

OK

CONSULTA  
FD-3483  
Ed.rev.

São Paulo  
2003

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo  
para obtenção do Título de Mestre em  
Engenharia.

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA VIA ELEMENTOS FINITOS DA  
CONFORMAÇÃO DE CHAPAS METÁLICAS POR PRESSÃO  
HIDROSTÁTICA (BULGE TEST)**

**JORGE PAIVA ABRANTES**

**JORGE PAIVA ABRANTES**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA VIA ELEMENTOS FINITOS DA  
CONFORMAÇÃO DE CHAPAS METÁLICAS POR PRESSÃO  
HIDROSTÁTICA (BULGE TEST)**

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo  
para obtenção do Título de Mestre em  
Engenharia.

Área de concentração:  
Engenharia Mecânica.

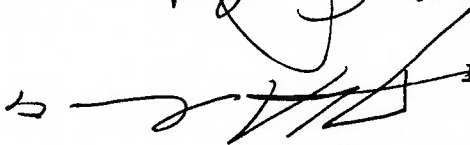
Orientador:  
Prof. Dr. Gilmar Ferreira Batalha

**São Paulo  
2003**

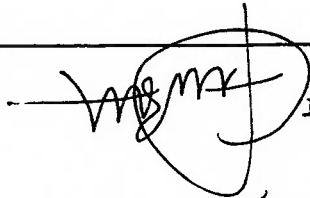
Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 22 de 09 de 2003

Assinatura do autor



Assinatura do orientador



### FICHA CATALOGRÁFICA

Abrantes, Jorge Paiva  
Simulação numérica via elementos finitos da conformação de chapas metálicas por pressão hidráulica (bulge test), São Paulo, 2003. 142pp.

Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1. Processos de fabricação 2. conformação plástica

I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

A minha família

Ao meu orientador Gilmar Ferreira Batalha pela orientação e incentivos.  
A minha esposa Marlene, minha filha Mariana e meu filho Plínio pelo apoio e fins de semana.  
A meus pais Antonio e Izabel pela minha vida e meu caráter.  
A todos que, direta ou indiretamente, colaboraram na execução deste trabalho.

### **AGRADECIMENTOS**

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA VIA ELEMENTOS FINITOS DA CONFORMAÇÃO DE CHAPAS METÁLICAS POR PRESSÃO HIDROSTÁTICA (BULGE TEST).

### RESUMO

No presente trabalho é desenvolvido modelo para simular a conformação de chapa por pressão hidrostática via Método Elementos Finitos (MEF). Este desenvolvimento visa comprovar a eficácia da ferramenta MEF no auxílio do desenvolvimento de ferramentas de conformação mais confiáveis e econômicas, minimizando o uso do tradicional método conhecido por tentativa e erro. Foi escolhido para a modelagem e simulação o ensaio de expansão hidrostática (bulge test). Neste ensaio uma amostra da chapa é fixa em sua borda e pressão hidrostática é aplicada em uma das laterais através de uma matriz circunferencial ou elíptica levando a chapa a se deformar na forma de um bulbo. A região da chapa que se deforma em contato com o fluido apresenta histórico de deformação linear e o arito não está presente durante a deformação. Esta condição de deformação é importante no estudo das propriedades plásticas das chapas submetidas a estiramento biaxial. Para execução das simulações foi utilizado o programa comercial LS-DYNA, que possibilita executar simulações não lineares dinâmicas e quasi-estáticas pelo Método dos Elementos Finitos. Foram utilizados e avaliados diferentes modelos de materiais com critérios de escoamento isotrópico (Von Mises), anisotrópico normal (para materiais CCC) e anisotrópico (Bartat a 3 parâmetros e Bartat a 6 parâmetros para materiais CFC). As avaliações realizadas foram feitas mediante comparação dos resultados aqui obtidos com resultados experimentais presentes na literatura. Foram avaliados os históricos de deformação, a altura do bulbo e as deformações no topo do bulbo. Os resultados apresentados mostram que o modelo MEF desenvolvido, o programa LS-DYNA e os modelos de material nele contidos são eficazes e confiáveis. Isto é comprovado pelos resultados das simulações que para o aço, utilizando-se modelo de material com anisotropia normal, obtive-se erro de 4,34 % quanto à altura do bulbo e 5,20 % para a deformação no topo do bulbo. Para liga de Alumínio 2008-T4, utilizando-se um modelo de material com critério anisotrópico a 6 componentes, obtive-se um erro de 4,56 % na altura do bulbo. Quanto ao histórico de deformação, observou-se que para as diferentes geometrias de matrizes, conforme a relação dos eixos b/a das elipses tendem a 0, as linhas representando o histórico de deformação no espaço das deformações tendem à linha  $\epsilon_{menor}=0$ , tal qual resultados experimentais da literatura. Finalmente, quanto à precisão dos diferentes critérios anisotrópicos de escoamento, nada pode ser concluído. Indica-se que futuramente sejam planejados e realizados experimentos e simulações simultaneamente a fim de verificar-se a precisão dos diferentes critérios de escoamento anisotrópicos. Como o modelo MEF desenvolvido, as simulações com diversos critérios de escoamento e o programa LS-DYNA mostraram-se eficazes e confiáveis, os mesmos procedimentos poderão ser utilizados em simulações de conformação de peças pelo processo de conformação por expansão hidrostática minimizando assim o uso do tradicional método de desenvolvimento de ferramentas de conformação por tentativa e erro.

**Palavras-chave:** Bulge Test, Conformação, MEF, Chapa Metálica, Fabricação, Critérios de escoamento, Isotropia, Anisotropia.

**Key-words:** Bulge Test, Forming, FEM, Sheet metal, Manufacturing, Yield criteria, Isotropy, Anisotropy.

In the present work a model is developed in order to simulate the sheet metal forming by hydrostatic pressure through Finite Element Method (FEM). This development aims at proving the effectiveness of FEM tool in assisting the development of more trustworthy and economical forming tools, minimizing the traditional try and error method. The bulge test was chosen for the simulation. In this test a sheet sample is fixed in its edge and hydrostatic pressure is applied in one side through an elliptical or circumferential die, leading the plate to become deformed in the form of a bulb. The portion of the plate that is deformed in contact with the fluid presents a linear strain path and the friction is not present during the deformation. This condition becomes important in the study of the plastic properties of metallic materials in sheet form and in the yield criteria evaluation used in commercial software for forming simulation. For the execution of the simulations, the commercial software LS-DYNA was used, which is possible to execute quasi-static and dynamic non-linear FEM simulations. Different yield criteria were evaluated such as isotropic (Von Mises), transversely anisotropic (for materials BCC) and anisotropic (Bartal 3 parameters and Bartal 6 parameters for materials FCC). The evaluations were made by means of comparison of the simulation results obtained with results selected from the literature. The strain path, the height of the bulb and the strains in the top of the bulb were evaluated. The results presented show that the FEM model is efficient and trustworthy. That is proven by the simulations for steel sheets in which an error of 4.34 % was found. For the bulb height, an error of 5.20 % was obtained. For aluminum alloy 2008-T4, using a material model with 6 components anisotropic yield criterion, the simulations shown an error of 4.56 % for the height of the bulb always in relation the experimental results. Regarding the strain path, it was observed that for the different die geometries, as the relation  $b/a$  of the elliptical die axes tends to 0, the line representing the strain path tends to the line  $e_{minor}=0$  in the strain space as the results of literature. Finally, in relation to the precision of the different tested anisotropic criteria for materials CFC (cooper, aluminum and alloys as brass), nothing could be concluded. It is indicated that experimental and simulation works should be planned and carried out simultaneously, in order to verify the precision of the different anisotropic yield criteria. Since the FEM developed model, methodology and the LS-DYNA software have shown efficiency and trustworthiness, they could be used in future part simulations whose process of manufacture is conformation by hydrostatic pressure, minimizing the use of the traditional try and error method.

## FEM NUMERICAL SIMULATION OF METAL SHEET FORMING BY HYDROSTATIC PRESSURE (BULGE TEST)

### ABSTRACT

## SUMÁRIO

Resumo .....	i
Abstract.....	ii
Sumário.....	iii
Lista de figuras.....	viii
Lista de tabelas .....	xi
Lista de símbolos.....	xii
Latinos.....	xii
Gregos.....	xiii
Lista de Operadores.....	xiv
Capítulo 1 – INTRODUÇÃO.....	1
1.1 O Estado Atual da Simulação dos Processos de Conformação pelo Método de Elementos Finitos.....	1
1.2 A Importância do Ensaio de Expansão Hidrostática Seleccionado e sua Relação com a Conformabilidade das Chapas, os Critérios de Escocamento e as Curvas CLC.....	4
1.3 Modelagem da Conformabilidade de Chapas e o Ensaio de Expansão Hidrostática	7
1.4 O Método de Elementos Finitos na Simulação e Otimização dos Processos de Conformação – Evolução ao Método de Tentativa e Erro .....	8
1.5 Objetivos da Dissertação.....	9
Bibliografia do Capítulo 1.....	10
Capítulo 2 – CONFORMAÇÃO DE CHAPAS – CONFORMABILIDADE, CONCEITOS E DEFINIÇÕES.....	13
2.1 Os Diversos Processos de Conformação.....	13
2.1.1 Dobramento.....	14
2.1.2 Estiramento.....	15
2.1.3 Estiramento em Estado Plano de Deformação.....	15
2.1.4 Embutimento ou Estampagem.....	15
2.2 Conformabilidade.....	15
2.2.1 Parâmetros Relativos ao Embutimento.....	16
2.2.2 Parâmetros Relativos ao Estiramento.....	20
2.2.3 Operações Complexas de Conformação.....	21
2.3 Classificação dos Diversos Estados de Deformação. A Curva Limite de	



21	Conformação.....
21	2.3.1 Histórico da Curva Limite de Conformação.....
23	2.3.2 Ensaios para Avaliação da Conformabilidade de uma Chapa.....
24	2.3.2.1 Os Ensaios Simulativos Variados.....
26	2.3.2.2 O Ensaio de NAKAZIMA.....
27	2.3.2.3 O ensaio de MARCINIAK.....
28	2.3.3 Medida das Deformações.....
29	2.3.3.1 Os Métodos de Impressão das Grades para Medição das Deformações
30	2.3.4 Os Métodos de Determinação das Curvas Limites de Conformação.....
31	2.3.4.1 O Critério da Fratura.....
31	2.3.4.2 O Critério da Estricção.....
35	2.3.5 Parâmetros que Influem nas Curvas Limites de Conformação.....
35	2.3.5.1 O Diâmetro da Rede de Malhas.....
38	2.3.5.2 As Características do Material.....
39	2.3.5.3 As Trajetórias de Deformação.....
42	2.3.5.4 O Critério do Limite de Conformação.....
43	2.3.5.5 Composição de Trajetórias.....
44	Bibliografia do Capítulo 2.....
46	Capítulo 3 – CONCEITOS ENVOLVENDO A PLASTICIDADE DE METAIS E OS
46	CRITÉRIOS DE ESCOAMENTO ISOTRÓPICOS.....
46	3.1 Definição de Tensão e Deformação para Estado Uniaxial de Tensões.....
46	3.1.1 Ensaio de Tração.....
48	3.1.2 A Curva de Tensão-Deformação Verdadeiras.....
52	3.2 Correlação entre Estado Uniaxial de Tensão do Ensaio de Tração e Estados de
52	Tensões
52	Multiaxiais.....
52	3.3 Os Critérios de escoamento Isotrópicos para Estados de Tensões Multiaxiais.....
54	3.3.1 O Critério de Tresca.....
55	3.3.2 Critério de Von Mises ou Critério de Máxima Energia de Distorção.....
57	3.4 Trabalho Plástico.....
58	3.5 Tensão efetiva.....
59	3.6 Deformação efetiva.....
60	3.7 Relações Tensão-Deformação Plástica ou Leis de Escoamento.....
61	3.8 O Princípio da Normalidade.....
62	Bibliografia do Capítulo 3.....

63	Capítulo 4 – OS CRITÉRIOS DE ESCOAMENTO ANISOTRÓPICOS.....
64	4.1 A Teoria da Plasticidade Anisotrópica.....
64	4.1.1 O critério de escoamento de Hill.....
66	4.1.2 O Caso Especial: x, y e z Coincidem com os Eixos Principais.....
67	4.2 Critério Anisotrópico de Escoamento com um Exponente de Maior Ordem – Logan e Hosford 1980.....
69	4.3 Critérios de Escoamento Anisotrópico a 3 e 6 Componentes.....
69	4.3.1 O Critério de Escoamento para Materiais Isotrópicos ou com Isotropia Planar.....
69	4.3.2 O Critério de Escoamento de Barlat para Anisotropia Planar Incluindo a Componente de Cisalhamento.....
70	4.3.3 O Critério de Escoamento de Barlat para Anisotropia Planar em função dos coeficientes de anisotropia $R_{00}$ , $R_{45}$ e $R_{90}$ – 3 Componentes.....
71	4.4 O Critério de Escoamento de Barlat para Anisotropia Planar a 6 Componentes para Estado Tridimensional de Deformação.....
73	Bibliografia do Capítulo 4.....
74	Capítulo 5 – INSTABILIDADE PLÁSTICA.....
76	5.1 Instabilidade na Tração Simples.....
76	5.2 Estricção Localizada.....
77	5.3 Estricção no estado Biaxial de Tensões.....
79	Bibliografia do Capítulo 5.....
83	Capítulo 6 – ANÁLISE TEÓRICA DO ENSAIO DE EXPANSÃO HIDROSTÁTICA.....
84	6.1 Teoria de Castro e Pearce.....
84	Bibliografia do Capítulo 6.....
86	Capítulo 7 – MODELAGEM NUMÉRICA NÃO LINEAR PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....
87	7.1 As Relações da Mecânica do Contínuo.....
87	7.1.1 Tensão Mecânica.....
88	7.2 Movimento e Deformação.....

90	7.3 As Leis de Conservação.....
91	7.4 Relações Constitutivas.....
92	7.5 O Método dos Elementos Finitos Explícito.....
93	7.5.1 A Formulação do Método de Elementos Finitos.....
94	7.5.2 A Integração Explícita no Tempo.....
95	7.6 Modelo de Material e Elemento Utilizado.....
96	7.6.1 Modelo de Material.....
96	Bibliografia do Capítulo 7.....
97	Capítulo 8 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS UTILIZADOS PARA
97	COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS SIMULADOS VIA FEM.....
97	8.1 Dados da Referência [1] Utilizados na Simulação via
97	MEF.....
97	8.2 Dados da Referência [2] Utilizados na Simulação via
99	MEF.....
99	8.3 Dados da Referência [3] Utilizados na Simulação via MEF - Modelo de Material
100	Anisotrópico a 6 Componentes.....
102	8.4 Descrição das Simulações Realizadas com o Aço IF 18 e dados utilizados.....
103	Bibliografia do Capítulo 8.....
104	Capítulo 9. MODELAGEM MEF E CONDIÇÕES DE SIMULAÇÃO.....
104	9.1 Procedimento Geral na Construção do Modelo MEF.....
104	9.2 Descrição do Modelo MEF.....
106	9.3 Descrição das Condições de Contorno.....
110	Bibliografia do Capítulo 9.....
111	Capítulo 10. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES.....
111	10.1 Resultados para Material com Coeficiente de Anisotropia $R > 1$ : Aço - Ref. [1]
112	10.1.1 Avaliação quanto a Altura e Deformação em Função da Pressão
112	Hidrostática.....
113	10.1.2 Avaliação da Influência do Raio de Canto da Matriz.....
113	10.1.3 Avaliação da Influência do Tamanho do Elemento Utilizado.....
113	10.1.4 Curva Limite de Conformação.....
116	10.2 Resultados para Materiais com $R < 1$ : Alumínio, Cobre e Latão - Referência [2]

117	10.2.1 Avaliação quanto aos Históricos de Deformação e Modelos Isotrópicos e Anisotrópicos para Diferentes Dimensões das Ferramentas e Blank .....
118	10.2.2 Resultados para os Históricos de Deformação.....
121	10.2.3 Estágios de Deformação.....
124	10.3 Resultados para materiais com $R < 1$ : Alumínio – Referência [3] .....
124	10.3.1 Avaliação da Qualidade do Modelo MEF Desenvolvido em Conjunto com o Critério de Escoramento a 6 Componentes.....
125	10.3.2 Avaliação do Efeito da Violação da Condição de Courant.....
126	10.4 Resultados para Simulação do Aço IF18.....
129	Bibliografia do Capítulo 10.....
130	11. CONCLUSÕES.....
132	12. APÊNDICES.....
132	Apêndice I - Descrição dos Programas LS-DYNA e DYNAFORM.....
136	Apêndice II - Descrição da Carta de Comandos e Modelo MEF para o Programa LS-DYNA .....
143	Apêndice III - Cálculo da Constante Plástica de Resistência para Latão, Cobre e Alumínio.....
145	Apêndice IV – Procedimento para Cálculo de $n$ e $K$ da Equação $\sigma = K\varepsilon^n$ a partir de tabela $\sigma\varepsilon$ [5].....
147	Apêndice V – Resumo dos Critérios Anisotrópicos.....
149	Bibliografia dos Apêndices.....

03	Exemplo de Simulação de Conformação de uma peça de Cabina de Caminhão.....
04	Curva limite de conformação – Curva CLC (Forming Limit Diagram FLD.....
05	Curve).....
06	Espectro de Deformação e Caminhos de Deformação.....
14	Formação de cúpula em um ensaio de expansão hidrostática.....
17	Peça com descrição dos diversos tipos de deformação.....
2.2	Tipos de conformação e respectivos estados de tensão e deformação.....
2.3	Comportamento geral de R e $\bar{R}$ para aço carbono e seu desempenho no embutimento.....
19	Relação entre anisotropia normal $\bar{R}$ e anisotropia planar $\Delta R$ .....
22	Resultados do trabalho pioneiro de Keeler.....
23	Junção dos trabalhos de Keeler & Goodwin resultando na curva limite de conformação.....
2.7	Os vários tipos de corpos de prova para determinação da CLC (a) ensaio de tração comum (b) ensaio de tração com entalhe (c) ensaio de Swift e Fukui (d) ensaio de Jovignot.....
26	Dispositivo do ensaio de Swift.....
26	Dispositivo do ensaio de Fukui.....
27	Dispositivo para ensaio de Nakazima e corpo de prova.....
28	Dispositivo de ensaio de Marciniak, corpo de prova e espaldor.....
30	Círculos separados, tangenciais, secantes e entrelaçados.....
32	Método de Veerman para determinação da estricção.....
33	Método de Bragard para determinação do ponto de estricção.....
34	Método do perfil duplo para determinação do ponto de estricção.....
35	Método de Hecker para determinação do ponto de estricção.....
36	Método de Kobayashi para determinação do ponto de estricção com base na rugosidade.....
37	Influência do diâmetro do círculo na determinação da CLC por estricção.....
37	Influência do diâmetro dos círculos de medida sobre as deformações principais na tritura.....
38	Evolução da CLC para um aço de estampagem conforme o diâmetro do círculo de medida.....
39	Influência do índice de anisotropia sobre as trajetórias de deformação no ensaio de tração.....
40	Influência do coeficiente de encruamento sobre a deformação na tritura $\epsilon_1$ , no caso do ensaio de tração.....
41	Curva limite de conformação esquemática.....
42	Trajelórias de deformação obtidas com ensaios simulativos.....
43	Perfil de deformações $\epsilon_1$ segundo o diâmetro do círculo de medida.....
44	Influência da mudança de trajetória de deformação no posicionamento das curvas CLC.....
46	Corpo de Prova Padrão para Ensaio de Tração.....
47	Curva Tensão – Deformação.....
51	Curva Tensão Verdadeira – Deformação Verdadeira.....

55	Representação Gráfica do Critério de Tresca.....
56	Representação Gráfica do Critério de Von Mises.....
57	Sobreposição das representações gráficas dos critérios de Tresca e von Mises.....
58	Sobreposição das representações gráficas dos critérios de Tresca e Von Mises para estado tripla de tensões.....
3.8	Representação gráfica do princípio da normalidade, o vetor de $e_v$ é normal a superfície de escoamento.....
61	superfície de escoamento.....
4.1	Espaço limite de escoamento para estado plano de tensões ( $\sigma_z = 0$ ). Exponentes maiores que $a = 2$ (Critério de Hill) predizem um menor efeito de R sobre o espaço limite de escoamento. Observa-se também que $a \rightarrow \infty$ o espaço limite de escoamento tende ao critério de Tresca.....
68	Superfície de escoamento para estado plano de tensões com 3 componentes para $a = 8$ - metais CFC.....
70	Força aplicada na Secção do Corpo de Prova.....
77	Estrição Difusa e Localizada representadas por retas tangentes a curva de tração.....
81	Estado Biaxial de Tensões.....
82	Estrição localizada a um ângulo $\theta$ .....
83	Os tipos de instabilidade possíveis.....
84	O ensaio de expansão hidrostática para cavidade circunferencial.....
85	Elementos no pólo do bojo da chapa.....
87	Tração superficial agindo em um elemento superficial.....
88	Sistema de referência e configuração instantânea de um corpo.....
99	Geometria da matriz do ensaio de expansão hidrostática.....
102	Geometria da matriz do ensaio de expansão hidrostática para aço IF18.....
9.1	Modelagem em Elementos Finitos das ferramentas e <i>blank</i> para o teste de expansão hidrostática de chapas.....
107	Modelo em Elementos Finitos p/RA Matriz Circunferencial Raio 100 mm.....
9.3	Condições de contorno aplicadas ao <i>blank</i> e força de sujeição aplicada ao prensa chapas.....
9.4	Pressão hidráulica aplicada ao <i>blank</i> .....
109	Curva da Força de Sujeição no Tempo.....
9.5	Curva da Força de Sujeição no Tempo.....
9.6	Curva da Pressão Hidráulica no Tempo.....
10.1	Precisão do modelo desenvolvido. Comparação dos resultados obtidos com dados experimentais da ref. 1. Altura do pólo versus pressão.....
10.2	Precisão do modelo desenvolvido. Comparação dos resultados obtidos com dados experimentais da ref. 1. Deformação versus pressão.....
112	Avaliação da influência do raio de canto da matriz e da discretização MEF.....
114	Avaliação da influência do raio de canto da matriz e da discretização MEF.....
114	Aresta do Elemento com 2.50 mm.....
114	Aresta do Elemento com 1.25 mm.....
115	Elementos selecionados para impressão dos históricos de deformação.....
115	Históricos para Elementos selecionados conforme Figura 10.5.....
10.7	Deformações para todos os elementos no plano $Y=0$ , sobreposto a curva CLC - Último estágio.....
116	Aplicação do Critério da Curva CLC conforme KEELER e GOODWIN.....
10.8	Comparação dos Históricos de Deformação para Alumínio. Históricos isotrópicos e anisotrópicos simulados via Modelo MEF desenvolvido ( $n=0.07$ , $e=0.736$ mm).....
118	.....

119	10.10	Comparação dos Históricos de Deformação para Cobre. Históricos isotrópicos e anisotrópicos sim. Modelo MEF desen. (n=0,38, e=0,53 mm).....
120	10.11	Comparação do Histórico de Deformação para Latão – Isotrópico e Anisotrópico Simulados via Modelo MEF desenvolvido (n=0,26, e=0,5 mm).....
121	10.12	Estágios de Deformação - Matriz 100x100 - modelos anisotrópico (coluna direita) e isotrópico (coluna esquerda). Vista pela menor dimensão da matriz.....
121	10.13	Estágios de Deformação - Matriz 100x80 - modelos anisotrópico (coluna direita) e isotrópico (coluna esquerda). Vista pela menor dimensão da matriz.....
121	10.14	Estágios de Deformação - Matriz 100x45 - modelos anisotrópico (coluna direita) e isotrópico (coluna esquerda). Vista pela menor dimensão da matriz.....
121	10.15	Estágios de Deformação - Matriz 100x100 - modelos anisotrópico (coluna direita) e isotrópico (coluna esquerda). Vista pela menor dimensão da matriz.....
122	10.16	Estágios de Deformação - Matriz 100x80 - modelos anisotrópico (coluna direita) e isotrópico (coluna esquerda). Vista pela menor dimensão da matriz.....
122	10.17	Estágios de Deformação - Matriz 100x45 - modelos anisotrópico (coluna direita) e isotrópico (coluna esquerda). Vista pela menor dimensão da matriz.....
122	10.18	Estágios de Deformação - Matriz 100x100 - modelos anisotrópico (coluna direita) e isotrópico (coluna esquerda). Vista pela menor dimensão da matriz.....
123	10.19	Estágios de Deformação - Matriz 100x80 - modelos anisotrópico (coluna direita) e isotrópico (coluna esquerda). Vista pela menor dimensão da matriz.....
123	10.20	Estágios de Deformação - Matriz 100x45 - modelos anisotrópico (coluna direita) e isotrópico (coluna esquerda). Vista pela menor dimensão da matriz.....
123	10.21	Perfil experimental e simulado via MEF do bulbo – Alumínio 2008 - T4 – espessura de 1,24mm.....
124	10.22	Altura do Bulbo em Função da Pressão para Taxa de 40MPa/100ms – N6 3960 no topo do bulbo.....
125	10.23	Altura do Bulbo em Função da Pressão para Taxa de 40MPa/100ms – N6 3960 no topo do bulbo.....
126	10.24	Históricos de deformação calculados (MEF- material de Barlat e Lian) e teóricos conforme Castro e Pearce para elipses com diferentes razões. Erro na obtenção de $e_z$ via simulação (assumindo Castro e Pierce como referência).....
127	10.25	Erro na obtenção de $e_z$ via simulação (assumindo Castro e Pierce como referência).....
128		
133	1.1	Comparação dos Métodos Implícito e Explícito presentes no LS-DYNA
134	1.2	Hipóteses e Equações para os Métodos Explícito e Implícitos

## LISTA DE TABELAS

<b>Nº</b>	<b>Descrição</b>	<b>Página</b>
2.1	Variáveis no processo de conformação em Prensa .....	17
8.1	Propriedades dos materiais utilizados na referência [1].....	98
8.2	Propriedades dos materiais utilizados na referência [2] .....	100
8.3	Propriedades Anisotrópicas para chapa da liga de Alumínio 2008 T4 [3].....	101
8.4	Tensões x Deformações - $\sigma$ X $\epsilon$ - Liga de Alumínio 2008 T4 [3].....	101
8.5	Dados do material IF18 .....	102
10.1	Comparação da Altura do Bulbo Simulado neste trabalho com resultados da referência [3].....	125
10.2	Deformações no ensaio de expansão hidrostática conforme teoria de Castro-Pearce e simulada conforme modelo de material anisotrópico de Barlat e Lian - Elipse 100X90 mm.....	128
IV	Tabela para oxe para o Alumínio 2008 - T4.....	146
-	Resumo dos critérios Anisotrópicos.....	147



## LISTA DE SIMBOLOS

Simbolo	Descrição	
$a, b, c$	Semi-eixos menor e maior da ellipse	mm
$A, A_0$	Area, Area Inicial	mm <sup>2</sup>
A, B, C,	Constantes Anisotrópicas do Material	-
F, G, H,		
L, M, N,		
$a, p$	Matriz da taxa de deformação	-
$B_{ij}$		
$C_d$	Velocidade do som no meio do material da estrutura	mm/ms
$C_{ijkl}$	Tensor da Rigidez Constitutiva	-
$C^E$	Tensor Hipoelástico	-
$C^{EP}$	Tensor Elasto-plástico	-
D	Densidade	kg/mm <sup>3</sup>
$D, D_1, D_0$	Diâmetro	mm
E	Deformação de Engenharia	-
$e^e$	Deformação Elástica de Engenharia	-
$e^p$	Deformação Plástica de Engenharia	-
E	Módulo de Elasticidade	MPa
$E_i$	Energia Interna	KN.mm
$F_{im}$	Forças Internas	KN
$F_{exi}$	Forças Externas	KN
H	Altura do bojo deformado	mm
I	Índice do nó	-
K	Constante Plástica de Resistência / Matriz da rigidez Global	MPa
$K_c$	Energia Cinética	KN.mm
$K_{(1,2)}$	Invariantes de Tensão	-
l	Comprimento	mm
$L_{min}$	Menor aresta dos elementos na estrutura.	mm
M, m	Coefficiente da Sensibilidade a Taxa de Deformação; Massa	kg
n	Coefficiente de Encruamento	-
N	Numero total de nós no elemento	-
P	Pressão Hidrostática aplicada a chapa	MPa

Simbolo	Descrição	
$P$	Força no Ensaio de Tração	KN
$\bar{Q}$	Vetor fluxo de calor	-
$R, r$	Coefficiente de Anisotropia Plástica	-
$R^{00}, R^{45}$	Coefficientes de Anisotropia Plástica a $0^\circ, 45^\circ$ e $90^\circ$ em relação a direção de Laminação	-
$\bar{R}, \Delta R$	Coefficiente de Anisotropia Plástica Médio ou Planar	-
$S$	Superfície	$mm^2$
$S_{ij}$	Componentes de uma matriz Simétrica definida a partir das componentes do Tensor	-
$t, t_0$	Espessura da chapa	mm
$U$	Vetor deslocamento	-
$V$	Vetor velocidade de um ponto	-
$V_0, V_1$	Volume inicial e instantâneo	$mm^3$
$w_{ij}$	Tensor Spin	-
$w, w_0$	Largura da chapa	mm
$X$	Direção do eixo coordenado que caracteriza a direção de laminação	-
$X$	Resistência ao Escocamento na direção x	MPa
$Y$	Direção do eixo coordenado que caracteriza a direção transversal a laminação no plano da chapa	-
$Y$	Resistência ao Escocamento na direção y	MPa
$Z$	Direção do eixo coordenado que caracteriza a direção normal ao plano da chapa	-
$Z$	Resistência ao Escocamento na direção z	MPa
$Z_d$	Fator subtangente para estricção difusa	-
$\beta$	Índice da trajetória de deformação	-
$\Delta t$	Incremento de tempo	ms
$\epsilon$	Deformação verdadeira	-
$\epsilon_0$	Deformação Inicial	-
$\epsilon^{(1,2,3)}$	Deformações Principais	-

**Letras Gregas**  
**Descrição**

			$\epsilon^{(x,y,z)}$
	Deformações		
-	Deformação Efetiva.		$\epsilon_{ef}$
-	Deformação Máxima		$\epsilon_{max}$
-	Função de Forma.		$\Phi_i$
0	Ângulo em relação a direção de laminação		$\phi$
-	Coefficiente de atrito		$\mu$
-	Trabalho Plástico		$\Omega$
KN.mm	Tensões de cisalhamento		$\tau$
MPa	Ângulos		$\theta$
kg.mm <sup>-3</sup>	Densidade		$\rho$
mm	Raios de Curvatura de um Bulbo Elíptico		$\rho^{(x,y)}$
MPa	Tensão hidrostática ou tensão normal		$\sigma_m$
MPa	Tensão desviadora		$\sigma$
MPa	Tensão máxima		$\sigma_{max}$
MPa	Tensão mínima		$\sigma_{min}$
MPa	Tensão Efetiva		$\sigma_{ef}$
MPa	Tensão Verdadeira		$\sigma, \bar{\sigma}$
MPa	Tensão de escoamento		$\sigma_e$
MPa	Tensão média		$\sigma_m$
MPa	Tensão Nominal		$\sigma_n$
MPa	Taxa de Tensão de Jaumann		$\sigma_{ij}^{\Delta}$
MPa	Tensões normais		$\sigma^{(x,y,z)}$
MPa	Tensões Principais		$\sigma_{(1,2,3)}$
MPa	Tensão de cisalhamento		$\tau$
MPa	Tensão de cisalhamento por atrito		$\tau_a$
MPa	Tensão de escoamento por cisalhamento puro		$\tau_e$
MPa	Tensão de cisalhamento da junção metal-metal		$\tau_m$
MPa	Tensão de cisalhamento máxima		$\tau_{max}$
MPa	Coefficiente de Poisson		$\nu, \mu$
KN.mm	Trabalho de deformação		$\omega_{td}$

**LISTA DE OPERADORES**

$d[]$  Derivada Total.  
 $\partial[]$  Derivada Parcial.

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. O Estado Atual da Simulação dos Processos de Conformação pelo Método de

#### Elementos Finitos.

Produtos conformados de materiais metálicos são utilizados em larga escala. São produtos conformados, desde utensílios domésticos até as peças que compõem os automóveis, caminhões, aeronaves e máquinas em geral. Esta ampla e massiva utilização se deve a rapidez de produção, a facilidade de operação e automatização.

Para que isto se tornasse possível, nos últimos anos, várias evoluções ocorreram simultaneamente no conhecimento da teoria e da prática da conformação de materiais metálicos na forma de chapa. Destacam-se as seguintes áreas de conhecimento:

- Teórica : desenvolvimento de modelos matemáticos que representam as leis de escoamento e encruamento de metais que regem a conformação; desenvolvimento da técnica de análise das deformações pelo método de impressão de círculos e a criação de um critério de avaliação da conformação baseada na Curva Limite de Conformação (CLC).

- Numérica: Desenvolvimento do método numérico denominado método dos elementos finitos (MEF); Desenvolvimento de pós-processadores gráficos que apresentam resultados gráficos e em escalas de cor que facilitam a compreensão humana.

- Computacional: desenvolvimento de computadores e programas mais eficientes e rápidos, que utilizando a teoria desenvolvida em conjunto com o MEF colocou a disposição dos engenheiros uma nova ferramenta de avaliação que vem a cada dia substituindo o velho método da tentativa e erro que por décadas caracterizou o desenvolvimento de processos e ferramentas de conformação.

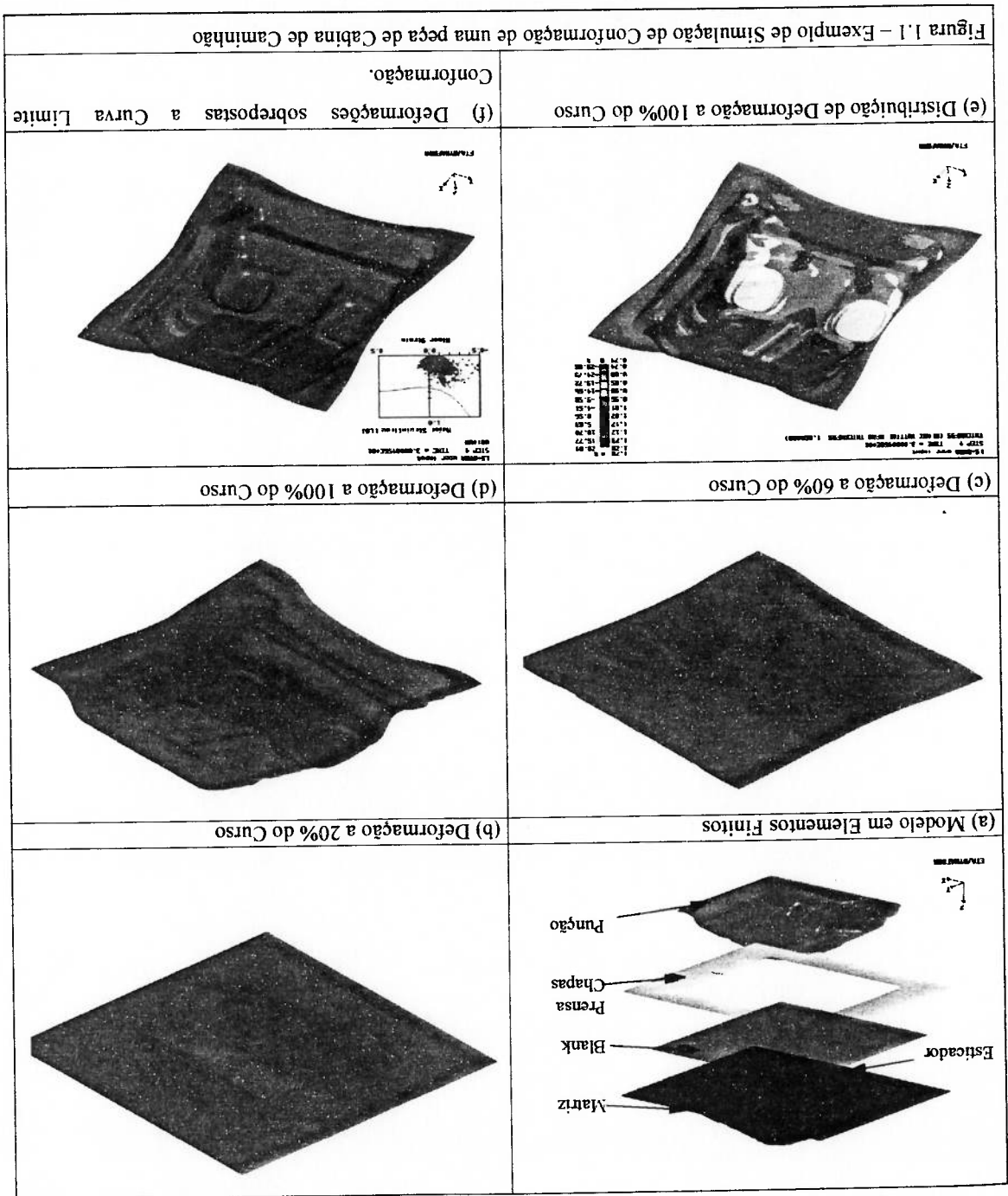
Para exemplificar esta nova ferramenta a disposição dos engenheiros e projetistas de processo, que conjuga todas estas recentes evoluções, na figura 1 pode-se visualizar várias figuras com resultados gráficos de uma simulação de conformação (operação de repuxo) realizada em uma peça denominada túnel de motor, componente de uma cabina de caminho. Na figura 1.1 (a) [1], [2] podemos ver as ferramentas modeladas em elementos finitos da matriz, do punção, do punção de prensa chapas e do retalho de chapa (blank) antes da conformação. Este modelo, em conjunto com as propriedades elasto-plásticas do material da chapa, a equação de força aplicada ao punção e a equação de deslocamento aplicado ao punção e demais condições de contorno são fornecidas a um código denominado LS-DYNA, o qual realiza a conformação virtual em um ambiente

computacional, fornecendo saídas de todos os estágios intermediários de deformação da peça, bem como grandezas físicas que permitem ao projetista ou ao engenheiro de ferramentas avaliar se o projeto da ferramenta, o blank e o seu material estão adequados antes da construção física da ferramenta, permitindo se necessário o estudo de alternativas a possíveis problemas identificados. Nas figuras 1.1 (b), 1.1 (c) e 1.1 (d) estão mostrados três estágios de deformação da peça acima [1], [2] referida e nas figuras 1.1 (e) e 1.1 (f) estão mostrados distribuições de espessuras e distribuições de deformações sobrepostas a CLC. Esta última figura é mostrada também na figura 1.2, em uma outra forma, onde podemos identificar as diversas condições de deformação apresentadas pela peça. Nela podemos identificar regiões com diferentes níveis de deformação e classificar estes diferentes níveis, identificando regiões cuja deformação se dará sem problemas, e outras regiões cuja deformação apresentará problemas, o que permite ao engenheiro de processos modificar a ferramenta de maneira a evitá-los ou minimizá-los.

O requisito que se exige do engenheiro de processo que utiliza esta ferramenta é um conhecimento dos vários aspectos envolvidos em uma simulação, ou seja, além da habilidade de manusear o computador, há a necessidade da compreensão da teoria e das hipóteses desenvolvidas e assumidas que estão embutidas em um código como o LS-DYNA. Assim conceitos tais como, conformabilidade, anisotropia, históricos de deformação, tensão e deformação verdadeiras, etc. são conceitos que devem ser dominados e devidamente entendidos para um uso eficaz de um código como o LS-DYNA. Outro aspecto importante no que diz respeito ao uso da simulação de deformação com um código como o LS-DYNA é a precisão de um resultado. Tais códigos oferecem uma ampla gama de critérios de escoamento e algumas de encruamento para materiais metálicos na forma de chapa. Oferecem ainda variados métodos de tratamento numérico das equações que descrevem o contato entre corpos, e a cinética dos corpos envolvidos, etc. Assim são frequentes perguntas do tipo: Qual critério de escoamento de material utilizar, isotrópico, anisotrópico, etc.? Qual o erro que se comete ao utilizar um critério de escoamento isotrópico ao invés de um critério anisotrópico?

Assim sendo, seja para a compreensão de conceitos muitas vezes complexos como a conformabilidade das chapas, históricos de deformação, etc., seja para aferição dos resultados para diferentes critérios de escoamento ou ainda para um conhecimento das

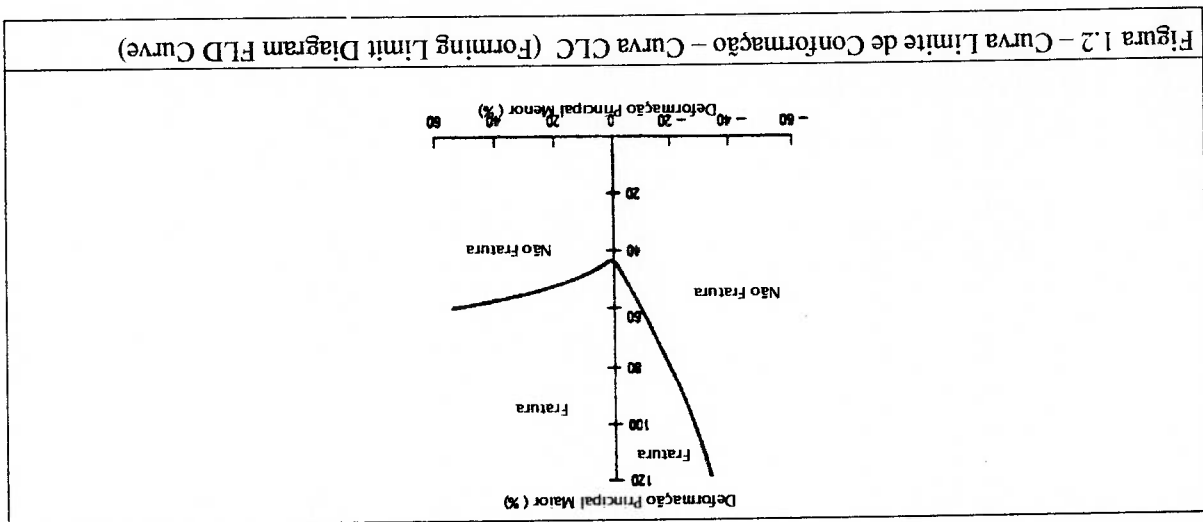
situações em que uma determinada abordagem é adequada, faz-se necessário aplicar estes códigos à simulação de um problema simples e cuja avaliação experimental possa ser feita facilmente em laboratório. A simplicidade do problema a ser escolhido deverá facilitar a compreensão de conceitos, tornar simples a avaliação de diferentes critérios de escoamento e possibilitar a aferição dos resultados obtidos por simulação. Assim, para atender estes requisitos, no presente trabalho o ensaio de expansão hidrostática foi selecionado para ser simulado no código LS-DYNA com diferentes



critérios de escoamento e os resultados obtidos foram avaliados pela comparação com resultados experimentais presentes na literatura.

## 1.2 A Importância do Ensaio de Expansão Hidrostática e sua Relação com a Conformabilidade das Chapas, os Critérios de Escoamento e as Curvas CLC.

A conformabilidade dos materiais metálicos na forma de chapa é determinada a partir das propriedades tais como  $n$ ,  $r$  e  $K$ , respectivamente, coeficiente de encruamento, o coeficiente de anisotropia e a constante plástica de resistência e ainda através da curva limite de conformação (CLC) ou *forming limit diagram (FLD)* – Figura 1.2 [3], que são obtidas utilizando-se a análise de deformações [4] e é o principal critério para avaliar se a conformação de uma peça é ou não possível e se as ferramentas definidas produzirão uma peça sem defeitos ou não.



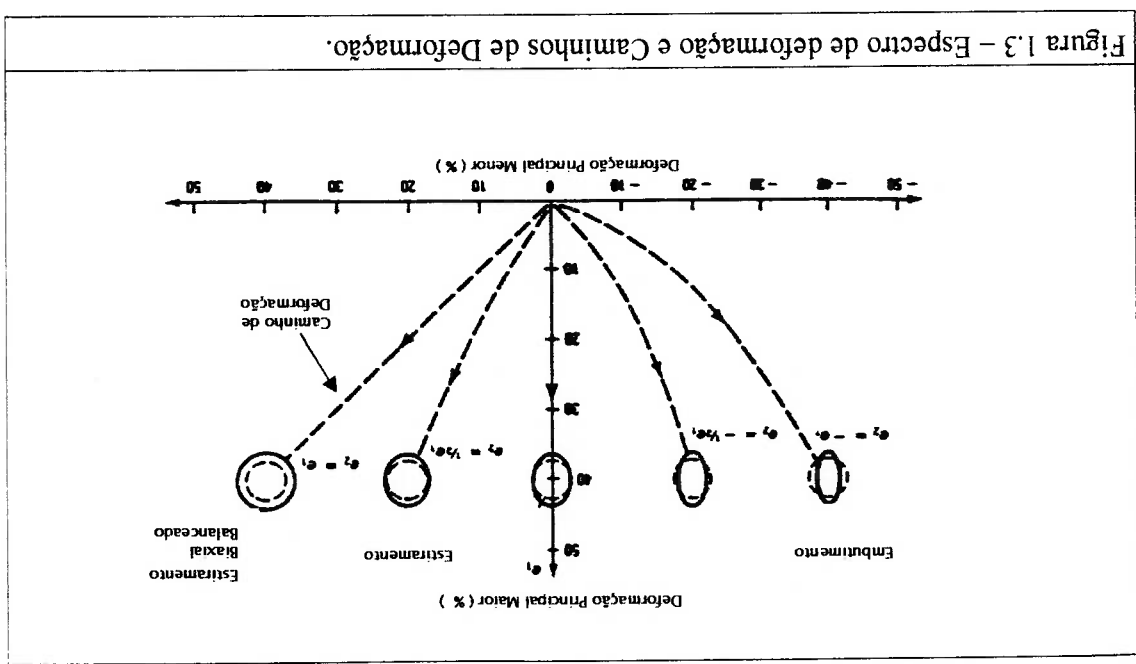
A razão de se utilizar a curva limite de conformação reside no fato de que nos processos de conformação de chapas, ocorrem estados de tensão que vão do cisalhamento puro até a conformação biaxial balanceada e respectivamente estados de deformação do assim denominado embutimento até o estiramento puro – figura 1.3. Todos estes estados de tensão e deformação podem ser encontrados em uma só peça conformada. Pela identificação do estado de tensões e consequentemente do estado de deformação numa determinada região onde exista uma maior probabilidade de ocorrência de falha, torna-se possível avaliá-lo em relação a curva limite de deformação (CLC) e assim determinar se aquele estado de deformação e consequentemente de tensão pode ser suportado por um determinado material. [5].

Para se aplicar este método de avaliação da conformação, que utiliza a curva limite de conformação, o comportamento do material na forma de chapa deve ser determinado em

todo o espectro das deformações. Para isto, diferentes ensaios são necessários, sendo o mais comum o ensaio de tração.

Para obter-se o comportamento dos materiais na forma de chapa para as demais estados de deformação outros ensaios foram estabelecidos. Na região do espectro das deformações, onde há estiramento puro, sob tração biaxial, foi desenvolvido o "Ensaio de Expansão Hidrostática" [6], conhecido na literatura internacional por "Bulge Test". Neste ensaio, a borda de uma amostra circular, elíptica ou retangular da chapa metálica em estudo é imobilizada através de matrizes na forma de anel. A borda da amostra é impedida de deslizar devido a uma cavidade de restrição (macho em uma ferramenta e fêmea na outra) denominada popularmente de esticador ou quebra rugas. A seguir pressão hidráulica é aplicada na região central, em um dos lados da chapa, deformando-a na forma de uma cúpula ou bojo como mostrado na figura 1.4 [3].

A importância do ensaio de expansão hidrostática reside no fato de obter-se o estado biaxial de tensão e o estado de deformação com estiramento biaxial o qual está mostrado na figura 1.3 pela região com linha tracejada [4]. Também neste ensaio, o principal parâmetro que descreve a conformabilidade, o coeficiente de encruamento,  $n$ , pode ser determinado a partir de curvas tensões versus deformações biaxiais [4]. Outra vantagem deste ensaio reside no fato de valor de  $n$  e dos outros parâmetros referentes a conformabilidade poderem ser determinados a partir de uma faixa de deformação maior que aquela normalmente possível no ensaio de tração.





Outro aspecto importante em uma conformação de uma chapa metálica é o histórico de deformação ao qual as diversas regiões da chapa são submetidas. O histórico, o caminho de deformação ou a sequência na qual a deformação é produzida tem influência na curva limite de conformação [9]. No ensaio de expansão hidrostática o caminho de deformação é linear [4] (ver figura 1.3) e isto o torna ideal para determinar as curvas CLC em laboratório. Finalmente cabe destacar a importância deste ensaio na validação das teorias da plasticidade. Todos os critérios de escoamento partem da hipótese de que a deformação plástica, para conformações, sob estado multiaxial de tensão, iniciará quando o valor efetivo de tensão deste estado multiaxial igualar-se ao valor efetivo do estado uniaxial de tensão presente no início do escoamento no ensaio de tração e o ensaio de expansão hidrostática é um maneira alternativa de obter-se os limites dos materiais e assim validar a hipótese assumida. Como já mencionado anteriormente, há um grande interesse na precisão dos critérios de escoamento, pois delas dependem a precisão as predições dos modos de falha da chapa para as diversas situações de carregamento. Não apenas as simulações MEF dependem da precisão dos critérios de escoamento, mas também a predição teórica da curva CLC de Marciniak e Kuczynski dependem grandemente da precisão dos critérios de escoamento [7]. Portanto, a identificação e a validação dos critérios de escoamento realizadas para um programa comercial, como por exemplo, o LS-DYNA, através do ensaio de expansão hidrostática, trará confiabilidade e os limites aqui encontrados serão úteis nas situações do dia a dia do projeto de novas ferramentas.

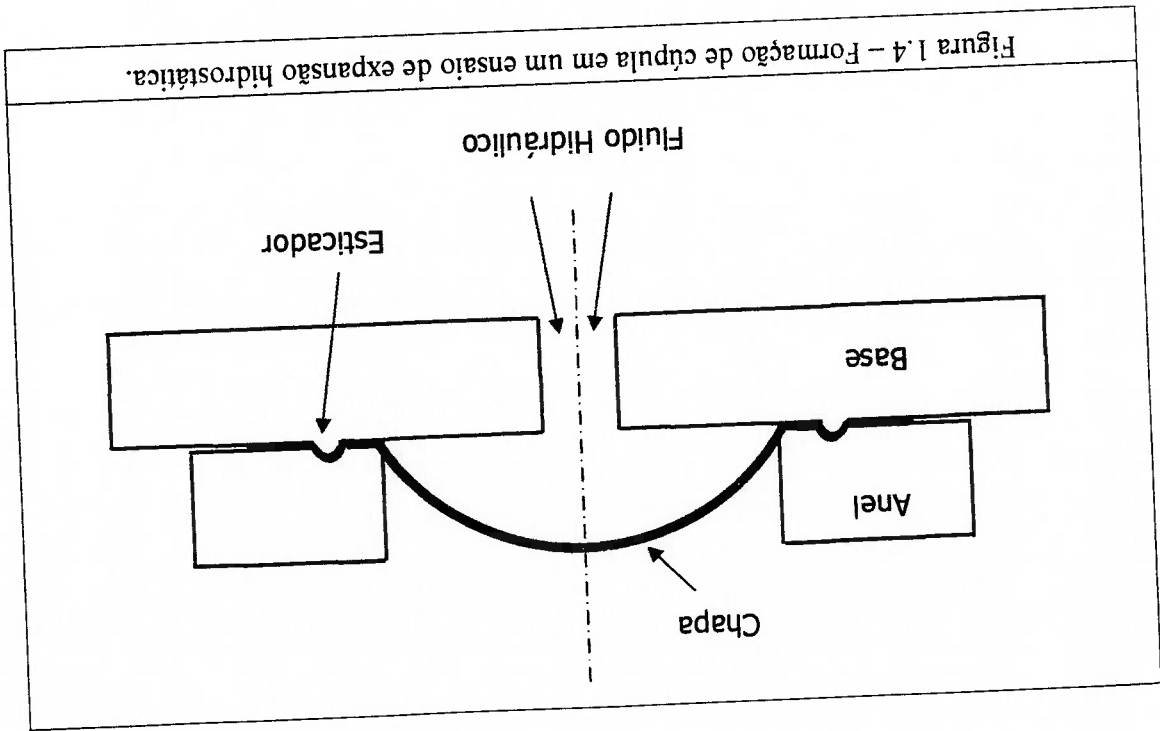


Figura 1.4 – Formação de cúpula em um ensaio de expansão hidrostática.

A teoria da plasticidade isotrópica e anisotrópica, conceitos de anisotropia, instabilidade plástica são descritos claramente por HILL [17], HOSFORD e CADWELL em [18],

MARCINIAK [16].

simulativos dentre os quais destacam-se SWIFT [13], FUKUI [14], NAKAZIMA [15] e hidrostática e finalmente diversos autores desenvolveram e aprimoraram novos ensaios espectro de estados de deformação; JOVIGNOT [6] desenvolveu o ensaio de expansão desenvolveram o conceito de utilizar-se diversos ensaios simulativos para cobrirem todo o contribuíram para aprimorar o uso desta técnica: GRUMBACH e SANZ [12] determinar a máxima capacidade de deformação de uma chapa e diversos outros autores no domínio das deformações. Assim muitas pesquisas foram feitas no sentido de se corpos de prova, uma curva limite, para a região de estiramento, criando a representação A partir deste princípio, KEELER [10] inicialmente determinou em laboratório, com indiretamente determinar-se as tensões e seus valores relativos.

passo que as deformações são facilmente mensuráveis e através delas poderia qual KEELER [10] partiu foi o de que as tensões atuantes na chapa são imensuráveis ao KEELER [10] e GOODWIN [11] que estabeleceram os passos iniciais. O princípio do de Conformação são discutidos por RENO [9] e também TAYLOR [3]. No entanto foram por diversos autores em [8]. Já a teoria e os vários aspectos que envolvem a Curva Limite A conformabilidade de metais na forma de chapa é definida e discutida por TAYLOR [3] e

**Hidrostática.**

### **1.3 Modelagem da Conformabilidade das Chapas e o Ensaio de Expansão**

plasticidade de Hill.

- Determinar a anisotropia normal em materiais que não seguem a teoria da
- Determinar as propriedades plásticas de materiais que exibem baixa ductilidade;

geralmente para utilizar propriedades, medidas em ensaios de tração;

- comportamento plástico dos metais em todos os estados de tensão desenvolvidos
  - Verificar a validade das teorias da plasticidade, as quais tentam prever o
- para materiais com grandes reduções por laminação a frio;

- de tração, (em alguns casos em níveis 10 vezes maiores). Ideal, particularmente,
- Realizar ensaios em níveis de deformação maiores que aqueles obtidos em ensaios
- Caracterizar as propriedades das chapas metálicas submetidas a estiramento biaxial;

Em resumo, destacam-se as seguintes aplicações do ensaio de expansão hidrostática [3,5]:

Em paralelo ao aumento do conhecimento da teoria e prática da conformação, observou-se o advento dos computadores e de métodos numéricos, que aplicando a teoria desenvolvida colocaram a disposição do engenheiro e projetista de processos de estampagem, a capacidade de simular os processos de conformação de chapas em um ambiente computacional. A simulação da conformação de chapas pelo método de elementos finitos é realizada atualmente em diversos programas comerciais que foram majoritariamente desenvolvidos nos Estados Unidos da América e Europa ao longo das décadas de 70, 80, e 90 atingiram um grau de confiabilidade tal que são utilizados pela maioria das indústrias que utilizam peças conformadas a partir de chapas. Dentre os softwares de domínio público que se destacam está o Dyna 3D do *Laurence Livermore National Laboratory* dos USA que são origem de produtos comerciais dentre os quais está o LS-DYNA, o qual será

#### **1.4 O Método de Elementos Finitos na Simulação e Otimização dos Processos de Conformação – Evolução ao Método de Tentativa e Erro**

Os resultados experimentais selecionados para fins de comparação com os resultados obtidos via MEF provêm de três trabalhos os quais serão descritos em detalhe a frente.

tracção biaxial.

que facilita o estudo do comportamento a deformação dos materiais metálicos na região de autores confirmam o sucesso na obtenção contínua das deformações durante o processo, o [29] para latão, cobre e alumínio é precisa e significativa na previsão até a fratura. Estes AL-QURESHI [30] verificaram experimentalmente, que a teoria de CASTRO e PEARCE ao estado de deformação plana, até o estado de tensão biaxial balanceada. BRESSAN e proporcionam um estudo completo da deformação por tracção biaxial, indo desde próximo expandidas hidrostáticamente com formas circulares e elípticas. Essas formas geométricas propuseram uma formulação teórica que prevê os vários estágios de deformação de chapas BROWN e SACHS [26], LANKFORD [27], HILL [28], CASTRO e PEARCE [29] encontrada no trabalho de JOVIGNOT [6] e também em SACKS, ESPREY e KASIK [25], mais antigas de se produzir tracção biaxial em laboratório, uma descrição detalhada é Quanto ao ensaio de conformação de chapas por pressão hidrostática, uma das técnicas RICHMONT [24].

LIAN [20], LOGAN e HOSFORD [21], HERSHEY [22], HILL [1979] [23], BARLAT E MENDELSON em [19]. Critérios de escoamento isotrópico e anisotrópicos foram desenvolvidos e descritos por HILL [17], HOSFORD E CADWELL [18], BARLAT E

utilizado neste trabalho. Estes programas possuem diversos recursos para lidar com a complexidade dos processos de conformação e o uso destes programas requer do usuário conhecimento teórico das condições de escoamento e encurtamento dos materiais, tratamento das diversas não linearidades presentes nos processos de conformação tais como contatos entre ferramentas e blank, atrito, etc.

A importância do uso do computador na simulação dos processos de conformação vem atender a um antigo desejo de eliminar-se o método usualmente utilizado, denominado método da tentativa e erro. Neste método, pessoas de grande experiência prática, acumulada ao longo dos anos, de posse de alguns ábacos, estabelecem as premissas necessárias para a produção de uma nova peça, a partir das quais as ferramentas são projetadas e construídas. Após a construção, estas ferramentas são submetidas a extensivos ensaios nas prensas de produção, num processo de tentativa e erro, sendo os ajustes necessários realizados e testados até produzirem uma peça satisfatória.

Os principais problemas da abordagem por tentativa e erros são:

- Grande perda de tempo e aumento dos custos;
- Dificuldade de analisar-se alternativas. Uma vez escolhido um processo, construídas as ferramentas, não há muita margem de manobra. Muitas vezes, processos com grandes perdas e retrabalhos são mantidos elevando-se o custo do produto final.
- Dificuldade de estabelecer-se um método repetitivo, com parâmetros de controle;

Assim, estes dois processos que ocorrem em paralelo e de modo integrado, o maior conhecimento do comportamento dos materiais a conformação e o advento de um ambiente computacional com capacidade de simular um processo natural, colocou a disposição dos engenheiros uma ferramenta de grande potencial que permite simular diversas alternativas para a fabricação de uma nova peça.

Ao final deste procedimento de simulação em ambiente virtual, o processo de fabricação que apresenta melhor desempenho técnico e econômico é escolhido. A seguir, as ferramentas e os demais meios de produção são projetados e construídos, reduzindo-se, ou no médio prazo eliminando-se o método da tentativa e erro, seus custos e a ineficiência inerente.

1) Desenvolver modelo MEF para o ensaio de expansão hidrostática em um programa de elementos finitos comercial visando:

a) Avaliar a confiabilidade dos resultados obtidos para diversos critérios de escoamento isotrópicos e anisotrópicos de maneira a validar seu uso para outros processos de conformação.

b) Comparar os resultados obtidos para os diversos critérios de escoamento e obter a ordem do erro cometido em relação a resultados experimentais relatados na literatura.

c) Revisar e compreender o processo de conformação de chapas por pressão hidrostática.

2) Revisar e aprofundar o conhecimento teórico da conformação de chapas em:

a) Conformabilidade das chapas e as propriedades que a definem e influenciam a conformação;

b) Curva Limite de Conformação;

c) Teoria da plasticidade de materiais e critérios de escoamento que são utilizados nos modelos matemáticos da plasticidade para materiais na forma de chapa.

d) Históricos ou caminhos de deformação.

