substituindo-as na eq.(3.67), considerando, além disso, que numa análise linear não são incluídos os efeitos por radiação, nem dependência da condutividade térmica e do coeficiente de convecção da temperatura; é obtido para cada elemento finito  $e$ :

$$(k_1^e + h)u_1^e = Q + Q^{conv} \quad (3.71)$$

onde:

$$k_1^e(\rho^e) = \sigma_1(\rho^e) \int_{V^e} B_0^T B_0 dV^e \quad \text{com} \quad \sigma_1(\rho^e) = (\rho^e)^{\beta_1} \sigma_1^0 \quad (3.72)$$

$$h = h \int_{S_c^e} N^{s^T} N^S dS^e \quad (3.73)$$

$k_1^e$  representa a matriz de condutividade térmica do elemento  $e$ , e  $h$  a parcela das condições de contorno por convecção que modificam a matriz de condutividade térmica ( $h$  é denominada a matriz de convecção do elemento finito). Na eq.(3.72) não se utiliza a matriz  $\sigma_I$  da eq.(3.69) já que se assume neste trabalho que o material usado é isotrópico; portanto, a condutividade térmica é somente representada pelo escalar  $\sigma_1^0$ .  $\sigma_1(\rho^e)$  é o coeficiente de condutividade térmica do elemento  $e$ , de acordo com o modelo de material “SIMP” (ver o capítulo 2).  $h$  é o coeficiente de convecção. É explícito que a matriz de condutividade térmica dos elementos depende da densidade do elemento, devido ao modelo de material adotado no “SIMP” (SIGMUND, 2001a), com exceção da matriz de convecção. Neste caso assumir uma dependência do coeficiente de convecção  $h$  da densidade do elemento implicaria pouco ou nulo esfriamento nos elementos de baixa densidade.

No elemento finito  $e$ , o vetor de carga do problema eletro-térmico  $p_1^e$  (ver a eq.(3.19)) é constituído de duas parcelas básicas (BATHE, 1996; COOK et al., 1989): o vetor de carga de fluxo de calor,  $Q$ , e a contribuição de carga devido às condições de contorno por convecção,  $Q^{conv}$ . O vetor de carga de fluxo de calor é formado pelo vetor de calor gerado por unidade de volume,  $Q_B$ ; o vetor de fluxo de calor sobre a superfície do corpo,  $Q_S$ ; e o vetor de fluxo de calor nodal concentrado  $Q_C$ . A expressão para cada um dos vetores anteriormente definidos é apresentada a seguir:

**a) Carga relacionada com o fluxo de calor:**

$$Q = Q_B + Q_S + Q_C \quad (3.74)$$

onde para o elemento  $e$  (BATHE, 1996):

$$Q_B = \int_{V^e} N^T q^B dV^e \quad (3.75)$$

sendo  $q^B$  o termo que contém o fator gerador de calor interno na estrutura como, por exemplo, o efeito Joule e,

$$Q_s = \int_{S_q^e} N^{sT} q^s dS^e \quad (3.76)$$

onde  $q^s$  é a entrada de fluxo de calor prescrito sobre a superfície  $S_q$ .

**b) Carga relacionada com o efeito de convecção:**

$$Q^{conv} = \int_{S_c^e} h N^{sT} N^s u_{amb} dS^e \quad (3.77)$$

onde  $u_{amb}$  é o vetor de temperatura ambiente nodal. O subscrito  $c$  refere-se à superfície do elemento onde existem as condições de contorno por convecção.

Neste trabalho assume-se que o fluxo de calor nodal concentrado e o fluxo de calor superficial são zero. Assim, considera-se que os únicos fatores que contribuem com o vetor de carga do problema eletro-térmico são: o fluxo de calor devido às condições de contorno por convecção e o calor gerado por unidade de volume devido ao efeito Joule. Portanto, o vetor de carga para o problema eletro-térmico, considerando a dependência das propriedades do material da densidade relativa é:

$$P_1(U_0(\rho), \rho) = \sum_{e=1}^N p_1^e(u_0^e(\rho^e), \rho^e) = \sum_{e=1}^N (Q_B + Q^{conv}) \quad (3.78)$$

ou:

$$P_1(U_0(\rho), \rho) = \sum_{e=1}^N \left( \int_{V^e} N^T q^B(\rho^e) dV^e + \int_{S_c^e} h N^{sT} N^s u_{amb} dS^e \right) \quad (3.79)$$

Na eq.(3.79) a segunda integral do lado direito representa a transferência de calor por convecção no micromecanismo ETM, mas neste trabalho a integração somente é realizada na superfície superior da estrutura e, portanto, não consideram-se as perdas de calor na superfície inferior e laterais (a espessura dos micromecanismos ETM é muito pequena assumindo-se, geralmente, bidimensionais). Por outro lado, o efeito Joule incluído no termo  $q^B$  é definido em forma matricial como (ANANTHASURESH, 2003; BATHE, 1996; ZIENKIEWICZ, 1991):

$$q^B(\rho^e) = \mathbf{u}_0^{eT}(\rho^e) \mathbf{B}_0^T \sigma_0(\rho^e) \mathbf{B}_0 \mathbf{u}_0^e(\rho^e) \quad (3.80)$$

sendo  $\mathbf{u}_0^e$  o vetor que contém as voltagens nodais no elemento  $e$ , e  $\mathbf{B}_0$  a matriz de gradiente-temperatura.

### 3.2.2.2 Matriz de condutividade elétrica no problema elétrico

A representação matricial do problema elétrico pode ser obtida de forma análoga ao problema eletro-térmico, considerando que a equação governante de um problema elétrico é similar à que descreve um problema de transferência de calor (ver a eq.(3.54)). No caso elétrico temos:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma_{0x} \frac{\partial u_0}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma_{0y} \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma_{0z} \frac{\partial u_0}{\partial z} \right) = -b_0 \quad (3.81)$$

onde  $\sigma_{0x}$ ,  $\sigma_{0y}$ ,  $\sigma_{0z}$  representam as condutividades elétricas na direção dos eixos coordenados  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente.  $b_0$  é a fonte de corrente elétrica interna prescrita por unidade de volume. Além disso, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$u_0|_{S_\theta} = u_0^s \quad (3.55)$$

$$\sigma_{0n} \frac{\partial u_0}{\partial n} \Big|_{S_q} = b_0^s \quad (3.56)$$

onde  $u_0^s$  é a voltagem prescrita sobre a superfície  $S_\theta$ ,  $n$  denota o eixo coordenado na direção de um vetor normal unitário  $\mathbf{n}$ , saindo da superfície  $S_q$ ,  $b_0^s$  é a entrada de corrente prescrita sobre a superfície  $S_q$  do corpo, e  $S_\theta \cup S_q = S$ ,  $S_\theta \cap S_q = 0$ ; ver Fig. 3.4.

Portanto, aplicando um procedimento similar ao realizado na seção anterior mediante o uso do “princípio das temperaturas virtuais”, obtém-se<sup>iii</sup> para cada elemento finito  $e$ :

$$k_0^e(\rho^e) u_0^e(\rho^e) = p_0^e \quad (3.82)$$

sendo:

$$k_0^e(\rho^e) = \sigma_0(\rho^e) \int_{V^e} B_0^T B_0 dV^e \quad \text{com} \quad \sigma_0(\rho^e) = (\rho^e)^{p_0} \sigma_0^0 \quad (3.83)$$

$k_0^e$  é a matriz de condutividade elétrica do elemento  $e$ .  $B_0$  é a matriz gradiente de voltagens e é igual a utilizada no problema eletro-térmico, e  $\sigma_0^0$  é a condutividade elétrica isotrópica do material. Observe-se que nas eq.(3.82) e (3.83) é explícita a dependência das propriedades do material da variável de projeto segundo o modelo “SIMP”. No problema elétrico o vetor de carga  $p_0^e$  é um dado de entrada, e corresponde a um vetor de dimensão  $n$  (número de nós utilizados na discretização) contendo as correntes prescritas no microatuador ETM. Na realidade, como dado de entrada no problema elétrico são utilizadas voltagens prescritas e não correntes externas prescritas; pelo fato que num micromecanismo ETM o controle por corrente elétrica é instável, como apresentado no Anexo A.

<sup>iii</sup> Neste caso seria utilizado um princípio equivalente denominado “princípios das voltagens virtuais”

### 3.3 MEF para a otimização topológica baseada na aproximação contínua de distribuição de material

Como se indicou no capítulo anterior, dois enfoques diferentes foram usados para reduzir o problema das instabilidades de xadrez no projeto de micromecanismos ETM: o uso de um filtro espacial, e o uso da aproximação contínua de distribuição de material – “CAMD”.

O MEF para o “CAMD” está composto pelos mesmo três problemas descritos nas eq.(3.13) até (3.15) com: a matriz de rigidez da eq.(3.43); o vetor de carga do problema termo-elástico da eq.(3.53); a matriz de condutividade térmica e de convecção das eq.(3.72), (3.73), respectivamente; o vetor de carga do problema eletro-térmico (eq.(3.79)); e com igual matriz de condutividade elétrica (eq.(3.83)). No entanto, no “CAMD” a densidade de cada elemento finito,  $\rho^e$ , não corresponde à variável de projeto do problema de otimização, mas a uma função que depende da densidade de cada nó,  $\rho_J$ , do elemento finito  $e$ . Portanto, nas anteriores equações, no “CAMD”, a densidade por elemento é representada como:

$$\rho^e = \sum_{J=1}^{no} N_J \rho_J = N \Phi^e \quad (3.84)$$

onde  $N_J$  corresponde a cada termo do vetor das funções de forma  $N$  para  $J = 1$  até 4 (para um elemento quadrado de 4 nós), e correspondem às eq.(3.22) até (3.25).  $\rho_J$  é a densidade de cada nó do elemento finito  $e$ .  $\Phi^e$  é o vetor das variáveis de projeto nodais (densidades de cada nó).

## 4 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DO MOT

Neste capítulo é apresentado o problema de otimização utilizado no projeto de micromecanismos ETM, assim como as diferentes técnicas que existem na sua solução. O método de Programação Linear Seqüencial (PLS) é utilizado neste trabalho pelas razões expostas na seção 4.2.1. Na seção 4.4 é mostrado o cálculo da sensibilidade da função objetivo do problema de otimização em relação às variáveis de projeto (densidades), apresentando-se o seu desenvolvimento matemático por dois métodos analíticos, o método direto e o método adjunto. Por último, na seção 4.6 descreve-se detalhadamente a forma de implementar computacionalmente o método de otimização topológica (MOT) com a PLS. Durante todo o capítulo se utiliza amplamente os conceitos e idéias expostas no capítulo 2 sobre MOT e no capítulo 3 sobre modelagem por MEF de microatuadores ETM.

### 4.1 Problema de otimização

No projeto de micromecanismos ETM requisitos cinemáticos e estruturais devem ser considerados. Os primeiros consistem em maximizar a deformação de um ponto específico (a saída do micromecanismo) ao longo de certa direção, na situação que uma tensão elétrica é aplicada. Já os requisitos estruturais correspondem a maximizar a rigidez da estrutura na situação em que o mecanismo sofre a reação do objeto manipulado por ele (peça atuada). Assim, com base nas idéias anteriores, o problema de projeto de um micromecanismo ETM consiste em distribuir uma dada quantidade de material em um domínio de projeto plano de modo que o deslocamento,  $u_{out}$ , gerado sobre uma “peça atuada”, de rigidez dada  $K$ , seja maximizado, ver Fig. 4.1. A topologia ótima do atuador dependerá da rigidez da peça atuada. Para uma peça flexível uma pequena força é necessária para deformá-la, no entanto, considerando que a peça seja rígida uma grande força de saída é necessária para deformá-la. Assim, podem-se projetar atuadores orientados a força ou

orientados a deslocamento variando a rigidez da peça de trabalho, ou em outras palavras, pode-se escolher se o micromecanismo será mais rígido ou mais flexível variando a rigidez dessa mola. Por outro lado, o problema de otimização também deve considerar que algumas áreas do domínio de projeto podem ser restringidas a ser vazio (áreas brancas) e algumas podem ser restringidas a ser material sólido (áreas pretas), ver Fig. 4.1.

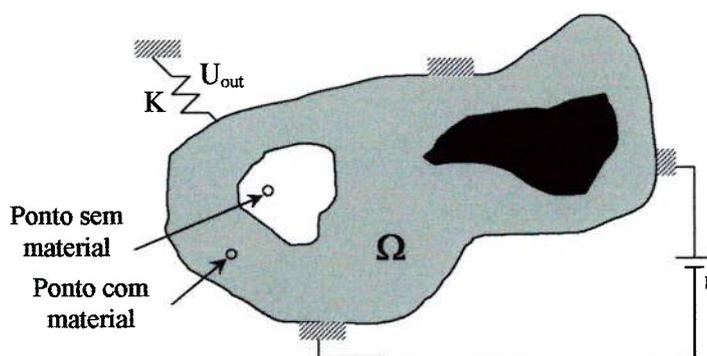


Figura 4.1 – Problema no projeto de um micromecanismo ETM.

Neste trabalho é maximizado o deslocamento de saída utilizando uma mola para a modelagem do carregamento de saída, segundo foi introduzido por SIGMUND (1997).

Com base nos argumentos anteriores, o problema de otimização para o projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos de um grau de liberdade é definido como (SIGMUND, 2001a):

$$\begin{aligned}
 \max_{\rho} \quad & F_{ETM} = u_{out} && (\text{deslocamento de saída}) \\
 \text{tal que,} \quad & \int_{\Omega} \rho \, d\Omega - \Omega_s \leq 0 && (\text{restrição de volume}) \\
 & 0 \leq \rho \leq 1 && (\text{restrição de caixa para as variáveis de projeto}) \\
 & \text{Equações de equilíbrio indicadas no capítulo 3. Equações (3.1)} \\
 & \text{até (3.12)}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

No problema de otimização anterior a restrição de volume limita a quantidade de material no micromecanismo ETM, sendo  $\Omega_s$  o volume final desejado nele. A outra parcela  $\int_{\Omega} \rho d\Omega$  é o valor do volume de material obtido após a otimização e que depende dos valores da densidade de cada ponto do domínio da estrutura otimizada.  $\rho$  (variável de projeto) é a função de densidade do material utilizado no projeto, o qual pode variar (segundo os conceitos da otimização topológica) de vazio ( $\rho = 0$ ) a sólido ( $\rho = 1$ ).

Para solucionar o problema de projetar micromecanismos com múltiplas entradas e múltiplas saídas (conceito de multiflexibilidade) o problema de otimização de uma entrada – uma saída (eq.(4.1)) deve ser estendido. Embora, a seleção de restrições e funções objetivos adicionais pode variar de problema a problema, aqui é implementado um problema de otimização que seria o mais genérico. Este problema pode ser formulado como:

$$\begin{aligned} \max_{\rho} \quad & F_{ETM} = \sum_{k=1}^{gdl} W_k \ln(u_{out}^k) \quad (\text{deslocamento de saída}) \\ \text{tal que,} \quad & \int_{\Omega} \rho d\Omega - \Omega_s \leq 0 \quad (\text{restrição de volume}) \\ & 0 \leq \rho \leq 1 \quad (\text{restrição de caixa para as variáveis de projeto}) \\ & \text{Equações de equilíbrio indicadas no capítulo 3 – Equações (3.1)} \\ & \text{até (3.12), para cada grau de liberdade (gdl).} \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde  $gdl$  representa o número de graus de liberdade do micromecanismo ETM, ou em outras palavras, o número de conjuntos entradas-saídas.  $W$  é um fator-peso para cada  $gdl$  que permite designar valores de importância relativa entre  $gdl$ .

Além dos dois problemas de otimização apresentados nas eq.(4.1) e (4.2), neste trabalho também é implementado outro problema de otimização para o projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos, mas utilizando o conceito da distribuição contínua de distribuição de material – “CAMD” (RUBIO, SOUZA e SILVA, 2004a).

Na forma contínua, este problema de otimização pode ser representado pela equação (4.1), mas sua forma “discreta” será definida na seção 4.2 deste capítulo, a qual permitirá visualizar as diferenças na formulação.

## 4.2 Técnicas de solução do problema de otimização

Entre os principais métodos para solução de problemas de otimização estão os métodos analíticos e os métodos numéricos. Entre os métodos analíticos existentes estão o cálculo diferencial e o cálculo variacional. Os métodos analíticos permitem, em geral, somente a solução de problemas simples de otimização como, por exemplo, estruturas de geometria simples, como uma viga ou treliças. Pelo contrário, os métodos numéricos permitem trabalhar com problemas de grande porte. Os métodos numéricos podem ser classificados em dois tipos: específicos e gerais. Entre os métodos específicos podemos citar o critério de optimalidade ("*optimality criteria*"), o qual consiste em um método numérico de base empírica para a solução de problemas de otimização; uma revisão sobre este método pode ser encontrada em HASSANI e HINTON (1998c). Em geral, uma formulação específica deve ser desenvolvida para cada problema, o que faz com que o critério de optimalidade tenha aplicação restrita a alguns problemas de otimização estrutural, uma vez que para cada novo tipo de problema uma nova formulação empírica deve ser desenvolvida. No entanto, são mais eficientes computacionalmente do que os métodos numéricos genéricos, razão pela qual foi implementado em vários problemas de otimização topológica, entre eles o problema de minimização de flexibilidade média (ou maximização de rigidez) com restrição no volume de material (SIGMUND, 2001c; SUZUKI; KIKUCHI, 1991); o problema de otimização de estruturas discretas, tipo treliças (ZHOU; ROZVANY, 1991); o problema de maximização da frequência de ressonância (MA et al., 1995); e recentemente no projeto de mecanismos flexíveis (BENDSØE; SIGMUND, 2003; LIMA, 2002).

Já os métodos genéricos podem ser aplicados a qualquer problema de otimização, estrutural ou não. Eles podem ser de dois tipos: métodos de programação

matemática e métodos probabilísticos (HAFTKA, 1990). Os métodos de programação matemática são classificados em métodos de programação linear, programação não-linear e métodos baseados em teoria de aproximações, como programação linear seqüencial (PLS ou "SLP" em inglês), programação quadrática seqüencial (PQS ou "SQP" em inglês) e o método do movimento assintótico (MMA) (SVANBERG, 1987).

O problema de otimização no projeto de micromecanismos ETM e, em geral, no projeto de sistemas modelados em domínios multivariáveis é, basicamente, um problema não-linear, o qual freqüentemente requer varias restrições e milhares de variáveis de projeto; portanto, algoritmos eficientes de programação matemática devem ser aplicados para resolver este tipo problema. Assim, com esses requisitos em mente e considerando que o PLS vem sendo aplicado com sucesso na otimização topológica (SILVA et al., 2000; SILVA et al., 1999; NISHIWAKI et al., 1998; SIGMUND, 1996) é o método escolhido neste trabalho para a solução dos problemas de otimização apresentados neste capítulo.

#### **4.2.1 Programação Linear Seqüencial (PLS)**

A PLS pode ser definida como uma rotina que resolve, seqüencialmente, vários subproblemas lineares na busca da solução de um problema não-linear, o qual geralmente possui uma função objetivo complexa, um grande número de variáveis de projeto e várias restrições (HAFTKA, 1990). O PLS é de fácil implementação, ao permitir trabalhar com rotinas simples e comuns de programação linear (PL), como o SIMPLEX (DANTZIG, 1963) ou Kamarkar (HAFTKA et al., 1990), as quais estão largamente disponibilizadas gratuitamente na internet. No PLS a linearidade é obtida aproximando-se a função objetivo e restrições por séries de Taylor, e limitando a variação do valor de cada variável de projeto, em cada subproblema linear, através dos chamados limites móveis (THOMAS et al., 1992).

Para entender melhor o conceito do PLS e dos limites móveis, considere a função não-linear  $F(x)$  mostrada no gráfico da Fig. 4.2. Considere também a função linear  $f(x)$  como uma aproximação da função não-linear  $F(x)$  em torno do ponto  $x_i$ . Observa-se que a aproximação linear (função  $f(x)$ ) somente é válida em torno do ponto  $x_i$ , distanciando-se muito do valor real da função  $F(x)$  à medida que se afasta de  $x_i$ . Desta maneira, define-se o limite móvel máximo e mínimo em torno da variável  $x_i$ , onde a aproximação linear é válida. A cada iteração a rotina de PLS maximiza a função linear  $f(x)$  no intervalo dos limites móveis ( $x_i^{\min}$  e  $x_i^{\max}$ ) e encontra o valor ótimo para a variável  $x_i$ , que será utilizada na iteração seguinte. Assim as iterações seguem sucessivamente, substituindo-se como valor inicial da iteração posterior o valor ótimo de  $x_i$  encontrado na iteração anterior, até ocorrer a convergência da solução. Os limites são considerados móveis pelo fato da variável  $x_i$  assumir um valor diferente a cada iteração da rotina de PLS. Esses limites são definidos como valores relativos em relação ao valor dessa variável.

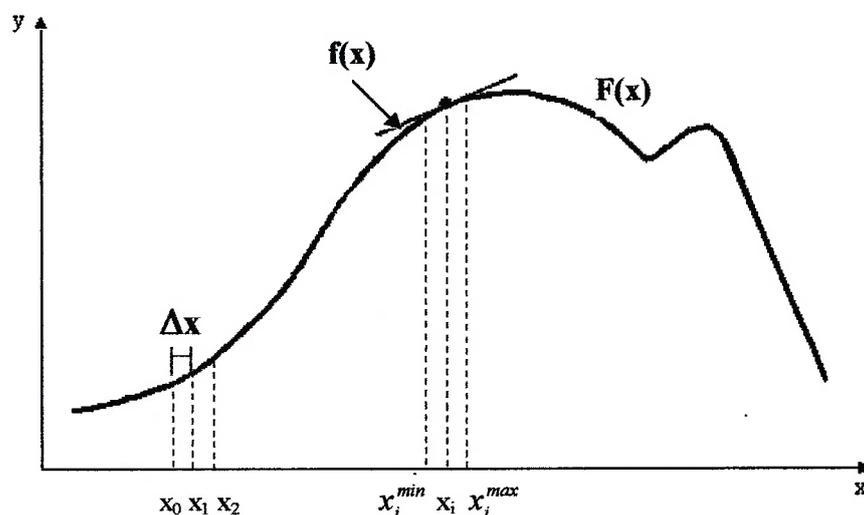


Figura 4.2 – Idéia básica do PLS e dos limites móveis.

Na PLS um problema comum é a definição dos limites móveis. Se forem muito grandes, o erro da aproximação será grande, podendo causar inclusive a perda do ponto ótimo. Se forem muitos pequenos, o custo computacional para obter a

solução será muito grande. Uma forma de tentar minimizar esse impasse, e tornar mais rápida a convergência da solução, é assumir valores grandes para os limites móveis na região em que o raio de curvatura da função não-linear,  $F(x)$ , seja grande (região do ponto  $x_0$  mostrada na Fig. 4.2); pois nessa região a função não-linear  $F(x)$  tem praticamente o mesmo comportamento da aproximação linear (função  $f(x)$ ). Já na região em que o valor do raio de curvatura da função  $F(x)$  seja próximo de zero, os limites móveis devem ser pequenos. Além disso, à medida que nos aproximamos da convergência da solução (ponto de máximo da função não linear  $F(x)$ ) devemos reduzir bastante os valores dos limites móveis; caso contrário podemos "passar" pelo ponto máximo gerando oscilação na convergência da função objetivo,  $F_{ETM}$ .

#### 4.2.1.1 Programação Linear (PL) na PLS

Como se mencionou em parágrafos anteriores, na PLS o problema de otimização não-linear deve ser aproximado utilizando sucessivos subproblemas de otimização linear. Assim, o método de programação linear (PL ou "LP" em inglês) se destina à solução desse tipo de problemas de otimização lineares; ou seja, problemas em que a função objetivo e as restrições são funções lineares em relação às variáveis de projeto (HAFTKA, 1990). Matematicamente esses problemas são expressos como:

$$\begin{aligned}
 \max_x \quad & f(x) = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_Nx_N \\
 \text{tal que,} \quad & g_i(x) = k_1x_1 + k_2x_2 + \dots + k_Nx_N \leq c_i, \quad (i = 1, \dots, m_1) \\
 & g_j(x) = d_1x_1 + d_2x_2 + \dots + d_Nx_N \leq e_j, \quad (j = 1, \dots, m_2) \\
 & g_k(x) = h_1x_1 + h_2x_2 + \dots + h_Nx_N \leq l_k, \quad (k = 1, \dots, m_3)
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Aplicando as idéias anteriores ao problema de otimização não-linear de projeto de micromecanismos ETM, deve-se linearizar o problema calculando a série de Taylor de 1º grau da função objetivo e restrições (HAFTKA, 1990). Sabe-se do

cálculo diferencial que a série de Taylor pode representar uma função  $F(x)$ , para  $x$  próximo de um valor  $x_0$ , a menos de um erro  $e(x)$ , como ilustra a eq.(4.4):

$$F(x) = F(x_0) + \frac{\partial F}{\partial x} (x - x_0) + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \dots + \frac{\partial^n F}{\partial x^n} \frac{(x - x_0)^n}{n!} + e(x) \quad (4.4)$$

Para uma função multivariável, sendo  $N$  o número de variáveis se tem:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_N) = F(x_0) + \frac{\partial F}{\partial x_1} (x_1 - x_{01}) + \dots + \frac{\partial^n F}{\partial x_1^n} \frac{(x_1 - x_{01})^n}{n!} + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_2} (x_2 - x_{02}) + \dots + \frac{\partial^n F}{\partial x_2^n} \frac{(x_2 - x_{02})^n}{n!} + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_N} (x_N - x_{0N}) + \dots + \frac{\partial^n F}{\partial x_N^n} \frac{(x_N - x_{0N})^n}{n!} + e(x_1, x_2, \dots, x_N) \quad (4.5)$$

Os termos com derivada de segunda ordem ou superior são desprezados, pois o que nos interessa é a representação linear da função objetivo para ser utilizada na PL. No entanto, outras aproximações (quadrática, etc.) também podem ser adotadas considerando-se mais termos na série de Taylor, como é o caso da Programação Quadrática Seqüencial (PQS), a qual aproxima o problema inicial com termos de derivada de segunda ordem. No caso da PQS o custo computacional aumenta para obter a informação desses gradientes (derivadas) de maior ordem. Portanto, neste trabalho é representada a função objetivo para o projeto de micromecanismos ETM ( $F_{ETM}$ ), pela seguinte função de primeiro grau:

$$F_{ETM} = F_{ETM}^0 + \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_1} (\rho_1 - \rho_1^0) + \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_2} (\rho_2 - \rho_2^0) + \dots + \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_N} (\rho_N - \rho_N^0) \quad (4.6)$$

Separando os termos constantes dos termos dependentes das variáveis de projeto ( $\rho$ ):

$$\begin{aligned}
 F_{ETM} &= \overbrace{F_{ETM}^0 - \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_1} \rho_1^0 - \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_2} \rho_2^0 - \dots - \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_N} \rho_N^0 + \dots}^{\text{constantes}} \\
 &\quad \underbrace{\frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_1} \rho_1 + \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_2} \rho_2 + \dots + \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_N} \rho_N}_{\text{variáveis}}
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

As constantes podem ser retiradas da eq.(4.7), já que não influem no processo de maximização da função (HAFTKA, 1990). Desta maneira a função a ser maximizada na PL é dada por:

$$F_{ETM}^{linear} = \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_1} \rho_1 + \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_2} \rho_2 + \dots + \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_N} \rho_N \tag{4.8}$$

Da eq.(4.8) se observa que a função a ser maximizada é linear em relação às variáveis de projeto. Os coeficientes das densidades, na eq.(4.8), são as derivadas (ou sensibilidades do problema de otimização) da função objetivo (função  $F_{ETM}$ ) em relação a cada variável de projeto. Essa derivada é apresentada na Seção 4.4 deste capítulo.

A Programação Linear também exige que as restrições do problema de otimização sejam funções lineares em relação às variáveis de problema. Como o domínio de projeto do micromecanismo ETM,  $\Omega$ , deve ser discretizado em elementos finitos para se obter uma solução numérica do problema de otimização, considera-se a densidade de cada elemento  $e$  ( $\rho^e$ ) como sendo a variável de projeto do problema de otimização<sup>i</sup>. Assim, o volume total de material na estrutura pode ser representado pela somatória do produto entre o volume de cada elemento e sua

<sup>i</sup> Na literatura selecionar a variável de projeto por elemento, num elemento quadrado de 4 nós, denomina-se uma implementação Q4/U (RAHMATALLA; SWAN, 2004).

densidade. No “CAMD” a variável de projeto não está definida por elemento, senão por nó.

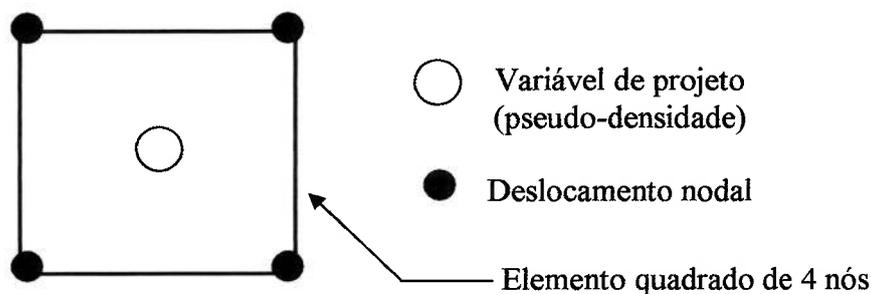


Figura 4.3 – Implementação Q4/U.

A restrição de volume linear, em relação à variável de projeto por elemento, do problema de otimização é:

$$\sum_{e=1}^N \rho^e V^e \leq V^* \quad (4.9)$$

onde  $N$  é o número de elementos resultantes da discretização do domínio de projeto fixo.  $V^e$  é o volume do elemento finito  $e$ ;  $V^*$  é a restrição, estabelecida inicialmente, sobre o volume do material total no domínio de projeto fixo e,  $\rho^e$  é a densidade relativa do elemento  $e$ . Na realidade, a variável  $\rho^e$ , apesar de ser chamada de densidade, é na verdade um valor relativo e não deve ser confundida com o peso específico do material base a ser distribuído; neste trabalho também é denominada “pseudo-densidade”.

Outro fator importante na implementação numérica do problema de otimização não-linear é o valor mínimo que cada variável de projeto pode assumir durante o MOT para evitar singularidades na solução das equações do MEF expostas no capítulo 3. Observa-se das seguintes equações (já definidas no capítulo 3)

$$\mathbf{k}_0^e(\rho^e) = \sigma_0(\rho^e) \int_{V^e} \mathbf{B}_0^T \mathbf{B}_0 dV \quad \text{com:} \quad \sigma_0(\rho^e) = (\rho^e)^{p_0} \sigma_0^0 \quad (4.10)$$

$$\mathbf{k}_1^e(\rho^e) = \sigma_1(\rho^e) \int_{V^e} \mathbf{B}_0^T \mathbf{B}_0 dV \quad \text{com:} \quad \sigma_1(\rho^e) = (\rho^e)^{p_1} \sigma_1^0 \quad (4.11)$$

$$\mathbf{k}_2^e(\rho^e) = \int_{A^e} \mathbf{B}_2^T \mathbf{D}(\rho^e) \mathbf{B}_2 \det \mathbf{J} t^e d\xi d\eta \quad \text{com:}$$

$$\mathbf{D}(\rho^e) = \frac{E(\rho^e)}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad E(\rho^e) = (\rho^e)^{p_2} E^0 \quad (4.12)$$

que as matrizes locais de condutividade elétrica, térmica e de rigidez ( $\mathbf{k}_0^e, \mathbf{k}_1^e, \mathbf{k}_2^e$  respectivamente) podem ser matrizes nulas se em algum momento existe um valor de  $\rho^e$  igual a zero. Portanto, as matrizes globais de condutividade elétrica, térmica e de rigidez poderiam ter termos nulos na diagonal, o que gera divisões por zero durante as operações realizadas com essas matrizes. Assim, o valor limite inferior da variável do problema de otimização não pode ser considerado exatamente zero, e sim um valor muito pequeno (próximo de zero), o que evita singularidades nas matrizes globais e conseqüentemente o mau-condicionamento numérico. Neste trabalho é utilizado um valor mínimo para as variáveis de projeto de  $\rho_{\min} = 10^{-3}$ .

### 4.3 Problema de otimização na forma discreta

Uma vez discretizado o domínio de projeto fixo, o subproblema linear a ser solucionado ao programar a PLS baseada na formulação Q4/U é:

$$\begin{aligned}
\max_{\rho} \quad & F_{ETM}^{linear} = \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_1} \rho_1 + \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_2} \rho_2 + \dots + \frac{\partial F_{ETM}}{\partial \rho_N} \rho_N \\
\text{tal que,} \quad & \sum_{e=1}^N \rho^e V^e \leq V^* \\
& \mathbf{0} < \rho_{\min} \leq \rho_{movil\_min} \leq \rho \leq \rho_{movil\_max} \leq \mathbf{1} \\
& \left. \begin{aligned} K_0(\rho)U_0(\rho) &= P_0 \\ K_1(\rho)U_1(\rho) &= P_1(U_0(\rho), \rho) \\ K_2(\rho)U_2(\rho) &= P_2(U_1(\rho), \rho) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \text{Equações de equilíbrio em} \\ & \text{forma matricial indicadas} \\ & \text{no capítulo 3 (3.13 até 3.15)} \end{aligned}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

o vetor  $\rho$  (vetor das variáveis de projeto) contém as densidades de cada um dos elementos ( $e = 1$  até  $N$ );  $\rho_{movil\_min}$  e  $\rho_{movil\_max}$ , são os vetores que contém os limites móveis inferior e superior para cada variável de projeto, respectivamente.  $\rho_{\min}$  é o vetor que contém o limite inferior máximo que podem assumir as densidades de cada elemento finito para evitar singularidades nos subproblemas de MEF. Lembre-se da eq.(4.1) que  $F_{ETM} = u_{out}$ , onde  $u_{out}$  é o deslocamento de saída desejado.

O problema de otimização linear para múltiplas entradas e múltiplas saídas é muito similar ao problema de uma entrada e uma saída apresentado na eq.(4.13). Neste caso deve-se considerar que existem tantas funções objetivos como graus de liberdade no micromecanismo ETM; que podem ser superpostas mediante uma somatória. Assim, para cada grau de liberdade deve ser gerada uma função objetivo linear conforme se apresentou anteriormente. Para este caso de multiflexibilidade o problema de otimização da eq.(4.13) somente varia na função objetivo, que se define como:

$$\max_{\rho} \quad F_{ETM}^{linear} = \sum_{k=1}^{gd} \frac{\partial F_{ETM}^k}{\partial \rho_1} \rho_1 + \frac{\partial F_{ETM}^k}{\partial \rho_2} \rho_2 + \dots + \frac{\partial F_{ETM}^k}{\partial \rho_N} \rho_N \tag{4.14}$$

onde  $gdl$  é o número de graus de liberdade do micromecanismo ETM. Neste caso da multiflexibilidade a função objetivo para o grau de liberdade  $k$  é  $F_{ETM}^k = W_k \ln(u_{out}^k)$ , segundo se definiu na eq.(4.2).

#### 4.3.1 Problema de otimização para a formulação baseada no “CAMD”

Na otimização baseada no “CAMD” também deve ser usada uma função objetivo linear que permita sua solução numérica mediante a PLS. A diferença essencial em relação ao problema de otimização apresentado na equação (4.13) é que no “CAMD”, as variáveis de projeto estão definidas para cada nó e não para cada elemento. Esta interpretação das variáveis de projeto é denominada na literatura implementação Q4/Q4 (RAHMATALLA; SWAN, 2004), ver Fig. 4.4.

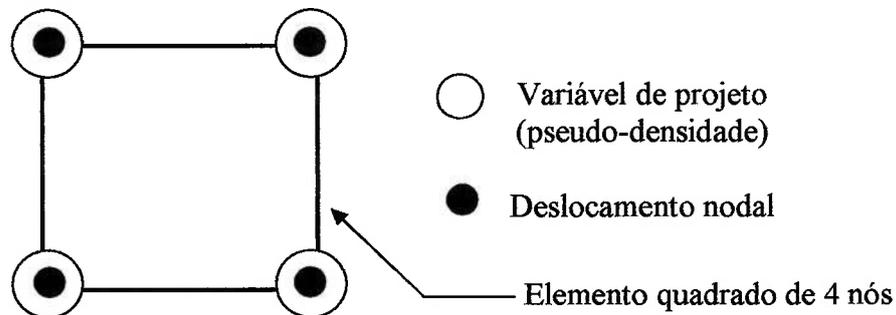


Figura 4.4 – Implementação Q4/Q4.

Na OT baseada no “CAMD” resolvem-se os mesmos três problemas de elementos finitos, exceto que a densidade em cada elemento finito é uma função que depende da densidade definida em cada nó, ver a eq.(3.84) do capítulo 3. Já o subproblema de otimização linear, quando se discretiza o domínio de projeto fixo em elementos finitos, somente se diferencia da equação (4.13) na restrição de volume, que no “CAMD” é:

$$\sum_{J=1}^n \rho^J V^J \leq V^* \quad (4.15)$$

onde  $V^J$  é o “volume” definido no nó  $J$ ;  $V^*$  é a restrição sobre o volume do material total no domínio de projeto fixo;  $\rho^J$  é a densidade definida no nó  $J$ , e  $n$  é o número de nós usados na discretização do domínio fixo.

A solução numérica do problema de programação linear (PL), eq.(4.13) até (4.15), pode ser obtida usando-se o método SIMPLEX (DANTZIG, 1963; PRESS et al., 1999) ou o método Kamarkar (HAFTKA, 1990). Estes métodos buscam, dentro de um conjunto de soluções possíveis para o problema de PL, a solução que satisfaz as restrições e maximiza a função objetivo. Neste trabalho é usada a rotina SIMPLEX quando o programa para projetar micromecanismos ETM é implementado em linguagem C; e é usada a função *linprog* quando o programa é implementado em MATLAB.

#### 4.4 Análise de sensibilidades

Os gradientes da função objetivo e restrições são chamados de sensibilidades do problema de otimização. O cálculo desses gradientes é importante devido à necessidade da linearização da função objetivo em relação às variáveis de projeto, ver a eq.(4.8).

Existem três métodos para o cálculo de sensibilidade: método de diferenças finitas (MDF), método semi-analítico e método analítico (HAFTKA, 1990). A precisão de cálculo aumenta do primeiro para o último, razão pela qual, no projeto de micromecanismo ETM prefere-se trabalhar com o método analítico, mas comprovando a sensibilidade do problema utilizando o MDF (apenas na implementação). Os métodos analíticos podem, por sua vez, ser divididos em método direto e método adjunto. Neste trabalho utiliza-se o método adjunto. A seguir

primeiro descreve-se a sensibilidade do projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos utilizando o método direto e somente ao final é apresentado o método adjunto.

#### 4.4.1 Sensibilidade usando o método direto

No método direto a sensibilidade é determinada em forma “explícita” para cada um dos subproblemas de MEF envolvido na análise de um micromecanismo ETM. Primeiro é determinada a sensibilidade do problema elétrico que serve de base para determinar a sensibilidade do problema eletrotérmico. Logo, a partir deste último são obtidos dados para encontrar a sensibilidade do problema termoelástico, determinando-se com isto as sensibilidades procuradas.

- **Sensibilidade do problema elétrico:**

A voltagem do ponto de saída pode ser escrita como (SIGMUND, 2001a)<sup>ii</sup>:

$$V_{out} = \mathbf{L}_0^T \mathbf{U}_0 \quad (4.16)$$

onde  $\mathbf{L}_0$  é um vetor (de tamanho  $n$ ) consistente de zeros exceto para a posição correspondente ao grau de liberdade na direção de saída, onde este valor é um (1).  $T$  indica transposta. A sensibilidade do problema elétrico é:

$$\frac{dV_{out}}{d\rho^i} = \mathbf{L}_0^T \frac{d\mathbf{U}_0}{d\rho^i} \quad (4.17)$$

onde o sobrescrito  $i$  indica variação em relação à variável de projeto  $i$ .

---

<sup>ii</sup> A nomenclatura utilizada nesta seção é a mesma utilizada no capítulo 3 na modelagem de MEMS eletrotermomecânicos. Omite-se também a dependência explícita das funções de  $\rho^e$ .

Para determinar  $\frac{dU_0}{d\rho^i}$  deriva-se a eq.(3.13) do capítulo 3 em relação à variável de projeto, assim:

$$\frac{dU_0}{d\rho^i} = K_0^{-1} \left( \frac{dP_0}{d\rho^i} - \frac{dK_0}{d\rho^i} U_0 \right) \quad (4.18)$$

onde os valores  $K_0$  e  $U_0$  são conhecidos do MEF. O termo  $\frac{dP_0}{d\rho^i}$  representa a variação do vetor de entrada elétrica em relação das variáveis de projeto. No Anexo B apresenta-se a sensibilidade desse termo quando a excitação é feita por potencial elétrico. Quando a excitação é feita por corrente elétrica assume-se que  $\frac{dP_0}{d\rho^i} = 0$ . Para completar a formulação da sensibilidade elétrica e a partir da eq.(3.16) do capítulo 3 obtém-se:

$$\frac{dK_0}{d\rho^i} = \sum_{e=1}^N \frac{dk_0^e}{d\rho^i} \quad (4.19)$$

com:

$$\frac{dk_0^e}{d\rho^i} = p_0 (\rho^e)^{p_0-1} \sigma_0 \int_{V^e} B_0^T B_0 dV^e \quad (4.20)$$

- **Sensibilidade do problema eletro - térmico:**

A temperatura do ponto de saída pode ser escrita como:

$$T_{out} = L_0^T U_1 \quad (4.21)$$

Assim, derivando a eq.(4.21) em relação à variável de projeto em questão obtém-se:

$$\frac{d\Gamma_{out}}{d\rho^i} = \mathbf{L}_0^T \frac{d\mathbf{U}_1}{d\rho^i} \quad (4.22)$$

determinando  $\frac{d\mathbf{U}_1}{d\rho^i}$  a partir da derivada da eq.(3.14) do capítulo 3 em relação à variável de projeto:

$$\frac{d\mathbf{U}_1}{d\rho^i} = \mathbf{K}_1^{-1} \left( \frac{d\mathbf{P}_1}{d\rho^i} - \frac{d\mathbf{K}_1}{d\rho^i} \mathbf{U}_1 \right) \quad (4.23)$$

os valores  $\mathbf{K}_1$  e  $\mathbf{U}_1$  são conhecidos do MEF. O termo  $\frac{d\mathbf{P}_1}{d\rho^i}$  é:

$$\frac{d\mathbf{P}_1}{d\rho^i} = \sum_{e=1}^N \frac{dp_1^e}{d\rho^i} \quad (4.24)$$

onde, pela definição de uma derivada com múltiplas variáveis e das eq.(3.78), (3.79) e (3.80) tem-se:

$$\frac{dp_1^e}{d\rho^i} = \frac{\partial p_1^e}{\partial \mathbf{u}_0^e} \frac{d\mathbf{u}_0^e}{d\rho^i} + \frac{\partial p_1^e}{\partial \rho^i} \frac{d\rho^i}{d\rho^i} \quad (4.25)$$

e

$$p_1^e = (\rho^e)^{p_0} \sigma_0 \int_{V^e} \mathbf{N}^T \mathbf{u}_0^{eT} \mathbf{B}_0^T \mathbf{B}_0 \mathbf{u}_0^e dV^e \quad (4.26)$$

Para determinar cada um dos termos da eq.(4.25) e baseado na expressão para  $p_1^e$  procede-se como segue (levar-se em conta que o termo  $\frac{d\mathbf{u}_0^e}{d\rho^i}$ , na eq.(4.25), é a

sensibilidade elétrica do elemento  $e$ , o qual se deriva do resultado da eq.(4.18), que a esta altura do cálculo das sensibilidades é um dado conhecido):

$$\frac{\partial p_1^e}{\partial \rho^i} = p_0 (\rho^e)^{p_0-1} \sigma_0 \int_{V^e} N^T \mathbf{u}_0^{eT} \mathbf{B}_0^T \mathbf{B}_0 \mathbf{u}_0^e dV^e \quad (4.27)$$

o outro termo da eq.(4.25) é dado por:

$$\frac{\partial p_1^e}{\partial \mathbf{u}_0^e} = \left[ \frac{\partial p_{1k}^e}{\partial \mathbf{u}_j} \right]_{j=1 \dots 4}^{k=1 \dots 4} \quad (4.28)$$

com:

$$\frac{\partial p_1^e}{\partial \mathbf{u}_j} = (\rho^e)^{p_0} \sigma_0 \int_{V^e} N^T \left( \frac{\partial \mathbf{u}_0^{eT}}{\partial \mathbf{u}_j} \mathbf{B}_0^T \mathbf{B}_0 \mathbf{u}_0^e + \mathbf{u}_0^{eT} \mathbf{B}_0^T \mathbf{B}_0 \frac{\partial \mathbf{u}_0^e}{\partial \mathbf{u}_j} \right) dV^e \quad (4.29)$$

sendo  $\frac{\partial \mathbf{u}_0^e}{\partial \mathbf{u}_j}$  um vetor de zeros (de tamanho 4 – número de nós do elemento quadrado)

à exceção da posição  $j$  onde tem o valor de 1. Agora para terminar de definir  $\frac{dU_1}{d\rho^i}$  na eq.(4.23) (sensibilidade térmica), encontra-se, ver eq.(3.17) do capítulo 3:

$$\frac{dK_1}{d\rho^i} = \sum_{e=1}^N \frac{dk_1^e}{d\rho^i} \quad (4.30)$$

sendo:

$$\frac{dk_1^e}{d\rho^i} = p_1 (\rho^e)^{p_1-1} \sigma_1 \int_{V^e} \mathbf{B}_0^T \mathbf{B}_0 dV^e \quad (4.31)$$

Deve-se observar que o termo  $\frac{dK_1}{d\rho^i}$  na eq.(4.30) não depende da matriz  $h$  de convecção do elemento já que como se explicou no capítulo 3, o coeficiente de convecção dessa matriz é independente da densidade do elemento; o que geraria um problema com pouco ou nulo esfriamento nos elementos de baixa densidade.

