

RODRIGO DE ANDRADE FREGONESI

**ESTUDO DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL AO REDOR DE
UM AGRUPAMENTO DE CILINDROS EM "TANDEM"**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia.

São Paulo
2002

CONSULTA
FD-3112

São Paulo
2002

Orientador:
Julio Romano Meneghini

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia.

**ESTUDO DO ESCOAMENTO TRIDIMENSIONAL AO REDOR DE
UM AGRUPAMENTO DE CILINDROS EM “TANDEM”**

RODRIGO DE ANDRADE FREGONESI

Aos meus pais, às minhas
irmãs e à Cristiane.

AGRADECIMENTOS

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo-FAPESP, que financiou este projeto através da concessão da bolsa de estudos de mestrado.

À PETROBRAS, que patrocinou o projeto de utilização da Dinâmica dos Fluidos Computacional para a análise do escoamento ao redor de estruturas oceânicas.

Ao Prof. Dr. Julio R. Meneghini, pela sua orientação durante todo o decorrer do mestrado.

Ao Prof. Dr. Fábio Saltara, pelos seus esclarecimentos e sugestões de ordem técnica.

Aos meus colegas Cassio T. Yamamoto e Ricardo B. Flatschart, que me ajudaram no desenvolvimento desta pesquisa e aos demais colegas do departamento: Alison Bonaccorsi, Jose H. Lopez e Paulo Jabardo.

Aos alunos de iniciação científica Eduardo Hwang e Bruno S. Carmo, pelo desenvolvimento dos programas que permitiram a visualização dos resultados deste trabalho.

INDICE

VII LISTA DE FIGURAS

XVI LISTA DE TABELAS

XVII LISTA DE SÍMBOLOS

XIX RESUMO

XX ABSTRACT

XXI FORMATO DA DISSERTAÇÃO

I INTRODUÇÃO

1 1.1 O FENÔMENO DE EMISSÃO DE VÓRTICES
3 1.2 VIBRAÇÃO INDUZIDA PELO ESCOAMENTO EM "RISERS"
6 1.3 A EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO EM ÁGUAS PROFUNDAS NO BRASIL
7 1.4 OBJETIVOS

9 2 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO.

9 2.1 O MÉTODO DOS VÓRTICES DISCRETOS
10 2.2 VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES EM CILINDROS

16 3 MÉTODO DOS VÓRTICES DISCRETOS

16 3.1 DESENVOLVIMENTO
22 3.1.1 AMALGAMAÇÃO DOS VÓRTICES NA ESTEIRA
24 3.1.2 TRATAMENTO DOS TERMOS VISCOSOS
28 3.1.3 DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO INICIAL DOS VÓRTICES
30 3.1.4 DETERMINAÇÃO DAS FORÇAS
37 3.1.5 CILINDRO MONTADO NA BASE ELÁSTICA
40 3.1.6 RESULTADOS OBTIDOS EM LITERATURA E VALIDAÇÃO DO CÓDIGO BIDIMENSIONAL

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS: 186

7 CONCLUSÕES 178

173	6.3.8 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 9D
169	6.3.7 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 8D
165	6.3.6 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 7D
160	6.3.5 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 6D
155	6.3.4 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 5D
150	6.3.3 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 4D
145	6.3.2 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 3D
141	6.3.1 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 2D
139	6.3 RESULTADOS PARA DOIS "RISERS" EM "TANDEM"
133	6.2 RESULTADOS PARA UM "RISER" COM CORRENTE VARIÁVEL
121	6.1 RESULTADOS PARA UM "RISER" COM CORRENTE UNIFORME

6 RESULTADOS DA ANÁLISE DINÂMICA DO "RISER" VERTICAL 121

104	5.2 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO AO REDOR DO CILINDRO DO TIPO "CANTILEVER"
103	5.1 FORMULAÇÃO IMPLÍCITA PARA O MVD

5 VALIDAÇÃO DO MODELO DINÂMICO 102

99	4.7 INTEGRAÇÃO NUMÉRICA
97	4.6 ACOPLAMENTO HIDRO-ELÁSTICO
96	AMORTECIMENTO
94	4.5.2 MÉTODO DE RAYLEIGH PARA A DETERMINAÇÃO DA MATRIZ DE
94	4.5.1 EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA DINÂMICA DO "RISER"
93	4.5 SOLUÇÃO DINÂMICA DO "RISER"
90	4.4.5 DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS
88	4.4.4 MATRIZ DE RIGIDEZ CONCENTRADA ("LUMPED")
87	4.4.3 MATRIZ DE MASSA
85	4.4.2 VIBRAÇÃO AXIAL
84	4.4.1 VIBRAÇÃO TRANSVERSAL
84	4.4 A DINÂMICA DO "RISER"
81	4.3.3 VALIDAÇÃO DO MODELO ESTÁTICO DO "RISER"
80	4.3.2 MATRIZ DE FORÇAS
73	4.3.1 MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA
72	4.3 SOLUÇÃO ESTÁTICA DO "RISER"
71	4.2 INTRODUÇÃO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
61	4.1 DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS

4 MODELO ESTRUTURAL DO "RISER" VERTICAL 61

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.1 - Esquema de Gerrard para a formação de vórtices..... 2

Fig. 1.2 - Regimes de emissão de vórtices..... 3

Fig. 1.3 - Relação entre o número de Strouhal e o de Reynolds..... 3

Fig. 1.4 - Plataforma Offshore “*Tension Leg*”..... 7

Fig. 3.1 - Discretização do corpo e as coordenadas dos painéis e dos vórtices..... 19

Fig. 3.2 - Circulação gerada pelo vórtice e pela corrente incidente..... 28

Fig. 3.3 - Posição inicial do vórtice..... 30

Fig. 3.4 - Corpo acelerado..... 33

Fig. 3.5 - Sistema massa, mola e amortecedor..... 38

Fig. 3.6 - Resultados obtidos por FENG (1968), Retirada de BLEVINS (1990). 41

Fig. 3.7 - Esteira de vórtices para o cilindro estacionário..... 43

Fig. 3.8 - Coeficientes de arrasto e sustentação para o cilindro estacionário..... 43

Fig. 3.9 - Formação da esteira e distribuição de pressão durante um ciclo..... 44

Fig. 3.10 - Coeficiente de pressão ao redor do cilindro..... 44

Fig. 3.11 - Comparação dos resultados obtidos pelo Método dos Vórtices Discretos (MVD) com os de KHATALAK e WILLIAMSON(1996), PARRA (1996) e SALTARA (1999). 45

Fig. 3.12 - Esteira de vórtices para $Vr=2$ 47

Fig. 3.13 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $Vr=2$ 47

Fig. 3.14 - Esteira de vórtices para $Vr=6$ 48

Fig. 3.15 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $Vr=6$ 48

Fig. 3.16 - Esteira de vórtices para $Vr=11$ 49

Fig. 3.17 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $Vr=1$ 49

Fig. 3.18 - Esteira de vórtices para $Vr=14$ 50

Fig. 3.19 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $Vr=14$ 50

Fig. 3.20 - Mapa de regiões de sincronização. Adaptado de WILLIAMSON *et al.* (1988)..... 51

Fig. 3.21 - Regimes de interações dos escoamentos ao redor de cilindros em diferentes arranjos. Adaptada de BLEVINS (1990)..... 53

Fig. 3.22 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espaçamento 1.5D..... 54

Fig. 3.23 - Esteira de vórtices. Espaçamento 1.5D..... 54

Fig. 3.24 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espaçamento 2D..... 55

Fig. 3.25 - Esteira de vórtices. Espaçamento 2D..... 55

Fig. 3.26 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espaçamento 3D..... 56

Fig. 3.27 - Esteira de vórtices. Espaçamento 3D..... 56

Fig. 3.28 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espaçamento 4D..... 56

Fig. 3.29 - Esteira de vórtices. Espaçamento 4D..... 57

Fig. 3.30 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espaçamento 5D..... 57

Fig. 3.31 - Esteira de vórtices. Espaçamento 5D..... 57

Fig. 3.32 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espaçamento 6D..... 58

Fig. 3.33 - Esteira de vórtices. Espaçamento 6D..... 58

Fig. 3.34 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espaçamento 7D..... 58

Fig. 3.35 - Esteira de vórtices. Espaçamento 7D. 59

Fig. 3.36 - Comparação entre os coeficientes de arrasto para o cilindro posterior obtidos numericamente e experimentalmente. 59

Fig. 4.1 - Modelo do "riser" tracionado. 62

Fig. 4.2 - Carregamentos na seção do "riser". Adaptada de PATEL (1991). 63

Fig. 4.3 - Pressões hidrostáticas. Retirada de PATEL (1991). 65

Fig. 4.4 - Modelo de elementos finitos. Retirada de PATEL (1991). 72

Fig. 4.5 - Modelo da estrutura tracionada. 79

Fig. 4.6 - Elemento infinitesimal para a vibração transversal. 84

Fig. 4.7. Elemento infinitesimal para a vibração axial. 86

Fig. 4.8 - Acoplamento hidro-elástico. 99

Fig. 5.1 - Modelo do tipo "cantilever" estudado por FUJARRA (1997). 102

Fig. 5.2 - Amplitudes adimensionais em função da velocidade reduzida, obtidas por FUJARRA (1997) e pela presente simulação. 106

Fig. 5.3 - Trajetórias transversais e "in-line" da última seção do cilindro para diferentes velocidades reduzidas. 108

Fig. 5.4 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $V_r=2.03$ 109

Fig. 5.5 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $V_r=3.05$ 109

Fig. 5.6 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $V_r=8.14$ 110

Fig. 5.7 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $V_r=14.26$ 110

Fig. 5.8 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $V_r=18.35$ 111

Fig. 5.9 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $V_r=20.37$ 111

Fig. 5.10 - Esteira de vórtices e trajetórias ao longo do cilindro para $V_r=3.05$ 112

Fig. 5.11 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 30 para $Vr=3.05$	113
Fig. 5.12 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 22 para $Vr=3.05$	113
Fig. 5.13 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 15 para $Vr=3.05$	114
Fig. 5.14 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 7 para $Vr=3.05$	114
Fig. 5.15 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 1 para $Vr=3.05$	115
Fig. 5.16 - Estira de vórtices e trajetórias ao longo do cilindro para $Vr=5.09$	117
Fig. 5.17 - Mudança do modo de emissão de vórtices de "2S" para "2P". Figura retirada de TECHET <i>et al.</i> (1998).....	117
Fig. 5.18 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 30 para $Vr=5.09$	118
Fig. 5.19 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 22 para $Vr=5.09$	119
Fig. 5.20 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 15 para $Vr=5.09$	119
Fig. 5.21 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 7 para $Vr=5.09$	120
Fig. 5.22 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 1 para $Vr=5.09$	120
Fig. 5.23 - Correlação entre a força de sustentação e a de arrasto para $Vr=5.09$. 121	121
Fig. 6.1 - Envoltória na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos.	123
Fig. 6.2 - Envoltória na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.	124
Fig. 6.3 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 60.	125

Fig. 6.4 – Correlação entre os deslocamentos na secção 60.....	125
Fig. 6.5 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na secção 45.....	126
Fig. 6.6 – Correlação entre os deslocamentos na secção 45.....	126
Fig. 6.7 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na secção 30.....	127
Fig. 6.8 – Correlação entre os deslocamentos na secção 30.....	127
Fig. 6.9 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na secção 15.....	128
Fig. 6.10 – Correlação entre os deslocamentos na secção 15.....	128
Fig. 6.11 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na secção 1.....	129
Fig. 6.12 – Correlação entre os deslocamentos na secção 1.....	129
Fig. 6.13 – Espectros de frequências dos deslocamentos na secção 60.....	130
Fig. 6.14 - Espectros de frequências dos deslocamentos na secção 45.....	131
Fig. 6.15 - Espectros de frequências dos deslocamentos na secção 30.....	131
Fig. 6.16 - Espectros de frequências dos deslocamentos na secção 15.....	131
Fig. 6.17 - Espectros de frequências dos deslocamentos na secção 1.....	132
Fig. 6.18 – Estreita de vórtices ao longo do “riser”.....	132
Fig. 6.19 – Perfil de velocidades ao longo da estrutura.....	133
Fig. 6.20 – Envolvória na direção “in-line” dos deslocamentos máximos e mínimos.....	135
Fig. 6.21 - Envolvória na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.....	135
Fig. 6.22 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na secção 60.....	136
Fig. 6.23 – Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na secção 45.....	137
Fig. 6.24 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na secção 30.....	137

Fig. 6.25 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 15..... 138

Fig. 6.26 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 1..... 138

Fig. 6.27 - Estreia de vórtices ao longo do "riser": 139

Fig. 6.28 - Envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos..... 141

Fig. 6.29 - Envoltórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos..... 142

Fig. 6.30 - Distância entre os centros das estruturas na seção 30..... 142

Fig. 6.31 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60..... 143

Fig. 6.32 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45..... 143

Fig. 6.33 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30..... 143

Fig. 6.34 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15..... 144

Fig. 6.35 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1..... 144

Fig. 6.36 - Estreia de vórtices ao longo dos "risers"..... 145

Fig. 6.37 - Envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos..... 146

Fig. 6.38 - Envoltórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos..... 147

Fig. 6.39 - Distância entre os centros das estruturas na seção 31..... 147

Fig. 6.40 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60..... 148

Fig. 6.41 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45..... 148

Fig. 6.42 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30..... 148

Fig. 6.43 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15..... 149

Fig. 6.44 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1..... 149

Fig. 6.45 - Esteira de vórtices ao longo dos "risers" 150

Fig. 6.46 - Envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos. 151

Fig. 6.47 - Envoltórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos..... 152

Fig. 6.48 - Distância entre os centros das estruturas na seção 31. 152

Fig. 6.49 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60. 153

Fig. 6.50 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45. 153

Fig. 6.51 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30. 153

Fig. 6.52 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15. 154

Fig. 6.53 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1. 154

Fig. 6.54 - Esteira de vórtices ao longo dos "risers" 155

Fig. 6.55 - Envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos. 156

Fig. 6.56 - Envoltórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos..... 157

Fig. 6.57 - Distância entre os centros das estruturas..... 157

Fig. 6.58 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60. 158

Fig. 6.59 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45. 158

Fig. 6.60 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30. 158

Fig. 6.61 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15. 159

Fig. 6.62 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1. 159

Fig. 6.63 - Esteira de vórtices ao longo dos "risers" 160

Fig. 6.64 - Envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos. 161

Fig. 6.65 - Envolvórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.....	162
Fig. 6.66 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60.....	162
Fig. 6.67 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45.....	163
Fig. 6.68 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30.....	163
Fig. 6.69 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15.....	163
Fig. 6.70 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1.....	164
Fig. 6.71 - Esteira de vórtices ao longo dos "risers".....	164
Fig. 6.72 - Envolvórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos.....	165
Fig. 6.73 - Envolvórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.....	166
Fig. 6.74 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60.....	166
Fig. 6.75 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45.....	167
Fig. 6.76 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30.....	167
Fig. 6.77 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15.....	167
Fig. 6.78 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1.....	168
Fig. 6.79 - Esteira de vórtices ao longo dos "risers".....	169
Fig. 6.80 - Envolvórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos.....	170
Fig. 6.81 - Envolvórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.....	170
Fig. 6.82 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60.....	171
Fig. 6.83 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45.....	171
Fig. 6.84 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30.....	171

Fig. 6.85 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15..... 172

Fig. 6.86 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1..... 172

Fig. 6.87 - Esteira de vórtices ao longo dos "risers" 173

Fig. 6.88 - Envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos..... 174

Fig. 6.89 - Envoltórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos..... 174

Fig. 6.90 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60..... 175

Fig. 6.91 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45..... 175

Fig. 6.92 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30..... 175

Fig. 6.93 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15..... 176

Fig. 6.94 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1..... 176

Fig. 6.95 - Esteira de vórtices ao longo dos "risers" 177

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Deslocamentos e rotações obtidos analiticamente e pelo MEF. 84

Tabela 4.2 - Comparação entre os períodos obtidos pelo método analítico e pelo numérico. 93

LISTA DE SÍMBOLOS

$[A]$	matriz
A	amplitude do movimento oscilatório
a	termos da matriz A
$[B]$	matriz
B	termos da matriz b
$[C]$	matriz de amortecimento
Cd	coeficiente de arrasto
Ci	coeficiente de sustentação
Cp	coeficiente de pressão
D	diâmetro do cilindro
D_o	tolerância de amalgamação
E	módulo de elasticidade
f_s	frequência de emissão de vórtices
F_x	força de arrasto
F_y	força de sustentação
I	momento de área
$[K]$	matriz de rigidez
L	comprimento do cilindro
$[M]$	matriz de massa
m	massa
m^*	parâmetro de massa
p	pressão
r	raio
Re	número de Reynolds
S	número de Strouhal
t	tempo
u	velocidade na direção x
\underline{U}	vetor velocidade
U_∞	velocidade da corrente livre
v	velocidade na direção y
V_o	parâmetro de amalgamação

velocidade reduzida	V_r
posição na direção x do vórtice	X
posição do núcleo do vórtice	Z
viscosidade cinemática	ν
viscosidade dinâmica	μ
massa específica	ρ
vorticidade	ω
frequência natural	ω_n
tensão de cisalhamento	τ
tamanho do painel	ΔS
incremento do tempo	Δt
circulação	Γ
fator de amortecimento	ζ
tamanho do núcleo do vórtice	σ
tamanho inicial do núcleo do vórtice	σ_0
distância inicial do vórtice	δ_0
função de corrente	ψ
peso por unidade de volume	γ

RESUMO

Na indústria de exploração de petróleo em alto mar, estruturas esbeltas, denominadas "risers", são empregadas para transportar hidrocarbonetos do leito do mar para as plataformas na superfície. Para a análise do comportamento dos "risers", é desenvolvido um código computacional permitindo o acoplamento entre a parte estrutural e a parte hidrodinâmica do escoamento ao redor da estrutura. A parte estrutural é implementada baseando-se no Método dos Elementos Finitos através da formulação fraca de Galerkin. As frequências naturais dos diferentes modos de vibrar, as matrizes de massa, de rigidez estrutural e de amortecimento são determinadas. O Método dos Vórtices Discréticos, na sua formulação bidimensional, é utilizado para representar a parte hidrodinâmica do problema. O escoamento é modelado por um esquema Lagrangiano. A técnica do crescimento do núcleo do vórtice é empregada para representar a difusão viscosa. O código desenvolvido é validado para os seguintes casos: escoamento ao redor de um cilindro fixo, ao redor de um cilindro livre para oscilar na direção transversal ao escoamento incidente e ao redor de dois cilindros fixos alinhados.

O acoplamento hidro-elástico permite a análise do comportamento dos "risers" com características quase tridimensionais e o estudo de agrupamentos destes elementos. Finalmente, são apresentados os resultados das simulações numéricas para escoamento ao redor de um cilindro engastado em uma extremidade e livre na outra e para os casos do "riser" solitário sujeito à corrente uniforme e sujeito à corrente variável ao longo do seu comprimento. Para o caso de dois "risers", analisa-se estruturas alinhadas em relação ao escoamento incidente e são apresentados os resultados para espaçamento inicial entre dois e nove diâmetros. O objetivo das simulações é a verificação da ocorrência de possíveis colisões entre as estruturas. Todas as simulações mencionadas são realizadas com elevados números de Reynolds.

ABSTRACT

In the offshore industry slender structures, called risers, are employed to convey hydrocarbonates from seabed to platforms at sea surface. In order to analyze the behavior of risers, a computational code is developed that allows the coupling between the structural solution and the hydrodynamic contribution of the flow. The structural part is implemented by the Finite Element Method (FEM) through a Weak Formulation of Galerkin's Method. The natural frequencies of all different vibration modes, the mass, the stiffness and damping matrices are determined. The Discrete Vortex Method (DVM), in its two-dimensional formulation, is employed to represent the hydrodynamic part of the problem. The flow is modeled by a Lagrangian scheme. The technique of growing core size is employed to represent the viscous diffusion. The developed code is validated for the following cases: flow around a fixed cylinder, around a cylinder free to oscillate in the transversal direction to the incoming flow and between two cylinders in tandem arrangements.

The hydroelastic coupling allows us to analyze the behavior of risers in a quasi three-dimensional way to investigate the interference phenomenon. Finally, some results are presented for numerical simulations of the flow around a cantilever cylinder and for the cases of a single riser subjected to a uniform stream and shear flow. For the case of two risers, a tandem arrangement is analyzed and the results for an initial gap between two and nine diameters are presented. The goal of these simulations is to check the possibility of clash occurrence. All mentioned calculations are carried out at high Reynolds numbers.

A dissertação de mestrado desenvolve-se em sete capítulos e a sua organização visa manter a sequência entre os tópicos abordados. A estrutura da dissertação é a que segue:

1. O Capítulo 1 introduz o fenómeno de Vibração Induzida pela Emissão de Vórtices (“*VI*”) em estruturas marítimas e oceânicas, particularmente, em “*risers*” verticais. Além disto, faz uma breve análise sobre a atual situação da exploração de hidrocarbonetos, em águas profundas, no Brasil. E, por fim, enumera os objetivos que levam a desenvolver este trabalho.

2. O Capítulo 2 faz uma síntese bibliográfica sobre o Método dos Vórtices Discretos, dando-se ênfase as suas diferentes abordagens. Analisam-se também, os modelos computacionais desenvolvidos para o estudo do comportamento de estruturas esbeltas sujeitas ao escoamento.

3. O Capítulo 3 apresenta o Método dos Vórtices Discretos baseado em SPALART e LEONARD (1983), porém, com as seguintes modificações: modelagem dos termos viscosos, conforme proposto por PARK e HIGUCHI (1989); adaptação do código para dois corpos imersos no escoamento e implementação do sistema de massa, mola e amortecedor, permitindo, desta forma, simular o escoamento ao redor de cilindros livres para oscilar. Os resultados obtidos são apresentados e comparados com os resultados encontrados em literatura.

4. O capítulo 4 descreve o Método dos Elementos Finitos para a determinação fundamental a tese de doutorado de FERRARI, J. A. Jr., *Hydrodynamic Loading and* do comportamento estático e dinâmico de “*risers*” verticais. Toma-se como referência

Response of Offshore Risers, apresentada à Universidade de Londres em 1998. O código inicial é alterado a fim de se permitir a simulação do escoamento em torno de dois "risers", dispostos em diferentes arranjos. Porém, a principal modificação é a realização do acoplamento hidro-elástico entre o fluido e a estrutura, possibilitando a simulação do escoamento com um aspecto quase tridimensional. A parte hidrodinâmica é resolvida através do Método dos Vórtices Discretos e a parte estrutural pelo Método dos Elementos Finitos.

5. No Capítulo 5, é feita a validação do código desenvolvido. Para isto, são realizadas simulações do escoamento em torno de um cilindro flexível do tipo "cantilever", visando à comparação entre os resultados obtidos pelo simulador e os resultados obtidos experimentalmente por FUJARRA (1997). Neste capítulo, também é implementado o Método dos Vórtices Discretos na sua formulação híbrida, implícita-explicita.

6. No Capítulo 6, são apresentados os resultados das análises dinâmicas do "riser" vertical. São realizadas simulações para um "riser" solitário e para dois "risers" alinhados com a corrente incidente. São analisadas as envoltórias dos deslocamentos máximos e mínimos, a fim de verificar a ocorrência de choque entre as estruturas.

7. Finalmente, no Capítulo 7, é feita uma conclusão geral dos tópicos abordados e dos resultados obtidos nas simulações realizadas no presente trabalho. Neste capítulo, também, são feitas sugestões para futuras pesquisas que visem a dar continuidade a este trabalho.

1 INTRODUÇÃO

1.1 O FENÔMENO DE EMISSÃO DE VÓRTICES

A geração e emissão de vórtices ao redor de corpos rombudos (*"bluff bodies"*),

segundo BLEVINS (1990), já era conhecida na Grécia antiga. Naquela época, cordas de harpas eram expostas ao vento, produzindo sons denominados *"Aeolian Tones"*. No século XV, conforme LUGT (1983), Leonardo da Vinci representou a formação de uma esteira de vórtices oriunda do escoamento ao redor de um pilar de ponte. Strouhal, em 1978, notou que os *"aeolian tones"* eram proporcionais à velocidade do vento e ao diâmetro da corda. Lord Rayleigh, em 1879, mostrou que a vibração da corda de seu violino, quando exposto ao vento, propagava-se, preferencialmente, na direção transversal ao escoamento. Von Kármán, no início do século XX, mostrou que o desprendimento de vórtices ao redor do corpo gerava uma esteira estável de vórtices a jusante do escoamento.

De acordo com GERRARD (1966) *apud* MENEGHINI (1993), a interação entre duas camadas cisalhantes é o principal fator para a geração e emissão de vórtices no escoamento ao redor de corpos rombudos. O ganho de circulação faz com que o vórtice cresça a partir da camada cisalhante à qual está conectado. Atingido um certo valor de intensidade, o vórtice começa a atrair a camada cisalhante que está se formando no lado oposto do corpo. Esta circulação de sinal oposto pode: a) fundir-se ao vórtice diminuindo a sua circulação; b) cortar a alimentação do vórtice, liberando-o para a esteira ou, c) permanecer na região próxima ao corpo. A figura 1.1 mostra o esquema de formação de vórtices descrito anteriormente:

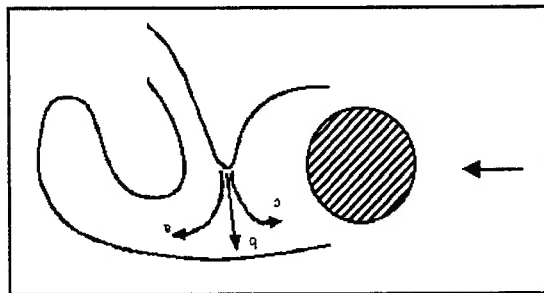


Fig. 1.1 - Esquema de Gerrard para a formação de vórtices.

O número de *Strouhal* correlaciona a frequência de emissão de vórtices, o diâmetro do cilindro e a velocidade do escoamento, e é definido como sendo:

$$S = \frac{f_s D}{U} \quad (1.1)$$

onde f_s é a frequência de emissão de vórtices, D é o diâmetro do cilindro e U é a velocidade do escoamento.

O fenômeno de emissão de vórtices é função do número de *Reynolds*, que representa a razão entre as forças de inércia e viscosas presentes no escoamento. Para escoamentos em torno de cilindro, o número de *Reynolds* é definido como:

$$Re = \frac{\text{Força de Inércia}}{\text{Força Viscosa}} = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (1.2)$$

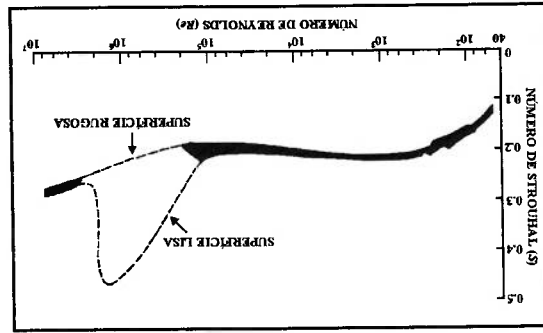
onde ρ é a densidade do fluido, U é a velocidade do escoamento, D é o diâmetro do cilindro e μ é viscosidade dinâmica do fluido.

A figura 1.2, adaptada de BLEVINS (1990), mostra os diferentes modos de formação das esteiras de vórtices em função do número de *Reynolds* (Re): a) para valores de *Reynolds* abaixo de 5 não há formação de vórtices; b) a separação do escoamento e a formação dos vórtices se dá a partir de $Re > 5$; c) com números de

O fenômeno de vibração induzida pela emissão de vórtices (“*VIV-Vortex Induced Vibration*”) é de grande importância no dimensionamento de componentes

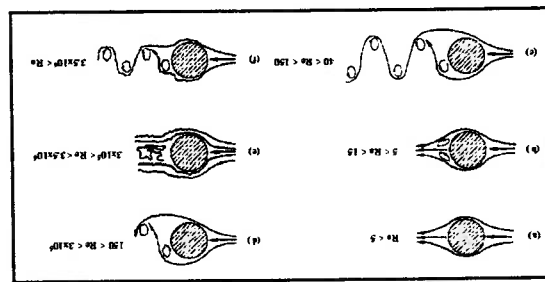
1.2 VIBRAÇÃO INDUZIDA PELO ESCOAMENTO EM “*RISERS*”

Fig. 1.3 - Relação entre o número de Strouhal e o de Reynolds.



A frequência de emissão de vórtices e consequentemente, o número de Strouhal estão diretamente relacionados com o número de Reynolds. A figura 1.3, adaptada de BLEVINS (1990), mostra a relação entre estes dois parâmetros adimensionais, para o escoamento ao redor do cilindro com superfície lisa e rugosa:

Fig. 1.2 - Regimes de emissão de vórtices.



nesta faixa a esteira é turbulenta. Reynolds maiores que 40, há o desprendimento dos vórtices na esteira, d) para $Re > 150-180$ a esteira se torna totalmente turbulenta, porém, a camada limite ainda é laminar; e) entre $300.000 < Re < 3.500.000$ a camada limite é turbulenta e a esteira de vórtices descaracteriza-se; f) restabelecendo o seu formato para $Re > 3.500.000$; porém,

estruturas que estão imersos em escoamentos de fluidos sujeitos à separação, tais como linhas de transmissão de energia, chaminés industriais, trocadores de calor, estruturas de pontes, edifícios e estruturas marítimas e oceânicas.

A separação da camada limite na superfície do corpo faz com que ocorra a geração e desprendimento alternados de vórtices ("*vortex shedding*"), que podem vir a induzir uma vibração na estrutura. Quando a frequência de emissão de vórtices coincide com a frequência de vibração da estrutura, ocorre ressonância, um fenômeno denominado de "*lock-in*". Nesta faixa de sincronização, as amplitudes de oscilação da estrutura podem atingir a ordem de um diâmetro, e isto, em alguns casos, leva-a ao colapso.

Na indústria "*offshore*" muitas estruturas são afetadas pela Vibração Induzida pela Emissão de Vórtices, entre elas "*risers*" marítimos, cabos umbilicais de controle, tendões de plataformas em alto mar e outros tipos de dutos utilizados na exploração de petróleo. O presente trabalho enfoca o fenômeno de vibração induzida pelo escoamento em "*risers*" verticais. Os "*risers*" verticais são basicamente de dois tipos: o de produção e o de perfuração.

Os "*risers*" de produção são estruturas tubulares de aço que servem como via exploração no leito do mar para as plataformas ou para os navios-sonda localizados na superfície.

Os "*risers*" de perfuração são utilizados na fase de perfuração dos poços de petróleo. Na extremidade dos "*risers*" são instaladas brocas guiadas por dispositivos localizados na cabeça do poço. A sustentação do "*riser*" dá-se pela aplicação de uma tensão axial no seu topo e pela injeção de um fluido especial, denominado de Lama de

Além disto, os "vortex" ficam submersos na lamina d'agua agrupados em diferentes arranjos. E, conforme descrito, a passagem do fluido por um corpo faz surgir, a sua jusante, uma esteira de vórtices que se caracteriza por ser uma região de baixa pressão. Quando um segundo corpo esta imerso nesta região, há uma alteração nas forças hidrodinâmicas que agem sobre ambos. Dependendo do arranjo dos corpos no escoamento, estas forças podem causar interferências nos seus comportamentos dinâmicos, atraindo-os ou repelindo-os, podendo, também, aumentar a intensidade de suas oscilações.

O fenômeno de vibração induzida pelo escoamento em "vortex" é um problema que envolve vários graus de liberdade de movimento, ocorrendo o acoplamento dos movimentos nas direções paralela e transversal ao escoamento incidente. A intensidade da corrente marítima varia com a profundidade da lamina d'agua, e consequentemente, a frequência de emissão de vórtices excita diferentes modos de vibrar do "vortex" ao longo do seu comprimento. As co-existências de diferentes modos de vibrar podem causar uma interferência construtiva ou destrutiva na oscilação total da estrutura.

Durante a fase de perfuração e produção, os carregamentos externo e interno causam deformações nos "vortex". Os esforços externos, provocados pela ação das ondas, das correntes marítimas e dos ventos, são de natureza ambiental. Os carregamentos internos são devidos, principalmente, às pressões hidrostáticas dos fluidos transportados no seu interior. A determinação de tais deformações é vital para o seu dimensionamento estrutural e para estimar a sua vida útil.

descobertos.

Perfuração, composto por argila, produtos químicos e água. Este fluido também serve para resfriar e lubrificar a broca e deter a subida dos hidrocarbonetos, quando

1.3 A EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO EM ÁGUAS PROFUNDAS NO BRASIL

A exploração de petróleo em águas marítimas no Brasil se iniciou em 1968, no litoral do Espírito Santo e de Sergipe, em lâmina d'água de cerca 25 metros de profundidade. Atualmente, a Petrobras é líder mundial em exploração de petróleo a grandes profundidades. Ela está produzindo a 1.853 metros, no campo de Roncador. O conhecimento do comportamento das estruturas "offshore" foi primordial para o avanço das explorações de petróleo em águas profundas.

A Petrobras conta, atualmente, com um total de 97 plataformas de exploração de petróleo, sendo 74 fixas e 23 flutuantes. As plataformas fixas são construídas através de estruturas com fundações no leito do mar, denominadas jaquetas. Por este fato, estas são mais resistentes aos esforços ambientais, porém, a sua utilização está limitada a profundidades intermediárias.

As plataformas flutuantes são construídas sobre cascos ancorados ao fundo do mar. No caso de plataformas conhecidas como TLPs ("Tension Leg Platforms") com melhor estabilidade, são utilizados tensionadores que diminuem os seus movimentos devido às ondas oceânicas. A principal vantagem das plataformas flutuantes é que podem ser transportadas de um poço de produção para outro, com facilidade. Na figura 1.4, pode-se verificar um exemplo de plataforma do tipo TLP.

1.4 OBJETIVOS

Tendo em mente as idéias mencionadas anteriormente, os principais objetivos do presente trabalho são:

1. Desenvolver um código computacional que permita a simulação do escoamento bidimensional em torno de um ou mais cilindros, para elevados números de Reynolds ($Re > 10.000$);

2. Expandir o código anterior para simular o escoamento em torno do(s) cilindro(s) montado(s) em base(s) elástica(s);



Fig. 1.4 - Plataforma Offshore "Tension Leg".

3. Implementar o Método dos Elementos Finitos para a determinação do comportamento estático e dinâmico do “riser” vertical;
4. Desenvolver uma ferramenta computacional que permita a simulação do acoplamento hidro-elástico entre a parte hidrodinâmica do escoamento e a estrutural do “riser”, possibilitando desta forma, o conhecimento, *a priori*, das deformações estruturais sofridas pelos “risers” quando expostos às correntes marítimas;
5. Utilizar o simulador numérico para o estudo das interferências que ocorrem entre os “risers”, quando estes estão dispostos em um tipo especial de agrupamento, denominado de arranjo em “*tandem*”, a fim de se evitar uma possível colisão (“*clashing*”) que possa danificar ou inutilizar as estruturas.

2 LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO.

Para uma melhor abordagem da síntese das referências bibliográficas, esta é dividida em duas partes: O Método dos Vórtices Discretos e a Vibração Induzida pelo Escocamento em Cilindros.

2.1 O MÉTODO DOS VÓRTICES DISCRETOS

O Método dos Vórtices Discretos (MVD) é baseado no fato de que, segundo HELMHOLTZ (1868), os escoamentos com regiões de concentração de vorticidade elevada podem ser modelados através de vórtices discretos com apropriadas circulações e pequenas seções transversais, isto é, linhas de vórtices.

ROSENHEAD (1931) foi o primeiro a utilizar este conceito. Ele integrou, ao longo do tempo, um conjunto de vórtices discretos localizados numa superfície descontínua entre duas regiões de fluido, com escoamentos em sentidos opostos. Seu objetivo foi estudar a instabilidade entre as regiões durante os primeiros estágios do movimento (“*shear layer instability*”).

De acordo com CLEMENTS (1973) e CHORIN (1973), o MVD é uma técnica utilizada para a resolução de escoamentos ao redor de corpos rombudos com emissão de vórtices. A convecção é feita através de um esquema puramente Lagrangiano ou por um esquema híbrido, Euleriano-Lagrangiano. A difusão pode ser modelada através do aumento do tamanho do raio do vórtice.

SARPKAYA (1975) utilizou uma técnica de imagens (“*mapping-image*”) para simular o escocamento em torno de uma placa inclinada com diferentes ângulos de ataque. Ele usou a transformação de Joukowski para transformar a seção da placa em um círculo e a condição de Kutta para satisfazer o ponto de separação do escoamento.

SPALART e LEONARD (1983) desenvolveram um algoritmo no qual os vórtices eram criados e emitidos a cada intervalo de tempo. A circulação era calculada impondo-se a condição de velocidade normal nula na parede do corpo e a convecção dos vórtices era realizada pela lei de Biot-Savart.

PARK e HIGUCHI (1989), utilizando um algoritmo baseado em Spalart e Leonard, apresentaram resultados de simulações realizadas para corpos com seções retangular e circular. Eles enfatizaram a facilidade da adaptação do método para geometrias arbitrárias.

GRAHAM (1988) propôs uma técnica híbrida, Euleriana-Lagrangiana, conhecida como "vortex-in-cell", na qual a difusão foi modelada sobre uma malha, de forma Euleriana, e a convecção de forma Lagrangeana.

MENEGHINI (1993) utilizou-se desta técnica para a simulação de escoamentos em torno de cilindros com oscilações transversais forçadas. O algoritmo era baseado na formulação função de Corrente-Vorticidade.

SALTARA (1999), através de um método puramente Euleriano, com a resolução por partes da equação de Navier-Stokes ("fractional step method"), realizou simulações de escoamentos em torno de dois cilindros dispostos em diferentes arranjos e ao redor de um cilindro livre para oscilar. Para simulações com elevados números de Reynolds, ele utilizou a Simulação dos Grandes Vórtices ("LES - Large Eddy Simulation") para a modelagem da turbulência.

2.2 VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES EM CILINDROS

Os principais modelos numéricos, desenvolvidos nas últimas décadas para o estudo de Vibração Induzida por Vórtices (VIV) em estruturas marítimas, utilizam-se de

coeficientes empíricos para as suas formulações analíticas. Portanto, as suas aplicações limitam-se às mesmas condições nas quais estes coeficientes foram determinados.

LARSEN e HALSE (1995) avaliaram os principais modelos desenvolvidos nos últimos anos para o estudo do comportamento de estruturas marítimas esbeltas. Os modelos analisados foram:

1) O modelo desenvolvido por SKOMEDAL *et al.* (1989), DNV ("Det Norske Veritas"), dividiu a estrutura em várias seções hidrodinâmicas ao longo do seu comprimento e cada seção foi resolvida através de um código para escoamento viscoso usando um esquema computacional baseado no "vortex-in-cell". A estrutura é simulada através de elementos finitos. As desvantagens são: a limitação a baixos números de Reynolds ($Re < 100.000$), o tempo gasto para a simulação e o fato de que o escoamento é tratado de forma bidimensional.

2) O modelo LIC ("LICengineering"), implementado por HANSEN *et al.* (1994), resolve a equação de movimento na direção do escoamento incidente no domínio do tempo e encontrou a vibração induzida pelo escoamento através da superposição modal, ou seja, a solução transversal estava acoplada à solução na direção paralela ao escoamento incidente ("in-line"). O conceito do método modal é encontrar a resposta transversal como soma dos autovalores ortogonais multiplicados por uma função dependente do tempo, isto é, a resposta na direção transversal é feita por uma superposição linear de cada modo de vibrar. As limitações deste método são: o esforço encontrado para um determinado modo é forçado a originar apenas respostas naquele mesmo modo ao longo da estrutura e, as incertezas dos coeficientes empíricos.

3) O modelo apresentado por LIE (1995), o MARINTEK, considerou apenas a vibração induzida pelo escoamento na direção transversal, desconsiderando a resposta

5) VANDIVER [(1993) e (1994)] dividiu a influência da VTV em duas partes: a primeira baseada na superposição modal e nas regiões de excitação modal combinadas com a resposta dependente dos coeficientes de sustentação; a outra parte baseada na solução das funções de Green para a resposta dinâmica e na excitação formulada como um espectro da força de sustentação. Ambas as partes eram utilizadas para a resolução

batimento;

a obtenção dos coeficientes de arrasto e de sustentação, para oscilações forçadas com frequência principal de resposta, e a principal limitação deste modelo; a outra é relativa comprimento de correlação era a metade do comprimento de onda do modo associado à resposta dinâmica foi elaborada através de funções de Green. A consideração de que o de vibração, velocidades reduzidas e com oscilações com batimentos (*“beating”*). A através de testes com cilindros rígidos em oscilação forçada, com diferentes amplitudes frequência e uma outra parte de envoltória. Os termos hidrodinâmicos foram obtidos limitada a uma estreita faixa de frequência, assumida como tendo uma parte de alta resposta de longos cabos marítimos. Segundo este modelo, a resposta do cabo estava 4) TRIANTAFYLLOU *et al.* (1995) desenvolveu um modelo para o estudo da

simulação de escoamentos com velocidades variadas ao longo do tempo. além disto, o modelo baseava-se na solução harmônica permanente não permitindo a faixa de frequência e a sua aplicação para problemas de vários modos (*“multimode”*); através de experimentos de cilindros com oscilação forçada, limitando, desta forma, a fluido. As implicações deste modelo são: os coeficientes hidrodinâmicos foram obtidos cilindro estacionário e a outra, baseada nos termos de inércia e do amortecimento do dividida em duas parcelas: uma baseada na frequência de emissão de vórtices para um elementos finitos. A equação que governa as forças hidrodinâmicas transversais foi na direção *“in-line”*. A dinâmica da estrutura foi determinada por um modelo de

7) O modelo implementado por LYONS *et al.* (1985) assumiu que a frequência da vibração induzida pelo escoamento era maior que a frequência de onda. A partir desta consideração, a vibração induzida pelo escoamento pôde ser calculada como se o escoamento estivesse em regime permanente. No cálculo de VIV, a onda era congelada durante alguns intervalos de tempo. A influência da onda na resposta "in-line" da estrutura foi obtida pela equação de Morison. Em princípio, considerou-se o aumento do coeficiente de arrasto em função da existência da vibração transversal. O conceito de velocidade reduzida foi utilizado para identificar todos os modos excitados e as regiões excitadas associadas. Caso houvesse mais de um modo excitado, a prioridade era do modo mais alto. A amplitude de vibração de cada modo foi encontrada pelo método de Iwans. A resposta no tempo foi obtida pela superposição modal, considerando as amplitudes de vibração de cada modo ativo. Quando o modo não era ativado, a vibração

faixa determinada pela velocidade reduzida.

6) O modelo NTH ("The Norwegian Institute of Technology"), desenvolvido por LARSEN e BECH (1986), baseou-se no fato de que a resposta de VIV na faixa de "lock-in" é ideal e é definida por um modo, uma amplitude característica e por autofreqüências. Bancos de dados, com diferentes coeficientes de arrasto e amplitudes de oscilação, obtidos por inúmeros experimentos, foram utilizados para o cálculo das vibrações na direção transversal e "in-line". Este modelo é apenas aplicável para condições ideais como: velocidade de corrente constante e uniforme, propriedades das seções transversais constantes e regiões onde a faixa de sincronização ocorre, sendo esta

esta a principal desvantagem deste método.

Novamente, o espectro da força de sustentação foi obtido experimentalmente, sendo ondas oceânicas, impossibilitando a simulação dos efeitos variantes com o tempo. da vibração transversal, porém, este modelo utilizava uma formulação quase estática das

decaia em consequência do amortecimento do sistema. A principal limitação deste método é o seu uso para problemas com vários modos de excitação, pois somente o mais alto era excitado.

Recentemente, novos modelos computacionais foram desenvolvidos para o estudo da VIV em estruturas esbeltas. Os principais são abordados a seguir:

8) FERRARI (1998), utilizando a equação de Morison para calcular os esforços hidrodinâmicos e o Método dos Elementos Finitos para a modelagem estrutural, realizou simulações para determinar o comportamento quase tridimensional de "risers" flexíveis. Seu código permitiu a simulação de escoamentos com intensidades de velocidades variadas e de ondas. A influência da onda sobre a estrutura foi calculada através da formulação não linear de ondas, denominada de Stokes de 5ª Ordem. A resposta na direção transversal ao escoamento foi resolvida considerando uma formulação quase permanente ("*quasi-steady*"). A força de sustentação, consequente da emissão de vórtices, foi obtida de forma analítica e a reação do fluido sobre a estrutura determinada pela equação de Morison. A resposta dinâmica do "riser" foi calculada, para cada instante de tempo, pela integração das equações governantes nas duas direções. A principal desvantagem deste método é a utilização de coeficientes hidrodinâmicos experimentais constantes durante toda a simulação, impossibilitando, desta forma, a determinação do comportamento de "risers" agrupados.

9) WILLEN e GRAHAM (2000) utilizaram uma técnica quase tridimensional para simular o escoamento em torno de cilindros. Um código bidimensional híbrido, Euleriano-Lagrangiano, com uma interação traça entre as faixas ("*lattice*"), foi utilizado para resolver o escoamento em torno da estrutura. Um modelo estrutural tridimensional de Elementos Finitos, baseado na teoria de Euler-Bernoulli, foi acoplado

ao fluido para resolver a parte da dinâmica estrutural do problema. As principais limitações deste modelo são: o amortecimento estrutural foi desconsiderado, o baixo número de Reynolds e o fato de que o cilindro oscilava apenas na direção transversal.

10) WANG *et al.* (2001) analisou a vibração estrutural de um cilindro esbelto e engastado nas suas extremidades. A vibração foi modelada pela teoria de vigas de Euler-Bernoulli. O escoamento foi resolvido pelo Método dos Elementos Finitos. As desvantagens deste modelo são: o cilindro vibrava apenas na transversal, baixo número de Reynolds, e por se tratar de um método Euleriano, havia a necessidade de se readaptar a malha conforme o deslocamento do cilindro.

3 MÉTODO DOS VÓRTICES DISCRETOS

3.1 DESENVOLVIMENTO

O Método dos Vórtices Discretos (MVD) foi adotado no presente trabalho por não necessitar de uma discretização total da região onde se propaga o escoamento ("mesh less"), sendo apenas necessária na fronteira do corpo, e pela sua precisão no tratamento dos termos convectivos. Deve ser considerado ainda, o fato de propiciar a facilidade de implementação para escoamentos ao redor de corpos com geometrias arbitrárias e para diferentes números de corpos imersos no escoamento.

O método utilizado neste trabalho é o "Vortex Tracing" ou "Core Spreading" desenvolvido por SPALART e LEONARD (1983) e é baseado no método integral da fronteira. O corpo, que é considerado uma função de corrente, é discretizado em vários segmentos, painéis. Os vórtices são criados ao redor do corpo e convectados sem a imposição da condição de Kutta. O desenvolvimento do método é feito como segue.

A equação de Navier-Stokes para um fluido incompressível e Newtoniano é dada por:

$$(3.1) \quad \frac{D\vec{U}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{U}$$

A equação da continuidade é dada por:

$$(3.2) \quad \nabla \cdot \vec{U} = 0$$

Tomando-se o rotacional da equação (3.1), tem-se:

$$(3.3) \quad \frac{D\omega}{Dt} = \nu \nabla^2 \omega$$

Cinematicamente, os vórtices são tratados como partículas que são convecctadas pelo campo do escoamento de forma ativa, sendo esta a definição do esquema Lagrangiano. Por este fato, o Método dos Vórtices Discretos tem uma difusão numérica menor quando comparado ao método puramente Euleriano, onde as propriedades do

Vórtices Discretos.

O uso da lei de Biot-Savart, porém, requer que cada vórtice interaja com todos os outros vórtices existentes no escoamento a cada intervalo de tempo, o que é muito custoso do ponto de vista computacional. Esta é a principal desvantagem do Método dos

$$D\omega = 0 \quad (3.5)$$

equação (3.3) pode ser reescrita na seguinte forma:

(3.3) torna-se zero. A velocidade é obtida pela equação de Biot-Savart. Desta forma a

sendo o fluido assumido como invíscido, o termo do lado direito da equação

em esquemas Eulerianos.

sistema de equações formado pelas equações (3.3) e (3.4) pode ser, também, utilizado são: a função corrente e a vorticidade sendo a última obtida pela função corrente. O que é denominada equação Função de Corrente-Vorticidade. As incógnitas da equação

$$\nabla^2 \psi = -\omega \quad (3.4)$$

E pela definição da função corrente, obtém-se:

viscosidade.

A equação (3.3) é denominada Equação de Transporte de Vorticidade e mostra como a vorticidade é convecctada pelo campo de velocidade e difundida pela

fluido são transferidas de um ponto fixo da malha para os seus vizinhos, gerando assim, uma maior difusão numérica.

A relação entre vorticidade e velocidade é dada por:

$$\Gamma = \oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int \vec{\omega} \cdot \vec{n} dA \quad (3.6)$$

Ou seja, a velocidade induzida por um vórtice pontual, com circulação Γ , é a

seguinte:

$$U_{\theta} = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (3.7)$$

onde r é a distância entre o vórtice e o ponto no qual se deseja calcular a velocidade induzida. Porém, a velocidade induzida no centro do vórtice é infinita, ou seja, há uma descontinuidade na equação acima para $r=0$. Para se evitar esta descontinuidade, Spalart e Leonard introduziram um núcleo σ constante no tempo, fazendo com que a velocidade induzida pelo vórtice fosse proporcional a este novo núcleo.

PARK e HIGUCHI (1989) implementaram um novo núcleo σ , que crescia a cada intervalo de tempo. Desta forma a velocidade induzida por um vórtice passou a ser calculada como:

$$U_{\theta} = \frac{\Gamma}{r} \frac{2\pi r^2 + \sigma^2}{2\pi r^2 + \sigma^2} \quad (3.8)$$

O tamanho do núcleo cresce no tempo devido à presença da difusão de vorticidade no fluido viscoso.

A superfície do corpo é discretizada em N_p painéis e um mesmo número de vórtices é criado ao redor do corpo. Os vórtices são posicionados a uma certa distância δ_0 do centro de cada painel, satisfazendo a condição de não escoamento na superfície do corpo.

A figura 3.1 indica o corpo discretizado em painéis e as coordenadas dos pontos e dos vórtices gerados ao redor do mesmo. Para a representação do modelo foi utilizado um sistema de coordenada global ou inercial.

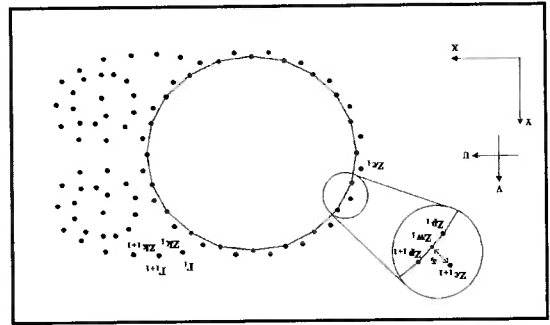


Fig. 3.1 - Discretização do corpo e as coordenadas dos painéis e dos vórtices.

Na figura anterior, Z_w representa a posição no centro do painel, Z_c a posição do vórtice criado ao redor do corpo e Z_k a posição dos vórtices já existentes na esteira, enquanto Γ é a circulação do vórtice e U e V são as intensidades da corrente incidente, na direção x e y , respectivamente.

Pelo princípio da superposição, a função corrente ψ_i em um dado ponto “ i ” da parede é a soma das contribuições da função corrente $\psi_{c,i}$ da corrente livre, da função corrente $\psi_{v,c}$ dos vórtices criados ao redor do corpo e da função corrente $\psi_{v,e}$ dos vórtices já existentes no escoamento, ou seja:

$$\psi_i = \psi_{c,i} + \psi_{v,c} + \psi_{v,e} \quad (3.9)$$

onde,

$$(3.10) \quad \psi^{ct} = Im[Zw^t(U - tV)]$$

$$(3.11) \quad \psi^{vc} = -\frac{1}{N_w} \sum_{f=1}^{4\pi} I_f Im[Zw^t - Zc_f]^2 + \sigma_z^2$$

$$(3.12) \quad \psi^{ve} = -\frac{1}{N_v} \sum_{f=1}^{4\pi} I_f Im[Zw^t - Zk_f]^2 + \sigma_z^2$$

portanto,

$$(3.13) \quad \psi^t = Im[Zw^t(U - tV)] - \frac{1}{N_w} \sum_{f=1}^{4\pi} I_f Im[Zw^t - Zc_f]^2 + \sigma_z^2$$

$$- \frac{1}{N_v} \sum_{f=1}^{4\pi} I_f Im[Zw^t - Zk_f]^2 + \sigma_z^2$$

De forma similar pode-se obter a função corrente ψ^{t+l} para o ponto “ $t+l$ ” e

sendo o corpo uma linha de corrente, tem-se:

$$(3.14) \quad \psi^{t+l} - \psi^t = 0$$

A equação acima é válida somente para o corpo em repouso. No caso do corpo

em movimento, o fluxo, devido ao deslocamento da parede, deve ser compensado. A

equação (3.14), para o corpo em movimento, toma a seguinte forma:

$$(3.15) \quad \psi^{t+l} - \psi^t = -\vec{V}_{corpo} \cdot \vec{u} \cdot \Delta S$$

onde \vec{V}_{corpo} é a velocidade do corpo, \vec{u} é o vetor normal ao painel e ΔS é o comprimento

do painel.

Substituindo a equação (3.13) na equação (3.15) obtém-se um sistema linear, como segue:

$$[A] \cdot \{T\} = \{B\} \tag{3.16}$$

onde,

$$a_{ij} = -\frac{4\pi}{1} \ln \frac{|Z_{w_i} - Z_{c_j}|_2 + \sigma_0}{|Z_{w_i} - Z_{c_j}|_2 + \sigma_z} \tag{3.17}$$

e,

$$b_i = \ln \left[(Z_{w_i} - Z_{w_{i+1}}) (U - V - V^{copo}) \right] - \frac{4\pi}{1} \sum_{k=1}^{N_v} I_k \ln \left(\frac{|Z_{w_i} - Z_{k}|_2 + \sigma_z}{|Z_{w_i} - Z_{k}|_2 + \sigma_0} \right) \tag{3.18}$$

As incógnitas são as circulações I_i dos vórtices criados ao redor do corpo. A

matriz $[A]$ tem apenas a influência da geometria do corpo, enquanto o vetor $\{B\}$ sofre a

influência das velocidades da corrente livre e das velocidades induzidas pelos vórtices já

existentes no escoamento.

O teorema de Kelvin também deve ser satisfeito pelo sistema de equações acima.

Este teorema impõe que a circulação total no escoamento deve ser sempre mantida

constante ao longo do tempo, ou seja, o sistema deve satisfazer a seguinte condição:

$$\sum_{N_w}^{i=1} I_i = - \sum_{N_v}^{k=1} I_k \tag{3.19}$$

Das alternativas podem ser adotadas para se impor esta condição: pode-se substituir uma linha do sistema linear original pela equação acima, resultando em um sistema linear de ordem N_w por N_w , ou introduzir a condição de Kelvin sem a retirada

de nenhuma equação do sistema original, resultando em um sistema N_{w+1} por N_w . Esta última forma pode ser resolvida por um método numérico apropriado, como o Método dos Mínimos Quadrados.

Após o cálculo das circulações dos novos vórtices criados ao redor do corpo, todos os vórtices existentes no escoamento são deslocados, usando um esquema explícito de primeira ordem (esquema de Euler),

$$X_{n+1}^i = X_n^i + U_n^i \Delta t \quad (3.20)$$

O sinal dos coeficientes de forçag obtidos pelo esquema Adams-Bashforth de segunda ordem apresentou um ruído elevado; portanto o esquema de Euler foi utilizado.

3.1.1 AMALGAMAÇÃO DOS VÓRTICES NA ESTEIRA

Como N_w vórtices são criados a cada intervalo de tempo, o número total de vórtices N_v cresce rapidamente. Visando à diminuição do número total de vórtices na simulação, Spalart e Leonard propuseram um esquema de amalgamação em que ocorre a substituição de dois vórtices por um novo.

Considerando dois vórtices de circulação Γ_1 e Γ_2 e posições z_1 e z_2 , o campo de velocidades que eles geram antes da amalgamação é:

$$U(z) = \frac{\Gamma_1}{i} \left(\frac{z - z_1}{z - z_2} \right) \quad (3.21)$$

e o campo de velocidades após a amalgamação é:

$$U'(z) = \frac{\Gamma}{i} \frac{z - z_1}{z - z_2} \quad (3.22)$$

onde F e Z é a circulação e a posição do novo vórtice. Fazendo a expansão da diferença

$U(z) - U'(z)$ para uma distância z grande, tem-se:

$$U(z) - U'(z) = \frac{2\pi}{i} \left[\frac{z}{(F - F_1 - F_2)} + \frac{z}{(F_1 z_1 + F_2 z_2 - FZ)} + \frac{z}{(FZ^2 - F_1 z_1^2 - F_2 z_2^2)} \right] \quad (3.23)$$

Os dois primeiros termos da equação anterior podem ser retirados através das

seguintes relações:

$$F = F_1 + F_2$$

$$Z = \frac{F_1 z_1 + F_2 z_2}{F} \quad (3.24)$$

Isto significa que o novo vórtice tem a soma das circulações dos antigos e é

alinhado aos mesmos. A amalgamação preserva a circulação total do escoamento e o

primeiro momento de vorticidade. Como o terceiro termo não pode ser removido ele é

utilizado para estimar o erro devido ao processo de amalgamação. Em cada intervalo, de

tempo os vórtices são examinados par a par e a amalgamação é feita somente, se a

seguinte condição for satisfeita:

$$\frac{|F_i F_j|}{|Z_i - Z_j|^2} \frac{|(D_0 + d_i)(D_0 + d_j)|}{|F_i + F_j|} > V_0 \quad (3.25)$$

onde d_i e d_j são as menores distâncias entre os vórtices localizados nos pontos Z_i e Z_j e

a parede do cilindro, e V_0 e D_0 são, respectivamente, o parâmetro e a tolerância de

amalgamação dos vórtices. Desta forma, o número de vórtices no escoamento pode ser

controlado, havendo uma diminuição no custo computacional em termos de memória e

de tempo de simulação. Porém, com a introdução desta amalgamação cria-se uma nova

fonte de difusão numérica.

O valor de V_0 pode ser alterado durante a simulação, fazendo com que o número de vórtices cresça rapidamente nos instantes iniciais - valores pequenos de V_0 - e depois se mantenha constante após um certo número de intervalos de tempo - valores elevados de V_0 .

Pode-se analisar a influência dos dois termos da equação de amalgamação separadamente. O primeiro termo depende apenas das circulações dos vórtices,

$$(3.26) \quad \frac{|F'_i F'_j|}{|F'_i + F'_j|}$$

Nota-se que os vórtices com grandes circulações ou com circulações com valores próximos, porém de sinais opostos, são descartados do amalgamento.

O segundo termo depende apenas das posições dos vórtices,

$$(3.27) \quad \frac{(D_0 + d'_i)(D_0 + d'_j)}{|z'_i - z'_j|^2}$$

Altos valores de D_0 geram grande influência de amalgamento perto da parede do corpo e, conseqüentemente, a esteira longe do corpo tem uma densidade uniforme de vórtices. Para pequenos valores de D_0 o amalgamento será realizado longe da parede, havendo uma concentração maior de vórtices perto da mesma.

3.1.2 TRATAMENTO DOS TERMOS VISCOSOS

Até o momento, o fluido foi considerado potencial, ou invíscido, sendo apenas tratados os termos convectivos. A técnica de Crescimento do Tamanho do Núcleo do

Vórtice (*"Growing Core Size"*) visa à modelagem da difusão de vorticidade consequente da viscosidade do fluido.

