

FELIPE GALLINA

**FLAMBAGEM PROGRESSIVA E GLOBAL DE
CASCA CILÍNDRICAS DE AÇO SOB IMPACTO
AXIAL**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Mestre em Engenharia

SÃO PAULO

**CONSULTA
FD-3772**

2004

FELIPE GALLINA

**FLAMBAGEM PROGRESSIVA E GLOBAL DE
CASCAS CILÍNDRICAS DE AÇO SOB IMPACTO
AXIAL**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do Título de Mestre em Engenharia

Área de concentração: Engenharia Mecânica
Orientador: Prof. Dr. Marcílio Alves

SÃO PAULO

2004

AGRADECIMENTOS

Ao prof. Dr. Marcílio Alves pela orientação, pela amizade e por haver sempre me estimulado a investigar, a estudar, a aprender e a dar o melhor de mim.

Ao Dr. Robert S. Birch do Impact Research Centre da Universidade de Liverpool pelo valioso auxílio em todas as etapas envolvendo o desenvolvimento e uso da Barra de Hopkinson, e também pela orientação a respeito da caracterização do material.

À Dra. Dora Karagiozova do Instituto de Mecânica da Academia de Ciências da Bulgária pelas explicações a respeito dos modelos teóricos desenvolvidos por ela.

À FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo por haver financiado este trabalho de pesquisa através da concessão de bolsa de mestrado segundo o processo número 02/04853-3.

A meus pais pela educação, pela formação e especialmente pelo amor que recebi ao longo dos anos, sendo estes fatores a principal razão para os diversos sucessos que venho colhendo ao longo de minha vida.

A minha adorada esposa pelo afeto, pelo carinho, pelo apoio emocional em todos os momentos de alegria e de tristeza que fizeram parte do desenvolvimento deste trabalho.



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Relatório de Defesa

Relatório de defesa pública de Dissertação do(a) Senhor(a) Felipe Gallina no Programa: Engenharia Mecânica, do(a) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Aos 20 dias do mês de agosto de 2004, realizou-se a Defesa da Dissertação do(a) Senhor(a) Felipe Gallina, apresentada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia - Área: Engenharia Mecânica, intitulada:

"Flambagem progressiva e global de cascas cilíndricas de aço sob impacto axial"

Após declarada aberta a sessão, o(a) Sr(a) Presidente passa a palavra aos examinadores para as devidas arguições que se desenvolvem nos termos regimentais. Em seguida, a Comissão Julgadora proclama o resultado:

Nome dos Participantes da Banca	Vínculo do Docente	Sigla da Unidade	Resultado
Marcilio Alves	Presidente	EP	Aprovado <input checked="" type="checkbox"/>
Sergio Persival Baroncini Proenca	Titular	EESC	Aprovado <input checked="" type="checkbox"/>
Marcelo Krajnc Alves	Titular	Docente Externo	Aprovado <input checked="" type="checkbox"/>

Resultado Final: Aprovado

Parecer da Comissão Julgadora

Eu, Elisabete Aparecida F da Silva Ramos, Técnico Acadêmico, lavrei a presente ata, que assino juntamente com os(as) Senhores(as). São Paulo, aos 20 dias do mês de agosto de 2004.

Sergio Persival Baroncini Proenca
Sergio Persival Baroncini Proenca

Marcelo Krajnc Alves
Marcelo Krajnc Alves

Marcilio Alves
Marcilio Alves
Orientador(a)

Obs: Se o candidato for reprovado por algum dos membros, o preenchimento do parecer é obrigatório.

Nos termos do artigo 110, do RG-USP, encaminhe-se o presente relatório à CPG, para homologação.

Impresso em: 19/08/2004

On./PMR
54518

RESUMO

O trabalho de Mestrado relatado neste documento estudou o fenômeno de transição entre o modo de flambagem global e o progressivo em tubos circulares de aço. Para tal foi projetada e construída uma Barra de Hopkinson com o objetivo de medir as propriedades dinâmicas do aço. Em adição a isto foram desenvolvidos modelos teóricos que permitem estudar as duas fases que compõem o processo de flambagem do tubo. Simulações do impacto axial de uma massa contra um tubo circular de aço foram realizadas através do programa de elementos finitos ABAQUS/Explicit. Por fim, foram executados experimentos de impacto axial, os quais foram empregados posteriormente na validação das análises numéricas da flambagem de cascas cilíndricas.

Demonstrou-se que a velocidade de impacto estabiliza a resposta do tubo favorecendo a ocorrência da flambagem progressiva e que o aumento da massa de impacto favorece, por sua vez, a flambagem global. Percebeu-se também que as simulações com MEF dão uma boa indicação do fenômeno de transição em tubos cujo comprimento é maior ou igual a 121,5% do comprimento de transição quase-estático, L_{cr} . Os modelos teóricos propostos tiveram bom desempenho na análise da primeira fase do processo de flambagem. Por outro lado a modelagem da segunda fase foi um pouco falha.

ABSTRACT

The research work described in this document studied the transition phenomenon from the global bending collapse to the progressive buckling of circular steel tubes. A Hopkinson Bar apparatus was designed and built to measure the dynamic properties of the steel. In addition some theoretical models were developed which allow to study the two phases that compose the buckling process of a tube. Simulations of the axial impact of a striking mass against a circular steel tube were done in the finite element software ABAQUS/Explicit. Finally some axial impact experiments were executed, which were used latter in the validation of the numerical analyses of the buckling from cylindrical shells.

It was shown that the impact velocity stabilizes the tube response facilitating the occurrence of the progressive buckling and that the increase of the striking mass favors, on its turn, the global bending. It was also realized that the simulations with the FEM give a good indication of the phenomenon transition in tubes whose length is greater than or equal to 121,5% of the quasi-static transition length, L_{cr} . The proposed theoretical models had a good performance in the analysis of the first phase of the buckling process. On the other hand the modeling of the second phase wasn't good as wished.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	13
LISTA DE TABELAS	17
LISTA DE ABREVIATURAS	19
LISTA DE SÍMBOLOS	21
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	29
CAPÍTULO 2 – BARRA DE HOPKINSON	37
<i>2.1. Introdução</i>	37
<i>2.2. Modelagem matemática</i>	38
<i>2.3. Dimensionamento da Barra de Hopkinson</i>	41
<i>2.4. Dimensionamento nas condições críticas de operação</i>	46
<i>2.5. Projeto da Barra de Hopkinson</i>	48
<i>2.6. Pistola a gás</i>	51
<i>2.7. Material das barras</i>	52
<i>2.8. Comprimento das barras</i>	52
<i>2.9. Tratamento de dados</i>	53
<i>2.10. Instrumentação</i>	56
2.10.1. Instrumentação da Barra de Hopkinson da USP	57
<i>2.11. Precisão do teste</i>	61
CAPÍTULO 3 – CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL	67
<i>3.1. Caracterização quase-estática do material da casca</i>	67
<i>3.2. Caracterização dinâmica do material</i>	71
3.2.1. Testes na Barra de Hopkinson com lubrificação	72

3.2.2. Testes na Barra de Hopkinson sem lubrificação	74
CAPÍTULO 4 – TESTES DE IMPACTO AXIAL	79
4.1. <i>Escolha dos tubos a serem testados</i>	80
4.2. <i>Testes no martelo de impacto da USP</i>	83
CAPÍTULO 5 – MODELAGEM NUMÉRICA DO IMPACTO EM CASCAS	91
CAPÍTULO 6 – ANÁLISE TEÓRICA DA FLAMBAGEM DE CASCAS CILÍNDRICAS	105
6.1. <i>Primeira fase – Compressão axial</i>	108
6.1.1. Modelo independente da taxa de deformação	108
6.1.2. Modelo para material dependente da taxa de deformação	114
6.1.3. Modelo para a primeira fase no primeiro modo	121
6.2. <i>Segunda Fase – Flexão</i>	126
6.2.1. Flambagem global no segundo modo para material dependente da taxa de deformação	126
6.2.2. Flambagem global no primeiro modo para material dependente da taxa de deformação	130
6.2.3. Flambagem progressiva do tubo	133
6.2.4. Flambagem progressiva de casca cilíndrica visco-plástica	140
CAPÍTULO 7 – COMPARAÇÃO ENTRE AS SIMULAÇÕES E OS MODELOS DESENVOLVIDOS	145
7.1. <i>Fase inicial de compressão</i>	145
7.2. <i>Flambagem global</i>	151
7.3. <i>Flambagem progressiva</i>	155
CONCLUSÃO	159
ANEXO A	163
ANEXO B	173

<i>B.1. Equação constitutiva para flexão pura de tubo rígido-viscoplástico de seção circular</i>	173
B.1.1. Cálculo da curvatura das rótulas plásticas de tubos flambando no segundo modo	174
B.1.2. Cálculo da curvatura das rótulas plásticas de tubos flambando no primeiro modo	177
<i>B.2. Determinação do comprimento das rótulas plásticas</i>	179
Anexo C	183
<i>C.1. Testes de caracterização dinâmica do material efetuados com lubrificação</i>	183
<i>C.2. Testes de caracterização dinâmica do material efetuados sem lubrificação</i>	187
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	191

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Flambagem progressiva axissimétrica	35
Figura 1.2 – Flambagem global	36
Figura 2.1	39
Figura 2.2	42
Figura 2.3 – Diagrama de Lagrange das ondas longitudinais na barra incidente [35]	54
Figura 2.4 – Configuração falsa meia ponte	59
Figura 2.5 – Pulsos incidente, refletido e transmitido	60
Figura 3.1 – Esquema do teste uniaxial de compressão	68
Figura 3.2 – Curva força-deslocamento medida pela máquina INSTRON	68
Figura 3.3 – Curva tensão-deformação corrigida dos tubos de aço 1020	70
Figura 3.4 – (a) Esquema da distorção sofrida pelo corpo de prova em testes com lubrificante. (b) Deformação homogênea do corpo de prova	73
Figura 3.5 – Curvas tensão-deformação dinâmicas do material do tubo	75
Figura 3.6 – Influência da taxa de deformação sobre a tensão dinâmica	78
Figura 3.7 – Variação da tensão dinâmica com a taxa de deformação	78
Figura 4.1 – Tubo trefilado de aço 1020. (a) Flambagem axissimétrica. (b) Flambagem assimétrica	80
Figura 4.2 – Colapso quase-estático de tubos medindo 124 mm (à esquerda) e 123 mm (à direita)	82
Figura 4.3 – Curva de transição dos tubos trefilados de aço 1020	85
Figura 4.4 – Resultados dos testes realizados no martelo de impacto da USP	86
Figura 4.5 – Resultados dos testes realizados no martelo de impacto da USP	86
Figura 4.6 – Colapso dinâmico de tubos com 130 mm de comprimento. Velocidade de impacto de 5,05 m/s (à esquerda) e 4,65 m/s (à direita)	88
Figura 4.7 – Colapso dinâmico de tubos com 150 mm de comprimento. Velocidade de impacto de 8,69 m/s (à esquerda) e 8,58 m/s (à direita)	88
Figura 4.8 – Colapso dinâmico de tubos com 170 mm de comprimento. Velocidade de impacto de 10,85 m/s (à esquerda) e 9,9 m/s (à direita)	89

Figura 5.1 – Malha de um tubo com 130 mm de comprimento	92
Figura 5.2 – Curva tensão-deformação bilinear adotada nas simulações	93
Figura 5.3 – Modo de flambagem utilizado como imperfeição inicial	94
Figura 5.4 – Curva de transição numérica	96
Figura 5.5 – Comparação entre a curva de transição numérica e a experimental	97
Figura 5.6 – Curva de transição numérica	98
Figura 5.7 – Influência da massa de impacto sobre a curva de transição Numérica	98
Figura 5.8 – Configuração deformada (impacto com massa de 23,16 kg)	102
Figura 5.9 – Configuração deformada (impacto com massa de 23,16 kg)	102
Figura 5.10 – Configuração deformada (impacto com massa de 23,16 kg)	103
Figura 5.11 – Configuração deformada (impacto com massa de 65 kg)	103
Figura 5.12 – Configuração deformada (impacto com massa de 65 kg)	103
Figura 6.1 – Curva força-deflexão das estruturas tipo I e tipo II [42]	105
Figura 6.2 – Modelo da primeira fase da deformação [44]	109
Figura 6.3 – Equilíbrio de forças do modelo [44]	110
Figura 6.4 – Variação de V e V_1 com o tempo [44]	114
Figura 6.5 – Comparação entre os modelos dependente e independente da taxa de deformação	119
Figura 6.6 – Efeito do encruamento sobre a primeira fase	120
Figura 6.7 – Efeito do encruamento sobre a primeira fase	120
Figura 6.8 – Modelo de flambagem no primeiro modo [44]	121
Figura 6.9 – Efeito do encruamento sobre a primeira fase	124
Figura 6.10 – Efeito do encruamento sobre a primeira fase	125
Figura 6.11 – Modelo representando uma dobra axissimétrica da flambagem progressiva de uma casca cilíndrica [44]	133
Figura 6.12 – Mecanismo da deformação e esforços envolvidos [44]	135
Figura 6.13 – Comparação entre os modelos de flambagem global e progressiva	144
Figura 7.1 – Resposta de tubos impactados a uma taxa de deformação inicial de aproximadamente $57,8 \text{ s}^{-1}$	146
Figura 7.2 – Resposta do tubo a duas velocidades de impacto diferentes	146

Figura 7.3 – Comparação entre um material sensível e um insensível à taxa de deformação	147
Figura 7.4 – Comparação entre a simulação com elementos finitos e o modelo proposto no item 6.1.3	148
Figura 7.5 – Comparação entre a simulação com elementos finitos e o modelo proposto no item 6.1.3	149
Figura 7.6 – Efeito da imperfeição inicial sobre a resposta do modelo proposto	150
Figura 7.7 – Comparação entre o MEF e o modelo do item 6.2.2	152
Figura 7.8 – Formação de uma meia dobra nas rótulas plásticas superior e inferior	153
Figura 7.9 – Variações propostas para o modelo do item 6.2.2	154
Figura 7.10 – Comparação entre o modelo 6.2.4 e a simulação com o MEF	155
Figura 7.11 – Comparação entre o modelo 6.2.4 e a simulação com o MEF	156
Figura 7.12 – Tubo de 150 mm impactado a uma velocidade de 8,75 m/s	157
Figura A.1 – Desenho de conjunto da Barra de Hopkinson	163
Figura A.2 – Estrutura da Barra de Hopkinson	164
Figura A.3 – Barras de impacto	165
Figura A.4 – Pistola a gás	166
Figura A.5 – Barra de entrada e de saída	167
Figura A.6 – Tubo de acionamento	168
Figura A.7 – Prolongamento	169
Figura A.8 – Batente	170
Figura A.9 – Mancal de apoio das barras de entrada e de saída	171
Figura A.10 – Suporte do tubo de acionamento e do prolongamento	172
Figura B.1 – Curvaturas das rótulas plásticas	175
Figura B.2 – Curvaturas das rótulas plásticas	178
Figura B.3 – Distribuição de momentos fletores ao longo do tubo	180
Figura C.1 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH. Taxa de deformação média de 197 s^{-1}	183
Figura C.2 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH. Taxa de deformação média de 704 s^{-1}	184

Figura C.3 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH.	
Taxa de deformação média de 1248 s ⁻¹	184
Figura C.4 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH.	
Taxa de deformação média de 1887 s ⁻¹	185
Figura C.5 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH.	
Taxa de deformação média de 3409 s ⁻¹	185
Figura C.6 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH.	
Taxa de deformação média de 5243 s ⁻¹	186
Figura C.7 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH.	
Taxa de deformação média de 612,2 s ⁻¹	187
Figura C.8 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH.	
Taxa de deformação média de 1137,7 s ⁻¹	188
Figura C.9 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH.	
Taxa de deformação média de 1782,2 s ⁻¹	188
Figura C.10 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH.	
Taxa de deformação média de 3067,5 s ⁻¹	189

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Teste a alta taxa de deformação	50
Tabela 2.2 – Teste a baixa taxa de deformação	50
Tabela 3.1 – Resumo dos testes de compressão uniaxial	71
Tabela 3.2 – Resumo dos resultados obtidos com a BH	76
Tabela 3.3 – Valor das constantes D e q do material do tubo	77
Tabela 4.1 – Relação de tubos testados	81
Tabela 4.2 – Resultados dos testes quase-estáticos de compressão axial dos tubos trefilados de aço 1020	82
Tabela 4.3	89
Tabela 4.4	90
Tabela 4.5	90
Tabela 5.1 – Imperfeições testadas em tubos com 130 e 140 mm de comprimento	95
Tabela 5.2	99
Tabela 5.3	100
Tabela 6.1 – Energia dissipada em função dos parâmetros materiais	121
Tabela 6.2 – Energia dissipada em função dos parâmetros materiais	125
Tabela 7.1 – Valores de imperfeição inicial	151

LISTA DE ABREVIATURAS

BH	Barra de Hopkinson
MEF	Método dos Elementos Finitos
USP	Universidade de São Paulo

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras latinas:

A	área da seção transversal das barras de entrada e de saída (capítulo 2) ou área da seção transversal do tubo (capítulo 6)
A_{cp}	área da seção transversal do corpo de prova
A_{st}	área da seção transversal da barra de impacto
a	coeficiente angular da equação de uma reta
b	coeficiente linear da equação de uma reta
c	rigidez à flexão das rótulas plásticas
c_1	rigidez à flexão das rótulas plásticas do modelo da figura 6.7
c_0	velocidade da onda elástica nas barras de entrada e de saída
c_{st}	velocidade da onda elástica na barra de impacto
D	parâmetro da equação de Cowper-Symonds
d_c	distância do extensômetro à extremidade da barra de saída
d_{cp}	diâmetro do corpo de prova
$d\varepsilon_e$	incremento na deformação equivalente
$d\sigma_{eT}$	incremento na tensão equivalente de Tresca
$d\sigma_x$	incremento na tensão axial
$d\sigma_\theta$	incremento na tensão circunferencial
$d\varepsilon_x$	incremento de deformação axial
$d\varepsilon_\theta$	incremento de deformação circunferencial
dM_i	incremento de momento na rótula plástica i
dF_i^c	incremento de força radial na rótula plástica i
dF_{ik}^x	incremento de força axial na mola k da rótula plástica i
$d\sigma_{ik}^x$	incremento de tensão axial na mola k da rótula plástica i
dF_{ik}^θ	incremento de força circunferencial na mola k da rótula plástica i
$d\sigma_{ik}^\theta$	incremento de tensão circunferencial na mola k da rótula plástica i
dF_{ik}^c	incremento de força radial na mola k da rótula plástica i

E	módulo de elasticidade das barras
E_{cin}	energia cinética
E_{trans}	energia cinética de translação
E_{rot}	energia cinética de rotação
E_{ep}	módulo elastoplástico do material
E_p	módulo plástico do material
f	variável dependente do valor do ângulo de rotação φ (equação (6.58))
f'	derivada de f em relação a φ
\dot{f}	derivada de f em relação ao tempo
F_c	força radial
F_θ	força de membrana circunferencial
G	massa de impacto
G_1	massa de impacto por unidade de comprimento circunferencial
h	espessura do tubo
I	momento de inércia
L	comprimento do tubo
L_{cp}	comprimento do corpo de prova
L_i	comprimento da barra de entrada
L_p	comprimento do pulso de tensão
L_{st}	comprimento da barra de impacto
L_t	comprimento da barra de saída
l	comprimento de uma haste do modelo da figura 6.8
m	massa por unidade de comprimento do tubo
m_a	massa por unidade de área da casca
m^*	massa da haste por unidade de comprimento circunferencial
M	massa total de cada haste (meia dobra) da figura 6.8
M_1	momento fletor axial atuante nas rótulas plásticas superior e inferior (figura 6.9)
M_1^*	momento axial por unidade de comprimento circunferencial
M_2	momento fletor axial atuante na rótula plástica central (figura 6.9)
M_2^*	momento axial por unidade de comprimento circunferencial

M_c	momento fletor causado pelas forças radiais
M_A	momento fletor atuante na rótula plástica A
M_B	momento fletor atuante na rótula plástica B
M_C	momento fletor atuante na rótula plástica C
M_D	momento fletor atuante na rótula plástica D
M_0	momento estático de plastificação total da seção
M_y	momento estático de início de plastificação da seção
M_t	massa do tubo
M_p^d	momento plástico dinâmico
P	força de compressão exercida pela massa de impacto sobre o tubo
P_m	força de compressão média
P_1	força atuante na extremidade esquerda do corpo de prova
P_2	força atuante na extremidade direita do corpo de prova
Q	força generalizada associada à coordenada generalizada ϕ
Q_ϕ	força generalizada associada à coordenada generalizada ϕ
Q'_ϕ	impulso generalizado
q	parâmetro da equação de Cowper-Symonds
R	raio médio do tubo
S_x	componente do tensor desviador de tensão
S_θ	componente do tensor desviador de tensão
t	tempo
t^*	instante de tempo no qual a fase inicial de compressão do tubo cessa
t_p	tempo de duração do pulso
t_a^I	momento no qual o pulso incidente atinge o ponto a
t_b^I	momento no qual o pulso incidente atinge o ponto b
t_a^R	momento no qual o pulso refletido atinge o ponto a
t_b^R	momento no qual o pulso refletido atinge o ponto b
u	deslocamento
u_1	deslocamento da extremidade esquerda do corpo de prova
u_2	deslocamento da extremidade direita do corpo de prova

\dot{u}	velocidade da extremidade superior
V_0	velocidade inicial de impacto
V_1	parcela da velocidade causada pela rotação das hastes
\dot{V}	aceleração da massa de impacto
V^*	velocidade ao final da primeira fase do processo de flambagem
v_i	velocidade na interface de contato entre a barra de entrada e a barra de impacto
v_{st}	velocidade de impacto da barra de impacto
x	posição axial
\dot{x}	velocidade axial
X_1	força horizontal atuante na rótula B
X_2	força horizontal atuante na rótula C
$W_{virtual}$	trabalho virtual
w	deslocamento lateral
w_0	deslocamento lateral inicial
\dot{w}	primeira derivada de w com relação ao tempo
\ddot{w}	segunda derivada de w com relação ao tempo
y	coordenada medida ao longo de uma haste

Letras gregas:

χ_A	comprimento da rótula plástica A
χ_B	comprimento da rótula plástica B
χ_A^{ep}	comprimento da rótula plástica de um tubo elástico perfeitamente plástico
χ_B^{ep}	comprimento da rótula plástica de um tubo elástico perfeitamente plástico
β	relação entre as impedâncias das barras de entrada e de impacto
$\delta\phi$	deslocamento virtual
δx	deslocamento axial virtual

Δ	compressão sofrida pelo tubo
Δ_i	valor de Δ na i-ésima iteração
$\dot{\Delta}$	taxa de compressão do tubo
$\dot{\Delta}_i$	valor de $\dot{\Delta}$ na i-ésima iteração
Δt	intervalo de tempo
ε	deformação
ε_e	deformação equivalente
$\dot{\varepsilon}_x$	taxa de deformação axial
$\dot{\varepsilon}_\theta$	taxa de deformação circunferencial
$\dot{\varepsilon}_e$	taxa de deformação equivalente
ε_1	deformação na extremidade esquerda do corpo de prova
ε_2	deformação na extremidade direita do corpo de prova
ε_{cp}	deformação ao longo do corpo de prova
$\dot{\varepsilon}_{cp}$	taxa de deformação ao longo do corpo de prova
$\ddot{\varepsilon}_{cp}$	segunda derivada da deformação do corpo de prova
ε_i	pulso de deformação incidente
ε_r	pulso de deformação refletido
ε_t	pulso de deformação transmitido
ε_a^i	pulso de deformação incidente medido no ponto <i>a</i>
ε_b^i	pulso de deformação incidente medido no ponto <i>b</i>
ε_a^R	pulso de deformação refletido medido no ponto <i>a</i>
ε_b^R	pulso de deformação refletido medido no ponto <i>b</i>
ε_{corr}	deformação corrigida
ε_0	deformação de início de escoamento
$\varepsilon_{micr\acute{o}metro}$	deformação final do corpo de prova medida com micrômetro após o teste de compressão uniaxial
$\varepsilon_{INSTRON}$	deformação instantânea calculada a partir do deslocamento medido pela máquina INSTRON

$\varepsilon_{INSTRON}^{final}$	deformação instantânea calculada a partir do deslocamento medido pela máquina INSTRON
ϕ	ângulo de rotação das hastes (figura 6.8)
ϕ_0	ângulo inicial de rotação
$\dot{\phi}$	velocidade angular das hastes (figura 6.8)
$\dot{\phi}_0$	velocidade angular inicial
$\ddot{\phi}$	aceleração angular das hastes (figura 6.8)
Γ	fator de proporcionalidade definido pela equação (6.126)
Γ_1	constante definida pela equação (6.73)
Γ_2	constante definida pela equação (6.74)
Γ_3	constante definida pela equação (6.75)
γ	constante definida pela equação (6.8)
κ	curvatura
κ_0	curvatura inicial
κ_A	curvatura da rótula plástica A
κ_B	curvatura da rótula plástica B
$\dot{\kappa}$	taxa de alteração da curvatura
$\dot{\kappa}_A$	taxa de alteração da curvatura no ponto A
$\dot{\kappa}_B$	taxa de alteração da curvatura no ponto B
λ	relação entre o módulo elastoplástico e o módulo de elasticidade do material
ν	coeficiente de Poisson
ν_{cp}	coeficiente de Poisson do corpo de prova
φ	ângulo de rotação das hastes superior e inferior (figura 6.1)
φ_1	ângulo de rotação da haste superior (figura 6.1)
φ_2	ângulo de rotação da haste inferior (figura 6.1)
φ_0	ângulo inicial de rotação das hastes superior e inferior (figura 6.1)
φ_{01}	ângulo inicial de rotação da haste superior (figura 6.1)
φ_{02}	ângulo inicial de rotação da haste inferior (figura 6.1)
φ_i	valor de φ na i-ésima iteração

$\dot{\varphi}$	primeira derivada de φ com relação ao tempo
$\dot{\varphi}_1$	primeira derivada de φ_1 com relação ao tempo
$\dot{\varphi}_2$	primeira derivada de φ_2 com relação ao tempo
$\dot{\varphi}_i$	valor de $\dot{\varphi}$ na i-ésima iteração
$\ddot{\varphi}$	segunda derivada de φ com relação ao tempo
$\ddot{\varphi}_1$	segunda derivada de φ_1 com relação ao tempo
$\ddot{\varphi}_2$	segunda derivada de φ_2 com relação ao tempo
$\ddot{\varphi}_i$	valor de $\ddot{\varphi}$ na i-ésima iteração
ρ	densidade das barras de entrada e de saída (capítulo 2) ou densidade do material do tubo (capítulo 6)
ρ_{cp}	densidade do corpo de prova
ρ_{st}	densidade da barra de impacto
σ	tensor de tensão
σ_d	tensor desviador de tensão
σ_h	tensor hidrostático
σ_h	tensão hidrostática
σ_x	tensão axial
σ_θ	tensão circunferencial
σ_{cp}	tensão ao longo do corpo de prova
σ_e	tensão equivalente de von Mises
σ_{eT}	tensão equivalente de Tresca
σ_i	pulso de tensão incidente
σ_r	pulso de tensão refletido
σ_{st}	pulso de tensão na barra de impacto
σ_t	pulso de tensão transmitido
σ^*	correção na tensão da espécime segundo [25]
σ_0	tensão de início de escoamento
σ^d	tensão dinâmica
σ^s	tensão estática

ψ	ângulo de rotação da haste central (figura 6.2)
ψ_0	ângulo inicial de rotação da haste central (figura 6.2)
$\dot{\psi}$	velocidade angular da haste central (figura 6.2)
Ω	constante calculada a partir da curvatura da rótula plástica
Ω_A	valor de Ω no ponto A
Ω_B	valor de Ω no ponto B

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

A absorção de energia de impacto de uma forma controlada tem sido tema de diversas pesquisas nas últimas décadas. Este assunto desperta especial interesse na indústria de transportes, a qual visa constantemente uma maior segurança para os passageiros. Tal preocupação se traduz no uso de estruturas especialmente projetadas para suportar cargas de impacto, as quais garantem que a desaceleração durante uma colisão ocorra dentro de limites aceitáveis. Paralelamente à necessidade de maior segurança em condições de impacto, a indústria de transportes, em especial a indústria automobilística, procura reduzir a massa das estruturas visando desta forma reduzir custos e obter maior economia de combustível. Dentro deste contexto, o uso de estruturas de paredes finas, como os perfis tubulares, e estruturas compostas, formadas por tubos metálicos preenchidos por espuma de poliuretano ou espuma de alumínio, tem merecido destaque. Inúmeras pesquisas têm procurado determinar de forma experimental, numérica ou teórica o comportamento das referidas estruturas sob condições de impacto.

Verificou-se que a flambagem progressiva de perfis tubulares representa uma das formas mais eficientes de absorver energia de impacto de uma forma regular e controlada [1] e que a adição de um preenchimento pode melhorar ainda mais a eficiência destas estruturas. Li e Reid [2] analisaram de forma teórica a flambagem de tubos quadrados. Para tal eles empregaram a abordagem de Stowell, a qual representa cada painel do tubo através de uma placa simplesmente apoiada. Os autores levaram em conta as condições de contorno reais dos cantos do tubo. Verificaram que vários parâmetros relacionados às propriedades mecânicas dos materiais afetam o modo de flambagem, inclusive o encruamento, fato que limita o emprego de modelos perfeitamente plásticos. Segundo eles, a desconsideração do encruamento pode conduzir a resultados fisicamente inconsistentes.

Reid [3] realizou testes quase-estáticos em tubos circulares de paredes finas, $d/h > 20$ (onde d é o diâmetro e h é a espessura do tubo), comprimidos axialmente e estudou três diferentes mecanismos de absorção de energia de impacto: flambagem axial, inversão externa e separação axial (*axial splitting*). No mesmo artigo, Reid

estuda a flambagem axial de tubos quadrados preenchidos com espuma de poliuretano. Ele demonstrou que a espuma faz com que o tubo quadrado mude o modo de flambagem de não-compacta para compacta. No mesmo ano, Gupta e Gupta [8] investigaram o efeito do recozimento, das características geométricas e da presença de furos usinados nas paredes de tubos de aço e de alumínio. Estes pesquisadores verificaram que a presença dos furos dificulta a ocorrência de flambagem global (flambagem de Euler). Gupta e Gupta [8] analisaram também a transição entre modo axissimétrico e o modo assimétrico diamante. Além disto propuseram equações empíricas para o cálculo da força média e de pico.

Outros autores concentraram seus esforços na determinação da capacidade de absorção de energia de tubos preenchidos com espuma de alumínio [12,16-18]. A espuma de alumínio é adequada para absorver energia de impacto, pois sua deformação é dominada por efeitos inelásticos e de micro-instabilidade. E sua curva tensão-deformação não demonstra um máximo distinto nem flutuações de tensão numa faixa de deformações que chega a 70-80% [12,18]. Além disto, a espuma funciona como uma espécie de fundação elasto-plástica para as paredes do tubo, reduzindo o comprimento de onda da dobra e com isso aumentando a resistência da estrutura [17].

Seitzberger et al. [12], por exemplo, realizaram experimentos quase-estáticos em tubos de aço de seção quadrada e circular preenchidos com espuma de alumínio. Os autores simularam a deformação do perfil composto de seção quadrada através do programa de MEF ABAQUS/EXPLICIT. A força média fornecida pelo programa concordou com os resultados experimentais. Segundo eles, a espuma aumenta a dissipação específica de energia (energia dissipada por unidade de massa da estrutura) e eleva de 40% a 60% a força média por unidade de massa.

Diversos pesquisadores constataram que o preenchimento dos tubos com espumas de alumínio de maior densidade aparente aumenta ainda mais a eficiência da estrutura [12,17,18]. Seitzberger et al. [18] demonstraram que os efeitos de interação entre a espuma e o tubo são responsáveis por um aumento da força média acima do valor da soma das forças médias causadas pelos elementos individuais. Eles verificaram ainda que um aumento na densidade da espuma causava um aumento no efeito de interação, chegando este a corresponder, em alguns casos, a 45% da força

média desenvolvida pela estrutura. Por outro lado, densidades muito elevadas aumentam a tendência de flambar de forma global e reduzem a distância de esmagamento máximo da estrutura. Por este motivo, Seitzberger et al. [18] sugerem a seguinte faixa de densidades aparentes como sendo a ideal: 0,3 a 0,6 g/cm³. Segundo eles, uma espuma dentro da referida faixa garante a ocorrência de flambagem progressiva regular no modo inextensível e, portanto com flutuações de tensão reduzidas e ao mesmo tempo mantendo elevada dissipação específica de energia.

Na prática industrial não é comum utilizar tubos de parede contínua como, por exemplo, os tubos laminados ou extrudados de seção circular e quadrada. Usualmente empregam-se tubos formados a partir da união por solda ponto de perfis abertos (seções do tipo *top-hat* e *double-hat*). White et al. [13,14,20,22] investigaram de forma teórica e experimental a compressão axial quase-estática e dinâmica de tubos com seção *top-hat* e *double-hat*. Os autores compararam seus resultados às teorias e experimentos realizados por diversos outros autores. Na análise teórica eles utilizaram os elementos *superfolding* desenvolvidos por Abramowicz e Wierzbicki para calcular a força média de esmagamento das referidas estruturas. Na análise dinâmica, o modelo adotado levava em conta o encruamento do material e a sensibilidade à taxa de deformação. Tal modelo forneceu bons resultados para os perfis com flanges largos.

White, Jones e Abramowicz [14] desenvolveram uma solução quase-estática para materiais perfeitamente plásticos e outra para materiais com encruamento. Eles verificaram que os resultados fornecidos pelos modelos para material perfeitamente plástico e para material com encruamento representavam um limite inferior e superior, respectivamente, para os dados experimentais. As equações desenvolvidas são válidas apenas para o modo regular de deformação. Verificaram também boa correlação entre a teoria e resultados numéricos obtidos com o programa CRASHCAD.

White e Jones [20,22] identificaram as diferentes formas de colapso dos tubos *top-hat* e *double-hat* e verificaram que tanto no caso quase-estático quanto no dinâmico os perfis *double-hat* são mais instáveis que os *top-hat*, e que aqueles absorvem mais energia do que estes quando a flambagem ocorre de forma regular. Este fato está de pleno acordo com a teoria desenvolvida pelos mesmos autores

[13,14]. O perfil *double-hat* possui maior número de cantos, os quais funcionam como enrijecedores e, portanto, aumentam a quantidade de energia absorvida. Por fim, os autores analisaram a resposta da estrutura em função de diversos parâmetros geométricos e perceberam que flanges mais largos tendem a tornar a flambagem mais regular.

Kim e Wierzbicki [16] estudaram o impacto em uma estrutura “S”, a qual também é uma estrutura formada a partir da união por solda ponto de perfis abertos e que é encontrada correntemente nos automóveis atuais. O estudo baseou-se no uso do programa de elementos finitos não-linear PAM-CRASH. Foram verificados os efeitos do emprego de reforços internos, da forma como a seção transversal era composta e do preenchimento com espuma de alumínio. Estes pesquisadores constataram que é possível obter um aumento de aproximadamente 200% na dissipação específica de energia simplesmente através da adição de espuma ou pelo uso de um reforço interno em conjunto com imperfeições iniciais que facilitem a flambagem progressiva da estrutura. As referências [19,21,22] também destacam a importância de se utilizar imperfeições iniciais para garantir a ocorrência de flambagem progressiva. Abramowicz [19] e Hanssen et al. [21] citam ainda que as imperfeições iniciais reduzem a força de pico, aproximando-a do valor da força média.

As mais variadas configurações de tubos já foram estudadas. Chen e Wierzbicki [17], por exemplo, realizaram um estudo analítico e numérico de tubos extrudados de alumínio com seções constituídas por uma, duas ou três células. Eles desenvolveram uma solução analítica para a força média a partir da teoria do elemento *superfolding*, porém fazendo uso de um mecanismo de dobra simplificado. A solução desenvolvida para perfis de múltiplas células se assemelha muito à solução numérica. Seitzberger et al. [18], por sua vez, investigaram de forma experimental a compressão quase-estática de configurações mono-tubo (um único tubo) e bi-tubo (um tubo inserido concentricamente dentro de outro) vazias ou preenchidas, utilizando diferentes materiais, dimensões e formas da seção transversal (quadrada, hexagonal e octogonal). Seus resultados demonstram que tubos hexagonais e octogonais possuem uma dissipação específica de energia bem superior a dos tubos quadrados. A dissipação específica de energia também aumenta quando,

para uma dada espessura, as dimensões da seção transversal são reduzidas, e quando um tubo é inserido concentricamente dentro de outro, formando desta maneira uma configuração bi-tubo.

Na área de projeto de estruturas para a absorção de energia de impacto. Abramowicz [19] descreve quais requisitos devem ser atendidos para o projeto adequado de colunas sob impacto. Ele implementou uma teoria baseada no elemento *superfolding* em um programa computacional que pode ser muito útil na fase de pré-projeto de um sistema de absorção de energia. O programa é capaz de modelar arranjos estruturais mais complexos formados pela associação de vários membros prismáticos, como por exemplo, a estrutura “S” de um carro. Além disto, o programa desenvolvido calcula parâmetros de projeto para as imperfeições iniciais e para a geometria da solda-ponto, a força de pico, a absorção de energia e a curva força-deflexão da estrutura analisada.

Hanssen et al. [21] utilizaram equações para a força média, a força máxima e a distância efetiva de esmagamento (deflexão máxima que o tubo pode sofrer dividida pelo comprimento do tubo), e um algoritmo não-linear de otimização para minimizar a massa de uma coluna quadrada de alumínio preenchida com espuma de alumínio. As equações adotadas foram obtidas experimentalmente através de outro trabalho dos próprios autores. Estes pesquisadores demonstraram que a solução mais leve que atende a todos os requisitos de projeto (quantia de energia dissipada, força de pico, estabilidade global e geometria da estrutura) é a espuma sozinha. Entretanto, esta não é uma solução viável, pois a espuma não é adequada para cargas normais de trabalho, e sim para solicitações de impacto. Portanto, a estrutura deve ser obrigatoriamente composta pelos dois elementos. Tendo isto em vista, a coluna ideal é aquela que possui o tubo de menor espessura, o material de maior resistência, a espuma de maior densidade, a seção transversal de dimensões mais reduzidas, e que, em adição a isto, não flambe de forma global.

Outro tópico de extrema importância e que vem sendo motivo de vários estudos nos últimos anos concerne à transição entre os diversos modos de flambagem dos tubos. Abramowicz e Jones [4] realizaram experimentos quase-estáticos e dinâmicos para determinar o comprimento de transição entre a flambagem global (flambagem de Euler) e a flambagem progressiva (flambagem local) de tubos de aço

de seção circular e quadrada. Os autores apresentam também um modelo dinâmico simplificado que visa esclarecer alguns aspectos do fenômeno de transição. Além disto, eles descrevem um critério de transição válido para tubos quadrados no regime elástico e no plástico solicitados de forma quase-estática.

Karagiozova et al. [1] investigaram a flambagem axissimétrica de cascas cilíndricas constituídas de material elasto-plástico usando um programa de análise por elementos finitos. Eles determinaram os critérios de transição entre a flambagem progressiva e a dinâmica plástica para duas cascas particulares. Verificaram que a inércia do tubo e as propriedades materiais influenciam a propagação de ondas de tensão, determinando o modo de flambagem. Apresentaram também uma expressão para o cálculo da força de pico no caso de impacto à alta velocidade. Karagiozova e Jones [5] estudaram numericamente o efeito das propriedades do material, da geometria do tubo e das condições de contorno sobre a resposta da estrutura ao impacto axial. Os autores demonstraram que o efeito da velocidade de impacto é bem mais perceptível no caso de materiais sensíveis à taxa de deformação ou no caso de tubos com baixa inércia radial. Segundo eles, a variação na condição de contorno influencia a resposta da estrutura apenas quando a velocidade de impacto é inferior a 30 m/s. Desenvolveram equações teóricas para o cálculo da força de pico válidas para materiais que obedecem ao critério de Tresca e de von Mises. Para velocidades na faixa de 40 a 120 m/s, a equação do modelo de von Mises apresentou boa concordância com os resultados numéricos.

Karagiozova e Jones [6] analisaram a flambagem dinâmica plástica e a flambagem progressiva do ponto de vista da propagação de ondas de tensão e observaram que materiais insensíveis à taxa de deformação podem flambar tanto em um modo quanto em outro, enquanto que os materiais sensíveis à taxa de deformação sempre flambam no modo progressivo. Os autores apresentam ainda equações para o cálculo da velocidade das ondas plásticas de tensão. Karagiozova e Jones [6] verificaram que a teoria uniaxial de propagação de ondas subestima a força de pico, pois a velocidade da onda plástica uniaxial é menor do que a velocidade das ondas plásticas que surgem em uma casca cilíndrica quando esta é impactada axialmente. As equações para a força de pico apresentadas no referido artigo são válidas para

velocidades de impacto que causam uma plastificação instantânea da extremidade impactada.

Karagiozova e Jones [7] perceberam que as aproximações na curva tensão-deformação do material são significativas no caso de impactos à alta velocidade. Karagiozova e Alves [43,44] realizaram um amplo estudo experimental, numérico e teórico sobre a transição entre os modos de flambagem progressiva e global em tubos circulares de alumínio (um material insensível à taxa de deformação). O modo de flambagem progressiva (veja a figura 1.1), também conhecido como modo local, caracteriza-se pela formação progressiva de dobras axissimétricas ou assimétricas, o que resulta em um sanfonamento do tubo. Este modo é o mais importante no contexto de dissipação de energia de impacto, pois ao flambar segundo este modo a estrutura dissipa a energia de uma forma regular e controlada [1]. O modo de flambagem global (veja a figura 1.2), também chamado de flambagem de Euler, caracteriza-se pela flexão global do tubo como se este fosse uma haste. Este modo de flambagem dissipa pouca energia quando comparado ao modo progressivo. Em razão disto, o modo de flambagem progressiva é o predileto no que tange à dissipação de energia de impacto.



Figura 1.1 – Flambagem progressiva axissimétrica



Figura 1.2 – Flambagem global

O trabalho de Mestrado relatado neste documento visou estudar o fenômeno da transição entre o modo de Euler e o modo local em tubos circulares de aço, os quais são sensíveis à taxa de deformação. Para tal, o autor e o Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto em Estruturas da Escola Politécnica da USP desenvolveram uma Barra de Hopkinson, a qual permitiu medir as propriedades dinâmicas do aço, fundamentais para as análises numérica e teórica executadas no âmbito deste trabalho. Fez parte também do escopo deste Mestrado a realização de experimentos de impacto axial, os quais foram empregados na validação das análises numéricas da flambagem de cascas cilíndricas. O fenômeno de flambagem também foi estudado de modo teórico neste trabalho. Os resultados deste estudo podem servir à formulação de um critério de transição apto a prever, dadas as condições iniciais, as propriedades geométricas e de material, se a flambagem é progressiva ou global.

CAPÍTULO 2 – BARRA DE HOPKINSON

2.1. Introdução

A comunidade científica sempre procurou modelar o comportamento dos diferentes materiais existentes. Neste esforço surgiram, além de outros, os modelos de elasticidade e elasto-visco-plasticidade, os quais têm sido utilizados extensivamente na descrição do comportamento dos metais. Paralelamente ao esforço de se obter modelos que caracterizassem os materiais, surgiram testes experimentais que visavam determinar os parâmetros materiais necessários à modelagem matemática. Entre estes testes, destaca-se o já consagrado teste uniaxial de tração e o teste da Barra de Hopkinson (BH). O primeiro fornece informações referentes ao comportamento do material submetido a cargas quase-estáticas. O segundo é adequado para obter parâmetros materiais referentes a um estado de elevadas taxas de deformação.

O teste da Barra de Hopkinson, ou Barra de Kolsky, foi inventado por Kolsky em 1949. O teste consiste em um corpo de prova, o qual é colocado entre duas barras elásticas (veja figura 2.1). Um pulso de tensão compressiva é gerado na extremidade esquerda da barra de entrada. Quando este pulso atinge a interface entre a barra e o corpo de prova, ele é parcialmente transmitido através do corpo de prova e parcialmente refletido. Os pulsos refletido e transmitido são medidos por extensômetros localizados nas barras de entrada e saída. Os sinais armazenados podem ser posteriormente utilizados na determinação da história de deformação do corpo de prova. O pulso de tensão é gerado através do impacto de uma terceira barra, chamada de barra de impacto, contra a barra de entrada. A barra de impacto é geralmente acelerada por uma pistola a gás especialmente desenvolvida para este propósito. Para detalhes adicionais sugere-se ao leitor a referência [41].

Desde sua invenção, a Barra de Hopkinson sofreu diversas alterações. Ela foi adaptada para testes de tração [34], torção [24], compressão combinada à torção [31], fratura dinâmica [30], entre outras variações. Harding [28] apresenta diversas destas

variações a que a Barra de Hopkinson foi submetida ao longo do tempo. Em particular, Nemat-Nasser et al. [37] desenvolveram novas técnicas para a BH, as quais permitem realizar testes de compressão seguida de tração, o que possibilita a análise do efeito de Bauschinger sob elevadas taxas de deformação. As técnicas apresentadas no artigo [37] também possibilitam a realização de experimentos de recuperação dinâmica, nos quais o corpo de prova é submetido a um pulso de tensão pré-definido e então é recuperado sem carregamento adicional para análise pós-teste da microestrutura. Testes com a BH em condições de elevada temperatura também foram reportados [36].

Meng e Li [35] utilizaram uma técnica de separação de ondas para reduzir a distância entre a interface barra-corpo de prova e o extensômetro, minimizando desta forma a dispersão e a atenuação da onda durante o teste. A técnica de separação de ondas empregada consiste em um método de medição da deformação em dois pontos distintos, o qual é capaz de separar as ondas incidente e refletida.

2.2. Modelagem matemática

A seguir serão apresentadas as equações nas quais o funcionamento da Barra de Hopkinson se baseia. Admite-se que as ondas de tensão percorrem o corpo de prova em um espaço de tempo muito reduzido quando comparado ao tempo total do teste, permitindo desta forma que diversas reflexões ocorram nas extremidades do corpo de prova. Devido às diversas reflexões das ondas de tensão, pode-se admitir que o corpo de prova apresenta um estado uniforme de tensão e deformação. Além disto, adota-se a hipótese de que o estado de tensão é uniaxial, o que pode ser garantido mediante o uso de lubrificantes entre as barras e o corpo de prova. Admite-se também que as tensões e velocidades nas extremidades do corpo de prova são transmitidas sem dispersão pelas barras incidente (também denominada barra de entrada) e transmissora (também denominada barra de saída). Adotando mesmo material e área da seção transversal para as barras de entrada e saída, obtêm-se

expressões simples para a tensão, a deformação e a taxa de deformação no corpo de prova.

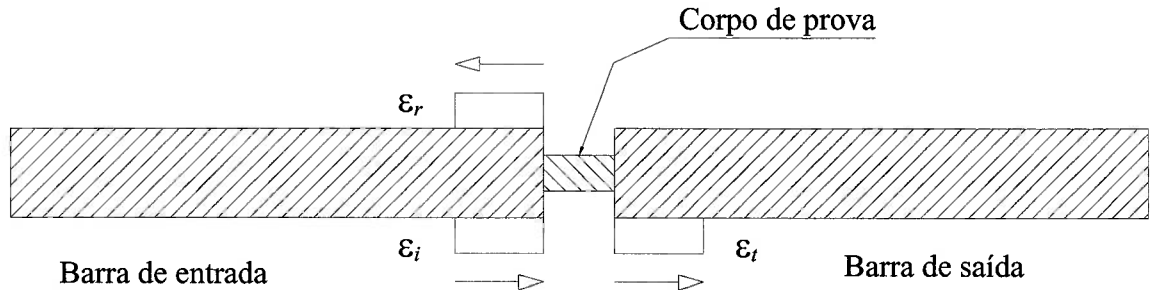


Figura 2.1

Considere a figura esquemática 2.1, na qual são mostrados os pulsos incidente, refletido e transmitido, ε_i , ε_r e ε_t . Os deslocamentos, u , das extremidades do corpo de prova são dados por [29,41]:

$$u_1 = \int_0^t c_0 \varepsilon_1 dt \quad (2.1)$$

e

$$u_2 = \int_0^t c_0 \varepsilon_2 dt, \quad (2.2)$$

sendo c_0 a velocidade da onda elástica nas barras. Os subscritos 1 e 2 referem-se respectivamente às extremidades esquerda e direita do corpo de prova (veja figura 2.1). As equações (2.1) e (2.2) podem ser reescritas em função dos pulsos incidente, refletido e transmitido:

$$u_1 = c_0 \int_0^t (\varepsilon_i - \varepsilon_r) dt, \quad (2.3)$$

$$u_2 = c_0 \int_0^t \varepsilon_i dt. \quad (2.4)$$

Observe que no presente Capítulo as tensões e deformações compressivas possuem sinal positivo. Como o estado de tensão e deformação é admitido uniforme ao longo do corpo de prova, a deformação, ε_{cp} , do mesmo é dada pela expressão abaixo:

$$\varepsilon_{cp} = \frac{u_1 - u_2}{L_{cp}}, \quad (2.5)$$

onde L_{cp} representa o comprimento do corpo de prova. Substituindo (2.3) e (2.4) em (2.5) obtém-se a seguinte equação para a deformação do corpo de prova:

$$\varepsilon_{cp} = \frac{c_0}{L_{cp}} \int_0^t (\varepsilon_i - \varepsilon_r - \varepsilon_t) dt. \quad (2.6)$$

As forças nas extremidades do corpo de prova são obtidas de:

$$\begin{aligned} P_1 &= EA(\varepsilon_i + \varepsilon_r), \\ P_2 &= EA\varepsilon_t, \end{aligned} \quad (2.7)$$

sendo E e A o módulo de elasticidade e a área da seção transversal das barras incidente e transmissora. Se admitirmos que $P_1 = P_2$, então a partir de (2.6) e (2.7) obtém-se:

$$\varepsilon_i + \varepsilon_r = \varepsilon_t \quad (2.8)$$

e

$$\varepsilon_{cp} = \frac{c_0}{L_{cp}} \int_0^t (\varepsilon_i - \varepsilon_r - \varepsilon_r - \varepsilon_t) dt. \quad (2.9)$$

Portanto, a deformação, a tensão e a taxa de deformação do corpo de prova podem ser calculadas a partir das equações abaixo:

$$\varepsilon_{cp} = \frac{-2c_0}{L_{cp}} \int_0^t \varepsilon_r dt, \quad (2.10)$$

$$\sigma_{cp} = E \frac{A}{A_{cp}} \varepsilon_r, \quad (2.11)$$

$$\dot{\varepsilon}_{cp} = \frac{-2c_0}{L_{cp}} \varepsilon_r, \quad (2.12)$$

sendo A_{cp} a área da seção transversal do corpo de prova. Observe que é necessário conhecer a geometria do corpo de prova, bem como o módulo de elasticidade, a densidade e a área da seção transversal das barras para poder caracterizar completamente a resposta do material a cargas dinâmicas. Zukas et al. [41] indica que as tensões, deformações e taxas de deformação calculadas pelas expressões acima representam apenas valores médios.