- **Sensibilidade do problema termo - elástico:**

A função objetivo do problema expresso na eq.(4.1) ou o deslocamento do ponto de saída pode ser escrito como (SIGMUND, 2001a):

$$u_{out} = L_2^T U_2 \quad (4.32)$$

onde  $L_2$  é um vetor (dimensão  $2n$ ) composto de zeros, exceto para a posição correspondente ao grau de liberdade na direção do deslocamento de saída, onde este valor é um. Assim, derivando a eq.(4.32) com respeito à variável de projeto  $i$ :

$$\frac{du_{out}}{d\rho^i} = L_2^T \frac{dU_2}{d\rho^i} \quad (4.33)$$

com o termo  $\frac{dU_2}{d\rho^i}$  proveniente da derivada da eq.(3.15) do capítulo 3 com respeito à variável de projeto:

$$\frac{dU_2}{d\rho^i} = K_2^{-1} \left( \frac{dP_2}{d\rho^i} - \frac{dK_2}{d\rho^i} U_2 \right) \quad (4.34)$$

Do MEF os valores  $K_2$  e  $U_2$  são conhecidos. O termo  $\frac{dK_2}{d\rho^i}$  é deduzido da eq.(3.18) do capítulo 3, assim:

$$\frac{d\mathbf{K}_2}{d\rho^i} = \sum_{e=1}^N \frac{dk_2^e}{d\rho^i} \quad (4.35)$$

sendo:

$$\frac{dk_2^e}{d\rho^i} = p_2 (\rho^e)^{p_2-1} \int_{V^e} \mathbf{B}_2^T \bar{\mathbf{D}} \mathbf{B}_2 dV^e \quad \text{com :} \quad \bar{\mathbf{D}} = \frac{E_0}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

O outro termo da eq.(4.34) define-se como:

$$\frac{d\mathbf{P}_2}{d\rho^i} = \sum_{e=1}^N \frac{dp_2^e}{d\rho^i} \quad (4.37)$$

onde:

$$\frac{dp_2^e}{d\rho^i} = \frac{\partial p_2^e}{\partial u_1^e} \frac{du_1^e}{d\rho^i} + \frac{\partial p_2^e}{\partial \rho^i} \frac{d\rho^i}{d\rho^i} \quad (4.38)$$

e

$$p_2^e = (\rho^e)^{p_2} \alpha \int_{V^e} \mathbf{B}_2^T \bar{\mathbf{D}} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} (N u_1^e - u_1^p) dV^e \quad (4.39)$$

portanto, todos os termos da eq.(4.38) baseados na expressão para  $p_2^e$  são:

$$\frac{\partial p_2^e}{\partial \rho^i} = p_2 (\rho^e)^{p_2-1} \alpha \int_{V^e} \mathbf{B}_2^T \bar{\mathbf{D}} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} (N u_1^e - u_1^p) dV^e \quad (4.40)$$

e

$$\frac{\partial p_2^e}{\partial u_1^e} = \left[ \frac{\partial p_2^e}{\partial u_j} \right]_{j=1 \dots 4}^{k=1 \dots 8} \quad (4.41)$$

onde:

$$\frac{\partial p_2^e}{\partial u_j} = (\rho^e)^{p_2} \alpha \int_{V^e} \mathbf{B}_2^T \bar{\mathbf{D}} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} N \frac{\partial u_1^e}{\partial u_j} dV^e \quad (4.42)$$

com  $\frac{\partial u_1^e}{\partial u_j}$  um vetor de zeros (de tamanho 4, que equivale ao número de nós do elemento finito), à exceção da posição  $j$  onde tem o valor de 1. O termo  $\frac{du_1^e}{d\rho^i}$  na expressão de  $\frac{\partial p_2^e}{\partial \rho^i}$ , eq.(4.38), é a sensibilidade térmica do elemento finito  $e$ , que se deriva da eq.(4.23).

#### 4.4.2 Sensibilidade pelo método adjunto

O método adjunto produz o mesmo resultado que o método direto, mas do ponto de vista computacional existem diferenças. O método direto é mais eficiente quando o número de variáveis de projeto é menor do que o número de restrições. Já o método adjunto é mais eficiente quando o número de variáveis de projeto é maior do que o número de restrições (HAFTKA, 1990). No projeto de micromecanismos ETM existem somente duas restrições, mas as variáveis de projeto dependem da discretização do domínio de projeto e podem ser da ordem de milhares; portanto, neste trabalho optou-se por implementar o método adjunto. Na continuação é apresentada a formulação matemática para o cálculo de sensibilidades pelo método adjunto onde são utilizados, em parte, resultados da seção anterior. Reescrevendo a eq.(4.33) para a derivada da função objetivo em relação à variável de projeto  $i$ :

$$\frac{du_{out}}{d\rho^i} = \mathbf{L}_2^T \frac{dU_2}{d\rho^i} \quad (4.43)$$

utilizando a eq.(4.34) e pela definição de derivada total de uma função multivariável aplicada ao termo  $\frac{dP_2}{d\rho^i}$  é obtido:

$$\frac{du_{out}}{d\rho^i} = L_2^T K_2^{-1} \left\{ \frac{\partial P_2}{\partial U_1} \frac{dU_1}{d\rho^i} + \frac{\partial P_2}{\partial \rho^i} - \frac{dK_2}{d\rho^i} U_2 \right\} \quad (4.44)$$

substituindo a eq.(4.23) na eq.(4.44) e de novo aplicando a definição de derivada total de uma função multivariável ao termo  $\frac{dP_1}{d\rho^i}$  encontra-se:

$$\frac{du_{out}}{d\rho^i} = L_2^T K_2^{-1} \left\{ \frac{\partial P_2}{\partial U_1} K_1^{-1} \left[ \frac{\partial P_1}{\partial U_0} \frac{dU_0}{d\rho^i} + \frac{\partial P_1}{\partial \rho^i} - \frac{dK_1}{d\rho^i} U_1 \right] + \frac{\partial P_2}{\partial \rho^i} - \frac{dK_2}{d\rho^i} U_2 \right\} \quad (4.45)$$

finalmente, substituindo o termo  $\frac{dU_0}{d\rho^i}$  pelo lado direito da eq.(4.18), obtém-se:

$$\frac{du_{out}}{d\rho^i} = \quad (4.46)$$

$$L_2^T K_2^{-1} \left\{ \frac{\partial P_2}{\partial U_1} K_1^{-1} \left[ \frac{\partial P_1}{\partial U_0} K_0^{-1} \left( \frac{dP_0}{d\rho^i} - \frac{dK_0}{d\rho^i} U_0 \right) + \frac{\partial P_1}{\partial \rho^i} - \frac{dK_1}{d\rho^i} U_1 \right] + \frac{\partial P_2}{\partial \rho^i} - \frac{dK_2}{d\rho^i} U_2 \right\}$$

organizando a eq.(4.46) é obtido:

$$\frac{du_{out}}{d\rho^i} = A_0^T \left( \frac{dP_0}{d\rho^i} - \frac{dK_0}{d\rho^i} U_0 \right) + A_1^T \left( \frac{dP_1}{d\rho^i} - \frac{dK_1}{d\rho^i} U_1 \right) + A_2^T \left( \frac{dP_2}{d\rho^i} - \frac{dK_2}{d\rho^i} U_2 \right) \quad (4.47)$$

onde:

$$A_2 = L^T K_2^{-1}; \quad A_1 = A_2 \frac{\partial P_2}{\partial U_1} K_1^{-1}; \quad A_0 = A_1 \frac{\partial P_1}{\partial U_0} K_0^{-1} \quad (4.48)$$

$A_0$ ,  $A_1$  (vetores de tamanho  $n$ ) e  $A_2$  (vetor de tamanho  $2n$ ) são os vetores adjuntos. Todos os termos das eq.(4.47) e (4.48) foram definidos na seção anterior, onde foi descrito o cálculo das sensibilidades pelo método direto.

Os vetores adjuntos explicam a vantagem na implementação numérica do método adjunto em comparação ao método direto, já que é evidente que eles não dependem (na forma explícita) da variável de projeto e, portanto, podem ser calculados fora do ciclo iterativo que determina as sensibilidades, reduzindo com isto tempo computacional. Com o método direto acontece o contrário, os termos da eq.(4.48) devem ser calculados em cada ciclo do processo iterativo da análise de sensibilidades  $N$  número de vezes ( $N$  é o número de elementos finitos).

O anterior desenvolvimento da análise de sensibilidades somente considerou uma entrada e uma saída. No caso de projeto de um atuador com múltiplas entradas e múltiplas saídas a análise de sensibilidades deve ser obtida para cada grau de liberdade do microatuador. Portanto, deve-se desenvolver  $gdl$  análises de sensibilidades, onde  $gdl$  é o número de graus de liberdade do “MEMS” eletrotermomecânico.

As sensibilidades no problema de OT baseado no “CAMD” são determinadas de forma análoga ao procedimento anterior. É importante observar que o gradiente da função objetivo em relação à densidade de cada nó depende, neste caso, de cada um dos elementos que compartilham o nó em questão; ao contrário da abordagem de densidade por elemento, onde o gradiente da variável de projeto depende somente do elemento específico e não dos seus vizinhos.

#### **4.5 Implementação da técnica de filtragem – filtro espacial**

Como se mencionou no capítulo 2, uma forma de diminuir o “*checkerboard*” e a dependência de malha consiste em utilizar métodos de filtragem ou de controle de gradientes (DÍAZ; SIGMUND, 1995). A rotina implementada neste trabalho que

reduz estes problemas utiliza o filtro espacial proposto por CARDOSO; FONSECA (1999). Esse filtro suaviza a distribuição espacial das variáveis de projeto ao longo do domínio estendido fixo, através de uma transformação matemática a cada variável do problema de otimização. Alguns trabalhos da literatura sugerem a aplicação do filtro sobre o campo de densidades (SIGMUND, 2000), mas como essas densidades geralmente são as variáveis, atualizadas a cada iteração durante o processo de otimização, ao aplicarmos esse filtro modificamos os valores ótimos encontrados para essas variáveis, influenciando a otimização realizada. No entanto, o filtro espacial com raio de abrangência variável adotado neste trabalho é aplicado sobre os limites móveis das variáveis de projeto, nos subproblemas de otimização linear, para um e múltiplos graus de liberdade.

A aplicação do filtro espacial sobre os limites móveis da variável permite um controle simplificado da complexidade da topologia ótima encontrada no processo de Otimização Topológica. Esse filtro é uma variação espacial do filtro originalmente proposto por SWAN; KOSAKA, (1997), que propuseram um esquema de filtragem de vizinhança fixa, em que a densidade de cada elemento depende das densidades dos elementos vizinhos, da seguinte maneira:

$$\rho^e = \frac{\rho^e V^e + w_1 \sum_{\bar{v}} \rho^{\bar{v}} V^{\bar{v}} + w_2 \sum_{\bar{v}} \rho^{\bar{v}} V^{\bar{v}}}{V^e + w_1 \sum_{\bar{v}} V^{\bar{v}} + w_2 \sum_{\bar{v}} V^{\bar{v}}} \quad (4.49)$$

onde  $V^e$  e  $\rho^e$  são o volume e densidade do elemento  $e$ , respectivamente,  $w_1$  e  $w_2$  são pesos atribuídos heurísticamente aos elementos vizinhos de aresta e de vértice, respectivamente. O  $\bar{v}$  faz referência aos elementos vizinhos (por aresta e vértice) do elemento  $e$ , ver Fig. 4.5.

Em filtros de vizinhança fixa somente elementos vizinhos de aresta e/ou vértice são considerados, o que torna o resultado da otimização dependente da discretização do domínio e restringe a utilização de malhas não regulares. Já nos filtros espaciais são considerados os elementos que estão dentro de um determinado raio de varredura em torno do elemento central, conforme mostrado na Fig. 4.5.

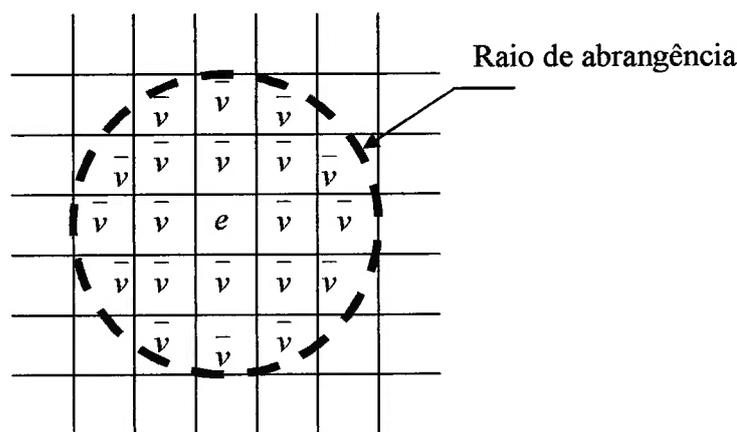


Figura 4.5 – Raio de abrangência nos filtros espaciais.

Por outro lado, os filtros espaciais minimizam a dependência do resultado final ao refino da malha de elementos finitos e permitem um controle da complexidade da topologia; ou seja, uma abrangência maior de elementos em torno do elemento central permite obter distribuições mais suaves da variável do problema e, portanto, topologias mais simples. O filtro espacial linear é o mais simples, nele são considerados os elementos vizinhos que se encontram dentro de um raio  $R_{max}$  em torno do elemento central, cujos pesos da média ponderada são calculados conforme a seguinte equação:

$$W_e = R_{max} - R_{e\bar{v}} \quad (4.50)$$

onde  $R_{e\bar{v}}$  é a distância entre centróides (menor que  $R_{max}$ ) do elemento central  $e$  e do elemento vizinho  $\bar{v}$ .

Baseado no conceito do filtro espacial linear, CARDOSO; FONSECA, (1999) propuseram a seguinte alteração para tornar o filtro de SWAN; KOSAKA, (1997) num filtro espacial:

$$\rho^e = \frac{\rho^e V^e + \bar{w} \sum_{v=1}^{\bar{nv}} \rho^{\bar{v}} V^{\bar{v}}}{V^e + \bar{w} \sum_{v=1}^{\bar{nv}} V^{\bar{v}}} \quad (4.51)$$

com:

$$\bar{w} = \frac{\sum_{v=1}^{\bar{nv}} w_v^-}{\bar{nv}} \quad (4.52)$$

onde:

$$w_v^- = \frac{R_{\max} - R_{ev}^-}{R_{\max}} \quad (4.53)$$

$\bar{nv}$  é o número de vizinhos determinados por uma varredura fixa em torno do elemento central  $e$ , sendo  $\bar{v} = 1, 2, \dots, \bar{nv}$ . Percebe-se que desta maneira os pesos fixos para vizinhos de aresta e de vértice não são mais considerados. O filtro proposto por CARDOSO; FONSECA, (1999) combina as vantagens do filtro de vizinhança fixa, com os benefícios dos filtros espaciais. Além disso, como o filtro é aplicado diretamente sobre os limites móveis da programação linear, permite obter um controle sobre o gradiente da variável do problema sem impor uma mudança artificial sobre a distribuição das densidades, obtidas da otimização. A desvantagem da aplicação do filtro sobre os limites móveis é a dependência do desempenho do filtro com métodos de determinação dos limites móveis. Se esses métodos permitirem uma variação muito brusca dos valores dos limites móveis, poderão causar uma atenuação do efeito do filtro. Porém, isso não se configura num grande problema, pois as variações dos limites móveis são limitadas a pequenos valores devido à aproximação linear realizada na programação linear do problema de otimização.

## 4.6 Implementação do MOT

Neste trabalho é implementado um software (programa de computador) que resolve o problema de otimização através de rotinas de MEF e PL. Duas versões do software foram implementadas, uma usando-se a linguagem C e outra o programa MATLAB. No programa escrito em C a rotina de programação linear (algoritmo SIMPLEX) foi extraída do livro “*Numerical Recipes in C*” (PRESS et al., 1999). A Fig. 4.6 mostra o diagrama de fluxo do software de MOT proposto para o problema do projeto ótimo de “MEMS” eletrotermomecânicos.

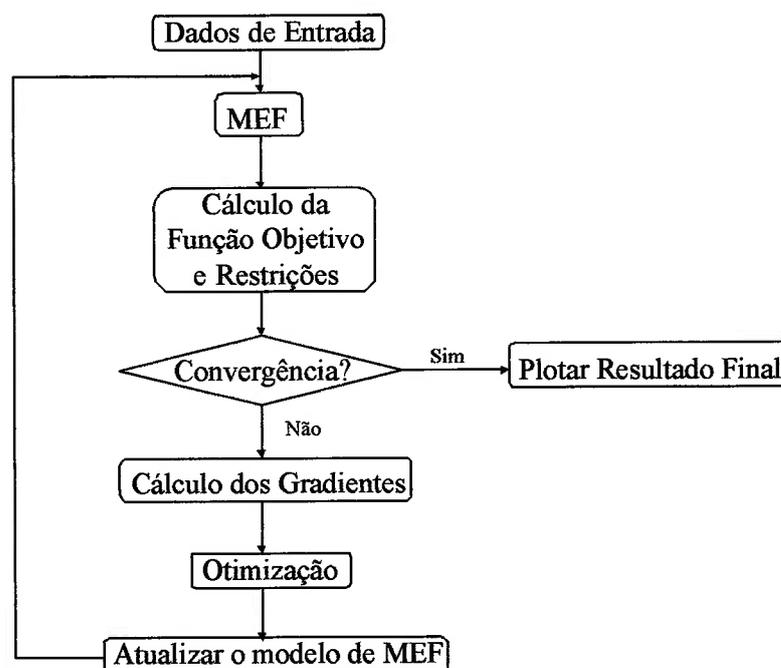


Figura 4.6 – Diagrama de fluxo para o Método de Otimização Topológica.

Os dados iniciais são fornecidos ao software com informação sobre a geometria, pontos de fixação e aplicação das cargas no domínio inicial (domínio de projeto fixo); as propriedades físicas do material a ser distribuído; rigidez da peça atuada; o valor máximo de volume e, um vetor com a densidade inicial de cada elemento (“chute” inicial para a PLS). Isto é feito através da leitura, pelo software, de

um arquivo texto, ver Anexo D. Além disso, outro arquivo texto, ver Anexo E, contém os graus de liberdade prescritos; ponto de aplicação da diferença de potencial (incluindo potencial nulo); e matrizes de coordenadas e conectividade de cada nó na malha de elementos finitos, gerada para o domínio inicial. Portanto, uma vez discretizado o domínio de projeto fixo definem-se as variáveis de projeto de forma uniforme em todo o domínio, seja em cada elemento finito (variável por elemento) ou em cada nó (variável por nó – “CAMD”).

Posterior à leitura dos dados de entrada solucionam-se os três subproblemas de MEF (elétrico, eletro-térmico e termo-elástico) e calcula-se a função objetivo e restrições. A próxima etapa consiste na otimização que exige a informação da sensibilidade do meio, ou seja, a derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto. Logo, o algoritmo de otimização fornece uma nova distribuição de material que é atualizada no modelo de MEF e segue-se uma nova iteração até alcançar a convergência. Lembre-se que neste trabalho foram implementados três casos diferentes no projeto de micromecanismos ETM: com uma entrada e uma saída usando filtro; com múltiplas entradas e saídas usando filtro; e para o MOT baseado no “CAMD”.

Para resolver o problema de otimização não-linear com restrições é usada a Programação Linear Seqüencial (PLS). Neste algoritmo, como se mencionou anteriormente, o problema de otimização não-linear é aproximado por uma seqüência de subproblemas de otimização lineares. Estes subproblemas são obtidos através da aproximação local da função objetivo e restrições na solução atual da iteração, usando termos de primeira ordem da expansão em série de Taylor. Em cada iteração, o subproblema linear é resolvido usando um método de programação linear para encontrar o ótimo da aproximação linear. O resultado do último subproblema de aproximação é atualizado como ponto inicial para o próximo subproblema de aproximação e este procedimento é repetido ao longo das iterações. Em cada iteração são definidos limites móveis para as variáveis de projeto; em outras palavras, os valores máximos e mínimos que cada variável de projeto pode assumir em cada subproblema de otimização linear. Geralmente, este valor está entre o 5% até o 15%

dos valores atuais das pseudo-densidades. O método prossegue até que o ótimo final para o problema não-linear seja atingido. Dessa forma a PLS consiste na solução seqüencial de subproblemas lineares de otimização. O procedimento converge quando a mudança das variáveis de projeto de iteração a iteração é menor que  $10^{-3}$ .

Um maior detalhamento do funcionamento dos programas e, portanto, da implementação do MOT para o projeto de micromecanismos ETM é apresentado no anexo C.

## 5. RESULTADOS

### 5.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados de micromecanismos ETM segundo os conceitos e implementações formuladas nos capítulos 2, 3 e 4 deste trabalho. Estes resultados foram obtidos mediante a implementação de um programa computacional. Na realidade, foram implementadas diversas versões desse programa computacional segundo surgia a necessidade de novas características de projeto e de desempenho; mas como resultado final foram obtidos dois programas segundo o enfoque dado as variáveis de projeto: variável de projeto definida por elemento finito (Q4/U) ou variável de projeto definida por nó (Q4/Q4). O programa baseado na implementação Q4/U é denominado memsETM e o programa computacional baseado no conceito Q4/Q4 é nomeado memsETM\_camd. O memsETM foi implementado inicialmente usando o programa comercial MATLAB (denominado memsETM\_Matlab) e logo implementado mediante a linguagem de programação C (denominado memsETM\_C). O motivo de se usar MATLAB se deve ao fato de ser um programa que permite trabalhar com ferramentas de programação, “debugger” e otimização dos programas mais “amigáveis”, o qual poupa tempo na etapa de implementação. No entanto, o programa memsETM\_C permite trabalhar com menores tempos de processamento, embora a diferença não seja tanta que permita descartar o uso do memsETM\_Matlab. Já o programa memsETM\_camd foi somente implementado em MATLAB.

Neste capítulo se deseja introduzir ao leitor as dificuldades que foram surgindo durante a etapa de projeto e as quais originaram as diversas versões do programa que projeta micromecanismos ETM. Assim, inicialmente são projetados alguns exemplos cujas topologias apresentam diversos problemas típicos da OT, e os quais, no transcurso do capítulo vão sendo solucionados. Posteriormente, é feita uma “caracterização” do projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos, portanto, estuda-se a influência da variação de alguns parâmetros de projeto e de algumas condições de contorno na topologia ótima final obtida. Mas este capítulo não se limita somente à

solução de problemas e caracterização de alguns exemplos, também são projetados microatuadores, micropinças e microatuadores com múltiplos graus de liberdade, utilizando domínios de projeto retangulares e irregulares, demonstrando assim a generalidade dos programas implementados e a sua eficiência na hora de gerar micromecanismos ETM ótimos para as mais diversas tarefas.

Por razões de manufatura na maioria dos exemplos apresentados nas seções subseqüentes foram utilizadas as propriedades de material do Níquel, e sempre foi assumida uma espessura do micromecanismos ETM constante é igual a 15  $\mu\text{m}$  (salvo se expresse o contrário). A seguir na Tabela 5.1 são resumidas as propriedades do material:

Tabela 5.1 – Propriedades do Níquel.

| <b>Descrição</b>                         | <b>Valor</b>        |
|--|---------------------|
| Condutividade Elétrica (1/ohm.m)         | $6,4 \times 10^6$   |
| Condutividade Térmica (W/m °K)           | 90,7                |
| Módulo de Young (Pa)                     | $2 \times 10^{11}$  |
| Módulo de Poisson                        | 0,31                |
| Coefficiente de expansão térmica (1/ °K) | $15 \times 10^{-6}$ |

Fonte: SIGMUND (2001a).

O projeto de micromecanismos ETM utilizando o MOT requer, além das propriedades do material, outras próprias do método. Assim, na Tabela 5.2 se apresentam os valores mais utilizados para cada parâmetro nos diversos exemplos; portanto, não em todos os exemplos esses dados do MOT são utilizados, e podem variar de exemplo a exemplo. Nesses casos os parâmetros que variam em relação da Tabela 5.2 serão descritos no enunciado local de cada exemplo.

Tabela 5.2 – Dados usados no MOT.

| Descrição  | Valor                |
|--|----------------------|
| Restrição de volume máximo (%)   | 30                   |
| Valor inicial das variáveis de projeto   | 0,5                  |
| Rigidez da peça atuada $K$ (N/m)   | 1000                 |
| Fator de penalização mínimo no problema elétrico ( $p_0$ ), térmico ( $p_1$ ) e mecânico ( $p_2$ ) | 1                    |
| Fator de penalização máximo no problema mecânico ( $p_2$ )   | 3                    |
| Fator de penalização máximo no problema elétrico ( $p_0$ ) e térmico ( $p_1$ )                     | 2                    |
| Tamanho do raio do filtro  | 8 elementos vizinhos |

Finalmente, o projeto de micromecanismos ETM requer alguns dados relacionados com as condições de contorno, os quais são resumidos na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Condições de contorno.

| Descrição  | Valor              |
|--|--------------------|
| Coefficiente de convecção ( $W/m^2 \cdot ^\circ K$ ) | $18,7 \times 10^3$ |
| Temperatura ambiente ( $^\circ K$ )                  | 300                |
| Voltagem de entrada (V)                              | 0,2                |

Embora o coeficiente de convecção não seja uma propriedade intrínseca do material, é um parâmetro que deve necessariamente ser obtido experimentalmente. JONSMANN (1999) descreve em seu trabalho uma metodologia para sua determinação experimental. SIGMUND (2001a) fez uma determinação teórica do valor. A dificuldade em se obter este valor experimentalmente e a discrepância entre os valores experimental e teórico coloca o coeficiente de convecção como fonte de grande incerteza no modelo computacional. No entanto, durante os exemplos será utilizado o valor descrito na Tabela 5.3 e o qual é sugerido por SIGMUND (2001a).

simplicidade computacional se assume que a convecção somente acontece na superfície superior do micromecanismo ETM.

Nas seções seguintes são apresentados os resultados. Os programas usados para obter as topologias ótimas foram o `memsETM_Matlab` (denominado a seguir simplesmente `memsETM`) para a formulação Q4/U, e o programa `memsETM_camd` para a formulação Q4/Q4.

## 5.2 Resultados preliminares

A primeira versão do `memsETM` era uma versão básica que obtinha micromecanismos ETM em domínios somente retangulares e onde nenhuma solução era implementada para diminuir o problema das instabilidades de xadrez na topologia final. Estes resultados preliminares apresentam a idéia básica do projeto de micromecanismos ETM usando o MOT e dos problemas típicos resultantes, como as instabilidades de xadrez e as regiões com valores de densidade intermediária, principalmente. Três exemplos são apresentados, cujos domínios de projeto fixo se observam nas Fig. 5.1(a), 5.2(a) e 5.3(a), respectivamente. O primeiro exemplo representa um mecanismo denominado inversor, já que o sentido do deslocamento de saída desejado é oposto à direção positiva do eixo  $x$ . Já nos outros dois projetos se deseja um deslocamento vertical não inversor. Em todos os projetos são usados domínios fixos retangulares e uma discretização com 2500 elementos finitos. Nas Fig. 5.1(b), 5.2(b) e 5.3(b) observam-se às topologias ótimas para os três exemplos, respectivamente, junto com as distribuições de corrente elétrica em cada caso. Também são apresentados outros dados de importância como são as curvas de convergência da função objetivo e da restrição de volume, ver as Fig. 5.1(c), 5.2(c), 5.3(c) para os respectivos exemplos.

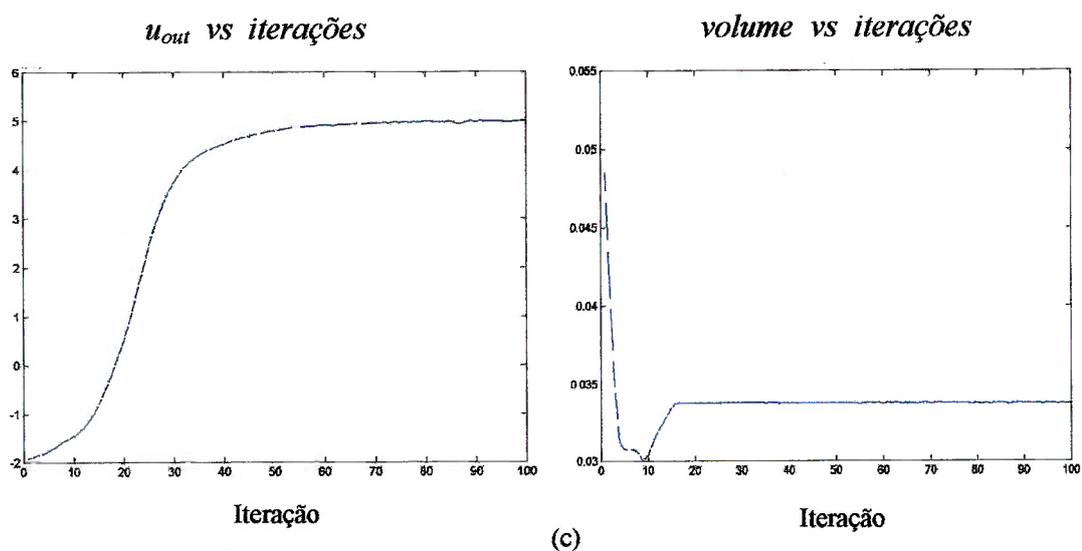
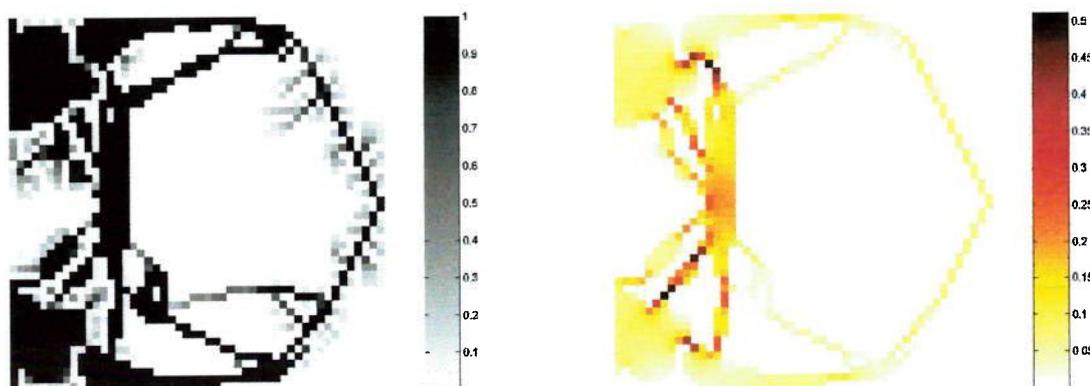
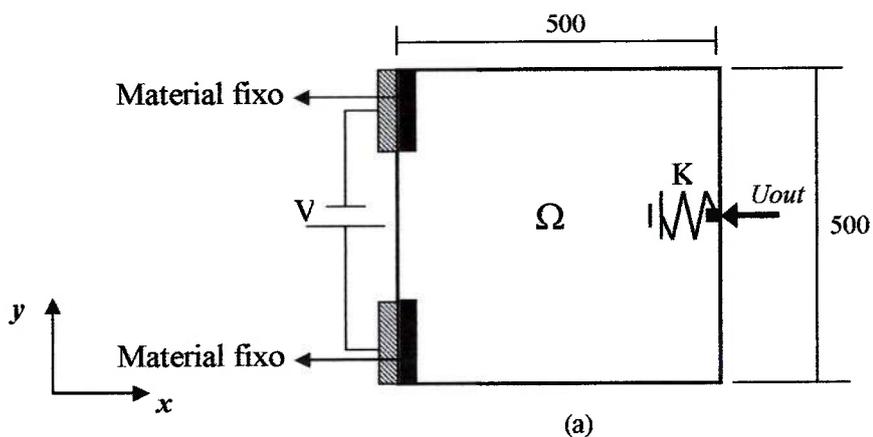


Figura 5.1 – Exemplo 1. (a) Domínio de projeto fixo (medidas em  $\mu\text{m}$ ); (b) topologia ótima e distribuição de corrente elétrica (em ampère); (c) curvas de convergência da função objetivo ( $u_{out}$  ( $\mu\text{m}$ ) vs iterações) e da restrição de volume.

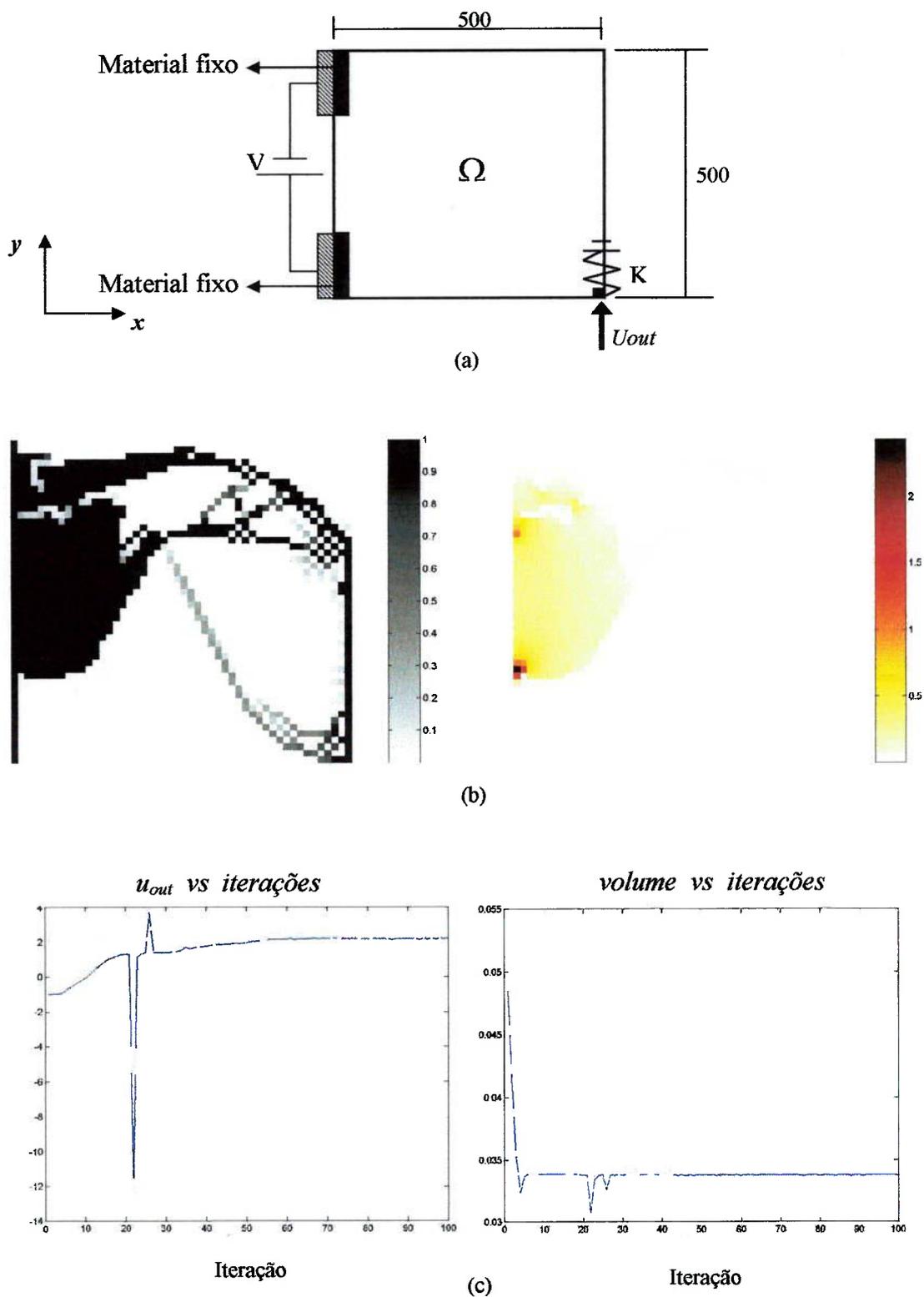


Figura 5.2 – Exemplo 2. (a) Domínio de projeto fixo (medidas em  $\mu\text{m}$ ); (b) topologia ótima e distribuição de corrente elétrica (em ampère); (c) curvas de convergência da função objetivo ( $u_{out}$  ( $\mu\text{m}$ ) vs iterações) e da restrição de volume.

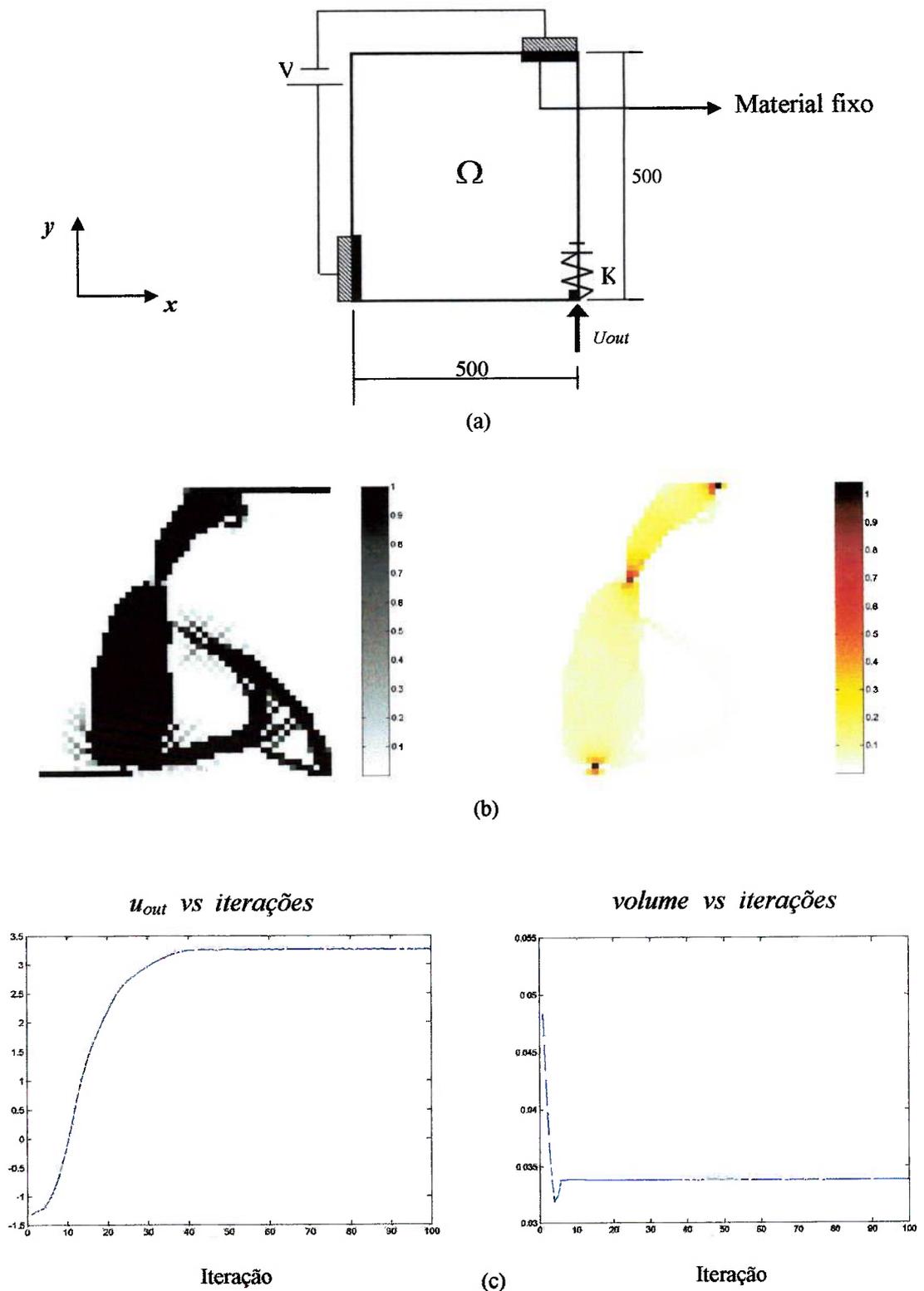


Figura 5.3 – Exemplo 3. (a) Domínio de projeto fixo (medidas em  $\mu\text{m}$ ); (b) topologia ótima e distribuição de corrente elétrica (em ampère); (c) curvas de convergência da função objetivo ( $u_{out}$  ( $\mu\text{m}$ ) vs iterações) e da restrição de volume.

Pode-se verificar, conforme os resultados preliminares apresentados, que o programa de computação *memsETM* é capaz de projetar “MEMS” eletrotermomecânicos. Estes resultados podem ser avaliados observando as curvas de convergência, nas quais é evidente que se maximiza o deslocamento do micromecanismo na direção e sentido desejado (grau de liberdade do deslocamento de saída). Na fig. 5.2 (c) a mudança abrupta nas curvas de convergência deve-se à variação dos fatores de penalidade  $p$ 's, os quais variam em forma discreta até alcançar os valores máximos especificados pelo usuário. Por outro lado, embora fossem geradas topologias simples e otimizadas, estas estão limitadas a domínios de projeto fixo retangulares, com uma única entrada e uma única saída. Também, dos três exemplos anteriores é evidente a alta presença de instabilidades de xadrez na topologia final, e também de regiões com densidades intermediárias (regiões com  $\rho^e \neq 0$  e  $\rho^e \neq 1$ ). Outro aspecto a ser melhorado consiste na simetria que algumas estruturas deveriam apresentar como o caso do problema da Fig. 5.1(a) em relação ao eixo horizontal na coordenada  $y = 250 \mu\text{m}$ . Na continuação os resultados obtidos estão limitados a reduzir os problemas anteriormente mencionados.

### **5.3 Redução da instabilidade de xadrez, da escala de cinza e imposição de simetria**

O problema mais crítico nas Fig. 5.1, 5.2 e 5.3 é a presença de instabilidades de xadrez na topologia ótima final. Como se comentou no capítulo 2 na literatura sugerem-se três formas distintas para diminuir o “*checkerboard*” no MOT. Uma delas é aumentar a ordem do elemento finito, outra é utilizar métodos de filtragem ou de controle de gradientes (DIAZ; SIGMUND, 1995), e a terceira e mais recente consiste na formulação do MOT baseada na aproximação contínua de distribuição de material, “CAMD” – “continuous approximation of material distribution” (MATSUI; TERADA, 2004). Neste trabalho optou-se pela técnica de filtragem, especificamente, implementando o filtro espacial proposto por CARDOSO; FONSECA (1999) (ver capítulo 4), e implementando a abordagem do “CAMD”, a qual gradualmente foi introduzida nos capítulos 2, 3 e 4. O enfoque utilizado para eliminar a instabilidade

de xadrez foi implementar dois programas computacionais para o projeto de micromecanismos ETM: o programa `memsETM` que utiliza o filtro espacial de CARDOSO; FONSECA (1999) e no qual se definem como variáveis de projeto a densidades de cada elemento finito; e o programa `memsETM_camd` baseado na aproximação contínua de distribuição de material, no qual se utiliza como variável de projeto a densidade de cada nó. Destaca-se que o programa `memsETM` deixa a escolha do usuário a definição, no projeto do micromecanismo, de usar ou não filtro.

Com o intuito de comprovar como o `memsETM` reduz o problema da instabilidade de xadrez as Fig. 5.4(b), 5.5(b) e 5.6(b) apresentam os resultados obtidos utilizando o filtro espacial de CARDOSO; FONSECA, (1999) nos problemas observados nas Fig. 5.1(a), 5.2(a) e 5.3(a), respectivamente. Igualmente, as Fig. 5.4(c), 5.5(c) e 5.6(c) mostram as topologias obtidas utilizando a abordagem do “CAMD” nos mesmos problemas das Fig. 5.1(a), 5.2(a) e 5.3(a), respectivamente. No caso do filtro foi utilizado um raio de abrangência de 8 elementos vizinhos ( $R_{\max} = 0,01 \mu\text{m}$ ). Em todos os exemplos foram utilizadas as mesmas propriedades de material, de contorno e parâmetros do MOT apresentados nas Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3, e uma discretização com 2500 elementos finitos quadrados de 4 nós. Os projetos de “MEMS” eletrotermomecânicos sem utilizar filtro ou o “CAMD” são mostrados nas Fig. 5.4(a), 5.5(a) e 5.6(a).

