

**MÁRIO RODRIGUEZ AMIGO**

**EFEITOS TÉRMICOS DA INCIDÊNCIA DE RADIAÇÃO  
ELETROMAGNÉTICA EM SUPERFÍCIES REVESTIDAS  
DE COMPOSITO EPÓXI-FERRITA**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para obtenção  
do Título de Mestre em Engenharia.

São Paulo

2003

**MÁRIO RODRIGUEZ AMIGO**

**EFEITOS TÉRMICOS DA INCIDÊNCIA DE RADIAÇÃO  
ELETROMAGNÉTICA EM SUPERFÍCIES REVESTIDAS  
DE COMPÓSITO EPÓXI-FERRITA**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para obtenção  
do Título de Mestre em Engenharia.

Área de concentração:  
Engenharia Mecânica

Orientador:  
Prof. Dr. José Roberto Simões Moreira

São Paulo

2003

Dedicado  
aos meus pais Enrique e Carmen e ao meu irmão Marcos.  
Por seu amor, dedicação e doação.

*“ Nossa maior glória não se baseia em não haveremos  
fracassado nunca,  
senão em ter-nos levantado cada vez que caímos.”*

*(Confúcio)*

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, por terem colaborado para que eu pudesse sonhar e me tornar um homem livre, por terem dedicado grande parte de suas vidas em prol do meu bem estar, por nunca terem sido egoístas ao compreender as leis naturais da vida.

Ao professor Simões, por ter me orientado, ensinado, e, também, ter sido responsável por parte de minha formação pessoal e profissional.

Aos colegas do laboratório SISEA e da EPUSP, em especial a Edvaldo Ângelo e Fernando Dotta por terem colaborado e estarem sempre disponíveis a me ajudar.

Ao professor Migliano, por sua valiosa colaboração e cooperação que possibilitaram a realização deste trabalho.

Ao professor Marcos Pimenta, por ter possibilitado o enriquecimento de meus conhecimentos, ensinando-me que o bom crítico é sábio em agregar idéias.

A Sra. Regina, por dispor de seu tempo para corrigir a redação deste trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro.

São Paulo, novembro de 2003.

## RESUMO

Este trabalho teve como objetivo analisar o comportamento térmico de uma placa composta por um substrato, que pode ser um material metálico ou um termoplástico, coberto por uma camada de epóxi-ferrita que se caracteriza por absorver radiações eletromagnéticas. Estes revestimentos são utilizados como supressores de interferências eletromagnéticas em sistemas eletrônicos, como blindagens em antenas e em diversas outras aplicações civis e militares. A absorção da radiação não-ionizante promove o aquecimento no material absorvedor, modificando, assim, a distribuição de temperatura na placa. Para analisar este efeito, foi realizada a solução numérica da equação do calor para simular diferentes situações de utilização desses materiais, aproximando-se, ao máximo, de casos reais de emprego. Na modelagem numérica foi utilizado o método das diferenças finitas, amplamente empregado em problemas de transferência de calor. Diferentes condições de contorno de convecção, de radiação eletromagnética e térmica foram empregadas. O tratamento da interface do compósito epóxi-ferrita com o substrato foi feito através do conceito da resistência térmica de contato. Entender quais são os parâmetros que efetivamente poderiam influenciar nessa distribuição, ou seja, que tipo de efeitos no campo térmico poderiam ser obtidos variando-se valores da resistência térmica de contato e das propriedades térmicas de diferentes materiais de substrato, foi outro objetivo proposto e analisado por este trabalho.

De acordo com os resultados obtidos, verificou-se que para aplicações em que se deseja aumentar a temperatura na superfície do compósito absorvedor mantido o valor de irradiação eletromagnética, o arranjo de elevada resistência de contato aliado a um substrato que se caracterize por ter baixa condutividade térmica, mostrou-se mais eficiente. Este aquecimento deve sempre estar abaixo do limite imposto pela restrição da temperatura de Curie, já que nesta temperatura a ferrita deixa de absorver a radiação eletromagnética incidente. Quando se deseja reduzir a temperatura na superfície do compósito, o arranjo de baixa resistência térmica de contato aliado a um substrato de elevada condutividade térmica se mostrou a configuração correta. Estes resultados são

pertinentes desde que a potência de radiação seja suficientemente elevada para que o mecanismo de aquecimento, devido à absorção eletromagnética, promova um aumento de temperatura perceptível.

## **ABSTRACT**

This work has the goal of analyzing the thermal behavior of a plate composed by a substrate, which can be a metal or a thermoplastic, coated with a plain film of epoxy-ferrite composite that is characterized by absorbing electromagnetic radiation. These coverings are used as electronic noise suppressors in embarked electronic systems, as antenna shields and in several other civil and military applications. The non-ionizing radiation absorption promotes the heating of the absorbing material, which diffuses into the plate. To analyze this effect, a numerical solution was carried out to simulate different types for practical applications of these materials. The numerical method of finite differences was used to solve the heat equation. Different boundary conditions such as electromagnetic and thermal radiation, constant temperature and heat convection were used. The interfacial region between the composite and the substrate was analyzed using the concept of thermal contact resistance. In order to understand which are the parameters that could influence the plate heating and the temperature distribution, several values of the thermal contact resistance in combination with the thermal properties of different substrates were studied.

It was verified that in applications in which one wants to have a high surface temperature of the absorbing composite, an arrangement of a high contact resistance in combination with a low conductivity substrate should be used. However, the temperature should not be above the limit imposed by the temperature of Curie, because above this temperature, the ferrite stops absorbing electromagnetic radiation. On the other hand, when it is desired to reduce the composite surface temperature, the arrangement with a low thermal contact resistance coated on a high thermal conductivity substrate, is the correct configuration. These results are pertinent if the radiation power is sufficiently high to promote a measurable composite heating.

# SUMÁRIO

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	<b>i</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>ii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>iv</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>viii</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>xv</b>
<b>LISTA DE ABREVIACÕES</b> .....	<b>xvii</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	<b>xviii</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1 Apresentação e Revisão Bibliográfica.....	1
1.2 Objetivos.....	9
1.3 Divisão da Dissertação .....	10
<b>2. CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL</b> .....	<b>12</b>
2.1 Materiais Magnéticos.....	12
2.1.1 Ferrita .....	13
2.1.2 Processos de obtenção das misturas das ferritas .....	15
2.1.3 Propriedades relevantes das ferritas .....	18
2.2 Composição da Resina Epóxi .....	18
2.3 Propriedades Finais do Compósito .....	19
2.4 Temperatura de Curie .....	22
<b>3. TEORIA DOS MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR APLICADOS AO MODELO</b> .....	<b>25</b>
3.1 Absorção das Ondas Eletromagnéticas.....	25
3.1.1 Radiações Eletromagnéticas .....	27
3.1.2 Comportamento de absorção do compósito epóxi-ferrita .....	29
3.1.3 Modelagem da absorção para o Método da Capacitância Global.....	31
3.2 Equação da Difusão de Calor .....	33
3.3 Convecção .....	35
3.4 Radiação Térmica .....	36
3.5 Resistência Térmica De Contato .....	39
3.6 Descrição do Problema .....	42



<b>4. MODELAGEM NUMÉRICA .....</b>	<b>44</b>
4.1 Discretização .....	44
4.2 Método de Solução .....	45
4.2.1 Discretização no compósito .....	45
4.2.2 Discretização no substrato .....	53
4.3 Critério de Estabilidade .....	68
4.4 Acoplamento do Tempo .....	70
<b>5. ESTUDO DOS CASOS .....</b>	<b>73</b>
5.1 Escolha dos Parâmetros de Simulação .....	73
5.2 Microondas .....	74
5.3 Limite Ocupacional ANATEL.....	80
5.4 Radars (RCS) .....	84
5.5 Estudo da Malha .....	88
<b>6. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>90</b>
6.1 Resultados e Sugestões para Aplicações em Microondas .....	90
6.1.1 Resultados .....	90
6.1.1.1 <i>Situação padrão de simulação</i> .....	90
6.1.1.2 <i>Convecção forçada</i> .....	93
6.1.1.3 <i>Elevada resistência de contato</i> .....	94
6.1.1.4 <i>Baixa resistência de contato</i> .....	95
6.1.1.5 <i>Substrato com espessura de 5 mm</i> .....	96
6.1.1.6 <i>Substrato com espessura de 10 mm</i> .....	97
6.1.1.7 <i>Substrato de aço carbono</i> .....	98
6.1.1.8 <i>Substrato de acrilitrila-butadieno-estireno (ABS)</i> .....	99
6.1.2 Análise dos resultados para aplicação em Microondas.....	100
6.2 Resultados e Sugestões para Limite ANATEL.....	101
6.2.1 Resultados .....	101
6.2.1.1 <i>Situação padrão de simulação</i> .....	101
6.2.1.2 <i>Elevada resistência de contato</i> .....	103
6.2.1.3 <i>Baixa resistência de contato</i> .....	103
6.2.1.4 <i>Substrato de aço carbono</i> .....	104
6.2.1.5 <i>Substrato de acrilitrila-butadieno-estireno (ABS)</i> .....	105
6.2.2 Análise dos resultados para o limite ocupacional ANATEL .....	106
6.3 Resultados e Sugestões para Radars (RCS) .....	107
6.3.1 Resultados .....	107
6.3.2 Análise dos resultados para aplicação em radares (RCS) .....	109

<b>7. CONCLUSÕES E CONTINUIDADE DO TRABALHO .....</b>	<b>110</b>
7.1 Conclusões.....	111
7.2 Continuidade do Trabalho .....	112
 <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	 <b>114</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.1</b> – Comparação entre modelos teóricos e experimentais na medição da SAR em pessoas expostas a várias frequências (Gandhi, 1990).....	4
<b>Figura 1.2</b> – Manta absorvedora composta por epóxi-ferrita (Migliano, 2000). .....	8
<b>Figura 2.1</b> – Célula unitária da estrutura spinélio(Von Aulock,1965).....	14
<b>Figura 2.2</b> – Moinho de bolas para a mistura do pó (Freitas, 2001).....	15
<b>Figura 2.3</b> – Amostra da ferrita após o descarregamento e a peneiração (Freitas, 2001). .....	16
<b>Figura 2.4</b> – Micronizador de partículas (Freitas, 2001). .....	16
<b>Figura 2.5</b> – Representação gráfica do processo de sinterização.....	17
<b>Figura 2.6</b> – Produto final do pó de ferrita (Freitas, 2001).....	17
<b>Figura 2.7</b> – Variação da permeabilidade inicial com a temperatura, para ferritas $Mn_{0,48}Zn_{0,47}Fe_{2,05}O_4$ após os seguintes tratamentos: a) 4h a $1320^{\circ}C$ , $P_{O_2} = 2$ Torr. b) 4h a $1320^{\circ}C$ , $P_{O_2} = 2 \times 10^{-2}$ Torr c) o mesmo, removendo a camada superficial (Vogler, 1971). .....	23
<b>Figura 2.8</b> – Temperatura de Curie de ferritas Ni-Zn que foram sinterizadas a $1400^{\circ}C$ (Heck, 1974).....	24
<b>Figura 3.1</b> – Representação de uma onda eletromagnética.....	26

<b>Figura 3.2</b> – Desenho esquemático do balanço de energia proveniente de radiação eletromagnética que incide sobre uma placa.....	26
<b>Figura 3.3</b> – Esquema da instrumentação utilizada (Migliano e Freitas, 2002). .....	28
<b>Figura 3.4</b> – Gráfico da intensidade de potência irradiada (Migliano e Freitas, 2002). .....	29
<b>Figura 3.5</b> – Gráfico do coeficiente de absorção $\alpha_A$ em função da frequência com os dados obtidos pelo experimento de Migliano e Freitas (2002). .....	30
<b>Figura 3.6</b> – Ilustração da simplificação proposta pelo Método da Capacitância Global. A camada de compósito com uma determinada espessura se reduz a uma superfície em que as ondas eletromagnéticas são absorvidas. ....	33
<b>Figura 3.7</b> – Volume de controle infinitesimal para os balanços de energia. ....	34
<b>Figura 3.8</b> – A cavidade com duas superfícies (placa e meio externo). (a) Diagrama esquemático. (b) Representação pelo circuito equivalente. ....	36
<b>Figura 3.9</b> - Ilustração da interface de dois materiais. A condução de calor se dá, sobretudo por condução onde os picos se tocam. ....	40
<b>Figura 3.10</b> – Detalhe ampliado da região de contato entre dois materiais distintos (Gebhart, 1993). ....	41

<b>Figura 3.11</b> – Desenho esquemático do fenômeno físico de transferência de calor sobre a placa. ....	42
<b>Figura 4.1</b> – Discretização de uma placa plana. ....	44
<b>Figura 4.2</b> – Representação gráfica do balanço energético nos nós internos situados na face superior da placa onde se localiza o compósito.....	45
<b>Figura 4.3</b> – Representação gráfica do balanço energético nos nós situados na aresta frontal da placa onde se localiza o compósito.....	47
<b>Figura 4.4</b> – Representação gráfica do balanço energético no nó situado no vértice frontal esquerdo da placa onde se localiza o compósito. ....	50
<b>Figura 4.5</b> – Representação gráfica do balanço energético nos nós situados à face superior do substrato.....	53
<b>Figura 4.6</b> – Representação gráfica do balanço energético nos nós situados na aresta superior frontal do substrato. ....	55
<b>Figura 4.7</b> – Representação gráfica do balanço energético no nó situado no vértice frontal esquerdo do substrato.....	58
<b>Figura 4.8</b> – Representação gráfica do balanço energético nos nós situados no interior da placa de alumínio.....	67
<b>Figura 4.9</b> - Representação gráfica da convergência de um ponto ao centro da placa do compósito e outro ao centro do substrato para o sistema desacoplado.....	70

<b>Figura 4.10</b> - Representação gráfica da convergência de um ponto ao centro da placa do compósito e outro ao centro do substrato para o sistema acoplado.....	71
<b>Figura 5.1</b> - Representação esquemática do fenômeno físico de absorção eletromagnética em fornos microondas. ....	75
<b>Figura 5.2</b> - Gráfico do coeficiente de absorção em função da frequência (1-3,5 GHz). ....	76
<b>Figura 5.3</b> - Representação esquemática do fenômeno físico de absorção eletromagnética em aparelhos de telefonia celular.....	81
<b>Figura 5.4</b> - Representação esquemática do fenômeno físico de absorção eletromagnética em radares.....	84
<b>Figura 5.5</b> - Gráfico do coeficiente de absorção em função da frequência (1-15 GHz). ....	85
<b>Figura 5.6</b> - Gráfico da Diferença percentual da temperatura de dois pontos em função do refinamento da malha. O primeiro ponto se localiza no centro do compósito e o segundo, no centro do substrato. ....	89
<b>Figura 6.1-</b> Campo de temperaturas do substrato coberto pelo compósito (substrato de alumínio, $e = 3$ mm, $q_{rad} = 2$ W/cm <sup>2</sup> , $h = 10$ W/m <sup>2</sup> K, $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$ m <sup>2</sup> K/W).....	91

- Figura 6.2** – Vista em corte vertical da camada central do arranjo da Fig. 6.1, para a cota X constante e equivalente a 0,15 m (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 91
- Figura 6.3** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação padrão de simulação ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 92
- Figura 6.4** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de convecção forçada ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 40$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 93
- Figura 6.5** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de elevada resistência de contato ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 5 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>K/W). ..... 94
- Figura 6.6** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de baixa resistência de contato ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 5 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 95
- Figura 6.7** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato com espessura de 5 mm ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 5$  mm,  $q_{\text{rad}} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 96

- Figura 6.8** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato com espessura de 10 mm ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 10$  mm,  $q_{\text{rad}} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 97
- Figura 6.9** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato de aço carbono ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de aço,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 98
- Figura 6.10** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato de ABS ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de ABS,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 99
- Figura 6.11** – Campo de temperaturas do substrato e compósito (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 50$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 101
- Figura 6.12** – Vista em corte vertical da camada central, para a cota X constante e equivalente a 0,15 m (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 50$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 102
- Figura 6.13** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de elevada resistência de contato ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 50$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 5 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 103



- Figura 6.14** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de baixa resistência de contato ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 50$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 5 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 104
- Figura 6.15** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato de aço carbono ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de aço,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 50$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 105
- Figura 6.16** – – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato de ABS ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de ABS,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 50$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 106
- Figura 6.17** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação padrão de simulação ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 0,05$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 40$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 107
- Figura 6.18** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de elevada resistência de contato ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 0,05$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 40$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 5 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>K/W). ..... 108
- Figura 6.19** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato de aço carbono ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de aço,  $e = 3$  mm,  $q_{\text{rad}} = 0,05$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 40$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W)..... 109

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1.1</b> – Limites de Exposição Ocupacional a Campos Eletromagnéticos (IRPA – ICNIRP).....	5
<b>Tabela 1.2</b> – Limites de Exposição ao Público a Campos Eletromagnéticos (IRPA-ICNIRP).....	6
<b>Tabela 2.1</b> – Características e classes de materiais magnéticos (Lovel e outros, 1976). .....	13
<b>Tabela 2.2</b> – Sumário dos tipos de estruturas das ferritas. (Buchaman e Reynolds, 1991). .....	14
<b>Tabela 2.3</b> – Propriedades termofísicas da mistura de ferritas por autor. ....	18
<b>Tabela 2.4</b> – Composição e características das resinas (CIBA).....	18
<b>Tabela 2.5</b> – Propriedades termofísicas da mistura da resina final. ....	19
<b>Tabela 2.6</b> – Propriedades termofísicas do compósito.....	19
<b>Tabela 2.7</b> – Propriedades termofísicas do compósito para um $\beta$ de 0,186.....	21
<b>Tabela 5.1</b> – Grandezas e condições de contorno empregadas nas simulações.....	73
<b>Tabela 5.2</b> – Propriedades e condições de contorno para a situação padrão (microondas). .....	77

<b>Tabela 5.3</b> – Propriedades termofísicas de diferentes substratos (Van Vlack, 1970) e (Bolton, 1998). .....	78
<b>Tabela 5.4</b> – Simulações Propostas para a Faixa de frequência das microondas (1-3,5 GHz). .....	79
<b>Tabela 5.5</b> – Propriedades e condições de contorno para a condição padrão (limite Anatel). .....	82
<b>Tabela 5.6</b> – Simulações Propostas para o limite ocupacional proposto pela ANATEL (1-2,5 GHz).....	83
<b>Tabela 5.7</b> – Propriedades e condições de contorno para a condição padrão (radar). .....	86
<b>Tabela 5.8</b> – Simulações Propostas para a faixa de frequência de radares (1-15 GHz).....	87

## LISTA DE ABREVIACOES

ABS	Acrinolitrla-butadieno-estireno
ANATEL	Agncia Nacional de Telecomunicaoes
CM1	Camada Fina de Compsito
CM2	Camada Final de Compsito
CTA	Centro Tcnico Aeroespacial
ICNIRP	Proteao Contra Radiaoes No-Ionizantes
INIRC	Comit Internacional de Radiaao No-Ionizante
IRPA	Associaao Internacional de Proteao à Radiaao
Me	Metal de transiao bivalente
RCS	Radar Cross Section
RF	Radiofreqencia
SAR	Specific Absorption Rate
WC	Sem Cobertura de Compsito

## LISTA DE SIMBOLOS

$A$	Área de troca de calor
$Bi$	Número de Biot
$C_p$	Calor específico a pressão constante
$E$	Campo elétrico interno
$f$	Frequência
$F$	Fator de forma
$Fo$	Numero de Fourier
$h$	Coefficiente de transferência de calor por convecção
$h_r$	Coefficiente de transferência de por troca radiante
$H$	Campo Magnético
$I$	Irradiação
$I_a$	Irradiação absorvida
$I_o$	Irradiação incidente
$I_r$	Irradiação refletida
$I_t$	Irradiação transmitida
$k$	Condutividade térmica
$L$	Comprimento característico
$M_E$	Massa de epóxi
$M_{FE}$	Massa de ferrita

$M_T$	Massa total do compósito
$P_A$	Potência absorvida pela de circuito
$P_{I(CM2)}$	Potência irradiada pela de circuito com a camada final de epóxi
$P_{I(WC)}$	Potência irradiada pela de circuito em vazio
$q''_{ger}$	Taxa de energia térmica gerada
$q_{rad}$	Calor trocado por radiação térmica
$R_r$	Resistência total a troca de radiação térmica
$R_{t,c}$	Resistência térmica de contato
$S$	Vetor de Poyting
$T_{ext}$	Temperatura absoluta do meio externo
$T_{sup}$	Temperatura absoluta da superfície
$T_{\infty}$	Temperatura absoluta do fluido
$T$	Temperatura absoluta
$V_E$	Volume do epóxi
$V_{FE}$	Volume da ferrita
$V_T$	Volume total do compósito
$\alpha_A$	Coefficiente de absorção
$\bar{\alpha}_A$	Coefficiente de absorção
$\beta$	Porcentagem em fração volumétrica de ferrita
$\varepsilon$	Emissividade total hemisférica
$\gamma$	Porcentagem em massa de ferrita

$\eta$	Condutividade elétrica do material
$\lambda$	Difusividade térmica
$\mu$	Permeabilidade magnética
$\rho$	Massa específica
$\rho_E$	Massa específica do epóxi
$\rho_{FE}$	Massa específica da ferrita
$\bar{\rho}$	Massa específica da mistura epóxi-ferrita
$\sigma$	Constante de Stefan-Boltzman
$\xi$	Poder emissivo total
$\Delta t$	Variação do tempo por passo de integração
$\Delta T_c$	Salto de temperatura devido na interface de materiais

Subscritos:

$A$	Propriedades referentes ao compósito
$B$	Propriedades referentes ao substrato
$1$	Propriedades referentes à placa como um todo
$2$	Propriedades referentes ao meio externo

# 1 INTRODUÇÃO

O capítulo introdutório apresenta o problema em estudo proposto por este trabalho. Uma revisão bibliográfica dos pontos mais relevantes é feita em conjunto com a motivação, expondo o interesse e os esforços que vêm sendo realizados para conhecer melhor o comportamento de materiais que absorvem radiações eletromagnéticas. Posteriormente são apresentados os objetivos do trabalho e a divisão utilizada neste trabalho.

## 1.1 Apresentação e Revisão Bibliográfica

A busca por materiais que apresentem características de blindagens eletromagnéticas vem se apresentando como uma nova preocupação mundial. Isto se deve ao fato do crescente aumento de equipamentos emissores de ondas eletromagnéticas e, conseqüentemente, a adoção de normas mais rígidas para a sua utilização. Pode-se encontrar diversas aplicações para estes materiais nas indústrias eletroeletrônicas, nas telecomunicações e na aeronáutica. A influência da radiação não se resume apenas às interferências em equipamentos eletrônicos, mas também às alterações em tecidos biológicos, como muitos estudos vêm comprovando ao longo das últimas três décadas. Pesquisas demonstraram alterações comportamentais (D'Andrea, 1991) e biológicas (Cleary, 1987; Adair, 1987 e Lin, 1980) em homens e animais devido à absorção de energia eletromagnética principalmente na faixa das microondas (Gandhi, 1990).

A poluição eletromagnética causada por antenas de celulares, televisão, equipamentos eletroeletrônicos e fornos microondas se localiza na faixa de não-ionizante. Isto significa que a energia emitida não é forte suficiente para produzir íons em sua passagem pela matéria, ou seja, é incapaz de remover elétrons de átomos e moléculas. A energia necessária para fazer com que um elétron de valência escape de sua órbita num átomo, varia de 2,5 a 25 eV ( $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$ ) dependendo do elemento.



De um modo geral, radiações eletromagnéticas que possuam energia menores que 10 eV, são chamadas de radiações não-ionizantes. Nesta faixa se apresentam as radiações cujo comprimento de onda  $\lambda$  são maiores que 200 nm em que se pode encontrar o espectro das microondas e da radiofrequência. Seu principal efeito é térmico com o aquecimento de materiais como resultado da transferência da energia do campo elétrico para as cargas do material. A exposição a campos eletromagnéticos com frequências inferiores a 100 kHz resulta, normalmente, em absorção de energia desprezível, mas, acima destes valores, o aumento da temperatura é facilmente observável. Esta transferência se dá através de dois mecanismos básicos de interação entre os campos eletromagnéticos e os materiais magnéticos, como é o caso do compósito em estudo neste trabalho utilizado como blindagem eletromagnética. O primeiro se dá pela movimentação dos domínios magnéticos do material devido à frequência de excitação eletromagnética externa, e o outro, pela transição entre dois estados energéticos dos átomos devido à absorção de fótons provenientes dessa radiação eletromagnética externa (Carrington e McLachlan, 1967).

Com o desenvolvimento do conhecimento da dosimetria de radiofrequência (RF), padrões mais sofisticados foram criados para relacionar a quantidade de RF absorvida e o conceito de taxa de absorção específica, ou, em inglês, “Specific Absorption Rate” (*SAR*), foi definida como um parâmetro de exposição às radiações eletromagnéticas. Esta grandeza representa a taxa de potência absorvida por unidade de massa sendo dado pela Eq. 1.1.

$$SAR = \frac{\eta E^2}{2\rho}, \quad (1.1)$$

onde:

$\eta$  é a condutividade elétrica do material [S/m],

$E$  é o campo elétrico interno [V/m] e

$\rho$  é a massa específica [kg/m<sup>3</sup>].

A *SAR* é diretamente proporcional ao aumento local de temperatura (energia interna específica) devido ao efeito térmico, dado pela Eq. 1.2.

$$SAR = C_p \frac{dT}{dt}, \quad (1.2)$$

sendo:

$T$  a temperatura [K] e

$C_p$  o calor específico do material [W/kg K].

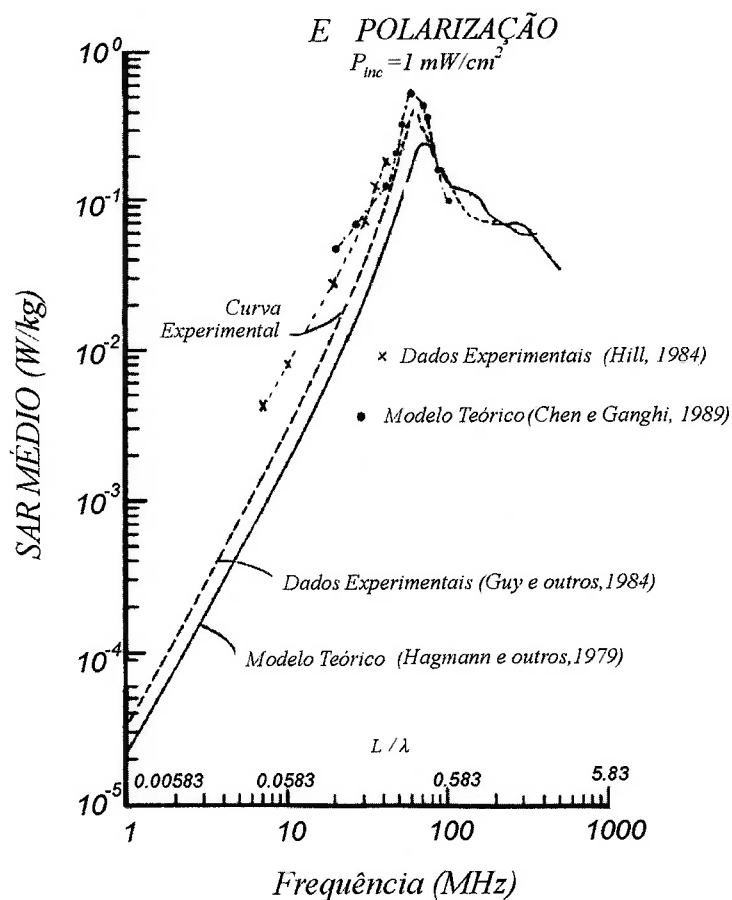
A SAR média e a distribuição da SAR, podem ser computadas ou estimadas a partir de medidas em laboratório. Seus valores dependem dos seguintes fatores:

- Parâmetros do campo incidente como: frequência, intensidade, polarização e configuração da fonte-objeto (campo próximo ou distante);
- Características do corpo exposto como: tamanho, geometria e propriedades dielétricas;
- Efeitos de aterramento e de reflexão de outros objetos no campo próximo ao corpo exposto.

Com respeito à absorção da energia pelo corpo humano, os campos eletromagnéticos podem ser divididos em quatro faixas (Durney e outros, 1985).

- Frequências de 100 kHz a 20 MHz, nas quais a absorção no tronco decresce rapidamente com a frequência decrescente e pode ocorrer uma absorção significativa no pescoço e nas pernas;
- Frequências de 20 MHz a 300 MHz, nas quais pode ocorrer uma absorção relativamente alta em todo o corpo;
- Frequências de 300 MHz a 10 GHz, nas quais ocorre absorção local significativa e não uniforme;
- Frequências acima de 10 GHz, nas quais a absorção de energia ocorre principalmente na superfície do corpo.

Curvas de absorção humana de corpo inteiro comparando-se dados experimentais (Guy e outros, 1984 e Hill, 1984, apud Gandhi, 1990) com modelos teóricos (Hagman e outros, 1979 e Chen e Gandhi, 1989, apud Gandhi, 1990) são apresentados no gráfico da Fig. 1.1.



**Figura 1.1** – Comparação entre modelos teóricos e experimentais na medição da SAR em pessoas expostas a várias frequências (Gandhi, 1990).

Quando o maior eixo do corpo humano é paralelo ao vetor do campo elétrico, sob condições de exposição de onda plana, a SAR de corpo alcança valores máximos. A quantidade de energia absorvida depende de vários fatores, incluindo o tamanho do corpo exposto. Pode-se observar pelo gráfico que a frequência que apresenta o valor mais alto de SAR é a 70 MHz. Para indivíduos mais altos, a frequência ressonante de absorção é algo inferior, e para adultos mais baixos, crianças, bebês e indivíduos sentados pode ser superior a 100 MHz.

Sendo assim, o Comitê Internacional de Radiação Não-Ionizante (INIRC) da Associação Internacional de Proteção à Radiação (IRPA) publicou em 1988 um guia dos limites à exposição de campos de RF sendo, posteriormente, em 1998, revisada pela

Comissão Internacional para a Proteção Contra Radiações Não-Ionizantes (ICNIRP). No Brasil, a Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL) também adotou este guia como referência para avaliação da exposição humana a campos eletromagnéticos através da resolução 303 de 02/07/02. Os valores destes limites à exposição a campos eletromagnéticos são dados pela Tab. 1.1 para a exposição ocupacional e pela Tab. 1.2 para a exposição do público em geral. A população ocupacionalmente exposta compreende adultos que estão geralmente expostos às condições conhecidas e são treinados para estarem atentos ao risco potencial e tomarem precauções apropriadas. Em contraste, o público em geral consiste de pessoas de todas as idades e estados de saúde, podendo incluir grupos ou indivíduos particularmente suscetíveis. Estes valores foram levantados através de muitos estudos de absorção do corpo inteiro percebendo-se que estão altamente relacionados com a frequência, a orientação do campo elétrico, as propriedades dielétricas dos tecidos vivos e a dimensão de comprimento do corpo absorvedor (Gandhi, 1974 e Durney e outros, 1975 apud Gandhi, 1990).

**Tabela 1.1** - Limites de Exposição Ocupacional a Campos Eletromagnéticos (IRPA – ICNIRP).

Frequência $f$	Intensidade do Campo Elétrico $E$ (V/m)	Intensidade do Campo Magnético $H$ (A/m)	Densidade de Potência (W/m <sup>2</sup> )	SAR (W/kg)
Até 1 Hz	-	$1,63 \times 10^5$	-	-
1 – 8 Hz	20000	$1,63 \times 10^5 / f^2$	-	-
8 – 25 Hz	20000	$2 \times 10^4 / f$	-	-
0,025 – 0,82 kHz	$500 / f$	$20 / f$	-	-
0,82 – 65 kHz	610	24,4	-	-
0,065 – 1 MHz	610	$1,6 / f$	-	-
1 – 10 MHz	$610 / f$	$1,6 / f$	-	0,4
10 – 400 MHz	61	0,16	10	0,4
400 – 2000 MHz	$3 f^{0,5}$	$1,6/f$	$f / 40$	0,4
2 – 300 GHz	137	0,36	50	0,4

**Tabela 1.2 - Limites de Exposição ao Público a Campos Eletromagnéticos (IRPA- ICNIRP)**

Frequência $f$	Intensidade do Campo Elétrico $E$ (V/m)	Intensidade do Campo Magnético $H$ (A/m)	Densidade de Potência ( $W/m^2$ )	SAR (W/kg)
Até 1 Hz	-	$3,2 \times 10^4$	-	-
1 – 8 Hz	10000	$3,2 \times 10^4 / f^2$	-	-
8 – 25 Hz	10000	$4000 / f$	-	-
0,025 – 0,82 kHz	$250 / f$	$4 / f$	-	-
0,82 – 65 kHz	87	5	-	-
0,065 – 1 MHz	87	$0,73 / f$	-	-
1 – 10 MHz	$87 / f^{0,5}$	$0,73 / f$	-	0,08
10 – 400 MHz	28	0,073	2	0,08
400 – 2000 MHz	$1,375 f^{0,5}$	$0,0046 f^{0,5}$	$f / 200$	0,08
2 – 300 GHz	61	0,16	10	0,08

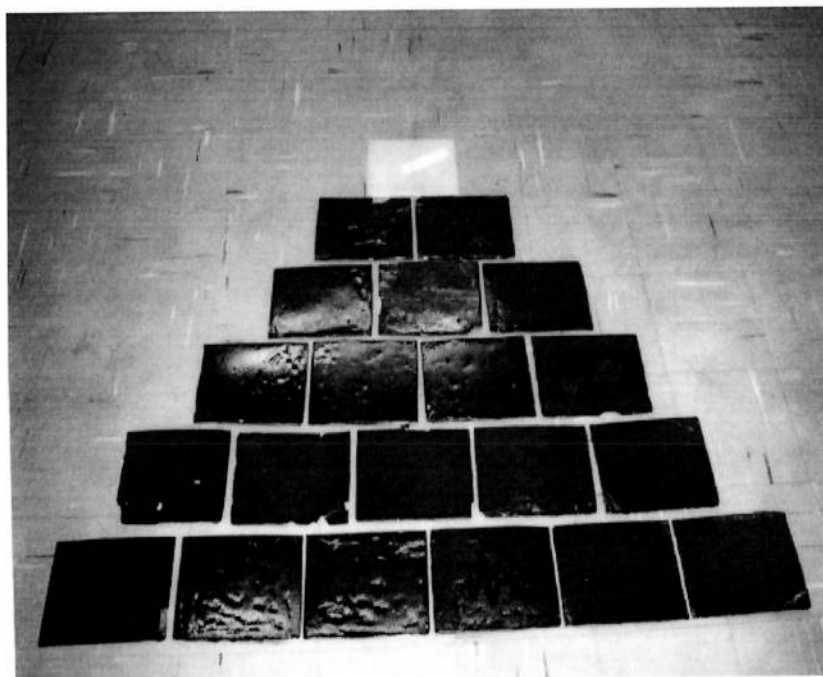
Outro dado importante do efeito em tecidos humanos é que, diferentemente das radiações com comprimentos de ondas menores (infravermelho), as radiações de RF e de microondas são absorvidas tanto pela pele como, também, dependendo da frequência, por camadas mais profundas dos tecidos. Uma vez que os sensores de temperatura se localizam na pele, efeitos prejudiciais aos tecidos humanos podem ocorrer devido ao aquecimento em regiões mais profundas, sem serem percebidos pelas pessoas.

