

MOACIR DA SILVA URBANO

Eng. Mecânico, Escola Politécnica da USP, 1986.

**PROJETO MECÂNICO DE UM ROBÔ MANIPULADOR DE SEIS GRAUS DE
LIBERDADE, ACIONADO POR MOTORES PNEUMÁTICOS ROTATIVOS.**

**Dissertação apresentada ao Depto.
de Engenharia Mecânica da Escola
Politécnica da USP, para obtenção
do grau de mestre em Engenharia.**

**Orientador:
Prof. Dr. Eduardo L. L. Cabral.
Depto. de Eng. Mecânica da EPUSP.**

SÃO PAULO

1997

RESUMO

O objetivo deste trabalho é realizar o projeto mecânico de um robô manipulador de seis graus de liberdade, acionado por motores pneumáticos rotativos. Pretende-se que o projeto esteja em conformidade com o estado atual da arte em projetos mecânicos de robôs manipuladores. A proposta consiste em desenvolver um conceito de projeto, que utilize simultaneamente diversas soluções mecânicas, que foram utilizadas isoladamente em outros trabalhos. Cita-se como exemplos a utilização de um mecanismo de cinco barras balanceado dinamicamente e estaticamente, para produzir os movimentos de posicionamento do efetuador com a dinâmica linear e desacoplada e a utilização de tendões para transmitir os movimentos de orientação do efetuador, obtendo um posicionamento mais racional dos componentes. Este conceito de projeto permite obter de forma simples o aumento da velocidade do robô sem perda de precisão, nem de versatilidade cinemática. Sendo assim, o resultado final esperado é o projeto de um robô de alto desempenho, baixo custo e adequado para as mais diversas aplicações industriais.

ABSTRACT

The objective of this work is to design a six degree of freedom robot manipulator actuated by pneumatic motors. The design proposal consists in the adoption of several state of art mechanical solutions which were applied separately in different robot manipulators. Thus, the robot end effector is positioned by a statically and dynamically balanced five bar mechanism, with linear and decoupled dynamics, and the end effector orientation movements are transmitted by tendons. These solutions allow a better disposition of the robot components and an improvement in the speed of the end effector movements without losing positioning precision and kinematics versatility. It is expected that this robot manipulator will present a high performance, low cost and will be adequately for different industrial applications.

AGRADECIMENTOS

O autor deseja expressar seus mais sinceros agradecimentos às seguintes pessoas:

Ao Prof. Dr. Eduardo L. L. Cabral, orientador deste trabalho, pela valiosa orientação, incentivo e grande paciência, que é própria de todo grande professor.

Ao Prof. Dr. Carlos Chien Ching Tu, pelas decisivas sugestões e informações esclarecedoras sobre projeto mecânico de robôs, fornecendo soluções aos problemas e materiais de consulta bibliográfica.

Ao Prof. Dr. Valter Francisco Arruda Alves, também pelas decisivas sugestões e informações esclarecedoras sobre projeto mecânico de robôs e projeto mecânico de equipamentos de precisão, fornecendo soluções e materiais de consulta bibliográfica.

Ao Prof. Dr. Marcos R. P. Barreto, pelos inúmeros esclarecimentos práticos e conceituais na área de engenharia mecatrônica e pelo incentivo ao meu ingresso nesta área de pesquisa.

Aos colegas e amigos do Departamento de Engenharia Mecânica, por terem criado um ambiente agradável e favorável ao desenvolvimento deste trabalho.

À minha querida esposa, pela compreensão, incentivo e grande paciência que teve comigo durante todo o período de realização desta dissertação.

CONTEÚDO

1 INTRODUÇÃO

1.1 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS.....	1
1.2 CRITÉRIOS DO PROJETO MECÂNICO.....	4
1.3 PRINCIPAIS SOLUÇÕES ADOTADAS.....	5
1.4 SUMÁRIO ESTRUTURADO DA DISSERTAÇÃO.....	6

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS APLICADOS

2.1 INTRODUÇÃO.....	10
2.2 POSIÇÃO E ORIENTAÇÃO DE CORPOS RÍGIDOS.....	10
2.3 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS.....	11
2.4 TRANSFORMAÇÃO HOMOGÊNEA.....	13
2.5 MODELAGEM GEOMÉTRICA DE ROBÔS MANIPULADORES.....	16
2.6 CINEMÁTICA DE MEC. ARTICULADOS DE CORPOS RÍGIDOS.....	21
2.7 DINÂMICA DE MEC. ARTICULADOS DE CORPOS RÍGIDOS.....	25

3 ESTUDOS DE VIABILIDADE TÉCNICA

3.1 INTRODUÇÃO.....	32
3.2 MODELAMENTO DINÂMICO DO MECANISMO.....	35
3.3 BALANCEAMENTO DINÂMICO.....	50
3.4 BALANCEAMENTO ESTÁTICO OU GRAVITACIONAL.....	53
3.5 SUMÁRIO E COMENTÁRIOS FINAIS.....	61

4 MECANISMO DE POSICIONAMENTO

4.1 INTRODUÇÃO.....	65
4.2 PROJETO BÁSICO.....	66
4.3 ANÁLISE DAS DEFORMAÇÕES.....	73
4.4 ANÁLISE DO DESEMPENHO.....	84

5 MECANISMO DE ORIENTAÇÃO

5.1 INTRODUÇÃO.....	94
5.2 PROJETO DE CONCEPÇÃO.....	94
5.3 PROJETO BÁSICO.....	98
5.4 ANÁLISE DAS DEFORMAÇÕES.....	103
5.5 ANÁLISE DO DESEMPENHO.....	116

6 COMPATIBILIZAÇÃO DO SISTEMA

6.1 INTRODUÇÃO.....	123
6.2 PROJETO DO BALANCEAMENTO DINÂMICO.....	124
6.3 PROJETO DO BALANCEAMENTO ESTÁTICO DO 2 ^o MOTOR.....	130
6.4 PROJETO DO BALANCEAMENTO ESTÁTICO DO 3 ^o MOTOR.....	141
6.5 ANÁLISE DA PRECISÃO DO ROBÔ.....	144

7 CONCLUSÕES

7.1 INTRODUÇÃO.....	153
7.2 CONCLUSÕES.....	153
7.3 SUGESTÕES PARA FUTUROS DESENVOLVIMENTOS	155

APÊNDICE 1

LISTA DE MATERIAIS E DESENHOS DE MONTAGEM

APÊNDICE 2

MOMENTOS ESTÁTICOS E TENSORES DE INÉRCIA

LISTA DAS FIGURAS

2.1 Posição e orientação de corpos rígidos.....	11
2.2 Transformação de coordenadas.....	12
2.3 A notação de Denavit-Hartenberg.....	18
3.1 Representação esquemática do mecanismo adotado.....	33
3.2 Convenções matemáticas do mecanismo de posicionamento do efetuador.....	36
3.3 Parâmetros físicos do mecanismo de posicionamento do efetuador.....	37
3.4 Esquema de aplicação da mola do balanceamento estático.....	55
3.5 Curva do comportamento de uma mola elástica linear.....	57
3.6 Curva do comportamento de uma mola elástica linear pré-tencionada.....	58
4.1 Representação esquemática do mecanismo de posicionamento.....	67
4.2 Diagrama de corpo livre de uma barra engastada.....	75
4.3 Diagrama de corpo livre do ligamento 2.....	77
4.4 Diagrama de corpo livre do ligamento 6.....	81
5.1 Representação esquemática do mecanismo de orientação.....	95
5.2 Esquema da transmissão por tendões entre eixos paralelos.....	97
5.3 Esquema da transmissão por tendões entre eixos perpendiculares.....	98
5.4 Esquema do movimento do quarto grau de liberdade.....	106
5.5 Esquema do movimento do quinto grau de liberdade.....	108
5.6 Diagrama de corpo livre do ligamento 8.....	109
5.7 Diagrama de corpo livre do ligamento 7.....	111
5.8 Esquema do movimento do sexto grau de liberdade.....	113
6.1 Diagrama das massas do mecanismo de orientação do efetuador.....	125
6.2 Diagrama das massas do ligamento 5.....	126
6.3 Diagrama de corpo livre das molas.....	132
6.4 Esquema de instalação e dimensionamento das molas.....	135
6.5 Diagrama das massas do ligamento 3.....	141
6.6 Sistemas referenciais do mecanismo de orientação.....	147

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVAS

O objetivo deste trabalho é realizar o projeto mecânico de um robô de seis graus de liberdade, acionado por motores pneumáticos de palhetas acoplados a redutores de velocidade harmônicos. Tanto os motores quanto os redutores são disponíveis no mercado.

Este trabalho faz parte de um projeto, que vem sendo desenvolvido no Departamento de Engenharia Mecânica da EPUSP, cujo objetivo principal é verificar a possibilidade de se utilizar motores pneumáticos no acionamento de manipuladores robóticos.

Segundo [TU90] as principais vantagens apresentadas pelos acionamentos pneumáticos em comparação aos elétricos são o baixo custo e o alto ganho de desempenho devido a sua melhor relação potência / peso. No entanto, estas vantagens podem não ser suficientes para viabilizar a aplicação prática de motores pneumáticos em manipuladores robóticos. Isto ocorre devido ao fato dos motores pneumáticos atuais ainda não estarem devidamente desenvolvidos para esta aplicação, dificultando o aproveitamento destas vantagens, além dos motores elétricos possuírem atualmente uma grande aceitação na robótica. Ressalta-se que com o passar do tempo a aceitação dos motores elétricos tende a aumentar, em vista do contínuo aprimoramento tecnológico que vêm recebendo, dificultando cada vez mais a implementação de outros tipos de atuadores.

Em vista desses fatos, o projeto deste robô foi realizado com a preocupação de facilitar ao máximo a implementação e o desenvolvimento dos motores pneumáticos, bem como de permitir um melhor aproveitamento das suas vantagens. Isso certamente agrega valor à idéia, facilitando a aceitação do uso desses motores na robótica, aumentando também a motivação de se investir em seu aprimoramento tecnológico. Essa aceitação pode ser conquistada, desenvolvendo-se um robô pneumático de melhor desempenho do que os robôs industriais atuais, baixo custo e adequado para diversas aplicações industriais. Por um melhor desempenho entende-se maior velocidade e capacidade de carregamento. Sendo assim, a qualidade do projeto mecânico do robô se torna fundamental, além de representar um desafio. Portanto o escopo deste trabalho é projetar um mecanismo que facilite obter ganho de velocidade e capacidade de carregamento, sem perda de precisão ou de versatilidade cinemática.

Para que o robô possua uma versatilidade satisfatória, propõe-se que seu mecanismo possua seis graus de liberdade com todos os movimentos articulados, de forma a imitar o funcionamento de um braço humano. Ressalta-se que esta é uma classe de robôs de ampla utilização nas atividades industriais.

Para que o mecanismo projetado possibilite os ganhos de velocidade e capacidade de carregamento sem perda de precisão, propõe-se que o projeto mecânico possua alta rigidez estrutural, total ausência de folgas e baixa inércia. A rigidez estrutural e a ausência de folgas são necessárias para garantir a precisão mecânica, enquanto que a baixa inércia facilita o ganho de velocidade. Ressalta-se que o escopo não é projetar um equipamento otimizado, portanto não são realizadas análises estruturais avançadas. Dessa forma, os cálculos realizados são simplificados e o resultado esperado é um sistema superdimensionado em relação a problemas de ruptura, tanto por sobrecargas como por fadiga. Apesar disso, pretende-se que o sistema obtido seja leve e rígido e portanto com boas respostas dinâmicas quanto aos problemas de choque ou vibrações forçadas.

Observa-se que a capacidade de desenvolver altas velocidades com precisão, também depende da controlabilidade do mecanismo projetado. Neste texto entende-se por controlabilidade, como sendo a facilidade para se obter com o projeto do sistema de controle, as seguintes vantagens:

- Movimentos mais precisos e suaves. Isto é possível, quando os movimentos são realizados com um baixo nível de perturbações atuando sobre o sistema de controle;
- Movimentos mais rápidos. Isto é possível, quando as trajetórias são planejadas e corrigidas, com um melhor aproveitamento da energia disponível pelo sistema.

Sendo assim, a simplicidade da dinâmica do mecanismo é fundamental para o ganho de controlabilidade. O ideal é ter-se um comportamento dinâmico linear com todos os movimentos desacoplados, pois isso facilita o projeto do sistema de controle no sentido de diminuir o nível de perturbações atuantes e de melhorar o aproveitamento da energia disponível pelo sistema.

Conforme foi mencionado, o escopo deste trabalho não é realizar um projeto otimizado, mas sim desenvolver um conceito de projeto que facilite ao máximo os trabalhos de otimização, tanto da parte mecânica, como do sistema de controle. A estratégia adotada no desenvolvimento deste trabalho, está fundamentada nas seguintes prioridades:

- Aplicar conhecimentos teóricos, no sentido de obter um comportamento dinâmico mais próximo possível do ideal. Isto significa simplificar o modelamento matemático, explorando ao máximo as propriedades e características físicas dos fenômenos envolvidos;
- Aplicar conhecimentos práticos, no sentido de atingir as metas propostas, sem a necessidade de desenvolver soluções inovadoras. Isto significa reunir em um único projeto, diversas soluções mecânicas de conformidade com o estado atual da arte, que foram desenvolvidas e aplicadas isoladamente em outros projetos.

Observa-se que esta estratégia permite extrair vantagens adicionais da maioria das soluções mecânicas adotadas, que não são possíveis quando aplicadas isoladamente. Cita-se como exemplo, o balanceamento estático ou gravitacional do mecanismo, que foi desenvolvido em outros projetos, apenas para aumentar o rendimento mecânico dos robôs, ou seja, aumentar a capacidade de aceleração e velocidade sem aumentar o consumo de energia. Contudo, a aplicação deste recurso em conformidade com o conceito de projeto desenvolvido neste trabalho, além de assegurar o mesmo ganho de rendimento, representa um excelente recurso para o aumento da controlabilidade, pois viabiliza fisicamente a linearização da dinâmica do mecanismo de posicionamento do efetuador.

1.2 CRITÉRIOS DO PROJETO MECÂNICO

Conforme foi dito no tópico anterior, para obter ganho de desempenho é necessário que o mecanismo projetado possua baixa inércia e alta precisão mecânica. Nesse sentido, adotam-se os seguintes critérios de projeto:

- O critério adotado para o dimensionamento estrutural, consiste de maximizar a rigidez e minimizar o peso. Observa-se que não se trata de um critério baseado em parâmetros numéricos, mas simplesmente um objetivo a ser alcançado.
- O critério de projeto do arranjo físico do robô e da seleção dos componentes, consiste de minimizar a inércia do conjunto, sem prejudicar a precisão e a versatilidade cinemática.
- O critério de projeto dos sistemas de transmissão dos movimentos, consiste de maximizar a rigidez e a eficiência mecânica, além de eliminar totalmente as folgas.
- O conjunto final deve ser de fácil montagem, além de permitir a adaptação de novos acionamentos com bastante simplicidade. O objetivo é facilitar a

implementação e o desenvolvimento dos acionamentos pneumáticos.

Conforme foi dito no tópico anterior, para o projeto adquirir credibilidade é desejável que o robô possua uma boa aplicabilidade prática, nesse sentido, adotam-se os seguintes critérios de projeto:

- O equipamento deve ser simples e de baixo custo em relação aos equipamentos similares, independentemente do desempenho pretendido. O objetivo é facilitar a implementação do projeto, bem como valorizar as vantagens obtidas, tanto pelo projeto mecânico, como pelo uso de motores pneumáticos.
- A capacidade mínima de carregamento deve ser de 6,5 Kg, incluindo a massa do efetuador. O objetivo é garantir um aumento de capacidade de carregamento em relação a outros equipamentos existentes.
- O volume útil de trabalho deve ser similar ao de um robô articulado, cujo comprimento dos dois ligamentos maiores sejam de 0,80 m. O objetivo é garantir uma boa aplicabilidade prática.
- As velocidades máximas de todos os movimentos devem ser no mínimo iguais a 5 rd/s. Este valor é considerado elevado, em relação aos outros robôs industriais dessa mesma classe. Ressalta-se que os conceitos adotados no projeto permitem atingir velocidades maiores, porém isto não foi possível em face das limitações dos motores e redutores utilizados.

1.3 PRINCIPAIS SOLUÇÕES ADOTADAS

As principais soluções mecânicas pesquisadas e que melhor se adaptaram, tanto à estratégia como aos critérios adotados neste projeto, são as seguintes:

- Os componentes mecânicos são projetados em conformidade com os

conceitos e recomendações existentes para projetos de equipamentos mecânicos de alta precisão. Cita-se como exemplo o projeto dos mancais das articulações, que contém sempre um par de rolamentos de contato angular, montados de maneira a receberem uma pré-carga controlada para eliminar as folgas mecânicas.

- Os materiais estruturais selecionados são leves e resistentes e as peças possuem formas geométricas esbeltas. Como exemplo, cita-se a estrutura dos ligamentos superiores, que são laminadas em fibra de carbono na forma de tubos de paredes finas e secção retangular fechada. Estes ligamentos são extremamente leves, possuem alta resistência mecânica e alta rigidez, representando portanto uma solução ótima do ponto de vista técnico, além de ser bastante atraente pelo baixo custo que representa.
- Os componentes a serem adquiridos no mercado são selecionados por critérios prioritariamente técnicos. Cita-se como exemplo, a seleção dos rolamentos dos mancais da parte superior do robô, que são de secção estreita, portanto bem mais leves. Estes rolamentos são de alto custo, porém sua utilização é amplamente recomendada neste caso, uma vez que tais rolamentos foram desenvolvidos especificamente para serem aplicados em robôs manipuladores.
- O tipo de mecanismo adotado é o de cinco barras articuladas, que possibilita a localização dos motores maiores na base. Isto reduz sensivelmente a inércia dos ligamentos superiores e facilita a distribuição mais racional das massas em todo o equipamento. Tal mecanismo é um pouco menos versátil do ponto de vista cinemático, se comparado com um mecanismo aberto ou seqüencial, em razão de possuir maiores restrições aos movimentos. Porém as vantagens dinâmicas que esse tipo de mecanismo apresenta justificam sua utilização neste projeto.

- O sistema de transmissão dos movimentos de orientação do efetuador, ou seja dos três últimos graus de liberdade, é constituído por tendões. Tendões são sistemas de transmissão de movimento à distância, compostos por cabos de aço pré-tensionados e polias. A utilização de tendões permite, de forma simples e precisa, posicionar os motores, sensores e válvulas com total liberdade, facilitando a otimização do arranjo físico do conjunto. Segundo [DIP88] tal solução é a mais recomendada para esta aplicação, pois o sistema é rígido, eficiente e não possui folgas mecânicas, além de possuir um comportamento linear.
- Os três primeiros graus de liberdade do robô são balanceados dinamicamente, ou seja, apresentam dinâmica desacoplada. Atualmente os métodos de controle mais utilizados para robôs manipuladores consideram o sistema dinâmico desacoplado, onde cada motor é controlado individualmente. Assim o controle é feito simplesmente desprezando todos os termos não diagonais da matriz de inércia, [Fu87]. Desta forma, os efeitos gerados pelos termos desprezados, são considerados como perturbações sobre o sistema de controle. Estas perturbações são pequenas devido a presença dos redutores de velocidade, que em geral possuem alta relação de redução, razão pela qual, tal simplificação é aceitável na prática. Porém, como o mecanismo de cinco barras adotado permite um desacoplamento físico da dinâmica, sem perda de desempenho e sem aumento da complexidade mecânica do robô, optou-se em aproveitar tal disponibilidade, que é fundamental para os objetivos deste trabalho.
- O robô é balanceado estaticamente. O balanceamento estático consiste da eliminação dos carregamentos gravitacionais mais críticos. Estes carregamentos gravitacionais são indesejáveis, pois aumentam consideravelmente o consumo de energia, além de representarem uma dificuldade a mais ao controle, por introduzirem não linearidades ao sistema dinâmico de mecanismos que possuem todos os movimentos articulados.

Observa-se que com estas soluções, as metas estabelecidas foram atingidas com sucesso, resultando em um projeto mecânico de elevado conteúdo tecnológico e extrema simplicidade construtiva.

Ressalta-se que os conceitos e soluções utilizados neste trabalho também podem ser aplicados no projeto de robôs que utilizam outro tipo de acionamento, como por exemplo, motor elétrico, pois todas as vantagens conquistadas são decorrentes do projeto do mecanismo, e não do uso de motores pneumáticos.

1.4 SUMÁRIO ESTRUTURADO DA DISSERTAÇÃO

O conteúdo de cada um dos capítulos subsequentes dessa dissertação é o seguinte:

CAPÍTULO 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS APLICADOS: este capítulo contém os fundamentos teóricos que foram utilizados na realização dos estudos de viabilidade técnica. Os tópicos abordados são: posição e orientação de corpos rígidos; transformação de coordenadas; transformação homogênea; modelagem geométrica de robôs manipuladores; cinemática de mecanismos articulados de corpos rígidos; e dinâmica de mecanismos articulados de corpos rígidos.

CAPÍTULO 3. ESTUDOS DE VIABILIDADE TÉCNICA: este capítulo apresenta os estudos teóricos necessários para definir a concepção do mecanismo de posicionamento do efetuador e a compatibilização final do robô. Os tópicos abordados são: modelamento dinâmico do mecanismo; balanceamento dinâmico; e balanceamento estático ou gravitacional.

CAPÍTULO 4. MECANISMO DE POSICIONAMENTO: este capítulo apresenta o projeto básico e o dimensionamento do mecanismo responsável pelo posicionamento do efetuador. Este mecanismo consiste nos sistemas de acionamento e transmissão dos movimentos dos três primeiros graus de liberdade do robô.

CAPÍTULO 5. MECANISMO DE ORIENTAÇÃO: este capítulo apresenta o projeto básico e o dimensionamento do mecanismo responsável pela orientação do efetuador. Este mecanismo consiste nos sistemas de acionamento e transmissão dos movimentos dos três últimos graus de liberdade do robô.

CAPÍTULO 6. COMPATIBILIZAÇÃO FINAL DO SISTEMA: este capítulo apresenta a compatibilização final do robô, que consiste na união dos dois mecanismos projetados nos capítulos 4 e 5, de forma a definir o arranjo físico final do conjunto através do projeto e dimensionamento dos sistemas de balanceamento dinâmico e estático. Neste capítulo também é apresentada uma análise da precisão do robô projetado, relativa ao posicionamento e orientação do efetuador.

APÊNDICE 1. LISTA DE MATERIAIS E DESENHOS DE MONTAGEM: este apêndice apresenta o resultado final obtido com o detalhamento do projeto, que são os desenhos de montagem do robô e sua respectiva lista de materiais.

APÊNDICE 2. MOMENTOS ESTÁTICOS E TENSORES DE INÉRCIA: este apêndice apresenta os modelos matemáticos utilizados nos cálculos dos momentos estáticos e dos tensores de inércia dos componentes do robô.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS APLICADOS

2.1 INTRODUÇÃO

Todo o conteúdo deste capítulo, é baseado no texto escrito pelo Prof. Dr. Eduardo L. L. Cabral, [CAB93].

Este capítulo apresenta de forma resumida, os fundamentos conceituais que foram utilizados na realização dos estudos de viabilidade técnica do projeto, que estão apresentados no capítulo seguinte.

2.2 POSIÇÃO E ORIENTAÇÃO DE CORPOS RÍGIDOS

Um robô manipulador pode ser modelado como um sistema de corpos rígidos. A localização de cada corpo rígido é completamente descrita pela sua posição e orientação. A posição pode ser representada pelas coordenadas de um ponto arbitrário, pertencente ao corpo. Seja $O - xyz$ um sistema de coordenadas fixo no espaço e O_1 um ponto arbitrário, fixo no corpo rígido, como mostra a figura 2.1. Então a posição do corpo rígido é determinada pela posição do ponto O_1 , representada pelo seguinte vetor:

$$\vec{x}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix}, \quad (2-1)$$

onde x_0 , y_0 e z_0 são as coordenadas cartesianas do ponto O_1 , em relação ao sistema de

coordenadas fixo no espaço, doravante chamado de sistema inercial ou sistema da base.

Para representar a orientação do corpo rígido, um sistema de coordenadas $O_1 - x_b y_b z_b$ é fixo no corpo, como mostra a figura 2.1. A orientação do corpo é então representada pela direção dos eixos x_b , y_b , z_b . Seja, \vec{n} , \vec{t} e \vec{b} os vetores unitários ao longo dos eixos x_b , y_b , z_b respectivamente. Estes vetores são descritos em relação ao sistema inercial, assim, as componentes de cada vetor são os cossenos diretores de cada eixo projetado no sistema inercial. Dessa forma, define-se a matriz \underline{R} como sendo:

$$\underline{R} = [\vec{n}, \vec{t}, \vec{b}], \quad (2-2)$$

onde \underline{R} é chamada *matriz de rotação* e descreve completamente a orientação do corpo rígido em relação ao sistema inercial, $O - xyz$. Note que os vetores coluna desta matriz são ortonormais.

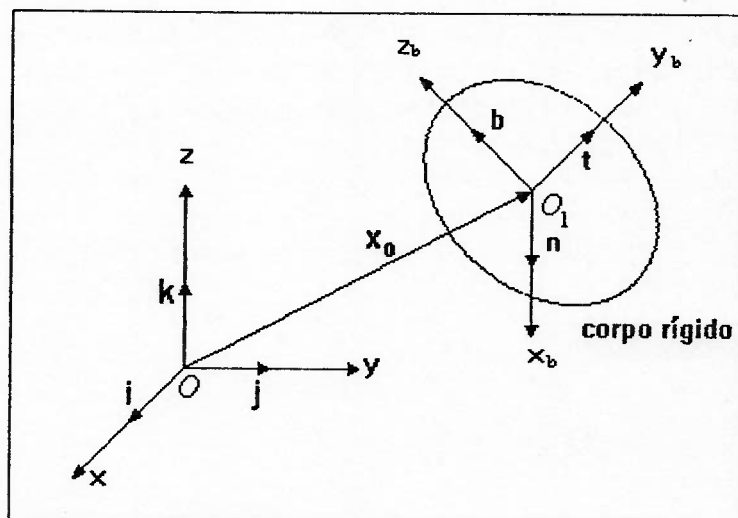


Figura 2.1: Posição e orientação de um corpo rígido.

2.3 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

Seja P um ponto de um corpo rígido arbitrário no espaço, como mostra a figura 2.2. A posição do ponto P descrita em relação ao sistema inercial, $O - xyz$, é dada por:

$$\bar{x} = \overline{OP} = \begin{bmatrix} x^P \\ y^P \\ z^P \end{bmatrix}. \quad (2-3)$$

A posição do ponto P também pode ser expressa em relação ao sistema de coordenadas fixo no corpo, $O_1 - x_b y_b z_b$, sendo dada por:

$$\bar{x}^b = \overline{O_1P} = \begin{bmatrix} x_b^P \\ y_b^P \\ z_b^P \end{bmatrix}. \quad (2-4)$$

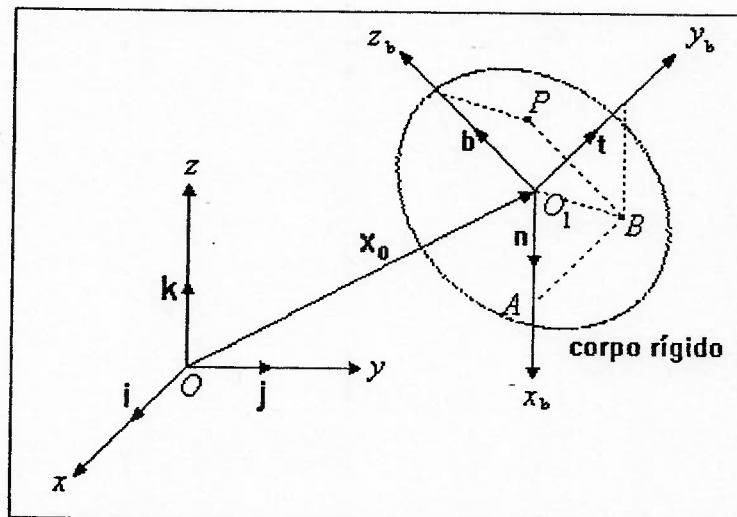


Figura 2.2: Transformação de coordenadas.

A relação entre os vetores \bar{x} e \bar{x}^b define a transformação de coordenadas entre o sistema inercial $O - xyz$ e o sistema solidário ao corpo, $O_1 - x_b y_b z_b$. A posição e a orientação do corpo rígido, representados por \bar{x}_0 e \underline{R} , apresentados na seção anterior, serão utilizados para obter esta transformação de coordenadas. Note pela figura 2.2, que $\bar{x} = \overline{OP}$, $\bar{x}^b = \overline{O_1P}$ e o ponto P podem ser alcançados no sistema $O - x_b y_b z_b$ pelos pontos O_1 , A, B e P, da seguinte forma:

$$\overline{OP} = \overline{OO_1} + \overline{O_1A} + \overline{AB} + \overline{BP}. \quad (2-5)$$

Nota-se que, $\overline{OO_1}$ é o vetor \vec{x}_0 e os vetores $\overline{O_1A}$, \overline{AB} , e \overline{BP} são paralelos aos versores \vec{n} , \vec{t} e \vec{b} , dessa forma, pode-se escrever:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + x_b^p \vec{n} + y_b^p \vec{t} + z_b^p \vec{b}, \quad (2-6)$$

que escrita na forma matricial, fica:

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \underline{\underline{R}} \vec{x}^b. \quad (2-7)$$

Esta equação representa a transformação das coordenadas relativas ao sistema solidário ao corpo, para as coordenadas relativas ao sistema inercial. Nota-se que o primeiro termo do lado direito desta equação representa uma transformação de translação, enquanto o segundo termo representa uma transformação de rotação.

Se for desejada a transformação de coordenadas do sistema inercial para o sistema fixo no corpo, basta inverter a equação (2-7). Para isso deve-se lembrar que a matriz $\underline{\underline{R}}$ é uma matriz ortonormal, e portanto:

$$\underline{\underline{R}}^{-1} = \underline{\underline{R}}^t, \quad (2-8)$$

onde o superescrito t representa matriz transposta. Assim, tem-se que:

$$\vec{x}^b = -\underline{\underline{R}}^t \vec{x}_0 + \underline{\underline{R}}^t \vec{x}. \quad (2-9)$$

2.4 TRANSFORMAÇÃO HOMOGÊNEA

A transformação homogênea é um método prático e compacto de definir uma transformação de coordenadas.

Define-se os vetores de dimensão 4x1, como mostrados a seguir:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} x^p \\ y^p \\ z^p \\ 1 \end{bmatrix}; \quad \bar{x}^b = \begin{bmatrix} x_b^p \\ y_b^p \\ z_b^p \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (2-10)$$

e a seguinte matriz de dimensão 4x4;

$$\underline{\underline{A}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{R}} & \bar{x}_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2-11)$$

Dessa forma os vetores \bar{x}^b e \bar{x} são aumentados pela adição do número "1" como um quarto elemento, resultando em vetores de dimensão 4x1, e a matriz de rotação $\underline{\underline{R}}$ é estendida para uma matriz de dimensão 4x4 pela combinação do vetor resultante \bar{x}_0 e dos zeros complementando sua quarta linha. Assim, a equação (2-7), que define uma transformação de coordenadas, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\bar{x} = \underline{\underline{A}}\bar{x}^b, \quad (2-12)$$

ou seja:

$$\begin{bmatrix} x^p \\ y^p \\ z^p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{R}} & \bar{x}_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_b^p \\ y_b^p \\ z_b^p \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2-13)$$

Note que a matriz $\underline{\underline{A}}$ representa tanto a posição como a orientação do sistema $O_1 - x_b y_b z_b$ em relação ao sistema $O - xyz$. Assim, os dois termos do lado direito da equação (2-7) se reduzem a um único termo. A transformação de coordenadas dada pela equação (2-13) é chamada de *transformação homogênea*.

A vantagem da transformação homogênea é a sua forma compacta de

representação, que é conveniente para representar transformações consecutivas. Seja $O_2 - x_c y_c z_c$ outro sistema de coordenadas, e \bar{x}^c as coordenadas do ponto P em relação a este sistema. A relação entre \bar{x}^c e \bar{x}^b é dada por:

$$\bar{x}^b = \bar{x}_0' + \underline{\underline{R}}' \bar{x}^c, \quad (2-14)$$

onde \bar{x}_0' é a distância entre O_1 e O_2 e $\underline{\underline{R}}'$ é a matriz de rotação entre os sistemas $O_2 - x_c y_c z_c$ e $O_1 - x_b y_b z_b$. Para representar as duas transformações consecutivas, do sistema $O - xyz$ para o sistema $O_1 - x_b y_b z_b$ e deste para o sistema $O_2 - x_c y_c z_c$, conforme a equação (2-7), tem-se que substituir a equação (2-14) na equação (2-7), resultando no seguinte:

$$\bar{x} = \bar{x}_0 + \underline{\underline{R}} \bar{x}_0' + \underline{\underline{R}} \underline{\underline{R}}' \bar{x}^c. \quad (2-15)$$

Existem agora, portanto, três termos no lado direito da equação (2-15) e a medida que aumenta o número de transformações, aumenta o número de termos do lado direito. A transformação homogênea fornece uma maneira compacta de representar diversas transformações de coordenadas por um único termo. Considere n transformações consecutivas do sistema zero para o sistema n . Seja $\underline{\underline{A}}_i^{i-1}$ a matriz associada com a transformação homogênea do sistema $i-1$ para o sistema i , então o vetor posição \bar{x}^n no sistema n é transformado em \bar{x}^0 no sistema zero por:

$$\bar{x}^0 = \underline{\underline{A}}_1^0 \underline{\underline{A}}_2^1 \dots \underline{\underline{A}}_n^{n-1} \bar{x}^n. \quad (2-16)$$

Assim as transformações consecutivas são descritas de maneira compacta por um único termo.

A transformação homogênea inversa é obtida invertendo-se a equação (2-12), como se segue:

$$\underline{\underline{\vec{x}^b}} = \underline{\underline{\mathbf{A}}}^{-1} \underline{\underline{\vec{x}}}, \quad (2-17)$$

onde a inversa da matriz homogênea é calculada da seguinte forma:

$$\underline{\underline{\mathbf{A}}}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\mathbf{R}^t}} & -\underline{\underline{\mathbf{R}^t}} \underline{\underline{\vec{x}_0}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2-18)$$

2.5 MODELAGEM GEOMÉTRICA DE ROBÔS MANIPULADORES

O objetivo da modelagem geométrica de robôs manipuladores é analisar a posição e a orientação dos ligamentos do robô em função do deslocamento angular de cada uma das articulações. Um manipulador consiste basicamente de uma série de corpos rígidos unidos entre si por articulações. Cada ligamento do manipulador pode ser numerado de zero a n. O ligamento da base, que é usualmente fixo ao chão, é numerado por conveniência como zero e o efetuador, que é o último ligamento, é numerado como n.

Para representar a posição e a orientação do ligamento i, é posicionado no mesmo, o sistema de coordenadas $O_i - x_i y_i z_i$, que é solidário a ele. A posição e orientação deste sistema de coordenadas é descrito em relação ao sistema $O_{i-1} - x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$, solidário ao ligamento anterior. Assim, é possível determinar a posição e a orientação do sistema i em relação ao sistema anterior, i-1, pelo uso de matrizes de transformação homogênea entre estes sistemas. Dessa forma, a posição e a orientação dos ligamentos em relação à base é obtida por transformações homogêneas consecutivas dos sistemas solidários aos ligamentos para o sistema da base.

Para posicionar os sistemas de coordenadas nos ligamentos do manipulador de forma sistemática, é utilizada a notação de *Denavit-Hartenberg*. A notação de Denavit-Hartenberg é um método de descrever a relação entre a posição e a orientação de um par de ligamentos consecutivos, baseado na transformação homogênea.

2.5.1 Parâmetros de Denavit-Hartenberg

A figura 2.3 representa um par de ligamentos adjacentes (ligamentos i e $i-1$) e suas respectivas articulações (articulações $i-1$, i e $i+1$). A relação entre os dois ligamentos é descrita pela posição relativa dos dois sistemas de coordenadas solidários a estes ligamentos, ou seja, o sistema referencial $O_i - x_i y_i z_i$ é solidário ao ligamento i e o sistema referencial $O_{i-1} - x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ é solidário ao ligamento $i-1$.

O primeiro passo para definir os sistemas de coordenadas solidários aos ligamentos é localizar os eixos z_i ao longo dos eixos das articulações, de forma que o eixo z_i é o eixo da articulação $i+1$. Seja o segmento $\overline{O'O_i}$ a normal comum aos eixos das articulações i e $i+1$. A origem do sistema O_i é localizada na intersecção do eixo da articulação $i+1$ (eixo z_i) e a normal comum entre os eixos z_{i-1} e z_i . O eixo x_i é direcionado ao longo da extensão desta normal comum, no sentido de z_{i-1} para z_i , partindo-se de O_i . Finalmente, o eixo y_i é escolhido de forma que o sistema resultante $O_i - x_i y_i z_i$ seja um sistema de coordenadas cartesianas que segue a regra da mão direita.

A posição relativa dos dois sistemas de coordenadas $O_{i-1} - x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ e $O_i - x_i y_i z_i$ é completamente determinada pelos quatro parâmetros seguintes:

a_i : o comprimento da normal comum entre os eixos z_i e z_{i-1} ;

d_i : a distância entre a origem O_{i-1} e o ponto O' ;

α_i : o ângulo entre o eixo z_{i-1} e o eixo z_i , medido em torno do eixo x_i , segundo a regra da mão direita;

θ_i : o ângulo entre o eixo x_{i-1} e eixo x_i , medido em torno do eixo z_{i-1} , segundo a regra da mão direita.

Os parâmetros a_i e α_i são constantes e são determinados pela geometria dos ligamentos,

onde a_i representa o comprimento do ligamento i e α_i é o ângulo entre os eixos das duas articulações do ligamento i . Um dos outros dois parâmetros, d_i ou θ_i , varia a medida que a articulação se move.

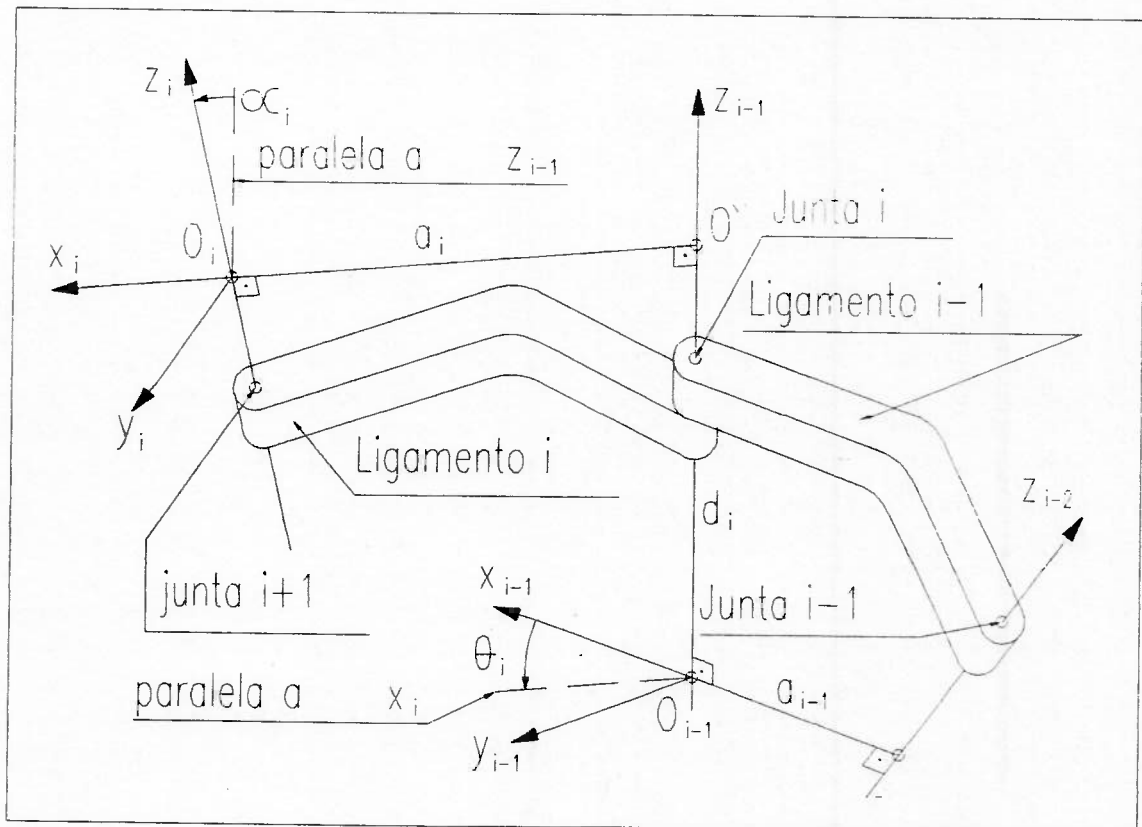


Figura 2.3: A Notação de Denavit-Hartenberg

Existem dois tipos de articulações em braços robóticos: articulações de revolução (ou de rotação) e articulações lineares (ou prismáticas). Para uma articulação de revolução, o parâmetro θ_i é variável e representa a posição angular da articulação, enquanto o parâmetro d_i é constante. Para uma articulação prismática, o parâmetro d_i é a variável que representa a posição linear da articulação e o parâmetro θ_i é constante.

Com estas convenções, a posição e orientação do sistema de coordenadas i em relação ao sistema $i-1$ pode ser definida como uma seqüência de transformações. A primeira transformação, é uma rotação em torno de z_{i-1} de um ângulo θ_i medido segundo a regra da mão direita, de forma a alinhar x_{i-1} com x_i . A segunda transformação, é uma translação no eixo z_{i-1} de uma distância d_i , medida a partir de O_{i-1} .

até encontrar a intersecção da normal comum entre z_{i-1} e z_i (ponto O_i). A terceira transformação, é uma translação no eixo x_i , de uma distância a_i ao longo da normal comum entre z_{i-1} e z_i , medida a partir de z_{i-1} até atingir o ponto O_i . A quarta transformação é uma rotação em torno de x_i , de um ângulo α_i , medido segundo a regra da mão direita, de forma a alinhar z_{i-1} com z_i . Assim, tem-se, em resumo, as seguintes transformações:

$$\underline{\underline{A}}_i^{i-1} = \text{Rot}(z, \theta_i) \text{Trans}(z, d_i) \text{Trans}(x, a_i) \text{Rot}(x, \alpha_i), \quad (2-19)$$

que efetuando as operações resulta na seguinte matriz homogênea:

$$\underline{\underline{A}}_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2-20)$$

Existem algumas exceções à notação de Denavit-Hartenberg, são estas:

- Para estabelecer o sistema de coordenadas da base, a origem do sistema pode ser escolhida em qualquer ponto do eixo z_0 . Os eixos x_0 e y_0 , podem ser escolhidos arbitrariamente, desde que satisfaçam a regra da mão direita.
- Para estabelecer o sistema de coordenadas do efetuador, a origem do sistema pode ser escolhida em qualquer ponto conveniente do efetuador. A orientação dos eixos deve ser tal que x_n seja perpendicular a z_{n-1} .
- Se os eixos das duas articulações do ligamento i são paralelos, a normal comum entre eles não é única. Neste caso, a direção do eixo x_i deve ser perpendicular a ambos os eixos z_{i-1} e z_i , ficando a origem O_i arbitrária.

- Se os eixos das duas articulações de um ligamento se interceptam, ou seja, se z_{i-1} intercepta z_i , a origem O_i deve ser localizada na intersecção dos dois eixos e x_i deve ser perpendicular a ambos os eixos.

2.5.2 Posição e orientação do ligamento i

Usando a notação de Denavit-Hartenberg, o deslocamento de cada articulação fica representada por d_i ou θ_i , dependendo do tipo de articulação. Neste texto, denomina-se o deslocamento das articulações como variáveis de junta (q_i), definidas por:

$$q_i = \theta_i, \quad \text{para uma articulação de revolução;}$$

$$q_i = d_i, \quad \text{para uma articulação prismática.}$$

O sistema de coordenadas fixo ao ligamento i é o sistema $O_i-x_iy_iz_i$. Dessa forma, a posição do ponto O_i , que é a origem desse sistema, e a orientação do sistema $O_i-x_iy_iz_i$ relativas ao sistema $O_{i-1}-x_{i-1}y_{i-1}z_{i-1}$ são descritas em função de q_i , através da matriz homogênea $\underline{\underline{A}}_i^{i-1}(q_i)$, determinando a posição e orientação do ligamento i relativa ao ligamento $i-1$.

O objetivo final é descrever a posição e orientação do ligamento i , em relação ao sistema de coordenadas da base, como uma função das variáveis de junta. Visto que do ligamento i à base existem i transformações homogêneas, então isto pode ser obtido por:

$$\underline{\underline{A}}_i^0 = \underline{\underline{A}}_1^0(q_1)\underline{\underline{A}}_2^1(q_2)\dots\dots\underline{\underline{A}}_i^{i-1}(q_i), \quad (2-21)$$

onde, $\underline{\underline{A}}_i^0$ é uma matriz homogênea 4×4 , que representa a posição e orientação do ligamento i em relação ao sistema da base, em função das variáveis de junta. Como $\underline{\underline{A}}_i^0$ é uma matriz homogênea, ela tem a seguinte forma:

$$\underline{\underline{A}}_i^0(q_1, \dots, q_i) = \begin{bmatrix} \underline{\underline{R}}_i^0(q_1, \dots, q_i) & \bar{x}_i^0(q_1, \dots, q_i) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2-22)$$

onde, $\underline{\underline{R}}_i^0$, é uma matriz de rotação que representa a orientação do ligamento i , em relação ao sistema da base, e \bar{x}_i^0 é o vetor que fornece a posição do ponto O_i , também em relação ao sistema da base. Da matriz de rotação $\underline{\underline{R}}_i^0$, pode-se obter, se desejado, a orientação do ligamento i em termos de ângulos de Euler ou “row-pitch-yaw”, porém para o caso de modelamento dinâmico pelas equações de Lagrange, é mais conveniente manter a matriz de rotação $\underline{\underline{R}}_i^0$ em termos das variáveis de junta, que são justamente as variáveis generalizadas de Lagrange.

