

RÉGIS PASINI

RECUPERAÇÃO DE FORMAS DE OBJETOS ATRAVÉS DE
CURVAS SENOIDAIS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia

São Paulo
2002

04

RÉGIS PASINI

RECUPERAÇÃO DE FORMAS DE OBJETOS ATRAVÉS DE
CURVAS SENOIDAIS

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Área de concentração:
Engenharia Mecânica

Orientador:

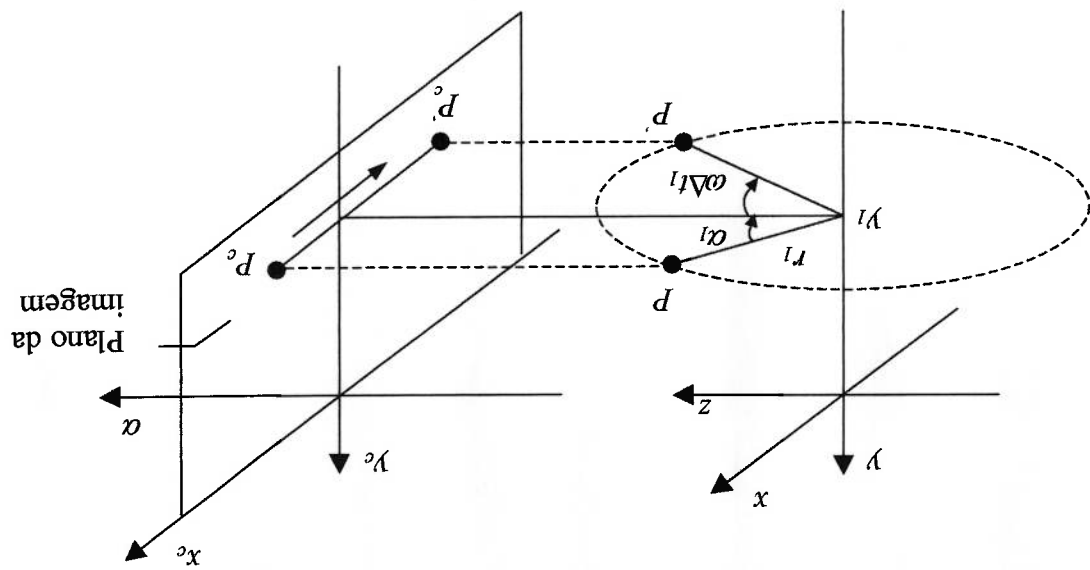
Prof. Dr. Oswaldo Horikawa

São Paulo

2002

ERRATA

PÁGINA	LINHA	ONDE SE LE	LEIA-SE
1	39ª	... é proposto, é proposto um método é proposto um método ...
19	17ª	... Gonzales & Woods (2000), Gonzalez & Woods (2000), ...
6	12ª	2.2.1 Medidores de cilíndricidade, circularidade e de rugosidade	2.2.1 Medidores de cilíndricidade, circularidade e de rugosidade
7	18ª	A grande maioria das máquinas de medir por coordenadas utilizam um sensor atualmente utilizam um sensor apalpador de contato ...	Atualmente, a grande maioria das máquinas de medir por coordenadas, utilizam um sensor apalpador de contato ...
18	14ª	A seguir, algumas técnicas de processamento de imagens pelo método estático:	São descritas a seguir, algumas dessas técnicas de processamento de imagens pelo método estático.
31	11ª	Para recuperar a forma parcial dos objetos, pois a câmera captura apenas imagens das áreas dos objetos voltadas para a câmera, bem como objetos voltadas para a câmera, são capturadas apenas as formas parciais dos objetos. Então, para recuperar tais formas ou reconstruir ...	Como a câmera captura apenas imagens das regiões dos objetos voltadas para a câmera, são capturadas apenas as formas parciais dos objetos. Então, para recuperar tais formas ou reconstruir ...
32	4ª	... move-se variando a distância em relação a cena analisaram EPIs de movimentos move-se variando a distância em relação a cena e analisaram EPIs de movimentos ...
33	14ª	Em Szeliski; Kang (1994)	Em Szeliski & Kang (1994)
41	5ª	Figura 5.1 - Vista superior do sistema	Figura 5.1 - Vista lateral do sistema
41	6ª	Figura 5.2 - Vista lateral do sistema	Figura 5.2 - Vista superior do sistema
44	7ª	(x_c, y_c, z_c)	(x_c, y_c, α)



Página 44: Substituir a figura 5.5 pela figura abaixo:

PÁGINA	45	
LINHA	10ª	
ONDE SE LE	Depois de uma volta completa tem-se uma sequência de imagens que podem ser organizadas ao longo de um eixo de tempo, que pode ser considerado virtualmente como sendo o terceiro eixo do espaço (eixo z_c), e a partir dessas imagens obtêm-se as EPIs para a recuperação da forma do objeto.	Depois de uma volta completa tem-se uma sequência de imagens que podem ser organizadas ao longo de um eixo α e a partir dessas imagens obtêm-se as EPIs para a recuperação da forma do objeto.
LEIA-SE		

Página 45: Substituir a figura 5.6 pela figura abaixo:

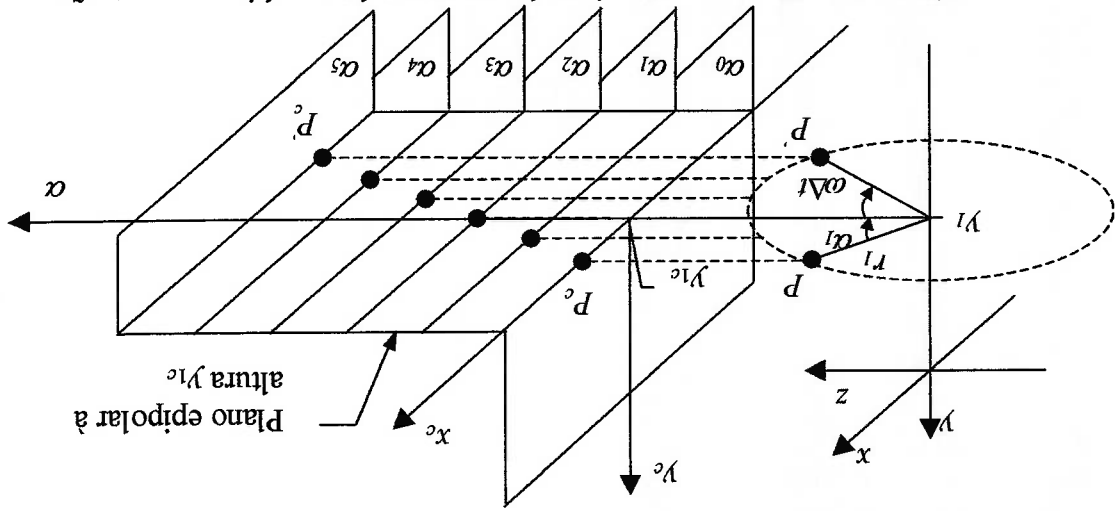


Figura 5.6 - Imagens sucessivas de um ponto de um objeto em rotação

Página 52: A figura do final da página deve vir antes da legenda "Figura 6.4 – Forma recuperada da seção com reentrância".

No capítulo 7, "Método das Curvas Senoidais", onde lê-se θ leia-se α .

PÁGINA	75	10ª	ONDE SE LÊ	LEIA-SE
			O tempo total é alto e pode ser diminuído melhorando-se o algoritmo utilizado. As intensidades da EPI simulada, por exemplo, foram armazenadas em um arquivo texto que depois era recuperado para se executar todo o processamento relativo ao método propriamente dito. Uma outra alternativa é utilizar uma linguagem de programação mais eficiente para essa aplicação.	Como nesse trabalho não houve a preocupação com o tempo de processamento, não foi feita uma análise dos fatores que resultaram no tempo medido.

Página 78: Após o primeiro parágrafo, acrescentar o seguinte parágrafo:

"Fazer também uma análise dos resultados obtidos, analisando a precisão dos raios das regiões recuperadas corretamente. Ou seja, analisar os raios de cada um dos pontos da forma recuperada, comparando com os raios da forma da seção transversal utilizada para o estudo. Comparar também a quantidade de pontos recuperados corretamente pelo Método das Curvas Senoidais com a quantidade de pontos recuperados pelo Método dos Dois Pontos Simétricos".

SUMÁRIO

Lista de figuras

Resumo

“Abstract”

1. Introdução	1
2. Métodos contactantes	4
2.1 Instrumentos convencionais	5
2.2 Sensores apalpadores	6
2.2.1 Medidores de cilíndricidade, circularidade e rugosidade	6
2.2.2 Máquinas de medição por coordenadas (MMC)	7
3. Métodos não-contactantes	10
3.1 Interferometria	11
3.2 Triangulação	12
3.3 Luz estruturada	13
3.4 Técnicas de Moiré	14
3.5 Holografia	15
4. Processamento de imagens	16
4.1 Método estático	18
4.1.1 Imagem única	18
4.1.2 Visão estéreo	19
4.1.3 Fotometria estéreo	21

4.1.4	Shape from shading	24
4.2	Método dinâmico	25
4.2.1	Método do movimento lateral da câmara	27
4.2.2	Método do movimento variável da câmara e objeto fixo	32
4.2.3	Métodos do objeto em rotação	33
5	Método dos dois pontos simétricos	40
5.1	Comportamento de um ponto durante a rotação de um objeto cilíndrico	44
5.2	Recuperação da forma do objeto de maneira genérica	46
5.3	O método	47
6	Justificativa para o método proposto	51
7	Método das Curvas Senoidais	54
7.1	Equacionamento	57
7.2	Obtenção das trajetórias	66
7.3	Recuperação da forma	70
7.4	Tempo de processamento	75
8	Conclusões	76
8.1	Trabalhos futuros	77
9	Referências bibliográficas	79

Lista de figuras

Figura 1.1 – Métodos para a recuperação de forma geométrica	2
Figura 4.1 – Sistema de visão estéreo	20
Figura 4.2 – Ponto encoberto	21
Figura 4.3 – Superfície terrestre com diferentes condições de iluminação	22
Figura 4.4 – Superfície Lambertiana e vetor normal	24
Figura 4.5 – Movimento lateral da câmera	29
Figura 4.6 – EPI	29
Figura 4.7 – Trajetórias de pontos encobertos	30
Figura 4.8 – Descontinuidades em uma EPI	35
Figura 4.9 – Pontos tangenciados pela linha de observação	36
Figura 4.10 – Projção de faixas de luz no objeto	37
Figura 4.11 – EPIs com faixa de luz refletida	37
Figura 5.1 – Vista superior do sistema	41
Figura 5.2 – Vista lateral do sistema	41
Figura 5.3 – Arranjo dos ângulos	41
Figura 5.4 – Sistema de projeção	43
Figura 5.5 – Projção do objeto em rotaçao	44
Figura 5.6 – Imagens sucessivas de um ponto em rotaçao	45
Figura 5.7 – Representaçao de um ponto da EPI em coordenadas polares	46
Figura 5.8 – Trajetória do ponto P_c na EPI	48
Figura 6.1 – Processo de identificação da trajetória senoidal	51

Figura 6.2 – Forma recuperada de uma seção cilíndrica	51
Figura 6.3 – Forma da seção transversal	52
Figura 6.4 – Forma recuperada da seção com reentrância	52
Figura 6.5 – EPI correspondente ao objeto da figura 6.3 (simulação)	53
Figura 7.1 – EPI simulada com faixas de intensidade máxima	55
Figura 7.2 – Representação da trajetória de um ponto	55
Figura 7.3 – EPI simulada com senóides	56
Figura 7.4 – Representação das senóides	58
Figura 7.5 – Senóides 1 e 2	59
Figura 7.6 – Senóides 1 e 3	63
Figura 7.7 – EPI e trajetórias	69
Figura 7.8 – EPI com linhas de trajetórias visíveis	69
Figura 7.9 – Etapas para a implementação do método	71
Figura 7.10 – Forma recuperada	72
Figura 7.11 – Senóides recuperadas	72
Figura 7.12 – Senóides recuperadas	74
Figura 7.13 – Forma recuperada	75

Resumo

É proposto neste trabalho um método para a recuperação de formas tridimensionais de objetos a partir de imagens obtidas com o objeto em rotação através da identificação de curvas senoidais que correspondem às trajetórias dos diversos pontos da superfície do objeto. Este método surgiu a partir da tentativa de se aprimorar um trabalho anterior, chamado de Método dos Dois Pontos Simétricos, que não foi capaz de recuperar formas de objetos com reentrâncias. O Método das Curvas Senoidais bem como o anterior, diferencia-se dos demais métodos similares por não ser necessária a presença de pontos peculiares, ou seja, pontos facilmente identificáveis na superfície do objeto, que facilitam a identificação de suas respectivas trajetórias em uma EPI (Eipolar Plane Image), ou seja, uma imagem formada por fatias extraídas de uma sequência de imagens em uma determinada altura. A trajetória de um determinado ponto na superfície do objeto na EPI é identificada através da análise da variação de intensidade luminosa dos diversos pontos (pixels) na EPI. O Método dos Dois Pontos Simétricos, porém, só pode ser aplicado para objetos sem reentrâncias, pois é necessária a identificação de pares de pontos simétricos na EPI pertencentes a uma mesma trajetória e quando existem reentrâncias, essa simetria não é observada. No método aqui apresentado, a identificação da trajetória é feita comparando-se as intensidades obtidas de pontos pertencentes a curvas senoidais imaginariamente traçadas na EPI com valores de intensidade calculados a partir de equações que relacionam a intensidade refletida por uma superfície com o ângulo de rotação do objeto.

Abstract

This work proposes a method to recover tridimensional shape of objects using images sampled from the object during its rotation, identifying sine waves curves that matches with the paths of object surface points. This method was originated from effort of improve a previous work, named Two Symmetric Points Method that was not able to recover shapes of objects with concavity. The Sine Waves Curves Method proposed here, as the previous method, does not require peculiar points, i.e., points that can be easily identified on the surface of the object, facilitating the identification of the path of these points on the EPI (EPIPolar Plane Image), i.e., an image composed by slices extracted from a sequence of images in a specific height. The path of a specific point on object surface on the EPI is identified by the analysis of the light intensity at each point of the EPI. The Two Symmetric Points Method can only be applied on cylindrical objects because is necessary the identification of the symmetric points on the EPI that belong to a same path. This symmetry is not observed in objects with concavities. In the method presented here, the identification of a path is determined by trying various sine waves curves and comparing the values of light intensities obtained from EPI with intensities values calculated by equations that relate the reflected light intensity with the rotation angle of the object. So, the application of the rotating method becomes more useful because it can be applied to recover objects shapes with concavities.

1. Introdução

Os métodos para a recuperação de formas geométricas vêm sendo utilizados na indústria, principalmente na mecânica, há muito tempo. Os primeiros métodos e que ainda são largamente empregados são os métodos com medição por contato ou contactantes. Porém, novas necessidades foram surgindo não só na indústria como também em outras áreas, como por exemplo, aplicações em áreas médicas, mapeamento e topografia de superfícies, educação e entretenimento, que levaram ao estudo e desenvolvimento de métodos de recuperação de formas sem que haja a necessidade do contato de um sensor ou instrumento com o objeto que se deseja recuperar ou obter informações sobre sua forma geométrica.

Dentre os métodos de recuperação de formas sem contato ou não-contactantes, aqueles que utilizam processamento de imagens vêm atualmente despertando bastante interesse pois, na maioria dos casos esses métodos apresentam menores restrições ao uso no que diz respeito ao ambiente onde serão executadas as medições, não há a necessidade da proximidade com o objeto e podem apresentar um menor custo na implementação de um sistema de medição como é o caso dos métodos que recuperam formas de objeto em rotação. Esses métodos também permitem que se isole com mais facilidade um objeto que se pretende analisar do restante de uma cena do que outros métodos dinâmicos e essa característica faz com que esse método encontre aplicações na área industrial. Essa característica aliada às outras já mencionadas referentes a recuperação de formas sem contato, motivou este trabalho em que é proposto, é proposto um método para a recuperação de formas geométricas com o

objeto em rotação através do processamento de imagens que permite a recuperação de formas de objetos com reentrâncias ou concavidades sem a presença de pontos peculiares na superfície do objeto, ou seja, pontos facilmente identificáveis.

Os estudos foram feitos utilizando-se uma imagem do plano epipolar simulada, ou EPI (Epipolar Plane Image), correspondente a uma seção transversal de um objeto com reentrância. A forma da seção é obtida a partir da identificação das trajetórias dos pontos da superfície do objeto analisando-se as intensidades dos pixels da EPI através da variação de curvas senoidais passando sobre os pontos de intensidade máxima observados na EPI. É observada uma melhoria significativa no resultado obtido por este método quando comparado com o resultado obtido pelo Método dos Dois Pontos Simétricos.

A seguir, é mostrado na figura 1.1 a classificação dos métodos e técnicas utilizados para a recuperação de formas de objetos que serão comentados nos capítulos seguintes 2, 3 e 4.

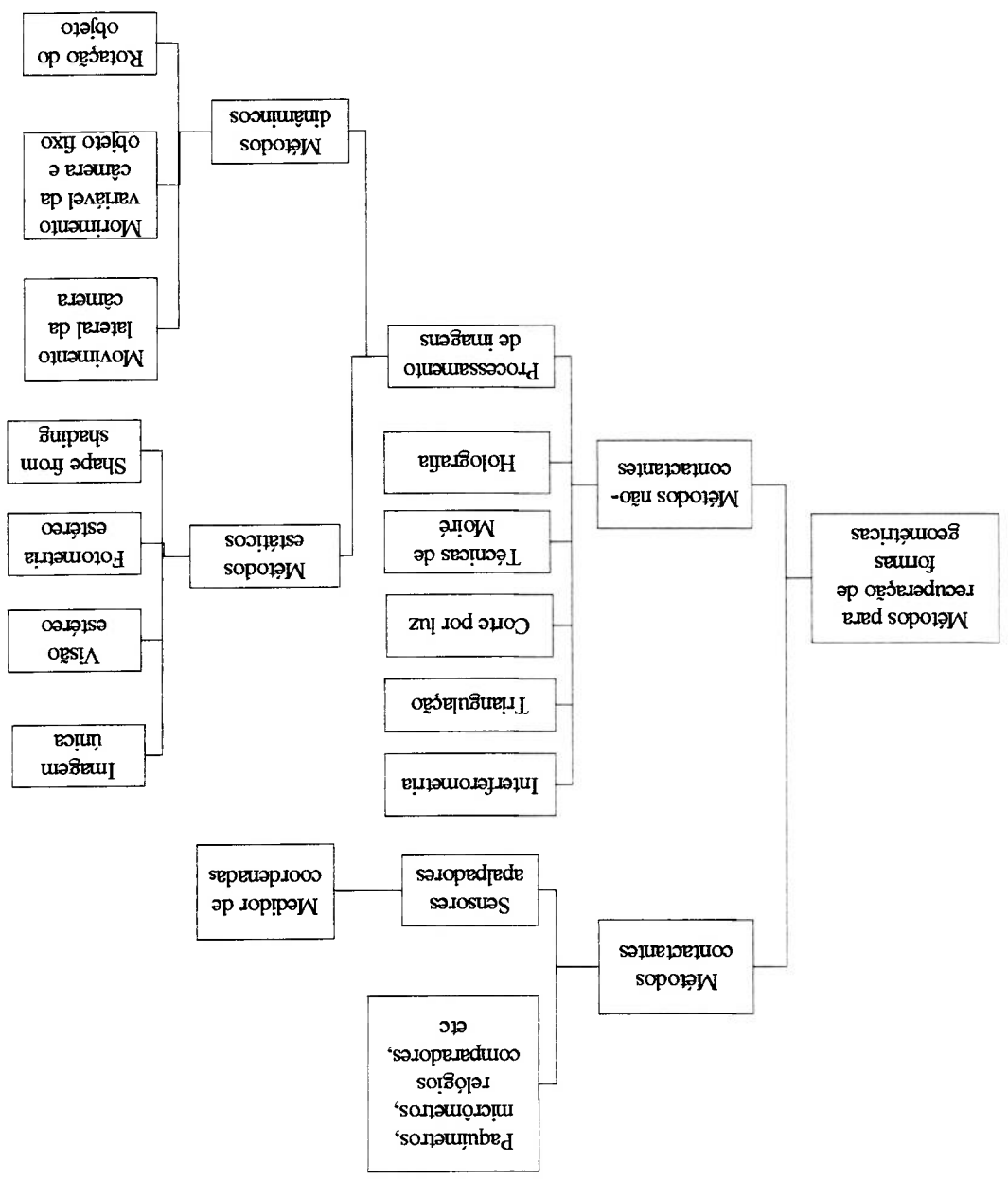


Figura 1.1 – Métodos para a recuperação de forma geométrica

2. Métodos contactantes

Os métodos para a recuperação de formas geométricas de objetos podem ser divididos em dois grandes grupos: contactante e não-contactantes, como mencionado em Lee & Park(2000) e Takahashi(1997). Os métodos contactantes são ainda hoje os mais utilizados principalmente na indústria e utilizam instrumentos e equipamentos de medição de diferentes características no que diz respeito a aplicação, operação, exatidão e precisão dos resultados. Tais equipamentos passaram por uma evolução constante o que permite com que se obtenha resultados de medição confiáveis e com elevada precisão. É essa precisão bem como a facilidade de operação de muitos desses instrumentos e equipamentos, um dos principais motivos responsáveis pelo seu uso em larga escala.