Um outro emprego nobre e necessário para materiais que absorvem radiações eletromagnéticas é na blindagem de aparelhos eletrônicos, que são fontes geradoras de interferência eletromagnéticas. Se não receberem nenhum tipo de revestimento, esses equipamentos podem promover alterações de funcionamento em outros que são receptores. É de conhecimento público que marca-passos, válvulas cardíacas, rádios, entre outros, sofrem modificações no seu funcionamento se influenciados por aparelhos transmissores e fontes de alimentação. Os principais fatores que influenciam a ocorrência de interferências irradiadas são:

- Os valores de frequência gerados pela fonte de ruído;
- A potência, tensão e corrente da fonte de ruído e, conseqüentemente, o valor do campo gerado;
- A suscetibilidade dos equipamentos presentes no ambiente.

Soluções para minimização e eliminação destas interferências irradiadas, como blindagens eletromagnéticas, são amplamente empregadas com o intuito de tornar os equipamentos receptores menos suscetíveis. Com este mesmo fim, há atualmente um grande interesse da indústria militar em reduzir a emissão eletromagnética de equipamentos eletrônicos, além de minimizar a reflexão eletromagnética de superfícies metálicas que formam os radares. Sendo assim, os aspectos eletromagnéticos de projeto de um material absorvedor de radiação eletromagnética são focalizados, principalmente, sobre a síntese no arranjo dos materiais dielétrico e magnético que proporcionam um perfil de impedância especificado para uma determinada onda eletromagnética incidente. Desta forma, a evolução da tecnologia de manufatura de materiais absorvedores está relacionada diretamente com o estudo dos materiais e exploração de técnicas para obtenção de revestimentos com qualidade de absorção da radiação eletromagnética, para uma faixa cada vez mais ampla do espectro. A adição de partículas de óxidos de metais em matrizes poliméricas, revisadas por Weidenfeller e outros (2002), aumenta significativamente as condutividades elétrica e térmica, podendo substituir metais em aplicações de blindagens de interferência em rádio frequência e fontes de calor. Um óxido muito utilizado na indústria de absorção e blindagem de radiação é o óxido de ferro ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ), sendo que sua utilização em matrizes termoplásticas é relativamente nova. O mecanismo de absorção desta radiação eletromagnética é refletido no termo de fonte que aparece na equação do calor. Trabalhos recentes, como o de Pingkuan e outros (2000), empregam este conceito no estudo da transferência de calor em solos, para a análise da absorção da água e sua evaporação quando exposta à radiação na frequência de microondas. Na faixa de frequência das microondas, muitos estudos propõem o decaimento exponencial da potência de absorção da superfície exposta para o interior do material, também conhecido como lei de Lambert, para o modelagem do aquecimento devido à absorção eletromagnética (Perkin, 1980; Zhang e Datta, 2000).

As mantas, utilizadas como blindagens eletromagnéticas, são constituídas por misturas de óxidos metálicos denominados ferritas. De acordo com a composição e frações das misturas, diferentes propriedades de absorção são conseguidas para diferentes tipos de aplicações. Uma classe de materiais que vem sendo estudada pelos pesquisadores do Centro Técnico Aeroespacial (CTA) é a das ferritas que operam na faixa de microondas (Migliano e outros, 1999), resultando em patentes de fabricações (CTA, 1998 e CTA, 2002). Estas ferritas apresentam a estrutura cristalina spinélio e foram originalmente observadas pelos pesquisadores Bragg e Nishikawa em 1915 (Smit e Wijn, 1959). Uma das razões para a utilização e o estudo desses materiais é a elevada resistência elétrica desses elementos e, por causa da alta resistência, em altas frequências, ondas eletromagnéticas podem penetrar no corpo do material e, assim, este servir como absorvedor dessa radiação e, conseqüentemente, como gerador de calor. Comumente essas ferritas são misturadas com matrizes de resinas poliméricas, como no caso o epóxi, constituindo, assim, em uma manta rígida que pode ser aderida em substratos metálicos, como pode ser visualizado na Fig. 1.2.



**Figura 1.2** – Manta absorvedora composta por epóxi-ferrita (Migliano, 2000).

A característica absorvedora de radiação estimula o estudo detalhado dos mecanismos de transferência de calor onde a absorção se apresenta como o termo fonte na equação do calor. Isto mostra que na parte interna da manta absorvedora, além do mecanismo de difusão por condução, existe a geração de calor resultante da absorção da radiação pela ferrita que se encontra na matriz polimérica. A resina epóxi, por sua vez, é transparente à radiação eletromagnética e, conseqüentemente, é um meio não absorvente. Experimentalmente existe uma dificuldade para a medição de temperatura interna da manta, pois o emprego de termopares é limitado devido sofrer alterações em suas respostas quando submetido a um campo eletromagnético (Cabrera e outros, 2000; Pingkuan e outros, 2000 e Gandhi, 1990).

Uma região de grande interesse para o conhecimento do mecanismo de transferência de calor é a interface entre os materiais, pois apresenta uma resistência ao fluxo de calor devido às imperfeições superficiais de ambos os materiais de contato. Fatores como acabamento superficial e pressão de contato promovem uma grande influência no valor desta resistência (Laraqi e Bairi, 2002).

Um grande limitador da utilização destas ferritas como blindagens eletromagnéticas é a temperatura de Curie, pois ela estabelece o limite máximo da temperatura de utilização destes materiais, uma vez que, acima desta temperatura o material perde a característica absorvedora eletromagnética.

## **1.2 Objetivos**

Este trabalho tem como objetivo analisar o comportamento térmico de uma placa composta por um substrato, que pode ser um metal ou um termoplástico, coberto por uma camada de compósito epóxi-ferrita que apresenta a característica de absorção de ondas eletromagnéticas. É de interesse entender quais são os parâmetros que influenciam de forma relevante na distribuição de temperatura desses materiais, já que a absorção de radiação eletromagnética resulta em um aumento de temperatura no material absorvedor por estar na faixa de frequência não-ionizante. Situações reais de emprego são simuladas



através de uma modelagem numérica por meio da solução explícita através do método das diferenças finitas. Diferentes condições de contorno de radiação eletromagnética, térmica e de convecção são utilizadas para simular estes casos de emprego, procurando verificar os fatores predominantes no fenômeno de transferência de calor entre substrato e compósito.

A região de interface entre compósito epóxi-ferrita e substrato é modelada através do conceito da resistência térmica de contato, simulando o comportamento de salto de temperatura promovido pela resistência ao fluxo de calor proveniente por imperfeições superficiais de ambos os materiais. Entender como este parâmetro se comporta no arranjo da blindagem eletromagnética é outro objetivo deste trabalho, já que diferentes acabamentos superficiais podem ser aplicáveis para o controle do valor da resistência térmica do mesmo.

Além do substrato de alumínio, dois outros materiais (aço carbono e acrinolitrila-butadieno-estireno), com diferentes espessuras são simulados objetivando analisar qual é o grau de influência dos mesmos na distribuição de temperatura. A escolha destes materiais vai de acordo com a viabilidade de emprego e sua utilização. Para finalizar, objetiva-se propor o melhor arranjo para cada situação de emprego simulado.

### **1.3 Divisão da Dissertação**

Este capítulo aborda a apresentação, a revisão bibliográfica e o objetivo, apresentando uma descrição inicial do problema e os trabalhos que vêm sendo desenvolvidos sobre o assunto. O Capítulo 2 apresenta as características dos materiais do compósito, seu processo de obtenção e as propriedades térmicas relevantes. No Capítulo 3 é apresentada a teoria das ondas eletromagnéticas, o conceito da resistência térmica de contato e dos mecanismos de transferência de calor. O capítulo seguinte descreve o método clássico da diferenças finitas, bem como, as equações discretizadas para as diferentes faces, arestas e vértices da placa, além do critério de estabilidade necessário para a convergência do método. O Capítulo 5 trata do estudo de casos para as diferentes

aplicações, expondo as condições de contorno que são aplicadas para cada caso. No Capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos e são emitidas sugestões visando melhorias para os casos simulados. O Capítulo 7 descreve as possibilidades de continuidade deste trabalho e as conclusões que foram extraídas do mesmo. Finalizando, estão as referências bibliográficas utilizadas neste trabalho.

## **2 CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL**

Este capítulo tem por finalidade apresentar os materiais que compõem o compósito epóxi-ferrita. São caracterizados os materiais, bem como, são apresentadas as propriedades de interesse para o estudo e simulação em questão. Restrições dos materiais pertinentes ao estudo térmico também estão presentes neste capítulo.





### **2.1 Materiais Magnéticos**

Antes de se apresentar as características físicas e estruturais das ferritas, é importante conhecer o que são materiais magnéticos e quais são os tipos de orientação magnética que se pode obter nestes materiais.

Existem basicamente duas fontes que dão origem ao momento magnético dos átomos que são: o momento orbital dos elétrons em torno do núcleo e o momento de rotação (spin) do elétron em torno de seu eixo. A orientação destes momentos é que dividem o magnetismo nos sólidos em cinco classes distintas: materiais diamagnéticos, paramagnéticos, ferromagnéticos, antiferromagnéticos e ferrimagnéticos (Lovel e outros, 1976). Em simples palavras, os sólidos são diamagnéticos se forem repelidos por um ímã permanente, ao contrário das outras quatro classes de materiais magnéticos que são atraídos pelo ímã permanente (Chen, 1986). Nestas, pode-se fazer uma classificação mais precisa em termos da orientação dos momentos magnéticos e da permeabilidade magnética como se pode observar na Tab. 2.1.

A classe de interesse neste trabalho é a de materiais ferrimagnéticos, pois a ferrita se encaixa dentro do comportamento desses materiais. Estes se caracterizam por apresentar duas ou mais espécies de íons magnéticos e um arranjo de acoplamento de íons ferromagnéticos e antiferromagnéticos promovendo uma magnetização macroscópica do material, como se pode visualizar na ilustração da Tab. 2.1. O efeito desses átomos no arranjo antiparalelo mantém a força magnética destes materiais geralmente menor do que a de sólidos puramente ferromagnéticos.

**Tabela 2.1** - Características e classes de materiais magnéticos (Lovel e outros, 1976).

	Orientação dos momentos	Permeabilidade	Exemplos
Diamagnético	—	$< 1$	Ouro Mercúrio Água
Paramagnético		$\cong 1$	Sódio Alumínio Vanádio
Antiferromagnético		—	—
Ferromagnético		$\gg 1$	Ferro Cobalto Níquel
Ferrimagnético		$\gg 1$	Ferritas

### 2.1.1 Ferrita

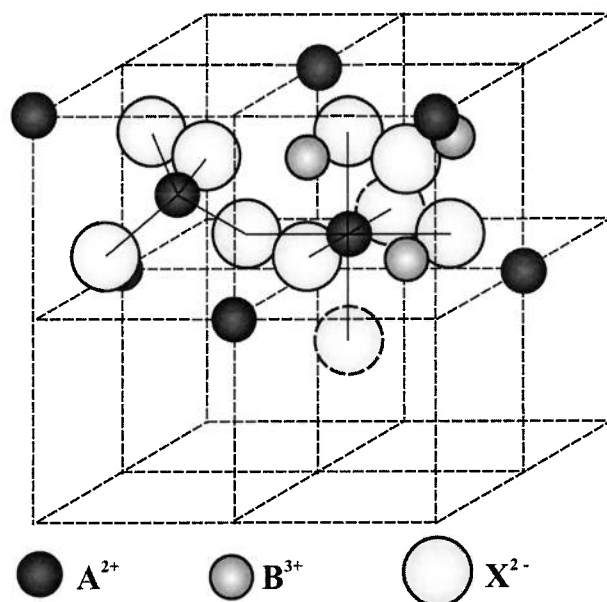
As ferritas (Chen, 1986) são misturas de óxidos metálicos, sendo o óxido de ferro seu constituinte comum. As suas estruturas cristalinas podem ser spinélio, hexagonal e granada ("garnet") e o sumário de suas estruturas se encontra na Tab. 2.2 (Buchaman e Reynolds, 1991).

As ferritas em estudo neste trabalho, ou seja, que são normalmente empregadas na confecção das mantas como, por exemplo,  $Ni_xZn_{1-x}Fe_2O_4$  e  $Mn_xZn_{1-x}Fe_2O_4$ , apresentam a estrutura spinélio caracterizada pelo arranjo estrutural  $AB_2X_4$  (Fig. 2.1). Sua composição química é  $MeFe_2O_4$  a qual A do arranjo da estrutura corresponde a Me, que é um metal de transição bivalente, B corresponde ao ferro (Fe) e X corresponde ao oxigênio (O).

**Tabela 2.2** – Sumário dos tipos de estruturas das ferritas. (Buchaman e Reynolds, 1991).

Estrutura Cristalina	Composição Química	Observações
Spinélio	1 Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> : 1MeO	MeO é um óxido metálico de transição bivalente.
Hexagonal	5 Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> : 3Me <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Me <sub>2</sub> O <sub>3</sub> é uma óxidos metálicos terras raras
Granada	6 Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> : 1MeO	MeO são óxidos metálicos do grupo 2A (CaO, CaO)

A célula unitária (Fig. 2.1) consiste de oito moléculas de MeFe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> sendo 32 átomos de oxigênio, 16 íons trivalentes (no caso o ferro) e 8 íons bivalentes (Zn, Mn, Co, Cu). Misturas de ferritas em que Me é uma mistura de íons (p.ex. Mg<sub>1-x</sub>Mn<sub>x</sub>Fe<sub>2</sub>O<sub>4</sub>), podem ser preparadas sem grandes dificuldades, portanto é possível se conseguir uma grande variedade de composições com propriedades de interesse específico (Tebble e Craik, 1969).



**Figura 2.1** – Célula unitária da estrutura spinélio (Von Aulock, 1965).

### 2.1.2 Processo de obtenção das misturas de ferritas

Para a confecção das misturas de ferritas foram utilizadas, neste trabalho, a metalurgia do pó e a seqüência de preparo será descrita abaixo.

Inicialmente, é feita uma análise química dos óxidos envolvidos, sendo estes pesados por uma balança de precisão, para a formulação adequada e precisa dos tipos de ferritas empregadas nas misturas. A seguir, a mistura de óxido é colocada em um moinho de bolas Fig. 2.2, por volta de 8 horas, com o intuito de homogeneizar e reduzir o tamanho do particulado da mistura dos óxidos envolvidos.



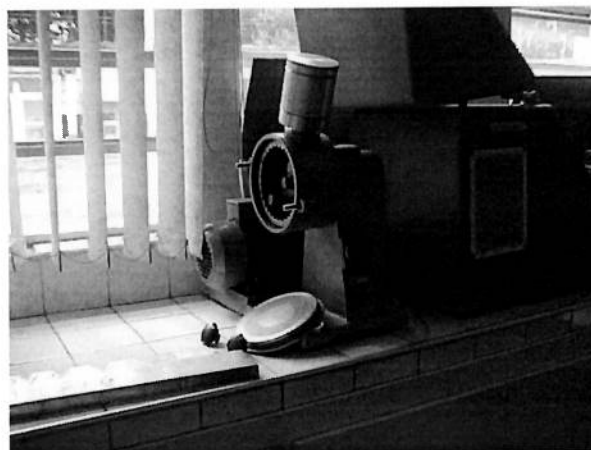
**Figura 2.2** –Moinho de bolas para a mistura do pó (Freitas, 2001).

Após a moagem, são feitos o descarregamento da mistura de ferritas e a sua peneiração, atingindo-se uma forma pastosa ilustrada na Fig. 2.3. Após isto, é feita a secagem da mistura em uma estufa com temperatura de 150 °C por um período de 8 horas, resfriando-se posteriormente, em ambiente natural. A próxima fase é a calcinação a 900 °C por duas horas, a fim de reduzir o tempo de sinterização ao promover o início das reações químicas.

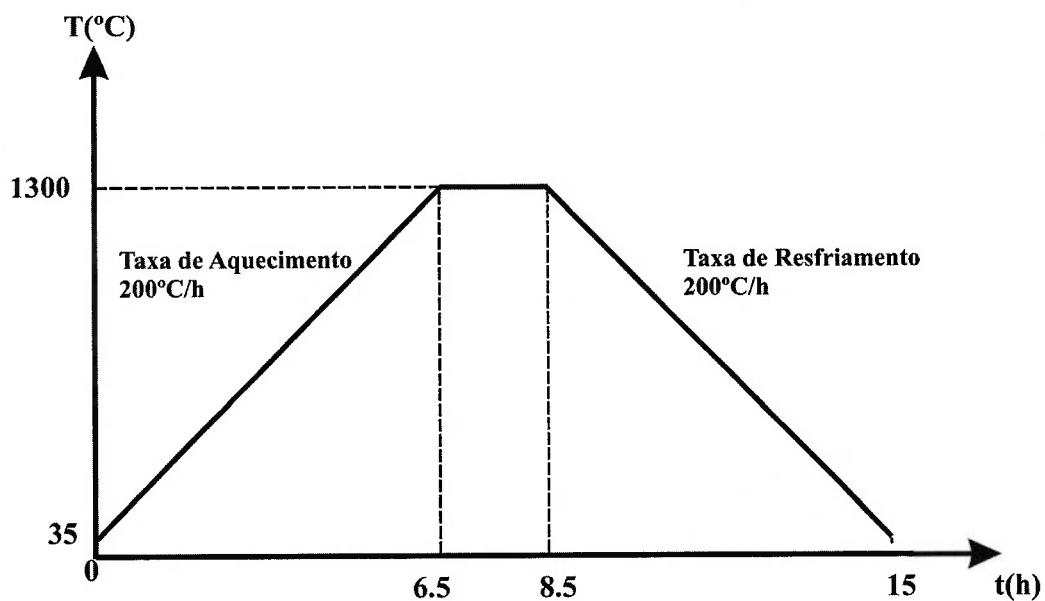


**Figura 2.3** – Amostra da ferrita após o descarregamento e a peneiração (Freitas, 2001).

Após isto, o agregado é pulverizado atingindo-se uma granulometria de 20  $\mu\text{m}$ , indo posteriormente a mistura para o micronizador (Fig. 2.4) para reduzir ainda mais a granulometria até o valor de 3  $\mu\text{m}$ . Antes da sinterização propriamente dita, é colocado um aglutinante à mistura de ferritas para a prensagem e obtenção da forma final. Logo após é realizada a sinterização em um forno programável, seguindo uma taxa de aquecimento de 200  $^{\circ}\text{C}/\text{h}$ , durante um período de aproximadamente 6 horas, até atingir o patamar de 1300  $^{\circ}\text{C}$ , o qual se estabiliza por 2 horas. A rampa de resfriamento também apresenta a taxa de 200  $^{\circ}\text{C}$  totalizando, assim, 15 horas de sinterização como pode ser observado no gráfico esquemático da Fig. 2.5.

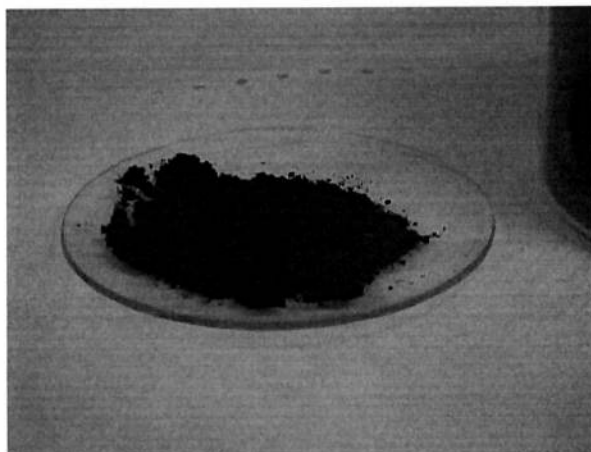


**Figura 2.4** – Micronizador de partículas (Freitas, 2001).



**Figura 2.5** – Representação gráfica do processo de sinterização.

Antes de realizar a mistura com a resina epóxi para a confecção final da manta, a mistura sinterizada sofre um novo processo de micronização até atingir um particulado de tamanho  $10\ \mu\text{m}$ . O produto final está ilustrado na Fig. 2.6.



**Figura 2.6** – Produto final do pó de ferrita (Freitas, 2001).



### 2.1.3 Propriedades relevantes das ferritas

Em referências bibliográficas sobre o assunto (Smit e Wijn, 1959 e Heck, 1974), as propriedades térmicas dos diferentes tipos de ferritas não apresentam grandes variações, sendo apresentadas como valores comuns. Para o presente trabalho, é tirada uma média aritmética simples das referências de onde foram extraídas as propriedades das ferritas, como pode ser visto na Tab. 2.3. Os valores de mínimo e máximo são decorrentes das pequenas variações de composição e de mistura das ferritas.

**Tabela 2.3** – Propriedades termofísicas da mistura de ferritas por autor.

Propriedade	Autor			Valor
	Von Aulock (1959)	Carl Heck (1974)	Smit e Wijn (1959)	Médio
Densidade (kg / m <sup>3</sup> )	4500-5000	-	4200-4800	<b>4625</b>
Condutividade Térmica (W/m K)	-	4,2-6,3	6,28	<b>5,78</b>
Calor Específico(J / kg K)	-	711,76	837,36	<b>774,56</b>

## 2.2 Composição da Resina Epóxi

Segundo Migliano (1998), a resina utilizada na confecção das mantas absorvedoras apresentam a composição dada pela Tab. 2.4.

**Tabela 2.4** – Composição e características das resinas (CIBA).

Código da Resina (CIBA)	Porcentagem	Característica
HY840	20 %	Endurecedor
DY3601	33,5%	Resina epóxi de baixa viscosidade, formulada a base de propileno glicol
GY298	46,5%	Resina epóxi líquida, alifática, modificada de cadeia longa

Estas codificações de resinas são designadas pelo fabricante CIBA. As propriedades térmicas pertinentes para a simulação deste trabalho estão apresentadas na Tab. 2.5. Os valores das propriedades da resina final são dados pela porcentagem em fração volumétrica das propriedades de seus respectivos componentes (HY840, DY3601, GY298).

**Tabela 2.5** – Propriedades termofísicas da mistura da resina final.

<b>Propriedades</b>	<b>Resina Final</b>
Densidade (kg / m <sup>3</sup> )	1060
Condutividade Térmica (W/m K)	0,4
Calor Específico (J /kg K)	300

### 2.3 Propriedades Finais do Compósito

O compósito estudado apresenta, na sua concepção final, a composição dada pela mistura em massa de 50% de resina adesiva epóxi e 50% de ferritas. Estes valores são normalmente utilizados nas confecções das mantas (CTA, 1998). Para esta mistura, as propriedades são dadas pela porcentagem em massa e estão apresentadas na Tab. 2.6.

**Tabela 2.6** – Propriedades termofísicas do compósito.

<b>Propriedades</b>	<b>Ferrita</b>	<b>Epóxi</b>	<b>Manta</b>
Densidade (kg / m <sup>3</sup> )	4625	1060	2842,5
Condutividade Térmica (W/m K)	5,78	0,4	3,09
Calor Específico (J / kg K)	774,56	300	537,28

As propriedades que são utilizadas nesta simulação são obtidas por leis de mistura em fração volumétrica, sendo necessário equações que correlacionem as porcentagens de massa com as frações em volume. Sendo  $\gamma$  a porcentagem em massa de ferrita no compósito e  $\beta$  a porcentagem em fração volumétrica do respectivo material, as equações de mistura em massa são dadas por:

$$M_T = \bar{\rho}V_T, \quad (2.1)$$

$$M_E = (1 - \gamma)M_T = \rho_E(1 - \beta)V_T \text{ e} \quad (2.2)$$

$$M_{Fe} = \gamma M_T = \rho_{Fe}\beta V_T. \quad (2.3)$$

sendo:

$M_T$  a massa total do compósito,

$M_E$  a massa do epóxi,

$M_{Fe}$  a massa da ferrita,

$\bar{\rho}$  a densidade da mistura,

$\rho_E$  a densidade do epóxi,

$\rho_{Fe}$  a densidade da ferrita e

$V_T$  o volume total do compósito.

Evidentemente, a massa total,  $M_T$ , é dada pela soma das massas dos dois componentes, isto é:

$$M_T = M_E + M_{Fe}. \quad (2.4)$$

Substituindo as Eqs. (2.1), (2.2) e (2.3) em (2.4), têm-se:

$$\bar{\rho}V_T = \rho_E(1 - \beta)V_T + \rho_{Fe}\beta V_T. \quad (2.5)$$

Simplificando a Eq. 2.5, obtém-se:

$$\beta = \frac{\bar{\rho} - \rho_E}{\rho_{Fe} - \rho_E}. \quad (2.6)$$

Já que a ferrita e o epóxi curado se apresentam no estado sólido, o volume total da mistura pode ser dado por:

$$V_T = V_E + V_{Fe}. \quad (2.7)$$

Também podem ser substituídos por:

$$\frac{M_T}{\bar{\rho}} = \frac{M_E}{\rho_E} + \frac{M_{Fe}}{\rho_{Fe}}. \quad (2.8)$$

Substituindo as Eq. 2.2 e 2.3 na Eq. 2.8, têm-se:

$$\frac{M_T}{\bar{\rho}} = \frac{(1-\gamma)M_T}{\rho_E} + \frac{\gamma M_T}{\rho_{Fe}}. \quad (2.9)$$

Simplificando a Eq. 2.9, obtém-se:

$$\frac{1}{\bar{\rho}} = \frac{(1-\gamma)}{\rho_E} + \frac{\gamma}{\rho_{Fe}}. \quad (2.10)$$

Portanto, as propriedades empregadas nas equações propostas pelo modelo deste trabalho seguem a lei de mistura de fração volumétrica e estão apresentadas na Tab. 2.7.

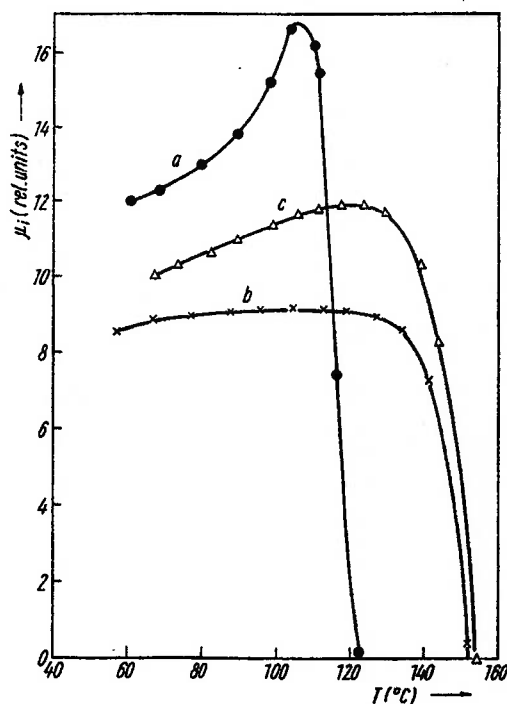
**Tabela 2.7** – Propriedades termofísicas do compósito para um  $\beta$  de 0,186.

Propriedades	Ferrita	Epóxi	Manta
Densidade (kg / m <sup>3</sup> )	4625	1060	1724,1
Condutividade Térmica (W/m K)	5,78	0,4	1,4
Calor Específico (J / kg K)	774,56	300	388,5

## 2.4 Temperatura de Curie

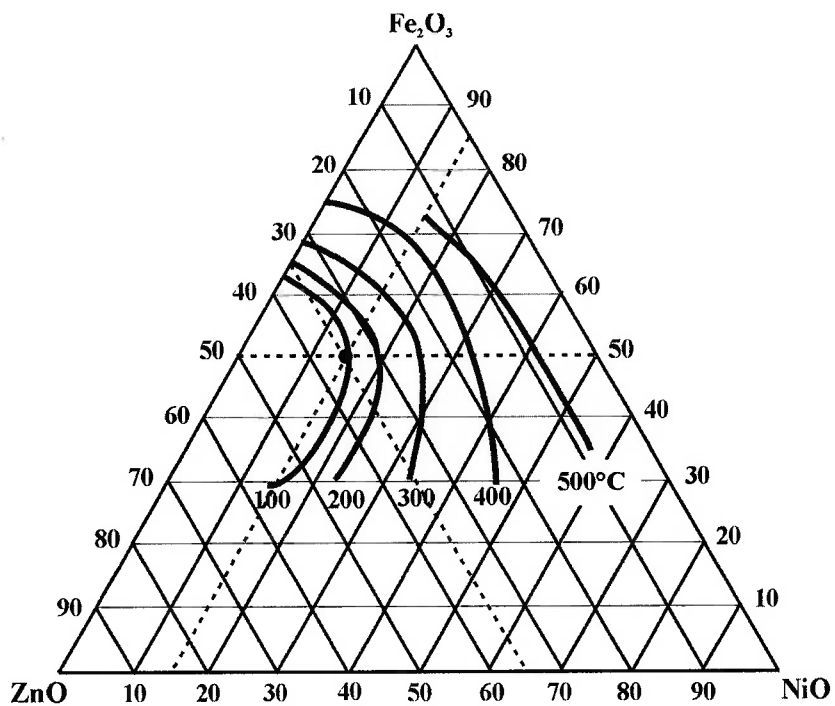
A temperatura de Curie (Chen, 1986) é uma das propriedades magnéticas importantes dos materiais magnéticos, pois estabelece um limite máximo de temperatura de utilização. Ela é a temperatura crítica em que a energia térmica é suficiente para destruir a magnetização espontânea, o que causa uma drástica redução da permeabilidade magnética  $\mu$  do material, como ilustrado na Fig. 2.7. Além disso, é um indicador sensível de variações de composição química e, conseqüentemente, de propriedades magnéticas.

A temperatura de Curie é uma transição de segunda ordem, ou seja, não é como uma transformação de fase tipo fusão em que, ao ultrapassar-se a temperatura de fusão, todo o material estará fundido. Nesta transformação o material vai tendo sua polarização de saturação paulatinamente reduzida, num certo intervalo de temperatura. Com isso, a determinação de uma única Temperatura de Curie envolve a definição de um critério que esteja relacionado com a temperatura de utilização do material. O seu valor pode ser determinado pela variação da polarização magnética com a temperatura (valor que depende fortemente da intensidade do campo magnetizante aplicado). A Fig. 2.7, mostra que a permeabilidade magnética passa por um pico antes de reduzir-se a valores muito baixos. Isso ocorre, pois a energia de anisotropia magnetocristalina também se reduz a praticamente zero ao aproximar-se da temperatura de Curie, possibilitando o crescimento da permeabilidade. O critério de determinação da temperatura de Curie é dado pelo ponto em que a derivada da permeabilidade com relação a temperatura é nula (Turtelli, 2000). Exemplificando, na Fig. 2.7 (curva a), a temperatura de Curie seria aproximadamente 115 °C, pois é o ponto onde a permeabilidade encontra o máximo valor, ou seja, quando a derivada é nula.



**Figura 2.7** - Variação da permeabilidade inicial com a temperatura, para ferritas  $Mn_{0,48}Zn_{0,47}Fe_{2,05}O_4$  após os seguintes tratamentos: a) 4h a  $1320^{\circ}C$ ,  $P_{O_2} = 2$  Torr. b) 4h a  $1320^{\circ}C$ ,  $P_{O_2} = 2 \times 10^{-2}$  Torr. c) o mesmo, removendo a camada superficial (Vogler, 1971).

Gráficos mais genéricos da temperatura de Curie em função dos diferentes tipos de composição de ferritas são facilmente encontrados na literatura. Para os casos de interesse neste trabalho, seus valores estão indicados na Fig. 2.8. O caso da ferrita do tipo  $Ni_xZn_{x-1}Fe_3O_4$ , na porcentagem de 15% de NiO, 35% de ZnO e 50%  $Fe_2O_3$ , porcentagem usualmente empregada na confecção de algumas mantas absorvedoras, a temperatura de Curie é de  $100^{\circ}C$ , como indicado na Fig. 2.8. Neste trabalho será admitida a temperatura média de Curie, para as ferritas de um modo geral, como sendo  $110^{\circ}C$ . Sendo assim, a temperatura de Curie se caracteriza como uma restrição à absorção de energia eletromagnética, uma vez que, acima desta temperatura o material perde a capacidade de absorver e, conseqüentemente, a função de blindagem eletromagnética.



**Figura 2.8** – Temperatura de Curie de ferritas Ni-Zn que foram sinterizadas a  $1400^\circ\text{C}$  (Heck, 1974).

## **3 TEORIA DOS MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR APLICADOS AO MODELO**

Este capítulo tem como finalidade introduzir conceitos fundamentais das ondas eletromagnéticas e de seu comportamento de absorção, além dos conceitos básicos de troca de calor. As hipóteses simplificadoras também são apresentadas. Dentro deste contexto são apresentadas linearizações de termos que, posteriormente, são empregados nas equações discretizadas, bem como, a similaridade da resistência térmica de contato para modelar o comportamento da interface do compósito com o substrato. Finalizando, é apresentada a descrição do problema em estudo neste trabalho.