2.3. Dimensionamento da Barra de Hopkinson

No dimensionamento da barra de Hopkinson deve-se ter em mente quais são os requisitos de projeto a serem atendidos. Estes requisitos são normalmente as taxas máxima e mínima de deformação desejadas, e os valores máximos de tensão e de deformação ao quais o corpo de prova será submetido (em geral depende do tipo de material a ser testado, e.g., aço, metais não-ferrosos, cerâmicas). Estes requisitos estão intimamente ligados a algumas variáveis do projeto como, por exemplo, o comprimento do pulso de tensão, o nível de tensão nas barras, a área da seção transversal das barras e do corpo de prova, a velocidade de impacto, entre outras.

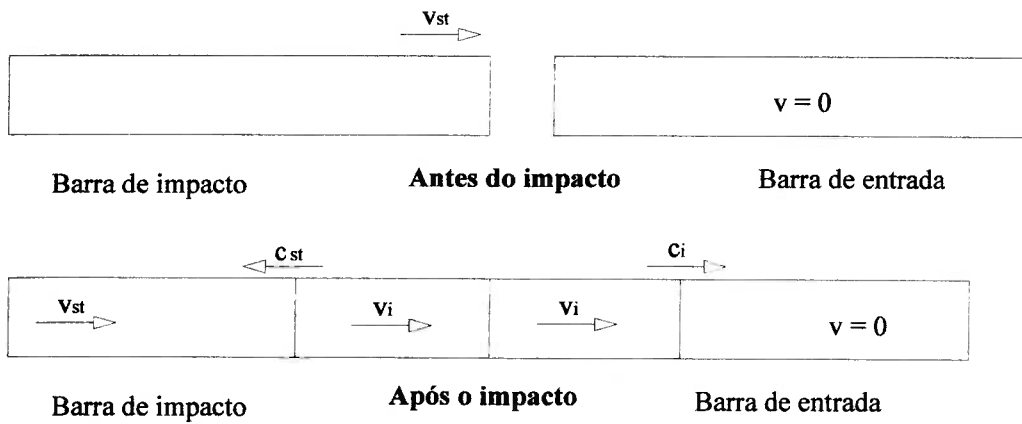


Figura 2.2

Considere a figura 2.2, na qual pode-se observar o impacto coaxial entre a barra de impacto e a barra de entrada. Antes do contato entre os corpos, a barra de impacto se desloca com uma velocidade v_{st} enquanto que a barra de entrada encontra-se em repouso. No momento do impacto, a força agindo sobre as barras na interface comum às mesmas é igual (princípio de ação e reação). A velocidade na interface de contato também deve ser a mesma para ambas as barras. Tal velocidade será denominada de v_i . Observe que $0 < v_i < v_{st}$. Se σ_{st} e σ_i forem as tensões geradas na barra de impacto e na barra de entrada, respectivamente, a seguinte expressão pode ser escrita:

$$A_{st}\sigma_{st} = A\sigma_i, \quad (2.13)$$

sendo A_{st} a área da barra de impacto. As tensões nas barras estão relacionadas com a velocidade na interface comum[†] da forma mostrada abaixo:

$$\sigma_{st} = \rho_{st}c_{st}(v_{st} - v_i), \quad (2.14)$$

$$\sigma_i = \rho c_0 v_i, \quad (2.15)$$

[†] Impacto elástico entre duas barras é apresentado em detalhes por Johnson [29].

sendo ρ_{st} e ρ as densidades da barra de impacto e da barra de entrada e c_{st} e c_0 as velocidades de propagação da onda elástica em ambas as barras. Substituindo (2.14) e (2.15) em (2.13) e isolando a variável v_i tem-se:

$$v_i = \frac{\beta v_{st}}{1 + \beta}, \quad (2.16)$$

$$\beta = \frac{A_{st} \rho_{st} c_{st}}{A \rho c_0}. \quad (2.17)$$

Substituindo agora as equações acima em (2.14) e (2.15) obtém-se uma forma de calcular a tensão na barra de impacto e na barra de entrada:

$$\sigma_{st} = \frac{\rho_{st} c_{st} v_{st}}{1 + \beta}, \quad (2.18)$$

$$\sigma_i = \frac{\rho c_0 \beta v_{st}}{1 + \beta}. \quad (2.19)$$

As barras permanecem em contato até que o pulso gerado na barra de impacto reflita na outra extremidade e retorne à interface de contato. O tempo, t_p , necessário para que o pulso retorne à interface de contato é igual a:

$$t_p = \frac{2L_{st}}{c_{st}},$$

sendo L_{st} o comprimento da barra de impacto. Portanto o comprimento do pulso, L_p , gerado na barra de entrada é:

$$L_p = c_0 t_p = 2L_{st} \frac{c_0}{c_{st}}. \quad (2.20)$$

O pulso de tensão propaga-se ao longo da barra incidente e ao atingir a interface de contato entre a barra e o corpo de prova é parcialmente refletido e parcialmente transmitido. A intensidade do pulso transmitido, σ_t , que é uma variável de projeto, deve garantir que o corpo de prova seja solicitado segundo a tensão especificada no projeto, σ_{cp} . De acordo com a equação (2.11), a tensão transmitida deve ser dada por:

$$\sigma_t = \frac{A_{cp}}{A} \sigma_{cp}. \quad (2.21)$$

O pulso refletido, por sua vez, é diretamente proporcional à taxa de deformação do corpo de prova (veja equação (2.12)). Como o valor da taxa de deformação é um requisito de projeto a ser atendido, a tensão refletida, σ_r , que também é uma variável de projeto, deve obrigatoriamente ser igual a:

$$\sigma_r = \frac{E L_{cp}}{-2c_0} \dot{\epsilon}_{cp}. \quad (2.22)$$

Para que os requisitos expressos em (2.21) e (2.22) sejam atendidos, o pulso incidente que se propaga pela barra de entrada deve obedecer à equação a seguir:

$$\sigma_i = \frac{A_{cp}}{A} \sigma_{cp} + \frac{E L_{cp}}{2c_0} \dot{\epsilon}_{cp}. \quad (2.23)$$

A equação acima foi obtida a partir de (2.8), (2.21) e (2.22). Se a expressão (2.19) for substituída em (2.23) e a velocidade de impacto, v_{st} , for isolada na equação resultante, obter-se-á uma relação entre a velocidade de impacto (variável de projeto) e os requisitos de projeto σ_{cp} e $\dot{\epsilon}_{cp}$:

$$v_{st} = \frac{1 + \beta}{\rho c_0 \beta} \left(\frac{A_{cp}}{A} \sigma_{cp} + \frac{E L_{cp}}{2c_0} \dot{\epsilon}_{cp} \right). \quad (2.24)$$

O último requisito de projeto a ser atendido é a deformação máxima a que o corpo de prova será submetido. Conforme pode ser observado na equação (2.10), a deformação do corpo de prova é diretamente proporcional à intensidade dos pulsos de tensão e ao tempo de duração do pulso incidente. Admitindo que o pulso refletido tem intensidade constante, pode-se escrever a seguinte expressão para o tempo de duração do pulso, t_p :

$$t_p = \frac{\varepsilon_{cp} L_{cp}}{-2c_0 \varepsilon_r}. \quad (2.25)$$

Substituindo a expressão acima em (2.20), obtém-se uma relação entre o comprimento do pulso (variável de projeto) e a deformação requerida do corpo de prova:

$$L_p = \frac{\varepsilon_{cp} L_{cp}}{-2\varepsilon_r}. \quad (2.26)$$

Segundo a técnica tradicional da barra de Hopkinson, o comprimento das barras de entrada e de saída deve ser maior que o comprimento do maior pulso que será transmitido pelas mesmas. Este requisito é necessário para que não haja interferência nos extensômetros entre o pulso de tensão e suas respectivas reflexões nas extremidades das barras. A técnica apresentada por Meng e Li [35], que consiste na medição de tensão em dois pontos distintos da barra de entrada, permite uma sensível redução no espaço ocupado pelas barras. Se esta técnica for empregada, os comprimentos L_i e L_t das barras de entrada e saída serão dados pelas equações abaixo:

$$L_i \geq \frac{L_p}{2}, \quad (2.27)$$

$$L_t \geq d_c + \frac{L_p}{2}, \quad (2.28)$$

sendo d_c a distância entre a extremidade esquerda da barra de saída e o extensômetro nela colocado. O valor mínimo de d_c está compreendido entre 1,5 a 5 vezes o diâmetro das barras [35].

Por fim, o tamanho da barra de impacto necessária para obter a deformação requerida pode ser determinado a partir do comprimento do pulso (veja equação (2.20)).

A análise realizada até o momento pressupõe que as barras de entrada, de saída e de impacto operam no regime elástico, portanto deve-se checar durante o dimensionamento se as tensões nas barras estão abaixo do limite de escoamento do material. As equações apresentadas até aqui são suficientes para o dimensionamento das principais variáveis de projeto da Barra de Hopkinson.

2.4. Dimensionamento nas condições críticas de operação

A Barra de Hopkinson possui duas condições críticas de operação: testes a elevadas taxas de deformação e testes a baixas taxas de deformação. No primeiro caso, a taxa máxima que pode ser atingida depende da tensão máxima que as barras podem suportar sem que haja plastificação das mesmas. Devido a isto, o material escolhido para a construção das barras deve possuir alta resistência ao escoamento. Titânio, cuja tensão de escoamento encontra-se aproximadamente na faixa de 1000 a 1200 MPa, aços-ferramenta e aços baixa liga tratados termicamente são materiais que atendem a este requisito.

Outra medida utilizada comumente para aumentar a taxa de deformação consiste em reduzir o comprimento e a área da seção transversal do corpo de prova. Conforme pode ser observado nas equações (2.21), (2.22) e (2.23), a redução das dimensões do corpo de prova implica na diminuição da intensidade dos pulsos de tensão σ_i , σ_r e σ_t . Infelizmente, a redução nas dimensões do corpo de prova está restrita pelas limitações impostas pelo processo de fabricação do mesmo. Alguns pesquisadores costumam utilizar chapas como espécime de compressão visando,

desta forma, reduzir a magnitude dos pulsos de tensão e aumentar as taxas de deformação do espécime. Em função da reduzida relação L_{cp}/d_{cp} (onde d_{cp} é o diâmetro do corpo de prova) o atrito nas extremidades do corpo de prova pode conduzir a um estado de tensões não uniaxial, invalidando desta maneira os resultados obtidos. Em função disto, faz-se necessária a lubrificação da interface barra-corpo de prova. É válido recordar que as equações derivadas anteriormente foram obtidas a partir da hipótese de que o estado de tensões no espécime é uniaxial.

Staab e Gilat [40] utilizaram uma BH desenvolvida para realizar testes de tração na investigação da influência da relação L_{cp}/d_{cp} sobre os resultados. Eles demonstraram que a relação comprimento sobre diâmetro afeta os resultados somente quando L_{cp}/d_{cp} for menor que 1,6. Para valores maiores os resultados são praticamente indistinguíveis.

No caso dos testes a baixas taxas de deformação, a limitação é imposta pelo comprimento das barras. De acordo com o que já foi dito, se a técnica convencional da Barra de Hopkinson for adotada, o comprimento do maior pulso que pode ser transmitido deve ser inferior ao comprimento das barras de entrada e de saída. Entretanto, se a configuração proposta por Meng e Li [35] for utilizada, então o maior pulso a ser transmitido é dado pelas expressões (2.27) e (2.28). Observe que tal configuração permite uma sensível redução no comprimento das barras.

Quando o projetista define o tamanho das barras ele está automaticamente estipulando o comprimento máximo do pulso de tensão. A equação (2.26) mostra que a deformação máxima do corpo de prova (requisito do teste) é diretamente proporcional ao comprimento do pulso. Quando o teste a ser realizado deve ocorrer à alta taxa de deformação, o pulso refletido ε_r é elevado, portanto o comprimento do pulso pode ser pequeno. Nesta condição de operação a deformação máxima do corpo de prova estabelecida em projeto é facilmente atingida. Porém, quando a taxa de deformação é baixa, o pulso refletido tem intensidade reduzida, portanto o comprimento L_p deve ser maior para que a deformação estabelecida em projeto seja atingida. Em geral, no caso de baixas taxas de deformação, a deformação máxima do corpo de prova que pode ser atingida é bem inferior àquela definida em projeto, pois esta exige comprimentos L_p muitas vezes impraticáveis devido ao espaço físico disponível para a instalação da Barra de Hopkinson. A equação (2.26) poderia fazer o

projetista ter a falsa impressão de que a redução do comprimento do corpo de prova implicasse em uma redução do comprimento do pulso necessário, porém isto não é verdade. Para uma taxa de deformação constante, uma alteração em L_{cp} implica em uma alteração igual na intensidade do pulso refletido e portanto a ação de ambos efeitos se anulariam no que diz respeito ao comprimento L_p .

2.5. Projeto da Barra de Hopkinson

Esta seção tem por objetivos descrever a Barra de Hopkinson desenvolvida pelo Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto em Estruturas da Escola Politécnica da USP e demonstrar como o projeto de uma BH pode ser executado mediante o auxílio da teoria apresentada nos itens 2.2 a 2.4.

Como em todo desenvolvimento de produto, o projeto da Barra de Hopkinson deve iniciar pelo estabelecimento dos requisitos de projeto, ou seja, deve-se definir quais os objetivos a serem atingidos através do projeto. No caso específico da BH, os principais requisitos costumam ser:

- tipo de teste a ser realizado: compressão, tração, torção, fratura dinâmica, combinação entre alguns dos anteriores, entre outros [28];
- temperaturas nas quais o teste será realizado: temperatura ambiente, altas ou baixas temperaturas;
- tipo de material a ser testado: metais, plásticos, cerâmicas;
- tensões, deformações e taxas de deformação a que o corpo de prova será submetido; e
- espaço disponível para a instalação do equipamento.

Após a determinação dos objetivos a serem alcançados, parte-se para a escolha de uma solução que atenda os requisitos pré-estabelecidos. Para cada tipo de teste existem diferentes soluções possíveis, especialmente no que tange à forma na qual o pulso de tensão é gerado.

No caso do projeto realizado pelo Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto em Estruturas foram adotados os seguintes requisitos:

- tipo de teste: compressão
- material a ser testado: metais
- temperatura do teste: temperatura ambiente
- Taxa de deformação: de 500 s^{-1} a 5.000 s^{-1}
- Máxima tensão sobre corpo de prova: 1500 MPa
- Deformação máxima: 20% para $\dot{\epsilon}_{cp} = 500 \text{ s}^{-1}$ e 30% para $\dot{\epsilon}_{cp} = 5.000 \text{ s}^{-1}$
- Comprimento máximo do equipamento: 7 m

Os primeiros passos a serem tomados no projeto consistem em definir o material e o diâmetro das barras de impacto, de entrada e de saída, e determinar as dimensões do corpo de prova (comprimento e área da seção transversal). Se espécimes de diferentes dimensões serão testados, então o projeto deve ser executado levando-se em conta a geometria crítica, isto é, aquela de maior comprimento e área da seção transversal. A Barra de Hopkinson desenvolvida possui barras de aço com diâmetro de 25,4 mm e os corpos de prova a serem testados são espécimes anelados com 3 mm de comprimento, 22 mm de diâmetro externo e 1 mm de espessura.

Uma vez que estas escolhas estão feitas e os requisitos de projeto já são conhecidos, as demais variáveis de projeto podem ser determinadas diretamente simplesmente resolvendo as equações do item 2.3.

Conforme mencionado no item 2.4, a BH possui duas condições críticas de operação: testes a altas e a baixas taxas de deformação. O projeto deve ser executado de maneira que os requisitos de ambas as condições sejam satisfeitos. O teste a alta taxa de deformação determina o pulso de tensão máximo que será transmitido através das barras. Ele também estabelece a maior velocidade de impacto e a máxima energia requerida para a aceleração da barra de impacto. Por outro lado, o teste a baixa taxa de deformação fornece informação a respeito do comprimento mínimo requerido para as barras de entrada e de saída, e define a barra de impacto mais longa a ser adotada.

Os resultados contidos nas tabelas 2.1 e 2.2 foram obtidos a partir da solução das equações (2.18) e (2.21) a (2.26). A energia necessária para a aceleração da barra de impacto, E_{cin} , é igualada à energia cinética da mesma, a qual é função da velocidade de impacto e das dimensões da barra de impacto.

σ_{cp} [MPa]	ε_{cp} [-]	$\dot{\varepsilon}_{cp}$ [s^{-1}]	σ_i [MPa]	σ_r [MPa]	σ_t [MPa]
1500	30%	5000	500,2	-304,9	195,3
σ_{st} [MPa]	v_{st} [m/s]	E_{cin} [J]	L_{st} [m]	L_p [m]	t_p [μs]
500,2	24,6	187,1	0,155	0,31	60

Tabela 2.1 – Teste a alta taxa de deformação.

σ_{cp} [MPa]	ε_{cp} [-]	$\dot{\varepsilon}_{cp}$ [s^{-1}]	σ_i [MPa]	σ_r [MPa]	σ_t [MPa]
1500	20%	500	225,8	-30,5	195,3
σ_{st} [MPa]	v_{st} [m/s]	E_{cin} [J]	L_{st} [m]	L_p [m]	t_p [μs]
225,8	11,1	254,2	1	2	400

Tabela 2.2 – Teste a baixa taxa de deformação.

Conforme pode ser observado na tabela 2.1, o material a ser escolhido para as barras de entrada, de saída e de impacto deve possuir tensão de escoamento superior a 500,2 MPa. Uma quantidade de energia de até 254,2 J deve ser fornecida para a aceleração da barra de impacto. Esta informação é utilizada posteriormente no projeto da pistola a gás. Para uma aceleração da barra de impacto ao longo de 1 m necessita-se de uma pressão de disparo de no mínimo 5,0 bar (0,5 MPa).

A tabela 2.2 mostra que as barras incidente e transmissora devem possuir no mínimo 2 m de comprimento. A barra de impacto, que atinge a barra incidente, mais longa a ser utilizada possui 1 m de comprimento. Barras mais curtas são adotadas nos testes de alta taxa de deformação. Observe que, para as condições de teste da tabela 2.1, o comprimento da barra de impacto necessário é de apenas 0,155 m. Barras ainda menores podem ser utilizadas se desejado.

2.6. Pistola a gás

A pistola a gás é composta basicamente de um vaso de pressão e um mecanismo de disparo. Quanto mais rápido o disparo menor será o espaço requerido para a aceleração da barra de impacto. Muller [36] apresenta uma solução sofisticada para o mecanismo de disparo, a qual garante que a aceleração ocorra sob a pressão total de disparo. Segundo Muller, a solução apresentada permite uma regulação precisa da velocidade de impacto, e conseqüentemente do pulso de tensão, o que resulta em uma excelente reprodutibilidade.

A solução adotada pelo grupo (veja o anexo A) consiste em um vaso de pressão conectado ao tubo de acionamento por meio de uma válvula solenóide do tipo aberta-fechada. A barra de impacto é colocada dentro do tubo de acionamento próximo à válvula (mecanismo de disparo). Ao abrir esta, o ar comprimido contido no vaso flui para dentro do tubo, exercendo pressão sobre a face esquerda da barra de impacto, a qual é acelerada de encontro à barra de entrada.

Visando reduzir o atrito entre a barra de impacto e o tubo, colocou-se dois anéis de teflon ao redor da barra de aço (veja a figura A.3). O coeficiente de atrito entre o aço e o teflon é inferior ao coeficiente do contato aço-aço. Além disto, o uso dos anéis reduz a área de contato entre a barra e o tubo, o que reduz ainda mais o atrito.

Furos de 5 mm de diâmetro foram usinados no tubo de acionamento a uma distância de 1 m da válvula solenóide. Eles têm a função de aliviar a pressão do ar comprimido ao término da aceleração da barra de impacto. Isto evita que esta se choque novamente com a barra de entrada após o impacto inicial.

O tamanho do vaso de pressão requerido para o acionamento da barra de impacto pode ser calculado a partir de relações termodinâmicas. A vazão requerida para a válvula solenóide pode ser dada pelo produto da seção transversal do tubo de acionamento pela velocidade máxima da barra de impacto.

2.7. Material das barras

Conforme pode ser observado na equação (2.23), a intensidade do pulso incidente depende da taxa de deformação a ser imposta no corpo de prova e da área da seção transversal do mesmo. Dependendo da geometria do espécime e da taxa de deformação, a tensão nas barras pode chegar a valores muito elevados, em torno de 1000 MPa em alguns casos. Como o funcionamento correto da BH exige que as barras de entrada e saída operem no regime elástico, impõe-se que o material utilizado possua alta resistência ao escoamento. É por este motivo que os aços-ferramenta, os aços baixa liga tratados termicamente e o titânio são normalmente os materiais adotados na construção das barras.

Devido a sua impedância mecânica, o titânio possui a vantagem de exigir menores velocidades de impacto e conseqüentemente menores pressões na pistola a gás, porém possui um custo mais elevado que o aço.

Os aços-ferramenta e baixa liga possuem um preço mais acessível e maior disponibilidade por serem materiais utilizados com maior frequência pela indústria. Além disto, os aços possuem uma ampla faixa de tensões de escoamento, permitindo ao projetista a escolha daquele que melhor atenda suas necessidades. A BH desenvolvida pelo autor e o seu grupo é composta de barras feitas de aço-ferramenta especificação VW-3 fornecidos pela Villares, cujo limite de resistência é de 900 MPa.

2.8. Comprimento das barras

O comprimento mínimo das barras de entrada e saída depende do tamanho do maior pulso que será transmitido através das mesmas. O maior pulso será igual ao dobro do comprimento da maior barra de impacto. Portanto a escolha da maior barra de impacto acaba impondo um limite mínimo para as barras (veja itens 2.3 e 2.4). Esta escolha é baseada na deformação máxima a que o corpo de prova deverá ser

submetido e nas restrições de espaço disponível para a instalação da BH. A Barra de Hopkinson desenvolvida possui barras de impacto de até 1m de comprimento, o que permite deformações de 20% a uma taxa de deformação de 500 s^{-1} . O comprimento mínimo da barra de impacto pode ser tão pequeno quanto desejado. Na BH descrita nesta dissertação a menor barra adorada possui 100 mm de comprimento, o que permite deformações de 20% a uma taxa de deformação de 5000 s^{-1} .

As barras de entrada e de saída possuem 1,4 m de comprimento, portanto barras de impacto com comprimento superior a 0,7 m só poderão ser utilizadas mediante o emprego da técnica de separação de ondas apresentada por Meng e Li [35] (veja os itens 2.3 e 2.9 desta dissertação). Quando este for o caso, os extensômetros serão postos a uma distância de 150 mm da interface barra-corpo de prova, o que permitirá, segundo as equações (2.20), (2.27) e (2.28), o uso de barras de impacto de até 1,25 m.

2.9. Tratamento de dados

O tratamento de dados do teste convencional da BH consiste simplesmente na integração do sinal ϵ_r armazenado e na solução das equações (2.10) a (2.12) visando obter a história de tensão, deformação e taxa de deformação à qual o corpo de prova foi submetido.

A configuração proposta por Meng e Li [35], a qual faz uso de uma técnica de medição da deformação em dois pontos distintos, exige, em adição ao tratamento de dados da configuração convencional da BH, a realização de algumas operações específicas requeridas por tal técnica. Nesta nova configuração, dois extensômetros são colocados na barra de entrada um junto ao outro e próximos da interface barra-corpo de prova (veja figura 2.3). Isto minimiza a dispersão e a atenuação da onda durante o teste da BH e possibilita a redução do comprimento das barras. Como a medição da deformação ocorre em dois pontos diferentes, é possível separar os pulsos incidente e refletido superpostos.

A técnica de separação das ondas baseia-se nas seguintes relações:

$$\varepsilon_b^I(t) = \varepsilon_a^I(t - \Delta t), \quad (2.29)$$

$$\varepsilon_a^R(t) = \varepsilon_b^R(t - \Delta t) \quad (2.30)$$

e

$$\Delta t = t_b^I - t_a^I = t_a^R - t_b^R = (b - a)/c_0, \quad (2.31)$$

onde $\varepsilon_a^I(t)$ e $\varepsilon_b^I(t)$ são o pulso incidente de deformação, ε_i , nos pontos a e b ; $\varepsilon_a^R(t)$ e $\varepsilon_b^R(t)$ são o pulso refletido de deformação, ε_r , nos pontos a e b ; t_a^I e t_b^I são o instante de tempo no qual ε_i atinge os pontos a e b ; t_a^R e t_b^R são o instante de tempo no qual ε_r atinge os pontos a e b .

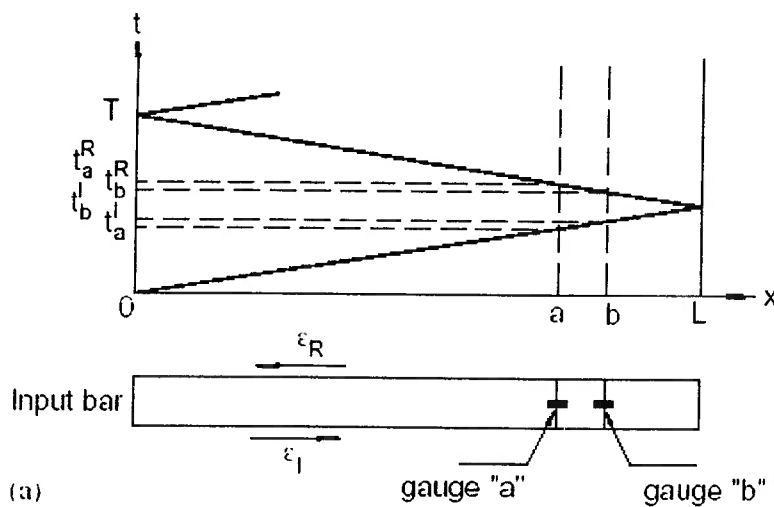


Figura 2.3 – Diagrama de Lagrange das ondas longitudinais na barra incidente [35].

As equações (2.29) e (2.30) são válidas apenas quando a alteração na forma do pulso for desprezível. O algoritmo para separar os pulsos incidente e refletido é o seguinte:

$$\varepsilon_b^I(t) = \varepsilon_a^I(t - \Delta t), \quad (2.32a)$$

$$\varepsilon_b^R(t) = \varepsilon_b(t) - \varepsilon_b^I(t) = \varepsilon_b(t) - \varepsilon_a^I(t - \Delta t), \quad (2.32b)$$

$$\varepsilon_a^R(t) = \varepsilon_b^R(t - \Delta t) \quad (2.32c)$$

e

$$\varepsilon_a^I(t) = \varepsilon_a(t) - \varepsilon_a^R(t) = \varepsilon_a(t) - \varepsilon_b^R(t - \Delta t), \quad (2.32d)$$

onde $\varepsilon_a(t)$ e $\varepsilon_b(t)$ são as deformações medidas pelos extensômetros localizados em a e b . Este algoritmo é utilizado com as condições descritas abaixo:

- a) Para $t < t_a^I$: O pulso incidente não atinge os pontos a e b , portanto $\varepsilon_a(t) = \varepsilon_b(t) = \varepsilon_a^I(t) = \varepsilon_b^I(t) = \varepsilon_a^R(t) = \varepsilon_b^R(t) = 0$.
- b) Para $t_a^I \leq t < t_b^I$: O pulso incidente atinge o ponto a porém não atinge o ponto b , portanto $\varepsilon_a(t) = \varepsilon_a^I(t) = \varepsilon_i$, enquanto que as demais variáveis se mantêm igual a zero.
- c) Para $t_b^I \leq t < t_b^R$: O pulso incidente passa através de a e b , e o pulso refletido ainda não atingiu o extensômetro b . $\varepsilon_a(t) = \varepsilon_a^I(t) = \varepsilon_i$, $\varepsilon_b(t) = \varepsilon_b^I(t) = \varepsilon_i$ e $\varepsilon_a^R(t) = \varepsilon_b^R(t) = 0$.
- d) Para $t_b^R \leq t < t_a^R$: O pulso refletido passa através de b , o que causa a superposição de ε_i e ε_r em b . Devido a isto, $\varepsilon_b^I(t)$ e $\varepsilon_b^R(t)$ são dados respectivamente por (2.32a) e (2.32b).
- e) Para $t \geq t_a^R$: Superposição de ondas ocorre também no extensômetro a e portanto $\varepsilon_a^R(t)$ e $\varepsilon_a^I(t)$ são calculados respectivamente por (2.32c) e (2.32d).

Os pulsos incidente e refletido são obtidos a partir de $\varepsilon_a^I(t)$ e $\varepsilon_b^R(t)$ após considerar a diferença de fase entre eles, $t_b^R - t_a^I$. Uma vez que ε_i e ε_r forem calculados, o tratamento de dados remanescente é exatamente igual ao da configuração convencional da BH.

2.10. Instrumentação

A instrumentação típica de uma BH consiste de extensômetros, um osciloscópio ou um gravador transiente (*transient recorder*), um integrador eletrônico ou um amplificador operacional, um circuito de disparo, suprimento de energia e um sistema de medição de velocidade. No leiaute convencional da BH coloca-se um par de extensômetros no meio da barra de entrada e outro par no meio da barra de saída. Os extensômetros de cada par são dispostos em lados diametralmente opostos da barra. Isto permite cancelar qualquer efeito de flexão presente nas barras devido ao alinhamento imperfeito entre barra de entrada, barra de saída, corpo de prova e barra de impacto. Na configuração descrita no artigo [35] um par adicional de extensômetros deve ser posto na barra incidente.

O osciloscópio ou o gravador transiente (*transient recorder*) é utilizado para registrar os sinais de deformação medidos pelos extensômetros. O sinal ϵ_r pode ser integrado tanto por um integrador eletrônico quanto por um amplificador operacional ou ainda por software. O resultado desta integração é um sinal proporcional à deformação do corpo de prova, o qual pode ser introduzido no eixo X do instrumento de gravação. O sinal ϵ_t , por sua vez, alimenta o eixo Y. Este procedimento permite a visualização direta do perfil da curva tensão deformação do material testado. Os sinais armazenados podem posteriormente ser manipulados em um computador, visando realizar as operações descritas pelas equações (2.10) a (2.12).

O sistema de medição da velocidade tem por objetivo determinar a velocidade de impacto da barra de impacto. As duas técnicas de medição comumente empregadas são um contador de intervalos de tempo (*time interval counter*) associado a um sensor magnético ou a fotocélulas e fontes de luz.

O circuito de disparo é usado para controlar a quantidade de dados armazenada. Ele funciona de tal forma que apenas um evento de carga completo é registrado.

Na literatura é possível encontrar algumas variações em relação à instrumentação típica descrita acima. Muller [36] utilizou extensômetros capacitivos para medir os pulsos de deformação. Estes extensômetros são sensíveis aos deslocamentos radiais da superfície das barras. De acordo com Muller, o uso destes aparelhos era essencial, pois os extensômetros de fio danificavam-se sob condições de choque perdendo desta forma a confiabilidade. Ele utilizou também uma rede-filtro, a qual consistia de um filtro condutância-capacitância e de um filtro resistência-capacitância do tipo passa-baixa, visando atenuar as oscilações Pochhammer-Chree e eliminar o ruído.

Lindholm e Yeakley [34] utilizaram extensômetros capacitivos coaxiais para medir a deformação radial do corpo de prova, a qual associada com o pulso refletido medido, ϵ_r , permite o cálculo do coeficiente de Poisson dinâmico. A medição da deformação radial pode ser também utilizada para checar a medição da deformação axial obtida pelos extensômetros da barra de entrada. Lewis e Goldsmith [31] descrevem a instrumentação necessária para um teste biaxial de torção combinada com compressão. Staab e Gilat [40] fizeram uso de duas pontes completas de Wheatstone com dois extensômetros ativos de 350Ω cada para detectar componentes de flexão presentes na onda em duas direções perpendiculares da barra de saída. Esta técnica de medição foi capaz de monitorar qualquer momento fletor transmitido através do corpo de prova.

2.10.1. Instrumentação da Barra de Hopkinson da USP

A instrumentação da BH desenvolvida no âmbito desta dissertação de Mestrado consistiu das tarefas descritas a seguir:

1. Colar em cada uma das barras um par de extensômetros localizados em lados diametralmente opostos. Tal disposição dos extensômetros anula qualquer efeito de flexão que porventura exista nas barras.

2. Ligar os extensômetros a terminais intermediários, os quais devem ser colados nas barras de entrada e de saída próximos aos respectivos extensômetros. Este procedimento deve ser realizado para evitar que o movimento dos cabos que conduzem o sinal exerça qualquer tipo de esforço sobre os extensômetros e conseqüentemente afete as medições. A ligação dos extensômetros aos terminais intermediários deve ser efetuada com fios extremamente delicados, evitando desta forma qualquer ação mecânica sobre os extensômetros.

3. Ligar os terminais intermediários ao equipamento de condicionamento de sinal. Esta tarefa foi realizada inicialmente com fio de telefone, mas como o sinal medido estava apresentando muito ruído optou-se por utilizar um cabo blindado de 4 vias. A blindagem do referido cabo foi conectada ao terra do equipamento de condicionamento de sinal, provendo desta maneira uma maior proteção contra interferências externas. Não obstante, o ruído existente no sinal proveniente dos extensômetros mais afastados do equipamento de medição não pode ser totalmente eliminado.

4. Completar as pontes de Wheatstone. Ao se utilizar dois extensômetros para medir a deformação das barras tem-se o que se chama de “meia ponte”, em outras palavras, meia ponte de Wheatstone. Para poder medir os pulsos de tensão que se propagam pelas barras, faz-se necessário completar as pontes de Wheatstone. No caso do teste da Barra de Hopkinson os pulsos a serem medidos são de compressão e de tração, portanto a montagem da ponte deve ser feita segundo a configuração conhecida como falsa meia ponte (veja figura 2.4). Neste arranjo, os extensômetros (braços ativos da ponte) ficam dispostos em lados opostos e entre eles são colocados dois resistores para formar os braços inativos da ponte. A montagem da ponte foi realizada inicialmente em uma placa de circuito localizada fora do condicionador de sinal, que se demonstrou ser totalmente inapropriado em função da péssima qualidade do sinal medido. Sendo assim, optou-se por completar a ponte de Wheatstone diretamente dentro do equipamento de condicionamento de sinal, o que resultou num sinal de boa qualidade. O condicionador de sinais possui terminais onde podem ser soldados resistores para completar arranjos em meia ponte e um quarto de ponte (apenas um extensômetro é utilizado na medição).

5. Por fim o sinal que sai do condicionador de sinal é amplificado no amplificador e depois é conectado à placa de aquisição de dados, a qual transforma o sinal analógico em um sinal digital que pode ser compreendido pelo computador.

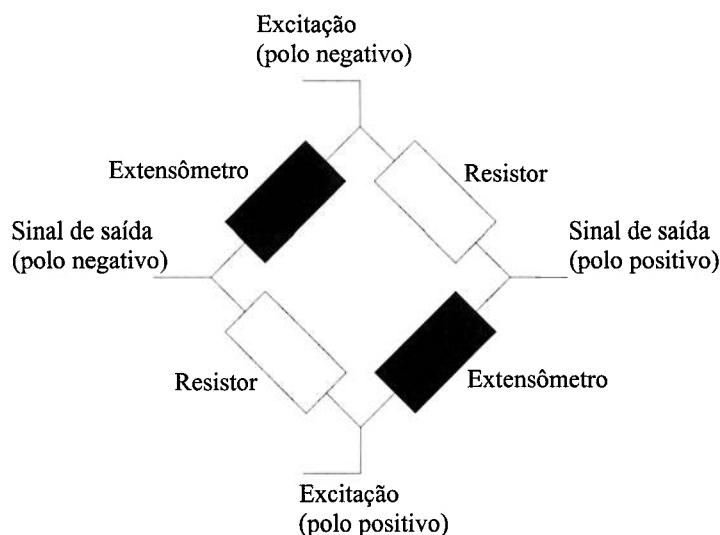


Figura 2.4 – Configuração falsa meia ponte

O condicionador de sinal é um equipamento responsável por excitar a ponte de Wheatstone e por calibrar a mesma. Ao se montar uma ponte de Wheatstone, verifica-se que a voltagem de saída da mesma difere de zero quando a barra está indeformada. Isto acontece devido à imprecisão na resistência de extensômetros e resistores. O condicionador de sinal possui dispositivos que permitem corrigir a voltagem de saída fazendo com que ela se iguale a zero quando não há deformação nas barras. O sinal que sai do condicionador precisa ser então amplificado, uma vez que ele é da ordem de milivolts. No caso específico deste trabalho de pesquisa, os sinais foram amplificados em 1000 vezes.

A aquisição de dados foi realizada em uma placa (modelo 6110E da National Instruments) com capacidade de realizar 5 milhões de medições por segundo em cada um de seus dois canais. Os sinais em um teste com a BH são da ordem de microssegundos, o que exige altíssimas taxas de aquisição. No caso específico da BH da USP os sinais variam de 60 a 400 μ s de duração e a taxa de aquisição adotada foi de 750 kHz (750.000 aquisições por segundo).

O controle da aquisição dos sinais foi feito através do programa computacional LabVIEW, o qual permite ao usuário criar um “instrumento virtual” específico para cada aplicação. Em vista disto, o autor desenvolveu através do LabVIEW um programa (“instrumento virtual”) para controlar toda a aquisição de sinais dos testes com a Barra de Hopkinson. O “instrumento virtual” desenvolvido era responsável por realizar as seguintes funções:

- disparo da medição (*trigger*) via software;
- filtragem dos sinais via software usando para tal um filtro tipo passa-baixa cuja frequência de corte era de 100 kHz;
- transformação dos sinais medidos em volts para amplitude de deformação; e
- armazenamento dos dados medidos em um arquivo.

Sinais medidos em um teste com a BH

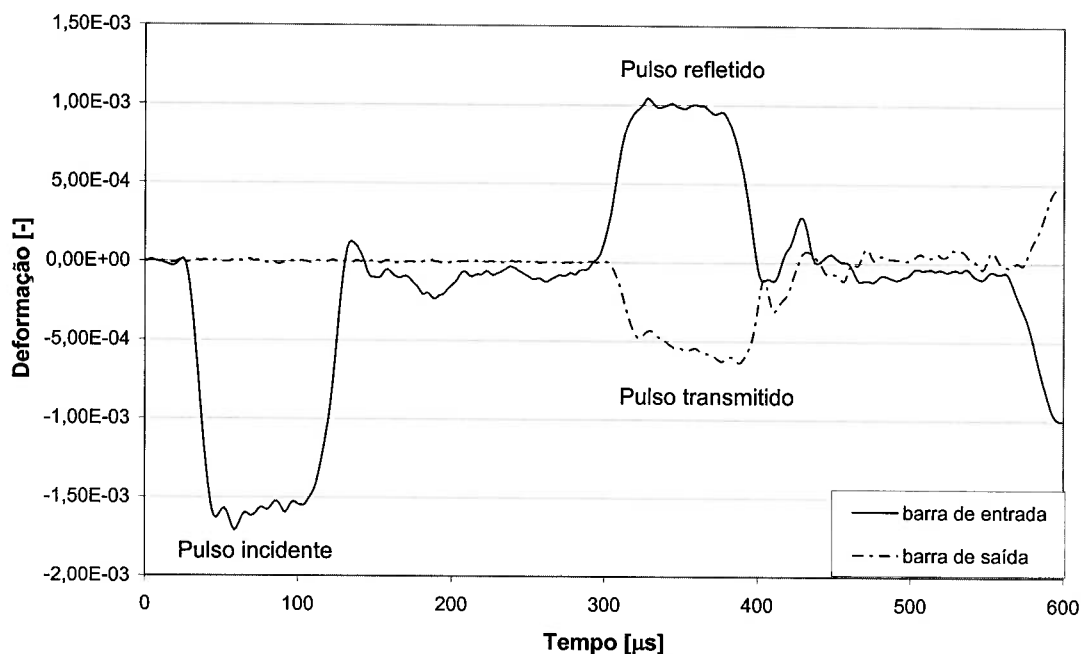


Figura 2.5 – Pulsos incidente, refletido e transmitido

A figura 2.5 demonstra os sinais, já filtrados e transformados para amplitude de deformação, medidos pelos extensômetros localizados nas barras de entrada (linha

cheia) e de saída (linha traço-ponto) em um teste com taxa de deformação média de $3067,5 \text{ s}^{-1}$. Conforme pode ser observado, o sinal medido na barra incidente (barra de entrada) é constituído de dois pulsos, o pulso incidente (de compressão) e o pulso refletido (de tração). Por sua vez, o pulso medido na barra transmissora (barra de saída) é constituído de um único pulso, o pulso transmitido (de compressão). Os pulsos refletido e transmitido foram posteriormente introduzidos nas equações (2.10) a (2.12), visando com isto obter a curva tensão-deformação dinâmica do material testado (veja a curva traço-ponto da figura C.10 do Anexo C).

2.11. Precisão do teste

Nesta seção serão apresentadas algumas medidas que devem ser tomadas a fim de obter o máximo de precisão nos testes com a BH. Alguns cuidados devem ser efetuados já na fase de fabricação e montagem da BH, enquanto que outros devem ser tomados na fase de execução dos testes.

As extremidades das barras de entrada e saída e também da barra de impacto devem ser planas e possuir bom acabamento superficial. Além disto, o paralelismo entre as superfícies de contato deve ser rigorosamente atendido. Li et al. [32] sugerem que o contato deve ocorrer em no mínimo 95% das superfícies de impacto. Davies e Hunter [25] recomendam um ótimo acabamento para as faces em contato. Estas medidas garantem que o tempo de subida da onda seja o menor possível, o que conseqüentemente melhora a precisão do teste na faixa de baixas deformações do corpo de prova. Nos instantes iniciais do teste, enquanto o pulso de tensão está variando de zero a seu patamar superior, a taxa de deformação sofre grandes alterações de valor. A redução no tempo de subida da onda diminui o tempo necessário para a taxa de deformação se estabilizar e por conseqüência uma menor parcela da curva tensão-deformação é afetada pelo transiente inicial do teste.

Outro cuidado a ser tomado diz respeito ao alinhamento das barras. Para evitar a presença de momentos fletores sendo transmitidos ao longo das barras é necessário dotar a BH de mecanismos de ajuste que permitam a correção do

alinhamento entre as barras. Paralelamente a isto, deve-se utilizar sempre dois extensômetros, dispostos em lados diametralmente opostos das barras, para a medição do pulso de tensão. Esta medida anula qualquer efeito de flexão ainda existente. Follansbee e Frantz [26] sugerem que a barra de impacto possua uma extremidade arredondada ao invés de plana. Segundo eles esta medida minimiza os efeitos do desalinhamento e aumenta o tempo de subida do pulso. Um aumento do tempo de subida do pulso reduz as oscilações presentes no mesmo [40], porém diminui a precisão do teste na faixa de baixas taxas de deformação conforme explicado anteriormente.

O funcionamento correto da BH exige que os pulsos de tensão sejam transmitidos ao longo das barras sem qualquer restrição. Por este motivo, as barras devem ser apoiadas em mancais que permitam o movimento axial das mesmas com o mínimo de restrição. A solução comumente empregada consiste no uso de mancais revestidos com um material de baixo coeficiente de atrito, como por exemplo, nylon ou teflon.

Para evitar que o atrito na interface barra-corpo de prova interfira nos resultados experimentais, faz-se necessário lubrificar as extremidades do corpo de prova. Diversos pesquisadores utilizaram dissulfeto de molibdênio (MoS_2) para tal fim. Muller [36] realizou experimentos com a BH a altas temperaturas. Para temperaturas abaixo de 400°C o lubrificante adotado por ele foi MoS_2 e para temperaturas acima deste limite ele empregou pasta de grafite. Alguns pesquisadores demonstraram que o efeito do atrito pode ser desprezado dependendo das dimensões do corpo de prova. Staab e Gilat [40] fizeram testes de tração com a Barra de Hopkinson e verificaram que se a relação L_{cp}/d_{cp} for maior ou igual a 1,6, o vínculo imposto nas extremidades do corpo de prova não afeta os resultados experimentais. Segundo eles, o vínculo imposto pelo rosqueamento do corpo de prova à barra corresponde a uma condição de atrito infinito no caso do teste de compressão. Ainda segundo Staab e Gilat [40] seus resultados estão de acordo com a análise feita por Bertholf e Karnes, a qual prevê, para $L_{cp}/d_{cp} = 1,2$, apenas pequenas diferenças entre os resultados de um teste com atrito infinito e outro com atrito nulo. Visando poder desprezar os efeitos do atrito Davies e Hunter [25] adotaram em seus testes corpos de prova cuja relação L_{cp}/d_{cp} era aproximadamente igual a 0,5. A relação L_{cp}/d_{cp}

empregada por eles foi definida com base nos trabalhos de Hill e de Hawkyard e Freeman. Lindholm [33] realizou testes de compressão cuja relação L_{cp}/d_{cp} variava de 0,25 a 1,875. Ele verificou que se as superfícies fossem lubrificadas, a referida relação não influenciava os resultados para deformações a partir de 4%. Para deformações abaixo deste valor a relação L_{cp}/d_{cp} deveria ser superior a 1,2 para que os resultados não fossem afetados.

Davies e Hunter [25] deduziram uma equação para o cálculo da tensão do corpo de prova levando em conta os efeitos de inércia radial e longitudinal:

$$\sigma^* = \sigma_{cp} + \rho_{cp} \left(\frac{v_{cp}^2 d_{cp}^2}{8} - \frac{L_{cp}^2}{6} \right) \ddot{\epsilon}_{cp}, \quad (2.33)$$

onde σ^* é a tensão atuante no corpo de prova, σ_{cp} é a tensão calculada a partir da equação 2.11, v_{cp} é o coeficiente de Poisson do corpo de prova nas condições do teste e $\ddot{\epsilon}_{cp}$ é a segunda derivada de ϵ_{cp} em relação ao tempo. A equação (2.33) é apenas uma primeira aproximação da tensão real. Ela é válida para corpos de prova sujeitos a um estado de tensão que varia pouco em relação a um estado de tensão uniaxial e uniforme. Davies e Hunter [25] adotaram $v_{cp} = 0,5$, pois o volume se conserva na região plástica dos metais. Os efeitos de inércia podem ser desprezados nas seguintes condições:

- $L_{cp} = \sqrt{3/4} \cdot v_{cp} \cdot d_{cp}$

ou

- $\dot{\epsilon}_{cp} = \text{constante.}$

Se substituirmos valores típicos de L_{cp} e d_{cp} em (2.33) verificaremos que o termo referente ao efeito de inércia é bem pequeno quando comparado a σ_{cp} , a não ser no início do teste, quando a variação da taxa de deformação é elevada. Portanto pode-se afirmar que os efeitos de inércia podem ser desprezados, pois estes só são significativos nos instantes iniciais do teste, justamente quando o estado de tensões no espécime ainda não é uniforme e as equações (2.10) a (2.12) não são válidas.

Li et al. [32] investigaram o efeito da diferença de seção transversal sobre os resultados. Eles colocaram dois extensômetros simetricamente no corpo de prova para medir a tensão real do mesmo e compararam com a tensão obtida por meio da equação (2.11). Neste experimento a tensão máxima experimentada pelo espécime era inferior ao limite de escoamento. Verificou-se que a diferença entre o valor medido diretamente no corpo de prova e o valor fornecido por (2.11) decrescia ao longo do tempo. Quanto menor fosse a diferença de diâmetros entre as barras e o corpo de prova mais rápido era o decréscimo, portanto melhor eram os resultados obtidos na fase inicial de deformação do espécime. Lindholm [33] especulou que os erros obtidos nos testes realizados com valores de $\varepsilon_{cp} < 4\%$ e $L_{cp}/d_{cp} < 1,2$ eram ocasionados não apenas pelos efeitos de inércia e atrito, mas também pela diferença de diâmetro entre o corpo de prova e as barras.

Follansbee e Frantz [26] estudaram a dispersão que o pulso de tensão sofria ao ser transmitido ao longo da barra. Segundo eles, dentre as ondas que compõem o pulso as de maior frequência possuem menor velocidade de propagação o que ocasiona a mudança de forma do pulso pela dispersão do mesmo. Eles demonstraram que apenas o primeiro modo de vibração é excitado durante a propagação do pulso ao longo da barra e verificaram que após uma distância igual a 10 vezes o diâmetro da barra o pulso longitudinal pode ser totalmente descrito pela equação de movimento. O método de correção do efeito de dispersão empregado por eles consistia em realizar inicialmente a Transformada de Fourier do pulso. Posteriormente introduzia-se a dependência da velocidade de propagação em relação à frequência da onda, onde a referida dependência era obtida a partir da solução de Pochhammer-Chree para o modo fundamental de vibração. Finalmente o pulso era convertido para o domínio do tempo novamente. Follansbee e Frantz [26] corrigiram a dispersão que os pulsos refletido e transmitido sofriam ao se propagarem da interface barra-corpo de prova até os extensômetros e com isso obtiveram curvas tensão-deformação que eram mais suaves e não exibiam as oscilações presentes nas curvas obtidas sem a correção para dispersão. Segundo eles a correção permite melhoras significativas na curva tensão-deformação medida especialmente na região de início do escoamento.

Posteriormente, Gong et al. [27] utilizaram dois métodos para corrigir a dispersão, um através de FFT (*Fast Fourier Transform*) e outro através de esquemas numéricos de expansão por séries de Fourier. Eles concluíram que o primeiro método era melhor que o segundo. Gong et al. [27] confirmaram que apenas o modo fundamental é excitado. Eles também afirmam que as curvas tensão-deformação corrigidas em relação à dispersão são mais suaves e demonstraram que a tensão nas extremidades do corpo de prova apresentam melhor concordância quando corrigidas. Por outro lado, a correção para dispersão não é tão bem sucedida quando o diâmetro do corpo de prova é inferior ao da barra em função das condições de contorno complexas existentes na interface barra-corpo de prova. Conforme já indicado, Meng e Li [35] propuseram uma nova configuração para a BH na qual os extensômetros são colocados próximos à interface barra-corpo de prova, o que minimiza a dispersão e a atenuação da onda.