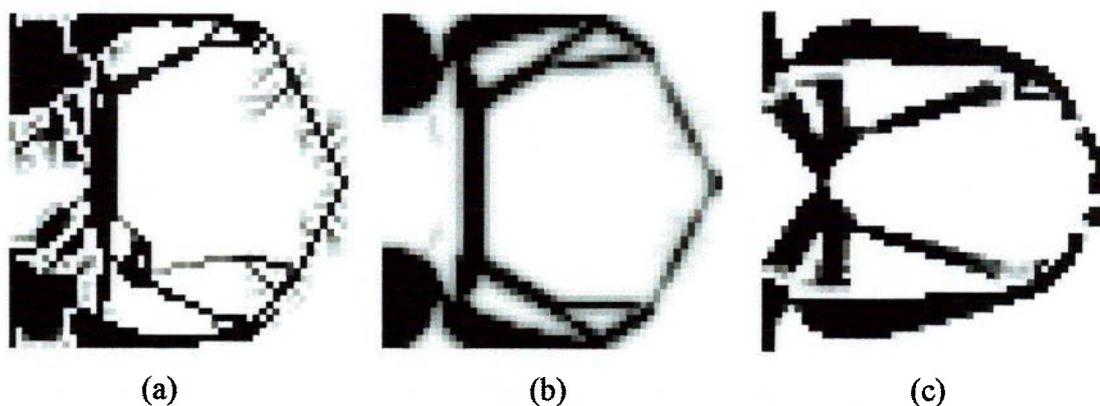


Figura 5.4 – Redução das instabilidades de xadrez no problema da Fig. 5.1.  
(a) Topologia sem filtro; (b) topologia com filtro; (c) topologia usando “CAMD”.

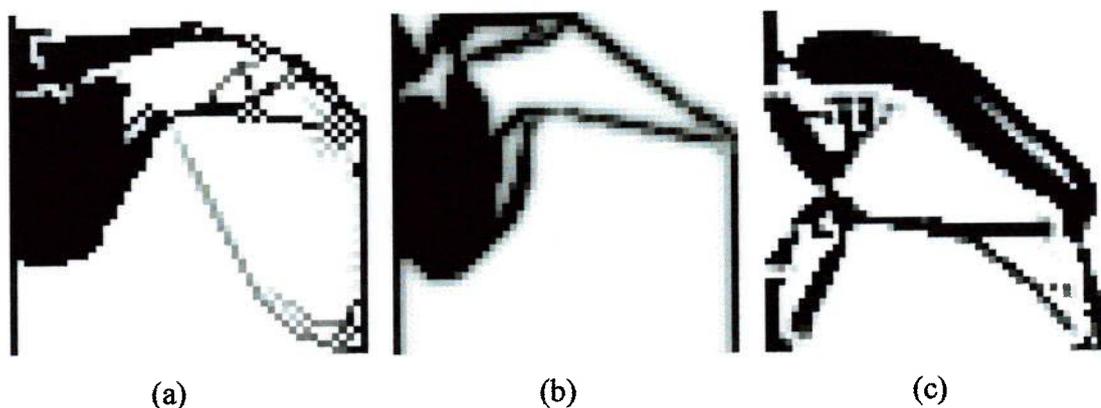


Figura 5.5 – Redução das instabilidades de xadrez no problema da Fig. 5.2.  
 (a) Topologia sem filtro; (b) topologia com filtro; (c) topologia usando “CAMD”.

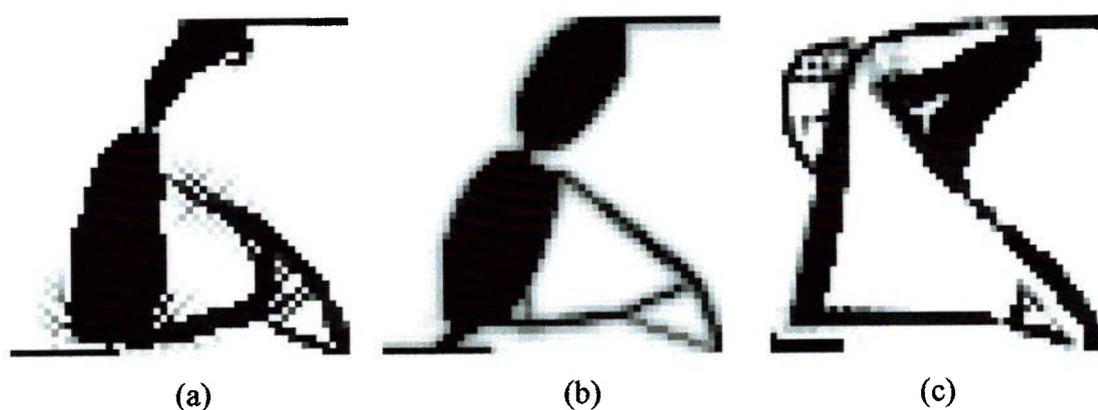


Figura 5.6 – Redução das instabilidades de xadrez no problema da Fig. 5.3.  
 (a) Topologia sem filtro; (b) topologia com filtro; (c) topologia usando “CAMD”.

Dos três exemplos apresentados nas Fig. 5.4, 5.5 e 5.6 é evidente que a implementação do filtro reduz a instabilidade de xadrez e melhora a interpretação dos resultados obtidos mediante o MOT; no entanto, aumenta o número de elementos finitos com densidade intermediária. Igualmente, a abordagem do MOT baseado no “CAMD” reduziu um problema típico da abordagem de densidade por elemento, a instabilidade de xadrez, sem utilizar restrições adicionais no problema de otimização ou do uso de filtros. Além disso, a tendência do “CAMD” é gerar materiais

intermediários (escala de cinza) em algumas regiões que tinham arranjo em forma de tabuleiro de xadrez, e de ilhas de material (material sem conexão com a estrutura principal), o que dificulta a interpretação final do micromecanismo. Os problemas das ilhas e das escalas de cinza na abordagem por “CAMD” são reduzidos quando se refina a malha do domínio de projeto fixo, conforme será apresentado na seção 5.4.5. Em todos os casos, o uso do filtro ou do “CAMD” gera topologias diferentes com relação aos casos em que não são utilizados.

### 5.3.1 Variação do tamanho do filtro

Como se observou nas Fig. 5.4(b), 5.5(b) e 5.6(b) os resultados fornecidos pelo memsETM tiveram uma melhoria bastante significativa ao ser implementada uma rotina com um filtro espacial que evita a formação das instabilidades de xadrez e suaviza a distribuição espacial das variáveis de projeto (a densidade de cada elemento da malha do MEF) ao longo do domínio de projeto fixo. No entanto, este enfoque de filtragem não está livre de dificuldades já que o parâmetro de controle do filtro é o raio de abrangência, o qual determina a suavização da distribuição de densidades no interior do domínio inicial e, portanto, a topologia ótima final do micromecanismo ETM. Porém, não devemos utilizar um valor nem muito pequeno nem muito grande do raio de abrangência do filtro, senão corremos o risco de voltarmos ao problema da formação de instabilidade de xadrez (se forem usados raios pequenos) ou gerar uma quantidade muito grande de áreas com densidades intermediárias (se forem usados raios grandes). Portanto, com a finalidade de observar a influência do tamanho do filtro na topologia ótima final foram projetados os mesmos “MEMS” eletrotermomecânicos dos primeiros três exemplos da seção 5.2 (ver Fig. 5.1, 5.2 e 5.3), mas variando o tamanho do filtro, ver Fig. 5.7, 5.8 e 5.9. Os tamanhos de filtro utilizados em todos os exemplos foram de  $R_{\max} = 0,01 \mu\text{m}$  (raio de abrangência de 8 elementos vizinhos),  $R_{\max} = 0,02 \mu\text{m}$  (raio de abrangência de 24 elementos vizinhos),  $R_{\max} = 0,03$  (raio de abrangência de 48 elementos vizinhos).

Dos exemplos apresentados nas Fig. 5.7, 5.8 e 5.9 e após várias tentativas do memsETM com filtro, concluímos que sempre obtemos bons resultados utilizando um valor de raio que abrange os vizinhos comuns de arestas e cantos do elemento central (veja Fig. 4.5 do capítulo 4). Isto corresponde a oito elementos vizinhos  $\bar{v}$  para um determinado elemento central  $e$  na eq.(4.51) do capítulo 4. Neste caso específico dos exemplos apresentados corresponde a um tamanho de filtro de  $R_{\max} = 0,01 \mu\text{m}$  ou 8 elementos vizinhos (ver Fig. 5.7(a), 5.8(a), 5.9(a)). Caso contrário, quando são utilizados raios do filtro superiores a 8 elementos vizinhos observa-se uma maior suavização da distribuição espacial das variáveis de projeto  $e$ , portanto, um aumento significativo na quantidade de escalas de cinza ou densidades intermediárias na topologia final. Este aumento das escalas de cinza acontece até o ponto de obterem-se topologias que são impossíveis de interpretar e completamente inviáveis de fabricar, como é mostrado nas Fig. 5.7(c), 5.8(c), 5.9(c); já que conforme aumentamos o raio de abrangência do filtro mais elementos vizinhos  $\bar{v}$  são utilizados para definir a densidade do elemento central  $e$ . Também é de observar que em todos os casos o filtro diminui a complexidade da topologia ótima (respeito das topologias sem filtro) obtendo-se, incluso, no exemplo da Fig. 5.7 um micromecanismo mais simétrico.

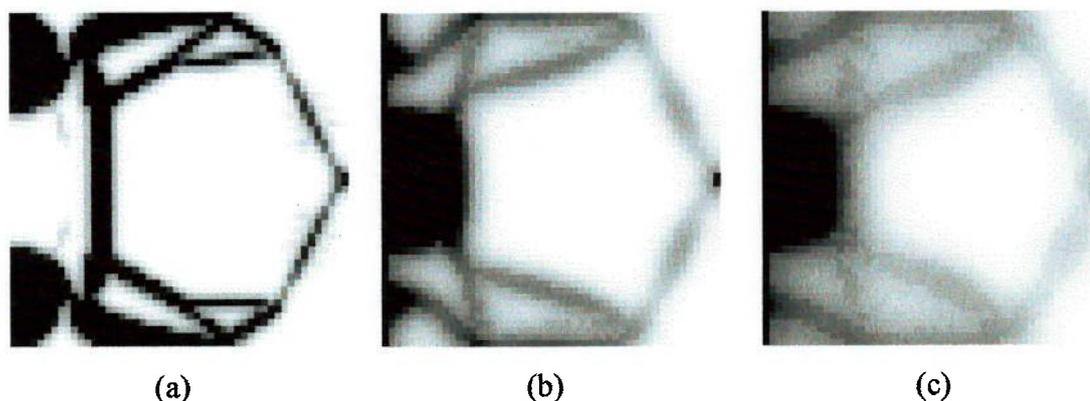


Figura 5.7 – Variação do raio de abrangência do filtro espacial para o problema da Fig. 5.1. (a)  $R_{\max} = 0,01 \mu\text{m}$ ; (b)  $R_{\max} = 0,02 \mu\text{m}$ ; (c)  $R_{\max} = 0,03 \mu\text{m}$ .

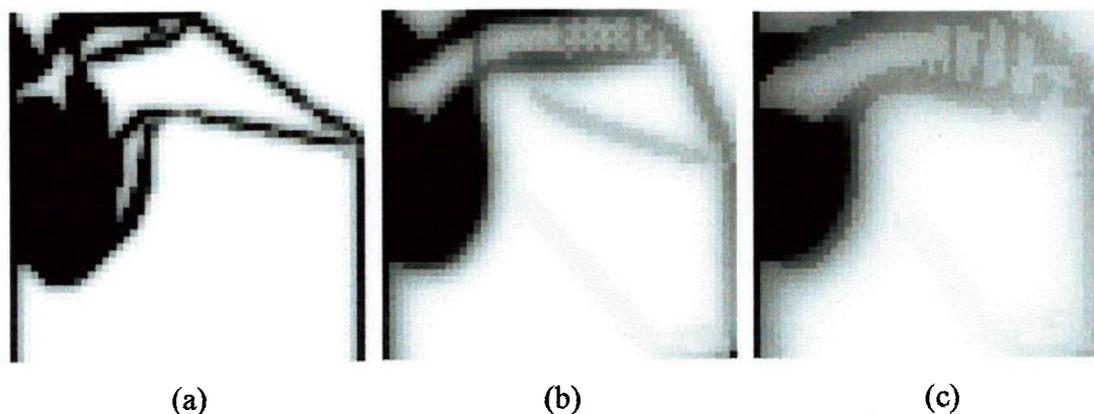


Figura 5.8 – Variação do raio de abrangência do filtro espacial para o problema da Fig. 5.2. (a)  $R_{\max} = 0,01 \mu\text{m}$ ; (b)  $R_{\max} = 0,02 \mu\text{m}$ ; (c)  $R_{\max} = 0,03 \mu\text{m}$ .

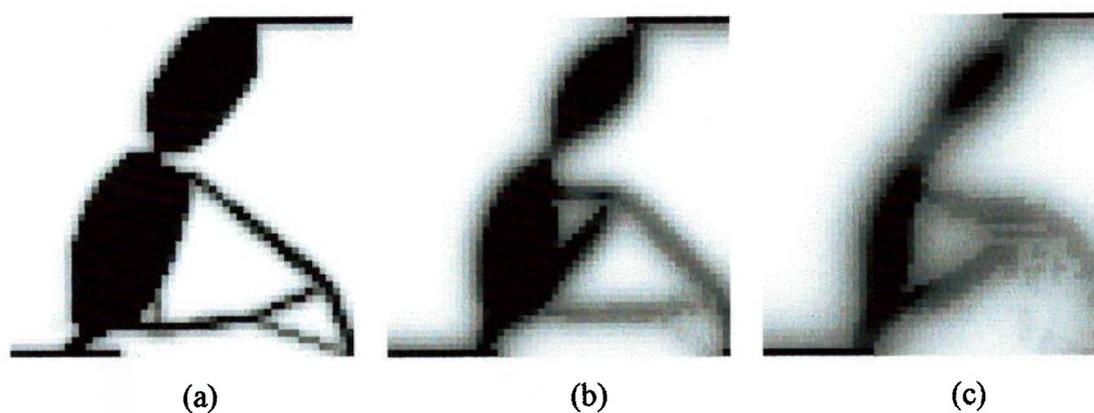


Figura. 5.9 – Variação do raio de abrangência do filtro espacial para o problema da Fig. 5.3. (a)  $R_{\max} = 0,01 \mu\text{m}$ ; (b)  $R_{\max} = 0,02 \mu\text{m}$ ; (c)  $R_{\max} = 0,03 \mu\text{m}$ .

### 5.3.2 Redução da escala de cinza

O filtro espacial reduz o fenômeno da instabilidade de xadrez e permite obter topologias mais bem definidas, menos complexas (por exemplo, isentas de vários reforços internos) e mais fáceis de interpretar; no entanto, aumenta a formação das escalas de cinza, ou seja, aumenta o número de regiões na topologia ótima final que

têm material com densidade intermediária (regiões com transição suave entre material sólido e vazio), em torno do contorno do mecanismo. Assim, o resultado é uma topologia ótima que apesar de ser mais bem definida, em relação aos resultados sem o filtro, contém uma quantidade considerável de escalas de cinza concentradas em torno do contorno. Uma solução para limpar essas escalas de cinzas é, após obter a topologia final, desligar o filtro e deixar o método prosseguir por mais algumas iterações sem filtro (CARDOSO, 2000). Quando desligamos o filtro, a transição entre material sólido e materiais intermediários no interior do domínio de projeto fixo é mais brusca devido à penalidade imposta aos valores de densidade intermediária – fatores de penalidade  $p_0, p_1, p_2$ . Além disso, não se usa a informação dos elementos do contorno para definir a densidade do elemento  $e$ . Então a lógica é que, após algumas iterações penalizando as densidades intermediárias sem o filtro, o método elimina a maioria das escalas de cinza remanescentes. O desligamento do filtro, feito dessa forma, não compromete o resultado, entretanto este artifício deve ser feito de maneira que não ocorra novamente a formação do tabuleiro de xadrez; ou seja, depois de desligado o filtro devemos ter cuidado com o excesso de iterações adicionais. Para a maioria dos problemas apresentados neste capítulo se obteve bons resultados utilizando um padrão de 8 iterações após o desligamento do filtro.

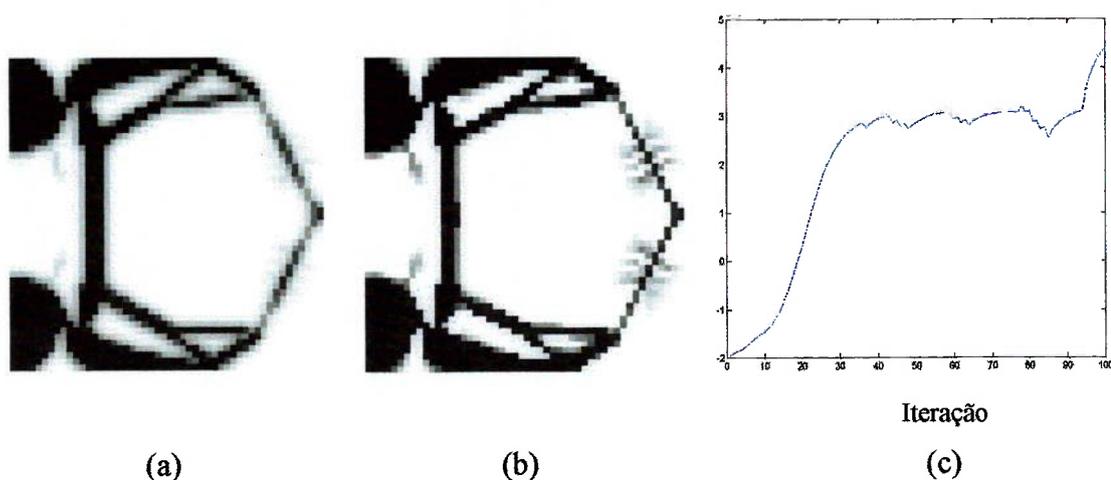


Figura 5.10 – Redução das densidades intermediárias para o problema da Fig. 5.1. (a) Resultado obtido sem desligar o filtro, (b) resultado obtido desligando-se o filtro, (c) curva de convergência da figura (b) –  $u_{out}$  ( $\mu\text{m}$ ) vs iterações.

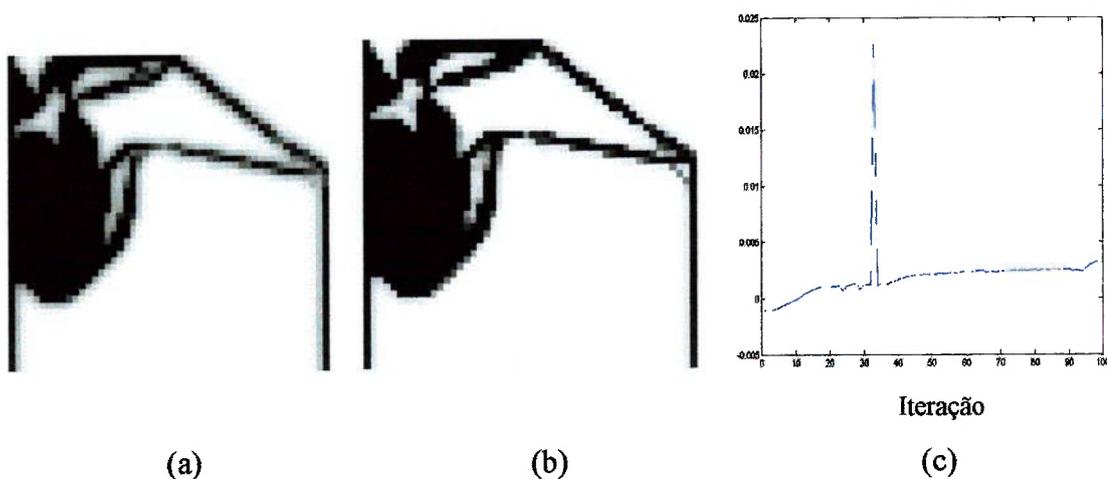


Figura 5.11 – Redução das densidades intermediárias para o problema da Fig. 5.2.  
 (a) Resultado obtido sem desligar o filtro, (b) resultado obtido desligando-se o filtro,  
 (c) curva de convergência da figura (b) –  $u_{out}$  (mm) vs iterações.

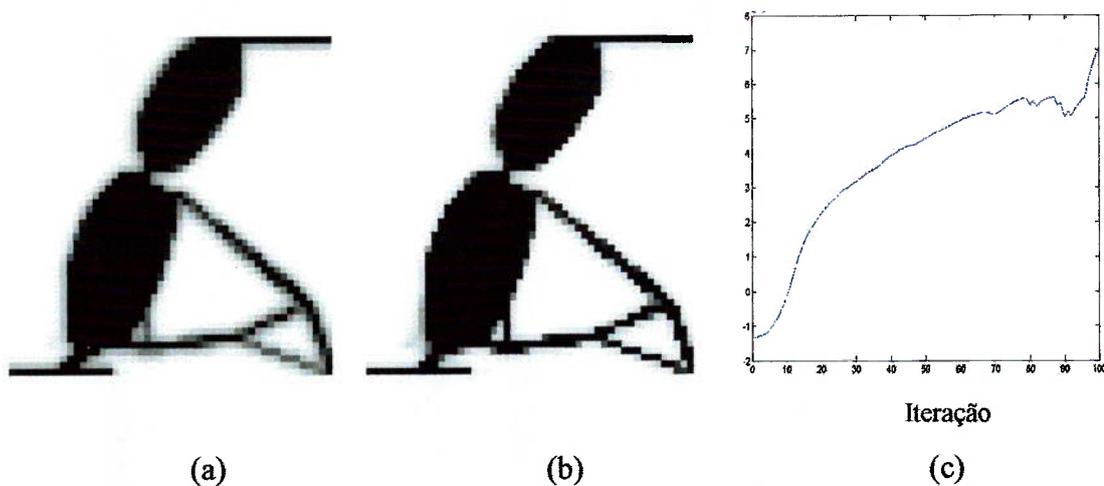


Figura 5.12 – Redução das densidades intermediárias para o problema da Fig. 5.3.  
 (a) Resultado obtido sem desligar o filtro, (b) resultado obtido desligando-se o filtro,  
 (c) curva de convergência da figura (b) –  $u_{out}$  ( $\mu\text{m}$ ) vs iterações.

Nas topologias apresentadas nas Fig. 5.10(b), 5.11(b), e 5.12(b) utiliza-se a metodologia anterior de desligamento do filtro. Esses exemplos correspondem aos problemas propostos anteriormente nas Fig. 5.1, 5.2, e 5.3. Para ilustrar melhor o

método são comparados os resultados obtidos com um filtro de raio de abrangência  $R_{\max} = 0,01 \mu\text{m}$  (8 elementos vizinhos), ver Fig. 5.7(a), 5.8(a), 5.9(a), com o resultado obtido usando a técnica do desligamento do filtro nas últimas iterações. No caso das Fig. 5.10 e 5.11 foi usado um padrão de 8 iterações após o filtro é desligado. No entanto, no problema da Fig. 5.12 utilizou-se um padrão de 5 iterações, já que um número superior de iterações sem filtro gerava de novo o problema da instabilidade de xadrez. Nas Fig. 5.10(c), 5.11(c), 5.12(c) são mostradas as curvas de convergência da função objetivo das topologias das Fig. 5.10(b), 5.11(b), e 5.12(b).

Como observado nas Fig. 5.10(b), 5.11(b), e 5.12(b) em comparação as topologias obtidas nas Fig. 5.10(a), 5.11(a), e 5.12(a), as topologias ótimas são mais definidas, sem a presença de instabilidade de xadrez e com uma redução significativa das escalas de cinza. No entanto, pode existir o risco de novamente surgir a instabilidade de xadrez, como se observa no extremo direito do micromecanismo ETM da Fig. 5.10(b). É interessante observar nas curvas de convergência das Fig. 5.10(c), 5.11(c) 5.12(c) a forte transição entre o problema de natureza mais contínua (quando é usado o filtro espacial – curva monotônica) a um problema mais discreto (últimas iterações quando é desligado o filtro – afastamento da curva monotônica). Além disso, as curvas de convergência demonstram também que o filtro gera topologias de um espaço solução completamente diferente do caso em que não é usado filtro, o que explica as diferentes topologias obtidas com e sem o uso do filtro. As densidades intermediárias remanescentes se devem a outros fatores que influenciam o projeto dos micromecanismos ETM; por exemplo, os fatores de penalidade  $p_0, p_1, p_2$ . Portanto, na seção 5.4 é analisada a influência que cada fator de penalidade tem na quantidade de escalas de cinza presentes na topologia ótima final, junto com outros dados de entrada no MOT.

### 5.3.3 Imposição de simetria

Existem alguns micromecanismos que devem ser projetados impondo simetria em relação a algum eixo. Este é o caso do micromecanismo ETM da Fig.

5.1. A simetria permite projetar estruturas menos complexas e, portanto, mais viáveis de fabricar. Para impor simetria são otimizadas somente as variáveis de projeto de uma das metades (logicamente, divididas por um eixo de simetria, que na Fig. 5.1 corresponde ao eixo horizontal na coordenada  $y = 250 \mu\text{m}$ ) do domínio de projeto fixo. No entanto, na solução dos problemas de MEF utilizam-se todas as variáveis de projeto. Tanto no programa memsETM e memsETM\_camd foi implementada a rotina que impõe simetria. A seguir, na Fig. 5.13, apresenta-se o resultado do problema proposto na Fig. 5.1(a) com e sem simetria, usando as propriedades da Tabelas 5.1 até 5.3, e o programa mesmETM com filtro. Utilizou-se um valor de  $p_0 = 3$ ,  $p_1 = 2$  e  $p_2 = 3$  para os fatores de penalidade da condutividade elétrica, térmica, e o módulo de Young, respectivamente.

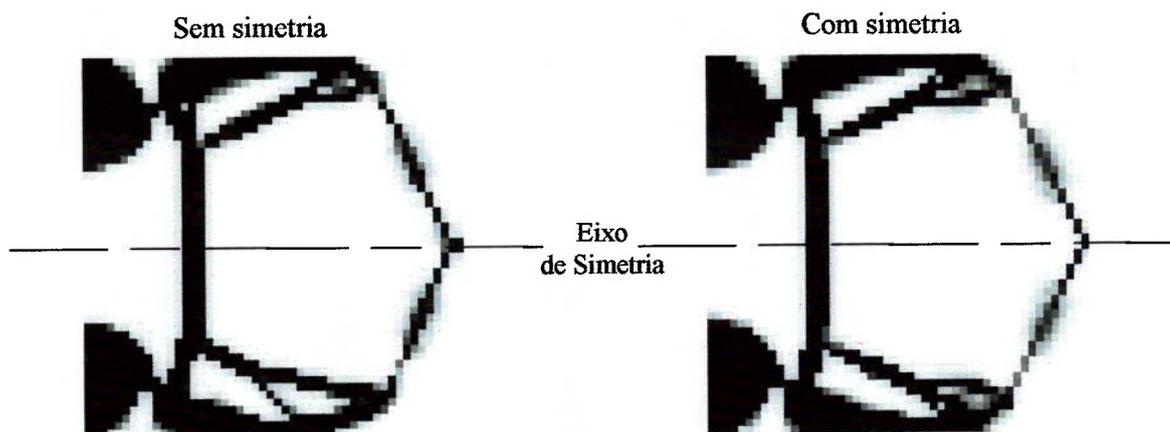


Figura 5.13 – Imposição de simetria no problema da Fig. 5.1(a).

#### 5.4 Influência dos parâmetros do MOT no projeto de micromecanismos ETM

Embora se tenha solucionado o problema da instabilidade de xadrez na topologia ótima final ainda restam alguns problemas a serem tratados, como as escalas de cinza. Uma redução das escalas de cinza foi obtida variando-se o tamanho

do raio de abrangência do filtro e desligando-o nas últimas iterações; no entanto, mediante o estudo de outros parâmetros do MOT pode-se conseguir melhoras significativas. Portanto, esta seção está dedicada à análises da influência dos parâmetros do MOT na topologia ótima final. É importante ressaltar que as avaliações dos resultados se baseiam em análises qualitativas; portanto, não é usada nenhuma ferramenta estatística, já que o número de amostras utilizadas (geralmente três exemplos) não pode representar uma população.

Todos os resultados são gerados usando 2500 elementos finitos e o programa memsETM (com um filtro ativo até um número máximo de 8 iterações). Para obter uma medida objetiva da intensidade da escala de cinza na topologia final, os programas calculam o número de variáveis de projeto com densidade intermediária utilizando a seguinte regra: variáveis de projeto entre  $\rho_{\min} \leq \rho \leq 0,1$  representam buracos; variáveis de projeto entre  $0,9 \leq \rho \leq 1$  representam sólidos; e variáveis de projeto entre  $0,1 < \rho < 0,9$  são consideradas como densidades intermediárias. Embora, o critério de escolha dos limites possa gerar controvérsia, ao se aplicar a mesma regra para todos os projetos obtém-se uma medida suficientemente objetiva para fazer comparações. Finalmente, já que na prática sempre é usado o filtro para reduzir a instabilidade de xadrez, este sempre permanecerá ligado em todos os exemplos desta seção.

#### 5.4.1 Variação dos fatores de penalidade

Uma das principais técnicas utilizadas na redução das densidades intermediárias é a variação dos fatores de penalidade  $p_0, p_1, p_2$  no modelo de material “SIMP”, o qual deve ser ajustado para reduzir o aparecimento das escalas de cinza. Nesta seção será observado como a variação de cada um desses fatores de forma independente influencia a topologia final e o comportamento do microatuador. Nas Fig. 5.14 e 5.15 são apresentadas as diversas topologias para diversos valores de  $p$ 's dos problemas das Fig. 5.1(a) e 5.3(a), respectivamente. Também, para o problema da Fig. 5.2(a) foi realizada a análise da variação do fator de penalidade; no entanto,

as suas topologias não são apresentadas. Nas topologias da Fig. 5.14 não foi imposta simetria.

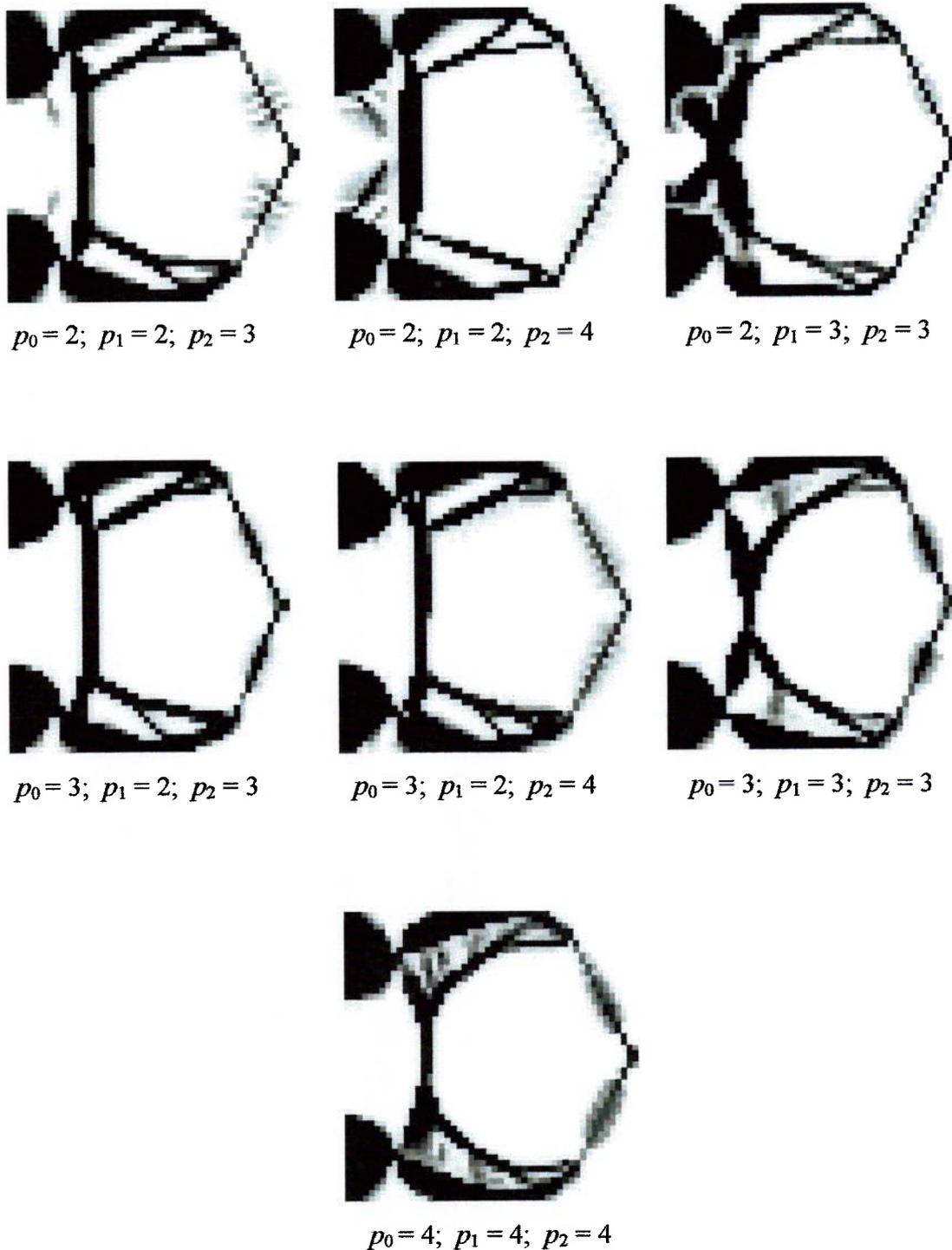


Figura 5.14 – Variação do fator de penalidade no problema da Fig. 5.1(a).

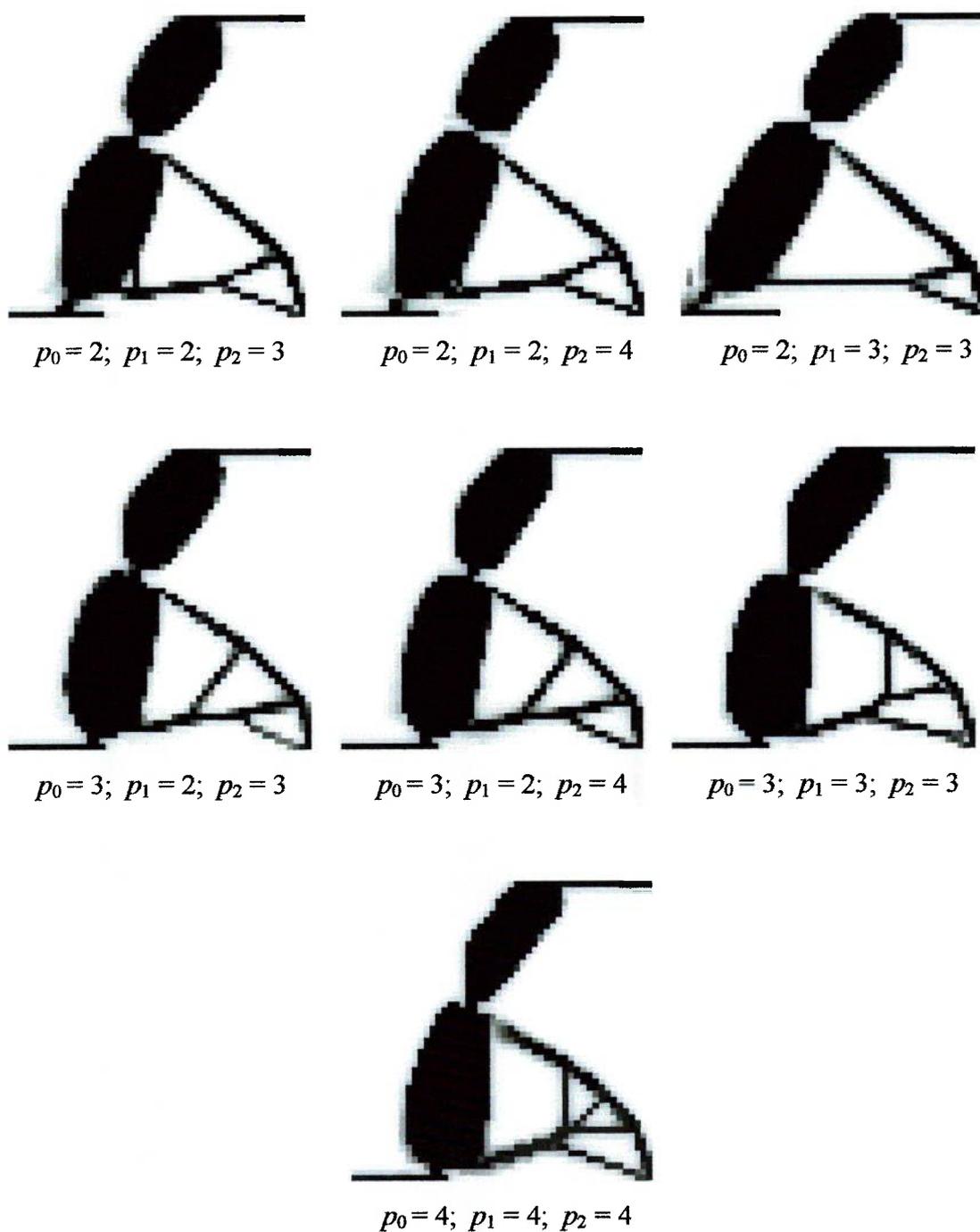


Figura 5.15 – Variação do fator de penalidade no problema da Fig. 5.3(a).

O critério usado na escolha dos  $p$ 's baseou-se no respeito dos limites de Hashin – Shtrikman (SIGMUND, 2001a), que no caso das condutividades elétrica e térmica deve satisfazer  $p_0 \geq 2$  e  $p_1 \geq 2$ , respectivamente; e no caso do módulo de

Young deve ser  $p_2 \geq 3$  (SIGMUND, 2001a). No entanto, para todos os  $p$ 's foi adotado um valor máximo de 4, para evitar trabalhar com problemas muito discretos e possivelmente sem solução (pouca relaxação).

Das Fig. 5.14 e 5.15 é evidente a forte dependência da topologia final da escolhas dos fatores de penalidade. Tanto assim, que no caso da Fig. 5.14 as topologias geradas com os valores mais altos,  $p_0 = 3$ ;  $p_1 = 3$ ;  $p_2 = 3$  e  $p_0 = 4$ ;  $p_1 = 4$ ;  $p_2 = 4$  tenderam a gerar instabilidade de xadrez apesar do uso do filtro espacial. Já as topologias da Fig. 5.15 não tiveram esse problema, mas para valores de  $p$ 's altos foi incrementado o número de reforços internos e, portanto, a complexidade da topologia final.

Além do anterior, as Fig. 5.16 até 5.18 resumem os resultados obtidos variando-se os  $p$ 's, do valor final da função objetivo, do valor máximo da corrente elétrica e do número de elementos finitos com densidade intermediária na topologia ótima final, para os dois exemplos apresentados nas Fig. 5.14 e 5.15 e para o problema da Fig. 5.2(a) (cujas topologias finais não foram apresentadas). Foram analisadas três características: a resolução da topologia ótima, a máxima corrente elétrica e o máximo deslocamento de saída. Logicamente, os parâmetros dos  $p$ 's ideais seriam aqueles que conduzissem a um micromecanismo com zero escala de cinza, e que gere o maior deslocamento possível com pouca intensidade de corrente elétrica.

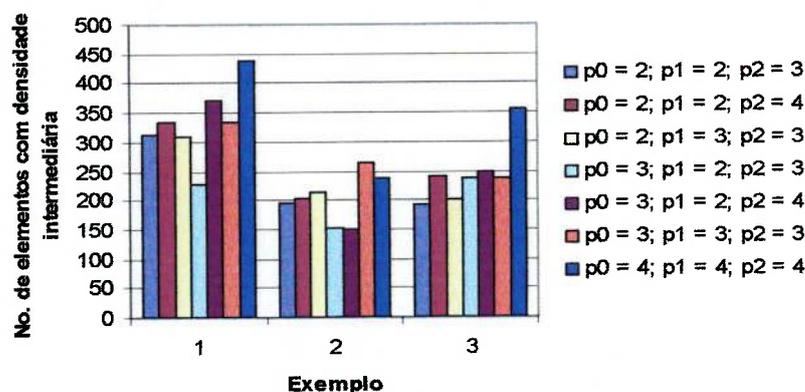


Figura 5.16 – Escalas de cinza para diferentes valores de  $p$ 's.

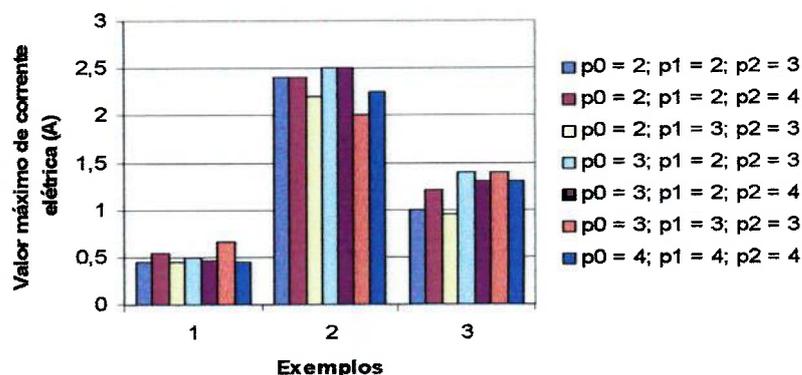


Figura 5.17 – Valor máximo de corrente para diferentes valores de  $p$ 's.

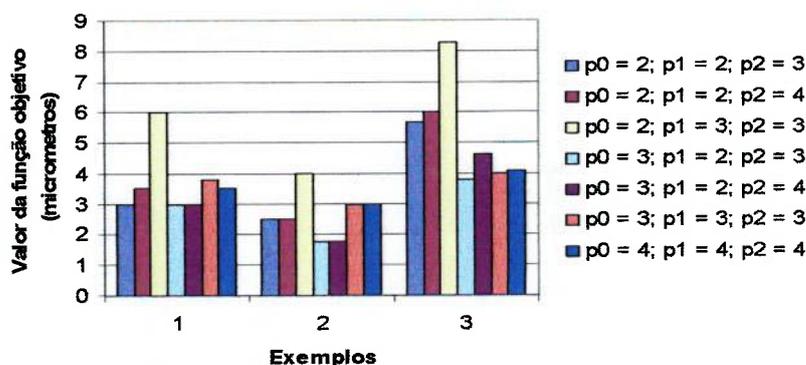


Figura 5.18 – Valor final da função objetivo para diferentes valores de  $p$ 's.

Nas Fig. 5.16 até 5.18 o exemplo 1 corresponde ao problema da Fig. 5.1(a), o exemplo 2 ao problema da Fig. 5.2(a) e o exemplo 3 ao problema da Fig. 5.3(a). Em todos os gráficos é comum que valores de  $p$ 's superiores a 3 gerem bastante escala de cinza e as maiores correntes elétricas sem gerar os maiores deslocamentos, o qual nos leva a crer que o valor adequado de  $p_2$  é 3, respeitando os limites de Hashin – Shtrikman. Por outro lado, embora seja difícil uma generalização, os fatores de penalidade para as condutividades elétrica e térmica podem ser 2 ou 3, obtendo-se os melhores resultados em termos de redução de escala de cinza com  $p_0 = 3$  e  $p_1 = 2$ , e em termos de máximo deslocamento de saída com  $p_0 = 2$  e  $p_1 = 3$ . Um primeiro raciocínio poder-nos-ia levar a trabalhar com todos os  $p$ 's = 3; no entanto, segundo as Fig. 5.16 até 5.18, não se conseguirá a melhor resolução e o maior desempenho do

micromecanismo ETM. Priorizando a resolução final da topologia do micromecanismo, e por sua vez, a redução das escalas de cinza e a fácil interpretação da topologia final, optou-se neste trabalho por  $p_0 = 3$ ,  $p_1 = 2$  e  $p_2 = 3$ , cujos valores serão usados em todos os exemplos seguintes. Contudo, se algum usuário do memsETM prefere priorizar o deslocamento de saída em detrimento da “qualidade” da topologia final pode usar  $p_0 = 2$ ,  $p_1 = 3$  e  $p_2 = 3$ , modificando simplesmente esses valores no primeiro arquivo texto de entrada (ver Anexo D).

#### 5.4.2 Variação da restrição de volume

Outro parâmetro interessante de analisar é o efeito que a variação da restrição de volume tem na topologia final. Com este fim, o problema da Fig. 5.3(a) foi solucionado com uma restrição de volume de 10%, 20%, 30% e 50% do volume inicial, considerando o domínio de projeto fixo totalmente sólido. Estes resultados são apresentados na Fig. 5.19 usando os parâmetros das Tabelas 5.1 até 5.3, mas com os fatores de penalização obtidos na seção anterior ( $p_0 = 3$ ,  $p_1 = 2$  e  $p_2 = 3$ ).