Porém, como é necessário o contato do instrumento ou de pelo menos um sensor com o objeto, para a sua aplicação, é necessário que o objeto ou peça que está sendo medido possua algumas características, tais como, rigidez suficiente para que não haja deformação da superfície quando ocorrer o contato com o instrumento ou sensor, deve estar necessariamente ao alcance do operador ou do equipamento utilizado, que pode ser operado remotamente, e este objeto ou peça deve estar em um ambiente que permita sua medição por parte do operador ou do equipamento, isto é, o ambiente não pode ser prejudicial à saúde do operador nem danificar o equipamento.

Além dessas limitações, outras podem ser citadas como no caso de inspeção de rugosidade, por exemplo, em que necessariamente o resultado será limitado pelas

Com esses instrumentos é possível se executar medições em peças com relativa facilidade pois têm como característica o fácil manuseio e na maioria dos casos possuem dimensões reduzidas permitindo com que o instrumento seja levado até a peça medida se for necessário. Mas muitas vezes, são necessários mais de um instrumento para se medir um único objeto e em alguns casos é necessário ainda ter-se um padrão como referência para uma dimensão a ser inspecionada, como no caso de relógios comparadores e palpadores. Isso ocorre porque apesar do fácil manuseio,

angulares e outros.

Podem ser incluídos nesse subgrupo os instrumentos mais comumente usados e conhecidos. São eles: os diversos tipos de paquímetro e micrômetros, relógios palpadores e comparadores, esquadros, medidores de altura, níveis, medidores

2.1 Instrumentos convencionais

Os métodos contactantes podem ser divididos em dois outros subgrupos. Um deles composto dos instrumentos convencionais, como paquímetro, micrômetros, relógios comparadores, etc. e outro subgrupo composto de equipamentos que utilizam sensores de contato para efetuar as medições, como medidores de cilíndricidade, rugosidade e circularidade e medidores de coordenadas.

estampa impressa, por exemplo.

dimensões do sensor de contato ou ainda a impossibilidade desses métodos de medirem características ou detalhes que estejam na superfície da peça como uma

Os equipamentos com sensores apalpadores utilizados para a verificação de rugosidade de peças possuem um sensor com uma ponta pontiaguda que percorre o trecho da peça que se está verificando e sofre deslocamentos na vertical proporcionais à rugosidade do material. Esta ponta de contato, apesar de possuir diâmetro reduzido,

Os medidores de circularidade e cilíndricidade são equipamentos que na configuração tradicional possuem uma mesa rotatória onde será apoiada a peça de forma cilíndrica e possuem um apalpador que irá encostar na peça. Ao girar a mesa, o apalpador sofrerá deslocamentos radiais proporcionais aos desvios de circularidade da peça. Esses deslocamentos são então registrados pelo equipamento para que seja possível analisar a peça com relação aos erros de circularidade e cilíndricidade.

2.2.1 Medidores de circularidade, cilíndricidade e de rugosidade

Fazem parte deste subgrupo equipamentos que possuem um apalpador que quando entra em contato com a peça transmite alguma informação seja de posicionamento ou de deslocamento.

2.2 Sensores apalpadores

Individualmente esses instrumentos são poucos versáteis, ou seja, um paquímetro universal está limitado a algumas medições como comprimentos, profundidades, largura, altura. Um micrômetro externo está limitado a medir diâmetros externos e eventualmente largura de peças.

A grande maioria das máquinas de medir por coordenadas utilizadas atualmente utilizam um sensor palpador de contato e como operam conjuntamente com um computador apresentam uma versatilidade muito grande permitindo medições e recuperação de formas geométricas com relativa facilidade. Porém, na sua concepção clássica, ela apresenta o mesmo inconveniente apresentado pelos demais instrumentos de medição por contato que é a impossibilidade de se efetuar medições em superfícies que se deformariam quando do contato com o palpador ou ainda, como citado por

instrumentos convencionais.

As máquinas de medir por coordenadas são equipamentos metrológicos capazes de executar diferentes tipos de medição substituindo a maioria dos instrumentos convencionais. Isso permite que se economize tempo ao medir peças de formas geométricas variadas além de suas características construtivas e de operação contribuirmos para minimizar os possíveis erros de medição causados pelo operador quando comparados com os erros nas medições executadas utilizando-se os

2.2.2 Máquinas de medição por coordenadas (MMC)

podendo ter até menos que 1,5 μm de diâmetro, limita o resultado da verificação às suas dimensões e um outro agravante é que como é necessário que a ponta se mova sobre a superfície da peça mantendo contato, dependendo do material da peça, algumas marcas poderão ser observadas na superfície o que significa que foi retirado material e conseqüentemente os resultados obtidos não refletem a rugosidade real da superfície.

Uma outra variação que surgiu mais recentemente é um equipamento portátil composto de uma base de dimensões reduzidas que permite sua fixação próximo ao local onde serão executadas as medições e um braço articulado com um apalpador de contato na sua extremidade e utiliza os mesmos princípios de medição das MMCs convencionais, ou seja, os resultados das medições são determinados a partir das coordenadas dos pontos obtidos durante as medições porém esses resultados são inferiores aos obtidos com as MMCs convencionais. Mais recentemente ainda, surgiu no mercado uma máquina de medição por coordenada com braço articulado com

equipamentos podem ser incluídos na categoria dos métodos não-contactantes. processamento de imagens, como em Busch et al. (1997). Com essas variações, esses equipamentos chamados de CCD (Charge Coupled Device), e técnicas de tratamento e deformável. Outros utilizam câmeras com dispositivo de carga acoplada, daqui para triângulo e são utilizados principalmente na medição de peças com material peças com superfícies deformáveis. Alguns desses apaladores utilizam o princípio da ser utilizados apaladores não-contactantes e seu uso foi estendido para medições de variações de máquinas de medir por coordenadas surgiram bem como começaram a Por causa de sua versatilidade na execução de medições, novos tipos de máquinas ou

de vibrações para que não haja influência do meio nos resultados das medições. características desse local deve ter temperatura e umidade controladas além de ser livre que pelas suas dimensões elas devem ficar em um local fixo e pelas suas Lee & Park(2000), em objetos com "superfície de forma livre". Outro inconveniente é

apalpador sem contato e que utiliza um sistema a laser para escanear a peça inspecionada.

3 Métodos não-contactantes

Os métodos não-contactantes são aplicados quando se deseja recuperar e medir peças com superfícies facilmente deformáveis, identificar detalhes na superfície do objeto, obter informações referentes à superfície do objeto como rugosidade sem deixar marcas na superfície, medição de grandes áreas na superfície terrestre e na medição e recuperação de formas geométricas complexas de objetos com superfícies rígidas.

Por outro lado, os métodos não-contactantes possuem limitações que restringem seu uso principalmente em medições dimensionais comumente realizadas na indústria convencional. Um exemplo, é o caso de operações envolvendo medição de diâmetros ou comprimentos de peças. Nesse exemplo específico, a medição utilizando um instrumento convencional pode ser mais apropriada pois a maioria das medições não-contactantes necessitam da montagem de um aparato que muitas vezes pode ser demorado e complexo. Uma outra limitação é que alguns métodos não-contactantes não podem ser aplicados em objetos com qualquer tipo de superfície. Por exemplo, alguns métodos que utilizam laser, têm melhores resultados se aplicados em objetos com superfície espelhada. Por outro lado, métodos que utilizam processamento de imagens apresentam melhores resultados quando aplicados sobre superfícies com reflexão perfeita (superfície Lambertiana). Além disso, exceto alguns métodos que utilizam laser, a precisão das medições obtidas é consideravelmente inferior quando comparada as obtidas pelos métodos contactantes.

O funcionamento dos interferômetros é basicamente o mesmo, conforme pode ser visto em Busch et al (1997). Uma luz, que pode ser o laser, proveniente de uma fonte luminosa é dividida ao passar por um divisor de feixe ou um espelho semi-transparente e um dos feixes, depois de ser refletido convenientemente por um ou mais espelhos e passar por lentes, atinge o objeto que está sendo analisado e após a

lentes colimadoras, espelhos e um divisor de feixes polarizador. Alguns desses equipamentos são simples e fáceis de operar, como os paralelos e planos ópticos, por exemplo, utilizados para a verificação de planez e paralelismo de superfícies e que podem inclusive utilizar a luz ambiente com resultados muito satisfatórios. Outros equipamentos, como os diferentes tipos de interferômetros possuem uma concepção mais complexa e, de maneira geral, são constituídos de lentes colimadoras, espelhos e um divisor de feixes polarizador.

O interesse por técnicas interferométricas na metrologia surgiu pelo fato de que “as ondas de luz poderiam ser usadas como um padrão natural de comprimento”, segundo Scarr (1967). Utilizando essa ideia e o princípio de interferência das ondas de luz, diversos equipamentos surgiram para a medição de erros de forma, comprimento, deslocamento, posicionamento e forma geométricas de objetos.

3.1 Interferometria

Com relação às medições não-contactantes, diferentes métodos podem ser utilizados dependendo da aplicação, forma do objeto e material. A seguir são mencionados alguns métodos não-contactantes.

As técnicas que utilizam o método da triangulação são usadas por sistemas ópticos para se executar medições de peças, preferencialmente de grande porte, e um dos exemplos de sua aplicação é na construção de palpadores ópticos usados em máquinas de medir por coordenadas, conforme a figura 3.1, Busch et al. (1997).

3.2 Triangulação

Além dos interferômetros e dos planos ópticos, existem outras técnicas que utilizam o fenômeno da interferência de ondas de luz para a inspeção de objetos como, por exemplo, a interferometria holográfica e a interferometria moiré que serão comentados adiante.

Essa característica de aplicação aliada com a alta precisão dos resultados, faz com que os interferômetros sejam utilizados principalmente em medições de componentes ópticos e peças de alta precisão.

Com relação à medição de formas, é possível inspecionar peças cilíndricas e concavidades e convexidades somente se a superfície for espelhada. Caso contrário, o uso do interferômetro se torna impossível pois é necessário que haja reflexão do feixe de luz quando este atingir o objeto.

após passar pelo divisor de feixe produzindo franjas de interferência.

reflexão junta-se novamente com o outro feixe que percorreu um caminho diferente

Apalpadores desse tipo têm sido empregados na medição e inspeção de superfícies deformáveis como modelos ou protótipos em cera, peças em plástico, modelos em argila, etc.

Uma fonte de luz, laser por exemplo, é projetada em direção à superfície do objeto que se deseja inspecionar. O feixe de luz ao atingir a superfície do objeto é refletido e atinge um sensor óptico. Entre o feixe projetado pela fonte de luz e o feixe que atinge o sensor é determinado o comprimento da reta de referência L . Conhecendo-se os ângulos θ e φ , que são os ângulos entre o feixe de luz projetado e a reta de referência e entre o feixe de luz refletido e a mesma reta de referência, observa-se no sensor o deslocamento Δx e, relação à primeira medição do ponto de referência e por trigonometria obtém-se a variação das posições dos pontos da superfície do objeto em relação ao primeiro ponto observado.

3.3 Luz estruturada

Na recuperação de formas tridimensionais de objetos pelo método da luz estruturada, um feixe de luz com geometria conhecida é projetado sobre o objeto e com uma câmera de vídeo observa-se como o feixe de luz projetado sobre o objeto é distorcido. O feixe de luz pode ter diferentes geometrias podendo ser da forma de uma faixa estreita, de um círculo ou de outra forma geométrica. Quando se utiliza uma faixa de luz projetada, este método também é chamado de “corte por luz” pois observa-se a forma de uma seção como se a faixa de luz estivesse cortando o objeto. Para se

recuperar a forma completa, pode-se colocar o objeto sobre uma mesa rotatória e observa-se a distorção da luz projetada durante a rotação do objeto.

O método da luz estruturada utiliza um sistema óptico simples e a forma do objeto pode ser obtida por meio de processamento de imagens sem grandes dificuldades sendo por isso bastante utilizado em visão robótica para a observação e recuperação de formas tridimensionais de objetos utilizando um feixe de laser e uma câmera CCD, como em Lee & Park (2000).

3.4 Técnicas de Moiré

Moiré é um termo genérico utilizado em medições, que utiliza o efeito da interferência entre duas grades superpostas compostas por segmentos retos, paralelos e com espaçamento constante. Este princípio é utilizado para determinar a forma ou topografia de superfícies. Existem dois métodos para se determinar a topografia por moiré: o método do tipo grade iluminada e o método por projeção de grades.

No método que utiliza grade iluminada, ilumina-se uma grade com segmentos retos, opacos, paralelos e com espaçamento constante de tal forma que as sombras dos segmentos sejam projetadas na superfície do objeto e observa-se a imagem da sombra projetada através da mesma grade. A sombra da grade projetada é deformada pela superfície do objeto e quando observada pela mesma grade, observa-se a formação de franjas de moiré. Estando a fonte de luz e o ponto de observação à mesma distância

da grade de referência, as franjas de moiré observadas correspondem às curvas de

nível da superfície do objeto.

No método de projeção de grades, um sistema óptico projeta uma grade sobre a superfície de um objeto e a imagem dessa projeção é formada em um sistema óptico de observação e essa imagem é observada por outra grade de referência colocada sobre o plano de formação da imagem por onde serão observadas as franjas de moiré que correspondem às curvas de nível da superfície do objeto. As grades tanto do sistema de projeção como de observação possuem as mesmas características no que diz respeito aos segmentos de reta.

Deslocando-se ambas as grades numa direção ortogonal aos segmentos das grades, altera-se a fase entra as grades fazendo com que as franjas de moiré que representam as curvas de nível se desloquem podendo se determinar se a superfície do objeto é côncava ou convexa.

3.5 Holografia

Holografia é um método de obtenção de formas tridimensionais de objetos sendo que as montagens que apresentam melhores resultados para a obtenção de formas de objetos complexos são as que utilizam um feixe duplo de luz que na verdade são obtidos da divisão de um único feixe. Um dos feixes é chamado de feixe de referência e é direcionado para um filme após passar por um filtro. A outra porção do feixe, chamada de feixe do objeto, pode ser opcionalmente dividida em outros dois feixes para se obter melhor iluminação e consequentemente melhores resultados. Os feixes

do objeto são então direcionados de modo a iluminar o objeto e a luz refletida do objeto atinge o filme que ao se juntar com a luz de referência forma um padrão de franjas de interferência gerando a imagem holográfica do objeto.

A seguir serão apresentados métodos que utilizam processamento de imagens. Esses métodos se enquadraram na categoria de métodos não-contactantes porém serão apresentados em um capítulo a parte pois a utilização de um sistema de imagens é essencial para a obtenção de informações de uma superfície e o processamento de imagens é utilizado para fornecer dados referente à superfície, ao contrário de alguns métodos não-contactantes, como por exemplo, a triangulação, que podem utilizar um sistema de imagens como um sensor óptico como alternativa.

4. Processamento de imagens

Os métodos que utilizam processamento de imagens para a recuperação de formas vêm ganhando espaço e têm sido objeto de diversos estudos pois têm se mostrado promissores por apresentarem algumas vantagens, conforme Niemann et al. (1990), tanto em relação aos demais métodos sejam contactantes ou não-contactantes. Se for considerada apenas sua aplicação para a recuperação de formas geométricas de objetos e peças, desconsiderando o processamento de imagens utilizado na área médica, os métodos que utilizam processamento de imagens apresentam como principal vantagem a simplicidade do sistema. Em alguns casos, apenas uma única câmera CCD pode ser necessária para a aquisição de múltiplas imagens de um mesmo objeto. Além disso, em uma única imagem, pode-se isolar áreas de interesse para se analisar detalhes específicos na superfície do objeto. Porém, os resultados obtidos, tanto em termos qualitativos como quantitativos, são inferiores aos métodos contactantes e alguns não-contactantes, como os métodos interferométricos por exemplo.

Os métodos de recuperação de formas que utilizam processamento de imagens podem ser divididos em duas categorias: o método estático e o dinâmico.

No método estático não são necessárias informações sobre o tempo. Ou seja, as informações sobre o objeto em análise podem ser obtidas de uma única imagem ou de um conjunto de imagens porém com o objeto em uma única posição em relação ao conjunto de câmeras utilizadas.

Um exemplo da recuperação de forma de objetos a partir de uma única imagem pode ser visto no trabalho Zerroug & Nevatia (1999). A técnica consiste em detectar qualquer ambiente sem muitas restrições ou cuidados especiais.

Neste método, o objetivo é representar tridimensionalmente um objeto a partir das informações bidimensionais de uma única imagem, como em Torreão (1995) e Zerroug & Nevatia (1999). Um fator motivador para a utilização deste método é que pelo fato de se utilizar apenas uma única imagem, ela pode ser obtida praticamente em

4.1.1 Imagem única

A seguir, algumas técnicas de processamento de imagens pelo método estático:

Alguns métodos de processamento de imagens pelo método estático utilizam uma configuração bastante simples em termos de equipamento para a aquisição de imagens porém os resultados nem sempre são satisfatórios além de exigir um esforço computacional elevado.

4.1 Método estático

Já o método dinâmico requer informações temporais. Neste método, a recuperação da forma é obtida a partir de informações extraídas de diferentes imagens do mesmo objeto em movimento em relação à câmera. Dessa maneira, pode-se ter diferentes configurações objeto-câmera: o objeto em movimento e a câmera fixa e o objeto fixo e a câmera em movimento ou ambos em movimento porém em sentidos opostos ou velocidades diferentes.

nas imagens.

Este método necessita de pelo menos duas imagens de uma mesma cena obtidas por pelo menos duas câmaras em posições diferentes ou por uma mesma câmara em posições diferentes e o objetivo é determinar a profundidade dos pontos observados

(1996), Gonzales & Woods (2000), Horn (1986), Vailliant & Faugeras (1992).

O método de visão estéreo é utilizado em aplicações de recuperação de formas de peças e também na determinação de dados tridimensionais de ambientes, visão robótica, levantamento de topografia de grandes áreas terrestres e no auxílio para a elaboração de mapas geográficos, entre outras aplicações, conforme Castleman

4.1.2 Visão estéreo

O problema está exatamente em detectar corretamente esses contornos e bordas pois um determinado contorno pode estar fragmentado por outros contornos, detalhes ou elementos do próprio objeto dificultando a segmentação dos elementos para a análise.

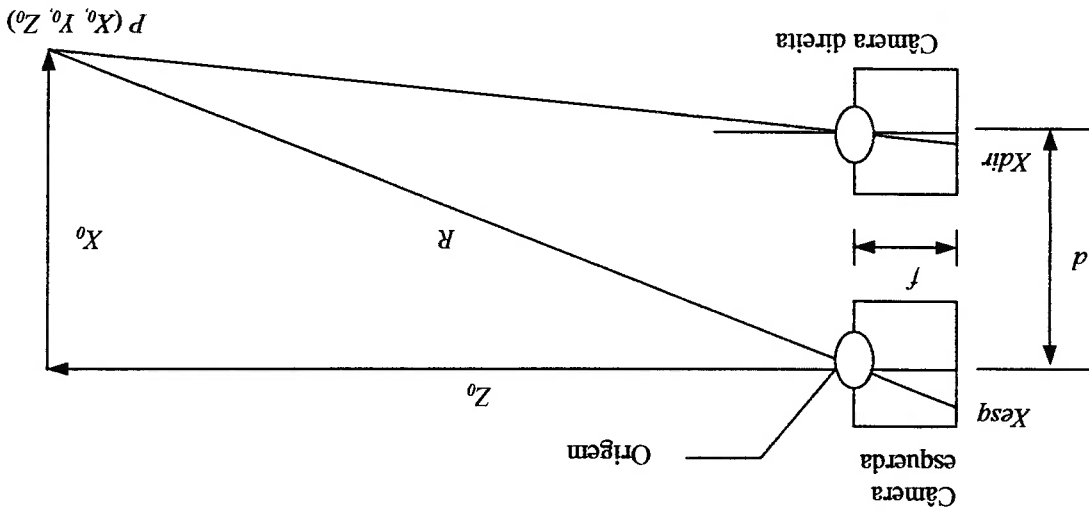
representação do objeto inteiro.

bordas e contornos do objeto e de seus elementos, segmentar os elementos do objeto e a partir das bordas e contornos obter a forma geométrica, que em alguns casos é obtida separadamente para cada elemento a partir de comparações com modelos genéricos de algumas formas geométricas, e depois, agrupar os elementos para a

A grande dificuldade deste método está exatamente em identificar os dois pontos correspondentes ao ponto P nas duas imagens. Esta tarefa é facilitada quando se tem pontos facilmente identificáveis na superfície do objeto porém quando a superfície não possuir tais pontos, como bordas por exemplo, a identificação do par estereó é extremamente difícil. Um outro problema que pode ocorrer é que mesmo tendo

Conhecendo-se a distância d entre os eixos da câmera, a distância focal f das lentes e as coordenadas X dos pontos correspondentes ao ponto P nas imagens obtidas pelas câmeras esquerda e direita respectivamente, obtêm-se matematicamente Z_0 e posteriormente R .

Figura 4.1 – Sistema de imagem estereó



Considerando uma configuração conforme a figura 4.1 que utiliza duas câmeras idênticas direcionadas para o objeto, o objetivo é determinar a distância R entre o centro da lente de uma das câmeras e um ponto qualquer na superfície do objeto representado pela letra P .

diversos pontos identificáveis, um determinado ponto é identificado somente em uma

das imagens pois na outra este ponto pode estar encoberto por causa da própria forma

do objeto, como na figura 4.2.

