

MARCELO TEIXEIRA DOS SANTOS

ANÁLISE DE ERROS GEOMÉTRICOS EM MÁQUINAS DE MEDIR COORDENADAS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Mestre em Engenharia.

São Paulo

1994

OK

MARCELO TEIXEIRA DOS SANTOS

ANÁLISE DE ERROS GEOMÉTRICOS EM MÁQUINAS DE MEDIR COORDENADAS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica

Orientador:
Carlos Chien Ching Tu

São Paulo
1994

DEDALUS - Acervo - EPMN



31600009982

Aos meus pais, Berenice e Antonio.

AGRADECIMENTOS

Ao meu amigo e orientador Prof.Dr. Carlos Chien Ching Tu pelas diretrizes seguras e permanente incentivo.

A Mitutoyo do Brasil pelos cursos e pronto atendimento sempre que precisado. Em especial ao funcionário José Frajuca, Chefe de Treinamento.

A todos os meus amigos professores, alunos de pós graduação e funcionários da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo pelo apoio e incentivo.

A minha irmã Claudia pela constante companhia e assistência.

A minha noiva Nicole por todo apoio e compreensão.

S U M Á R I O

Lista de tabelas

Lista de figuras

Resumo

"Abstract"

1	INTRODUÇÃO	1
2	FONTES DE ERRO EM MÁQUINAS DE MEDIR COORDENADAS	5
2.1	Fatores que afetam a precisão geométrica da MMC	5
2.2	Erro de Abbé	7
2.3	Erros Geométricos	13
2.3.1	Erros de Ortogonalidade	16
2.3.2	Erros de Linearidade	17
2.4	Erros Devido a Variação da Temperatura	25
2.4.1	Especificações do Meio Ambiente	29
2.4.2	Diretrizes da Variação Térmica do Meio Ambiente	29
2.4.3	Energia Térmica Radiante	30
2.4.4	Ensaio Térmicos	30
2.4.5	Efeitos da Temperatura em MMC's de Alta Precisão	32
3.	ANÁLISE DO COMPORTAMENTO GEOMÉTRICO DE UMA MÁQUINA DE MEDIR COORDENADAS.	34
3.1	Modelamento Geométrico	35

3.1.1	Método Vetorial	36
3.1.2	Múltipla Redundância	49
4	TRANSFORMADA HOMOGÊNEA APLICADA À ESTRUTURA DE UMA MÁQUINA DE MEDIR COORDENADAS - MMC	63
4.1	Transformada Homogênea	63
4.2	Aplicação da Transformada Homogênea no Plano X-Y de uma MMC	69
4.3	Transformada Homogênea aplicada num sistema de medição tridimensional	74
5	SIMULAÇÃO DA OBTENÇÃO DOS ERROS MEDINDO UMA BARRA DE BOLAS.	82
5.1	Barra de Bolas	83
5.2	Programas utilizados na simulação	88
5.3	Simulação da Medição de uma Barra Bolas num Sistema Unidimensional	90
5.4	Simulação da Medição de uma Barra de Bolas num Sistema de Medição Bidimensional para a Obtenção de seus Erros Geométricos	101
5.5	Simulação da Medição de uma Barra de Bolas num Sistema de Medição Tridimensional para a Obtenção de seus Erros Geométricos	110
6	DISCUSSÃO	120

7	CONCLUSÃO	123
	ANEXOS	125
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	201

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1	Configuração da barra de bolas para sistemas de vários comprimentos	86
Tabela 5.2	Geração dos Pontos Medidos	98
Tabela 5.3	Cálculo dos Coeficientes	100
Tabela 5.4	Cálculo do comprimento da barra de bolas	103
Tabela 5.5	Cálculo do comprimento da barra de bolas para antes e depois da compensação	105
Tabela 5.6	Cálculo do comprimento da barra de bolas para antes e depois da compensação	109
Tabela 5.7	Comparação entre comprimentos sem e com compensação	114
Tabela 5.8	Coeficientes pré determinados que geraram as coordenadas dos pontos medidos	115
Tabela 5.9	Valores iniciais dos coeficientes bem próximos aos pré determinados	116
Tabela 5.10	Comparação entre os comprimentos sem compensação e com compensação através dos coeficientes listados na tabela 5.8	117
Tabela 5.11	Coeficientes um pouco mais afastados dos valores pré determinados listados na tabela 5.8	118
Tabela 5.12	Comparação entre os comprimentos sem compensação e com compensação através dos coeficientes listados na tabela 5.11	119

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Desenho de uma máquina de medir com sistema de compensação do movimento angular	8
Figura 2.2	Medição da Linearidade	11
Figura 2.3	Ilustração do Erro de Abbé	12
Figura 2.4	Ilustração dos desvios angulares no plano	15
Figura 2.5	Representação dos Erros de Deslocamento	19
Figura 2.6	Ilustração de um carro com movimento na direção do eixo X.	23
Figura 2.7	Fontes de calor que afetam a MMC.	28
Figura 3.1	Posicionamento dos sistemas de coordenadas escolhidos para a MMC tipo pórtico	37
Figura 3.2	Soma vetorial que localiza o sistema de coordenadas do pórtico com relação ao sistema de referência da mesa	40
Figura 3.3	Soma vetorial que localiza o sistema de coordenadas do carro-X com relação ao sistema de coordenadas do pórtico	41
Figura 3.4	Soma vetorial que localiza o sistema de coordenadas da haste-Z com relação ao sistema de coordenadas do carro-X	42
Figura 3.5	Medição do erro de roll do eixo Z	46
Figura 3.6	Mapeamento dos erros em uma MMC	48
Figura 3.7	Ensaio de Múltipla Redundância	50
Figura 4.1	Transformação de coordenadas no espaço tri-dimensional	65
Figura 4.2	Deslocamentos no plano X-Y da MMC	70
Figura 4.3	Esquema da estrutura da MMC onde foi aplicada a transformada homogênea	75
Figura 5.1	Sistema de fixação da barra de bolas no espaço de uma MMC	84
Figura 5.2	Medição de uma barra de bolas num eixo	93

RESUMO

A determinação dos erros geométricos existentes em Máquinas de Medir Coordenadas (MMC) tem sido um assunto preocupante entre seus fabricantes e compradores. Assim, esta dissertação surgiu do esforço de definir-se os tipos de erros encontrados nestas máquinas. O estudo dos métodos para a quantificação destes erros foi uma consequência deste esforço.

Definindo-se os erros existentes nos resultados das medições em Máquinas de Medir Coordenadas, parte-se para o modelamento matemático de sua estrutura. Através deste modelamento chega-se a equações que mostram a posição real da ponta do apalpador com relação a um sistema de referência fixo na Máquina de Medir Coordenadas.

O método discutido para a obtenção dos dados para o cálculo destes erros é o da medição de um comprimento corporificado no espaço de trabalho da Máquina de Medir Coordenadas. O dispositivo proposto é a barra de bolas ("ball-bar"). Tendo-se como dados, as coordenadas que definem o comprimento da barra de bolas e a equação que descreve o desvio entre as medições realizadas na Máquina de Medir Coordenadas e o comprimento padrão utilizado, determina-se os coeficientes que caracterizam os erros geométricos do equipamento que se deseja aferir utilizando regressão não linear.

ABSTRACT

The determination of the geometric errors of a Coordinate Measuring Machine (CMM) has been an important issue for both manufacturers and users of these machines. Therefore, this work originated in trying to define these types of errors that exist in CMM. The study on how quantify these errors was a consequence of this effort.

Once the existing errors resulting from measurements using the CMM were defined, mathematical models of its structure were obtained. From this modeling process, equations were obtained that calculates the real location of the probe with respect to the reference frame fixed on the CMM.

The method adapted for obtaining the experimental point of a CMM for the correction calculations was to measure the length of an artefact in machine's work space. The device used is called the "ball-bar". From the coordinates obtained that define the length of the ball-bar and the equations that describe the errors between the measured values of the CMM and the given length, coefficients of polynomial fit (Legendre) are obtained that characterize the geometric errors of the machine that is being calibrated using non linear regression.

1-INTRODUÇÃO

O aparecimento da Máquina de Medir Coordenadas (MMC), há 30 anos¹, adveio da necessidade de se criar um dispositivo de medição universal, que pudesse medir geometrias das mais diversas formas, e com níveis de precisão e exatidão bastante elevados, da ordem de micrômetros (μm). Vindo a suprir, assim, uma crescente necessidade da indústria de mecânica de precisão, ou seja, ter a disposição sistemas de medição mais flexíveis, ágeis e de alta confiabilidade.

Geralmente as MMC's permanece num laboratório de Metrologia distante das máquinas ferramentas, perdendo-se tempo com o transporte de peças e também provocando um relativo atraso no fluxo de informações entre o meio produtivo e seu controle de qualidade.

A tendência é que as MMC's façam parte do meio produtivo^{2, 3}, atendendo a necessidade do controle de peças produzidas em máquinas automáticas e CNC's, fazendo com que estas estejam ligadas às células de manufaturas ou ainda à linhas de transferências, tornando assim mais rápido e preciso o controle necessário a estes níveis de automação.

Uma variável importante, a ser considerada, é a variação da temperatura do meio produtivo, onde esta MMC trabalhará. Contudo, maneiras de se contornar estas variações já têm sido estudadas e aplicadas^{4,5}. Uma delas é a compensação da dilatação térmica através de sensores e um

software computacional que faz as devidas correções⁵, outra ainda é através da escolha de materiais⁴ com coeficientes de dilatação baixos o suficiente de modo que não influenciem na precisão do sistema.

Da automação, tanto de máquinas ferramentas como de controle dimensional, surgiu a necessidade de meios mais eficientes de aferição destes sistemas, com menor custo em equipamentos, e tão confiáveis quando, por exemplo, usado, o interferômetro a laser^{6,7,8}, que vem a ser um equipamento de alto custo⁴, comparado ao artefato que ao fim desta dissertação é proposto como exemplo (Capítulo 5).

Assim foram estudados alguns dos muitos trabalhos que aplicam a medição de artefatos para a aferição, e que posteriormente calibram as MMC's com um menor custo e com praticamente a mesma confiabilidade que o interferômetro⁵ a laser.

O princípio básico é fazer com que estas máquinas se auto-calibrem⁹, procurando beneficiar-se de todos os recursos automáticos e computacionais que possuem para esta tarefa.

A maioria destes métodos está baseado na medição de comprimentos corporificados em seu espaço de trabalho, assim como:

- 1-Blocos Padrões
- 2-Anéis Padrões
- 3-Barra de Bolas

4-Placa de Bolas

5-Placa de Furos

As medições destes comprimentos devidamente aferidos são feitas de maneira que seja varrido todo o volume de trabalho^{7,10,11} da MMC.

Realiza-se, assim, um procedimento de medição, para a formação de um banco de dados que caracterize o plano ou espaço geométrico da MMC a ser aferida quanto a sua precisão. Estes dados, através de recursos matemáticos, são processados para a obtenção do valor dos erros geométricos^{12,13} que venham a influir sobre o sistema.

O modelamento matemático deste sistema baseia-se na mecânica do corpo rígido^{5,6,10,12}, que resulta no modelamento de 21 erros para uma máquina que trabalha com um sistema de coordenadas em três dimensões^{5,14}. O que se pretende aqui é estabelecer um procedimento para a quantificação dos erros de um sistema de medição tridimensional, neste caso uma Máquina de Medir Coordenadas (MMC), através da medição de um comprimento corporificado, devidamente aferido, no volume de trabalho do sistema.

Assim é sugerida aqui a utilização de um sistema simples, de baixo custo, e que possa ser usado em ambientes fabris onde as oscilações de temperatura sejam as menores possíveis, ou próximas à temperatura em que a aferição da MMC foi feita.

Numa primeira parte, Capítulo 2, descreve-se os

tipos de erros geométricos existentes, e suas causas.

No Capítulo 3, são descritos os métodos estudados para o modelamento e determinação dos erros geométricos de uma MMC.

No capítulo 4 defini-se a Transformada Homogênea e é mostrada a aplicação de sua teoria para um sistema de medição de coordenadas bidimensional e para um sistema coordenado tridimensional.

No capítulo 5 faz-se a simulação da obtenção dos dados, através da medição de uma barra de bolas. Com estes dados estuda-se a maneira pela qual serão determinados os coeficientes das equações polinomiais que definem os erros geométricos para cada ponto medido no plano considerado. As equações principais são minimizadas por pacotes de programas como o GAMS (sigla de "General Algebraic Modeling System") e o OPT3.2, aqui utilizados.

Assegurando-se que o método funcione para o plano X-Y de uma MMC, parte-se para o modelamento geométrico em três dimensões. Assim, através de todo volume de informações, aqui considerados, cria-se condições para que se determine os valores dos erros geométricos para qualquer ponto de localização da ponta do apalpador dentro do espaço de trabalho da MMC. Isto tudo através da medição de um simples artefato, denominado barra de bolas (ou como comercialmente conhecido: "ball-bar").

2-FONTES DE ERRO EM MÁQUINAS DE MEDIR COORDENADAS

A Máquina de Medir Coordenadas (MMC) é hoje reconhecida como o equipamento universal mais eficiente no controle da qualidade de lotes de peças em uma produção. Formas geométricas complexas podem ser medidas em questão de minutos, o que pela inspeção convencional muitas vezes levaria horas. Muitos fabricantes hoje confiam na precisão deste equipamento como parte importante da estrutura de seu controle de qualidade, e, conseqüentemente, verificações regulares desta, por alguma forma de calibração, são necessárias, devido a fontes de erros existentes no próprio sistema e meio ambiente onde a MMC esta instalada.

2.1-Fatores que afetam a precisão geométrica da MMC

Os fatores que afetam a precisão geométrica¹⁵ de uma MMC podem ser resumidos como os seguintes:

a) Erros na forma, assim como desgaste mecânico de elementos e juntas que introduzem graus de liberdade não confiáveis (como por exemplo a necessidade de linearidade e ortogonalidade das guias).

b) Erros no sistema de medição por coordenadas. Estes podem ser mecânicos, térmicos ou ainda de natureza elétrica.

c) Mudanças na estrutura induzidas por variações

térmicas do meio ambiente.

d) Deformações causadas pelo peso da própria estrutura ou ainda pelo peso da peça sob inspeção.

Os erros observados sob o ponto de vista de apalpação podem ser classificados como sistemáticos, aleatórios e de histerese.

a) Aleatório, é aquele que sob condições aparentemente iguais em uma dada posição, não tem sempre o mesmo valor, e pode somente ser expressado estatisticamente.

b) Sistemático, é aquele que sempre tem o mesmo valor e sinal em uma dada posição, sob dadas circunstâncias. Onde quer que os erros sistemáticos tenham sido estabelecidos eles podem ser usados para corrigir os valores medidos. Erros sistemáticos podem geralmente ser correlacionados com a posição ao longo de um eixo e podem ser corrigidos se os erros aleatórios que os acompanham forem bastante pequenos.

c) Histerese, é um erro sistemático (que se define separadamente apenas por conveniência). É na maioria das vezes de alta reprodutibilidade, tem seu sinal dependente de sua direção de aproximação, e um valor em parte dependente da trajetória. (Erros de histerese podem ser usados para corrigir o valor medido se a direção de aproximação é conhecida e uma trajetória seja pré-estabelecida). Um exemplo de histerese é a folga, que pode ser compensada para um ponto medido repetidas vezes.

Erros sistemáticos e de histerese podem na maioria

das vezes serem compensados, dentro de uma certa faixa de erro, usando técnicas de calibração, principalmente neste caso onde o objetivo principal é saber qual a verdadeira posição do apalpador no espaço de trabalho da MMC.

2.2-Erro de Abbe.

A primeira publicação com respeito ao uso de escalas graduadas como sistemas de medição de comprimentos, e ainda os benefícios das escalas estarem em linha com o comprimento a ser medido, foi feita pelo Professor Abbé no "Journal for Instrumental Information"(Vol.X, 1890)¹⁶

A concepção do projeto de Máquinas Ferramentas e Máquinas de Medir com sistemas de medição de deslocamentos em linha com o deslocamento a ser medido são referentes ao princípio de Abbé. Este também é conhecido como o primeiro princípio de projeto de Máquinas Ferramentas e Metrologia Dimensional.¹⁶

Bryan reavaliou o princípio de Abbé para situações onde não é possível o projeto do sistema de medição do deslocamento em linha com o deslocamento. Sendo assim, Bryan propôs o que se conhece como Princípio Generalizado de Abbé:

"O sistema de medição de deslocamento deve estar em linha com o ponto funcional no qual o deslocamento é medido. Se isto não for possível, todas as guias que transferem o deslocamento devem estar livres de movimentos angulares ou

dados do movimento angular devem ser usados para calcular as compensações de possíveis desvios."

A primeira frase é a recomendação original de Abbé. A segunda frase sugere duas opções adicionais.

2.1.1.SEM MOVIMENTO ANGULAR: Sabe-se que não existem guias lineares livres da influência de movimentos angulares, entretanto através de dois sistemas de medição de deslocamento colocados em paralelo, é possível observar-se o movimento angular. O sinal gerado por este sistema pode ser usado para acionar um mecanismo que contenha o movimento angular da guia. Este sistema foi projetado por Bryan,¹⁷ e é mostrado na figura 2.1.

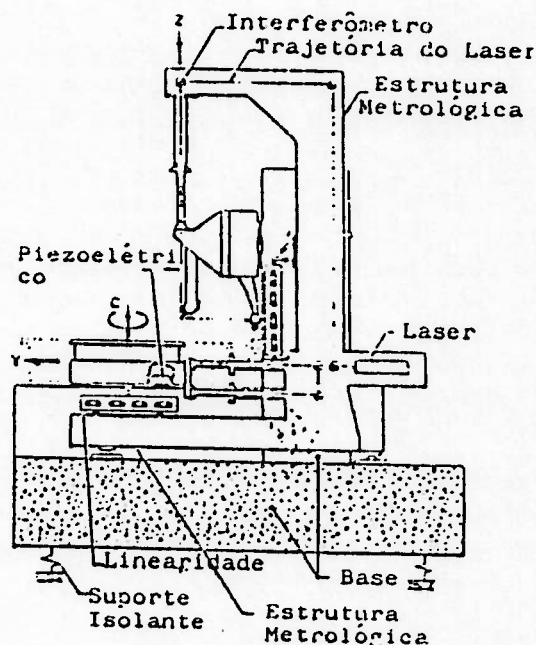


Figura 2.1-Desenho de uma máquina de medir com sistema de compensação do movimento angular.

2.1.2.USANDO OS DADOS DO MOVIMENTO ANGULAR: Uma terceira opção do Princípio de Abbé Generalizado é a utilização dos dados do movimento angular para calcular e corrigir os erros de Abbé. Modernos sistemas CNC (Controle Numérico Computadorizado) podem ser programados para aceitar os desvios dos movimentos angulares, calcular e compensar os desvios angulares no deslocamento. No caso de Máquinas de Medir Coordenadas como o interesse está em saber qual a verdadeira posição do apalpador no espaço de trabalho com relação a um sistema de coordenadas fixo, ou seja, a identificação de uma posição absoluta, esta compensação pode ser feita após ter-se efetuado uma medição.

Bryan tomou a liberdade de estender o princípio de Abbé para a medição da linearidade de guias. A este princípio deu seu próprio nome, "Princípio de Bryan", que é definido a seguir:

"Um sistema de medição de linearidade deve estar em linha com o ponto funcional no qual a linearidade é medida. Se isto não for possível, todas as guias que transferem a medição devem estar livres de movimento angular ou os dados do movimento angular devem ser usados as compensações dos possíveis desvios."

As figuras 2.2a, 2.2b, e 2.2c, ilustram a medição de linearidade. Na figura 2.2a é mostrada a medição de linearidade sem a influência do movimento angular, as posições 1, 2 e 3 mostram os mesmos valores. A figura 2.2b

ilustra a medição da linearidade com o transdutor fixo e a régua padrão em movimento sobre a mesa, mostrando que o erro de linearidade não é afetado pela posição do transdutor. Na figura 2.2c, sob a influência do movimento angular, a linearidade mostra diferentes valores para cada uma das posições do transdutor. É nula para a posição 2 e apresentam valores diferentes nas posições 1 e 3.

O conceito de deslocamento e linearidade devem estar bem claros para que não ocorra confusão na aplicação dos dois princípios.

Uma definição para a linearidade de uma guia pode ser dada da seguinte forma:

"O erro de linearidade no movimento de uma guia é o movimento não linear que um transdutor indica quando esta em contato com um artefato perfeitamente linear, e fixo, enquanto que o carro que o suporta desliza sobre a guia."

Estes erros são considerados mais adiante no modelamento matemático da estrutura da MMC. E como se poderá observar ficam evidentes nas expressões onde aparecem os erros. Enfim o erro de Abbe depende justamente da distância entre a posição do ponto que se está medindo e a escala do seu respectivo eixo, onde esta distância é conhecida como "Abbe Offsets" (ver figura 2.3). Para a MMC em nenhum momento se tem a linha de medição congruente com a linha da escala onde se lê o deslocamento de seus eixos, portanto esta é uma das mais importantes fontes de erro.

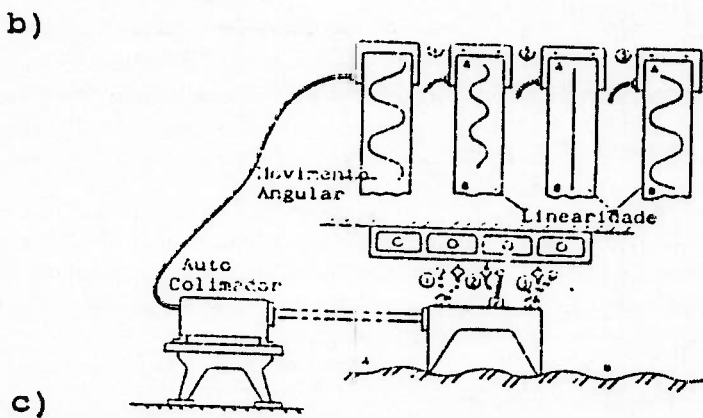
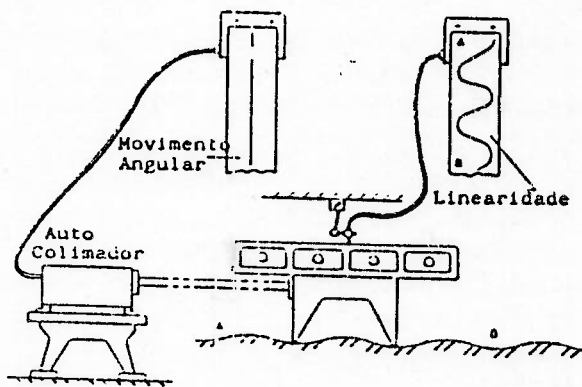
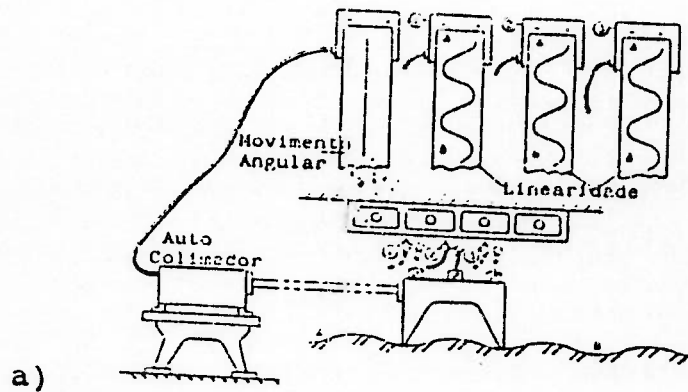


Figura 2.2- Medição da Linearidade.

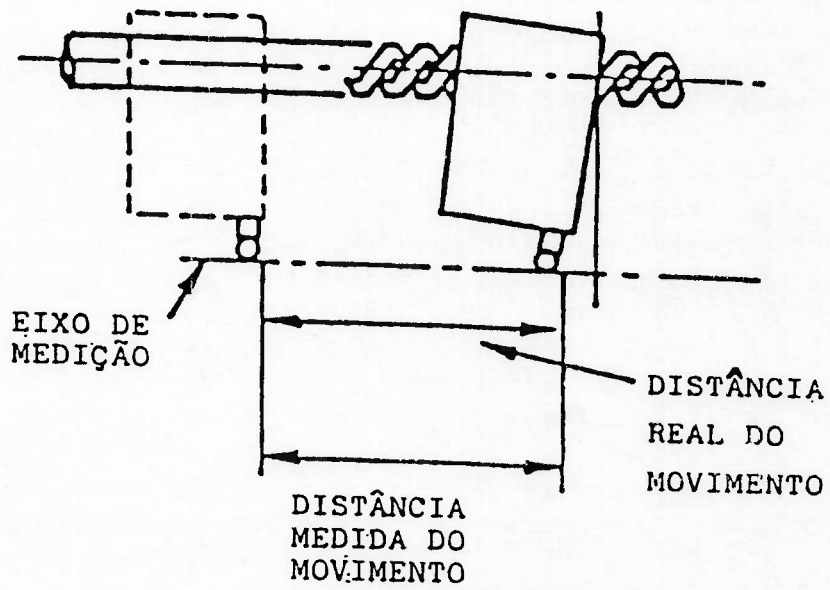
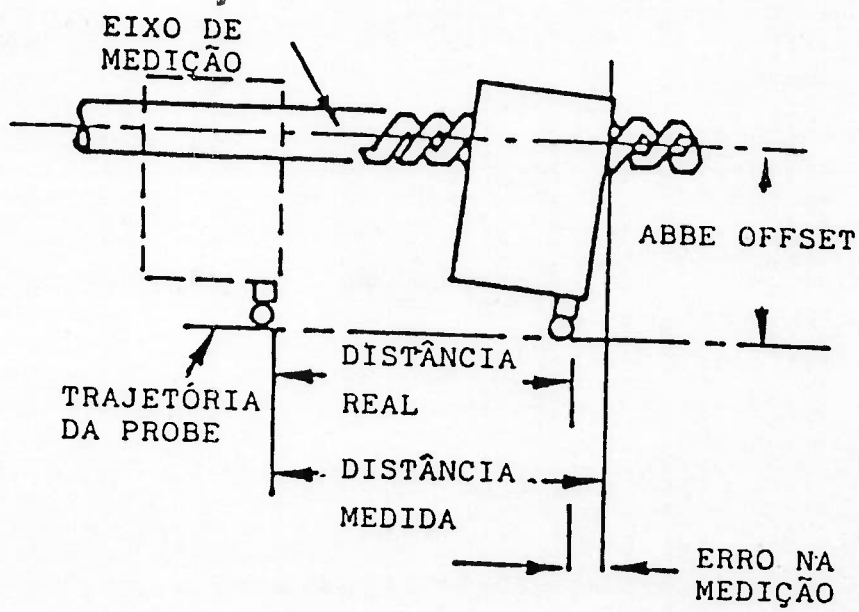


Figura 2.3 - Ilustração do Erro de Abbe.

2.3-Erros Geométricos

Os erros geométricos são definidos¹⁰ como erros individuais dos elementos de uma máquina, por exemplo a linearidade do movimento. Os erros geométricos, assim, estão relacionados ao movimento relativo entre as várias partes que envolvem os movimentos de uma máquina. Os erros geométricos podem ainda ser regulares e contínuos (sistemáticos), ou apresentar histerese (folgas), ou ainda aparecer com um comportamento aleatório. As componentes dos erros geométricos são definidas a seguir como erros de ortogonalidade (ou perpendicularismo), erros de posicionamento, e erros de linearidade ("pitch", "yaw" e "roll", ou ainda, tombamento, guinamento e rolamento). É assumido que a magnitude de cada um dos componentes de erro seja função somente do deslocamento no eixo correspondente de movimento. O número mínimo de 6 ensaios necessários para se estabelecer a precisão num plano, por exemplo¹, inclui:

- 1) Medição do erro de posicionamento em X, $\delta_x(x)$ para um dado y_0 .
- 2) Medição do erro de posicionamento em Y, $\delta_y(y)$ para um dado x_0 .
- 3) Medição do erro de linearidade em X, $\delta_x(x)$ para um dado y_0 .
- 4) Medição do erro de linearidade em Y, $\delta_y(y)$ para um dado x_0 .

5) Medição do erro de yaw ao longo do eixo Y, $\epsilon_z(Y)$, para um dado X_0 .

6) Medição do erro de yaw ao longo do eixo x, $\epsilon_z(x)$ para um dado y_0 .

Como será visto mais adiante, na seção 3.1.1, para o caso tridimensional determina-se 21 erros geométricos para a MMC, possíveis de se medir com instrumentos como por exemplo interferômetro à laser, montagem de blocos padrões e transdutores lineares de deslocamento. São estes os três erros angulares, de pitch, yaw e roll, e os três erros de deslocamentos lineares para cada um dos eixos de movimento da MMC, que somados chegam à 18, e ainda os três erros de ortogonalidade entre os eixos considerados.

Os erros de ortogonalidade, tanto para o caso bidimensional como para o caso tridimensional nada mais são do que os erros angulares entre um eixo médio, da trajetória do movimento da máquina, e seu eixo de referência. Onde este eixo médio é definido por uma reta ajustada, pelos erros angulares individuais de cada ponto medido, normalmente por mínimos quadrados, como se mostra na figura 2.4.

Desse modo, para os casos onde se utiliza um comprimento corporificado no espaço de trabalho de uma MMC, devidamente aferida, não existem razões pelas quais se deva incluir estes erros de ortogonalidade, sendo necessário assim somente a determinação dos 18 erros citados acima, e que serão vistos com mais detalhes na seção 2.3.2.

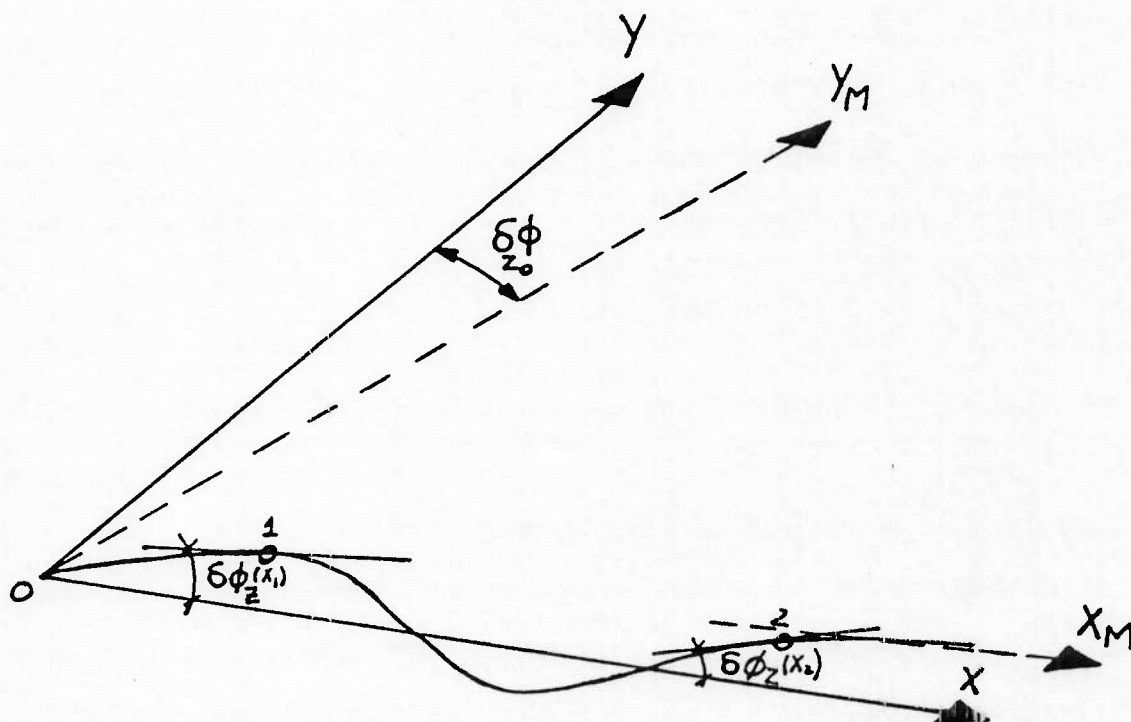


Figura 2.4 - Ilustração dos desvios angulares no plano X-Y, onde $\delta\phi_{z_0}$ é o erro de ortogonalidade entre X e Y, e $\delta\phi_z(X)$'s são os erros de yaw, definindo um eixo médio para X, dado por X_M.

2.3.1- Erros de Ortogonalidade

No caso de se utilizar o interferômetro na medição dos erros geométricos de uma MMC, o primeiro grupo de erros considerados¹⁵ são os erros de ortogonalidade entre os eixos de movimento e os eixos de referência. Estes são facilmente obtidos através da utilização de uma óptica apropriada. Como descrito acima numa MMC estes aparecem em número de três, e podem ser descritos em uma forma matricial como mostrado na expressão (2.1).

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & -\phi_{xy} & -\phi_{xz} \\ 0 & 1 & -\phi_{yz} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde $-\phi_{xy}$ descreve o erro infinitesimal de ortogonalidade entre os eixos X e Y, da mesma forma $-\phi_{xz}$ descreve o erro infinitesimal de ortogonalidade entre os eixos X e Z, e ainda $-\phi_{yz}$, descrevendo o mesmo erro de entre os eixos Y e Z. Mais adiante esta forma de erro aparece sendo considerada no modelamento geométrico de uma MMC onde o método vetorial é empregado para definir os erros do sistema, e também no método de calibração por múltipla redundância onde se efetua a medição de placas de bolas bidimensionais^{6,11,18}, onde se mede uma sequência de pontos aleatoriamente várias vezes.

Considerado⁷ como um método aceito para definir e

medir a não ortogonalidade entre dois eixos, e com relação ao movimento dos eixos, em geral pode-se dizer que linhas médias são definidas através da trajetória do movimento da ponta do apalpador. Esta afirmação esta teoricamente correta mas tem pouco significado prático. A razão disto é que os erros de ortogonalidade e linearidade são relacionados e suas magnitudes combinadas, mantendo mesmo assim sua independência.

2.3.2- Erros de Linearidade

Neste segundo grupo de erros são considerados os seis graus de liberdade que envolvem um sistema tri-dimensional, como é o caso da MMC descrita anteriormente. Deste modo seis funções de erros são consideradas para cada um dos três eixos coordenados (X,Y,Z). Que ao todo, como já dito, totalizam-se em 18 erros. Assim neste grupo aparecem os erros de deslocamento (ou de escala) descritos por δ 's; por exemplo:

$$\delta_x(x), \delta_y(x) \text{ e } \delta_z(x)$$

onde o caracter entre parênteses (x) indica o eixo em movimento e o índice indica em qual direção, X,Y ou Z, ocorre o deslocamento. Estes erros aparecem claramente ilustrados na figura 2.2.

Os erros angulares que também aparecem neste grupo são conhecidos como "pitching", "yawing" e "rolling",

(tombamento, guinamento e rolamento), e surgem do movimento de cada um dos eixos, definidos¹⁹ da seguinte forma:

PITCH este deslocamento angular acontece perpendicularmente a direção do movimento, e perpendicularmente ao deslocamento angular de yaw.

YAW este deslocamento também é dado pelo deslocamento perpendicular ao movimento.

ROLL é dado pelo deslocamento angular em torno do próprio eixo do movimento.

Este movimento encontra-se ilustrado na figura 2.3.

Os erros angulares serão representados pela letra grega ϵ . Por exemplo $\epsilon_x(x)$ representa o deslocamento angular em torno do eixo X (roll de X), $\epsilon_y(x)$ representa o deslocamento angular em torno do eixo Y (Pitch de X) e $\epsilon_z(x)$ representa o deslocamento angular em torno do eixo Z (Yaw de X). A figura 2.5 ilustra muito bem os erros angulares para um caso tridimensional num plano que corta a trajetória do movimento em X.

Estes erros também podem ser apresentados^{12,13} numa forma matricial, assim para cada um dos eixos de movimento tem-se, por exemplo, a expressão 2.2, mostrada abaixo:

$$\epsilon_i = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_z(i) & \epsilon_y(i) \\ \epsilon_z(i) & 1 & -\epsilon_x(i) \\ -\epsilon_y(i) & \epsilon_x(i) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

onde i é o eixo a que se está referindo.

É válido também observar que este grupo de erros além de ter sua origem no próprio movimento de cada eixo, não são dependentes apenas de suas posições mas também do tempo¹³. Ou seja, fatores ambientais, como a temperatura, terão influência sobre a MMC quando os erros forem quantificados em períodos diferentes e constado alguma variação nestes, porexemplo um gradiente de temperatura. (Ver seção 2.4).

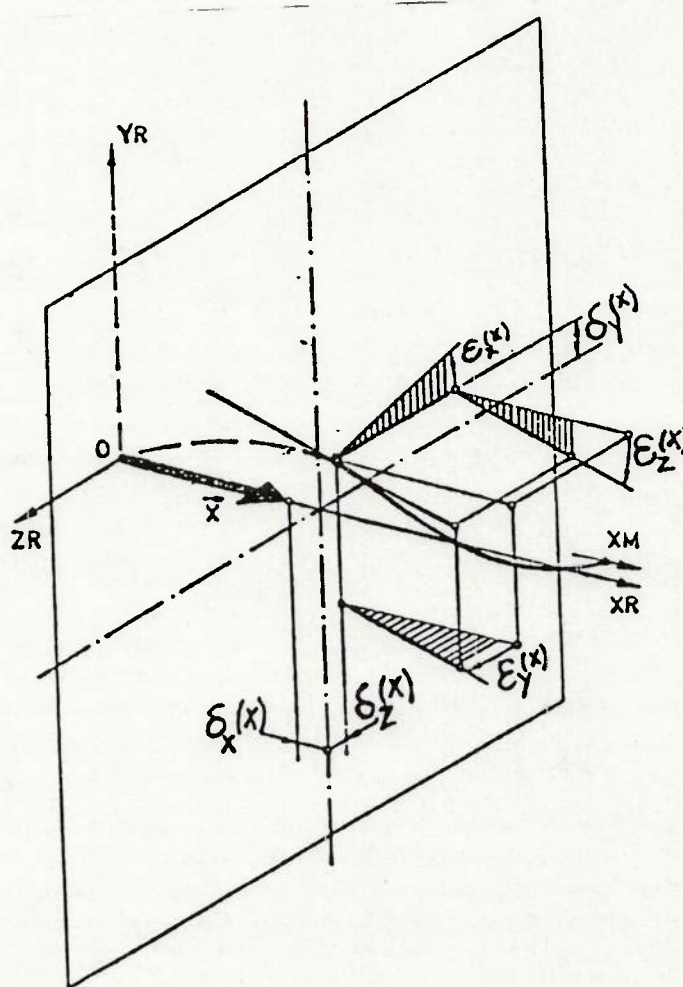


Figura 2.5 - Representação dos erros de deslocamentos angulares e lineares para o caso do movimento do carro-X da MMC.

Como estes erros são infinitesimais costuma-se desprezar seus termos de segunda ordem, quando realizadas multiplicações e as inversas de suas matrizes.

A dedução da forma matricial (2.2) para os erros angulares, vem da multiplicação matricial das matrizes de rotação em torno de cada um dos eixos coordenados X,Y,Z. Dadas as transformações de rotação em torno dos eixos X,Y e Z de um angulo ϵ , pela regra da mão direita sempre no sentido positivo do eixo,

$$\text{Rot}(x,\epsilon) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\epsilon) & -\text{sen}(\epsilon) \\ 0 & \text{sen}(\epsilon) & \cos(\epsilon) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\text{Rot}(y,\epsilon) = \begin{bmatrix} \cos(\epsilon) & 0 & \text{sen}(\epsilon) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(\epsilon) & 0 & \cos(\epsilon) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$\text{Rot}(z,\epsilon) = \begin{bmatrix} \cos(\epsilon) & -\text{sen}(\epsilon) & 0 \\ \text{sen}(\epsilon) & \cos(\epsilon) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

No caso destas rotações serem consideradas infinitesimais, ou seja, $\text{sen}\epsilon = \epsilon$ e $\cos\epsilon = 1$, das equações (2.3), (2.4) e (2.5), obtem-se:

$$\text{Rot}(x, d\varepsilon) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\varepsilon_x \\ 0 & \varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\text{Rot}(y, d\varepsilon) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\varepsilon_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\text{Rot}(z, d\varepsilon) = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z & 0 \\ \varepsilon_z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

No caso de transformações infinitesimais de rotação o resultado independe da sequência com que se faz tais rotações. Assim, considerando-se as rotações infinitesimais ε_x e ε_y , em torno dos eixos X e Y, respectivamente, se terá:

$$\text{Rot}(x, \varepsilon_x) \text{Rot}(y, \varepsilon_y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\varepsilon_x \\ 0 & \varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\varepsilon_y & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Assim desprezando-se termos de segunda ordem, como $\varepsilon_x \varepsilon_y$, obtem-se:

$$\text{Rot}(x, \varepsilon_x) \text{Rot}(y, \varepsilon_y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_y \\ 0 & 1 & -\varepsilon_x \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Como dito anteriormente a ordem desta multiplicação não importa, portanto nada impede que a igualdade abaixo seja verdadeira (para rotações infinitesimais),

$$\text{Rot}(x, \varepsilon_x) \text{Rot}(y, \varepsilon_y) = \text{Rot}(y, \varepsilon_y) \text{Rot}(x, \varepsilon_x) \quad (2.11)$$

E finalmente fazendo uma rotação em torno de Z, e multiplicando a matriz (2.10) por $\text{Rot}(z, \varepsilon_z)$,

$$\text{Rot}(x, \varepsilon_x) \text{Rot}(y, \varepsilon_y) \text{Rot}(z, \varepsilon_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_y \\ 0 & 1 & -\varepsilon_x \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z & 0 \\ \varepsilon_z & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Novamente desprezando os termos de segunda ordem tem-se,

$$\text{Rot}(x, \varepsilon_x) \text{Rot}(y, \varepsilon_y) \text{Rot}(z, \varepsilon_z) = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z & \varepsilon_y \\ \varepsilon_z & 1 & -\varepsilon_x \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

A matriz (2.13), portanto é a representação da matriz de transformação dos erros angulares de "pitch", "yaw" e "roll" que ocorrem em cada um dos eixos coordenados X,Y,Z da MMC.

Interpreta-se o resultado obtido pela expressão (2.13), da seguinte forma. Considerando-se a seguinte representação para a matriz dos erros angulares para o carro que se move sobre duas guias na direção de X mostrado na figura 2.6.

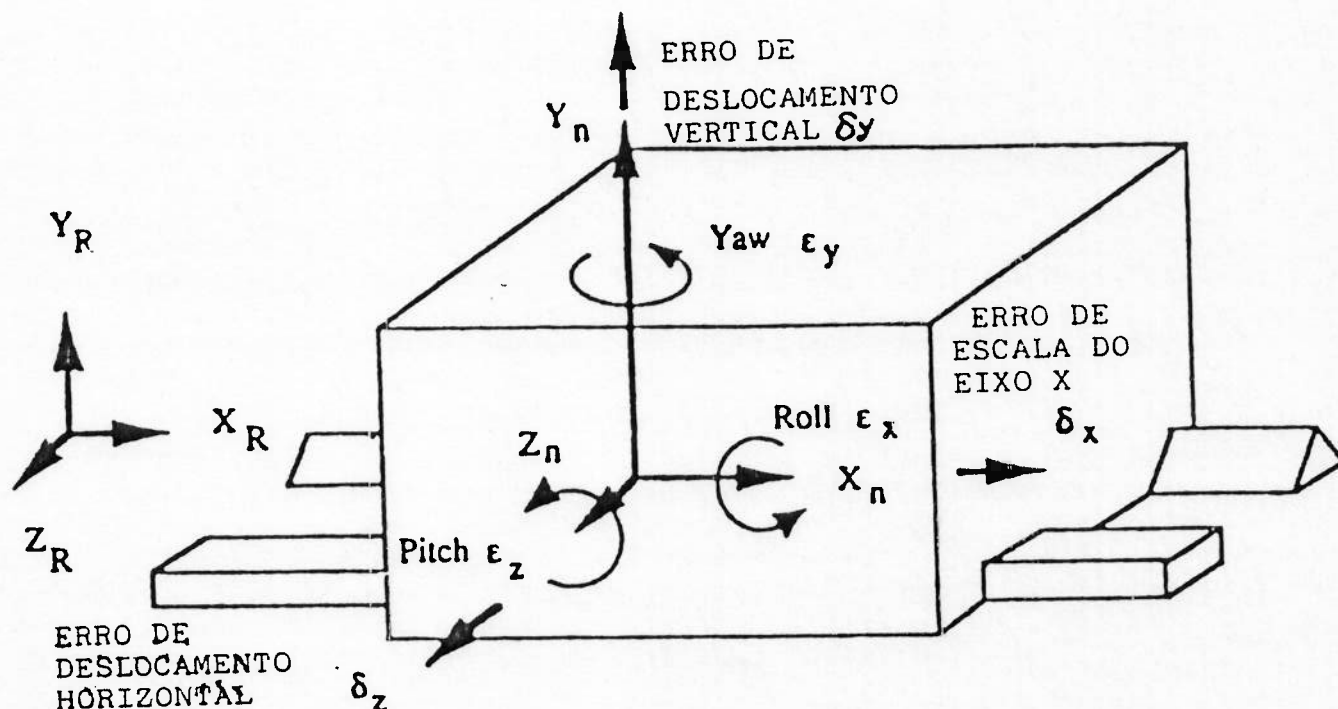


Figura 2.6 - Ilustração de um carro com movimento definido na direção do eixo X, apresentando os possíveis deslocamentos em sua trajetória.

$$\text{Rot} = \begin{bmatrix} O_{ix} & O_{iy} & O_{iz} \\ O_{jx} & O_{jy} & O_{jz} \\ O_{kx} & O_{ky} & O_{kz} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Define-se cada um dos termos da matriz (2.14) levando-se, da mesma forma, em consideração a regra da "mão direita". Desta maneira uma rotação em torno de X de um deslocamento angular igual a ϵ_x (roll, ver figura 2.5), causa uma inclinação do eixo Y numa direção positiva de Z por uma quantidade proporcional ao $\text{sen}(\epsilon_x)$, e numa direção negativa Y de uma quantidade proporcional a $1-\text{cos}(\epsilon_x)$. Visto que as inclinações a que estes eixos são submetidos são muito pequenas, a maioria na ordem de minutos de arco, pequenas aproximações são válidas e de agora em diante serão consideradas. A partir disso o elemento $O_{ky} = \epsilon_x$. O erro de roll ϵ_x também causa uma inclinação do eixo Z numa direção negativa em Y, assim tem-se $O_{jz} = -\epsilon_x$. Do mesmo modo uma rotação ϵ_y em torno do eixo Y causa uma inclinação do eixo X numa direção negativa de Z, sendo assim $O_{kx} = -\epsilon_y$, e causa uma inclinação do eixo Z numa direção positiva de X, da mesma forma $O_{iz} = \epsilon_y$. Similarmente uma rotação ϵ_z em torno de Z causa uma inclinação do eixo X numa direção positiva de Y, ou seja $O_{jx} = \epsilon_z$, e causa uma inclinação do eixo Y numa direção negativa de X, assim $O_{iy} = -\epsilon_z$.

Pelo que foi descrito acima pode-se dizer que na matriz (2.14) a primeira coluna descreve a orientação do eixo

X do carro (figura 2.6), definindo a inclinação do vetor diretor unitário que o define. Descrevendo portanto as coordenadas deste vetor unitário com relação ao sistema de referência (0,0,0) se terá para as coordenadas (X,Y,Z) uma inclinação $(1, \varepsilon_z, -\varepsilon_y)$. Lembrando que o "pitch" (ε_z) causa no eixo X um movimento positivo na direção Y enquanto o "yaw" (ε_y) causa a este mesmo eixo um movimento negativo na direção Z. A mesma lógica é aplicada na formulação das outras colunas para obtenção da mesma matriz que a deduzida algebricamente para a expressão (2.13).