### Bibliografia do Capítulo 1

- [1] SAUER, F., M.; ABRANTES, J. P., A Simulação Numérica de Estampagem: Comparação entre os Modelos Matemáticos e Medições Experimentais. Anais do Congresso SAE Brasil 1999.
- [2] SAUER, F., M.; ABRANTES, J. P., Exemplo de Simulação Numérica de Conformação de Peça para Veículo Automotor. Anais do Congresso SAE Brasil 2001.
- [3] TAYLOR, B., Formability Testing of Sheet Metals. ASM Metals Handbook, 9<sup>th</sup> Ed

- [4] KLEEMOLA, H. J. E RANTTA-ESKOLA, A. J. - On the Determination of Biaxial Stress-Strain Curves and Forming Limit Diagrams by Hydraulic Bulging. , *Scandinavian Journal of Metallurgy* 5 (1976), 124-128.
- [5] DUCAN, J. L., KOLODZIEJSKI, J. E. GLOVER, J., Bulge Testing as an Aid to Formability Assessment. : Sheet Metal Forming and Energy Conservation Journal
- [6] JOVIGNOT, C. "Method and Apparatus for Obtaining Extension and Load at Failure of Sheet Metal Products", *Rev. de Met.*, Vol. 27, 1930, p. 443.
- [7] HARRAKEN, A. M., Modeling the Plastic Anisotropy of Metals by Finite Element Method - GrasMech Course - February 2000 - Liege University -Belgie
- [8] WICK, C.; BENEDICT, J. T.; VEILLEUX, R. F.; - Tool and Manufacturing Engineers Handbook - Volume II - Forming -4th. Edition Society of Manufacturing Engineers.
- [9] RENO, R. T. - Conformabilidade e Textura e Chapas Finas de Aço Acalmado ao Alumínio - Dissertação de Mestrado - EPUSP - São Paulo - 1985.
- [10] KEELER, S. P. - Determination of Forming Limits in Automotive Stampings. - Sheet Metal Industries - September 1965 - p. 357 a 361 e 364.
- [11] GOODWIN, G. M. - Application of Strain Analysis to Sheet Metal Forming Problems in the Press Shop. - *La Metallurgia Italiana* - no. 8 - 1968 - p. 767 a 774.
- [12] GRUMBACH, M.; SANZ, G. - Influence de quelques paramètres sur les courbes limites d'emboutissage - *Revue de Métallurgie* - Avril - 1972 - p. 273 a 290.
- [13] SWIFT, H. W. - Plastic Instability under Plane Stress - *Journal of the Mechanical and Physics of Solids* - Vol. I - 1952 - p. 1 a 18.
- [14] FUKUI, S. - The Conical Cup Test Research Group - Tokio -1958 - p. 43 a 75.
- [15] NAKAZIMA, K.; KIKUMA,T; KANAME, H. - Study of the Formability of Sheet Steels - Yawata Technical Report - September 1968 - p. 141.
- [16] MARCINIAK, Z. E KUCCZYNSKI, K. "Limits Strains in the Process of Stretch-Forming Sheet Metal", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 9, 1967, p. 609.
- [17] HILL, R., "Theoretical Plasticity of Texture Aggregates", *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, 85, 1979.
- [18] HOSFORD, W. F.; CADDELL, R. M. - Metal Forming, Mechanics and Metallurgy, 2nd Ed.; PTR - Prentice Hall - 1993, EUA; ISBN 0-13-5888526-4
- [19] MENDELSON, A. "Plasticity: Theory and Application" - Mac Millian Series in Applied Mechanics - Fred Landis, Editor.

- [20] BARLAT, F.; LIAN, J. - "Plastic Behavior and Stretchability of Sheet Metals. Parte I: A Yield Function for Orthotropic Sheets under Plane Stress Conditions"; International Journal of Plasticity, Vol. 5, pp 51-66, 1989
- [21] LOGAN, R. W. AND HOSFORD, W. F., "Upper-Bond Anisotropic Yield Locus Calculations Assuming  $\langle 111 \rangle$ -Pencil Glide" Int. J. Mech. Sci., 22,419
- [22] HERSHHEY, A. V., "The Plasticity of an Aggregate of Anisotropic Face Centered Cubic Crystals", J. Appl. Mech., 76, 241.
- [23] HILL, R., "Theoretical Plasticity of Texture Aggregates", Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 85, 1979.
- [24] BARLAT, F. AND RICHMOND, O., "Prediction of Tricomponent Plane Stress Yield Surfaces and Associated Flow and Failure Behavior of Strongly Textured FCC Polycrystalline Sheets", Mat. Sci. Eng., 91, 55
- [25] G. SACHS, G ESPREY E G. B. KASIK, "Circular Bulging of Aluminum Alloy Sheet at Room and Elevated Temperatures", Trans. ASME, Vol. 68, 1946, p. 161.
- [26] W. F. BROWN AND G. SACHS, "Strength and Failure Characteristics of Circular Membranes", Trans. ASME, Vol. 10, 1948, p. 241.
- [27] LANKFORD, W. F. - "Hydraulic Bulge Testing of Sheet Metals", ASTM Symp. on the Deformation of Metals as Related to Forming and Service - June 22, 1948 ASTM Special Tech. Pub., No. 87, p. 66.
- [28] HILL, R. "A Theory of the Plastic Bulging of a Metal Diaphragm by Lateral Pressure, Phil. Mag., Ser. 7, Vol. 41, No. 322, 1950, p. 1133.
- [29] CASTRO, A. E PEARCE, R., "The Biaxial Stress-Strain Behavior of Sheet Metal under a Wide Range of Stress Ratios. Cranfield Memo. No. 53. (1973).
- [30] BRESSAN, J. D. E AL-QURESHI, H. A., "Comportamento da Tensão e Deformação em Chapas Metálicas Durante a Conformação por Pressão Hidráulica. 4º. Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, 1980, p. 101 a 111.

## 2. CONFORMAÇÃO DE CHAPAS - CONFORMABILIDADE, CONCEITOS E DEFINIÇÕES

Para atender os objetivos descritos no capítulo 1, uma série de conceitos e termos serão utilizados, tais como: conformabilidade, coeficiente de encurtamento, curva limite de conformação, etc. Assim neste capítulo procedem-se uma revisão destes conceitos com ênfase principalmente na definição de conformabilidade aliada aos processos de conformação de chapas e situa também o ensaio de expansão hidrostática dentre os processos de conformação e a região da curva limite de conformação que é possível ser obtida através deste ensaio.

A curva limite de conformação (CLC) é extensivamente estudada e diversos aspectos envolvendo-a são revisados a partir de trabalhos presentes na literatura.

### 2.1 Os Diversos Processos de Conformação.

Conformação de Chapa é o processo de converter uma chapa plana em uma peça com forma desejada sem rupturas, redução localizada de espessura e rugas. O processo pode ser simples, tal como uma operação de dobra ou uma sequência complexa (ver figura 2.1) de operações, tais como aquelas executadas em plantas de produção de peças em grandes volumes, como, por exemplo, a porta de um veículo automotor.

Na fabricação de peças estampadas, um retalho (*blank*) de chapa é fixado em suas extremidades por um anel de fixação, também conhecido como prensa chapas e a seguir é deformada por um punção e uma matriz. O movimento do *blank* para dentro da cavidade da matriz é controlado pela pressão do anel superior sobre o anel inferior. Esta pressão pode ser próxima a zero, sendo o anel superior utilizado apenas para a contenção da chapa. A restrição ao movimento da chapa para dentro da cavidade pode ser alterada localmente. Isto é feito por um conjunto de esticadores ou quebra rugas. Eles usualmente consistem em uma protuberância (macho), de secção semicircular, no anel ou prensa chapas superior e numa cavidade (fêmea) no anel inferior. Esta disposição pode ser invertida. A restrição é criada devido à chapa ser obrigada a entrar e sair de uma pequena cavidade, dobrando e desdobrando sucessivamente. Isto aumenta a restrição consideravelmente, dependendo do raio e da profundidade de cada esticador.

As operações de conformação são tão diversas em tipo, tamanho e taxas e como já exposto anteriormente, nenhum ensaio simples fornece uma indicação precisa da conformabilidade de um material em todas as situações. Contudo, o conhecimento das propriedades do material é indispensável em determinar-se a probabilidade de sucesso da produção de uma peça e no desenvolvimento do processo mais eficaz.



Muitas operações de conformações são complexas, mas todas consistem em combinações ou seqüências de operações básicas denominadas dobramento, estiramento, embutimento, impressão como mostrado a seguir na figura 2.1. A seguir, cada uma destas operações será definida e descrita.

### 2.1.1. Dobramento.

É o tipo de deformação mais comum e ocorre em quase toda operação de conformação profunda. O dobramento ao redor de um pequeno raio nos estágios iniciais de um processo de conformação pode levar a ruptura localizada da chapa, pois a deformação é localizada e impede a sua distribuição ao longo da peça.

Muitas operações de conformação envolvem puxar o metal sob o raio da matriz de maneira que inicialmente ele dobra e subsequentemente endireita, desdobra. A deformação resultante deste processo pode ser pequena, dependendo do raio da matriz e das forças de tração envolvidas. Contudo o processo de dobrar e desdobrar deforma a frio o material, particularmente na superfície e consequentemente reduz a conformabilidade daquela região.

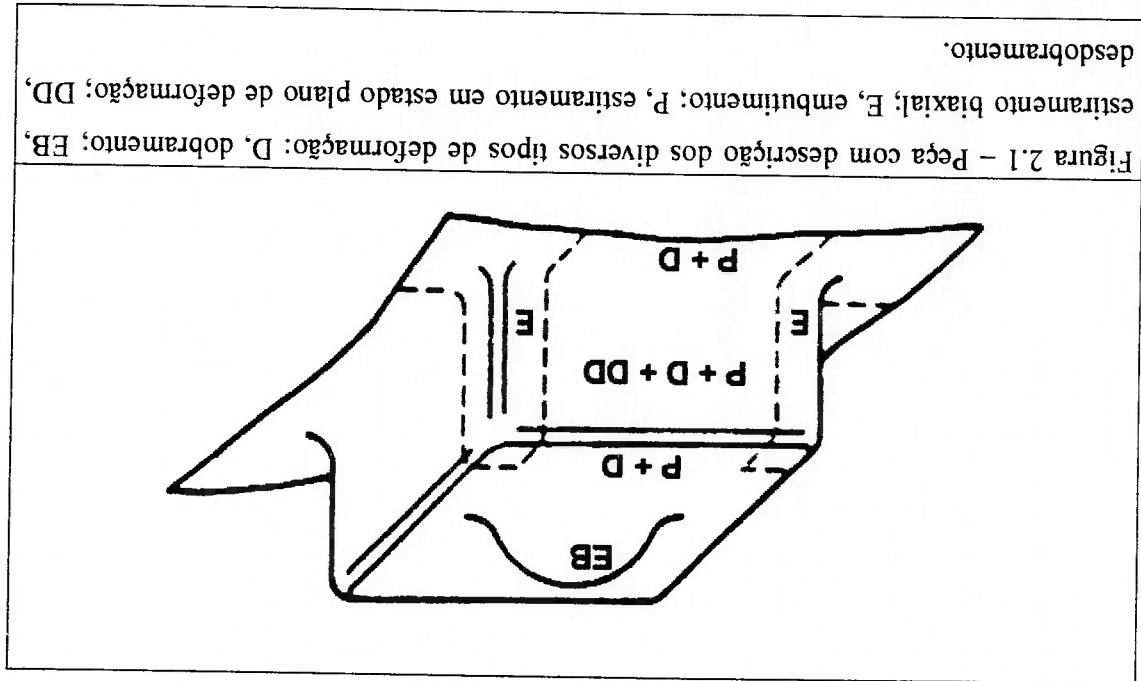


Figura 2.1 - Peça com descrição dos diversos tipos de deformação: D, dobramento; EB, estiramento biaxial; E, embutimento; P, estiramento em estado plano de deformação; DD, desdobramento.

### 2.1.2. Estiramento.

O estiramento é causado por tensões de tração que excedem a resistência ao escoamento do material. Essas forças produzem o estiramento biaxial quando elas são aplicadas em direções perpendiculares no plano da chapa. Estiramento biaxial balanceado ocorre quando as forças perpendiculares são iguais. Mais que qualquer outra operação de conformação, é no estiramento biaxial balanceado que é obtido o maior nível de deformação.

Do ponto de vista de fabricação, o principal requisito para emprego de chapa metálica em uma peça é a conformabilidade. Compreende-se conformabilidade como a capacidade de uma chapa ser extensivamente deformada em uma forma complexa sem apresentar falhas ou defeitos. O processo pelo qual esta conformação é feita é conhecido como Estampagem, Repuxo ou Conformação em Prensa. Na figura 2.1, pode-se ver uma representação generalizada das operações de conformação realizadas em uma peça comum. O meio mais comum de conformação de chapas é o realizado em prensa. Neste processo um retalho plano de chapa é conformado em uma peça acabada por um conjunto de matrizes em uma ou mais prensas. Diversos outros métodos existem, mas em todos, estes dois tipos principais de deformação estão presentes: embutimento ou estampagem e repuxo ou estiramento. As propriedades necessárias para um bom embutimento não são as mesmas que as necessárias para um bom estiramento. A relativa severidade de um processo em termos de embutimento ou estiramento depende da forma da peça a ser conformada. Ela também depende de fatores mecânicos da operação de conformação tais como projeto e condições superficiais da ferramenta, lubrificação e velocidade da prensa. Como consequência a conformabilidade de um material não pode ser expressa por uma única propriedade; pelo contrário a conformabilidade difere de uma peça ou uma operação para a seguinte. A tabela 2.1 lista algumas das variáveis importantes e seus efeitos no processo de conformação. A análise da

## **2.2. Conformabilidade [1] [2].**

O embutimento ou estampagem ocorre quando há alongamento em uma direção e redução na perpendicular. O exemplo mais simples é o embutimento de um copo cilíndrico de fundo plano. Neste caso um blank de formato circular é mantido entre dois planos e puncionado no centro por um punção cilíndrico de fundo plano. Isto ocasiona o movimento da borda do disco para dentro para formar a parede do copo. O material é tracionado radialmente e comprimido circumferencialmente à medida que seu diâmetro diminui (figura 2.1).

### **2.1.4. Embutimento ou Estampagem.**

Esta conformação é obtida quando ocorre o alongamento em uma direção e nenhuma na direção perpendicular. Este tipo de condição ocorre geralmente quando uma chapa larga é estirada na direção do seu comprimento, como no caso das paredes de uma peça estampada (figura 2.1). Neste caso, a deformação perpendicular à direção onde ocorre o estiramento é dificultada pelo material adjacente. Este tipo de condição é importante porque é nela que os materiais em geral falham com o menor valor de deformação.

### **2.1.3. Estiramento em Estado Plano de Deformação.**

mecânica das operações de conformação da ênfase as propriedades mecânicas que são as mais importantes no embutimento e no estiramento. Assim a conformabilidade pode ser analisada dependendo do tipo de conformação presente e assim será feito a seguir.

### **2.2.1 – Conformabilidade – Parâmetros Relativos ao Embutimento.**

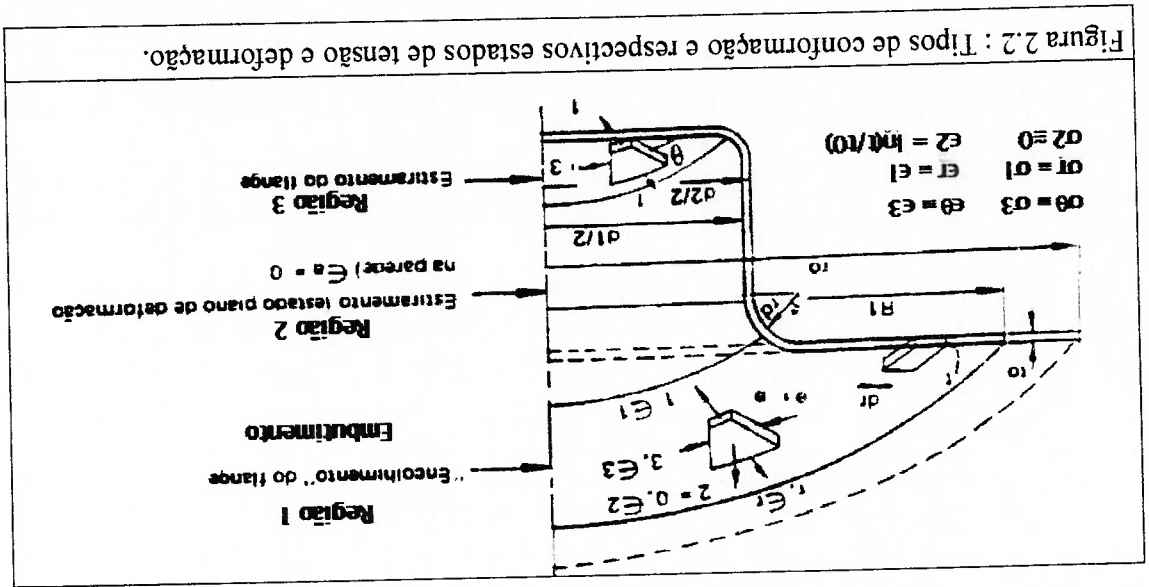
Numa operação de conformação ideal, na qual ocorresse apenas o embutimento, como o que ocorre na região 1 da figura 2.2, a força de sujeição da chapa no prensa chapas seria suficiente apenas para permitir o movimento radial do material para dentro da cavidade da matriz sem enrugamento. Nesta situação a deformação ocorreria apenas no flange e no raio de entrada da matriz; Nenhuma deformação ocorreria no topo do punção.

Na figura 3.2, a análise mostra que o flange é comprimido circumferencialmente e tracionado radialmente no plano da chapa para tornar-se a parede da peça. Este processo é análogo ao que ocorre na trelição de fios, no qual uma grande seção é treliada em uma menor de maior comprimento e por esta razão em inglês se dá a esta operação o mesmo termo que o utilizado para a trelição, ou seja "drawing", convencionalizado por traduzi-lo para o português como embutimento e assim é feito para distingui-lo de estiramento que apresenta outra situação (tracionado em ambas direções, no plano da chapa) no que se refere ao estados de tensão e deformação.

A capacidade do metal na forma de chapa suportar o embutimento depende de dois fatores. O primeiro é a habilidade do material do flange de formar-se facilmente na direção radial, no plano da chapa, numa condição de cisalhamento puro. Isto significa que é desejável que o material tenha pequena resistência ao escoamento em todas as direções no plano da chapa [1]. O segundo fator é a habilidade do material na parede resistir à deformação na direção da espessura. Na parede, (região 2 da figura 2.2) o punção evita mudanças dimensionais na direção circumferencial e então, a deformação só pode ocorrer por alongamento e consequente redução da espessura. Assim a habilidade do material na parede lateral de suportar a carga imposta pelo embutimento do flange é determinada por sua resistência à redução na espessura. Portanto para o embutimento, grande resistência ao escoamento na espessura é desejável.

Tabela 2.1 – Variáveis no Processo de Conformação em Prensa.

Variáveis Principais		Variáveis Secundárias	
Lubrificante	Chapa	Ferramenta	Chapa
n – coef. Encruamento	Sensibilidade à pressão	Tamanho	Rigidez
R – coef. Anisotropia Normal	Sensibilidade a Temperatura	Formato	Rugosidade Superficial
AR – Anisotropia planar, $R_{90}, R_{45}, R_{0}$	Estabilidade	Raios de	Concordância
Uniformidade da espessura		Ângulos de Saída	
Material da Chapa			
M – coeficiente da sensibilidade à	Condições das Bordas	Curva / velocidade do Martelo	Prensa
taxa de deformação			
Rugosidade superficial	Posição relativa nas	Método de fixação das bordas da chapa	ferramentas
	Rigidez da Estrutura	Precisão das guias	



Assim nas operações de embutimento é desejável maximizar a capacidade do material de deformar-se no plano da chapa e ao mesmo tempo maximizar a capacidade do material em não se deformar na espessura. Para o embutimento é desejável pequena resistência ao escoamento no plano da chapa e a maior resistência ao escoamento possível na direção da espessura.

É difícil medir a resistência de escoamento na espessura de uma chapa de metal. Contudo a razão entre as resistências em direções no plano da chapa e na direção da espessura pode ser

obtida pelo cálculo da razão entre as deformações verdadeiras na largura pela espessura em um simples ensaio de tração. Para qualquer material metálico na forma de chapa, em uma determinada direção, essa razão é constante e é chamada de razão das deformações plásticas ou coeficiente de anisotropia planar e é dado pela fórmula:

$$R = \frac{\epsilon'_l}{\epsilon'_t} \quad (2.1)$$

onde:

R = coeficiente de anisotropia planar ou razão de deformações plásticas;

$\epsilon'_l$  = deformação verdadeira na largura, no plano da chapa;

$\epsilon'_t$  = deformação verdadeira na direção da espessura da chapa.

Esta última deformação também é de difícil medida, mas ela pode ser facilmente obtida da hipótese de constância de volume como será descrito no item 4 à frente.

As propriedades no plano da chapa usualmente são diferentes nas diferentes direções. Assim é necessário utilizar um valor médio. Assim, são definidas três direções nas quais o valor de R é determinado, paralelo à direção de laminação (R00), perpendicular (R90) e a 45 graus (R45). Assim a média é definida como:

$$\bar{R} = \frac{R_{00} + 2R_{45} + R_{90}}{4} \quad (2.2)$$

Uma média igual a 1 indica igual resistência ao escoamento no plano e na espessura da chapa. Se a resistência ao escoamento na espessura é maior que a média das resistências nas direções no plano da chapa então  $\bar{R}$  é maior que 1 e assim a chapa é resistente a estrição e pode-se relacionar com a profundidade do embutimento, ou seja, quanto maior  $\bar{R}$ , maior profundidade é possível em embutimentos. Na figura 2.3 está representada esta relação [2].

A média da razão das deformações,  $\bar{R}$ , é uma medida parcial da anisotropia do material. Já que esta grandeza é uma razão entre a resistência ao escoamento no plano da chapa pela resistência ao escoamento na direção da espessura, normal ao plano da chapa, ela é denominada "anisotropia normal" para distingui-la das variações na resistência ao escoamento, medidas no plano da chapa. Por outro lado, a variação da resistência ao escoamento no plano da chapa é representada pela "anisotropia planar" [1],  $\Delta R$  expressa por:

$$\Delta R = \frac{R_{00} - 2R_{45} + R_{90}}{2} \quad (2.3)$$

onde  $\Delta R$  é variação da razão das deformações.

Assim um material perfeitamente isotrópico tem  $\bar{R} = 1$  e  $\Delta R = 0$ . Estes dois parâmetros são medidas convenientes da anisotropia plástica. A figura 2.4 ilustra a relação existente entre estes dois parâmetros. Assim no embutimento,  $\bar{R}$ ,  $\Delta R$  são os parâmetros importantes.

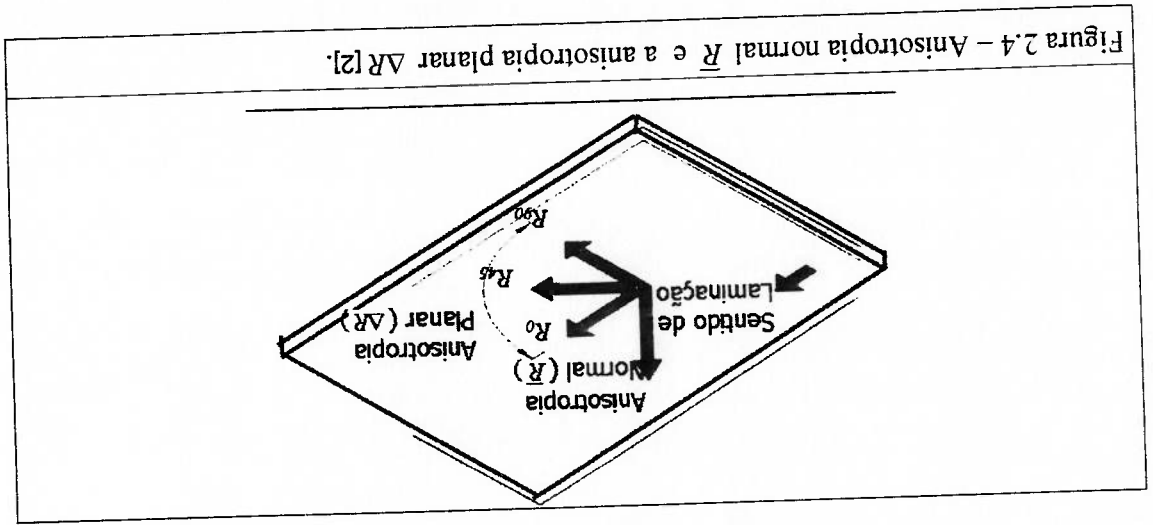
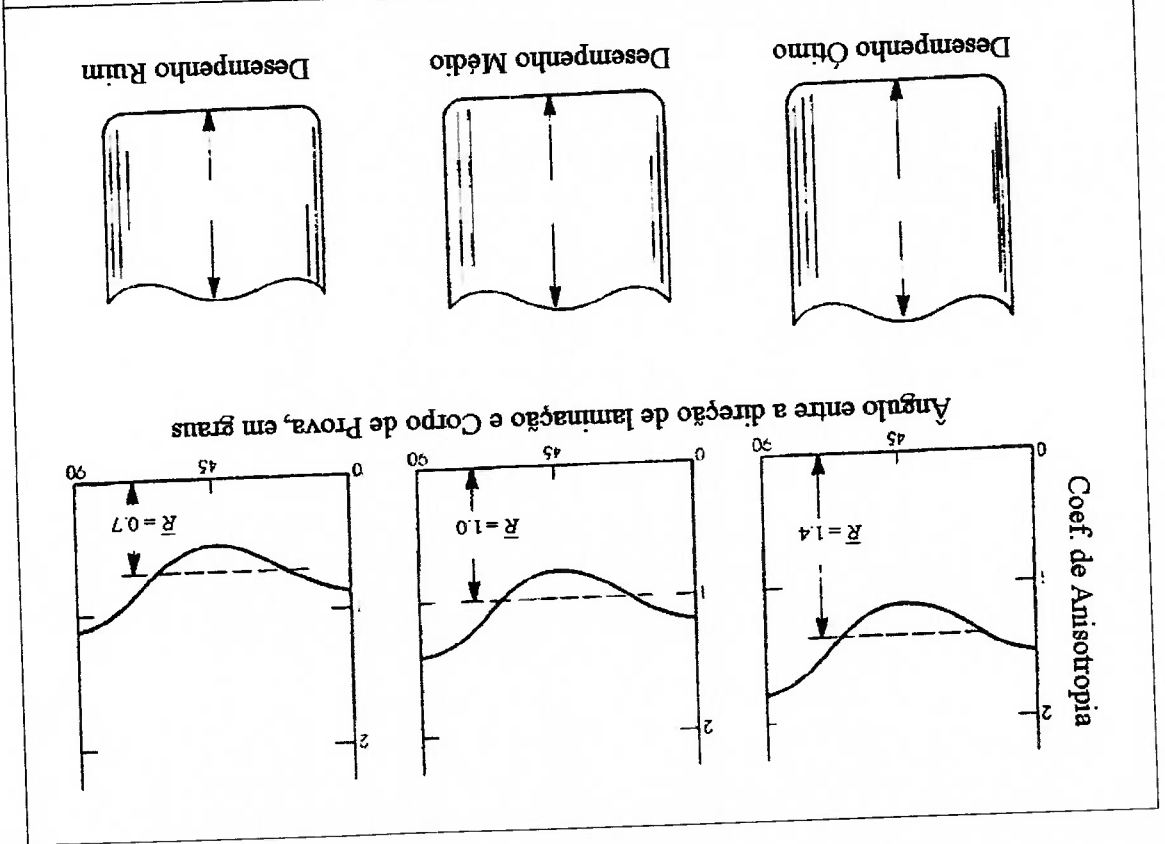


Figura 2.4 - Anisotropia normal  $\bar{R}$  e a anisotropia planar  $\Delta R$  [2].

Figura 2.3 Comportamento geral de  $\bar{R}$  e  $\Delta R$  para aço carbono e seu desempenho no embutimento. [12]



## 2.2.2 – Conformabilidade – Parâmetros Relativos ao Estiramento.

Em uma operação de estiramento ideal, o retalho de chapa de um material metálico é fixado em sua borda ou flange para impedir o material do flange de mover-se para dentro da cavidade da matriz à medida que o punção avança. Neste caso, o prensa chapas sujeita a chapa e impede o escoamento radial do flange. Toda a deformação ocorre na chapa em contato com a cabeça do punção e assim o material se deforma por alongamento e redução na espessura. Como no ensaio de tração, se a deformação excede o valor máximo onde ela é uniforme, a estricção ocorre e a fratura torna-se iminente. Nesse estágio é similar ao alongamento a carga máxima no ensaio de tração que é conhecido por  $\epsilon_u$  ou alongamento uniforme ou deformação de engenharia uniforme.

Para alguns metais, incluindo aços de baixo carbono, a forma da curva plástica da curva tensão – deformação na forma de tensões e deformações verdadeiras (\*), pode ser precisamente representada pela equação:

$$\sigma = K\epsilon^n \quad (2.4)$$

onde:

$\sigma$  = Tensão verdadeira;

$\epsilon$  = Deformação verdadeira;

$n$  = Coeficiente de encruamento;

$K$  = Constante plástica de resistência.

(\*) As definições de tensão e deformação verdadeiras podem ser encontradas em [2].

Nesta equação  $n$  é o coeficiente de encruamento, uma medida da capacidade de um material resistir à redução localizada de espessura e assim suportar as complexas deformações não uniformes. De fato se  $\epsilon_u$ , o alongamento máximo (deformação uniforme máxima de engenharia no ensaio de tração), é expresso como deformação verdadeira ele é numericamente igual a  $n$ . Um metal com valor de  $n$  pequeno apresenta deformações localizadas em regiões sob tração biaxial (em estiramento) e falha com pequenos valores de alongamento uniforme. Por outro lado, um metal que tem grande valor de  $n$ , apresentará deformações localizadas, sob tração biaxial. (em estiramento), apenas após grande alongamento uniforme. Assim, para um metal apresentar bom desempenho ao estiramento, um valor grande de  $n$  é necessário [2]. No ensaio de expansão hidrostática, o estado de tração biaxial é predominante.

e assim o valor de  $n$  pode ser avaliado nesta condição. Assim, este ensaio é uma maneira confiável de se obter o valor do coeficiente de encruamento em um estado de tensão biaxial, evitando-se o valor de  $n$  obtido num ensaio de tração cujo estado de tensão é uniaxial.

### **2.2.3 – Conformabilidade – Operações Complexas de Conformação.**

Na prática as operações de conformação reais, a iteração entre as condições de estiramento e embutimento é complexa. Regiões críticas podem ocorrer em pequenas áreas em qualquer ponto da peça. Tem-se contudo que os parâmetros  $n$  e  $R$  em alguma combinação são importantes medidas da conformabilidade das chapas. Para finalizar esta discussão sobre conformabilidade é necessário dizer algo a respeito da taxa de deformação.

## **2.3. Classificação dos Diversos Estados de Deformação. A Curva Limite de Conformação.[3]**

### **2.3.1 Histórico da Curva Limite de Conformação.**

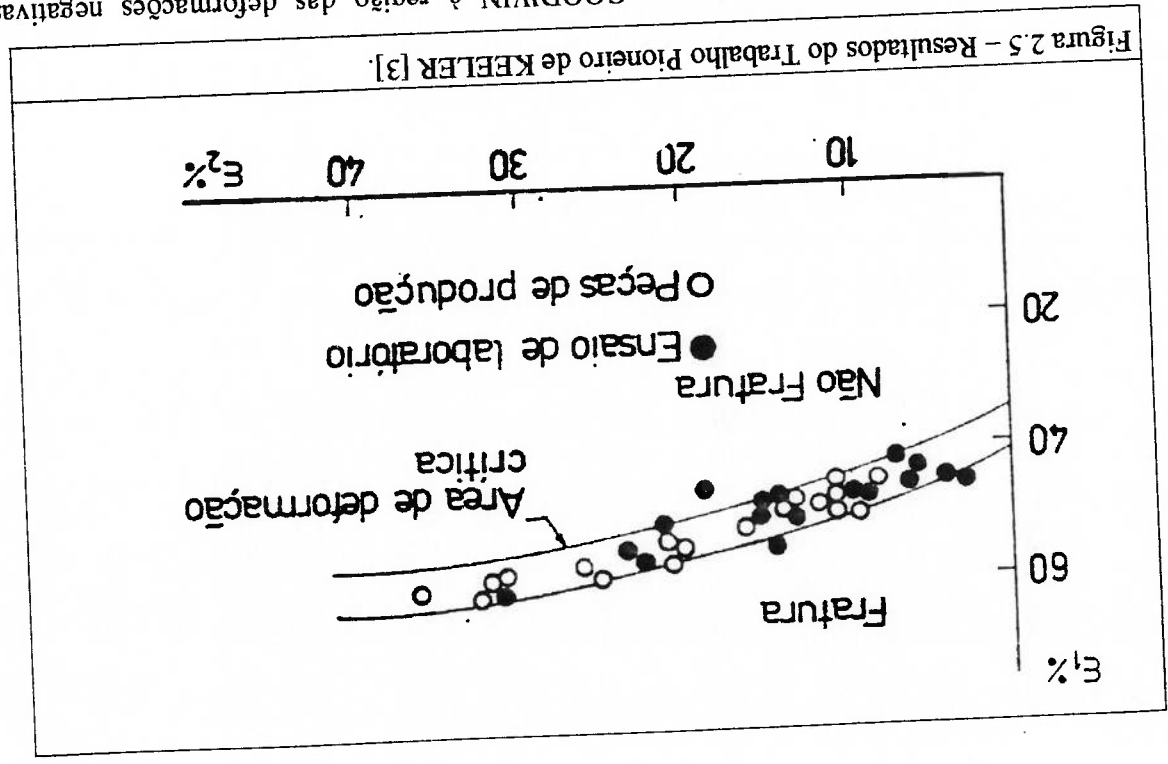
O controle da conformabilidade de uma chapa é um problema complexo que os produtores e fornecedores de chapa tem buscado resolver. É comum avaliar-se a conformabilidade através de ensaios simples denominados simulativos e/ou fundamentais que procuram reproduzir um certo tipo de deformação. Mas no dia a dia de uma planta de estampagem, nas peças fabricadas, estão presentes os diversos tipos de conformação acima descritos e as correlações são difíceis e imprecisas. Assim muitas pesquisas foram feitas no sentido de se determinar a máxima capacidade de deformação de uma chapa em todo o espectro de deformação e assim surgiu a curva limite de conformação introduzida por KEELER e GOODWIN [4], [5].

O princípio do qual KEELER partiu foi o de que as tensões atuantes na chapa são imensuráveis ao passo que as deformações são facilmente mensuráveis e através delas poderia indiretamente determinar-se às tensões e seus valores relativos.

A partir deste princípio, KEELER inicialmente determinou em laboratório, com corpos de prova, uma curva limite para a região de estiramento, criando a representação no domínio das deformações. Ele verificou que uma curva dividia as condições de deformação entre as que resultavam em peças fraturadas daquelas que resultavam em peças não fraturadas. A seguir ele aplicou o mesmo princípio a peças reais e encontrou excelente correlação entre os resultados laboratoriais e o ambiente de produção. Na figura 2.5 e pode-se ver o resultado do trabalho de KEELER. Estão mostrados os resultados de experimento laboratorial e em ambiente de produção.



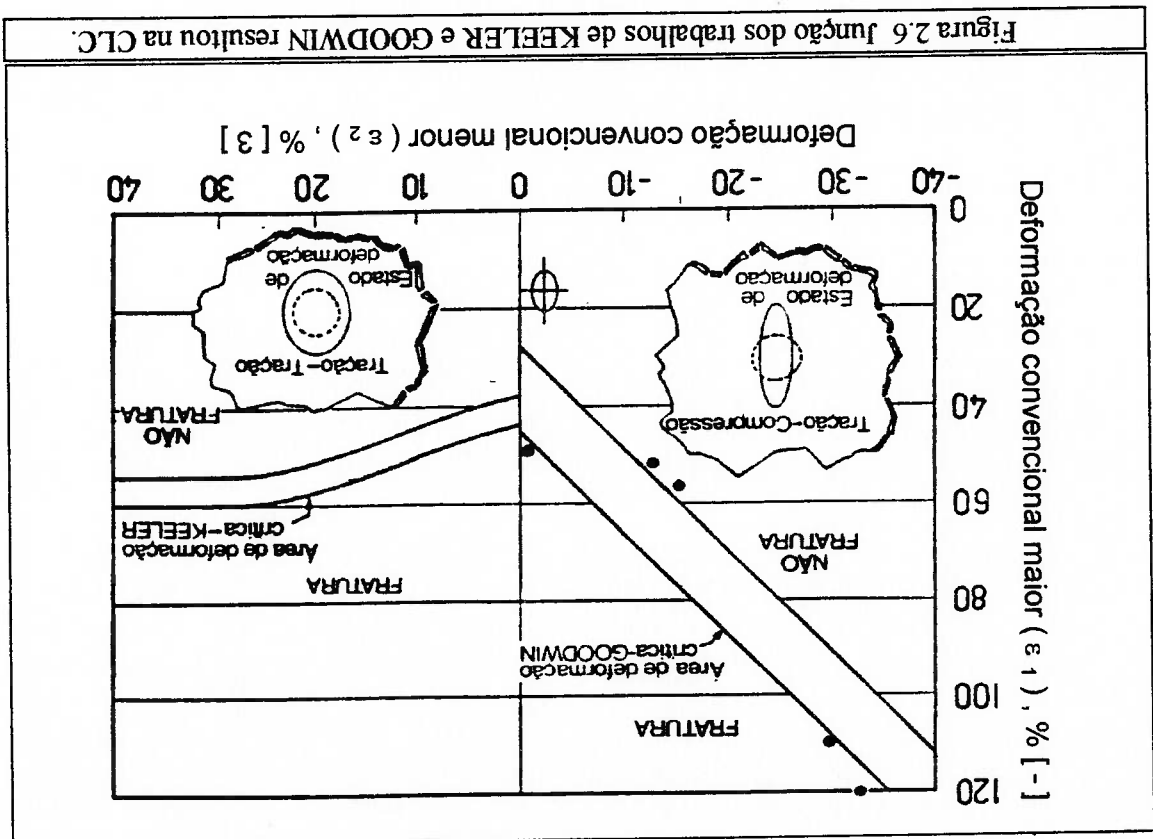
O mesmo princípio foi aplicado por GOODWIN à região das deformações negativas, obtendo-se resultado idêntico, ou seja, o espaço das deformações possíveis era dividido por uma curva em duas regiões, uma apresentando peças fraturadas e a outra peças não fraturadas. Com a junção destes dois trabalhos estava estabelecida a Curva Limite de Conformação, figura 2.6, que vem, desde então, sendo largamente aplicada na indústria automobilística. A partir deste trabalho, os projetistas de peças estampadas passaram a ter em mão um critério para aprovar ou reprovar um processo de estampagem e mais ainda, passaram a ter uma ferramenta de desenvolvimento para avaliar a influência de outras variáveis importantes durante a produção de peças estampadas tais como formato da peça, condição de acabamento superficial da chapa (coeficiente de atrito), qualidade da chapa quanto à composição química, processo de laminação e tratamento térmico. Como já descrito anteriormente, durante a fratura da chapa, ocorre o fenômeno denominado estricção localizada, onde a deformação concentra-se em uma região limitada do material, ali inutilizando o material. Assim a curva limite de conformação pode ser estabelecida para esta condição que ocorre imediatamente antes da ruptura. Com este objetivo, diversos ensaios tem sido desenvolvidos para estabelecer a Curva Limite de Conformação os quais serão descritos a seguir.



Como visto anteriormente um único ensaio não é suficiente para determinar a conformabilidade de uma determinada chapa, tendo então sido desenvolvida a curva limite de conformação que cobrindo todo o espectro de conformação tornou-se o critério padrão para avaliar a conformação de uma determinada peça. Vimos também que diversos ensaios são necessários para estabelecer a curva CLC para um determinado material e a seguir estes diferentes ensaios serão descritos.

A curva limite de conformação pode ser obtida da conformação de peças reais ou em ensaios de corpos de prova em laboratório. Para traçar esta curva é necessário a obtenção de um certo número de pares de valores de  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$ , as deformações principais, nas direções das tensões principais. Assim para obter a CLC é necessário submeter corpos de prova diferentes em laboratório a uma série de carregamentos também diferentes para obter pontos suficientes de maneira a cobrir todo o espectro das deformações.

### 2.3.2 Ensaios para Avaliação da Conformabilidade de uma Chapa.



As técnicas atualmente empregadas no levantamento da curva limite de conformação são as seguintes:

1. Os ensaios simulativos variáveis;

2. O ensaio de NAKAZIMA e

3. O ensaio de MARCINIAK.

### 2.3.2.1 Os ensaios simulativos variáveis.

Este método foi desenvolvido por GRUMBACH e SANZ [6] no qual são utilizados diversos modelos de corpos de prova de tração e ensaios convencionais de conformação como mostrado na figura 2.7. Os ensaios de tração abrangem a região com  $\epsilon_2 < 0$ . Nesta região da curva limite de conformação ( $-0,45 < \epsilon_2 < -0,02$ ), faz-se variações da forma do corpo de prova, conforme o valor de deformação que se quer obter. Os corpos de prova apresentam ou não entalhe e o raio do entalhe diminui a medida que queremos obter a falha com  $\epsilon_2$  próximo a 0. Para obter-se a região de  $\epsilon_2$  positivo vários ensaios foram desenvolvidos:

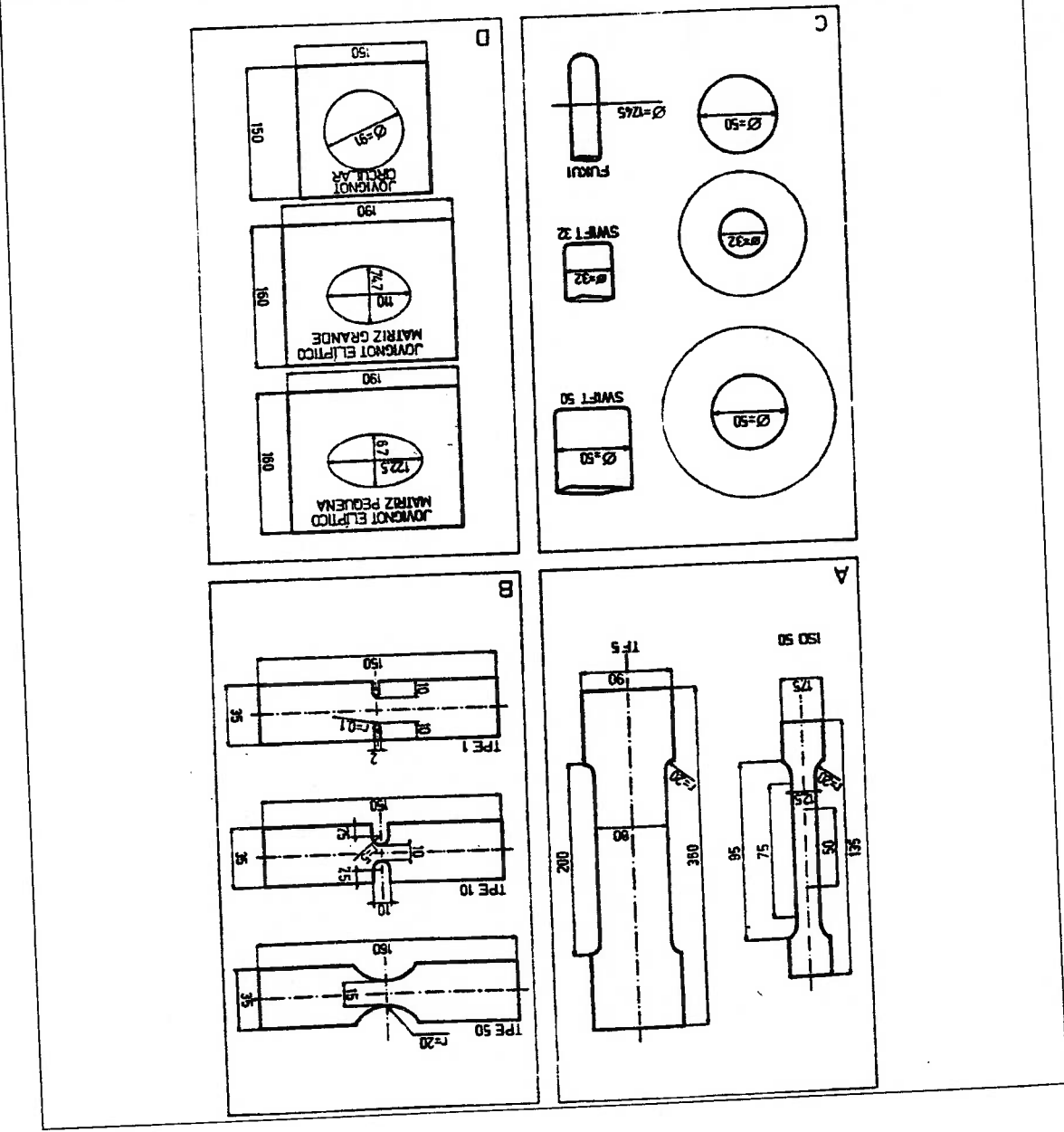
1. O primeiro, que é objeto do estudo neste trabalho é o ensaio de JOVIGNOT [7]

como mostrado na figura 1.4. Com este ensaio, variando-se a forma elíptica da cavidade pode se obter pontos da CLC com  $+0,17 < \epsilon_2 < +0,45$ .

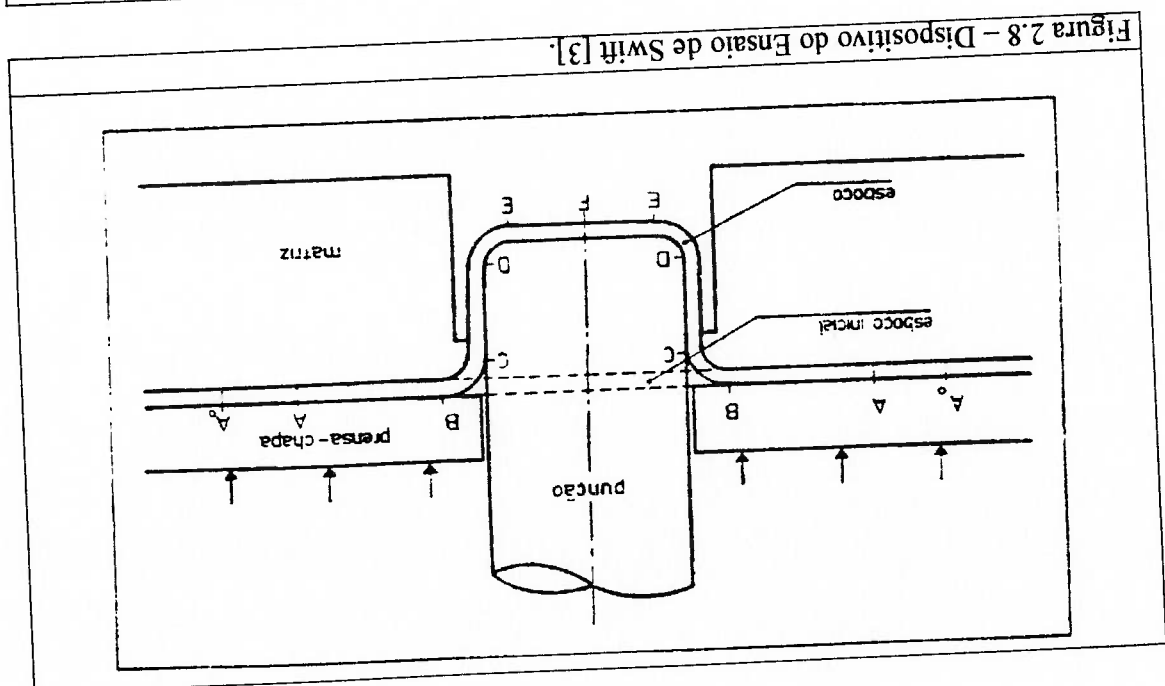
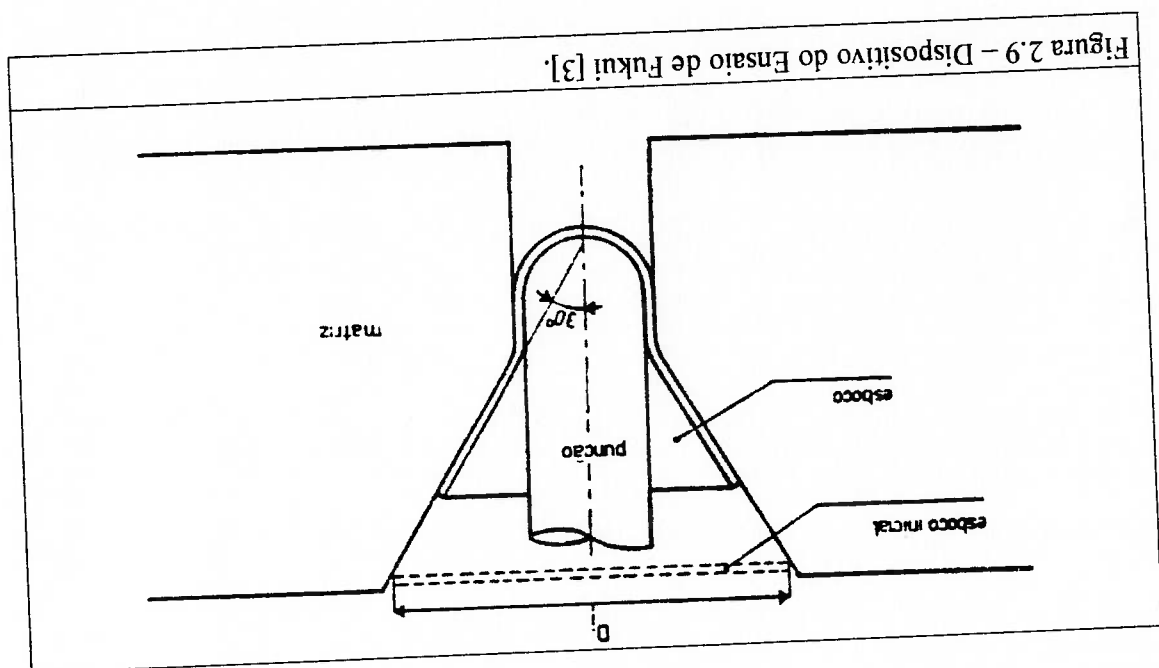
2. SWIFT [8] desenvolveu o ensaio da figura 2.7 no qual podem obter-se as deformações limites para o estiramento, onde a fratura aparece na região DE da figura 2.8.

3. FUKUI [9] desenvolveu o ensaio mostrado na figura 2.9 e nele obtêm-se um ponto da curva para  $\epsilon_2 = 0,15$ .

Figura 2.7: Os vários tipos de prova para determinação da CLC. Fig. 2.7.A e B - Ensaio de tração; Fig. 2.7.C - Ensaio de Swift e Fukui e Fig. 2.7.D - Ensaio de Jovignot.

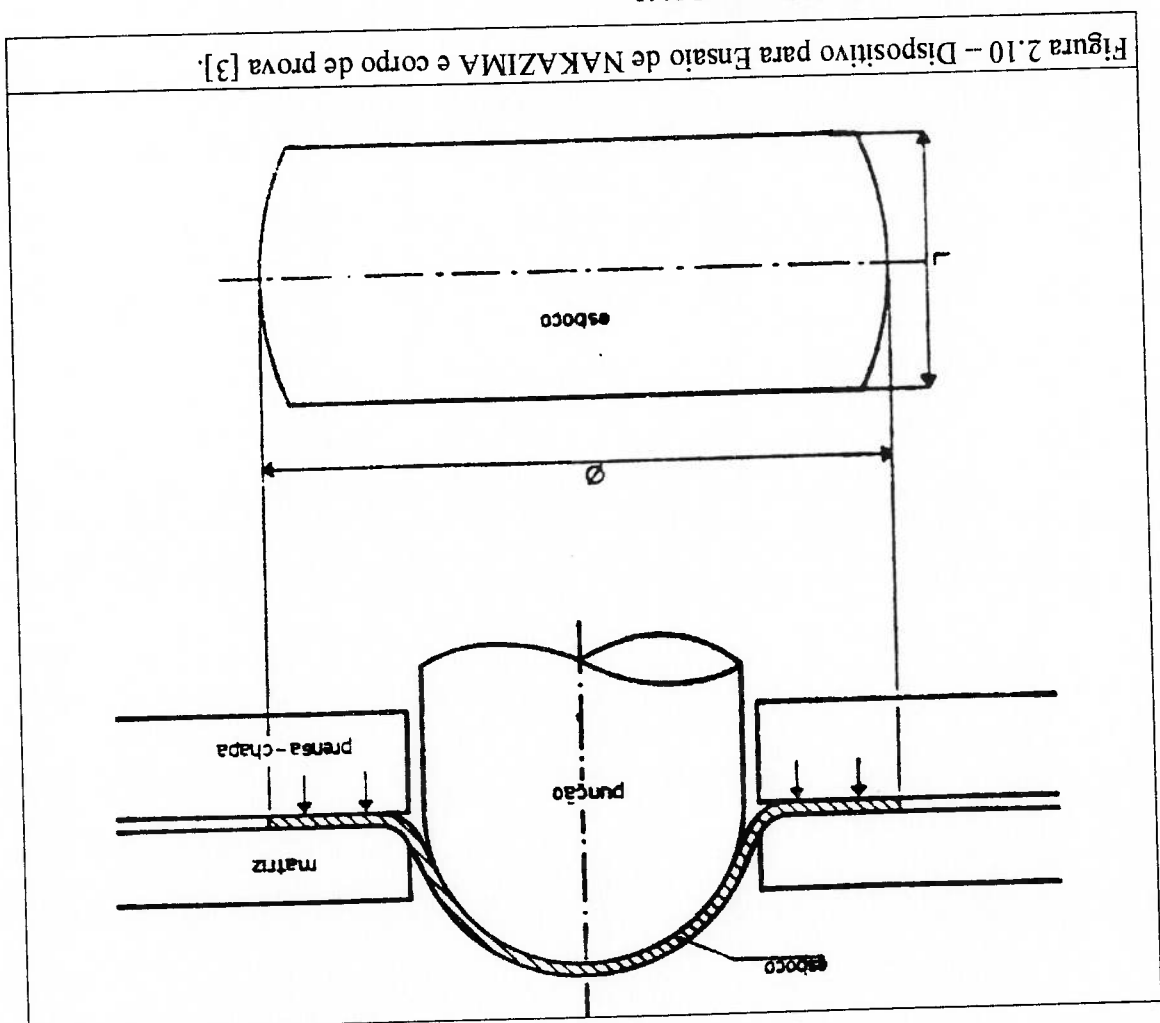


2.3.2.2 O ensaio de NAKAZIMA [10]. Neste ensaio, com um único ferramental mostrado na figura 2.10, obtêm-se aproximadamente toda a gama de deformações mencionadas no item anterior. Aqui os diversos estados de deformação são obtidos pela variação da largura  $L$  do corpo de prova e as condições de lubrificação.



Na figura 2.11, esta mostrado o dispositivo e os corpos de prova utilizados neste tipo de ensaio. Nele podemos constatar que são deformados simultaneamente o corpo de prova, da chapa em estudo, e um anel espagador. Variando-se a forma do corpo de prova e do anel e pela presença ou não de entalhes, obtêm-se toda o espectro de  $\epsilon_2$ . Este ensaio permite um acompanhamento visual da conformação, podendo eventualmente vir a ser filmado.

### 2.3.2.3 O ensaio de MARCINIAK [11].

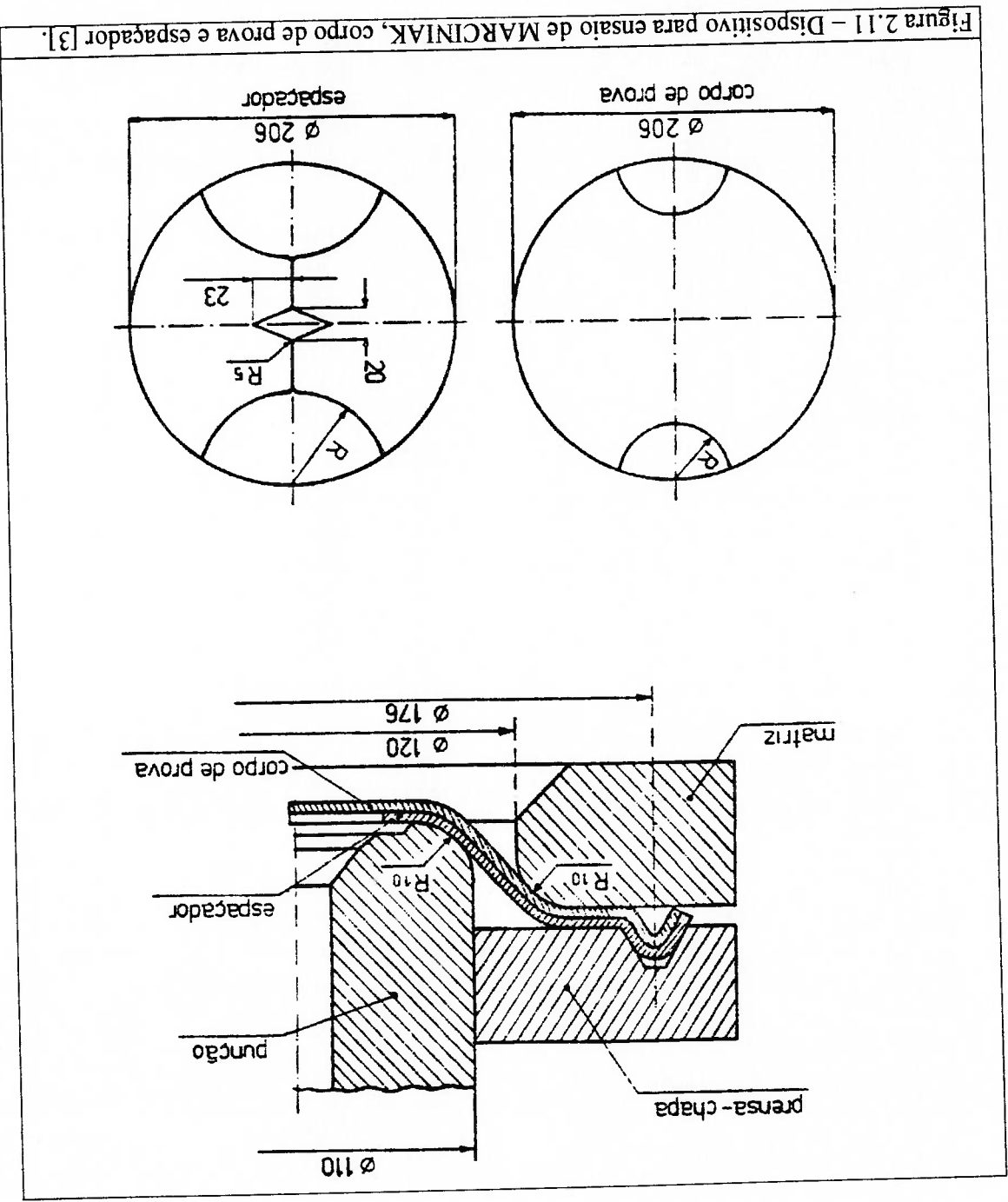


As deformações são medidas após cada ensaio descrito acima através de um procedimento gráfico que pode variar de um experimento para outro. Este procedimento consiste em imprimir-se uma grade de círculos sobre a chapa os quais são deformados durante a conformação. Ao final da conformação as grades são medidas e as diferenças em relação à configuração original são calculadas e conseqüentemente as deformações. Este procedimento será utilizado para a medição experimental relacionada a frente neste trabalho.

A seguir serão descritos os diversos métodos existentes.

### 2.3.3 - Medida das Deformações.

Figura 2.11 - Dispositivo para ensaio de MARCINIAK, corpo de prova e espaçador [3].



### 2.3.3.1 – Os Métodos de Impressão das Grades para Medição das Deformações.

Para as grades descritas no item a seguir, três podem ser os métodos de impressão na chapa: fotográfico, eletroquímico e foto-gravura. Mais detalhe do método de impressão pode ser obtidos em [3]. O que se busca nestes processos é uma nitidez das linhas antes e após o ensaio o que facilitará a leitura das deformações.

#### – As grades.

Quanto ao tipo de grade, a mais utilizada é a rede de círculos que após a deformação transforma-se em círculos ou elipses maiores cujos eixos são as direções principais da deformação na chapa. Estes círculos podem ser separados, tangenciais, secantes e entrelaçados como mostrado na figura 2.12.

As grades de malha quadrada são raramente utilizadas, pois tem uma orientação preferencial. Seu uso se dá apenas onde se necessita de malhas de dimensões muito pequenas [3].