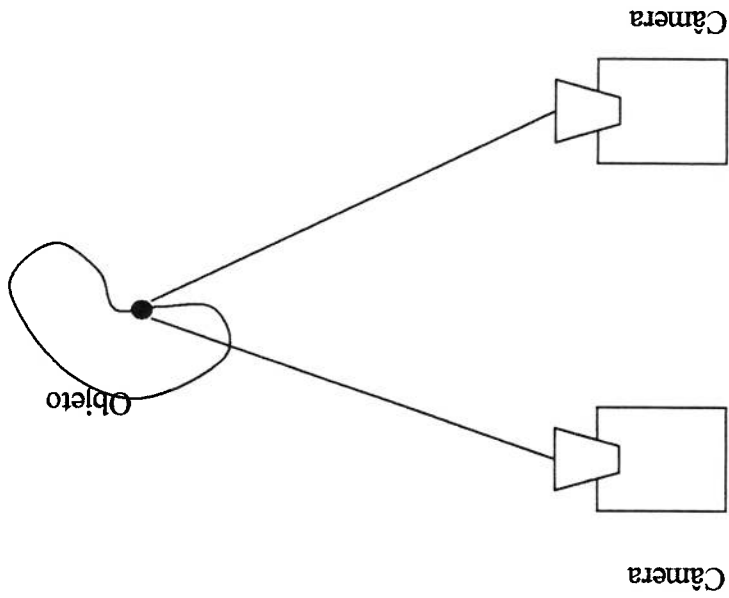


Figura 4.2: Ponto encoberto

4.1.3 Fotometria estereo

Fotometria estereo é uma alternativa ao método de visão estereo onde é utilizada

apenas uma câmera numa posição fixa que captura as imagens de uma cena variando a

posição da fonte de luz, Castleman (1996), Horn (1986), Torreão (1995). Dessa

forma, alguns detalhes que não são visíveis em uma imagem por causa de sombras

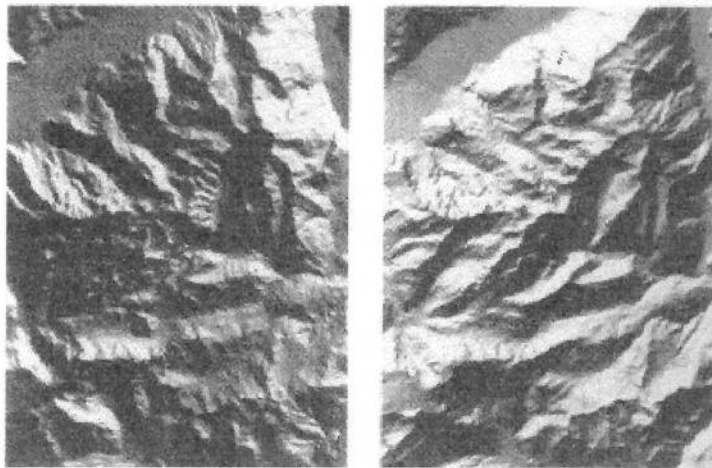
causadas pela fonte de luz incidindo em uma determinada direção, em uma outra

imagem com a fonte de luz incidindo de uma direção diferente podem ser observados.

Utilizam-se mapas de reflectância (reflectance map) das imagens e então esses mapas são analisados conjuntamente para a obtenção da forma tridimensional do objeto. Onde devem ser considerados o ângulo entre o vetor da fonte de luz e o vetor normal à superfície.

Para se chegar a forma final recuperada através do método de fotometria estereó, é necessário analisar propriedades de reflectância da superfície e as condições de iluminação. A quantidade de luz incidente, irradição, nem sempre é conhecida e a quantidade de luz refletida, a radiação, que é obtida pelo sensor de imagem depende não apenas dessa luz incidente como também da forma da superfície ou do objeto, onde apenas ser considerados o ângulo entre o vetor da fonte de luz e o vetor normal à superfície.

Figura 4.3 - Superfície terrestre com diferentes condições de iluminação
(Figura extraída de Horn, 1986)



A imagem da forma recuperada do objeto ou cena depende então das propriedades de reflectância da superfície e da distribuição das fontes de luz. Na figura 4.3 é mostrada duas imagens de uma superfície terrestre obtidas com a câmera em uma posição fixa com a luz solar incidindo em duas direções distintas.

Assumindo que a fonte de luz é uniforme, pode-se definir $s = [s_x, s_y, s_z]^T$ como um vetor unitário e a normal é definida como $n = [p, q, 1]^T$. Substituindo na equação 1, chega-se à equação da reflectância:

onde ρ é o fator de reflectância.

$$(1) \quad R(p, q) = \rho \frac{\|n\|s}{n \cdot s}$$

definido por:

A partir do esquema apresentado na figura 4.4, o mapa de reflectância pode ser

de luz, é possível conhecer esse ângulo.

proporcional ao cosseno do ângulo entre a normal da superfície e a direção da fonte superfície, considerando uma superfície lambertiana, que diz que a luz emitida é Como é necessário ter conhecimento das direções da fonte de luz incidindo sobre a

reflectância mostradas a seguir, chega-se aos valores de p e q .

Se forem conhecidas as direções das fontes de luz, através das equações do mapa de

a orientação do vetor normal a ela, como em Ulupinar & Nevatia (1993).

obtido na forma de um gradiente (p, q) da inclinação da superfície nas direções x e y e relaciona a orientação da superfície com a intensidade refletida pela superfície e é mapa de reflectância é uma informação de cada ponto analisado nas imagens que

O objetivo é então encontrar a orientação do vetor normal em cada ponto da imagem e para isso devem ser feitas algumas considerações sobre o modelo de reflectância, sobre a orientação de alguns vetores normais em pontos particulares, como por

(1996) e Horn (1986).

Shape from shading é a recuperação da forma de objetos a partir de uma única imagem, como em Bell & Carlsen (1991) e Torreão (1995). Assim como no método da fotometria estereó utiliza-se um modelo de reflectância, chamado de mapa de reflectância, descrevendo a relação entre o nível de cinza ou intensidade em um ponto da imagem e a orientação desse ponto, caracterizado pelo vetor normal Castleman

4.1.4 Shape from shading

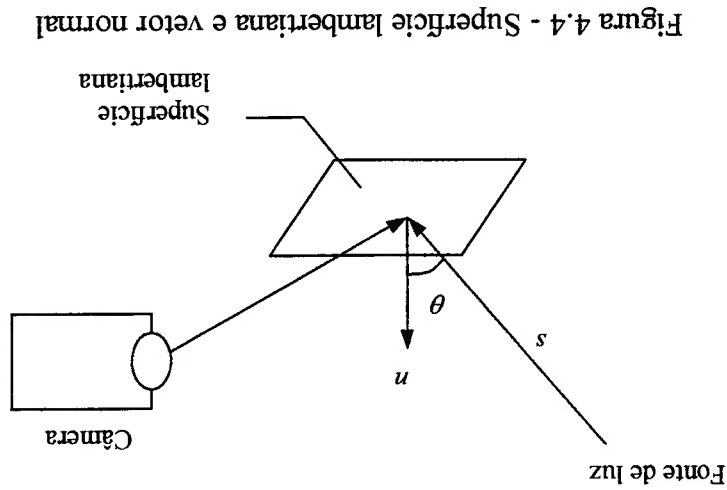


Figura 4.4 - Superfície lambertiana e vetor normal

$$R(d, b) = \rho \frac{s_x d + s_y b + s_z \sqrt{d^2 + b^2 + 1}}{s_x d + s_y b + s_z} \quad (2)$$

exemplo, pontos de intensidade máxima, sobre a posição e a direção da iluminação e sobre a superfície, se é perfeitamente lambertiana, por exemplo.

Essas considerações são extendidas por toda a imagem para se calcular as orientações dos vetores normais. O processo termina quando se obtém um mapa de vetores normais uniforme e estável. O último estágio é reconstruir a forma 3D da superfície a partir do mapa de vetores.

Porém, existem diferentes hipóteses ou considerações possíveis com relação à orientação dos vetores dos pontos particulares, posição da fonte de luz, entre outras, que podem levar a resultados diferentes no cálculo dos vetores normais. Um outro problema que ocorre é na recuperação de formas de objetos coloridos pois a grande maioria dos algoritmos de “shape from shading” assumem reflectância constante para a superfície. Numa imagem colorida, o sombreamento (shading) e a reflectância são confundidos.

4.2 Método dinâmico

Enquanto que no método estático a análise da variação da intensidade de um determinado ponto em imagens diferentes era função de $I(x, y)$ o que caracterizava uma variação apenas espacial, no método dinâmico a intensidade é denotada por $I(x, y, t)$ onde t representa o tempo. A intensidade passa a ser função de três variáveis e possui uma variação espaço-temporal.

Partindo da ideia de que a recuperação de formas de objetos é facilitada analisando-se uma sequência de imagens, diferentes métodos têm sido estudados. Esses métodos podem ser classificados em três grupos: os métodos que utilizam uma câmera em movimento lateral para capturar imagens de uma cena estática, os métodos que utilizam uma câmera que executa um movimento circular para capturar imagens de um objeto fixo e os métodos que utilizam uma câmera fixa que captura imagens de um objeto em rotação. Esses métodos serão vistos a seguir.

Apesar da observação e análise de detalhes encobertos por arestas e profundidade de detalhes na superfície serem provavelmente as principais vantagens do método de visão estereó com relação a outros métodos estáticos, nos métodos dinâmicos essa tarefa se torna mais fácil pois o problema da correspondência dos pontos entre as imagens é minimizado já que como se utiliza um número maior de imagens as variações em x dos pontos analisados são menores entre as imagens já que a dificuldade de se encontrar pares de pontos correspondentes aumenta com a distância entre os centros das lentes das câmeras, como mencionado em Baker & Bolles (1989) e Bolles et al. (1987).

de detalhes na superfície do objeto, concavidades e convexidades.

Algumas informações podem ser extraídas mais facilmente de uma sequência de imagens variando com o tempo do que em imagens estáticas como, por exemplo, detalhes da superfície de um objeto encoberto por uma aresta ou borda, profundidade

4.2.1 Método do movimento lateral da câmara

Alguns métodos dinâmicos utilizam uma câmara que executa um movimento lateral que captura diversas imagens de uma cena estática e a partir da sequência de imagens capturadas reconstrói não só a forma parcial dos objetos mas a posição espacial destes na cena. A aplicação desses métodos não se restringe apenas à recuperação de formas de objetos mas também podem ser usados na navegação de robôs como em Baker & Bolles (1989) e Bolles et al. (1987).

Em Baker & Bolles (1989) e Bolles et al. (1987) é generalizado o uso da EPI (Eipolar Plane Image) para a reconstrução de uma cena ou forma de um objeto através de uma análise de uma sequência de imagens capturadas por uma câmara em movimento. O termo Eipolar Plane Image ou simplesmente EPI foi introduzido por Bolles et al. (1987) como sendo uma técnica para a obtenção da descrição tridimensional de uma cena ou objeto. Nesse trabalho, os autores aproveitaram o conceito de plano eipolar já conhecido em técnicas de processamento de visão estéreo que permite que a busca por pontos correspondentes entre imagens seja reduzida de duas para uma dimensão desde que as alturas dos centros das câmeras utilizadas na aquisição das imagens sejam as mesmas, como também pode ser visto em Ponce & Genc (1998), Shapiro et al. (1995) e Zhang (1997). O conceito de plano eipolar é estendido para uma sequência de diversas imagens capturadas por uma câmara mantendo a altura do centro da lente constante e a descrição tridimensional da cena é obtida a partir da análise individual dos planos eipolares da cena.

Dessa maneira, é possível analisar a trajetória de um ponto na EPI sendo que em uma EPI de uma cena real, serão observadas diversas trajetórias de pontos correspondentes a arestas de objetos ou outros detalhes capturados nas imagens que em determinadas posições da câmera alguns desses objetos podem ser encobertos ou ocultos por outros objetos e se tornarem visíveis. Essa condição, em que o objeto ora é encoberto e desaparece na sequência de imagens e ora surge na sequência de imagens pode ser observada em uma EPI quando as trajetórias de dois pontos se unem e apenas uma trajetória é visível ou quando uma trajetória é dividida em um determinado momento e duas trajetórias são observadas.

para se obter a representação tridimensional da cena. Escolhendo-se uma determinada altura, é extraída uma linha de cada imagem onde plano epipolar está contida nas linhas localizadas na mesma altura em todas as imagens da sequência. Para concentrar as informações referentes ao plano epipolar em questão, é construída uma imagem da sequência de linhas chamada de "Imagem do Plano Epipolar" ou simplesmente EPI, do termo original em inglês "Epipolar Plane Image". O resultado da análise de todas as EPIs da cena pode ser então combinado Com o movimento da lateral da câmera como em Baker & Bolles (1989) e Bolles et al. (1987), tem-se então um deslocamento em x dos pontos da imagem em relação ao tempo. Para ilustrar, na figura 4.5 está representada uma sequência de imagens de um ponto P qualquer capturadas em sequência e na figura 4.6 a EPI.

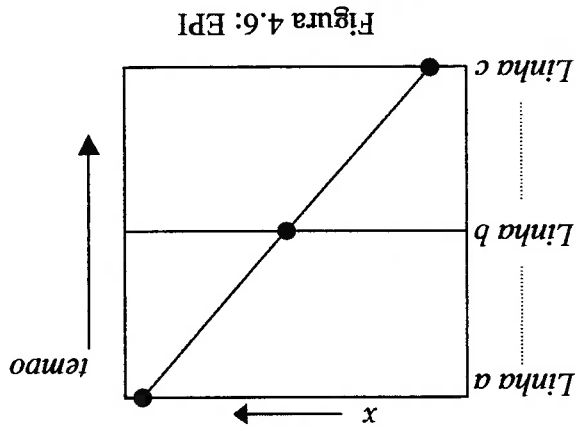
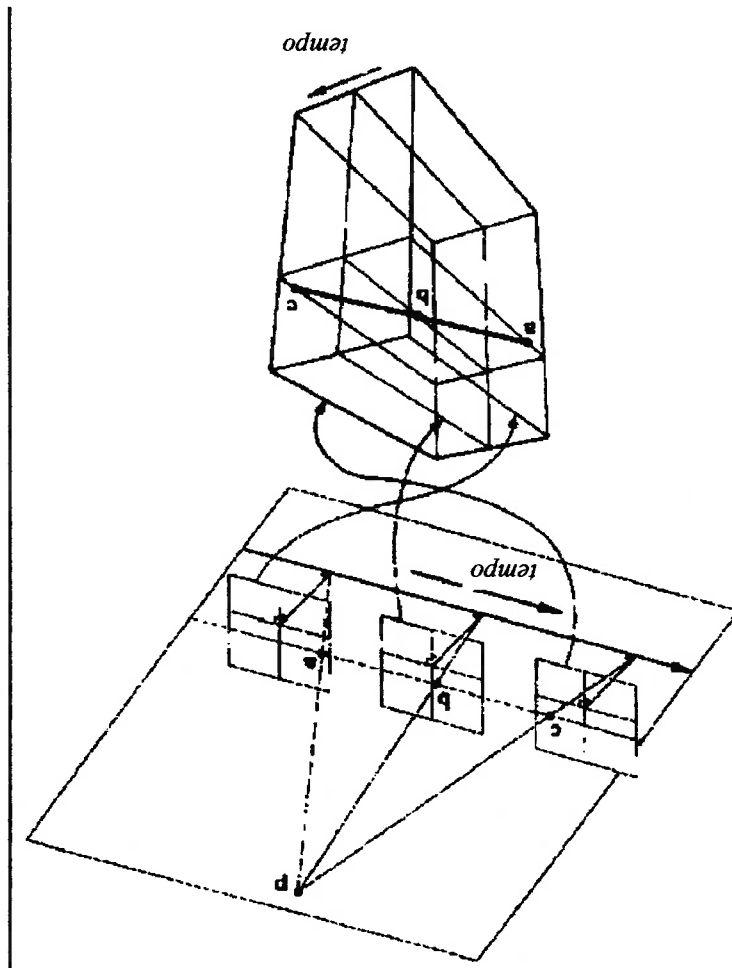


Figura 4.6: EPI

Figura 4.5: Movimento lateral da câmara (figura extraída de Bolles et al, 1987)



Para identificar qual ponto é encoberto por outro ponto ou qual ponto se torna visível em determinado momento, as trajetórias são analisadas observando-se a continuidade das mesmas. Por exemplo, se um ponto observado durante uma sequência de imagens não for oculto por nenhum outro, não haverá nenhuma descontinuidade em sua trajetória e de maneira oposta, um ponto que é oculto apresentará uma descontinuidade. Isso está ilustrado na figura 4.7.

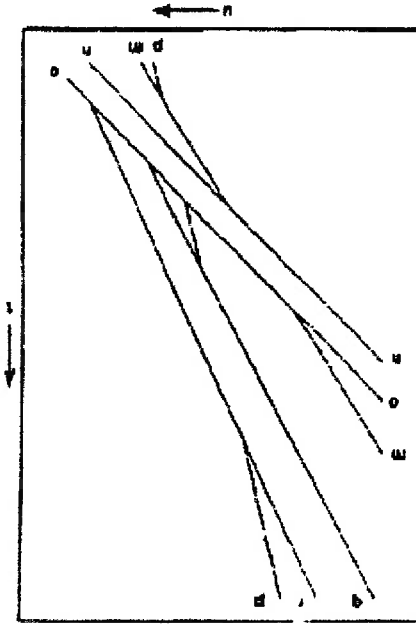


Figura 4.7: Trajetórias de pontos encobertos (figura extraída de Bolles et al, 1987)

Vale lembrar que a trajetória retínea de um ponto da maneira como está representada na figura 4.5 só acontece se a câmera mover-se perpendicularmente e mantendo uma distância constante em relação a cena pois se a câmera mover-se variando a sua distância em relação a cena, a trajetória dos pontos assumirá formas não retíneas. Como exemplo, se a câmera variar a distância em relação a cena bem como a direção de observação, a EPI apresentará trajetórias de formas variadas e não uniformes. Uma

outra possibilidade é ter-se a câmera fixa e o objeto em rotação. Essa configuração resultará numa EPI cuja trajetória dos pontos terá a forma senoidal como será visto

mais adiante.

Uma outra característica observada por Bolles et al. (1987) foi que em uma EPI resultante de uma sequência de imagens capturadas por uma câmera movendo-se perpendicularmente em relação a cena, a trajetória dos pontos apresentavam inclinações diferentes. Quanto mais distante um ponto encontrava-se da lente da câmera, mais inclinada era a trajetória do ponto.

Para recuperar a forma parcial dos objetos, pois a câmera captura apenas imagens das áreas dos objetos voltadas para a câmera, bem como reconstruir uma cena utilizando-se uma configuração como a citada acima, foram identificadas as trajetórias numa EPI observando os segmentos de retas existentes que nada mais são do que trajetórias de pontos de objetos que são encobertos ou ocultos por outros objetos durante o deslocamento da câmera. As coordenadas dos pontos dos objetos foram obtidas em um determinado plano epipolar associado à EPI bem como as inclinações e interseções das linhas. Obtendo-se uma EPI para diferentes alturas de modo a cobrir toda a cena, obtêm-se as coordenadas (x, y, z) dos pontos necessárias para a reconstrução da imagem.

4.2.2 Métodos do movimento variável da câmera e objeto fixo

Bolles et al. (1987) estenderam a aplicação de seu método para o caso onde a câmera move-se variando a distância em relação a cena analisaram EPIs de movimentos arbitrários da câmera, objetos curvos e objetos em movimentos. Utilizando o princípio da dualidade, as trajetórias que apresentavam formas curvas e não uniformes nas EPIs foram transformadas em retas obtendo-se uma outra imagem com as trajetórias dos pontos. Assim, as trajetórias puderam ser analisadas de maneira semelhante às trajetórias de uma EPI com a câmera movendo-se lateralmente mantendo a distância constante com relação aos objetos da cena.

Para recuperar a forma parcial dos objetos em uma cena, BOLLES et al. (1987) primeiramente mediram as posições dos objetos e seus respectivos pontos de fácil identificação e então reconstruíram graficamente um modelo de uma determinada seção obtendo uma EPI simulada da cena.

Com esta técnica é possível se obter a recuperação completa da forma do objeto fazendo com que a câmera execute um movimento circular em torno do objeto de modo que possam ser obtidas imagens de toda sua superfície. Esses métodos se mostram mais adequados ao uso em indústrias pois as imagens do objeto que se pretende analisar é isolada mais facilmente se comparadas com as imagens adquiridas de cenas estáticas.

4.2.3 Métodos do objeto em rotação

Uma outra configuração possível é se utilizar uma câmera fixa e o objeto em rotação. Essa configuração normalmente é mais simples e com custos menores além de necessitar de um espaço reduzido ao contrário das configurações que utilizam movimento da câmera. Aqui o movimento de rotação do objeto pode ser feito por uma mesa rotatória onde coloca-se o objeto sendo que o movimento de rotação da mesa pode ser conhecido e controlado. Além da simplicidade do sistema uma outra característica que pode ser citada é que utilizando esse método é possível isolar mais facilmente um objeto do restante da cena através de detecção de bordas, por exemplo. Isso faz com que esse método seja mais adequado quando se pretende analisar e recuperar formas de um único objeto, tarefa muito comum em ambientes industriais.

Em Szeliski; Kang (1994) utilizam uma técnica de mínimos quadrados não lineares para recuperar a forma e o movimento de objetos em rotação analisando o fluxo da imagem. Segundo os autores, utilizando-se mínimos quadrados é possível se trabalhar com perspectivas ou modelos de câmeras arbitrários, trajetórias parciais ou incertas e usar simultaneamente a correspondência entre pontos e linhas. Para rastrear os pontos quadro a quadro, foi usado um algoritmo baseado no operador de monotonicidade que computa o número de pixels vizinhos cuja intensidade é menor que aquela do pixel central.