Nicholas [38] simulou um teste de torção sendo efetuado em uma BH e verificou que a premissa de estado uniforme de tensões ao longo do corpo de prova era violada quando a taxa de deformação era igual ou superior a 10.000 s^{-1} . Em função disto, a curva tensão-deformação medida diferia significativamente da curva real do material. Ele adotou o teste de torção na sua investigação, pois este tipo de teste não sofre a influência de efeitos de inércia transversal e de atrito nas extremidades do corpo de prova. Nicholas constatou também que materiais nominalmente insensíveis à taxa de deformação cuja curva tensão-deformação estática apresenta escoamento abrupto e baixo módulo elasto-plástico tendem a ter seu comportamento distorcido em função de ondas plásticas lentas. Entretanto, ele concluiu que estas suaves discrepâncias não devem influenciar a interpretação dos dados fornecidos pela BH, a não ser que as condições que causam tais discrepâncias sejam muito exageradas.

CAPÍTULO 3 – CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL

As análises numérica e teórica do processo de flambagem exigem o conhecimento do comportamento do material da casca sob condições de elevadas e baixas taxas de deformação. Em vista disto realizou-se dois tipos de caracterização do material, a quase-estática e a dinâmica, as quais são descritas em detalhes nos itens a seguir.

3.1. Caracterização quase-estática do material da casca

A determinação da curva tensão-deformação quase-estática do material da casca foi realizada em uma máquina INSTRON de teste de tração e compressão uniaxial do Departamento de Engenharia de Construção Civil da Universidade de São Paulo. O autor desta dissertação admitiu que o comportamento do material do tubo era o mesmo sob tração e compressão, portanto restringiu-se a realizar apenas o teste uniaxial de compressão na caracterização quase-estática do material.

Os tubos estudados neste trabalho são tubos trefilados de aço 1020 com 22 mm de diâmetro externo e 1 mm de espessura. Os corpos de prova usinados a partir do referido tubo são anéis de 2,86 mm de comprimento com o mesmo diâmetro e espessura do tubo em si.

A figura 3.1 demonstra de forma esquemática o teste uniaxial de compressão realizado na máquina INSTRON. O teste consiste das seguintes etapas:

- lubrificar as interfaces de contato entre o espécime e as placas;
- apoiar o espécime anelado sobre a placa inferior da máquina;
- encostar a placa superior da máquina na extremidade correspondente do espécime; e
- realizar a compressão do corpo de prova medindo a força de compressão e o deslocamento da viga transversal da máquina.

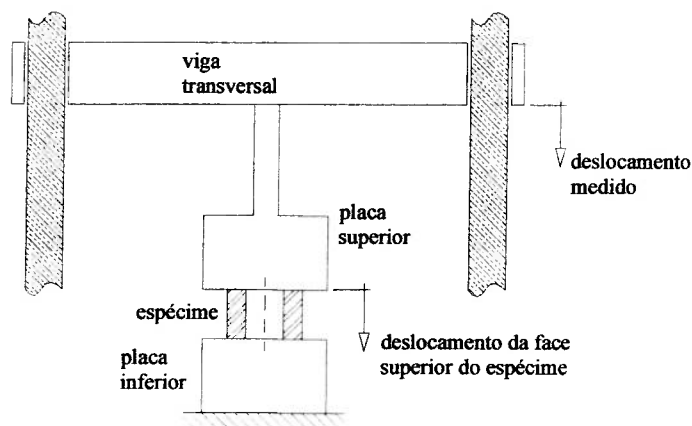


Figura 3.1 – Esquema do teste uniaxial de compressão

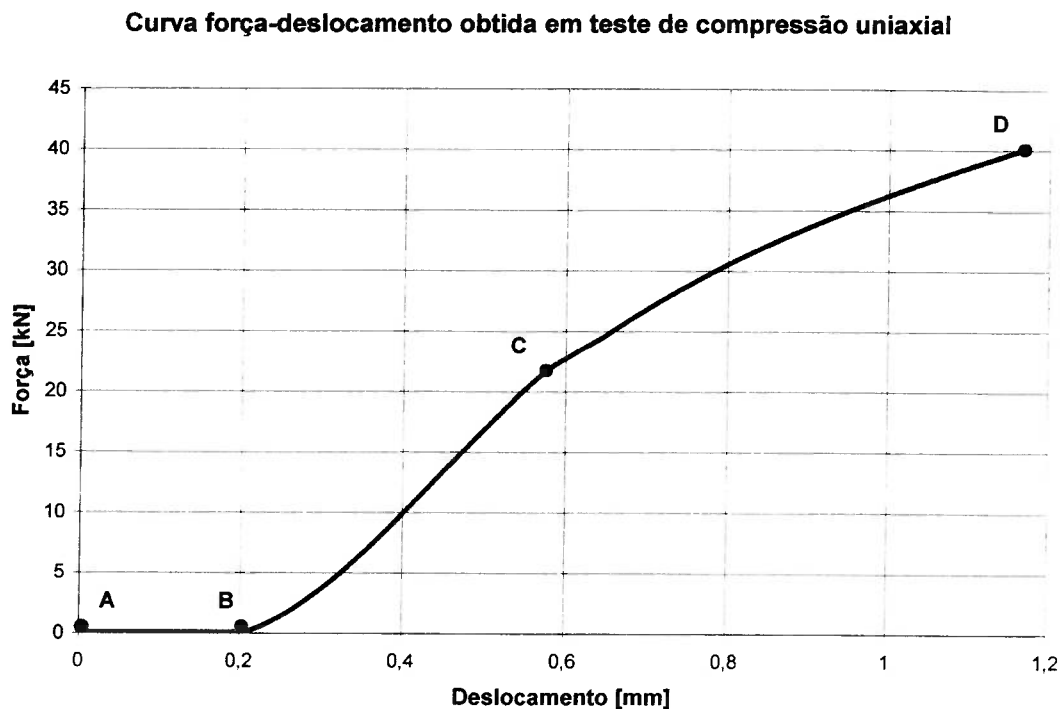


Figura 3.2 – Curva força-deslocamento medida pela máquina INSTRON

A lubrificação se faz necessária para reduzir o atrito entre o corpo de prova e as placas da máquina. O atrito existente nas extremidades do espécime impõem uma restrição à deformação da mesma, tornando-a mais rígida. Com isto, a força necessária para deformar o espécime passa a ser maior do que no caso em que não há atrito. Dependendo da magnitude do atrito esta diferença na força aplicada pode ser significativa, o que resulta em erros no valor de tensão medido. Visando minimizar

este erro, lubrificou-se todos os corpos de prova antes da execução do teste de compressão uniaxial. O lubrificante adotado foi um lubrificante comum (nome comercial “3-EM-UM[®]”), do tipo usado desde em dobradiças a veículos automotores.

Uma vez realizado o procedimento descrito acima, se obtém uma curva força-deslocamento conforme apresentado na figura 3.2. É possível observar que a referida curva possui três trechos distintos. No trecho AB a curva apresenta um deslocamento de aproximadamente 0.2 mm sem acréscimo significativo de força. Este trecho da curva deve-se provavelmente a folgas existentes no equipamento, as quais são eliminadas logo após o início do deslocamento da viga transversal da máquina INSTRON. O segundo trecho, BC, é caracterizado por uma reta de baixa inclinação que corresponde ao regime elástico do material. É importante salientar que a baixa inclinação do trecho BC não corresponde ao comportamento real do material. Se o módulo de elasticidade do material do tubo fosse calculado a partir da referida curva, obter-se-ia o valor irreal de 2,1 GPa, quando sabe-se que o módulo de Young do aço encontra-se entre 200 e 210 GPa. Este erro na curva força-deslocamento medida deve-se ao fato de a máquina INSTRON medir o deslocamento da viga transversal (veja figura 3.1) e não da interface de contato entre espécime e placa. Em função disto, o deslocamento fornecido pelo equipamento corresponde ao deslocamento da face superior do corpo de prova acrescido de uma parcela devida à deflexão dos elementos que constituem a máquina. Tendo em vista que a medição do deslocamento está errada, julgou-se ser necessário realizar algum tipo de correção no valor do deslocamento tanto do trecho elástico, BC, quanto do plástico, CD. Tal correção visou obter uma curva que representasse mais fielmente o comportamento real do material. O procedimento corretivo empregado consistiu em desprezar o trecho elástico da curva e admitir que o módulo de elasticidade do aço da casca era igual a 207 GPa, que é um valor médio para o aço. Pequenas diferenças entre o módulo de elasticidade admitido e o real não influem de forma significativa os resultados deste trabalho, uma vez que nos testes de impacto a quantia de energia absorvida por deformação elástica do material é muito inferior a quantia dissipada por plastificação da casca.

O segundo passo do procedimento corretivo corresponde à correção da parte plástica da curva. A deformação logarítmica final do corpo de prova calculada a partir do deslocamento medido pela máquina INSTRON é igual a aproximadamente 25,4%, enquanto que a deformação logarítmica final medida após o teste diretamente no corpo de prova foi de aproximadamente 14,2%. Tendo isto em vista utilizou-se a equação (3.1) para corrigir o valor da deformação do trecho plástico da curva.

$$\varepsilon_{corr} = \frac{(\varepsilon_{INSTRON} - \varepsilon_0) \cdot (\varepsilon_{micrômetro} - \varepsilon_0)}{(\varepsilon_{INSTRON}^{final} - \varepsilon_0)} + \varepsilon_0, \quad (3.1)$$

sendo ε_{corr} a deformação corrigida, ε_0 a deformação de início de escoamento, $\varepsilon_{micrômetro}$ a deformação final do corpo de prova medida com micrômetro após o teste de compressão, $\varepsilon_{INSTRON}$ e $\varepsilon_{INSTRON}^{final}$ a deformação instantânea e a deformação final calculadas a partir do deslocamento medido pela máquina INSTRON.

Curva tensão-deformação corrigida dos tubos de aço 1020

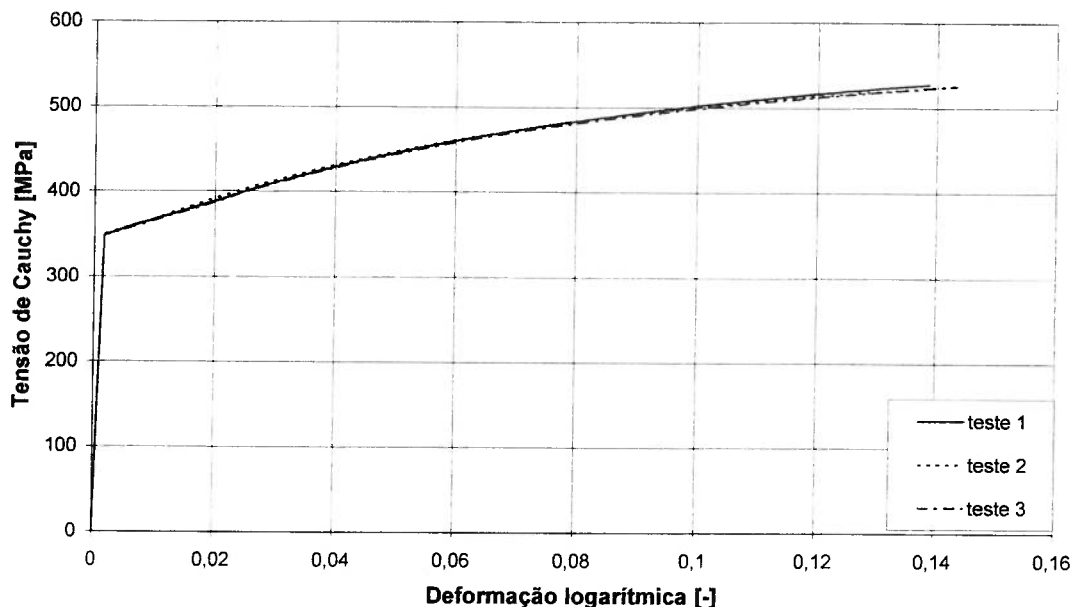


Figura 3.3 – Curva tensão-deformação corrigida dos tubos de aço 1020

A figura 3.3 apresenta o resultado, corrigido segundo o procedimento descrito acima, dos três testes de compressão uniaxial executados. Nota-se que os testes apresentam boa repetibilidade. A tabela 3.1 mostra os valores de tensão de escoamento, tensão final e deformação final obtidos nos três testes. A deformação dos corpos de prova não pode ser elevada acima de 14,34%, pois isto exigiria forças de compressão maiores do que o limite de 40 kN suportado pela máquina INSTRON.

Teste	Tensão de escoamento [MPa]	Tensão final [MPa]	Deformação final [-]
1	348,1	527,9	13,85%
2	348,8	525,3	14,34%
3	347,4	525,3	14,34%
Valor médio	348,1	526,2	14,18%

Tabela 3.1 – Resumo dos testes de compressão uniaxial

3.2. Caracterização dinâmica do material

Em adição à caracterização quase-estática descrita no item anterior, foram realizados testes com a Barra de Hopkinson visando obter as propriedades do material a altas taxas de deformação. Os corpos de prova adotados para tal fim foram iguais às espécimes dos testes quase-estáticos, com a exceção de possuírem um comprimento um pouco maior. Nos testes com a BH, os corpos de prova tinham 3 mm de comprimento e as demais dimensões, diâmetro e espessura, eram as mesmas do tubo trefilado de aço 1020 estudado nesta dissertação.

No total foram realizadas duas séries de testes. Na primeira série, as interfaces de contato entre barras e corpo de prova foram lubrificadas, objetivando reduzir o atrito e o erro causado pelo mesmo. Adotou-se para tal o mesmo lubrificante empregado nos testes quase-estáticos. Conforme descrito no item anterior, o atrito impõe uma restrição à deformação do espécime, o que causa um aumento na força necessária para execução do teste. Este aumento de força representa um erro na tensão medida, portanto deve-se reduzir o atrito de modo a minimizar este efeito.

Em função de os corpos de prova testados com lubrificante haverem sofrido excessiva distorção, decidiu-se realizar uma segunda série de testes, na qual as interfaces barra-espécime não foram lubrificadas. Nesta segunda série de testes, os corpos de prova não sofreram distorção e as curvas tensão-deformação dinâmicas medidas foram mais semelhantes ao que era esperado.

3.2.1. Testes na Barra de Hopkinson com lubrificação

As figuras C.1 a C.6 do anexo C demonstram as curvas tensão-deformação obtidas nos testes com a BH mediante o uso de lubrificante. Conforme pode ser observado algumas curvas (veja as figuras C.2, C.3, C.5 e C.6) apresentam um inesperado amolecimento do material após um determinado nível de deformação. Este aparente amolecimento do material é causado pela distorção que o espécime sofre ao longo do teste. Em função de haver condições de atrito diferentes nas duas extremidades do corpo de prova, uma das extremidades encontra maior facilidade para expandir ao longo do processo de deformação do que a outra. Isto resulta numa severa distorção do espécime caracterizada por um estado não homogêneo de deformação. Esta diferença nas condições de contorno do corpo de prova é causada provavelmente pelo rompimento do filme lubrificante de uma das interfaces, a qual conseqüentemente encontra maior dificuldade em expandir. O autor observou que os anéis utilizados nos testes com a BH possuíam rebarba em apenas uma das faces. A interface que possuía a rebarba era exatamente aquela que tinha facilidade de expandir. O autor percebeu inclusive que os pontos da referida interface nos quais a rebarba era reduzida ou inexistente sofriam a mesma restrição lateral que os pontos da interface sem rebarba. Em função desta observação crê-se que a rebarba dificulta ou impede de alguma forma o rompimento do filme de lubrificante, o que por sua vez causa a existência de diferentes condições de atrito ao longo das interfaces do espécime. Talvez a escolha de um lubrificante comum para uso nos testes com a BH tenha sido inadequada em função deste lubrificante não ser apropriado para uso sob altas pressões. É possível que o uso de um lubrificante mais apropriado tivesse garantido condições de atrito mais homogêneas pelo não rompimento do filme

lubrificante. O autor desta dissertação recomenda que em futuros testes a serem realizados na Barra de Hopkinson da USP adote-se um lubrificante capaz de resistir a altas pressões como, por exemplo, o dissulfeto de molibdênio (MoS_2), o qual já foi utilizado por diversos pesquisadores em testes com a BH.

A figura 3.4a demonstra esquematicamente a distorção sofrida pelos corpos de prova. Conforme pode ser visto, o espécime perde sua forma de anel cilíndrico e passa a apresentar uma forma cônica. Como a deformação não é homogênea, o estado de tensão a que o corpo de prova está submetido difere bastante do estado uniaxial e, conseqüentemente, a curva tensão-deformação obtida não reflete o comportamento real do material. As curvas que apresentaram amolecimento do material mais marcante (figuras C.3, C.5 e C.6) são justamente aquelas correspondentes aos espécimes que sofreram severa distorção.

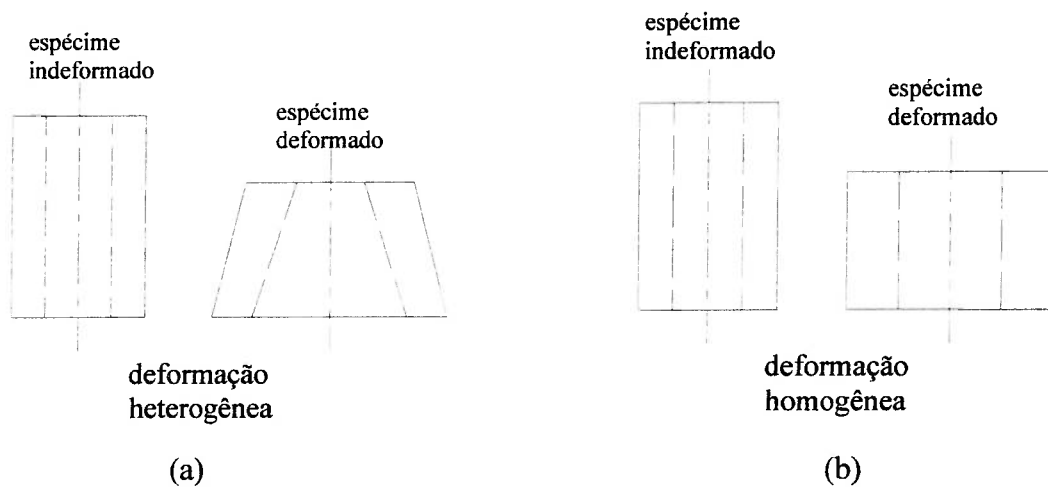


Figura 3.4 – (a) Esquema da distorção sofrida pelo corpo de prova em testes com lubrificante. (b) Deformação homogênea do corpo de prova

Outro ponto que deve ter chamado a atenção do leitor é o fato de algumas curvas (figuras C.2 e C.3) possuírem grandes oscilações no valor de tensão após decorrido aproximadamente metade do tempo total do teste. Tais oscilações são devidas à barra de impacto adotada nos referidos testes. A grande maioria dos testes realizados com a barra de impacto de 500 mm de comprimento apresentou estas oscilações no valor da tensão de escoamento. Os testes realizados com as demais barras de impacto não tiveram o mesmo problema. Infelizmente o autor não soube

explicar a razão de tal acontecimento, entretanto especula-se que as oscilações de tensão sejam causadas por algum efeito vibratório existente na referida barra de impacto. Conforme será demonstrado mais adiante no item 3.2.2, estas oscilações não impedem que sejam obtidos dados relativamente confiáveis a partir das curvas que apresentam as mesmas.

De acordo com o que já foi expresso no capítulo 2 desta dissertação, o trecho inicial das curvas tensão-deformação obtidas através dos testes com a BH não é preciso. Nas figuras C.4 a C.6 isto fica bem evidente. Pode-se observar que o módulo de elasticidade medido é bem inferior ao valor teórico. É importante destacar que o módulo de elasticidade dinâmico do aço é admitido igual ao quase-estático, ou seja, na faixa de 200 a 210 GPa. Além disto, as curvas obtidas através do teste da Barra de Hopkinson costumam apresentar um pico de tensão ao término do trecho linear da curva tensão-deformação dinâmica (veja as figuras C.2, C.3, C.5 e C.6). Este pico de tensão é bem característico dos testes realizados com a BH.

3.2.2. Testes na Barra de Hopkinson sem lubrificação

Já que os corpos de prova lubrificados sofreram excessiva distorção, resolveu-se realizar uma segunda série de testes, na qual a interface de contato entre barras e espécime não foi lubrificada. Felizmente nesta série de testes o corpos de prova não sofreram distorção perceptível e a curva tensão-deformação medida não apresentou amolecimento do material como as curvas da série lubrificada. Estes fatos deram ao autor uma maior confiança em relação aos dados obtidos nesta série de testes. Infelizmente, o atrito existente na interface barra-espécime causa um acréscimo na tensão necessária para deformar o corpo de prova, o qual não pode ser devidamente quantificado. O erro induzido por este acréscimo de tensão está presente em todos os testes realizados sem lubrificante, no entanto a impossibilidade de quantificá-lo impediu que qualquer tipo de correção fosse efetuada nos resultados experimentais.

As figuras C.7 a C.10 apresentam as curvas tensão-deformação medidas na ausência de lubrificante. Como se pode ver, estas curvas possuem um

comportamento mais similar ao da curva quase-estática do que as curvas obtidas mediante uso de lubrificante. Da mesma maneira que nos testes do item anterior, as curvas das figuras C.7 a C.10 são inexatas nos instantes iniciais do teste. Apenas após um dado nível de deformação do espécime é que o valor de tensão medido passa a ser representativo. Os testes com a barra de impacto de 500 mm de comprimento também apresentaram fortes oscilações após decorrido aproximadamente meio teste, o que ratifica a conclusão de que tal fenômeno é causado pela referida barra de impacto.

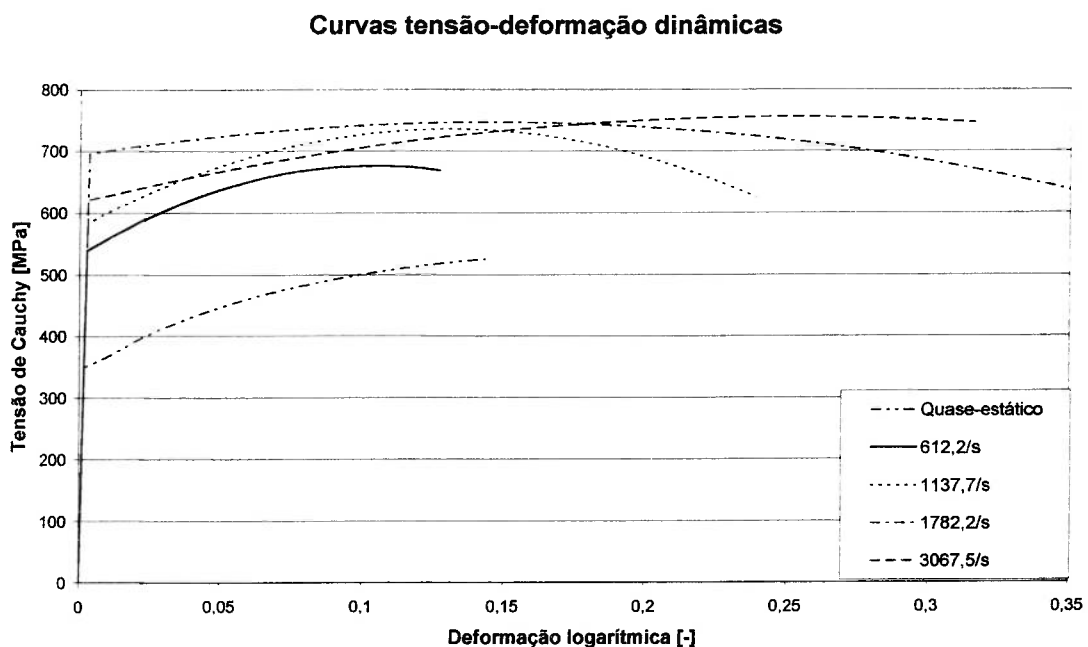


Figura 3.5 – Curvas tensão-deformação dinâmicas do material do tubo

O tratamento dos dados experimentais foi realizado seguindo a mesma metodologia adotada na referência [51]. Em função das curvas experimentais obtidas com a BH oscilarem muito, utilizou-se uma regressão polinomial de segunda ordem para descrever a parte plástica da curva. Para a parte elástica admitiu-se que o módulo de elasticidade era o mesmo do caso quase-estático, ou seja, $E = 207$ MPa. As figuras C.7 a C.10 demonstram as curvas experimentais, bem como, as respectivas curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas através de regressão polinomial de segunda ordem. Na figura 3.5 pode-se ver todas as curvas tensão-

deformação dinâmicas em conjunto com a curva quase-estática do material. A tabela 3.2 resume os resultados obtidos nos testes com a Barra de Hopkinson.

Pressão de disparo [bar]	L_{st} [mm]	Taxa de deformação [s⁻¹]	Limite de escoamento [MPa]	Limite de resistência [MPa]
1,2	500	612,2	540,3	676,4
1,8	500	1137,7	583,7	735,5
2,4	500	1782,2	695,5	746,7
2,6	212	3067,5	621	755,5

Tabela 3.2 – Resumo dos resultados obtidos com a BH

As análises numérica e teórica do processo de flambagem apresentadas respectivamente nos capítulos 5 e 6 desta dissertação adotam a equação de Cowper-Symonds (equação (3.2)) para descrever o comportamento visco-plástico do material da casca:

$$\sigma^d = \sigma^s \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{1/q} \right], \quad (3.2)$$

sendo σ^d a tensão dinâmica, σ^s a tensão quase-estática, D e q parâmetros do material e $\dot{\epsilon}$ a taxa de deformação. Tendo isto em vista, faz-se necessário determinar as constantes materiais D e q que melhor descrevam o comportamento das curvas apresentadas na figura 3.6. Para tal, a expressão acima deve ser rearranjada de modo a obter a equação (3.3), a qual fornece uma reta quando representada em um gráfico log-log:

$$\frac{\sigma^d}{\sigma^s} - 1 = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{1/q} \rightarrow \log \left(\frac{\sigma^d}{\sigma^s} - 1 \right) = \frac{1}{q} (\log \dot{\epsilon} - \log D) = a \log \dot{\epsilon} + b. \quad (3.3)$$

Representando agora os pares experimentais $(\dot{\epsilon}, \sigma^d/\sigma^s - 1)$ em um gráfico log-log e realizando uma regressão linear pelo método dos mínimos quadrados obtém-se a reta que melhor descreve os dados obtidos nos testes com a BH. Os

coeficientes angular, a , e linear, b , desta reta fornecem a partir das expressões abaixo o valor das constantes D e q do material:

$$q = \frac{1}{a}, \quad D = e^{-b/a}.$$

A figura 3.6 mostra os pares $(\dot{\epsilon}, \sigma^d / \sigma^s - 1)$ obtidos experimentalmente e suas respectivas regressões lineares. É possível observar que o ponto referente ao limite de escoamento a uma taxa de deformação de 1782 s^{-1} difere significativamente da tendência esperada. Em função disto este ponto foi desprezado ao realizar-se a regressão linear dos pontos relativos ao limite de escoamento. A presença de duas retas diferentes na figura 3.6 indica que as constantes da equação de Cowper-Symonds possuem valores distintos para os limites de escoamento e de resistência. A tabela 3.3 apresenta os valores de D e de q para os dois casos. Conforme pode ser visto tanto na tabela abaixo quanto na figura 3.6, o limite de escoamento do material apresenta uma maior sensibilidade à taxa de deformação do que o limite de resistência.

	$D [\text{s}^{-1}]$	$q [-]$
Limite de escoamento	8963	4,74
Limite de resistência	61679	3,91

Tabela 3.3 – Valor das constantes D e q do material do tubo

A figura 3.7 apresenta em escala decimal os limites de escoamento e de resistência em função da taxa de deformação. As curvas em linha cheia e em linha traço-ponto representam os valores dos limites de resistência e de escoamento respectivamente, calculados mediante uso da equação (3.2) e das constantes contidas na tabela 3.3.

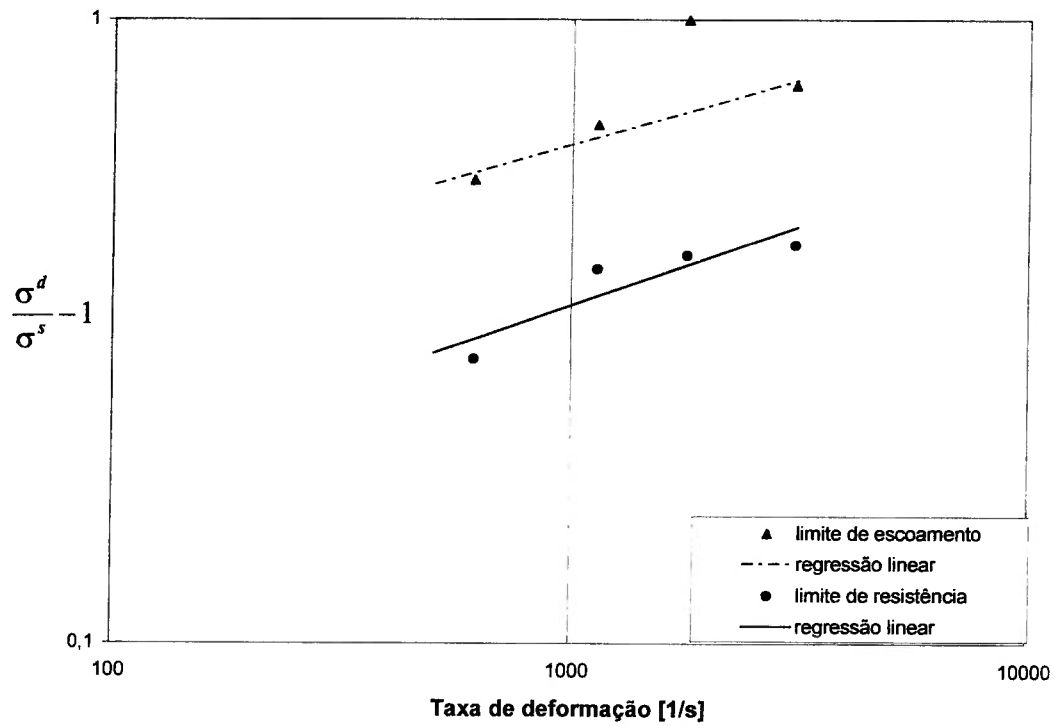


Figura 3.6 – Influência da taxa de deformação sobre a tensão dinâmica

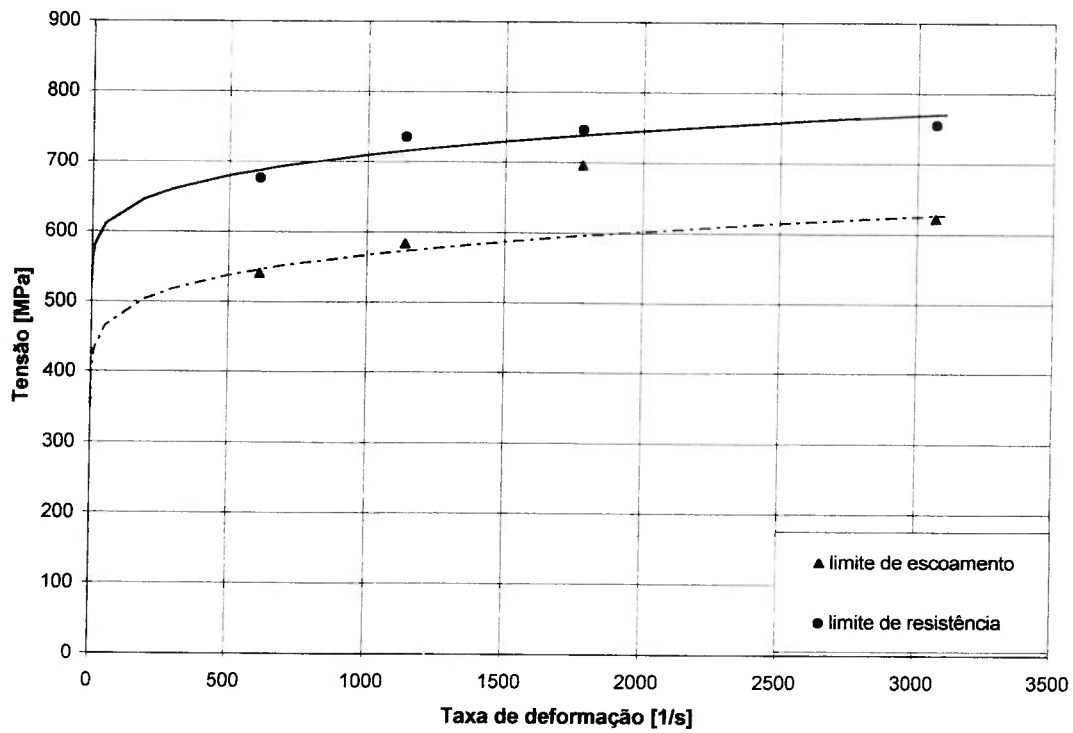


Figura 3.7 – Variação da tensão dinâmica com a taxa de deformação

CAPÍTULO 4 – TESTES DE IMPACTO AXIAL

Quando um engenheiro projeta uma estrutura constituída de perfis tubulares com a finalidade desta ser utilizada na dissipação de energia de impacto, ele precisa saber de antemão se os tubos que constituem a referida estrutura flambarão de forma progressiva ou global quando submetidos a um impacto. Deste modo ele pode determinar se o requisito de projeto, capacidade de dissipação de energia, será atendido. Tendo isto em vista, faz-se necessário determinar em quais condições ocorre a transição de um modo de flambagem para o outro.

Sabe-se que no caso quase-estático tubos de comprimento reduzido flambam de forma progressiva, enquanto que tubos longos flambam de forma global. O comprimento do tubo no qual ocorre a transição de um modo para o outro é denominado de “comprimento de transição quase-estático”, L_{cr} . Tal comprimento de transição pode ser determinado através de testes quase-estáticos de compressão axial do perfil tubular. O procedimento consiste em:

1. cortar o tubo com um determinado comprimento;
2. realizar teste quase-estático de compressão axial do tubo;
3. se o resultado for flambagem progressiva, um novo tubo deve ser cortado com um comprimento maior que o do tubo anterior;
4. se o resultado for flambagem global, um novo tubo deve ser cortado com um comprimento menor que o do tubo anterior;
5. realizar teste quase-estático de compressão axial do novo tubo;
6. repetir os passos 3, 4 e 5 até que o comprimento de transição quase-estático, L_{cr} , seja determinado.

Neste trabalho de mestrado todos os testes quase-estáticos de compressão axial foram executados em uma prensa hidráulica do Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos da USP.

4.1. Escolha dos tubos a serem testados

O modelo teórico de flambagem progressiva desenvolvido no âmbito desta dissertação de mestrado (veja os itens 6.2.2 e 6.2.3) admite que a flambagem progressiva do tubo ocorre de forma axissimétrica (veja as figuras 1.1 e 4.1a). Entretanto é sabido que os tubos circulares possuem um segundo modo de flambagem progressiva, o modo assimétrico, também conhecido como modo diamante (veja a figura 4.1b). As condições que determinam o surgimento de um ou outro modo ainda são desconhecidas.

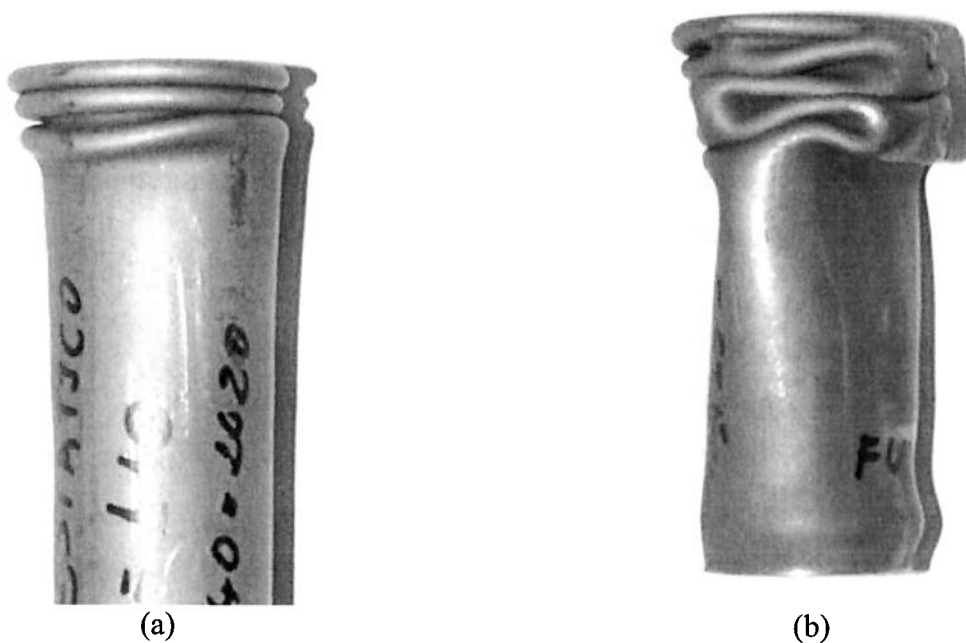


Figura 4.1 – Tubo trefilado de aço 1020. (a) Flambagem axissimétrica. (b) Flambagem assimétrica.

Tendo em vista o modelo teórico proposto pelo autor, desejava-se estudar um tubo circular de aço que apresentasse o modo axissimétrico de flambagem progressiva. Entretanto, como existe pouco conhecimento a respeito da transição entre o modo axissimétrico e o modo assimétrico, o autor estava impossibilitado de saber a priori qual tubo apresentaria o modo de deformação progressiva desejado. Em função disto, foram testados diversos tubos com diferentes propriedades

geométricas e materiais. A tabela 4.1 apresenta todos os tubos testados bem como seus respectivos modos de flambagem progressiva. A determinação do modo de flambagem de cada tubo foi realizada através de teste quase-estático de compressão axial.

Material do tubo	Diâmetro externo [mm]	Espessura [mm]	Presença de costura	Modo de flambagem progressiva
Aço inox AISI 304	20,00	1,65	Sem costura	Diamante
Aço 1020	22,00	1,00	Sem costura	Axissimétrico e Diamante
Aço baixo carbono	22,22	1,00	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	22,22	0,75	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	22,22	0,90	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	22,22	1,20	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	22,22	1,50	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	20,7	1,20	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	19,05	0,75	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	19,05	0,90	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	19,05	1,20	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	19,05	1,50	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	15,88	0,75	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	15,88	0,90	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	15,88	1,06	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	15,88	1,20	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	25,40	0,90	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	25,40	1,06	Com costura	Diamante
Aço baixo carbono	25,40	1,20	Com costura	Diamante
Aço galvanizado	25,40	0,80	Com costura	Axissimétrico e Diamante

Tabela 4.1 – Relação de tubos testados

Conforme pode ser observado na tabela 4.1, todos os tubos testados flambaram segundo o modo assimétrico de deformação. Apenas dois tubos apresentaram em raros testes o modo axissimétrico. Como nenhum dos 20 tubos testados flambou prioritariamente segundo o modo desejado, optou-se por dar continuidade ao trabalho utilizando como objeto de estudo o tubo trefilado sem costura de aço 1020 com 22 mm de diâmetro externo e 1 mm de espessura. O autor estava consciente de que tal escolha poderia dificultar a comparação entre o modelo teórico proposto e os resultados experimentais. Os testes de caracterização dinâmica

descritos no capítulo anterior foram obviamente realizados em anéis fabricados a partir deste tubo de aço 1020.

A tabela 4.2 apresenta os resultados dos testes quase-estáticos de compressão axial realizados com o tubo trefilado de aço 1020. Conforme se pode observar, o comprimento de transição, L_{cr} , do tubo em estudo encontra-se na seguinte faixa:

$$123 < L_{cr} < 124 \text{ mm.}$$

A figura 4.2 demonstra o colapso quase-estático dos tubos na região de transição.



Figura 4.2 – Colapso quase-estático de tubos medindo 124 mm (à esquerda) e 123 mm (à direita)

Comprimento do tubo[mm]	Resultado
100	Flambagem progressiva
110	Flambagem progressiva
115	Flambagem progressiva
120	Flambagem progressiva

123	Flambagem progressiva
124	Flambagem global
125	Flambagem global
150	Flambagem global
200	Flambagem global

Tabela 4.2 – Resultados dos testes quase-estáticos de compressão axial dos tubos trefilados de aço 1020

4.2. Testes no martelo de impacto da USP

No item anterior demonstrou-se que os tubos quando comprimidos podem apresentar dois modos distintos de flambagem, o global e o progressivo. Também demonstrou-se que no caso quase-estático os tubos flambam de forma global quando seu comprimento é maior que L_{cr} e de forma progressiva quando seu comprimento é menor que L_{cr} . Agora deseja-se estudar o comportamento das cascas cilíndricas de aço quando estas são impactadas axialmente. Sabe-se que a velocidade de impacto estabiliza a resposta do tubo favorecendo a ocorrência da flambagem progressiva. De maneira similar ao que ocorre no caso quase-estático, existe, para cada velocidade e massa de impacto, um comprimento no qual ocorre a transição entre um modo e outro de flambagem. Através de testes de impacto axial, realizados no martelo de impacto da USP, foi possível determinar uma curva comprimento do tubo versus velocidade de impacto que caracterizasse a transição entre os modos global e progressivo no caso dinâmico (veja a figura 4.3). O procedimento adotado na obtenção da curva de transição citada acima é descrito a seguir:

1. definir um comprimento para o perfil,
2. definir a massa e velocidade de impacto,
3. realizar um teste de impacto axial no perfil,
4. se o resultado for flambagem global, deve-se aumentar a velocidade de impacto,

5. se o resultado for flambagem progressiva, deve-se diminuir a velocidade de impacto,
6. realizar um novo teste de impacto axial,
7. repetir os passos 4, 5 e 6 até que a velocidade de transição seja estabelecida. Note que esta velocidade de transição é válida para um dado comprimento do perfil e uma dada massa de impacto.
8. Por fim deve-se definir um novo comprimento para o tubo e repetir todo o procedimento novamente.

Todos os testes realizados foram repetidos ao menos uma vez. Nos casos em que a resposta do tubo nos dois testes foi diferente, realizou-se um terceiro teste visando determinar qual dos comportamentos apresentados pelo tubo era o correto.

Realizando o procedimento descrito acima é possível determinar os pares (comprimento da casca – velocidade de impacto) que causam a transição. Para um determinado comprimento do tubo, velocidades de impacto acima da velocidade de transição causam flambagem progressiva e abaixo flambagem global. Para uma determinada velocidade de impacto, comprimentos da casca acima do comprimento de transição causam flambagem global e abaixo flambagem progressiva.

A velocidade de impacto pode ser calculada a partir da altura de queda da massa. Apesar desta ser uma forma simples de se obter a velocidade de impacto, ela não é a melhor maneira de ser feita. O ideal é medir diretamente a velocidade da massa na iminência do impacto. O Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto em Estruturas da Escola Politécnica da USP possui um equipamento de medição de velocidade a laser. Infelizmente tal equipamento não pode ser utilizado no momento em que os testes de impacto foram realizados, pois estava com defeito e teve que ser enviado de volta ao fabricante na Alemanha. Em função disto, a velocidade de impacto de todos os testes foi calculada a partir da altura de queda da massa, a qual foi determinada por sua vez através de um sensor ótico. O erro na medição da altura de queda da massa foi estimado em aproximadamente 10 mm.

As figuras 4.3 a 4.5 mostram os resultados obtidos nos testes com o martelo de impacto. Observe que só foi possível encontrar a curva de transição no caso em que a massa de impacto era igual a 23,16 kg. Nos testes com massas maiores, 36,9 e 65 kg, os tubos apresentaram praticamente apenas o modo global de flambagem. Isto

demonstra que o aumento da massa de impacto favorece a ocorrência da flambagem global. A curva de transição apresentada na figura 4.3 foi obtida por regressão polinomial dos resultados experimentais.

Os resultados dos testes com a massa de 36,9 kg são um pouco questionáveis, uma vez que não houve um cuidado em garantir que o tubo estivesse devidamente centrado em relação à massa de impacto. Acredita-se que o aumento da excentricidade entre a massa de impacto e o tubo favoreça a ocorrência da flambagem global. Em razão disto, não é possível saber se os tubos flambaram de forma global devido à excentricidade ou se os resultados representam realmente o comportamento dos tubos.

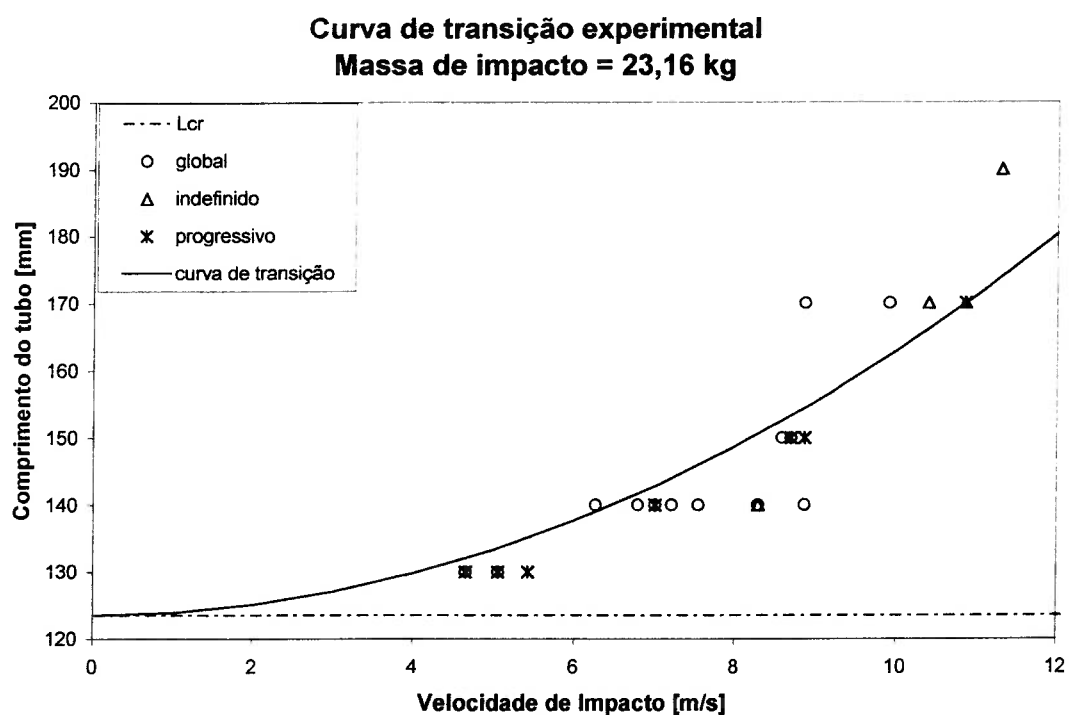


Figura 4.3 – Curva de transição dos tubos trefilados de aço 1020

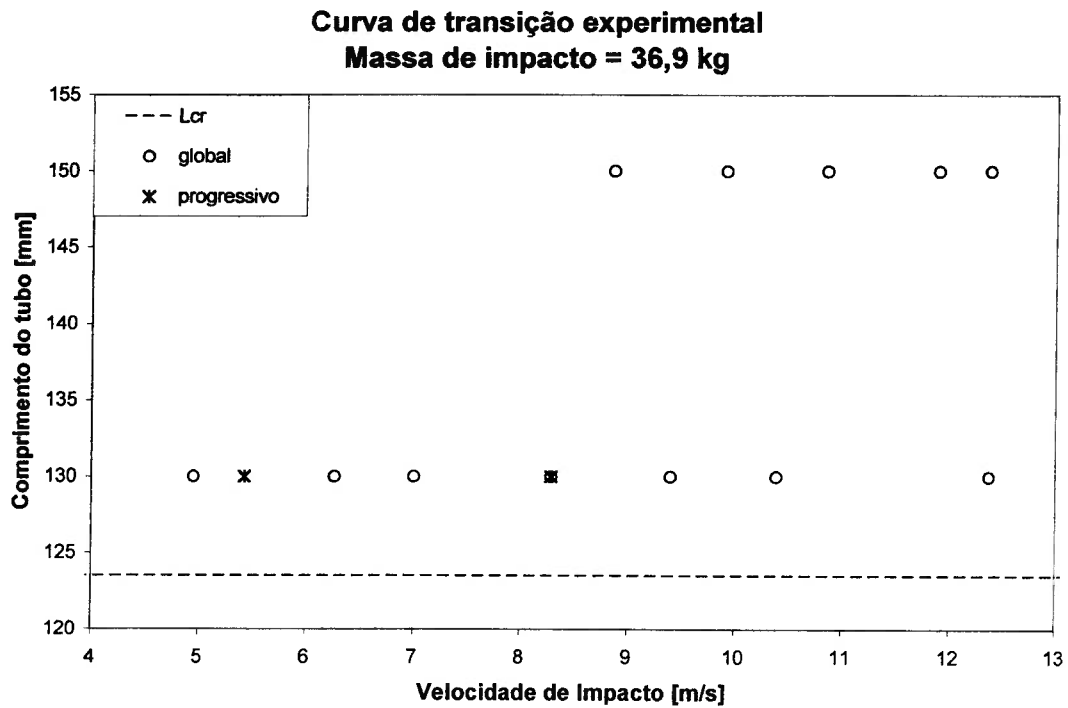


Figura 4.4 – Resultados dos testes realizados no martelo de impacto da USP

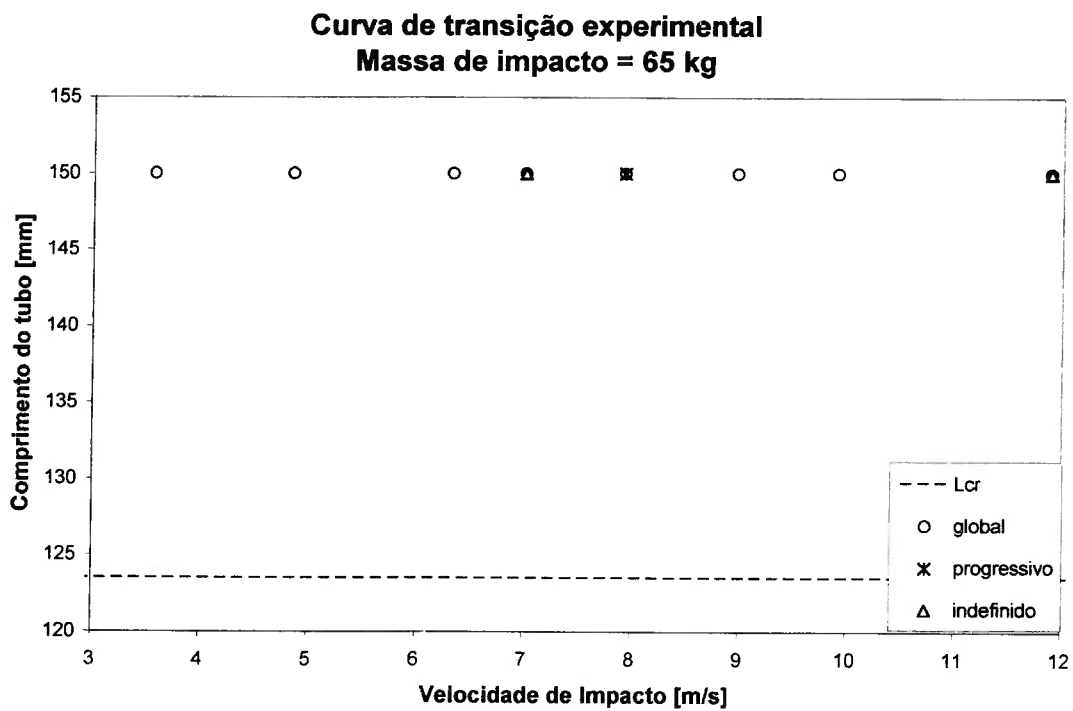


Figura 4.5 – Resultados dos testes realizados no martelo de impacto da USP

Já nos testes com as outras duas massas teve-se o devido cuidado em posicionar os tubos centrados em relação à massa de impacto, portanto acredita-se que os resultados dos referidos testes são confiáveis no que tange ao posicionamento dos tubos em relação à massa de impacto.