2.4- Erros Devido a Variação da Temperatura

Os efeitos da tensão térmica há muitos anos são reconhecidos como uma das maiores fontes de erro em máquinas ferramentas. Ambas, internas e externas, fontes de calor indogenea em máquinas ferramentas são encontradas nos motores, atrito de mancais, atrito do corte, e eletrônica das máquinas. Erros surgem no posicionamento da ferramenta e da peça a ser trabalhada devido aos componentes estruturais das máquinas como, guias, eixos, acessórios, e distorções nas colunas em resposta ao gradiente de temperatura associados a operação da máquina. Há muitas vezes também problemas causados por gradientes de temperatura devido a radiação de paredes e teto. Tem sido muito estudado nestes últimos 40 anos a identificação e prognósticos de variações térmicas em

máquinas ferramentas²⁰. Os métodos incluem: medição dos erros sob condições típicas de operação: estudo fenomenológico, análise de elementos finitos da estrutura dos elementos da máquina e modelamento com correção dos erros paramétricos. Entretanto foi pequeno o progresso até os anos de 1980, com respeito a correção de todos os erros de escala durante o processo.

As MMC's possuem estruturas similares a das máquinas ferramentas, inclusive a forma de construção robusta para que seja mínimo o efeito da massa do carregamento e outras distorções. MMC's estão também inerentemente propensas a efeitos de tensão térmica de ambas fontes internas e externas. Enquanto as fontes de distúrbios térmicos associadas as máquinas ferramentas são muito maiores do que aquelas encontradas em uma MMC, a exigência na exatidão para uma MMC é muito maior. Algumas fontes de calor que afetam uma MMC estão sendo mostradas na figura 2.7.

As MMC's são também muitas vezes construídas de uma variedade de materiais, assim como o granito, aço ou alumínio, o que aumenta o potencial dos problemas causados pelas diferentes taxas de transferência de calor e coeficientes de expansão térmica de diferentes componentes da máquina.

Típicas fontes de calor que uma máquina possui são motores de acionamento e sistemas eletrônicos (1-6, Fig. 2.7). Existem também o atrito nas guias e mancais (7-Fig. 2.7). Se a

MMC emprega mancais aerostáticos, concentrações do fluxo de ar localizados podem causar resfriamento ou aquecimento, dependendo da condição do ar. Escalas de Leitura (3) e consoles (6) inapropriadamente colocadas podem perturbar o equilíbrio térmico local. Finalmente fontes de iluminação dentro da sala de medição (8) podem introduzir transientes de gradientes de temperatura quando ligados e desligados, assim como também a localização não apropriada das aberturas do ar condicionado.

O significado de tais efeitos dependerão da exigência de exatidão do usuário. A maioria dos fabricantes de MMC's estipulam uma faixa de temperatura ambiente dentro da qual sua máquina possa conseguir os resultados especificados. Uns poucos fabricantes proporcionam um sistema de software que permite a compensação dos efeitos térmicos em peças sendo medidas e escalas. Alguns mas lamentavelmente não todos, especificam um critério de índice térmico como um importante fator na variabilidade da tolerância de trabalho da máquina.

Distorções térmicas modulam a variação do deslocamento dos 18 erros cinemáticos, apresentados, para uma MMC.

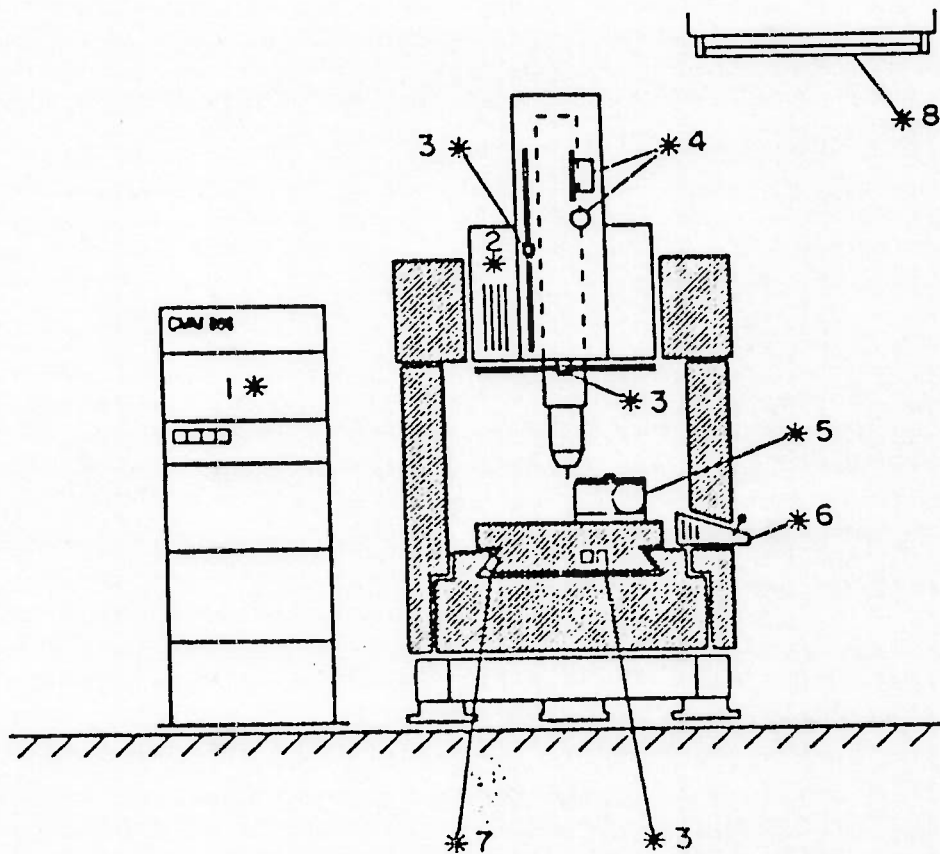


Figura 2.7-Algumas fontes de calor que afetam a MMC.
 (1)Sistemas eletrônicos de controle; (2)eletrônica integrada à máquina; (3)Sistema de leitura de escalas; (4)motores de acionamento; (5)acessórios da mesa giratória;(6)Sistemas eletrônicos do console próximos à área de trabalho da máquina; (7)mancais; (8)iluminação da sala.

2.4.1-Especificações do Meio Ambiente

Segundo a Norma Nacional Americana (ANSI): Métodos para Avaliação do Desempenho de Máquinas de Medir Coordenadas (ANSI/ASME B89.1.12M-1985),¹⁹ a temperatura é uma importante, e na maioria das vezes mal entendida, influência na exatidão de medições dimensionais.

A ANSI B89.6.2 define duas condições alternativas sob a qual um ensaio do ambiente é termicamente aceitável. A primeira, que todo componente pertinente ao sistema de medição esteja exatamente a 20°C, o que na maioria das vezes é inviável conseguir. Esta Norma é primariamente relacionada a segunda: na qual o índice de erro térmico seja uma razoável tolerância de trabalho. A opinião do Subcomite B89.6.2 é de que ainda não é possível especificar parâmetros para variações térmicas do meio ambiente os quais assegurarão um valor específico para o índice do erro térmico. A aceitabilidade dos efeitos térmicos do meio ambiente são entretanto especificados em termos dos efeitos que estes causam sobre a máquina.

2.4.2-Diretrizes da Variação Térmica do Meio Ambiente.

O fabricante da máquina deve especificar a condição térmica ambiental, na qual a máquina trabalhará dentro de

regiões aceitáveis de variações. Como porexemplo: a especificação da temperatura média da sala, máxima amplitude de variação e faixa de frequência, dos desvios para a temperatura média, gradientes térmicos do meio ambiente, taxa de fluxo de ar, e a velocidade do ar em torno da máquina. Se o usuário escolher não seguir os parâmetros determinados pelo fabricante, os ensaios do meio ambiente podem conduzir a um aumento na tolerância de trabalho aceitável para uma dada avaliação de desempenho.¹⁹

2.4.3-Energia Térmica Radiante

A máquina não deve estar exposta diretamente à luz solar ou outras fontes de energia radiante muito potentes. Outras fontes de energia radiante (como iluminação fluorescente) não devem estar, nem sempre é possível evitar, próximas de qualquer parte da máquina, principalmente do eixo em que se tem o maior comprimento. Onde esta distância se tornar impraticável uma boa opção é a utilização de iluminação indireta.¹⁹

2.3.4-Ensaio Térmico.

O ensaio térmico deve ser feito sob condições equivalentes àquelas determinadas durante o ensaio de desempenho. Os ensaios do meio devem ser considerados

aceitáveis se o índice do erro térmico, como é definido na B89 para cada ensaio, não exceder em 50% para estes. Se o índice do erro térmico exceder em 50% e o meio não estiver conforme as especificações do fabricante, os limites de tolerância de trabalho para a repetibilidade, exatidão do deslocamento linear e ensaios de desempenho com uma barra de bolas devem ser automaticamente aumentados de um valor de modo que o maior índice do erro térmico seja de 50% para o ensaio especificado. Se o índice do erro térmico exceder os 50% e o meio ambiente estiver conforme as especificações do fabricante, não atingindo os limites de exatidão, o ensaio com a barra de bolas é sugerido.¹⁹

O índice de erro térmico deve ser calculado para cada ensaio de desempenho pela equação:

$$TEI = [(UNDE + TVE) / WT] \times 100 \quad (2.15)$$

onde

TEI = índice de erro térmico,
TVE = variação da temperatura,
UNDE = incerteza da expansão diferencial nominal,
WT = tolerância de trabalho para este ensaio.

$$UNDE = (0.000002) \times (L) \times (T_m - 20) \quad (2.16)$$

onde

T_m = temperatura média do meio ambiente em °C.

Mais detalhes a respeito do ensaio podem ser encontrados na própria norma.¹⁹

2.4.5-Efeitos da Temperatura em MMC's de Alta Precisão.

Em trabalho²⁰ recentemente publicado Lingard e co-autores introduziram duas perturbações conhecidas no ambiente onde estava instalada uma MMC Leitz PMM-866 de alta precisão, (com compensação da temperatura em sua escala) usando aquecedores extratêgicamente arranjados, simulando gradientes de temperatura horizontal e vertical no plano Y-Z. Uma barra de bolas ULE/Zerodur de 250mm foi repetidamente medida pela MMC.

Um gradiente de temperatura vertical de 9°C através da mesa de granito compreendido na guia linear do carro, produziu uma mudança aproximadamente linear no tempo do comprimento aparente da barra de bolas, numa razão média em torno de $1\mu\text{m-deg}^{-1}\text{C}$. Mudanças na linearidade das guias e do peso aparente da mesa de granito foram medidos. Da mesma forma, uma razão de temperatura similar produziu um efeito de pequena variação na estrutura do pórtico, sem mudanças aparentes no comprimento da barra de bolas.

Isto mostrou que o efeito de introduzir o gradiente

vertical pode ser prognosticado assumindo-se um curvatura na estrutura do pórtico, ocasionando um gradiente de pitch ao longo da guia e resultando num erro de posição do apalpador, o qual para uma primeira aproximação varia linearmente com a duração do gradiente de temperatura. Uma técnica de análise de tensão térmica em elementos finitos foi empregada para explorar as distorções medidas nas guias.

3-ANÁLISE DO COMPORTAMENTO GEOMÉTRICO DE UMA MÁQUINA DE MEDIR COORDENADAS.

Há alguns anos a "National Bureau of Standards" vem desenvolvendo técnicas para a calibração de Máquinas de Medir por Coordenadas - MMC^{6,21}.

Assim tomando como base suas experiências na execução de tais procedimentos, descritos em alguns trabalhos, que no decorrer desta dissertação serão mencionados, pretende-se utilizar destas técnicas para a elaboração de um procedimento de aferição de uma MMC. Esforçando-se no sentido de tornar conhecidos os erros geométricos existentes no equipamento, e estabelecendo-se a que níveis de precisão e confiabilidade se poderá trabalhar com este sistema de medição tridimensional.

Desta forma estuda-se⁶ basicamente três técnicas que formam a base para o entendimento do comportamento geométrico de uma máquina, são estas:

- * Exame da geometria da máquina usando-se a estrutura formal da cinemática do corpo rígido;
- * Teoria da Múltipla Redundância;
- * Técnicas de modelamento temporal e de amostragem de produção.

Estas técnicas vão sendo explicadas a seguir nas seções em que se introduz o modelamento vetorial de uma MMC

tipo pórtico móvel²¹, a teoria da múltipla redundância^{6,22} para o caso do uso de uma placa com furos ou esferas e a aplicação da transformada homogênea no modelamento da estrutura de uma MMC^{5,12,8}.

3.1-Modelamento Geométrico

O primeiro método, descrito a seguir, utiliza-se da álgebra vetorial para a definição da posição real da ponta do apalpador no espaço de trabalho da MMC com relação a um sistema de coordenadas de referência. Considerando-se todos os erros definidos para uma MMC, chega-se a uma expressão que estabelece a relação entre as coordenadas da posição verdadeira e as coordenadas da posição medida através de todos estes erros, possíveis de se medir que envolvem o sistema.

O método da Múltipla Redundância baseia-se na repetibilidade de medições de posições fixas no espaço de trabalho da MMC. Este método tem grande utilidade quando se utiliza como artefato de medição uma placa com furos ou uma placa com esferas.

Deixou-se para o capítulo quatro o método da Transformada Homogênea, que quando utilizada para o modelamento geométrico de uma MMC demonstrou ser um método mais simples em sua aplicação. As transformações que os

sistemas de coordenadas de cada elemento sofre devido aos erros do sistema aparecem naturalmente.

3.1.1-Método Vetorial

O método vetorial vem sendo usado a algum tempo por pesquisadores da NBS ("National Bureau of Standards") no modelamento dos erros geométricos de Máquinas de Medir Coordenadas (MMC)^{6, 21}. Os erros considerados nestes trabalhos são erros sistemáticos e erros de primeira ordem devido a expansão térmica nas escalas da MMC, este último durante o processo de aferição.

Assume-se primeiramente que a máquina seja rígida o suficiente para não deformar com seu peso próprio, ou quando carregada com a carga máxima especificada pelos fabricantes. O modelo usado requer quatro sistemas de coordenadas independentes. Estes são, o sistema da mesa, (O, X, Y, Z) ; o sistema do pórtico, (O_1, X_1, Y_1, Z_1) ; o sistema do carro-X, (O_2, X_2, Y_2, Z_2) ; e o sistema da haste-Z, (O_3, X_3, Y_3, Z_3) .

Na máquina, os sistemas do pórtico e do carro-X são ligados a estes por hastes imaginárias, para que seja facilitado o modelamento vetorial. Figura 3.1.

Assume-se também que inicialmente todas as quatro origens coincidam e que os eixos dos quatro sistemas estejam alinhados.

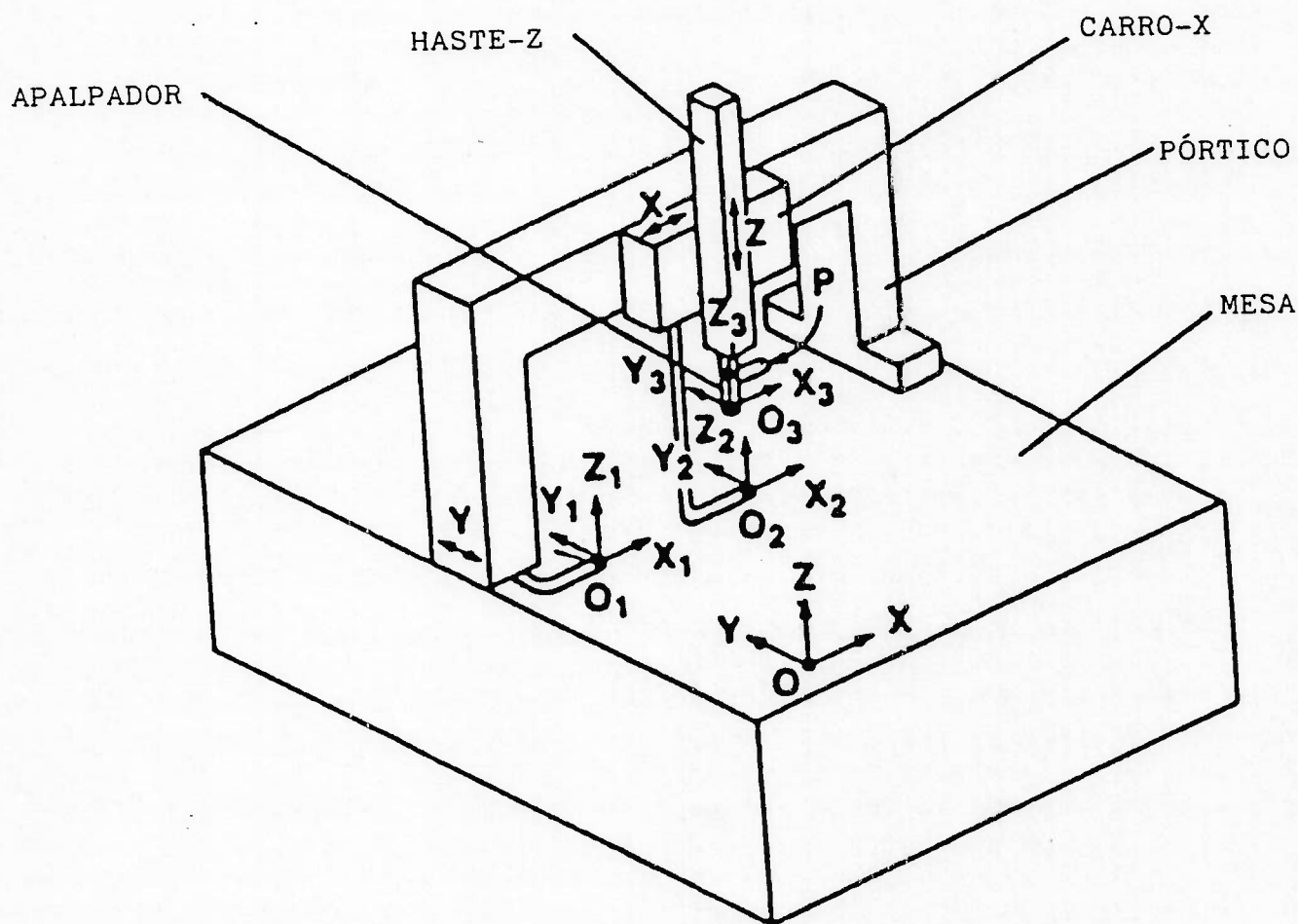


Figura 3.1 - Posicionamento dos sistemas de coordenadas escolhidos para a MMC tipo pórtico.

Escolheu-se o eixo Y como a linha de referência para a compensação da ortogonalidade, ou seja, assumiu-se que o eixo X estivesse fora de esquadro com o eixo Y, e o plano X-Y como referência para o eixo Z.

Dessa forma pode-se analisar o movimento de cada eixo. Quando a ponte move-se a uma distância nominal Y, a posição verdadeira da ponte é O₁, no sistema de coordenadas da mesa (O,X,Y,Z), e será dado pelo vetor (3.1).

$$OO_1 = \begin{bmatrix} \delta_x(Y) \\ Y - \delta_y(Y) \\ \delta_z(Y) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde δ é usado para denotar o desvio linear com relação aos outros eixos coordenados.

Ao mesmo tempo, o sistema de coordenadas do pórtico rotaciona com relação ao sistema de coordenadas da mesa, esta rotação é expressa por uma matriz rotação infinitesimal (3.2).

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_z(Y) & \epsilon_y(Y) \\ \epsilon_z(Y) & 1 & -\epsilon_x(Y) \\ -\epsilon_y(Y) & \epsilon_x(Y) & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Da mesma forma quando o carro-X se move a uma distância nominal X tem-se (3.3).

$$O_1O_2 = \begin{bmatrix} X - \delta_x(X) \\ -X\alpha + \delta_y(X) \\ \delta_z(X) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

onde o erro de ortogonalidade entre X e Y é incluído como α .

Assim também o sistema de coordenadas do carro-X rotaciona com relação ao sistema de coordenadas do pórtico e da mesma forma esta rotação é representada por uma matriz rotação infinitesimal (3.4).

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z(X) & \varepsilon_y(X) \\ \varepsilon_z(X) & 1 & -\varepsilon_x(X) \\ -\varepsilon_y(X) & \varepsilon_x(X) & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Ainda para o movimento da haste-Z deslocada numa distância nominal Z se terá o vetor (3.5)

$$O_2O_3 = \begin{bmatrix} -Z\beta_1 + \delta_x(Z) \\ -Z\beta_2 + \delta_y(Z) \\ Z - \delta_z(Z) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

onde os erros de ortogonalidade entre Z e o plano X-Y são dados por β_1 e β_2 .

Estando seu sistema de coordenadas sujeito a uma rotação com relação ao sistema de coordenadas do carro-X, a

matriz de rotação infinitesimal será dada por (3.6).

$$R_3 = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_z(Z) & \epsilon_y(Z) \\ \epsilon_z(Z) & 1 & -\epsilon_x(Z) \\ -\epsilon_y(Z) & \epsilon_x(Z) & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Para representar um ponto P qualquer com relação ao sistema fixo à mesa (O,X,Y,Z), faz-se a somatória dos vetores por partes para melhor entendimento do resultado final obtido.

Considerando inicialmente os sistemas de coordenadas da mesa e do pórtico como referência para o ponto P se terá a seguinte soma vetorial, representada na figura 3.2:

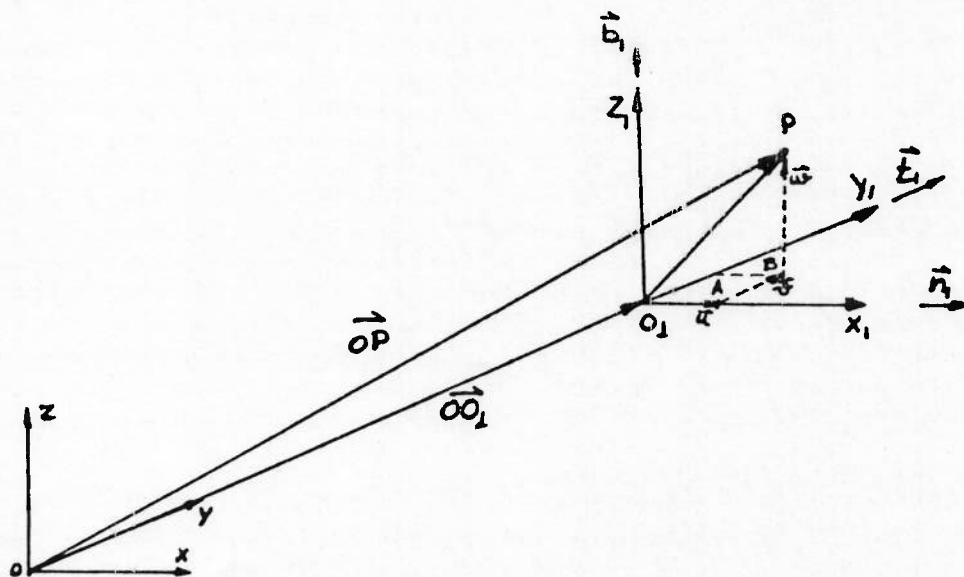


Figura 3.2 - Soma vetorial que localiza o sistema de coordenadas do pórtico com relação ao sistema de referência da mesa.

Observando o esquema acima pode-se escrever (3.7).

$$OP = OO_1 + O_1A + AB + BP$$

$$OP = OO_1 + u.n_1 + v.t_1 + w.b_1$$

$$OP = OO_1 + R_1.O_1P \quad (3.7)$$

Representando da mesma forma o ponto P com relação aos sistemas de coordenadas do pórtico do carro-X tem-se na figura 3.3:

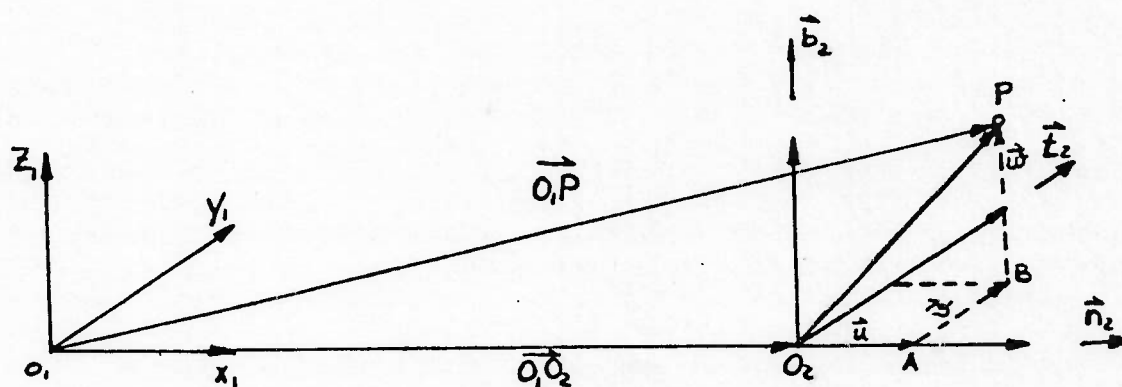


Figura 3.3 - Soma vetorial que localiza o sistema de coordenadas do carro-X com relação ao sistema de coordenadas do pórtico.

Do esquema acima pode-se escrever-se (3.8).

$$O_1P = O_1O_2 + O_2A + AB + BP$$

$$O_1P = O_1O_2 + u.n_2 + v.t_2 + w.b_2$$

$$O_1P = O_1O_2 + R_2.O_2P \quad (3.8)$$

Ainda para um ponto P qualquer, representa-se sua posição com relação aos sistemas coordenados do carro-X e da haste-Z, assim a figura 3.4:

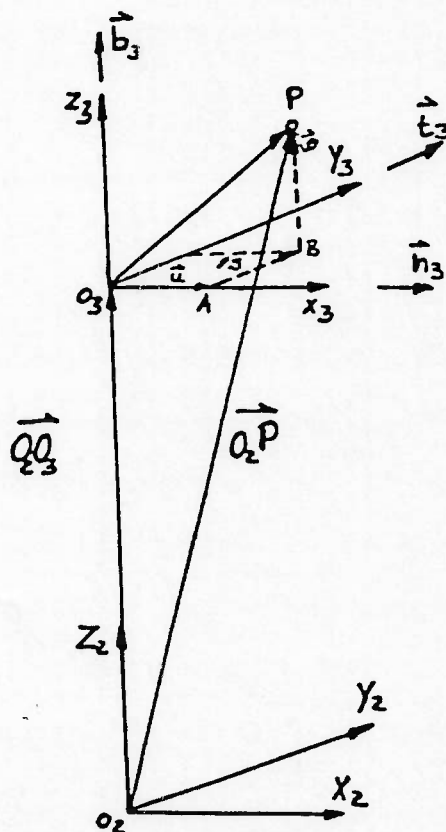


Figura 3.4 - Soma vetorial que localiza o sistema de coordenadas da haste-Z com relação ao sistema de coordenadas do carro-X.

Observando-se o esquema acima escreve-se a relação
(3.9).

$$\begin{aligned} O_2P &= O_2O_3 + O_3A + AB + BP \\ O_2P &= O_2O_3 + u.n_3 + v.t_3 + w.b_3 \\ O_2P &= O_2O_3 + R_3.O_3P \end{aligned} \quad (3.9)$$

Substituindo-se as equação (3.9) na (3.8), e o resultado desta na (3.7), tem-se (3.10).

$$OP = OO_1 + R_1 (R_2 (R_3 O_3P + O_2O_3) + O_1O_2) \quad (3.10)$$

Pelas definições e desenvolvimento acima, as coordenadas do sistema da mesa (X', Y', Z') de um ponto arbitrário P, possui também no sistema de coordenadas da haste-Z, as coordenadas (X_p, Y_p, Z_p). Substituindo-se os termos da equação (3.10) chega-se as expressões das coordenadas do ponto P com relação ao sistema de coordenadas da mesa. Simplificando-se estas expressões desprezando termos de segunda ordem, tem-se (3.11), (3.12), (3.13).

$$\begin{aligned} X' &= X_p - \delta_x(X) + \delta_x(Y) + \delta_x(Z) \\ &\quad - Z.\beta_1 + Z.\epsilon_y(X) + Z.\epsilon_y(Y) \\ &\quad - Y_p . (\epsilon_z(X) + \epsilon_z(Y) + \epsilon_z(Z)) \\ &\quad + Z_p . (\epsilon_y(X) + \epsilon_y(Y) + \epsilon_y(Z)) \\ &\quad + X \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned}
Y' = & Y_p + \delta_y(X) - \delta_y(Y) + \delta_y(Z) \\
& - Z \cdot (\beta_2 + \epsilon_x(X) + \epsilon_x(Y)) \\
& + X \cdot (\epsilon_z(Y) - \alpha) \\
& + X_p \cdot (\epsilon_z(X) + \epsilon_z(Y) + \epsilon_z(Z)) \\
& - Z_p \cdot (\epsilon_x(X) + \epsilon_x(Y) + \epsilon_x(Z)) \\
& + Y
\end{aligned}
\tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}
Z' = & Z_p + \delta_z(X) + \delta_z(Y) + \delta_z(Z) \\
& - Z \cdot \beta_1 + Z \cdot \epsilon_y(X) + Z \cdot \epsilon_y(Y) \\
& - X \cdot \epsilon_y(Y) \\
& + Y_p \cdot (\epsilon_x(X) + \epsilon_x(Y) + \epsilon_x(Z)) \\
& - X_p \cdot (\epsilon_y(X) + \epsilon_y(Y) + \epsilon_y(Z)) \\
& + Z
\end{aligned}
\tag{3.13}$$

Das equações acima isola-se a parte dos termos que representam os erros geométricos obtendo-se as expressões que os somam para cada um dos eixos (3.14), (3.15) e (3.16).

$$\begin{aligned}
\Delta_x = & X' - X_p - X \\
\Delta_x = & - \delta_x(X) + \delta_x(Y) + \delta_x(Z) \\
& - Z \cdot \beta_1 + Z \cdot \epsilon_y(X) + Z \cdot \epsilon_y(Y) \\
& - Y_p \cdot (\epsilon_z(X) + \epsilon_z(Y) + \epsilon_z(Z)) \\
& + Z_p \cdot (\epsilon_y(X) + \epsilon_y(Y) + \epsilon_y(Z))
\end{aligned}
\tag{3.14}$$

$$\begin{aligned}
\Delta y &= Y' - Y_p - Y \\
\Delta y &= \delta y(X) - \delta y(Y) + \delta y(Z) \\
&\quad - Z \cdot (\beta_2 + \epsilon_x(X) + \epsilon_x(Y)) \\
&\quad + X \cdot (\epsilon_z(Y) - \alpha) \\
&\quad + X_p \cdot (\epsilon_z(X) + \epsilon_z(Y) + \epsilon_z(Z)) \\
&\quad - Z_p \cdot (\epsilon_x(X) + \epsilon_x(Y) + \epsilon_x(Z))
\end{aligned}
\tag{3.15}$$

$$\begin{aligned}
\Delta z &= Z' - Z_p - Z \\
\Delta z &= \delta z(X) + \delta z(Y) + \delta z(Z) \\
&\quad - Z \cdot \beta_1 + Z \cdot \epsilon_y(X) + Z \cdot \epsilon_y(Y) \\
&\quad - X \cdot \epsilon_y(Y) \\
&\quad + Y_p \cdot (\epsilon_x(X) + \epsilon_x(Y) + \epsilon_x(Z)) \\
&\quad - X_p \cdot (\epsilon_y(X) + \epsilon_y(Y) + \epsilon_y(Z))
\end{aligned}
\tag{3.16}$$

Todos estes erros infinitesimais, que aparecem nas expressões acima, podem ser obtidos através de medições feitas na própria MMC. São ao todo 21 erros possíveis de se medir, como descritos anteriormente no capítulo dois. Erros de escala e linearidade em cada um dos eixos e os erros de ortogonalidade. Nos trabalhos de calibração feitos para a NBS cita-se métodos práticos que utilizam o interferômetro a laser, e quando não é possível a medição de alguns destes erros por limitações físicas do próprio interferômetro a

laser, descreve-se também o uso de blocos padrões, transdutores de deslocamento linear e níveis diferenciais para alguns dos erros angulares (figura 3.5)

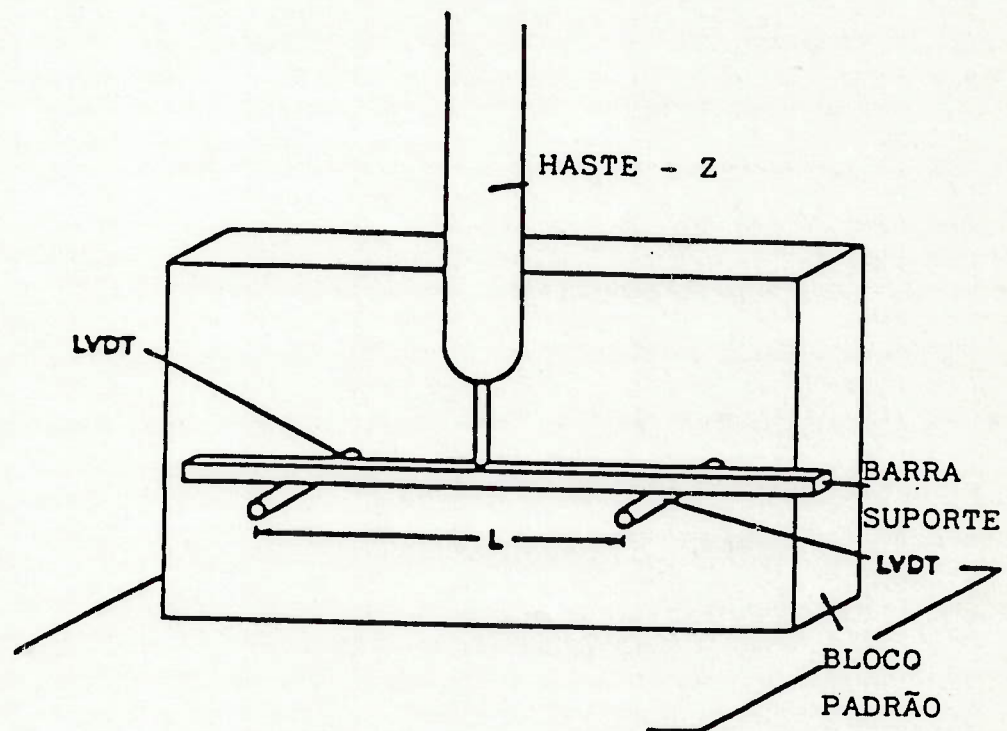


Figura 3.5 - Uso de bloco padrão e níveis diferenciais na determinação do erro de rolling do eixo Z de uma MMC.

A ortogonalidade entre os planos de trabalho da máquina pode ser medida utilizando-se de um método comum em agrimensura, medindo-se ao longo das diagonais da máquina. Este é tido como um método extremamente sensível e preciso na determinação da ortogonalidade^{21,8}.

Em publicação recente²³ é apresentado um novo sistema para aferição dos erros da MMC, é o sistema de Medição de Múltiplos Graus de Liberdade ("Multi Degree-of-Freedom Measuring System" - MDFM) que tem sido implementado e desenvolvido simultaneamente na medição de erros de linearidade, pitch, yaw e roll do movimento dos eixos da MMC. O sistema baseia-se no princípio de alinhamento do laser e autocolimador. Este princípio de medição e a influência de flutuações do feixe do laser na qualidade das medições foram estudados e algumas melhorias foram implementadas. A precisão da componente de erro linear foi melhor que $1\mu\text{m}$ e a precisão dos erros angulares foi melhor que 0.5seg de arco.

Para completar o modelo considera-se ainda a variação no comprimento das escalas devido a oscilações na temperatura do meio ambiente onde está localizada a MMC. Isto é feito colocando-se dois termopares em cada uma das escalas ópticas que fornecem a posição da ponta do apalpador nos seus eixos coordenados X,Y e Z. Por fim, o erro térmico é assumido como sendo da forma²¹ apresentada nas expressões (3.17), (3.18) e (3.19).

$$\Delta X_T = \alpha_x \cdot X \cdot ((T_1 - T_2)/2) - 20 \quad (3.17)$$

$$\Delta Y_T = \alpha_y \cdot Y \cdot ((T_1 - T_2)/2) - 20 \quad (3.18)$$

$$\Delta Z_T = \alpha_z \cdot Z \cdot ((T_1 - T_2)/2) - 20 \quad (3.19)$$

onde os α 's são os coeficientes de expansão térmica das escalas, os T's são as temperaturas dos termopares, e 20, é a temperatura metrológica padrão em Celsius.

Com a medição de cada um dos 21 erros individuais da máquina, e o cálculo do erro total para cada um dos eixos, é possível montar uma tabela de compensação de erros, como a mostrada a seguir, na figura 3.6, conseguida utilizando-se o mesmo procedimento descrito acima, que permite a correção de qualquer ponto medido no espaço de trabalho da MMC. Os pesquisadores da NBS que utilizaram este procedimento conseguiram aumentar a precisão de sua MMC em dez vezes²¹.

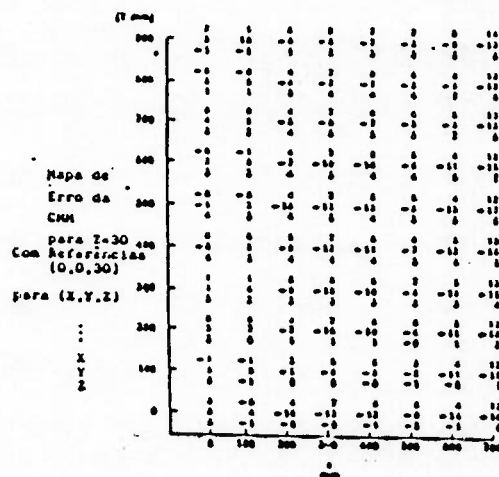


Figura 3.6 - Exemplo do mapeamento dos valores de compensação dos erros geométricos de uma MMC para cada um de seus eixos.

3.1.2-Múltipla Redundância

Este método baseia-se na escolha de medições redundantes²², realizadas com um instrumento imperfeito, que pode conter informações suficientes para da mesma maneira medir e eliminar imperfeições no próprio sistema de medição. Em uma MMC o tipo de redundância mais convenientemente aplicada é aquela onde se mede uma peça várias vezes em diferentes posições em seu espaço de trabalho. Com estes dados torna-se possível a remoção de erros devido a imperfeições na escala e ortogonalidade entre os eixos. Inicialmente, para melhor elucidar este procedimento, apresenta-se um exemplo⁶.

Supondo-se ter um objeto com três pontos de referência calibrados, como mostrado na figura 3.7, no qual as coordenadas X do sistema são definidas por suas distâncias ao eixo Y (as quais são certamente projetadas no eixo X), sendo as coordenadas em Y definidas de maneira similar. Os vetores do sistema não ortogonal, \underline{X}_{NOG} , serão relacionados à vetores num sistema ortogonal, \underline{X}_{OG} , com a mesma origem por

$$\underline{X}_{NOG} = A \underline{X}_{OG} \quad (3.20)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

e α é infinitesimal.

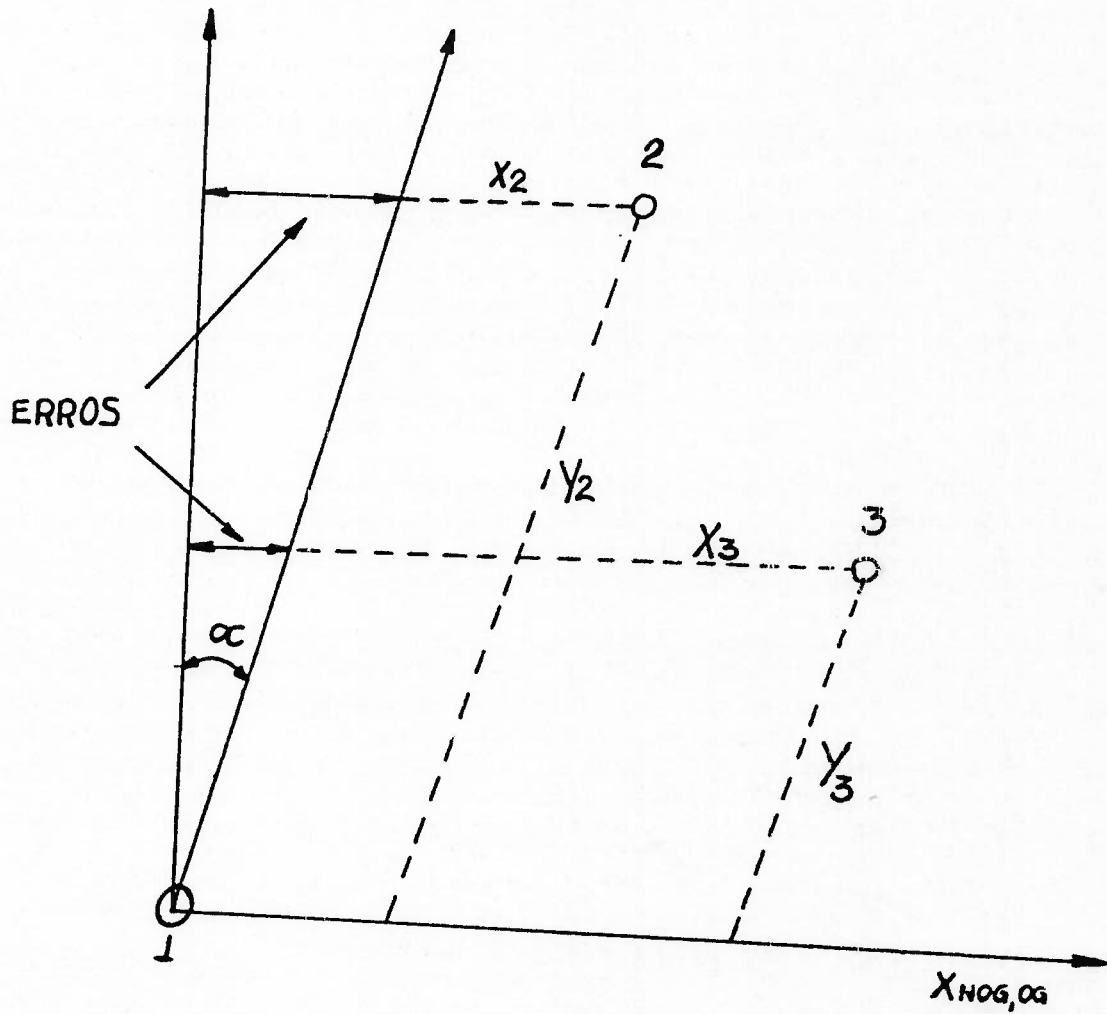


Figura 3.7 - Objeto com três pontos de referência submetido ao ensaio de Múltipla Redundância.

Os eixos X's dos dois sistemas escolhidos são alinhados por conveniência. Esta escolha como se mostrará mais adiante é arbitrária. O próximo passo é rotacionar o objeto de ângulo finito θ , que corresponde à rotação do sistema de coordenadas, fazendo-se novamente a medição dos vetores nos mesmos pontos calibrados. O novo vetor, descrito pelo índice N, é relacionado ao anterior no sistema ortogonal por uma simples matriz de rotação finita B. Que é dada por

$$\underline{X}_{OG}^N = B \underline{X}_{OG} \quad (3.22)$$

onde

$$B = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

As coordenadas deste novo vetor no sistema ortogonal serão simplesmente :

$$\underline{X}_{NOG}^N = A \underline{X}_{OG}^N = A B \underline{X}_{OG} \quad (3.24)$$

Assim mostra-se que com somente três pontos (sendo um deles a origem) e medindo-se duas vezes cada um destes, é possível calcular ambas as coordenadas dos pontos e os ângulos θ e α . Tendo-se os dados de 8 medidas e somente 6 incógnitas o sistema se torna facilmente determinável. Para

casos reais de medições onde existem muitos pontos de referência devidamente calibrados e medições a vários ângulos, o processo de medição é chamado de múltipla redundância e os ângulos e coordenadas são determinados por grandes ajustes de mínimos quadrados.

Segundo os pesquisadores da NBS a generalização da análise acima para três dimensões é complexa mas possível. Neste caso os tipos de erros que podem ser calculados e eliminados são exatamente os mesmos, isto é, estes erros métricos independem da matriz de rotação finita. Outros erros comuns de se determinar neste processo, junto com os de ortogonalidade, são os erros de escala.

Deve-se notar ainda que a matriz de rotação R do método vetorial comuta com a matriz não ortogonal (para ângulos de primeira ordem).

A técnica da múltipla redundância devida com as dos métodos estatísticos a determinação da estabilidade do sistema na calibração. Num consenso ambos são algoritmos de auto calibração, nos quais através de séries fechadas de medições, erros no desempenho da MMC podem ser assessados e removidos.

Ainda dentro do assunto, Hocken e Borchardt descreveram¹⁸ um método simplificado utilizando-se dos conceitos que Reeve apresenta em seu trabalho sobre múltipla redundância na calibração de placas de bolas e placas de

furos²².

Este método simplificado da múltipla redundância também elimina erros na ortogonalidade entre eixos e erros de escala em medições bidimensionais. Este requer um padrão calibrado (placa de bolas⁴ ou placas com furos^{4, 24}, por exemplo), e que seja medido em duas posições que diferem de uma rotação da placa de noventa graus, com relação aos eixos da máquina. Este método requer apenas um ajuste linear de mínimos quadrados, diferente do método iterativo proposto por Reeve.

Da mesma forma o método simplificado supõe que os pontos calibrados possam ser especificados por um grupo de vetores, dados por $(\underline{X}_i)_n$. E chama-se o grupo de n vetores na primeira posição (alinhada com os eixos da máquina) de $(\underline{X}_{1i})_n$. O primeiro grupo de vetores medidos são relacionados aos vetores verdadeiros por uma matriz de transformação, como já definida por A . Sendo assim,

$$\underline{X}'_{1i} = A \underline{X}_i \quad (3.25)$$

Na expressão (3.25) a matriz A descreve a geometria da máquina, podendo-se chamá-la de matriz métrica.

Anteriormente A havia sido escolhido como sendo a matriz dada pela expressão (3.21).

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Contudo existem outras possibilidades de se escrever esta matriz tornando-a mais sensível na observação dos erros geométricos. Para a matriz A descrita anteriormente o eixo X do padrão e da máquina estão alinhados, e o eixo Y da máquina está defasado de um ângulo $90-\alpha$ do eixo Y do padrão. Esta escolha como já foi dito é arbitrária. Assim pode-se tornar esta matriz mais sensível escolhendo-se uma expressão como a apresentada em (3.26).

$$A_x = \begin{bmatrix} 1+\gamma & -\alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Aqui γ é um erro infinitesimal incluído para levar-se em conta o fato de que a escala para o eixo X pode ser diferente da do eixo Y, dado que Y tenha uma escala mais confiável. Uma representação equivalente para uma escala com maior confiabilidade em X é, dada pela expressão (3.27)

$$A_y = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha \\ 0 & 1-\gamma \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Supondo-se ainda que as escalas sejam diferentes entre si de um valor γ , mas não se tenha idéia de qual delas seja mais confiável, aconselha-se escolher uma matriz onde os erros de escala sejam simétricos. Uma escolha razoável é dada pela expressão (3.28).

$$A = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\gamma}{2} & -\alpha \\ 0 & 1 + \frac{\gamma}{2} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Dado que as três formas para a métrica da máquina¹⁸ produzam a mesma equação observacional, pode-se trabalhar com apenas uma delas, da mesma forma que se trabalharia com as outras.

Demonstrando-se assim para a matriz A_x , da equação (3.25), o grupo de vetores coordenados medidos na primeira posição será

$$\underline{X}'_{1i} = A_x \underline{X}_i, \quad i = 1..n \quad (3.25)$$

O grupo de vetores medidos na segunda posição será dado por (3.29).

$$\underline{X}'_{2i} = A_x B \underline{X}_i, \quad i = 1..n \quad (3.29)$$

Onde B, como já definido anteriormente é a matriz de rotação finita

$$B = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

tendo $\theta = \Pi/2$.

A ordem da multiplicação das matrizes A e B é importante, pois estas não comutam (ou seja, $AB \neq BA$). A lógica descrita é simples. As coordenadas verdadeiras depois da rotação são

$$\underline{X}_{1B} = B \underline{X}_1, \quad i = 1..n \quad (3.30)$$

e quando estas coordenadas forem medidas na máquina os números obtidos serão

$$\underline{X}'_{21} = A_x \underline{X}_{1B} = A_x B \underline{X}_1, \quad i=1..n \quad (3.31)$$

As equações (3.25) e (3.29) podem ser combinadas, e chegar-se a seguinte expressão:

$$\underline{X}'_{11} = A_x B^{-1} A_x^{-1} \underline{X}'_{21}, \quad i=1..n \quad (3.32)$$

que assim chama-se de equação observacional básica. Dessa maneira, os dados das coordenadas medidas nas duas posições são relacionados pelas equações que envolvem os parâmetros da máquina, α e γ , e o ângulo de rotação θ .