Observando a Fig. 5.19 pode-se concluir que a topologia do micromecanismo ETM se mantém em todos os casos de restrição de volume. Assim, a distribuição de material no interior do domínio de projeto fixo converge sempre à mesma região; no entanto, a configuração ótima em cada caso é alterada conforme há mais ou menos material a distribuir. Segundo se aumenta a disponibilidade de material ( $V^*$  de 10% até 50%) o micromecanismo ETM varia de uma topologia muito esbelta a uma topologia muito robusta. Portanto, e considerando que não foi implementada nenhuma restrição nas tensões mecânicas, os micromecanismos ETM mais esbeltos têm maior probabilidade de apresentar altas concentrações de tensões mecânicas e de falha por fratura. Já as topologias muito robustas e com bastante material (caso de  $V^* = 50\%$ ) requerem um tempo muito elevado de fabricação por gravura. Neste trabalho se usaram sempre topologias com restrições de volume entre 20% e 30%.

Também nota-se que conforme é permitido mais material no interior do domínio, há maior concentração de material próximo aos pontos de aplicação do potencial elétrico e do engastamento mantendo-se, em geral, pouco material no ponto do deslocamento desejado.

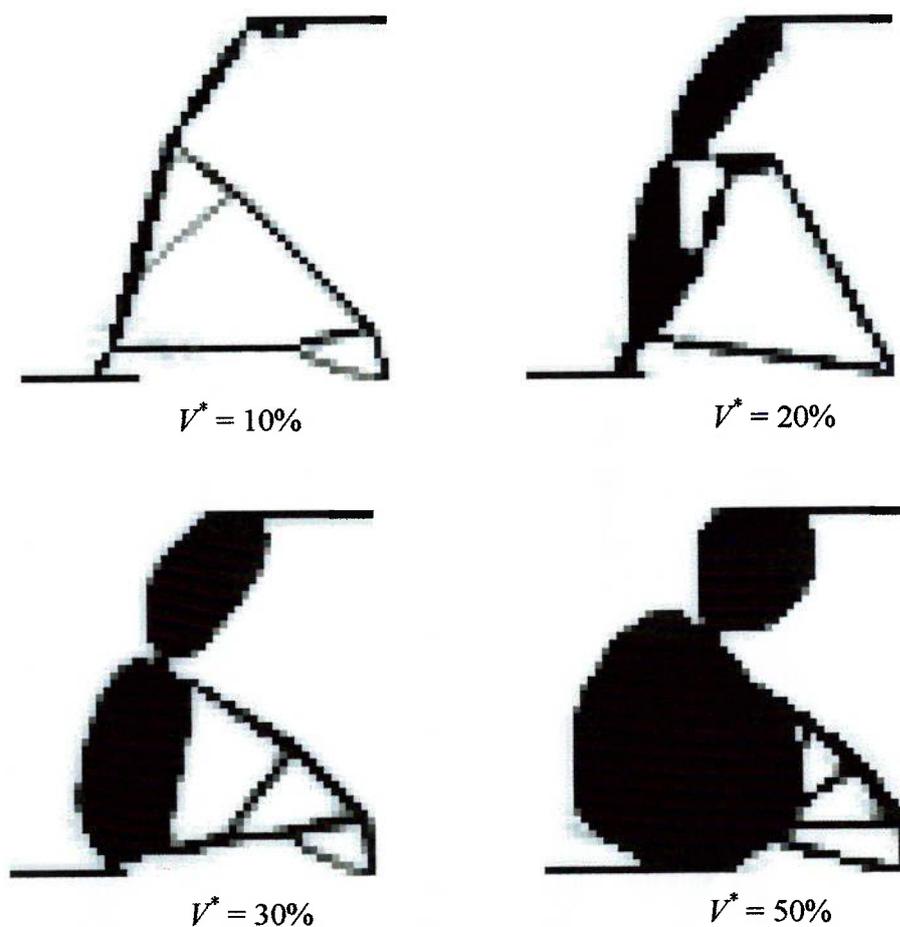


Figura 5.19 – Efeito da restrição de volume.

#### 5.4.3 Variação do valor inicial das variáveis de projeto

O MOT aplicado ao projeto de micromecanismos ETM busca, até convergir, o máximo da função objetivo quando um potencial elétrico é aplicado; no entanto, esta função possui vários pontos de máximo locais e globais (BENDSØE, 1989) e,

conseqüentemente, o MOT pode convergir para diferentes pontos de máximos dependendo do ponto inicial que é fornecido. A Fig. 5.20 demonstra esse fato. Nela se pode observar como diversos “chutes” iniciais das variáveis de projeto conduzem a diversas topologias e, portanto, a diferentes soluções do problema de otimização. Para obter esses resultados utilizou-se o programa memsETM com filtro e os  $p$ 's ótimos obtidos na seção 5.4.1 ( $p_0 = 3$ ,  $p_1 = 2$  e  $p_2 = 3$ ). Foram utilizados quatro “chutes” diferentes, mas iguais para todas as variáveis de projeto (0,15; 0,3; 0,5 e 0,8), e um “chute” gerado de forma aleatória e que implica valores diferentes para cada variável de projeto. As topologias são soluções do problema proposto na Fig. 5.3(a).

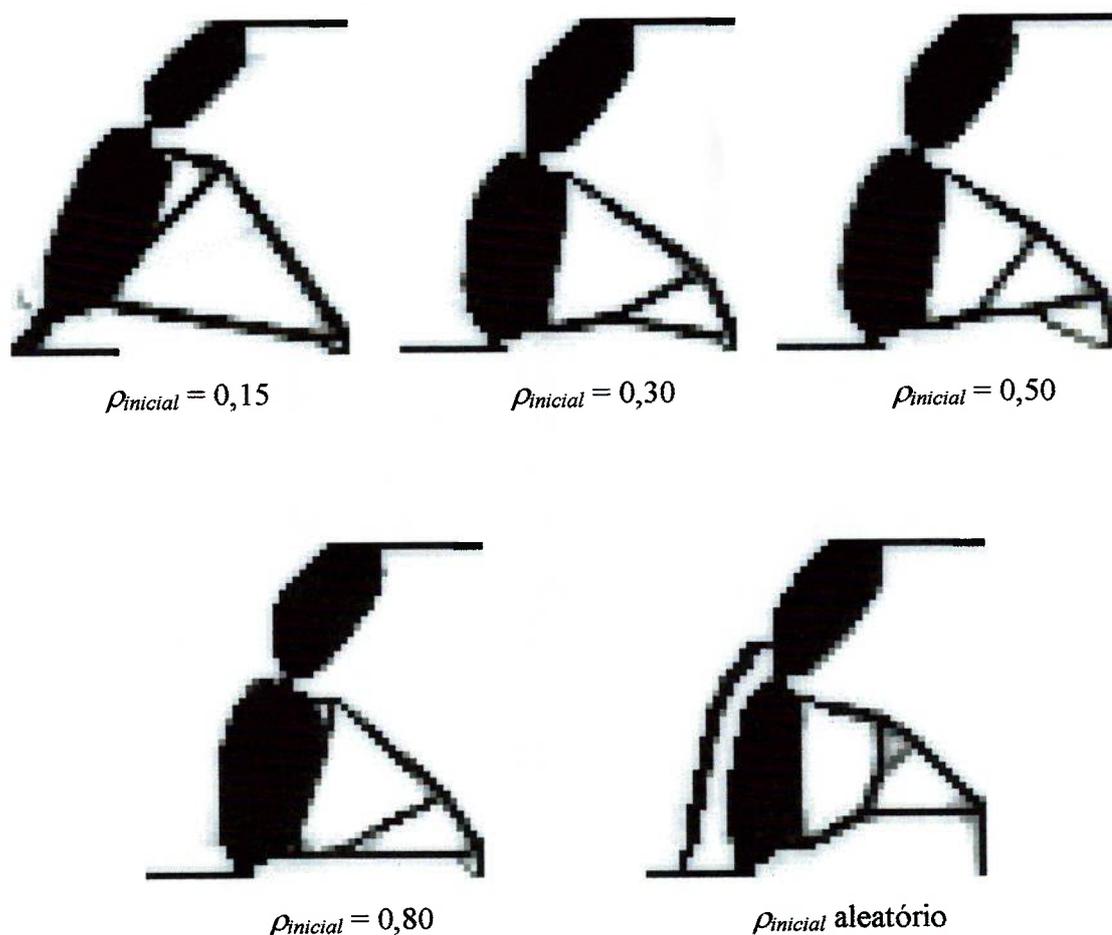


Figura 5.20 – Variação do valor inicial das variáveis de projeto.

Assim como na seção 5.4.1 foram analisadas características de desempenho (máxima corrente elétrica e deslocamento de saída desejado) e a quantidade de escalas de cinza nos micromecanismos ETM, com isto se espera ter um pouco mais de objetividade na escolha do  $\rho_{inicial}$  adequado para projetá-los. Foram usados outros dois exemplos, além do apresentado na Fig. 5.20, usando os problemas propostos nas Fig. 5.1(a) e 5.2 (a). Os resultados desta análise apresentam-se nas Fig. 5.21, 5.22 e 5.23, nelas o exemplo 1, 2 e 3 representam os problemas das Fig. 5.1(a), 5.2(a) e 5.3(a), respectivamente.

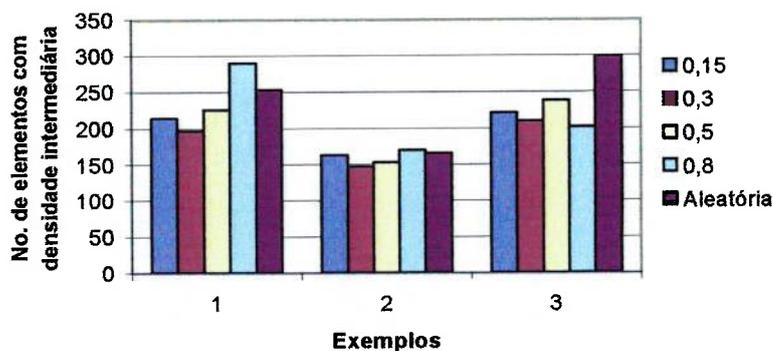


Figura 5.21 – Escalas de cinza para diferentes “chutes” iniciais das variáveis de projeto.

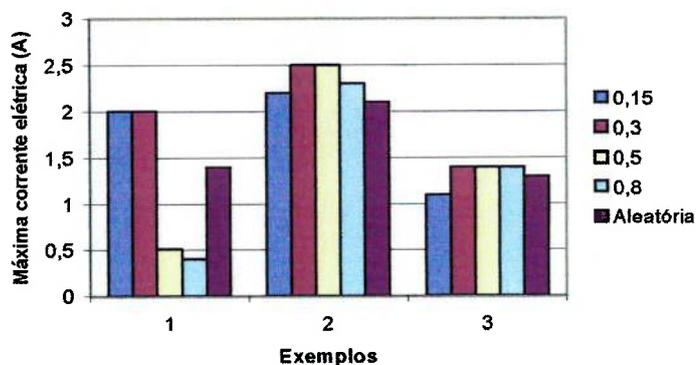


Figura 5.22 – Corrente máxima para diferentes “chutes” iniciais das variáveis de projeto.

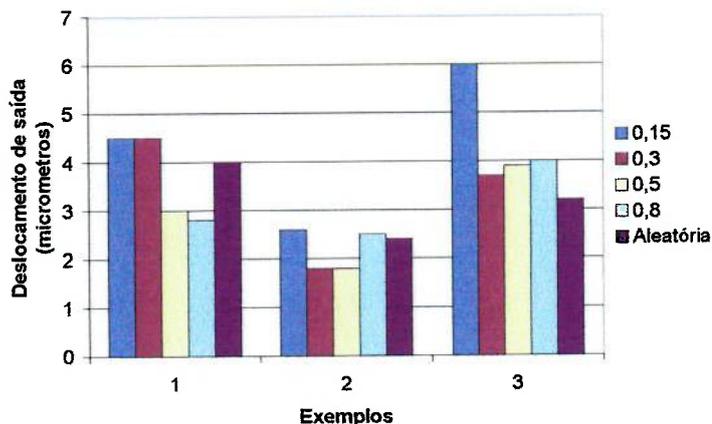


Figura 5.23 – Deslocamento de saída desejado para diferentes “chutes” iniciais das variáveis de projeto.

É evidente da Fig. 5.21 que a variação do valor inicial das variáveis de projeto tem muita pouca influência na quantidade de escala de cinza na topologia final. Nela se observa que exceto para  $\rho_{inicial} = 0,8$ , no exemplo 1, e o  $\rho_{inicial}$  aleatório, no exemplo 3, o número de elementos com escala de cinza é quase igual. Igualmente, somente no caso de  $\rho_{inicial} = 0,5$  e  $\rho_{inicial} = 0,8$ , no exemplo 1, a corrente máxima tem um valor o suficientemente pequeno para se distinguir dos outros casos. No entanto, nos outros dois exemplos esses mesmos valores de  $\rho_{inicial} = 0,5$  e  $\rho_{inicial} = 0,8$ , geram as maiores magnitudes nas correntes elétricas. Portanto, a variação do  $\rho_{inicial}$  somente tem efeito significativo na magnitude do deslocamento de saída desejado, onde o valor de  $\rho_{inicial} = 0,15$  gerou os melhores resultados em todos os exemplos. No projeto dos micromecanismos ETM a seguir será usado esse valor.

#### 5.4.4 Variação da rigidez da peça atuada

A rigidez da peça atuada ( $K$ ) influi diretamente na flexibilidade final do “MEMS” eletrotermomecânico e, portanto, a topologia ótima do atuador dependerá desta rigidez. Para uma peça flexível uma pequena força é necessária para deformá-la, no entanto, considerando que a peça seja rígida uma grande força de saída é

necessária para deformá-la, resultando então no projeto de atuadores orientados a força ou orientados a deslocamento variando-se a rigidez da peça de trabalho. Assim, pode-se escolher se o micromecanismo será mais rígido ou mais flexível variando a rigidez dessa mola. Nesta seção se apresenta um exemplo que mostra a influência da rigidez da mola na topologia ótima final; para isto é projetado um micromecanismo ETM que atende às especificações apresentadas no problema da Fig. 5.1(a), mas variando os valores de rigidez, ver Fig. 5.24. São mantidas as mesmas propriedades do material e do contorno das Tabelas 5.1 e 5.3, respectivamente. Os parâmetros do MOT da Tabela 5.2 são mantidos, a exceção dos valores de  $p$ 's ( $p_0 = 3$ ,  $p_1 = 2$  e  $p_2 = 3$ ) e  $\rho_{inicial} = 0,15$  obtidos em seções anteriores.

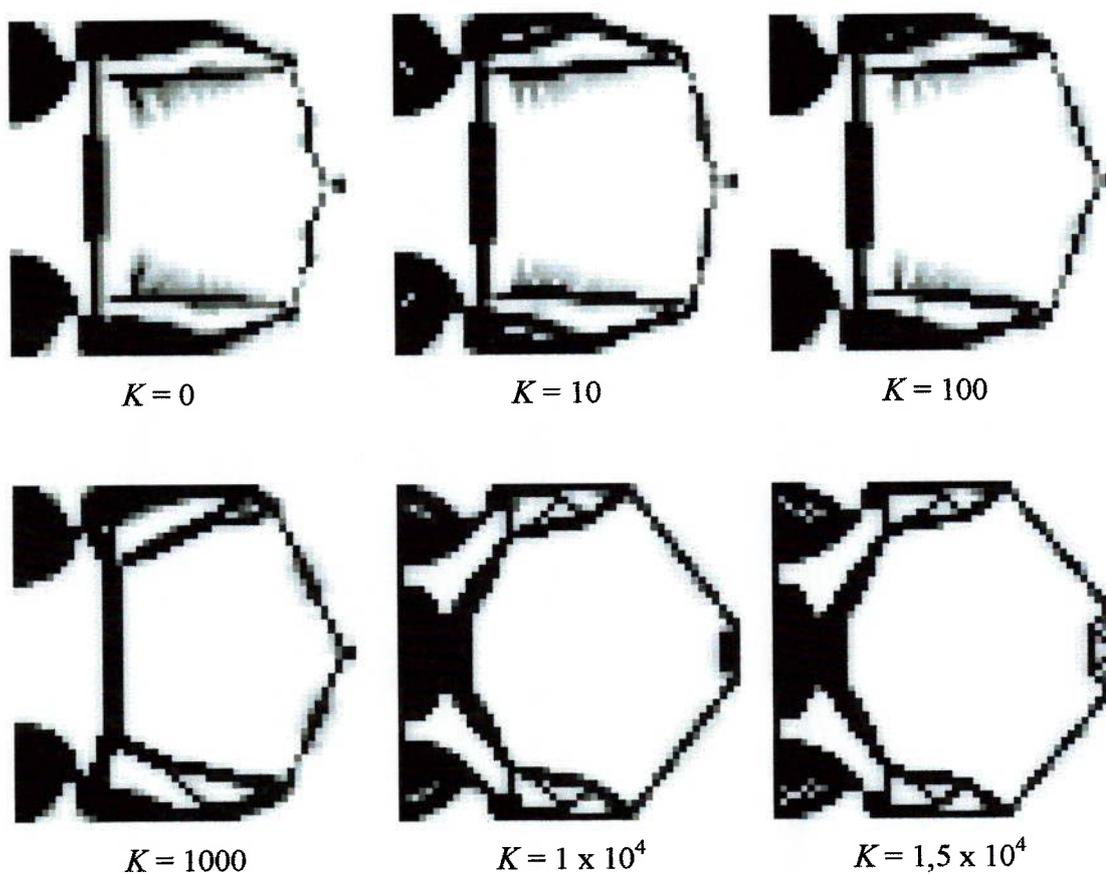


Figura 5.24 – Topologias obtidas variando-se a rigidez da peça atuada no problema da Fig. 5.1(a).

Da Fig. 5.24 observa-se que evidentemente a topologia final do MEMS eletrotermomecânico varia ao alterar-se o parâmetro de projeto  $K$ . Observa-se que a medida que  $K$  aumenta o programa vai adicionando cada vez mais material nas regiões próximas aos pontos de apoio, isto para garantir que o micromecanismo ETM consiga manipular um objeto cada vez mais rígido. Por sua vez, na Fig. 5.25 se observa a curva de convergência da função objetivo (deslocamento de saída desejado) com a variação da rigidez da peça de trabalho. Como era de se esperar, as topologias que atuam sobre peças muito rígidas geram deslocamentos menores, e vice-versa.

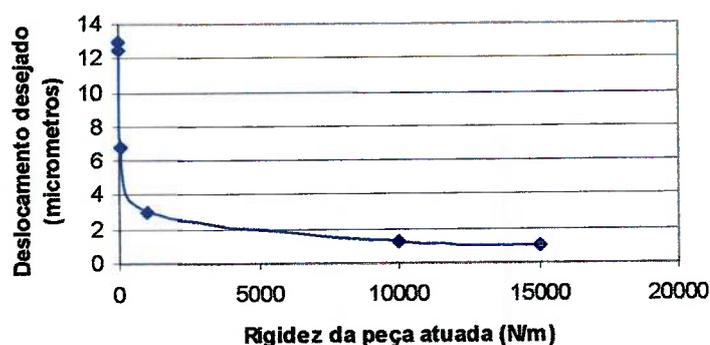


Figura 5.25 – Variação da função objetivo versus a rigidez da peça de trabalho das topologias da Fig. 5.24.

Também de forma indireta, e segundo a experiência observada em nossas simulações, a escala de cinza também se reduz quando são projetados micromecanismos ETM orientados a força. Assim, as densidades intermediárias tendem a diminuir conforme são projetados micromecanismos ETM que atuam sobre peças cada vez mais rígidas, ver Fig. 5.26. Isto ocorre pelo fato que o método tende a gerar uma estrutura mais rígida para atender as especificações de flexibilidade inicialmente estipuladas. Esta maior rigidez é satisfeita com o maior módulo de

Young possível para cada elemento finito e que implica um  $\rho^e = 1^\ddagger$ . No entanto, deve-se sempre lembrar que a rigidez da mola  $K$  não é um “*tuning*” que permita controlar a quantidade de escalas de cinza na topologia ótima final (o qual se poderia induzir da Fig. 5.24); pelo contrário, é um parâmetro que influi diretamente no resultado ótimo e somente define a rigidez do micromecanismo ETM projetado, a qual sempre é um valor conhecido no início do projeto e fornecido pelo usuário.

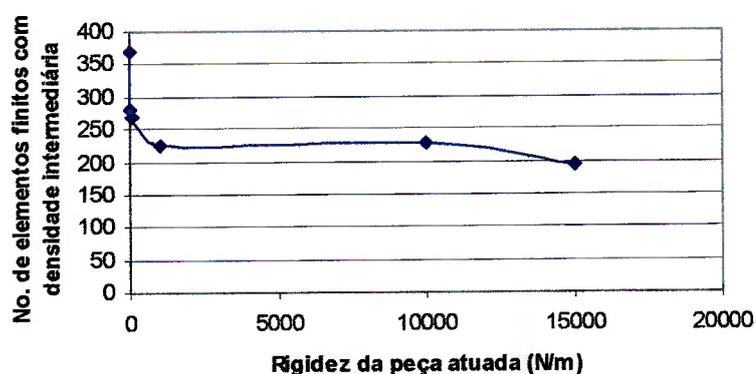


Figura 5.26 – Variação do número de elementos finitos com escala de cinza versus a rigidez da peça de trabalho das topologias da Fig. 5.24.

#### 5.4.5 Variação da discretização do domínio de projeto fixo

O problema da Fig. 5.2(a) é usado para ilustrar o efeito da variação da malha ou discretização do domínio de projeto fixo. Foram utilizadas três malhas diferentes para a discretização, sendo cada uma delas compostas por 784, 2500, e 7396 elementos finitos isoparamétricos quadrados de 4 nós. A Fig. 5.27 ilustra as configurações de topologias ótimas obtidas para as três malhas, quando é usado o memsETM com e sem filtro e quando é usada a abordagem por nó (programa memsETM\_camd).

<sup>‡</sup> Lembre-se que o módulo de Young no modelo de material “SIMP” é expresso como:  $E(x) = (\rho(x))^{p_2} E^0$ , onde  $E^0$  é o módulo de Young do material base (neste caso Níquel) e  $E(x)$  o módulo de Young usado no MOT.

Na Fig. 5.27 as colunas representam topologias com igual número de elementos finitos, e as filas representam as topologias obtidas sem filtro, com filtro (usando um raio de abrangência de 8 elementos vizinhos) e pelo “CAMD”, sucessivamente. Foram usados os dados de material, do MOT e contorno das Tabelas 5.1 até 5.3, exceto pelos fatores de penalidade que neste caso foram  $p_1 = 3$ ,  $p_2 = 2$  e  $p_3 = 3$ .

Através das configurações mostradas na Fig. 5.27 podemos notar que obviamente o contorno do micromecanismo ETM é mais bem definido quanto mais discretizada seja a malha. No entanto, pode-se observar nos três casos (sem filtro, com filtro e com “CAMD”) que a medida que aumentamos a quantidade de elementos finitos os reforços produzidos no interior da topologia obtida são mais bem definidos e, conseqüentemente, induzem a uma melhor descrição da geometria do micromecanismo resultante.

Da Fig. 5.27(a) nota-se que à medida que é aumentada a discretização há um incremento do problema das instabilidades de xadrez, aumentando a complexidade da topologia ótima. Portanto, o MOT aplicado ao projeto de micromecanismos ETM é sensível ao aumento da discretização do domínio de projeto fixo. Uma solução para tornar o método independente da discretização do domínio inicial é a utilização de filtros espaciais, como observado na Fig. 5.27(b). O filtro além de eliminar as instabilidades de xadrez diminuiu a dependência da topologia final da discretização.

Por outro lado, o “CAMD” também diminuiu o problema da dependência da malha, mas não o suficiente como quando foi usado o filtro no projeto (ver Fig. 5.27(b) e 5.27(c)), já que o “CAMD” atua como um filtro de pesos fixos e não utiliza informação de elementos vizinhos (exceto na análise de sensibilidade), que suavizam a distribuição espacial das variáveis de projeto e diminuem a dependência da topologia final ao refinamento da malha. É de observar na Fig. 5.27(c) que o problema das ilhas de material se torna menos crítico conforme se aumenta a discretização, já que as malhas mais refinadas permitem uma melhor interpretação das topologias finais.

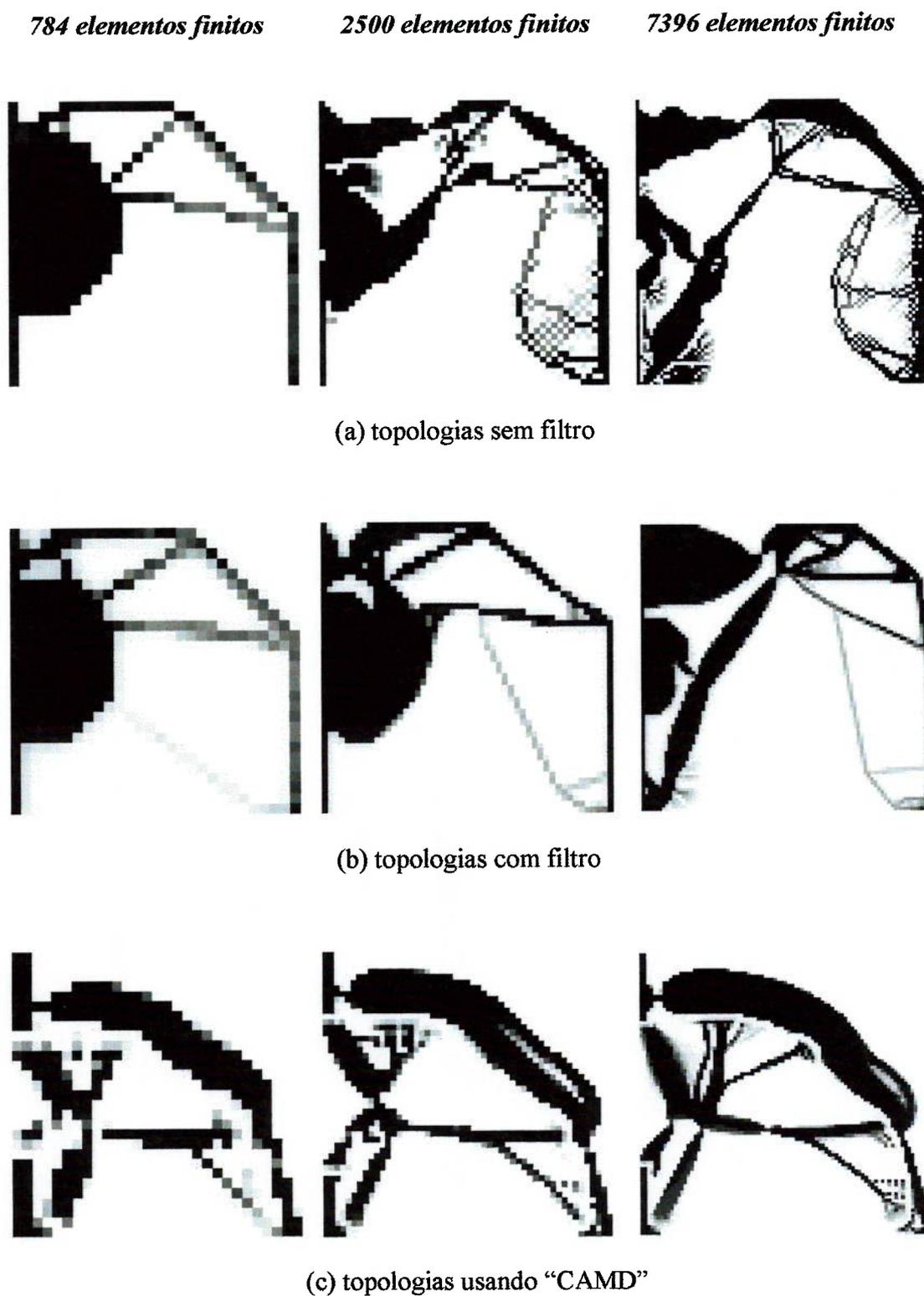


Figura 5.27 – Variação da discretização do domínio de projeto fixo. As colunas representam topologias com igual número de elementos finitos e as filas as topologias ótimas sem filtro, com filtro e com "CAMD", sucessivamente.

Outro aspecto importante de ressaltar na Fig. 5.27 é que se demonstrou que os programas `memsETM` e `memsETM_camd` podem lidar com altas discretizações. Para isso foram aproveitadas as ferramentas que o MATLAB oferece para otimizar e melhorar o desempenho de programas computacionais. Assim, foi utilizada a função *profile* do MATLAB, a qual é uma ferramenta para otimizar e realizar o *debugging* de códigos M-file (códigos escritos na linguagem MATLAB), sendo possível encontrar e melhorar as linhas de comando e funções redundantes que utilizavam a maior parte do tempo total das simulações. Igualmente, foi possível lidar com altas discretizações já que todas as matrizes globais no MEF e na análise de sensibilidades foram armazenadas na forma esparsa. Assim, passou-se a obter resultados de topologias ótimas a partir de malhas de elementos finitos muito refinadas. Desde então, foi notório o ganho em produtividade dos softwares implementados, o que os torna ainda mais profissionais para aplicação no projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos.

As melhorias feitas além de tornar possível trabalhar com altas discretizações do domínio de projeto fixo, melhoraram notavelmente a velocidade de execução do processo iterativo da PLS. Por exemplo, para obter a topologia ótima de um micromecanismo ETM, cujo domínio inicial é discretizado numa malha de 800 elementos finitos (de 4 nós), utilizando um microcomputador Pentium IV – 3.0 GHz com 512 Gb de RAM, as versões preliminares do `memsETM` e do `memsETM_camd` precisavam de aproximadamente 288 segundos/iteração (8 horas para 100 iterações). Para a mesma malha de elementos finitos as versões otimizadas precisavam somente de 9 segundos/iteração (15 minutos para 100 iterações). Assim, as versões otimizadas foram 32 vezes mais rápidas que as versões preliminares (uma melhoria do 96,87%). Contudo, trabalhar com altas discretizações representa bastante tempo computacional (7396 elementos finitos requerem 411 segundos/iteração), já que o tempo gasto cresce exponencialmente com o número de elementos finitos usados na malha, ver Fig. 5.28. Segundo a experiência adquirida neste trabalho, discretizações entre 2000 e 4000 elementos finitos geram topologias bem definidas sem um alto custo computacional.

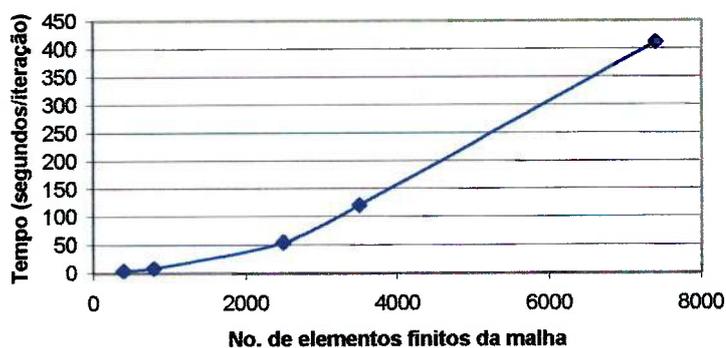


Figura 5.28 – Curva que representa a variação do tempo computacional segundo o aumento do refino da malha.

Segundo os projetos obtidos nas seções anteriores podemos redefinir uma nova tabela para os dados usados pelo MOT que substitua a inicialmente proposta (Tabela 5.2). Esses novos dados são apresentados na Tabela 5.4 e serão usados em todos os exemplos das seguintes seções (exceto se indique o contrário).

Tabela 5.4 – Novos dados usados no MOT.

| Descrição  | Valor                    |
|--|--------------------------|
| Restrição de volume máximo (%)   | 30                       |
| Valor inicial das variáveis de projeto   | 0,15                     |
| Rigidez da peça atuada $K$ (N/m)   | 1000                     |
| Fator de penalização mínimo no problema elétrico ( $p_0$ ), térmico ( $p_1$ ) e mecânico ( $p_2$ ) | 1                        |
| Fator de penalização máximo no problema elétrico ( $p_0$ ) e mecânico ( $p_2$ )                    | 3                        |
| Fator de penalização máximo no problema térmico ( $p_1$ )  | 2                        |
| Tamanho do raio do filtro  | 8 elementos vizinhos     |
| Número máximo de iterações com o filtro desligado  | 8 iterações              |
| Imposição de simetria  | Sim, sempre que exigido. |

## 5.5 Efeito da variação das condições de contorno

Até agora se pode perceber que o projeto de um micromecanismo ETM não é uma tarefa fácil e que em seu projeto muitos fatores devem ser considerados para obter uma topologia aceitável, em termos de possibilidades de fabricação com melhores características de desempenho. Na seção anterior foi analisado o efeito que a variação de alguns parâmetros do MOT têm na topologia e características desses micromecanismos ETM. Agora serão analisados outros fatores, tais como as condições de contorno elétricas e térmicas usadas no projeto. Outros fatores como a variação das dimensões e propriedades do material não serão analisadas neste trabalho, já que elas são determinadas pelas características de cada projeto específico. Contudo, o importante é que o usuário dos programas implementados seja consciente de que esses outros fatores têm influência na topologia ótima final. Nos exemplos das subseções seguintes somente é usado o programa *memsETM* (baseado na abordagem Q4/U com filtro) usando os dados das Tabelas 5.1, 5.3 e 5.4.

### 5.5.1 Variação das condições de contorno elétricas

Como foi mencionado na seção 3.2.2.2 do capítulo 3 e se demonstrou no Anexo A, a excitação por potencial elétrico ou por corrente não são equivalentes. Assim, aqui se deseja demonstrar qual é o efeito de aplicar e variar seja a corrente ou o potencial elétrico num micromecanismo ETM. Na Fig. 5.29(a) é apresentado o domínio de projeto fixo junto com as condições de contorno de um novo problema de projeto. Na Fig. 5.29(b) são ilustradas as topologias obtidas quando se aplicam diferentes potenciais (0,2V; 0,3V; 0,4V; 1V). Já na Fig. 5.30 são apresentadas as topologias obtidas ao aplicar e variar uma corrente elétrica no problema da Fig. 5.29(a). Devido ao fato que é muito difícil encontrar a corrente que gere uma distribuição de corrente elétrica interna igual à obtida com excitação por voltagem, e que permita uma comparação potencial elétrico versus corrente, optou-se por incrementar a corrente elétrica de excitação (na Fig. 5.30) em porcentagens equivalentes aos incrementos dos potenciais aplicados na Fig. 5.29(b). Assim, na Fig.

5.30 a corrente elétrica inicial de 0,32 mA é incrementada em 50% (0,48 mA); 100% (0,64 mA); 400% (1.6 mA).

Das topologias da Fig. 5.29(b) é evidente que a topologia final é muito sensível à magnitude do potencial de excitação, tanto que a topologia para um 1V varia bastante em relação a topologia inicial de 0,2V. No entanto, é mantida uma configuração similar ao se concentrar mais material perto dos pontos de aplicação do potencial elétrico e pouco material na região próxima ao ponto do deslocamento desejado. Já no caso de excitação por corrente a topologia permaneceu quase inalterável nos diferentes casos de carga.

Contudo, da Fig. 5.30, pode-se dizer que a interpretação da topologia ótima na excitação por corrente é muito mais difícil, já que apresenta estruturas em forma de aleta que partem da estrutura principal. Estas aletas se assemelham a um trocador de calor, incrementando as áreas para o fluxo de calor. Na experiência obtida de nossas simulações (não apresentadas neste trabalho) pode-se afirmar que este efeito das aletas não é exclusivo da excitação por corrente apresentando-se, também, em alguns projetos que usam excitação por potencial elétrico. Com fins práticos este efeito das aletas é indesejável já que incrementa a complexidade da topologia e, portanto, a sua fabricação.

Logicamente, em todos os tipos de excitação, seja por corrente ou por potencial elétrico, se o valor aplicado é muito alto não será possível obter uma topologia realista, devido ao fato de se gerar deslocamentos muito superiores à maior dimensão do domínio de projeto fixo. Nesses casos o programa computacional `mesmETM` e `memsETM_camd` sempre gerará uma topologia já que nenhuma restrição na corrente elétrica, nem no deslocamento de saída máximo foi implementada.

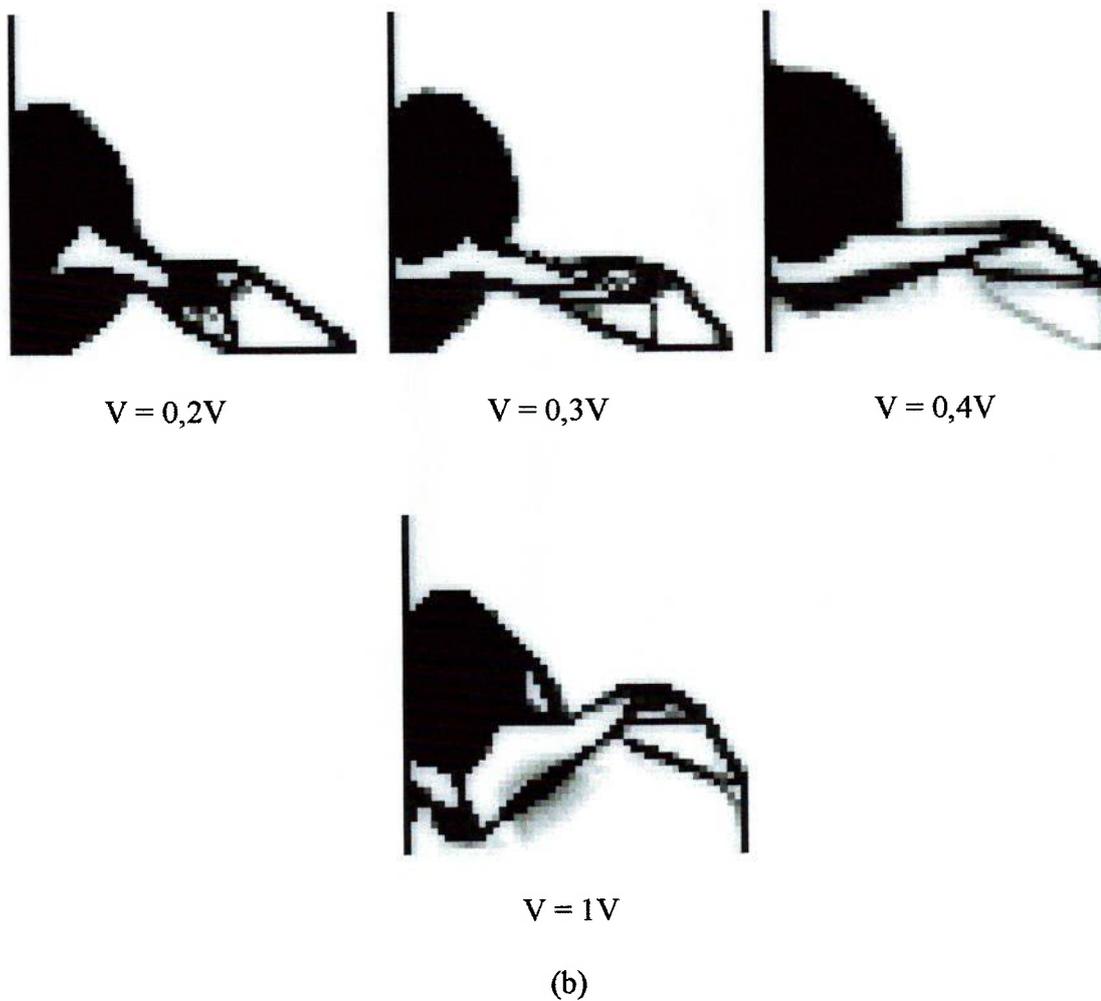
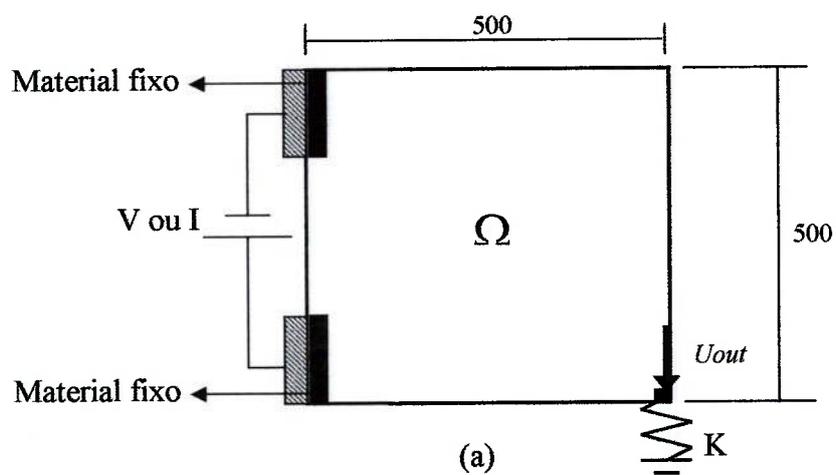


Figura 5.29 – Excitação por potencial elétrico. (a) Domínio de projeto fixo (dimensões em  $\mu\text{m}$ ); (b) topologias para diversos valores de voltagens de entrada.

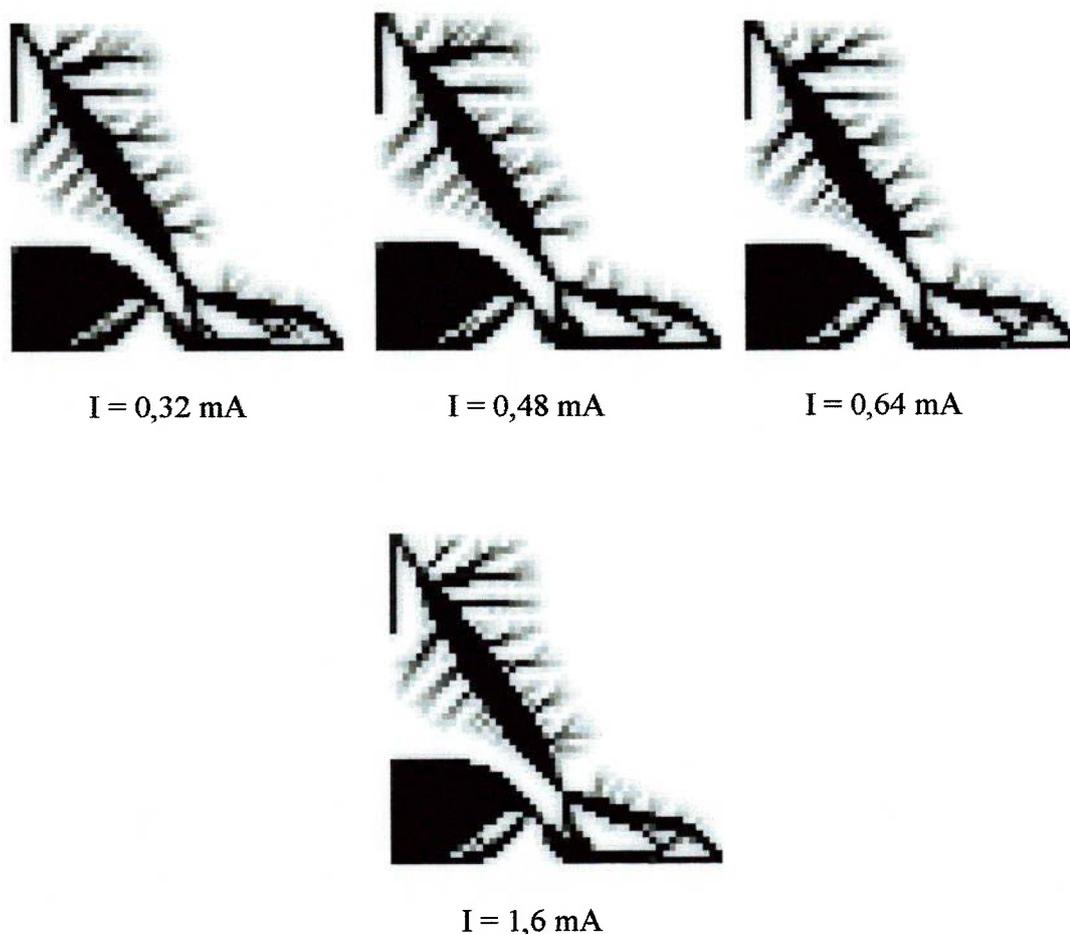


Figura 5.30 – Excitação por corrente e topologias para diversos valores de corrente elétrica de entrada.

### 5.5.2 Variação nas condições de contorno térmicas

Igual ao caso do problema elétrico a variação das condições de contorno térmicas também induzem variações nas topologias e desempenho dos micromecanismos ETM projetados. Muitos fatores podem ser considerados; por exemplo, a influência de incluir ou não transferência de calor por condução, por convecção ou condução de calor no substrato; o valor da temperatura ambiente, entre outros. Aqui, somente são considerados os efeitos da transferência de calor por convecção e do valor da temperatura ambiente.