#### – As medidas.

Conhecendo-se os círculos iniciais ( $D_0$ ), basta medir os eixos maior ( $D_1$ ) e menor ( $D_2$ ) da elipse obtida após a conformação para determinar em cada região as deformações principais no plano da chapa segundo a fórmula:

$$\epsilon_i = \int_{D_i}^{D_0} \frac{dD}{D} = \ln \frac{D_0}{D_i} \quad (2.5)$$

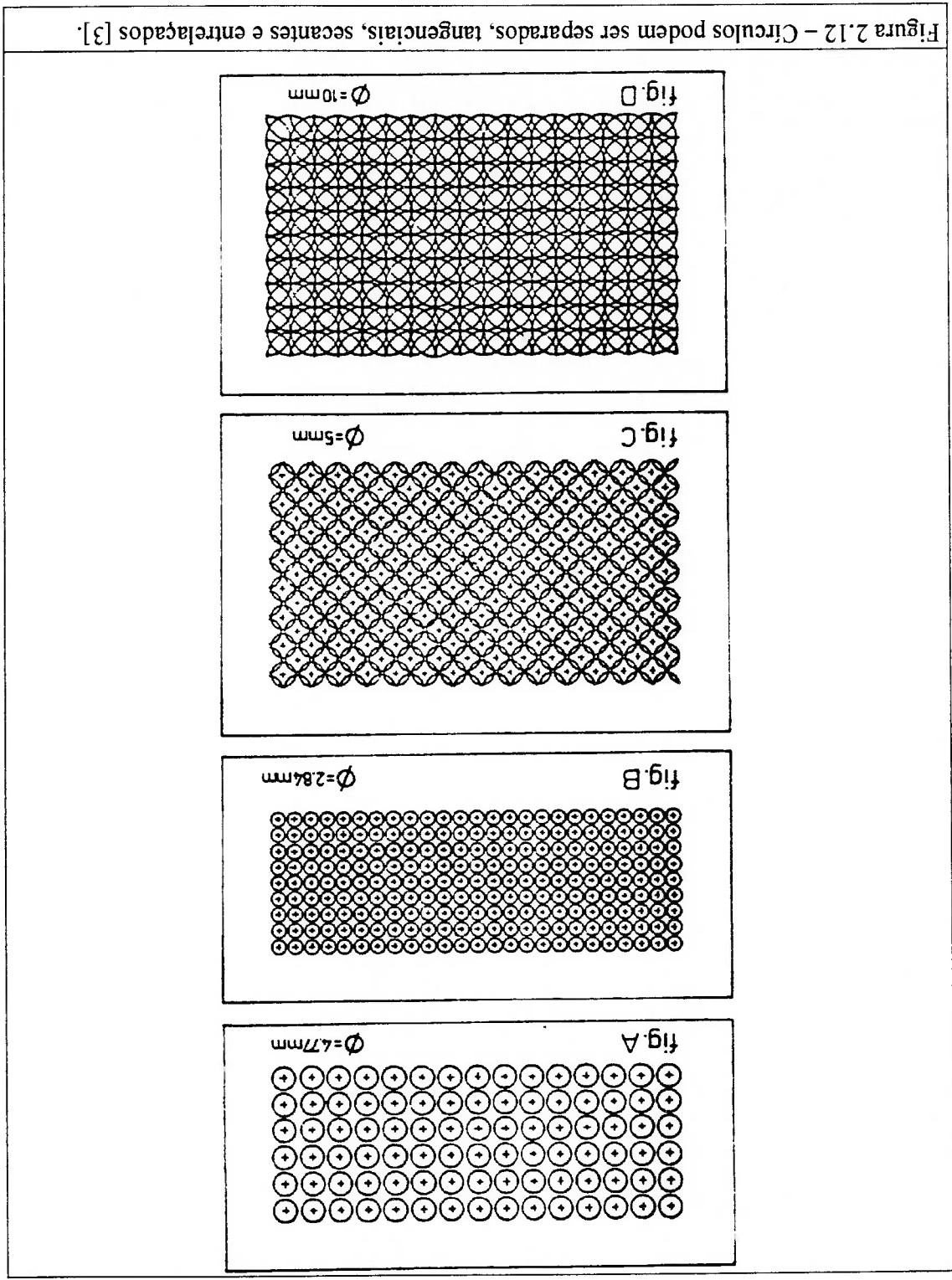
No uso em fábricas, uma régua plástica flexível pode ser utilizada já graduada em porcentagem de deformação logarítmica ou aritmética, obtendo-se com este processo uma precisão máxima de 5%.

Já em laboratórios, a precisão dos aparelhos de medida deve ser da ordem de 1%. Isto é obtido em um banco micrométrico acoplado a um projetor de perfil.



2.3.4 – Os Métodos de Determinação das Curvas Limites de Conformação [3].  
Serão descritos a seguir os critérios de determinação das CLC na fratura e na estrição bem como os vários métodos propostos para definir o início da estrição localizada.

Figura 2.12 – Círculos podem ser separados, tangenciais, secantes e entrelaçados [3].



Na prática industrial, o critério que determina o limite do processo de conformação é o aparecimento da estrição localizada ou a fratura. Portanto os dois critérios para a construção das curvas limites de deformação são:

#### 2.3.4.1 - O critério da fratura.

No critério da fratura a determinação das deformações principais maior ( $\epsilon_1$ ) e menor ( $\epsilon_2$ ) é feita após o surgimento de trincas nos corpos de prova. As medidas podem ser feitas diretamente nos círculos impressos ou indiretamente através da medida da espessura e determinando-se as deformações admitindo-se a conservação de volume.

#### 2.3.4.2 - O critério da estrição.

No critério da estrição, a determinação das deformações principais maior ( $\epsilon_1$ ) e menor ( $\epsilon_2$ ) é feita quando se configura uma deformação localizada. Do ponto de vista operacional, o aparecimento de uma estrição é suficiente para reprovar uma peça e assim é o critério mais adequado para o controle de processo. Porém a visualização do início da estrição é de difícil definição e depende do examinador. Assim diversos métodos foram propostos e serão descritos a seguir:

#### Método de VEERMAN [12]:

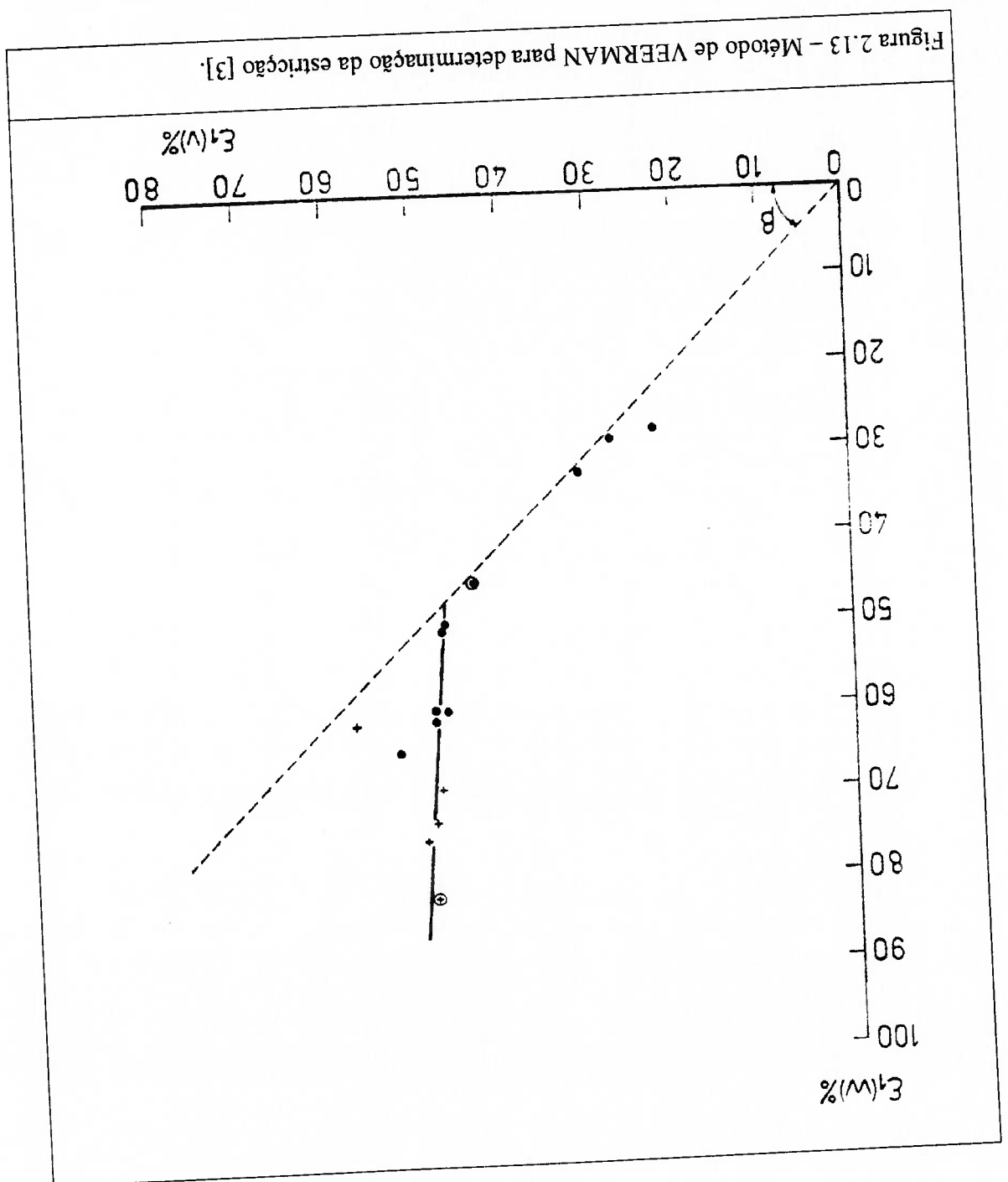
Neste método, três círculos adjacentes alinhados e normais à fratura são analisados. Eles são denominados  $v_g$ ,  $w$  e  $v_d$  e as deformações nos três são praticamente a mesma, na região da deformação uniforme. Quando a estrição aparece no círculo central (círculo  $W$ )  $\epsilon_1(w)$  terá um aumento brusco ao passo que  $\epsilon_1(v_d)$  e  $\epsilon_1(v_g)$  permanecem constantes. Assim pode-se determinar  $\epsilon_1$  no aparecimento da estrição onde  $\epsilon_1(w)$  é considerado função de (figura 2.13):

$$\epsilon_1(v) = 1/2[\epsilon_1(v_d) + \epsilon_1(v_g)]$$

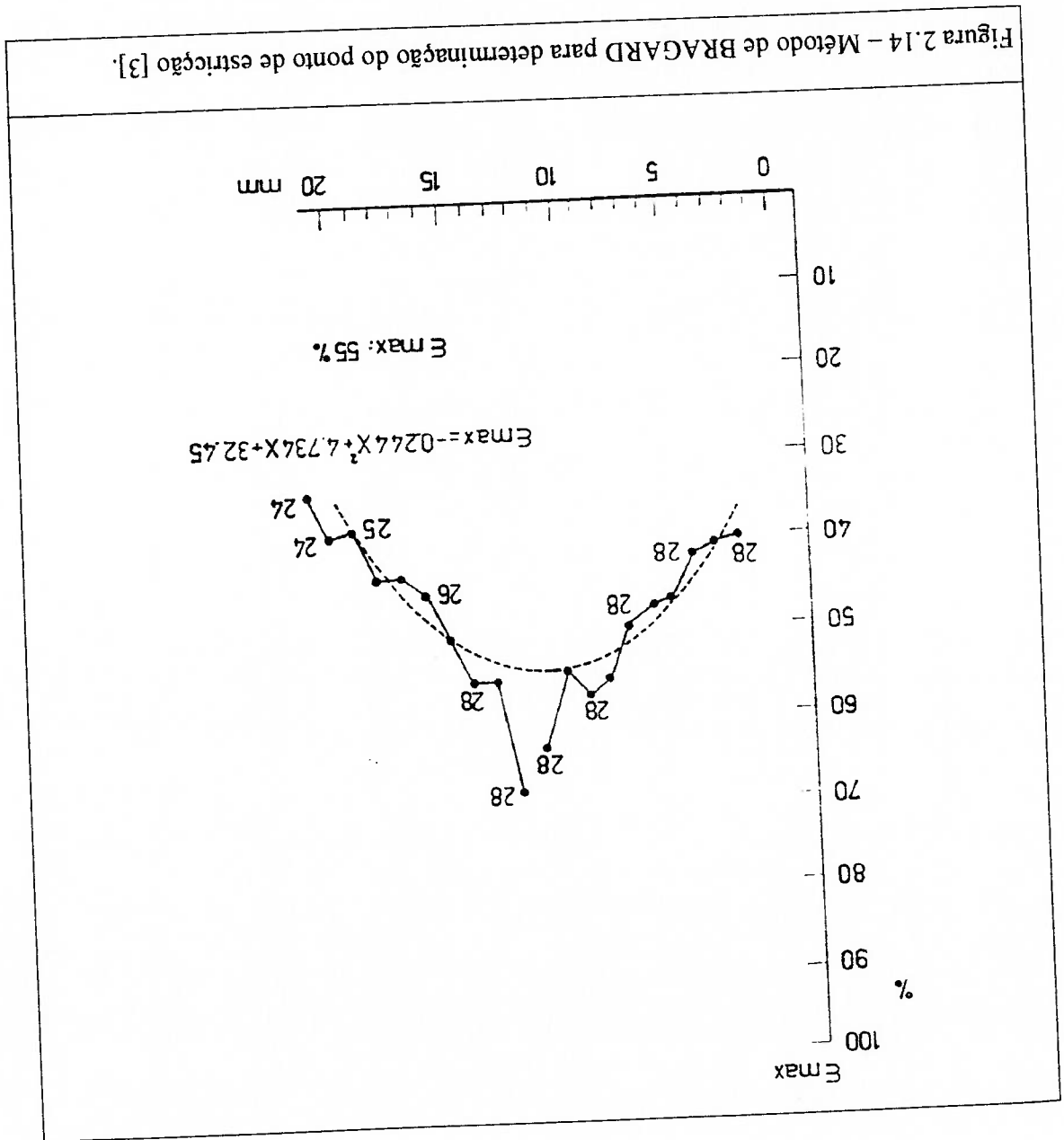
(2.6)

Nos ensaios de NAKAZIMA e MARCINIAK o gradiente de deformação é pequeno e o ângulo  $\beta$  é próximo de  $45^\circ$  e o valor de  $\epsilon_1$  determina-se facilmente a partir da brusca mudança na inclinação da trajetória do par de deformações  $\epsilon_1(w)$  e  $\epsilon_1(v)$ .

Método de BRAGARD [13];  
 É uma variação do método de VEERMAN [12]. As deformações são determinadas sobre a amostra conformada de ambos os lados da fratura levantando um perfil da trajetória das deformações. A deformação principal máxima ( $\epsilon_{max}$ ) no aparecimento da estricção é determinado a partir destas medidas por um cálculo de regressão parabólica para cada amostra. Ver figura 2.14.



Método do Perfil Duplo [14]: Neste método uma prensa é regulada para uma determinada profundidade de conformação de maneira que as deformações estejam próximas da estricção visível. Esta regulagem é feita por amostras da chapa em estudo, porém não identificados. A seguir corpos de prova identificados e com rede de círculos são preparados e conformados à profundidade regulada. O perfil de deformações é medido e traçado e os círculos utilizados nesta medida cuidadosamente identificados. A seguir os corpos de prova são novamente conformados até alcançar a estricção ou a fratura de maneira a obter um novo perfil de deformação. Registra-se este novo perfil de maneira a superior ao anterior (ver figura 2.15).



Pela superposição podem-se constatar pontos em comum até um determinado nível de deformação, a partir do qual as duas curvas divergem. O último ponto coincidente é correspondente à deformação imediatamente anterior a estrição.

Método de HECKER [15]:

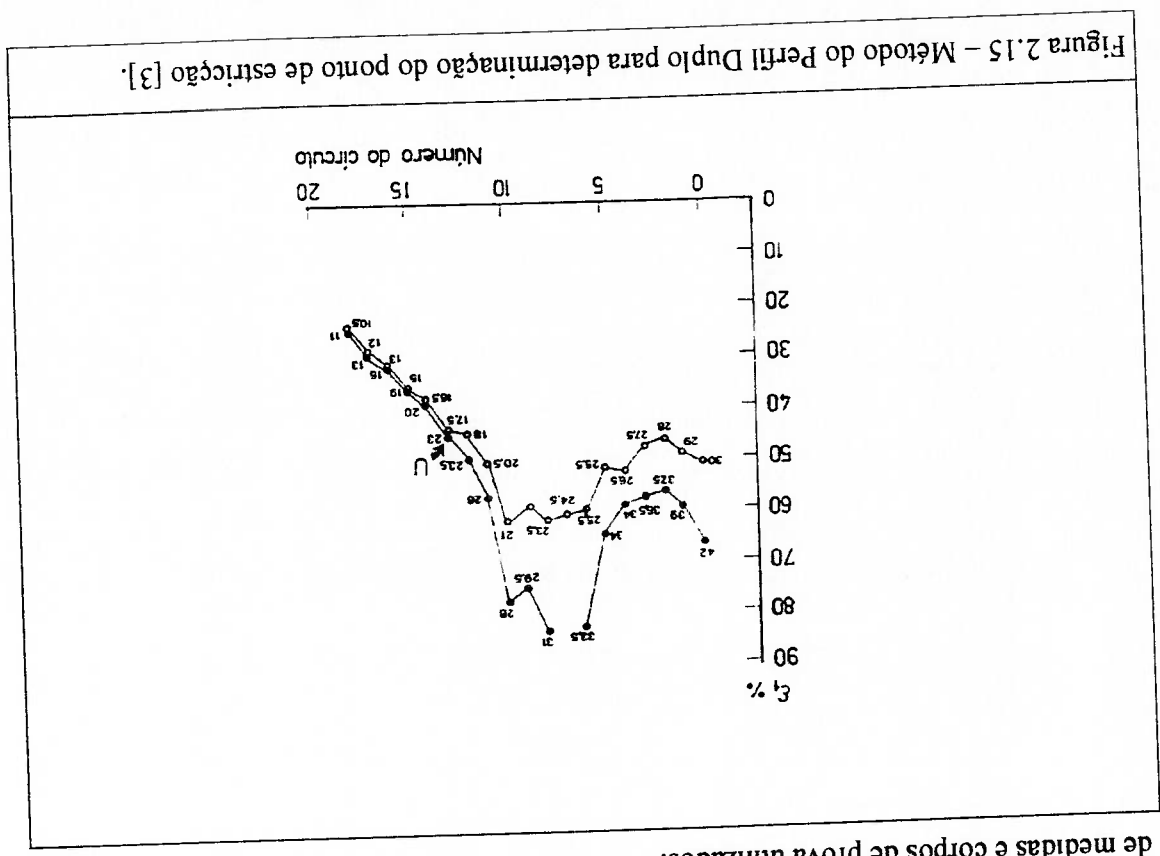
Sobre uma peça fraturada, três tipos de círculos podem ser identificados:

Tipo I: A fratura passa através do círculo;

Tipo II: Os círculos apresentam uma estrição localizada e

Tipo III: Os círculos não apresentam fratura ou estrição localizada.

Dividem-se a seguir os círculos por uma linha separando os tipos I e II num grupo e o tipo III em outro grupo (figura 2.16). Dada a dificuldade de identificar os três tipos em uma única peça geralmente interrompe-se o ensaio a um nível de deformação onde a estrição já é visível, fazem-se medidas e a seguir prossegue a deformação até a fratura. Podem-se realizar as duas medidas de deformação em corpos de prova diferentes, pois o erro introduzido é desprezível [3]. Este método tem a vantagem de ser aplicado a todos os casos de deformação (com pequeno ou grande gradiente de deformação). A principal desvantagem é a quantidade de medidas e corpos de prova utilizados.

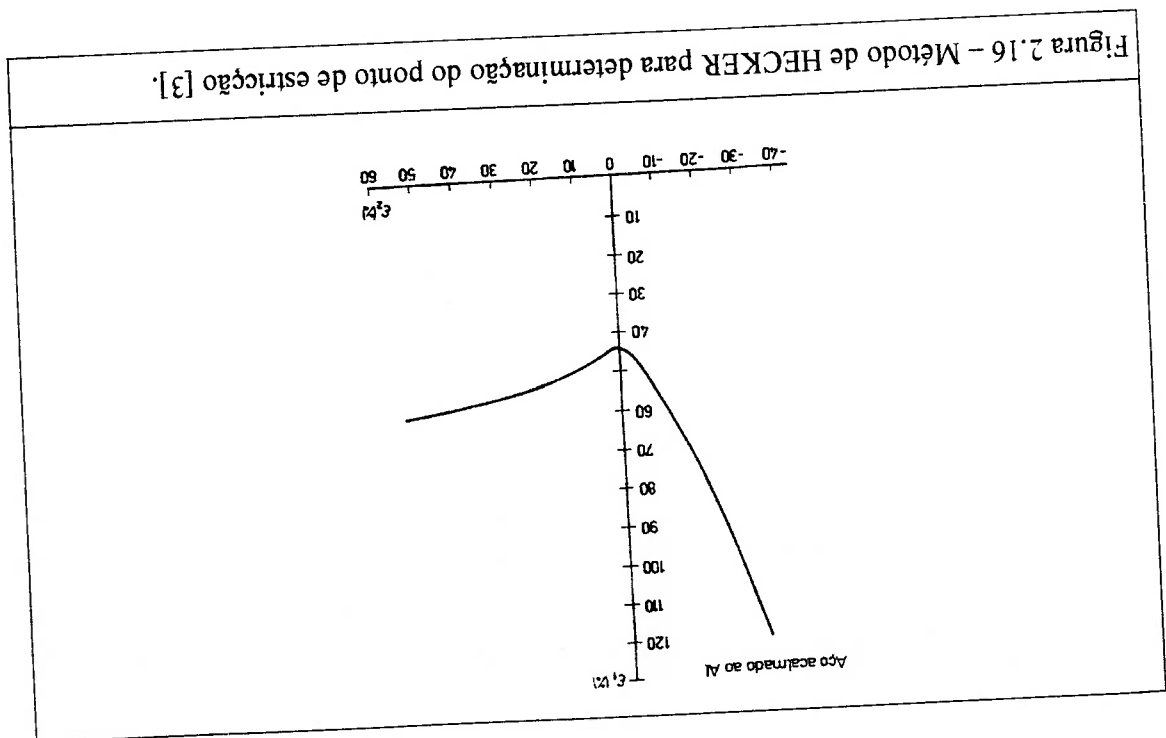


DREWES [17] mostrou que no levantamento da curva limite a estrição, o diâmetro da malha tem influencia pouco significativa como mostra a figura 2.18. Já para a curva CLC determinada pela fratura o valor do diâmetro do círculo influencia e é praticamente não altera  $\epsilon_2$  (figura 2.18). Este resultado advém do trabalho GRUMBACH E SANZ [6] cujo resultado está mostrado na figura 2.18 para grades de 5 até 0,5 mm. Nesta figura vê-se que quanto menor o diâmetro da grade mais a curva CLC desloca-se para el positivo. Isto pode ser observado também nas figuras 2.18 e 2.20. Portanto conclui-se que se devem realizar as medidas da deformação com malha de círculos com o menor diâmetro possível. A limitação desta ação está no fato de o erro aumentar conforme o diâmetro do círculo aumenta, ou seja,

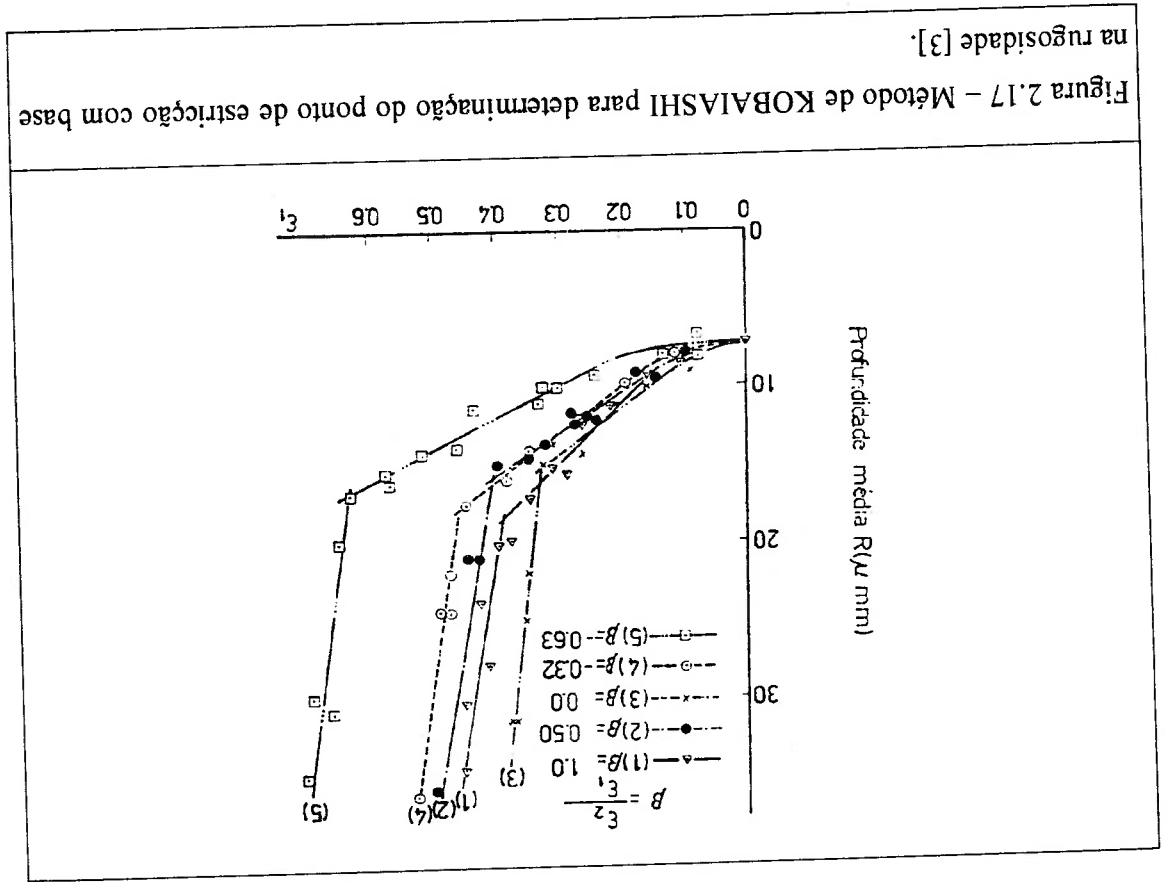
### 2.3.5.1 O Diâmetro da Rede de Malhas.

### 2.3.5 – Os parâmetros que influem nas Curvas Limites de Conformação.

Método de Kobaiashi [16]: Baseia-se na rugosidade da tira, pois Kobaiashi [16] observou que com o surgimento da estrição a rugosidade aumentava. Assim conformam-se corpos de prova a diferentes profundidades e trajetórias de deformação e mede-se a rugosidade. Quando esta aumenta abruptamente, determina-se a estrição como mostrado na figura 2.17. Este método apresenta a dificuldade de medida, principalmente em regiões de grande curvatura.



para um determinado diâmetro o erro será tão grande que não se conseguirá nenhum ganho reduzindo além seu valor.



Para solucionar o problema em definitivo alguns pesquisadores extrapolaram curvas CLC para diâmetro de grade nulo. GRUMBACH E SANZ [6] estabeleceram o seguinte método de extrapolação:

- admitindo-se a hipótese da constância de volume para as deformações verdadeiras podemos escrever:  $\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0$

- medindo-se  $\epsilon_3$  (deformação principal na espessura) com micrômetro tem-se  $\epsilon_3 = \epsilon_3$

- medindo-se  $\epsilon_2$  e como esta não depende do diâmetro tem-se:  $\epsilon_2 = \epsilon_2$  (figura 2.19).

- determina-se assim a deformação  $\epsilon_1$  como sendo:  $\epsilon_1 = -(\epsilon_2 + \epsilon_3)$ .

Figura 2.19: Influência do diâmetro dos círculos de medida sobre as deformações principais na fatura segundo [3].

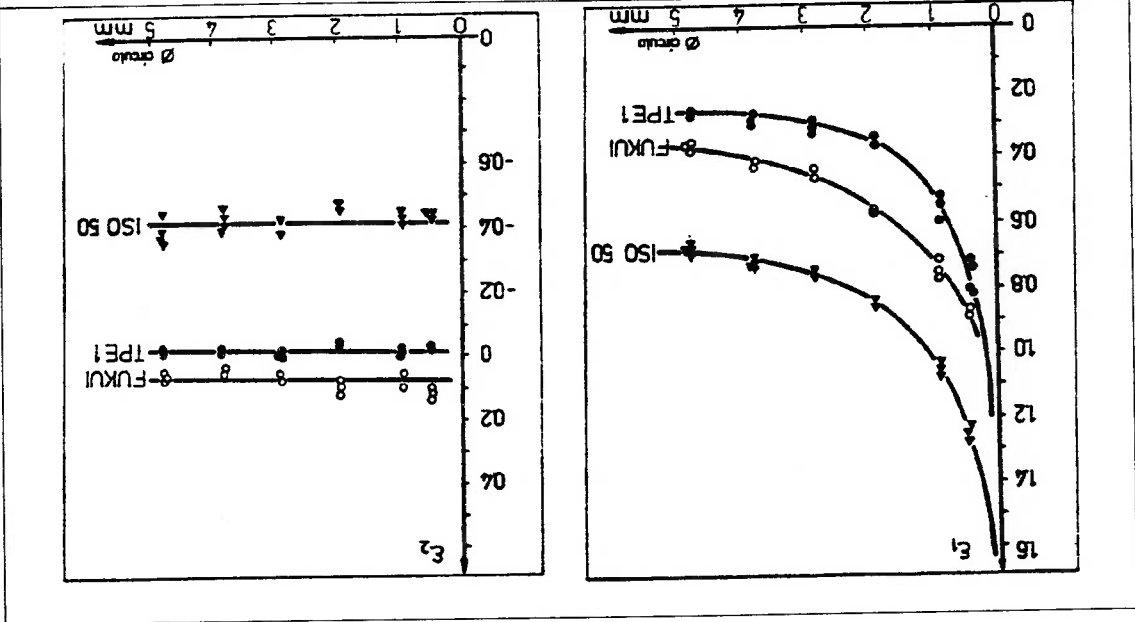
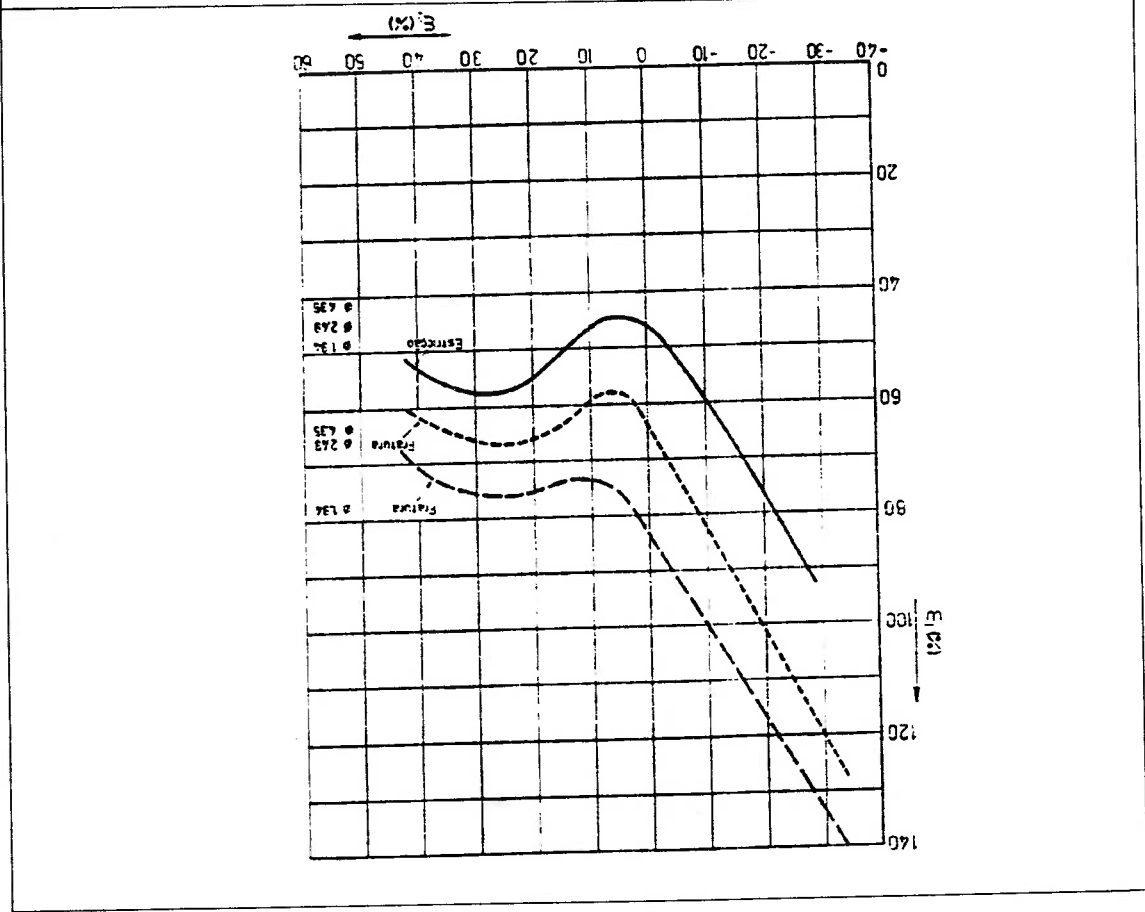


Figura 2.18: Influência do diâmetro do círculo de medida na determinação da CLC pelo estirção [3].





a) A estabilidade e uniformidade da distribuição de deformações são favorecidas, quando os valores do índice de anisotropia são elevados. O valor de R tem influencia significativa sobre as trajetórias  $\epsilon_1=f(\epsilon_2)$  durante a deformação. Esta influencia do valor de R sobre as trajetórias

pode-se fazer as seguintes observações gerais:

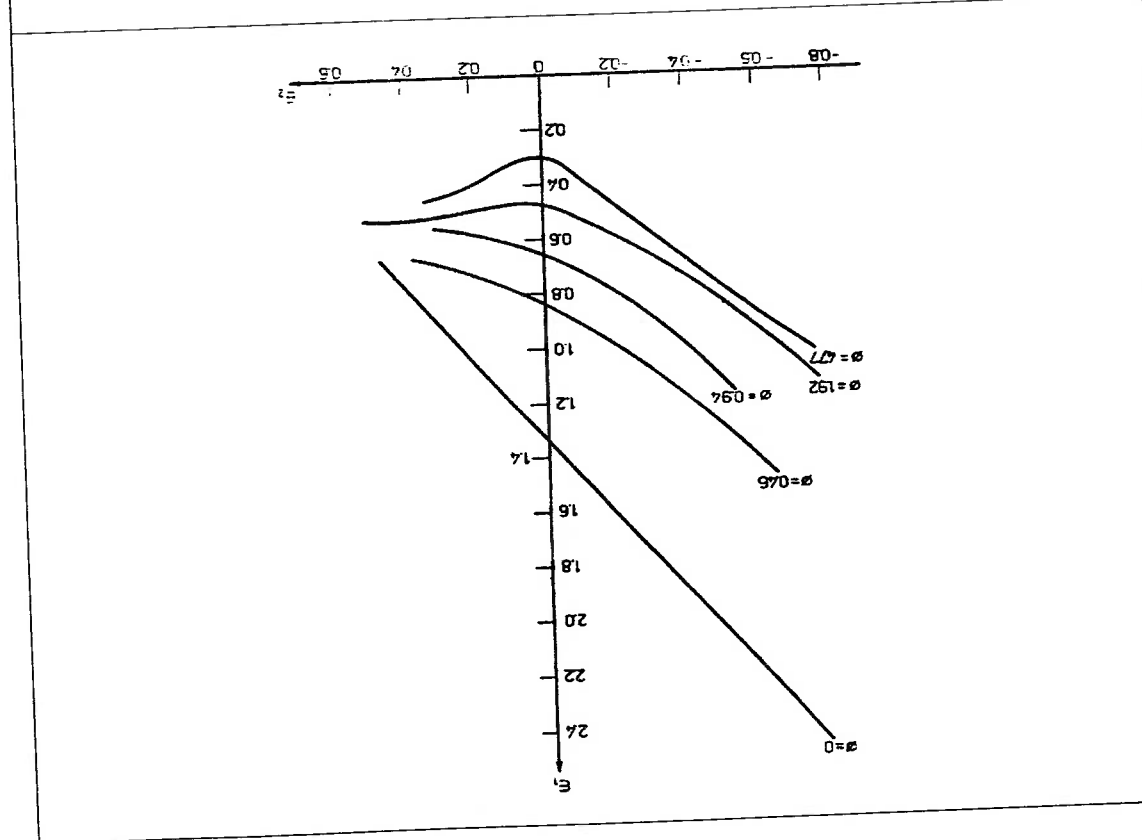
A comparação das CLCs para um determinado tipo de material com os respectivos coeficientes de encruamento "n" e anisotropia R é difícil de ser efetuada [6][18]; contudo

### 2.3.5.2 As características do Material.

chapas tenham a mesma espessura.

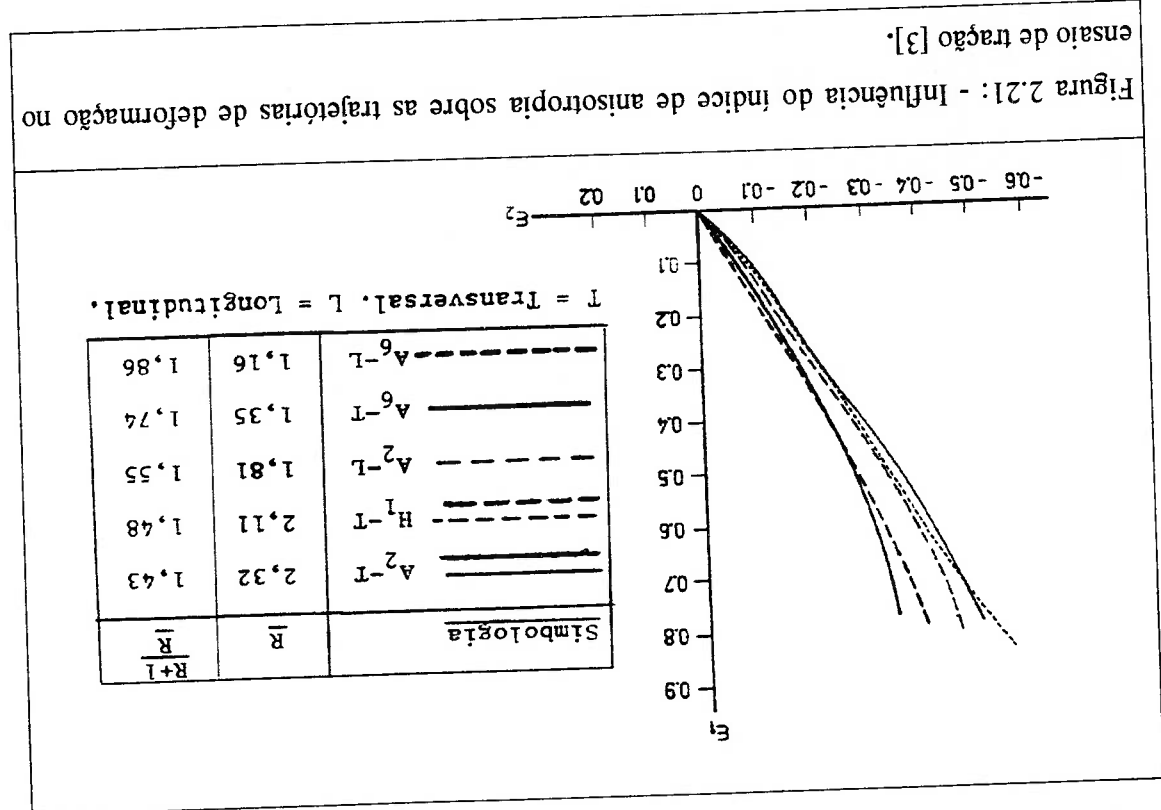
A curva obtida por extrapolação é praticamente uma reta como mostrado na figura 2.20 e foi denominada curva intrínseca. Estas curvas, apesar de exatas, não têm grande utilidade no meio industrial, pois no dia a dia, utilizam-se malhas de círculos com dimensões finitas. Para evitar-se este erro deve-se ter sempre a preocupação de utilizarem-se malhas idênticas na determinação da CLC em laboratório e na indústria. Além disto deve se observar que as

Figura 2.20: Evolução da CLC para um aço de estampagem conforme o diâmetro do círculo de medida [3].



da deformação pode ser analisada a partir da relação  $\epsilon_1 = -[(R+1)/R]\epsilon_2$  estabelecida no caso particular do ensaio de tração e está de acordo com os resultados experimentais como nota-se na figura 2.21. Nas deformações de expansão biaxial, no caso do ensaio de expansão hidráulica a influência de R é pequena e é nula para as deformações planas onde  $\epsilon_2=0$ .

b) Um elevado valor de n é útil na conformação, contribuindo para homogeneizar, ou melhor, distribui as deformações. Quando n aumenta, há um ganho no alongamento uniforme e no alongamento na fratura e por consequência deslocando a CLC para  $\epsilon_1$  positivos como mostrado na figura 2.22.



### 2.3.5.3 As Trajetórias de deformação [3].

Apesar das CLCs terem sido utilizadas com sucesso nos últimos anos, ela tem sua utilidade prática contestada[19]. A contestação surge do argumento de que só servem para a chapa que lhe deram origem e mesmo assim com reservas, pois são levantadas para deformações lineares ou uniformes.

A trajetória de deformação é definida pela relação da menor deformação pela maior deformação verdadeira no plano da chapa ou:

$$\beta = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \tag{2.7}$$

e indica assim a sucessão de deformações ( $\epsilon_1, \epsilon_2$ ) que um círculo sofreu do início até a fratura se for o caso. Se esta relação se mantém constante ao longo de toda a operação de conformação, diz-se que a trajetória de deformação é linear. Entretanto, se esta relação varia em qualquer instante antes da fratura do metal, diz-se que houve uma mudança na trajetória.

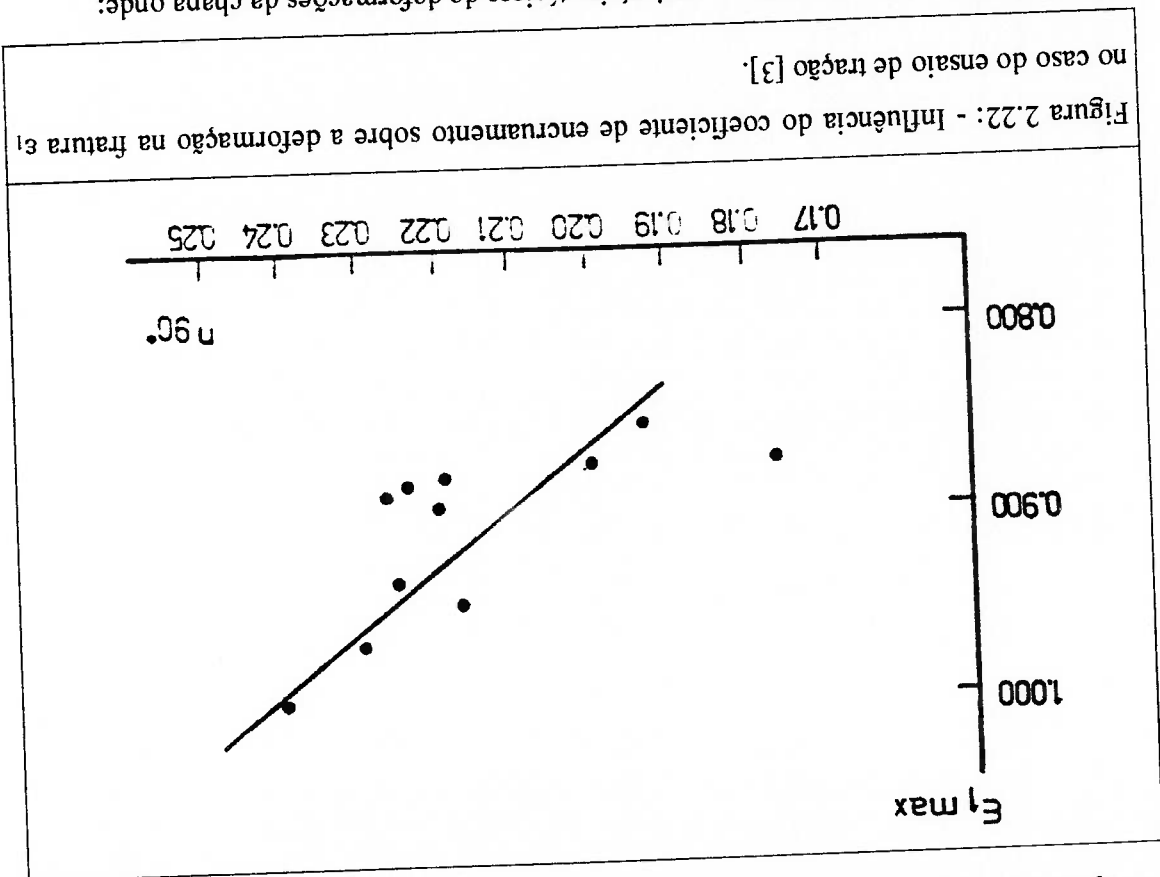


Figura 2.22: - Influência do coeficiente de encruamento sobre a deformação na fratura  $\epsilon_1$  no caso do ensaio de tração [3].

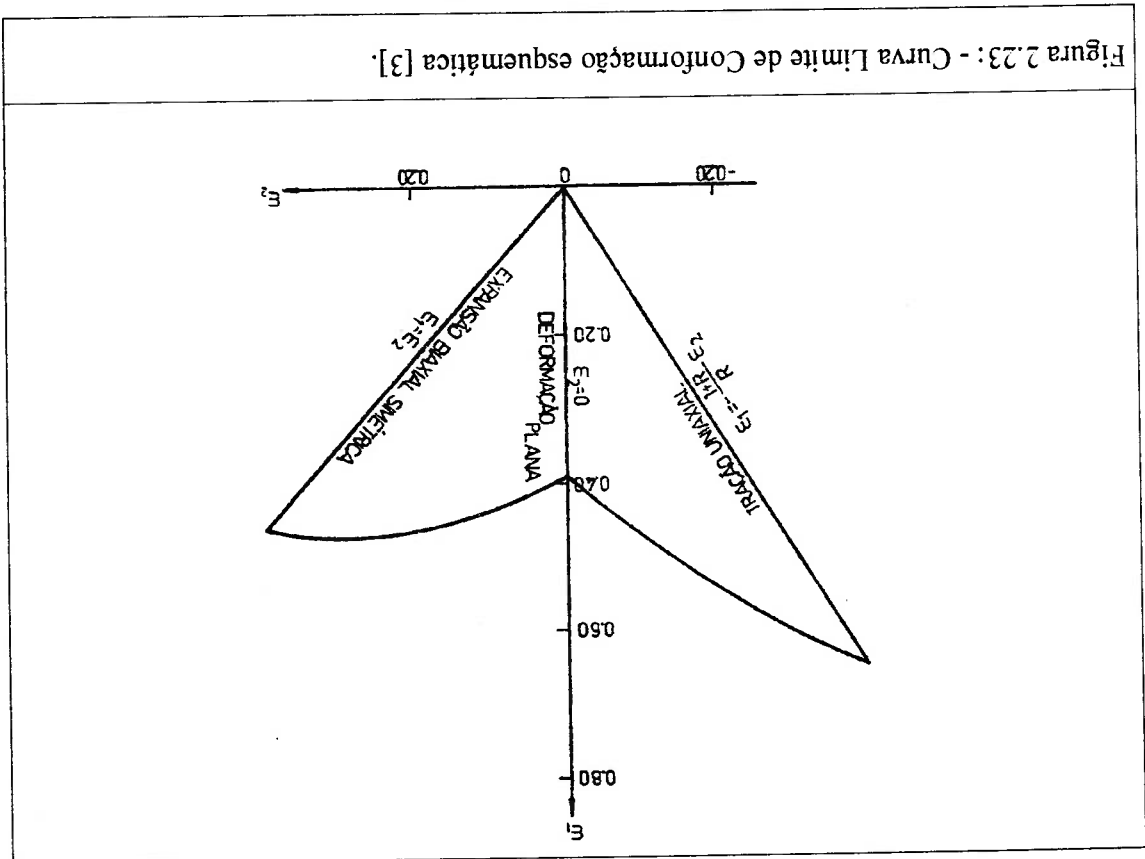
Na figura 2.23, estão mostrados as trajetórias típicas de deformações da chapa onde:

- $\epsilon_1 = \epsilon_2$  - Trajetória de deformação seguida pelo estiramento biaxial simétrico obtido em um ensaio de expansão hidrostática.
- $\epsilon_2 = 0$  - Trajetória de deformação seguida pela deformação plana.
- $\epsilon_1 = -[(R+1)/R]\epsilon_2$  - Trajetória seguida por tração uniaxial, sendo R o índice de anisotropia.

Observou-se também que após uma determinada deformação, a trajetória inicial desvia-se conforme aproxima da curva limite. Segundo POMEY [20] este fato se deve à alteração do valor de  $R$  quando o corpo de prova a tração atinge a estricção, tendendo ao valor 1 e consequentemente aproximando-se da inclinação -2.

- a inclinação da trajetória correspondente ao ensaio de estiramento hidráulico para matriz elíptica é igual a 1, confirmando a relação teórica do estiramento biaxial simétrico  $\epsilon_1 = \epsilon_2$ .
- a inclinação da trajetória correspondente ao ensaio de tração uniaxial é igual a  $[-(R+1)/R]$ , confirmando a relação teórica.
- as trajetórias são sensivelmente retilíneas;

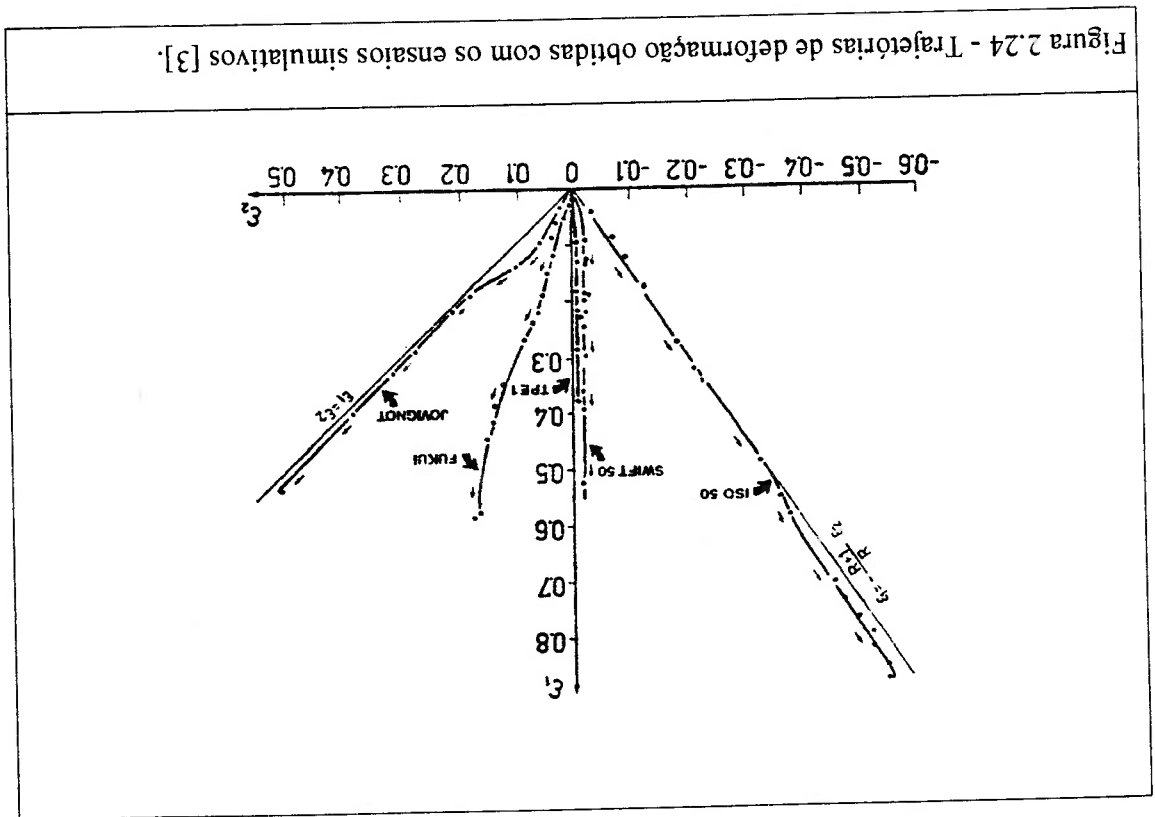
Como se nota na figura 2.24, GRUMBACH e SANZ[6] constataram:



Para evitar-se este erro devem-se adotar as deformações associadas a estrição como aquelas correspondentes às trajetórias nas alterações das deformações, como estabelecido no trabalho de VEERMAN [12].

> 0, onde ocorre estrição difusa. fratura (método mais utilizado), estão propensos a erros consideráveis principalmente para as deformações das deformações limites na estrição, através de círculos mais próximos da medida que o diâmetro do círculo impresso aumenta. Assim após a fratura do corpo de prova, praticamente desprezível no início da estrição localizada e torna-se considerável na fratura a deformação principal  $\epsilon_1$  real e medida para um determinado diâmetro de círculo impresso é originalmente feita por RONDE-OUSTAU[21] [3] e mostra que a diferença entre a localização da deformação como mostrado na figura 2.25. Esta figura foi extraída da ref. [4] e mencionado, o critério da fratura integra na medida de  $\epsilon_1$  o maior alongamento devido a estrição. A CLC da fratura posicionam-se acima da CLC de estrição, pois como já ou a estrição, duas curvas distintas são obtidas. Temos a CLC da fratura e a CLC da Conforme o critério que determina o fim do processo de conformação da chapa, seja a fratura

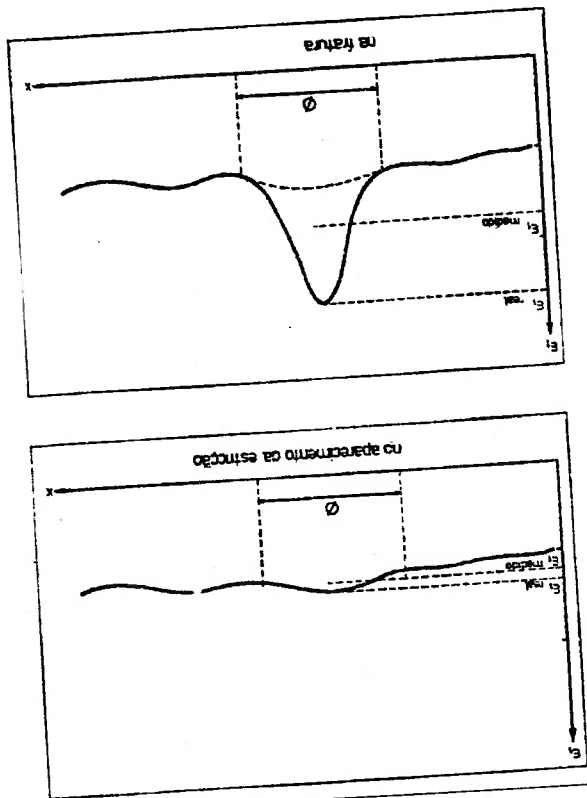
### 2.3.5.4 O critério do Limite de Conformação.



### 2.3.5.5. Composição de Trajetórias.

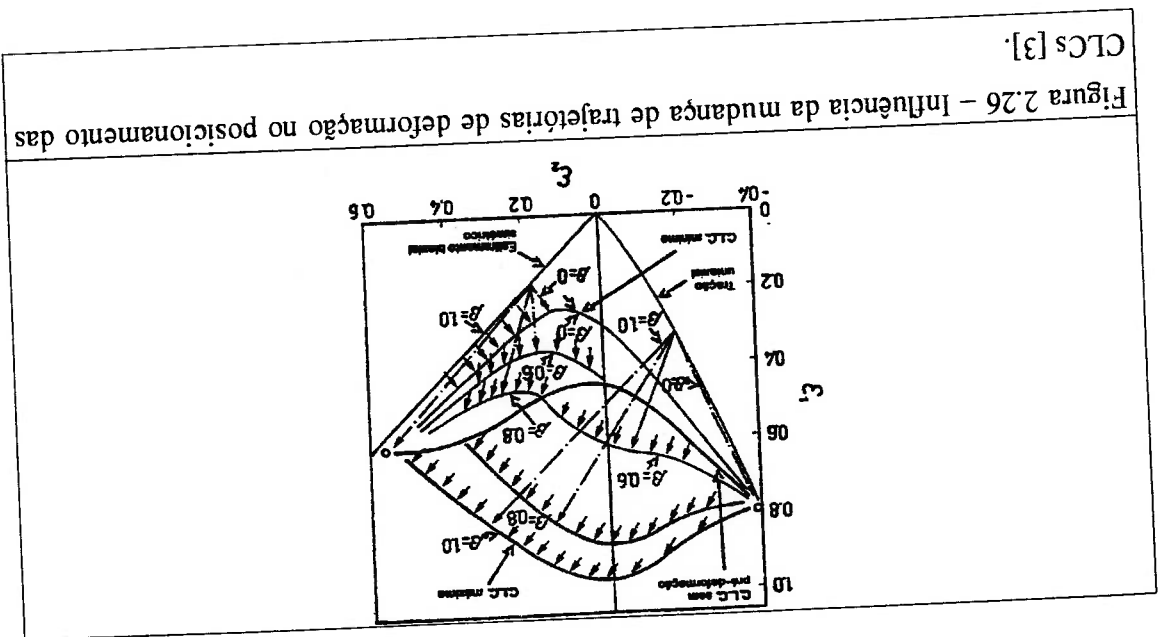
Um fator que desperta grande interesse entre os pesquisadores é a influência da pré-deformação na CLC. Na conformação mecânica das chapas é comum mais de um estágio de deformação, o que causa a mudança na trajetória da conformação. Segundo [3] é consenso entre diversos pesquisadores que a CLC é alterada pela pré-deformação como se nota na figura 2.26 [22]. Sendo assim, com a finalidade de ampliar a utilização das CLCs, desenvolveram-se as CLC de trajetórias compostas, aproximando-as mais dos casos reais. A regra geral obtida pela maioria dos pesquisadores afirma que trajetórias iniciando por tração uniaxial, vindo a seguir estiramento biaxial simétrico levam a obtenção dos maiores níveis de deformação acumulada na direção de deformação positiva da pré-deformação, quando comparado aos limites alcançados no ensaio de estiramento biaxial simétrico realizado sem pré-deformação. Se a sequência inversa for realizada, resultados inversos serão obtidos. Assim, na prática, a ordem das trajetórias aplicadas no processo de conformação com mais de um estágio ou mais de um tipo de conformação, pode permitir melhor aproveitamento da capacidade de conformação da chapa.

Figura 2.25 – Perfil das deformações  $\epsilon_1$  segundo o diâmetro do círculo de medida [3].



Bibliografia do Capítulo 2

- [1] TAYLOR, B.; Formability Testing of Sheet Metals. ASM Metals Handbook, 9<sup>th</sup> Ed Engineers Handbook - Volume II - Forming - 4th. Edition Society of Manufacturing Engineers
- [2] WICK, C.; BENEDICT, J. T.; VEILLEUX, R. F.; - Tool and Manufacturing Engineers Handbook - Volume II - Forming - 4th. Edition Society of Manufacturing Engineers.
- [3] RENO, R.T.; - Conformabilidade e Textura e Chapas Finas de Aço Acalmado ao Alumínio. - Dissertação de Mestrado - EPUSP - São Paulo - 1985.
- [4] KEELER, S. P. - Determination of Forming Limits in Automotive Stampings. - Sheet Metal Industries - September 1965 - p. 357 a 361 e 364.
- [5] GOODWIN, G. M.; - Application of Strain Analysis to Sheet Metal Forming Problems in the Press Shop. - La Metallurgia Italiana - no. 8 - 1968 - p. 767 a 774.
- [6] GRUMBACH, M.; SANZ, G. - Influence de quelques paramètres sur les courbes limites d'emboutissage - Revue de Metallurgie - Avril - 1972 - p. 273 a 290.
- [7] JOVIGNOT, C.; Method and Apparatus for Obtaining Extension and Load at Failure of Sheet Metal Products, Rev. de Met., Vol. 27, 1930, p. 443.
- [8] SWIFT, H. W. - Plastic Instability under Plane Stress - Journal of the Mechanical and Physis of Solids - Vol. I - 1952 - p.1 a 18.
- [9] FUKUI, S. - The Conical Cup Test Research Group - Tokio - 1958 - p. 43 a 75.
- [10] NAKAZIMA, K.; KIKUMA, T.; KANAME, H.; - Study of the Formability of Sheet Steels - Yawata Technical Report - September 1968 - p. 141.