### **3.1 Absorção das Ondas Eletromagnéticas**

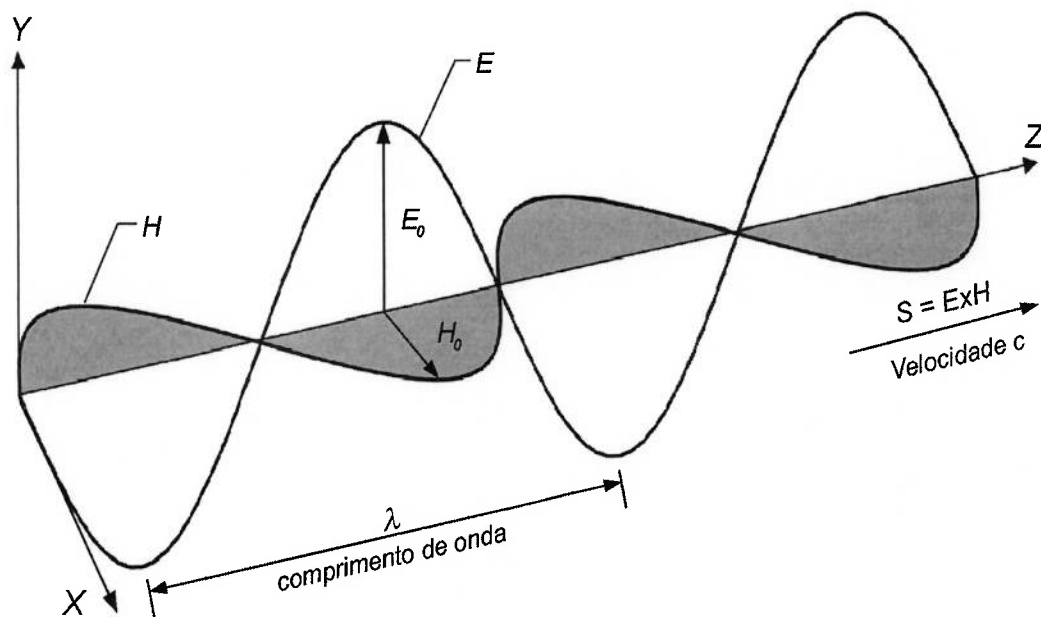
Para o entendimento do mecanismo de absorção empregado no modelo desenvolvido por este trabalho, inicialmente é feita uma breve explanação do conceito de onda eletromagnética e de seu mecanismo de transporte de energia.

#### **3.1.1 Radiações eletromagnéticas**

As radiações eletromagnéticas são compostas por ondas transversais, que se propagam perpendicularmente às direções das oscilações dos campos elétrico e magnético, como ilustra a Fig. 3.1. Uma das características mais importantes das ondas eletromagnéticas é o fato de poder transportar energia de um ponto a outro. Este transporte perpendicular é descrito pelo vetor de Poyting ( $S$ ), definido como a taxa de energia por unidade de área [ $W/m^2$ ] com que uma onda eletromagnética se propaga, dado por:

$$S = E \times H . \quad (3.1)$$

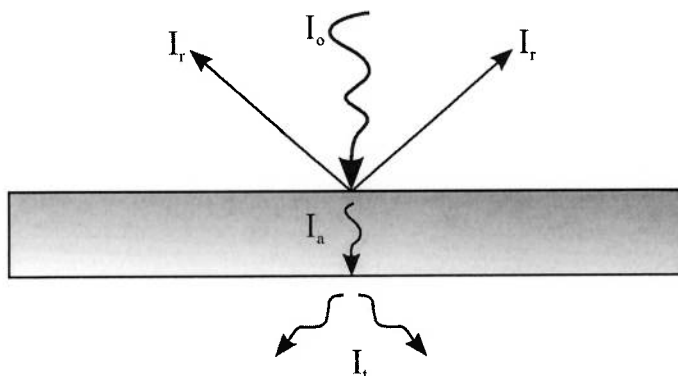




**Figura 3.1** – Representação de uma onda eletromagnética.

Os vetores  $E$  e  $H$  se referem aos valores instantâneos dos respectivos campos elétrico e magnético, no ponto considerado.

A irradiação ( $I$ ) sobre uma superfície pode ser definida como a taxa de incidência de radiação por unidade de superfície [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] e será igual a  $S$ , se for desprezada qualquer tipo de perda no transporte de energia durante a propagação da onda. Uma representação gráfica dos mecanismos de absorção, reflexão e transmissão da irradiação pode ser vista na Fig. 3.2.



**Figura 3.2** – Desenho esquemático do balanço de energia proveniente de radiação eletromagnética que incide sobre uma placa.

Fazendo-se o balanço de energia proveniente da radiação eletromagnética sobre o corpo, pode-se verificar:

$$I_o = I_r + I_a + I_t, \quad (3.2)$$

onde:

$I_o$  é a irradiação que incide sobre o corpo,

$I_r$  a parcela de irradiação que é refletida pelo corpo,

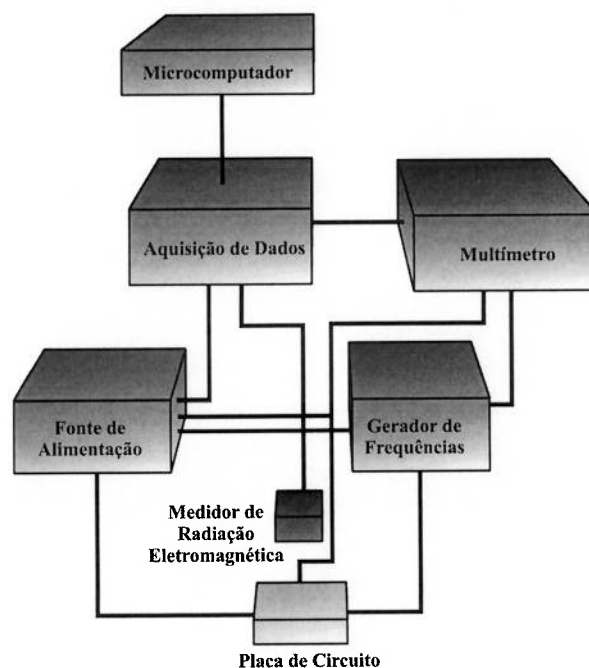
$I_a$  a parcela de irradiação que absorvida pelo corpo e

$I_t$  a parcela de irradiação que é transmitida.

De acordo com o balanço da irradiação que incide sobre o corpo, uma parcela é refletida, outra parcela é absorvida e a resultante é transmitida. De todas estas parcelas da irradiação incidente, a absorvida é a de interesse no estudo deste trabalho e, portanto, conhecer seu comportamento e saber modelá-la é de fundamental importância para o entendimento do mecanismo aquecimento da superfície absorvedora.

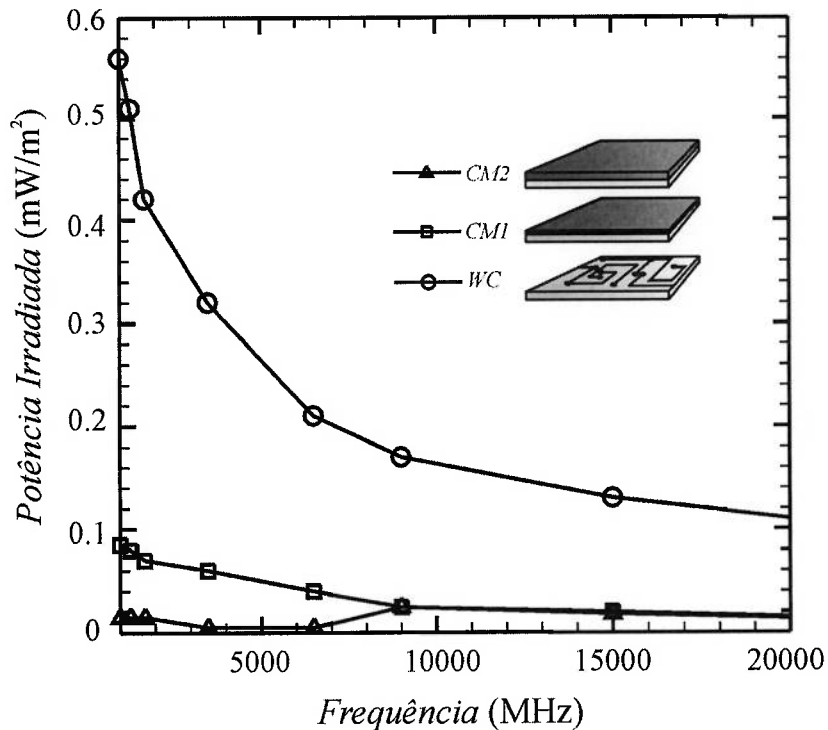
### **3.1.2 Comportamento de absorção do compósito epóxi-ferrita**

Antes de se exibir o modelo do mecanismo de absorção das ondas eletromagnéticas, é necessário conhecer o comportamento de absorção do compósito de ferrita-epoxi usado. O estudo da absorção do material analisado por este trabalho foi realizado por Migliano e Freitas (2002), os quais verificaram o comportamento de absorção do compósito na blindagem de circuitos eletrônicos, para avaliar a eficiência da mesma. O esquema da instrumentação utilizada no experimento está apresentado na Fig. 3.3.



**Figura 3.3** – Esquema da instrumentação utilizada (Migliano e Freitas, 2002).

Conforme o esquema da Fig. 3.3, uma tensão de 5V é aplicada à borda da placa de circuito medindo-se os valores de potência de irradiação para diferentes valores de frequências geradas pelo gerador de frequências. A aquisição de dados é feita para três tipos de situações de revestimento sendo: o primeiro, sem cobertura do compósito (*WC*); o segundo, com uma fina camada da mistura epóxi-ferrita (*CM1*); e o terceiro, com uma segunda camada da mistura (*CM2*), atingindo uma espessura final de 3 mm. O resultado deste experimento pode ser verificado na Fig. 3.4. Com referência a essa figura, nota-se que os valores medidos após a aplicação da primeira camada (*CM1*) apresentam uma redução considerável da potência irradiada, principalmente na faixa de 1 a 20 GHz. Verifica-se também, que, com a aplicação da segunda camada de mistura (*CM2*), houve uma atenuação ainda maior da potência irradiada que atravessou a camada na faixa de frequência até 9 MHz, se comparada com o caso anterior. O gráfico ainda apresenta a potência irradiada sem revestimento algum (*WC*). A diminuição da irradiação se deve ao fato da onda eletromagnética ser absorvida pela mistura de ferrita, presentes nas camadas *CM1* e *CM2*, caracterizando-se assim, como uma blindagem eletromagnética.



**Figura 3.4** – Gráfico da intensidade de potência irradiada (Migliano e Freitas, 2002).

Através dos resultados levantados pelo experimento de absorção apresentados na Fig.3.4, fica evidente a absorção quase que completa da irradiação incidente. Mas uma pequena quantidade de irradiação é transmitida, sendo necessário, assim, utilizar-se de um parâmetro de absorção  $\alpha_A$  que quantifique a parcela absorvida pelo compósito. Este parâmetro é chamado de coeficiente de absorção e é descrito por:

$$\alpha_A = \frac{P_a}{P_{I(WC)}}, \quad (3.3)$$

onde:

$P_a$  é a potência absorvida [ $W/m^2$ ] pela placa de circuito com a camada de 3 mm de compósito e

$P_{I(WC)}$  a potência irradiada pela placa do circuito em vazio [ $W/m^2$ ].

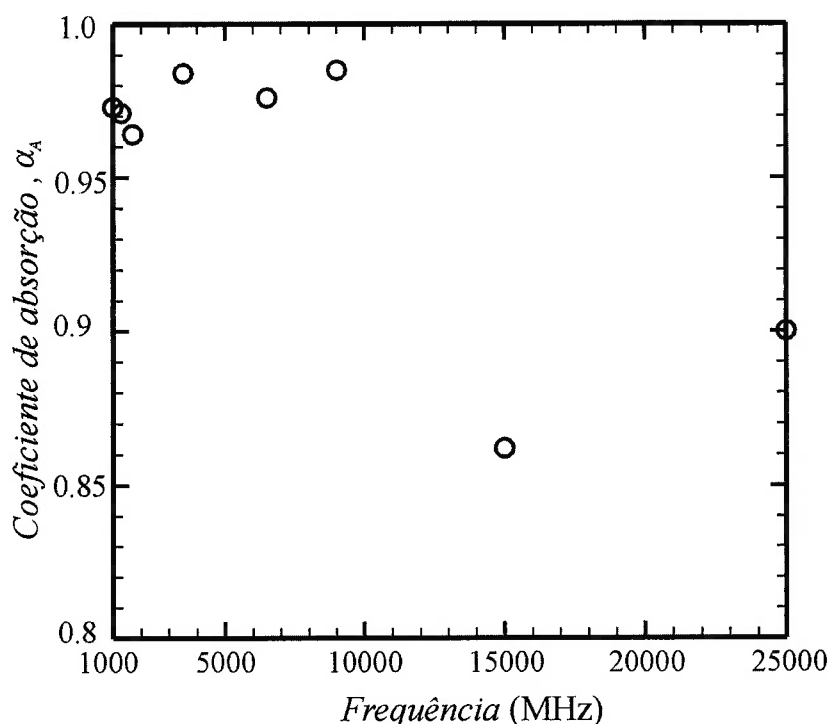
O valor da irradiação absorvida pelo compósito epóxi-ferrita aplicado à placa de circuito ( $P_a$ ) no experimento da Fig. 3.3 é calculado a partir da diferença da potência irradiada pela placa sem cobertura da mistura epóxi-ferrita ( $P_{I(WC)}$ ), com a potência irradiada pela placa do circuito com a camada de espessura final 3 mm ( $P_{I(CM2)}$ ), ou seja:

$$P_a = P_{I(WC)} - P_{I(CM2)}. \quad (3.4)$$

Substituindo a Eq. 3.4 na Eq. 3.3, têm-se a Eq. 3.5 dada por:

$$\alpha_A = \frac{P_{I(WC)} - P_{I(CM2)}}{P_{I(WC)}}. \quad (3.5)$$

Aplicando-se a equação Eq. 3.5 aos dados obtidos pelo experimento de Migliano e Freitas (2002) pode-se construir o gráfico dos valores do coeficiente de absorção  $\alpha_A$ . Estes dados podem ser verificados no gráfico da Fig. 3.5.



**Figura 3.5** – Gráfico do coeficiente de absorção  $\alpha_A$  em função da frequência com os dados obtidos pelo experimento de Migliano e Freitas (2002).

As aplicações que serão estudadas neste trabalho se diferem, entre outros fatores, por apresentarem faixas de frequências distintas. Portanto, para cada aplicação, ou seja, para cada faixa de frequência pode-se calcular um  $\alpha_A$  médio ( $\bar{\alpha}_A$ ) dado pela Eq.3.6.

$$\bar{\alpha}_A = \frac{1}{\Delta f} \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \alpha(f) df, \quad (3.6)$$

sendo:

$\bar{\alpha}_A$  o coeficiente de absorção médio da faixa de frequência em estudo,

$\Delta f$  a diferença entre os intervalos de integração  $f_{\min}$  e  $f_{\max}$  e

$\alpha(f)$  a função interpolada obtida através do método dos mínimos quadrados que representa os pontos discretos contidos no intervalo de frequência estudado.

### 3.1.3 Modelagem da absorção para o Método da Capacitância Global

A modelagem do termo fonte de absorção da energia proveniente da onda eletromagnética utiliza, neste trabalho, a simplificação proposta pelo método da capacitância global. A essência deste método é a hipótese de que a temperatura no interior do sólido é uniforme no espaço, em qualquer instante de tempo, durante um processo transiente, ou seja, os gradientes no interior do sólido são desprezíveis. Isto levaria a crer que a condutividade térmica teria um valor infinito, o que pode ser aproximado se o valor da resistência térmica à condução de calor no interior do sólido for pequeno, se comparado com a resistência térmica à transferência de calor por convecção entre o compósito e meio externo. Este método está amplamente discutido em vários livros texto de transferência de calor como, por ex., Incropera e Witt (1996).

Para a validade da simplificação deste método, faz-se necessária a análise do número de Biot ( $Bi$ ) que é a razão entre a resistência térmica interna de um sólido e a resistência térmica convectiva externa dada pela Eq.3.7.

$$Bi = \frac{hL}{k}, \quad (3.7)$$

onde:

$h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção [ $\text{W}/\text{m}^2\text{K}$ ],

$L$  o comprimento característico (no caso a espessura da placa) [m] e

$k$  a condutividade térmica [ $\text{W}/\text{mK}$ ].

É facilmente verificável que para um  $Bi \ll 1$ , a resistência térmica condutiva no interior do sólido é muito menor do que a resistência térmica convectiva externa, possibilitando, assim, a utilização do modelo da capacitância global. Uma medida usual para admitir que o erro associado à utilização do método seja pequeno é  $Bi < 0,1$ , sendo que, para corpos como placas, este erro é inferior a 5% (Kreith, 1973).

A espessura da camada do compósito de epóxi ferrita é da ordem de 3 mm o que promove, em conjunto com as propriedades térmicas, um baixo Biot e torna possível a análise de transferência de calor por condução através do método da capacitância global.

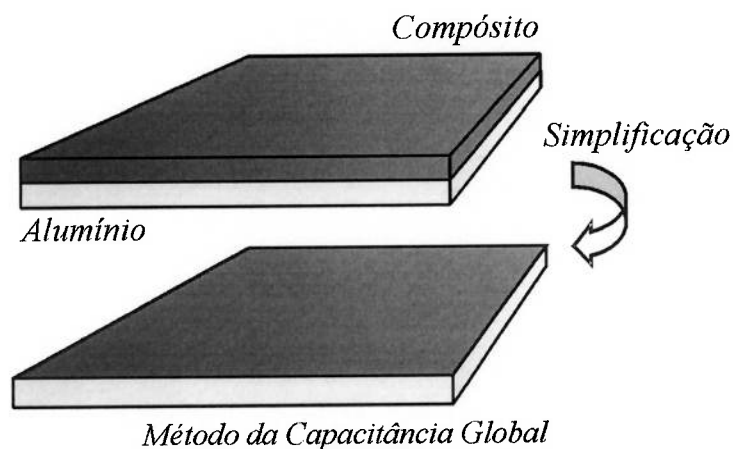
Através da simplificação do método da capacitância global, o calor gerado pela absorção da radiação eletromagnética é dado pelo valor da potência que incide sobre a camada de compósito multiplicado pelo coeficiente de absorção médio, como se pode verificar na Eq. 3.8. dada por:

$$q_{ger}'' = \bar{\alpha}_A I_o, \quad (3.8)$$

onde:

$q_{ger}''$  é a taxa na qual a energia térmica é gerada [ $\text{W}/\text{m}^2$ ].

Com esta simplificação, toda a absorção de radiação eletromagnética estará concentrada em uma fina camada, ou seja, o compósito epóxi-ferrita com espessura de 3 mm é reduzido a uma superfície em que a lei de absorção, para uma determinada faixa de frequência, é dada pela Eq. 3.8. Esta equação é válida desde que a parcela refletida, ou espalhada, da radiação eletromagnética que incide sobre o compósito, seja desprezível. Isto pode ser considerado, já que menos de 1 % da radiação eletromagnética é refletida para a espessura de 3 mm de compósito (Migliano e Freitas, 2002). Já o substrato não é simplificado e na direção da espessura apresenta um perfil térmico diferenciado em função da variação de cota de espessura. A representação esquemática desta simplificação pode ser verificada na Fig.3.6.



**Figura 3.6** – Ilustração da simplificação proposta pelo Método da Capacitância Global. A camada de compósito com uma determinada espessura se reduz a uma superfície em que as ondas eletromagnéticas são absorvidas.

Substratos metálicos, como é o caso do alumínio e do aço, apresentam a característica de refletividade total da radiação eletromagnética, sendo assim, a parcela da radiação transmitida para o substrato, dado pelo valor  $P_{I(CM2)}$ , não promoverá nenhum tipo de aquecimento nestes materiais. O substrato de acrilonitrila-butadieno-estireno (ABS), muito usado na indústria de telecomunicações, é transparente às radiações eletromagnéticas e, conseqüentemente, do mesmo modo que os substratos metálicos, não aquece.

### 3.2 Equação da Difusão de Calor

O mecanismo de transferência de calor interno a um sólido se dá através da condução e a equação que descreve este fenômeno é a Lei de Fourier, que para uma parede plana unidimensional, pode ser descrita por:

$$q_x'' = -k \frac{dT}{dx}, \quad (3.9)$$

onde:

$q_x''$  é a taxa de transferência de calor na direção  $x$  [ $W/m^2$ ].



Para se obter a equação da difusão de calor faz-se o balanço de energia para um volume de controle infinitesimal, como pode ser representado pela Fig.3.7.

Aplicando-se o princípio de conservação da energia dada por:

$$\dot{E}_e + \dot{E}_g - \dot{E}_s = \dot{E}_{ac}, \quad (3.10)$$

onde:

$\dot{E}_e$  é a taxa de energia que entra no volume de controle [W],

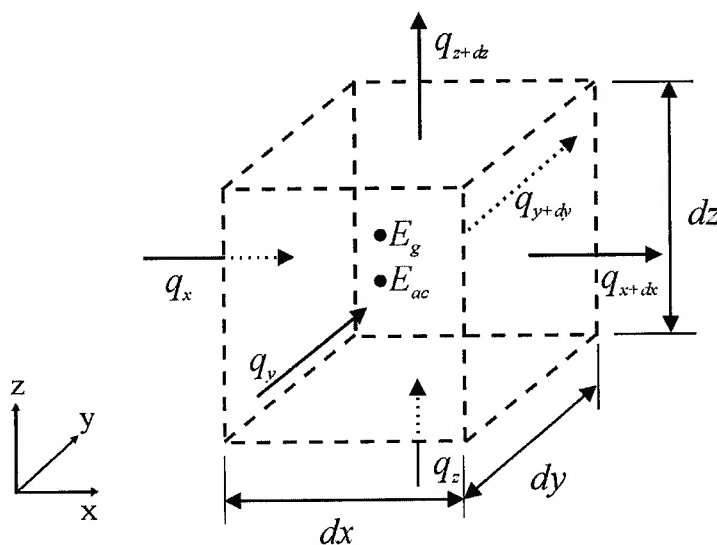
$\dot{E}_s$  a taxa de energia que sai do volume de controle [W],

$\dot{E}_{ac}$  a taxa de variação de energia térmica acumulada no volume de controle [W],

$\dot{E}_g$  a taxa de energia gerada no volume de controle [W].

O termo da taxa de acúmulo de energia ( $\dot{E}_{ac}$ ) para uma densidade ( $\rho$ ) e um calor específico a pressão constante ( $C_p$ ), é dado por:

$$\dot{E}_{ac} = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} (dxdydz). \quad (3.11)$$



**Figura 3.7** – Volume de controle infinitesimal para os balanços de energia.

Já o termo da taxa de energia térmica gerada ( $\dot{E}_g$ ) é dado por:

$$\dot{E}_g = \dot{q}(dxdydz). \quad (3.12)$$

Reconhecendo que as taxas de condução de calor respondem pela entrada,  $\dot{E}_e$ , e pela saída de energia,  $\dot{E}_s$ , substituindo as Eqs. 3.12 e 3.11 na Eq. 3.10 e, considerando que a condutividade térmica é constante em todas as direções, a equação da difusão também conhecida como a equação do calor, pode ser descrita por:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3.13)$$

Sendo que  $\lambda$  é a difusividade térmica do meio dado por:

$$\lambda = \frac{k}{\rho C_p}. \quad (3.14)$$

### 3.3 Convecção

O mecanismo de transferência de calor por convecção se dá através da transferência de calor do fluido em movimento e uma superfície, quando os dois se encontram a temperaturas diferentes. Esta transferência ocorre tanto em função do movimento molecular aleatório (difusão) quanto pelo movimento global do fluido. A equação apropriada para a taxa de transferência de calor por convecção é dada pela Lei do Resfriamento de Newton e possui a forma:

$$q''_{conv} = h(T_{sup} - T_{\infty}), \quad (3.15)$$

onde:

$q''_{conv}$  é o fluxo de calor por convecção [W/m<sup>2</sup>],

$h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção [W/m<sup>2</sup>K],

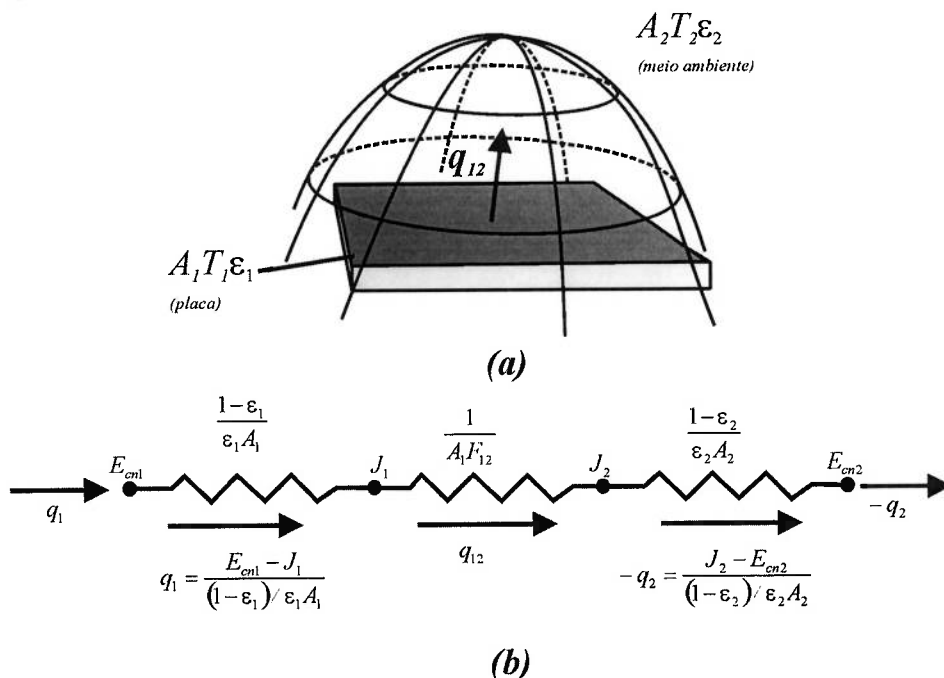
$T_{sup}$  é a temperatura da superfície do material [K] e

$T_{\infty}$  é a temperatura do fluido [K].

Este coeficiente de transferência de calor depende das condições da camada limite, as quais são influenciadas pela geometria da superfície, pela natureza do fluido e por uma série de propriedades termodinâmicas e de transporte do fluido. O cálculo do  $h$  para o caso de escoamento paralelo sobre uma placa plana é facilmente encontrada na literatura sobre o assunto.

### 3.4 Radiação Térmica

Para a modelagem da troca de energia radiante entre a placa, composta pelo substrato coberto com o compósito epóxi-ferrita, e o meio externo é utilizado o conceito de cavidade com duas superfícies. A placa troca radiação térmica com o meio externo devido à diferença de temperatura entre sua superfície e o meio que o envolve. Sendo assim, pode-se modelar a troca radiante da placa com meio externo por uma cavidade de duas superfícies como pode ser observado na Fig. 3.8a.



**Figura 3.8** - A cavidade com duas superfícies (placa e meio externo). (a) Diagrama esquemático. (b) Representação pelo circuito equivalente.

Como há somente duas superfícies, a taxa de radiante líquida saindo da placa,  $q_1$ , deve ser igual a taxa radiante líquida que chega ao meio ambiente,  $-q_2$ , e as duas devem ser iguais à taxa líquida na qual a radiação é trocada entre a placa e o meio ambiente. Conseqüentemente,

$$q_1 = -q_2 = q_{12}. \quad (3.16)$$

Este arranjo pode ser representado por um circuito elétrico equivalente, cuja resistência total à troca de radiação é composta por duas resistências superficiais e pela resistência espacial Fig. 3.8b, dadas pela Eq. 3.17.

$$R_r = \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}, \quad (3.17)$$

sendo:

$\varepsilon_1$  a emissividade total hemisférica do placa,

$\varepsilon_2$  a emissividade total hemisférica do meio ambiente,

$F_{12}$  o fator de forma que assume valor unitário devido a placa ser plana ,

$A_1$  área da placa e

$A_2$  área do meio ambiente.

Pode-se simplificar a Eq. 3.17 para obter a Eq. 3.18, ou seja:

$$R_r = \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2} \left( \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \right) \frac{A_1}{A_1}. \quad (3.18)$$

Rearranjando a Eq. 3.18, tem-se a Eq. 3.19:

$$R_r = \frac{1}{A_1} \left( \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \left( \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \right) \frac{A_1}{A_2} \right). \quad (3.19)$$

Sendo a área do meio ambiente ( $A_2$ ) muito maior que a área da placa ( $A_1$ ), o termo  $A_1/A_2 \cong 0$  e a Eq. 3.19 resume-se à,

$$R_r \cong \frac{I}{A_1} \left( \frac{I}{\varepsilon_1} - I + I \right), \quad (3.20)$$

ou seja,

$$R_r \cong \frac{I}{A_1 \varepsilon_1}, \quad (3.21)$$

Portanto, a troca radiante líquida entre as duas superfícies é dada pela Eq.3.22, descrita por:

$$q_{12} = \varepsilon_1 \sigma A_1 [T_1^4 - T_2^4], \quad (3.22)$$

onde:

$T_1$  é a temperatura absoluta da placa e

$T_2$  é a temperatura absoluta do meio ambiente.

A emissividade  $\varepsilon_1$  é utilizada justamente para quantificar a irradiação da placa como a de um corpo real, também chamado de corpo cinzento. Este parâmetro relaciona o poder emissivo hemisférico total do corpo cinzento  $\xi_1$ , dado pela placa, com o poder emissivo hemisférico total do corpo negro  $\xi_N$ , que é utilizado como padrão por ser o irradiador que emite a máxima quantidade possível de energia para uma dada temperatura, sendo dado pela Eq. 3.23.

$$\varepsilon_1 = \frac{\xi_1}{\xi_N}. \quad (3.23)$$

O poder emissivo hemisférico total é definido como a energia térmica radiante total emitida por um material, em todo o espectro de onda, em todas as direções.

Objetivando manter a linearidade da equação descrita em diferenças finitas no modelo proposto por este trabalho, emprega-se o conceito de coeficiente de transferência de calor por troca de radiante ( $h_r$ ) definido por:

$$h_r = \frac{q_{12}}{A_1(T_1 - T_2)}. \quad (3.24)$$

Substituindo a Eq. 3.22 na Eq. 3.24, obtém-se:

$$h_r = \frac{\varepsilon_1 \sigma A_1 [T_1^4 - T_2^4]}{A_1(T_1 - T_2)}. \quad (3.25)$$

Simplificando a Eq. 3.26,

$$h_r = \varepsilon_1 \sigma (T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2), \quad (3.26)$$

ou seja,

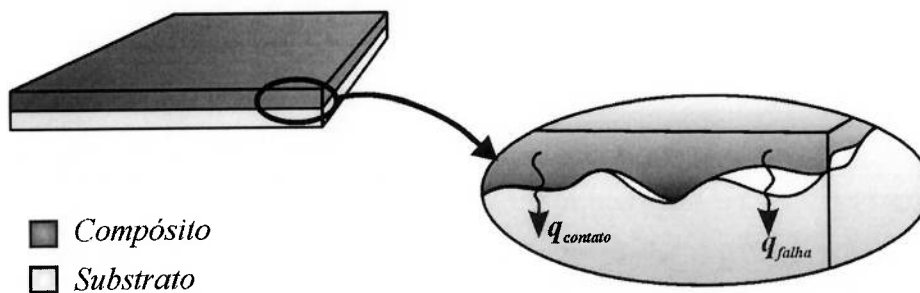
$$h_r = \varepsilon_1 \sigma (T_1^3 + T_1^2 T_2 + T_1 T_2^2 + T_2^3), \quad (3.27)$$

sendo  $h_r$  calculado iterativamente, pois depende do valor da temperatura na superfície no passo correspondente. Portanto, a equação final empregada para a troca de calor por radiação térmica entre a blindagem eletromagnética e o meio externo com o termo  $h_r$  linearizado é dado por:

$$q_{rad} = h_r A (T_1 - T_2). \quad (3.28)$$

### 3.5 Resistência Térmica de Contato

Em sistemas térmicos compostos por materiais distintos em contato, existe uma queda considerável de temperatura na interface como é o caso entre o compósito epóxi-ferrita e o substrato. Isto se deve às imperfeições superficiais de ambos os materiais (rugosidade), bem como, devido à pressão de contato que os une. A transferência de calor se dá através da condução entre das áreas de contato, enquanto que basicamente, por radiação nas áreas das falhas, como se pode ver de forma esquemática na Fig. 3 9.



**Figura 3.9** - Ilustração da interface de dois materiais. A condução de calor se dá, sobretudo por condução onde os picos se tocam.

Para modelar este comportamento físico da transferência de calor foi atribuído um novo conceito que é a resistência térmica de contato que, para uma área unitária, pode ser definida como:

$$R_c'' = \frac{T_A - T_B}{q_x''}, \quad (3.29)$$

onde:

$R_c$  é a resistência térmica de contato entre os materiais [ $m^2K/W$ ],

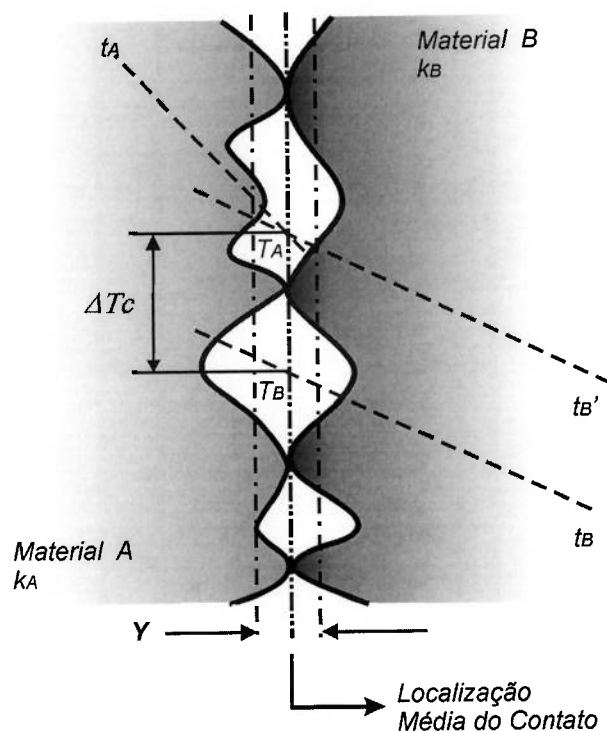
$q_x''$  é o fluxo de calor que atravessa a área de contato [ $W/m^2$ ],

$T_A$  é a temperatura da superfície do material A na localização média do contato,

$T_B$  é a temperatura da superfície do material B na localização média do contato.