Chorin empregou a técnica de deslocamento aleatório (*"Random Walk"*) para modelar a difusão de vorticidade. Esta técnica dava uma solução correta para a equação de Navier-Stokes.

Spalart e Leonard empregaram um modelo onde o tamanho do núcleo do vórtice era mantido fixo com o tempo, não havendo uma modelagem para os termos difusivos.

NAGANO (1982) propôs uma técnica de crescimento do núcleo do vórtice, na qual o raio do vórtice não era mantido constante como proposto por Spalart e Leonard e sim, crescia com o tempo. GREENGARD (1984), entretanto, mostrou que a modelagem da difusão por crescimento do núcleo do vórtice não converge de maneira correta para a solução da equação de Navier-Stokes.

A técnica proposta por Nagano foi utilizada por PARK e HIGUCHI (1989), sendo o tamanho inicial do núcleo do vórtice o mesmo recomendado por Spalart e Leonard. Os valores obtidos em termos de coeficiente de arrasto estavam próximos aos obtidos por BEARMAN e TUERMAM (1975), o que sugere a consistência desta técnica.

A modelagem da difusão de vorticidade pode ser demonstrada considerando-se um vórtice pontual com circulação Γ no centro e ignorando o termo de convecção da equação de transporte de vorticidade, ou seja:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \nu \nabla^2 \omega \quad (3.28)$$

Adotando a condição inicial como sendo:

$$\omega(r,0) = \begin{cases} 0 & \text{para } r > 0 \\ I & \text{para } r = 0 \end{cases} \quad (3.29)$$

e a solução da equação do tipo:

$$\omega(r,t) = \frac{I}{r} g(\eta) \quad (3.30)$$

onde η é definido como:

$$\eta = \frac{\sqrt{vt}}{r} \quad (3.31)$$

Quando substitui-se ω na equação (3.28), origina-se uma equação diferencial do

tipo:

$$g'' + \left(\frac{1}{\eta} + \frac{2}{\eta} \right) g' + g = 0 \quad (3.32)$$

cujas soluções tem a seguinte forma:

$$\omega(r,t) = K \frac{I}{r} \exp\left(\frac{2\pi vt}{-r^2}\right) \quad (3.33)$$

Para se determinar a constante K , considera-se:

$$I = \oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = \int \vec{\omega} \cdot \vec{n} dA \quad (3.34)$$

portanto $K=1/2$, e a equação (3.33) fica sendo:

$$\omega = \frac{I}{r} \exp\left(\frac{4\pi vt}{-r^2}\right) \quad (3.35)$$

Para se determinar a velocidade induzida, parte-se da definição de vorticidade:

$$\omega = \frac{1}{r} \frac{\partial(rU_\theta)}{\partial r} \quad (3.36)$$

Portanto, a velocidade induzida é dada como:

$$U_\theta = \frac{I}{r} \left(1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \right) \quad (3.37)$$

Esta é a velocidade induzida por um vórtice pontual de circulação I em um fluido viscoso; nota-se que o segundo termo da equação acima é devido à difusão viscosa. Este método, porém, requer um custo elevado em termos computacionais, devido à presença da função exponencial. Para se evitar este gasto computacional, a velocidade induzida por um vórtice foi adotada como função do tamanho do núcleo do vórtice, que cresce com o tempo, como proposto por Park e Higuichi.

A taxa na qual o núcleo cresce a cada intervalo de tempo é determinada a seguir.

O máximo valor da velocidade induzida dada pela equação (3.37) ocorre quando

$r = \sigma$, ou seja:

$$\sigma = 2,224\sqrt{\nu t} \quad (3.38)$$

Isto mostra que o núcleo do vórtice cresce com a sua “idade” e com a

viscosidade cinemática do fluido ν , sendo, porém, difícil determinar a “idade” de dois vórtices durante a amalgamação. Por isso, a equação (3.38) pode ser reescrita de uma

forma mais conveniente:

$$\left(\sigma_{n+1}\right)^2 = \left(\sigma_n\right)^2 + 5,0266\nu\Delta t \quad (3.39)$$

A equação anterior mostra que a velocidade induzida pelo vórtice não é mais calculada em função da sua "idade" t e sim, em função do intervalo de tempo Δt .

Quando dois vórtices são amalgamados, o novo núcleo do vórtice criado é calculado pela conservação do momento angular:

$$\sigma = \frac{\sigma_i L_i + \sigma_j L_j}{L_i + L_j} \tag{3.40}$$

A adoção do modelo de difusão de vorticidade não altera a condição de contorno no corpo, mas o crescimento do núcleo do vórtice simula o efeito da viscosidade do

fluido.

3.1.3 DETERMINAÇÃO DA POSIÇÃO INICIAL DOS VÓRTICES

Por conveniência, adota-se o mesmo valor para a distância δ_0 e para o tamanho σ_0 dos vórtices criados ao redor do corpo. O valor de σ_0 é determinado pela condição de não escorregamento na parede do corpo. A figura 3.2 mostra o esquema utilizado para a determinação de σ_0 .

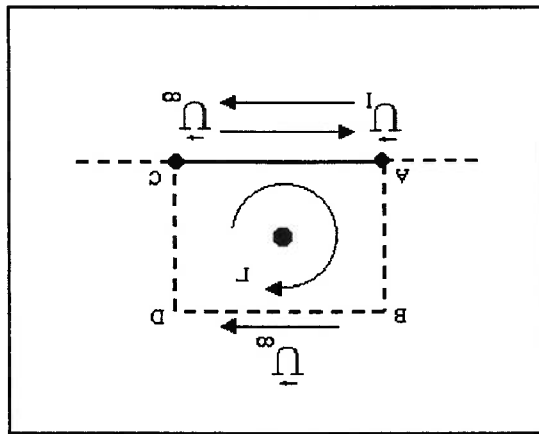


Fig. 3.2 - Circulação gerada pelo vórtice e pela corrente incidente.

onde U_I e U_∞ são, respectivamente, a velocidade induzida pelo vórtice e a velocidade ao longe. Portanto, circulação Γ no circuito fechado $ABCD$ mostrado na figura 3.2, é dada por:

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} = U_\infty \Delta S \quad (3.41)$$

pois na parede, tem-se:

$$U_I - U_\infty = 0 \quad (3.42)$$

A velocidade U_I induzida na parede do corpo pelo vórtice é dada como:

$$U_I = \frac{\Gamma}{2\pi\sigma_0} \quad (3.43)$$

Substituindo a equação (3.41) em (3.43), obtêm-se:

$$U_I = \frac{U_\infty \Delta S}{2\pi\sigma_0} \quad (3.44)$$

e, finalmente, substituindo a equação (3.44) em (3.42), tem-se:

$$\sigma_0 = \frac{\Delta S}{2\pi} = \delta_0 \quad (3.45)$$

A figura 3.3 mostra a posição inicial do vórtice sobre o painel do corpo.

3.1.4 DETERMINAÇÃO DAS FORÇAS

A emissão de vórtices do corpo faz com que ocorra o surgimento de uma esteira de vórtices que são desprendidos de forma alternada, tanto na parte superior e inferior do cilindro, ocasionando um gradiente de pressão na parede do mesmo. A distribuição de pressões ao longo da parede do corpo faz surgir uma força resultante, que pode ser decomposta na direção paralela e transversal ao escoamento incidente. Estas forças são respectivamente denominadas de força de arrasto e de sustentação, e são determinadas a partir da equação de Navier-Stokes desenvolvida sobre a parede do corpo, isto é:

$$(3.46) \quad \frac{\partial v_s + v_n}{\partial t} + v_s \frac{\partial v_s}{\partial s} + v_n \frac{\partial v_n}{\partial n} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \nu \frac{\partial^2 v_s}{\partial s^2} + \nu \frac{\partial^2 v_n}{\partial n^2}$$

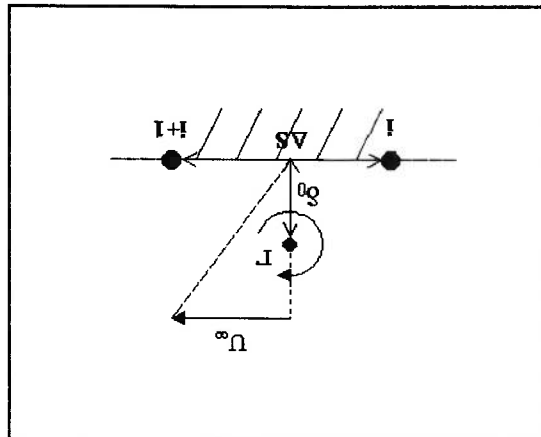
onde v_s e v_n são as velocidades tangencial e normal a parede e s e n são os versores nestas direções.

Pelo princípio da aderência completa na parede e pela condição de que cada

panel é considerado uma linha de corrente ou seja, não há fluxo na parede, a equação

(3.46) pode ser reescrita na forma:

Fig. 3.3 - Posição inicial do vórtice.



$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \nu \frac{\Delta \omega}{\Delta S} \quad (3.52)$$

anterior em uma forma discreta, tem-se :

Admitindo-se que $\frac{\partial \omega}{\partial t}$ seja constante sobre o painel e reescrevendo a equação

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \nu \int \frac{\partial \omega}{\partial S} \quad (3.51)$$

Stokes, origina-se a seguinte equação:

De acordo com COTTET e KOMMOUTSAKOS (2000), a equação de transporte de vorticidade pode ser integrada sobre a parede do corpo e aplicando-se o teorema de

$$a_s + \frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} = -\nu \frac{\partial}{\partial n} \quad (3.50)$$

Em termos da vorticidade, a equação anterior pode ser reescrita na forma:

$$a_s + \frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} = \nu \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial u}{\partial v_s} - \frac{\partial s}{\partial n} \right) \quad (3.49)$$

ou ainda:

$$a_s + \frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} = \nu \frac{\partial}{\partial n} \left(-\frac{\partial u}{\partial v_n} \right) + \frac{\partial^2 u_z}{\partial v_s^2} \quad (3.48)$$

Aplicando a equação da continuidade, tem-se:

$$a_s + \frac{1}{\rho} \frac{d}{dt} = \nu \left(\frac{\partial^2 v_s}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial v_s^2} \right) \quad (3.47)$$

substituindo a equação (3.52) em (3.50), tem-se a distribuição da pressão ao longo da parede do corpo em função da variação da circulação e da aceleração, ou seja:

$$\frac{\partial p}{\partial s} = -\rho \frac{\Delta T}{1} \overbrace{\frac{\Delta T}{\Delta S}}^A - \rho \overbrace{\underline{a}_{corpo} \cdot \underline{e}_s}^B \quad (3.53)$$

onde ΔT é a diferença entre a circulação do vórtice criado sobre o painel e a soma das circulações dos vórtices que foram absorvidos pelo mesmo painel, \underline{e}_s é versor tangencial ao painel e $\underline{a}_{corpo} \cdot \underline{e}_s$.

A equação (3.53) mostra que a variação da pressão ao longo da parede do corpo é função do fluxo de circulações nos painéis (termo A) e da aceleração do corpo projetada na direção tangencial de cada painel (termo B).

Conforme desenvolvido com o auxílio de SALTARA (2002), a força total que o fluido exerce sobre o corpo pode ser obtida de duas maneiras: 1) integrar os dois termos do lado direito da equação (3.53) sobre a parede do corpo obtendo, desta maneira, a força total do fluido sobre o corpo ou 2) integrar somente a parcela correspondente ao fluxo de vorticidade (termo A) e desconsiderar a parcela da aceleração (termo B) obtendo, deste modo, apenas uma parcela da força total do fluido que age no corpo, sendo a outra parcela obtida separadamente como será explicado a seguir.

Considerando um corpo de raio r e que tenha uma aceleração dada por:

$$\underline{a}_{corpo} = a_{corpo} \cdot (\underline{e}_x + \underline{e}_y), \text{ conforme indicado na figura que segue.}$$

E, trabalhando com os termos da equação, obtêm-se:

$$P_B = -\rho \int_{\theta}^0 a_{corp} (\bar{e}_x + \bar{e}_y) (\text{sen}\theta \bar{e}_x + \text{cos}\theta \bar{e}_y) r d\theta \quad (3.56)$$

anterior, tem-se:

Adotando P_A igual a zero e substituindo $dS = r d\theta$, \bar{a}_{corp} e \bar{e}_s na equação

$$P_B = P_A - \rho \int_B^A \bar{a}_{corp} \cdot \bar{e}_s dS \quad (3.55)$$

da aceleração, é dada por:

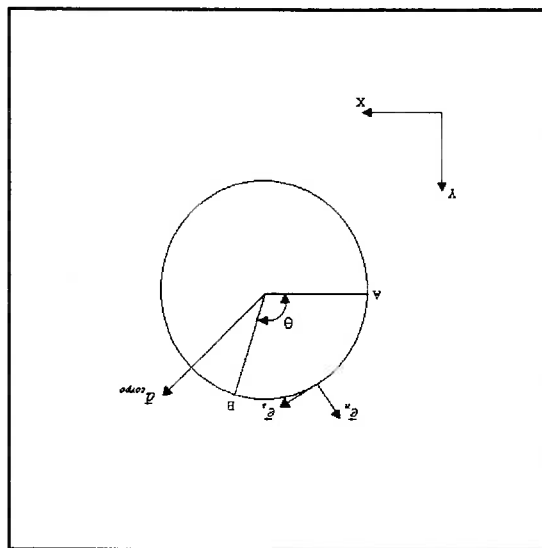
A pressão no ponto B localizado na parede do corpo, devida somente à parcela

$$\begin{aligned} \bar{e}_s &= \text{sen}\theta \bar{e}_x + \text{cos}\theta \bar{e}_y \\ \bar{e}_n &= -\text{cos}\theta \bar{e}_x + \text{sen}\theta \bar{e}_y \end{aligned} \quad (3.54)$$

definidos como:

onde \bar{e}_s e \bar{e}_n são, respectivamente, o versor tangencial e normal à parede do corpo e são

Fig. 3.4 - Corpo acelerado.



Resolvendo a integral anterior, determina-se a pressão em um ponto qualquer

$$P_\theta = -\rho a^{corp} \int_\theta^0 (\text{sen}\theta + \text{cos}\theta) r d\theta \quad (3.57)$$

localizado na superfície do corpo.

$$P_\theta = -\rho a^{corp} r [(1 - \text{cos}\theta) + \text{sen}\theta] \quad (3.58)$$

A força devida à pressão é calculada pela integral sobre a superfície

do corpo.

$$\vec{F} = - \oint_{scorpo} P_\theta \vec{e}_n dS = - \oint_{scorpo} P_\theta \vec{e}_n r d\theta \quad (3.59)$$

Substituindo P_θ e \vec{e}_n na equação anterior, tem-se:

$$\vec{F} = - \int_{2\pi}^0 -\rho a^{corp} r [(1 - \text{cos}\theta) + \text{sen}\theta] (-\text{cos}\theta \vec{e}_x + \text{sen}\theta \vec{e}_y) r d\theta \quad (3.60)$$

Separando a força na direção x e y , tem-se:

$$\begin{aligned} F_x &= + \rho a^{corp} r^2 \int_{2\pi}^0 [(1 - \text{cos}\theta) + \text{sen}\theta] (-\text{cos}\theta \vec{e}_x) d\theta \\ F_y &= + \rho a^{corp} r^2 \int_{2\pi}^0 [(1 - \text{cos}\theta) + \text{sen}\theta] (\text{sen}\theta \vec{e}_y) d\theta \end{aligned} \quad (3.61)$$

Distribuindo os termos das duas equações, tem-se:

$$\vec{F}^x = \rho a^{corp} r^2 \left(- \int_{2\pi}^0 \text{cos}\theta d\theta + \int_{2\pi}^0 \text{cos}^2 \theta d\theta - \int_{2\pi}^0 \text{sen}\theta \text{cos}\theta d\theta \right) \vec{e}_x \quad (3.62)$$

Resolvendo as integrais separadamente:

$$\vec{F}_y = \rho a_{\text{corpo}} \pi r^2 \vec{e}_y \quad (3.67)$$

aceleração do corpo:

Determina-se a parcela da força do fluido no corpo, na direção y , devido à

$$\begin{aligned} \int_{2\pi}^0 \cos \theta d\theta &= \left[\sin 2\theta \right]_{2\pi}^0 = 0 \\ \int_{2\pi}^0 \cos \theta \sin \theta d\theta &= \int_{2\pi}^0 \frac{1}{2} \sin 2\theta d\theta = \left[-\frac{1}{4} \cos 2\theta \right]_{2\pi}^0 = 0 \\ \int_{2\pi}^0 \sin^2 \theta d\theta &= \left[\frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_{2\pi}^0 = \pi \end{aligned} \quad (3.66)$$

E novamente, resolvendo as integrais separadamente:

$$\vec{F}_y = \rho a_{\text{corpo}} r^2 \left(\int_{2\pi}^0 \sin \theta d\theta - \int_{2\pi}^0 \cos \theta \sin \theta d\theta + \int_{2\pi}^0 \sin^2 \theta d\theta \right) \vec{e}_y \quad (3.65)$$

Tratando a força na direção y de forma análoga, tem-se:

$$\vec{F}_x = \rho a_{\text{corpo}} \pi r^2 \vec{e}_x \quad (3.64)$$

aceleração do corpo:

Determina-se a parcela da força do fluido no corpo, na direção x , devido à

$$\begin{aligned} \int_{2\pi}^0 \cos \theta d\theta &= \left[\sin \theta \right]_{2\pi}^0 = 0 \\ \int_{2\pi}^0 \cos^2 \theta d\theta &= \left[\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_{2\pi}^0 = \pi \\ \int_{2\pi}^0 \sin \theta \cos \theta d\theta &= \int_{2\pi}^0 \frac{1}{2} \sin 2\theta d\theta = \left[-\frac{1}{4} \cos 2\theta \right]_{2\pi}^0 = 0 \end{aligned} \quad (3.63)$$

Portanto, a força $\vec{F}^{aceleração}$ que corresponde à força do fluido sobre o corpo devida à aceleração é dada por:

$$\vec{F}^{aceleração} = \rho \pi r^2 a_{corpo} \cdot \vec{e}_x + \rho \pi r^2 a_{corpo} \cdot \vec{e}_y \quad (3.68)$$

Retornando à equação (3.53), a pressão local em um determinado painel i devida à variação da circulação $\Delta \Gamma_i$ no mesmo é determinada pelo termo A da equação (3.53), ou seja:

$$P_i = P^{i-1} - \rho \frac{\Delta \Gamma_i}{\Delta t} \quad (3.69)$$

E a força correspondente $\vec{F}^{circulação}$ é obtida pela integração das pressões determinadas em cada painel, ou seja:

$$\vec{F}^{circulação} = - \int_{S_{corpo}} P_i \cdot \vec{e}_n \, dS \quad (3.70)$$

Em termos das pressões locais:

$$\vec{F}^{circulação} = \sum_{i=1}^{N_p} P_i \Delta S_i \cdot \vec{e}_n \quad (3.71)$$

A outra parcela da força resultante é oriunda dos efeitos viscosos do fluido, ou seja, devido às tensões de cisalhamento. Sendo o fluido considerado ideal ou Newtoniano, a tensão de cisalhamento é proporcional ao gradiente de velocidades na parede do corpo.

$$\vec{\tau} = \mu \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \vec{e}_n \quad (3.72)$$

A simulações de escoamentos em torno do cilindro podem ser realizadas com o corpo estacionário ou com o corpo livre para oscilar transversalmente à direção principal do escoamento. Na simulação com o cilindro livre para oscilar, o corpo é

3.1.5 CILINDRO MONTADO NA BASE ELÁSTICA

posteriormente.

desconsiderada no cálculo dos coeficientes de força por motivos que serão mencionados

A parcela da força total devida à aceleração do corpo $\vec{F}_{aceleração}$ foi

$$C_d = \frac{1}{\left(\vec{F}_{circulação} + \vec{F}_{cisalhamento}\right) \cdot \vec{e}_x} \frac{1}{2} \rho U^2 D$$

$$C_l = \frac{1}{\left(\vec{F}_{circulação} + \vec{F}_{cisalhamento}\right) \cdot \vec{e}_y} \frac{1}{2} \rho U^2 D$$

(3.75)

coeficientes de arrasto e de sustentação, que são definidos como:

velocidade ao longe do fluido U e do diâmetro do corpo D , pode-se determinar os

Adimensionalizando as forças em termos da densidade do fluido ρ , da

$$\vec{F}_{total} = \vec{F}_{circulação} + \vec{F}_{aceleração} + \vec{F}_{cisalhamento}$$

(3.74)

cisalhamento.

A força total do fluido sobre o corpo é a soma das forças de pressão e de

$$\vec{F}_{cisalhamento} = \int_{S_{corpo}} \vec{\tau} dS$$

(3.73)

Portanto, a força viscosa é determinada da seguinte forma:

montado em uma base elástica composta por um sistema de massa, mola e amortecedor

conforme o esquema mostrado na figura que segue:

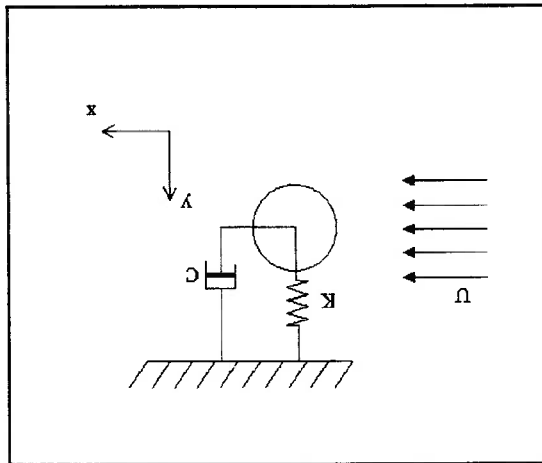


Fig. 3.5 - Sistema massa, mola e amortecedor.

A equação diferencial de segunda ordem que determina a excitação do cilindro é

dada por:

$$(3.76) \quad m^{sist} \ddot{y} + c^{sist} \dot{y} + k^{sist} y = \bar{F}^{total} \cdot \bar{e}_y$$

onde m^{sist} é a massa do sistema, c^{sist} é o amortecimento do sistema, k^{sist} é a rigidez do

sistema e \bar{F}^{total} é a força determinada pela equação (3.74), ou seja:

$$(3.77) \quad m^{sist} \ddot{y} + c^{sist} \dot{y} + k^{sist} y = (\bar{F}^{circulação} + \bar{F}^{aceleração} + \bar{F}^{cisalhamento}) \cdot \bar{e}_y$$

Reorganizando a equação anterior, tem-se:

$$(3.78) \quad m^{sist} \ddot{y} + c^{sist} \dot{y} + k^{sist} y = (\bar{F}^{circulação} + \bar{F}^{cisalhamento}) \cdot \bar{e}_y + \bar{F}^{aceleração} \cdot \bar{e}_y$$

Substituindo a equação (3.68) na equação anterior, obtêm-se:

$$(3.79) \quad m^{sist} \ddot{y} + c^{sist} \dot{y} + k^{sist} y = (\bar{F}^{circulação} + \bar{F}^{cisalhamento}) \cdot \bar{e}_y + \rho \pi r^2 a_{corpo}$$

$V_r = \frac{Df_n}{U}$ do sistema, onde f_n é frequência natural em Hertz, ou seja:

A frequência natural ω_n pode ser determinada em função da velocidade reduzida

$$(3.82) \quad \frac{m^* - 1}{m^*} \ddot{y} + 2\zeta \omega_n \dot{y} + \omega_n^2 y = \frac{2U^2}{1} \frac{\pi r}{m^* + 1} Cl$$

reescrita como:

Utilizando a definição de fator de massa $m^* = \frac{m}{m_d}$ a equação anterior pode ser

frequência natural, admitiu-se como sendo unitário o coeficiente de massa adicional.

Conforme indicado em KHATAK e WILLIAMSON (1996), na equação da

$$(3.81) \quad (m^* - m_d) \ddot{y} + 2\zeta (m^* + m_d) \omega_n \dot{y} + (m^* + m_d) \omega_n^2 y = \frac{\pi D}{2U^2} Cl m_d$$

de amortecimento como $\zeta = \frac{c_{sist}}{c_{crit}} = \frac{2 \sqrt{k_{sist} m_{sist}}}{c_{sist}}$, tem-se:

Definindo a frequência natural do sistema como $\omega_n = \sqrt{\frac{k_{sist}}{m_{sist} + m_d}}$ e o fator

onde $m_d = \frac{\rho \pi D^2}{4}$ é massa deslocada do fluido.

$$(3.80) \quad m_{sist} \ddot{y} + c_{sist} \dot{y} + k_{sist} y = \frac{1}{2} Cl \rho U^2 D + m_d \ddot{y}$$

a equação (3.76) pode ser reescrita na forma:

onde $a^{corp} = \ddot{y}$ e pela equação (3.75) $(\ddot{F}_{circulação} + \ddot{F}_{cisalhamento}) \vec{e}_y = \frac{1}{2} Cl \rho U^2 D$. Portanto,

$$\omega_n = \frac{\pi U}{r A'} \quad (3.83)$$

A equação (3.82) pode ser integrada no tempo através do método de Newmark β , na sua formulação explícita, sendo determinada a nova posição do cilindro a cada intervalo de tempo. Este esquema será descrito posteriormente.

3.1.6 RESULTADOS OBTIDOS EM LITERATURA E VALIDAÇÃO DO CÓDIGO BIDIMENSIONAL

Existem muitos resultados de simulações visando à análise de vibrações induzidas pelo escoamento em estruturas esbeltas. Estes resultados provêm, principalmente, de análises experimentais, com os experimentos realizados em tanques de prova com cilindros rígidos ou flexíveis, de modelos matemáticos que utilizam coeficientes empíricos, e de resultados de simulações numéricas diretas baseadas na Dinâmica dos Fluidos Computacional (“CFD”).

BLEVINS (1990) apresentou os resultados obtidos por FENG (1968), o fluido utilizado foi ar, portanto elevado parâmetro de massa $m^*=247.71$ foi simulado. Os fatores de amortecimentos ζ foram iguais a 0.00145 e 0.00181. A faixa de velocidades reduzidas foi entre 3.5 e 7.5. As maiores amplitudes adimensionais foram da ordem de 0.4 para velocidade reduzida igual a cinco e $\zeta=0.00145$.

Nota-se pela figura 3.6, que entre as velocidades reduzidas 5 e 7 há uma sincronização da frequência natural do cilindro f_n e da frequência de emissão de vórtices, caracterizando o efeito de “lock-in”.

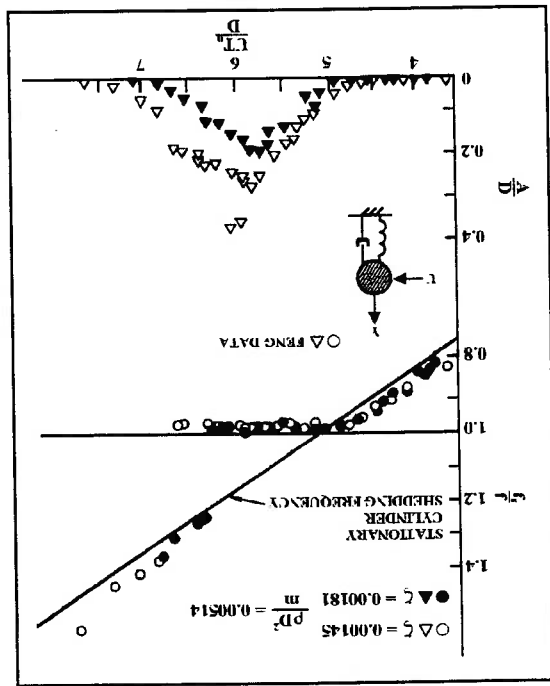


Fig. 3.6 - Resultados obtidos por FENG (1968). Retirada de BLEVINS (1990).

BRIKA e LANEVILLE [(1993) e (1997)] realizaram experimentos com cilindros flexíveis livres para oscilar na direção paralela e transversal ao escoamento incidente. A velocidade reduzida foi vagarosamente modificada no decorrer do experimento. O parâmetro de massa utilizado foi de $m^*=820$. A principal característica observada por ambos foi o efeito de histerese, ou seja, a amplitude de oscilação saltava de um ramo superior ("Upper Branch") para um outro inferior ("Lower Branch"), quando a velocidade reduzida aumentava e, saltava do ramo inferior para o superior quando a velocidade reduzida diminuía.

KHALAK e WILLIAMSON (1996) realizaram experimentos, em água, com cilindro rígido montado na base elástica, os parâmetros de massa utilizados foram $m^*=2.2$ e $m^*=9.8$, e o fator de massa-amortecimento foi $m^*\zeta=0.013$. Os efeitos de histerese também foram observados além de valores de oscilações da ordem do diâmetro do cilindro. Estes resultados foram também obtidos por PARRA (1996) utilizando um cilindro com parâmetro de massa $m^*=1.83$.

SALTARA (1999) simulou o escoamento bidimensional em torno de cilindros através do Método de Resolução por Partes da equação de Navier-Stokes ("Fractional Step Method"), e com a modelagem da turbulência através da Simulação dos Grandes Vórtices. A máxima amplitude adimensional obtida foi ordem de 0.6.

3.1.6.1 RESULTADOS PARA CILINDRO ESTACIONÁRIO

Visando à validação do código desenvolvido, foram realizadas simulações ao redor do cilindro estacionário ou livre para oscilar transversalmente, para a posterior comparação destes resultados com os resultados obtidos em literatura.

Os parâmetros utilizados nas simulações foram os seguintes: número de Reynolds igual a 100.000 e intervalo de tempo adimensional $\Delta t^{ad} = \frac{D}{U} = 0.1$. O cilindro foi discretizado em 64 painéis. Foram realizadas 1.500 iterações correspondendo a um período de tempo adimensional de 150. O número de vórtices na esteira foi mantido em aproximadamente 2.000 vórtices.

Na figura 3.7, pode-se observar que a esteira de vórtices formada a jusante do

cilindro é similar à esteira de Von Kármán, sendo a sua principal característica a formação de dois pares de vórtices de circulações opostas por ciclo, caracterizando o modo "2S" de emissão de vórtices, segundo a denominação de WILLIAMSON e ROSHKO (1988). A figura 3.8 mostra os coeficientes de arrasto C_d e de sustentação C_l em função do tempo. O coeficiente de arrasto médio $C_{d_{medio}} = 1.268$ está coerente com os

valores obtidos por PANTON (1996) *apud* SALTARA (1999). O número de Strouhal $S = 0.193$ está de acordo com os valores apresentados na curva da variação do número de Strouhal em função do número de Reynolds (figura 1.3).

Para um ciclo completo de emissão de vórtices, a variação da pressão ao redor da superfície do cilindro pode ser verificada na figura 3.9. A figura mostra a relação entre a posição de emissão de vórtices com o coeficiente de sustentação e de arrasto. Pelos contornos de pressão, observa-se que a pressão atuante na parte frontal do cilindro, ou seja, no ponto de estagnação é positiva e na parte posterior é negativa, resultando em uma força de arrasto positiva atuante no corpo.

Fig. 3.8 - Coeficientes de arrasto e sustentação para o cilindro estacionário.

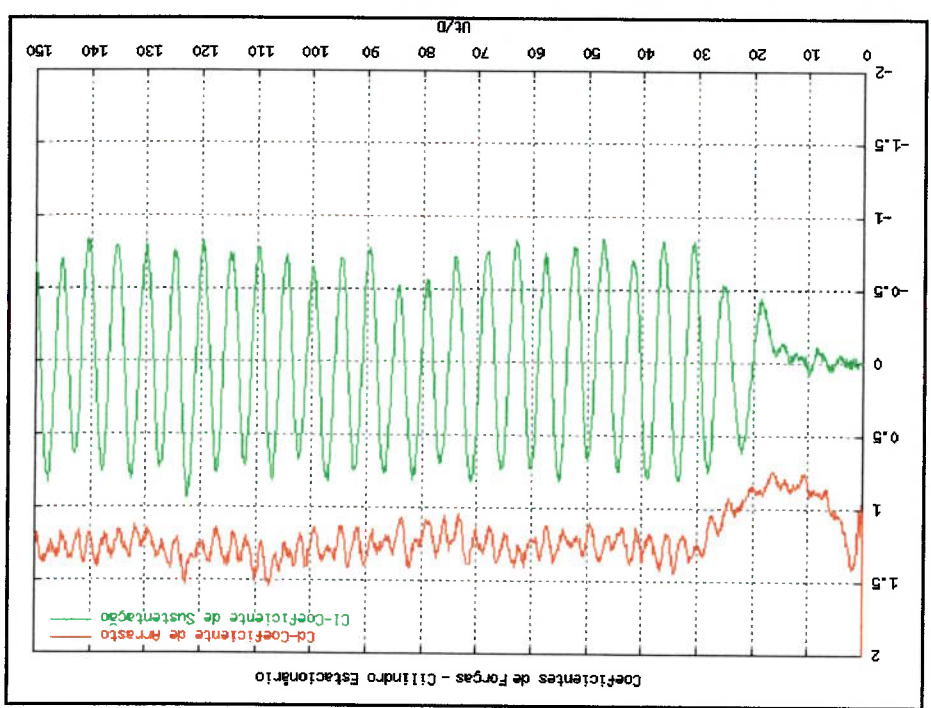


Fig. 3.7 - Esteira de vórtices para o cilindro estacionário.

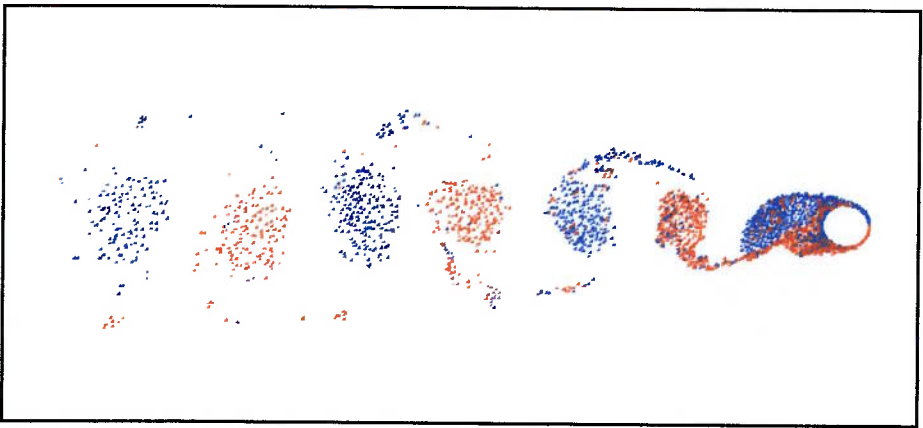
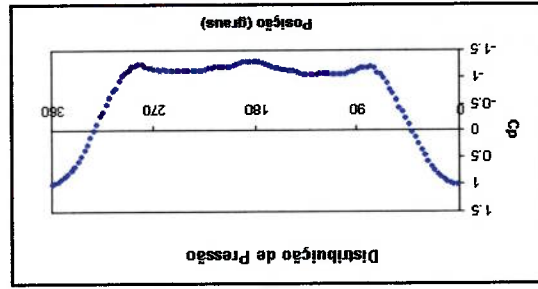


Fig. 3.10 – Coeficiente de pressão ao redor do cilindro.



verificado na figura 3.10.

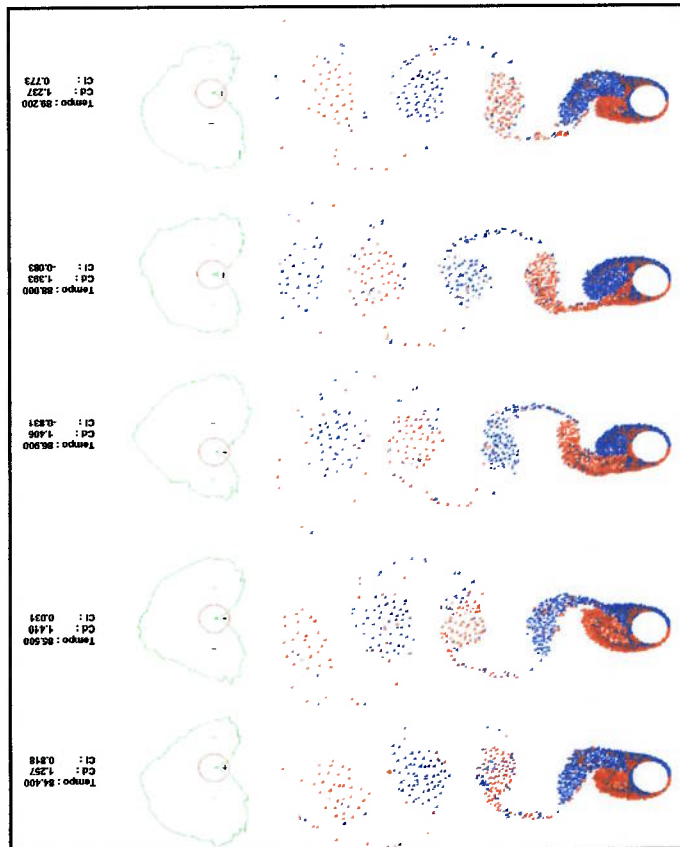
velocidade da corrente ao longe. A média temporal do coeficiente de pressão pode ser

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}, \text{ onde } P \text{ é a pressão na parede do corpo, } \rho \text{ é a densidade e } U_\infty \text{ é a}$$

tempo, foi calculada a média temporal do coeficiente de pressão, definido como:

Como a distribuição de pressão ao redor do corpo varia em cada instante de

Fig. 3.9 – Formação da esteira e distribuição de pressão durante um ciclo.



3.1.6.2 RESULTADOS PARA O CILINDRO MONTADO NA BASE ELÁSTICA

Para simulação do escoamento com cilindro livre para oscilar na direção transversal ao escoamento, os parâmetros de massa e o fator de amortecimento foram os mesmos utilizados por KHALAK e WILLIAMSON (1996) e por SALTARA (1999), i.e., $m^* = 3.3$ e $\zeta = 0.003939$. A velocidade reduzida variou entre três e deztoito. O gráfico que segue compara os resultados das amplitudes de oscilação obtidas pela presente simulação e pelos autores mencionados. O máximo valor obtido pelo Método dos Vórtices Discretos foi 0.65D para a velocidade reduzida igual a nove.

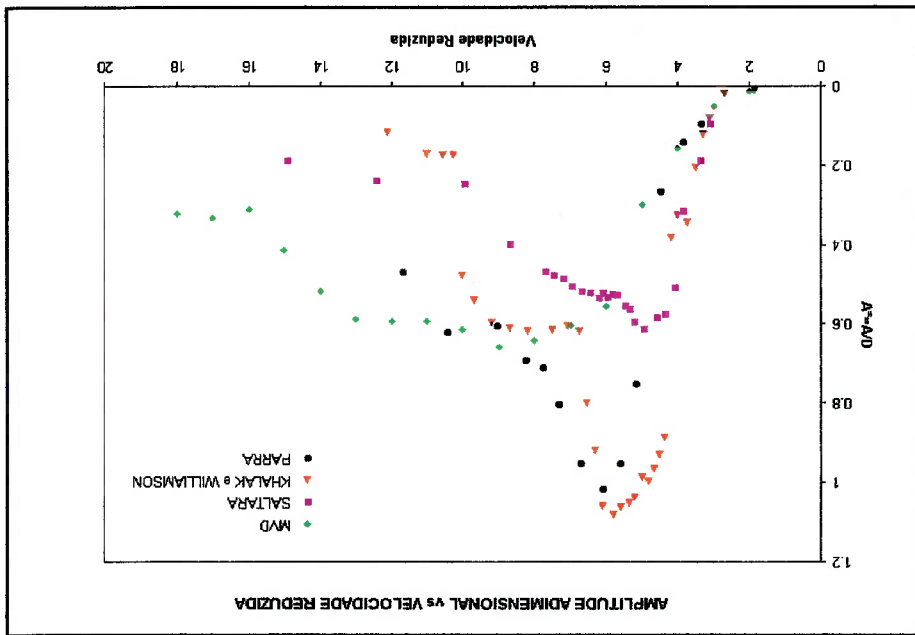


Fig. 3.11 - Comparação dos resultados obtidos pelo Método dos Vórtices Discretos (MVD) com os de KHALAK e WILLIAMSON(1996), PARRA (1996) e SALTARA (1999).

Em comparação com os resultados obtidos por Saltara, os valores de amplitudes máximas estão bem próximas, porém, houve um deslocamento da curva em direção às velocidades reduzidas mais elevadas.

As amplitudes do ramo inicial ($0 \leq U \leq 5$) capturadas pelo MVD foram similares às amplitudes obtidas experimentalmente por Khalak e Williamson, e PARRA (1996),

porém, as máximas amplitudes foram bem menores, aproximadamente a metade da esperada e isso se deve, provavelmente, aos efeitos tridimensionais do escoamento não capturados no MVD, que trata o escoamento na sua forma puramente bidimensional.

Nas figuras abaixo os diferentes modos de emissão de vórtices na esteira, os coeficientes de forças e os deslocamentos adimensionais do cilindro, em diferentes velocidades reduzidas, podem ser observados. Para $V_r=2$, a figura 3.12 mostra que dois vórtices “simples” são emitidos por ciclo, caracterizando o modo “2S” de emissão e a figura 3.13 mostra que a pequena amplitude de oscilação do cilindro não influencia os coeficientes de força, mantendo as mesmas características do cilindro estacionário. Para $V_r=6$, dois “pares” de vórtices são emitidos por ciclo, ou seja, modo “2P” de emissão, como mostra a figura 3.14; nesta velocidade reduzida o deslocamento do cilindro está em fase com a força de sustentação gerando elevadas amplitudes de oscilação, como indica a figura 3.15. No caso de $V_r=11$, a esteira não pode ser caracterizada, pois não há uma sincronia na geração e desprendimento dos vórtices e a figura 3.16 representa esta situação. Devido a isto, o sinal do coeficiente de sustentação não fica em sincronia com o deslocamento (figura 3.17). Para $V_r=14$, a figura 3.18 indica que dois “pares” de vórtices “simples” são emitidos por ciclo, característica esta do modo “2P+2S”. Como consequência, a força de sustentação e de arrasto ficam totalmente dessincronizadas, como mostrado na figura 3.19. É importante ressaltar, que para todos os casos analisados acima, os modos de emissão de vórtices estão de acordo com os obtidos experimentalmente por WILLIAMSON e ROSHKO (1988).

Fig. 3.13 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $Vr=2$.

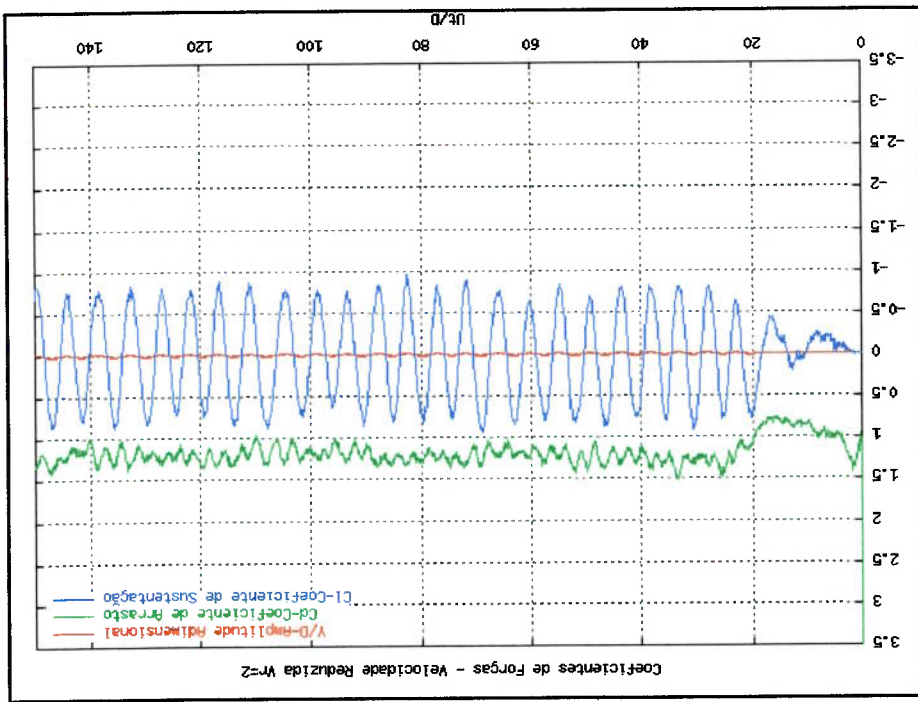


Fig. 3.12 - Estreia de vórtices para $Vr=2$.

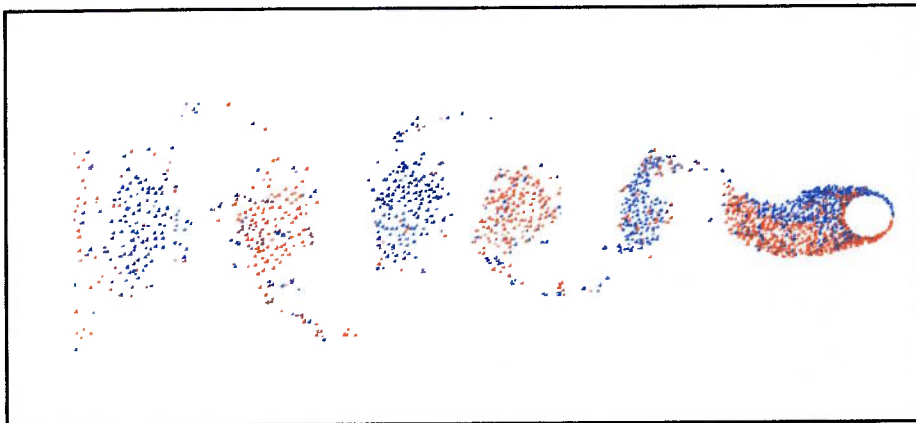


Fig. 3.15 - Coeficientes de forçs e deslocamento adimensional para $Vr=6$.

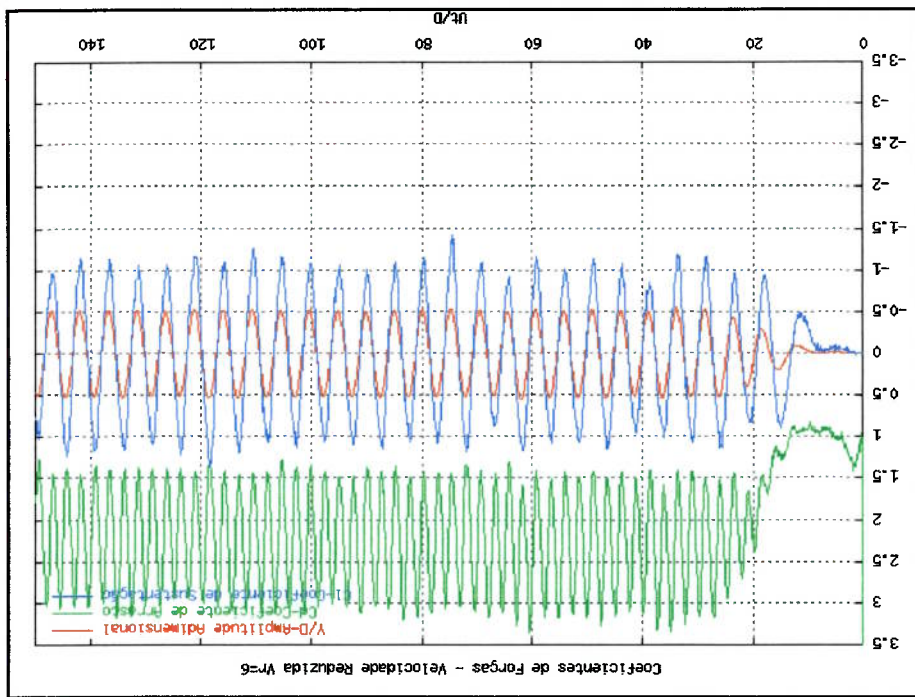


Fig. 3.14 - Estreia de vórtices para $Vr=6$.

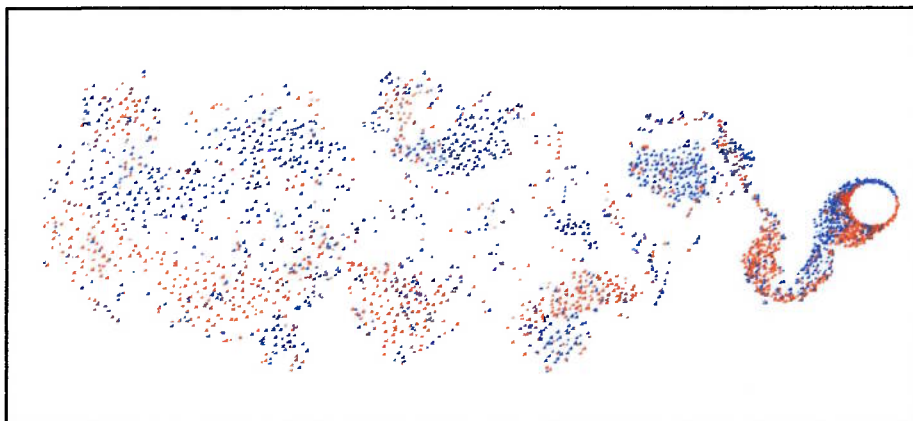


Fig. 3.17 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $Vr=11$.

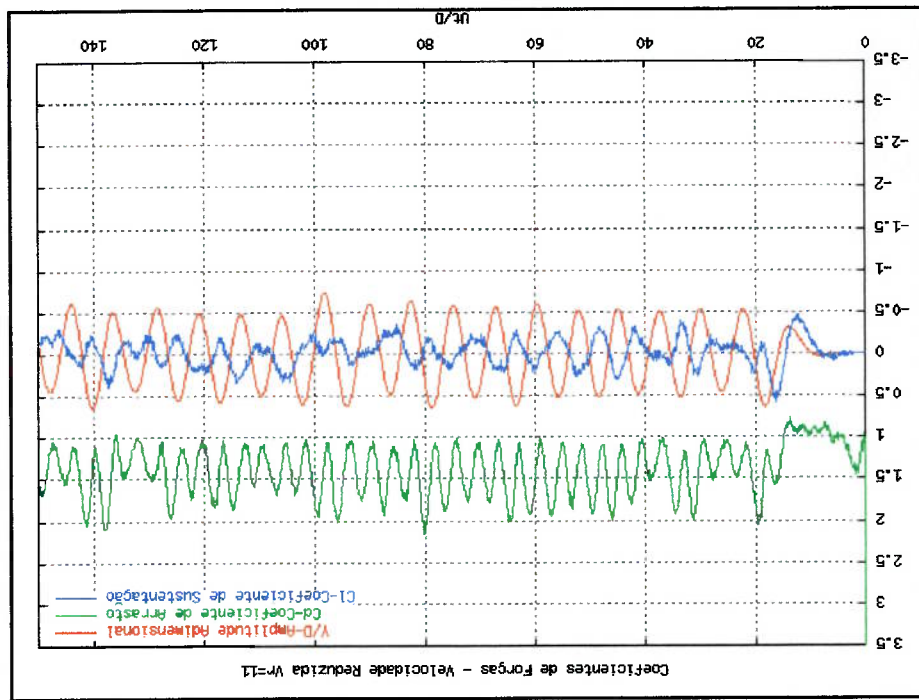
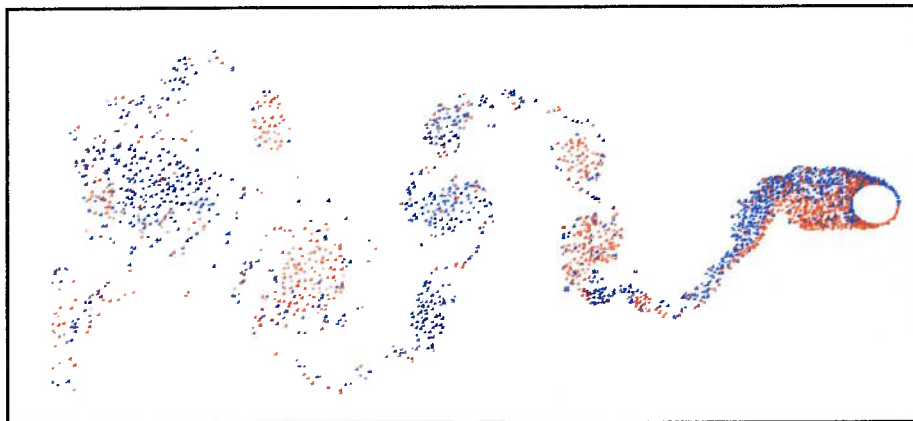


Fig. 3.16 - Esteira de vórtices para $Vr=11$.



A figura 3.20 compara os diferentes modos de emissão de vórtices obtidos pelas presentes simulações com os modos obtidos por Williamson. Os círculos em vermelho representam as análises realizadas anteriormente e os círculos em azul representam as possíveis regiões de sincronizações das outras velocidades reduzidas.

Fig. 3.19 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $Vr=14$.

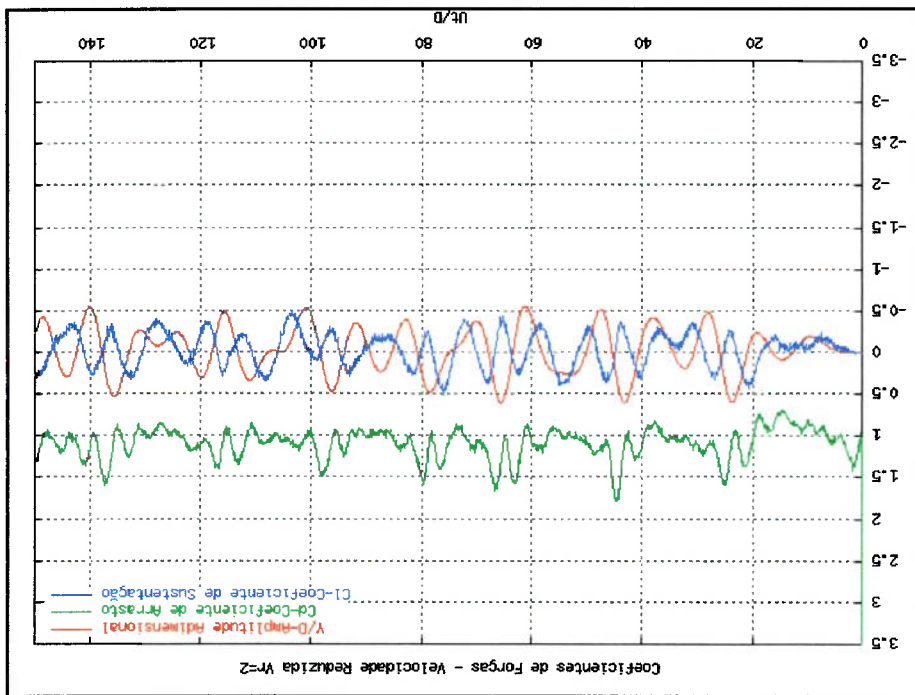
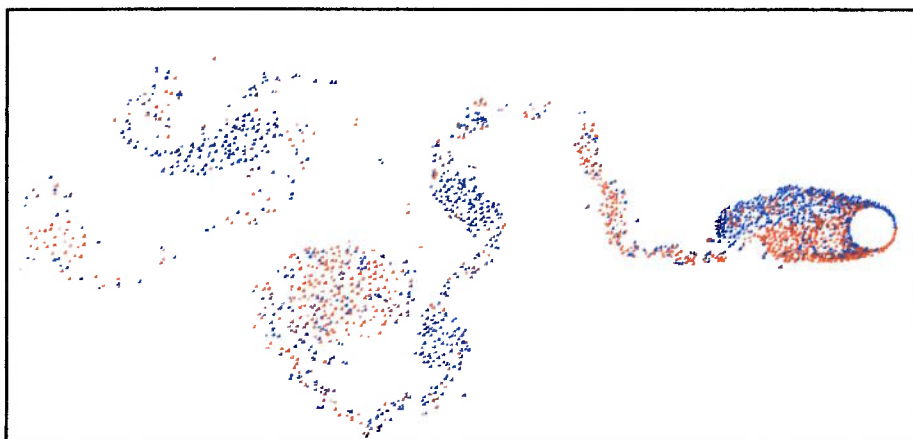


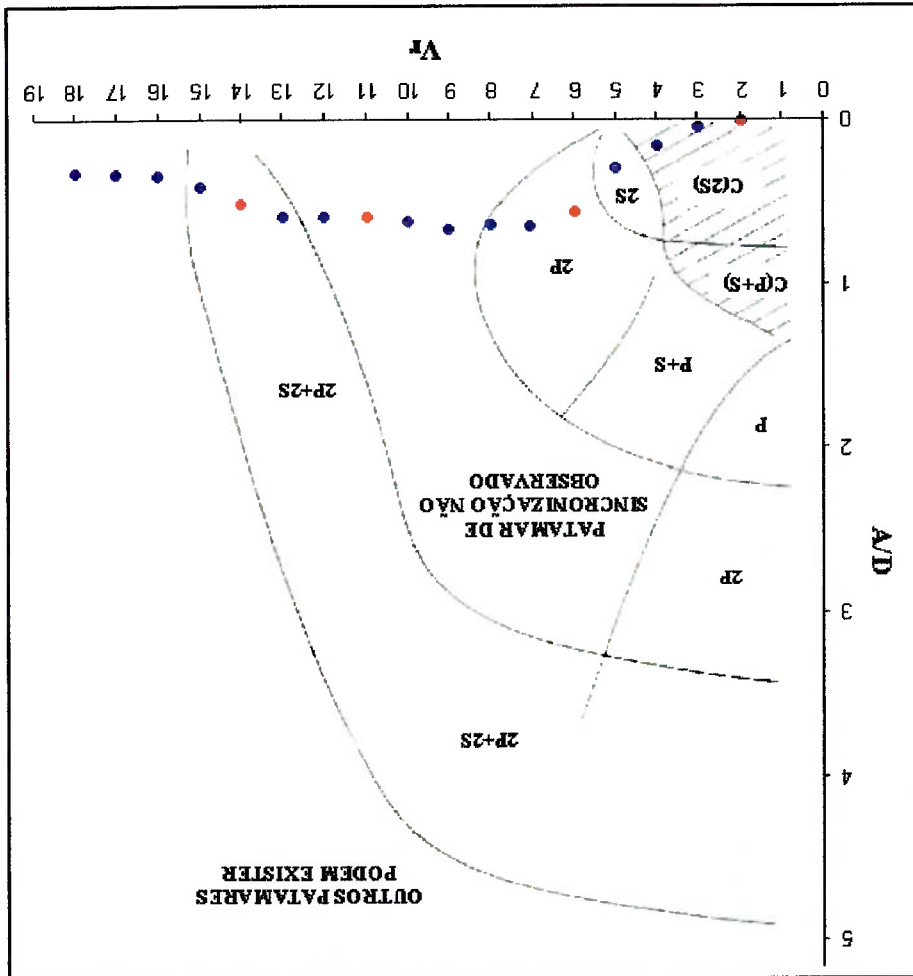
Fig. 3.18 - Estreia de vórtices para $Vr=14$.



Problemas que envolvem o fenômeno de vibração induzida pelo escoamento podem ser abordados em duas frentes. A primeira envolve escoamentos ao redor de um corpo solitário e a segunda, situações frequentes em trocadores de calor, linhas de transmissão de energia e estruturas marítimas, onde existe mais de um corpo imerso no escoamento. Nesta última, os corpos ficam dispostos em diferentes arranjos como o lado a lado ou em "tandem". O agrupamento a ser analisado é o em "tandem". Este se caracteriza pelo fato das estruturas ficarem dispostas em uma linha paralela à direção do escoamento incidente. O corpo frontal é denominado de "upstream" e o posterior

3.1.6.3 RESULTADOS PARA CILINDROS EM "TANDEM"

Fig. 3.20 - Mapa de regiões de sincronização. Adaptado de WILLIAMSON *et al.* (1988).