- [11] GRONOSTAJSKI, J.; DOLNY, A.; - Determination of Forming Limits Curves by means of Marciniak Punch-Memories - Scientific Revue Metallurgie - Avril - 1980 - p.570 a 578.
- [12] VEERMAN, C. Ch.; - The determination and Application of FLC.: - onset of localized necking. - Anais do 7º Congresso da I.D.D.R.G. - Amsterdam - 1972.
- [13] BRAGARD, A.; BARTE, J.C.; BONNARENS, H.; - A Simplified Technique to Determine the FLD at the onset of necking - C.R.M. - no. 33 - Dezembro de 1972 - p.53 a 63.
- [14] D'HAYER, R.; BRAGARD, A.; - Determination of the limiting Strains at the onset of necking - C.R.M. - no.42 - Março de 1975 - p.33 a 35.
- [15] HECKER, S. S.; - Simple Technique for determining Forming Limit Curves - Sheet Metal Industries - 52 - November - 1975 - p.671 a 676.
- [16] KOBAYASHI, I.; ISHIGAKI, H.; ABE, T.; - Effect of strain on the deforming limit of steel sheet and its application to actual press forming - Proceedings of the 7th Biennial Congress of the International Deep Drawing Research Group. Amsterdam - October - 1972.
- [17] DEWRES, E. J.; HENNING, H.; PAPE, R.; WREDE, W. - Forming diagrams and applications to actual press forming. - I.D.D.R.G. - Documento DDR/WG/21 D - 1972.
- [18] WOODTHORPE, J.; PEARCE, R.; - The effect of R and n upon the forming limit diagram of sheet steel. - Sheet Metal Industries - December - 1969 - p.1061 a 1067.
- [19] DA SILVA; B. F.; - Desenvolvimento de Heterogeneidades Microestruturais nos Estágios Iniciais de Conformação de Chapas de Aço Doce - Tese de Mestrado - COPPE - UFRJ - Julho de 1980.
- [20] POMEY, G.; - Le Formage des Toles - Recue de Metallurgie - Avril 1972 - p.252 a 272.
- [21] RONDE-OUSTAU, F.; - Courbe de D'emboussissage - Microstructure et Chemis de Deformation - Thèse de Docteur-Ingénieur - Université de METZ - 4 mai de 1977.
- [22] KIKUMA, T.; Nakazima, K.; - Effects of Deforming Conditions and Mechanical Properties on the Stretch Forming Limits of Steel Sheets IDDRG - Tokyo - 1970 - Proceedings of ICSTIS, Transactions of the Iron and Steel of Japan. 11 - 1971 - Supplement II - p. 827 a 831.



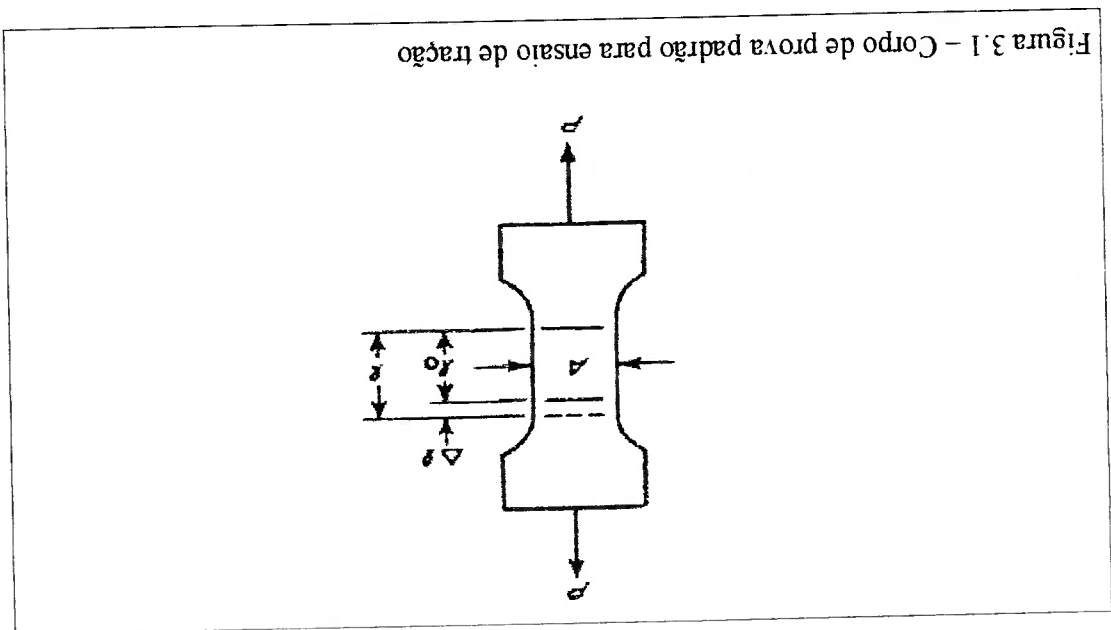
### 3. CONCEITOS ENVOLVENDO A PLASTICIDADE DE METAIS E OS CRITÉRIOS DE ESCOAMENTO ISOTRÓPICOS.

#### 3.1 Definição de tensão e deformação para o estado uniaxial de tensões.

##### 3.1.1 – O ensaio de tração.

O experimento mais simples e conhecido para a determinação das propriedades dos materiais metálicos é o ensaio de tração padrão [1]. Uma amostra da chapa na forma da figura 3.1 é montada numa máquina de ensaio de tração e uma carga longitudinal é aplicada. A força e a correspondente deformação longitudinal são registradas em um diagrama típico como o mostrado na figura 3.2. Baseado neste diagrama podemos definir a tensão nominal (também denominada tensão de engenharia) pela relação:

$$\sigma_n = \frac{P}{A_0} \quad (3.1)$$



onde  $A_0$  é a área original da seção transversal. No gráfico da figura 3.2, vê-se  $\sigma_n$  versus a deformação convencional  $\epsilon$  ou a deformação de engenharia definida como o aumento no comprimento por unidade do comprimento original e representada pela relação:

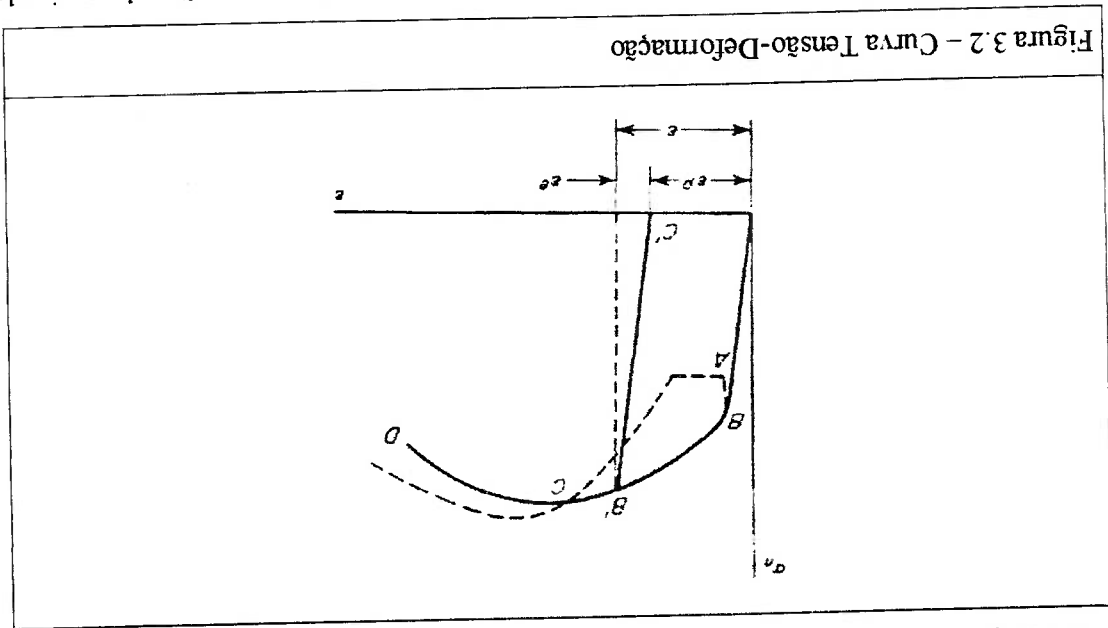
$$\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0} \quad (3.2)$$

Inicialmente a relação entre tensão e deformação é essencialmente linear. Essa parte linear da curva vai até o ponto A na figura 3.2, o qual é denominado limite proporcional. Esta é a faixa da teoria da elasticidade onde é válida a lei de Hook dado pela equação:

$$\sigma_n = Fe \quad (3.3)$$

onde  $F$  é o Módulo de Elasticidade.

Além do limite proporcional, a deformação não aumenta linearmente com a tensão, mas o material permanece elástico, isto é, após a remoção da carga, o corpo de prova retorna ao seu comprimento original. Esta condição prevalecerá até a deformação atingir o ponto B, chamado limite elástico ou ponto de escoamento. Na maioria dos materiais, há uma pequena diferença entre o limite proporcional A e o limite elástico B. A identificação destes pontos depende muito da precisão dos equipamentos de medida e para alguns materiais este ponto é de difícil determinação o que leva algumas normas a estabelecer um valor de deformação permanente de 0.2% como o ponto de escoamento já que a deformação no limite elástico é de 0.001 ou 0.1%.



Além do limite elástico, deformações permanentes ocorrem e são denominadas deformações plásticas. A partir do limite elástico as deformações aumentam a uma taxa maior. Uma vez deformado plasticamente um material, tendo sido atingido um determinado nível de tensão, uma escoamento adicional ocorrerá somente se este nível de tensão for excedido. Este fenômeno é conhecido por encruamento ou endurecimento por deformação. Quando o ponto C é atingido a carga é máxima e este ponto é denominado

No item anterior foi discutido o ensaio e o gráfico resultante do ensaio de tração definindo e relacionando a tensão nominal ou tensão de engenharia versus a deformação convencional. É evidente, contudo, que a tensão nominal não é a tensão efetiva agindo no corpo de prova, já que a área da secção transversal do corpo de prova diminui com o

### 3.1.2 A curva de tensão-deformação verdadeiras.

Assim, muito pouco escoamento ocorre na tensão de escoamento superior. A tensão de escoamento inferior deve ser utilizada para fins de projeto e para cálculos de escoamento. de prova bem como a taxa de carregamento.

escoamento é bastante sensível a pequenas tensões de flexão ou a irregularidades no corpo de saltos instáveis entre o valor superior e inferior de escoamento. A tensão superior de queda é denominado tensão de escoamento inferior e representa uma média de uma série voltar a aumentar e o material iniciar o encruamento. A parte reta na curva tracejada após a carga constante por até 10 vezes a deformação no início do escoamento antes de a carga ponto B como mostrado pela linha tracejada. O corpo de prova alongará aproximadamente poucos materiais, tais como aços médio carbono exibem uma queda após o escoamento no ponto B' é assim considerado o novo ponto de escoamento para o material encruado. Uns ocorre antes de B' ser atingido. Com carregamento adicional, a linha B'C é percorrida. Na realidade uma pequena histerese ocorre, o que pode ser desprezado. O escoamento não Uma vez recarregado o corpo de prova a linha B'C' é seguida com pequenos desvios. Na

$$e = e^e + e^p \quad (3.4)$$

componente plástica e assim podemos escrever:  
ser considerada como sendo constituída de duas partes,  $e^e$ , a componente elástica e  $e^p$ , a linha B'C'. Parte da deformação retorna e parte permanece. A deformação total pode assim descarregamento ocorrerá por uma linha paralela a linha elástica como representado pela plástica uniforme. Se em qualquer ponto entre B e C a carga é removida, o Denomina-se a região entre os pontos B e C na figura 3.2 como a região de deformação tração ou resistência a tração.

plasticidade aplica-se. A tensão no ponto de carga máxima é denominada tensão limite a C representa assim o limite da parte útil do ensaio de tração até onde a teroria da seguir a fratura no ponto D. Além do ponto C um estado triaxial de tensão existe. O ponto ponto de carga máxima ou ponto de instabilidade. Neste ponto inicia-se a estricção, vindo a

aumento da carga. Para tensões até ou próximas a tensão limite de escoamento, esta distinção não tem importância. Para tensões maiores, esta diferença torna-se importante. A tensão verdadeira pode facilmente ser obtida a partir da tensão nominal como segue. Se pequenas mudanças no volume forem desprezadas, isto é o material é considerado incompressível, então:

$$A_0 l_0 = A l \quad (3.5)$$

onde  $A_0$  e  $l_0$  são respectivamente a área e o comprimento originais e  $A$  e  $l$  são os valores instantâneos. Se  $P$  é a carga então a tensão verdadeira será dada pela fórmula:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{P l}{A_0 l_0} \quad (3.6)$$

Como a tensão nominal  $\sigma_n$  é dada por  $\sigma_n = P/A_0$  e a deformação convencional é  $e = (l/l_0) - 1$ , então:

$$\sigma = \sigma_n (1 + e) \quad (3.7)$$

De maneira similar, reconhece-se que a deformação convencional ou de engenharia não está correta, já que ela é calculada baseada no comprimento inicial do corpo de prova. Definiu-se então nova relação baseada no comprimento modificado ou instantâneo.

Assim o incremento da deformação para um dado comprimento é:

$$d\epsilon = \frac{1}{l} dl \quad (3.8)$$

e a deformação total indo de  $l_0$  para  $l$  é:

$$\epsilon = \int_{l_0}^l \frac{1}{l} dl = \ln \frac{l}{l_0} \quad (3.9)$$

onde  $\epsilon$  é denominada deformação natural ou logarítmica ou ainda deformação verdadeira

e ela representa a deformação crescente indo do comprimento  $l_0$  a  $l$ . Sua relação com a deformação convencional é rapidamente encontrada desde que  $l/l_0 = 1 + e$ :

$$\underline{\epsilon} = \ln(1 + e) \quad (3.10)$$

Para pequenas deformações as duas deformações são praticamente iguais e para a maioria dos problemas considerados a deformação convencional é utilizada.

No entanto a deformação verdadeira apresenta diversas vantagens:

a) Deformações verdadeiras podem ser somadas, ao passo que as convencionais não;

b) Se um material dútil é testado a compressão e a tração, as curvas tensão-deformação verdadeira para compressão e tração são quase idênticas, ao passo que as curvas tensão

deformação convencional são bem diferentes.

c) Finalmente, a condição de incompressibilidade conduz a

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0 \quad (3.11)$$

ao passo que em termos das deformações convencionais obtém-se

$$(1 + \epsilon_1)(1 + \epsilon_2)(1 + \epsilon_3) - 1 = 0 \quad (3.12)$$

o que reduz a

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0 \quad (3.13)$$

apenas para pequenas deformações.

Se sobrepormos as curvas com grandezas convencionais e verdadeiras, as duas serão praticamente idênticas até próximo ao ponto de escoamento. Além deste ponto, os dois gráficos vão divergir. A tensão verdadeira sempre será crescente até o ponto de ruptura e não apresentará um máximo no ponto onde a carga começa a cair. Para determinar-se a tensão verdadeira no ponto de máxima tensão convencional, diferencia-se 3.6 obtendo:

$$dP = \sigma dA + A d\sigma = 0$$

ou

$$\frac{d\sigma}{dA} = -\frac{\sigma}{A}$$

(3.14)

Da incompressibilidade, equação 3.5, diferenciando temos:

$$A dl + l dA = 0$$

ou

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dl}{l}$$

(3.15)

Substituindo 3.15 em 3.14 e utilizando 3.7 temos

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = -\frac{\sigma}{l} = d\epsilon$$

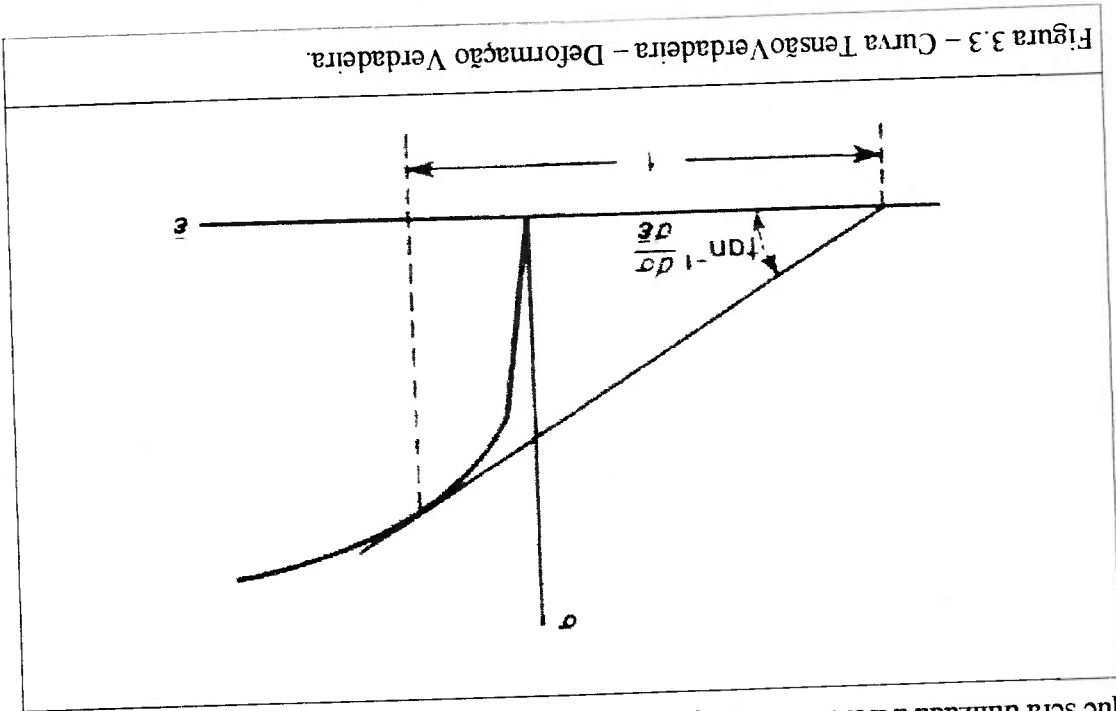


Figura 3.3 - Curva Tensão Verdadeira - Deformação Verdadeira.

que será utilizada a frente na definição dos critérios de escoamento.

$$\sigma = K\epsilon^n \quad (3.19)$$

A curva da figura 3.3 é comumente descrita pela equação:

Em um gráfico (figura 3.2) de  $\sigma$  versus  $\epsilon$ , o valor de  $\sigma$  no qual a carga é máxima ocorre onde a inclinação é igual a própria tensão (eq. 3.16), isto é, deve-se desenhar uma tangente naquele ponto da curva para o qual a tangente é igual a 1 como mostrado na figura 3.3.

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \sigma \Rightarrow \frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{d\epsilon}{1+\epsilon} \quad (3.18)$$

Substituindo 3.18 em 3.16 temos:

$$d(\epsilon) = d(\ln(1+\epsilon)) \Rightarrow d\epsilon = \frac{d\epsilon}{1+\epsilon} \quad (3.17)$$

diferenciando 3.10 temos

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{1}{1+\epsilon} \quad (3.16)$$

ou

### 3.2 - Correlação entre o Estado Uniaxial de Tensão do Ensaio de Tração e Estados de Tensão Multiaxiais.

As relações tensão deformação apresentadas no item anterior foram estabelecidas em termos de tensões e deformações normais. Tais representações foram possíveis apenas porque uma carga uniaxial foi considerada. Contudo, na maioria das aplicações de engenharia de materiais, o carregamento é multiaxial. A questão imediata que surge é: "Como podem ser as relações constitutivas para um material sob carregamento multiaxial ser determinada e representada sem representar todas as componentes da tensão e da deformação" [2]. Uma resposta surge a partir da extensão dos conceitos da secção anterior. O comportamento uniaxial do material representado pela sua curva tensão-deformação pode ser generalizada para os casos de carregamento multiaxial pelo uso das seguintes premissas [2]:

- a) A deformação plástica ocorre em resposta a tensão de cisalhamento;
- b) Como já descrito no item anterior, a deformação plástica não muda o volume de um corpo.

As curvas tensão-deformação das figuras 3.2 e 3.3 podem também ser apresentadas na forma da máxima tensão de cisalhamento versus a máxima deformação de cisalhamento, já que estas são proporcionais a tensão e deformação normais presentes no ensaio de tração. A máxima tensão de cisalhamento para outros carregamentos podem ser comparadas a máxima tensão de cisalhamento no ensaio de tração.

O conceito de que de que o comportamento em diferentes casos de carregamentos são idênticos quando a máxima tensão de cisalhamento são idênticas podem ser utilizadas para desenvolver relações constitutivas para os estados mais gerais de carregamento. Infelizmente este procedimento não leva a descrições matemáticas simples. Assim é mais comum comparar diferentes estados de tensão utilizando-se a tensão efetiva  $\sigma_{ef}$  e o incremento de deformação plástica  $d\epsilon_{ef}$ . Estas grandezas serão definida nos itens a seguir.

### 3.3 - Os Critérios de Escaldamento Isotrópicos para Estados de Tensões Multiaxiais [3].

Para haver deformação plástica no ensaio de tração, um determinado nível de tensão deve ser atingido e é definido como tensão de escoamento. Macroscopicamente, a plasticidade dos materiais trata do comportamento dos materiais acima da tensão de escoamento e

Tendo-se em conta as hipóteses 1 e 2 acima, um critério de escoamento postulado, se representado graficamente no espaço tridimensional das tensões principais, deve produzir

plástica. Apesar destas hipóteses para o critério a ser discutido, qualquer violação destas hipóteses ira requerer um critério diferente. Outros efeitos influenciam nestes critérios e serão discutidos em itens específicos a frente: taxa de deformação, temperatura e anisotropia

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad \text{não influencia o escoamento} \quad (3.22)$$

- A magnitude da tensão média normal ou componente hidrostática, ao coeficiente de Poisson vale 0.5.
- Não há variação volumétrica quando ocorre a escoamento e a constante equivalente tração e compressão são equivalentes.
- Não há efeito de Bauschinger, ou seja os valores das tensões de escoamento a

experimentais: Para a maioria dos materiais duteis (material é considerado dútil se no ensaio de tração, na temperatura ambiente, ele apresenta alongamento maior que 5% na ruptura; do contrário ele será denominado frágil) que são isotrópicos (propriedades idênticas em todas as direções no espaço) as seguintes hipóteses são assumidas de acordo com observações experimentais:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = C \quad (3.21)$$

ou em termos das tensões principais

$$f(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}) = C \quad (\text{constante}) \quad (3.20)$$

A forma mais geral é:

Qualquer critério de escoamento é uma expressão matemática do estado de tensões que induzirá o escoamento ou o princípio da deformação plástica.

estados uni ou multiaxiais de tensões. baseia-se em observações experimentais e são geralmente representadas por expressões matemáticas. Essas expressões matemáticas são denominados critérios ou critérios de escoamento e seu principal uso é prever quando o escoamento ocorrerá sob quaisquer



uma superfície prismática cuja área da seção transversal não varia. Esta superfície é denominada superfície de escoamento. Se uma das três tensões principais é mantida constante, o que é equivalente a passar um plano pela superfície de escoamento, resultará em uma figura plana como mostrado na figura 3.4. A hipótese de que o escoamento é independente da componente hidrostática do estado total de tensões é razoável se o escoamento depende de mecanismos de cisalhamento tais como deslizamento e redução de espessuras. Nesta situação as equações 3.20 e 3.21 podem ser expressas como:

$$(3.23) \quad f[(\sigma_1 - \sigma_2), (\sigma_2 - \sigma_3), (\sigma_3 - \sigma_1)] = C$$

o que significa que o escoamento depende do tamanho do círculo de Mohr e não de sua posição. A figura 3.5 ilustra este ponto. Podemos ver nesta figura que se um estado de tensão  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  causa escoamento, um estado de tensão equivalente  $(\sigma_1', \sigma_2', \sigma_3')$  também causará escoamento se são dados pelas fórmulas:

$$(3.24) \quad \sigma_1' = \sigma_1 - \sigma_m, \quad \sigma_2' = \sigma_2 - \sigma_m, \quad \sigma_3' = \sigma_3 - \sigma_m$$

já que os dois estados só diferem pela tensão hidrostática.

A tensão  $\sigma_1'$ , etc. na equação 3.24 é denominada tensão desviadora já que ela é um desvio da tensão média normal. Assim se  $\sigma_m$  não tem influência no escoamento, a tensão desviadora deve ser a responsável pelo escoamento.

### 3.3.1 O Critério de Tresca

Esse critério afirma que o escoamento ocorrerá quando a maior tensão de cisalhamento atingir um valor crítico. Quando possível, a convenção  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  será utilizada, mas há casos onde esta comparação relativa não é conhecida a priori. Adicionalmente, essa convenção não pode ser mantida rigorosamente se os gráficos em espaços bi ou tridimensionais são considerados. Esse critério prevê escoamento quando:

$$(3.25) \quad \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = C \text{ ou } \sigma_1 - \sigma_3 = C \text{ se } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Para avaliar a constante C um estado uniaxial de tração deve ser utilizado. Neste caso  $\sigma_{\max} = \sigma_1$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  e o escoamento ocorre quando  $\sigma_1 = Y$ , a resistência ao

escoamento no ensaio de tração. Assim

$$(3.26) \quad \sigma_1 - \sigma_3 = Y = C$$

No caso de cisalhamento puro,  $\sigma_{\max} = \sigma_1$ ,  $\sigma_{\min} = \sigma_3 = -\sigma_1$  e  $\sigma_2 = 0$ . O escoamento ocorrerá quando a máxima tensão de escoamento atingir a resistência ao escoamento em

cisalhamento puro, isto é, a resistência ao escoamento em cisalhamento  $k$ . Nesta situação:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2\sigma_1 = 2k = C \quad (3.27)$$

e o critério de Tresca torna-se

$$\sigma_1 - \sigma_3 = Y = 2k \quad (3.28)$$

A figura 3.4 mostra o critério de Tresca na forma gráfica e deve-se notar que este critério

independe de  $\sigma_2$ .

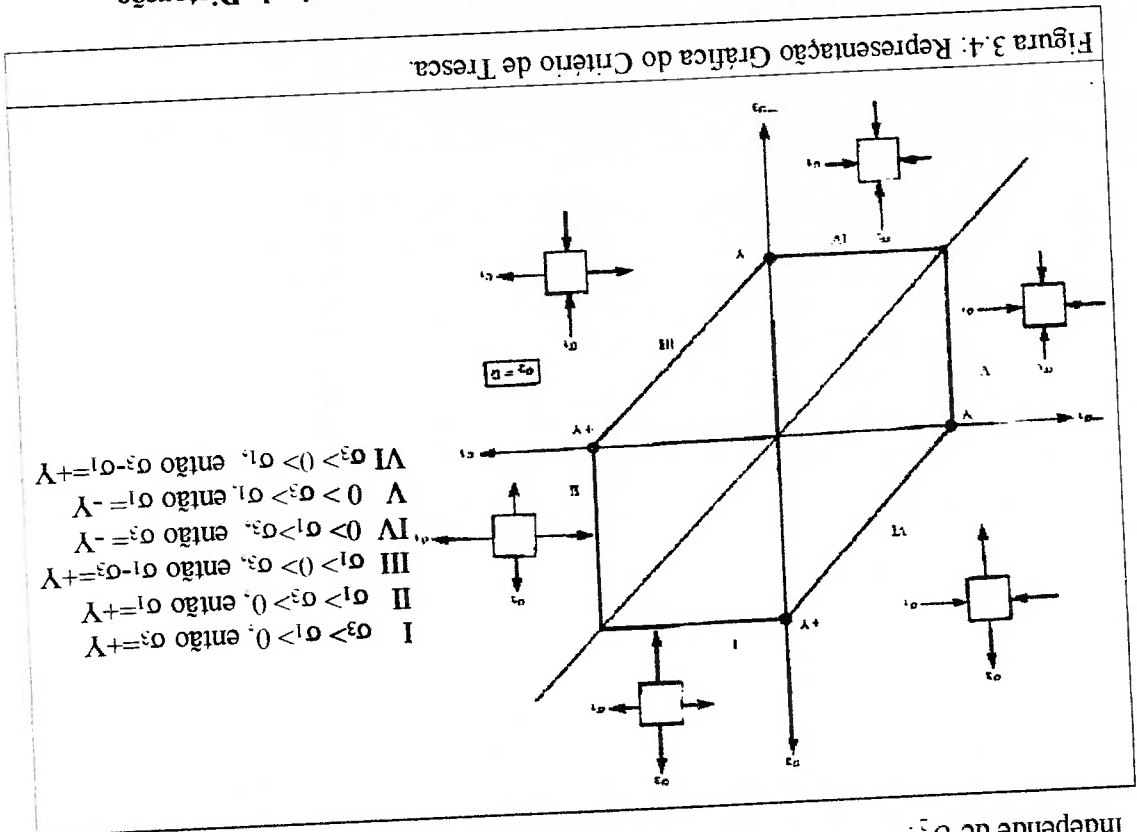


Figura 3.4: Representação Gráfica do Critério de Tresca.

### 3.3.2 O Critério de Von Mises ou Critério de Máxima Energia de Distorsão.

Este critério afirma que:

$$C_1 = \left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{3} \right]^{1/2} \quad (3.29)$$

o que é equivalente a

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = C_2 \quad (3.30)$$

Novamente pode-se usar o ensaio de tração uniaxial para definir  $C_2$ . Substituindo  $\sigma_1 = Y$  no escoamento e  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , a constante é  $2Y^2$ . Para cisalhamento puro,  $\sigma_1 = k = -\sigma_3$  e  $\sigma_2 = 0$ ,

$$(3.31) \quad (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2Y^2 = 6k^2$$

Numa forma mais geral 3.31 pode ser escrita como:

$$(3.32) \quad (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2Y^2 = 6k^2$$

A figura 3.5 mostra o espaço limite definido por este critério, enquanto a figura 3.6 mostra os critérios de Von Mises e Tresca superpostos para o mesmo valor de  $Y$ . Note que as diferenças máximas nas previsões de escoamento ocorrem ao longo do caminho  $\alpha = -1,1/2$  e

2.

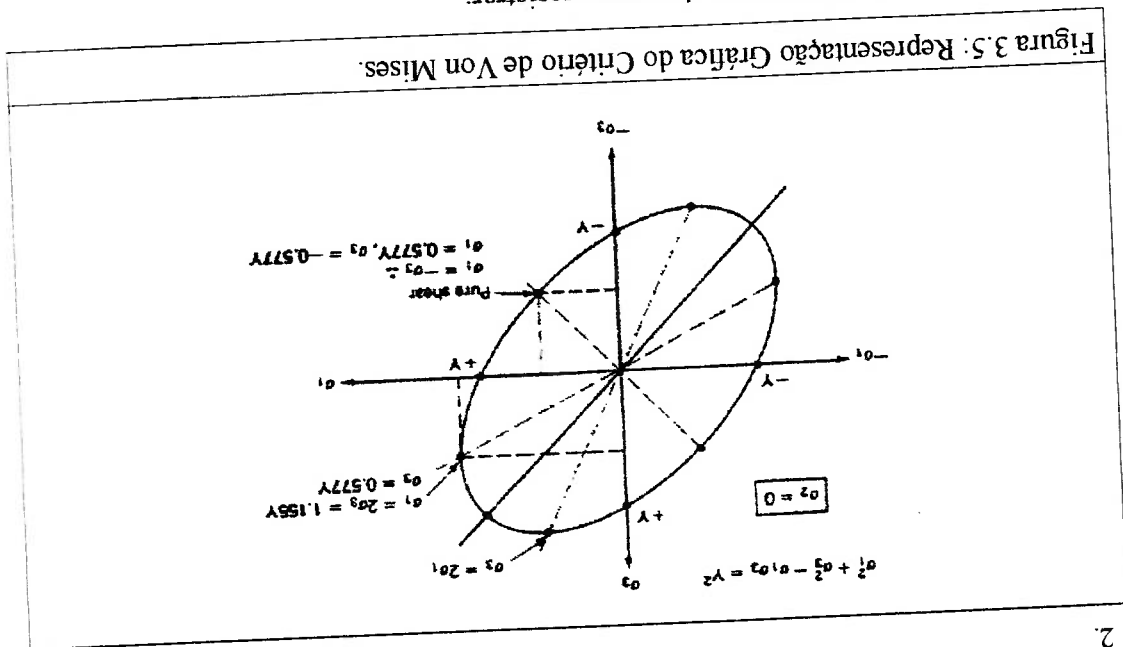


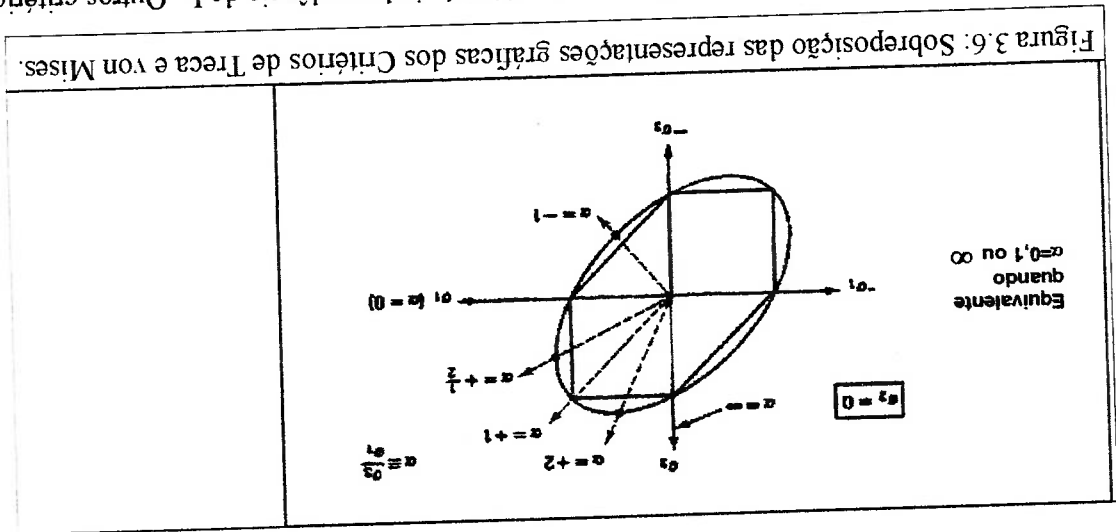
Figura 3.5: Representação Gráfica do Critério de Von Mises.

Alguns pontos são importantes observar e registrar:

- Relembrando os três invariantes de tensão, o primeiro:

$$(3.33) \quad I_1 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 3\sigma_m$$

Assim  $I_1$  é uma função direta da componente hidrostática e qualquer critério que seja insensível a este componente, será insensível a  $I_1$ . Ambos os critérios acima discutidos atende a este requisito.



Eles atendem também o requisito de isotropia além da independência de  $I_1$ . Outros critérios que satisficam estes dois requisitos são possíveis.

A figura 3.7 mostra um gráfico tridimensional onde foram sobrepostos os dois critérios de Tresca e Von Mises representados por um prisma hexagonal e um cilindro respectivamente. Ambas figuras geométricas são centradas em uma linha cujos três cossenos diretores são iguais e qualquer combinação das tensões  $\sigma_1, \sigma_2$  e  $\sigma_3$ , quando somadas como componentes de um vetor deve produzir uma resultante que toca a superfície de escoamento se o escoamento está na iminência de ocorrer. A figura 3.7 ilustra a forma resultante quando um plano descrito por  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \text{constante}$ , atravessa ambas as superfícies.

### 3.4. Trabalho Plástico.

Na figura 3.1 a barra de comprimento  $l_0$  é sujeita a uma força  $P$  agindo sobre uma superfície  $w_0 l_0$  e um alongamento  $dl$  ocorre. O trabalho realizado por unidade de volume pode ser escrito como:

$$d\Omega = \frac{Pd\epsilon}{w_0 l_0} = \sigma d\epsilon \tag{3.34}$$

Num caso mais geral, onde três forças normais e três forças de cisalhamento agem simultaneamente podemos escrever:

$$d\Omega = \sigma_x d\epsilon_x + \sigma_y d\epsilon_y + \sigma_z d\epsilon_z + \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \tau_{yz} d\gamma_{yz} + \tau_{zx} d\gamma_{zx} \tag{3.35}$$

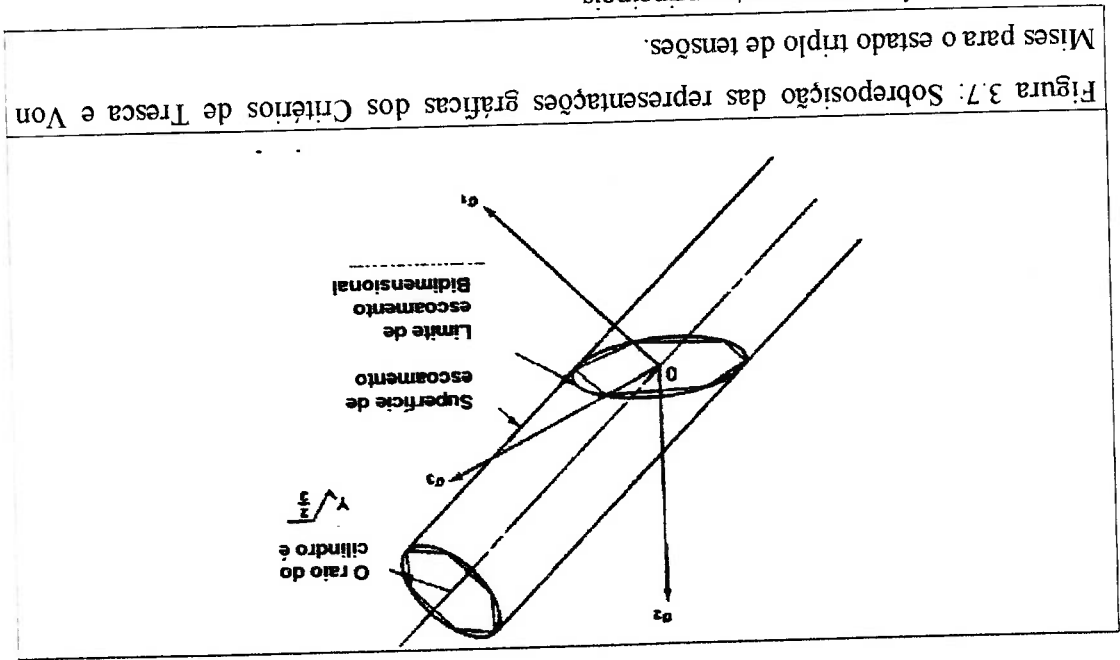


Figura 3.7: Sobreposição das representações gráficas dos Critérios de Tresca e Von Mises para o estado tripla de tensões.

ou em termos das componentes principais

$$dw = \sigma_1 d\epsilon_1 + \sigma_2 d\epsilon_2 + \sigma_3 d\epsilon_3 \quad (3.36)$$

Para os critérios de escoamento discutidos anteriormente, a componente hidrostática de qualquer estado de tensão atua ao longo de eixo do cilindro da figura 3.7, ao redor do qual a superfície de escoamento é posicionada. Devido ao princípio da normalidade, que será discutido abaixo, não há componente de deformação na direção de  $\sigma_m$  e como consequência ela não age no sentido de aumentar a superfície de escoamento e nenhum trabalho plástico é realizado por esta componente. Ao contrário, a tensão desviadora age na mesma direção do vetor da deformação e o produto escalar dessas quantidades resultam numa expansão da superfície de escoamento e no trabalho máximo, o qual é positivo no contexto termodinâmico.

### 3.5 Tensão Efetiva.

Com qualquer dos critérios, é interessante definir a tensão efetiva representada por  $\sigma^{ef}$  que é uma função do estado de tensão aplicado. Se a magnitude de  $\sigma^{ef}$  atinge um valor crítico, então o estado de tensão aplicado causará o escoamento, em essência ele atingiu um nível efetivo. Para o critério de Von Mises tem-se:

$$\sigma^{ef} = \frac{\sqrt{2}}{1} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2} \quad (3.37)$$

enquanto para o critério de Tresca temos:

3.41 ou 3.42. Se  $\sigma_{ef}$  é definida pela equação 3.38, que é a definição do critério de Tresca, equação 3.37 define  $\sigma_{ef} - \varepsilon_{ef}$  os valores r de  $\varepsilon_{ef}$  devem ser definidos pelas equações 3.40, fornece um meio rápido de verificação de  $\varepsilon_{ef}$  para o critério de Von Mises. Quando a

$$|\varepsilon_{ef}| \leq \varepsilon_{MISES} \leq 1.15 * |\varepsilon_1|_{\max} \quad (3.44)$$

exceto que: absoluto da maior deformação principal. Foi encontrada pouca utilização para esta equação onde i refere-se as direções principais. Assim,  $\varepsilon_{ef}$  para o critério de Tresca iguala o valor

$$d\varepsilon_{ef} = |d\varepsilon|_{\max} \quad (3.43)$$

Para o critério de Tresca, a deformação efetiva é:

no apêndice 5.

linha de  $d\varepsilon_{ef}$ . A dedução de 3.41 a partir de 3.40 e a equivalência de ambas é demonstrada Se o caminho de deformação não é constante,  $\varepsilon_{ef}$  deve ser encontrado por numa integral de

$$\varepsilon_{ef} = \int_1^3 \left[ \frac{3}{2} (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) \right]^{1/2} \quad (3.42)$$

efetiva total pode ser expressa em termos das deformações totais como:

Se a deformação é proporcional (com uma razão constante de  $d\varepsilon_1 : d\varepsilon_2 : d\varepsilon_3$ ), a deformação

$$d\varepsilon_{ef} = \int_1^3 \left[ \frac{3}{2} (d\varepsilon_1^2 + d\varepsilon_2^2 + d\varepsilon_3^2) \right]^{1/2} \quad (3.41)$$

que pode ser expressa num modo simples como

$$d\varepsilon_{ef} = \frac{3}{\sqrt{2}} \left[ (d\varepsilon_1 - d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_3)^2 + (d\varepsilon_3 - d\varepsilon_1)^2 \right]^{1/2} \quad (3.40)$$

Para o critério de Von Mises, a deformação efetiva é dada por

$$dw = \sigma_{ef} d\varepsilon_{ef} = \sigma_1 d\varepsilon_1 + \sigma_2 d\varepsilon_2 + \sigma_3 d\varepsilon_3 \quad (3.39)$$

volume seja:

Define-se a deformação verdadeira de maneira que o trabalho efetivo por unidade de

### 3.6 Deformação Efetiva.

escoamento.

deve atingir  $\sqrt{3}k$  de acordo com Von Mises e  $2k$  de acordo com Tresca para haver

Como para o ensaio de tração  $\sigma_{ef} = Y$ , para estados mais complexos de tensão  $\sigma_{ef}$

$$\sigma_{ef} = \sigma_1 - \sigma_3 \text{ onde } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad (3.38)$$

então não é correto definir  $d\varepsilon_{ef}$  pela equação 3.40 apesar disto já ter sido feito em uma ocasião. Aqui neste texto, se ambos  $\sigma_{ef}$  e  $\varepsilon_{ef}$  são usados em conjunto, as equações (3.37) e (3.40), (3.41), ou (3.42) devem ser utilizadas. Deve-se notar que os coeficientes  $1/\sqrt{2}$  e  $\sqrt{2}/3$  nas equações (3.37) e (3.40) resultam pela relação de  $\sigma_{ef}$  e  $\varepsilon_{ef}$  com a deformação a tração descrita no item 3.1 acima. Isto significa que a equação 3.19, tensão deformação verdadeira obtida no ensaio de tração é uma curva tensão deformação efetiva e está curva é comumente utilizada para prever o comportamento tensão deformação para outras formas de carregamento.

Apesar da relação de  $\sigma_{ef}$  e  $\varepsilon_{ef}$  através da equação 3.19 ser a principal razão para ter-se definido tensão e deformação efetiva deve-se utilizá-la com cuidado. Experimentos mostram que em diversas situações que o comportamento  $\sigma_{ef}$  x  $\varepsilon_{ef}$  pode não coincidir com resultados do ensaio de tração, principalmente para grandes deformações.

Outra situação de divergência ocorre quando há mudanças significativas na sequência das deformações, por exemplo, tração na direção x seguida de compressão na direção y. Quando se utiliza a expressão 3.42 para calcular a deformação durante uma deformação por tração na direção x, seguida de uma deformação de compressão na direção x, podemos assumir que nenhuma deformação ocorreu e que nenhum encruamento ocorreu com o material, o que é uma conclusão absurda. A formulação aqui apresentada, denominada "plasticidade por deformação" baseia-se apenas no início e no fim da deformação o que pode levar a erros como o descrito. Outra formulação existe, a denominada "plasticificação por incrementos de deformação" que leva em conta a sequência em que ocorreu a deformação, a qual será descrita adiante. Por hora esta formulação é suficiente para a elaboração dos conceitos que vem a seguir.

### 3.7 Relações Tensão-Deformação Plásticas ou Leis de Escoramento.

Para a deformação elástica, as tensões estão relacionadas as deformações pela lei de Hooke por exemplo:

$$\varepsilon = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (3.44)$$

Relações similares para o regime plástico são definidas e são denominadas leis de escoramento. Em geral as leis de escoramento podem ser definidas pela formula:

$$d\epsilon_{ij} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.45)$$

onde  $f$  é função de  $\sigma_{ij}$  que descreve o escoamento. Ele está relacionado ao chamado

potencial plástico. Se o critério de von Mises é utilizado então tem-se:

$$d\epsilon_{ij} = \frac{d\sigma_{ij}}{\sigma_{ij}} \left[ \sigma_{ij} - \frac{1}{2}(\sigma_{ij} + \sigma_{ij}) \right]$$

(3.46) É importante notar a similaridade com a equação 3.44. As expressões para  $d\epsilon_2$  e  $d\epsilon_3$

são similares.

$$d\epsilon_1 : d\epsilon_2 : d\epsilon_3 = \left[ \sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] : \left[ \sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \right] : \left[ \sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right] \quad (3.47)$$

### 3.8 O Princípio da Normalidade

Uma interpretação das regras de escoamento é como segue: O vetor soma dos incrementos de deformação plástica é normal à superfície de escoamento. Isto pode ser visualizado na

figura 3.8.

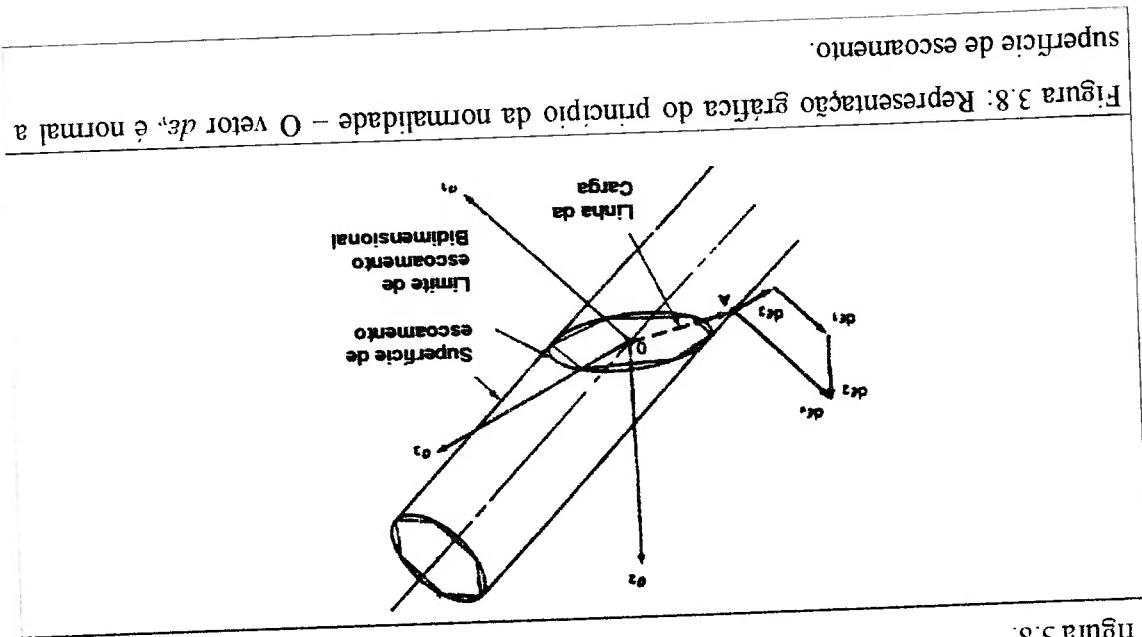


Figura 3.8: Representação gráfica do princípio da normalidade – O vetor  $d\epsilon_{ij}$  é normal a superfície de escoamento.

Desse forma cada incremento de deformação é tratado como um vetor onde o sistema de coordenadas usado para a tensão pode ser usada pela deformação. Na figura 3.8  $d\epsilon_{ij}$  é o vetor soma das componentes incrementais da deformação  $d\epsilon_1, d\epsilon_2, d\epsilon_3$  e é normal a



superfície de escoamento. Para materiais isotrópicos as direções principais da tensão e da deformação coincidem.

### **Bibliografia do Capítulo 3.**

- [1] MENDELSON, A. "Plasticity: Theory and Application" – Mac Millan Series in Applied Mechanics – Fred Landis, Editor.
- [2] SUH, N. P., TURNER, A. P. L., Elements of the Mechanical Behavior of Solids. Mac Graw-Hill Book Company, New York.
- [3] HOSFORD, W. F. & CADDELL, R. M. – Metal Forming, Mechanics and Metallurgy, 2nd Ed.: PTR – Prentice Hall – 1993, EUA: ISBN 0-13-5888526-4

#### 4. OS CRITÉRIOS DE ESCOAMENTO ANISOTRÓPICOS.

Como já discutido anteriormente é essencial aumentar a precisão das simulações via MEF. A maioria das simulações de escoamento isotrópicos, mesmo para materiais na forma de chapa que geralmente mostram características anisotrópicas após o processo de laminação. Alguns autores realizaram esforços no sentido de incluir a anisotropia, mas a maioria deles ficam restritos a isotropia planar (equivalente a anisotropia normal) ou anisotropia na espessura. A dificuldade que sempre se apresenta quando se desenvolve um critério de escoamento que leve em conta a anisotropia, é a dificuldade de mantê-lo simples e de fácil adaptação aos programas MEF de simulação existentes.

Para representar a anisotropia planar, o critério de escoamento quadrático desenvolvido por Hill [1] 1948 [1] apresentado no item 4.1, tem sido a escolha mais popular. Contudo Hosford [2] 1988 [2] demonstrou que o critério de Hill não representa adequadamente o comportamento de alguns metais com estrutura CFC incluindo ligas de alumínio, devido a um comportamento considerado anômalo. Vários outros critérios de escoamento não quadráticos foram desenvolvidos por Hershey [3], Hosford [4], Gotoh [5], Bassani [6], Hill [7], Logan e Hosford [8], e Budianski [9]. Alguns critérios também foram desenvolvidos utilizando cálculos da cristalografia baseado na teoria de Taylor [10], destacando-se Bishop e Hill [11], Logan and Hosford [8] e Balart and Richmond [12], dentre outros. Contudo muitos destes critérios baseados na cristalografia são de difícil adaptação para utilização nos programas MEF. Para contornar esta dificuldade, Barlat e Lian [13], Barlat e co-autores [14] [14] propuseram um novo critério para anisotropia planar que é simples, mas não possui as limitações que os critérios anteriores apresentam. Estes dois critérios mostraram-se consistentes com os critérios de escoamento, obtidos com a abordagem cristalográfica, as quais frequentemente apresentam um pequeno raio de curvatura nas proximidades dos estados de tensão de tração uniaxial e biaxial [15]. O critério de Barlat e Lian 1989 [13], possui três componentes, sendo um deles a componente de cisalhamento, é aplicável a condições de estado plano de tensões e necessita a determinação de três parâmetros *A*, *B*, *p* além do expoente *a*. Já o critério de Barlat e co-autores, 1991, [14], tem seis componentes, é aplicável a estado tridimensional de deformação e necessita a determinação de seis parâmetros *A*, *B*, *C*, *F*, *G*, *H* além do expoente *a*.

As tabelas 1 e 2 do Apêndice V [16] sumarizam os critérios que foram desenvolvidos nos últimos anos, a partir do critério escoamento anisotrópico de Hill 1948 [1]. Destes critérios, 4.2 são descritos os critérios de Barlat e Lian 1989 [14] a 3 parâmetros e também Barlat e co-autores 1991 [15] a 6 parâmetros. No capítulo 6 abaixo estes critérios serão utilizados em conjunto com o modelo MEF desenvolvido para o ensaio de expansão hidrostática para conformação de metais CFC (alumínio).

#### 4.1 A Teoria da Plasticidade Anisotrópica.

##### 4.1.1 O critério de escoamento de Hill [1] [17].

No item 3 acima foram definidos os coeficientes de anisotropia média planar  $\Delta R$  e anisotropia média normal  $R$  e neste item será revisito a teoria da plasticidade de Hill 1948 [1] que inclui este parâmetro em critério anisotrópico de escoamento. Também são revisados demais critérios obtidos a partir de Hill 1948 [1] que possuem características próximas ou são casos particulares do critério genérico apresentado inicialmente

Hill 1948 [1] formulou sua teoria assumindo que o material é homogêneo em três direções ortogonais,  $x$ ,  $y$  e  $z$  sob as quais as propriedades têm dupla simetria (Equivalentemente, os planos  $x$ - $y$ ,  $y$ - $z$  e  $z$ - $x$  são de simetria). Para uma chapa laminada, é convencionalmente assumir  $x$  na direção de laminação,  $y$  transversal a direção de laminação no plano da chapa e  $z$  normal ao plano da chapa, na espessura. Esta teoria assume que nas três direções as resistências ao escoamento são diferentes, mas iguais na tração e na compressão.

Para as premissas assumidas, o critério de Hill 1948 [1] para anisotropia tem a forma:

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \quad (4.1)$$

onde  $F, G, H, L, M, N$  e  $N$  são constantes do material que caracterizam a anisotropia da chapa.

Notar que se  $F=G=H=L=M=N=3F$  temos o critério de Von Mises. As constantes  $F, G$  e  $H$  podem ser obtidas a partir de ensaios de tração simples.

Consideremos um determinado teste na direção  $x$  e vamos assumir que  $X$  é a tensão de escoamento. No escoamento,  $\sigma_x = X$ ,  $\sigma_y = \sigma_z = \tau_{ij} = 0$  então a equação 4.1 torna-se  $(G+H)X^2 = 1$

ou  $X^2 = 1$  ( $G-H$ ). Similarmente, se  $Y$  e  $Z$  são as tensões de escoamento nas direções  $y$  e  $z$

temos:

$$X^2 = \frac{G+H}{1} \quad (4.2)$$

$$Y^2 = \frac{H+F}{1} \quad (4.3)$$

$$Z^2 = \frac{F+G}{1} \quad (4.4)$$

Resolvendo simultaneamente:

$$2F = \frac{X^2}{1} + \frac{Z^2}{1} - \frac{X^2}{1} \quad (4.5)$$

$$2G = \frac{Z^2}{1} + \frac{X^2}{1} - \frac{Y^2}{1} \quad (4.6)$$

$$2H = \frac{X^2}{1} + \frac{Y^2}{1} - \frac{Z^2}{1} \quad (4.7)$$

Ha um problema com estas ultimas relações já que não é possível medir a resistência  $Z$  na direção da espessura da chapa. Antes de resolver este problema é necessário calcular  $L$ ,  $M$  e  $N$ .

Utilizando a lei de escoamento geral 3.45, diferenciando 4.1 resulta nas seguintes leis de escoamento para cada direção:

$$d\epsilon_x = d\lambda [H(\sigma_x - \sigma_y) + G(\sigma_x - \sigma_z)] \quad d\epsilon_{xy} = d\epsilon_{yx} = d\lambda L \tau_{xy}$$

$$d\epsilon_y = d\lambda [F(\sigma_x - \sigma_z) + H(\sigma_y - \sigma_x)] \quad d\epsilon_{yz} = d\epsilon_{zy} = d\lambda L \tau_{yz}$$

(4.8)

$$d\epsilon_z = d\lambda [F(\sigma_y - \sigma_x) + G(\sigma_z - \sigma_x)] \quad d\epsilon_{xz} = d\epsilon_{zx} = d\lambda L \tau_{xz}$$

Nestas equações, a hipótese da constância de volume é respeitada ou

$$d\epsilon_x + d\epsilon_y + d\epsilon_z = 0$$

considerando o ensaio de tração na direção x, substituindo  $\sigma_x = X \cdot \sigma_y = \sigma_z = 0$  nas equações 4.8 tem-se:

$$d\epsilon_x = d\lambda(H+G)X, d\epsilon_y = d\lambda(H)X \text{ e } d\epsilon_z = d\lambda(G)X$$

Como a razão das deformações para a direção x no ensaio de tração é definido como o coeficiente de anisotropia  $R = R_0 = (d\epsilon_y / d\epsilon_z)$ ,

$$(4.9) \quad R = \frac{G}{H} \text{ Da mesma maneira, para a direção y, definindo } P = R_{90} = (d\epsilon_x / d\epsilon_z) \text{ e com } \sigma_y = Y \text{ e } \sigma_x = \sigma_z = 0 \text{ resulta em:}$$

$$(4.10) \quad P = \frac{F}{H}$$

Com as equações 4.9 e 4.10, ensaios de tração nas direções x e y, medindo-se R, P, X e Y e das equações 4.5, 4.6 e 4.7 pode-se estimar a tensão de escoamento na direção z, Z como:

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{(G+F)}{(G+F)} = \frac{(F+G)}{(1/R)+1} \text{ ou } \frac{Z}{Z_0} = \frac{(F+G)}{(1/R)+1}$$

$$Z = X \sqrt{\frac{P(1+R)}{(1+R)}} \text{ ou } Z = X \sqrt{\frac{R_{90}(1+R_{90})}{(R_{90}+R_{90})}}$$

Similarmente,

$$(4.11) \quad Z = Y \sqrt{\frac{R(1+P)}{(1+P)}} \text{ ou } Z = X \sqrt{\frac{R_{00}(1+R_{00})}{(R_{00}+R_{00})}}$$

#### 4.1.2 O caso especial: x, y e z coincidem com os eixos principais [17].

Para situações de carregamento em que os eixos x, y e z são os eixos principais, o critério de escoamento de Hill [1948] [1] pode ser reescrito em termos de R e P. Tomando  $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$  na equação (4.1) e nela substituindo a equação (4.2)  $(1=(G+H)X^2)$  e dividindo por G tem-se:

$$\left(\frac{F}{G}\right)^2 (\sigma_y - \sigma_z)^2 + \left(\frac{G}{H}\right)^2 (\sigma_x - \sigma_z)^2 + \left(\frac{G}{H}\right)^2 (\sigma_x - \sigma_y)^2 = \left[\left(\frac{G}{G}\right) + \left(\frac{G}{H}\right)\right] 1X^2 \text{ e substituindo}$$

R = H/G e R/P = F/G e multiplicando por P obtém-se:

$$(4.12) \quad R(\sigma_y - \sigma_z)^2 + P(\sigma_x - \sigma_z)^2 + RP(\sigma_x - \sigma_y)^2 = P(R+1)X^2$$

Segundo, as regras de escoamento, equações (4.8) reduzem-se a:

$$(4.13) \quad d\epsilon_x : d\epsilon_y : d\epsilon_z = R(\sigma_x - \sigma_y) + (\sigma_x - \sigma_z) : \left(\frac{P}{R}\right)(\sigma_y - \sigma_z) : (\sigma_y - \sigma_z) + (\sigma_x - \sigma_z) + (\sigma_y - \sigma_x)$$

A tensão efetiva para este critério pode ser expressa de maneira que ela reduza a  $\sigma_x$  para um ensaio de tração na direção x como:

$$\bar{\sigma} = [R(\sigma_y - \sigma_z)^2 + P(\sigma_z - \sigma_x)^2 + RP(\sigma_x - \sigma_y)^2 / P(R+1)]^{1/2} \quad (4.14) \quad \text{e}$$

$$\bar{\varepsilon} = C [P(\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + R(\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + (R\varepsilon_x - P\varepsilon_y)^2]^{1/2} \quad (4.15)$$

Hill definiu a expressão acima com constantes diferentes, de maneira que num ensaio de tração na direção x  $\bar{\sigma} = K\sigma_x$  e  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_x / K$  onde  $K = \left[ \frac{3}{2} P(R+1) / (R+P+RP) \right]^{1/2}$

#### 4.2 Critério Anisotrópico de Escocamento com um Exponente de Maior Ordem - Logan e Hosford 1980 [2] [17].

O critério de escocamento para texturas cristalográficas metálicas cfc e ccc pode ser calculado a partir de considerações dos sistemas de movimentação de discordâncias ou sistemas de escorregamento e da orientação dos grãos metálicos. Os resultados destes cálculos para uma grande gama de texturas indicam que Hill 1948 [1] superestimou o efeito de R sobre a forma do espaço limitante do escocamento [2] [17]. Um melhor é obtido pela equação:

$$F|\sigma_y - \sigma_z|^a + G|\sigma_z - \sigma_x|^a + H|\sigma_x - \sigma_y|^a = 1 \quad (4.16)$$

onde  $a$  é muito maior que 2. Para  $a=2$  este critério torna-se o critério de Hill. Contudo, cálculos cristalográficos são melhores aproximados com  $a=6$  para metais ccc e  $a=8$  para metais cfc. Para o estado plano de tensão ( $\sigma_z = 0$ ), este critério é simplificado para:

$$P|\sigma_x|^a + R|\sigma_y|^a + RP|\sigma_x - \sigma_y|^a = P(R+1)X^a \quad (4.17)$$

Se o expoente é um inteiro par, sinal absoluto da grandeza não é necessário. A figura 4.1 mostra o espaço correspondente a Eq. (4.17) para isotropia planar ( $R=P$ ) para diversos valores do expoente  $a$  para  $R=0.5$  e  $R=2$ . Pode-se notar que conforme este expoente aumenta, o espaço limitante do escocamento aproxima-se de espaço de escocamento de Tresca e a Eq. 4.17 torna-se o critério de Tresca para  $R=P$  e  $a \rightarrow \infty$ . Se  $a$  é um inteiro par, as leis de escocamento tornam-se:

$$d\varepsilon_x = d\lambda [P\sigma_x^{a-1} + RP(\sigma_x - \sigma_y)^{a-1}]$$

As funções da tensão e deformação efetiva são:

$$d\epsilon_x = d\lambda [R\sigma_x^{\alpha-1} + RP(\sigma_y - \sigma_x)^{\alpha-1}] \quad (4.18)$$

$$d\epsilon_z = -d\lambda [P\sigma_x^{\alpha-1} + R\sigma_y^{\alpha-1}]$$

$$\bar{\sigma} = \left[ P|\sigma_x|^\alpha + R|\sigma_y|^\alpha + RP|\sigma_x - \sigma_y|^\alpha / P(R+1) \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (4.19)$$

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_x (1 + \alpha P) \frac{\bar{\sigma}}{\sigma} \quad (4.20)$$

onde

$$P = \frac{d\epsilon_x}{d\epsilon_y} = \left( \frac{P}{R} \right) \left( \frac{\alpha^{\alpha-1} - P(1-\alpha)^{\alpha-1}}{\alpha^{\alpha-1} - P(1-\alpha)^{\alpha-1}} \right) \cdot \alpha = \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \quad (4.21)$$

A menos que  $\alpha=2$  uma solução numérica é necessária para a equação 4.21, para encontrar-se a razão das deformações  $\alpha$  que causa deformação para uma razão particular  $P$ .