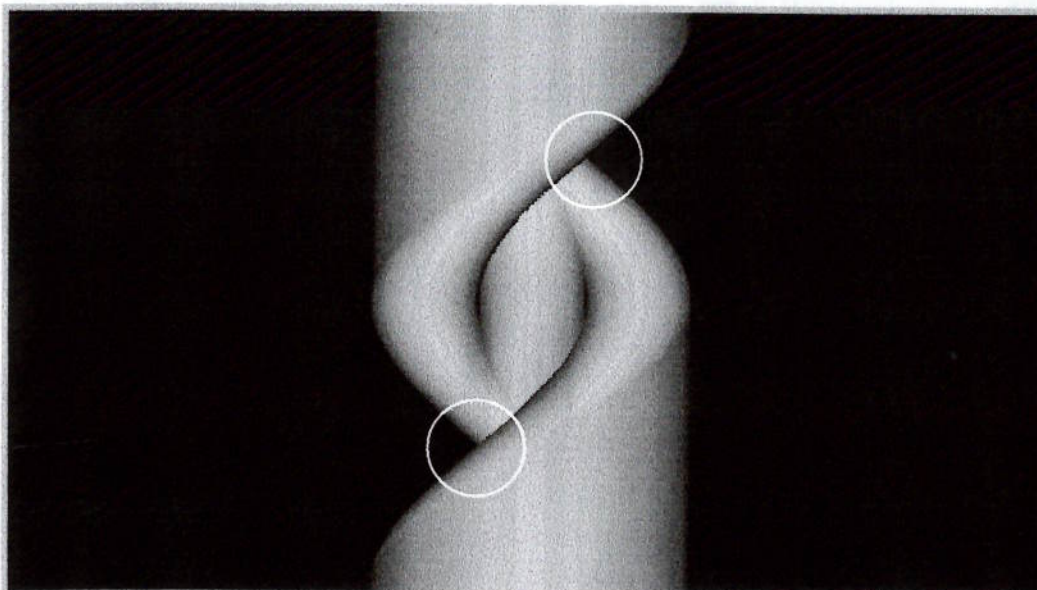
Praticamente todos os trabalhos e estudos de recuperação de forma de peças que utilizam método dinâmico analisam a trajetória de pontos na sequência de imagens.

Quando se utiliza uma configuração onde a distância entre a câmera e a cena ou objeto se mantém constante, as trajetórias dos pontos na sequência de imagens podem ser generalizadas. Por exemplo, quando em uma configuração que utiliza movimento lateral da câmera (item 4.2.1), os pontos descrevem uma trajetória retilínea. Quando se utiliza movimento circular da câmera ou objeto em rotação e câmera fixa, observa-se que os pontos na sequência de imagens descrevem uma curva. Partindo desse raciocínio, Sawhney et al (1993) identificaram trajetórias de pontos em uma sequência de imagens ajustando os pontos identificados a diferentes curvas. Sabendo que em uma projeção perspectiva a trajetória dos pontos assume a forma de uma elipse, por exemplo, Sawhney et al (1993), utilizando elipses de diferentes dimensões conhecidas, foram agrupando os pontos observados na sequência de imagens em torno das elipses e se decidiram pela elipse que melhor agrupava os pontos. Os pontos então sobre a elipse escolhida, representaram a trajetória de um elemento ou ponto do objeto em rotação. Para uma projeção ortográfica superior de um objeto em rotação, utilizaram círculos de diferentes diâmetros e de maneira análoga obtve-se as trajetórias de pontos. Encontrada a elipse ou círculo mais adequado a uma trajetória específica, foi possível então determinar a distância do ponto correspondente à trajetória em questão em relação ao centro de rotação e tendo as informações temporais dos diferentes pontos, foi possível representar graficamente diferentes trajetórias de pontos visíveis no objeto.

Ao contrário dos trabalhos citados acima, que não se preocupavam com concavidades ou regiões planas de objetos que ficariam ocultas durante uma determinado período da rotação, Zheng (1994) apresentou um método que identificava com precisão a

Essas descontinuidades observadas na EPI são correspondentes às descontinuidades que ocorrem na linha de observação que tangencia a superfície do objeto durante sua rotação. Essa linha de observação que tangencia o objeto durante a rotação, em determinado momento tangenciará ao mesmo tempo dois pontos localizados em dois segmentos côncavos (ver fig. 4.9) denotando a presença de uma região oculta.

Figura 4.8 - Descontinuidades em uma EPI



Eixo de rotação

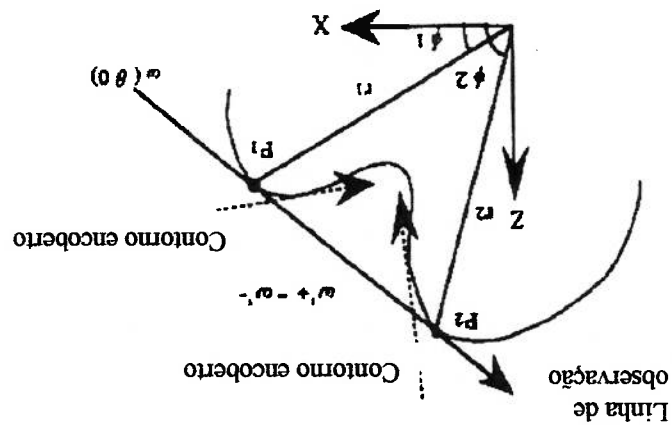
existência de tais regiões através da análise dos contornos de uma EPI. Utilizando projeção ortogonal e analisando o contorno de EPIs, uma região encoberta por dois segmentos côncavos pode ser determinada quando for observada uma descontinuidade no contorno da EPI, como na figura 4.8 indicados pelos círculos.

Nas EPIs obtidas do objeto em rotação observa-se deslocamentos laterais da luz refletida que são devidos às variações de forma do objeto. Analisando o comportamento da luz refletida observada na EPI bem como a trajetória de pontos identificáveis da superfície do objeto, pode-se chegar a informações referentes a forma do objeto. Como exemplo, na figura 4.11 foram simuladas três EPIs em sequência de três objetos com formas diferentes refletindo uma faixa de luz.

especular. Ver figura 4.10.

Em dois trabalhos seguintes, Zheng & Murata (2000), e Zheng at al (1997), também podem ser observados o interesse de se identificar e recuperar formas de peças contendo regiões côncavas. Assim como em Zheng (1994), em Zheng at al. (1997) e Zheng & Murata (2000) foram utilizadas EPIs porém os objetos possuíam superfície especular ao invés de lambertiana. Em Zheng at al. (1997) foi proposto um método para identificar diferentes tipos de formas na superfície de objetos que consiste em projetar faixas de luz durante a rotação do objeto que são refletidas pela superfície

Figura 4.9: Pontos tangenciados pela linha de observação
(Imagem extraída de Zheng, 1994)



Em 4.11(a) estão demonstradas as três formas com diversas marcações nos seus contornos. Em 4.11(b), as EPIs simuladas com a faixa de luz refletida. Em 4.11(c), a

Figura 4.11 - EPIs com faixa de luz refletida (Imagem extraída de Zheng et al, 1997)

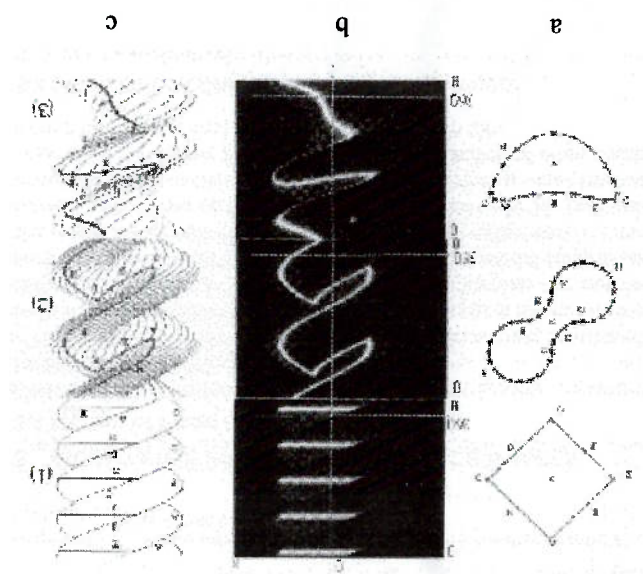
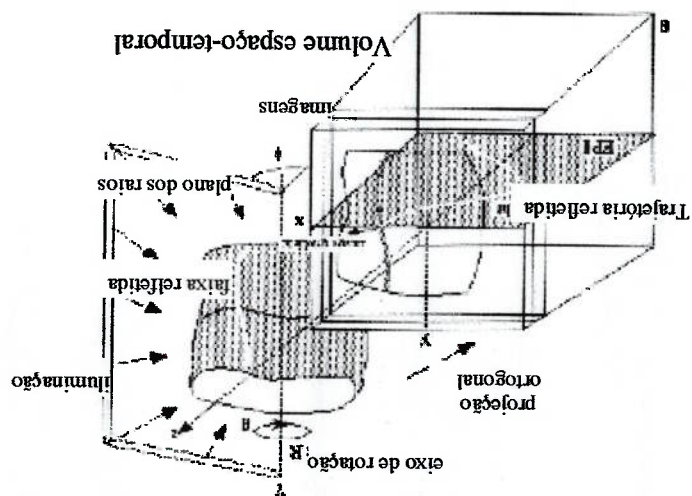


Figura 4.10 - Projção das faixas de luz no objeto (Imagem extraída de Zheng et al, 1997)



visualização das trajetórias dos pontos dos contornos e a faixa de luz refletida

extraídas das EPIs.

Denominando a velocidade da trajetória da luz refletida como $v_L(\theta)$ e a velocidade da trajetória do ponto como $v^d(\theta)$, Zheng et al. (1997), chegaram às seguintes

conclusões:

para,

$v_L(\theta) = v^d(\theta)$, trata-se da trajetória de um ponto na aresta do objeto

$v_L(\theta) < v^d(\theta)$, trata-se de uma região convexa

$v_L(\theta) \infty$, trata-se de uma região plana

$v_L(\theta) > v^d(\theta)$, trata-se de uma região côncava.

Estes efeitos podem ser encontrados na EPI, respectivamente, onde:

- a) a trajetória da luz refletida está sobre a trajetória de uma aresta ou borda do objeto.
- b) a trajetória da luz refletida é mais vertical que as trajetórias dos pontos de uma região convexa.
- c) a trajetória da luz refletida é horizontal em um plano.
- d) a trajetória da luz refletida é mais horizontal que as trajetórias dos pontos de uma região côncava.

Utilizando uma única faixa de luz projetada sobre a superfície do objeto com a câmera alinhada ao eixo de rotação, a forma pode ser recuperada a partir da faixa de luz

refletida. Percorre-se a faixa de luz e ao detectar o cruzamento de uma trajetória do ponto da superfície, passa-se a analisar essa trajetória para um dos lados até o ponto em que se encontra a tangente horizontal. Encontra-se a variação angular e a distância entre o instante em que o ponto cruza a faixa de luz e o ponto na tangente, encontra-se, então, as coordenadas (X, Y) do ponto da respectiva trajetória e repetindo o processo para todas as trajetórias, obtêm-se a forma do objeto Zheng et al. (1997).

Para o caso em que se utilizam duas faixas de luz projetadas sobre a superfície do objeto em rotação, conhecendo-se a posição angular das duas faixas projetadas em relação ao eixo de rotação, basta encontrar a variação angular entre o instante que a trajetória cruza a primeira faixa e o instante em que ela cruza a segunda faixa de luz refletida. A partir das coordenadas em x dos pontos referentes ao cruzamento da trajetória do ponto com a trajetória do feixe de luz e a variação angular, obtêm-se as coordenadas (X, Y) do ponto da respectiva trajetória e repete-se o procedimento para as demais trajetórias identificáveis na superfície do objeto Zheng et al (1997) e Zheng & Murata (2000).

5. Método dos Dois Pontos Simétricos

Todos os métodos citados no item 4.2 têm como característica comum o fato de utilizarem objetos com pontos na superfície facilmente identificáveis até mesmo a olho nu. Isso facilita a identificação da trajetória de um ponto porém nem sempre esses pontos são observados ou algumas vezes não há uma quantidade de pontos facilmente identificáveis na superfície do objeto que permita a recuperação de sua forma geométrica sem a necessidade de se fazer considerações e estimativas a partir de alguns pontos e estendê-las para o restante da superfície.

A partir desse raciocínio, Takahashi (1997) e Takahashi & Horikawa (1997) propuseram um método onde não é necessária a presença de pontos facilmente identificáveis. Esse método foi denominado de “Método dos Dois Pontos Simétricos” e que consiste em identificar em uma EPI, pares de pontos com a mesma intensidade que sejam pertencentes a uma mesma trajetória de um determinado ponto da superfície do objeto.

Para o desenvolvimento do método, foi adotada a hipótese da superfície perfeitamente Lambertiana do objeto e iluminação feita através de uma fonte de luz com raios paralelos projetada ortogonalmente sobre o objeto. A iluminação segue a mesma direção longitudinal da câmera (fig 5.1) e com um ângulo vertical ϕ , conforme figura 5.2.

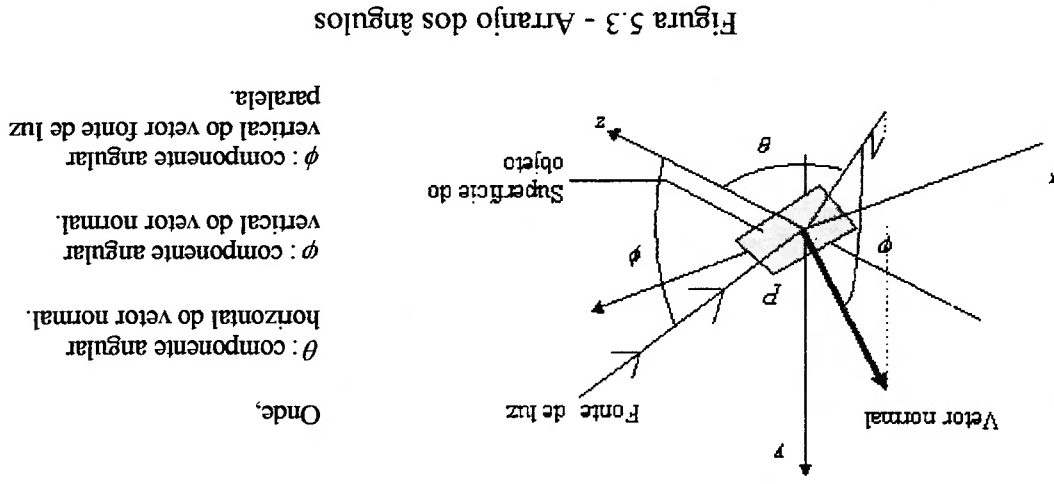


Figura 5.3 - Arranjo dos ângulos

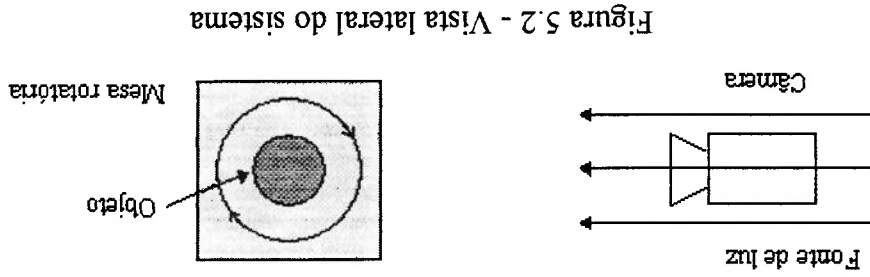


Figura 5.2 - Vista lateral do sistema

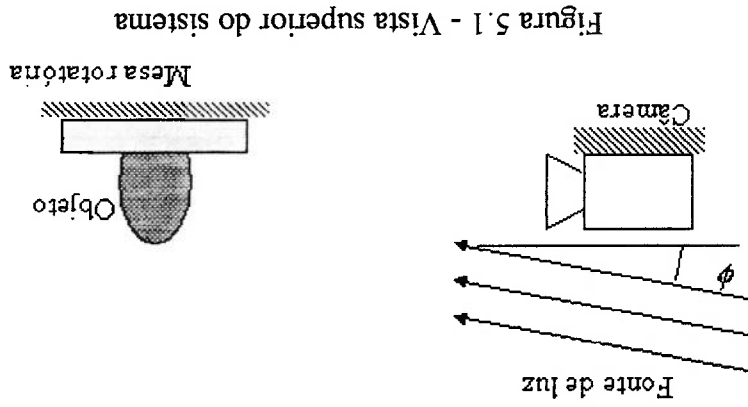


Figura 5.1 - Vista superior do sistema

figura 5.3.

O objeto é colocado sobre uma mesa rotatória (figuras 5.1 e 5.2) e são capturadas imagens em intervalos angulares pré-definidos. O arranjo dos ângulos é mostrado na

onde ξ é o fator de reflectância da superfície e I_L a intensidade da fonte de luz.

$$(3) \quad I = I_L \cdot \xi \cdot \cos(\phi) - \phi \cdot \cos(\theta)$$

tem-se a seguinte equação para o arranjo angular da figura 5.3:

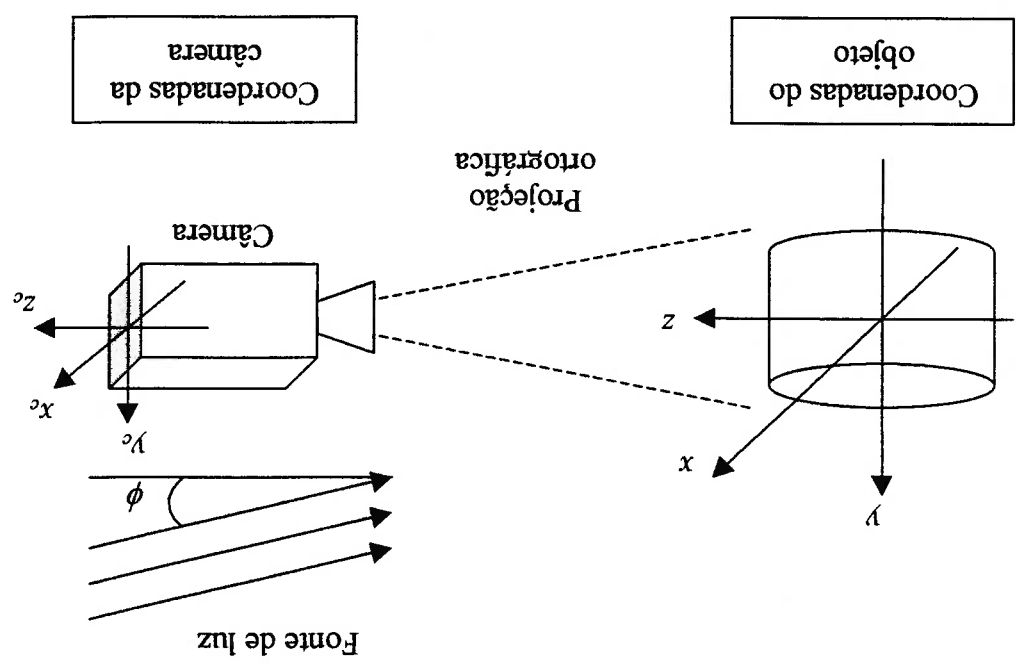
que os raios dessa luz formam com a normal da superfície. A partir dessa afirmação, refletida por uma superfície é proporcional à intensidade da luz incidente e ao ângulo porém com diferentes coordenadas (x,y) . Segundo a Lei de Lambert, a intensidade mesmo ponto P na superfície do objeto terá a mesma intensidade em todas as imagens capturadas por uma câmera em diferentes posições, observar-se-á que um com uma fonte de luz de raios paralelos incidindo sobre sua superfície e diversas de observação, refletindo toda a luz incidente. Ou seja, se imaginarmos um objeto fixo lambertiana apresenta a mesma intensidade de luz refletida qualquer que seja a direção durante a rotação do objeto. Isso é possível pois uma superfície de difusão perfeita ou A trajetória de um ponto é identificada a partir da variação da intensidade que ocorre seções transversais, é possível recuperar a forma total do objeto.

Neste método, a recuperação da forma do objeto é obtida a partir de diversas EPIs em diferentes alturas e em cada EPI identifica-se curvas senoidais das trajetórias descritas pelos pontos e obtém-se a seção transversal correspondente. Após a obtenção de todas as

características da fonte de luz, onde foi assumido que esta projetava luz de raios
 Valendo-se das considerações assumidas quanto à superfície do objeto e das
 ângulo θ for igual a 90° .

sua vez, vai diminuindo gradativamente até uma intensidade mínima (zero) quando o
 a intensidade máxima ocorrerá no centro da imagem obtida. Essa intensidade, por
 Como o eixo da câmera bem como o vetor da fonte de luz estão alinhados ao eixo z,

Figura 5.4: Sistema de projeção



de raios paralelos alinhados ao eixo da câmera conforme a figura 5.4.
 Tomemos agora como exemplo, uma peça cilíndrica iluminada por uma fonte de luz
 onde ξ é o fator de reflectância da superfície e I_L a intensidade da fonte de luz.

paralelos, a aplicação da equação (3) foi estendida para uma sequência de imagens obtidas durante a rotação de um objeto cilíndrico.

5.1 Comportamento de um ponto durante a rotação de um objeto cilíndrico

Considerando a figura 5.4, tem-se um sistema de coordenadas ortogonais (x, y, z) fixo ao objeto e um sistema (x_c, y_c, z_c) fixo ao plano de imagem da câmera. Qualquer ponto P da superfície do objeto é representado por um ponto P_c quando projetado no plano da imagem da câmera $x_c - y_c$. Ao rotacionar em torno do eixo y a uma velocidade angular ω constante, o ponto P_c descreve uma linha reta no plano $x_c - y_c$ da imagem da câmera, conforme a figura 5.5.