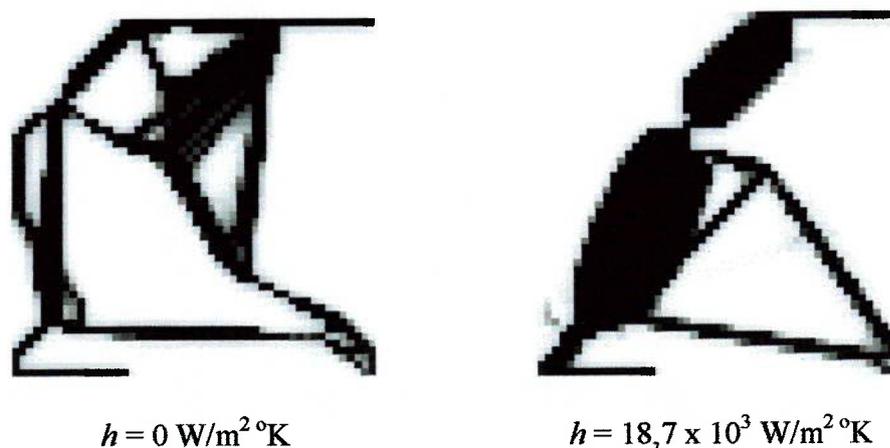


Figura 5.31 – Efeito do coeficiente de convecção  $h$  na topologia ótima do problema proposto na Fig. 5.29(a).

Na Fig. 5.31 observa-se o forte efeito na topologia ótima de incluir a transferência de calor por convecção ou não (coeficiente de convecção térmica igual a zero). No entanto, este exemplo é somente ilustrativo já a transferência de calor por convecção sempre deve ser considerada. Nas topologias da Fig. 5.31 são usadas as propriedades das Tabelas 5.1, 5.3 e 5.4 e representam a solução do problema apresentando na Fig. 5.29(a).

Por outro lado é interessante observar que a topologia final é altamente influenciada segundo a temperatura ambiente especificada. Assim, no problema eletro-térmico descrito no capítulo 3 (ver seção 3.2.2.1) a temperatura em qualquer ponto do micromecanismo pode ser definida como:

$$u_I = \Delta u_I + u_{amb} \quad (5.1)$$

onde  $u_I$  é a temperatura em qualquer ponto do micromecanismo e  $u_{amb}$  a temperatura ambiente. Observe-se que se  $u_{amb} = 0$  a temperatura  $u_I$  representaria uma variação de temperatura. Na literatura (ANANTHASURESH, 2003; SIGMUND, 2001a) costuma-se trabalhar com  $u_{amb} = 0$ ; no entanto, nas diversas simulações feitas neste trabalho se encontrou que este simples fato acarreta importantes modificações nas topologias finais; tanto que, no problema proposto na Fig. 5.1(a) foi impossível obter

uma topologia viável quando se assume  $u_{amb} = 0$ , ver a Fig. 5.32. Na maioria dos casos, ao trabalhar com  $u_{amb} = 0$  é possível obter topologias bem definidas, mas diferentes daquelas que se obteriam se  $u_{amb}$  for diferente de zero, ver a Fig. 5.33. Embora, em todas as simulações feitas com  $u_{amb} = 300$  foi sempre possível obter topologias bem definidas, é importante que o usuário do memsETM ou do memsETM\_camd esteja consciente deste efeito. Para contornar esta dificuldade, os programas computacionais implementados permitem que o usuário defina a temperatura ambiente, ver Anexo D.

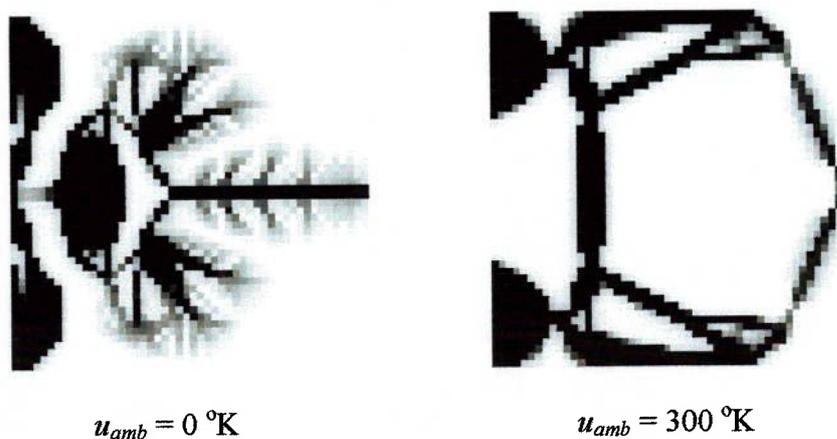


Figura 5.32 – Efeito da temperatura ambiente usando o problema ilustrado na Fig. 5.1(a).

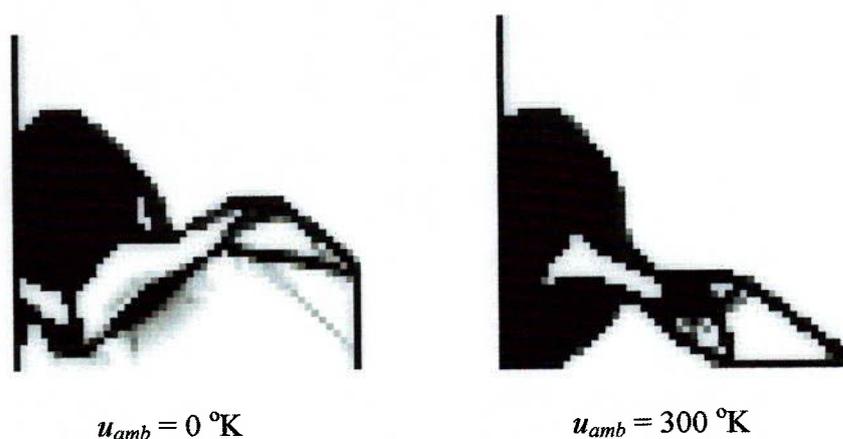


Figura 5.33 – Efeito da temperatura ambiente usando o problema da Fig. 5.29(a).

## 5.6 Projeto e verificação de microatuadores

Nesta seção comprovaram-se os resultados obtidos até o momento como solução dos problemas de microatuadores propostos nas Fig. 5.1(a), 5.2(a), 5.3(a) e 5.29(a). As avaliações e interpretações dos resultados são feitas no programa comercial de elementos finitos ANSYS. Assim, uma vez obtida a topologia ótima, podemos então interpretar a geometria final do microatuador ETM. A interpretação é uma das tarefas que exige muita atenção dentro do processo de obtenção do mecanismo otimizado, pois qualquer falha nessa operação pode comprometer o resultado da otimização. Geralmente, pode ser realizada por meio de processamento de imagem ou simplesmente desenhando o contorno sobre a imagem da topologia usando um “CAD”.

A interpretação dos resultados da Otimização Topológica não é uma atividade simples, principalmente se for realizada manualmente, pois existem alguns aspectos, como a presença de escalas de cinza que, mesmo ocorrendo numa quantidade muito pequena, dificultam a interpretação da topologia. Por exemplo, se desprezarmos as escalas de cinza obteremos um mecanismo mais flexível do que o esperado, ou se considerarmos essas escalas de cinza como material totalmente sólido aumentaremos a rigidez do mecanismo, e assim por diante. Os softwares implementados neste trabalho permitem gerar, para a configuração de topologia ótima, uma malha de elementos finitos em formato padrão do ANSYS, o que permite a análise e verificação do comportamento da topologia obtida, através do MEF. Porém, não contemplam nenhum recurso sofisticado, que permita a interpretação do contorno da topologia otimizada, de forma automatizada. O que pode se constituir em um tema de interesse para trabalhos futuros. Neste trabalho, as interpretações das topologias ótimas foram realizadas manualmente preenchendo, no ANSYS, as regiões com buracos muitos pequenos e difíceis de fabricar. Além disso, eliminam-se as variáveis de projeto com valores inferiores a 0,5, assumindo que representam material com densidade intermediária, ver a seção C.3 do Anexo C.

A seguir nas Fig. 5.34 até 5.37 são apresentadas as topologias obtidas pelo memsETM e sua interpretação usando o ANSYS, dos problemas das Fig. 5.1(a), 5.2(a), 5.3(a) e 5.29(a), respectivamente. Nessas figuras também é examinado se os comportamentos dos microatuadores de um grau de liberdade atendem as especificações impostas no projeto; ou seja, obter o deslocamento desejado quando um potencial elétrico é aplicado, mantendo-se as condições de contorno definidas pelo usuário. Além disso, é apresentado também as distribuições de temperatura e das tensões de von Mises quando o microatuador é atuado. Para obter os resultados foram usados, em todos os casos, os valores das Tabelas 5.1, 5.3 e 5.4, discretizando o domínio de projeto fixo em 2500 elementos finitos e com um potencial de excitação de 0,2V. Por outro lado, e embora não sejam apresentadas, as topologias obtidas com o programa memsETM\_camd (apresentadas nas Fig. 5.4(c), 5.5(c), e 5.6(c)), também foram verificadas e cumpriram com os requisitos propostos.

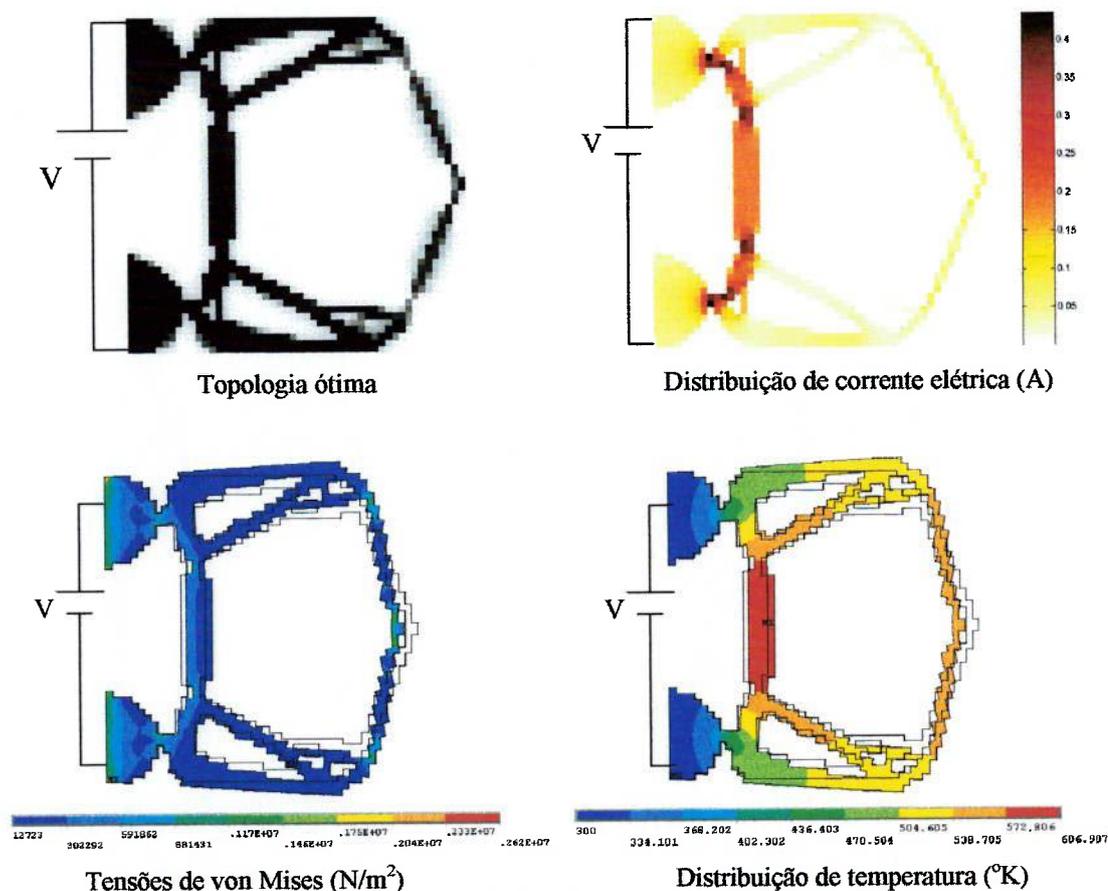


Figura 5.34 – Avaliação da topologia ótima final do problema da Fig. 5.1(a).

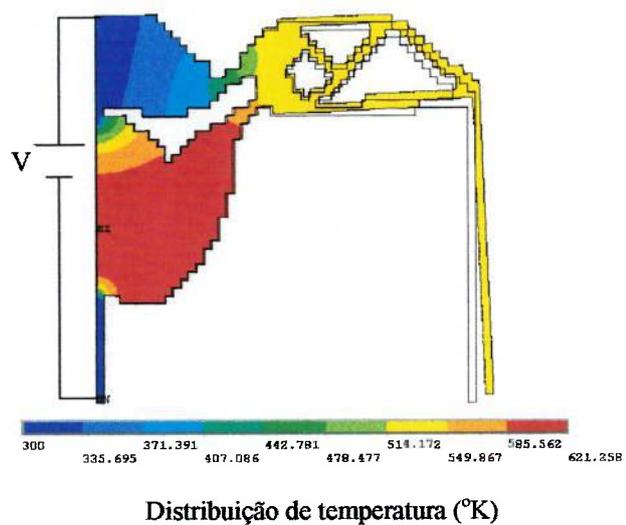
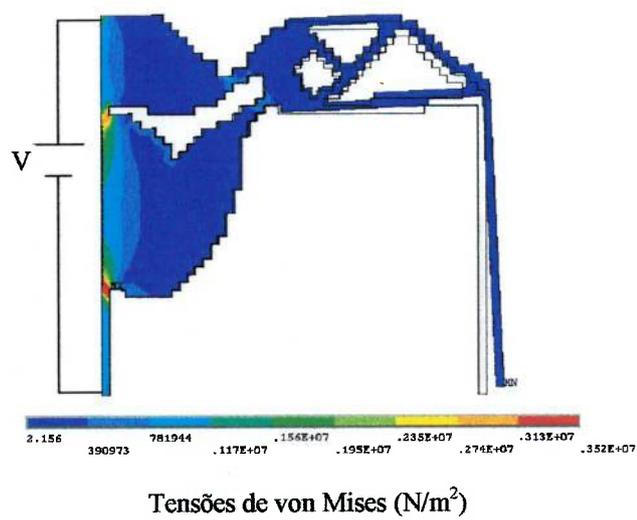
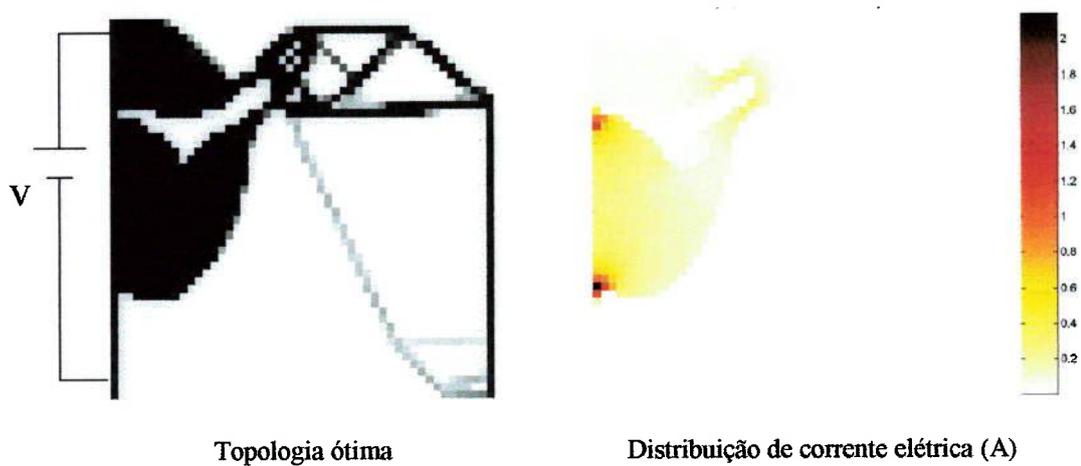


Figura 5.35 – Simulações e avaliação da topologia ótima final do problema da Fig. 5.2(a).

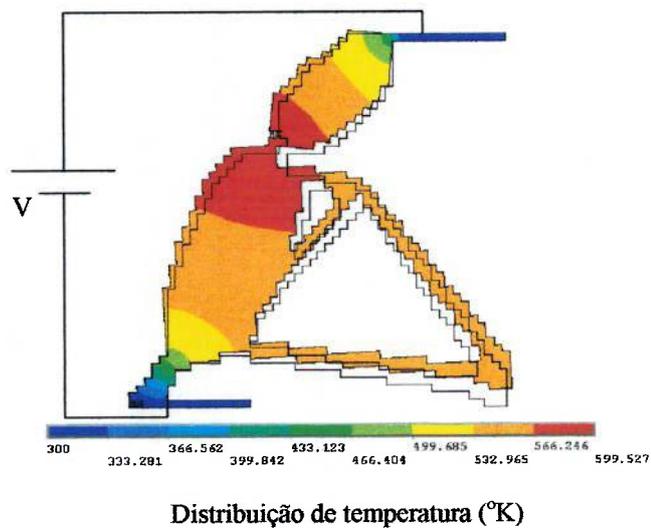
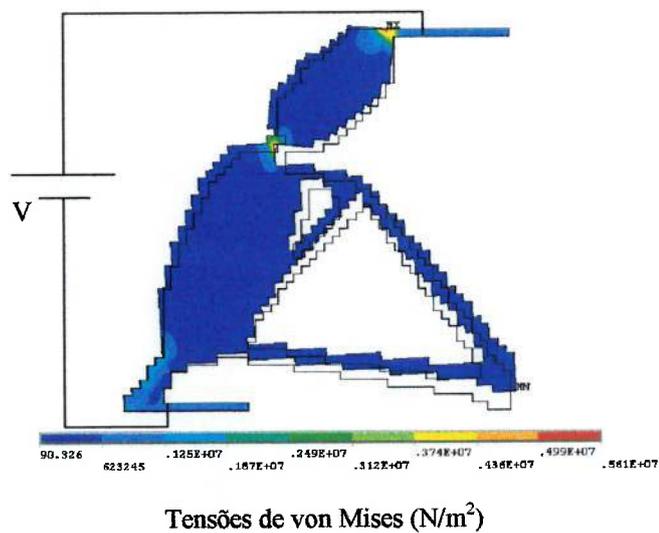
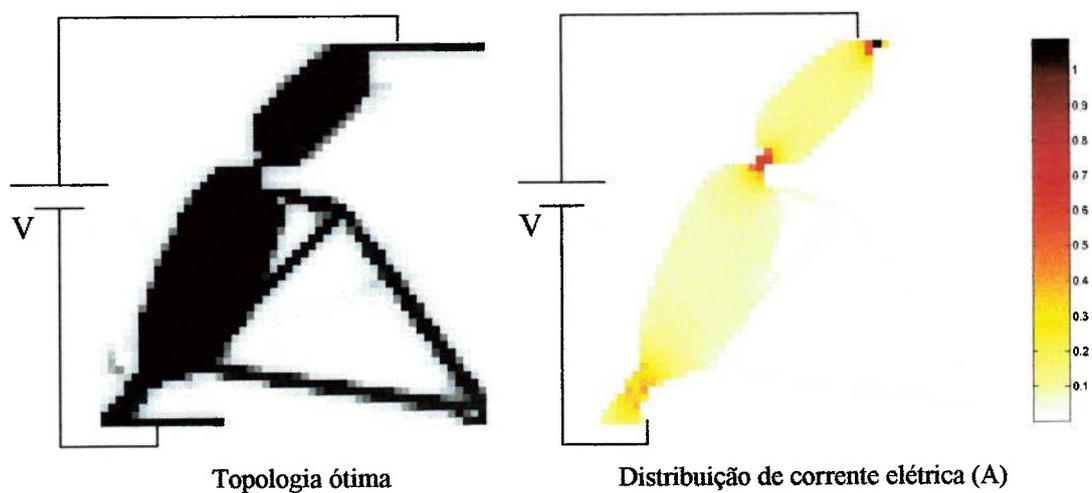


Figura 5.36 – Simulações e avaliação da topologia ótima final do problema da Fig. 5.3(a).

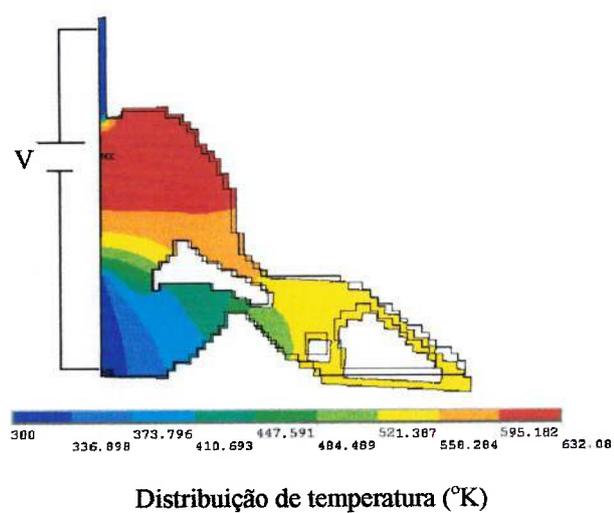
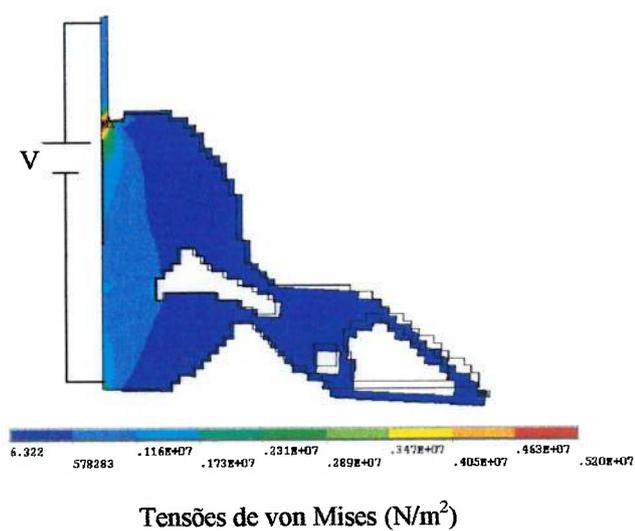
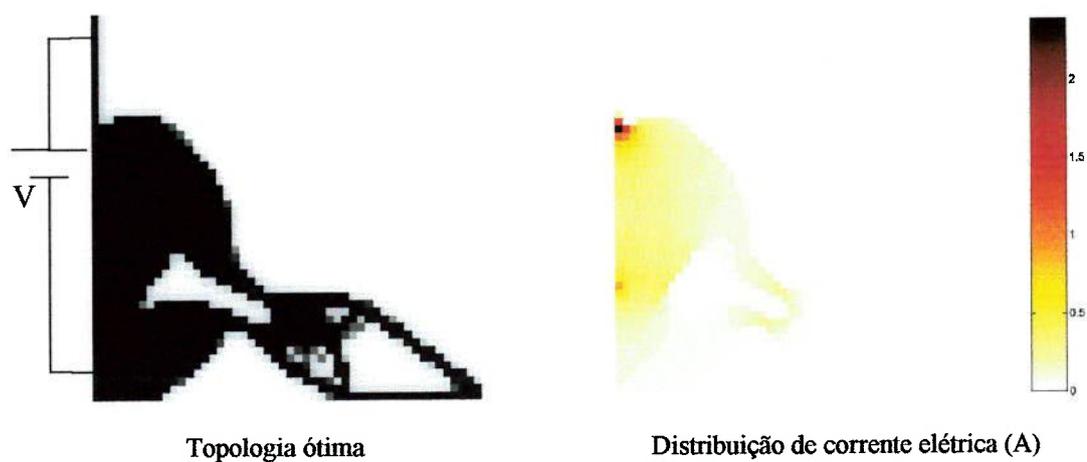
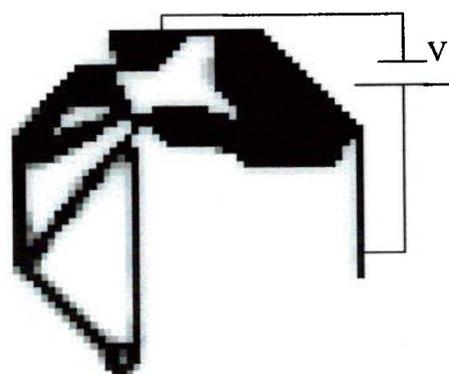
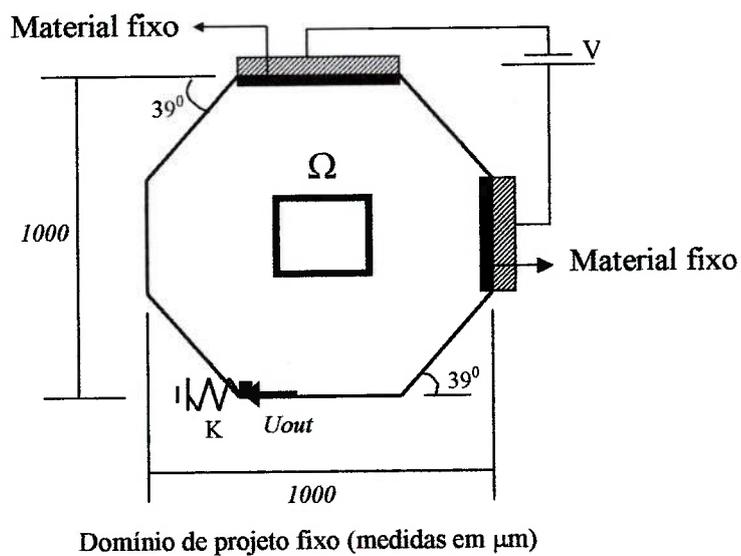


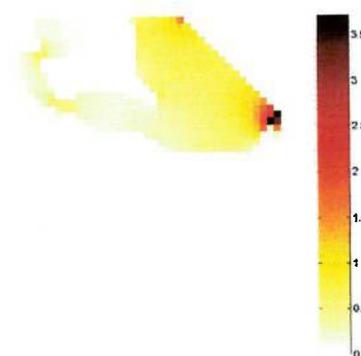
Figura 5.37 – Simulações e avaliação da topologia ótima final do problema da Fig. 5.29(a).

Das Fig. 5.34 até 5.37 pode-se concluir que o memsETM projeta microatuadores que cumprem tanto com as condições de projeto (deslocamento desejado) como de contorno (restrições de temperatura ambiente e de deslocamentos nulos). Contudo, foi evidente que existe um deslocamento acoplado ao deslocamento de saída; em outras palavras, um deslocamento na direção perpendicular do desejado, principalmente no projeto da Fig. 5.35. Esse deslocamento acoplado reduz a precisão dos microatuadores. Igualmente, em todos os projetos o programa produz topologias com bastante material perto das regiões de aplicação do potencial elétrico, que garantem rigidez, seguidas de regiões com pouco material e que “simulam” uma estrutura flexível, as quais produzem a flexibilidade suficiente para obter o deslocamento. Estas “regiões flexíveis” se encontram perto do ponto que gera o deslocamento de saída desejado.

O leitor poderia assumir que os programas desenvolvidos neste trabalho somente lidam com domínios bem definidos; ou seja, domínios retangulares. Mas o memsETM e o memsETM\_camd são programas capazes de projetar microatuadores ETM em domínios cuja geometria ofereça uma certa complexidade, como cantos pontiagudos, por exemplo. Neste caso dois enfoques poderiam ser usados. Primeiro, desenhando o domínio de forma irregular e discretizando-o com elementos finitos que muito provavelmente apresentarão uma forma muito irregular, que podem levar a problemas numéricos no cálculo do Jacobiano do elemento (BATHE, 1996). Segundo, desenhando um domínio retangular no qual, após a discretização, serão definidas “regiões vazias” ou regiões que representem buracos preenchidos de ar. Neste último caso, pode-se usar para os elementos finitos das regiões vazias um material de propriedades próximas do ar ou, pode-se atribuir às variáveis de projeto dessas regiões vazias um valor que represente um buraco; por exemplo,  $1 \times 10^{-5}$ . Contudo, tanto o memsETM e o memsETM\_camd podem trabalhar com quaisquer dos enfoques mencionados para definir geometrias irregulares. Nas Fig. 5.38 e 5.39 apresentam-se duas topologias ótimas a partir de domínios de projetos fixos irregulares.



Topologia ótima



Distribuição de corrente (A)

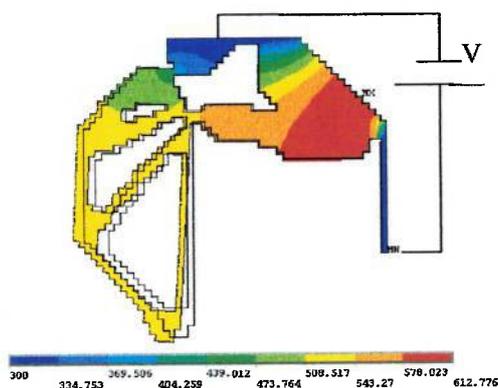
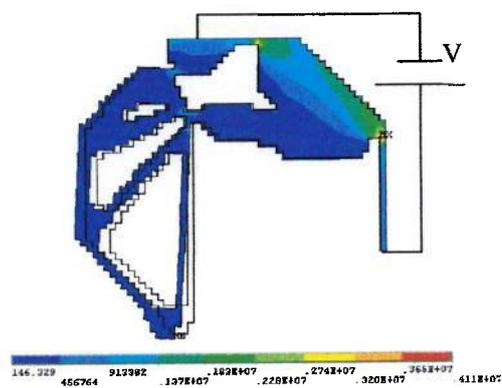
Distribuição de temperatura ( $^{\circ}\text{K}$ )Tensões de von Mises ( $\text{N/m}$ )

Figura 5.38 – Projeto e simulação de um microatuador ETM num domínio irregular.

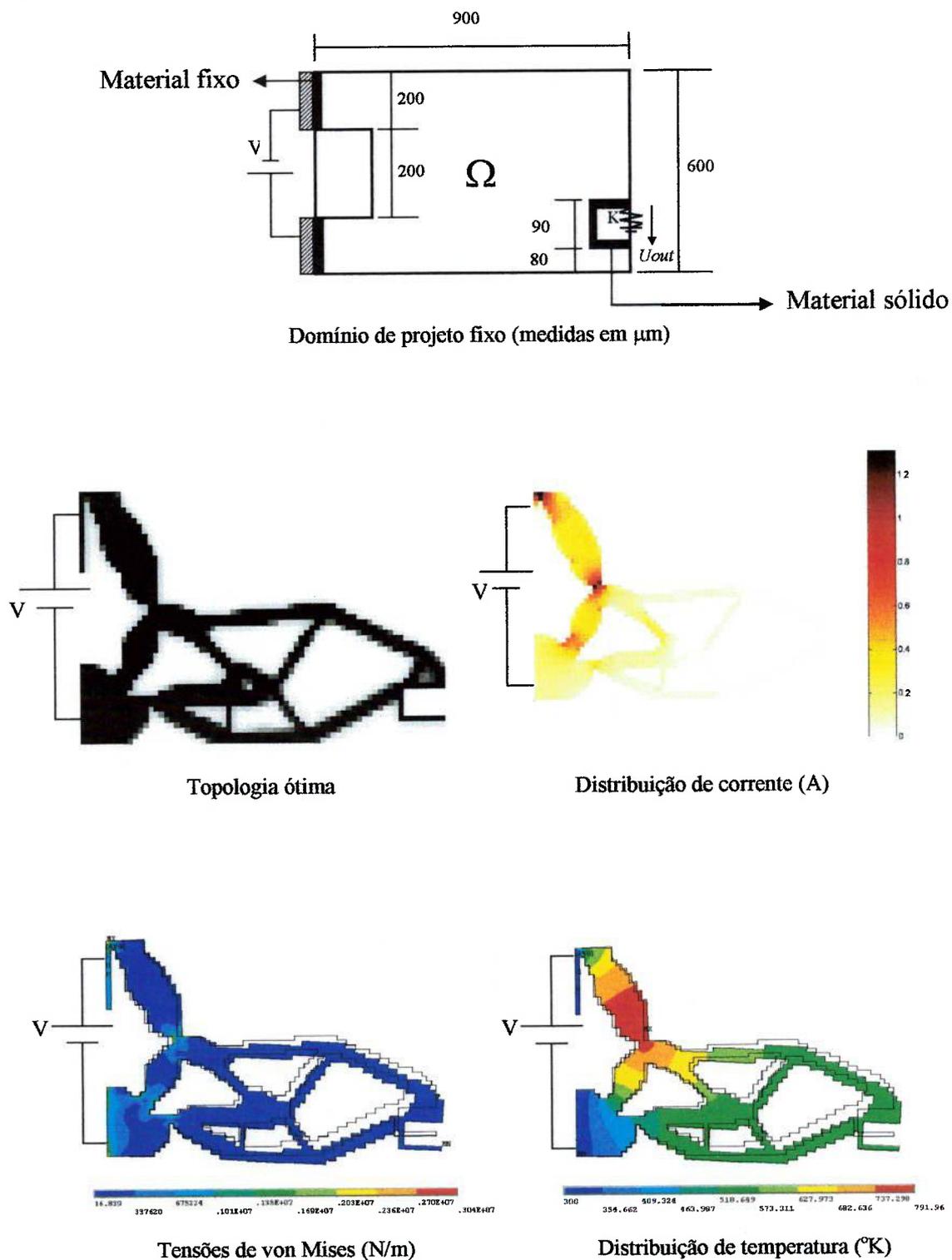
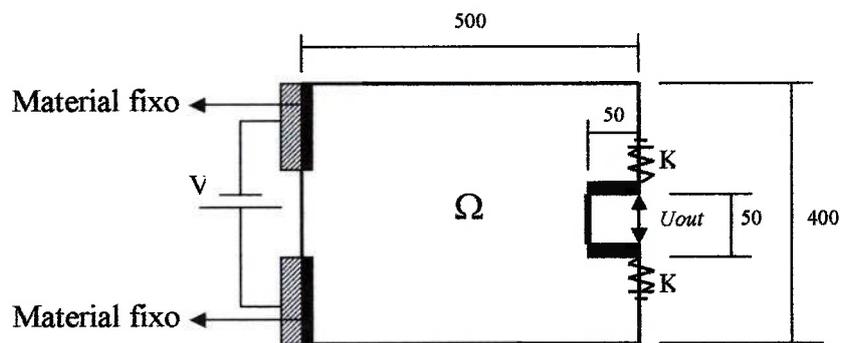


Figura 5.39 – Projeto e simulação de um microatuador ETM num domínio com buracos internos.

Os microatuadores das Fig. 5.38 e 5.39 foram projetados usando a abordagem Q4/U com filtro (memsETM), aplicando em todos os casos uma voltagem de 0,2 V e os dados das Tabelas 5.1, 5.3 e 5.4. O domínio da Fig. 5.38 foi discretizado em 2500 elementos finitos quadrados de quatro nós, e na Fig. 5.39 com 3290 elementos finitos. Como se esperava, através das simulações em ANSYS, o memsETM conseguiu projetar microatuadores ETM que cumprem com os requisitos de projeto em domínios muito irregulares, respeitando sempre as regiões que devem permanecer vazias ou com sólido. No entanto, continuou a tendência de concentrar-se mais material nas regiões próximas da aplicação do potencial elétrico, e a presença de um pequeno deslocamento acoplado perpendicular ao deslocamento de saída desejado.

## 5.7 Projeto de microgarras

Uma outra aplicação dos micromecanismos ETM é no projeto de micropiças ou microgarras. Entendendo-se como microgarra o atuador capaz de segurar um objeto em uma das suas extremidades, enquanto for aplicado um potencial elétrico no extremo oposto, e cujas medidas não superam a ordem de alguns milímetros. O memsETM e o memsETM\_camd foram projetados de forma que permitam o projeto deste tipo de atuadores. Para exemplificar três projetos de microgarras são desenvolvidos. Os projetos estão definidos nos domínios de projeto apresentados nas Fig. 5.40, 5.41 e 5.42, para o exemplo um, dois e três, respectivamente. O domínio de projeto da primeira microgarra foi discretizado com 3500 elementos finitos e com 4000 em cada um dos outros dois exemplos. Em todos os exemplos de microgarras usaram-se os dados das Tabelas 5.1, 5.3 e 5.4, o programa memsETM, e uma entrada de 0,3 V (no projeto da Fig. 5.40 o potencial elétrico de entrada foi de 0,2 V). As topologias ótimas foram simuladas no ANSYS, apresentando-se em cada caso a distribuição de temperatura na microgarra. No terceiro exemplo, Fig. 5.42, a rigidez da peça atuada K é de  $1 \times 10^5$  N/m.



Domínio de projeto fixo (medidas em  $\mu\text{m}$ )

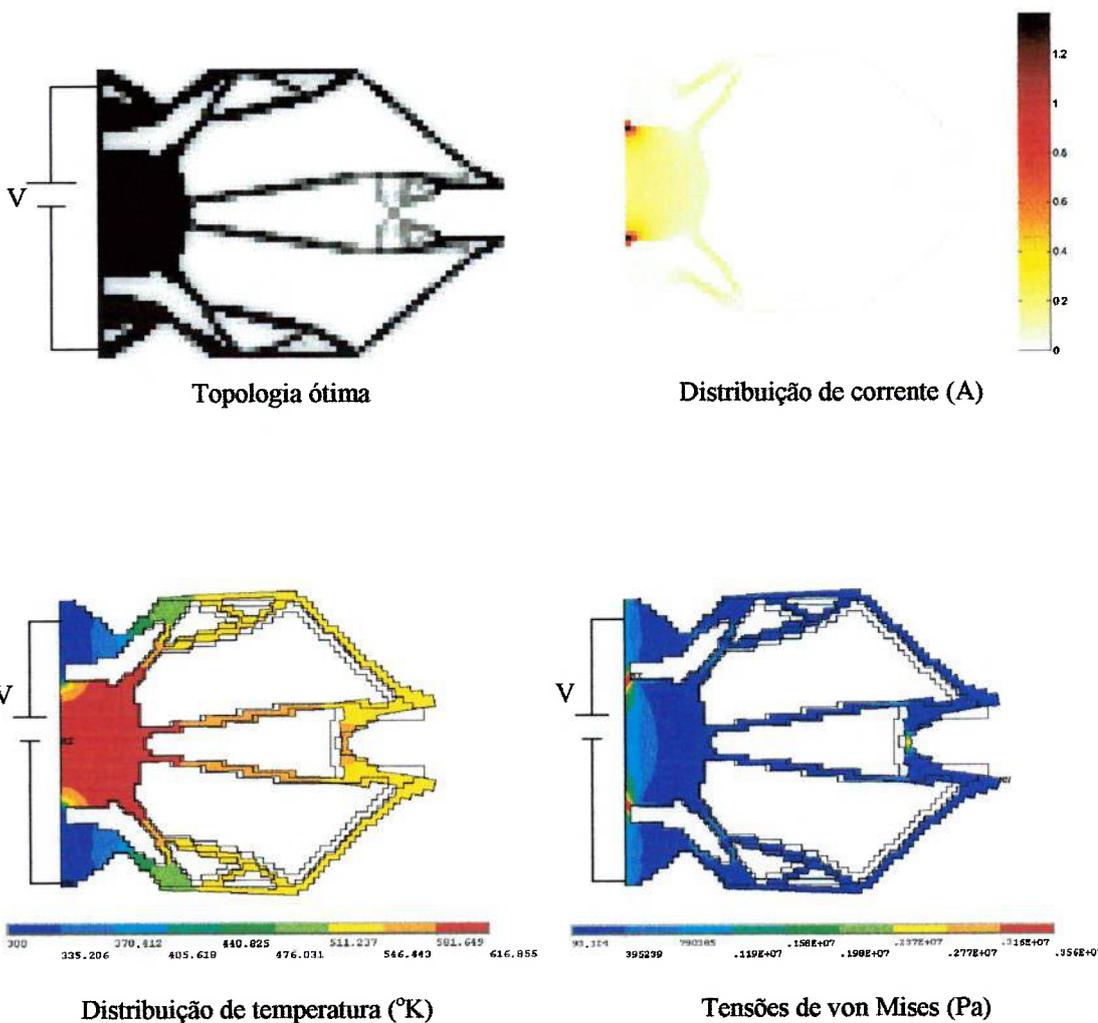


Figura 5.40 – Exemplo 1. Projeto ótimo e simulação de uma micropinça.

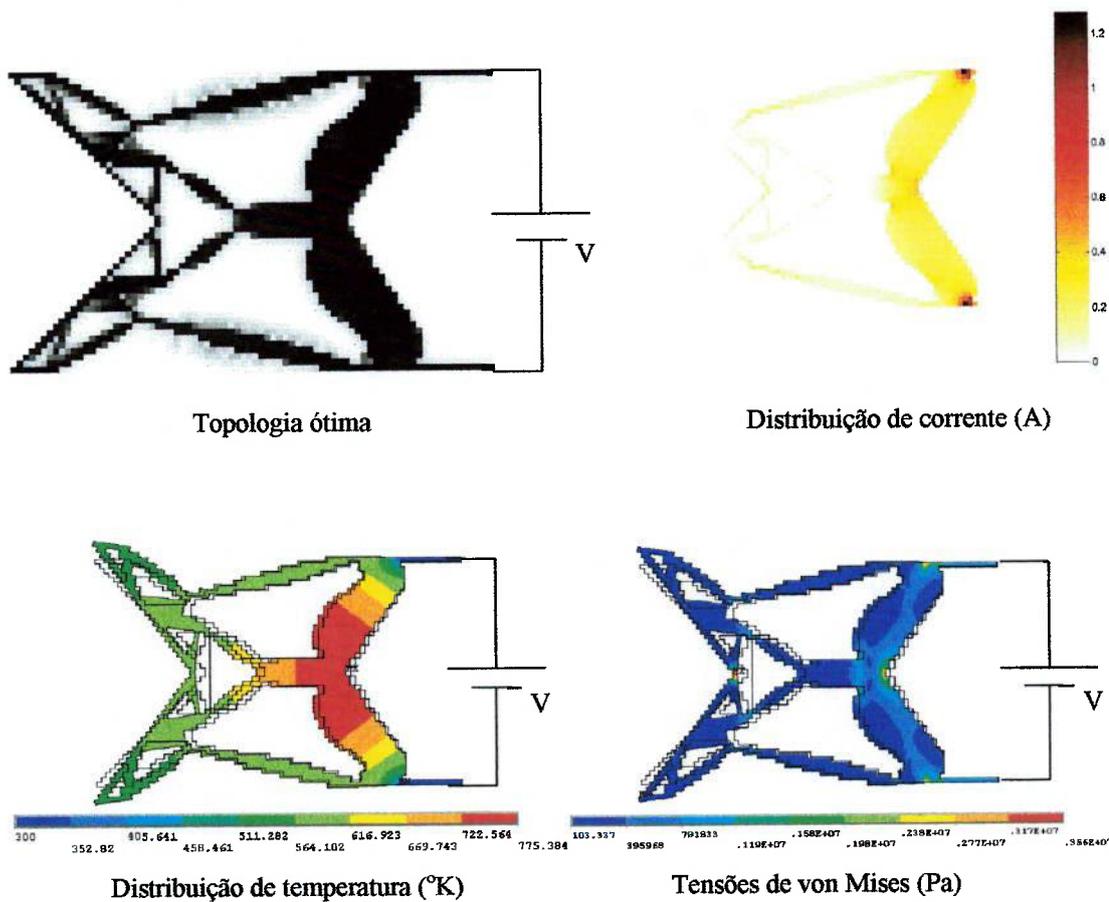
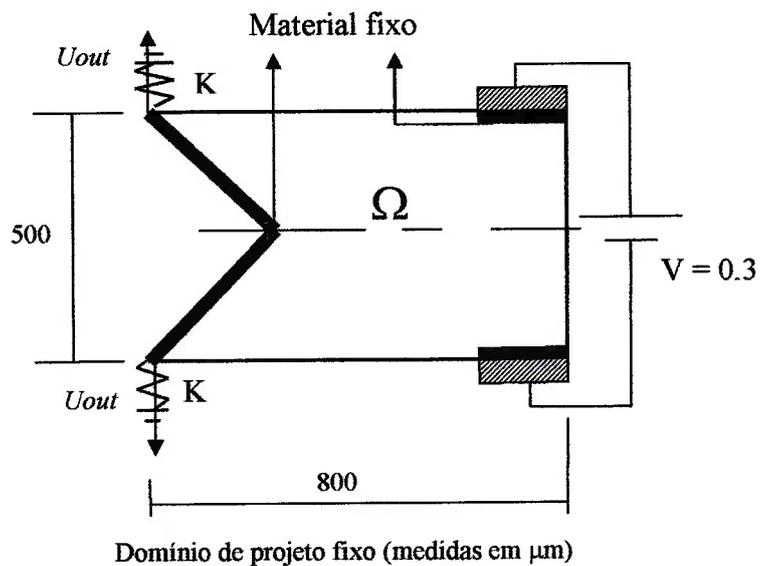


Figura 5.41 – Exemplo 2. Projeto ótimo e simulação de um microgrampo.