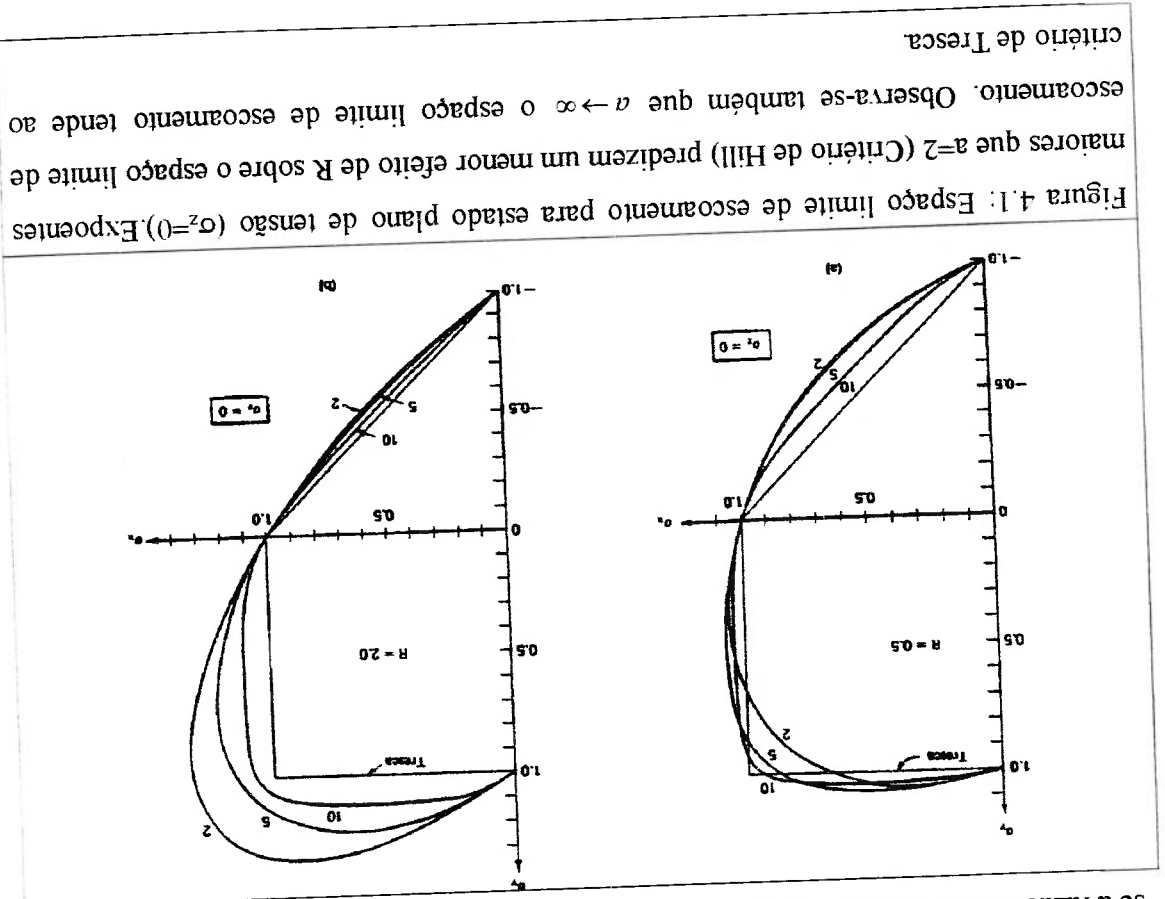


Figura 4.1: Espaço limite de escoamento para estado plano de tensão ( $\sigma_z=0$ ). Exponentes maiores que  $\alpha=2$  (Critério de Hill) predizem um menor efeito de R sobre o espaço limite de escoamento. Observa-se também que  $\alpha \rightarrow \infty$  o espaço limite de escoamento tende ao critério de Tresca.

Para isotropia planar e expoente par, o critério de escoamento da equação (4.17) e leis de escoamento da equação 4.18 reduzem-se a:

$$\sigma_x^a + \sigma_y^a = (R + 1)^a \sigma_x^a + R(\sigma_x^a - \sigma_y^a) \tag{4.22}$$

$$d\varepsilon_x^a : d\varepsilon_y^a = \left| \sigma_x^{a-1} + R(\sigma_x^a - \sigma_y^a) \right| : \left| \sigma_x^{a-1} + \sigma_y^{a-1} \right| \tag{4.23}$$

### 4.3 Critérios de Escaldamento Anisotrópicos a 3 e 6 Componentes.

#### 4.3.1 O Critério de Escaldamento para Materiais Isotrópicos ou com Isotropia Planar [13].

A isotropia planar ocorre quando  $R_{00} = R_{45} = R_{90} = \bar{R} = 1$  ou  $\Delta \bar{R} = 0$ . Logan e Hosford [8] mostraram que a função para critério de escaldamento, equação (4.16) proposta por Hershey [3], Hosford [4] e Hill [7] é capaz de representar de maneira mais precisa a superfície de escoamento de materiais isotrópicos e materiais com isotropia planar com estrutura cristalina cúbica de corpo centrado (ccc) e cúbica de face centrada (fcc), calculada com o modelo de Hill [1] quando  $a=6$  e  $a=8$  respectivamente). Esta equação, reescrita para a notação das tensões principais e material isotrópico, assume a forma:

$$f = |\sigma_1 - \sigma_2|^a + |\sigma_2 - \sigma_3|^a + |\sigma_3 - \sigma_1|^a = 2Y^a \tag{4.24}$$

Bartal e Richmond [12] reescreveram (4.24) em função dos invariantes de tensão para o estado plano de tensão e obtiveram:

$$f = |K_1 + K_2|^a + |K_1 - K_2|^a + |2K_2|^a = 2Y^a \tag{4.25}$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  são os invariantes de tensão para o estado plano de tensão e são dados pelas

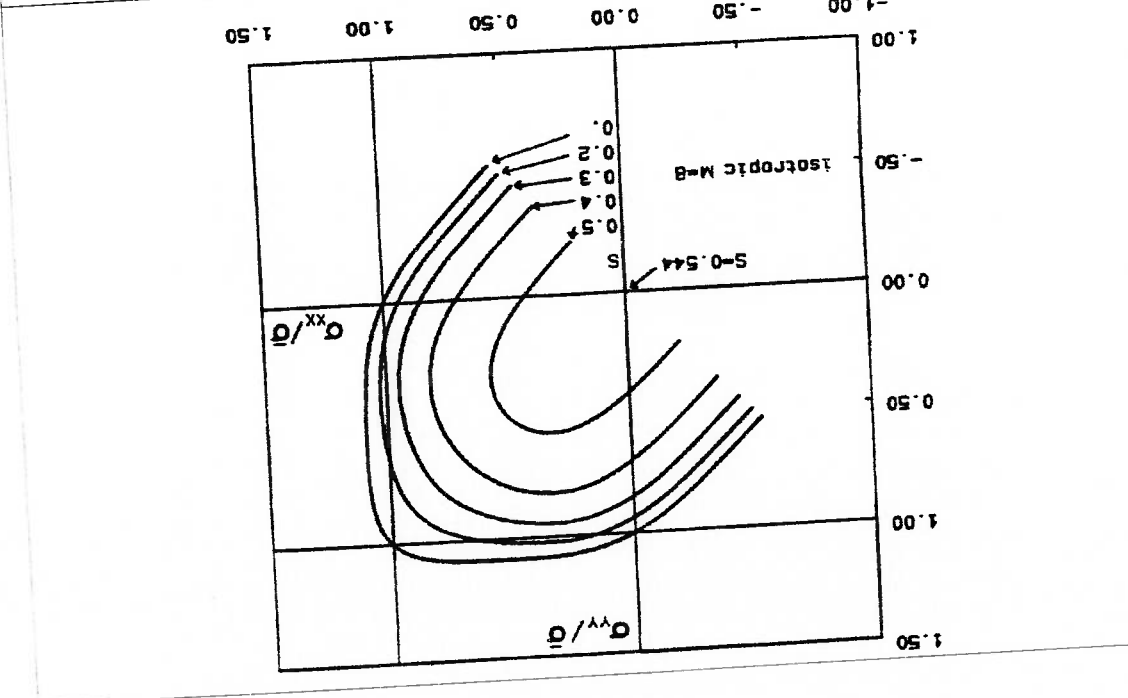
$$K_1 = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2}, \quad K_2 = \sqrt{\left( \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \right)^2 + \sigma_{xy}^2} \tag{4.26}$$

Esta formulação para materiais com isotropia planar envolvendo os invariantes de tensão é importante, pois mostra um acoplamento das tensões de cisalhamento às tensões normais. Esta formulação foi estabelecida com base de uma representação fenomenológica usando os invariantes de tensão. Na figura 4.2 esta a representação gráfica da equação (4.26). Nesta figura  $S = \sigma_{xy} / \bar{\sigma}$ .



### 4.3.2 O Critério de Escoramento de Bartat [13] para Anisotropia Planar Incluindo a Componente de Cisalhamento.

Figura 4.2: Superfície de escoramento para estado plano de tensões com 3 componentes (eq. 4.26) para  $a=8$  - metais cfc.



O critério anteriormente apresentado para o item 4.2.1, eq. 4.25, atende este requisito e Bartat procedeu sua verificação quanto a convexidade, baseado nos trabalhos de Eggleston [18] e Rockafellar [19].

$$H'' = \frac{\partial^2 f}{\partial \sigma_i \partial \sigma_j} \quad (4.28)$$

Hessians, dada pela relação a seguir é positiva, semidefinida. que um função de escoamento é convexa se a forma quadrática definida pela sua matriz de convexidade não são simples de verificar. O que é o requisito de convexidade? Ele afirma Se este for o caso, a equação (4.27) perde a relativa simplicidade e os requisitos de planar, a menos que  $A, B$  e  $C$  sejam funções elas próprias das três componentes da tensão. Como  $K_1$  e  $K_2$  são imutáveis, (invariantes), esta equação pode descrever apenas isotropia

$$f = A|K_1 + K_2|^a + B|K_1 - K_2|^a + C|2K_2|^a = 2Y^a \quad (4.27)$$

que caracterizam o grau de anisotropia são introduzidos: Para estender a formulação da equação (4.26) ao caso anisotrópico, coeficientes  $A, B$  e  $C$

Para  $a=2$  este critério torna-se o critério de Hill. Barlat [13] apresenta duas maneiras de calcular as constantes  $A$ ,  $C$ ,  $h$  e  $p$ , e aqui será apresentado apenas uma, aquela que usa os

$$K_1 = \frac{\sigma_{xx} + h\sigma_{yy}}{2}, \quad K_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - h\sigma_{yy}}{2}\right)^2 + p^2\sigma_{xy}^2} \quad (4.33)$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  são dados por:

$$f = -f|K_1 + K_2|^a + f|K_1 - K_2|^a + C|2K_2|^a = 2Y^a \quad (4.32)$$

obtem-se o seguinte critério de escoamento:

Inicialmente, por uma transformação linear de 4.27 e do desenvolvimento do item anterior

### 4.3.3 O Critério de Escoamento de Barlat [13] para Anisotropia Planar em função dos coeficientes de anisotropia $R_{90}$ , $R_{45}$ e $R_{90} - 3$ parâmetros.

de cisalhamento.

$K_2$ , é possível obter um critério de escoamento para anisotropia planar que inclui o termo coordenadas onde a tensão de cisalhamento desaparece. Contudo pela introdução de  $K_1$  e comparado a equação (4.24), já que nestes casos é sempre possível escolher um sistema de Até agora, as formulações (4.25) e (4.26) não trouxeram melhorias significativas Consequentemente  $A$  e  $C$  são positivos e  $f$  é convexa.

onde  $R$  é o coeficiente de anisotropia planar e é um número sempre positivo.

$$A = B = 2 - C = \frac{1+R}{2} \quad (4.31)$$

calculou também que:

que 1. Assim  $f$  também é uma função convexa se  $A$  e  $C$  são números positivos e Barlat [13] a partir do que Barlat [13] pode provar que  $g_1$  e  $g_2$  são funções convexas quando  $a$  é maior

$$f = Ag_1 + Cg_2 \quad (4.30)$$

Assim  $f$  pode ser separada em duas parcelas:

$$A = B$$

$$(4.29)$$

para o estado biaxial de tensões quando:

os parâmetros  $A$ ,  $B$  e  $C$  serão assumidos constantes. O requisito da convexidade é atendido.

Assim para manter a simplicidade e este critério poder ser utilizado em simulações MEF.

e para a equação 4.25 a comprovação está mostrada em apêndice na referência [13].

detalhes desta comprovação podem ser obtidos nas referências 33 e 34, acima mencionadas devendo apenas ser mencionado que tal verificação se deve ao princípio da normalidade e Não será oferecido neste trabalho detalhe desta verificação por estar além de seu escopo.

valores de R obtidos de ensaios de tração e assim relacionando estas constantes a  $R_{00}$ ,  $R_{45}$  e  $R_{90}$ .

$$A = 2 - 2 \sqrt{\frac{R_{00}}{R_{90}} \frac{1 + R_{90}}{1 + R_{00}}}$$

$$C = 2 - A$$

(4.35)

$$h = \sqrt{\frac{R_{00}}{1 + R_{90}} \frac{1 + R_{00}}{R_{90}}}$$

O parâmetro anisotrópico  $p$  é calculado implicitamente. De acordo com Barlat e Lian [13] o valor de R, razão entre as deformações na largura e na espessura, para qualquer ângulo  $\phi$  pode ser calculado:

$$R_{\phi} = \frac{2aY^a}{-1} \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial \sigma_y} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial \sigma_x} \right) \sigma_{\phi}$$

(4.36)

onde  $\sigma_{\phi}$  é a tensão uniaxial na direção  $\phi$ . Essa expressão pode ser usada para calcular iterativamente o valor de p. Vamos assumir  $\phi = 45^\circ$  e definir a função g como:

$$g(p) = \frac{2aY^a}{-1 - R_{45}} \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial \sigma_y} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial \sigma_x} \right) \sigma_{\phi}$$

(4.37)

Uma procura iterativa é utilizada para encontrar o valor de p. Para materiais com rede cristalina cúbica de face centrada (CFC)  $a=8$  é recomendado, por exemplo, Latão, Cobre e Alumínio. Para materiais com redes cristalinas cúbica de corpo centrada (CCC)  $a=6$  pode ser utilizado, por exemplo o aço. Este critério de material de Barlat será utilizado no item 6 abaixo para avaliar o modelo MEF desenvolvido para materiais com rede cristalina CFC como o Alumínio.

**4.4 O Critério de Escasseamento de Barlat [14] para Anisotropia Planar a 6 componentes para estado tridimensional de deformação.**  
 No item anterior o critério de Barlat a 3 parâmetros foi desenvolvido para anisotropia planar e é aplicável para o caso de estado plano de tensões. Em 1991, Barlat e co-autores [14] desenvolve um critério para estado tridimensional de deformação a 6 parâmetros A, B

C, F, G, H, obtidos a partir de ensaios de tração nas três direções  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  em relação a direção de laminação.

No critério anisotrópico de Barlat a 6 parâmetros para estado tridimensional de deformação, o critério de escoamento  $f$  é definido como:

$$f = |S_1 - S_2|^\alpha + |S_2 - S_3|^\alpha + |S_3 - S_1|^\alpha = 2Y^\alpha \quad (4.38)$$

onde  $Y$  é a tensão de escoamento no ensaio de tração.  $S_{1,2,3}$  são os valores principais de

uma matriz simétrica  $S^{ap}$  definidas com as componentes do tensor  $\sigma$  como

$$S^{xx} = \frac{C(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) - B(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})}{3}$$

$$S^{yy} = \frac{B(\sigma_{yy} - \sigma_{zz}) - C(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})}{3}$$

$$S^{zz} = \frac{B(\sigma_{zz} - \sigma_{xx}) - A(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})}{3}$$

$$S^{yz} = F\sigma_{yz}$$

$$S^{zx} = G\sigma_{zx}$$

$$S^{xy} = H\sigma_{xy}$$

Na equação 4.38,  $\alpha$ ,  $e$ ,  $\beta$  são índices variáveis e assumem como  $x, y$  e  $z$ ; os índices  $x, y$  e  $z$  representam eixos ortogonais de simetria ortotrópica. Os coeficientes  $A, B, C, F, G, H$  representam parâmetros de anisotropia do material. O critério de escoamento resultante é ortotrópico e independente da pressão hidrostática.  $S^{ap}$  torna-se a matriz desviadora de tensão, quando  $A=B=C=F=G=H=1$ , isto é, quando um material é isotrópico (particularmente, Tresca para  $\alpha=1$  ou 2 e Von Mises para  $\alpha=2$  ou 4). O expoente  $\alpha$  está principalmente associado com a estrutura do cristal. Conforme a severidade da textura da cristalografia aumenta, o valor de  $\alpha$  pode aumentar. Um valor maior de  $\alpha$  tem o efeito de diminuir o raio de curvatura nos vértices arredondados da superfície do critério de

escoamento. Como para o critério a três parâmetros esta superfície de escoamento torna-se convexa quando  $a \geq 1$ .

Para materiais com rede cristalina cúbica de face centrada (CFC)  $a=8$  é recomendado, por exemplo, Latão, Cobre e Alumínio. Para materiais com redes cristalinas cúbica de corpo centrada (CCC)  $a=6$  pode ser utilizado, por exemplo o aço.

Diferentes valores das constantes  $A, B, C, E, G, H$  são determinados para tração e compressão e na referência [15] podem ser encontrados para o Alumínio 2008 - T4. Estes dados em conjunto com os dados da referência 17, serão descritos a frente e utilizados em simulação para ensaio de expansão hidrostática, com este modelo de material e os resultados obtidos serão comparados com os resultados experimentais apresentados em ambas a fim de avaliar o modelo MEF desenvolvido.

#### Bibliografia do Capítulo 4.

- [1] HILL, R.: A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals. Proc. R. Soc. Lond. A193, 281-1948.
- [2] HOSFORD, W. F.: Limitations of Non-Quadratic Anisotropic Yield Criteria and their Use in Analysis of Sheet Forming. In International Deep Drawing Research Group (ed.), Controlling Sheet metal Forming Process, ASM International, p. 163 a 170.
- [3] HERSHEY, A. V.: The Plasticity of an Isotropic Aggregate of Anisotropic Face Centered Cubic Crystals. J. Appl. Mech., 76, 241 - 1954.
- [4] HOSFORD, W. F.: A Generalized Isotropic Yield Criterion. J. Appl. Mech., 39, p. 607-1972.
- [5] GOTOH, M.: A Theory of plastic Anisotropic Based on a Yield Function of Fourth Order (Plane Stress State). Int. J. Mech. Sci., 19, 505 - 1977.
- [6] BASSANI, J. L.: Yield Characterization of Metals with Transversely Isotropic Plastic Properties. Int. J. Mech. Sci., 19, 651 - 1977.
- [7] HILL, R.: Theoretical Plasticity of Texture Aggregates. Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 85, 1979.
- [8] LOGAN, R. W. AND HOSFORD, W. F.: Upper-Bond Anisotropic Yield Locus Calculations Assuming <111>-Pencil Glide. Int. J. Mech. Sci., 22, 419 - 1980.

- [9] BUDIANSKI, B. "Anisotropic Plasticity of Plane-Isotropic Sheets." In DVORAK, G. J. and SHIELD, R. T. (ed.), *Mechanics of Material Behavior*. Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, pp 15 -99 - 1984.
- [10] TAYLOR, G. I. "Plastic Strain in Metals." *J. Inst. Metals*, 62, 307 - 1938.
- [11] BISHOP, J.W.F., and HILL, R. "A Theory of the Plastic Distortion of Polycrystalline Aggregate Under Combined Stress." *Phil. Mag.*, 42, 414 - 1951.
- [12] BARLAT, F. AND RICHMOND, O. "Prediction of Tricomponent Plane Stress Yield Surfaces and Associated Flow and Failure Behavior of Strongly Textured FCC Polycrystalline Sheets." *Mat. Sci. Eng.*, 91, 55 - 1987.
- [13] BARLAT, F. AND LIAN, J. - "Plastic Behavior and Stretchability of Sheet Metals. Part I: A Yield Function for Orthotropic Sheets under Plane Stress Conditions." *International Journal of Plasticity*, Vol. 5, pp 51-66, 1989.
- [14] BARLAT, F., LEGE, D. J. AND BREM, J. C., "A Six-Component Yield Function for Anisotropic Materials." *Int. J. Plasticity*, 7, 693.
- [15] CHUNG, K., SHAH, K. "Finite Element Simulation of Sheet Metal Forming for Planar Anisotropic Metals." *Int. J. of Plasticity*, 8 p. 453-476, 1992.
- [16] HABRAKEM, A. M., Modeling the Plastic Anisotropy of Metals By Finite Element Method - GrasMech Course, University of Liege - Belgium - 2000.
- [17] HOSFORD, W. F. & CADDELL, R. M. - Metal Forming, Mechanics and Metallurgy, 2nd Ed.; PTR - Prentice Hall - 1993, EUA; ISBN 0-13-5888526-4.
- [18] EGGLESTON, H. G., in Convexity; Chapter 3, "General Properties of Convex Functions." Cambridge at the University Press, p. 45.
- [19] ROCKAFELLAR, R. T., in Convex Analysis, Section 4 "Convections Functions." Princeton University Press, p. 23.

## 5. INSTABILIDADE PLÁSTICA [1].

Em qualquer estado de tensão e consequente estado de deformação, para evitar a fratura da peça deformada, as deformações em qualquer ponto da chapa não devem exceder um valor limite. Esse limite depende das propriedades do material deformado, da razão das deformações principais e da história do processo de deformação. Observa-se em experimentos e em conformações de peças, que, em geral a fratura é precedida pela perda de estabilidade plástica. Vários autores assumem que esta perda de estabilidade ocorre quando a carga máxima suportada por um material é atingida, a partir da qual o aumento da deformação ocorre sem o correspondente aumento da carga, ou a carga mantém-se constante.

Hill reconheceu duas possibilidades diferentes de instabilidade plástica: a estricção difusa e a local.

No ensaio de expansão hidrostática apesar de uma maior faixa de deformação ser observada no limite, os dois tipos de instabilidades estão presentes. Apesar de os modelos de materiais presentes nos programas MEF não possuírem a capacidade de simular o fenômeno da estricção, neste capítulo o fenômeno da instabilidade é revisito e completa os conceitos já discutidos por ocasião da revisão da teoria referente a Curva Limite de Conformação. Inicialmente é estudada a instabilidade plástica no ensaio de tração e finalmente no ensaio de expansão por pressão hidrostática (estado biaxial de tensões) e uma comparação é feita para as duas situações através do fator subtangente.

### 5.1. Instabilidade na Tração Simples.

A instabilidade na tração já foi desenvolvida parcialmente no item 3.1, equações 3.14 a 3.18, e repetimos aqui a equação 3.16, a qual introduz o conceito do fator subtangente para estricção difusa  $Z_d$ .

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{d\varepsilon}{Z_f}$$

No caso estricção difusa,  $Z_d=1$ .

(5.1)

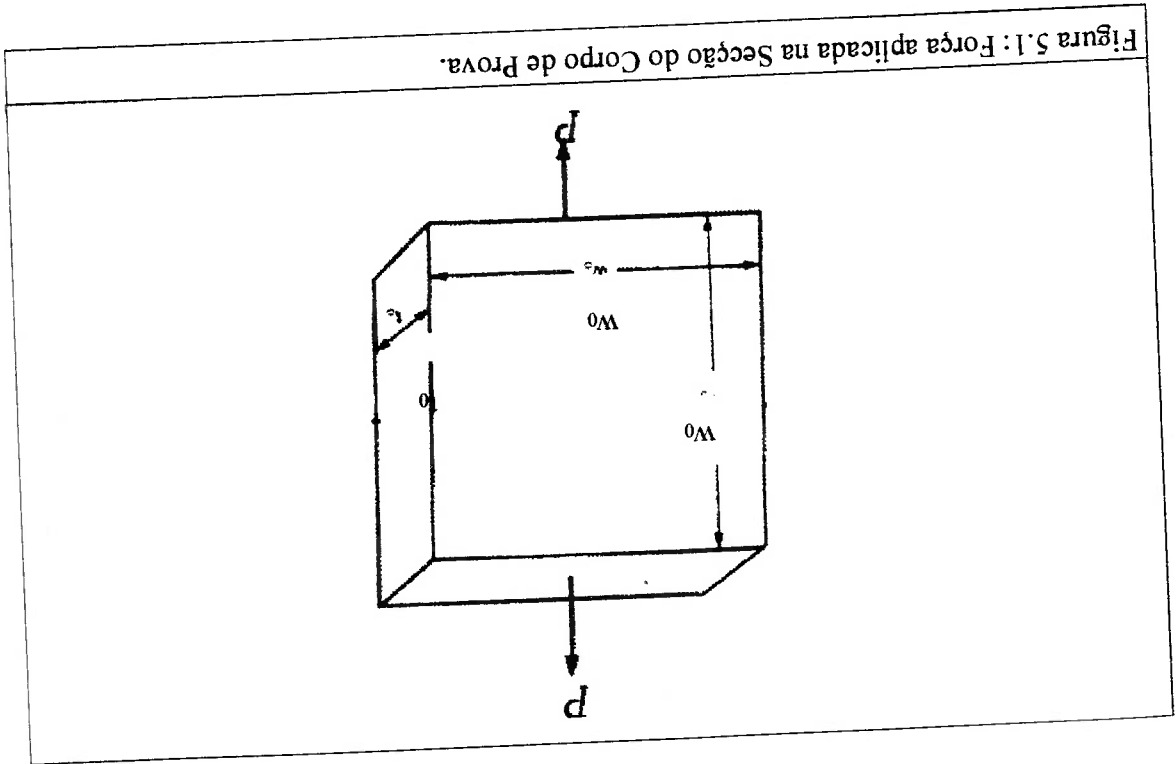


Figura 5.1: Força aplicada na Seção do Corpo de Prova.

**5.2 Estricção Localizada.**

Para haver estricção localizada, a seguinte condição deve ser satisfeita:

$$de' \leq 0 \tag{5.2}$$

Usando as equações de Von-Mises 3.42 tem-se:

$$de' = de = -2de' \tag{5.3}$$

Da figura 5.3, para tração biaxial balanceada podemos escrever:

$$P = wt\sigma \tag{5.4}$$

Diferenciando na espessura 5.5 temos:

$$\frac{dP}{dt} = w\sigma_1 + t\sigma_1 \frac{d\sigma_1}{dt} + t\sigma_1 \frac{dw}{dt} \tag{5.5}$$

Mas  $db/dt=0$  devido as linha de Luder e na instabilidade  $dP/dt=0$  e a equação 5.4 torna-

se:

$$\sigma_1 = -t \frac{d\sigma_1}{dt} \tag{5.6}$$

ou utilizando 3.42 e 3.47 podemos escrever:

$$\sigma = - \frac{d\sigma}{de'} \tag{5.7}$$

Substituindo 5.6 em 5.7 temos:



$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\sigma}{2} = \frac{\sigma}{Z_1} \tag{5.8}$$

ou  $Z_1=2$  que é denominado subtangente para estrição localizada.

Agora supondo que o material seja isotrópico e obedece a equação 3.19 temos:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = Kn\varepsilon^{n-1} = \frac{\sigma}{n} = \frac{\sigma}{Z} \tag{5.9}$$

o que dá:

$$\varepsilon = Zn \text{ ou } \varepsilon_f = Zn$$

Como:

$$\varepsilon_f = 2n = 2\varepsilon_f$$

onde  $\varepsilon_f$  e  $\varepsilon_d$  são as deformações localizada e difusa.

Como  $\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\sigma}{2}$  representa a tangente instantânea para cada ponto  $\sigma$  x  $\varepsilon$ , por isso  $Z$  é chamada de subtangente.

Para o ensaio de tração simples,  $\bar{\sigma} = \sigma_f$  e  $\varepsilon = \varepsilon_f$ , a representação gráfica fica como na

Figura 5.2: Estrição difusa e localizada representada por retas tangentes a curva de tração

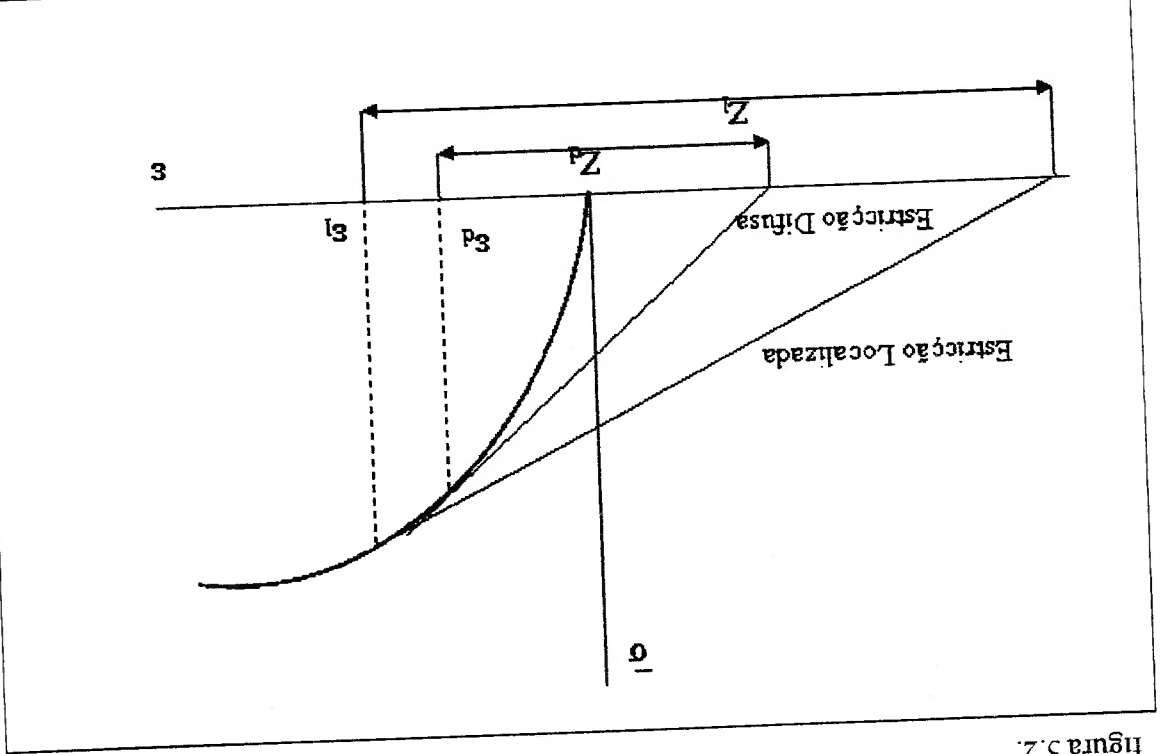


figura 5.2.

### 5.3 Estricção no estado Biaxial de Tensões.

No estado plano de tensão,  $\sigma_3 = 0$

Podemos calcular:

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{d\varepsilon}{Z} \quad (5.11)$$

onde  $Z$  é a subtangente e função do estado de tensão.

Assumindo  $R_{90}=R$  e  $R_{90}=P$ , da teoria de Hill, podemos escrever:

$$\sigma = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \frac{R^2 + P^2 + (R+P)X^2 - 2RP}{R^2 + P^2 + RP}} \sigma_1 \quad (5.12)$$

onde  $X = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  é o incremento de deformação e:

$$d\varepsilon = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \frac{R^2 + P^2 + RP}{1 + R + P}} \left[ \frac{1}{R} \alpha^2 + 2\alpha + \left(1 + \frac{1}{R}\right) \right] \frac{d\varepsilon_1}{\alpha} \quad (5.13)$$

onde  $\alpha = \frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2}$

Para a instabilidade no estado biaxial Swift propôs simultaneamente que  $dF_1=0$  e  $dF_2=0$  e

assim temos:

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = d\varepsilon_1 \quad \text{e} \quad \frac{d\sigma_2}{\sigma_2} = d\varepsilon_2 \quad (5.14)$$

Diferenciando 5.12 em relação a  $X$ , substituindo-a em 5.13 e aplicando 5.14 chegamos a:

$$\frac{2}{3} (R+P+RP) d\sigma = \sigma_1 d\varepsilon_1 \left[ \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{P} \right) \alpha^2 + 2\alpha \right] + \left[ \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{P} \right) \alpha^2 + 2\alpha + \left(1 + \frac{1}{R}\right) \right] X \frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2} \sigma_1 \quad (5.15)$$

Do cálculo dos incrementos de deformação pela teoria de Hill, a seguinte equação pode ser

obtida:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2} = \frac{\left(1 + \frac{1}{P}\right) X - 1}{\left(1 + \frac{1}{R}\right) X} \quad (5.16)$$

Substituindo 5.16 em 5.15 tem-se:

$$\frac{2}{3} (R+P+RP) d\sigma = \sigma_1^2 d\varepsilon_1 \left[ \frac{R^2 + P^2 + RP}{R^2 + P^2 + RP} + \frac{(R+P)(R+RP)X}{(R+P)(R+RP)X} \right] \quad (5.17)$$

Da mesma maneira substituindo 5.16 em 5.13 tem-se:

$$d\epsilon_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(RP + R + P)^2 |RP + R - 2XRP + (RP + R)X^2|^2}{|RP + P - RPX|^2 d\epsilon} \quad (5.18)$$

substituindo 5.12 em 5.17 tem-se:

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\{RP + P - RPX\}^2 + (R + RP)X - RP^2 X^2}{\sqrt{2} (RP + R + P)^2 |RP + R - 2XRP + (RP + R)X^2|^2} \quad (5.19)$$

usando a equação 5.11, obtem-se:

$$Z_a = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(RP + P - RPX)^2 + (R + RP)X - RP^2 X^2}{\sqrt{2} (RP + R + P)^2 |RP + R - 2XRP + (RP + R)X^2|^2} \quad (5.20)$$

Para material isotópico,

$$R = P = I \quad (5.21)$$

Substituindo em 5.20 temos:

$$Z_a = \frac{4(1 - X + X^2)^2 (1 - X)(4 - 7X + 4X^2)}{3(1 - X + X^2)^2} \quad (5.22)$$

Para materiais isotópicos as equações 5.12 e 5.13 tornam-se:

$$\sigma = [1 - X + X^2]^2 \epsilon_1 \quad (5.23)$$

$$\epsilon = \frac{2(1 - X + X^2)^2 \epsilon_1}{2 - X} \quad (5.24)$$

Considerando X constante, tem-se

$$d\sigma = [1 - X + X^2]^2 d\epsilon_1 \quad (5.25)$$

$$d\epsilon = \frac{2 - X}{2(1 - X + X^2)^2} d\epsilon_1 \quad (5.26)$$

Dividindo-se 5.25 por 5.26 tem-se

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{2 - X}{2} \frac{d\sigma_1}{d\epsilon_1} \quad (5.27)$$

Da figura 5.3 temos:

$$F_1 = m\sigma_1$$

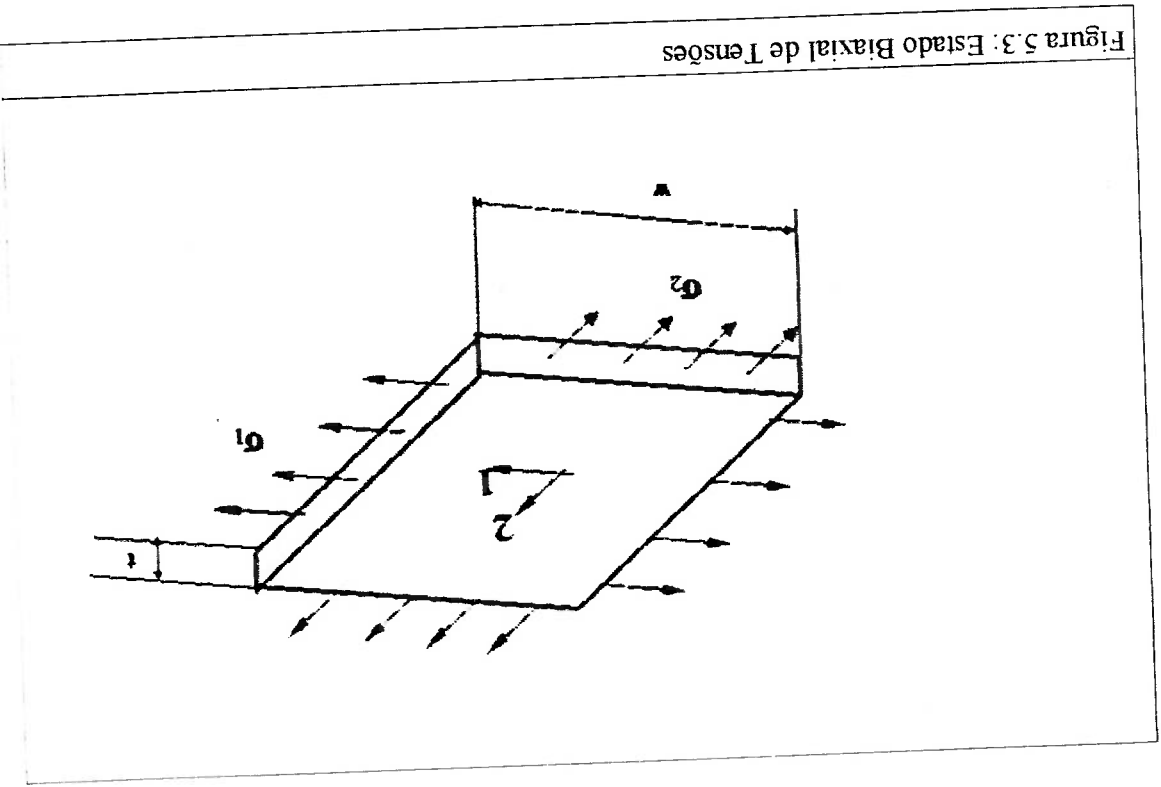


Figura 5.3: Estado Biaxial de Tensões

Derivando tem-se:

$$\frac{dF_1}{F_1} = d\epsilon_2 + d\epsilon_3 + \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} \tag{5.28}$$

Na esticção local não há aumento do comprimento ao longo da esticção,  $dF_1 = 0$  e  $dF_2 = 0$  e portanto, a equação 5.28 reduz-se a:

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = -d\epsilon_3 \tag{5.29}$$

da equação 5.12 para material isotrópico vem:

$$d\epsilon_3 = -\frac{2-X}{1+X} d\epsilon_1 \tag{5.30}$$

Substituindo 5.30 em 5.29 temos:

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{2-X}{1+X} \sigma_1 \tag{5.31}$$

Das equações 5.23 e 5.27 temos:

$$\frac{2-X}{2} \frac{d\sigma}{\sigma} = \left( \frac{1+X}{2-X} \right) \left( \frac{1}{1-X+X^2} \right)^{1/2} \frac{d\sigma}{\sigma} \tag{5.32}$$

portanto

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \frac{(1+X)\sigma}{2(1-X+X^2)^{3/2}}$$

assim  $Z_1$  fica:

$$Z_1 = \frac{1+X}{2(1-X+X^2)^{3/2}} \quad (5.34)$$

Para haver estricção localizada, a condição necessária é que não ocorra deformação na região adjacente a esta faixa que escoou, ou ainda que não ocorra deformação ao longo da mesma. Portanto a estricção localizada é possível desde que  $d\epsilon_2 \leq 0$ .

Na figura 5.4, a estricção localizada ocorre a um ângulo  $\theta$  em relação a direção 1. O ângulo  $\theta$  pode ser calculado, através do valor de  $d\epsilon_2$  em função de  $d\epsilon_1$ . Das relações

geométricas podemos escrever:

$$d\epsilon_2 = d\epsilon_1 \cos^2 \theta - d\epsilon_2 \sin^2 \theta \quad (5.35)$$

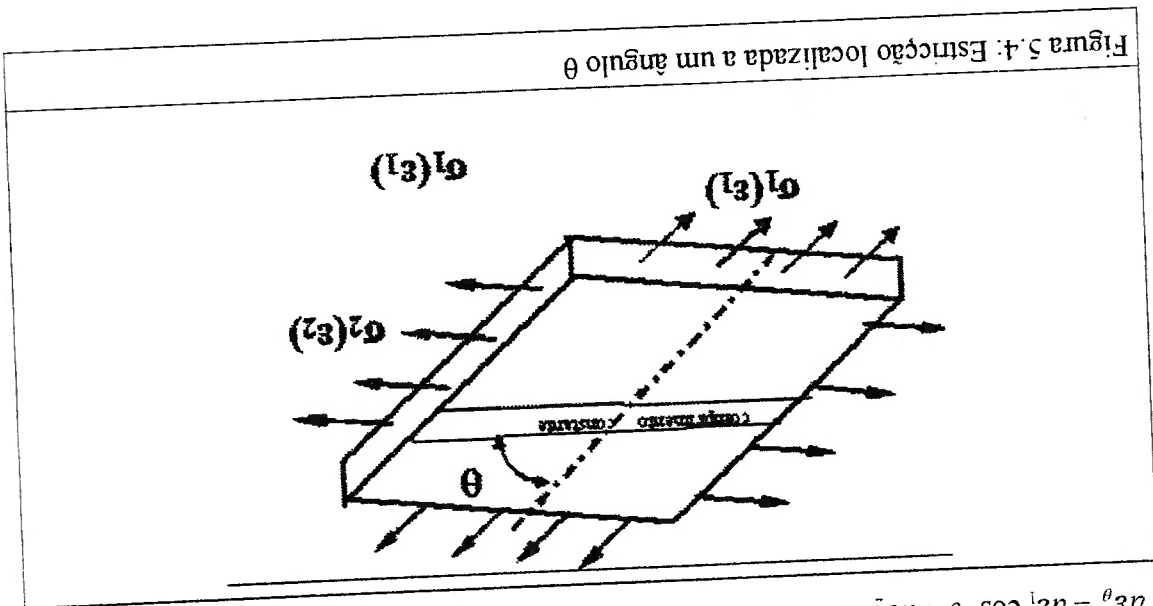


Figura 5.4: Estricção localizada a um ângulo  $\theta$

Pela condição de estricção localizada tem-se

$$d\epsilon_2 = 0 \text{ e } 0 = d\epsilon_1 \cos^2 \theta + d\epsilon_2 \sin^2 \theta \quad (5.36)$$

portanto

$$-\frac{d\epsilon_2}{d\epsilon_1} = \text{tg}^2 \theta \quad (5.37)$$

das equações de Levy-Mises para material isotrópico onde  $R=P=1$  tem-se:

$$\frac{d\epsilon_2}{d\epsilon_1} = \frac{2-X-1}{2-X} \quad (5.38)$$

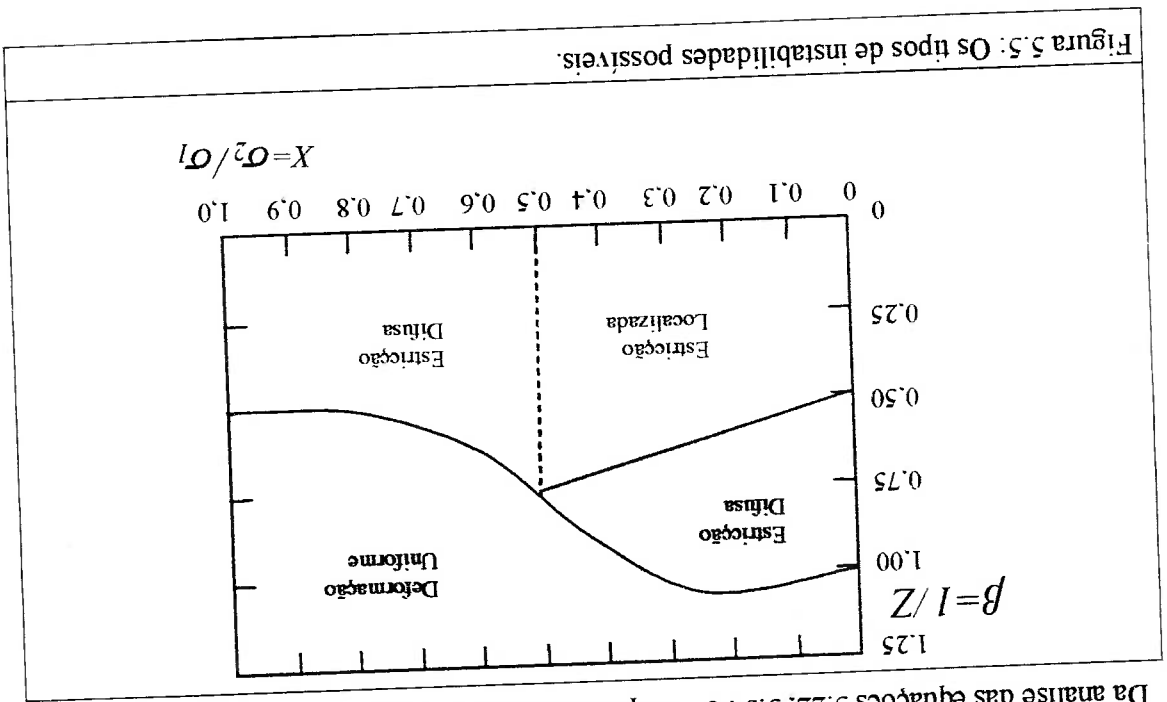
Substituindo na equação 5.38, para  $d\epsilon_2 \leq 0$ ,  $\theta$  é menor que  $90^\circ$  e é dado por

$$\theta = \arctg \left| \frac{2-X}{2-X-1} \right| \quad (5.39)$$

Considerando  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = X = \frac{1}{2}$  na equação 5.38 temos  $d\epsilon_2 = 0$  e  $Z_d = Z_L$ , isto é os dois tipos

de estrição coincidem e tem-se estrição localizada a  $90^\circ$  em relação ao eixo de  $\sigma_1$ .

Da análise das equações 5.22, 5.34 e 5.38 pode-se construir o gráfico da figura 5.5:



O desenvolvimento da instabilidade em função da razão de tensão  $X$  está descrito na figura 5.5 para materiais isotrópicos para o estado plano de tensão. Uma linha vertical representa a deformação de um material para a razão de tensão constante. O estado de deformação inicial uniforme está representado na região superior do gráfico.

### Bibliografia do Capítulo 5.

- [1] Bressan, J. D. e Al-Qureshi, H. A., "Comportamento da Tensão e Deformação em Chapas Metálicas Durante a Conformação por Pressão Hidráulica, 4º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, 1980, p. 101 a 111.

## 6. Análise Teórica do Ensaio de Expansão Hidrostática [1].

Neste capítulo desenvolve-se método teórico para determinação das tensões e deformações no topo do bojo. De posse de valores teóricos, uma comparação com os valores obtidos via simulação será feito no item 8 a frente.

### 6.1. Teoria de Castro e Pearce.

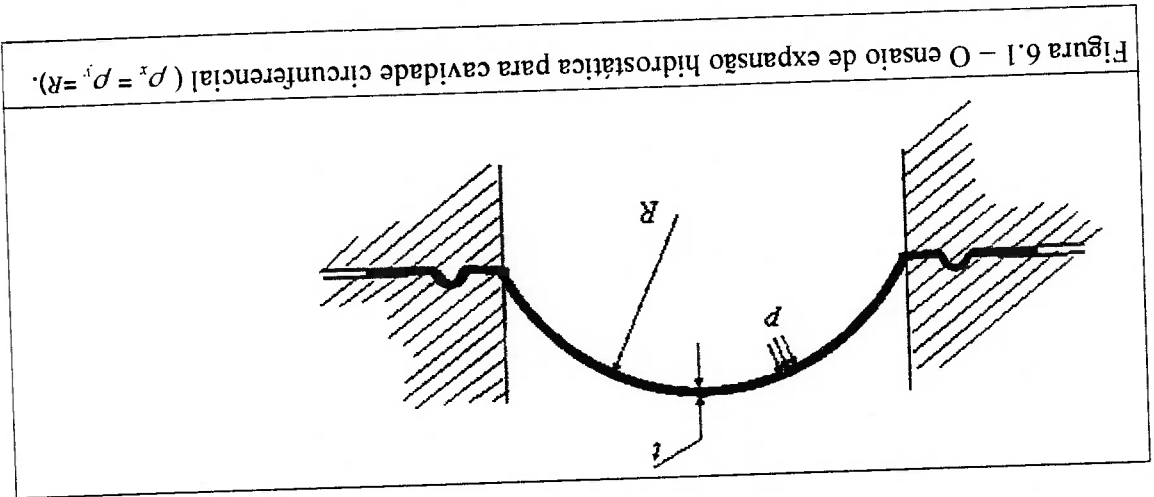
Se uma amostra de chapa elíptica ou circular é fixada em suas bordas e a seguir deformada por pressão lateral, a deformação ocorre distribuída pela amostra, assumindo a amostra uma forma de cúpula. A deformação varia, das bordas próximas ao raio da matriz, onde ocorre o estado de tensão que produz deformação plana, até o polo da cúpula da amostra, onde ocorre o estado de tensão que produz deformação biaxial. Para o polo do bojo, "Castro e Pearce" desenvolveram análise teórica relacionada por Bressan, J. D. e Al-Qureshi, H. A, 1980 [1]. Ela foi desenvolvida para o caso geral de uma cavidade elíptica, havendo dois raios de curvatura, representados por  $\rho_x$  e  $\rho_y$ , os quais, para o caso de uma circunferência tornam-se iguais a  $r$ .

Nesta análise teórica, Castro e Pearce [2] as seguintes hipóteses são estabelecidas para o polo do bojo figura 6.1, com o objetivo de calcular as deformações e tensões como

ilustrado pela figura 6.2.

- A chapa deforma-se sob estado plano de tensão, portanto no polo tem-se:

$$(6.1) \quad \frac{d\rho_x}{\rho_x} + \frac{d\rho_y}{\rho_y} = \frac{d}{t}$$



onde  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  são as tensões no plano da chapa e nas direções x e y.  $p_x$  e  $p_y$  são os respectivos raios de curvatura.  $p$  é a pressão aplicada e  $t$  a espessura da chapa no pólo.

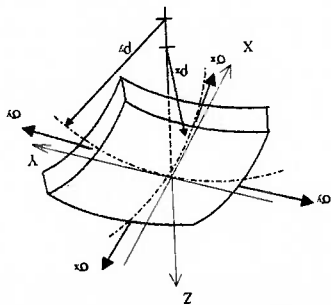


Figura 6.2: Elemento no pólo do bojo da chapa.

- A vizinhança do pólo pertence a um corpo de revolução. Por equilíbrio de forças tem-se:

$$(6.2) \quad \sigma_y = \frac{p}{2t}$$

Substituindo (6.2) em (6.1) temos:

$$(6.3) \quad \sigma_x = \frac{p}{2t} \left( 2 - \frac{p}{\sigma_x} \right)$$

- O bojo é parte de um elipsóide, do que por relações geométricas, tem-se os raios:

$$(6.4) \quad p_x = \frac{h(3 - h^2/a^2)}{2a^2}$$

$$(6.5) \quad p_y = \frac{h(3 - h^2/a^2)}{2b^2}$$

onde  $a$  e  $b$  são os semi-eixos menor e maior da elipse (Figura 3) e  $h$  é a altura do bojo deformado.

- A chapa está rigidamente presa entre o prensa chapas e a matriz, sendo que somente a parte no interior da matriz deforma-se. Portanto os incrementos de deformação no pólo são:

$$(6.6) \quad d\epsilon_x = \frac{p}{E} dh$$



$$d\epsilon_y = \frac{dh}{\rho_y}$$

• O volume da parte que sofre deformações plásticas se mantém constante:

$$d\epsilon_x + d\epsilon_y + d\epsilon_z = 0$$

onde  $d\epsilon_z$  é o incremento de deformação na espessura. Substituindo (6.6) e (6.7) em (6.8) e integrando:

$$\epsilon_x = \frac{1 + a^2}{- \epsilon_z} \frac{b^2}{a^2}$$

(6.9)

$$\epsilon_y = \frac{1 + b^2}{- \epsilon_z} \frac{a^2}{b^2}$$

(6.10)

$$\epsilon_z = \ln \frac{t}{t_0}$$

(6.11)

sendo  $t_0$  a espessura inicial e  $t$  a espessura instantânea no pólo. De posse destas equações determinou-se as curvas teóricas a serem comparadas com as da simulação numérica.

### Bibliografia do Capítulo 6.

[1] BRESSAN, J. D. E AL-QURESHI, H. A., "Comportamento da Tensão e Deformação em Chapas Metálicas Durante a Conformação por Pressão Hidráulica. 4º. Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, 1980, p. 101 a 111.

[2] CASTRO, A. E PEARCE, R., "The Biaxial Stress-Strain Behavior of Sheet Metal under a Wide Range of Stress Ratios. Cranfield Memo. No. 53. (1973).

## 7. MODELAGEM NUMÉRICA NÃO LINEAR PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

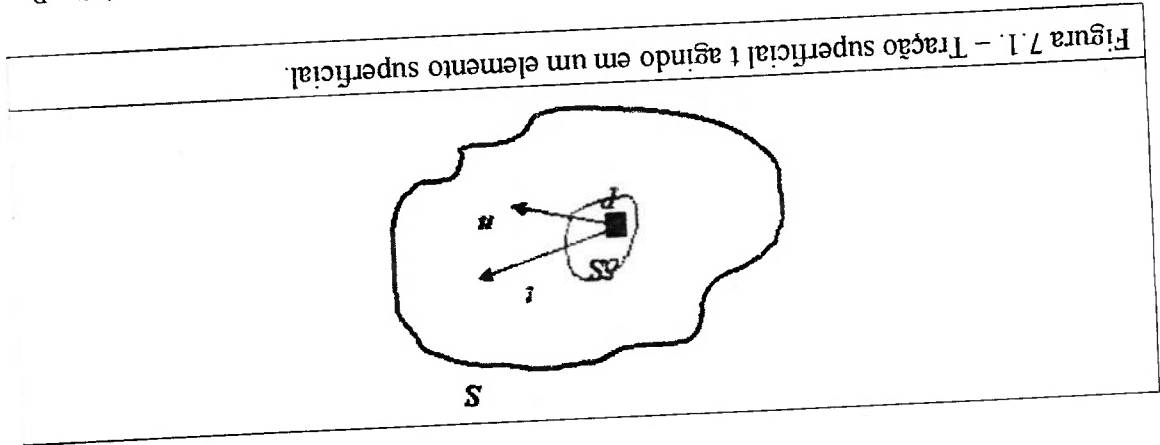
### 7.1 As Relações da Mecânica do Contínuo.

Na mecânica do contínuo, o conceito de contínuo é admitido como verdadeiro o que significa que a composição discreta dos corpos é ignorada. É também assumida a hipótese de que o material é uniformemente distribuído e preenche totalmente a região que ocupa no espaço. A definição de mecânica do contínuo é a análise do comportamento cinemático e mecânico dos materiais modelados sob o conceito do contínuo. A mecânica do contínuo pode ser dividida em duas partes principais. A primeira parte explica como são obtidas as equações fundamentais e a segunda cuida do desenvolvimento das equações constitutivas. Este item se caracteriza uma breve revisão dos conceitos mais importantes, sendo que para um estudo mais completo sugere-se consultar entre outras a referência [1].

#### 7.1.1 Tensão Mecânica.

Considere um corpo ocupando um volume  $V$ , circundado por uma superfície  $S$ , como na figura 7.1. Seja  $P$  um ponto na superfície  $S$  e  $n$  um vetor que aponta externamente no ponto  $P$ . Se uma força  $\phi p$  atua num elemento da superfície  $\delta S$  ao redor de  $P$ , então temos a seguinte relação:

$$(7.1) \quad \phi p = t \delta S$$



Onde  $t$  é definido como a tração superficial média e sendo  $t$  uma função da posição  $P$  e também da direção do vetor  $n$ . Quando  $\delta S \rightarrow 0$  a tração superficial é obtida pela seguinte

$$(7.2) \quad \text{fórmula: } t = \lim_{\delta S \rightarrow 0} \left( \frac{\phi p}{\delta S} \right)$$

Dado um sistema de coordenadas cartesianas, com uma base de vetores  $e_i$ , os três vetores de tração  $t_i$  podem ser escritos nesta base como:

$$\begin{aligned}
 t_1 &= \sigma_{11}e_1 + \sigma_{12}e_2 + \sigma_{13}e_3 \\
 t_2 &= \sigma_{21}e_1 + \sigma_{22}e_2 + \sigma_{23}e_3 \\
 t_3 &= \sigma_{31}e_1 + \sigma_{32}e_2 + \sigma_{33}e_3
 \end{aligned}
 \tag{7.3}$$

Onde  $t_i$  é a força por unidade de área exercida na superfície normal ao eixo  $x_i$  e similarmente para  $t_2$  e  $t_3$ . As equações 7.3 podem ser escritas de outra forma:

$$t_i = \sigma_{ij}e_j \quad i,j=1,2,3
 \tag{7.4}$$

Multiplicando as três equações vetoriais primeiro por  $e_1$  e depois por  $e_2$  e  $e_3$  o tensor de tensões denominado tensor de Cauchy ou tensor de tensões verdadeiras pode ser definido como:

$$\sigma_{ij} = t_i \cdot e_j
 \tag{7.5}$$

### 7.2 Movimento e Deformação.

Quando se estuda um corpo e sua configuração, um sistema fixo de coordenadas cartesianas é assumido inicialmente, veja a figura 7.2 abaixo:

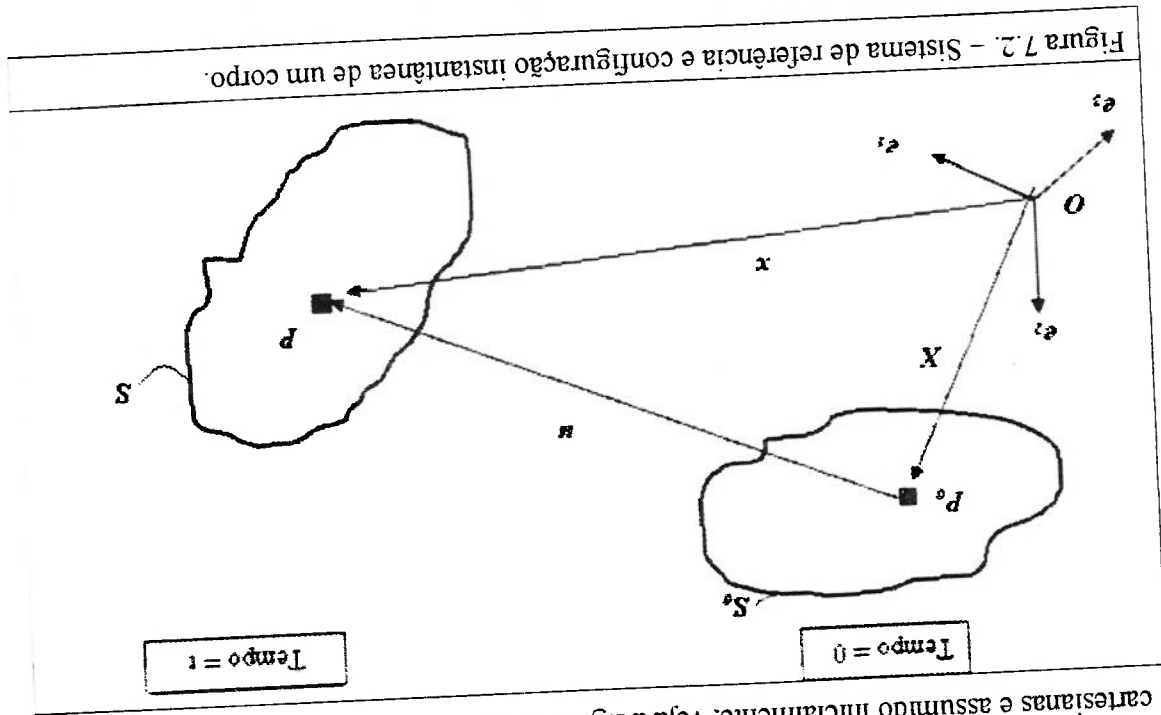


Figura 7.2 - Sistema de referência e configuração instantânea de um corpo.