“downstream”. O espaçamento entre as estruturas (“gap”) é medido em termos do diâmetro das mesmas.

ZDRAVKOVICH [(1977) e (1986)] estudou os efeitos de interferência entre cilindros circulares em diferentes arranjos e números de Reynolds. Segundo ele, pode haver muitas regiões de interferências entre os corpos. As quatro principais regiões são:

- 1) Região de interferência de proximidade, onde os corpos estão próximos, porém, nenhum está imerso na esteira do outro;
- 2) Região de interferência de esteira, onde um corpo está perto ou imerso na esteira do outro;
- 3) Região de interferência mista que representa uma combinação das duas interferências anteriores e
- 4) Região de não interferência, onde o escoamento em torno de cada corpo na região é semelhante ao escoamento em torno de um corpo solitário.

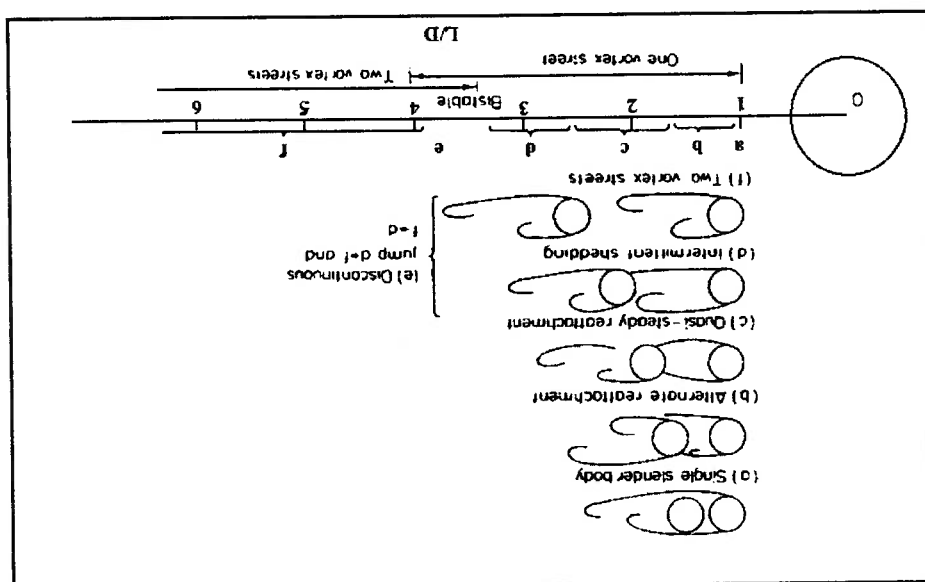
Para cilindros em “tandem”, a interferência ocorre devido aos efeitos de proximidade. Zdravkovich afirmou que nestas situações, três regimes de escoamento foram observados para baixos números de Reynolds (regime laminar):

- 1) Para $1 \leq L/D \leq 1.8$, dependendo do número de Reynolds, a camada cisalhante que separa do primeiro cilindro não “recola” (“reattach”) no segundo. O vórtice formado atrás do segundo corpo é gerado pelo desprendimento da camada cisalhante do primeiro;
- 2) $1.8 \leq L/D \leq 3.4$ dependendo do número de Reynolds, a camada cisalhante descolada do primeiro cilindro “recola” no segundo. O vórtice é gerado apenas no segundo cilindro;
- 3) $L/D \geq 3.4$ a camada cisalhante deslocada do primeiro cilindro começa a enrolar-se alternadamente à frente do segundo. Dois vórtices são formados atrás dos corpos. O vórtice emitido pelo segundo é chamado de binário, pois cada vórtice é oriundo dos dois vórtices formados nos dois cilindros. Os três regimes mencionados acima podem ser

Para $L/D=1.5$ e 2 os cilindros caracterizam-se como um corpo único. Em ambos os casos, não há a formação de vórtices no primeiro corpo, os vórtices são apenas gerados atrás do segundo corpo. Nota-se pelos gráficos de forças indicados nas figuras 3.22 e 3.24 que o coeficiente de arrasto do cilindro frontal é positivo e o do cilindro posterior é negativo, indicando uma força de atração entre os corpos. Observa-

Para as simulações do escoamento em trono de dois cilindros, foram utilizados os seguintes parâmetros: número de Reynolds igual a 40.000 e intervalo de tempo adimensional $\Delta t_{ad} = \frac{U \Delta t}{D} = 0.1$. Cada cilindro foi discretizado em 64 painéis. Foram simulados casos com espaçamento adimensional (L/D) entre os centros dos cilindros variando de 1.5 e 7. Para cada simulação foram realizadas 2.000 iterações correspondendo a um período de tempo adimensional de 200. O número de vórtices na esteira foi mantido em aproximadamente 3000 vórtices.

Fig. 3.21 - Regimes de interferências dos escoamentos ao redor de cilindros em diferentes arranjos. Adaptada de BLEVINS (1990).



terceiro f.

visto na figura 3.21. O primeiro regime corresponde à letra a, o segundo b, c, d e o

se também que, as amplitudes de oscilação dos coeficientes de sustentação são baixas, principalmente para o cilindro frontal, isto é decorrente da não formação da esteira no mesmo. Pelas figuras 3.23 e 3.25, fica evidente que para estes espaçamentos, a esteira de vórtice somente se forma atrás do cilindro posterior.

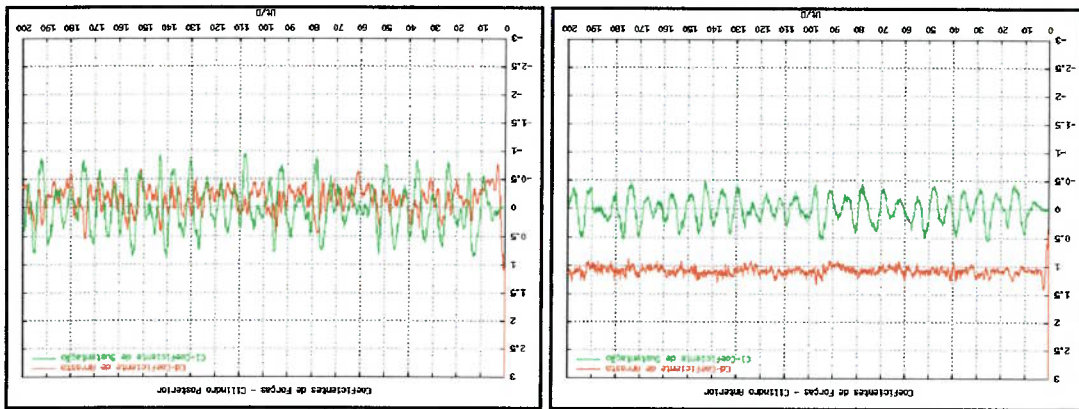


Fig. 3.22 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espaçamento 1,5D.

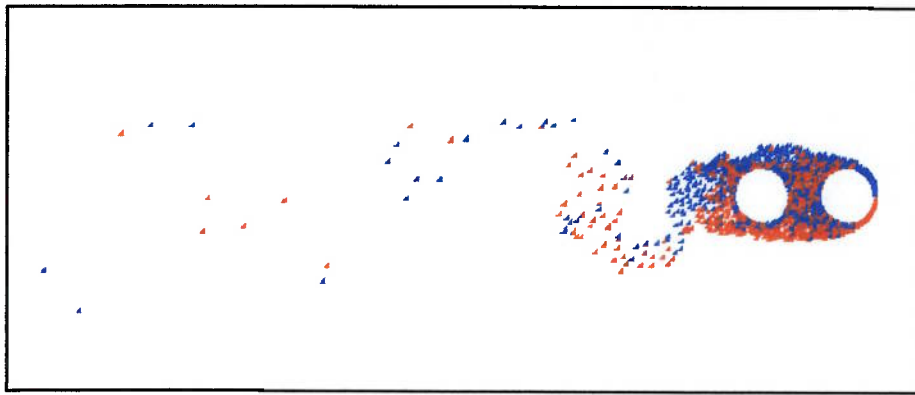


Fig. 3.23 - Esteira de vórtices. Espaçamento 1,5D.

O coeficiente de arrasto do cilindro posterior passa a se positivo para $L/D \geq 3$. Os gráficos dos coeficientes de forças, indicados nas figuras 3.26, 3.28, 3.30, 3.32 e 3.34, mostram claramente esta mudança de sinal. Nota-se também, o aumento da amplitude de oscilação do coeficiente de sustentação do cilindro frontal devido à formação da esteira atrás do primeiro corpo, o que não ocorria para espaçamento menores. Pelo fato do cilindro posterior estar imerso na esteira do frontal, o seu coeficiente de arrasto é menor que o primeiro, pois a esteira de vórtices caracteriza-se por ser uma região de baixa pressão. Além disto, a influência da esteira gera um aumento no valor do coeficiente de sustentação do cilindro posterior. Analisando-se as figuras 3.27, 3.29, 3.31, 3.33 e 3.35 nota-se que, com o aumento do espaçamento, a formação da esteira no

Fig. 3.25 - Esteira de vórtices. Espaçamento 2D.

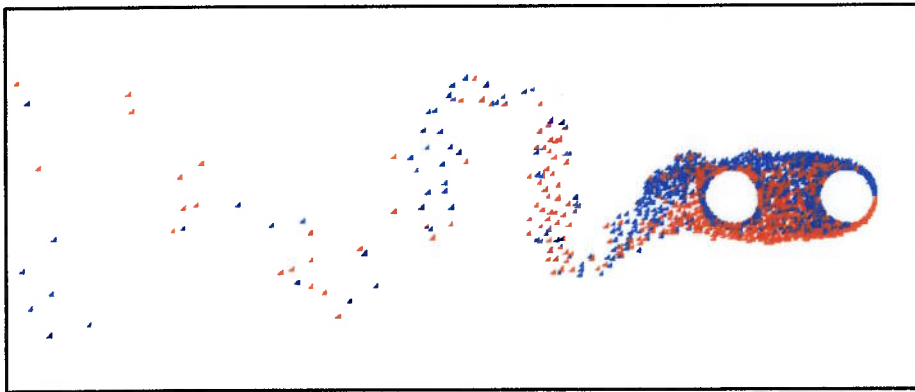
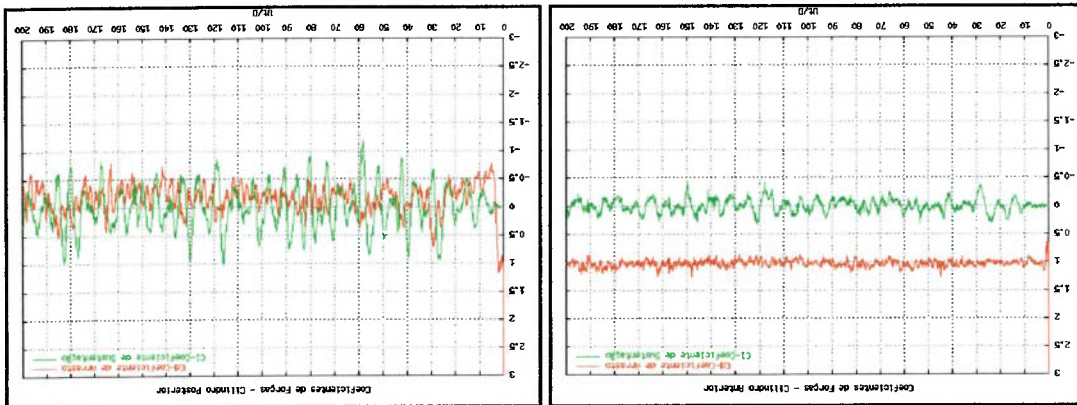


Fig. 3.24 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espaçamento 2D.



primeiro corpo fica mais evidente e a esteira de vórtices do cilindro posterior é composta de vórtices desprendidos de ambos os corpos.

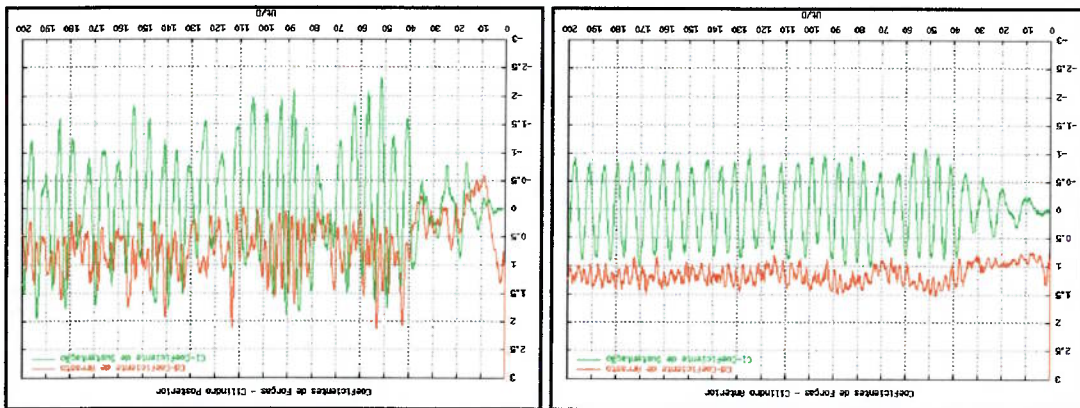


Fig. 3.26 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espacamento 3D.

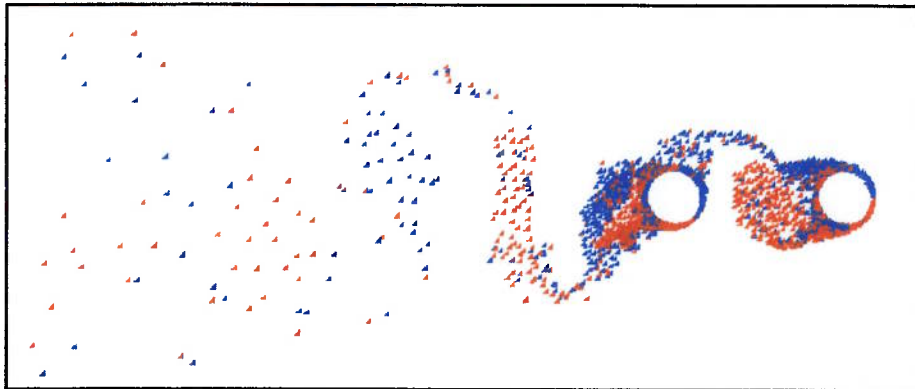


Fig. 3.27 - Esteira de vórtices. Espacamento 3D.

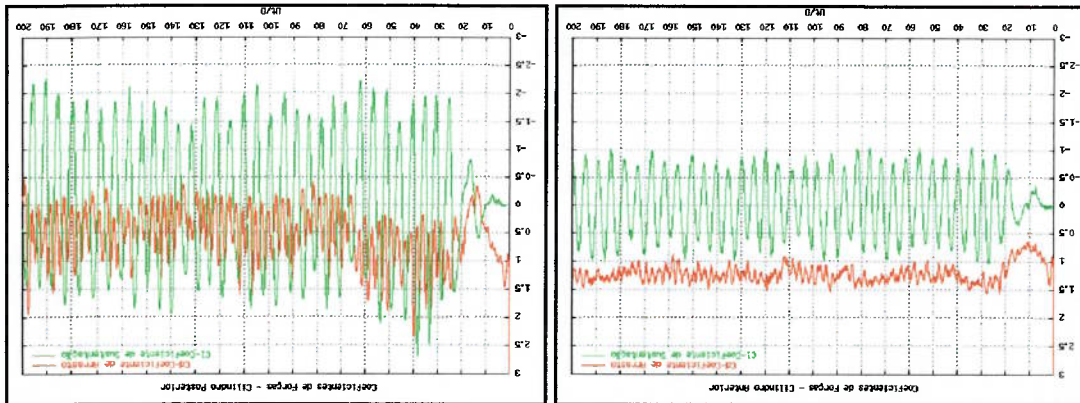


Fig. 3.28 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espacamento 4D.

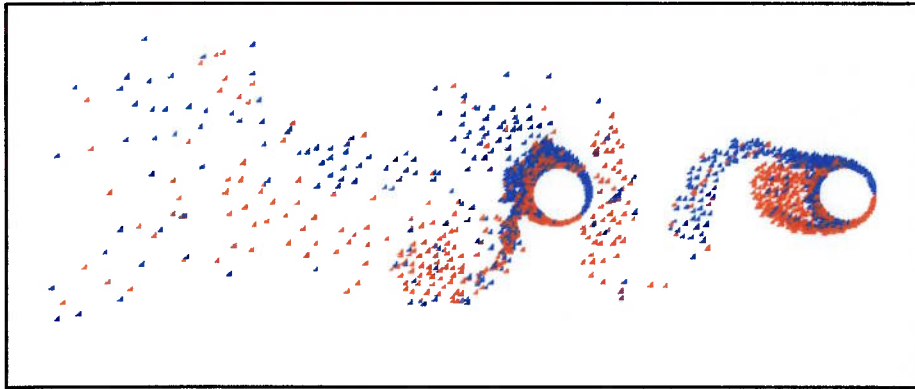


Fig. 3.31 - Esteira de vórtices. Espaçamento 5D.

Fig. 3.30 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espaçamento 5D.

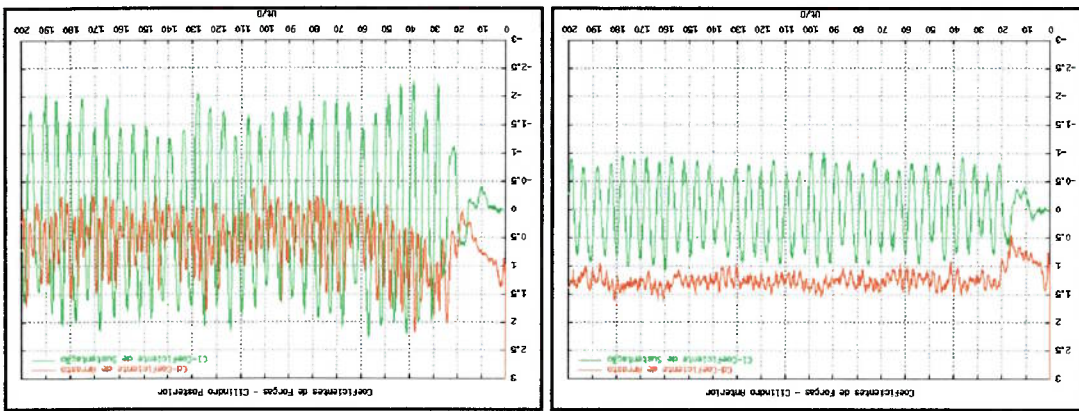


Fig. 3.29 - Esteira de vórtices. Espaçamento 4D.

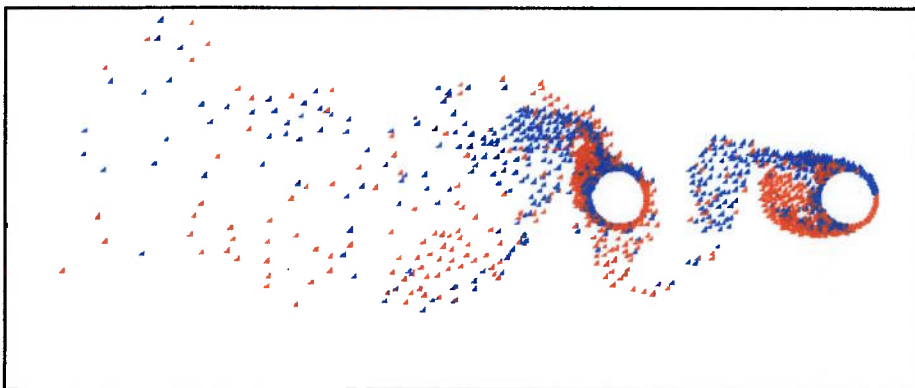


Fig. 3.34 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espacamento 7D.

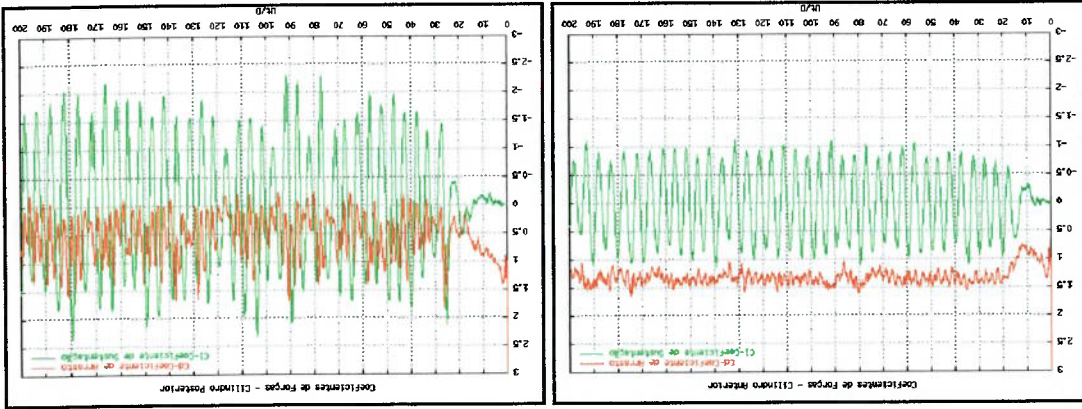


Fig. 3.33 - Estreia de vórtices. Espacamento 6D.

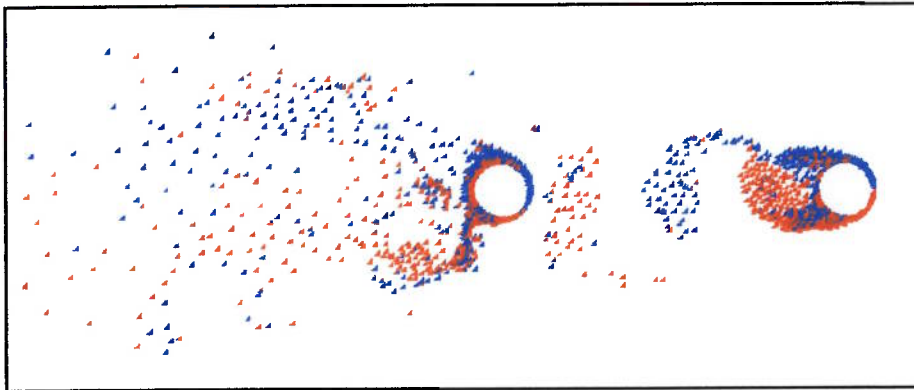
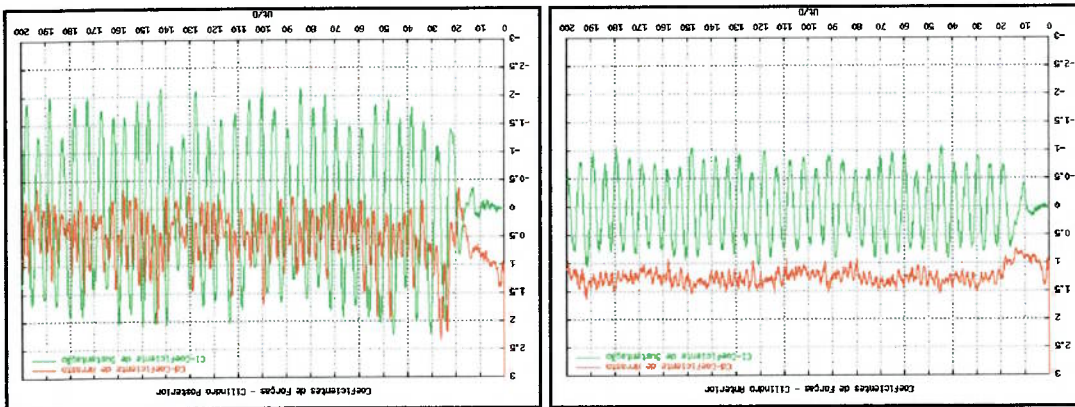
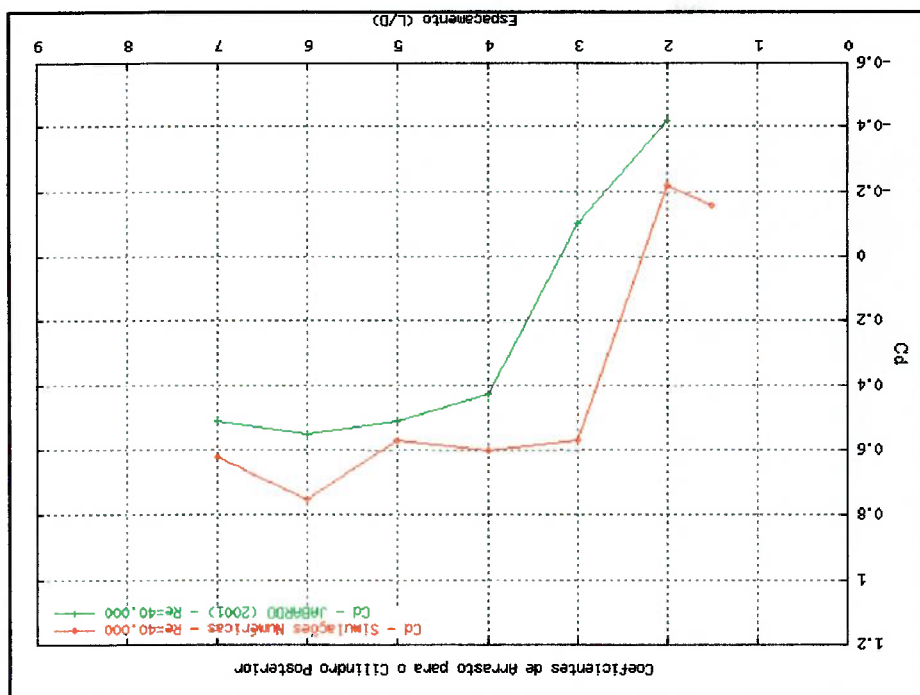


Fig. 3.32 - Coeficientes de forças no cilindro anterior e posterior. Espacamento 6D.



O principal objetivo destas simulações foi analisar o comportamento do Método dos Vórtices Discretos em casos de escoamentos em torno de dois corpos. Em termos

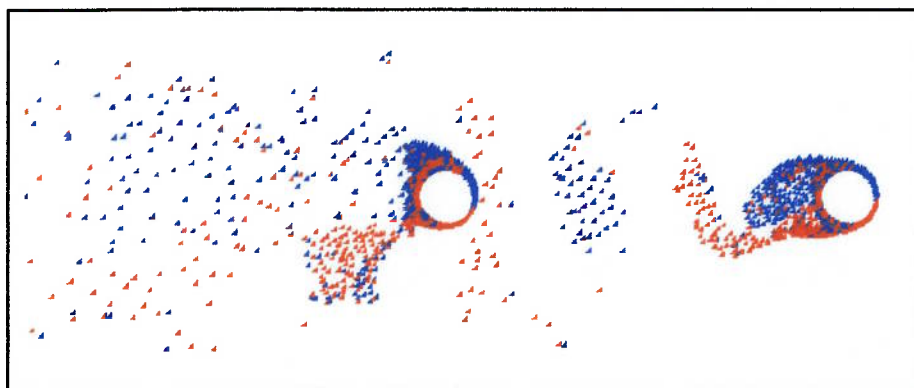
Fig. 3.36 – Comparação entre os coeficientes de arrasto para o cilindro posterior obtidos numericamente e experimentalmente.



por JABARDO e CALY (2001).

A figura 3.36 apresenta a comparação entre os coeficientes do cilindro posterior obtidos numericamente através do Método dos Vórtices Discretos e os determinados experimentalmente no Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo- IPT,

Fig. 3.35 - Esteira de vórtices. Espaçamento 7D.



qualitativos, a esteira de vórtices gerada pelo MVD reproduziu os três regimes de interferências observados por ZDRAVAKOVICH (1986). Quanto aos coeficientes de forçãs, os resultados das simulações mostraram que o método desenvolvido conseguiu capturar a inversão do sinal do coeficiente de arrasto do cilindro posterior. Porém, a inversão ocorreu antes dos valores obtidos experimentalmente por Jabardo e numericamente por MENEGHINI *et al.* (2001). É importante ressaltar que nesta última referência as simulações numéricas foram realizadas em escoamentos com $Re=200$. MENEGHINI (2001) indica os efeitos tridimensionais do escoamento como as principais causas das discrepâncias entre os experimentos e as simulações numéricas.

4 MODELO ESTRUTURAL DO "RISER" VERTICAL

4.1 DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS

A estrutura de um "riser" vertical pode ser comparada à de um tubo sujeito à pressão hidrostática interna e à externa além de carregamentos externos devido à onda e à corrente marítima. Portanto, o "riser" pode ser considerado uma viga sujeita à carregamentos distribuídos ao longo do seu comprimento e, por conseguinte, sujeita à flexão, sendo a equação diferencial que a governa dada por:

$$(4.1) \quad \frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2 x}{dz^2} \right) - T \left(z \right) \frac{d^2 x}{dz^2} - w \frac{dx}{dz} = f$$

onde EI é o módulo de rigidez à flexão, T é a tração axial aplicada na seção transversal do "riser", w é o peso por unidade de comprimento do "riser" e f é a força lateral aplicada no "riser" por unidade de comprimento.

A equação (4.1) somente é linear para vigas com ângulos de deflexões menores que dez graus, como os "risers", e por este motivo, o "riser" vertical pode ser modelado baseando-se na teoria de Euler-Bernoulli para vigas sujeitas à flexão.

A figura 4.1 representa o "riser" vertical sujeito a uma tração axial no seu topo. Segundo PATEL (1989), aplica-se uma grande tração no seu topo de forma a se evitar o colapso devido ao seu peso próprio. Esta tração permite ainda, que haja um movimento relativo entre a plataforma e o fundo do mar, mantendo o "riser" sempre tensionado. Este movimento ("offset") é da ordem de 7% a 10% da profundidade do mar.

considerando estas pressões, a equação (4.1) toma a seguinte forma:

interno e externo ao "riser" devem ser consideradas no termo de tração axial, portanto

sendo o "riser" considerado um tubo, as pressões hidrostáticas dos fluidos

medida na direção horizontal.

medida a partir da base do "riser" e positiva em direção ao topo do mesmo e a direção x

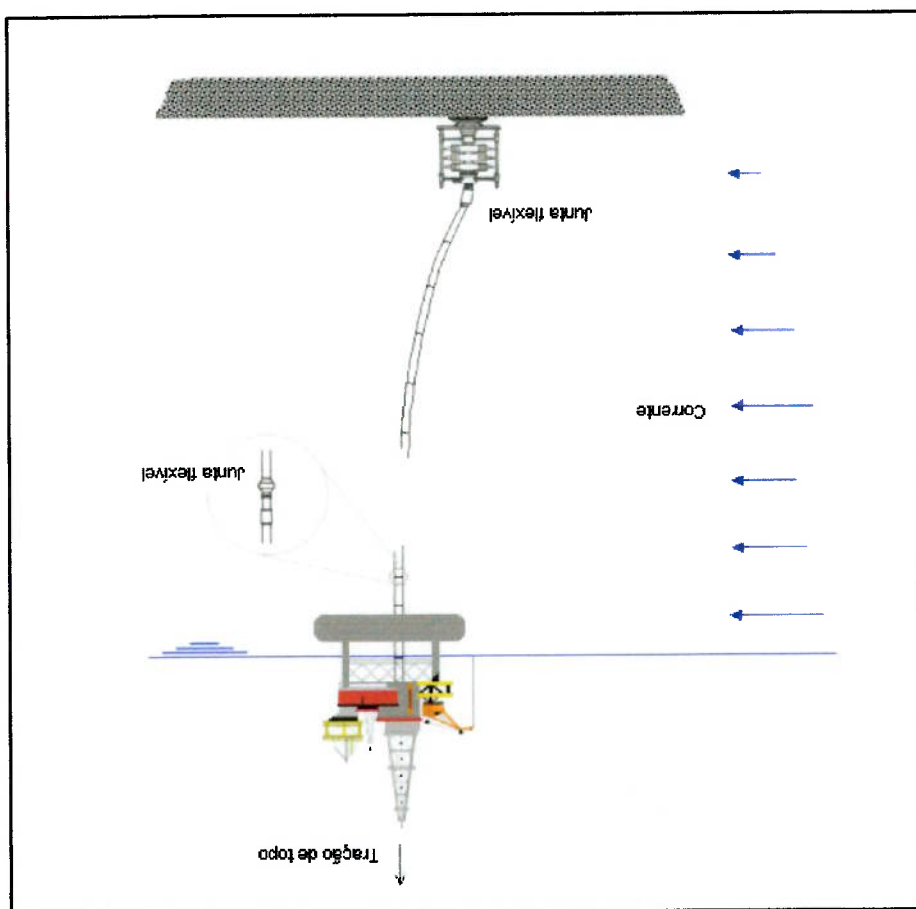
O sistema de coordenadas é considerado global ou inercial sendo a direção z

necessidade.

plataforma na superfície do mar e podem ser desconectadas automaticamente, caso haja

As juntas existentes nas extremidades do "riser" permitem a movimentação da

Fig. 4.1 - Modelo do "riser" traçado.

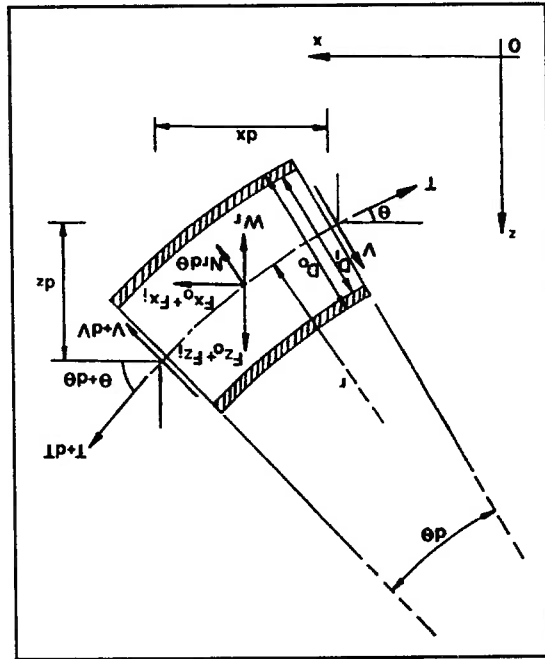


1. uma tração axial e uma força cortante atuando na parede do material (T e V);

carregamentos podem ser citados como:

A figura anterior mostra os carregamentos aos quais o "riser" está sujeito e estes

Fig. 4.2 - Carregamentos na seção do "riser". Adaptada de PATEL (1991).



como mostrado na figura 4.2.

A equação (4.2) rege o comportamento estático do "riser" e pode ser demonstrada a partir da análise bidimensional de uma seção infinitesimal do mesmo,

onde p_o é a pressão externa à parede do "riser" e p_i é a pressão interna, A_s é a área da parede do "riser", A_i é a área da seção perfurada e A_o é a área total da seção do "riser", ou seja, a área da parede do "riser" mais a área da seção perfurada do mesmo. O peso total ao qual o "riser" está sujeito é dado pela soma do peso do fluido interno γ_s , com o peso do fluido ao redor do "riser" γ_o e com o peso do material da parede do "riser" γ_s .

$$(4.2) \quad \frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2 x}{dz^2} \right) - (T(z) + A_o p_o - A_i p_i) \frac{d^2 x}{dz^2} - (\gamma_s A_s - \gamma_o A_o + \gamma_i A_i) \frac{dx}{dz} = f$$

2. uma força horizontal resultante das pressões hidrostáticas externa e interna

$$(F_{x0} + F_{xi});$$

3. uma força vertical resultante das pressões hidrostáticas externa e interna

$$(F_{z0} + F_{zi});$$

4. uma força de arrasto devido ao escoamento externo, sendo apenas

considerado a componente normal da mesma (N) e

5. o peso do elemento (Wr) atuando na direção vertical.

Fazendo a decomposição das forças na direção x e z e impondo a condição de

equilíbrio nestas direções, tem-se:

$$(4.3) \quad \sum F_x = 0$$

ou seja,

$$(4.4) \quad (T + dT)\cos(\theta + d\theta) - T\cos\theta + (V + dV)\sin(\theta + d\theta) - V\sin\theta + (F_{x0} + F_{xi}) + N\sin\theta r d\theta = 0$$

Analogamente na direção z , tem-se:

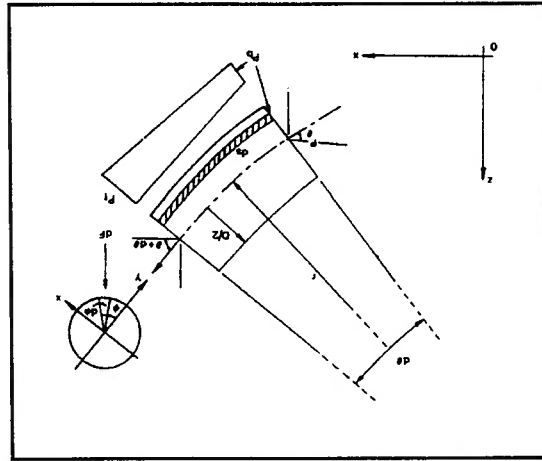
$$(4.5) \quad \sum F_z = 0$$

e portanto,

$$(4.6) \quad (T + dT)\sin(\theta + d\theta) - T\sin\theta - (V + dV)\cos(\theta + d\theta) + V\cos\theta - Wr + (F_{z0} + F_{zi}) + N\cos\theta r d\theta = 0$$

Para pequenos $d\theta$ as seguintes aproximações podem ser feitas:

Fig. 4.3 - Pressões hidrostáticas. Retirada de PATEL (1991).



As componentes das forças devido às pressões hidrostáticas interna e externa F_{xi} , F_{zi} , F_{xo} , F_{yo} podem ser encontradas fazendo a análise de um segmento do "riser" sujeito a estas pressões, conforme o esquema da figura 4.3.

$$T d\theta - dV + (F_{zo} + F_{zi} - Wr) \cos \theta - (F_{xo} + F_{xi}) \sin \theta - N r d\theta = 0 \quad (4.11)$$

Combinando as equações (4.9) e (4.10), tem-se:

$$(T \cos \theta + V \sin \theta) d\theta + dT \sin \theta - dV \cos \theta + (F_{zo} + F_{zi}) - Wr - N \cos \theta r d\theta = 0 \quad (4.10)$$

e,

$$-(T \sin \theta - V \cos \theta) d\theta + dT \cos \theta + dV \sin \theta + (F_{xo} + F_{xi}) + N \sin \theta r d\theta = 0 \quad (4.9)$$

seguintes formas:

Portanto as equações das forças nas duas direções podem ser reescritas nas

$$\cos(\theta + d\theta) = \cos \theta \cos d\theta - \sin \theta \sin d\theta \quad (4.8)$$

e,

$$\sin(\theta + d\theta) = \sin \theta \cos d\theta + \cos \theta \sin d\theta \quad (4.7)$$

Pela figura 4.3 o comprimento do segmento ds é dado por:

$$ds = \left(r + \frac{1}{2} D \cos \varphi \right) d\theta \quad (4.12)$$

onde φ é o ângulo de medida da circunferência do segmento, r é o raio de curvatura e D é o diâmetro do "riser".

Apenas as forças nas paredes do "riser" são consideradas nesta análise e a figura 4.3 mostra que a pressão hidrostática aumenta linearmente ao longo da eixo vertical da seção. Portanto, a pressão na parte inferior da seção p_b pode ser calculada como função da pressão hidrostática p atuante na seção, como segue:

$$p_b = p - \frac{1}{2} \gamma D \cos \theta \cdot \text{sen } \varphi \quad (4.13)$$

onde γ é o peso do fluido por unidade de volume. A pressão na parte superior p_t pode ser dada como:

$$p_t = p_b - \gamma \cos \theta ds \quad (4.14)$$

onde

$$\frac{dz}{ds} \cos \theta = \frac{ds}{ds} \quad (4.15)$$

A área da seção do elemento definido pelo arco $d\varphi$ é dada por:

$$dA = \frac{1}{2} D ds d\varphi \quad (4.16)$$

A força que atua nesta seção do elemento é dada por:

$$dF_x = \int_{\phi=2\pi}^{\phi=0} -dF \sin \theta \sin \phi \quad (4.22)$$

análise bidimensional, a componente na direção y é nula, resultando em:

O diferencial da força pode ser decomposto nas três direções x , y e z . Sendo a

$$dF = \left[\frac{1}{2} p D r d\theta - \frac{1}{4} \gamma D r^2 \sin(\theta)^2 \right] d\phi + \left[\frac{1}{4} p D^2 d\theta + \frac{1}{4} \gamma D^2 r^2 \cos \theta d\theta - \frac{1}{4} \gamma D^2 r \sin \theta (d\theta)^2 \right] \sin \phi d\phi + \left[\frac{1}{8} \gamma D^3 \cos \theta d\theta - \frac{1}{8} \gamma D^3 \sin \theta (d\theta)^2 \right] \sin^2 \phi d\phi \quad (4.21)$$

Separando em termos individuais,

(4.20)

$$dF = \left(p - \frac{1}{2} \gamma D \cos \theta \sin \phi - \frac{1}{4} \gamma D^2 r^2 \cos \theta \sin \phi + \frac{1}{2} \gamma D \cos \phi \right) \left(\frac{1}{2} D r d\theta + \frac{1}{4} D \cos \phi \right) d\theta d\phi$$

Substituindo ds na equação (4.19), tem-se:

$$dF = \left(p - \frac{1}{2} \gamma D \cos \theta \sin \phi - \frac{1}{4} \gamma D^2 r^2 \cos \theta \sin \phi + \frac{1}{2} \gamma D \cos \phi \right) \left(\frac{1}{2} D ds d\phi \right) \quad (4.19)$$

ou seja,

$$dF = \frac{1}{2} (p_s + p_s - \gamma ds \cos \theta) \left(\frac{1}{2} D ds d\phi \right) \quad (4.18)$$

Substituindo as expressões dadas por dA , p_s e p_t na equação (4.17), tem-se:

$$dF = \frac{1}{2} (p_s + p_t) dA \quad (4.17)$$

interna é similar a uma força de compressão axial. externa é similar a uma força de tração axial, enquanto que o da pressão hidrostática que têm efeitos similares. A tração efetiva mostra que o efeito da pressão hidrostática conceito de tração efetiva é de um agrupamento matemático conveniente de parâmetros com $Wr = \gamma_s A_s r d\theta$. O termo $(T + p_o A_o - p_i A_i)$ é denominado de Tração Efetiva. O

$$(T + p_o A_o - p_i A_i) d\theta - dV + ((\cos\theta - \sin\theta d\theta)(\gamma_o A_o - \gamma_i A_i) - \gamma_s A_s \cos\theta - N) r d\theta = 0 \quad (4.28)$$

equação (4.11) e posteriormente simplificada, originando a seguinte equação:

Tendo as componentes das forças hidrostáticas, estas podem ser substituídas na

$$F_z + F_x = [(p_o A_o - p_i A_i) + (\gamma_o A_o - \gamma_i A_i) r (\cos\theta - \sin\theta d\theta)] \cos\theta d\theta \quad (4.27)$$

equação (4.24) e considerando os efeitos das pressões interna e externa.

A força na direção z, F_z pode ser obtida de forma analoga, ou seja, integrando a

$$F_z + F_x = [(p_i A_i - p_o A_o) + (\gamma_i A_i - \gamma_o A_o) r (\cos\theta - \sin\theta d\theta)] \sin\theta d\theta \quad (4.26)$$

consideradas e a equação (4.25) toma a seguinte forma:

Para um caso geral, a força devido às pressões externa e interna devem ser

$$F_x = -[pA + r \gamma A (\cos\theta - \sin\theta d\theta)] \sin\theta d\theta \quad (4.25)$$

Integrando a equação (4.23) encontra-se a força na direção x, que é dada por:

$$dF_z = \int_{\phi=2\pi}^{\phi=0} dF \cos\theta \sin\phi \quad (4.24)$$

$$F_y = 0 \quad (4.23)$$

A equação acima pode ser escrita para um "riser" vertical adotando o ângulo

entre o "riser" e a direção vertical como sendo: $\phi = \frac{\pi}{2} - \theta$ e portanto $d\phi = -d\theta$, ou

seja:

$$-(T + p_o A_o - p_1 A_1) d\phi - dV - ((\text{sen}\phi + \text{cos}\phi) d\phi) (\gamma_o A_o - \gamma_1 A_1) - \gamma_s A_s \text{sen}\phi - N) r d\phi = 0 \quad (4.29)$$

Desprezando os termos quadráticos $d^2\phi$, tem-se:

$$-(T + p_o A_o - p_1 A_1) d\phi - dV - ((\gamma_o A_o - \gamma_1 A_1 - \gamma_s A_s) \text{sen}\phi - N) r d\phi = 0 \quad (4.30)$$

Como $r d\theta = ds$ e $d\theta = -d\phi$ origina-se $r d\phi = -ds$ e a equação anterior toma a

seguinte forma:

$$-(T + p_o A_o - p_1 A_1) d\phi - dV + ((\gamma_o A_o - \gamma_1 A_1 - \gamma_s A_s) \text{sen}\phi - N) ds = 0 \quad (4.31)$$

e dividindo por ds , tem-se:

$$-(T + p_o A_o - p_1 A_1) \frac{d\phi}{ds} - \frac{dV}{ds} + (\gamma_o A_o - \gamma_1 A_1 - \gamma_s A_s) \text{sen}\phi - N = 0 \quad (4.32)$$

As seguintes relações podem ser definidas:

$$\text{cos}\phi = \frac{ds}{dz} = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{1/2}} \quad (4.33)$$

$$\text{sen}\phi = \frac{dx}{ds} = \frac{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{1/2}}{\frac{dx}{dz}} \quad (4.34)$$

$$(4.35) \quad \frac{d\phi}{ds} = \frac{d\phi}{dz} \frac{dz}{ds} = \frac{d(\arctan dx/dz)}{dz} \frac{dz}{ds} = \frac{1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2}{d^2x} \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 \right]^{-3/2}$$

$$(4.36) \quad \frac{dV}{dz} = -\frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2x}{dz^2} \right)$$

$$(4.37) \quad \frac{dV}{ds} = \frac{dV}{dz} \frac{dz}{ds} = \frac{dV}{dz} \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 \right]^{-1/2} = -\frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2x}{dz^2} \right) \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 \right]^{-1/2} \quad (4.37)$$

Substituindo estas relações na equação (4.32), e posteriormente dividindo por

$$\left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 \right]^{-1/2}, \text{ tem-se:}$$

$$(4.38) \quad \frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2x}{dz^2} \right) - (T + p^o A^o - p^i A_i) \frac{d^2x}{dz^2} = N \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 \right]^{-1/2} + (\gamma^o A^o - \gamma^i A_i - \gamma^s A_s) \frac{dx}{dz} \quad (4.38)$$

Finalmente, assumindo que a inclinação $\frac{dx}{dz}$ é muito pequena e o seu valor

elevado ao quadrado $\left(\frac{dx}{dz}\right)^2$ será desprezível, quando comparado com a unidade, a

equação, que governa um "riser" rígido vertical sujeito a um carregamento lateral, fica

sendo:

$$(4.39) \quad \frac{d^2}{dz^2} \left(EI \frac{d^2x}{dz^2} \right) - (T + p^o A^o - p^i A_i) \frac{d^2x}{dz^2} = N + (\gamma^o A^o - \gamma^i A_i - \gamma^s A_s) \frac{dx}{dz} \quad (4.39)$$

Uma ferramenta utilizada para a resolução da equação fundamental do "rizer" vertical é o Método dos Elementos Finitos, que consiste na divisão do domínio em questão em um grupo de simples subdomínios denominados *de elementos finitos*. A conexão entre os elementos é feita por pontos (*nos*):

Cada elemento é governado por uma equação diferencial, sendo esta tratada através de um método variacional e a sua resolução obtida por integração. A solução aproximada em todo o domínio é assumida como uma combinação linear de funções coordenadas, de base ou de interpolação. Normalmente, são utilizados polinômios para tais funções.

Existem vários métodos variacionais tais como: Rayleigh-Ritz, Galerkin, Mínimos Quadrados e Resíduos Ponderados. O que difere um do outro é o tipo da integral a ser utilizada, a função peso ("*weighting function*") e as funções de base.

O método de Galerkin, na sua formulação fraca, consiste na resolução aproximada da equação que governa o comportamento do elemento ($f(z)=b$), por uma função z_0 , tal que as condições de contorno essenciais do elemento sejam satisfeitas. Porém, esta aproximação gera um erro, ou um resíduo, na sua solução final, do tipo:

$$R = f(z_0) - b \neq 0 \quad (4.40)$$

A ideia do método consiste na minimização do erro em todo o domínio do problema bem como nas suas fronteiras, e isto é realizado multiplicando o erro por uma função peso w e impondo que a integral do produto resultante em todo o domínio seja nula, ou seja:

Não é fácil de se determinar a função peso que satisfaça a equação diferencial que rege o problema, devido à complexidade das condições de contorno e da geometria do mesmo e, por isso, somente as condições essenciais do problema são satisfeitas.

4.3 SOLUÇÃO ESTÁTICA DO "RISER"

A modelagem do "riser" através do Método dos Elementos Finitos é realizada com elementos do tipo barra com seis graus de liberdade: dois na direção horizontal (v_1 e v_2), dois na direção vertical (u_1 e u_2) e duas rotações (θ_1 e θ_2). O modelo utilizado pode ser visto na figura 4.4

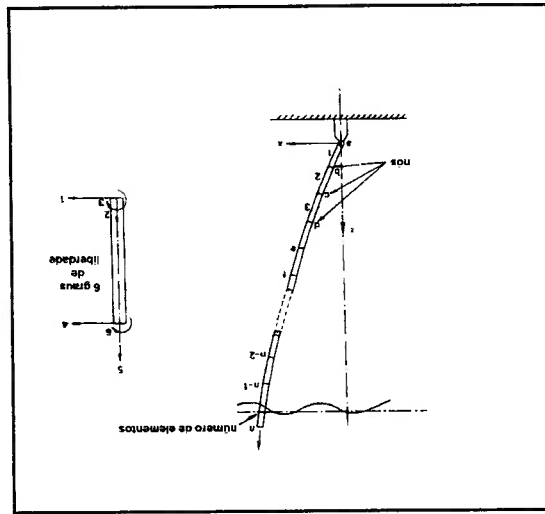


Fig. 4.4 - Modelo de elementos finitos. Retirada de PATEL (1991).

Conforme já apresentado, um "riser" vertical sujeito a um carregamento lateral pode ser representado baseando-se na teoria de Euler-Bernoulli, ou seja, assume-se que o plano do corte transversal, que é perpendicular ao eixo axial da viga, se mantém plano e perpendicular ao eixo axial mesmo após a deformação da viga.

Segundo esta teoria, a equação de flexão da viga é uma equação diferencial de

quarta ordem, do tipo:

$$EI \frac{d^4 v(z)}{dz^4} = q(z) \quad (4.42)$$

onde $v(z)$ é deslocamento da viga e $q(z)$ é força atuante no "riser" por unidade de comprimento.

4.3.1 MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA

A formulação fraca do Método de Galerkin em problemas de estruturas mecânicas pode ser desenvolvida a partir do princípio dos trabalhos virtuais ou através do tratamento das equações diferenciais, sendo a última utilizada no presente trabalho.

Pelo fato da equação diferencial ser de quarta ordem, quatro condições de contorno são necessárias para a resolução do problema, sendo duas para cada nó do elemento. Portanto, um polinômio de quarta ordem pode ser utilizado para a aproximação do deslocamento da viga:

$$v(z) = \alpha_1 + \alpha_2 z + \alpha_3 z^2 + \alpha_4 z^3 \quad (4.43)$$

e as quatro condições de contorno são:

$$\begin{aligned} v = v_1 \quad e \quad \frac{dv}{dz} = \theta_1 \quad \text{para } z = 0 \\ v = v_2 \quad e \quad \frac{dv}{dz} = \theta_2 \quad \text{para } z = L \end{aligned} \quad (4.44)$$

As condições de contorno geram o seguinte sistema de equações:

liberdade do elemento na curva de deflexão da viga.

Interpolação Cúbica de Hermite e, fisicamente, representa a influência de cada grau de derivadas nos nós. Cada função de interpolação é conhecida como Função de As quatro funções de interpolação são derivadas da função $v(z)$ e de suas

$$\begin{aligned}
 f_1(z) &= 1 - 3\left(\frac{L}{z}\right)_2 + 2\left(\frac{L}{z}\right)_3 \\
 f_2(z) &= z - 2\left(\frac{L}{z}\right)_2 + \left(\frac{L}{z}\right)_3 \\
 f_3(z) &= 3\left(\frac{L}{z}\right)_2 - 2\left(\frac{L}{z}\right)_3 \\
 f_4(z) &= -\left(\frac{L}{z}\right)_2 + \left(\frac{L}{z}\right)_3
 \end{aligned}
 \tag{4.48}$$

onde:

$$v(z) = f_1(z)v_1 + f_2(z)\theta_1 + f_3(z)v_2 + f_4(z)\theta_2
 \tag{4.47}$$

de forma do elemento.

A equação (4.43) pode ser reescrita em termos das funções de interpolação, ou

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} = \frac{1}{L^3} \begin{bmatrix} L^3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -3L & -2L^2 & L \\ 0 & 0 & 3L & -2L \\ L^3 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}
 \tag{4.46}$$

Invertendo o sistema, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & L & 1 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix}
 \tag{4.45}$$

Obtem-se:

$$(4.52) \quad \begin{aligned} n(0) &= 0 \\ n(L) &= 0 \end{aligned}$$

E considerando as duas condições de contorno como sendo:

$$(4.51) \quad n(z) = \alpha_1 + \alpha_2 z$$

Assumindo o seguinte polinômio para a aproximação do deslocamento:

onde E é o módulo de Young, A é área da seção transversal e n é o deslocamento axial.

$$(4.50) \quad EA \frac{d^2 n(z)}{dz^2} = 0$$

uma barra de treliça é:

como uma barra de treliça, com apenas deslocamentos axiais. A equação que governa força cortante e do momento fletor. Para esta análise, o elemento pode ser considerado A influência da força axial no elemento pode ser analisada separadamente da

a rotação, a força cortante e o momento fletor nas extremidades do elemento.

onde L é o comprimento do elemento, v_1, θ_1, M_1 são, respectivamente, o deslocamento,

$$(4.49) \quad \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 4L^2 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{x1} \\ M_1 \\ F_{x2} \\ M_2 \end{bmatrix}$$

sistema de equações para um elemento de viga no sistema de coordenadas local.

Aplicando o Método de Galerkin, com $w_i = f_i(z)$, na equação (4.47) origina-se o

A influência da força cortante juntamente com o momento fletor pode ser somada à influência da força axial, resultando em um sistema único de equações com seis graus de liberdade, como o que segue:

onde n e F indicam os deslocamentos axiais e as forças normais, ou axiais, nas extremidades da barra.

$$(4.57) \quad \begin{Bmatrix} F_{z2} \\ F_{z1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L}{EA} & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{Bmatrix}$$

equação (4.56), tem-se:

Aplicando Galerkin na equação (4.55), com as funções de forma dadas pela

$$(4.56) \quad \begin{aligned} f_1(z) &= 1 - \frac{z}{L} \\ f_2(z) &= \frac{z}{L} \end{aligned}$$

onde,

$$(4.55) \quad n(z) = f_1(z)n_1 + f_2(z)n_2$$

forma do elemento:

Destá forma pode-se reescrever o deslocamento axial em termos das funções de

$$(4.54) \quad \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{Bmatrix}$$

Invertendo o sistema anterior, tem-se:

$$(4.53) \quad \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ L & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix}$$

$$(4.60) \quad \begin{aligned} \bar{v} &= v \cos \beta + n \sin \beta \\ \bar{\theta} &= \theta \\ \bar{n} &= -v \sin \beta + n \cos \beta \end{aligned}$$

onde β é medido no sentido anti-horário do eixo x para o eixo \bar{x} . Assim, os deslocamentos do sistema global de coordenadas (v, θ, n) podem ser determinados em função dos deslocamentos locais $(\bar{v}, \bar{\theta}, \bar{n})$, através das seguintes relações:

$$(4.59) \quad \begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$$

O sistema 6 por 6 acima é denominado de Matriz Elástica do Elemento, pois se refere ao sistema local de coordenadas, que está vinculado ao elemento. O sistema local de coordenadas $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ se relaciona ao sistema global de coordenadas (x, y, z) da seguinte forma:

$$(4.58) \quad \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ n_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{z1} \\ F_{x1} \\ M_1 \\ F_{z2} \\ F_{x2} \\ M_2 \end{Bmatrix}$$

A componente da tração T_{topo} na direção vertical é dada por:

$$(4.65) \quad T_{topo} = T_{topo} \cos(\theta - \alpha_{topo})$$

onde θ é o ângulo de inclinação inicial do "riser" e α_{topo} é a rotação do topo do "riser".

E, devido ao peso próprio da estrutura, a tração na direção vertical atuante em um

elemento localizado na posição z da mesma, será dada por:

$$(4.66) \quad T_z = T_{topo} - \gamma_s A_s (z_{topo} - z)$$

Finalmente, a tração que atua no elemento é dada por:

$$(4.67) \quad T = \frac{T_z}{\cos(\theta - \alpha_{elem})}$$

onde α_{elem} é a rotação do elemento. Baseando-se nisto, conclui-se que a Matriz de

Rigidez Geométrica Global é função dos deslocamentos dos elementos.

4.3.2 MATRIZ DE FORÇAS

O vetor força $\{F\}$ é determinado pela soma das forças axiais (peso), transversais

(arrasto) e pelos momentos fletores em cada nó do elemento.

(4.68)

$$\begin{Bmatrix} F_{z1} \\ F_{x1} \\ M_1 \\ F_{z2} \\ F_{x2} \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -wL/2 \\ qL/2 \\ qL^2/12 \\ -wL/2 \\ qL/2 \\ -qL^2/12 \end{Bmatrix}$$

o parâmetro w é definido como o peso do "riser" por unidade de comprimento e q é o carregamento distribuído devido aos carregamentos laterais.

Três condições de contorno homogêneas são impostas para a resolução estática do "riser" rígido vertical: duas na base do "riser", as fixações dos deslocamentos vertical e horizontal e uma no topo do "riser", a fixação do deslocamento vertical do mesmo.

Pelo fato da matriz de rigidez geométrica ser função do deslocamento do topo do "riser", a solução do sistema de equações é não linear, sendo necessária a sua resolução através de um método iterativo. O método a ser utilizado é o Método da Secante da Rigidez. Segundo FERRARI (1999), o método consiste em manter a matriz de rigidez global constante a cada iteração, determinando-se os deslocamentos dos nós e o desbalanceamento do vetor força $\{F\}$, para novamente calcular a matriz de rigidez que o desbalanceamento da força em toda a estrutura seja menor que um determinado valor.

4.3.3 VALIDAÇÃO DO MODELO ESTÁTICO DO "RISER"

A validação do modelo de elementos finitos utilizado para a resolução estática do "riser" sujeito a carregamentos externo e interno, pode ser feita pela comparação entre os resultados obtidos pelo método computacional (Elementos Finitos) e os obtidos pela solução analítica da equação (4.38).

A comparação pode ser feita assumindo as seguintes condições especiais: o peso próprio do "riser" é desprezado, a tensão ao longo do comprimento do "riser" é considerada constante, bem como o diâmetro do "riser" e o seu carregamento lateral. Adotando-se estas simplificações, a equação (4.38) pode ser reescrita como:

$$(4.69) \quad \frac{d^4 x}{dz^4} - \left(\frac{T}{EI} \right) \frac{d^2 x}{dz^2} = \frac{EI}{N}$$

onde T é a tração axial e N é o carregamento.