A equação (3.32) será verdadeira apenas na ausência de erros. Numa MMC existem, entretanto muitos erros e a equação (3.32) é verdadeira somente para seus erros médios. Também devido a trajetória usualmente feita nas medições, existe a possibilidade de alguma compensação linear independente da métrica da máquina, entre as origens nas posições 1 e 2. No procedimento de normalização comumente usado, onde se subtrai a leitura das coordenadas de referência, todas as medições tenderão ao erro sistemático das coordenadas de referência. Esta tendência pode ser incluída na equação (3.32) pelo vetor \underline{E} , que é assumido ser infinitesimal, como mostrado na expressão (3.33)

$$\underline{X}'_{1i} = \underline{A}_x \underline{B}^{-1} \underline{A}_x^{-1} \underline{X}'_{2i} + \underline{E}, i=1..n \quad (3.33)$$

Na simplificação da matriz de rotação finita $B(\theta)$, faz-se $\theta = \pi/2 + \beta$, para que esta se reduza a uma matriz infinitesimal (3.34).

$$B = \begin{bmatrix} \cos(\Pi/2+\beta) & \text{sen}(\Pi/2+\beta) \\ -\text{sen}(\Pi/2+\beta) & \cos(\Pi/2+\beta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta & 1 \\ -1 & -\beta \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Desprezando-se os termos de segunda ordem pode-se escrever a inversa de B como mostrado em (3.35)

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -\beta & -1 \\ 1 & -\beta \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

e a inversa de A_x como mostrado em (3.36).

$$A_x^{-1} = \begin{bmatrix} 1-\gamma & \alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Como esta é uma aproximação de primeira ordem as equações observacionais serão,

$$X'_{11} = -(\beta+\alpha) X'_{21} - (1-\gamma) Y'_{21} + E_x \quad (3.37a)$$

e

$$Y'_{11} = (1-\gamma) X'_{21} + (\alpha-\beta) Y'_{21} + E_y \quad (3.37b)$$

obtidas das multiplicações matriciais na equação (3.33), eliminando os termos de segunda ordem. Vale enfatizar aqui que as equações (3.37a) e (3.37b) são exatamente as mesmas para qualquer uma das escolhas de A, (3.26), (3.27), ou (3.28), mencionadas anteriormente.

Para obter-se os melhores valores para os parâmetros $(\alpha, \beta, \gamma, E_x, E_y)$, nas equações (3.37) o método dos mínimos quadrados é usado, definindo-se M:

$$M = \sum_{i=1}^n (X'_{11} - X'_{11}^{(calc)})^2 + (Y'_{11} - Y'_{11}^{(calc)})^2 \quad (3.38)$$

onde $X'_{11}^{(calc)}$ e $Y'_{11}^{(calc)}$ serão dados pelas equações (3.37a) e (3.37b), respectivamente quando os parâmetros forem fixados. O melhor valor para os parâmetros será quando o valor de M for mínimo.

Assumindo-se assim que os erros aleatórios no processo de medição são independentes com média zero e desvio padrão razoavelmente uniforme, obtem-se as equações para o mínimo por diferenciação parcial da equação (3.38) com respeito a cada um dos cinco parâmetros, fazendo estas derivadas iguais a zero. O sistema resultante da equação linear será,

$$D P = C \quad (3.39)$$

onde D é uma matriz 5x5 e P e C são vetores colunas (5x1). Denominando-se assim a somatória que forma os elementos da matriz D sem o índice i, a linha (') e o sinal de somatória. Assim, por exemplo

$$X_2^2 = \sum_{i=1}^n X_{2i}'^2 \quad \text{ou ainda,} \quad X_2 Y_2 = \sum_{i=1}^n X_{2i}' Y_{2i}'$$

Então,

$$D = \begin{bmatrix} X_2^2 + Y_2^2 & X_2^2 - Y_2^2 & -2X_2 Y_2 & -X_2 & -Y_2 \\ X_2^2 - Y_2^2 & X_2^2 - Y_2^2 & 0 & -X_2 & -Y_2 \\ 0 & 2X_2 Y_2 & X_2^2 - Y_2^2 & -Y_2 & -X_2 \\ X_2 & X_2 & -Y_2 & -N & 0 \\ -Y_2 & Y_2 & X_2 & 0 & -N \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$C = \begin{bmatrix} Y_1 Y_2 - 2X_2 Y_2 - X_1 X_2 \\ -X_1 X_2 - Y_1 Y_2 \\ -X_1 Y_2 - Y_2^2 - X_2 Y_1 + X_2^2 \\ -X_1 - Y_2 \\ X_2 - Y_1 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$P = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ E_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

A solução da equação (3.39) é obtida pela inversão da matriz D, ou ainda pela baixa ordem da matriz pela regra de Kramer.

Obtida a solução da equação (3.39), tem-se os melhores valores para $\alpha, \beta, \gamma, E_x, E_y$, assim como também o valor do desvio quadrático. Usando-se estes valores pode-se calcular os valores das coordenadas reais, pelas seguintes equações,

$$\underline{X}_{1i} = A_x^{-1} \underline{X}'_{1i}, i=1..n \quad (3.43a)$$

e

$$\underline{X}'_{1i} = B^{-1} A_x^{-1} \underline{X}'_{2i} + \underline{E}, i=1..n \quad (3.43b)$$

Um melhor resultado para o valor das coordenadas pode ser obtido pela simples média, ou seja,

$$\bar{X}_i = \frac{1}{2} (A_x^{-1} \underline{X}'_{1i} + B^{-1} A_x^{-1} \underline{X}'_{2i} + \underline{E}) \quad (3.44)$$

Constata-se assim, que no cálculo do melhor valor para as coordenadas, estas não são totalmente independentes

da escolha de A. E deixa-se para que o metrologista tenha sensibilidade de decidir qual das três matrizes de A utilizará, a menos que γ seja igual a zero.

Quanto a rotação da placa foi estipulado nos experimentos realizados por Hocken e Borchardt, que a diferença entre as posições 1 e 2 na rotação deve estar em torno de 10 seg de 90° . Dez segundos equivalem à 0.0005 polegadas (0.01270 mm) numa trajetória de 10 polegadas (254 mm), o que esta bem dentro da capacidade da MMC's comercializadas atualmente, sendo inclusive possível a diminuição desta faixa de tolerância angular.

Todo o procedimento para aferição de uma MMC que utiliza uma placa de bolas ou placa de fios, inclusive a calibração das placas, encontra-se num guia do Serviço de Calibração Alemão (DKD)²⁴.

4-Transformada Homogênea Aplicada à Estrutura de uma Máquina de Medir Coordenadas - MMC

Nesta seção aplica-se um método útil para a representação de transformações de coordenadas, diferente da análise vetorial proposta na seção 3.1.1, por possibilitar a está uma forma mais compacta.

As transformadas homogêneas foram empregadas por Denavit²⁵ para descrever articulações, por Paul²⁶ e Assada²⁷ para descrever manipuladores de robôs, para descrever a geometria de máquinas ferramentas multi-eixos por Ferreira e Liu¹², Eman e Wu e DeVries¹³, assim como também Máquinas de Medir por Coordenadas, onde Soons, Thems e Schellekens descrevem seus erros geométricos⁵.

O que se descreve a seguir são alguns conceitos básicos para o entendimento da representação em transformada homogênea, e logo em seguida são dados dois exemplos de sua aplicação na análise estrutural dos erros em uma MMC.

4.1-Transformada Homogênea

Dada a transformação de coordenadas pela equação (4.1), (Ver Figura 4.1):

$$X = X_c + R x^b \quad (4.1)$$

O primeiro termo do lado direito representa uma transformação de translação, enquanto o segundo termo representa a

transformação de rotação. O objetivo aqui é derivar uma simples representação da transformação de coordenadas em que ambas as transformações de translação e rotação são dadas por uma simples matriz²⁷. Sendo assim, pode-se definir os vetores 4 x 1 :

$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad x^b = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

e a matriz 4 x 4 :

$$A = \begin{bmatrix} & R & & x_0 \\ & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Os vetores x e x^b são aumentados de um quarto elemento, resultando assim no vetor 4 x 1. Assim também a matriz R é estendida a uma matriz 4 x 4 combinando com o vetor de posição 3 x 1, com os três 0's e o 1 na quarta linha. A equação (4.1) pode então ser escrita como dado pela expressão (4.4).

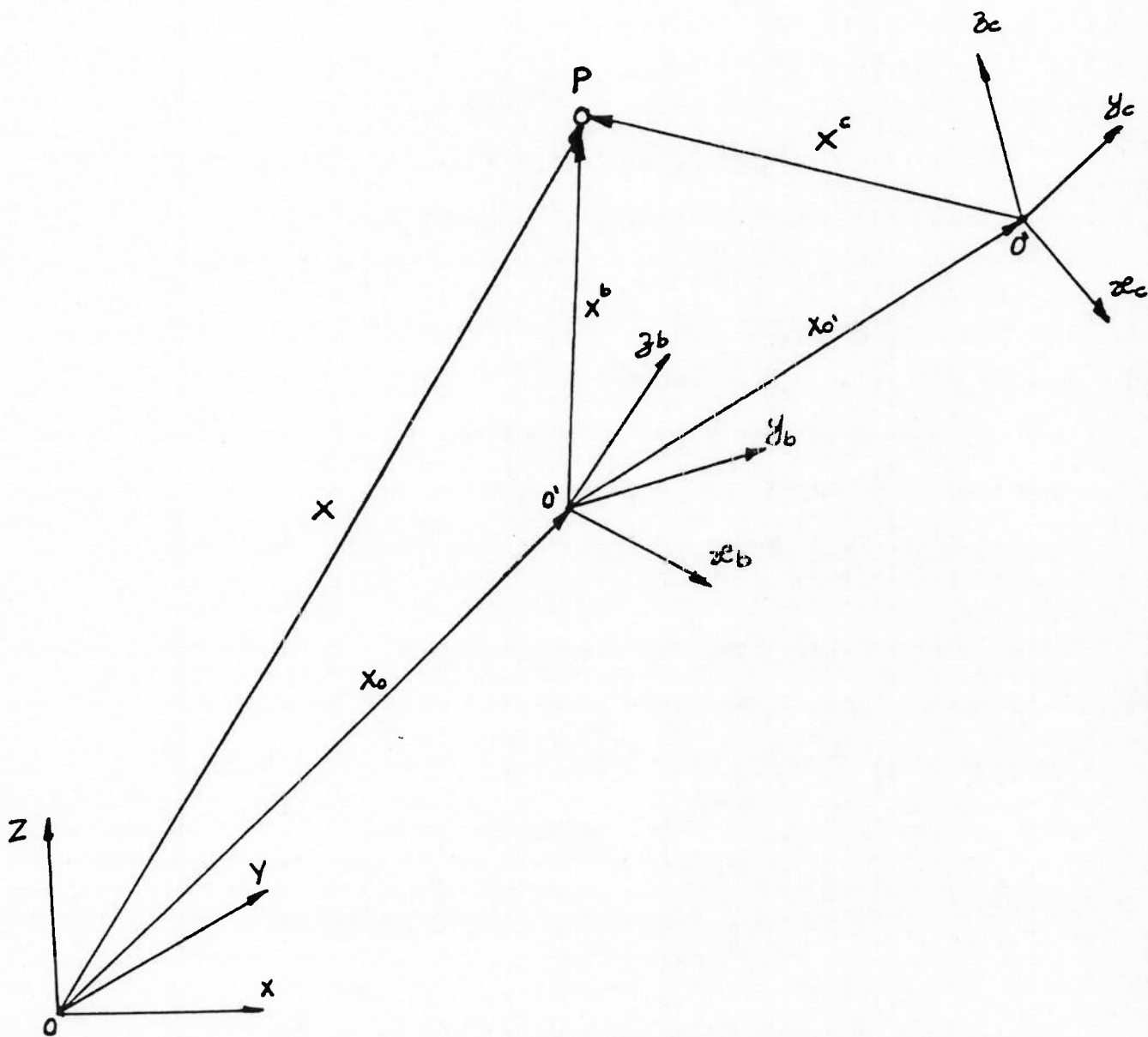


Figura 4.1 - Transformação de coordenadas para um sistema de coordenadas no espaço tri-dimensional.

$$x = A x^b \quad (4.4)$$

onde substituindo seus termos tem-se

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \\ & R & & x_0 \\ & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Nota-se assim que a matriz A (4 X 4) representa tanto a posição como a orientação do sistema O, X_b, Y_b, Z_b . Os dois termos do lado direito da equação (4.1) são reduzidos a um simples termo na equação (4.4). A transformação de coordenadas que aparece na equação (4.5) é conhecida como transformação homogênea.

A transformação homogênea é vantajosa quando são representadas consecutivas transformações. Dado um outro sistema de coordenadas O'', X_c, Y_c, Z_c , como também mostrado na figura 4.1, tem-se

$$x^b = x' + R' x^c \quad (4.6)$$

onde x' e R' são o vetor 3 x 1 e a matriz 3 x 3 associadas com a transformação de coordenadas de x^c para x^b . Substituindo-se (4.6) em (4.1), obtém-se

$$x = x_0 + R x'_0 + R R' x''_0 \quad (4.7)$$

O que se tem agora são três termos do lado direito da equação (4.7). Como ocorre um número repetido de transformações, o número de termos do lado direito aumenta. Em geral, as n transformações consecutivas de coordenadas gerará um polinômio de n -ésima ordem contendo $(n+1)$ termos não homogêneos. As transformações homogêneas que usam a matriz 4×4 , por outro lado, dão uma forma compacta representando qualquer transformação consecutiva como um simples termo. Considerando n transformações consecutivas de um sistema n relacionado a um sistema de referência 0 . Dado A_n^{i-1} ser a matriz 4×4 associada com a transformação do sistema i para o sistema $i-1$; então o vetor posição X^n no sistema 0 será dado pela expressão (4.8).

$$X^0 = A_1^0 A_2^1 \dots A_n^{n-1} X^n \quad (4.8)$$

Da mesma maneira as consecutivas transformações são descritas de forma compacta e por um simples termo.

As matrizes 4×4 também apresentam outras propriedades que serão empregadas na análise estrutural da MMC⁵. Ou seja, Assim como uma matriz 4×4 pode representar a posição e a orientação de um sistema de coordenadas, esta pode representar também a translação e rotação de um sistema de coordenadas. Do mesmo modo, a propriedade de equivalência

para as matrizes de rotação é mantida para as matrizes 4 x 4, em que tanto translação quanto rotação estão envolvidas¹³.

A transformada inversa da matriz homogênea é simplesmente a descrição do sistema de coordenadas de referência com relação ao sistema transformado²⁶.

A inversa da transformação de coordenadas dada por (4.6) é escrita da seguinte forma

$$X^b = A^{-1} X \quad (4.9)$$

Para a equação (4.1) a transformação inversa seria expressa por uma matriz 3 x 3, na forma

$$X^b = -R^T x_0 + R^T x \quad (4.10)$$

Convertendo agora a expressão acima para a forma matricial 4 x 4 e determinando a matriz A^{-1} . Comparando a equação (4.10) com a equação (4.1), nota-se que x_0 de (4.1) é equivalente à $-R^T x_0$ em (4.10), enquanto R é simplesmente equivalente à R^T . Aplicando a mesma conversão aplicada à equação (4.3), obtém-se

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} R^T & -R^T x_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Pode-se tirar a prova do resultado acima fazendo-se o produto tanto de $A^{-1}A$ como o de $A A^{-1}$ que são identicamente iguais as matrizes identidades.

4.2-Aplicação da Transformada Homogênea no Plano X-Y de uma MMC.

Considerando-se apenas os movimentos dos dois eixos que determinam as coordenadas em X e Y da MMC, representa-se através da transformada homogênea o comportamento geométrico para estes dois eixos que definem o plano X-Y.

Os erros considerados para o plano X-Y foram os erros de escala, em cada um dos eixos, e os erros de retitude no plano (deslocamentos lineares e angulares do movimento de cada eixo com relação ao outro), tendo-se assim seis erros como já descrito anteriormente no capítulo dois.

Ilustrando, pela figura 4.2, o que foi descrito acima, aplica-se a teoria da Transformada Homogênea (TH), para obter-se a posição real da ponta do apalpador com relação ao sistema de referência definido sobre o plano de trabalho X-Y da MMC, pelo sistema coordenado X_0Y_0 .

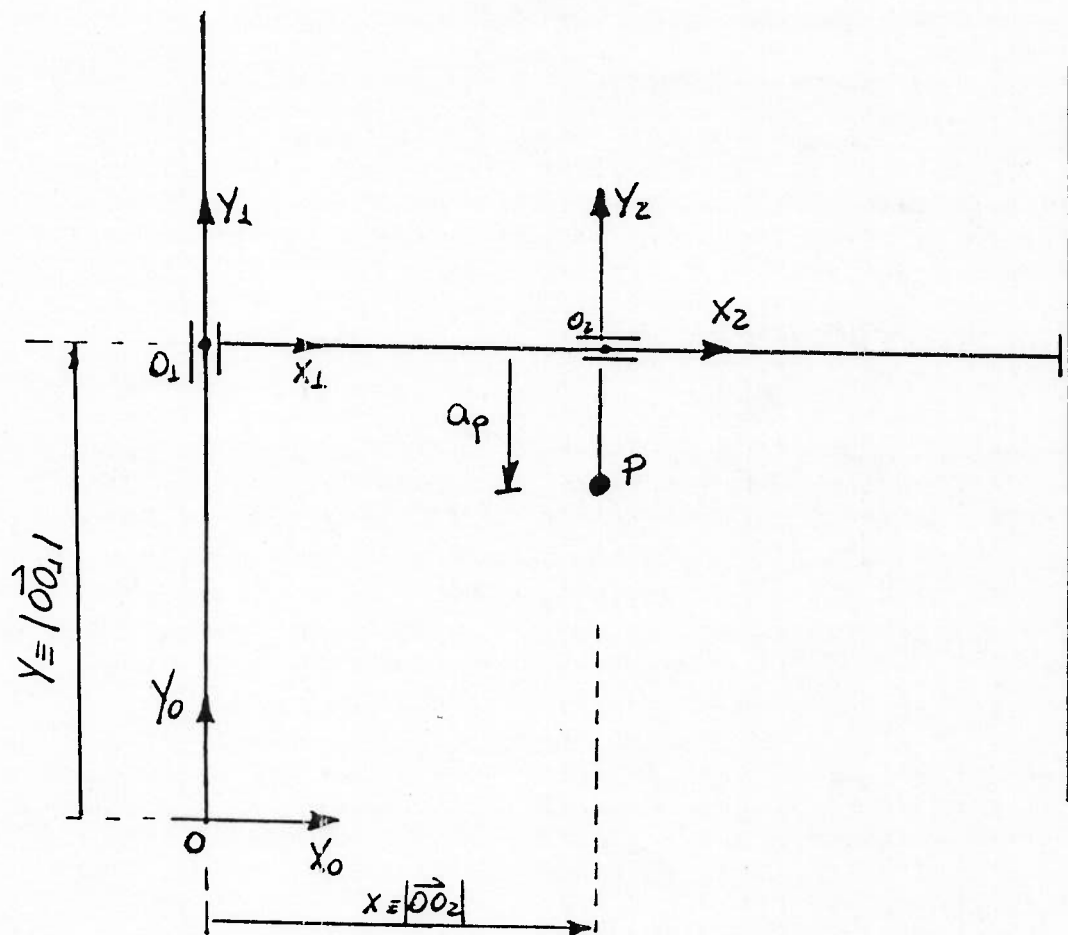


Figura 4.2 - Ilustração do plano X-Y de uma MMC, com seus respectivos deslocamentos em cada eixo.

Localizados os sistemas de coordenadas para os elementos da MMC que movimentam-se no plano X-Y, tem-se: o sistema de coordenadas para o carro-X (X_2Y_2), o sistema de coordenadas para o carro-Y (X_1Y_1), que por sua vez é localizado pelo sistema de coordenadas de referência (X_0Y_0), pelas coordenadas X e Y, correspondentes aos módulos dos vetores de posição $\overline{OO_1}$ e $\overline{OO_2}$, respectivamente.

Uma constante neste sistema será a distância que separa a ponta do apalpador do sistema coordenado X_2Y_2 , dado pelo módulo do vetor \overline{ap} .

Aplicando a TH para descrever a relação do movimento do carro-X, ligado ao sistema coordenado X_2Y_2 , com relação ao sistema coordenado (X_1Y_1). Tem-se a seguinte expressão:

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & X_1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zx} & \delta_{xz} \\ \varepsilon_{zx} & 1 & \delta_{yx} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zx} & \delta_{xz} + X_1 \\ \varepsilon_{zx} & 1 & \delta_{yx} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Considerando-se que a coordenada dada por X_1 , que define a posição do sistema de coordenada X_2Y_2 , no sistema de coordenada X_1Y_1 , seja equivalente a coordenada X, que localiza o mesmo sistema X_2Y_2 no sistema coordenado de referência X_0Y_0 , escreve-se:

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zx} & \delta_{xx} + X \\ \varepsilon_{zx} & 1 & \delta_{yx} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Dando seqüência, escreve-se a transformada que relaciona o sistema de coordenadas X_1Y_1 , ligado ao carro-Y que se desloca na direção de Y_0 , ao sistema de coordenadas de referência X_0Y_0 . Sendo o vetor $\overline{OO_1}$, o vetor que localiza a origem do sistema de coordenadas X_1Y_1 , no sistema de coordenadas de referência X_0Y_0 . Sendo a coordenada Y igual ao módulo do vetor $\overline{OO_1}$. Assim escreve-se:

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & Y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zy} & \delta_{xy} \\ \varepsilon_{zy} & 1 & \delta_{yy} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \delta_{xx} & \delta_{xx} + X_1 \\ \varepsilon & 1 & \delta_{yx} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Onde,

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_{zy} & \delta_{xy} \\ \varepsilon_{zy} & 1 & \delta_{yy} + Y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

O vetor que localiza a ponta do apalpador para o sistema de coordenadas X_2Y_2 , é dado por:

$${}^2X_p = \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Para que se obtenha a posição da ponta "p" do apalpador, corrigida dos erros sistemáticos levados em consideração neste exemplo, define-se a seguinte relação:

$${}^0X_p = {}^0T_2 {}^2X_p \quad (4.17)$$

onde,

$${}^0T_2 = {}^0T_1 {}^1T_2 \quad (4.18)$$

Substituindo-se e efetuando-se a multiplicação das matrizes,

$${}^0T_2 = \begin{bmatrix} 1 & -(\varepsilon_{zy} + \varepsilon_{zx}) & \delta_{xx} + \delta_{xy} + X \\ (\varepsilon_{zy} + \varepsilon_{zx}) & 1 & \varepsilon_{zy} X + \delta_{yx} + \delta_{yy} + Y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Substituindo-se os termos da equação que definem as coordenadas reais deste sistema de coordenadas no plano X-Y, tem-se as seguintes relações, entre estas coordenadas reais e as coordenadas que são medidas pela MMC:

$$X_0 = -Yp(\varepsilon_{zy} + \varepsilon_{zx}) + \delta_{xx} + X + \delta_{xy} \quad (4.20)$$

$$Y_0 = -Xp(\varepsilon_{zx} + \varepsilon_{zy}) + \delta_{yx} + \delta_{yy} + Y \quad (4.21)$$

A partir destas expressões determina-se os erros como é apresentado no capítulo cinco, seção 5.4. A dedução destas equações foi feita pelo programa "Mathematica" (Anexo A.1).

4.3-Transformada Homogênea aplicada num sistema de medição tridimensional.

Para a MMC esquematizada na figura 3.1, dá-se o mesmo tratamento algébrico que o dado para um sistema de medição no plano, mostrado na seção anterior.

Da figura 3.1 tirou-se o diagrama, representado na figura 4.3. Este auxiliará no modelamento do posicionamento da ponta do apalpador com relação ao sistema definido como de referência, $X_0Y_0Z_0$.

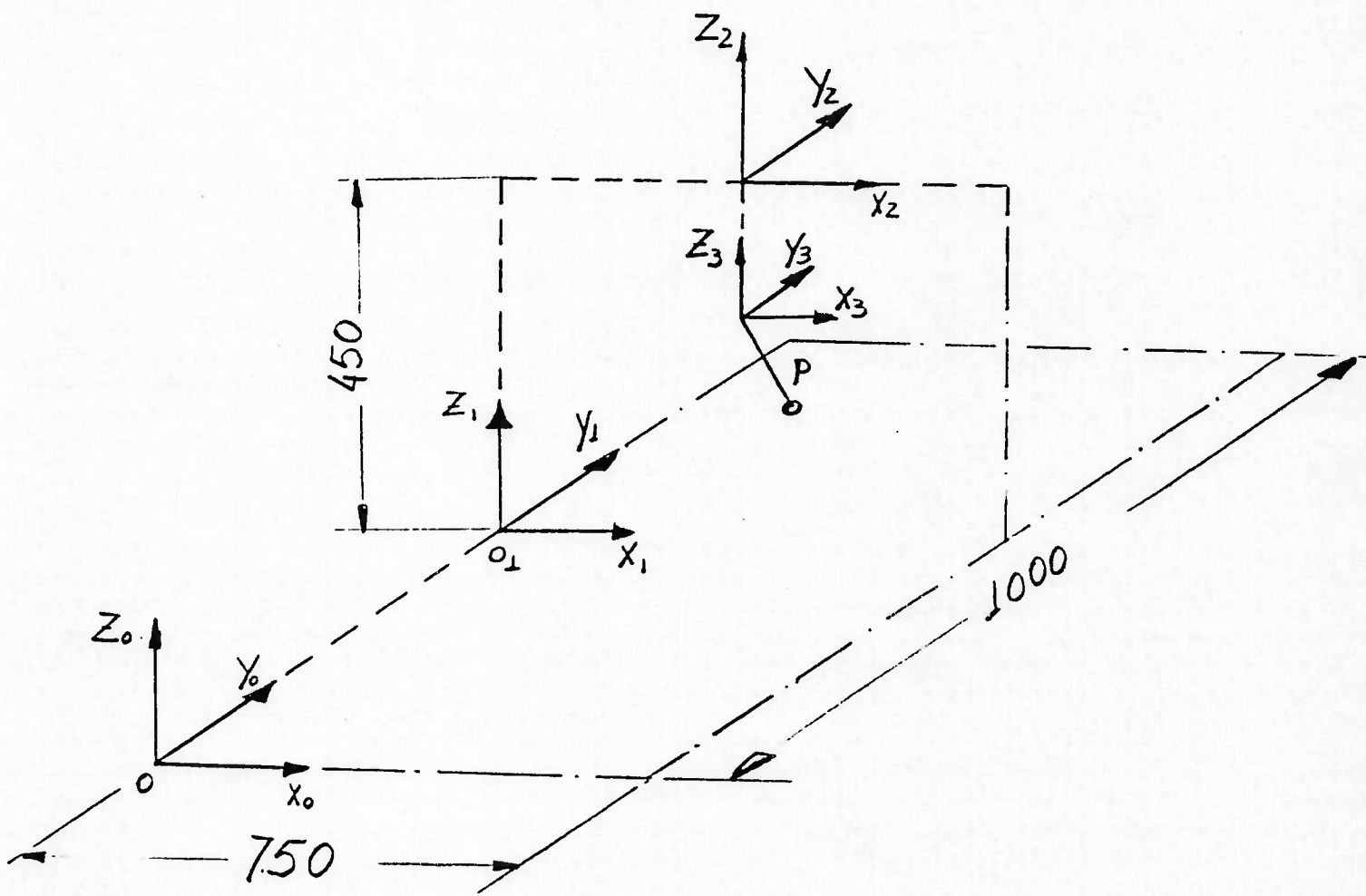


Figura-4.3 - Esquema da estrutura da MMC na qual foi aplicada a Transformada Homogenea.

Aplicando-se as propriedades da Transformada Homogênea (TH), nesta estrutura, obtém-se as relações entre os elementos que posicionam o apalpador em seu espaço de trabalho, considerando-se os dezoito erros possíveis de se encontrar.

Localiza-se assim o sistema de coordenadas da haste que movimenta o apalpador na direção paralela ao eixo Z_0 do sistema de referência, definido por $X_3Y_3Z_3$, com relação ao sistema coordenado fixo ao carro que se movimenta na direção paralela ao eixo X_0 do sistema de referência, definido por $X_2Y_2Z_2$. Assim segundo o esquema da figura 4.3 tem-se a seguinte transformada, dada pela matriz (4.22):

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{zz} & \epsilon_{yz} & \delta_{xz} \\ \epsilon_{zz} & 1 & -\epsilon_{xz} & \delta_{yz} \\ -\epsilon_{yz} & \epsilon_{xz} & 1 & (\delta_{zz} + 450 - Z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

onde,

δ_{xz} -erro de deslocamento linear de Z na direção de X.

δ_{yz} -erro de deslocamento linear de Z na direção de Y.

δ_{zz} -erro de escala em Z.

Z -coordenada medida em Z.

ϵ_{xz} -erro de deslocamento angular de Z em torno do eixo de X (PITCH).

ϵ_{yz} -erro de deslocamento angular de Z em torno do eixo de Y (YAW).

ϵ_{zz} -erro de deslocamento angular de Z em torno de seu próprio eixo (ROLL).

Da mesma forma para se localizar o sistema de coordenadas ligado ao carro que se desloca paralelamente ao eixo de referência $X_0, X_2 Y_2 Z_2$, com relação ao sistema coordenado ligado ao carro que dá o deslocamento paralelo ao eixo $Y_0, X_1 Y_1 Z_1$, obtém-se a seguinte transformada (4.23):

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{zx} & \epsilon_{yx} & (\delta_{xx} + X) \\ \epsilon_{zx} & 1 & -\epsilon_{xx} & \delta_{yx} \\ -\epsilon_{yx} & \epsilon_{xx} & 1 & \delta_{zx} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

onde,

δ_{xx} -erro de escala em X.

δ_{yx} -erro de deslocamento linear de X na direção de Y.

δ_{zx} -erro de deslocamento linear de X na direção de Z.

X -coordenada medida em X.

ϵ_{xx} -erro de deslocamento angular de X em torno do

eixo seu próprio eixo (ROLL).

ϵ_{yx} - erro de deslocamento angular de X em torno do eixo de Y (PITCH).

ϵ_{zx} - erro de deslocamento angular de X em torno do eixo Z (YAW).

O sistema de coordenadas do carro que se desloca na direção de Y_0, X_1, Y_1, Z_1 , é, por sua vez, localizado com relação ao sistema de referência, X_0, Y_0, Z_0 . A transformada que relaciona os dois sistemas é mostrada a seguir em (4.24).

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{zy} & \epsilon_{yy} & \delta_{xy} \\ \epsilon_{zy} & 1 & -\epsilon_{xy} & (\delta_{yy} + Y) \\ -\epsilon_{yy} & \epsilon_{xy} & 1 & \delta_{zy} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

onde,

δ_{xy} - erro de deslocamento linear de Y na direção de X.

δ_{yy} - erro de escala em Y.

δ_{zy} - erro de deslocamento linear de Y na direção de Z.

Y - coordenada medida em Y.

ϵ_{xy} - erro de deslocamento angular de Y em torno do eixo de X (PITCH).

ϵ_{yy} - erro de deslocamento angular de Y em torno de

seu próprio eixo (ROLL).

ε_{zy} - erro de deslocamento angular de Y em torno do eixo Z (YAW).

Da mesma forma localiza-se a ponta do apalpador, P, com relação ao sistema coordenado do movimento paralelo ao eixo de referência Z_0 , descrevendo-se a posição da ponta pelo vetor de posição (4.25).

$${}^3 X_P = \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Assim, segundo propriedade da TH, para a localização da ponta do apalpador com relação ao sistema de referência tem-se as expressões (4.26) e (4.27).

$${}^P X_0 = {}^0 T_1 {}^1 T_2 {}^2 T_3 {}^3 X_P \quad (4.26)$$

ou melhor,

$${}^P X_0 = {}^0 T_3 {}^3 X_P \quad (4.27)$$

Executando-se tais multiplicações obtém-se as seguintes relações entre as coordenadas reais e as medidas no espaço tridimensional da MMC, onde (4.28) dá a posição da ponta do

apalpador no sistema de coordenadas de referência.

$${}^0 X_p = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

tendo-se assim, para cada uma das coordenadas do sistema de referência as relações (4.29a,b,c).

$$\begin{aligned} X_0 = & X_p - Y_p (\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{zy} + \varepsilon_{zx}) + Z_p (\varepsilon_{yz} + \varepsilon_{yx} + \varepsilon_{yy}) + \\ & (Z - 450) (\varepsilon_{yx} + \varepsilon_{yy}) + 450 \varepsilon_{yy} + \\ & \delta_{xx} + \delta_{xy} + \delta_{xz} + X \end{aligned} \quad (4.29-a)$$

$$\begin{aligned} Y_0 = & X_p (\varepsilon_{zx} + \varepsilon_{zy} + \varepsilon_{zz}) + Y_p - Z_p (\varepsilon_{xz} + \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{xx}) - \\ & (Z - 450) (\varepsilon_{xy} + \varepsilon_{xx}) + \\ & + \delta_{yy} + \delta_{yz} + \delta_{yx} + \varepsilon_{zy} X + Y \end{aligned} \quad (4.29-b)$$

$$\begin{aligned} Z_0 = & - X_p (\varepsilon_{yx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{yz}) + Y_p (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{xy} + \varepsilon_{xz}) + \\ & Z_p + 450 + Z - \varepsilon_{yy} X + \\ & \delta_{zy} + \delta_{zx} + \delta_{zz} \end{aligned} \quad (4.29-c)$$

Que nada mais são do que as relações entre as coordenadas verdadeiras e as coordenadas dos pontos medidos no espaço tridimensional da MMC.

No anexo A.2 encontra-se o modelamento descrito acima processado pelo programa "Mathematica".

A partir destas equações (4.29-a,b,c), é que se determina os erros geométricos da MMC, como se verá no capítulo 5.

5-SIMULAÇÃO DA OBTENÇÃO DOS ERROS MEDINDO

UMA BARRA DE BOLAS.

O objetivo principal deste capítulo é mostrar como serão tratados os dados obtidos da medição da distância entre centros de uma barra de bolas, mais conhecida comercialmente como ball-bar.

Das seções que se seguem a primeira trata de algumas observações importantes quanto a importância e o manuseio da barra de bolas. Estas informações foram tiradas da Norma ANSI/ASME B89.1.12M - 1985 e 1990.

Na seção 5.2 comenta-se algo com respeito aos programas utilizados para a minimização da equação principal que correlaciona as coordenadas da posição real do apalpador com as coordenadas da posição medida através dos erros geométricos do sistema.

Finalmente na seção 5.3 é que se apresenta a simulação da medição de uma barra de bolas no espaço geométrico de uma MMC. Começa-se mostrando a simulação num sistema coordenado mais simples, um sistema de coordenada unidimensional. Desse modo a barra de bolas é medida em apenas um eixo da MMC.

Achados os erros geométricos para um sistema coordenado unidimensional, faz-se o equacionamento para a medição de uma barra de bolas num sistema coordenado

bidimensional. Neste plano, da mesma forma, determina-se os seus erros geométricos. A última simulação apresentada é a medição de uma barra de bolas em um sistema coordenado tridimensional, onde também se obtém os erros geométricos.

5.1-Barra de Bolas

De acordo com recente trabalho publicado por Phillips, Borchardt, Doiron e Henry, a barra de bolas é um dos sistemas mais utilizados para a avaliação do desempenho volumétrico das Máquinas de Medir Coordenadas.

A norma ANSI/ASME B89.1.12M é que recomenda o uso da barra de bolas.

Uma das vantagens de usa-la é que esta não tem a necessidade de ser calibrada o que reduz seu custo enormemente, possibilitando a medição de uma variedade de comprimentos diferentes no espaço tridimensional da MMC.

Assim mesmo a Norma B89 sugere que a distância entre os centros das esferas não seja maior que 900 mm e que seja 100 mm menor que o eixo mais comprido da MMC. Não há a necessidade de que as esferas sejam de mesmo tamanho e o material, ao invés do aço, pode ser carboneto de tungstênio, rubi, cerâmica, ou outros tão resistentes quanto estes.

O sistema é composto pelos seguintes elementos: uma barra de comprimento fixo com assento usinado em suas

extremidades para acomodar as esferas; uma bola encaixada em cada um dos lados da barra; um suporte que permita colocar a barra de bolas nas mais variadas posições possíveis, como definido pela Norma B89; e um acessório opcional pode ser usado para diminuir a transferência de calor da barra quando manuseada pelo operador, por exemplo uma manga feita de material isolante. Um exemplo deste sistema é mostrado na figura 5.1.

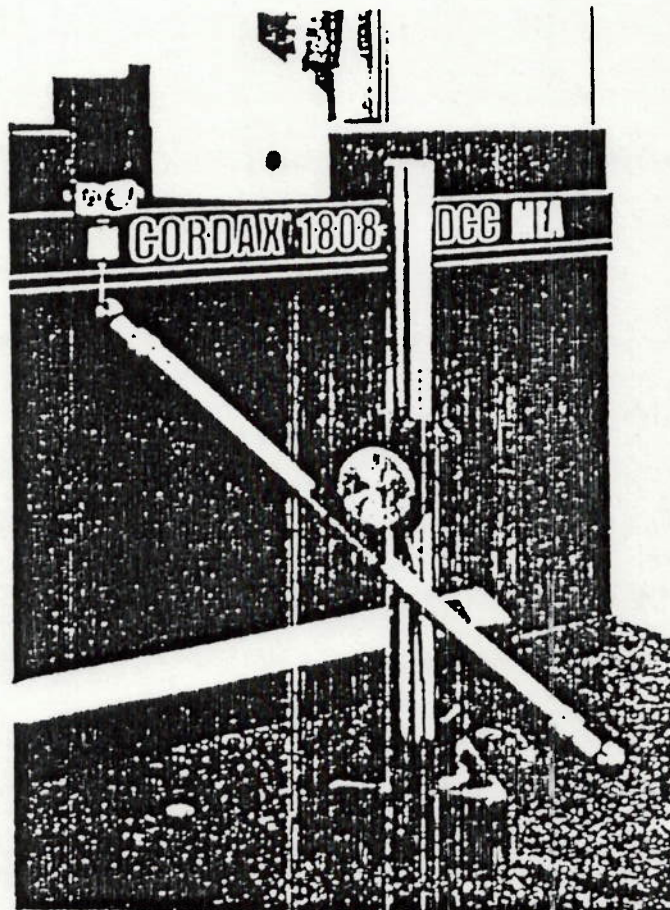


Figura 5.1 - Sistema de fixação da barra de bolas no espaço tridimensional de uma MMC.

O comprimento fixo deve ser adequadamente rígido e estável para manter uma distância constante entre as esferas, enquanto estiver sendo colocada em diversas posições e não flexionar durante a apalpação. A flexão da barra é o modo de deformação mais suave do sistema e pode trazer sérios problemas de exatidão para alguns tipos de apalpador da MMC. É comum que as barras sejam tubulares para que sua frequência natural seja alta e seu peso seja reduzido. Mantendo uma alta frequência natural o sistema será menos susceptível à problemas de vibração. O suporte deve ser rígido para suportar e orientar a barra de bolas em todas as suas posições permitindo o acesso do apalpador às esferas. A coluna do suporte deve também ser rígida o suficiente para resistir a força de apalpação, não ocasionando a deformação do dispositivo. A coluna pode ser fixada em uma base de aço ou ainda na própria mesa de granito da MMC. Caso seja usada uma base, esta deve estar bem segura sobre a mesa.

O dispositivo que fixa a barra na coluna do dispositivo deve ser projetado de maneira que assegure a rigidez da conexão. O sistema, antes de montado e iniciado os ensaios, deve estar térmicamente estabilizado; esta observação é de essencial importância se os elementos possuem diferentes coeficientes de expansão térmica. A tabela 5.1 trás algumas recomendações para as dimensões da barra de bolas e do suporte. O tamanho dos elementos da estrutura do suporte

listados na tabela 5.1 leva em consideração a redução do peso sem que a rigidez do sistema seja prejudicada, o que se não considerado, levaria ao projeto de dispositivos maiores e a problemas vibracionais.

Configuracao da Barra de Bolas	1	2	3
Eixo de Menor Comprimento	1000	600	400
Comprimento da Barra de Bolas	900	500	300
Barra (Diam.ext.)	25	19	19
Barra (Diam.int.)	19	13	13
Altura da Coluna	900	500	300
Coluna (Diam.ext.)	63	50	38
Coluna (Diam.int.)	38	32	25

Os valores acima estao todos em milímetros (mm)

Tabela 5.1-Configuração da barra de bolas para sistemas de vários comprimentos.

Deve ser enfatizado que o erro da estrutura dos componentes são responsáveis por apenas um pequena parte na distribuição total dos erros e que outras considerações (assim como, erros devido à variação térmica) devem ser considerados. Um balanço dos vários erros deve ser feito para que se consiga uma boa barra de bolas à um custo e peso mínimos.

De maneira análoga os outros ensaios na Norma B89, os erros associados a barra de bolas e ao seu suporte devem ser menores que 20% da incerteza volumétrica da MMC. Por exemplo, se os erros devido ao sistema da barra de bolas

forem menores que $1\mu\text{m}$ (um micrometro), então este sistema de barra de bolas pode ser usado para checar MMC's com incerteza volumétrica igual ou maior que $5\mu\text{m}$.

As fontes de erros no sistema barra de bolas são as seguintes:

- 1-Erro de esfericidade da esfera;
- 2-Erro de Histerese;
- 3-Erro devido as forças gravitacionais;
- 4-Erro devido a força de apalpação;
- 5-Vibração do sistema barra de bolas;
- 6-Efeitos térmicos devido a manipulação da barra de bolas.

Seguindo todos estes cuidados acredita-se que se possa obter um bom sistema para calibração através da barra de bolas.

O resultado que se obtém da medição da barra de bolas seguindo a Norma B89 é um erro médio para todo o espaço de trabalho da MMC. O que se deseja mostrar nas seções seguintes, que tratam da simulação, é a possibilidade de se obter os dezoito erros (já citados) para uma MMC usando-se esta mesma barra de bolas sugerida pela Norma B89, da mesma forma, ou seja, medindo o seu comprimento.

5.2-Programas Utilizados na Simulação.

Antes de entrar na simulação é necessário que se esclareça alguns aspectos importantes da maneira pela qual foi elaborado o algoritmo que simulou a obtenção dos coeficientes.

O que se deseja em primeiro lugar é que a partir de erros previamente determinados se gere um grupo de coordenadas que correspondam a medição da distância entre centros da barra de bolas em uma MMC.

Os dados que se obtém desta medição são as coordenadas dos centros das esferas no eixo, plano ou espaço tridimensional em que se está trabalhando.

Antes ainda de gerar as coordenadas com erros, gera-se um grupo de pontos coordenados que representam as posições verdadeiras dos centros da barra de bolas no sistema.

Os dados das coordenadas obtidas com erros a partir das coordenadas verdadeiras, são agora os dados de entrada para os programas que minimizarão uma equação principal que será definida para cada um dos casos descritos a seguir.

Os erros definidos nas seções seguintes para cada um dos sistemas, (unidimensional, bidimensional e tridimensional), são modelados por polinômios de Legendre.

O resultado obtido destes programas de minimização

são os coeficientes dos polinômios que definem cada um dos erros.

Para a obtenção das coordenadas com erros nos sistemas unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais elaborou-se um programa em linguagem Pascal. Os dados de entrada são o comprimento da barra de bolas e os valores dos coeficientes para os polinômios de Legendre. Como se verá, os sistemas de equações obtidos não são lineares; devido a isto, usou-se o método proposto por Newton-Raphson em conjunto com o método de eliminação de Gauss, para se resolver este problema. Para o sistema unidimensional acrescentou-se apenas um erro de escala para cada uma das coordenadas verdadeiras medidas sobre um eixo.

Para fazer o inverso, ou seja, obter-se os coeficientes que definem os erros geométricos através dos dados da medição da barra de bolas numa MMC, se tem a disposição dois programas de minimização. Um é o OPT3.2, cujo programa fonte esta em Fortran e deve ser ligado ao programa principal fornecido pelo usuário com os dados de entrada para que se processe a minimização. O outro programa é um Sistema de Modelamento Algébrico Geral ("General Algebraic Modeling System" - GAMS), que através da leitura e processamento de um arquivo de dados fornecido pelo usuário proporciona, da mesma forma, como resposta, os coeficientes dos polinômios que definem os erros geométricos da MMC. Os arquivos que serviram

como entrada estão listados no anexo 3 desta dissertação, e serão melhores entendidos quanto a sua aplicação nas seções que se sucedem.

Todas as equações utilizadas para esta simulação foram deduzidas pelo programa de manipulação algébrica "Mathematica" (versão 2.0), eliminando-se assim qualquer possível erro de dedução.

Outra consideração ainda é quanto limitação que o GAMS apresenta, devido a versão que se utiliza ser uma versão para estudantes. Nesta versão as limitações são quanto ao número de variáveis, espaço de memória virtual utilizada, e utilização do coprocessador. Por este motivo é que se teve de buscar os recursos de um software que não possuísse tais limitações e que de maneira similar resolvesse o problema de minimizar a equação principal para um sistema tridimensional, como é o caso do OPT3.2, visto na seção 5.5.

5.3-Simulação da Medição de uma Barra de Bolas num Sistema Unidimensional.

O exemplo proposto a seguir é simples, pois foi elaborado para esclarecer os fundamentos básicos do método aqui desenvolvido, e servirá como base para os sistemas bidimensional e tridimensional, seções 5.4 e 5.5 respectivamente.

Como mostrado na Figura 5.2, a barra de bolas é medida ao longo de um eixo horizontal. A finalidade de se medir a barra de bolas neste eixo é a de obter o erro de posição (ou erro de escala).

Primeiramente o programa UNIDIMLE.PAS (Anexo-B.1) gera um grupo de coordenadas sem erros para um comprimento fixo nominal, denominado aqui por L. Numa segunda parte este programa resolve um sistema de equações não lineares pelo método de Newton-Raphson, obtendo os valores das coordenadas com erros. Como será visto a seguir, este erro é dado por um polinômio cujos coeficientes são pré-estabelecidos. Os dados de entrada para este programa são as coordenadas num sistema ideal (sem erros) e os coeficientes que determinam o comportamento geométrico de um suposto sistema. O arquivo de saída são as coordenadas resultantes da medição de uma barra de bolas.

O comprimento nominal da barra de bolas é dado pela equação (5.1).

$$L = X_{abs}^{(1)B} - X_{abs}^{(1)A} \quad (5.1)$$

onde,

$X_{abs}^{(1)A}$ - é a coordenada unidimensional absoluta da extremidade "A" da barra de bolas;

$X_{abs}^{(1)B}$ - é a coordenada unidimensional absoluta da extremidade "B" da barra de bolas.

Como existe apenas o erro de escala para um sistema unidimensional, este pode ser modelado da forma como é apresentada a equação (5.2).

$$X_{\text{abs}} = X_m + \delta_{\text{xx}} \quad (5.2)$$

onde,

X_m - é a coordenada medida no sistema unidimensional;

δ_{xx} - erro de escala para o eixo unidimensional X.

Define-se então um polinômio de Legendre, por exemplo de terceira para este erro como é mostrado a seguir pela equação (5.3).

$$\delta_{\text{xx}} = \beta_1 \frac{1}{2} (5 X_m^3 - 3 X_m) + \beta_2 \frac{1}{2} (3 X_m^2 - 1) + \beta_3 X_m \quad (5.3)$$

Escolheu-se a utilização do polinômios de Legendre por não serem polinômios ortogonais. Em métodos de minimização os polinômios ortogonais não permitem resultados com exatidão, quando usado por exemplo as técnicas de eliminação. Este problema é devido principalmente ao determinante do polinômio ortogonal estar muito próximo de zero. Assim como utilizou-se os polinômios de Legendre poderia ter-se utilizado também os polinômios de Chebyshev ou Laguerre, por exemplo. Outra possibilidade de modelar-se os erros estaria ainda na

representação destes através de séries como as de Fourier ou Taylor, por exemplo.