Os tubos impactados com a massa de 65 kg flambaram quase que exclusivamente de forma global. Flambagem progressiva ocorreu em apenas um dos três testes realizados a uma velocidade de 7,9 m/s. Houve também dois testes nos quais não foi possível determinar o modo de flambagem sofrido pelo tubo (pontos destacados com um triângulo na figura 4.5). Entretanto ao repetir-se novamente estes testes, verificou-se que os tubos flambaram de forma global.

Os testes realizados com a massa de 23,16 kg forneceram bons resultados, conforme se pode observar na figura 4.3. Foi possível obter a velocidade de transição de tubos com até 170 mm de comprimento. Tubos com comprimentos superiores a 170 mm não foram adequadamente investigados, porque a massa de impacto de 23,16 kg estava se soltando das guias do equipamento, quando esta era lançada de alturas superiores a 6m de altura. Em função disto, os testes com a referida massa foram limitados a 6 m de altura, o que corresponde a uma velocidade de impacto de 10,85 m/s.

A forma como a massa de 23,16 kg foi montada permitia que esta sofresse uma rotação durante o evento de impacto. Esta rotação da massa foi responsável pelo fato da mesma se soltar das guias nos testes realizados a altas velocidades de impacto. Tal rotação foi também responsável pela grande quantidade de pontos indefinidos nos testes com tubos de 170 mm de comprimento. Nestes testes os tubos eram arremessados para fora do martelo de impacto antes do término do processo de deformação. Como consequência não era possível determinar se o tubo flambaria de forma progressiva ou global, pois a maior parcela da energia cinética da massa de impacto não era dissipada pelo tubo. A massa de 65 kg não apresentou este tipo de problema, porque sua montagem nas guias do martelo de impacto era tal que dificultava qualquer rotação da massa.

As figuras 4.6 a 4.8 demonstram os tubos testados com a massa de 23,16 kg na condição de transição. As tabelas 4.3 a 4.5 apresentam todos os resultados ilustrados nas figuras 4.3 a 4.5.



Figura 4.6 – Colapso dinâmico de tubos com 130 mm de comprimento. Velocidade de impacto de 5,05 m/s (à esquerda) e 4,65 m/s (à direita)



Figura 4.7 – Colapso dinâmico de tubos com 150 mm de comprimento. Velocidade de impacto de 8,69 m/s (à esquerda) e 8,58 m/s (à direita)



Figura 4.8 – Colapso dinâmico de tubos com 170 mm de comprimento. Velocidade de impacto de 10,85 m/s (à esquerda) e 9,9 m/s (à direita)

L [mm]	G [kg]	V_0 [m/s]	Resultado 1	Resultado 2	Resultado 3
130	23,16	4,65	Global	progressivo	global
130	23,16	5,05	Progressivo	global	progressivo
130	23,16	5,42	Progressivo	progressivo	
140	23,16	6,26	Global	global	
140	23,16	6,79	Global	global	
140	23,16	7,00	Global	progressivo	global
140	23,16	7,21	Global	global	
140	23,16	7,54	Global	global	
140	23,16	8,29	Indefinido	global	
140	23,16	8,86	Global	global	
150	23,16	8,58	Global	global	
150	23,16	8,69	Progressivo	global	progressivo
150	23,16	8,86	Progressivo	progressivo	
170	23,16	8,86	Global	global	
170	23,16	9,90	Global	global	
170	23,16	10,39	Indefinido	indefinido	
170	23,16	10,85	Progressivo	indefinido	indefinido
190	23,16	11,29	Indefinido		

Tabela 4.3

<i>L</i> [mm]	<i>G</i> [kg]	<i>V</i>₀ [m/s]	Resultado 1	Resultado 2	Resultado 3
130	36,9	4,95	Global	global	
130	36,9	5,42	Progressivo	progressivo	
130	36,9	6,26	Global	global	
130	36,9	7,00	Global	global	
130	36,9	8,29	Global	progressivo	global
130	36,9	9,40	Global	global	
130	36,9	10,39	Global	global	
130	36,9	12,37	Global	global	
150	36,9	8,86	Global	global	
150	36,9	9,90	Global	global	
150	36,9	10,85	Global	global	
150	36,9	11,89	Global	global	
150	36,9	12,37	Global	global	

Tabela 4.4

<i>L</i> [mm]	<i>G</i> [kg]	<i>V</i>₀ [m/s]	Resultado 1	Resultado 2	Resultado 3
150	65	3,57	Global	global	
150	65	4,85	Global	global	
150	65	6,33	Global	global	
150	65	7,00	Indefinido	global	global
150	65	7,92	Progressivo	global	global
150	65	8,97	Global	global	
150	65	9,90	Global	global	
150	65	11,89	Indefinido	global	global

Tabela 4.5

CAPÍTULO 5 – MODELAGEM NUMÉRICA DO IMPACTO EM CASCAS

Faz parte também deste trabalho de pesquisa a análise numérica, através do Método dos Elementos Finitos (MEF), da deformação sofrida pelos tubos, quando os mesmos são impactados axialmente. O objetivo desta análise é obter através do MEF a curva de transição dos tubos de aço 1020 em estudo. Para tal, os testes de impacto axial realizados no martelo de impacto da USP foram modelados no programa de elementos finitos ABAQUS/Explicit. O procedimento adotado para determinar a curva de transição numérica foi exatamente o mesmo empregado nos testes de impacto descritos no Capítulo 4.

Através do método dos elementos finitos é possível modelar efeitos não lineares como plasticidade, encruamento, influência da taxa de deformação, grandes deslocamentos e deformações, e variações nas condições de contorno (por exemplo as devido ao contato entre as várias partes do perfil). O MEF tem demonstrado ser uma valiosa ferramenta na análise de diversos problemas de engenharia por fornecer soluções próximas do comportamento real da estrutura que está sendo simulada. Karagiozova e Alves [43] já utilizaram o método dos elementos finitos para estudar de forma numérica o fenômeno de transição em tubos cujas propriedades materiais independem da taxa de deformação. Na presente dissertação de mestrado incluiu-se na análise numérica o efeito da taxa de deformação, uma vez que os tubos de aço adotados neste trabalho possuem propriedades sensíveis à taxa de deformação (veja o Capítulo 3).

A modelagem dos tubos foi feita com elementos de casca de quatro nós com integração reduzida (elemento SR4 do ABAQUS). Foram utilizados 7 pontos de integração ao longo da espessura da casca. Os elementos empregados na discretização do tubo mediam 2,3 mm de largura e 1,41 a 1,44 mm de altura. A figura 5.1 mostra a malha de um tubo de 130 mm de comprimento.

A aplicação do carregamento foi realizada na forma de uma massa pontual ligada aos nós de uma superfície rígida, a qual deslocava-se com uma velocidade inicial V_0 . O contato entre a superfície rígida e o tubo foi modelado através do

algoritmo de contato cinemático do ABAQUS. O atrito entre as superfícies foi calculado através do modelo de atrito isotrópico de Coulomb, sendo que o coeficiente de atrito adotado nas simulações foi igual a 0,2. Os elementos de casca implementados no ABAQUS são também capazes de modelar o contato que surge entre as várias partes do perfil em seu processo de sanfonamento, fato de fundamental importância para uma correta análise da flambagem do tubo.

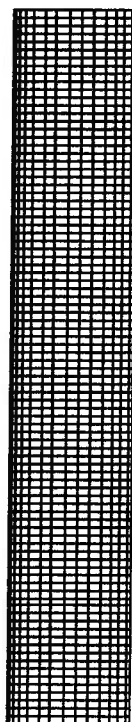


Figura 5.1 – Malha de um tubo com 130 mm de comprimento

A curva tensão-deformação do material do tubo obtida através de teste quase-estático de compressão (veja figura 3.3) foi substituída por uma curva bilinear, conforme demonstrado na figura 5.2. O ABAQUS permite que a curva tensão-deformação real do material seja utilizada nas simulações, entretanto o autor optou pelo uso de uma curva bilinear. O motivo que levou a esta escolha foi o fato de os modelos teóricos desenvolvidos pelo autor no Capítulo 6 adotarem também um modelo bilinear para descrever o comportamento do material. Desta forma as simulações com o MEF e os modelos apresentados no próximo capítulo podem ser comparados com maior facilidade. A tensão de início de escoamento, o módulo

elástico e o módulo plástico adotados na construção da curva tensão-deformação bilinear são respectivamente 348,1 MPa, 207 GPa e 1264,1 MPa.

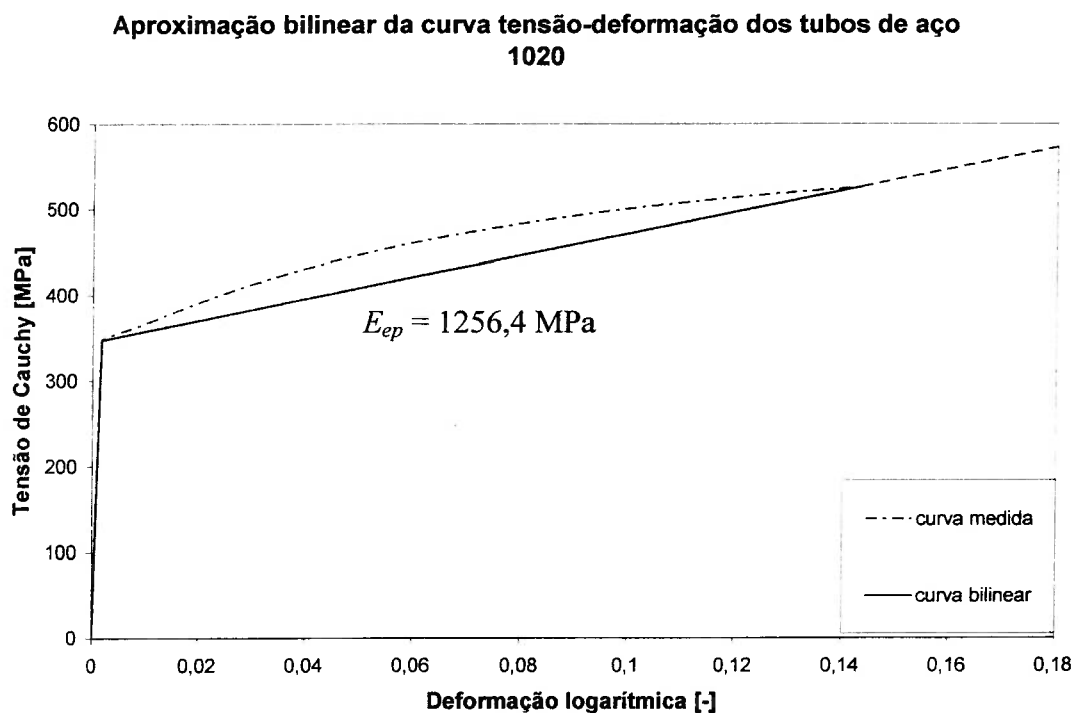


Figura 5.2 – Curva tensão-deformação bilinear adotada nas simulações

O efeito da taxa de deformação foi incluído na simulação mediante o uso da equação constitutiva de Cowper-Symonds (equação (3.2)), a qual permite a descrição do comportamento visco-plástico do material e possui a vantagem de já estar implementada no programa ABAQUS, o que evita a necessidade de programar uma sub-rotina para o cálculo dos efeitos da taxa de deformação. As constantes D e q adotadas nas simulações são aquelas obtidas para o limite de resistência do aço 1020, as quais podem ser encontradas na tabela 3.3. O autor optou pelos parâmetros materiais referentes ao limite de resistência porque julgou que estes representariam melhor o comportamento do material ao longo de todo o processo de deformação, uma vez que a casca cilíndrica sofre grandes deformações durante sua flambagem.

Para que na simulação possa ocorrer a flambagem global do tubo, há a necessidade de se introduzir algum tipo de imperfeição na malha de modo a provocar um início de instabilidade [43]. A idéia aqui consiste em aplicar ao longo do

comprimento do tubo as imperfeições representativas da superposição de alguns modos de flambagem. Karagiozova e Alves [43] utilizaram imperfeições iniciais correspondendo ao primeiro modo elástico de flambagem global de um tubo engastado na base e com deslocamento transversal livre no topo. Eles adotaram uma amplitude máxima para as imperfeições igual a 0,05% do comprimento do tubo. Segundo o artigo [43], as simulações realizadas com esta magnitude de imperfeições forneciam uma representação adequada dos resultados obtidos experimentalmente.

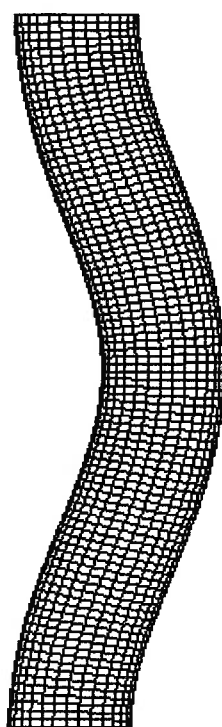


Figura 5.3 – Modo de flambagem utilizado como imperfeição inicial

No presente trabalho, as imperfeições iniciais adotadas correspondem ao primeiro modo elástico de flambagem global de um tubo bi-engastado (veja figura 5.3). O autor julgou que esta condição de contorno era a que mais se assemelhava à condição de contorno real do tubo, portanto optou por utilizar uma imperfeição inicial diferente da empregada por Karagiozova e Alves [43]. A magnitude máxima adotada para as imperfeições iniciais foi também igual a 0,05% do comprimento do tubo. Com estas imperfeições iniciais foi possível obter a velocidade de transição de tubos com 150, 170 e 190 mm de comprimento (veja figura 5.4). Os tubos com 140 e 130 mm de comprimento não flambaram de forma global nas simulações realizadas

com esta magnitude de imperfeição inicial. O autor crê que à medida que o comprimento do tubo se aproxima muito do valor L_{cr} , impõe-se uma maior dificuldade ao surgimento da flambagem global nas simulações com o MEF. Em vista disto decidiu-se testar novas imperfeições iniciais para estes dois tubos e verificar se desta forma a flambagem global ocorria. A tabela 5.1 apresenta todas as imperfeições testadas e seus respectivos resultados.

Comprimento do tubo [mm]	Modos de flambagem elástica usados	Amplitude máxima da imperfeição	Transição encontrada?
140	1º modo	0,05% de L	NÃO
140	1º modo	0,1% de L	SIM
140	1º modo e 2º modo	0,05% de L para ambos os modos	NÃO
130	1º modo	0,05% de L	NÃO
130	1º modo	0,1% de L	NÃO
130	1º modo e 2º modo	0,05% de L para ambos os modos	NÃO
130	1º modo e 2º modo	0,05% de L e 0,1% de L respectivamente	NÃO
130	1º modo e 2º modo	0,1% de L para ambos os modos	NÃO

Tabela 5.1 – Imperfeições testadas em tubos com 130 e 140 mm de comprimento

Conforme pode-se observar, não foi possível obter a flambagem global nas simulações com o tubo de 130 mm de comprimento. Isto se deve provavelmente ao fato de o comprimento do tubo estar muito próximo do comprimento de transição quase-estático, L_{cr} . Talvez o uso de imperfeições iniciais de magnitude ainda maior do que as testadas neste trabalho permita a ocorrência da flambagem global em tubos deste comprimento. Já no caso dos tubos de 140 mm de comprimento, o uso do 1º modo de flambagem (figura 5.3) como imperfeição inicial associado a uma amplitude máxima de 0,1% do comprimento do tubo (o dobro da amplitude adotada

nas simulações com os tubos de 150, 170 e 190 mm de comprimento) resultou na ocorrência do fenômeno de transição. Os resultados para $L = 140$ mm apresentados na figura 5.4 foram obtidos mediante o uso da referida imperfeição inicial.

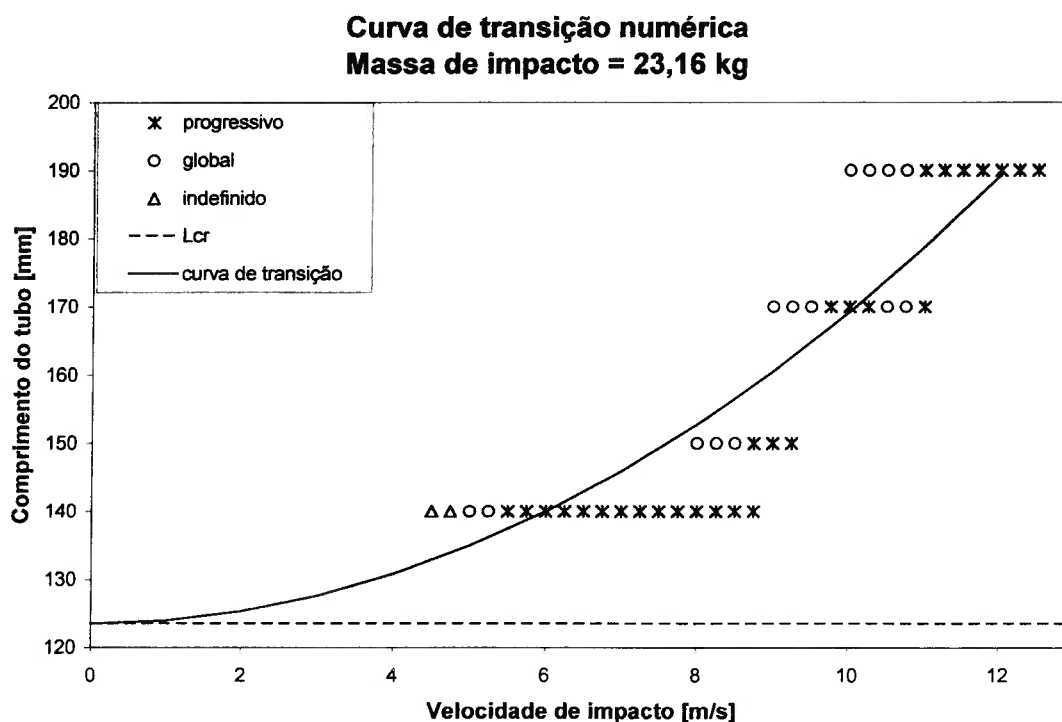


Figura 5.4 – Curva de transição numérica

As curvas de transição numéricas apresentadas nas figuras 5.4 a 5.7 foram obtidas por regressão polinomial dos resultados das simulações com o ABAQUS.

A figura 5.5 compara a curva de transição obtida através do método dos elementos finitos com a curva obtida nos testes com o martelo de impacto da USP. Pode-se ver que apesar dos resultados numéricos diferirem um pouco dos resultados experimentais, a curva de transição numérica demonstra ser uma aproximação bem razoável da curva experimental. Para $L = 150$ mm houve uma boa coincidência entre experimento e simulação, no entanto para $L = 140$ mm a diferença foi significativa. Acredita-se que esta diferença deva-se à escolha da magnitude da imperfeição inicial. Conforme relatado acima, o tubo de 140 mm de comprimento teve maior dificuldade em flambar de forma global, o que obrigou o autor a aumentar a amplitude da imperfeição inicial. Crê-se que a amplitude adotada, 0,1% de L , não tenha sido

suficientemente grande para que a simulação representasse adequadamente os testes realizados no martelo de impacto. Mediante estas observações pode-se afirmar que a magnitude da imperfeição inicial a ser adotada não deve ser a mesma para toda a faixa de comprimentos do tubo. Tubos de comprimento muito próximo a L_{cr} devem ser simulados com imperfeições iniciais maiores do que as empregadas neste trabalho, visando assim favorecer a ocorrência da flambagem global. E os tubos cujo comprimento é razoavelmente maior que L_{cr} podem ser simulados com uma magnitude da imperfeição inicial igual a 0,05% de L , a qual já demonstrou ser adequada não só neste trabalho, mas também na referência [43].

O resultado numérico para $L = 170$ mm não coincidiu com o resultado experimental, entretanto a diferença entre os mesmos foi baixa, em torno de 5%. No caso de $L = 190$ mm a ausência de resultados experimentais impossibilita uma comparação com o resultado numérico obtido. No entanto a curva experimental tende para uma velocidade de transição superior à velocidade fornecida pela simulação, o que, por sua vez, permite concluir que o resultado numérico para o tubo de 190 mm não é muito correto.

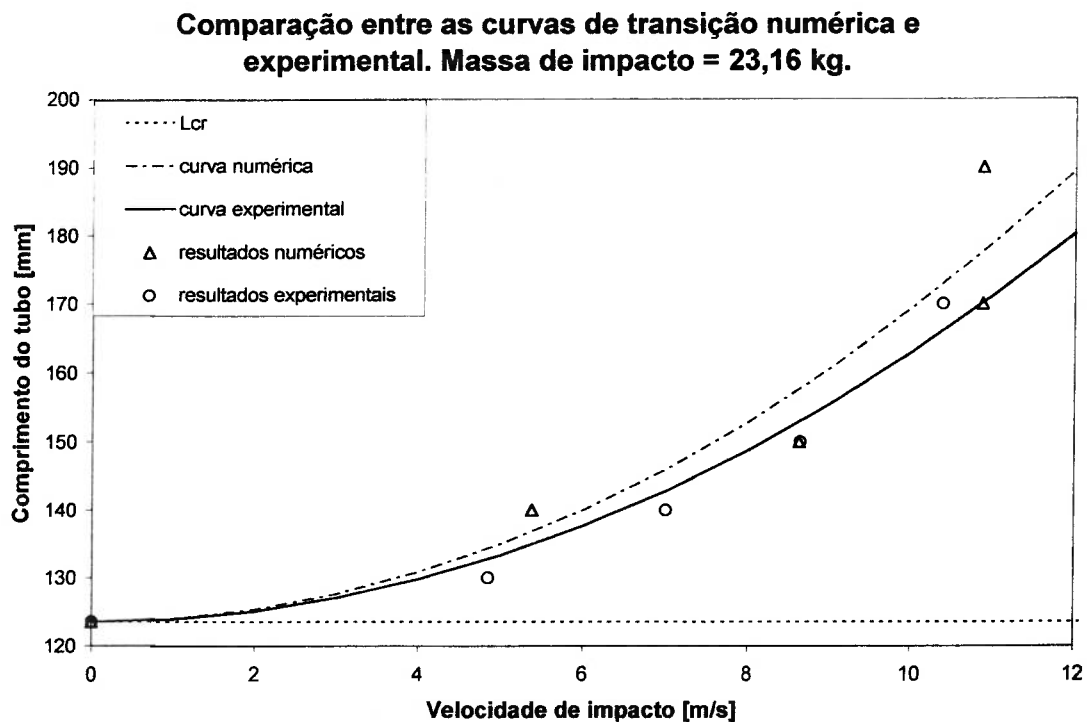


Figura 5.5 – Comparação entre a curva de transição numérica e a experimental

Curva de transição numérica
Massa de impacto = 65 kg

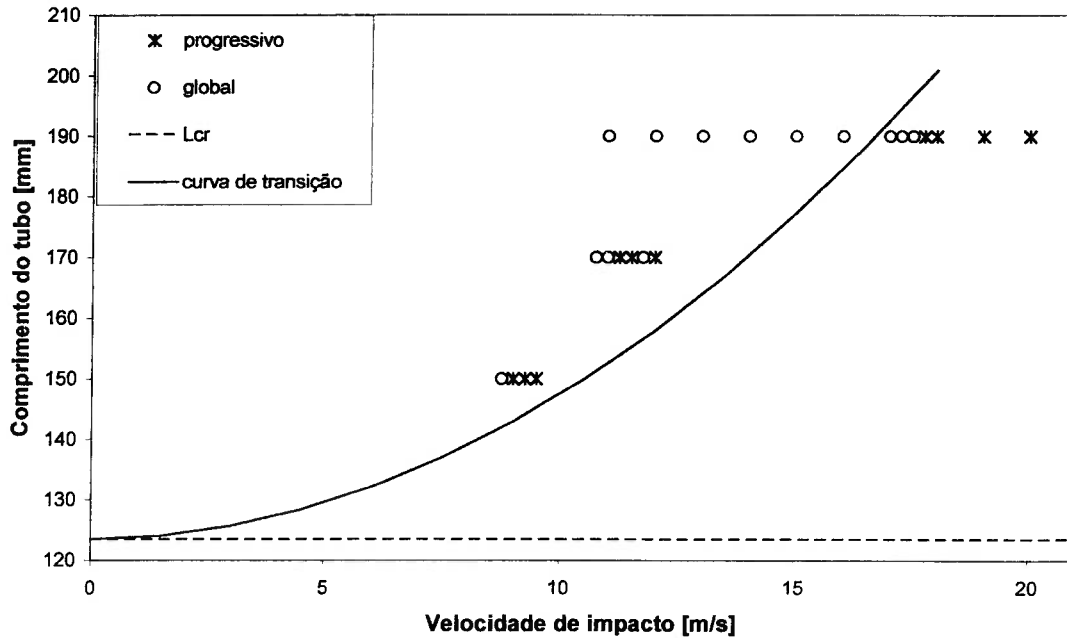


Figura 5.6 – Curva de transição numérica

Influência da massa de impacto sobre a curva de transição numérica

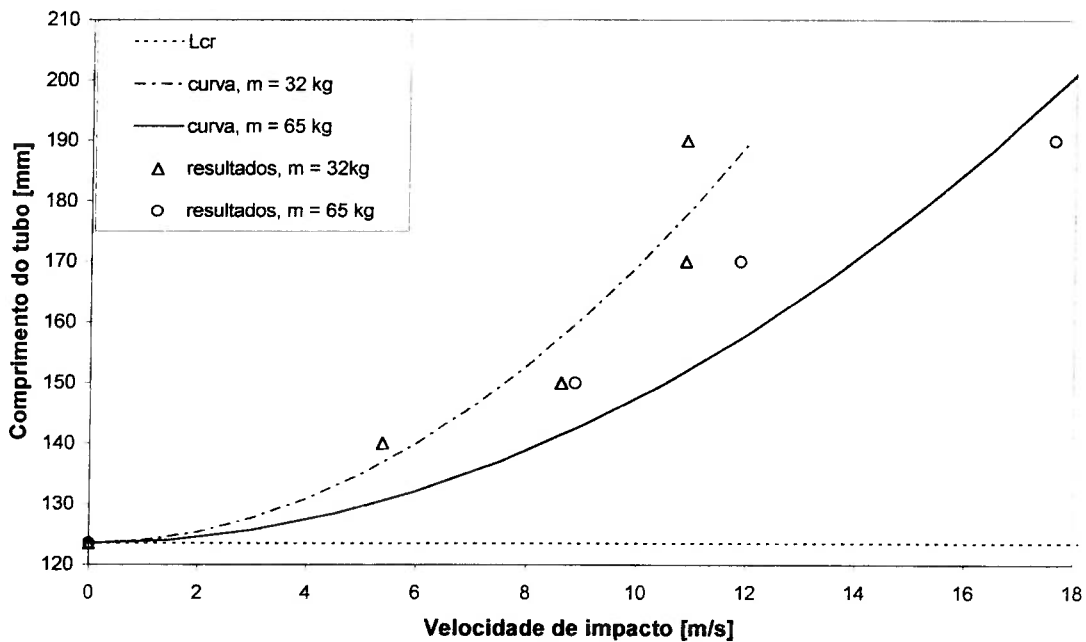


Figura 5.7 – Influência da massa de impacto sobre a curva de transição numérica

A figura 5.6 apresenta a curva de transição numérica de tubos impactados com uma massa de 65 kg. Conforme se pode observar nas figuras 5.6 e 5.7, o aumento da massa de impacto resultou num aumento da velocidade de transição, em especial no caso do tubo de 190 mm. Este resultado está de acordo com o que era esperado, uma vez que nos experimentos descritos no capítulo anterior verificou-se que o aumento da massa de impacto favoreceu a ocorrência da flambagem global.

As tabelas 5.2 e 5.3 listam todos os resultados apresentados nas figuras 5.4 e 5.6. A configuração deformada dos tubos simulados pelo ABAQUS pode ser visualizada nas figuras 5.8 a 5.12.

L [mm]	G [kg]	V_0 [m/s]	Resultado
140	23,16	4,5	indefinido
140	23,16	4,75	indefinido
140	23,16	5	global
140	23,16	5,25	global
140	23,16	5,5	progressivo
140	23,16	5,75	progressivo
140	23,16	6	progressivo
140	23,16	6,25	progressivo
140	23,16	6,5	progressivo
140	23,16	6,75	progressivo
140	23,16	7	progressivo
140	23,16	7,25	progressivo
140	23,16	7,5	progressivo
140	23,16	7,75	progressivo
140	23,16	8	progressivo
140	23,16	8,25	progressivo
140	23,16	8,5	progressivo
140	23,16	8,75	progressivo
150	23,16	8	global

150	23,16	8,25	global
150	23,16	8,5	global
150	23,16	8,75	progressivo
150	23,16	9	progressivo
150	23,16	9,25	progressivo
170	23,16	9	global
170	23,16	9,25	global
170	23,16	9,5	global
170	23,16	9,75	progressivo
170	23,16	10	progressivo
170	23,16	10,25	progressivo
170	23,16	10,5	global
170	23,16	10,75	global
170	23,16	11	progressivo
190	23,16	10	global
190	23,16	10,25	global
190	23,16	10,5	global
190	23,16	10,75	global
190	23,16	11	progressivo
190	23,16	11,25	progressivo
190	23,16	11,5	progressivo
190	23,16	11,75	progressivo
190	23,16	12	progressivo
190	23,16	12,25	progressivo
190	23,16	12,5	progressivo

Tabela 5.2

<i>L</i> [mm]	<i>G</i> [kg]	<i>V</i>₀ [m/s]	Resultado
150	65	8,75	global
150	65	9	progressivo
150	65	9,25	progressivo

150	65	9,5	progressivo
170	65	10,75	global
170	65	11	global
170	65	11,25	progressivo
170	65	11,5	progressivo
170	65	11,75	global
170	65	12	progressivo
190	65	11	global
190	65	12	global
190	65	13	global
190	65	14	global
190	65	15	global
190	65	16	global
190	65	17	global
190	65	17,25	global
190	65	17,5	global
190	65	17,75	progressivo
190	65	18	progressivo
190	65	19	progressivo
190	65	20	progressivo

Tabela 5.3

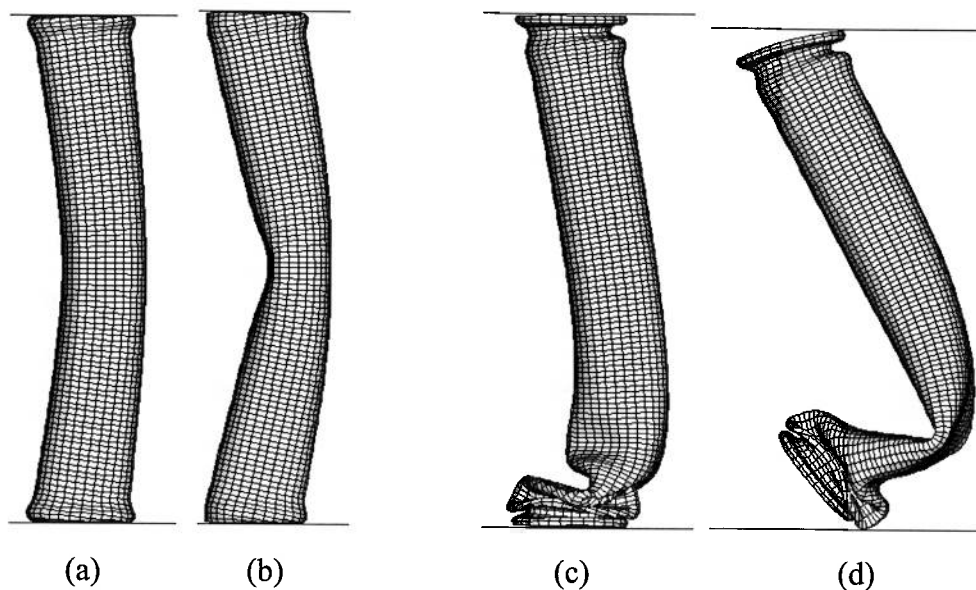


Figura 5.8 – Configuração deformada (impacto com massa de 23,16 kg):
 (a) $L = 140$ mm e $V_0 = 5,5$ m/s; (b) $L = 140$ mm e $V_0 = 5,25$ m/s;
 (c) $L = 190$ mm e $V_0 = 11$ m/s; (d) $L = 190$ mm e $V_0 = 10,75$ m/s

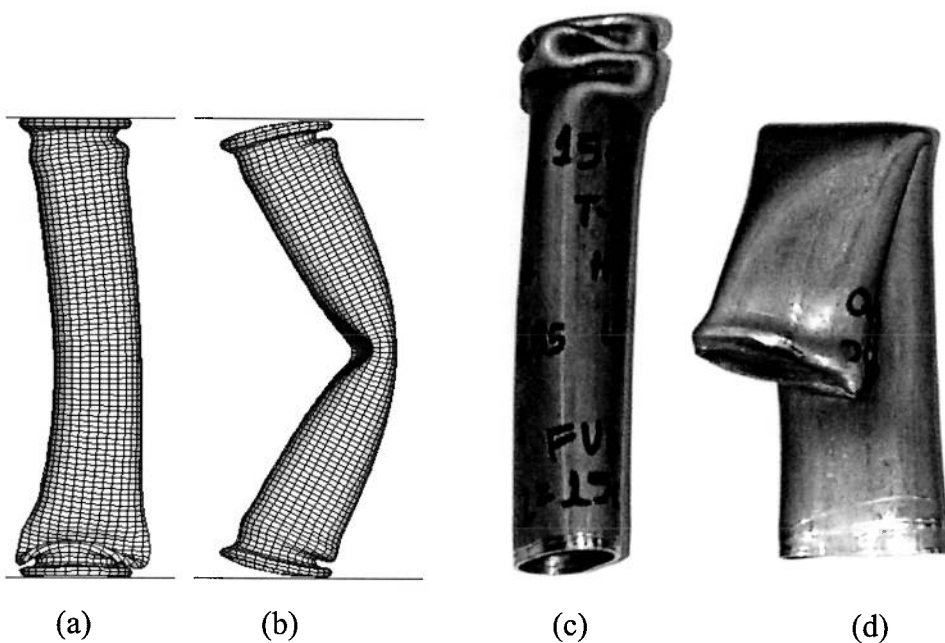


Figura 5.9 – Configuração deformada (impacto com massa de 23,16 kg):
 (a) $L = 150$ mm e $V_0 = 8,75$ m/s; (b) $L = 150$ mm e $V_0 = 8,5$ m/s;
 (c) $L = 150$ mm e $V_0 = 8,69$ m/s; (d) $L = 150$ mm e $V_0 = 8,58$ m/s;

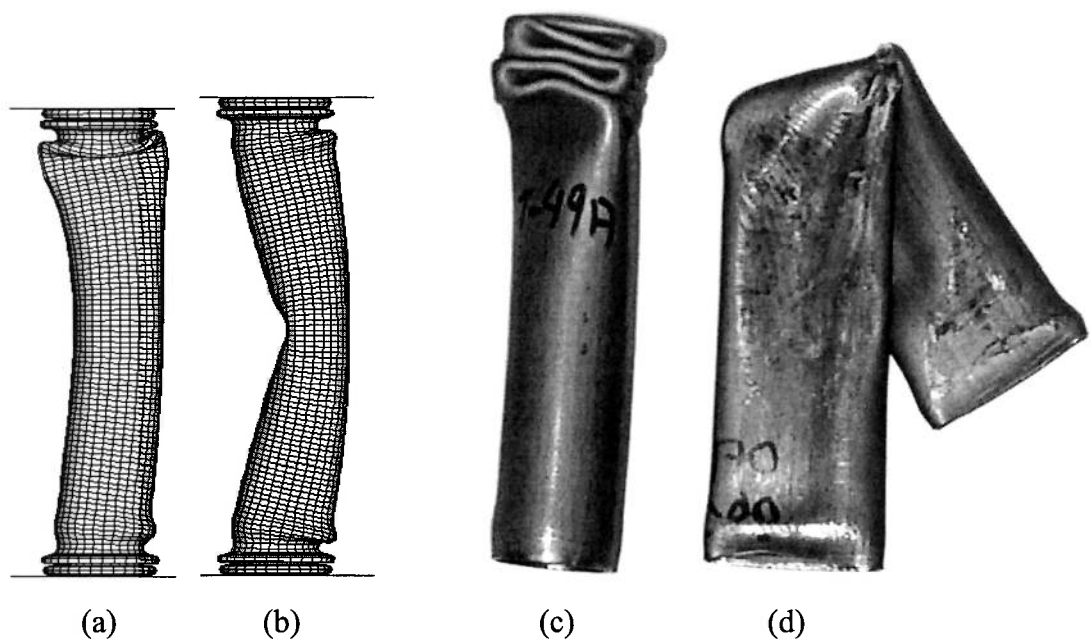


Figura 5.10 – Configuração deformada (impacto com massa de 23,16 kg):

- (a) $L = 170 \text{ mm}$ e $V_0 = 11 \text{ m/s}$; (b) $L = 170 \text{ mm}$ e $V_0 = 10,75 \text{ m/s}$;
 (c) $L = 170 \text{ mm}$ e $V_0 = 10,85 \text{ m/s}$; (d) $L = 170 \text{ mm}$ e $V_0 = 9,9 \text{ m/s}$

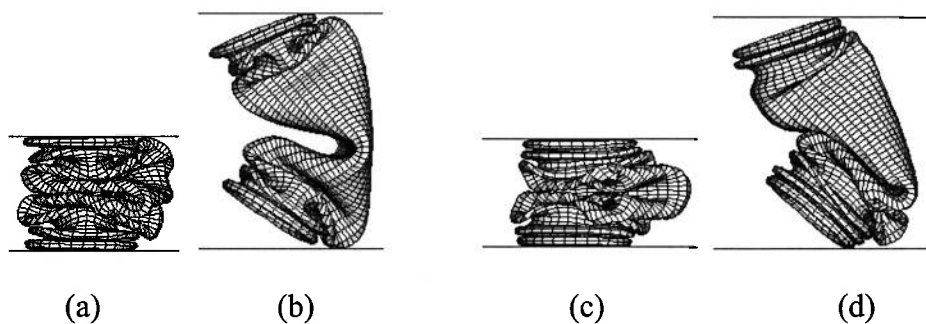


Figura 5.11 – Configuração deformada (impacto com massa de 65 kg):

- (a) $L = 150 \text{ mm}$ e $V_0 = 9 \text{ m/s}$; (b) $L = 150 \text{ mm}$ e $V_0 = 8,75 \text{ m/s}$;
 (c) $L = 170 \text{ mm}$ e $V_0 = 12 \text{ m/s}$; (d) $L = 170 \text{ mm}$ e $V_0 = 11,75 \text{ m/s}$

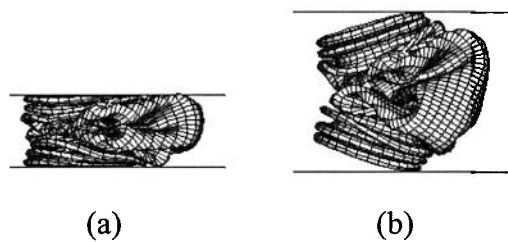


Figura 5.12 – Configuração deformada (impacto com massa de 65 kg):

- (a) $L = 190 \text{ mm}$ e $V_0 = 17,75 \text{ m/s}$; (b) $L = 190 \text{ mm}$ e $V_0 = 17,5 \text{ m/s}$

CAPÍTULO 6 – ANÁLISE TEÓRICA DA FLAMBAGEM DE CASCAS CILÍNDRICAS

Esta seção visa desenvolver modelos teóricos que auxiliem a análise do processo de deformação de uma casca cilíndrica impactada axialmente. Dentre as estruturas utilizadas para dissipação da energia de impacto, os tubos caracterizam-se por possuírem uma curva força-deflexão típica das chamadas estruturas tipo II [10,42].

Existem dois tipos genéricos de estruturas no que tange à dissipação de energia de impacto. As estruturas tipo I caracterizam-se por possuir uma curva força-deflexão, na qual a força se mantém aproximadamente constante ao longo da deformação da estrutura (veja a figura 6.1). Por sua vez, a curva força-deflexão das estruturas tipo II contém um pico inicial seguido de um trecho de queda brusca no valor da força.

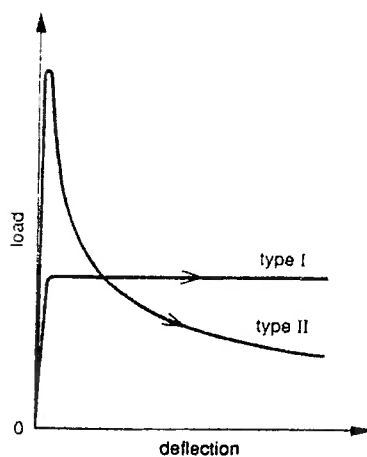


Figura 6.1 – Curva força-deflexão das estruturas tipo I e tipo II [42]

Tam e Calladine [42] verificaram que as estruturas tipo II apresentam duas fases distintas de deformação. A primeira fase caracteriza-se pela compressão axial da estrutura, enquanto que a segunda é dominada predominantemente pela flexão global (flambagem de Euler) ou local (flambagem progressiva) da estrutura. Esta separação do processo de deformação em duas fases distintas permite a formulação

de modelos teóricos específicos para cada fase, onde as condições finais da fase de compressão servem como condições iniciais para a fase seguinte.

Tam e Calladine [42] verificaram que a primeira fase é mais sensível a efeitos de inércia, enquanto que a segunda fase é dominada por efeitos da taxa de deformação do material. Su et al. [11] utilizaram um modelo que considera a elasticidade do material e os efeitos de inércia e da taxa de deformação ao longo de todo o processo de deformação. Segundo estes pesquisadores a inércia parece ser o fator dominante em todo o processo de deformação e a taxa de deformação aumenta a capacidade da estrutura suportar força durante ambas as fases.

Karagiozova e Jones [9] usaram um modelo elasto-plástico para analisar a compressão dinâmica de uma estrutura tipo II. O modelo adotado por eles leva em consideração efeitos de inércia e da taxa de deformação. A força e a energia dissipada calculadas pelo modelo concordam bem com os resultados experimentais de outros autores.

Su et al. [10] destacam que a elasticidade do material deve ser incluída na análise a fim de se poder calcular a força de pico. O modelo elástico perfeitamente plástico adotado por estes autores também revela a existência de duas fases durante o processo de deformação de estruturas tipo II. Su et al. [10] analisaram o efeito do comprimento efetivo da rótula plástica, da imperfeição inicial, da velocidade e da massa de impacto. Verificaram que o modelo desenvolvido representava bem testes realizados em espécimes de alumínio e que os resultados eram parecidos com os obtidos pelo modelo de Tam e Calladine [42]. Por fim concluíram que a resposta dinâmica da estrutura é muito mais sensível à massa de impacto do que à velocidade de impacto.

Su et al. [11] ampliaram o modelo utilizado previamente e incluíram efeitos da taxa de deformação na análise. Verificaram que a força de pico é bem superior e que o tempo decorrido durante a deformação é bem inferior quando o material é sensível à taxa de deformação. Segundo eles, um material dependente da taxa de deformação dissipa mais energia durante a primeira fase e armazena mais energia na forma de deformação elástica. Para materiais sensíveis à taxa de deformação, a massa de impacto demonstrou ter maior influência sobre o tempo da resposta e o deslocamento final da estrutura, enquanto que a velocidade tem maior influência

sobre a força de pico. O modelo ampliado representa bem melhor os resultados experimentais obtidos em espécimes de aço, porém demonstrou não ser adequado para corpos de prova de alumínio.

Karagiozova e Jones [23] adotaram um modelo elasto-plástico com endurecimento cinemático linear para estudar a flambagem global de uma estrutura tipo II. Eles analisaram a influência da massa de impacto, das propriedades do material, da imperfeição inicial e das características geométricas da estrutura sobre a velocidade crítica que causa resposta instável, ou seja, flambagem global. Karagiozova e Jones [23] demonstraram que a energia cinética crítica reduz significativamente quando a massa de impacto aumenta e que o endurecimento do material desempenha um papel importante na resposta dinâmica da estrutura. A partir disto é possível concluir que o uso de modelos perfeitamente plásticos pode induzir a erros significativos quando se analisa a resposta dinâmica de estruturas tipo II.

Mais recentemente, Gupta e Abbas [15] desenvolveram uma formulação matemática para determinar a proporção dos comprimentos das dobras internas e externas e a variação da força de esmagamento de tubos de seção circular. Analisaram a influência da consideração da conservação da massa (variação da espessura do tubo com a deformação) sobre a resposta do modelo e compararam os resultados obtidos admitindo uma deformação circunferencial média com os obtidos considerando a variação da deformação circunferencial durante a formação da dobra. Gupta e Abbas [15] verificaram que o modelo com dobra parcialmente interna forneceu os piores resultados no que tange ao cálculo da força média. Com relação ainda ao cálculo da força média, o modelo com dobra totalmente externa e espessura constante e o modelo com dobra totalmente interna e espessura variável apresentaram resultados semelhantes. Por outro lado, o cálculo do tamanho da dobra é mais preciso utilizando o modelo com dobra parcialmente interna e desprezando a variação da espessura da casca.

6.1. Primeira fase – Compressão axial

6.1.1. Modelo independente da taxa de deformação

Karagiozova e Alves [43,44] verificaram através de experimentos e simulações numéricas que a maioria dos tubos investigados que flambaram de forma global apresentou o segundo modo de flambagem. Por este motivo eles adotaram o modelo descrito abaixo (veja a figura 6.2) para analisar a primeira fase do processo de deformação de um tubo impactado axialmente (fase de compressão axial). O modelo proposto consiste de três hastes axialmente compressíveis de comprimento $L/3$. Cada haste possui uma área A igual à área da seção transversal do tubo e uma massa distribuída $m = M_t/L$, sendo M_t a massa e L o comprimento total do tubo na condição indeformada. A compressão sofrida pela casca ao longo do processo de deformação é denotada pela variável Δ . O material do tubo é admitido rígido perfeitamente plástico, quando submetido a esforços de compressão, e elasto-plástico com encruamento linear, E_{ep} , quando submetido a esforços de flexão.

A figura 6.3 mostra as forças e momentos atuantes em cada haste do modelo durante o processo de deformação. As equações de movimento das hastes AB e CD são obtidas a partir do equilíbrio de momentos com relação aos pontos A e D respectivamente:

$$\frac{mL^3}{81}\ddot{\varphi}_1 + c(3\varphi_1 + \varphi_2) - P\frac{L}{3}\varphi_1 + X_1\frac{L}{3} = 0, \quad (6.1a)$$

$$-\frac{mL^3}{81}\ddot{\varphi}_2 - c(3\varphi_2 + \varphi_1) + P\frac{L}{3}\varphi_2 + X_2\frac{L}{3} = 0. \quad (6.1b)$$

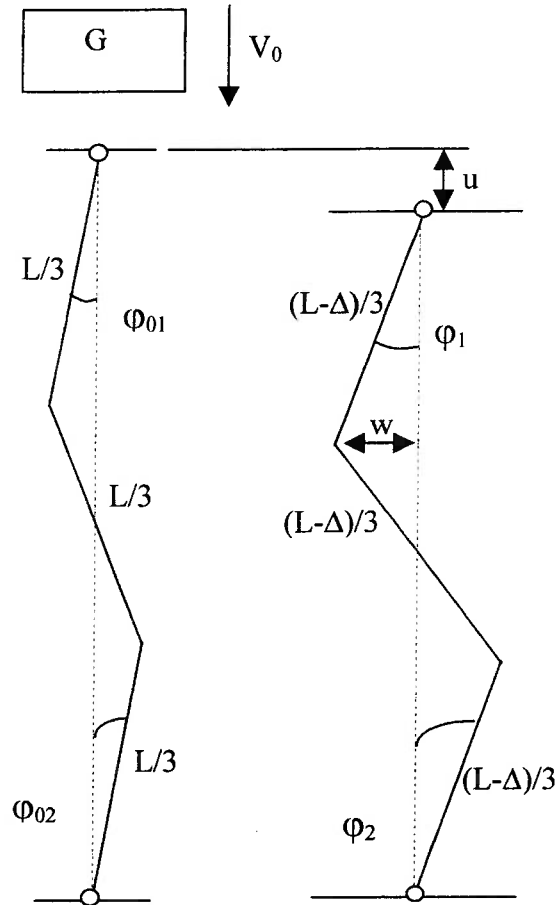


Figura 6.2 – Modelo da primeira fase da deformação [44]

A equação do movimento da haste BC é obtida a partir do equilíbrio de momentos com relação ao centro de massa da mesma:

$$\frac{mL^3}{324}(\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2) + c(2\varphi_1 + \varphi_2) + c(2\varphi_2 + \varphi_1) - P\frac{L}{3}(\varphi_1 + \varphi_2) - X_1\frac{L}{6} + X_2\frac{L}{6} = 0. (6.1c)$$

A última equação é obtida a partir do somatório das forças atuando na direção horizontal:

$$\frac{mL^2}{18}(\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) - X_1 - X_2 = 0. \quad (6.1d)$$

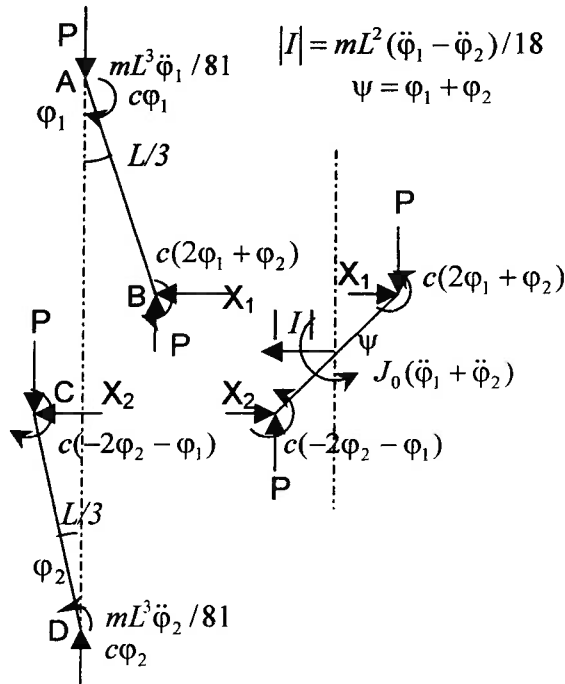


Figura 6.3 – Equilíbrio de forças do modelo [44]

A variável c representa a rigidez à flexão das rótulas plásticas e é dada pela seguinte expressão [44]:

$$c = \frac{6E_{ep}\pi R^3 h}{(1 + \sqrt{\lambda})^2 L}, \quad (6.2)$$

sendo R e h o raio médio e a espessura da casca respectivamente, e $\lambda = E_{ep}/E$.