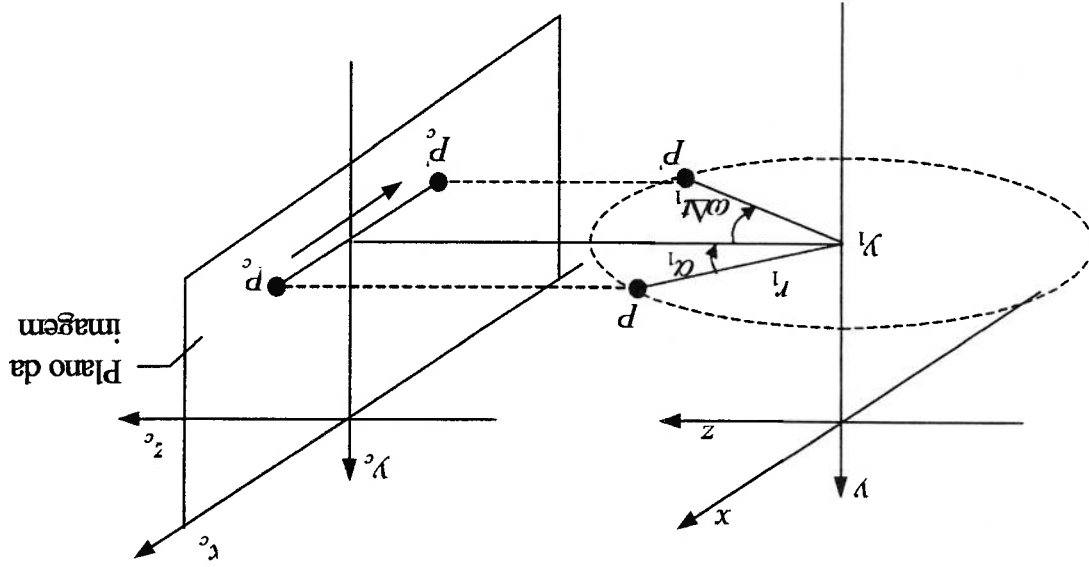
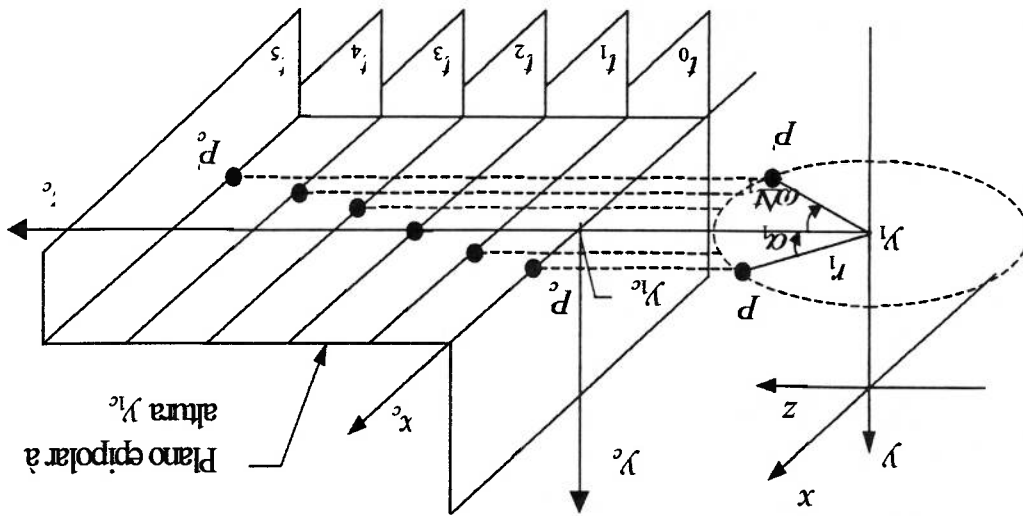


Figura 5.5: Projeção do objeto em rotação

Em coordenadas cilíndricas, quando o objeto executa uma rotação de um ângulo $\omega \Delta t$, um ponto $P(\alpha_1, r_1, y_1)$ se move para a nova posição $P(\alpha_1 + \omega \Delta t, r_1, y_1)$. No plano da imagem, o ponto projetado move-se de $P_c(r_1 \sin(\alpha_1), y_1)$ para a nova

Figura 5.6: Imagens sucessivas de um ponto de um objeto em rotação



No método proposto, enquanto o objeto rotaciona, a câmera captura a imagem projetada a cada intervalo fixo de tempo. Depois de uma volta completa tem-se uma sequência de imagens que podem ser organizadas ao longo de um eixo de tempo, que pode ser considerado virtualmente como sendo o terceiro eixo do espaço (eixo z_c), e a partir dessas imagens obtêm-se as EPIs para a recuperação da forma do objeto. Cada EPI é obtida construindo-se uma imagem das linhas epipolares onde estão contidas as informações do plano epipolar $(x_c + y_c)$ à altura y_{1c} (figura 5.6).

A coordenada x_c é função somente de t pois α_1 , r_1 e ω são constantes, assim como y_c , pois y_1 não varia, já que um ponto durante a rotação permanece na mesma altura.

$$(4) \quad \begin{cases} x_c = r_1 \text{sen}(\alpha_1 + \omega * t) \\ y_c = y_1 \end{cases}$$

cartesianas no plano $x_c - y_c$ e a posição genérica do ponto projetado P_c é portanto: em coordenadas cilíndricas é projetado como movimento linear em coordenadas posição $P_c(r_1 \text{sen}(\alpha_1 + \omega t), y_1)$ em coordenadas cartesianas. O movimento circular

Conhecendo-se os valores de x_0 e ω da configuração inicial de uma determinada trajetória de um ponto, pela equação (5), a posição desse ponto em um determinado

5.2 Recuperação da forma do objeto de maneira genérica

indica a figura 5.7(b).

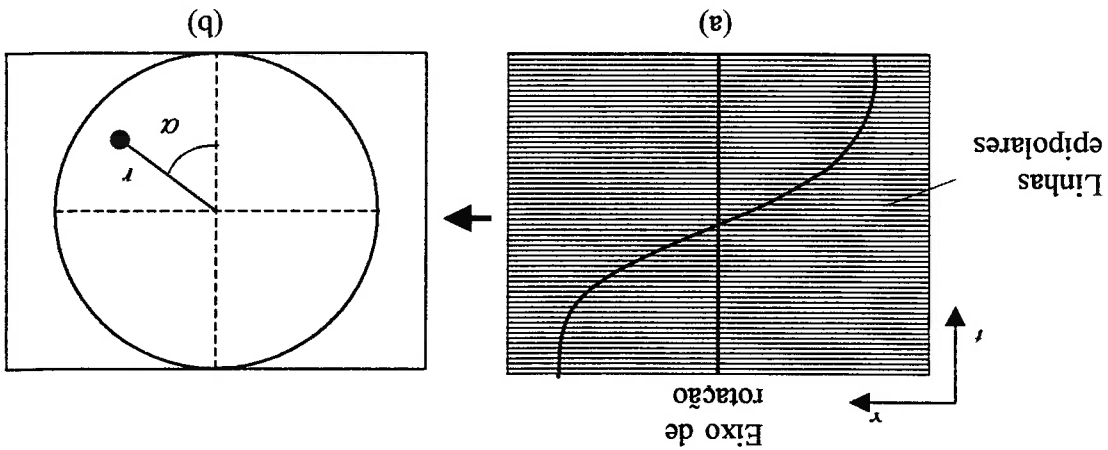
coordenadas polares, estes parâmetros representam a posição inicial do ponto como Onde r e α representam a amplitude e a fase da curva senoidal respectivamente. Em

$$(5) \quad x = x_0 + r \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

equação (5).

Nesta EPI, o eixo horizontal x representa a posição horizontal da projeção e o eixo vertical t , o tempo. Na EPI, qualquer posição de um ponto pode ser expressa pela

Figura 5.7: Representação de um ponto da EPI em coordenadas polares



seja constante. Isso pode ser observado na figura 5.7.

objeto à altura y_n descreve uma curva senoidal desde que a velocidade de rotação ω

Em uma EPI de um objeto em rotação, a trajetória de qualquer ponto da superfície do

semiplano inferior esquerdo.

localizados no semiplano superior direito e após o instante t_0 , estarão localizados no os pontos na EPI que descrevem sua trajetória, antes do instante t_0 , estarão sentido horário, durante o período visível do ponto P_c da superfície do objeto, todos A figura 5.8 ilustra a trajetória de um ponto P_c numa EPI. Considerando a rotação no

instante $t_0 + \Delta t$.

terá um intensidade menor num instante $t_0 - \Delta t$ que será igual à intensidade no terá intensidade máxima no instante t_0 quando estiver alinhado ao eixo da câmera e pelas propriedades de uma superfície lambertiana, um ponto em um objeto cilíndrico analisada (figura 5.7). Como a câmera e o sistema de iluminação permanecem fixos, velocidade ω constante, um ponto P_c descreve uma trajetória senoidal na EPI câmera, conforme o objeto rotaciona em torno do seu eixo de rotação x_0 com e o plano $x - y$ fixo ao objeto é paralelo ao plano $x_c - y_c$ fixo ao plano da imagem da ortográfica da figura 5.4 em que o eixo z do objeto coincide com o eixo z_c da câmera Considerando o arranjo esquematizado nas figuras 5.1 e 5.2 e o sistema de projeção

5.3 O método

da análise dos pontos das EPIs em diferentes alturas. forma completa do objeto, recupera-se a forma de várias seções transversais através forma da seção transversal do objeto na altura da EPI em questão. Para recuperar a α . Realizando esse processo para todos os pontos da EPI, é possível recuperar a instante t , pode ser obtida em coordenadas polares encontrando-se os valores de r e

Usando as equações (6), (7) e (8), obtêm-se:

ϕ : componente angular vertical do vetor fonte de luz paralela.
 ϕ : componente angular vertical do vetor normal.

ξ : fator de refletância da superfície.

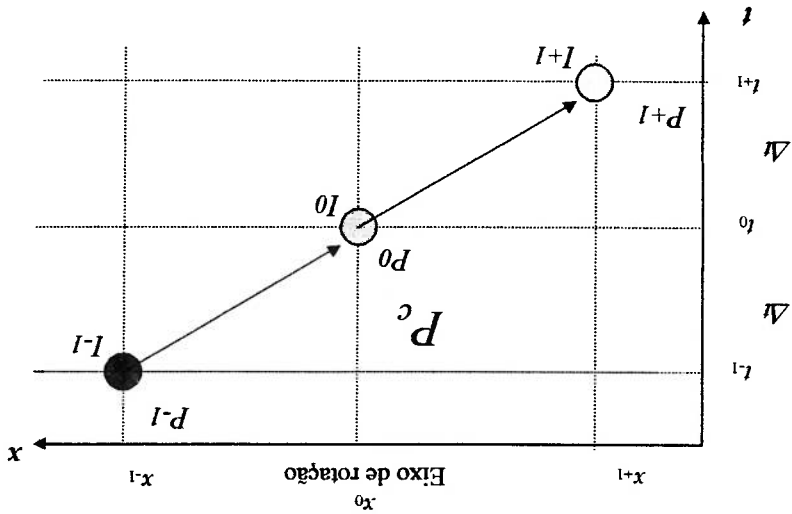
I_L : intensidade da fonte de luz.

onde $A = I_L \xi \cos(\phi - \phi) = \text{constante}$, e:

$$\left. \begin{aligned} (8) \quad I_{+1} &= A \cos(\theta + \omega \cdot \Delta t) \\ (7) \quad I_{-1} &= A \cos(\theta - \omega \cdot \Delta t) \\ (6) \quad I_0 &= A \cos \theta \end{aligned} \right\}$$

de I_0, I_{-1} e I_{+1} respectivamente, essas intensidades pode ser descritas como segue:
 posições simétricas em relação a P_0 . Denominando as intensidades em P_0, P_{-1} e P_{+1} Δt , são chamados de P_{-1} e P_{+1} respectivamente e devem estar localizados em Os pontos da trajetória antes e após o instante t_0 , para um mesmo intervalo de tempo

Figura 5.8: Trajetória do ponto P_c na EPI



A primeira e a segunda condição correspondem ao fato de que um ponto se move do semiplano superior esquerdo para o inferior direito devido ao sentido de rotação horário e a terceira e quarta condições significam que os dois pontos devem estar em posições simétricas em relação a P_0 . Porém, para um objeto com forma variada, com

$$4^{\text{a}}) D_{-1} = D_{+1}$$

$$3^{\text{a}}) |x_{+1} - x_0| = |x_0 - x_{-1}|$$

$$2^{\text{a}}) t^{(P_{+1})} > t^{(P_0)} > t^{(P_{-1})}$$

$$1^{\text{a}}) x_{+1} > x_0 > x_{-1}$$

para a obtenção dos pares de pontos simétricos:

Considerando apenas superfícies cilíndricas, são necessárias as seguintes condições

de D_{-1} e D_{+1} sejam iguais.

Para cada P_{-1} obtém-se um D_{-1} e para cada P_{+1} um D_{+1} . Como D_{-1} e D_{+1} devem ter o mesmo valor ($A \text{ sen } \theta \text{ sen}(\omega \cdot \Delta t)$), busca-se pares de pontos, P_{-1} e P_{+1} , cujos valores

$$\begin{cases} D_{+1} = -I_{+1} + I_0 \cos(\omega \cdot \Delta t) \\ D_{-1} = I_{-1} - I_0 \cos(\omega \cdot \Delta t) \end{cases} \quad (11)$$

$$(12)$$

termos à direita nas equações (9) e (10) são substituídos por D_{-1} e D_{+1} , obtendo-se:

Como as componentes angulares A e θ são parâmetros desconhecidos, os segundos

$$\begin{cases} I_{+1} = I_0 \cos(\omega \cdot \Delta t) - A \text{ sen } \theta \text{ sen}(\omega \cdot \Delta t) \\ I_{-1} = I_0 \cos(\omega \cdot \Delta t) + A \text{ sen } \theta \text{ sen}(\omega \cdot \Delta t) \end{cases} \quad (9)$$

$$(10)$$

$$(15) \quad r = \frac{\text{sen } \omega \cdot t^{(p_1)} - t^{(p_0)}}{x^{(p_1)} - x^{(p_0)}}$$

$$(14) \quad \alpha = \omega \cdot t^{(p_0)}$$

da curva podem ser expressas como:

Uma vez que os dois pontos estão na mesma curva senoidal, a amplitude r e a fase α

que satisfaça a terceira condição.

Escolhido um par de pontos que possua a menor diferença entre D_{-l} e D_{+l} e também

É escolhido, então, um par de pontos P_{-l} e P_{+l} que minimize esta função f . Ou seja, é

$$(13) \quad f(P_{-l}, P_{+l}) = |D_{-l} - D_{+l}|$$

a seguinte função:

termos das equações (11) e (12). Portanto, para escolher um par de pontos, é utilizada

serão diferentes dos valores teóricos obtidos matematicamente pelos segundos

satisfeita. Isso porque os valores das intensidades I_{-l} e I_{+l} encontrados pelo sistema

ser diferentes de zero bem como a quarta condição pode não ser rigorosamente

exemplo, e deficiência na iluminação. Sendo assim, os valores de D_{-l} e D_{+l} podem

na prática isso não ocorre por causa de fatores inerentes à câmera, como ruídos, por

considerando uma iluminação de raios paralelos alinhados ao eixo da câmera. Porém,

Voltando aos valores de D_{-l} e D_{+l} , teoricamente, ambos deveriam ser iguais a zero,

podem ser consideradas, como será visto no próximo capítulo.

concavidades, convexidades e regiões planas, a primeira e a terceira condição não

6. Justificativa para o método proposto

O Método dos Dois Pontos Simétricos inicia a identificação dos pares simétricos em uma EPI e consequentemente a trajetória, a partir do centro do eixo de rotação, conforme figura 5.7 e figura 6.1. Para objetos de forma cilíndrica isso é válido e o resultado da forma recuperada de uma seção cilíndrica é satisfatório, conforme o resultado apresentado na figura 6.2 obtida a partir de uma EPI simulada (figura 6.1).

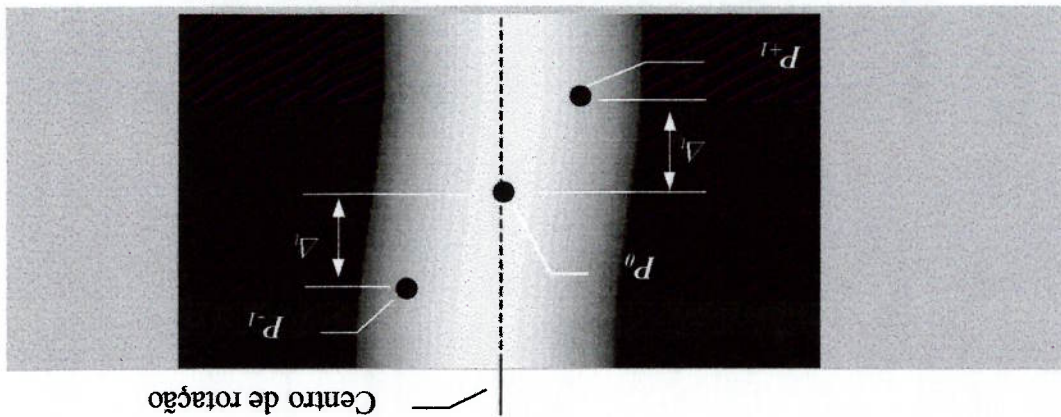


Figura 6.1 - Processo de identificação da trajetória senoidal

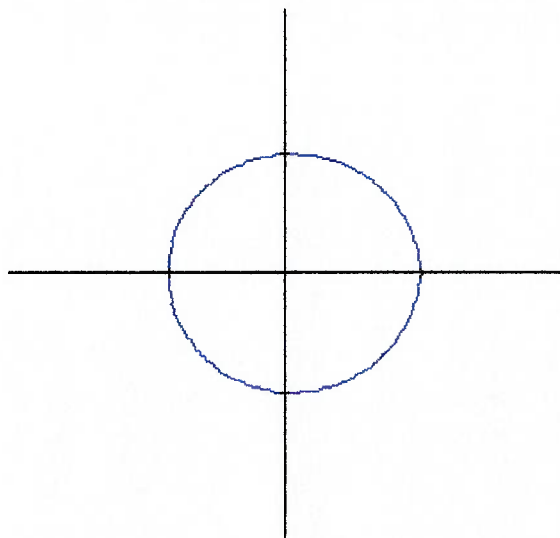


Figura 6.2 - Forma recuperada de uma seção cilíndrica

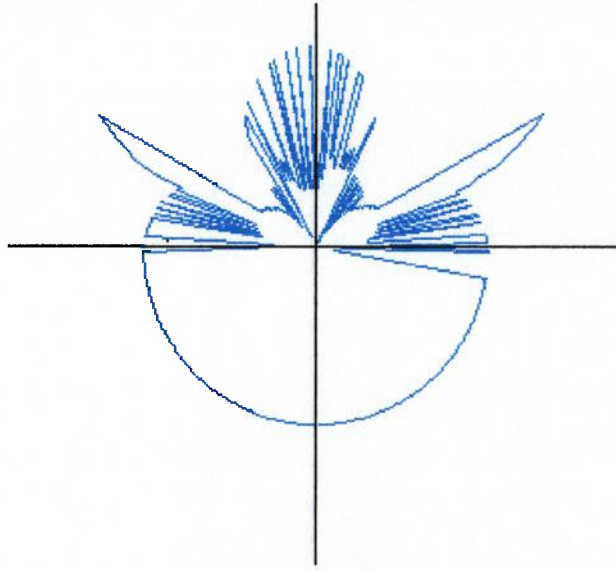
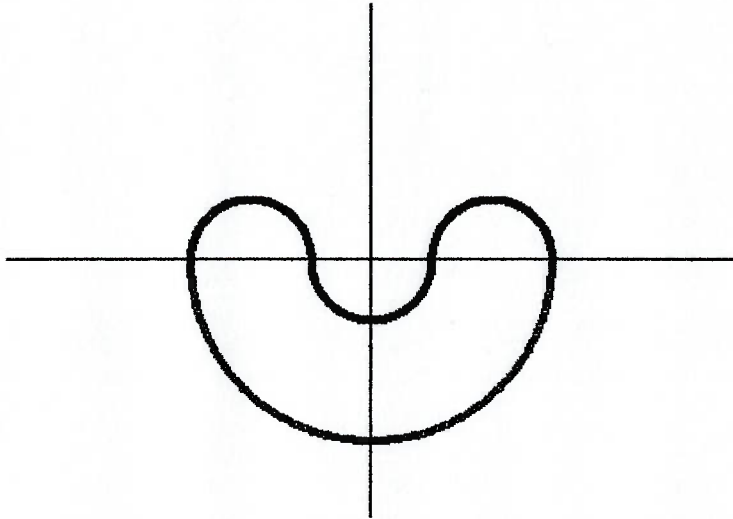


Figura 6.4 - Forma recuperada da seção com reentrância

Figura 6.3 - Forma da seção transversal



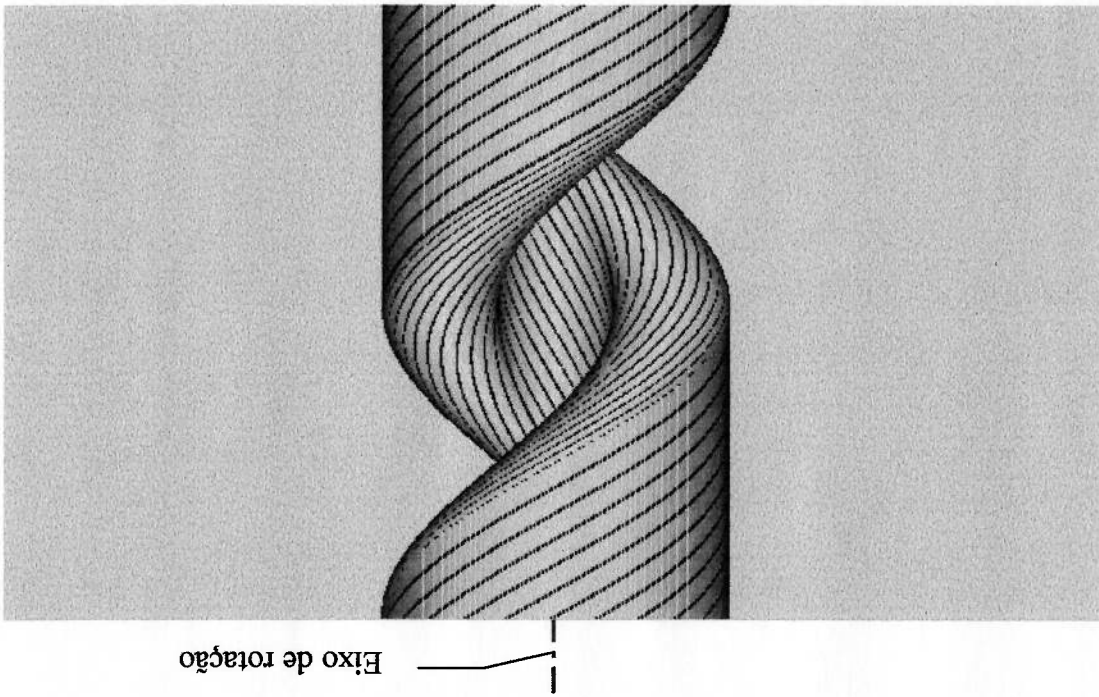
região da concavidade.