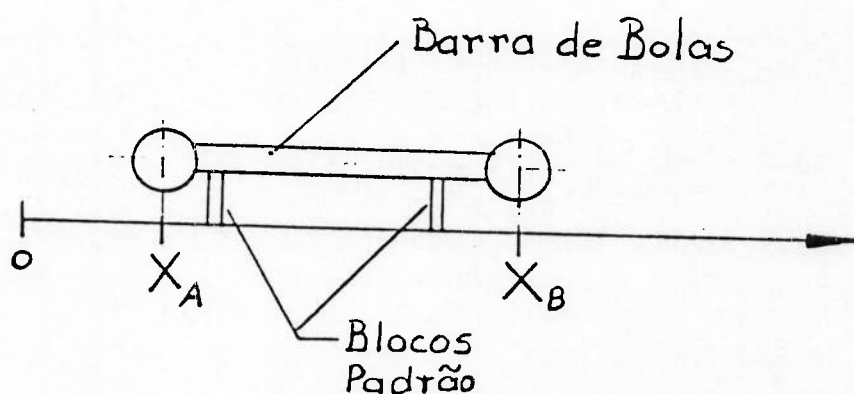


Figura 5.2-Medição de uma barra de bolas num eixo unidimensional. X_A e X_B são as coordenadas de cada uma das extremidades.

O polinômio em (5.3) é agora substituído em (5.2) chegando-se a expressão dada por (5.4).

$$X_{\text{abs}} = X_m + \beta_{12} \frac{1}{2} (5 X_m^3 - 3 X_m) + \beta_2 \frac{1}{2} (3 X_m^2 - 1) + \beta_3 X_m \quad (5.4)$$

Como o comprimento L depende das coordenadas das extremidades "A" e "B" da barra de bolas (ver figura 5.2), escreve-se esta expressão para cada uma destas.

$$X_{abs}^A = X_m^A + \beta_{12} \frac{1}{2} (5 X_m^A{}^3 - 3 X_m^A) + \beta_2 \frac{1}{2} (3 X_m^A{}^2 - 1) + \beta_3 X_m^A \quad (5.5-a)$$

$$X_{abs}^B = X_m^B + \beta_{12} \frac{1}{2} (5 X_m^B{}^3 - 3 X_m^B) + \beta_2 \frac{1}{2} (3 X_m^B{}^2 - 1) + \beta_3 X_m^B \quad (5.5-b)$$

Substituindo-se as expressões (5.5-a) e (5.5-b) na expressão (5.1), a qual determina o L, chega-se a expressão (5.6) que relaciona o comprimento da barra de bolas nominal com as coordenadas medidas neste sistema através dos coeficientes do polinômio do erro de escala.

$$L = X_m^B + \beta_1 \frac{1}{2} (5 X_m^B{}^3 - 3 X_m^B) + \beta_2 \frac{1}{2} (3 X_m^B{}^2 - 1) + \beta_3 X_m^B + \beta_4 - (X_m^A + \beta_{12} \frac{1}{2} (5 X_m^A{}^3 - 3 X_m^A) + \beta_2 \frac{1}{2} (3 X_m^A{}^2 - 1) + \beta_3 X_m^A) \quad (5.6)$$

A equação (5.6) tem como incógnitas os β 's. Sendo todas as outras variáveis parâmetros de entrada. Daí conclui-se que esta equação é linear.

O próximo passo é resolver este sistema de equações lineares para os β 's. Como é desejável que a diferença entre

as coordenadas medidas e as coordenadas absolutas (verdadeiras) seja a mínima possível, resolve-se a equação abaixo que nada mais é do que a equação dos desvios quadráticos (5.7). Aplicando-se a técnica dos mínimos quadrados para que o valor dos desvios seja mínimo obtém-se as expressões (5.8a,b,c).

$$W = \sum_{i=1}^n (X_m^B + \beta_1 \frac{1}{2} (5 X_m^{B^3} - 3 X_m^B) + \beta_2 \frac{1}{2} (3 X_m^{B^2} - 1) + \beta_3 X_m^B - (X_m^A + \beta_1 \frac{1}{2} (5 X_m^{A^3} - 3 X_m^A) + \beta_2 \frac{1}{2} (3 X_m^{A^2} - 1) + \beta_3 X_m^A) - L)^2 \quad (5.7)$$

Fazendo-se a derivada da expressão (5.7) com relação a cada uma das incógnitas e igualando-as a zero tem-se as seguintes expressões:

$$\frac{\delta W}{\delta \beta_1} = 0;$$

$$2(-(-3 X_m^A + 5 X_m^{A^3})/2 + (-3 X_m^B + 5 X_m^{B^3})/2) .$$

$$(-L - X_m^A - \beta_3 X_m^A - \beta_2 (-1 + 3 X_m^{A^2})/2 - \quad (5.8-a)$$

$$\beta_1 (-3 X_m^A + 5 X_m^{A^3})/2 + X_m^B + \beta_3 X_m^B +$$

$$\beta_2 (-1 + 3 X_m^{B^2})/2 + \beta_1 (-3 X_m^B + 5 X_m^{B^3})/2) = 0;$$

$$\frac{\delta W}{\delta \beta_2} = 0;$$

$$2(-(-1 + 3 X_m^A)^2)/2 + (-1 + 3 X_m^B)^2)/2) .$$

$$(-L - X_m^A - \beta_3 X_m^A - \beta_2 (-1 + 3 X_m^A)^2)/2 - \quad (5.8-b)$$

$$\beta_1 (-3 X_m^A + 5 X_m^A^3)/2 + X_m^B + \beta_3 X_m^B +$$

$$\beta_2 (-1 + 3 X_m^B)^2)/2 + \beta_1 (-3 X_m^B + 5 X_m^B^3)/2) = 0;$$

$$\frac{\delta W}{\delta \beta_3} = 0;$$

$$2 (-X_m^A + X_m^B) .$$

$$(-L - X_m^A - \beta_3 X_m^A - \beta_2 (-1 + 3 X_m^A)^2)/2 - \quad (5.8-c)$$

$$\beta_1 (-3 X_m^A + 5 X_m^A^3)/2 + X_m^B + \beta_3 X_m^B +$$

$$\beta_2 (-1 + 3 X_m^B)^2)/2 + \beta_1 (-3 X_m^B + 5 X_m^B^3)/2) = 0;$$

É obtido assim um sistema linear de três equações a três incógnitas, resolvido pelo método de eliminação de Gauss, como é mostrado no programa UNIDIMBETLE,PAS (Anexo C.1), tendo como dados de entrada arquivo de saída do programa UNIDIMLE.PAS.

A saída do programa UNIDIMBETLE.PAS, nada mais são do que os coeficientes β 's, previamente estipulados no programa UNIDIMLE.PAS, como pode ser observado no anexo B.3, comprovando-se assim a validade do método.

Para o cálculo do erro em cada posição basta substituir os coeficientes no polinômio que modela o erro de escala (Expressão (5.3)).

No exemplo executado pelos programas citados acima obteve-se os resultados que estão sendo mostrados na Tabela 5.2.

GERACAO DAS COORDENADAS MEDIDAS

1-Estipula-se os coeficientes para um sistema qualquer
Para os Bs abaixo:

B1= 5.517790000000000E-0009

B2=-5.284000000000000E-0006 B3= 1.516590000000000E-0003

2-Obteve-se as seguintes coordenadas,
para as extremidades da barra A e B :

XA(1)=	0.9985	XB(1)=	300.8855
XA(2)=	10.9843	XB(2)=	310.8801
XA(3)=	20.9716	XB(3)=	320.8737
XA(4)=	30.9602	XB(4)=	330.8662
XA(5)=	40.9502	XB(5)=	340.8576
XA(6)=	50.9415	XB(6)=	350.8478
XA(7)=	60.9339	XB(7)=	360.8367
XA(8)=	70.9274	XB(8)=	370.8241
XA(9)=	80.9219	XB(9)=	380.8101
XA(10)=	90.9173	XB(10)=	390.7945

O comprimento calculado para as coordenadas medidas
foram os seguintes: [Lnominal=300mm]

Lcalc(1)=	2.99886987642492E+0002
Lcalc(2)=	2.99895803856651E+0002
Lcalc(3)=	2.99902145709605E+0002
Lcalc(4)=	2.99906012679477E+0002
Lcalc(5)=	2.99907404448018E+0002
Lcalc(6)=	2.99906320900681E+0002
Lcalc(7)=	2.99902762126645E+0002
Lcalc(8)=	2.99896728418798E+0002
Lcalc(9)=	2.99888220273668E+0002
Lcalc(10)=	2.99877238391308E+0002

4-Comprimento da barra corrigido pelos coeficientes sugeridos:

L(1)=	3.000000000000000E+0002
L(2)=	3.000000000000000E+0002
L(3)=	3.000000000000000E+0002
L(4)=	3.000000000000000E+0002
L(5)=	3.000000000000000E+0002
L(6)=	3.000000000000000E+0002
L(7)=	3.000000000000000E+0002
L(8)=	3.000000000000000E+0002
L(9)=	3.000000000000000E+0002
L(10)=	3.000000000000000E+0002

TABELA 5.2-Geração dos Pontos Medidos.

Fazendo-se como caminho inverso a obtenção dos coeficientes β 's (no programa dados por B's), tem-se do programa UNIDIMBETLE.PAS a listagem que vem a seguir (Tabelas 5.3).

" DETERMINACAO DOS BETAS "

Para as coordenadas abaixo,
das extremidades da barra A e B,

XA(1)=	0.9985	XB(1)=	300.8855
XA(2)=	10.9843	XB(2)=	310.8801
XA(3)=	20.9716	XB(3)=	320.8737
XA(4)=	30.9602	XB(4)=	330.8662
XA(5)=	40.9502	XB(5)=	340.8576
XA(6)=	50.9415	XB(6)=	350.8478
XA(7)=	60.9339	XB(7)=	360.8367
XA(8)=	70.9274	XB(8)=	370.8241
XA(9)=	80.9219	XB(9)=	380.8101
XA(10)=	90.9173	XB(10)=	390.7945

Determinou-se os seguintes Bs

Beta(1)= 5.51779000009846E-0009
Beta(2)=-5.28400000009565E-0006
Beta(3)= 1.51659000002191E-0003
RESIDUO = 1.19209289550781E-0007
Comprimento da barra antes da correcao
Lantes(1)= 2.99886987642492E+0002
Lantes(2)= 2.99895803856651E+0002
Lantes(3)= 2.99902145709604E+0002
Lantes(4)= 2.99906012679477E+0002
Lantes(5)= 2.99907404448018E+0002
Lantes(6)= 2.99906320900681E+0002
Lantes(7)= 2.99902762126645E+0002
Lantes(8)= 2.99896728418798E+0002
Lantes(9)= 2.99888220273668E+0002
Lantes(10)= 2.99877238391308E+0002

Tabela 5.3-Cálculo dos Coeficientes.

Os novos comprimentos para as coordenadas medidas serao:

Lc(1)= 3.000000000000000E+0002
 Lc(2)= 3.000000000000000E+0002
 Lc(3)= 3.000000000000000E+0002
 Lc(4)= 3.000000000000000E+0002
 Lc(5)= 3.000000000000000E+0002
 Lc(6)= 3.000000000000000E+0002
 Lc(7)= 3.000000000000000E+0002
 Lc(8)= 3.000000000000000E+0002
 Lc(9)= 3.000000000000000E+0002
 Lc(10)= 3.000000000000000E+0002

As diferencas para com o comprimento nominal serao as seguintes:

Antes da correcao :

* L-Lb(1)= 0.113012
 * L-Lb(2)= 0.104196
 * L-Lb(3)= 0.097854
 * L-Lb(4)= 0.093987
 * L-Lb(5)= 0.092596
 * L-Lb(6)= 0.093679
 * L-Lb(7)= 0.097238
 * L-Lb(8)= 0.103272
 * L-Lb(9)= 0.111780
 * L-Lb(10)= 0.122762

Depois da correcao:

* L-Lc(1)= -0.000000
 * L-Lc(2)= -0.000000
 * L-Lc(3)= 0.000000
 * L-Lc(4)= 0.000000
 * L-Lc(5)= 0.000000
 * L-Lc(6)= -0.000000
 * L-Lc(7)= 0.000000
 * L-Lc(8)= -0.000000
 * L-Lc(9)= 0.000000
 * L-Lc(10)= 0.000000

Tabela 5.3-Cálculo dos coeficientes.(Continuação).

Como se pode notar o erro de escala foi realmente minimizado, tendo-se assim os valores verdadeiros para a posição da barra de bolas sobre o sistema unidimensional.

No caso unidimensional o sistema é linear devido a equação que calcula o comprimento da barra ser linear. Como será visto, nos casos bidimensional e tridimensional a equação usada para o cálculo de seu comprimento será não linear, proporcionando assim equações não lineares para cada um dos casos.

O que se faz nas seções seguintes é aplicação deste procedimento para um sistema plano, bidimensional, e um sistema de espacial, tridimensional.

5.4-Simulação da Medição de uma Barra de Bolas num Sistema de Medição Bidimensional para a Obtenção de seus Erros Geométricos.

Como foi mostrado na seção 4.2 obteve-se as equações que relacionam as coordenadas das posições verdadeiras do apalpador com as coordenadas medidas (equações 4.20 e 4.21). Através destas duas equações, o programa GP2DGLE.PAS (Anexo B.2) gera um grupo de pontos com erros pré determinados, dentro de um arquivo no formato de entrada para o programa GAMS, GP2DGAL.GMS (Anexo C.2).

O sistema de equações a ser resolvido para este

grupo de coordenadas é não linear, assim, a resolução deste foi feita utilizando-se o método de Newton-Raphson (Anexo B.2).

A dedução da equação principal, ou seja, a equação que relaciona o comprimento nominal da barra de bolas com o comprimento medido, é mostrada logo a seguir. Para tanto utilizou-se o software "Mathematica". Esta dedução é apresentada no anexo A.3.

Para o cálculo dos coeficientes utilizou-se aqui o programa para a minimização de equações não lineares, GAMS ("General Algebraic Modeling System"), pois como se observará a equação principal não é linear. Assim da mesma forma que na seção 5.3, se determinará os coeficientes dos polinômios de Legendre que definem os erros geométricos para este plano. Os dados de entrada são as coordenadas que definem o comprimento de uma barra de bolas. O programa de entrada para um exemplo proposto encontra-se no anexo C.2.

Apresenta-se a seguir (Tabela 5.4) os resultados obtidos para um exemplo do método para o caso bidimensional utilizando os programas acima citados e que se encontram em anexo, para que estes possam ser avaliados.

COMPARACAO ENTRE OS COMPRIMENTOS

ANTES E DEPOIS DA COMPENSACAO DOS ERROS:

Dimensoes em metros.

Antes da Compensacao:

Depois da Compensacao:

Ls(1) =	0.298732	DLs =	-0.001268	Lc(1) =	0.298734	DLc =	-0.001266
Ls(2) =	0.301042	DLs =	0.001042	Lc(2) =	0.300972	DLc =	0.000972
Ls(3) =	0.300926	DLs =	0.000926	Lc(3) =	0.300830	DLc =	0.000830
Ls(4) =	0.300829	DLs =	0.000829	Lc(4) =	0.300717	DLc =	0.000717
Ls(5) =	0.300742	DLs =	0.000742	Lc(5) =	0.300619	DLc =	0.000619
Ls(6) =	0.300661	DLs =	0.000661	Lc(6) =	0.300531	DLc =	0.000531
Ls(7) =	0.300586	DLs =	0.000586	Lc(7) =	0.300451	DLc =	0.000451
Ls(8) =	0.300514	DLs =	0.000514	Lc(8) =	0.300377	DLc =	0.000377
Ls(9) =	0.300445	DLs =	0.000445	Lc(9) =	0.300308	DLc =	0.000308
Ls(10) =	0.300379	DLs =	0.000379	Lc(10) =	0.300242	DLc =	0.000242
Ls(11) =	0.300315	DLs =	0.000315	Lc(11) =	0.300180	DLc =	0.000180
Ls(12) =	0.300253	DLs =	0.000253	Lc(12) =	0.300121	DLc =	0.000121
Ls(13) =	0.300192	DLs =	0.000192	Lc(13) =	0.300064	DLc =	0.000064
Ls(14) =	0.300133	DLs =	0.000133	Lc(14) =	0.300010	DLc =	0.000010
Ls(15) =	0.300075	DLs =	0.000075	Lc(15) =	0.299958	DLc =	-0.000042
Ls(16) =	0.300018	DLs =	0.000018	Lc(16) =	0.299908	DLc =	-0.000092
Ls(17) =	0.299962	DLs =	-0.000038	Lc(17) =	0.299859	DLc =	-0.000141
Ls(18) =	0.299907	DLs =	-0.000093	Lc(18) =	0.299812	DLc =	-0.000188
Ls(19) =	0.299854	DLs =	-0.000146	Lc(19) =	0.299766	DLc =	-0.000234
Ls(20) =	0.299801	DLs =	-0.000199	Lc(20) =	0.299721	DLc =	-0.000279
Ls(21) =	0.299749	DLs =	-0.000251	Lc(21) =	0.299678	DLc =	-0.000322
Ls(22) =	0.299698	DLs =	-0.000302	Lc(22) =	0.299636	DLc =	-0.000364
Ls(23) =	0.299647	DLs =	-0.000353	Lc(23) =	0.299595	DLc =	-0.000405
Ls(24) =	0.299598	DLs =	-0.000402	Lc(24) =	0.299555	DLc =	-0.000445
Ls(25) =	0.299549	DLs =	-0.000451	Lc(25) =	0.299517	DLc =	-0.000483

Tabela 5.4-Cálculo do comprimento da barra de bolas para antes e depois da compensação.

Na tabela 5.4 esta sendo mostrado uma comparação feita entre os valores dos comprimentos da bola de barras medida em diversas posições no plano. Os valores que aparecem na primeira coluna são os comprimentos sem compensação (Ls), já na segunda coluna, são apresentadas as diferenças entre os valores do comprimento sem compensação (Ls) e o valor nominal do comprimento (L=300mm), dado nas tabelas por DLs. Da mesma forma, os valores do comprimento com compensação estão presentes na terceira coluna (Lc), e suas diferenças com o mesmo comprimento nominal citado acima dados por DLC, aparecem na quarta coluna. A mesma configuração é dada para as tabelas 5.5 e 5.6.

Os coeficientes β 's, de correção utilizados para a tabela (5.3) foram os seguintes:

$$\begin{array}{ll}
 \beta_1 = 1 \times 10^{-5} & \beta_9 = 5.35 \times 10^{-4} \\
 \beta_2 = 1 \times 10^{-10} & \beta_{10} = 1 \times 10^{-10} \\
 \beta_3 = -4 \times 10^{-6} & \beta_{11} = 1 \times 10^{-9} \\
 \beta_4 = 4 \times 10^{-4} & \beta_{12} = 1 \times 10^{-6} \\
 \beta_5 = 1 \times 10^{-10} & \beta_{13} = 1 \times 10^{-4} \\
 \beta_6 = 1 \times 10^{-4} & \beta_{14} = 1 \times 10^{-9} \\
 \beta_7 = 1 \times 10^{-10} & \beta_{15} = 1 \times 10^{-6} \\
 \beta_8 = -7.1429 \times 10^{-6} & \beta_{16} = 1 \times 10^{-4}
 \end{array}$$

COMPARACAO ENTRE OS COMPRIMENTOS

ANTES E DEPOIS DA COMPENSACAO DOS ERROS:

Dimensoes em metros

Antes da Compensacao:

Depois da Compensacao:

Ls(1) =	0.298732	DLs =	-0.001268	Lc(1) =	0.298665	DLc =	-0.001335
Ls(2) =	0.301042	DLs =	0.001042	Lc(2) =	0.300665	DLc =	0.000665
Ls(3) =	0.300926	DLs =	0.000926	Lc(3) =	0.300466	DLc =	0.000466
Ls(4) =	0.300829	DLs =	0.000829	Lc(4) =	0.300329	DLc =	0.000329
Ls(5) =	0.300742	DLs =	0.000742	Lc(5) =	0.300227	DLc =	0.000227
Ls(6) =	0.300661	DLs =	0.000661	Lc(6) =	0.300149	DLc =	0.000149
Ls(7) =	0.300586	DLs =	0.000586	Lc(7) =	0.300086	DLc =	0.000086
Ls(8) =	0.300514	DLs =	0.000514	Lc(8) =	0.300037	DLc =	0.000037
Ls(9) =	0.300445	DLs =	0.000445	Lc(9) =	0.299998	DLc =	-0.000002
Ls(10) =	0.300379	DLs =	0.000379	Lc(10) =	0.299967	DLc =	-0.000033
Ls(11) =	0.300315	DLs =	0.000315	Lc(11) =	0.299942	DLc =	-0.000058
Ls(12) =	0.300253	DLs =	0.000253	Lc(12) =	0.299924	DLc =	-0.000076
Ls(13) =	0.300192	DLs =	0.000192	Lc(13) =	0.299909	DLc =	-0.000091
Ls(14) =	0.300133	DLs =	0.000133	Lc(14) =	0.299899	DLc =	-0.000101
Ls(15) =	0.300075	DLs =	0.000075	Lc(15) =	0.299891	DLc =	-0.000109
Ls(16) =	0.300018	DLs =	0.000018	Lc(16) =	0.299886	DLc =	-0.000114
Ls(17) =	0.299962	DLs =	-0.000038	Lc(17) =	0.299884	DLc =	-0.000116
Ls(18) =	0.299907	DLs =	-0.000093	Lc(18) =	0.299882	DLc =	-0.000118
Ls(19) =	0.299854	DLs =	-0.000146	Lc(19) =	0.299882	DLc =	-0.000118
Ls(20) =	0.299801	DLs =	-0.000199	Lc(20) =	0.299883	DLc =	-0.000117
Ls(21) =	0.299749	DLs =	-0.000251	Lc(21) =	0.299885	DLc =	-0.000115
Ls(22) =	0.299698	DLs =	-0.000302	Lc(22) =	0.299886	DLc =	-0.000114
Ls(23) =	0.299647	DLs =	-0.000353	Lc(23) =	0.299888	DLc =	-0.000112
Ls(24) =	0.299598	DLs =	-0.000402	Lc(24) =	0.299890	DLc =	-0.000110
Ls(25) =	0.299549	DLs =	-0.000451	Lc(25) =	0.299891	DLc =	-0.000109

Tabela 5.5-Cálculo do comprimento da barra de bolas para antes e depois da compensação.

Observando-se os valores obtidos na tabela 5.5 nota-se que é pequena a diferença entre os valores obtidos com compensação e os valores medidos (sem compensação). Algumas vezes, até os valores do comprimento sem compensação sendo mais próximos do nominal que alguns dos valores dos comprimentos com compensação. Isto, em muito, é devido a não linearidade da equação que se minimizou, pois há não apenas um mínimo, mas vários, dependendo sempre dos valores iniciais que são dados aos coeficientes. Sendo um caso bem diferente do apresentado na seção 5.4 onde se obtinha o mínimo utilizando uma equação linear.

Tendo-se como dados de entrada as coordenadas medidas no plano da MMC (ou seja, simuladas), o comprimento nominal da barra de bolas e o valor inicial dos coeficientes a serem obtidos com seus respectivos limites de variação, montou-se um arquivo de entrada para o programa GAMS (Anexo C.2). Os valores dos coeficientes β 's iniciais foram os mesmos listados anteriormente. Processando-se este arquivo e resolvendo-se a equação principal (que se encontra desenvolvida no anexo A.3), o programa GAMS gerou o arquivo de saída que é apresentado no anexo C.2.1. Neste arquivo de resposta verifica-se que o processamento chegou aos seguintes coeficientes β 's:

$$\begin{array}{ll}
\beta_1 = -2.15812 \times 10^{-4} & \beta_9 = 1 \times 10^{-3} \\
\beta_2 = -1 \times 10^{-3} & \beta_{10} = 1 \times 10^{-10} \\
\beta_3 = 8.664347 \times 10^{-4} & \beta_{11} = 1 \times 10^{-9} \\
\beta_4 = 1 \times 10^{-4} & \beta_{12} = 1 \times 10^{-6} \\
\beta_5 = 1 \times 10^{-10} & \beta_{13} = 1 \times 10^{-4} \\
\beta_6 = 1 \times 10^{-3} & \beta_{14} = 1 \times 10^{-3} \\
\beta_7 = -1 \times 10^{-3} & \beta_{15} = 1 \times 10^{-3} \\
\beta_8 = -1 \times 10^{-3} & \beta_{16} = 1 \times 10^{-3}
\end{array}$$

Através destes β 's calculou-se novamente o comprimento medido da barra de bolas gerando-se tabela (5.6). Nesta tabela novamente aparecem os valores de L_s , DL_s , L_c e DLC , como definidos anteriormente. Comparando-se os valores de DL_s e DLC , nota-se que na maioria dos casos houve uma boa melhora dos L_c 's com relação a sua proximidade com o valor nominal do comprimento da barra de bolas. Mas ainda assim apareceram pontos, os quais geraram um DLC maior que o DL_s .

Ainda não satisfeito com o resultado, alterou-se o programa de entrada ampliando ainda mais os valores limites em que os coeficientes β 's poderiam variar mantendo-se os valores iniciais.

Processando-se este novo arquivo de entrada para o GAMS, foi gerado um outro arquivo de saída (Anexo C.2.2), contendo os seguintes valores para os β 's:

$\beta_1 = 1 \times 10^{-3}$	$\beta_9 = -1.69 \times 10^{-1}$
$\beta_2 = 3.05 \times 10^{-1}$	$\beta_{10} = 1 \times 10^{-10}$
$\beta_3 = -1.80 \times 10^{-1}$	$\beta_{11} = 1 \times 10^{-9}$
$\beta_4 = 1.12 \times 10^{-1}$	$\beta_{12} = 1 \times 10^{-6}$
$\beta_5 = 1 \times 10^{-10}$	$\beta_{13} = 1 \times 10^{-4}$
$\beta_6 = 3.97 \times 10^{-1}$	$\beta_{14} = -4.40 \times 10^{-1}$
$\beta_7 = -3.08 \times 10^{-1}$	$\beta_{15} = -3.93 \times 10^{-1}$
$\beta_8 = 3.40 \times 10^{-1}$	$\beta_{16} = -1.70 \times 10^{-1}$

Da mesma forma que anteriormente gerou-se a tabela (5.7), onde se pode visualizar as diferenças conseguidas entre os novos valores de Lc e os valores de Ls. Nota-se assim uma maior aproximação do valores de Lc do valor do comprimento nominal ($L = 0.300 \text{ m}$), em determinadas posições quase zerando DLc. Portanto estes seriam bons coeficientes de se adotar para a compensação de medições feitas no plano. Devido a alta não linearidade da função que se discute esta apresenta vários mínimos, podendo apresentar até dezesseis ao quadrado (16^2) soluções!

COMPARACAO ENTRE OS COMPRIMENTOS

ANTES E DEPOIS DA COMPENSACAO DOS ERROS:

Dimensoes em metros

Antes da Compensacao:

Depois da Compensacao:

Ls(1) =	0.298732	DLs =	-0.001268	Lc(1) =	0.299848	DLc =	-0.000152
Ls(2) =	0.301042	DLs =	0.001042	Lc(2) =	0.299962	DLc =	-0.000038
Ls(3) =	0.300926	DLs =	0.000926	Lc(3) =	0.299811	DLc =	-0.000189
Ls(4) =	0.300829	DLs =	0.000829	Lc(4) =	0.299839	DLc =	-0.000161
Ls(5) =	0.300742	DLs =	0.000742	Lc(5) =	0.299898	DLc =	-0.000102
Ls(6) =	0.300661	DLs =	0.000661	Lc(6) =	0.299949	DLc =	-0.000051
Ls(7) =	0.300586	DLs =	0.000586	Lc(7) =	0.299985	DLc =	-0.000015
Ls(8) =	0.300514	DLs =	0.000514	Lc(8) =	0.300004	DLc =	0.000004
Ls(9) =	0.300445	DLs =	0.000445	Lc(9) =	0.300011	DLc =	0.000011
Ls(10) =	0.300379	DLs =	0.000379	Lc(10) =	0.300010	DLc =	0.000010
Ls(11) =	0.300315	DLs =	0.000315	Lc(11) =	0.300005	DLc =	0.000005
Ls(12) =	0.300253	DLs =	0.000253	Lc(12) =	0.300000	DLc =	-0.000000
Ls(13) =	0.300192	DLs =	0.000192	Lc(13) =	0.299996	DLc =	-0.000004
Ls(14) =	0.300133	DLs =	0.000133	Lc(14) =	0.299996	DLc =	-0.000004
Ls(15) =	0.300075	DLs =	0.000075	Lc(15) =	0.300000	DLc =	-0.000000
Ls(16) =	0.300018	DLs =	0.000018	Lc(16) =	0.300008	DLc =	0.000008
Ls(17) =	0.299962	DLs =	-0.000038	Lc(17) =	0.300020	DLc =	0.000020
Ls(18) =	0.299907	DLs =	-0.000093	Lc(18) =	0.300034	DLc =	0.000034
Ls(19) =	0.299854	DLs =	-0.000146	Lc(19) =	0.300049	DLc =	0.000049
Ls(20) =	0.299801	DLs =	-0.000199	Lc(20) =	0.300062	DLc =	0.000062
Ls(21) =	0.299749	DLs =	-0.000251	Lc(21) =	0.300071	DLc =	0.000071
Ls(22) =	0.299698	DLs =	-0.000302	Lc(22) =	0.300072	DLc =	0.000072
Ls(23) =	0.299647	DLs =	-0.000353	Lc(23) =	0.300063	DLc =	0.000063
Ls(24) =	0.299598	DLs =	-0.000402	Lc(24) =	0.300041	DLc =	0.000041
Ls(25) =	0.299549	DLs =	-0.000451	Lc(25) =	0.300001	DLc =	0.000001

Tabela 5.6-Cálculo do comprimento da barra de alças para antes e depois da compensação.

5.5-Simulação da Medição de uma Barra de Bolas num Sistema de Medição Tridimensional para a Obtenção de seus Erros Geométricos.

Na seção 4.3 deduziu-se as equações que relacionam as coordenadas verdadeiras (X,Y,Z) de um sistema de medição tridimensional com as coordenadas medidas. É através destas relações que se obterá a equação principal que relaciona o comprimento nominal da barra de bolas e os comprimentos medidos, como é mostrado no anexo A.4.

Da mesma maneira que foi procedido nas seções 5.3 e 5.4 gerou-se coordenadas para a medição da barra de bolas no espaço tridimensional. Para isto elaborou-se o programa em linguagem Pascal GP3D.PAS, que se encontra no anexo B.3. Este programa gera um arquivo de saída em Fortran para ser processado como dados de entrada do programa de otimização OPT3.2 (anexo C.3).

Para o programa de geração de pontos, são dados de entrada os coeficientes que caracterizam o comportamento dos erros geométricos do sistema e também o comprimento nominal da barra de bolas. Aqui, assim como também em 5.3 e 5.4, supõe-se que o comprimento da barra de bolas fosse calibrado, porém nada impede que este seja mais uma variável do sistema a ser determinada. O sistema de equações a ser resolvido não é linear, e para isto utilizou-se do método de Newton-Raphson.

do método de eliminação de Gauss (anexo B.3). O sistema de equações resolvido é composto das três equações que relacionam as coordenadas verdadeiras com as coordenadas medidas de cada um dos eixos X, Y e Z (4.29a, b e c), através dos erros geométricos para este sistema (seção 4.3). As constantes dos polinômios que modelam os erros são portanto as constantes deste sistema de equações, assim como as coordenadas medidas são as incógnitas a serem calculadas. A ordem destas equações dependerá da ordem com que se definiu os polinômios dos erros.

Este grupo de pontos "medidos" é dado de entrada para o programa OPT3, que resolverá o caminho inverso. Resolver o caminho inverso significa determinar os coeficientes, nas equações denominados por betas (β 's), para que o sistema coordenado tenha o menor erro possível. Teoricamente os coeficientes obtidos deveriam ser os mesmos que estipulados inicialmente geraram as coordenadas medidas. Devido a grande não linearidade da função para o sistema tridimensional que se minimiza, esta apresenta muitos mínimos locais. Isto significa dizer que a função dependerá em muito do valor inicial dos coeficientes e dos valores de máximo e mínimo dentro dos quais estes podem variar. Uma função principal, como a mostrada no anexo A.4, que apresenta quarenta e cinco incógnitas a serem determinadas, apresenta quarenta e cinco ao quadrado pontos estacionários. Isto

significa dizer, que na prática necessitaria-se conhecer muito bem as características do sistema, para que os valores iniciais dos coeficientes que definem os erros pudessem ser otimizados, melhorando a exatidão e precisão da MMC.

Para o exemplo dado nos programas desenvolvidos no anexo B.3 e C.3, nota-se esta dificuldade em encontrar-se valores iniciais dos coeficientes β 's que sejam os ideais. Estes devem ser os que minimizem realmente a função como acontece quando se substitui os coeficientes que geraram as coordenadas medidas. Isto pode ser notado na tabela-5.7, que apresenta duas colunas uma com os valores do comprimento da barra de bolas sem compensação, L_s , e outra com os valores dos comprimentos sendo compensados, L_c , pelos coeficientes β 's. Nota-se que os valores de L_c são iguais ao comprimento nominal L da barra de bolas (dado no problema $L = 300$ mm). Os betas são listados a seguir na tabela 5.8.

Para este mesmo exemplo, enquanto se trabalhou com valores bem pequenos para os coeficientes, próximos aos valores dos quais as coordenadas medidas foram geradas, os resultados obtidos foram praticamente os mesmos que os da tabela 5.7, como é mostrado nas tabelas 5.9 e 5.10. Na tabela 5.9 os coeficientes apresentados estão bem próximos dos coeficientes da tabela 5.8 que geraram os pontos medidos. Consequentemente na tabela 5.10 os erros encontrados também são muito pequenos.

Continuando no mesmo exemplo deu-se como valor inicial para os coeficientes β 's os valores listados na tabela 5.11. Fazendo a compensação para o comprimento da barra de bolas medida através destes valores, nota-se que a variação no comprimento foi muito pouco melhorada quando comparada aos anteriores, como se pode ver na tabela 5.12.

Sendo assim deve-se ter muito cuidado no momento da escolha dos valores iniciais e dos limites inferior e superior dentro dos quais irão variar os coeficientes. Este cuidado consiste no "calcanhar de Aquiles" deste método de calibração. É necessário de alguma forma ter uma idéia muito boa do valor dos β 's antes de usar este método.

Unidades em metros.

Sem compensação:

Com compensação:

Ls(1)=	0.296525	DLs(1)=	-0.003475	Lc(1)=	0.300000	DLc(1)=	0.000000
Ls(2)=	0.296357	DLs(2)=	-0.003643	Lc(2)=	0.300000	DLc(2)=	0.000000
Ls(3)=	0.296085	DLs(3)=	-0.003915	Lc(3)=	0.300000	DLc(3)=	0.000000
Ls(4)=	0.295748	DLs(4)=	-0.004252	Lc(4)=	0.300000	DLc(4)=	0.000000
Ls(5)=	0.295361	DLs(5)=	-0.004639	Lc(5)=	0.300000	DLc(5)=	0.000000
Ls(6)=	0.294933	DLs(6)=	-0.005067	Lc(6)=	0.300000	DLc(6)=	0.000000
Ls(7)=	0.294469	DLs(7)=	-0.005531	Lc(7)=	0.300000	DLc(7)=	0.000000
Ls(8)=	0.293974	DLs(8)=	-0.006026	Lc(8)=	0.300000	DLc(8)=	0.000000
Ls(9)=	0.293451	DLs(9)=	-0.006549	Lc(9)=	0.300000	DLc(9)=	0.000000
Ls(10)=	0.292903	DLs(10)=	-0.007097	Lc(10)=	0.300000	DLc(10)=	0.000000
Ls(11)=	0.292333	DLs(11)=	-0.007667	Lc(11)=	0.300000	DLc(11)=	0.000000
Ls(12)=	0.291744	DLs(12)=	-0.008256	Lc(12)=	0.300000	DLc(12)=	0.000000
Ls(13)=	0.291137	DLs(13)=	-0.008863	Lc(13)=	0.300000	DLc(13)=	0.000000
Ls(14)=	0.290514	DLs(14)=	-0.009486	Lc(14)=	0.300000	DLc(14)=	0.000000
Ls(15)=	0.289878	DLs(15)=	-0.010122	Lc(15)=	0.300000	DLc(15)=	0.000000
Ls(16)=	0.289230	DLs(16)=	-0.010770	Lc(16)=	0.300000	DLc(16)=	0.000000
Ls(17)=	0.288572	DLs(17)=	-0.011428	Lc(17)=	0.300000	DLc(17)=	0.000000
Ls(18)=	0.287906	DLs(18)=	-0.012094	Lc(18)=	0.300000	DLc(18)=	0.000000
Ls(19)=	0.287233	DLs(19)=	-0.012767	Lc(19)=	0.300000	DLc(19)=	0.000000
Ls(20)=	0.286556	DLs(20)=	-0.013444	Lc(20)=	0.300000	DLc(20)=	0.000000
Ls(21)=	0.285875	DLs(21)=	-0.014125	Lc(21)=	0.300000	DLc(21)=	0.000000
Ls(22)=	0.285194	DLs(22)=	-0.014806	Lc(22)=	0.300000	DLc(22)=	0.000000
Ls(23)=	0.284514	DLs(23)=	-0.015486	Lc(23)=	0.300000	DLc(23)=	0.000000
Ls(24)=	0.283836	DLs(24)=	-0.016164	Lc(24)=	0.300000	DLc(24)=	0.000000
Ls(25)=	0.283162	DLs(25)=	-0.016838	Lc(25)=	0.300000	DLc(25)=	0.000000
Ls(26)=	0.301607	DLs(26)=	0.001607	Lc(26)=	0.300000	DLc(26)=	0.000000
Ls(27)=	0.306575	DLs(27)=	0.006575	Lc(27)=	0.300000	DLc(27)=	0.000000
Ls(28)=	0.308338	DLs(28)=	0.008338	Lc(28)=	0.300000	DLc(28)=	0.000000
Ls(29)=	0.309552	DLs(29)=	0.009552	Lc(29)=	0.300000	DLc(29)=	0.000000
Ls(30)=	0.310475	DLs(30)=	0.010475	Lc(30)=	0.300000	DLc(30)=	0.000000
Ls(31)=	0.311207	DLs(31)=	0.011207	Lc(31)=	0.300000	DLc(31)=	0.000000
Ls(32)=	0.311800	DLs(32)=	0.011800	Lc(32)=	0.300000	DLc(32)=	0.000000
Ls(33)=	0.312285	DLs(33)=	0.012285	Lc(33)=	0.300000	DLc(33)=	0.000000
Ls(34)=	0.312683	DLs(34)=	0.012683	Lc(34)=	0.300000	DLc(34)=	0.000000
Ls(35)=	0.313008	DLs(35)=	0.013008	Lc(35)=	0.300000	DLc(35)=	0.000000
Ls(36)=	0.313271	DLs(36)=	0.013271	Lc(36)=	0.300000	DLc(36)=	0.000000
Ls(37)=	0.313480	DLs(37)=	0.013480	Lc(37)=	0.300000	DLc(37)=	0.000000
Ls(38)=	0.313640	DLs(38)=	0.013640	Lc(38)=	0.300000	DLc(38)=	0.000000
Ls(39)=	0.313757	DLs(39)=	0.013757	Lc(39)=	0.300000	DLc(39)=	0.000000
Ls(40)=	0.313835	DLs(40)=	0.013835	Lc(40)=	0.300000	DLc(40)=	0.000000
Ls(41)=	0.313877	DLs(41)=	0.013877	Lc(41)=	0.300000	DLc(41)=	0.000000
Ls(42)=	0.313886	DLs(42)=	0.013886	Lc(42)=	0.300000	DLc(42)=	0.000000
Ls(43)=	0.313864	DLs(43)=	0.013864	Lc(43)=	0.300000	DLc(43)=	0.000000
Ls(44)=	0.313814	DLs(44)=	0.013814	Lc(44)=	0.300000	DLc(44)=	0.000000
Ls(45)=	0.313737	DLs(45)=	0.013737	Lc(45)=	0.300000	DLc(45)=	0.000000
Ls(46)=	0.313634	DLs(46)=	0.013634	Lc(46)=	0.300000	DLc(46)=	0.000000
Ls(47)=	0.313508	DLs(47)=	0.013508	Lc(47)=	0.300000	DLc(47)=	0.000000
Ls(48)=	0.313358	DLs(48)=	0.013358	Lc(48)=	0.300000	DLc(48)=	0.000000
Ls(49)=	0.313187	DLs(49)=	0.013187	Lc(49)=	0.300000	DLc(49)=	0.000000
Ls(50)=	0.312995	DLs(50)=	0.012995	Lc(50)=	0.300000	DLc(50)=	0.000000

Tabela 5.7-Comparação entre comprimentos sem e com compensação.

```

(*****)
(* COEFICIENTES DOS POLINOMIOS *)
(* PRE-DETERMINADOS. *)
(*****)
(* Erros de escala : B4, B8, B21 *)
(*****)
B1=1E-33;B2=6E-14;B3=4E-11;B4=1E-15;
B5=1E-11;
B6=1E-21;B7=1E-14;B8=1E-9;B9=1E-15;
B10=1E-11;
B11=1E-23;B12=1E-21;B13=5E-15;B14=1E-27;
B15=-1E-33;B16=-5E-21;B17=5E-15;B18=1E-27;
B19=-7E-12;B20=1E-15;B21=5E-15;B22=1E-15;
B23=-7E-12;B24=1E-22;B25=5E-9;B26=1E-27;
B27=1.3E-11;
B28=1E-22;B29=1E-9;B30=1E-12;
B31=1E-21;B32=1E-9;B33=1E-12;
B34=1E-21;B35=1E-9;B36=1E-12;
B37=1E-21;B38=1E-9;B39=1E-12;
B40=1E-21;B41=1E-9;B42=1E-12;
B43=1E-21;B44=1E-9;B45=1E-12;

```

Tabela 5.8-Coeficientes pré determinados que geraram as coordenadas dos pontos medidos.

```

(*****
(* COEFICIENTES DOS POLINOMIOS *)
(* VALORES INICIAIS. *)
(*****
(* Erros de escala : B4, B8, B21 *)
(*****
( Coeficientes obtidos do GP3DG40.FOR)
B1=0.10000000E-32;
B2=0.59999999E-13;B3=0.40000000E-10;B4=0.10000000E-14;
B5=0.10000000E-10;B6=0.99999997E-21;B7=0.99999998E-14;
B8=0.99999997E-09;
B9=0.10000000E-14;B10=0.10000000E-10;B11=0.10000000E-22;
B12=0.99999997E-21;B13=0.49999999E-14;B14=0.10000000E-26;
B15=-0.10000000E-32;B16=-0.49999998E-20;B17=0.49999999E-14;
B18=0.10000000E-26;B19=-0.70000000E-11;B20=0.10000000E-14;
B21=0.49999999E-14;
B22=0.10000000E-14;B23=-0.70000000E-11;B24=0.10000000E-21;
B25=0.50000000E-08;B26=0.10000000E-26;B27=0.13000000E-10;
B28=0.10000000E-21;B29=0.99999997E-09;B30=0.10000000E-11;
B31=0.99999997E-21;B32=0.99999997E-09;B33=0.10000000E-11;
B34=0.99999997E-21;B35=0.99999997E-09;B36=0.10000000E-11;
B37=0.99999997E-21;B38=0.99999997E-09;B39=0.10000000E-11;
B40=0.99999997E-21;B41=0.99999997E-09;B42=0.10000000E-11;
B43=0.99999997E-21;B44=0.99999997E-09;B45=0.10000000E-11;

```

Tabela 5.9-Valores iniciais dos coeficientes bem próximos aos pré determinados dados na tabela 5.8.

Sem compensacao:

Com compensacao:

Ls(1)=	0.296525	DLs(1)=	-0.003475	Lc(1)=	0.300000	DLc(1)=	-0.000000
Ls(2)=	0.296357	DLs(2)=	-0.003643	Lc(2)=	0.300000	DLc(2)=	-0.000000
Ls(3)=	0.296085	DLs(3)=	-0.003915	Lc(3)=	0.300000	DLc(3)=	-0.000000
Ls(4)=	0.295748	DLs(4)=	-0.004252	Lc(4)=	0.300000	DLc(4)=	-0.000000
Ls(5)=	0.295361	DLs(5)=	-0.004639	Lc(5)=	0.300000	DLc(5)=	-0.000000
Ls(6)=	0.294933	DLs(6)=	-0.005067	Lc(6)=	0.300000	DLc(6)=	-0.000000
Ls(7)=	0.294469	DLs(7)=	-0.005531	Lc(7)=	0.300000	DLc(7)=	-0.000000
Ls(8)=	0.293974	DLs(8)=	-0.006026	Lc(8)=	0.300000	DLc(8)=	-0.000000
Ls(9)=	0.293451	DLs(9)=	-0.006549	Lc(9)=	0.300000	DLc(9)=	-0.000000
Ls(10)=	0.292903	DLs(10)=	-0.007097	Lc(10)=	0.300000	DLc(10)=	-0.000000
Ls(11)=	0.292333	DLs(11)=	-0.007667	Lc(11)=	0.300000	DLc(11)=	-0.000000
Ls(12)=	0.291744	DLs(12)=	-0.008256	Lc(12)=	0.300000	DLc(12)=	-0.000000
Ls(13)=	0.291137	DLs(13)=	-0.008863	Lc(13)=	0.300000	DLc(13)=	-0.000000
Ls(14)=	0.290514	DLs(14)=	-0.009486	Lc(14)=	0.300000	DLc(14)=	-0.000000
Ls(15)=	0.289878	DLs(15)=	-0.010122	Lc(15)=	0.300000	DLc(15)=	-0.000000
Ls(16)=	0.289230	DLs(16)=	-0.010770	Lc(16)=	0.300000	DLc(16)=	-0.000000
Ls(17)=	0.288572	DLs(17)=	-0.011428	Lc(17)=	0.300000	DLc(17)=	-0.000000
Ls(18)=	0.287906	DLs(18)=	-0.012094	Lc(18)=	0.300000	DLc(18)=	-0.000000
Ls(19)=	0.287233	DLs(19)=	-0.012767	Lc(19)=	0.300000	DLc(19)=	-0.000000
Ls(20)=	0.286556	DLs(20)=	-0.013444	Lc(20)=	0.300000	DLc(20)=	-0.000000
Ls(21)=	0.285875	DLs(21)=	-0.014125	Lc(21)=	0.300000	DLc(21)=	-0.000000
Ls(22)=	0.285194	DLs(22)=	-0.014806	Lc(22)=	0.300000	DLc(22)=	-0.000000
Ls(23)=	0.284514	DLs(23)=	-0.015486	Lc(23)=	0.300000	DLc(23)=	-0.000000
Ls(24)=	0.283836	DLs(24)=	-0.016164	Lc(24)=	0.300000	DLc(24)=	-0.000000
Ls(25)=	0.283162	DLs(25)=	-0.016838	Lc(25)=	0.300000	DLc(25)=	-0.000000
Ls(26)=	0.301607	DLs(26)=	0.001607	Lc(26)=	0.300000	DLc(26)=	-0.000000
Ls(27)=	0.306575	DLs(27)=	0.006575	Lc(27)=	0.300000	DLc(27)=	0.000000
Ls(28)=	0.308338	DLs(28)=	0.008338	Lc(28)=	0.300000	DLc(28)=	0.000000
Ls(29)=	0.309552	DLs(29)=	0.009552	Lc(29)=	0.300000	DLc(29)=	0.000000
Ls(30)=	0.310475	DLs(30)=	0.010475	Lc(30)=	0.300000	DLc(30)=	0.000000
Ls(31)=	0.311207	DLs(31)=	0.011207	Lc(31)=	0.300000	DLc(31)=	0.000000
Ls(32)=	0.311800	DLs(32)=	0.011800	Lc(32)=	0.300000	DLc(32)=	0.000000
Ls(33)=	0.312285	DLs(33)=	0.012285	Lc(33)=	0.300000	DLc(33)=	0.000000
Ls(34)=	0.312683	DLs(34)=	0.012683	Lc(34)=	0.300000	DLc(34)=	0.000000
Ls(35)=	0.313008	DLs(35)=	0.013008	Lc(35)=	0.300000	DLc(35)=	0.000000
Ls(36)=	0.313271	DLs(36)=	0.013271	Lc(36)=	0.300000	DLc(36)=	0.000000
Ls(37)=	0.313480	DLs(37)=	0.013480	Lc(37)=	0.300000	DLc(37)=	0.000000
Ls(38)=	0.313640	DLs(38)=	0.013640	Lc(38)=	0.300000	DLc(38)=	0.000000
Ls(39)=	0.313757	DLs(39)=	0.013757	Lc(39)=	0.300000	DLc(39)=	0.000000
Ls(40)=	0.313835	DLs(40)=	0.013835	Lc(40)=	0.300000	DLc(40)=	0.000000
Ls(41)=	0.313877	DLs(41)=	0.013877	Lc(41)=	0.300000	DLc(41)=	0.000000
Ls(42)=	0.313886	DLs(42)=	0.013886	Lc(42)=	0.300000	DLc(42)=	0.000000
Ls(43)=	0.313864	DLs(43)=	0.013864	Lc(43)=	0.300000	DLc(43)=	0.000000
Ls(44)=	0.313814	DLs(44)=	0.013814	Lc(44)=	0.300000	DLc(44)=	0.000000
Ls(45)=	0.313737	DLs(45)=	0.013737	Lc(45)=	0.300000	DLc(45)=	0.000000
Ls(46)=	0.313634	DLs(46)=	0.013634	Lc(46)=	0.300000	DLc(46)=	0.000000
Ls(47)=	0.313508	DLs(47)=	0.013508	Lc(47)=	0.300000	DLc(47)=	0.000000
Ls(48)=	0.313358	DLs(48)=	0.013358	Lc(48)=	0.300000	DLc(48)=	0.000000
Ls(49)=	0.313187	DLs(49)=	0.013187	Lc(49)=	0.300000	DLc(49)=	0.000000
Ls(50)=	0.312995	DLs(50)=	0.012995	Lc(50)=	0.300000	DLc(50)=	0.000000

Tabela 5.10-Comparação entre os comprimentos sem compensação

e com compensação através dos coeficientes listados na tabela

5.9.


```

(*****
(* COEFICIENTES DOS POLINOMIOS *)
(* VALORES INICIAIS. *)
(*****
(* Erros de escala : B4, B8, B21 *)
(*****
(Coeficientes obtidos do programa GP3DG41.FOR)
B1=0.25006997E-32;B2=0.65000001E-13;B3=0.25000000E-08;
B4=0.13000000E-14;
B5=0.14000000E-10;B6=0.13000000E-20;B7=0.14000000E-13;
B8=0.23000000E-08;
B9=0.34000000E-14;B10=0.22000001E-10;B11=0.25000001E-22;
B12=0.21999999E-20;B13=0.61000001E-14;B14=0.22000000E-26;
B15=-0.23005835E-32;B16=-0.60999998E-20;B17=0.62000000E-14;
B18=0.25000000E-26;B19=-0.82999996E-11;B20=0.21999999E-14;
B21=0.61000001E-14;
B22=0.21000001E-14;B23=-0.80999998E-11;B24=0.21000000E-21;
B25=0.61000001E-08;B26=0.22000000E-26;B27=0.22000001E-10;
B28=0.23000001E-21;B29=0.23000000E-08;B30=0.23999999E-11;
B31=0.24999999E-21;B32=0.24000000E-08;B33=0.23000000E-11;
B34=0.23000001E-21;B35=0.22000000E-08;B36=0.21999999E-11;
B37=0.21000000E-21;B38=0.23000000E-08;B39=0.21999999E-11;
B40=0.21000000E-21;B41=0.22000000E-08;B42=0.23000000E-11;
B43=0.24000001E-21;B44=0.23000000E-08;B45=0.21000001E-11;

```

Tabela 5.11-Coeficientes um pouco mais afastados dos valores pré determinados listados na tabela 5.8.

