

011

CONSULTA  
FD-3417

São Paulo  
2003

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo  
para obtenção do Título de Mestre em  
Engenharia.

**DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA PARA ANÁLISE AUTOMÁTICA DO  
PADRÃO DE FRANJAS FOTOELÁSTICAS ISOCROMÁTICAS**

**ANTONIO FRANCISCO GENTIL FERREIRA JUNIOR**

ANTONIO FRANCISCO GENTIL FERREIRA JUNIOR

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA PARA ANÁLISE AUTOMÁTICA DO  
PADRÃO DE FRANJAS FOTOELÁSTICAS ISOCROMÁTICAS

Dissertação apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo  
para obtenção do Título de Mestre em  
Engenharia.

Área de concentração:  
Engenharia Mecânica

Orientador:  
Prof. Dr.  
Oswaldo Horikawa

São Paulo  
2003

*Aos meus pais e minha família, que sempre incentivaram  
minha educação e aprimoramento, até mesmo,  
nos momentos mais difíceis.*

## AGRADECIMENTOS

Inicialmente, agradeço a Deus.

Ao meu orientador Prof. Dr. Oswaldo Horikawa pelo apoio, confiança, constante incentivo e pelas diretrizes seguras, sem as quais não seria possível a elaboração desse trabalho.

Aos meus colegas de trabalho pela compreensão e suplência nas horas de minha ausência.

Ao Dr. Júlio Carlos Teixeira pelas discussões e observações realizadas.

A Gisele de Barros pelas valiosas contribuições dadas.

A minha família e amigos pelas palavras de apoio e compreensão.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a elaboração deste trabalho.

**SUMÁRIO**

**LISTA DE FIGURAS**  
**LISTA DE GRÁFICOS**  
**LISTA DE TABELAS**  
**RESUMO**  
**ABSTRACT**

1	1 INTRODUÇÃO.....
4	2 FOTOELASTICIDADE.....
4	2.1 Lei Tensão-Óptica (The Stress-Optic Law).....
7	2.2 O Polariscópio.....
8	2.2.1 O Polarizador.....
9	2.2.2 Placa de Onda.....
12	2.2.3 Polariscópio Plano.....
13	2.2.3.1 Efeito das Direções Principais de Tensão.....
14	2.2.4 Polariscópio Circular.....
14	2.2.4.1 Configuração de Campo Escuro.....
16	2.2.4.1.1 Efeito da Diferença entre as Tensões Principais.....
19	2.2.4.2 Configuração de Campo Claro.....
21	3 TÉCNICAS DE FOTOELASTICIDADE.....
21	3.1 Processamento de Imagens Aplicado a Fotoelasticidade.....

22	3.1.1 Afiamento de Franjas.....
23	3.1.2 Fotoelasticidade de Meia Franja (Half Fringe Photoelasticity - HFP).....
24	3.1.3 Análise de Conteúdo Espectral (Spectral Content Analysis - SCA) .....
25	3.1.4 Técnica de Deslocamento de Fase (Phase Shifting Technique - PST).....
28	3.1.5 Fotoelasticidade RGB (RGB Photoelasticity).....
31	3.1.6 Técnica Mista.....
32	3.2 Considerações sobre as Técnicas de Processamento de Imagens.....
35	4 MATERIAIS E MÉTODOS.....
35	4.1 Montagem Experimental.....
36	4.2 Metodologia.....
37	4.2.1 Calibração do Sistema de Processamento de Imagens.....
38	4.2.2 Determinação do Valor de Franja do Material.....
40	4.2.3 Determinação da Ordem de Franja.....
43	5 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....
43	5.1 Calibração do Sistema de Processamento de Imagens.....
50	5.2 Determinação do Valor de Franja do Material.....
53	5.2.1 Incerteza do Valor de Franja do Material.....
53	5.2.1.1 Cálculo do Coeficiente Angular.....
55	5.3 Avaliação do Processamento de Imagens.....
63	5.3.1 Avaliação das Tensões em uma Nova Imagem.....
65	5.4 Considerações sobre o Sistema de Processamento de Imagens.....
67	6 CONCLUSÕES.....

68	6.1 Trabalhos Futuros.....
69	ANEXO A.....
79	ANEXO B.....
83	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....

## LISTA DE FIGURAS

5	(b) mudança no índice de refração com a aplicação das tensões principais $\sigma_1$ e $\sigma_2$ .....	Figura 2.1 -
8	Efeito do polarizador em uma onda luminosa.....	Figura 2.2 -
9	Efeito da placa de onda em uma onda luminosa.....	Figura 2.3 -
11	Tipos de polarização do vetor de onda de luz.....	Figura 2.4 -
12	Modelo fotoelástico tensionado em um polariscópio plano.....	Figura 2.5 -
15	Modelo tensionado em um polariscópio circular na configuração de campo escuro.....	Figura 2.6 -
16	Descrição da montagem experimental.....	Figura 2.7 -
18	Padrões de franjas obtidos para um quadrado de acrílico carregado em um ponto: (a) luz monocromática em um polariscópio plano; (b) luz monocromática em um polariscópio circular com campo escuro; (c) luz branca em um polariscópio plano; e (d) luz branca em um polariscópio circular com campo escuro.....	Figura 2.8 -
20	Padrões de franjas do polariscópio circular para um quadrado de acrílico carregado em um ponto: (a) configuração de campo escuro e (b) configuração de campo claro.....	Figura 2.9 -
22	(a) Padrão de interferência fotoelástico (imagem binária) para um disco em compressão diametral, Müller; Saackel (1979). (b) Resultado do afinamento de franjas obtido por Müller; Saackel (1979), para o padrão de interferência da Figura 3.1(a).....	Figura 3.1 -
23	Valores de intensidade obtidos no trabalho de Voloshin; Burger (1983). A região hachurada corresponde à faixa de trabalho da técnica de fotoelasticidade de meia franja.....	Figura 3.2 -
25	Montagem experimental típica usada na Análise de Conteúdo Espectral.....	Figura 3.3 -



26	Figura 3.4 – (a) resultado da retardação óptica relativa representada em uma escala de tons de cinza para um padrão de franja. (b) valores da retardação óptica relativa ao longo da linha ABC da figura (a). O maior valor absoluto de retardação óptica relativa ocorre no ponto B. Imagens obtidas por Patterson; Wang (1991).....
29	Figura 3.5 – Intensidade dos planos RGB da imagem em função dos valores de ordem de franja obtida por Ajovalasit; Barone; Petrucci (1995).....
30	Figura 3.6 – Distribuição espectral da fonte de luz utilizada no trabalho Yoneyama et al. (1998). A largura de banda das raias espectrais é indicada na figura.....
35	Figura 4.1 – Foto da montagem experimental.....
36	Figura 4.2 – Diagrama da metodologia experimental.....
37	Figura 4.3 – Barra carregada em quatro apoios (P é a força aplicada). O valor das ordens de franja varia linearmente ao longo do segmento AA.....
38	Figura 4.4 – Montagem realizada para a determinação do valor de franja do material.....
41	Figura 4.5 – A linha em branco ilustra a indicação de um possível segmento para a análise da diferença entre as tensões em um padrão fotoelástico.....
43	Figura 5.1 – Imagem colorida da barra de acrílico carregada em 4 apoios.....
43	Figura 5.2 – Imagem monocromática da barra de acrílico carregada.....
44	Figura 5.3 – Indicação do perfil de intensidade usado para determinação da posição da ordem de franja.....
48	Figura 5.4 – Indicação da região onde foi realizada a média de 100 pixels para calibração.....
51	Figura 5.5 – Processo de determinação do valor de franja do material. O centro do disco é indicado com o auxílio de um conjunto de blocos padrões. A ordem de franja no centro do disco é a terceira.....
52	Figura 5.6 – Imagem do modelo fotoelástico: (a) antes da aplicação de carga (sem tensão residual) e (b) depois da aplicação de carga (com tensão residual).....

56	Figura 5.7 – Imagem utilizada no cálculo da diferença entre as tensões principais para a linha diametral horizontal.....
61	Figura 5.8 – Indicação da evidência de não-uniformidade na aplicação de carga feita na Figura 5.7.....
64	Figura 5.9 – Imagem utilizada para processar a diferença entre as tensões principais para a linha horizontal diametral, em um novo carregamento.....
69	Figura A.1 – Modelo fotoelástico tensionado em um polariscópio plano.....
70	Figura A.2 – Componentes do vetor de luz quando este atinge o modelo tensionado em um polariscópio plano.....
72	Figura A.3 – Componentes do vetor de luz que são transmitidas através do analisador do polariscópio plano.....
74	Figura A.4 – Modelo tensionado em um polariscópio circular na configuração campo escuro.....
75	Figura A.5 – Divisão das componentes de luz quando atingem o modelo tensionado..
76	Figura A.6 – Divisão das componentes de luz quando atingem a segunda placa de $\frac{1}{4}$ de onda.....
77	Figura A.7 – Componentes de luz transmitidas através do analisador do polariscópio circular na configuração campo escuro.....

## LISTA DE GRÁFICOS

45	Perfil de intensidade para localização da ordem das franjas. Nas regiões de intensidade mínima e máxima local estão indicadas as respectivas ordens de franja.....	Gráfico 5.1 –
46	Verificação da linearidade entre a posição dos pixels e as ordens de franja. No gráfico são apresentados a equação da reta ajustada e o parâmetro $R^2$ .....	Gráfico 5.2 –
47	Relação entre a ordem de franja e os valores de intensidades dos planos R, G e B.....	Gráfico 5.3 –
49	Relação entre a ordem de franja e os valores de intensidades dos planos R, G e B. Os valores de intensidade RGB foram obtidos para uma média de 100 pixels.....	Gráfico 5.4 –
50	Relação entre a ordem de franja e os valores de intensidades dos planos R, G e B. Os valores de intensidade RGB foram obtidos a partir das 10 primeiras harmônicas dos valores do Gráfico 5.3.....	Gráfico 5.5 –
51	Determinação do valor de franja do material durante o processo de carga e descarga do disco em compressão diametral. As equações das retas ajustadas aos pontos experimentais são apresentadas no gráfico, juntamente com o erro de medida dos pontos.....	Gráfico 5.6 –
56	Valores das intensidades dos planos R, G e B obtidas na linha diametral para o disco em compressão (Figura 5.7).....	Gráfico 5.7 –
57	Comparação entre as diferenças das tensões principais obtidas pelo processamento de imagem e pela solução analítica, para um disco em compressão diametral.....	Gráfico 5.8 –
58	Comparação entre as diferenças das tensões principais obtidas pelo processamento de imagem e pela solução analítica para um disco em compressão diametral, usando calibração com média de 100 pixels....	Gráfico 5.9 –
59	Comparação entre as diferenças das tensões principais obtidas pelo processamento de imagem e pela solução analítica para um disco em compressão diametral, usando calibração com frequências altas filtradas.....	Gráfico 5.10 –

Gráfico 5.11 – Comparação entre as diferenças das tensões principais obtidas pelo processamento de imagens e pela solução analítica para um disco em compressão diametral, usando a calibração apresentada no Gráfico 5.4 e o algoritmo de limitação de variação de valores de ordem entre os pixels..... 60

Gráfico 5.12 – Comparação entre as diferenças das tensões principais obtidas pelo processamento de imagens (Figura 5.9) e pela solução analítica para um disco em compressão diametral, usando algoritmo de limitação de variação de valores de ordem entre os pixels..... 65

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Quadro comparativo resumido das técnicas de processamento de imagens.....	34
Tabela 5.1 – Dados utilizados para determinação do valor de franja do material e suas incertezas.....	54
Tabela 5.2 – Coeficientes angulares obtidos e suas respectivas incertezas.....	54
Tabela 5.3 – Valores de franja do material obtidos e suas respectivas incertezas.....	55

Neste trabalho é apresentado um sistema de processamento de imagens do padrão de franjas fotoelásticas isocromáticas, para a avaliação quantitativa da diferença entre as tensões principais em um modelo. O método foi escolhido entre diversos métodos de processamento de imagens fotoelásticas propostos na literatura. A técnica adotada foi a Fotoelastividade RGB, na qual a análise das tensões é feita com base nas cores do padrão de franja, principalmente por esta não necessitar da intervenção do usuário na determinação da ordem de franja. A montagem experimental foi composta de um polariscópio, uma prensa e uma câmera fotográfica digital. A obtenção da diferença entre as tensões principais foi feita através das cores do padrão de franjas isocromáticas. Para isso, foi realizada uma calibração das cores das franjas e suas respectivas ordens. O resultado experimental foi comparado à solução analítica de um disco em compressão diametral. A presença de ruído no resultado experimental foi eliminada com a utilização de um algoritmo computacional, e outras discrepâncias foram associadas ao material usado na confecção do modelo bem como a não-uniformidade no sistema de carga. O sistema de processamento de imagem mostrou-se eficiente em sua função, sendo a identificação da ordem de franja possível apenas no intervalo de 0,5 a 3 ordens, o que influi diretamente nos valores da diferença entre as tensões principais medidas.

## RESUMO

## ABSTRACT

This work presents an image processing system of photoelastic isochromatic fringe used for quantitative evaluation of the difference between principal stresses. Among many techniques available in literature, the RGB Photoelasticity was chosen, where the strength analysis is done based on the color of the fringe pattern. The main reason for this choice is because this technique finds out the fringe order without any operator's contribution. A polariscope, a load system and a digital photographic camera composed the experimental setup. The difference between principal stresses was evaluated by isochromatic fringe color, provided that a calibration between fringe order and fringe color was made. The experimental results were compared with the analytical solution of a disc under diametrical compression. These results were affected by noise that was removed using a computational algorithm. Other anomalies were related to the material used in the model and non-uniformity in the load applied. The image processing system demonstrated to be efficient. However, the system could evaluate the fringe order from the range of 0,5 to 3 that limited the evaluation of the difference between principal stresses.

## I INTRODUÇÃO

A análise da distribuição de tensões em projetos mecânicos constitui uma etapa fundamental para o sucesso do projeto. Esta análise pode ser feita de duas formas: teoricamente ou experimentalmente.

Os métodos teóricos de análise avançaram muito nas últimas décadas, em decorrência dos avanços no campo da informática, e isto muito contribuiu para sua ampla utilização. Porém, em projetos onde a segurança é um fator determinante, como na engenharia aeronáutica, ou quando a complexidade da peça dificulta a aplicação dos métodos computacionais, é necessário que a análise de tensões obtida teoricamente seja comparada a um resultado experimental.

Entre as técnicas experimentais de medida de tensão, os métodos ópticos se destacam por apresentar resultados em toda a extensão da peça modelada. Entre estes métodos temos os de fotoelasticidade, holografia e moiré. A fotoelasticidade se desenvolveu muito nas últimas décadas com a incorporação do processamento digital de imagens na interpretação de seus resultados, permitindo a criação de processos de automação de interpretação de resultados o que, anteriormente, era extremamente ligado à experiência e treinamento do usuário do sistema.

A aplicação do processamento de imagem em fotoelasticidade foi iniciada no final da década de 70, com metodologias que automatizavam os procedimentos de avaliação de franjas, como por exemplo, o Afirmamento de Franjas. Já na década de 80, surgiram novas técnicas de processamento, como Fotoelasticidade de Meia Franja, Análise de Conteúdo Espectral e Deslocamento de Fase. Nestas novas formulações, a avaliação da imagem se dá através de sua intensidade luminosa e os resultados da diferença entre as tensões principais são obtidos continuamente. A Fotoelasticidade de Meia Franja e o Deslocamento de Fase destacam-se por fornecerem resultados em todo o campo da imagem, diferentemente da Análise de Conteúdo Espectral que realiza medidas em



pequenas áreas do modelo. Grandes avanços e a consolidação da aplicação da técnica Deslocamento de Fase ocorreram no início da década de 90. Nesta mesma época surgiu um novo conceito: a Fotoelastividade RGB, onde a avaliação do padrão de franjas é feita através de sua cor. Isto permitiu que o resultado das diferenças de tensões fosse obtido, após a devida calibração do sistema, com apenas uma imagem colorida. Na tentativa de reduzir as limitações de cada uma das técnicas de processamento, a partir da metade da década de 90, surgiram trabalhos que reuniram duas técnicas em uma mesma montagem. Uma abordagem mais detalhada sobre o desenvolvimento do processamento de imagem aplicado a fotoelastividade será feita no Capítulo 3.

O objetivo deste trabalho é a construção de um sistema de processamento de imagens que permita a avaliação quantitativa da diferença entre as tensões principais, através do padrão de franjas fotoelásticas isocromáticas. Dentre as diversas técnicas de processamento existentes na literatura, optou-se pela Fotoelastividade RGB, por ser uma metodologia que não necessita da interferência do usuário para determinação da ordem de franja e que permite uma reavaliação do processamento de imagem por técnicas fotoelásticas tradicionais.

Além disto, a Fotoelastividade RGB possui um potencial de expansão de suas aplicações, quando associada a outras técnicas de processamento de imagens, e possibilita a análise da diferença entre as tensões principais em regimes de carga dinâmica.

Para uma análise detalhada da distribuição de tensões em uma peça são necessários os valores das tensões principais. A fotoelastividade permite a determinação das tensões principais através das metodologias de separação de tensões descritas por Dally; Riley (1991). Para a realização da separação das tensões é necessário, além da diferença entre as tensões principais (franjas isocromáticas), a direção das tensões principais (franjas isoclinicas). Este trabalho realiza uma etapa fundamental para a

avaliação das tensões principais, através da fotoelasticidade, com a determinação da diferença entre as tensões principais.

As etapas empregadas na elaboração deste trabalho, consistem primeiramente em uma introdução a fotoelasticidade e aos desenvolvimentos do processamento de imagens aplicados a ela, sendo isto realizado nos capítulos 2, Fotoelasticidade; e 3, Técnicas de Fotoelasticidade, respectivamente. Feita a revisão e determinada a técnica de processamento a ser aplicada, no capítulo 4, Materiais e Métodos, são apresentadas a montagem experimental e a metodologia aplicada para a obtenção dos resultados. Em seguida, no capítulo 5, Resultados e Discussões, são apresentados os resultados experimentais acompanhados de suas discussões. Por fim, são feitas as considerações finais do trabalho no capítulo 6, Conclusões.

## 2 FOTOELASTICIDADE

Neste capítulo será apresentada uma introdução à fotoelasticidade, onde são descritos os elementos principais para a compreensão da técnica e dos conceitos básicos utilizados nesse trabalho.