Uma explanação mais detalhada do mecanismo de transferência de calor na interface de materiais distintos é apresentada em Gebhart (1993) e está representada pela Fig. 3.10.

As áreas de contato físico aumentam à medida que a pressão de contato entre as regiões aumenta devido à deformação mecânica imposta reduzindo, assim, a resistência térmica de contato. Isto explica por que este é um dos dois fatores importantes a ser considerado. Um experimento típico que demonstra esta relação foi apresentado por Chen e outros (2001) e relaciona a diminuição da resistência térmica de contato com o aumento do torque de parafusos em um arranjo mecânico onde duas placas de materiais distintos estão fixadas por parafusos.



**Figura 3.10** – Detalhe ampliado da região de contato entre dois materiais distintos (Gebhart,1993).

Na Fig. 3.10, as linhas tracejadas representam a localização média da rugosidade da região A e da B, sendo que  $Y$  é a distância entre estas duas linhas. A distribuição de temperaturas nas duas regiões definidas por  $t_A$  e  $t_B$ , respectivamente, com diferentes inclinações decorrentes de  $k_A < k_B$ , considerando que o fluxo de calor é uniforme em toda a estrutura.

Se existisse um contato perfeito entre as duas regiões, a distribuição de temperatura dado por  $t_A$  e  $t_B$  apresentaria um ponto de intersecção na localização média do ponto de contato, como mostrado na Fig. 3.10. Mas, devido à resistência existente na área de contato, existe um elevado gradiente de temperatura nessa região resultando numa variação de temperatura dada por  $\Delta T_c$ .

Em sólidos, com condutividade superior à do fluido das falhas, a resistência térmica de contato é diminuída com o aumento dos pontos de contato, o que explica o seu aumento com o aumento da pressão de contato e a redução da rugosidade.

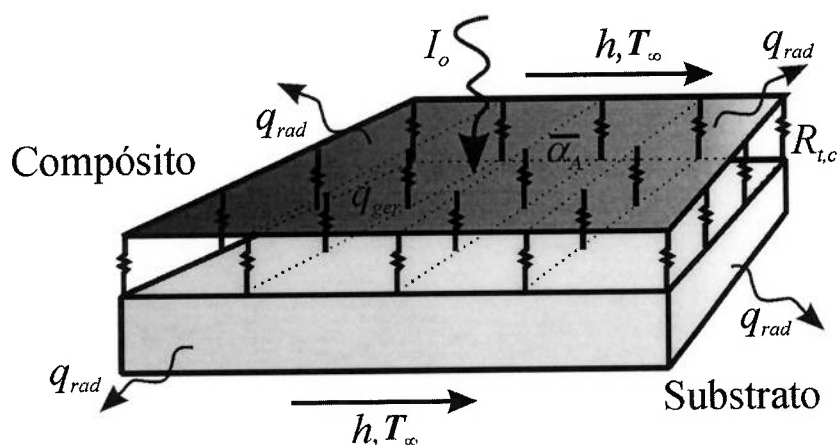


Vários modelos foram desenvolvidos para o cálculo desses valores em função da geometria do material, das características térmicas do material e do tipo de montagem empregada. Esses modelos são, geralmente, baseados em contatos idealizados como em Laraqi (2002), o qual a área de contato é modelada por discos de diferentes diâmetros distribuídos aleatoriamente sobre uma área.

### 3.6 Descrição do Problema

Após o entendimento dos mecanismos de troca de calor e do modelo de aquecimento devido à absorção eletromagnética empregado por este trabalho, é interessante descrever o problema em estudo para facilitar a compreensão do modelo numérico que é apresentado no próximo capítulo.

O problema em análise neste trabalho é encontrar o campo de temperaturas para a solução de regime permanente de uma placa composta por um substrato, coberto por um compósito epóxi-ferrita que se caracteriza por aquecer, quando radiações eletromagnéticas incidem sobre sua superfície. O substrato não apresenta a característica absorvedora, sendo considerado como um material transparente às ondas eletromagnéticas. O desenho esquemático do fenômeno físico, pode ser visto na Fig. 3.11.



**Figura 3.11** – Desenho esquemático do fenômeno físico de transferência de calor sobre a placa.

Outra parte do problema é procurar verificar que parâmetros e condições de contorno efetivamente influenciam na distribuição de temperaturas da placa. Detalhes de como são empregadas as condições de contorno nos casos simulados estão presentes no Capítulo 5.

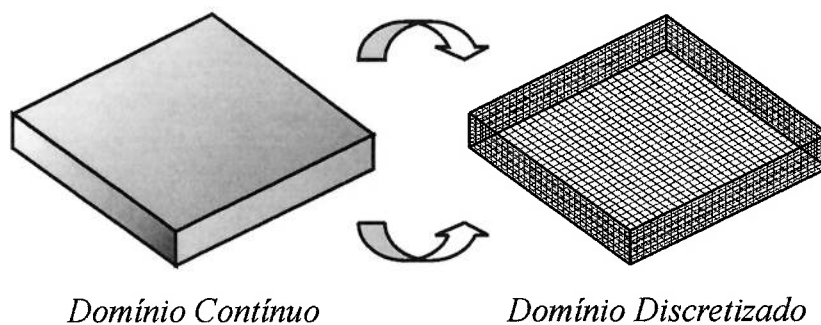
## 4 MODELAGEM NUMÉRICA

Neste capítulo é apresentado a discretização da equação da condução de calor e o método empregado para a sua solução. É abordado, também, o critério de estabilidade para a convergência das equações discretizadas, bem como, o acoplamento de soluções dos dois materiais para a integração conjunta das equações.

### 4.1 Discretização

Soluções analíticas caracterizam-se por serem contínuas, ou seja, por apresentarem os valores das grandezas passíveis de determinação em todo o campo. Mas estas soluções são geralmente válidas para condições de contorno simples e geométricas elementares, de forma que situações mais complexas exigem solução numérica. Nesse caso, faz-se necessário tornar o campo contínuo em um campo discreto, ou seja, com um número finito de pontos, onde o seu arranjo é chamado de malha. Sendo assim, as equações discretizadas são escritas em função da geometria da malha e a distribuição e densidade dos pontos são de grande importância para acuidade da solução.

Neste trabalho, a discretização é feita através da substituição do domínio contínuo por uma série de pontos discretos, introduzindo-se aproximações por diferenças finitas entre esses pontos. Este método de aproximação é conhecido como método das diferenças finitas e é amplamente empregado para soluções numéricas de problemas de transferência de calor. Para uma placa plana a discretização é muito simples, pois o emprego de uma malha regular torna-se facilmente aplicável como pode ser verificado na Fig. 4.1.



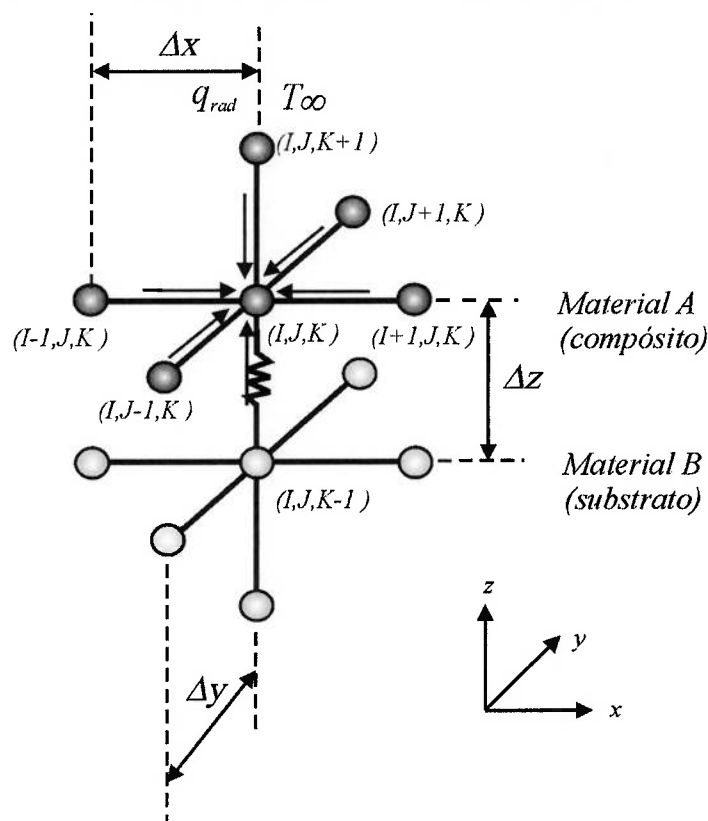
**Figura 4.1** – Discretização de uma placa plana.

## 4.2 Método de Solução

O método empregado para solução numérica deste problema é o método explícito, modelando o transitório iterativamente até atingir o regime permanente. A equação discretizada da conservação da energia térmica na forma explícita é descrita diferentemente para cada face, aresta e vértice da placa. Ela apresenta a característica explícita porque as temperaturas nodais desconhecidas para o novo instante de tempo são determinadas exclusivamente a partir de temperaturas nodais conhecidas no instante de tempo anterior.

### 4.2.1 Discretização no compósito

Para os nós internos localizados na face superior da placa, ou seja, onde está localizado o compósito, a representação gráfica é dada pela Fig. 4.2.



**Figura 4.2** – Representação gráfica do balanço energético nos nós internos situados na face superior da placa onde se localiza o compósito.

A equação de conservação da energia térmica discretizada explicitamente para os nós internos é dada pela Eq. 4.1:

$$\begin{aligned}
& k_A \left( \Delta y \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{(T_{(I-1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta x} + k_A \left( \Delta y \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{(T_{(I+1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta x} + \\
& k_A \left( \Delta x \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{(T_{(I,J-1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta y} + k_A \left( \Delta x \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{(T_{(I,J+1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta y} + \\
& h(\Delta x \Delta y)(T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + h_r(\Delta x \Delta y)(T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + \frac{(\Delta x \Delta y)(T_{(I,J,K-1)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{R_{t,c}} + \\
& q(\Delta x \Delta y \frac{\Delta z}{2}) = \rho_A c_{p_A} (\Delta x \Delta y \frac{\Delta z}{2}) \frac{(T_{(I,J,K)}^{P+1} - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta t}.
\end{aligned} \tag{4.1}$$

As propriedades acompanhadas do subscrito A relacionam-se ao compósito de epóxi-ferrita. Considerando  $\Delta = \Delta x = \Delta y$  e  $k_A$  constante em todas as direções, têm-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I-1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I+1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I,J-1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \\
& \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I,J+1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{h}{k_A} \Delta (T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta (T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + \\
& \frac{2 \Delta (T_{(I,J,K-1)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{k_A R_{t,c}} + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k_A} = \frac{\rho_A c_{p_A} (\Delta \Delta z)}{k_A} \frac{(T_{(I,J,K)}^{P+1} - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta t}.
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Sabendo-se que Fourier ( $FO_A$ ) é dado por:

$$FO_A = \frac{\lambda_A \Delta t}{(\Delta \Delta z)}, \tag{4.3}$$

onde:

$\Delta t$  é a variação de tempo por passo de integração.

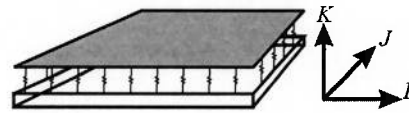
Já, o Biot ( $Bi$ ) do material A é dado por:

$$Bi_A = \frac{h\Delta}{k_A} \quad (4.4)$$

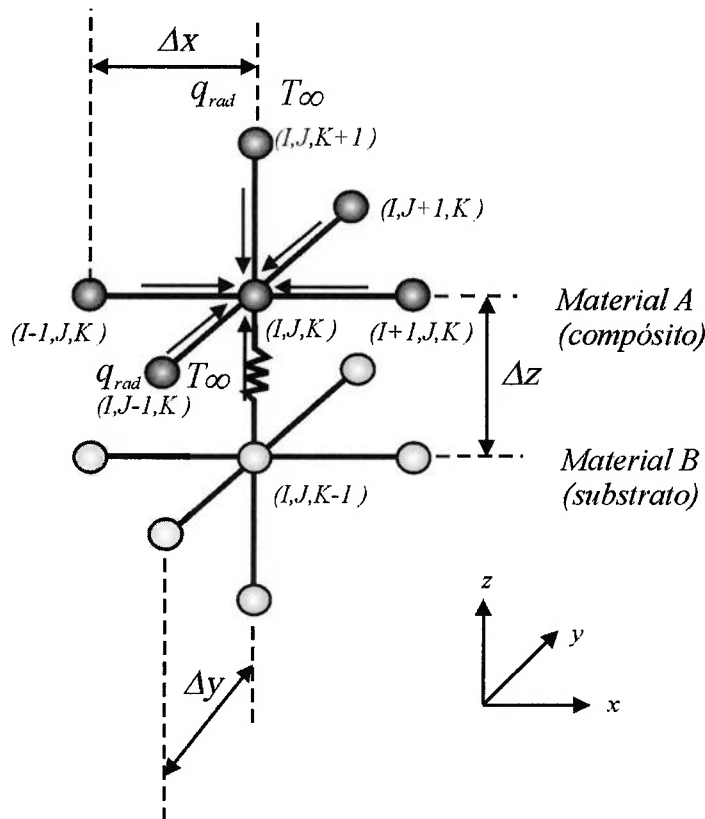
A equação final discretizada fica sendo:

$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_A \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I+1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + 2 \frac{\Delta (T_{(I,J,K-1)}^P)}{k_A R_{t,c}} + \frac{q(\Delta x)}{k_A} + 2Bi_A T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta T_{ext} \right] + \left( 1 - Fo_A \left( 2Bi_A + 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{k_A R_{t,c}} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.5)$$

*Nós Internos*



Os nós localizados na aresta frontal do compósito epóxi-ferrita estão representados graficamente pela Fig. 4.3.



**Figura 4.3** – Representação gráfica do balanço energético nos nós situados na aresta frontal da placa onde se localiza o compósito.

A equação discretizada explicitamente para os nós da aresta frontal do compósito é dada pela Eq. 4.6:

$$\begin{aligned}
 & k_A \left( \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{(T_{(l-1,j,k)}^P - T_{(l,j,k)}^P)}{\Delta x} + k_A \left( \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{(T_{(l+1,j,k)}^P - T_{(l,j,k)}^P)}{\Delta x} + \\
 & k_A \left( \Delta x \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{(T_{(l,j+1,k)}^P - T_{(l,j,k)}^P)}{\Delta y} + h \left( \Delta x \frac{\Delta z}{2} \right) (T_\infty - T_{(l,j,k)}^P) + \\
 & h_r \left( \Delta x \frac{\Delta z}{2} \right) (T_{ext} - T_{(l,j,k)}^P) + h \left( \Delta x \frac{\Delta y}{2} \right) (T_\infty - T_{(l,j,k)}^P) + h_r \left( \Delta x \frac{\Delta y}{2} \right) (T_{ext} - T_{(l,j,k)}^P) + \\
 & \frac{\left( \Delta x \frac{\Delta y}{2} \right) (T_{(l,j,k-1)}^P - T_{(l,j,k)}^P)}{R_{t,c}} + q \left( \Delta x \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \right) = \rho_A c_{pA} \left( \Delta x \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{(T_{(l,j,k)}^{P+1} - T_{(l,j,k)}^P)}{\Delta t}.
 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Simplificando, têm-se:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(l-1,j,k)}^P - T_{(l,j,k)}^P) + \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(l+1,j,k)}^P - T_{(l,j,k)}^P) + 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(l,j+1,k)}^P - T_{(l,j,k)}^P) + \\
 & 2 \frac{h}{k_A} \Delta z (T_\infty - T_{(l,j,k)}^P) + 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta z (T_{ext} - T_{(l,j,k)}^P) + 2 \frac{h}{k_A} \Delta (T_\infty - T_{(l,j,k)}^P) + \\
 & 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta (T_{ext} - T_{(l,j,k)}^P) + 2 \frac{\Delta}{k_A} \frac{(T_{(l,j,k-1)}^P - T_{(l,j,k)}^P)}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_A} = \\
 & \frac{\rho_A c_{pA} (\Delta \Delta z)}{k_A} \frac{(T_{(l,j,k)}^{P+1} - T_{(l,j,k)}^P)}{\Delta t}.
 \end{aligned} \quad (4.7)$$

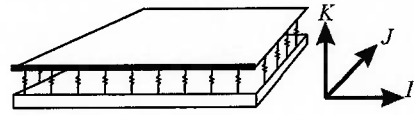
Sendo Biot em função de  $\Delta z$  dado por:

$$Biz_A = \frac{h \Delta z}{k_A}. \quad (4.8)$$

A equação discretizada final para os nós da aresta frontal do composto é dada por:

$$\begin{aligned}
 T_{(I,J,K)}^{P+1} = & Fo_A \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I-1,J,K)}^P + T_{(I+1,J,K)}^P + 2T_{(I,J+1,K)}^P) + 2(Biz_A + Bi_A)T_\infty + \right. \\
 & 2 \left( \frac{h_r}{k_A} \Delta z + \frac{h_r}{k_A} \Delta \right) T_{ext} + 2 \frac{\Delta}{k_A} \left( \frac{T_{(I,J,K-1)}^P}{R_{t,c}} + \frac{q\Delta\Delta z}{k_A} \right) + (1 - Fo_A (2Bi_A + 2Biz_A + \\
 & \left. \left. 2 \frac{h_r}{k_A} (\Delta + \Delta z) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{k_A R_{t,c}} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \cdot
 \end{aligned} \quad (4.9)$$

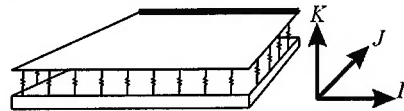
*Nós da Aresta Frontal*



Para as demais arestas, as equações sofrem apenas algumas alterações nos termos de condução e são dadas por:

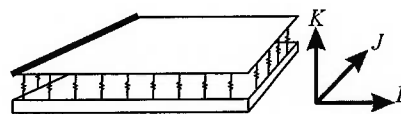
$$\begin{aligned}
 T_{(I,J,K)}^{P+1} = & Fo_A \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I-1,J,K)}^P + T_{(I+1,J,K)}^P + 2T_{(I,J-1,K)}^P) + 2(Biz_A + 2Bi_A)T_\infty + \right. \\
 & 2 \left( \frac{h_r}{k_A} \Delta z + \frac{h_r}{k_A} \Delta \right) T_{ext} + 2 \frac{\Delta}{k_A} \left( \frac{T_{(I,J,K-1)}^P}{R_{t,c}} + \frac{q\Delta\Delta z}{k_A} \right) + (1 - Fo_A (2Bi_A + 2Biz_A + \\
 & \left. \left. 2 \frac{h_r}{k_A} (\Delta + \Delta z) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{k_A R_{t,c}} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P
 \end{aligned} \quad (4.10)$$

*Nós da Aresta Traseira*



$$\begin{aligned}
 T_{(I,J,K)}^{P+1} = & Fo_A \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} (2T_{(I+1,J,K)}^P + T_{(I,J-1,K)}^P + T_{(I,J+1,K)}^P) + 2(Biz_A + Bi_A)T_\infty + \right. \\
 & 2 \left( \frac{h_r}{k_A} \Delta z + \frac{h_r}{k_A} \Delta \right) T_{ext} + 2 \frac{\Delta}{k_A} \left( \frac{T_{(I,J,K-1)}^P}{R_{t,c}} + \frac{q\Delta\Delta z}{k_A} \right) + (1 - Fo_A (2Bi_A + 2Biz_A + \\
 & \left. \left. 2 \frac{h_r}{k_A} (\Delta + \Delta z) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{k_A R_{t,c}} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P
 \end{aligned} \quad (4.11)$$

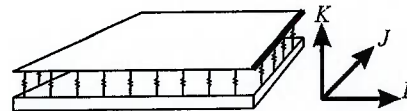
*Nós da Aresta Lateral Esquerda*



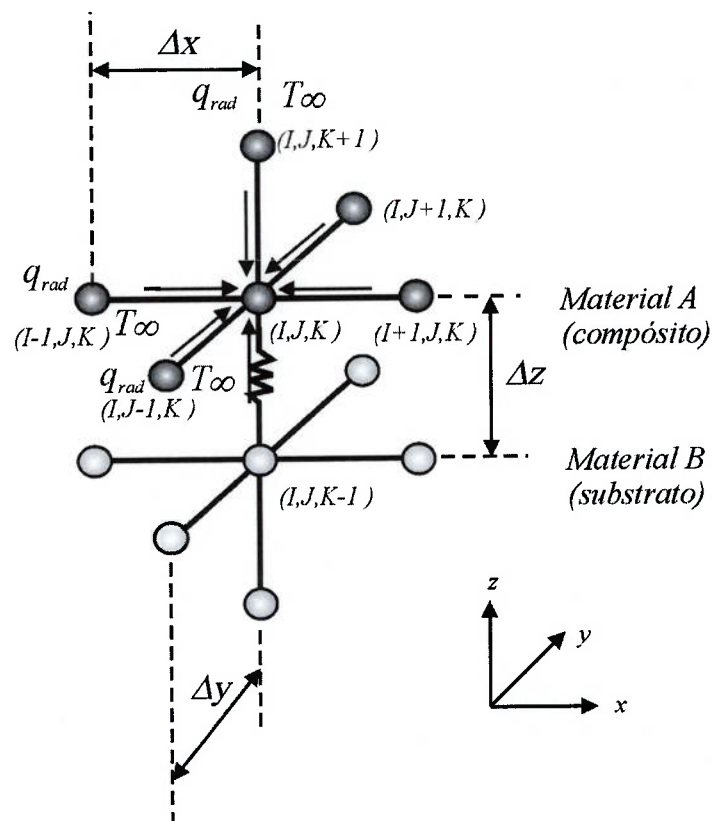


$$\begin{aligned}
 T_{(I,J,K)}^{P+1} = & Fo_A \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} (2T_{(I-1,J,K)}^P + T_{(I,J-1,K)}^P + T_{(I,J+1,K)}^P) + 2(Biz_A + Bi_A)T_\infty + \right. \\
 & \left. 2 \left( \frac{h_r}{k_A} \Delta z + \frac{h_r}{k_A} \Delta \right) T_{ext} + 2 \frac{\Delta}{k_A} \frac{(T_{(I,J,K-1)}^P)}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_A} \right] + (1 - Fo_A (2Bi_A + 2Biz_A + \\
 & \left. 2 \frac{h_r}{k_A} (\Delta + \Delta z) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{k_A R_{t,c}} \right)) T_{(I,J,K)}^P
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

*Nós da Aresta Lateral Direita*



Para os nós localizados nos vértices do compósito epóxi – ferrita têm-se a representação gráfica na Fig. 4.4.



**Figura 4.4** – Representação gráfica do balanço energético no nó situado no vértice frontal esquerdo da placa onde se localiza o compósito.

A equação discretizada explicitamente para o nó do vértice frontal esquerdo do compósito, é dada pela Eq. 4.13:

$$\begin{aligned}
 & k_A \left( \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{(T_{(I+1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta x} + k_A \left( \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{(T_{(I,J+1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta y} + \\
 & h \left( \frac{\Delta z}{2} \frac{\Delta y}{2} \right) (T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + h_r \left( \frac{\Delta z}{2} \frac{\Delta y}{2} \right) (T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + h \left( \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2} \right) (T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + \\
 & h_r \left( \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta z}{2} \right) (T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + h \left( \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \right) (T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + h_r \left( \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \right) (T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + \\
 & \frac{(\Delta x \Delta y)(T_{(I,J,K-1)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{4R_{t,c}} + q \left( \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \right) = \rho_A c_{p_A} \left( \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \frac{\Delta z}{2} \right) \frac{(T_{(I,J,K)}^{P+1} - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta t}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

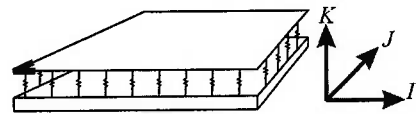
Simplificando, tem-se:

$$\begin{aligned}
 & 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I+1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I,J+1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{h}{k_A} \Delta z (T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + \\
 & 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta z (T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{h}{k_A} \Delta z (T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta z (T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + \\
 & 2 \frac{h}{k_A} \Delta (T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta (T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{\Delta}{k_A} \frac{(T_{(I,J,K-1)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{R_{t,c}} + \\
 & \frac{q \Delta \Delta z}{k_A} = \frac{\rho_A c_{p_A} (\Delta \Delta z)}{k_A} \frac{(T_{(I,J,K)}^{P+1} - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta t}.
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

A equação final para o nó do vértice frontal esquerdo do compósito é dada por:

$$\begin{aligned}
 T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_A \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I+1,J,K)}^P + T_{(I,J+1,K)}^P) + T_\infty (4Bi_A + 2Bi_A) + \right. \\
 \left. \left( 4 \frac{h_r}{k_A} \Delta z + 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta \right) T_{ext} + 2 \frac{\Delta}{k_A} \frac{(T_{(I,J,K-1)}^P)}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_A} \right] + (1 - Fo_A (2Bi_A + 4Bi_A + \\
 \left. \frac{h_r}{k_A} (2\Delta + 4\Delta z) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{k_A R_{t,c}} \right)) T_{(I,J,K)}^P.
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

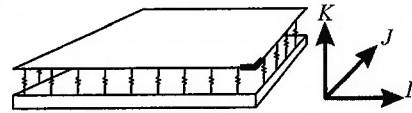
Nó do Vértice Frontal Esquerdo



Para os demais vértices, as equações sofrem apenas algumas alterações nos termos de condução e são dadas por:

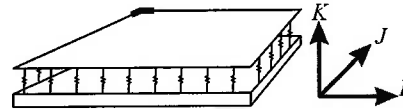
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_A \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I-1,J,K)}^P + T_{(I,J+1,K)}^P) + T_\infty (4Bi_A + 2Bi_A) + \left( 4 \frac{h_r}{k_A} \Delta z + 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta \right) T_{ext} + 2 \frac{\Delta}{k_A} \left( \frac{T_{(I,J,K-1)}^P}{R_{t,c}} + \frac{q\Delta\Delta z}{k_A} \right) \right] + (1 - Fo_A (2Bi_A + 4Bi_A + \frac{h_r}{k_A} (2\Delta + 4\Delta z) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{k_A R_{t,c}})) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.16)$$

*Nó do Vértice Frontal Direito*



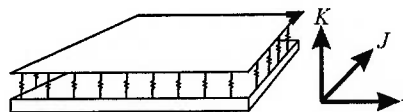
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_A \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I+1,J,K)}^P + T_{(I,J-1,K)}^P) + T_\infty (4Bi_A + 2Bi_A) + \left( 4 \frac{h_r}{k_A} \Delta z + 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta \right) T_{ext} + 2 \frac{\Delta}{k_A} \left( \frac{T_{(I,J,K-1)}^P}{R_{t,c}} + \frac{q\Delta\Delta z}{k_A} \right) \right] + (1 - Fo_A (2Bi_A + 4Bi_A + \frac{h_r}{k_A} (2\Delta + 4\Delta z) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{k_A R_{t,c}})) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.17)$$

*Nó do Vértice Traseiro Esquerdo*



$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_A \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I+1,J,K)}^P + T_{(I,J-1,K)}^P) + T_\infty (4Bi_A + 2Bi_A) + \left( 4 \frac{h_r}{k_A} \Delta z + 2 \frac{h_r}{k_A} \Delta \right) T_{ext} + 2 \frac{\Delta}{k_A} \left( \frac{T_{(I,J,K-1)}^P}{R_{t,c}} + \frac{q\Delta\Delta z}{k_A} \right) \right] + (1 - Fo_A (2Bi_A + 4Bi_A + \frac{h_r}{k_A} (2\Delta + 4\Delta z) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{k_A R_{t,c}})) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.18)$$

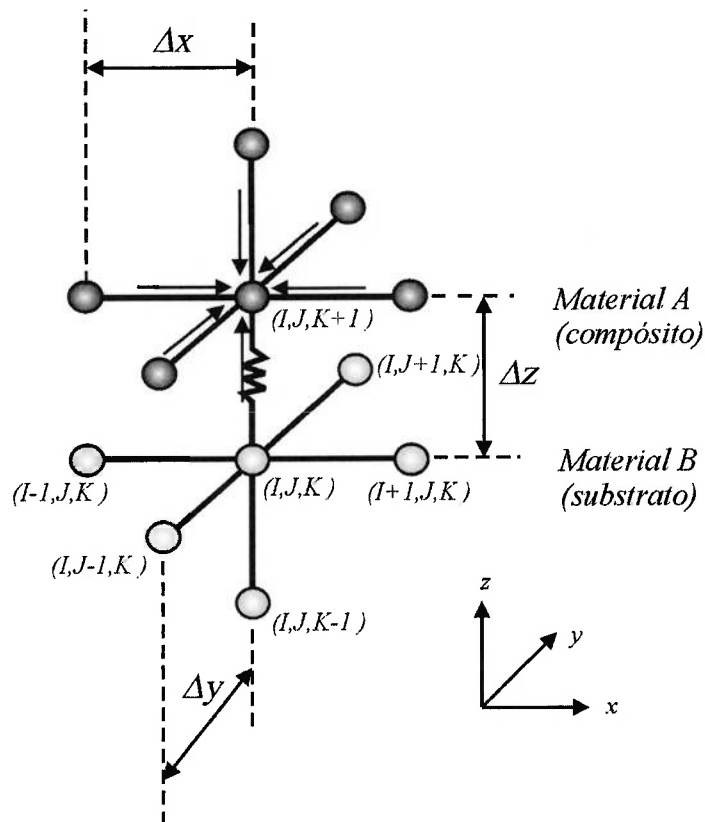
*Nó do Vértice Traseiro Direito*



## 4.2.2 Discretização no substrato

Para o caso do substrato, as propriedades são acompanhadas do índice  $B$  e considerando também que  $\Delta = \Delta x = \Delta y$  e  $k_B$  constante em todas as direções, tem-se o diagrama esquemático para a região de contato interno na Fig. 4.5.

A equação de conservação da energia térmica discretizada explicitamente para os nós internos da face superior do substrato é dada pela Eq. 4.19:



**Figura 4.5** – Representação gráfica do balanço energético nos nós situados à face superior do substrato.

$$\begin{aligned}
& k_B (\Delta y \Delta z) \frac{(T_{(I-1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta x} + k_B (\Delta y \Delta z) \frac{(T_{(I+1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta x} + \\
& k_B (\Delta x \Delta z) \frac{(T_{(I,J-1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta y} + k_B (\Delta x \Delta z) \frac{(T_{(I,J+1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta y} + \\
& k_B (\Delta x \Delta y) \frac{(T_{(I,J,K-1)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta z} + \frac{(\Delta x \Delta y)(T_{(I,J,K+1)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{R_{t,c}} + \\
& q(\Delta x \Delta y \Delta z) = \rho_B c_{p_B} (\Delta x \Delta y \Delta z) \frac{(T_{(I,J,K)}^{P+1} - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta t}.
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Simplificando a Eq. 4.19, tem-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I-1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I+1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I,J-1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \\
& \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I,J+1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K)}^P - T_{(I,J,K-1)}^P) + \frac{\Delta}{k_B} \frac{(T_{(I,J,K+1)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{R_{t,c}} + \\
& \frac{q(\Delta \Delta z)}{k_B} = \frac{\rho_B c_{p_B} (\Delta \Delta z)}{k_B} \frac{(T_{(I,J,K)}^{P+1} - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta t}.
\end{aligned} \tag{4.20}$$

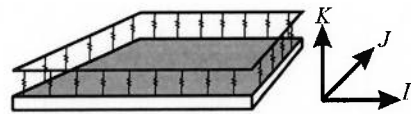
Sabendo-se que Fourier do material  $B$  ( $FO_B$ ) é dado por:

$$FO_B = \frac{\lambda_B \Delta t}{(\Delta \Delta z)}. \tag{4.21}$$

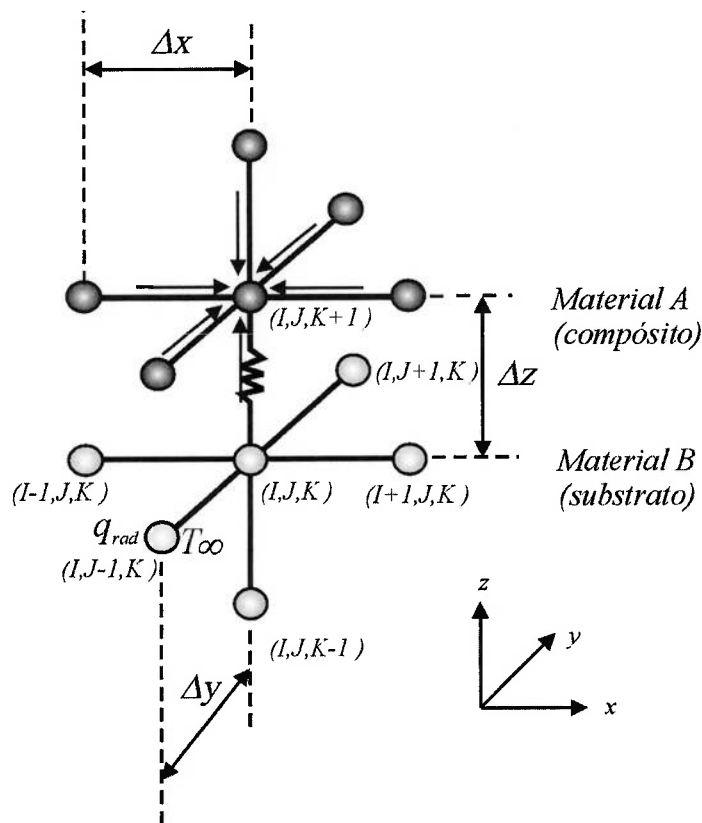
Portanto a equação discretizada para a face superior do substrato resume-se a:

$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = F_{O_B} \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I+1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K-1)}^P) + \frac{\Delta}{k_B R_{t,c}} (T_{(I,J,K+1)}^P) + \frac{q(\Delta z)}{k_B} \right] + \left( 1 - F_{O_B} \left( 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta z} + \frac{\Delta}{k_B R_{t,c}} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.22)$$

*Nós da Face Superior*



Os nós localizados na aresta superior frontal do substrato estão representados graficamente pela Fig. 4.6.