Sem compensação:

Com compensação:

Ls(1)=	0.296525	DLs(1)=	-0.003475	Lc(1)=	0.296526	DLc(1)=	-0.003474
Ls(2)=	0.296357	DLs(2)=	-0.003643	Lc(2)=	0.296361	DLc(2)=	-0.003639
Ls(3)=	0.296085	DLs(3)=	-0.003915	Lc(3)=	0.296094	DLc(3)=	-0.003906
Ls(4)=	0.295748	DLs(4)=	-0.004252	Lc(4)=	0.295764	DLc(4)=	-0.004236
Ls(5)=	0.295361	DLs(5)=	-0.004639	Lc(5)=	0.295385	DLc(5)=	-0.004615
Ls(6)=	0.294933	DLs(6)=	-0.005067	Lc(6)=	0.294965	DLc(6)=	-0.005035
Ls(7)=	0.294469	DLs(7)=	-0.005531	Lc(7)=	0.294510	DLc(7)=	-0.005490
Ls(8)=	0.293974	DLs(8)=	-0.006026	Lc(8)=	0.294025	DLc(8)=	-0.005975
Ls(9)=	0.293451	DLs(9)=	-0.006549	Lc(9)=	0.293512	DLc(9)=	-0.006488
Ls(10)=	0.292903	DLs(10)=	-0.007097	Lc(10)=	0.292976	DLc(10)=	-0.007024
Ls(11)=	0.292333	DLs(11)=	-0.007667	Lc(11)=	0.292417	DLc(11)=	-0.007583
Ls(12)=	0.291744	DLs(12)=	-0.008256	Lc(12)=	0.291840	DLc(12)=	-0.008160
Ls(13)=	0.291137	DLs(13)=	-0.008863	Lc(13)=	0.291245	DLc(13)=	-0.008755
Ls(14)=	0.290514	DLs(14)=	-0.009486	Lc(14)=	0.290636	DLc(14)=	-0.009364
Ls(15)=	0.289878	DLs(15)=	-0.010122	Lc(15)=	0.290013	DLc(15)=	-0.009987
Ls(16)=	0.289230	DLs(16)=	-0.010770	Lc(16)=	0.289378	DLc(16)=	-0.010622
Ls(17)=	0.288572	DLs(17)=	-0.011428	Lc(17)=	0.288734	DLc(17)=	-0.011266
Ls(18)=	0.287906	DLs(18)=	-0.012094	Lc(18)=	0.288081	DLc(18)=	-0.011919
Ls(19)=	0.287233	DLs(19)=	-0.012767	Lc(19)=	0.287423	DLc(19)=	-0.012577
Ls(20)=	0.286556	DLs(20)=	-0.013444	Lc(20)=	0.286760	DLc(20)=	-0.013240
Ls(21)=	0.285875	DLs(21)=	-0.014125	Lc(21)=	0.286094	DLc(21)=	-0.013906
Ls(22)=	0.285194	DLs(22)=	-0.014806	Lc(22)=	0.285427	DLc(22)=	-0.014573
Ls(23)=	0.284514	DLs(23)=	-0.015486	Lc(23)=	0.284760	DLc(23)=	-0.015240
Ls(24)=	0.283836	DLs(24)=	-0.016164	Lc(24)=	0.284097	DLc(24)=	-0.015903
Ls(25)=	0.283162	DLs(25)=	-0.016838	Lc(25)=	0.283438	DLc(25)=	-0.016562
Ls(26)=	0.301607	DLs(26)=	0.001607	Lc(26)=	0.301547	DLc(26)=	0.001547
Ls(27)=	0.306575	DLs(27)=	0.006575	Lc(27)=	0.306415	DLc(27)=	0.006415
Ls(28)=	0.308338	DLs(28)=	0.008338	Lc(28)=	0.308139	DLc(28)=	0.008139
Ls(29)=	0.309552	DLs(29)=	0.009552	Lc(29)=	0.309326	DLc(29)=	0.009326
Ls(30)=	0.310475	DLs(30)=	0.010475	Lc(30)=	0.310227	DLc(30)=	0.010227
Ls(31)=	0.311207	DLs(31)=	0.011207	Lc(31)=	0.310941	DLc(31)=	0.010941
Ls(32)=	0.311800	DLs(32)=	0.011800	Lc(32)=	0.311519	DLc(32)=	0.011519
Ls(33)=	0.312285	DLs(33)=	0.012285	Lc(33)=	0.311992	DLc(33)=	0.011992
Ls(34)=	0.312683	DLs(34)=	0.012683	Lc(34)=	0.312379	DLc(34)=	0.012379
Ls(35)=	0.313008	DLs(35)=	0.013008	Lc(35)=	0.312695	DLc(35)=	0.012695
Ls(36)=	0.313271	DLs(36)=	0.013271	Lc(36)=	0.312950	DLc(36)=	0.012950
Ls(37)=	0.313480	DLs(37)=	0.013480	Lc(37)=	0.313151	DLc(37)=	0.013151
Ls(38)=	0.313640	DLs(38)=	0.013640	Lc(38)=	0.313306	DLc(38)=	0.013306
Ls(39)=	0.313757	DLs(39)=	0.013757	Lc(39)=	0.313418	DLc(39)=	0.013418
Ls(40)=	0.313835	DLs(40)=	0.013835	Lc(40)=	0.313492	DLc(40)=	0.013492
Ls(41)=	0.313877	DLs(41)=	0.013877	Lc(41)=	0.313531	DLc(41)=	0.013531
Ls(42)=	0.313886	DLs(42)=	0.013886	Lc(42)=	0.313537	DLc(42)=	0.013537
Ls(43)=	0.313864	DLs(43)=	0.013864	Lc(43)=	0.313514	DLc(43)=	0.013514
Ls(44)=	0.313814	DLs(44)=	0.013814	Lc(44)=	0.313463	DLc(44)=	0.013463
Ls(45)=	0.313737	DLs(45)=	0.013737	Lc(45)=	0.313385	DLc(45)=	0.013385
Ls(46)=	0.313634	DLs(46)=	0.013634	Lc(46)=	0.313283	DLc(46)=	0.013283
Ls(47)=	0.313508	DLs(47)=	0.013508	Lc(47)=	0.313157	DLc(47)=	0.013157
Ls(48)=	0.313358	DLs(48)=	0.013358	Lc(48)=	0.313009	DLc(48)=	0.013009
Ls(49)=	0.313187	DLs(49)=	0.013187	Lc(49)=	0.312840	DLc(49)=	0.012840
Ls(50)=	0.312995	DLs(50)=	0.012995	Lc(50)=	0.312651	DLc(50)=	0.012651

Tabela 5.12-Comparação entre os comprimentos sem compensação

e com compensação através dos coeficientes listados na tabela

5.11.

6-DISCUSSÃO

O modelamento matemático do comportamento geométrico da MMC tipo pórtico utilizando-se a Transformada Homogênea, permitiu uma clara visão da influência dos erros de primeira ordem sobre esta. A não consideração dos erros de ordem superior não acarreta em nenhuma perda para a confiabilidade do método. A consideração dos erros de ordem superior acarretaria, sim, no aumento das variáveis e incógnitas, ou seja, em funções ainda mais não lineares, as quais apareceriam com um número ainda maior de pontos estacionários.

Outro aspecto muito importante é quanto as condições em que este método pode ser utilizado. Em primeiro lugar deve-se ter a segurança de que os erros devido a fontes aleatórias e a "hardware" estejam restritas a uma faixa de precisão possível de se trabalhar sem grandes variações. A compensação via software que esta se propoendo não prevê bruscas mudanças do meio ambiente onde a MMC está instalada. Os coeficientes obtidos que caracterizam o comportamento dos erros geométricos para a MMC são para a situação em que foi feita a aferição da MMC. Quando acontecerem variações significativas de temperatura espera-se que estes coeficientes não compensem de forma tão satisfatória os pontos medidos. Sistemas que levam em consideração as mudanças do meio, monitorando através de sensores a variação

da temperatura dos diversos elementos estruturais da MMC, possibilitam a compensação dos erros consequentes destas oscilações. Constatando-se que as condições do "hardware" são satisfatórias para a exatidão e precisão em que se deseja trabalhar, a compensação via software vem a contribuir ainda mais na melhoria e confiabilidade dos resultados das medições.

Os pacotes dos programas utilizados aqui são muito poderosos, até mesmo o GAMS em sua versão para estudantes. Como o OPT3.2 não possui tais limitações de uma versão para estudantes, este foi de grande importância para a resolução das equações que determinavam os valores dos coeficientes que modelam os erros para o sistema tridimensional.

A aplicação da barra de bolas para a determinação dos 18 erros que envolvem um sistema coordenado tridimensional, tem o inconveniente de gerar uma equação altamente não linear. O maior problema está em se determinar quais os valores iniciais para cada um dos coeficientes (no exemplo dado 45 coeficientes). Para que se tenha bons valores iniciais seria de grande valia a aferição dos erros da MMC com o auxílio de instrumentos como o interferômetro a laser, nível eletrônico, "step gage" e blocos padrões. Os erros quantificados para estas medições servirão de base para a estimativa dos valores iniciais.

Assim o método descrito depende, para a obtenção de valores realmente bons, de que a MMC já tenha sido pelo menos uma vez aferida. Deixando-se assim este método como um procedimento de recalibração da MMC, onde torna-se possível o conhecimento em que nível de precisão se está trabalhando.

De todos os trabalhos publicados pesquisados nenhum deles comenta a respeito do problema dos valores iniciais a serem dados a estes coeficientes que caracterizam o comportamento geométrico dos erros em uma MMC. Espera-se assim que esta dissertação tenha conseguido contribuir para o entendimento do problema que para alguns autores parece não existir.

Uma contribuição maior ao método analisado aqui pode futuramente ser feita utilizando as rotinas de simulação desenvolvidas. Pode-se tentar conseguir métodos que permitam usar funções não lineares melhores para que se obtenha soluções exatas como mostrado no capítulo cinco para o caso unidimensional.

7-CONCLUSÃO

Durante a pesquisa bibliografica notou-se o quanto valor tem o estudo de aferição de Máquinas Ferramentas e de Medir Coordenadas, não apenas pela quantidade de trabalhos na área, mas também pela importância que se tem em conseguir sistemas cada vez mais exatos e precisos.

A partir desta foi que notou-se a falta de comentários quanto aos procedimentos adotados para o cálculo dos coeficientes dos polinômios que modelaram os erros, aqui dados por betas. Assim a principal contribuição desta dissertação fica na discussão de como calcular tais coeficientes para o mapeamento dos erros geométricos.

A preocupação esteve em se descobrir as maneiras pelas quais se poderiam obter estes erros. Um entre tantos outros artefatos, foi sugerido a barra de bolas, devido a sua crescente aplicação na coleta de dados para aferição, além de seu baixo custo de construção e simplicidade de manuseio pelo operador.

Um caminho foi desenvolvido baseado em tantos outros propostos pelas bibliografias estudadas. Os programas que se utilizaram são comuns no meio acadêmico e portanto conhecido de muitos outros pesquisadores, sendo estes também utilizáveis em qualquer microcomputador comum.

Desse modo, nesta dissertação chegou-se ao objetivo que se propôs no início, ou seja, estudar os erros que

envolvem a medição de peças em MMC's e .propor um método para aferição destes erros.

A N E X O S

ANEXO A.1

(*Transformada Homogênea Aplicada ao Plano X-Y *de uma Máquina de Medir Coordenadas Tridimensional*)

*Considerando-se apenas os movimentos dos eixos que determinam
*as coordenadas em X e Y da MMC, faz-se o modelamento
*geométrico para este plano, considerando-se os seis erros
possíveis de serem encontrados nesta situação.

* Aplicando a Transformada Homogênea para localizar o sistema
*de coordenadas do carro-X (x1, y1) no sistema de coordenadas
*do pórtico,(x2,y2), que se movimenta em Y, obtém-se a matriz
*T12, (posição nominal), e a matriz Ta12,(posição atual), que
*esta levando em consideração os erros geométricos
correspondentes a este carro.

Abaixo define-se a matriz Ta12:

```
Ta12=Array[xa, {3, 3}];
```

A seguir define-se a matriz T12:

```
T12={{1, 0, X1},  
      {0, 1, 0},  
      {0, 0, 1}};
```

A matriz E12 define os erros encontrados no eixo de movimento
*do carro-X.

```
E12={{1, -ezx, dxx},  
      {ezx, 1, dyx},  
      {0, 0, 1}};
```

Define-se a matriz de transformação Ta12 pela
multiplicação das matrizes T12 e E12.

```
Ta12=T12 . E12  
{{1, -ezx, dxx + X1}, {ezx, 1, dyx}, {0, 0, 1}}
```

Na sequência escreve-se a matriz de transformação que
localiza o sistema de coordenadas (x1,y1) no sistema de
referência da MMC, (x0,y0).

Assim sendo, abaixo se define a matriz de transformação
atual Ta01:

```
Ta01=Array[ya, {3, 3}];
```

A seguir descreve-se a matriz T01, sem erros.

$$T01 = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & y \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix};$$

Os erros do movimento do eixo Y no plano são dados pela matriz E01, definida abaixo:

$$E01 = \begin{Bmatrix} 1 & -ezy & dxy \\ ezy & 1 & dyy \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix};$$

Define-se a matriz de transformação Ta01 pela multiplicação das matrizes T01 e E01.

$$Ta01 = T01 \cdot E01 \\ \begin{Bmatrix} 1 & -ezy & dxy \\ ezy & 1 & dyy + y \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

O vetor que localiza a ponta do apalpador para o sistema de coordenadas (x2,y2) será dado por Xp2, definido abaixo:

$$Xp2 = \begin{Bmatrix} Xp \\ Yp \\ 1 \end{Bmatrix};$$

O vetor que localiza a ponta apalpadora no sistema de referência será dado por Xp0, definido por suas coordenadas x0 e y0, como mostrado abaixo:

$$Xp0 = \begin{Bmatrix} x0 \\ y0 \\ 1 \end{Bmatrix};$$

A posição atual da ponta apalpadora será portanto dada pela seguinte multiplicação matricial:

$$Xp0 = Ta01 \cdot Ta12 \cdot Xp2 \\ \begin{pmatrix} dxx + dxy - dxy ezy + (1 - ezx ezy) Xp + X1 + \\ (-ezy - ezy) Yp, dxy + dyy + (ezy + ezy) Xp + \\ ezy (dxx + X1) + y + (1 - ezx ezy) Yp, 1 \end{pmatrix}$$

considerando-se aqui os erros de ordem superior.

Cada uma das coordenadas atuais da ponta apalpadora pode ser identificada, como é mostrado abaixo:

Coordenada X no plano X-Y:

$$x0 = Xp0[[1]] \\ dxx + dxy - dxy ezy + (1 - ezx ezy) Xp + X1 + (-ezy - ezy) Yp$$

Coordenada Y no plano X-Y:

$$y0 = Xp0[[2]] \\ dxy + dyy + (ezy + ezy) Xp + ezy (dxx + X1) + y + \\ (1 - ezx ezy) Yp$$

O próximo passo é a aproximação de cada um destes erros por polinômios de Legendre.

ANEXO A.2

Transformadas Homogêneas Aplicadas em uma Máquina de Medir Coordenadas Tridimensional

Descreve-se a seguir todas as Transformadas Homogêneas Nominais para a MMC

São definidos quatro sistemas de coordenadas, indicados por SC0, SC1, SC2, SC3.)*

Assim sendo:

A posição do SC3 com relação a SC2 será dada pela seguinte Matriz de Transformação:

$$T_{23} = \begin{Bmatrix} 1. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 1. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 1. & Z-450 \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{Bmatrix};$$

SC2 com relação ao SC1

$$T_{12} = \begin{Bmatrix} 1. & 0. & 0. & X \\ 0. & 1. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 1. & 450 \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{Bmatrix};$$

SC1 com relação ao SC2

$$T_{01} = \begin{Bmatrix} 1. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 1. & 0. & Y \\ 0. & 0. & 1. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{Bmatrix};$$

As Transformações atuais para cada uma das Matrizes de Transformação Nominal será:

Off[General::spell1]

$$T_{a23} = T_{23} + \begin{Bmatrix} 0. & -E_{23Z}. & E_{23Y}. & D_{23X}. \\ E_{23Z}. & 0. & -E_{23X}. & D_{23Y}. \\ -E_{23Y}. & E_{23X}. & 0. & D_{23Z}. \\ 0. & 0. & 0. & 0. \end{Bmatrix};$$

$$T_{a12} = T_{12} + \begin{Bmatrix} 0. & -E_{12Z}. & E_{12Y}. & D_{12X}. \\ E_{12Z}. & 0. & -E_{12X}. & D_{12Y}. \\ -E_{12Y}. & E_{12X}. & 0. & D_{12Z}. \\ 0. & 0. & 0. & 0. \end{Bmatrix};$$

$$T_{a01} = T_{01} + \begin{Bmatrix} 0. & -E_{01Z}. & E_{01Y}. & D_{01X}. \\ E_{01Z}. & 0. & -E_{01X}. & D_{01Y}. \\ -E_{01Y}. & E_{01X}. & 0. & D_{01Z}. \\ 0. & 0. & 0. & 0. \end{Bmatrix};$$

Assim sendo a posição atual do sistema de coordenadas 3 com relação ao sistema de referência, SC0, será dado por:

Ta03=Ta01 . Ta12 . Ta23

{(1 - E01Y E12Y - E01Z E12Z -

(E01Y + E01Z E12X + E12Y) E23Y +

(-E01Z + E01Y E12X - E12Z) E23Z.

-E01Z + E01Y E12X - E12Z +

(E01Y + E01Z E12X + E12Y) E23X -

(1 - E01Y E12Y - E01Z E12Z) E23Z.

E01Y + E01Z E12X + E12Y -

(-E01Z + E01Y E12X - E12Z) E23X +

(1 - E01Y E12Y - E01Z E12Z) E23Y.

D01X + D12X + (450 + D12Z) E01Y - D12Y E01Z +

D23Y (-E01Z + E01Y E12X - E12Z) +

D23X (1 - E01Y E12Y - E01Z E12Z) + X +

(E01Y + E01Z E12X + E12Y) (-450 + D23Z + Z)).

{E01Z + E01X E12Y + E12Z -

(-E01X - E12X + E01Z E12Y) E23Y +

(1 - E01X E12X - E01Z E12Z) E23Z.

1 - E01X E12X - E01Z E12Z +

(-E01X - E12X + E01Z E12Y) E23X -

(E01Z + E01X E12Y + E12Z) E23Z.

-E01X - E12X + E01Z E12Y -

(1 - E01X E12X - E01Z E12Z) E23X +

(E01Z + E01X E12Y + E12Z) E23Y.

D01Y + D12Y - (450 + D12Z) E01X +

D23X (E01Z + E01X E12Y + E12Z) +

D23Y (1 - E01X E12X - E01Z E12Z) + E01Z (D12X + X) + Y +

(-E01X - E12X + E01Z E12Y) (-450 + D23Z + Z)).

{-E01Y - E12Y + E01X E12Z -

(1 - E01X E12X - E01Y E12Y) E23Y +

(E01X + E12X + E01Y E12Z) E23Z.

E01X + E12X + E01Y E12Z +

$$\begin{aligned}
& (1 - E_{01X} E_{12X} - E_{01Y} E_{12Y}) E_{23X} - \\
& (-E_{01Y} - E_{12Y} + E_{01X} E_{12Z}) E_{23Z}, \\
1 - E_{01X} E_{12X} - E_{01Y} E_{12Y} - \\
& (E_{01X} + E_{12X} + E_{01Y} E_{12Z}) E_{23X} + \\
& (-E_{01Y} - E_{12Y} + E_{01X} E_{12Z}) E_{23Y}, \\
450 + D_{01Z} + D_{12Z} + D_{12Y} E_{01X} + \\
& D_{23X} (-E_{01Y} - E_{12Y} + E_{01X} E_{12Z}) +
\end{aligned}$$

Resultado da Multiplicação Matricial indicada acima.
Neste resultado estão sendo ainda levados em consideração
erros de ordem superior.

$$\begin{aligned}
\{ & (1 - E_{01Y} E_{12Y} - E_{01Z} E_{12Z} - \\
& (E_{01Y} + E_{01Z} E_{12X} + E_{12Y}) E_{23Y} + \\
& (-E_{01Z} + E_{01Y} E_{12X} - E_{12Z}) E_{23Z}, \\
& -E_{01Z} + E_{01Y} E_{12X} - E_{12Z} + \\
& (E_{01Y} + E_{01Z} E_{12X} + E_{12Y}) E_{23X} - \\
& (1 - E_{01Y} E_{12Y} - E_{01Z} E_{12Z}) E_{23Z}, \\
& E_{01Y} + E_{01Z} E_{12X} + E_{12Y} - \\
& (-E_{01Z} + E_{01Y} E_{12X} - E_{12Z}) E_{23X} + \\
& (1 - E_{01Y} E_{12Y} - E_{01Z} E_{12Z}) E_{23Y}, \\
& D_{01X} + D_{12X} + (450 + D_{12Z}) E_{01Y} - D_{12Y} E_{01Z} + \\
& D_{23Y} (-E_{01Z} + E_{01Y} E_{12X} - E_{12Z}) + \\
& D_{23X} (1 - E_{01Y} E_{12Y} - E_{01Z} E_{12Z}) + X + \\
& (E_{01Y} + E_{01Z} E_{12X} + E_{12Y}) (-450 + D_{23Z} + Z) \}, \\
\{ & E_{01Z} + E_{01X} E_{12Y} + E_{12Z} - \\
& (-E_{01X} - E_{12X} + E_{01Z} E_{12Y}) E_{23Y} + \\
& (1 - E_{01X} E_{12X} - E_{01Z} E_{12Z}) E_{23Z}, \\
1 - E_{01X} E_{12X} - E_{01Z} E_{12Z} + \\
& (-E_{01X} - E_{12X} + E_{01Z} E_{12Y}) E_{23X} - \\
& (E_{01Z} + E_{01X} E_{12Y} + E_{12Z}) E_{23Z}, \\
& -E_{01X} - E_{12X} + E_{01Z} E_{12Y} - \\
& (1 - E_{01X} E_{12X} - E_{01Z} E_{12Z}) E_{23X} + \\
& (E_{01Z} + E_{01X} E_{12Y} + E_{12Z}) E_{23Y}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& D01Y + D12Y - (450 + D12Z) E01X + \\
& D23X (E01Z + E01X E12Y + E12Z) + \\
& D23Y (1 - E01X E12X - E01Z E12Z) + E01Z (D12X + X) + Y + \\
& (-E01X - E12X + E01Z E12Y) (-450 + D23Z + Z) \}, \\
& \{-E01Y - E12Y + E01X E12Z - \\
& (1 - E01X E12X - E01Y E12Y) E23Y + \\
& (E01X + E12X + E01Y E12Z) E23Z, \\
& E01X + E12X + E01Y E12Z + \\
& (1 - E01X E12X - E01Y E12Y) E23X - \\
& (-E01Y - E12Y + E01X E12Z) E23Z, \\
& 1 - E01X E12X - E01Y E12Y - \\
& (E01X + E12X + E01Y E12Z) E23X + \\
& (-E01Y - E12Y + E01X E12Z) E23Y, \\
& 450 + D01Z + D12Z + D12Y E01X + \\
& D23X (-E01Y - E12Y + E01X E12Z) + \\
& D23Y (E01X + E12X + E01Y E12Z) - E01Y (D12X + X) +
\end{aligned}$$

A posicao da ponta do apalpador, definido por P no sistema de coordenadas 3, sera dada pelas coordenadas (Xp, Yp, Zp).

$X3P = \{Xp, Yp, Zp, 1\}$:

Para a posicao atual da ponta do apalpador com relacao ao sistema de coordenadas de referencia tem-se o vetor $Xa0P$, que fornecera as coordenadas Xap, Yap, Zap.

(*Resultado da multiplicacao*)

Xa0P= Ta03 . X3P

$$\begin{aligned} & \{D01X + D12X + (450 + D12Z) E01Y - D12Y E01Z + \\ & D23Y (-E01Z + E01Y E12X - E12Z) + \\ & D23X (1 - E01Y E12Y - E01Z E12Z) + X + \\ & (1 - E01Y E12Y - E01Z E12Z - \\ & (E01Y + E01Z E12X + E12Y) E23Y + \\ & (-E01Z + E01Y E12X - E12Z) E23Z) Xp + \\ & (-E01Z + E01Y E12X - E12Z + \\ & (E01Y + E01Z E12X + E12Y) E23X - \\ & (1 - E01Y E12Y - E01Z E12Z) E23Z) Yp + \\ & (E01Y + E01Z E12X + E12Y) (-450 + D23Z + Z) + \\ & (E01Y + E01Z E12X + E12Y - \\ & (-E01Z + E01Y E12X - E12Z) E23X + \\ & (1 - E01Y E12Y - E01Z E12Z) E23Y) Zp. \\ & D01Y + D12Y - (450 + D12Z) E01X + \\ & D23X (E01Z + E01X E12Y + E12Z) + \\ & D23Y (1 - E01X E12X - E01Z E12Z) + E01Z (D12X + X) + \\ & (E01Z + E01X E12Y + E12Z - \\ & (-E01X - E12X + E01Z E12Y) E23Y + \\ & (1 - E01X E12X - E01Z E12Z) E23Z) Xp + Y + \\ & (1 - E01X E12X - E01Z E12Z + \\ & (-E01X - E12X + E01Z E12Y) E23X - \\ & (E01Z + E01X E12Y + E12Z) E23Z) Yp + \\ & (-E01X - E12X + E01Z E12Y) (-450 + D23Z + Z) + \\ & (-E01X - E12X + E01Z E12Y - \\ & (1 - E01X E12X - E01Z E12Z) E23X + \\ & (E01Z + E01X E12Y + E12Z) E23Y) Zp. \\ & 450 + D01Z + D12Z + D12Y E01X + \\ & D23X (-E01Y - E12Y + E01X E12Z) + \\ & D23Y (E01X + E12X + E01Y E12Z) - E01Y (D12X + X) + \\ & (-E01Y - E12Y + E01X E12Z - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (1 - E01X E12X - E01Y E12Y) E23Y + \\
& (E01X + E12X + E01Y E12Z) E23Z) Xp + \\
& (E01X + E12X + E01Y E12Z + \\
& (1 - E01X E12X - E01Y E12Y) E23X - \\
& (-E01Y - E12Y + E01X E12Z) E23Z) Yp + \\
& (1 - E01X E12X - E01Y E12Y) (-450 + D23Z + Z) +
\end{aligned}$$

Identificando cada uma das coordenadas da ponta P do apalpador no sistema de coordenadas de referencia:

Coordenada X da ponta do apalpador

$$Xap = Xa0P[[1]]$$

Xap =

$$\begin{aligned}
& D01X + D12X + (450 + D12Z)*E01Y - D12Y*E01Z + \\
& D23Y*(-E01Z + E01Y*E12X - E12Z) + \\
& D23X*(1 - E01Y*E12Y - E01Z*E12Z) + X + \\
& (1 - E01Y*E12Y - E01Z*E12Z - \\
& (E01Y + E01Z*E12X + E12Y)*E23Y + \\
& (-E01Z + E01Y*E12X - E12Z)*E23Z)*Xp + \\
& (-E01Z + E01Y*E12X - E12Z + \\
& (E01Y + E01Z*E12X + E12Y)*E23X - \\
& (1 - E01Y*E12Y - E01Z*E12Z)*E23Z)*Yp + \\
& (E01Y + E01Z*E12X + E12Y)*(-450 + D23Z + Z) + \\
& (E01Y + E01Z*E12X + E12Y - \\
& (-E01Z + E01Y*E12X - E12Z)*E23X + \\
& (1 - E01Y*E12Y - E01Z*E12Z)*E23Y)*Zp
\end{aligned}$$

Coordenada Y da ponta do apalpador

$$Yap = Xa0P[[2]]$$

Yap =

$$\begin{aligned}
& D01Y + D12Y - (450 + D12Z)*E01X + \\
& D23X*(E01Z + E01X*E12Y + E12Z) + \\
& D23Y*(1 - E01X*E12X - E01Z*E12Z) + E01Z*(D12X + X) + \\
& (E01Z + E01X*E12Y + E12Z - \\
& (-E01X - E12X + E01Z*E12Y)*E23Y + \\
& (1 - E01X*E12X - E01Z*E12Z)*E23Z)*Xp + Y + \\
& (1 - E01X*E12X - E01Z*E12Z + \\
& (-E01X - E12X + E01Z*E12Y)*E23X - \\
& (E01Z + E01X*E12Y + E12Z)*E23Z)*Yp + \\
& (-E01X - E12X + E01Z*E12Y)*(-450 + D23Z + Z) + \\
& (-E01X - E12X + E01Z*E12Y - \\
& (1 - E01X*E12X - E01Z*E12Z)*E23X + \\
& (E01Z + E01X*E12Y + E12Z)*E23Y)*Zp
\end{aligned}$$

Coordenada Z da ponta do apalpador

$$Zap = Xa0P[[3]]$$

Zap=

$$\begin{aligned} & 450 + D012 + D12Z + D12Y*E01X + \\ & D23X*(-E01Y - E12Y + E01X*E12Z) + \\ & D23Y*(E01X + E12X + E01Y*E12Z) - E01Y*(D12X + X) + \\ & (-E01Y - E12Y + E01X*E12Z - \\ & (1 - E01X*E12X - E01Y*E12Y)*E23Y + \\ & (E01X + E12X + E01Y*E12Z)*E23Z)*Xp + \\ & (E01X + E12X + E01Y*E12Z + \\ & (1 - E01X*E12X - E01Y*E12Y)*E23X - \\ & (-E01Y - E12Y + E01X*E12Z)*E23Z)*Yp + \\ & (1 - E01X*E12X - E01Y*E12Y)*(-450 + D23Z + Z) + \\ & (1 - E01X*E12X - E01Y*E12Y - \\ & (E01X + E12X + E01Y*E12Z)*E23X + \end{aligned}$$

O proximo passo sera a eliminacao dos erros de ordem superior, e a substituicao dos erros por polinomios de Legendre, dos quais, através de seus coeficientes se calcularão os valores destes erros.

ANEXO A.3

(*Obtencao dos erros no plano X-Y de uma MMC *medindo-se uma barra de bolas.*)

(*Os erros serao definidos como segue abaixo.*)

(*Para os erros de escala em X tem-se para as extremidades
*A e B da barra: *)

$$DXXA=B1 *XA :$$

$$DXXB=B1 *XB :$$

(*Para os erros de deslocamento do eixo Y na direcao X,
*tem-se: *)

$$DXYA=B2 * (1/2) * (5 * YA^3 - 3 * YA) + B3 * (1/2) * (3 * YA^2 - 1) + B4 * YA + B5 :$$

$$DXYB=B2 * (1/2) * (5 * YB^3 - 3 * YB) + B3 * (1/2) * (3 * YB^2 - 1) + B4 * YB + B5 :$$

(*Para os erros de escala em Y, tem-se: *)

$$DYA=B6 * YA :$$

$$DYB=B6 * YB :$$

(*Para os erros de deslocamento do eixo X na direcao Y,
*tem-se: *)

$$DYXA=B7 * (1/2) * (5 * XA^3 - 3 * XA) + B8 * (1/2) * (3 * XA^2 - 1) + B9 * XA + B10 :$$

$$DYXB=B7 * (1/2) * (5 * XB^3 - 3 * XB) + B8 * (1/2) * (3 * XB^2 - 1) + B9 * XB + B10 :$$

(*Os erros angulares considerados foram os erros de yaw
*para os eixos X e Y deste plano. E estao definidos abaixo. *)

$$EZXA=B11 * (1/2) * (3 * XA^2 - 1) + B12 * XA + B13 :$$

$$EZXB=B11 * (1/2) * (3 * XB^2 - 1) + B12 * XB + B13 :$$

$$EZYA=B14 * (1/2) * (3 * YA^2 - 1) + B15 * YA + B16 :$$

$$EZYB=B14 * (1/2) * (3 * YB^2 - 1) + B15 * YB + B16 :$$

(*Os coeficientes B's que aparecem nas equacoes acima sao os que devem
*ser determinados. *)

(* Definicao da Equacao Objetivo. *)

(*Defini-se que a equacao objetivo definida aqui por W
*sera dada pela seguinte expressao: *)

$$W=(X0B-X0A)^2+(Y0B-Y0A)^2-(L)^2 :$$

(*Definindo a coordenada absoluta para x0A*)

$$X0A=DXXA + DXYA + Xp+XA+(-EZXA - EZYA)*Yp :$$

(*Definindo a coordenada absoluta para x0B*)

$$X0B=DXXB + DXYB + Xp + XB +(-EZXB - EZYB)*Yp :$$

(*Definindo a coordenada absoluta para y0A*)

$$Y0A = DYXA + DYYA + (EZXA + EZYA)*Xp + EZYA*XA + YA + Yp$$

(*Definindo a coordêada absoluta para y0B*)

$$Y0B = DYXB + DYYB + (EZXB + EZYB)*Xp + EZYB*XB + YB + Yp$$

(* Substituindo os polinomios de Legendre definidos acima e escrevendo as equacoes em C temos: *)

$$X0A =$$

$$B5 + XA + B1*XA + Xp + B4*YA + B3*(-1 + 3*Power(YA,2))/2 + B2*(-3*YA + 5*Power(YA,3))/2 + (-B13 - B16 - B12*XA - B11*(-1 + 3*Power(XA,2))/2 - B15*YA - B14*(-1 + 3*Power(YA,2))/2)*Yp$$

$$X0B =$$

$$B5 + DXXB + XB + Xp + B4*YB + B3*(-1 + 3*Power(YB,2))/2 + B2*(-3*YB + 5*Power(YB,3))/2 + (-B13 - B16 - B12*XB - B11*(-1 + 3*Power(XB,2))/2 - B15*YB - B14*(-1 + 3*Power(YB,2))/2)*Yp$$

$$Y0A =$$

$$B10 + B9*XA + B8*(-1 + 3*Power(XA,2))/2 + B7*(-3*XA + 5*Power(XA,3))/2 + YA + B6*YA + XA*(B16 + B15*YA + B14*(-1 + 3*Power(YA,2))/2) + Xp*(B13 + B16 + B12*XA + B11*(-1 + 3*Power(XA,2))/2 + B15*YA + B14*(-1 + 3*Power(YA,2))/2) + Yp$$

$$Y0B =$$

$$B10 + B9*XB + B8*(-1 + 3*Power(XB,2))/2 + B7*(-3*XB + 5*Power(XB,3))/2 + YB + B6*YB + XB*(B16 + B15*YB + B14*(-1 + 3*Power(YB,2))/2) + Xp*(B13 + B16 + B12*XB + B11*(-1 + 3*Power(XB,2))/2 + B15*YB + B14*(-1 + 3*Power(YB,2))/2) + Yp$$

$$W =$$

$$\begin{aligned} & -(L**2) + (-(B9*XA) - B8*(-1 + 3*XA**2))/2 - \\ & - B7*(-3*XA + 5*XA**3)/2 + B9*XB + \\ & - B8*(-1 + 3*XB**2)/2 + B7*(-3*XB + 5*XB**3)/2 - \\ & - YA - B6*YA - XA* \\ & - (B16 + B15*YA + B14*(-1 + 3*YA**2))/2) - \\ & - Xp*(B13 + B16 + B12*XA + B11*(-1 + 3*XA**2))/2 + \\ & - B15*YA + B14*(-1 + 3*YA**2)/2) + YB + B6*YB + \\ & - XB*(B16 + B15*YB + B14*(-1 + 3*YB**2))/2) + \\ & - Xp*(B13 + B16 + B12*XB + B11*(-1 + 3*XB**2))/2 + \\ & - B15*YB + B14*(-1 + 3*YB**2)/2))**2 + \\ & - (-XA - B1*XA + XB + B1*XB - B4*YA - \\ & - B3*(-1 + 3*YA**2)/2 - B2*(-3*YA + 5*YA**3)/2 + \\ & - B4*YB + B3*(-1 + 3*YB**2)/2 + \\ & - B2*(-3*YB + 5*YB**3)/2 - \\ & - (-B13 - B16 - B12*XA - B11*(-1 + 3*XA**2))/2 - \\ & - B15*YA - B14*(-1 + 3*YA**2)/2)*Yp + \\ & - (-B13 - B16 - B12*XB - B11*(-1 + 3*XB**2))/2 - \\ & - B15*YB - B14*(-1 + 3*YB**2)/2)*Yp)**2 \end{aligned}$$

$$D[W,B1] =$$

$$\begin{aligned} & 2*(-XA + XB)*(-XA - B1*XA + XB + B1*XB - B4*YA - \\ & - B3*(-1 + 3*YA**2)/2 - B2*(-3*YA + 5*YA**3)/2 + \\ & - B4*YB + B3*(-1 + 3*YB**2)/2 + \\ & - B2*(-3*YB + 5*YB**3)/2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (-B13 - B16 - B12*XA - B11*(-1 + 3*XA**2))/2 - \\
& - B15*YA - B14*(-1 + 3*YA**2)/2)*Yp + \\
& - (-B13 - B16 - B12*XB - B11*(-1 + 3*XB**2))/2 - \\
& - B15*YB - B14*(-1 + 3*YB**2)/2)*Yp)
\end{aligned}$$

$$D[W,B2] =$$

$$\begin{aligned}
& 2*(-(-3*YA + 5*YA**3)/2 + (-3*YB + 5*YB**3)/2)* \\
& - (-XA - B1*XA + XB + B1*XB - B4*YA - \\
& - B3*(-1 + 3*YA**2)/2 - B2*(-3*YA + 5*YA**3)/2 + \\
& - B4*YB + B3*(-1 + 3*YB**2)/2 + \\
& - B2*(-3*YB + 5*YB**3)/2 - \\
& - (-B13 - B16 - B12*XA - B11*(-1 + 3*XA**2))/2 - \\
& - B15*YA - B14*(-1 + 3*YA**2)/2)*Yp + \\
& - (-B13 - B16 - B12*XB - B11*(-1 + 3*XB**2))/2 -
\end{aligned}$$

$$D[W,B3] =$$

$$\begin{aligned}
& 2*(-(-1 + 3*YA**2)/2 + (-1 + 3*YB**2)/2)* \\
& - (-XA - B1*XA + XB + B1*XB - B4*YA - \\
& - B3*(-1 + 3*YA**2)/2 - B2*(-3*YA + 5*YA**3)/2 + \\
& - B4*YB + B3*(-1 + 3*YB**2)/2 + \\
& - B2*(-3*YB + 5*YB**3)/2 - \\
& - (-B13 - B16 - B12*XA - B11*(-1 + 3*XA**2))/2 - \\
& - B15*YA - B14*(-1 + 3*YA**2)/2)*Yp + \\
& - (-B13 - B16 - B12*XB - B11*(-1 + 3*XB**2))/2 - \\
& - B15*YB - B14*(-1 + 3*YB**2)/2)*Yp)
\end{aligned}$$

$$D[W,B4] =$$

$$\begin{aligned}
& 2*(-YA + YB)*(-XA - B1*XA + XB + B1*XB - B4*YA - \\
& - B3*(-1 + 3*YA**2)/2 - B2*(-3*YA + 5*YA**3)/2 + \\
& - B4*YB + B3*(-1 + 3*YB**2)/2 + \\
& - B2*(-3*YB + 5*YB**3)/2 - \\
& - (-B13 - B16 - B12*XA - B11*(-1 + 3*XA**2))/2 - \\
& - B15*YA - B14*(-1 + 3*YA**2)/2)*Yp + \\
& - (-B13 - B16 - B12*XB - B11*(-1 + 3*XB**2))/2 -
\end{aligned}$$

$$D[W,B5] = 0$$

$$D[W,B6] =$$

$$\begin{aligned}
& 2*(-YA + YB)*(-(B9*XA) - B8*(-1 + 3*XA**2))/2 - \\
& - B7*(-3*XA + 5*XA**3)/2 + B9*XB + \\
& - B8*(-1 + 3*XB**2)/2 + B7*(-3*XB + 5*XB**3)/2 - \\
& - YA - B6*YA - XA* \\
& - (B16 + B15*YA + B14*(-1 + 3*YA**2)/2) - \\
& - Xp*(B13 + B16 + B12*XA + B11*(-1 + 3*XA**2))/2 + \\
& - B15*YA + B14*(-1 + 3*YA**2)/2) + YB + B6*YB + \\
& - XB*(B16 + B15*YB + B14*(-1 + 3*YB**2)/2) + \\
& - Xp*(B13 + B16 + B12*XB + B11*(-1 + 3*XB**2))/2 + \\
& - B15*YB + B14*(-1 + 3*YB**2)/2)
\end{aligned}$$

ANEXO A.4

Definição dos Polinômios de minimização Utilizando-se os polinômios de LEGENDRE)

$$\begin{aligned}DX01 &= B1*(1/2)*(5*YM^3-3*YM)+B2*(1/2)*(3*YM^2-1) + B3 * YM + B4; \\DX12 &= B5 * XM; \\DX23 &= B6*(1/2)*(5*ZM^3-3*ZM)+B7*(1/2)*(3*ZM^2-1) +B8 *ZM +B9; \\DY01 &= B10 * YM; \\DY12 &= B11*(1/2)*(5*XM^3-3*XM)+B12*(1/2)*(3*XM^2-1) + B13 *XM + B14 ; \\DY23 &= B15*(1/2)*(5*ZM^3-3*ZM)+B16*(1/2)*(3*ZM^2-1) + B17 * ZM + B18; \\DZ01 &= B19*(1/2)*(5*YM^3-3*YM)+B20*(1/2)*(3*YM^2-1) + B21 * YM + B22; \\DZ12 &= B23*(1/2)*(5*XM^3-3*XM)+B24*(1/2)*(3*XM^2-1) + B25 *XM + B26; \\DZ23 &= B27 * ZM; \\EX01 &= B28*(1/2)*(3*YM^2-1) + B29 * YM +B30; \\EX12 &= DY12/DZ12; \\EX23 &= B31*(1/2)*(3*ZM^2-1) + B32 * ZM +B33 ; \\EY01 &= DZ01 /DX01; \\EY12 &= B34*(1/2)*(3*XM^2-1) + B35 *XM + B36; \\EY23 &= B37*(1/2)*(3*ZM^2-1) + B38 *ZM + B39; \\EZ01 &= B40*(1/2)*(3*YM^2-1) + B41 *YM + B42; \\EZ12 &= B43*(1/2)*(3*XM^2-1) + B44 *XM + B45; \\EZ23 &= DY23/DX23;\end{aligned}$$

Função Principal do Eixo X

$$\begin{aligned}FX1 &= DX01 + DX12 + 450*EY01 + \\&DX23+ XM +Xp + \\&(-EZ01 - EZ12 - EZ23)*Yp + \\&(EY01+ EY12)*(-450 + ZM) + \\&(EY01+ EY12 + EY23)*Zp - Xabs;\end{aligned}$$

Substituindo as Relações entre
os erros e seus coeficientes

FX1 =

$$\begin{aligned} & B4 + B9 - Xabs + XM + B5*XM + Xp + B3*YM + \\ & B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\ & B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2 + \\ & 450*(B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\ & B19*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2)/ \\ & (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\ & B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2) + \\ & (B36 + B35*XM + B34*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\ & B19*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2)/ \\ & (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\ & B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2))*(-450 + ZM) + \\ & B8*ZM + B7*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 + \\ & B6*(-3*ZM + 5*Power(ZM,3))/2 + \\ & Yp*(-B42 - B45 - B44*XM - B43*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 - \\ & B41*YM - B40*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 - \\ & (B18 + B17*ZM + B16*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 + \\ & B15*(-3*ZM + 5*Power(ZM,3))/2)/ \\ & (B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 + \\ & B6*(-3*ZM + 5*Power(ZM,3))/2)) + \\ & (B36 + B39 + B35*XM + B34*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\ & B19*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2)/ \\ & (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \end{aligned}$$

Função Principal do Eixo Y

$$\begin{aligned} FX2 = & -Yabs + DY01 + DY12 - 450*EX01 + \\ & DY23 + EZ01*XM + \\ & (EZ01 + EZ12 - EZ23)*Xp + YM + \\ & Yp + (-EX01 - EX12)*(-450 + ZM) + \\ & (-EX01 - EX12 - EX23)*Zp; \end{aligned}$$