Para objetos com reentrâncias o método não pode ser aplicado pois algumas trajetórias não cruzam o eixo de rotação durante o período em que são visíveis. O método foi aplicado para a recuperação da forma de uma seção transversal mostrada na figura 6.3 a partir de uma EPI simulada e o resultado é apresentado na figura 6.4. Observa-se claramente que a forma do objeto não foi recuperada corretamente na

Na figura 6.5 é mostrada a EPI simulada a seção da figura 6.3. Diversas trajetórias

Por causa dessa limitação, é proposto neste trabalho o Método das Curvas Senoidais onde as buscas para a identificação das trajetórias não se iniciam no centro de rotação, como era feito no método dos Dois Pontos Simétricos, e sim nos pontos de intensidade máxima observados na EPI, conforme será descrito no capítulo seguinte.

Figura 6.5 - EPI correspondente ao objeto da figura 6.3 (simulação)



Foram traçadas através de simulação para facilitar as explicações. Aqui é possível notar que nem todas as linhas de trajetórias cruzam o eixo de rotação pois os pontos da superfície do objeto dessas trajetórias são encobertos por causa das características geométricas da seção.

7. Método das Curvas Senoidais

Assim como no Método dos Dois Pontos Simétricos, é adotada a hipótese de superfície lambertiana e o mesmo arranjo do sistema angular, conforme figuras 5.1, 5.2 e 5.3. São válidas também as equações (6), (7) e (8) das intensidades. Como é adotada uma velocidade de rotação constante e as imagens são adquiridas em intervalos de tempo Δt constantes, para efeito de cálculos e identificação dos pontos na EPI, ao invés de usar Δt , serão utilizados intervalos angulares $\Delta\theta$. Conforme a figura 5.7, sabendo que os pontos da superfície de um objeto em rotação descrevem uma curva senoidal em uma EPI, a identificação da trajetória de um determinado ponto é feita traçando senóides de variadas fases e amplitudes passando sobre o instante em que esse ponto apresenta intensidade máxima. É escolhida a senóide ao longo da qual, a intensidade varia o mais próximo possível de acordo com as equações (6), (7) e (8).

Enquanto no Método dos Dois Pontos Simétricos a identificação da trajetória senoidal era iniciada num ponto sobre o eixo de rotação, no método aqui proposto, a identificação da senóide é iniciada a partir do ponto de intensidade máxima observado sobre cada linha na EPI. Observe-se que esses pontos não ocorrem somente no eixo de rotação, conforme pode ser visualizado nas figuras 7.1 e 7.2 quando $\theta_0 = 0^\circ$.

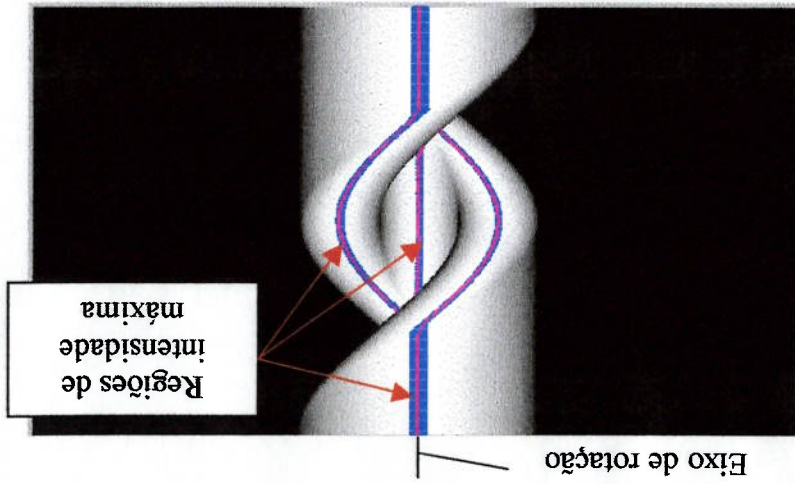


Figura 7.1 - EPI simulada com faixas de intensidade máxima

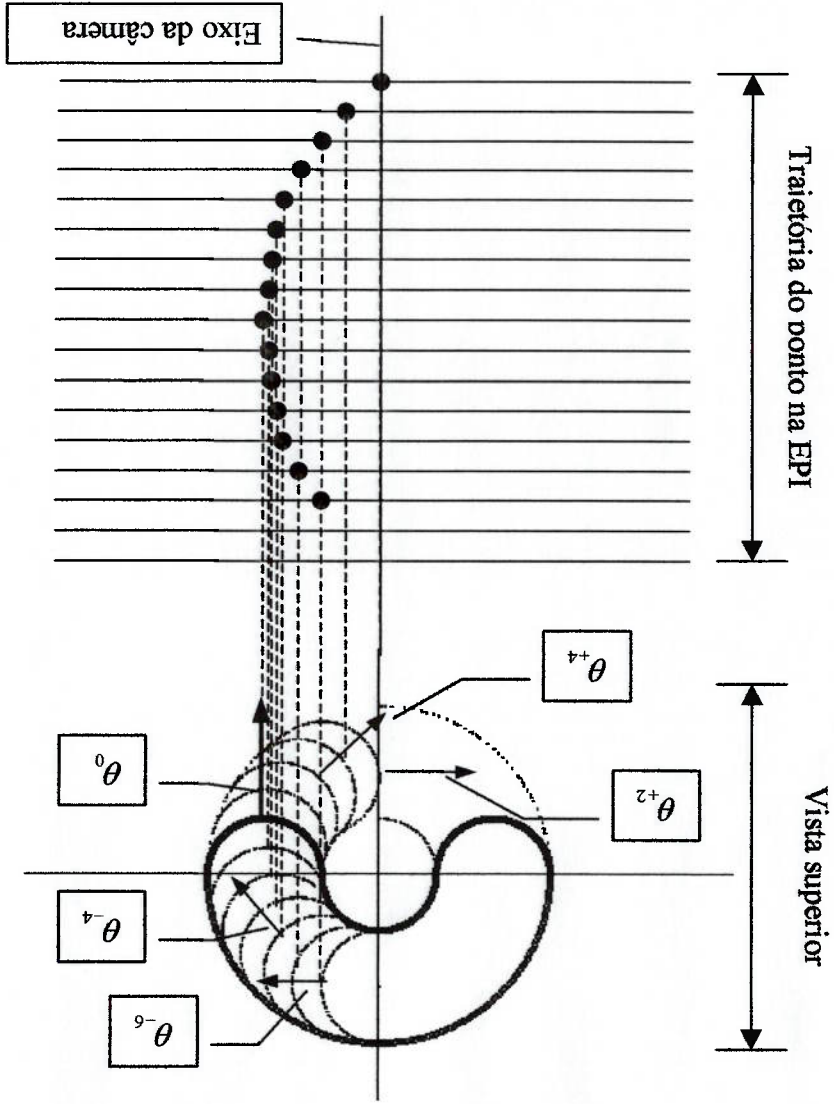
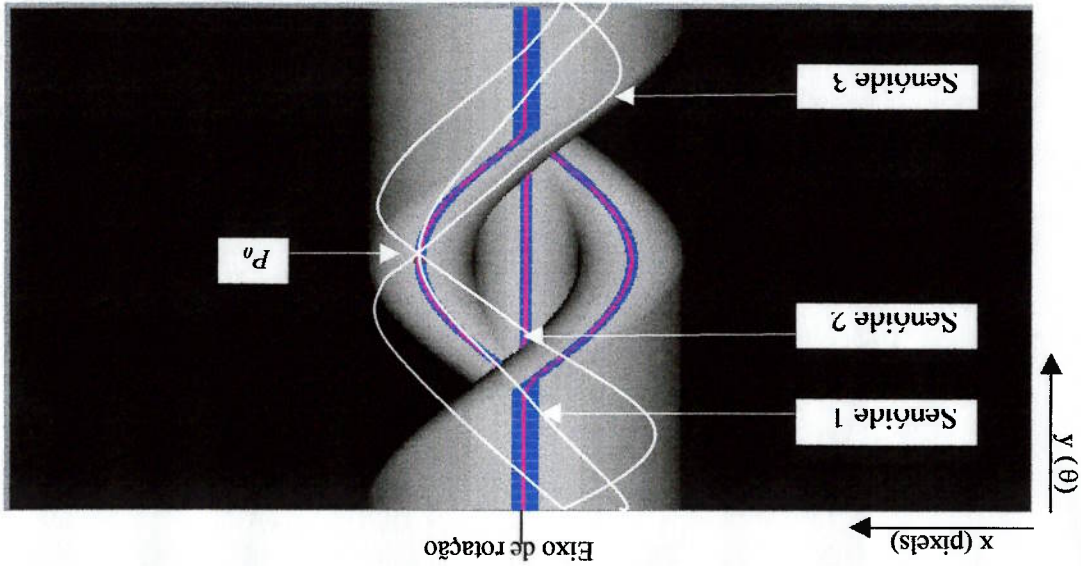


Figura 7.2 - Representação da trajetória de um ponto

Na figura 7.3 estão indicadas três senóides de uma série em que todas as senóides geradas devem obrigatoriamente passar por P_0 . Sabe-se que as trajetórias dos pontos na EPI descrevem uma curva senoidal porém são desconhecidas a fase e a amplitude dessa curva senoidal. Em cada senóide gerada são obtidos os valores das intensidades dos pontos na EPI por onde a senóide passa. Esse valor é comparado então com o valor de intensidade calculado utilizando-se as equações (6), (7) e (8). Como cada linha da EPI corresponde a uma determinada posição angular de rotação do objeto, analisa-se um determinado número n de linhas antes e após P_0 e os pontos dessas linhas são comparados com os valores I_n e I_{+n} , respectivamente, obtidos das equações (7) e (8).

Figura 7.3 - EPI simulada com senóides



EPI.

Para uma explicação mais detalhada deste método, considere-se a EPI na figura 7.3 onde está sinalizado um ponto de intensidade máxima P_0 , sobre o qual foram traçadas diversas senóides com o objetivo de determinar a trajetória desse ponto na

Na figura 7.4 estão representadas três senóides similares às três senóides da figura 7.3. O ponto P_0 representa um ponto de intensidade máxima na EPI localizado à direita do eixo de rotação e ponto P_0'' , um ponto de intensidade máxima localizado à esquerda do eixo de rotação. Vale lembrar que isso não ocorre na prática, ou seja, a ocorrência de dois pontos de intensidade máxima em uma mesma senóide.

- Os ângulos θ_{10} , θ_{20} e θ_{30} possuem coordenadas y_{10} , y_{20} e y_{30} que para efeito de cálculo devem corresponder a ângulos iguais a 0° que indicam o início das senóides.

7.1 Equacionamento

Ainda com relação à figura 7.3, como as senóides devem obrigatoriamente passar pelo ponto P_0 , inicia-se a verificação analisando uma senóide cuja amplitude máxima coincida com o ponto P_0 , representada na figura 7.3 pela senóide 1. A partir dessa senóide, são verificadas senóides de variadas amplitudes e fases, representadas na figura 7.3 como senóides 2 e 3, sendo que a fase pode variar positiva ou negativamente em relação a senóide 1 conforme o equacionamento apresentado a seguir.

Na figura 7.3, as senóides foram representadas totalmente para efeito de explicação do método. Contudo, o método considera apenas os trechos de senóides limitados pelas bordas evitando assim a análise de regiões da EPI não relacionadas a P_0 .

$$|x1|_{max} = |x1|_{max} = x1 : \text{coordenada } x \text{ do ponto } P_0.$$

onde,

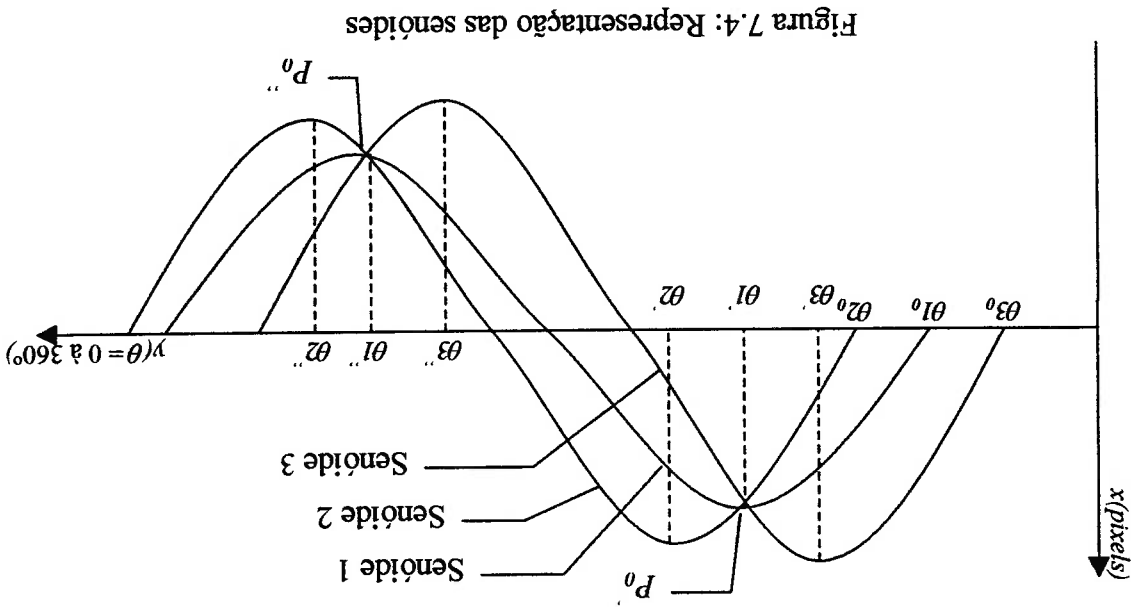
$$x1'_{max} = |x1|_{max} \cdot \text{sen } \theta1' \quad (17)$$

No ponto de amplitude máxima a equação é a seguinte:

$$x1 = |x1|_{max} \cdot \text{sen } \theta1 \quad (16)$$

a figura 7.5. A equação da senoide 1 pode ser escrita por:

Primeiramente será analisada como é feita a variação da senoide 1 para a 2 e será analisado apenas o ponto P_0 , que está localizado antes do eixo de rotação, conforme



- Os ângulos θ_1, θ_2 e θ_3 possuem coordenadas y_1, y_2 e y_3 que para efeito de cálculo devem corresponder a ângulos iguais a 90° que indicam as amplitudes máximas à direita do eixo de rotação.
- Os ângulos θ_1'', θ_2'' e θ_3'' possuem coordenadas y_1'', y_2'' e y_3'' que para efeito de cálculo devem corresponder a ângulos iguais a 270° que indicam as amplitudes máximas à esquerda do eixo de rotação.

(19)

$$\Delta\theta_1 = \gamma_1^0$$

$\theta_1^0 = \gamma_1^0 - \Delta\theta_1 = 0$, de onde se obtém

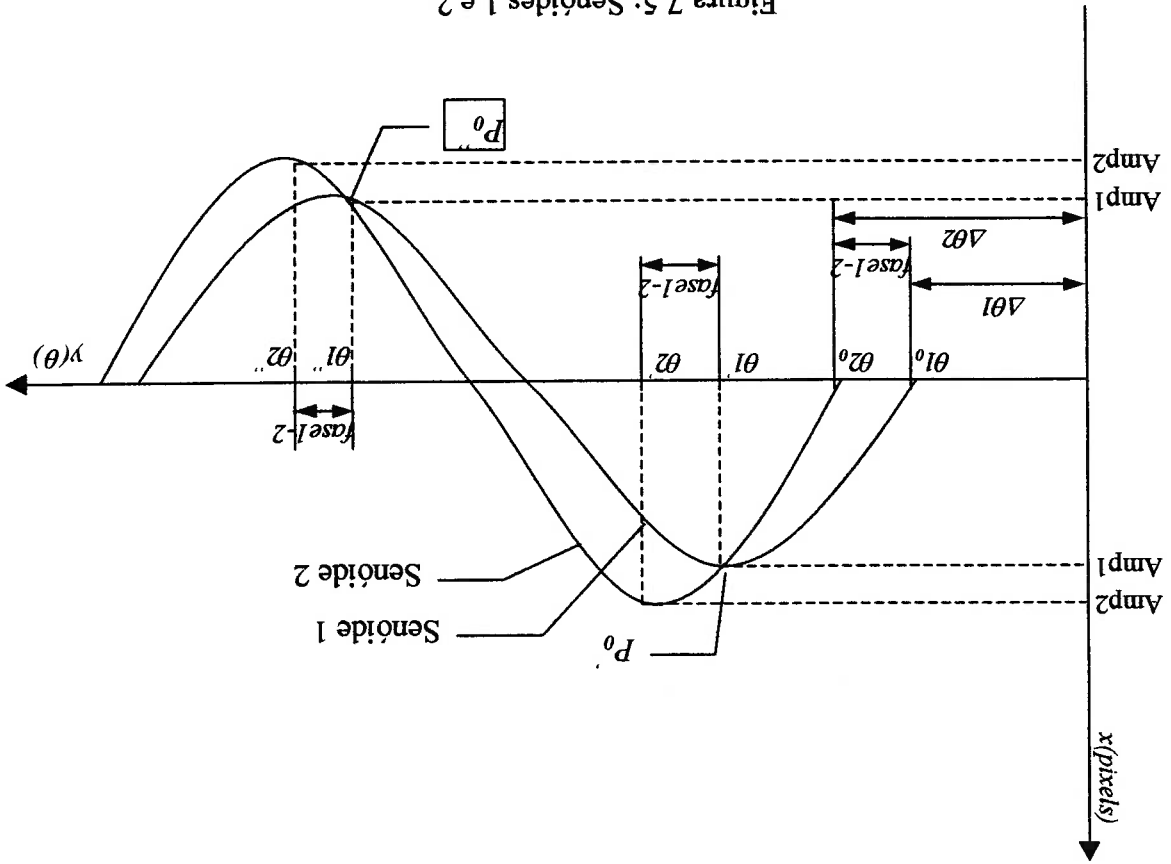
(18)

$$\gamma_1^0 = \gamma_1^1 - 90$$

São necessárias então as seguintes equações:

Para efeito de cálculo, os ângulos θ_1^0 e θ_1^{max} devem ser iguais a 0° e 90° respectivamente. É conhecida a coordenada y do ponto P_0 , dada por γ_1^1 , que representa a posição angular onde ocorre o ponto de máxima intensidade da trajetória de um ponto durante a rotação do objeto. Porém, essa coordenada ou posição angular, na grande maioria das vezes é diferente de 90° . O mesmo acontece com γ_1^0 , que é obtido a partir de γ_1^1 e que também será diferente de 0° na maioria das vezes.

Figura 7.5: Senóides 1 e 2



ou,

$$\theta'_{1\max} = \gamma'1' - \Delta\theta1 = 90^\circ, \text{ de onde se obtém}$$

(20)

onde,

$\Delta\theta1$: é um ajuste angular necessário para se usar a equação (16).

Então, na equação (16)

$$\theta1 = \gamma\gamma - \Delta\theta1$$

(21)

onde,

$\gamma\gamma$: varia de 0° a 360° .