Como visto, a posição da origem do sistema de coordenadas $O_i-x_iy_iz_i$ em relação ao sistema da base é fornecida pela quarta coluna da matriz homogênea $\underline{\underline{A}}_i^0$. Observa-se que a posição de um ponto P qualquer, pertencente ao ligamento i em relação ao sistema da base pode ser obtida pela transformação de coordenadas deste ponto em relação ao sistema $O_i-x_iy_iz_i$ substituindo a matriz homogênea (2-22), na equação (2-12) que fornece a seguinte relação:

$$\bar{x}_p = \underline{\underline{A}}_i^0 \bar{x}_p^i, \quad (2-23)$$

onde \bar{x}_p^i é o vetor homogêneo com as coordenadas do ponto P no sistema $O_i-x_iy_iz_i$ e \bar{x}_p é o vetor homogêneo com as coordenadas do ponto P no sistema da base.

2.6 CINEMÁTICA DE MECANISMOS ARTICULADOS DE CORPOS RÍGIDOS

Segundo [GIA82], definir o movimento mais geral possível de um corpo sólido em relação a um sistema referencial qualquer, significa fornecer o vetor velocidade linear de um ponto do corpo e o vetor velocidade angular do corpo, ambos em relação a este sistema referencial. Adotando-se este princípio, para determinar o movimento de cada um dos ligamentos de um robô manipulador, define-se a velocidade linear deles como

sendo a velocidade de seus baricentros, e a velocidade angular, como sendo a velocidade angular dos sistemas de coordenadas solidários a eles, ambos relativos ao sistema inercial ou da base.

2.6.1 Velocidade linear do ligamento i

O vetor de posição do baricentro do ligamento i em relação ao sistema da base, definido por \bar{x}_i , é obtido pela transformação homogênea apresentada na equação (2-23). O vetor \bar{x}_i , varia à medida que o robô se move, portanto ele é uma função do tempo. Sendo assim, a velocidade do baricentro do ligamento i, definida como \bar{v}_i , descrita no sistema da base, é obtida pela derivada deste vetor em relação ao tempo, ou seja:

$$\bar{v}_i = \dot{\bar{x}}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix}, \quad (2-24)$$

onde x_i , y_i e z_i que são as coordenadas do vetor \bar{x}_i , apresentam-se como funções das variáveis de junta parametrizadas no tempo, portanto a derivada temporal do vetor $\bar{x}_i[q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)]$ deve ser obtida pela aplicação da regra da cadeia ou da própria definição de derivada total de funções de várias variáveis, da seguinte forma:

$$\bar{v}_{i,x} = \dot{x}_i = \frac{\partial x_i}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial x_i}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \dots + \frac{\partial x_i}{\partial q_n} \dot{q}_n; \quad (2-25a)$$

$$\bar{v}_{i,y} = \dot{y}_i = \frac{\partial y_i}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial y_i}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \dots + \frac{\partial y_i}{\partial q_n} \dot{q}_n; \quad (2-25b)$$

$$\bar{v}_{i,z} = \dot{z}_i = \frac{\partial z_i}{\partial q_1} \dot{q}_1 + \frac{\partial z_i}{\partial q_2} \dot{q}_2 + \dots + \frac{\partial z_i}{\partial q_n} \dot{q}_n. \quad (2-25c)$$

Define-se a matriz do jacobiano da velocidade linear do ligamento i , \underline{J}_v^i , de dimensão $3 \times n$, como sendo:

$$\underline{J}_v^i(\bar{q}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial x_i}{\partial q_n} \\ \frac{\partial y_i}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial y_i}{\partial q_n} \\ \frac{\partial z_i}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial z_i}{\partial q_n} \end{bmatrix}, \quad (2-26)$$

onde \bar{q} é o vetor definido pelas variáveis de junta, ou seja $\bar{q} = [q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_n]^t$. Dessa forma, o sistema de equações (2-25) pode ser escrito matricialmente, conforme mostrado a seguir:

$$\bar{v}_i = \underline{J}_v^i(\bar{q})\dot{\bar{q}}, \quad (2-27)$$

que é a expressão que fornece a velocidade do baricentro do ligamento i , descrita no sistema da base, portanto, ela representa a velocidade linear do ligamento i .

2.6.2 Velocidade angular do ligamento i

A velocidade angular do ligamento i , definida pelo vetor $\bar{\omega}_i$, é uma combinação linear das velocidades angulares das articulações, expressas todas em relação ao sistema de coordenadas da base. Assim, tem-se primeiramente, que determinar as velocidades angulares de cada uma das articulações em relação ao sistema da base.

A velocidade angular da articulação i relativa ao sistema de coordenadas $i-1$, é definida pelo vetor $\bar{\omega}_i^{i-1}$, que é fornecido pela seguinte expressão:

$$\bar{\omega}_i^{i-1} = \dot{q}_i \bar{z}_{i-1}, \quad (2-28)$$

onde \bar{z}_{i-1} é o eixo da articulação i visto pelo sistema de coordenadas $i-1$, ou seja, $\bar{z}_{i-1} = [0 \ 0 \ 1]^t$, (observa-se que na articulação i fica posicionado o sistema de coordenadas $i-1$), e \dot{q}_i é a velocidade angular da articulação i , desde que ela seja uma articulação de revolução. Obviamente que se a articulação i for prismática, ela não contribui para a velocidade angular do ligamento i .

Para exprimir a velocidade angular $\vec{\omega}_i^{i-1}$ em relação ao sistema de coordenadas da base, basta realizar a transformação de rotação que leva o sistema da base ao sistema $i-1$, ou seja:

$$\vec{\omega}_{i0}^{i-1} = \underline{\underline{R}}_{i-1}^0 \vec{\omega}_i^{i-1} = \dot{q}_i \underline{\underline{R}}_{i-1}^0 \bar{z}_{i-1}. \quad (2-29)$$

Note que o produto $\underline{\underline{R}}_{i-1}^0 \bar{z}_{i-1}$ representa o eixo da articulação i (eixo \bar{z}_{i-1}) descrito em relação ao sistema de coordenadas da base, que é denominado por \bar{z}_{i-1}^0 . É muito importante ressaltar que o vetor $\vec{\omega}_{i0}^{i-1}$ representa a velocidade angular do ligamento i relativa ao sistema $i-1$, porém descrita no sistema da base, portanto, ele não deve ser confundido com o vetor $\vec{\omega}_i$, que representa a velocidade angular absoluta do ligamento i , descrita também no sistema da base. Sendo assim, a velocidade angular do ligamento i $\vec{\omega}_i$, resulta em:

$$\vec{\omega}_i = \vec{\omega}_1^0 + \underline{\underline{R}}_1^0 \vec{\omega}_2^1 + \dots + \underline{\underline{R}}_{n-1}^0 \vec{\omega}_n^{n-1}, \quad (2-30)$$

ou, em função das velocidades das articulações, tem-se:

$$\vec{\omega}_i = \dot{q}_1 \bar{z}_0 + \dot{q}_2 \bar{z}_1^0 + \dots + \dot{q}_i \bar{z}_{i-1}^0. \quad (2-31)$$

Esta equação pode ser escrita na forma matricial, da seguinte maneira:

$$\vec{\omega}_i = \underline{\underline{J}}_{\vec{\omega}}^i(\vec{q}) \vec{\dot{q}}, \quad (2-32)$$

onde \underline{J}_{ω}^i , é uma matriz de dimensão $3 \times n$ denominada matriz jacobiana da velocidade angular do ligamento i . As colunas desta matriz são os eixos das articulações, descritos no sistema referencial da base (observa-se que estes eixos são fornecidos pela terceira coluna das matrizes \underline{A}_0^i), multiplicados por um indicador que fornece o tipo de articulação, ou seja:

$$\underline{J}_{\omega}^i = [\rho_1 \bar{z}_0 \quad \rho_2 \bar{z}_1 \quad \dots \quad \rho_n \bar{z}_{n-1}], \quad (2-33)$$

onde, ρ_j é igual a 1 se a articulação j contribuir para a velocidade angular do ligamento i , ou seja, se for uma articulação de revolução posicionada antes do ligamento i , e ρ_j é igual a zero se a articulação j não contribuir para a velocidade angular do ligamento i , ou seja, se for uma articulação prismática, ou de revolução posicionada após o ligamento i .

2.7. DINÂMICA DE MECANISMOS ARTICULADOS DE CORPOS RÍGIDOS

As equações que relacionam os torques das articulações, definidos pelo vetor $\bar{\tau}$, com as trajetórias especificadas em termos das variáveis de junta, definidas pelos vetores \bar{q} , $\dot{\bar{q}}$ e $\ddot{\bar{q}}$, são em geral, equações diferenciais não lineares e acopladas, formando um sistema multivariável. Estas equações são chamadas de equações de movimento.

A solução algébrica das equações de movimento, ou seja, computar os torques necessários para que o robô manipulador siga uma dada trajetória é denominada dinâmica inversa do robô.

A solução analítica das equações de movimento, ou seja, integrar o sistema para determinar as trajetórias que correspondem a um dado $\bar{\tau}$, é denominada dinâmica direta do robô.

Os dois métodos mais conhecidos para encontrar as equações de movimento são, o de Lagrange e o de Newton-Euler. Neste texto será apresentado o modelamento dinâmico pelo método de Lagrange.

2.7.1 Função Lagrangeana

Define-se por coordenadas ou variáveis generalizadas de Lagrange, as coordenadas de posição ou deslocamento, que uma vez conhecidas juntamente com suas derivadas temporais (velocidades), determinam completamente o estado energético do sistema. Cada variável generalizada é referente a um movimento independente de um elemento do sistema, a este movimento dá-se o nome de grau de liberdade.

Adotando-se os parâmetros de Denavit-Hartenberg, para o modelamento de manipuladores robóticos, as variáveis de junta, definidas pelo vetor \bar{q} , são as variáveis generalizadas de Lagrange.

Sejam T e U, respectivamente, a energia cinética e potencial gravitacional do sistema dinâmico formado pelos ligamentos rígidos de um robô, define-se a função lagrangeana do mesmo como sendo:

$$L(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) = T(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) - U(\bar{q}, \dot{\bar{q}}). \quad (2-34)$$

Segundo Lagrange, as equações de movimento são dadas por:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, \quad (2-35)$$

onde Q_i é uma força externa não conservativa chamada de força generalizada correspondente à variável q_i . Para manipuladores robóticos, Q_i corresponde ao τ_i , que é o torque da articulação motora do ligamento i , no caso de junta de revolução.

2.7.2 Energia cinética

Aplicando-se o teorema do movimento do baricentro ao ligamento i , que consiste de dividir o movimento geral em um movimento linear de seu baricentro, mais um movimento angular do ligamento i , a sua energia cinética fica determinada pela seguinte expressão:

$$T_i = \frac{1}{2} m_i \vec{v}_i^t \vec{v}_i + \frac{1}{2} \vec{\omega}_i^t \underline{I}_i \vec{\omega}_i, \quad (2-36)$$

onde, m_i é a massa do ligamento i , \vec{v}_i é a velocidade linear do baricentro em relação ao sistema da base, $\vec{\omega}_i$ é a velocidade angular do sistema referencial $O_i-x_i y_i z_i$ em relação ao sistema da base, e a matriz \underline{I}_i é o tensor de inércia do ligamento i , em relação sistema da base transladado para o baricentro do ligamento i .

A energia cinética do sistema é fornecida pela somatória das energias cinéticas de cada ligamento do mecanismo. Uma forma mais conveniente de realizar o cálculo da energia cinética total do sistema, é apresentando as equações na seguinte forma matricial:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\underline{q}} \underline{H} (\dot{\underline{q}})^t, \quad (2-37)$$

onde \underline{H} , é a matriz de inércia do sistema, cuja obtenção será mostrada a seguir. Denominando-se os elementos da matriz de inércia do sistema \underline{H} , por $h_{i,j}$, a equação (2-37) também pode ser apresentada na forma da seguinte somatória:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n h_{i,j} \dot{q}_i \dot{q}_j. \quad (2-38)$$

A matriz de inércia do sistema é obtida pela soma das matrizes de inércia de cada ligamento do mecanismo, ou seja:

$$\underline{H} = \sum_{i=1}^n \underline{H}_i, \quad (2-39)$$

onde \underline{H}_i são as matrizes de inércia de cada ligamento. A matriz \underline{H}_i por sua vez, é obtida pela soma da matriz de inércia do movimento linear do baricentro com a matriz de inércia do movimento angular do ligamento i , como mostrado a seguir:

$$\underline{\underline{H}}_i = \underline{\underline{H}}_v^i + \underline{\underline{H}}_\omega^i. \quad (2-40).$$

Define-se como matriz de inércia do movimento linear do baricentro do ligamento i , a matriz fornecida pelo seguinte cálculo:

$$\underline{\underline{H}}_v^i = m_i (\underline{\underline{J}}_v^i)^t \underline{\underline{J}}_v^i, \quad (2-41)$$

onde m_i é a massa do ligamento i , e $\underline{\underline{J}}_v^i$ é a matriz jacobiana do movimento linear do baricentro, calculada pela equação (2-26).

Para calcular o tensor de inércia do ligamento i , $\underline{\underline{I}}_i$, pode-se aplicar a seguinte relação:

$$\underline{\underline{I}}_i = \underline{\underline{R}}_i^0 \underline{\underline{I}}_i^0 (\underline{\underline{R}}_i^0)^t, \quad (2-42)$$

onde a matriz $\underline{\underline{I}}_i^0$ é o tensor de inércia do ligamento i , calculado em relação ao sistema $O_i-x_iy_iz_i$ transladado para o baricentro do ligamento i , e $\underline{\underline{R}}_i^0$ é a matriz de rotação do ligamento i , mostrada na equação (2-22).

Uma vez determinado o tensor de inércia do ligamento i , calcula-se então a matriz de inércia do movimento angular do ligamento i , pela aplicação da seguinte relação:

$$\underline{\underline{H}}_\omega^i = (\underline{\underline{J}}_\omega^i)^t \underline{\underline{I}}_i \underline{\underline{J}}_\omega^i, \quad (2-43)$$

onde $\underline{\underline{J}}_\omega^i$ é a matriz jacobiana do movimento angular do ligamento i , determinada pela equação (2-33).

Resolvendo-se as equações de (2-40) até (2-43) para todos os ligamentos, aplica-se então a somatória (2-39) para obter a matriz de inércia do sistema, e finalmente a equação (2-37) ou (2-38) para determinar a energia cinética total do sistema.

2.7.3 Energia potencial gravitacional

A energia potencial gravitacional do sistema é obtida pela soma das energias potenciais de cada ligamento do mecanismo. Seja a energia potencial gravitacional do ligamento i , dada por:

$$U_i = m_i \bar{g}^t \bar{x}_i, \quad (2-44)$$

onde \bar{g} é a aceleração gravitacional em relação ao sistema referencial inercial ou da base, e \bar{x}_i é o vetor que determina a posição do baricentro do ligamento i , também em relação ao sistema da base. Desta forma a energia potencial gravitacional total do sistema resulta em:

$$U_i = \sum_{i=1}^n m_i \bar{g}^t \bar{x}_i. \quad (2-45)$$

2.7.4 Equações de movimento

Conforme mostrado anteriormente, as equações de movimento são dadas pela equação (2-35), aplicando-se a função lagrangeana da equação (2-34). Apresenta-se a seguir esta operação, passo a passo. Primeiramente calcula-se a derivada parcial da energia cinética em relação à variável \dot{q}_i , que resulta no seguinte:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = \sum_{j=1}^n h_{i,j} \dot{q}_j, \quad (2-46)$$

lembrando que os $h_{i,j}$ são os elementos da matriz H . Em seguida calcula-se a derivada parcial da energia potencial gravitacional em relação à variável \dot{q}_i , que resulta no seguinte:

$$\frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i} = 0. \quad (2-47)$$

Dessa forma o primeiro termo do lado esquerdo da equação (2-35), fica:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{d}{dt} \sum_{j=1}^n h_{i,j} \dot{q}_j. \quad (2-48)$$

Realizando-se então as derivadas temporais pela regra da cadeia, obtém-se o seguinte:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = \sum_{j=1}^n h_{i,j} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial h_{i,j}}{\partial q_k} \dot{q}_k \dot{q}_j. \quad (2-49)$$

O segundo termo do lado esquerdo da equação (2-35) é constituído dos seguintes elementos:

$$\frac{\partial T}{\partial q_i} = \frac{\partial}{\partial q_i} \left(\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n h_{j,k} \dot{q}_j \dot{q}_k \right) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial h_{j,k}}{\partial q_i} \dot{q}_j \dot{q}_k; \quad (2-50)$$

$$-\frac{\partial U}{\partial q_i} = -\sum_{j=1}^n m_j \bar{g}^t \frac{\partial x_j}{\partial q_i} = -\sum_{j=1}^n m_j \bar{g}^t \bar{J}_{v,i}^j, \quad (2-51)$$

onde o vetor $\bar{J}_{v,i}^j$ é formado pela coluna i da matriz jacobiana do ligamento j [vide equação (2-26)]. Somando-se as equações (2-50) e (2-51) obtém-se o segundo termo do lado esquerdo da equação (2-35), que resulta em:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial h_{j,k}}{\partial q_i} \dot{q}_j \dot{q}_k - \sum_{j=1}^n m_j \bar{g}^t \bar{J}_{v,i}^j. \quad (2-52)$$

Finalmente, substituindo-se as equações (2-49) e (2-52) na equação (2-35) e lembrando que as forças generalizadas para manipuladores robóticos correspondem aos

torques das articulações de revolução, as equações de movimento resultam no seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\tau_i = \sum_{j=1}^n h_{i,j} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial h_{i,j}}{\partial q_k} \dot{q}_k \dot{q}_j - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial h_{j,k}}{\partial q_i} \dot{q}_j \dot{q}_k + \sum_{j=1}^n m_j \bar{g}^T \bar{J}_{v,i}^j, \quad (2-53)$$

onde, para cada valor de i tem-se a equação correspondente do torque τ_i , aplicado na articulação motora do ligamento i em função dos vetores \bar{q} , $\dot{\bar{q}}$, $\ddot{\bar{q}}$, formando portanto um sistema de n equações, que são as equações de movimento do robô.

Nota-se que nesta modelagem foram desprezados os atritos, os ligamentos foram considerados como corpos rígidos e não foi considerada a presença de sistemas de transmissão de movimentos à distância, nem de redutores de velocidade nas articulações.

CAPÍTULO 3

ESTUDOS DE VIABILIDADE TÉCNICA

3.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta os estudos conceituais e a modelagem matemática, que foram necessários para viabilizar a realização do projeto do mecanismo com características dinâmicas que maximizem sua controlabilidade e desempenho. Esta otimização da dinâmica do sistema, assim referida neste texto, é conceitual e obtida pelo projeto do “lay-out” final do robô e dos balanceamentos pretendidos, conforme será mostrado a seguir.

Sendo assim, os estudos de viabilidade técnica, bem como os conceitos empregados no projeto dos componentes mecânicos e estruturais do robô, como por exemplo, eixos, mancais e sistemas de transmissão de movimentos entre outros, serão mencionados a medida que forem necessários, nos capítulos subseqüentes.

A representação esquemática do mecanismo adotado nesse projeto, está apresentado na figura 3.1. Note, que se trata de um mecanismo com seis articulações de revolução ativas e portanto seis graus de liberdade, definidos pelas variáveis θ_i , mais três articulações passivas, que constituem vínculos cinemáticos. Estes graus de liberdade são necessários e suficientes para realizar o completo posicionamento e orientação do efetuador do robô. O posicionamento do efetuador é definido pelos três primeiros graus de liberdade que são os ângulos θ_1 , θ_2 e θ_3 , enquanto que a orientação é definida pelos demais, ou seja, os ângulos θ_4 , θ_5 e θ_6 .

Observa-se que as massas e os momentos de inércia relativos aos eixos das articulações dos ligamentos 6, 7 e 8 são muito menores do que dos demais. Isso torna os

esforços solicitantes, causados por efeitos gravitacionais e inerciais, nas três últimas articulações, muito pequenos, se comparados com os demais. Além disso eles não produzem nenhum efeito dinâmico significativo, sobre os movimentos de posicionamento. Tal fato dispensa a necessidade da elaboração de um modelo dinâmico do mecanismo completo, para se realizar o projeto mecânico do robô.

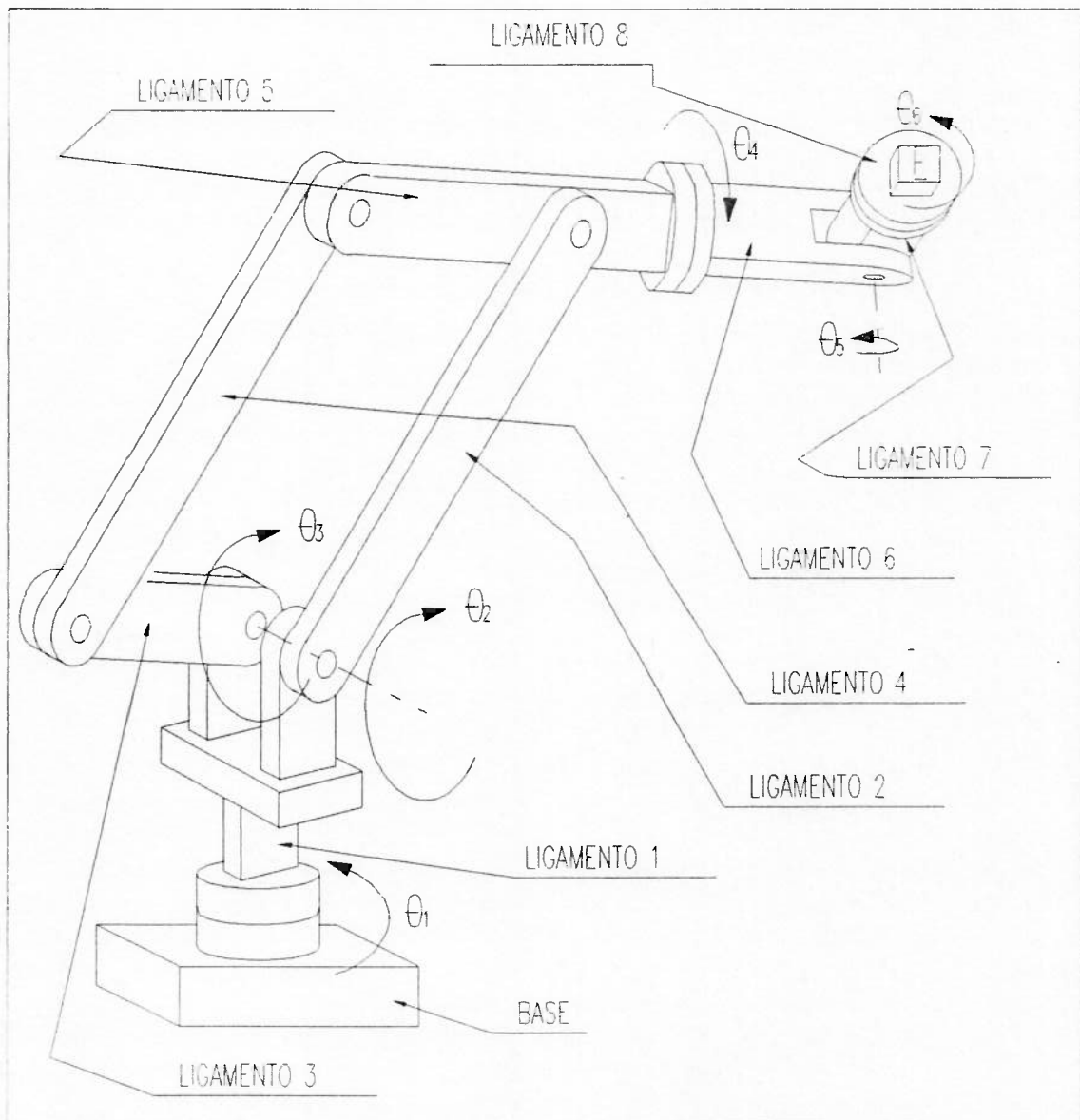


Figura 3.1: Representação esquemática do mecanismo adotado.

Ressalta-se que os conceitos envolvidos no projeto da parte do mecanismo que produz os movimentos de orientação do efetuador, é bastante simples, se comparado aos

envolvidos no projeto da parte que produz os movimentos de posicionamento. Este fato decorre tanto pelas características físicas e geométricas da parte do mecanismo responsável pela orientação, como pela disponibilidade de soluções técnicas existentes no mercado. Cita-se como exemplo de facilidade técnica para o projeto dos acionamentos dos movimentos de orientação do efetuador em relação aos de posicionamento, o fato dos motores pneumáticos apropriados para estes acionamentos serem de potências bem menores que os demais e operarem com rotações mais altas, permitindo assim o uso de redutores de velocidade com relação de redução maiores. Sabe-se que um aumento da relação de redução, representa maior rigidez destes acionamentos, com conseqüente ganho de precisão e controlabilidade.

Sendo assim, o projeto da parte do mecanismo responsável pelos movimentos de posicionamento do efetuador se torna crítico, pois as principais limitações, tanto de velocidade como de precisão, acabam sendo determinadas exclusivamente por ele. Desta maneira julgou-se interessante, para simplificar a execução do projeto, dividir o mecanismo completo, apresentado na figura 3.1, em duas partes denominadas;

- Mecanismo de posicionamento do efetuador, que é formado pela base e pelos ligamentos 1, 2, 3, 4 e 5, possuindo os três primeiros graus de liberdade.
- Mecanismo de orientação do efetuador, que é formado pelos ligamentos 6,7 e 8, contendo os três últimos graus de liberdade;

Com esta divisão, realiza-se então o projeto dos dois mecanismos separadamente, simplificando-se os trabalhos, sem no entanto, comprometer as metas estabelecidas.

Observa-se, que a concepção do mecanismo de orientação da garra, será apresentado posteriormente, pois devido a sua simplicidade, dispensa a realização de balanceamentos ou estudos conceituais mais aprofundados. Sendo assim, todos os estudos apresentados neste capítulo, são referentes apenas ao projeto de concepção do mecanismo de posicionamento do efetuador.

3.2 MODELAMENTO DINÂMICO DO MECANISMO

O objetivo principal desse modelamento dinâmico é a verificação da viabilidade técnica de se projetar o mecanismo de posicionamento do efetuador, com as equações de movimento desacopladas. Desacoplar as equações de movimento significa transformar um sistema multivariável em um sistema monovariável. Obviamente, isto acarreta vantagens indiscutíveis, como por exemplo, ganho de precisão e controlabilidade.

O desacoplamento da dinâmica de um sistema formado por corpos rígidos, que doravante será chamado neste texto de balanceamento dinâmico, é obtido pela diagonalização de sua matriz de inércia.

O mecanismo de posicionamento da garra está representado esquematicamente na figura 3.2, juntamente com os sistemas de coordenadas posicionados nas articulações, de acordo com a convenção proposta por Denavit-Hartenberg. Os parâmetros físicos desse mecanismo e sua nomenclatura estão mostrados na figura 3.3.

Ressalta-se que este modelo foi obtido após duas tentativas frustradas, que não foram apresentadas, para não estender demasiadamente o texto. No entanto, estas tentativas de modelamento serviram para definir as simplificações necessárias para viabilizar o balanceamento dinâmico pretendido.

As hipóteses e simplificações realizadas nas características físicas e geométricas dos ligamentos são as seguintes:

- 1º) As massas dos ligamentos são consideradas pontuais, aplicadas nos baricentros;
- 2º) As estruturas dos ligamentos são consideradas rígidas e homogêneas;
- 3º) As dissipações de energia por atrito de qualquer natureza são desprezadas;
- 4º) Os produtos cruzados de inércia dos ligamentos, relativos aos sistemas referenciais solidários aos mesmos, transladados para seu baricentro são considerados nulos;

5º) Os movimentos dos ligamentos 2, 3, 4 e 5 são considerados coplanares, ou seja, seus baricentros pertencem ao plano formado pelos eixos x_1 e y_1 .

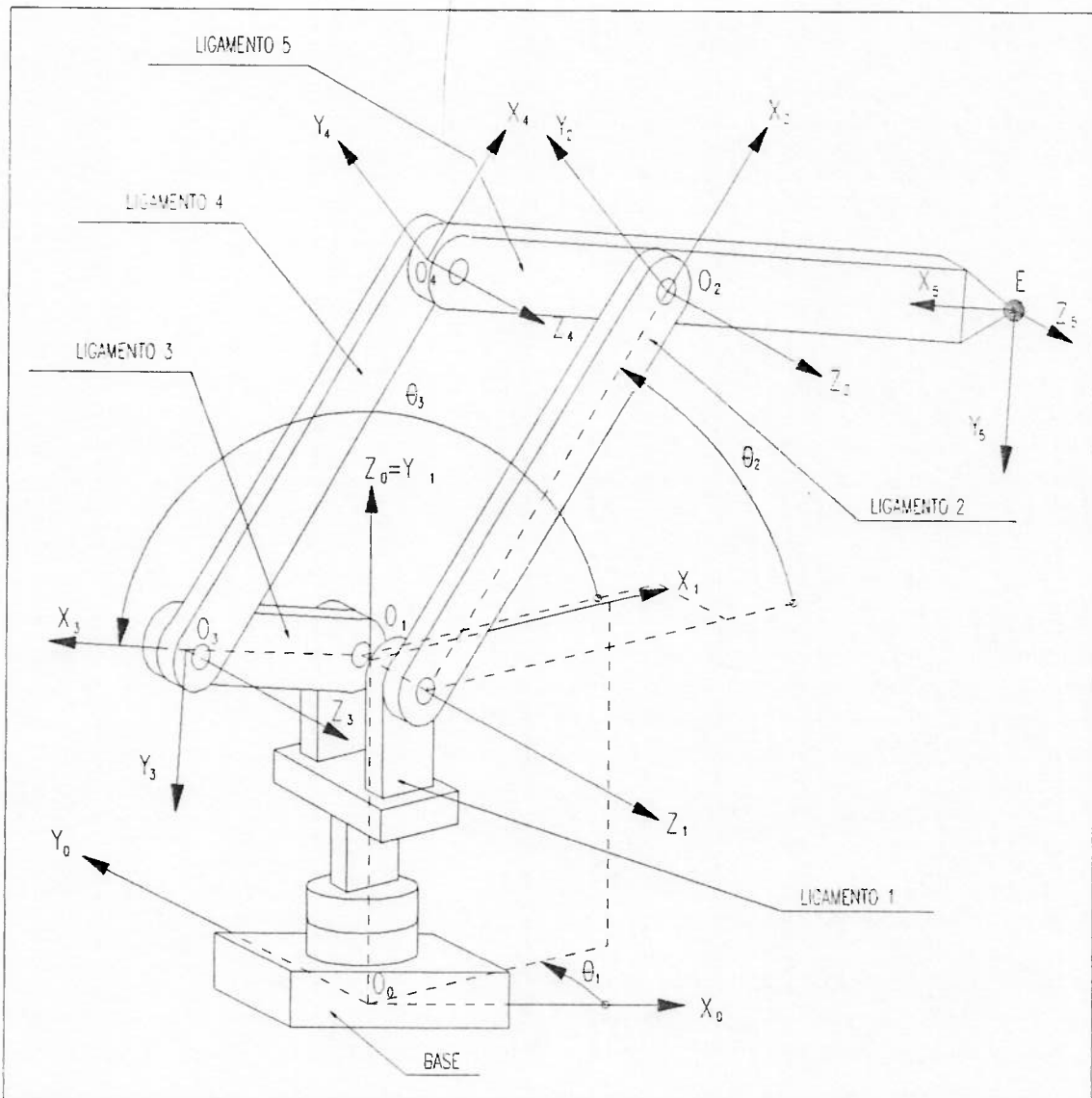


Figura 3.2: Convenções matemáticas utilizadas no mecanismo de posicionamento do efetuador.

Observa-se que esta figura, bem como as figuras 3.1 e 3.3, não estão compatíveis com a quinta hipótese simplificadora. O objetivo é facilitar a visualização tridimensional dos movimentos e vínculos do sistema.

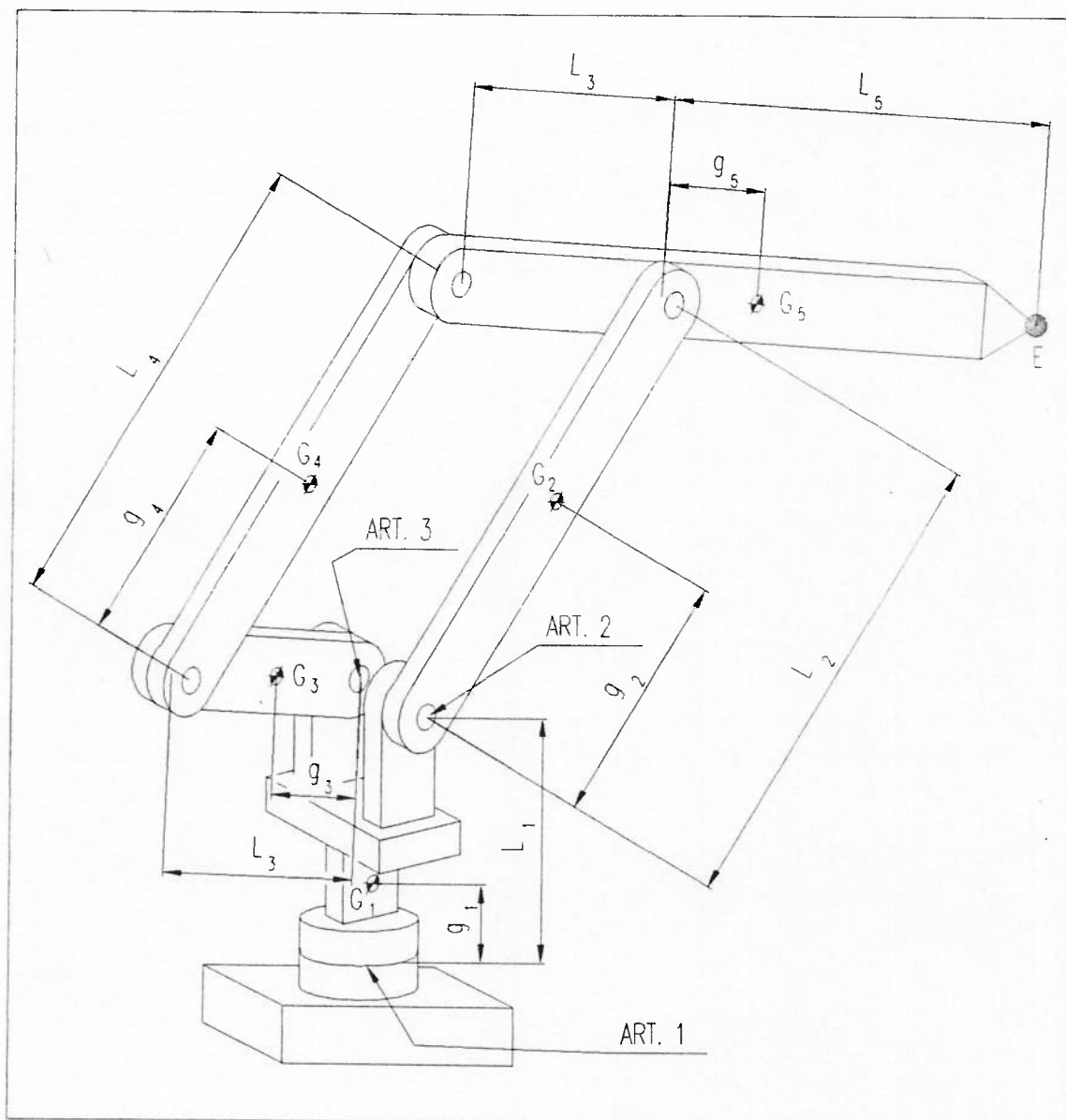


Figura 3.3: Parâmetros físicos adotados para o mecanismo de posicionamento do efetuador.

Para validar a quarta hipótese simplificadora, deve-se projetar cada ligamento e planejar o posicionamento dos componentes a serem montados sobre ele, de forma a obter subconjuntos simétricos, pois segundo [GIA82], quando um corpo sólido possui dois planos de simetria perpendiculares a dois eixos quaisquer, do sistema referencial solidário a ele com a origem posicionada em seu baricentro, os produtos cruzados de inércia, relativos a esse sistema referencial, são nulos.

Para validar a quinta hipótese simplificadora, os ligamentos 2, 3, 4 e 5, bem como

o arranjo físico do conjunto montado, deve ser projetado de maneira que o plano formado pelos eixos x_1 e y_1 , seja um plano de simetria do mecanismo de posicionamento do efetuador, contendo portanto, os baricentros de seus respectivos ligamentos.

3.2.1 Posição e orientação dos ligamentos

A posição e a orientação do ligamento i , relativa ao sistema referencial da base, pode ser definida pela matriz \underline{A}_i^0 , que é a matriz de transformação homogênea do ligamento i , em relação ao sistema da base.

Inicialmente, determinam-se os parâmetros de Denavit-Hartenberg, para os ligamentos 1, 2 e 3, que segundo as convenções mostradas nas figuras 3.2 e 3.3, fornecem os valores apresentados na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Os parâmetros de Denavit-Hartenberg dos ligamentos 1, 2 e 3.

	a_i	d_i	α_i	θ_i
Do ligamento 1, referente a base.	$a_1 = 0$	$d_1 = L_1$	$\alpha_1 = 90^\circ$	θ_1
Do ligamento 2, referente ao sistema 1.	$a_2 = L_2$	$d_2 = 0$	$\alpha_2 = 0^\circ$	θ_2
Do ligamento 3, referente ao sistema 1.	$a_3 = L_3$	$d_3 = 0$	$\alpha_3 = 0^\circ$	θ_3

Nota-se que não foram incluídos nesta tabela, os parâmetros referentes aos ligamentos 4 e 5. Isto decorre do fato do mecanismo ser do tipo de cadeia cinemática fechada, e portanto apresentar características particulares, que não são convenientes de serem modelados com os parâmetros de Denavit-Hartenberg, como será visto adiante.

Para determinar a matriz homogênea do ligamento 1, referente ao sistema da base, basta aplicar a equação (2-20), que fornece o seguinte resultado:

$$\underline{\underline{A}}_1^0 = \begin{bmatrix} C1 & 0 & S1 & 0 \\ S1 & 0 & -C1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3-1)$$

onde S1 é o seno de θ_1 e C1 o cosseno. Esta notação será adotada até o final deste texto, com o objetivo de simplificar a grafia das equações.

Para determinar a matriz homogênea do ligamento 2, referente ao sistema da base, é necessário primeiro determinar sua matriz homogênea referente ao sistema 1, e depois transportá-lo para o sistema da base. A matriz referente ao sistema 1, obtém-se aplicando a equação (2-20), que fornece o seguinte:

$$\underline{\underline{A}}_2^1 = \begin{bmatrix} C2 & -S2 & 0 & L_2 C2 \\ S2 & C2 & 0 & L_2 S2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3-2)$$

Portanto, a matriz homogênea do ligamento 2 relativa ao sistema referencial da base, é obtida substituindo as matrizes (3-1) e (3-2) na equação (2-21), resultando em:

$$\underline{\underline{A}}_2^0 = \underline{\underline{A}}_1^0 \underline{\underline{A}}_2^1 = \begin{bmatrix} C1C2 & -C1S2 & S1 & L_2 C1C2 \\ S1C2 & -S1S2 & -C1 & L_2 S1C2 \\ S2 & C2 & 0 & L_2 S2 + L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3-3)$$

Nota-se que nesse mecanismo, o ligamento 2 não interfere na posição nem na orientação do ligamento 3, pois ambos estão conectados diretamente ao ligamento 1, ou seja, esse mecanismo não possui as mesmas características de um mecanismo seqüencial. Dessa forma, a matriz homogênea do ligamento 3 em relação sistema da base não

depende da posição e orientação do ligamento 2, sendo obtida com uma única transformação, de maneira análoga à do ligamento 2. Portanto, adotando-se o mesmo procedimento, obtém-se primeiramente a matriz $\underline{\underline{A}}_3^1$, referente ao sistema 1, dada por:

$$\underline{\underline{A}}_3^1 = \begin{bmatrix} C3 & -S3 & 0 & L_3 C3 \\ S3 & C3 & 0 & L_3 S3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3-4)$$

que transportada para o sistema da base, resulta em:

$$\underline{\underline{A}}_3^0 = \underline{\underline{A}}_1^0 \underline{\underline{A}}_3^1 = \begin{bmatrix} C1C3 & -C1S3 & S1 & L_3 C1C3 \\ S1C3 & -S1S3 & -C1 & L_3 S1C3 \\ S3 & C3 & 0 & L_3 S3 + L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3-5)$$

Observa-se que o comprimento do ligamento 2, definido por L_2 , é igual ao comprimento do ligamento 4, L_4 , e que a distância entre as articulações 2 e 4, definidas pelo seguimento $\overline{O_2 O_4}$ é igual ao comprimento do ligamento 3, L_3 , portanto tem-se que o ligamento 2 é sempre paralelo ao 4 e o ligamento 3 sempre paralelo ao 5, independentemente da configuração do mecanismo. Consequentemente a matriz de rotação do ligamento 4 é a mesma que a do ligamento 2, e a matriz de rotação do ligamento 5 é a mesma que a do 3.

Aproveitando-se estas características geométricas do mecanismo, as matrizes homogêneas dos ligamentos 4 e 5, podem ser determinadas, diretamente pela composição mostrada na equação (2-22), após evidentemente, ter-se calculado o vetor de posição da origem dos sistemas solidários aos ligamentos 4 e 5, em relação ao sistema da base. Este procedimento é bem menos trabalhoso, do que realizar sucessivas transformações homogêneas.

Dessa forma, para calcular a matriz homogênea do ligamento 4, determina-se primeiramente o vetor posição do ponto O_4 em relação ao sistema da base, que é obtido

pela seguinte relação:

$$\overline{O_0O_4} = \overline{O_0O_3} + \overline{O_3O_4}. \quad (3-6)$$

Lembrando-se que a primeira coluna da matriz $\underline{\underline{A}}_2^0$, determinada pela equação (3-3), possui a direção e sentido do eixo x_2 em relação ao sistema da base (vide equação 2-2), que por sua vez tem a mesma direção e sentido do vetor $\overline{O_3O_4}$, e observando-se também, que o comprimento do vetor $\overline{O_3O_4}$ vale L_4 , então o vetor $\overline{O_3O_4}$ referido no sistema da base é dado por:

$$\overline{O_3O_4} = \begin{bmatrix} L_4C1C2 \\ L_4S1C2 \\ L_4S2 \end{bmatrix}. \quad (3-7)$$

Nota-se também, que o vetor $\overline{O_0O_3}$ é fornecido pela última coluna da matriz $\underline{\underline{A}}_3^0$ determinada pela equação (3-5), que vale:

$$\overline{O_0O_3} = \begin{bmatrix} L_3C1C3 \\ L_3S1C3 \\ L_3S3 + L_1 \end{bmatrix}. \quad (3-8)$$

Sendo assim, o vetor de posição $\overline{O_0O_4}$ é obtido, substituindo-se os vetores (3-7) e (3-8), na equação (3-6), que resulta em:

$$\overline{O_0O_4} = \begin{bmatrix} C1(L_3C3 + L_4C2) \\ S1(L_3C3 + L_4C2) \\ L_3S3 + L_4S2 + L_1 \end{bmatrix}. \quad (3-9)$$

Finalmente, utilizando-se o vetor $\overline{O_0O_4}$ determinado pela equação (3-9) e a matriz de

rotação do ligamento 2, extraída da matriz \underline{A}_2^0 , monta-se então a matriz de transformação homogênea do ligamento 4, pela aplicação da equação (2-22), resultando em:

$$\underline{A}_4^0 = \begin{bmatrix} C1C2 & -C1S2 & S1 & C1(L_3C3 + L_4C2) \\ S1C2 & -S1S2 & -C1 & S1(L_3C3 + L_4C2) \\ S2 & C2 & 0 & L_3S3 + L_4S2 + L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3-10)$$

Para o ligamento 5, o vetor posição do ponto O_5 é dado por:

$$\overline{O_0O_5} = \overline{O_0O_2} + \overline{O_2O_5}, \quad (3-11)$$

que através de procedimento análogo ao cálculo realizado para o ligamento 4, fornece a seguinte matriz de transformação homogênea para o ligamento 5:

$$\underline{A}_5^0 = \begin{bmatrix} C1C3 & -C1S3 & S1 & C1(L_2C2 - L_5C3) \\ S1C3 & -S1S3 & -C1 & S1(L_2C2 - L_5C3) \\ S3 & C3 & 0 & L_2S2 - L_5S3 + L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3-12)$$

Como o objetivo desse estudo é realizar o modelamento dinâmico do mecanismo, deve-se calcular a posição do centro de massa de cada ligamento em relação ao sistema da base. Para isto basta multiplicar a matriz homogênea do ligamento pela posição do baricentro relativa ao sistema solidário ao próprio ligamento (vide equação 2-23). Assim, tem-se para todos os ligamentos, os seguintes resultados:

$$\bar{X}_{G1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_1 \end{bmatrix}; \quad (3-13a)$$

$$\bar{X}_{G2} = \begin{bmatrix} g_2 C1C2 \\ g_2 S1C2 \\ L_1 + g_2 S2 \end{bmatrix}; \quad (3-13b)$$

$$\bar{X}_{G3} = \begin{bmatrix} g_3 C1C3 \\ g_3 S1C3 \\ L_1 + g_3 S3 \end{bmatrix}; \quad (3-13c)$$

$$\bar{X}_{G4} = \begin{bmatrix} C1(L_3 C3 + g_4 C2) \\ S1(L_3 C3 + g_4 C2) \\ L_3 S3 + g_4 S2 + L_1 \end{bmatrix}; \quad (3-13d)$$

$$\bar{X}_{G5} = \begin{bmatrix} C1(L_2 C2 - g_5 C3) \\ S1(L_2 C2 - g_5 C3) \\ L_2 S2 - g_5 S3 + L_1 \end{bmatrix}. \quad (3-13e)$$

3.2.2 Matrizes jacobianas das velocidades dos baricentros

As matrizes jacobianas das velocidades dos baricentros são calculadas pela substituição das posições dos baricentros fornecidas pelas equações (3-13) na equação (2-26), que fornece os seguintes resultados:

$$J_V^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3-14a)$$

$$J_V^2 = \begin{bmatrix} -g_2 S1C2 & -g_2 C1S2 & 0 \\ g_2 C1C2 & -g_2 S1S2 & 0 \\ 0 & g_2 C2 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3-14b)$$

$$\underline{J}_v^3 = \begin{bmatrix} -g_3 S1C3 & 0 & -g_3 C1S3 \\ g_3 C1C3 & 0 & -g_3 S1S3 \\ 0 & 0 & g_3 C3 \end{bmatrix}; \quad (3-14c)$$

$$\underline{J}_v^4 = \begin{bmatrix} -S1(L_3 C3 + g_4 C2) & -g_4 C1S2 & -L_3 C1S3 \\ C1(L_3 C3 + g_4 C2) & -g_4 S1S2 & -L_3 S1S3 \\ 0 & g_4 C2 & L_3 C3 \end{bmatrix}; \quad (3-14d)$$

$$\underline{J}_v^5 = \begin{bmatrix} -S1(L_2 C2 - g_5 C3) & -L_2 C1S2 & g_5 C1S3 \\ C1(L_2 C2 - g_5 C3) & -L_2 S1S2 & g_5 S1S3 \\ 0 & L_2 C2 & -g_5 C3 \end{bmatrix}. \quad (3-14e)$$

Observa-se que, as velocidades dos baricentros são determinadas pela aplicação da equação (2-27), ou seja, $\vec{v}_{gi} = \underline{J}_v^i \dot{\theta}_i$. Porém não é necessário realizar este cálculo, para obter o modelo dinâmico do sistema.