O sistema de coordenada tem origem em  $O$  e uma base de vetores  $e_i, i = 1, \dots, 3$ . O tempo  $t$  é medido a partir de um tempo de referência  $t = 0$ . Essas coordenadas são denominadas coordenadas do material e a configuração do corpo no tempo de referência  $t = 0$  é denominada configuração de referência. A posição das partículas do corpo no tempo de referência é  $\mathbf{X} = X_\alpha, \alpha = 1, \dots, 3$ . No tempo  $t$ , as coordenadas e a configuração assumida pelo corpo e é denominada coordenada espacial e configuração espacial  $\mathbf{x} = x_i$ . Há duas maneiras de descrever o movimento de uma partícula na mecânica do contínuo: Em primeiro lugar a descrição do material, onde  $X_\alpha$  é usado como variável independente. Em segundo lugar a descrição espacial onde  $x_i$  é usado como variável independente. A descrição material e a descrição espacial são frequentemente denominadas descrição de Lagrange e descrição de Euler, respectivamente.

O vetor de deslocamento  $\mathbf{u}$  do contínuo na Figura 2.2 é a descrição material é dada por:

$$(7.6) \quad \mathbf{u}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t) - \mathbf{X}$$

A equação (7.6) na descrição espacial é dada por:

$$(7.7) \quad \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{x} - \mathbf{X}(\mathbf{x}, t)$$

A velocidade de um ponto do corpo veja figura 7.2, é descrita por:

$$(7.8) \quad \mathbf{v}(\mathbf{X}^\alpha, t) = \partial_t \mathbf{x}(\mathbf{X}^\alpha, t) \quad \partial = \partial_t(\mathbf{X}^\alpha, t)$$

Como o problema envolve grandes deformações, o movimento relativo entre as partículas é usado como a base de medida da taxa de deformação. Esse movimento relativo pode ser descrito por um gradiente do campo de velocidade:

$$(7.9) \quad \partial v_i / \partial x_j = 1/2(\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i) + 1/2(\partial v_i / \partial x_j - \partial v_j / \partial x_i)$$

O tensor da taxa de deformação e então definido como a parte simétrica da eq. (7.9):

$$(7.10) \quad e_{ij} = 1/2(\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i)$$

e o tensor spin é definido como a parte anti-simétrica da equação (7.9):

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i v_j - \partial_j v_i) \quad (7.11)$$

### 7.3 As leis de conservação

Uma das mais importantes leis da conservação é a lei da conservação da massa. Ela pode ser facilmente derivada. Um corpo na configuração não deformada ocupa um volume  $V_0$ . Não importa o quão severo é a deformação a qual ele é submetido, a massa instantânea pode ser calculada pela integração da densidade sobre o volume instantâneo  $V_t$

$$M = \int_{V_t} \rho(x(t), t) dV \quad (7.12)$$

Se a conservação de massa é atendida, tem-se:

$$\int_{V_0} \rho(x_0, t) dV_0 = \int_{V_t} \rho(x(t), t) dV_t \quad (7.13)$$

ou na forma local:

$$\rho(x, t) \det \left\{ \frac{\partial x_i}{\partial x_0_j} \right\} = \rho(x_0)$$

(7.14) Outra importante lei de conservação é a referente à energia. A energia cinética,  $K_c$ , de um corpo é definida como:

$$K_c = \frac{1}{2} \int \rho v_i v_i dV \quad (7.15)$$

Introduzindo uma densidade de energia interna e a energia interna  $E_i$  pode ser calculada

$$E_i = \int \rho e dV \quad (7.16)$$

como:

A derivada de  $K_c + E_i$  é igual a soma da taxa na qual o trabalho mecânico é feito pelo corpo, das forças superficiais agindo sobre o corpo e a taxa na qual outras energias entram no corpo. Introduzindo  $q_i$  como o vetor fluxo de calor, nós podemos escrever a formulação matemática para a lei de estado

$$\frac{D}{Dt} \rho \left( \frac{1}{2} v_i v_i + e \right) + \rho b_i v_i + \rho V + \int_S (\sigma_{ij} v_j - q_i) n_j dS \quad (7.17)$$

ou após derivar,

$$\rho \frac{De}{Dt} = \sigma_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (7.18)$$

### 7.4 Relações Constitutivas.

Neste item é discutido o modelo dos materiais. Em um algoritmo explícito de elementos finitos um tempo considerável é gasto em avaliar o estado de tensão do corpo. O programa de elementos finitos LS-DYNA, Hallquist [2], que é utilizado neste trabalho, usa relações constitutivas na forma de taxas, expressas como:

$$\sigma_{ij}^{\Delta} = C_{ijkl} D_{kl} \quad (7.19)$$

onde  $\sigma_{ij}^{\Delta}$  é uma taxa de tensão, denominada taxa de tensão de Jaumann, definida como:

$$\sigma_{ij}^{\Delta} = \dot{\sigma}_{ij} - \Omega_{ij} \sigma_{kj} - \Omega_{jk} \sigma_{ki} \quad (7.20)$$

e  $C_{ijkl}$  é o tensor da rigidez constitutiva a ser definido abaixo. O incremento de deformação plástica de uma lei de escoamento é determinado a partir de:

$$D_p^i = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (7.21)$$

O tensor constitutivo  $C_{ijkl}$  é obtido como:

$$C_{ijkl} = \begin{cases} C_{E}^{ijkl} & \text{if } f < 0 \\ C_{EP}^{ijkl} & \text{if } f = 0 \end{cases}$$

(7.22)

onde  $C^E$  é o tensor hipoeelástico e  $C^{EP}$  é o tensor elasto-plástico

$$C^{EP} = C^E = \frac{\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T \left( \frac{\partial \sigma}{\partial f} \right) + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial f} \right)^T C^E \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_P}}{\left( \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)^T \left( \frac{\partial \sigma}{\partial f} \right)}$$

(7.23)

A tensão é então obtida pela integração da taxa de tensão:

$$\sigma_{ij}(t + dt) = \sigma_{ij}(t) + \dot{\sigma}_{ij} dt \quad (7.24)$$

(7.25)

onde  $\dot{\sigma}_{ij}$  é determinado a partir da equação:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}^{\Delta} + \sigma_{ijk} \Omega_{kj} + \sigma_{jkl} \Omega_{ki} \quad (7.25)$$

### 7.5. O Método dos Elementos Finitos Explícito

O método dos elementos finitos é um procedimento numérico para análise de estruturas e do contínuo. O problema em análise por este método é geralmente muito complicado para ser solucionado por métodos analíticos. A primeira parte deste tópico trata da formulação do método dos elementos finitos e a segunda parte trata do método de integração explícita. Para um estudo em detalhe recomenda-se Bathe [1] e Hallquist [2].

#### 7.5.1. A Formulação do Método de Elementos Finitos.

A aplicação do método de elementos finitos é efetuada após a subdivisão do domínio da solução em um conjunto de regiões menores denominadas elementos finitos. Considere um corpo ocupando um volume  $V$ . A geometria é subdividida em elementos finitos,  $V_e$ . O campo de deslocamentos sobre cada elemento é aproximado por uma combinação linear de funções de forma  $\Phi_I(X)$ , interpoladas nos nós, definindo o elemento. O campo de deslocamento sobre cada elemento é:

$$u_I(X, t) = \sum_{n=1}^N u_n(t) \Phi_I(X) \quad (7.26)$$

onde  $I$  é o índice do nó,  $N^I$  é o número total de nós no elemento,  $\Phi_i(X)$  a função de

forma e  $u_n(t)$  são os deslocamentos nodais.

Se a equação (7.26) é substituída na equação (7.10) no elemento  $e$ , a seguinte relação é

obtida:

$$D_e^{ij} = \frac{1}{2} (B^{in} u_n + B^{jn} u_n) \quad (7.27)$$

onde  $B_n$  é matriz de formação-velocidade definida por:

$$B_n = \frac{\partial \Phi_I}{\partial x_i} \quad (7.28)$$

Usando a formulação fraca da equação do movimento e aplicando o teorema da divergência obtem-se:

$$\partial \Pi = \rho \dot{x}^i dx^i dV + \sigma^{ij} \delta x^{i,j} dV - \rho b^i \delta x^i dV - \rho s^i \delta x^i dS = 0 \quad (7.29)$$

Substituindo a Eq. (7.26) na Eq. (7.29), um sistema diferencial de segunda ordem é obtido:

$$M \ddot{u} = F^{ext} - F^{int} \quad (7.30)$$

onde  $M$  é a matriz de massa:

$$M = \int_{N^e} \rho \Phi_I^e \Phi_J^e dV \quad (7.31)$$

$F^{int}$  é o vetor das forças internas:

$$F^{int} = \int_{N^e} B_n^e \sigma^e dV \quad (7.32)$$

$F^{ext}$  é o vetor das forças externas

$$F^{ext} = \int_{N^e} \rho^e \Phi_I^e b^e dV + \int_{\partial S^e} \Phi_I^e t^e dS \quad (7.33)$$

Para um sistema linear a Eq. (7.32) reduz a:



Onde K é a matriz da rigidez global definida por:

$$F_{int} = Ku \tag{7.34}$$

$$K = \sum_{e=1}^N \int_{t_0}^{t_f} B_e^T C_e B_e dV \tag{7.35}$$

onde  $C_e$  é a matriz constitutiva elástica.

### 7.5.2. A Integração Explícita no Tempo.

Há duas técnicas principais para solucionar a equação do movimento, a integração implícita e a integração explícita. Para uma comparação destas duas técnicas o leitor deve se referir a Bathe [1] ou Cook et al. [3]. Neste trabalho, apenas a técnica explícita será usada e descrita.

Um dos métodos explícitos de integração no tempo é denominado método da diferença central. A solução é avançada do tempo  $t^n$  para o tempo  $t^{n+1}$  pelo passo no tempo  $\Delta t^n$ . A equação de equilíbrio é estabelecida num estado conhecido n no tempo  $t^n$  e o estado  $n+1$  no tempo  $t^{n+1}$  é determinado. Assim, a equação do movimento do sistema de elementos finitos no tempo  $t^n$  é:

$$Mu^n = F_n^{ext} - F_n^{int} \tag{7.36}$$

O vetor de aceleração é encontrado a partir desta equação fazendo:

$$u^n = M^{-1} (F_n^{ext} - F_n^{int}) \tag{7.37}$$

A velocidade é atualizada por:

$$u_{n+1}^z = u_n^z + \Delta t^n u^n \tag{7.38}$$

Os deslocamentos no instante  $t^{n+1}$  são definidos como:

$$u_{n+1}^z = u_n^z + \Delta t^n u_{n+1}^z \tag{7.39}$$

onde

$$\Delta t_{n+1}^z = \frac{\Delta t^n + \Delta t_{n-1}^z}{2} \tag{7.40}$$

As chapas laminadas de aço cobre ou outras ligas apresentam características anisotrópicas. ou seja, apresentam diferentes propriedades em cada direção. Para estes materiais CFC, o critério de escoamento de Hill não é adequado. Assim para estes materiais indica-se utilizar o modelo de anisotropia de Barlat a 3 ou a 6 parâmetros. Os modelos de materiais 33, 36 do programa LS-DYNA são respectivamente os modelos de Barlat a 3 parâmetros, a 6 parâmetros e denominado modelo de Barlat descritos no item 3 acima. Já o modelo 37 trata da anisotropia transversa ou na espessura. Estes três modelos são utilizados com o modelo MEF desenvolvido e os resultados obtidos são comparados com dados presentes na literatura e representa o comportamento anisotrópico do material.

### 7.6.1. Modelo de Material.

Na modelagem dos materiais, os modelos matemáticos que os representam devem ser o mais preciso possível, mas não muito complicados de maneira a facilitar sua implementação numérica. Este capítulo descreve o modelo de material utilizado nas simulações numéricas, e também descreve o elemento finito utilizado.

### 7.6. Modelo de Material e Elemento Utilizado.

onde  $E$  é o módulo de elasticidade e  $d$  é a densidade. Para o elemento finito utilizado no modelo desenvolvido o incremento de tempo utilizado não deverá ser maior que 30  $\mu$ s.

$$C_p = \sqrt{\frac{E}{d}} \quad (7.42)$$

onde  $L_{min}$  é o menor aresta dos elementos na estrutura e  $C_p$  é a velocidade do som no meio material da estrutura. Essa velocidade pode ser calculada por:

$$\Delta t \leq \frac{L_{min}}{C_p} \quad (7.41)$$

O método da diferença central como é conhecido o conjunto das três últimas equações é apenas estável condicionalmente. Isto significa que não é permitido o incremento de tempo exceder um incremento crítico. Uma estimativa deste incremento de tempo pode ser feita pela condição de que uma onda sonora não pode propagar pelo menor elemento da estrutura em um único incremento de tempo. Assim sendo uma estimativa é dada pela fórmula (conhecida como condição de Courant):

O outro modelo utilizado é isotópico segundo a formulação de Von Mises, sendo identificado no programa LS-DYNA como modelo 18 ou  
 \*MAT\_POWER\_LAW\_PLASTICITY [4].  
 Finalmente, o modelo isotópico de encruamento foi utilizado em todas as simulações relacionadas neste trabalho e outras abordagens (por ex. o encruamento cinemático) estão fora dos objetivos deste trabalho.

#### Bibliografia do Capítulo 7

- [1] BATHE, K. J. - Finite Elements Procedure - ISBN 013 301458 4, Prentice Hall - 1996.  
 [2] HALQUIST, J. O., LS-DYNA Keyword User's Manual - Version 950 - Livermore Software Technology Corporation, 1999.  
 [3] COOK, R. D., MALKUS, D. S. and PLESHA, M. E., "Concepts and Applications of finite Element Analysis, 3<sup>rd</sup> Ed. John Wiley and Sons, Madison 1989.  
 [4] HALQUIST, J. O., LS-DYNA Theoretical Manual - Version 950 - Livermore Software Technology Corporation, 1998.

## 8. RESULTADOS EXPERIMENTAIS UTILIZADOS PARA COMPARAÇÃO COM OS RESULTADOS SIMULADOS VIA MEF.

Com a finalidade de validar o modelo MEF desenvolvido para o ensaio de expansão hidrostática, três trabalhos foram selecionados para retirada tanto das propriedades dos materiais a serem utilizados nas simulações MEF, quanto dos resultados experimentais dos respectivos materiais quando submetidos ao referido ensaio. O primeiro trabalho selecionado foi "Comportamento da Tensão e da Deformação em Chapas Metálicas durante a Conformação por Pressão Hidráulica", [1] e os dados utilizados são descritos no item 8.1 a seguir. O Segundo trabalho selecionado foi "Finite Element Modeling of Hydraulic Bulging During Sheet Metal Forming", [2] cujos dados utilizados são descritos no item 8.2 a seguir. O terceiro trabalho utilizado é "Finite Element Simulation of Sheet Metal Forming for Planar Anisotropic Metals" [3]. Este trabalho é descrito no item 8.3 a seguir.

Finalmente, no que diz respeito ao comportamento de chapas de aço ao ensaio de expansão hidrostática, um aço nacional foi selecionado e seu comportamento foi estudado via MEF e o resultado comparado com o a teoria de Castro e Pierce [4]. Estes resultados foram obtidos aliando-se os procedimentos desenvolvidos e aplicados nas simulações referentes aos itens 8.1, 8.2, e 8.3, realizadas para as condições descritas nas referências já mencionadas [1], [2] e [3]. No item 8.4 estão apresentadas as propriedades do aço IF 18, a geometria das ferramentas utilizadas (circunferência e elipses) e no item 10.4 os respectivos resultados.

Nestes quatro conjuntos de simulações, diferentes critérios de escoamento foram utilizados, sendo abrangidos critérios isotrópico, isotrópico planar ou anisotrópico normal e anisotrópico a três e seis parâmetros. Assim, além da validação do modelo MEF desenvolvido, resultados comparativos para diferentes critérios de escoamento são apresentados para uma mesma condição geométrica e um mesmo material.

### 8.1 Dados das referência [1] Utilizados na Simulação via MEF.

Na referência [1] os autores estudam o comportamento de três diferentes materiais: Latão, Cobre e Alumínio de chapas submetidas a pressão hidráulica cujos coeficientes de anisotropia são menores que 1.0 ( $R < 1$ ). As propriedades dos materiais avaliados estão reproduzidas na tabela 8.1.

Na tabela 8.1 os valores da constante plástica de resistência não são relatados pelos autores [1] citados e foram calculados conforme descrito no apêndice III. Os ensaios experimentais foram realizados [1] para cada material ( cobre, latão e alumínio) para diferentes matrizes como descrito na figura 8.1. Cada matriz tem diferentes dimensões indo da circunferência a elipses. Sendo  $a_e$  a cota do eixo maior e  $b_e$  a cota do eixo menor, as seguintes relações  $a_e b_e$  foram avaliadas:  $a_e b_e = 1.0; 0.8; 0.65; 0.45$ .

Tabela 8.1 - Propriedades dos materiais utilizados na referência [1].

Material	Espessura [mm]	Limite de Escovamento [kN/mm <sup>2</sup> ]	Limite de Resistência [kN/mm <sup>2</sup> ]	Coeficiente de Anisotropia		n - Coef. de Encruamento (1)	$\epsilon_0$ - Deformação Pré-existente (1)	E - Módulo de Elasticidade [kN/mm <sup>2</sup> ](2)	Densidade [kg/mm <sup>3</sup> ](2)	$\mu$ Coeficiente de Poisson (2)
				$r_{90}$	$r_{00}$					
Alumínio	0.736	0.080	0.093	0.371	0.219	0.34	0.005	104.0	8.35E-06	0.34
Latão	0.500	0.253	0.371	0.78	0.92	0.26	0.070	115.0	8.50E-06	0.34
Cobre	0.530	0.086	0.219	0.99	0.99	0.38	0.033	75.0	2.71E-06	0.33
				35	35					
				0.697	0.471					
				35	10					
				0.78	0.43					
				0.62	0.90					
				0.26	0.07					

(1) Valores médios obtidos das curvas  $\sigma = K(\epsilon_0 + \epsilon)^n$ ; (2) Referências [2] pg. 74; (3) Valores calculados. Para detalhes ver apêndice III.

Ao utilizar-se  $a_e b_e$  de diferentes magnitudes, diferentes seqüências ou históricos de deformação são obtidos, indo do estiramento biaxial balanceado para  $a_e b_e = 1.0$  até

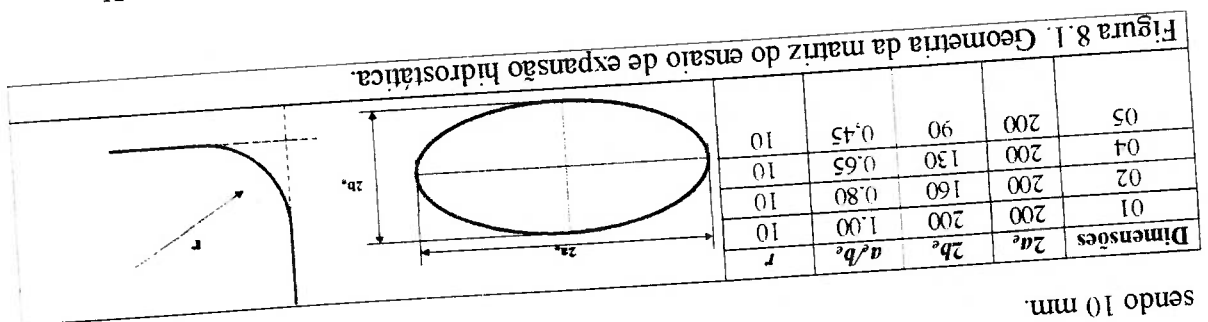
8.2 Dados da Referência [2] Utilizados na Simulação via MEF. Como no trabalho do item 8.1, aços não foram analisados, o trabalho da referência [2] foi selecionado por apresentar resultados de diversos experimentos com diferentes aços (com estrutura CCC) para diferentes espessuras e coeficiente de anisotropia maior que 1 ( $R > 1$ ).

para ambos modelos isotrópicos e anisotrópicos são apresentados e comparados. avaliar a real influência do critério de escoamento no resultados via MEF. Os resultados isotrópico do LS-DYNA denominado \*MAT\_POWER\_LAW\_PLASTICITY [5], a fim de mesmos modelos das elipses descritas também foram modelados por um material Os resultados, além de comparados com o cálculo teórico de CASTRO e PEARCE [4], os Barlat a 3 parâmetros denominado \*MAT\_3\_PARAMETER-BARLAT [5].

utilizou-se o modelo de material ou critério anisotrópico de escoamento do LS-DYNA de Como os materiais abordados nesta referência apresentam estrutura cristalina FCC, como tais condições foram implementadas no LS-DYNA.

No capítulo 10 a frente estes resultados serão apresentados e comparados ao resultado obtido para o modelo MEF desenvolvido e para as condições acima descritas fornecidas ao programa LS-DYNA pelo modelo descrito no capítulo 9. No capítulo 9 serão descritos dados pelas equações 6.9, 6.10 e 6.11.

Os resultados experimentais obtidos são apresentados em gráficos  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  e  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  comparando-se para cada razão  $\alpha = d\epsilon_x/d\epsilon_y$  os valores experimentais e os valores teóricos



sendo 10 mm.

Neste trabalho nada é dito sobre o valor do raio r da matriz o qual foi assumido como durante o processo de deformação até a ruptura.

deformação ( $\alpha = d\epsilon_x/d\epsilon_y$ ) depende da forma geométrica da matriz e se mantém constante estiramento biaxial próximo ao esta plano de deformação que ocorre para  $\epsilon_z = 0$ . A razão de

Tabela 8.2 - Propriedade dos Materiais utilizados na Referência [2].

Aço Acalmado conforme BS 1449:1983 (parte 1)	Espessura (mm)	n	K (MPa)	R	AR	CRI	1.50	0.200	549,70	1.570	0.925
						CRI	0.98	0.215	553,90	1.475	0.590
						CRI	0.75	0.222	548,05	1.720	0.700
						CRI	0.60	0.215	476,30	2.030	0.550

Os aços da tabela 8.2 são submetidos a ensaios experimentais de expansão hidrostática e as mesmas condições são implementadas no programa ABACUS da mesma família do LS-DYNA. Neste trabalho, diversos aspectos são avaliados comparando resultados experimentais com o resultado numérico do MEF: Deflexão X Pressão, Tensão versus Deformação, Deformação versus Distância do Pólo e Deformação no limite da instabilidade versus Distância do pólo. Estas mesmas comparações são realizadas para o modelo desenvolvido neste trabalho, para fins de aferição do programa LS-DYNA. Neste trabalho a anisotropia normal ou anisotropia transversa é utilizada sendo que no plano da chapa considera-se isotropia planar. Para modelar este comportamento utilizando o modelo desenvolvido, utilizou-se no LS-DYNA o modelo de material ou critério de escoamento denominado \*MAT\_TRANSVERSELY\_ANISOTROPIC\_ELASTIC\_PLASTIC [5].

**8.3 Dados da Referência [3] Utilizados para Simulação via MEF - Modelo de Material anisotrópico a 6 Componentes.**

Como anteriormente mencionado, a referência [3] foi utilizada por apresentar dados e resultados de simulações de modelo de material anisotrópico a 6 parâmetros. Dados não apresentados foram calculados a partir dos dados fornecidos como descrito no Apêndice IV. Na tabela 8.3 estão mostrados os 6 parâmetros a tração e os 6 parâmetros a compressão, determinados a partir de ensaios. Nesta tabela também está mostrado o valor do expoente  $\alpha$ . Desta tabela vê-se a limitação deste modelo de material o qual apresenta propriedades diferentes a tração e compressão o que dificulta sua aplicação em simulações MEF, a peças em que estão presentes as duas situações. Os autores de [3] indicam utilizar

este modelo em condições de processo em que uma das situações predomina que é o caso do ensaio de expansão hidrostática onde forças de tração predominam. Para casos onde tração e compressão coexistem, como nos ensaios de embutimento, os autores recomendam executar duas simulações em separado, uma para cada conjunto de propriedades, realizando após uma média dos resultados.

Assim para o caso do ensaio de expansão hidrostática, as propriedades a tração serão utilizados em conjunto com o modelo ou critério de material do programa LS-DYNA denominado \*MAT\_BARLAT\_ANISOTROPIC\_PLASTICITY [5].

**Tabela 8.3 – Propriedades Anisotrópicas para chapa da liga de Alumínio 2008 T4 [3].**

Dado	Ensaio		Compressão					
	a	11	A	B	C	F	G	H
Ensaio	a	11	1.223	1.014	0.9858	1.000	1.000	1.000
Tração		11	1.017	1.023	0.9761	0.9861	0.9861	0.8875
Compressão		11	1.017	1.023	0.9761	0.9861	0.9861	0.8875

**Tabela 8.4 – Tensões x Deformações - GXE - Liga de Alumínio 2008 T4 [3].**

σ (MPa)	ε
156,5	0,000
211,2	0,034
232,5	0,049
288,6	0,102
322,3	0,153
344,4	0,201
358,0	0,240
374,9	0,301
387,3	0,363
397,0	0,400
405,6	0,460
413,4	0,500

Neste trabalho, resultados para os perfis do bulbo formados para dois instantes específicos são apresentados. Os resultados desta condição são apresentados no item 10.3.



**8.4 Descrição das simulações realizadas com o aço IF 18 e dados utilizados.**

Para o aço IF 18 as simulações foram realizadas para as seguintes dimensões das matrizes:

Figura 8.2 Geometria da matriz do ensaio de expansão hidrostática para Aço IF 18.

Dimensões	$2a_e$	$2b_e$	$r$
01	200	200	10
02	200	180	10
03	200	160	10
04	200	140	10
05	200	120	10

Para o aço IF 18 obteve-se os históricos de deformação teóricos utilizando a teoria de Castro e Pearce e para as mesmas condições simulou-se a deformação no LS-DYNA e obteve-se os históricos de deformação simulados. A seguir procedeu-se a comparação dos resultados teóricos com os resultados simulados.

Para o cálculo teórico das deformações e para a simulação no LS-DYNA as propriedades do aço IF 18 utilizados são os descritos na tabela 8.5:

**Tabela 8.5 – Dados do material IF18.**

Material: IF18.	$n : 0.229$	$R_{90} : 2.43$
Espessura: 0.8 mm	$K : 0.566 \text{ KN/mm}^2$	$R_{45} : 1.98$
Coefficiente de Poisson: 0.28	$E : 207 \text{ GPa}$	$R_{00} : 1.79$

Bibliografia do Capítulo 8.

- [1] BRESSAN, J. D. E AL-QURESHI, H. A. "Comportamento da Tensão e Deformação em Chapas Metálicas Durante a Conformação por Pressão Hidráulica." 4º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, 1980, p. 101 a 111.
- [2] CRONIN, R. J., XIA, J. Y., LEWELLYN, D. T. "Finite Element Modeling of hydraulic bulging during sheet metal forming: Ironmaking and Steelmaking, 1994, 21, p. 32 - 36.
- [3] CHUNG, K., SHAH, K. "Finite Element Simulation of Sheet Metal Forming for Planar Anisotropic Metals." Int. J. of Plasticity, 8 p. 453-476, 1992.
- [4] CASTRO, A. E PEARCE, R. "The Biaxial Stress-Strain Behavior of Sheet Metal under a Wide Range of Stress Ratios. Cranfield Memo. No. 53. (1973).
- [5] HALQUIST, J. O., LS-DYNA Theoretical Manual - Version 950 - Livemore Software Technology Corporation, 1998.

## 9. MODELAGEM MEF E CONDIÇÕES DE SIMULAÇÃO.

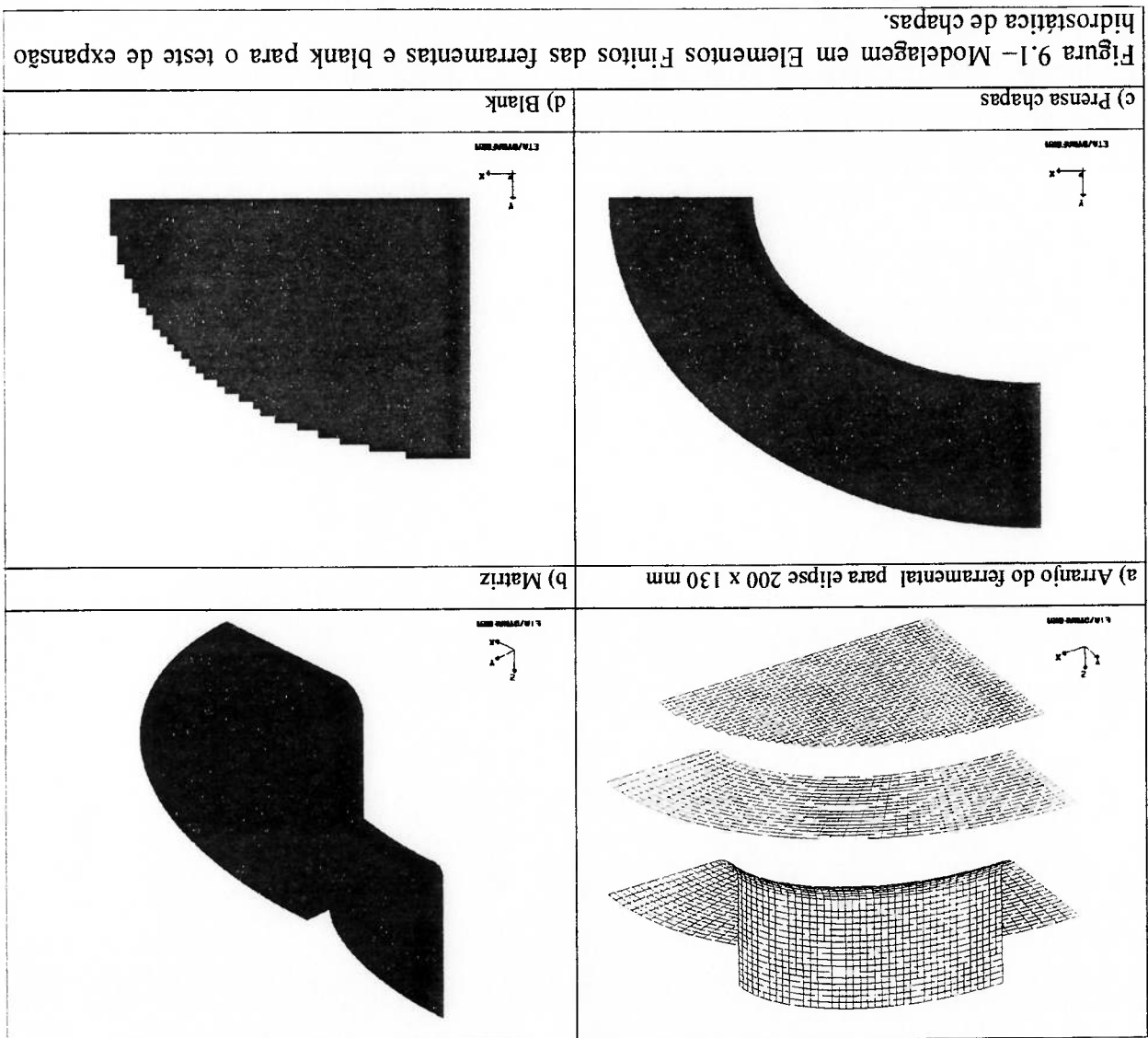
### 9.1 - Procedimento Geral na Construção dos Modelos MEF.

Na figura 9.1 esta mostrado o modelo em elementos finitos utilizado nas simulações. Este modelo foi gerado no programa DYNIFORM versão 3.3 [1] [2] (O DYNIFORM é um pré e pós-processador que gera modelos como dado de entrada para o programa LS-DYNA e após o cálculo, analisa os dados de saída apresentando-os em forma gráfica. Para detalhes deste programa veja Apêndice I). Depois de concluído o modelo em Elementos Finitos, também no mesmo programa são aplicadas as condições de contorno, estabelecidos os contatos entre os corpos e fornecidos as propriedades elasto-plásticas do material. Finalizando o trabalho no DYNIFORM, uma carta em ASCII com comandos para o Programa LS-DYNA é gerada (O LS-DYNA [3] é um programa de aplicação geral na solução e simulação de problemas lineares e não lineares envolvendo resposta dinâmica de estruturas com grandes deformações e contato entre os diversos corpos que a compõem. Para detalhes deste programa ver Apêndice I). Os arquivos gerados ao final da modelagem no DYNIFORM são então utilizados como dados de entrada no programa LS-DYNA no qual efetua-se a simulação. Uma descrição destes arquivos é encontrada no Apêndice II. Este procedimento de modelagem foi aplicado a todos cálculos aqui relatados.

### 9.2 - Descrição do Modelo em Elementos Finitos.

Na figura 9.1 estão mostrados os modelos em elementos finitos do blank, da matriz e do prensa chapas. O modelo mostrado tem forma elíptica de lado maior de 200 mm e lado menor igual a 130 mm. Como descrito anteriormente, além da forma mostrada, outras formas elípticas foram modeladas de maneira a obterem-se outros caminhos de deformação na condição de estiramento. As demais formas elípticas foram modeladas com as dimensões descritas no capítulo 8. Devido a simetria, foi modelado apenas um quarto de cada corpo, sendo necessário assim introduzir-se condições de contorno de simetria nos planos xz e yz. A matriz e o prensa chapas foram modelados como corpos rígidos. Contatos foram estabelecidos entre o *blank* e a matriz e entre o *blank* e o prensa chapas. Neste contato definiu-se o coeficiente de atrito estático e dinâmico constante de 0.125. Para modelagem do *blank* utilizou-se o elemento finito quadrado de casca de 5 mm de lado. A matriz e o prensa chapas foram modelados também com elementos de casca de 10 mm de lado.

Devido à condição de Courent (Ver Capítulo 7) [4] [5], o tempo de cálculo é determinado pelo menor lado dos elementos finitos das peças deformáveis presentes no modelo. Neste modelo, somente o blank é deformável, já que a matriz e o prensa chapas foram declarados corpos sólidos indeformáveis. Assim, o lado dos elementos do *blank* será utilizado pelo programa LS-DYNA para calcular o incremento de tempo a ser utilizado durante o cálculo e consequentemente determinará o tempo de cálculo. Não foram utilizados elementos com lados menores que 2,5 mm, pois os resultados obtidos mostraram-se satisfatórios.



### 9.3 - Descrição das Condições de Contorno.

Nas figuras 9.2 e 9.3 estão mostradas as condições de contorno aplicadas ao modelo descrito no item anterior, neste caso utilizou-se o modelo MEF para matriz circunferencial. As condições de contorno referentes aos graus de liberdade para o blank estão mostradas na figura 9.3 e podem ser assim descritas:

- No central na cor verde (figura 9.3):  $DOFX=DOFY=ROTX=ROTY=ROTZ=0$ . Para este nó há somente um grau de liberdade, em z, ou seja DOFz. Esta condição de contorno foi aplicada a fim de simular a simetria, já que somente um quarto do modelo foi modelado.

- Nos do plano YZ na cor azul (figura 9.3), com exceção do nó central:  $DOFX=ROTY=ROTZ=0$ . Para nós no plano YZ, há somente liberdade em z e y e rotação em x. Esta condição de contorno foi aplicada a fim de simular a simetria, já que somente um quarto do modelo foi modelado.

- Nos do plano XZ na cor preta (figura 9.3), com exceção do nó central:  $DOFY=ROTX=ROTZ=0$ . Para nós no plano XZ, há somente liberdade em z e x e rotação em y. Esta condição de contorno foi aplicada a fim de simular a simetria, já que somente um quarto do modelo foi modelado.

Quando as condições de contorno da matriz e do prensa chapas, estas são feitas por ocasião da definição das propriedades de movimento apenas no eixo Z.

Ainda na figura 9.3 pode ser visualizada a força de sujeição aplicada ao prensa chapas. Esta força se sobrepõe à pressão aplicada ao blank, as quais garantem a fixação perfeita deste, não sendo necessário assim modelar-se quebra rugas. A equação desta força aplicada ao longo do tempo, esta mostrada na figura 9.5.

Finalmente, na figura 9.4 está mostrada a condição de contorno referente à pressão lateral aplicada ao blank. Matematicamente a pressão tem a forma da figura 9.6. Esta condição de contorno é aplicada a todos os elementos do blank. Assim como anteriormente descrito, as forças provenientes da pressão hidráulica se adicionam a força de sujeição na região do

Figura 9.2 – Modelo em Elementos Finitos para Matriz Circunferencial de Raio 100 mm

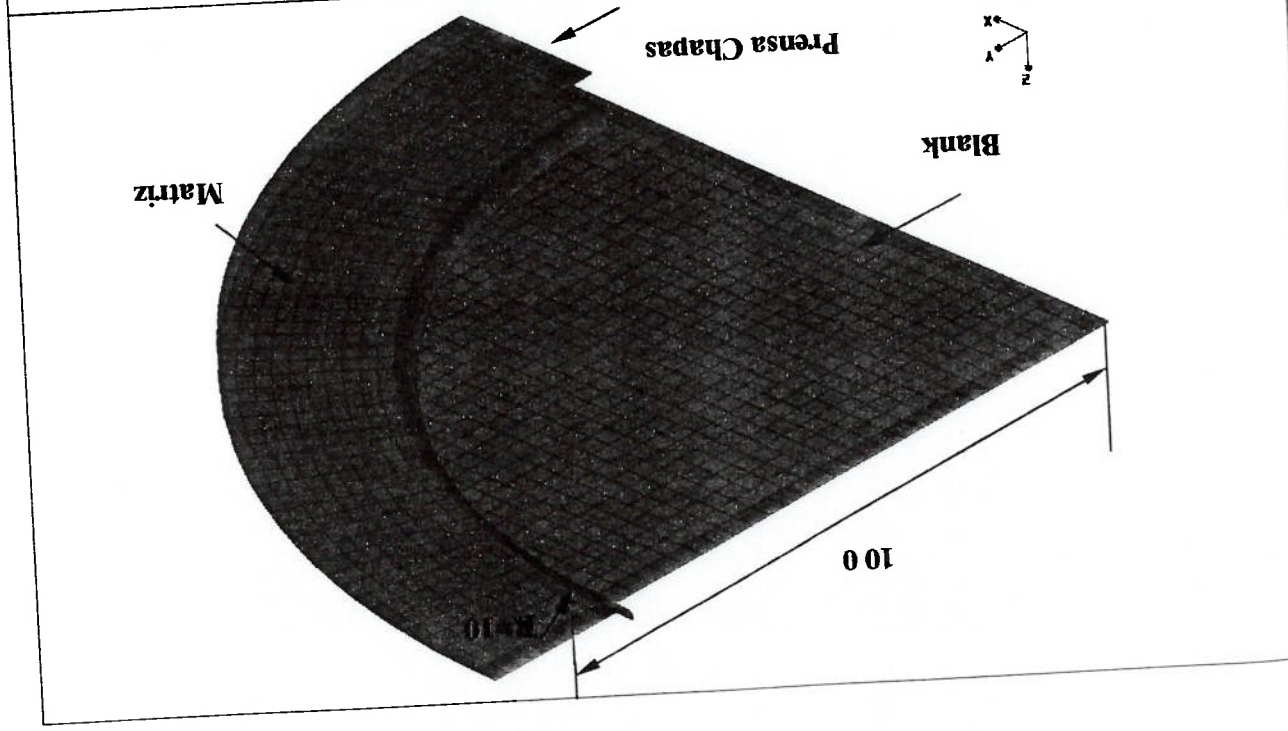
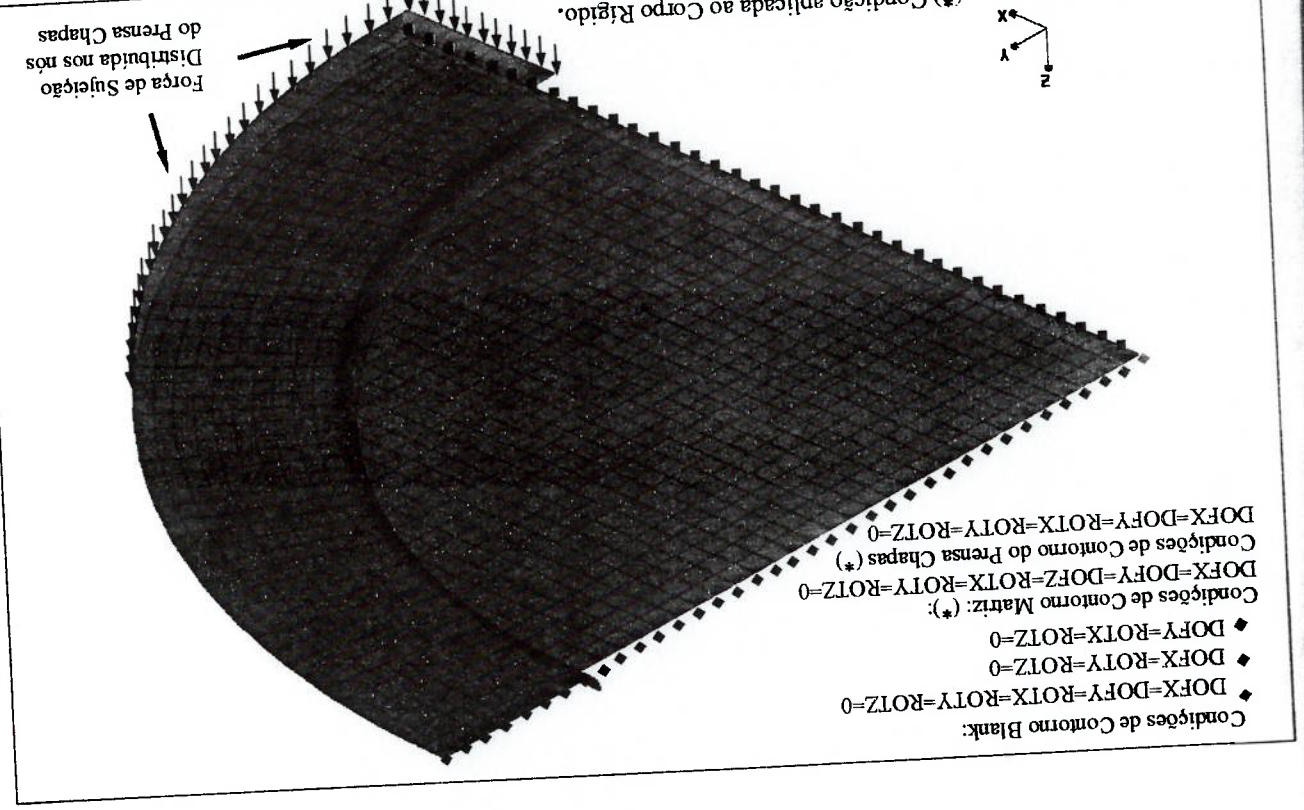


Figura 9.3 – Condições de contorno aplicadas ao *blank* e força de sujeição aplicada ao prensa chapas.



Condições de Contorno Blank:  
 ◆ DOFX=DOFY=ROTX=ROTY=ROTZ=0  
 ◆ DOFX=ROTY=ROTZ=0  
 ◆ DOFY=ROTX=ROTZ=0  
 Condições de Contorno Matriz: (\*):  
 ◆ DOFX=DOFY=DOFZ=ROTX=ROTY=ROTZ=0  
 Condições de Contorno do Prensa Chapas (\*):  
 ◆ DOFX=DOFY=ROTX=ROTY=ROTZ=0

prensa chapas. A necessidade de se aplicar a pressão a todos elementos do blank deve-se ao fato de alguns de seus elementos serem interseccionados pela linha divisória da matriz. Assim evita-se erros ao não se aplicar pressão a estes elementos que estão na borda da "janela da matriz" e consequentemente minimiza os erros na simulação. Uma possível desvantagem de aplicar-se pressão a todo o blank se deve ao fato de na região do prensa chapas haver a sobreposição com a força de sujeição, devendo-se se for o caso descontar-la da força de sujeição a ser aplicada.

Pressão Lateral => Curva  
 Linear Pressão Versus Tempo.

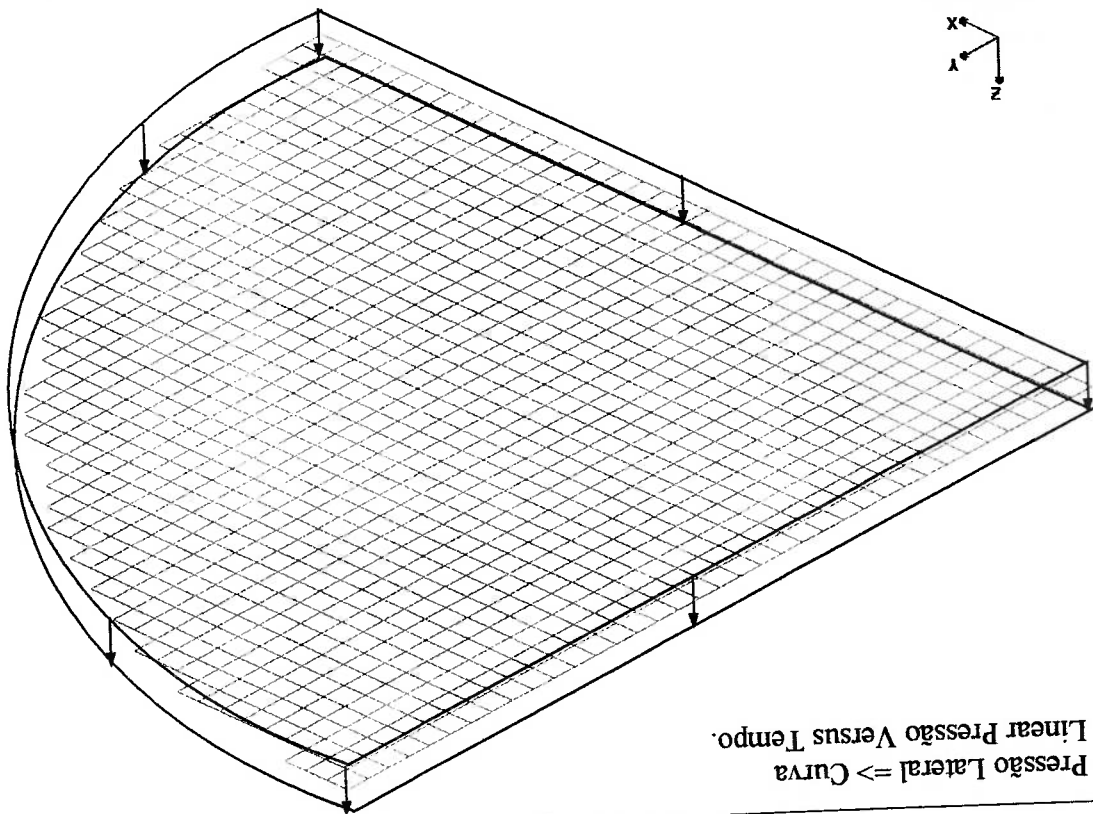
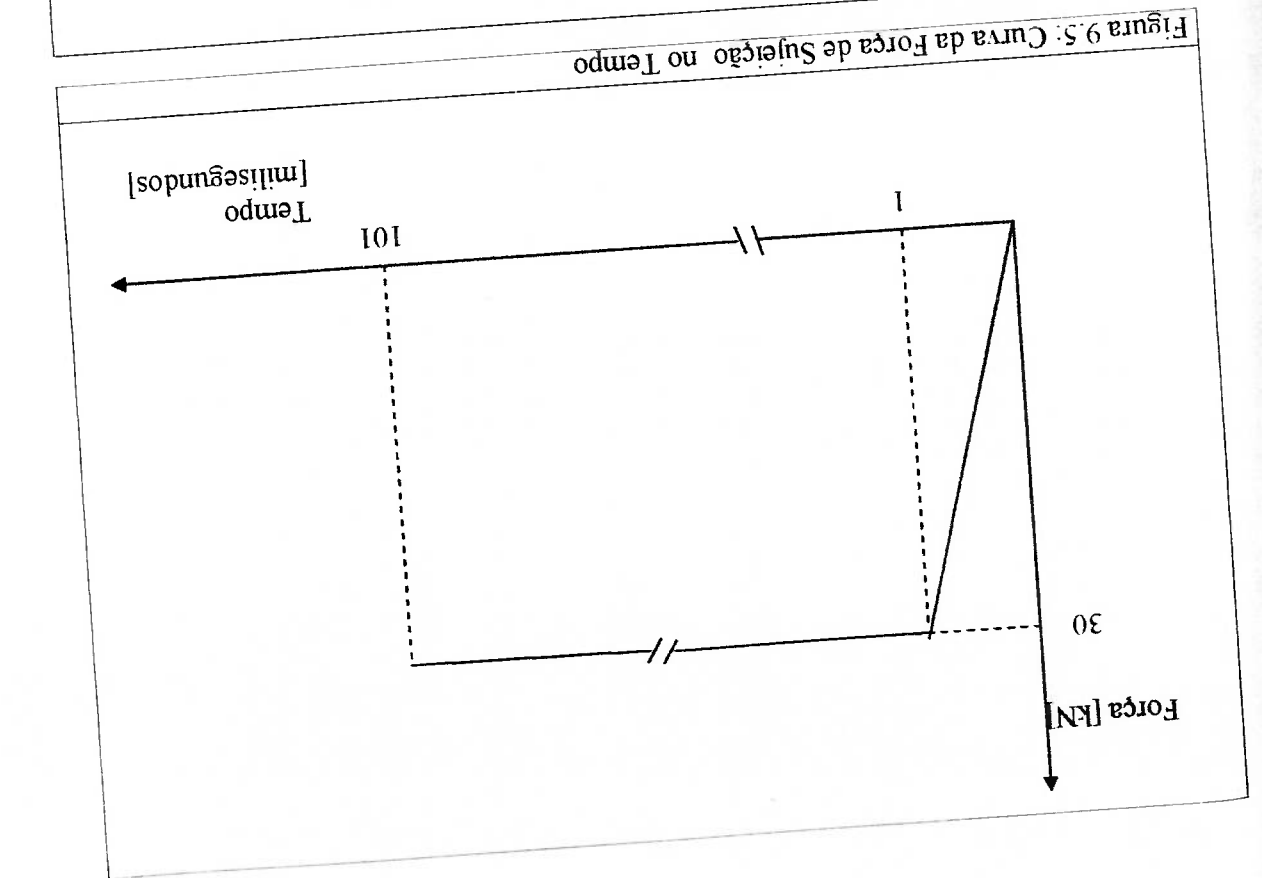
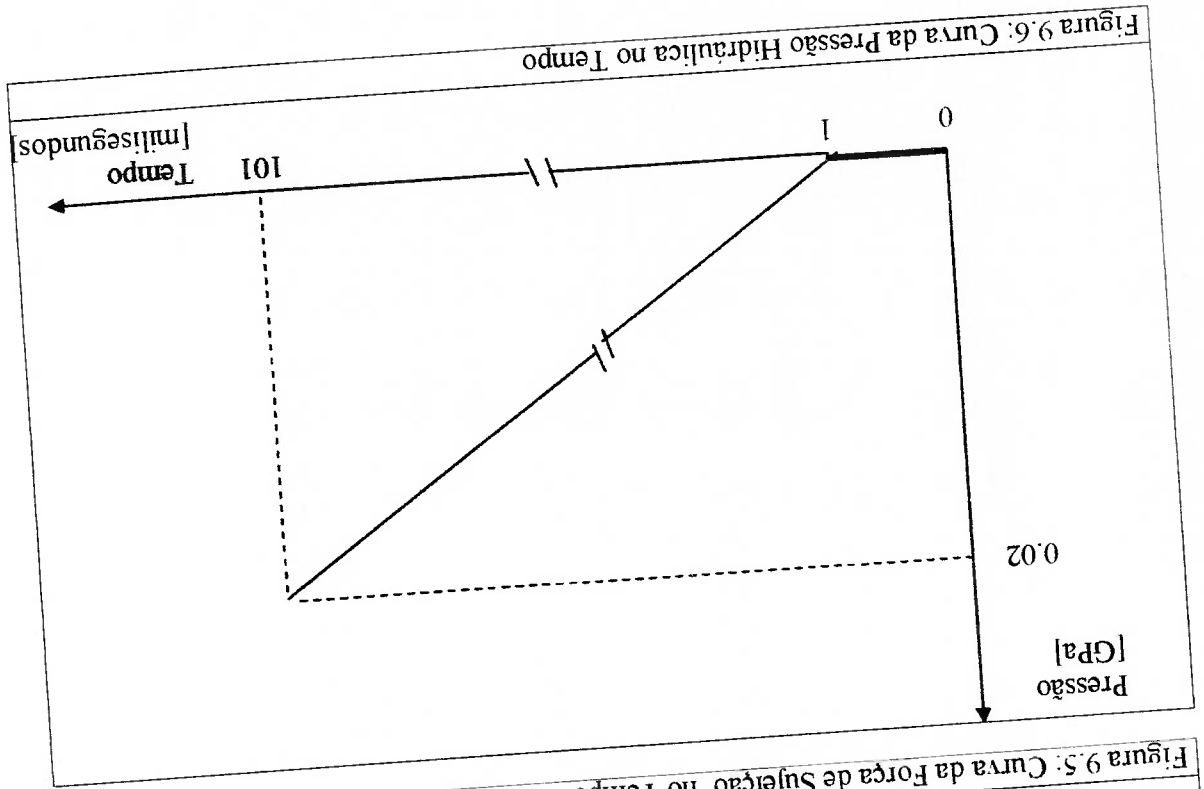


Figura 9.4: Pressão hidráulica aplicada ao blank.





**Bibliografia do Capítulo 9**

- [1] TANG, A: Dynaform User's Manual - Engineering Technology Associates, Inc - 1999
- [2] TANG, A: Dynaform Application Manual - Engineering Technology Associates, Inc - 1999.
- [3] HALQUIST, J. O., LS-DYNA Keyword User's Manual - Version 950 - Livmore Software Technology Corporation, 1999.
- [4] HALQUIST, J. O., LS-DYNA Theoretical Manual - Version 950 - Livmore Software Technology Corporation, 1998.
- [5] BATHE, K. J., - Finite Elements Procedure - ISBN 013 301458 4, Prentice Hall - 1996.

### 10. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES.

#### 10.1 Resultados para coeficiente de anisotropia $R > 1$ : Aço - Referência [1].

No conjunto de resultados apresentados a seguir avaliou-se a precisão do modelo MEF desenvolvido para materiais com o coeficiente de anisotropia  $R > 1$  pela comparação dos resultados obtidos com dados presentes na literatura, neste caso sendo escolhido o paper ref. [1]. Além da eficácia do modelo desenvolvido, são avaliados a influência do raio de canto de material escolhido para malha MEF. Detalhes das propriedades utilizadas e do modelo de material escolhido foram discutidos e apresentados no capítulo 8. As avaliações feitas e os resultados obtidos são descritos a seguir.

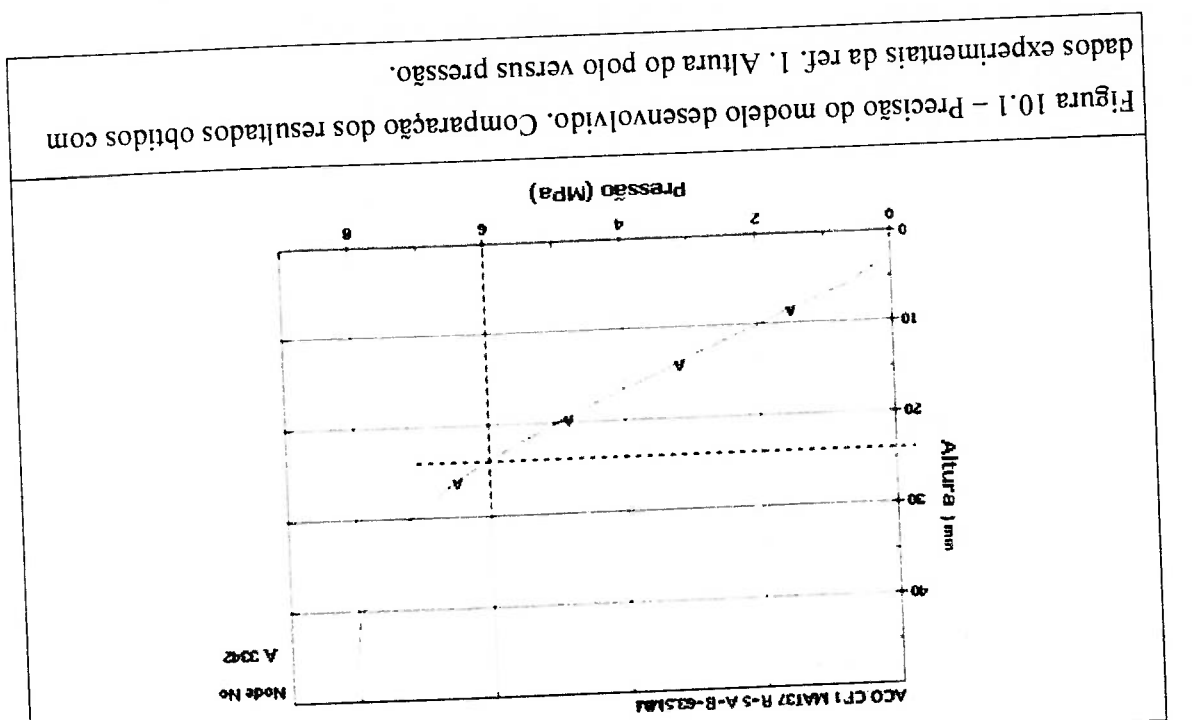
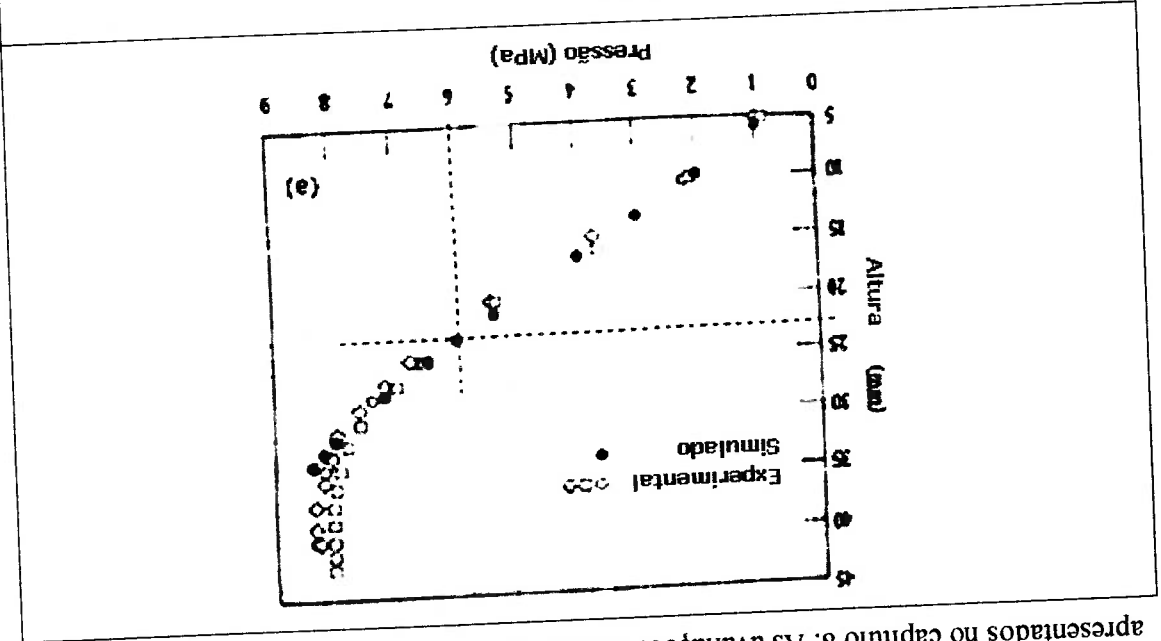


Figura 10.1 - Precisão do modelo desenvolvido. Comparação dos resultados obtidos com dados experimentais da ref. 1. Altura do polo versus pressão.