### 2.1 Lei Tensão-Óptica (The Stress-Optic Law)

Muitos materiais transparentes não cristalinos são opticamente isotrópicos quando livres de tensões externas, porém, quando tensionados, tornam-se anisotrópicos e apresentam características similares às dos cristais. Essas características persistem durante a aplicação da carga, desaparecendo com sua remoção. O nome dado a este comportamento é birrefringência temporária, observada primeiramente por Sir David Brewster em 1816. A fotoelasticidade possui sua metodologia baseada neste comportamento dos materiais não cristalinos transparentes.

A Lei Tensão-Óptica relaciona mudanças no índice de refração, devido à birrefringência temporária, com o estado de tensão do material conforme Dally; Riley (1991). Essa relação é dada nas seguintes equações:

$$\begin{aligned} n_1 - n_0 &= c_1 \sigma_1 + c_2 \sigma_2 \\ n_2 - n_0 &= c_1 \sigma_2 + c_2 \sigma_1 \end{aligned} \quad (1)$$

Onde:

$\sigma_1$  e  $\sigma_2$  são as tensões principais no ponto;

$n_0$  é o índice de refração do material sem tensão;

$n_1$  e  $n_2$  são os índices de refração principais do material coincidentes com as direções principais de tensão;

$c_1$  e  $c_2$  são constantes conhecidas como coeficientes tensão-ópticos.

Essas equações indicam que um estado plano de tensão num ponto pode ser determinado medindo os índices de refração principais e estabelecendo suas direções. A Figura 2.1 ilustra o comportamento do índice de refração em um ponto no interior do material que é alterado com a aplicação de tensão, conforme a Lei Tensão-Óptica.

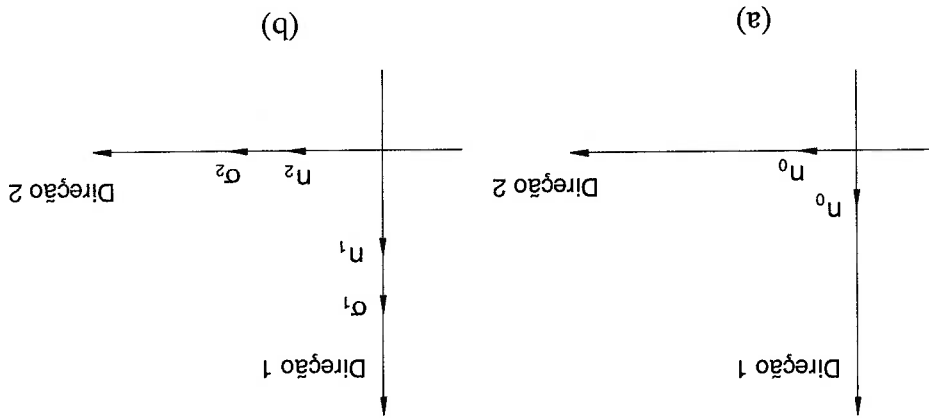


Figura 2.1 – (a) Índice de refração sem carga ( $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ) em um ponto do material. (b) mudança no índice de refração com a aplicação das tensões principais  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ .

Com o uso de técnicas de medida interferométricas é possível a determinação dos índices de refração em cada uma das direções principais e, conseqüentemente, a determinação direta das tensões principais. Entretanto, estas técnicas são raramente utilizadas devido à sua complexidade e ao excessivo tempo de medição. As técnicas amplamente aplicadas em fotoelasticidade utilizam medidas relativas entre os índices de refração principais. Assim, a equação (1) é apresentada como:

$$n_2 - n_1 = c(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (2)$$

Onde:

$c$  é o coeficiente tensão-óptico relativo.

O coeficiente tensão-óptico relativo é considerado em muitos casos como uma constante do material independente do comprimento de onda, porém estudos como o de Pindera; Cloud (1966) e o de Haake; Patterson (1993) mostram que esse coeficiente depende do comprimento de onda. A dependência do coeficiente tensão-óptico relativo em relação ao comprimento de onda da luz utilizada é conhecida como dispersão fotoelástica ou dispersão de birrefringência.

A diferença entre os índices de refração principais (equação (2)) geralmente é apresentada em função da diferença angular de fase também chamada de retardação óptica relativa ( $\Delta$ ), que é dada por:

$$\Delta = \frac{2\pi hc}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (3)$$

Onde:

$h$  é a espessura da amostra sob tensão;

$\lambda$  é o comprimento de onda da luz.

A equação (3) pode ser comumente encontrada na seguinte forma:

$$Nf_{\sigma} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{h} \quad (4)$$

Onde:

$$N = \frac{2\pi}{\Delta} \quad e \quad f_{\sigma} = \frac{c}{\lambda} \quad (5)$$

Sendo:

$N$  é a retardação relativa ou ordem de franja;

$f_0$  o valor de franja do material, que é uma propriedade específica do material usado na construção do modelo fotoelástico e é dependente do comprimento de onda da luz.

Nota-se que a partir da equação (4), a diferença entre as tensões principais ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ) em um modelo bidimensional pode ser determinada se a retardação relativa ( $N$ ) for medida e se o valor de franja do material ( $f_0$ ) for determinado através de uma calibração prévia. Para a determinação do valor de  $N$  em cada ponto do modelo, utiliza-se um equipamento chamado polariscópio, descrito a seguir.

## 2.2 O Polariscópio

O polariscópio é um instrumento óptico que utiliza as propriedades da luz polarizada em sua operação. A partir do estado de polarização, obtém-se o padrão de interferência das ondas luminosas, que é utilizado para a determinação do estado de tensão do material. Para análise experimental de tensão, dois tipos de polariscópios são frequentemente utilizados: o plano e o circular; o tipo de cada polariscópio tem origem no estado de polarização de luz empregada em seu funcionamento.

A luz com polarização plana é produzida com o uso de um elemento óptico conhecido como polarizador. A produção de luz com polarização circular ou, de forma mais geral, com polarização elíptica, requer o uso de um polarizador em conjunto com outro elemento óptico conhecido como placa de onda. Uma breve apresentação destes elementos ópticos será feita a seguir.

### 2.2.1 O Polarizador

O polarizador divide a luz que o atinge em duas componentes perpendiculares, como mostra a Figura 2.2. A componente paralela ao eixo de polarização ( $E_t$ ) é transmitida, enquanto a componente perpendicular ao eixo de polarização ( $E_a$ ) é absorvida. Como a fase da onda luminosa que atinge o polarizador não é importante para análise, o vetor da onda luminosa ( $E$ ) pode ser dado por:

$$E = a \cos(\omega t) \quad (6)$$

Onde:

$a$  é uma constante;

$\omega$  é a frequência angular;

$t$  é o tempo.

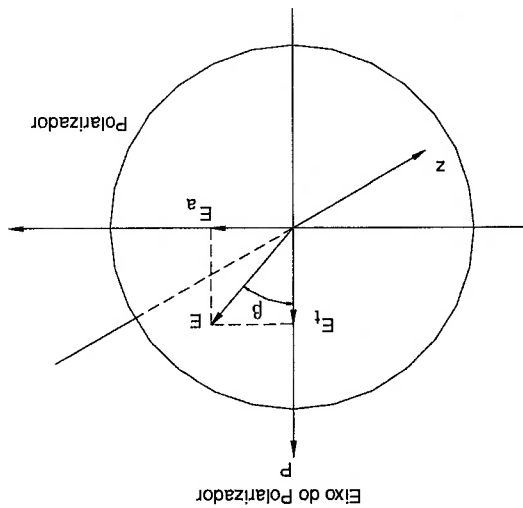


Figura 2.2 – Efeito do polarizador em uma onda luminosa.

As componentes perpendiculares formadas a partir da onda luminosa que atingem o polarizador são dadas por:

$$E_t = a \cos \beta \cos(\omega t)$$

$$E_a = a \sin \beta \cos(\omega t)$$

(7)

Onde:

$\beta$  é o ângulo entre o eixo de polarização e o vetor da onda luminosa.

### 2.2.2 Placa de Onda

A placa de onda ou placa de comprimento de onda é um elemento óptico que tem a capacidade de dividir o vetor de luz em duas componentes ortogonais e transmitir cada uma delas com diferentes velocidades. A Figura 2.3 apresenta uma ilustração de uma placa de onda com dois eixos principais definidos como eixo 1 e 2. A transmissão da luz pelo eixo 1 ocorre a uma velocidade  $v_1$  e ao longo do eixo 2, a uma velocidade  $v_2$ . Considerando  $v_1$  maior que  $v_2$ , o eixo 1 é chamado de eixo rápido e o eixo 2 de eixo lento.

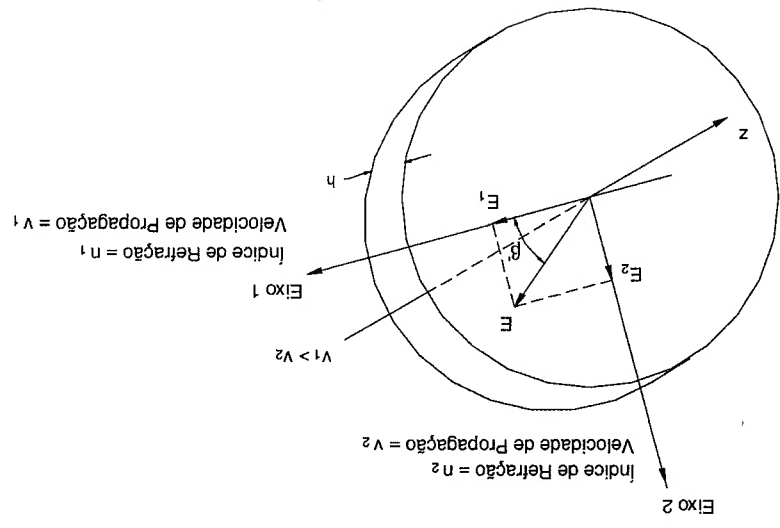


Figura 2.3 – Efeito da placa de onda em uma onda luminosa.



O vetor de luz ( $E$ ) com polarização plana é dividido em duas componentes ao atingir a

placa de onda e estas são representadas por:

$$\begin{aligned} E_1 &= a \cos \beta' \cos(\omega t) \\ E_2 &= a \sin \beta' \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (8)$$

Onde:

$\beta'$  é o ângulo entre o eixo 1 e o vetor da onda luminosa.

As componentes se propagam com diferentes velocidades no interior da placa de onda. Assim, a diferença linear de fase relativa ( $\phi$ ) entre as componentes é obtida através dos índices de refração de cada eixo e expressada por:

$$\delta = h(n_2 - n_1) \quad (9)$$

Onde:

$h$  é a espessura da placa de onda;

$n_1$  é o índice de refração do eixo 1 da placa de onda;

$n_2$  é o índice de refração do eixo 2 da placa de onda;

A diferença angular de fase ( $\Delta$ ) pode ser obtida a partir da equação (9) como segue:

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi h}{\lambda} (n_2 - n_1) \quad (10)$$

Onde:

$\lambda$  é o comprimento de onda da luz.

Quando, dadas as características da placa de onda, a diferença de fase angular entre as componentes da onda luminosa que a atravessam é igual a  $\pi/2$ , ela recebe o nome placa de  $1/4$  de comprimento de onda. As componentes da onda luminosa transmitida pela placa de onda, com o acréscimo da diferença angular de fase ( $\Delta$ ), são obtidas a partir da equação (8).

$$E_1 = a \cos \beta' \cos(\omega t) \quad (11)$$

$$E_2 = a \sin \beta' \cos(\omega t - \Delta)$$

Analisando a equação (11) e considerando a placa como uma placa de  $\frac{1}{4}$  de comprimento de onda, tem-se que para valores de  $\beta' = \pm \pi/4$ , a polarização do vetor de luz resultante será circular. Para valores de  $\beta' = 0$  e  $\beta' = \pi/2$ , a polarização resultante será linear. Para valores de  $0 < \beta' < \pi/4$ , e  $\pi/4 < \beta' < \pi/2$ , a polarização resultante será elíptica.

No caso da polarização circular ou elíptica o vetor da onda luminosa realiza uma rotação em relação no plano das componentes  $E_1$  e  $E_2$ . A classificação da polarização da luz também é feita de acordo com o tipo de rotação realizada, podendo ser no sentido horário ou anti-horário. Como exemplo, tomando a polarização circular com  $\beta' = \pi/4$ , a rotação do vetor de polarização, no plano  $E_1 E_2$  será no sentido contrário aos ponteiros do relógio. Assim, a polarização é classificada como polarização circular esquerda. Já na situação contrária,  $\beta' = -\pi/4$ , o sentido de rotação do vetor é o mesmo dos ponteiros do relógio e a polarização é classificada como polarização circular direita. A Figura 2.4 ilustra alguns tipos de polarização.

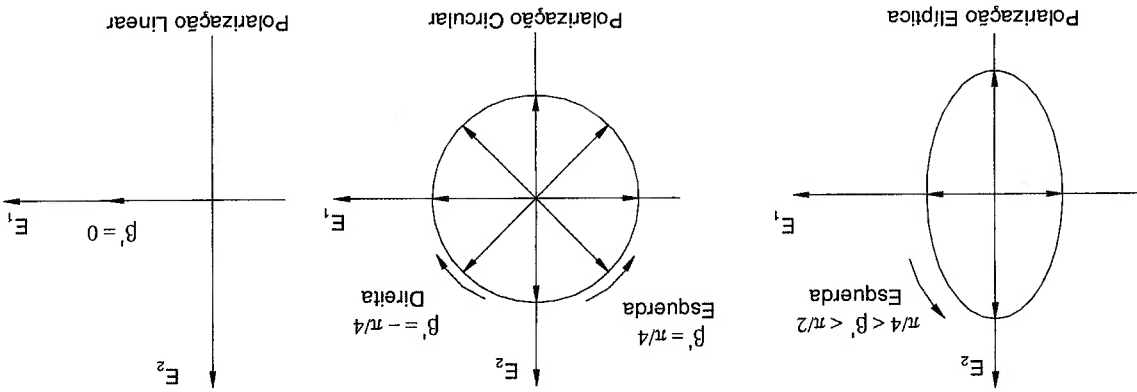


Figura 2.4 – Tipos de polarização do vetor de onda de luz.

### 2.2.3 Polariscópio Plano

O polariscópio plano é o sistema óptico mais simples utilizado em fotoelasticidade, sendo constituído por dois polarizadores e uma fonte luminosa, conforme Figura 2.5.

O polarizador mais próximo da fonte luminosa é chamado simplesmente de polarizador, enquanto o outro polarizador é conhecido como analisador. Os eixos de polarização do polarizador e do analisador são cruzados perpendicularmente e, com isso, a intensidade da luz resultante é nula. Na Figura 2.5, um modelo plano sob tensão, foi posicionado paralelamente aos elementos do polariscópio. Como o modelo produz mudanças no estado de polarização da luz, o padrão de interferência da luz observado no analisador do polariscópio permite a determinação da retardação relativa ( $N$ ).

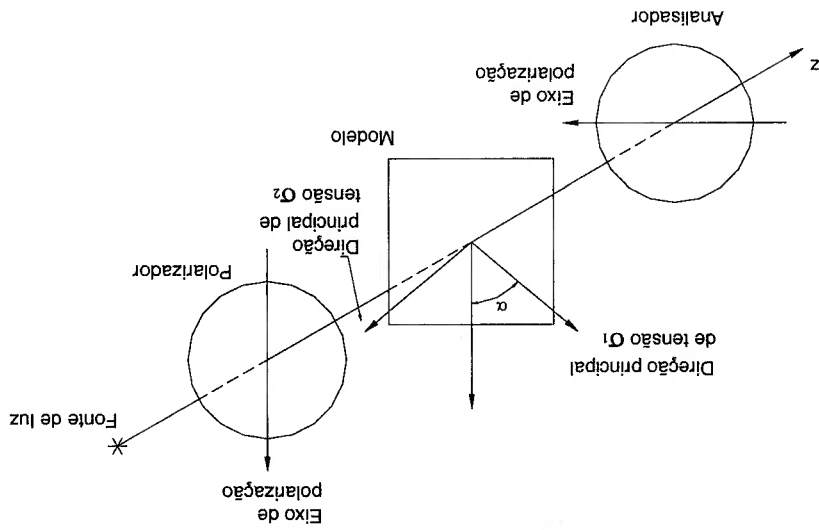


Figura 2.5 – Modelo fotoelástico tensionado em um polariscópio plano.

O padrão de intensidade luminosa para o polariscópio plano é dado na equação a seguir. Detalhes de sua obtenção são apresentados no Anexo A e uma complementação sobre a teoria pode ser obtida em Dally; Riley (1991).

$$I = K \operatorname{sen}^2(2\alpha) \operatorname{sen}^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \quad (12)$$

Onde:

$K$  é uma constante;

$\alpha$  é o ângulo formado entre a direção de tensão  $\sigma_1$  e o eixo do polarizador.

Examinando a equação (12), nota-se que valores nulos da intensidade ocorrem quando  $\operatorname{sen}^2(2\alpha) = 0$  ou quando  $\operatorname{sen}^2(\Delta/2) = 0$ . Portanto, uma condição de extinção é relacionada com as direções principais de tensão e a outra, com a diferença entre as tensões principais, respectivamente. A análise do padrão referente às direções principais de tensão será feita na seção 2.2.3.1 e a análise do padrão referente a diferença entre as tensões principais na seção 2.2.4.1.1.

### 2.2.3.1 Efeito das Direções Principais de Tensão

Quando  $2\alpha = n\pi$  (onde  $n = 0, 1, 2, \dots$ ), o termo  $\operatorname{sen}^2(2\alpha) = 0$ , ocorre a extinção da intensidade luminosa. Este resultado indica que, quando uma das direções principais de tensão está alinhada com o eixo do polarizador ( $\alpha = n\pi/2$ , ou qualquer múltiplo exato de  $n\pi/2$ ), a intensidade da luz é nula. O padrão de franja produzido quando o termo  $\operatorname{sen}^2(2\alpha) = 0$ , na equação (12), é chamado de padrão de franja isoclínica. As franjas isoclínicas são utilizadas para a determinação das direções principais de tensão.