3.2.3 Matrizes jacobianas das velocidades angulares dos ligamentos

As matrizes jacobianas das velocidades angulares dos diversos ligamentos são calculadas pela aplicação da equação (2-33). A tabela 3.2 fornece os indicadores de contribuição das articulações para as velocidades angulares dos ligamentos.

Tabela 3.2: Indicadores de contribuição das articulações nas velocidades angulares.

Indicador →	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5
Ligamento ↓					
1	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0
3	1	0	1	0	0
4	1	1	0	0	0
5	1	0	1	0	0

Nota-se da tabela 3.2, que as articulações 4 e 5 não contribuem para a velocidade angular de nenhum ligamento. A razão disto é que estas articulações são passivas, não constituindo na verdade em novos graus de liberdade.

Observa-se que o eixo z_0 é o vetor $[0 \ 0 \ 1]^t$. Substituindo-se os valores de ρ_i , fornecidos pela tabela 3.2 e os eixos das articulações, z_i , fornecidos pela terceira coluna das matrizes homogêneas, \underline{A}_i^0 , na equação (2-33), obtém-se as seguintes matrizes jacobianas das velocidades angulares:

$$\underline{J}_{\omega}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3-15a)$$

$$\underline{J}_{\omega}^2 = \begin{bmatrix} 0 & S1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3-15b)$$

$$\underline{J}_{\omega}^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & S1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3-15c)$$

$$\underline{J}_{\omega}^4 = \begin{bmatrix} 0 & S1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3-15d)$$

$$\underline{J}_{\omega}^5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & S1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3-15e)$$

onde as velocidades angulares dos ligamentos são determinadas pela aplicação da equação (2-32), ou seja, $\vec{\omega}_i^0 = \underline{J}_{\omega}^i \dot{\theta}_i$. Porém, também não é necessário realizar este cálculo para o modelamento dinâmico.

3.2.4 Matriz de inércia do mecanismo

O cálculo da matriz de inércia do mecanismo é realizado pela aplicação das equações (2-39) e (2-40). Primeiramente são calculadas as matrizes de inércia dos movimentos dos baricentros. Dessa forma, substituindo-se as matrizes jacobianas das velocidades dos baricentros, definidas pelas equações (3-14), na equação (2-41), as matrizes de inércia dos movimentos dos baricentros dos ligamentos resultam no seguinte:

$$\underline{\underline{H}}_v^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3-16a)$$

$$\underline{\underline{H}}_v^2 = \begin{bmatrix} m_2 g_2^2 C2^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 g_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3-16b)$$

$$\underline{\underline{H}}_v^3 = \begin{bmatrix} m_3 g_3^2 C3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 g_3^2 \end{bmatrix}; \quad (3-16c)$$

$$\underline{\underline{H}}_v^4 = \begin{bmatrix} m_4 (L_3 C3 + g_4 C2)^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_4 g_4^2 & m_4 L_3 g_4 C(2-3) \\ 0 & m_4 L_3 g_4 C(2-3) & m_4 L_3^2 \end{bmatrix}; \quad (3-16d)$$

$$\underline{\underline{H}}_v^5 = \begin{bmatrix} m_5 (L_2 C2 - g_5 C3)^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_5 L_2^2 & -m_5 L_2 g_5 C(2-3) \\ 0 & -m_5 L_2 g_5 C(2-3) & m_5 g_5^2 \end{bmatrix}, \quad (3-16e)$$

onde $C(2-3)$ é igual ao cosseno de $(\theta_2 - \theta_3)$, e $S(2-3)$ é igual ao seno de $(\theta_2 - \theta_3)$, notação que será adotada até o final deste texto.

Os tensores de inércia relativos aos sistemas de coordenadas fixos nos ligamentos transladados para seus baricentros, são matrizes diagonais. Isto decorre em razão de seus produtos cruzados de inércia serem nulos. Tal condição foi imposta pela quarta hipótese simplificadora apresentada no início desta seção. Dessa forma, o tensor de inércia do ligamento i , relativo ao sistema referencial i , fica:

$$\underline{I}_i^i = \begin{bmatrix} I_{ix} & 0 & 0 \\ 0 & I_{iy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{iz} \end{bmatrix}. \quad (3-17)$$

Para se obter o tensor de inércia do ligamento i , relativo ao sistema referencial da base transladado para o baricentro do ligamento i , definido por \underline{I}_i , aplica-se a equação (2-42), lembrando que a matriz de rotação é extraída de sua matriz de transformação homogênea, \underline{A}_i^0 . Portanto os tensores de inércia de cada ligamento, relativos ao sistema da base resultam em:

$$\underline{I}_1 = \begin{bmatrix} C1^2 I_{1ix} + S1^2 I_{1iz} & S1C1(I_{1ix} - I_{1iz}) & 0 \\ S1C1(I_{1ix} - I_{1iz}) & S1^2 I_{1ix} + C1^2 I_{1iz} & 0 \\ 0 & 0 & I_{1iy} \end{bmatrix}; \quad (3-18a)$$

$\underline{I}_2 =$

$$\begin{bmatrix} (C1C2)^2 I_{2ix} + (C1S2)^2 I_{2iy} + S1^2 I_{2iz} & S1C1(C2^2 I_{2ix} + S2^2 I_{2iy} - I_{2iz}) & C1S2C2(I_{2ix} - I_{2iy}) \\ S1C1(C2^2 I_{2ix} + S2^2 I_{2iy} - I_{2iz}) & (S1C2)^2 I_{2ix} + (S1S2)^2 I_{2iy} + C1^2 I_{2iz} & S1S2C2(I_{2ix} - I_{2iy}) \\ C1S2C2(I_{2ix} - I_{2iy}) & S1S2C2(I_{2ix} - I_{2iy}) & S2^2 I_{2ix} + C2^2 I_{2iy} \end{bmatrix}; \quad (3-18b)$$

$\underline{I}_3 =$

$$\begin{bmatrix} (C1C3)^2 I_{3ix} + (C1S3)^2 I_{3iy} + S1^2 I_{3iz} & S1C1(C3^2 I_{3ix} + S3^2 I_{3iy} - I_{3iz}) & C1S3C3(I_{3ix} - I_{3iy}) \\ S1C1(C3^2 I_{3ix} + S3^2 I_{3iy} - I_{3iz}) & (S1C3)^2 I_{3ix} + (S1S3)^2 I_{3iy} + C1^2 I_{3iz} & S1S3C3(I_{3ix} - I_{3iy}) \\ C1S3C3(I_{3ix} - I_{3iy}) & S1S3C3(I_{3ix} - I_{3iy}) & S3^2 I_{3ix} + C3^2 I_{3iy} \end{bmatrix}; \quad (3-18c)$$

$$\mathbf{I}_4 = \begin{bmatrix} (C1C2)^2 I_{4X} + (C1S2)^2 I_{4Y} + S1^2 I_{4Z} & S1C1(C2^2 I_{4X} + S2^2 I_{4Y} - I_{4Z}) & C1S2C2(I_{4X} - I_{4Y}) \\ S1C1(C2^2 I_{4X} + S2^2 I_{4Y} - I_{4Z}) & (S1C2)^2 I_{4X} + (S1S2)^2 I_{4Y} + C1^2 I_{4Z} & S1S2C2(I_{4X} - I_{4Y}) \\ C1S2C2(I_{4X} - I_{4Y}) & S1S2C2(I_{4X} - I_{4Y}) & S2^2 I_{4X} + C2^2 I_{4Y} \end{bmatrix}; \quad (3-18d)$$

$$\mathbf{I}_5 = \begin{bmatrix} (C1C3)^2 I_{5X} + (C1S3)^2 I_{5Y} + S1^2 I_{5Z} & S1C1(C3^2 I_{5X} + S3^2 I_{5Y} - I_{5Z}) & C1S3C3(I_{5X} - I_{5Y}) \\ S1C1(C3^2 I_{5X} + S3^2 I_{5Y} - I_{5Z}) & (S1C3)^2 I_{5X} + (S1S3)^2 I_{5Y} + C1^2 I_{5Z} & S1S3C3(I_{5X} - I_{5Y}) \\ C1S3C3(I_{5X} - I_{5Y}) & S1S3C3(I_{5X} - I_{5Y}) & S3^2 I_{5X} + C3^2 I_{5Y} \end{bmatrix}. \quad (3-18e)$$

Substituindo-se os tensores de inércia fornecidos pelas equações (3-18), juntamente com as matrizes das equações (3-15) na equação (2-43), resulta nas seguintes matrizes de inércia dos movimentos angulares de cada ligamento:

$$\underline{\underline{\mathbf{H}}}_\omega^1 = \begin{bmatrix} I_{1Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3-19a)$$

$$\underline{\underline{\mathbf{H}}}_\omega^2 = \begin{bmatrix} S2^2 I_{2X} + C2^2 I_{2Y} & 0 & 0 \\ 0 & I_{2Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3-19b)$$

$$\underline{\underline{\mathbf{H}}}_\omega^3 = \begin{bmatrix} S3^2 I_{3X} + C3^2 I_{3Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{3Z} \end{bmatrix}; \quad (3-19c)$$

$$\underline{\underline{\mathbf{H}}}_\omega^4 = \begin{bmatrix} S2^2 I_{4X} + C2^2 I_{4Y} & 0 & 0 \\ 0 & I_{4Z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (3-19d)$$

$$\underline{\underline{H}}_{\omega}^5 = \begin{bmatrix} S3^2 I_{5X} + C3^2 I_{5Y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{5Z} \end{bmatrix}. \quad (3-19e)$$

Conforme mostrado nas equações (2-39) e (2-40), a matriz de inércia do mecanismo é então calculada através da soma das matrizes (3-16) e (3-19), que resulta no seguinte:

$$\underline{\underline{H}} = \begin{bmatrix} h_{11} & 0 & 0 \\ 0 & h_{22} & h_{23} \\ 0 & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}, \quad (3-20)$$

onde:

$$h_{11} = (m_2 g_2^2 + m_4 g_4^2 + m_5 L_2^2 + I_{2Y} + I_{4Y})C2^2 + (I_{2X} + I_{4X})S2^2 + (m_3 g_3^2 + m_4 L_4^2 + m_4 g_5^2 + I_{3Y} + I_{5Y})C3^2 + (I_{3X} + I_{5X})S3^2 + I_{1Y} + 2(m_4 L_3 g_4 - m_5 L_2 g_5)C2C3 ; \quad (3-21a)$$

$$h_{22} = m_2 g_2^2 + m_4 g_4^2 + m_5 L_2^2 + I_{2Z} + I_{4Z} ; \quad (3-21b)$$

$$h_{33} = m_3 g_3^2 + m_4 L_3^2 + m_5 g_5^2 + I_{3Z} + I_{5Z} ; \quad (3-21c)$$

$$h_{23} = h_{32} = (m_4 L_3 g_4 - m_5 L_2 g_5)C(2-3). \quad (3-21d)$$

3.3 BALANCEAMENTO DINÂMICO

Conforme mencionado anteriormente, o balanceamento dinâmico é obtido, pela diagonalização da matriz de inércia do sistema.

Observa-se pela equação (3-20) que o movimento da articulação 1 é desacoplado dos movimentos gerados pelas articulações 2 e 3. Este resultado foi obtido, devido à adoção da quarta e quinta hipóteses simplificadoras, mostradas no início desta seção. Portanto, esta é a razão para a se estabelecer tais restrições físicas ao projeto.

Com o movimento da articulação 1 previamente desacoplado, resta apenas, desacoplar os movimentos das articulações 2 e 3, que será mostrado a seguir.

3.3.1 Condição de balanceamento

Os termos da matriz de inércia h_{23} e h_{32} , fornecidos pela equação (3-21d), são os termos que produzem o acoplamento do sistema. Portanto a matriz de inércia do mecanismo fica diagonalizada anulando-se estes termos. Isto é obtido impondo-se a seguinte condição:

$$m_5 g_5 = \frac{m_4 g_4 L_3}{L_2} \quad (3-22)$$

Observa-se que a massa do ligamento 5 é obtida pela soma das massas que compõem toda a parte superior do sistema, incluindo o mecanismo de orientação do efetuador e a massa do objeto ou ferramenta a ser manipulada pelo robô. Define-se o carregamento, como sendo a soma da massa do efetuador com a massa do objeto manipulado. Portanto, a massa e a posição do baricentro do ligamento 5 (m_5 e g_5), variam para cada carregamento, enquanto que os demais termos da equação (3-22) permanecem constantes.

Para realizar o balanceamento dinâmico do mecanismo, optou-se pela introdução de uma massa de contrapeso estrategicamente posicionada no ligamento 5, para cada condição de carregamento do robô. O objetivo é manter o produto $m_5 g_5$ constante,

tornando sempre válida a condição (3-22).

O projeto detalhado do robô, deverá conter a especificação da posição de fixação do contra peso, e uma curva ou tabela, contendo o valor da massa desse contra peso, em função do carregamento do robô.

3.3.2 Equações de movimento do mecanismo balanceado dinamicamente

A matriz de inércia do mecanismo balanceado dinamicamente é obtida substituindo-se a condição (3-22) na matriz dada pela equação (3-20), que fornece o seguinte resultado:

$$\underline{\underline{H}} = \begin{bmatrix} h_{11} & 0 & 0 \\ 0 & h_{22} & 0 \\ 0 & 0 & h_{33} \end{bmatrix}, \quad (3-23)$$

onde:

$$h_{11} = (m_2g_2^2 + m_4g_4^2 + m_5L_2^2 + I_{2Y} + I_{4Y})C2^2 + (I_{2X} + I_{4X})S2^2 + (m_3g_3^2 + m_4L_4^2 + m_4g_5^2 + I_{3Y} + I_{5Y})C3^2 + (I_{3X} + I_{5X})S3^2 + I_{1Y}; \quad (3-24a)$$

$$h_{22} = m_2g_2^2 + m_4g_4^2 + m_5L_2^2 + I_{2Z} + I_{4Z}; \quad (3-24b)$$

$$h_{33} = m_3g_3^2 + m_4L_3^2 + m_5g_5^2 + I_{3Z} + I_{5Z}. \quad (3-24c)$$

Finalmente, com a matriz de inércia dada pela equação (3-23) aplica-se a equação (2-53) para obter as equações de movimento do mecanismo balanceado dinamicamente, que resultam em:

$$\tau_1 = [(m_2g_2^2 + m_4g_4^2 + m_5L_2^2 + I_{2Y} + I_{4Y})C2^2 + (I_{2X} + I_{4X})S2^2 + (m_3g_3^2 + m_4L_3^2 + m_5g_5^2 + I_{3Y} + I_{5Y})C3^2 + (I_{3X} + I_{5X})S3^2 + I_{1Y}] \ddot{\theta}_1 - 2 [(m_2g_2^2 + m_4g_4^2 + m_5L_2^2 + I_{2Y} + I_{4Y} - I_{2X} - I_{4X}) \dot{\theta}_2 S2C2 + (m_3g_3^2 + m_4L_3^2 + m_5g_5^2 + I_{3Y} + I_{5Y} - I_{3X} - I_{5X}) \dot{\theta}_3 S3C3] \dot{\theta}_1; \quad (3-25a)$$

$$\tau_2 = (m_2 g_2^2 + m_4 g_4^2 + m_5 L_2^2 + I_{2Z} + I_{4Z}) \ddot{\theta}_2 + (m_2 g_2 + m_4 g_4 + m_5 L_2) g \cos \theta_2 ; \quad (3-25b)$$

$$\tau_3 = (m_3 g_3^2 + m_4 L_3^2 + m_5 g_5^2 + I_{3Z} + I_{5Z}) \ddot{\theta}_3 + (m_3 g_3 + m_4 L_3 - m_5 g_5) g \cos \theta_3 , \quad (3-25c)$$

onde τ_i representa o torque na saída do redutor de velocidade do acionamento da articulação i e g é a aceleração gravitacional. Nota-se que estas equações formam um sistema de equações diferenciais desacopladas, porém não lineares.

Analisando as equações (3-25), observa-se que os movimentos das articulações 2 e 3 são completamente independentes dos demais. Contudo, o movimento da articulação 1 é influenciado pelo movimento das articulações 2 e 3, em razão da presença de torques causados pelas forças de Coriolis, que tornam a equação (3-25a) variante no tempo, [CAS82]. É importante ressaltar que a influência dos efeitos de Coriolis, não representam acoplamento ou não linearidades do sistema, pois as únicas variáveis independentes da equação (3-25a) são as funções $\dot{\theta}_1(t)$ e $\ddot{\theta}_1(t)$. Isto ocorre porque o desacoplamento permite que as funções $\theta_2(t)$, $\theta_3(t)$ e suas derivadas temporais sejam previamente determinadas pelas equações (3-25b) e (3-25c) respectivamente. Observa-se que se o sistema fosse totalmente acoplado, as funções $\theta_2(t)$, $\theta_3(t)$ e suas derivadas temporais, também seriam variáveis independentes da equação (3-25a), tornando-a uma equação fortemente não linear, ao invés de variante no tempo.

Sendo a equação (3-25a) linear, as únicas não linearidades deste sistema de equações são decorrentes dos efeitos gravitacionais presentes nas equações (3-25b) e (3-25c). Portanto, a eliminação dos efeitos gravitacionais linearizam este sistema de equações. A eliminação destes efeitos gravitacionais é denominada neste texto por balanceamento estático ou gravitacional, que é apresentado a seguir.

3.4 BALANCEAMENTO ESTÁTICO OU GRAVITACIONAL

O balanceamento estático, assim referido neste texto, consiste de eliminar ou minimizar os efeitos gravitacionais, que são os torques que os motores precisam aplicar no sistema, para vencer o peso de seus componentes. Estes torques são sempre indesejáveis, pois representam um grande consumo de energia. A presença dos torques gravitacionais é um problema crítico, que pode ser facilmente percebido nos robôs industriais, pelo fato destas máquinas serem geralmente projetadas para realizar tarefas com carregamentos proporcionalmente pequenos. Dessa forma, a minimização das cargas gravitacionais representa um grande ganho de desempenho. Além disso, no caso específico desse projeto, o balanceamento estático é altamente vantajoso, pois representa também uma simplificação matemática de fundamental importância, que é a linearização da dinâmica do sistema.

Segundo [RIV88], os três métodos de balanceamento estático mais empregados em projetos de robôs manipuladores, são os seguintes:

- Balanceamento com uso de massas de contrapeso. Este é o método mais simples e de menor custo. A principal desvantagem deste método é o aumento da inércia do sistema, gerado pela introdução das massas de contrapeso. Esta foi a solução adotada para o projeto do robô ASEA modelo IRB-6/2 [ASE86], existente no departamento de engenharia mecânica da EPUSP;
- Balanceamento com o uso de pistões pneumáticos. Este é o método mais preciso e mais abrangente. É também o método mais indicado para o projeto de um equipamento auto balanceável, contendo um sistema de controle que mantém o robô eficientemente balanceado para qualquer carregamento, sem a necessidade de ajustes. As principais desvantagens deste método são as restrições que os pistões pneumáticos introduzem aos movimentos, prejudicando a versatilidade do robô, além de ser a solução de maior custo (devido principalmente à introdução de mais uma malha de controle), se comparada com as demais. Esta foi a solução utilizada no projeto do robô FANUC modelo S-420 [FAN92], para o balanceamento do motor da segunda articulação;

- Balanceamento com o uso de mola elástica linear. Este método é bastante simples e de custo intermediário. Ele não apresenta as restrições dos dois métodos anteriores, porém não é tão abrangente como o pneumático, ou seja, o balanceamento é obtido para uma única condição de carregamento, do mesmo modo que no método dos contrapesos, necessitando de ajustes para alterações de carregamento. A principal desvantagem deste método é a dificuldade do projeto e construção das molas, razão pela qual, seu custo se torna superior ao do primeiro método.

No caso dos dois projetos que foram analisados, [ASE86] e [FAN92], o motor da terceira articulação recebeu um balanceamento estático pelo método dos contrapesos, enquanto que o da segunda, foi balanceado pelos métodos mencionados anteriormente.

Os métodos adotados neste projeto foram o uso de mola elástica linear, para o balanceamento do motor da segunda articulação e o uso de massa de contrapeso, para o motor da terceira articulação.

3.4.1 Balanceamento estático do motor da segunda articulação

O torque do motor da segunda articulação, definido como τ_2 , é dado pela equação (3-25b), onde a parcela $(m_2g_2+m_4g_4+m_5L_2)g\cos\theta_2$, corresponde à componente do torque gerado pela ação da gravidade. Portanto, balancear estaticamente o motor da segunda articulação, significa anular esta parcela da equação (3-25b). Este balanceamento é obtido com a introdução de um torque de mesmo valor em módulo, porém com sinal contrário, gerado pela ação de uma mola elástica linear. Esta mola é do tipo helicoidal de tração.

A configuração dos ligamentos 1 e 2 com a instalação da mola, está representada esquematicamente pela figura 3.4. Nesta figura, observa-se que L_m é o comprimento instantâneo da mola, que é função de θ_2 , L_i é a posição de fixação da mola no ligamento 2 e H_i é a posição de fixação da mola no ligamento 1.

A deformação linear da mola, x , é dada pela diferença entre o comprimento

instantâneo, L_m , e o comprimento que a mola atinge quando está totalmente encolhida L_{m0} , ou seja, $x = L_m - L_{m0}$. Dessa forma, a força de tração da mola, F_m , é dada por:

$$F_m = K (L_m - L_{m0}), \quad (3-26)$$

onde K é a constante elástica da mola.

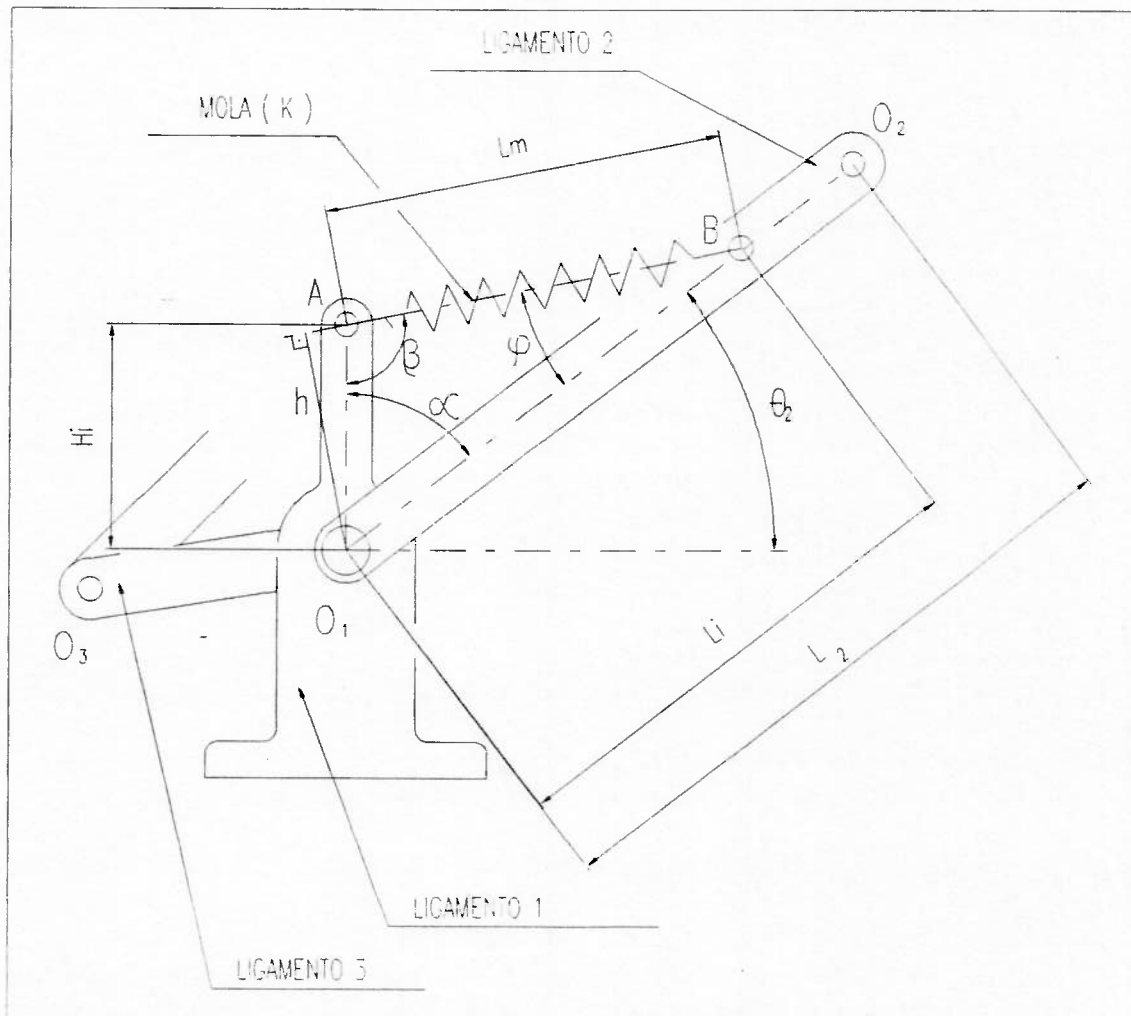


Figura 3.4 : Esquema da aplicação da mola de balanceamento estático. Observa-se que a mola atinge o comprimento instantâneo mínimo, quando o ligamento 2 se posiciona na vertical.

Para determinar o torque que a força da mola aplica sobre o eixo da segunda articulação, definido como τ_m , usam-se as relações geométricas do triângulo formado

pelos segmentos de comprimentos L_m , L_i e H_i . Deste triângulo extrai-se as seguintes relações:

$$\alpha = 90^\circ - \theta_2 ; \quad (3-27a)$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha - \varphi = 90^\circ + \theta_2 - \varphi ; \quad (3-27b)$$

$$\text{sen} \alpha = \text{sen}(90^\circ - \theta_2) = \cos \theta_2 ; \quad (3-27c)$$

$$\text{sen} \beta = \text{sen}(90^\circ + \theta_2 - \varphi) = -\cos(\theta_2 - \varphi) . \quad (3-27e)$$

Além destas relações, tem-se também a lei dos senos de um triângulo qualquer, que fornece as seguintes igualdades:

$$\frac{H_i}{\text{sen} \varphi} = \frac{L_m}{\text{sen} \alpha} = \frac{L_i}{\text{sen} \beta} . \quad (3-28)$$

Utilizando-se as relações das equações (3-27) e (3-28), obtém-se a seguinte equação:

$$\cos(\theta_2 - \varphi) = \frac{-L_i \cos \theta_2}{L_m} . \quad (3-29)$$

O braço de alavanca que produz o torque da força da mola na segunda articulação é dado pela distância h , que é fornecida pela seguinte relação geométrica:

$$h = H_i \text{sen}(180^\circ - \beta) = H_i \text{sen}[90^\circ - (\theta_2 - \varphi)] = H_i \cos(\theta_2 - \varphi) . \quad (3-30)$$

O torque aplicado pela mola é calculado pelo produto da força com braço de alavanca, ou seja, $\tau_m = F_m h$. Portanto, utilizando-se os resultados das equações (3-26), (3-29) e (3-30), o torque da mola aplicado sobre a articulação 2, resulta em:

$$\tau_m = K(L_m - L_{m0}) H_i \cos(\theta_2 - \varphi) = -K(L_m - L_{m0}) \frac{L_i}{L_m} H_i \cos\theta_2. \quad (3-31)$$

Para obter o balanceamento desejado, é necessário eliminar o termo L_m da equação (3-31), visto que L_m é uma função trigonométrica, não trivial, de θ_2 .

Para eliminar o termo L_m da equação (3-31), basta considerar que a constante L_{m0} seja nula. Porém, tal consideração é fisicamente impossível, pois L_{m0} corresponde à distância entre os dois ganchos da mola, quando a mola se encontra totalmente encolhida. Todavia, existe um subterfúgio matemático proveniente das propriedades de uma mola elástica linear de tração, que permite simular tal situação. Isto é tecnicamente possível, aplicando-se uma pré-carga na mola, conforme será mostrado a seguir.

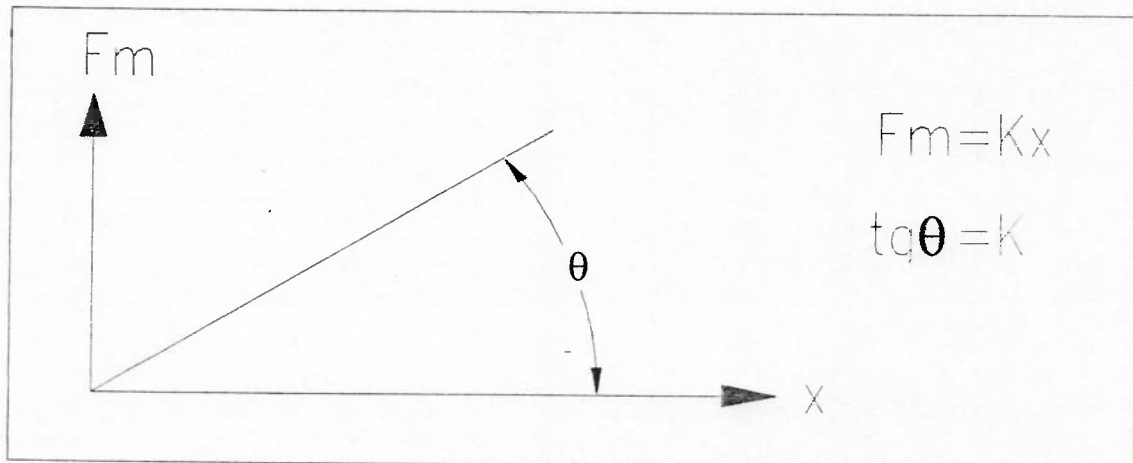


Figura 3.5: Curva do comportamento de uma mola elástica linear.

A curva de uma mola elástica linear, apresentada na figura 3.5, mostra que a força aplicada pela mola é nula, quando sua deformação é nula. Porém, se durante a construção de uma mola helicoidal de tração [PRO78], o fio for enrolado e torcido simultaneamente, a mola adquire uma pré-carga, isto é, ela apresenta uma força maior do que zero, para uma deformação igual a zero. Este é um procedimento bastante utilizado na fabricação deste tipo de mola, onde um dos objetivos é simplesmente garantir que as mesmas se mantenham completamente fechadas, para facilitar por exemplo, o transporte de várias molas numa única caixa, sem que elas se enrosquem umas nas outras. Sendo assim, a curva destas molas, adquire a forma apresentada na figura 3.6.

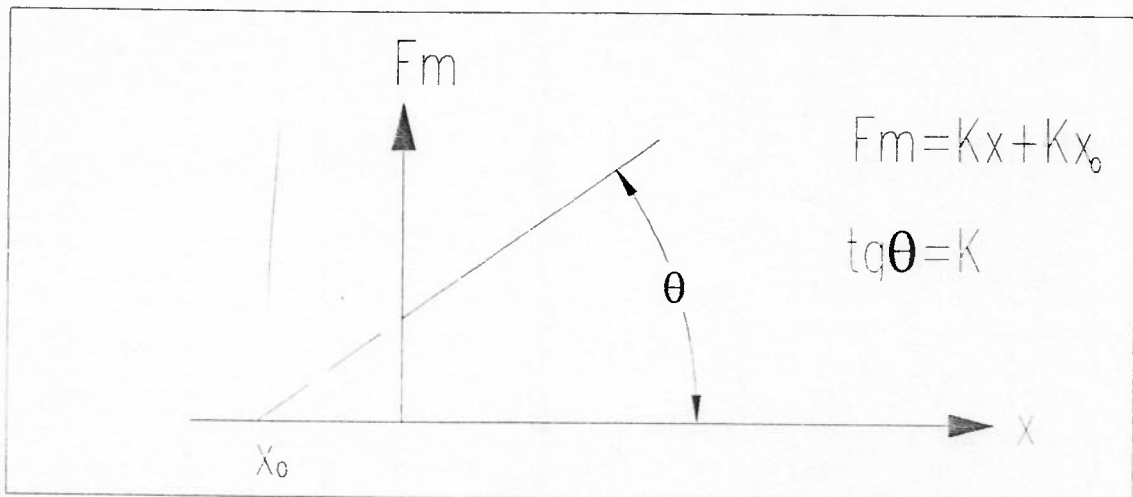


Figura 3.6: Curva do comportamento de uma mola elástica linear de tração pré-tencionada.

Conforme mostrado na figura 3.6, projetando-se a mola de forma a obter x_0 igual a $-L_{m0}$, a equação da força da mola (3-26), assume a seguinte forma:

$$F_m = K(L_m - L_{m0}) + KL_{m0} = KL_m, \quad (3-32)$$

onde KL_{m0} corresponde ao valor da pré-carga aplicada. Substituindo-se o valor da força da mola dada pela equação (3-26) da equação (3-31), pelo valor da força obtido com equação (3-32), o torque τ_m resulta em:

$$\tau_m = -K L_i H_i \cos\theta_2. \quad (3-33)$$

Dessa forma é eliminado o termo L_m , como desejado. Observa-se que a equação (3-33) é uma função do tipo $\tau_m = K' \cos\theta_2$, com K' constante. Isto torna o balanceamento estático da articulação 2 uma tarefa simples, pois o torque gravitacional é uma função do mesmo tipo.

Ao introduzir a mola, assim projetada, no robô, estamos adicionando o torque fornecido pela equação (3-33) ao motor da segunda articulação, que é dado pela equação (3-25b), resultando em:

$$\tau_2 = (m_2 g_2^2 + m_4 g_4^2 + m_5 L_2^2 + I_{2Z} + I_{4Z}) \ddot{\theta}_2 + [(m_2 g_2 + m_4 g_4 + m_5 L_2)g - K L_i H_i] \cos \theta_2 . \quad (3-34)$$

Portanto, a condição de balanceamento procurada é a seguinte:

$$(m_2 g_2 + m_4 g_4 + m_5 L_2)g = K L_i H_i . \quad (3-35)$$

Aplicando-se esta condição na equação (3-34), obtem-se o torque resultante no motor da segunda articulação, estaticamente balanceado, ou seja, sem qualquer parcela gravitacional, conforme mostrado a seguir:

$$\tau_2 = (m_2 g_2^2 + m_4 g_4^2 + m_5 L_2^2 + I_{2Z} + I_{4Z}) \ddot{\theta}_2 . \quad (3-36)$$

Nota-se que esta equação, além de desacoplada das demais, se tornou linear e invariante no tempo.

Observa-se porém, que o problema não está totalmente solucionado, pois conforme mencionado anteriormente, a massa do ligamento 5, m_5 , que aparece na condição de balanceamento dada por (3-35), varia para cada carregamento do robô. Sendo assim, o projeto desse sistema de balanceamento, necessita de um dispositivo de ajuste ou regulagem, para eliminar este inconveniente.

Uma vez dimensionada a mola, ficam definidos os valores do comprimento inicial da mola totalmente encolhida L_{mo} , de sua constante de elasticidade linear, K e o valor de sua pré-carga. Como estes valores não podem ser alterados, a regulagem deve ser feita pelo deslocamento da posição de fixação da mola nos ligamentos 2 e 1. Esta operação significa variar simultaneamente e uniformemente os valores de H_i e L_i . Portanto, para cada valor da massa total do ligamento 5, m_5 , determinam-se os valores de H_i e L_i , que satisfaçam as seguintes equações algébricas:

$$(m_2 g_2 + m_4 g_4 + m_5 L_2)g = K L_i H_i ; \quad (3-35)$$

$$L_{mo} = L_i - H_i . \quad (3-37)$$

Observa-se que a restrição imposta ao projeto, pela equação (3-37), é adotada para garantir que a mola não atue sobre o sistema, quando o mesmo estiver no ponto de equilíbrio dado por $\theta_2 = 90^\circ$. O objetivo é não correr o risco de prejudicar a *estabilidade* do sistema nas proximidades deste ponto.

O projeto detalhado desse sistema de balanceamento, prevê um valor de referência simples de ser obtido com o uso de um paquímetro, que produz o ajuste desejado. Tal valor será fornecido, por uma curva ou tabela, em função do carregamento do robô.

3.4.2 Balanceamento estático do motor da terceira articulação

Para o motor da terceira articulação, adota-se o primeiro método de balanceamento gravitacional, ou seja, a introdução de uma massa de contrapeso, posicionada no ligamento 3. A opção de balancear estaticamente o motor da terceira articulação, com a introdução de um contrapeso no ligamento 3, foi adotada por ser a única maneira de viabilizar a obtenção de todos os balanceamentos simultaneamente, permitindo que o balanceamento estático, não interfira no dinâmico. Nota-se que a recíproca não é verdadeira, ou seja, o balanceamento dinâmico, interfere no estático. Dessa forma, o projeto do balanceamento dinâmico deve ser realizado antes do estático.

É conveniente lembrar que o balanceamento dinâmico também é obtido com a introdução de uma massa de contra peso. Observa-se que, embora essa massa seja posicionada no ligamento 5, ela também contribui para o balanceamento estático do motor da terceira articulação. Isto é desejável, pois diminui o valor do contra peso necessário para obter esse balanceamento estático, minimizando a inércia do sistema. Portanto, cabe aqui um ditado popular que diz: “*matou-se dois coelhos com a mesma cajadada*”.

Seja o torque do motor da terceira articulação fornecido pela seguinte equação:

$$\tau_3 = (m_3 g_3^2 + m_4 L_3^2 + m_5 g_5^2 + I_{3Z} + I_{5Z}) \ddot{\theta}_3 + (m_3 g_3 + m_4 L_3 - m_5 g_5) g \cos \theta_3 . \quad (3-25c)$$

O balanceamento é então obtido, anulando-se a parcela $(m_3g_3+m_4L_3-m_5g_5)g\cos\theta_3$ da equação (3-25c), que é a componente gravitacional do torque do motor da terceira articulação, isto é realizado, impondo-se a seguinte condição:

$$m_3g_3 = m_5g_5 - m_4 L_3 , \quad (3-38)$$

onde os valores de m_3 e g_3 são respectivamente a massa e a posição do baricentro do ligamento 3, após a introdução do contrapeso.

Nota-se que o balanceamento estático do acionamento da terceira articulação, não requer ajustes, ou seja, o contrapeso posicionado no ligamento 3 é constante para qualquer condição de carregamento. Isto ocorre, devido ao fato do balanceamento dinâmico garantir que o produto da massa pela posição do baricentro do ligamento 5, m_5g_5 , seja constante em qualquer situação, e ao fato das demais variáveis desta equação também serem constantes.

Finalmente, aplicando-se a condição (3-38), na equação (3-25c), elimina-se a componente de torque gravitacional do motor da terceira articulação, que assume o seguinte valor:

$$\tau_3 = (m_3g_3^2 + m_4L_3^2 + m_5g_5^2 + I_{3Z} + I_{5Z})\ddot{\theta}_3 . \quad (3-39)$$

Assim, a equação de movimento desta articulação, também se torna, além de independente das outras articulações, linear e invariante no tempo.

3.5 SUMÁRIO E COMENTÁRIOS FINAIS

Este tópico contém de forma resumida, os principais resultados obtidos pelos estudos apresentados neste capítulo, além de alguns comentários de caráter conclusivo.

As equações de movimento do mecanismo de posicionamento do efetuator, balanceado dinamicamente e estaticamente, são dadas pelo seguinte sistema de equações:

$$\tau_1 = [(m_2g_2^2 + m_4g_4^2 + m_5L_2^2 + I_{2Y} + I_{4Y})C2^2 + (I_{2X} + I_{4X})S2^2 + (m_3g_3^2 + m_4L_3^2 + m_5g_5^2 + I_{3Y} + I_{5Y})C3^2 + (I_{3X} + I_{5X})S3^2 + I_{1Y}] \ddot{\theta}_1 - 2 [(m_2g_2^2 + m_4g_4^2 + m_5L_2^2 + I_{2Y} + I_{4Y} - I_{2X} - I_{4X}) \dot{\theta}_2 S2C2 + (m_3g_3^2 + m_4L_3^2 + m_5g_5^2 + I_{3Y} + I_{5Y} - I_{3X} - I_{5X}) \dot{\theta}_3 S3C3] \dot{\theta}_1 ; \quad (3-25a)$$

$$\tau_2 = (m_2g_2^2 + m_4g_4^2 + m_5L_2^2 + I_{2Z} + I_{4Z}) \ddot{\theta}_2 ; \quad (3-36)$$

$$\tau_3 = (m_3g_3^2 + m_4L_3^2 + m_5g_5^2 + I_{3Z} + I_{5Z}) \ddot{\theta}_3 . \quad (3-39)$$

Nota-se que além desse sistema de equações diferenciais ser desacoplado, é também linear. A equação (3-25a) é linear variante no tempo e admite solução analítica, por exemplo, pelo método da variação dos parâmetros [CAS82], desde que as duas equações (3-36) e (3-39) tenham sido previamente resolvidas. Portanto a simplificação obtida para o problema matemático com a realização dos balanceamentos é notável, e certamente representa um dos pontos importantes deste trabalho, pois o mecanismo de posicionamento do efetuador assim projetado, facilita o ganho de velocidade e de precisão do robô, devido ao aumento da controlabilidade.

As condições para se realizar todos os balanceamentos pretendidos, estão apresentadas a seguir, na ordem, ou seqüência em que devem ser utilizadas durante a realização do projeto.

O balanceamento dinâmico é obtido pela introdução de uma massa de contra peso para cada carregamento, posicionada no ligamento 5, de maneira a tornar sempre verdadeira a seguinte condição:

$$m_5g_5 = \frac{m_4g_4L_3}{L_2} . \quad (3-22)$$

O balanceamento estático ou gravitacional do motor da segunda articulação, é obtido pela ação de uma mola helicoidal linear de tração, projetada para tornarem verdadeiras as seguintes condições:

$$(m_2g_2+m_4g_4+m_5L_2)g = K L_i H_i ; \quad (3-35)$$

$$L_{mo} = L_i - H_i . \quad (3-37)$$

Além de atender estas condições, a mola projetada deverá possuir uma pré-carga, cujo valor é dado pela seguinte equação:

$$F_{mo} = KL_{mo} . \quad (3-40)$$

E finalmente, o balanceamento estático ou gravitacional do motor da terceira articulação, é obtido pela introdução de uma única massa de contra peso, posicionada no ligamento 3, que torna sempre válida a seguinte condição:

$$m_3g_3 = m_5g_5 - m_4L_3 . \quad (3-38)$$

Observa-se que as equações algébricas (3-22), (3-35), (3-37) e (3-38), são independentes umas das outras e não possuem nenhuma singularidade. Sendo assim, elas possuem solução para qualquer condição de carregamento do robô, embora a massa do ligamento 5, que é variável, apareça em todos os balanceamentos realizados. Portanto está confirmada, a viabilidade técnica de obtenção de todos os balanceamentos pretendidos simultaneamente, desde que sejam realizados na mesma seqüência em que estão apresentados nesse capítulo.

Estes resultados foram possíveis, devido à adoção das hipóteses simplificadoras apresentadas no início do tópico 3.2. É importante lembrar, que estas simplificações impõem alguns critérios de projeto e dimensionamento do robô. O objetivo é garantir que o equipamento projetado seja compatível com este modelamento, pois as chances de obter sucesso aumentam, à medida que as previsões matemáticas realizadas se tornam mais consistentes. Nesse sentido, observa-se o seguinte:

- Para melhorar a validade da segunda hipótese simplificadora, adota-se o critério de rigidez no dimensionamento estrutural dos componentes mecânicos do robô;
- Para melhorar a validade da terceira hipótese simplificadora, projetam-se mancais de rolamentos, com sistemas eficientes de lubrificação e de proteção contra poeira;
- Para validar a quarta hipótese simplificadora, deve-se projetar cada ligamento e planejar o posicionamento dos componentes a serem montados sobre ele, de forma a obter subconjuntos com dois planos de simetria perpendiculares a dois eixos quaisquer do sistema referencial fixo no ligamento, com a origem posicionada em seu baricentro.
- E finalmente, para validar a quinta hipótese simplificadora, projetam-se os ligamentos 2, 3, 4 e 5, bem como o arranjo físico do conjunto montado, de maneira que o plano formado pelos eixos x_1 e y_1 , seja um plano de simetria do mecanismo de posicionamento do efetuador.