**10.1.1 – Avaliação quanto a altura e deformação versus a pressão hidrostática.**

Pela avaliação dos gráficos da figura 10.1 ve-se que experimentalmente os autores da referência [1] obtiveram uma altura do bulbo de 23,0 mm para uma pressão de 6 MPa, ao passo que o resultado do modelo MEF desenvolvido apresenta para a mesma pressão uma altura de 24,0 mm o que leva a um erro de 4,34%.

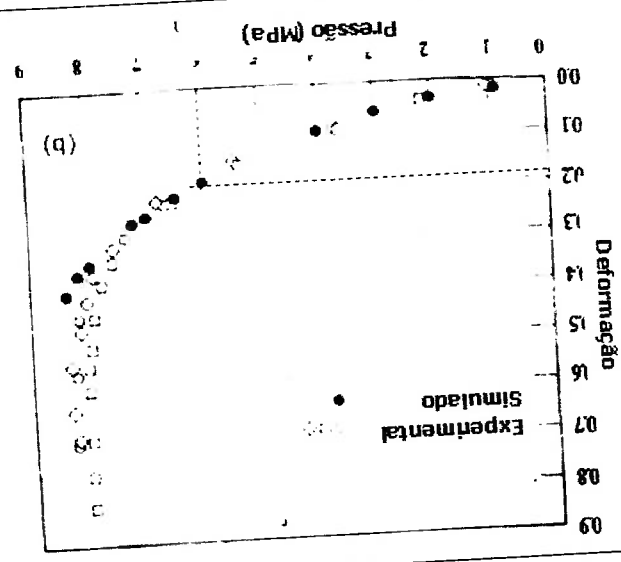
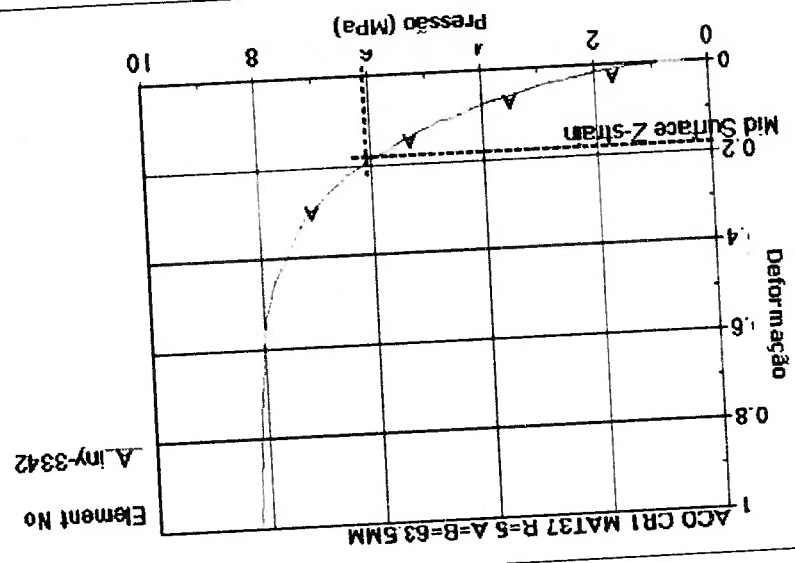


Figura 10.2 – Precisão do modelo desenvolvido. Comparação dos resultados obtidos com dados experimentais da ref. 1. Deformação versus pressão.



Pela avaliação dos gráficos da figura 10.2 ve-se que experimentalmente os autores da referência [1] obtiveram uma deformação de 0,19 para uma pressão de 6 MPa, ao passo que o resultado do modelo MEF desenvolvido apresenta para a mesma pressão uma deformação de 0,18 o que leva a um erro de 5,2%.

#### 10.1.2 – Avaliação da influência do raio de canto da matriz.

Na referência [1] nenhuma menção é feita sobre o raio de canto da matriz. Assim sendo foram desenvolvidos três modelos para raios de canto respectivamente com 3, 5 e 10 mm. Os resultados apresentados nas figuras 10.1 e 10.2 são para o raio de canto de 5 mm. Com os resultados para os três raios de canto, pode-se avaliar sua influência, o que está mostrado nas figuras 10.3 e 10.4 a seguir. Desta figuras podemos concluir que o raio de canto influencia nos resultados obtidos. Na figura 10.3 assumindo como referência o resultado para raio de canto igual a 5mm, o modelo com raio menor de 3 mm apresentou para a mesma pressão de 6 MPa altura do bulbo 3,3% maior e para o modelo com raio de canto de 10 mm 2% menor.

#### 10.1.3 Avaliação da influência do tamanho do elemento utilizado.

Ainda nas duas figuras 10.3 e 10.4, avaliou-se a influência de outro aspecto importante ou seja a influência da discretização ou do tamanho do elemento finito utilizado. Para avaliar este aspecto utilizou-se um recurso do Programa LS-DYNA denominado *"Adaptive Meshing"* o qual permite automaticamente refinar a malha do blank baseado mudança angular entre elementos adjacentes. Quando um elemento adjacente, deforma-se a um ângulo maior que um valor estabelecido (5 graus no caso) um elemento finito é dividido em quatro outros com arestas divididas pela metade. Este recurso é de grande valia na conformação de peças com geometria intrínca. Assim na figura 10.3 está mostrado o resultado para um discretização com elementos de 2,5 mm de aresta e na figura 10.4 para elementos com 1,25 mm provenientes de refinamento pela função *"adaptive meshing"*. Comparando-se os resultados para as figuras 10.3 e 10.4 para raio de canto de 5 mm, vemos que a discretização com elementos de 1,25 mm apresentou resultados idênticos as obtidas para 2,5 mm, o que leva a concluirmos que uma discretização com 2,5 mm é suficiente.

#### 10.1.4 – Curva Limite de Conformação.

A referência 1 não apresenta resultados ou históricos de deformação sobrepostos a Curva Limite de Conformação. No LS-DYNA, de posse do Coeficiente de Encruamento e da espessura do material fornece ao usuário um gráfico padrão baseado nas seguintes relações [4]:

Na figura 10.5 estão mostrados elementos selecionados cujos históricos estão mostrados na figura 10.6 sobrepostos a Curva Limite de Conformação obtidas pelas relações 10.1 e 10.2.

$$(10.1) \begin{cases} Se t \leq 0.10, FLD_0 = \frac{0.21}{n} (233 + 359t) \\ Se 0.1 < t \leq 0.21, FLD_0 = \frac{0.21}{n} (20 + 525t - 1250t^2) \\ Se t \geq 0.21, FLD_0 = \frac{0.21}{n} (20) \end{cases}$$

Figura 10.4: Avaliação da influência do raio de canto da matriz e da discretização MEF. Aresta do Elemento com 1.25 mm.

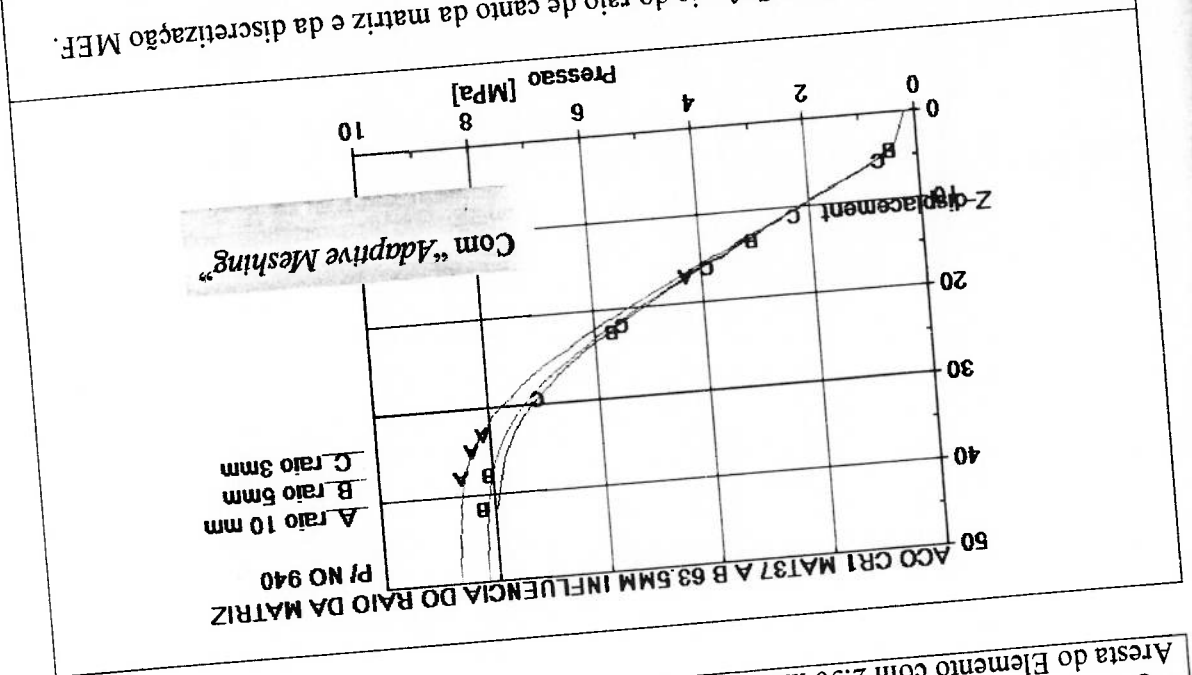
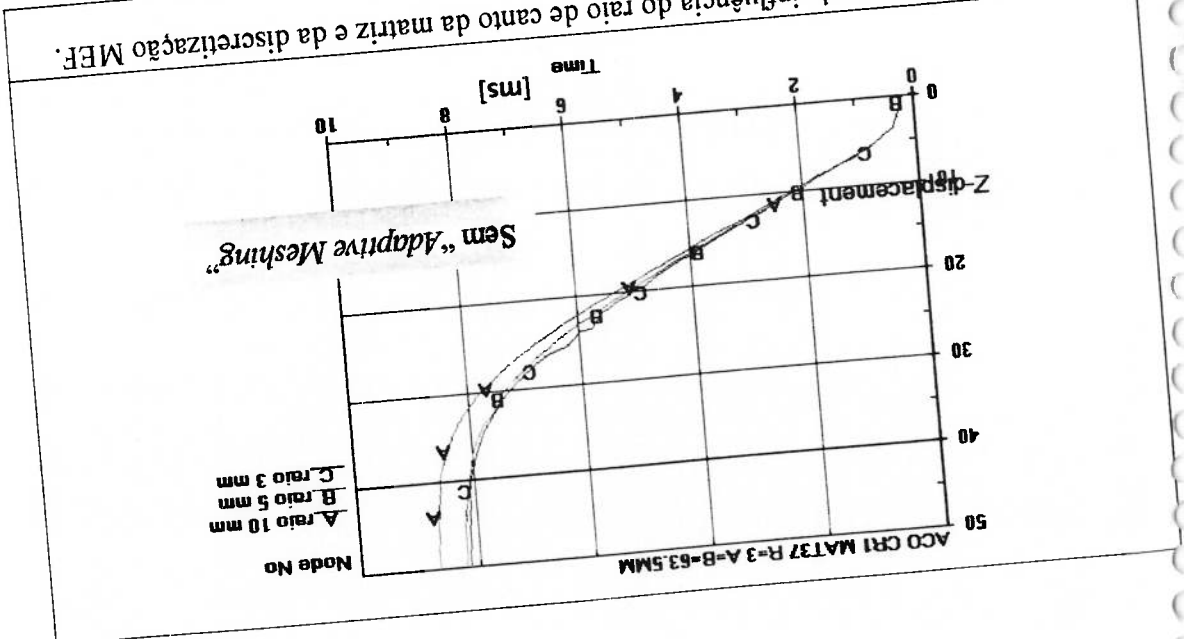
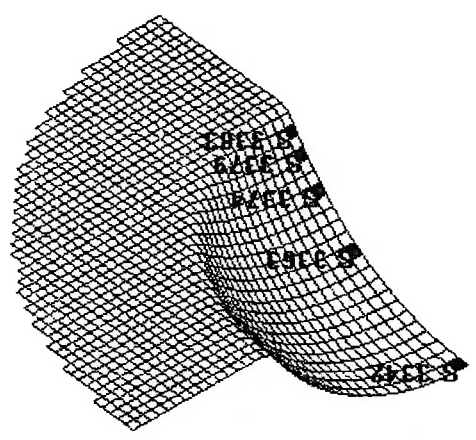


Figura 10.3: Avaliação da influência do raio de canto da matriz e da discretização MEF. Aresta do Elemento com 2.50 mm.



27



ACO CRI MAT37 R=5 A=B=63.5MM  
Time = 40

Figura 10.5 : Elementos selecionados para impressão dos históricos de deformação.

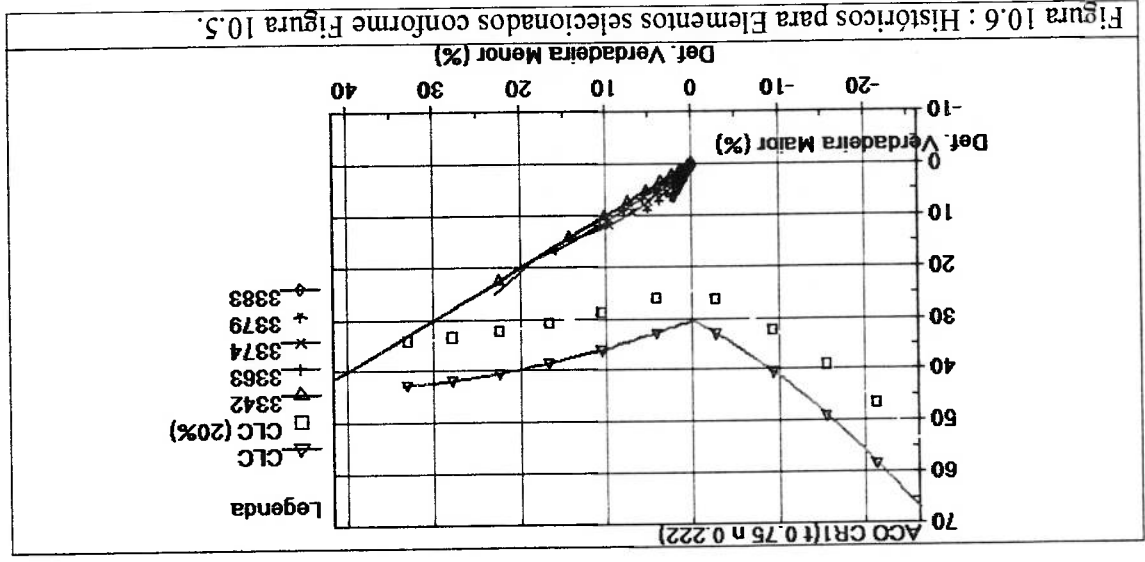


Figura 10.6 : Históricos para Elementos selecionados conforme Figura 10.5.

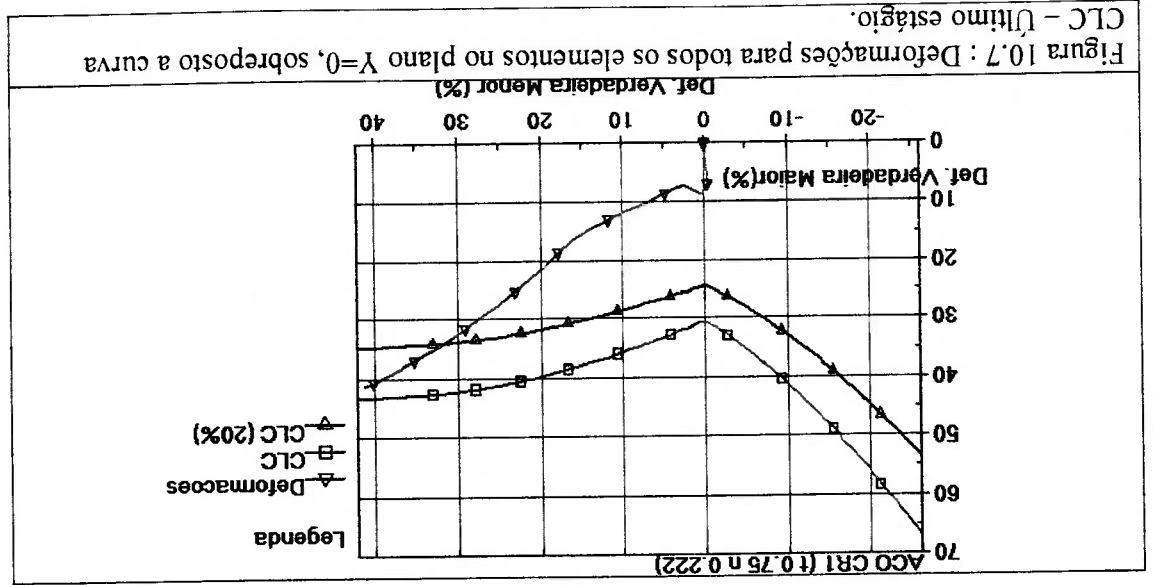
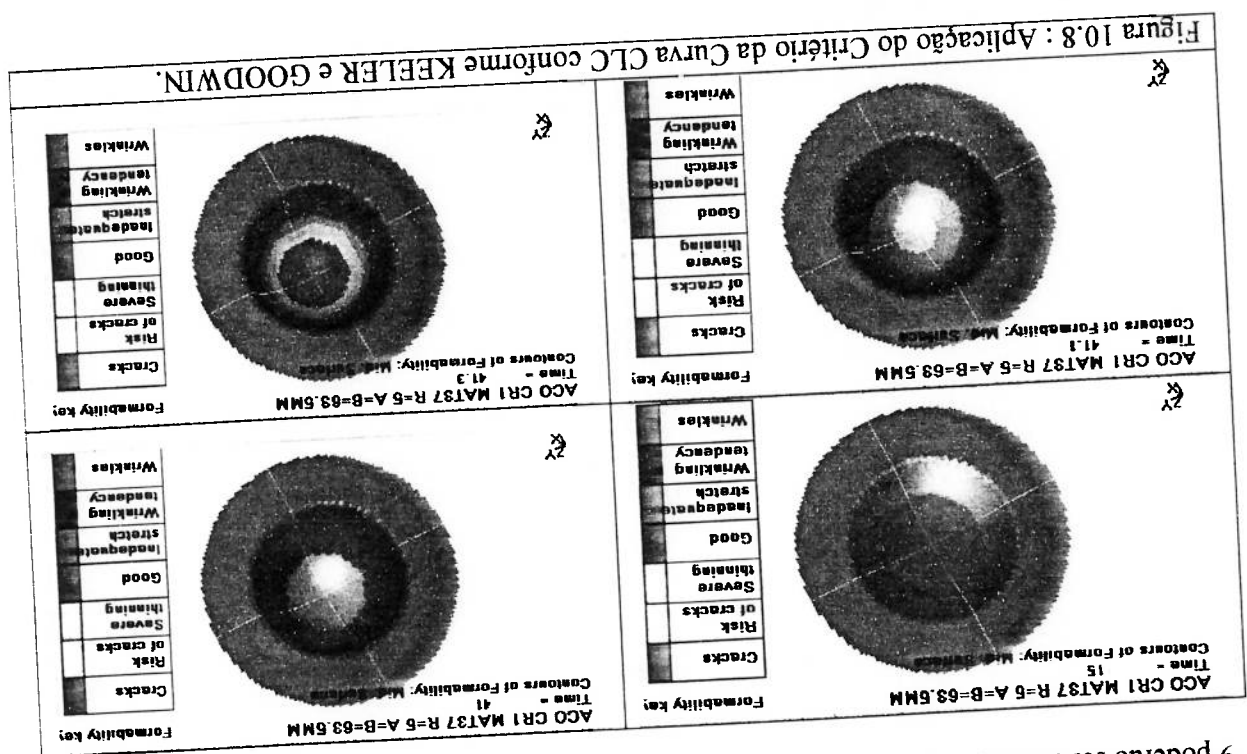


Figura 10.7 : Deformações para todos os elementos no plano Y=0, sobreposto a curva CLC - Último estágio.

Na figuras 10.7 esta mostrado as deformações para todos os elementos do Plano Y=0 para o ultimo estágio de deformação. Com as curvas CLC das figuras 10.6 ou 10.7 podemos aplicar o critério estabelecido por KEELER e GOODWIN como descrito no Capítulo 2. Assim procedendo para os varios estágios de deformação constrói-se a figura 10.8 a qual permite identificar desde regiões com estiramento insuficiente, até regiões com estiramento excessivo. Este critério é de grande utilidade no dia a dia de profissionais projetistas de ferramentas de conformação.

Vemos assim que o modelo MEF e sua metodologia utilizada na sua construção, descritos no capítulo 9 poderão ser utilizados para avaliar processos de conformação de peças por prensa hidrostática.



**10.2 Resultados para Materiais com  $R < 1$ : Alumínio, Cobre e Latão - Referência [2]**

Como descrito no capítulo 4, materiais com estrutura cristalina FCC, tais como o Alumínio e o Cobre, suas ligas e outras ligas como o Latão, apresentam coeficiente de anisotropia  $R < 1$  e necessitam critérios anisotrópicos para melhor descrever o início de sua plasticificação. Estes três materiais tiveram sua deformação, seus históricos de deformação por prensa hidrostática estudada na referência [2]. Neste item os dados e resultados da referência [2] são utilizados para a realização de simulações com o modelo MEF desenvolvido no presente trabalho com objetivo de avaliar tanto o modelo como a metodologia desenvolvida quanto a reprodução de diferentes históricos de deformação, variando-se as dimensões da matriz e do Blank. São realizadas simulações para dois critérios de escoamento presentes no LS-DYNA, um isotrópico e outro anisotrópico (Bartel 1989 a 3 parâmetros [6]), descritos em detalhes no item 8.1. Os resultados obtidos são também comparados a valores

experimentais descritos na referência [2] e teóricos conforme a teoria de Castro e Pearce descrita no

capítulo 6.

### 10.2.1 Avaliação quanto aos históricos de deformação e modelos isotrópicos e anisotrópicos para diferentes dimensões das ferramentas e blank.

Como descrito no item 8.1, para os três materiais, cobre, alumínio e latão, foram desenvolvidos 3 modelos MEF para as diferentes geometrias de matrizes  $axb=100x100$ ,  $100x80$  e  $100x45$ . Os autores da referência 2 relatam históricos de deformação no espaço das deformações, para um elemento no topo do bojo, como linhas retas que tendem a linha  $\epsilon_{menor}=0$ , conforme  $b/a \rightarrow 0$ .

Os históricos de deformação com a pressão são apresentadas nas figuras 10.9 a 10.11 e neles podemos constatar que, conforme a relação  $b/a \rightarrow 0$  a linha que representa o histórico de deformação tende para a linha vertical  $\epsilon_{menor}=0$  repetindo o resultado experimental e validando neste aspecto o modelo e a metodologia desenvolvida.

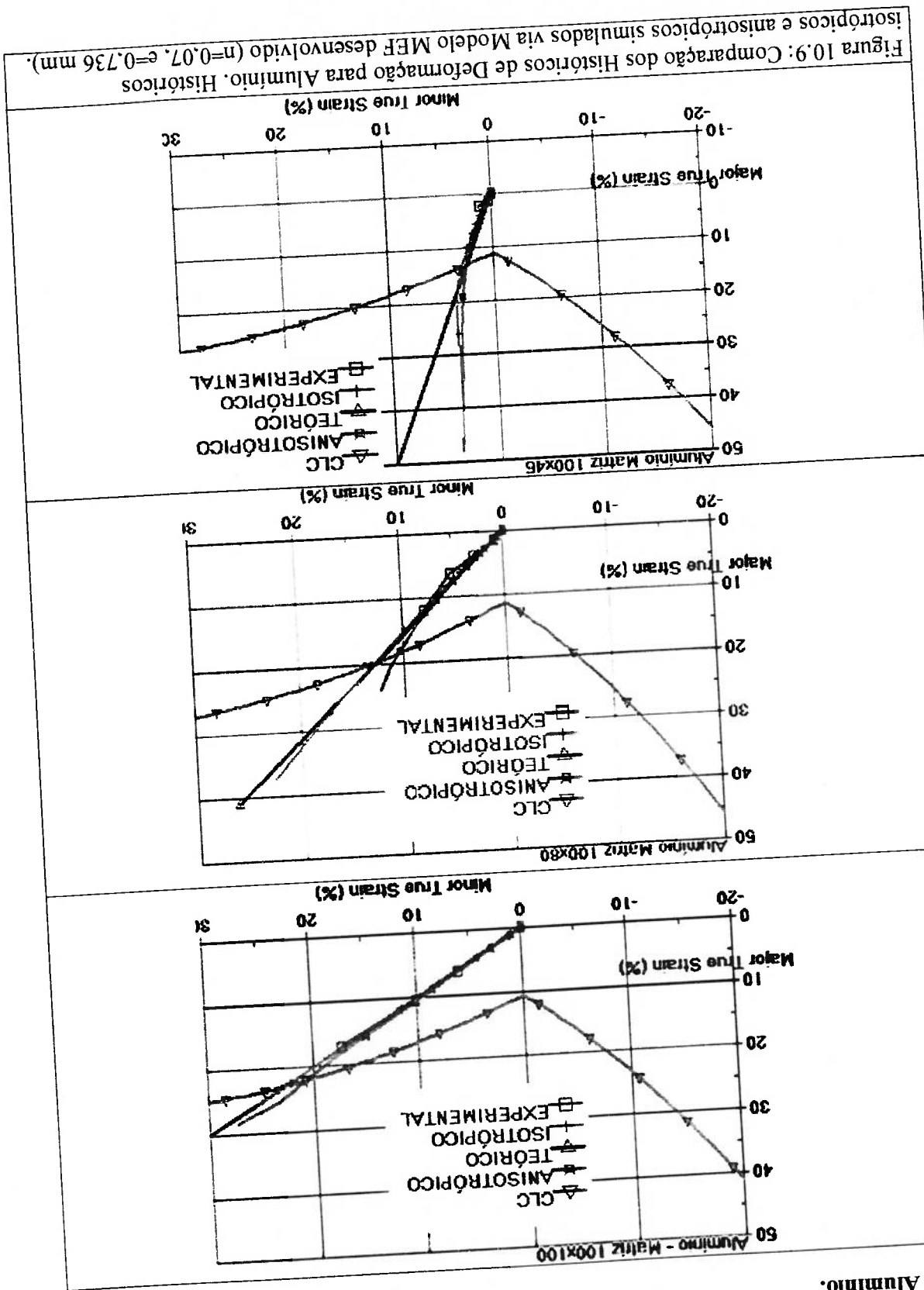
Também nas figuras 10.9 a 10.11 podemos constatar que os resultados obtidos via MEF apresentam menor erro em relação aos resultados experimentais quando comparados aos resultados obtidos pela teoria de Castro e Pearce.

Quanto a qual critério, isotrópico ou anisotrópico, melhor represente o comportamento do material, nada pode ser concluído, dado que hora o modelo isotrópico apresentou melhores resultados, ora o modelo anisotrópico, para todos os materiais, ou seja o histórico que mais se aproximou do histórico experimental ora foi o obtido com modelo de material com critério isotrópico, ora anisotrópico. Como sugerimos que tal detalhe seja estudado em futuro trabalho através da construção de um dispositivo de ensaio com precisão suficiente para tal fim. Cabe, no entanto, registrar que foi constatado para todos os materiais uma diferença na altura do bulbo obtido, sendo sempre menor para o critério de escoamento anisotrópico o que pode ser observado nas figura de 10.12 a 10.20.

Finalmente cabe registrar que para as figuras 10.9, 10.10 e 10.11, a CLC mostrada não foi calculada para o material em questão em cada figura e sim para o aço com espessura, coeficiente de encurvamento n equivalentes. Tal procedimento foi adotado para comparar-se o limite do material em questão em cada figura, dado pela curva experimental, com o aço e assim possibilitar uma comparação visual. Não foram traçadas curvas CLC teóricas para estes materiais, pois no LS-DYNA a curva CLC padrão é baseada em curva empírica desenvolvida para o aço cujas fórmulas estão descritas no item 10.1 acima.



10.2.2 Resultados para os Históricos de Deformação.  
A - Alumínio.



B - Cobre.

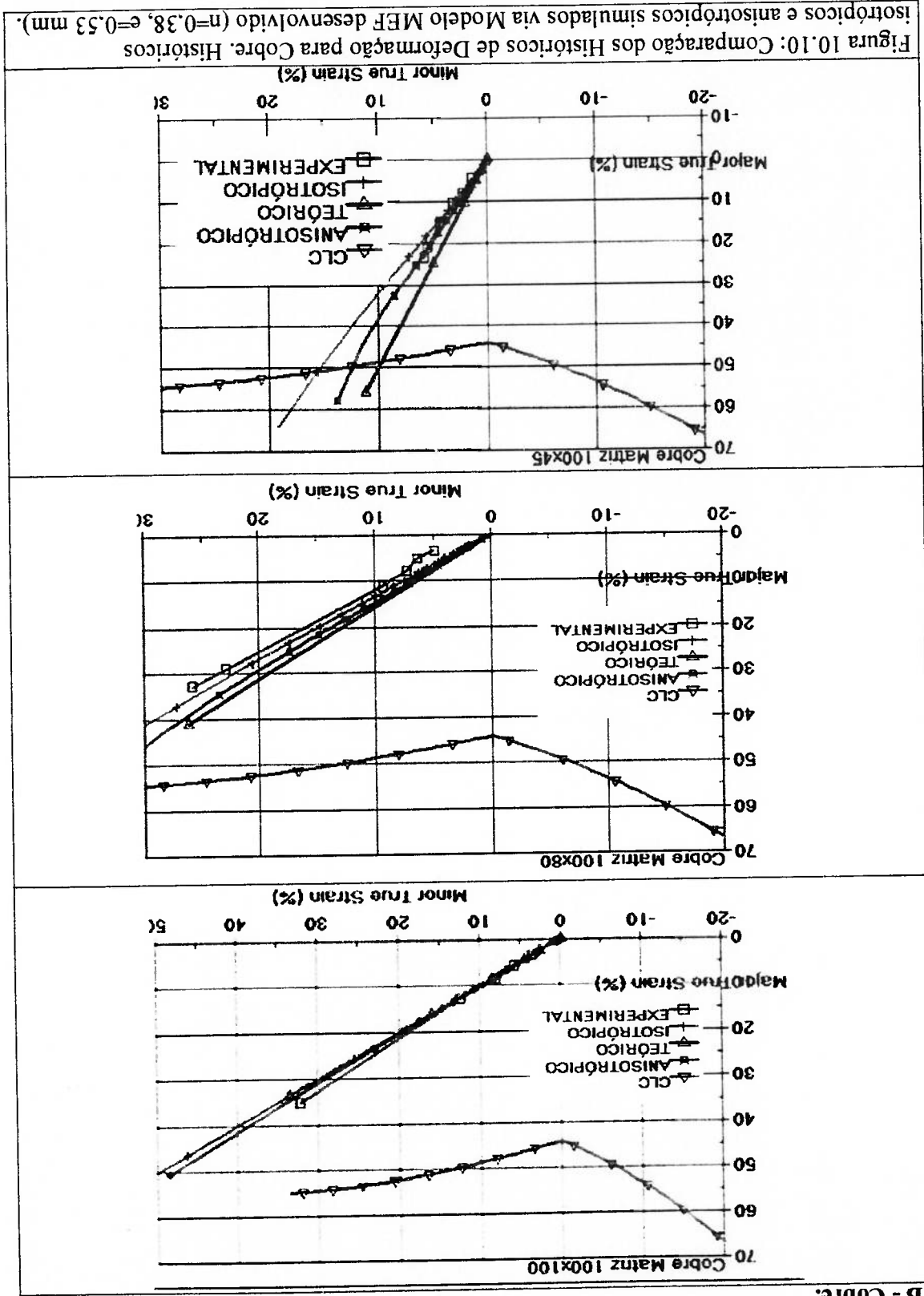


Figura 10.10: Comparação dos Históricos de Deformação para Cobre. Históricos isotrópicos e anisotrópicos simulados via Modelo MEF desenvolvido ( $n=0.38, e=0.53$  mm).

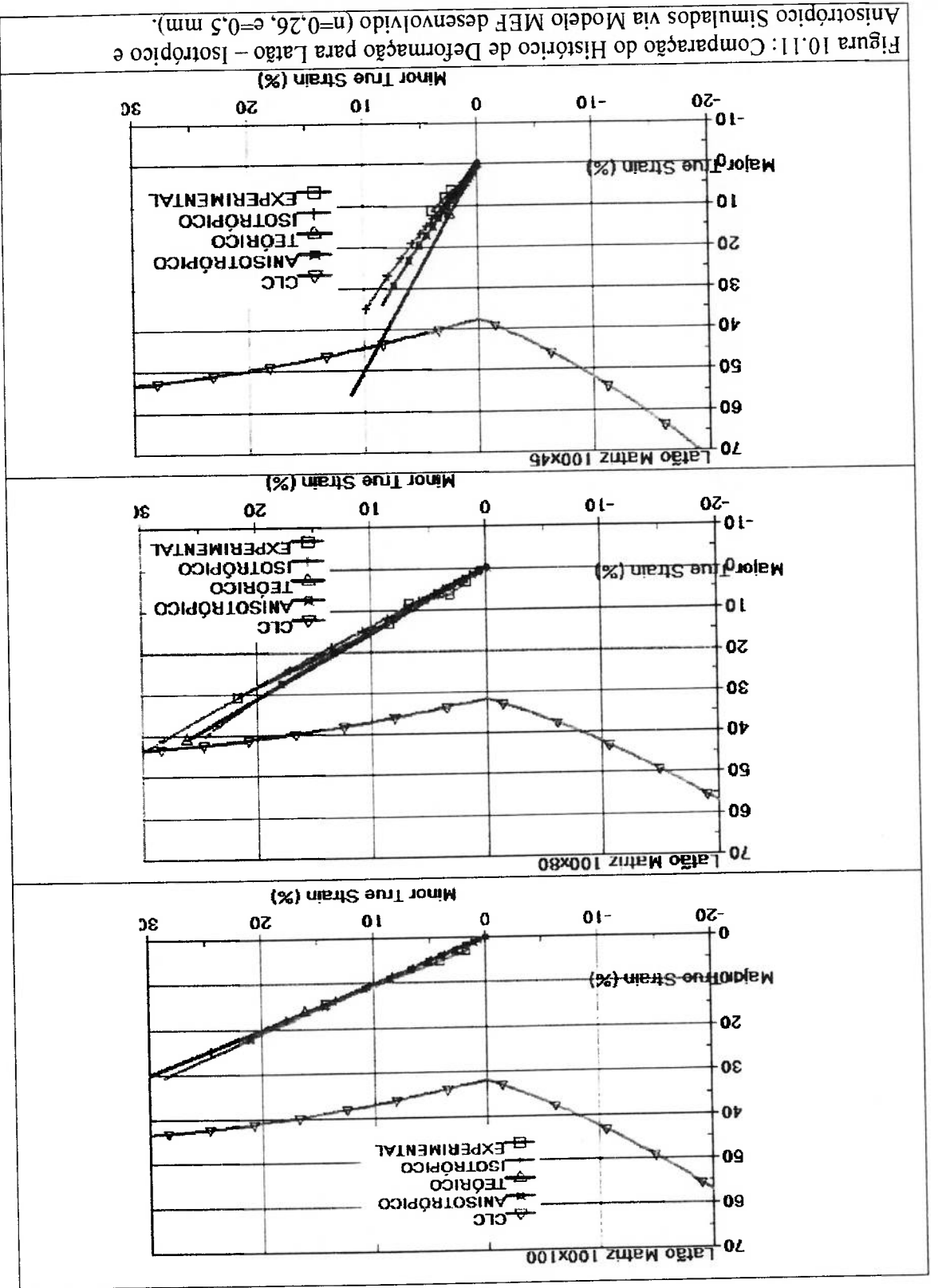
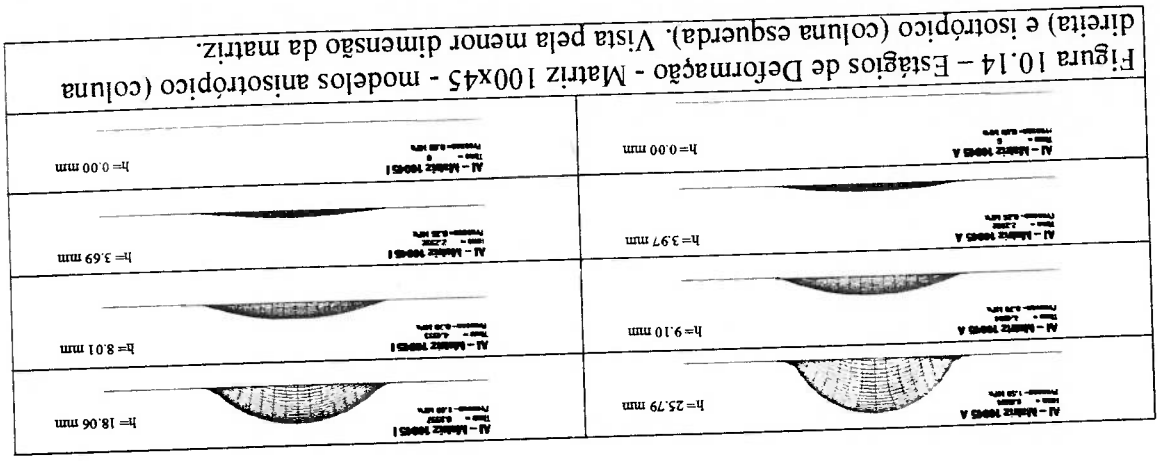
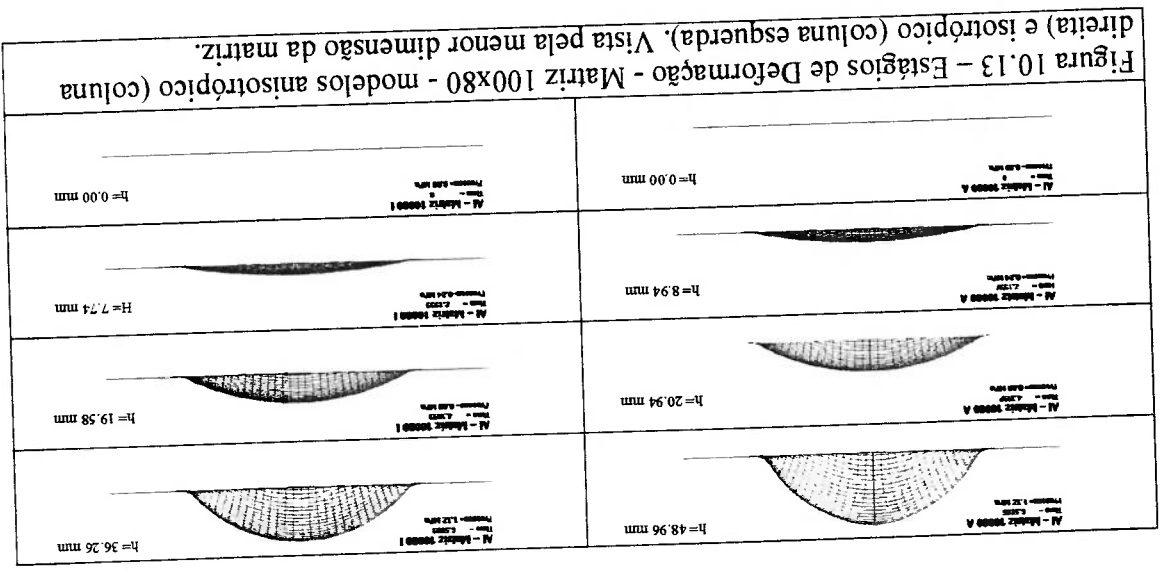
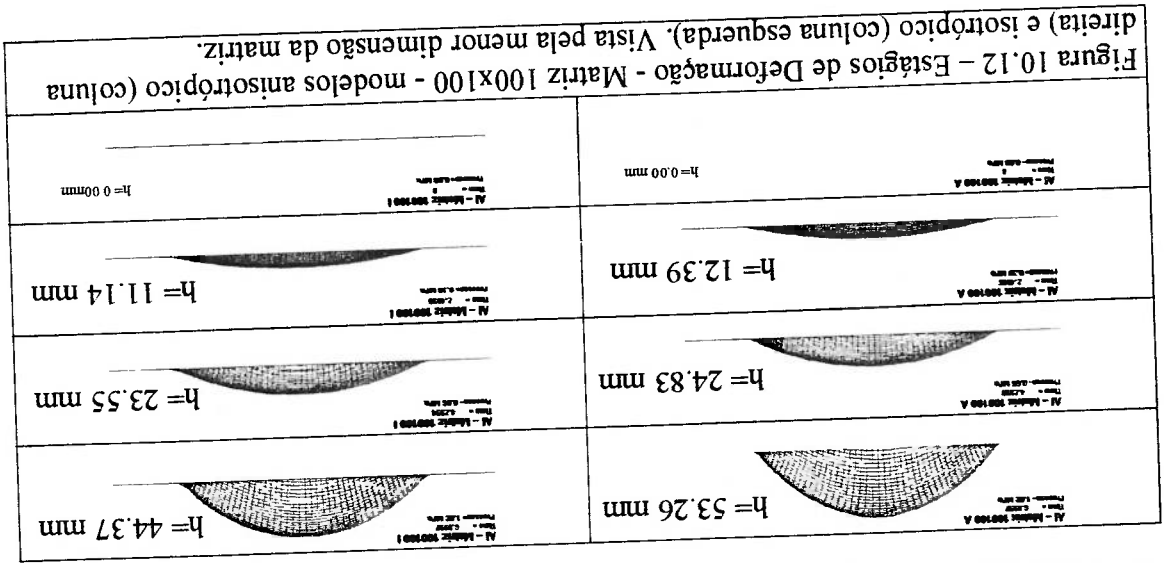
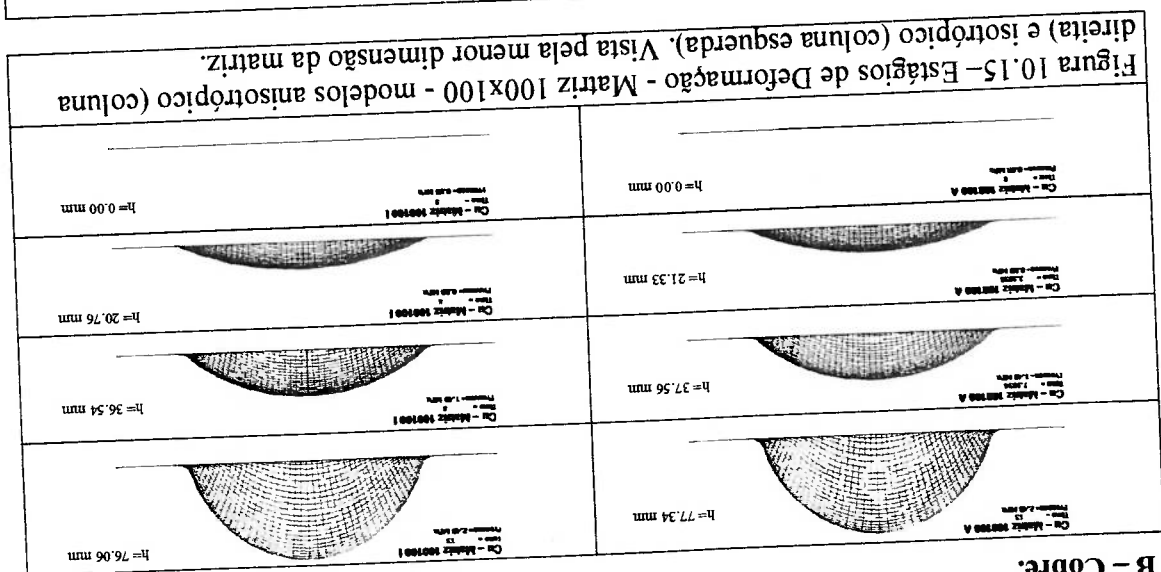
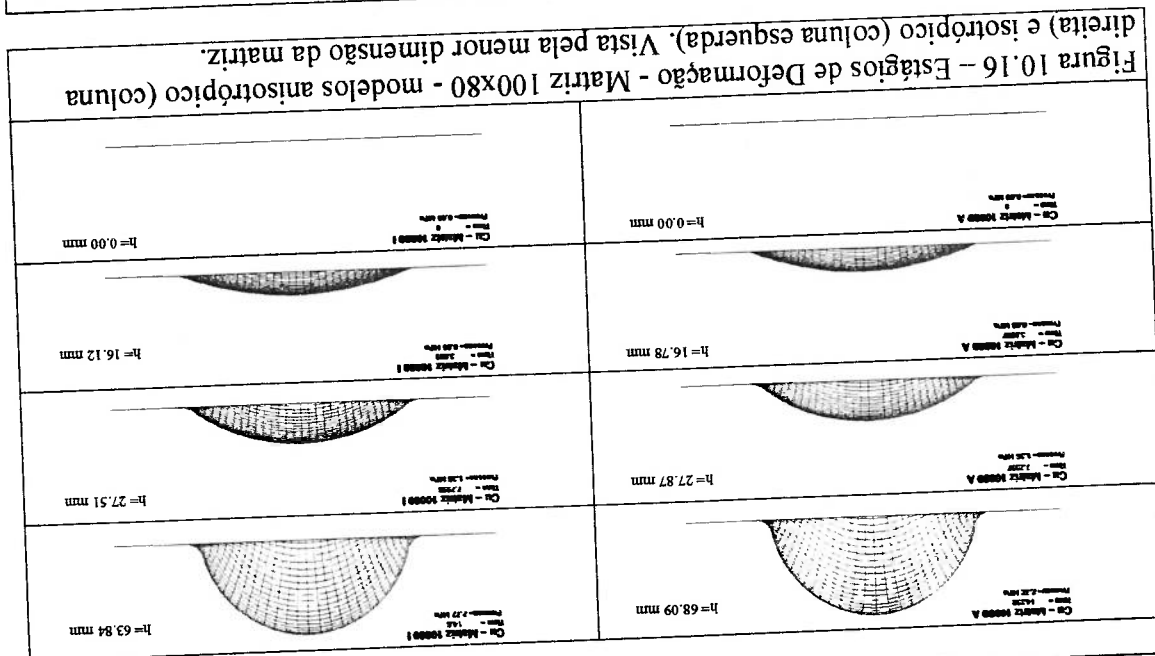
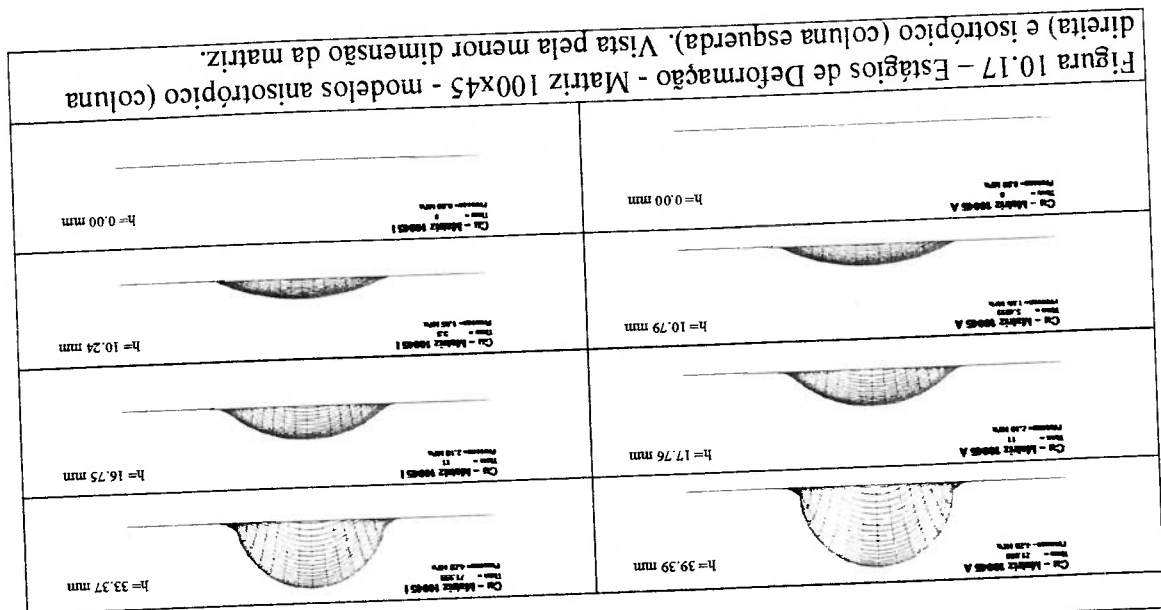
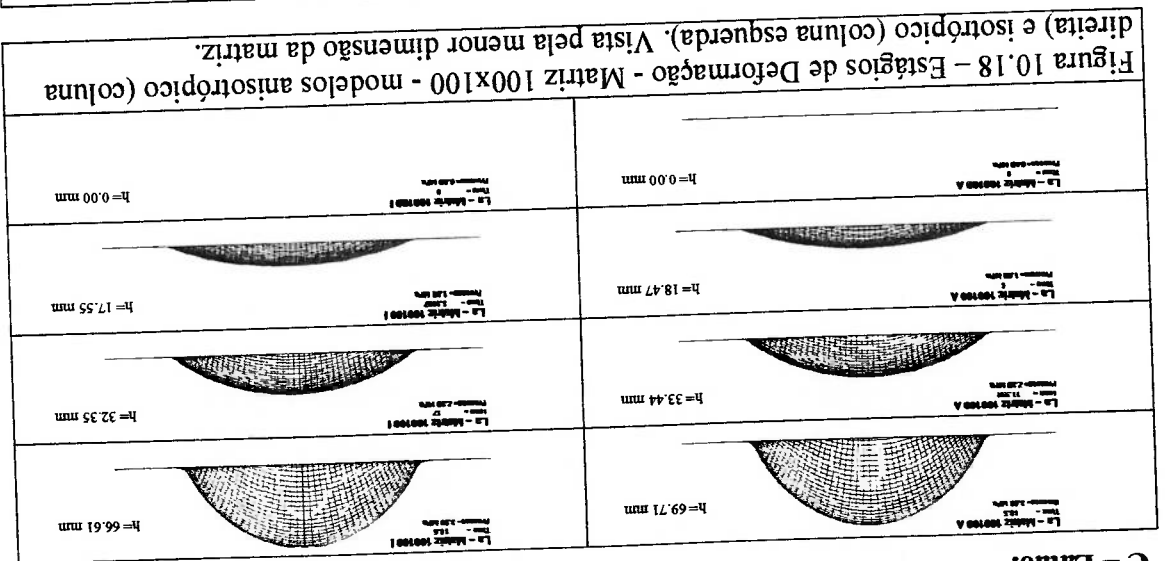
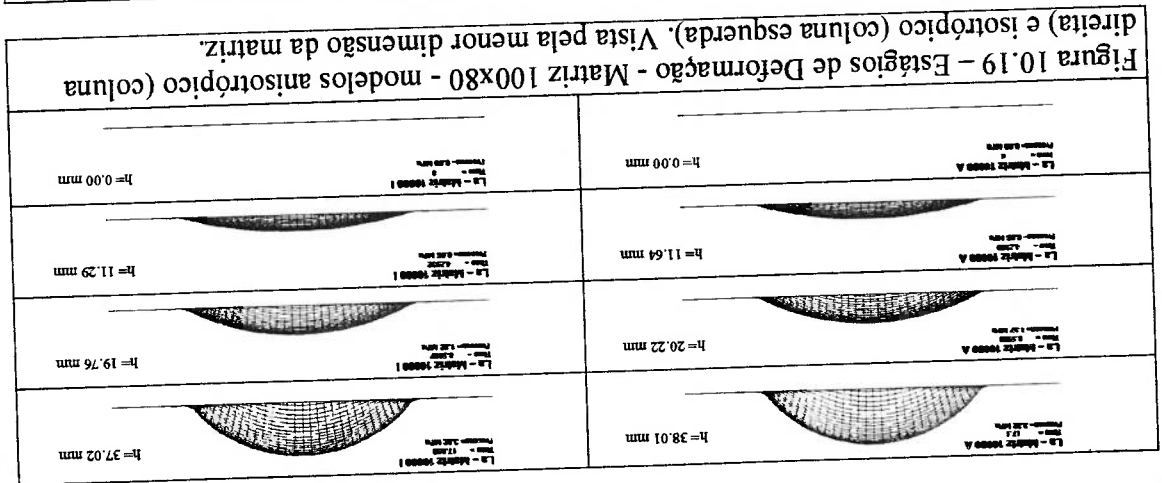
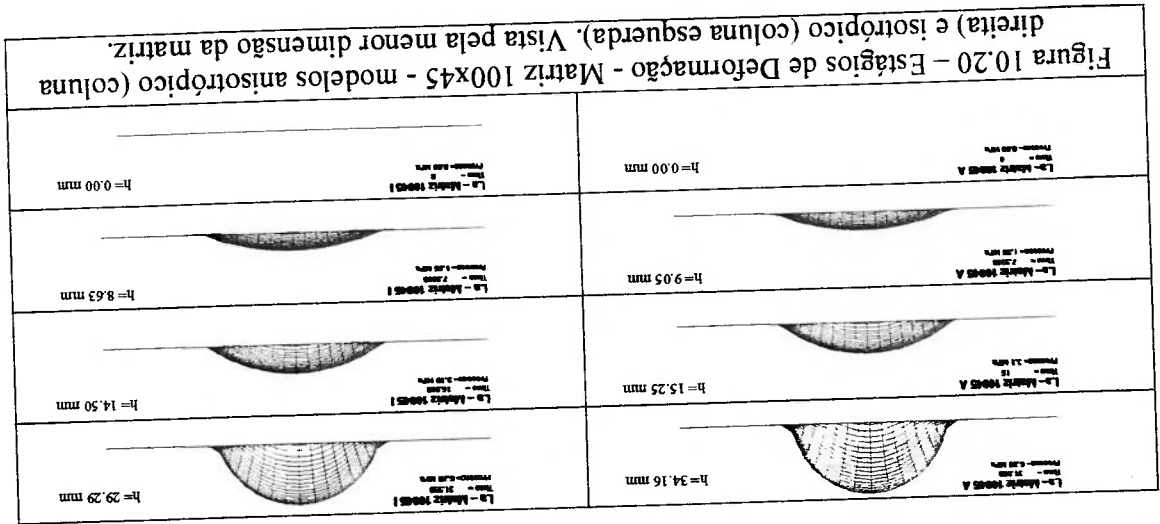


Figura 10.11: Comparação do Histórico de Deformação para Latão - Isotrópico e Anisotrópico Simulados via Modelo MEF desenvolvido ( $n=0,26, e=0,5 \text{ mm}$ ).

10.2.3 – Estágios de Deformação. A – Alumínio.







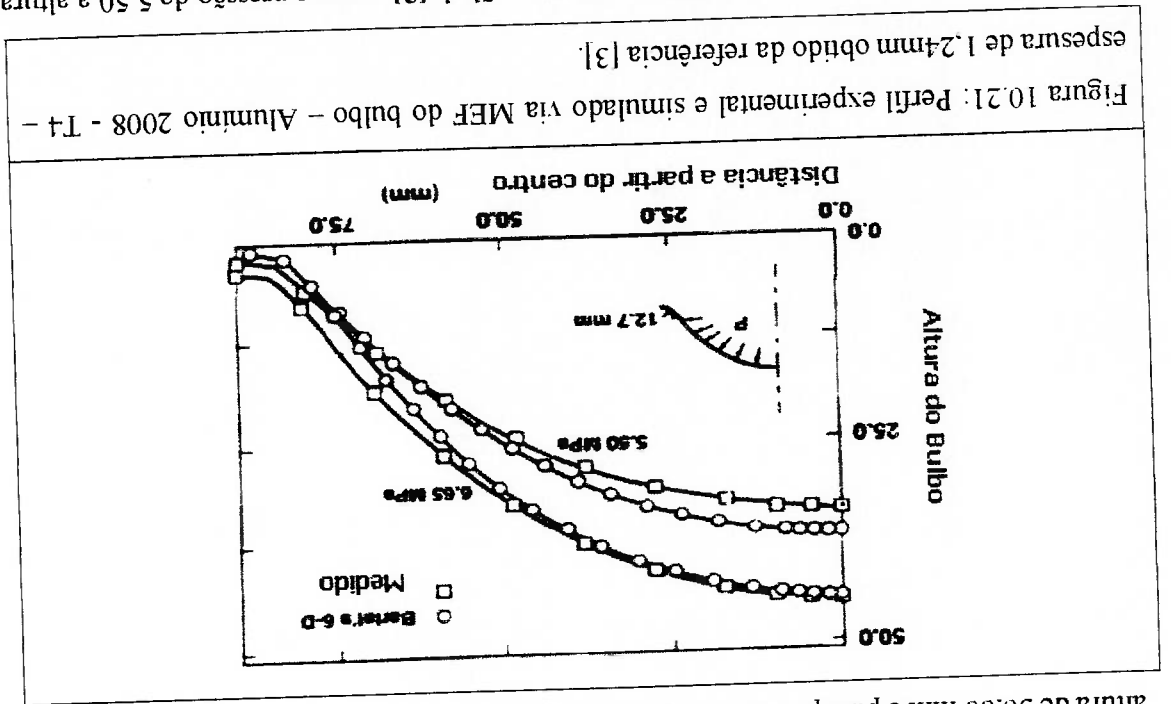
### 10.3 Resultados para Materiais com $R < 1$ : Alumínio - Referência [3]

#### 10.3.1 Avaliação da qualidade do modelo MEF desenvolvido em conjunto com o critério de escoamento a 6 componentes.

Como descrito no capítulo 8, item 8.3, Chung e Shah [3] aplicam o critério de escoamento desenvolvido por Barlat e colaboradores (1991) [5] para 6 parâmetros ou seis componentes desenvolvido para a situação de deformação tridimensional.

Neste trabalho, resultados para os perfis do bulbo formados para dois instantes específicos são apresentados e estão reproduzidos na figura 10.21. Como nada é relatado sobre a taxa como a pressão é aplicada, ou seja sobre a taxa de deformação, aproveitou-se o conjunto de dados e os resultados relacionados para investigar a influência da taxa de deformação na altura do bulbo produzido.

Da figura 10.21 podemos ver que para uma pressão de 5,50 MPa, experimentalmente atingiu-se uma altura de 36,60 mm e para pressão de 6,65 MPa, obteve-se uma altura de 44,25 mm.



Já para os valores simulados via MEF por Chung e Shah [3], para a pressão de 5,50 a altura obtida foi de 33,90 mm e para a 6,65 MPa, praticamente o mesmo valor foi obtido, ou seja 44,25 mm. Nas figuras 10.22 está mostrado o resultado obtido como o modelo MEF desenvolvido no presente trabalho.

Na tabela 10.1 estão sumariados o resultado aqui obtido em conjunto com os resultados da referência [3]. Para efeito de cálculo do erro relatado na tabela 10.1, foi assumido como padrão o valor experimental mostrado na figura 10.21 ou seja para a pressão de 5,5 MPa, a altura de 36,6 mm foi obtida experimentalmente. Quanto a pressão de 6,65 MPa, esta não foi atingida no presente trabalho.

obtendo-se uma altura de 45 mm para uma pressão 6,30 MPa, a partir da qual ocorre uma divergência provavelmente de caráter numérico, devido a uma redução muito grande na espessura. A pressão de 6,65 MPa não ter sido atingida deve-se principalmente ao fato do presente modelo e software representar a deformação na região uniforme, não sendo possível a continuidade da simulação após o início da instabilidade plástica (Ver capítulo 5).

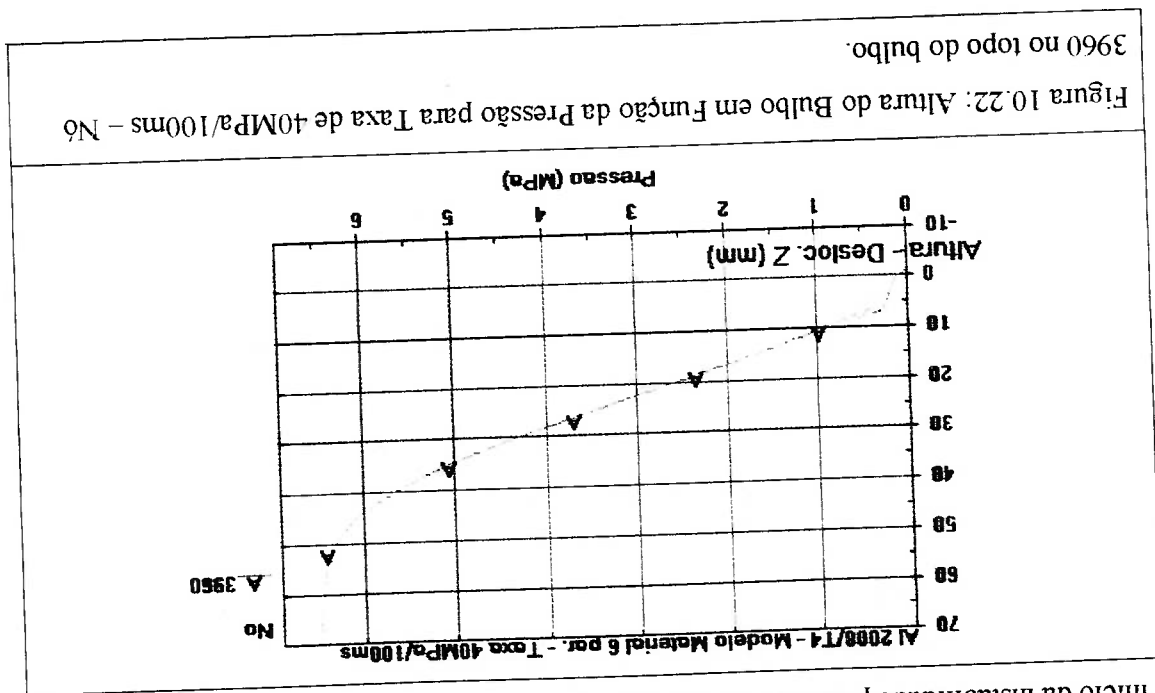


Figura 10.22: Altura do Bulbo em Função da Pressão para Taxa de 40MPa/100ms - N<sup>o</sup> 3960 no topo do bulbo.