Segundo SPIEGEL (1981) *apud* FERRARI (1998), a solução da equação

anterior é composta por uma solução homogênea e uma solução particular. Sendo a

solução particular dada por:

$$(4.70) \quad x_0 = Ce^{nz} + De^{-nz}$$

onde C é uma constante, $D = \frac{dx}{dz}$ e $n = \frac{EI}{T}$. E a solução particular é dada por:

$$(4.71) \quad x_p = \frac{N}{2EI} \left(D^2 - n^2 \right) + A \frac{(D^2 - n^2)}{z} + B \frac{(D^2 - n^2)}{1}$$

portanto, a solução da equação (4.69) é igual a:

$$(4.72) \quad x = x_0 + x_p = Ce^{nz} + De^{-nz} + \frac{N}{2EI} \left(D^2 - n^2 \right) + A \frac{(D^2 - n^2)}{z} + B \frac{(D^2 - n^2)}{1}$$

onde as constantes A , B , C e D são determinadas pelas seguintes condições de contorno:

$$(4.73) \quad \begin{array}{l} x = 0 \quad \text{para } z = 0 \text{ e } z = L \\ \frac{d^2 x}{dz^2} = 0 \quad \text{para } z = 0 \text{ e } z = L \end{array}$$

Dai segue que:

Comprimento do "riser": 100 m

Diâmetro externo: 0.2 m

Diâmetro interno: 0.1 m

T_{topo} : 500 kN

Módulo de Young: $2,1 \cdot 10^8$ kN/m²

Densidade do fluido ao redor do "riser": 1000 kg/m³

Densidade do fluido no interior do "riser": 1000 kg/m³

Coefficiente de massa adicional: 1.0

Velocidade da corrente: 0.4 m/s

As características do "riser" utilizado na comparação são as seguintes:

A comparação entre os resultados obtidos pela solução analítica e pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) para o "riser" vertical pode ser verificada na tabela 4.1. Em termos de deslocamentos dos nós na direção "in-line" a maior diferença encontrada foi da ordem de 0.6%, enquanto que, para as rotações dos nós, o maior erro foi de 1.3%. A tabela 4.1 mostra ainda, que com uma discretização pequena do "riser", apenas 10 elementos, a precisão do resultado obtido pelo Método dos Elementos Finitos é elevada.

$$\theta = \frac{dx}{dy} = \frac{EIN_3}{N} \left(\frac{e^{nL} - 1}{e^{2nL} - 1} \right) e^{ny} - \frac{EIN_3}{N} \left(1 - \left(\frac{e^{nL} - 1}{e^{2nL} - 1} \right) \right) e^{-ny} + \frac{NL}{Nz} \frac{EIN_2}{Nz} \quad (4.76)$$

$$x = \frac{EIN_4}{N} \left(\frac{e^{nL} - 1}{e^{2nL} - 1} \right) e^{ny} + \frac{EIN_4}{N} \left(1 - \left(\frac{e^{nL} - 1}{e^{2nL} - 1} \right) \right) e^{-ny} - \frac{EIN_4}{N} \frac{2EIN_2}{Nz(L-z)} \quad (4.75)$$

Finalmente, o deslocamento na direção x e a rotação são dados por:

$$\begin{aligned} D &= \frac{EIN_4}{N} \left(\frac{e^{nL} - 1}{e^{2nL} - 1} \right) \left(1 - \frac{EIN_4}{N} \right) \\ C &= \frac{EIN_4}{N} \left(\frac{e^{nL} - 1}{e^{2nL} - 1} \right) \\ B &= 0 \\ A &= -\frac{NL}{2EI} \end{aligned} \quad (4.74)$$

Tabela 4.1 - Deslocamentos e rotações obtidos analiticamente e pelo MEF.

Posição Y	"In-Line"		"In-Line"		Rotação		Rotação		Erro %
	Analítica	Elem. Finitos	Analítica	Elem. Finitos	Analítica	Elem. Finitos	Analítica	Elem. Finitos	
0	0.00000	0.00000	0.0000	0.0000	0.001847	0.001848	0.0341	0.0341	
10	0.017355	0.017331	0.1409	0.001570	0.001567	0.2047	0.0341	0.0341	
20	0.031118	0.031090	0.0877	0.001181	0.001182	0.1419	0.0341	0.0341	
30	0.040957	0.040960	0.0078	0.000787	0.000791	0.5210	0.0341	0.0341	
40	0.046861	0.046912	0.1084	0.000394	0.000399	1.3098	0.0341	0.0341	
50	0.048829	0.048932	0.2102	0.000000	0.000005	0.0000	0.0341	0.0341	
60	0.046861	0.047007	0.3121	-0.000394	-0.000390	0.8917	0.0341	0.0341	
70	0.040957	0.041126	0.4129	-0.000787	-0.000786	0.1041	0.0341	0.0341	
80	0.031118	0.031277	0.5117	-0.001181	-0.001184	0.2519	0.0341	0.0341	
90	0.017355	0.017464	0.6280	-0.001570	-0.001576	0.4106	0.0341	0.0341	
100	0.000000	0.000000	0.0000	-0.001847	-0.001848	0.0341	0.0341	0.0341	

4.4 A DINÂMICA DO "RISER"

4.4.1 VIBRAÇÃO TRANSVERSAL

sendo o "riser" uma estrutura esbelta (fina e longa), ou seja, o seu diâmetro é muito menor que o seu comprimento, a inércia de rotação na equação do momento pode ser desprezada. Aplicando a Segunda Lei de Newton no elemento infinitesimal de massa Δm , conforme o esquema mostrado na figura abaixo:

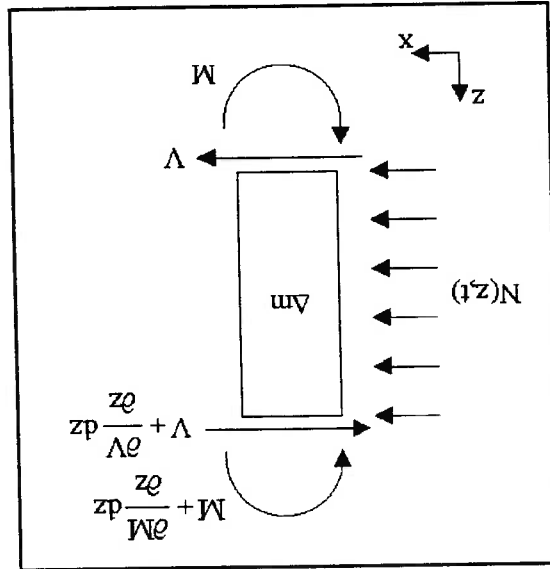


Fig. 4.6 - Elemento infinitesimal para a vibração transversal.

onde $N(z,t)$ é o carregamento lateral por unidade de comprimento, ρA é a massa por unidade de comprimento do "riser", obtêm-se:

$$\Delta m = \rho A dz \tag{4.77}$$

$$\sum F_x = (\Delta m) a_x \Rightarrow V - \left(V + \frac{\partial V}{\partial z} dz \right) + Ndz = \Delta m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \tag{4.78}$$

$$\sum M = (\Delta l) \ddot{\theta} = 0 \Rightarrow M + \frac{\partial M}{\partial z} dz - M + V \frac{dz}{2} + \left(V + \frac{\partial V}{\partial z} dz \right) \frac{dz}{2} = 0 \tag{4.79}$$

Sendo $M(z,t) = EI \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$, tem-se:

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = N(z,t) \tag{4.80}$$

Porém, o termo da tração deve ser considerado na vibração transversal do

"riser". Incluindo o termo da tração na equação anterior, obtêm-se a equação do

movimento do "riser" na direção x:

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} - T \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = N(z,t) \tag{4.81}$$

4.4.2 VIBRAÇÃO AXIAL

A vibração na direção axial pode ser feita considerando o "riser" como uma

barra de treliça sujeita a um carregamento axial, conforme a figura que segue:

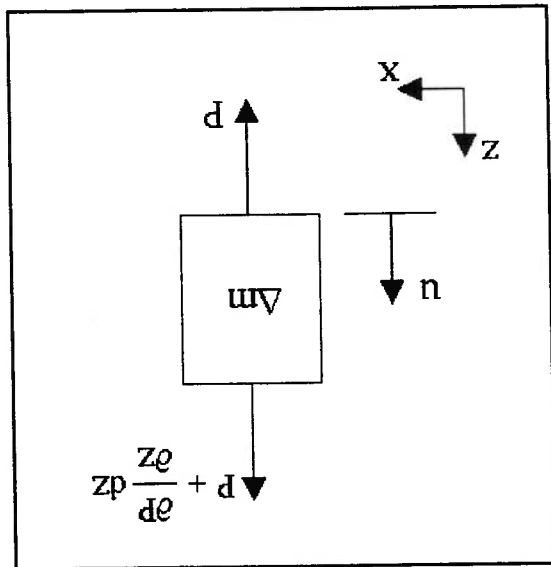


Fig. 4.7. Elemento infinitesimal para a vibração axial.

Fazendo-se o equilíbrio das forças do diagrama de corpo livre acima, tem-se:

$$\sum F_z = (\Delta m)u''(z) \Rightarrow P + \frac{\partial P}{\partial z} dz - P = \rho A dz \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Leftrightarrow \frac{\partial P}{\partial z} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (4.82)$$

A Lei de Hooke diz que a tensão normal é diretamente proporcional a

deformação axial, isto é:

$$\sigma_z = \frac{P}{A} = E \epsilon_z = E \frac{\partial u}{\partial z} \Leftrightarrow P = EA \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4.83)$$

Combinando as duas equações anteriores, obtêm-se a equação dinâmica da barra

na direção z .

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (4.84)$$

nulos, facilitando desta forma, a sua implementação computacional. A matriz de Massa

Concentrada do elemento tem a seguinte forma:

$$(4.86) \quad \frac{1}{2} \rho A L \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

onde ρ é a densidade do material da parede do "riser", A é a área da sua parede e L é

comprimento do elemento.

4.4.4 MATRIZ DE RIGIDEZ CONCENTRADA ("LUMPED")

A utilização da matriz de massa concentrada implica que todos os graus de

liberdade relacionados com as rotações dos nós dos elementos devem ser retirados da

matriz de rigidez. FERRARI (1998) afirma que os termos de deslocamento vertical

também podem ser retirados da matriz de rigidez, baseando-se no fato de que a força

hidrodinâmica atuante em cada nó é predominantemente na direção horizontal do

elemento, ou seja, paralela ao escoamento incidente. Esta técnica proporciona uma

diminuição em termos de tempo de resolução computacional do sistema dinâmico e em

termos de armazenamento em memória das matrizes.

Segundo PATEL (1991) *apud* FERRARI (1998), a Matriz de Rigidez Global

$[KG]$ pode ser trabalhada como segue:

$$(4.87) \quad [KG] = \begin{bmatrix} K_{HH} & K_{VRH} \\ K_{HVR} & K_{VV} \end{bmatrix}$$

onde os subscritos H , V e R significam os graus de liberdade relacionados com os

deslocamentos horizontais, verticais e rotacionais dos nós dos elementos.

Portanto a equação de deflexão $[KG]\{d\}=\{F\}$ pode ser reescrita na seguinte

forma:

$$(4.88) \quad [KG] \begin{Bmatrix} d_H \\ d_{VR} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_H \\ F_{VR} \end{Bmatrix}$$

Substituindo a equação (4.87) na equação (4.88), tem-se:

$$(4.89) \quad \begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HVR} \\ K_{VRH} & K_{VV} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_H \\ d_{VR} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_H \\ F_{VR} \end{Bmatrix}$$

Desconsiderando as componentes das forças que atuam na direção vertical e

rotacional, ou seja, os momentos fletores e as forças verticais, a equação anterior fica

sendo:

$$(4.90) \quad \begin{bmatrix} K_{HH} & K_{HVR} \\ K_{VRH} & K_{VV} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_H \\ d_{VR} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_H \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Resolvendo o sistema acima:

$$(4.91) \quad \begin{aligned} [K_{VRH}]\{d_H\} + [K_{VV}]\{d_{VR}\} &= 0 \\ \{d_{VR}\} &= -[K_{VV}]^{-1}[K_{VRH}]\{d_H\} \\ [K_{HH}]\{d_H\} + [K_{HVR}]\{d_{VR}\} &= \{F_H\} \\ [K_{HH}]\{d_H\} - [K_{HVR}][K_{VV}]^{-1}[K_{VRH}]\{d_H\} &= \{F_H\} \end{aligned}$$

obtem-se a Matriz de Rigidez reduzida, ou a Matriz de Rigidez "Lumped", definida

como:

$$(4.92) \quad [K_{LUM}] = ([K_{HH}] - [K_{HVR}][K_{VV}]^{-1}[K_{VRH}])$$

De acordo com Ferrari, o uso da Matriz de Rigidez "Lumped" gera uma diferença da ordem de 3% na solução estática do "riser", quando comparada com a

solução obtida através da Matriz de Rigidez Consistente (com todos os graus de liberdade):

4.4.5 DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS

O comportamento de estruturas elásticas complexas pode ser analisado por métodos aproximados, como o de Rayleigh-Ritz, sendo que estes métodos reduzem a estrutura contínua em um sistema de múltiplos graus de liberdade.

Segundo, por exemplo, WARBURTON (1976), a equação para a vibração não amortecida de um sistema de múltiplos graus de liberdade é:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \tag{4.93}$$

onde $[M]$ é a matriz de massa, $[K]$ é a matriz de rigidez e $\{x\}$ é o vetor deslocamento.

Para vibração livre, a solução da equação anterior é do tipo:

$$x = e^{i \sin(\omega t + \alpha)} \tag{4.94}$$

ou,

$$x_j = e_j \sin(\omega t + \alpha) \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \tag{4.95}$$

onde ω é a frequência natural e e_j é a amplitude de oscilação medida no ponto j do sistema.

Substituindo a equação (4.95) em (4.93), tem-se:

$$([K] - [M]\omega^2)e = 0 \tag{4.96}$$

Para o sistema anterior ter uma outra solução além da trivial ($e=0$), o determinante dos coeficientes deve ser igual a zero, ou seja:

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (4.97)$$

A equação anterior, denominada de equação característica, gera n raízes

positivas para ω^2 : $\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2$, que são as quadraturas das frequências naturais do

sistema. Havendo para cada frequência ω um grupo de valores de amplitudes obtidos

pela equação (4.96), i.é., para cada autovalor ω_r^2 existe o seu autovetor correspondente

$$r e = [r e_1, r e_2, \dots, r e_n]^T.$$

As vibrações transversais têm maior importância na prática que as vibrações

axiais, pois os carregamentos externos nas estruturas geram forças de baixa frequência e

as frequências naturais transversais são consideravelmente menores que as

longitudinais, portanto, a ocorrência de ressonância é potencialmente maior na direção

transversal.

De acordo com Warburton, as frequências naturais do "riser" podem ser

determinadas de uma maneira mais direta. Para tanto, considera-se o "riser" como uma

barra, de seção transversal constante, livre para vibrar e axialmente tracionada.

A equação de movimento da barra sujeita a uma tração axial T é:

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} - T \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (4.98)$$

onde v é o deslocamento da seção x .

Considerando a barra apoiada nas suas extremidades, as seguintes condições de

contorno devem ser satisfeitas:

Na tabela 4.2, os períodos naturais obtidos por FERRARI (1998), através do método de autovalores e autovetores, também denominado de Problema de Autovalor Generalizado (“*Generalized Eigenproblem*”), são comparados com os períodos naturais obtidos analiticamente pela equação (4.103).

$$\omega_n = \left(\frac{L}{m} \right)^2 \left[\frac{pA^*}{EI} \left(1 + \frac{T^2}{EI} \right) \right]^{1/2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.103)$$

obtem-se as frequências naturais do “*riser*” para os diferentes modos de vibrar.

e substituindo $-T$ por $\frac{T}{T_{base} + T_{topo}}$ e pA por $pA^* = \rho_{aco} A_{aco} + \rho_{fluido\ interno} A_{interno}$,

$$\omega_n = \left(\frac{L}{m} \right)^2 \left[\frac{pA}{EI} \left(1 - \frac{T^2}{EI} \right) \right]^{1/2} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.102)$$

Isolando ω_n da equação anterior:

$$EI \left(\frac{L}{m} \right)^4 - T \left(\frac{L}{m} \right)^2 - pA \omega_n^2 = 0 \quad (4.101)$$

contorno, tem-se:

Substituindo a equação anterior na equação (4.98) e satisfazendo as condições de

onde B é a amplitude de oscilação, n é o modo de vibrar e α é a diferença de fase.

$$v = B \operatorname{sen} \left(\frac{mz}{L} \right) \operatorname{sen}(\omega_n t + \alpha) \quad (4.100)$$

A solução da equação (4.98) é do tipo:

$$v = 0 \quad \text{e} \quad \frac{d^2 v}{dz^2} = 0 \quad \text{para} \quad z = 0 \quad \text{e} \quad z = L \quad (4.99)$$

Propriedades do "riser":

Comprimento do "riser": 100 m

Diâmetro externo: 0.25 m

Diâmetro interno: 0.21106 m

T_{topo}: 1.5*peso próprio= 160 kN

Módulo de Young: 2,1 10⁸ kN/m²

Densidade do fluido ao redor do "riser": 1025 kg/m³

Densidade do fluido no interior do "riser": 800 kg/m³

Densidade do material do "riser": 7700 kg/m³

Coefficiente de massa adicional: 1.0

Tabela 4.2 - Comparação entre os períodos obtidos pelo método analítico e pelo numérico.

Períodos (s)	Ferrari	Analtico	Erro %
T1	7.42	7.70	3.64
T2	3.10	3.18	2.52
T3	1.68	1.71	1.75
T4	1.04	1.06	1.89
T5	0.70	0.71	1.41
T6	0.50	0.50	0.00
T7	0.38	0.38	0.00
T8	0.29	0.29	0.00

A maior diferença entre os períodos obtidos numericamente e os obtidos

analiticamente foi de aproximadamente 3,5%. Isto sugere que o emprego da técnica

analítica, feita pela resolução da equação (4.103), não implica grandes diferenças no

calculo das frequências naturais do "riser".

A determinação das frequências naturais do modo de vibrar do "riser" é de

grande importância para a análise do seu comportamento dinâmico, pois como será

visto posteriormente, a Matriz de Amortecimento Estrutural ("Damping Matrix") está

diretamente ligada a estas frequências.

4.5 SOLUÇÃO DINÂMICA DO "RISER"

Conforme visto, as estruturas "offshore" estão sujeitas a carregamentos

dinâmicos devido aos fatores ambientais como as corrente marítimas, as ondas

oceânicas e o vento. A maior parte dos carregamentos provém das ondas seguidas pela corrente e, posteriormente, pelo efeito dos ventos.

O vento gera um esforço estático nas partes expostas da estrutura como um todo, embora possa, também, gerar um grande esforço concentrado e transitório em certas partes da estrutura.

As ondas geram um carregamento periódico em diversas faixas de frequência, porém, devido às suas propriedades não lineares, as ondas podem também causar forças super-harmônicas e subharmônicas, que podem entrar em ressonância com a estrutura.

A corrente marítima gera uma força permanente na direção paralela ao escoamento e uma força transversal transitória, devido ao fenômeno de emissão de vórtices (*"vortex shedding"*).

Pelo fato de haver forças, ou esforços, de características transitórias, os componentes das estruturas *"offshore"* devem ser analisados de uma forma dinâmica e não somente de uma forma estática.

4.5.1 EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA DINÂMICA DO "RISE"

De acordo com PATEL (1976) e WARBURTON (1976), a formulação estática pode ser estendida para a formulação dinâmica usando a equação de Lagrange. A manipulação da equação de Lagrange para se obter a equação de movimento, ou a equação dinâmica, das estruturas com vários graus de liberdade é mais vantajosa do que usar diretamente a Lei de Newton, pois as acelerações destes sistemas são funções complexas das suas coordenadas.

Segundo Warburton, a equação de Lagrange é:

$$\frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{\partial}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial V} + \frac{\partial}{\partial x} \right] \bar{Q} = \bar{Q} \quad (4.104)$$

onde T , V , \bar{Q} representam a energia cinética, a energia potencial e a força atuando no sistema cujo movimento é descrito em termos da coordenada generalizada x .

Em termos matriciais, a energia cinética e a energia potencial podem ser escritas

como:

$$T = \frac{1}{2} \dot{x}^T M \dot{x} \quad (4.105)$$

e

$$V = \frac{1}{2} x^T M x \quad (4.106)$$

Substituindo as equações (4.105) e (4.106) na equação (4.104) tem-se:

$$[M]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{\bar{Q}\} \quad (4.107)$$

onde $[M]$ é matriz de massa e $[K]$ é a matriz de rigidez. O vetor força $\{\bar{Q}\}$ contém todas

as forças não conservativas e as forças externas, ou seja:

$$\{\bar{Q}\} = \{F\} - [C]\{\dot{x}\} \quad (4.108)$$

Finalmente, substituindo a equação (4.107) em (4.108) determina-se a equação

que modela todos os componentes de uma estrutura "offshore" que tenha uma massa

contínua e uma rigidez estrutural.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (4.109)$$

O vetor força $\{F\}$ representa os carregamentos hidrodinâmicos na estrutura e a Matriz de Amortecimento Estrutural $[C]$, as dissipações de energia devido aos esforços internos e aos atritos externos como nas juntas do "riser".

4.5.2 MÉTODO DE RAYLEIGH PARA A DETERMINAÇÃO DA MATRIZ DE AMORTECIMENTO

Devido à complexidade de se determinar a matriz de amortecimento a partir das perdas devido aos esforços internos e aos atritos, a matriz $[C]$ pode ser definida como uma combinação direta das matrizes de massa e de rigidez, da seguinte forma:

$$[C] = \mu_1[M] + \mu_2[K] \quad (4.110)$$

Este método é conhecido como Amortecimento de Rayleigh e μ_1 e μ_2 são constantes determinadas a partir das frequências naturais dos dois modos de vibrar

dominantes e pelo fator de amortecimento modal γ_r :

$$\gamma_r = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_1} + \mu_2 \omega_r \right) \quad (4.111)$$

Resolvendo a equação anterior para os dois primeiros modos, cujas frequências

naturais são ω_1 e ω_2 , e os fatores de amortecimentos são γ_1 e γ_2 , obtêm-se as constantes

μ_1 e μ_2 como:

$$\mu_1 = \frac{2 \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}} \quad (4.112)$$

$$\mu_2 = \frac{2 \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}} \quad (4.113)$$

Normalmente, um único fator de amortecimento modal igual a 0.02 é usado para ambos os modos dominantes, pois é muito difícil determinar estes valores para todos os modos de interesse.

4.6 ACOPLAMENTO HIDRO-ELÁSTICO

O sistema de equações que determina o comportamento dinâmico do “riser” vertical sujeito à corrente marítima, dado pela equação 4.109, pode ser determinado por meio da interação hidro-elástica entre a parte estrutural, representada pelo lado esquerdo da equação, e a parte hidrodinâmica, representada pelo lado direito da equação. Portanto, a equação 4.109 pode ser interpretada da seguinte forma:

$$(4.114) \quad \underbrace{[M]\{x\} + [C]\{x\} + [K]\{x\}}_{\text{Parcela Estrutural}} = \underbrace{\{F\}}_{\text{Parcela Hidrodinâmica}}$$

A parcela estrutural é composta pelas matrizes de massa [M], de amortecimento [C] e de rigidez [K]. Estas matrizes são determinadas pelo Método dos Elementos Finitos a partir da solução estática da estrutura, conforme descrito anteriormente, e por isso, são mantidas constantes durante toda a simulação dinâmica.

É importante ressaltar que os deslocamentos dinâmicos do “riser” são determinados na direção paralela e transversal ao escoamento incidente, através de dois sistemas de equações independentes, sendo, pois, necessária a obtenção das matrizes estruturais nestas duas direções. Baseado nisto, o sistema dinâmico torna-se:

$$(4.115) \quad \begin{aligned} [M_I]\{x\} + [C_I]\{x\} + [K_I]\{x\} &= \{F_x\} \\ [M_T]\{y\} + [C_T]\{y\} + [K_T]\{y\} &= \{F_y\} \end{aligned}$$

onde os índices I e T indicam, respectivamente, a direção “in-line” e a transversal.

A parcela hidrodinâmica, oriunda do escoamento em torno do "riser", é obtida dividindo a estrutura em várias seções ao longo do seu comprimento, sendo cada seção do escoamento resolvida de forma bidimensional, a cada instante de tempo, pelo MVD. Nestas parcelas estão inclusos todos os termos das forças hidrodinâmicas que atuam em cada seção da estrutura e as forças de reação da estrutura no fluido, como componente da massa adicional e o amortecimento do fluido.

Após a determinação das forças que atuam em cada seção da estrutura, os deslocamentos na direção "in-line" e transversal de cada nó do "riser" são determinados pela resolução dos sistemas dados pela equação 4.115. O método utilizado para a resolução do sistema será descrito posteriormente.

A técnica empregada para o tratamento de escoamentos tridimensionais através de seções bidimensionais, com algum tipo de acoplamento entre as mesmas, é denominada de "Strip Theory Fashion". No presente caso, o acoplamento entre as seções é realizado pela estrutura do "riser". Devido a esta interação hidro-elástica, o escoamento toma característica quase tridimensional. A figura 4.8 mostra o esquema da de acoplamento entre as diferentes seções bidimensionais de escoamento e a estrutura do "riser".

4.7 INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

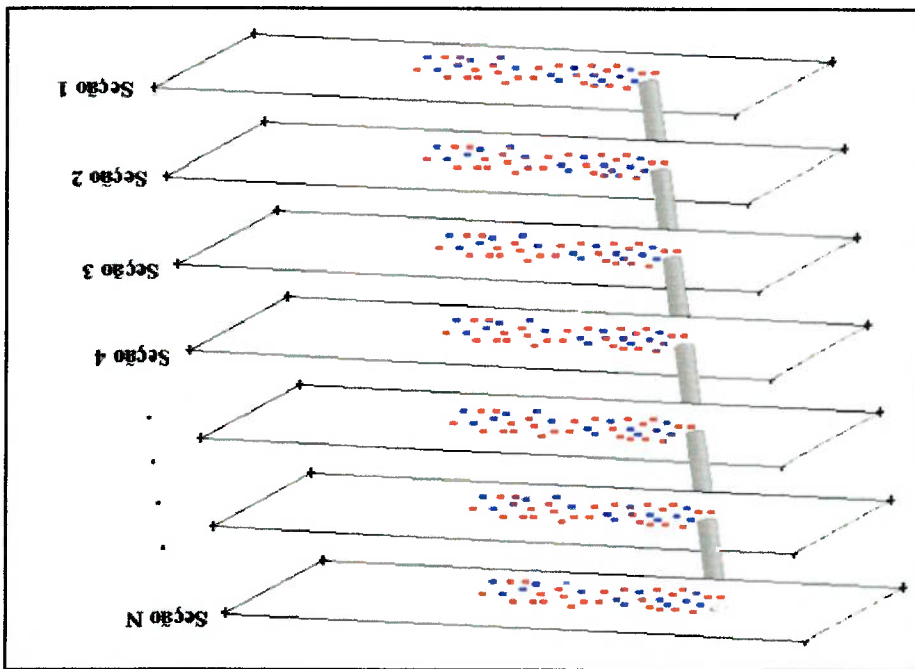
Dada a equação dinâmica do "riser" (4.115), a sua integração pode ser feita no domínio do tempo por aproximação das variações dos deslocamentos ou aceleração em pequenas intervalos de tempo, isto é, para pequenos intervalos de tempo, o deslocamento é uma função cúbica do tempo. Portanto, a aceleração varia linearmente com o tempo.

O método utilizado é de Newmark β na sua formulação explícita. De acordo com WARBURTON (1976) e CRAIG (1981), nesta técnica os deslocamentos e as velocidades no final do intervalo de tempo são determinados em termos dos deslocamentos, velocidade e aceleração no começo do intervalo de tempo.

A seguinte notação foi adotada:

x_s é o valor do vetor x no tempo t_s ,

Fig. 4.8 - Acoplamento hidro-elástico.



$$M\Delta\ddot{x}_s + C\Delta\dot{x}_s + K\Delta x_s = \Delta F_s \quad (4.121)$$

e a equação (4.109) toma as seguinte forma:

$$\Delta\ddot{x}_s = \left(\frac{\Delta t}{2}\right)\Delta\dot{x}_s - 2\ddot{x}_s \quad (4.120)$$

e

$$\Delta\ddot{x}_s = \left(\frac{\Delta t^2}{4}\right)(\Delta\dot{x}_s - \ddot{x}_s\Delta t) - 2\ddot{x}_s \quad (4.119)$$

equações anteriores podem ser reescritas nas seguintes formas:

Utilizando quantidades incrementais ΔF_s , $\Delta\dot{x}_s$, $\Delta\ddot{x}_s$ e Δx_s onde $\Delta F_s = F_{s+l} - F_s$, as

$$x_{s+1} = x_s + (\Delta t)\dot{x}_s + \left(\frac{1}{2}\right)(\Delta t)^2\ddot{x}_s + \frac{1}{4}(\Delta t)^2\ddot{x}_{s+1} \quad (4.118)$$

e

$$\dot{x}_{s+1} = \dot{x}_s + \frac{1}{2}(\Delta t)[\ddot{x}_s + \ddot{x}_{s+1}] \quad (4.117)$$

Integrando a equação anterior duas vezes, tem-se:

$$\ddot{x}(\tau) = \frac{1}{2}[\ddot{x}_s + \ddot{x}_{s+1}] \quad 0 \leq \tau \leq \Delta t \quad (4.116)$$

como:

Como a aceleração varia linearmente com o tempo, ela pode ser determinada

$\Delta t = t_{s+l} - t_s$ é o intervalo de tempo.

x_{s+l} é o valor do vetor x no tempo t_{s+l} ,

Combinando a equação anterior com as equações (4.119) e (4.120), tem-se:

$$k_s^* \Delta x_s = \Delta F_s^* \quad (4.122)$$

onde,

$$k_s^* = k + \left(\frac{\Delta t}{2C} \right) + \left(\frac{\Delta t^2}{4M} \right) \quad (4.123)$$

e

$$\Delta F_s^* = \Delta F_s + \left[\left(\frac{4M}{\Delta t} \right) + 2C \right] \dot{x}_s + 2M\ddot{x}_s \quad (4.124)$$

Resolvendo a equação (4.122) determina-se Δx_s , \dot{x}_s pode ser obtido da equação

(4.119) e Δx_s pela equação (4.120). Os valores dos deslocamentos, velocidades e

acelerações são determinados por:

$$\begin{aligned} x_{s+1} &= x_s + \Delta x_s \\ \dot{x}_{s+1} &= \dot{x}_s + \Delta \dot{x}_s \\ \ddot{x}_{s+1} &= \ddot{x}_s + \Delta \ddot{x}_s \end{aligned} \quad (4.125)$$

No acoplamento hidro-elástico o Δt utilizado para a integração do modelo estrutural deve ser o mesmo do utilizado no modelo hidrodinâmico. Portanto, o intervalo de tempo utilizado na resolução estrutural está vinculado ao intervalo de tempo utilizado pelo Método dos Vórtices Discretos.

5 VALIDAÇÃO DO MODELO DINÂMICO

O modelo tomado como referência para a validação do código desenvolvido foi o estudado por FUJARRA (1997). Ele utilizou um cilindro flexível do tipo "cantilever", i.e., engastado em uma extremidade e livre na outra. O parâmetro de massa do sistema era $m^*=2.36$ e o seu fator de amortecimento $\zeta=0.0057$. O coeficiente de massa adicional em velocidade nula era $Ca=1.17$ e a massa total do sistema por unidade de comprimento era $m_{sist}=1.568$ kg/m. O módulo de rigidez à flexão EI do modelo era 2568.4 N/m².

O propósito de sua análise foi obter a curva das amplitudes adimensionais de oscilação em função da velocidade reduzida e capturar os efeitos de histerese, observados por BRIKA *et al.* (1993) e por KHALAK e WILLIAMSON (1999). Os ensaios foram realizados no tanque de provas do Laboratório de Engenharia Naval e Oceânica do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo-IPT.

O esquema do modelo e as suas características dimensionais podem ser observados na figura 5.1.

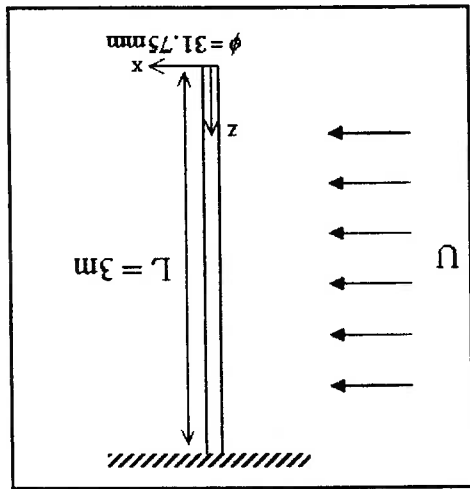


Fig. 5.1 - Modelo do tipo "cantilever" estudado por FUJARRA (1997).

O objetivo da validação é simular o mesmo modelo estrutural através do código computacional desenvolvido no presente trabalho, visando, desta forma, confrontar os valores das máximas amplitudes de oscilação com os resultados obtidos experimentalmente.

Contudo, durante as primeiras simulações computacionais, notou-se que havia uma instabilidade na resolução dinâmica do modelo, provavelmente devido ao pequeno parâmetro de massa (alumínio) e ao baixo fator de amortecimento estrutural. A alternativa adotada para superar este problema foi a implementação do MVD na sua formulação implícita. Porém, o modelo estrutural continuou sendo resolvido explicitamente.

5.1 FORMULAÇÃO IMPLÍCITA PARA O MVD

Conforme mencionado no item 3.1, quando o corpo esta livre para oscilar, o fluxo do fluido que atravessa a parede do corpo deve ser compensado na equação da linha de corrente, relembrando:

$$(5.1) \quad \psi_{t+1} - \psi_t = -V_{\text{corpo}} \cdot n \cdot \Delta S$$

A parcela da velocidade utilizada na compensação do fluxo na equação acima é a velocidade do corpo determinada no instante de tempo anterior, pela resolução da equação dinâmica (massa-mola-amortecedor). As circulações dos vórtices criados ao redor do corpo são determinadas explicitamente.

Porém, o fluxo pode ser compensado pela velocidade do corpo determinada no mesmo intervalo, calculando, pois, a circulação dos vórtices implicitamente. Isto é mais coerente do ponto de vista físico. A ideia desta técnica é a seguinte:

Para a resolução do escoamento, foram utilizadas 30 seções bidimensionais ao longo do comprimento do cilindro, o mesmo número utilizado na discretização do modelo estrutural. Cada elemento do modelo estrutural tinha comprimento de 0.1m. O número de elementos utilizados na discretização do modelo foi estimado na análise de

5.2 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO AO REDOR DO CILINDRO DO TIPO "CANTILEVER"

modelo analisado por Fujarra.

Esta técnica se mostrou mais estável para a simulação do escoamento ao redor do cilindro com baixos parâmetros de massa e de amortecimento, como é o caso do

tempo $t+1$.

retorna-se ao passo 1; caso contrário, dá-se a continuidade da simulação para instante de

relativo, definido como: $E = \frac{|V_{k+1}^t|}{|V_k^t - V_{k+1}^t|}$, seja maior que um valor pré-estabelecido,

6. Repetem-se os passos 4 e 5, determinando-se a velocidade V_{k+1}^t . Caso o erro

vórtices criados ao redor do corpo com a velocidade instantânea V_k^t ;

5. Recupera-se a esteira do passo 1 e calculam-se novamente as circulações dos

onde o índice k representa a sub-interação;

4. Determina-se a velocidade do corpo V_k^t pela resolução da equação dinâmica,

3. Determinam-se as forças hidrodinâmicas atuantes no corpo;

velocidade do corpo no instante anterior V_{t-1} ;

2. Calculam-se as circulações dos vórtices criados ao redor do corpo com a

1. Armazena-se a esteira de vórtices do tempo anterior $t-1$;

sensibilidade feita *a priori*. Os parâmetros utilizados foram os seguintes: a velocidade

reduzida $V_r = \frac{f_l D}{U}$ variou entre 1.61 e 17.76, onde $f_l = 1.891$ Hz é a frequência natural

experimental da estrutura em água no primeiro modo de vibrar; o intervalo de tempo

adimensional utilizado foi $\Delta t_{ad} = \frac{D}{U \Delta t} = 0.1$ e o número de Reynolds variou entre 6.000

e 40.000. Cada seção do cilindro foi discretizada em 64 painéis. Para cada caso

simulado, foram realizadas 2.000 iterações, correspondendo a um período de tempo

adimensional de 200. O número de vórtices na esteira, em cada seção, foi mantido em

aproximadamente 2.000 vórtices. Como foi utilizado o MVD na sua formulação

implícita, estimou-se o erro de 0.00001 para o critério de convergência das subiterações.

A figura 5.2 compara as amplitudes transversais máximas obtidas pela presente

simulação e as amplitudes transversais modais obtidas por Fujarra, para diferentes

velocidades reduzidas. As amplitudes foram adimensionalizadas em função do diâmetro

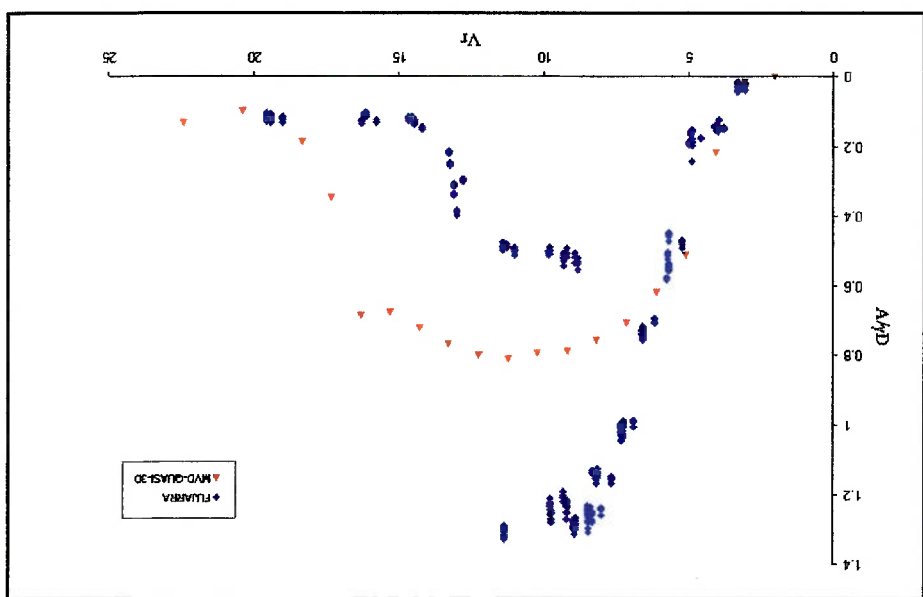
do cilindro e do parâmetro modal γ definido por GRIFFIN (1975) *apud* BLEVINS

(1990). Para o cilindro do tipo “*canilever*” o parâmetro γ é 1,305. É importante

ressaltar, que o cilindro oscilava na direção transversal e “*in-line*”.

Conforme observado na figura anterior, as amplitudes obtidas para a faixa inicial de velocidades reduzidas ($2.03 \leq V_r \leq 6.11$) foram equivalentes em ambos os casos. Porém, a simulação numérica não conseguiu atingir os picos de amplitudes do ramo superior. A máxima amplitude adimensional obtida pela simulação numérica foi de 0.8 enquanto que os experimentos obtiveram amplitudes adimensionais da ordem de 1.32. Para valores elevados de velocidades reduzidas ($V_r \geq 18.35$), os valores de amplitudes são semelhantes novamente. Os dois patamares observados por Fajarra são similares aos resultados observados por FENG (1968) e BRIKA e LANIVELLE (1993), para elevados parâmetros de massa-amortecimento (m^*). Segundo FUJARRA *et al.* (2000), um terceiro ramo somente era obtido com a perturbação do escoamento. A mudança do ramo superior para o inferior é devida ao fenômeno de histerese, que segundo Brika e Lanivelle provém da mudança do modo de emissão de vórtices. Apesar de não haver indícios do fenômeno de histerese na curva de amplitudes, pode-se dividi-la em dois patamares: o inicial ($2.03 \leq V_r \leq 11.19$) e o inferior ($V_r \geq 12.18$). Esta notação foi utilizada

Fig. 5.2 - Amplitudes adimensionais em função da velocidade reduzida, obtidas por FUJARRA (1997) e pela presente simulação.



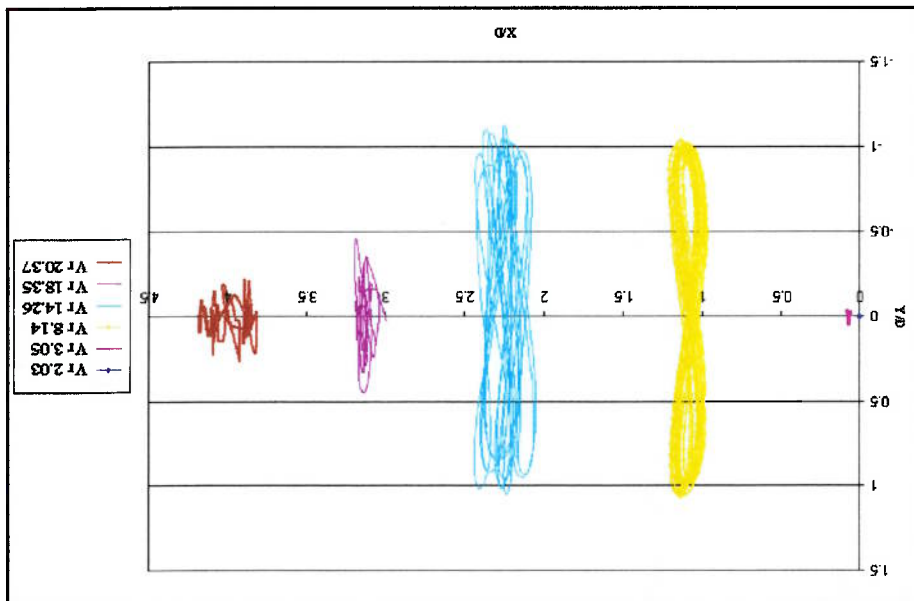
Na figura 5.3, podem-se observar as trajetórias da última seção do cilindro na direção transversal e "in-line". Para $V_r=2.03$, o cilindro permanece praticamente parado. No caso de $V_r=3.05$, o cilindro começa a oscilar. Para $V_r=8.14$, o seu deslocamento transversal é elevado e a sua trajetória de oscilação é bem definida, do tipo "oitão"; isto indica que a frequência de emissão de vórtices está em sincronia com a frequência natural da estrutura, caracterizando o fenômeno de "lock-in". Apesar do deslocamento transversal continuar elevado, a trajetória da ponta do cilindro começa a se descaracterizar para $V_r=14.26$. E, para $V_r=18.36$ e $V_r=20.37$, as trajetórias estão totalmente descaracterizadas, indicando que a emissão de vórtices ocorre de maneira desconhecida, não havendo mais sincronia entre a frequências natural e de emissão de vórtices ("lock-out"). Nota-se ainda, que deslocamentos do cilindro na direção "in-line" crescem com o aumento da velocidade reduzida, e isto é coerente, pois, apesar do coeficiente de arrasto diminuir para velocidades reduzidas elevadas, a intensidade da corrente aumenta e, conseqüentemente, a força de arrasto também aumenta.

tridimensionais do escoamento.

resultados e que provavelmente, os picos de amplitudes estão relacionados aos efeitos de simulação. Contudo, SALTARA (1999) mostrou que esta técnica não modificou os obter este ramo seria aumentar ou diminuir a velocidade reduzida no decorrer da porém, este não foi capturado pelas simulações numéricas. Uma alternativa para se com baixos parâmetros ($m^* \zeta$). Um terceiro patamar, o superior, foi observado por eles, por KHALAK e WILLIAMSON (1999) nos seus experimentos com cilindros rígidos

Nas figuras que seguem, podem-se observar os coeficientes de forças e os deslocamentos na ponta do cilindro para diferentes velocidades reduzidas. As figuras 5.4 e 5.5 mostram que, para $V_r=2.03$ e para $V_r=3.05$, os pequenos deslocamentos transversais não afetam os coeficientes de arrasto e de sustentação, mantendo as características do cilindro estacionário. Para $V_r=8.14$, o deslocamento transversal do cilindro está sincronizado com a força transversal, caracterizando o fenômeno de "lock-in"; nota-se também que o coeficiente de arrasto aumentou com a vibração transversal, o que era esperado. SARPKEYA (1995) *apud* KHALAK e WILLIAMSON (1999) estudou os coeficientes de arrasto em casos de cilindros livres para oscilar e encontrou valores de coeficientes 3.5 vezes maior que no casos do cilindro estacionário. A desincronização entre a oscilação transversal e o coeficiente de sustentação começa a ser afetada para $V_r=14.26$, como mostrado na figura 5.7, porém, a amplitude de oscilação continua elevada. A descharacterização total do fenômeno de "lock-in" fica evidente nas figuras 5.8 e 5.9. Nesta região, a frequência de emissão de vórtices esta desincronizada com a frequência de oscilação da estrutura ("lock-out"). Nesta faixa, os

Fig. 5.3 - Trajetórias transversais e "in-line" da última seção do cilindro para diferentes velocidades reduzidas



coeficientes de arrasto diminuem voltando aos mesmos valores obtidos para velocidades reduzidas pequenas.

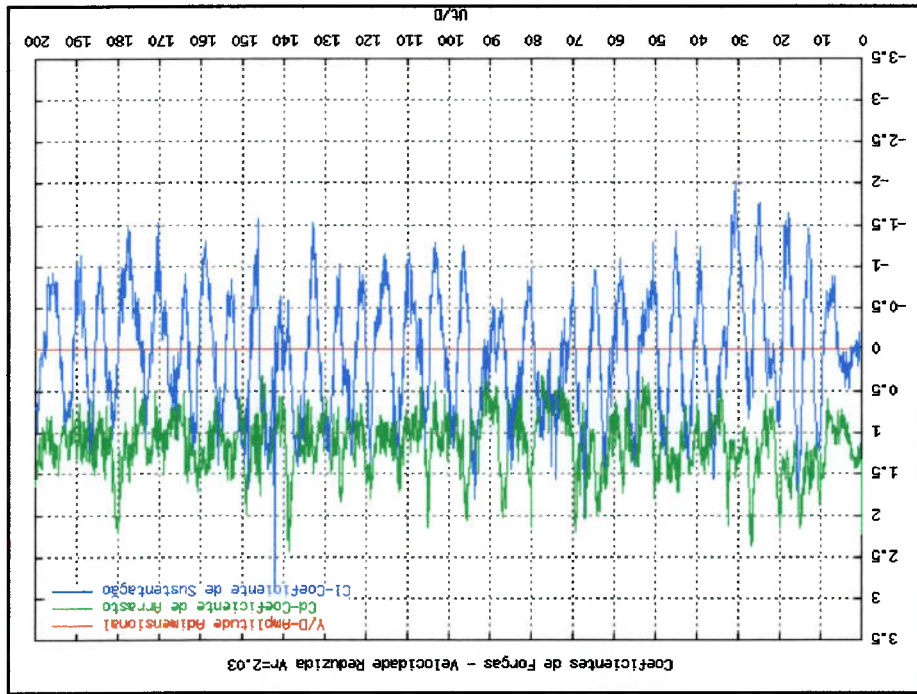


Fig. 5.4 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $Vr=2.03$.

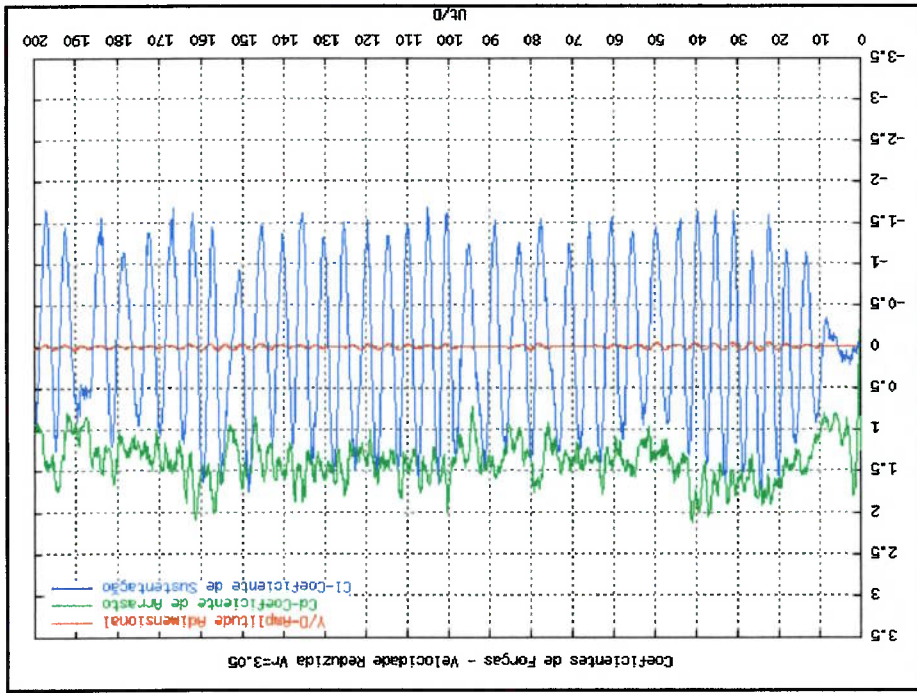


Fig. 5.5 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $Vr=3.05$.

Fig. 5.7 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $Vr=14.26$.

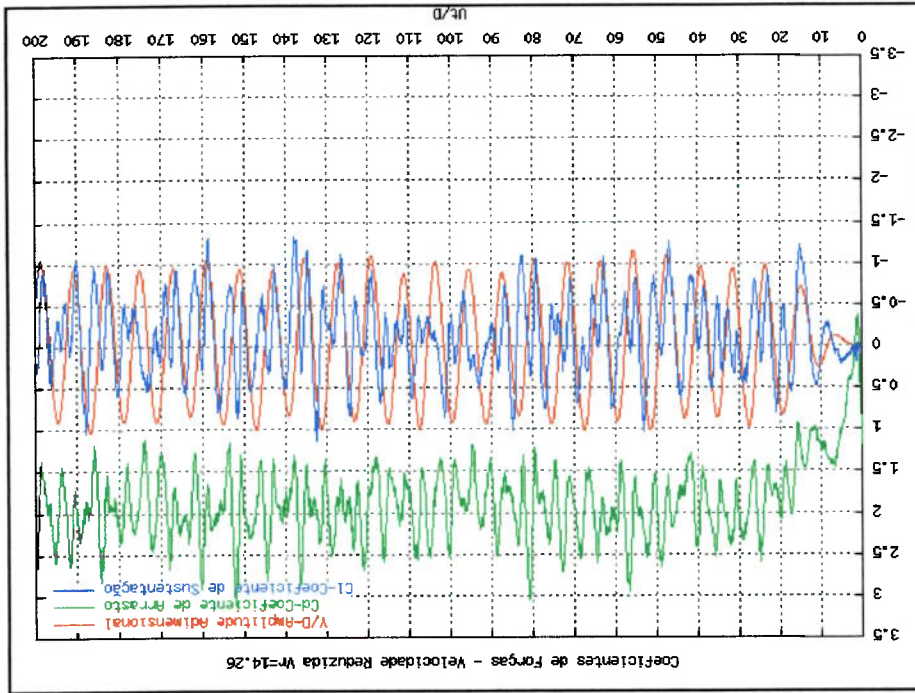
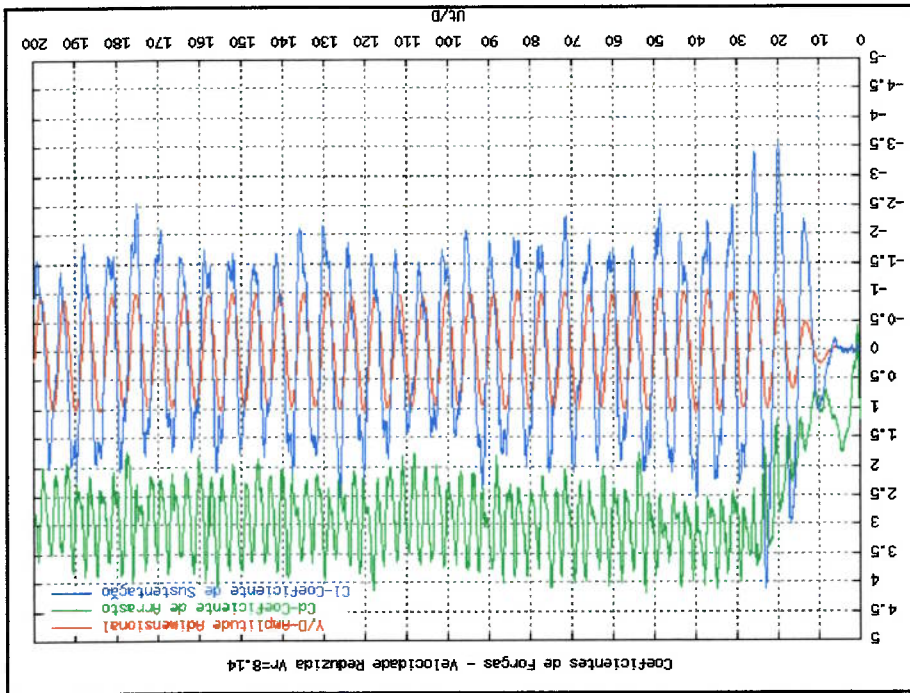


Fig. 5.6 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $Vr=8.14$.



A figura 5.10 mostra para $V_r=3.05$, as trajetórias transversais e na direção da corrente bem como as esteiras de vórtices para as diferentes secções ao longo da

Fig. 5.9 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $V_r=20.37$.

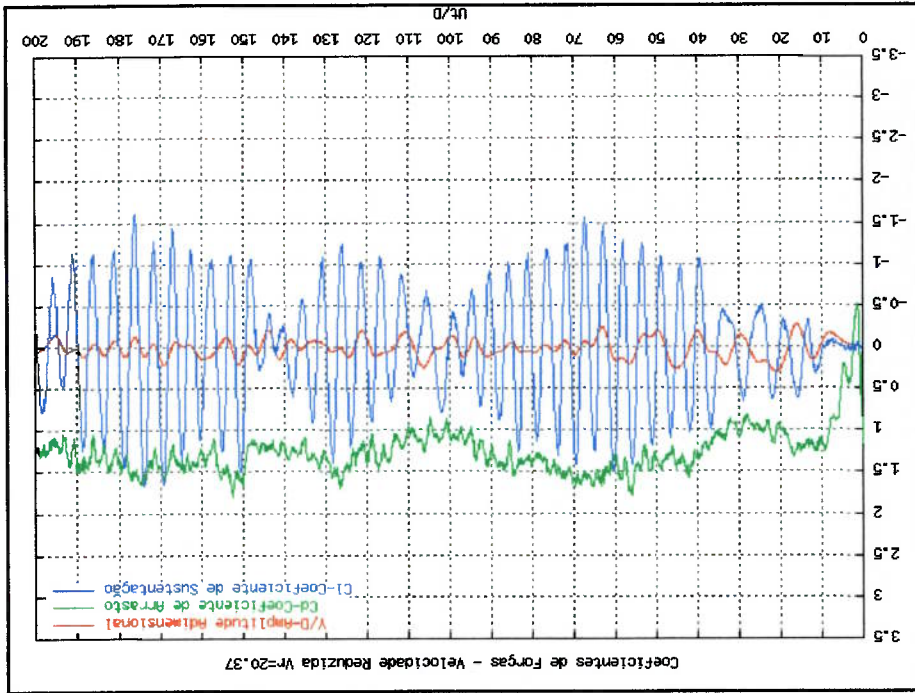
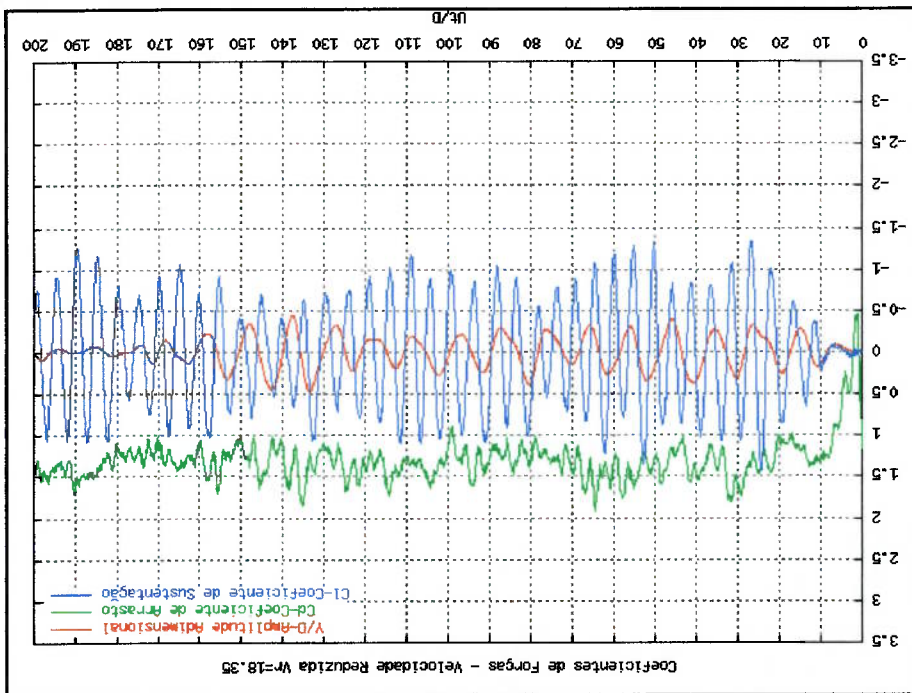
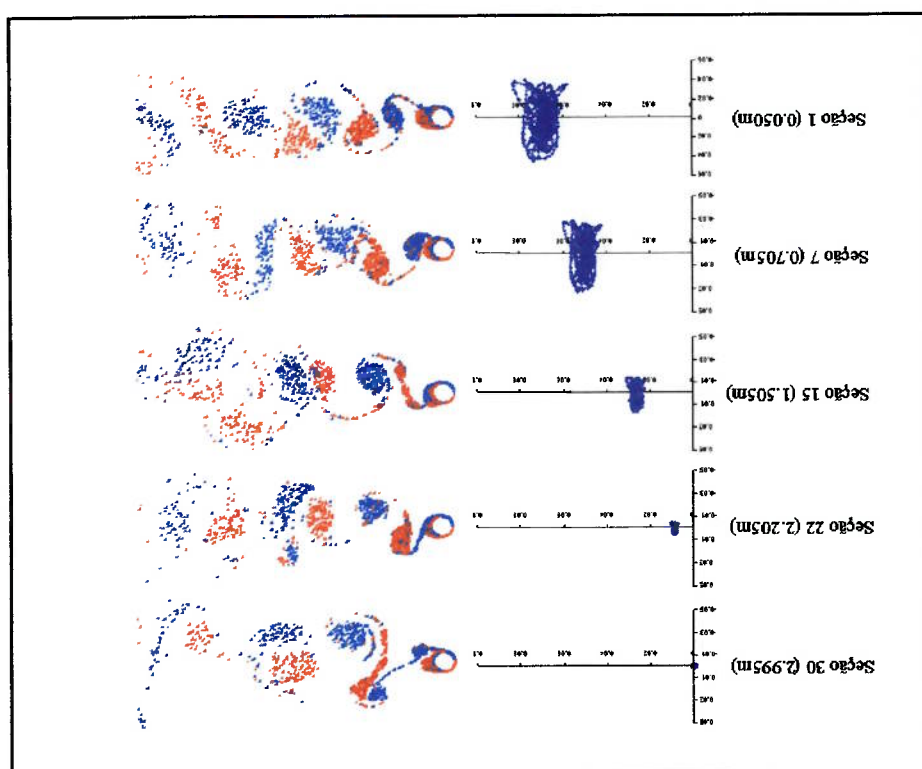


Fig. 5.8 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional para $V_r=18.35$.