Isolando as forças X_1 e X_2 nas equações (6.1c) e (6.1d), e posteriormente substituindo-as nas equações (6.1a) e (6.1b) obtém-se as equações do movimento do modelo:

$$\frac{2mL^3}{81} \ddot{\varphi}_1 - \frac{mL^3}{162} \ddot{\varphi}_2 + \left(6c - \frac{2}{3}PL\right)\varphi_1 + \left(4c - \frac{PL}{3}\right)\varphi_2 = 0, \quad (6.3a)$$

$$\frac{mL^3}{162} \ddot{\varphi}_1 - \frac{2mL^3}{81} \ddot{\varphi}_2 - \left(4c - \frac{PL}{3}\right)\varphi_1 - \left(6c - \frac{2}{3}PL\right)\varphi_2 = 0. \quad (6.3b)$$

Se os ângulos φ_1 e φ_2 forem iguais, então as equações acima se reduzem a:

$$\frac{mL^3}{54} \ddot{\varphi} + (10c - PL)\varphi = 0, \quad (6.4)$$

sendo P igual ao produto da área da casca, A , com a tensão de escoamento, σ_0 . Para pequenos ângulos a seguinte relação é válida:

$$\varphi = \frac{w}{L/3}, \quad (6.5)$$

sendo w o deslocamento lateral das hastes. Substituindo a equação (6.5) em (6.4), obtém-se a equação do movimento em função do deslocamento lateral:

$$\ddot{w} = \frac{54\sigma_0}{\rho L^2} \left(1 - \frac{30E_{ep}R^2}{\sigma_0(1+\sqrt{\lambda})^2 L^2}\right) w, \quad (6.6)$$

sendo ρ a densidade da casca. As condições iniciais para a equação (6.6) são $w(0) = w_0$ e $\dot{w}(0) = 0$, que resultam na seguinte solução:

$$w = w_0 \cosh(\gamma t), \quad (6.7)$$

sendo t o tempo transcorrido desde o impacto da massa G contra a estrutura e

$$\gamma = \frac{3}{L} \sqrt{\frac{6\sigma_0}{\rho}} \sqrt{1 - \frac{30E_{ep}R^2}{\sigma_0(1+\sqrt{\lambda})^2 L^2}}. \quad (6.8)$$

O deslocamento vertical u da extremidade superior do modelo é dado por:

$$u = \left(\frac{L}{3} \cos \varphi_{01} - \frac{L-\Delta}{3} \cos \varphi_1 \right) + \left(\frac{L}{3} \cos \varphi_{02} - \frac{L-\Delta}{3} \cos \varphi_2 \right) + \left(\frac{L}{3} \cos \psi_0 - \frac{L-\Delta}{3} \cos \psi \right) = \frac{1}{3} \left\{ \begin{array}{l} (L \cos \varphi_{01} - (L-\Delta) \cos \varphi_1) \\ + (L \cos \varphi_{02} - (L-\Delta) \cos \varphi_2) \\ + (L \cos \psi_0 - (L-\Delta) \cos \psi) \end{array} \right\}. \quad (6.9)$$

Para ângulos pequenos $\cos \varphi \approx 1 - \varphi^2/2$ portanto

$$u = \frac{L}{6} \left\{ [\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \psi^2] - [\varphi_{01}^2 + \varphi_{02}^2 + \psi_0^2] \right\} + \Delta \left[1 - \left(\frac{\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \psi^2}{6} \right) \right]. \quad (6.10)$$

Considerando ainda que $\varphi_i^2 \ll 1$, tem-se:

$$u = \frac{L}{6} \left\{ [\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \psi^2] - [\varphi_{01}^2 + \varphi_{02}^2 + \psi_0^2] \right\} + \Delta. \quad (6.11)$$

Admitindo que as imperfeições iniciais do modelo sejam iguais ($\varphi_0 = \varphi_{01} = \varphi_{02}$) obtém-se:

$$\psi_0^2 = \varphi_{01}^2 + 2\varphi_{01}\varphi_{02} + \varphi_{02}^2 = 4\varphi_0^2. \quad (6.12)$$

Se for admitido que a deformação do modelo decorre de tal maneira que φ_1 e φ_2 também sejam iguais ($\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$), então a seguinte expressão será válida:

$$\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \psi^2 = \varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_1^2 + 2\varphi_1\varphi_2 + \varphi_2^2 = 6\varphi^2. \quad (6.13)$$

Substituindo finalmente as equações (6.12) e (6.13) em (6.11) obtém-se uma equação para o cálculo do deslocamento vertical u :

$$u = L(\varphi^2 - \varphi_0^2) + \Delta. \quad (6.14)$$

A velocidade com que a extremidade superior do modelo se desloca para baixo é dada pela derivada no tempo da equação (6.14):

$$\dot{u} = 2L\varphi\dot{\varphi} + \dot{\Delta}. \quad (6.15)$$

Substituindo a equação (6.5) em (6.15), pode-se reescrever a expressão da velocidade em função do deslocamento lateral das hastes:

$$\dot{u} = \frac{18}{L} w\dot{w} + \dot{\Delta}. \quad (6.16)$$

Inserindo a equação (6.7) em (6.16), obtém-se a seguinte solução para \dot{u} :

$$\dot{u} = V_1 + \dot{\Delta}, \quad (6.17)$$

com

$$V_1 = \frac{9\gamma w_0^2}{L} \sinh(2\gamma t). \quad (6.18)$$

A equação do movimento da massa de impacto G é dada por:

$$G\dot{V} = -A\sigma_0, \quad (6.19)$$

sendo \dot{V} a aceleração da massa, cuja integral fornece:

$$V = V_0 - \frac{A\sigma_0}{G}t, \quad (6.20)$$

sendo V_0 a velocidade de impacto. A fase inicial de compressão encerra no tempo $t = t^*$ quando $\dot{\Delta} = 0$. O tempo t^* pode ser determinado igualando-se as equações (6.18) e (6.20). A figura 6.4 mostra a variação de V_1 (parcela da velocidade dependente da rotação das hastes) e de V com o tempo. Além disto, é possível perceber que a velocidade fornecida pela equação (6.20) concorda muito bem com uma análise similar pelo método dos elementos finitos, V ,MEF, nos instantes iniciais do processo de deformação, conforme apresentado na referência [44].

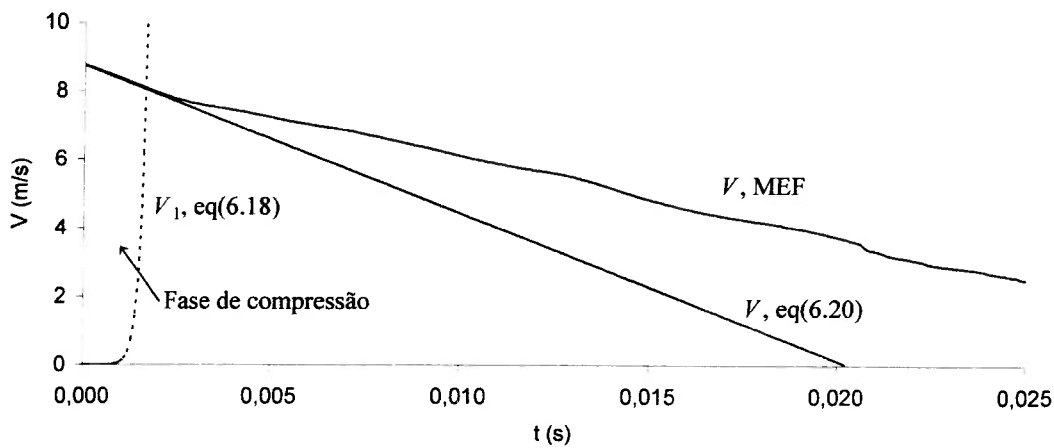


Figura 6.4 – Variação de V e V_1 com o tempo [44]

Com este modelo é possível calcular quanta energia é consumida na primeira fase da deformação e quanta energia resta para ser dissipada por flexão local ou global.

6.1.2. Modelo para material dependente da taxa de deformação

No item anterior descreveu-se um modelo que pode ser utilizado na análise da primeira fase da deformação de um tubo cujas propriedades materiais independem da

taxa de deformação. O presente item visa adaptar o modelo anterior (figura 6.2) para materiais rígidos visco-plásticos com encruamento linear. A equação que descreve o movimento do modelo dependente da taxa de deformação pode ser obtida a partir da equação (6.4) ao desprezar-se a rigidez à flexão e substituindo a tensão de início de escoamento, σ_0 , pela tensão dinâmica, σ^d :

$$\frac{mL^3}{54}\ddot{\varphi} - A\sigma^d L\varphi = 0. \quad (6.21)$$

O comportamento rígido visco-plástico do material pode ser modelado pela equação de Cowper-Symonds:

$$\sigma^d = \sigma^s \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{D} \right)^{1/q} \right], \quad (6.22)$$

com σ^s considerando o encruamento por deformação através de

$$\sigma^s = \sigma_0 + E_p \cdot \varepsilon. \quad (6.23)$$

D e q são parâmetros do material, σ^s é a tensão quase-estática, E_p é o módulo plástico e ε é a deformação plástica. A deformação e a taxa de deformação do modelo são dadas pelas expressões abaixo:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{L}, \quad (6.24)$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\Delta}}{L}. \quad (6.25)$$

Substituindo as equações (6.22) a (6.25) em (6.21) e posteriormente isolando a aceleração angular obtém-se a seguinte equação diferencial:

$$\ddot{\phi} = \frac{54A}{mL^2} \left(\sigma_0 + \frac{E_p \Delta}{L} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}}{LD} \right)^{1/q} \right] \phi. \quad (6.26)$$

Pode-se obter uma expressão para $\dot{\Delta}$ a partir da equação (6.15):

$$\dot{\Delta} = V - 2L\phi\dot{\phi} = V - V_1. \quad (6.27)$$

Admite-se que a velocidade da extremidade superior do modelo é sempre igual à velocidade V da massa de impacto, $\dot{u} = V$. A velocidade V , por sua vez, é obtida a partir da desaceleração da massa de impacto:

$$G\dot{V} = -A\sigma^d, \quad (6.28)$$

$$\dot{V} = -\frac{A}{G} \left(\sigma_0 + \frac{E_p \Delta}{L} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}}{LD} \right)^{1/q} \right], \quad (6.29)$$

$$V = V_0 + \int_0^t \dot{V} dt = V_0 - \frac{A}{G} \int_0^t \left(\sigma_0 + \frac{E_p \Delta}{L} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}}{LD} \right)^{1/q} \right] dt. \quad (6.30)$$

Substituindo finalmente a equação (6.30) na equação (6.27) obtém-se uma expressão para a taxa de compressão do tubo, $\dot{\Delta}$:

$$\dot{\Delta} = V_0 - \frac{A}{G} \int_0^t \left(\sigma_0 + \frac{E_p \Delta}{L} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}}{LD} \right)^{1/q} \right] dt - 2L\phi\dot{\phi}. \quad (6.31)$$

A compressão Δ sofrida pelo tubo é obtida a partir da equação abaixo:

$$\Delta = \int_0^t \dot{\Delta} dt. \quad (6.32)$$

As equações (6.26), (6.31) e (6.32) formam um sistema de equações que pode ser solucionado de forma numérica. Para tal utiliza-se um método de solução de problemas de valor inicial de segunda ordem baseado na aproximação por série de Taylor [46]. As condições iniciais do problema são:

$$\varphi(t=0) = \varphi_0 = 3w_0/L, \quad \dot{\varphi}(t=0) = 0, \quad \Delta(t=0) = 0 \quad \text{e} \quad \dot{\Delta}(t=0) = V_0.$$

O deslocamento transversal inicial escolhido é $w_0 = 0,0005L$ [44]. O algoritmo de solução é descrito a seguir. Cada iteração i inicia com o cálculo da aceleração angular a partir dos valores de φ , $\dot{\varphi}$, Δ e $\dot{\Delta}$ da iteração anterior:

$$\ddot{\varphi}_i = \ddot{\varphi}(\varphi_{i-1}, \dot{\varphi}_{i-1}, \Delta_{i-1}, \dot{\Delta}_{i-1}). \quad (6.33)$$

Na primeira iteração utilizam-se as condições iniciais para o cálculo de $\ddot{\varphi}_1$. O deslocamento e velocidade angular são então obtidos a partir das equações abaixo:

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \dot{\varphi}_{i-1}\Delta t + \ddot{\varphi}_i \frac{\Delta t^2}{2}, \quad (6.34)$$

$$\dot{\varphi}_i = \dot{\varphi}_{i-1} + \ddot{\varphi}_i \Delta t, \quad (6.35)$$

sendo Δt o intervalo de tempo entre duas iterações. A taxa de compressão, $\dot{\Delta}$, é calculada por:

$$\dot{\Delta}_i = V_0 - \frac{A}{G} \int_0^t \left(\sigma_0 + \frac{E_p \Delta}{L} \right) \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}}{LD} \right)^{1/q} \right] dt \Big|_i - 2L\varphi_i \dot{\varphi}_i, \quad (6.36)$$

sendo a integral acima obtida da seguinte forma:

$$\int_0^t \left(\sigma_0 + \frac{E_p \Delta}{L} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}}{LD} \right)^{1/q} \right] dt \Big|_i = \left(\sigma_0 + \frac{E_p \Delta_{i-1}}{L} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}_{i-1}}{LD} \right)^{1/q} \right] \Delta t +$$

$$+ \left(\sigma_0 + \frac{E_p \Delta_{i-2}}{L} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}_{i-2}}{LD} \right)^{1/q} \right] \Delta t + \dots + \sigma_0 \cdot \left[1 + \left(\frac{V_0}{LD} \right)^{1/q} \right] \Delta t \quad (6.37)$$

Por fim, calcula-se a compressão Δ sofrida pelas hastes:

$$\Delta_i = \Delta_{i-1} + \dot{\Delta}_{i-1} \cdot \Delta t . \quad (6.38)$$

O procedimento iterativo deve ser executado até que $\dot{\Delta} = 0$. A partir deste instante a fase inicial de compressão está encerrada e inicia-se a segunda fase do processo de deformação, a fase de flexão. A figura 6.5 apresenta as velocidades V e $V_1 = 2L\phi\dot{\phi}$ obtidas a partir da formulação descrita acima para o tubo analisado na referência [44] e que possui as seguintes propriedades:

Raio = 25,4 mm

Espessura = 2 mm

Comprimento = 450 mm

Densidade = 7870 kg/m³

Tensão de escoamento = 175 MPa

Módulo plástico = 0 MPa

$D = 40,4 \text{ s}^{-1}$

$q = 5$

Velocidade de impacto = 8,75 m/s

Massa de impacto = 120 kg

Observe que a primeira fase é significativamente mais curta no caso do modelo sensível à taxa de deformação, fato também relatado por Su et al. [11]. Entretanto, a velocidade V da massa de impacto ao fim desta fase difere muito pouco de um modelo para outro. Para material sensível à taxa de deformação a velocidade

final é $V = 7,66$ m/s, enquanto que para material insensível $V = 7,83$ m/s (diferença de apenas 2,2 %).

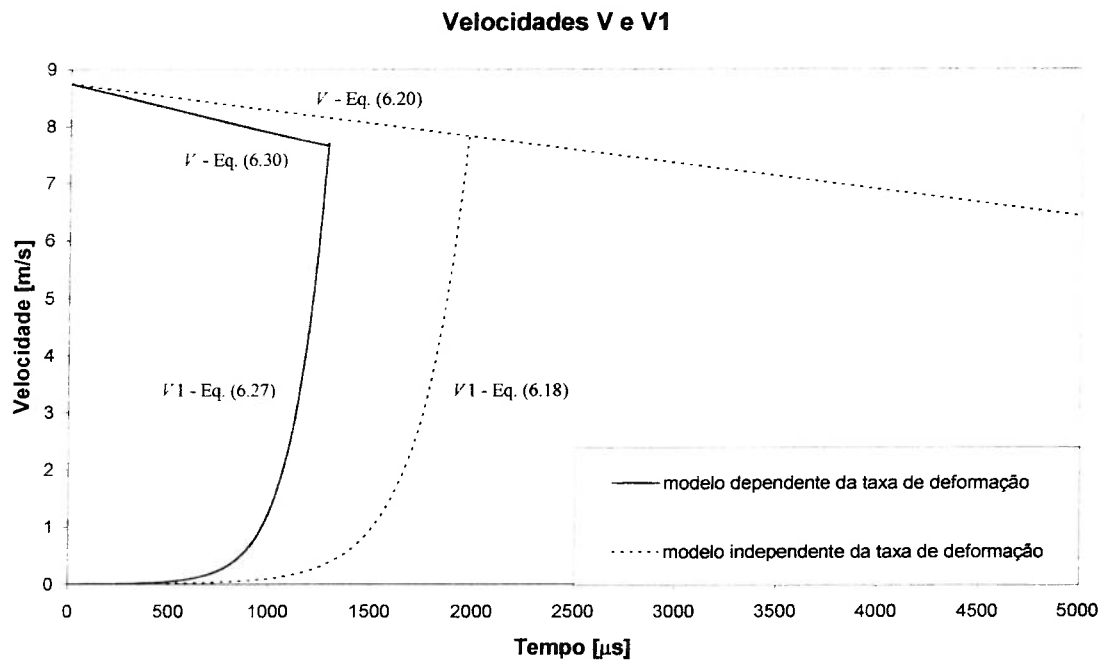


Figura 6.5 – Comparação entre os modelos dependente e independente da taxa de deformação

Ao analisar o processo de deformação do tubo descrito acima com diferentes módulos plásticos ($E_p = 0$ e 1500 MPa) e diferentes sensibilidades à taxa de deformação ($D = 40,4$ com $q = 5$ e $D = 1 \cdot 10^7$ com $q = 1$), verificou-se que o encruamento do material não desempenha um papel preponderante durante a primeira fase da deformação. Nas figuras 6.6 e 6.7 é possível observar que as velocidades da massa de impacto ao final da primeira fase são praticamente iguais (diferença não chega a 1%), independente de haver ou não encruamento. Os resultados abaixo também demonstram que o encruamento exerce pouca influência sobre a quantidade de energia que é dissipada por compressão axial (veja a tabela 6.1). Por outro lado, a sensibilidade do material à taxa de deformação aumenta de forma significativa a dissipação de energia durante a primeira fase, o que já havia sido demonstrado também por Su et al. [11]. A tabela 6.1 indica ainda que o tempo

de duração da 1ª fase decresce com o aumento do módulo plástico e da sensibilidade do material à taxa de deformação.

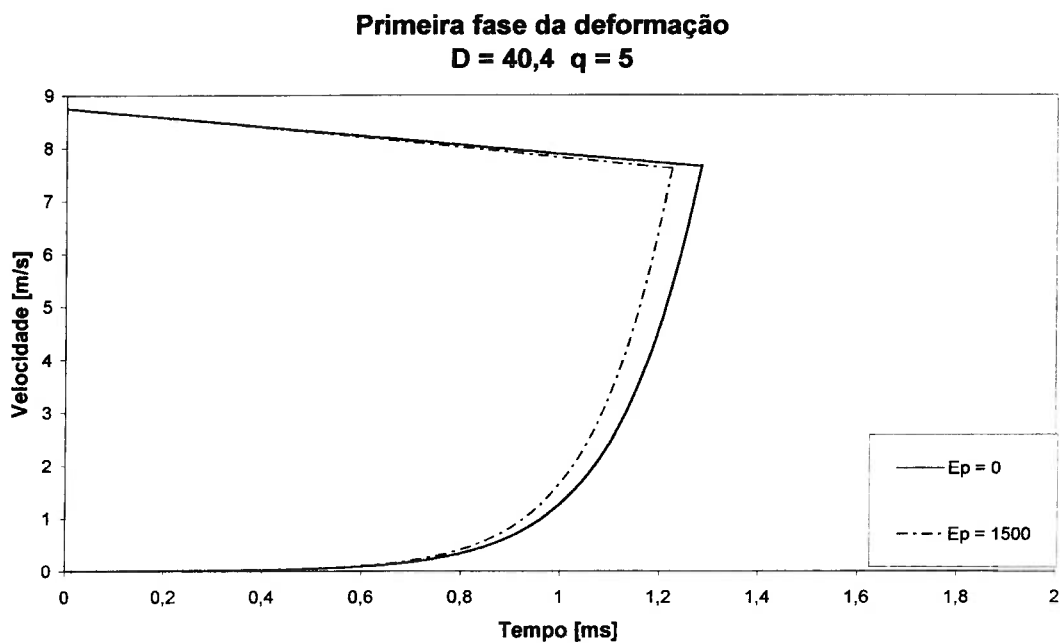


Figura 6.6 – Efeito do encruamento sobre a primeira fase

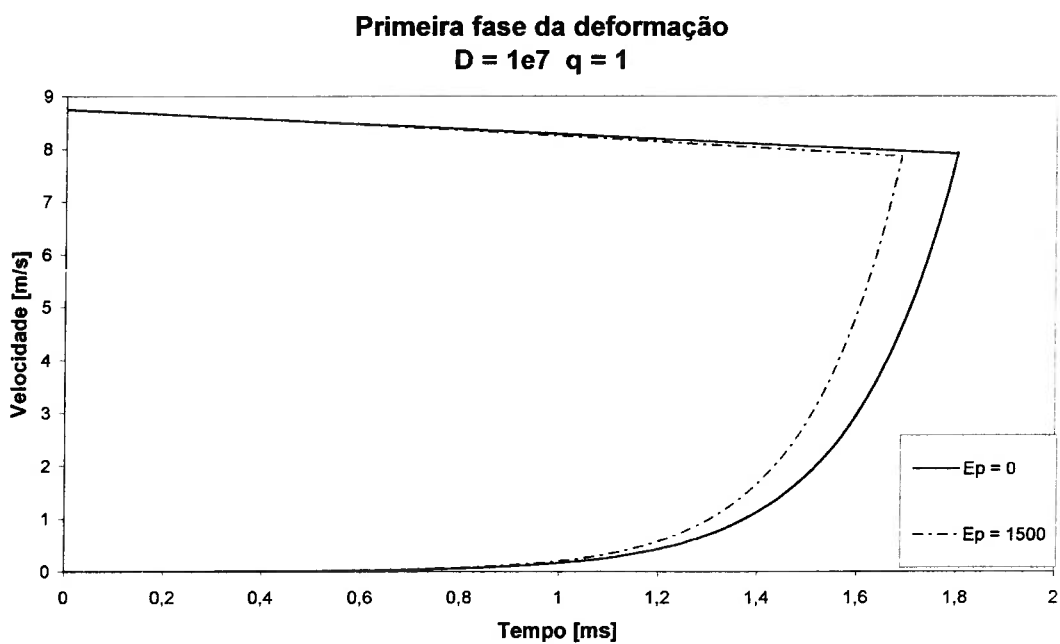


Figura 6.7 – Efeito do encruamento sobre a primeira fase

$D [s^{-1}], q [-]$	$E_p [MPa]$	Duração da 1ª fase [ms]	Energia dissipada [J]	Variação
$D = 1 \cdot 10^7, q = 1$	0	1,801	838	Referência
$D = 1 \cdot 10^7, q = 1$	1500	1,688	887	5,9%
$D = 40,4, q = 5$	0	1,282	1071	27,8%
$D = 40,4, q = 5$	1500	1,223	1115	33,0%

Tabela 6.1 – Energia dissipada em função dos parâmetros materiais

6.1.3. Modelo para a primeira fase no primeiro modo

Ao realizar os testes de impacto axial e as simulações numéricas com o MEF (Capítulos 4 e 5 desta dissertação), verificou-se que a grande maioria dos tubos que flambaram de forma global apresentou o primeiro modo de flambagem. Tendo isto em vista, desenvolveu-se um segundo modelo para a fase de compressão de cascas cilíndricas constituídas de material rígido visco-plástico com encruamento linear. O referido modelo pode ser visto na figura 6.8.

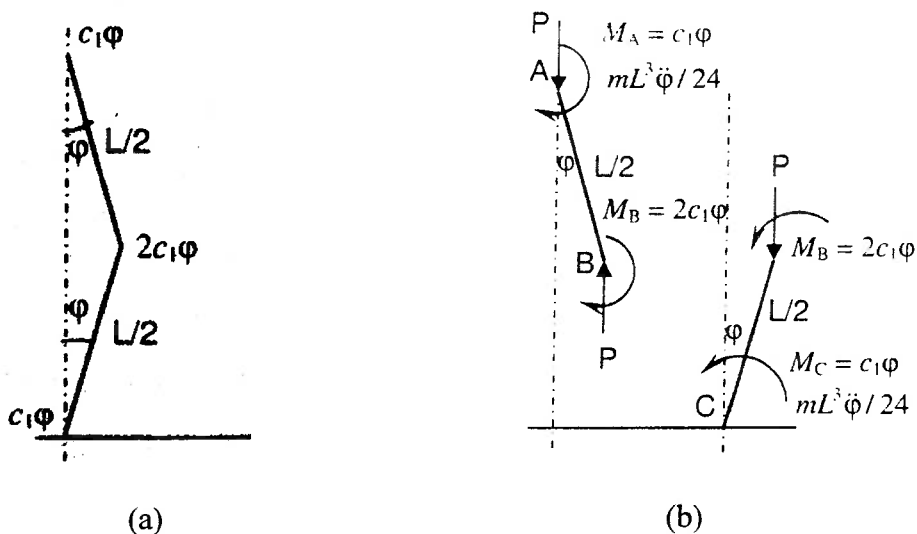


Figura 6.8 – Modelo de flambagem no primeiro modo [44]

A equação do movimento do modelo pode ser obtida a partir do equilíbrio de momentos atuantes na haste AB:

$$-\frac{mL^3}{24}\ddot{\phi} - 3c_1\phi + P\frac{L}{2}\phi = 0. \quad (6.39)$$

Desprezando a rigidez à flexão c_1 e rearranjando o termos da equação acima obtém-se:

$$\ddot{\phi} = \frac{12P}{mL^2}\phi = \frac{12A\sigma^d}{mL^2}\phi. \quad (6.40)$$

A tensão dinâmica, σ^d , pode ser obtida a partir das equações (6.22) a (6.25):

$$\sigma^d = \left(\sigma_0 + E_p \frac{\Delta}{L} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}}{LD} \right)^{1/q} \right]. \quad (6.41)$$

Substituindo a equação (6.41) em (6.40) obtém-se a seguinte equação diferencial:

$$\ddot{\phi} = \frac{12A}{mL^2} \left(\sigma_0 + \frac{E_p \Delta}{L} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}}{LD} \right)^{1/q} \right] \phi. \quad (6.42)$$

O deslocamento vertical u da extremidade superior do modelo é dado por:

$$u = L \cos \phi_0 - (L - \Delta) \cos \phi. \quad (6.43)$$

Para ângulos pequenos $\cos \phi \approx 1 - \phi^2/2$ portanto

$$u = \frac{L}{2} (\phi^2 - \phi_0^2) + \Delta \left(1 - \frac{\phi^2}{2} \right). \quad (6.44)$$

Considerando que $\varphi^2 \ll 1$, tem-se:

$$u = \frac{L}{2}(\varphi^2 - \varphi_0^2) + \Delta. \quad (6.45)$$

A velocidade com que a extremidade superior do modelo se desloca para baixo é dada pela derivada no tempo da equação (6.45):

$$\dot{u} = L\varphi\dot{\varphi} + \dot{\Delta}. \quad (6.46)$$

A equação (6.46) pode ser reescrita conforme demonstrado abaixo:

$$\dot{\Delta} = V - L\varphi\dot{\varphi} = V - V_1. \quad (6.47)$$

Admite-se que a velocidade da extremidade superior do modelo é sempre igual à velocidade V da massa de impacto, $\dot{u} = V$. A velocidade V , por sua vez, é obtida a partir da desaceleração da massa de impacto:

$$G\dot{V} = -A\sigma^d, \quad (6.48)$$

$$\dot{V} = -\frac{A}{G}\left(\sigma_0 + \frac{E_p\Delta}{L}\right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}}{LD}\right)^{1/q}\right], \quad (6.49)$$

$$V = V_0 + \int_0^t \dot{V} dt = V_0 - \frac{A}{G} \int_0^t \left(\sigma_0 + \frac{E_p\Delta}{L}\right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}}{LD}\right)^{1/q}\right] dt. \quad (6.50)$$

Substituindo finalmente a equação (6.50) na equação (6.47) obtém-se uma expressão para a taxa de compressão do tubo, $\dot{\Delta}$:

$$\dot{\Delta} = V_0 - \frac{A}{G} \int_0^t \left(\sigma_0 + \frac{E_p \Delta}{L} \right) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\Delta}}{LD} \right)^{1/q} \right] dt - L\phi\dot{\phi}. \quad (6.51)$$

A compressão Δ sofrida pelo tubo é obtida a partir da equação abaixo:

$$\Delta = \int_0^t \dot{\Delta} dt. \quad (6.52)$$

As equações (6.42), (6.51) e (6.52) formam um sistema de equações que pode ser solucionado da mesma forma que o sistema de equações do modelo do item anterior. As condições iniciais do problema são:

$$\varphi(t=0) = \varphi_0 = 2w_0/L, \quad \dot{\varphi}(t=0) = 0, \quad \Delta(t=0) = 0 \quad \text{e} \quad \dot{\Delta}(t=0) = V_0.$$

As figuras 6.9 e 6.10 apresentam os resultados deste modelo para o mesmo tubo analisado no item anterior.

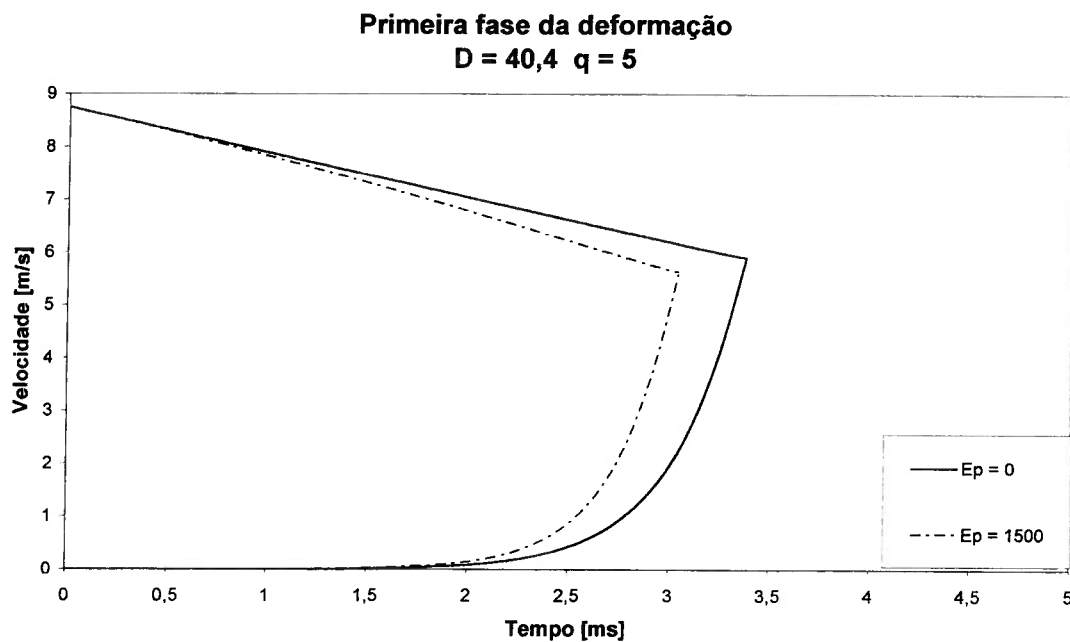


Figura 6.9 – Efeito do encruamento sobre a primeira fase

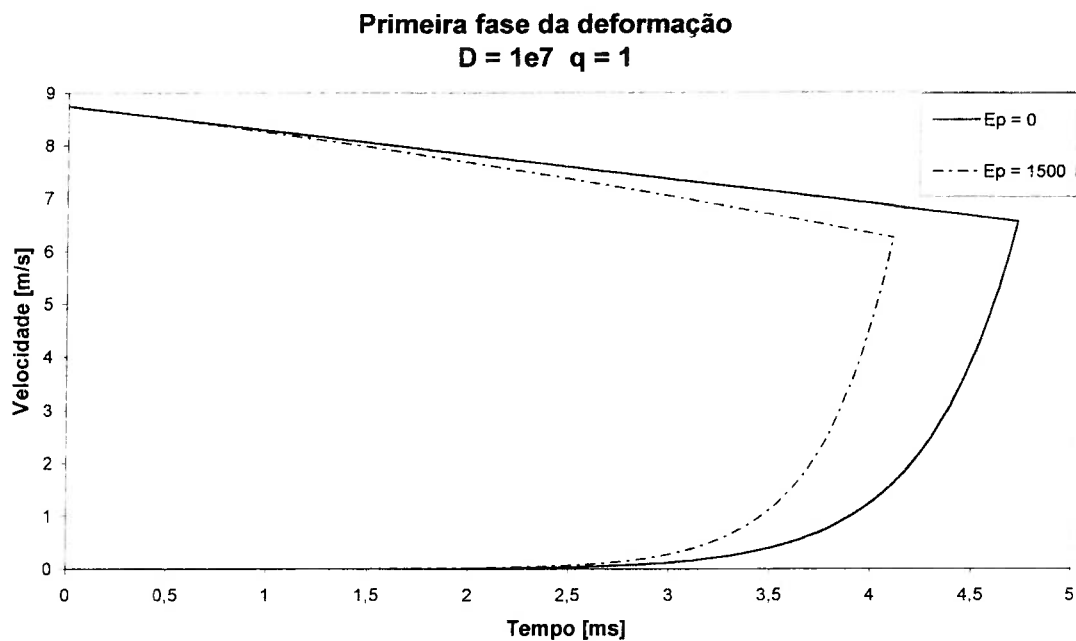


Figura 6.10 – Efeito do encruamento sobre a primeira fase

Observe que neste modelo o encruamento do material exerce maior influência sobre a quantidade de energia dissipada do que no modelo do item anterior. Além disto, a primeira fase tem uma duração maior nos cálculos realizados com o modelo deste item. Devido a isto, a estrutura dissipa mais energia segundo este modelo do que segundo o modelo apresentado no item anterior.

$D [s^{-1}], q [-]$	$E_p [MPa]$	Duração da 1ª fase [ms]	Energia dissipada [J]	Variação
$D = 1 \cdot 10^7, q = 1$	0	4,720	2017	Referência
$D = 1 \cdot 10^7, q = 1$	1500	4,103	2250	11,6%
$D = 40,4, q = 5$	0	3,375	2501	24,0%
$D = 40,4, q = 5$	1500	3,038	2692	33,4%

Tabela 6.2 – Energia dissipada em função dos parâmetros materiais

6.2. Segunda Fase – Flexão

6.2.1. Flambagem global no segundo modo para material dependente da taxa de deformação

O modelo da figura 6.2 que já foi utilizado na modelagem da primeira fase do processo de deformação (itens 6.1.1 e 6.1.2) também pode ser adotado na análise da flexão global do tubo. Para tal admite-se que as hastes de comprimento $L/3$ sejam rígidas e que a única deformação do modelo é aquela correspondente à flexão nas rótulas plásticas. A energia cinética, E_{cin} , deste modelo é dada abaixo:

$$E_{cin} = 2 \frac{mL^3}{81} \cdot \frac{\dot{\phi}^2}{2} + \frac{mL^3}{324} \cdot \frac{\dot{\psi}^2}{2} + \frac{mL}{3} \cdot \frac{\dot{u}^2}{2} + \frac{mL}{3} \cdot \frac{(\dot{u}/2)^2}{2} + G \frac{V^2}{2}. \quad (6.53)$$

O primeiro termo da equação (6.53) representa a energia de rotação das hastes superior e inferior, o segundo termo é a energia de rotação da haste central, o terceiro e quarto termos representam a energia de translação das hastes superior e central, respectivamente, e o último termo é a energia cinética da massa de impacto. Note que a velocidade de translação da haste central é igual à metade da velocidade de translação da extremidade superior do modelo. Simplificando a equação (6.53) e sabendo que $V = \dot{u}$ obtém-se a seguinte equação:

$$E_{cin} = \frac{mL^3}{81} \dot{\phi}^2 + \frac{mL^3}{648} \dot{\psi}^2 + \left[\frac{5}{24} mL + \frac{G}{2} \right] \dot{u}^2. \quad (6.54)$$

A velocidade da extremidade superior do modelo é dada pela seguinte expressão:

$$\dot{u} = \frac{2L \operatorname{sen} \varphi}{3} (\dot{\phi} + \dot{\psi}). \quad (6.55)$$

O ângulo de rotação da haste central, ψ , pode ser escrito em função de φ conforme demonstrado abaixo:

$$\psi = \arcsen(2 \sen \varphi), \quad (6.56)$$

$$\dot{\psi} = f \cdot \dot{\varphi}, \quad (6.57)$$

$$f = f(\varphi) = \frac{2 \cos \varphi}{\sqrt{1 - 4 \sen^2 \varphi}}. \quad (6.58)$$

Substituindo as expressões (6.55) e (6.57) na equação (6.54) obtém-se:

$$E_{cin} = \left[\frac{mL^3}{81} \left(1 + \frac{f^2}{8} \right) + \left(\frac{5}{24} mL + \frac{G}{2} \right) \cdot \frac{4L^2 \sen^2 \varphi}{9} \cdot (1 + f)^2 \right] \dot{\varphi}^2. \quad (6.59)$$

A equação do movimento do modelo pode ser obtida a partir da equação de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{cin}}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial E_{cin}}{\partial \varphi} = Q_{\varphi}, \quad (6.60)$$

sendo Q_{φ} a força generalizada associada à coordenada generalizada φ . A equação (6.60) é válida para modelos em que a variação de energia potencial seja desprezível e seus termos são avaliados por:

$$\frac{\partial E_{cin}}{\partial \varphi} = \left\{ \frac{mL^3 f f'}{324} + \left(\frac{5}{12} mL + G \right) \frac{4L^2 \sen \varphi (1 + f)}{9} [\cos \varphi (1 + f) + \sen \varphi f'] \right\} \dot{\varphi}^2, \quad (6.61)$$

$$f' = \frac{df(\varphi)}{d\varphi} = \frac{-2 \sen \varphi}{\sqrt{1 - 4 \sen^2 \varphi}} + \frac{8 \sen \varphi \cos^2 \varphi}{(1 - 4 \sen^2 \varphi)^{3/2}}, \quad (6.62)$$

$$\frac{\partial E_{cin}}{\partial \dot{\varphi}} = 2\dot{\varphi} \left[\frac{mL^3}{81} \left(1 + \frac{f^2}{8} \right) + \left(\frac{5}{12} mL + G \right) \frac{2L^2 \text{sen}^2 \varphi}{9} (1+f)^2 \right], \quad (6.63)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{cin}}{\partial \dot{\varphi}} \right) &= \frac{2mL^3}{81} \left[\frac{f f' \dot{\varphi}^2}{4} + \left(1 + \frac{f^2}{8} \right) \ddot{\varphi} \right] + \left(\frac{5}{12} mL + G \right) \frac{4L^2}{9} \cdot \\ &\cdot \left[2 \text{sen} \varphi \cos \varphi (1+f)^2 \dot{\varphi}^2 + 2 \text{sen}^2 \varphi (1+f) f' \dot{\varphi}^2 + \text{sen}^2 \varphi (1+f)^2 \ddot{\varphi} \right], \end{aligned} \quad (6.64)$$

uma vez que a derivada de f em relação ao tempo é dada por:

$$\dot{f} = \frac{df(\varphi)}{dt} = \frac{df(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = f' \dot{\varphi}.$$

Se o modelo sofrer um deslocamento virtual $\delta\varphi$, então o trabalho virtual exercido pelos esforços ativos vale:

$$W_{virtual} = -M_A \delta\varphi - M_B (\delta\psi + \delta\varphi) - M_C (\delta\psi + \delta\varphi) - M_D \delta\varphi. \quad (6.65)$$

O deslocamento virtual $\delta\psi$ é obtido a partir da diferencial da equação (6.56):

$$\delta\psi = f \cdot \delta\varphi.$$

Portanto a equação (6.65) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$W_{virtual} = -M_A \delta\varphi - M_B (1+f) \delta\varphi - M_C (1+f) \delta\varphi - M_D \delta\varphi = Q_\varphi \delta\varphi.$$

Conseqüentemente a força generalizada, Q_φ , é dada por:

$$Q_\varphi = -M_A - M_B (1+f) - M_C (1+f) - M_D = -2M_A - 2M_B (1+f), \quad (6.66)$$

$$M_A = M_D, \quad (6.67)$$

$$M_B = M_C, \quad (6.68)$$

sendo M_A , M_B , M_C e M_D os momentos fletores atuantes nas rótulas plásticas localizadas nos pontos A, B, C e D, respectivamente (veja figura 6.3). Substituindo as equações (6.61), (6.64) e (6.66) em (6.60) obtém-se uma expressão para a aceleração angular do modelo:

$$\ddot{\phi} = - \frac{2M_A + 2M_B(1+f) + \left\{ \frac{mL^3 f f'}{324} + \left(\frac{5mL}{12} + G \right) \frac{4L^2}{9} \text{sen}\phi(1+f) \cdot \left[\cos\phi(1+f) + \text{sen}\phi f' \right] \right\} \dot{\phi}^2}{\frac{2mL^3}{81} \left(1 + \frac{f^2}{8} \right) + \left(\frac{5mL}{12} + G \right) \frac{4L^2}{9} \text{sen}^2\phi(1+f)^2}. \quad (6.69)$$

As condições finais do modelo do item 6.1.2 podem ser utilizadas como condições iniciais para este modelo. O momento plástico atuante nas rótulas A e B é dado pelas expressões abaixo (veja anexo B):

$$M_A = M_0 + \Gamma_1 \dot{\phi}^{1/q} + \Gamma_2 (\phi - \phi_0) + \Gamma_3 (\phi - \phi_0) \dot{\phi}^{1/q}, \quad (6.70)$$

$$M_B = M_0 + \Gamma_1 [(1+f)\dot{\phi}]^{1/q} + \Gamma_2 (\phi + \psi - \phi_0 - \psi_0) + \Gamma_3 (\phi + \psi - \phi_0 - \psi_0) [(1+f)\dot{\phi}]^{1/q}, \quad (6.71)$$

$$M_0 = 4\sigma_0 h R^2, \quad (6.72)$$

$$\Gamma_1 = \frac{M_0}{2} \left[\frac{R\Omega}{D} \right]^{1/q} \int_0^\pi (\text{sen}\theta)^{1+1/q} d\theta, \quad (6.73)$$

$$\Gamma_2 = \pi E_p R^3 h \Omega, \quad (6.74)$$

$$\Gamma_3 = 2E_p R^3 h \Omega \left[\frac{R\Omega}{D} \right]^{1/q} \int_0^\pi (\sin\theta)^{2+1/q} d\theta, \quad (6.75)$$

sendo M_0 o momento plástico estático e Ω uma constante calculada a partir da curvatura da rótula plástica. O valor de Ω para as rótulas plásticas localizadas nos pontos A e B é dado por (veja anexo B):

$$\Omega_A = \frac{24}{L(4-\pi)}, \quad (6.76)$$

$$\Omega_B = \frac{12}{L(4-\pi)}. \quad (6.77)$$

A equação (6.69) pode ser solucionada numericamente utilizando para tal o método de Taylor para solução de problemas de valor inicial de segunda ordem [46].

6.2.2. Flambagem global no primeiro modo para material dependente da taxa de deformação

O modelo da figura 6.8 que já foi utilizado na modelagem da primeira fase do processo de deformação (item 6.1.3) também pode ser adotado na análise da flexão global do tubo. Para tal, admite-se que as hastes de comprimento $L/2$ sejam rígidas e que a única deformação do modelo é aquela correspondente à flexão nas rótulas plásticas. A energia cinética, E_{cin} , deste modelo é dada abaixo:

$$E_{cin} = \frac{mL^3}{24} \dot{\phi}^2 + \left[\frac{mL}{4} + \frac{G}{2} \right] \dot{u}^2. \quad (6.78)$$

A velocidade da extremidade superior do modelo é dada pela seguinte expressão:

$$\dot{u} = L \operatorname{sen} \varphi \dot{\varphi}. \quad (6.79)$$

Substituindo a expressão (6.79) na equação (6.78) obtém-se:

$$E_{cin} = \left[\frac{mL^3}{24} + \frac{L^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}{2} \left(\frac{mL}{2} + G \right) \right] \dot{\varphi}^2. \quad (6.80)$$

A equação do movimento do modelo pode ser obtida a partir da equação de Lagrange (equação (6.60)), cujos termos valem:

$$\frac{\partial E_{cin}}{\partial \varphi} = \dot{\varphi}^2 L^2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \left(\frac{mL}{2} + G \right), \quad (6.81)$$

$$\frac{\partial E_{cin}}{\partial \dot{\varphi}} = 2\dot{\varphi} \left[\frac{mL^3}{24} + \frac{L^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}{2} \left(\frac{mL}{2} + G \right) \right], \quad (6.82)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{cin}}{\partial \dot{\varphi}} \right) = \ddot{\varphi} \left[\frac{mL^3}{12} + L^2 \operatorname{sen}^2 \varphi \left(\frac{mL}{2} + G \right) \right] + 2\dot{\varphi}^2 L^2 \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi \left(\frac{mL}{2} + G \right). \quad (6.83)$$

A força generalizada, Q_φ , é dada pela expressão abaixo:

$$Q_\varphi = -M_A - 2M_B - M_C = -2M_A - 2M_B, \quad (6.84)$$

já que

$$M_A = M_C, \quad (6.85)$$

sendo M_A , M_B e M_C os momentos fletores atuantes nas rótulas plásticas localizadas nos pontos A, B e C, respectivamente (veja figura 6.8). Substituindo as equações (6.81), (6.83) e (6.84) na equação de Lagrange obtém-se uma expressão para a aceleração angular do modelo:

$$\ddot{\phi} = -\frac{2M_A + 2M_B + L^2 \operatorname{sen}\phi \cos\phi \dot{\phi}^2 \left(\frac{mL}{2} + G\right)}{\frac{mL^3}{12} + L^2 \operatorname{sen}^2\phi \left(\frac{mL}{2} + G\right)}. \quad (6.86)$$

As condições finais do modelo do item 6.1.3 podem ser utilizadas como condições iniciais para este modelo. O momento plástico, M_p^d , atuante nas rótulas A e B é dado pelas expressões abaixo (veja anexo B):

$$M_p^d = M_0 + \Gamma_1 \dot{\phi}^{1/q} + \Gamma_2 (\phi - \phi_0) + \Gamma_3 (\phi - \phi_0) \dot{\phi}^{1/q}, \quad (6.87)$$

sendo M_0 , Γ_1 , Γ_2 e Γ_3 dados pelas equações (6.72) a (6.75) respectivamente. O valor de Ω para as rótulas plásticas localizadas nos pontos A e B é dado por (veja anexo B):

$$\Omega = \Omega_A = \Omega_B = \frac{24}{L(4 - \pi)}. \quad (6.88)$$

Como anteriormente, a equação (6.86) pode ser solucionada numericamente utilizando para tal o método de Taylor para solução de problemas de valor inicial de segunda ordem [46].

6.2.3. Flambagem progressiva do tubo

A flambagem progressiva de um tubo de seção circular pode ser analisada a partir do modelo simplificado proposto por Karagiozova e Alves [44] (veja figura 6.11). Admite-se que a espessura da casca é pequena quando comparada às demais dimensões da mesma e que o estado de tensão é plano. O modelo representa uma *única dobra* produzida durante a flambagem progressiva do tubo. As hastes, que modelam uma tira de comprimento $2l$ ($l = 1,34\sqrt{Rh}$ [45]) e espessura h , são incompressíveis e simplesmente rotacionam como corpos rígidos. Os esforços envolvidos na deformação da casca são modelados, por sua vez, pelas molas presentes no modelo.