Tabela 10.1 - Comparação da altura do Bulbo Simulado neste trabalho com resultados da referência [3].

Pressão de Medida [Mpa]	Altura Experim. em [3] [mm]	Altura Simulada em [3] [mm]	Altura Simulada via MEF desenvol. [mm]	Erro da simulação em [3] [%]	Erro da simulação trabalho [%]	Incremento Temporal [ms]	Tempo de cálculo [h]
5,50	36,60	33,93	38,27	-7,29	4,56	4,03E-04	2,45

### 10.3.2 Avaliação do efeito da violação da Condição de Courant.

Na tabela 10.1, esta relatado o incremento utilizado pelo LS-DYNA para a simulação o qual foi determinado baseado na condição de Courant como relatado no item 7.5 do presente trabalho. Tal incremento é calculado com base na propagação de uma onda elástica na distância característica da menor aresta dentre os elementos finitos utilizados na discretização dos corpo deformável, no caso o



blank. Assim para o modelo MEF desenvolvido com elementos com 2,5 mm de aresta, em Alumínio com densidade de 2.710E-06 Kg/mm<sup>3</sup> e módulo de elasticidade 7.500E+01 KN/mm<sup>2</sup>, o valor do incremento de tempo necessário e calculado pelo LS-DYNA como 0,9 do valor obtido pelas equações 7.41 e 7.42 é de 4.03 E-04 milissegundos. A violação desta condição pela aplicação de um incremento de cálculo maior, leva a resultados errados. Assim para avaliar o efeito desta condição foi realizada simulação onde o incremento de tempo foi assumido como 4.03 E-03, ou seja 10 vezes maior. Os resultados para tal condição estão descritos na figura 10.23.

Na figura 10.23 podemos constatar que além do algoritmo não convergir a partir de um tempo menor (a partir de uma pressão de 3 MPa) um erro de 4% surgiu na altura, assumindo como padrão o resultado anterior simulado figura 10.22. Porém a queda no tempo de cálculo de 2,45 h para 26 minutos indica que este subterfúgio pode ser utilizado durante período inicial de ajuste dos dados de entrada e das demais condições de controle de uma simulação aumentando reduzindo o tempo nos ajustes dos modelos.

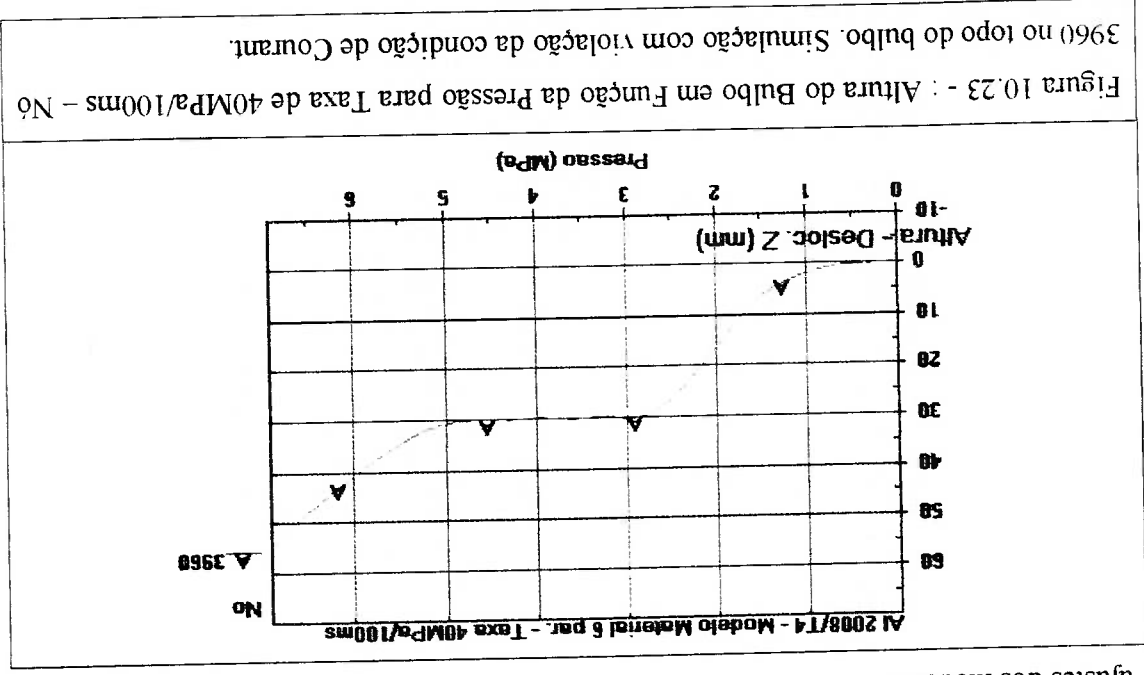


Figura 10.23 - : Altura do Bulbo em Função da Pressão para Taxa de 40MPa/100ms - No. 3960 no topo do bulbo. Simulação com violação da condição de Courant.

### 10.4 Resultados para simulação para o aço IF 18.

Como descrito no item 8.4, seguem resultados de simulações para o aço IF 18 um aço comumente utilizado na indústria nacional. Foi utilizado o modelo anisotrópico de Barlat e Lian 1989 [5]. Estes resultados são comparados com resultados teóricos conforme a teoria de Castro e Pearce (C&P) relatados na referência 2 descrita no Capítulo 6.

Os resultados conforme a Teoria de Castro e Pearce foram obtidos a partir das equações (6.8) - (6.9), (6.10) e (6.11), dos valores de a e b da figura 8.2.

As deformações C&P foram calculadas mediante uma planilha para cada espessura obtida em tempos definidos em que o programa de MEF também escreveu seus resultados permitindo a comparação e cálculo dos erros relatados. A planilha desenvolvida está mostrada na tabela 10.3 para a matriz com a = 100 mm e b = 90 mm.

De posse de tabelas similares para as demais dimensões das matrizes foi possível apresentar os resultados na forma gráfica da figura 10.24 mostrando o histórico de deformação resultante da simulação pelo modelo MEF na cor vermelha sobrepostos ao resultado do modelo teórico de Castro e Pearce (na cor azul).

Ainda na planilha da tabela 10.2 calculou-se o valor de  $\epsilon_z$  a partir da hipótese da constância de volume e assim com os valores de  $\epsilon_z$  para C&P e MEF pode-se calcular o erro assumindo o valor C&P como referência. De posse de planilhas de cálculo para as demais dimensões a e b das elipses da figura 6.2 pode-se determinar o erro de todas as dimensões e apresentá-las na forma gráfica conforme a figura 10.25.

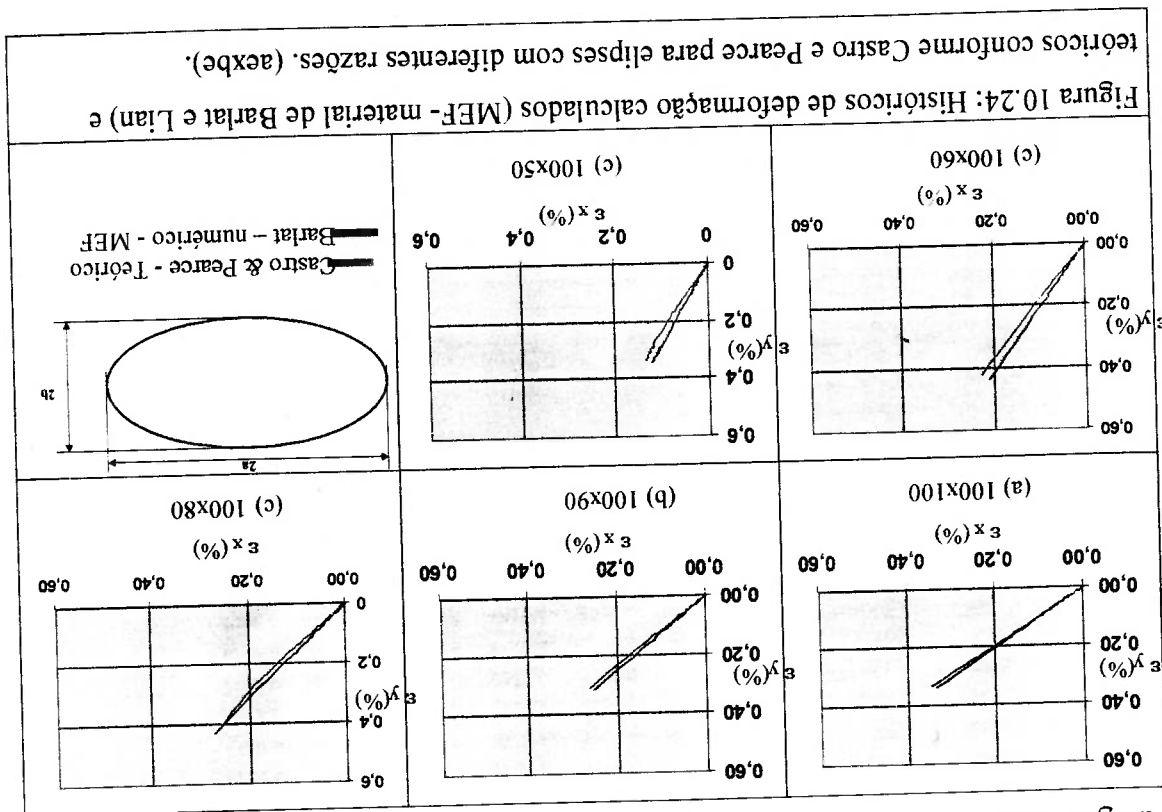
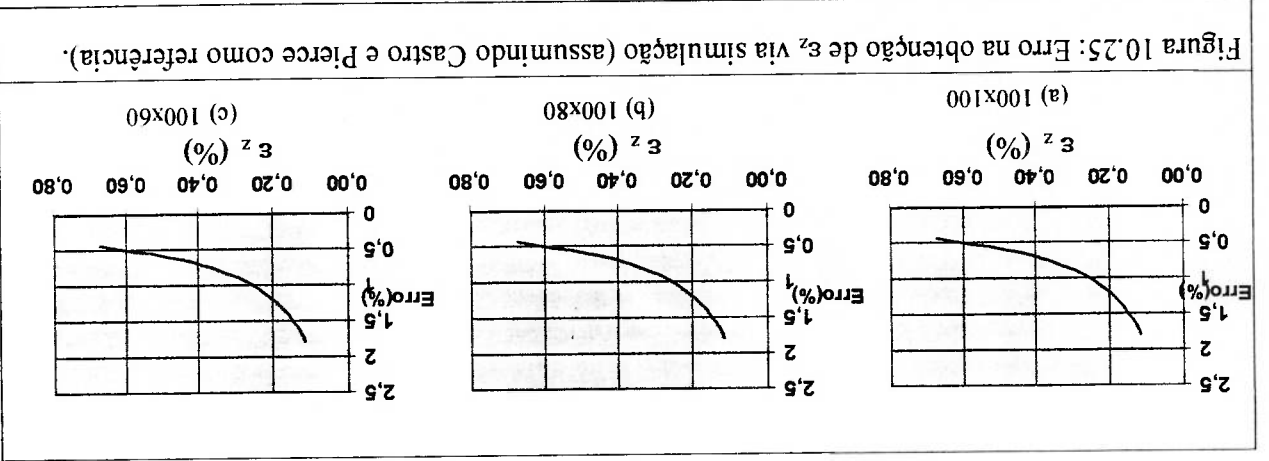


Figura 10.24: Históricos de deformação calculados (MEF - material de Bariat e Lian) e teóricos conforme Castro e Pearce para elipses com diferentes razões. (aexbe).

Tabela 10.2: Deformações no ensaio de expansão hidrostática conforme teoria de Castro-Pearce e simulada conforme modelo de material anisotrópico de Barlat e Lian - Elipse 100X90 mm.

Tempo (ms)	Espeçura (mm)	ex_mef	ey_mef	ez_mef	ex_c&p	ey_c&p	ez_c&p	Exz
0.000	0.8000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-100.000
1.799	0.7992	0.0008	0.0009	-0.0017	0.0010	0.0005	0.0005	63.5718
2.400	0.7921	0.0051	0.0051	-0.0102	0.0045	0.0055	0.0055	2.1298
2.999	0.7920	0.0053	0.0053	-0.0106	0.0045	0.0056	0.0056	4.6931
3.600	0.7918	0.0055	0.0056	-0.0111	0.0046	0.0057	0.0057	7.5651
4.199	0.7904	0.0068	0.0066	-0.0134	0.0054	0.0067	0.0067	10.9520
4.800	0.7885	0.0080	0.0080	-0.0159	0.0065	0.0080	0.0080	9.5821
6.599	0.7809	0.0125	0.0132	-0.0257	0.0108	0.0133	0.0133	6.6635
7.199	0.7786	0.0139	0.0149	-0.0288	0.0121	0.0150	0.0150	6.1504
22.200	0.6424	0.1036	0.1187	-0.2222	0.2194	0.0982	0.1212	1.2941
22.799	0.6307	0.1122	0.1284	-0.2406	0.2377	0.1064	0.1313	1.2183
23.400	0.6211	0.1194	0.1366	-0.2560	0.2531	0.1132	0.1398	1.1615
23.999	0.6068	0.1303	0.1492	-0.2795	0.2765	0.1237	0.1527	1.0843
24.600	0.5937	0.1404	0.1609	-0.3013	0.2983	0.1335	0.1648	1.0228
25.199	0.5769	0.1537	0.1764	-0.3301	0.3270	0.1463	0.1807	0.9523
25.800	0.5572	0.1697	0.1952	-0.3649	0.3617	0.1619	0.1998	0.8794
26.399	0.5358	0.1877	0.2164	-0.4042	0.4009	0.1794	0.2215	0.8115
27.000	0.4522	0.2644	0.3096	-0.5740	0.5705	0.2553	0.3152	0.6080
28.199	0.2895	0.4323	0.5874	-1.0197	1.0163	0.4548	0.5615	0.3313



- [1] CRONIN, R. J., XIA, J. Y., LEWELLYN, D. T., "Finite Element Modeling of Hydraulic Bulging during Sheet Metal Forming; Ironmaking and Steelmaking, 1994, 21, p. 32 - 36.
- [2] BRESSAN, J. D. E AL-QURESHI, H. A., "Comportamento da Tensão e Deformação em Chapas Metálicas Durante a Conformação por Pressão Hidráulica, 4º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, 1980, p. 101 a 111.
- [3] CHUNG, K., SHAH, K., "Finite Element Simulation of Sheet Metal Forming for Planar Anisotropic Metals," Int. J. of Plasticity, 8 p. 453-476, 1992.
- [4] TANG, A; Dynaform PC 1.0 – Application Manual – Engineering Technology – USA - 1999.
- [5] BARLAT, F., LEGUE, D.J., and BREM, J.C., A Six Component Yield Function for Anisotropic Materials," Int. Journal Plasticity, 7, 693, 1991
- [6] BARLAT, F. AND LIAN, J. – "Plastic Behavior and Stretchability of Sheet Metals. Parte I: A Yield Function for Orthotropic Sheets under Plane Stress Conditions"; International Journal of Plasticity, Vol. 5, pp 51-66, 1989.

## 11. Conclusões e Recomendações.

Foi desenvolvido com sucesso modelo em elementos finitos (MEF) para simular a conformação de chapas por pressão hidrostática. O modelo desenvolvido representou o ensaio de expansão hidrostática, conhecido na literatura internacional como "*Bulge Test*".

Foram modeladas no Programa LS-DYNA a matriz, o prensa chapas e o blank, os contatos entre os corpos, a curva temporal de aplicação da pressão e modelos de materiais com critérios isotópicos e anisotrópicos de escoamento.

Foram realizadas simulações para Aço, Alumínio, Cobre e Latão, sendo avaliado o desempenho do Modelo MEF desenvolvido para os seguintes aspectos:

a) Altura do Bulbo em Função da Pressão Hidrostática aplicada.

b) Deformação em Função da Pressão Hidrostática aplicada.

c) Histórico de deformação para diferentes geometrias de matrizes:

d) Modelos de materiais com critérios de escoamento Isotópicos e Anisotrópicos.

Foram ainda avaliados a influência nos resultados das seguintes variáveis:

a) Discretização da malha do Modelo MEF:

b) Raio de canto da matriz na Altura do Bulbo:

c) Geometria da Matriz:

d) Violação do Critério de Courant.

Foi aplicado ainda o critério da Curva Limite de Conformação a diversos estágios de conformação possibilitando identificar o momento da ocorrência da ruptura da chapa, bem como identificar desde regiões com estranhamento insuficiente a regiões com deformação aprovada.

Comprova-se o sucesso do modelo e da metodologia desenvolvida pelos resultados das simulações realizadas como descrito a seguir.

Para o aço, utilizando-se modelo de material com anisotropia planar, quanto à altura do bulbo e quanto à deformação do mesmo em função da pressão aplicada, obteve-se um erro de 4,34% e 5,2% respectivamente em relação a resultados experimentais relatados em trabalhos selecionados da literatura.

Para liga de Alumínio 2008-T4, utilizando-se um modelo de material de critério anisotrópico a 6 componentes obteve-se um erro de 4,56% em relação a resultados experimentais relatados em trabalho selecionado da literatura.

Quanto ao histórico de deformação, observou-se para as diferentes geometrias de matrizes, resultados idênticos ao relatado na literatura. Ou seja, para matrizes, indo da circunferência a elipses, conforme

a/b→0, as linhas representando o histórico de deformação, para um elemento no topo do bulbo, tendem a linha  $E_{\text{maior}}=0$  no espaço das deformações no plano da chapa.

As simulações comprovaram ainda que resultados diferentes são obtidos para raios de canto das matrizes diferentes. Também comprovou-se que a discretização adotada para o Blank com elementos de 2,5 mm de aresta é suficiente, não necessitando refinamento adicional.

Comprovou-se ainda que a violação da condição de Courant, pela adoção de um incremento de tempo maior que o estabelecido por esta condição leva a resultados errados, e o atrativo oferecido por esta ação que é uma redução do tempo de cálculo só deve ser utilizada quando do ajuste inicial da metodologia do cálculo.

Finalmente, para materiais CFC tais como o alumínio, o cobre e o latão, as simulações com critérios de escoamento diferentes isotrópicos e anisotrópicos apresentaram históricos ora um ora outro mais próximos dos históricos experimentais, não permitindo concluir-se por uma melhor precisão para o modelo anisotrópico.

Para que este aspecto seja devidamente estudado, recomendo futuro trabalho aborde exclusivamente este aspecto e seja construído dispositivo de ensaio com precisão suficiente para sua verificação. Cabe no entanto registrar que foi constatado para todos os materiais uma diferença na altura do bulbo obtido, sendo sempre menor para o critério de escoamento anisotrópico.

## Apêndice I – Descrição dos Programas LS-DYNA e DYNAFORM.

Foram utilizados no desenvolvimento dos modelos e execução das simulações Ensaio de Expansão Hidrostática os Softwares comerciais LS-DYNA e DYNAFORM, os quais serão aqui brevemente descritos.

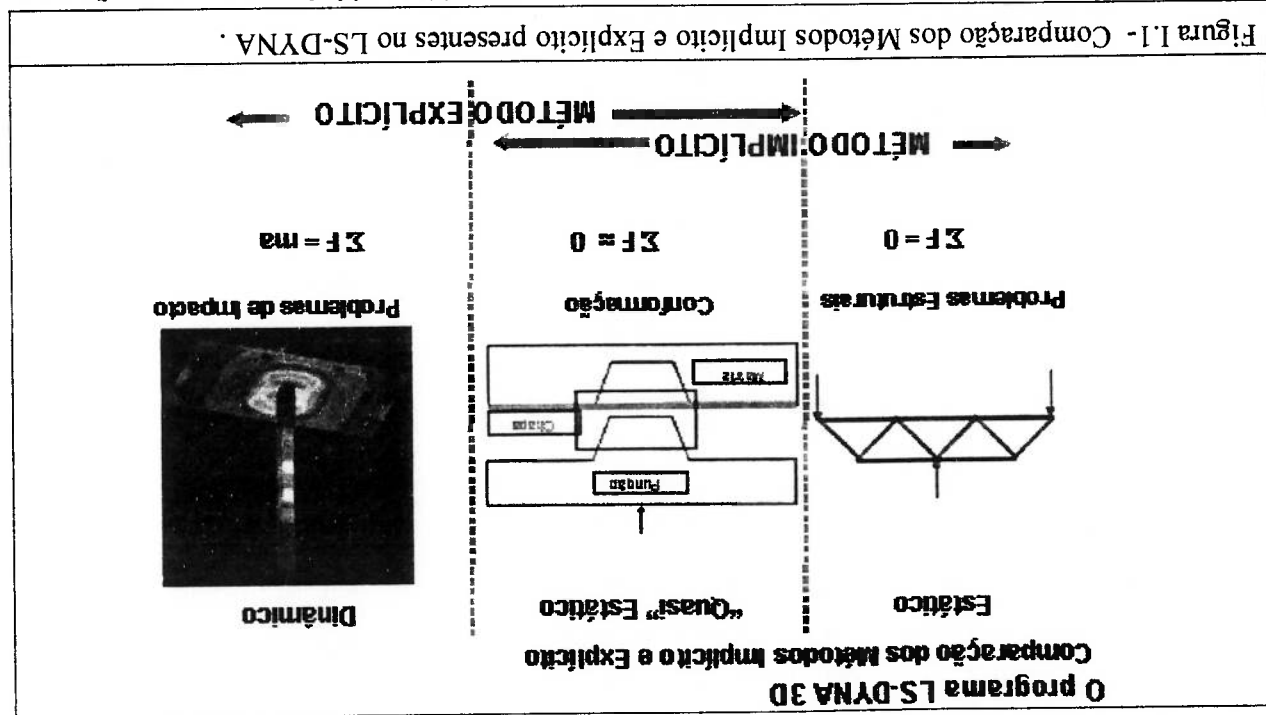
## 1) O Software LS-DYNA.

O programa LS-DYNA é originário do código de domínio público DYNA3D do Laboratório Lawrence Livermore USA o qual teve seu desenvolvimento iniciado em 1976 por Hallquist. As aplicações iniciais resumiam-se a análises de tensões em estruturas sujeitas a uma variedade de carregamentos na forma de impactos. Essas aplicações requeriam naquela época grandes capacidades de computadores o que não havia na época. Um supercomputador em 1976 não tinha a capacidade de um PC comum dos dias de hoje. Assim a primeira versão continha apenas elementos de treliça, membrana e alguns sólidos. Além disso, os tratamentos primitivos de interfaces podiam tratar apenas somente entre superfícies regulares o que é incomum na maioria dos problemas de discretização via MEF de complicadas geometrias 3D. Como uma tentativa de aliviar estas limitações em 1979 uma nova versão do DYNA3D foi concluída a qual utilizava o supercomputador CRAY 1 a qual já possuía uma interface mais aperfeiçoado que permitia segmentos triangulares e era de uma ordem mais rápido que o tratamento das interfaces da geração anterior. Em 1981 Hallquist [1] aperfeiçoou a versão de 1979 incluindo 8 novos modelos de materiais permitindo iterações explosões-estrutura e solo-estrutura. Uma conexão também foi estabelecida com o programa denominado JOY [Couch e co-autores] [2], um código 3D Euleriano para estudo da resposta estrutural de impactos de projéteis penetrantes. Uma opção de armazenar os elementos em disco também foi introduzida aumentando significativamente o tamanho de modelo permitido.

Na versão de 1986 Hallquist e Benson aperfeiçoaram uma série de rolinas e uma série de novas opções foi introduzidas destacando-se elementos de viga, casca, corpos rígidos, contatos de uma única superfície, interfaces com atrito, amortecedores e molas discretos, tratamentos opcionais para o travamento para elementos subintegrados denominado hourglass. Na versão de 1987 simulações envolvendo materiais compostos e conformação de materiais tornou-se possível.

Pelo final de 1988, ficou claro que era necessário concentrar maior esforço no desenvolvimento do programa, se problemas tais como colisão de estruturas e segurança veicular devessem ser satisfatoriamente resolvidos. Assim a empresa Livermore Software Technology Corporation foi fundada para continuar a desenvolver um programa comercial denominado LS-DYNA3D o qual foi reduzido apenas para LS-DYNA.

Assim desde então tal programa vem sendo desenvolvido. Todas as suas características podem ser encontradas na referência [3]. O LS-DYNA pode solucionar eficientemente problemas de impacto em estruturas bem como problemas pelos métodos implícitos e explícitos de solução da equação de equilíbrio discretizada que descreve uma determinada estrutura. Uma visualização gráfica dos problemas possíveis de solução via o programa LS-DYNA está mostrada na figura 1.1 a seguir.



Quanto a solução implícita e explícita, na figura 1.2 estão resumidas as hipóteses e as equações para cada método. No presente trabalho as simulações foram realizadas através do modo explícito devido a vantagem mostrada na referida figura.

2) O Software DYNIFORM [4].

O programa DYNIFORM é um programa para simulação de conformação de chapas de metal baseado no LS-DYNA desenvolvido pela ETA Engineerig Technology Associates, Inc. Este software CAE combina o poder de análise do LS-DYNA versão 950 com as funções de pré e pós-processamento para eta/FEMB. Estes códigos da análise e funções interativas são integrados excepcionalmente para prestar serviços de simulação de conformação à indústria, no projeto e no desenvolvimento de ferramentas para conformação. O programa maximiza técnicas tradicionais do CAE para reduzir os custos de protótipo e ciclo de desenvolvimento de produto. O componente principal de análise do DYNIFORM-PC é o programa LS-DYNA, desenvolvido e suportado atualmente pela Livermore Software Tecnologia Corporation (LSTC) de Livermore, Califórnia, descrito no item anterior. O código foi desenvolvido para aplicações tais como segurança veicular, a segurança do ocupante, estuda explosão subaquática, conformação de metais na forma de chapas. O gargalo no desenvolvimento de ferramentas para conformação é o duro período de projeto de ferramentas. A



solução CAE do DYNIFORM possibilita simular e otimizar quatro principais tarefas no processo de desenvolvimento de ferramentas de estampagem

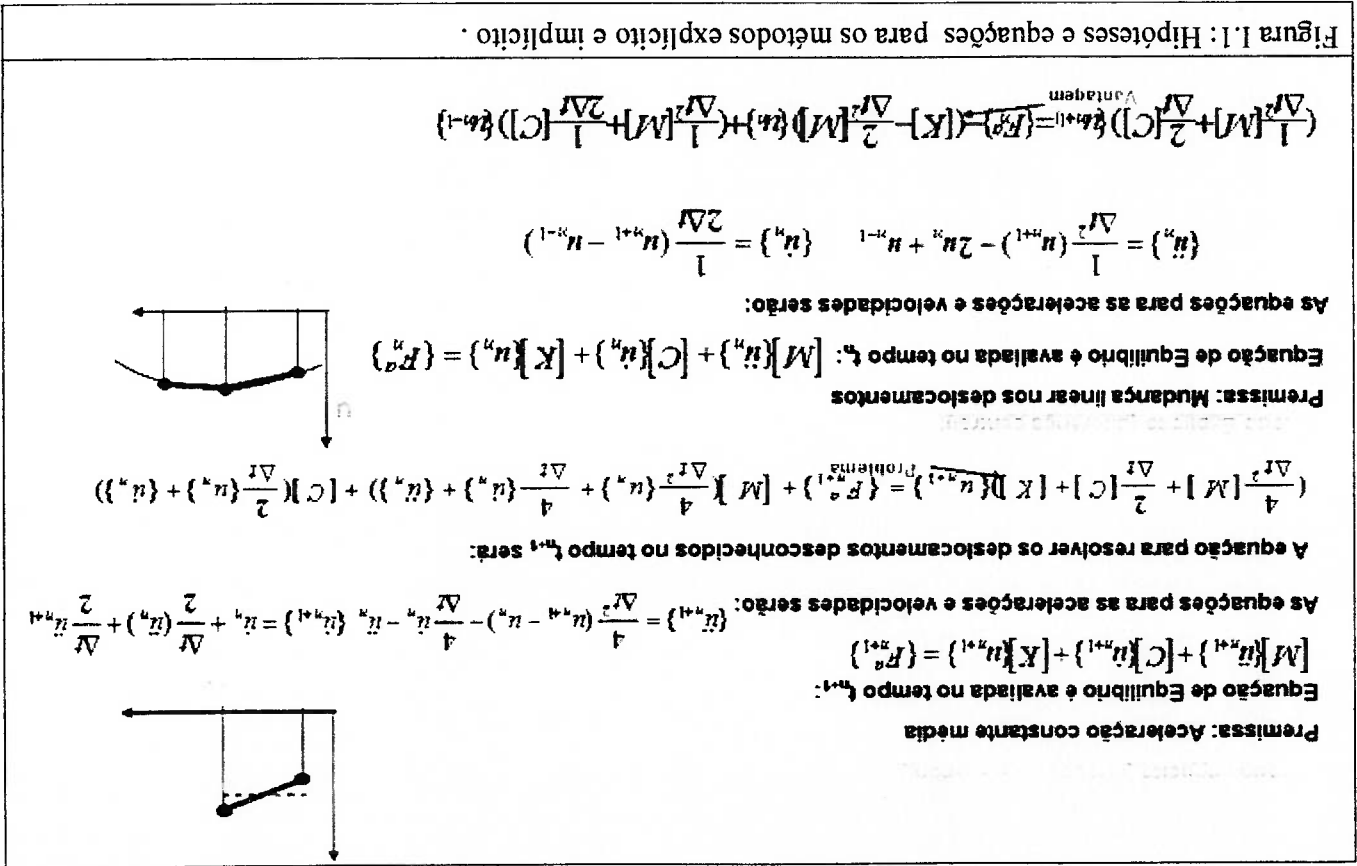


Figura 1.1: Hipóteses e equações para os métodos explícito e implícito.

que é o dimensionamento da área de assentamento da chapa, a matriz de estampagem, o retorno elástico e desenvolvimento de ferramentas de múltiplo estágio. Essas simulações permitem aos engenheiros conduzir estudos de adequação de todo o ciclo de projeto das ferramentas nos estágios iniciais de desenvolvimento de um novo produto, e reduz desse modo o tempo e o custo do ajuste das ferramentas, requeridos para produzir peças estampadas com a qualidade adequada.

Os usuários podem também fazer uso da vantagem que dados bem definidos da superfície das ferramentas para predizer áreas que irão apresentar trincas, rugas e marcas de superficiais e corrigir tais defeitos pela alteração do projeto, antes da construção da ferramenta.

As características principais do DYNIFORM incluem:

**Interface Gráfica**

Uma nova interface gráfica é conveniente e amigável. As funções são ativadas através de comandos acionados via mouse sobre ícones.

**Malha Automática.**

Permite que o usuário construa a malha automaticamente pela definição do tamanho máximo e mínimo do elemento, do desvio cordal para construir malha automaticamente a partir dos dados de

superfície das ferramentas projetadas. Esta função de malha automática permite mudar a maneira como as pessoas vêem a modelagem, eliminando 99% do tempo requerido para desenvolver tais malhas.

#### **O Menu de Análise.**

O Menu de análise permite aos usuários executar a análise diretamente da janela do DYNAFORM ou escrever o arquivo de entrada do LS-DYNA mostrado no Apêndice II a seguir. O usuário pode ainda selecionar tarefas tais como simulações com a ação da gravidade, gravar estágio final de uma operação para ser utilizada como entrada na operação seguinte ou estudo do retorno elástico. Permite ainda a seleção de refinamento automático da malha da peça em regiões de grande deformação, etc.

#### **Definição de Ferramentas.**

Fornecer posicionamento automático e a definição automática das quatro montagens padrões. Ao usuário é também permitido definir as ferramentas de maneiras outras que as quatro montagens convencionais.

#### **Definição do Blank.**

Esta função permite que o usuário mude a forma do blank com funções convenientes.

#### **Operação de recorte ou rebarbação**

Esta função é usada parar o excesso de chapa ao final da conformação através de uma linha. Os elementos aparados do blank incluídos em uma parte nova peça denominada Rebarba

#### **Definição de quebra Rugas**

Permite ao usuário definir um esticador ou quebra rugas matemático que será transformado pelo LS-DYNA em um contato localizado sob uma linha que represente a linha do quebra rugas no entorno da peça, na região do prensa chapas.

## Apêndice II - Descrição da Carta de Comandos e Modelo MEF para o Programa LS-DYNA

Ao final da modelagem em um programa pré-processador (aqui o DYNAPRE), são escritas duas listagens de caracteres ASCII denominadas cartas. Nestas cartas estão escritas todas as informações necessárias à simulação e a seguir cada parte das mesmas será descrita em detalhes.

Na carta de comandos são fornecidos ao LS-DYNA. O LS-DYNA possui duas "linguagens"; denominadas Estruturada e Keyword. O presente trabalho foi desenvolvido na linguagem Keyword e a seguir será dada uma descrição dos comandos utilizados nesta linguagem.

a) Comandos de controle

São comandos que definem número de processadores, tempo de duração do cálculo, escolha da rotina de cálculo do incremento de tempo a ser utilizado a cada iteração, seleção dos tipos de elementos finitos, integração numérica, parâmetros para evitar o travamento matemático conhecido como hourglass, etc. Geralmente iniciam pela sintaxe \*CONTROL

b) Comandos de Database

São comandos que definem quais dados serão gravados e a frequência em que serão gravados. Geralmente iniciam pela sintaxe \*DATABASE.

c) Comandos de definição de Modelo de Material

São comandos que definem a rotina do critério de escoamento utilizado e equações constitutivas, para cálculo das taxas de deformação, deformações, tensões, etc. Geralmente iniciam pela sintaxe \*MAT.

d) Comandos de definição de corpos rígidos e deformáveis.

São comandos que definem os corpos, e os relacionam com o tipo de elemento finito selecionado. modelo de escoamento e material, etc. Geralmente iniciam pela sintaxe \*PART

e) Comandos de definição dos contatos. São comandos que definem quais corpos estarão em contato e as características deste contato tais como coeficiente de atrito, etc. Geralmente iniciam pela sintaxe \*CONTATO.

f) Comandos de definição de curvas.

A maior parte das grandezas variam no tempo, pois o programa busca o equilíbrio dinâmico a cada iteração. Assim, várias grandezas tais como forças, deslocamentos, velocidades, etc são fornecidas ao programa via curvas no tempo, além de outras grandezas como equações de molas, amortecedores, etc. Estas curvas são fornecidas ao programa por um comando de definição de curvas. Geralmente iniciam pela sintaxe \*DEFINE.

g) Comando de definição de Carregamentos e Condições de Contorno. Geralmente iniciam pela sintaxe \*LOAD e \*BOUNDARY.

h) Comandos de definição de nós e elementos. Geralmente iniciam pela sintaxe \*NODE e \*ELEMENTO.

- i) Comando de inclusão de modelos. Geralmente iniciam pela sintaxe \* INCLUDE.
  - j) Comandos obrigatórios de início e fim respectivamente \*KEYWORD e \*END.
  - k) Linhas iniciando com o caractere "\$" são comentários e não tem significado para o LS-DYNA.
- A seguir os dois arquivos de dados utilizados. O segundo arquivo está resumido e contém o modelo das ferramentas e condições de contorno e é incluído no arquivo de comandos através do comando \*INCLUDE.

**i) A carta de comandos do programa LS-DYNA.**

\*KEYWORD

\$

\$ (1) TTLE CARD.

\$

\$

\$ (2) CONTROL CARDS.

\$

\$

\$

\$

\$

\$

\$

\$

\$

\$

\$

\$

\$

\$

\$

\$

\$

```

*CONTROL_TERMINATION
$ ENDTIM ENDCYC DTMIN ENDNEG ENDMAS
100.00000 0 .000
*CONTROL_TIMESTEP
$ DTINIT TSSFAC ISDO TSLIMT DTZMS LCTM ERODE MSIST
.000 .900 0 .000 0.000E+00
*CONTROL_HOURGLASS
$ IHQ QH
.100
*CONTROL_BULK_VISCOSITY
$ Q1 Q2 TYPE
1.500 .060 1
*CONTROL_SHELL
$ WRPANG ITRIST IRNXX ISTUPD THEORY BWC MTER PROJ
20.000 1 -1 1 2 2 1 0
*CONTROL_CONTACT
$ SLSFAC RWPNAL ISLCHK SHLTHK PENOPT THKCHG ORIEN
.010 .000 2 1 4 0 1
$ USRSTR USRFAC NSBSC INTERM XPENE SSTHK ECDT TEDPRJ
0 0 10 0 4.000 0
*CONTROL_ENERGY
$ HGEN RWEN SLNTEN RYLEN
2 1 2 1
*CONTROL_DYNAMIC_RELAXATION
$ NRCYCK DRTOI DRFCTR DRTERM TSSFDR IRFIAL FDTT IDRELG
250 .001 .995
*CONTROL_OUTPUT
$ NPOPT NEBCHO NREFUP IACOP OPFS IPNNT IKEDIT
0 0 0 0 .000 0 100
*CONTROL_PARALLEL
$ NCPU NUMRHS CONST
+ 0 1
*CONTROL_ACCURACY

```

```

$ OSU INN
$ 1
$ 2
(3) DATABASE CONTROL CARDS FOR ASCII FILE
$-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8
$*DATABASE_OPTION
$ DT
$
$ OPTION : SECFORC RWFORC NODOUT ELOUT GLSTAT
$ DEFORC MATSUM NCFORC RCFORC DEFGEO
$ SPCFORC SWFORC ABSTAT NODFOR BNDOUT
$ RBDOUT GCEOUT SLEOUT MPGS SBTOUT
$ INTFORC AVSFILT MOVIE
*DATABASE_MATSUM 0.2000000
*DATABASE_GLSTAT 0.2000000
*DATABASE_RCFORC 0.2000000
*DATABASE_SLEOUT 0.2000000
*DATABASE_RBDOUT 0.2000000
*DATABASE_HISTORY_SHELL $0.2000000
$ ID1 ID2 ID3 ID4
$ 7835 2455 7833 7834
$-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8
(4) DATABASE CONTROL CARDS FOR BINARY FILE
$
$
$*DATABASE_BINARY_D3PLOT
$ DT/CYCL_LCDT_NOBEAM 33
*DEFINE_CURVE
$CURVENAME 0
$ LCID SIDR SCLA SCLD OFFA OFFO
$ 33 0 1 1
$ .000000000E+00 .600000000E+00
.263099000E+02 .600000000E+00
.263100000E+02 .075000000E+00
.100000000E+03 .075000000E+00
*DATABASE_BINARY_RUNRSF
$ DT/CYCL_LCDT_NOBEAM .500E+04
*DATABASE_EXTENT_BINARY
$ NEIPH NEIPS MAXINT STRFLG SIGFLG EPSFLG RLTFLG ENGLFG
$ CMPFLG IEVERP BEAMP DCOMP SHGE STSSZ
$-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8
(5) DEFINE TOOLS IN DYNIFORM
$
$
$ SET PART LIST
$-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8
$ BLANK DESCRIPTION
$-----1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8

```

```

*SECTION SHELL
$PROPERTY_NAME:BLANK
$PART
$ SET PART_NAME:BLANK
$ SID DA1 DA2 DA3 DA4
$ PDD1 PDD2 PDD3 PDD4 PDD5 PDD6 PDD7 PDD8
PART PID = 1 PART NAME:BLANK
$ PID SECID MDD EOSID HGID GRAV ADPOPT
$ MAT_3-PARAMETER:BARLAT
$ MATERIAL_NAME:F18
$ MDD RO E PR HR P1 P2
$ M R00 R45 R90 LCID E0 SP1
$ 1 7.830E-06 2.070E+02 2.800E-01 2.000E+00 5.660E-01 2.290E-01
$ AOPT
$ 8.000E+00 1.790E+00 1.980E+00 2.430E+00 0.000E+00 0.000E+00
$ 2.0
$ XP YP ZP A1 A2 A3
$ 1.000E+00 0.000E+00 0.000E+00
$ VI V1 V2 V3 V4 V5 V6 V7 V8
$ 0.000E+00 1.000E+00 1.000E+00 0.000E+00
*SECTION SHELL
$PROPERTY_NAME:BLANKPROP
$PART
$ SID ELFORM SHRF NIP PROPT QR/RIID ICOMP
$ 4 16.830E+00 5.0 1.0 .0
$ T1 T2 T3 T4 NLOC
$ 8.000E-01 8.000E-01 8.000E-01 8.000E-01
*CONTROL ADAPTIVE
$ ADPTREQ ADPTOL ADPOPT MAXLVL TBIRTH TDEATH LCADP IOFLAG
$ 2.5000000 .500E+01 2 2.000E+00 1.000E20 1
$ ADPSIZE ADPASS REFLG ADPENE ADPTH MEMORY ORIENT MAXEL
$ 1.000 1 0 5.000 .500 0 0
$*CONTROL ADAPSTEP
$ FACTN DFACTR
$ 1.000 .010
$ DIE
$ DIE DESCRIPTION
$ 1 2 3 4 5 6 7 8
*SET PART LIST
$ SET PART_NAME: DIE
$ SID DA1 DA2 DA3 DA4
$ PDD1 PDD2 PDD3 PDD4 PDD5 PDD6 PDD7 PDD8
*PART
$PART
$ HEADING
PART PID = 4 PART NAME:ELIPSE
$ PID SECID MDD EOSID HGID GRAV ADPOPT
$ MAT_RIGID
$ MATERIAL_NAME:DIE MAT
$ MDD RO E PR N COUPLE M ALIAS
$ 2 7.830E-06 2.070E+02 2.800E-01 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00
$ CMO CON1 CON2
$ 1.0 7.0 7.0
$ SIC of A1 A2 A3 V1 V2 V3
*SECTION SHELL
$PROPERTY_NAME:DIE PRO
$PART
$ SID ELFORM SHRF NIP PROPT QR/RIID ICOMP
$ 5 2 3.0 0 0

```

```

$ T1 T2 T3 T4 NLOC .500E+00 .500E+00 .500E+00
*CONTACT_FORMING_ONE_WAY_SURFACE_TO_SURFACE
$ CID CONTACT_INTERFACE_TITLE
$ 3 BLANK/DIE
$ SSID MSID SSTYP MSTYP SBOXID MBOXID SPR MPR
$ FS FD DC V VDC PENCHK BT DT
.125E+00 .000E+00 .000E+00 .000E+00 .200E+02 0 0.000E+00 1.000E+20
$ SFS SFM SST MST SFST SFMT FSF VSF
.000E+00 .000E+00 .000E+00 .000E+00 .000E+00
$ SOFT SOFSC L CIDAB MAXPAR PENTOL DEPTH BSORT FRCFRQ
0
$ PENMAX THKOPT SHLTHK SNLOG
1
$ BINDER DESCRIPTION
1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8
$ SET_PART_LIST
*SET_PART_NAME: BINDER
$ SID DAI DA2 DA3 DA4
+
$ PDI1 PDI2 PDI3 PDI4 PDI5 PDI6 PDI7 PDI8
+
*PART
$HEADING
PART PD = 3 PART NAME: BINDER
PID SECID MID EOSID HGID GRAV ADPOPT
$ MAT_RIGID
*MATERIAL_NAME: BNDEMAT
$ MMD RO E PR N COUPLE M ALIAS
3 7.830E-06 2.070E+02 2.800E-01 0.000E+00 0.000E+00 0.000E+00
$ CMO CON1 CON2
1.0 4.0 7.0
$ LCO or A1 A2 A3 A4 V1 V2 V3
SECTION SHELL
*PROPERTY_NAME: BNDPRRO
$ SID ELFORM SHRF NIP PROPT QR/RID ICOMP
6 2 3.0 0 0
$ T1 T2 T3 T4 NLOC
.500E+00 .500E+00 .500E+00
*CONTACT_FORMING_ONE_WAY_SURFACE_TO_SURFACE
$ CID CONTACT_INTERFACE_TITLE
$ 4 BLANK/BINDER
$ SSID MSID SSTYP MSTYP SBOXID MBOXID SPR MPR
$ FS FD DC V VDC PENCHK BT DT
.125E+00 .000E+00 .000E+00 .000E+00 .200E+02 0 0.000E+00 1.000E+20
$ SFS SFM SST MST SFST SFMT FSF VSF
.000E+00 .000E+00 .000E+00 .000E+00 .000E+00
$ SOFT SOFSC L CIDAB MAXPAR PENTOL DEPTH BSORT FRCFRQ
0
$ PENMAX THKOPT SHLTHK SNLOG
1
*LOAD_RIGID_BODY
$ PID DOF LCID SF CID M1 M2 M3
1-----2-----3-----4-----5-----6-----7-----8
$ (7) DEFINE CURVE

```





\$ \$ NODAL POINT CARDS  
 \$ \$ NODAL POINT CARDS  
 \*NODE  
 \$ \$ NODE

1 476824607E-05 .700000000E-200000000E  
 2 219630909E .699041138E-200000000E  
 3 439263296E .698082123E-200000000E  
 4 658524704E .696698608E-200000000E  
 5 876485634E .693829117E-200000000E

3049 .676855011E .639736605E .340000010E  
 3050 .678079376E .426650381E .340000010E  
 3051 .679039764E .213324499E .340000010E  
 3052 .680000076E .250831600E-08 .340000010E  
 \$ \$ SHELL ELEMENT CARDS  
 \$ \$ SHELL ELEMENT CARDS  
 \*ELEMENT\_SHELL

\$ EID PID NI N2 N3 N4  
 1 3 3 1 2 53 52  
 2 3 3 2 3 54 53  
 3 3 3 3 4 55 54  
 4 3 4 5 5 56 55  
 5 3 5 6 5 57 56

3118 4 2998 2999 3050 3049  
 3119 4 2999 3000 3051 3050  
 3120 4 3000 3001 3052 3051  
 \$ \$ BOUNDARY CONDITION CARDS  
 \$ \$ BOUNDARY CONDITION CARDS

\*BOUNDARY\_SPC\_NODE  
 \$ \$ BOUNDARY\_SPC\_NODE  
 \$ \$ BOUNDARY\_SPC\_NODE

\$ MID/NSID CID DOFX DOFY DOFZ DOFRX DOFRY DOFRZ  
 1123 0 1 0 0 0 0 1 1  
 1160 0 0 1 0 0 0 1 1

2490 0 0 0 1 0 1 0 1  
 2491 0 0 0 1 1 0 1 1  
 \$ \$ \*END

### Apêndice III – Cálculo da Constante Plástica de Resistência para Latão, Cobre e Alumínio.

Na referência [1] do capítulo 8, apenas alguns dados dos materiais são fornecidos e para serem possíveis as simulações pelo MEF, as propriedades faltantes foram calculadas ou levantadas nas referências mencionadas na tabela 8.1. A constante plástica de resistência é uma propriedade não fornecida e é possível calculá-la da maneira como segue:

Na referência [5] a partir da figura 4.2 podemos definir:

$$Y = S_y = \frac{F}{A_0} \quad (IV.1)$$

onde  $Y$  ou  $S_y$  é a limite de resistência ao escoamento,  $F_y$  e  $A_0$  são a força no escoamento e a área inicial do corpo de prova. De maneira similar podemos definir o limite de resistência à ruptura por:

$$S_u = \frac{F_u}{A_0} \quad (IV.2)$$

onde  $F_u$  é a carga máxima ou a carga limite suportada pelo corpo de prova.

Agora a tensão verdadeira na carga máxima  $F_u$ , que define o fim do trecho da curva onde ocorre deformação plástica uniforme, pode ser expressa a partir da equação (4.19) como:

$$\sigma_u = K \varepsilon_u^n \quad (IV.3)$$

como descrito no item 3.1  $\varepsilon_u = n$

$$\sigma_u = K n^n \quad (IV.4)$$

das equações (IV.2) e (IV.4) na carga máxima tem-se:

$$F_u = S_u A_0 = \sigma_u A_0 = (K n^n) A_0 \quad (IV.5)$$

Assim:

$$S_u = (K n^n) \frac{A_0}{A_u} \quad (IV.6)$$

$$\text{Como } \varepsilon_u = \ln\left(\frac{A_0}{A_u}\right) \text{ temos:} \quad (IV.7)$$

$$\frac{A_n}{A_0} = e^{-\varepsilon_n}$$

(IV.8)

onde  $e$  é base natural dos logaritmos. Como  $\varepsilon_n = n$  e substituindo (IV.8) em (IV.6) temos:

$$S_n = K \left(\frac{e}{n}\right)^n$$

(IV.9)

onde  $e$  é base natural dos logaritmos.

Esta equação (IV.9) foi utilizada para determinar-se os valores de  $K$  mostrados na tabela 7.1 e não fornecidos na referência 11 a qual só fornece dados de  $n$  e  $S_n$ .

Apêndice IV – Procedimento para Cálculo de  $n$  e  $K$  da Equação  $\sigma = K\varepsilon^n$  a partir de tabela  $\sigma\varepsilon$  [5].

Dada a tabela IV.1 (OXE para Alumínio 2008-T4), colunas 1 e 2, o seguinte procedimento foi utilizado para a determinação de  $n$  e  $K$ .

1) Calculados os logaritmos na base 10, colunas 3 e 4 da tabela IV.1.

2) Determinar a equação da reta (Figura IV.1) através da álgebra matricial

2.61637	-0.30103	1	
2.25935	-1.79588	1	
			$\log \sigma$
			$\log \varepsilon$
			1

(IV.1)

Aplicando logaritmos na equação  $\sigma = K\varepsilon^n$  temos:

$$\log \sigma = n \log \varepsilon + \log K \quad (\text{IV.2})$$

Por comparação das equações temos:

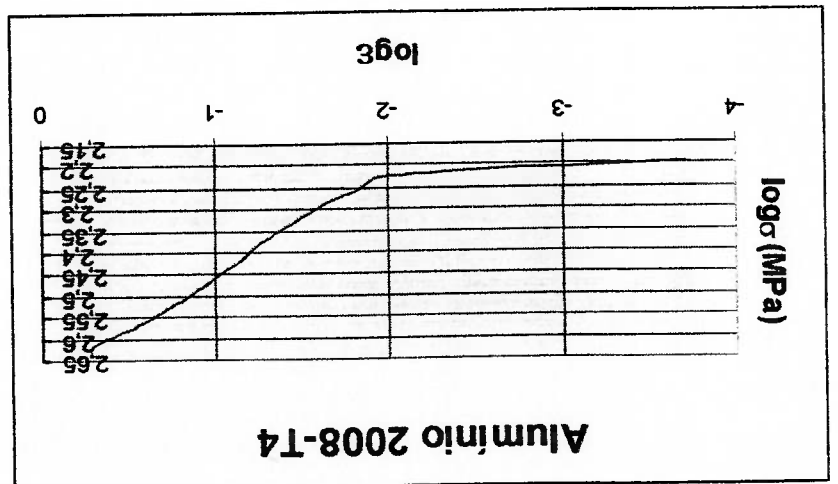
$$\log K = 2.68826 \text{ e portanto } K = 487.83$$

$$\text{e } n = 0.23883.$$

Estes valores foram utilizados no modelo de Barlat a 6 parâmetros.

$\sigma$	$\log \sigma$	$\log \epsilon$
0.000	156,5	-3,69897
0.010	168,1	-2
0.016	181,7	-1,79588
0.023	193,3	-1,63827
0.034	211,2	-1,46852
0.039	219	-1,40894
0.044	225,8	-1,35655
0.049	232,5	-1,3098
0.059	243,8	-1,22915
0.067	255,4	-1,17393
0.077	266,3	-1,11351
0.087	275,1	-1,06048
0.102	288,6	-0,9914
0.122	303,3	-0,91364
0.133	310,8	-0,87615
0.153	322,3	-0,81531
0.163	327,4	-0,78781
0.186	338,1	-0,73049
0.201	344,4	-0,6968
0.22	351,2	-0,65758
0.24	358	-0,61979
0.261	364	-0,58336
0.281	369,8	-0,55129
0.301	374,9	-0,52143
0.319	378,4	-0,49621
0.344	383,6	-0,46344
0.363	387,3	-0,44009
0.38	390,2	-0,42022
0.4	397	-0,39794
0.42	397,2	-0,37675
0.44	401,5	-0,35655
0.46	405,6	-0,33724
0.48	409,6	-0,31876

Tabela IV: Tabela para o Aluminio 2008 - T4



**Apêndice V – Resumo dos Critérios Anisotrópicos**

Lei	Descrição	Características	Referências
Hill 1948	$F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 2\sigma_F^2$	Equação quadrática geral com 6 parâmetros, aproximação grosseira as superfícies de escoamento para modelos de materiais policristalinos.	Hill 1948, Vial 1997, Barlat et al. 1991, Vial & Hosford 1983.....
Hill 1979	$F \sigma_y - \sigma_z ^a + G \sigma_z - \sigma_x ^a + H \sigma_x - \sigma_y ^a + A 2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z ^a + B 2\sigma_y - \sigma_z - \sigma_x ^a + C 2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y ^a = \sigma_F^a$	Hill com expoentes variáveis (não inteiros), sem o termo de tensão de cisalhamento de maneira que os eixos ortotrópicos do material e os eixos principais de tensão sejam coincidentes ou superpostos.	Vial 1997, Barlat et al. 1991, Suh et al. 1996, Vial & Hosford 1983.
Hill 1990	$ \sigma_1 + \sigma_2 ^a + \frac{\sigma_h^a}{\tau^a}  \sigma_1 - \sigma_2 ^a +  \sigma_1^2 + \sigma_2^2 ^{\frac{a-1}{2}}$ $\left\{ 2A(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) + B(\sigma_1 - \sigma_2)^2 \cos 2\beta \right\} = (2\sigma_h)^2$	Extensão de Hill 79 que elimina a limitação nas direções de solitação mas é apenas definido para o caso de estado plano de tensões.	Hill 1990, Barlat et al. 1991, Vegter et al. 1999, Kuwabara & van Bael 1999.
Hill 1993	$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_0^2} - C \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_0 \sigma_{90}} + \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{90}^2} + \left\{ \frac{(A\sigma_x + B\sigma_y)}{\sigma_h} \right\} \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_0 \sigma_{90}} = 1$	Expressão que permite a modelagem de diferentes valores para $\tau_0$ e $\tau_{90}$ , quando a tensão uniaxial $\sigma_0$ na direção de laminação e na direção transversal $\sigma_{90}$ são quase iguais. Só é definida para casos onde as tensões são planas e a carga é aplicada ao longo dos eixos ortotrópicos (sem cisalhamento)	Hill 1993, Banabic 1996, Banabic, et al. 1999, Vegter et al. 1999.

Notações:

$A, B, C, F, G, H, L, M, N, a$  = Parâmetros do material.

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  = Componentes de tensão do material com relação aos eixos ortotrópicos.

$\sigma_1, \sigma_2$  = Componentes de tensão principal orientadas por um ângulo  $\beta$  no sentido anti-horário com relação ao eixo RD (eixo de laminação).

$\sigma_h$  = Tensão de escoamento sob o estado plano de tensão equibiaxial.

$\tau$  = Tensão de escoamento para ensaio paralelo de cisalhamento puro para eixos ortotrópicos (caso de tensões plana)

$\sigma_F$  = Tensão de escoamento sob tração uniaxial na direção de referência.

Lei	Descrição	Características	Referências
Barlat 1989	<p>(a) <math>A K_1 + K_2 ^a + A K_1 - K_2 ^a + (2 - A) 2K_2 ^a = 2\sigma_F^a</math></p> <p>(b) <math>K_1 = (\sigma_x + h\sigma_y)/2</math></p> <p>(c) <math>K_2 = \sqrt{[(\sigma_x - h\sigma_y)/2]^2 + (p\sigma_{xy})^2}</math></p>	Generalização da equação isotrópica de Hosiford (1972) com termo cisalhante, definida por 4 parâmetros, a, h, p e A para o caso de tensões planas.	Vial 1997, Barlat & Lian 1989, Berg et al. 1998, Moshfegh et al. 1998, Andersson et al. 1999.
Barlat 1991	<p>(a) <math> s_1 - s_2 ^a +  s_2 - s_3 ^a +  s_3 - s_1 ^a = 2\sigma_F^a</math></p> <p>(b) com <math>\underline{s} = \underline{L}\underline{\sigma}</math></p> <p>(c) <math display="block">\underline{L} = \begin{bmatrix} (c_2 + c_3)/3 &amp; -c_3/3 &amp; -c_2/3 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 \\ -c_3/3 &amp; (c_3 + c_1)/3 &amp; -c_1/3 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 \\ -c_2/3 &amp; -c_1/3 &amp; (c_1 + c_3)/3 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; c_4 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; c_5 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; 0 &amp; c_6 \end{bmatrix}</math></p>	Generalização da equação isotrópica de Hosiford (1972) com termo cisalhante, definido por 6 coeficientes de anisotropia $c_1$ até $c_6$ e um expoente m adaptado para um estado de tensão qualquer e simetria ortotrópica do material. O tensor de quarta ordem pode ser representado por uma matriz 6x6 no eixo de simetria ortotrópica (RD, TD, ND).	Barlat et al. 1991, Hayashida et al. 1995, Suh et al. 1996, Vegter et al. 1999.
Karafilis 1993	<p>(a) <math>\Phi_1 =  s_1 - s_2 ^{2a} +  s_2 - s_3 ^{2a} +  s_3 - s_1 ^{2a} = 2\sigma_F^{2a}</math></p> <p>(b) <math>\Phi_2 = s_1^{2a} + s_2^{2a} + s_3^{2a} = \frac{2^{2a} + 2}{3^{2a}} \sigma_F^{2a}</math></p> <p>(c) <math>\Phi = (1 - C)\Phi_1 + C \frac{3^{2a}}{2^{2a+1} + 1} \Phi_2 = 2\sigma_F^{2a}</math></p> <p>(d) <math>\underline{s} = \underline{L}\underline{\sigma}</math> com <math>\underline{L}</math> sendo o tensor de quarta ordem</p>	Generalização do trabalho de Barlat 91 para um material não ortotrópico.	Karafilis & Boyce 1993, Andersson et al. 1999, Barlat et al. 1997.
Barlat 1997	<p><math>\Phi = A s_1 - s_2 ^a + B s_2 - s_3 ^a + C s_3 - s_1 ^a = 2\sigma_F^a</math></p> <p>com <math>\underline{s}</math> e <math>\underline{L}</math> definidos como em Barlat 1991</p>	Extensão de Barlat 1991 para modelar tensão de cisalhamento severa puro e melhor ajustar $r_n$ e $r_{90}$ (caso de tensões planas).	Barlat et al. 1997, Vegter et al. 1999

$s_1, s_2, s_3$  = autovalores do tensor  $\underline{\sigma}$

$\underline{\sigma}$  = Tensor das Tensões nos eixos ortotrópicos.

$\underline{L}$  = operador linear.

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$  = Componentes de Tensão nos eixos ortotrópicos.

$\sigma_F$  = Tensão plástica uniaxial na direção de referência.

**Bibliografia dos Apêndices.**

- [1] HALQVIST, J. O., LS-DYNA Keyword User's Manual – Version 950 – Livermore Software Technology Corporation, 1999.
- [2] COUCH, R., ALBRIGHT, e., ALEXANDER, N., "The JOY Computer Code", Laurence Livermore National Laboratory, Internal Document Rept. UCID 19688, January, 1983.
- [3] HALQVIST, J. O., BENSON, D. J., "DYNA3D Users Manual (Nonlinear Dynamic Analysis of Solids in Tree Dimensions)," University of California, Laurence Livermore National Laboratory, Internal Document Rept. UCID 19156 (Rev. 2: 1986; Rev. 3: 1987).
- [4] TANG, A. - Dynaform User's Manual - May 1999.
- [5] HOSFORD, W. F., CADDELL, R. M., Metal Forming - Mechanics and Metallurgy – Prentice Hall – 1993 – ISBN 0 13 588526 4.
- [6] HARBRAKEM, A. M., Modeling the Plastic Anisotropy of Metals By Finite element Method – GrasmMech Course, Universidade de Liege – Belgium – 2000.