Nas figuras, abaixo são apresentadas, para as diferentes seções do cilindro, os coeficientes de arrasto e de sustentação e também os deslocamentos transversais. De acordo com os resultados, as pequenas amplitudes de oscilação não afetaram os coeficientes de força, mantendo as características do cilindro estacionário.

Fig. 5.10 - Estreia de vórtices e trajetórias ao longo do cilindro para $V_r=3.05$.



WILLIAMSON e ROSHKO (1988). resultados obtidos pelas simulações bidimensionais e pelos experimentos realizados por do cilindro, a esteira de vórtices representa o modo "2S" de emissão, que reforça os frequência de emissão de vórtices e a frequência de oscilação do cilindro. Na ponta livre vibrar como o dominante. Além disto, as trajetórias indicam a dessincronização entre a aumentam em direção à extremidade livre do cilindro, sugerindo o primeiro modo de envergadura do cilindro. Conforme pode ser visto, as amplitudes de oscilação

Fig. 5.12 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 22 para $Vr=3.05$.

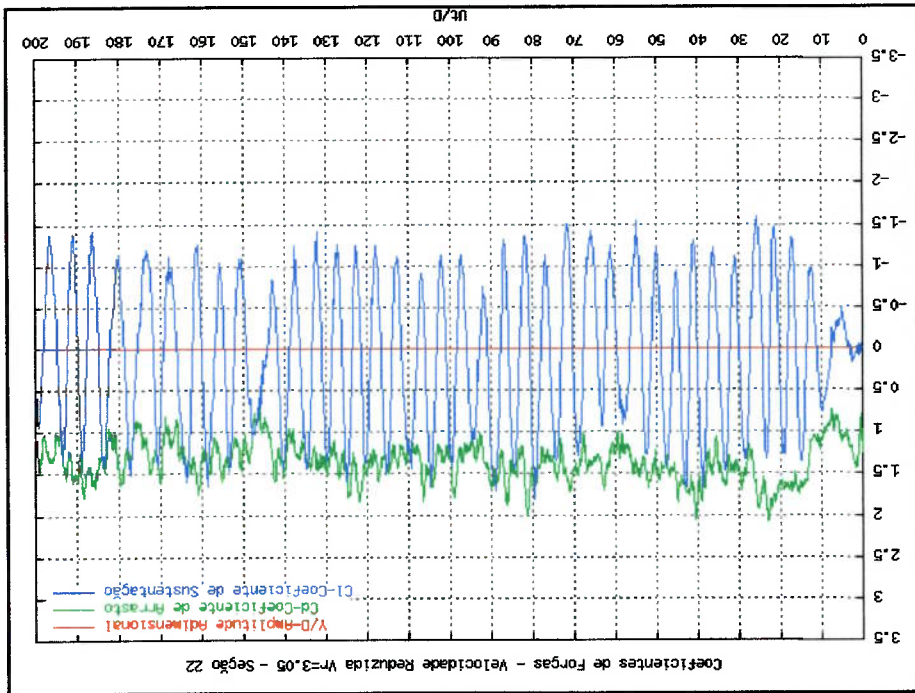


Fig. 5.11 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 30 para $Vr=3.05$.

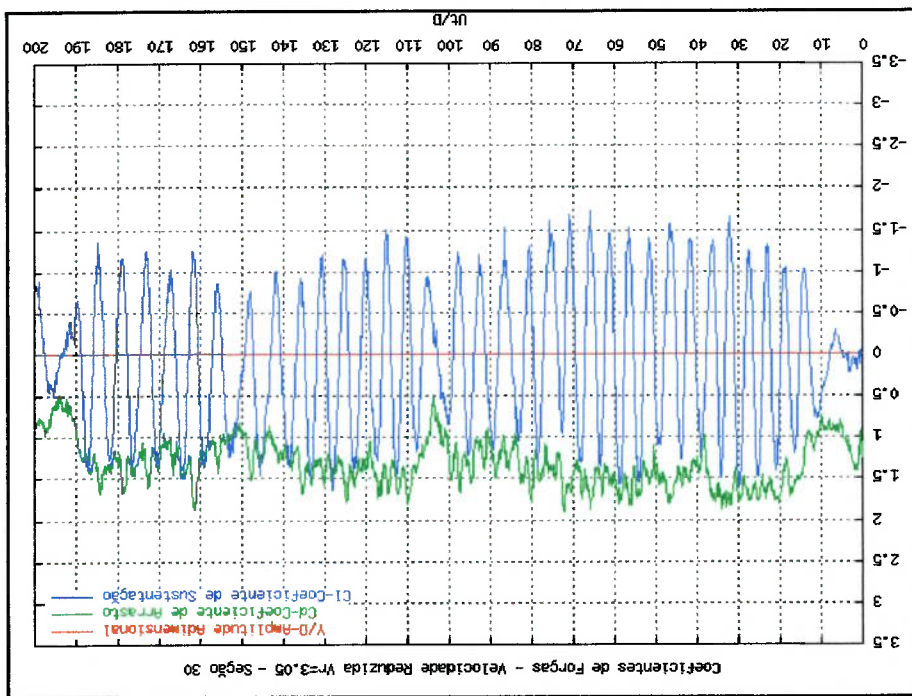


Fig. 5.14 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 7 para $Vr=3.05$.

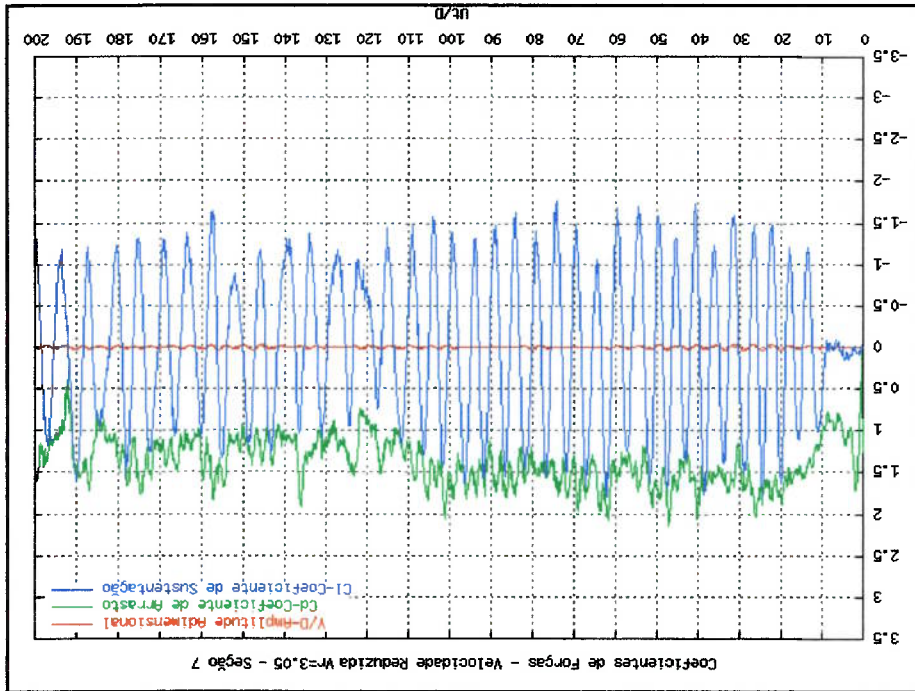
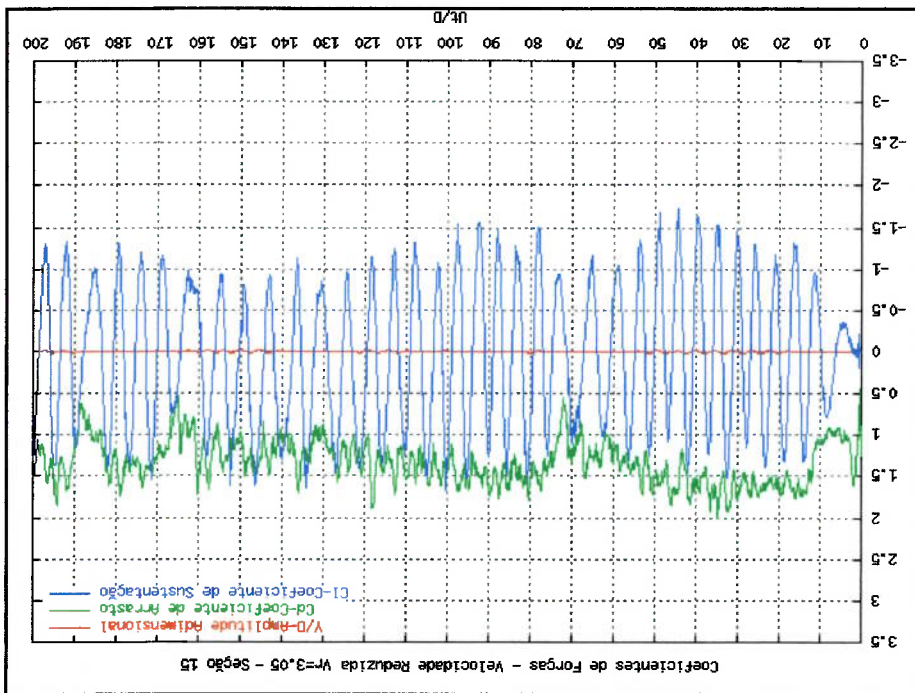
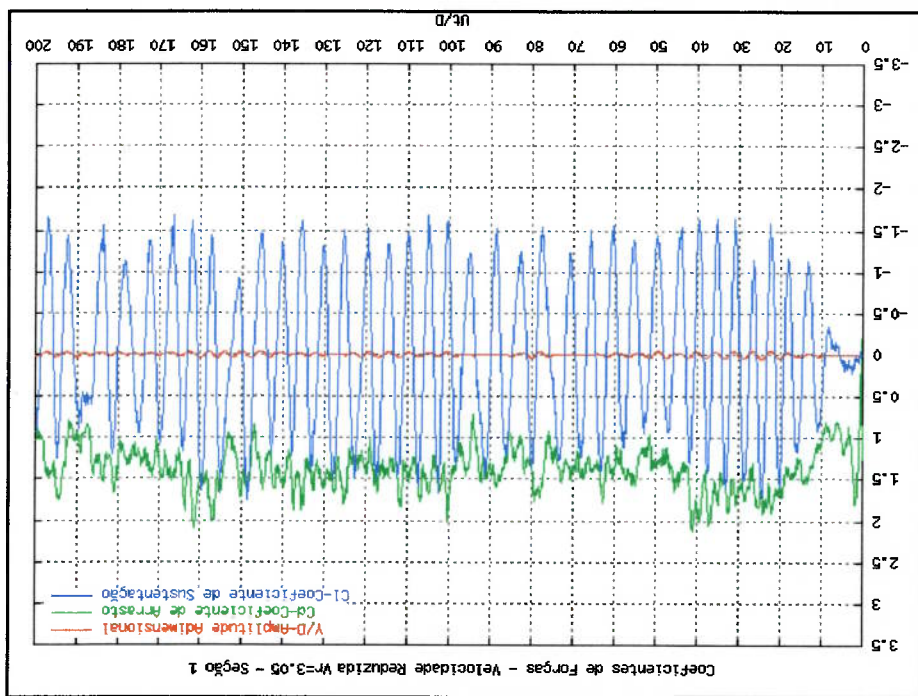


Fig. 5.13 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 15 para $Vr=3.05$.



A figura 5.16 apresenta para $V_r=5.09$, as trajetórias e os diferentes modos de emissão de vórtices nas seções do cilindro. Novamente, o primeiro modo de vibrar foi o dominante, pois as amplitudes de oscilação aumentam em direção à extremidade livre do cilindro. Além disto, as trajetórias em forma de “oitó”, sugerem a ocorrência do fenômeno de “lock-in” nesta região. Contudo, a principal conclusão a ser tirada, a partir do formato das trajetórias, é que o código desenvolvido no presente trabalho conseguiu capturar a correlação entre os movimentos transversais e “in-line” da estrutura. As mesmas características foram observadas experimentalmente por VANDIVER *et al.* (1987) *apud* BLEVINS (1990). Estes resultados reforçam a eficiência dos métodos empregados na Dinâmica dos Fluidos Computacional na obtenção, em tempo real, das forças hidrodinâmicas. E esta é a principal limitação dos métodos que utilizam coeficientes empíricos para a determinação das forças.

Fig. 5.15 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 1 para $V_r=3.05$.



As estiras de vórtices representam a ocorrência da mudança do modo de emissão de vórtices ao longo da envergadura do cilindro, decorrente da variação da amplitude de oscilação das seções do cilindro. Para a faixa próxima ao engastamento do cilindro, onde as amplitudes de oscilação são pequenas, ocorre o modo "2S" de emissão. Conforme a oscilação aumenta, ocorre uma mudança do modo de emissão de "2S" para "2P", havendo uma região intermediária onde o modo não pode ser caracterizado. Estes resultados estão de acordo com os resultados obtidos experimentalmente por TECHET *et al.* (1998). Eles utilizaram um cilindro cônico sujeito à oscilação forçada, para estudar como os modos de emissão variavam ao longo do comprimento da estrutura. Conforme o diâmetro do cilindro variava, a amplitude adimensional A/D de oscilação também se modificava. Segundo eles, dois vórtices eram emitidos por ciclo ("2S") nas regiões onde o diâmetro do cilindro era maior, e nas regiões onde o diâmetro era menor, quatro vórtices eram emitidos por ciclo ("2P"). A figura 5.17 mostra o esquema de mudança do modo de emissão, segundo Techet. A obtenção do modo de emissão "2S" para pequenas amplitudes de oscilação e "2P" para elevadas, corroboram os resultados obtidos por Williamson (vide figura 3.20). Outra observação a ser feita é quanto à mudança de fase na emissão dos vórtices. Para um mesmo instante de tempo, o vórtice está sendo emitido na parte superior do cilindro para pequenas amplitudes e, para grandes amplitudes, o vórtice está sendo emitido na parte inferior do cilindro.

As seguintes figuras representam os coeficientes de forças e as amplitudes de oscilação para as seções do cilindro. Como indicado na figura 5.18, a oscilação da seção próxima à extremidade fixa da estrutura é praticamente nula, não afetando os coeficientes de forças. Nesta faixa de velocidade reduzida, a frequência de oscilação

Fig. 5.17 – Mudança do modo de emissão de vórtices de “2S” para “2P”. Figura retirada de TECHET *et al.* (1998)

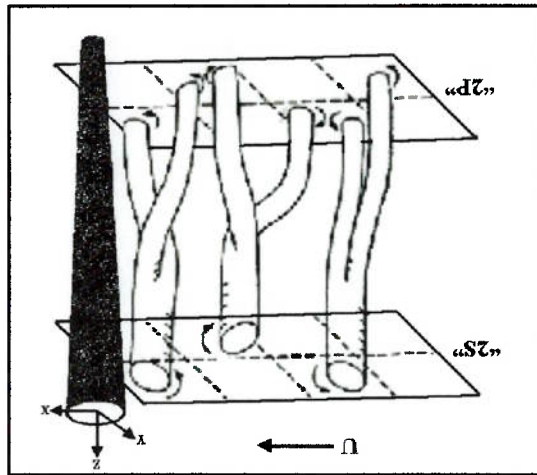
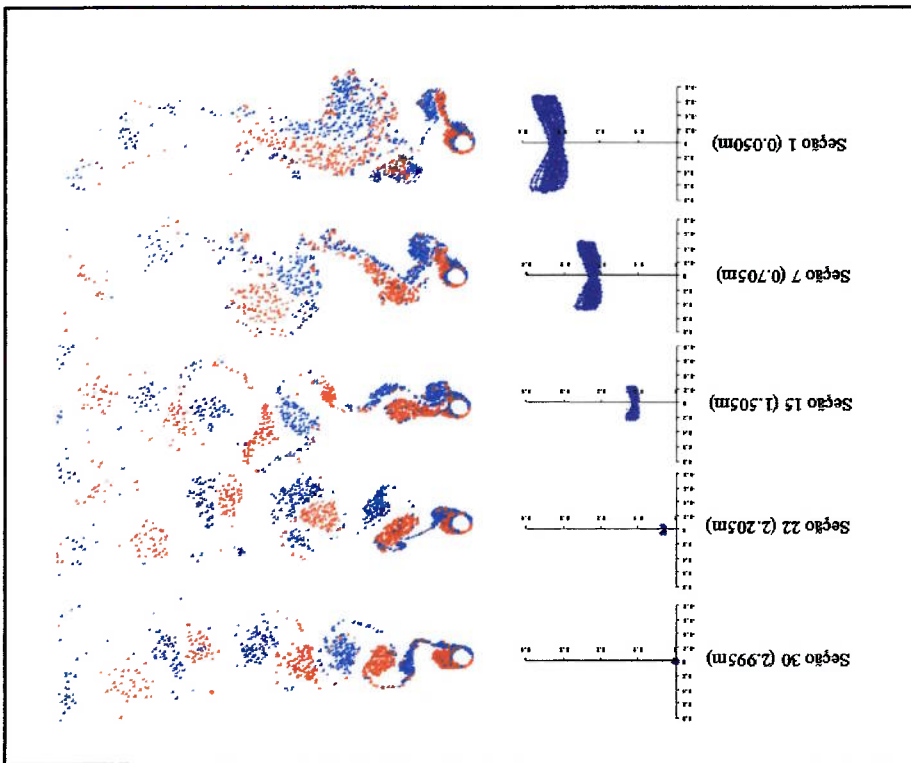


Fig. 5.16 - Estreia de vórtices e trajetórias ao longo do cilindro para $Vr=5.09$.



esta sincronizada com a força transversal. E, conforme o coeficiente de sustentação aumenta a amplitude de oscilação também aumenta, ou seja, eles estão diretamente relacionados. Porém, o principal fato observado foi quanto à mudança de fase entre o CI e o deslocamento transversal. Para pequenas amplitudes, o deslocamento da seção está defasado em relação ao coeficiente de sustentação, como indicado na figura 5.18. Na metade do cilindro não há defasagem entre eles (figura 5.19). A mudança de fase fica evidente na figura 5.20: ela mostra que o coeficiente de força está defasado. Esta defasagem aumenta com o aumento da amplitude de oscilação, como indicado na figura 5.22. Estes resultados sugerem que a amplitude de oscilação está diretamente relacionada com a intensidade da força transversal e, principalmente, com a diferença de fase existente entre a força e o deslocamento. Khalak e Williamson mostraram que o salto de 180° da fase entre o coeficiente de sustentação e o deslocamento era o principal fator da passagem do ramo superior para o inferior.

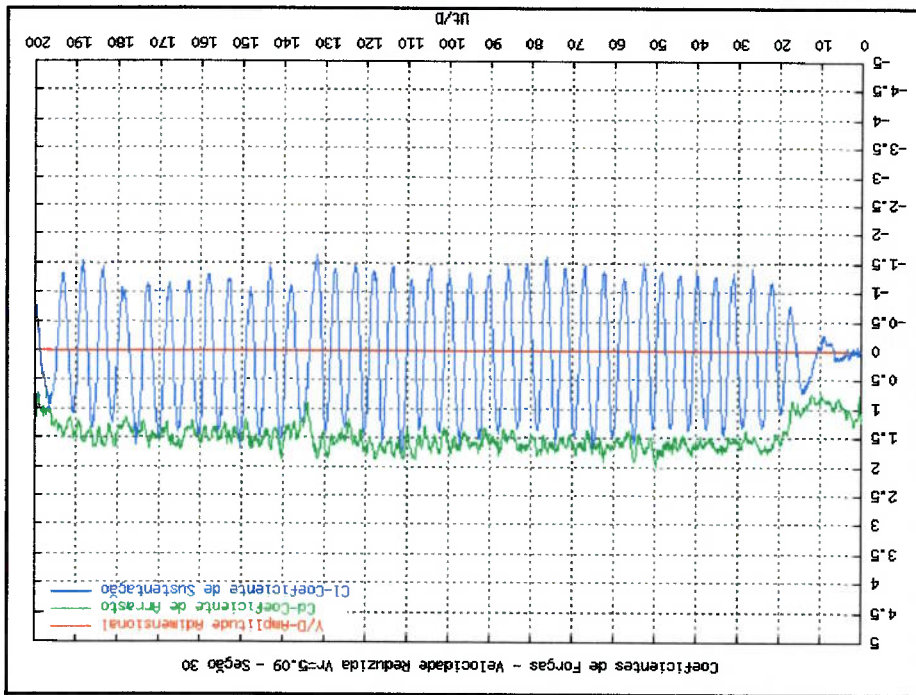


Fig. 5.18 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 30 para Vr=5.09.

Fig. 5.20 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 15 para $Vr=5.09$.

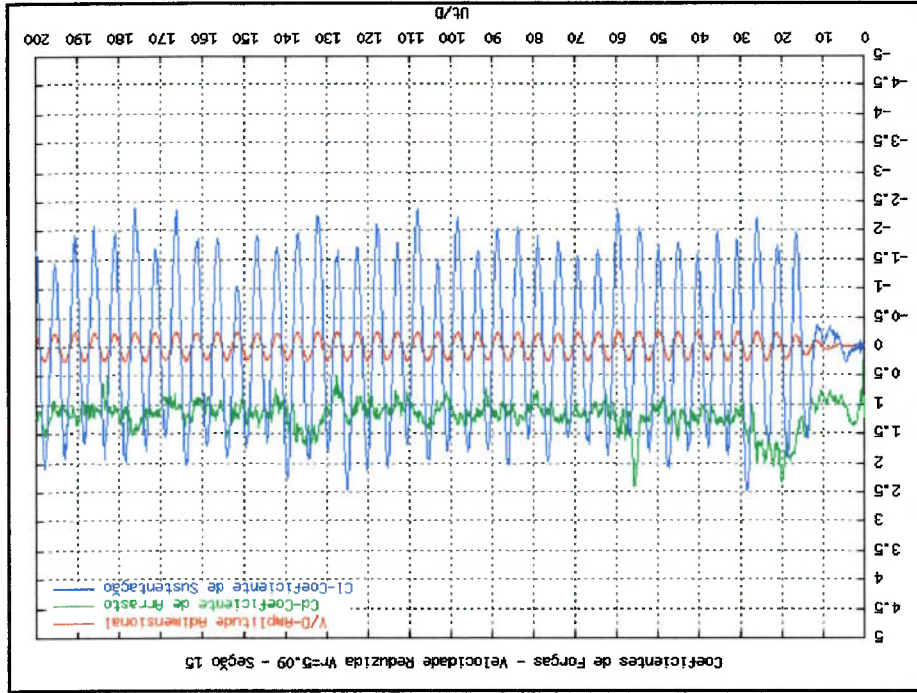
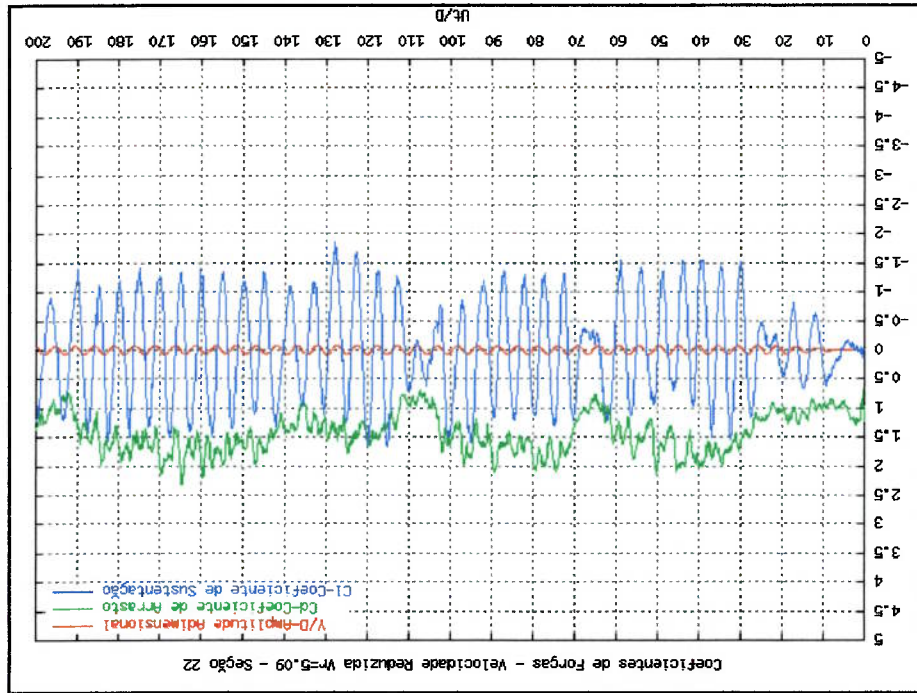


Fig. 5.19 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 22 para $Vr=5.09$.



A correlação entre o coeficiente de sustentação e o de arrasto é o principal fator da trajetória em forma de "oito" das seções do cilindro. A figura 5.23 mostra o

Fig. 5.22 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 1 para $Vr=5.09$.

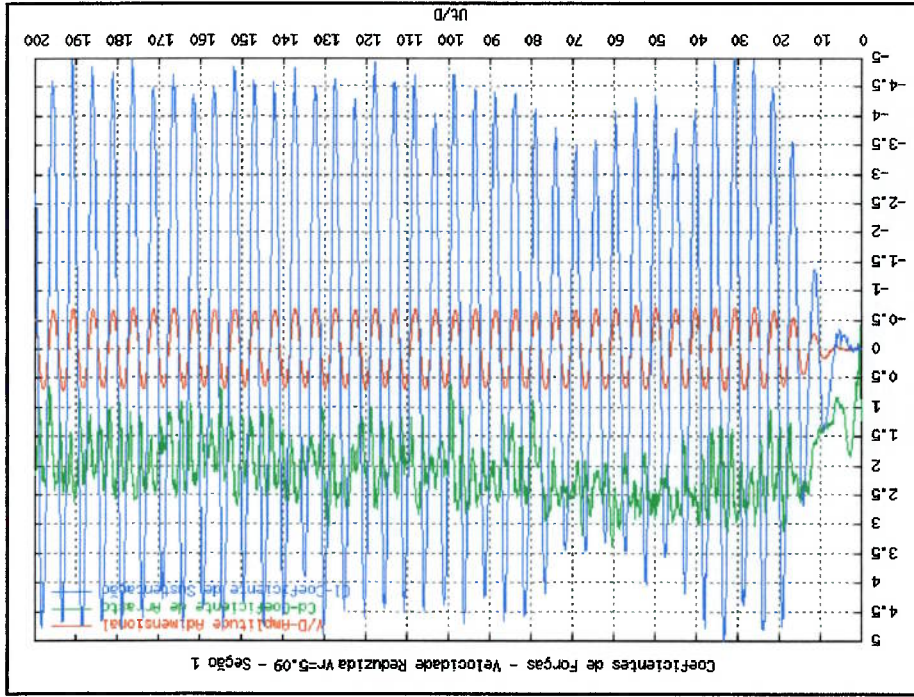
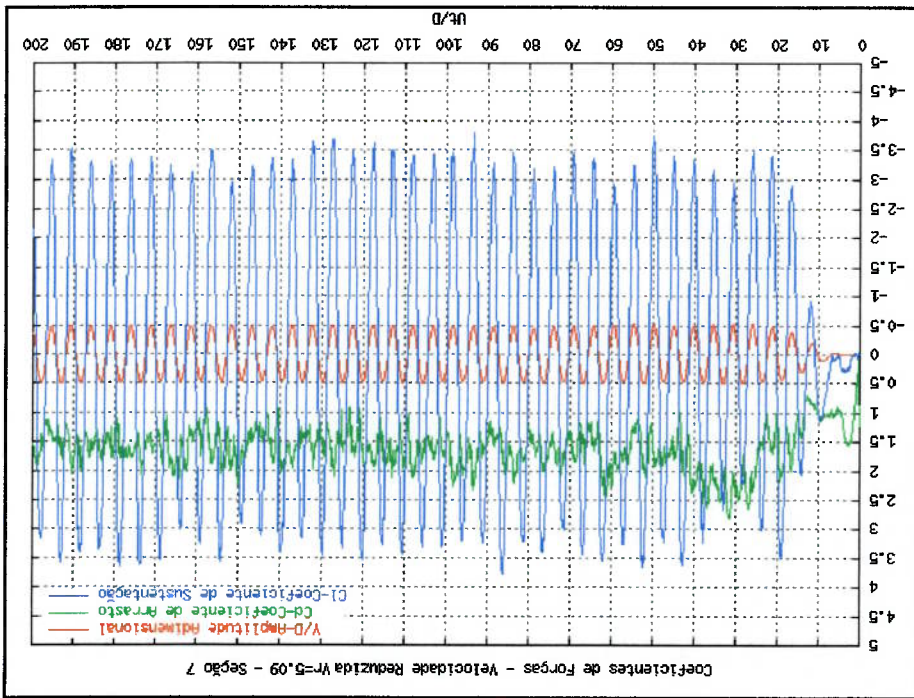


Fig. 5.21 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 7 para $Vr=5.09$.



coeficiente de sustentação em função do coeficiente de arrasto da primeira seção do cilindro para $V_r=5.09$, durante um ciclo de emissão de vórtices.

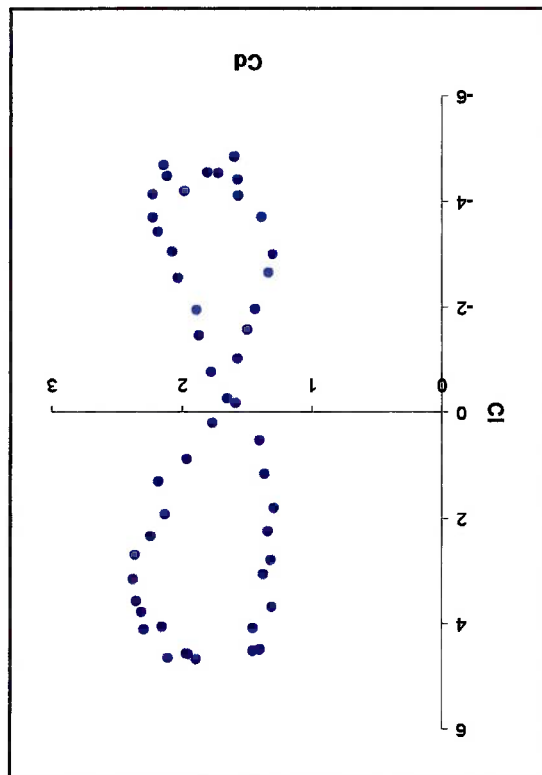


Fig. 5.23 – Correlação entre a força de sustentação e a de arrasto para $V_r=5.09$.

6 RESULTADOS DA ANÁLISE DINÂMICA DO "RISER" VERTICAL

6.1 RESULTADOS PARA UM "RISER" COM CORRENTE UNIFORME

Para a análise do comportamento dinâmico do "riser", o mesmo foi discretizado em setenta elementos, sendo sessenta elementos na parte imersa na lâmina d'água e dez na parte acima do nível d'água. Estes valores foram baseados na análise de sensibilidade do Método dos Elementos Finitos. O deslocamento inicial ("offset") foi considerado nulo e o perfil de velocidades foi mantido constante ao longo do comprimento do "riser", a intensidade da velocidade foi $U=0.4$ m/s.

As características estruturais do "riser" utilizado na simulação foram:

Comprimento do "riser" dentro d'água: 100 m
 Comprimento do "riser" acima d'água: 20 m
 Diâmetro externo: 0.25 m
 Diâmetro interno: 0.21106 m
 T_{topo} : 1.5*peso próprio=200 kN
 Módulo de Young: $2.1 \cdot 10^8$ kN/m²

Densidade do fluido ao redor do "riser": 1025 kg/m³
 Densidade do fluido no interior do "riser": 800 kg/m³
 Densidade do material do "riser": 7700 kg/m³

Parâmetro de massa $m^* = \frac{\rho D^2}{2m}$: 4.24 kg/m

Modos de excitação na direção "in-line" e transversal: primeiro e segundo
 Fator de amortecimento para ambos os modos ζ : 0.02
 Freqüências naturais em ar: $f_1=0.134$ Hz e $f_2=0.304$ Hz
 Velocidade Reduzida $Vr = \frac{f_2 D}{U}$: 5.258

Na resolução do Método dos Vórtices Discretos foi utilizado um tempo
 adimensional $\Delta t_{ad} = \frac{U \Delta t}{D} = 0.1$ e número de Reynolds igual a 100.000. Cada uma das
 sessenta seqões circulares foi discretizada em 64 painéis. Foram realizadas 2.000
 iterações correspondendo um tempo adimensional de 200. O número de vórtices na
 esteira foi mantido em aproximadamente 2.000 vórtices.

É importante salientar que o "riser" estava livre para oscilar na direção paralela

("in-line") e transversal ao escoamento incidente, porém devido ao fato do coeficiente
 de arrasto ser elevado no início da simulação, o movimento da estrutura na direção "in-
 line" só foi liberado depois do código ter realizado trezentas iterações, ou em termos de
 tempo adimensional, transcorridos $t_{ad}=30$. Em relação à direção transversal, não foi
 imposta nenhuma restrição quanto à sua movimentação, pois o coeficiente de
 sustentação é nulo durante as primeiras iterações e aumenta no decorrer da simulação.

A explicação para a ocorrência de valores elevados para o coeficiente de arrasto
 e baixos para o coeficiente de sustentação durante as primeiras iterações provém do
 tempo necessário para a formação e desprendimento da esteira de vórtices do corpo, isto

é, no início da simulação os vórtices que se desprendem da superfície do corpo formam duas bolhas simétricas na parte de trás do mesmo, conforme esquematizado na figura 3.1, portanto não há um gradiente de pressão na direção transversal ao escoamento incidente e consequentemente, a força de sustentação agindo no corpo é nula. Porém, estas bolhas caracterizam-se por ser uma região de baixa pressão, havendo um gradiente de pressão na direção paralela ao escoamento incidente gerando uma força de arrasto elevada. No decorrer da simulação, estas bolhas se desprendem do corpo e a esteira passa a se desprender de forma alternada, ocasionando, desta forma, uma força de sustentação e um decréscimo na força de arrasto.

A envoltória dos deslocamentos máximos e mínimos na direção “in-line” do “vórtice” pode se verificada na figura 6.1. Conforme a análise das envoltórias, o deslocamento adimensional máximo na direção “in-line” foi de aproximadamente dois diâmetros. Nesta direção o primeiro modo de vibrar foi o modo dominante.

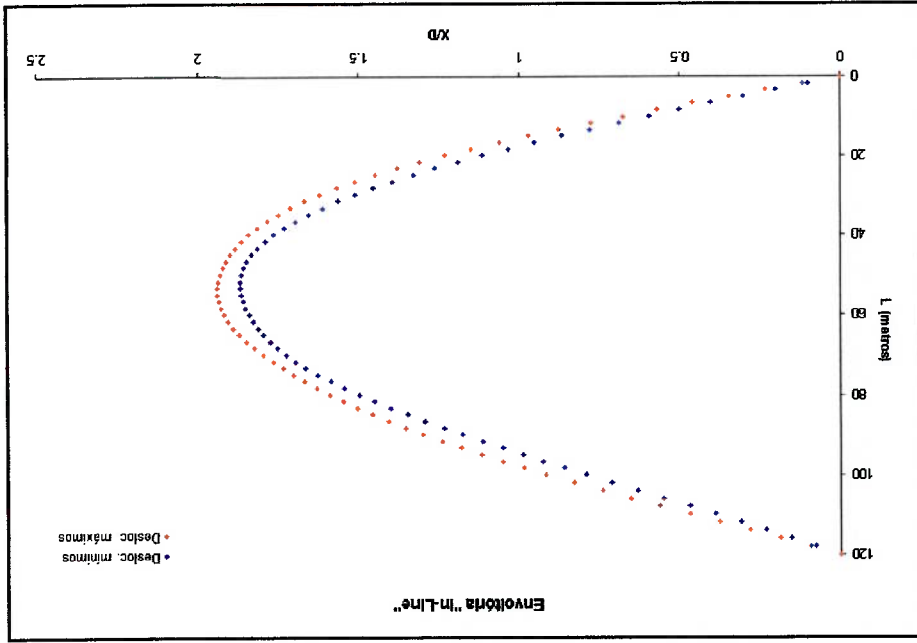


Fig. 6.1 – Envoltória na direção “in-line” dos deslocamentos máximos e mínimos.

A figura 6.2 representa as envoltórias dos deslocamentos na direção transversal. O máximo deslocamento foi da ordem de $0.7D$, que é próximo ao valor obtido pela simulação bidimensional. Para a direção transversal, o segundo modo foi o dominante e as envoltórias dos máximos e mínimos ficaram simétricas.

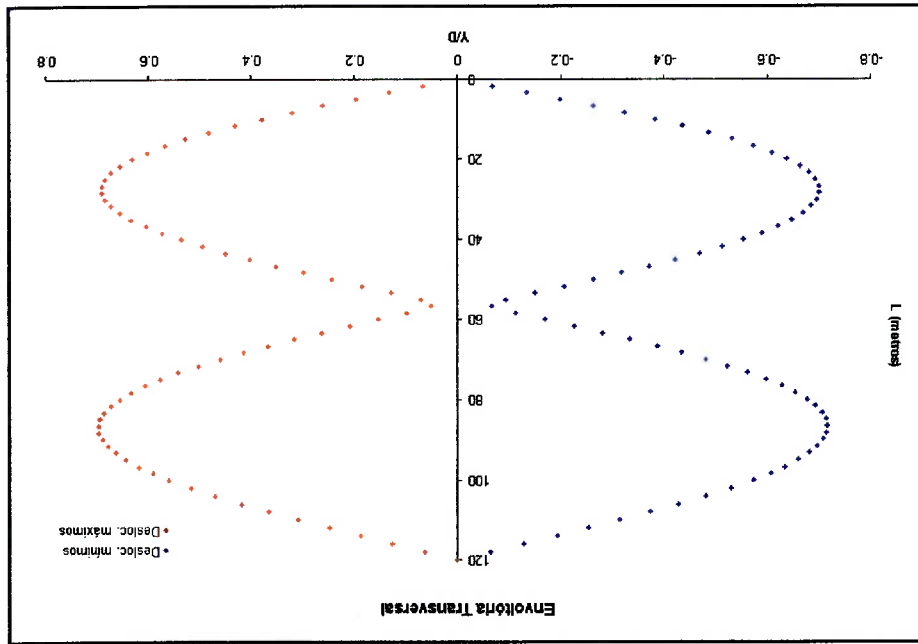


Fig. 6.2 - Envoltória na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.

Nas figuras que seguem, são apresentados os coeficientes de forças e os deslocamentos adimensionais transversais para as diferentes seções ao longo da envoltória do "riser". Também são apresentadas as correlações entre os deslocamentos adimensionais na direção transversal e "in-line".

Fig. 6.4 – Correlação entre os deslocamentos na seção 60.

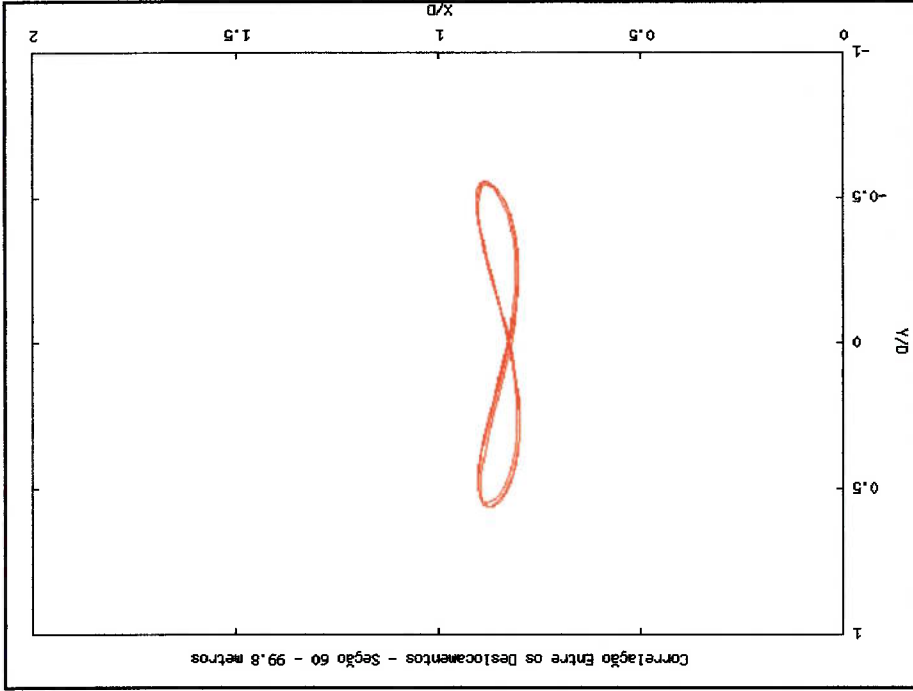


Fig. 6.3 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 60.

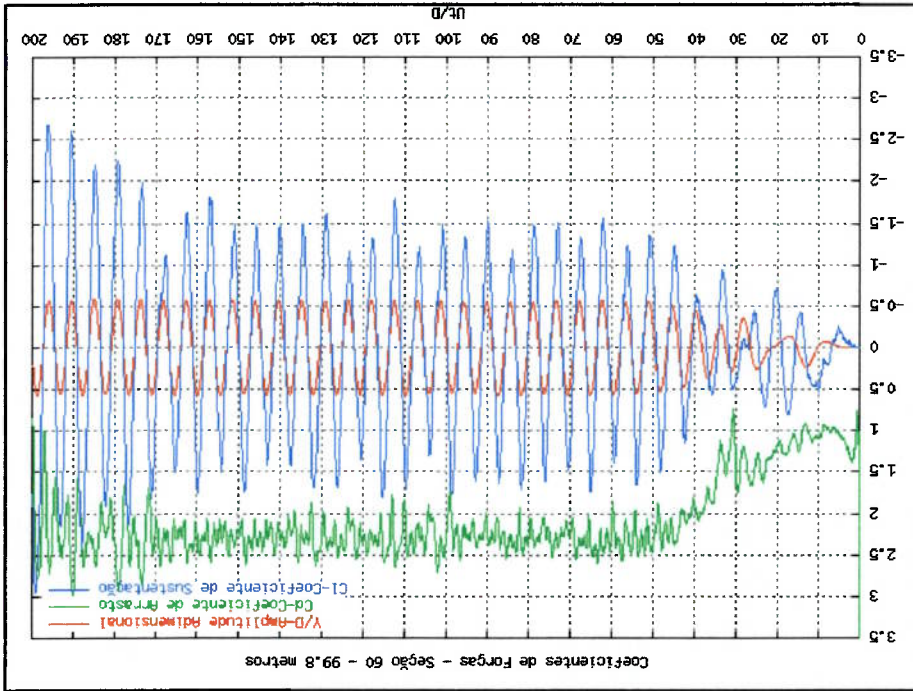


Fig. 6.6 – Correlação entre os deslocamentos na seção 45.

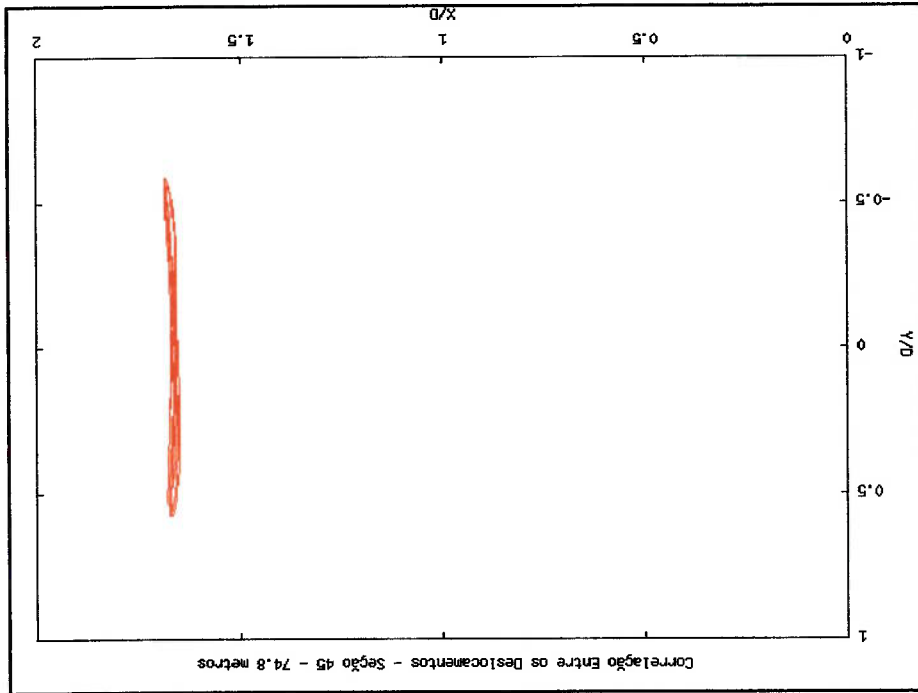


Fig. 6.5 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 45.

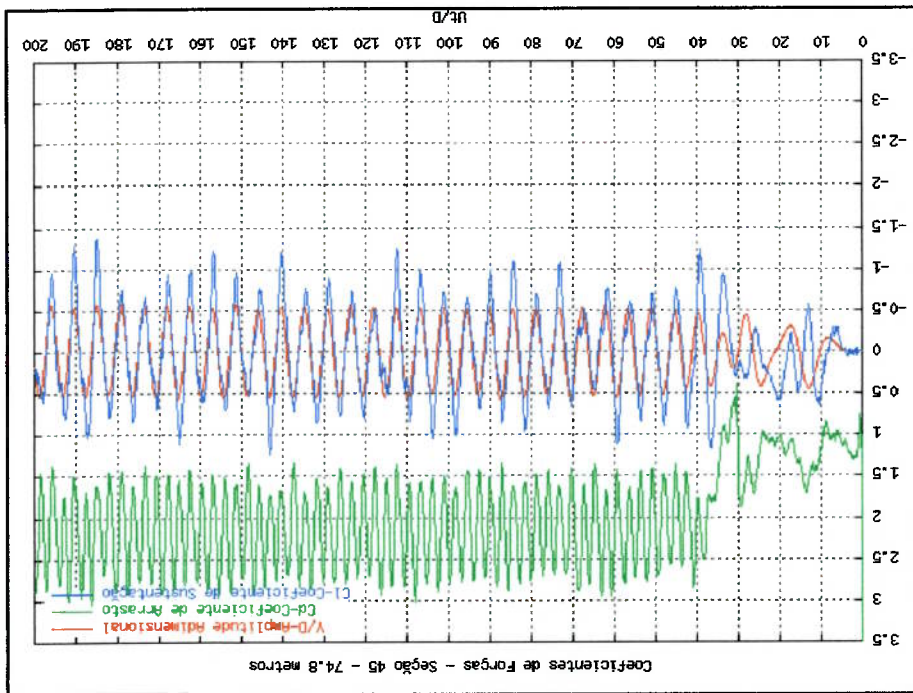


Fig. 6.8 – Correlação entre os deslocamentos na seção 30.

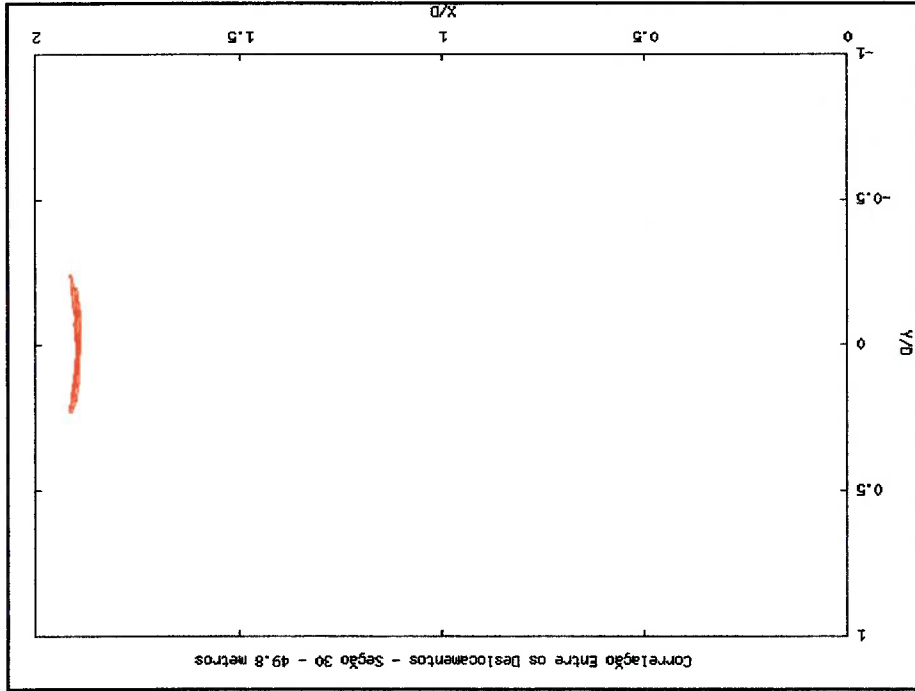


Fig. 6.7 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 30.

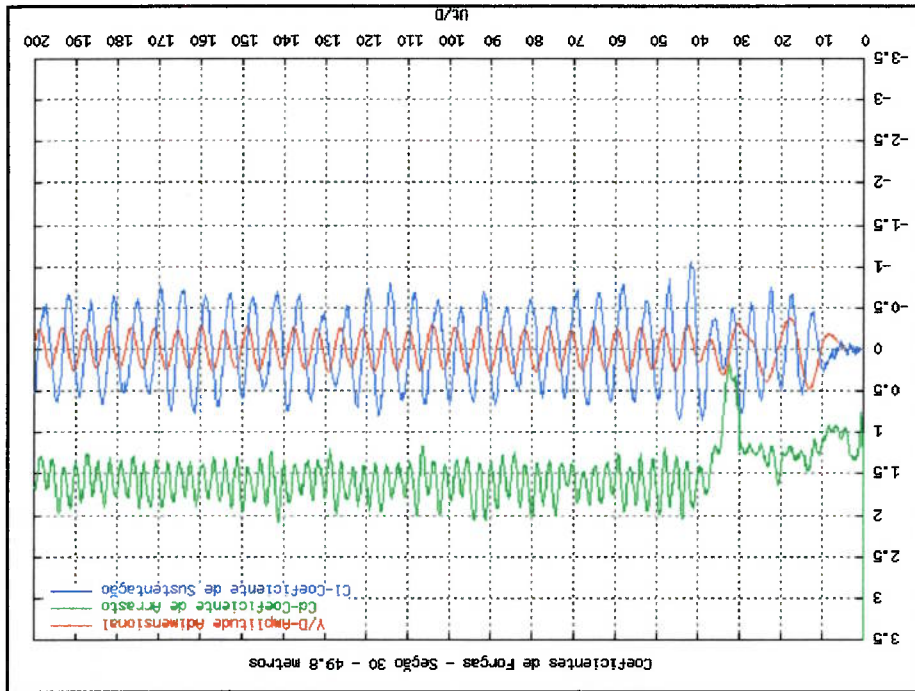


Fig. 6.10 – Correlação entre os deslocamentos na seção 15.

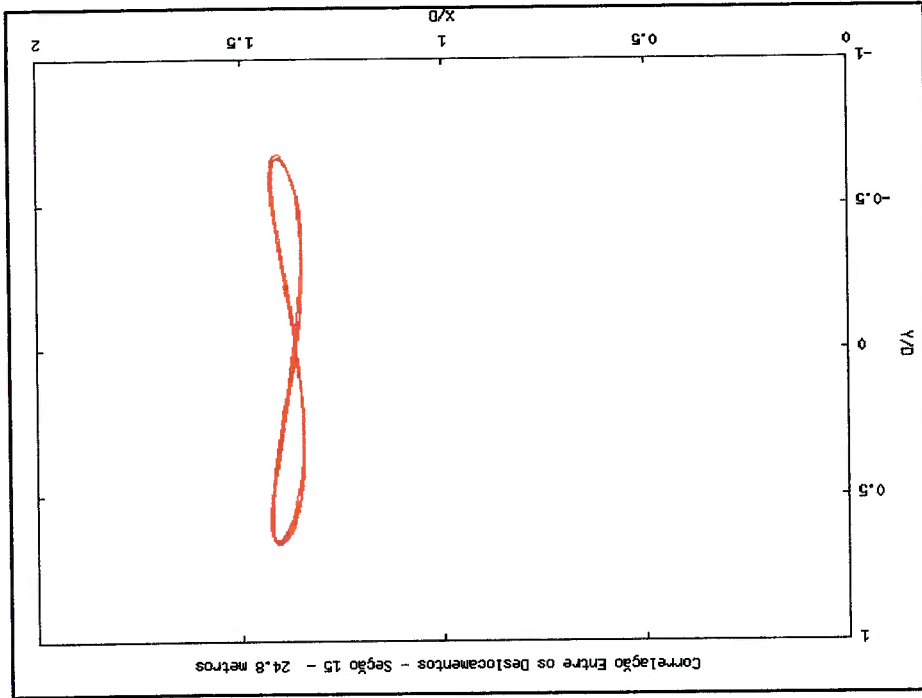
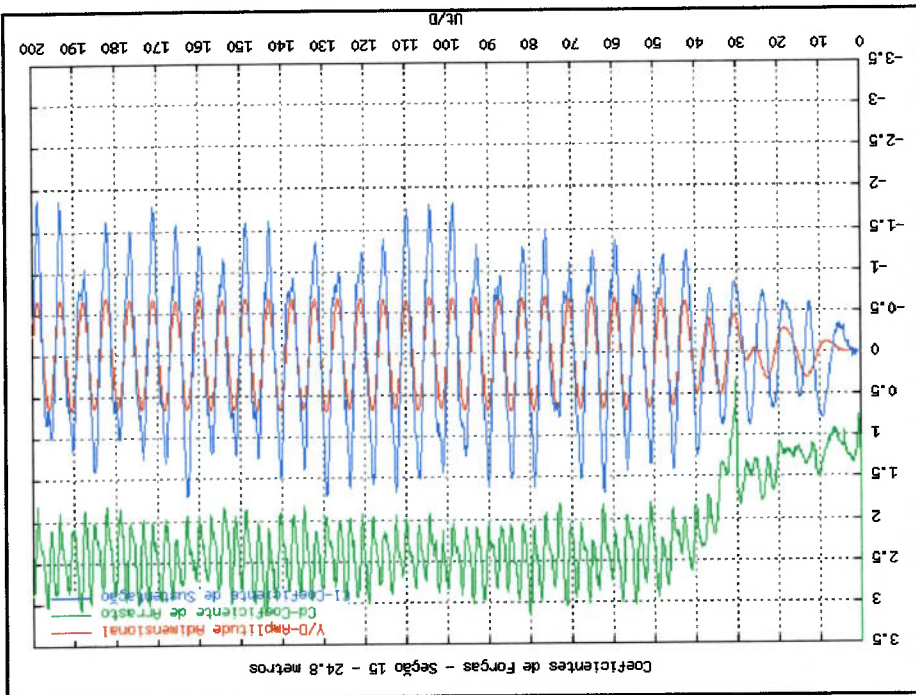


Fig. 6.9 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 15.



Pela análise das figuras anteriores, nota-se a variação da amplitude de oscilação transversal de acordo com a profundidade, havendo dois picos de amplitudes

Fig. 6.12 – Correlação entre os deslocamentos na seção 1.

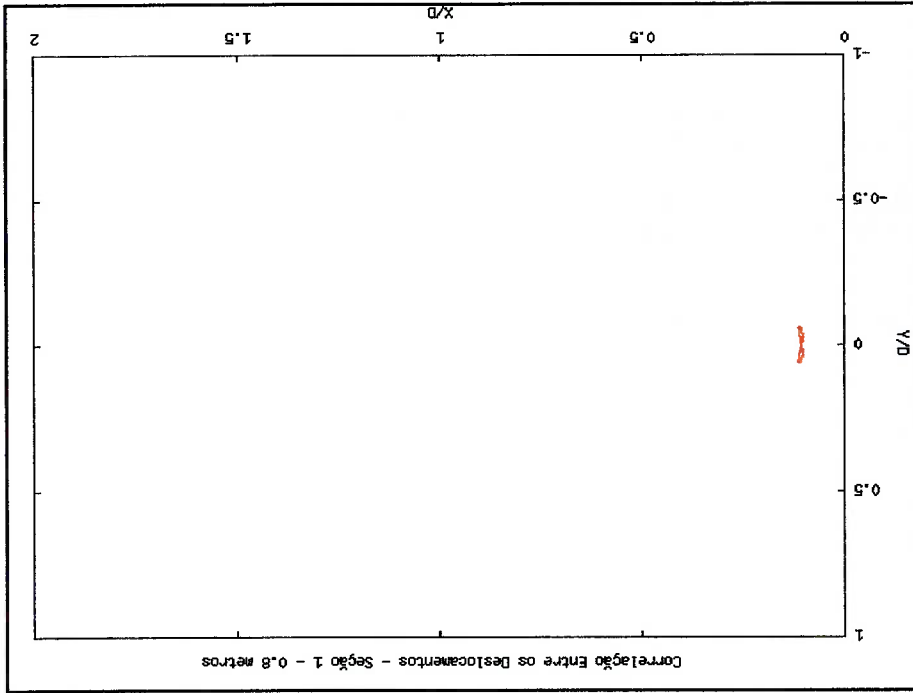
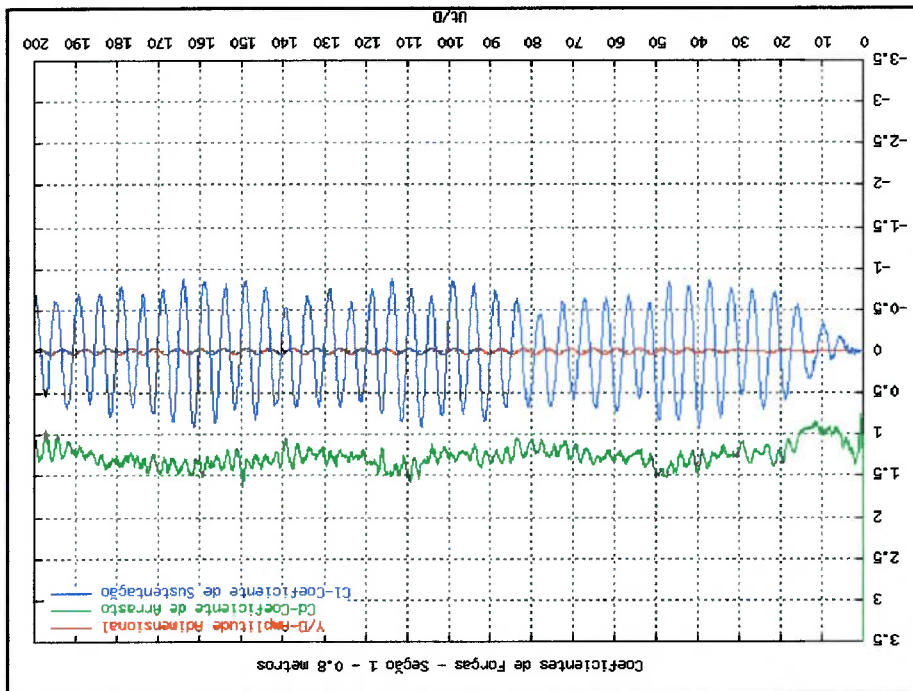


Fig. 6.11 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 1.



correspondentes às regiões de maiores deslocamentos observados nas envoltórias. Nas regiões próximas às extremidades e ao nó central da convergadura do "riser", as amplitudes são pequenas. Os deslocamentos das seções estão em sincronia com o coeficiente de força transversal. Outra observação a ser feita é quanto ao aumento do coeficiente de arrasto devido à variação da amplitude de oscilação transversal.

As figuras em forma de "oitó" mostram a forte correlação existente entre os movimentos da estrutura na direção transversal e "in-line". Além disto, estas figuras sugerem que a frequência de oscilação na direção paralela ao escoamento incidente é duas vezes a frequência de oscilação na direção transversal. E isto é coerente, pois a frequência do coeficiente de arrasto é o dobro da frequência do coeficiente de sustentação.