## 2.2.4 Polariscópio Circular

O polariscópio circular (Figura 2.6) é composto por quatro elementos ópticos e a fonte luminosa. Como o próprio nome induz, este polariscópio opera com luz polarizada circularmente. O primeiro elemento - o polarizador - transforma a luz proveniente da fonte em luz plano-polarizada. Quando esta luz atinge o segundo elemento - a primeira placa de  $\frac{1}{4}$  de comprimento de onda - a polarização da luz passa a ser circular. Esta luz circularmente polarizada é transformada em luz plano-polarizada (polarizada na direção do eixo  $P$ ) ao passar pelo terceiro elemento - a segunda placa de  $\frac{1}{4}$  de comprimento de onda. O último elemento do polariscópio circular - o analisador - é responsável pela extinção da luz. As duas principais configurações do polariscópio circular são a de campo escuro e a de campo claro.

Na configuração de campo escuro, o polarizador e o analisador são orientados ortogonalmente e, com essa orientação, o fundo do padrão de franja é escuro. Já na configuração de campo claro, o polarizador e o analisador são orientados paralelamente e, como consequência, o fundo do padrão de franja é claro.

### 2.2.4.1 Configuração de Campo Escuro

Quando um modelo fotoelástico tensionado é posicionado no campo de um polariscópio circular, paralelamente aos elementos do polariscópio, o resultado da análise da luz difere significativamente do resultado obtido em um polariscópio plano. O uso do polariscópio circular elimina as franjas isoclínicas.

O padrão de intensidade luminosa para o polariscópio circular na configuração de campo escuro é dado na equação a seguir. Detalhes de sua obtenção são apresentados no Anexo A e uma complementação sobre a teoria pode ser obtida em Dally; Riley (1991).

Este resultado indica que a intensidade da luz na saída do analisador, em um polariscópio circular, está relacionada apenas com a diferença entre as tensões principais. A extinção da intensidade luminosa será tratada na próxima seção.

$$I = K \operatorname{sen}^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \quad (13)$$

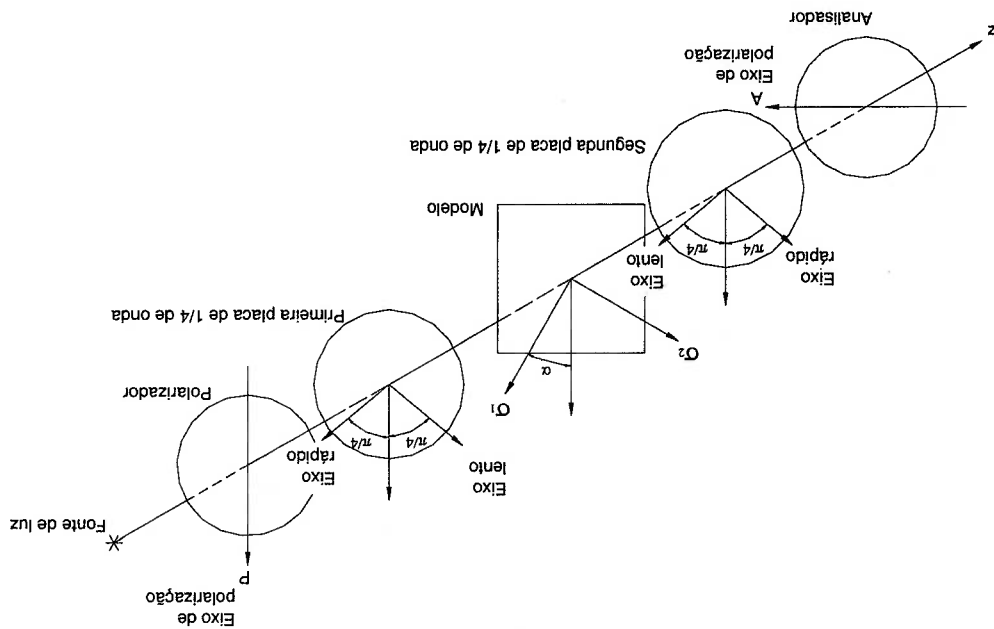


Figura 2.6 – Modelo tensionado em um polariscópio circular na configuração de campo escuro.

No desenvolvimento experimental deste trabalho, foi utilizado um polariscópio circular com campo escuro. Na Figura 2.7 é apresentada a descrição da montagem experimental, que inclui o polariscópio, o sistema de aplicação de carga e de aquisição de imagem.

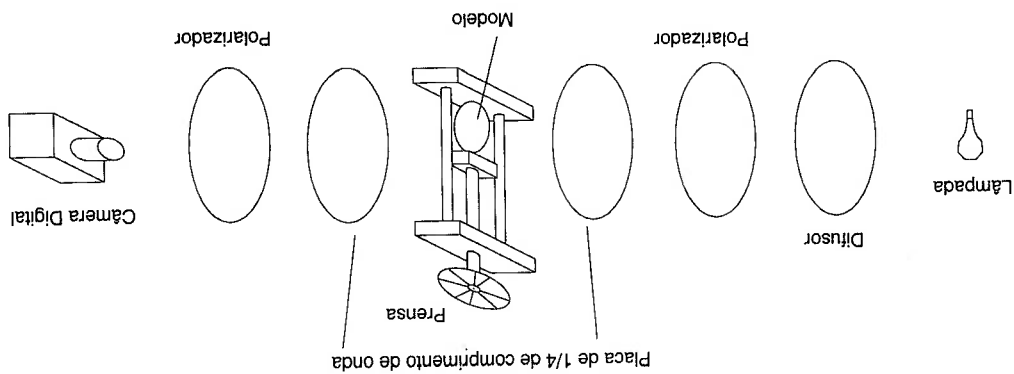


Figura 2.7 – Descrição da montagem experimental.

### 2.2.4.1.1 Efeito da Diferença entre as Tensões Principais

O efeito da diferença entre as tensões principais é observado tanto no polariscópio plano, quanto no polariscópio circular na configuração de campo escuro. Quando  $\Delta/2 = n\pi$  (onde  $n = 0, 1, 2, \dots$ ), o termo  $sen^2(\Delta/2) = 0$ , ocorre a extinção da intensidade luminosa. Quando a diferença entre as tensões principais é nula ou suficiente para produzir um número inteiro de comprimentos de onda de retardação óptica ( $n = 0$  ou  $n = 1, 2, 3, \dots$ ), a intensidade de luz é nula. O padrão de franja produzido quando termo  $sen^2(\Delta/2) = 0$ , nas equações (12) e (13), é conhecido com padrão de franja isocromática.

A partir das equações (4) e (5) temos:

$$N = \frac{\Delta}{2\pi} = \frac{hc}{\lambda}(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (14)$$

Teoricamente, as franjas isocromáticas e isoclinicas deveriam ser linhas com largura zero, enquanto, como visto na Figura 2.8, as franjas se aproximam a bandas com uma largura considerável. A largura das franjas é atribuída principalmente ao processo de adaptação e discriminação dos níveis de brilho feitos pelo olho humano e pelo sistema fotográfico, conforme Gonzalez, Woods (1992). Entretanto, com o uso de fotodiodos é possível determinar um valor de intensidade mínima próximo ao centro da franja.

Na configuração polariscópio plano, os padrões de franjas isoclinicas e isocromáticas são apresentados de forma sobreposta, Figura 2.8 (a) e (c), dificultando a análise da informação das franjas.

Para valores elevados da diferença entre as tensões principais, ocorre a extinção de mais de um comprimento de onda ao mesmo tempo, como por exemplo, a segunda ordem do vermelho e a terceira ordem do violeta. Como resultado disto, as franjas isocromáticas se tornam pálidas e sua identificação se torna muito difícil.

No caso da utilização de luz branca, Figura 2.8 (d), o padrão de franja se torna um somatório de intensidades de cada comprimento de onda. O resultado deste somatório de intensidades gera franjas isocromáticas coloridas. As cores desta franja variam de acordo com o valor da diferença entre as tensões principais, e este, por sua vez, influencia a intensidade luminosa dos comprimentos de onda que contribuem para o somatório. Contudo, em uma determinada condição, quando o valor de  $N$  é nulo, ocorre a extinção total da intensidade luminosa, ou seja, um franja escura.

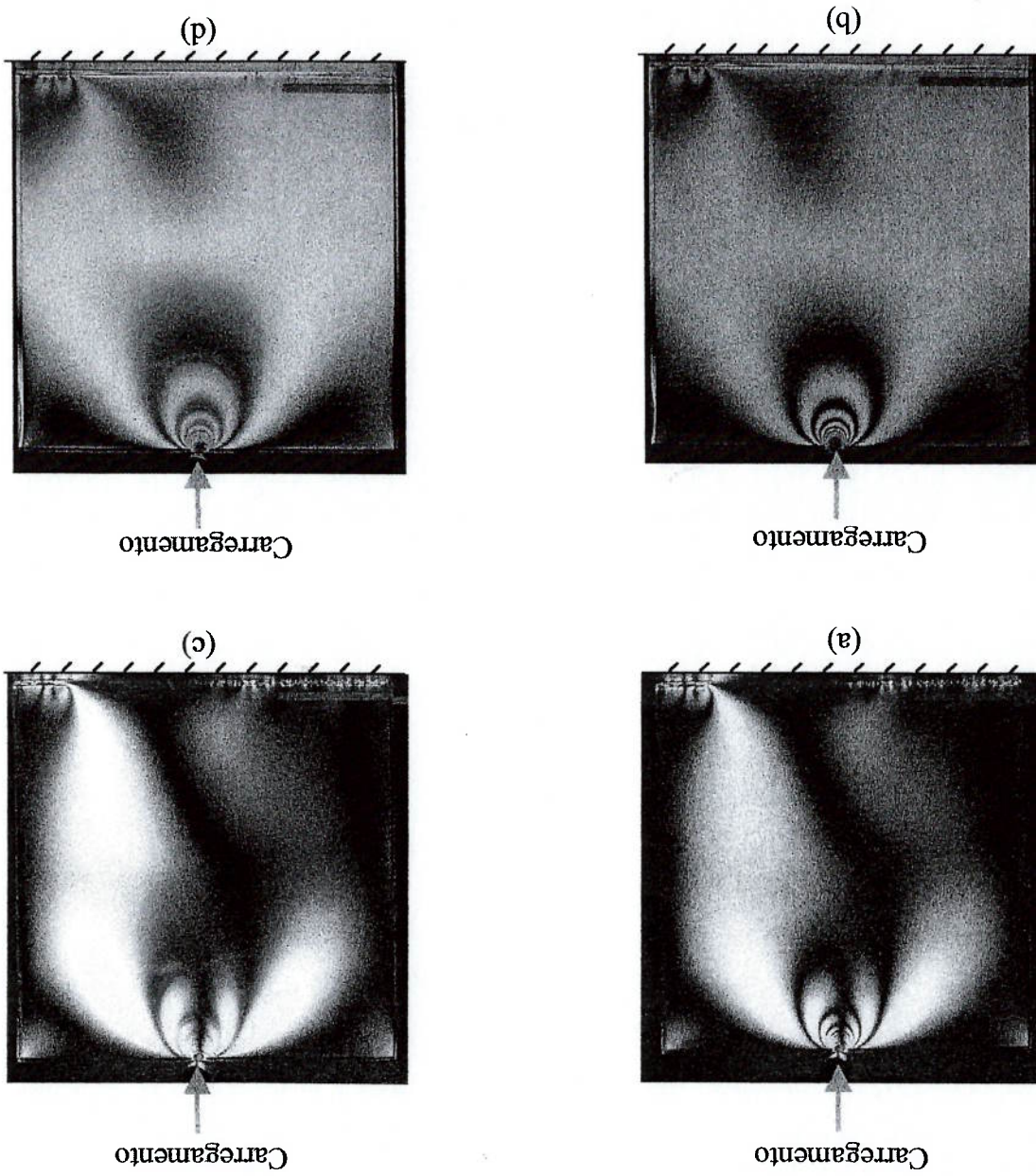
Examinando a equação (14), nota-se que a ordem de franja ( $N$ ) depende da diferença entre as tensões principais ( $\sigma_1 - \sigma_2$ ), considerando os demais parâmetros constantes.

Nesse caso o padrão de franjas isocromáticas é composto de franjas escuras e claras.

A equação (14) apresenta a solução para o caso de luz monocromática, Figura 2.8 (a).



Figura 2.8 – Padrões de franjas obtidos para um quadrado de acrílico carregado em um ponto: (a) luz monocromática em um polariscópio plano; (b) luz branca em um polariscópio plano; (c) luz branca em um polariscópio plano; e (d) luz branca em um polariscópio circular com campo escuro.



## 2.2.4.2 Configuração de Campo Claro

Para transformar a configuração de campo escuro em uma configuração de campo claro, basta realizar uma rotação de 90° no analisador da Figura 2.6, alinhando o eixo de polarização do analisador com o do polarizador. O padrão de intensidade luminosa para a configuração de campo claro é apresentado na equação a seguir. Detalhes de sua obtenção são apresentados no Anexo A e uma complementação sobre a teoria pode ser obtida em Dally; Riley (1991).

$$I = K \cos^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \quad (15)$$

Nesta configuração, os valores de intensidade nula ocorrem quando  $\Delta/2 = \pi/1 + 2n/2$  (onde  $n = 0, 1, 2, \dots$ ), e o termo  $\cos^2(\Delta/2) = 0$ .

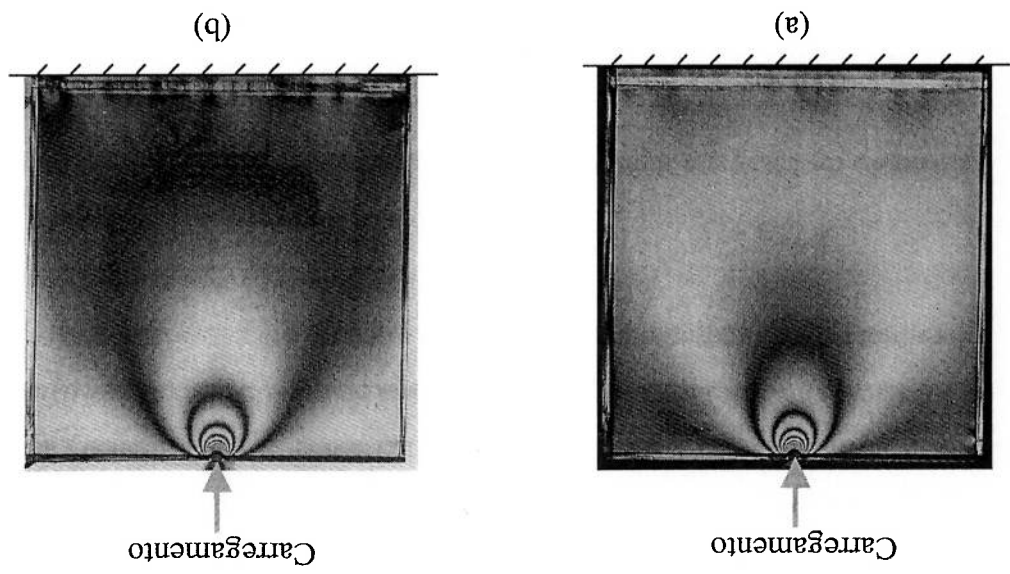
Na configuração escura, as ordens das franjas de intensidade mínimas ( $N$ ) coincidem com os valores de  $n$ , já na configuração clara isto não ocorre, e os valores de  $N$  são dados por:

$$N = \frac{\Delta}{2\pi} = n + \frac{1}{2} \quad (16)$$

Nota-se que a primeira ordem de franja observada na montagem de campo claro será 0,5 e o fundo da imagem obtida no polariscópio será claro. Com a utilização dos dados obtidos nas configurações de campo claro e campo escuro, é possível obter uma representação com resolução de meia ordem de franja.

A Figura 2.9 apresenta o padrão de intensidade de um mesmo modelo na configuração de campo escuro e campo claro. Na figura, nota-se a diferença na posição das ordens de franja ( $N$ ) das configurações.

Figura 2.9 – Padrões de franjas do polariscópio circular para um quadrado de acrílico carregado em um ponto: (a) configuração de campo escuro e (b) configuração de campo claro.



### 3 TÉCNICAS DE FOTOELASTICIDADE

Neste capítulo serão apresentadas as técnicas de processamento de imagens aplicadas a fotoelasticidade e uma breve discussão sobre as características e limitações de cada uma. Ao final, serão feitas as considerações sobre as técnicas de processamento, justificando a escolha da metodologia adotada neste trabalho.

#### 3.1 Processamento de Imagens Aplicado a Fotoelasticidade

Antes da utilização do processamento digital de imagens em fotoelasticidade, a determinação quantitativa de resultados usando a informação das franjas isocromáticas e isoclinicas necessitava de um grande número de pontos de medidas e um elevado tempo para sua realização.

Os primeiros sistemas de processamento digital de imagens em fotoelasticidade, iniciados no final da década de 70, essencialmente eram utilizados para automatizar os procedimentos das análises convencionais, como por exemplo, o Afinamento de Franjas. O grande potencial do processamento digital de imagens foi reconhecido com a aplicação do conceito de identificação do padrão de franjas como um mapa de fase. Neste novo conceito, o objetivo era obter a respectiva ordem de franja para cada pixel da imagem. As seguintes técnicas foram desenvolvidas com base neste conceito: Fotoelasticidade de Meia Franja (Half Fringe Photoelasticity – HFP); Deslocamento de Fase (Phase Shifting Technique – PST); Análise de Conteúdo Espectral (Spectral Content Analysis – SCA) e Fotoelasticidade RGB (RGB Photoelasticity). A união de diferentes técnicas de processamento de imagens em um mesmo sistema, permite uma nova classificação denominada Técnica Mista. A Técnica Mista busca a complementação entre os métodos de processamento de imagens para superação de suas limitações individuais.

As técnicas de processamento digital de imagens citadas serão detalhadas no desenvolvimento desta seção. Uma revisão mais aprofundada do assunto pode ser encontrada em Ramesh; Mangal (1998).

### 3.1.1 Afinamento de Franjas

Os sistemas de afinamento de franjas processam o padrão de franjas de interferência fotoelástico (Figura 3.1(a)) com o objetivo de obter a posição central das franjas. Para isto, a técnica utiliza a imagem monocromática que é transformada em uma imagem binária (preta e branca). Partindo da imagem binária, são aplicadas técnicas de afinamento, como exemplo, a técnica que realiza a erosão dos limites externos da franja, até esta ser reduzida a uma linha com largura de um pixel (Figura 3.1(b)). Trabalhos como o de Müller; Saackel (1979) e o de Seguchi; Tomita; Watanabe (1979) possuem esta característica.