Substituindo as Relações entre
os erros e seus coeficientes

$$\begin{aligned}
FX2 = & B14 + B18 + B13*XM + B12*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\
& B11*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2 - Yabs + YM + B10*YM - \\
& 450*(B30 + B29*YM + B28*(-1 + 3*Power(YM,2))/2) + \\
& XM*(B42 + B41*YM + B40*(-1 + 3*Power(YM,2))/2) + Yp + \\
& (-B30 - (B14 + B13*XM + B12*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\
& \quad B11*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2)/ \\
& \quad (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\
& \quad B23*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2) - B29*YM - \\
& \quad B28*(-1 + 3*Power(YM,2))/2)*(-450 + ZM) + B17*ZM + \\
& B16*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 + \\
& B15*(-3*ZM + 5*Power(ZM,3))/2 + \\
& Xp*(B42 + B45 + B44*XM + B43*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\
& \quad B41*YM + B40*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 - \\
& \quad (B18 + B17*ZM + B16*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 + \\
& \quad B15*(-3*ZM + 5*Power(ZM,3))/2)/ \\
& \quad (B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 + \\
& \quad B6*(-3*ZM + 5*Power(ZM,3))/2)) + \\
& (-B30 - B33 - (B14 + B13*XM + \\
& \quad B12*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\
& \quad B11*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2)/ \\
& \quad (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\
& \quad B23*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2) - B29*YM -
\end{aligned}$$

Função Principal do eixo Z

$$\begin{aligned}
FX3 = & -Zabs + DZ01 + DZ12 + DZ23 + ZM + Zp - \\
& EY01*XM + \\
& (-EY01 - EY12 - EY23)*Xp + \\
& (EX01 + EX12 + EX23)*Yp;
\end{aligned}$$

Substituindo as Relações entre os erros e seus coeficientes

$$\begin{aligned}
FX3 = & B22 + B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\
& B23*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2 + B21*YM + \\
& B20*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2 - \\
& XM*(B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\
& \quad B19*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2)/ \\
& \quad (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\
& \quad B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2) - Zabs + ZM + B27*ZM + \\
& Yp*(B30 + B33 + (B14 + B13*XM + \\
& \quad B12*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\
& \quad B11*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2)/ \\
& \quad (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\
& \quad B23*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2) + B29*YM + \\
& \quad B28*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B32*ZM + \\
& \quad B31*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2) + \\
& Xp*(-B36 - B39 - B35*XM - B34*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 - \\
& \quad (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\
& \quad B19*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2)/ \\
& \quad (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\
& \quad B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2) - B38*ZM - \\
& \quad B37*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2) + Zp
\end{aligned}$$

Definidas as funções para cada um dos eixos
determina-se abaixo suas derivadas

$$Fdx1Dxm=D[FX1.XM]$$

$$Fdx1Dxm = 1 + B5 + (-B44 - 3*B43*XM)*Yp + (B35 + 3*B34*XM)*(-450 + ZM) + (B35 + 3*B34*XM)*Zp$$

$$Fdx1Dym=D[FX1.YM]$$

$$Fdx1Dym = B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*Power(YM,2))/2 + 450*(B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*Power(YM,2))/2)/(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2) - 450*(B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*Power(YM,2))/2)*(B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B19*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2)/Power(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2,2) + (-B41 - 3*B40*YM)*Yp + ((B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*Power(YM,2))/2)/(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2) - (B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*Power(YM,2))/2)*(B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B19*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2)/Power(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2,2))*(-450 + ZM) + ((B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*Power(YM,2))/2)/(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2) - (B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*Power(YM,2))/2)*(B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B19*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2)/Power(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2,2))*Zp$$

$$Fdx1Dzm=D[FX1.ZM]$$

$$Fdx1Dzm = B36 + B8 + B35*XM + B34*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B19*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2)/(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2) + 3*B7*ZM + B6*(-3 + 15*Power(ZM,2))/2 + Yp*((B8 + 3*B7*ZM + B6*(-3 + 15*Power(ZM,2))/2)*(B18 + B17*ZM + B16*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 + B15*(-3*ZM + 5*Power(ZM,3))/2)/Power(B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 + B6*(-3*ZM + 5*Power(ZM,3))/2,2) - (B17 + 3*B16*ZM + B15*(-3 + 15*Power(ZM,2))/2)/(B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 +$$

Fdx2Dxm=D[FX2,XM]

$$\begin{aligned} \text{Fdx2Dxm} = & B13 + B30 + 3*B12*XM + \\ & B11*(-3 + 15*Power(XM,2))/2 + (B44 + 3*B43*XM)*Xp + \\ & B29*YM + B28*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\ & ((B25 + 3*B24*XM + B23*(-3 + 15*Power(XM,2))/2)* \\ & (B14 + B13*XM + B12*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & B11*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2)/ \\ & Power(B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & B23*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2,2) - \\ & (B13 + 3*B12*XM + B11*(-3 + 15*Power(XM,2))/2)/ \\ & (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & B23*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2))*(-450 + ZM) + \\ & ((B25 + 3*B24*XM + B23*(-3 + 15*Power(XM,2))/2)* \\ & (B14 + B13*XM + B12*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & B11*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2)/ \\ & Power(B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & B23*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2,2) - \\ & (B13 + 3*B12*XM + B11*(-3 + 15*Power(XM,2))/2)/ \\ & (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \end{aligned}$$

Fdx2Dym=D[FX2,YM]

$$\begin{aligned} \text{Fdx2Dym} = & 1 + B10 - 450*(B29 + 3*B28*YM) + \\ & XM*(B29 + 3*B28*YM) + Xp*(B41 + 3*B40*YM) + \\ & (-B29 - 3*B28*YM)*(-450 + ZM) + (-B29 - 3*B28*YM)*Zp \end{aligned}$$

Fdx2Dzm=D[FX2,ZM]

$$\begin{aligned} \text{Fdx2Dzm} = & B17 - B30 - (B14 + B13*XM + \\ & B12*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & B11*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2)/ \\ & (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & B23*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2) - B29*YM - \\ & B28*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + 3*B16*ZM + \\ & B15*(-3 + 15*Power(ZM,2))/2 + \\ & Xp*((B8 + 3*B7*ZM + B6*(-3 + 15*Power(ZM,2))/2)* \\ & (B18 + B17*ZM + B16*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 + \\ & B15*(-3*ZM + 5*Power(ZM,3))/2)/ \\ & Power(B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 + \\ & B6*(-3*ZM + 5*Power(ZM,3))/2,2) - \\ & (B17 + 3*B16*ZM + B15*(-3 + 15*Power(ZM,2))/2)/ \\ & (B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*Power(ZM,2))/2 + \\ & B6*(-3*ZM + 5*Power(ZM,3))/2)) + \end{aligned}$$

Fdx3Dxm=D[FX3,XM]

$$\begin{aligned} \text{Fdx3Dxm} = & B25 + 3*B24*XM + B23*(-3 + 15*Power(XM,2))/2 + \\ & (-B35 - 3*B34*XM)*Xp - \\ & (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\ & B19*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2)/ \\ & (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + \\ & B1*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2) + \\ & -(((B25 + 3*B24*XM + B23*(-3 + 15*Power(XM,2))/2)* \\ & (B14 + B13*XM + B12*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & B11*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2)/ \\ & Power(B26 + B25*XM + \\ & B24*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & B23*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2,2)) + \\ & (B13 + 3*B12*XM + B11*(-3 + 15*Power(XM,2))/2)/ \\ & (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 + \\ & B23*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2))*Yp \end{aligned}$$

Fdx3Dym=D[FX3.YM]

$$\begin{aligned} \text{Fdx3Dym} = & B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*\text{Power}(YM,2))/2 - \\ & XM*(B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*\text{Power}(YM,2))/2)/ \\ & (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*\text{Power}(YM,2))/2 + \\ & B1*(-3*YM + 5*\text{Power}(YM,3))/2) + \\ & XM*(B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*\text{Power}(YM,2))/2)* \\ & (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*\text{Power}(YM,2))/2 + \\ & B19*(-3*YM + 5*\text{Power}(YM,3))/2)/ \\ & \text{Power}(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*\text{Power}(YM,2))/2 + \\ & B1*(-3*YM + 5*\text{Power}(YM,3))/2.2) + \\ & Xp*(-((B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*\text{Power}(YM,2))/2)/ \\ & (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*\text{Power}(YM,2))/2 + \\ & B1*(-3*YM + 5*\text{Power}(YM,3))/2)) + \\ & (B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*\text{Power}(YM,2))/2)* \\ & (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*\text{Power}(YM,2))/2 + \\ & B19*(-3*YM + 5*\text{Power}(YM,3))/2)/ \\ & \text{Power}(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*\text{Power}(YM,2))/2 + \\ & B1*(-3*YM + 5*\text{Power}(YM,3))/2.2)) + \end{aligned}$$

Fdx3Dzm=D[FX3.ZM]

$$\begin{aligned} \text{Fdx3Dzm} = & 1 + B27 + Yp*(B32 + 3*B31*ZM) + \\ & Xp*(-B38 - 3*B37*ZM) \end{aligned}$$

ANEXO B.1

```
{*****}
{* Determinacao das coordenadas com erros no EIXO X, a partir *}
{* das coordenadas ideais obtidas neste eixo e dos coeficientes dos poli- *}
{* nomios que determinam estes erros. *}
{*****}
{* E utilizado para a obtencao das incognitas o metodo de Newton-Raphson. *}
{* E USANDO OS POLINOMIOS DE LEGENDRE PARA O ERRO. (CUBICA) *}
{*****}
{* Desenvolvido por Marcelo Teixeira dos Santos. *}
{*****}
{$N+}
USES CRT,PRINTER;
LABEL
  Fim;

TYPE
  VETOR = ARRAY[1..10] OF DOUBLE;
  VETOR20 = ARRAY[1..20] OF DOUBLE;
  ARQUIVO = TEXT;
VAR
  I,J,CO,NI { Contadores; }
  :INTEGER;
  F_1:Real;
  Lc,Lb, { Comprimento da barra de bolas calculado }
  ALFA:VETOR;
  X,Y,Z,Xmed,Ymed:VETOR20;
  XA,XB:VETOR;
  BT:ARQUIVO;
CONST
  L=300;
  { B1=1E-18;
  B2=1E-6;
  B3=1E-20;
  B4=0;}
  { B1=0;
  B2=-7.1429E-9;
  B3=5.357E-6;}
  B4=0;
  {B1=6.479E-10;B2=-6.9055E-7;B3=1.83E-4;}
  B1=5.51779E-9;B2=-5.284E-6;B3=1.51659E-3;
Procedure EntradaDeDados; {* Entrada de Dados : *}

Begin
  {
  {
  { 1. GERACAO DAS COORDENADAS DAS EXTREMIDADES A E B DA }
  { BARRA DE BOLAS NUM SISTEMA DE COORDENADAS UNIDIMENSIONAL }
  {
  XA[1]:=1;
  XB[1]:=301;
  For I:=2 to 10 DO
    Begin
      XA[I]:=XA[I-1]+10;
```

```

        XB[I]:=XA[I]+L;

    End;

    For I:=1 to 10 do
        Begin {*****}
            * Transformando as matrizes XA e XB (10 X 1)
            * nos vetores X, (1 X 20)
            * para facilidade de entrada de dados
            *****}
            X[I]:=XA[I];
            X[I+10]:=XB[I];
            Xmed[I]:=XA[I];
            Xmed[I+10]:=XB[I];
            {* O chute inicial para o calculo das
            * coordenadas com erros e dado
            * pelo valor da coordenada absoluta.}
        End;

    End;

    Procedure NewtonRaphson( VAR XM:DOUBLE;
        Xabs:DOUBLE);
    VAR
        FUNC_1,
        DF1DXM
        :DOUBLE;

    Begin
        FUNC_1:=1;
        NI:=0;
        While (FUNC_1>1E-10) DO
            Begin
                NI:=NI+1;
                FUNC_1:=B4 - Xabs + XM + B3*XM + (B2*(-1 + 3*XM*XM))/2 +
                    (B1*(-3*XM + 5*XM*XM*XM))/2;
                DF1DXM:=1 + B3 + 3*B2*XM + (B1*(-3 + 15*XM*XM))/2;
                XM:=XM-FUNC_1/DF1DXM;
            End;
            WRITELN(' Xmed(',CO,') =',XM:10:6);

        End;

    Begin {* PROGRAMA PRINCIPAL *}
        CLRSCR;
        EntradaDeDados;

        For CO:=1 to 20 do
            Begin
                NI:=0;
                NewtonRaphson(Xmed[CO],X[CO]);
            End;
        ASSIGN(BT,'C:\USERS\MARCELO\XMEDle');
        REWRITE(BT);
        FOR I:=1 TO 20 DO

```

```

        WRITELN(BT,XMED[I]);
CLOSE(BT);
  Writeln(lst);
  Writeln(lst);
  Writeln(lst,'GERACAO DAS COORDENADAS MEDIDAS');
  Writeln(lst,'1-Estipula-se os coeficientes para um',
    ' sistema qualquer.');
```

$$\text{Para os Bs abaixo:}$$

```

  Writeln(lst,'B1=',B1);
  Writeln(lst,'B2=',B2);
  Writeln(lst,'B3=',B3);
  Writeln(lst,' ');
  Writeln(lst,'2-Obteve-se as seguintes coordenadas,');
```

$$\text{para as extremidades da barra A e B :}$$

```

  Writeln(lst,' ');
  For I:=1 to 10 do
  Begin
Writeln(lst,'XA(',I,')= ',Xmed[I]:8:4,' XB(',I,')= ',Xmed[I+10]:8:4);
  End;
  Writeln(lst);
  Writeln(lst,'O comprimento calculado para as coordenadas medidas');
  Writeln(lst,'foram os seguintes: [Lnominal=300mm]');
  Writeln(lst,' ');
  For I:=1 to 10 do
  Begin
    Lc[I]:=Xmed[I+10]-Xmed[I];
    Writeln(lst,'Lcalc(',I,')= ',Lc[I]);
  End;
  For I:=1 to 10 do
  Begin

$$Lb[I]:=-Xmed[I]+B3*Xmed[I]+B2*(-1+3*Xmed[I]*Xmed[I])/2+$$


$$B1*(-3*Xmed[I]+5*Xmed[I]*Xmed[I]*Xmed[I])/2+$$


$$Xmed[I+10]+B3*Xmed[I+10]+B2*(-1+3*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2+$$


$$B1*(-3*Xmed[I+10]+5*Xmed[I+10]*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2;$$

  End;
Writeln(lst,'4-Comprimento da barra corrigido pelos coeficientes sugeridos:');
  Writeln(lst);
  For I:=1 to 10 do
  Begin
    Writeln(lst,'L(',I,')= ',Lb[I]);
  End;
  For I:=1 to 20 do
  Begin

$$F\_1:=B4-X[I]+Xmed[I]+B3*Xmed[I]+(B2*(-1+3*Xmed[I]*Xmed[I])/2+$$


$$(B1*(-3*Xmed[I]+5*Xmed[I]*Xmed[I]*Xmed[I])/2);$$

    Writeln('F_1=',F_1);
  End;
End.
```

ANEXO B.2

```
{*****}
{* Determinacao das coordenadas com erros no plano X-Y de uma MMC, a partir*}
{* das coordenadas ideais obtidas neste plano e dos coeficientes dos poli- *}
{* nomios que determinam estes erros. *}
{*****}
{* E utilizado para a obtencao das incognitas o metodo de Newton-Raphson. *}
{*****}
{* Desenvolvido por Marcelo Teixeira dos Santos. *}
{*****}
{$N+}
USES CRT,PRINTER;
LABEL
    Fim;

TYPE
    MATRIX = ARRAY[1..25,1..2] OF DOUBLE;
    VETOR = ARRAY[1..25] OF DOUBLE;
    VETOR50 = ARRAY[1..50] OF DOUBLE;
    ARQUIVO = TEXT;

VAR
    I,J,CO,NI { Contadores; }
    :INTEGER;
    Lc, { Comprimento da barra de bolas calculado }
    ALFA:VETOR;
    X,Y,Z,Xmed,Ymed:VETOR50;
    XA,XB:MATRIX;
    PI:DOUBLE;
    PON
    :ARQUIVO;
    CONST
        L=300;
        XP=0;
        YP=0;
        ZP=100;
        B1=1E-5;
        B2=1E-20;
        B3=-4E-16;
        B4=4E-14;
        B5=1E-20;
        B6=1E-6;
        B7=1E-20;
        B8=-7.1429E-16;
        B9=5.35E-14;
        B10=1E-20;
        B11=1E-19;
        B12=1E-16;
        B13=1E-14;
        B14=1E-19;
        B15=1E-16;
        B16=1E-14;
    Function Power (Arg:REAL;Pot:Integer):DOUBLE;
    Begin
```

```
Power:=EXP(Pot*LN(Arg));
END;
```

```
Procedure EntradaDeDados; { * Entrada de Dados : * }
```

```
Begin
```

```
{
}
{ 1. GERACAO DAS COORDENADAS DAS EXTREMIDADES A E B DA }
{ BARRA DE BOLAS NUM SISTEMA DE COORDENADAS ORTOGONAL }
}
```

```
PI:=4*ARCTAN(1);
```

```
J:=1;
```

```
ALFA[J]:=14.4;
```

```
REPEAT
```

```
  J:=J+1;
```

```
  ALFA[J]:=ALFA[J-1]+14.4;
```

```
UNTIL J=25;
```

```
FOR I:=1 TO 25 DO
```

```
  BEGIN
```

```
    ALFA[I]:=ALFA[I]*PI/180;
```

```
    XA[I,1]:=350;
```

```
    XA[I,2]:=500;
```

```
    IF (ALFA[I]>=0) AND (ALFA[I]<=PI/2) THEN
```

```
      BEGIN { Primeiro quadrante }
```

```
        XB[I,1]:=XA[I,1]+L*COS(ALFA[I]);
```

```
        XB[I,2]:=XA[I,2]+L*SIN(ALFA[I]);
```

```
      END
```

```
    ELSE IF (ALFA[I]>=PI/2) AND (ALFA[I]<=PI) THEN
```

```
      BEGIN { Segundo quadrante }
```

```
        XB[I,1]:=XA[I,1]-L*COS(PI-ALFA[I]);
```

```
        XB[I,2]:=XA[I,2]+L*SIN(PI-ALFA[I]);
```

```
      END
```

```
    ELSE IF (ALFA[I]>=PI) AND (ALFA[I]<=3*PI/2) THEN
```

```
      BEGIN { Terceiro quadrante }
```

```
        XB[I,1]:=XA[I,1]-L*SIN(3*PI/2-ALFA[I]);
```

```
        XB[I,2]:=XA[I,2]-L*COS(3*PI/2-ALFA[I]);
```

```
      END
```

```
    ELSE
```

```
      BEGIN { Quarto quadrante }
```

```
        XB[I,1]:=XA[I,1]+L*COS(2*PI-ALFA[I]);
```

```
        XB[I,2]:=XA[I,2]+L*SIN(2*PI-ALFA[I]);
```

```
      END;
```

```
  END;
```

```
For I:=1 to 25 do
```

```
  Begin {*****}
```

```
    * Transformando as matrizes XA e XB (25 X 2)
```

```
    * nos vetores X, Y, (1 X 50)
```

```
    * para facilidade de entrada de dados
```

```
    * no procedimento de GAUSS para
```

```
    * resolucao de equacoes lineares
```

```
    *****}
```

```
  X[I]:=XA[I,1];
```

```
  X[I+25]:=XB[I,1];
```

```

Y[I]:=XA[I,2];
Y[I+25]:=XB[I,2];
Xmed[I]:=XA[I,1];
Xmed[I+25]:=XB[I,1];
Ymed[I]:=XA[I,2];
Ymed[I+25]:=XB[I,2];
End;
End;

```

```

Procedure NewtonRaphson( VAR XM:DOUBLE;
VAR YM:DOUBLE;
Xabs:DOUBLE;
Yabs:DOUBLE);
VAR
FUNC_1,FUNC_2,
DF1DXM,DF1DYM,DF2DXM,DF2DYM,
DELTAXM,DELTAYM
:DOUBLE;

```

```

Procedure Gauss;
LABEL
Fim;
TYPE
PARAM = ARRAY[1..2,1..2] OF DOUBLE;
VETORB = ARRAY[1..2] OF DOUBLE;
VAR
A,R:PARAM;
D,B:VETORB;
PIVO,MAX,EL,MULT,SOMA,RESIDUO,ERRO:DOUBLE;
I,J,N,K,L:INTEGER;
Begin (*****
(* Metodo da Eliminacao de GAUSS *)
(*****

(* DADOS *)
{* Valores da Matriz A *}
A[1,1]:=DF1DXM;A[1,2]:=DF1DYM;
A[2,1]:=DF2DXM;A[2,2]:=DF2DYM;
{* Valores do Vetor B *}
B[1]:=-FUNC_1;
B[2]:=-FUNC_2;
{* Numero de Equacoes Lineares *}
N:=2;

For i:=1 to N do
Begin
D[i]:=B[i];
For j:=1 to N do
Begin
R[i,j]:=A[i,j];
End;
End;

(*****

```



```

(* Loop dos Estagios *)
(*****)
For K:=1 to N-1 do
  Begin {*****}
    { * Escolher Pivo * }
    {*****}
    PIVO:=ABS(A[K,K]);LI:=K;
    For I:=K+1 to N do
      Begin
        MAX:=ABS(A[I,K]);
        If MAX > PIVO then
          Begin
            PIVO := MAX;
            LI:=I;
          End;
        End;
      End;
    If PIVO < 1.0E-4 then
      Begin
        Write ('MATRIZ DOS COEFICIENTES E SINGULAR');
        Goto Fim;
      End;
    If LI <> K then
      Begin
        (*TROCAR LINHAS*)
        For J:=K to N do
          Begin
            EL:=A[K,J];
            A[K,J]:=A[LI,J];
            A[LI,J]:=EL;
          End;
          EL:=B[K];
          B[K]:=B[LI];
          B[LI]:=EL;
        End;
      End;

      (*****)
      (*Efetuar Pivotamentos*)
      (*****)

      For I:=K+1 to N do
        Begin
          If A[I,K] <> 0 then
            Begin
              MULT := A[I,K] / A[K,K];
              A[I,K]:=0;
              For J:=K+1 to N do
                Begin
                  A[I,J] := A[I,J]-MULT*A[K,J]
                End;
              B[I]:=B[I]-MULT*B[K];
            End;
          End;
        End;
      End;

      (*****)
      (* RESOLUCAO DO SISTEMA LINEAR *)

```

```

(* TRIANGULAR SUPERIOR *)
(*****)

If ABS(A[N,N]) < 1e-4 then
  Begin
    Writeln('Matriz dos Coeficientes e Singular');
    Goto Fim;
  End;

B[N]:=B[N]/A[N,N];
K:=N;
Repeat
  K:=K-1;
  SOMA := 0;
  For J:=K+1 to N do
    Begin
      SOMA := SOMA + A[K,J]*B[J];
    End;
  B[K]:=(B[K]-SOMA)/A[K,K];
Until K=1;
  DELTAXM:=B[1];
  DELTAYM:=B[2];
(*****)
Writeln;Writeln;
Writeln(' Solucao do Sistema Linear');
For I:=1 to N do
  Begin
    Writeln('Delta('I,')='B[I]);
  End;

(*****)
(* Calculo do Residuo *)
(*****)

RESIDUO:=0;
For I:=1 to N do
  Begin
    SOMA := 0;
    For J:=1 to N do
      Begin
        SOMA := SOMA + R[I,J] * B[J];
      End;
    ERRO := ABS (D[I]-SOMA);
    If ERRO > RESIDUO then
      Begin
        RESIDUO:=ERRO;
      End;
    End;
  Writeln('RESIDUO = ',RESIDUO);
Fim:
End;{* Fim da procedure de Gauss *}

Begin
  FUNC_1:=1;
  While (FUNC_1>0.0001)OR(FUNC_2>0.0001) DO
    Begin
      NI:=NI+1;

```

```

GOTOXY(40,40);
WRITELN(NI);
FUNC_1:= B5 - Xabs + XM + B1*XM + Xp + B4*YM +
  B3*(-1 + 3*Power(YM,2))/2 + B2*(-3*YM + 5*Power(YM,3))/2 +
  (-B13 - B16 - B12*XM - B11*(-1 + 3*Power(XM,2)))/2 -
  B15*YM - B14*(-1 + 3*Power(YM,2))/2)*Yp;
FUNC_2:= B10 + B9*XM + B8*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 +
  B7*(-3*XM + 5*Power(XM,3))/2 - Yabs + YM + B6*YM +
  XM*(B16 + B15*YM + B14*(-1 + 3*Power(YM,2))/2) +
  Xp*(B13 + B16 + B12*XM + B11*(-1 + 3*Power(XM,2))/2 +
  B15*YM + B14*(-1 + 3*Power(YM,2))/2) + Yp;
DF1DXM:= 1 + B1 + (-B12 - 3*B11*XM)*Yp;
DF1DYM:= B4 + 3*B3*YM + B2*(-3 + 15*Power(YM,2))/2 +
  (-B15 - 3*B14*YM)*Yp;
DF2DXM:= B16 + B9 + 3*B8*XM + B7*(-3 + 15*Power(XM,2))/2 +
  (E12 + 3*B11*XM)*Xp + B15*YM + B14*(-1 + 3*Power(YM,2))/2;
DF2DYM:= 1 + B6 + XM*(B15 + 3*B14*YM) + Xp*(B15 + 3*B14*YM);

  { * Resolvendo as duas equacoes por Gauss * }
  XM:=XM+DELTAXM;
  YM:=YM+DELTAYM;
  Gauss;
End;
WRITELN(' Xmed(' ,CO,') =' ,XM:10:6,' Ymed(' ,CO,') =' ,YM:10:6);

End;

```

```

Begin { * PROGRAMA PRINCIPAL * }

```

```

  CLRSCR;

```

```

  EntradaDeDados;

```

```

  For CO:=1 to 50 do

```

```

    Begin

```

```

      NI:=0;

```

```

      NewtonRaphson(Xmed[CO],Ymed[CO],X[CO],Y[CO]);

```

```

    End;

```

```

  ASSIGN(PON,'C:\USERS\MARCELO\GAMS\GP2DGL11.GMS'); {Abrindo arquivo texto}
  Rewrite (PON);

```

```

WRITELN (PON,'$TITLE A BALLBAR PROBLEM');

```

```

WRITELN (PON,'$OFFDIGIT OFFSYMXREF OFFSYMLIST OFFUELLIST OFFUELXREF');

```

```

WRITELN (PON,'*Este programa deve calcular os coeficientes Betas que minimizarao a');

```

```

WRITELN (PON,'*equacao que define o desvio entre os resultados da medicao de uma');

```

```

WRITELN (PON,'*ball-bar em uma MMC e seu comprimento nominal. ');

```

```

WRITELN (PON,'*PONTOS GERADOS COM ERROS DE ESCALA EM X DE 1E-7 E Y 1E-6. ');

```

```

WRITELN (PON,'*USANDO IGUALDADE "=E=" ');

```

```

WRITELN (PON,' SETS');

```

```

WRITELN (PON,'I Posicoes');

```

```

WRITELN (PON,' /1*25/ ');

```

```

WRITELN (PON,' ');

```

```

WRITELN (PON,' PARAMETERS');

```

```

WRITELN (PON,'XA(I) coordenada x da extremidade A');

```

```

WRITE (PON,'/');
FOR I:=1 TO 25 DO
WRITELN(PON,I,' ',Xmed[I]/1000);
WRITELN (PON,'/');
WRITELN(PON);
WRITELN (PON,'YA(I) coordenada y da extremidade A');
WRITE (PON,'/');
FOR I:=1 TO 25 DO
writelN(PON,I,' ',Ymed[I]/1000);
WRITELN (PON,'/');
WRITELN(PON);
WRITELN (PON,'XB(I) coordenada x da extremidade B');
WRITE (PON,'/');
FOR I:=1 TO 25 DO
WRITELN(PON,I,' ',Xmed[I+25]/1000);
WRITELN (PON,'/');
WRITELN(PON);
WRITELN (PON,'YB(I) coordenada y da extremidade B');
WRITE (PON,'/');
FOR I:=1 TO 25 DO
WRITELN(PON,I,' ',Ymed[I+25]/1000);
WRITELN (PON,'/');
WRITELN (PON,' SCALARS');
WRITELN (PON,' L comprimento nominal da ballbar /0.300/');
WRITELN (PON,' Xp coordenada X da ponta P com relacao ao sc dois /0/');
WRITELN (PON,' Yp coordenada Y da ponta P com relacao ao sc dois /0/');
WRITELN (PON,' VARIABLES ');
WRITELN (PON,' B1');
WRITELN (PON,' B2');
WRITELN (PON,' B3');
WRITELN (PON,' B4');
WRITELN (PON,' B5');
WRITELN (PON,' B6');
WRITELN (PON,' B7');
WRITELN (PON,' B8');
WRITELN (PON,' B9');
WRITELN (PON,' B10');
WRITELN (PON,' B11');
WRITELN (PON,' B12');
WRITELN (PON,' B13');
WRITELN (PON,' B14');
WRITELN (PON,' B15');
WRITELN (PON,' B16');
WRITELN (PON,' W; );
WRITELN (PON,' ');
WRITELN (PON,' B1.L=',B1,',');
WRITELN (PON,' B2.L=',B2,',');
WRITELN (PON,' B3.L=',B3,',');
WRITELN (PON,' B4.L=',B4,',');
WRITELN (PON,' B5.L=',B5,',');
WRITELN (PON,' B6.L=',B6,',');
WRITELN (PON,' B7.L=',B7,',');
WRITELN (PON,' B8.L=',B8,',');
WRITELN (PON,' B9.L=',B9,',');
WRITELN (PON,' B10.L=',B10,',');
WRITELN (PON,' B11.L=',B11,',');

```

```

WRITELN (PON,' B12.L=',B12,');
WRITELN (PON,' B13.L=',B13,');
WRITELN (PON,' B14.L=',B14,');
WRITELN (PON,' B15.L=',B15,');
WRITELN (PON,' B16.L=',B16,');
WRITELN (PON,' B1.LO=-0.001;B1.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B2.LO=-0.001;B2.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B3.LO=-0.001;B3.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B4.LO=-0.001;B4.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B5.LO=-0.001;B5.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B6.LO=-0.001;B6.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B7.LO=-0.001;B7.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B8.LO=-0.001;B8.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B9.LO=-0.001;B9.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B10.LO=-0.001;B10.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B11.LO=-0.001;B11.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B12.LO=-0.001;B12.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B13.LO=-0.001;B13.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B14.LO=-0.001;B14.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B15.LO=-0.001;B15.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' B16.LO=-0.001;B16.UP=0.001;');
WRITELN (PON,' ');
WRITELN (PON,' ');
WRITELN (PON,' EQUATIONS');
WRITELN (PON,' DESVIO equacao dos desvios;');
WRITELN (PON,' ');
WRITELN (PON,' DESVIO .. W =E=SUM(I,SQR(-L+SQRT(Power(-(B9*XA(I))-B8*(-1+3*Power(XA(I),2))/2-');
WRITELN (PON,' B7*(-3*XA(I)+5*Power(XA(I),3))/2+B9*XB(I)+');
WRITELN (PON,' B8*(-1+3*Power(XB(I),2))/2 +');
WRITELN (PON,' B7*(-3*XB(I)+5*Power(XB(I),3))/2-YA(I)-B6*YA(I)-');
WRITELN (PON,' XA(I)*(B16+B15*YA(I)+B14*(-1+3*Power(YA(I),2))/2-');
WRITELN (PON,' Xp*(B13+B16+B12*XA(I)+B11*(-1+3*Power(XA(I),2))/2+');
WRITELN (PON,' B15*YA(I)+B14*(-1+3*Power(YA(I),2))/2)+YB(I)+');
WRITELN (PON,' B6*YB(I)+XB(I)*(B16+B15*YB(I)+');
WRITELN (PON,' B14*(-1+3*Power(YB(I),2))/2)+');
WRITELN (PON,' Xp*(B13+B16+B12*XB(I)+B11*(-1+3*Power(XB(I),2))/2+');
WRITELN (PON,' B15*YB(I)+B14*(-1+3*Power(YB(I),2))/2)+');
WRITELN (PON,' Power(-XA(I)-B1*XA(I)+XB(I)+B1*XB(I)-B4*YA(I)-');
WRITELN (PON,' B3*(-1+3*Power(YA(I),2))/2-');
WRITELN (PON,' B2*(-3*YA(I)+5*Power(YA(I),3))/2+B4*YB(I)+');
WRITELN (PON,' B3*(-1+3*Power(YB(I),2))/2+');
WRITELN (PON,' B2*(-3*YB(I)+5*Power(YB(I),3))/2-');
WRITELN (PON,' (-B13-B16-B12*XA(I)-B11*(-1+3*Power(XA(I),2))/2-');
WRITELN (PON,' B15*YA(I)-B14*(-1+3*Power(YA(I),2))/2)*Yp+');
WRITELN (PON,' (-B13-B16-B12*XB(I)- B11*(-1+3*Power(XB(I),2))/2-');
WRITELN (PON,' B15*YB(I)-B14*(-1+3*Power(YB(I),2))/2)*Yp,2)))));');
WRITELN (PON,' ');
WRITELN (PON,' ');
WRITELN (PON,' ');
WRITELN (PON,' MODEL BALLBAR /ALL/;');
WRITELN (PON,' ');
WRITELN (PON,' ');
WRITELN (PON,' SOLVE BALLBAR USING NLP MINIMIZING W;');
WRITELN (PON,' ');
WRITELN (PON,' DISPLAY W.L,B1.L,B2.L,B3.L,B4.L,B5.L,B6.L,B7.L,B8.L,');

```

WRITELN (PON;
Close (PON);

E9.L,B10.L,B11.L,B12.L,B13.L,B14.L,B15.L,B16.L;);

END.

End.

ANEXO B.3

Program GeraPontosTridimensional;
{ \$N+ }

```
(*****)  
      (* *)  
      (* GERACAO DAS COORDENADAS MEDIDAS *)  
      (* *)  
      (* PARA A MEDICAO DE UMA BARRA DE BOLAS *)  
      (* *)  
      (* NO PLANO X-Y DE UMA MMC. *)  
      (* *)  
(*****)
```

(* A a equacoes abaixo encontradas foram desenvolvidas no programa Mathematica
* : PROG3D.MA*)

```
{*****}  
      { * Autor: Marcelo Teixeira dos Santos * }  
{*****}  
      { * * }  
      { * GERACAO DE COORDENADAS COM ERROS * }  
      { * * }  
      { * Objetivo: Obter coordenadas com erro, atraves de coeficientes * }  
      { * pre determinados. Com estas coordenadas gerar programa * }  
      { * de entrada para o GAMS, visando obter os mesmos * }  
      { * coeficientes atraves da equacao principal que medela * }  
      { * o comportamento geometrico do espaco de trabalho de uma * }  
      { * Maquina de Medir Coordenadas (MMC). * }  
      { * * }  
      { * -> Gera-se medicoes das coordenadas dos centros das esferas de * }  
      { * uma barra de bolas num sistema tridimensional ortogonalmente * }  
      { * perfeito. As coordenadas da extremidade " A " da barra serao * }  
      { * definidas por  $XA[I,1]$ , para a coordenada X, por  $XA[I,2]$ , para * }  
      { * a coordenada Y, e  $XA[I,3]$ , para a coordenada Z. Para a * }  
      { * extremidade B da barra de bolas sao definidas como * }  
      { * sendo  $XB[I,1]$ , para a coordenada X, por  $XB[I,2]$ , para a , * }  
      { * coordenada Y, e  $XB[I,3]$ , para a coordenada Z. A barra de bolas * }  
      { * e medida no espaco da MMC, ou seja, seus pontos nao estao * }  
      { * sendo projetados em nenhum plano. O que se faz e fixar uma * }  
      { * de suas extremidades, por exemplo a extremidade A, fixando-se * }  
      { * as coordenadas X,Y,Z deste ponto, fixa-se tambem duas das * }  
      { * coordenadas do ponto B, por exemplo X,Y, e varia-se apenas a * }  
      { * coordenada Z. * }  
      { * -> As dimensoes obtidas acima estao sem qualquer erro geometrico * }  
      { * da MMC. Estes erros devem ser acrescentados para cada um dos * }  
      { * eixos, para que se obtenha coordenadas que artificialmente * }  
      { * foram medidas segundo polinomios previamente estipulados, cujos * }  
      { * coeficientes sao conhecidos. * }  
      { * As coordenadas definidas pelas matrizes  $XALinha$ ,  $XBlinha$ , onde * }  
      { * seus elementos sao as novas coordenadas acrescentadas dos erros * }  
      { * que este sistema curvilineo provocou. * }  
      { * -> Gera-se um programa de entrada para o GAMS, que determinara * }  
      { * novos coeficientes para o calculo dos erros, que deverao, * }  
      { * (assim espera-se), ter seus valores proximos aos coeficientes * }  
      { * inicialmente estabelecidos. * }  
      { * * }
```

```

      {*      Para tanto desenvolveu-se o seguinte algoritmo:      *}
      {*      {*      *}
      {*      1. Gerar coordenadas no plano ortogonal perfeito;      *}
      {*      {*      2. Calculo dos erros de escala;      *}
      {*      {*      3. Calculo dos erros de deslocamento linear;      *}
      {*      {*      4. Calculo dos erros angulares;      *}
      {*      5. Somar erros calculados as coordenadas geradas no      *}
      {*      {*      no sistema ortogonal.      *}
      {*      6. Gerar programa de entrada para o GAMS com os pontos *}
      {*      {*      com erros.      *}
      {*      7. Ler resultados do arquivo de saida do GAMS e      *}
      {*      {*      calcular erros encontrados.      *}
      {*      {*      *}

```

```

      {*****}

```

```

      USES PRINTER, CRT;

```

```

      LABEL

```

```

      Fim;

```

```

      TYPE

```

```

      VETOR = ARRAY[1..50] OF EXTENDED;

```

```

      VETOR100 = ARRAY[1..100] OF EXTENDED;

```

```

      VAR

```

```

      I,J,CO,NI { Contadores; }

```

```

      :INTEGER;

```

```

      Lc { Comprimento da barra de bolas calculado }

```

```

      :VETOR;

```

```

      X,Y,Z,Xmed,Ymed,Zmed:VETOR100;

```

```

      CONST

```

```

      L=0.300;

```

```

      XP=0;

```

```

      YP=0;

```

```

      ZP=0;

```

```

      {*****}

```

```

      {* COEFICIENTES DOS POLINOMIOS      *}

```

```

      {* PRE-DETERMINADOS.      *}

```

```

      {*****}

```

```

      {* Erros de escala : B4, B8, B21      *}

```

```

      {*****}

```

```

      B1=1E-30;B2=6E-11;B3=4E-6;B4=1E-12;

```

```

      B5=1E-8;

```

```

      B6=1E-18;B7=1E-11;B8=1E-6;B9=1E-12;

```

```

      B10=1E-8;

```

```

      B11=1E-20;B12=1E-18;B13=5E-12;B14=1E-24;

```

```

      B15=-1E-30;B16=-5E-18;B17=5E-12;B18=1E-24;

```

```

      B19=-7E-9;B20=1E-12;B21=5E-12;B22=1E-12;

```

```

      B23=-7E-9;B24=1E-19;B25=5E-6;B26=1E-24;

```

```

      B27=1.3E-8;

```

```

      B28=1E-19;B29=1E-6;B30=1E-9;

```

```

      B31=1E-19;B32=1E-6;B33=1E-9;

```

```

      B34=1E-19;B35=1E-6;B36=1E-9;

```

```

      B37=1E-19;B38=1E-6;B39=1E-9;

```

```

      B40=1E-19;B41=1E-6;B42=1E-9;

```

```

      B43=1E-19;B44=1E-6;B45=1E-9;

```


Procedure EntradaDeDados;

TYPE

COORD = ARRAY[1..50,1..3] OF EXTENDED;

VAR

XA, { Matriz das coordenadas X,Y,Z gerada num sistema ortogonal }
{ para a extremidade A da barra de bolas. }

XB { Matriz das coordenadas X,Y,Z gerada num sistema ortogonal }
{ para a extremidade B da barra de bolas. }

:COORD;

Begin

{*****

GERACAO DE PONTOS VARIANDO APENAS ZB

*****}

FOR I:=1 TO 50 DO

BEGIN

XB[I,1]:=0;

XB[I,2]:=0;

XB[I,3]:=0;

END;

FOR I:=1 TO 25 DO

BEGIN

XA[I,1]:=350;

XA[I,2]:=500;

XA[I,3]:=10;

END;

XB[1,1]:=50;

XB[1,2]:=500;

XB[1,3]:=10;

FOR I:=2 TO 25 DO

Begin

XB[I,2]:=XB[I-1,2]+5;

XB[I,1]:=XB[I-1,1]+5;

XB[I,3]:=XA[I,3]+Sqrt(90000-Sqr(XB[I,1]-XA[I,1])-

Sqr(XB[I,2]-XA[I,2]));

End;

FOR I:=26 TO 50 DO

BEGIN

XA[I,1]:=350;

XA[I,2]:=500;

XA[I,3]:=10;

END;

XB[26,1]:=350;

XB[26,2]:=200;

XB[26,3]:=10;

FOR I:=27 TO 50 DO

Begin

XB[I,1]:=XB[I-1,1];

XB[I,2]:=XB[I-1,2]+5;

XB[I,3]:=XA[I,3]+Sqrt((300*300)-Sqr(XB[I,1]-XA[I,1])-

Sqr(XB[I,2]-XA[I,2]));

End;

For I:=1 to 50 do

Begin {*****

```

* Transformando as matrizes XA e XB (50 X 3)
* nos vetores X, Y, Z, (1 X 100)
* para facilidade de entrada de dados
* no procedimento de GAUSS para
* resolucao de equacoes lineares
*****}
X[I]:=XA[I,1]/1000;
X[I+50]:=XB[I,1]/1000;
Y[I]:=XA[I,2]/1000;
Y[I+50]:=XB[I,2]/1000;
Z[I]:=XA[I,3]/1000;
Z[I+50]:=XB[I,3]/1000;
End;
{*Entrada dos Dados Iniciais para cada uma das coordenadas*}
For I:=1 to 100 do
  Begin
    {* XA[I] coordenada x da extremidade A medida*}
    Xmed[I]:=X[I];
    Ymed[I]:=Y[I];
    Zmed[I]:=Z[I];
  End;
End;

Procedure Newton_Raphson( VAR XM:EXTENDED;
  VAR YM:EXTENDED;
  VAR ZM:EXTENDED;
  Xabs:EXTENDED;
  Yabs:EXTENDED;
  Zabs:EXTENDED);

{*****}
{* A Variavel B representa os deltas que resolvem a equacao linear de *}
{* Newton Raphson. *}
{*****}

VAR

  FX1,FX2,FX3,
  Fdx1dxm,Fdx1dym,Fdx1dzm,
  Fdx2dxm,Fdx2dym,Fdx2dzm,
  Fdx3dxm,Fdx3dym,Fdx3dzm,
  DET,
  DELTAXM,DELTA YM,DELTA ZM:DOUBLE;

Begin { * Inicio do Newton-Raphson *}
  FX1:=1;{*Forca a sentenca WHILE ser verdadeira*}
  While ((ABS(FX1)>0.00001) OR (ABS(FX2)>0.00001)
  OR (ABS(FX3)>0.00001)) DO
    Begin
      (*****)
      (* Equacoes Avaliadas no Loop *)
      (*****)
      NI:=NI+1;

      FX1:= B4 + B9 - Xabs + XM + B5*XM + Xp + B3*YM +
        B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2 +

```

$$\begin{aligned}
& 450*(B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\
& (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) + \\
& (B36 + B35*XM + B34*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\
& (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2))*(-450 + ZM) + B8*ZM + \\
& B7*(-1 + 3*SQR(ZM))/2 + B6*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2 + \\
& Yp*(B42 - E45 - B44*XM - B43*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 - \\
& B41*YM - B40*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 - \\
& (B18 + B17*ZM + B16*(-1 + 3*Sqr(ZM))/2 + \\
& B15*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2)/ \\
& (B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*Sqr(ZM))/2 + \\
& B6*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2)) + \\
& (B36 + B39 + B35*XM + B34*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\
& (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) + B38*ZM + \\
& B37*(-1 + 3*Sqr(ZM))/2)*Zp;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
FX2:= & B14 + B18 + B13*XM + B12*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& B11*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2 - Yabs + YM + B10*YM - \\
& 450*(B30 + B29*YM + B28*(-1 + 3*Sqr(YM))/2) + \\
& XM*(B42 + B41*YM + B40*(-1 + 3*Sqr(YM))/2) + Yp + \\
& (-B30 - (B14 + B13*XM + B12*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& B11*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2)/ \\
& (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& B23*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2) - B29*YM - \\
& B28*(-1 + 3*Sqr(YM))/2))*(-450 + ZM) + B17*ZM + \\
& B16*(-1 + 3*Sqr(ZM))/2 + \\
& B15*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2 + \\
& Xp*(B42 + B45 + B44*XM + B43*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& B41*YM + B40*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 - \\
& (B18 + B17*ZM + B16*(-1 + 3*Sqr(ZM))/2 + \\
& B15*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2)/ \\
& (B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*Sqr(ZM))/2 + \\
& B6*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2)) + \\
& (-B30 - B33 - (B14 + B13*XM + \\
& B12*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& B11*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2)/ \\
& (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& B23*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2) - B29*YM - \\
& B28*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 - B32*ZM - \\
& B31*(-1 + 3*Sqr(ZM))/2)*Zp;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
FX3:= & B22 + B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& B23*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2 + B21*YM + \\
& B20*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2 - \\
& XM*(B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\
& (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) - Zabs + ZM + B27*ZM +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Yp*(B30 + B33 + (B14 + B13*XM + \\
& B12*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& B11*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2)/ \\
& (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& B23*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2) + B29*YM + \\
& B28*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + B32*ZM + \\
& B31*(-1 + 3*Sqr(ZM))/2 + \\
& Xp*(-B36 - B39 - B35*XM - B34*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 - \\
& (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\
& (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) - B38*ZM - \\
& B37*(-1 + 3*Sqr(ZM))/2) + Zp;
\end{aligned}$$

(*****)

(* Derivadas Parciais Calculadas *)