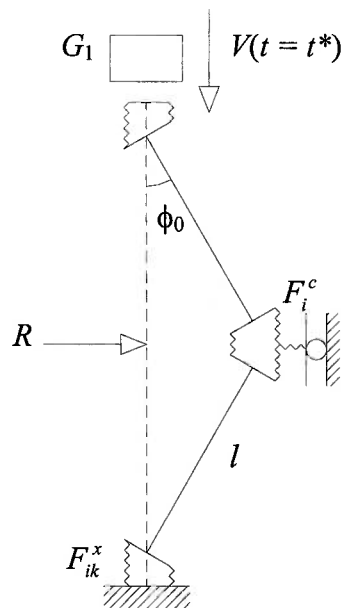


Figura 6.11 – Modelo representando uma dobra axissimétrica da flambagem progressiva de uma casca cilíndrica [44]

A energia cinética total, E_{cin} , do modelo é composta de duas parcelas:

$$E_{cin} = E_{trans} + E_{rot} \quad (6.89)$$

sendo E_{rot} a energia cinética de rotação das duas hastes e E_{trans} a energia cinética de translação do modelo. A energia de rotação é obtida a partir da velocidade angular, $\dot{\phi}$, e do momento de inércia, I , das hastes:

$$E_{rot} = I \frac{\dot{\phi}^2}{2} + I \frac{\dot{\phi}^2}{2} = I\dot{\phi}^2. \quad (6.90)$$

O momento de inércia de cada haste é dado pela expressão abaixo:

$$I = \int_0^l 2\pi R m_a y^2 dy = 2\pi R m_a \frac{l^3}{3} = M \frac{l^2}{3}, \quad (6.91)$$

sendo m_a a massa por unidade de área da casca, R o raio da superfície média da casca, l o comprimento de meia dobra, M a massa total de cada haste (meia dobra) e y a coordenada medida ao longo de uma haste. Substituindo a equação (6.91) em (6.90) obtém-se:

$$E_{rot} = \frac{M\dot{\phi}^2 l^2}{3}. \quad (6.92)$$

A energia de translação, por sua vez, é composta pela energia cinética da massa de impacto e pela energia de translação da haste superior. É importante destacar que a haste superior desenvolve dois movimentos distintos, um de rotação em torno da rótula plástica superior e outro de translação na direção axial. A haste inferior, ao contrário, desempenha apenas movimento rotatório. Tomando em conta o referido acima pode-se formular a seguinte expressão para E_{trans} :

$$E_{trans} = (M + G) \frac{\dot{x}^2}{2}, \quad (6.93)$$

sendo G a massa de impacto e \dot{x} a velocidade axial da rótula plástica superior e também da massa de impacto. A posição axial x é dada por:

$$x = 2l \cos \phi, \quad (6.94)$$

portanto

$$\dot{x} = -2l \sin \phi \dot{\phi}. \quad (6.95)$$

Substituindo (6.95) em (6.93) obtém-se uma expressão para a energia de translação:

$$E_{trans} = 2(M + G)l^2 \sin^2 \phi \dot{\phi}^2. \quad (6.96)$$

Portanto a energia total do modelo é:

$$E_{cin} = \frac{1}{3} M \dot{\phi}^2 l^2 + 2(M + G)l^2 \sin^2 \phi \dot{\phi}^2. \quad (6.97)$$

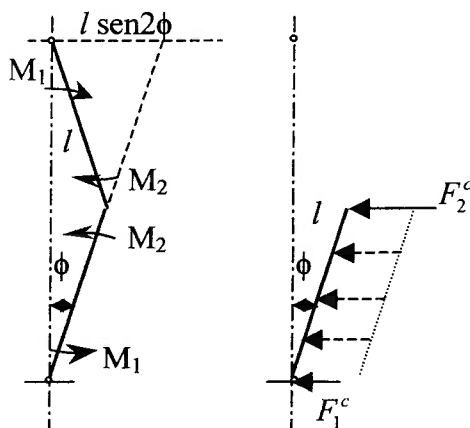


Figura 6.12 – Mecanismo da deformação e esforços envolvidos [44]

Os três esforços associados à deformação da casca são o momento fletor axial M_1 atuante nas rótulas plásticas inferior e superior, o momento fletor axial M_2 atuante na rótula plástica central, e as forças de membrana circunferenciais, F_θ , atuantes ao longo de todo o comprimento $2l$ da dobra (veja figura 6.12). O efeito destas últimas pode ser modelado através de forças radiais, F_c , dispostas ao longo das hastes. Por exemplo, considerando que o trabalho realizado por F_c deve ser igual ao trabalho realizado por F_θ durante o processo de deformação, tem-se a seguinte relação:

$$F_c = \frac{F_\theta}{R}. \quad (6.98)$$

Por simplicidade admite-se ainda que a distribuição de F_c ao longo das hastes é uniforme, possuindo esta o valor dado abaixo:

$$F_c = \left(\frac{F_{\theta 1}}{R} + \frac{F_{\theta 2}}{R} \right) / 2. \quad (6.99)$$

As forças radiais F_c exercem um momento fletor, M_c , sobre as rótulas plásticas superior e inferior:

$$M_c = \int_0^l F_c y \cos \phi \, dy = \frac{F_c l^2 \cos \phi}{2}. \quad (6.100)$$

Desta forma, o efeito das forças circunferenciais, F_θ , fica sendo representado neste modelo pelo momento fletor M_c . A equação do movimento do modelo pode ser obtida a partir da equação de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_{cin}}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial E_{cin}}{\partial \phi} = Q, \quad (6.101)$$

sendo Q a força generalizada associada à coordenada generalizada ϕ . Se um deslocamento virtual $\delta\phi$ for aplicado no modelo, então o trabalho virtual exercido pelos esforços ativos vale:

$$W_{virtual} = -2M_1\delta\phi - 2M_2\delta\phi - 2M_c\delta\phi = Q\delta\phi, \quad (6.102)$$

portanto a força generalizada Q é dada por:

$$Q = -2M_1 - 2M_2 - 2M_c. \quad (6.103)$$

Substituindo as equações (6.97), (6.100) e (6.103) em (6.101) obtém-se a seguinte expressão:

$$\ddot{\phi} = \frac{-2l^2(m^* + G_1)\text{sen}\phi \cos\phi \dot{\phi}^2 - (M_1^* + M_2^* + 0,5F_c l^2 \cos\phi)}{l^2[m^*/3 + 2(m^* + G_1)\text{sen}^2\phi]}, \quad (6.104)$$

sendo m^* , G_1 , M_1^* e M_2^* obtidos a partir das equações abaixo:

$$\begin{aligned} m^* &= M/2\pi R, \\ G_1 &= G/2\pi R, \\ M_1^* &= M_1/2\pi R, \\ M_2^* &= M_2/2\pi R. \end{aligned} \quad (6.105a,b,c,d)$$

A velocidade angular inicial, $\dot{\phi}_0$, pode ser calculada a partir da expressão abaixo:

$$\dot{\phi}_0 = \frac{V(t = t^*)}{2l\text{sen}\phi_0}, \quad (6.106)$$

sendo $V(t = t^*)$ a velocidade da massa de impacto ao final da fase inicial de compressão e ϕ_0 a imperfeição inicial do modelo.

O material do modelo é elasto-plástico com endurecimento linear e obedece o critério de escoamento de Tresca. Os incrementos de tensão associados aos lados do hexágono de Tresca são [44]:

$$\begin{aligned} d\sigma_x &= 2\lambda E(d\varepsilon_x + \nu d\varepsilon_\theta) \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + 2\lambda(1-\nu^2) \right]^{-1} e \\ d\sigma_\theta &= E \left\{ 2\lambda\nu d\varepsilon_x + \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + 2\lambda \right] d\varepsilon_\theta \right\} \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + 2\lambda(1-\nu^2) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (6.107)$$

para os lados nos quais $d\sigma_{eT} = |d\sigma_x|$, onde σ_{eT} é a tensão equivalente de Tresca, $\lambda = E_{ep}/E$ e E_{ep} é o módulo elasto-plástico do material no domínio tensão de Cauchy – deformação logarítmica.

$$\begin{aligned} d\sigma_x &= E \left\{ \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + 2\lambda \right] d\varepsilon_x + 2\lambda\nu d\varepsilon_\theta \right\} \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + 2\lambda(1-\nu^2) \right]^{-1} e \\ d\sigma_\theta &= 2\lambda E(\nu d\varepsilon_x + d\varepsilon_\theta) \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + 2\lambda(1-\nu^2) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (6.108)$$

são os incrementos de tensão para os lados nos quais $d\sigma_{eT} = |d\sigma_\theta|$, e

$$\begin{aligned} d\sigma_x &= \frac{E}{2(1-\nu) \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + \lambda(1+\nu) \right]} \left\{ \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + 2\lambda \right] d\varepsilon_x + \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + 2\lambda\nu \right] d\varepsilon_\theta \right\} e \\ d\sigma_\theta &= \frac{E}{2(1-\nu) \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + \lambda(1+\nu) \right]} \left\{ \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + 2\lambda\nu \right] d\varepsilon_x + \left[(1-\lambda)\sqrt{3} + 2\lambda \right] d\varepsilon_\theta \right\} \end{aligned} \quad (6.109)$$

para os lados onde $d\sigma_{eT} = |d\sigma_x - d\sigma_\theta|$.

As deformações do modelo são calculadas a partir dos deslocamentos sofridos pelas hastes, conforme mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} {}_1\varepsilon_x(z) &= -2z \text{sen}\phi/l, \quad -h/2 \leq z \leq h/2 \\ {}_2\varepsilon_x(z) &= 2z \text{sen}\phi/l. \end{aligned} \quad (6.110a,b)$$

$$\begin{aligned} {}_1\varepsilon_\theta &= 0, \\ {}_2\varepsilon_\theta &= (w - w_0)/R, \quad w = l \text{sen}\phi, \quad w_0 = l \text{sen}\phi_0, \end{aligned} \quad (6.111a,b)$$

sendo w o deslocamento lateral da rótula plástica central. Na dedução das equações (6.110a) e (6.110b) considerou-se que a dobra central possui um comprimento l e que as rótulas plásticas superior e inferior possuem comprimento $l/2$. A deformação circunferencial das extremidades do modelo, ${}_1\varepsilon_\theta$, são admitidas nulas porque considera-se que as extremidades são impedidas de se deslocar na direção transversal. Os incrementos das forças generalizadas são dados pelas equações abaixo [44]:

$$dF_{ik}^x = \frac{h}{(2n_i + 1)} d\sigma_{ik}^x, \quad i = 1, 2, \quad (6.112)$$

$$dM_i = \frac{h}{(2n_i + 1)} \sum_{k=1}^{2n_i+1} (k - n_i - 1) dF_{ik}^x, \quad (6.113)$$

$$dF_{ik}^\theta = \frac{h}{(2n_i + 1)} d\sigma_{ik}^\theta, \quad i = 1, 2, \quad (6.114)$$

$$dF_i^c = \sum_{k=1}^{2n_i+1} dF_{ik}^c = \frac{1}{R} \sum_{k=1}^{2n_i+1} dF_{ik}^\theta, \quad (6.115)$$

sendo $2n_i + 1$ o número de molas ao longo da espessura da casca. Admite-se que a flambagem (segunda fase do processo de deformação) inicia após ocorrer plastificação da casca por compressão axial (primeira fase). Desta forma as condições iniciais do modelo são:

$$\sigma_{ik}^x(t=0) = -\sigma_0, \quad \sigma_{ik}^\theta(t=0) = 0, \quad i = 1, 2, \quad k = 1, \dots, 2n_i + 1. \quad (6.116)$$

A equação (6.104) é solucionada numericamente em intervalos discretos de tempo, Δt . O método de solução adotado pode ser o mesmo utilizado nos itens anteriores.

6.2.4. Flambagem progressiva de casca cilíndrica visco-plástica

O modelo apresentado no item 6.2.3 pode ser empregado também na análise da flambagem progressiva de uma casca cilíndrica constituída de material rígido visco-plástico com encruamento linear. Para tal, as equações constitutivas (6.107), (6.108) e (6.109) devem ser substituídas pelas expressões correspondentes ao comportamento deste tipo de material. O objetivo do presente item é apresentar as equações constitutivas para materiais rígidos visco-plásticos submetidos a estado plano de tensões. É importante ressaltar que neste item adotou-se o critério de escoamento de von Mises ao invés do critério de Tresca. Esta mudança se deve à maior facilidade em deduzir as equações para o critério de von Mises.

Conforme visto no item anterior, o estado de tensão σ^\dagger de uma dobra da casca é caracterizado pelas tensões σ_x e σ_θ , conforme mostrado abaixo:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.117)$$

O tensor desviador de tensões, σ_d , é dado pela seguinte equação:

$$\sigma_d = \sigma - \sigma_h = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_h & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta - \sigma_h & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_\theta & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_h \end{bmatrix}, \quad (6.118)$$

sendo σ_h o tensor hidrostático, σ_h a tensão hidrostática (equação (6.119)), e S_x e S_θ componentes do tensor desviador:

$$\sigma_h = \frac{(\sigma_x + \sigma_\theta)}{3}, \quad (6.119)$$

‡ Variáveis impressas em negrito referem-se a quantidades tensoriais.

$$S_x = \sigma_x - \sigma_h = \frac{2\sigma_x}{3} - \frac{\sigma_\theta}{3}, \quad (6.120)$$

$$S_\theta = \sigma_\theta - \sigma_h = \frac{2\sigma_\theta}{3} - \frac{\sigma_x}{3}. \quad (6.121)$$

Resolvendo as equações (6.120) e (6.121) em função de σ_x e de σ_θ obtém-se as seguintes expressões:

$$\sigma_x = 2S_x + S_\theta, \quad (6.122)$$

$$\sigma_\theta = 2S_\theta + S_x. \quad (6.123)$$

Segundo as equações constitutivas de Prandtl-Reuss para um material plástico um incremento na deformação plástica é diretamente proporcional à tensão desviadora instantânea [45]:

$$d\varepsilon_x = \Gamma S_x, \quad (6.124)$$

$$d\varepsilon_\theta = \Gamma S_\theta, \quad (6.125)$$

sendo $d\varepsilon_x$ e $d\varepsilon_\theta$ incrementos de deformação nas direções x e θ , e Γ um fator de proporcionalidade relacionado com as propriedades do material, o qual varia com a tensão e com a deformação:

$$\Gamma = \frac{3d\varepsilon_e}{2\sigma_e}, \quad (6.126)$$

sendo $d\varepsilon_e$ o incremento na deformação equivalente e σ_e a tensão equivalente de von Mises. Substituindo agora a equação (6.126) nas equações (6.124) e (6.125) obtém-se as seguintes relações entre as taxas de deformação e as tensões desviadoras:

$$d\varepsilon_x = \frac{3d\varepsilon_e}{2\sigma_e} S_x \rightarrow \frac{d\varepsilon_x}{dt} = \frac{3}{2\sigma_e} \frac{d\varepsilon_e}{dt} S_x \rightarrow \dot{\varepsilon}_x = \frac{3\dot{\varepsilon}_e}{2\sigma_e} S_x, \quad (6.127)$$

$$d\varepsilon_\theta = \frac{3d\varepsilon_e}{2\sigma_e} S_\theta \rightarrow \frac{d\varepsilon_\theta}{dt} = \frac{3}{2\sigma_e} \frac{d\varepsilon_e}{dt} S_\theta \rightarrow \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{3\dot{\varepsilon}_e}{2\sigma_e} S_\theta. \quad (6.128)$$

O comportamento rígido visco-plástico do material pode ser modelado através da equação de Cowper-Symonds [45], conforme demonstrado abaixo:

$$\sigma_e = (\sigma_0 + E_p \varepsilon_e) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_e}{D} \right)^{1/q} \right], \quad (6.129)$$

sendo E_p o módulo plástico e σ_0 a tensão de início de escoamento do material.

Combinando as equações (6.127), (6.128) e (6.129), obtém-se expressões para o cálculo das componentes do tensor desviador de tensões, σ_d :

$$S_x = \frac{2\dot{\varepsilon}_x}{3\dot{\varepsilon}_e} (\sigma_0 + E_p \varepsilon_e) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_e}{D} \right)^{1/q} \right], \quad (6.130)$$

$$S_\theta = \frac{2\dot{\varepsilon}_\theta}{3\dot{\varepsilon}_e} (\sigma_0 + E_p \varepsilon_e) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_e}{D} \right)^{1/q} \right]. \quad (6.131)$$

As tensões σ_x e σ_θ podem ser finalmente calculadas a partir da substituição das equações (6.130) e (6.131) em (6.122) e (6.123):

$$\sigma_x = \frac{2}{3\dot{\varepsilon}_e} (\sigma_0 + E_p \varepsilon_e) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_e}{D} \right)^{1/q} \right] (2\dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_\theta), \quad (6.132)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{2}{3\dot{\varepsilon}_e} (\sigma_0 + E_r \varepsilon_e) \cdot \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_e}{D} \right)^{1/q} \right] (2\dot{\varepsilon}_{\theta} + \dot{\varepsilon}_x). \quad (6.133)$$

A deformação equivalente, ε_e , e sua taxa, $\dot{\varepsilon}_e$, para o estado plano de tensões podem ser calculadas conforme abaixo:

$$\varepsilon_e = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_x \varepsilon_{\theta} + \varepsilon_{\theta}^2)}, \quad (6.134)$$

$$\dot{\varepsilon}_e = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\dot{\varepsilon}_x^2 + \dot{\varepsilon}_x \dot{\varepsilon}_{\theta} + \dot{\varepsilon}_{\theta}^2)}. \quad (6.135)$$

As taxas de deformação $\dot{\varepsilon}_x$ e $\dot{\varepsilon}_{\theta}$ são obtidas a partir da derivação no tempo das equações (6.110) e (6.111):

$$\begin{aligned} {}_1\dot{\varepsilon}_x(z) &= -2z \cos \phi \cdot \dot{\phi}/l, & -h/2 \leq z \leq h/2 \\ {}_2\dot{\varepsilon}_x(z) &= 2z \cos \phi \cdot \dot{\phi}/l. \end{aligned} \quad (6.136a,b)$$

$$\begin{aligned} {}_1\dot{\varepsilon}_{\theta} &= 0, \\ {}_2\dot{\varepsilon}_{\theta} &= l \cos \phi \cdot \dot{\phi}/R. \end{aligned} \quad (6.137a,b)$$

A modelagem completa do processo de deformação da casca pode ser efetuada agora mediante a combinação dos modelos para a fase de compressão (itens 6.1.2 e 6.1.3) com os modelos para a fase de flexão (itens 6.2.1, 6.2.2 e 6.2.4). As condições finais da primeira fase servem como condições iniciais para a fase seguinte.

Por exemplo, a figura 6.13 compara os resultados obtidos com os modelos dos itens 6.2.2 e 6.2.4 para o caso em que o tubo trefilado de aço 1020 estudado nos capítulos anteriores desta dissertação é impactado por uma massa de 23,16 kg a uma velocidade de 8,75 m/s.

Velocidade da massa de impacto

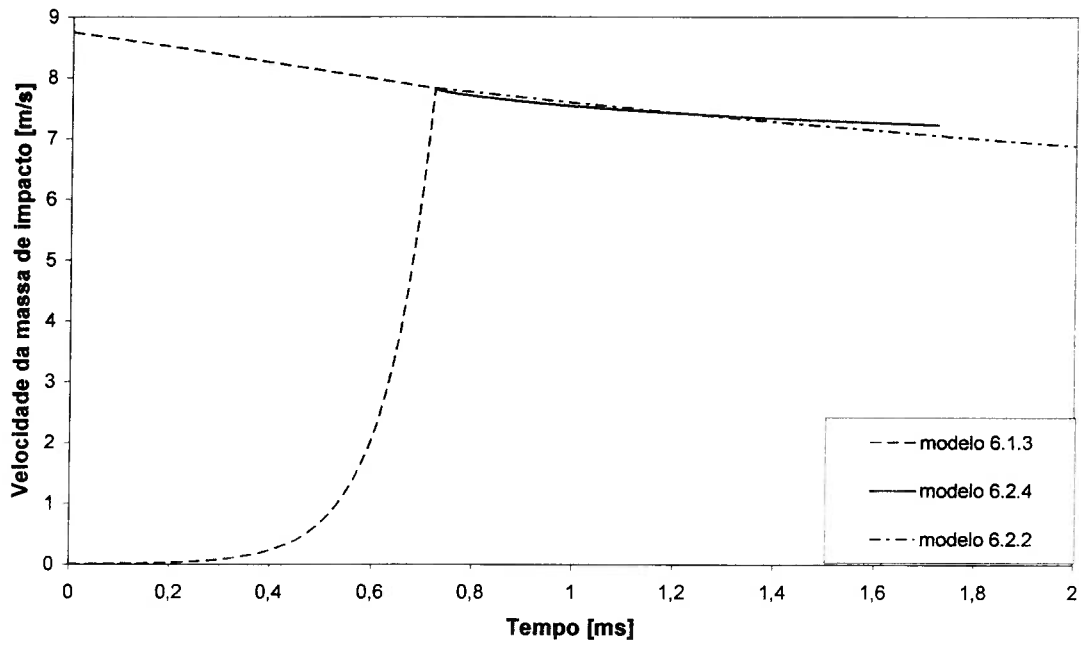


Figura 6.13 – Comparação entre os modelos de flambagem global e progressiva

Os modelos desenvolvidos neste capítulo serão na seqüência comparados aos resultados numéricos obtidos pelo MEF.

CAPÍTULO 7 – COMPARAÇÃO ENTRE AS SIMULAÇÕES E OS MODELOS DESENVOLVIDOS

O objetivo deste capítulo é analisar com maiores detalhes tanto os resultados das simulações com o ABAQUS quanto os modelos propostos no capítulo 6. Todos os resultados apresentados a seguir referem-se ao impacto de uma massa de 23,16 kg contra o mesmo tubo trefilado sem costura de aço 1020 testado no martelo de impacto da USP. As propriedades geométricas e materiais do referido tubo podem ser encontradas nos capítulos 3 e 4 desta dissertação.

7.1. Fase inicial de compressão

Observe a figura 7.1, na qual são apresentados os resultados de duas simulações. A primeira simulação corresponde a um tubo com 150 mm de comprimento impactado a uma velocidade de 8,75 m/s, enquanto que a segunda simulação refere-se ao impacto de um tubo de 170 mm a uma velocidade de 9,75 m/s. A taxa de deformação inicial dos dois tubos é de aproximadamente $57,8 \text{ s}^{-1}$. Nota-se que a desaceleração da massa de impacto durante a fase inicial de compressão é igual para ambos os casos. Inclusive o tempo de duração da referida fase é o mesmo nas duas simulações. Esta semelhança deve-se ao fato de a taxa de deformação inicial ser praticamente igual ($58,3 \text{ s}^{-1}$ para $L = 150 \text{ mm}$ e $57,4 \text{ s}^{-1}$ para $L = 170 \text{ mm}$).

O gráfico de desaceleração da massa de impacto permite distinguir a fase inicial de compressão da fase de flexão. Na primeira fase a deformação da casca é dominada por efeitos de compressão axial, portanto o comportamento da desaceleração da massa de impacto nesta fase é semelhante à curva tensão-deformação do material do tubo. Quando a fase de flexão inicia, cessa a compressão axial da casca e a desaceleração da massa de impacto começa a decrescer.

Desaceleração da massa de impacto

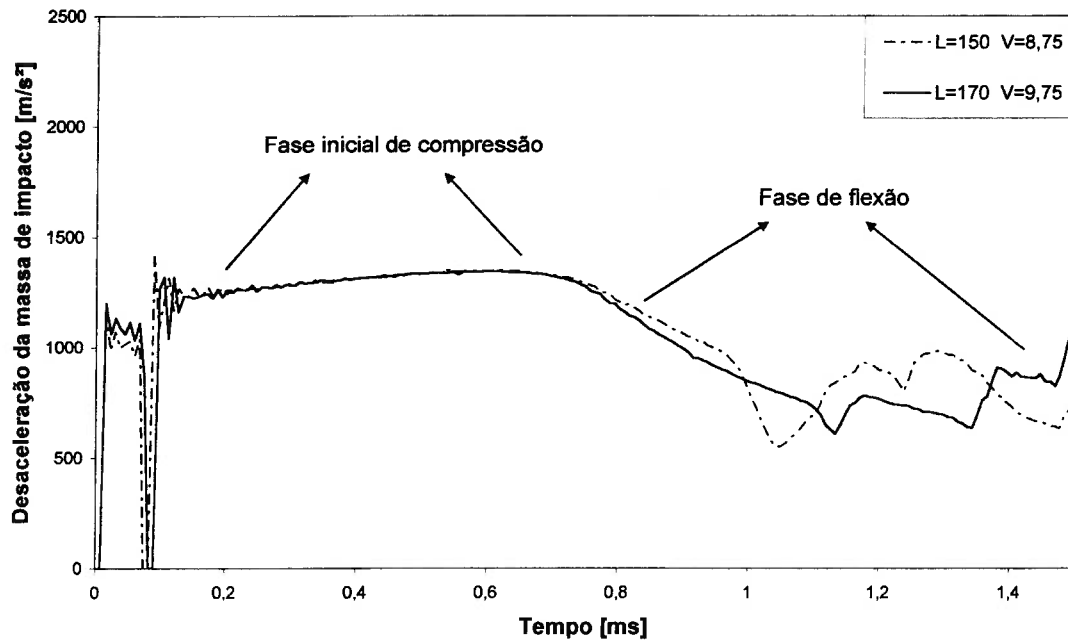


Figura 7.1 – Resposta de tubos impactados a uma taxa de deformação inicial de aproximadamente $57,8 \text{ s}^{-1}$

Desaceleração da massa de impacto

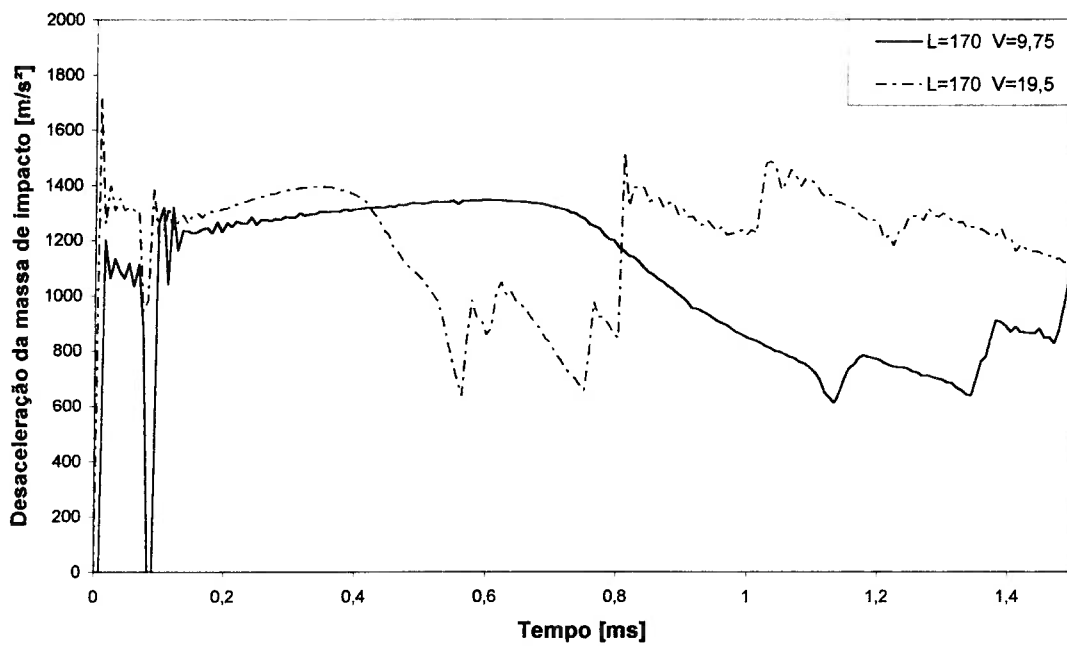


Figura 7.2 – Resposta do tubo a duas velocidades de impacto diferentes

A figura 7.2 mostra a resposta de um tubo de 170 mm ao impacto de uma massa viajando a 9,75 m/s e a 19,5 m/s. Nesta figura é possível observar uma outra característica da resposta do perfil durante a primeira fase. Quanto maior a taxa de deformação inicial da casca, tanto maior será a desaceleração da massa impactante e menor o tempo de duração da fase de compressão. O aumento da desaceleração da massa de impacto com o aumento da velocidade de impacto e, conseqüentemente, da taxa de deformação deve-se às propriedades visco-plásticas do material do tubo. Maiores taxas de deformação implicam em maiores tensões de escoamento, o que resulta, por sua vez, em uma desaceleração de maior magnitude.

Desaceleração da massa de impacto

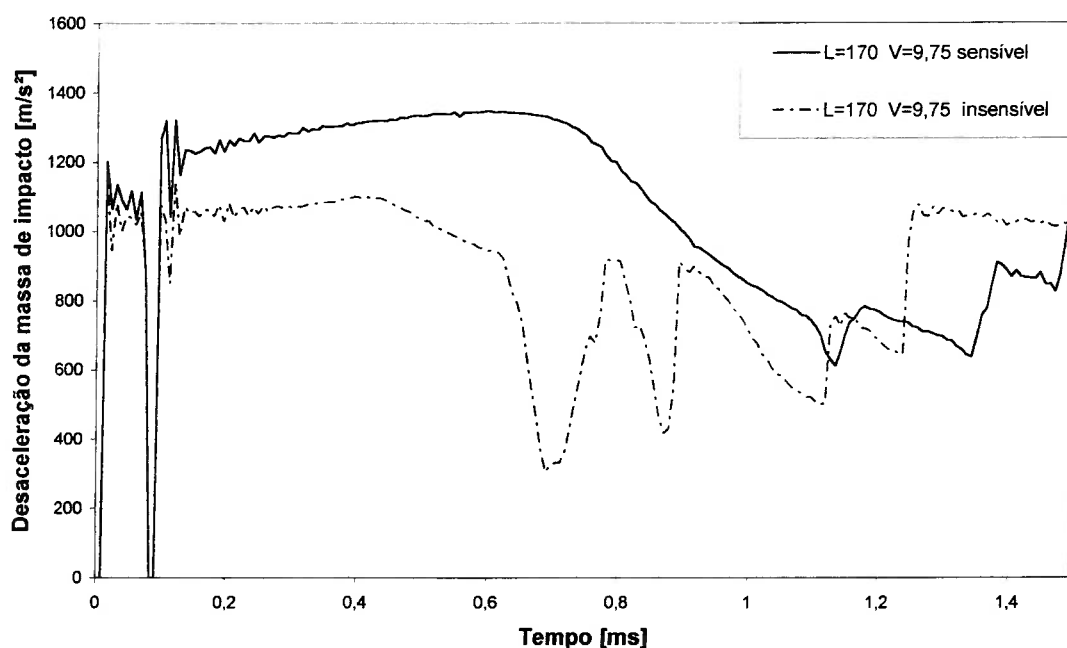


Figura 7.3 – Comparação entre um material sensível e um insensível à taxa de deformação

O aumento da velocidade de impacto causa também uma redução significativa na parcela de energia que é dissipada por compressão do tubo. Por exemplo, o perfil da figura 7.2 dissipou na primeira fase aproximadamente 16,5% da energia inicial da massa de impacto, quando impactado a uma velocidade de 9,75

m/s. Enquanto que ele dissipou somente uns 4,5% da energia do impacto no caso em que a velocidade inicial era igual a 19,5 m/s. O mesmo efeito pode ser observado em tubos constituídos de materiais insensíveis à taxa de deformação.

Ao comparar materiais insensíveis e sensíveis à taxa de deformação (veja figura 7.3), verificou-se que estes dissipam mais energia por compressão do tubo, em função da maior desaceleração imposta à massa de impacto e da maior duração da primeira fase. Observe que, segundo os modelos dos itens 6.1.2 e 6.1.3, a primeira fase deveria ser mais curta para materiais sensíveis à taxa de deformação, o que discorda dos resultados obtidos com as simulações com o MEF.

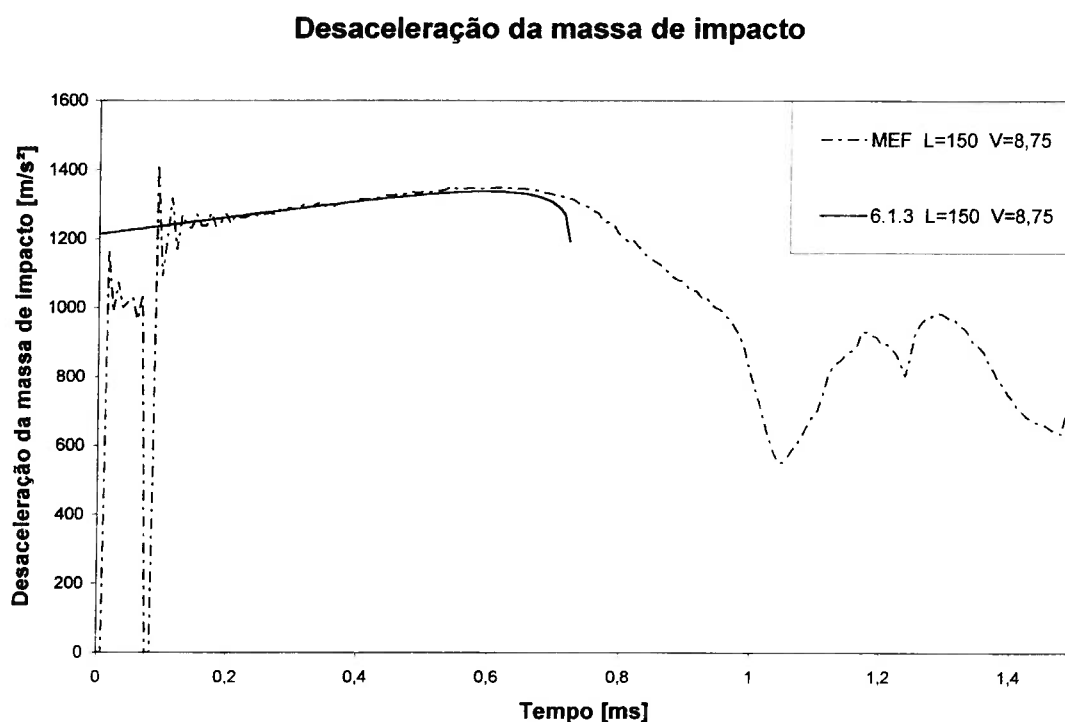


Figura 7.4 – Comparação entre a simulação com elementos finitos e o modelo proposto no item 6.1.3

Os modelos teóricos propostos nos itens 6.1.2 e 6.1.3 podem ser utilizados na análise da primeira fase do processo de deformação dos tubos estudados acima. No caso desta dissertação de mestrado adotou-se o modelo descrito no item 6.1.3, pois os tubos investigados ao longo deste trabalho apresentaram quase que exclusivamente o primeiro modo de flambagem global.

O primeiro ponto a destacar com relação aos resultados fornecidos pelo modelo em questão é que eles coincidem muito bem com o resultado das simulações com elementos finitos (veja as figuras 7.4 e 7.5). A desaceleração da massa de impacto calculada pelo modelo rígido visco-plástico difere do modelo de elementos finitos apenas nos instantes iniciais, enquanto os efeitos elásticos são ainda preponderantes. Tal diferença repercute sobre a curva de velocidade deslocando-a um pouco para baixo em relação à velocidade fornecida pelo MEF. Outra pequena diferença entre o modelo do item 6.1.3 e de elementos finitos pode ser observada ao fim da fase inicial de compressão. No modelo proposto ocorre uma súbita queda na desaceleração a qual não se verifica na simulação com MEF.

Velocidade da massa de impacto

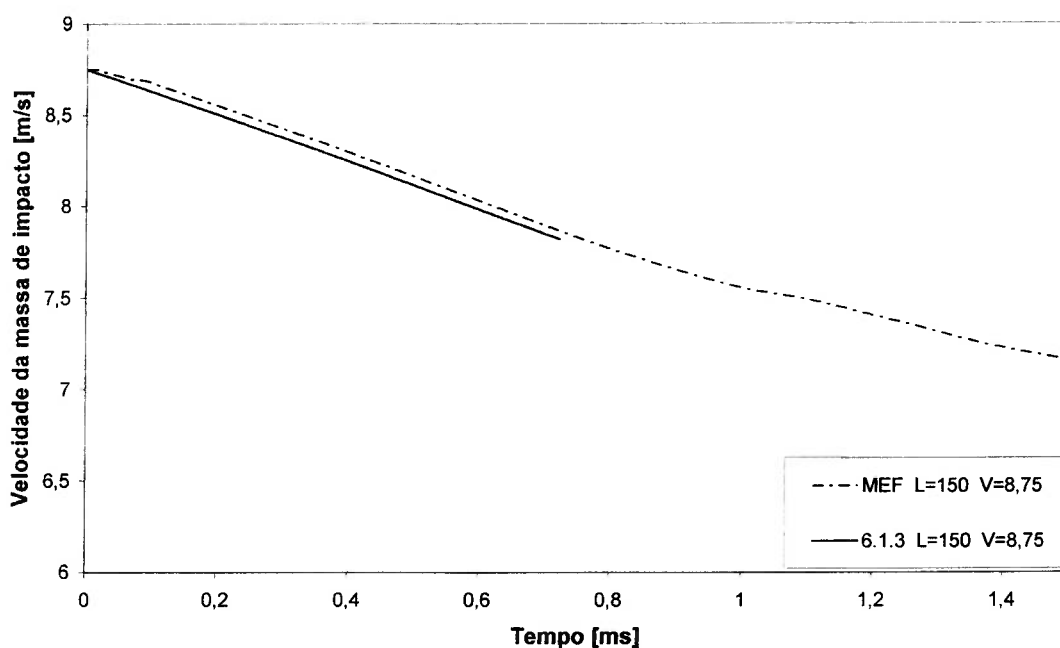


Figura 7.5 – Comparação entre a simulação com elementos finitos e o modelo proposto no item 6.1.3

Apesar da boa concordância entre os resultados descritos acima, percebeu-se que o modelo proposto só representa adequadamente os resultados da simulação mediante a escolha correta do valor do deslocamento transversal inicial, w_0 . Karagiozova e Alves [44] adotaram $w_0 = 0,05\%$ de L , que corresponde ao mesmo

valor da imperfeição inicial utilizada nas simulações com o MEF. Entretanto este valor de deslocamento transversal inicial demonstrou ser inadequado para os casos estudados aqui. Verificou-se que a escolha do valor de w_0 depende da velocidade de impacto, conforme demonstrado na tabela 7.1. Segundo a tabela abaixo quanto maior o valor da velocidade de impacto, tanto maior deverá ser o valor de w_0 para que a resposta do modelo do item 6.1.3 coincida com os resultados das simulações. Esta dependência de w_0 em relação à velocidade de impacto impõem uma limitação ao uso do modelo teórico proposto, pois não se sabe a priori qual é o valor da imperfeição inicial adequada para cada caso. A figura 7.6 demonstra o efeito da imperfeição inicial sobre a resposta do modelo.

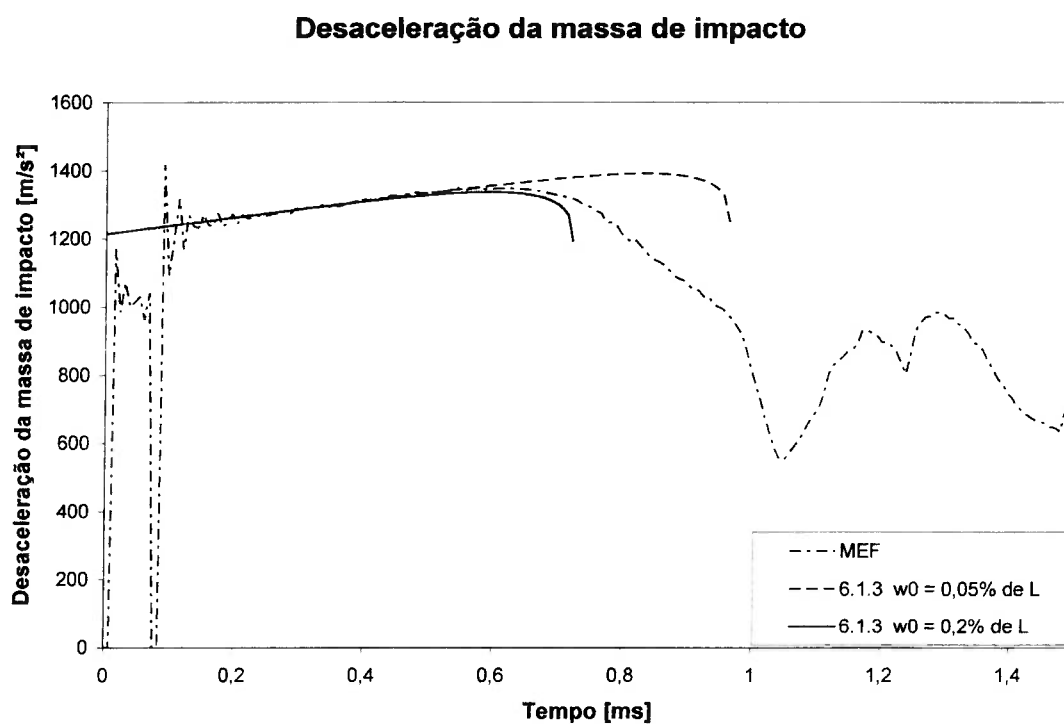


Figura 7.6 – Efeito da imperfeição inicial sobre a resposta do modelo proposto

Comprimento do tubo [mm]	Velocidade de impacto [m/s]	Taxa de deformação inicial [s^{-1}]	w_0
150	8,75	58,3	0,2% de L
170	8,75	51,5	0,2% de L
170	9,75	57,4	0,34% de L
170	19,5	114,7	2,5% de L

Tabela 7.1 – Valores de imperfeição inicial

7.2. Flambagem global

O modelo teórico proposto no item 6.2.2 pode ser utilizado na análise da flambagem global dos tubos investigados ao longo deste trabalho. A figura 7.7 apresenta o resultado fornecido pelo referido modelo em conjunto com o resultado obtido através da simulação com elementos finitos. Conforme se pode observar, os dois resultados diferem bastante um do outro, em especial no que tange à magnitude da desaceleração da massa de impacto. Além disto, a desaceleração calculada pelo modelo 6.2.2 caracteriza-se por possuir um pico logo no início da fase de flexão, fato que não se confirma na análise por elementos finitos. A única característica comum aos dois modelos é o decréscimo contínuo da desaceleração ao longo do processo de deformação. É importante destacar aqui que a desaceleração da massa de impacto durante a fase de flexão deve ser obrigatoriamente menor que a desaceleração ao fim da fase inicial de compressão, conforme demonstrado pela simulação com o ABAQUS. Isto se faz necessário para que o tubo pare de ser comprimido axialmente e inicie o processo de flexão em torno das rótulas plásticas. Se a desaceleração na segunda fase fosse maior do que na primeira, então seria mais fácil continuar comprimindo axialmente o tubo do que fazê-lo rotacionar em torno das rótulas plásticas, portanto a fase de flexão jamais iniciaria. Dito isto pode-se perceber a inconsistência da resposta fornecida pelo modelo 6.2.2, uma vez que segundo este modelo a desaceleração é maior na fase de flexão do que na fase de compressão.

Desaceleração da massa de impacto

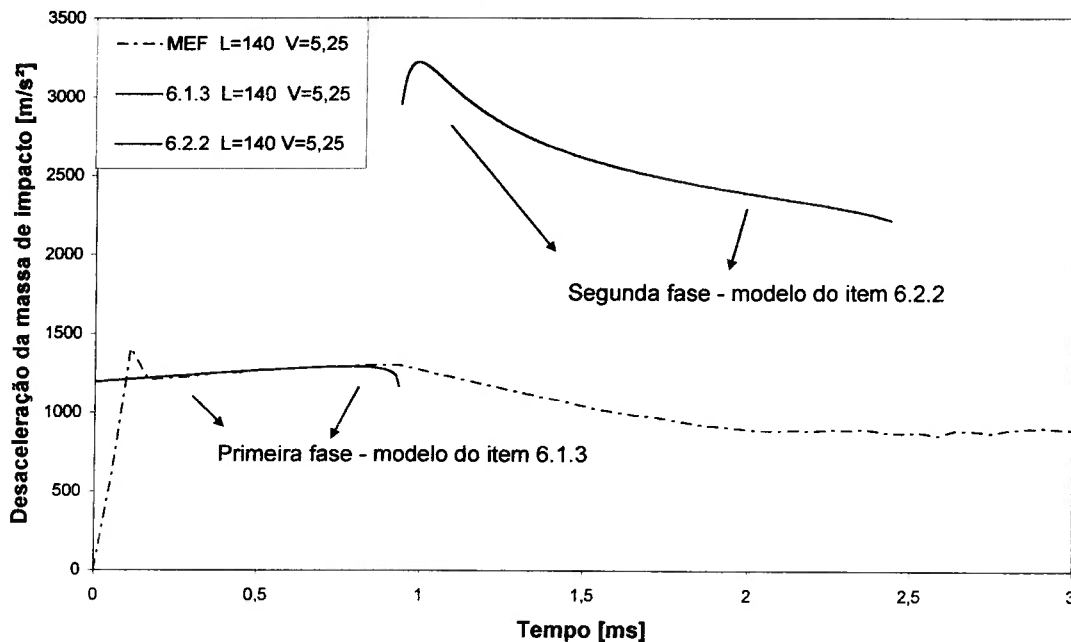


Figura 7.7 – Comparação entre o MEF e o modelo do item 6.2.2

As discrepâncias entre o modelo proposto e o modelo de elementos finitos podem ser explicadas pelas razões descritas a seguir. A primeira diferença entre os modelos está na taxa de dissipação de energia das rótulas plásticas superior em inferior (rótulas plásticas A e C da figura 6.7). No modelo proposto, o tubo se comporta como uma haste cuja seção transversal se mantém constante ao longo do processo de flexão. No entanto isto não ocorre na prática, pois o tubo perde sua forma cilíndrica na região das rótulas plásticas (veja a figura 7.8). Nas seções transversais das rótulas plásticas superior e inferior ocorre a formação de uma meia dobra causada pelas tensões de flexão compressivas. Esta meia dobra dissipa energia por flexão local, ao invés de por flexão da seção transversal como um todo. Isto reduz a taxa de dissipação de energia, pois a porção da seção transversal que estaria dissipando energia por compressão passa a fazê-lo por flexão da parede da casca, e como se sabe, a dissipação de energia por flexão é muito menor do que por compressão.

Outra razão para a diferença entre o modelo de elementos finitos e o modelo do item 6.2.2 está no tamanho da rótula plástica central. Conforme demonstrado no

anexo B, o tamanho da rótula plástica central é estimado a partir das equações (B.10b) e (B.11b). Para o caso do tubo de 140 mm de comprimento a referida equação fornece uma rótula plástica com 10 mm de extensão. Entretanto ao observar os resultados do ABAQUS percebeu-se que a rótula plástica central possuía uma extensão de aproximadamente 30 mm no início da fase de flexão, e que conforme a flexão do tubo prosseguia, a deformação concentrava-se cada vez mais na parte central da casca cilíndrica, ou seja, a extensão da rótula plástica central diminuía ao longo do processo. Sabe-se que quanto maior for o comprimento da rótula plástica, tanto menor será o momento fletor necessário para causar uma rotação ϕ das hastes do modelo 6.2.2 (veja Anexo B). A redução do momento fletor implica, por sua vez, numa menor dissipação de energia por flexão das rótulas plásticas, o que explica em parte a diferença entre as desacelerações calculadas por MEF e pelo modelo proposto.

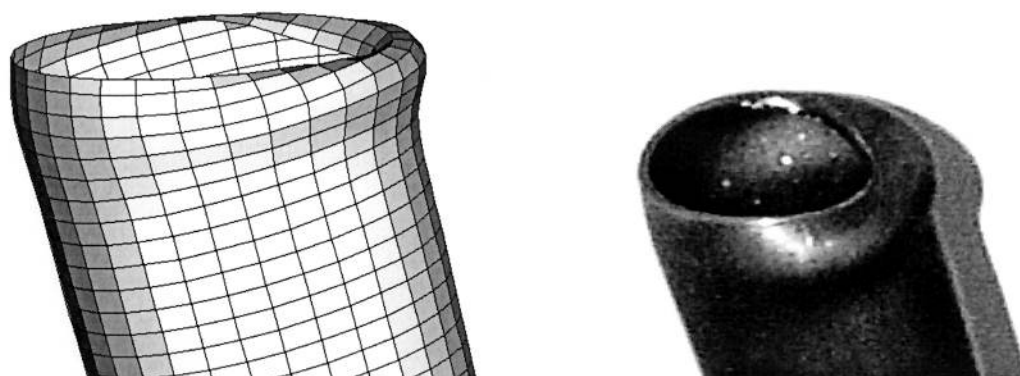


Figura 7.8 – Formação de uma meia dobra nas rótulas plásticas superior e inferior

Tendo em vista o que foi exposto acima, o autor resolveu testar algumas variações no modelo do item 6.2.2, cujos resultados podem ser vistos na figura 7.9. A curva traço-dois-pontos, intitulada como “original”, corresponde ao modelo 6.2.2, implementado exatamente da mesma forma descrita no capítulo 6 desta dissertação. A curva “A” corresponde ao mesmo modelo, entretanto foram desprezados os momentos fletores, M_A e M_C , existentes nas rótulas plásticas superior e inferior. No modelo representado pela curva “B” aumentou-se em quatro vezes o tamanho das três rótulas plásticas e reduziu-se pela metade a contribuição dos momentos M_A e M_C . E por fim a curva “C” corresponde ao caso em que não há contribuição dos

momentos fletores das rótulas plásticas superior e inferior e no qual a extensão da rótula plástica central foi dobrada. Conforme se pode observar, a curva “C” foi a que melhor concordou com os resultados obtidos através do MEF. Isto permite concluir que as rótulas plásticas superior e inferior ao perderem sua forma cilíndrica e iniciarem a fletir localmente, passam a dissipar bem menos energia do que o fariam caso a casca mantivesse sua forma cilíndrica e a seção transversal fletisse como um todo. Além disto, os resultados da figura 7.9 confirmam a observação de que o comprimento da rótula plástica calculado pela equação (B.11b) é demasiadamente pequeno, causando com isto um acréscimo no momento fletor necessário para rotacionar as hastes do modelo em questão. O autor acredita que exista ainda um outro efeito que colabora para que a desaceleração fornecida pelo MEF seja diferente da desaceleração do modelo 6.2.2. Quando a meia dobra começa a se formar, a deformação do tubo se concentra nas extremidades, reduzindo a rotação em torno da rótula central, fato que também contribui para uma diminuição do momento fletor atuante na parte central do perfil tubular.