Observa-se que a quarta e quinta restrições impostas ao projeto, não são 100% atingíveis, em virtude dos movimentos de orientação do efetuador, que quebram as simetrias mencionadas (observa-se que o ligamento 5 incorpora o mecanismo de orientação do efetuador), bem como a planicidade dos movimentos 2 e 3, introduzindo acoplamento e não linearidades ao sistema dinâmico. Estes efeitos são pequenos e podem ser desprezados até um certo limite de velocidade e precisão desejados para o equipamento, que possui seus movimentos equalizados. Esta é a razão pela qual tais restrições também foram consideradas como simplificações ao modelo matemático, em vez de serem consideradas como parâmetros do projeto.

CAPÍTULO 4

MECANISMO DE POSICIONAMENTO

4.1 INTRODUÇÃO

Para realizar o projeto do mecanismo de posicionamento do efetuador, segundo os conceitos propostos neste trabalho, é necessário o conhecimento das condições de contorno provenientes do projeto detalhado do mecanismo de orientação. Tais condições de contorno são a massa, a posição relativa do baricentro e os momentos de inércia do conjunto formado pelo mecanismo de orientação. Por esta razão, o projeto do mecanismo de orientação deve ser realizado primeiramente, até o seu nível máximo de detalhamento, conforme está apresentado no Capítulo 5 e no Apêndice 1.

Este capítulo contém o projeto do mecanismo de posicionamento do efetuador. A metodologia empregada consiste basicamente em realizar as seguintes etapas: projeto de concepção, projeto básico, detalhamento, análise das deformações e análise do desempenho. O projeto de concepção foi definido pelos estudos de viabilidade técnica, apresentados no Capítulo 3, portanto este capítulo apresenta os tópicos do projeto básico em diante.

Observa-se que a etapa de detalhamento do projeto é realizada por um procedimento iterativo, onde são realizadas diversas revisões e modificações do projeto até se atingir a precisão mecânica e o desempenho pretendidos. Nesse sentido, após cada modificação do projeto é realizada uma análise das deformações, que define a precisão mecânica atingida, seguida de uma análise do desempenho. Os resultados dessas análises são utilizados para orientar as próximas modificações (próxima interação), até convergir para o resultado final pretendido.

O resultado final do detalhamento do projeto consiste em um desenho de conjunto do mecanismo, lista de materiais e cálculo do estado de tensões dos principais componentes. Os desenhos de conjunto do mecanismo de posicionamento, juntamente com a lista de materiais estão apresentados no Apêndice 1.

Os cálculos do estado de tensões é realizado admitindo-se o mecanismo partindo do repouso em configuração crítica e com acelerações máximas. Conforme foi mencionado no Capítulo 1, o objetivo dos cálculos é obter um sistema com baixa inércia e alta rigidez estrutural, nesse sentido os esforços solicitantes nos componentes resultaram bem abaixo de seus limites de resistência, obtendo-se coeficientes de segurança da ordem de 5. Ressalta-se que os cálculos do estado de tensões foram realizados por modelos simplificados e portanto não acrescentam informações de caráter didático, que sejam interessantes ao escopo deste trabalho, além de serem muito extensos. Por essas razões estes cálculos não estão apresentados nesse texto, que se concentra nas análises das deformações e do desempenho.

Lembrando que o escopo deste trabalho não é realizar um projeto otimizado, ou seja, não se estipulou parâmetros numéricos aos critérios do projeto, adotam-se modelos simplificados de cálculo também para as análises das deformações e do desempenho, pois uma estimativa com acerto da ordem de 80 % já é considerada satisfatória ao escopo. Contudo, vale a pena ressaltar que o projeto é bastante criterioso e a metodologia empregada é integralmente aplicável ao caso de um projeto otimizado, necessitando apenas de refinamento dos modelos matemáticos utilizados nas análises. Para isso poderiam ser utilizados recursos melhores, como por exemplo, modelamento sólido, simulações de desempenho assistidas por computador e análises estruturais avançadas pelo método dos elementos finitos.

4.2 PROJETO BÁSICO

Os movimentos tridimensionais deste mecanismo podem ser visualizados pela figura 3.1, que são os movimentos angulares representados por θ_1 , θ_2 , e θ_3 . A figura 4.1 mostra esquematicamente os ligamentos e os eixos dos três movimentos. Observa-se que a geometria dos ligamentos 2 e 4 são em forma de garfo e o eixo do ligamento 3 é

posicionado internamente ao eixo do ligamento 2. Estas soluções foram adotadas para viabilizar o desacoplamento da dinâmica do mecanismo, da forma que foi discutida na seção 3.2 do Capítulo 3.

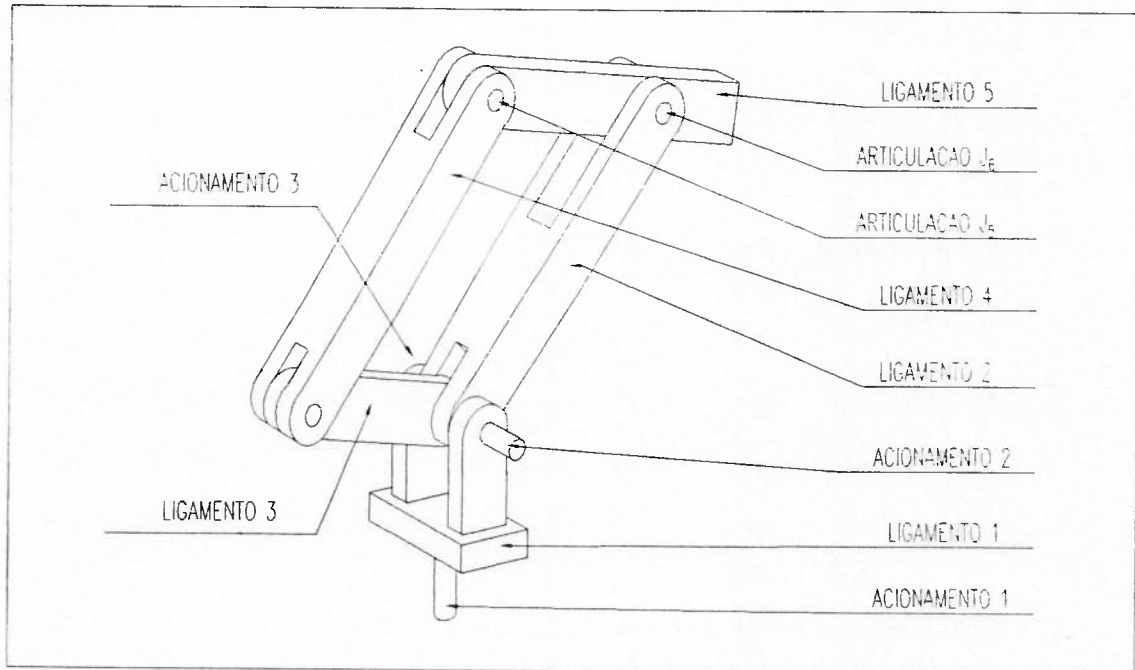


Figura 4.1: Representação esquemática do mecanismo de posicionamento.

O movimento do primeiro grau de liberdade do robô, θ_1 , é produzido pelo acionamento 1, que está fixo na base e é transmitido para o ligamento 1 por acoplamento direto e rígido, girando todo o conjunto acima da base.

O movimento do segundo grau de liberdade, θ_2 , é produzido pelo acionamento 2, que está fixo ao ligamento 1 e é transmitido para o ligamento 2 por acoplamento direto e rígido, produzindo o movimento angular do ligamento 2.

O movimento do terceiro grau de liberdade, θ_3 , é produzido pelo acionamento 3, que também está fixo no ligamento 1, alinhado com o acionamento 2, porém do lado oposto. Este movimento também é transmitido para o ligamento 3 através de acoplamento direto e rígido. O eixo do ligamento 3 está montado sobre um mancal que se apoia no ligamento 1 e outros dois que se apoiam internamente ao ligamento 2, de forma a possuir um movimento independente deste, porém com eixos coincidentes. Este

arranjo físico pode ser melhor visualizado pelo desenho de conjunto do mecanismo de posicionamento, que se encontra no Apêndice 1.

4.2.1 Mancais

Todos os mancais são de rolamento, tanto pela simplicidade como pela eficiência. Os movimentos das articulações do mecanismo não podem possuir folgas mecânicas, devido ao compromisso assumido com a precisão. Dessa forma, os mancais das articulações são compostos por um par de rolamentos de contato angular pré-carregados, montados tanto no mancal como no eixo, com interferência mecânica suave, precisa e lubrificada. As pré-cargas são produzidas por uma bucha de alumínio. Quando é realizado o fechamento do mancal, a bucha se deforma na direção axial aplicando a pré-carga, que é descarregada sobre a estrutura do mancal. Para um melhor entendimento desses mancais é recomendável consultar o desenho de conjunto do mecanismo de posicionamento.

A pré-carga dos mancais que sustentam o ligamento 1 é descarregada pelo eixo do acionamento 1 para a estrutura base. Os mancais dos acionamentos 2 e 3, que estão alinhados, possuem quatro rolamentos, cujas pré-cargas são produzidas pelas buchas que consistem nos itens 61 e 62 do desenho de conjunto do mecanismo de posicionamento. A pré-carga produzida pela bucha 61 é descarregada para a estrutura do ligamento 1, pelos eixos dos acionamentos 2 e 3 e por intermédio dos dois rolamentos de rolos cônicos, passando pelo rolamento de esferas posicionado à direita do eixo do acionamento 3. A pré-carga produzida pela bucha 62 é descarregada do rolamento de esferas posicionado à esquerda do eixo do acionamento 3 para o ligamento 2.

Os mancais das articulações J_5 e J_6 , também são pré-carregados, sendo que a pré-carga da articulação J_5 é descarregada da estrutura do ligamento 5 para a estrutura do ligamento 4 e a da articulação J_6 é descarregada da estrutura do ligamento 5 para a estrutura do ligamento 2.

Os mancais das articulações são lubrificados com graxa e possuem um sistema de vedação e proteção contra poeira, que constitui de uma placa circular fina, com uma geometria similar a de uma mola do tipo prato. Quando é realizado o fechamento do

mancal, esta placa é pressionada suavemente sobre as faces laterais das duas pistas do rolamento, realizando a vedação por atrito. Cita-se como exemplo, o item 37 do desenho de conjunto do mecanismo de posicionamento, que é o sistema de vedação do mancal do movimento do primeiro grau de liberdade.

Os mancais dos eixos dos acionamentos são lubrificados pelo próprio óleo lubrificante dos redutores, que é o óleo recomendado pelo fabricante do redutor. O fechamento das caixas é feito por tampas parafusadas e vedadas com adesivo químico, enquanto que os eixos de saída são vedados com retentores de borracha. As caixas possuem sistema de drenagem e complementação do óleo.

4.2.2 Dimensionamento básico

Para garantir a precisão mecânica do robô, as estruturas são projetadas de maneira que suas deformações não produzam desalinhamentos nos eixos de rotação dos movimentos do mecanismo. As deformações são produzidas tanto pelos carregamentos, como pelas pré-cargas dos rolamentos. Portanto simetrias geométricas são sempre desejáveis, bem como reforços estruturais no sentido de aumentar a rigidez na direção dessas deformações. Cita-se como exemplo de reforço estrutural, a carenagem do ligamento 2, item 65 do desenho de conjunto do mecanismo de posicionamento, que foi projetada para melhorar a absorção da pré-carga dos seus mancais.

A medida que as peças devem ser esbeltas, a geometria mais adequada é a tubular de perfil fechado com paredes finas. Como exemplo, citam-se os eixos e as polias, que são tubulares de secção cilíndrica, e os ligamentos 2 e 4, que são tubulares de secção retangular fechada. As peças cuja forma tubular é inviável, recebem reforços estruturais do tipo nervuras com o máximo alívio de peso possível. Como exemplo, citam-se os ligamentos 1 e 5, que possuem paredes finas nervuradas.

As dimensões básicas do mecanismo estão apresentadas na figura 3.3 e os seus respectivos valores numéricos estão apresentados na tabela 4.1. Estas medidas foram definidas com o propósito de obter um volume útil de trabalho próximo ao de um robô articulado com os dois braços maiores medindo cerca de 0,8 m de comprimento, conforme mencionado no Capítulo 1.

Tabela 4.1: Dimensões básicas do mecanismo.

L_1 (m)	L_2 (m)	L_3 (m)	L_4 (m)
0,733	0,800	0,250	0,800

Observa-se que a largura interna mínima dos garfos dos ligamentos 2 e 4 devem ser iguais a 0,237 m e 0,351 m, respectivamente, para acomodar o ligamento 5 sem interferências mecânicas.

4.2.3 Seleção dos materiais

Conforme mencionado no Capítulo 1, a maioria dos componentes devem ser dimensionados de maneira a minimizar o peso. Quando o critério de dimensionamento de uma peça é a rigidez, então o melhor material para minimizar o peso é aquele que possui a menor relação ρ/E , onde ρ é a densidade do material e E o módulo de elasticidade, [RIV88]. Porém, quando o critério é a resistência, então o melhor material é aquele que possui a menor relação ρ/σ_R , onde σ_R é a tensão de ruptura.

Tabela 4.2: Materiais apropriados para construções mecânicas leves.

Material	ρ (Kg/m ³)	E (N/m ²)	σ_R (N/m ²)	ρ/E $\times 10^{-8}$	ρ/σ_R $\times 10^{-6}$
Aço carbono	$7,8 \times 10^3$	$2,1 \times 10^{11}$	$8,6 \times 10^8$	3,7	9,1
Duralumínio	$2,7 \times 10^3$	$7,0 \times 10^{10}$	$4,2 \times 10^8$	3,9	6,4
Fibra de carbono	$1,3 \times 10^3$	$6,3 \times 10^{10}$	$7,0 \times 10^8$	2,1	1,9
Boron Carbide, BC	$2,4 \times 10^3$	$4,5 \times 10^{11}$	-	0,53	-
Alumina, AlO ₂	$3,7 \times 10^3$	$3,5 \times 10^{11}$	-	0,11	-
Magnésio+Fibra de carbono	$1,9 \times 10^3$	$1,7 \times 10^{11}$	-	0,11	-

A tabela 4.2, apresenta alguns dos materiais que foram pesquisados na seleção. Observa-se que os três últimos materiais desta tabela são muito especiais e estão apresentados apenas a título informativo, pois sua utilização foge ao escopo deste trabalho. Os dados sobre a fibra de carbono apresentados nesta tabela são estimativos,

devido às diversas composições possíveis.

Pelos dados apresentados na tabela 4.2, espera-se teoricamente que para a mesma rigidez, a peça em fibra de carbono seja cerca de 43,2% mais leve do que em aço e 46,2% mais leve do que em duralumínio, enquanto que em aço seja 5,1% mais leve do que em duralumínio. Para a mesma resistência, espera-se que a peça em fibra de carbono seja 79,1% mais leve do que em aço e 70,3% mais leve do que em duralumínio, enquanto que em duralumínio seja 29,7 % mais leve do que em aço.

A tabela 4.3 apresenta os resultados da seleção dos materiais dos principais componentes do mecanismo, sendo que para as peças que não estão apresentadas nesta tabela, o material selecionado é o aço carbono. Observa-se que nesta seleção também foram levadas em consideração a finalidade e a facilidade construtiva de cada peça.

Tabela 4.3: Materiais dos principais componentes.

Ligamento 1	Ligamento 2	Ligamento 3	Ligamento 4	Demais
Duralumínio	Fibra de Carbono	Duralumínio	Fibra de Carbono	Aço Carbono

4.2.4 Seleção dos acionamentos

O motor pneumático selecionado para os três acionamentos do mecanismo de posicionamento é o modelo 4-AM-NRV-70C [GAS92], de 1,5 HP à 3000 rpm. O redutor selecionado é um “Harmonic-Drive” do tipo copo, modelo HDC-2M com redução de 1/60 [HD88]. Observa-se que estes acionamentos foram selecionados na terceira interação dos cálculos de detalhamento do projeto, lembrando que a especificação dos motores e redutores é avaliada através da análise do desempenho do mecanismo, que está apresentada na seção 4.4.

A tabela 4.4 apresenta as principais características técnicas dos motores e redutores de velocidade, segundo as curvas fornecidas pelos respectivos fabricantes. Observa-se que os dados do motor foram obtidos para uma pressão diferencial de operação estimada em 5,5 bar. A pressão de operação dos motores corresponde à diferença entre a pressão de entrada e a de saída, onde a descarga não é atmosférica

devido à presença das válvulas de controle.

Tabela 4.4: Características técnicas dos motores e redutores [GAS92], [HD88].

Velocidade máxima dos motores	$\omega_M = 314 \text{ rd/s}$
Torque de velocidade máxima dos motores	$\tau_M = 2,938 \text{ Nm}$
Torque de partida dos motores	$\tau_{PM} = 3,164 \text{ Nm}$
Relação de transmissão dos redutores	$r = 60$
Eficiência mecânica dos redutores	$\eta = 0,8$

4.2.5 Seleção dos sensores

Para este projeto está previsto apenas o sensoriamento das posições e velocidades angulares das articulações através da utilização de “encoders”. A opção foi realizar, sempre que possível, as medições após as transmissões dos movimentos, ou seja, medir o movimento angular do eixo que produz o movimento final da articulação. Esta solução apresenta a vantagem de eliminar as imprecisões mecânicas produzidas pelas transmissões dos movimentos, porém tem a desvantagem de limitar a resolução da medida à resolução do sensor. Se o “encoder” fosse acoplado diretamente ao eixo do motor, a resolução da medida seria a resolução do “encoder” multiplicada pela relação de transmissão dos movimentos.

Devido à problemas construtivos os “encoders” não estão acoplados diretamente aos eixos finais das articulações. Sendo assim, optou-se em realizar o acionamento dos “encoders” através de tendões, onde adota-se um cabo de aço galvanizado com trançado 7×19 fios, na bitola de 2,5 mm, que é o mesmo adotado para o “encoder” do quarto movimento, que pertence ao mecanismo de orientação. O sistema de transmissão por tendões está apresentado no tópico 5.2 do Capítulo 5, e pode ser melhor visualizado através dos desenhos de conjunto.

A tabela 4.5 apresenta as principais características fornecidas pelo fabricante do instrumento selecionado, que é o “encoder” modelo Miniroad-150 [HEI85]. Este sensor foi escolhido por ser o mais compacto, além de possuir uma precisão satisfatória. Observa-se que o torque de atrito mecânico dos “encoders” é extremamente baixo e

portanto não implicará em deformações significativas dos tendões de seus acionamentos. Sendo assim, a utilização de tendões no acionamento dos sensores praticamente não diminui a precisão das medidas.

Tabela 4.5: Características técnicas dos “encoders” [HE185].

Características construtivas	72.000 traços após quatro interpolações
Resolução máxima possível	0° 0' 18"
Torque máximo de atrito	$\tau_M = 0,01 \text{ Nm}$

4.3 ANÁLISE DAS DEFORMAÇÕES

Os objetivos de se realizar a análise das deformações são avaliar se o dimensionamento estrutural está satisfatório e posteriormente obter uma estimativa da precisão de posicionamento e orientação do efetuador. Esta análise é realizada na condição estática, pois durante a finalização das tarefas de alta precisão, esperam-se que os movimentos possuam baixas velocidades, baixas acelerações e pequenas amplitudes. Dessa forma uma análise estática é suficiente para se obter uma avaliação segura, embora aproximada, da precisão obtida em termos de posicionamento e orientação final do efetuador. O fato da análise ser estática significa que todos os efeitos dinâmicos, como por exemplo, acelerações, forças centrípetas, forças de coriolis, entre outros, são desprezados.

A análise das deformações consiste basicamente em determinar o erro mecânico de leitura dos sensores, definidos como $\Delta\theta_i$. Estes erros são produzidos pela deformação dos elementos do mecanismo, que estão posicionados após a tomada destas leituras. Estas deformações são consideradas decorrentes do carregamento gravitacional máximo para o mecanismo posicionado em uma configuração crítica, ou seja, na configuração que produz os maiores esforços e portanto as maiores deformações. Uma vez determinados os valores dos $\Delta\theta_i$ para os seis graus de liberdade, a precisão final do posicionamento e da orientação da garra é calculada pelo procedimento apresentado no Capítulo 6.

4.3.1 Modelo de cálculo adotado

Nesta análise são consideradas apenas as deformações angulares produzidas por momentos fletores, portanto são desprezadas as deformações decorrentes das forças normais e forças cortantes, por serem de ordens inferiores. Observa-se que as deformações ocorrem em regime elástico e os componentes são considerados homogêneos.

Deformação angular produzida pela aplicação de momento fletor

A deformação angular produzida pela aplicação de um momento fletor em um componente é calculada pela integração direta da equação de sua linha elástica. A equação da linha elástica de uma barra sujeita ao esforço de flexão simples é a seguinte, [LIM80]:

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{M_f}{EJ}, \quad (4-1)$$

onde φ é a deformação angular, x é distância ao longo da linha neutra da barra, M_f é o momento fletor aplicado e J é o momento de inércia da seção transversal. Observa-se que a integração desta equação depende das condições de contorno do problema e portanto resulta em diferentes equações para cada componente considerado.

A figura 4.2 apresenta o esquema de um componente modelado como uma barra engastada, sujeita à deformação angular devido ao momento fletor produzido pela aplicação da força F . Nesta figura, φ é a deformação angular na extremidade da barra, f_R é a flecha real, produzida pela deformação da linha elástica da barra, e f_C é a flecha produzida pela rotação da barra de um ângulo φ , em torno do engastamento. Nesta análise, a deformação φ é considerada como sendo o erro de posicionamento angular, que representa uma rotação em torno da referida articulação. Observa-se que considerar φ como o erro de leitura de um determinado sensor, significa simplificar o problema em favor da segurança. Isto ocorre devido ao fato desta deformação representar uma flecha

maior do que a real.

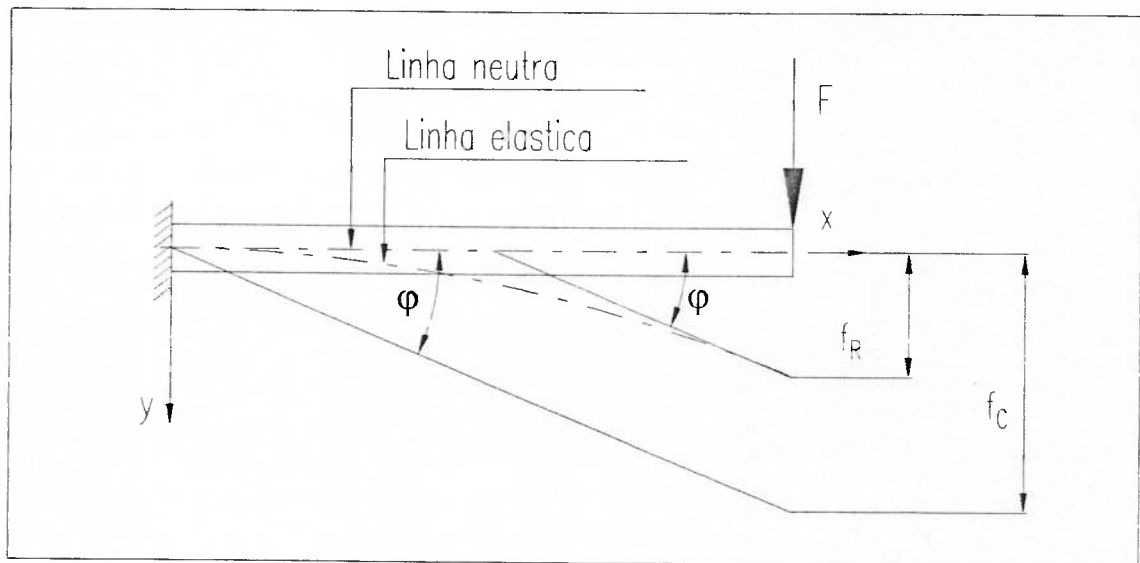


Figura 4.2: Diagrama de corpo livre de uma barra engastada.

4.3.2 Erro mecânico de posição angular do primeiro grau de liberdade

Observa-se que nenhum componente do mecanismo sofre deformação angular estática na direção do eixo de rotação deste movimento, portanto as deformações do mecanismo não afetam a leitura do sensor do primeiro grau de liberdade. Sendo assim, o erro mecânico de posição angular do primeiro grau de liberdade, $\Delta\theta_1$, é praticamente nulo e portanto a precisão de leitura do “encoder” desse movimento é determinada simplesmente pela sua resolução.

4.3.3 Erro mecânico de posição angular do segundo grau de liberdade

O erro mecânico de posição angular do segundo grau de liberdade, $\Delta\theta_2$, é determinado pela deformação angular do ligamento 2, em configuração crítica e na condição de carregamento máximo. O ligamento 2 está submetido ao esforço de momento fletor decorrente dos carregamentos gravitacionais e da atuação das molas do balanceamento estático, conforme discutido no Capítulo 3.

Observa-se que este mecanismo de cinco barras é isostático, onde as condições

de contorno são representadas pelos vínculos, que são os eixos dos acionamentos do segundo e terceiro grau de liberdade e podem ser considerados como engastes, ver figura 4.1. Ressalta-se, que no caso específico deste projeto, as equações estáticas do mecanismo podem ser solucionadas isoladamente para cada barra, não sendo necessário montar um sistema de equações similar ao utilizado para uma treliça. Isto ocorre devido às propriedades físicas desse mecanismo, onde pelo fato do sistema ser estaticamente balanceado, os momentos reativos de apoio nos eixos dos acionamentos são nulos. Sendo assim, as condições de equilíbrio estático podem ser aplicadas isoladamente ao ligamento 2, obtendo-se a reação de apoio da articulação J_6 e posteriormente, utilizando a reação de apoio da articulação J_6 , pode se determinar os esforços nas demais articulações, representando portanto uma interessante simplificação do sistema de equações algébricas da estática do mecanismo.

A figura 4.3 apresenta o diagrama de corpo livre do ligamento 2, contendo a geometria do mesmo na configuração crítica e os esforços considerados nesta análise. A força F_M' é a componente da força decorrente da ação das molas, F_6 é a componente da reação de apoio da articulação J_6 , P_2 é a componente do peso do ligamento 2 e R é a componente da reação de apoio no eixo de acionamento do segundo grau de liberdade. Todas estas componentes estão decomposta na direção que produz momento fletor, ou seja perpendicularmente à linha neutra do elemento. Observa-se que a reação de apoio da articulação J_6 é decorrente da ação gravitacional sobre todos os elementos do robô, incluindo o carregamento e o peso próprio dos ligamentos, pois todos estes esforços foram considerados no projeto das molas.

Para calcular o valor da força F_6 , aplica-se na estrutura da figura 4.3, a condição de equilíbrio estático relativa ao momento no eixo do acionamento do segundo grau de liberdade, que é nulo e resulta na seguinte equação:

$$L_2 F_6 = L_1 F_M' - P_2 g_2, \quad (4-2)$$

onde o valor da força F_M' é calculado aplicando-se primeiramente a lei dos cossenos no triângulo formado pela mola e os ligamentos 1 e 2, obtendo-se o valor do comprimento instantâneo da mola, que resulta na seguinte expressão:

$$L_M = \sqrt{L_i^2 + H_i^2 - 2L_i H_i \cos \alpha} , \quad (4-3)$$

onde o ângulo α é fornecido em função do ângulo θ_2 , pela equação (3-27a).

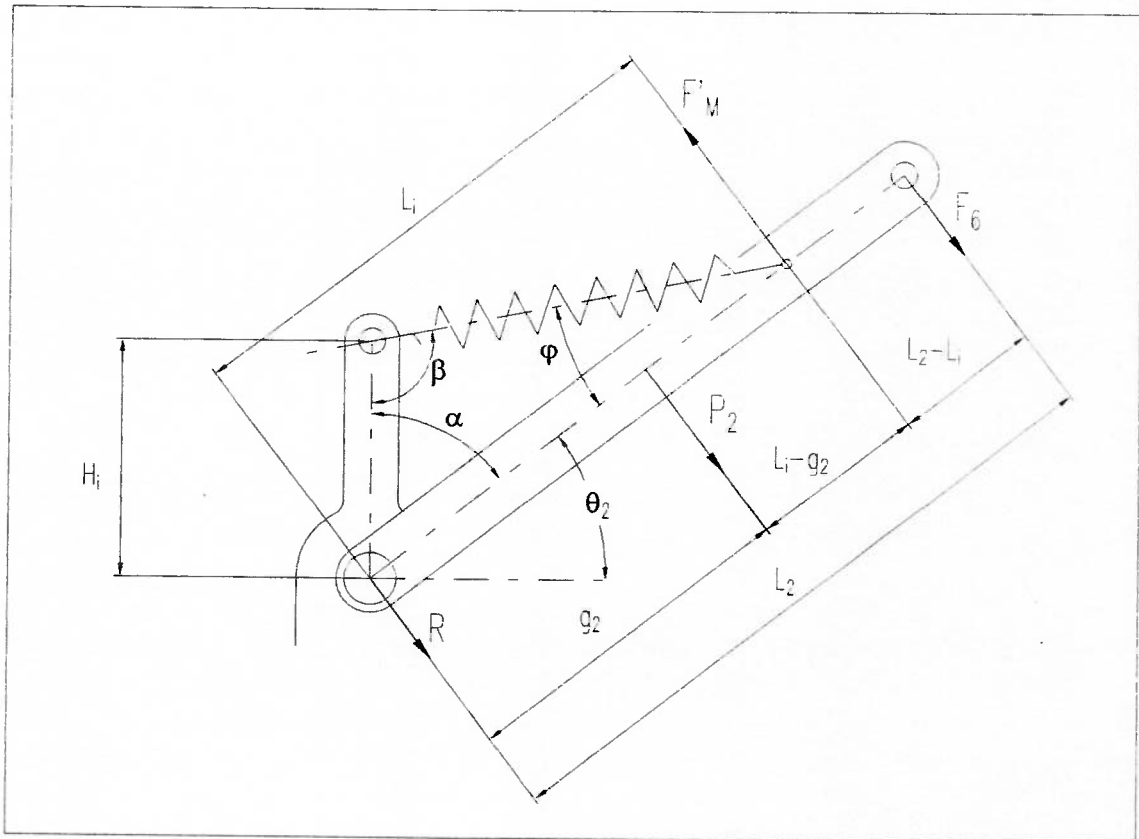


Figura 4.3: Diagrama de corpo livre do ligamento 2.

Conforme foi dito anteriormente, a força F'_M é a parcela perpendicular ao ligamento 2 da força das molas, definida no Capítulo 3 por F_M . Conforme está mostrado na figura 4.3, a decomposição da força F_M na direção desejada, resulta na seguinte expressão: $F'_M = F_M \text{sen} \varphi$. Substituindo esta expressão na equação (3-26), resulta em:

$$F'_M = K L_M \text{sen} \varphi , \quad (4-4)$$

onde K é a constante de elasticidade das duas molas operando paralelamente e o ângulo φ é fornecido pela equação (3-28).

Finalmente, para calcular o valor da força R, aplica-se na estrutura da figura 4.3, a condição de equilíbrio estático relativa às forças, que resulta na seguinte equação:

$$R = F_M' - P_2 - F_6 . \quad (4-5)$$

Com os esforços calculados pelas equações (4-2), (4-4) e (4-5), calcula-se o momento fletor ao longo da linha neutra da estrutura, que resulta nas seguintes equações:

$$M_{f,1} = - R x ; \quad (4-6a)$$

$$M_{f,2} = - R x - P_2 (x - g_2) ; \quad (4-6b)$$

$$M_{f,3} = - R x - P_2 (x - g_2) + F_M' (x - L_i) , \quad (4-6c)$$

onde $M_{f,1}$ é o momento fletor no trecho de comprimento g_2 , $M_{f,2}$ é o momento fletor no trecho de comprimento $L_i - g_2$, $M_{f,3}$ é o momento fletor no trecho de comprimento $L_2 - L_i$ e x é a linha neutra do elemento com origem no eixo de rotação do ligamento 2.

A integração da equação (4-1), da linha elástica do ligamento 2 nos trechos onde os momentos são fornecidos pelas equações (4-6), ou seja, para x igual a L_2 , fornece a seguinte expressão:

$$\Delta\theta_2 = \frac{1}{E} \left\{ \frac{1}{J_1} \left[\int_0^{g_2} R x dx + \int_{g_2}^{L_i} R x + P_2 (x - g_2) dx \right] + \frac{1}{J_2} \int_{L_i}^{L_2} R x + P_2 (x - g_2) - F_M' (x - L_i) dx \right\} , \quad (4-7)$$

onde o símbolo ϕ foi substituído pelo símbolo $\Delta\theta_2$ da equação (4-1), com o propósito de não ser confundido com o ângulo ϕ , formado entre o eixo da mola e a linha neutra do ligamento 2.

Os cálculos de integração da expressão (4-7) resultam na seguinte equação, que determina o valor procurado da deformação angular do segundo grau de liberdade:

$$\Delta\theta_2 = \frac{1}{E} \left\{ \frac{1}{2J_1} [RL_i^2 + P_2(L_i - g_2)^2] + \frac{1}{2J_2} [(R + P_2 - F'_M)(L_2^2 - L_i^2) + 2(F'_M L_i - P_2 g_2)(L_2 - L_i)] \right\}, \quad (4-8)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material do ligamento 2, J₁ o momento de inércia da secção transversal no trecho de comprimento igual a L_i e J₂ no trecho de comprimento igual a L₂-L_i. Observa-se que os momentos de inércia das duas secções são considerados constantes e sua unidade de medida é m⁴.

A tabela 4.6 apresenta os valores numéricos dos parâmetros físicos da figura 4.3, lembrando que o material do ligamento 2 é fibra de carbono.

Tabela 4.6: Valores dos parâmetros físicos da figura 4.3.

g ₂ (m)	L _i (m)	L ₂ (m)	J ₁ (m ⁴)	J ₂ (m ⁴)	E (N/m ²)
0,212	0,412	0,8	1,08 × 10 ⁻⁵	1,23 × 10 ⁻⁵	4,5 × 10 ¹¹

Aplicando os dados da tabela 4.6 sequencialmente nas equações (3-27a), (4-3) e (3-28), obtém-se os resultados apresentados na tabela 4.7. Observa-se que o valor de θ₂ apresentado nesta tabela representa a configuração que foi considerada crítica nesta análise e o valor de K é a constante de elasticidade das duas molas operando paralelamente, onde o seu cálculo é mostrado no Capítulo 6.

Tabela 4.7: Resultados das equações (3-27a), (4-3) e (3-28).

θ ₂	α	φ	L _M (m)	K (N/m)
30°	60°	27,12°	0,3572	5030,3

A configuração do mecanismo representada pela posição angular θ₂ igual a 30° é considerada crítica, não por representar a maior deformação do ligamento 2, mas sim por representar a maior deformação do ligamento 6. Observa-se que a deformação do ligamento 6 é a mais crítica, pois além de ser maior do que a do ligamento 2, ela também contribui para o erro de orientação do efetuidor, o que não ocorre no caso do ligamento

2. Estes fatos podem ser confirmados pelos cálculos apresentados no tópico 6.5 do Capítulo 6.

A tabela 4.8 apresenta os esforços atuantes no ligamento 2. Observa-se que o valor de P_2 é conhecido, o valor da força F_M' é obtido aplicando-se os dados da tabela 4.7 na equação (4-4), o valor de F_6 é obtido aplicando-se os dados da tabela 4.6 na equação (4-2) e R é obtido pela aplicação da equação (4-5), com os dados da própria tabela 4.8, obtidos anteriormente.

Tabela 4.8: Esforços atuantes no ligamento 2.

P_2 (N)	F_6 (N)	F_M' (N)	R (N)
118,7	390,4	819,1	310,0

Aplicando os valores das tabelas 4.6 e 4.8 na equação (4-8) resulta na seguinte deformação angular do segundo grau de liberdade:

$$\Delta\theta_2 = 1,121 \times 10^{-5} \text{ rd} = 0^\circ 0' 2,3'' \quad (4-8)$$

4.3.4 Erro mecânico de posição angular do terceiro grau de liberdade

O erro mecânico de posição angular do terceiro grau de liberdade, $\Delta\theta_3$, é determinado pelas deformações dos ligamentos 3, 4, 5 e 6. Como o sistema é balanceado estaticamente, os esforços que atuam nos ligamentos 3 e 4 são muito pequenos e portanto suas deformações são desprezadas. A deformação do ligamentos 5 também é pequena em face de sua geometria e das posições dos pontos de atuação dos esforços. Sendo assim, como esta análise é estimativa, considera-se apenas a deformação por flexão do ligamento 6, que é o mais crítico deste mecanismo.

O ligamento 6 é modelado como uma viga horizontal biapoiada nos mancais A e B que estão fixos ao ligamento 5. A figura 4.4 apresenta o diagrama de corpo livre do ligamento 6, contendo a geometria básica e os esforços considerados. Nesta figura, R_A e R_B são as reações de apoio nos mancais A e B, P_6 é o peso do ligamento 6, P_P é o peso do punho e P_C é o peso do efetuador em condições de carregamento máximo. Observa-

se que C_4 representa o comprimento do efetador, que é considerado rígido nesta análise e o valor de C_3 é determinado posicionando-se o ponto de aplicação da força P_P no centro de massa do conjunto que constitui o punho. Este modelamento pode ser melhor compreendido consultando-se o desenho de conjunto do mecanismo de orientação, que se encontra no Apêndice 1.

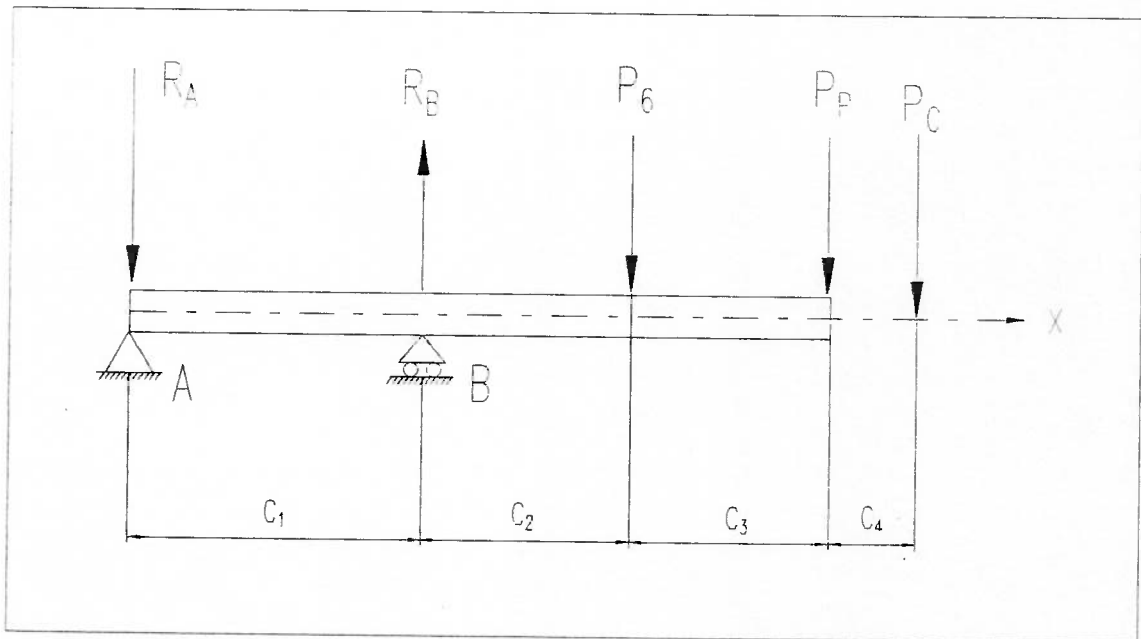


Figura 4.4: Diagrama de corpo livre do ligamento 6.

As reações de apoio R_A e R_B , são calculadas aplicando-se as condições de equilíbrio estático na estrutura da figura 4.4, que resultam nas seguintes equações:

$$R_B = \frac{1}{C_1} [P_6(C_1 + C_2) + P_P(C_1 + C_2 + C_3) + P_C(C_1 + C_2 + C_3 + C_4)] ; \quad (4-9a)$$

$$R_A = R_B - P_6 - P_P - P_C . \quad (4-9b)$$

Das reações de apoio fornecidas pelas equações (4-9), calculam-se os momentos fletores em função de x , para os três trechos considerados, que resultam em:

$$M_{f1} = -R_A x ; \quad (4-10a)$$

$$M_{f2} = -R_A x + R_B (x - C_1) ; \quad (4-10b)$$

$$M_{f3} = -R_A x + R_B (x - C_1) - P_6 (x - C_1 - C_2) , \quad (4-10c)$$

onde M_{f1} é o momento fletor no trecho entre os dois mancais, M_{f2} é o momento fletor no trecho entre as forças R_B e P_6 e M_{f3} é o momento fletor no trecho entre as forças P_6 e P_p .

A integração da equação (4-1), da linha elástica do ligamento 6 nos trechos onde os momentos são fornecidos pelas equações (4-10), ou seja, para x igual a $C_1 + C_2 + C_3$, fornece o seguinte resultado:

$$\Delta\theta_3 = \frac{1}{EJ} \left\{ \int_0^{C_1} R_A x dx + \int_{C_1}^{C_1+C_2} [R_A x - R_B (x - C_1)] dx + \int_{C_1+C_2}^{C_1+C_2+C_3} [R_A x - R_B (x - C_1) + P_6 (x - C_1 - C_2)] dx \right\} . \quad (4-11)$$

Os cálculos de integração da expressão (4-11) resultam na seguinte equação, que determina o valor procurado da deformação angular do terceiro grau de liberdade:

$$\Delta\theta_3 = \frac{1}{2EJ} [R_A (C_1 + C_2 + C_3)^2 - R_B (C_2 + C_3)^2 + P_6 C_3^2] , \quad (4-12)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material do ligamento 6 e J_1 o momento de inércia de sua secção transversal. Observa-se que o momento de inércia da secção transversal é constante e sua unidade de medida é m^4 .

Tabela 4.9: Valores dos parâmetros físicos da figura 4.4.

C_1 (m)	C_2 (m)	C_3 (m)	C_4 (m^4)	J (m^4)	E (N/m^2)
0,38	0,14	0,66	0,15	$7,17 \times 10^{-6}$	$4,5 \times 10^{11}$

A tabela 4.9 apresenta os valores numéricos dos parâmetros físicos da estrutura da figura 4.4. Observa-se que o material do ligamento 6 é fibra de carbono.

A tabela 4.10 apresenta os valores dos esforços atuantes que foram considerados nesta análise. Observa-se que os valores das reações de apoio R_A e R_B foram calculados pela aplicação das equações (4-9), utilizando-se os dados apresentados nas tabelas 4.9 e 4.10.

Tabela 4.10: Valores dos esforços atuantes da figura 4.4.

R_A (N)	R_B (N)	P_6 (N)	P_P (N)	P_C (N)
257,3	405,4	46,8	33,4	67,9

Aplicando os dados apresentados nas tabelas 4.9 e 4.10 na equação (4-12), resulta na seguinte deformação angular do terceiro grau de liberdade:

$$\Delta\theta_3 = 1,847 \times 10^{-5} \text{ rd} = 0^\circ 0' 3,8'' \quad (4-13)$$

4.3.5 Erro total de leitura dos “encoders” do mecanismo de posicionamento

O erro total máximo de leitura dos “encoders” do mecanismo de posicionamento do efetuador são produzidos pelas deformações angulares apresentadas pelas equações (4-8) e (4-13), acrescidas dos erros de leitura causados pela resolução dos “encoders”, cujo valor é igual a $0^\circ 0' 18''$. Estes resultados finais estão apresentados na tabela 4.11.

Tabela 4.11: Erro total de leitura dos “encoders”.

$\Delta\theta_1$	$\Delta\theta_2$	$\Delta\theta_3$
$8,728 \times 10^{-5} \text{ rd}$	$9,842 \times 10^{-5} \text{ rd}$	$1,057 \times 10^{-4} \text{ rd}$
$0^\circ 0' 18,0''$	$0^\circ 0' 20,3''$	$0^\circ 0' 21,8''$

4.4 ANÁLISE DO DESEMPENHO

O objetivo desta análise, é especificar os motores e redutores, de forma a permitir que o robô atinja o desempenho esperado. Lembra-se que o escopo deste trabalho é realizar o projeto mecânico do robô, portanto esta análise é uma simples verificação do dimensionamento da potência dos acionamentos e não uma simulação precisa de desempenho. Ressalta-se que o desempenho real do robô depende tanto da energia disponível e das características mecânicas do sistema, como também do sistema de controle e do planejamento das trajetórias. Portanto, uma análise precisa de desempenho é bastante complexa e foge ao escopo deste trabalho.

Esta análise consiste no cálculo de uma estimativa da capacidade de aceleração e de velocidade dos acionamentos do mecanismo de posicionamento do efetuador. A capacidade de aceleração é definida como a aceleração máxima possível, quando o sistema está posicionado em uma configuração crítica, partindo do repouso na condição de carregamento máximo. A capacidade de velocidade é definida como a velocidade máxima possível, quando o sistema está com aceleração nula, passando por uma configuração crítica na condição de carregamento máximo.