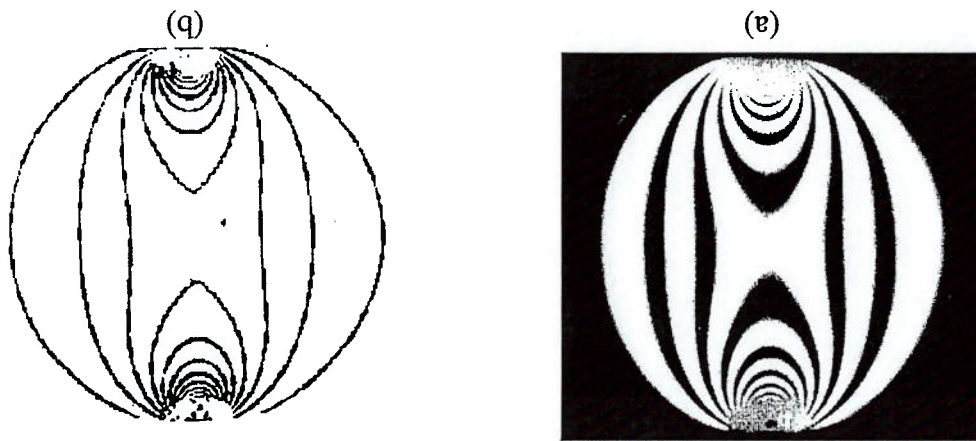


Figura 3.1 – (a) Padrão de interferência fotoelástico (imagem binária) para um disco em compressão diametral, Müller; Saackel (1979). (b) Resultado do afinamento de franjas obtido por Müller; Saackel (1979), para o padrão de interferência da Figura 3.1(a).

Essa técnica despreza as informações entre as franjas e determina somente valores inteiros de ordem de franja. A técnica determina a posição das franjas de franja, porém, não identifica o valor de cada ordem. Assim, é necessário que o operador indique

ao menos o valor de uma das ordens de franja para resolver o problema da ambigüidade, usando outra metodologia de identificação de franjas. Para obter valores fracionários de ordem de franja em regiões intermediárias, é necessário realizar interpolações entre as ordens inteiras.

### 3.1.2 Fotoelasticidade de Meia Franja (Half Fringe Photoelasticity - HFP)

A Fotoelasticidade de Meia Franja determina o valor da ordem de franja em uma imagem monocromática através dos tons de cinza, com o uso de um polariscópio circular e luz monocromática. Na Figura 2.8 (b), nota-se a existência de diversas tonalidades de cinza que se repetem para as diferentes ordens de franja. A variação de tons de cinza ( $I$ ) para cada valor de ordem de franja ( $N$ ) é apresentada na Figura 3.2. Nesta figura, é possível correlacionar a intensidade da luz (tonalidade de cinza) com o valor da ordem de franja, porém, esta correlação é cíclica, o que prejudica a determinação absoluta da ordem de franja. Para valores de ordem de franja de zero a 0,5 (região hachurada da Figura 3.2), a correspondência entre os tons de cinza e as ordens de franja é unívoca. Usando este princípio, Voloshin; Burger (1983) determinaram frações das ordens de franjas isocromáticas em todo o campo de visão do modelo fotoelástico, limitadas porém a um valor máximo de 0,5 ordem.

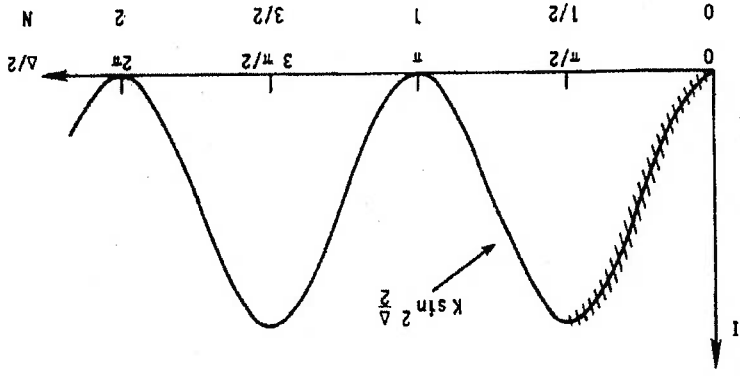


Figura 3.2 – Valores de intensidade obtidos no trabalho de Voloshin; Burger (1983). A região hachurada corresponde à faixa de trabalho da técnica de fotoelasticidade de meia franja.



Como esta técnica trabalha com baixos valores de ordem de franja (até 0,5 ordem), a carga a ser aplicada ao modelo é relativamente baixa e depende do valor do coeficiente de tensão-óptico do material. A vantagem de trabalhar com baixas cargas no modelo fotoelástico é a diminuição das deformações no modelo, e conseqüentemente, uma melhor correspondência entre a distribuição das tensões principais do modelo fotoelástico e da peça modelada.

Entretanto, o limite de 0,5 ordem torna-se um inconveniente para medidas em uma grande faixa de carga. Para ampliar essa faixa, é necessário trocar o tipo de material usado na construção do modelo e realizar uma usinagem de um novo modelo.

### 3.1.3 Análise de Conteúdo Espectral (Spectral Content Analysis – SCA)

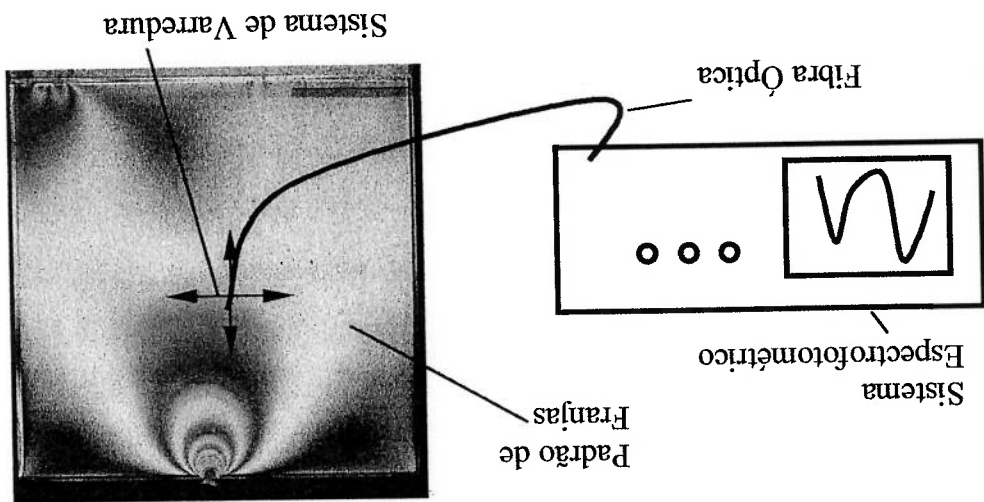
A Análise de Conteúdo Espectral determina a ordem de franja em um ponto do padrão de franjas isocromáticas (Figura 2.8 (d)), através do espectro da luz emitida. O espectro da luz captada, em uma pequena área do modelo, é comparado a uma série de espectros calculados para diversas ordens de franja. Ao espectro medido é atribuído o valor de ordem de franja do espectro calculado que mais se aproxima do espectro medido. Esta técnica foi apresentada por Redner (1985), e posteriormente por Voloshin; Redner (1989) e por Haake; Patterson (1992).

A determinação da ordem de franja limita-se a uma pequena área do modelo, na qual a luz é captada; assim, são necessários vários pontos de medida para obter a distribuição da diferença entre as tensões principais em todo o modelo, o que caracteriza esta técnica como de “ponto a ponto”. Para obter o espectro da luz, é necessário acrescentar ao polariscópio um sistema espectrofotométrico. Na Figura 3.3 é apresentada a montagem experimental típica desta técnica. A determinação das isocromáticas não é possível nesta metodologia, pois o sistema utiliza um polariscópio circular.

A técnica de Deslocamento de Fase determina a ordem de franja e a direção das tensões principais em um polariscópio com luz monocromática. Como foi observado na seção 2.2.3 e 2.2.4, a intensidade do padrão de franja varia de acordo com a configuração do polariscópio e a posição angular de seus elementos (Figura 2.9). No Deslocamento de Fase, os elementos do polariscópio são deslocados para posições angulares conhecidas e a medida da intensidade do padrão de franja para estas posições é armazenada. O conjunto de valores da posição angular e da intensidade do padrão de franja formam um sistema de equações e através da manipulação deste sistema de equações é determinada a ordem de franja e a direção das tensões principais. A solução do conjunto de equações, em geral, é uma constante multiplicada a uma função trigonométrica inversa que, na maioria dos trabalhos, é a função inversa da tangente. O fato de essa solução ser uma função trigonométrica implica na obtenção da retardação óptica relativa e do ângulo das direções principais de forma cíclica (Figura 3.4).

### 3.1.4 Técnica de Deslocamento de Fase (Phase Shifting Technique - PST)

Figura 3.3 – Montagem experimental típica usada na Análise de Conteúdo Espectral.





Hecker; Morche (1986) aplicaram a técnica de Deslocamento de Fase em fotoelasticidade, utilizando seis imagens de um polariscópio circular, para diferentes posições de seu analisador e placa de  $\frac{1}{4}$  comprimento de onda. A retardação óptica relativa e a direção dos eixos principais de tensão foram obtidas; ambas em função de uma constante multiplicada pelo arco tangente das intensidades. A retardação óptica relativa foi obtida através de uma função com período  $\pi$  (constante igual a 1) e o ângulo da direção dos eixos principais de tensão foi obtido através de uma função com período  $\pi/4$  (constante igual a 0,25).

Como a retardação óptica relativa e o ângulo de direção dos eixos principais de tensão são obtidos em períodos de  $\pi$  e  $\pi/4$ , respectivamente, a faixa de valores absolutos para essas grandezas é limitada, de forma semelhante ao que acontece na Fotoelasticidade de Meia Franja (limite de 0,5 ordem). Para superar o problema da limitação dos valores da retardação óptica relativa, os autores mediram o valor absoluto da retardação em um ponto da imagem, através de outra técnica. Associando este valor à periodicidade e à derivada da função (Figura 3.4 (b)), foi possível ampliar a faixa de valores absolutos dessa grandeza.

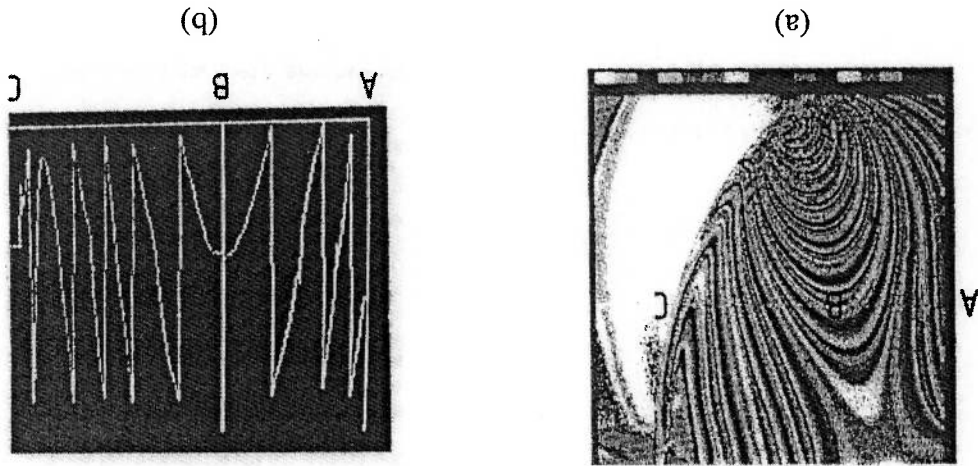


Figura 3.4 – (a) resultado da retardação óptica relativa representada em uma escala de tons de cinza para um padrão de franja. (b) valores da retardação óptica relativa ao longo da linha ABC da figura (a). O maior valor absoluto de retardação óptica relativa ocorre no ponto B. Imagens obtidas por Patterson; Wang (1991).

Patterson; Wang (1991) apresentaram um sistema semelhante ao de Herker; Morche (1986), porém, o equacionamento foi feito em diferentes posições angulares dos elementos do polariscópio circular. Com este novo equacionamento, o período da função que representa o ângulo da direção dos eixos principais de tensão é ampliado para  $\pi/2$ , o que permite a representação de todos os possíveis valores deste parâmetro. Já o período da função da retardação óptica relativa continua o mesmo. Entretanto, a ampliação do período do ângulo da direção dos eixos principais implicou em mudanças no cálculo da retardação óptica relativa, que neste caso, necessita do valor do ângulo da direção dos eixos principais de tensão para obtenção do seu resultado. Como o valor do ângulo de direção dos eixos principais ficou indefinido para determinadas intensidades, foi necessária a realização de interpolação para obter seus valores nestes pontos. A necessidade de medir da ordem absoluta da franja em um ponto da imagem, por outra técnica, continua presente.

Haake; Wang; Patterson (1993) avaliaram o método de automação apresentado por Patterson; Wang (1991), comparando os resultados automatizados com resultados experimentais obtidos através do método fotoelástico de compensação Tardy. Grandes discrepâncias entre os resultados dessas técnicas ocorreram, principalmente nas regiões onde a densidade das franjas isocromáticas é alta, devido a limitações na medida automatizada quando o gradiente de franjas é maior que 0,1 franja/pixel. As diferenças obtidas na medida automatizada das franjas isoclínicas estão relacionadas ao erro no alinhamento do modelo, às imperfeições do modelo e aos ruídos no sistema de imagem. Após 20 medidas do mesmo modelo utilizando o método automatizado, foi obtida uma variação entre as medidas de  $\pm 0,007$  ordem para as isocromáticas e de  $\pm 0,75^\circ$  para as isoclínicas.

Com a utilização de um polariscópio plano, que reduz a dispersão da luz provocada pelas placas de  $1/4$  de comprimento de onda, Sarma et al. (1992) apresentaram uma nova versão de automação para Deslocamento de Fase, mas as limitações decorrentes da

técnica continuaram as mesmas. Como resultados, foram obtidas incertezas de  $\pm 0,05$  ordem de franja e de  $\pm 3^\circ$  para as franjas isocromáticas e isoclinicas, respectivamente.

Com uma montagem semelhante, Chen; Lin (1998) apresentaram uma metodologia na qual os valores das franjas isoclinicas foram obtidos por um processo de normalização das intensidades das imagens. Mesmo com este cuidado a incerteza obtida foi de  $\pm 2,8^\circ$ .

A aplicação da técnica de Deslocamento de Fase para determinação da direção dos eixos principais de tensão se mostrou adequada para o caso de medidas estáticas. Já a determinação do valor absoluto da retardação óptica relativa esbarra na necessidade da medição do valor da ordem de franja em um ponto do diagrama de fase através de uma técnica auxiliar, e da utilização desta informação para o cálculo nos demais pontos do diagrama.

### 3.1.5 Fotoelasticidade RGB (RGB Photoelasticity)

A Fotoelasticidade RGB ou de 3 cores é uma técnica que permite a determinação da ordem de franja e o ângulo da direção dos eixos principais de tensão. A determinação da ordem de franja é feita através da cor das franjas isocromáticas (Figura 2.8 (c) e (d)) em um polariscópio com luz branca.

As primeiras relações entre a ordem de franja e sua cor eram feitas de forma rudimentar, por meio de escala de cores, conforme Frocht (1941), através de uma avaliação subjetiva do usuário. Na Fotoelasticidade RGB, uma tabela de calibração correlaciona as intensidades dos planos RGB da imagem com a respectiva ordem da franja. Esta tabela de calibração permite a comparação entre a cor calibrada e a cor do modelo por métodos computacionais, eliminando assim, a subjetividade da medida.

Ajovalasit; Barone; Petrucci (1995) identificaram a ordem absoluta das franjas isocromáticas através da sua cor em um polariscópio circular com luz branca difusa. Na

Figura 3.5, são apresentados os valores das intensidades dos planos R, G e B e os respectivos valores de ordem de franja. Os valores das intensidades dos planos R, G e B do modelo foram comparados aos da tabela de calibração por meio de uma função erro, resultando na obtenção das ordens das franjas isocromáticas no modelo, com uma incerteza de  $\pm 0,02$  ordem de franja. A principal desvantagem deste método é a limitação na faixa de valores das ordens de franja, que variam de 0,5 a 3 ordens. Conforme a Figura 3.5 mostra, acima da terceira ordem de franja, assim como abaixo de 0,5 ordem, a diferença entre as intensidades das componentes R, G e B se torna pequena, ou seja, no primeiro caso, a franja se torna opaca, e no segundo caso ocorre uma variação de tonalidades de cinza.

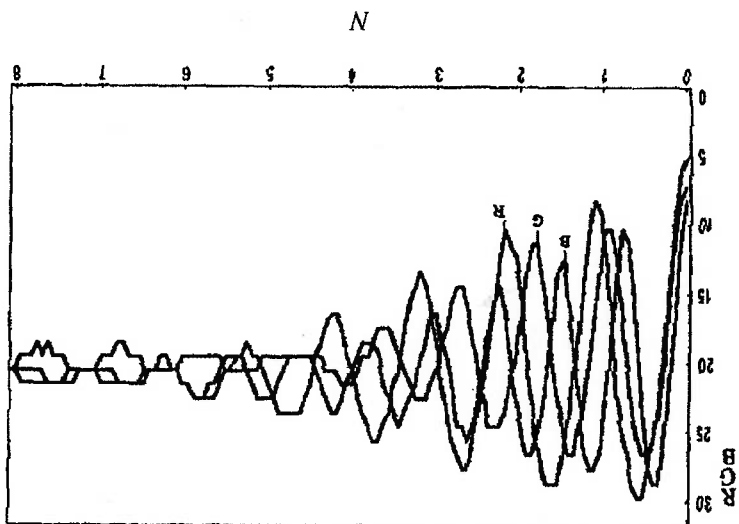


Figura 3.5 – Intensidade dos planos RGB da imagem em função dos valores de ordem de franja obtida por Ajovalasit; Barone; Petrucci (1995).

Segundo esta linha experimental, Ramesh; Deshmukh (1996) sugeriram mudanças na tabela de calibração, entre elas: a alteração do método de normalização de diferenças entre as intensidades dos planos de cores (R, G e B) e a obtenção de tabelas

para diferentes gradientes de franjas. A maior incerteza obtida foi de  $\pm 0,026$  franjas e a faixa de medida foi de 0,3 a 3 ordens de franja.