(*****)

$$\begin{aligned}
Fdx1dxm:= & 1 + B5 + (-B44 - 3*B43*XM)*Yp + \\
& (B35 + 3*B34*XM)*(-450 + ZM) + \\
& (B35 + 3*B34*XM)*Zp;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Fdx1dym:= & B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*Sqr(YM))/2 + \\
& 450*(B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*Sqr(YM))/2)/ \\
& (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) - \\
& 450*(B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*Sqr(YM))/2)* \\
& (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\
& Sqr(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) + \\
& (-B41 - 3*B40*YM)*Yp + \\
& ((B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*Sqr(YM))/2)/ \\
& (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) - \\
& (B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*Sqr(YM))/2)* \\
& (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\
& Sqr(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2))*(-450 + ZM) + \\
& ((B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*Sqr(YM))/2)/ \\
& (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) - \\
& (B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*Sqr(YM))/2)* \\
& (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\
& Sqr(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2))*Zp;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Fdx1dzm:= & B36 + B8 + B35*XM + B34*(-1 + 3*Sqr(XM))/2 + \\
& (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\
& (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*Sqr(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) + 3*B7*ZM + \\
& B6*(-3 + 15*Sqr(ZM))/2 + \\
& Yp*((B3 + 3*B2*ZM + B6*(-3 + 15*Sqr(ZM))/2)* \\
& (B18 + B17*ZM + B16*(-1 + 3*Sqr(ZM))/2 + \\
& B15*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2)/
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Sqr}(B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*\text{Sqr}(ZM))/2 + \\ & B6*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2) - \\ & (B17 + 3*B16*ZM + B15*(-3 + 15*\text{Sqr}(ZM))/2)/ \\ & (B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*\text{Sqr}(ZM))/2 + \\ & B6*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2)) + (B38 + 3*B37*ZM)*Zp; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Fdx2dxm} := & B13 + B30 + 3*B12*XM + \\ & B11*(-3 + 15*\text{Sqr}(XM))/2 + (B44 + 3*B43*XM)*Xp + \\ & B29*YM + B28*(-1 + 3*\text{Sqr}(YM))/2 + \\ & ((B25 + 3*B24*XM + B23*(-3 + 15*\text{Sqr}(XM))/2)* \\ & (B14 + B13*XM + B12*(-1 + 3*\text{Sqr}(XM))/2 + \\ & B11*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2)/ \\ & \text{Sqr}(B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*\text{Sqr}(XM))/2 + \\ & B23*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2) - \\ & (B13 + 3*B12*XM + B11*(-3 + 15*\text{Sqr}(XM))/2)/ \\ & (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*\text{Sqr}(XM))/2 + \\ & B23*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2))*(-450 + ZM) + \\ & ((B25 + 3*B24*XM + B23*(-3 + 15*\text{Sqr}(XM))/2)* \\ & (B14 + B13*XM + B12*(-1 + 3*\text{Sqr}(XM))/2 + \\ & B11*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2)/ \\ & \text{Sqr}(B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*\text{Sqr}(XM))/2 + \\ & B23*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2) - \\ & (B13 + 3*B12*XM + B11*(-3 + 15*\text{Sqr}(XM))/2)/ \\ & (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*\text{Sqr}(XM))/2 + \\ & B23*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2))*Zp; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Fdx2dym} := & 1 + B10 - 450*(B29 + 3*B28*YM) + \\ & XM*(B29 + 3*B28*YM) + Xp*(B41 + 3*B40*YM) + \\ & (-B29 - 3*B28*YM)*(-450 + ZM) + \\ & (-B29 - 3*B28*YM)*Zp; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Fdx2Dzm} := & B17 - B30 - (B14 + B13*XM + \\ & B12*(-1 + 3*\text{Sqr}(XM))/2 + \\ & B11*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2)/ \\ & (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*\text{Sqr}(XM))/2 + \\ & B23*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2) - B29*YM - \\ & B28*(-1 + 3*\text{Sqr}(YM))/2 + 3*B16*ZM + \\ & B15*(-3 + 15*\text{Sqr}(ZM))/2 + \\ & Xp*((B8 + 3*B7*ZM + B6*(-3 + 15*\text{Sqr}(ZM))/2)* \\ & (B18 + B17*ZM + B16*(-1 + 3*\text{Sqr}(ZM))/2 + \\ & B15*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2)/ \\ & \text{Sqr}(B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*\text{Sqr}(ZM))/2 + \\ & B6*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2) - \\ & (B17 + 3*B16*ZM + B15*(-3 + 15*\text{Sqr}(ZM))/2)/ \\ & (B9 + B8*ZM + B7*(-1 + 3*\text{Sqr}(ZM))/2 + \\ & B6*(-3*ZM + 5*ZM*ZM*ZM)/2)) + \\ & (-B32 - 3*B31*ZM)*Zp; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Fdx3dxm} := & B25 + 3*B24*XM + B23*(-3 + 15*\text{Sqr}(XM))/2 + \\ & (-B35 - 3*B34*XM)*Xp - \\ & (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*\text{Sqr}(YM))/2 + \\ & B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\ & (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*\text{Sqr}(YM))/2 + \\ & B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) + \\ & (-((B25 + 3*B24*XM + B23*(-3 + 15*\text{Sqr}(XM))/2)* \\ & (B14 + B13*XM + B12*(-1 + 3*\text{Sqr}(XM))/2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& B11*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2)/ \\
& \text{Sqr}(B26 + B25*XM + \\
& B24*(-1 + 3*\text{Sqr}(XM))/2 + \\
& B23*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2)) + \\
& (B13 + 3*B12*XM + B11*(-3 + 15*\text{Sqr}(XM))/2)/ \\
& (B26 + B25*XM + B24*(-1 + 3*\text{Sqr}(XM))/2 + \\
& B23*(-3*XM + 5*XM*XM*XM)/2))*Yp;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Fdx3dym} := & B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*\text{Sqr}(YM))/2 - \\
& XM*(B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*\text{Sqr}(YM))/2)/ \\
& (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*\text{Sqr}(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) + \\
& XM*(B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*\text{Sqr}(YM))/2)* \\
& (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*\text{Sqr}(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\
& \text{Sqr}(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*\text{Sqr}(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2) + \\
& Xp*(-((B21 + 3*B20*YM + B19*(-3 + 15*\text{Sqr}(YM))/2)/ \\
& (B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*\text{Sqr}(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)) + \\
& (B3 + 3*B2*YM + B1*(-3 + 15*\text{Sqr}(YM))/2)* \\
& (B22 + B21*YM + B20*(-1 + 3*\text{Sqr}(YM))/2 + \\
& B19*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)/ \\
& \text{Sqr}(B4 + B3*YM + B2*(-1 + 3*\text{Sqr}(YM))/2 + \\
& B1*(-3*YM + 5*YM*YM*YM)/2)) + \\
& (B29 + 3*B28*YM)*Yp;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Fdx3dzm} := & 1 + B27 + Yp*(B32 + 3*B31*ZM) + \\
& Xp*(-B38 - 3*B37*ZM);
\end{aligned}$$

{* Resolucao da Equacao linear pelo Metodo de Cramer *}

$$\begin{aligned}
\text{DET} := & \text{Fdx1dym}* \text{Fdx2dym}* \text{Fdx3dzm} + \\
& \text{Fdx1dym}* \text{Fdx2dzm}* \text{Fdx3dxm} + \\
& \text{Fdx2dxm}* \text{Fdx3dym}* \text{Fdx1dzm} - \\
& \text{Fdx1dxm}* \text{Fdx2dzm}* \text{Fdx3dym} - \\
& \text{Fdx1dym}* \text{Fdx2dxm}* \text{Fdx3dzm} - \\
& \text{Fdx1dzm}* \text{Fdx2dym}* \text{Fdx3dxm};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{DELTA XM} := & ((-FX1)* \text{Fdx2dym}* \text{Fdx3dzm} + \\
& (-FX3)* \text{Fdx1dym}* \text{Fdx2dzm} + \\
& (-FX2)* \text{Fdx3dym}* \text{Fdx1dzm} - \\
& (-FX1)* \text{Fdx2dzm}* \text{Fdx3dym} - \\
& (-FX2)* \text{Fdx1dym}* \text{Fdx3dzm} - \\
& (-FX3)* \text{Fdx2dym}* \text{Fdx1dzm}) / \text{DET};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{DELTA YM} := & (\text{Fdx1dxm}* (-FX2)* \text{Fdx3dzm} + \\
& (-FX1)* \text{Fdx2dzm}* \text{Fdx3dxm} + \\
& \text{Fdx2dxm}* (-FX3)* \text{Fdx1dzm} - \\
& \text{Fdx1dxm}* (-FX3)* \text{Fdx2dzm} - \\
& \text{Fdx2dxm}* (-FX1)* \text{Fdx3dzm} - \\
& \text{Fdx3dxm}* (-FX2)* \text{Fdx1dzm}) / \text{DET};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{DELTA ZM} := & (\text{Fdx1dxm}* \text{Fdx2dym}* (-FX3) + \\
& \text{Fdx1dym}* (-FX2)* \text{Fdx3dxm} + \\
& \text{Fdx2dxm}* \text{Fdx3dym}* (-FX1) -
\end{aligned}$$

$$\frac{(-FX1)*Fdx2dym*Fdx3dxm - Fdx2dxm*Fdx1dym*(-FX3) - (-FX2)*Fdx3dym*Fdx1dxm}{DET};$$

```

XM:=XM+DELTA*AXM;
YM:=YM+DELTA*AYM;
ZM:=ZM+DELTA*AZM;

```

```
End;
```

```
End;
```

```
Procedure GeraProg_FOR;
```

```
TYPE
```

```
ARQUIVO = TEXT;
```

```
VAR
```

```
Pon3D:ARQUIVO;
```

```
Begin
```

```
{* Este Programa que esta sendo gerado e a entrada de dados processada  
pelo programa OPT3 *}

```

```
{Abrindo arquivo texto}

```

```
ASSIGN(PON3D,'C:\USERS\MARCELO\FOR\GP3DG13.FOR');
```

```
Rewrite (PON3D);
```

```

WRITELN(PON3D,'C  CALCULO DOS COEFICIENTES QUE DEFINEM OS ERROS
GEOMETRICOS DO');
WRITELN(PON3D,'C  ESPACO 3D DE UMA MAQUINA DE MEDIR COORDENADAS. ESTES
OBTIDOS');
WRITELN(PON3D,'C  ATRAVES DA MINIMIZACAO DA EQUACAO PRINCIPAL. OS DADOS
DE ENTRADA');
WRITELN(PON3D,'C  SAO AS COORDENADAS, NO ESPACO, DOS CENTROS DAS ESFERAS
NAS');
WRITELN(PON3D,'C  EXTREMIDADES DE UMA BARRA DE BOLAS. A DISTANCIA ENTRE
ESTES DOIS');
WRITELN(PON3D,'C  CENTROS E CALCULADA E COMPARADA COM A DISTANCIA
NOMINAL L. ');
WRITELN(PON3D,'C
*****2*****');
WRITELN(PON3D,'  IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)');
WRITELN(PON3D,'  DIMENSION X(45),XMAX(45),XMIN(45),SCALE(10),CON(1)');
WRITELN(PON3D,'  COMMON /OPTDAT/D(2155)');
WRITELN(PON3D,'
COMMON/PARI/XTOL,GTOL,EPS,EPSLS,EPSBD,IPR,MAXM,IDATA,LFUNCT. ');
WRITELN(PON3D,'  1      NE,LNE,NI,LNI,NCON,NSCALE,ISEARC,MAXNEW,IDIF,NOUT');
WRITELN(PON3D,'  FSCALE = 1000.);
WRITELN(PON3D,'  NOUT = 6');
WRITELN(PON3D,'  IDATA = 1');
WRITELN(PON3D,'  IPR = 1');
WRITELN(PON3D,'  NSCALE = 1');
WRITELN(PON3D,'  XTOL = 0.00001');
WRITELN(PON3D,'  GTOL = 0.00001');
WRITELN(PON3D,'  EPSLS = 0.000001');
WRITELN(PON3D,'  EPSBD = 0.00001');
WRITELN(PON3D,'  IDIF = 1');
WRITELN(PON3D,'C  EPS = EPSMACH (K)+*(1.0D0/3.0D0)'),
WRITELN(PON3D,'  EPS = 0.000001');

```

```
WRITELN(PON3D,' ISEARC = 1');
WRITELN(PON3D,' N = 21');
WRITELN(PON3D,' NCON = 0');
WRITELN(PON3D,' LNE = 0');
WRITELN(PON3D,' NI = 0');
WRITELN(PON3D,' LNI = 0');
WRITELN(PON3D,' NE = 0');
WRITELN(PON3D,' LBD = 0');
WRITELN(PON3D,' LFUNCT = 0');
WRITELN(PON3D,' MAXM = 10');
WRITELN(PON3D,' MAXNEW = 10000');
WRITELN(PON3D,' ISIZE = 2155');
WRITELN(PON3D,' X(1)=' ,B1/1000);
WRITELN(PON3D,' X(2)=' ,B2/1000);
WRITELN(PON3D,' X(3)=' ,B3/1000);
WRITELN(PON3D,' X(4)=' ,B4/1000);
WRITELN(PON3D,' X(5)=' ,B5/1000);
WRITELN(PON3D,' X(6)=' ,B6/1000);
WRITELN(PON3D,' X(7)=' ,B7/1000);
WRITELN(PON3D,' X(8)=' ,B8/1000);
WRITELN(PON3D,' X(9)=' ,B9/1000);
WRITELN(PON3D,' X(10)=' ,B10/1000);
WRITELN(PON3D,' X(11)=' ,B11/1000);
WRITELN(PON3D,' X(12)=' ,B12/1000);
WRITELN(PON3D,' X(13)=' ,B13/1000);
WRITELN(PON3D,' X(14)=' ,B14/1000);
WRITELN(PON3D,' X(15)=' ,B15/1000);
WRITELN(PON3D,' X(16)=' ,B16/1000);
WRITELN(PON3D,' X(17)=' ,B17/1000);
WRITELN(PON3D,' X(18)=' ,B18/1000);
WRITELN(PON3D,' X(19)=' ,B19/1000);
WRITELN(PON3D,' X(20)=' ,B20/1000);
WRITELN(PON3D,' X(21)=' ,B21/1000);
WRITELN(PON3D,' X(22)=' ,B22/1000);
WRITELN(PON3D,' X(23)=' ,B23/1000);
WRITELN(PON3D,' X(24)=' ,B24/1000);
WRITELN(PON3D,' X(25)=' ,B25/1000);
WRITELN(PON3D,' X(26)=' ,B26/1000);
WRITELN(PON3D,' X(27)=' ,B27/1000);
WRITELN(PON3D,' X(28)=' ,B28/1000);
WRITELN(PON3D,' X(29)=' ,B29/1000);
WRITELN(PON3D,' X(30)=' ,B30/1000);
WRITELN(PON3D,' X(31)=' ,B31/1000);
WRITELN(PON3D,' X(32)=' ,B32/1000);
WRITELN(PON3D,' X(33)=' ,B33/1000);
WRITELN(PON3D,' X(34)=' ,B34/1000);
WRITELN(PON3D,' X(35)=' ,B35/1000);
WRITELN(PON3D,' X(36)=' ,B36/1000);
WRITELN(PON3D,' X(37)=' ,B37/1000);
WRITELN(PON3D,' X(38)=' ,B38/1000);
WRITELN(PON3D,' X(39)=' ,B39/1000);
WRITELN(PON3D,' X(40)=' ,B40/1000);
WRITELN(PON3D,' X(41)=' ,B41/1000);
WRITELN(PON3D,' X(42)=' ,B42/1000);
WRITELN(PON3D,' X(43)=' ,B43/1000);
WRITELN(PON3D,' X(44)=' ,B44/1000);
```



```

WRITELN(PON3D,' X(45)=';B45/1000);
WRITELN(PON3D,' ');
FOR I:=1 TO 45 DO
  BEGIN
WRITELN(PON3D,' XMAX(';I,')=1E-4');
WRITELN(PON3D,' XMIN(';I,')=-1E-4');
  END;
WRITELN(PON3D,' OPEN (6,FILE="GP3DG13.OUT",STATUS="OLD");');
WRITELN(PON3D,' CALL OPT3 (X,XMAX,XMIN,SCALE,FSCALE,N,ISIZE)');
WRITELN(PON3D,' STOP');
WRITELN(PON3D,' END');
WRITELN(PON3D,' ');
WRITELN(PON3D,' FUNCTION F(X)');
WRITELN(PON3D,' IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)');
WRITELN(PON3D,' DIMENSION X(1)');
WRITELN(PON3D,' COMMON /ONE/ NFE,NCE');
WRITELN(PON3D,' DIMENSION XA(50),YA(50),ZA(50),XB(50),YB(50),ZB(50)');
FOR I:=1 TO 50 DO
  BEGIN
WRITELN(PON3D,' XA(';I,')=';Xmed[I]);
WRITELN(PON3D,' YA(';I,')=';Ymed[I]);
WRITELN(PON3D,' ZA(';I,')=';Zmed[I]);
WRITELN(PON3D,' XB(';I,')=';Xmed[I+50]);
WRITELN(PON3D,' YB(';I,')=';Ymed[I+50]);
WRITELN(PON3D,' ZB(';I,')=';Zmed[I+50]);
  END;
WRITELN(PON3D,'C
*****');
WRITELN(PON3D,'C Coeficientes de correcao: X(1) -> B1 ');
WRITELN(PON3D,'C X(2) -> B2 ');
WRITELN(PON3D,'C " " ');
WRITELN(PON3D,'C X(N) -> BN ');
WRITELN(PON3D,'C
*****');
WRITELN(PON3D,' U1=0');
WRITELN(PON3D,' Xp=0');
WRITELN(PON3D,' Yp=0');
WRITELN(PON3D,' Zp=0');
WRITELN(PON3D,' L=0.300');
WRITELN(PON3D,' DO 20 I=1,50');
WRITELN(PON3D,' XAA=X(4)+X(9)+XA(I)+X(5)*XA(I)+Xp*(X(3)*YA(I)+X(2)*(-
1+3*YA(I)**2)');
WRITELN(PON3D,' -2+X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2+450*(X(22)+X(21)*YA(I)+X(20)*(-1+3*');
WRITELN(PON3D,' -YA(I)**2)/2+X(19)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YA(I)+X(2)*');
WRITELN(PON3D,' -(-1+3*YA(I)**2)/2+X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)');
WRITELN(PON3D,' -(X(36)+X(35)*XA(I)+X(34)*(-1+3*XA(I)**2)/2)');
WRITELN(PON3D,' -(X(22)+X(21)*YA(I)+X(20)*(-1+3*YA(I)**2)/2 +X(19)*(-3*YA(I)+5*');
WRITELN(PON3D,' -YA(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YA(I)+X(2)*(-1+3*YA(I)**2)/2)');
WRITELN(PON3D,' -X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)*(-450+ZA(I)+X(8)*ZA(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(7)*(-1+3*ZA(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2)');
WRITELN(PON3D,' -Yp*(-X(42)-X(45)-X(44)*XA(I)-X(43)*(-1+3*XA(I)**2)/2-X(41)*YA(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(40)*(-1+3*YA(I)**2)/2-(X(18)+X(17)*ZA(I)+X(16)*(-1+3*ZA(I)**2)');
WRITELN(PON3D,' -2+X(15)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2)/(X(9)+X(8)*ZA(I)+X(7)*(-1+3*');
WRITELN(PON3D,' -ZA(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2)+(X(36)+X(39)+X(35)*');
WRITELN(PON3D,' -XA(I)+X(34)*(-1+3*XA(I)**2)/2+(X(22)+X(21)*YA(I)+X(20)*(-1+3*');
WRITELN(PON3D,' -YA(I)**2)/2+X(19)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YA(I)+X(2)*');

```

WRITELN(PON3D,' -(-1+3*YA(I)**2)/2+X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)+X(38)*ZA(I)+X(37)*);
 WRITELN(PON3D,' -(-1+3*ZA(I)**2)/2)*Zp');
 WRITELN(PON3D,');
 WRITELN(PON3D,' XB3=X(4)+X(9)+XB(I)+X(5)*XB(I)+Xp+X(3)*YB(I)+X(2)*(-
 1+3*YB(I)**2)/);
 WRITELN(PON3D,' -2+X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2+450*(X(22)+X(21)*YB(I)+X(20)*(-1+3*);
 WRITELN(PON3D,' -YB(I)**2)/2+X(19)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YB(I)+X(2)*);
 WRITELN(PON3D,' -(-1+3*YB(I)**2)/2+X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)+);
 WRITELN(PON3D,' -(X(36)+X(35)*XB(I)+X(34)*(-1+3*XB(I)**2)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -(X(22)+X(21)*YB(I)+X(20)*(-1+3*YB(I)**2)/2+X(19)*(-3*YB(I)+5*);
 WRITELN(PON3D,' -YB(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YB(I)+X(2)*(-1+3*YB(I)**2)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)*(-450+ZB(I))+X(8)*ZB(I)+);
 WRITELN(PON3D,' -X(7)*(-1+3*ZB(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZB(I)+5*ZB(I)**3)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -Yp*(X(42)-X(45)-X(44)*XB(I)-X(43)*(-1+3*XB(I)**2)/2-X(41)*YB(I)-);
 WRITELN(PON3D,' -X(40)*(-1+3*YB(I)**2)/2-X(18)+X(17)*ZB(I)+X(16)*(-1+3*ZB(I)**2)/);
 WRITELN(PON3D,' -2+X(15)*(-3*ZB(I)+5*ZB(I)**3)/2)/(X(9)+X(8)*ZB(I)+X(7)*(-1+3*);
 WRITELN(PON3D,' -ZB(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZB(I)+5*ZB(I)**3)/2)+X(36)+X(35)+X(35)*);
 WRITELN(PON3D,' -XB(I)+X(34)*(-1+3*XB(I)**2)/2+X(22)+X(21)*YB(I)+X(20)*(-1+3*);
 WRITELN(PON3D,' -YB(I)**2)/2+X(19)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YB(I)+X(2)*);
 WRITELN(PON3D,' -(-1+3*YB(I)**2)/2+X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)+X(38)*ZB(I)+X(37)*);
 WRITELN(PON3D,' -(-1+3*ZB(I)**2)/2)*Zp');
 WRITELN(PON3D,');
 WRITELN(PON3D,' YAA=X(14)+X(18)+X(13)*XA(I)+X(12)*(-1+3*XA(I)**2)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -X(11)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2+YA(I)+X(10)*YA(I)-);
 WRITELN(PON3D,' -450*(X(30)+X(29)*YA(I)+X(28)*(-1+3*YA(I)**2)/2)+);
 WRITELN(PON3D,' -XA(I)*X(42)+X(41)*YA(I)+X(40)*(-1+3*YA(I)**2)/2)+Yp+);
 WRITELN(PON3D,' -(X(30)-X(14)+X(13)*XA(I)+X(12)*(-1+3*XA(I)**2)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -X(11)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2)/);
 WRITELN(PON3D,' -(X(26)+X(25)*XA(I)+X(24)*(-1+3*XA(I)**2)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -X(23)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2)-X(29)*YA(I)-);
 WRITELN(PON3D,' -X(28)*(-1+3*YA(I)**2)/2)*(-450+ZA(I))+X(17)*ZA(I)+);
 WRITELN(PON3D,' -X(16)*(-1+3*ZA(I)**2)/2+X(15)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -Xp*(X(42)+X(45)+X(44)*XA(I)+X(43)*(-1+3*XA(I)**2)/2+X(41)*);
 WRITELN(PON3D,' -YA(I)+X(40)*(-1+3*YA(I)**2)/2-X(18)+X(17)*ZA(I)+X(16)*(-1+3*);
 WRITELN(PON3D,' -ZA(I)**2)/2+X(15)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2)/(X(9)+X(8)*ZA(I)+X(7)*);
 WRITELN(PON3D,' -(-1+3*ZA(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2)+);
 WRITELN(PON3D,' -(X(30)-X(33)-X(14)+X(13)*XA(I)+X(12)*(-1+3*XA(I)**2)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -X(11)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2)/);
 WRITELN(PON3D,' -(X(26)+X(25)*XA(I)+X(24)*(-1+3*XA(I)**2)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -X(23)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2)-X(29)*YA(I)-);
 WRITELN(PON3D,' -X(28)*(-1+3*YA(I)**2)/2-X(32)*ZA(I)-X(31)*(-1+3*ZA(I)**2)/2)*Zp');
 WRITELN(PON3D,');
 WRITELN(PON3D,' YB3=X(14)+X(18)+X(13)*XB(I)+X(12)*(-1+3*XB(I)**2)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -X(11)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2+YB(I)+X(10)*YB(I)-);
 WRITELN(PON3D,' -450*(X(30)+X(29)*YB(I)+X(28)*(-1+3*YB(I)**2)/2)+);
 WRITELN(PON3D,' -XB(I)*X(42)+X(41)*YB(I)+X(40)*(-1+3*YB(I)**2)/2)+Yp+);
 WRITELN(PON3D,' -(X(30)-X(14)+X(13)*XB(I)+X(12)*(-1+3*XB(I)**2)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -X(11)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2)/);
 WRITELN(PON3D,' -(X(26)+X(25)*XB(I)+X(24)*(-1+3*XB(I)**2)/2+);
 WRITELN(PON3D,' -X(23)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2)-X(29)*YB(I)-);
 WRITELN(PON3D,' -X(28)*(-1+3*YB(I)**2)/2)*(-450+ZB(I))+X(17)*ZB(I)+);
 WRITELN(PON3D,' -Xp*(X(42)+X(45)+X(44)*XB(I)+X(43)*(-1+3*XB(I)**2)/2+X(41)*);
 WRITELN(PON3D,' -YB(I)+X(40)*(-1+3*YB(I)**2)/2-X(18)+X(17)*ZB(I)+X(16)*(-1+3*);
 WRITELN(PON3D,' -ZB(I)**2)/2+X(15)*(-3*ZB(I)+5*ZB(I)**3)/2)/(X(9)+X(8)*ZB(I)+X(7)*);
 WRITELN(PON3D,' -(-1+3*ZB(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZB(I)+5*ZB(I)**3)/2)+);

```

WRITELN(PON3D,' -(-X(30)-X(33)-(X(14)+X(13)*XB(I)+X(12)*(-1+3*XB(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(11)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2)');
WRITELN(PON3D,' -(X(26)+X(25)*XB(I)+X(24)*(-1+3*XB(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(23)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2)-X(29)*YB(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(28)*(-1+3*YB(I)**2)/2-X(32)*ZB(I)-X(31)*(-1+3*ZB(I)**2)/2)*Zp');
WRITELN(PON3D,' );
WRITELN(PON3D,' ZAA=X(22)+X(26)+X(25)*XA(I)+X(24)*(-1+3*XA(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(23)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2+X(21)*YA(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(20)*(-1+3*YA(I)**2)/2+X(19)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2-');
WRITELN(PON3D,' -XA(I)*(X(22)+X(21)*YA(I)+X(20)*(-1+3*YA(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(19)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)');
WRITELN(PON3D,' -(X(4)+X(3)*YA(I)+X(2)*(-1+3*YA(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)+ZA(I)+X(27)*ZA(I)');
WRITELN(PON3D,' -Yf*(X(30)+X(33)+(X(14)+X(13)*XA(I)+');
WRITELN(PON3D,' -X(12)*(-1+3*XA(I)**2)/2+X(11)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2)');
WRITELN(PON3D,' -(X(26)+X(25)*XA(I)+X(24)*(-1+3*XA(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(23)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2)+X(29)*YA(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(28)*(-1+3*YA(I)**2)/2+X(32)*ZA(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(31)*(-1+3*ZA(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -Xp*(-X(36)-X(39)-X(35)*XA(I)-X(34)*(-1+3*XA(I)**2)/2-');
WRITELN(PON3D,' -(X(22)+X(21)*YA(I)+X(20)*(-1+3*YA(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(19)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)');
WRITELN(PON3D,' -(X(4)+X(3)*YA(I)+X(2)*(-1+3*YA(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)-X(38)*ZA(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(37)*(-1+3*ZA(I)**2)/2)+Zp');
WRITELN(PON3D,' );
WRITELN(PON3D,' ZBB=X(22)+X(26)+X(25)*XB(I)+X(24)*(-1+3*XB(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(23)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2+X(21)*YB(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(20)*(-1+3*YA(I)**2)/2+X(19)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2-');
WRITELN(PON3D,' -XB(I)*(X(22)+X(21)*YB(I)+X(20)*(-1+3*YB(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(19)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)');
WRITELN(PON3D,' -(X(4)+X(3)*YB(I)+X(2)*(-1+3*YB(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)+ZB(I)+X(27)*ZB(I)');
WRITELN(PON3D,' -Yf*(X(30)+X(33)+(X(14)+X(13)*XB(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(12)*(-1+3*XB(I)**2)/2+X(11)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2)');
WRITELN(PON3D,' -(X(26)+X(25)*XB(I)+X(24)*(-1+3*XB(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(23)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2)+X(29)*YB(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(28)*(-1+3*YB(I)**2)/2+X(32)*ZB(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(31)*(-1+3*ZB(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -Xp*(-X(36)-X(39)-X(35)*XB(I)-X(34)*(-1+3*XB(I)**2)/2-');
WRITELN(PON3D,' -(X(22)+X(21)*YB(I)+X(20)*(-1+3*YB(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(19)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)');
WRITELN(PON3D,' -(X(4)+X(3)*YB(I)+X(2)*(-1+3*YB(I)**2)/2+');
WRITELN(PON3D,' -X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)-X(38)*ZB(I)');
WRITELN(PON3D,' -X(37)*(-1+3*ZB(I)**2)/2)+Zp');
WRITELN(PON3D,' );
WRITELN(PON3D,' U1= U1+(XBB-XAA)**2+(YBB-YAA)**2+(ZBB-ZAA)**2-(L)**2');
WRITELN(PON3D,' C write(*,*)"I=",I');
WRITELN(PON3D,' 20 CONTINUE');
WRITELN(PON3D,' F=U1');
WRITELN(PON3D,' NFE = NFE + 1');
WRITELN(PON3D,' RETURN');
WRITELN(PON3D,' END');
WRITELN(PON3D,' );
WRITELN(PON3D,' SUBROUTINE CONST(X,CON)');
WRITELN(PON3D,' IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)');

```

```

WRITELN(PON3D,' DIMENSION X(1),CON(1)');
WRITELN(PON3D,' COMMON /ONE/ NFE,NCE');
WRITELN(PON3D,'C nce=nce+1');
WRITELN(PON3D,'C do 30 i=1,50');
WRITELN(PON3D,'C con(i)=x(i)');
WRITELN(PON3D,'C con(i+50)=-x(i)');
WRITELN(PON3D,'C 30 continue');
WRITELN(PON3D,' RETURN');
WRITELN(PON3D,' END');

```

```

CLOSE(PON3D);
END;{* FIM DA PROCEDURE DE GERACAO DE PROGRAMA .FOR}

```

```

{*****}
BEGIN  {* Programa Principal *}
{*****}

```

```

EntradaDeDados;

```

```

For CO:=1 to 100 do

```

```

  Begin {*****}
    * Geracao dos pontos com erros.
    * XM, YM, ZM, que sao as coordenadas dos
    * pontos medidos.
    {*****}

```

```

    Write('Processando coordenada numero ',CO);

```

```

    NI:=0;

```

```

    Newton_Raphson (Xmed[CO],Ymed[CO],Zmed[CO],
                    X[CO],Y[CO],Z[CO]);

```

```

  End;{Para um trio de coordenadas}

```

```

{ For I:=1 to 100 do

```

```

  Begin

```

```

    Xmed[I]:=Xmed[I]*1000;

```

```

    Ymed[I]:=Ymed[I]*1000;

```

```

    Zmed[I]:=Zmed[I]*1000;

```

```

  End; }

```

```

{For CO:=1 to 100 do

```

```

  WRITELN(' Xmed(',CO,') = ',Xmed[CO]:8:4,

```

```

    ' Ymed(',CO,') = ',Ymed[CO]:8:4,

```

```

    ' Zmed(',CO,')=',Zmed[CO]:8:4);}

```

```

GeraProg_FOR;

```

```

End.{Para todas as coordenadas achadas com erros}

```

ANEXO C.1

```
{*****}
{* Determinacao dos coeficientes no eixo X, a partir      *}
{* das coordenadas com erros calculadas em UNIDIMLE.PAS, *}
{* que determinarao os erros, neste eixo.              *}
{*****}
{* E utilizado para a obtencao das incognitas o metodo de GAUSS. *}
{*****}
{* Desenvolvido por Marcelo Teixeira dos Santos.      *}
{*****}
{$N+}
USES CRT,PRINTER;
LABEL
  Fim;

TYPE
  VETOR20 = ARRAY[1..20] OF DOUBLE;
  ARQUIVO = TEXT;

VAR
  M,CO,NI { Contadores; }
  :INTEGER;
  Lc,Lb, { Comprimento da barra de bolas calculado }
  Xmed,Ymed:VETOR20;
  BT:ARQUIVO;
  Delta:Real;
CONST
  L=300;

Procedure EntradaDeDados; {* Entrada de Dados : *}

  Begin
    {_____}
    { }
    { 1.LEITURA DO ARQUIVO XMED, DAS COORDENADAS COM ERROS }
    { DAS EXTREMIDADES A E B DA }
    { BARRA DE BOLAS NUM SISTEMA DE COORDENADAS CORTOGONAL }
    {_____}

    ASSIGN(BT,'XMEDLE');
    RESET(BT);
    FOR M:=1 TO 20 DO
      READLN(BT,XMED[M]);
    CLOSE(BT);
    For M:=1 to 20 do
      Writeln('Xmed(',M,')=',Xmed[M]);
  End;

Procedure Gauss;
  LABEL
    Fim;
  TYPE
    PARAM = ARRAY[1..6,1..10] OF DOUBLE;
```

```

VETORB = ARRAY[1..10] OF DOUBLE;
VAR
  A,R:PARAM;
  D,B:VETORB;
  PIVO,MAX,EL,MULT,SOMA,
  RESIDUO,ERRO:DOUBLE;
  I,J,N,K,LI:INTEGER;

```

```

Begin (*****
(* Metodo da Eliminacao de GAUSS *)
(*****

```

```

(* DADOS *)
{*Zerando as matrizes A e B *}
For I:=1 to 3 do
  Begin
    For J:=1 to 3 do
      Begin
        A[I,J]:=0;
      End;
      B[I]:=0;
    End;
  {*****}
  {* Valores da Matriz A *}
  {*****}
  For I:=1 to 10 DO
    Begin

```

```

A[1,1]:=A[1,1]+2*(-3*Xmed[I]+5*Xmed[I]*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
(-3*Xmed[I+10]+5*Xmed[I+10]*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2)*
(-(-3*Xmed[I]+5*Xmed[I]*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
(-3*Xmed[I+10]+5*Xmed[I+10]*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2);

```

```

A[1,2]:=A[1,2]+2*(-3*Xmed[I]+5*Xmed[I]*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
(-3*Xmed[I+10]+5*Xmed[I+10]*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2)*
(-(-1+3*Xmed[I]*Xmed[I])/2+(-1+3*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2);

```

```

A[1,3]:=A[1,3]+2*(-3*Xmed[I]+5*Xmed[I]*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
(-3*Xmed[I+10]+5*Xmed[I+10]*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2)*
(Xmed[I+10]-Xmed[I]);

```

```

A[2,1]:=A[2,1]+2*(-(-1+3*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
(-1+3*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2)*
(-(-3*Xmed[I]+5*Xmed[I]*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
(-3*Xmed[I+10]+5*Xmed[I+10]*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2);

```

```

A[2,2]:=A[2,2]+2*(-(-1+3*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
(-1+3*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2)*
(-(-1+3*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
(-1+3*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2);

```

```

A[2,3]:=A[2,3]+2*(-(-1+3*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
(-1+3*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2)*
(-Xmed[I]+Xmed[I+10]);

```

```

A[3,1]:=A[3,1]+2*(-Xmed[I]+Xmed[I+10])*
(-3*Xmed[I]+5*Xmed[I]*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
(-3*Xmed[I+10]+5*Xmed[I+10]*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2);

A[3,2]:=A[3,2]+2*(-Xmed[I]+Xmed[I+10])*
(-1+3*Xmed[I]*Xmed[I])/2+(-1+3*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2);

A[3,3]:=A[3,3]+2*(-Xmed[I]+Xmed[I+10])*(-Xmed[I]+Xmed[I+10]);

      End;

      {*****}
      { * Valores do Vektor B * }
      {*****}
      For I:=1 to 10 do
      Begin
      B[1]:=B[1]+2*(-3*Xmed[I]+5*Xmed[I]*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
      (-3*Xmed[I+10]+5*Xmed[I+10]*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2+
      (-L-Xmed[I]+Xmed[I+10]);
      B[2]:=B[2]+2*(-1+3*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
      (-1+3*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2)*
      (-L-Xmed[I]+Xmed[I+10]);
      B[3]:=B[3]+2*(-Xmed[I]+Xmed[I+10])*(-L-Xmed[I]+Xmed[I+10]);
      End;
      B[1]:=-B[1];B[2]:=-B[2];B[3]:=-B[3];
      { * Numero de Equacoes Lineares * }
      N:=3;

      For i:=1 to N do
      Begin
      D[i]:=B[i];
      For j:=1 to N do
      Begin
      R[i,j]:=A[i,j];
      End;
      End;

      (*****)
      (* Loop dos Estagios *)
      (*****)
      For K:=1 to N-1 do
      Begin {*****}
      { * Escolher Pivo * }
      {*****}
      PIVO:=ABS(A[K,K]);LI:=K;
      For I:=K+1 to N do
      Begin
      MAX:=ABS(A[I,K]);
      If MAX > PIVO then
      Begin
      PIVO := MAX;
      LI:=I;
      End;
      End;
      If PIVO < 1.0E-4 then
      Begin

```

```

Write (*MATRIZ DOS COEFICIENTES E SINGULAR);
Goto Fim;
End;
If LI <> K then
Begin
(*TROCAR LINHAS*)
For J:=K to N do
Begin
EL:=A[K,J];
A[K,J]:=A[LI,J];
A[LI,J]:=EL;
End;
EL:=B[K];
B[K]:=B[LI];
B[LI]:=EL;
End;

(*****)
(*Efetuar Pivotaamentos*)
(*****)

For I:=K+1 to N do
Begin
if A[I,K] <> 0 then
Begin
MULT := A[I,K] / A[K,K];
A[I,K]:=0;
For J:=K+1 to N do
Begin
A[I,J] := A[I,J]-MULT*A[K,J]
End;
B[I]:=B[I]-MULT*B[K];
End;
End;
End;

(*****)
(* RESOLUCAO DO SISTEMA LINEAR *)
(* TRIANGULAR SUPERIOR *)
(*****)

If ABS(A[N,N]) < 1e-8 then
Begin
Writeln('Matriz dos Coeficientes e Singular/A['N,',',N,']=',
A[N,N]);
Goto Fim;
End;

B[N]:=B[N]/A[N,N];
K:=N;
Repeat
K:=K-1;
SOMA := 0;
For J:=K+1 to N do
Begin
SOMA := SOMA + A[K,J]*B[J];

```



```

End;
B[K]:=(B[K]-SOMA)/A[K,K];
Until K=1;

```

```

(*****
(*Imprimindo Resultados *)
(*****

```

```

Writeln;Writeln;
Writeln(' Solucao do Sistema Linear');
For I:=1 to N do
Begin
Writeln(1st,'Beta(',I,')=' ,B[I]);
End;

```

```

(*****
(* Calculo do Residuo *)
(*****

```

```

RESIDUO:=0;
For I:=1 to N do
Begin
SOMA := 0;
For J:=1 to N do
Begin
SOMA := SOMA + R[I,J] * B[J];
End;
ERRO := ABS (D[I]-SOMA);
If ERRO > RESIDUO then
Begin
RESIDUO:=ERRO;
End;
End;
Writeln(1st,'RESIDUO = ',RESIDUO);

```

```

For I:=1 to 10 do
Begin
Lc[I]:=-(Xmed[I]-B[3]*Xmed[I]+B[2]*(-1+3*Xmed[I]*Xmed[I])/2+
B[1]*(-3*Xmed[I]+5*Xmed[I]*Xmed[I]*Xmed[I])/2)+
Xmed[I+10]+B[3]*Xmed[I+10]+B[2]*(-1+3*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2+
B[1]*(-3*Xmed[I+10]+5*Xmed[I+10]*Xmed[I+10])/2;
End;

```

```

Fim:
{*****}
End;{* FIM DA PROCEDURE GAUSS *}
{*****}

```

```

Begin {* PROGRAMA PRINCIPAL *}
CLRSCR;
Writeln(1st,'" DETERMINACAO DOS BETAS "' );
Writeln(1st);
EntradaDeDados;
Writeln(1st,'Para as coordenadas abaixo,');
Writeln(1st,'das extremidades da barra A e B,');
Writeln(1st,');

```

```

For M:=1 to 10 do
  Begin
Writeln(1st,'XA(',M,')= ',Xmed[M]:8:4,' XB(',M,')= ',Xmed[M+10]:8:4);
  End;

Writeln(1st,'Determinou-se os seguintes Bs');
Writeln(1st,' ');
Gauss;
Writeln(1st,'Comprimento da barra antes da correcao');
For M:=1 to 10 do
  Begin
    Lb[M]:=Xmed[M+10]-Xmed[M];
    Writeln(1st,'Lantes(',M,')= ',Lb[M]);
  End;
Writeln(1st);
Writeln(1st,'Os novos comprimentos para as coordenadas ');
Writeln(1st,'medidas serao:');
Writeln(1st);
For M:=1 to 10 do
  Begin
    Writeln(1st,'Lc(',M,')= ',Lc[M]);
  End;
Writeln(1st,'As diferencas para com o comprimento nominal');
Writeln(1st,'serao as seguintes:');
Writeln(1st);
Writeln(1st,'Antes da correcao :           Depois da correcao:');
For M:=1 to 10 do
  Begin
Writeln(1st,'* L-Lb(',M,')= ',L-Lb[M]:10:6,' * L-Lc(',M,')= ',L-Lc[M]:10:6);
  End;
  { Writeln(1st);
Writeln(1st,'Depois da correcao :');
For M:=1 to 10 do
  Begin
    Delta:=L-Lc[M];
    Writeln(1st,'* L-Lc(',M,')= ',Delta);
  End;}
END.

```

ANEXO C.2.1

\$TITLE A BALLBAR PROBLEM

\$OFFDIGIT OFFSYMXREF OFFSYMLIST OFFUELLIST OFFUELXREF

*Este programa deve calcular os coeficientes Betas que minimizarao a

*equacao que define o desvio entre os resultados da medicao de uma

*ball-bar em uma MMC e seu comprimento nominal.

*PONTOS GERADOS COM ERROS DE ESCALA EM X DE 1E-7 E Y 1E-6.

*USANDO IGUALDADE "=E=".

SETS

I Posicoes

/I*25/;

PARAMETERS

XA(I) coordenada x da extremidade A

/1 3.500000000000000E-0001

2 3.51269186832096E-0001

3 3.51269186832096E-0001

4 3.51269186832096E-0001

5 3.51269186832096E-0001

6 3.51269186832096E-0001

7 3.51269186832096E-0001

8 3.51269186832096E-0001

9 3.51269186832096E-0001

10 3.51269186832096E-0001

11 3.51269186832096E-0001

12 3.51269186832096E-0001

13 3.51269186832096E-0001

14 3.51269186832096E-0001

15 3.51269186832096E-0001

16 3.51269186832096E-0001

17 3.51269186832096E-0001

18 3.51269186832096E-0001

19 3.51269186832096E-0001

20 3.51269186832096E-0001

21 3.51269186832096E-0001

22 3.51269186832096E-0001

23 3.51269186832096E-0001

24 3.51269186832096E-0001

25 3.51269186832096E-0001

/

YA(I) coordenada y da extremidade A

/1 5.000000000000000E-0001

2 5.00730059853116E-0001

3 5.00730059853116E-0001

4 5.00730059853116E-0001

5 5.00730059853116E-0001

6 5.00730059853116E-0001

7 5.00730059853116E-0001

8 5.00730059853116E-0001

9 5.00730059853116E-0001

10 5.00730059853116E-0001

11 5.00730059853116E-0001

12 5.00730059853116E-0001

13 5.00730059853116E-0001
14 5.00730059853116E-0001
15 5.00730059853116E-0001
16 5.00730059853116E-0001
17 5.00730059853116E-0001
18 5.00730059853116E-0001
19 5.00730059853116E-0001
20 5.00730059853116E-0001
21 5.00730059853116E-0001
22 5.00730059853116E-0001
23 5.00730059853116E-0001
24 5.00730059853116E-0001
25 5.00730059853116E-0001

/

XB(I) coordenada x da extremidade B

/1 5.12691868320962E-0002
2 5.99995470417854E-0002
3 6.99987207422822E-0002
4 7.99976051955820E-0002
5 8.99962576936633E-0002
6 9.99947295883214E-0002
7 1.09993063227041E-0001
8 1.19991293933087E-0001
9 1.29989451715666E-0001
10 1.39987562479131E-0001
11 1.49985648869542E-0001
12 1.59983730879405E-0001
13 1.69981826290625E-0001
14 1.79979951006817E-0001
15 1.89978119307843E-0001
16 1.99976344048475E-0001
17 2.09974636816007E-0001
18 2.19973008056829E-0001
19 2.29971467179372E-0001
20 2.39970022638536E-0001
21 2.49968682005479E-0001
22 2.59967452025605E-0001
23 2.69966338666841E-0001
24 2.79965347160067E-0001
25 2.89964482032663E-0001

/

YB(I) coordenada y da extremidade B

/1 5.00730059853116E-0001
2 5.76811458748736E-0001
3 6.07703302514216E-0001
4 6.30766985867901E-0001
5 6.49666324714648E-0001
6 6.65831278983008E-0001
7 6.80000047385334E-0001
8 6.92613655475415E-0001
9 7.03960835617072E-0001
10 7.14242907562363E-0001
11 7.23606849361602E-0001
12 7.32163781248196E-0001

13 7.40000037810017E-0001
14 7.47184169351449E-0001
15 7.53771565909142E-0001
16 7.59807622073408E-0001
17 7.65329968439626E-0001
18 7.70370084849370E-0001
19 7.74954491715643E-0001
20 7.79105645775708E-0001
21 7.82842623929886E-0001
22 7.86181651940177E-0001
23 7.89136517349855E-0001
24 7.91718894420855E-0001
25 7.93938601028298E-0001

/;

SCALARS

L comprimento nominal da ballbar /0.300/

Xp coordenada X da ponta P com relacao ao sc dois /0/

Yp coordenada Y da ponta P com relacao ao sc dois /0/;

VARIABLES

B1
B2
B3
B4
B5
B6
B7
B8
B9
B10
B11
B12
B13
B14
B15
B16
W;

B1.L= 1.00000000000000E-0005;
B2.L= 1.00000000000000E-0010;
B3.L=-4.00000000000000E-0006;
B4.L= 4.00000000000000E-0004;
B5.L= 1.00000000000000E-0010;
B6.L= 1.00000000000000E-0004;
B7.L= 1.00000000000000E-0010;
B8.L=-7.14290000000000E-0006;
B9.L= 5.35000000000000E-0004;
B10.L= 1.00000000000000E-0010;
B11.L= 1.00000000000000E-0009;
B12.L= 1.00000000000000E-0006;
B13.L= 1.00000000000000E-0004;
B14.L= 1.00000000000000E-0009;
B15.L= 1.00000000000000E-0006;
B16.L= 1.00000000000000E-0004;
B1.LO=-0.001;B1.UP=0.001;
B2.LO=-0.001;B2.UP=0.001;
B3.LO=-0.001;B3.UP=0.001;

B4.LO=-0.001;B4.UP=0.001;
 B5.LO=-0.001;B5.UP=0.001;
 B6.LO=-0.001;B6.UP=0.001;
 B7.LO=-0.001;B7.UP=0.001;
 B8.LO=-0.001;B8.UP=0.001;
 B9.LO=-0.001;B9.UP=0.001;
 B10.LO=-0.001;B10.UP=0.001;
 B11.LO=-0.001;B11.UP=0.001;
 B12.LO=-0.001;B12.UP=0.001;
 B13.LO=-0.001;B13.UP=0.001;
 B14.LO=-0.001;B14.UP=0.001;
 B15.LO=-0.001;B15.UP=0.001;
 B16.LO=-0.001;B16.UP=0.001;

EQUATIONS

DESVIO equacao dos desvios;

DESVIO .. W =E=SUM(I,SQR(-L+Sqrt(Power(-(B9*XA(I))-B8*(-1+3*Power(XA(I),2))/2-
 B7*(-3*XA(I)+5*Power(XA(I),3))/2+B9*XB(I)+
 B8*(-1+3*Power(XB(I),2))/2 +
 B7*(-3*XB(I)+5*Power(XB(I),3))/2-YA(I)-B6*YA(I)-
 XA(I)*(B16+B15*YA(I)+B14*(-1+3*Power(YA(I),2))/2)-
 Xp*(B13+B16+B12*XA(I)+B11*(-1+3*Power(XA(I),2))/2+
 B15*YA(I)+E14*(-1+3*Power(YA(I),2))/2)+YB(I)+
 B6*YB(I)+XB(I)*(B16+B15*YB(I)+
 B14*(-1+3*Power(YB(I),2))/2)+
 Xp*(B13+B16+B12*XB(I)+B11*(-1+3*Power(XB(I),2))/2+
 B15*YB(I)+E14*(-1+3*Power(YB(I),2))/2),2)+
 Power(-XA(I)-B1*XA(I)+XB(I)+B1*XB(I)-B4*YA(I)-
 B3*(-1+3*Power(YA(I),2))/2-
 B2*(-3*YA(I)+5*Power(YA(I),3))/2+B4*YB(I)+
 B3*(-1+3*Power(YB(I),2))/2+
 B2*(-3*YB(I)+5*Power(YB(I),3))/2-
 (-B13-B16-B12*XA(I)-B11*(-1+3*Power(XA(I),2))/2-
 B15*YA(I)-B14*(-1+3*Power(YA(I),2))/2)*Yp+
 (-B13-B16-B12*XB(I)- B11*(-1+3*Power(XB(I),2))/2-
 B15*YB(I)-B14*(-1+3*Power(YB(I),2))/2)*Yp,2)))));

MODEL BALLBAR /ALL/;

SOLVE BALLBAR USING NLP MINIMIZING W;

DISPLAY W.L,B1.L,B2.L,B3.L,B4.L,B5.L,B6.L,B7.L,B8.L,
 B9.L,B10.L,B11.L,B12.L,B13.L,B14.L,B15.L,B16.L;

ANEXO C.2.2

MODEL STATISTICS

BLOCKS OF EQUATIONS 1 SINGLE EQUATIONS 1
BLOCKS OF VARIABLES 12 SINGLE VARIABLES 12
NON ZERO ELEMENTS 12 NON LINEAR N-Z 11
DERIVATIVE POOL 25 CONSTANT POOL 402
CODE LENGTH 6052
GENERATION TIME = 0.199 MINUTES

EXECUTION TIME = 0.266 MINUTES

SOLVE SUMMARY

MODEL BALLBAR OBJECTIVE W
TYPE NLP DIRECTION MINIMIZE
SOLVER MINOS5 FROM LINE 210

**** SOLVER STATUS 1 NORMAL COMPLETION
**** MODEL STATUS 2 LOCALLY OPTIMAL
**** OBJECTIVE VALUE 0.0000

RESOURCE USAGE, LIMIT 0.320 1000.000
ITERATION COUNT, LIMIT 16 1000000
EVALUATION ERRORS 0 0

MINOS 5.2 (Mar 1988)
=====

B. A. Murtagh, University of New South Wales
and
P. E. Gill, W. Murray, M. A. Saunders and M. H. Wright
Systems Optimization Laboratory, Stanford University.