4.4.1 Modelo de cálculo adotado

As simplificações adotadas neste cálculo, são as mesmas do modelamento do mecanismo de posicionamento apresentadas no Capítulo 3. Observa-se que a dinâmica do sistema pneumático estabelecida pela válvula de controle e pelo motor, lembrando que o ar possui uma flexibilidade considerável, foi desprezada nesta análise, porque também foge ao escopo deste trabalho. Sendo assim, os resultados finais obtidos são considerados estimativos.

O modelo matemático adotado nesta análise utiliza as equações de movimento do mecanismo de posicionamento, que são as equações (3-25a), (3-36) e (3-39) apresentadas no Capítulo 3. Observa-se destas equações, que os torques definidos como τ_i , são os torques referentes aos eixos de saída dos redutores de velocidade de cada movimento. Contudo, para dimensionar os motores, interessa saber os torques nos eixos

de entrada dos redutores. Sendo assim, definem-se os torques τ_{Ri} , na entrada dos redutores, como sendo o torque do sistema de cada grau de liberdade.

Neste modelamento é considerada a dissipação de energia por atrito mecânico interno aos redutores de velocidade, pois este efeito não é desprezível no caso dos redutores do tipo harmônicos. Nesse sentido, para obter o torque do sistema do movimento i , aplica-se um balanço de energia no redutor de velocidade, que resulta na seguinte equação:

$$\dot{W}_{Ri} = \dot{W}_i + \dot{W}_{at} , \quad (4-14)$$

onde \dot{W}_{Ri} é a potência consumida pelo sistema, ou seja, no eixo de entrada do redutor de velocidade, \dot{W}_i é a potência útil, ou seja, no eixo de saída do redutor e \dot{W}_{at} é a potência dissipada por atrito interno ao redutor. Estas potências são fornecidas pelas seguintes equações:

$$\dot{W}_{Ri} = r\dot{\theta}_i \tau_{Ri} ; \quad (4-15a)$$

$$\dot{W}_i = \dot{\theta}_i \tau_i ; \quad (4-15b)$$

$$\dot{W}_{at} = \left(\frac{1}{\eta} - 1\right)\dot{\theta}_i \tau_i , \quad (4-15c)$$

onde $\dot{\theta}_i$ é a velocidade na saída do redutor de velocidade, r é a relação de transmissão e η é a eficiência mecânica do redutor. Observa-se que a eficiência do redutor é fornecida pelo fabricante do mesmo [HD88], através da seguinte curva: $\eta = \eta(\tau_i)$. Esta curva possui um comportamento aproximadamente constante para os valores de τ_i acima de 5 Nm e um comportamento linear para os valores de τ_i próximos de zero, que pode ser representado aproximadamente pela seguinte função: $\eta = 0,7 \tau_i$. A curva do sistema é determinada substituindo as equações (4-15) na equação (4-14) e posteriormente considerando as duas possibilidades para o comportamento da eficiência mecânica do

reductor, obtendo-se as seguintes expressões:

$$\tau_{Ri} = \frac{\tau_i}{\eta r} ; \quad (4-16a)$$

$$\tau_{Ri} = \frac{1}{0,7r} , \quad (4-16b)$$

onde a equação (4-16a) é válida para os valores de τ_i maiores que 5 Nm e portanto η é considerado constante e a equação (4-16b) é válida para os valores de τ_i tendendo a zero. Observa-se que quando o torque na saída do reductor, τ_i , tende a zero, a eficiência do mesmo, η , também tende a zero. Portanto a dissipação de energia por atrito interno do reductor é diferente de zero, mesmo quando a potência na saída do reductor é nula.

4.4.2 Desempenho do primeiro grau de liberdade

A tabela 4.12 apresenta os tensores de inércia dos ligamentos do mecanismo relativos aos eixos dos sistemas referenciais locais, transladados para o baricentro dos ligamentos, conforme as definições apresentadas nas figuras 3.2 e 3.3 do Capítulo 3. Observa-se que o ligamento 5 representa todo o conjunto formado pelo mecanismo de orientação do efetuador em condições de carregamento máximo.

Tabela 4.12: Momentos de inércia relativos aos sistemas referenciais locais.

Ligamento 1	-	$I_{1y} = 2,984 \text{ Kgm}^2$	-
Ligamento 2	$I_{2x} = 0,160 \text{ Kgm}^2$	$I_{2y} = 0,644 \text{ Kgm}^2$	$I_{2z} = 0,644 \text{ Kgm}^2$
Ligamento 3	$I_{3x} = 0,0017 \text{ Kgm}^2$	$I_{3y} = 0,063 \text{ Kgm}^2$	$I_{3z} = 0,063 \text{ Kgm}^2$
Ligamento 4	$I_{4x} = 0,00002 \text{ Kgm}^2$	$I_{4y} = 0,013 \text{ Kgm}^2$	$I_{4z} = 0,013 \text{ Kgm}^2$
Ligamento 5	$I_{5x} = 0,586 \text{ Kgm}^2$	$I_{5y} = 12,074 \text{ Kgm}^2$	$I_{5z} = 12,074 \text{ Kgm}^2$

Observa-se da tabela 4.12, que os ligamentos são considerados como barras homogêneas, ou seja, com massa distribuída linearmente, e todos os componentes

montados sobre eles são considerados como massas concentradas. A geometria e as dimensões dos componentes podem ser obtidas dos desenhos de conjunto apresentados no Apêndice 1, que estão em escala, onde a massa de cada componente é apresentada na respectiva lista de materiais. Observa-se também, que os momentos cruzados são praticamente nulos devido aos seus conjuntos serem aproximadamente simétricos em relação a dois planos, lembrando que esta restrição foi imposta ao projeto, conforme discutido no Capítulo 3.

A tabela 4.13 apresenta os valores das massas dos conjuntos que compõem os ligamentos do mecanismo e a tabela 4.14 seus respectivos parâmetros geométricos. Observa-se que os valores de L_i são os comprimentos dos ligamentos e g_i são as posições relativas dos seus baricentros, conforme definidos na figura 3.3 do Capítulo 3.

Tabela 4.13: Massas dos ligamentos.

m_2 (Kg)	m_3 (Kg)	m_4 (Kg)	m_5 (Kg)
12,1	3,2	2,4	45,57

Tabela 4.14: Parâmetros geométricos dos ligamentos.

L_2 (m)	L_3 (m)	L_4 (m)	L_5 (m)	g_2 (m)	g_3 (m)	g_4 (m)	g_5 (m)
0,8	0,25	0,8	0,8	0,212	-0,0388	0,634	0,0104

Para calcular a capacidade de velocidade conforme ela foi definida, considera-se o movimento do primeiro grau de liberdade com aceleração nula. Dessa forma, substituindo-se os dados das tabelas 4.12, 4.13 e 4.14 na equação (3-25a) resulta na seguinte equação do primeiro movimento:

$$\tau_1 = -2\dot{\theta}_1(31,1573\dot{\theta}_2 \text{ sen}\theta_2 \text{ cos}\theta_2 + 11,709\dot{\theta}_3 \text{ sen}\theta_3 \text{ cos}\theta_3), \quad (4-17)$$

onde τ_1 é o torque resultante da atuação das forças de Coriolis, que são provenientes da composição dos três movimentos deste mecanismo e o sinal negativo significa que o torque é favorável ao movimento. Observa-se que dependendo da configuração e das velocidades do mecanismo, o torque resultante das forças de Coriolis pode tanto se opor

ao movimento, como favorecê-lo. Observa-se também que na maioria dos casos o torque de Coriolis do segundo movimento é contrário ao do terceiro, em face das posições angulares θ_2 e θ_3 pertencerem a quadrantes diferentes.

Para calcular a capacidade de velocidade deste movimento, adotam-se os seguintes valores: θ_2 igual a 0° , θ_3 igual a 135° e $\dot{\theta}_3$ igual a $5,23$ rd/s, que representam a condição onde a resultante das forças de Coriolis é a mais desfavorável possível com θ_2 operando entre 0° e 90° . Entende-se que θ_2 entre 0° e 90° seja o intervalo de operação mais usual. Substituindo estes valores na equação (4-17) resulta na seguinte função:

$$\tau_1 = 61,238\dot{\theta}_1 \quad (4-18)$$

Substituindo a equação (4-18) na equação na equação (4-16a), o torque do sistema do primeiro movimento resulta na seguinte equação:

$$\tau_{R1} = \frac{61,238\dot{\theta}_1}{\eta r} \quad (4-19)$$

onde transformando a velocidade, $\dot{\theta}_1$, de rd/s para rpm e substituindo os valores de r e η fornecidos pela tabela 4.4, resulta na seguinte equação:

$$\tau_{R1} = 0,00223 n \quad (4-20)$$

onde n é a rotação na entrada do redutor, ou seja, é a rotação do motor.

A curva do motor, que é fornecida pelo fabricante [GAS92], apresenta um comportamento linear entre 500 e 3000 rpm. Este comportamento pode ser representado aproximadamente pela a seguinte função:

$$\tau_M = -0,00068 n + 5,09 \quad (4-21)$$

A capacidade de velocidade é então calculada, realizando a intersecção da curva do sistema com a curva do motor, fornecidas pelas funções (4-20) e (4-21), que determina o ponto de operação do motor e resulta nos seguintes valores:

$$\tau_M = 3,9 \text{ Nm} ; \quad (4-22a)$$

$$n = 1750 \text{ rpm} . \quad (4-22b)$$

A rotação do motor apresentada na equação (4-22b) dividida pela relação de redução do redutor, r , da tabela 4.4, transformada de rpm para rd/s, resulta na seguinte velocidade angular do primeiro grau de liberdade:

$$\dot{\theta}_1 = 3,05 \text{ rd / s} . \quad (4-23)$$

Observa-se que este resultado significa que para o motor do acionamento 1 sustentar momentaneamente a velocidade de 3,05 rd/s nas condições mencionadas, é necessário que o mesmo esteja operando com a sua capacidade limite, portanto, se o mecanismo atingir estas condições com velocidade superior a 3,05 rd/s, ela certamente diminuirá.

Para calcular a capacidade de aceleração considera-se o mecanismo partindo do repouso. Portanto substituindo-se na equação (3-25a), os dados das tabelas 4.12, 4.13 e 4.14, resulta na seguinte equação do primeiro movimento:

$$\tau_1 = (31,3303\cos^2\theta_2+0,16\text{sen}^2\theta_2+12,2967\cos^2\theta_3+0,5877\text{sen}^2\theta_3+2,984)\ddot{\theta}_1 . \quad (4-24)$$

Tabela 4.15: Configuração crítica para o cálculo da aceleração.

θ_1	θ_2	θ_3
0°	0°	150°

A tabela 4.15 apresenta a configuração do mecanismo que foi considerada crítica para o cálculo da capacidade de aceleração do primeiro grau de liberdade. Observa-se

que essa configuração representa a condição fisicamente possível, que maximiza o torque fornecido pela equação (4-24), no intervalo operacional do segundo movimento considerado nesse modelamento.

Substituindo os dados da tabela 4.15 na equação (4-24) e posteriormente na equação (4-16a), juntamente com os valores de r e η da tabela 4.4, resulta no seguinte torque do sistema:

$$\tau_{R1} = 0,9101 \ddot{\theta}_1. \quad (4-25)$$

Substituindo o torque de partida do motor, fornecido pela tabela 4.4, na equação (4-25), resulta na seguinte capacidade de aceleração do primeiro movimento:

$$\ddot{\theta}_1 = 3,48 \text{ rd} / \text{s}^2. \quad (4-26)$$

4.4.3 Desempenho do segundo grau de liberdade

Observa-se da equação (3-36), que a velocidade e a aceleração deste movimento independem da configuração e das velocidades do mecanismo, portanto aplicando-se diretamente os dados das tabelas 4.12, 4.13 e 4.14 na equação (3-36), resulta na seguinte equação do segundo movimento:

$$\tau_2 = 31,3303 \ddot{\theta}_2. \quad (4-27)$$

Observa-se da equação (4-27), que para aceleração nula o torque no eixo de saída do redutor também é nulo. Sendo assim o torque do sistema do segundo grau de liberdade em movimento de regime permanente é obtido substituindo a equação (4-27) na equação (4-16b), aplicando uma aceleração nula e o valor da relação de redução r , apresentado na tabela 4.4, que fornece o seguinte resultado:

$$\tau_{R2} = 0,024 \text{ Nm}. \quad (4-28)$$

Observa-se que o torque da equação (4-28) é muito menor do que o torque de rotação máxima do motor, conforme apresentado na tabela 4.4, conseqüentemente o motor do segundo grau de liberdade pode atingir sua rotação máxima em qualquer condição de operação. Sendo assim a capacidade de velocidade deste movimento é fornecida pela razão entre a velocidade máxima do motor e a relação de redução do redutor, ambos apresentados na tabela 4.4, que resulta em:

$$\dot{\theta}_2 = 5,23 \text{ rd / s} . \quad (4-29)$$

Quando a aceleração é diferente de zero, o torque do sistema deste movimento é obtido substituindo-se a equação (4-27), juntamente com os valores de r e η da tabela 4.4 na equação (4-16a), que resulta na seguinte equação do sistema do segundo grau de liberdade:

$$\tau_{R2} = 0,6527 \ddot{\theta}_2 . \quad (4-30)$$

Substituindo o torque de partida do motor, fornecido pela tabela 4.4, na equação (4-30), resulta na seguinte capacidade de aceleração do segundo movimento:

$$\ddot{\theta}_2 = 4,85 \text{ rd / s}^2 . \quad (4-31)$$

4.4.4 Desempenho do terceiro grau de liberdade

Observa-se da equação (3-39), que a capacidade de velocidade e aceleração deste movimento também independe da configuração do mecanismo, portanto aplicando-se diretamente os dados das tabelas 4.12, 4.13 e 4.14 na equação (3-39), resulta na seguinte equação do terceiro movimento:

$$\tau_3 = 12,2967 \ddot{\theta}_3 . \quad (4-32)$$

Observa-se da equação (4-32), que para este movimento valem as mesmas considerações feitas para o movimento anterior, portanto a capacidade de velocidade do terceiro movimento resulta em:

$$\dot{\theta}_3 = 5,23 \text{ rd / s} . \quad (4-33)$$

Para determinar a capacidade de aceleração, obtém-se o torque do sistema deste movimento substituindo a equação (4-32), juntamente com os valores de r e η da tabela 4.4 na equação (4-16a), que resulta na seguinte curva do sistema do terceiro grau de liberdade:

$$\tau_{R3} = 0,2562 \ddot{\theta}_3 . \quad (4-34)$$

Substituindo o torque de partida do motor, fornecido pela tabela 4.4, na equação (4-34), resulta na seguinte capacidade de aceleração do terceiro movimento:

$$\ddot{\theta}_3 = 12,35 \text{ rd / s}^2 . \quad (4-35)$$

4.4.5 Desempenho do mecanismo de posicionamento do efetuator

Observa-se dos resultados dessa análise, que o desempenho do primeiro grau de liberdade é inferior aos demais, contudo o dimensionamento desse acionamento foi aceito para padronizar os acionamentos do mecanismo, que estão superdimensionados para os demais movimentos. A padronização dos acionamentos do mecanismo, ou seja, a utilização dos mesmos motores e redutores de velocidade para os três graus de liberdade é interessante para diminuir os custos operacionais do equipamento, pois dessa forma diminui-se o número de componentes de reposição, tanto mecânicos como pneumáticos, além de facilitar a realização de reparos. A padronização também é interessante para simplificar o projeto do sistema pneumático e facilitar sua implementação, permitindo

por exemplo, que o projeto de uma única válvula de controle seja aplicável aos três acionamentos do mecanismo.

O problema de limitação do desempenho do primeiro grau de liberdade pode ser resolvido adotando-se uma estratégia de controle que leve em consideração os esforços de Coriolis deste movimento. Fazendo isso, pode-se conseguir para o primeiro movimento, um desempenho similar aos demais, sem a necessidade de redimensionar o seu acionamento. Isso ocorre devido ao fato do resultado da equação (4-23) ter sido obtido em condições operacionais críticas do robô, ou seja, com carregamento máximo, numa configuração específica e com velocidade máxima dos demais movimentos. Sendo assim, a ocorrência desta condição é de baixa probabilidade, ou seja, na maioria das condições operacionais, este movimento pode atingir a mesma velocidade que os demais. Obviamente que considerar os esforços de Coriolis representa uma dificuldade ao projeto do sistema de controle. Contudo vale a pena realizar uma tentativa nesse sentido, visto que o comportamento dinâmico desse mecanismo é linear e desacoplado, facilitando consideravelmente a utilização de qualquer técnica de controle.

Adotando-se a estratégia de controle mais usual para os equipamentos dessa classe, os valores apresentados na tabela 4.16 representam o desempenho máximo que deve ser considerado para esse mecanismo.

Tabela 4.16: Desempenho do mecanismo de posicionamento do efetuador.

$\dot{\theta}_1 = 3,05 \text{ rd/s}$	$\dot{\theta}_2 = 5,23 \text{ rd/s}$	$\dot{\theta}_3 = 5,23 \text{ rd/s}$
$\ddot{\theta}_1 = 3,48 \text{ rd/s}^2$	$\ddot{\theta}_2 = 4,85 \text{ rs/s}^2$	$\ddot{\theta}_3 = 12,35 \text{ rd/s}^2$

Os valores da tabela 4.16 também estão apresentados no desenho de conjunto geral do robô, que se encontra no Apêndice 1.

CAPÍTULO 5

MECANISMO DE ORIENTAÇÃO

5.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta o projeto do mecanismo de orientação do efetuador, que possui os movimentos dos três últimos graus de liberdade do robô. A metodologia utilizada consiste nas mesmas etapas do projeto do mecanismo de posicionamento, que são as seguintes: projeto de concepção, projeto básico, projeto detalhado, análise das deformações e análise do desempenho.

A etapa de detalhamento do projeto também é realizada interativamente, por procedimento análogo ao do mecanismo de posicionamento, onde pelas mesmas razões, também não estão apresentados os cálculos dos estados de tensões dos componentes, concentrando-se nas análises das deformações e do desempenho.

5.2 PROJETO DE CONCEPÇÃO

As soluções adotadas neste projeto foram obtidas através de um estudo de viabilidade técnica, que apesar de ser pertinente, não está apresentado neste texto para não extê-lo demasiadamente.

5.2.1 Princípio de funcionamento

A figura 5.1 mostra esquematicamente, como são produzidos e transmitidos os movimentos do mecanismo de orientação. Observa-se que J_5 e J_6 são os eixos das

articulações 5 e 6 do mecanismo de posicionamento. O movimento do quarto grau de liberdade do robô, θ_4 , é produzido pelo acionamento 4, que está fixo no ligamento 5, e é transmitido para o ligamento 6 por acoplamento direto e rígido, girando todo o conjunto à sua frente.

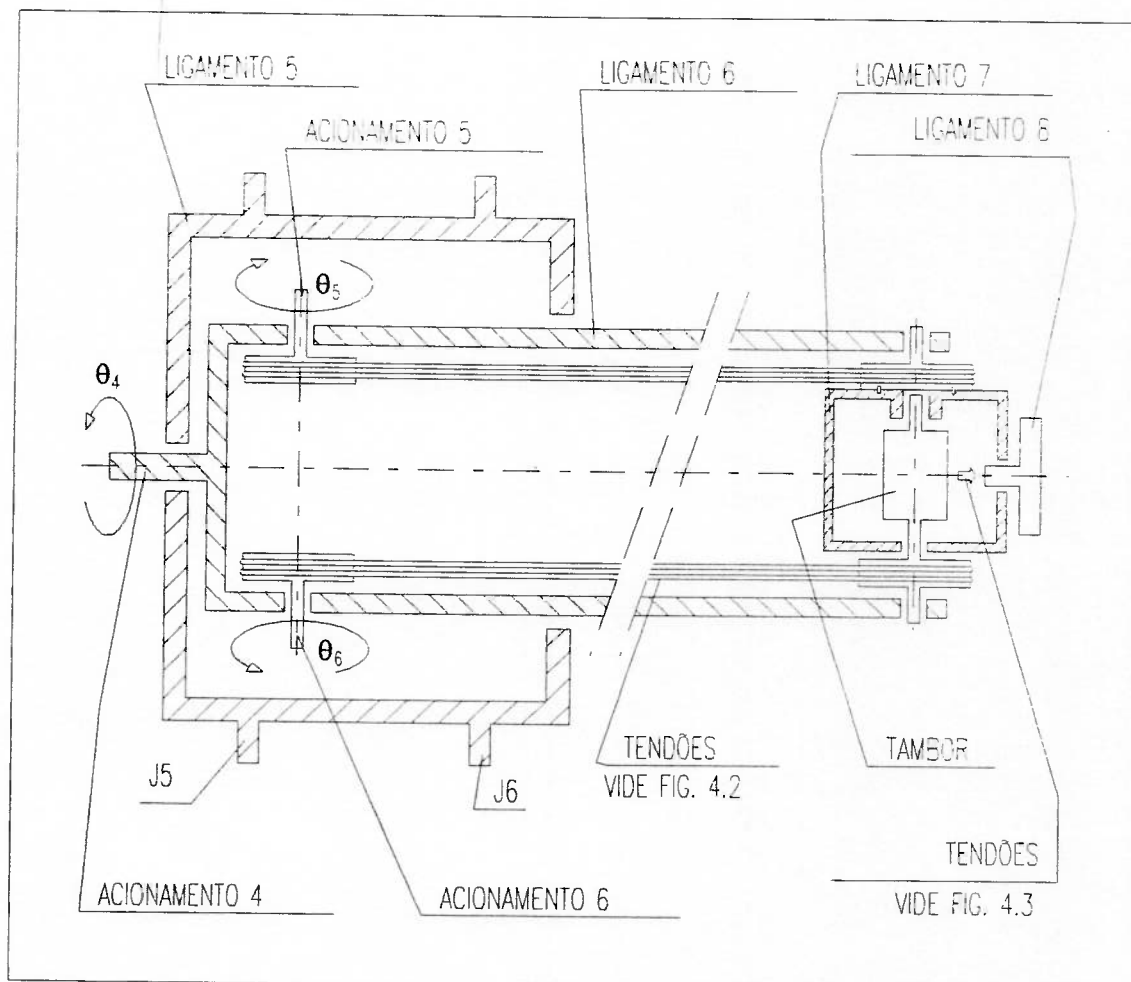


Figura 5.1: Representação esquemática do mecanismo de orientação.

O movimento do quinto grau de liberdade, θ_5 , é produzido pelo acionamento 5, que está fixo na parte traseira do ligamento 6, e é transmitido para o ligamento 7 por intermédio de tendões, da forma esquematizada na figura 5.2, girando todo o conjunto montado sobre o ligamento 7.

O movimento do sexto grau de liberdade, θ_6 , é produzido pelo acionamento 6, que também está fixo na parte traseira do ligamento 6, alinhado com o acionamento 5, porém do lado oposto. Este movimento é transmitido para o tambor interno ao

ligamento 7 por intermédio de tendões. O tambor está montado sobre mancais de rolamento que se apoiam no ligamento 7, de forma a possuir um movimento independente deste. O movimento do tambor também é transmitido por intermédio de tendões para o ligamento 8, que contém a flange de acoplamento do efetuador. Este sistema de transmissão está representado esquematicamente na figura 5.3.

Observa-se, que todos os acionamentos e sensores do mecanismo de orientação estão posicionados à esquerda da articulação J_6 . Este arranjo físico foi planejado com o objetivo de aproveitar a inércia e o peso destes componentes como elementos do balanceamento dinâmico do mecanismo de posicionamento e do balanceamento estático do terceiro grau de liberdade, minimizando a inércia total do robô.

5.2.2 Sistema de transmissão de movimentos por tendões

Para viabilizar o arranjo físico pretendido, se torna necessário transmitir os movimentos do quinto e sexto graus de liberdade à longas distâncias. Para que esta transmissão não implique em perda de precisão dos movimentos nem em aumento da inércia, adota-se um sistema de transmissão por tendões. Este sistema de transmissão é constituído de polias e cabos de aço pré-tensionados no qual o movimento é transmitido por tração nos cabos, sem folgas mecânicas e com extrema simplicidade.

O critério de dimensionamento dos cabos pode ser por resistência ou por rigidez. No caso de dimensionamento pelo critério de resistência, obtém-se um sistema mais leve e compacto, porém mais flexível. A flexibilidade do sistema não é um problema grave, pois a deformação dos cabos pode ser facilmente considerada pelo projeto do sistema de controle, uma vez que o comportamento dos cabos submetidos à tração simples é perfeitamente linear. Porém neste projeto adota-se o critério de rigidez, com o propósito de facilitar ao máximo o projeto do sistema de controle.

A figura 5.2 apresenta o esquema de um sistema de transmissão de movimento por tendões entre dois eixos paralelos. Este sistema foi empregado no projeto da transmissão do movimento do acionamento 5 para o ligamento 7, do acionamento 6 para o tambor e no acionamento dos “encoders”. O enrolamento dos cabos sobre as polias é cilíndrico e não elíptico. Isto limita a amplitude do movimento transmitido para menos

do que uma volta completa, que é o suficiente para esta aplicação. As vantagens disso são a simplificação do projeto do sistema de fixação dos cabos e a diminuição da largura das polias. Tais vantagens são bem mais interessantes para este projeto, do que maiores amplitudes dos movimentos.

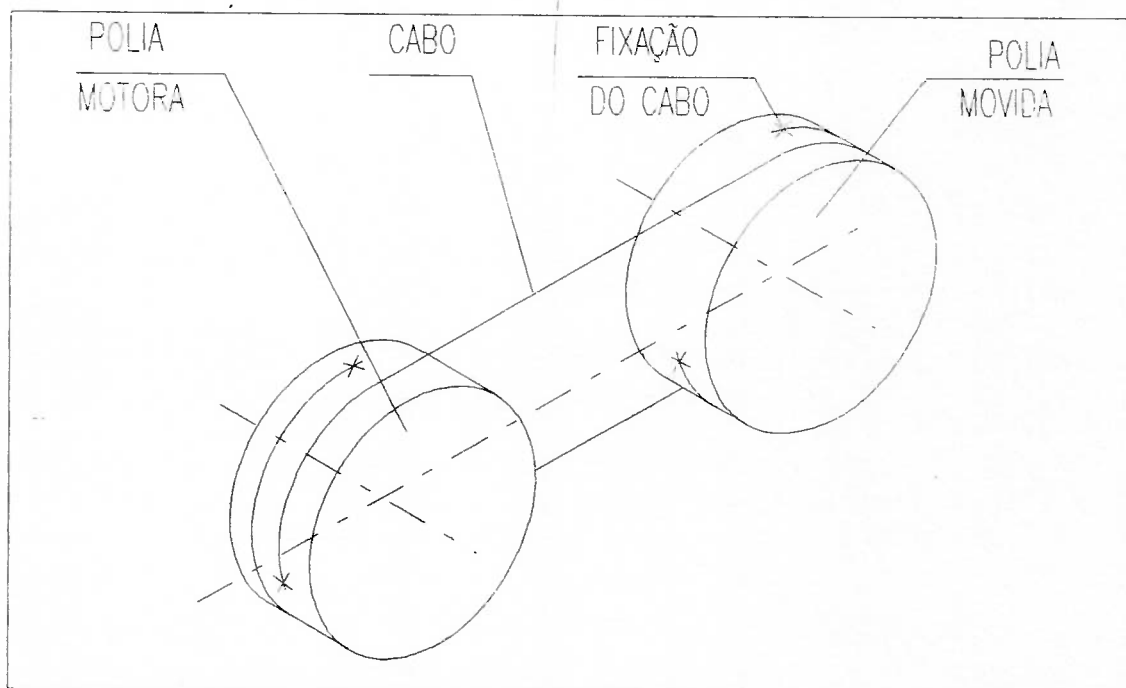


Figura 5.2: Esquema da transmissão por tendões entre eixos paralelos.

A figura 5.3 apresenta o esquema de um sistema de transmissão de movimento por tendões entre dois eixos perpendiculares. A solução adotada consiste de transmitir primeiramente o movimento para um eixo reverso e depois para outro paralelo, sendo o último, perpendicular ao primeiro. Este sistema foi empregado no projeto do sistema de transmissão do movimento do sexto grau de liberdade para transmitir o movimento de rotação do tambor para o ligamento 8. Observa-se que o movimento final do efetuador poderia ser extraído diretamente da polia de reversão. No entanto, se isto fosse adotado o punho não seria do tipo esférico, que é desejável por ser mais versátil do ponto de vista cinemático. Os cabos da transmissão do movimento do tambor para a polia de reversão, que possuem o mesmo diâmetro, se movimentam perpendicularmente ao plano formado pelos eixos do tambor e do ligamento 8. Com este arranjo físico, os cabos não tendem a sofrer torção, nem deslizamentos sobre a superfície das polias, de forma que este sistema

funciona pelos mesmos princípios que o da transmissão entre eixos paralelos.

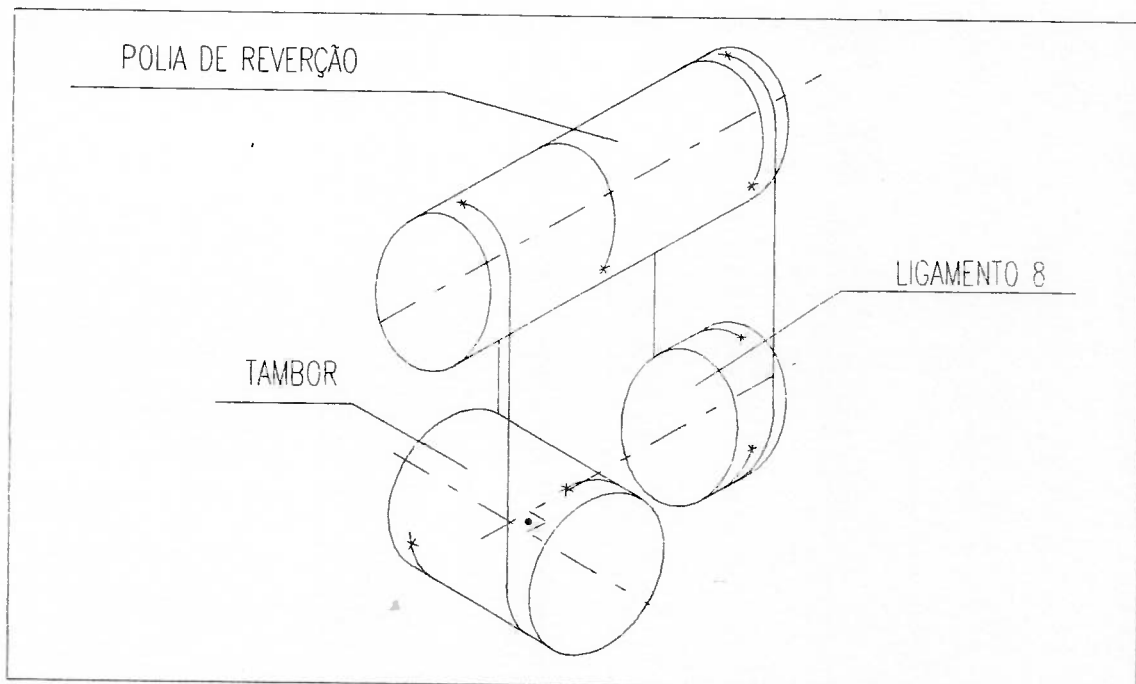


Figura 5.3: Esquema da transmissão por tendões entre eixos perpendiculares.

5.3 PROJETO BÁSICO

Os esquemas e os diagramas apresentados nessa seção, bem como as soluções adotadas, podem ser melhor compreendidos através de consulta aos desenhos de conjunto do mecanismo de orientação e sua respectiva lista de materiais, que se encontram no Apêndice 1.

5.3.1 Mancais

Os mancais deste mecanismo também são compostos por pares de rolamentos de contato angular pré-carregados, para eliminar as folgas mecânicas. A pré-carga dos mancais que sustentam o ligamento 6 é descarregada sobre a estrutura do ligamento 5. Observa-se que os mancais do tambor (ver figura 5.1), também são de rolamentos de contato angular, para absorverem a pré-carga dos mancais do ligamento 7, que é descarregada sobre a estrutura do ligamento 6.

Observa-se que apesar do compromisso assumido com a precisão, os rolamentos desse mecanismo, bem como os do mecanismo de posicionamento, possuem tolerâncias dimensionais normais. Isto devido ao fato de todos os movimentos serem de baixa velocidade e os rolamentos com tolerâncias especiais serem mais apropriados para sistemas sujeitos a possíveis problemas de vibração e aquecimento, devido ao desenvolvimento de altas velocidades.

Os mancais das articulações são lubrificados com graxa, e possuem sistema de vedação e proteção contra poeira, similares aos do mecanismo de posicionamento, exceto os do punho, que devido à restrições construtivas, optou-se por uma capa de borracha sanfonada.

Os mancais dos eixos dos acionamentos são lubrificados pelo próprio óleo lubrificante dos redutores, que é o óleo recomendado pelo fabricante do redutor. O fechamento das caixas é feito por tampas parafusadas e vedadas com adesivo químico, enquanto que os eixos de saída são vedados com retentores de borracha. As caixas possuem sistema de drenagem e complementação do óleo.

Os rolamentos que estão posicionados em regiões cujo peso e espaço representam um problema crítico, são de secção estreita, ou seja, os rolamentos do punho e do segundo apoio do ligamento 6. O objetivo é economizar espaço e diminuir a inércia do conjunto, principalmente na região do punho.

5.3.2 Dimensionamento básico

As estruturas deste mecanismo também são projetadas de maneira que suas deformações não produzam desalinhamentos nos eixos de rotação dos movimentos do mecanismo. Analogamente ao projeto do mecanismo de posicionamento, a geometria mais adequada para as peças é a tubular de perfil fechado com paredes finas. Como exemplo, citam-se os eixos e as polias, que são tubulares de secção cilíndrica, e o ligamento 6, que é tubular de secção quadrada fechada. As peças cuja forma tubular é inviável, recebem reforços estruturais do tipo nervuras com o máximo alívio de peso possível, que é o caso da estrutura do ligamento 5.

As dimensões básicas definidas em função da cinemática e do arranjo físico

desejados para o equipamento, são as seguintes (ver figura 5.1):

- distância entre o eixo da articulação J_6 e o eixo de rotação do ligamento 7, L_5 (ver também figura 3.3). Esta distância foi definida em função do volume útil de trabalho desejado;
- secção transversal interna do ligamento 6, $S_{i,6}$, que deve comportar parte do conjunto dos acionamentos 5 e 6 em seu interior, bem como as polias dos seus respectivos sistemas de transmissão;
- largura interna do ligamento 5, $B_{i,5}$, que deve permitir o movimento angular do quarto grau de liberdade sem interferências mecânicas.

A tabela 5.1 apresenta os valores numéricos adotados para as dimensões básicas do mecanismo.

Tabela 5.1: Dimensões básicas do mecanismo.

L_5	0,8 m
$S_{i,6}$	0,135 m x 0,135 m
$B_{i,5}$	0,31 m

5.3.3 Seleção dos materiais

O critério adotado na seleção destes materiais, também é pela relação entre a densidade e a rigidez do material, conforme apresentado no Capítulo 4, ver tabela 4.2. Observa-se que nesta seleção também foram levadas em consideração a finalidade e a facilidade construtiva de cada peça.

A tabela 5.2 apresenta os resultados da seleção dos materiais dos principais componentes do mecanismo, sendo que para as peças que não estão apresentadas nesta tabela, o material selecionado é o aço carbono.

Tabela 5.2: Materiais dos principais componentes a serem construídos.

Ligamento 5	Duralumínio
Ligamento 6	Fibra de carbono
Ligamento 7	Duralumínio
Ligamento 8	Aço ABNT 1040
Tambor e Polia reversora	Aço ABNT 1040

5.3.4 Seleção dos acionamentos

A seleção dos motores e redutores de velocidade foi realizada através da análise do desempenho apresentada na seção 5.5, onde são calculadas as velocidades e acelerações máximas da cada grau de liberdade.

O motor pneumático selecionado para o acionamento dos três graus de liberdade é o modelo 1-UP-NRV-10 [GAS92], que fornece 1/2 HP à 6.000 rpm. Este motor foi escolhido por ser o menor de sua categoria, com capacidade de reversão da rotação, além de possuir uma faixa de rotação bem apropriada às características deste projeto. Observa-se que estes motores estão superdimensionados para esta aplicação, contudo eles foram aceitos por não se ter encontrado motor menor.

O redutor selecionado é um “Harmonic-Drive”, do tipo panqueca, modelo 32 com redução de 1/100 [HD88]. Este redutor não é 100% compatível com a curva do motor, cujo limite de rotação ultrapassa ao recomendado pelo fabricante do redutor, podendo comprometer a sua durabilidade. Ressalta-se que a principal dificuldade na seleção dos motores e redutores é compatibilizar os dois elementos, que não foram projetados para trabalharem juntos.

A tabela 5.3 apresenta as principais características técnicas dos motores e redutores de velocidade, segundo as curvas fornecidas pelos respectivos fabricantes. Observa-se que os dados do motor foram obtidos para uma pressão diferencial de operação estimada em 5,5 bar, ou seja, adota-se a mesma estimativa da queda de pressão na válvula de controle feita para o mecanismo de posicionamento.

Tabela 5.3: Características técnicas dos motores e redutores [GAS92], [HD88].

Velocidade máxima dos motores	$\omega_{\text{máx}} = 628 \text{ rd/s}$
Torque de velocidade máxima dos motores	$\tau_{R,\text{máx}} = 0,587 \text{ Nm}$
Torque de partida dos motores	$\tau_p = 0,565 \text{ Nm}$
Relação de transmissão dos redutores	$r = 100$
Eficiência mecânica dos redutores	$\eta = 0,55$

5.3.5 Seleção dos sensores

O “encoder” selecionado para este mecanismo é o mesmo do mecanismo de posicionamento, ou seja, é o modelo Miniroad-150 [HEI85]. As principais características fornecidas pelo fabricante deste instrumento estão apresentadas na tabela 4.5, do Capítulo 4.

Observa-se que por razões construtivas, estes “encoders” também são acionados por tendões, conforme mostrado nas figuras 5.6, 5.8. O uso de tendões para o acionamento dos “encoders” desse mecanismo também é interessante para a otimização do arranjo físico do conjunto, pois possibilita posicioná-los com total liberdade, permitindo o aproveitamento de suas massas como elementos dos balanceamentos propostos.

5.3.6 Seleção dos Tendões

O dimensionamento dos tendões consiste em determinar a quantidade e o tipo de cabo que fornece a melhor relação entre a rigidez e o tamanho do sistema, ou seja, obter o sistema mais compacto, leve e rígido possível. As variáveis consideradas nesta avaliação são a rigidez dos cabos, o diâmetro e a largura das polias.

Para as transmissões dos movimentos do acionamento 5 para o ligamento 7 e do acionamento 6 para o tambor (ver figuras 5.1 e 5.2), adotou-se um sistema de tendões constituído por dois cabos de aço galvanizado com trançado de 7 x 19 fios e bitola 3/16” ou 5mm. Para a transmissão do movimento do tambor para o ligamento 8 (ver figura 5.3), adotou-se três cabos de aço galvanizado com trançado de 7 x 19 fios e bitola 3/32”

ou 2,5 mm. Para o acionamento dos “encoders” do 5^o e 6^o graus de liberdade, adotou-se um único cabo de aço galvanizado com trançado de 7 x 19 fios e bitola 3/16” ou 5 mm. Finalmente para o acionamento do “encoder” do 4^o grau de liberdade, adotou-se um único cabo de aço galvanizado com trançado de 7 x 19 fios e bitola 3/32” ou 2,5 mm, que é o mesmo cabo utilizado nos três “encoders” do mecanismo de posicionamento.

Observa-se que para a construção de todos os tendões, foram selecionados apenas dois tipos de cabo de aço. A tabela 5.4, apresenta os modelos e propriedades mecânicas destes cabos, que foram extraídos do catálogo do fabricante [CMA91]. Nota-se desta tabela, que a elasticidade do cabo é definida pelo produto do módulo de elasticidade do material pela área ativa ou aparente da secção transversal do cabo.

Tabela 5.4: Cabos selecionados para os tendões [CMA91].

Especificação	Bitola	Carga de ruptura F_R (N)	Elasticidade ES (N)	Diâmetro mínimo da polia (mm)
G 188 T	3/16” - 5 mm	19.000	$1,42 \times 10^6$	90
G 094 T	3/32” - 2,5 mm	4.540	$3,54 \times 10^5$	45

5.4 ANÁLISE DAS DEFORMAÇÕES

Os objetivos de se realizar a análise das deformações são avaliar se o dimensionamento estrutural está satisfatório e posteriormente obter a precisão de posicionamento e orientação do efetuator, conforme está apresentado no Capítulo 6. Analogamente ao mecanismo de posicionamento, esta análise é realizada na condição estática, fornecendo resultados que são considerados estimativos.

Conforme foi mencionado, a análise das deformações consiste basicamente de determinar o erro mecânico de leitura dos sensores, definidos como $\Delta\theta_i$. Estes erros são produzidos pela deformação dos elementos do mecanismo, que estão posicionados após a tomada destas leituras. Estas deformações são consideradas decorrentes do carregamento gravitacional máximo para o mecanismo posicionado nas configurações críticas, ou seja, nas configurações que produzem os maiores esforços e portanto as maiores deformações, para cada grau de liberdade isoladamente.

Os erros são calculados para várias configurações do robô. Isto significa que eles não ocorrem simultaneamente, portanto o cálculo final da precisão do equipamento em termos de posicionamento e orientação do efetuator fica superestimado em favor da segurança. Este procedimento foi adotado em função da dificuldade de se obter a configuração crítica em termos absolutos.

5.4.1 Modelo de cálculo adotado

No modelamento utilizado para o cálculo das deformações é aplicado o princípio da superposição dos efeitos. O princípio da superposição dos efeitos pode ser aplicado quando os materiais são considerados homogêneos e as deformações ocorrem em regime elástico. Isto permite que para cada grau de liberdade considerado ou para cada componente, sejam calculadas apenas as deformações que efetivamente produzam os referidos erros de leitura. Assim, quando a deformação de um dado componente produz erro de leitura em mais de um sensor, seus efeitos são calculados isoladamente.

Nesta análise são considerados, separadamente, os seguintes efeitos: deformação linear devido a aplicação de forças normais, deformação angular devido a aplicação de momento torçor e deformação angular devido a aplicação de momento fletor. As deformações angulares produzidas por momentos fletores são calculadas pelo modelamento apresentado no Capítulo 4, ou seja, pela aplicação da equação (4-1), enquanto que as demais são apresentadas a seguir.

Deformação linear produzida pela aplicação de forças normais

A deformação linear de um componente produzida por esforços de tração simples é calculada pela seguinte equação [LIM80]:

$$\Delta L = \frac{F L}{E S}, \quad (5-1)$$

onde ΔL é a deformação linear do componente, L é o comprimento, S é a área da secção

transversal, F é a força normal aplicada e E é o módulo de elasticidade do material.

Este tipo de deformação é significativa no caso dos tendões, que são elementos de tração simples. A deformação angular do sistema de transmissão por tendões é definida pela defasagem angular relativa entre a polia motora e a polia movida, que se estabelece após a aplicação do carregamento. Esta defasagem produzida pela deformação linear dos cabos é calculada pela aplicação da seguinte equação:

$$\Delta\theta = \frac{\Delta L}{R} \frac{180}{\pi}, \quad (5-2)$$

onde $\Delta\theta$ é a deformação angular procurada e R o raio da polia de maior interesse.

Deformação angular produzida pela aplicação de momento torçor

Este tipo de deformação ocorre em diversos componentes, sendo que todos eles foram modelados como uma viga engastada em uma de suas extremidades, sujeita a um momento torçor aplicado na outra extremidade, ou seja, é o modelo de uma barra de torção simples. A deformação angular de uma barra de torção de secção transversal constante é calculada pela aplicação da seguinte equação [LIM80]:

$$\Delta\theta = \frac{M_t L}{GJ_p}, \quad (5-3)$$

onde M_t é o momento torçor, L o comprimento, G o módulo de elasticidade transversal do material e J_p o momento polar de inércia da secção transversal, cuja unidade de medida é m^4 .

5.4.2 Erro mecânico de posição angular do quarto grau de liberdade

A figura 5.4 mostra esquematicamente a configuração, os elementos e os esforços que foram considerados na análise do erro de posição angular do 4^o grau de

liberdade.

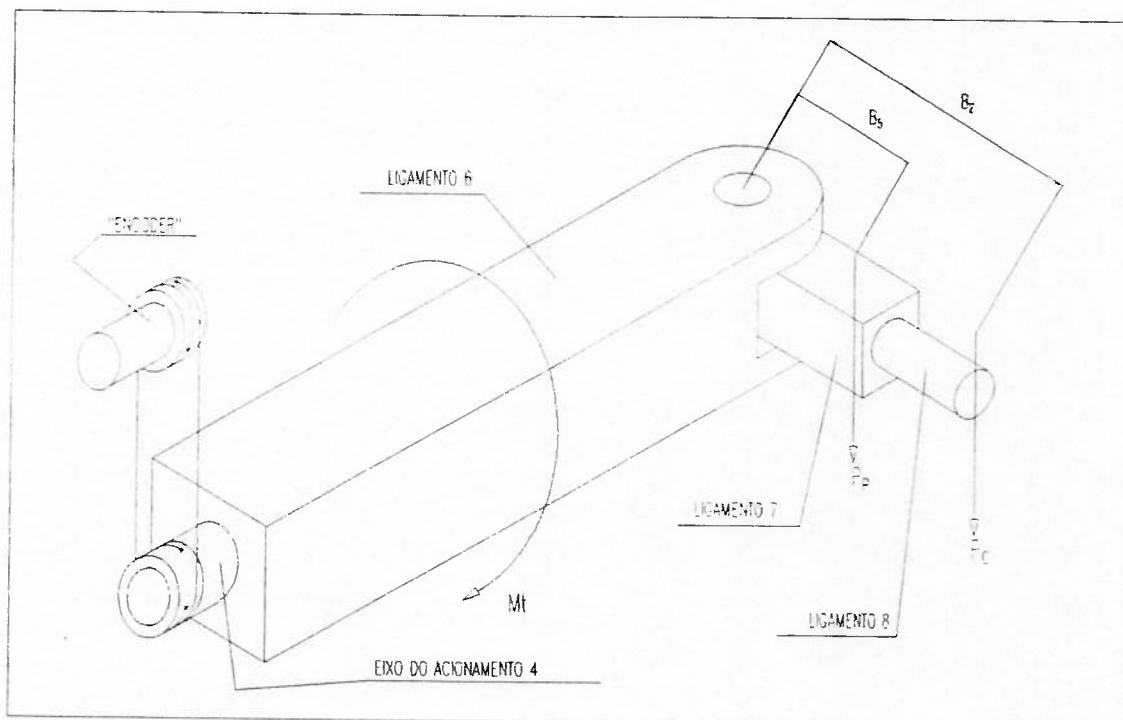


Figura 5.4: Esquema do movimento do quarto grau de liberdade.