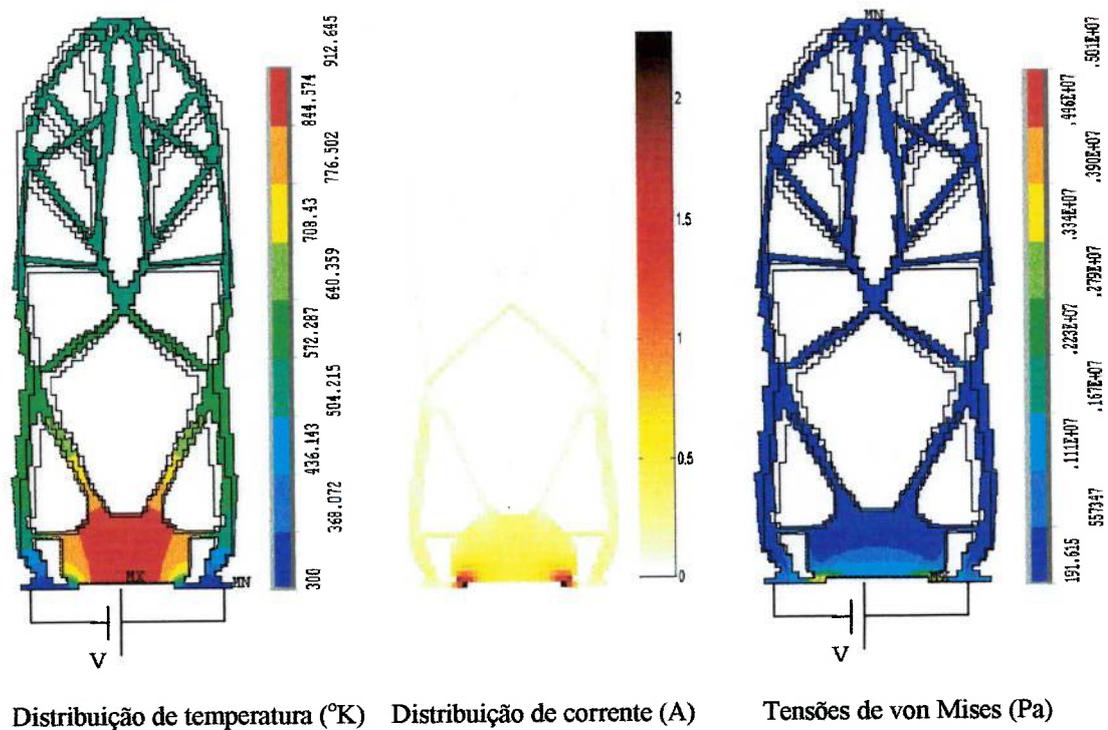
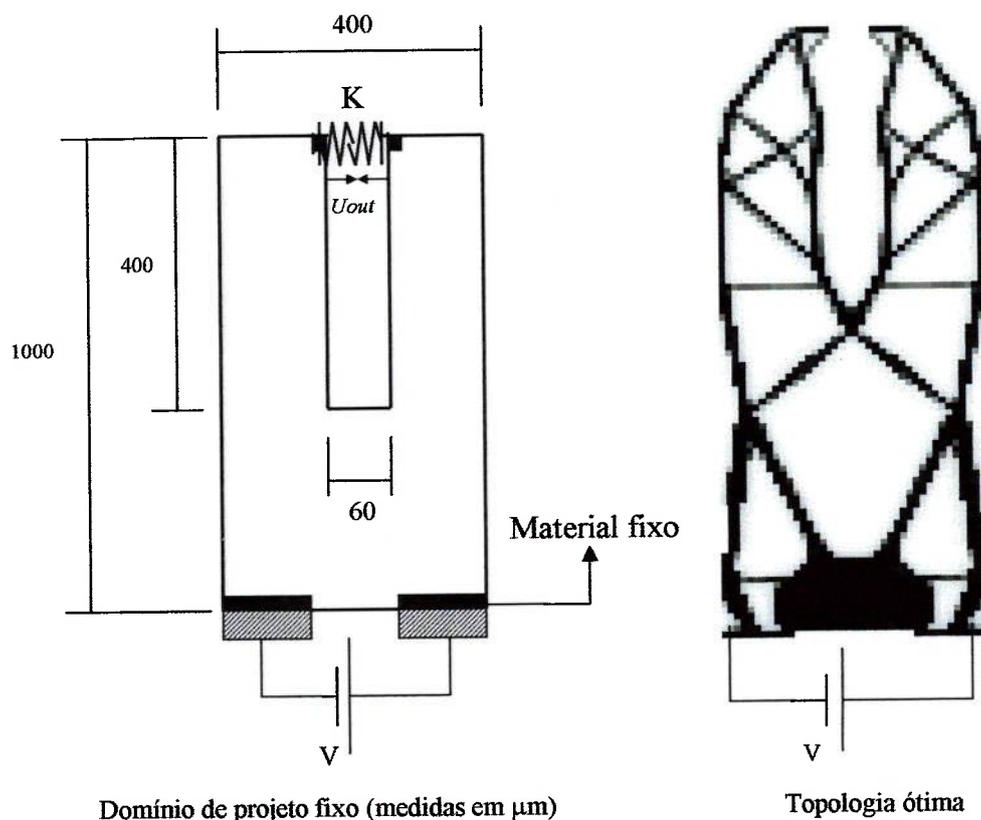


Figura 5.42 – Exemplo 3. Projeto ótimo e simulação de uma microgarra.

## 5.8 Avaliação com resultados da literatura

Nesta seção é avaliado o programa **memsETM** mediante a comparação dos seus resultados com alguns encontrados na literatura. São feitas duas comparações, as quais se observam nas Fig. 5.43 e 5.44. Os exemplos da literatura foram extraídos de SIGMUND (2001a) e JONSMANN (1999). Em todos os casos foi obtido um atuador muito similar ao encontrado na literatura, mas não iguais; pois embora fossem utilizadas as mesmas propriedades do material e do meio ambiente, foram utilizados diferentes métodos de solução do problema de otimização. No caso da literatura foi utilizado o método do movimento assintótico (MMA) (SVANBERG, 1987) e assume-se não linearidade geométrica no modelo de MEF. Em nosso caso foi utilizada a programação linear seqüencial (PLS ou "SLP" em inglês), sem considerar análise não-linear de deslocamento. Além disso, SIGMUND (2001a) e JONSMANN (1999), não usaram o método da continuação dos fatores de penalidade  $p$ 's; pelo contrário, eles trabalham com um valor de  $p$  igual durante todo o processo iterativo. Por outro lado, eles usam uma filtragem espacial aplicada sobre as sensibilidade, onde se substitui a sensibilidade do elemento em questão com um peso ponderado das sensibilidades dos seus vizinhos dentro de um raio dado. Neste trabalho foi utilizada uma filtragem direta sobre os limites móveis. Contudo, o importante é ressaltar que nossos projetos produzem os deslocamentos desejados utilizando topologias muito similares às encontradas na literatura. Os projetos obtidos pelo **memsETM** e pela literatura usaram um potencial elétrico de 0,3V e uma rigidez da peça atuada de 100 N/m. Os outros dados utilizados de material (Níquel), das condições de contorno e parâmetros do MOT são apresentados nas Tabelas 5.1, 5.3 e 5.4, respectivamente. Os exemplos da literatura usaram 5000 elementos finitos, e os projetos do **memsETM** 3500 elementos finitos quadrados de quatro nós. Para observar os resultados da literatura se remite o leitor aos trabalhos de SIGMUND (2001a) e JONSMANN (1999).

Na Tabela 5.5 podem-se observar os dados de deslocamentos de saída desejados e de temperaturas máximas obtidos nos dois exemplos, Fig. 5.43 e 5.44.

Tabela 5.5 – Comparação entre resultados da literatura e do memsETM.

|   | Exemplo da Fig. 5.43 |         | Exemplo da Fig. 5.44 |         |
|---|----------------------|---------|----------------------|---------|
|   | Literatura           | memsETM | Literatura           | memsETM |
| $U_{out}$ ( $\mu\text{m}$ )               | 21 aprox.            | 15.50   | 16.3                 | 24.67   |
| Temperatura máxima ( $^{\circ}\text{K}$ ) | 1030                 | 1010    | 638                  | 836     |

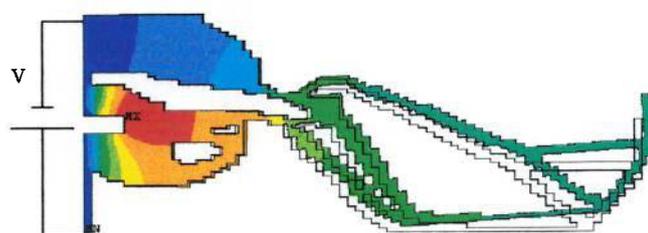
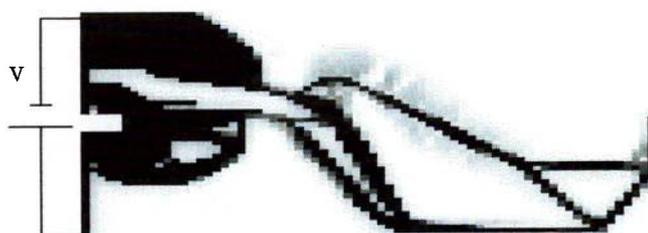
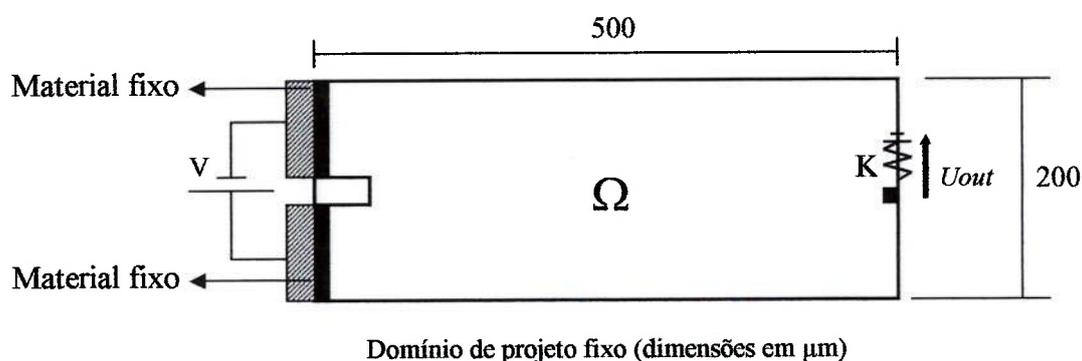
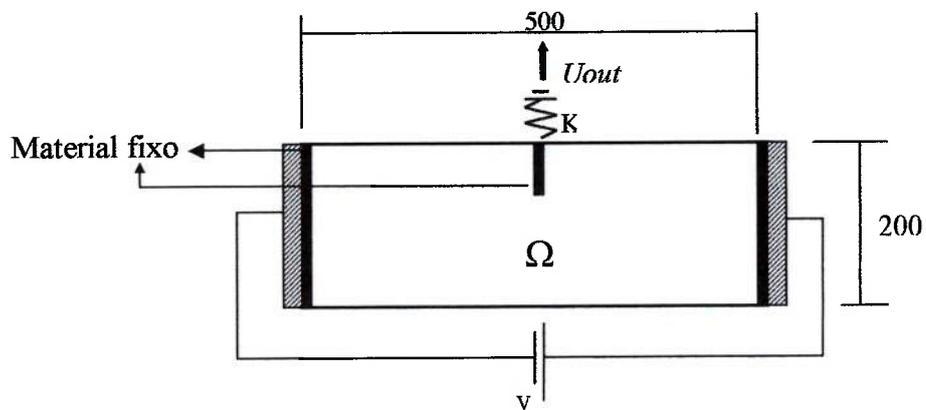
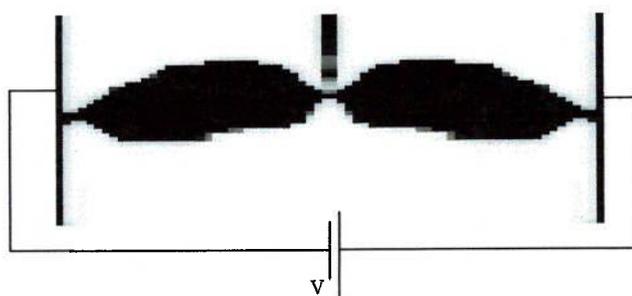


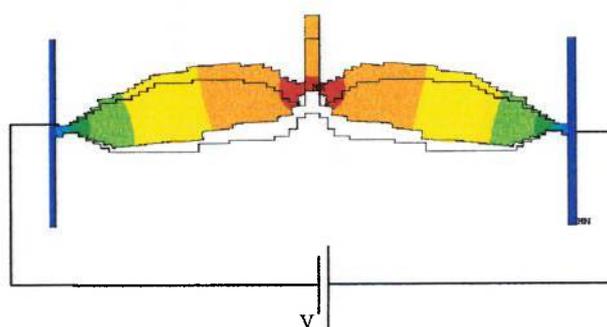
Figura 5.43 – Exemplo 1. Avaliação do memsETM com exemplos extraídos da literatura.



Domínio de projeto fixo (dimensões em  $\mu\text{m}$ )



Topologia ótima do memsETM



Deslocamento gerado e distribuição de Temperatura segundo o memsETM

Figura 5.44 – Exemplo 2. Avaliação do memsETM com exemplos extraídos da literatura.

## 5.9 Resultados do memsETM versus resultados intuitivos

Durante todo este capítulo apresentaram-se resultados de micromecanismos ETM usando OT, mas ainda não se comprovou se realmente está técnica gera microatuadores ETM de forma sistemática e provavelmente com maiores deslocamentos de saída que os tradicionais. Estes últimos geralmente desenvolvidos por tentativa e erro. O problema proposto é apresentado na Fig. 5.45. Uma solução intuitiva a este problema é o atuador Guckel (GUCKEL, 1992), ver Fig. 5.46, o qual é amplamente discutido na literatura (CHEN et al., 2002; MOULTON; ANANTHASURESH, 2000; COMTOIS et al., 1998, entre outros). O atuador Guckel é um bom representante dos “MEMS” eletrotermomecânicos intuitivos. O princípio de funcionamento do atuador Guckel é simples. Devido à alta resistência na parte mais “delgada” a intensidade de corrente é maior nessa parte da estrutura, ver Fig. 5.46. Essa alta intensidade de corrente resulta num incremento na temperatura pelo efeito Joule. Portanto, a parte mais delgada deformar-se-á mais que a região oposta, gerando-se uma deflexão.

Para observar se um melhor microatuador pode ser obtido, a otimização topológica (OT) é usada para solucionar o mesmo problema da Fig. 5.45, mas permitindo que o material se distribuisse livremente dentro do domínio de projeto fixo. O microatuador otimizado por OT é apresentado na Fig. 5.47. Observa-se que neste caso existe um alto incremento de temperatura perto dos terminais elétricos. O microatuador resultante da OT é mais complexo, mas gera um deslocamento 73.55% superior respeito do microatuador Guckel ou intuitivo. No entanto, a temperatura máxima é superior no atuador projetado com OT, ver a Tabela 5.6. Contudo, a funcionalidade do microatuador otimizado com OT é similar ao microatuador Guckel, gerando um deslocamento vertical no extremo oposto à aplicação do potencial elétrico. O leitor não deve esquecer que a OT, mais que gerar micromecanismos ETM com maiores deslocamentos de saída que os intuitivos é um método sistemático e genérico para esse projeto. Assim, não deve espera sempre obter topologias que gerem maiores deslocamentos que os microatuadores ETM intuitivos. No entanto, se pode esperar projetá-los sistematicamente.

Nas topologias apresentadas nas Fig. 5.46 e 5.47 foram usados os dados das Tabelas 5.1, 5.3 e 5.4 e uma discretização de 3500 elementos finitos. O potencial elétrico aplicado é de 0,3 V.

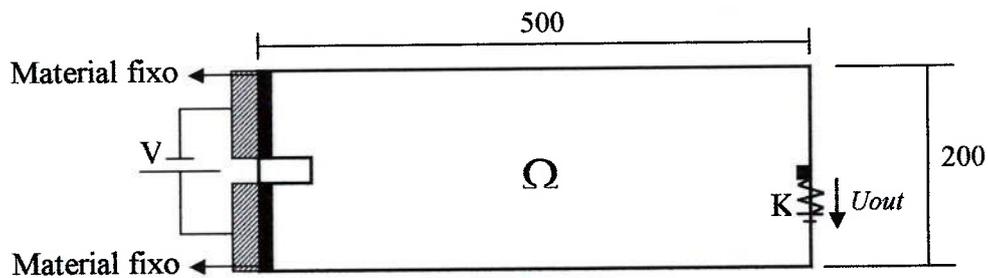
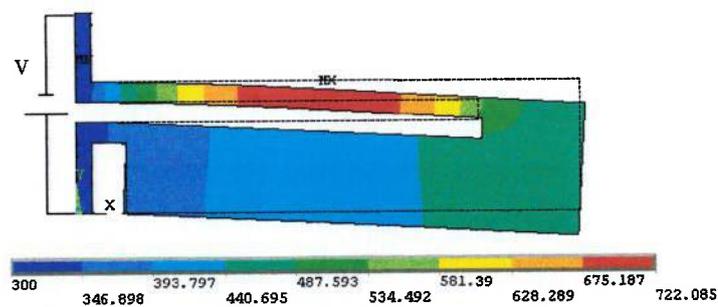
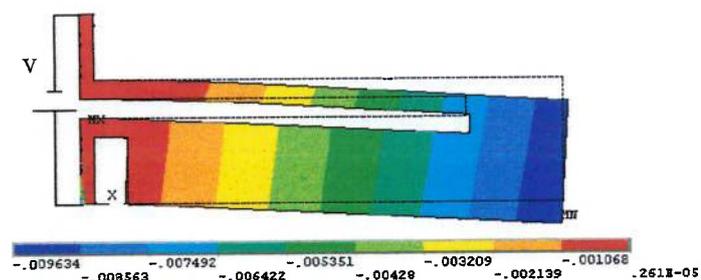


Figura 5.45 – Domínio de projeto fixo e condições de contorno para projetar um micromecanismo ETM intuitivo e por OT.

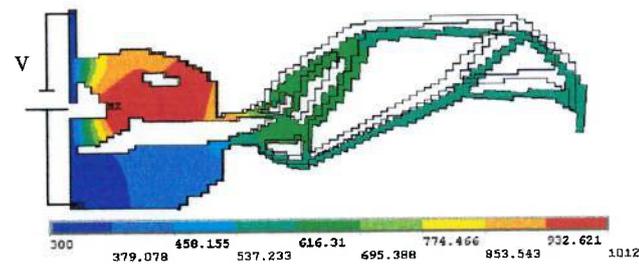


Distribuição de temperatura e deformação

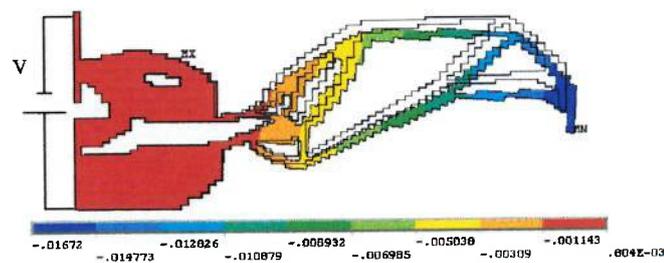


Deslocamentos na direção vertical (mm) e deformação

Figura 5.46 – Solução intuitiva para o problema da Fig. 5.45.



Distribuição de temperatura e deformação



Deslocamentos na direção vertical (mm) e deformação

Figura 5.47 – Solução por OT do problema da Fig. 5.45.

Tabela 5.6 – Resultados dos microatuadores ETM intuitivos e projetados com OT

| Microatuador ETM      | $U_{out}$ ( $\mu\text{m}$ ) | Temperatura máxima ( $^{\circ}\text{K}$ ) |
|-----------------------|-----------------------------|---|
| Intuitivo (Fig. 5.46) | -9.634                      | 722.085                                   |
| OT (Fig. 5.47)        | -16.72                      | 1012                                      |

### 5.10 Micromecanismos ETM com múltiplos graus de liberdade

O próximo exemplo demonstra como microatuadores ETM com múltiplos graus de liberdade podem ser projetados usando o método de otimização topológica, cujo problema de otimização foi descrito no capítulo 4. O problema de projeto é apresentado na Fig. 5.48(a). O objetivo é projetar um microatuador de posicionamento XY, que mova no eixo X (horizontal) o ponto de saída A, ver Fig.

5.48(a), quando um potencial elétrico é aplicado entre o terminal inferior e superior esquerdo (ver Fig. 5.48(b)) e vertical (eixo Y) quando um potencial elétrico é aplicado entre o terminal inferior e superior direito (ver Fig. 5.48(c)). A rigidez das peças atuadas é de 40 N/m cada uma, e o volume de material a ser distribuído é 22% do domínio de projeto fixo. As entradas de voltagem para cada *gdl* são de 0,3V e o valor do peso  $W_1$  na função objetivo é de 0,9 e  $W_2$  de 0,1 (ver a eq.(4.2) do capítulo 4). Os outros dados para a otimização são os mostrados nas Tabelas 5.1, 5.3 e 5.4. O domínio de projeto fixo foi discretizado com 4200 elementos finitos quadrados de quatro nós.

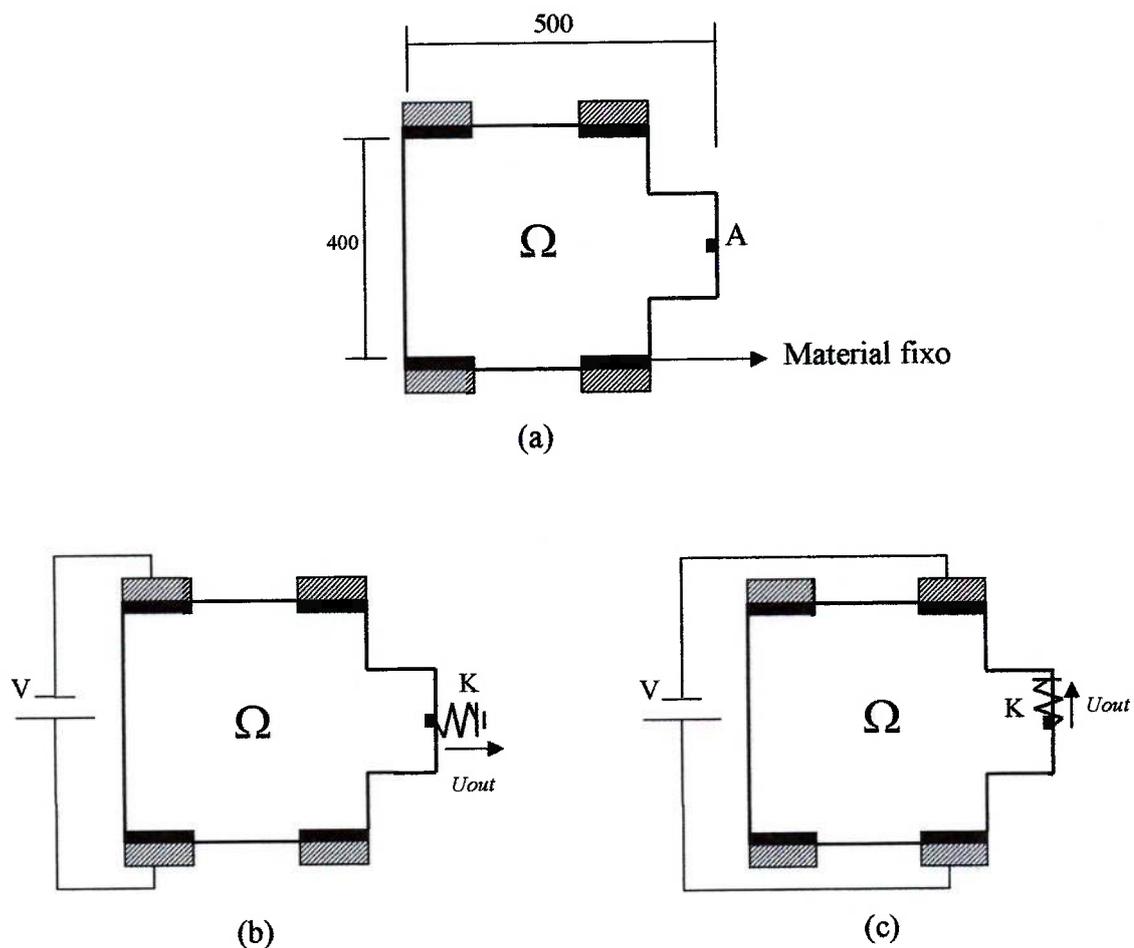
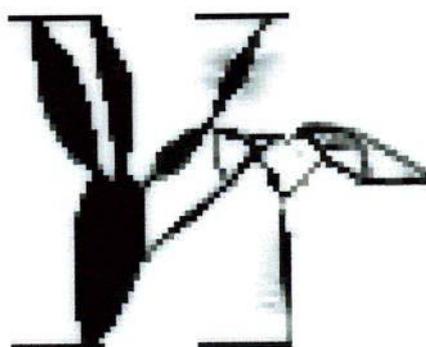


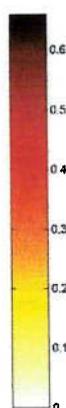
Figura 5.48 - Micromecanismo ETM com múltiplos graus de liberdade. (a) Domínio de projeto fixo (dimensões em  $\mu\text{m}$ ); (b) carregamento 1; (c) carregamento 2.



Topologia ótima final



Distribuição de corrente no caso de carga 1



Distribuição de corrente no caso de carga 2

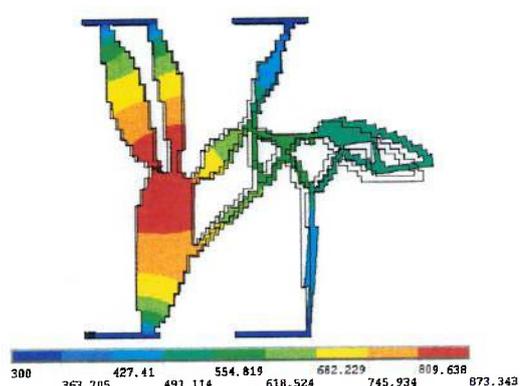
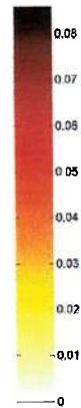
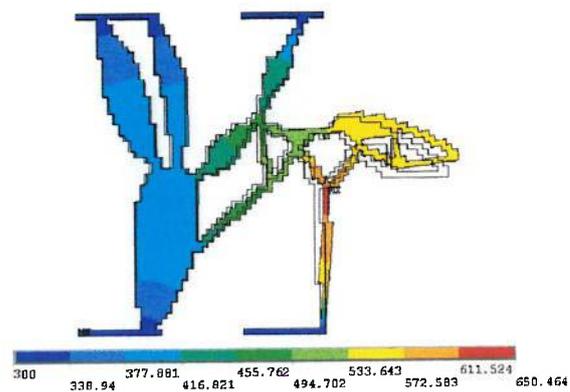
Distribuição de temperatura e deformação  
no caso de carga 1Distribuição de temperatura e deformação  
no caso de carga 2

Figura 5.49 – Topologia ótima final, distribuição de corrente e temperatura para o problema da Fig. 5.48.

Na Fig. 5.49 pode-se observar a topologia do micromecanismo obtido com o programa memsETM e de algumas simulações realizadas como distribuição de corrente, temperatura e deslocamentos gerados em cada caso de carregamento (cada grau de liberdade). Efetivamente o programa gera um micromecanismo ETM que se desloca na direção desejada quando um potencial elétrico é aplicado em cada caso de carregamento. Além disso, observa-se que a distribuição de corrente em cada caso de carga ocorre como esperado, entre cada par de terminais (ver a Fig. 5.48). No entanto, existe para cada grau de liberdade um deslocamento acoplado muito alto que dificulta visualizar qual é o deslocamento que se desejava maximizar. Isto não implica que o programa memsETM esteja mal implementado para o caso de múltiplos graus de liberdade, somente que esses deslocamentos acoplados devem ser eliminados. Esses deslocamentos acoplados poderiam ser reduzidos introduzindo algumas restrições ou modificando a função objetivo no problema de otimização para múltiplos graus de liberdade. Também a implementação de um modelo de MEF não-linear geométrico e do material permitiria considerar aspectos do aquecimento que uma análise linear assume constante; por exemplo, variação das propriedades do material com o aumento de temperatura.

## 5.11 Comentários finais

Observou-se nos exemplos desta seção que efetivamente os dois programas desenvolvidos, o memsETM e os memsETM\_camd, foram capazes de projetar microatuadores, microgarras e micromecanismos com múltiplos graus de liberdade, atuados por um potencial elétrico. Além disso, neste capítulo também se apresenta uma metodologia para o projeto de um “MEMS” eletrotermomecânico. Assim, no projeto não basta somente fornecer os dados de entrada que os programas necessitam para projetar esses micromecanismos deve-se, também, analisar a influência que esses parâmetros têm na topologia final. Portanto, deve ser feito um “tunning” em cada projeto que conduza ao melhores resultados, não somente em comparação com os projetos intuitivos, mas também entre os possíveis usando a OT. Esses melhores resultados podem ser medidos por características de desempenho como, corrente e

temperaturas máximas, deslocamento de saída, tensões de von Mises e facilidade de interpretação e fabricação da topologia ótima final. O procedimento que o usuário deve seguir nesse “tunning” foi apresentado neste capítulo, especificamente, nas Seções 5.4 e 5.5.

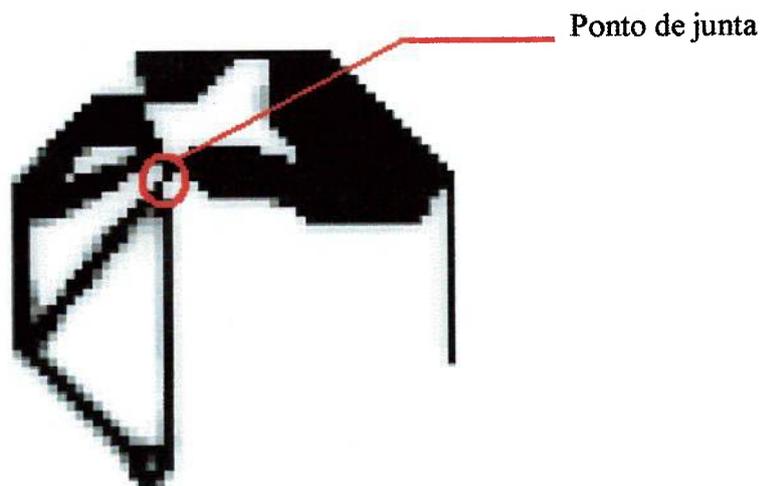


Figura 5.50 – Junta de somente um ponto.

Por outro lado, existem alguns problemas ou comentários que são importantes de ressaltar. Assim, em muitos dos exemplos foi comum a existência de um deslocamento acoplado e perpendicular ao deslocamento de saída desejado. Além disso, existem partes da estrutura unidas por somente um ponto em comum, ver a Fig. 5.50, as quais geralmente oferecem maior flexibilidade à estrutura. POULSEN (2002) introduziu um filtro que elimina os pontos de articulação. No entanto, neste trabalho no momento de se interpretar o micromecanismo ETM no ANSYS, esses pontos foram eliminados adicionando material ao seu redor em prejuízo da flexibilidade e do deslocamento máximo gerado pelo “MEMS”, sem o uso de nenhum filtro. Se os pontos de articulação não fossem eliminados, projetar-se-iam micromecanismos ETM com singularidades, as quais são inviáveis na realidade e numericamente problemáticas.

Também, durante todos os resultados foi assumido um modelo de MEF linear. No entanto, dos exemplos apresentados observa-se que altas temperaturas são alcançadas, da ordem de 500 até 800 K; gerando grandes deslocamentos. Isto muito provavelmente conduz a efeitos não-lineares. Para comprovar isto na Fig. 5.51 apresenta-se uma curva que relaciona as voltagens aplicadas com os deslocamentos obtidos. O problema utilizado corresponde ao da Fig. 5.29(a) usando os dados das Tabelas 5.1, 5.3 e 5.4. O domínio de projeto é discretizado com 2500 elementos finitos e as voltagens aplicadas são: 0,05 V; 0,1 V; 0,2 V; 0,3 V; 0,4 V; e 0,5 V. As topologias para cada potencial elétrico não são apresentadas.

Da Fig. 5.51 é possível concluir que a análise não-linear é importante para casos com grandes deslocamentos, que excedam em 2% das dimensões do domínio de projeto fixo. Este resultado é confirmando por SIGMUND (2001a), que compara resultados obtidos com um modelo de MEF linear e com não-linearidade geométrica. Segundo SIGMUND (2001a) projetar modelos não-lineares requer um alto custo computacional e, portanto, é preferível trabalhar inicialmente com modelos lineares. Se os deslocamentos obtidos são muito elevados (em geral superiores a 2%) uma análise não-linear é preferível. Portanto, a princípio dever-se-ia refazer o projeto usando um modelo de MEF não-linear. Contudo, pela experiência adquirida nossas simulações potenciais elétricos inferiores a 0,3 V produzem deslocamentos da ordem de 1% até 3% do domínio de projeto fixo, geralmente. De igual forma, observou-se que em alguns projetos potenciais elétricos superiores a 0,3 V conduzem a temperaturas que tornariam inviável o uso desses micromecanismos ETM. Essas temperaturas geralmente superam os 900 K. Na Fig.5.52 apresenta-se a curva de variação da temperatura com o potencial elétrico para o mesmo exemplo da Fig. 5.29(a), a qual confirma esta observação. GODOY (informação pessoal) fabricou micromecanismos ETM usando níquel como material, e comprovou que temperaturas superiores aos 900 K geravam falha por ruptura ou deformação plástica na estrutura do micromecanismo ETM. Assim, é possível projetar micromecanismos ETM que trabalhem dentro de um intervalo linear, dependendo do potencial aplicado o qual, por sua vez, limitará a corrente, deslocamentos e temperaturas máximas obtidas.

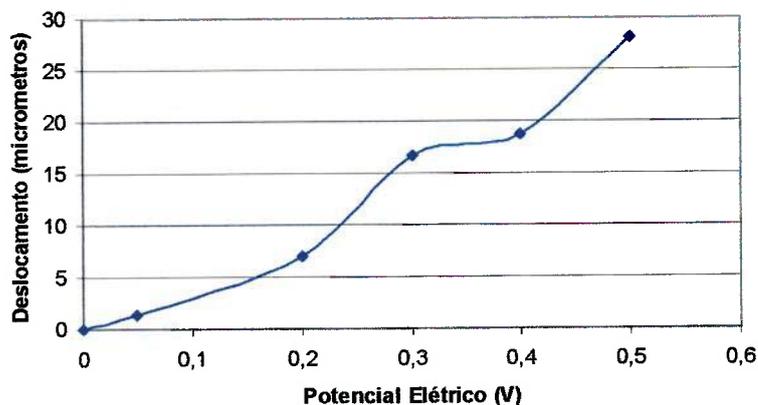


Figura 5.51 – Curva que relaciona a voltagem aplicada versus o deslocamento gerado para o problema da Fig. 5.29(a).

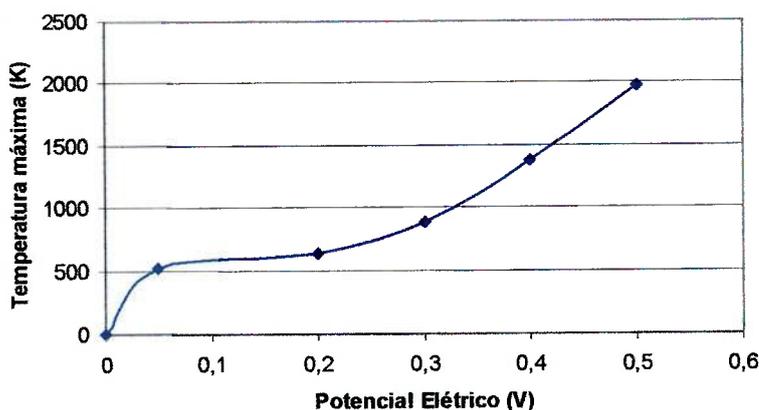


Figura 5.52 – Curva que relaciona a voltagem aplicada versus a temperatura máxima gerada para o problema da Fig. 5.29(a).

Finalmente, é interessante observar que o projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos pode ser modificado para outros tipos de problemas. Como exemplo, pode-se projetar mecanismos flexíveis com compensação dos efeitos térmicos (SHIN; RUBIO; SILVA, 2005). Estes mecanismos flexíveis podem ser afetados por variações na temperatura ambiente, o que pode ser crítico em equipamentos de mecânica de precisão ao se gerar deslocamentos indesejados. Uma solução deste problema é o projeto de mecanismos flexíveis com compensação

térmica, em outras palavras, mecanismos flexíveis que não sejam afetados por variações de temperatura. Assim, o objetivo é maximizar um deslocamento de saída quando uma força externa é aplicada, minimizando nele os deslocamentos indesejados devido aos efeitos térmicos. O Apêndice A apresenta a teoria e um exemplo deste tipo de problema. O resultado foi obtido através da implementação de outro programa computacional (denominado Termomecflex) que projeta mecanismos flexíveis com compensação térmica usando OT. Embora, o tema do Apêndice A não tenha uma relação direta com os micromecanismos ETM desenvolvidos neste trabalho, é um suporte elucidativo e ilustrativo da potencialidade do MOT quando aplicado na solução de problemas multifísicos, além do projeto de micromecanismos ETM.

## 6 CONCLUSÕES E OBSERVAÇÕES

Neste trabalho o método de Otimização Topológica, baseado no método das densidades (“SIMP”), foi implementado para projetar micromecanismos ETM. Dois programas computacionais foram desenvolvidos, o programa `memsETM` e o programa `memsETM_camd`. O `memsETM` foi um programa implementado na linguagem de programação C e em MATLAB. Este programa projeta micromecanismos ETM baseados na abordagem Q4/U (variável de projeto definida para cada elemento finito). O `memsETM` também utiliza o filtro para diminuir problemas próprios da otimização como a instabilidade de xadrez e a dependência da solução do refinamento da malha. Já o `memsETM_camd` foi implementado utilizando o programa MATLAB, e consiste numa alternativa ao `memsETM` para diminuir a instabilidade de xadrez sem o uso de filtros ou restrições no problema de otimização. O `memsETM_camd` foi implementado usando a abordagem de variável de projeto por elemento (Q4/Q4). Todos os programas utilizam a Programação Linear Seqüencial (PLS), que incorpora rotinas de programação matemática, o método dos elementos finitos (MEF) e uma análise de sensibilidade adjunta. O MEF no projeto de micromecanismos ETM consiste de três subproblemas de MEF: o problema elétrico, o problema eletro-térmico, e o problema termo-elástico; todos eles solucionados de forma consecutiva a como mencionados. Diversas funções objetivos foram utilizadas, todas baseadas no máximo deslocamento de um ponto específico da estrutura quando um potencial elétrico é aplicado em outro ponto. A rigidez da peça atuada é representada por uma mola de rigidez designada pelo usuário, e segundo seu valor é possível projetar micromecanismos ETM orientados a gerar grandes deslocamentos ou orientados a gerar grandes forças de atuação. Em todos os casos assume-se a hipótese da linearidade geométrica e do material no modelo de MEF; no entanto, encontrou-se que para potenciais elétricos de excitação superiores a 0,3 V e/ou temperaturas de operação máximas maiores de 900 K os efeitos não lineares geométricos tornam-se significativos.

Com os programas foi possível obter resultados otimizados que consolidam a potencialidade do MOT aplicado à solução de problemas multifísicos, especificamente no projeto de “MEMS” eletrotermomecânicos. Os resultados mostraram que é possível obter micromecanismos ETM nas mais diversas condições de contorno e formas do domínio de projeto fixo. Igualmente, é possível obter topologias bem definidas ao conseguir trabalhar com discretizações que superam os 7000 elementos finitos, em um tempo computacional aceitável. Os micromecanismos projetados apresentaram topologias pouco intuitivas. Um exemplo permitiu comprovar que eles geram deslocamentos de saída maiores que os tradicionais micromecanismos projetados de forma intuitiva. Assim, no caso do micromecanismo ETM tipo Guckel foi possível melhorar, mediante o MOT, o deslocamento de saída desejado em 70%. Igualmente, os programas computacionais desenvolvidos são capazes de projetar não somente microatuadores, mas também micropinças ou microgarras e microatuadores com múltiplos graus de liberdade. Portanto, podem-se projetar micromecanismos ETM para uma grande variedade de aplicações incluindo dispositivos de mecânica de precisão, microatuadores e micropinças na área biomédica, entre outros.

Por outro lado, além de gerar um programa que projete micromecanismos ETM, foi apresentada uma metodologia que permite ao usuário do `memsETM` e do `memsETM_camd` obter os parâmetros adequados para cada tipo de projeto específico, segundo as suas necessidades. Esta metodologia de projeto inclui a variação gradual de diversos parâmetros do MOT (fatores de penalidade  $p$ 's, valor da restrição de volume e do valor inicial das variáveis de projeto); seguida da variação das condições de contorno (potencial elétrico aplicado e temperatura ambiente, principalmente).

Contudo, implementaram-se dois programas computacionais que permitem o projeto sistemático de micromecanismos ETM, e que em alguns casos permitem obter resultados com características de desempenho melhoradas em relação aos tradicionalmente projetados de forma intuitiva. No entanto, alguns problemas estão presentes nesses resultados. É o caso do deslocamento acoplado e perpendicular ao

deslocamento de saída desejado, que reduz a precisão do micromecanismo ETM. Outro problema é a presença na topologia final de pontos de junta, os quais geram juntas de flexibilidade “fictícia”, ou seja, impossíveis de serem fabricadas. Além disso, esses pontos de junta geram maiores flexibilidades e, por sua vez, deslocamentos que os que na prática seriam obtidos.

## 6.1 Considerações finais e trabalhos futuros

Espera-se ter contribuído com softwares genéricos e sistemáticos para o projeto de micromecanismos ETM utilizando o método de otimização topológica, os quais podem ser aplicados por cientistas de outras áreas. Com a existência destes programas computacionais será possível uma maior divulgação da tecnologia de “MEMS” eletrotermomecânicos e problemas multifísicos entre o meio acadêmico, alunos de graduação e pós-graduação em Engenharia.

Como seguimento a este trabalho se tem diversas sugestões. Entre as principais destacam-se a implementação de um modelo de MEF não-linear, o qual inclui tanto não-linearidades geométricas (geradas pelos grandes deslocamentos) como não-linearidades do material (dependência das propriedades em relação à temperatura). Igualmente, poder-se-ia considerar outras funções objetivos ou restrições que reduzam os pontos de junta, os deslocamentos acoplados, e limitem os valores de corrente e tensões mecânicas máximas, segundo valores definidos pelo usuário. Outra sugestão é modificar os programas aqui desenvolvidos de forma a projetar micromecanismos ETM tridimensionais. Também, seria interessante estudar o efeito que na topologia ótima tem o tamanho de grão da microestrutura do material; especialmente, ao se projetar micromecanismos ETM muito pequenos, menores que 100  $\mu\text{m}$ . Finalmente, um estudo complementar ao desenvolvido neste trabalho incluiria fabricar e caracterizar alguns dos micromecanismos ETM aqui projetados.

## ANEXO A – Controle elétrico em micromecanismos ETM

Como se indicou no capítulo 3 o controle de micromecanismos ETM por corrente elétrica pode-se tornar instável, ao contrário do controle por voltagem; uma breve demonstração desta afirmação é feita a seguir.

Considerando que o material do micromecanismo ETM obedece a Lei de Ohm, a dissipação de potencia ( $P$ ) segundo os diferentes tipos de controle elétrico pode ser expressa como:

- **Corrente elétrica**

$$P = RI^2 \quad (\text{A.1})$$

onde  $R$  é o valor da resistência elétrica através do micromecanismo ETM, e  $I$  representa a corrente elétrica.

- **Potencial elétrico**

$$P = \frac{\phi^2}{R} \quad (\text{A.2})$$

onde  $\phi$  é a tensão elétrica.

Dado que a resistividade elétrica de um material varia com a temperatura ( $T$ ) pode-se expressar a dependência da resistência  $R$  de uma geometria específica com a temperatura como:

$$R = R_0 + R_0\psi(T - T_0) = R_0(1 + \psi\Delta T) \quad (\text{A.3})$$

onde  $R_0$  é a resistência elétrica de um micromecanismo ETM para uma temperatura de referência  $T_0$ , e  $\psi$  é o coeficiente de temperatura da resistividade. Observe-se que é assumida uma variação linear de  $R$  em relação a  $T$  no material do micromecanismo.