As figuras que seguem indicam os espectros de frequências dos deslocamentos na direção transversal e "in-line" ao longo do comprimento do "riser". Nota-se que a frequência de oscilação na direção transversal é a metade da frequência na direção "in-line", reforçando os resultados obtidos anteriormente representados pelas trajetórias em forma de "oitó".

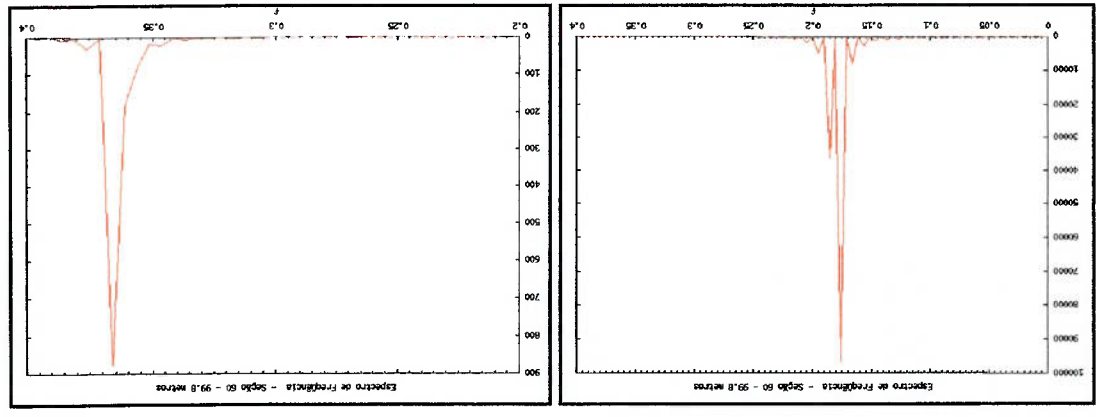


Fig. 6.13 – Espectros de frequências dos deslocamentos na seção 60.

Fig. 6.16 - Espectros de frequências dos deslocamentos na seção 15.

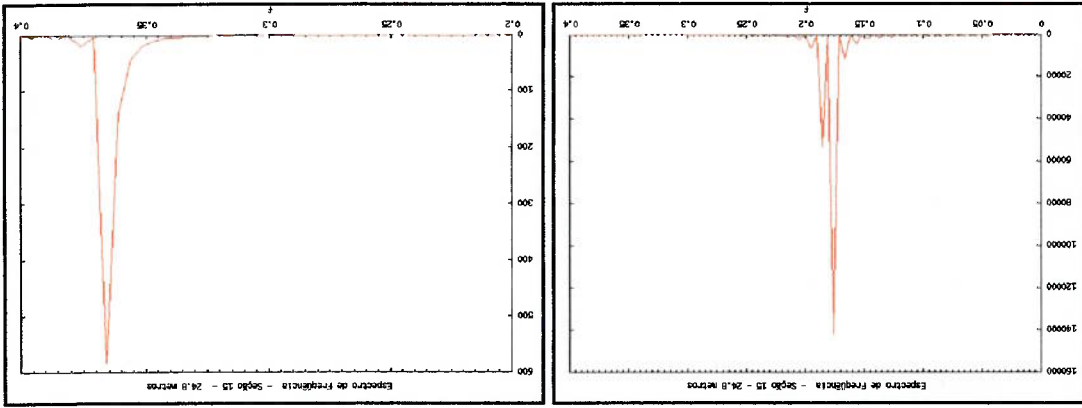


Fig. 6.15 - Espectros de frequências dos deslocamentos na seção 30.

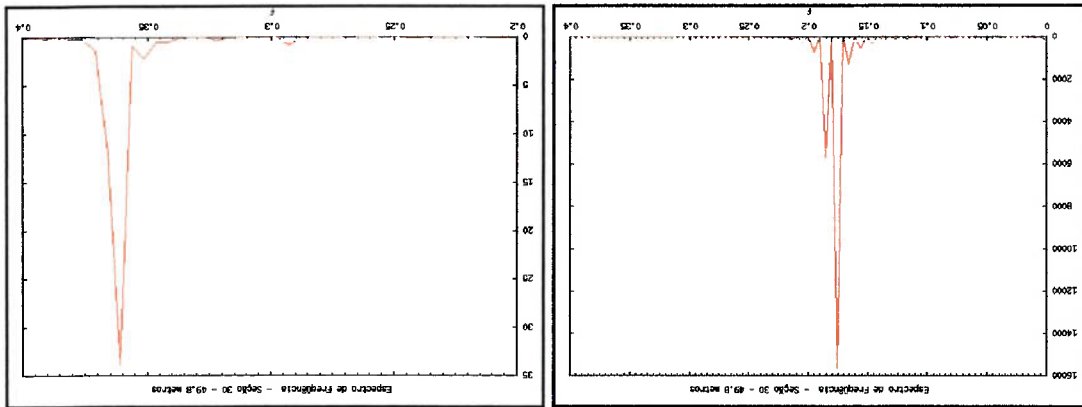
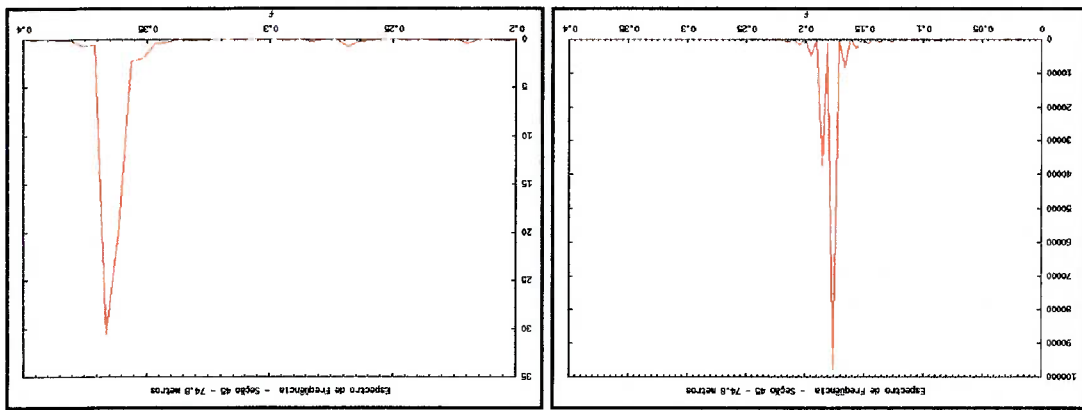


Fig. 6.14 - Espectros de frequências dos deslocamentos na seção 45.



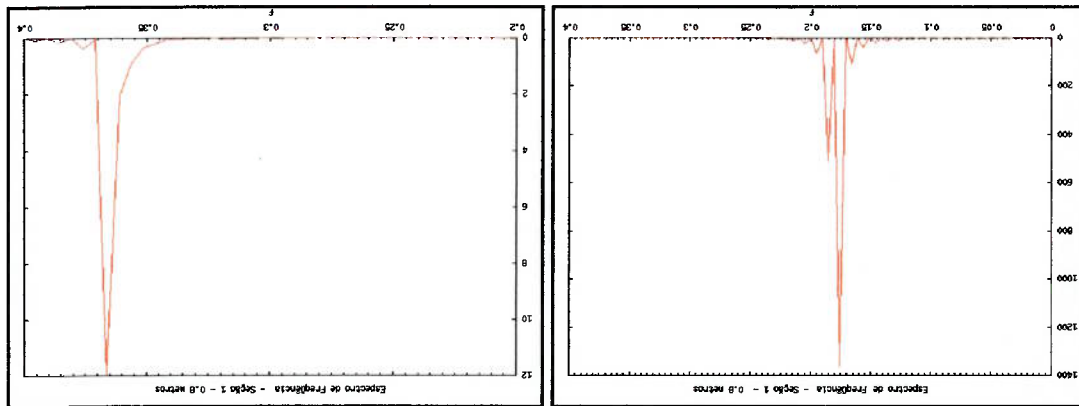


Fig. 6.17 - Espectros de freqüências dos deslocamentos na seção 1.

As esteiras de vórtices formadas à jusante do "riser", para as diferentes seções, bem como a estrutura do mesmo podem ser vistas na figura 6.18. De acordo com a análise das esteiras, pode-se observar a mudança do modo de emissão ao longo do comprimento da estrutura, isto é, próxima ao engastamento inferior onde os deslocamentos são pequenos, o modo de emissão é "2S" e nas regiões onde os deslocamentos são maiores, o modo de emissão é "2P". Quanto à estrutura do "riser", pela figura fica evidente o segundo modo de vibrar na direção transversal.

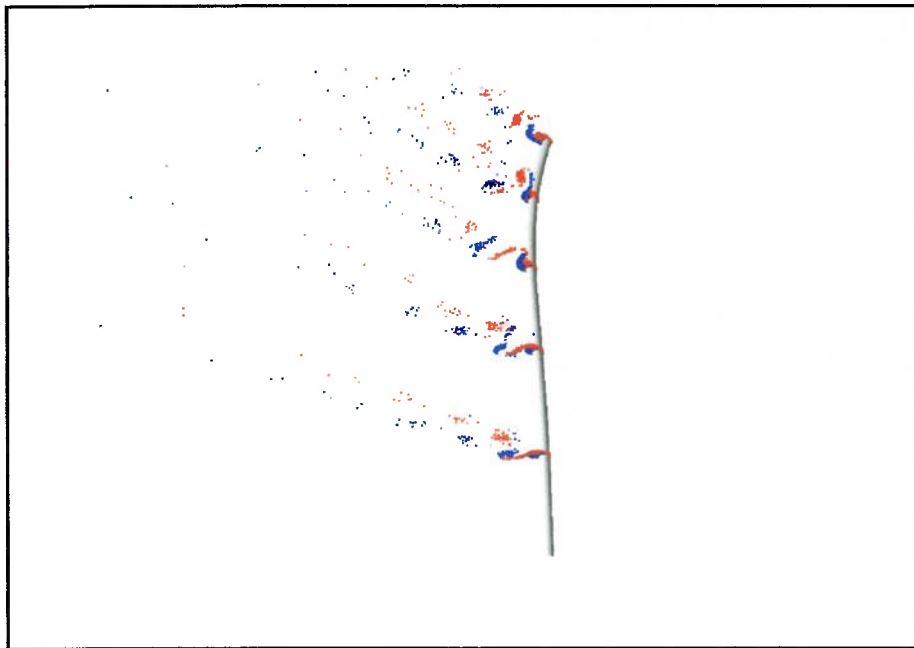


Fig. 6.18 – Esteira de vórtices ao longo do "riser".

Sabe-se que na realidade, a intensidade e a direção da corrente marítima variam ao longo do comprimento do "riser". Portanto, visando à análise do comportamento da estrutura sujeita a escoamentos externos similares aos encontrados em alto mar, foi realizada uma simulação na qual o "riser" foi submetido a uma corrente marítima cuja intensidade variava de acordo com a profundidade.

As propriedades estruturais do "riser" foram as mesmas utilizadas para a simulação com corrente uniforme, porém, a intensidade da corrente na superfície da lamina d'água foi adotada como sendo $U=1.2\text{m/s}$ mantendo-se constante até a profundidade de quinze metros. A partir deste ponto, a intensidade variou linearmente até o leito do mar, onde a intensidade foi considerada com sendo $U=0.2\text{m/s}$. A figura que segue representa o perfil de velocidades adotado para este caso.

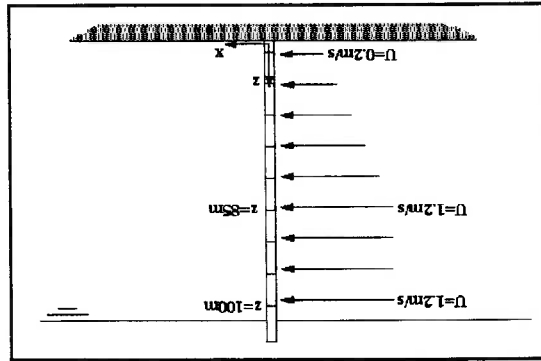


Fig. 6.19 – Perfil de velocidades ao longo da estrutura.

O número de Reynolds variou de 50.000 na base do "riser" para 300.000 no topo do mesmo. O intervalo de tempo utilizado para a resolução do Método dos Vórtices Discretos em cada seção foi de $\Delta t=0.04\text{s}$. Foram realizadas 2.000 iterações correspondendo a um tempo de simulação igual a oitenta segundos. Para a determinação dos modos dominantes de oscilação da estrutura, tomaram-se como referências o

primeiro e o segundo modos de vibrar. Após algumas iterações, notou-se que o quarto modo de vibrar era o dominante na direção transversal e que o primeiro era o dominante na direção “*in-line*”. Com base nestes resultados, a matriz de amortecimento na direção transversal foi recalculada, tendo como modos dominantes o terceiro e o quarto. A matriz de amortecimento na direção “*in-line*” não foi alterada. É importante relembrar que as matrizes de amortecimentos estão diretamente relacionadas com as frequências dos modos dominantes de vibrar da estruturas nas duas direções. As frequências naturais referentes ao terceiro e o quarto modos são: $f_3=0.535$ Hz e $f_4=0.837$ Hz. O fator de amortecimento utilizado para ambos os modos foi $\zeta=0.02$. Tomou-se como referência a velocidade média igual a $U=0.7$ m/s e a frequência natural do quarto modo para o cálculo da velocidade reduzida, ou seja: $V_r = \frac{f_4 D}{U} = 3.342$.

Nas figuras que seguem, são comparados os resultados obtidos através da resolução do escoamento pelo MVD e os determinados a partir da formulação “*quasi-steady*”, implementada por FERRARI (1998). As características estruturais do “*riser*” forma iguais para ambos os casos. Porém, na execução do código de Ferrari, foi necessário adicionar os seguintes parâmetros:

Amplitude do coeficiente de força transversal \underline{C}_f : 1.2
 Fase da força transversal ϕ : 90°
 Coeficiente de arrasto C_D : 1.2
 Número de Strouhal St : 0.2
 Coeficiente de massa adicional C_M : 0.6
 Intervalo de tempo: 0.05s
 Número de iterações: 2.000

Na direção transversal, nota-se que e os valores dos deslocamentos foram semelhantes e o quarto modo de vibrar foi o predominante nas duas simulações. Além,

principalmente, ao valor do coeficiente de arrasto adotado. Na direção "in-line", os deslocamentos máximos obtidos pelo MVD foram superiores ao obtidos através da formulação "quasi-steady". Isto se deve,

Fig. 6.21 - Envoltória na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.

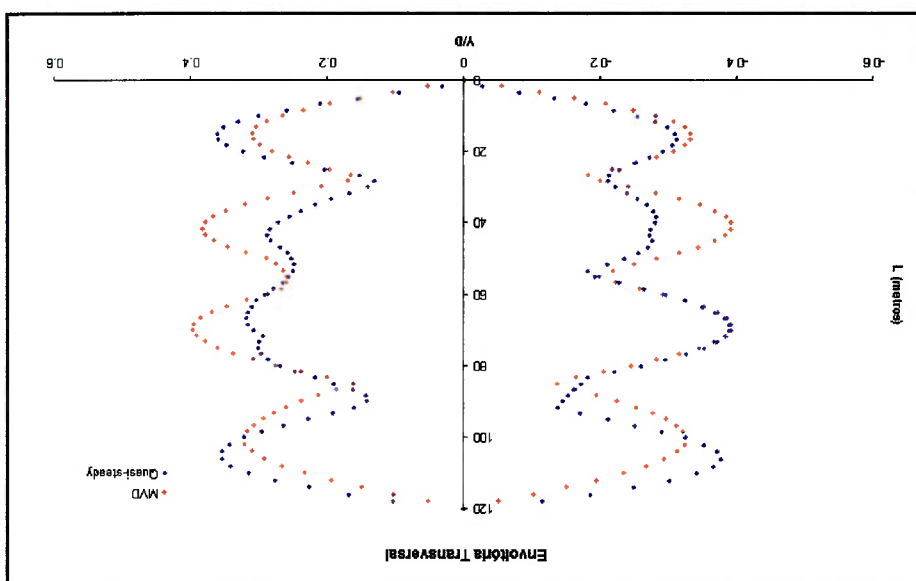
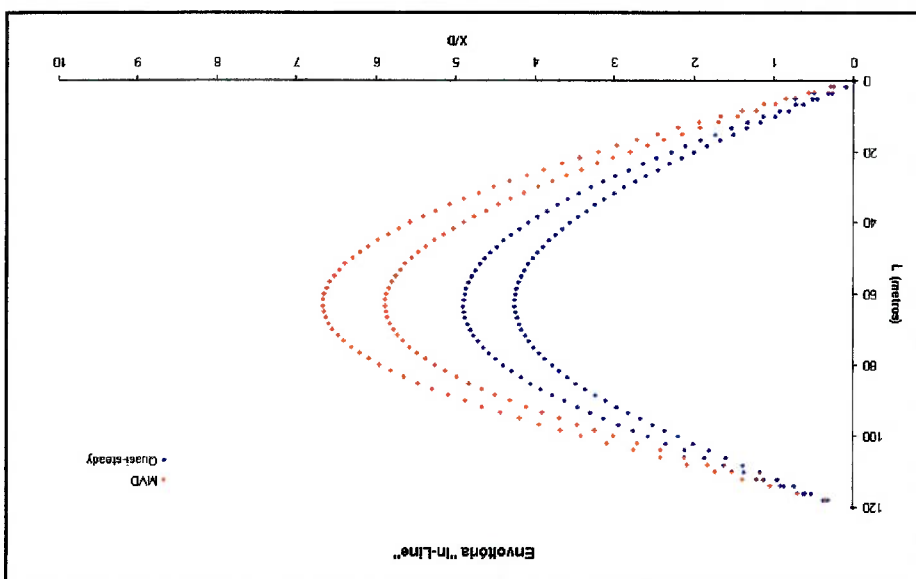


Fig. 6.20 - Envoltória na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos.



da coerência no posicionamento, principalmente, dos ante-nós para ambos os modelos. Contudo, a principal diferença observada entre os casos analisados foi quanto ao comportamento dinâmico das estruturas. Para o caso “*quasi-steady*” verificou-se a ocorrência de uma resposta com amplitude modulada, ou seja, uma resposta do tipo “*beating*” (batimento). Comportamento não observado pelo modelo desenvolvido no presente trabalho.

Os coeficientes de forças e os deslocamentos adimensionais transversais, para as diferentes seções ao longo da envergadura do “*riser*”, são apresentados a seguir. Os históricos dos deslocamentos transversais e dos coeficientes de força de sustentação mostram as pequenas amplitudes de oscilação além, de uma irregularidade nos movimentos na direção transversal da estrutura, principalmente nas seções trinta e quinze, conforme indicado nas figuras 6.24 e 6.25. Este comportamento não foi observado para o caso de corrente uniforme.

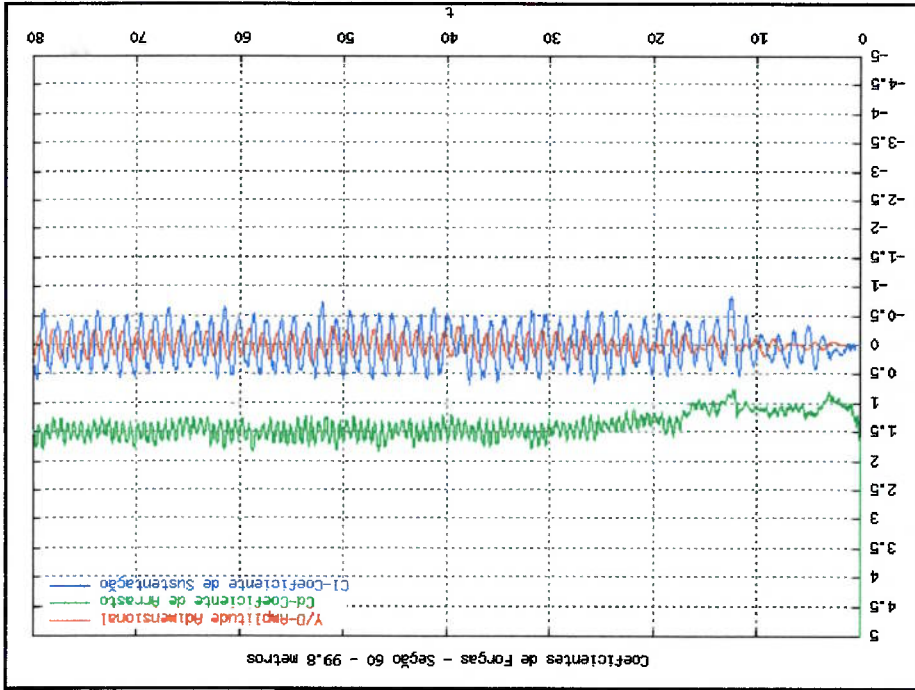


Fig. 6.24 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 30.

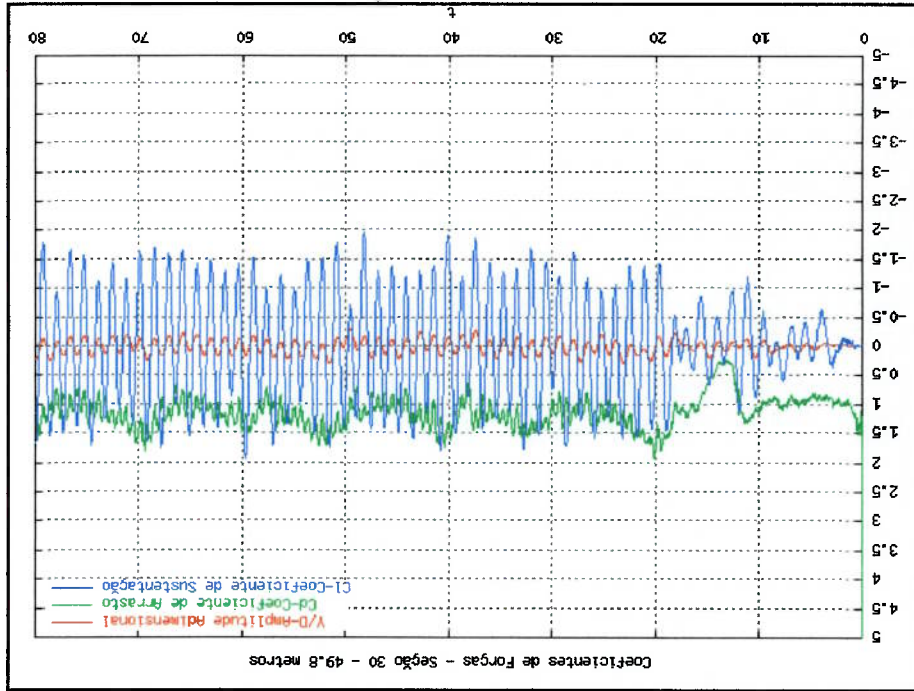
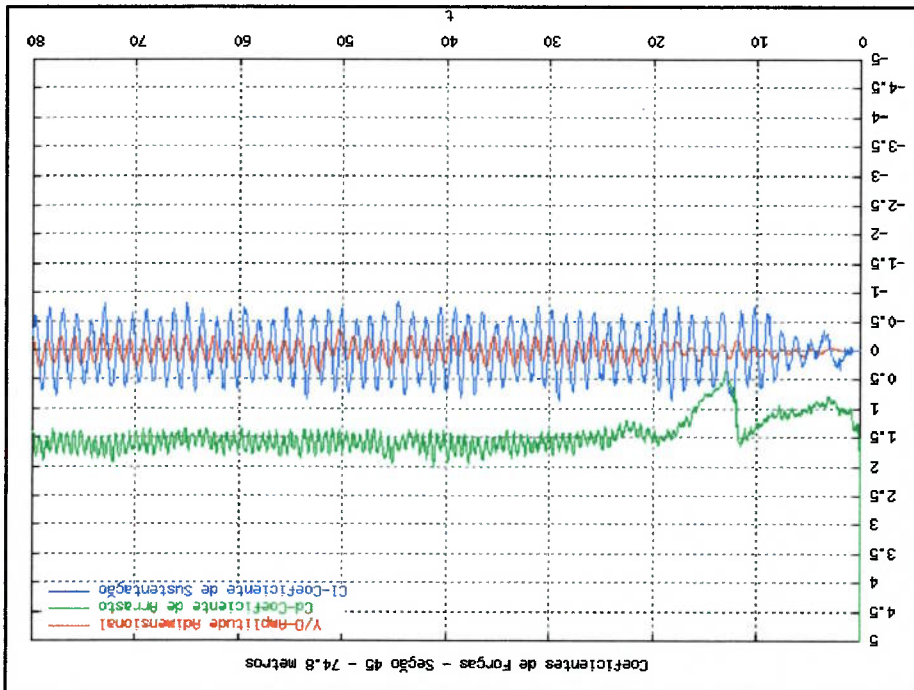


Fig. 6.23 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 45.



A estrutura e a esteira de vórtices formada ao redor da mesma podem ser verificadas na figura 6.27. Nota-se que para um mesmo intervalo de tempo, os vórtices

Fig. 6.26 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 1.

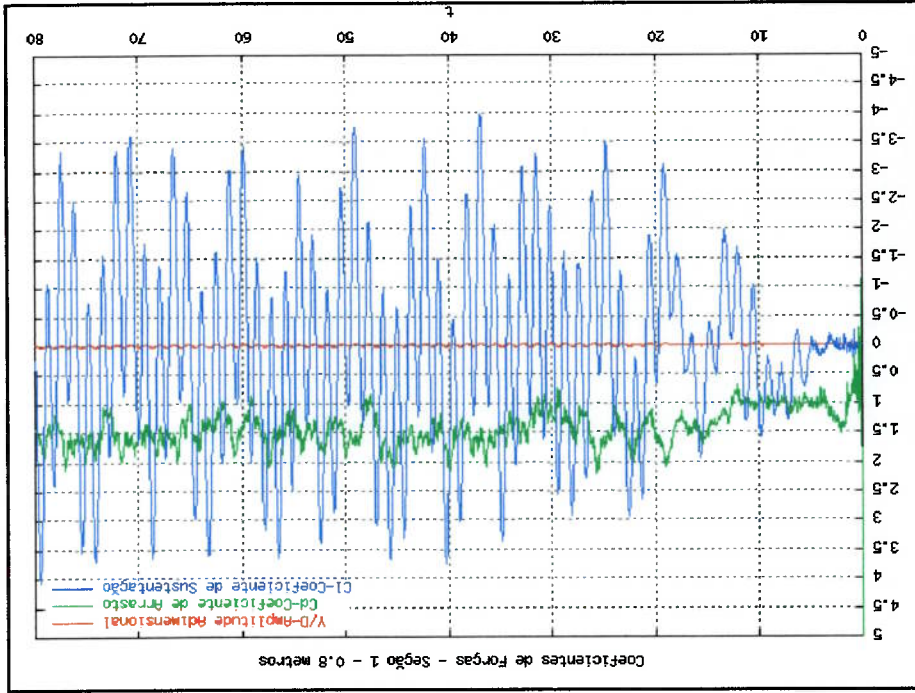
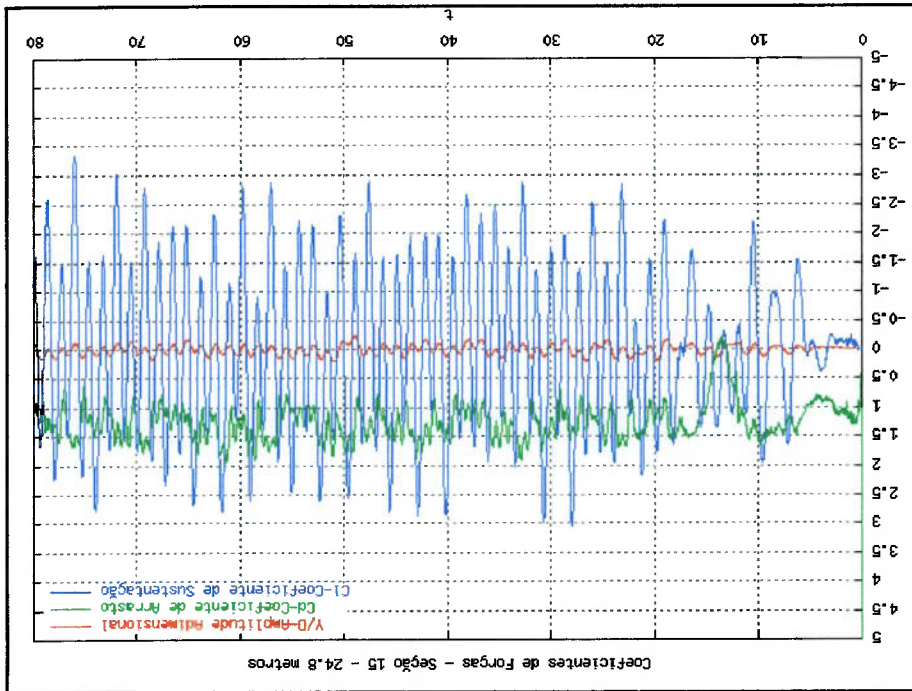


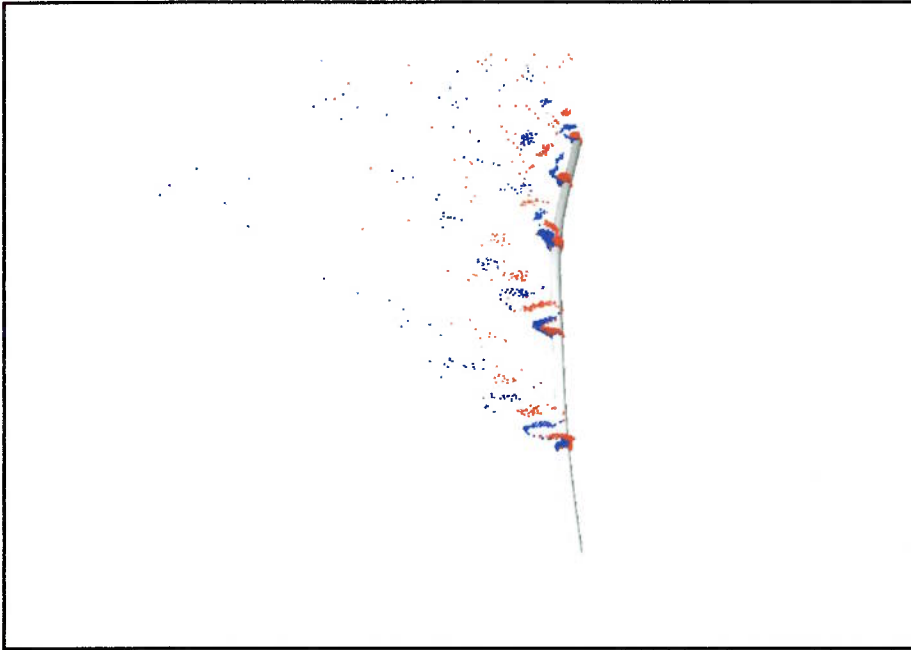
Fig. 6.25 - Coeficientes de forças e deslocamento adimensional na seção 15.



Como já mencionado, os "risers" ficam imersos na lâmina d'água em diferentes arranjos. O tipo de agrupamento analisado no presente trabalho foi o em "tandem". Para a análise de possíveis colisões entre as estruturas, os "risers" foram inicialmente dispostos em espaçamentos que variaram entre três e nove diâmetros. Para estas análises, foram mantidas as mesmas características estruturais e hidrodinâmicas utilizadas na simulação do "riser" solitário. Sendo cada "riser" discretizado em setenta elementos, sendo sessenta elementos na parte imersa na lâmina d'água e dez na parte acima do nível d'água. A corrente marítima foi representada por

6.3 RESULTADOS PARA DOIS "RISERS" EM "TANDEM"

Fig. 6.27 – Esteira de vórtices ao longo do "riser".



gerados na região próxima à superfície tiveram um deslocamento maior que os vórtices emitidos na seção próxima à base do "riser". Isto é coerente, pois a velocidade da corrente é elevada na parte superior da estrutura e pequena, na inferior. Além disto, através da figura fica evidente o primeiro modo de vibrar na direção "in-line".

um escoamento constante ao longo da envergadura da estrutura. A intensidade da corrente incidente foi $U=0.4$ m/s.

As características estruturais dos "risers" utilizadas foram:

- Comprimento dos "risers" dentro d'água: 100 m
- Comprimento dos "risers" acima d'água: 20 m
- Diâmetro externo: 0.25 m
- Diâmetro interno: 0.21106 m
- T_{topo} : 1.5*peso próprio=200 kN
- Módulo de Young: $2.1 \cdot 10^8$ kN/m²
- Densidade do fluido ao redor do "riser": 1025 kg/m³
- Densidade do fluido no interior do "riser": 800 kg/m³
- Densidade do material do "riser": 7700 kg/m³

Modos de excitação na direção "in-line" e transversal: primeiro e segundo Fator de amortecimento para ambos os modos ζ : 0.02

Frequências naturais em ar: $f_1=0.134$ Hz e $f_2=0.304$ Hz

Velocidade Reduzida $V_r = \frac{f_2 D}{U} : 5.258$

Parâmetro de massa $m^* = \frac{\rho D^2}{2m} : 4.24$ kg/m

Na resolução do Método dos Vórtices Discretos, o intervalo de tempo

adimensional utilizado foi $\Delta t_{ad} = 0.1$ e número de Reynolds igual a 100.000.

Cada uma das sessenta seções bidimensionais foi discretizada em 64 painéis. Para cada caso, foram realizadas 2.000 iterações correspondendo um tempo adimensional de $t_{ad}=200$. O número de vórtices na esteira foi mantido em aproximadamente 2.000

vórtices.

De forma análoga ao caso do "riser" solitário, os movimentos na direção "in-line" das estruturas só foram liberados após a simulação realizar trezentas iterações.

Tomou-se como referência o primeiro e o segundo modos de vibrar para o

cálculo das matrizes de amortecimento, mas, caso houvesse a mudança no modo de

vibrar de alguma estrutura, estas matrizes teriam que ser recalculadas, o que não foi

necessário.

6.3.1 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 2D

Para o espaçamento inicial de dois diâmetros, verificou-se a ocorrência da

colisão entre as estruturas e consequentemente, a interrupção da simulação. E, isto é consistente, pois as simulações bidimensionais para dois cilindros em *tandem*, com o mesmo espaçamento inicial, mostraram que o coeficiente de arrasto do cilindro posterior era negativo, havendo uma força de atração entre os corpos, sendo, portanto, a colisão entre os "visers" esperada. As envoltórias para os deslocamentos na direção "in-line" e transversal são apresentadas nas figuras 6.28 e 6.29. É importante ressaltar que, os máximos deslocamentos das estruturas não ocorreram no instante da colisão, explicando, assim, o cruzamento das envoltórias na direção "in-line". As envoltórias transversais mostraram uma assimetria dos deslocamentos da estrutura frontal nesta direção, este fato sugere a ocorrência de uma forte repulsão entre as estruturas.

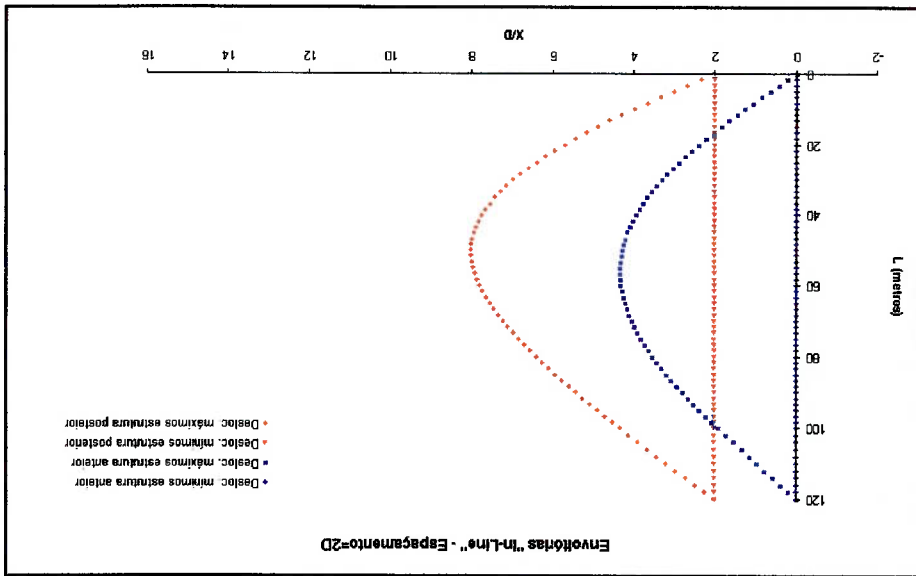


Fig. 6.28 - Envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos.

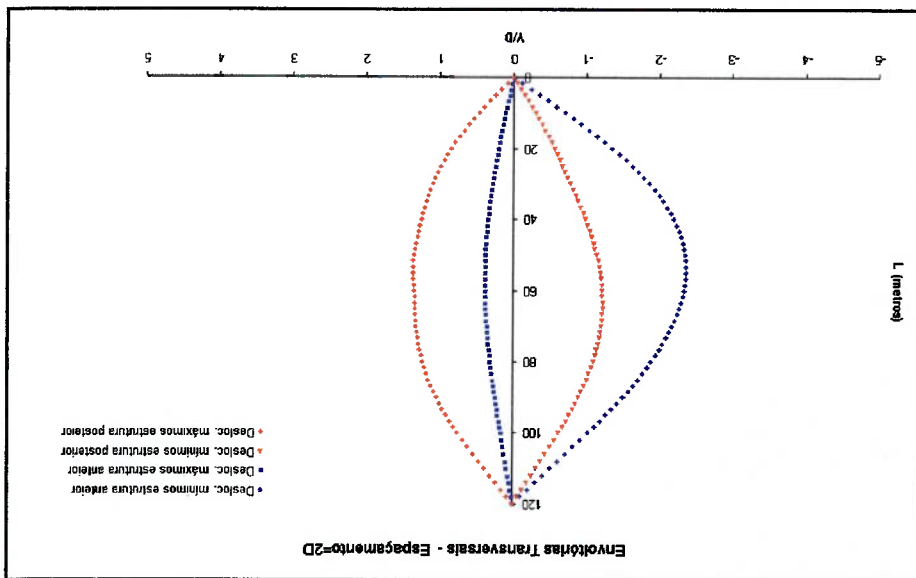


Fig. 6.29 - Envoltoiras transversais na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.

A distância entre os centros das estruturas, na altura da seção 30, é representada na figura 6.30. Esta seção foi tomada como referência, pois a colisão ocorreu nesta região. A figura indica ainda, o exato momento da colisão e, por conseguinte, a interrupção da simulação que se deu no tempo adimensional $t_{ad}=49.9$. A linha em vermelho da figura representa o limite de colisão entre os "risers", isto é, a menor distância entre os centros das seções para que não haja a colisão, que é de um diâmetro.

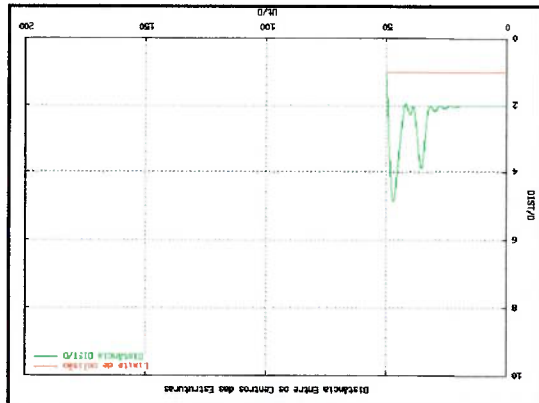
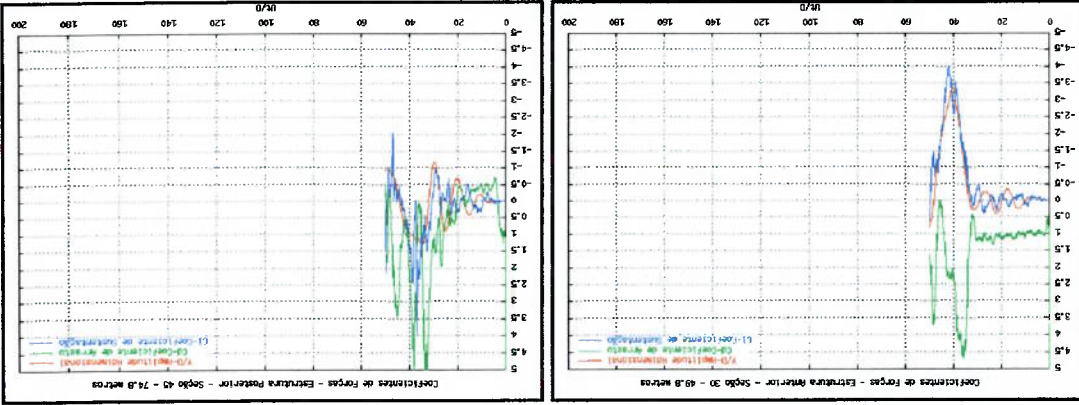
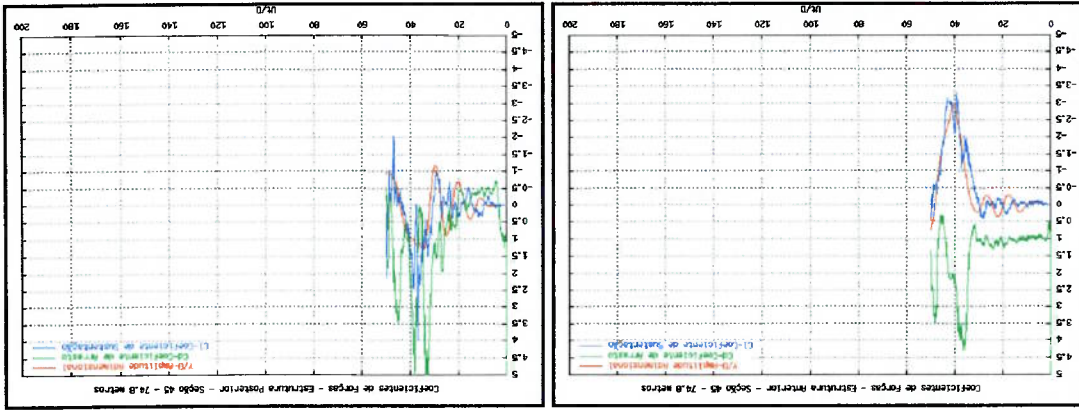
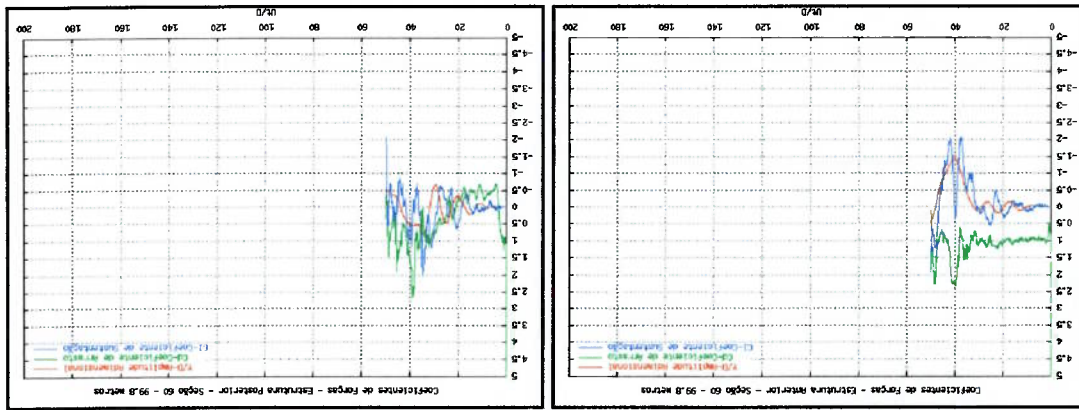


Fig. 6.30 – Distância entre os centros das estruturas na seção 30.

Os coeficientes de forças e os deslocamentos adimensionais transversais podem

ser verificados nas figuras que seguem.



Através dos gráficos anteriores, nota-se que na seção 1, onde a distância entre os centros das estruturas permanece constante em dois diâmetros, o coeficiente de arrasto da estrutura posterior é negativo, indicando a força de atração entre os "vipers". Na figura 6.36, são apresentados as estruturas e as esteiras de vórtices geradas ao seus redores, no instante em que ocorre os deslocamentos máximos na direção "in-line".

Fig. 6.35 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1.

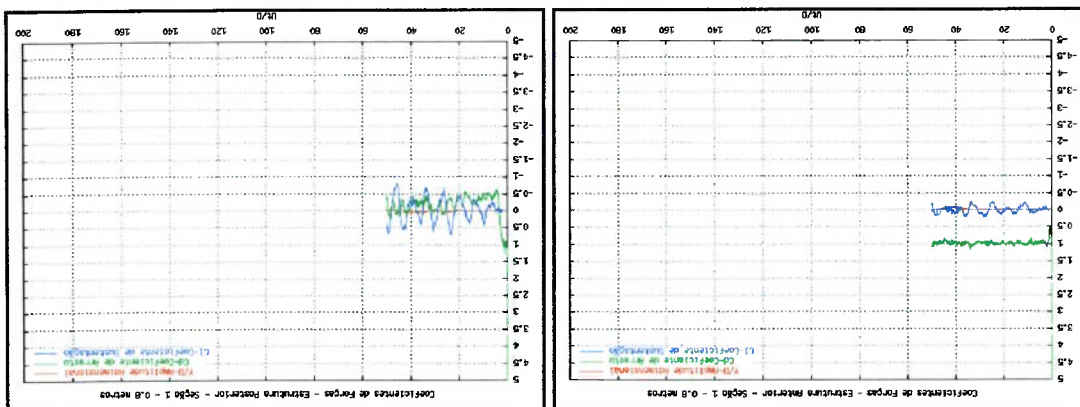
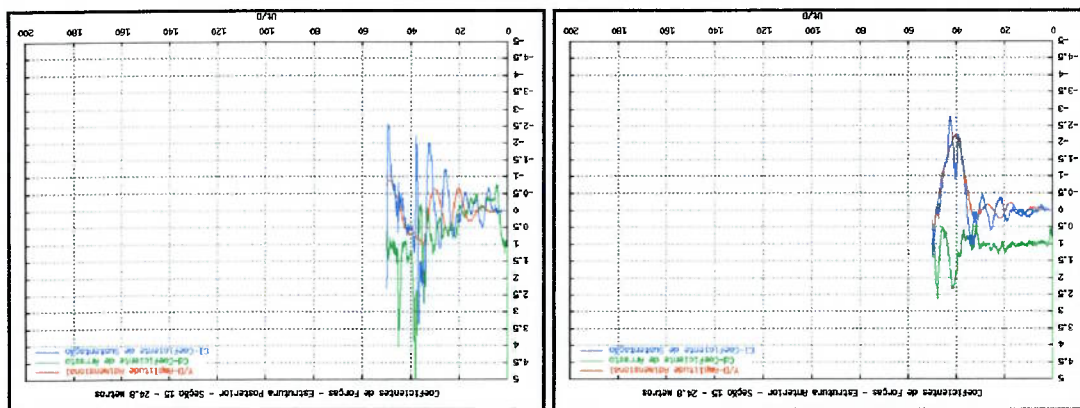


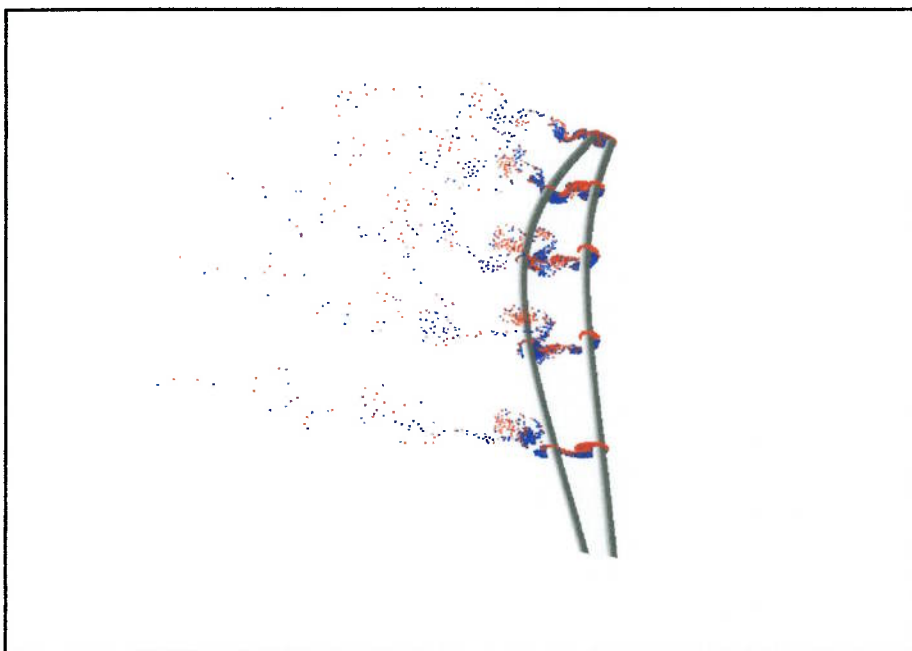
Fig. 6.34 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15.



Para o espaçamento inicial de três diâmetros, também se verificou a colisão entre as estruturas e, neste momento, a simulação foi interrompida. A figura 6.37 indica as envoltórias dos máximos e mínimos deslocamentos na direção “*in-line*” das estruturas. Verifica-se que o primeiro modo de vibrar foi dominante. É importante ressaltar que, os máximos deslocamentos da estrutura anterior e os mínimos deslocamentos da estrutura posterior ocorreram em instantes de tempo diferentes, explicando o cruzamento das envoltórias, conforme indicado na figura que segue.

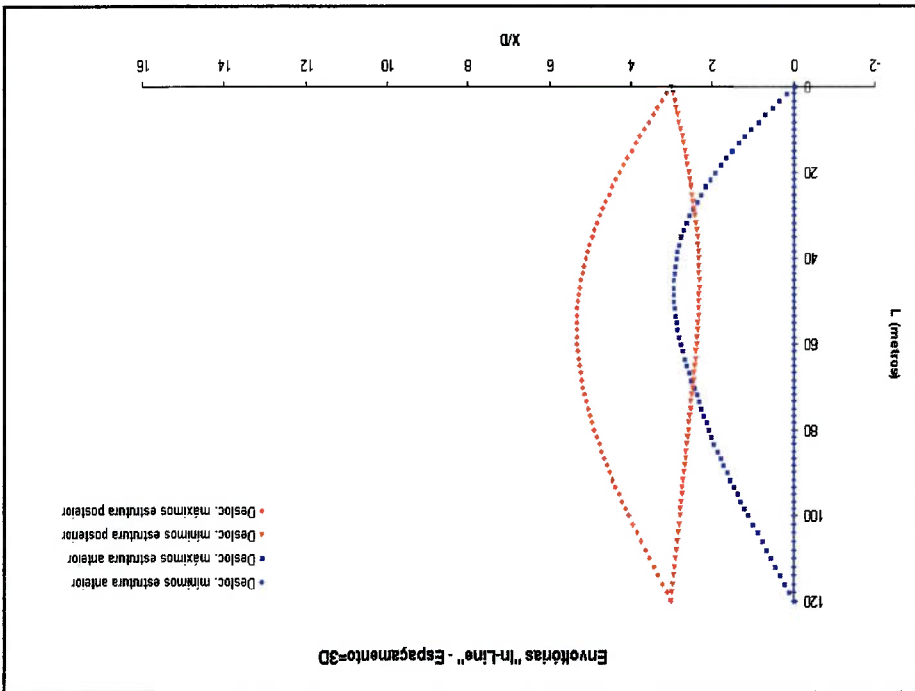
6.3.2 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 3D

Fig. 6.36 - Estreia de vórtices ao longo dos “*risers*”.



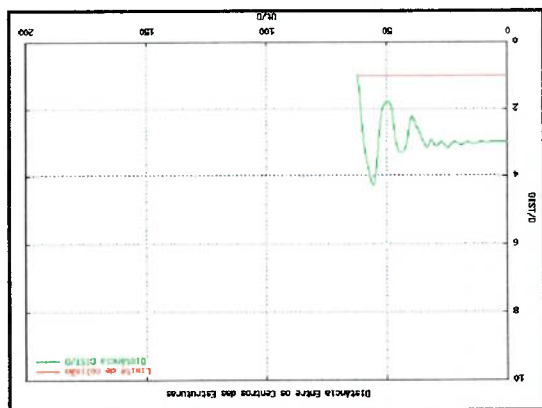
Na direção transversal, as envoltórias dos deslocamentos podem ser verificadas na figura 6.38. Nesta direção, o modo de vibrar das estruturas foi o primeiro. Nota-se que o deslocamento da estrutura anterior foi da ordem de dois diâmetros e da posterior, superior a um diâmetro.

Fig. 6.37 - Envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos.



Os coeficientes de forças e os deslocamentos adimensionais transversais podem ser verificados nas figuras que seguem.

Fig. 6.39 – Distância entre os centros das estruturas na seção 31.



A distância entre os centros das estruturas, na altura da seção 31, é representada na figura 6.39. A seção 31 foi tomada como referência, pois foi nesta região que ocorreu a colisão entre os "risers". A figura indica ainda, o exato momento da colisão e, por conseguinte, a interrupção da simulação que se deu em $t_{ad}=62.2$.

Fig. 6.38 - Envoltórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.

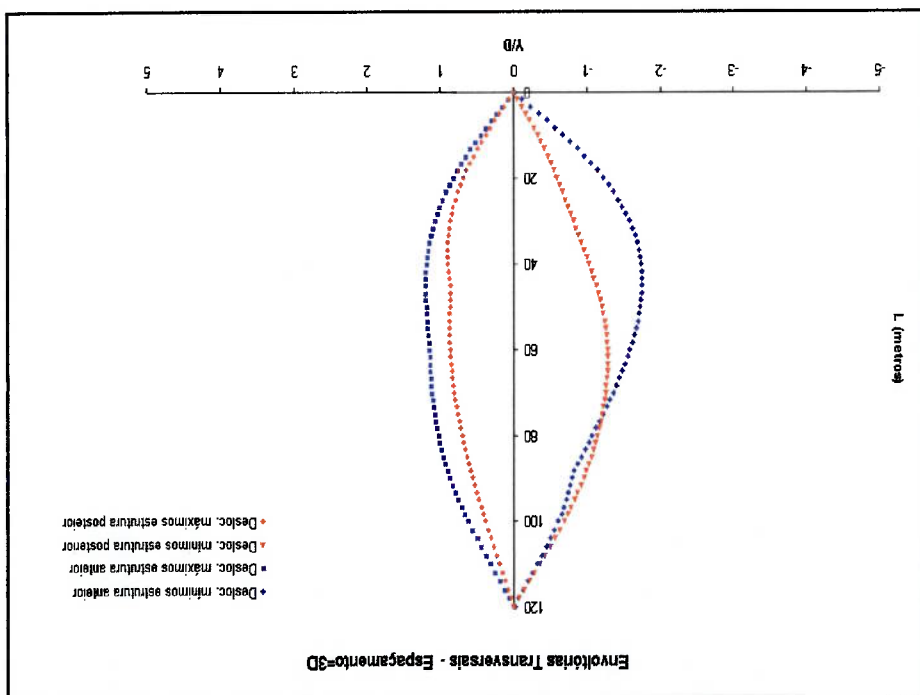


Fig. 6.42 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30.

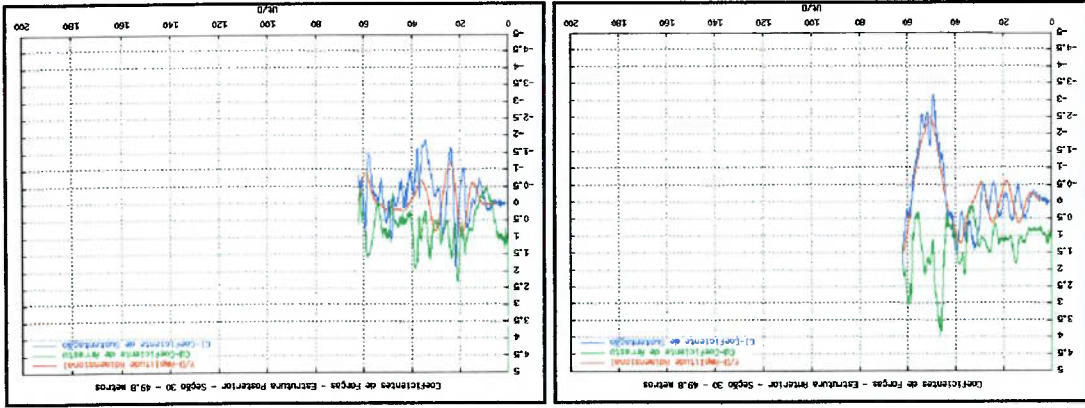


Fig. 6.41 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45.

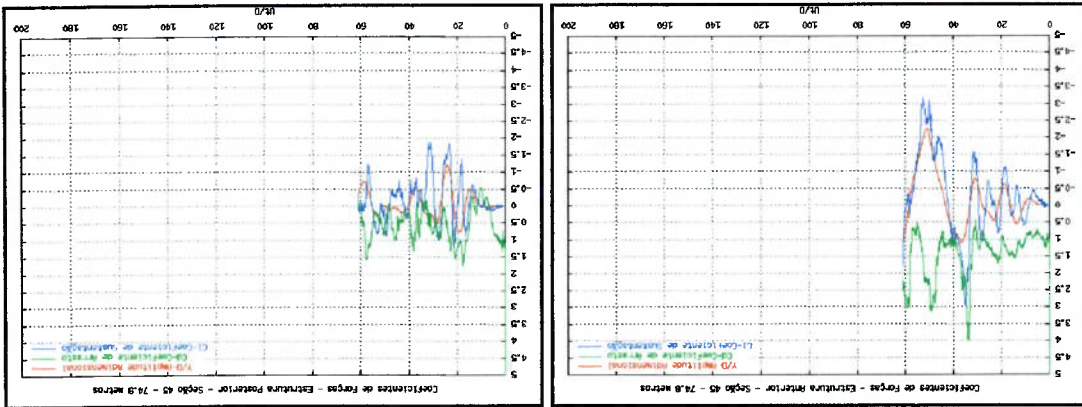
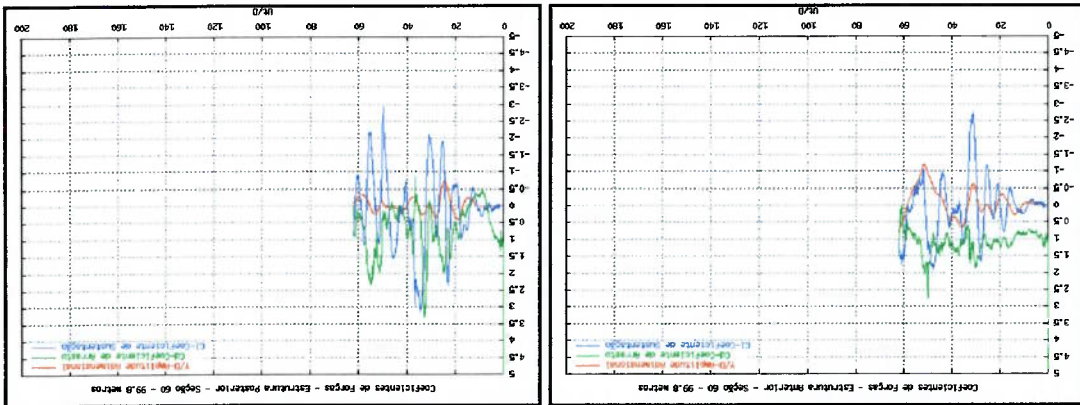


Fig. 6.40 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60.