**Figura 4.6** – Representação gráfica do balanço energético nos nós situados na aresta superior frontal do substrato.

A equação discretizada explicitamente para os nós da aresta superior frontal do substrato é dada pela Eq. 4.23:

$$\begin{aligned}
& k_B \left( \frac{\Delta y}{2} \Delta z \right) \frac{(T_{(l-1,j,k)}^P - T_{(l,j,k)}^P)}{\Delta x} + k_B \left( \frac{\Delta y}{2} \Delta z \right) \frac{(T_{(l+1,j,k)}^P - T_{(l,j,k)}^P)}{\Delta x} + \\
& k_B (\Delta x \Delta z) \frac{(T_{(l,j,k+1)}^P - T_{(l,j,k)}^P)}{\Delta y} + k_B \left( \frac{\Delta y}{2} \Delta x \right) \frac{(T_{(l,j,k-1)}^P - T_{(l,j,k)}^P)}{\Delta z} + \\
& h(\Delta x \Delta z)(T_\infty - T_{(l,j,k)}^P) + h_r(\Delta x \Delta z)(T_{ext} - T_{(l,j,k)}^P) + \left( \frac{\Delta x \Delta y}{2} \right) \frac{(T_{(l,j,k+1)}^P - T_{(l,j,k)}^P)}{R_{t,c}} + \quad (4.23) \\
& q \left( \Delta x \frac{\Delta y}{2} \Delta z \right) = \rho_B c_{P_B} \left( \Delta x \frac{\Delta y}{2} \Delta z \right) \frac{(T_{(l,j,k)}^{P+1} - T_{(l,j,k)}^P)}{\Delta t}.
\end{aligned}$$

Simplificando, tem-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(l-1,j,k)}^P - T_{(l,j,k)}^P) + \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(l+1,j,k)}^P - T_{(l,j,k)}^P) + 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(l,j,k+1)}^P - T_{(l,j,k)}^P) + \\
& \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(l,j,k-1)}^P - T_{(l,j,k)}^P) + 2 \frac{h}{k_B} \Delta z (T_\infty - T_{(l,j,k)}^P) + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z (T_{ext} - T_{(l,j,k)}^P) + \quad (4.24) \\
& \frac{\Delta}{k_B} \frac{(T_{(l,j,k+1)}^P - T_{(l,j,k)}^P)}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_B} = \frac{\rho_B c_{P_B} (\Delta \Delta z)}{k_B} \frac{(T_{(l,j,k)}^{P+1} - T_{(l,j,k)}^P)}{\Delta t}.
\end{aligned}$$

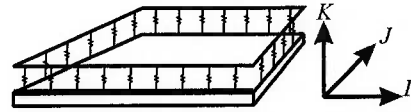
Sabendo-se que Biot ( $Bi$ ) do material  $B$  em função de  $\Delta z$  é dado por:

$$Bi z_B = \frac{h \Delta z}{k_B}. \quad (4.25)$$

A equação discretizada final para os nós da face superior frontal do substrato é dada por:

$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I-1,J,K)}^P + T_{(I+1,J,K)}^P + 2T_{(I,J+1,K)}^P) + \frac{\Delta}{\Delta z} T_{(I,J,K-1)}^P + 2Bi z_B T_\infty + \right. \\ \left. 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + \frac{\Delta}{k_B} \left( \frac{T_{(I,J,K+1)}^P}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_B} \right) \right] + (1 - Fo_B) \left( 2Bi z_B + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta z} + \right. \\ \left. \frac{\Delta}{k_B R_{t,c}} \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.26)$$

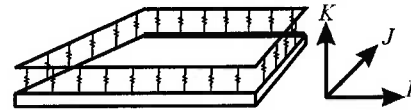
*Nós da Aresta Superior Frontal*



Para as demais arestas do substrato que se encontram em contato com o compósito através do modelo da resistência térmica de contato, as equações discretizadas são dadas por:

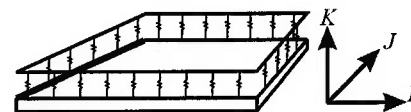
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I-1,J,K)}^P + T_{(I+1,J,K)}^P + 2T_{(I,J-1,K)}^P) + \frac{\Delta}{\Delta z} T_{(I,J,K-1)}^P + 2Bi z_B T_\infty + \right. \\ \left. 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + \frac{\Delta}{k_B} \left( \frac{T_{(I,J,K+1)}^P}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_B} \right) \right] + (1 - Fo_B) \left( 2Bi z_B + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta z} + \right. \\ \left. \frac{\Delta}{k_B R_{t,c}} \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.27)$$

*Nós da Aresta Superior Traseira*



$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} (2T_{(I+1,J,K)}^P + T_{(I,J-1,K)}^P + T_{(I,J+1,K)}^P) + \frac{\Delta}{\Delta z} T_{(I,J,K-1)}^P + 2Bi z_B T_\infty + \right. \\ \left. 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + \frac{\Delta}{k_B} \left( \frac{T_{(I,J,K+1)}^P}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_B} \right) \right] + (1 - Fo_B) \left( 2Bi z_B + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta z} + \right. \\ \left. \frac{\Delta}{k_B R_{t,c}} \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.28)$$

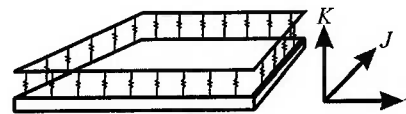
*Nós da Aresta Superior Lateral Esquerda*



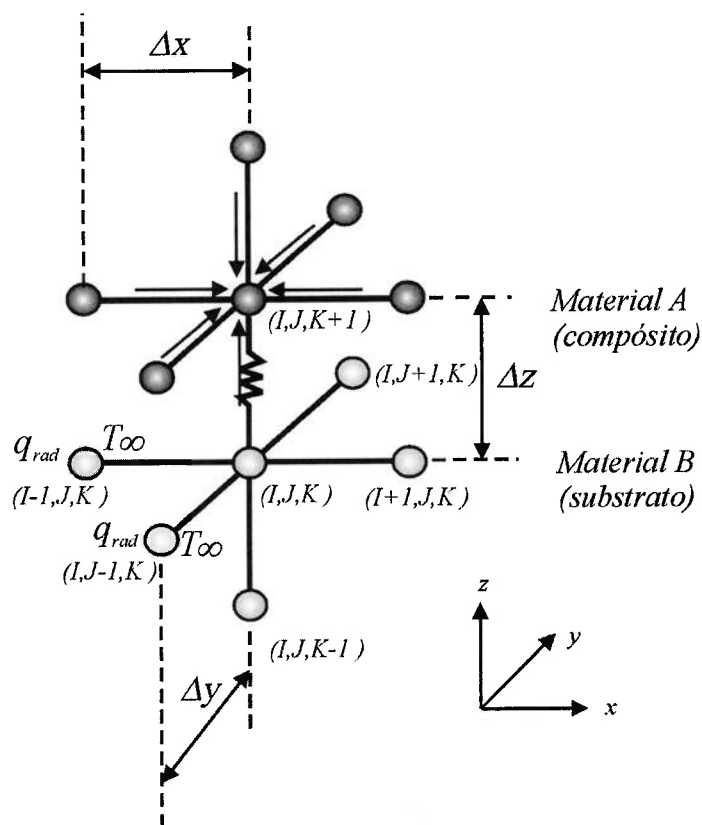


$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} (2T_{(I-1,J,K)}^P + T_{(I,J-1,K)}^P + T_{(I,J+1,K)}^P) + \frac{\Delta}{\Delta z} T_{(I,J,K-1)}^P + 2Bi_B T_\infty + \right. \\ \left. 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + \frac{\Delta}{k_B} \left( \frac{T_{(I,J,K+1)}^P}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_B} \right) \right] + (1 - Fo_B) \left( 2Bi_B + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta z} + \right. \\ \left. \frac{\Delta}{k_B R_{t,c}} \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.29)$$

Nós da Aresta Superior Lateral Direita



Para o nó localizado no vértice frontal esquerdo do substrato tem-se a representação gráfica na Fig. 4.7.



**Figura 4.7** – Representação gráfica do balanço energético no nó situado no vértice frontal esquerdo do substrato.

A equação discretizada explicitamente para o nó do vértice superior frontal esquerdo do substrato é dada pela Eq. 4.30:

$$\begin{aligned}
& k_B \left( \frac{\Delta y}{2} \Delta z \right) \frac{(T_{(I+1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta x} + k_B \left( \frac{\Delta x}{2} \Delta z \right) \frac{(T_{(I,J+1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta y} + \\
& k_B \left( \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \right) \frac{(T_{(I,J,K-1)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta z} + h \left( \frac{\Delta x}{2} \Delta z \right) (T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + \\
& h_r \left( \frac{\Delta x}{2} \Delta z \right) (T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + h \left( \frac{\Delta y}{2} \Delta z \right) (T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + h_r \left( \frac{\Delta y}{2} \Delta z \right) (T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + \\
& \left( \frac{\Delta x \Delta y}{4} \right) \frac{(T_{(I,J,K+1)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{R_{t,c}} + q \left( \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \Delta z \right) = \rho_A c_{pA} \left( \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} \Delta z \right) \frac{(T_{(I,J,K)}^{P+1} - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta t}
\end{aligned} \tag{4.30}$$

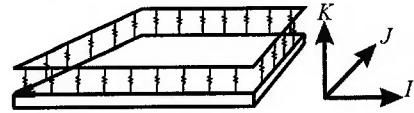
Simplificando, tem-se:

$$\begin{aligned}
& 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I+1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I,J+1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \\
& \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K-1)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{h}{k_B} \Delta z (T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z (T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + \\
& 2 \frac{h}{k_B} \Delta z (T_\infty - T_{(I,J,K)}^P) + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z (T_{ext} - T_{(I,J,K)}^P) + \frac{\Delta}{k_B} \frac{(T_{(I,J,K+1)}^P - T_{(I,J,K)}^P)}{R_{t,c}} + \\
& \frac{q \Delta \Delta z}{k_B} = \frac{\rho_B c_{pB} (\Delta \Delta z)}{k_B} \frac{(T_{(I,J,K)}^{P+1} - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta t}.
\end{aligned} \tag{4.31}$$

A equação para o nó do vértice frontal esquerdo do substrato é dada por:

$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I+1,J,K)}^P + T_{(I,J+1,K)}^P) + \frac{\Delta}{\Delta z} T_{(I,J,K-1)}^P + 4 Bi z_B T_\infty + \right. \\
\left. 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + \frac{\Delta}{k_B} \frac{(T_{(I,J,K+1)}^P)}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_B} \right] + (1 - Fo_B) \left( 4 Bi z_B + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + \right. \\
\left. 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta z} + \frac{\Delta}{k_B R_{t,c}} \right) T_{(I,J,K)}^P
\end{aligned} \quad (4.32)$$

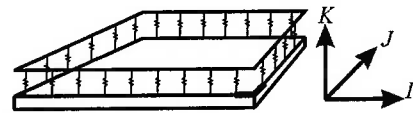
*Nó do Vértice Superior Frontal Esquerdo*



Para os demais vértices da face superior do substrato, as equações sofrem apenas algumas alterações nos termos de condução de acordo com a localização e são dadas por:

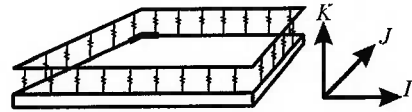
$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I-1,J,K)}^P + T_{(I,J+1,K)}^P) + \frac{\Delta}{\Delta z} T_{(I,J,K-1)}^P + 4 Bi z_B T_\infty + \right. \\
\left. 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + \frac{\Delta}{k_B} \frac{(T_{(I,J,K+1)}^P)}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_B} \right] + (1 - Fo_B) \left( 4 Bi z_B + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + \right. \\
\left. 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta z} + \frac{\Delta}{k_B R_{t,c}} \right) T_{(I,J,K)}^P
\end{aligned} \quad (4.33)$$

*Nó do Vértice Superior Frontal Direito*



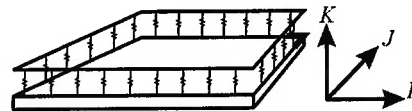
$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I+1,J,K)}^P + T_{(I,J-1,K)}^P) + \frac{\Delta}{\Delta z} T_{(I,J,K-1)}^P + 4 Bi z_B T_\infty + \right. \\
\left. 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + \frac{\Delta}{k_B} \frac{(T_{(I,J,K+1)}^P)}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_B} \right] + (1 - Fo_B) \left( 4 Bi z_B + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + \right. \\
\left. 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta z} + \frac{\Delta}{k_B R_{t,c}} \right) T_{(I,J,K)}^P
\end{aligned} \quad (4.34)$$

*Nó do Vértice Superior Traseiro Esquerdo*



$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I-1,J,K)}^P + T_{(I,J-1,K)}^P) + \frac{\Delta}{\Delta z} T_{(I,J,K-1)}^P + 4 Bi z_B T_\infty + \right. \\
\left. 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + \frac{\Delta}{k_B} \frac{(T_{(I,J,K+1)}^P)}{R_{t,c}} + \frac{q \Delta \Delta z}{k_B} \right] + (1 - Fo_B) \left( 4 Bi z_B + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + \right. \\
\left. 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + \frac{\Delta}{\Delta z} + \frac{\Delta}{k_B R_{t,c}} \right) T_{(I,J,K)}^P
\end{aligned} \quad (4.35)$$

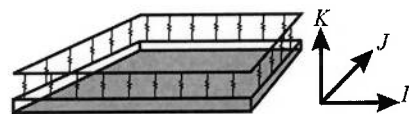
*Nó do Vértice Superior Traseiro Direito*



Para as demais faces do substrato não se faz necessária a representação gráfica e a conseqüente dedução da equação discretizada, pois seguem o mesmo raciocínio dos apresentados. Portanto, para a face inferior do substrato, a equação discretizada é dada por:

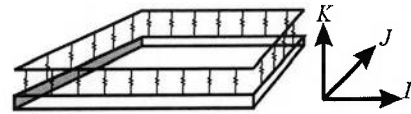
$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} ((T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I+1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P)) + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K+1)}^P) + \right. \\
\left. \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + 2 Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta T_{ext} \right] + \left( 1 - Fo_B \left( 2 Bi + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P
\end{aligned} \quad (4.36)$$

*Nós da Face Inferior*



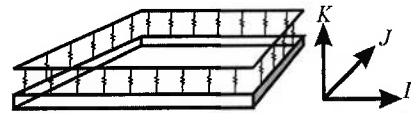
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I,J-1,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P) + 2(T_{(I+1,J,K)}^P) \right) + \frac{\Delta}{\Delta z} \left( (T_{(I,J,K-1)}^P) + (T_{(I,J,K+1)}^P) \right) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + 2Bi z_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + \left( 1 - Fo_B \left( 2Bi z_B + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.37)$$

*Nós da Face Lateral Esquerda*



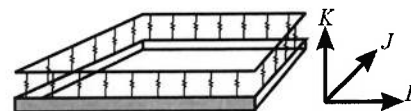
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I,J-1,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P) + 2(T_{(I-1,J,K)}^P) \right) + \frac{\Delta}{\Delta z} \left( (T_{(I,J,K-1)}^P) + (T_{(I,J,K+1)}^P) \right) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + 2Bi z_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + \left( 1 - Fo_B \left( 2Bi z_B + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.38)$$

*Nós da Face Lateral Direita*



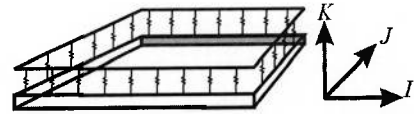
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I+1,J,K)}^P) + 2(T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + \frac{\Delta}{\Delta z} \left( (T_{(I,J,K-1)}^P) + (T_{(I,J,K+1)}^P) \right) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + 2Bi z_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + \left( 1 - Fo_B \left( 2Bi z_B + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.39)$$

*Nós da Face Frontal*



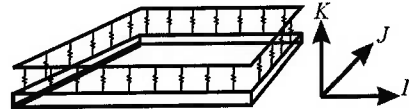
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I+1,J,K)}^P) + 2(T_{(I,J-1,K)}^P) \right) + \frac{\Delta}{\Delta z} \left( (T_{(I,J,K-1)}^P) + (T_{(I,J,K+1)}^P) \right) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + 2Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + \left( 1 - Fo_B \left( 2Bi_B + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.40)$$

*Nós da Face Traseira*



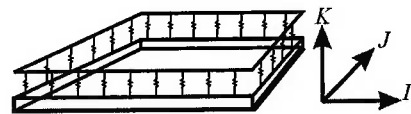
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} \left( 2(T_{(I+1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K+1)}^P) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + 2Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta T_{ext} + 2Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + \left( 1 - Fo_B \left( 2Bi_B + 2Bi_B + 2 \frac{h_r}{k_B} (\Delta + \Delta z) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.41)$$

*Nós da Aresta Inferior Esquerda*



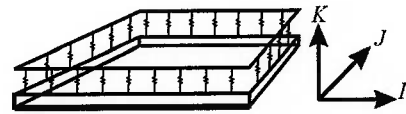
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} \left( 2(T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K+1)}^P) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + 2Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta T_{ext} + 2Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + \left( 1 - Fo_B \left( 2Bi_B + 2Bi_B + 2 \frac{h_r}{k_B} (\Delta + \Delta z) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.42)$$

*Nós da Aresta Inferior Direita*



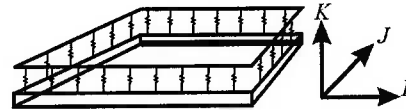
$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = F_{O_B} \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) + 2(T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K+1)}^P) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + \right. \\
\left. 2Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta T_{ext} + 2Bi_{z_B} T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + (1 - F_{O_B}) \left( 2Bi_B + 2Bi_{z_B} + 2 \frac{h_r}{k_B} (\Delta + \Delta z) + \right. \\
\left. 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) T_{(I,J,K)}^P
\end{aligned} \quad (4.43)$$

*Nós da Aresta Inferior Frontal*



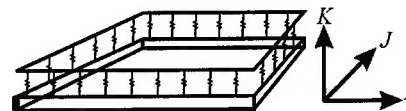
$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = F_{O_B} \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) + 2(T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K+1)}^P) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + \right. \\
\left. 2Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta T_{ext} + 2Bi_{z_B} T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + (1 - F_{O_B}) \left( 2Bi_B + 2Bi_{z_B} + 2 \frac{h_r}{k_B} (\Delta + \Delta z) + \right. \\
\left. 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) T_{(I,J,K)}^P
\end{aligned} \quad (4.44)$$

*Nós da Aresta Inferior Traseira*



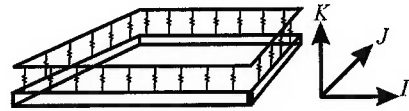
$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = F_{O_B} \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I+1,J,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + \frac{\Delta}{\Delta z} \left( (T_{(I,J,K-1)}^P) + (T_{(I,J,K+1)}^P) \right) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + 4Bi_{z_B} T_\infty + \right. \\
\left. 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + \left( 1 - F_{O_B} \left( 4Bi_{z_B} + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P
\end{aligned} \quad (4.45)$$

*Nós da Aresta Frontal Lateral Esquerda*



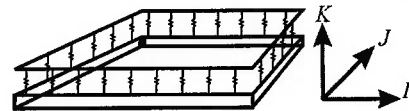
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + \frac{\Delta}{\Delta z} \left( (T_{(I,J,K-1)}^P) + (T_{(I,J,K+1)}^P) \right) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + 4Bi_B z_B T_\infty + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + \left( 1 - Fo_B \left( 4Bi_B z_B + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.46)$$

*Nós da Aresta Frontal Lateral Direita*



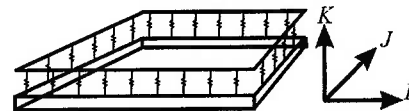
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I+1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) \right) + \frac{\Delta}{\Delta z} \left( (T_{(I,J,K-1)}^P) + (T_{(I,J,K+1)}^P) \right) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + 4Bi_B z_B T_\infty + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + \left( 1 - Fo_B \left( 4Bi_B z_B + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.47)$$

*Nós da Aresta Traseira Lateral Esquerda*



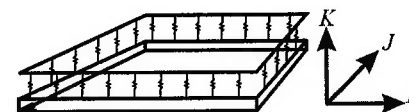
$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) \right) + \frac{\Delta}{\Delta z} \left( (T_{(I,J,K-1)}^P) + (T_{(I,J,K+1)}^P) \right) + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} + 4Bi_B z_B T_\infty + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} \right] + \left( 1 - Fo_B \left( 4Bi_B z_B + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.48)$$

*Nós da Aresta Traseira Lateral Direita*



$$T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I+1,J,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K+1)}^P) + 4Bi_B z_B T_\infty + 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + 2Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta T_{ext} + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} \right] + \left( 1 - Fo_B (4Bi_B z_B + 2Bi_B + \frac{h_r}{k_B} (4\Delta z + 2\Delta) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z}) \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.49)$$

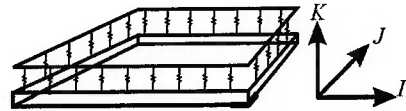
*Nó do Vértice Inferior Frontal Esquerdo*





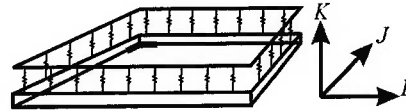
$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K+1)}^P) + 4 Bi_B T_\infty + \right. \\
\left. 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + 2 Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta T_{ext} + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} \right] + (1 - Fo_B (4 Bi_B + 2 Bi_B + \\
\frac{h_r}{k_B} (4 \Delta z + 2 \Delta) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z})) T_{(I,J,K)}^P
\end{aligned} \quad (4.50)$$

*Nó do Vértice Inferior Frontal Direito*



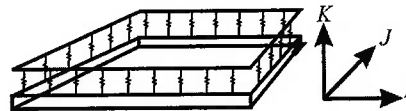
$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I+1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) \right) + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K+1)}^P) + 4 Bi_B T_\infty + \right. \\
\left. 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + 2 Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta T_{ext} + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} \right] + (1 - Fo_B (4 Bi_B + 2 Bi_B + \\
\frac{h_r}{k_B} (4 \Delta z + 2 \Delta) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z})) T_{(I,J,K)}^P
\end{aligned} \quad (4.51)$$

*Nó do Vértice Inferior Traseiro Esquerdo*

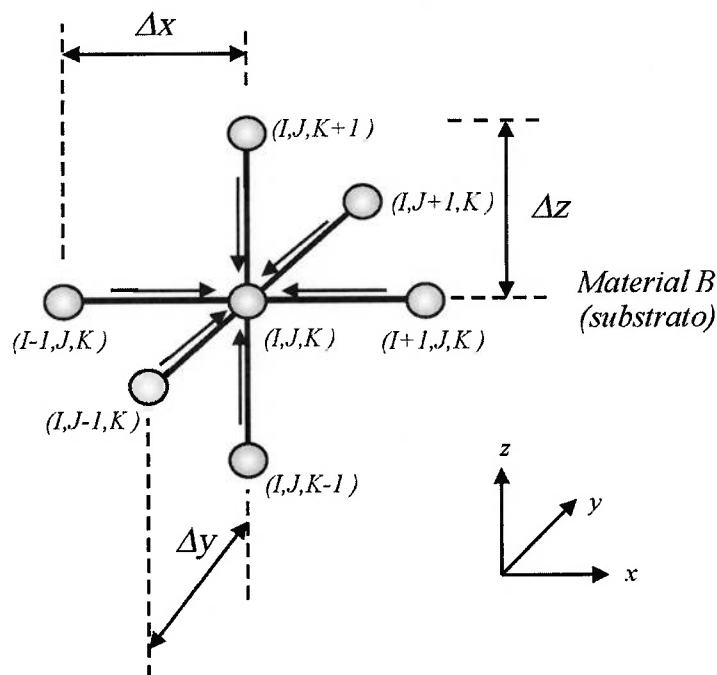


$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = Fo_B \left[ 2 \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) \right) + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K+1)}^P) + 4 Bi_B T_\infty + \right. \\
\left. 4 \frac{h_r}{k_B} \Delta z T_{ext} + 2 Bi_B T_\infty + 2 \frac{h_r}{k_B} \Delta T_{ext} + \frac{q(\Delta \Delta z)}{k} \right] + (1 - Fo_B (4 Bi_B + 2 Bi_B + \\
\frac{h_r}{k_B} (4 \Delta z + 2 \Delta) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z})) T_{(I,J,K)}^P
\end{aligned} \quad (4.52)$$

*Nó do Vértice Inferior Traseiro Direito*



E por ultimo para os nós localizados no interior do substrato, tem-se o diagrama esquemático dado pela Fig. 4.8.



**Figura 4.8** – Representação gráfica do balanço energético nos nós situados no interior da placa de alumínio.

A equação da energia discretizada explicitamente é dada por:

$$\begin{aligned}
 & k(\Delta y \Delta z) \frac{(T_{(I-1, J, K)}^P - T_{(I, J, K)}^P)}{\Delta x} + k(\Delta y \Delta z) \frac{(T_{(I+1, J, K)}^P - T_{(I, J, K)}^P)}{\Delta x} + \\
 & k(\Delta x \Delta z) \frac{(T_{(I, J-1, K)}^P - T_{(I, J, K)}^P)}{\Delta y} + k(\Delta x \Delta z) \frac{(T_{(I, J+1, K)}^P - T_{(I, J, K)}^P)}{\Delta y} + \\
 & k(\Delta x \Delta y) \frac{(T_{(I, J, K-1)}^P - T_{(I, J, K)}^P)}{\Delta z} + k(\Delta x \Delta y) \frac{(T_{(I, J, K+1)}^P - T_{(I, J, K)}^P)}{\Delta z} + \\
 & q(\Delta x \Delta y \Delta z) = \rho c_p (\Delta x \Delta y \Delta z) \frac{(T_{(I, J, K)}^{P+1} - T_{(I, J, K)}^P)}{\Delta t}.
 \end{aligned}
 \tag{4.53}$$

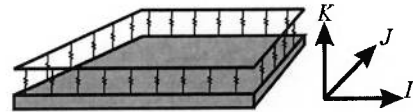
Simplificando a Eq. 4.53:

$$\begin{aligned}
& \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I-1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I+1,J,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I,J-1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \\
& \frac{\Delta z}{\Delta} (T_{(I,J+1,K)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K-1)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \frac{\Delta}{\Delta z} (T_{(I,J,K+1)}^P - T_{(I,J,K)}^P) + \quad (4.54) \\
& \frac{q(\Delta\Delta z)}{k} = \frac{\rho c_p (\Delta\Delta z)}{k} \frac{(T_{(I,J,K)}^{P+1} - T_{(I,J,K)}^P)}{\Delta t}.
\end{aligned}$$

Portanto a equação final para os nós internos do substrato é dada pela Eq. 4.53.

$$\begin{aligned}
T_{(I,J,K)}^{P+1} = F_{O_B} \left[ \frac{\Delta z}{\Delta} \left( (T_{(I-1,J,K)}^P) + (T_{(I+1,J,K)}^P) + (T_{(I,J-1,K)}^P) + (T_{(I,J+1,K)}^P) \right) + \right. \\
\left. \frac{\Delta}{\Delta z} \left( (T_{(I,J,K-1)}^P) + (T_{(I,J,K+1)}^P) \right) + \frac{q(\Delta\Delta z)}{k_B} \right] + \left( 1 - 4 \frac{\Delta z}{\Delta} F_{O_B} - 2 \frac{\Delta}{\Delta z} F_{O_B} \right) T_{(I,J,K)}^P \quad (4.55)
\end{aligned}$$

*Nós Internos*



### 4.3 Critério de Estabilidade

Com a utilização do método explícito para o caso transiente, a precisão da solução fica relacionada ao refinamento da malha e, conseqüentemente, à redução dos valores de  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$ . A escolhas dos valores das distâncias entre os nós apresentam o compromisso com a precisão dos resultados e com as exigências computacionais, visto que, quanto mais refinada seja a malha maior será o esforço computacional. Entretanto, o valor de  $\Delta t$  não pode ser escolhido aleatoriamente, pois ele é responsável pela estabilidade do método, ou seja, para problemas transientes a solução das temperaturas nodais deve se aproximar continuamente do regime permanente e uma má escolha desta variável pode fazer com que oscilações numéricas tornem-se instáveis, fazendo com que a solução divirja das condições reais. Utiliza-se, assim, um critério de estabilidade que é

determinado pela exigência de que o coeficiente associado ao nó de interesse, no instante anterior, seja maior ou igual a zero (Incropera e Witt, 1996). Analisando as equações do calor descritas em diferenças finitas, para o caso da presença de condições de contorno convectivas e da radiação térmica no compósito, o critério que apresenta o menor  $Fo_A$  é dado pelas equações que descrevem os nós nos vértices e, portanto, o critério de convergência para os nós da superfície do compósito é dado pela Eq. 4.56:

$$Fo_A \leq \frac{1}{\left( 2Bi_A + 4Biz_A + \frac{h_r}{k_A} (2\Delta + 4\Delta z) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{k_A R_c} \right)}. \quad (4.56)$$

Visto que quanto menor for o  $Fo$  para um mesmo refinamento de malha e mesmo material, menor será o valor do passo no tempo. Verifica-se também que o denominador descrito na Eq. 4.56 apresenta todos os termos relacionados aos mecanismos de troca de calor e para os casos mais simplificados, estes termos serão excluídos à medida que os respectivos mecanismos não estejam presentes na simulação.

Para o substrato, o critério de estabilidade é dado por:

$$Fo_B \leq \frac{1}{\left( 4Biz_B + 2Bi_B + \frac{h_r}{k_B} (4\Delta z + 2\Delta) + 4 \frac{\Delta z}{\Delta} + 2 \frac{\Delta}{\Delta z} \right)}. \quad (4.57)$$

O único inconveniente destes critérios está no fato que, ao calcularmos o tempo de integração  $\Delta t$  através do  $Fo_A$  e  $Fo_B$ , tem-se valores diferentes, o que é um erro pois o sistema deve estar acoplado. O acoplamento da variável tempo encontra-se na Seção 4.4.

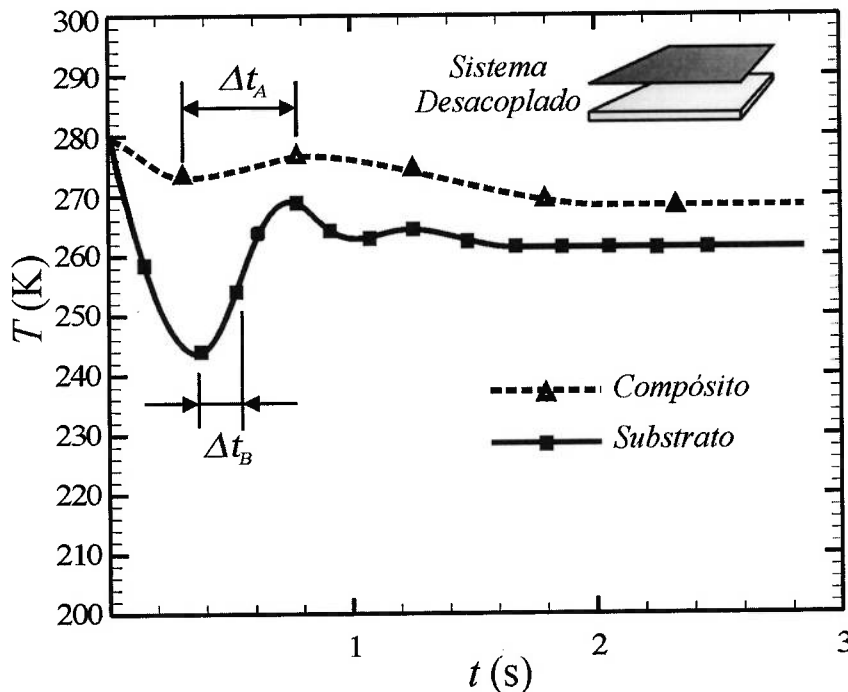
## 4.4 Acoplamento do Tempo

Para este modelo numérico que descreve o mecanismo de transmissão de calor em dois corpos distintos com propriedades térmicas diferentes, temos a presença de dois  $Fo$  diferentes ( $Fo_A$  e  $Fo_B$ ) que promovem tempos de integração diferentes como se pode ver nas Eqs. 4.58 e 4.59.

$$\Delta t_A = \frac{Fo_A (\Delta\Delta z)}{\lambda_A} e \quad (4.58)$$

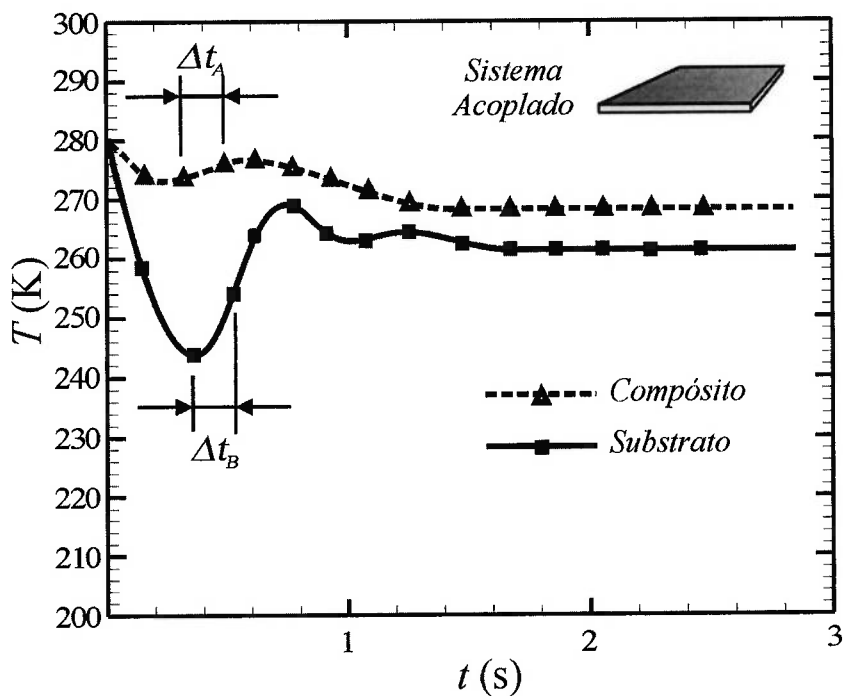
$$\Delta t_B = \frac{Fo_B (\Delta\Delta z)}{\lambda_B} . \quad (4.59)$$

Os intervalos de tempo são diferentes não apenas pelo fato das difusividades serem diferentes, mas por apresentarem distintos adimensionais Fourier provenientes dos critérios descritos nas Eqs. 4.56 e 4.57. Uma representação gráfica dos diferentes intervalos de integração pode ser verificada na Fig. 4.9.