Yoneyama et al. (1998) aplicaram a metodologia de 3 cores em um polariscópio plano, com a substituição da fonte de luz branca por uma fonte que emite luz em 3 comprimentos de onda (436 nm, 546 nm e 619 nm), Figura 3.6. A maior largura de banda espectral desta fonte foi de 5 nm, indicada na Figura 3.6. Nesta montagem, as ordens das franjas isocromáticas foram obtidas através de uma equação não linear. Limitações no procedimento de solução numérica da equação, obrigam o usuário a indicar em um ponto na imagem o seu respectivo valor da ordem da franja isocromática. Para alguns pontos da imagem não foi possível obter a solução da equação e o resultado foi calculado através da interpolação de valores vizinhos. As direções dos eixos principais de tensão foram calculadas com o auxílio da informação obtida através das ordens das franjas isocromáticas. O erro final no resultado da direção dos eixos principais de tensão foi afetado pelo erro no método de solução numérico e o erro na interpolação dos valores das ordens de franja.

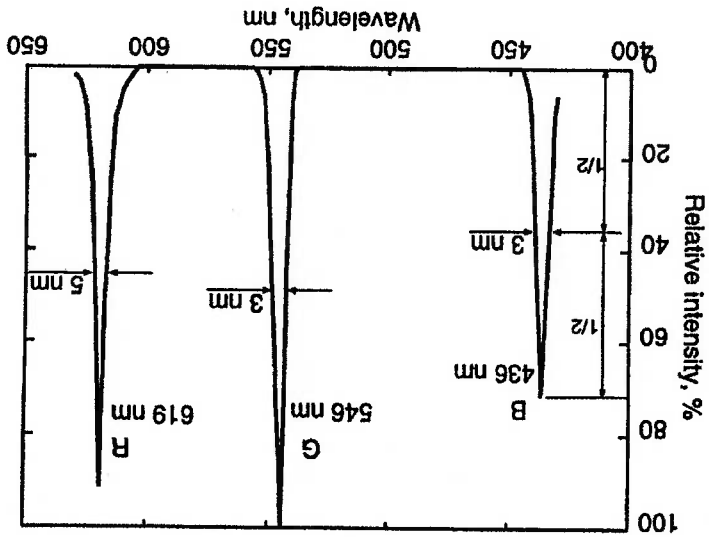


Figura 3.6 – Distribuição espectral da fonte de luz utilizada no trabalho Yoneyama et al. (1998). A largura de banda das raiais espectrais é indicada na figura.

### 3.1.6 Técnica Mista

A automatização de análises de franjas fotoelásticas, com o uso de uma única metodologia, sempre esbarra em limitações que, de alguma forma, restringem a aplicação dessa técnica. Uma alternativa para reduzir as limitações individuais de cada metodologia é a utilização de mais de uma técnica em um mesmo sistema de automatização.

Carazo-Alvarez; Haake; Patterson (1994) uniram em uma montagem as técnicas de Análise de Conteúdo Espectral e Deslocamento de Fase. A técnica de Análise de Conteúdo Espectral foi utilizada para obter a ordem absoluta das franjas isocromáticas e, a de Deslocamento de Fase, para obter informações das franjas isocromáticas e isoclinicas em toda a área do modelo. A principal desvantagem desta montagem experimental é a utilização de dois arranjos experimentais diferentes, sem que ocorra a possibilidade de otimização do aparato experimental e de seu custo.

Ramesh; Deshmukh (1997) uniram a Fotoelasticidade RGB com o Deslocamento de Fase no domínio da cor. O trabalho consistiu na obtenção do valor absoluto das franjas isocromáticas, através da Fotoelasticidade RGB; e a obtenção das isoclinicas e das isocromáticas, através do Deslocamento de Fase, usando apenas a imagem do canal verde (G). A simplicidade da montagem reduziu os gastos com a utilização de diversos sistemas experimentais e, além disso, as imagens coloridas do modelo foram armazenadas. O armazenamento das imagens coloridas permite uma nova análise da distribuição de tensões em casos de dúvidas quanto ao resultado fornecido pelo sistema automático.

A técnica de Deslocamento de Fase baseia-se na utilização de luz monocromática, porém, o filtro do canal verde da câmera RGB possui uma largura de banda espectral que provocou erros nas medidas, principalmente dificuldades de determinação de

valores de ordem de franja inferiores a 0,5 ordem. O erro na medida da ordem das franjas foi de  $\pm 0,15$  ordem.

### 3.2 Considerações sobre as Técnicas de Processamento de Imagens

Analisando as técnicas de processamento de imagens apresentadas, nota-se que todas elas possuem limitações que restringem de alguma maneira sua aplicação. Dentre as diversas técnicas, foi escolhida a Fotoelasticidade RGB para a realização deste trabalho. As considerações sobre cada uma das técnicas e as justificativas para a escolha acima são dadas abaixo.

A técnica de Afinamento de Franja possui uma aplicação restrita, pois considera apenas as regiões onde ocorrem ordens inteiras de franjas. Nessa metodologia, as informações entre as ordens são desprezadas, fato que limita sua aplicação. Além disso, a técnica não determina o valor absoluto da ordem de franja.

A Fotoelasticidade de Meia Franja permite a análise contínua do valor de ordem de franja até 0,5 ordem. O limite de 0,5 ordem é um inconveniente, pois restringe a quantidade de carga a ser aplicada e em alguns casos pode dificultar a avaliação da distribuição de tensão, principalmente em modelos com pontos de grande concentração de tensão. Ademais, com esta técnica não é possível a avaliação das franjas isoclinicas.

A Análise de Conteúdo Espectral apresenta como principais desvantagens: a determinação da ordem de franja "ponto a ponto" na imagem e a necessidade de um sistema espectrofotométrico acoplado ao polariscópio para a análise espectral da luz. Além disso, no caso de uma análise de tensão de todo o modelo, seriam necessários muitos pontos de medida. Outro fator negativo é que a técnica não permite a avaliação das franjas isoclinicas.

A técnica de Deslocamento de Fase permite a avaliação das isoclinicas e das isocromáticas em todo o campo de imagem, porém, é necessário o processamento de uma seqüência de imagens que são obtidas através de diferentes posições angulares dos elementos ópticos do polariscópio, impedindo a análise em um regime de carregamento dinâmico. A determinação da ordem de franja é feita através de uma função periódica, o que obriga o fornecimento do valor absoluto da ordem de franja em algum ponto da imagem, com uma técnica auxiliar, para eliminar a ambigüidade gerada pela periodicidade. A necessidade do uso de uma técnica auxiliar restringe a capacidade de automação da metodologia.

A Fotoelasticidade RGB, apesar de apresentar limitações na faixa de determinação das ordens de franja, de 0,5 a 3 ordens, foi a metodologia adotada para a realização deste trabalho. Esta técnica permite a obtenção da ordem de franja com uma única imagem, podendo ser usada em carregamentos dinâmicos. Por utilizar a imagem colorida do modelo, é possível uma reavaliação do resultado, com o uso de uma escala de cores. O sistema determina o valor absoluto da ordem de franja através de sua cor, não havendo necessidade da utilização de técnica auxiliar. A determinação das isoclinicas pode ser feita conforme procedimento apresentado por Yoneyama et al. (1998) e a técnica permite associação com outros métodos, visando a otimização do sistema, como mostrado por Ramesh; Deshmukh (1997).

Considerando as informações apontadas acima, é notório que a técnica Fotoelasticidade RGB possui maior versatilidade se comparada com as demais metodologias apresentadas. Porém, como qualquer técnica, a Fotoelasticidade RGB possui limitações, que podem ser minimizadas através da incorporação de outras técnicas de processamento ao sistema.

A Tabela 3.1 apresenta um quadro comparativo resumido entre as diversas técnicas de processamento.



Quadro Comparativo entre as Técnicas de Processamento de Imagens		Técnica	Vantagens	Desvantagens
Afinamento de Franja	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina a posição da ordem de franja.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Não determina o valor de ordem de franja;</li> <li>• Trabalha apenas com valores inteiros de ordens de franja.</li> </ul>		
Fotoelasticidade de Meia Franja	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina continuamente a ordem de franja até 0,5 ordem;</li> <li>• Aplicação de baixa carga reduz deformação no modelo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Limite máximo de 0,5 ordem;</li> <li>• Não permite avaliação das isoclinicas;</li> <li>• Para aumentar a carga, é necessária a troca do material usado na construção do modelo.</li> </ul>		
Análise de Conteúdo Espectral	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mede até 8 ordens de franjas;</li> <li>• Permite a associação com outras técnicas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Medidas feitas "ponto a ponto";</li> <li>• Necessita de um sistema para análise espectral da luz;</li> <li>• Não permite a avaliação das isoclinicas.</li> </ul>		
Deslocamento de Fase	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Permite a avaliação das isoclinicas;</li> <li>• Permite a avaliação da ordem de franja;</li> <li>• Permite a associação com outras técnicas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Necessita do fornecimento do valor absoluto da ordem de franja;</li> <li>• Não pode ser aplicada em carregamento dinâmico.</li> </ul>		
Fotoelasticidade RGB	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Permite a avaliação da ordem de franja absoluta;</li> <li>• Permite a avaliação das isoclinicas;</li> <li>• Pode ser usada em carregamentos dinâmicos;</li> <li>• Permite a associação com outras técnicas;</li> <li>• Permite a reavaliação do resultado em caso de falha.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Faixa de medida das ordens de franja limitada de 0,5 a 3 ordens.</li> </ul>		

Tabela 3.1 – Quadro comparativo resumido das técnicas de processamento de imagens.

## 4 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo será apresentada a montagem experimental e a metodologia de medida através da Fotoelasticidade RGB, destacando a simplicidade da montagem e as linhas gerais do método de processamento de imagem realizado.

### 4.1 Montagem Experimental

A montagem experimental é composta por um polariscópio circular modelo 061-17, fabricado pela Measurements Group; uma câmera digital fotográfica modelo D-460 Zoom, fabricada pela Olympus; uma prensa fabricada pela Vipí. Os modelos fotoelásticos foram usinados a partir de uma placa de acrílico comercial. A Figura 4.1 apresenta uma foto da montagem experimental.

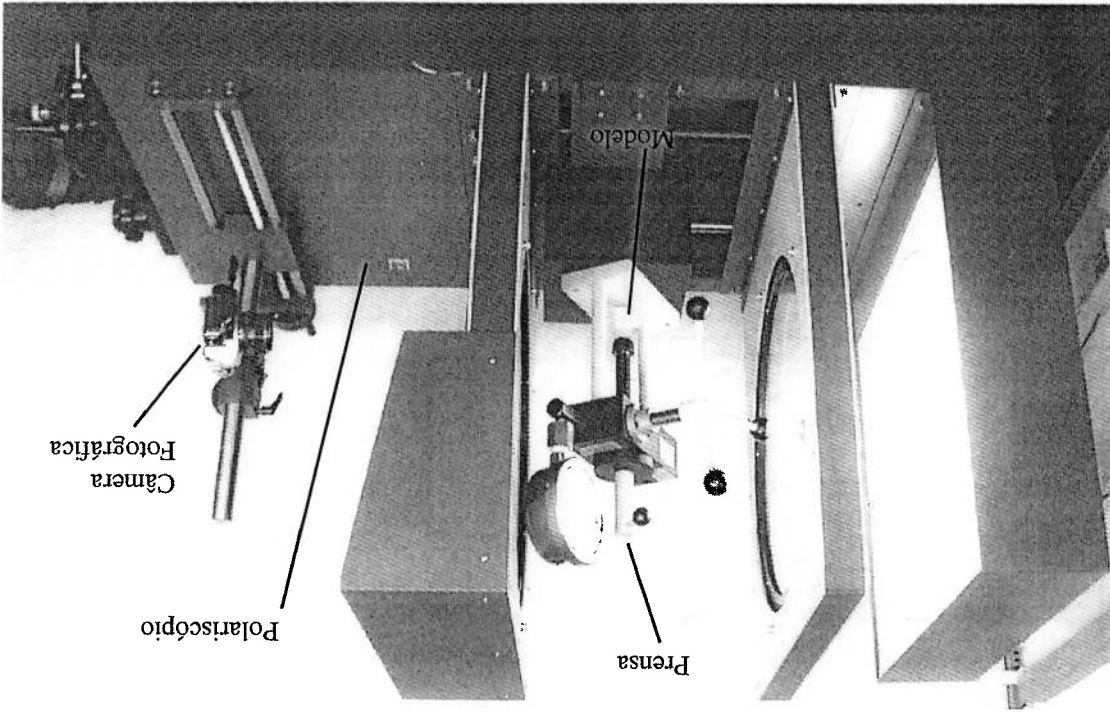


Figura 4.1 – Foto da montagem experimental.

As imagens obtidas pela máquina fotográfica digital foram feitas na configuração de máxima resolução (1280 x 960 pixels) e sem compressão de dados. O elemento de captação de imagem da máquina é um CCD com 1/2.7 polegadas e 1,3M pixels. O manômetro da prensa (faixa nominal 137,2 N/cm<sup>2</sup> e resolução 2,45 N/cm<sup>2</sup>) foi calibrado em função da força aplicada e os resultados foram registrados no Certificado de Calibração 43491 emitido pelo IPT.

#### 4.2 Metodologia

A metodologia experimental baseia-se nos trabalhos de Ajovalasit; Barone; Petrucci (1995) e de Ramesh; Deshmukh (1996), sendo dividida em 3 etapas: Calibração do Sistema de Processamento de Imagens, Determinação do Valor de Franja do Material e Determinação da Ordem de Franja. Na Figura 4.2 é apresentado um diagrama da metodologia experimental.

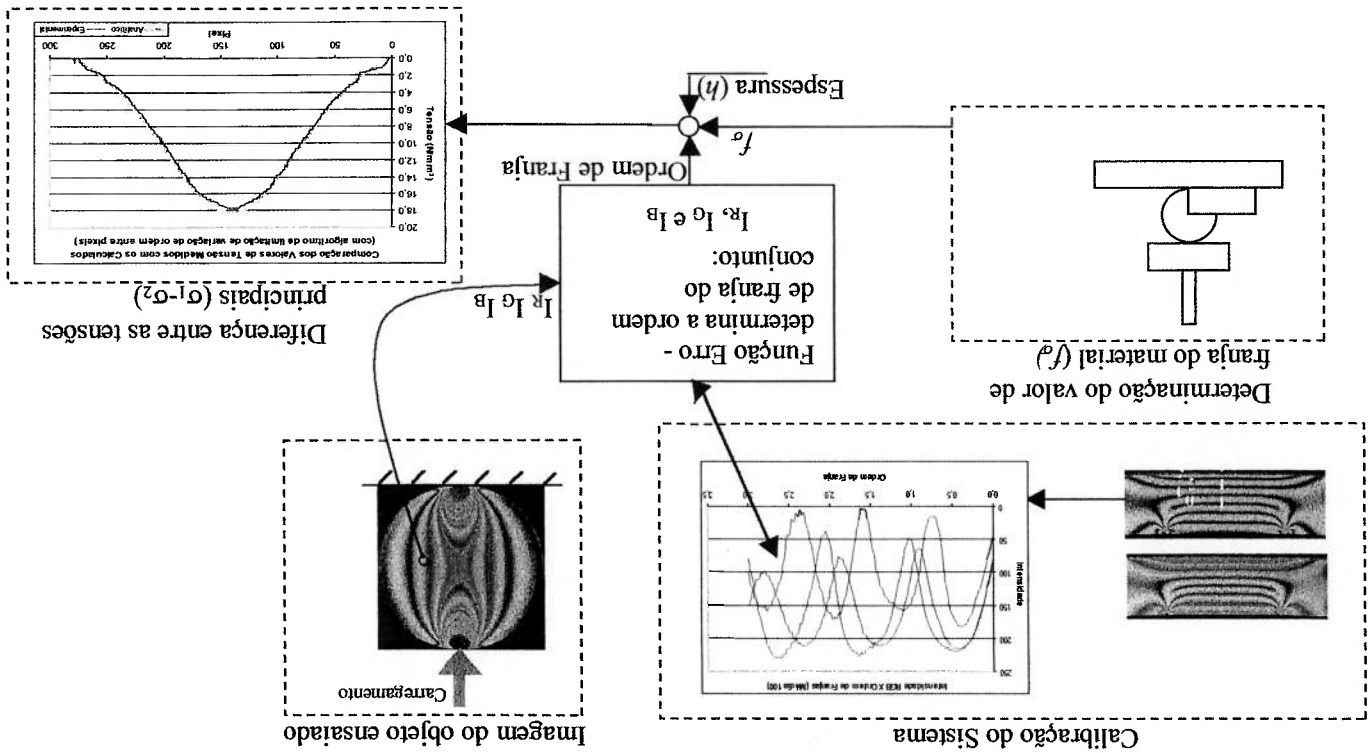


Figura 4.2 – Diagrama da metodologia experimental.

#### 4.2.1 Calibração do Sistema de Processamento de Imagens

A calibração do sistema de processamento de imagens consiste na obtenção de uma correlação entre a ordem de franja e as intensidades dos planos RGB de um padrão de franja fotoelástico. A calibração é necessária, pois a intensidade luminosa resultante de um padrão de franja depende das características dos componentes da montagem experimental, tais como: transmitância do material (desconsiderando efeitos de polarização); distribuição espectral de radiação da fonte luminosa; fator de conversão do sinal luminoso em sinal elétrico da câmera e, efeito de birrefringência temporária causado pela aplicação de tensão no material, conforme Redner (1985).

Com a realização da calibração, os efeitos da transmitância do material, da distribuição espectral da lâmpada e do fator de conversão do sinal luminoso em sinal elétrico da câmera são considerados na metodologia de medição. Porém, esta calibração é aplicável exclusivamente para a montagem experimental apresentada.

A calibração é realizada com um padrão fotoelástico no qual o valor das ordens de franja varia linearmente ao longo de uma das dimensões do modelo. Essa condição de linearidade ocorre para o caso de uma barra carregada em quatro apoios como ilustrado na Figura 4.3.