Nesta análise são consideradas as deformações por torção do ligamento 6 e do eixo do acionamento 4, devido ao carregamento máximo do efetuator mais o peso dos componentes do punho. Observa-se que nesta configuração os eixos dos movimentos 4 e 6 são perpendiculares formando um plano horizontal. Ressalta-se que as deformações por flexão dos ligamentos 7 e 8 também causam um erro que poderia ser atribuído ao quarto grau de liberdade. Contudo estas deformações foram consideradas na análise do quinto grau de liberdade e portanto não se deve considerá-las novamente. Esta conduta representa uma forma de compensação para os erros produzidos pela simplificação adotada no cálculo final da precisão de posicionamento e orientação do efetuator, apresentada no Capítulo 6.

Deformação por torção no eixo do acionamento 4 e no ligamento 6

A deformação por torção no eixo do acionamento 4 e no ligamento 6 é

calculado pela aplicação da equação (5-3). Ambos os componentes são modelados como uma barra de torção de secção transversal constante.

A tabela 5.5 apresenta as dimensões e os esforços solicitantes dos dois componentes. Observa-se que o momento torçor resulta da soma dos momentos produzidos pelos dois esforços, P_C e P_P e seus respectivos braços de alavanca, B_2 e B_5 .

Tabela 5.5: Dimensões e esforços solicitantes.

P_C (N)	B_2 (m)	P_P (N)	B_5 (m)	Momento Torçor (Nm)
68,3	0,120	34,0	0,015	8,71

A tabela 5.6 apresenta os parâmetros físicos e os resultados finais obtidos aplicando-se a equação (5-3) seqüencialmente para cada componente. As deformações são calculadas utilizando o momento torçor apresentado na tabela 5.5, juntamente com os parâmetros apresentados na própria tabela 5.6, lembrando que o material do ligamento 6 é fibra de carbono e o do eixo do acionamento 4 é aço carbono.

Tabela 5.6: Parâmetros físicos e resultados obtidos.

Componente	Comprimento (m)	J_p (m ⁴)	G (10 ¹⁰ N/m ²)	Deformação $\Delta\theta_i$
Ligamento 6	1,13	1,434 x 10 ⁻⁵	2,7	0,0015°
Eixo do ac. 4	0,04	9,515 x 10 ⁻⁸	8,5	0,0025°

Erro mecânico

O erro mecânico total de leitura do quarto “encoder” é determinado pela soma dos $\Delta\theta_i$ apresentados na tabela 5.6, que resulta no seguinte valor:

$$\Delta\theta_4 = 0,0039^\circ = 0^\circ 0' 14,1'' \quad (5-4)$$

5.4.3 Erro mecânico de posição angular do quinto grau de liberdade

A figura 5.5 mostra esquematicamente a configuração, os elementos e os esforços que foram considerados na análise do erro de posição angular do 5º grau de liberdade.

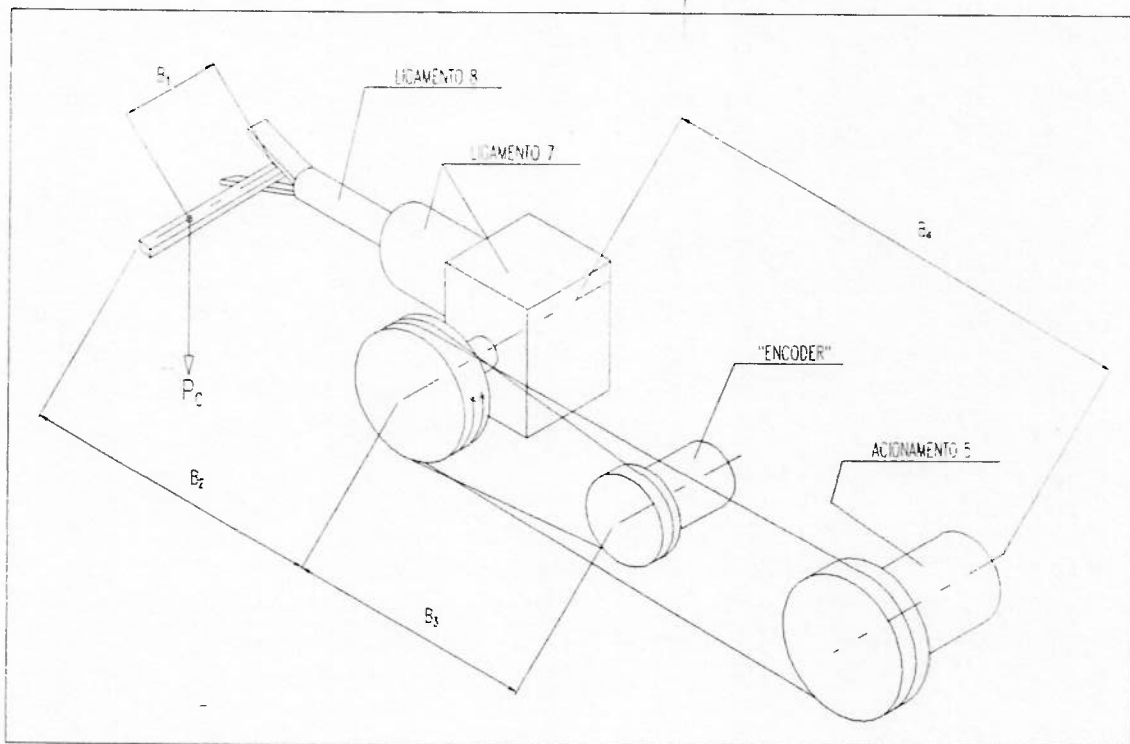


Figura 5.5: Esquema do movimento do quinto grau de liberdade.

Os efeitos que contribuem para o erro de leitura do quinto “encoder” são a deformação por flexão dos ligamentos 7 e 8. Observa-se que a deformação por torção da polia que está fixa no ligamento 7 também contribui para o erro de posição angular deste movimento, porém esta deformação é desprezada por ser de ordem inferior.

A tabela 5.7, apresenta os parâmetros geométricos envolvidos nesta análise, que considera o carregamento gravitacional máximo, P_C , igual a 68,3 N.

Tabela 5.7: Parâmetros geométricos dos componentes da figura 5.5.

B_1 (m)	B_2 (m)	B_3 (m)	B_4 (m)
0,02	0,12	0,93	1,09

Deformação por flexão do ligamento 8

Nesta análise o ligamento 8 é modelado como um tubo de secção constante de diâmetro externo igual a 0,037 m e espessura da parede igual a 0,003 m. Observa-se que, no trecho onde estão enrolados os tendões o diâmetro externo é igual a 0,045 m, porém este fato não foi considerado, representando uma simplificação em favor da segurança.

A figura 5.6 apresenta uma vista do diagrama de corpo livre do ligamento 8. O ligamento 8 é considerado como uma viga biapoiada nos mancais A e B, que por sua vez estão fixos ao ligamento 7. Observa-se que B_2 é o comprimento estimado do efetuator, que é considerado rígido nesta análise. O baricentro do ligamento 8 é considerado alinhado verticalmente com o mancal A e seu peso próprio é igual a P_8 . Observa-se também, que devido ao momento torçor produzido pela aplicação da força P_C com o braço de alavanca B_1 (ver figura 5.5), os tendões reagem com uma força de tração, definida por T. Lembrando que no trecho onde estão enrolados os tendões o diâmetro externo do ligamento 8 é igual a 0,045 m, a força T resulta em $P_C \times B_1 / 0,045$.

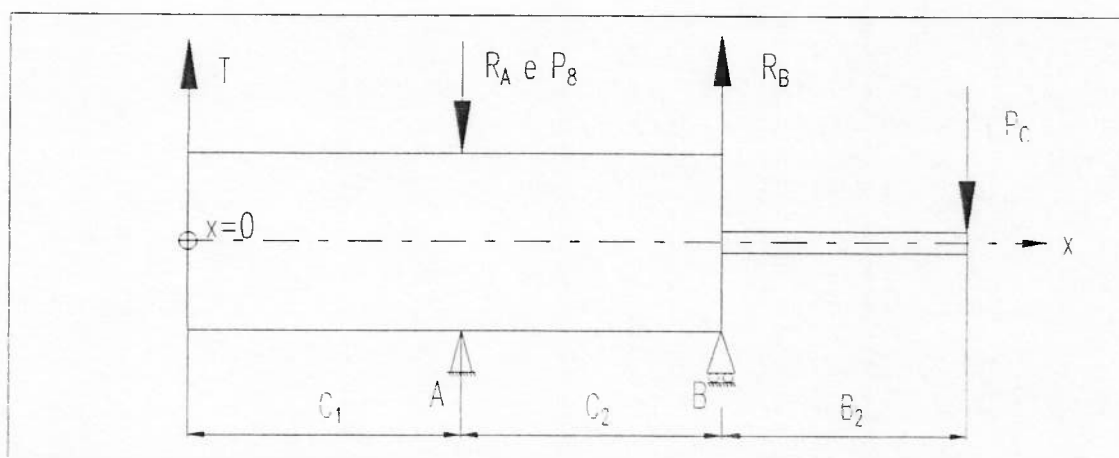


Figura 5.6: Diagrama de corpo livre do ligamento 8.

Aplicando as condições de equilíbrio estático na estrutura da figura 5.6, resulta nos seguintes momentos fletores em função da distância x:

$$M_{f,1} = T x ; \quad (5-5a)$$

$$M_{f2} = (T - R_A)x + C_1 R_A, \quad (5-5b)$$

onde M_{f1} é o momento fletor no trecho C_1 e M_{f2} é o momento fletor no trecho C_2 .

Integrando a equação da linha elástica (4-1), apresentada no Capítulo 4, no intervalo de x entre 0 e $C_1 + C_2$ e o momento fletor fornecido pelas equações (5-5), obtém-se a seguinte expressão:

$$\varphi = \frac{1}{EJ} \left\{ \int_0^{C_1} T x dx + \int_{C_1}^{C_1+C_2} [(T - R_A)x + C_1 R_A] dx \right\}, \quad (5-6)$$

que efetuando as operações resulta em:

$$\varphi = \frac{1}{2EJ} [T(C_1 + C_2)^2 - R_A C_2^2]. \quad (5-7)$$

A tabela 5.8 apresenta os parâmetros físicos e os esforços que atuam na estrutura da figura 5.6. Observa-se que as reações de apoio R_A e R_B , são obtidas pela aplicação das condições de equilíbrio estático na estrutura da figura 5.6, lembrando que T é igual a $P_C \times B_1 / 0,045$ com B_1 igual a 0,02 m e os demais esforços são conhecidos.

Tabela 5.8: Parâmetros físicos e esforços atuantes no ligamento 8.

C_1 (m)	C_2 (m)	B_2 (m)	J (10^{-8} m^4)	P_C (N)	P_8 (N)	T (N)	R_A (N)	R_B (N)
0,023	0,022	0,037	5,1	68,3	1,6	60,6	237,2	246,5

Substituindo os valores da tabela 5.8 na equação (5-7), lembrando que o módulo de elasticidade do aço, E , é igual a $2,1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, a deformação angular na extremidade direita do ligamento 8, ou seja, na posição do mancal B, convertida de radianos para graus, resulta no seguinte valor:

$$\varphi = (4,59 \times 10^{-5})^\circ = 0^\circ 0' 0,2''. \quad (5-8)$$

Deformação por flexão do ligamento 7

A figura 5.7 apresenta uma vista do diagrama de corpo livre deste componente, que foi modelado como uma viga engastada no plano vertical que contém o seu eixo de rotação e também solicitada por flexão simples. Este diagrama contém os esforços solicitantes e a geometria básica. Observa-se que, as forças R_A e R_B são as reações de apoio dos mancais A e B, do ligamento 8 para o ligamento 7 (ver figura 5.6), e P_7 é a resultante do peso próprio do ligamento 7, mais o peso da polia reversora e seus mancais, que foram considerados aplicados sobre o mancal A. Observa-se também que o ligamento 7 possui dois trechos com secções transversais diferentes, cujos momentos de inércia são constantes e definidos como J_3 e J_2 .

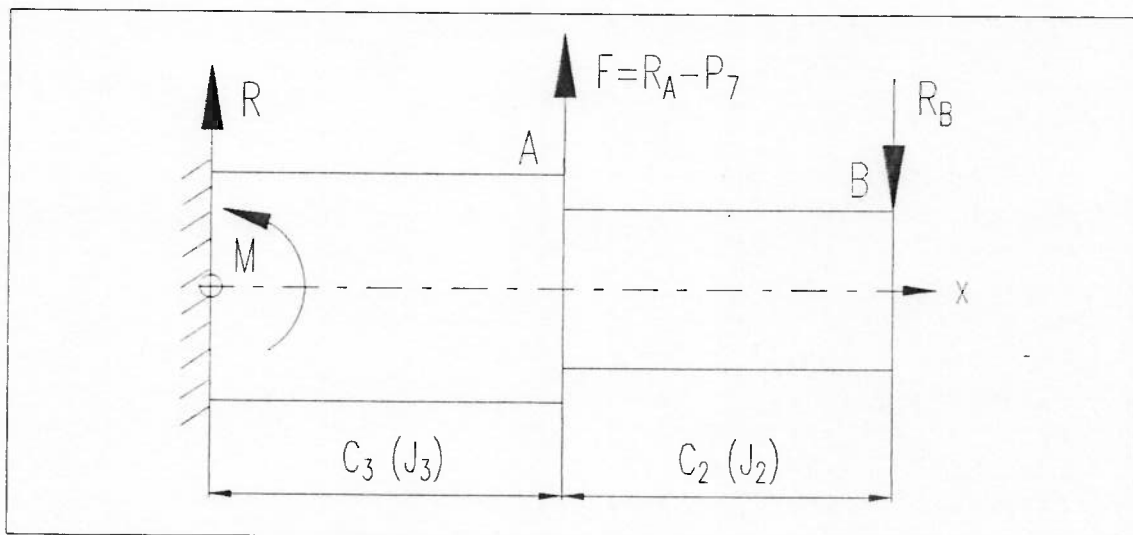


Figura 5.7: Diagrama de corpo livre do ligamento 7.

Aplicando as condições de equilíbrio estático na estrutura da figura 5.7, resulta nos seguintes momentos fletores em função da distância x :

$$M_{f3} = M - R x ; \quad (5-9a)$$

$$M_{f2} = M + F C_3 - (R + F) x , \quad (5-9b)$$

onde M e R são as reações de apoio no engastamento e $M_{f,3}$ e $M_{f,2}$ os momento fletores nos trechos C_3 e C_2 .

Integrando a equação (4-1) no intervalo de x entre 0 e $C_3 + C_2$ com o momento fletor fornecido pelas equações (5-9), obtém-se a seguinte expressão:

$$\varphi = \frac{1}{E} \left\{ \frac{1}{J_3} \int_0^{C_3} (M - Rx) dx + \frac{1}{J_2} \int_{C_3}^{C_3+C_2} [M + FC_3 - (R + F)x] dx \right\}, \quad (5-10)$$

que efetuando as operações resulta em:

$$\varphi = \frac{1}{E} \left\{ \frac{C_3}{J_3} \left(M - \frac{RC_3}{2} \right) + \frac{C_2}{J_2} \left[M + (2F + R)C_3 + \frac{(F + R)C_2}{2} \right] \right\}. \quad (5-11)$$

A tabela 5.9 apresenta os parâmetros físicos e os esforços atuantes na estrutura da figura 5.7. Observa-se que as reações de apoio no engaste, R e M são obtidos pela aplicação das condições de equilíbrio estático na estrutura da figura e R_B é extraído da tabela 5.8.

Tabela 5.9: Parâmetros físicos e reações de apoio no engastamento.

C_3 (m)	C_2 (m)	J_3 (10^{-7} m^4)	J_2 (10^{-7} m^4)	F (N)	R_B (N)	R (N)	M (Nm)
0,055	0,022	2,446	1,749	236,9	246,5	9,6	5,951

Substituindo os valores da tabela 5.9 na equação (5-11), lembrando que o módulo de elasticidade do duralumínio, E, é igual a $7,0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, a deformação angular na extremidade direita do ligamento 7, ou seja, na posição do mancal B, convertida de radianos para graus, resulta no seguinte valor:

$$\varphi = 0,0047^\circ = 0^\circ 0' 16,8'' . \quad (5-12)$$

Erro mecânico

O erro mecânico total de leitura do quinto “encoder” é determinado pela soma dos resultados de (5-8) e (5-12), que resulta no seguinte valor:

$$\Delta\theta_5 = 0,00475^\circ = 0^\circ 0' 17,1'' \quad (5-13)$$

5.4.4 Erro mecânico de posição angular do sexto grau de liberdade

A figura 5.8 mostra esquematicamente a configuração, os componentes e o esforço considerado na análise das deformações do sexto grau de liberdade.

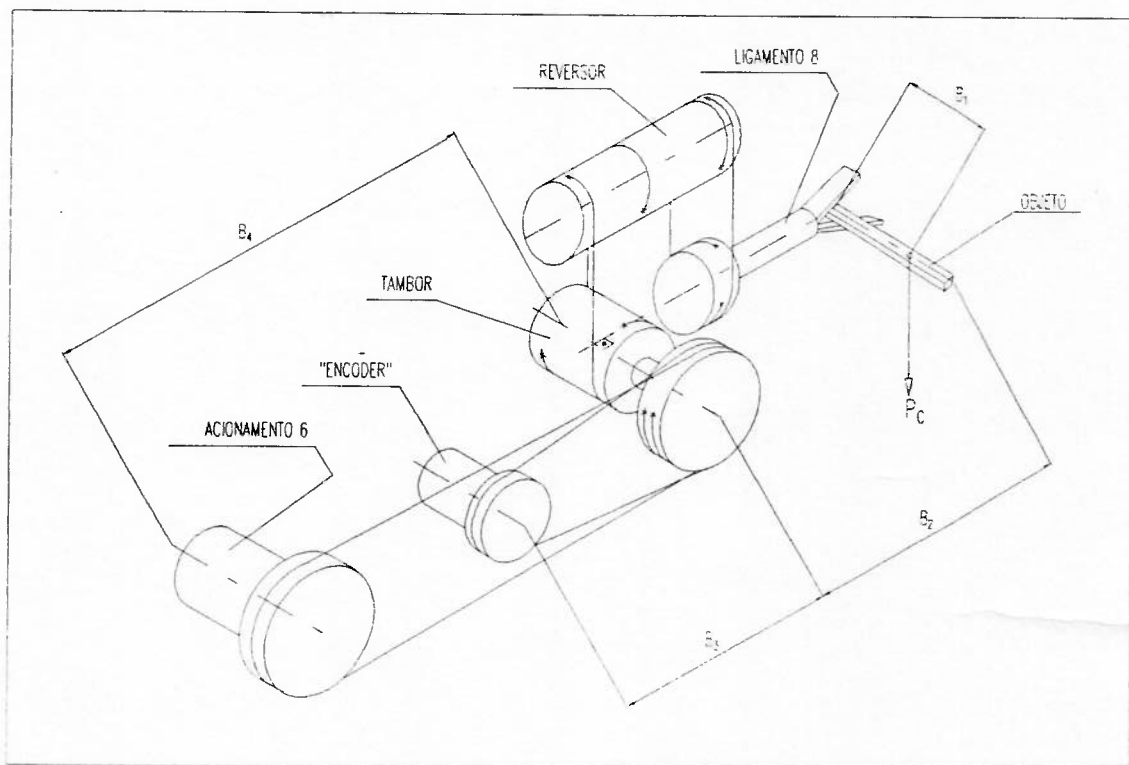


Figura 5.8: Esquema do movimento do sexto grau de liberdade.

Observa-se da figura 5.8, que B_1 é a distância do centro de gravidade do objeto manipulado ao eixo de rotação do sexto grau de liberdade, portanto seu valor é estimativo e ocorre somente quando o objeto é fixado ao efetuator de forma inadequada.

Sendo assim, o erro de orientação do sexto grau de liberdade depende tanto da massa do objeto manipulado como de sua forma de fixação ao efetuador. Os efeitos considerados nesta análise são a deformação por tração dos tendões da transmissão do tambor para o ligamento 8 e as deformações por torção simples do tambor, reversor e ligamento 8. Observa-se que a deformação da polia fixa ao tambor também contribui para o erro de leitura do sexto “encoder”, porém esta deformação foi desprezada por ser de ordem inferior. Os demais esforços, como momentos fletores devido ao carregamento ou ao peso próprio dos componentes, não contribuem para o erro de posição angular do sexto grau de liberdade.

Deformação por tração dos tendões

Observa-se que o acionamento do “encoder” é realizado pela polia que está fixa ao tambor. Portanto, a deformação dos tendões do sistema de transmissão do acionamento 6 para o tambor, não acarreta erro de posição ao sexto movimento. Sendo assim estes tendões não são considerados nesta avaliação. Nesta análise os tendões considerados são os que realizam a transmissão do movimento do tambor para o ligamento 8, sendo que o esforço considerado é o torque produzido pela aplicação da força P_C com o braço de alavanca B_1 da tabela 5.7, que resulta em 1,37 Nm.

Tabela 5.10: Deformação angular provocada pelos tendões.

Cabo	Número de cabos	Comprimento total dos cabos	Tração em cada cabo	Diâmetro das polias	Deformação angular, $\Delta\theta_i$
G 094 T	3	0,24 m	20,2 N	0,045 m	0,03°

A tabela 5.10 mostra os dados e os resultados obtidos. Observa-se que os cálculos são realizados pela aplicação das equações (5-1) e (5-2) respectivamente, onde a elasticidade de cada cabo é fornecido pela tabela 5.4 e a força de tração nos cabos é igual a 1,37 Nm dividido pelo raio da polia e pelo número de cabos.

Deformações por torção do tambor, reversor e ligamento 8

Nesta análise, o tambor, o reversor e o ligamento 8 são modelados como corpos cilíndricos ocos de secção transversal constante, engastados em uma das extremidades e sujeitos a um esforço de torção simples.

A tabela 5.11 mostra os dados e os resultados obtidos pela análise de cada componente. Os resultados foram obtidos pela aplicação da equação (5-3), onde o módulo de elasticidade transversal do aço, G , é igual a $8,5 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ e o torque considerado é o mesmo que o da análise anterior, ou seja, $1,37 \text{ Nm}$.

Tabela 5.11: Deformações torcionais do tambor, reversor e ligamento 8.

Componente	Diâmetro externo (m)	Diâmetro interno (m)	Comprimento (m)	Momento polar $J_P (10^{-7} \text{ m}^4)$	Deformação $\Delta\theta_i$
Tambor	0,045	0,039	0,070	1,76	0,00064°
Reversor	0,045	0,039	0,067	1,76	0,00061°
Ligamento 8	0,038	0,032	0,040	1,02	0,00036°

Erro mecânico

O erro mecânico total de posição angular do sexto grau de liberdade, ou seja, na leitura de θ_6 , é obtido pela soma dos $\Delta\theta_i$ das tabelas 5.10 e 5.11, que resulta no seguinte:

$$\Delta\theta_6 = 0,03161^\circ = 0^\circ 1' 53,8'' \quad (5-14)$$

Observa-se que o valor estimado para o braço de alavanca da fixação do objeto ao efetuator, B_1 , é bastante elevado. Ressalta-se que este efeito é crítico para tarefas de alta precisão, pois sem considerá-lo o erro mecânico deste grau de liberdade seria praticamente nulo, enquanto que com o valor de B_1 considerado resulta no maior erro de todos.

5.4.5 Erro total de leitura dos “encoders” do mecanismo de orientação do efetuador

O erro total máximo de leitura dos “encoders” do mecanismo de orientação do efetuador são produzidos pelas deformações apresentadas nas equações (5-4), (5-13) e (5-14), acrescidas dos erros de leitura causados pela resolução dos “encoders”, cujo valor é igual a $0^{\circ} 0' 18''$. Estes resultados são os valores que estão apresentados na tabela 5.12.

Tabela 5.12: Erro total de leitura dos “encoders”.

$\Delta\theta_4$	$\Delta\theta_5$	$\Delta\theta_6$
$1,556 \times 10^{-4}$ rd	$1,702 \times 10^{-4}$ rd	$6,390 \times 10^{-4}$ rd
$0^{\circ} 0' 32,1''$	$0^{\circ} 0' 35,1''$	$0^{\circ} 2' 11,8''$

5.5 ANÁLISE DO DESEMPENHO

O objetivo desta análise, é verificar se o dimensionamento dos motores e redutores está compatível com o desempenho esperado para o robô. Conforme foi mencionado no Capítulo 4, não se trata de uma simulação de desempenho, mas sim de uma análise simplificada.

Esta análise consiste em realizar um cálculo estimativo da capacidade de aceleração e velocidade dos acionamentos do mecanismo de orientação do efetuador. A capacidade de aceleração é definida como a aceleração máxima possível, quando o sistema está posicionado em uma configuração crítica, partindo do repouso na condição de carregamento máximo. A capacidade de velocidade é definida como a velocidade máxima possível, quando o sistema está com aceleração nula, passando por uma configuração crítica na condição de carregamento máximo.

5.5.1 Modelo de cálculo adotado

Lembra-se que este mecanismo não é balanceado e portanto existem esforços dinâmicos decorrentes da composição dos movimentos, ou seja devido ao acoplamento

da dinâmica do sistema. Estes esforços são desprezados nesta análise, que considera a dinâmica do sistema desacoplada. O objetivo desta conduta é simplificar os cálculos.

Observa-se que a dinâmica do sistema pneumático estabelecida pela válvula de controle e pelo motor também não foi considerada nesta análise, onde os resultados obtidos e as conclusões finais apresentadas devem ser reconsideradas, pois a dinâmica do sistema pneumático pode alterar de forma significativa as capacidades de aceleração resultantes, em face dos motores estarem superdimensionados.

As acelerações são calculadas pela aplicação da seguinte equação:

$$\ddot{\theta}_i = \frac{(\tau_p - \tau_{Ri})r}{I_i}, \quad (5-15)$$

onde $\ddot{\theta}_i$ é a aceleração na saída do redutor, I_i é o momento de inércia total correspondente ao movimento i , r é a relação de transmissão dos redutores, τ_p é o torque de partida do motor e τ_{Ri} é o torque do sistema relativo ao movimento i .

O torque do sistema do movimento i é definido de forma análoga à apresentada no Capítulo 4, resultando na soma do torque produzido pela ação gravitacional com o torque produzido por atrito mecânico no redutor, ambos vistos pelo eixo de entrada do redutor de velocidade. O torque produzido pela ação gravitacional sobre os componentes do movimento i é calculado pela seguinte equação:

$$\tau_{gi} = g \sum_{j=1}^k m_j h_j, \quad (5-16)$$

onde o índice k é o número de componentes do movimento i que contribuem para o torque gravitacional, g é a aceleração gravitacional, m_j é a massa do componente j e h_j é a distância do plano vertical que contém o baricentro da massa do componente j ao eixo de rotação do movimento i . Substituindo o torque gravitacional pelo torque do movimento i na equação (4-16a) resulta na seguinte equação do torque do sistema do movimento i :

$$\tau_{Ri} = \frac{\tau_{gi}}{\eta r} \quad (5-17)$$

Observa-se das equações (5-16) e (5-17), que o torque do sistema do movimento i independe da velocidade do movimento i , porém depende da configuração do robô, visto que as distâncias h_j da equação (5-16) variam com a posição angular do grau de liberdade i . Sendo assim o torque do sistema de cada movimento pode ser obtido em função da configuração ou ser considerado constante para uma dada configuração do robô. Como esta é uma análise estimativa, optou-se pela segunda alternativa, que representa uma simplificação em favor da segurança, desde que o torque gravitacional considerado seja o maior possível.

A velocidade do grau de liberdade i é determinada por um procedimento análogo ao apresentado no Capítulo 4, ou seja, pelo cruzamento da curva do torque do sistema do movimento i , que é considerada constante, com a curva do torque do motor em função de sua velocidade, que é fornecida pelo fabricante do motor.

5.5.2 Desempenho do quarto grau de liberdade

A configuração adotada neste cálculo é a mesma apresentada na figura 5.4. Ressalta-se que o objeto manipulado pelo robô, está fixado ao efetuador, da mesma forma como está mostrado nas figuras 5.5 e 5.8.

A tabela 5.13 apresenta os valores das massas e suas distâncias ao eixo do movimento do quarto grau de liberdade. Observa-se que o torque gravitacional foi calculado pela aplicação da equação (5-16).

Tabela 5.13: Massas, distâncias dos baricentros e Torque gravitacional.

Massa total do punho m_1 (Kg)	Distância do CG do punho ao eixo h_1 (m)	Massa do carregamento m_2 (Kg)	Distância do carregamento ao eixo. h_2 (m)	Torque gravitacional τ_{g4} (Nm)
3,47	0,015	6,96	0,120	8,71

A tabela 5.14 apresenta os valores dos momentos de inércia dos componentes considerados na análise do movimento do quarto grau de liberdade. O ligamento 6 é modelado como um tubo oco de secção quadrada, onde estão fixos o seu eixo de acionamento, os acionamentos e sensores do quinto e sexto graus de liberdade, e a parte interna de seu mancal direito, ver figuras 5.1 e 5.4. Os conjuntos que constituem o punho e o efetuador, incluindo o carregamento, são considerados como massas concentradas. Observa-se que o momento de inércia do redutor é fornecido pelo fabricante do redutor e o do motor é estimado.

Tabela 5.14: Momento de inércia dos componentes do quarto grau de liberdade.

Motor	Redutor	Ligamento 6	Punho	Carregamento	Total (I_4)
0,0005 Kgm	0,0002 Kgm	0,0863 Kgm	0,0008 Kgm	0,1002 Kgm	0,1880 Kgm

Substituindo o torque gravitacional, τ_{g4} , apresentado na tabela 5.13 juntamente com a eficiência e a relação de redução do redutor, apresentados na tabela 5.3, na equação (5-17), resulta no seguinte valor para o torque do sistema do quarto grau de liberdade:

$$\tau_{R4} = 0,1584 \text{ Nm} . \quad (5-18)$$

Substituindo o valor do torque do sistema dado pela equação (5-18), juntamente com o torque de partida do motor e a relação de redução do redutor fornecidos pela tabela 5.3 e o momento de inércia, I_4 , da tabela 5.14 na equação (5-15), resulta na seguinte capacidade de aceleração:

$$\ddot{\theta}_4 = 216,3 \text{ rd} / \text{s}^2 . \quad (5-19)$$

Observa-se da equação (5-18) e da tabela 5.3, que o torque do sistema do movimento 4, que foi calculado para a carga gravitacional máxima, é quase quatro vezes menor do que o torque de rotação máxima do motor, portanto o motor atinge, teoricamente, a sua velocidade máxima em qualquer condição de operação. Sendo assim

a capacidade de velocidade deste movimento é calculada pela razão entre a velocidade máxima do motor e a relação de redução do redutor, ambos apresentados na tabela 5.3, que resulta no seguinte valor:

$$\dot{\theta}_4 = 6,28 \text{ rd / s} . \quad (5-20)$$

5.5.3 Desempenho do quinto grau de liberdade

A configuração adotada neste cálculo é a mesma apresentada na figura 5.5. A tabela 5.15 apresenta os momentos de inércia dos componentes do movimento do quinto grau de liberdade. As polias e os eixos considerados são os dos sistemas de transmissão de movimento por tendões do quinto movimento e do “encoder” do quinto movimento.

Tabela 5.15: Momento de inércia dos componentes do quinto grau de liberdade.

Motor + Redutor	Polias dos tendões	Eixos dos tendões	Punho	Carregamento	Total (I ₅)
0,0007 Kgm	0,0049 Kgm	0,0004 Kgm	0,0008 Kgm	0,1002 Kgm	0,1070 Kgm

Lembrando que o torque gravitacional deste movimento é o mesmo da tabela 5.13 e que o motor e o redutor também são os mesmos do movimento do quarto grau de liberdade, obtém-se por procedimento análogo ao anterior o seguinte valor para o torque do sistema do quinto grau de liberdade:

$$\tau_{R5} = 0,1584 \text{ Nm} . \quad (5-21)$$

Substituindo o valor do torque do sistema dado pela equação (5-21), juntamente com o torque de partida do motor e a relação de redução do redutor fornecidos pela tabela 5.3 e o momento de inércia, I₅, da tabela 5.15 na equação (5-15), resulta na seguinte capacidade de aceleração:

$$\ddot{\theta}_5 = 380,0 \text{ rd / s}^2 ; \quad (5-22)$$

Como o torque do sistema do quinto grau de liberdade é igual ao do quarto, sua capacidade de velocidade também é a mesma e portanto possui o seguinte valor:

$$\dot{\theta}_5 = 6,28 \text{ rd / s} . \quad (5-23)$$

5.5.4 Desempenho do sexto grau de liberdade

A configuração adotada neste cálculo é a da figura 5.8. O carregamento é o mesmo dos anteriores, porém o braço de alavanca correspondente à posição do baricentro em relação ao eixo de rotação do movimento é B_1 .

A tabela 5.16 apresenta os momentos de inércia dos componentes considerados nesta análise. Observa-se que o motor, o redutor e os sistemas de tendões são os mesmos do movimento anterior. O ligamento 8, a polia reversora e o tambor são considerados como tubos cilíndricos.

Tabela 5.16: Momento de inércia dos componentes do sexto grau de liberdade.

Motor + Redutor	Polias + eixos dos tendões	Ligamento 8 + Polia reversora + Tambor	Carregamento	Total (I_6)
0,0007 Kgm	0,0053 Kgm	0,0002 Kgm	0,0028 Kgm	0,0090 Kgm

Substituindo a massa do carregamento, que é igual a 6,96 Kg e a distância B_1 , que é igual a 0,02 m nas equações (5-16) e posteriormente na equação (5-17), lembrando que os dados do redutor se encontram na tabela 5.3, resulta em um torque do sistema, τ_{R6} , igual a 0,0248 Nm. Substituindo este torque na equação (5-15), juntamente com momento de inércia, I_6 , fornecido pela tabela 5.16, mais a relação de redução do redutor e o torque de partida do motor fornecidos pela tabela 5.3, resulta na seguinte capacidade de aceleração:

$$\ddot{\theta}_6 = 6.002,2 \text{ rd / s}^2 . \quad (5-24)$$

Como o torque do sistema do sexto grau de liberdade é ainda menor do que os anteriores, sua capacidade de velocidade é a mesma e portanto possui o seguinte valor:

$$\dot{\theta}_6 = 6,28 \text{ rd / s} . \quad (5-25)$$

5.5.5 Desempenho final do mecanismo de orientação do efetuador

Observa-se dos resultados dessa análise, que os acionamentos deste mecanismo estão superdimensionados, conforme havia sido mencionado na seção 5.3.4. Ressalta-se que a aceleração do sexto grau de liberdade é tão elevada que os esforços dinâmicos produzidos nestas condições podem causar avarias em alguns componentes, como por exemplo os redutores e os rolamentos do punho. Observa-se também que as velocidades obtidas ultrapassam o limite estabelecido pelo fabricante dos redutores. Sendo assim, com o objetivo de proteger o sistema, recomendam-se os valores apresentados na tabela 5.17, como sendo os valores limites para este mecanismo.

Tabela 5.17: Desempenho do mecanismo de orientação.

$\dot{\theta}_4 = 5,23 \text{ rd / s}$	$\dot{\theta}_5 = 5,23 \text{ rd / s}$	$\dot{\theta}_6 = 5,23 \text{ rd / s}$
$\ddot{\theta}_4 = 60 \text{ rd / s}^2$	$\ddot{\theta}_5 = 60 \text{ rd / s}^2$	$\ddot{\theta}_6 = 60 \text{ rd / s}^2$

Os valores da tabela 5.17 também estão apresentados no desenho de conjunto geral do robô, que se encontra no Apêndice 1.

CAPÍTULO 6

COMPATIBILIZAÇÃO DO SISTEMA

6.1 INTRODUÇÃO

Nesta etapa dos trabalhos, tem-se o projeto do mecanismo de orientação e o de posicionamento já praticamente concluídos e detalhados. A compatibilização do sistema consiste simplesmente de uni-los. Esta união deve ser realizada com o projeto dos sistemas de balanceamento dinâmico e de balanceamento estático, que definem o arranjo físico final do equipamento. Ressalta-se que os projetos destes balanceamentos devem ser realizados na seqüência em que estão apresentados neste texto.

A única variável dimensional dos mecanismos de orientação e posicionamento do efetuator que ainda não está definida é o comprimento do ligamento 3, L_3 , ver figura 3.3 do Capítulo 3. Conforme foi mencionado nos Capítulos 4 e 5, o dimensionamento dos mecanismos é interativo e o valor do comprimento do ligamento 3 é definido pelo projeto do balanceamento dinâmico, que será mostrado a seguir.

O projeto do sistema de balanceamento estático do segundo motor, define o carregamento máximo permitido para o robô. Esta alternativa de projeto é adotada, devido às restrições existentes para o dimensionamento das molas. Sendo assim, para carregamentos maiores do que os projetados, deve-se dimensionar um novo par de molas. Ressalta-se que tanto a estrutura como os acionamentos do robô, foram dimensionados para operarem com carregamentos maiores.

6.2 PROJETO DO BALANCEAMENTO DINÂMICO

Conforme foi dito no Capítulo 3, o balanceamento dinâmico é obtido projetando-se o equipamento de maneira a manter válida a condição fornecida pela equação (3-22). Lembra-se que a solução adotada foi introduzir um contra peso na parte traseira do ligamento 5. Dessa forma, para cada condição de carregamento, determina-se um valor para a massa deste contra peso. Observa-se que é bastante interessante minimizar o valor da massa dos contrapesos, no sentido de diminuir a inércia do conjunto. Ressalta-se que para um dado carregamento, o balanceamento pode ser realizado variando-se o comprimento do ligamento 3. Esta operação significa utilizar as massas dos acionamentos e dos sensores do mecanismo de orientação para realizar o balanceamento sem a necessidade do contrapeso. Portanto, o critério adotado para minimizar o valor dos contrapesos é dimensionar o comprimento do ligamento 3, de forma que para um dado carregamento mínimo, a massa do contra peso seja nula. Dessa forma, para carregamentos maiores introduz-se um contra peso no ligamento 5, e para carregamentos menores introduz-se um contra peso no efetuador.

O procedimento adotado neste tópico consiste em primeiramente dimensionar o comprimento L_3 para o carregamento mínimo pretendido, e posteriormente determinar a equação que fornece o valor dos contrapesos em função dos demais carregamentos, denominada neste texto por equação do balanceamento dinâmico.

6.2.1 Balanceamento dinâmico para o carregamento mínimo

No modelo de cálculo adotado para a realização do projeto do balanceamento dinâmico, as massas são consideradas pontuais aplicadas aos respectivos baricentros dos componentes considerados.

A figura 6.1 mostra as massas que compõem o mecanismo de orientação do efetuador. Nesta figura, J_5 e J_6 são as articulações 5 e 6 do mecanismo de posicionamento do efetuador. As massas consideradas neste modelo são as seguintes: a massa total dos sistemas de acionamento e sensoramento do mecanismo de orientação, M_{AC} ; a massa total do punho, M_{PUN} ; a massa do carregamento, M_{CAR} ; a massa do

contrapeso, M_{CP} ; a massa do ligamento 5, M_5 e a massa do ligamento 6, M_6 .

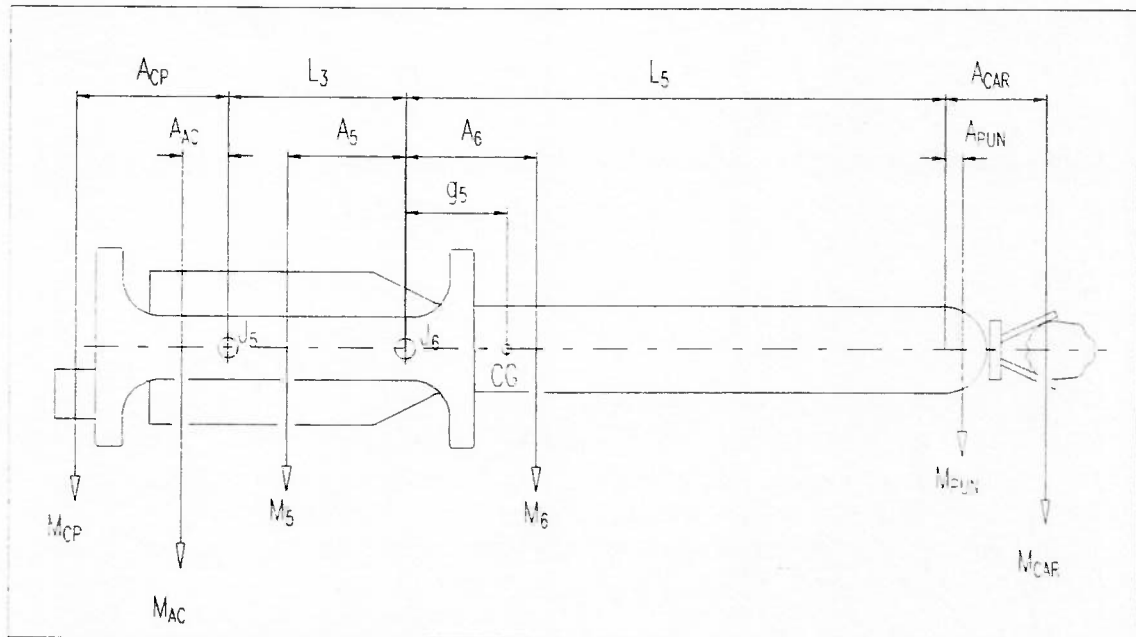


Figura 6.1: Diagrama das massas do mecanismo de orientação do efetador.

Conforme mencionado anteriormente, a condição do balanceamento dinâmico é fornecida pela equação (3-22), repetida abaixo:

$$m_5 g_5 = \frac{m_4 g_4 L_3}{L_2}, \quad (3-22)$$

onde L_2 é o comprimento do ligamento 2 e m_4 e g_4 são a massa total e a posição relativa do baricentro do ligamento 4, ver também a figura 3.3

Observa-se da figura 6.1, que a massa total deste conjunto e a posição de seu baricentro relativa à articulação J_6 , são as variáveis m_5 e g_5 da equação (3-22). Portanto a massa m_5 é fornecida pela seguinte equação:

$$m_5 = M_{CAR} + M_{PUN} + M_6 + M_5 + M_{AC} + M_{CP}. \quad (6-1)$$

O cálculo do baricentro do conjunto da figura 6.1 em relação à articulação J_6 fornece a seguinte equação:

$$m_5 g_5 = M_6 A_6 + M_{PLN}(L_5 + A_{PLN}) + M_{CAR}(L_5 + A_{CAR}) - M_5 A_5 - M_{AC}(L_3 + A_{AC}) - M_{CP}(L_3 + A_{CP}), \quad (6-2)$$

onde L_5 , A_{CAR} , A_{PLN} , A_{AC} e A_{CP} são constantes conhecidas.

Os parâmetros não conhecidos das equações (6-1) e (6-2) são as massas M_5 e M_6 e as distâncias A_5 e A_6 . Porém estas variáveis são funções apenas de L_3 , portanto é possível obter mais quatro equações e montar um sistema algébrico de 6 equações, nas seguintes incógnitas: g_5 , L_3 , M_5 , M_6 , A_5 e A_6 . O objetivo de montar este sistema de equações é calcular o valor de L_3 , para um dado carregamento mínimo e massa do contra peso nula.

A figura 6.2, mostra a distribuição das massas no ligamento 5, onde M_{A5} é a massa à esquerda da articulação J_5 e M_{P5} a massa à direita da articulação J_6 . Observa-se que a variação de L_3 , implica em uma variação no comprimento do ligamento 5 no trecho localizado entre as articulações J_5 e J_6 e portanto uma variação de sua massa e de seu baricentro. Ressalta-se que neste trecho, a secção transversal do ligamento é constante.