**Figura 4.9** - Representação gráfica da convergência de um ponto ao centro da placa do compósito e outro ao centro do substrato para o sistema desacoplado.

Mas os sistemas de equações discretizadas dos dois materiais se encontram acopladas através do modelo da resistência térmica de contato e, portanto, faz-se necessário também o acoplamento do passo de integração temporal para promover uma convergência mútua e, assim, obter um critério de convergência que satisfaça a ambos. Isto de certo modo, é simples, pois basta determinar o critério mais rígido, ou seja, o que apresente menor valor de passo  $\Delta t$ , e recalculer o  $Fo$  do material que apresentar maior passo com o valor de  $\Delta t$  do de menor passo. O resultado final pode ser verificado na representação gráfica dada pela Fig. 4.10. Para este caso, o sistema de equações apresenta uma convergência única.



**Figura 4.10** - Representação gráfica da convergência de um ponto ao centro da placa do compósito e outro ao centro do substrato para o sistema acoplado.

Para este procedimento é de interesse gerar uma relação entre os números adimensionais Fourier dos dois materiais e para isto através da Eq. 4.3, pode-se escrever:

$$Fo_A = \frac{\lambda_A \Delta t_A}{(\Delta \Delta z)} \cdot \frac{Fo_B}{Fo_B} \quad (4.60)$$

Substituindo-se a Eq. 4.21 na Eq. 4.60, pode-se escrever que:

$$Fo_A = \frac{\lambda_A \Delta t_A}{(\Delta \Delta z)} \cdot \frac{Fo_B (\Delta \Delta z)}{\lambda_B \Delta t_B} \quad (4.61)$$

Considerando os valores dos passos de integração iguais, ou seja,  $\Delta t_A = \Delta t_B = \Delta t$  e simplificando a Eq. 4.61, obtém-se:

$$Fo_A = \frac{\lambda_A Fo_B}{\lambda_B} \quad (4.62)$$

Com o recálculo do Fourier de maior passo com o  $\Delta t$  do de menor, tem-se mantida a condição dada pelo critério de estabilidade descrito pelas Eqs. 4.56 e 4.57.


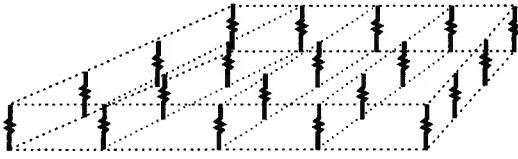
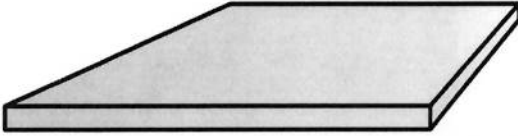
## 5 ESTUDO DOS CASOS

Neste capítulo são apresentadas as simulações dos diferentes estudos de casos propostos, que são: incidência de radiação em fornos microondas (1-3,5 GHz), na faixa de aparelhos celulares (1-2,5 GHz) e na faixa radar (1-15 GHz). Além disso, é feita uma análise paramétrica da resistência térmica de contato e do material do substrato, com o intuito de analisar a influência que apresentam no mecanismo global de transferência de calor e aquecimento.

### 5.1 Escolha dos Parâmetros de Simulação.

Antes de se definirem os critérios de escolha dos parâmetros de simulação, é de interesse apresentar de forma esquemática todas as grandezas disponíveis no modelo proposto para a simulação. Estes podem ser verificados na Tab. 5.1.

**Tabela 5.1** – Grandezas e condições de contorno empregadas nas simulações.

Camada	Grandezas	Cond. Contorno Ext.
<p><i>Compósito (epoxi-ferrita)</i></p> 	$k_A, \rho_A, Cp_A, Bi_A$	$T_{face}$ (quando constante), $T_\infty, h,$ $T_{ext}, q_{rad}, \alpha_A, h_r$
<p><i>Resistência Térmica de Contato</i></p> 	$R_{t,c}$	
<p><i>Substrato de Alumínio</i></p> 	$k_B, \rho_B, Cp_B, Bi_B$	$T_{face}$ (quando constante), $T_\infty, h,$ $T_{ext}, q_{rad}, h_r$

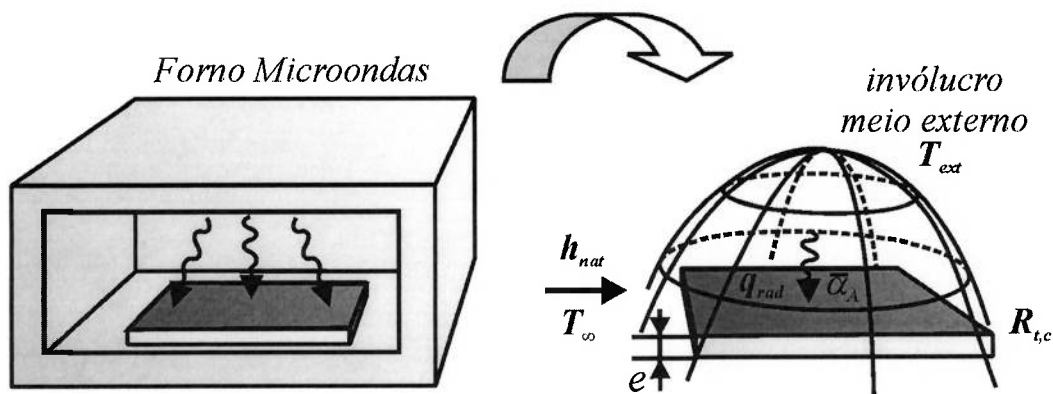


O critério escolhido como principal para definir as simulações pertinentes a este trabalho foi a irradiação. Segundo este critério, pode-se dividir as simulações em três tipos de aplicações, as quais apresentam diferentes faixas de frequência. O primeiro caso é para a irradiação na faixa de frequência de microondas (1-3,5 GHz) que é de  $20000 \text{ W/m}^2$ . Este valor é usual nas aplicações de fornos domésticos de microondas. O segundo caso é definido através do limite ocupacional de exposição à radiação eletromagnética imposto pela ANATEL (Agência Nacional de Telecomunicações), que é de  $50 \text{ W/m}^2$  para a faixa de frequência de (1-2,5 GHz). E o terceiro caso é na utilização de radares (RCS “Radar Cross Section”) que apresentam uma potência por unidade de área de  $0,05 \text{ W/m}^2$  dentro da faixa de frequência de (1-15 GHz).

Para cada caso será definido um padrão e através deste serão modificados os valores das condições de contorno e de algumas grandezas procurando verificar o que é predominante no fenômeno de absorção e de transferência de calor. Detalhes desses valores podem ser obtidos nas Seções 5.2, 5.3 e 5.4.

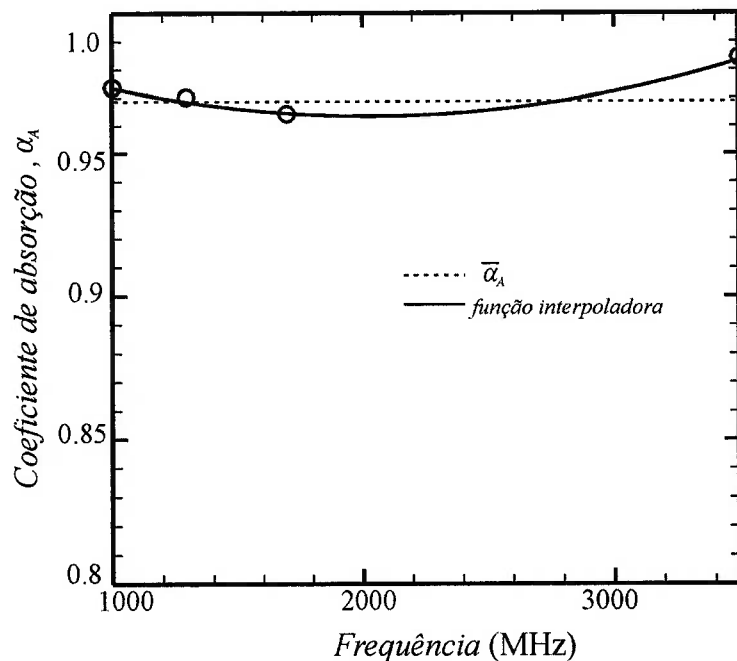
## 5.2 Microondas

Dentre os casos a serem estudados, a faixa das microondas se caracteriza por apresentar a maior irradiação ( $20000 \text{ W/m}^2$ ), valor utilizado em fornos domésticos de microondas. Devido a isto, este caso se caracteriza por ser o crítico, uma vez que o termo de absorção de radiação é bem superior aos demais e não está quantificado no critério de estabilidade dado pelas Eqs. 4.56 e Eq. 4.57. Portanto, o estudo do refinamento da malha será analisado apenas para este caso e será adotado para os demais, sem outras considerações. Este estudo está presente na Seção 5.5 deste trabalho. Os parâmetros da simulação para este caso tentam se aproximar da utilização prática do forno doméstico de microondas, objetivando a análise através da simulação do comportamento do material previamente apresentado à absorção de ondas eletromagnéticas. Para tanto, foi definida como situação padrão de simulação a que mais se aproxime da situação real de utilização desses fornos. Um esquema representativo do fenômeno para esta aplicação pode ser visto na Fig. 5.1.



**Figura 5.1** – Representação esquemática do fenômeno físico de absorção eletromagnética em fornos microondas.

O lado esquerdo da figura apresenta a situação de exposição da placa de compósito dentro do forno microondas e no lado direito está a representação esquemática do fenômeno de transferência de calor aplicado à mesma. O invólucro externo representa as paredes do forno no qual o mecanismo de troca de calor por radiação térmica com a placa é atuante. Os estudos se deram para uma placa padrão revestida de compósito de dimensões de 30 cm x 30 cm x 3 mm. Além disso, é admitida que todas as faces, com exceção da face inferior, estão expostas à radiação eletromagnética, enquanto que o meio externo a placa, com temperatura ( $T_{ext}$ ) equivalente a 295K, representa as faces internas do forno. Apenas a superfície superior, onde se encontra o compósito, apresenta a característica de absorção de radiação eletromagnética. A contabilização da absorção da radiação se dá pelo produto do coeficiente médio de absorção à radiação eletromagnética,  $\bar{\alpha}_A$ , pela parcela da irradiação incidente  $I_o$ , dado pela Eq. 3.8. O gráfico do coeficiente de absorção  $\alpha_A$  em função da frequência para a faixa de microondas (1-3,5 GHz) pode ser visto na Fig. 5.2. Os pontos deste gráfico foram obtidos através da aplicação da Eq. 3.5 em dados experimentais obtidos pelo trabalho realizado por Migliano e Freitas (2002) descrito na Seção 3.1.



**Figura 5.2** – Gráfico do coeficiente de absorção em função da frequência (1-3,5 GHz).

Foram simulados polinômios interpoladores de diferentes graus obtidos pelo método dos mínimos quadrados e optou-se pelo de segundo grau por melhor se adequar aos pontos. Esta função interpoladora é dada por:

$$\alpha(f) = 9,3229 \times 10^{-9} f^2 - 3,797 \times 10^{-5} f + 1,002. \quad (5.1)$$

Mas, para o cálculo do coeficiente médio de absorção  $\bar{\alpha}_A$ , deve-se aplicar à Eq. 3.6 a função interpoladora dada pela Eq. 5.1. Para os intervalos de integração definidos pela faixa de frequência de aplicação das microondas ( $f_{\min} = 1000$  MHz) e ( $f_{\max} = 3500$  MHz), obtém-se a Eq. 5.2 dada por:

$$\bar{\alpha}_A = \frac{1}{(3500 - 1000)} \int_{1000}^{3500} \alpha(f) df. \quad (5.2)$$

A Eq. 5.2 apresenta uma solução facilmente calculada, cujo valor médio calculado do coeficiente de absorção médio  $\bar{\alpha}_A$  para a faixa das microondas é de 0,969.

Outra condição de contorno aplicada é a transferência de calor por convecção natural, sendo que a temperatura  $T_{\infty}$  é a temperatura do meio ambiente, admitida como 295 K. A face inferior também não apresentará a condição de convecção, uma vez que está em contato com a parede do forno. O substrato adotado como padrão é o alumínio com uma espessura  $e$  de 3 mm, valor usualmente empregado na confecção das mantas absorvedoras (CTA, 1998 e CTA, 2002). O valor da resistência térmica de contato foi retirado de pesquisas experimentais para obtenção dessa resistência no contato entre resinas termoplásticas e materiais metálicos realizadas por Fletcher e outros (1997). Para o caso da interface entre epóxi e alumínio, o valor deste parâmetro é de  $6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W. As propriedades termofísicas do compósito utilizadas nesta simulação estão presentes na Tab. 2.7. Outro detalhe importante neste trabalho é que todas as simulações apresentam a condição de temperatura inicial de 295 K, em todos os pontos da malha, representando uma condição de estabilidade térmica à temperatura ambiente antes do processo de absorção de radiação eletromagnética. As propriedades e condições de contorno aplicadas na simulação padrão podem ser verificadas na Tab. 5.2.

**Tabela 5.2** – Propriedades e condições de contorno para a situação padrão (microondas).

	Compósito	Substrato (Alumínio)	Condição de Contorno
Densidade $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1724,1	2702	-
Condutividade Térmica $k$ (W/mK)	1,4	237	-
Calor Específico $C_p$ (J/kgK)	388,5	903	-
Espessura $e$ (mm)	-	3	-
Emissividade $\epsilon$	0,9	0,04	-
$\bar{\alpha}_A$	0,969	-	-
Resistência Térmica de Contato (m <sup>2</sup> K/W)		$6,64 \times 10^{-4}$	-
Temperatura do meio $T_{\infty}$ (K)		-	295
Temperatura Externa $T_{ext}$ (K)		-	295
Potência de radiação $q_{rad}$ (W/m <sup>2</sup> )		-	20000
Coefficiente de Transferência de calor por convecção $h$ (W/m <sup>2</sup> K)		-	10

Com a condição padrão definida, pode-se alterar alguns parâmetros e analisar o novo comportamento térmico da manta, além de estudar quais parâmetros influenciam de forma relevante no mecanismo de transferência de calor. Para a faixa das microondas foram analisados outros dois substratos, sendo um, o aço carbono comum e o outro acrílico-butadieno-estireno (ABS). Foi escolhido ABS por ser muito utilizado na indústria de telecomunicação em revestimentos de aparelhos celulares, e também na indústria aeronáutica e na indústria eletroeletrônica. Conseqüentemente, ao se mudar o material do substrato, alteram-se as propriedades termofísicas, mas foi mantido o mesmo valor da resistência térmica de contato, pois o intuito da variação do material é apenas a análise da influência térmica que as propriedades do substrato podem apresentar. Os valores das propriedades termofísicas destes substratos podem ser vistas na Tab. 5.3. O outro parâmetro que foi modificado é a espessura do substrato, sendo que foram simulados substratos com 5 mm e 10 mm, respectivamente, para verificar se há alguma influência causada por esta dimensão. Procurando entender o grau de interferência da interface entre compósito e substrato, outros dois valores de resistência térmica de contato foram empregados ( $5 \times 10^{-5}$  e  $5 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>K/W), valores estes que podem ser atingidos ao mudar as condições de rugosidade e pressão no contato entre substrato e compósito. Também foi simulada uma outra condição de contorno convectiva, propondo uma convecção forçada com um valor de coeficiente de transferência de calor por convecção igual a 40 W/m<sup>2</sup>K. Todas simulações, partindo da condição padrão para as suas variantes podem ser vistas na Tab. 5.4.

**Tabela 5.3** – Propriedades termofísicas de diferentes substratos (Van Vlack, 1970) e (Bolton, 1998).

<b>Propriedades</b>	<b>Aço Carbono (Van Vlack, 1970)</b>	<b>ABS (Bolton,1998)</b>
Densidade (kg / m <sup>3</sup> )	7854	1050
Condutividade Térmica (W/m K)	60,5	0,19
Calor Específico (J / kg K)	434	1500
Emissividade $\epsilon$	0,2	0,85

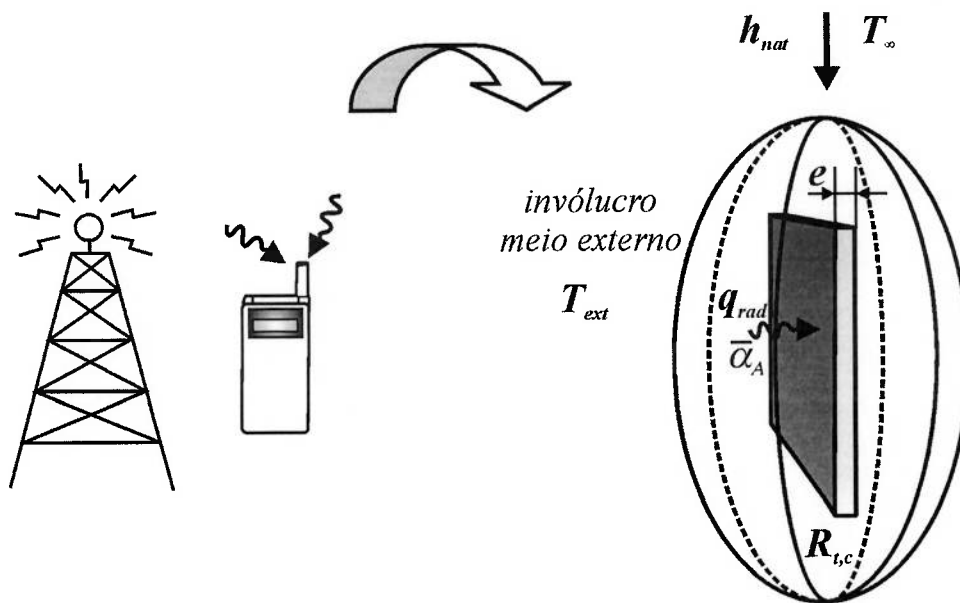
**Tabela 5.4 – Simulações Propostas para a Faixa de frequência das microondas (1-3,5 GHz).**

Substrato	Espessura	Resistência de Contato (m <sup>2</sup> K/W)	Convecção	Simulação	Observação
Alumínio	3 mm	6,64 x 10 <sup>-4</sup>	<i>h<sub>nat</sub></i>	01	Situação padrão de simulação
		6,64 x 10 <sup>-4</sup>	<i>h<sub>forçada</sub></i>	02	Convecção forçada
	5 mm	5 x 10 <sup>-3</sup>	<i>h<sub>nat</sub></i>	03	Elevada resistência de contato
		5 x 10 <sup>-5</sup>	<i>h<sub>nat</sub></i>	04	Baixa resistência de contato
		6,64 x 10 <sup>-4</sup>	<i>h<sub>nat</sub></i>	05	Substrato de espessura 5 mm
		6,64 x 10 <sup>-4</sup>	<i>h<sub>nat</sub></i>	06	Substrato de espessura 10 mm
Aço Carbono	3 mm	6,64 x 10 <sup>-4</sup>	<i>h<sub>nat</sub></i>	07	Substrato de aço carbono
ABS	3 mm	6,64 x 10 <sup>-4</sup>	<i>h<sub>nat</sub></i>	08	Substrato de ABS

Nota:  
Todas as simulações incluem radiação térmica.

### 5.3 Limite Ocupacional ANATEL

Para este caso, a irradiação e, conseqüentemente, a respectiva absorção para aplicações em celulares estão num patamar bem inferior, se comparada à da faixa de microondas da Seção 5.2. Isto é evidente, pois não se pode admitir potências de emissão em níveis compatíveis com as do forno microondas doméstico para eventuais exposições ao ser humano, sem algum tipo de proteção eletromagnética. Para este estudo de caso a situação padrão de simulação também foi dada por uma placa com dimensões de 30 cm x 30 cm x 3 mm. Mas, diferentemente do forno microondas, todas as faces estão expostas à radiação térmica contida por invólucro externo que apresenta uma temperatura externa ( $T_{ext}$ ) de 295 K. Esta temperatura é admitida como constante visando modelar uma situação de uso do aparelho celular em um ambiente fechado. Em um ambiente exposto à atmosfera, a temperatura externa teria um valor bem inferior, promovendo uma maior troca de calor por radiação térmica da manta absorvedora com o meio envolvente, mas isso não representaria a situação mais crítica, pois o aquecimento devido à absorção eletromagnética seria menos suscetível. A situação padrão pode ser visualizada no esquema representativo dado pela Fig.5.3. A parte esquerda da figura apresenta a aplicação em telefonia celular com a recepção de sinais de antenas emisoras por parte de aparelhos celulares e o lado direito representa esquematicamente o fenômeno de troca de calor sobre a placa. Nela pode-se observar que o invólucro representa a exposição de todas as faces da placa à radiação térmica devido à diferença de temperatura das faces com a temperatura do meio externo, que é admitida como constante. Pode-se também verificar que todas as faces têm a condição de troca de calor por convecção natural, sendo que o coeficiente de transferência de calor por convecção  $h$  para esta situação é dado por  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$ . A temperatura do meio ambiente  $T_{\infty}$  também é considerada como constante e apresenta o valor de 295 K, como no caso anterior.



**Figura 5.3** – Representação esquemática do fenômeno físico de absorção eletromagnética em aparelhos de telefonia celular.

Devido à utilização do método da capacitância global, apenas a superfície do compósito é caracterizada pela absorção eletromagnética, sendo dada pela radiação incidente que é absorvida multiplicada pelo novo coeficiente de absorção  $\bar{\alpha}_A$  para a faixa de frequência de 1 a 2,5 GHz. A função interpoladora para este caso foi a mesma empregada para a faixa das microondas dada pela Eq. 5.1. A diferença está no limite superior de integração ( $f_{\max} = 2500$  MHz) fornecendo, assim, um novo valor de  $\bar{\alpha}_A$ , dado pela Eq. 5.3.

$$\bar{\alpha}_A = \frac{1}{(2500 - 1000)} \int_{1000}^{2500} \alpha(f) df . \quad (5.3)$$

Resolvendo a Eq. 5.3 obtém-se que o valor do coeficiente é 0,966.

O valor da resistência térmica de contato definido para a situação padrão foi o mesmo empregado na simulação anterior ( $6,64 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K/W}$ ), já que é mantido o alumínio como substrato padrão. O resumo destas propriedades pode ser visto na Tab. 5.5.



**Tabela 5.5** – Propriedades e condições de contorno para a condição padrão (limite Anatel).

	Compósito	Substrato (Alumínio)	Condição de Contorno
Densidade $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1724,1	2702	-
Condutividade Térmica $k$ (W/mK)	1,4	237	-
Calor Específico $C_p$ (J/kgK)	388,5	903	-
Espessura $e$ (mm)	-	3	-
Emissividade $\varepsilon$	0,9	0,04	-
$\alpha_A$	0,966	-	-
Resistência Térmica de Contato (m <sup>2</sup> K/W)	6,64x10 <sup>-4</sup>	-	-
Temperatura do meio $T_\infty$ (K)	-	-	295
Temperatura Externa $T_{ext}$ (K)	-	-	295
Potência de radiação $q_{rad}$ (W/m <sup>2</sup> )	-	-	50
Coefficiente de Transferência de calor por convecção $h$ (W/m <sup>2</sup> K)	-	-	10

Como análise complementar deste caso, alguns parâmetros também foram modificados com o intuito de verificar a influência que eles promovem. Foram simulados, como no caso anterior, um substrato de aço carbono e outro de ABS sendo suas propriedades apresentadas já na Tab. 5.3. Já para a espessura, foi simulado apenas o valor padrão de 3 mm, uma vez, que para uma aplicação em equipamentos de telefonia celular, qualquer valor superior poderia representar um empecilho para seu emprego devido ao espaço físico ser restrito. Foram simulados também outros dois valores de resistência térmica de contato ( $5 \times 10^{-5}$  e  $5 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>K/W). Para a condição de contorno convectiva, foi empregada apenas a situação de convecção natural mantendo-se o mesmo valor do padrão para esta faixa de frequência. Isto por serem desconhecidas das situações práticas do emprego de convecção forçada, neste tipo de aplicação. A simulação padrão e suas variantes para o limite de exposição previsto pela ANATEL pode ser visto na Tab. 5.6.

**Tabela 5.6** – Simulações Propostas para o limite ocupacional proposto pela ANATEL (1-2,5 GHz).

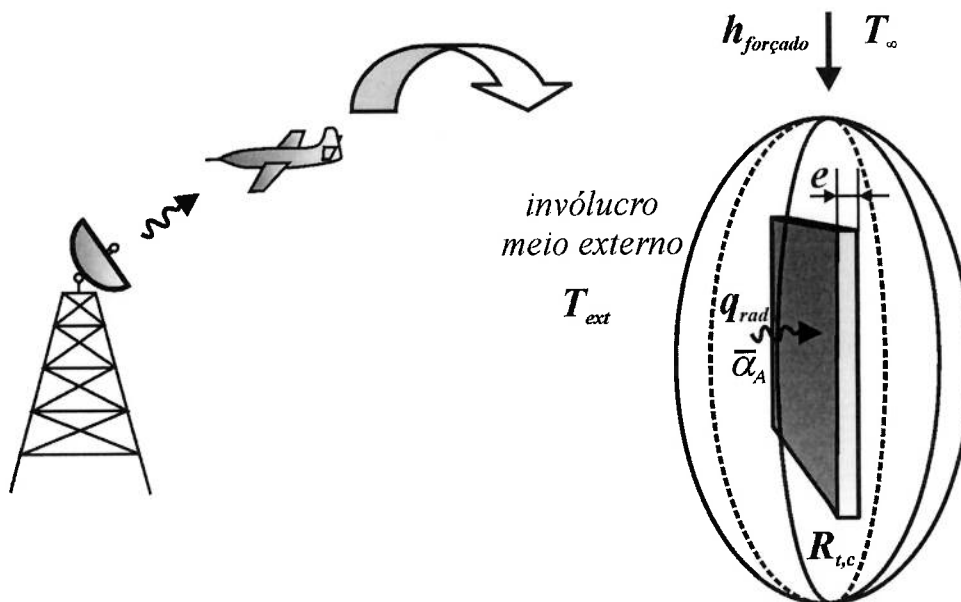
Substrato	Espessura	Resistência de Contato (m <sup>2</sup> K/W)	Convecção	Simulação	Observações
		$6,64 \times 10^{-4}$	$h_{nat}$	09	Situação padrão de simulação
Alumínio	3 mm	$5 \times 10^{-3}$	$h_{nat}$	10	Elevada resistência de contato
		$5 \times 10^{-5}$	$h_{nat}$	11	Baixa resistência de contato
Aço Carbono	3 mm	$6,64 \times 10^{-4}$	$h_{nat}$	12	Substrato de aço carbono
ABS	3 mm	$6,64 \times 10^{-4}$	$h_{nat}$	13	Substrato de ABS

Nota:

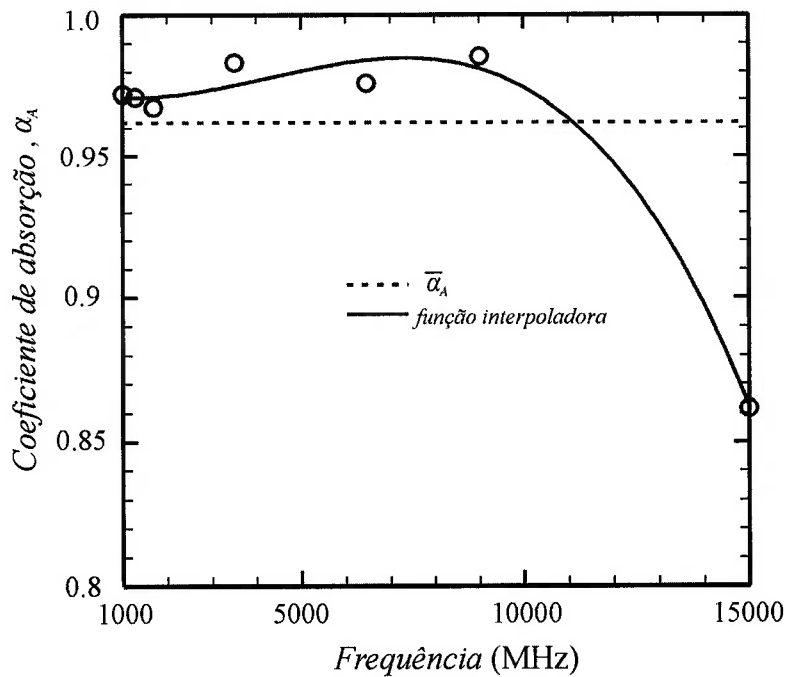
Todas as simulações incluem radiação térmica.

## 5.4 Radares (RCS)

O valor da irradiação para a aplicação em seção reta de radar ou, em inglês, “Radar Cross Section” (RCS), é muito baixa, se comparada com os outros dois casos. A função do radar é quantificar a energia eletromagnética que é refletida pelo alvo de interesse. Sendo assim, a situação padrão proposta por este estudo foi dada por uma placa com dimensões de 30 cm x 30 cm x 3 mm em que todas as faces estão expostas à radiação térmica, contida por invólucro externo, que simula o ambiente atmosférico coberto por nuvens a uma temperatura externa ( $T_{ext}$ ) de 273 K. Um esquema representativo da situação padrão pode ser verificado na Fig. 5.4. Apenas a superfície superior apresenta a característica de absorção, como nos demais casos, sendo assim, há a necessidade da obtenção de um novo valor do coeficiente de absorção  $\bar{\alpha}_A$ . A função interpoladora deve ser obtida através do método dos mínimos quadrados aplicado aos pontos do gráfico de absorção em função da frequência Fig. 3.5. Para a faixa de 1 a 15 GHz, o gráfico pode ser visto na Fig. 5.5.



**Figura 5.4** – Representação esquemática do fenômeno físico de absorção eletromagnética em radares.



**Figura 5.5** – Gráfico do coeficiente de absorção em função da frequência (1-15 GHz).

A função interpoladora, na forma polinomial, que melhor se adaptou ao fenômeno, para esta faixa de frequência, foi a do terceiro grau dada por:

$$\alpha(f) = -1,242 \times 10^{-13} f^3 + 1,597 \times 10^{-9} f^2 - 3,375 \times 10^{-6} f + 9,726 \times 10^{-1}, \quad (5.4)$$

e o cálculo do coeficiente médio de absorção térmico  $\bar{\alpha}_A$  para este caso é dado por:

$$\bar{\alpha}_A = \frac{1}{(15000 - 1000)} \int_{1000}^{15000} \alpha(f) df. \quad (5.5)$$

Resolvendo a Eq. 5.5 obtêm-se o valor de 0,962.

Para a situação padrão deste caso a condição de convecção foi a forçada, sendo que o coeficiente de transferência de calor por convecção  $h$  é dado por 40 W/m<sup>2</sup>K. A temperatura ambiente escolhida como padrão foi de 273 K, simulando a temperatura do ar a uma dada altitude.

O valor da resistência térmica de contato empregado no caso padrão foi  $6,64 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K/W}$ , já que foi mantido substrato de alumínio. O resumo destas propriedades para a condição padrão pode ser visto na Tab. 5.7.

**Tabela 5.7** – Propriedades e condições de contorno para a condição padrão (radar).

	Compósito	Substrato (Alumínio)	Condição de Contorno
Densidade $\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )	1724,1	2702	-
Condutividade Térmica $k$ ( $\text{W/mK}$ )	1,4	237	-
Calor Específico $C_p$ ( $\text{J/kgK}$ )	388,5	903	-
Espessura $e$ (mm)	-	3	-
Emissividade $\epsilon$	0,9	0,04	-
$\alpha_A$	0,962	-	-
Resistência Térmica de Contato ( $\text{m}^2\text{K/W}$ )		$6,64 \times 10^{-4}$	-
Temperatura do meio $T_\infty$ (K)		-	273
Temperatura Externa $T_{ext}$ (K)		-	273
Potência de radiação $q_{rad}$ ( $\text{W/m}^2$ )		-	0,05
Coefficiente de Transferência de calor por convecção $h$ ( $\text{W/m}^2\text{K}$ )		-	40

Para as demais variantes de simulação foi utilizado outro valor de resistência térmica de contato ( $5 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{K/W}$ ), além de outro material para o substrato que é o aço carbono. Procurou-se verificar, assim, que tipo de influência estes dois parâmetros podem proporcionar ao resultado térmico final do conjunto. A simulação padrão e suas variantes para a faixa de aplicação em radares podem ser vistas na Tab. 5.8.

**Tabela 5.8** – Simulações Propostas para a faixa de frequência de radares (1-15 GHz).

Substrato	Espessura	Resistência de Contato (m <sup>2</sup> K/W)	Convecção	Simulação	Obs.
Alumínio	3 mm	6,64 x 10 <sup>-4</sup>	<i>h<sub>forçado</sub></i>	14	Situação padrão de simulação
		5 x 10 <sup>-3</sup>	<i>h<sub>nat</sub></i>	15	Elevada resistência de contato
Aço Carbono	3 mm	6,64 x 10 <sup>-4</sup>	<i>h<sub>nat</sub></i>	16	Substrato de aço carbono

Nota:

Todas as simulações incluem radiação térmica.