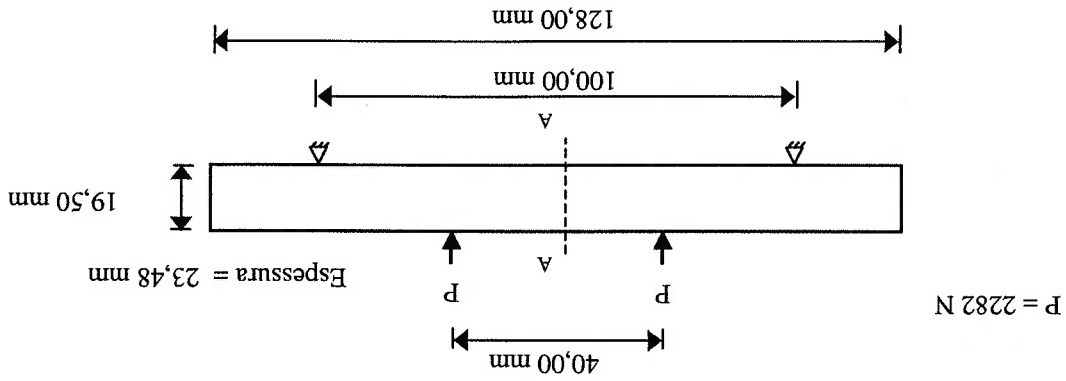


Figura 4.3 – Barra carregada em quatro apoios ( $P$  é a força aplicada). O valor das ordens de franja varia linearmente ao longo do segmento AA'.

Dessa forma, é possível obter a correlação entre o valor da ordem de franja e os pixels do segmento AA. O valor da ordem de franja correspondente a cada pixel é obtido através de uma imagem monocromática (575 nm) do padrão de franja. Posteriormente, com uma imagem colorida do mesmo padrão de franja, a intensidade RGB de cada pixel é associada à respectiva ordem de franja.

#### 4.2.2 Determinação do Valor de Franja do Material

O valor de franja do material é uma propriedade que depende do tipo de material usado na construção do modelo fotoelástico e sua determinação é feita conforme procedimento descrito por Dally; Riley (1991), que utiliza um disco em compressão diametral. A montagem utilizada para determinação do valor de franja do material é apresentada na Figura 4.4.

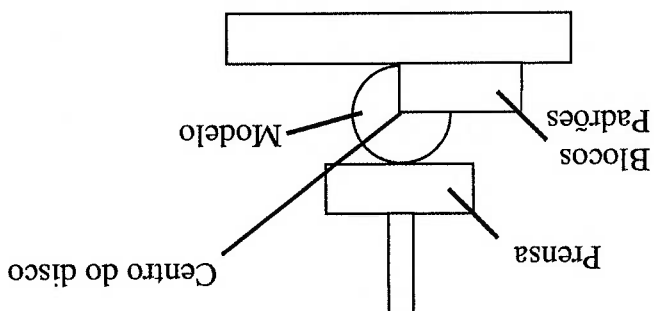


Figura 4.4 – Montagem realizada para a determinação do valor de franja do material.

Através da tabela de calibração das intensidades RGB, pode-se determinar a ordem de franja ( $N$ ) da equação (4). Para obter a diferença entre as tensões principais resta determinar dois parâmetros:  $h$ , que é a espessura do modelo, e  $f_{\sigma}$ , que é o valor de franja

do material. A espessura do modelo é obtida com um paquímetro e a determinação do valor de franja utiliza a solução analítica para a diferença das tensões principais de um disco em compressão diametral, Frocht (1941), dada pela equação abaixo:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{8P}{D^4 - 4D^2x^2} \left[ \frac{\pi h D}{D^2 + 4x^2} \right]^2 \quad (17)$$

Onde:

$\sigma_1$  e  $\sigma_2$  são as tensões principais;

$P$  é a força aplicada;

$h$  é a espessura do modelo;

$D$  é o diâmetro do disco;

$x$  é a distância ao longo do diâmetro horizontal do disco medida a partir do

centro.

Utilizando as equações (4) e (17) e considerando a distância  $x$  nula, isto é, o ponto em análise se encontra no centro do disco, obtém-se uma relação linear entre a força aplicada no modelo e a ordem de franja. O centro do disco foi determinado através de utilização de um conjunto de blocos padrões, cuja altura corresponde ao raio do disco (Figura 4.4). O valor de franja do material pode ser determinado através do coeficiente angular da equação abaixo:

$$P = \frac{\pi D f_{\sigma} N}{8} \quad (18)$$

A determinação do valor de franja do material deve ser feita em um comprimento de onda específico (575 nm), pois seu valor varia de acordo com o comprimento de onda da luz utilizada, conforme equação (5). O comprimento de onda utilizado na determinação do valor de franja deve ser o mesmo da imagem monocromática usada na calibração do sistema (seção 4.2.1). Este cuidado evita erros sistemáticos nas medidas.

### 4.2.3 Determinação da Ordem de Franja

O processo de obtenção da ordem de franja em um padrão de franja fotoelástico é feito individualmente para cada pixel da imagem, através dos valores das intensidades dos planos R, G e B. Essas intensidades são comparadas a cada conjunto de intensidades da tabela de calibração, através da função erro ( $E$ ) dada a seguir:

$$E = (R_m - R_c)^2 + (G_m - G_c)^2 + (B_m - B_c)^2 \quad (19)$$

Onde:

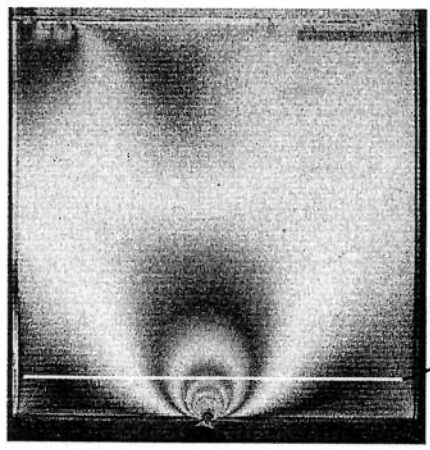
$R_m, G_m$  e  $B_m$  são as intensidades dos planos R, G e B do pixel;

$R_c, G_c$  e  $B_c$  são as intensidades dos planos R, G e B da tabela de calibração.

Assim, dado um conjunto de intensidades medidas de um pixel ( $R_m, G_m$  e  $B_m$ ) a função erro é calculada para todos os conjuntos de intensidades da tabela de calibração. Ao pixel em questão é atribuída a ordem de franja correspondente ao menor valor da função erro.

O exemplo a seguir ilustra o funcionamento do método de busca da ordem de franja. Considere uma tabela de calibração composta de 100 valores de intensidades dos planos R, G e B, sendo que o primeiro valor na tabela corresponde a ordem de franja zero e o último valor, corresponde a ordem de franja 3. Na imagem obtida de um modelo carregado, é selecionado um segmento no qual se deseja avaliar a diferença entre as tensões principais, conforme ilustra Figura 4.5. O segmento necessariamente deve possuir a largura de um pixel. O sistema de busca da ordem de franja calcula o valor da função erro (equação (19)) para os valores das intensidades ( $R_m, G_m$  e  $B_m$ ) do primeiro pixel do segmento associados a cada um dos 100 conjuntos de intensidades ( $R_c, G_c$  e  $B_c$ ) da tabela de calibração. Assim, será criada uma lista de 100 valores da função erro, sendo que o menor desses valores determinará a ordem de franja correspondente ao

ponto em questão. O processo é então repetido para os demais pontos do segmento selecionado.



Linha ao longo da qual se faz a análise.

Figura 4.5 – A linha em branco ilustra a indicação de um possível segmento para a análise da diferença entre as tensões em um padrão fotoelástico.

Uma versão aprimorada do programa de busca foi elaborada para minimizar o erro de identificação da ordem de franja observado nos resultados da versão anterior (seção 5.3). O funcionamento desta nova versão é idêntico ao da anterior até a identificação da ordem de franja do primeiro pixel do segmento. Na nova versão, quando o programa analisa o segundo pixel, além da busca da ordem de franja pelo mesmo método anterior, ele realiza uma comparação do valor da ordem de franja obtido no pixel anterior com o do pixel em questão. Caso a diferença entre as ordens de franjas dos pontos esteja dentro de  $\pm 0,3$  ordem, o programa aceita esse resultado e parte para o pixel seguinte. Caso contrário, o programa irá buscar o segundo menor valor da função erro na lista de 100 valores e, se a condição de diferença entre as ordens for satisfeita o programa passa para o próximo pixel do segmento, senão, o programa irá buscar o terceiro menor mínimo e assim sucessivamente até o décimo mínimo. Em caso de falha na identificação, é atribuído o valor nulo a ordem de franja deste ponto.



Em nenhuma imagem analisada neste trabalho ocorreu a falha na identificação da ordem de franja, com a aplicação da segunda versão do programa de busca, porém isto pode ocorrer em algumas situações. Uma discussão sobre isto é feita na seção 5.4.

O programa que realiza a determinação da ordem de franja foi elaborado usando a ferramenta de processamento MATLAB. Os códigos das duas versões do programa são apresentados no Anexo B.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Calibração do Sistema de Processamento de Imagens

A calibração do sistema de processamento de imagens segue a metodologia descrita na seção 4.2.1. Para sua realização são necessárias duas imagens de interferência fotoelástica: uma colorida e a outra monocromática. A imagem colorida para determinar o valor absoluto da ordem de franja e o valor das intensidades RGB dos pixels, já a imagem monocromática fornece a variação dos valores da ordem de franja para os mesmos pixels.

Com aplicação de carga na barra de acrílico (comprimento 128,00 mm, altura 19,50 mm e espessura 23,48 mm), conforme Figura 4.3, foi obtida a imagem colorida apresentada na Figura 5.1.

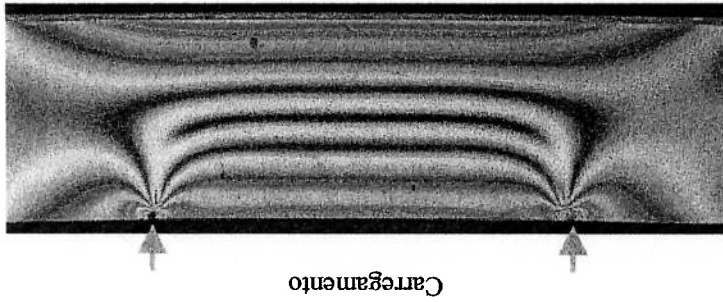


Figura 5.1 – Imagem colorida da barra de acrílico carregada em 4 apoios.

A imagem monocromática, Figura 5.2, foi obtida posicionando-se um filtro óptico entre a câmera digital e o polariscópio. Esse filtro possui comprimento de onda central de 575 nm e largura de banda de 10 nm.

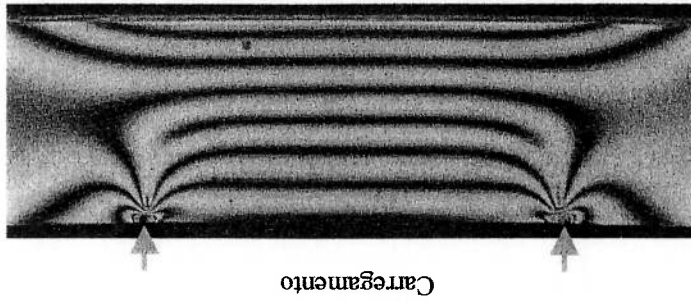


Figura 5.2 – Imagem monocromática da barra de acrílico carregada.

Para reduzir os efeitos de ruído nas intensidades luminosas dos pixels, foi calculado o valor médio da intensidade ao longo da linha horizontal, para os pixels do segmento indicado na Figura 5.3, em cada plano R, G e B da Figura 5.1 e somente no plano G da Figura 5.2. Este procedimento corresponde a aplicação do filtro de média (1x5 pixels) que é representado na matriz abaixo:

$$\begin{bmatrix} 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 & 1/5 \end{bmatrix} \quad (20)$$

A determinação do valor absoluto da ordem de franja foi feita a partir da ordem zero de franja (linha central na cor preta) da Figura 5.1. A mesma franja foi localizada na Figura 5.2, e as demais franjas escuras abaixo da franja de ordem zero foram classificadas de forma crescente, conforme indicação na Figura 5.3. A determinação da ordem de franja de cada pixel foi feita a partir de um perfil de intensidade, conforme indicação da linha vertical da Figura 5.3. O perfil de intensidade foi iniciado pouco antes da ordem de franja zero e finalizando pouco depois da terceira ordem de franja.

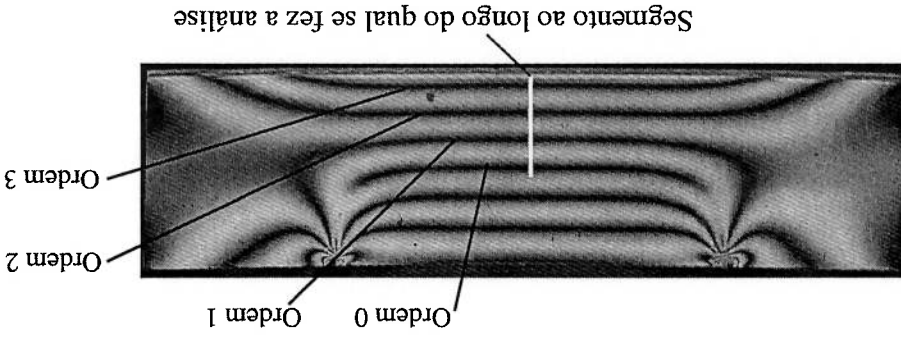


Figura 5.3 – Indicação do perfil de intensidade usado para determinação da posição da ordem de franja.

Com a formação de intensidade obtida no perfil, foi feito um gráfico (Gráfico 5.1), onde o pixel no qual ocorreu o mínimo de intensidade da ordem zero foi ajustado para a abscissa zero. Nas regiões de intensidade máxima e mínima local do gráfico, foram ajustadas curvas polinômiais de segunda ordem. O valor do pixel correspondente a posição de intensidade mínima e máxima foi obtido a partir da equação do polinômio ajustado. Com isso, os ruídos que poderiam provocar alterações na posição dos mínimos e máximos de intensidade foram eliminados. No Gráfico 5.1 são indicadas as respectivas ordens para cada intensidade máxima e mínima local.

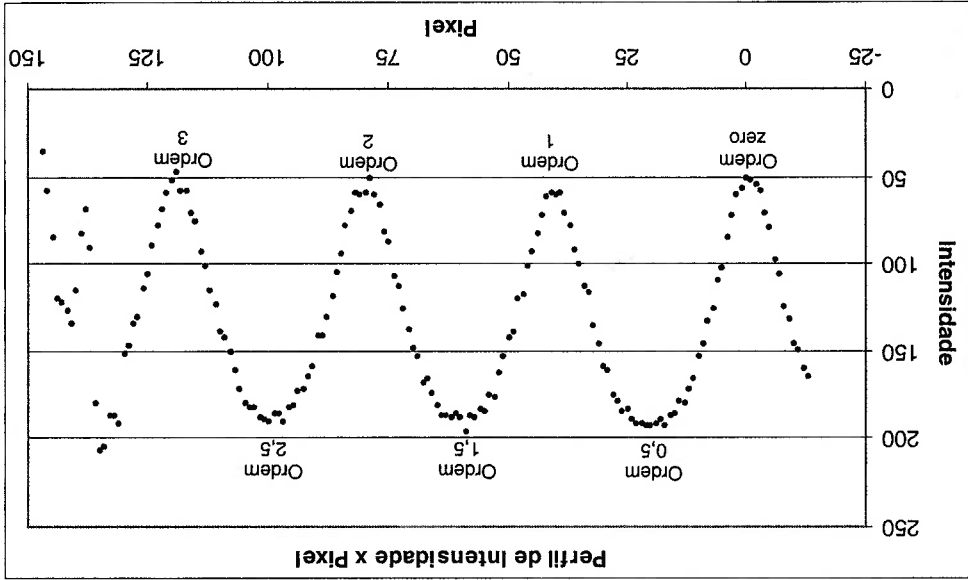


Gráfico 5.1 – Perfil de intensidade para localização da ordem das franjas. Nas regiões de intensidade mínima e máxima local estão indicadas as respectivas ordens de franja.

Foi feita uma regressão linear para verificar a linearidade do valor das ordens de franja em relação a posição dos pixels do segmento indicado na Figura 5.3. A reta ajustada foi avaliada através do parâmetro  $R^2$ , que quanto mais próximo da unidade indica uma melhor qualidade do ajuste. A maior diferença obtida, entre a reta ajustada e um ponto

experimental, ocorreu na terceira ordem e seu valor foi de 0,016 ordem. O resultado desta regressão é apresentado no Gráfico 5.2.

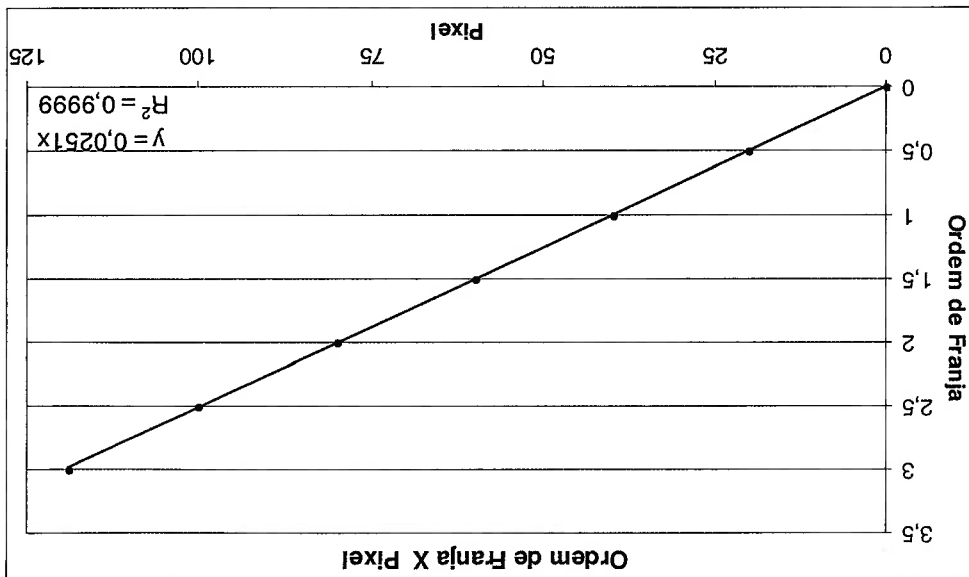


Gráfico 5.2 – Verificação da linearidade entre a posição dos pixels e as ordens de franja. No gráfico são apresentados a equação da reta ajustada e o parâmetro  $R^2$ .