Raciocínio análogo pode ser usado para a senoide 2. Então,

$$x2 = Amp2 \cdot \text{sen } \theta2$$

(22)

No ponto de amplitude máxima a equação é a seguinte:

$$x2'_{\max} = Amp2 \cdot \text{sen } \theta2'_{\max}$$

(23)

onde,

$Amp2 = x2'_{\max} = x2'$: coordenada x do ponto P_0 .

$$\gamma2_0 = \gamma2' - 90^\circ$$

(24)

$$\theta2_0 = \gamma2_0 - \Delta\theta2 = 0, \text{ de onde se obtém}$$

(25)

ou,

$$x1' = Amp2 \cdot \text{sen } \theta2^p \quad (31)$$

coordenadas $(x1', y1')$, a equação (22) é reescrita como:

Para que a senóide 2 com $Amp2$ passe pelo ponto de intensidade máxima P_0 com

coordenada $x1'$ do ponto P_0 , que é conhecida, mais um incremento determinado

pois $Amp2$ é o parâmetro que será variado a partir de $Amp1$. Ou seja, $Amp2$ é igual a

os únicos parâmetros conhecidos da senóide 2 são $Amp2$ e consequentemente $x2^{max}$

Além de $\theta2_0$ e $\theta2^{max}$ que para efeito de cálculo devem ser 0° e 90° respectivamente,

$phase_{1-2}$: é a diferença de fase entre as senóides 1 e 2.

onde,

$$y2' = y1' + phase_{1-2} \quad (30)$$

$$y2_0 = y1_0 + phase_{1-2} \quad (29)$$

$$\Delta\theta2 = \Delta\theta1 + phase_{1-2} \quad (28)$$

yy : varia de 0° à 360° .

onde,

$$\theta2 = yy - \Delta\theta2 \quad (27)$$

Então, na equação (22)

$\Delta\theta2$: é um ajuste angular necessário para se usar a equação (22).

onde,

$$\Delta\theta2 = y2' - 90 \quad (26)$$

$\theta2^{max} = y2' - \Delta\theta2 = 90$, de onde se obtém

x_1'' : coordenada x do ponto P_0'' .

onde,

$$\theta_2'' = \arcsen \frac{x_1''}{Amp_2} \quad (35)$$

pois:

Nessa equação, o θ_2'' é o intervalo angular entre o instante em que a senóide cruza o eixo y e y_1'' . Esse instante corresponde a 180° a partir do início da senóide, em θ_2'' ,

$$x_1'' = Amp_2 \cdot \sen \theta_2'' \quad (34)$$

aplicação da equação (31) que será reescrita a seguir.

ângulos $\theta_1''_{max}$ e $\theta_2''_{max}$ devem ser iguais a 270° . Uma outra diferença ocorre na modificando-se os ângulos onde ocorrem as amplitudes máximas. Ou seja, os esquerda do eixo de rotação conforme a figura 22 são aplicadas as mesmas equações Para o ponto P_0'' , que representa os pontos de intensidade máxima localizados à determinação do θ_2 , que por sua vez é usado na equação (22) para gerar a senóide 2. E pela equação (28) obtém-se o $\Delta\theta_2$ que é usado na equação (27) para a

$$fase_{1-2} = y_2_0 - y_1_0 \quad (33)$$

Da equação (29) obtém-se a $phase_{1-2}$.

$$\theta_2'' = \arcsen \frac{x_1''}{Amp_2} \quad (32)$$

onde θ_2'' é o intervalo angular entre y_2_0 e y_1'' , obtido a seguir.

Para a senóide 3 são válidas a maioria das equações citadas anteriormente, podendo-se usar da equação (16) até a (27). Algumas modificações são necessárias a partir das equações (28) que serão apresentadas a seguir.

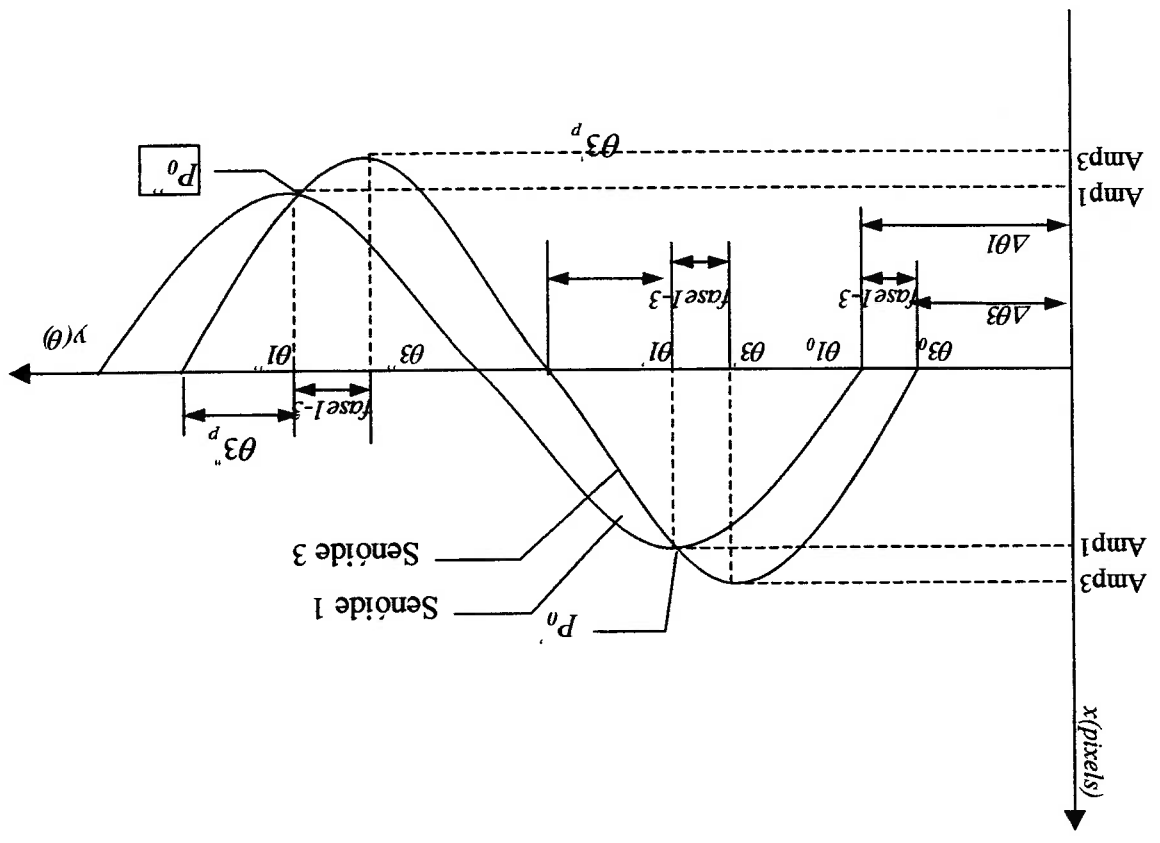


Figura 7.6 - Senóides 1 e 3

a figura 7.6.

A seguir será apresentado o equacionamento para a geração da senóide 3. Considerar

mesmo procedimento utilizado para a geração da senóide a partir de P_0 .

A partir dessa equação, para se gerar a senóide 2 a partir do ponto P_0 utiliza-se o

$$y_2 = y_1 - \theta_2 + 180 \tag{36}$$

Para obter a coordenada inicial da senóide 2 utiliza-se a seguinte equação:

A $fase_{1-3}$ deve ser subtraída,

$$\Delta\theta_3 = \Delta\theta_1 - fase_{1-3} \quad (37)$$

$$y_{3_0} = y_{1_0} - fase_{1-3} \quad (38)$$

$$y_{3_1} = y_{1_1} - fase_{1-3} \quad (39)$$

onde,

$fase_{1-3}$: é a diferença de fase entre as senóides 1 e 3.

Para a senóide 3 também é conhecido apenas o parâmetro Amp_3 , que é variado a partir de Amp_1 .

Para que a senóide 3 com Amp_3 passe pelo ponto de intensidade máxima P_0 com coordenadas (x_1, y_1) , a equação da senóide, (16) ou (22), é reescrita como:

$$x_1 = Amp_3 \cdot \text{sen } \theta_3^p \quad (40)$$

porém para a senóide 3 θ_3^p é o intervalo angular entre a coordenada y_1 e o instante

em que a senóide 3 cruza o eixo y em 180° , que é obtido a seguir.

$$\theta_3^p = \arcsen \frac{x_1}{Amp_3} \quad (41)$$

Da equação (38) obtém-se a $fase_{1-3}$.

$$fase_{1-3} = y_{1_0} - y_{3_0} \quad (42)$$

Para obter a coordenada inicial da senóide 3 utiliza-se a seguinte equação:

x_1'' : coordenada x do ponto P_0'' .

onde,

$$\theta_3'' = \arcsen \frac{x_1''}{Amp_3} \quad (46)$$

que a senóide 3 cruza o eixo y em 360° .

Nessa equação, o θ_3'' é o intervalo angular entre a coordenada y_1'' e o instante em

$$x_1'' = Amp_3 \cdot \sen \theta_3'' \quad (45)$$

da equação (41), que será reescrita a seguir.

$\theta_1''_{max}$ e $\theta_3''_{max}$ devem ser iguais a 270° e algumas alterações devem ser feitas a partir modificando-se os ângulos onde ocorrem as amplitudes máximas, ou seja, os ângulos conforme a figura 7.3, representados por P_0'' , são aplicadas as mesmas equações Assim como na senóide 2, para os pontos localizados à esquerda do eixo de rotação,

$$x_3 = Amp_3 \cdot \sen \theta_3 \quad (44)$$

Obtido θ_3 , é possível gerar a senóide 3 pela equação abaixo:

y_3 : varia de 0° à 360° .

onde,

$$\theta_3 = y_3 - \Delta\theta_3 \quad (43)$$

a determinação do θ_3 .

E pela equação (37) obtém-se o $\Delta\theta_3$. A equação (27) é reescrita como em (43) para

$$I_{+n_2} = I^T \cdot A' \cdot \cos(\theta + \Delta\theta_{n_2}) \quad (50)$$

$$I_{-n_1} = I^T \cdot A' \cdot \cos(\theta - \Delta\theta_{n_1}) \quad (49)$$

$$I_0 = I^T \cdot A' \cdot \cos\theta \quad (48)$$

entre os valores encontrados são armazenadas. abaixo e que são praticamente idênticas às equações (6), (7) e (8) e as diferenças então comparados com valores calculados obtidos através das equações apresentadas ponto de intensidade máxima, P_0 ou P''_0 . Os valores de intensidades obtidos são maneira, é possível conhecer o intervalo angular que a senóide atingiu, antes e após o interrompendo o armazenamento das intensidade ao atingir uma borda. Dessa senóide passa na FPI ao mesmo tempo em que se verifica a existência de bordas, Começa-se então a armazenar os valores de intensidade dos pixels por onde essa A análise se inicia aplicando primeiramente a equação (16) para gerar a senóide 1.

máxima e em cada ponto é feita a análise variando-se as senóides. máxima existentes. A cada linha da FPI são definidos os pontos de intensidade As trajetórias em uma FPI são obtidas analisando os diversos pontos de intensidade

7.2 Obtenção das trajetórias

equações (42), (43) e (44).

A partir dessa equação, para se gerar a senóide 3 a partir do ponto P_0 utilizam-se as

$$y_{3_0} = 360 - \theta_{3_p} \quad (47)$$

onde,

I_0 : intensidade máxima observada em P_0' ou P_0'' .

I^{-n_1} : intensidades observadas antes de P_0' ou P_0'' .

I^{+n_2} : intensidades observadas após P_0' ou P_0'' .

I_L : intensidade da fonte luminosa.

n_1 : número de posições angulares antes de P_0' ou P_0'' .

n_2 : número de posições angulares após P_0' ou P_0'' .

θ : componente angular horizontal do vetor normal.

$\Delta\theta_n$: variação angular (n° de linhas) do ponto analisado na trajetória antes de

P_0' ou P_0'' .

$\Delta\theta_{n_z}$: variação angular (n° de linhas) do ponto analisado na trajetória após P_0'

ou P_0'' .

$A' = \xi \cdot \cos(\phi - \phi) = \text{constante}$, e:

ξ : fator de reflectância da superfície

ϕ : componente angular vertical do vetor normal.

ϕ : componente angular vertical do vetor fonte de luz.

Verifica-se então os valores de intensidade de pontos na EPI sobre os quais passaram outras senóides utilizando-se as equações (22) e (44) onde:

$$Amp2 = Amp1 + i \quad (51)$$

$$Amp3 = Amp1 + i \quad (52)$$

onde, $i = 1, 2, 3, 4, \dots$

São analisadas diversas senóides cujas fases estão deslocadas positiva e

negativamente em relação à senóide 1 como o exemplificado na figura 7.3 pelas

senóides 2 e 3. Repete-se o mesmo processo de armazenamento de dados bem como

o de comparação com os valores calculados pelas equações (48), (49) e (50) assim

como foi feito para a senóide 1. São armazenadas as diferenças encontradas em cada

ponto de cada senóide e é escolhida a senóide cuja média da somatória do módulo

das diferenças entre os valores obtidos na EPI e os valores calculados for a menor. A

senóide escolhida é considerada a trajetória descrita na EPI pelo ponto da superfície

do objeto em rotação.

Para se saber qual θ_{max} deve ser usado, 90° ou 270°, analisa-se a posição do ponto de

intensidade máxima. Se o ponto estiver localizado na EPI à direita do eixo de

rotação, utiliza-se θ_{max} de 90°, identificado no equacionamento como P_0 . Se estiver

à esquerda do eixo de rotação, utiliza-se θ_{max} de 270°, identificado como P_0 . Se o

ponto de intensidade máxima se encontrar sobre o eixo de rotação, utiliza-se θ_{max} de

90° e a verificação se inicia a partir de uma amplitude $AmpI$ igual a zero que na

prática é uma linha reta coincidindo com o instante em que o eixo de rotação do

objeto está alinhado ao eixo da câmera e o que diferencia uma região convexa de

uma côncava é a fase em relação à senóide inicial.

Na figura 7.7 são mostradas quatro trajetórias de pontos em diferentes regiões da EPI

recuperadas pelo método das senóides. Comparando essa figura com a figura 7.8, a

EPI com trajetórias de pontos visíveis, observa-se que as trajetórias foram

recuperadas corretamente.

Figura 7.8 - EPI com linhas de trajetórias visíveis

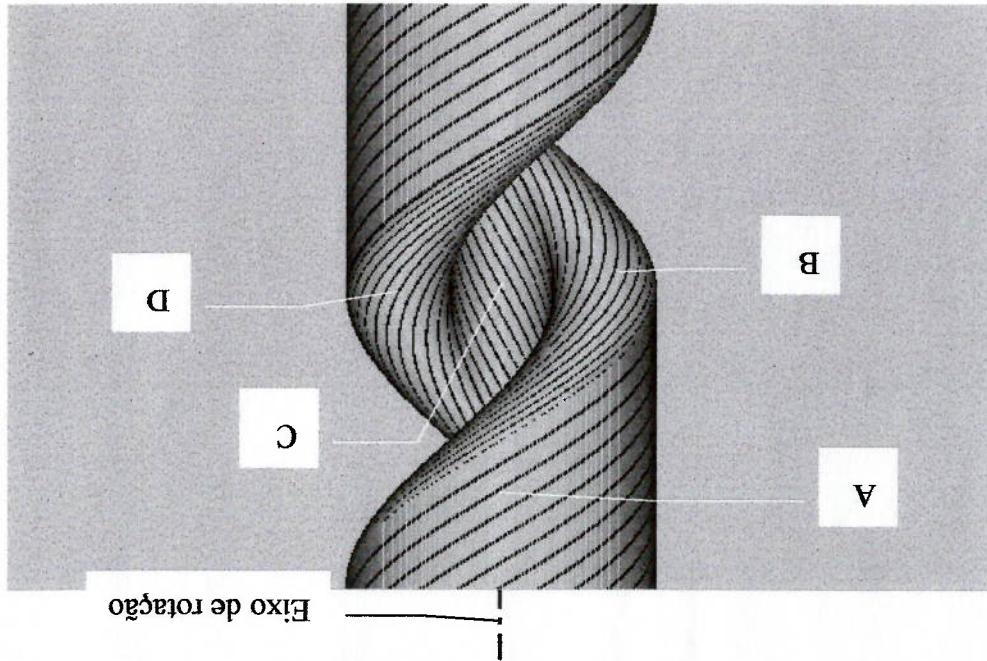
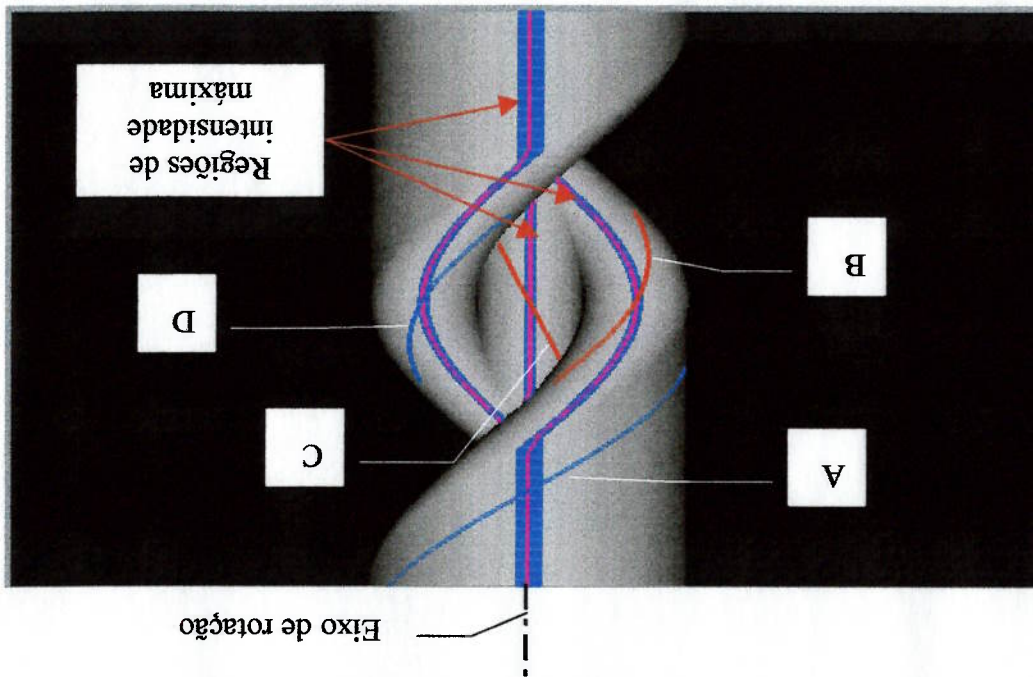


Figura 7.7 - EPI e trajetórias



7.3 Recuperação da forma

Para se obter a forma da seção, analisa-se linha a linha a EPI identificando as trajetórias de todos os pontos de intensidade máxima em cada linha. Identificada as trajetórias, obtêm-se as coordenadas angulares iniciais das senóides correspondentes às trajetórias identificadas através de uma das seguintes equações: (18), (36) ou (47), dependendo da senóide escolhida, a senóide inicial ou uma das senóides com fase ajustada positiva ou negativamente. As amplitudes das senóides também são conhecidas pois são obtidas a partir da amplitude da senóide inicial, que coincide com a coordenada x do ponto de intensidade máxima analisado. Conhecendo a coordenada inicial da senóide e sua amplitude, aplica-se as seguintes equações:

$$X = Amp \cdot \text{sen}(y_0) \quad (53)$$

$$Y = Amp \cdot \text{cos}(y_0) \quad (54)$$

onde,

X e Y : coordenadas do ponto.

Amp : amplitudes $Amp1$, $Amp2$ ou $Amp3$.

y_0 : coordenada angular inicial da senóide dada por $y1_0$, $y2_0$ ou $y3_0$.

Os valores obtidos pelas equações (53) e (54) são plotados em um gráfico de coordenadas (x , y) e é obtida a forma da seção.

A figura 7.9 mostra as etapas utilizadas na implementação do método proposto.

Na figura 7.10 é mostrada a forma recuperada. A forma original apresentada na figura 6.3 foi recuperada de forma satisfatória em grande parte, inclusive na região da concavidade. A despeito de imprecisões em alguns trechos, que são comentados

adiante, este resultado evidencia a capacidade deste método recuperar formas de objetos com reentrâncias, o que não era possível pelo método dos pontos simétricos,

conforme mostrado através da figura 6.4.