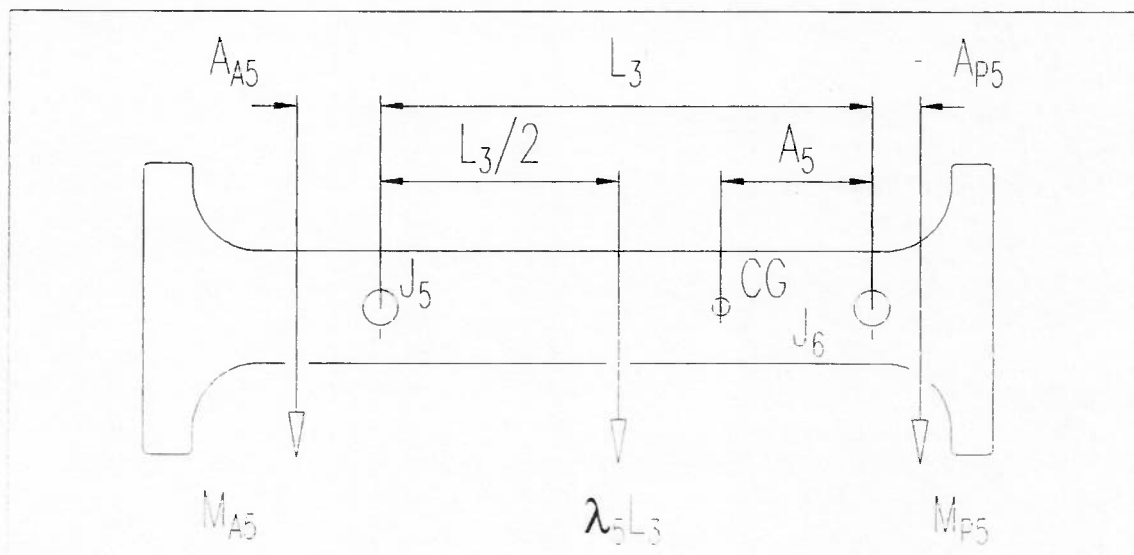


Figura 6.2: Diagrama das massas do ligamento 5.

Somando todas as massas consideradas para o ligamento 5, sua massa total resulta na seguinte equação:

$$M_5 = M_{A5} + M_{P5} + \lambda_5 L_3 , \quad (6-3)$$

onde λ_5 é a densidade linear do ligamento 5 no trecho entre as articulações J_5 e J_6 , que é definida pelo produto da densidade do material com a área da secção transversal.

Observa-se que M_{A5} , M_{P5} e λ_5 são constantes conhecidas.

O cálculo do baricentro do conjunto da figura 6.2 em relação à articulação J_6 fornece a seguinte equação:

$$M_5 A_5 = M_{A5} (L_3 + A_{A5}) + \lambda_5 \frac{L_3^2}{2} - M_{P5} A_{P5} , \quad (6-4)$$

onde as distâncias A_{A5} e A_{P5} são conhecidas.

Conforme foi mencionado no Capítulo 5, o ligamento 6 é montado sobre dois mancais que estão fixos nas duas extremidades do ligamento 5, ver figura 5.1. Sendo assim, a variação de L_3 implica em uma variação no comprimento do ligamento 6 no trecho localizado entre as articulações J_5 e J_6 e portanto uma variação de sua massa e de seu baricentro, que analogamente fornece as seguintes equações:

$$M_6 = M_{A6} + M_{P6} + \lambda_6 L_3 ; \quad (6-5)$$

$$M_6 A_6 = M_{P6} A_{P6} - \lambda_6 \frac{L_3^2}{2} - M_{A6} (L_3 + A_{A6}) , \quad (6-6)$$

onde os parâmetros M_{A6} , M_{P6} , λ_6 , A_{A6} e A_{P6} são constantes conhecidas.

O dimensionamento do comprimento do ligamento 3, L_3 , é realizado estimando-se o seguinte valor para o carregamento mínimo: $M_{CAR} = 4,5$ Kg. Conforme foi dito anteriormente, o balanceamento estático do segundo motor restringe o intervalo operacional entre o carregamento mínimo e o carregamento máximo do robô, em face das limitações existentes para o projeto das molas. Sendo assim adota-se um valor relativamente elevado para o carregamento mínimo, de forma a se obter um carregamento máximo satisfatório, sem a necessidade de se projetar mais do que um

jogo de molas.

A tabela 6.1, contém os valores das constantes conhecidas das equações (6-1) e (6-2), que são referentes ao conjunto da figura 6.1.

Tabela 6.1: Constantes conhecidas das equações (6-1) e (6-2).

M_{AC} (Kg)	M_{PUN} (Kg)	m_4 (Kg)	L_5 (m)	A_{AC} (m)	A_{PUN} (m)	A_{CAR} (m)	A_{CP} (m)	g_4 (m)	L_2 (m)
20,5	3,4	2,4	0,8	0,09	0,015	0,15	0,14	0,634	0,8

A tabela 6.2, contém os valores das constantes conhecidas das equações (6-3) à (6-6), que são referentes aos ligamentos 5 e 6.

Tabela 6.2: Constantes conhecidas das equações (6-3) à (6-6).

Variável → Ligamento ↓	M_{Ai} (Kg)	M_{Pi} (Kg)	λ_i (Kg / m)	A_{Ai} (m)	A_{Pi} (m)
Ligamento 5	0,854	0,78	2,81	0,08	0,03
Ligamento 6	0,250	3,80	2,89	0,04	0,22

Aplicando os valores apresentados nas tabelas 6.1 e 6.2 para o carregamento mínimo, M_{CAR} igual a 4,5 Kg e massa do contra peso, M_{CP} igual a zero no sistema formado pelas equações (3-22) e (6-1) à (6-6), resulta em um valor para L_3 próximo de 0,25 m. Como o valor da massa do carregamento mínimo é um dado estimativo, arredonda-se o valor de L_3 para 0,25 m, que corresponde a um carregamento mínimo de 4,6 Kg.

Substituindo o valor de L_3 igual a 0,25 m, juntamente com os dados da tabela 6.2, nas equações (6-3) à (6-6), obtém-se os resultados apresentados na tabela 6.3.

Tabela 6.3: Resultados do dimensionamento do comprimento do ligamento 3.

L_3 (m)	M_5 (Kg)	A_5 (m)	M_6 (Kg)	A_6 (m)
0,25	2,34	0,148	4,77	0,142

6.2.2 Obtenção da equação do balanceamento dinâmico

Na seção anterior obteve-se as condições do balanceamento para o carregamento mínimo, ou seja, com o comprimento de L_3 igual a 0,25 m, o mecanismo está dinamicamente balanceado para um carregamento de 4,6 Kg e massa do contra peso nula. Nesta seção será determinada a equação do balanceamento, que é a relação que determina o valor da massa do contrapeso necessário para balancear o mecanismo, quando este estiver com carregamentos maiores do que 4,6 Kg.

Substituindo os dados das tabelas 6.1 e 6.3 nas equações (3-22) e (6-2), resulta no seguinte sistema de equações algébricas:

$$m_5 g_5 = 0,4755 ; \quad (6-7)$$

$$m_5 g_5 = 0,95 M_{CAR} - 0,39 M_{CP} - 3,895 . \quad (6-8)$$

Finalmente, substituindo a equação (6-7) na equação (6-8), resulta na seguinte função linear, $M_{CP} = M_{CP} (M_{CAR})$:

$$M_{CP} = 2,436 M_{CAR} - 11,206 , \quad (6-9)$$

que é a equação do balanceamento dinâmico procurada.

Com o objetivo de facilitar ao usuário, a operação de balancear dinamicamente o robô, a equação do balanceamento dinâmico é apresentada na forma de uma tabela contendo apenas valores numéricos.

A tabela 6.4 apresenta os resultados finais obtidos com o balanceamento dinâmico, que podem ser interpolados linearmente. Observa-se que os valores de M_{CP} e M_{CAR} são obtidos pela aplicação da equação (6-9), enquanto que os valores de m_5 e g_5 são obtidos posteriormente pela aplicação das equações (6-1) e (6-7), com os dados das tabelas 6.1 e 6.3. Ressalta-se que os dados da última linha desta tabela, foram obtidos em conformidade com a capacidade máxima de carregamento do equipamento, que é definida pelo projeto do sistema de balanceamento estático do motor do segundo

movimento, mostrado a seguir.

Tabela 6.4: Balanceamento dinâmico do robô.

M_{CAR} (Kg)	M_{CP} (Kg)	m_5 (Kg)	g_5 (m)
4,600	0,000	35,610	0,0134
5,000	0,974	36,984	0,0129
5,500	2,192	38,702	0,0123
6,000	3,410	40,420	0,0118
6,500	4,628	42,138	0,0113
7,197	6,327	44,534	0,0107

6.3 PROJETO DO BALANCEAMENTO ESTÁTICO DO 2º MOTOR

O projeto do balanceamento estático do 2º motor consiste em projetar um par de molas, que operando paralelamente (ver figuras 3.4 e 6.4), anulem o torque gravitacional que atua no eixo do segundo motor para qualquer configuração do mecanismo e para qualquer condição de carregamento do robô.

O procedimento adotado é dimensionar as molas de forma a balancear o 2º motor, na condição de carregamento mínimo do robô, e posteriormente projetar o sistema de ajuste aos demais carregamentos, até o valor máximo possível. Este procedimento foi adotado em face da dificuldade de projetar um sistema com a capacidade de se ajustar a uma grande variação de carregamentos.

A principal limitação para o projeto deste sistema é o espaço disponível para instalação das molas. Este espaço foi definido pelo dimensionamento do ligamento 2, cujos critérios são a versatilidade cinemática e a rigidez desejadas para o robô. Para superar esta dificuldade, adota-se uma geometria não convencional para o sistema de fixação das molas, denominado neste texto como gancho da mola. Esta medida aumenta o espaço disponível para o trabalho das espiras ativas das molas. Ressalta-se que tal decisão, não deve comprometer o comportamento das molas, nem alterar de forma significativa o seu custo. Todavia, observa-se que esta não é a única alternativa técnica e economicamente viável para solucionar este problema.

Em virtude do movimento relativo existente entre as molas e os ligamentos aos quais elas estão fixadas, os dois ganchos em suas extremidades devem ser coplanares. Isto garante que as deformações das molas sejam exclusivamente lineares.

Observa-se que a recomendação prática para o projeto do tipo de gancho adotado, determina que a dobra do fio no final da parte ativa da última espira, seja direcionada para o centro da espira, e paralelamente ao plano do gancho, isto minimiza os efeitos de borda produzidos pela flexão e torção do fio que constitui o gancho. Portanto a construção de uma mola contendo os dois ganchos coplanares, construídos segundo estas recomendações, somente é possível se o número de espiras ativas for normalizado, ou seja, se possuir a seguinte forma: $n = N / 2$, onde N é um número inteiro qualquer.

Outra limitação existente é o fato dos valores do raio das espiras e do diâmetro do fio serem padronizados. O raio das espiras e o diâmetro do fio, são padronizados para facilitar a construção das molas, sem a necessidade de confeccionar um tambor exclusivo para o enrolamento destas molas, nem um arame com bitola especial.

O dimensionamento das molas é realizado por um processo iterativo. Os procedimentos apresentados a seguir, mostram a seqüência em que foram realizados os cálculos, e os resultados finais obtidos após três interações.

6.3.1 Modelo de cálculo adotado

As molas escolhidas para este projeto são do tipo helicoidal cilíndrica de secção circular, com funcionamento por tração. O princípio de funcionamento destas molas é produzir deslocamentos lineares em suas extremidades, através de deformações angulares do fio ou arame com o qual elas são confeccionadas.

Segundo recomendações práticas, quando este tipo de mola é construída adotando-se uma relação entre o diâmetro do fio, d , e o raio da espira, R , de $R > 5 d$, então o seu comportamento pode ser considerado linear. Sendo assim, esta recomendação é adotada como restrição ao projeto, pois o conceito empregado no modelamento desse sistema de balanceamento admite que as molas possuam comportamento linear.

A figura 6.3, mostra a geometria destas molas e de seus ganchos, bem como as variáveis que foram consideradas em seu projeto. Nesta figura, F é a força de tração que atua sobre a mola, L_m é a distância entre os dois ganchos, d é o diâmetro do fio, R é o raio da espira, p é o passo e β é o ângulo de inclinação das espiras quando a mola se encontra totalmente encolhida.

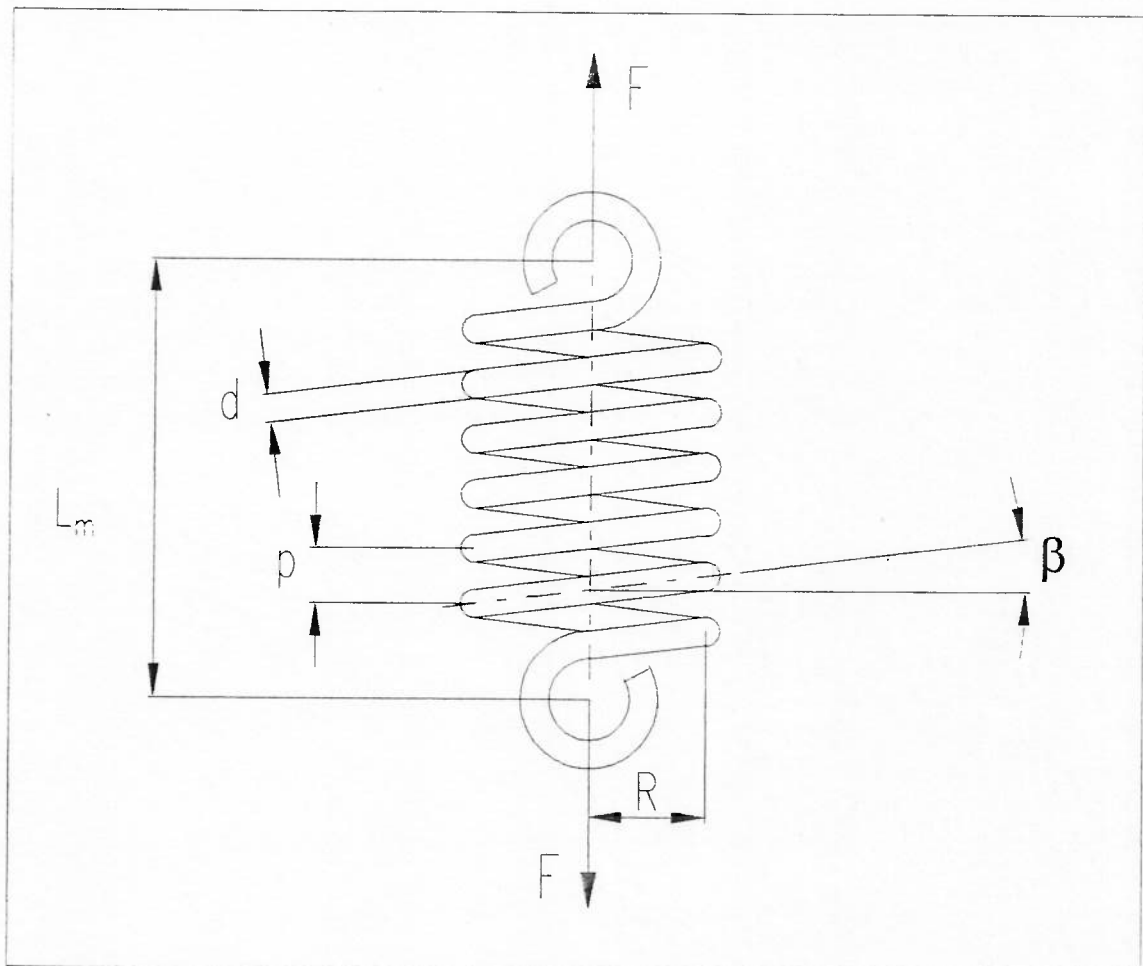


Figura 6.3: Diagrama de corpo livre das molas.

As equações utilizadas no dimensionamento das molas, apresentadas a seguir, foram extraídas da referência [PRO78].

Desprezando os efeitos de flexão e cisalhamento, o fio da mola helicoidal cilíndrica se comporta de forma equivalente a uma barra de torção. Logo a tensão e a deformação angular do fio são fornecidas pelas seguintes equações:

$$\tau = \frac{16FR}{\pi d^3}; \quad (6-10)$$

$$\varphi = \frac{2L\tau}{dG}, \quad (6-11)$$

onde τ é a tensão de cisalhamento devido à ação do momento torçor gerado pela aplicação da força F , φ é a deformação angular do fio, L é o comprimento ativo do fio e G é o módulo de elasticidade transversal do material.

O comprimento ativo do fio é calculado pela seguinte expressão:

$$L = \frac{2\pi Rn}{\cos\beta}, \quad (6-12)$$

onde n é o número de espiras ativas. Observa-se que o comprimento total do fio é a soma do comprimento ativo, L , com o comprimento do fio necessário para construir os dois ganchos da mola.

A flecha ou deformação linear na direção de F , definida por x , é fornecida pela seguinte equação:

$$x = \frac{64nR^3F}{d^4G}. \quad (6-13)$$

Observa-se da equação (6-13), que F é uma função linear de x , como já era esperado. Portanto a constante de elasticidade linear da mola é expressa pela seguinte equação:

$$k = \frac{d^4G}{64nR^3}. \quad (6-14)$$

Conforme foi mencionado, optou-se neste projeto pela aplicação de duas molas operando paralelamente. Para diferenciar a constante de elasticidade de cada mola da

constante de elasticidade do par, adota-se neste texto a seguinte nomenclatura: k (minúscula), referente a uma única mola; e K (maiúscula) referente ao par. A relação entre estas constantes é fornecida pela seguinte equação:

$$K = 2k. \quad (6-15)$$

Como já foi dito, estas molas são pré-carregadas, e o valor desse pré-carregamento é obtido pela aplicação da equação (3-40). Para se obter o pré-carregamento é necessário torcer o fio durante o enrolamento da mola. O ângulo de torção em função do comprimento ativo do fio, L , é fornecido pela seguinte equação:

$$\varphi_0 = \frac{32F_0RL}{\pi Gd^4}, \quad (6-16)$$

onde F_0 é a força de pré-carga ou pré-carregamento da mola.

Na prática, interessa saber o comprimento do arame ao qual será dada uma volta completa de torção para se obter o pré-carregamento desejado, pois é com este dado que o fabricante vai preparar o equipamento utilizado na construção da mola. Fazendo $\varphi_0 = 2\pi$ na equação (6-16), obtém-se o seguinte resultado:

$$L_{PC} = \frac{\pi^2 Gd^4}{16RF_0}, \quad (6-17)$$

onde L_{PC} é definido como o comprimento unitário de pré-carregamento da mola.

Convém ressaltar que o pré-carregamento somente é possível para as molas que são enroladas a frio. Isto ocorre devido ao fato das altas temperaturas provocarem o alívio das tensões residuais que produzem o pré-carregamento desejado.

A figura 6.4 mostra o esquema adotado para o projeto deste sistema de balanceamento, incluindo o "lay out" de instalação das molas (ver também figura 3.4). Observa-se desta figura, que L_d é o espaço disponível para a instalação da mola, L_f é o espaço necessário para sua fixação, L_a é o espaço disponível para o curso de ajuste, L_{m0} é

o comprimento da mola totalmente encolhida, H_i é a distância do eixo da articulação 2 ao centro do primeiro gancho da mola e L_i é a distância do eixo da articulação 2 ao centro do segundo gancho da mola.

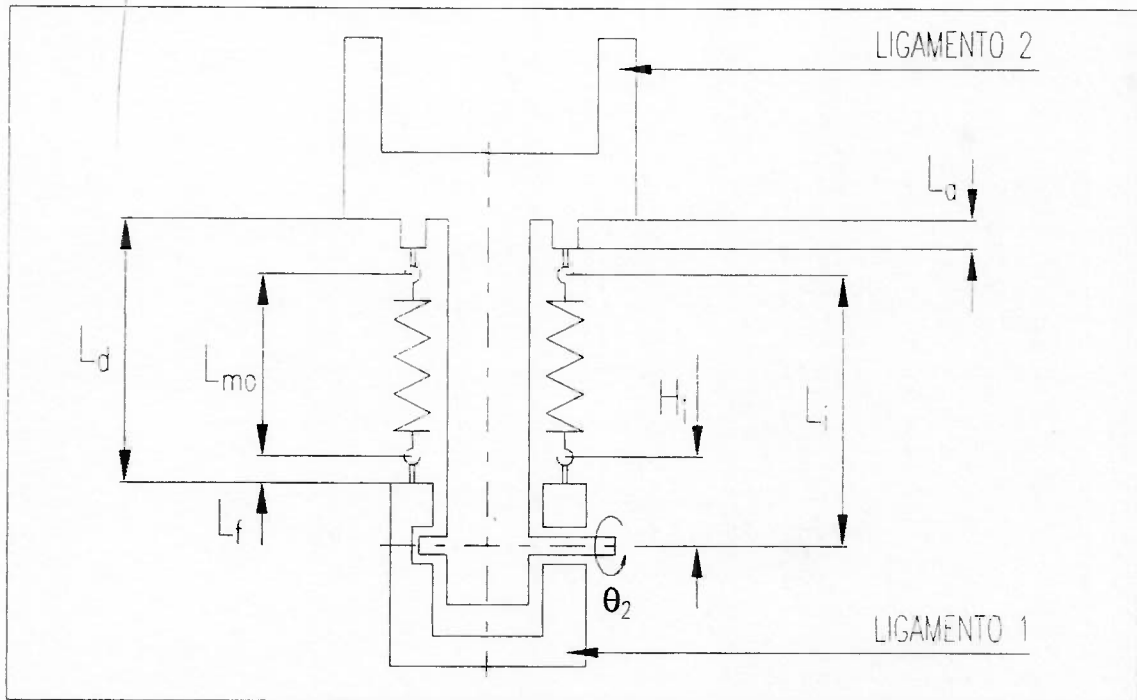


Figura 6.4: Esquema de instalação e dimensionamento das molas.

Observa-se da figura 6.4, que o ligamento 2 encontra-se na configuração vertical. Nestas condições, obtém-se a seguinte relação geométrica:

$$L_{mo} = L_d - 2 L_f - L_a . \quad (6-18)$$

Os critérios de dimensionamento das molas são determinados por esta equação, juntamente com as equações (3-35) e (3-37) do Capítulo 3, repetidas abaixo:

$$(m_2 g_2 + m_4 g_4 + m_5 L_2) g = K L_i H_i ; \quad (3-35)$$

$$L_{mo} = L_i - H_i ; \quad (3-37)$$

onde as molas são projetadas para o carregamento mínimo através dos valores de K , L_i e

H_i fornecidos pelas equações (3-35) e (3-37), com os valores mínimos possíveis para L_i e H_i , sendo que H_i é estimado da geometria do sistema e L_{mo} é calculado pela equação (6-18) com a mola posicionada no ponto mais baixo possível, ver também o desenho de conjunto do mecanismo de posicionamento, apresentado no Apêndice 1. Uma vez determinados os valores de K , L_i e H_i , projeta-se a mola aplicando as equações (6-14) e (6-15).

O ajuste do sistema de balanceamento devido à variação do carregamento, é obtido pelo deslocamento da mola, na direção vertical. Este deslocamento produz variação nos valores de H_i e L_i , enquanto que L_{mo} se mantém constante. Conforme foi dito, o espaço disponível para o deslocamento da mola é igual a L_a . Portanto os valores máximos possíveis para H_i e L_i , são fornecidos pelas seguintes equações:

$$H_{i,m\acute{a}x} = H_{i,m\acute{i}n} + L_a ; \quad (6-19)$$

$$L_{i,m\acute{a}x} = L_{i,m\acute{i}n} + L_a , \quad (6-20)$$

onde $H_{i,m\acute{a}x}$ e $L_{i,m\acute{a}x}$ são referentes ao carregamento máximo do robô, enquanto que $H_{i,m\acute{i}n}$ e $L_{i,m\acute{i}n}$ são referentes ao carregamento mínimo.

Manipulando-se algebricamente as equações (3-35) e (3-37), obtém-se as seguintes equações, que foram obtidas para realizar o projeto do sistema de ajuste aos demais carregamentos:

$$\Psi = \frac{(m_2g_2 + m_4g_4 + m_5L_2)g}{K}, \quad (6-21a)$$

onde Ψ é o produto H_iL_i , sendo que H_i e L_i são fornecidos pelas seguintes equações:

$$H_i = \frac{(-L_{mo} + \sqrt{L_{mo}^2 + 4\Psi})}{2} ; \quad (6-21b)$$

$$L_i = H_i + L_{mo} ; \quad (6-21c)$$

6.3.2 Dimensionamento das molas

A tabela 6.5, apresenta as constantes conhecidas da equação (3-35). Onde o valor apresentado de m_5 , corresponde à massa total do mecanismo de orientação (apresentado na figura 6.1), na condição de carregamento mínimo.

Tabela 6.5: Constantes conhecidas da equação (3-35).

m_2 (Kg)	m_4 (Kg)	m_5 (Kg)	g_2 (m)	g_4 (m)	L_2 (m)	g (m/s ²)
12,1	2,4	35,61	0,212	0,634	0,8	9,81

A tabela 6.6, mostra os valores que foram adotados na última interação deste cálculo, que são referentes à figura 6.4. Observa-se que L_{mo} e $L_{i,min}$ foram obtidos substituindo os valores das quatro primeiras colunas desta tabela, nas equações (6-18) e (3-37), respectivamente, sendo que $H_{i,min}$ foi estimado em função da geometria do sistema.

Tabela 6.6: Valores das variáveis da figura 6.4.

L_d (m)	L_a (m)	L_f (m)	$H_{i,min}$ (m)	L_{mo} (m)	$L_{i,min}$ (m)
0,308	0,018	0,033	0,170	0,224	0,394

Substituindo os valores apresentados nas tabelas 6.5 e 6.6, na equação (3-35), obtém-se o seguinte resultado: $K = 4771$ N/m, onde K é o valor aproximado da constante de elasticidade das duas molas operando paralelamente. Portanto, aplicando-se a equação (6-15), resulta para cada mola, no seguinte valor: $k = 2385,5$ N/m.

A tabela 6.7, apresenta os dados da mola projetada. Observa-se que valores do diâmetro do fio e do raio da espira, também são obtidos iterativamente, estimando-se valores padronizados e aplicando juntamente com o valor desejado de k na equação (6-14), até obter um valor do número de espiras que seja fisicamente viável ao arranjo físico existente. Substituindo estes valores na equação (6-14), obtém-se o seguinte número de espiras ativas: $n = 22,6$. Como o número de espiras ativas deve ser normalizado, adota-se o seguinte valor: $n = 22$.

Tabela 6.7: Dados da mola projetada.

d (m)	R (m)	n	G (N/m ²)	R/d
0,007	0,038	22	$8,25 \times 10^{10}$	5,43

Observa-se da tabela 6.7, que a relação R/d é maior do que 5, portanto o comportamento desta mola pode ser considerado linear, como é desejado neste projeto.

Devido à normalização do número de espiras, é necessário recalcular os valores de K, $H_{i,\min}$ e $L_{i,\min}$. Caso estes novos valores não sejam fisicamente viáveis, as molas deverão ser reprojatadas.

Aplicando os dados da tabela 6.7 na equação (6-14), obtém-se o seguinte resultado final para a constante de elasticidade de cada uma das molas: $k = 2515,2$ N/m, que substituído na equação (6-15), resulta no seguinte valor: $K = 5.030,3$ N/m.

Substituindo o valor de K igual a 5.030,3 N/m e os dados das tabelas 6.5 e 6.6 nas equações (3-35) e (3-37), resulta no seguinte: $H_{i,\min} = 0,164$ m; e $L_{i,\min} = 0,388$ m, que são aceitos por serem tecnicamente viáveis.

A tabela 6.8 apresenta os novos valores da tabela 6.6, após esta última interação. Observa-se que o novo valor de L_a é obtido pelo acréscimo de 6 mm, decorrente do fato de $H_{i,\min}$ ter diminuído de 6 mm, enquanto que o novo valor de L_f foi obtido pela aplicação da equação (6-18).

Tabela 6.8: Valores das variáveis da figura 6.4, após a última interação.

L_d (m)	L_a (m)	L_f (m)	$H_{i,\min}$ (m)	L_{mo} (m)	$L_{i,\min}$ (m)
0,308	0,021	0,0315	0,164	0,224	0,388

Com estas molas assim projetadas posicionadas em seu ponto mais baixo, ou seja, para as distâncias apresentadas na tabela 6.8, o motor do segundo movimento está balanceado para a condição de operação com carregamento mínimo, restando apenas realizar o projeto do sistema de ajuste aos demais carregamentos.

6.3.3 Projeto do sistema de ajuste aos demais carregamento do robô

Nesta seção serão determinadas as posições em que as molas deverão estar para os demais carregamentos. Conforme foi mencionado anteriormente, a operação de deslocar as molas produzindo variação nos valores de L_i e H_i é definido como a operação de ajuste do balanceamento às diversas condições de carregamento do robô.

A tabela 6.9, apresenta a solução do sistema algébrico formado pelas equações (6-21), para diversas condições de carregamento do robô, ou seja, desde o carregamento mínimo até o máximo possível. Os valores de M_{CAR} e m_5 são extraídos da tabela 6.4, enquanto que as demais variáveis deste sistema, são fornecidos pelas tabelas 6.5 e 6.8, lembrando que K vale $5.030,3 \text{ N/m}^2$.

Tabela 6.9: Balanceamento estático do segundo motor.

M_{CAR} (Kg)	Ψ (m^2)	H_i (m)	L_i (m)	A (mm)
4,600	0,0635	0,164	0,388	21
5,000	0,0657	0,168	0,392	25
5,500	0,0684	0,172	0,396	29
6,000	0,0710	0,177	0,401	34
6,500	0,0737	0,182	0,406	39
7,197	0,0775	0,188	0,412	45

Os principais dados da tabela 6.9 também estão apresentados no desenho de conjunto geral do robô, que se encontra no Apêndice 1, para facilitar sua consulta pelo operador. Observa-se que a variável A , desta tabela, é apenas um valor de referência, que foi definido para facilitar a operação de ajuste aos valores de H_i e L_i . Ressalta-se que as distâncias H_i e L_i são do eixo do segundo movimento aos centros dos ganchos das molas, ou seja, fica difícil tomar estas medidas na prática, por exemplo, com o uso de um paquímetro. Sendo assim, define-se a variável A da forma em que está apresentada no desenho de conjunto geral, facilitando ao operador realizar estes ajustes.

6.3.4 Verificação do dimensionamento estrutural das molas

Conforme foi mostrado no Capítulo 3, o pré-carregamento das molas é determinado pela equação (3-40), repetida abaixo:

$$F_{mo} = KL_{mo} . \quad (3-40)$$

Aplicando o valor de L_{mo} da tabela 6.8 e $k = 2515,2 \text{ N/m}$ na equação (3-40), o pré-carregamento das molas resulta no seguinte: $F_0 = 574 \text{ N}$. Aplicando este valor na equação (6-17), resulta no seguinte comprimento unitário de pré-carregamento das molas: $L_{PC} = 0,56 \text{ m}$, lembrando que este valor deve ser fornecido ao fabricante das molas para que o mesmo possa construí-las com o valor preciso da pré-carga.

A condição de solicitação máxima das molas ocorre quando o robô está com carregamento máximo e na seguinte configuração: $\theta_2 = 0^\circ$ ou $\theta_2 = 180^\circ$. Nestas condições o comprimento das molas é obtido pela seguinte equação:

$$L_m = \sqrt{H_{i,máx}^2 + L_{i,máx}^2} . \quad (6-22)$$

Substituindo os valores de $H_{i,máx}$ e $L_{i,máx}$, apresentados na tabela 6.9, na equação (6-22), resulta no seguinte: $L_m = 0,455 \text{ m}$. Lembrando que k é igual a $2515,2 \text{ N/m}$, a aplicação da equação (3-32) resulta no seguinte valor para a força máxima de tração nas molas: $F_{m,máx} = 1142,4 \text{ N}$.

Aplicando a força máxima de $1142,4 \text{ N}$ na equação (6-10), juntamente com os dados da tabela 6.7, obtém-se o seguinte resultado: $\tau_{máx} = 6,70 \times 10^6 \text{ N/m}^2$, onde $\tau_{máx}$ é a máxima tensão de cisalhamento por torção que atua nas molas.

Para suportar este nível de tensões, seleciona-se o aço mola SAE - 6150 para a construção das molas. Este material possui as seguintes propriedades mecânicas: tensão de ruptura, $\sigma_R = 1,53 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ e tensão admissível de cisalhamento por torção, $\bar{\tau} = 7,14 \times 10^6 \text{ N/m}^2$, [PRO78]. Observa-se que apesar de $\tau_{máx}$ ser próximo de $\bar{\tau}$, o dimensionamento estrutural das molas é considerado satisfatório, em relação à

expectativa de sua vida útil, em face do funcionamento destas molas ser bastante suave, ou seja, sem aplicação de choques ou movimentos bruscos e conseqüentemente com boas respostas dinâmicas.

6.4 PROJETO DO BALANCEAMENTO ESTÁTICO DO 3º MOTOR

O projeto do balanceamento estático do 3º motor consiste em dimensionar um contra peso que elimine o torque gravitacional que atua sobre o eixo do motor do terceiro grau de liberdade do robô, ou seja torne verdadeira a equação (3-38). Conforme foi dito, este contra peso é constante e válido para qualquer configuração e carregamento, devido ao fato do balanceamento dinâmico manter constante o produto de m_5 por g_5 , conforme pode ser confirmado pela equação (6-7).

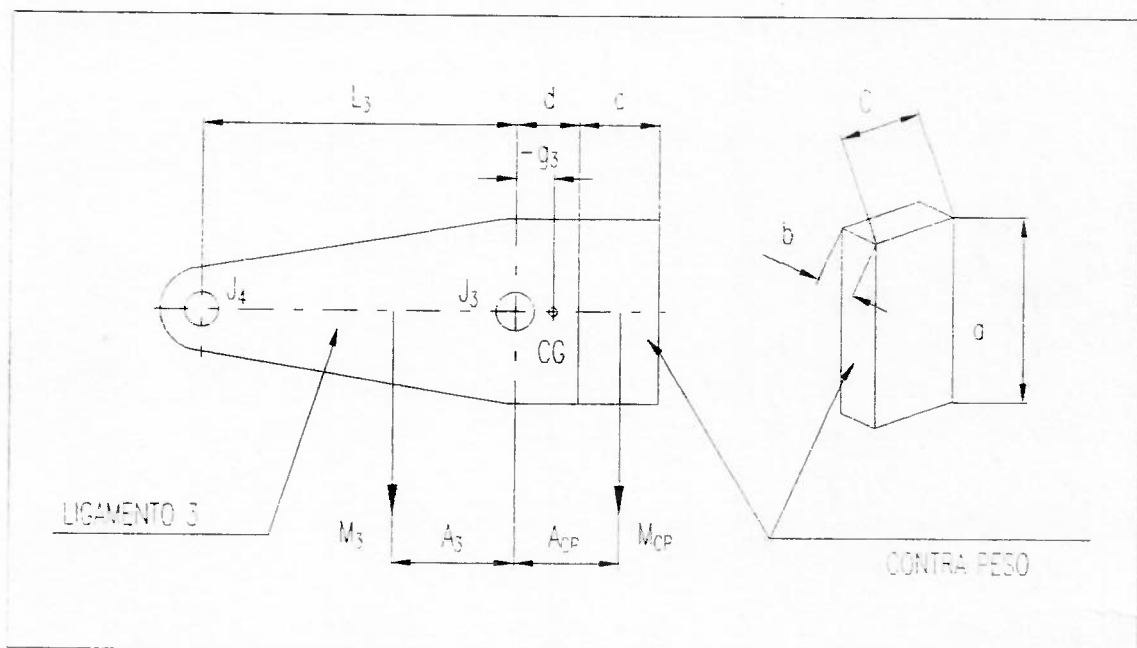


Figura 6.5: Diagrama das massas do ligamento 3.

As simplificações adotadas neste modelamento matemático, são as mesmas dos modelamentos anteriores. A figura 6.5 apresenta o diagrama de distribuição das massas no ligamento 3 após a introdução do contra peso. O eixo de acionamento deste ligamento é representado pela articulação J_3 e as constantes conhecidas desta figura são

as seguintes: M_3 , L_3 , A_3 , a , b e d . Observa-se que M_3 é a massa do ligamento 3, sem a presença do contra peso, enquanto que M_{CP} é a massa do contra peso.

Conforme foi dito, o critério de dimensionamento do contra peso é determinado equação (3-38) do Capítulo 3, repetida abaixo:

$$m_3 g_3 = m_5 g_5 - m_4 L_3 . \quad (3-38)$$

A tabela 6.10, apresenta os valores das constantes conhecidas da equação (3-38), calculadas após o dimensionamento do comprimento do ligamento 3, L_3 .

Tabela 6.10: Constantes conhecidas da equação (3-38).

$m_5 g_5$ (Kg m)	m_4 (Kg)	L_3 (m)
0,4755	2,4	0,25

Aplicando os valores apresentados na tabela 6.10 na equação (3-38), resulta na seguinte equação:

$$m_3 g_3 = -0,1245 , \quad (6-23)$$

onde o sinal negativo indica que g_3 está posicionado à direita da articulação J_3 , ver figuras 3.3 e 6.5. Observa-se que a variável m_3 dessa equação é a massa total do ligamento 3, após a introdução do contra peso. Portanto seu valor é fornecido pela seguinte equação:

$$m_3 = M_3 + M_{CP} . \quad (6-24)$$

O cálculo do baricentro do conjunto da figura 6.5 fornece a seguinte equação:

$$m_3 g_3 = M_3 A_3 - M_{CP} A_{CP} , \quad (6-25)$$

onde A_{CP} e M_{CP} são funções do comprimento do contra peso, c , dadas pelas seguintes

equações:

$$A_{CP} = \frac{c}{2} + d ; \quad (6-26)$$

$$M_{CP} = a b c \rho , \quad (6-27)$$

onde ρ é a densidade do material do contra peso.

Substituindo as equações (6-26) e (6-27) na equação (6-25), resulta na seguinte equação na variável c :

$$\frac{ab\rho}{2}c^2 + ab\rho dc - (M_3A_3 - m_3g_3) = 0 . \quad (6-28)$$

A tabela 6.11 apresenta o valor das constantes conhecidas da equação (6-28), observando que o material escolhido para a construção do contra peso é o aço carbono.

Tabela 6.11: Constantes conhecidas das equações (6-23) à (6-27).

M_3 (Kg)	A_3 (m)	a (m)	b (m)	d (m)	ρ (Kg / m ³)
3,2	0,025	0,1	0,012	0,09	7.800

Substituindo os dados da tabela 6.11, juntamente com a equação (6-23) na equação (6-28), resulta na seguinte equação:

$$4,68c^2 + 0,8424c - 0,2045 = 0 , \quad (6-29)$$

que resulta em c igual a 0,1376 m.

Finalmente, a tabela 6.12, apresenta os resultados finais desse balanceamento. Observa-se que M_{CP} e A_{CP} são obtidos aplicando o resultado da equação (6-29) nas equações (6-26) e (6-27) e m_3 e g_3 são obtidos aplicando-se os dados da própria tabela 6.12 nas equações (6-23) e (6-24).

Tabela 6.12: Balanceamento estático do terceiro motor.

c (m)	m ₃ (Kg)	g ₃ (m)	M _{CP} (Kg)	A _{CP} (m)
0,1376	4,488	-0,0277	1,288	0,1588

6.5 ANÁLISE DA PRECISÃO DO ROBÔ

A análise da precisão do robô consiste em determinar o erro máximo de posicionamento e orientação do efetuador em relação ao sistema referencial da base. Este erro ocorre devido aos erros mecânicos de leitura dos sensores, definidos por $\Delta\theta_i$, calculados nos Capítulos 4 e 5, através das análises das deformações dos mecanismos de orientação e posicionamento do efetuador.

Conforme foi mencionado no Capítulo 2, a posição e a orientação do efetuador em função das posições das articulações, θ_i , em relação ao sistema da base, são fornecidas pela matriz homogênea do efetuador. Sendo assim, esta matriz também pode ser utilizada para determinar os erros de posicionamento e orientação do efetuador, conforme será mostrado a seguir.

6.5.1 Modelo de cálculo adotado

O erro de posicionamento do efetuador é determinado pelo módulo do vetor resultante da diferença entre os vetores de posição do efetuador antes e depois do mecanismo sofrer as deformações angulares, $\Delta\theta_i$. Esta operação resulta na seguinte equação:

$$\delta_p = \sqrt{(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2 + (z - \bar{z})^2} , \quad (6-30)$$

onde x , y e z são as coordenadas do vetor posição do efetuador, \vec{x}_E , calculadas sem considerar os erros de leitura dos “encoders” e \bar{x} , \bar{y} , e \bar{z} são as coordenadas do vetor posição do efetuador, $\vec{\bar{x}}_E$, calculado para a mesma configuração do robô, porém considerando os erros de leitura dos “encoders”. Observa-se que o vetor posição do

efetuador é definido pelo vetor \bar{x}_E^0 , que consiste da última coluna da matriz homogênea do efetuador, conforme mostrado no Capítulo 2 pela equação (2-22).

O erro de orientação do efetuador pode ser definido pela seguinte equação:

$$\delta_o = 2 \arccos(p\bar{p} + q\bar{q} + r\bar{r} + s\bar{s}), \quad (6-31)$$

onde p, q, r e s são os parâmetros de Euler-Rodrigues que representam a orientação do efetuador calculados sem considerar os erros de leitura dos “encoders” e \bar{p} , \bar{q} , \bar{r} e \bar{s} são os parâmetros de Euler-Rodrigues da orientação do efetuador, calculados para a mesma configuração do robô, porém considerando os erros de leitura dos “encoders”. Observa-se que δ_o representa um ângulo de rotação em torno de um eixo que transforma o sistema de coordenadas fixo no efetuador, inicialmente na condição dada pela matriz de rotação \underline{R}_E , para a condição dada pela matriz de rotação $\bar{\underline{R}}_E$, obtida com as deformações dos diversos graus de liberdade. Convém lembrar que a matriz de rotação do efetuador é definida por \underline{R}_E^0 , que se apresenta nas três primeiras linhas e colunas da matriz homogênea do efetuador, conforme mostrado no Capítulo 2 pela equação (2-22).

Os parâmetros de Euler-Rodrigues de uma matriz de rotação são calculados pelas seguintes equações [CAB93]:

$$p = \frac{\xi}{2} [\text{sinal}(R_{3,2} - R_{2,3})] \sqrt{R_{1,1} - R_{2,2} - R_{3,3} + 1}; \quad (6-32a)$$

$$q = \frac{\xi}{2} [\text{sinal}(R_{1,3} - R_{3,1})] \sqrt{-R_{1,1} + R_{2,2} - R_{3,3} + 1}; \quad (6-32b)$$

$$r = \frac{\xi}{2} [\text{sinal}(R_{2,1} - R_{1,2})] \sqrt{-R_{1,1} - R_{2,2} + R_{3,3} + 1}; \quad (6-32c)$$

$$s = \frac{\xi}{2} \sqrt{R_{1,1} + R_{2,2} + R_{3,3} + 1}, \quad (6-32d)$$

onde os R_{ij} são os termos i,j da matriz de rotação e ξ é igual a ± 1 . Observa-se que a soma dos quadrados dos parâmetros p, q, r e s é igual a 1.

6.5.2 Cálculo da matriz homogênea do efetuador

A matriz homogênea do efetuador é calculada aplicando-se a equação (2-21). Uma vez conhecida a matriz homogênea do ligamento 5, $\underline{\underline{A}}_5^0$, a equação (2-21) fica reduzida à seguinte equação:

$$\underline{\underline{A}}_E^0 = \underline{\underline{A}}_5^0 \underline{\underline{A}}_6^5 \underline{\underline{A}}_7^6 \underline{\underline{A}}_E^7, \quad (6-33)$$

onde a matriz $\underline{\underline{A}}_i^{i-1}$ é a matriz associada com a transformação homogênea do ligamento i relativa ao ligamento $i-1$ e o índice E se refere ao efetuador.

A figura 6.6 apresenta os sistemas referenciais locais do mecanismo de orientação do robô e os demais parâmetros adotados. Esta figura é complementada pela figura 3.2, que apresenta os sistemas referenciais locais e os demais parâmetros do mecanismo de posicionamento. Observa-se que os sistemas referenciais $O_i-x_iy_iz_i$, que são fixos aos ligamentos i , foram definidos em conformidade com a metodologia proposta por Denavit-Hartenberg, que está apresentada no Capítulo 2. Sendo assim, o sistema 5 é fixo ao ligamento 5 e o eixo z_5 é alinhado com o eixo de rotação do quarto grau de liberdade, o sistema 6 é fixo ao ligamento 6 e o eixo z_6 é alinhado com o eixo de rotação do quinto grau de liberdade e o sistema 7 é fixo ao ligamento 7 e o eixo z_7 é alinhado com o eixo de rotação do sexto grau de liberdade, lembrando que as numerações dos ligamentos e dos graus de liberdade são diferentes para o caso de um mecanismo de cadeia cinemática aberta.