É possível estabelecer uma relação entre a posição do pixel e o valor da ordem de franja, considerando o sistema linear:

$$N = \frac{i_{max}}{N_{max} - i} \quad (21)$$

Onde:

$N$  é a ordem da franja;

$N_{max}$  é a ordem de franja máxima;

$i$  é a posição do pixel;

$i_{max}$  é a posição do pixel para a ordem máxima.

Para determinar a relação entre a ordem de franja e as intensidades RGB, foi utilizada a relação entre a ordem de franja e a posição do pixel (equação(21)), e a relação entre a posição do pixel e as intensidades RGB, obtidas através da imagem da Figura 5.1 e a partir da localização do pixel da ordem de franja zero. Esse resultado fornece a calibração do sistema e é apresentado no Gráfico 5.3.

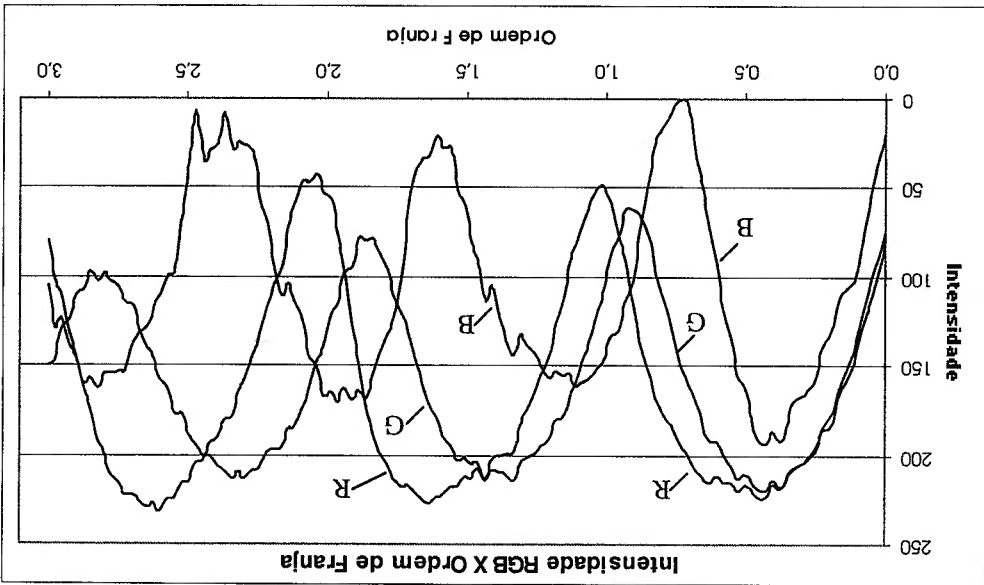


Gráfico 5.3 – Relação entre a ordem de franja e os valores de intensidade dos planos R, G e B.

Nota-se no Gráfico 5.3 a presença de ruídos nas intensidades R, G e B, principalmente para o sinal B. Este ruído é causado por variações do sistema de aquisição de imagens, variações da intensidade luminosa provocadas por riscos e não-homogeneidade do modelo de acrílico e não-uniformidade do sistema de iluminação do polariscópio.

O elevado ruído do plano de intensidade B está provavelmente associado à sensibilidade da câmera fotográfica digital. O elemento responsável pela transformação da intensidade

luminosa em um sinal elétrico na câmera é um CCD, que possui uma maior sensibilidade na região do espectro infravermelho. As intensidades dos planos R, G e B são obtidas acoplando-se filtros interferométricos ao CCD, de forma que a resposta do conjunto (filtro e CCD) possua uma sensibilidade diferenciada para cada uma das regiões espectrais do vermelho, verde e azul. A sensibilidade para o espectro do azul será menor que a do verde, que por sua vez será menor que a do vermelho, devido às características do CCD. Assim, a amplificação do sinal elétrico da intensidade B será maior que a dos outros canais, resultando na intensificação do ruído no canal B.

Os ruídos podem ocorrer em dois momentos da medição. Em um primeiro momento, durante a calibração do sistema; em seguida, durante a aquisição da imagem do modelo. Como a calibração do sistema é essencial no processamento de imagens, a eliminação do seu ruído é fundamental, pois este pode provocar erros na identificação da ordem de franja. Assim, foram efetuadas duas modificações na calibração apresentada no Gráfico 5.3, com intuito de reduzir os efeitos de ruídos.

A primeira modificação está relacionada ao aumento do número de pixels utilizados no filtro aplicado à imagem de calibração (matriz (20)). Foram utilizados 100 pixels para realizar a nova média de intensidade em linha. A região da imagem de calibração utilizada para a média de 100 pixels é apresentada na Figura 5.4. O resultado obtido para a nova calibração é apresentado no Gráfico 5.4.

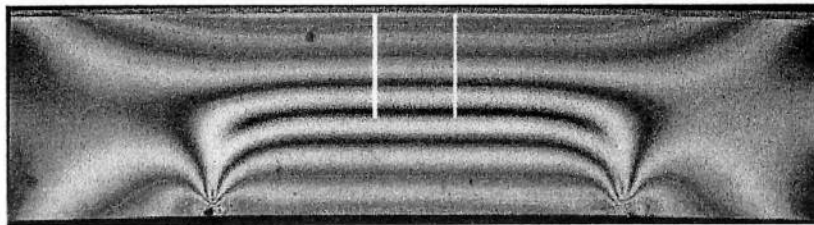
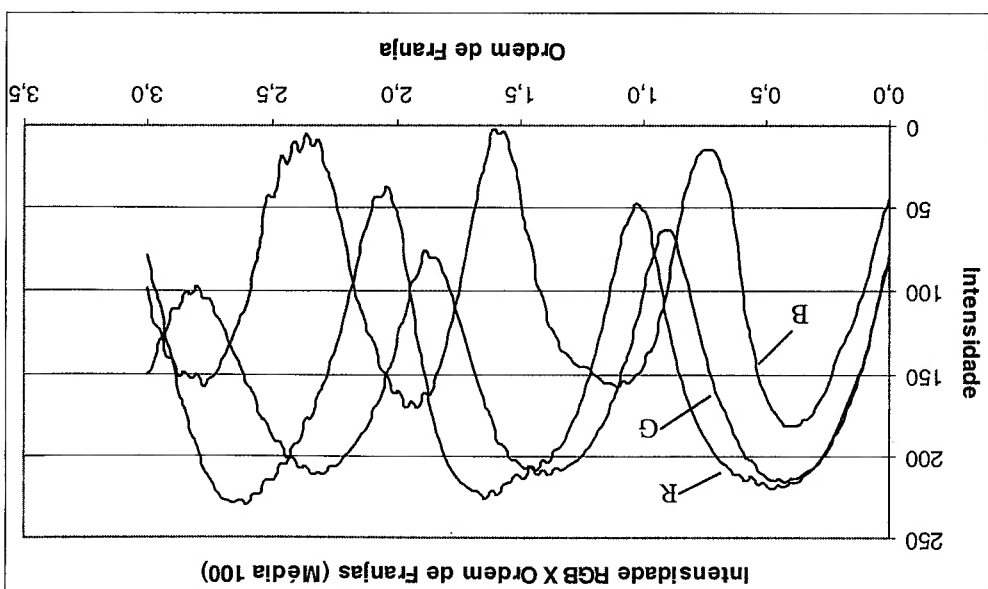


Figura 5.4 – Indicação da região onde foi realizada a média de 100 pixels para calibração.

Observa-se no Gráfico 5.4 uma redução do ruído existente na calibração inicial, principalmente para a intensidade do plano B. Além disso, nota-se que os valores de intensidade máxima e mínima foram deslocados, se comparados com os da primeira calibração, sendo esse efeito mais intenso para o plano B. O motivo para tal variação é a não-uniformidade na distribuição luminosa dos elementos ópticos do polariscópio, que, com o aumento do número de pixels, provoca flutuações no valor da média.

A segunda modificação constitui na eliminação das componentes de alta frequência das intensidades RGB obtidas no Gráfico 5.3, com a utilização da transformada de Fourier. O sinal reconstituído utilizou apenas as 10 primeiras harmônicas do sinal inicial e seu resultado é apresentado no Gráfico 5.5.

Gráfico 5.4 – Relação entre a ordem de franja e os valores de intensidades dos planos R, G e B. Os valores de intensidade RGB foram obtidos para uma média de 100 pixels.



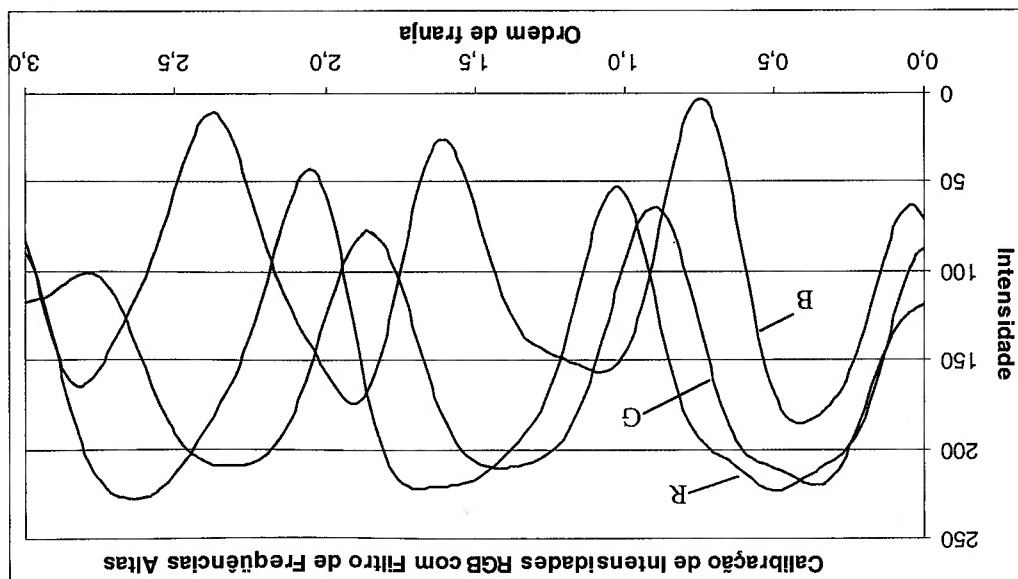


O valor de franja do material foi obtido com a utilização de um disco de acrílico com diâmetro de  $(9,96 \pm 0,02)$  mm e espessura de  $(23,48 \pm 0,02)$  mm, conforme descrição da seção 4.2.2. O ponto central do disco foi determinado por um conjunto de blocos padrões, cuja altura corresponde à metade do diâmetro do disco. A carga foi aplicada no disco até um valor inteiro de ordem de franja coincidir com o centro do disco, e então o

## 5.2 Determinação do Valor de Franja do Material

Nota-se que nas regiões próximas aos valores de ordem zero e ordem 3, as curvas das intensidades filtradas não representam adequadamente as curvas originais, fato que pode prejudicar os resultados experimentais.

Gráfico 5.5 – Relação entre a ordem de franja e os valores de intensidades dos planos R, G e B. Os valores de intensidade RGB foram obtidos a partir das 10 primeiras harmônicas dos valores do Gráfico 5.3.



valor dessa carga foi registrado, Figura 5.5. Esse processo foi realizado até a terceira ordem de franja, para os ciclos de carga e descarga do disco e os resultados deste processo são apresentados no Gráfico 5.6. Nota-se uma diferença do valor obtido para a inclinação da reta (usada para o cálculo do valor de franja) durante o ciclo de carga em relação ao obtido durante o ciclo de descarga.

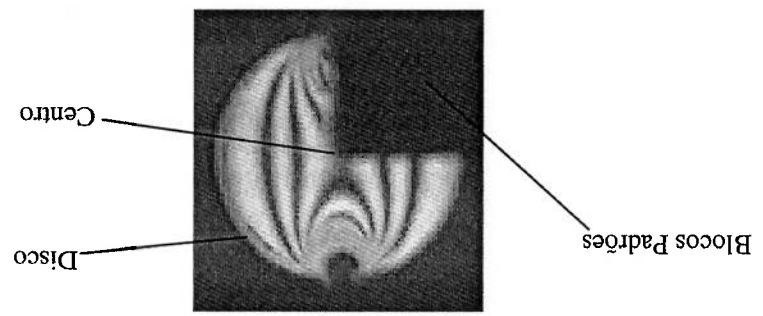


Figura 5.5 – Processo de determinação do valor de franja do material. O centro do disco é indicado com o auxílio de um conjunto de blocos padrões. A ordem de franja no centro do disco é a terceira.

do disco é a terceira.

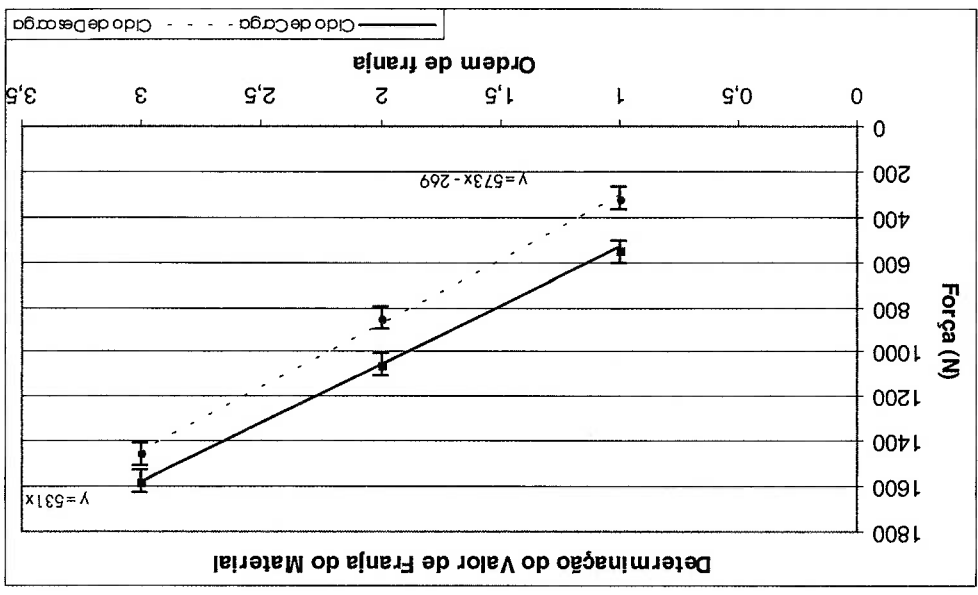


Gráfico 5.6 – Determinação do valor de franja do material durante o processo de carga e descarga do disco em compressão diametral. As equações das retas ajustadas aos pontos experimentais são apresentadas no gráfico, juntamente com o erro de medida dos pontos.

O erro na determinação do valor de franja do material não influencia o processamento da ordem de franja, porém influencia o resultado da diferença entre as tensões principais, provocando um deslocamento na altura da curva experimental em relação a analítica. Dally; Riley (1991) comentam que muitos polímeros apresentam escoamento mecânico e óptico, o que caracteriza uma variação do valor de franja do material com o tempo de aplicação de carga. Segundo os autores, a variação típica esperada no valor de franja, com a aplicação de carga no tempo, é a redução do valor final em relação ao valor inicial. Entretanto, o resultado obtido neste trabalho mostra que o valor de franja do material aumentou no decorrer do tempo, provavelmente devido ao erro no sistema de medição de força da prensa.

A existência de uma tensão residual no material durante o ciclo de descarga também pode gerar erros na determinação do valor de franja. Na Figura 5.6 é possível comparar a imagem do modelo antes da carga e após a descarga total, bem como visualizar a tensão residual.

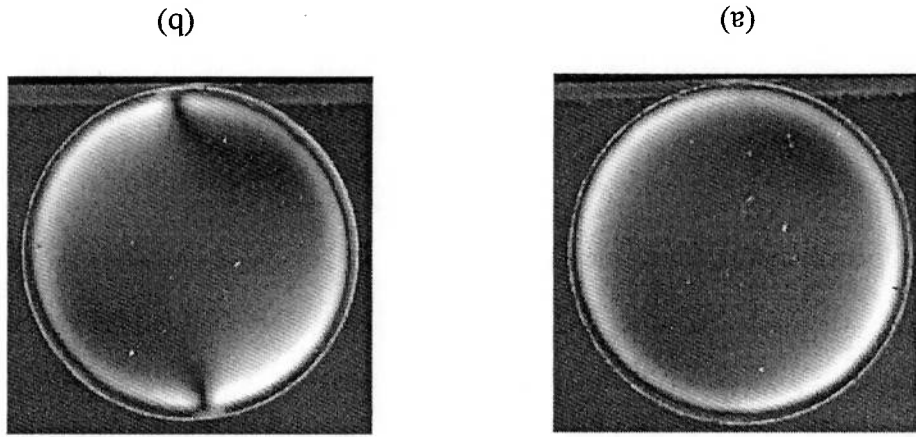


Figura 5.6 – Imagem do modelo fotoelástico: (a) antes da aplicação de carga (sem tensão residual) e (b) depois da aplicação de carga (com tensão residual).

### 5.2.1 Incerteza do Valor de Franja de Material

A incerteza no valor de franja de material foi calculada utilizando a teoria de propagação de erros descrita por Vuolo (1992). O cálculo da incerteza foi feito conforme equação (22), que por sua vez foi obtida a partir da equação (18) e da regressão linear feita para os pontos experimentais, conforme seção 5.2.1.1. A comparação entre os coeficientes angulares permite a determinação do valor de franja de material e sua incerteza conforme a equação:

$$f_{\sigma} = \frac{\pi D}{8a}$$

(22)

$$s_{f_{\sigma}} = \sqrt{\left(\frac{\pi D}{8}\right)^2 s_a^2 + \left(\frac{\pi D^2}{8a}\right)^2 s_D^2}$$

Onde:

$f_{\sigma}$  é o valor de franja de material;

$a$  é o coeficiente angular da reta obtida a partir dos pontos experimentais;

$D$  é o diâmetro do disco;

$s_{f_{\sigma}}$  é a incerteza do valor de franja de material;

$s_a$  é a incerteza do coeficiente angular da reta;

$s_D$  é a incerteza do diâmetro.