Desaceleração da massa de impacto

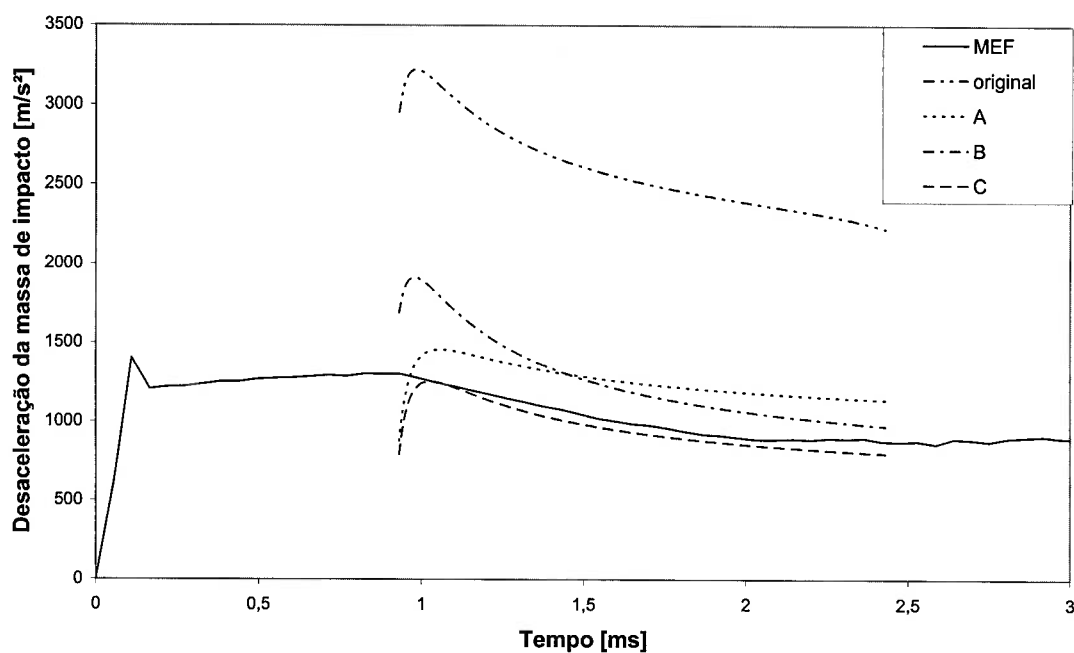


Figura 7.9 – Variações propostas para o modelo do item 6.2.2

7.3. Flambagem progressiva

O modelo de flambagem proposto no item 6.2.4 foi formulado para descrever a formação de dobras axissimétricas durante a flambagem progressiva do tubo. Conforme esclarecido no capítulo 4, a maioria esmagadora dos tubos testados apresentou o modo assimétrico (diamante) de flambagem progressiva. Entretanto, nas simulações com elementos finitos, a primeira dobra formada era geralmente axissimétrica enquanto que as demais eram assimétricas. Este fato permite que os resultados de elementos finitos sejam comparados com o modelo do item 6.2.4.

A figura 7.10 compara modelo proposto com o resultado da simulação do impacto de uma massa de 23,16 kg a uma velocidade de 8,75 m/s contra um tubo de 150 mm de comprimento. No resultado fornecido pelo ABAQUS houve a formação de duas dobras axissimétricas, uma no topo e outra na base do tubo (veja a figura 7.12). A terceira dobra formada era assimétrica.

Desaceleração da massa de impacto

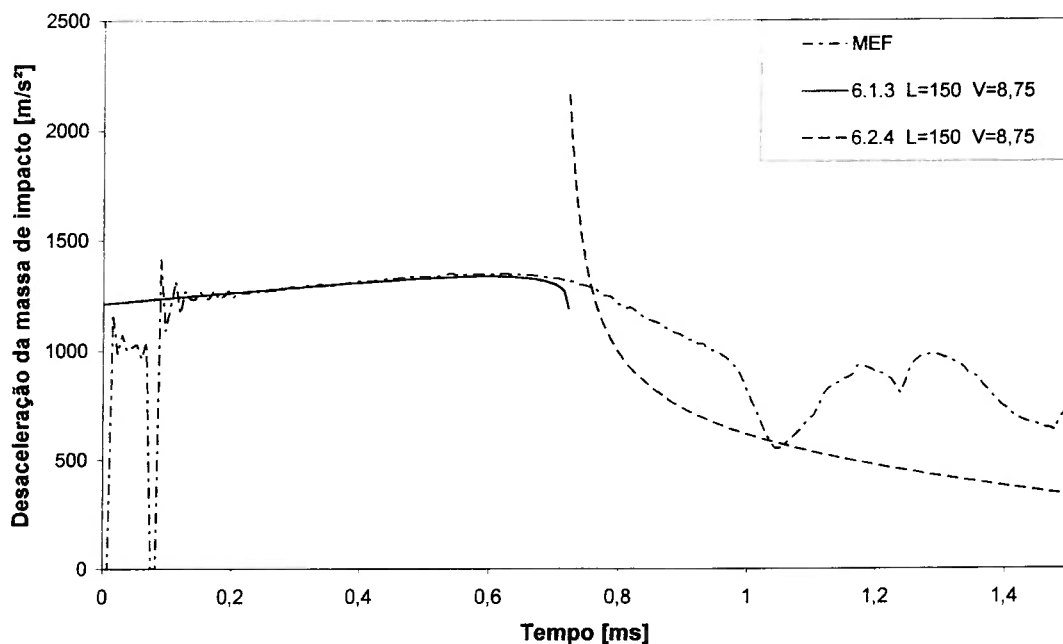


Figura 7.10 – Comparação entre o modelo 6.2.4 e a simulação com o MEF

Conforme se pode observar na figura 7.10, o modelo 6.2.4 também difere bastante do resultado fornecido pela simulação com elementos finitos. A desaceleração fornecida pelo referido modelo caracteriza-se por possuir um valor elevado no início da fase de flexão, seguido de um decréscimo abrupto na magnitude da mesma. Como resultado disto, a curva de velocidade calculada por este modelo não se comporta de forma quase linear, como ocorre com o resultado de elementos finitos (veja a figura 7.11).

Uma possível razão para a discrepância entre os resultados é o fato de as duas dobras axissimétricas se formarem quase que simultaneamente, enquanto que no modelo 6.2.4 admite-se que apenas uma dobra se forma de cada vez.

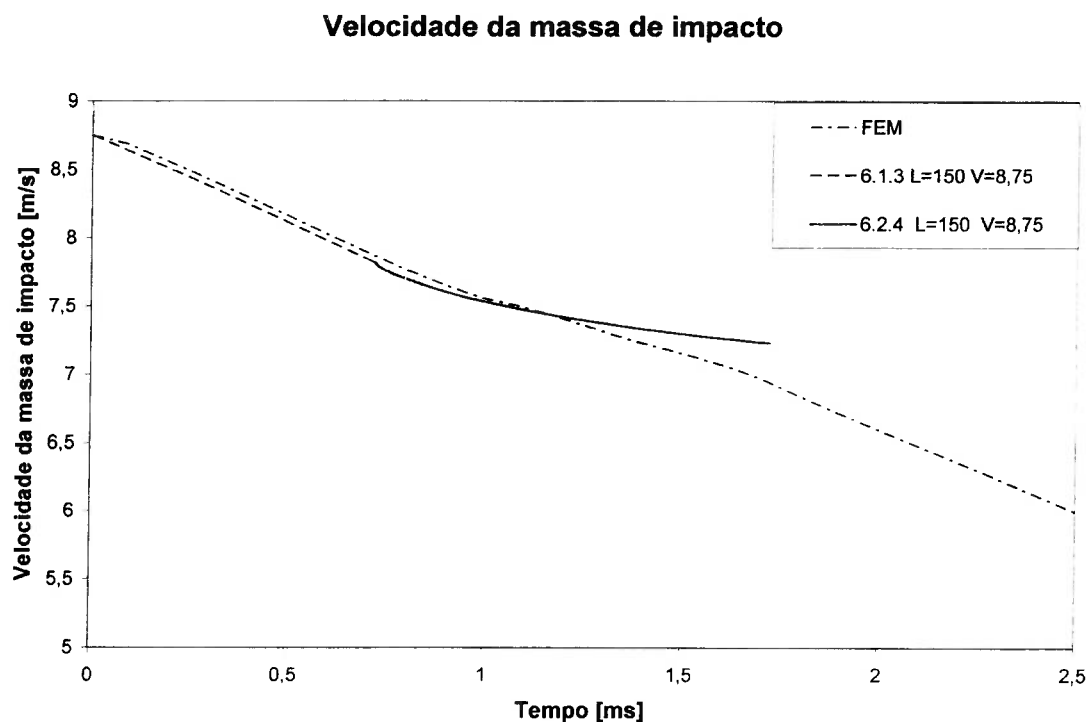


Figura 7.11 – Comparação entre o modelo 6.2.4 e a simulação com o MEF

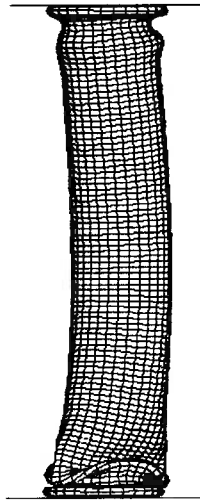


Figura 7.12 – Tubo de 150 mm impactado a uma velocidade de 8,75 m/s

Apesar das diferenças entre o modelo proposto no item 6.2.4 e a simulação com o MEF, verificou-se que a força média, P_m , necessária para a formação de uma dobra, calculada pelo referido modelo assemelha-se ao valor fornecido pela expressão simplificada contida na referência [45]:

$$P_m = 2(\pi h)^{3/2} R^{1/2} \frac{\sigma_0}{3^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{V^*}{4RD} \right)^{1/q} \right], \quad (7.1)$$

sendo V^* a velocidade da massa de impacto ao final da fase inicial de compressão. A força média calculada pela equação (7.1) é de 13,5 kN enquanto que o modelo 6.2.4 fornece uma força média de 12,4 kN (diferença de 8,6%).

CONCLUSÃO

As etapas cumpridas ao longo deste trabalho permitiram estudar de forma completa o fenômeno de transição em tubos circulares de aço, os quais possuem comportamento sensível à taxa de deformação. Inicialmente realizou-se o projeto de uma Barra de Hopkinson, a qual foi utilizada posteriormente na caracterização dinâmica do aço. De posse das propriedades mecânicas dos tubos, foi possível realizar a análise do fenômeno de transição através do método dos elementos finitos. Os resultados das simulações com o MEF puderam então ser comparados com os testes de impacto axial realizados no martelo de impacto da USP. Além disto, foram propostos alguns modelos teóricos para descrever as duas fases do processo de deformação do tubo. Estes modelos foram desenvolvidos a partir dos modelos apresentados na referência [44]. Por fim comparou-se os modelos propostos com o modelo de elementos finitos.

O objetivo maior desta dissertação de mestrado era formular um critério de transição que permitisse determinar, dadas as condições iniciais, as propriedades geométricas e de material, se o tubo flambaria de forma progressiva ou global. No entanto, em função da complexidade do fenômeno de transição, não foi possível atingir este objetivo. Em função disto, sugere-se que este tema continue sendo objeto de estudo de trabalhos futuros.

Os resultados apresentados nos capítulos 4 e 5 demonstraram claramente que a velocidade de impacto estabiliza a resposta do tubo, favorecendo a ocorrência da flambagem progressiva. Por outro lado, os resultados demonstraram também que o aumento da massa de impacto favorece a flambagem global do tubo. Apesar dos resultados experimentais e numéricos haverem apresentado algumas diferenças significativas, percebeu-se que as simulações com MEF dão uma boa indicação do fenômeno de transição em tubos cujo comprimento é maior ou igual a 121,5% do comprimento de transição quase-estático, L_{cr} .

Os modelos teóricos propostos tiveram um desempenho razoável. O modelo para primeira fase calcula com boa exatidão o valor da desaceleração imposta à massa de impacto. Entretanto, ele possui uma limitação no que diz respeito a

determinação da duração da fase inicial de compressão. Notou-se que a escolha do valor da imperfeição inicial interfere no tempo de duração da fase em questão, portanto interfere também na quantidade de energia que é dissipada durante a primeira fase. O autor constatou que a escolha da imperfeição inicial deve ser realizada em conformidade com a velocidade de impacto, desta maneira o modelo proposto fornece resultados muito semelhantes aos resultados obtidos através das simulações com o método dos elementos finitos.

O modelo de flambagem global não é de muita utilidade se implementado na forma descrita nos itens 6.2.1 e 6.2.2. Entretanto, se forem realizadas as alterações relatadas no capítulo 7, o modelo passa a fornecer resultados compatíveis aos resultados das simulações. Conclui-se assim que este modelo pode ser empregado na análise da flambagem global de cascas cilíndricas constituídas de material sensível à taxa de deformação.

Dentre os modelos propostos, o modelo de flambagem progressiva deixou a desejar. Os resultados obtidos com o mesmo apresentaram diferenças significativas em relação ao que foi calculado pelo MEF. O autor não conseguiu identificar as razões que levaram a estas diferenças, portanto deixa-se como sugestão para trabalhos futuros, realizar uma análise detalhada do modelo e propor eventuais correções ao mesmo.

A caracterização do material apresentou dificuldades maiores do que inicialmente esperado, mas mesmo assim foi possível coletar as informações necessárias à execução das análises com o MEF e com os modelos propostos.

Por fim o autor sugere, em adição àqueles já citados acima, os seguintes temas a serem explorados em trabalhos futuros:

- propor um modelo de flambagem progressiva que leve em conta a formação de mais de uma dobra, ou até mesmo a formação simultânea de duas dobras;
- desenvolver um modelo para o modo assimétrico de flambagem progressiva;
- desenvolver um modelo que leve em conta a ocorrência simultânea da flambagem global e da progressiva, pois observou-se nas simulações

que os dois modos de flambagem coexistem durante o processo de deformação;

- filmar os testes realizados no martelo de impacto e medir a desaceleração da massa de impacto, visando com isto poder comparar melhor os resultados experimentais com os numéricos;
- investigar e determinar um critério para a escolha da imperfeição inicial tanto do modelo de elementos finitos quanto dos modelos numéricos.

ANEXO A

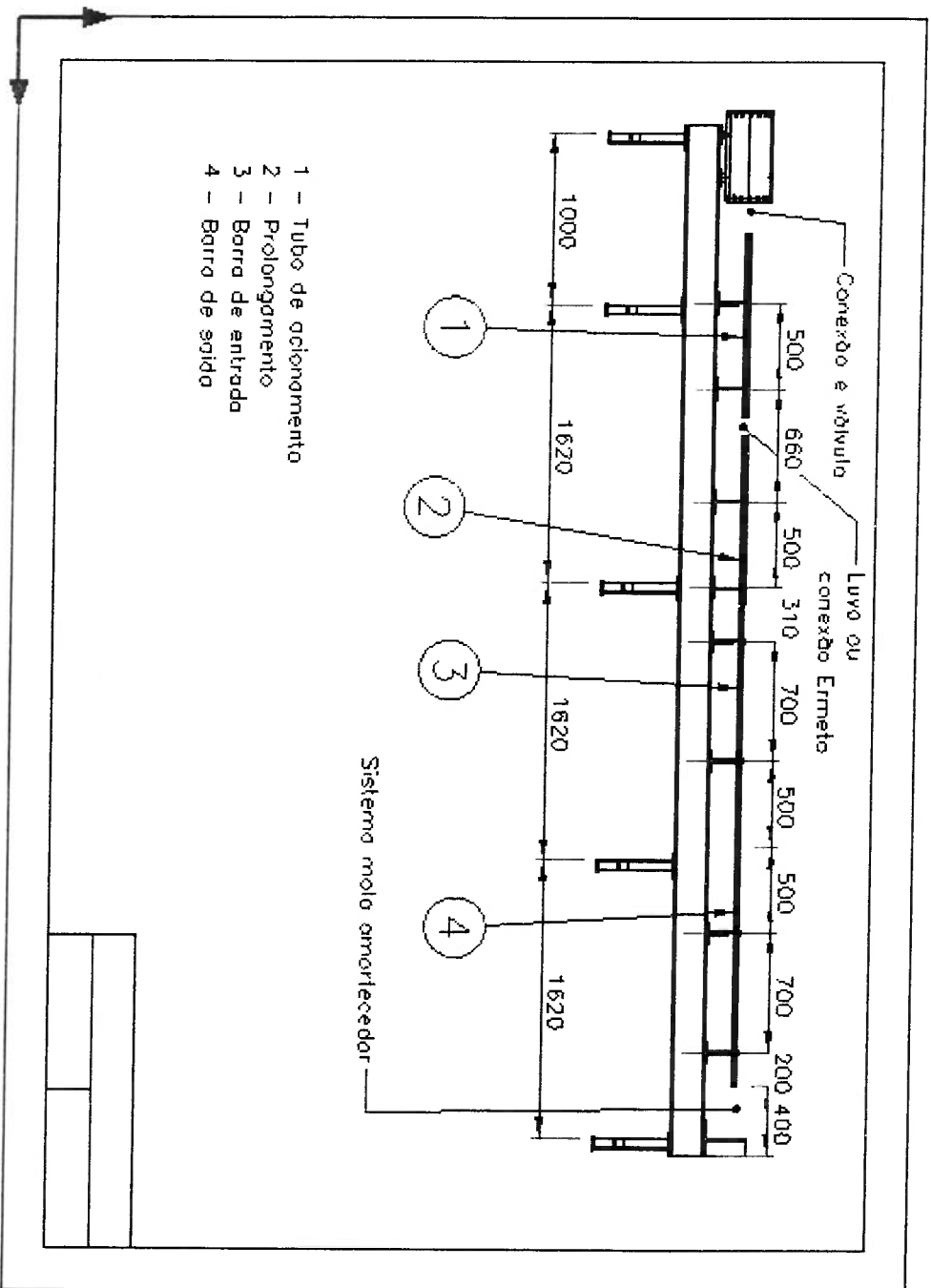


Figura A.1 – Desenho de conjunto da Barra de Hopkinson

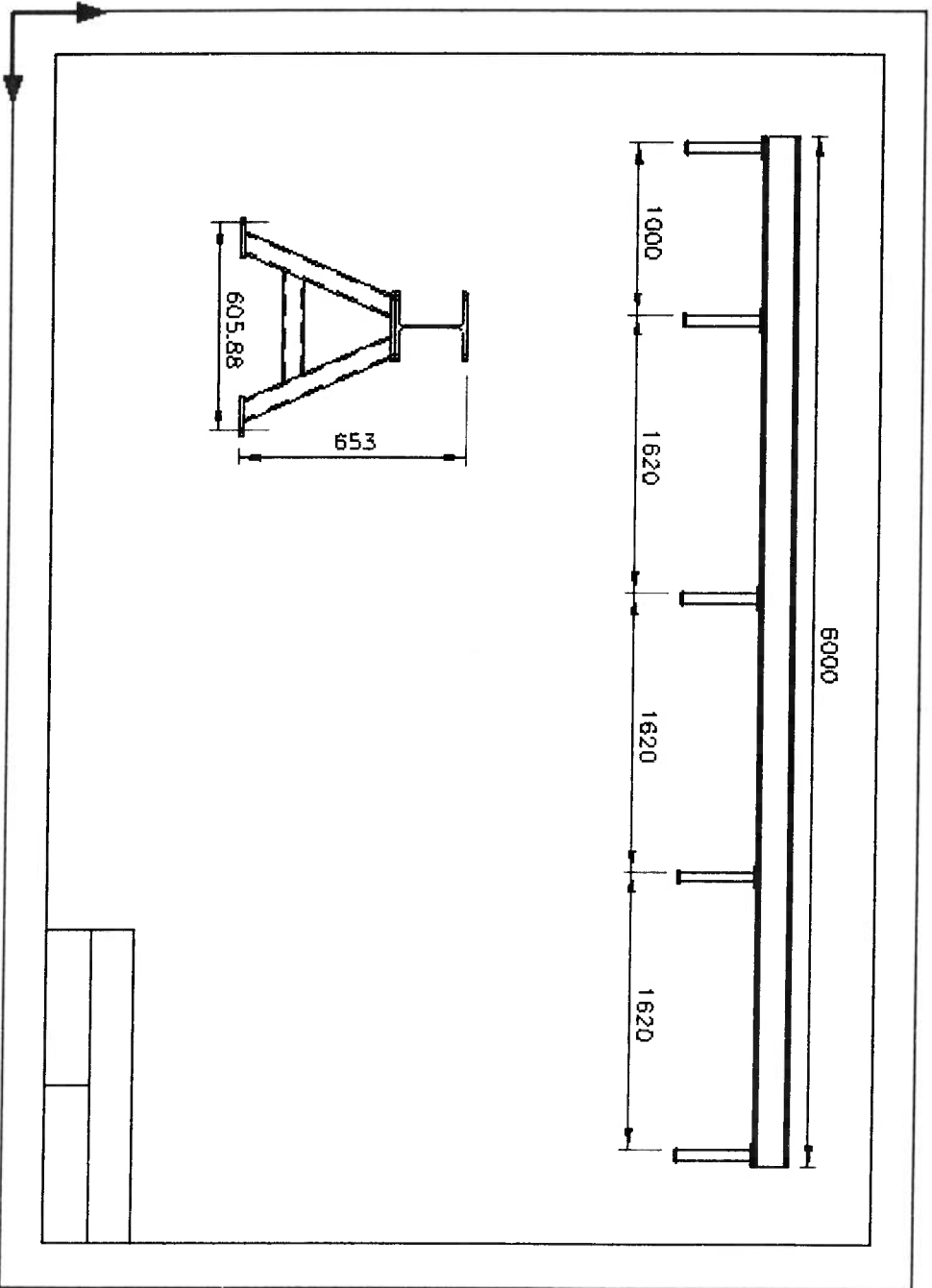


Figura A.2 – Estrutura da Barra de Hopkinson

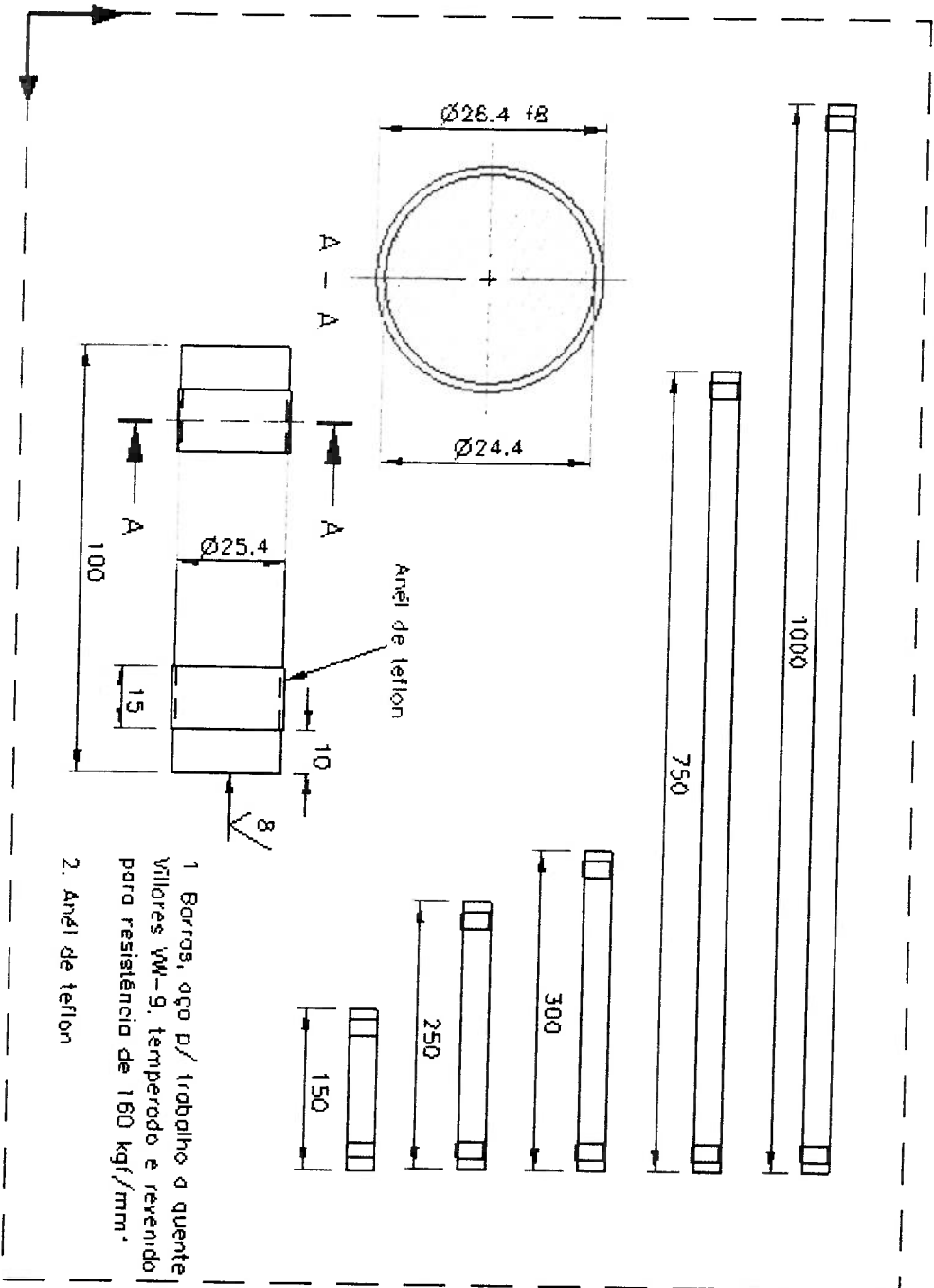


Figura A.3 – Barras impactantes

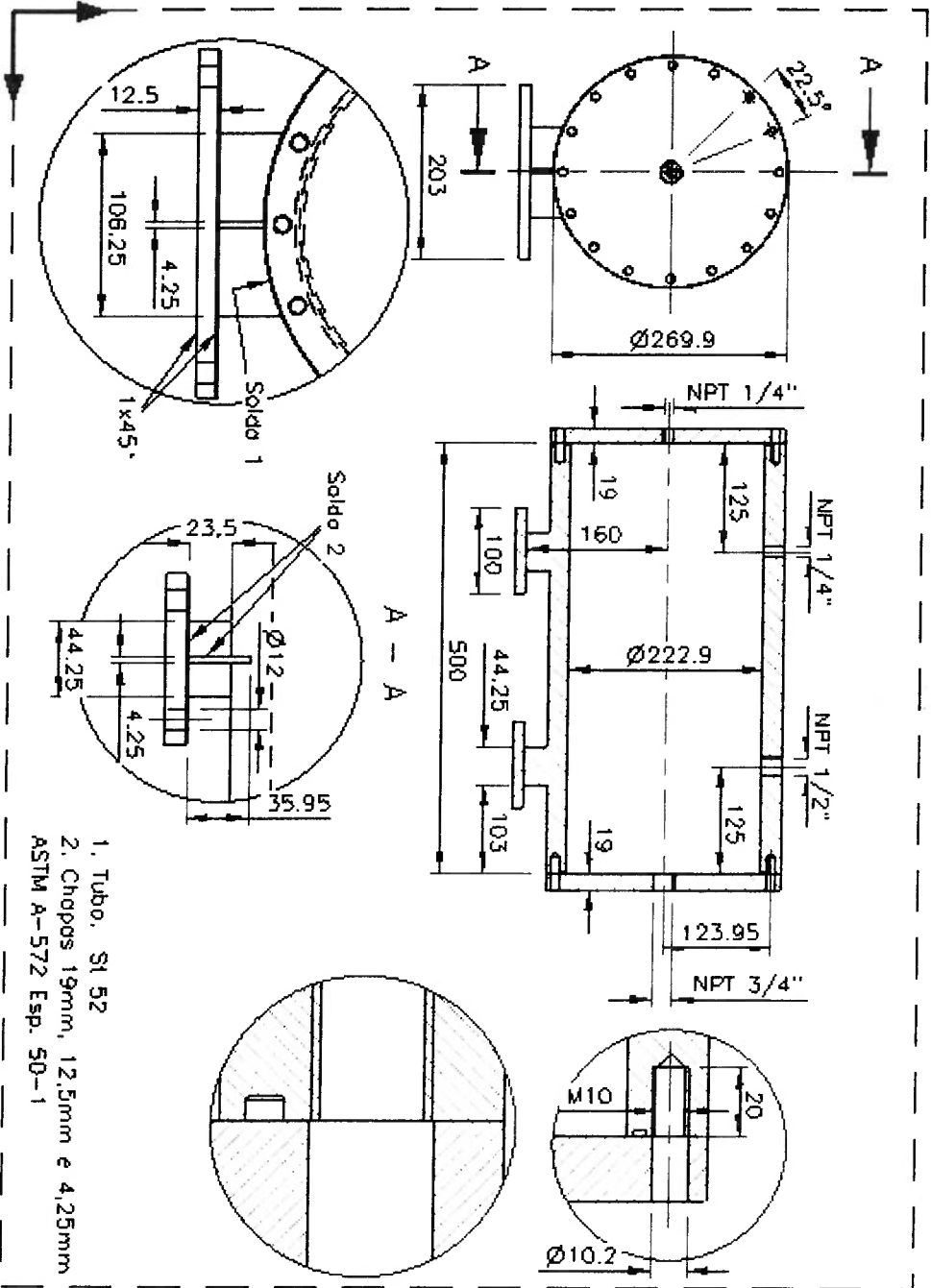


Figura A.4 – Pistola a gás

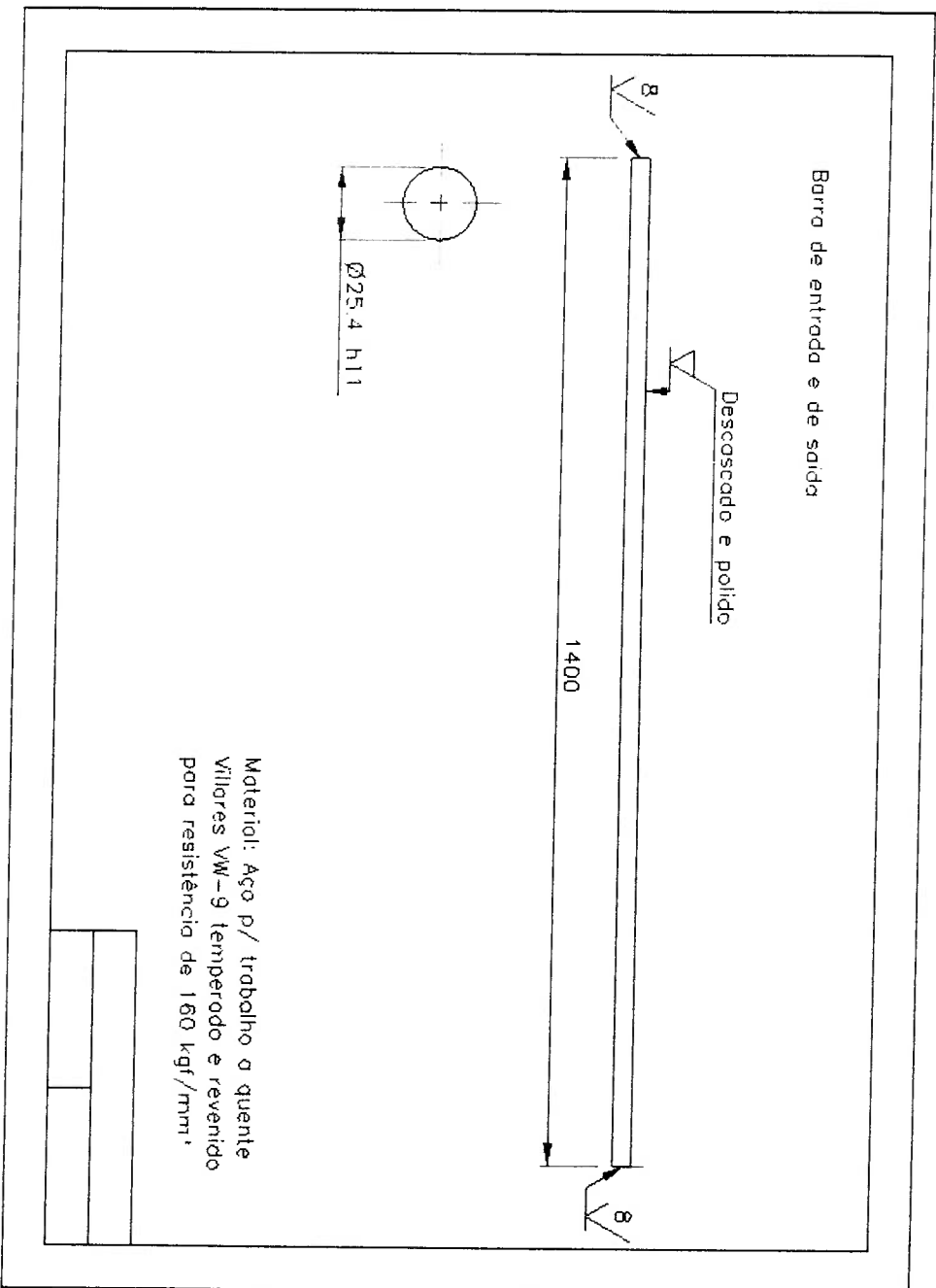


Figura A.5 – Barra de entrada e de saída

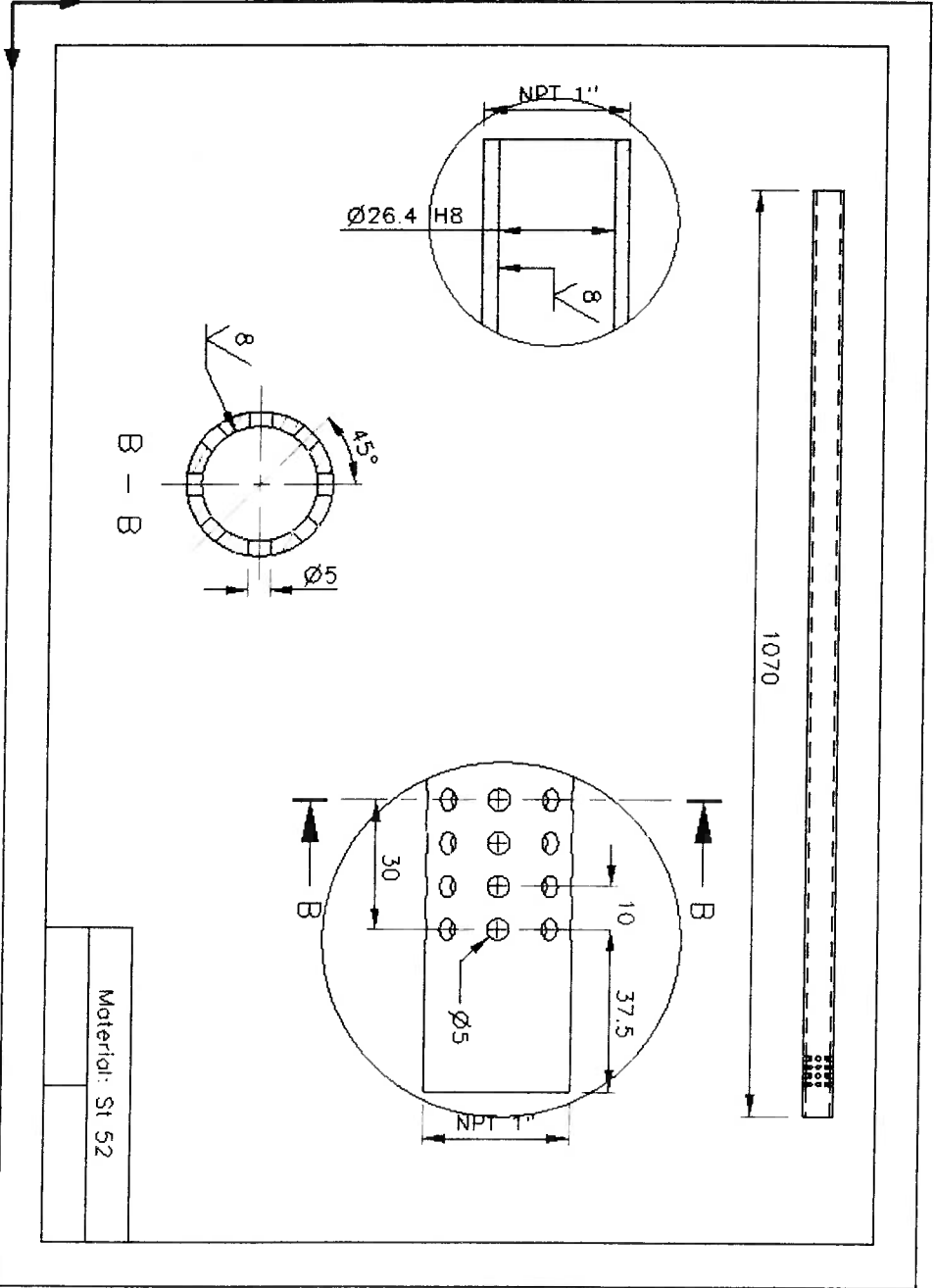


Figura A.6 – Tubo de accionamiento

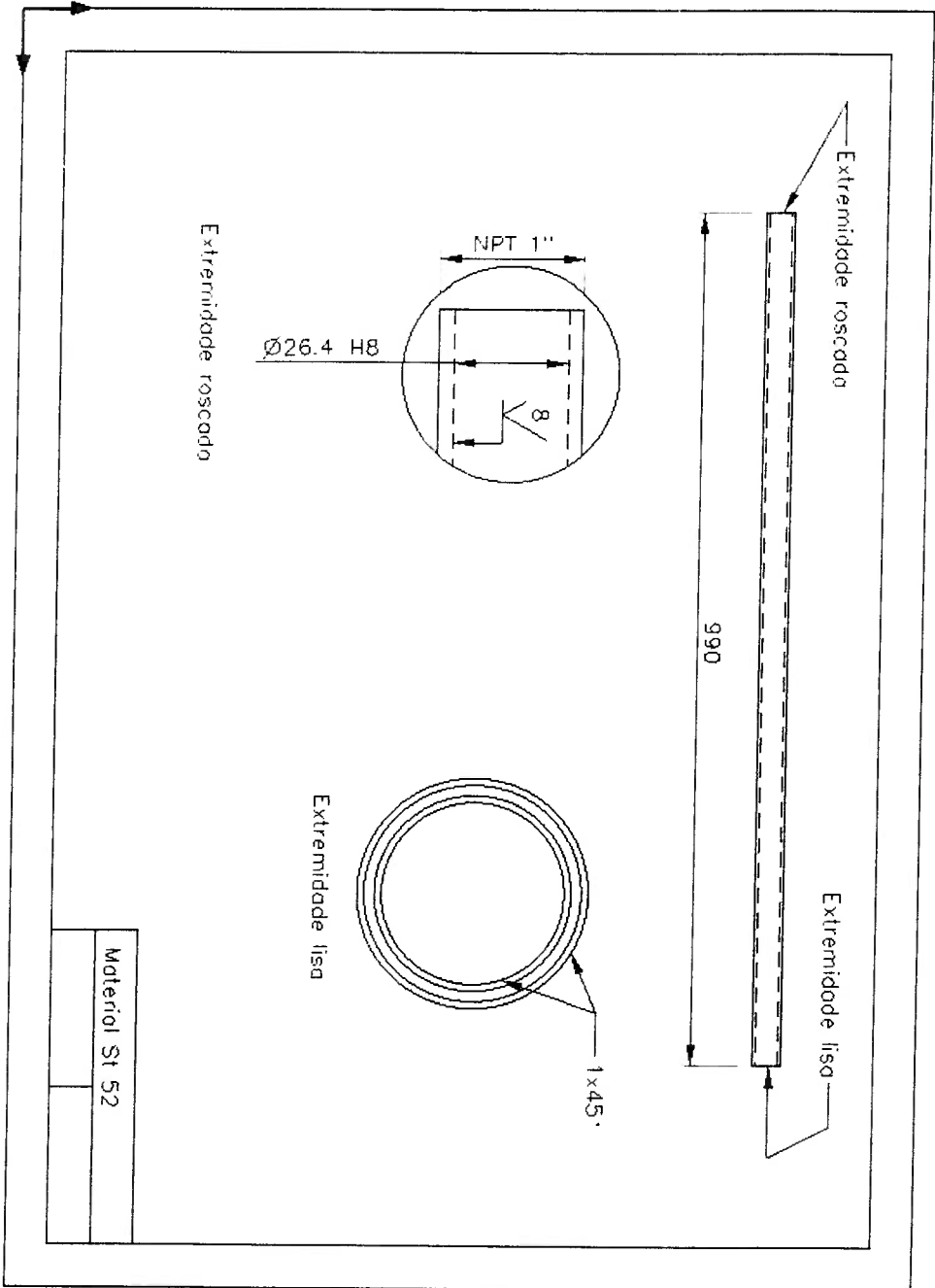


Figura A.7 – Prolongamento

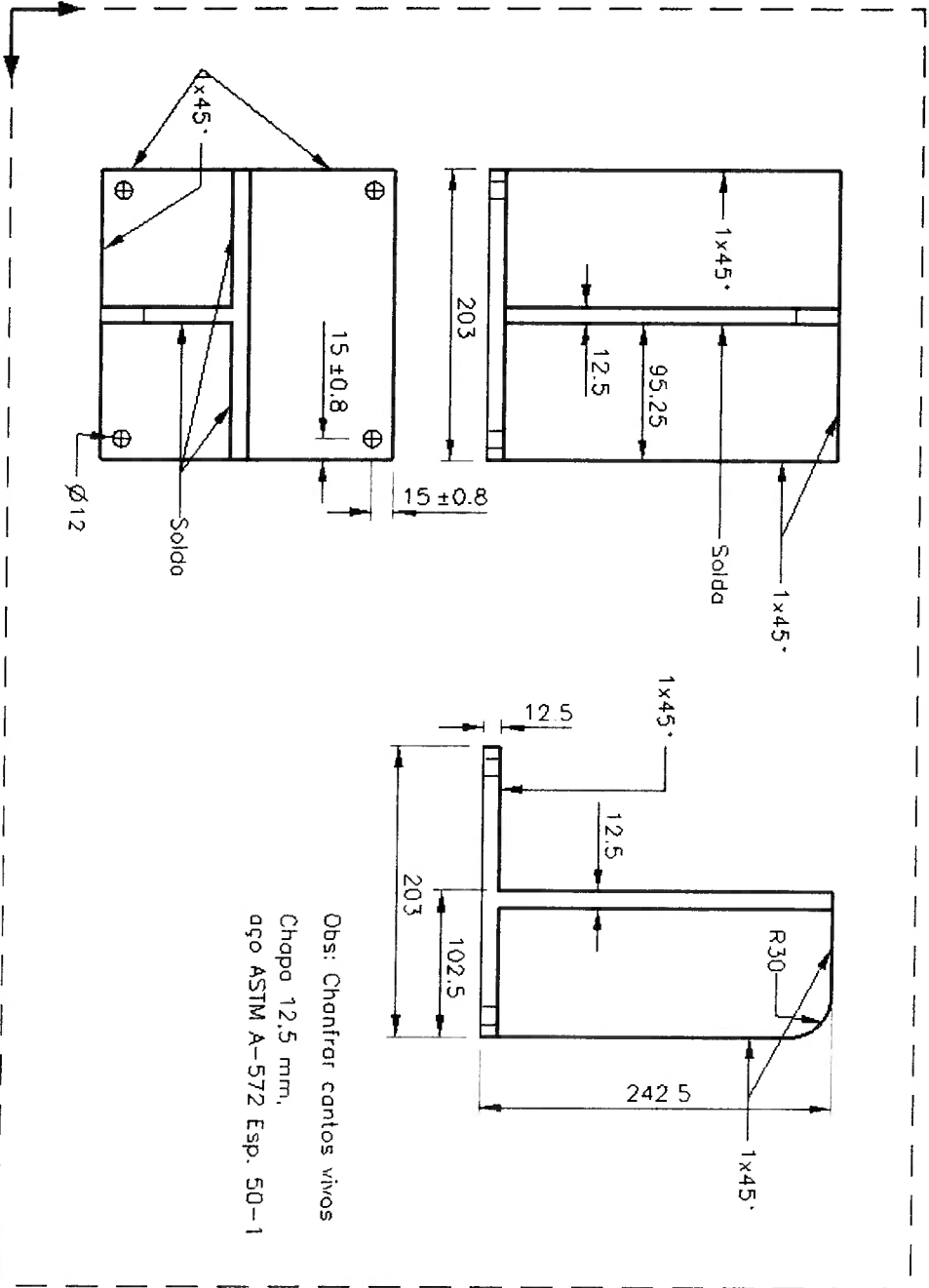


Figura A.8 – Barente

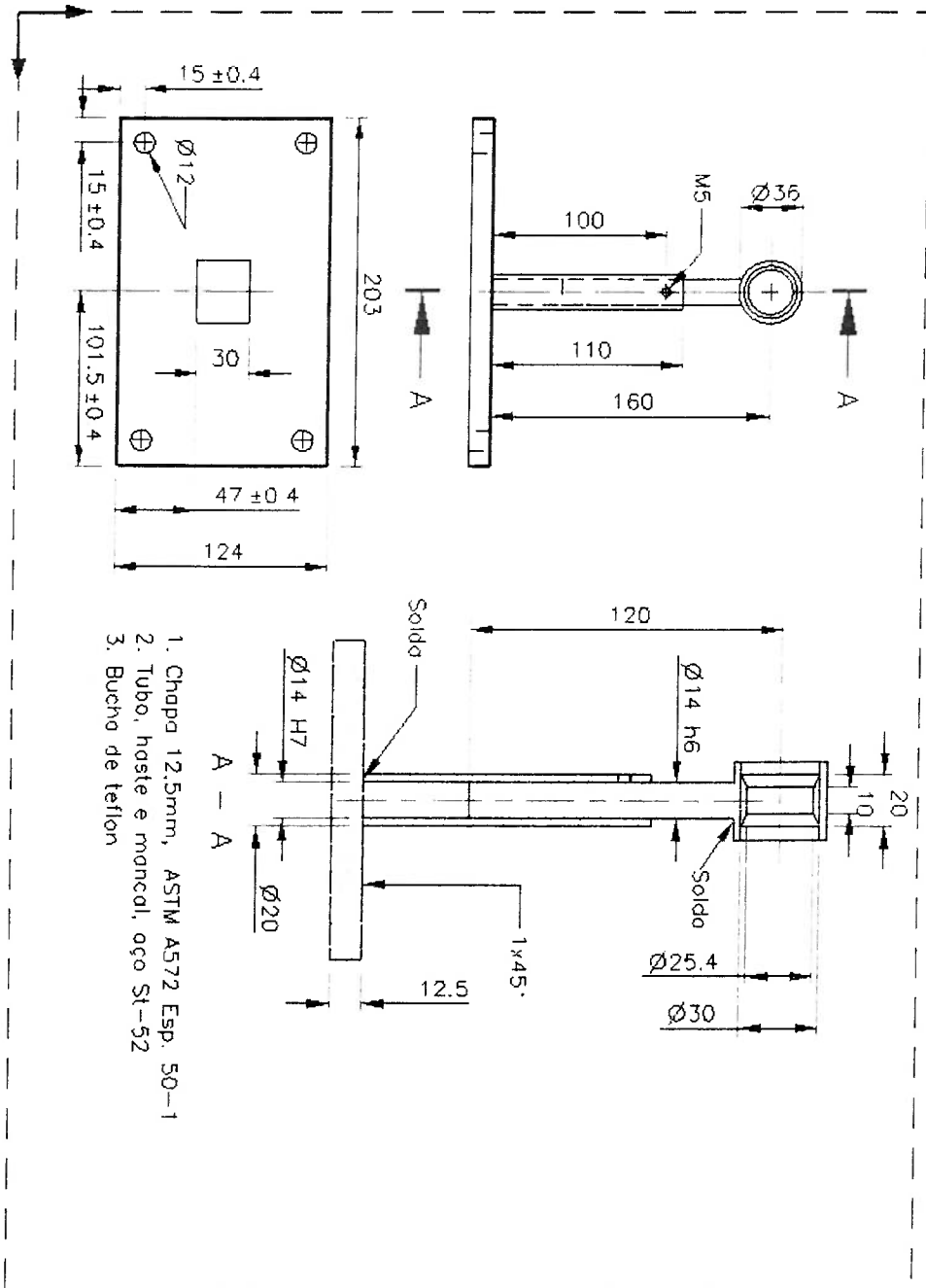


Figura A.9 -- Mancal de apoio das barras de entrada e de saída

1. Chapa 12,5mm, ASTM A572 Esp. 50-1
2. Tubo, haste e mancal, aço St-52
3. Bucho de teflon

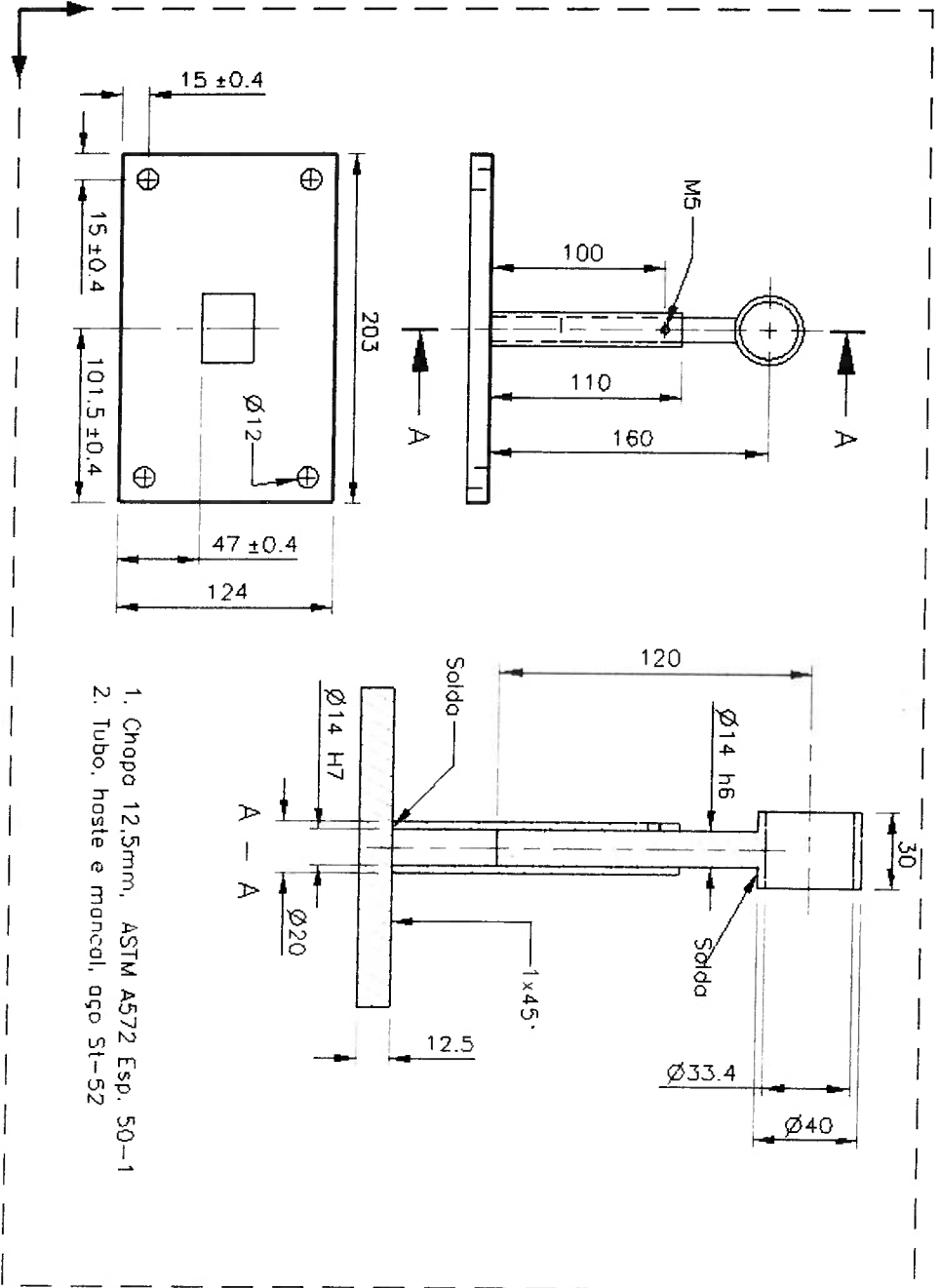


Figura A.10 – Suporte do tubo de acionamento e do prolongamento

ANEXO B

B.1. Equação constitutiva para flexão pura de tubo rígido-viscoplástico de seção circular