Além disso, desprezando as perdas de calor por radiação pode-se expressar a variação da temperatura  $\Delta T$  num ponto específico do micromecanismo ETM como (JONSMANN, 1999a):

$$\Delta T = \gamma P \quad (\text{A.4})$$

onde  $\gamma$  é a constante de proporcionalidade entre a variação de temperatura e a potencia dissipada. Agora, substituindo (A.4) em (A.3):

$$R = R_0(1 + \psi\gamma P) \quad (\text{A.5})$$

Assim, substituindo (A.5) para o caso do controle por corrente elétrica (eq.(A.1)), obtém-se:

$$P = \frac{R_0 I^2}{1 - R_0 \psi \gamma I^2} \quad (\text{A.6})$$

Da eq.(A.6) é evidente que existe instabilidade quando se aplica no micromecanismo ETM uma corrente  $I \geq I_{critica}$ , onde:

$$I_{critica} = \sqrt{\frac{1}{R_0 \psi \gamma}} \quad (\text{A.7})$$

Portanto, uma forma viável de programar um software para o projeto otimizado de micromecanismos ETM é formulando o problema de otimização com uma restrição de corrente, que excitado por corrente satisfaça a restrição  $I < I_{critica}$ .

Por outro lado, substituindo a eq.(A.5) na eq.(A.2) se obtém a expressão para a potencia elétrica dissipada para o caso do controle por tensão elétrica, como:

$$R_0\psi\gamma P^2 + R_0P - \phi^2 = 0 \quad (\text{A.8})$$

solucionando o polinômio se obtém:

$$P = \frac{\sqrt{R_0^2 - 4R_0\psi\gamma\phi^2} - R_0}{2R_0\psi\gamma} \quad (\text{A.9})$$

Da eq.(A.9) é evidente que o controle do micromecanismo ETM por tensão elétrica é estável para qualquer  $\phi$ , ao contrário do controle por corrente elétrica.

Os anteriores resultados de estabilidade num micromecanismo ETM foram confirmados por JONSMANN (1999a) que comprovou, na caracterização deste tipo de "MEMS", que para correntes de entrada superiores à crítica sempre ocorria fratura no microatuador; exceto para alguns casos, não generalizáveis, nos quais foi aplicada gradualmente uma corrente elétrica próxima à crítica, num intervalo de tempo de 5 – 10 segundos. Além disso, JONSMANN (1999a) conclui que a fratura é determinística no controle por tensão elétrica, já que a potencia dissipada pode ser controlada com completa estabilidade até o ponto de derretimento do atuador.

## ANEXO B – Implementação do controle elétrico por potencial elétrico

### B.1 Implementação no MEF

Considerando a equação do problema elétrico, e sem explicitar a dependência dessa equação em relação às variáveis de projeto, temos:

$$\mathbf{K}_0 \mathbf{U}_0 = \mathbf{P}_0 \quad (\text{B.1})$$

lembrando do capítulo 3 que  $\mathbf{K}_0$  é a matriz de condutividade elétrica,  $\mathbf{U}_0$  é o vetor das voltagens nodais e  $\mathbf{P}_0$  o vetor das correntes externas aplicadas. Igualmente poderíamos expressar a eq.(B.1) de uma forma mais explícita como, onde omitimos o subscrito 0 que representa o problema elétrico:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \mathbf{K}_{1rest} \\ k_{21} & k_{22} & \mathbf{K}_{2rest} \\ \mathbf{K}_{rest1} & \mathbf{K}_{rest2} & \mathbf{K}_{rest\ rest} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \mathbf{U}_{rest} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \mathbf{P}_{rest} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Agora, assumindo-se que a excitação do micromecanismo ETM é por potencial elétrico prescrito aplicado em algum ponto do domínio de projeto fixo e que; por exemplo,  $u_1 = d_1$  e  $u_2 = d_2$ ; onde  $d_1$  e  $d_2$  são potenciais conhecidos e prescritos pelo usuário; pode-se expressar a eq.(B.2) como:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{rest\ rest} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \mathbf{U}_{rest} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \mathbf{P}_{rest} - \mathbf{K}_{rest1}d_1 - \mathbf{K}_{rest2}d_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Portanto, os potenciais elétricos nodais  $\mathbf{U}_0$  encontram-se solucionando a eq.(B.3). Note que solucionando esse sistema de equações obtêm-se os potenciais prescritos  $u_1 = d_1$  e  $u_2 = d_2$

## B.2 Análise de sensibilidades

Como se comentou no capítulo 4, a análise de sensibilidades consiste no gradiente das equações governantes do problema eletrotermomecânico em relação a cada variável de projeto, denominada  $\rho$ . Portanto, derivando a eq.(B.1) temos:

$$\frac{d\mathbf{K}_0}{d\rho} U_0 + \mathbf{K}_0 \frac{dU_0}{d\rho} = \frac{d\mathbf{P}_0}{d\rho} \quad \text{ou} \quad \mathbf{K}_0 \frac{dU_0}{d\rho} = \frac{d\mathbf{P}_0}{d\rho} - \frac{d\mathbf{K}_0}{d\rho} U_0 \quad (\text{B.4})$$

A eq.(B.4) em forma explícita poderia ser expressa como:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \mathbf{K}_{1,rest} \\ k_{21} & k_{22} & \mathbf{K}_{2,rest} \\ \mathbf{K}_{rest\ 1} & \mathbf{K}_{rest\ 2} & \mathbf{K}_{rest\ rest} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{du_1}{d\rho} \\ \frac{du_2}{d\rho} \\ \frac{dU_{rest}}{d\rho} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{dp_1}{d\rho} \\ \frac{dp_2}{d\rho} \\ \frac{dP_{rest}}{d\rho} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_{rest} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

onde  $C_1$ ,  $C_2$ , e  $C_{rest}$  são calculados através do produto de  $\frac{d\mathbf{K}_0}{d\rho} U_0$ , sendo  $\frac{d\mathbf{K}_0}{d\rho}$  e  $U_0$

conhecidos do problema de MEF. No entanto,  $\frac{dP_{rest}}{d\rho} = 0$  já que esses graus de

liberdade não são prescritos e assumem-se independentes das variáveis de projeto.

Assim,  $\frac{du_1}{d\rho} = \frac{du_2}{d\rho} = 0$ , o qual significa que se deve solucionar a eq.(B.5) assumindo

que existem alguns valores prescritos. Por analogia com a eq.(B.3) se tem:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{rest\ rest} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{du_1}{d\rho} \\ \frac{du_2}{d\rho} \\ \frac{dU_{rest}}{d\rho} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_{rest} - \mathbf{K}_{rest\ 1} 0 - \mathbf{K}_{rest\ 2} 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

portanto,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{rest\ rest} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{du_1}{d\rho} \\ \frac{du_2}{d\rho} \\ \frac{dU_{rest}}{d\rho} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{C}_{rest} \end{Bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

solucionando a eq.(B.7) obtém-se as sensibilidades para o problema elétrico.

## ANEXO C – Descrição do programa computacional memsETM e memsETM\_camd

Como se comentou no capítulo 5 existem duas versões do programa memsETM, a primeira baseada no programa comercial MATLAB (memsETM\_Matlab), e outra implementada utilizando a linguagem de programação C (memsETM\_C). Juntas seguem procedimentos similares no projeto de um micromecanismo ETM. O programa do MOT baseado no “CAMD”, memsETM\_camd, foi implementado utilizando-se somente MATLAB. No entanto, no projeto de um “MEMS” eletrotermomecânico, usando o programa computacional memsETM ou memsETM\_camd<sup>i</sup>, três etapas básicas são consideradas: uma etapa de pré-processamento; uma etapa de processamento; e finalmente uma etapa de pós-processamento, ver Fig. C.1.

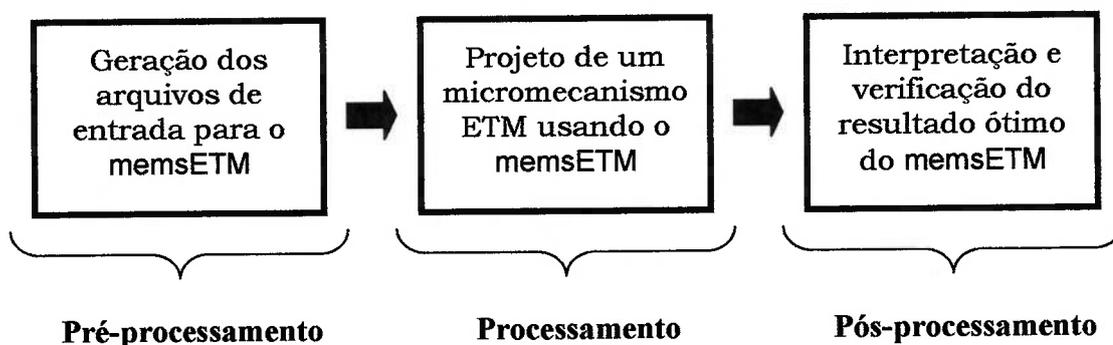


Figura C.1 – Diagrama de fluxo geral do memsETM.

### C.1 Pré-processamento

Inicialmente, o memsETM requer ler arquivos de textos gerados de forma independente pelo usuário, os quais devem conter propriedades do material,

<sup>i</sup> Continuar-se-á chamando os programas implementados neste trabalho de forma genérica como memsETM ou memsETM\_camd, independente da linguagem usada na sua implementação.

condições de contorno, discretização, entre outras. Assim, durante a etapa do pré-processamento é gerado um arquivo em algum editor de texto (por exemplo, o bloco de notas do Windows), denominado *<dados\_entrada.txt>*. Este arquivo contém as propriedades do material utilizado como: o módulo de Young e de Poisson, o coeficiente de convecção, as condutividades elétrica e térmica, e o coeficiente de expansão térmica. Também, neste mesmo arquivo são especificadas condições de contorno como a temperatura ambiente. Além disso, determinam-se dados utilizados no MOT, como: rigidez da peça atuada; número máximo de iterações da PLS; restrição de volume máximo; fatores de penalidade máximos e mínimos ( $p_0, p_1, p_2$ ); valor inicial das variáveis de projeto (nodais ou por elemento); e limite de convergência. Outros parâmetros que contém este arquivo tratam do número de graus de liberdade do micromecanismo ETM, e a definição de se durante a otimização se deseja utilizar um filtro espacial e obter um micromecanismo simétrico em relação a algum dos eixos coordenados. No caso que se deseja usar um filtro espacial, o usuário deve determinar o tamanho do raio do filtro. No anexo D é apresentado um modelo dos dados utilizados no primeiro arquivo texto de entrada (*<dados\_entrada.txt>*).

Além disso, para trabalhar com topologias irregulares ou retangulares foi desenvolvida uma rotina que lê uma malha gerada no programa comercial de elementos finitos ANSYS. Isto faz parte do pré-processamento que deve ser realizado no ANSYS. Este pré-processamento consiste em desenhar a geometria do domínio inicial de projeto do “MEMS” eletrotermomecânico, a partir da qual se define um modelo de MEF adequado. Basicamente, são utilizados no ANSYS somente os recursos de “CAD” e gerador de malhas para criar um arquivo texto (*<malha.txt>*), no formato padrão do ANSYS (ASCII). Este segundo arquivo texto de entrada contém a informação sobre a discretização em elementos finitos do domínio de projeto fixo, e sobre as condições de contorno. Assim, é especificado no arquivo *<malha.txt>* o número de elementos; o número de nós; as coordenadas de cada nó; a conectividade dos elementos finitos; os nós com restrições mecânicas, térmicas e elétricas; nós onde se deseja o deslocamento de saída ( $u_{out}$ ); e as regiões dentro do domínio de projeto fixo que devem permanecer durante a OT sempre

sólidas ou vazias (buracos). O arquivo *<malha.txt>* cria-se no ANSYS como um arquivo texto do tipo *DB data* através da função *CDWRITE*. No anexo E pode-se observar um modelo do segundo arquivo texto de entrada.

## C.2 Processamento

Inicialmente nesta etapa, o software lê os dois arquivos textos de entrada, o *<dados\_entrada.txt>* e o *<malha.txt>*. Logo, o programa determina o espaço em memória para as matrizes e vetores fixos durante a otimização. A seguir inicia-se o “loop” de otimização, cujo número de voltas depende do número de iterações necessárias para a convergência da função objetivo do problema. Neste trabalho considera-se que a convergência ocorre quando o valor da função objetivo torna-se constante, dentro de uma margem de erro de 0,01%, durante as iterações. Esse “loop” de otimização compreende basicamente as rotinas de MEF, de cálculo do valor da função objetivo e suas derivadas, de cálculo dos limites móveis, da filtragem, e da programação linear, ver Fig. C.4.

Uma vez iniciado o ciclo de otimização o domínio de projeto é discretizado em um grande número de elementos finitos e o material disponível é distribuído uniformemente no domínio de projeto fixo. Através da rotina de MEF são resolvidos, seqüencialmente, os três subproblemas de elementos finitos definidos no capítulo 3: problema elétrico, problema eletro - térmico, e problema termo - elástico, gerando-se a voltagem, temperatura e deslocamentos nodais, respectivamente. A rotina de MEF executa três “loop” de  $N$  voltas (sendo  $N$  o número total de elementos), um para cada subproblema de MEF. Em cada “loop” se constrói a matriz de condutividade elétrica, térmica ou de rigidez local do elemento, dependendo do subproblema de MEF. Os valores de cada matriz local são posicionados na sua respectiva matriz global, de acordo com a conectividade de cada elemento da malha (ver eq.(3.16) até eq.(3.18) do capítulo 3). Igualmente, em cada “loop” se constrói e se posiciona no vetor de carga global, os vetores de carga para cada elemento e de cada subproblema de MEF. As matrizes (eq.(3.43), (3.72), (3.73) e (3.83) do capítulo 3) e os vetores de carga do

elemento (eq.(3.53), (3.79) do capítulo 3) são construídos através de uma rotina de integração numérica de Gauss-Legendre (2 x 2 pontos). Após o “loop” de cada subproblema, a rotina de MEF armazena a respectiva matriz global “cheia” no formato esparsa e resolve o sistema de equações de equilíbrio de cada subproblema (ver eq.(3.13) até (3.15) do capítulo 3), através de uma rotina de Gradientes Conjugados (válida somente para matrizes positivas – definidas). Assim, as voltagens geradas no subproblema elétrico são utilizadas como dados de entrada no subproblema eletro – térmico. As temperaturas geradas neste problema são dados de entrada no subproblema termo – elástico, e este por sua vez, gera os deslocamentos nodais. Logo, são calculadas a função objetivo e a restrição de volume. As Fig. C.2 e C.3 mostram o processo específico da rotina de MEF.

Posteriormente, verifica-se a convergência da função objetivo, e caso não exista convergência se obtém as sensibilidades, derivadas da função objetivo em relação a cada variável de projeto, segundo se indicou no capítulo 4. Quando se trata do projeto de micromecanismos com múltiplos graus de liberdade (multiflexibilidade), executam-se *n<sub>gl</sub>* vezes (número de graus de liberdade) a rotina de MEF e de cálculo das sensibilidades.

Antes de entrar na rotina de otimização das variáveis de projeto, determinam-se os limites móveis da programação linear seqüencial para cada variável de projeto (densidade de cada elemento finito no caso do memsETM, e densidade por nó no caso do memsETM\_camd). Inicialmente é atribuído aos limites móveis um passo de 15% do valor da variável de projeto na iteração vigente; ou seja, em cada iteração o limite móvel superior é igual ao valor de densidade mais um passo e o limite móvel inferior é igual ao valor da densidade menos um passo. À medida que as iterações se aproximam da convergência da função objetivo o passo dos limites móveis é diminuído sucessivamente. Isto é feito comparando-se os valores da função objetivo de três iterações consecutivas (iteração atual, uma anterior e duas anteriores). Se a diferença entre o valor da função objetivo atual e de uma iteração anterior (*valor1*) estiver entre 30% e 60% da diferença entre o valor da função objetivo de uma iteração anterior e de duas anteriores (*valor2*), o passo dos limites móveis é reduzido

para 10% do valor da variável de projeto na iteração vigente. Se o *valor1* for menor que 30% do *valor2*, reduzimos o passo dos limites móveis para 5% do valor da variável de projeto na iteração atual. Em todos os casos, e para cumprir com as restrições de caixa do problema de otimização, o valor da densidade atual não será superior a 1 (limite máximo) nem inferior a  $1 \times 10^{-3}$  (limite inferior). O memsETM armazena os limites móveis em dois vetores: um contendo os limites móveis superiores e outro com os limites móveis inferiores.

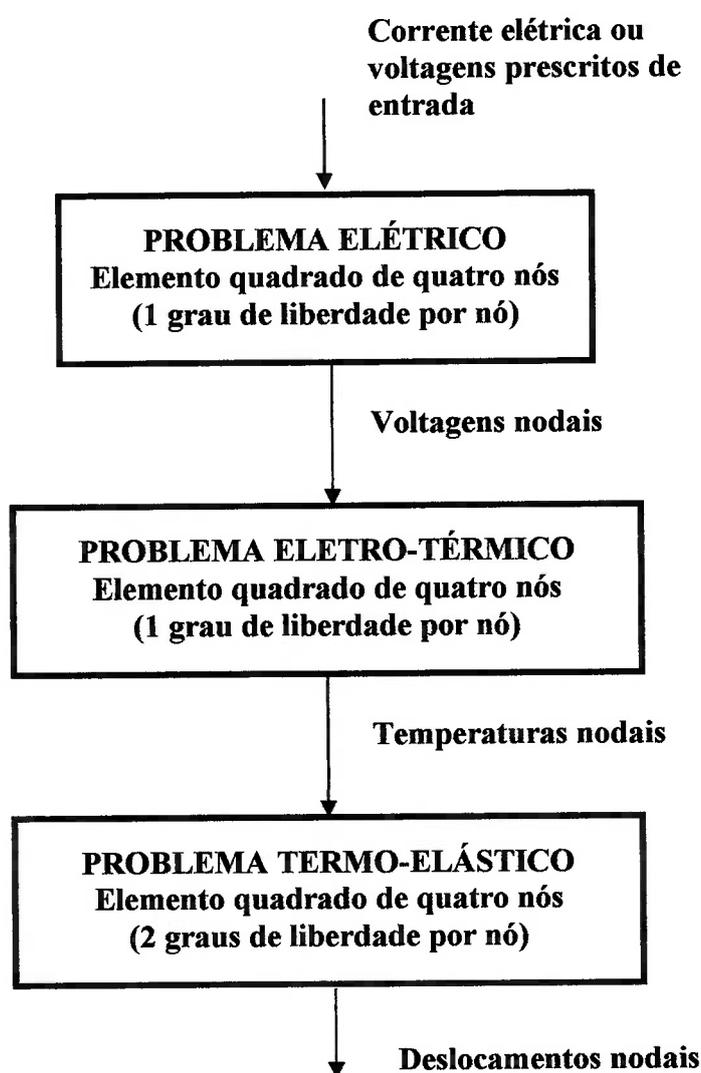


Figura C.2 – Diagrama de fluxo dos subproblemas do MEF.

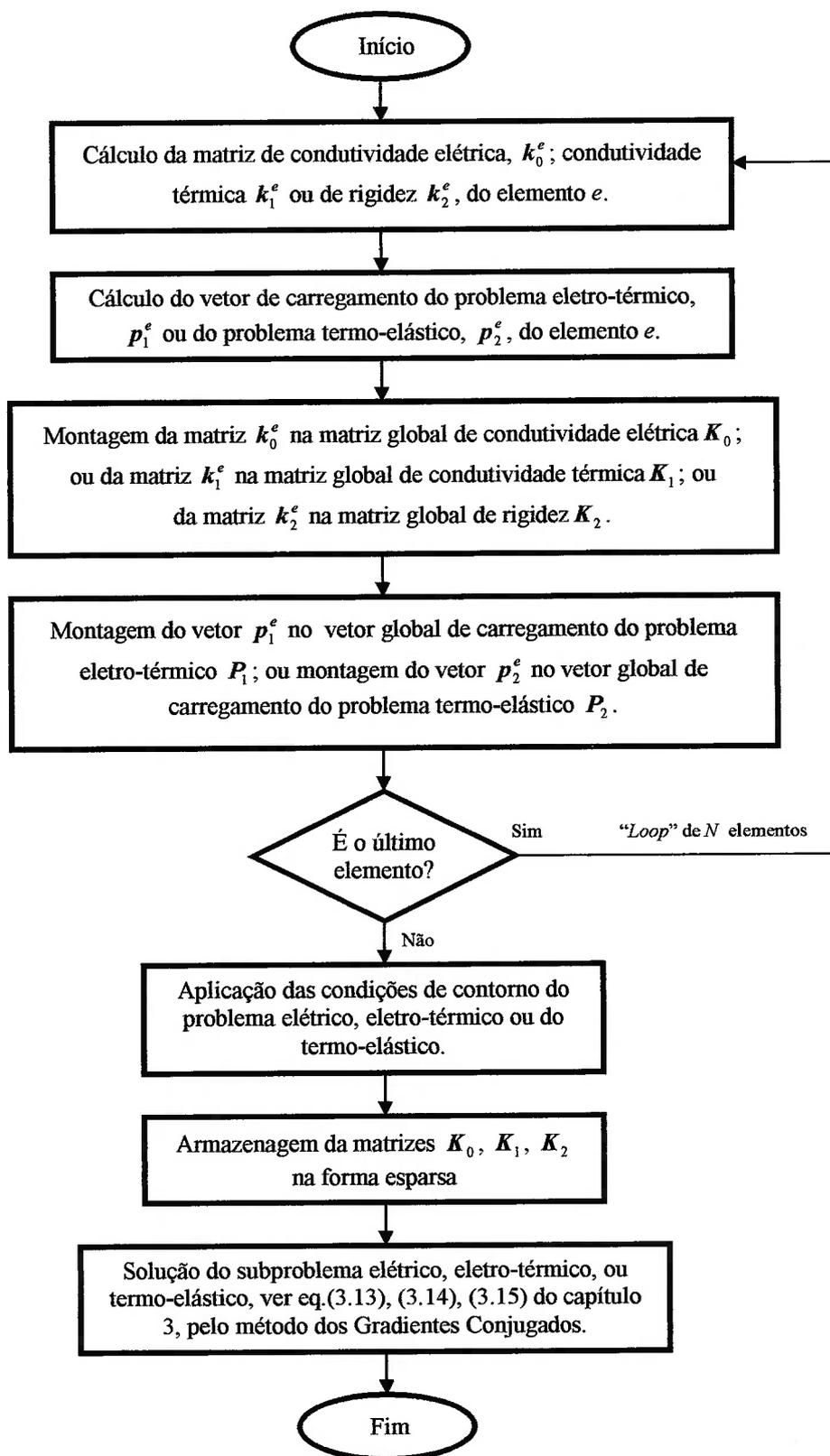


Figura C.3 – Diagrama de fluxo detalhado para cada subproblemas do MEF.

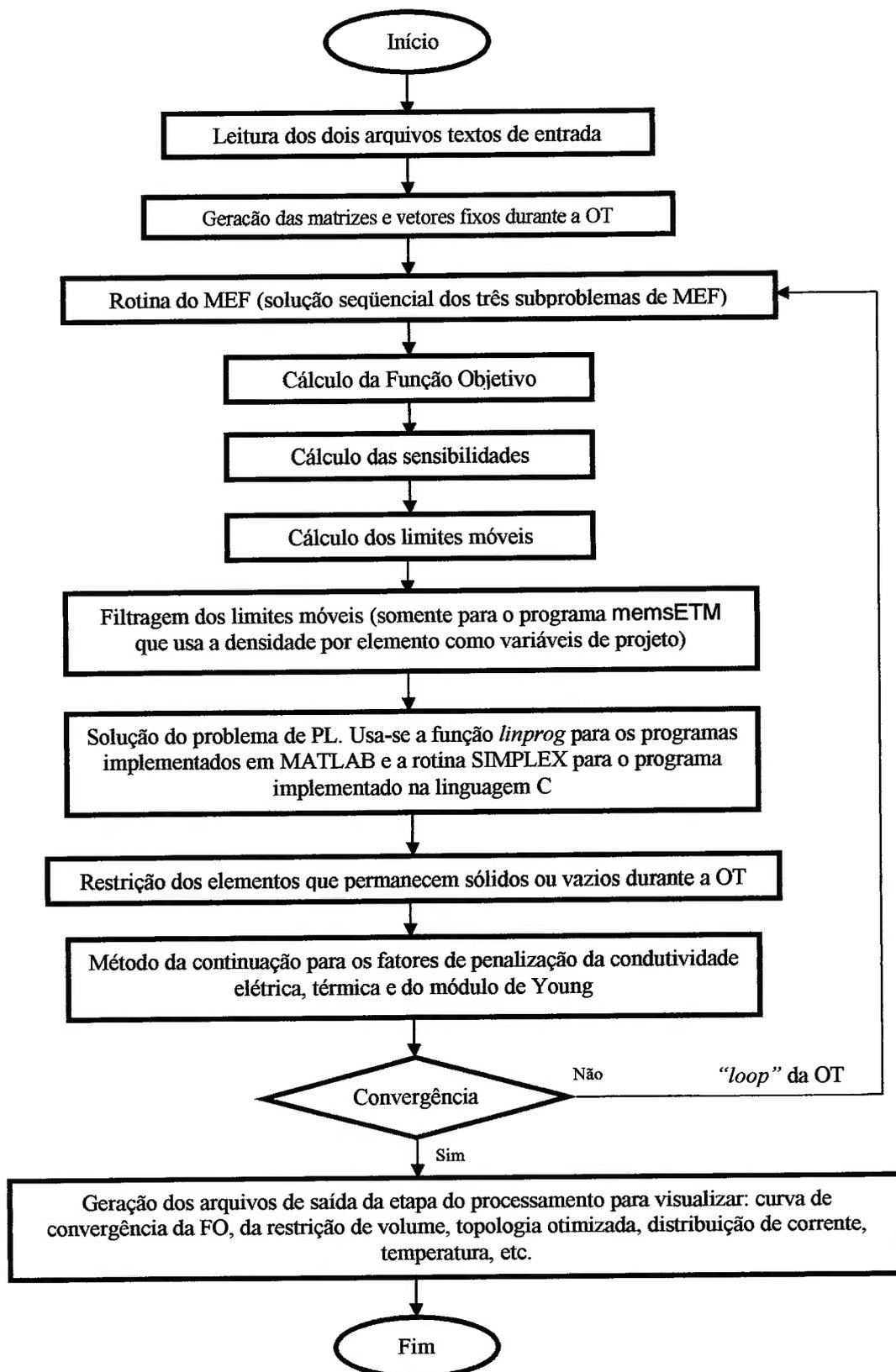


Figura C.4 – Fluxograma geral dos programas memsETM e memsETM\_camd.

Somente no caso do memsETM, variável por elemento, é usado um filtro espacial para diminuir a dependência da malha e as instabilidades de xadrez típicas do MOT. Como se indicou em capítulos anteriores, neste trabalho se implementa o filtro de CARDOSO; FONSECA (1999). A rotina do filtro espacial recebe os dois vetores de limites móveis e devolve outros dois (limites móveis superiores e inferiores filtrados), que são utilizados pela rotina de programação linear. A rotina de filtro do memsETM é um “loop” de  $N$  voltas que utiliza as informações da matriz de coordenadas do centro de cada elemento (matriz fixa) para calcular as distâncias entre o elemento central  $e$  e seus adjacentes  $\bar{v}$ . Além disso, o filtro por meio da comparação com o raio máximo de abrangência (definido pelo usuário) determina quais são efetivamente os elementos vizinhos que serão utilizados no processo de filtragem, como descrito no capítulo 4. Se a distância de um elemento adjacente for menor que o raio de abrangência do filtro, esse elemento será um vizinho  $\bar{v}$  do elemento central  $e$ . Para o cálculo da filtragem, é utilizado também um vetor com a informação do volume de cada elemento, o qual é obtido de uma rotina independente a qual calcula também as coordenadas do centro de cada elemento finito.

A próxima etapa consiste na otimização das variáveis de projeto através da programação linear (PL), a qual exige a informação da sensibilidade do meio, ou seja, a derivada da função objetivo em relação às variáveis de projeto. No caso da versão do memsETM implementada em MATLAB e do memsETM\_camd, usa-se na PL a rotina *linprog*. No caso da versão do memsETM implementada na linguagem C usa-se a rotina SIMPLEX. Em todos os casos, na primeira iteração do “loop” do MOT, a PL utiliza o vetor de distribuição de densidades iniciais dos elementos, que por simplicidade pode conter valores de densidades iguais para todos os elementos (respeitando os limites máximo e mínimo). Essas densidades iniciais servem de ponto de partida para o processo de busca da distribuição ótima de densidades dos elementos. Logo, o algoritmo de otimização fornece uma nova distribuição de material que é atualizada no modelo de MEF.

Depois, outra rotina obtém os novos valores dos coeficientes de penalização segundo o método da continuação (BENDSØE; SIGMUND, 2003). Geralmente os

coeficientes de penalização da condutividade elétrica ( $p_0$ ) e do módulo de Young ( $p_2$ ) variam de 1 até 3, e o coeficiente de penalização da condutividade térmica ( $p_1$ ) de 1 até 2; com incrementos de 0,1 por iteração no “loop” da OT. Finalmente, segue-se uma nova iteração da OT até alcançar a convergência. O processamento descrito nesta seção é desenvolvido tanto pelo `memsETM` ou pelo `memsETM_camd`, segundo se apresenta no fluxograma da Fig. C.4.

### C.3 Pós-processamento

Esta etapa tem como finalidade visualizar e interpretar os resultados obtidos na etapa do processamento. Os gráficos obtidos correspondem às curvas de convergência da função objetivo e da restrição de volume; a figura da topologia do micromecanismo ETM otimizado mediante OT; e a distribuição da corrente elétrica. No caso de micromecanismos com múltiplos graus de liberdade são geradas as curvas de convergência das “sub-funções objetivo” e a distribuição de corrente para cada caso de carga. Nos programas implementados em MATLAB (uma versão do `memsETM` e o `memsETM_camd`) estas visualizações são diretas através dos comandos de plotagem do MATLAB. Já na versão do `memsETM` implementada na linguagem C são gerados tantos arquivos de texto (`<nome_gráfico.txt>`) como gráficos se desejem visualizar. Esses arquivos são lidos e plotados no programa MATLAB.

Além do anterior, independente do programa utilizado são gerados dois arquivos textos de saída `<ansys.txt>` e `<cinza.txt>`. A rotina do pós-processamento gera um arquivo de saída que possa ser interpretado pelo programa comercial de elementos finitos ANSYS, e desta forma simular a topologia ótima do “MEMS” eletrotermomecânico. Essa rotina recebe como dados de entrada os vetores das variáveis de projeto; as coordenadas nodais e conectividades dos elementos com densidade superior a 0,5; as temperaturas e as voltagens nodais; gerando-se um arquivo de saída (`<ansys.txt>`). O `<ansys.txt>` também contém algumas linhas de instruções ANSYS; o tipo de elemento finito que será utilizado no ANSYS; e

condições de contorno (deslocamentos, voltagens e temperaturas prescritas). Na realidade, a rotina que gera o arquivo *<ansys.txt>* funciona como um filtro passa – alta já que deixa “passar”, para serem desenhados em ANSYS, somente as variáveis de projeto com densidades superiores a 0,5; desta forma elimina aquelas de baixa densidade e que tem muito pouco significado físico.

Já o arquivo *<cinza.txt>* foi implementado para obter o número de variáveis de projeto que possuem valores de densidade intermediários, próximo a zero ou próximo de 1. Desta forma foi possível comparar no capítulo 5, entre as diversas topologias obtidas ao variar os parâmetros de projeto, quais apresentavam mais ou menos escalas de cinza.

Finalmente, é importante ressaltar que não foi implementado nenhum recurso avançado que permita a interpretação automática da topologia obtida, assim neste trabalho, essa interpretação é feita manualmente através das ferramentas “CAD” do programa ANSYS.

## ANEXO D – Modelo do primeiro arquivo texto de entrada

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%% DADOS PROPRIEDADES FÍSICAS DO MATERIAL %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

e = 15e-3           espessura
cv = 6.4e-3        condutividade elétrica
ct = 90.7e3        condutividade térmica
h = 18e3           coeficiente de convecção
Tamb = 300         temperatura ambiente
E = 200e6          modulo de Young
v = 0.31           modulo de Poisson
alfa = 15e-6       coeficiente de expansão térmica

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%% DADOS DO MOT %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

p_ela = 1          coeficiente de penalização inicial do problema elástico
p_ele = 1          coeficiente de penalização inicial do problema elétrico
p_ter = 1          coeficiente de penalização inicial do problema térmico
p_ela_max = 3     máximo coeficiente de penalização do problema elástico
p_ele_max = 3     máximo coeficiente de penalização do problema elétrico
p_ter_max = 2     máximo coeficiente de penalização do problema térmico
fraccion_de_volume = 30  porcentagem de volume desejado na estrutura ótima
rot_ini = 0.15     chute inicial do vetor de densidades (nodais ou por elemento)
ITER = 100        número máximo de iterações
radio_filtro = 0.012 tamanho do raio do filtro espacial
filtro = 1        opção de seleção de filtro (0 sem filtro - 1 com filtro)
iter_filtro = 93   número de iterações com o filtro ligado
valor_conv = 1e-3  critério de convergência
ngdl = 1          número de graus de liberdade do micromecanismo ETM
simetria = 0      opção de seleção de simetria (0 sem simetria - 1 com simetria)
nelx = 50         número de elementos em X (solo para domínios retangulares)
nely = 70         número de elementos em Y (solo para domínios retangulares)
direccion_1 = 1   opção da direção de saída (0 horizontal - 1 vertical) para o gdl 1
k_mola_1 = 1000   rigidez no ponto de saída (rigidez da peça atuada) para o gdl 1
inversor_1 = 0    define se o sentido da saída é inverso (0 no - 1 si) para o gdl 1
direccion_2 = 0   opção da direção de saída (0 horizontal - 1 vertical) para o gdl 2
k_mola_2 = 2000   rigidez no ponto de saída (rigidez da peça atuada) para o gdl 2
inversor_2 = 1    define se o sentido da saída é inverso (0 no - 1 si) para o gdl 2

```

## ANEXO E – Modelo do segundo arquivo texto de entrada