MINOS 5.2 (Mar 1988)

OPTIONS file

begin gams/minos optioas
Completion Full
*Factorization frequency 200
Feasibility tolerance 1.0E-6
LU factor tolerance 2
LU update tolerance 2
LU singularity tolerance 1E-5
Minor iterations limit 500
Major iterations limit 10000
Major damping parameter 0.1
Minor damping parameter 0.01
*Multiple price 5

Linesearch tolerance 1E-10
 Optimality tolerance 1e-24
 *Penalty parameter 1E50
 Iterations limit 1E6
 Scale all variables
 *Subspace tolerance 0.6
 *Superbasics limit 350
 end gams/minos options

WORK SPACE NEEDED (ESTIMATE) -- 3957 WORDS.
 WORK SPACE AVAILABLE -- 8100 WORDS.

EXIT -- OPTIMAL SOLUTION FOUND

MAJOR ITNS, LIMIT 1 10000
 FUNOBJ, FUNCON CALLS 39 0
 SUPERBASICS 2
 INTERPRETER USAGE .18
 NORM RG / NORM PI 1.468E-16

LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

--- EQU DESVIO -1.000

DESVIO EQUACAO DOS DESVIOS

LOWER LEVEL UPPER MARGINAL

--- VAR B1 -0.001 -2.158E-4 0.001 -7.32E-14 NOPT
 --- VAR B2 -0.001 -0.001 0.001 1.9451E-4
 --- VAR B3 -0.001 8.6643E-4 0.001 -3.68E-14 NOPT
 --- VAR B4 -0.001 0.001 0.001 -4.412E-5
 --- VAR B6 -0.001 0.001 0.001 -5.857E-4
 --- VAR B7 -0.001 -0.001 0.001 1.2612E-4
 --- VAR B8 -0.001 -0.001 0.001 4.3621E-5
 --- VAR B9 -0.001 0.001 0.001 -4.347E-5
 --- VAR B14 -0.001 0.001 0.001 -3.058E-4
 --- VAR B15 -0.001 0.001 0.001 -1.828E-4
 --- VAR B16 -0.001 0.001 0.001 -4.347E-5
 --- VAR W -INF 2.8035E-6 +INF

**** REPORT SUMMARY : 2 NONOPT (NOPT)
 0 INFEASIBLE
 0 UNBOUNDED
 0 ERRORS

--- 212 VARIABLE W.L = 2.803494E-6
 VARIABLE B1.L = -2.15812E-4
 VARIABLE B2.L = -0.001
 VARIABLE B3.L = 8.664347E-4
 VARIABLE B4.L = 0.001
 VARIABLE B5.L = 1.00000E-10
 VARIABLE B6.L = 0.001
 VARIABLE B7.L = -0.001
 VARIABLE B8.L = -0.001

VARIABLE B9.L = 0.001
VARIABLE B10.L = 1.00000E-10
VARIABLE B11.L = 1.000000E-9
VARIABLE B12.L = 1.000000E-6
VARIABLE B13.L = 1.000000E-4
VARIABLE B14.L = 0.001
VARIABLE B15.L = 0.001
VARIABLE B16.L = 0.001

**** FILE SUMMARY

INPUT C:\USERS\MARCELO\GAMS\GP2DGL20.GMS
OUTPUT C:\USERS\MARCELO\GAMS\GP2DGL20.LST

EXECUTION TIME = 0.068 MINUTES

ANEXO C.3

C CALCULO DOS COEFICIENTES QUE DEFINEM OS ERROS GEOMETRICOS DO
C ESPACO 3D DE UMA MAQUINA DE MEDIR COORDENADAS. ESTES OBTIDOS
C ATRAVES DA MINIMIZACAO DA EQUACAO PRINCIPAL. OS DADOS DE ENTRADA
C SAO AS COORDENADAS, NO ESPACO, DOS CENTROS DAS ESFERAS NAS
C EXTREMIDADES DE UMA BARRA DE BOLAS. A DISTANCIA ENTRE ESTES DOIS
C CENTROS E CALCULADA E COMPARADA COM A DISTANCIA NOMINAL L.
C *****

```
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION X(45),XMAX(45),XMIN(45),SCALE(1),CON(1)
COMMON /OPTDAT/D(2755)
COMMON/PARI/XTOL,GTOL,EPS,EPSLS,EPSBD,IPR,MAXM,IDATA,LFUNCT,
1 NE,LNE,NI,LNI,NCON,NSCALE,ISEARC,MAXNEW,IDIF,NOUT
FSCALE = 1.
NOUT = 6
IDATA = 1
IPR = 1
NSCALE = 1
XTOL = 1E-9
GTOL = 1E-9
EPSLS = 1E-18
EPSBD = 1E-18
IDIF = 1
C EPS = EPSMACH (K)**(1.0D0/3.0D0)
EPS = 1E-20
ISEARC = 1
N = 45
NCON = 0
LNE = 0
NI = 0
LNI = 0
NE = 0
LBD = 0
LFUNCT = 0
MAXM = 10
MAXNEW = 1000
ISIZE = 2755
X(1)= 1.000000000000000E-0033
X(2)= 6.000000000000000E-0014
X(3)= 4.000000000000000E-0011
X(4)= 1.000000000000000E-0015
X(5)= 1.000000000000000E-0011
X(6)= 1.000000000000000E-0021
X(7)= 1.000000000000000E-0014
X(8)= 1.000000000000000E-0009
X(9)= 1.000000000000000E-0015
X(10)= 1.000000000000000E-0011
X(11)= 1.000000000000000E-0023
X(12)= 1.000000000000000E-0021
X(13)= 5.000000000000000E-0015
X(14)= 1.000000000000000E-0027
X(15)=-1.000000000000000E-0033
X(16)=-5.000000000000000E-0021
X(17)= 5.000000000000000E-0015
```

X(18)= 1.00000000000000E-0027
X(19)=-7.00000000000000E-0012
X(20)= 1.00000000000000E-0015
X(21)= 5.00000000000000E-0015
X(22)= 1.00000000000000E-0015
X(23)=-7.00000000000000E-0012
X(24)= 1.00000000000000E-0022
X(25)= 5.00000000000000E-0009
X(26)= 1.00000000000000E-0027
X(27)= 1.30000000000000E-0011
X(28)= 1.00000000000000E-0022
X(29)= 1.00000000000000E-0009
X(30)= 1.00000000000000E-0012
X(31)= 1.00000000000000E-0021
X(32)= 1.00000000000000E-0009
X(33)= 1.00000000000000E-0012
X(34)= 1.00000000000000E-0021
X(35)= 1.00000000000000E-0009
X(36)= 1.00000000000000E-0012
X(37)= 1.00000000000000E-0021
X(38)= 1.00000000000000E-0009
X(39)= 1.00000000000000E-0012
X(40)= 1.00000000000000E-0021
X(41)= 1.00000000000000E-0009
X(42)= 1.00000000000000E-0012
X(43)= 1.00000000000000E-0021
X(44)= 1.00000000000000E-0009
X(45)= 1.00000000000000E-0012

XMAX(1)=1E-4
XMIN(1)=-1E-4
XMAX(2)=1E-4
XMIN(2)=-1E-4
XMAX(3)=1E-4
XMIN(3)=-1E-4
XMAX(4)=1E-4
XMIN(4)=-1E-4
XMAX(5)=1E-4
XMIN(5)=-1E-4
XMAX(6)=1E-4
XMIN(6)=-1E-4
XMAX(7)=1E-4
XMIN(7)=-1E-4
XMAX(8)=1E-4
XMIN(8)=-1E-4
XMAX(9)=1E-4
XMIN(9)=-1E-4
XMAX(10)=1E-4
XMIN(10)=-1E-4
XMAX(11)=1E-4
XMIN(11)=-1E-4
XMAX(12)=1E-4
XMIN(12)=-1E-4
XMAX(13)=1E-4
XMIN(13)=-1E-4
XMAX(14)=1E-4

XMIN(14)=-1E-4
XMAX(15)=1E-4
XMIN(15)=-1E-4
XMAX(16)=1E-4
XMIN(16)=-1E-4
XMAX(17)=1E-4
XMIN(17)=-1E-4
XMAX(18)=1E-4
XMIN(18)=-1E-4
XMAX(19)=1E-4
XMIN(19)=-1E-4
XMAX(20)=1E-4
XMIN(20)=-1E-4
XMAX(21)=1E-4
XMIN(21)=-1E-4
XMAX(22)=1E-4
XMIN(22)=-1E-4
XMAX(23)=1E-4
XMIN(23)=-1E-4
XMAX(24)=1E-4
XMIN(24)=-1E-4
XMAX(25)=1E-4
XMIN(25)=-1E-4
XMAX(26)=1E-4
XMIN(26)=-1E-4
XMAX(27)=1E-4
XMIN(27)=-1E-4
XMAX(28)=1E-4
XMIN(28)=-1E-4
XMAX(29)=1E-4
XMIN(29)=-1E-4
XMAX(30)=1E-4
XMIN(30)=-1E-4
XMAX(31)=1E-4
XMIN(31)=-1E-4
XMAX(32)=1E-4
XMIN(32)=-1E-4
XMAX(33)=1E-4
XMIN(33)=-1E-4
XMAX(34)=1E-4
XMIN(34)=-1E-4
XMAX(35)=1E-4
XMIN(35)=-1E-4
XMAX(36)=1E-4
XMIN(36)=-1E-4
XMAX(37)=1E-4
XMIN(37)=-1E-4
XMAX(38)=1E-4
XMIN(38)=-1E-4
XMAX(39)=1E-4
XMIN(39)=-1E-4
XMAX(40)=1E-4
XMIN(40)=-1E-4
XMAX(41)=1E-4
XMIN(41)=-1E-4
XMAX(42)=1E-4

XMIN(42)=-1E-4
XMAX(43)=1E-4
XMIN(43)=-1E-4
XMAX(44)=1E-4
XMIN(44)=-1E-4
XMAX(45)=1E-4
XMIN(45)=-1E-4
OPEN (6,FILE='GP3DG40.OUT',STATUS='OLD')
CALL OPT3 (X,XMAX,XMIN,SCALE,FSCALE,N,ISIZE)
STOP
END

FUNCTION F(X)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION X(1)
COMMON /ONE/ NFE,NCE
DIMENSION XA(50),YA(50),ZA(50),XB(50),YB(50),ZB(50)
XA(1)= 3.40439013335004E-0001
YA(1)= 4.99550823278562E-0001
ZA(1)= 6.22711535727036E-0002
XB(1)= 4.73483961847862E-0002
YB(1)= 4.99550957660594E-0001
ZB(1)= 1.72698904696501E-0002
XA(2)= 3.40439013335004E-0001
YA(2)= 4.99550823278562E-0001
ZA(2)= 6.22711535727036E-0002
XB(2)= 4.42532474035322E-0002
YB(2)= 5.04551011829430E-0001
ZB(2)= 7.10111542781582E-0002
XA(3)= 3.40439013335004E-0001
YA(3)= 4.99550823278562E-0001
ZA(3)= 6.22711535727036E-0002
XB(3)= 4.61268321763355E-0002
YB(3)= 5.09551033511594E-0001
ZB(3)= 9.30359960525249E-0002
XA(4)= 3.40439013335004E-0001
YA(4)= 4.99550823278562E-0001
ZA(4)= 6.22711535727036E-0002
XB(4)= 4.88958797843949E-0002
YB(4)= 5.14551049627749E-0001
ZB(4)= 1.09647634380632E-0001
XA(5)= 3.40439013335004E-0001
YA(5)= 4.99550823278562E-0001
ZA(5)= 6.22711535727036E-0002
XB(5)= 5.21596678127001E-0002
YB(5)= 5.19551062754708E-0001
ZB(5)= 1.23372625244074E-0001
XA(6)= 3.40439013335004E-0001
YA(6)= 4.99550823278562E-0001
ZA(6)= 6.22711535727036E-0002
XB(6)= 5.57592900658309E-0002
YB(6)= 5.24551073892785E-0001
ZB(6)= 1.35195912762234E-0001
XA(7)= 3.40439013335004E-0001
YA(7)= 4.99550823278562E-0001
ZA(7)= 6.22711535727036E-0002

XB(7)= 5.96113717275370E-0002
YB(7)= 5.29551083554857E-0001
ZB(7)= 1.45625269836547E-0001
XA(8)= 3.40439013335004E-0001
YA(8)= 4.99550823278562E-0001
ZA(8)= 6.22711535727036E-0002
XB(8)= 6.36652351871395E-0002
YB(8)= 5.34551092044846E-0001
ZB(8)= 1.54963571264854E-0001
XA(9)= 3.40439013335004E-0001
YA(9)= 4.99550823278562E-0001
ZA(9)= 6.22711535727036E-0002
XB(9)= 6.78870756183400E-0002
YB(9)= 5.39551099559895E-0001
ZB(9)= 1.63408731500819E-0001
XA(10)= 3.40439013335004E-0001
YA(10)= 4.99550823278562E-0001
ZA(10)= 6.22711535727036E-0002
XB(10)= 7.22528322396227E-0002
YB(10)= 5.44551106236061E-0001
ZB(10)= 1.71098445122126E-0001
XA(11)= 3.40439013335004E-0001
YA(11)= 4.99550823278562E-0001
ZA(11)= 6.22711535727036E-0002
XB(11)= 7.67445333441789E-0002
YB(11)= 5.49551112171571E-0001
ZB(11)= 1.78132984949075E-0001
XA(12)= 3.40439013335004E-0001
YA(12)= 4.99550823278562E-0001
ZA(12)= 6.22711535727036E-0002
XB(12)= 8.13482414976859E-0002
YB(12)= 5.54551117439800E-0001
ZB(12)= 1.84587940456111E-0001
XA(13)= 3.40439013335004E-0001
YA(13)= 4.99550823278562E-0001
ZA(13)= 6.22711535727036E-0002
XB(13)= 8.60528153449291E-0002
YB(13)= 5.59551122097018E-0001
ZB(13)= 1.90521846044360E-0001
XA(14)= 3.40439013335004E-0001
YA(14)= 4.99550823278562E-0001
ZA(14)= 6.22711535727036E-0002
XB(14)= 9.08491218457568E-0002
YB(14)= 5.64551126187285E-0001
ZB(14)= 1.95981003293711E-0001
XA(15)= 3.40439013335004E-0001
YA(15)= 4.99550823278562E-0001
ZA(15)= 6.22711535727036E-0002
XB(15)= 9.57295126303209E-0002
YB(15)= 5.69551129745669E-0001
ZB(15)= 2.01002664894698E-0001
XA(16)= 3.40439013335004E-0001
YA(16)= 4.99550823278562E-0001
ZA(16)= 6.22711535727036E-0002
XB(16)= 1.00687463105836E-0001
YB(16)= 5.74551132800453E-0001

ZB(16)= 2.05617213233185E-0001
XA(17)= 3.40439013335004E-0001
YA(17)= 4.99550823278562E-0001
ZA(17)= 6.22711535727036E-0002
XB(17)= 1.05717316038513E-0001
YB(17)= 5.79551135374676E-0001
ZB(17)= 2.09849696059743E-0001
XA(18)= 3.40439013335004E-0001
YA(18)= 4.99550823278562E-0001
ZA(18)= 6.22711535727036E-0002
XB(18)= 1.10814094563343E-0001
YB(18)= 5.84551137487257E-0001
ZB(18)= 2.13720936429213E-0001
XA(19)= 3.40439013335004E-0001
YA(19)= 4.99550823278562E-0001
ZA(19)= 6.22711535727036E-0002
XB(19)= 1.15973362697473E-0001
YB(19)= 5.89551139153810E-0001
ZB(19)= 2.17248352155627E-0001
XA(20)= 3.40439013335004E-0001
YA(20)= 4.99550823278562E-0001
ZA(20)= 6.22711535727036E-0002
XB(20)= 1.21191119195990E-0001
YB(20)= 5.94551140387272E-0001
ZB(20)= 2.20446571814453E-0001
XA(21)= 3.40439013335004E-0001
YA(21)= 4.99550823278562E-0001
ZA(21)= 6.22711535727036E-0002
XB(21)= 1.26463715334721E-0001
YB(21)= 5.99551141198367E-0001
ZB(21)= 2.23327904908292E-0001
XA(22)= 3.40439013335004E-0001
YA(22)= 4.99550823278562E-0001
ZA(22)= 6.22711535727036E-0002
XB(22)= 1.31787790172790E-0001
YB(22)= 6.04551141595977E-0001
ZB(22)= 2.25902705288046E-0001
XA(23)= 3.40439013335004E-0001
YA(23)= 4.99550823278562E-0001
ZA(23)= 6.22711535727036E-0002
XB(23)= 1.37160218846577E-0001
YB(23)= 6.09551141587423E-0001
ZB(23)= 2.28179654925418E-0001
XA(24)= 3.40439013335004E-0001
YA(24)= 4.99550823278562E-0001
ZA(24)= 6.22711535727036E-0002
XB(24)= 1.42578070663564E-0001
YB(24)= 6.14551141173693E-0001
ZB(24)= 2.30165987156704E-0001
XA(25)= 3.40439013335004E-0001
YA(25)= 4.99550823278562E-0001
ZA(25)= 6.22711535727036E-0002
XB(25)= 1.48038574733038E-0001
YB(25)= 6.19551140374620E-0001
ZB(25)= 2.31867663135920E-0001
XA(26)= 3.40439013335004E-0001

YA(26)= 4.99550823273562E-0001
ZA(26)= 6.22711535727036E-0002
XB(26)= 3.27699314550791E-0001
YB(26)= 1.99550865051543E-0001
ZB(26)= 9.06327484965709E-0002
XA(27)= 3.40439013335004E-0001
YA(27)= 4.99550823273562E-0001
ZA(27)= 6.22711535727036E-0002
XB(27)= 3.15233459470123E-0001
YB(27)= 2.04550928746335E-0001
ZB(27)= 1.41821263262746E-0001
XA(28)= 3.40439013335004E-0001
YA(28)= 4.99550823273562E-0001
ZA(28)= 6.22711535727036E-0002
XB(28)= 3.10294198203101E-0001
YB(28)= 2.09550954332253E-0001
ZB(28)= 1.62588698846837E-0001
XA(29)= 3.40439013335004E-0001
YA(29)= 4.99550823273562E-0001
ZA(29)= 6.22711535727036E-0002
XB(29)= 3.06635671009104E-0001
YB(29)= 2.14550973523679E-0001
ZB(29)= 1.78266188483950E-0001
XA(30)= 3.40439013335004E-0001
YA(30)= 4.99550823273562E-0001
ZA(30)= 6.22711535727036E-0002
XB(30)= 3.03657885851079E-0001
YB(30)= 2.19550989369211E-0001
ZB(30)= 1.91274101409802E-0001
XA(31)= 3.40439013335004E-0001
YA(31)= 4.99550823273562E-0001
ZA(31)= 6.22711535727036E-0002
XB(31)= 3.01126797143317E-0001
YB(31)= 2.24551003033989E-0001
ZB(31)= 2.02553491796676E-0001
XA(32)= 3.40439013335004E-0001
YA(32)= 4.99550823273562E-0001
ZA(32)= 6.22711535727036E-0002
XB(32)= 2.98921597843974E-0001
YB(32)= 2.29551015130657E-0001
ZB(32)= 2.12588661155780E-0001
XA(33)= 3.40439013335004E-0001
YA(33)= 4.99550823273562E-0001
ZA(33)= 6.22711535727036E-0002
XB(33)= 2.96970086627113E-0001
YB(33)= 2.34551026021517E-0001
ZB(33)= 2.21668238357158E-0001
XA(34)= 3.40439013335004E-0001
YA(34)= 4.99550823273562E-0001
ZA(34)= 6.22711535727036E-0002
XB(34)= 2.95224946572872E-0001
YB(34)= 2.39551035943441E-0001
ZB(34)= 2.29980850414373E-0001
XA(35)= 3.40439013335004E-0001
YA(35)= 4.99550823273562E-0001
ZA(35)= 6.22711535727036E-0002

XB(35)= 2.93653126348599E-0001
YB(35)= 2.44551045061487E-0001
ZB(35)= 2.37657886518604E-0001
XA(36)= 3.40439013335004E-0001
YA(36)= 4.99550823278562E-0001
ZA(36)= 6.22711535727036E-0002
XB(36)= 2.92230429372891E-0001
YB(36)= 2.49551053495190E-0001
ZB(36)= 2.44795257480170E-0001
XA(37)= 3.40439013335004E-0001
YA(37)= 4.99550823278562E-0001
ZA(37)= 6.22711535727036E-0002
XB(37)= 2.90938490455867E-0001
YB(37)= 2.54551061338789E-0001
ZB(37)= 2.51465537489357E-0001
XA(38)= 3.40439013335004E-0001
YA(38)= 4.99550823278562E-0001
ZA(38)= 6.22711535727036E-0002
XB(38)= 2.89762965062420E-0001
YB(38)= 2.59551068660338E-0001
ZB(38)= 2.57725226341343E-0001
XA(39)= 3.40439013335004E-0001
YA(39)= 4.99550823278562E-0001
ZA(39)= 6.22711535727036E-0002
XB(39)= 2.88692384333164E-0001
YB(39)= 2.64551075517464E-0001
ZB(39)= 2.63619335606331E-0001
XA(40)= 3.40439013335004E-0001
YA(40)= 4.99550823278562E-0001
ZA(40)= 6.22711535727036E-0002
XB(40)= 2.87717398727532E-0001
YB(40)= 2.69551081956164E-0001
ZB(40)= 2.69184414360235E-0001
XA(41)= 3.40439013335004E-0001
YA(41)= 4.99550823278562E-0001
ZA(41)= 6.22711535727036E-0002
XB(41)= 2.86830260065909E-0001
YB(41)= 2.74551088014402E-0001
ZB(41)= 2.74450618653999E-0001
XA(42)= 3.40439013335004E-0001
YA(42)= 4.99550823278562E-0001
ZA(42)= 6.22711535727036E-0002
XB(42)= 2.86024455953468E-0001
YB(42)= 2.79551093723942E-0001
ZB(42)= 2.79443170364228E-0001
XA(43)= 3.40439013335004E-0001
YA(43)= 4.99550823278562E-0001
ZA(43)= 6.22711535727036E-0002
XB(43)= 2.85294445035787E-0001
YB(43)= 2.84551099111674E-0001
ZB(43)= 2.84183412386924E-0001
XA(44)= 3.40439013335004E-0001
YA(44)= 4.99550823278562E-0001
ZA(44)= 6.22711535727036E-0002
XB(44)= 2.84635460978603E-0001
YB(44)= 2.89551104200594E-0001

ZB(44)= 2.88689588963835E-0001
 XA(45)= 3.40439013335004E-0001
 YA(45)= 4.99550823278562E-0001
 ZA(45)= 6.22711535727036E-0002
 XB(45)= 2.84043364501717E-0001
 YB(45)= 2.94551109010541E-0001
 ZB(45)= 2.92977434020805E-0001
 XA(46)= 3.40439013335004E-0001
 YA(46)= 4.99550823278562E-0001
 ZA(46)= 6.22711535727036E-0002
 XB(46)= 2.83514529773254E-0001
 YB(46)= 2.99551113558770E-0001
 ZB(46)= 2.97060622251609E-0001
 XA(47)= 3.40439013335004E-0001
 YA(47)= 4.99550823278562E-0001
 ZA(47)= 6.22711535727036E-0002
 XB(47)= 2.83045755861447E-0001
 YB(47)= 3.04551117860385E-0001
 ZB(47)= 3.00951120346215E-0001
 XA(48)= 3.40439013335004E-0001
 YA(48)= 4.99550823278562E-0001
 ZA(48)= 6.22711535727036E-0002
 XB(48)= 2.82634196782262E-0001
 YB(48)= 3.09551121928697E-0001
 ZB(48)= 3.04659464023227E-0001
 XA(49)= 3.40439013335004E-0001
 YA(49)= 4.99550823278562E-0001
 ZA(49)= 6.22711535727036E-0002
 XB(49)= 2.82277305564976E-0001
 YB(49)= 3.14551125775493E-0001
 ZB(49)= 3.08194979259932E-0001
 XA(50)= 3.40439013335004E-0001
 YA(50)= 4.99550823278562E-0001
 ZA(50)= 6.22711535727036E-0002
 XB(50)= 2.81972789034559E-0001
 YB(50)= 3.19551129411269E-0001
 ZB(50)= 3.11565960862762E-0001

C *****
 C Coeficientes de correcao: X(1) -> B1
 C X(2) -> B2
 C " "
 C X(N) -> BN
 C *****

U1=0
 Xp=0
 Yp=0
 Zp=0
 L=0.300
 DO 20 I=1,50
 XAA=X(4)+X(9)+XA(I)+X(5)*XA(I)+Xp+X(3)*YA(I)+X(2)*(-1+3*YA(I)**2)/
 -2+X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2+450*(X(22)+X(21)*YA(I)+X(20)*(-1+3*
 -YA(I)**2)/2+X(19)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YA(I)+X(2)*
 -(-1+3*YA(I)**2)/2+X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)+
 -(X(36)+X(35)*XA(I)+X(34)*(-1+3*XA(I)**2)/2+
 -(X(22)+X(21)*YA(I)+X(20)*(-1+3*YA(I)**2)/2+X(19)*(-3*YA(I)+5*
 -YA(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YA(I)+X(2)*(-1+3*YA(I)**2)/2+

$$\begin{aligned}
& -X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3/2))*(-450+ZA(I))+X(8)*ZA(I)+ \\
& -X(7)*(-1+3*ZA(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2+ \\
& -Yp*(-X(42)-X(45)-X(44)*XA(I)-X(43)*(-1+3*XA(I)**2)/2-X(41)*YA(I)- \\
& -X(40)*(-1+3*YA(I)**2)/2-(X(18)+X(17)*ZA(I)+X(16)*(-1+3*ZA(I)**2)/ \\
& -2+X(15)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2)/(X(9)+X(8)*ZA(I)+X(7)*(-1+3* \\
& -ZA(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2)+(X(36)+X(39)+X(35)* \\
& -XA(I)+X(34)*(-1+3*XA(I)**2)/2+(X(22)+X(21)*YA(I)+X(20)*(-1+3* \\
& -YA(I)**2)/2+X(19)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YA(I)+X(2)* \\
& -(-1+3*YA(I)**2)/2+X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)+X(38)*ZA(I)+X(17)* \\
& -(-1+3*ZA(I)**2)/2)*Zp
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
XBB &= X(4)+X(9)+XB(I)+X(5)*XB(I)+Xp+X(3)*YB(I)+X(2)*(-1+3*YB(I)**2)/ \\
& -2+X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2+450*(X(22)+X(21)*YB(I)+X(20)*(-1+3* \\
& -YB(I)**2)/2+X(19)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YB(I)+X(2)* \\
& -(-1+3*YB(I)**2)/2+X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)+ \\
& -(X(36)+X(35)*XB(I)+X(34)*(-1+3*XB(I)**2)/2+ \\
& -(X(22)+X(21)*YB(I)+X(20)*(-1+3*YB(I)**2)/2+X(19)*(-3*YB(I)+5* \\
& -YB(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YB(I)+X(2)*(-1+3*YB(I)**2)/2+ \\
& -X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2))*(-450+ZB(I))+X(8)*ZB(I)+ \\
& -X(7)*(-1+3*ZB(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZB(I)+5*ZB(I)**3)/2+ \\
& -Yp*(-X(42)-X(45)-X(44)*XB(I)-X(43)*(-1+3*XB(I)**2)/2-X(41)*YB(I)- \\
& -X(40)*(-1+3*YB(I)**2)/2-(X(18)+X(17)*ZB(I)+X(16)*(-1+3*ZB(I)**2)/ \\
& -2+X(15)*(-3*ZB(I)+5*ZB(I)**3)/2)/(X(9)+X(8)*ZB(I)+X(7)*(-1+3* \\
& -ZB(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZB(I)+5*ZB(I)**3)/2)+(X(36)+X(39)+X(35)* \\
& -XB(I)+X(34)*(-1+3*XB(I)**2)/2+(X(22)+X(21)*YB(I)+X(20)*(-1+3* \\
& -YB(I)**2)/2+X(19)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)/(X(4)+X(3)*YB(I)+X(2)* \\
& -(-1+3*YB(I)**2)/2+X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)+X(38)*ZB(I)+X(37)* \\
& -(-1+3*ZB(I)**2)/2)*Zp
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
YAA &= X(14)+X(18)+X(13)*XA(I)+X(12)*(-1+3*XA(I)**2)/2+ \\
& -X(11)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2+YA(I)+X(10)*YA(I)- \\
& -450*(X(30)+X(29)*YA(I)+X(28)*(-1+3*YA(I)**2)/2)+ \\
& -XA(I)*(X(42)+X(41)*YA(I)+X(40)*(-1+3*YA(I)**2)/2)+Yp+ \\
& -(-X(30)-X(14)+X(13)*XA(I)+X(12)*(-1+3*XA(I)**2)/2+ \\
& -X(11)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2)/ \\
& -(X(26)+X(25)*XA(I)+X(24)*(-1+3*XA(I)**2)/2+ \\
& -X(23)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2-X(29)*YA(I)- \\
& -X(28)*(-1+3*YA(I)**2)/2)*(-450+ZA(I))+X(17)*ZA(I)+ \\
& -X(16)*(-1+3*ZA(I)**2)/2+X(15)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2+ \\
& -Xp*(X(42)+X(45)+X(44)*XA(I)+X(43)*(-1+3*XA(I)**2)/2+X(41)* \\
& -YA(I)+X(40)*(-1+3*YA(I)**2)/2-(X(18)+X(17)*ZA(I)+X(16)*(-1+3* \\
& -ZA(I)**2)/2+X(15)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2)/(X(9)+X(8)*ZA(I)+X(7)* \\
& -(-1+3*ZA(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZA(I)+5*ZA(I)**3)/2))+ \\
& -(-X(30)-X(33)-X(14)+X(13)*XA(I)+X(12)*(-1+3*XA(I)**2)/2+ \\
& -X(11)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2)/ \\
& -(X(26)+X(25)*XA(I)+X(24)*(-1+3*XA(I)**2)/2+ \\
& -X(23)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2-X(29)*YA(I)- \\
& -X(28)*(-1+3*YA(I)**2)/2-X(32)*ZA(I)-X(31)*(-1+3*ZA(I)**2)/2)*Zp
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
YBB &= X(14)+X(18)+X(13)*XB(I)+X(12)*(-1+3*XB(I)**2)/2+ \\
& -X(11)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2+YB(I)+X(10)*YB(I)- \\
& -450*(X(30)+X(29)*YB(I)+X(28)*(-1+3*YB(I)**2)/2)+ \\
& -XB(I)*(X(42)+X(41)*YB(I)+X(40)*(-1+3*YB(I)**2)/2)+Yp+ \\
& -(-X(30)-X(14)+X(13)*XB(I)+X(12)*(-1+3*XB(I)**2)/2+ \\
& -X(11)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2)/ \\
& -(X(26)+X(25)*XB(I)+X(24)*(-1+3*XB(I)**2)/2+
\end{aligned}$$

$-X(23)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2-X(29)*YB(I)-$
 $-X(28)*(-1+3*YB(I)**2)/2*(-450+ZB(I))+X(17)*ZB(I)+$
 $-X(16)*(-1+3*ZB(I)**2)/2+X(15)*(-3*ZB(I)+5*ZB(I)**3)/2+$
 $-Xp*(X(42)+X(45)+X(44)*XB(I)+X(43)*(-1+3*XB(I)**2)/2+X(41)*$
 $-YB(I)+X(40)*(-1+3*YB(I)**2)/2-(X(18)+X(17)*ZB(I)+X(16)*(-1+3*$
 $-ZB(I)**2)/2+X(15)*(-3*ZB(I)+5*ZB(I)**3)/2/(X(9)+X(8)*ZE(I)+X(7)*$
 $-(-1+3*ZB(I)**2)/2+X(6)*(-3*ZB(I)+5*ZB(I)**3)/2)) +$
 $-(-X(30)-X(33)-(X(14)+X(13)*XB(I)+X(12)*(-1+3*XB(I)**2)/2+$
 $-X(11)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2)/$
 $-X(26)+X(25)*XB(I)+X(24)*(-1+3*XB(I)**2)/2+$
 $-X(23)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2-X(29)*YB(I)-$
 $-X(28)*(-1+3*YB(I)**2)/2-X(32)*ZB(I)-X(31)*(-1+3*ZB(I)**2)/2)*Zp$

$ZAA=X(22)+X(26)+X(25)*XA(I)+X(24)*(-1+3*XA(I)**2)/2+$
 $-X(23)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2+X(21)*YA(I)+$
 $-X(20)*(-1+3*YA(I)**2)/2+X(19)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2-$
 $-XA(I)*(X(22)+X(21)*YA(I)+X(20)*(-1+3*YA(I)**2)/2+$
 $-X(19)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)/$
 $-(X(4)+X(3)*YA(I)+X(2)*(-1+3*YA(I)**2)/2+$
 $-X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)+ZA(I)+X(27)*ZA(I)+$
 $-Yp*(X(30)+X(33)+(X(14)+X(13)*XA(I)+$
 $-X(12)*(-1+3*XA(I)**2)/2+X(11)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2)$
 $-/(X(26)+X(25)*XA(I)-X(24)*(-1+3*XA(I)**2)/2+$
 $-X(23)*(-3*XA(I)+5*XA(I)**3)/2)+X(29)*YA(I)+$
 $-X(28)*(-1+3*YA(I)**2)/2+X(32)*ZA(I)+$
 $-X(31)*(-1+3*ZA(I)**2)/2)+$
 $-Xp*(-X(36)-X(39)-X(35)*XA(I)-X(34)*(-1+3*XA(I)**2)/2-$
 $-(X(22)+X(21)*YA(I)+X(20)*(-1+3*YA(I)**2)/2+$
 $-X(19)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)/$
 $-(X(4)+X(3)*YA(I)+X(2)*(-1+3*YA(I)**2)/2+$
 $-X(1)*(-3*YA(I)+5*YA(I)**3)/2)-X(38)*ZA(I)-$
 $-X(37)*(-1+3*ZA(I)**2)/2)+Zp$

$ZBB=X(22)+X(26)+X(25)*XB(I)+X(24)*(-1+3*XB(I)**2)/2+$
 $-X(23)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2+X(21)*YB(I)+$
 $-X(20)*(-1+3*YB(I)**2)/2+X(19)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2-$
 $-XB(I)*(X(22)+X(21)*YB(I)+X(20)*(-1+3*YB(I)**2)/2+$
 $-X(19)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)/$
 $-(X(4)+X(3)*YB(I)+X(2)*(-1+3*YB(I)**2)/2+$
 $-X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)+ZB(I)+X(27)*ZB(I)+$
 $-Yp*(X(30)+X(33)+(X(14)+X(13)*XB(I)+$
 $-X(12)*(-1+3*XB(I)**2)/2+X(11)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2)$
 $-/(X(26)+X(25)*XB(I)+X(24)*(-1+3*XB(I)**2)/2+$
 $-X(23)*(-3*XB(I)+5*XB(I)**3)/2)+X(29)*YB(I)+$
 $-X(28)*(-1+3*YB(I)**2)/2+X(32)*ZB(I)+$
 $-X(31)*(-1+3*ZB(I)**2)/2)+$
 $-Xp*(-X(36)-X(39)-X(35)*XB(I)-X(34)*(-1+3*XB(I)**2)/2-$
 $-(X(22)+X(21)*YB(I)+X(20)*(-1+3*YB(I)**2)/2+$
 $-X(19)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)/$
 $-(X(4)+X(3)*YB(I)+X(2)*(-1+3*YB(I)**2)/2+$
 $-X(1)*(-3*YB(I)+5*YB(I)**3)/2)-X(38)*ZB(I)-$
 $-X(37)*(-1+3*ZB(I)**2)/2)+Zp$

$U1= U1+(XBB-XAA)**2+(YBB-YAA)**2+(ZBB-ZAA)**2-(L)**2$
 $write(*,*)I='I$

```
20 CONTINUE
F=U1
NFE = NFE + 1
```

```
END
```

```
SUBROUTINE CONST(X,CON)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
DIMENSION X(1),CON(1)
COMMON /ONE/ NFE,NCE
```

```
C nce=nce+1
C do 30 i=1,50
C con(i)=x(i)
C con(i+50)=-x(i)
C 30 continue
RETURN
END
```


5 .10000000E-10
 6 .99999997E-21
 7 .99999998E-14
 8 .99999997E-09
 9 .10000000E-14
 10 .10000000E-10
 11 .10000000E-22
 12 .99999997E-21
 13 .49999999E-14
 14 .10000000E-26
 15 -.10005808E-32
 16 -.49999998E-20
 17 .49999999E-14
 18 .10000000E-26
 19 -.70000000E-11
 20 .10000000E-14
 21 .49999999E-14
 22 .10000000E-14
 23 -.70000000E-11
 24 .10000000E-21
 25 .50000000E-08
 26 .10000000E-26
 27 .13000000E-10
 28 .10000000E-21
 29 .99999997E-09
 30 .10000000E-11
 31 .99999997E-21
 32 .99999997E-09
 33 .10000000E-11
 34 .99999997E-21
 35 .99999997E-09
 36 .10000000E-11
 37 .99999997E-21
 38 .99999997E-09
 39 .10000000E-11
 40 .99999997E-21
 41 .99999997E-09
 42 .10000000E-11
 43 .99999997E-21
 44 .99999997E-09
 45 .10000000E-11

INDEX	LOWER BOUND	UPPER BOUND	FUNC SCALE FACTOR
1	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
2	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
3	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
4	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
5	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
6	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
7	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
8	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
9	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
10	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
11	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
12	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01
13	.10000000E+01	.99999997E-04	.10000000E+01

14	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
15	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
16	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
17	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
18	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
19	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
20	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
21	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
22	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
23	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
24	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
25	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
26	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
27	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
28	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
29	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
30	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
31	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
32	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
33	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
34	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
35	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
36	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
37	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
38	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
39	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
40	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
41	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
42	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
43	.1000000E+01	.9999997E-04	.1000000E+01
44	-.9999997E-04	.9999997E-04	.1000000E+01
45	-.9999997E-04	.9999997E-04	.1000000E+01

TOP OF D ARRAY AT 2754

1

OPTIMIZATION USING THE REDUCED GRADIENT METHOD OPT3.2

MAXIMUM ELEMENT OF RELATIVE REDUCED GRADIENT = .386552E+13

OBJECTIVE F(X) = .5572326422E+01 FUNCTION EVALUATIONS 51
ITERATION 1: ITERATIONS SINCE BFS RESET 0 CONSTRAINT EVALUATIONS 0

INDEX	X(I)	EQUALITY H(I)	INEQUALITY G(I)
1	.10005808E-32		
2	.59999999E-13		
3	.40000000E-10		
4	.10000000E-14		
5	.10000000E-10		
6	.99999997E-21		
7	.99999998E-14		
8	.99999997E-09		
9	.10000000E-14		
10	.10000000E-10		
11	.10000000E-22		
12	.99999997E-21		
13	.49999999E-14		

14 .10000000E-26
 15 -.10005808E-32
 16 -.49999998E-20
 17 .49999999E-14
 18 .10000000E-26
 19 -.70000000E-11
 20 .10000000E-14
 21 .49999999E-14
 22 .10000000E-14
 23 -.70000000E-11
 24 .10000000E-21
 25 .50000000E-08
 26 .10000000E-26
 27 .13000000E-10
 28 .10000000E-21
 29 .99999997E-09
 30 .10000000E-11
 31 .99999997E-21
 32 .99999997E-09
 33 .10000000E-11
 34 .99999997E-21
 35 .99999997E-09
 36 .10000000E-11
 37 .99999997E-21
 38 .99999997E-09
 39 .10000000E-11
 40 .99999997E-21
 41 .99999997E-09
 42 .10000000E-11
 43 .99999997E-21
 44 .99999997E-09
 45 .10000000E-11

RELATIVE CHANGE IN X VECTOR <= XTOL

*** OPTIMUM FOUND TO BE ***

***** + FINAL DESIGN + *****
 OBJECTIVE F(X) = .5572326422E+01 TOTAL FUNCTION EVALUATIONS 51
 ITERATION 1 TOTAL CONSTRAINT EVALUATIONS 0

INDEX	X(I)	EQUALITY H(I)	INEQUALITY G(I)
1	.10005808E-32		
2	.59999999E-13		
3	.40000000E-10		
4	.10000000E-14		
5	.10000000E-10		
6	.99999997E-21		
7	.99999998E-14		
8	.99999997E-09		
9	.10000000E-14		
10	.10000000E-10		
11	.10000000E-22		
12	.99999997E-21		

13 .49999999E-14
14 .10000000E-26
15 -.10005808E-32
16 -.49999998E-20
17 .49999999E-14
18 .10000000E-26
19 -.70000000E-11
20 .10000000E-14
21 .49999999E-14
22 .10000000E-14
23 -.70000000E-11
24 .10000000E-21
25 .50000000E-08
26 .10000000E-26
27 .13000000E-10
28 .10000000E-21
29 .99999997E-09
30 .10000000E-11
31 .99999997E-21
32 .99999997E-09
33 .10000000E-11
34 .99999997E-21
35 .99999997E-09
36 .10000000E-11
37 .99999997E-21
38 .99999997E-09
39 .10000000E-11
40 .99999997E-21
41 .99999997E-09
42 .10000000E-11
43 .99999997E-21
44 .99999997E-09
45 .10000000E-11

LAGRANGE MULTIPLIERS OF ACTIVE CONSTRAINTS

```
20 CONTINUE
  F=U1
  NFE = NFE + 1
  RETURN
  END
```

```
  SUBROUTINE CONST(X,CON)
  IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
  DIMENSION X(1),CON(1)
  COMMON /ONE/ NFE,NCE
  C   nce=nce+1
  C   do 30 i=1,50
  C   con(i)=x(i)
  C   con(i+50)=-x(i)
  C   30 continue
  RETURN
  END
```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) Accuracy specification for coordinate measuring machines. Precision Engineering, abril de 1983, 5, N 2, 86-7.
- (2) Owen, Jean V. - "CMM's on the Shop floor", Manufacturing Engineering, April 1991, 66-70.
- (3) Krejci, James V. - "Transfer-line inspection with CMM's", American Machinist. Jan-1992, 39-44.
- (4) Knapp, W.; Tschudi, U.; Buscher, A. - "Metrology Standards News. Comparison of different artefacts for interim coordinate measuring machine checking: a report from the Swiss Standards Committee", Precision Engineering. Out. 1991 V. 13 N4, 277-91.
- (5) Soons, J.A.; THEUWS, F.C. e Shellekens, P.H. - "Modeling the errors of multi-axis machines: a general methodology. Precision Engineering. Jan. 1992 V.14 N1, 5-18.
- (6) Hocken, R. et al. - "Three dimensional metrology" CIRP Annals 1977, 26, 403-408.
- (7) Burdekin, M. e Voutsadopoulos, C. - "Computer aided calibration of the geometric errors of multy-axis coordinate measuring machines". Proceedings Institution of Mechanical Engineers, 1981, 195, 231-39.
- (8) Zhang, G. - "Improving the Accuracy of Angle Measuring in Machine Calibration", Annals of the CIRP V35/1/86.
- (9) Belforte, G. - "Coordinate measuring machines and machine tools self calibration and error correction", CIRP Annals, 1987, 36, 359-364.

- (10) Discussion on M. Burdekin e C. Voutsadopoulos - " Computer Aided Calibration of Geometric errors of Multi-Axis Coordinate Measuring Machines, Proc. Institution Mechanical Engineers. 1982, 195, S23-S25.
- (11) Schultschik, R. - "The components of the volumetric accuracy" Annals of the CIRP 25/1, 1977.
- (12) Ferreira, P.M. and Liu, C.R. - "A contribution to analysis and compensation of the geometric error of a machining center, CIRP Annals, 1986, 35, 259-262.
- (13) Eman, K.; Wu, B.T. e de Vmies, M.F. - "A generalized geometric error model of multi-axis machines", CIRP Annals 1987, 36, 253-256.
- (14) Jouy, F. - "Theoretical Modelisation and Experimental Identification of the Geometrical Parameters of Coordinate -Machines by Measuring a Multi Directed Bar". Annals of the CIRP Vol. 35, N1, 1986.
- (15) Busch, K.; Kunzmann, H. and Waeldele, F. - "Calibration of coordinate measuring machines". Precision Engineering 1985, 7, 139-44.
- (16) Bryan, J.B., "The Abbé Principle Revisited An Updated Interpretation", Precision Engineering, 1(3) (1979), 129-32.
- (17) Bryan, J.B. e Carter, D.L., "Design of a New Error Conected Coordinate Measuring Machine", Precision Engineering, 1 (3) (1979), 125-26.
- (18) Hocken, R.J.; Barchardt, B.R. - "On Characterizing Measuring Machine Geometry", NBSIR-74-4752, May 1979.

- (19) ANSI/ASME - "Methods for Performance Evaluation of Computer Numerically Controlled Machining Centers. B5.54-1991.
- (20) Lingard, P.S., Purss, M.E., Sona, C.M., Thwaite, E.G. e Mariasson, G.H., "Temperatures Perturbation Effects in a High Precision CMM", Precision Engineering, Jan-1991, V13, 1, 41-51.
- (21) Zhang, G.; Charlton, Borchardt, B.; Hocken, R. - "Error Compensation of Coordinate Measuring Machines" (Tianjin University - NBS Gaithersburg) - Annals of the CIRP 34/1, 1985.
- (22) Reeve, Charles P. - "A Method of Calibrating Two-dimensional Reference Plates". NBSIR 74-532, July 26, 1974.
- (23) Ni, J.; Huang, P.S.; Wu, S.M. - "A Multi-Degree-of-Freedom Measuring System for CMM Geometric Errors", Transactions of the ASME: Journal of Engineering for Industry, Agosto de 1992, vol.14, pág.362-369.
- (24) PTB, "Guideline for the DKD - calibration of test plates in the form of ball plates and bore plates", Draft version 26 january 1992.
- (25) Denavit, J.; Hautenberg, R.S. - "A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices", Journal of Applied Mechanics, Junho de 1955, pág. 215-221.
- (26) Paul, R.P. - "Robot Manipulators: Mathematics Programing and Control", Cambridge, MA: MIT Press 1981.
- (27) Asada, H e Slotine, J.-J.E., "Robot Analysis and Control", Massachusetts Institute of Technology, John Wiley and Sons, 1986, p.15-8.