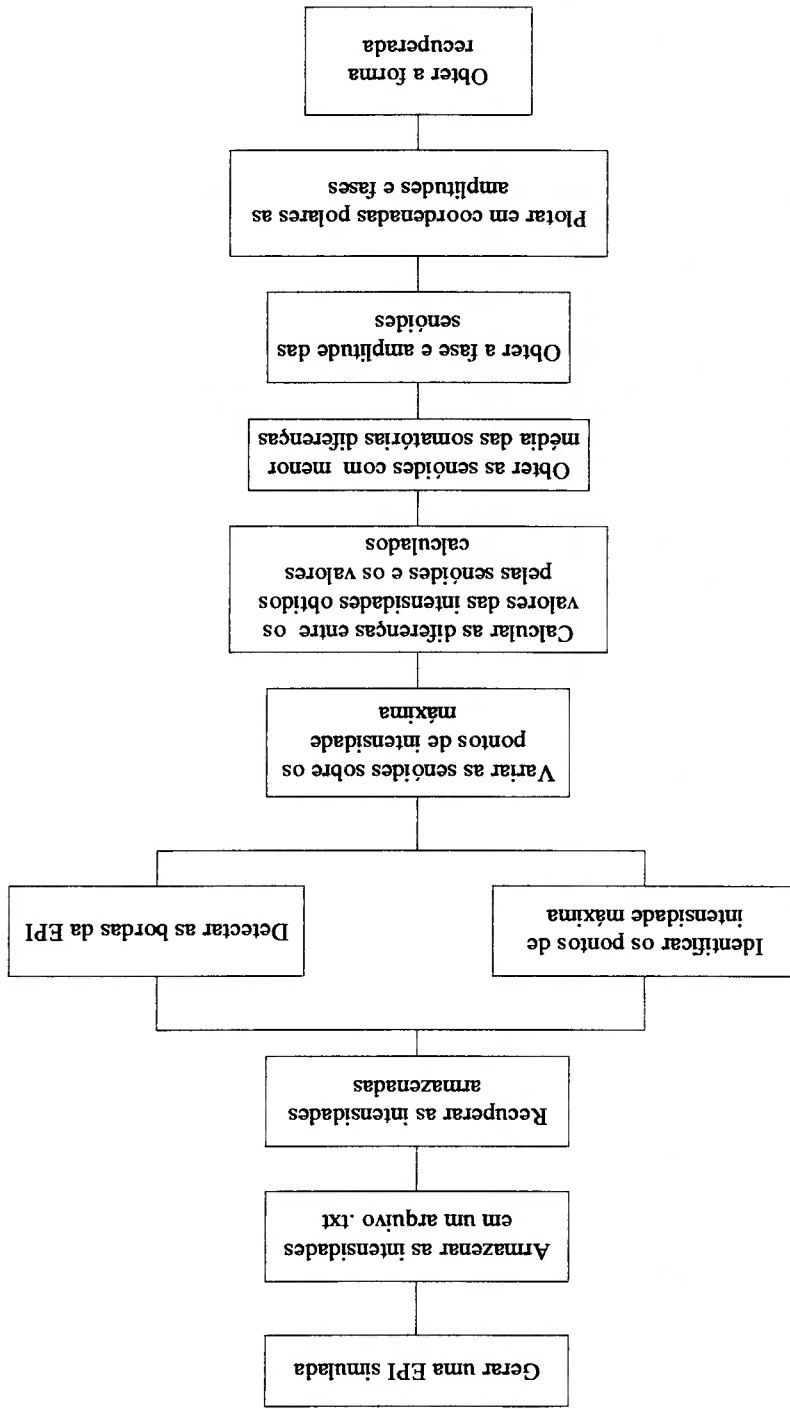
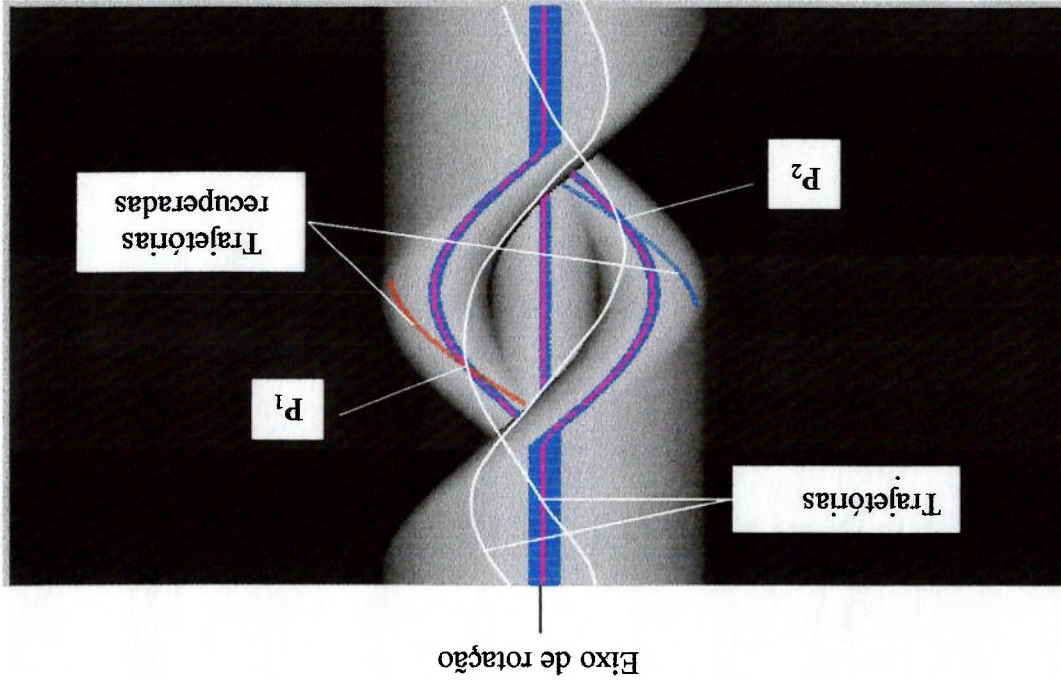


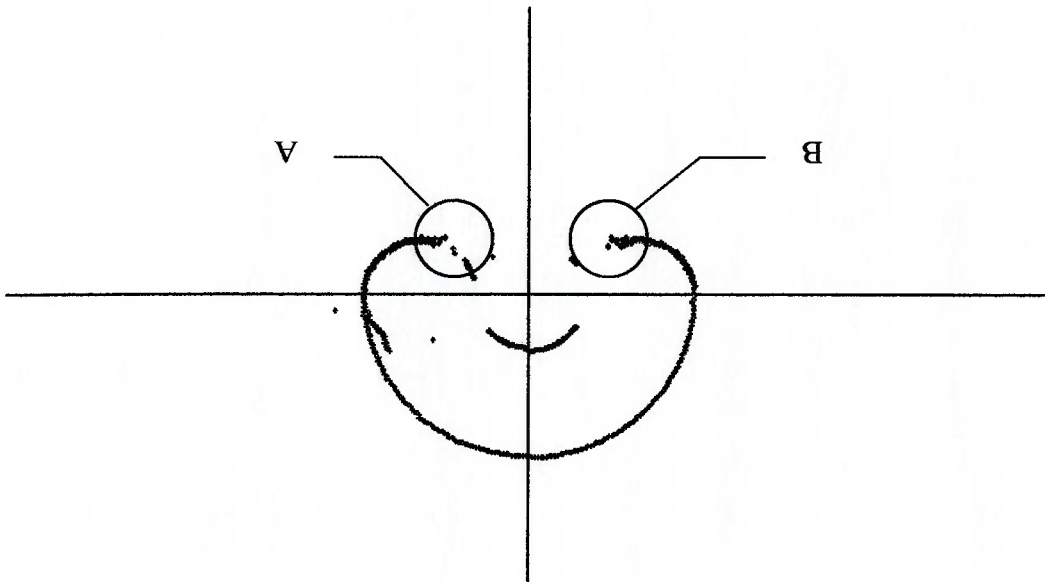
Figura 7.9 - Etapas para a implementação do método

Figura 7.11 - Senóides recuperadas



A figura 7.11 representa a identificação de duas senóides em regiões da EPI que correspondem às imprecisões (espaçamento maior entre os pontos recuperados). No caso, estão sendo considerado os pontos P_1 e P_2 . Em cada ponto foram indicadas as trajetórias reais e que deveriam ser recuperadas, juntamente com as trajetórias recuperadas. Observa-se claramente que as trajetórias recuperadas não são corretas.

Figura 7.10 - Forma recuperada



O problema ocorreu porque nas regiões correspondentes à concavidade, os pontos permaneceram visíveis na FPI num trecho menor, comparado aos pontos fora da concavidade, impondo uma precisão menor na identificação da trajetória senoidal dos pontos nestas regiões. Associado a isso, o problema foi agravado em função do algoritmo de identificação de borda utilizado durante a identificação da senóide. Conforme explicado anteriormente, tal algoritmo se faz necessário para delimitar o trecho na FPI nas redondezas do ponto em análise, onde a busca pela senóide deve ser realizada.

O algoritmo utilizado na obtenção dos resultados apresentados até agora, determinou uma região em forma de faixa como sendo a borda. E isso, diminuiu ainda mais o trecho considerado para a recuperação da senóide. Este problema é evidenciado através da melhoria na precisão de recuperação de forma nas mesmas regiões que é obtida aumentando-se a extensão do trecho analisado. E esse aumento por sua vez é obtido por exemplo, modificando-se o algoritmo de identificação de borda.

O algoritmo foi modificado de modo a definir uma faixa mais estreita correspondente à borda.

O resultado após esta modificação é mostrado na figura 7.12. Aqui se observa que o erro na identificação da trajetória senoidal e que foi observado na figura 7.11, foi

reduzido drasticamente. Já a figura 7.13 mostra a forma recuperada do objeto após a modificação, indicando uma redução nos erros nas regiões indicadas na figura 7.10.

Apesar da melhoria persistem imprecisões em outras regiões. A forma recuperada ainda apresenta discontinuidades nas regiões correspondentes às paredes verticais. Em tais discontinuidades a recuperação não se deu de forma satisfatória pois os pontos nessas regiões permanecem visíveis por intervalo muito reduzido. Embora o algoritmo de detecção de bordas tenham reduzido as imprecisões, não foi o suficiente para solucionar completamente o problema.

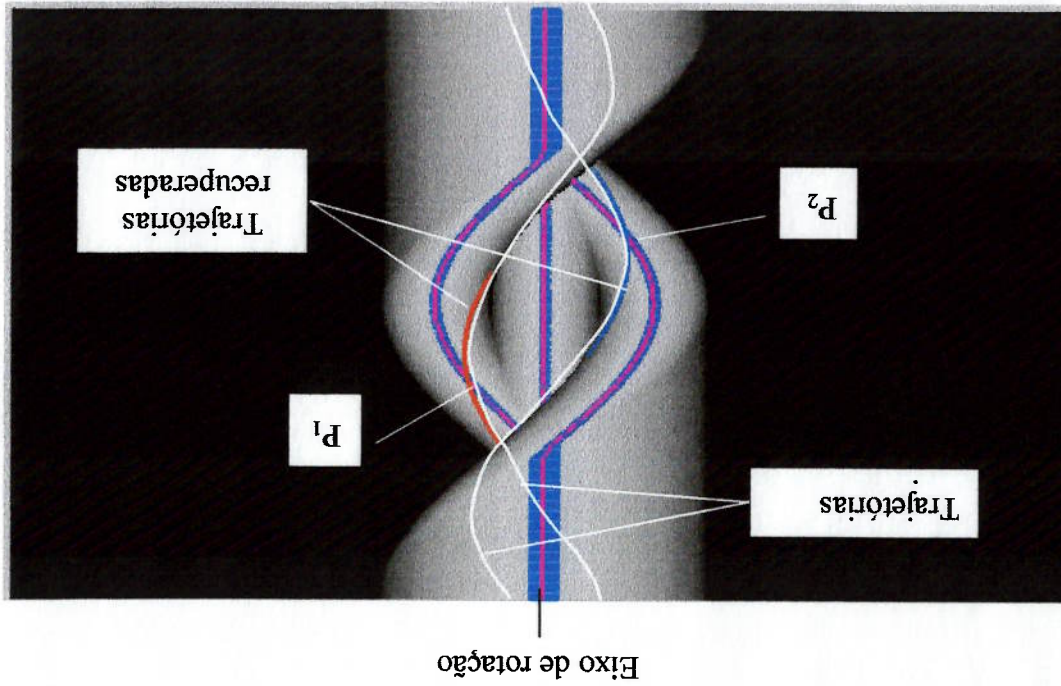
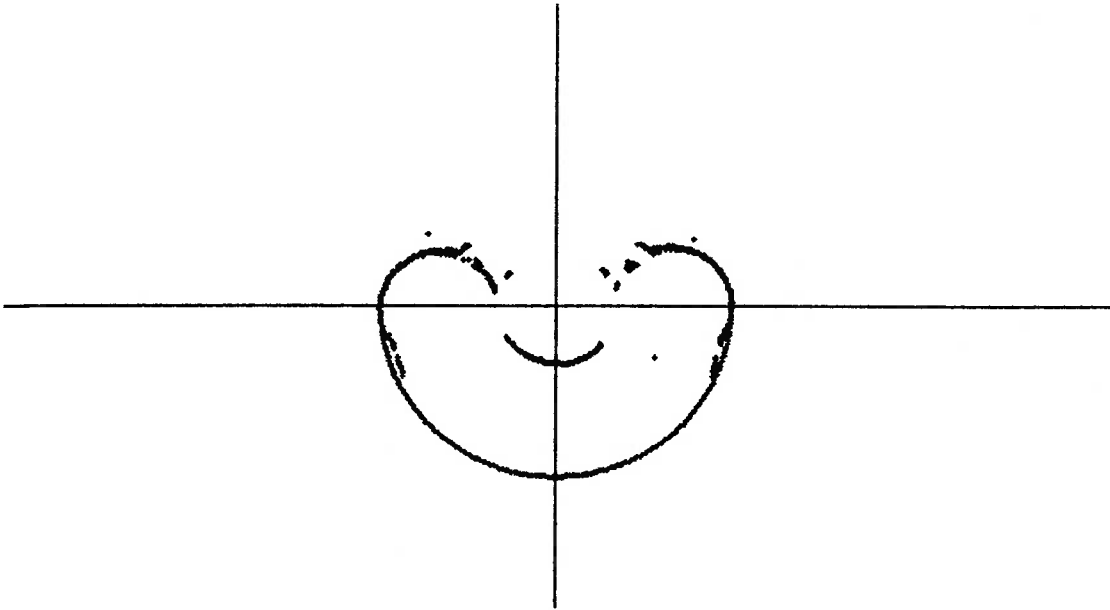


Figura 7.12 - Senóides recuperadas

Foi utilizado um microcomputador Pentium III 333Mhz e 128Mb RAM e todo o processamento foi feito utilizando Visual Basic 5.0. O tempo necessário para se recuperar a forma de uma seção foi de 5min sendo que para identificar as trajetórias foram necessários 50min. Para obter a EPI simulada e detectar as bordas, foram necessários 3 min. e para plotar os pontos e obter a forma recuperada, 2 min. O tempo total é alto e pode ser diminuído melhorando-se o algoritmo utilizado. As intensidades da EPI simulada, por exemplo, foram armazenadas em um arquivo texto que depois era recuperado para se executar todo o processamento relativo ao método propriamente dito. Uma outra alternativa é utilizar uma linguagem de programação mais eficiente para essa aplicação.

7.4 Tempo de processamento

Figura 7.13 - Forma recuperada



8. Conclusões

Neste trabalho, foi feito primeiramente um comentário sobre os métodos para recuperação de formas, contactantes e não-contactantes, onde são mencionadas algumas vantagens e desvantagens de cada um dos métodos bem como são comentados alguns instrumentos e técnicas utilizadas.

Como esse trabalho se enquadrava nas técnicas de processamento de imagens dinâmicas, foram comentados alguns trabalhos com o intuito de ressaltar o uso de EPs, ou Imagem do Plano Epipolar, que é uma ferramenta bastante útil já que permite analisar trajetórias de pontos durante o movimento do objeto ou da câmera. Foi feita também uma revisão de métodos de métodos que, assim como o método proposto, capturam imagens do objeto em rotação que por suas características necessitam de menor espaço para implantação do sistema, menor custo e é mais fácil de se isolar o objeto que se deseja analisar. Na sequência, foi descrito o método que originou esse trabalho, destacando sua principal característica que é o fato de não ser necessária a presença de pontos peculiares, ou seja, pontos facilmente identificáveis na superfície do objeto, pois na realidade, a presença de tais pontos nem sempre ocorre. O trabalho que originou esse estudo porém, não foi capaz de recuperar formas de objetos com reentrâncias pois utilizava a simetria entre pontos pertencentes a uma mesma trajetória, simetria esta que não ocorre em regiões com reentrâncias. A partir dessa limitação, foi proposto o método de recuperação de formas através de curvas senoidais.

Para se chegar ao método proposto foram consideradas diferentes alternativas bem como foi analisado o comportamento da trajetória de pontos em diferentes regiões de um objeto com reentrância. O estudo e aplicação do método foi efetuado em uma EPI simulada de uma seção de um objeto em rotação com superfície lambertiana e com reentrância, onde ficou comprovada a eficácia do método das curvas senoídeais, apesar da forma não ter sido recuperada totalmente. Porém, os motivos que impediram a recuperação total da forma, podem ser evitados ou minimizados com aumentando a discretização ou os níveis de cinza utilizados e alterando o centro de rotação para aumentar o período visível das regiões críticas.

O método propriamente dito, consiste em analisar as intensidades dos pixels em uma EPI por onde passam curvas senoídeais que coincidem com a trajetória dos pontos da superfície do objeto e a identificação das trajetórias é iniciada a partir dos pontos de intensidade máxima. Isso é um fator limitante para a aplicação desse método, caso não seja observado o instante em que ocorre a intensidade máxima devido à complexidade da forma do objeto. Isso poderia ser solucionado analisando EPIs dos objeto rotacionado em diferentes posições, porém aumentaria a complexidade e o tempo do processamento.

8.1 Trabalhos futuros

O presente trabalho teve como objetivo propor uma solução para a recuperação de formas de objetos com reentrâncias com superfície lambertiana e com uma mesma

cor. O método proposto demonstrou sua eficácia quando aplicado a imagens simuladas porém apresentou alguns problemas como mencionados que podem ser solucionados ou minimizados, como o aumento da discretização ou níveis de cinza utilizados e mudança do centro de rotação melhoria no algoritmo utilizado.

Fica como proposta também, a aplicação desse método para objetos com cores diferentes. No método proposto a tarefa de se identificar os pontos de máxima intensidade na EPI é facilitada pois o objeto possui uma única cor. Para objetos de cores diferentes, será preciso isolar na EPI as regiões de uma mesma cor para então se obter os pontos de intensidades máximas.

Por fim, aplicar o método utilizando imagens experimentais tomando alguma providência para tratar dos ruídos que prejudicariam os resultados.

9. Referências Bibliográficas

- BAKER, H. Harlyn; BOLLES, Robert C. Generalizing epipolar-plane image analysis on the spatiotemporal surface. International Journal of Computer Vision, 3, pp. 33-49, 1989.
- BEIL, W.; CARLSEN, I. C. Surface reconstruction from stereoscopy and "shape from shading" in SEM images. Machine Vision and Applications, 4, pp. 271-285, 1991.
- BOLLES, Robert C.; BAKER, H. Harlyn; MARIMONT, David H. Epipolar-plane image analysis: an approach to determining structure from motion. International Journal of Computer Vision, 1, pp. 7-55, 1987.
- BUSCH, Ted; HARLOW, Roger; THOMPSON, Richard L. Fundamentals of dimensional metrology. Delmar Publishers, 3. ed., 1998.
- CASTLEMAN, Kenneth R. Digital Image Processing. Prentice-Hall, 1996.
- GONZALEZ, Rafael C.; WOODS, Richard E. Processamento de imagens digitais. Edgard Blücher Ltda., 2000.
- HORN, Berthold Klaus Paul. Robot Vision. MIT Press, McGraw-Hill Book Company, 1986.
- KANADE, Takeo; OKUTOMI, Masatoshi. A stereo matching algorithm with an adaptive window: theory and experiment. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Sacramento, California, pp. 1088-1095, April 1991.
- LEE, Kwan H.; PARK, Hyun-pung. Automated inspection planning of free-form shape parts by laser scanning. Robotics and Computer Integrated Manufacturing, 16, pp. 201-210, 2000.
- NIEMANN, H.; BRÜNING, H.; SALZBRUNN, R.; SCHRÖDER, S. A knowledge-based vision system for industrial applications. Machine Vision and Applications, 3, pp. 201-229, 1990.
- PONCE, Jean; GENC, Yakup. Epipolar geometry and linear subspace methods: a new approach to weak calibration. International Journal of Computer Vision, Vol 28, No. 3, pp. 223-243, 1998.
- SAWHNEY, Harpreet S.; OLIENSES, John; HANSON, Allen R. Image description and 3-D reconstruction from image trajectories of rotational motion. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 15, No. 9, pp. 885-898, September 1993.

SCARR, A. J. T. *Metrology precision engineering*. McGraw-Hill Publishing Company Limited, 1967.

SHAPIRO, Larry S.; ZISSERMAN, Andrew; BRADY, Michael. **3-D motion recovery via affine epipolar geometry**. International Journal of Computer Vision, 16, pp. 147-182, 1995.

SZELISKI, Richard; KANG, Sing Bang. **Recovering 3-D shape and motion from image streams using non-linear least squares**. J. Visual Communications and Image Representation, Vol. 5, No. 1, pp. 10-28, March 1994.

TAKAHASHI, Yusuke. **Método para recuperação de formas de objetos**. Dissertação apresentada à Escola Politécnica/USP, 1997.

TAKAHASHI, Yusuke; HORIKAWA, Oswaldo. **Recuperação de formas através da análise da variação da intensidade**. 3º Simposio Brasileiro de Automação Inteligente, Setembro 1997

TORREÃO, José R. A. **Bayesian shape estimation: shape-from-shading and photometric stereo revisited**. Machine Vision and Applications, 8, pp. 163-172, 1995.

ULPINAR, Fatih; NEVATIA, Ramakant. **Perception of 3-D surfaces from 2-D contours**. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 15, No. 1, pp. 3-18, January 1993.

VAILLANT, Régis; FAUGERAS, Olivier D. **Using extremal boundaries for 3-D object modeling**. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14, No. 2, pp. 157-173, February 1992.

ZERROUG, M.; NEVATIA, R. **Part-based 3-D descriptions of complex objects from a single image**. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 21, No. 9, pp. 835-847, September 1999.

ZHANG, Zhengyou. **Determining the epipolar geometry and its uncertainty: a review**. International Journal of Computer Vision, 27(2), pp. 161-195, 1998.

ZHENG, JIANG Yu. **Acquiring 3-D models from sequences of contours**. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 16, No. 2, pp. 163-177, February 1994.

ZHENG, JIANG Yu; FUKUGAWA, Yoshitiro; ABE, Norihiro. **3-D surface estimation and model construction from specular motion in image sequences**. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 19, No. 5, pp. 513-520, May 1997.

ZHENG, JIANG Yu; MURATA, Akio. **Acquiring a complete 3-D model from specular motion under the illumination of circular-shaped light sources**. IEEE