```

/COM,ANSYS RELEASE 8.0  UP20030930  12:39:25  10/19/2004
/PREP7
/NOPR
/TITLE,
*IF, _CDRDOFF,EQ,1,THEN  lif solid model was read in
  _CDRDOFF=          !reset flag, numoffs already performed
*ELSE                !offset database for the following FE model
NUMOFF,NODE,        9                NÚMERO DE NÓS
NUMOFF,ELEM,        4                NÚMERO DE ELEMENTOS
NUMOFF,TYPE,        1
*ENDIF
*SET, _BUTTON,      1.000000000000
*SET, _CHKMSH,      0.000000000000
*SET, _ET_NEXT,     2.000000000000
*SET, _GUI_CLR_BG,' systemButtonFace
*SET, _GUI_CLR_FG,' systemButtonText
*SET, _GUI_CLR_INFOBG,' systemInfoBackground
*SET, _GUI_CLR_SEL,' systemHighlight
*SET, _GUI_CLR_SELBG,' systemHighlight
*SET, _GUI_CLR_SELFG,' systemHighlightText
*SET, _GUI_CLR_WIN,' systemWindow
*SET, _GUI_FNT_FMLY,'Arial
*SET, _GUI_FNT_PXLS, 16.000000000000
*SET, _GUI_FNT_SLNT,'r
*SET, _GUI_FNT_WEGT,'medium
*SET, _RETURN,      0.000000000000
*SET, _STATUS,      0.000000000000
*SET, _TOPLEVEL_WIN, 1114550.000000
*SET, _UIQR,
*DIM, _VZ, ARRAY, 2, 1, 1,
*SET, _VZ ( 1, 1, 1), 1.000000000000
*SET, _Z1, 0.000000000000
*SET, _Z10, 'Nodes
*SET, _Z11, 'XXX
*SET, _Z12, 0.000000000000
*SET, _Z13, 1.000000000000
*SET, _Z14, 0.000000000000
*SET, _Z15, 0.000000000000
*SET, _Z16, 0.000000000000
*SET, _Z17, 0.000000000000
*SET, _Z18, 1.000000000000
*SET, _Z19, 0.000000000000
*SET, _Z2, 'ACLEAR
*SET, _Z20, 0.000000000000
*SET, _Z21, 0.000000000000
*SET, _Z30, 3.000000000000
*SET, _Z31, 0.000000000000
*SET, _Z7, 'nodes
*SET, _Z8, 'F
*SET, _Z9, 'AMPS
DOF,DELETE
ET, 1, 67

```

NBLOCK,6,SOLID

(3i8,6e16.9)

|   |   |   |            |            |
|---|---|---|------------|------------|
| 1 | 0 | 0 | 0.00000000 |            |
| 2 | 0 | 0 | 2.00000000 |            |
| 3 | 0 | 0 | 1.00000000 |            |
| 4 | 0 | 0 | 2.00000000 | 3.00000000 |
| 5 | 0 | 0 | 2.00000000 | 1.50000000 |
| 6 | 0 | 0 | 0.00000000 | 3.00000000 |
| 7 | 0 | 0 | 1.00000000 | 3.00000000 |
| 8 | 0 | 0 | 0.00000000 | 1.50000000 |
| 9 | 0 | 0 | 1.00000000 | 1.50000000 |

COORDENADAS DOS NÓS

N,R5.3,LOC, -1,

EBLOCK,19,SOLID, 4

(19i8)

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 1 | 1 | 3 | 9 | 8 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 2 | 3 | 2 | 5 | 9 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 3 | 8 | 9 | 7 | 6 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 4 | 0 | 4 | 9 | 5 | 4 | 7 |

-1

EXTOPT,ATTR, 0, 0, 0

EXTOPT,ESIZE, 0, 0.0000

EXTOPT,ACLEAR, 0

BFUNIF,TEMP,\_TINY

CONECTIVIDADE DOS ELEMENTOS

KUSE, 0

TIME, 0.00000000

TREF, 0.00000000

ALPHAD, 0.00000000

BETAD, 0.00000000

DMPRAT, 0.00000000

CRPLIM, 0.100000000 , 0

CRPLIM, 0.00000000 , 1

NCNV, 1, 0.00000000 , 0, 0.00000000 , 0.00000000

NEQIT, 0

ERESX,DEFA

ACEL, 0.00000000 , 0.00000000 , 0.00000000

OMEGA, 0.00000000 , 0.00000000 , 0.00000000 , 0

DOMEGA, 0.00000000 , 0.00000000 , 0.00000000

CGLOC, 0.00000000 , 0.00000000 , 0.00000000

CGOMEGA, 0.00000000 , 0.00000000 , 0.00000000

DCGOMG, 0.00000000 , 0.00000000 , 0.00000000

IRLF, 0

D, 1,TEMP, 300.000000 , 0.00000000

D, 1,VOLT, 0.00000000 , 0.00000000

D, 6,TEMP, 300.000000 , 0.00000000

F, 5,HEAT, 777777.00 , 0.00000000

F, 6,AMPS, 50000.0000 , 0.00000000

/GO

FINISH

CONDIÇÕES DE CONTORNO

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACHDOU, Y. Numerical Optimization of a photocell. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.102. p.89-106, 1993.

ALLAIRE, G.; CASTRO, C. A new approach for the optimal distribution of assemblies in a nuclear reactor. *Numerische Mathematik*, v.89, n.1, p.1-29, 2001.

ANANTHASURESH, G. K. **Optimal Synthesis Methods for MEMS**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003. 336p.

ANANTHASURESH, G. K.; KOTA, S.; GIANCHANDANI, Y. A Methodical Approach to the Design of Compliant Micromechanisms. *Solid-state Sensor and Actuator Workshop*, p.189-192, 1994.

ANANTHASURESH, G. K.; KOTA, S.; KIKUCHI, N. Strategies for systematic synthesis of compliant MEMS. *Dynamic Systems and Control*, v.2, p.677-686, 1994.

ANSYS, **User's Manual for Revision 5.0: Theory**. 1994. v.4.

BATHE, K.J. **Finite Elements Procedures**. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 1037p.

BENDSØE, M. P.; SIGMUND, O. **Topology Optimization: theory, Methods and applications**. Berlin: Springer, 2003.

\_\_\_\_\_. Material Interpolations Schemes in Topology Optimization. *Archive of Applied Mechanics*, v.69, p.635-654, 1999.

BENDSØE, M. P. Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem. *Structural Optimization*, v.1, p.192-202, 1989.

BENDSØE, M. P.; DIAZ, A.; KIKUCHI, N. Topology and generalized layout optimization of elastic structures. In: Bendsøe, M.P.; Mota Soares, C.A. (eds.), Topology design of structures (Proc. NATO ARW, Sesimbra, Portugal 1992), p.159–206. Dordrecht: Kluwer, 1993.

BENDSØE, M. P.; KIKUCHI, N. Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization. Method. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v.71, p.197-224. 1988.

BENDSØE, M. P.; RODRIGUES, H. C. Integrated Topology and Boundary Shape Optimization of 2-D Solids. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v.87, p.15-34, 1991.

BOURDIN, B. Filters in Topology Optimization. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v.50, p.2143-2158. 2001.

BURNS, T. E.; TORTORELLI, D. A. Topology optimization of non-linear elastic structures and compliant mechanisms. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v.190, n.26-27, p.3443-3459, 2001.

BYUN, J. K.; LEE, J. H.; PARK, I. H. Node-Based distribution of material properties for topology optimization of electromagnetic devices. IEEE Transactions on Magnetic, v.40, n.2, 2004.

BYUN, J. K.; LEE, J. H.; PARK, I. H.; LEE, H. B.; CHOI, K.; HABN, S. Y. Inverse problem application of topology optimization method with mutual energy concept and design sensitivity. IEEE Transactions on Magnetic, v.36, n.41, p.1144-1147, 2000.

CANFIELD, S.; FRECKER, M. I. Topology optimization of compliant mechanical amplifiers for piezoelectric actuators. Structural and Multidisciplinary Optimization, v.20, pp.269-279, 2000.

CARBONARI, R. C. **Projeto de atuadores piezelétricos flexensionais usando o método de otimização topológica**. 2003. 168p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo. 2003.

CARDOSO, E., L. **Controle de Complexidade na Otimização Topológica de Estruturas Contínuas**. 2000. Dissertação (Mestrado) – PROMEC, UFRGS. 2000.

CARDOSO, E. L.; FONSECA, J. S. O. Intermediate density reduction and Complexity Control in the Topology Optimization. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE, 20, Brasil. 1999.

CHEN, B. C.; SILVA, E. C. N.; KIKUCHI, N. Advances in Computational Design and Optimization with Application to MEMS. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v.52, n.1-2, p.23-62, 2001.

CHENG, K. T. On Non-Smoothness in Optimal Design of Solid, Elastic Plates. International Journal of Solids and Structures, v.17, p.795-810, 1981.

CHENG, K. T.; OLHOFF, N. Regularized Formulation for Optimal Design of Axisymmetric Plates. International Journal of Solids and Structures, v.18, n.2, p.153-169, 1982.

\_\_\_\_\_. An investigation concerning optimal design of solid elastic plates. International Journal of Solids and Structures, v.17, p.305–323, 1981.

CHEN, R. S.; KUNG, C.; LEE, G. Analysis of the optimal dimension on the electrothermal microactuator. Journal of Micromechanics and Microengineering, n.12, p.291–296, 2002.

CHOUDHURY, P. R. **MEMS and MOEMS Technology and Applications**. Washington, EUA: SPIE Press, 2000.

CHU, L. L.; GIANCHANDANI, Y. B. Amicromachined 2D positioner with electrothermal actuation and sub-nanometer capacitive sensing. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, n.13 p.279–285, 2003a.

CHU, L. L.; NELSON, D.; OLIVER, A. D.; GIANCHANDANI, Y. B. Performance enhancement of polysilicon electrothermal microactuators by localized self-annealing. In: *IEEE MEMS'2003 Conference*, p.68-71, 2003b.

COMTOIS, J. H.; MICHALICEK, A.; BARRON, C. C. Electrothermal actuators fabricated in four-lever planarized surface micromachined polycrystalline silicon. *Sensors and Actuators A*, v.70, p.23-31, 1998.

COOK, R. D.; MALKUS D. S.; PLESHA, M. E. **Concepts and applications of finite element analysis**. New York: Wiley, 1989. 630p.

COOK, R. D.; YOUNG, W. C. **Advanced Mechanics of Materials**. 2.ed. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1999. 481p.

COX, S. J.; DOBSON, D. C. Band structure optimization of two-dimensional photonic crystals in h-polarization. *Journal of Computational Physics*, v.158, n.2, p.214-224, 2000.

\_\_\_\_\_. Maximizing band gaps in two-dimensional photonic crystals, *SIAM. Journal for Applied Mathematics*, v.59, n.6, p.2108-2120, 1999.

COX, H. L. **The Design of Structures of Least Weight**. London: Pergamon.1956.

DANTZIG, G. B. **Linear Programming and Extensions**. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1963. 625p.

DÍAZ, A. R.; BENDSØE, M. P. Shape optimization of structures for multiple loading situations using a homogenization method. *Structural Optimization*, v.4,

p.17-22, 1992.

DÍAZ, A. R.; KIKUCHI, N. Solution to Shape and Topology Eigenvalue Optimization Problems Using a Homogenization Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.35, p.1487-1502, 1992.

DÍAZ, A.; SIGMUND, O. Checkerboard Patterns in Layout Optimization. *Structural Optimization*, v.10, p. 40-45, 1995.

DICK, D. N.; LOWTHER, D. A. Composite microstructure of permeable material for the optimized material distribution method of automated design. *IEEE Transactions on Magnetics*, v.32, n.2, part II, p.1828-1831, 1997.

\_\_\_\_\_. A. Automated design of magnetic devices by optimizing material distribution. *IEEE Transactions on Magnetics*, v.32, n.1, part I, p. 1188-1193, 1996.

EJIMI, S.; NISHIWAKI, S.; SEKIGUCHI, M.; KIKUCHI, N. Optimal structural design of compliant mechanisms. *JSME International Journal*, v.43, n.2, p.130-137, 2000.

FRECKER, M. I.; KIKUCHI, N.; KOTA, S. Topology optimization of compliant mechanisms with multiple outputs. *Structural Optimization*, v.17, n.4, p.269-278, 1999.

FRECKER, M. I.; ANANTHASURESH, G. K.; NISHIWAKI, S.; KOTA, S. Topological synthesis of compliant mechanisms using multi-criteria optimization. *Transactions of the ASME*, v.119, n.2, p.238-245, 1997.

FUJII, D.; CHEN, B. C.; KIKUCHI, N. Composite Material Design of Two-Dimensional Structures Using Homogenization Design Methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.50, p.2031-2051, 2001.

FUKUSHIMA, J.; SUZUKI, K.; KIKUCHI, N. **Applications to Car Bodies: Generalized Layout Design of Three-Dimensional Shells, Optimization of Large Structural Systems**, Ed. Rozvany, G.I.N, Dordrecht: Kluwer, p.177-191, 1993.

GEORGE, A.; LIU, W. H. **Computer solution of large sparse positive definite systems**. Englewood Cliffs, N.J: Prentice-Hall, 1981. 324p.

GODOY, P. Fabricação de micromecanismos ETM. [Mensagem pessoal via e-mail]. Mensagem recebida por: wilfredo.rubio@poli.usp.br em 08 de ago. 2005.

GUCKEL, H.; KLEIN, J.; CHRISTENSON, T.; SKROBIS, K.; LAUDON, M.; LOVELL, E. G. Thermo-magnetic metal flexure actuators. In: IEEE Solid-State Sensors and Actuators Workshop 5th, p.73–5, 1992.

GUEDES, J. M.; TAYLOR, J. E. On the prediction of material properties and topology for optimal continuum structures. *Structural Optimization*, v.14, p.193–199, 1997.

HABER, R. B.; JOG, C. S.; BENDSØE, M. P. A new approach to variable-topology shape design using a constraint on the perimeter. *Structural Optimization*, v.11, p.1–12, 1996.

HAFTKA, R. T.; GÜRDAL, Z.; KAMAT, M. P. **Element of Structural Optimization**. Dordrecht; Boston: Kluwer Academic Publishers, 1990. 481p.

HASHIN, Z.; SHTRIKMAN, S. A variational approach to the theory of the elastic behavior of multipurpose materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v.11, p.127–140, 1963.

HASSANI, B.; HINTON, E. A Review of Homogenization and Topology Optimization, I- Homogenization theory for media with periodic structure. *Computer and Structures*, v.69, p.707-717, 1998a.

\_\_\_\_\_. A Review of Homogenization and Topology Optimization, II- Analytical and numerical solution of homogenization equations. *Computer and Structures*, v.69, p.719-738, 1998b.

\_\_\_\_\_. A Review of Homogenization and Topology Optimization, III- Topology Optimization using optimality criteria. *Computer and Structures*, v.69, p.739-756. 1998c.

HEMP, W. **Optimum structures**. Oxford: Clarendon Press, 1973. 123p.

HETRICK, J. A.; KIKUCHI, N.; KOTA, S. Robustness of compliant mechanism topology optimization formulation, *SPIE*, v.3667, n.244, 1999.

HICKEY, R.; SAMEOTO, D.; HUBBARD, T.; KUJATH, M. Time and frequency response of two-arm micromachined thermal actuators. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, v.13, p.40-46, 2003.

HOWELL, L. L. **Compliant Mechanisms**. New York: Wiley, 2001. 459p.

ISHIHARA, H.; ARAI, F.; FUKUDA, T. Micro Mechatronics and Micro Actuators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v.1, n.1, p.68-79, 1996.

JENSEN, S. J. e SIGMUND, O. Systematic design of photonic crystal structures using topology optimization: Low-loss waveguide bends. *Applied Physics Letters*, v.84, n.12, 2004.

JOG, C. S.; HABER, R. B. Stability of finite element models for distributed-parameter optimization and topology design. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.130, n.3-4, p.203-226, 1996.

JOG, C. S.; HABER, R. B.; BENDSØE, M. P. Topology design with optimized self-adaptive materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.37, p.1323-1350, 1994.

\_\_\_\_. A displacement based topology design with optimized self-adaptive materials. In: Bendsøe, M.P.; Mota Soares, C.A. (eds.) *Topology design of structures*, Kluwer Academic Publishers Group, Amsterdam, p. 219-238, 1993.

JONSMANN, J. **Technology development for topology optimized thermal microactuators**. 1999. 116p. Thesis (PhD). The Microelectronics Centre, Technical University of Denmark, 1999a.

JONSMANN, J.; SIGMUND, O.; BOUWSTRA, S. Compliant thermal microactuator. *Sensors and Actuators A: Physical*, v.76, n.1-3, p.463-469, 1999b.

KIKUCHI, N.; HOLLISTER, S.; YOO, J. A Concept of Image-based integrated CAE for production Engineering. In: *Proceedings of International Symposium on Optimization and Innovative Design in JSME*, Tokyo, Japan, p. 75-90, 1997.

KOHN, R. V.; VOGELIUS, M. Relaxation of a variational method for impedance computed tomography. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v.40, p.775-777, 1987.

KOHN, R. V.; STRANG, G. Optimal Design and Relaxation of Variational Problems, I. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v.39, p.113-137. 1986a.

\_\_\_\_. Optimal Design and Relaxation of Variational Problems, II. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v.39, p.139-182, 1986b.

\_\_\_\_. Optimal Design and Relaxation of Variational Problems, III. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v.39, p.353-377, 1986c.

KOTA, S.; JOO, J.; LI, Z.; RODGERS, S. M.; SNIEGOWSKI, J. Design of compliant mechanisms: Applications to MEMS. *Analog Integrated Circuits and Signal processing*, v.29, p.7-15, 2001.

LARSEN, U. D.; SIGMUND, O.; BOUWSTRA, S. Design and Fabrication of Compliant Mechanisms and Material Structures with Negative Poisson's Ratio. *Journal of Micro Electro Mechanical Systems "MEMS"*, v.6, n.2, p. 99–106, 1997.

LAU, G. K.; DU, H.; LIM, M. K. Techniques to suppress intermediate density in topology optimization of compliant mechanism. *Computational Mechanics*, v.27, p.426-435, 2001a.

\_\_\_\_\_. Use of functional specifications as objective functions in topology optimization of compliant mechanism. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.190, p.4421-4433, 2001b.

LERCH, P.; SLIMANE, C. K.; ROMANOWICZ, B.; RENAUD, P. Modelization and characterization of asymmetrical thermal microactuators. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, v.6, p.134–7, 1996.

LI, Y.; SAITOU, K.; KIKUCHI, N. Topology optimization of thermally actuated compliant mechanisms considering time-transient effect. *Finite Elements in Analysis and Design*, v.40, p.1317-1331, 2004.

LIMA, C. R. de. **Projeto de mecanismos flexíveis usando o método de otimização topológica**. 2002. 135p. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo. 2002.

LIN, L.; CHIAO, M. Electrothermal responses of lineshape microstructures. *Sensors Actuators A*, v.55, p.35–41, 1996.

LURIE, K. A.; CHERKAEV, A. V.; FEDOROV, A. V. Regularization of Optimal Design Problems for Bars and Plates I. *Journal of Optimization Theory and Applications*, v.37, p.499-522. 1982a.

\_\_\_\_\_. Regularization of Optimal Design Problems for Bars and Plates II. *Journal of*

Optimization Theory and Applications, v.37, p.523-543, 1982b.

MA, Z. D.; KIKUCHI, N.; CHENG, H. C. Topology Design for Vibration Structures. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v.121, n.1-4, p.259-280, 1995.

MANKAME, N. D.; ANANTHASURESH, G. K. Comprehensive thermal modeling and characterization of an electro-thermal-compliant microactuator. Journal of Micromechanics and Microengineering, v.11, p.452-462, 2001.

MATSUI, K.; TERADA, K. Continuous approximation of material distribution for topology optimization. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v.59, n.14, p.1925-1944, 2004.

MAYER, R. R.; KIKUCHI, N.; SCOTT, R. A. Application of topological optimization techniques to structural crashworthiness. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v.39, n.8, p.1383-1404, 1996.

MLEJNEK, H. P. Some Aspects of the Genesis of Structures. Structural Optimization, vol. 5, pp. 64-69, 1992.

MICHELL, A. G. M. The limits of economy of material in frame structures. Philosophical Magazine, v.8, p.589-597, 1904.

MOULTON, T.; ANANTHASURESH, G. K. Micromechanical devices with embedded electro-thermal-compliant actuation. Sensors and Actuators A v.90, p.38-48, 2001.

NEVES, M. M.; RODRIGUES, H.; GUEDES, J. M. Generalized Topology Design of Structures with a Buckling Load Criterion. Structural Optimization, v.10, p.71-18, 1995.

NISHIWAKI, S.; MIN, S. J.; YOO, J.; KIKUCHI, N. Optimal structural design considering flexibility. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.190, p. 4457-4504, 2001.

NISHIWAKI, S.; SAITOU, K.; MIN, S. J.; KIKUCHI, N. Topology design considering flexibility under periodic loads. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v.19, 2000.

NISHIWAKI, S.; FRECKER, M. I.; MIN, S.; KIKUCHI, N. Topology Optimization of Compliant Mechanisms using the Homogenization Method. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, v.42, p.535-559, 1998.

OLHOF, N.; BENDSØE, M. P.; RASMUSSEN, J. On CAD-integrated Structural Topology and Design Optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.89, p.259-279, 1991.

ONG, T. G.; ROZVANY, G. I. N.; SZETO, W. T. Least-weight design of perforated elastic plates for given compliance: nonzero Poisson's ratio. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.66, p.301-322, 1988.

PARK, J. S.; CHU, L. L.; SIWAPORNSATHAIN, E.; GIANCHANDANI, Y. B. Long throw and rotary output electro-thermal actuators based on bent-beam suspensions. *IEEE International Micro Electro Mechanical Systems Conference*, Japan, p.680-685, 2000.

PAULINO, G., SILVA, E. C. N, Design of Functionally Graded Structures Using Topology Optimization. *Materials Science Forum*, v.492-493, p.435-440, 2005.

PEDERSEN, C. B. W. **On topology design of frame structures for crashworthiness**. 2002. Thesis (PhD) – Department of Mechanical Engineering, Solid Mechanics, Technical University of Denmark. 2002a.

PEDERSEN, N. L. On topology optimization of plates with prestress. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, v.51, n.2, p.225-240, 2001.

PEDERSEN, P.; BENDSØE, M. P. **Synthesis in Bio Solid Mechanics**. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers. 1999.

PETERSEN, K. Silicon as mechanical material. *Proc. IEEE Electron Devices*, v.70, n.5, p.420-457, 1982.

PETERSSON, J.; SIGMUND, O. Slope constrained topology optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.41 n.8, p.1417-1434, 1998.

POULSEN, T. A. A simple scheme to prevent checkerboard patterns and one-node connected hinges in topology optimization. *Structural Multidisciplinary Optimization*, v.24, p.396-399, 2002.

POULTON, C. G.; MOVCHAN, A. B.; MCPHEDRAN, R. C.; NICOROVICI, N. A.; ANTIPOV, Y. A. Eigenvalue problems for doubly periodic elastic structures and phonotic band gaps. In: *Proceedings of the Royal Society of London, Series A (Mathematical, Physical and Engineering Sciences)*, v.456, 2543-59, 2000.

PRAGER, W.; ROZVANY, G. I. N. Optimization of structural geometry. In: *Bednarek, A.R.; Cesari, L. (eds.) Dynamical systems*, p.265-293. New York, Academic Press, 1977.

PRAGER, W. A Note on Discretized Michell Structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.3, p.349-355, 1974.

PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing**, Cambridge University Press, 1999, 994p.

QUE, L.; PARK, J. S.; GIANCHANDANI, Y. B. Bent-Beam Electrothermal Actuators – Part I: Single Beam and Cascaded Devices. *Journal of Microelectromechanical Systems*, v.10, n.2, 247-254, 2001a.

QUE, L.; OTRADOVEC, L.; OLIVER, A. D.; GIANCHANDANI, Y. B. Pulse and DC operation lifetimes of bent-beam electrothermal actuators. *IEEE International Micro Electro Mechanical Systems Conference*, Interlaken, Switzerland, p.570-573, 2001b.

QUE, L.; PARK, J. S.; LI, M. H.; GIANCHANDANI, Y. B. Reliability studies of bent-beam electro-thermal actuators. *IEEE Conference, 38<sup>th</sup> annual International reliability Physics symposium*, San Jose, California, p.118-122, 2000.

QUE, L.; PARK, J. S.; GIANCHANDANI, Y. B. Bent-Beam Electro-Thermal Actuators for High Force Applications. *IEEE International Micro Electro Mechanical Systems Conference*, Orlando, FL, p.31-36, 1999.

RAHMATALLA, S. F.; SWAN, C. C. A Q4/Q4 continuum structural topology optimization implementation. *Structural Multidisciplinary Optimization*, v.27, p.130-135, 2004.

REDDY, J. N. e GARTLING, D. K. **The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics**. CRC Press, USA, 1994. 390p.

REID J. R.; BRIGHT V. M.; COMTOIS J. H. Force measurements of polysilicon thermal microactuators. *Micromachined Devices and Components II*. 2882, p.296–306, 1996.

REYNAERTS, D.; PEIRS, J.; BRUSSEL, H. V. A Mechatronic Approach to Microsystem Design. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v.3, n.1, p.4-33, 1998.

RODRIGUES, H.; SOTO, C.; TAYLOR, J. E. A design model to predict optimal two-material composite structures. *Structural Optimization*, v.17, p.186–198, 1999.

RODRIGUES, H., C.; FERNADEZ, P. A material based model for topology optimization of thermoelastic structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.38, n.12, p.1951-1965, 1995.

\_\_\_\_\_. Topology optimization of linear elastic structures subjected to thermal loads. In: Bendsøe, M.P.; Mota Soares, C.A. (eds.) *Topology design of structures*, Kluwer Academic Publishers, p.437 –450, 1993.

ROZVANY, G. I. N. Aims, scope, methods, history and unified terminology of computer-aided topology optimization in structural mechanics. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v.21, p.90-108, 2001.

\_\_\_\_\_. Optimal layout theory: analytical solutions for elastic structures with several deflection constraints and load conditions. *Structural Optimization*, v.4, p.247–249, 1992.

\_\_\_\_\_. Grillages of maximum strength and maximum stiffness. *International Journal of Mechanical Sciences*, v.14, p.651–666, 1972a.

\_\_\_\_\_. Optimal load transmission by flexure. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.1, p.253–263, 1972b.

ROZVANY, G. I. N.; BIRKER, T. On singular topologies in exact layout optimization. *Structural Optimization*, v.8, p. 228–235, 1994.

ROZVANY, G. I. N.; OLHO., N.; BENDSØE, M. P.; ONG, T. G.; SANDLER, R.; SZETO, W. T. Least-weight design of perforated elastic plates I, II. *International Journal of Solids and Structures*, v.23, p.521–550, 1987.

RUBIO, M., W.; SOUZA, R., B. R. D.; SILVA, E. C. N. Design of electrothermomechanical MEMS using topology optimization based on the continuous approximation of material distribution. In: Proceedings do XXV Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, Recife, Brasil, CD-ROM, 2004a.

\_\_\_\_\_. Projeto de microsistemas eletrotermomecânicos utilizando otimização topológica. In: Proceedings CBA 2004 – XV Congresso Brasileiro de Automática, Gramado, Brasil, CD-ROM, 2004b.

SHIN, N. W.; RUBIO, M., W.; e SILVA, E. C. N. Design of Compliant Mechanisms Considering Thermal Compensation. In: 6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO6), RJ, Brazil, CD-ROM, 2005.

SIGMUND, O. Design of Multiphysics Actuators Using Topology Optimization – Part I: One-material Structures. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v.190, p.6577-6604, 2001a.

\_\_\_\_\_. Design of Multiphysics Actuators Using Topology Optimization – Part II: Two-material Structures. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, v.190, p.6605-6627, 2001b.

\_\_\_\_\_. A 99 line topology optimization code written in Matlab. Structural Multidisciplinary Optimization, v.21, p.120-127, 2001c.

\_\_\_\_\_. Topology optimization: a tool for the tailoring of structures and materials. Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, v.358, pp. 211–228, 2000.

\_\_\_\_\_. On the optimality of bone microstructure. In: P. Pedersen and M. P. Bendsøe (eds), Synthesis in Bio Solid Mechanics, IUTAM, Kluwer, pp. 221 – 234, 1999.

\_\_\_\_. Systematic Design of Micro Actuators using Topology Optimization. In: SPIE's 5th Ann. Int. Symp. on Smart Structures and Materials, Smart Electronics e "MEMS", San Diego, California, SPIE, v.3328, p.23-31, 1998.

\_\_\_\_. On the Design of Compliant Mechanisms Using Topology Optimization. *Mechanics of Structures and Machines*, v.25, n.4, p.495-526, 1997.

\_\_\_\_. Some inverse problems in topology design of materials and mechanics. In: D. Bestle and W. Schielen (eds), *Symposium on optimization of mechanical systems*, IUTAM, Kluwer, Netherlands, 1996.

SIGMUND, O.; PETERSSON, J. Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. *Structural Optimization*, v.16, p.68-75, 1998.

SIGMUND, O.; TORQUATO, S. On the design of 1-3 piezocomposites using topology optimization. *Journal of Material Research*, v.13, n.4, p.1038-1048, 1998.

\_\_\_\_. Design of materials with extremal thermal expansion using a three-phase topology optimization method. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v.45, n.6, p.1037-1067, 1997.

\_\_\_\_. Composites with extremal thermal expansion coefficients. *Applied Physics Letters*, v.69, n.21, p.3203-3205, 1996.

SILVA, E. C. N.; NISHIWAKI, S.; KIKUCHI, N. Topology Optimization Design of Flextensional Actuators. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, v.47, n.3, p.657-671, 2000.

SILVA, E. C. N.; NISHIWAKI, S.; FONSECA, J. S. O.; KIKUCHI, N. Optimization Methods Applied to Material and Flextensional Actuator Design Using the Homogenization Method. *Computer Methods in Applied Mechanics and*

Engineering, v.172, p.241-271, 1999.

SILVA, E. C. N.; FONSECA, J. S. O.; KIKUCHI, N. Optimal design of periodic piezocomposites. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.159 n.2, p.49-77, 1998.

SOTO, C.A. Structural topology optimization: from minimizing compliance to maximizing energy absorption. *International Journal of Vehicle Design*, vol.25, n.1/2, p.142-163, 2001.

SOTO, C. A.; DÍAZ, A. R. Basic models for topology design optimization in crashworthiness problems. In: *Proceeding of DETC 99, ASME*, 1999.

\_\_\_\_\_. Optimum Layout and Shape of Plate Structures Using Homogenization. In: *Bendsøe M.P. and Mota S. C. A. Topology Design of Structures*, p.407-420, 1993.

SUZUKI, K.; KIKUCHI, N. A Homogenization Method for Shape and Topology Optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.93, p.291-318, 1991.

SVANBERG, K. Global convergence of the stress ratio method for truss sizing. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v.8, p.60-68, 1994a.

\_\_\_\_\_. On the convexity and concavity of compliances. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v.7, p.42-46, 1994b.

\_\_\_\_\_. The Method of Moving Asymptotes - A New Method for Structural optimization. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, v.24, p.359-373, 1987.

SWAN, C. C.; KOSAKA, I. Voigt-Reuss Topology Optimization for Structures with Linear Elastic Material Behaviour. *International Journal of Numerical Methods in*

Engineering, v.40, n.1, p.3033-3057. 1997.

SYMS, R. R. Electrothermal frequency tuning of folded and coupled vibrating micromechanical resonators. *Journal of Microelectromechanical Systems*, v.7, n.2, 1998.

TAI, K.; CHEN, T. H. Design of structures and compliant mechanism by evolutionary optimization of morphological representations of topology. *Transactions of the ASME*, v.122, p.560-566, 2000.

TAYLOR, J. E. An energy model for optimal design of linear continuum structures. *Structural Optimization*, v.16, p.116–127, 1998.

THOMAS, G. B., e FINNEY, R. L. **Calculus and Analytical Geometry**. 8.ed. Reading, MA: Addison – Wesley. 1992.

THOMAS, H. L.; VANDERPLAATS, G. N.; SHYY, Y. K. A Study of Move Limit Adjustment Strategies in the Approximation Concepts Approach to Structural Synthesis. *AIAA-VMA Engineering*, p.507-512, 1992.

THOMSEN, J. Topology Optimization of Structures Composed of One or Two Materials. *Structural Optimization*, v.5, p.108-115, 1992.

VANDERPLATZ, G. **Numerical Optimization Techniques for Engineering Design**: with Applications. New York, EUA: McGraw-Hill, 1984.

WANG, S.; KANG, J.; Noh, J. Topology optimization of a single-phase induction motor for rotary compressor. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 40, n.3, 2004.

YAN, D.; KHAJEPOUR, A.; MANSOUR, R. Modeling of two-hot-arm horizontal thermal actuator. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, v.13, p.312-322, 2003.

YIN, L.; ANANTHASURESH, G. K. A novel topology design scheme for the multi-physics problems of electro-thermally actuated compliant micromechanisms. *Sensors and Actuators A*, v.97-98, p.599-609, 2002.

\_\_\_\_\_. Topology optimization of compliant mechanisms with multiple materials using a peak function material interpolation scheme. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v.32, n.1, p.49-62, 2001.

YIN, L.; YANG, W. Topology Optimization for Tunnel Support in Layered Geological Structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v.47, p.1983-1996, 2000.

YOO, J.; KIKUCHI, N. Topology optimization in magnetic fields using the homogenization design method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 48, p.1463-1479, 2000.

ZHOU, M.; ROZVANY, G. I. N. The COC Algorithm, Part II: Topological, Geometrical, and Generalized Shape Optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.89, p.309-336, 1991.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method**. 4.ed. London; New York: McGraw-Hill, 1991.

## **APÊNDICE – Projeto de mecanismos flexíveis com compensação térmica utilizando otimização topológica**

Como se indicou na última seção do capítulo 5, foi implementado outro programa computacional que demonstra a viabilidade de usar o Método de Otimização Topológica (MOT) na solução de outros problemas multifísicos, além do projeto de micromecanismos ETM. Assim, foi implementado o programa Termomecflex, que projeta mecanismos flexíveis considerando compensação de temperatura.

Os mecanismos flexíveis obtêm sua mobilidade da flexibilidade da estrutura e não de partes móveis como juntas e pinos, como acontece nos mecanismos tradicionais. No entanto, a resposta desses mecanismos pode ser afetada por variações de temperatura, o qual é crítico em equipamentos de mecânica de precisão onde deslocamentos não desejados podem ser gerados. Portanto, uma solução é projetar mecanismos flexíveis com compensação térmica; em outras palavras, que não sejam afetados por variações de temperatura.

Para projetar mecanismos flexíveis com compensação térmica, úteis nos equipamentos de mecânica de precisão, foi formulada uma função objetivo que maximiza o deslocamento gerado por uma força de entrada e minimiza os deslocamentos gerados pelos efeitos térmicos nesse deslocamento. Isto conduz a uma função multi-objetivo definida pela somatória das diversas funções objetivos ponderadas. Essa função objetivo foi formulada usando os conceitos de energia mútua e flexibilidade média, segundo expresso por NISHIWAKI et al. (2001). A função multi-objetivo consiste de uma função objetivo que maximiza o deslocamento de saída gerado pela força de entrada; outra que minimiza o deslocamento gerado pelos efeitos térmicos na direção de saída; e finalmente, por uma função objetivo que minimiza a componente normal na direção de saída devido à força e aos efeitos térmicos.

## FORMULAÇÃO TEÓRICA

A função multi-objetivo ( $F$ ) formulada, baseada em NISHIWAKI et al. (2001), é:

$$F = \frac{\frac{1}{\xi_L^2} (1 - w_1) \log \left( e^{-\xi_L^1 L^2 ({}^1U^1)} \right)}{\frac{1}{\xi_S^2} \log \left[ w_1 \left( e^{-\xi_S^2 L^2 ({}^2U^1)} \right)^2 + e^{-\xi_S^1 L^3 ({}^1U^3)} + \sum_{i=1}^2 w_2 \left( e^{-\xi_L^i L^5 ({}^iU^1)} \right)^2 \right]} \quad (1)$$

Os diversos termos da eq.(1), formulados segundo o método dos elementos finitos, podem ser escritos como:

$${}^1L^2 ({}^1U^1) = {}^1U^{1T} \mathbf{K}_1 {}^1U^2 \quad (2)$$

$${}^2L^2 ({}^2U^1) = {}^2U^{1T} \mathbf{K}_1 {}^2U^2 \quad (3)$$

$${}^1L^3 ({}^1U^3) = {}^1U^{3T} \mathbf{K}_2 {}^1U^3 \quad (4)$$

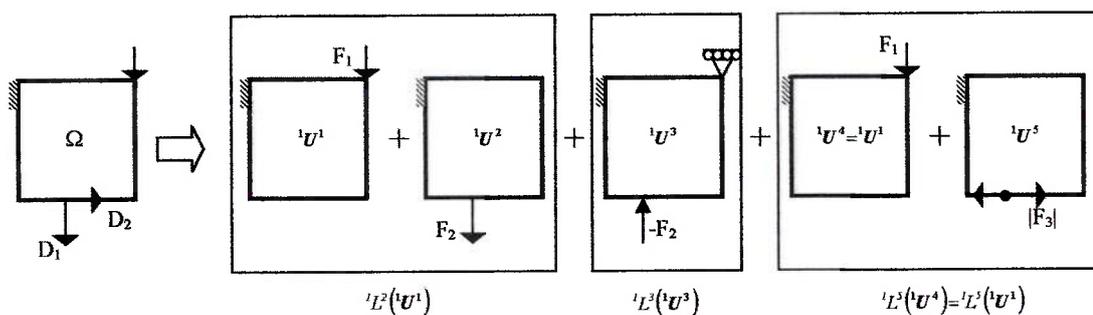
$${}^1L^5 ({}^1U^1) = {}^1U^{1T} \mathbf{K}_1 {}^1U^5 \quad (5)$$

$${}^2L^5 ({}^2U^1) = {}^2U^{1T} \mathbf{K}_1 {}^2U^5 \quad (6)$$

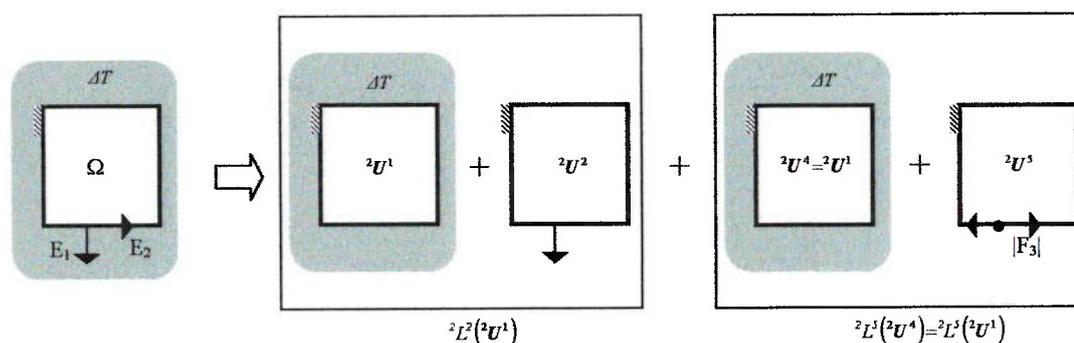
onde os termos  $\mathbf{K}$  representam matrizes de rigidez e os termos  $U$  os deslocamentos de saída, segundo os diversos casos de carga apresentados na Fig. 1. Aqui não entrar-se-á em detalhes do porque desses casos de carregamento, os quais derivam dos conceitos de energia mútua e flexibilidade média. Para maior detalhe desses casos de carga pode-se consultar a NISHIWAKI et al. (2001) ou SHIN; RUBIO; SILVA (2005).  $\xi_L$ ,  $\xi_S$ ,  $w_1$ , e  $w_2$ , são fatores peso que ponderam cada uma das funções objetivos. Esses fatores são definidos pelo usuário do programa.

Na Fig. 1, no caso de carregamento por força, os termos  ${}^1L^2 ({}^1U^1)$  e  ${}^1L^5 ({}^1U^1)$  representam o deslocamento de saída desejado ( $D_1$ ) e não desejado ( $D_2$ ) gerados pela força  $F_1$ , respectivamente.  ${}^1L^3 ({}^1U^3)$  representa a flexibilidade média da

estrutura, a qual produz a rigidez suficiente no mecanismo flexível. No caso de carregamento por variação térmica,  ${}^2L^2({}^2U^1)$  e  ${}^2L^5({}^2U^1)$  representam os deslocamentos de saída ( $E_1$  e  $E_2$ ) gerados pela variação de temperatura  $\Delta T$ .



Casos de carga devidos à aplicação de uma força externa



Casos de carga devidos a uma variação de temperatura

Figura 1 - Casos de carga para o projeto de um mecanismo flexível com compensação térmica

As equações de equilíbrio em forma matricial e segundo o MEF são formuladas como:

$$K_1({}^1U^1) = F_1 \quad (7)$$

$$K_1({}^1U^2) = F_2 \quad (8)$$

$$K_2({}^1U^3) = -F_2 \quad (9)$$

$$K_1({}^1U^5) = F_3 \quad (10)$$

$$\mathbf{K}_1({}^2\mathbf{U}^1) = \mathbf{F}_{AT} \quad (11)$$

$$\mathbf{K}_1({}^2\mathbf{U}^5) = \mathbf{F}_4 \quad (12)$$

$$\mathbf{K}_1({}^2\mathbf{U}^5) = \mathbf{F}_5 \quad (13)$$

onde  $\mathbf{F}_i$  são os vetores que implementam as forças aplicadas segundo os diversos casos de carregamento, ver a Fig. 1.  $\mathbf{F}_{AT}$  é o vetor de “força térmica”.

O modelo de material adotado é o “SIMP” (BENDSØE; SIGMUND, 2003), onde cada elemento do domínio de projeto fixo contém uma pseudo-densidade (variável de projeto) que varia entre 0 e 1. O problema de otimização é formulado como:

$$\begin{aligned} \max_{\rho} \quad & F \quad (\text{deslocamento de saída}) \\ \text{tal que,} \quad & \sum_{e=1}^N \rho^e V^e \leq V^* \quad (\text{restrição de volume}) \\ & 0 \leq \rho^e \leq 1 \quad (\text{restrição de caixa para as variáveis de projeto}) \\ & \text{Equações de equilíbrio eq.(7) até eq.(13)} \end{aligned} \quad (14)$$

onde  $N$  é o número de elementos resultantes da discretização do domínio de projeto fixo.  $V^e$  é o volume do elemento finito  $e$ ;  $V^*$  é a restrição, estabelecida inicialmente, sobre o volume do material total no domínio de projeto fixo e,  $\rho^e$  é a densidade relativa do elemento  $e$ .

O procedimento utilizado na implementação do MOT foi similar ao descrito na Fig. 4.6 do capítulo 4. Utilizou-se o método da continuação (BENDSØE; SIGMUND, 2003), o modelo de material “SIMP”, e a programação linear seqüencial (PLS). Além disso, uma técnica de filtragem é implementada para reduzir o problema da instabilidade de xadrez e a dependência da solução da topologia final. O filtro é implementado nos limites móveis segundo se descreveu na seção 4.5 do capítulo 4 (CARDOSO; FONSECA, 1999). O programa computacional foi implementado em Matlab.

## RESULTADOS

Para provar a funcionalidade do programa Termomecflex, dois tipos de projeto foram desenvolvidos: o primeiro foi um mecanismo flexível sem considerar efeitos térmicos, ver a Fig. 3; o segundo projeto considera a aplicação tanto de força como de uma variação de temperatura, obtendo-se um mecanismo flexível com compensação dos efeitos térmicos; ver a Fig. 4. Em todos os casos foi usado o domínio de projeto da Fig. 2. Esse domínio foi discretizado com 50 x 50 elementos finitos quadrados de 4 nós. A força  $F$  aplicada é de 1N e a variação de temperatura  $\Delta T$  de 30K. Como material foi usado o Níquel e suas propriedades estão na Tabela 1. Outros dados necessários para a otimização estão na Tabela 2.

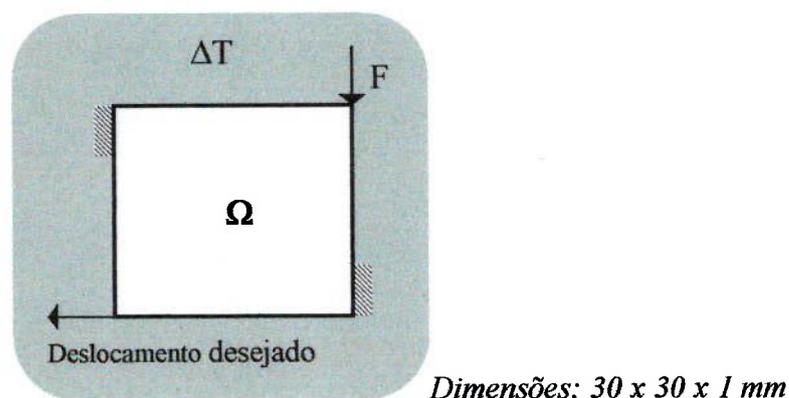


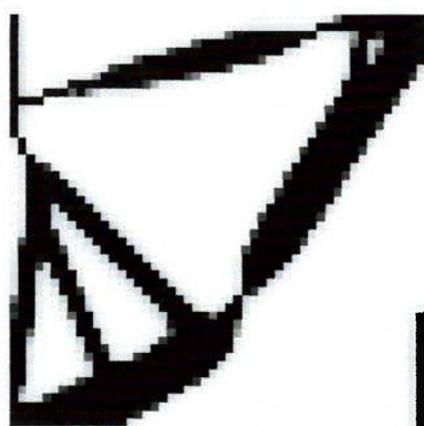
Figura 2 – Domínio de projeto fixo.

Tabela 1 – Propriedades do Níquel.

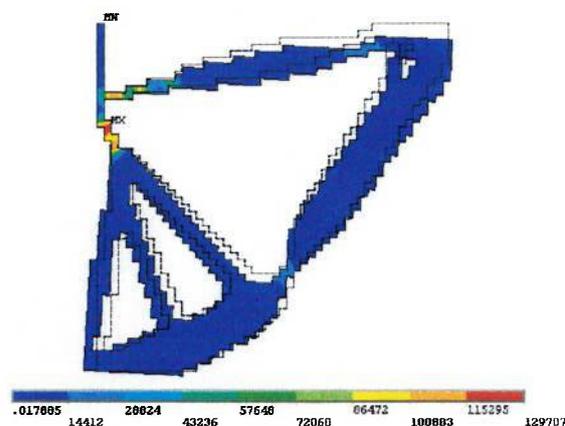
| Descrição   | Valor               |
|---|---------------------|
| Módulo de Young (Pa)                                    | $2 \times 10^{11}$  |
| Módulo de Poisson                                       | 0,31                |
| Coefficiente de expansão térmica ( $1/^\circ\text{K}$ ) | $15 \times 10^{-6}$ |

Tabela 2 – Dados usados no MOT.

| Descrição                              | Valor                |
|--|----------------------|
| Restrição de volume máximo (%)         | 30                   |
| Valor inicial das variáveis de projeto | 0,5                  |
| Temperatura ambiente (K)               | 300                  |
| Fator de penalidade mínimo             | 1                    |
| Fator de penalização máximo            | 3                    |
| Tamanho do raio do filtro              | 8 elementos vizinhos |
| $\xi_L$                                | 1                    |
| $\xi_S$                                | 0,1                  |
| $w_1$                                  | 0,1                  |
| $w_2$                                  | 0,2                  |



Topologia ótima



Tensões de von Mises

Figura 3 – Topologia ótima e estrutura deformada junto com as tensões de von Mises, quando somente força é aplicada.

Através da Fig. 5 é evidente que o software maximiza a energia mútua gerada pela força e minimiza a energia mútua gerada pela variação de temperatura. Desta forma se comprova a efetividade do Termomecflex. Outra via de testar o programa

é simular a topologia com compensação térmica, Fig. 4, usando um programa comercial de elementos finitos. Neste caso foi usado o programa ANSYS. Foram simuladas três situações diferentes: aplicando somente força à topologia da Fig. 4; aplicando somente o  $\Delta T$  de 30K na topologia da Fig. 4; e simulando a topologia com a compensação térmica. Os resultados obtidos se observam nas Fig. 6, 7 e 8, respectivamente.



Figura 4 – Mecanismo flexível com compensação dos efeitos térmicos.

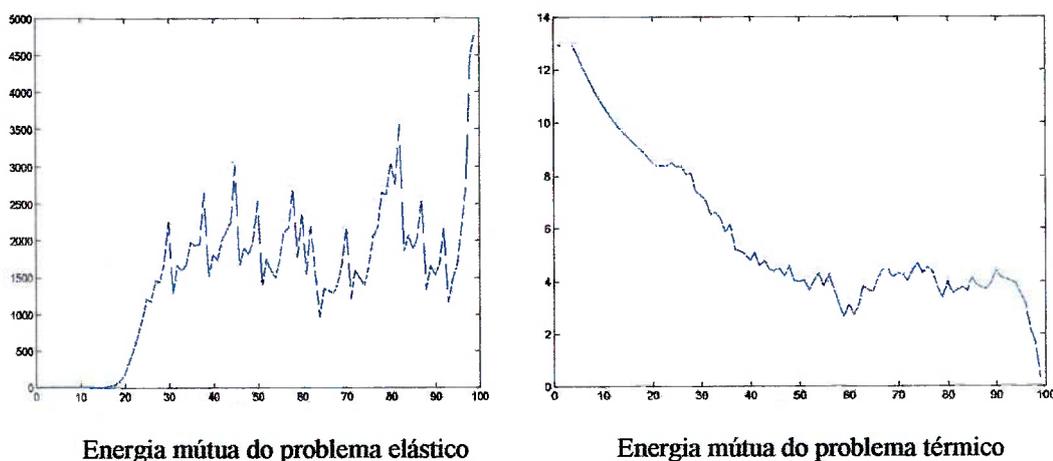


Figura 5 – Gráficos de convergência da energia mútua.

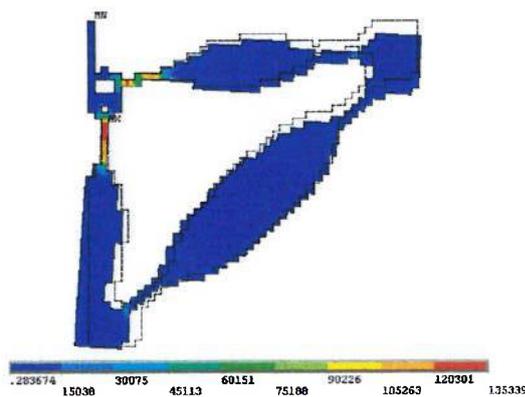


Figura 6 – Excitação por somente força ( $F = 1\text{N}$ ) e tensões de von Mises da topologia da Fig. 4.

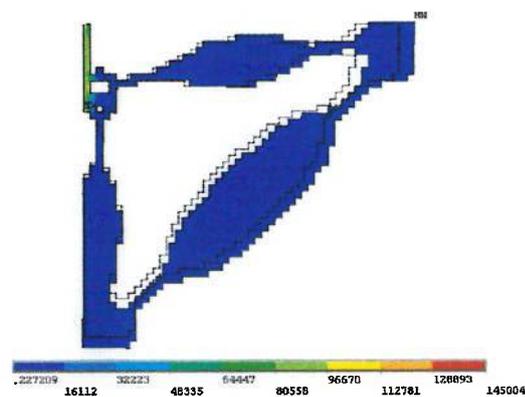


Figura 7 – Excitação por somente  $\Delta T = 30\text{K}$  e tensões de von Mises da topologia da Fig. 4.

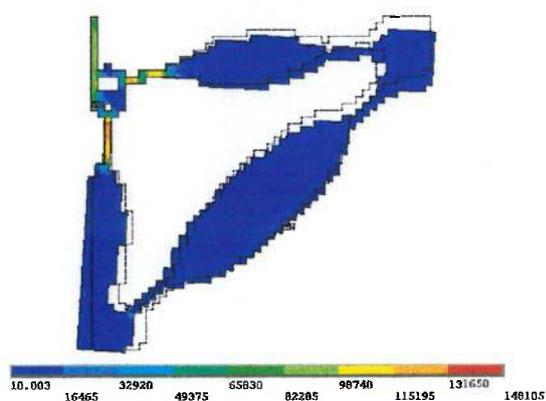


Figura 8 – Simulação do mecanismo flexível com compensação térmica (Fig. 4) e tensões de von Mises, com  $F = 1$  e  $\Delta T = 30\text{K}$ .

Tabela 3 – Resultados das simulações com ANSYS.

| <b>SIMULAÇÕES</b>                              | <b>Deslocamento desejado (mm)</b> | <b>% de somente força</b> | <b>Deslocamento indesejado (mm)</b> | <b>Relação desejado/ indesejado (%)</b> |
|--|-----------------------------------|---------------------------|-------------------------------------|---|
| <b>Projeto com somente excitação por força</b> |                                   |                           |                                     |   |
| Somente força                                  | 0,170                             | –                         | 0,00940                             | 5,5                                     |
| Somente $\Delta T = 30K$                       | 0,0125                            | 7,4                       | -0,0103                             | –                                       |
| Somente $\Delta T = 100K$                      | 0,0420                            | 24,7                      | -0,0330                             | –                                       |
| Força e $\Delta T = 30K$                       | 0,183                             | –                         | 0,00090                             | 0,5                                     |
| Força e $\Delta T = 100K$                      | 0,212                             | –                         | -0,0236                             | 11,1                                    |
| <b>Projeto com compensação térmica</b>         |                                   |                           |                                     |   |
| Somente força                                  | 0,186                             | –                         | 0,0144                              | 7,7                                     |
| Somente $\Delta T = 30K$                       | 0,00119                           | 0,6                       | -0,0103                             | –                                       |
| Somente $\Delta T = 100K$                      | 0,00397                           | 2,1                       | -0,0345                             | –                                       |
| Força e $\Delta T = 30K$                       | 0,187                             | –                         | 0,00408                             | 2,2                                     |
| Força e $\Delta T = 100K$                      | 0,190                             | –                         | -0,0201                             | 10,6                                    |

Comparando o projeto considerando somente excitação por força, com o projeto que considera os dois casos de carga (força e térmico) com compensação, os deslocamentos e a relação deslocamento desejado / indesejado foram da mesma ordem, ver a Tabela 3. Isto demonstra que o projeto com compensação térmica não perdeu sua funcionalidade e características originais.

Os deslocamentos na direção desejada causados pelas variações de temperatura, no projeto que considera somente carregamento por força, são 7,4% e 24,7% do deslocamento devido à força, para  $\Delta T = 30K$  e  $\Delta T = 100K$ , respectivamente. No projeto que considera os dois casos de carga (força e  $\Delta T$ ), mas com compensação dos efeitos térmicos, essas porcentagens são menores, mostrando

que efetivamente o Termomecflex reduz os efeitos térmicos nos mecanismos flexíveis, ver a Tabela 3. Além disso, a topologia continuou reduzindo os efeitos térmicos inclusive quando o  $\Delta T$  foi três vezes maior que o inicialmente projetado (de  $\Delta T = 30\text{K}$  a  $\Delta T = 100\text{K}$ ). Isto demonstra que o Termomecflex é capaz de projetar mecanismos flexíveis robustos em relação à compensação térmica.

Contudo, deve-se considerar que efeitos não-lineares não foram considerados, portanto, existe alta probabilidade de que o Termomecflex não funcione adequadamente para altas variações de temperatura, onde esses efeitos são importantes.

## REFERÊNCIAS

BENDSØE, M. P.; SIGMUND, O. **Topology Optimization: theory, Methods and applications**. Berlin: Springer, 2003.

CARDOSO, E. L.; FONSECA, J. S. O. Intermediate density reduction and Complexity Control in the Topology Optimization. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE, 20, Brasil. 1999.

NISHIWAKI, S.; MIN, S. J.; YOO, J.; KIKUCHI, N. Optimal structural design considering flexibility. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.190, p. 4457-4504, 2001.

SHIN, N. W.; RUBIO, M., W.; e SILVA, E. C. N. Design of Compliant Mechanisms Considering Thermal Compensation. In: 6th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO6), RJ, Brazil, CD-ROM, 2005.