A matriz homogênea do ligamento 5 é fornecida pela equação (3-12), porém o sistema referencial local $O_5-x_5y_5z_5$, que foi considerado na obtenção daquela equação, é aquele apresentado pela figura 3.2, que se difere do sistema $O_5-x_5y_5z_5$, adotado neste tópico, conforme está apresentado na figura 6.6. Isto ocorre porquê no modelamento realizado no Capítulo 3, não estavam sendo considerados os movimentos de orientação

do efetuador. Sendo assim, a matriz de rotação do ligamento 5 é obtida transportando o sistema $O_5-x_5y_5z_5$ para a sua nova posição e orientação, mantendo-se o mesmo fixo ao ligamento 5. Isto é feito realizando-se as seguintes transformações para a matriz de rotação extraída da equação (3-12): uma rotação de -90° sobre o eixo y_5 seguida por uma rotação de -90° sobre o eixo z_5 , que efetuando as operações resulta em:

$$\underline{\underline{R}}_5^0 = \begin{bmatrix} C1S3 & S1 & -C1C3 \\ S1S3 & -C1 & -S1C3 \\ -C3 & 0 & -S3 \end{bmatrix} \quad (6-34)$$

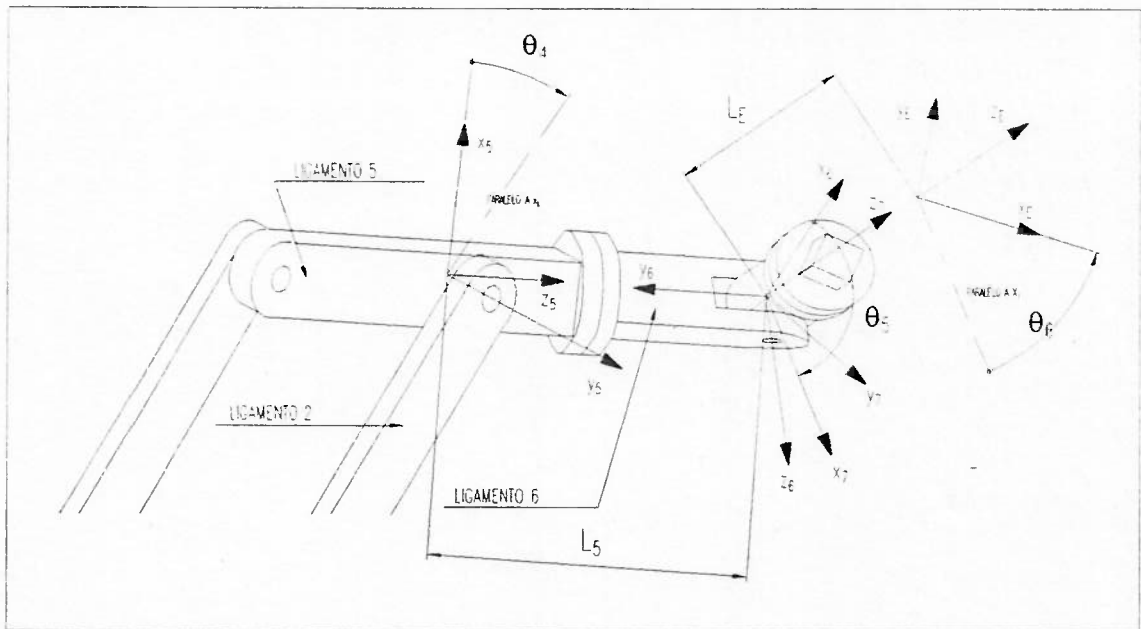


Figura 6.6: Sistemas referenciais do mecanismo de orientação.

A posição da origem do sistema local $O_5-x_5y_5z_5$, apresentado na figura 6.6, coincide com a origem do sistema local $O_2-x_2y_2z_2$, da figura 3.2, cujo vetor posição é fornecido pela última coluna da matriz homogênea do ligamento 2, apresentado pela equação (3-3). Portanto a posição do sistema $O_5-x_5y_5z_5$, resulta no seguinte vetor:

$$\underline{\underline{x}}_5^0 = \begin{bmatrix} L_2 C1C2 \\ L_2 S1C2 \\ L_2 S2 + L_1 \end{bmatrix} \quad (6-35)$$

Substituindo-se as equações (6-34) e (6-35), na equação (2-22), resulta na seguinte matriz de transformação homogênea para o ligamento 5.

$$\underline{\underline{A}}_5^0 = \begin{bmatrix} C1S3 & S1 & -C1C3 & L_2C1C2 \\ S1S3 & -C1 & -S1C3 & L_2S1C2 \\ -C3 & 0 & -S3 & L_2S2 + L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6-36)$$

As demais matrizes do segundo membro da equação (6-33) são obtidas pelo método proposto no tópico 2.5.1 do Capítulo 2. A tabela 6.13 apresenta os parâmetros de Denavit-Hartenberg do mecanismo de orientação.

Tabela 6.13 Parâmetros de Denavit-Hartenberg do mecanismo de orientação.

	a_i	d_i	α_i	θ_i
Do ligamento 6 referente ao ligamento 5	0	L_5	-90°	θ_i
Do ligamento 7 referente ao ligamento 6	0	0	-90°	θ_i
Do efetuador referente ao ligamento 7	0	L_E	0°	θ_i

Substituindo os dados apresentados na tabela 6.13 na equação (2-20), resulta nas seguintes matrizes:

$$\underline{\underline{A}}_6^5 = \begin{bmatrix} C4 & 0 & -S4 & 0 \\ S4 & 0 & C4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (6-37a)$$

$$\underline{\underline{A}}_7^6 = \begin{bmatrix} C5 & 0 & -S5 & 0 \\ S5 & 0 & C5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (6-37b)$$

$$\underline{\underline{A}}_E^7 = \begin{bmatrix} C6 & -S6 & 0 & 0 \\ S6 & C6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_E \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6-37c)$$

Substituindo as matrizes (6-36) e (6-37) na equação (6-33) resulta na seguinte matriz homogênea do efetuador:

$$\underline{\underline{A}}_E^0 = \begin{bmatrix} \underline{\underline{R}}_E^0 & \vec{x}_E^0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad (6-38)$$

onde $\underline{\underline{R}}_E^0$ é a matriz de rotação e \vec{x}_E^0 é o vetor de posição do efetuador, ambos referidos no sistema inercial ou da base. Os elementos da matriz $\underline{\underline{R}}_E^0$ são fornecidos pelas seguintes equações:

$$R_{1,1} = C6[C5(C4C1S3 + S4S1) + S5C1C3] + S6(S4C1S3 + C4S1); \quad (6-39a)$$

$$R_{1,2} = -S6[C5(C4C1S3 + S4S1) + S5C1C3] + C6(S4C1S3 + C4S1); \quad (6-39b)$$

$$R_{1,3} = -S5(C4C1S3 + S4S1) + C5C1C3; \quad (6-39c)$$

$$R_{2,1} = C6[C5(C4S1S3 - S4C1) + S5S1C3] + S6(S4S1S3 + C4C1); \quad (6-39d)$$

$$R_{2,2} = -S6[C5(C4S1S3 - S4C1) + S5S1C3] + C6(S4S1S3 + C4C1); \quad (6-39e)$$

$$R_{2,3} = -S5(C4S1S3 - S4C1) + C5S1C3; \quad (6-39f)$$

$$R_{3,1} = C_6(-C_5C_3C_4 + S_5S_3) - S_6S_4C_3 ; \quad (6-39g)$$

$$R_{3,2} = S_6(C_5C_3C_4 - S_5S_3) - C_6S_4C_3 ; \quad (6-39h)$$

$$R_{3,3} = S_5C_3C_4 + C_5S_3 , \quad (6-39i)$$

e o vetor \bar{x}_E^0 é fornecido pela seguinte equação:

$$\bar{x}_E^0 = \begin{bmatrix} L_E[-S_5(C_4C_1S_3 + S_4S_1) + C_5C_1C_3] - L_5C_1C_3 + L_2C_1C_2 \\ L_E[-S_5(C_4S_1S_3 - S_4C_1) + C_5S_1C_3] - L_5S_1C_3 + L_2S_1C_2 \\ L_E(S_5C_3C_4 + C_5S_3) - L_5S_3 + L_2S_2 + L_1 \end{bmatrix} . \quad (6-40)$$

6.5.3 Cálculo do erro de posicionamento do efetuador

Tabela 6.14: Deformações angulares e configuração do robô.

Movimento→ Ângulo↓	1	2	3	4	5	6
$\Delta\theta_i$	0,0050°	-0,0056°	-0,0061°	0,0089°	0,0098°	0,0366°
θ_i	0°	30°	180°	90°	90°	90°
$\theta_i + \Delta\theta_i$	0,0050°	29,9944°	179,9939°	90,0089°	90,0098°	90,0366°

A tabela 6.14 apresenta as deformações angulares decorrentes dos erros de leitura dos “encoders” e a configuração do robô antes e depois das deformações angulares. Observa-se que os ângulos θ_i utilizados para o cálculo do erro de posicionamento do efetuador são os mesmos utilizados no cálculo das deformações angulares das articulações, realizado nos Capítulos 4 e 5 e as deformações angulares, $\Delta\theta_i$, são as mesmas apresentadas nas tabelas 4.11 e 5.12, onde os sinais indicam o sentido de rotação em relação às convenções adotadas nas figuras 3.2 e 6.6.

A tabela 6.15 apresenta os comprimentos considerados para os ligamentos do mecanismo, ver figuras 3.1, 3.3 e 6.6.

Tabela 6.15: Comprimento considerados dos ligamentos.

L_1 (m)	L_2 (m)	L_5 (m)	L_E (m)
0	0,8	0,8	0,1

Substituindo os dados das duas últimas linhas da tabela 6.14, juntamente com os dados da tabela 6.15, sucessivamente na equação (6-40), resulta nos seguintes vetores:

$$\bar{x}_E^0 = \begin{bmatrix} 1,49282 \\ 0,1 \\ 0,4 \end{bmatrix} ; \quad (6-41a)$$

$$\bar{\bar{x}}_E^0 = \begin{bmatrix} 1,49287 \\ 0,10013 \\ 0,39986 \end{bmatrix} . \quad (6-41b)$$

Substituindo os valores das coordenadas desses vetores na equação (6-30), resulta no seguinte erro máximo de posicionamento do efetuador, convertido para milímetros:

$$\delta_p = 0,2 \text{ mm} . \quad (6-42)$$

Observa-se que esse erro de posicionamento do efetuador é o maior possível, pois foi calculado com o robô em condições de carregamento máximo e na configuração que produz as maiores deformações angulares possíveis para todas as articulações do robô.

6.5.4 Cálculo do erro de orientação do efetuador

Substituindo os dados das duas últimas linhas da tabela 6.14 sucessivamente nas equações (6-39), resulta nas seguintes matrizes de rotação:

$$\underline{\underline{\mathbf{R}}}_E^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (6-43a)$$

$$\underline{\underline{\mathbf{R}}}_E^0 = \begin{bmatrix} 0,000745241 & \bar{R}_{1,2} & \bar{R}_{1,3} \\ \bar{R}_{2,1} & 0,000097213 & \bar{R}_{2,3} \\ \bar{R}_{3,1} & \bar{R}_{3,2} & 0,000155316 \end{bmatrix}, \quad (6-43b)$$

onde os elementos não diagonais da matriz fornecida pela equação (6-43b) não precisam ser calculados para os objetivos desta análise, visto que eles servem somente para determinar o sinal dos parâmetros de Euler-Rodrigues, que no caso destas duas matrizes são os mesmos, devido à pequena diferença numérica entre seus elementos.

Substituindo os valores dos elementos das matrizes fornecidas pelas equações (6-43) nas equações (6-32), obtêm-se os resultados apresentados na tabela 6.16, que são os parâmetros de Euler-Rodrigues das duas matrizes de rotação do efetuador.

Tabela 6.16: Parâmetros de Euler-Rodrigues.

$p = 0,5$	$q = 0,5$	$r = 0,5$	$s = -0,5$
$\bar{p} = 0,500123163$	$\bar{q} = 0,499799124$	$\bar{r} = 0,499828186$	$\bar{s} = -0,5002249380$

Finalmente, substituindo os dados da tabela 6.16 na equação (6-31), resulta no seguinte de orientação do efetuador:

$$\delta_0 = 0,044^\circ = 0^\circ 2' 38'' . \quad (6-44)$$

Observa-se que o erro de orientação do efetuador é relativamente elevado, no entanto, é importante ressaltar que a maior contribuição para este resultado é o erro de posicionamento angular do sexto “encoder”, que vale $0^\circ 2' 12''$, representando 78 % do erro total de orientação. Ressalta-se que o erro de leitura do sexto “encoder” é proveniente de uso indevido do equipamento e pode ser evitado pelo usuário (ver tópico 5.4.4 do Capítulo 5).

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

7.1 INTRODUÇÃO

O escopo deste trabalho foi o desenvolvimento do projeto de um robô articulado de seis graus de liberdade. O conceito de projeto desenvolvido neste trabalho tem por objetivo obter, com a máxima simplicidade, as seguintes características físicas para o robô; total ausência de folgas, máxima eficiência mecânica, baixa inércia, alta rigidez e um comportamento dinâmico próximo do ideal, lembrando que o ideal seria um comportamento dinâmico linear e desacoplado.

A metodologia básica consistiu em dividir o robô em duas partes denominadas mecanismo de posicionamento e mecanismo de orientação do efetuador, projetando-os separadamente e explorando ao máximo as propriedades físicas dos mesmos, no sentido de tirar maior proveito das soluções mecânicas adotadas. Para o projeto da primeira parte adotou-se um mecanismo de cinco barras articuladas, balanceado dinamicamente e estaticamente, enquanto que para a segunda parte adotou-se um mecanismo articulado de cadeia cinemática aberta, onde os dois últimos movimentos são transmitidos à distância por intermédio de tendões.

7.2 CONCLUSÕES

O projeto do mecanismo de posicionamento é crítico, em face deste mecanismo possuir as principais limitações de desempenho, principalmente devido à potência consumida. Na prática observa-se que a maioria dos robôs industriais de seis

movimentos articulados possuem os movimentos de posicionamento do efetuador com as velocidades limitadas entre 1,5 e 2,5 rd/s, enquanto que os movimentos de orientação são mais rápidos, com as velocidades variando entre 5 e 7 rd/s. O fato dos movimentos de orientação serem mais rápidos não agrega muito valor ao equipamento, pois uma tarefa somente é concluída quando todos os movimentos são concluídos, ou seja, nas tarefas onde pelo menos um dos movimentos de posicionamento possui grande amplitude, a produtividade do robô fica comprometida. Contudo o custo de se ter os movimentos de orientação rápidos é muito menor do que os de posicionamento justificando, assim, esta conduta, em face do pouco benefício que ela representa.

O robô projetado neste trabalho possui alta eficiência mecânica além de ser mecanicamente mais simples do que a maioria dos robôs industriais de seis movimentos articulados, sendo assim, espera-se maior desempenho com menores custos. Os principais recursos utilizados para maximizar conceitualmente a eficiência do robô são os balanceamentos realizados nos movimentos de posicionamento, observando que esta solução não acrescenta um custo significativo devido à sua simplicidade. O balanceamento dinâmico ou o desacoplamento da dinâmica do sistema, representa um grande ganho de eficiência, devido à eliminação de diversos esforços de natureza dinâmica gerados pela composição dos movimentos, enquanto que os balanceamentos estáticos representam um grande ganho de eficiência, devido à eliminação dos esforços gravitacionais.

Outro fator limitante do desempenho dos robôs industriais de seis movimentos articulados é a sub-utilização dos motores, pois na maioria dos casos, a estratégia de controle adotada não permite o aproveitamento máximo da potência destes motores, e muito menos ainda, uma minimização no tempo de realização das tarefas. Provavelmente desenvolver um sistema de controle mais refinado para este tipo de equipamento representa um alto custo em face da complexidade de seu comportamento dinâmico, desfavorecendo a motivação dos investimentos neste sentido. Ressalta-se que o simples aprimoramento do sistema de controle poderia representar um grande ganho de desempenho, sem a necessidade de aumentar a potência dos motores, devido ao melhor aproveitamento da energia disponível.

Observa-se que, além da economia de energia, os balanceamentos realizados também representam uma grande simplificação do comportamento dinâmico do robô, através da eliminação das principais não linearidades e acoplamentos das suas equações de movimento, permitindo que um modelamento matemático simplificado seja mais consistente, ou melhor, mais realista. Este fato pode representar a viabilização econômica e ser um fator motivador para o desenvolvimento de um sistema de controle que maximize, ou pelo menos melhore substancialmente, o desempenho do equipamento.

Finalmente vale a pena ressaltar que as demais soluções conceituais adotadas neste projeto, como por exemplo a utilização dos tendões, também agregam valor ao robô, pois além de aumentarem sua eficiência e precisão, contribuem para a simplificação dos sistemas mecânicos, com conseqüente diminuição dos custos.

Apesar deste projeto não ser otimizado, muitas vantagens foram conquistadas, principalmente pelo fato do robô ser bastante eficiente e simples do ponto de vista construtivo. No entanto ressalta-se que este conceito de projeto é indicado para ser aplicado juntamente com a otimização, tanto do projeto mecânico e estrutural, como do projeto do sistema de controle. Portanto, recomenda-se a utilização de recursos mais avançados de projeto, como por exemplo, modelamento sólido e o método dos elementos finitos. O objetivo de se utilizar o modelamento sólido é facilitar e melhorar os cálculos que se fazem necessários, como por exemplo, das massas, centros de massas e momentos de inércia dos componentes e conjuntos, além de facilitar as modificações necessárias ao projeto para obter o balanceamento dinâmico pretendido. O objetivo de se utilizar o método dos elementos finitos é agilizar e melhorar as simulações dos estados de tensões e deformações. Além desses recursos, é recomendável também um aprimoramento no método utilizado nas análises e simulações de desempenho.

7.3 SUGESTÕES PARA FUTUROS DESENVOLVIMENTOS

Conforme foi mencionado no primeiro capítulo, este trabalho, bem como alguns outros, fazem parte de um projeto que vem sendo realizado no Departamento de Engenharia Mecânica da E.P.U.S.P, que consiste em viabilizar os acionamentos pneumáticos rotativos em manipuladores robóticos. Nesse sentido, recomenda-se a

implementação do mesmo após a conclusão dos trabalhos referentes ao sistema de controle destes motores pneumáticos. Relativamente à parte mecânica do robô, a viabilização de sua implementação depende apenas de uma revisão final no projeto detalhado, incluindo os desenhos construtivos de alguns componentes a serem fabricados com suas respectivas especificações de ajustes e tolerâncias dimensionais.

Além da própria implementação deste projeto, sugere-se também os seguintes temas para a realização de outros trabalhos:

- **Projeto de um sistema de controle otimizado.** Este tema é interessante, no sentido de que para este robô, um modelamento matemático da dinâmica do sistema desacoplado e linearizado é relativamente consistente, podendo viabilizar a aplicação de técnicas de controle moderno, como por exemplo, controle de tempo ótimo, ou controle ótimo, obviamente aplicável até um certo limite de velocidade, a ser determinado experimentalmente. O objetivo da aplicação destas técnicas de controle seria permitir o planejamento das trajetórias com tempo minimizado e correções de trajetórias com maior eficiência, para maximizar o desempenho do robô através de um melhor aproveitamento da energia dos motores.
- **Projeto mecânico e estrutural de um robô otimizado.** Esta sugestão consiste em realizar o projeto mecânico de um robô similar, porém acionado por motores elétricos ao invés de pneumáticos, aplicando-se todos os conceitos e soluções mecânicas apresentados neste trabalho, juntamente com outros recursos mais avançados de projeto mecânico e estrutural, como por exemplo modelamento sólido (CAD) e o método dos elementos finitos.
- **Projeto de um robô auto balanceável.** Esta sugestão consiste em realizar o projeto de um robô que aproveite todas as soluções e vantagens obtidas neste trabalho, porém com a sofisticação dos balanceamentos não necessitarem de ajustes às diversas condições de carregamento. Isto poderia ser facilmente obtido, projetando-se o balanceamento dinâmico com um contrapeso móvel, alterando-se apenas a posição do centro de massa do ligamento 5, ao invés do valor da massa do contra peso e

projetando-se o sistema de balanceamento estático do segundo movimento com o uso de pistões pneumáticos ao invés de molas. Dessa forma, com mais duas malhas de controle, pode-se ter um robô que se balanceia automaticamente para todas as condições operacionais. Ressalta-se que para obter o valor da massa e do centro de massa do carregamento, basta medir a força de tração nos tendões dos movimentos do quinto e sexto graus de liberdade. Esta facilidade é uma vantagem adicional do uso de tendões.

- **Desenvolvimento de novas aplicações para esta classe de robôs.** Esta sugestão consiste em desenvolver novos sensoriamentos e programas, com o objetivo de ampliar a gama de aplicações práticas de robôs articulados de seis graus de liberdade de alto desempenho. Observa-se que este tema não tem limites, devido ao fato deste tipo de equipamento possuir uma grande versatilidade cinemática, pois imita com boa aproximação o próprio funcionamento de um braço humano.

APÊNDICE 1

LISTA DE MATERIAIS E DESENHOS DE MONTAGEM

25	Eixo	02	Aço ABNT 1040 - Ø54 x 45,4	176 g
24	Flange do "Encoder"	03	Aço ABNT 1040 - Ø78 x 3	100 g
23	Mancal	02	Aço ABNT 1040 - Ø102 x 46,5	404 g
22	Parafuso sextavado + Arruela	12	Aço Carbono - M3 x 20	1 g
21	Parafuso de cabeça cilíndrica	48	Aço Carbono - M2 x 10	0,2 g
20	Parafuso de Dreno de óleo	12	Aço Carbono - M8 x 12	5 g
19	Anel de Vedação	12	Neoprene - furo Ø8 x Ø16 x 2	1 g
18	Mola de Tração	02	Aço Mola SAE 6150 - Ø96 x 253	1.916 Kg
17	Pino de fixação da Mola	04	Aço ABNT 1040 - Ø18 x 22,6	33 g
16	Anel Elástico	04	Aço ABNT 1040 - para pino Ø12	1 g
15	Suporte da Mola	04	Aço ABNT 1040 - 34 x 37,5 x 26,5	44 g
14	Parafuso de cabeça cilíndrica	72	Aço Carbono - M3 x 12	0,6 g
13	Trava do Suporte da Mola	04	Aço ABNT 1040 - Ø34 x 5	16 g
12	Pino de Ajuste	04	Aço Carbono - M20 x 50	124 g
11	Contra Porca	04	Aço Carbono - M20 x 8	44 g
10	Ligamento 2	01	Fibra de Carbono	5.116 Kg
09	Contra Peso 2	01	Aço Carbono - 100 x 80 x h	-
08	Arruela	02	Aço Carbono - Furo Ø 8	5 g
07	Parafuso sextavado	02	Aço Carbono - M6 x h+12	-
06	Arruela	02	Aço Carbono - Furo Ø8	5 g
05	Parafuso sextavado	02	Aço Carbono - M6 x 130	29 g
04	Contra Peso 1	01	Aço Carbono - 137,6 x 100 x 12	1,29 Kg
03	Arruela	20	Aço Carbono - Furo Ø10	6 g
02	Parafuso sextavado	20	Aço Carbono - M8 x 22	10 g
01	Tampa	02	Aço Carbono - 376 x 226 x 5	3,3 Kg
Nº	DENOMINAÇÃO	Q.	ESPECIFICAÇÕES	PESO

ROBÔ PNEUMÁTICO LISTA DE MATERIAIS	Data : 04 / 04 / 1997 Arquivo : LISPEC.DOC
EPUSP	Folha : 01-06 F. Total : 06

55	Parafuso sextavado + Arruela	12	Aço Carbono - M3 x 8	0,6 g
54	Ligamento I	01	Duralumínio - 480 x 480 x 440	18 Kg
53	Polia	01	Aço ABNT 1040 - Ø95 x 20,3	384 g
52	Placa de vedação	03	Nilos - para o Rolamento 61810	2,5 g
51	Eixo	01	Aço ABNT 1040 - Ø 146 x 156	13,5 Kg
50	Parafuso sextavado + Arruela	14	Aço Carbono - M8 x 40	17 g
49	Bucha de pré-carga	01	Alumínio - Ø1146 x 20	187 g
48	Mancal	01	Aço Fundido - 480 x 450 x 15	40,5 Kg
47	Bloco da Base	01	Aço Fundido - 540 x 510 x 370	63,5 Kg
46	Rolamento de Contato Angular	02	SKF 7226 B - Ø130 mm	6,95 Kg
45	Parafuso Halen + Arruela	68	Aço Carbono - M5 x 18	3 g
44	Parafuso Halen + Arruela	12	Aço Carbono - 3/8" x 20	13 g
43	Parafuso Halen + Arruela	18	Aço Carbono	-
42	Parafuso Halen + Arruela	18	Aço Carbono - M5 x 40	4 g
41	Motor Pneumático de Palhetas	03	GAST Mod. 4AM-NRV-70C (1.5 HP)	8,6 Kg
40	Redutor "Harmonic Drive"	03	Mod. Copo HDC-2M Redução 1:60	2,31 Kg
39	Parafuso Halen + Arruela	08	Aço Carbono - M5 x 14	2 g
38	Flange do Motor	03	Aço ABNT 1040 - Ø244 x 45,5	3,5 Kg
37	Placa de vedação	01	Nilos - para o Rolamento 7226 B	80 g
36	Trava do Rolamento	01	Aço ABNT 1040 - Ø270 x 9	1,5 Kg
35	Ponta de Eixo	01	Aço ABNT 1040 - Ø4 x 30	3 g
34	"Encoder"	06	Heidenhain Mod. Miniroad - 150	100 g
33	União	06	Heidenhain 18 EBN 3-20039301	9 g
32	Parafuso de cabeça cilíndrica	12	Aço Carbono - M3 x 8	0,3 g
31	Eixo	01	Aço ABNT 1040 - Ø54 x 35,3	140 g
30	Rolamento Rígido de Esferas	06	SKF 61810 - Ø50 mm	52 g
29	Mancal	01	Aço ABNT 1040 - Ø102 x 36	328 g
28	Polia	01	Aço ABNT 1040 - Ø130 x 20,3	652 g
27	Polia	01	Aço ABNT 1040 - Ø104 x 20,3	420 g
26	Ponta de Eixo	02	Aço ABNT 1040 - Ø4 x 40	4 g
Nº	DENOMINAÇÃO	Q.	ESPECIFICAÇÕES	PESO

85	Ligamento 5	01	Duralumínio - 422 x 320 x 268	2,3 Kg
84	Parafuso sextavado + Arruela	19	Aço Carbono - M3 x 14	1 g
83	Bucha de pré-carga	04	Alumínio - Ø16 x 3	1 g
82	Trava do Rolamento	01	Aço ABNT 1040 - Ø22 x 5	11 g
81	Placa de vedação	01	Nilos - para o Rolamento 7200 B	3 g
80	Rolamento de Contato Angular	01	SKF 7200 B - Ø10 mm	31 g
79	Mancal	01	Aço ABNT 1040 - Ø53 x 30	154 g
78	Eixo	01	Aço ABNT 1040 - Ø33 x 44	52 g
77	Ligamento 4	01	Fibra de Carbono - 870 x 382 x 84	2 Kg
76	Placa de vedação	04	Nilos - para o Rolamento 7204 B	7 g
75	Mancal	04	Aço ABNT 1040 - Ø71 x 20	155 g
74	Tampa	04	Aço ABNT 1040 - Ø57 x 2	40 g
73	Bucha de pré-carga	04	Alumínio - Ø47 x 5	7 g
72	Eixo	04	Aço ABNT 1040 - Ø41 x 24	72 g
71	Rolamento de Contato Angular	04	SKF 7204 B - Ø20 mm	110 g
70	Mancal	01	Aço ABNT 1040 - Ø134 x 24	586 g
69	Rolamento de Contato Angular	02	SKF 7212 B - Ø60 mm	840 g
68	Placa de vedação	03	Nilos - para o Rolamento 7212 B	9 g
67	Ligamento 3	01	Duralumínio - 325 x 100 x 10	3 Kg
66	Ponta do Eixo	01	Aço ABNT 1040 - Ø84 x 130,4	1,5 Kg
65	Carenagem	01	Fibra de Carbono - 158 x 119 x 119	210 g
64	Mancal	01	Aço ABNT 1040 - Ø134 x 24	630 g
63	Trava do Rolamento	01	Aço ABNT 1040 - Ø116 x 9	327 g
62	Bucha de pré-carga	01	Alumínio - Ø90 x 7,5	27 g
61	Bucha de pré-carga	01	Alumínio - Ø180 x 5	37 g
60	Rolamento de Rolos Cônicos	01	SKF 32926 - Ø130 mm	2,4 Kg
59	Eixo	01	Aço ABNT 1040 - Ø140 x 72	2,0 Kg
58	Flange do Redutor	03	Aço ABNT 1040 - Ø204 x 7,5	1,2 Kg
57	Retentor Unilabial	02	Borracha Nitrílica - Eixo Ø140	25 g
56	Alojamento do Retentor	02	Aço ABNT 1040 - Ø193 x 16	237 g
Nº	DENOMINAÇÃO	Q.	ESPECIFICAÇÕES	PESO

115	Tendão (cabo de aço 7 x 19)	16	CMA - G 094T 3/32" x 400	14 g
114	Presilha	08	Aço ABNT 1040 - 13,7 x 4 x 3,5	0,6 g
113	Barra de Proteção	01	Aço ABNT 1040 - 102,6 x 8 x 6	7 g
112	Mancal	01	Aço ABNT 1040 - Ø44 x 20,1	62 g
111	Parafuso sextavado + Arruela	36	Aço Carbono - M3 x 0,35 x 10	0,6 g
110	Capa Protetora	01	Borracha - espessura 2 mm	35g
109	Braçadeira	01	Nylon - L = 700 mm - tipo fina	30 g
108	Tendão (cabo de aço 7 x 19)	12	CMA - G 188T 3/16" x 1000	14 g
107	Ligamento 6	01	Fibra de Carbono - 1246 x 165 x 143	3,45 Kg
106	Tampa Menor	02	Fibra de Carbono - 158 x 128 x 2	53 g
105	Trava do Rolamento	04	Aço Carbono - 147,2 x 30,5 x 3	115 g
104	Bucha de pré-carga	01	Alumínio - Ø208 x 2,5	11 g
103	Rol. Sec. estreita e cont. angular	01	SKF FPA 800 - Ø8"	170 g
102	Placa de vedação	02	Nilos - para o Rolam. FPA 800	14 g
101	Transição quadrado - redondo	01	Duralumínio - Ø203,2 x 20	362 g
100	Tampa Maior	02	Fibra de Carbono - 258 x 128 x 2	86 g
99	Parafuso de cabeça cilíndrica	80	Aço Carbono - M2 x 9	0,5 g
98	Motor Pneumático de Palhetas	03	GAST Mod. 1-UP-NRV-10 (0.5 HP)	1,4 Kg
97	Redutor "Harmonic Drive"	03	Panqueca - "Size" 32 / Redução 1:100	1,0 Kg
96	Retentor Unilabial	01	Borracha Nitrílica - Ø35 x Ø64	15 g
95	Rolamento de Rolos Cônicos	01	SKF 32007 x 4CC - Ø35 mm	220 g
94	Trava do Motor	03	Aço Carbono - M3 x 6	0,5 g
93	Dreno de óleo (Paraf. + vedação)	06	Aço e Neoprene - M3 x 4	0,4 g
92	Ponta do Eixo	03	Aço ABNT 1040 - Ø4 x 20	2 g
91	Trava do "Encoder"	12	Aço Carbono - M2 x 4	0,2 g
90	Polia	01	Aço ABNT 1040 - Ø73 x 24	115 g
89	Eixo	01	Aço ABNT 1040 - Ø33 x 23	36 g
88	Rolamento Rígido de Esferas	06	SKF 61806 - Ø30 mm	26 g
87	Mancal	01	Aço ABNT 1040 - Ø72 x 26	157 g
86	Flange	01	Aço ABNT 1040 - Ø56 x 3	46 g
Nº	DENOMINAÇÃO	Q.	ESPECIFICAÇÕES	PESO

145	Mancal	02	Aço ABNT 1040 - Ø153 x 67	841 g
144	Polia	02	Aço ABNT 1040 - Ø132 x 27,5	872 g
143	Flange do Motor	02	Aço ABNT 1040 - Ø152 x 25	423 g
142	Mancal	02	Aço ABNT 1040 - Ø142 x 28	513 g
141	Flange	02	Aço ABNT 1040 - Ø78 x 3	105 g
140	Rolamento Rígido de Esferas	04	SKF 61810 - Ø50 mm	52 g
139	Eixo	02	Aço ABNT 1040 - Ø54 x 27,5	113 g
138	Polia	01	Aço ABNT 1040 - Ø110 x 28	312 g
137	Parafuso sextavado + Arruela	54	Aço Carbono - M3 x 12	0,6 g
136	Polia do 6º movimento	01	Aço ABNT 1040 - Ø123 x 40	495 g
135	Bucha de pré-carga	01	Alumínio - Ø47,5 x 3	2 g
134	Bucha de pré-carga	01	Alumínio - Ø47,5 x 10,8	7 g
133	Rol. Sec. estreita e cont. angular	04	SKF FPAAA 108 - Ø1,5"	18 g
132	Tambor	01	Aço ABNT 1040 - Ø45 x 73	250 g
131	Carenagem	01	Fibra de Carbono - 145 x 143 x 160,5	70 g
130	Parafuso de cabeça escareada	16	Aço - Rosca Soberba nº 1 - Ø1,8	0,1 g
129	Rol. Sec. estreita e cont. angular	02	SKF FPAA 400 - Ø4"	88 g
128	Bucha de pré-carga	02	Alumínio - Ø106 x 6,7	19 g
127	Mancal	02	Aço ABNT 1040 - Ø120 x 19	316 g
126	Polia do 5º movimento	01	Aço ABNT 1040 - Ø123 x 40	473 g
125	Presilha	04	Aço ABNT 1040 - 21 x 5 x 4,5	2 g
124	Barra de Reforço	01	Aço ABNT 1040 - 63 x 8 x 6	15 g
123	Tampa Inferior	01	Fibra de Carbono - 91 x 62 x 2	15 g
122	Ligamento 7	01	Duralumínio - 134 x 116,5 x 73,5	220 g
121	Braçadeira	01	Nylon - L = 300 mm - tipo fina	10 g
120	Anel de Vedação	01	Feltro - para eixo de Ø45	4 g
119	Flange de Acoplamento da Garra	01	Duralumínio - Ø60 x 12	29 g
118	Ligamento 8	01	Aço ABNT 1040 - Ø45 x 58	160 g
117	Polia de Reversão	01	Aço ABNT 1040 - Ø45 x 89,8	307 g
116	Rolamento de Secção estreita	02	SKF FPCAA 100 - Ø1"	12 g
Nº	DENOMINAÇÃO	Q.	ESPECIFICAÇÕES	PESO

162	Placa de vedação	01	Nilos - para o Rolamento 61.806	2 g
161	Presilha	04	Aço ABNT 1040 - 10 x 5 x 4,5	2 g
160	Parafuso de cabeça cilíndrica	66	Aço Carbono - M1,7 x 0,2 x 12	0,4 g
159	Parafuso Halen + Arruela	36	Aço Carbono - M3 x 15	1 g
158	Presilha	04	Aço ABNT 1040 - 16 x 5 x 4,5	3 g
157	Flange	01	Aço ABNT 1040 - Ø100 x 40	349 g
156	Mancal	01	Aço ABNT 1040 - Ø137 x 49,5	776 g
155	Anel Elástico	01	Aço Carbono - Para furo Ø62 mm	14 g
154	Presilha	24	Aço ABNT 1040 - 8 x 3,5 x 3,5	1 g
153	Anel Elástico	01	Aço Carbono - Para eixo Ø50 mm	12 g
152	Eixo	01	Aço ABNT 1040 - Ø112 x 55	360 g
151	Rolamento Rígido de Esferas	01	SKF 61810 - Ø50 mm	52 g
150	Parafuso sextavado + Arruela	36	Aço Carbono - M6 x 20	4 g
149	Flange do Motor	01	Aço ABNT 1040 - Ø137 x 38	546 g
148	Retentor Unilabial	02	Borracha Nitrílica - Ø70 x Ø98,4	18 g
147	Rolamento Rígido de Esferas	04	SKF 61810 - Ø50 mm	52 g
146	Eixo	02	Aço ABNT 1040 - Ø111,5 x 31	276 g
Nº	DENOMINAÇÃO	Q.	ESPECIFICAÇÕES	PESO

APÊNDICE 2

MOMENTOS ESTÁTICOS E TENSORES DE INÉRCIA

INTRODUÇÃO

O objetivo deste Apêndice é apresentar os modelos utilizados nos cálculos dos momentos estáticos e dos tensores de inércia dos componentes do robô.

Os momentos estáticos, assim referidos neste texto, são os momentos de inércia e os momentos polares da secção transversal dos componentes, utilizados nos cálculos de resistência dos materiais, ou seja, nas análises das tensões e deformações. Observa-se que a unidade de medida dos momentos estáticos é m^4 .

Os tensores de inércia, assim referidos neste texto, são os momentos de inércia dos componentes, utilizados nos cálculos dinâmicos, ou seja, nas análises de desempenho e modelamento da dinâmica do robô, cuja unidade de medida é Kgm^2 . Conforme foi dito anteriormente, os tensores de inércia dos conjuntos que constituem os ligamentos do robô, relativos aos seus eixos principais de inércia são matrizes diagonais, ou seja os produtos cruzados são nulos. Isto ocorre devido aos ligamentos possuírem dois planos de simetria perpendiculares a dois de seus eixos principais, que são fixos aos ligamentos [GLA82]. Ressalta-se que estas simetrias incluem todos os componentes mecânicos que são montados nos ligamentos.

MOMENTOS ESTÁTICOS

Neste projeto, os componentes são modelados como estruturas de paredes finas, que podem ser de secção transversal aberta ou fechada.

As estruturas de secção transversal fechada podem possuir a forma de um tubo de secção circular ou retangular. Os momentos estáticos das estruturas tubulares de secção circular são calculados pelas seguintes equações [PRM78]:

$$J_x = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4);$$

$$J_p = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4),$$

onde J_x é o momento de inércia da secção transversal do tubo relativa à sua linha neutra e J_p é o momento polar de inércia. Observa-se destas equações, que D é o diâmetro externo da secção do tubo e d é o diâmetro interno.

Os momentos estáticos das estruturas tubulares de secção retangular são calculados pelas seguintes equações [PRM78]:

$$J_x = \frac{BH^3 - bh^3}{12};$$

$$J_p = \frac{1}{12}[HB(H^2 + B^2) - hb(h^2 + b^2)],$$

onde J_x é o momento de inércia da secção transversal do tubo relativa à sua linha neutra e J_p é o momento polar de inércia. Observa-se destas equações, que B e H são a largura e a altura externas da secção do tubo e h e b são a largura e a altura internas.

Para calcular os momentos de inércia das estruturas de secção aberta, a secção é dividida em várias partes ou elementos, que possuem a forma retangular. O momento de inércia de cada elemento é fornecido pelo produto da área do mesmo pelo quadrado da distância entre a linha neutra do elemento e a linha neutra da estrutura. O momento de inércia total, ou seja, da secção da estrutura é então determinado pela soma dos momentos de inércia de todos os seus elementos.

TENSORES DE INÉRCIA

Os elementos mecânicos do robô como motores, redutores e rolamentos entre outros, são considerados massas concentradas posicionadas em seus respectivos baricentros, onde em alguns casos, a posição do baricentro é estimada. Sendo assim, a parcela do momento de inércia de cada elemento, que contribui para o momento de inércia do conjunto, relativo a um de seus eixos principais é calculado simplesmente pelo produto da massa do elemento com o quadrado da distância entre seu baricentro e o eixo considerado.

Os elementos estruturais ou ligamentos são considerados massas uniformemente distribuídas, onde para calcular os momentos de inércia, o ligamento é dividido em várias partes que possuem a forma geométrica de uma barra oca, de secção transversal retangular e constante. A figura A.1 mostra a representação esquemática de uma dessas partes elementares de um ligamento qualquer, onde L_x e L_y são as dimensões externas da secção do tubo, l_x e l_y são as dimensões internas e L_z é o comprimento.

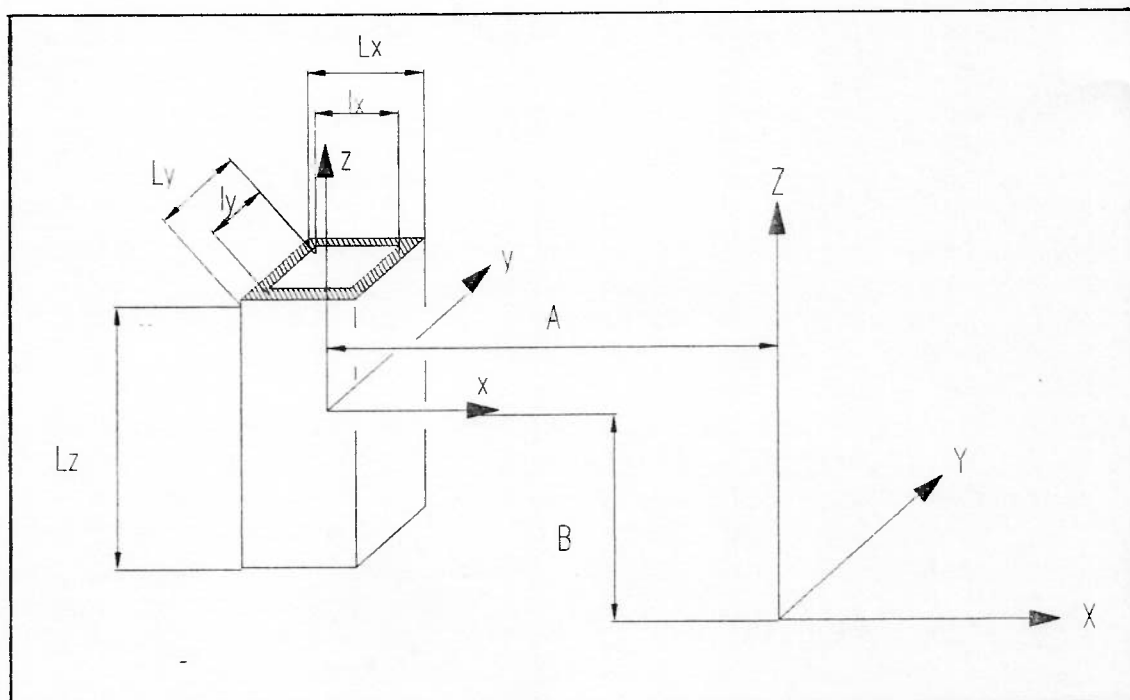


Figura A.1: Representação esquemática da parte elementar de um ligamento.

Observa-se da figura A.1, que os eixos do sistema O-xyz são os eixos principais de inércia da barra e os do sistema O-XYZ são os eixos principais do ligamento. Ressalta-se que os eixos dos dois sistemas são paralelos entre si, ou seja x é paralelo à X, y à Y e z à Z e os eixos x, z, X e Z são coplanares.

Inicialmente, calculam-se os momentos de inércia da barra relativos aos eixos principais da barra, que são fornecidos pelas seguintes equações [GIA82]:

$$I_x = I_y = \frac{mL_z^2}{12};$$

$$I_z = \frac{\rho L_z}{12} [L_x L_y (L_x^2 - L_y^2) - I_x I_y (I_x^2 - I_y^2)],$$

onde m é a massa e ρ a densidade do material da barra. A seguir calculam-se os momentos de inércia da barra em relação aos eixos principais do ligamento, que são fornecidos pelas seguintes equações:

$$I_x = I_y = I_x + mB^2;$$

$$I_z = I_z + mA^2.$$

E finalmente calculam-se os momentos de inércia do ligamento através da soma dos momentos de inércia de cada barra que constitui o ligamento, que foram calculados por este procedimento.

BIBLIOGRAFIA

[ASA87] ASADA, HARUHIKO e TOUMI, KAMAL Y. "Direct-Drive Robots. Theory and Practice", the M.I.T. press, USA, 1987.

[ASE86] Manual de operação e manutenção do robô ASEA modelo IRB/6, 1986.

[CAB93] CABRAL, EDUARDO L. L. "Cinemática e dinâmica de manipuladores", apostila do curso PMC-830 do Departamento de Engenharia Mecânica da EPUSP, São Paulo, 1993.

[CAS82] CASTILLA, MARIA STELLA A. C. "Equações diferenciais", apostila do Instituto de Matemática e Estatística da USP, São Paulo, 1982.

[CMA91] CMA (catálogo) "Cable Manufacturing & Assembly Co.,Inc.", fabricante de cabos de aço, USA, 1991.

[DIP88] DIPIETRO, DAVID MARK "Development an Actively Compliant Underwater Manipulator", dissertação de mestrado, Massachusetts Institute of Technology, USA, 1988.

[FAN92] "Fanuc Robot, S Model 420 F/ S/ R/ Kai/ W/ A", Mechanical Unit, Maintenance Manual B.80065E / 02, FANUC LTD, 1992.

[FU87] FU, K. S.; GONZALEZ, R. C.; LEE, C. S. G. "Robotcs: control, sensing, vision and inteligençe", McGraw-Hill, 1987.

[GAS92] GAST (Catálogo) "Air Motors and Air-powered Gear Motors", Gast Manufacturing Corp., Mich, USA, 1992.

[GIA82] GIACAGLIA, G. E. O. "Mecânica geral", Editora Campus, 1982.

[HD88] HD (Catálogo) "Harmonic Drive - Power Transmission Products", USA, 1988.

[HEI85] HEIDENHAIN (Catálogo) "Incremental Rotary Encoders ROD/RON", Diandur Industria e Comércio Ltda, São Paulo, 1985.

[LIM80-1] LIMA, VICTOR M. DE SOUZA "Estudo das tensões", apostila do Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações da EPUSP, São Paulo, 1980.

[LIM80-2] LIMA, VICTOR M. DE SOUZA "Estudo das deformações", apostila do Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações da EPUSP, São Paulo, 1980.

[NIE71] NIEMANN, GUSTAV "Elementos de máquinas", Editora Edgard Blücher Ltda, 1971.

[PRO78] PROVENZA, FRANCESCO "Molas", apostila publicada pela Escola Pro-Tec, São Paulo, 1978.

[PRM78] "Prontuário de projeto de máquinas", Manual de projetos publicado pela Escola Pro-Tec, São Paulo, 1978.

[RIV88] RIVIN, EUGENE I. "Mechanical Design of Robots", McGraw-Hill, 1988.

[SKF] SKF - Catálogo Geral.

[SKF85] SKF "Rodamientos de sección estrecha", catálogo 3630, 1985.

[TAC95] TACHIYA; TSUJIMURA; EBATA; CHATANI. "Characteristic Evaluation and Comparison of Robotic Mechanisms", JSME International Journal, 1995.

[TU90] TU, C. C.; CABRAL, E. L. L.; MOLINARI, R. "Motor Pneumático de Alta Rigidez", Pedido de Privilégio, processo INPI nº PI 9005356, São Paulo, 1990.

[TSA85] TSAI, LUNG-WEN "Design of Tendon-Driven Manipulators", University of Maryland, 1985.

[YOK95] YOKOI; KOMORIYA; TANIE; IMAMURA; KAWAI; AGOU "Design and Control of a Seven Degrees of Freedom Manipulator Actuated by a Coupled Tendon-Drive System", JSME International Journal, 1995.