## 5.5 Estudo da Malha.

Para o estudo do grau de refinamento da malha, nas simulações propostas, foi escolhida a frequência das microondas por apresentar a maior irradiação dentre os casos simulados e, conseqüentemente, ser a situação crítica, já que o termo fonte não é quantificado no critério de estabilidade. Para este estudo foi analisada a temperatura em dois pontos, sendo um deles no centro do compósito e o outro, no centro da placa de alumínio. A malha foi refinada mantendo-se todos os outros parâmetros constantes e analisando o resultado de regime permanente destes pontos. Posteriormente, foi feito o gráfico do valor da diferença percentual da temperatura de dois pontos, em função do refinamento da malha. O gráfico pode ser visto na Fig. 5.6, cujo eixo das abscissas é o grau de refinamento da malha, no plano composto pela largura e pelo comprimento. Para a espessura ficou fixo o valor de 10 pontos, uma vez que um refinamento muito elevado nesta cota demonstraria apenas o detalhamento do substrato, já que as propriedades de absorção eletromagnética estão presentes apenas na camada superior de nós. O padrão para a porcentagem de diferença é o valor da temperatura nos pontos centrais de ambos os materiais para a malha de 20 pontos no comprimento, 20 pontos na largura e 10 na espessura, totalizando uma malha de 4000 nós. A porcentagem de diferença é dada por:

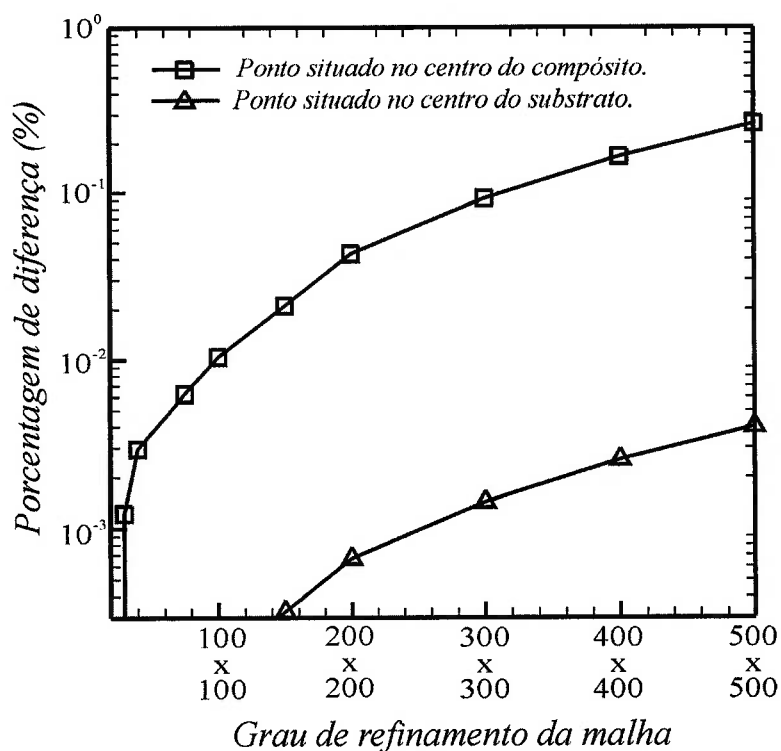
$$dif(\%) = \frac{T_{mr} - T_{20 \times 20}}{T_{20 \times 20}} \times 100, \quad (5.6)$$

onde:

$T_{mr}$  é a temperatura do ponto central em outro grau de refinamento,

$T_{20 \times 20}$  é a temperatura do ponto central para a malha de 20x20x10.

O gráfico para os pontos centrais da diferença percentual da temperatura em função do refinamento da malha como pode ser visto na Fig. 5.6.



**Figura 5.6** – Gráfico da Diferença percentual da temperatura de dois pontos em função do refinamento da malha. O primeiro ponto se localiza no centro do compósito e o segundo, no centro do substrato.

Através deste gráfico pode-se observar que as diferenças percentuais dos valores de temperatura para um mesmo dado ponto em função do refinamento da malha não se apresentaram de forma muito relevante. Para o ponto, no centro do compósito, houve um valor máximo de diferença percentual de 0,26% ao comparar-se a temperatura do ponto da malha 500x500x10 com a malha 20x20x10. Este valor não é muito elevado, se for considerado que esta malha tem 2500000 nós. Pode-se concluir que não existem modificações muito significativas nos valores das temperaturas devido ao refinamento da malha e um valor de refinamento intermediário, dentre os apresentados, pode satisfazer tanto a condição de baixa diferença percentual como ter dados suficientes para construir adequadamente o campo térmico, sem a necessidade de grande alocação de memória. Para as simulações propostas neste capítulo será escolhida a malha de 100x100x10.



## 6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados dos estudos de casos propostos no Capítulo 5. São também analisados os comportamentos térmicos resultantes da variação de parâmetros físicos do problema como: material, espessura do substrato e a resistência térmica de contato. Sugestões são dadas para cada estudo de caso, em particular, objetivando potenciais aplicações.

### 6.1 Resultados e Sugestões para Aplicações em Microondas

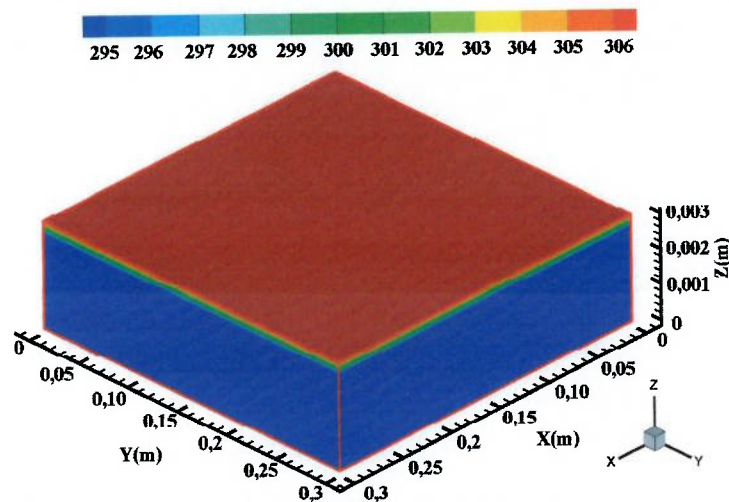
Nesta seção estão os resultados das simulações para a irradiação de  $20000 \text{ W/m}^2$ , a maior dentre os casos em estudo. Os resultados da situação padrão de simulação e de suas variantes estão apresentados na Seção 6.1.1. Na Seção 6.1.2 estes resultados são analisados e discutidos, propondo-se um arranjo que melhor se adapte a uma situação de emprego desses materiais.

#### 6.1.1 Resultados

A seqüência de apresentação dos resultados segue o número da simulação definido na Seção 5.2, de acordo com o mapa esquemático da Tab. 5.4, de maneira que as seções subseqüentes seguem a mesma numeração proposta.

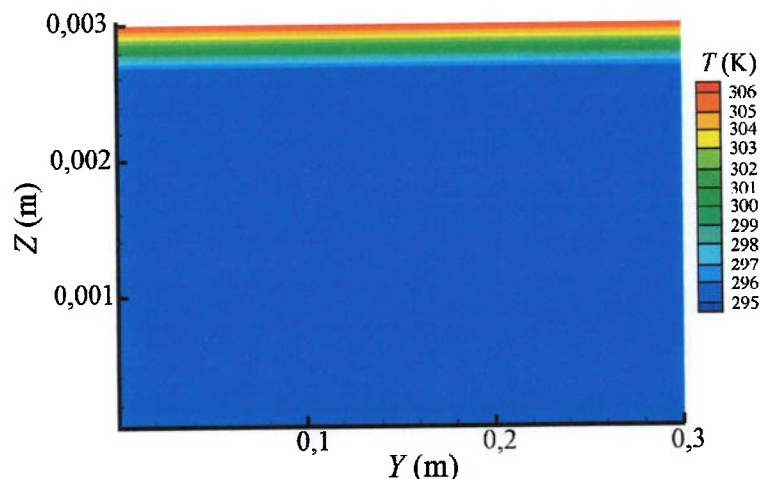
##### 6.1.1.1 Situação padrão de simulação

Esta situação, como descrita no capítulo anterior, é caracterizada por um substrato de alumínio com espessura de 3 mm, por uma resistência térmica de contato de valor  $6,64 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K/W}$ , por uma condição de troca de calor convectiva com um  $h$  de  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$  a uma temperatura ambiente  $T_\infty$  de 295 K e, por uma troca de calor por radiação térmica com o meio externo à temperatura constante de 295 K. A visualização global da distribuição de temperatura do substrato de alumínio, revestido pelo compósito na solução de regime permanente pode ser verificado na Fig. 6.1. Ao analisar esta figura verifica-se que o aquecimento devido à absorção das ondas eletromagnéticas concentrou-se basicamente na camada do compósito, na qual encontra-se a ferrita.



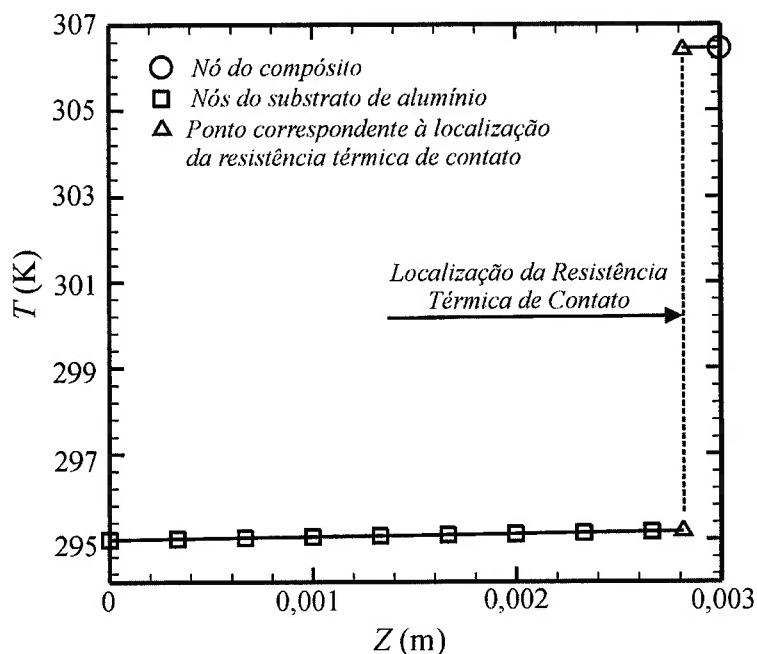
**Figura 6.1-** Campo de temperaturas do substrato coberto pelo compósito (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{rad} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W).

Já o substrato de alumínio apresentou um perfil de temperatura uniforme com gradiente de temperatura desprezível em relação à sua espessura. Isto se deve ao fato do alumínio possuir uma elevada difusividade térmica, que faz com que propague rapidamente qualquer variação de temperatura. Uma visualização mais detalhada do perfil de temperatura pode ser verificada na vista em corte vertical para o plano central do substrato, como indicado na Fig. 6.2.



**Figura 6.2** – Vista em corte vertical da camada central do arranjo da Fig. 6.1, para a cota  $X$  constante e equivalente a 0,15 m (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{rad} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W).

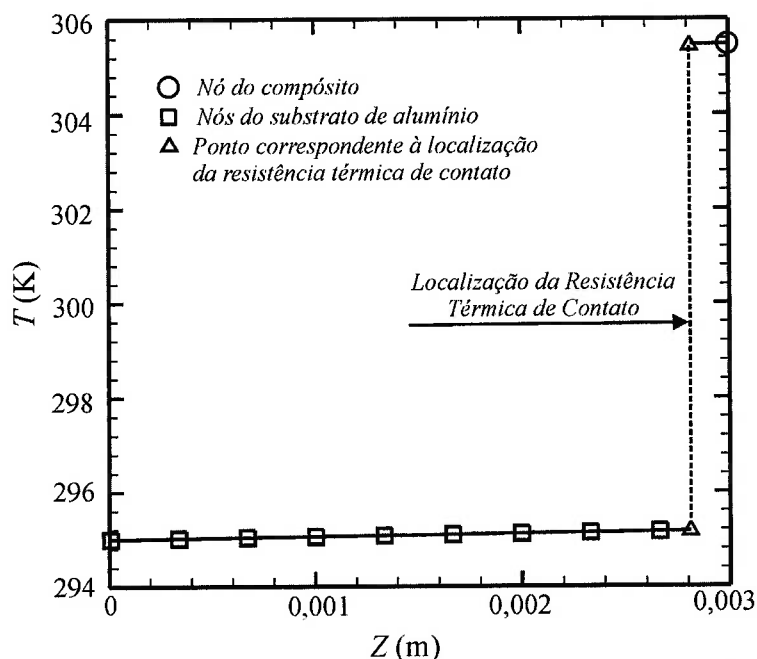
Pode-se verificar que o maior gradiente de temperaturas está na região da resistência térmica de contato da interface entre o compósito aquecido e o alumínio. A base do substrato encontra-se praticamente à temperatura ambiente, em toda a sua extensão, devido à imposição das condições de contorno de temperatura constante de 295 K na face inferior e à de troca de calor por convecção natural nas paredes laterais. Detalhes de valores de temperatura podem ser obtidos na Fig. 6.3 que apresenta o gráfico da variação da temperatura em função da espessura para o eixo central da placa, ou seja, para  $X$  e  $Y$  constantes e iguais a 0,15 m. Verifica-se que o nó localizado no compósito encontra-se na temperatura de 306,6 K (33,5 °C), valor bem abaixo do limite imposto pela restrição de 110 °C, dada pela Temperatura de Curie. O salto de temperatura na região na interface de materiais  $\Delta T_c$  é de 11,4 °C e a variação de temperatura no substrato de alumínio vai de 295 K (face inferior) a 295,2 K. Este salto representado pela descontinuidade da distribuição de temperaturas é devido à resistência térmica de contato.



**Figura 6.3** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação padrão de simulação ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{rad} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W).

### 6.1.1.2 Convecção forçada

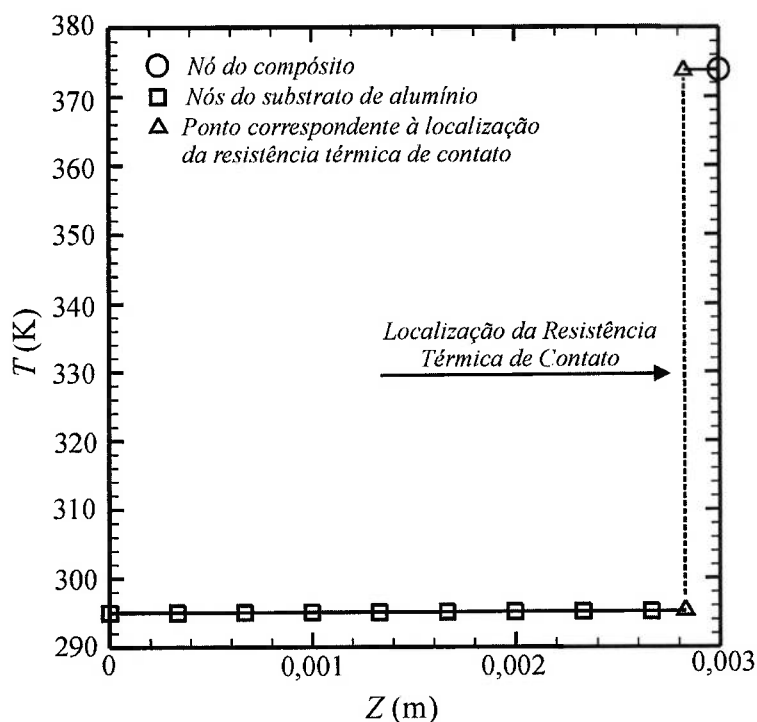
Neste segundo estudo, o caso padrão foi modificado substituindo a condição de contorno de convecção natural para convecção forçada. O valor de  $h$  usado foi de  $40 \text{ W/m}^2\text{K}$ , que é típico de convecção de ar em altas velocidades sobre uma placa plana. O gráfico da variação da temperatura em função da espessura para o eixo central da placa no caso de convecção forçada é dado pela Fig. 6.4. Pode-se observar que a temperatura no nó central do compósito apresenta o valor de  $305,7 \text{ K}$  ( $32,6 \text{ }^\circ\text{C}$ ), ou seja, aproximadamente  $1 \text{ }^\circ\text{C}$  menor que o valor para a situação de convecção natural. Isto é facilmente explicável já que, ao diminuir a resistência a troca de calor da placa com o meio externo para uma mesma temperatura ambiente  $T_\infty$  ( $295 \text{ K}$ ), mantido os demais parâmetros, maior será a troca de calor das superfícies da placa com o meio externo. O salto de temperatura na interface  $\Delta T_c$  baixou de  $11,4 \text{ }^\circ\text{C}$  no caso de convecção natural para o patamar de  $10,5 \text{ }^\circ\text{C}$ , pois o perfil dentro do alumínio não sofreu nenhuma alteração significativa.



**Figura 6.4** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de convecção forçada ( $X=Y=0,15 \text{ m}$ ) (substrato de alumínio,  $e = 3 \text{ mm}$ ,  $q_{rad} = 2 \text{ W/cm}^2$ ,  $h = 40 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K/W}$ ).

### 6.1.1.3 Elevada resistência de contato

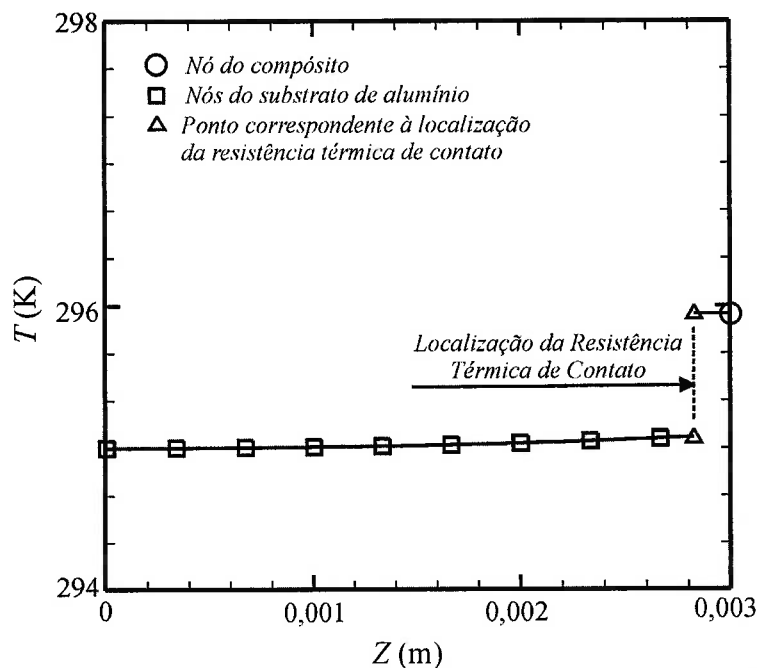
No terceiro estudo, houve o aumento da resistência térmica de contato para uma ordem de grandeza superior à situação padrão. O novo valor usado para  $R_{t,c}$  foi de  $5 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{K/W}$ , o que representa o caso em que há maior rugosidade e, conseqüentemente, menor aderência no contato entre substrato e compósito. Para a situação de elevada resistência de contato houve um aumento considerável na temperatura do compósito como se pode verificar na Fig. 6.5. O valor da temperatura na superfície do compósito para este caso é de 373,9 K (100,8 °C), valor este muito próximo da Temperatura de Curie, mas dentro do intervalo considerado como aceitável. A distribuição de temperatura no alumínio se manteve a mesma dos casos anteriores proporcionando, assim, um  $\Delta T_c$  de 78,7 °C, valor bem superior ao encontrado na situação padrão.



**Figura 6.5** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de elevada resistência de contato ( $X=Y=0,15 \text{ m}$ ) (substrato de alumínio,  $e = 3 \text{ mm}$ ,  $q_{rad} = 2 \text{ W/cm}^2$ ,  $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,  $R_{t,c} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{K/W}$ ).

#### 6.1.1.4 Baixa resistência de contato

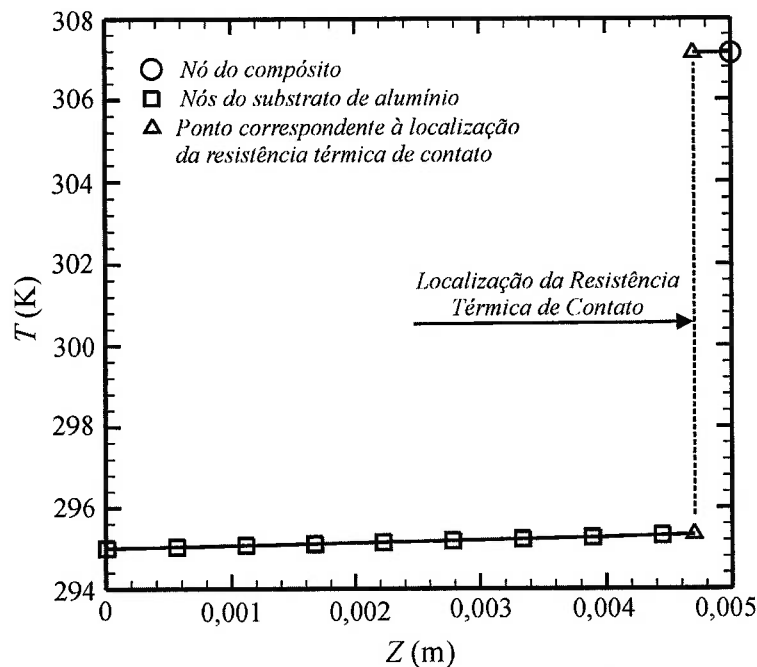
Contrário ao caso anterior, a resistência térmica de contato agora foi reduzida a um décimo da situação padrão. O valor usado de  $R_{t,c}$  para este estudo foi de  $5 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{K/W}$ , o que é conseguido com uma baixa rugosidade no contato e elevada aderência. Nesta situação houve a redução da temperatura na superfície do compósito para aproximadamente 296 K, como se pode verificar na Fig. 6.6. Isto se deve à redução da resistência ao fluxo de calor na interface do compósito com o substrato de alumínio, possibilitando uma maior influência da condição de contorno de temperatura constante 295 K imposta pela face inferior do substrato. Mesmo com a redução da resistência de contato, este parâmetro ainda se mostrou predominante à resistência a condução de calor promovido pelo alumínio, e o aquecimento de  $1^\circ\text{C}$  verificado na superfície do compósito, deve-se basicamente a sua influência.



**Figura 6.6** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de baixa resistência de contato ( $X=Y=0,15 \text{ m}$ ) (substrato de alumínio,  $e = 3 \text{ mm}$ ,  $q_{rad} = 2 \text{ W/cm}^2$ ,  $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,  $R_{t,c} = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{K/W}$ ).

### 6.1.1.5 Substrato com espessura de 5 mm

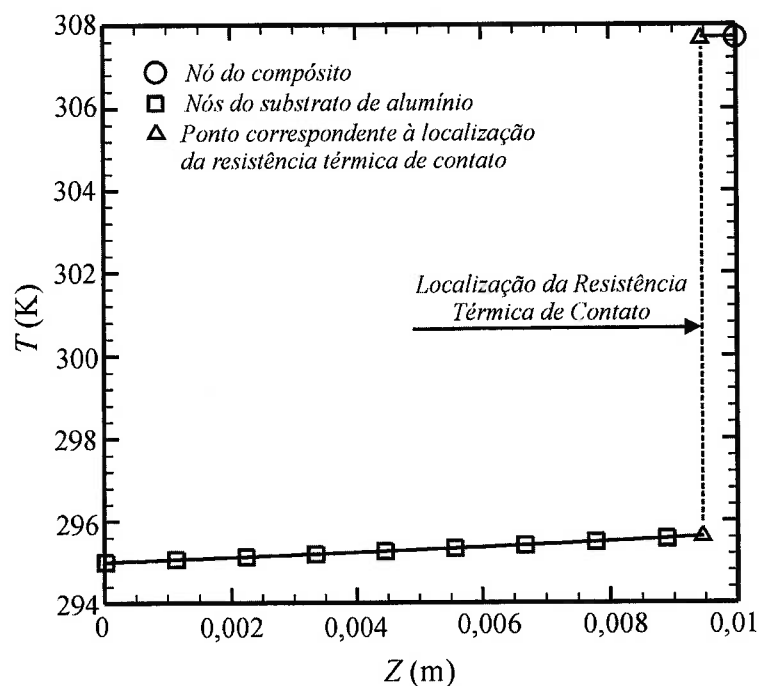
Neste estudo, a espessura do substrato que na situação padrão é de 3 mm foi alterada para o valor de 5 mm. Esta modificação na espessura do substrato promoveu um leve acréscimo de temperatura no compósito para o valor de 307,2 K (34,1°C) como pode ser verificado na Fig. 6.7. O perfil de temperaturas no substrato sofreu uma leve modificação, de modo que o nó localizado na face superior do alumínio, ou seja, na interface com o compósito apresentou o valor de 295,3 K e, conseqüentemente, o valor  $\Delta T_c$  ficou em 11,9 °C. Com o aumento da espessura, a influência da condição de contorno de temperatura constante na face inferior da placa de alumínio apresentou uma redução, se comparada com a condição padrão. Mas esta condição de aumento de espessura não se apresentou de forma relevante, pois o acréscimo de temperatura na camada do compósito, devido ao seu emprego, foi de apenas 0,6 °C se comparada com a situação padrão.



**Figura 6.7** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato com espessura de 5 mm ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 5$  mm,  $q_{rad} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W).

### 6.1.1.6 Substrato com espessura de 10 mm

Para este caso, a espessura do substrato foi aumentada para o valor de 10 mm. Seguindo o mesmo comportamento do caso anterior, houve um leve aquecimento na camada de compósito, um pouco acima da situação de 5 mm. O valor da temperatura na superfície do compósito chegou ao valor de 307,8 K (34,7 °C), como pode ser visto na Fig. 6.8. Já o valor de  $\Delta T_c$  ficou em 12,2 °C, de maneira que a distribuição térmica no interior do alumínio, praticamente não sofreu grande alteração. A influência da condição de contorno de temperatura constante na face inferior da placa ficou ainda menor com o aumento da espessura, fazendo com que a temperatura na camada do compósito se apresenta com um aumento de 1,2 °C, se comparado com a condição padrão e de 0,6°C, se comparado com a situação de espessura de 5 mm.

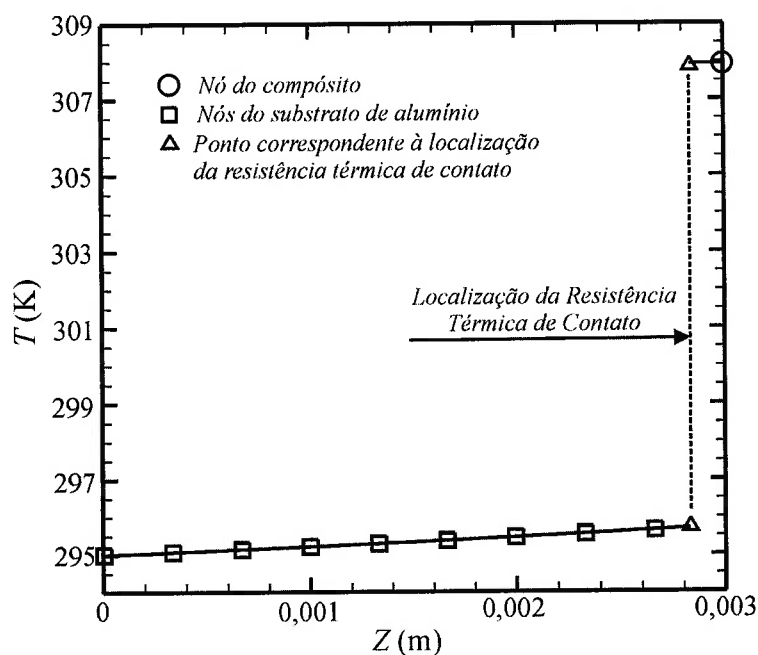


**Figura 6.8** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato com espessura de 10 mm ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 10$  mm,  $q_{rad} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W).



### 6.1.1.7 Substrato de aço carbono

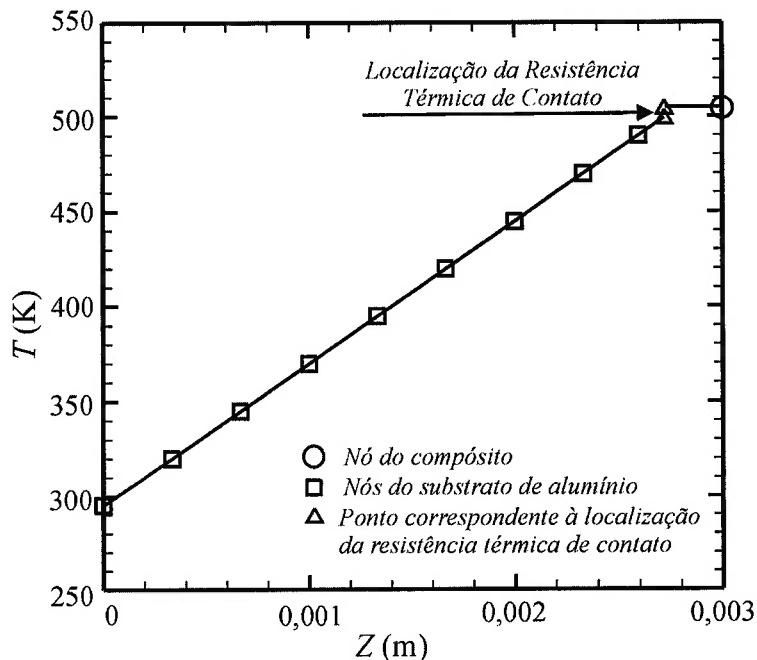
A alteração do material do substrato de alumínio para o de aço carbono promoveu o aumento de temperatura no compósito além de modificar o perfil de temperatura no interior do substrato. A temperatura na superfície do compósito subiu para o valor de 308,1 K (35 °C), como se pode verificar na Fig. 6.9. Este acréscimo de temperatura de 13,1 °C é devido à absorção de energia eletromagnética, uma vez que o aço, com menor condutividade térmica que o alumínio, conduz menos calor da superfície absorvedora para o substrato, dado a condição de temperatura constante de 295 K na face inferior. O aumento na inclinação do perfil de temperatura, se comparado com a do alumínio se deve, justamente, ao valor da condutividade térmica do aço ser inferior a do alumínio e, portanto, possuir uma maior resistência térmica. O salto de temperatura na região do contato  $\Delta T_c$  ficou no valor de 12,4 °C, ou seja, 1 °C maior que a condição padrão.



**Figura 6.9** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato de aço carbono ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de aço,  $e = 3$  mm,  $q_{rad} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W).

### 6.1.1.8 Substrato de acrilonitrila-butadieno-estireno (ABS)

Com a utilização de um substrato que apresenta a característica de baixíssima condutividade térmica, como é o caso do ABS, houve uma grande mudança tanto no perfil de temperatura no interior no substrato, como, também, na absorção da energia eletromagnética por parte do compósito. A temperatura na superfície do compósito chegou ao valor teórico de 504,4 K (231,3 °C), como se pode ver na Fig. 6.10. Este valor tem um significado apenas teórico, já que a condição da Temperatura de Curie (110 °C) teria sido alcançada e o material teria perdido suas propriedades de absorção eletromagnética. O valor de  $\Delta T_c$  ficou em 7 °C, demonstrando, assim, que o material do substrato pode ser mais relevante que a resistência térmica de contato para o mecanismo de troca de calor. O aumento significativo da inclinação no perfil de temperatura do substrato se deve, justamente, à condutividade do substrato de ABS ser muito baixa, em outras palavras, por este material possuir elevada resistência térmica.



**Figura 6.10** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato de ABS ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de ABS,  $e = 3$  mm,  $q_{rad} = 2$  W/cm<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W).

### **6.1.2 Análise dos resultados para aplicação em Microondas**

De acordo com os resultados obtidos pelas simulações realizadas, pode-se observar que os parâmetros de maior influência sobre o aquecimento de superfícies expostas à radiação de microondas foram: a resistência térmica de contato e o tipo de material do substrato. A variação na espessura do substrato também proporcionou uma variação no aquecimento da camada de compósito, mas este valor foi significativamente menor que o proporcionado pelos dois parâmetros mencionados acima. Sendo assim, pode-se sugerir um arranjo que possa promover o maior aquecimento da camada de compósito, que é o emprego de uma elevada resistência térmica de contato com um substrato de maior espessura possível e que seja composto por um material que apresente baixa condutividade térmica. Mas deve-se verificar se este arranjo não ultrapassa a restrição dada pela temperatura de Curie, pois, como dito anteriormente, este é o limite de absorção do material magnético. Portanto, uma análise das propriedades térmicas do material escolhido como substrato é de fundamental importância para se definir o limite de aquecimento do compósito. Contudo, deve-se verificar se existe alguma outra restrição que possa ser predominante ao fenômeno de aquecimento, como pode ser o caso do emprego de alguns materiais poliméricos como substratos. Estes materiais podem possuir temperaturas de transição vítrea, temperatura em que a mobilidade das cadeias moleculares se torna restrita pela coesão intermolecular, inferiores ao limite imposto pela Temperatura da Curie (110 °C). As temperaturas de transição vítrea, tanto do epóxi (130 °C) como do ABS (120 °C), são superiores a 110 °C, portanto, é mantida a restrição dada pela temperatura de Curie para o problema em estudo neste trabalho.

Para o caso em que se deseje reduzir a temperatura na superfície do compósito, um arranjo adequado é o emprego de uma baixa resistência de contato com um substrato de elevada condutividade térmica. Isto permite que o calor gerado pela absorção eletromagnética consiga facilmente difundir-se pelo substrato e este, a uma condição de contorno de temperatura inferior ao compósito, possa reduzir, significativamente, o aquecimento.

## 6.1 Resultados e Sugestões para Limite ANATEL

Nesta seção estão os resultados das simulações para o limite ocupacional à exposição de irradiação proposto pela Anatel que é de  $50 \text{ W/m}^2$ . Os resultados da situação padrão e das variantes propostas para a simulação estão apresentados na Seção 6.2.1. Na Seção 6.2.2 discute-se estes resultados e propõe-se um arranjo que melhor se adapte a uma situação de emprego.

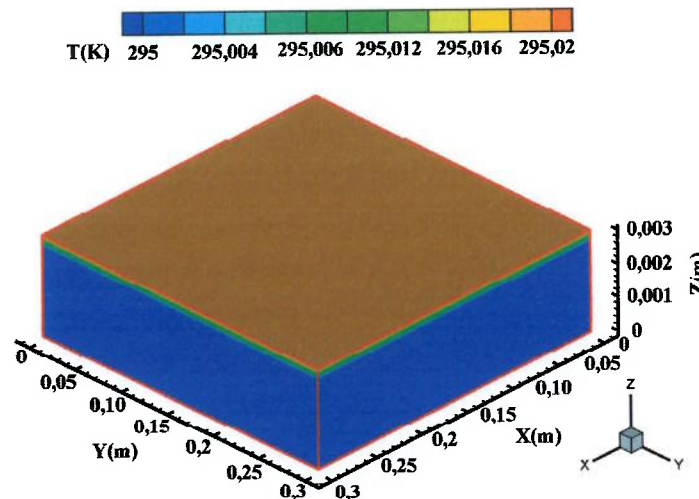
### 6.1.1 Resultados

A apresentação dos resultados segue a mesma seqüência definida no mapa esquemático da Tab. 5.6 da Seção 5.3.