Verifica-se que, na região próxima ao engastamento inferior das estruturas (seção 1), onde os deslocamentos são menores e o espaçamento entre os "risers" permanece praticamente constante em três diâmetros, o coeficiente de arrasto é positivo para as duas seções. Isto reforça os resultados das simulações bidimensionais com cilindros em "tandem", nas quais para espaçamentos iguais a três diâmetros, os coeficientes de arrasto obtidos foram positivos para os dois corpos. Porém, na região central das estruturas, onde os deslocamentos são maiores e, conseqüentemente, ocorre uma maior aproximação, os coeficientes de arrasto da estrutura posterior foram negativos, em alguns instantes de tempo, sugerindo a existência de uma força elevada de atração entre os "risers", tendo como conseqüência o choque dos mesmos. E

Fig. 6.44 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1.

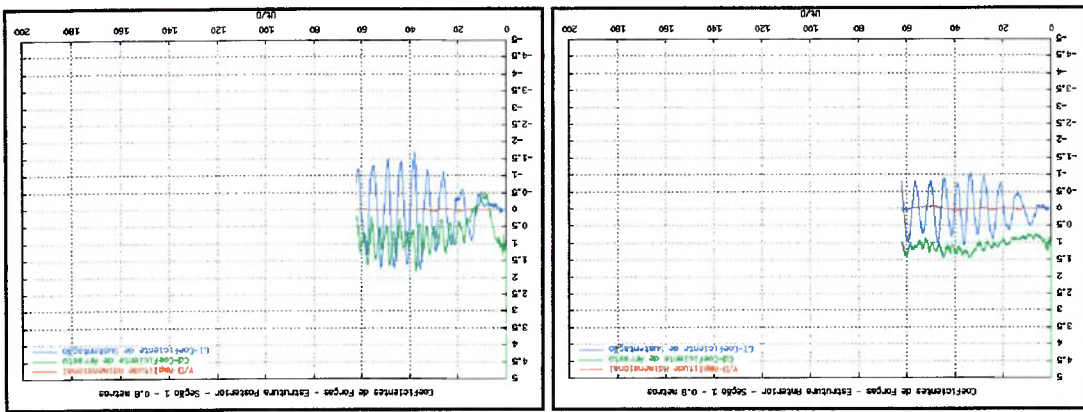
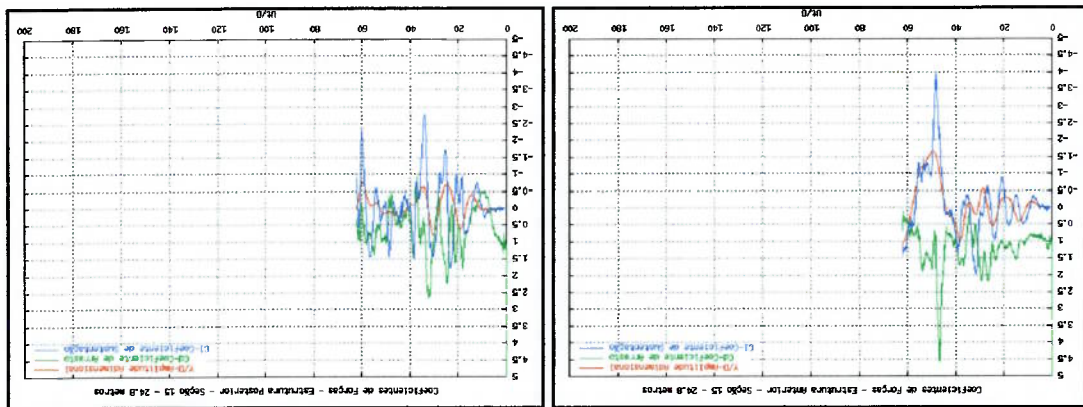


Fig. 6.43 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15.



importante lembrar que, nas simulações bidimensionais com espaçamentos inferiores a dois diâmetros, também ocorreu a inversão do coeficiente de arrasto do cilindro posterior.

A figura que segue representa as estruturas e as esteiras de vórtices.

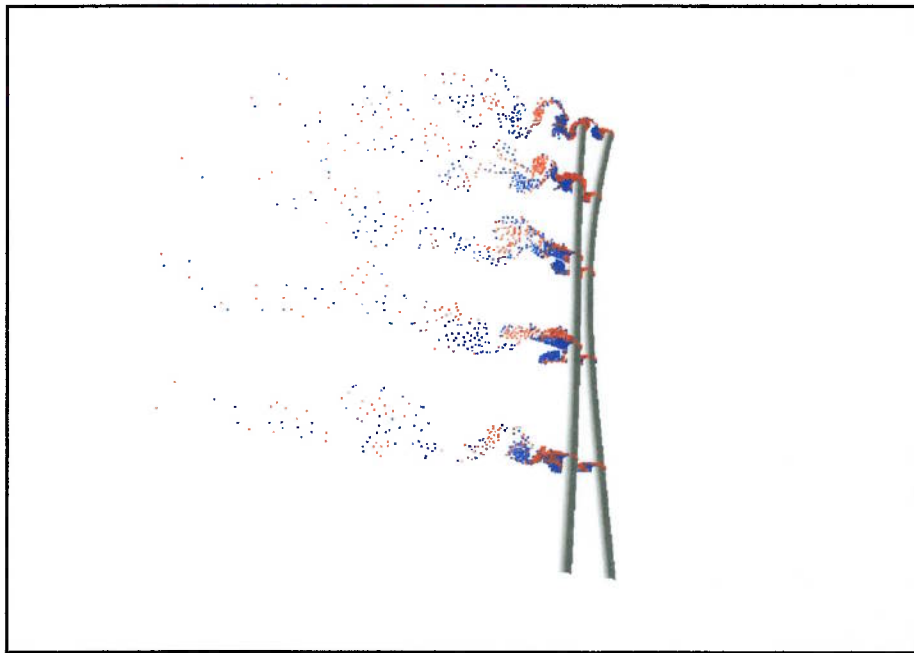


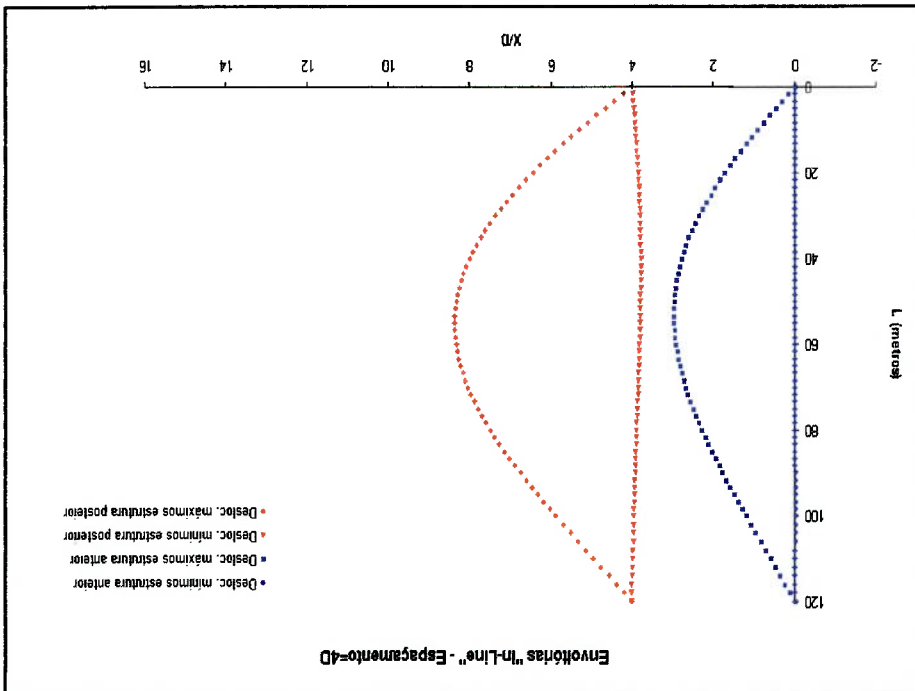
Fig. 6.45 - Esteira de vórtices ao longo dos "risers".

6.3.3 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 4D

Através dos resultados da simulação, verificou-se que o espaçamento inicial igual a quatro diâmetros foi suficiente para evitar a colisão entre as estruturas. As envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos das estruturas, representadas na figura 6.46. A figura também indica que, nesta direção, o primeiro modo de vibrar foi o dominante.

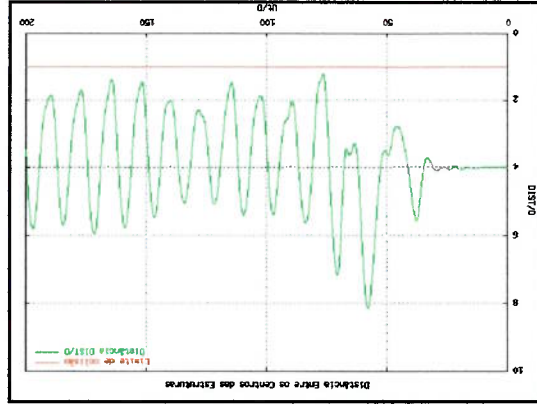
Na direção transversal, as envoltórias podem ser verificadas na figura 6.47. Nota-se que os deslocamentos máximos para a estrutura anterior foi da ordem de dois diâmetros e para a posterior, da ordem de dois diâmetros e meio e que o primeiro modo foi o dominante para ambas as estruturas.

Fig. 6.46 - Envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos.



Nas figuras que seguem são apresentados os coeficientes de forças e os deslocamentos transversais de diferentes seções ao longo do comprimento da estrutura.

Fig. 6.48 – Distância entre os centros das estruturas na seção 31.



os "tisers".

A distância entre os centros das estruturas, na seção 30, é indicado na figura 6.48. A figura mostra que, em vários instantes de tempo, houve uma grande aproximação entre as estruturas, porém, não se verificou a ocorrência do choque entre

Fig. 6.47 - Envoltórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.

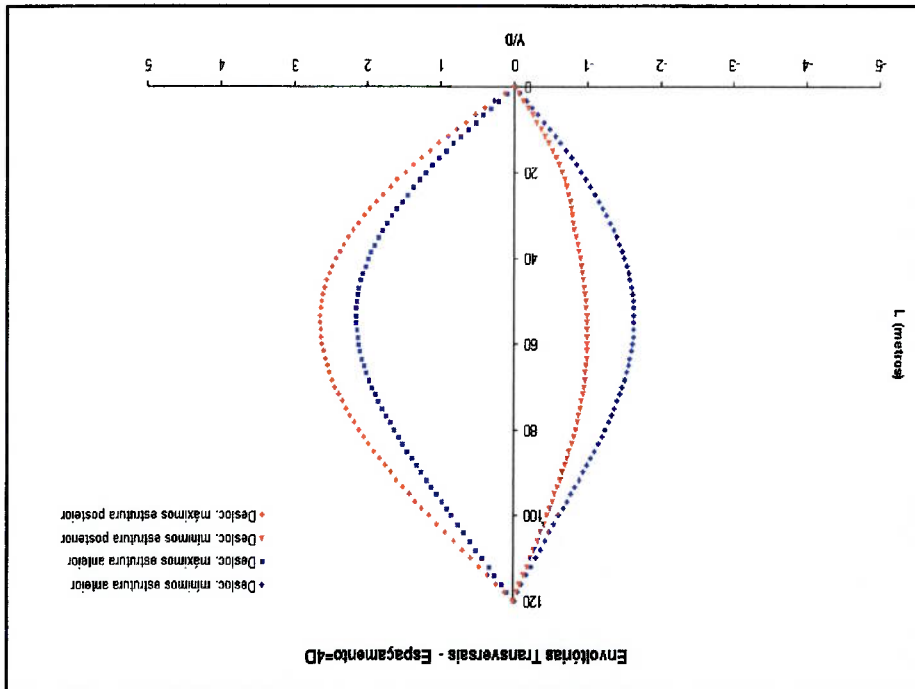


Fig. 6.51 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30.

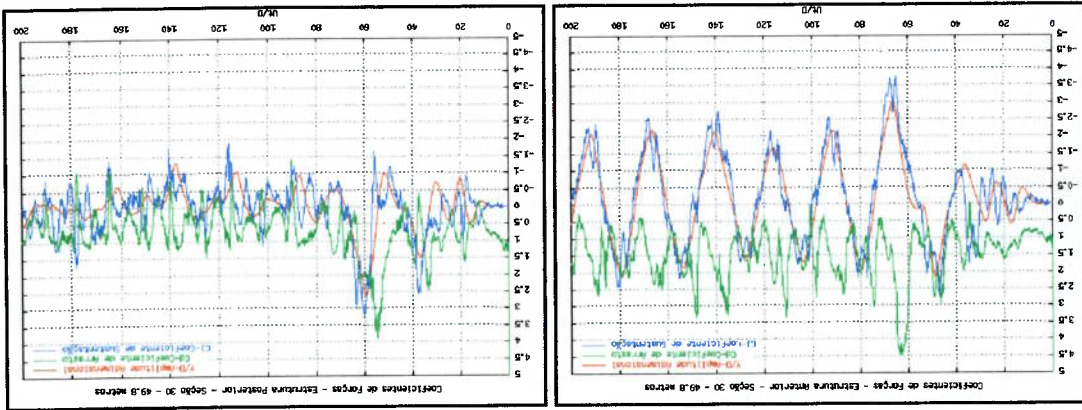


Fig. 6.50 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45.

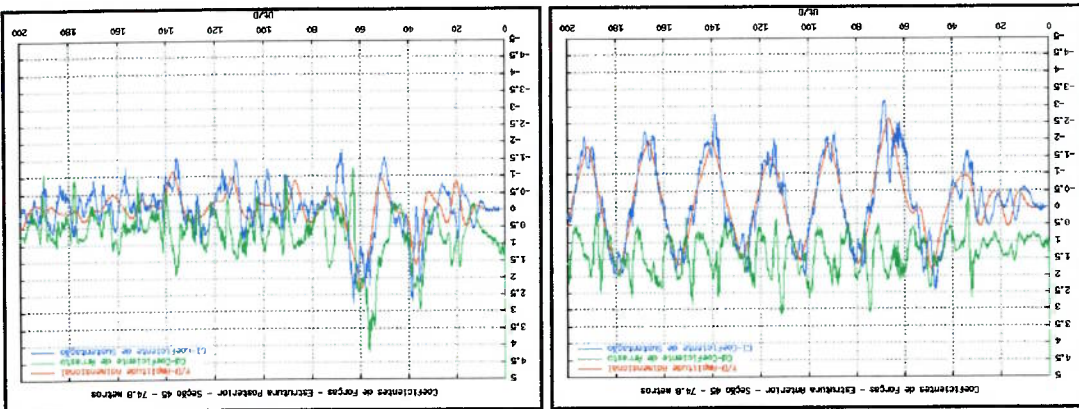
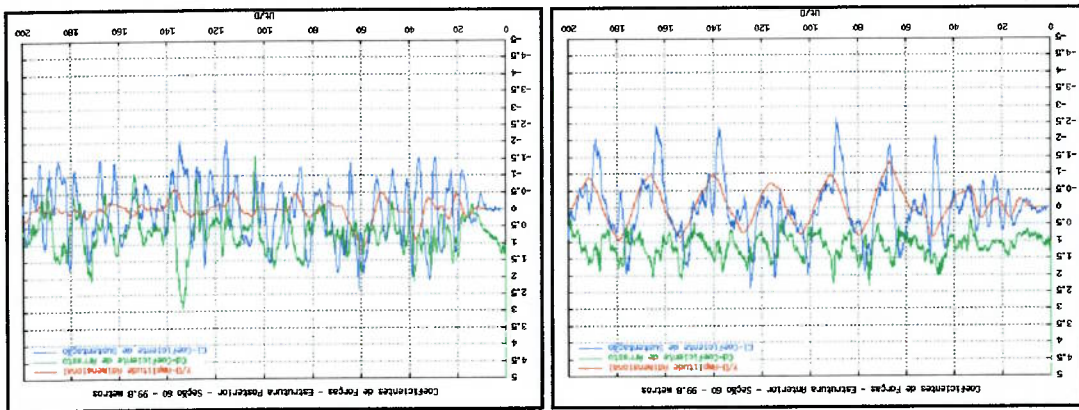


Fig. 6.49 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60.



As análises dos gráficos das forças indicam que, principalmente, na região da seção 30, onde ocorrem os maiores deslocamentos dos corpos, o coeficiente de arrasto da estrutura posterior atinge valores negativos expressivos e, conseqüentemente, ocorre a atração das estruturas. Outra constatação a ser feita é quanto ao deslocamento transversal das estruturas; nota-se que as oscilações transversais do “*wiser*” anterior são maiores que as do posterior. Isto sugere que, para esta velocidade reduzida, a proximidade dos corpos imersos no escoamento causa uma maior interferência na direção “*in-line*” da estrutura posterior e uma maior interferência na direção transversal da estrutura anterior.

Fig. 6.53 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1.

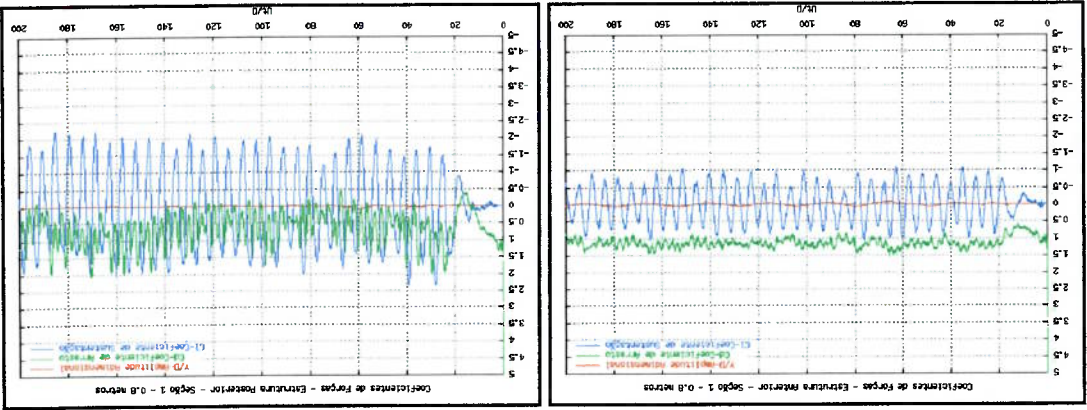
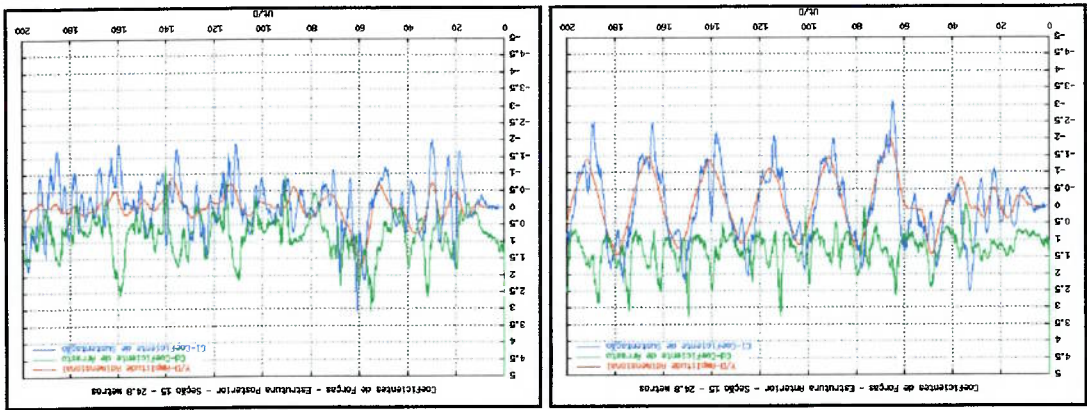


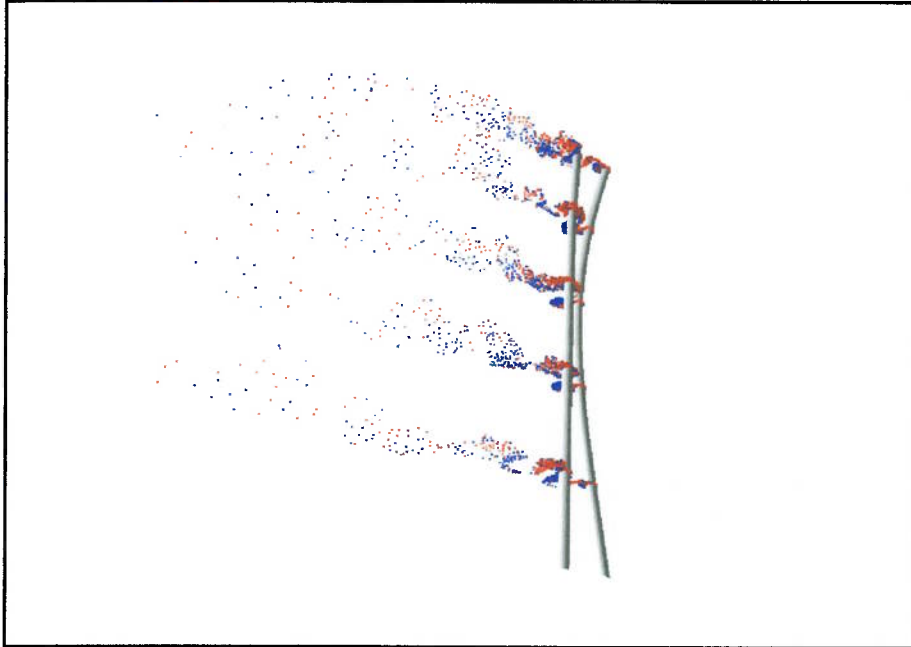
Fig. 6.52 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15.



Apesar do cruzamento das envoltórias das estruturas na direção “in-line”, conforme indicado na figura 6.55, o espaçamento inicial de cinco diâmetros foi suficiente para evitar a colisão entre os “risers”. Como já ocorrido para os casos anteriores, os deslocamentos máximos da estrutura anterior e os deslocamentos mínimos da estrutura posterior ocorreram em instantes de tempo distintos. A envoltória da estrutura anterior indica que esta teve um deslocamento negativo e isto é, provavelmente, decorrente das interferências entre os corpos que ocasionam flutuações no coeficiente de arrasto. Estas flutuações, juntamente com a inércia da estrutura, fazem

6.3.4 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 5D

Fig. 6.54 - Esteira de vórtices ao longo dos “risers”.

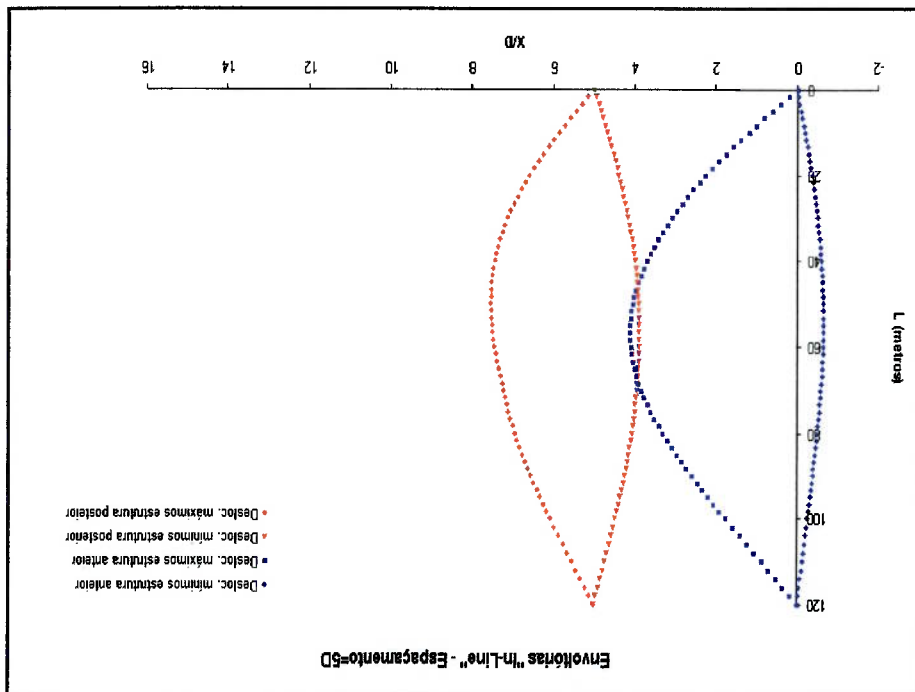


as mesmas.

A figura 6.54 representa as estruturas e as esteiras de vórtices. Nota-se que apesar de pequena distância entre as estruturas não houve a ocorrência do choque entre

Conforme representadas na figura 6.56, as envoltórias na direção transversal das estruturas indicam que o “viseer” oscilou com deslocamentos superiores a dois diâmetros e meio, enquanto a oscilação do posterior foi aproximadamente um diâmetro e meio. A figura indica que o modo de vibrar das duas estruturas foi o primeiro.

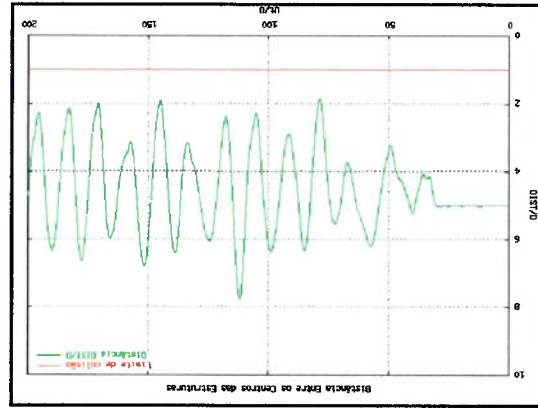
Fig. 6.55 - Envoltórias na direção “in-line” dos deslocamentos máximos e mínimos.



primeiro modo como sendo o dominante. com que esta tenha um deslocamento negativo. Finalmente, as envoltórias indicam o

Nas figuras 6.58 a 6.62 são apresentadas os coeficientes de forças e os deslocamentos adimensionais transversais.

Fig. 6.57 – Distância entre os centros das estruturas.



A não ocorrência de choque entre os corpos fica evidente na figura 6.57. Esta figura representa a distância entre os centros das estruturas, na região da seção 31, durante o decorrer da simulação.

Fig. 6.56 - Envoltórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.

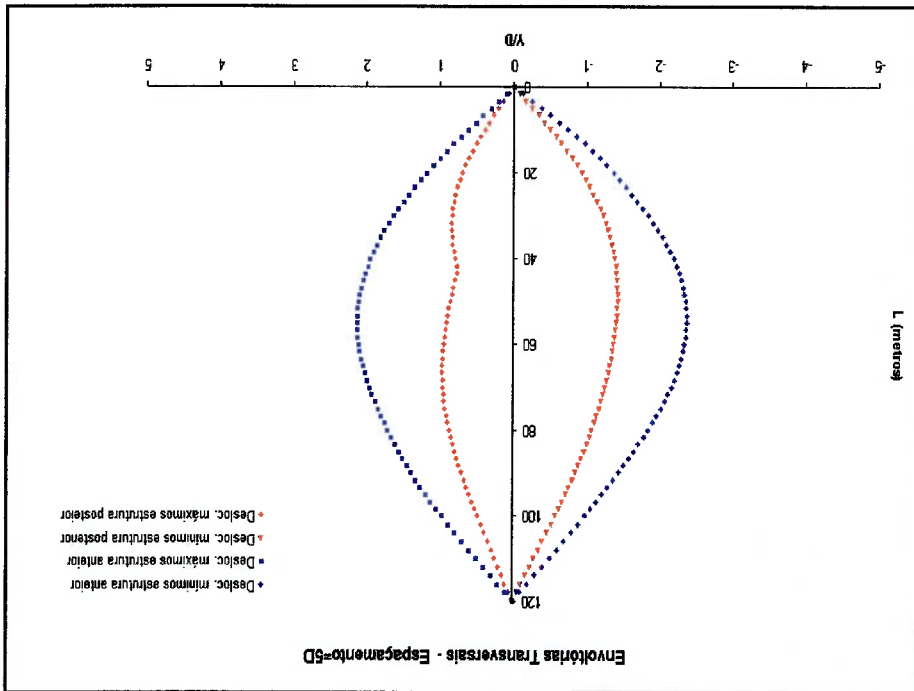


Fig. 6.60 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30.

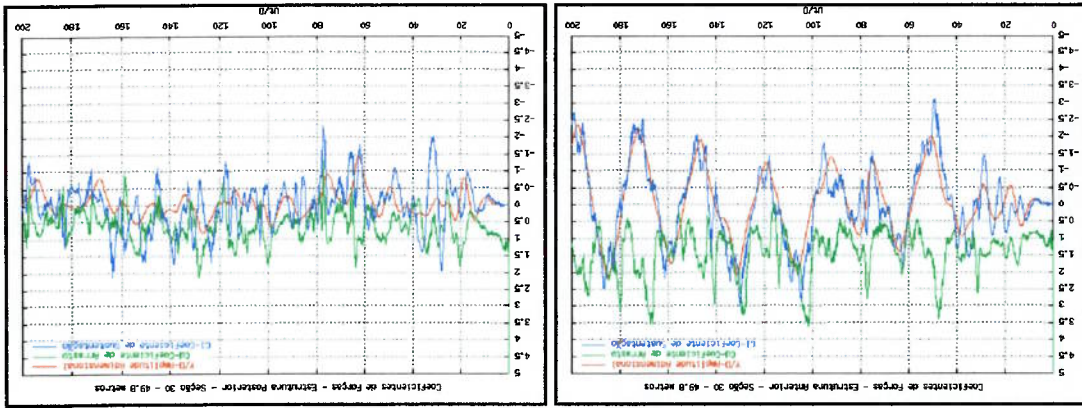


Fig. 6.59 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45.

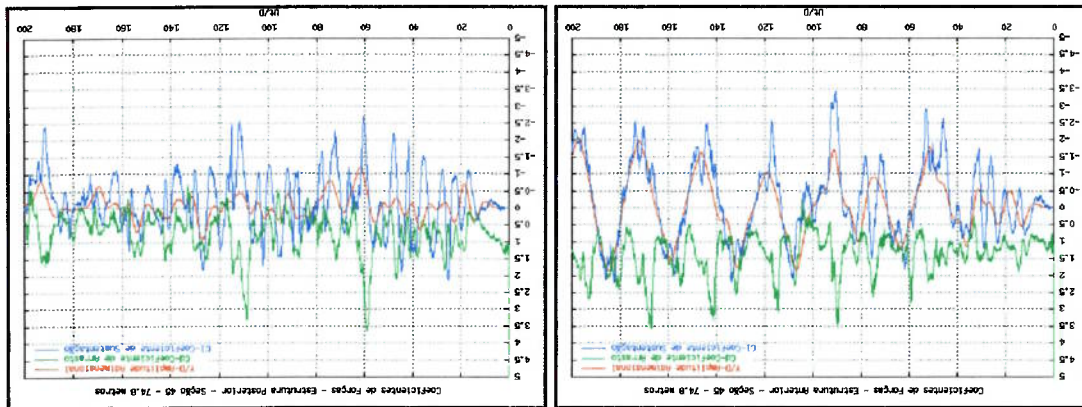
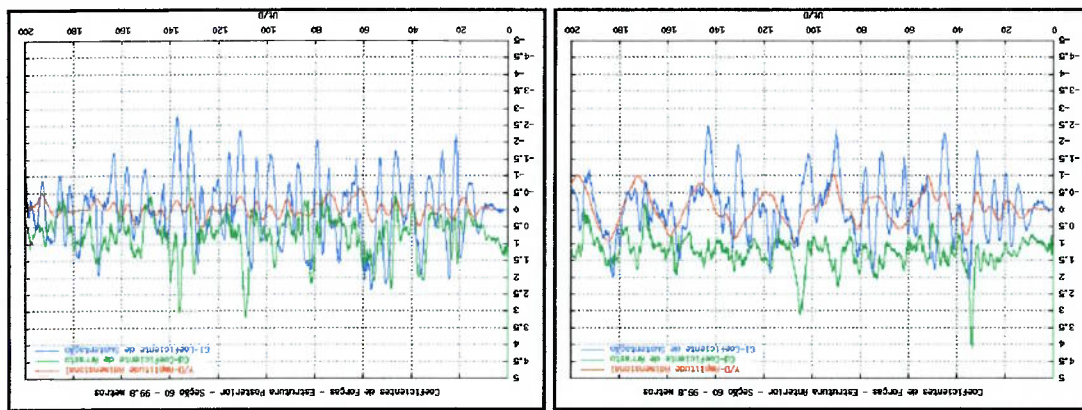


Fig. 6.58 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60.



A principal observação a ser feita a partir das análises das figuras anteriores é quanto à amplitude de oscilação da estrutura anterior que é maior do que a da posterior. Estes resultados estão de acordo com FREGONESI *et al.* (2001). Eles estudaram a interferência entre dois cilindros em “*tandem*” montados em bases elásticas, permitindo, deste modo, a oscilação dos corpos na direção transversal ao escoamento incidente, portanto, o sistema permite apenas um grau de liberdade de movimento para os corpos. Para o caso de um espaçamento inicial igual a cinco diâmetros, seus resultados mostraram que as amplitudes de oscilação do cilindro frontal também eram superiores às do cilindro posterior para velocidades reduzidas menores do que oito.

Fig. 6.62 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1.

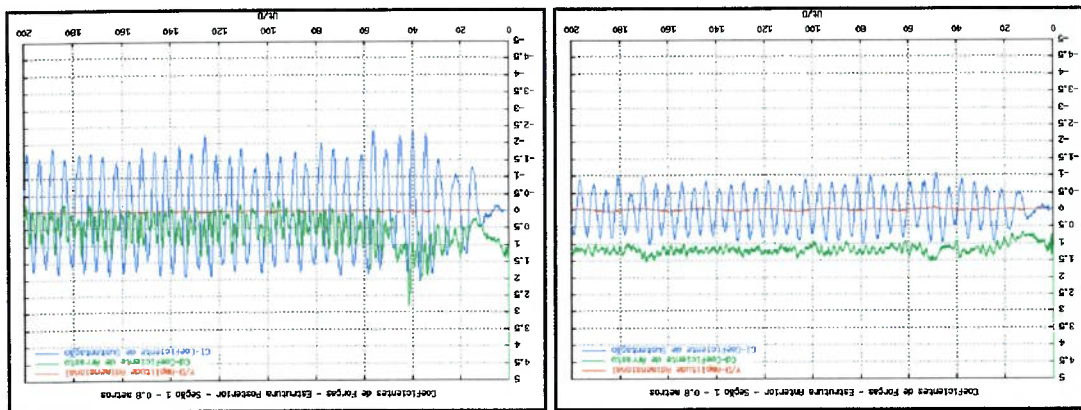
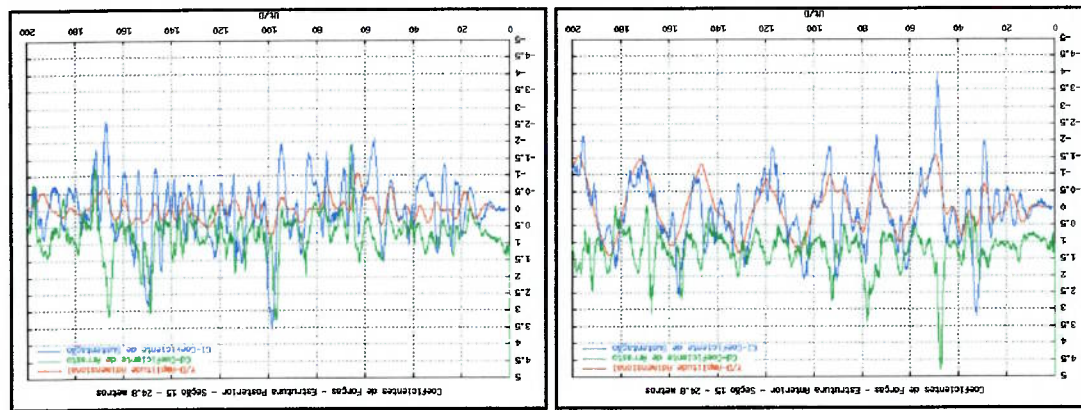


Fig. 6.61 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15.



As esteiras de vórtices para as diferentes seções das estruturas são apresentadas

na figura abaixo:

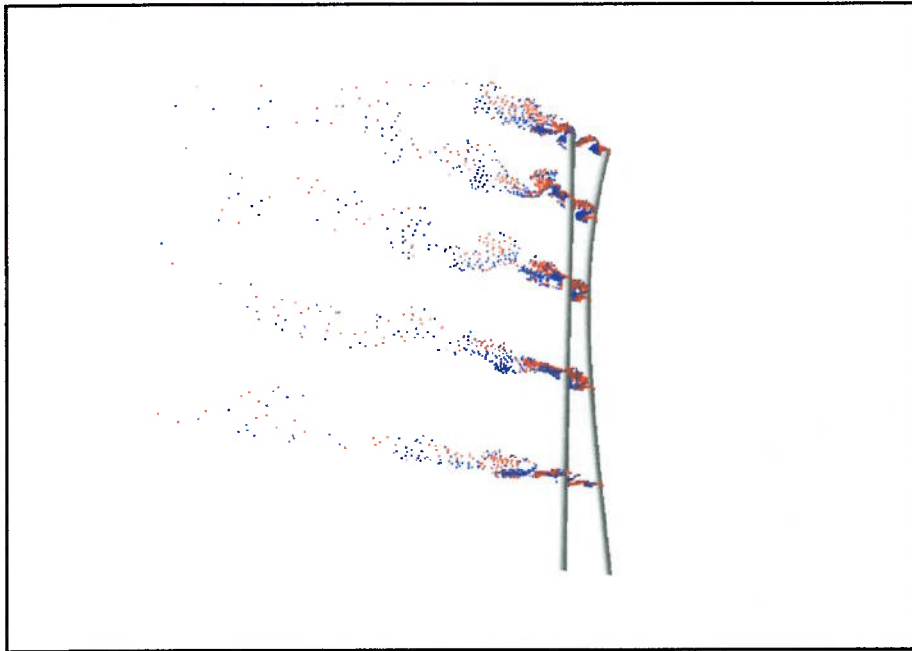


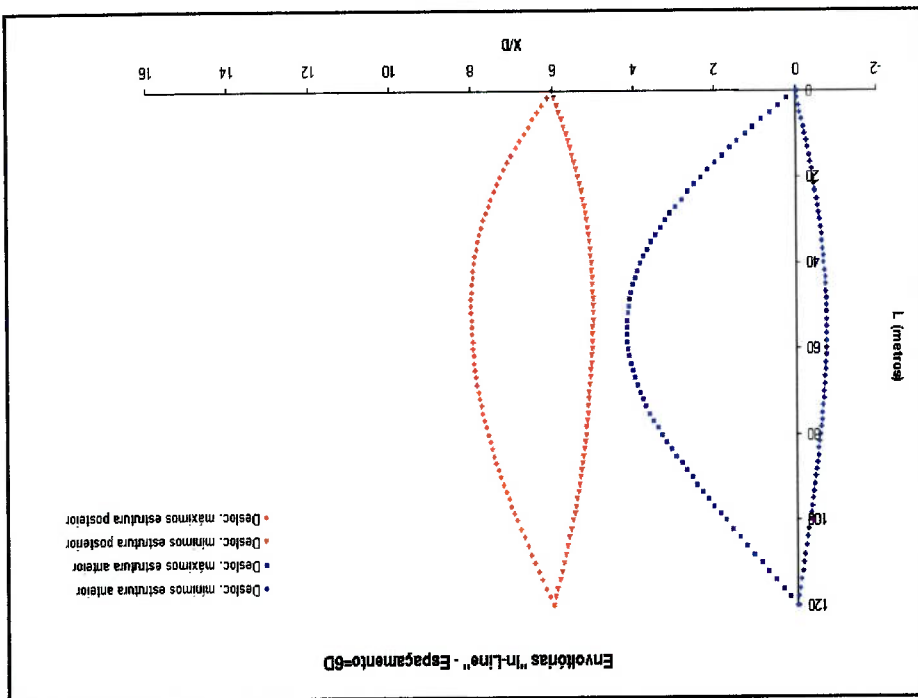
Fig. 6.63 - Esteira de vórtices ao longo dos "risers".

6.3.5 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 6D

As envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos dos "risers" podem se verificadas na figura 6.64. O máximo deslocamento adimensional do "riser" anterior foi quatro diâmetros e para o posterior, aproximadamente, seis diâmetros. Houve, também, um deslocamento do "riser" anterior na direção contrária ao escoamento incidente. O modo de vibrar dominante dos dois "risers" foi o primeiro.

Na figura 6.65, as envoltórias na direção transversal dos "wisers" podem ser verificadas. O principal fato notado é o valor máximo da amplitude da estrutura anterior que foi um pouco superior a três diâmetros. Esta estrutura oscilou no primeiro modo de vibrar. Para a estrutura posterior, o modo de vibrar também foi o primeiro. E, novamente, o deslocamento transversal foi da ordem de três diâmetros.

Fig. 6.64 - Envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos.



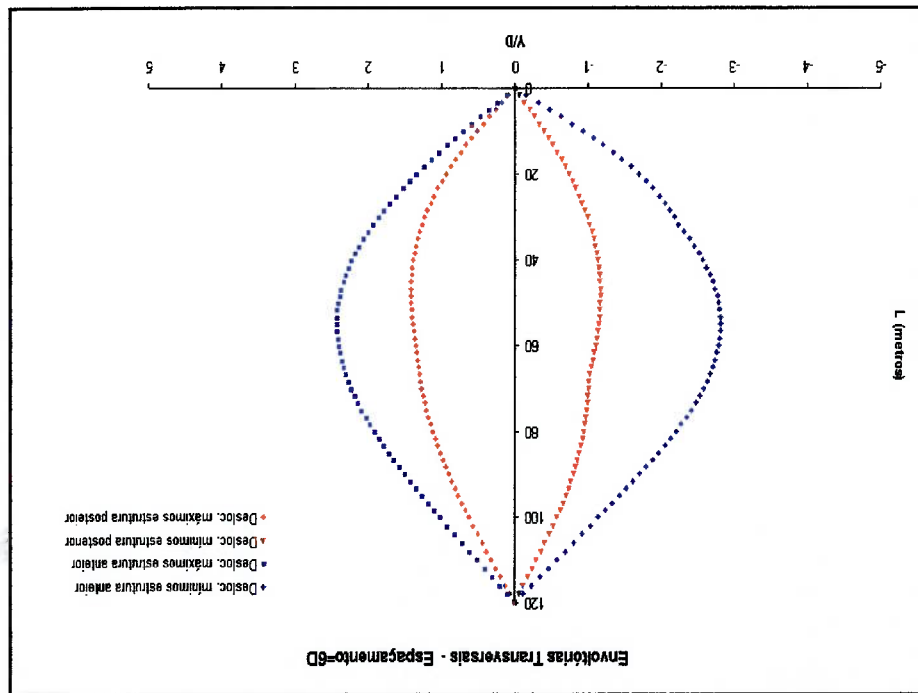


Fig. 6.65 - Envolórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.

Os coeficientes de forças e os deslocamentos adimensionais transversais são representados nas figuras que seguem.

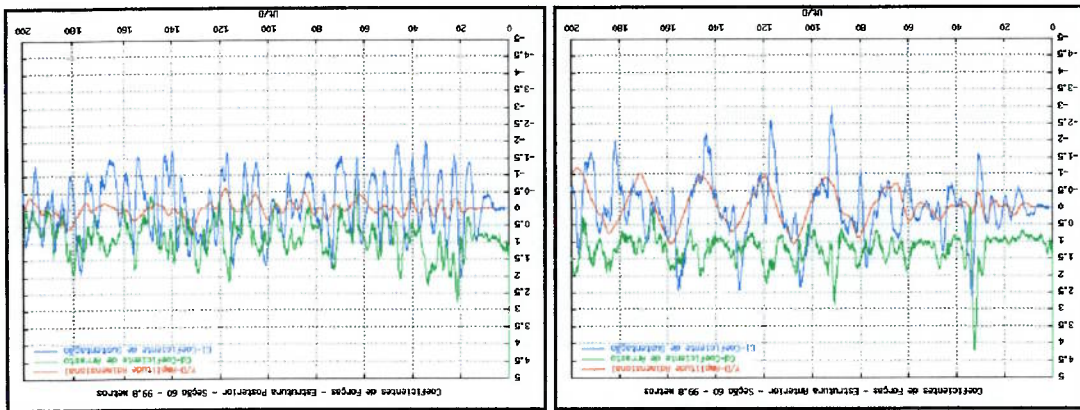


Fig. 6.66 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60.

Fig. 6.69 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15.

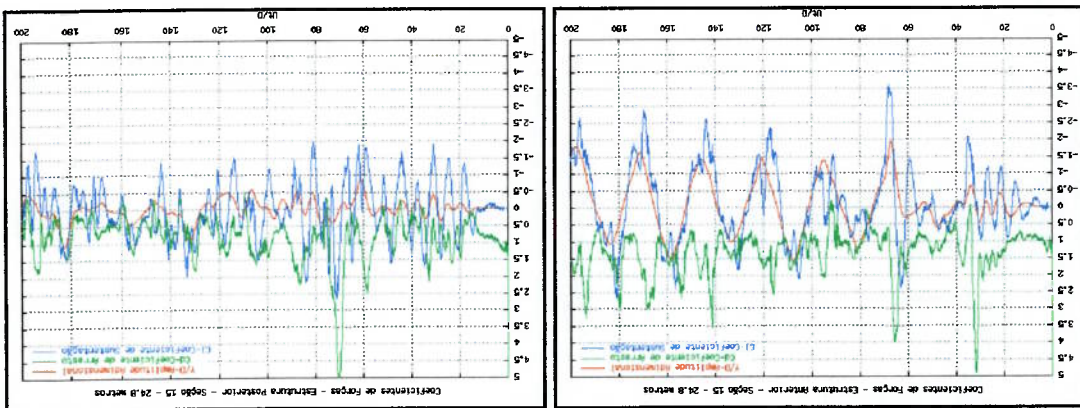


Fig. 6.68 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30.

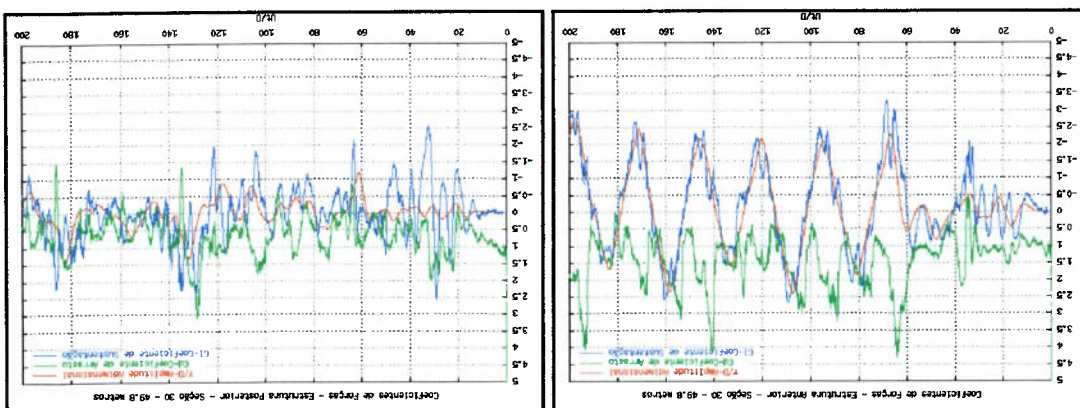


Fig. 6.67 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45.

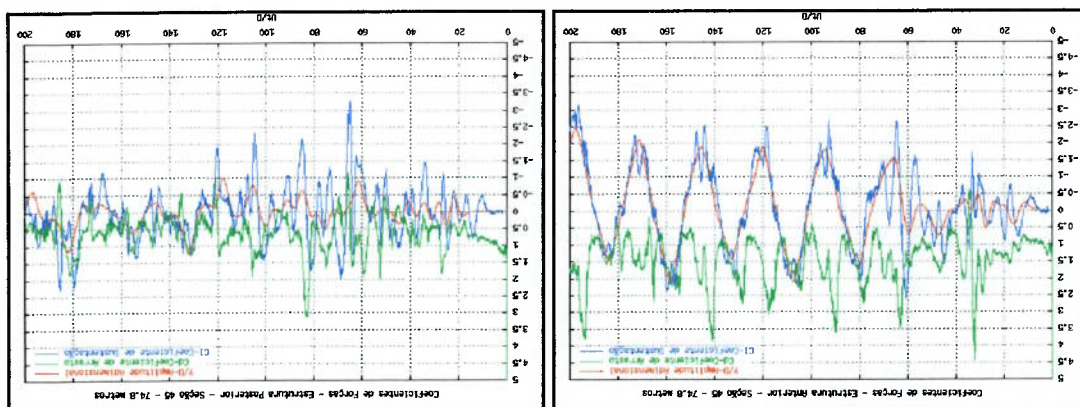
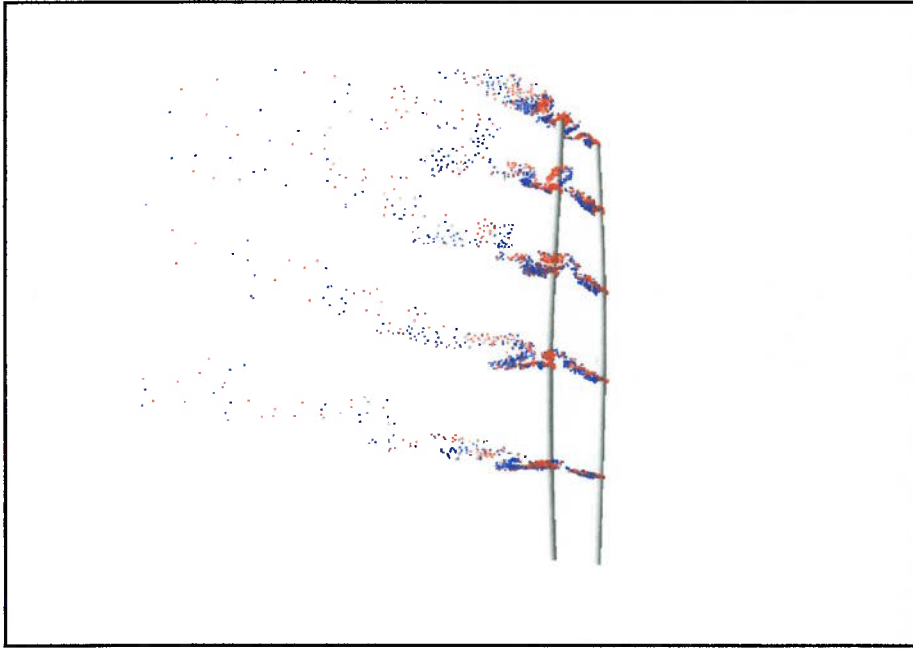
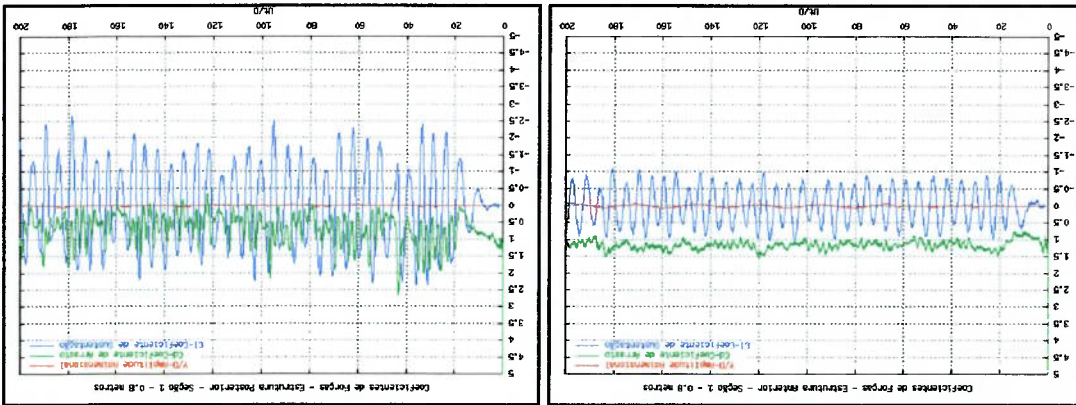


Fig. 6.71 - Esteira de vórtices ao longo dos "risers".



As esteiras de vórtices e as estruturas dos "risers" podem ser vistas na figura 6.71. Pela figura, fica evidente que a segunda estrutura está imersa na esteira gerada na primeira, causando uma interferência no comportamento de ambas. Isto ocorre, pois a região de baixa pressão, oriunda da formação da esteira do segundo corpo, atira os vórtices emitidos pelo primeiro, ocasionando uma interação entre as esteiras. Nesta situação, os modos de emissão de vórtices não podem ser caracterizados.

Fig. 6.70 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1.



A envoltória dos deslocamentos máximos e mínimos na direção “in-line” das estruturas são apresentados na figura 6.72. Para este espaçamento inicial, não houve a colisão entre as estruturas, embora haja o cruzamento das envoltórias. De acordo com as figuras, a estrutura anterior vibrou no primeiro modo e o seu deslocamento máximo foi da ordem de quatro diâmetros, e a estrutura posterior também vibrou no primeiro modo e o seu deslocamento máximo foi superior a seis diâmetros.

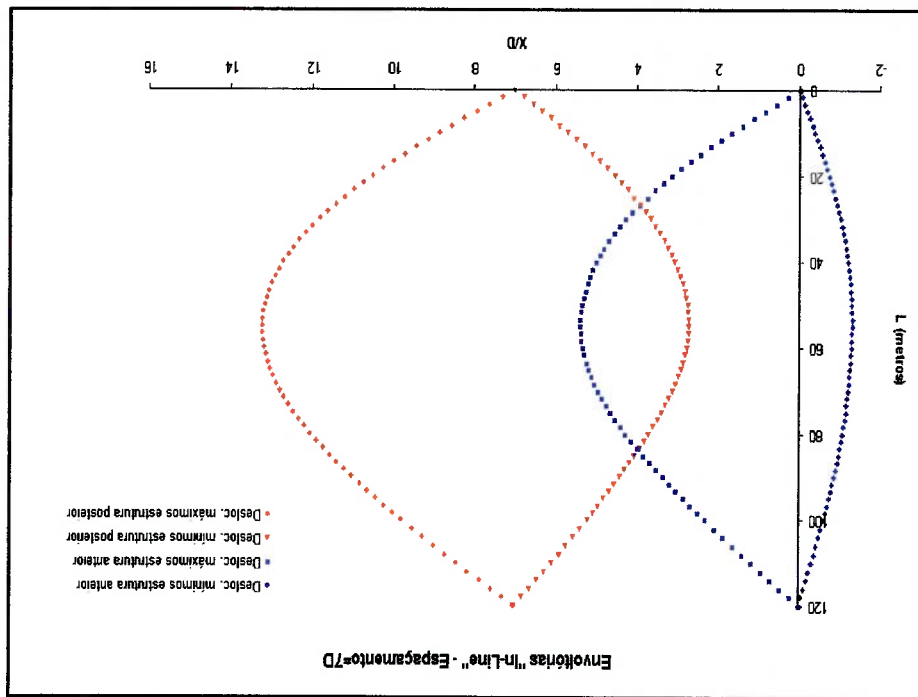


Fig. 6.72 - Envoltórias na direção “in-line” dos deslocamentos máximos e mínimos.

Na direção transversal, as duas estruturas tiveram um deslocamento negativo muito mais acentuado que o deslocamento positivo, conforme representado na figura 6.73. O deslocamento mínimo da estrutura anterior foi da ordem de três diâmetros e meio, enquanto que o deslocamento máximo não atingiu dois diâmetros e meio. Com relação à estrutura posterior, o seu deslocamento mínimo ultrapassou quatro diâmetros e

o seu deslocamento máximo não atingiu um diâmetro. Em termos de modo de vibrar, os dois "vibers" oscilaram no primeiro modo.

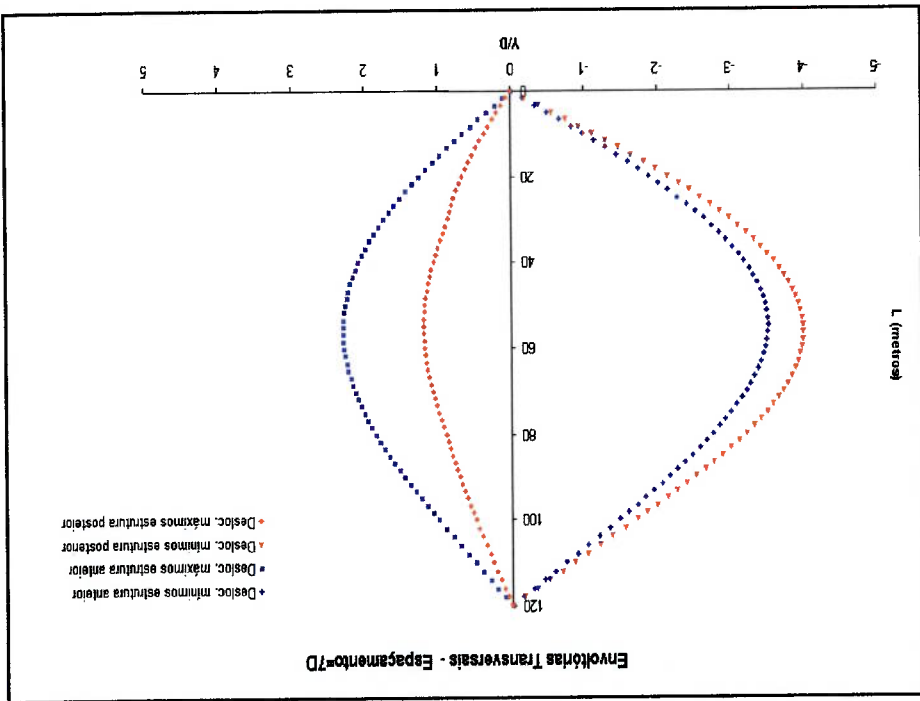


Fig. 6.73 - Envolvórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.

A tendência de oscilação transversal das estruturas no sentido negativo do eixo de referência y fica evidente nas figuras 6.74 a 6.78. Estas figuras também fornecem o histórico dos coeficientes de forças.

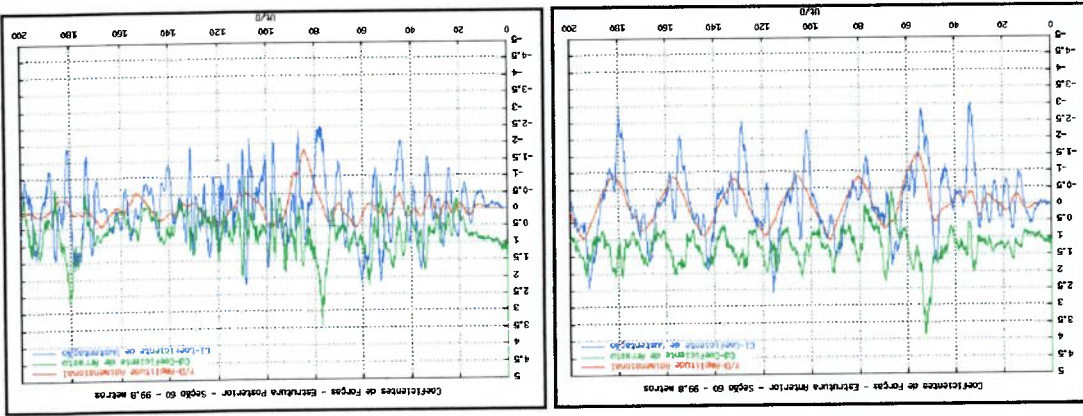


Fig. 6.74 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60.

Fig. 6.77 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15.