Admite-se inicialmente que as seções transversais de um tubo submetido à flexão pura permanecem planas e que portanto a distribuição de deformações ao longo da seção transversal é linear. A relação entre a deformação, ε , de uma fibra do tubo e a curvatura, κ , do mesmo é dada pela expressão abaixo:

$$\varepsilon = z\kappa, \quad (\text{B.1})$$

sendo z a distância do ponto à superfície neutra do tubo. Derivando a equação (B.1) em relação ao tempo, obtém-se uma relação entre a taxa de deformação, $\dot{\varepsilon}$, e a taxa de alteração da curvatura do tubo, $\dot{\kappa}$:

$$\dot{\varepsilon} = z\dot{\kappa}. \quad (\text{B.2})$$

Perzyna apud [47] utilizou a expressão acima em conjunto com a equação de Cowper-Symonds para determinar a tensão dinâmica de uma viga rígida perfeitamente plástica dependente da taxa de deformação submetida à flexão pura:

$$\sigma^d = \sigma_0 \left[1 + \left(\frac{z\dot{\kappa}}{D} \right)^{1/q} \right]. \quad (\text{B.3a})$$

Entretanto nesta dissertação deseja-se modelar a flexão de um tubo rígido visco-plástico com encruamento linear, e portanto a equação (B.3a) será substituída pela expressão abaixo:

$$\sigma^d = [\sigma_0 + E_p z(\kappa - \kappa_0)] \cdot \left[1 + \left(\frac{z\dot{\kappa}}{D} \right)^{1/q} \right], \quad (\text{B.3b})$$

sendo κ_0 a curvatura inicial do tubo. O momento plástico dinâmico, M_p^d , atuante no tubo pode ser calculado pela seguinte integral:

$$M_p^d = \int_A [\sigma_0 + E_p z(\kappa - \kappa_0)] \cdot \left[1 + \left(\frac{z\dot{\kappa}}{D} \right)^{1/q} \right] z dA, \quad (\text{B.4})$$

$$z = R \operatorname{sen}\theta, \quad (\text{B.5})$$

$$dA = hR d\theta. \quad (\text{B.6})$$

Substituindo (B.5) e (B.6) em (B.4) e resolvendo a integral tem-se:

$$\begin{aligned} M_p^d = M_0 + \frac{M_0}{2} \left(\frac{R\dot{\kappa}}{D} \right)^{1/q} \int_0^\pi (\operatorname{sen}\theta)^{1+1/q} d\theta + \pi E_p R^3 h (\kappa - \kappa_0) \\ + 2E_p R^3 h (\kappa - \kappa_0) \cdot \left(\frac{R\dot{\kappa}}{D} \right)^{1/q} \int_0^\pi (\operatorname{sen}\theta)^{2+1/q} d\theta \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

B.1.1. Cálculo da curvatura das rótulas plásticas de tubos flambando no segundo modo

A figura B.1 apresenta as curvaturas das rótulas plásticas do modelo descrito no item 6.2.1:

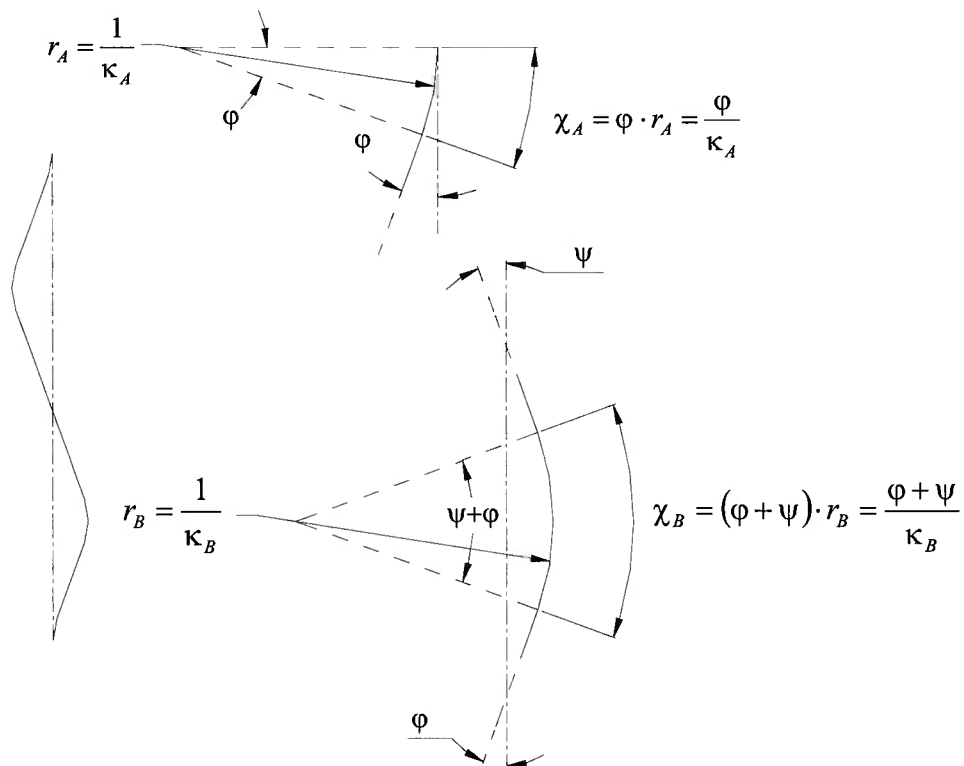


Figura B.1 – Curvaturas das rótulas plásticas

$$\kappa_A = \frac{\phi}{\chi_A}, \quad (\text{B.8a})$$

$$\kappa_B = \frac{\phi + \psi}{\chi_B}, \quad (\text{B.8b})$$

sendo κ_A e κ_B as curvaturas, e χ_A e χ_B os comprimentos das rótulas plásticas localizadas nos pontos A e B respectivamente. Derivando as expressões acima com relação ao tempo obtém-se:

$$\dot{\kappa}_A = \frac{\dot{\phi}}{\chi_A}, \quad (\text{B.9a})$$

$$\dot{\kappa}_B = \frac{(1+f)\dot{\phi}}{\chi_B}. \quad (\text{B.9b})$$

Neste trabalho admitiu-se que os comprimentos das rótulas plásticas de um tubo rígido visco-plástico com encruamento linear, χ_A e χ_B , podem ser aproximados pelo comprimento das rótulas plásticas de um tubo elástico perfeitamente plástico, χ_A^{ep} e χ_B^{ep} :

$$\chi_A = \chi_A^{ep}, \quad (\text{B.10a})$$

$$\chi_B = \chi_B^{ep}. \quad (\text{B.10b})$$

Os comprimentos das rótulas plásticas, χ_A^{ep} e χ_B^{ep} , podem ser estimados a partir da metodologia apresentada por Alves e Jones [48] (veja o item B.2):

$$\chi_A^{ep} = \frac{L}{6} \left(1 - \frac{\pi}{4} \right), \quad (\text{B.11a})$$

$$\chi_B^{ep} = \frac{L}{3} \left(1 - \frac{\pi}{4} \right). \quad (\text{B.11b})$$

Substituindo agora as equações (B.10) e (B.11) em (B.8) e (B.9) obtém-se:

$$\kappa_A = \Omega_A \varphi, \quad (\text{B.12a})$$

$$\kappa_B = \Omega_B (\varphi + \psi), \quad (\text{B.12b})$$

$$\dot{\kappa}_A = \Omega_A \dot{\varphi}, \quad (\text{B.13a})$$

$$\dot{\kappa}_B = \Omega_B (1 + f) \dot{\varphi}, \quad (\text{B.13b})$$

$$\Omega_A = \frac{24}{L(4 - \pi)}, \quad (\text{B.14a})$$

$$\Omega_B = \frac{12}{L(4-\pi)}. \quad (\text{B.14b})$$

O momento plástico dinâmico atuante nos pontos A e B do modelo é obtido a partir das equações (B.7), (B.12) e (B.13):

$$M_A = M_0 + \Gamma_1 \dot{\phi}^{1/q} + \Gamma_2 (\phi - \phi_0) + \Gamma_3 (\phi - \phi_0) \dot{\phi}^{1/q}, \quad (\text{B.15a})$$

$$M_B = M_0 + \Gamma_1 [(1+f)\dot{\phi}]^{1/q} + \Gamma_2 (\phi + \psi - \phi_0 - \psi_0) + \Gamma_3 (\phi + \psi - \phi_0 - \psi_0) [(1+f)\dot{\phi}]^{1/q}, \quad (\text{B.15b})$$

$$\Gamma_1 = \frac{M_0}{2} \left[\frac{R\Omega}{D} \right]^{1/q} \int_0^\pi (\text{sen}\theta)^{1+1/q} d\theta, \quad (\text{B.16})$$

$$\Gamma_2 = \pi E_p R^3 h \Omega, \quad (\text{B.17})$$

$$\Gamma_3 = 2 E_p R^3 h \Omega \left[\frac{R\Omega}{D} \right]^{1/q} \int_0^\pi (\text{sen}\theta)^{2+1/q} d\theta, \quad (\text{B.18})$$

sendo M_0 dado pela equação (B.26).

B.1.2. Cálculo da curvatura das rótulas plásticas de tubos flambando no primeiro modo

A figura B.2 apresenta as curvaturas das rótulas plásticas do modelo descrito no item 6.2.2:

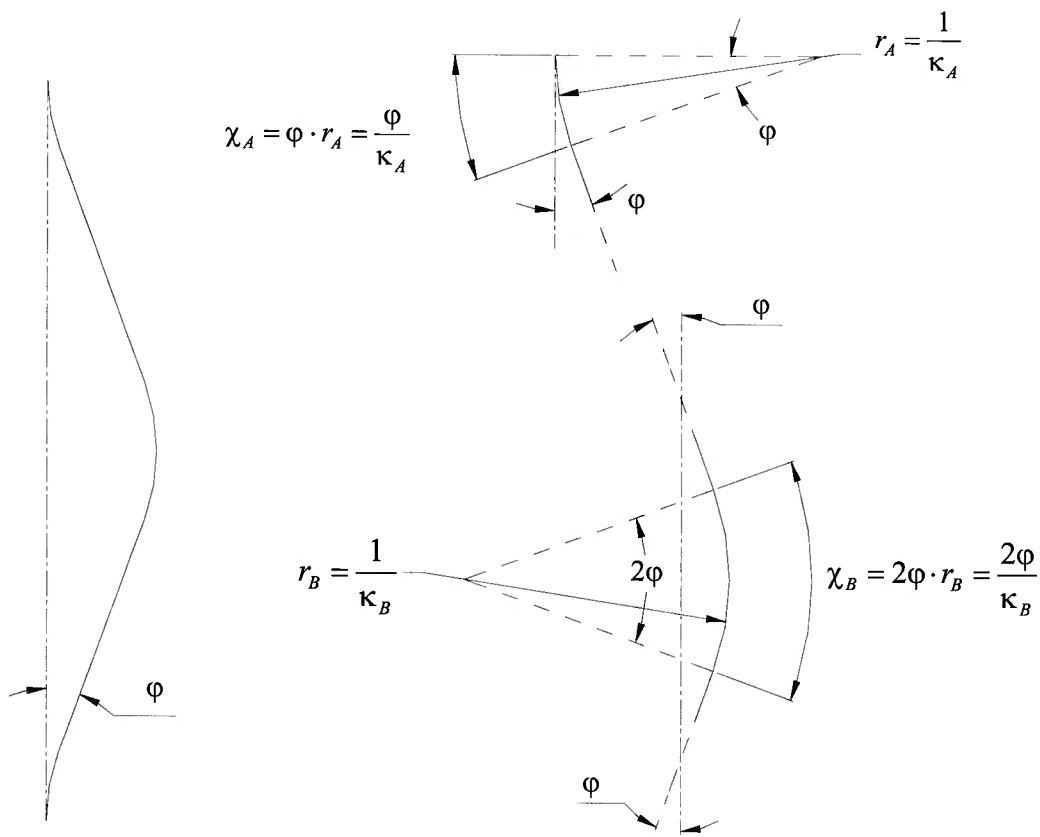


Figura B.2 – Curvaturas das rótulas plásticas

As curvaturas das rótulas plásticas A e B do modelo da figura 6.7 podem ser calculadas de maneira semelhante ao que foi feito no item anterior:

$$\kappa_A = \Omega_A \varphi, \quad (\text{B.19a})$$

$$\kappa_B = \Omega_B \varphi, \quad (\text{B.19b})$$

$$\dot{\kappa}_A = \Omega_A \dot{\varphi}, \quad (\text{B.20a})$$

$$\dot{\kappa}_B = \Omega_B \dot{\varphi}, \quad (\text{B.20b})$$

$$\Omega = \Omega_A = \Omega_B = \frac{24}{L(4 - \pi)}. \quad (\text{B.21})$$

O momento plástico dinâmico, M_p^d , atuante nos pontos A e B do modelo é igual a:

$$M_p^d = M_0 + \Gamma_1 \dot{\varphi}^{1/q} + \Gamma_2 (\varphi - \varphi_0) + \Gamma_3 (\varphi - \varphi_0) \dot{\varphi}^{1/q}, \quad (\text{B.22})$$

onde Γ_1 , Γ_2 e Γ_3 são dados pelas equações (B.16) a (B.18) respectivamente.

B.2. Determinação do comprimento das rótulas plásticas

Alves e Jones [48] desenvolveram uma metodologia para a determinação do comprimento da rótula plástica de uma haste elástica perfeitamente plástica submetida a um carregamento transversal. Segundo esta metodologia o comprimento da rótula plástica de uma haste fletida pode ser definido como a distância ao longo da haste entre os pontos de momento fletor igual a M_0 e M_y . Onde M_0 é o momento estático de plastificação total da seção e M_y é o momento estático que causa o início do escoamento da seção transversal. Alves e Jones [48] compararam o comprimento da rótula plástica determinado conforme descrito acima com resultados experimentais e numéricos, e verificaram que a metodologia desenvolvida por eles prevê com razoável precisão a curvatura das hastes.

A distribuição de momentos fletores ao longo de um tubo que flamba no modo global pode ser assumida linear conforme demonstrado na figura B.3.

Os comprimentos χ_A^{ep} e χ_B^{ep} das rótulas plásticas localizadas em A e B podem ser calculados a partir das seguintes relações:

$$\frac{-M_0 - M_0}{L/3} = \frac{M_y - M_0}{\chi_A^{ep}}, \quad (\text{B.23})$$

$$\chi_A^{ep} = \frac{L}{6} \left(1 - \frac{M_y}{M_0} \right), \quad (\text{B.24})$$

$$\chi_B^{ep} = 2\chi_A^{ep} = \frac{L}{3} \left(1 - \frac{M_y}{M_0} \right). \quad (\text{B.25})$$

O momento de plastificação total, M_0 , e o momento de início de escoamento, M_y , de um tubo de seção circular são dados pelas seguintes expressões:

$$M_0 = 4\sigma_0 hR^2, \quad (\text{B.26})$$

$$M_y = \pi\sigma_0 hR^2. \quad (\text{B.27})$$

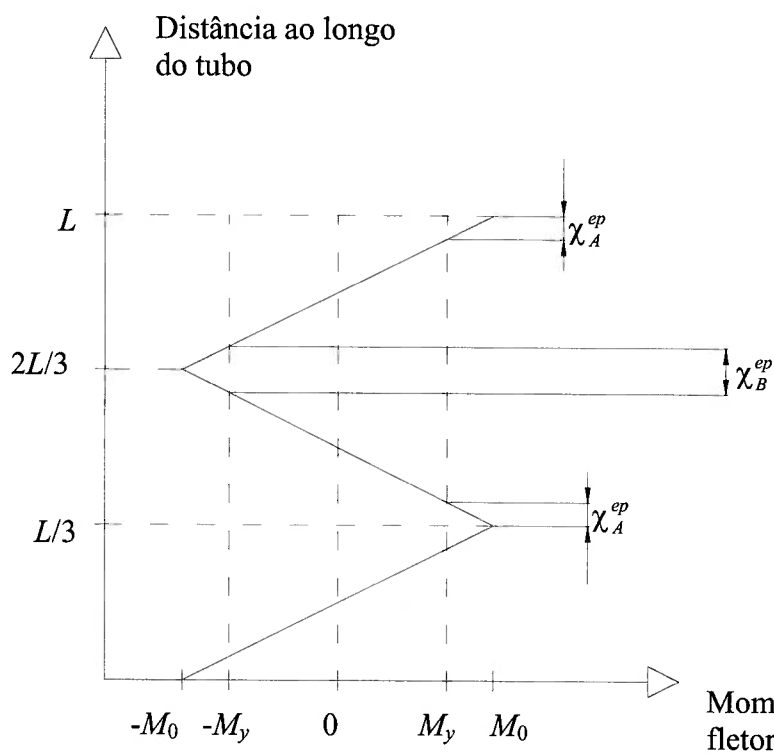


Figura B.3 – Distribuição de momentos fletores ao longo do tubo

Substituindo as equações acima em (B.24) e (B.25), obtém-se finalmente:

$$\chi_A^{ep} = \frac{L}{6} \left(1 - \frac{\pi}{4} \right), \quad (\text{B.28a})$$

$$\chi_B^{ep} = \frac{L}{3} \left(1 - \frac{\pi}{4} \right).$$

(B.28b)

Anexo C

C.1. Testes de caracterização dinâmica do material efetuados com lubrificação

Curva tensão-deformação dinâmica

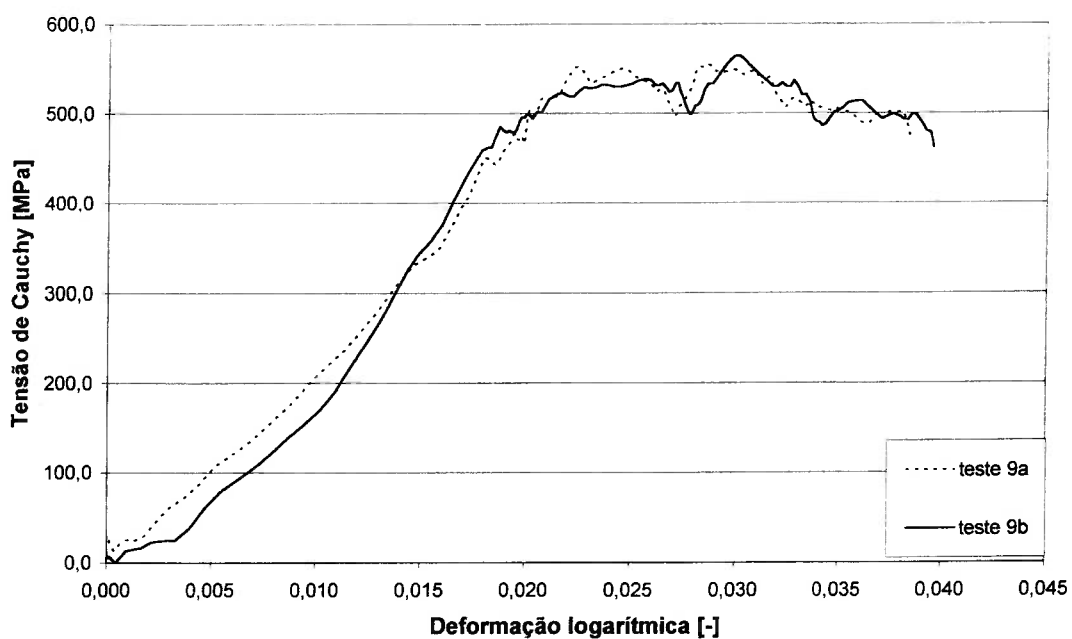


Figura C.1 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH. Taxa de deformação média de 197 s^{-1}

Curva tensão-deformação dinâmica

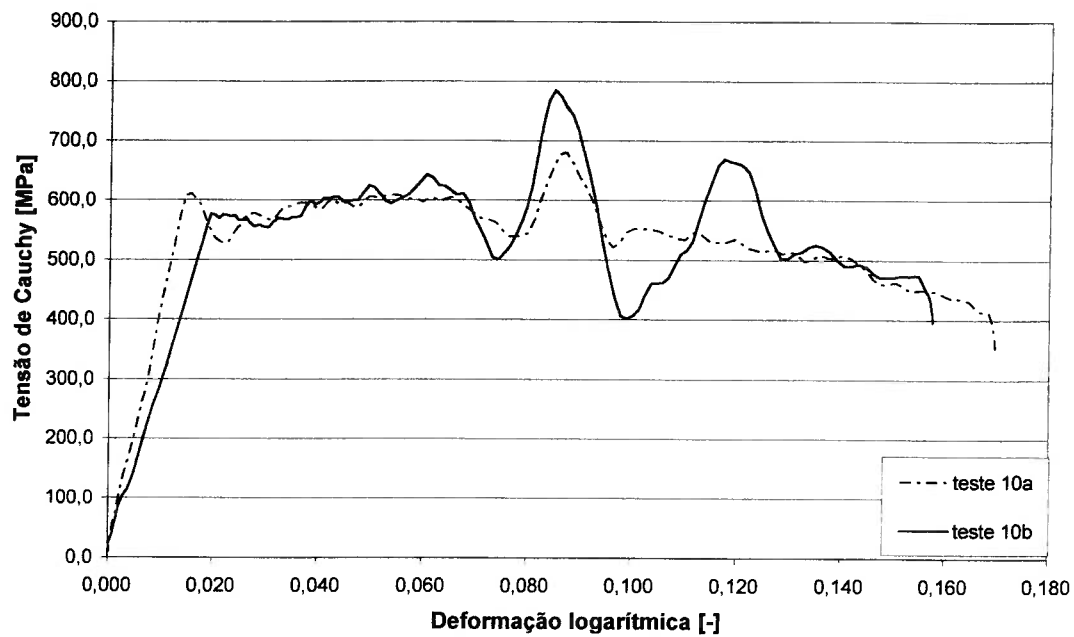


Figura C.2 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH. Taxa de deformação média de 704 s^{-1}

Curva tensão-deformação dinâmica

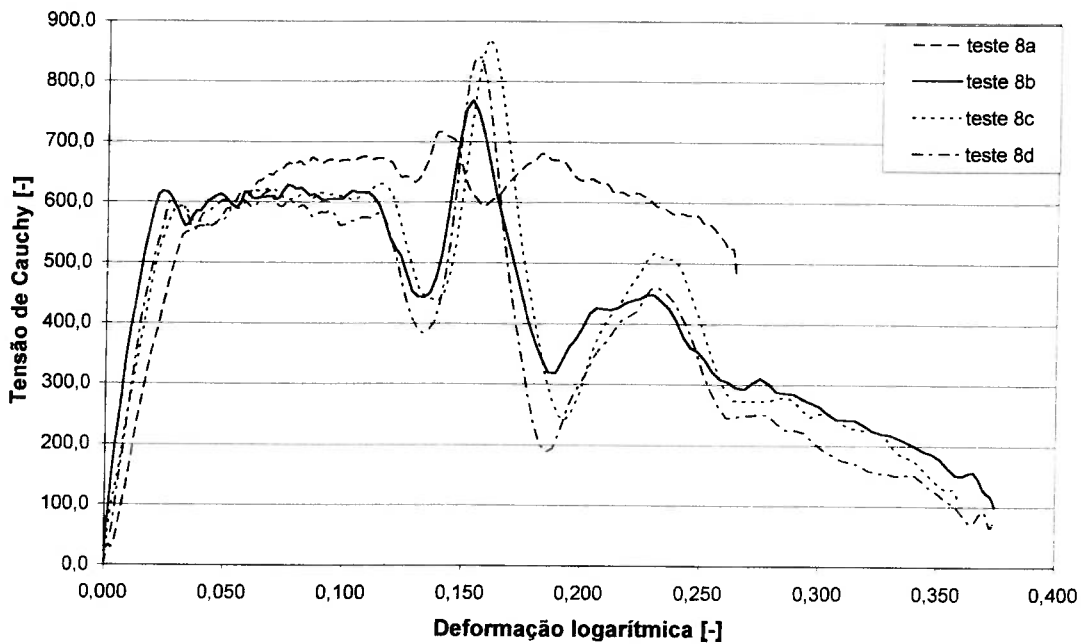


Figura C.3 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH. Taxa de deformação média de 1248 s^{-1}

Curva tensão-deformação dinâmica

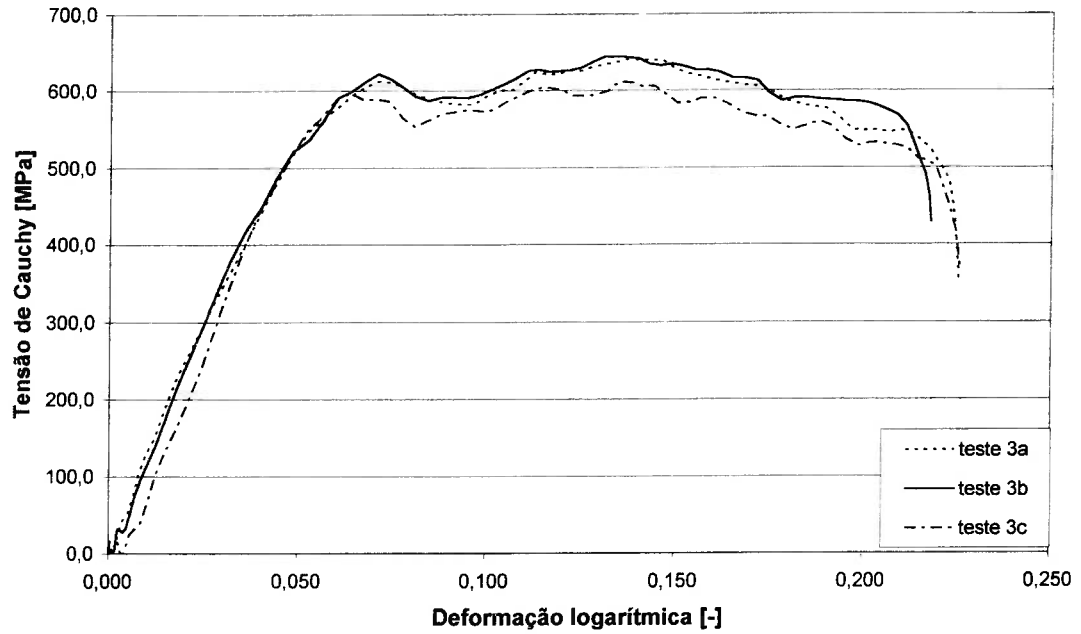


Figura C.4 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH. Taxa de deformação média de 1887 s^{-1}

Curva tensão-deformação dinâmica

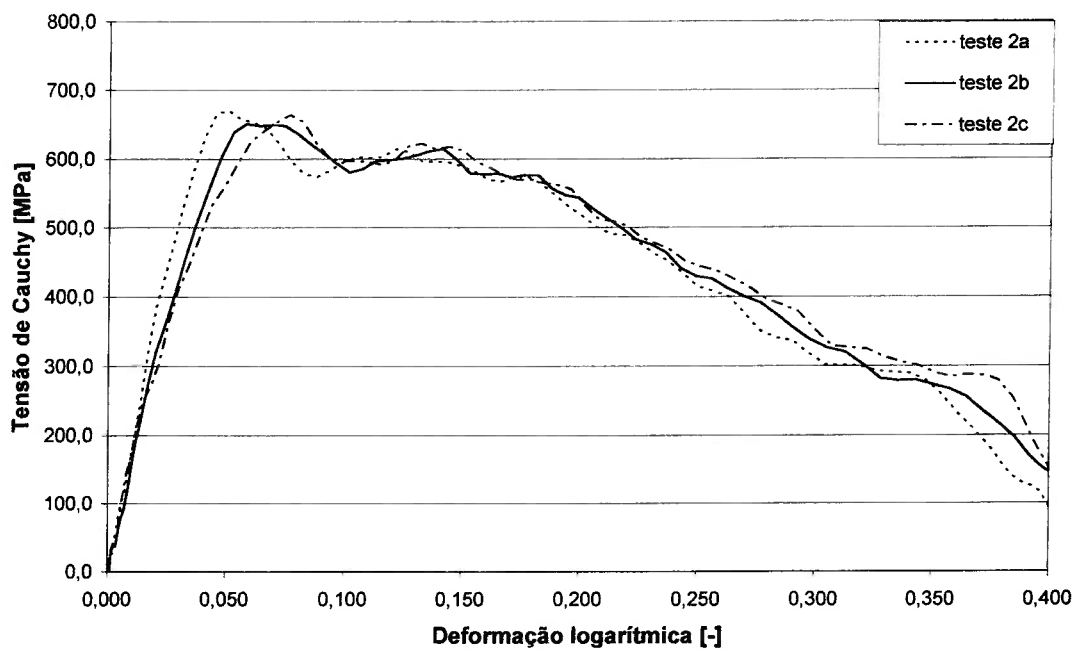


Figura C.5 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH. Taxa de deformação média de 3409 s^{-1}

Curva tensão-deformação dinâmica

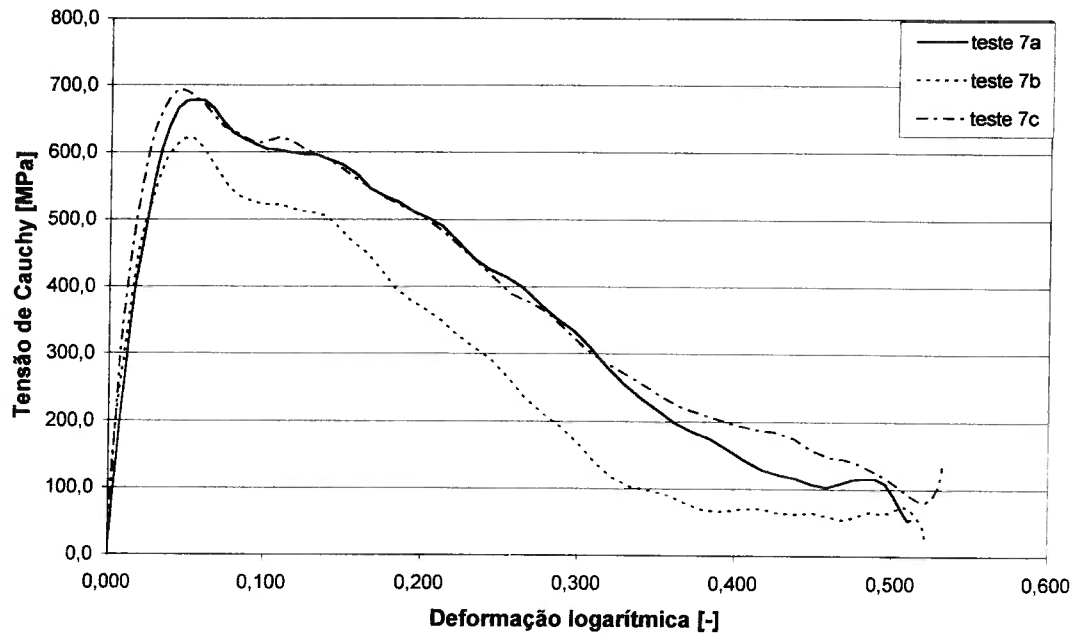


Figura C.6 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH. Taxa de deformação média de 5243 s^{-1}

C.2. Testes de caracterização dinâmica do material efetuados sem lubrificação

Curva tensão-deformação dinâmica

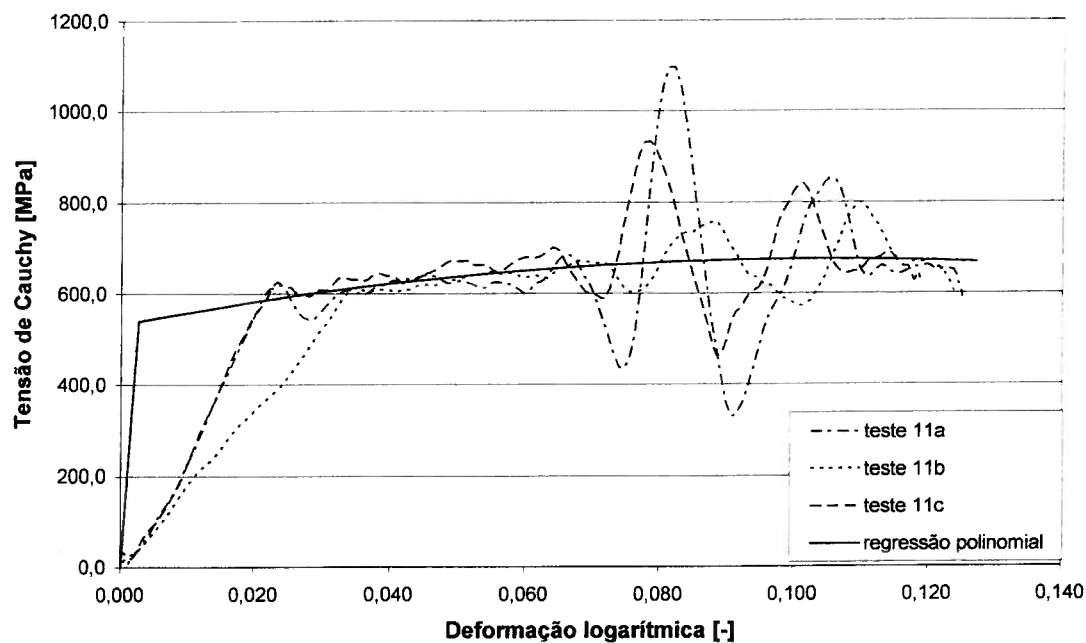


Figura C.7 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH. Taxa de deformação média de $612,2 \text{ s}^{-1}$

Curva tensão-deformação dinâmica

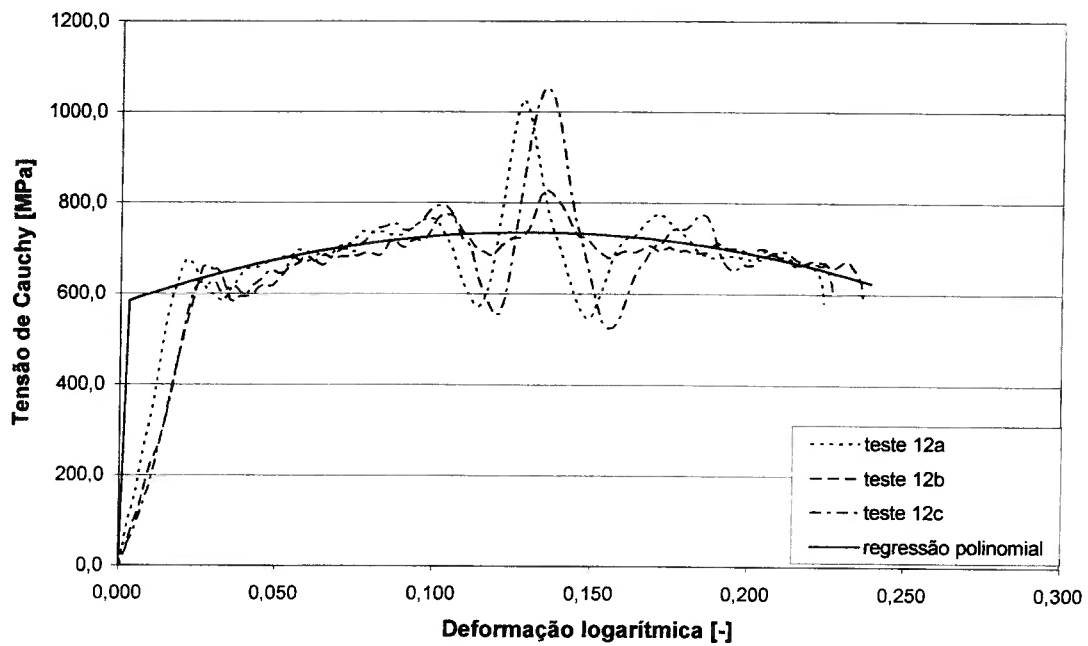


Figura C.8 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH. Taxa de deformação média de $1137,7 \text{ s}^{-1}$

Curva tensão-deformação dinâmica

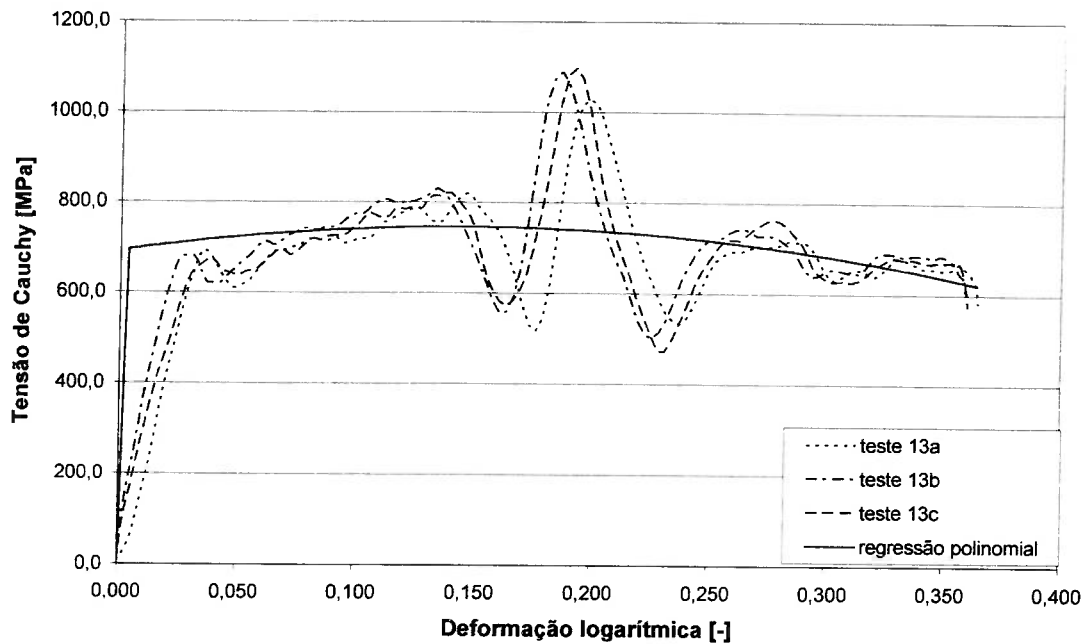


Figura C.9 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH. Taxa de deformação média de $1782,2 \text{ s}^{-1}$

Curva tensão-deformação dinâmica

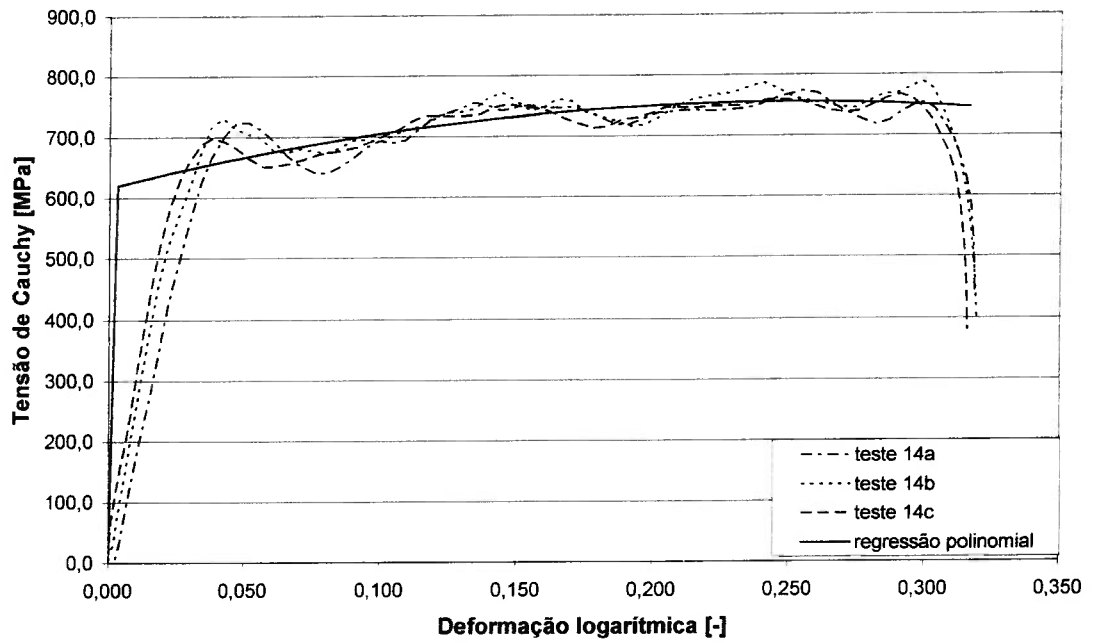


Figura C.10 – Curvas tensão-deformação dinâmicas obtidas em testes com a BH.
Taxa de deformação média de $3067,5 \text{ s}^{-1}$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Karagiozova, D., Alves, M. e Jones, N., 2000, "Inertia effects in axisymmetrically deformed cylindrical shells under axial impact", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 24, p. 1083-1115.
- [2] Li, S. e Reid, S.R., 1992, "The plastic buckling of axially compressed square tubes", *Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME*, Vol. 59, p. 276-282.
- [3] Reid, S.R., 1993, "Plastic deformation mechanisms in axially compressed metal tubes used as impact energy absorbers", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 35, p. 1035-1052.
- [4] Abramowicz, W. e Jones, N., 1997, "Transition from initial global bending to progressive buckling of tubes loaded statically and dynamically", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 19, p. 415-437.
- [5] Karagiozova, D. e Jones, N., 2001, "Dynamic effects on buckling and energy absorption of cylindrical shells under axial impact", *Thin-Walled Structures*, Vol. 39, p. 583-610.
- [6] Karagiozova, D. e Jones, N., 2001, "Influence of the stress waves on the dynamic progressive and dynamic plastic buckling of cylindrical shells", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, p. 6723-6749.
- [7] Karagiozova, D. e Jones, N., 2002, "On dynamic buckling phenomena in axially loaded elastic-plastic cylindrical shells", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 37, p. 1223-1238.
- [8] Gupta, N.K. e Gupta, S.K., 1993, "Effect of annealing, size and cut-outs on axial collapse behaviour of circular tubes", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 35, p. 597-613.
- [9] Karagiozova, D. e Jones, N., 1995, "A note on inertia and strain-rate effects in the Tam and Calladine model", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 16, p. 637-649.

- [10] Su, X.Y., Yu, T.X. e Reid, S.R., 1995, "Inertia-sensitive impact energy-absorbing structures part I: effects of inertia and elasticity", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 16, p. 651-672.
- [11] Su, X.Y., Yu, T.X. e Reid, S.R., 1995, "Inertia-sensitive impact energy-absorbing structures part II: effect of strain rate", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 16, p. 673-689.
- [12] Seitzberger, M., Rammerstorfer, F.G., Degischer, H.P. e Gradinger, R., 1997, "Crushing of axially compressed steel tubes filled with aluminium foam", *Acta Mechanica*, Vol. 125, p. 93-105.
- [13] White, M.D. e Jones, N., 1999, "A theoretical analysis for the dynamic axial crushing of top-hat and double-hat thin-walled sections", *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol. 213, Parte D, p. 307-325.
- [14] White, M.D., Jones, N. e Abramowicz, W., 1999, "A theoretical analysis for the quasi-static axial crushing of top-hat and double-hat thin-walled sections", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41, p. 209-233.
- [15] Gupta, N.K. e Abbas, H., 2000, "Mathematical modeling of axial crushing of cylindrical tubes", *Thin-Walled Structures*, Vol. 38, p. 355-375.
- [16] Kim, H.-S. e Wierzbicki, T., 2001, "Effect of cross-sectional shape of hat-type cross-sections on crash resistance of an "S"-frame", *Thin-Walled Structures*, Vol. 39, p. 535-554.
- [17] Chen, W. e Wierzbicki, T., 2001, "Relative merits of single-cell, multi-cell and foam-filled thin-walled structures in energy absorption", *Thin-Walled Structures*, Vol. 39, p. 287-306.
- [18] Seitzberger, M., Rammerstorfer, F.G., Gradinger, R., Degischer, H.P., Blaimschein, M. e Walch, C., 2000, "Experimental studies on quasi-static axial crushing of steel columns filled with aluminium foam", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 37, p. 4125-4147.
- [19] Abramowicz, W., 2003, "Thin-walled structures as impact energy absorbers", *Thin-Walled Structures*, Vol. 41, p. 91-107.
- [20] White, M.D. e Jones, N., 1999, "Experimental quasi-static axial crushing of top-hat and double-hat thin-walled sections", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41, p. 179-208.

- [21] Hanssen, A.G., Langseth, M. e Hopperstad, O.S., 2001, "Optimum design for energy absorption of square aluminium columns with aluminium foam filler", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 43, p. 153-176.
- [22] White, M.D. e Jones, N., 1999, "Experimental study into the energy absorbing characteristics of top-hat and double-hat sections subjected to dynamic axial crushing", *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol. 213, Parte D, p. 259-278.
- [23] Karagiozova, D. e Jones, N., 1995, "Some observations on the dynamic elastic-plastic buckling of a structural model", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 16, p. 621-635.
- [24] Bassim, M.N. e Panic, N., 1999, "High Strain Rate Effects on the Strain of Alloy Steel", *Journal of Materials Processing Technology*, 92-93, pp. 481-485.
- [25] Davies, E.D.H. e Hunter, S.C., 1963, "The Dynamic Compression Testing of Solids by the Method of the Split Hopkinson Pressure Bar", *J. Mech. Phys. Solids, Grã-Bretanha*, Vol. 11, pp. 155-179.
- [26] Follansbee, P.S. e Frantz, C., 1983, "Wave Propagation in the Split Hopkinson Pressure Bar", *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 105, Janeiro, pp. 61-66.
- [27] Gong, J.C., Malvern, L.E. e Jenkins, D.A., 1990, "Dispersion Investigation in the Split Hopkinson Pressure Bar", *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 112, Julho, pp. 309-314.
- [28] Harding, J., 1980, "Testing Techniques at High Rates of Strain", O.U.E.L. Report, No. 1308/80, pp. 8-24.
- [29] Johnson, W., 1973, "Impact Strength of Materials", Ed. Edward Arnold, pp. 1-37.
- [30] Klepaczko, J., 1979, "Application of the Split Hopkinson Pressure Bar to Fracture Dynamics", *Inst. Phys. Conf. Ser.*, No. 47: Capítulo 2, pp. 201-214.
- [31] Lewis, J.L. e Goldsmith, W., 1973, "A Biaxial Split Hopkinson Bar for Simultaneous Torsion and Compression", *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 44, No. 7, pp. 811-813.
- [32] Li, M., Wang, R. e Han, M.-B., 1993, "A Kolsky Bar: Tension, Tension-tension", *Experimental Mechanics*, Março, pp. 7-14.

- [33] Lindholm, U.S.,1964, "Some Experiments with the Split Hopkinson Pressure Bar", *J. Mech. Phys. Solids*, Grã-Bretanha, Vol. 12, pp. 317-335.
- [34] Lindholm, U.S. e Yeakley, L.M.,1968, "High Strain-rate Testing: Tension and Compression", *Experimental Mechanics*, Vol.8, No. 1, pp. 1-9.
- [35] Meng, H. e Li, Q.M.,2003, "An SHPB Set-up with Reduced Time-Shift and Pressure Bar Length", *International Journal of Impact Engineering*, Vol.28, pp. 677-696.
- [36] Muller, T.,1972, "High Strain Rate Behavior of Iron and Nickel", *Journal Mechanical Engineering Science*, Vol.14, No.3, pp. 161-167.
- [37] Nemat-Nasser, S., Isaacs, J.B. e Starrett, J.E.,1991, "Hopkinson Techniques for Dynamic recovery Experiments", *Proc. R. Soc. Lond.*, Vol. 435 A, Grã-Bretanha, pp. 371-391.
- [38] Nicholas, T., 1973, "An Analysis of the Split Hopkinson Bar Technique for Strain-Rate-Dependent Material Behavior", *Journal of Applied Mechanics*, pp. 1-6.
- [39] Nicholas, T., 1981, "Tensile Testing of Materials at High Rates of Strain", *Experimental Mechanics*, Maio, pp. 177-185.
- [40] Staab, G.H. e Gilat, A.,1991, "A Direct-tension Split Hopkinson Bar for High Strain-rate Testing", *Experimental Mechanics*, September, pp. 232-235.
- [41] Zukas, J.A., Nicholas, T., Swift, H.F., Greszczuk, L.B. e Curran, D.R.,1983, "Impact Dynamics", Ed. John Wiley & Sons, pp. 277-301.
- [42] Tam, L.L. e Calladine, C.R., 1991, "Inertia and strain-rate effects in a simple plate structure under impact loading", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 11, p. 349-377.
- [43] Karagiozova, D. e Alves, M., 2004, "Transition from progressive buckling to global bending of circular shells under axial impact – Part I: Experimental and numerical observations", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, p. 1565-1580.
- [44] Karagiozova, D. e Alves, M., 2004, "Transition from progressive buckling to global bending of circular shells under axial impact – Part II: Theoretical analysis", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, p. 1581-1604.

- [45] Jones, N., 1989, "Structural Impact", Cambridge University Press, Cambridge.
- [46] O'Neil, P.V., 1986, "Advanced Engineering Mathematics", Wadsworth Publishing Company, Estados Unidos.
- [47] Stronge, W.J. e Yu, T.X., 1993, "Dynamic Models for Structural Plasticity", Springer-Verlag, Londres.
- [48] Alves, M. e Jones, N., 2002, "Impact Failure of Beams Using Damage Mechanics: Part I – Analytical Model", International Journal of Impact Engineering, Vol. 27, p. 837-861.
- [49] Timoshenko, S. e Young, D.H., 1948, "Advanced Dynamics", McGraw-Hill Book Company.
- [50] Hawkyard, J.B. e Johnson, W., 1967, "An Analysis of the Changes in Geometry of a Short Hollow Cylinder During Axial Compression", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 9, p. 163-182.
- [51] Yang, C.-C., 1997, "Dynamic Buckling of Square Tubes", Tese submetida à Universidade de Liverpool para a obtenção do Título de Doutor em Filosofia, maio.

Doacop
CPG
Novembro/04
BC