#### 6.1.1.1 Situação padrão de simulação

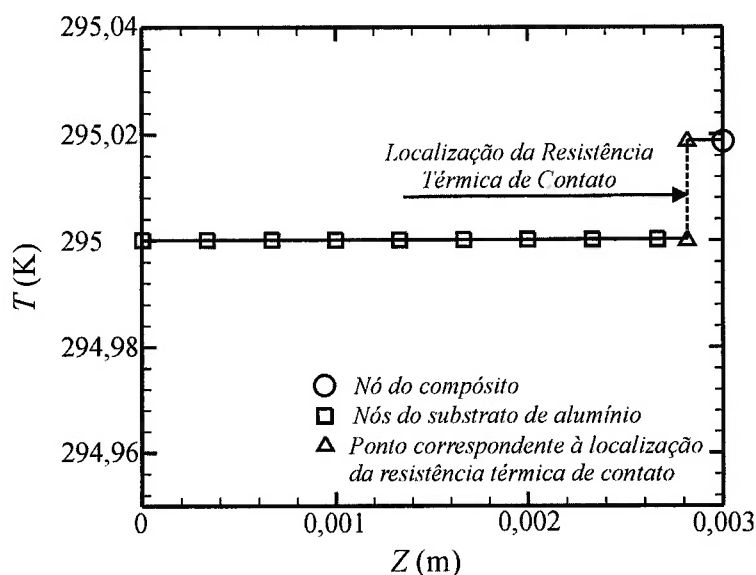
Esta situação, como descrita na Seção 5.3 do capítulo anterior, é similar ao padrão proposto para aplicação em microondas, com a diferença no valor da potência de radiação que é de  $50 \text{ W/m}^2$  e no coeficiente de absorção médio  $\bar{\alpha}_A$  dado por 0,966.

A distribuição de temperatura do substrato de alumínio revestido pelo composto na solução de regime permanente pode ser verificado na Fig. 6.11.



**Figura 6.11-** Campo de temperaturas do substrato e composto (substrato de alumínio,  $e = 3 \text{ mm}$ ,  $q_{rad} = 50 \text{ W/m}^2$ ,  $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K/W}$ ).

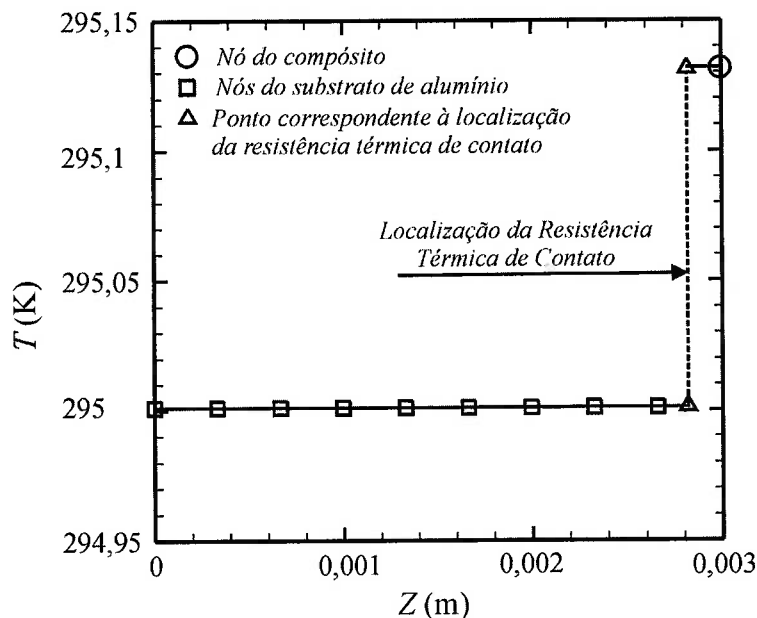
Ao analisar esta figura, verifica-se que o aquecimento devido à absorção das ondas eletromagnéticas continuou concentrando-se na camada do compósito, mas este valor foi muito inferior ao da aplicação nas microondas, devido a esta potência de radiação ser 400 vezes menor. O detalhe da distribuição de temperatura pode ser verificado na Fig. 6.12, dado pelo gráfico da variação da temperatura em função da espessura, para  $X$  e  $Y$  constantes e iguais a 0,15m. Verifica-se que o nó localizado no compósito apresentou a temperatura de 295,02 K, ou seja, praticamente não houve aquecimento na superfície do compósito e este ligeiro aquecimento deve-se, exclusivamente, à resistência térmica de contato que apresentou um salto de temperatura  $\Delta T_c$  de 0,19 °C. A resistência à condução de calor no alumínio para a espessura de 3 mm praticamente não promoveu alteração no perfil de temperaturas, sendo a temperatura de 295 K constante em toda a extensão.



**Figura 6.12** – Vista em corte vertical da camada central, para a cota  $X$  constante e equivalente a 0,15 m (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{rad} = 50$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W).

### 6.2.1.2 Elevada resistência de contato

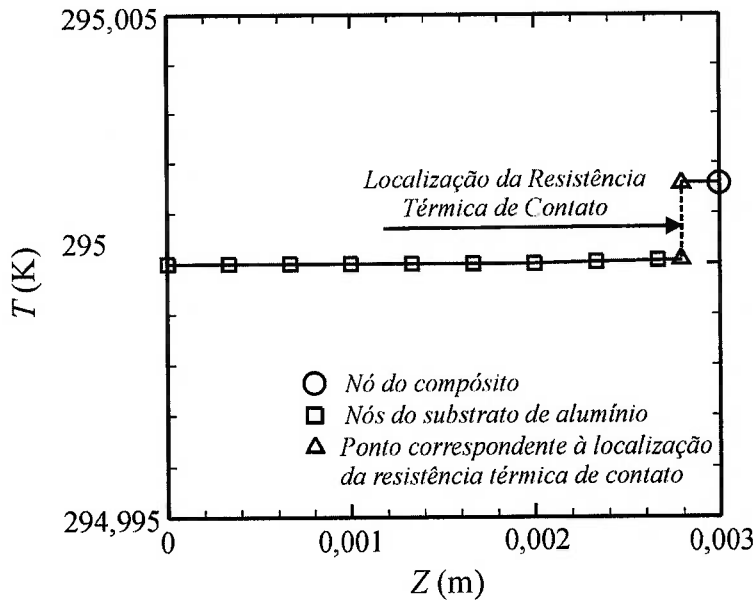
Neste segundo caso, houve a modificação da resistência térmica de contato para  $R_{t,c}$  de  $5 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{K/W}$ , o que é conseguido quando se altera a rugosidade superficial ou a pressão no contato entre materiais. Para a situação de elevada resistência de contato houve um aumento na temperatura do compósito chegando ao valor de 295,13 K, como se pode verificar na Fig. 6.13. Este valor é superior ao da situação padrão devido ao aumento da resistência no contato que fez com que o aquecimento se concentre apenas na camada do compósito, deixando o substrato com a temperatura constante de 295 K.



**Figura 6.13** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de elevada resistência de contato ( $X=Y=0,15 \text{ m}$ ) (substrato de alumínio,  $e = 3 \text{ mm}$ ,  $q_{rad} = 50 \text{ W/m}^2$ ,  $h = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,  $R_{t,c} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{K/W}$ ).

### 6.2.1.3 Baixa resistência de contato

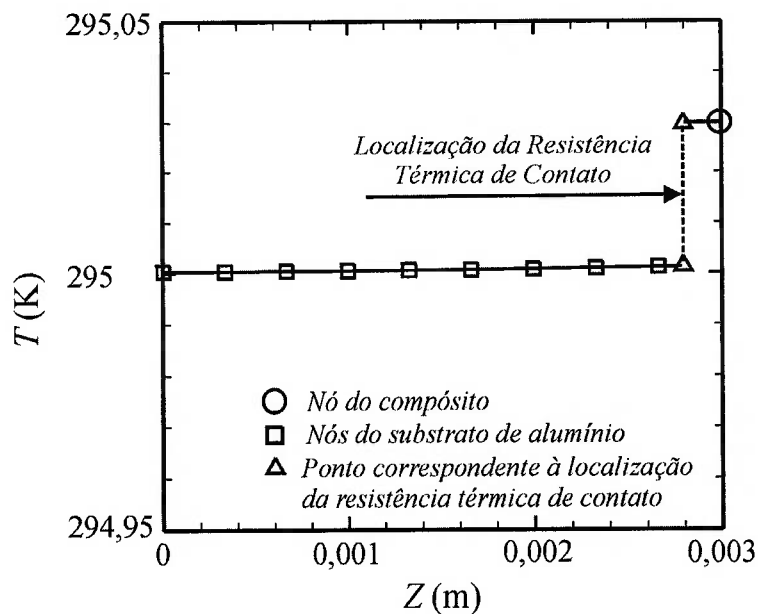
Contrário ao comportamento do caso anterior, com a redução da resistência térmica de contato  $R_{t,c}$  para  $5 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{K/W}$ , não houve alteração significativa na distribuição de temperaturas, tanto no substrato como no compósito, ficando ambos no patamar de 295 K, como se verifica na Fig. 6.14.



**Figura 6.14** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de baixa resistência de contato ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de alumínio,  $e = 3$  mm,  $q_{rad} = 50$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 5 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>K/W).

#### 6.2.1.4 Substrato de aço carbono

Com a alteração do material do substrato de alumínio para o de aço carbono verificou-se um pequeno aumento de temperatura na camada do compósito, se comparado com a situação padrão, chegando ao valor de 295,03 K, como se pode verificar na Fig. 6.15. Neste caso, manteve-se o predomínio do efeito da resistência térmica de contato sobre o aumento da resistência à condução de calor devido a mudança do substrato, sendo que a região da interface demonstrou um salto de temperatura  $\Delta T_c$  dado por 0,029 °C. Estes valores são bem abaixo dos encontrados para as microondas justamente pela queda dada à potência de radiação na superfície do compósito.

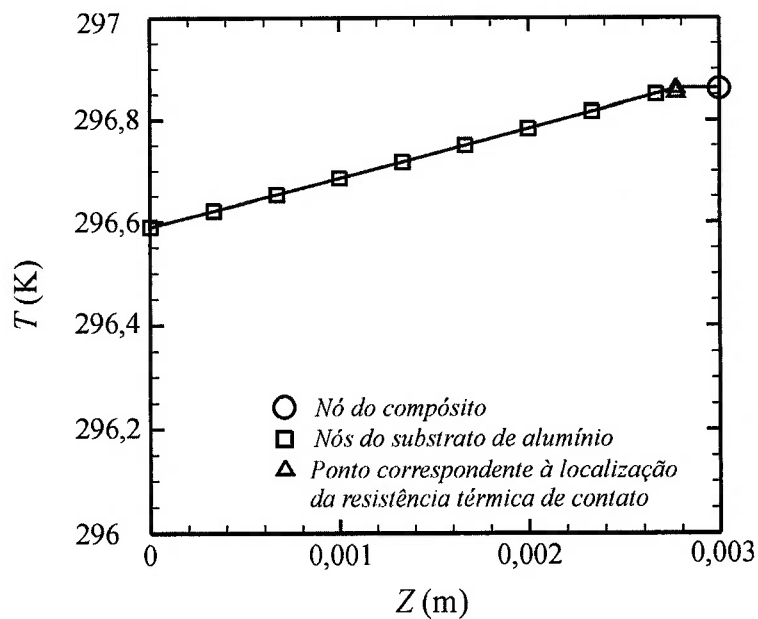


**Figura 6.15** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato de aço carbono ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de aço,  $e = 3$  mm,  $q_{rad} = 50$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W).

### 6.2.1.5 Substrato de acrilitrila-butadieno-estireno (ABS)

Dentre as situações analisadas para a potência de radiação definida como limite pela ANATEL, o único que apresentou variação significativa na distribuição de temperatura foi a situação em que o substrato é de ABS. Para este caso, a baixa condutividade térmica do ABS proporcionou uma elevada resistência à condução de calor, sendo este mais influente no mecanismo de aquecimento da superfície do compósito do que a resistência térmica de contato. A temperatura na superfície do compósito chegou ao valor de 296,87 K, como pode ser visto na Fig. 6.16. O aumento significativo da inclinação no perfil de temperatura do substrato deve-se justamente à condutividade térmica do substrato de ABS ser baixa.





**Figura 6.16** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato de ABS ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de ABS,  $e = 3$  mm,  $q_{rad} = 50$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 10$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W).

## 6.2.2 Análise dos resultados para o limite ocupacional ANATEL

Para este estudo de caso a única aplicação que apresentou influência significativa no aquecimento da superfície do compósito foi o emprego de um material que possui uma baixa condutividade térmica, como é o caso do ABS, que é muito empregado em aparelhos celulares. Este tipo de substrato aliado a um aumento da resistência térmica de contato devido a irregularidades superficiais, pode proporcionar aquecimentos perceptíveis na superfície do compósito.

Para este caso, como a potência de radiação é bem inferior ao caso da aplicação em microondas, qualquer redução da resistência térmica de contato pode promover uma uniformização da distribuição de temperatura no arranjo compósito e substrato.

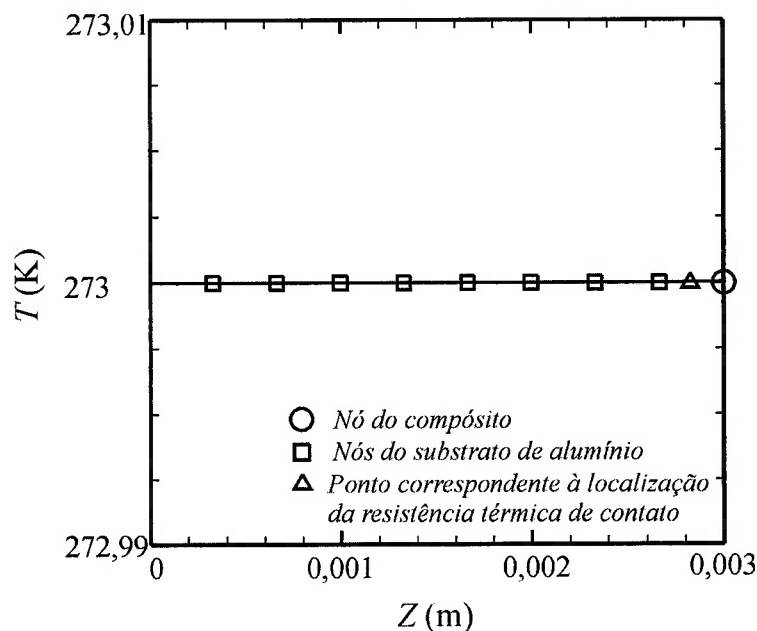
### 6.3 Resultados e Sugestões para Radares (RCS)

Nesta seção estão os resultados das simulações para a aplicação em seção reta de radar (RCS) dada pela potência de radiação de  $0,05 \text{ W/m}^2$ . Os resultados da situação padrão e das variantes propostas para a simulação estão presentes na Seção 6.3.1. Na Seção 6.3.2 são discutidos estes resultados.

#### 6.3.1 Resultados

Devido ao valor baixo de irradiação, neste caso de aplicação, os resultados de todas as simulações propostas pela Seção 5.4 estão reunidos nesta seção, pois não apresentam variações relevantes, devido ao baixo aquecimento superficial promovido pelo baixo valor de irradiação.

O detalhe da distribuição de temperatura para a situação padrão de simulação dado pelo gráfico da variação da temperatura em função da espessura, para  $X$  e  $Y$  constantes e iguais a  $0,15\text{m}$ , pode ser verificado na Fig. 6.17.

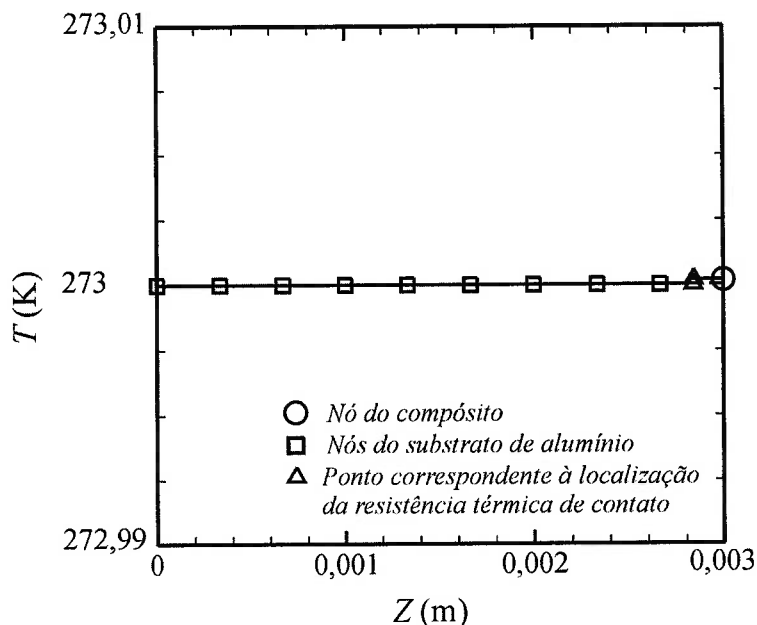


**Figura 6.17** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação padrão de simulação ( $X=Y=0,15 \text{ m}$ ) (substrato de alumínio,  $e = 3 \text{ mm}$ ,  $q_{rad} = 0,05 \text{ W/m}^2$ ,  $h = 40 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K/W}$ ).

A situação padrão de simulação para este caso é caracterizada por um substrato de alumínio com espessura de 3 mm, por uma resistência térmica de contato de valor  $6,64 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K/W}$ , por uma condição de troca de calor convectiva forçada com um  $h$  de  $40 \text{ W/m}^2\text{K}$  a uma temperatura ambiente  $T_\infty$  de  $273 \text{ K}$  e por troca de calor por radiação térmica com o meio externo à temperatura constante de  $273 \text{ K}$ .

Verifica-se na Fig. 6.17 que para esta potência de radiação, não houve aquecimento significativo na superfície do compósito. Tanto a resistência térmica de contato como a condutividade térmica do alumínio, não promoveram alterações no campo de temperaturas. Os mecanismos de troca de calor por convecção e de radiação para o meio externo predominaram sobre o de absorção eletromagnética. Isto se reflete no perfil de temperatura mantido constante no patamar de  $273 \text{ K}$ , em toda a extensão do substrato e na superfície do compósito.

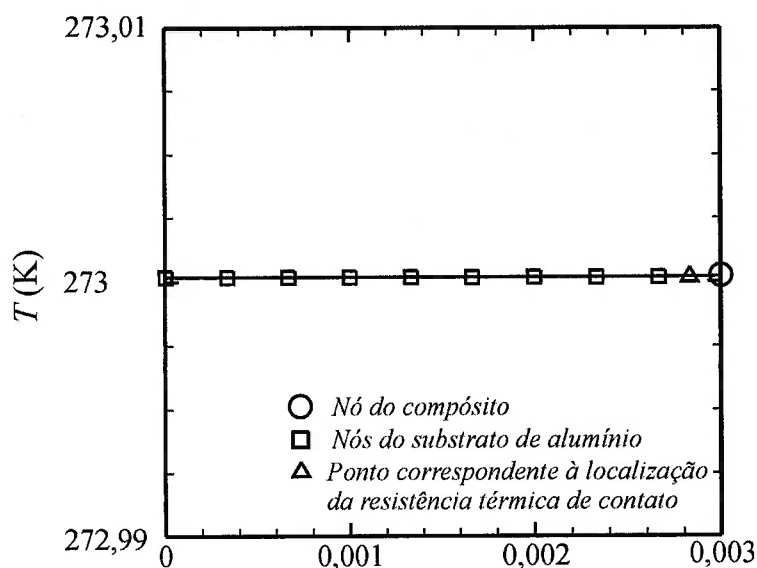
Para a situação de elevada resistência de contato o perfil de temperaturas também não sofreu alteração significativa como, se verifica na Fig. 6.18.



**Figura 6.18** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de elevada resistência de contato ( $X=Y=0,15 \text{ m}$ ) (substrato de alumínio,  $e = 3 \text{ mm}$ ,  $q_{rad} = 0,05 \text{ W/m}^2$ ,  $h = 40 \text{ W/m}^2\text{K}$ ,  $R_{t,c} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{K/W}$ ).

Para esta situação houve apenas um pequeno acréscimo de temperatura na região da interface, mas a ordem de grandeza é muito baixa.

No caso da utilização do substrato de aço carbono, assim como nos casos anteriores para aplicação em radares, o perfil de temperatura não apresentou modificações expressivas e a temperatura no substrato de aço e na superfície do compósito mantiveram o valor de 273 K, como se verifica na Fig. 6.19.



**Figura 6.19** – Distribuição de temperatura no eixo central da placa para a situação de substrato de aço carbono ( $X=Y=0,15$  m) (substrato de aço,  $e = 3$  mm,  $q_{rad} = 0,05$  W/m<sup>2</sup>,  $h = 40$  W/m<sup>2</sup>K,  $R_{t,c} = 6,64 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup>K/W).

### 6.3.2 Análise dos resultados para aplicação em radares (RCS)

Para aplicações em radares verificou-se que independente da variação dos parâmetros de resistência térmica de contato e do material do substrato, não houve alteração no perfil de temperaturas, já que o mecanismo de troca de calor convectiva e de radiação térmica se sobrepuseram ao aquecimento dado pela absorção, devido à baixa potência de irradiação da aplicação em radares.

## 7 CONCLUSÕES E CONTINUIDADE DO TRABALHO

Este capítulo apresenta as conclusões do presente trabalho e propõe a continuidade que se pode dar para uma análise mais detalhada do problema, uma vez que simplificações foram utilizadas ao modelo proposto.

### 7.1 Conclusões

Diferentemente de uma conclusão prévia de que a potência de radiação é o único parâmetro de importância no mecanismo de aquecimento do compósito, este trabalho demonstrou que o tipo de material empregado no substrato e o acabamento superficial da interface entre substrato e compósito são fatores que influenciam na distribuição de temperatura, tanto quanto a potência de irradiação eletromagnética incidente. A importância destes dois fatores se deve ao fato de quantificar a resistência térmica ao fluxo de calor no arranjo total, proveniente da diferença de temperatura entre substrato e o compósito aquecido devido à absorção da radiação eletromagnética na frequência não-ionizante.

Na aplicação em microondas, o caso padrão foi caracterizado por um substrato de alumínio com espessura de 3 mm, por uma resistência térmica de contato de valor  $6,64 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K/W}$ , por uma condição de troca de calor convectiva com um  $h$  de  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$  a uma temperatura ambiente  $T_\infty$  de 295 K e, por uma troca de calor por radiação térmica com o meio externo à temperatura de 295 K. Esta situação padrão apresentou um aquecimento na superfície do compósito registrando a temperatura de 306,6 K (33,5 °C), sendo a resistência térmica de contato o fator predominante, proporcionando um salto de  $\Delta T_c$  de 11,4 °C. Variando-se a condição de contorno de convecção forçada, a temperatura no compósito caiu para o valor ligeiramente menor de 305,7 K (32,6 °C), devido justamente à redução na resistência ao fluxo de calor da superfície do compósito com o meio externo. Nesta situação a resistência de contato continuou mantendo-se como parâmetro de maior influência no aquecimento

apresentando um  $\Delta T_c$  de 10,5 °C. Com o aumento da resistência térmica de contato ( $5 \times 10^{-3} \text{ m}^2\text{K/W}$ ), houve um aumento considerável na temperatura da camada de compósito atingindo o valor de 373,9 K (100,8 °C) e proporcionando um  $\Delta T_c$  de 78,7 °C. Em contrapartida, com a redução da resistência térmica de contato ( $5 \times 10^{-5} \text{ m}^2\text{K/W}$ ) o aquecimento caiu para 296 K, sendo que este 1 °C de aquecimento se deve ainda à resistência térmica de contato. Modificações na espessura do substrato de 3 mm para 5 mm e 10 mm, incorreram em aumentos de temperaturas superficiais no compósito para 307,2 K (34,1°C) e 307,8 K (34,7 °C), respectivamente, devido ao aumento na resistência à condução proporcionado pela variação desta grandeza. No caso do substrato de aço carbono, a temperatura do compósito atingiu 308,1 K (35 °C), valor este ligeiramente superior ao caso padrão devido à condutividade do aço ser inferior a do alumínio e, conseqüentemente, ao aumento da resistência à condução de calor no substrato. Neste caso, a resistência térmica de contato continuou sendo o fator preponderante no fenômeno de aquecimento. Para a utilização do ABS como substrato nesta potência de irradiação ( $20000 \text{ W/m}^2$ ), a temperatura na superfície do compósito chegou ao valor teórico de 504,4 K (231,3 °C). Este valor é teórico, já que a condição da temperatura de Curie (110 °C) teria sido alcançada e o material já teria perdido suas propriedades de absorção eletromagnética. Neste caso a resistência à condução de calor foi predominante sobre a resistência térmica de contato que proporcionou um salto de temperatura de apenas 7 °C.

Nas situações analisadas para a potência de irradiação, definida como limite pela ANATEL, a única que apresentou variação significativa na distribuição de temperatura foi a do substrato de ABS. A temperatura na superfície do compósito chegou ao valor de 296,87 K, ou seja, mesmo com a potência de  $50 \text{ W/m}^2$ , valor bem inferior ao caso da aplicação em microondas, foi promovido um aquecimento de aproximadamente 1,9 °C no compósito. Para a situação padrão, e demais casos, não ocorreram alterações significativas no perfil de temperaturas da placa.

Na simulação para a irradiação de radares, nenhum caso simulado promoveu alterações no campo de temperaturas e foi mantido o patamar de 273 K em toda a extensão do substrato e superfície do compósito.

Pode-se concluir que, mesmo não sendo o único parâmetro de importância, a potência de radiação é o fator predominante neste fenômeno, pois define a possibilidade ou não do aquecimento da camada de compósito. Valores baixos de irradiação não promovem variação na distribuição térmica do conjunto, independente do material do substrato e da resistência térmica de contato imposta ao problema. Para valores de irradiações que possibilitem aumentos consideráveis de temperatura devido à absorção, o resultado do aquecimento do compósito para o regime permanente fica diretamente relacionado à variação da resistência térmica de contato e ao tipo de substrato utilizado.

Portanto, quando se deseja o aquecimento da superfície do compósito, o arranjo com uma elevada resistência de contato e com um substrato de baixa condutividade térmica aliada a maior espessura possível se caracteriza como o mais eficiente, mas deve ser respeitada a restrição imposta pela temperatura de Curie. Quando se deseja “camuflar” termicamente a superfície do compósito, uma baixa resistência térmica de contato aliada a um substrato composto por um material com elevada condutividade térmica se apresenta como um arranjo ideal por reduzir a resistência ao fluxo de calor do compósito para o substrato.

## **7.2 Continuidade do Trabalho**

Como continuidade deste trabalho, é sugerido um detalhamento experimental do mecanismo de absorção eletromagnético da ferrita em função da espessura do compósito e em função da frequência de utilização. Assim poderia ser aplicada uma lei de decaimento da absorção em função da espessura do compósito para todas as frequências e, conseqüentemente, poderia ser discretizada, na direção da espessura, a camada absorvedora de epóxi-ferrita. Com isto, haveria um maior detalhamento do mecanismo de absorção eletromagnético, deixando-se de lado a simplificação imposta pelo método da capacitância global.

Pode-se, também, levantar dados experimentais sobre a resistência térmica de contato entre substratos de diferentes tipos de acabamentos e compósito, para ter valores mais próximos da situação real de emprego e avaliar qual é a variação desse parâmetro. Assim, poderia ser analisado o efeito que do acabamento superficial no aquecimento da camada de compósito devido à variação da resistência térmica de contato.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAIR, E.R. Thermophysiological effects of electromagnetic radiation. **IEEE. Eng. Med. Biology**, v. 6, p.37-41, 1987.
- BOLTON, W. **Engineering Materials Technology**. 3ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1998.
- BUCHANAN, R.C.; REYNOLDS, G.T. **Ceramic Materials for Electronics – Processing, properties and applications**. 2ed. New York: Marcel Dekker Inc, 1991.
- CABRERA, J.M.; MORCILLO, A.D.; CIVERA, J.C.; REYES, E. Heat flux generation characterization in a wet-laminar body in microwave-assisted drying: an application to microwave drying leather. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, v.27, n°8, p.1101-1110, 2000.
- CARRINGTON, A.; MCLACHLAN, A.D. **Introduction to Magnetic Resonance with Applications to Chemistry and Chemical Physics**. Harper International Ed. New York: John Weatherhill Inc, 1967. 266p.
- CENTRO TÉCNICO AEROESPACIAL (CTA), 1998, MIGLIANO, A.C.C.; MARTIN, I.M.; SILVA, F.S.; Dias, J.C.; Resende, M.C. **Processo para obtenção de manta flexível para a absorção de radiação eletromagnética na faixa de 2-20 GHz à base de poliuretanos aditados com ferrita, fibras e/ou partículas de carbono**, Código do Registro: PI9806680, DEZ/1998.

CENTRO TÉCNICO AEROSPACIAL (CTA), 2002, MIGLIANO, A.C.C.; FREITAS, C.A.; MELO, F.L.C.; ORLANDO, A.J.F. **Processo de fabricação de manta absorvedora de microondas com resina epóxi usando o aditivo MnO-MgO-Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>**, Código do Registro: n.002069, Maio/2002.

CHEN, W.C. **Magnetism and Metallurgy of Soft Magnetic Materials**. New York: Dover Publications, 1986. 571p.

CHEN, Y.F.; YEH, C.L.; WEN, C.Y.; WU, C.H.; YEH, S.H. Na experimental investigation of thermal contact conductance across bolted joints, **Experimental Thermal and Fluid Science**, 25, 349-357, 2001.

CLEARY, S.F. Cellular effects of electromagnetic radiation. **IEEE. Eng. Med. Biology**, v.6, p.26-30, 1987.

D'ANDREA, J.A. Microwave radiation absorption: behavioral effects. **Health Physics**, v.61. n°1, p.29-40, 1991.

DURNEY, C.H.; MASSOUDI, H.; ISKANDER, M.F. **Radiofrequency radiation dosimetry handbook**, Brooks Air Force Base, 1985.

DURNEY, C.H.; MASSOUDI, H.; ISKANDER, M.F. Long wavelength analysis of plane-wave irradiation of a prolate spheroid model of man. **IEEE Trans. Microwave Theory**, v.23, p.46-253, 1975.

FLETCHER, L.S.; MAROTTA, E.E.; MIRMIRA, S.R. Thermal Contact Conductance of Adhesives for Microelectronic Systems, **Journal of Thermophysics and Heat Transfer, AIAA** , v.11, p.141-145, 1997.

FREITAS, A.C. **Efeitos dos aditivos a base de MnO-Mg)-Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> em mantas absorvedoras para aplicação aeroespacial.** 2001. p.92. Tese – UNESP-FEG. Guaratinguetá Maio de 2001.

GANDHI, O.P. **Biological Effects and Medical Applications of Electromagnetic Energy.** Prentice Hall biophysics and bioengineering series, 1990.

GANDHI, O.P. Polarization and frequency effects on whole-animal absorption of RF energy. **Proceedings. IEEE**, v.62, p.1166-1168, 1974.

GEBHART, B. **Heat Conduction and Mass Diffusion**, McGraw-Hill, Inc; 1993, 634p.

HECK, C. **Magnetic Materials and their applications.** London: Butherworths, 1974.

INCROPERA, F. P., DEWITT D. P. **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**, John Wiley & Sons, Inc, 1996, 494p.

KREITH, F. **Principles of Heat Transfer.** New York: Intext Educational Publishers, 1973, 550p.

LARAQI, N.; BAIRI, A. Theory of thermal resistance between solids with randomly sized and located contacts. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v.45, p.4175-4180, 2002.

LIN, J.C. The microwave auditory phenomenon. **Proceedings. IEEE**, v.68, p.67-73, 1980.

LOVEL, M.C.; AVERY, A.J.; VERNON, M.W. **Physical Properties of Materials.** New York: Van Nostrand Reinhold Company Ltd, 1976, 304p.

MIGLIANO, A. C. C.; FREITAS, C.<sup>a</sup> “Blindagens Eletromagnéticas em Circuitos Eletrônicos a base de ferritas de Mg-Mn” Periódico: **Telecomunicações, Revista da Sociedade Brasileira de Telecomunicações**, v.05, nº2, p33-36, 2002.

MIGLIANO, A.C.C.; MARTINI, I.M.; SILVA, F.S.; DIAS, J.C.; REZENDE, M.C.; 1999, Caracterização Experimental de Tintas Absorvedoras de Radiação Eletromagnética, **Anais do 6º Congresso Internacional de Tintas**, v.2, p.453-460.

PERKIN, R.M. The heat and mass transfer characteristics of boiling point drying using radio frequency and microwave electromagnetic fields. **International journal of Heat and Mass Transfer**, v. 23, p.687-695, 1980.

PINGKUAN, D.; GHANG, P.Y.; DWYER, H.A. Heat and mass transfer during microwave steam treatment of contaminated soils. **Journal of Environmental Engineering**, v.126, p.1108-1115, 2000.

SMIT, J.; WIJN, H.P.J. **Ferrites** physical properties of ferrimagnetic oxides in relation to their technical applications, Philips Technical Library, 1959. 369p.

TEBBLE, R. S.; CRAIK, D.J. **Magnetic Materials**. London and New York: John Wiley & Sons Ltd, 1969. 726p.

TURTELLI, R. S.; DUONG, V. H.; GROSSINGER, R.; SCHWITZ, M.; FERRARA, E. Contribution of the Crystalline Phase  $Fe_{100-x}Si_x$  to the Temperature Dependence of Magnetic Properties of FINEMET – Type Alloys, **IEEE Transactions on Magnetism**, v.36, p.508-512, 2000.

VAN VLACK, L.H. **Princípios de Ciência dos Materiais**. Ed. Edgard Blucher Ltda, 1988, 427p.

VOGLER, G. Curie Point Shift in Mn-Zn-Fe Ferrites, **Physics Status Solidi B**, v.43, 1971.

VON AULOCK, W. H. **Handbook of microwave ferrite materials**. New York: Academic Press, 1965. 518p.

WEINDENFELLER, B.; HOFER, M.; SCHILLING F. Thermal and electrical properties of magnetic filled polymers. **Composites Part A**, v.33, p.1041-1053, 2002.

ZHANG, H.; DATTA, A.K. Coupled electromagnetic and thermal modeling of microwave oven heating of foods. **Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy**, v. 35, n°2, p.71-85, 2000.