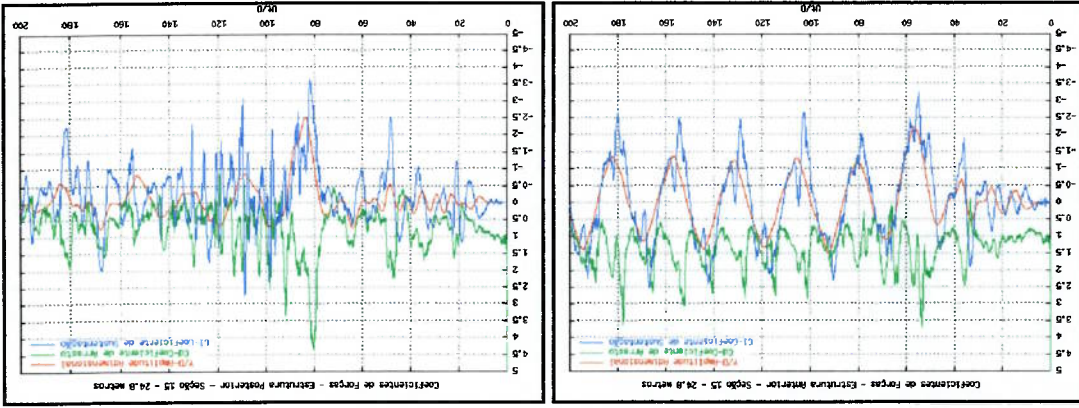


Fig. 6.76 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30.

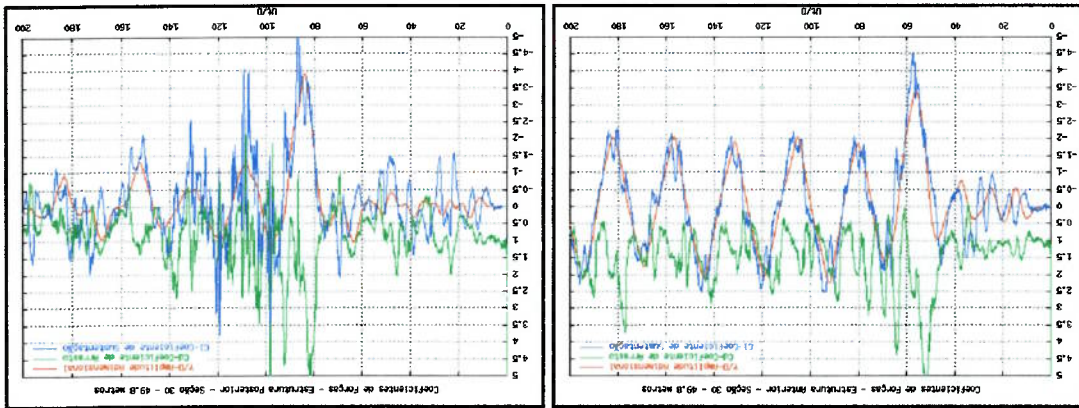
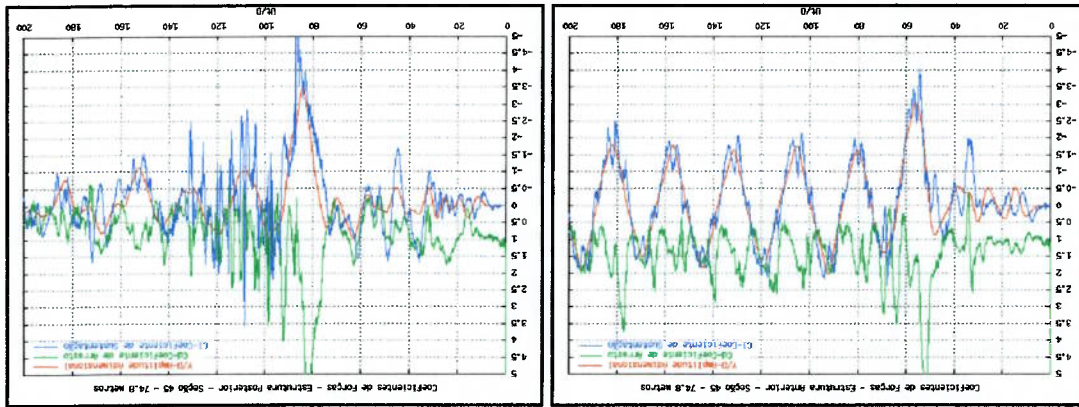


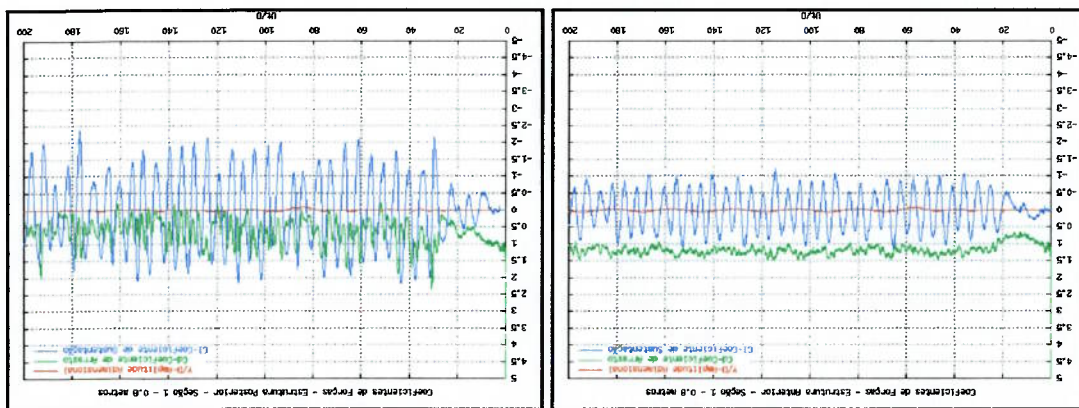
Fig. 6.75 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45.



Na figura 6.79, são apresentadas as esteiras de vórtices formadas ao redor das estruturas.

Nota-se que os "vortex" sofreram uma repulsão, ocasionando um acentuado deslocamento dos mesmos na direção contrária ao eixo de referência y . Estas repulsões indicam a ocorrência de cruzamento entre as estruturas, ou seja, em um determinado instante de tempo as seções onde ocorrem os maiores deslocamentos das estruturas, ficarão dispostas lado a lado e, de acordo com os resultados apresentados por SALTARA (1999), cilindros dispostos lado a lado sofrem repulsões para os casos nos quais os espaçamentos entre os seus centros são pequenos. O fato das estruturas oscilarem no primeiro modo em ambas as direções favorece a ocorrência dos cruzamentos dos "vortex".

Fig. 6.78 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1.



As envoltórias dos deslocamentos máximos e mínimos para este caso podem ser verificadas na figura 6.80. O máximo deslocamento da estrutura posterior foi da ordem de aproximadamente dois diâmetros e meio e da ordem de três diâmetros e meio na estrutura anterior. De acordo com as envoltórias, os dois “risers” oscilaram no primeiro modo de vibrar. O mesmo modo de vibrar também foi o dominante na direção transversal, conforme pode ser visto na figura 6.81, que representa as envoltórias das estruturas nesta direção. Esta figura indica que, para a estrutura anterior, o deslocamento máximo foi da ordem de dois diâmetros. O deslocamento máximo da estrutura posterior foi de apenas meio diâmetro.

6.3.7 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 8D

Fig. 6.79 - Esteira de vórtices ao longo dos “risers”.

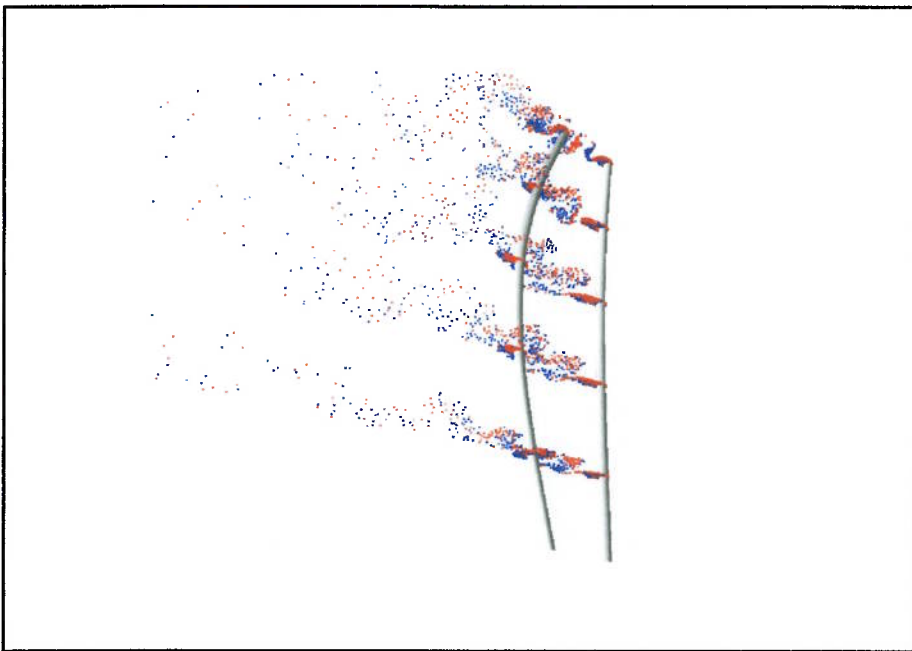


Fig. 6.81 - Envolvórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.

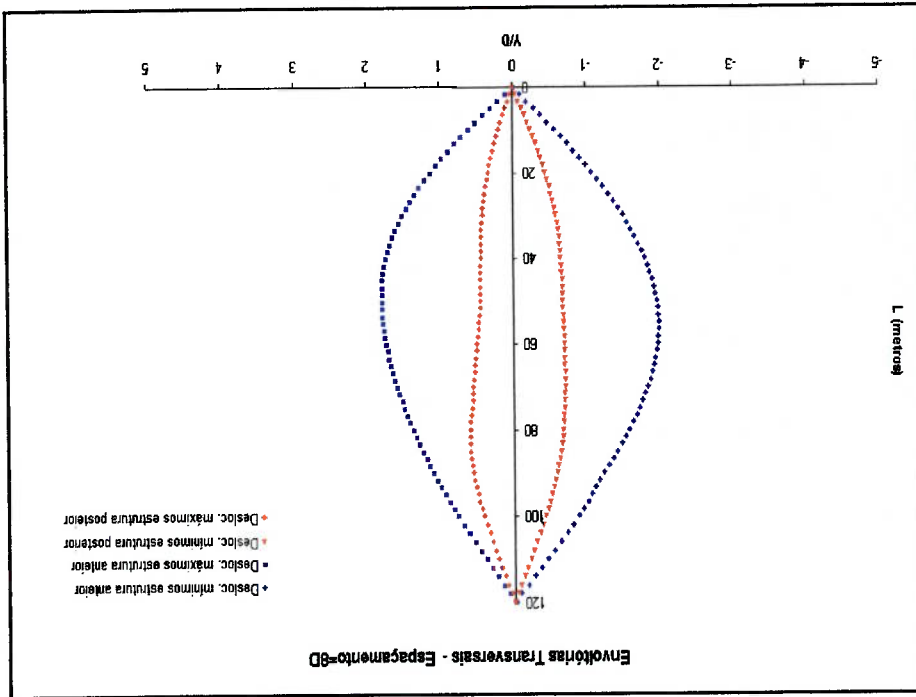
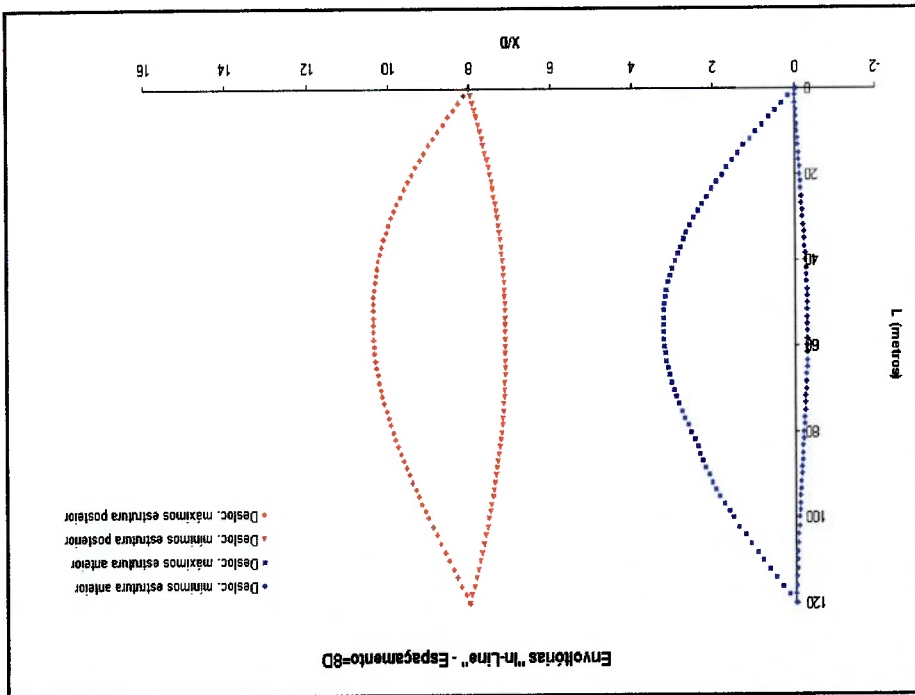


Fig. 6.80 - Envolvórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos.



Os coeficientes de forças e os deslocamentos adimensionais transversais das diferentes seções da estrutura podem ser verificados nas figuras 6.82 a 6.86. Nota-se que as oscilações do “*riser*” anterior foram maiores que as oscilações do posterior.

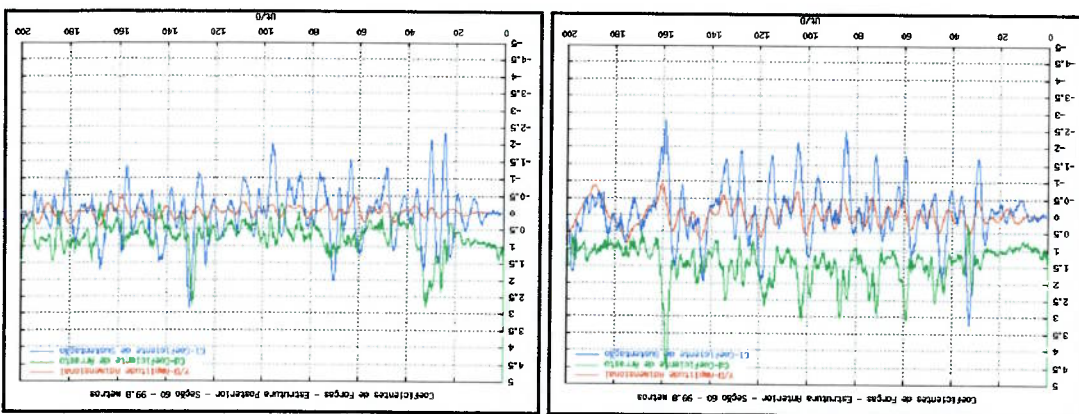


Fig. 6.82 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 60.

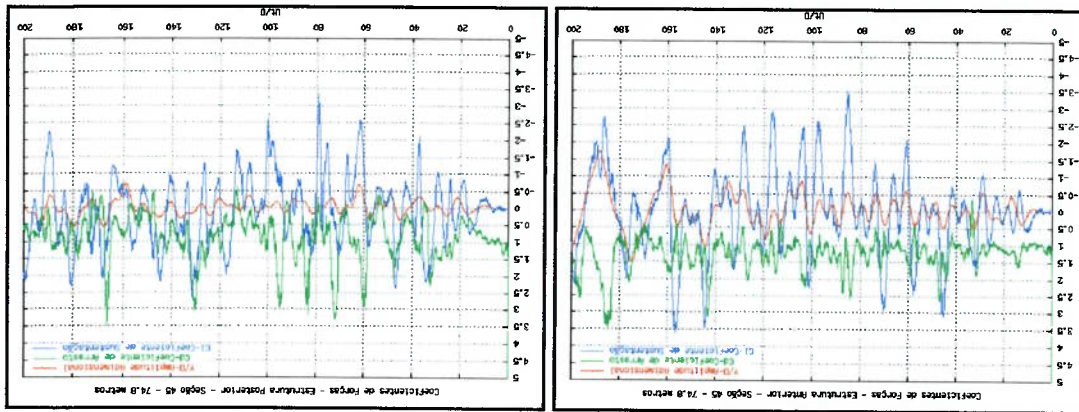


Fig. 6.83 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 45.

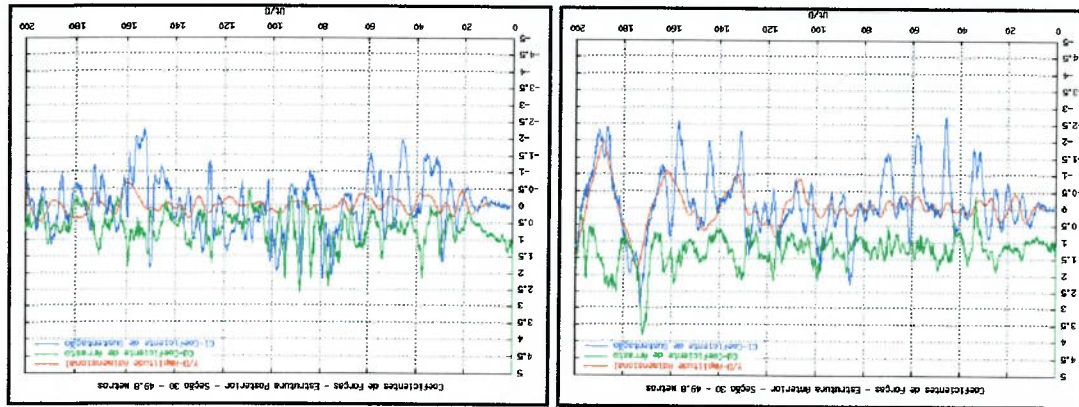


Fig. 6.84 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 30.

Na figura que segue as estruturas e as esteiras de vórtices são apresentadas.

Fig. 6.86 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1.

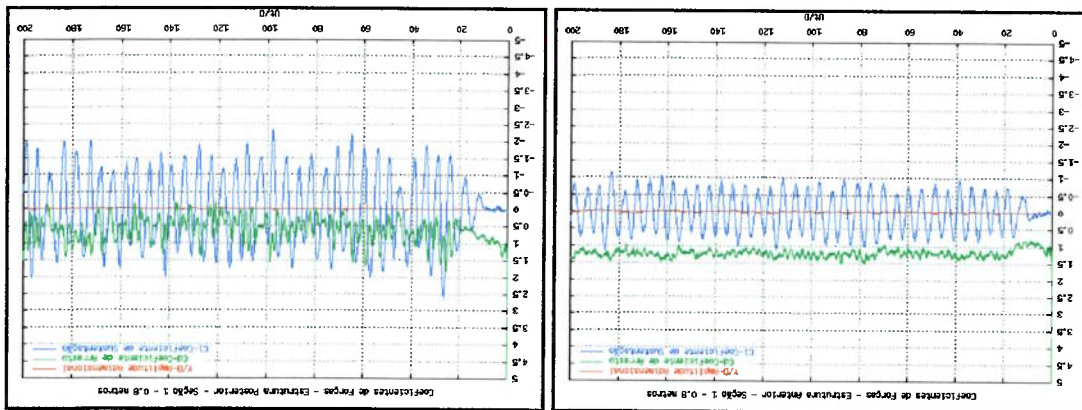
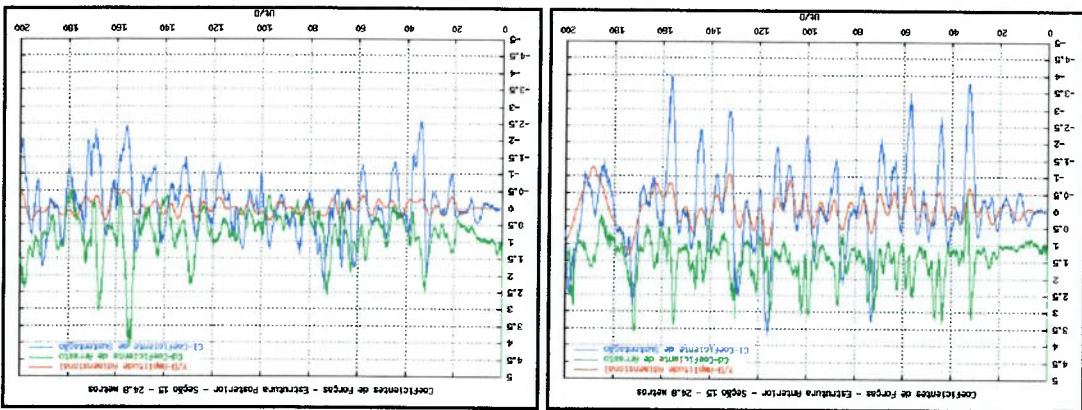


Fig. 6.85 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15.

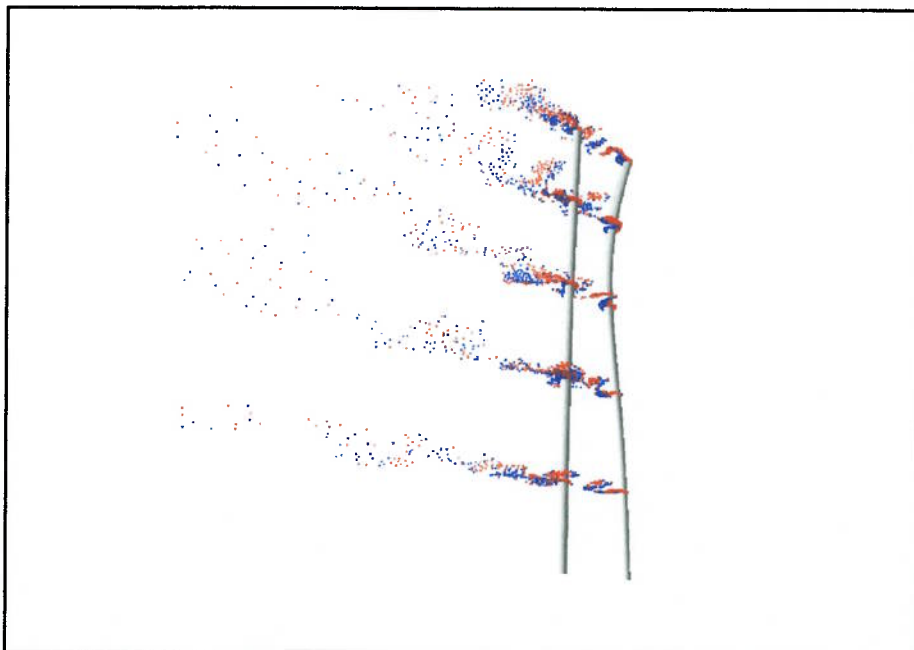


estruturas isoladas.

entre as estruturas não é tão significativa e os "vortex" começam a se comportar como segundo, isto indica que, para o espaçamento inicial de nove diâmetros, a interferência ambas as estruturas tiveram a tendência da passagem do primeiro modo de vibrar para o seu máximo deslocamento foi da ordem de meio diâmetro. É importante notar que verificado em alguns casos anteriores, a envoltória da estrutura posterior indica que o foi da ordem de um diâmetro e meio tendo como modo dominante o primeiro. Como já deslocamentos são apresentadas na figura 6.89. Para a estrutura anterior, a sua oscilação dois "vortex". Na direção transversal, as envoltórias dos máximos e mínimos dois diâmetros e meio. O primeiro modo de vibrar foi o dominante nesta direção para os para a estrutura frontal foram da ordem de três diâmetros e para a posterior, da ordem de escoamento incidente podem ser verificadas na figura 6.88. Os máximos deslocamentos As envoltórias dos deslocamentos das estruturas na direção paralela ao

6.3.8 RESULTADOS PARA ESPAÇAMENTO 9D

Fig. 6.87 - Estreia de vórtices ao longo dos "vortex".



Os coeficientes de forças e os deslocamentos adimensionais transversais ao longo do comprimento do "wiser" são apresentados nas figuras que seguem. Nota-se que

Fig. 6.89 - Envoltórias na direção transversal dos deslocamentos máximos e mínimos.

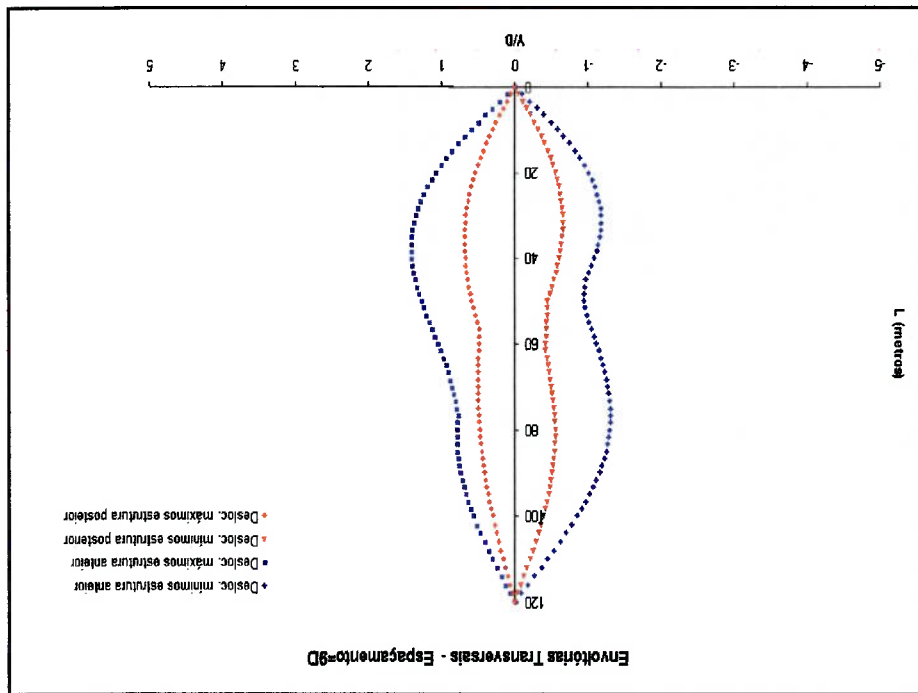
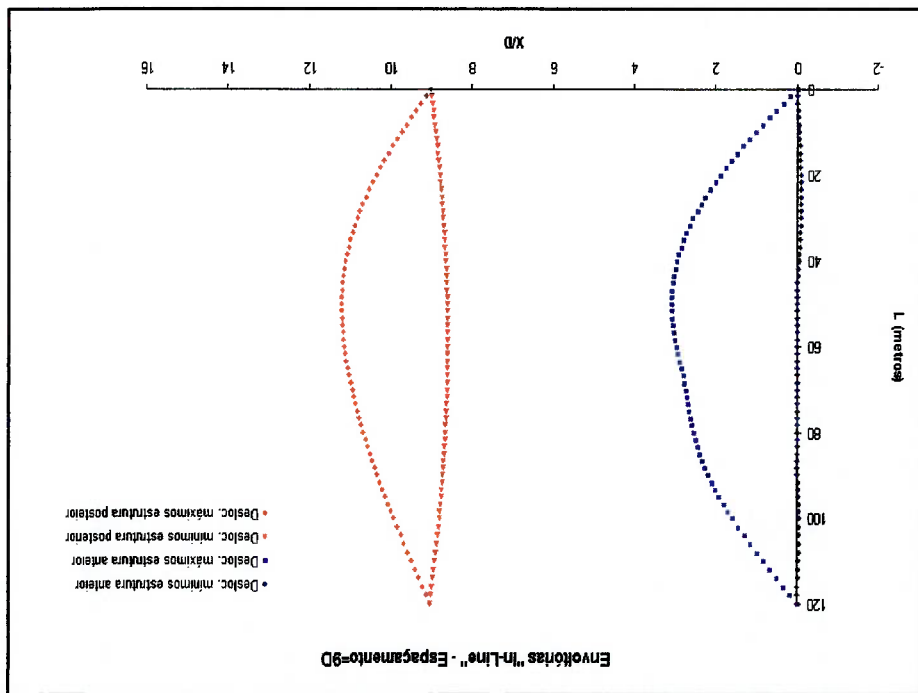
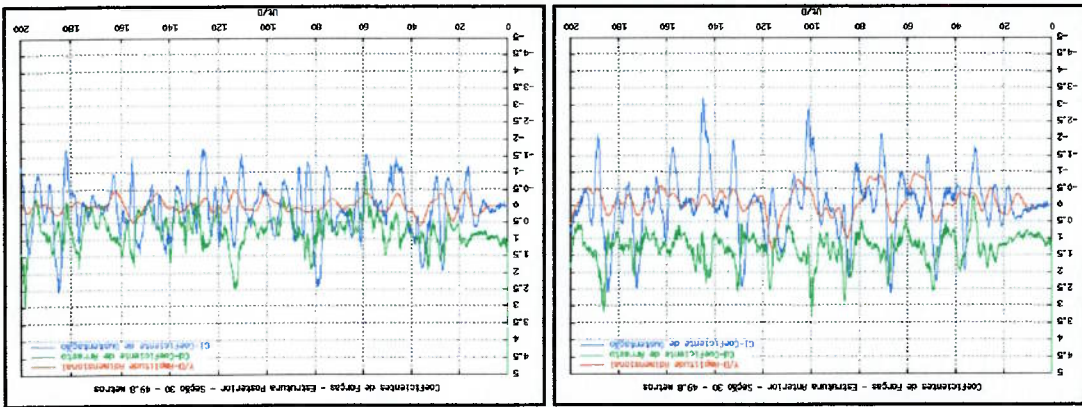
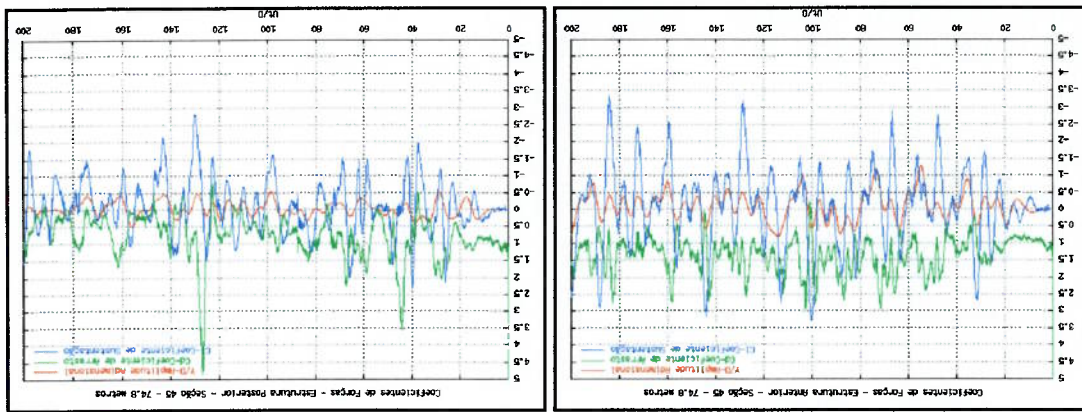
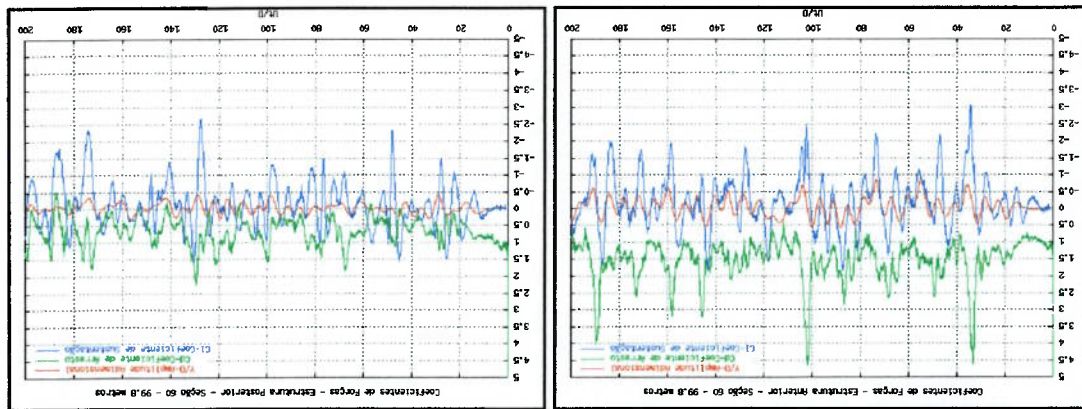


Fig. 6.88 - Envoltórias na direção "in-line" dos deslocamentos máximos e mínimos.



a estrutura frontal tem um deslocamento transversal maior do que os deslocamentos da estrutura posterior.



Na figura seguinte, verifica-se que as esteiras formadas na estrutura frontal não sofrem a influência da estrutura posterior, sendo apenas influenciadas as esteiras geradas na segunda estrutura.

Fig. 6.94 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 1.

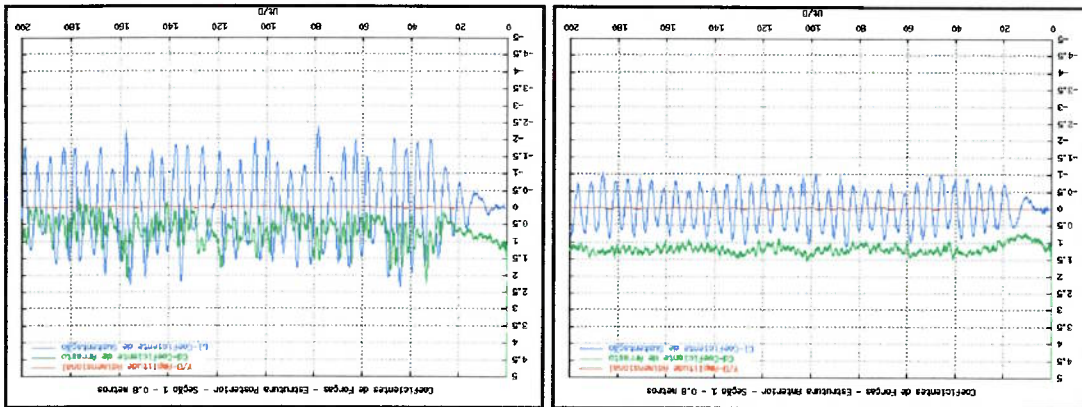
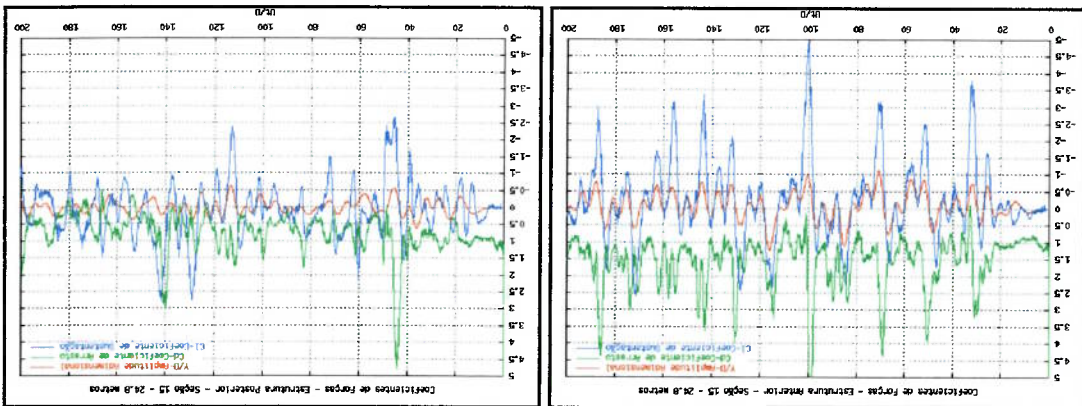


Fig. 6.93 - Coeficientes de forças e deslocamentos adimensionais na seção 15.



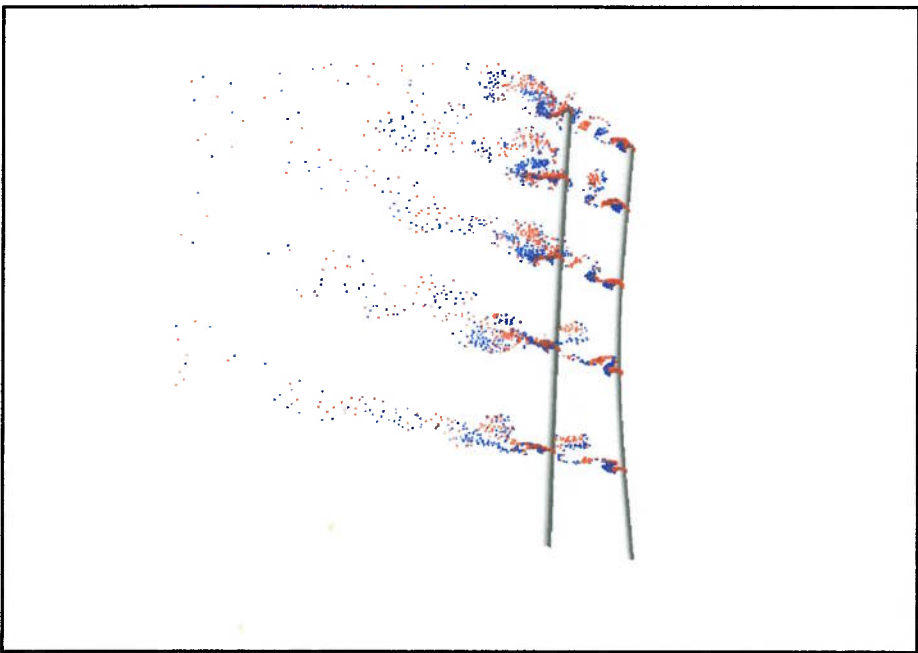


Fig. 6.95 - Esteira de vórtices ao longo dos "risers".

O principal objetivo do presente trabalho foi desenvolver uma ferramenta para

analisar o comportamento de "risers" verticais, presentes em plataformas "offshore".

Estas estruturas são fixadas nas plataformas de exploração de petróleo em alto mar

ficando imersas na lâmina d'água em diferentes arranjos e são, frequentemente,

expostas a intensas correntes marítimas. Baseando-se nisto, foi implementado um

código computacional que interagiu a dinâmica da estrutura com o escoamento do

fluido ao seu redor. A parte estrutural foi modelada pelo Método dos Elementos Finitos

(MEF) e a hidrodinâmica foi resolvida através do Método dos Vórtices Discretos

(MVD). É importante ressaltar que, por se tratar de um trabalho científico, a ideia

central não foi solucionar definitivamente um problema que vem sendo abordado por

décadas e sim, acrescentar novas técnicas que auxiliem o desenvolvimento de pesquisas

no tópico que envolve o fenômeno da vibração induzida pelo escoamento em

componentes da indústria marítima e oceânica.

Muitos modelos foram desenvolvidos para o estudo do fenômeno de vibração induzida pelo escoamento em estruturas esbeltas. A maioria destes modelos utiliza coeficientes empíricos no cálculo da força hidrodinâmica. Na tentativa de se obter o maior número possível de coeficientes, os pesquisadores realizam inúmeros experimentos nas mais diversas condições. Contudo, as reais condições de contorno existentes em alto mar destoam daquelas analisadas em laboratório, sendo, pois, a precisão dos resultados destes modelos questionável. Outra limitação destes modelos é quanto à análise de casos onde esteja presente mais de uma estrutura no escoamento. Nestas situações, os efeitos de interferência entre os corpos geram forças oscilatórias não harmônicas nas estruturas, não sendo possível reproduzi-las através de um único coeficiente médio. O MVD, empregado na resolução do escoamento, supriu estas

deficiências gerando coeficientes de forças no domínio do tempo, para um ou dois corpos imersos no escoamento.

As análises dos resultados obtidos para a simulação com o cilindro fixo mostram que os coeficientes de forças e a frequência adimensional de emissão de vórtices (número de Strouhal) estavam de acordo com os valores encontrados em literatura. Os valores das simulações com o cilindro montado na base elástica, com baixos parâmetros de massa-amortecimento, atingiram valores iguais aos obtidos numericamente por SALTARA (1999), isto é, $A/D \approx 0.65$. Porém, a tentativa de reprodução das elevadas amplitudes de oscilação obtidas experimentalmente por KHATALAK e WILLIAMSON (1996) e por PARRA (1996) não foi bem sucedida. MENEGHINI (2001) sugere que os métodos de resolução bidimensionais não conseguem capturar corretamente a diferença de fase entre a força de sustentação e o deslocamento do cilindro. Ele se aprofunda ainda mais afirmando que este erro provém da componente da força hidrodinâmica que está em fase com a velocidade do corpo, ou seja, a parcela correspondente ao amortecimento hidrodinâmico. Em suma, provavelmente as máximas amplitudes do escoamento serão atingidas levando em consideração os efeitos tridimensionais do fenômeno de "lock-in", os resultados para as diferentes velocidades reduzidas mostraram a sincronização entre a frequência de emissão de vórtices e a frequência natural do cilindro, conforme indicado na clássica curva de FENG (1968). Os modos de emissão de vórtices obtidos pelas simulações bidimensionais, em função da velocidade reduzida e da amplitude de oscilação, estavam de acordo com o mapa apresentado por WILLIAMSON e ROSHKO (1988). Contudo, o fenômeno de histerese que está diretamente relacionado com a mudança dos modos de emissão de vórtices, não foi observado na curva de amplitudes adimensionais.

As simulações do escoamento em torno de dois cilindros em “tandem”, mostraram que, para espaçamentos menores que $L/D=3$, a esteira de vórtices formou-se apenas atrás do cilindro posterior e, consequentemente, o coeficiente de arrasto do cilindro posterior foi negativo, indicando uma força de atração entre os corpos. Conforme ocorreu o aumento do espaçamento entre os cilindros, a esteira de vórtices começou a se formar atrás do cilindro frontal e a esteira gerada no cilindro posterior sofreu a influência das esteiras dos dois corpos. Como decorrência da formação da esteira atrás do primeiro cilindro, o coeficiente de arrasto do cilindro passou a ser positivo. Os experimentos realizados por ZDRAVKOVICH [(1977) e (1986)] corroboraram os resultados obtidos pelas simulações numéricas, porém a mudança de sinal do arrasto ocorreu para um valor menor que o indicado por FABRADO e CALY (2001), isto se deve, novamente, aos efeitos tridimensionais do escoamento não capturados pelo MVD.

A precisão do Método dos Elementos Finitos na resolução estática da estrutura foi comprovada pela comparação entre os deslocamentos e as rotações dos nós obtidos através do método numérico com os valores obtidos analiticamente. A precisão dos deslocamentos foi fundamental para a determinação correta das matrizes de rigidez geométrica e elástica utilizadas na solução dinâmica do “*niser*”. A opção pelo emprego de rigidez concentrada (“*Lumped*”) ao invés da matriz de rigidez consistente, baseou-se no fato de que, na primeira, os termos associados aos deslocamentos verticais e rotacionais dos nós dos elementos são desprezados, sendo apenas considerados os deslocamentos horizontais. Segundo FERRARI (1998), esta simplificação pode ser feita, pois o movimento da estrutura é preferencialmente na direção paralela ao escoamento incidente. Como consequência, houve uma diminuição em termos de armazenamento em memória e de tempo de processamento. A matriz de massa

Com o intuito de validar o código desenvolvido, o modelo do tipo “cantilever” estudado por FUJARRA (1997) foi analisado. As características estruturais do cilindro foram mantidas na simulação numérica. Devido ao baixo parâmetro de massa-amortecimento ($m^*\zeta$) ocorreram instabilidades nas simulações iniciais do cilindro. Para superar esta dificuldade, o MVD foi implementado na sua formulação implícita. Esta formulação se mostrou mais estável para baixos valores de $m^*\zeta$. Os valores das

O acoplamento hidro-elástico entre a parte estrutural e a hidrodinâmica permitiu o tratamento do problema de vibração induzida pelo escoamento em vários graus de liberdade, característica predominante nas estruturas marítimas. Além disto, através desta técnica, o escoamento tomou característica quase tridimensional. O escoamento foi resolvido em seções bidimensionais e acoplamento entre as mesmas foi realizado pela estrutura do “riser”. Esta técnica é denominada “Strip Theory”.

estrutura.

Na formulação adotada, o “riser” foi considerado uma viga tracionada axialmente e livre para vibrar. A utilização desta técnica não acarretou grandes diferenças nos valores das frequências naturais da estrutura, quando comparados aos valores obtidos pela resolução da equação característica do sistema. Esta equação corresponde à vibração não amortecida de um sistema de múltiplos graus de liberdade (“Generalized Eigenproblem”). Finalmente, a matriz de amortecimento da estrutura foi calculada como uma combinação linear das matrizes de rigidez e massa multiplicadas por constantes determinadas a partir dos fatores de amortecimento e das frequências naturais da estrutura.

O comportamento dinâmico do "riser" vertical foi analisado com os valores estruturais típicos de "riser" de produção, obtidos em FERRARI (1998). Para o caso de corrente constante, o modo de vibrar na direção da corrente foi o primeiro e os máximos deslocamentos dos nós foram semelhantes aos obtidos para o caso estático. Na transversal, o segundo modo de vibrar foi dominante, com os deslocamentos máximos da ordem de 0.7D. Notou-se que os valores das máximas amplitudes de oscilação para o caso quase-tridimensional e bidimensional foram da mesma ordem. A forte correlação existente entre os movimentos na direção da corrente e transversal foi comprovada pelas trajetórias em forma de "oitos". Estas trajetórias mostram também que a frequência de

transversal a ela.

capturar a forte correlação entre o movimento da estrutura na direção da corrente e trajetórias de cada seção do cilindro indicaram que o código desenvolvido conseguiu coeficientes constantes de força. Para a faixa de "lock-in", o formato de "oitos" das oscilações transversal do cilindro, este efeito é desconsiderado nos métodos que utilizam de forças mostraram que o coeficiente de arrasto aumentou com a ampliação da novamente, os efeitos de histerese não foram observados. Os gráficos dos coeficientes vórtice "2S" e para elevadas, dois pares de vórtices eram emitidos, isto é, modo "2P". E, oscilação dois vórtices eram emitidos por ciclo, caracterizando o modo de emissão de semelhante à observada por TECHET *et al.* (1998). Para pequenas amplitudes de reduzida, a mudança do modo de emissão ao longo da envergadura do cilindro foi os experimentos de WILLIAMSON e ROSHKO (1988). Para uma mesma velocidade modos de emissão de vórtices obtidos para os diferentes casos estavam de acordo com caso bidimensional, as maiores amplitudes do ramo superior não foram capturadas. Os para valores baixos e altos de velocidades reduzidas. Porém, como já havia ocorrido no amplitudes adimensionais obtidos numericamente foram semelhantes aos experimentais

Outra observação é que o código desenvolvido no presente trabalho se mostrou muito eficiente quanto ao tempo de processamento. Nas simulações com dois “*risers*”, foram utilizadas sessenta seções na resolução do escoamento sendo que cada seção

efeitos de interferências entre as estruturas fossem observados. da análise dos resultados é que, o modelo computacional implementado permitiu que os apresentados por FREGGONESI *et al.* (2001). A principal conclusão a ser tirada a partir estrutura frontal foram maiores do que os da posterior, corroborando os resultados transversal nas duas estruturas. Os deslocamentos máximos na direção transversal da nove diâmetros houve a tendência da mudança para o segundo modo na direção dominante nas duas direções de deslocamento, porém, para o espaçamento inicial de deslocamentos indicaram que para o dois “*risers*” o primeiro modo de vibrar foi o foi observado. Para todos os casos analisados, as envoltórias dos máximos iniciais iguais a dois e três diâmetros; para os espaçamentos maiores, o “*clashing*” não através destas análises, a ocorrência de colisão entre os “*risers*” para espaçamentos simulações era a verificação de possíveis colisões entre as estruturas. Verificou-se mesmas características estruturais dos “*risers*” de produção. O objetivo destas Para o caso de dois “*risers*” em “*tandem*” novamente, foram utilizadas as

continuou sendo o primeiro.

foram da ordem de seis diâmetros; contudo, na direção “*in-line*” o modo dominante quarto modo foi o modo dominante na direção transversal e os deslocamentos máximos corrente não uniforme ao longo do seu comprimento (“*shear flow*”), mostraram que o transversal. Os resultados obtidos na simulação do “*riser*” solitário, sujeito a uma comprovaram que a vibração na direção da corrente é o dobro que na direção corrente. Os espectros de frequências dos deslocamentos nas duas direções oscilação de cada seção na direção transversal é a metade da frequência na direção da

continha em torno de dois mil vórtices; o modelo estrutural foi discretizado em setenta elementos e foram simulados dois mil intervalos de tempo, que correspondem a cinquenta ciclos de emissão de vórtices, aproximadamente. O tempo de processamento na máquina COMPAQ AlphaStation DS20E foi de aproximadamente cinco horas para o caso do "riser" solitário e de quinze horas para os casos de agrupamentos em "tandem".

Algumas sugestões são endereçadas a quem vier a desenvolver atividades de pesquisa no tópico vibração induzida pelo escoamento.

No que se refere ao modelo estrutural sugere-se:

- Na obtenção da matriz de rigidez o termo da equação que governa a estática do "riser" vertical, referente ao peso da estrutura, pode ser atualizado em cada iteração pelo Método da Secante de Rigidez, pois no código implementado, somente o termo referente à tração foi linearizado.

- O desenvolvimento de um modelo de elementos finitos que permita a simulação de casos com movimento de topo da estrutura. Para tanto, deve-se considerar a influência do deslocamento do topo do "riser" no termo da tração efetiva.

- A expansão do número de "risers" presentes no escoamento, tendo em vista a análise dos comportamentos das estruturas para um agrupamento maior de "risers".

- A implementação de uma rotina que permita automaticamente o recálculo da matriz de amortecimento estrutural conforme ocorra a mudança do modo dominante de vibrar da estrutura.

• O desenvolvimento de um modelo estrutural para "risers" do tipo catenária, pois este tipo de "riser", também, é muito utilizado na exploração de hidrocarbonetos em alto mar.

• No caso de agrupamento de "risers" em catenária, os efeitos de interferências devido à proximidade entre as estruturas são mais relevantes na região próximas à superfície. Baseando-se nisto, sugere-se a substituição da parte da estrutura não afetada pela presença de outras estruturas por um sistema de massa, mola e amortecedor que represente o comportamento dinâmico da parte substituída.

• Um modelo para a análise do choque das estruturas pode ser implementado possibilitando, desta forma, a continuidade da simulação, caso haja a colisão entre os "risers".

Para a modelagem hidrodinâmica sugere-se:

• A implementação de um modelo mais consistente para a representação dos efeitos viscosos do fluido, tal como, o modelo de difusão viscosa "random walk".

• O tratamento dos vórtices através de um esquema mais eficiente, denominado Pólos-Múltiplos, que utiliza agrupamentos de vórtices em células. Este método permite a simulação de casos com um número elevado de vórtices presente no escoamento sem que haja um aumento considerável no tempo de processamento.

• O desenvolvimento de um acoplamento hidrodinâmico fraco entre as seções bidimensionais do escoamento, ou ainda, a substituição do MVD por um modelo mais preciso para o tratamento da equação de Navier-Stokes, tal como, o Método Espectral de Elementos Finitos.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- BEARMAN, P. W. AND WADCOCK, A. J. (1973). *The Interaction Between a Pair of Circular Cylinders Normal to a Stream*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 61, pp 499-511.
- BEARMAN, P. W. (1984). *Vortex Shedding from Oscillating Bluff Bodies*, Fluid Mechanics, vol. 16, pp. 195-222.
- BLEVINS, R. D. (1990). *Flow Induced Vibration*, Van Nostrand Reinhold, New York, 2nd Edition.
- BRIKA, D., LANEVILLE, A. (1997), *Wake Interference Between two Circular Cylinders*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 72, pp. 61-70.
- CASTRO, A. F. P. (1984). *Noções de Cálculo Numérico*, McGraw-Hill, Rio de Janeiro.
- CHORIN, A. J. (1973). *Numerical Study of slightly viscous flow*, Journal of Fluid Mechanics, vol.57, pp785-769.
- CLEMENTS, R. R. (1973). *An Inviscid Model of Two-Dimensional Vortex Shedding*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 57, part2, pp. 321-336.
- COTTET G.H., KOMMOUTSAKOS P.D. (2000). *Vortex Methods: Theory and Practice*, Cambridge University, UK
- CRAIG, R. R. (1981). *Structural Dynamics – An Introduction to Computer Methods*, John Wiley & Sons.
- FERRARI, J. A. (1998). *Hydrodynamic Loading and Response of Offshore risers*, Ph.D. thesis, University of London, UK.
- FLATSCHART, R. B. (2001). *Estudo do Escoramento ao redor de um agrupamento de Cilindros*. Dissertação de mestrado, EPUSP Universidade de São Paulo, Brasil.
- FUJARRA, A. L. (1997). *Estudo em modelo reduzido de tubo, flexível e liso, submetido ao fenômeno de Vibração Induzida pela Vorticidade (Vortex Induced Vibration)*, Dissertação de mestrado, EPUSP Universidade de São Paulo, Brasil.
- FUJARRA, A. L. C., PESCE, C. P., PARRA, P.H. C. (1998). *An Investigation of Vortex-Induced Vibration of a Circular Cylinder in Water*, Proceedings of 1998 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting.
- FUJARRA, A. L. C., PESCE, C. P. (2000). *Some Remarks on Vortex-Induced Vibrations of Flexible Cylinders Water*, Workshop on Vortex-Induced Vibrations of Offshore Structures.
- FREGONESI, R. A., YAMAMOTO, C. T., MENEGHINI, J. R., SALTARA, F. e FERRARI JR. (2001). *Flow Interference Around Two Circular Oscillating Cylinders*, OMAE

- FREGONESI, R. A., YAMAMOTO, C. T., MENEGHINI, J. R., SALTARA, F., and FERRARI JR., J. A. *Numerical simulation of the flow about vertical risers in a tandem arrangement*, a ser submetido ao Journal of Fluid and Structures, 2002.
- GRAHAM, J. M. R. (1988). *Computation of Viscous Separated Flow Using a Particle Method*, Numerical Methods in Fluid Mechanics, vol. 3, Oxford University Press, pp. 310-317.
- JABARDO P. J. S., CALY J.P. (2001). *Relatório apresentado ao Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo*, São Paulo.
- KHALAK, A., WILLIAMSON, C. H. K. (1996). *Dynamics of a Hydroelastic Cylinder with Very Low Mass and Damping*, Journal of Fluids and Structures, Academic Press.
- LARSEN, C.M., HALSE, K.H. (1997). *Comparison of Models for Vortex induced Vibrations of Slender Marine Structures*, Marine Structures 10.
- LEWIS, R. I. (1991). *Vortex Element Methods for fluid Dynamic Analysis of Engineering Systems*, Cambridge.
- LUGT, H.J. (1983). *Vortex Flow in Nature and Technology*, Wiley, New York.
- MENEGHINI, J. R. (2001). *Comunicações particulares*.
- MENEGHINI, J. R. (1993). *Numerical Simulation of Bluff Body Flow Control Using a Discrete Vortex Method*, PhD thesis, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London.
- MENEGHINI, J. R., SIQUEIRA, C. R., SALTARA, F., FERRARI JR., J. A. (1999). *Numerical Simulation of Flow Interference Between Two Circular Cylinders in Tandem And Side by Side Arrangements*, Journal of Fluids and Structures.
- NG, C. W., KO, N. W. M. (1995). *Flow Interaction Behind Two Circular Cylinders of Equal Diameter – a Numerical Study*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 54/55, pp. 277-287.
- PARRA, P. H. C. C. (1996). *Modelo semi-empírico de vibração induzida por vortex shedding*, Dissertação de Mestrado, EPUSP Universidade de São Paulo, Brasil.
- PARK, W., HIGUCHI, H. (1989). *Computation of Flow past Single and Multiple Bluff Bodies by a Vortex Tracing Method*, University of Minnesota.
- PATEL, M. H., AND WITZ J. A. (1991). *Compliant Offshore Structures*, Butterworth-Heinemann, England.
- PATEL, M. H. (1989). *Dynamics of offshore structures*, London, Butterworths.
- PATEL, M. H., WITZ, J. A., Z. TAN. (1994). *A flexible “riser” design manual*, London : Bentham.
- REDDY, J. N. (1993). *An introduction to finite element method*, McGraw-hill, New York.

- ROSHKO, A. (1961). *Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Very High Reynolds Numbers*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 10, pp. 354.
- ROSENHEAD, L. (1931). *The formation of vortices from a surface of discontinuity*. Proc. of the Royal Society London A, 134-170.
- SALTARA, F. (2002). *Comunicações particulares*.
- SALTARA, F. (1999). *Simulação Numérica do Escorcamento ao Redor de Cilindros*, Tese de doutorado, EPUSP Universidade de São Paulo, Brasil
- SALTARA, F., MENEGHINI, J. R., SIQUEIRA, C. L. R., BEARMAN, P. W. (1998). *The simulation of vortex shedding from an oscillating circular cylinder with turbulence modeling*, Proceedings of FEDSM'98, ASME Fluids Eng. Div. Summer Meeting.
- SARPKAYA, T., ISAACSON, M. (1981). *Mechanics of wave forces on offshore structures*, Van Nostrand Reinhold company.
- SARPKAYA, T. (1989). *Computational methods with vortices – The 1988 freeman scholar lecture*, J. Fluids Engineering 111, 5-52.
- SCHLICHTING, H. (1978). *Boundary Layer Theory*, 7th Edition, McGraw-Hill Books Company.
- SELVAN, R. P. (1997). *Finite Element Modeling of Flow around a Circular Cylinder Using LES*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 67/68, pp. 129-139.
- SIQUEIRA, C. R. (1999). *Simulação Numérica do Escorcamento ao Redor de Cilindros: Aplicação a problemas Bi e Tridimensionais*. Tese de doutorado, EPUSP Universidade de São Paulo, Brasil.
- SPALART, P. R., LEONARD, A. (1981). *Computation of Separated Flow by a Vortex Algorithm*, AIAA Paper 81-1246.
- SPALART, P. R., LEONARD, A., BAGANOFF, D. (1983). *Numerical Simulation of Separated Flows*, Ph. D. Thesis, Stanford.
- TAKEDA K., TUTTY O. R., AND FITT A. D. (1997). *A Comparison of Four Viscous Models for the Discrete Vortex Method*, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- WANG X. Q., SO R. M., LIU Y. (2001). *Flow Induced Vibration of an Euler-Bernoulli Beam*. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 243, pp. 241-268.
- WARBURTON, G. B. (1976). *The dynamical behavior of structures*, New York, 2nd Edition.
- WILDEM, R. H. J., GRAHAM, J. M. R. (2000). *Numerical Prediction of VIV on Long Flexible Circular Cylinders*, Journal of Fluid and Structures, vol. 15, pp. 659-669.

- WILLIAMSON, C. H. K. (1985). *Evolution of a Single Wake Behind a Pair of Bluff Bodies*, Journal of Fluid Mechanics, vol. 159, pp. 1-18.
- WILLIAMSON, C. H. K., ROSHKO, A. (1988). *Vortex Formation in the Wake of an Oscillating Cylinder*, Journal of Fluids and Structures, nr. 2, pp. 355-381.
- WILLIAMSON, C. H. K. (1991). *2-D and 3-D Aspects of the Wake of a Cylinder, and Their Relation to Wake Computations*, In: *Vortex Dynamics and Vortex Methods*, C. R. Anderson and C. Greengard, Lectures in Applied Mathematics, vol. 28, American Mathematical Society, 719-751.
- YAMAMOTO, C. T., FREGONESI, R. A., MENEGHINI, J. R., SALTARA, F., and FERRARI JR., J. A. *Numerical simulation of the flow about vertical risers in a side-by-side arrangement*, a ser submetido ao Journal of Fluid and Structures, 2002.
- ZDRAVKOVICH, M. M. (1977). *Review of Flow Interference Between Two Circular Cylinders in Various Arrangements*, ASME Journal of Fluids Engineering, vol. 99, pp. 618-633.
- ZDRAVKOVICH, M. M. (1987). *The Effects of Interference Between Circular Cylinders in Cross Flow*, Journal of Fluids and Structures, vol. 1, pp. 239-261.
- ZIENKIEWICZ, O. C., MORGAN, K. (1983). *Finite Elements and Approximation*, Wiley, New York.