### 5.2.1.1 Cálculo do Coeficiente Angular

Os coeficientes angulares apresentados no Gráfico 5.6 foram obtidos através do método dos mínimos quadrados descrito por Vuolo (1992). Os dados experimentais usados na determinação do valor de franja, apresentados na Tabela 5.1, foram ajustados para o

caso da solução geral da reta (ciclo de descarga) e para o caso da solução da reta passando pela origem (ciclo de carga).

Dados Utilizados para Determinação do Valor de Franja do Material			
N	Força (N)	Força (N)	Força (%)
1	552	± 50	± 9,1
2	1061	± 50	± 4,7
3	1585	± 50	± 3,2
1	317	± 50	± 15,8
2	850	± 50	± 5,9
3	1462	± 50	± 3,4
Carga		Descarga	

Tabela 5.1 – Dados utilizados para determinação do valor de franja do material e suas incertezas.

A incerteza da força aplicada, apresentada na Tabela 5.1, é composta pela incerteza de medida do manômetro, pela incerteza do padrão utilizado na calibração do manômetro, pelo erro de retorno na posição zero e pela incerteza de leitura (resolução) do manômetro. Os resultados dos coeficientes angulares ( $a$ ) obtidos para dados da Tabela 5.1, são apresentados na Tabela 5.2.

Coeficiente Angular		$a$ (N/ordem)	$s_a$ (N/ordem)	$s_a$ (%)
Carga		531	± 13	± 2,4
Descarga		573	± 35	± 6,1

Tabela 5.2 – Coeficientes angulares obtidos e suas respectivas incertezas.

Com os valores dos coeficientes angulares e do diâmetro do disco utilizado nas medidas ( $9,96 \pm 0,02$ ) mm, é possível calcular o valor de franja do material e sua incerteza,

conforme a equação (22). O resultado obtido para o valor de franja e sua incerteza é apresentado na Tabela 5.3.

Valor de Franja do Material		$f_{\sigma}$ (N/ordem/mm)	$s_{f_{\sigma}}$ (N/ordem/mm)	$s_{f_{\sigma}}$ (%)
Carga	135,6	$\pm 3,4$	$\pm 2,5$	
Descarga	146,4	$\pm 9,0$	$\pm 6,1$	

Tabela 5.3 – Valores de franja do material obtidos e suas respectivas incertezas.

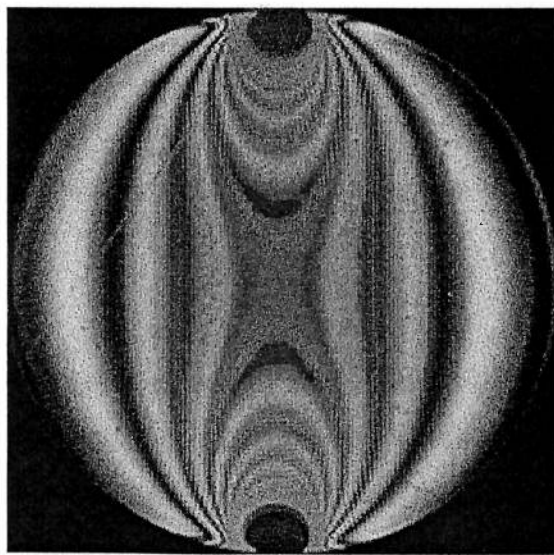
A diferença entre os valores de franja do material obtidos nos ciclos de carga e descarga é de aproximadamente 8%. Para o intervalo de confiança de 95%, incerteza percentual do valor de franja do material é de 5% e 12,2%, para a carga e descarga respectivamente. Diante disso, a diferença de 8% entre os valores de franja do material é aceitável.

### 5.3 Avaliação do Processamento de Imagens

Para avaliar a metodologia de determinação da diferença entre as tensões principais, utilizada neste trabalho, foi empregado modelo analítico apresentado na equação (17). A diferença entre as tensões principais da linha diametral horizontal de um disco (Figura 5.7) foi obtida tanto pelo método analítico, quanto pelo método dos valores de intensidade RGB, e seus resultados foram comparados.

O disco utilizado possui diâmetro de  $(14,81 \pm 0,02)$  mm, espessura de  $(23,48 \pm 0,02)$  mm e foi submetido a uma força de  $(2490 \pm 51)$  N. A imagem do disco em compressão diametral é apresentada na Figura 5.7. A resolução da imagem apresentada é de 0,055 mm/pixel.

Figura 5.7 – Imagem utilizada no cálculo da diferença entre as tensões principais para a linha diametral horizontal.



As intensidades dos planos R, G e B da linha diametral da Figura 5.7 são apresentadas no Gráfico 5.7. Nota-se a presença de ruído nas intensidades dos planos R, G e B.

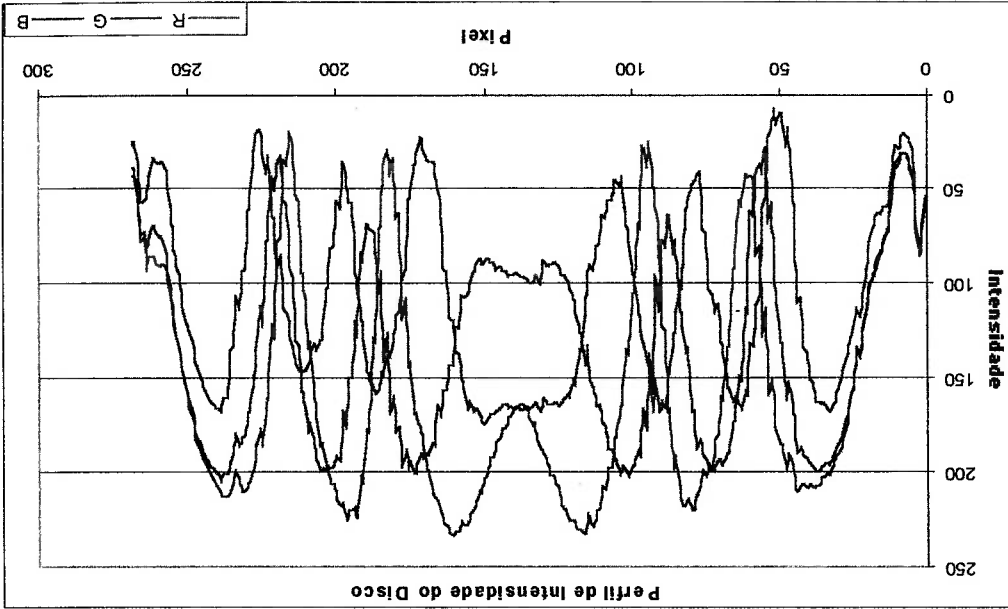


Gráfico 5.7 – Valores das intensidades dos planos R, G e B obtidas na linha diametral para o disco em compressão (Figura 5.7).

Os valores experimentais da ordem de franja foram obtidos conforme procedimento descrito na seção 4.2.3 e os valores da diferença entre as tensões principais, através da equação (4). A comparação entre o resultado experimental e o analítico é apresentada no Gráfico 5.8. Este resultado experimental foi obtido com a utilização da calibração apresentada no Gráfico 5.3.

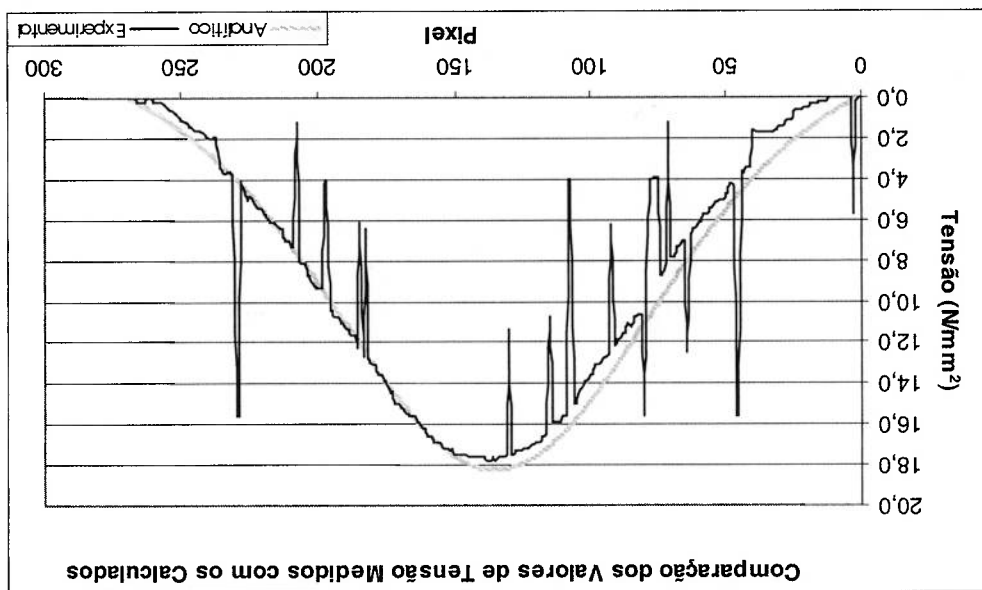
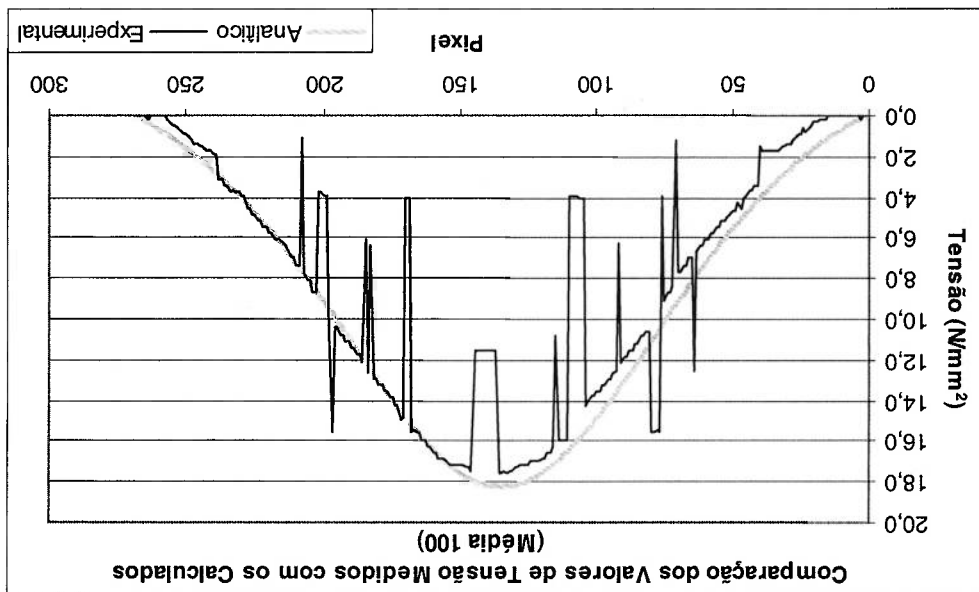


Gráfico 5.8 – Comparação entre as diferenças das tensões principais obtidas pelo processamento de imagem e pela solução analítica, para um disco em compressão diametral.

No resultado apresentado no Gráfico 5.8, nota-se a existência de erros de identificação do valor da ordem de franja na curva experimental. A função erro realiza a identificação do valor de franja baseada na comparação de intensidade dos pixels da tabela de calibração com a intensidade dos pixels do modelo. A existência de erros na associação do valor de ordem de franja é atribuída aos ruídos nas intensidades existentes tanto na tabela de calibração, quanto na imagem do modelo.



Para avaliar a influência que o ruído da calibração produz no resultado final, a imagem do modelo em questão (Figura 5.7) foi analisada utilizando a calibração com a média de 100 pixels (Gráfico 5.4). O resultado experimental para a calibração com média de 100 pixels é apresentado no Gráfico 5.9.



Analizando o resultado da calibração com média de 100 pixels, observa-se que o ruído foi eliminado para a região de valores de diferença de tensão inferiores a  $6 \text{ N/mm}^2$ . Na região do gráfico para valores de pixel entre 60 e 110 pixels, a curva experimental é praticamente idêntica à anterior. Esta similaridade leva à conclusão de que o ruído existente nas intensidades RGB do modelo contribui consideravelmente no resultado experimental.

O resultado experimental da calibração com frequências altas filtradas, apresentado no Gráfico 5.10, possui características diferenciadas. São menores as regiões nas quais o erro de identificação de franja é similar ao do Gráfico 5.8, porém, ainda há regiões onde os ruídos possuem o mesmo comportamento, o que confirma a influência do ruído da intensidade RGB da imagem do modelo. Neste resultado, é notória a criação de ruídos para valores de tensão inferiores a  $1 \text{ N/mm}^2$  (aproximadamente 0,15 ordem de franja), o que é explicado pela divergência existente entre o gráfico de calibração inicial (Gráfico 5.3) e o gráfico com a filtragem das frequências altas (Gráfico 5.5), para valores inferiores a 0,2 ordem de franja.

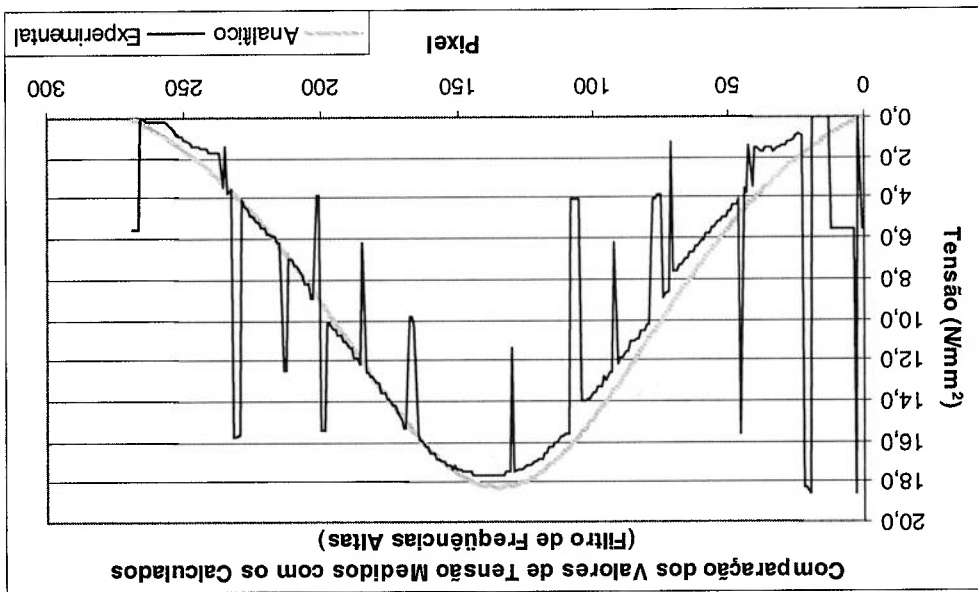


Gráfico 5.10 – Comparação entre as diferenças das tensões principais obtidas pelo processamento de imagem e pela solução analítica para um disco em compressão diametral, usando calibração com frequências altas filtradas.

A existência de pontos com ruído nos resultados experimentais também foi constatada por Ramesh; Deshmukh (1996). Para reduzir seus efeitos, Ramesh e Deshmukh utilizaram um algoritmo, onde a variação da ordem de franja de um pixel para o seguinte não poderia ser maior que 0,25 ordem, caso contrário, um outro mínimo seria buscado pela função erro.

Segundo esta linha de redução de ruído, neste trabalho foi desenvolvido um algoritmo semelhante com uma faixa de tolerância de  $\pm 0,3$  ordem e que realiza até 10 avaliações de valores mínimos da função erro. Caso não ocorra a convergência dentro das 10 avaliações, o resultado apresentado será nulo. O resultado da aplicação do algoritmo é apresentado no Gráfico 5.11.

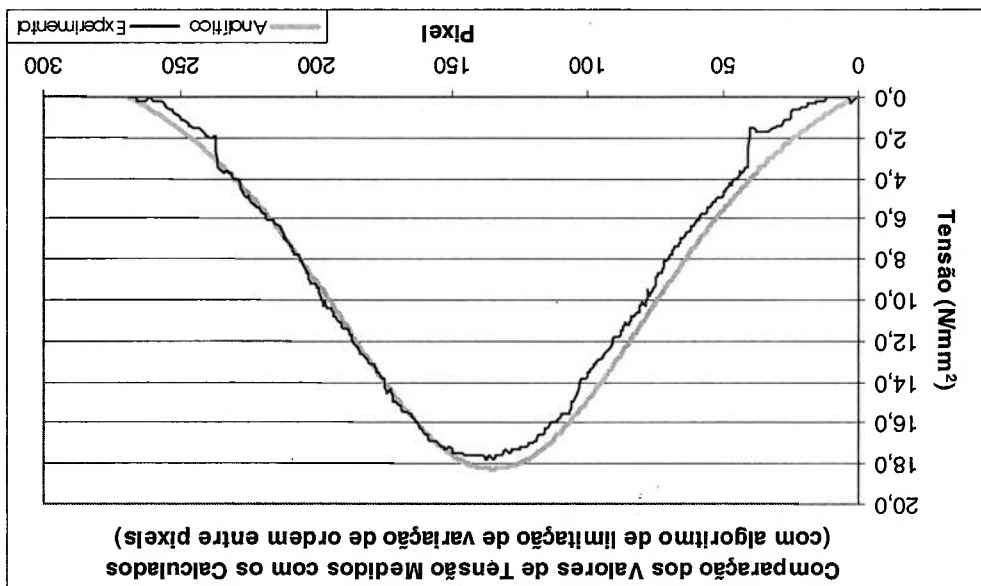


Gráfico 5.11 – Comparação entre as diferenças das tensões principais obtidas pelo processamento de imagens e pela solução analítica para um disco em compressão diametral, usando a calibração apresentada no Gráfico 5.4 e o algoritmo de limitação de variação de valores de ordem entre os pixels.

O algoritmo de redução de ruído atua diretamente nos ruídos causados pelo sistema de calibração e existentes na imagem do modelo. Nota-se a eliminação dos pontos com ruído no resultado experimental, o que indica a eficiência do método.

Com um resultado livre de pontos com ruído, fica evidente o deslocamento da curva experimental para a direita em relação à curva analítica. Este efeito está associado a não-uniformidade na aplicação de carga e a um erro na determinação do centro geométrico do disco.

Nota-se a existência da não-uniformidade na aplicação de carga no disco, após uma análise mais detalhada da Figura 5.7. Na parte superior e inferior, observa-se duas pequenas manchas arredondadas que representam aglomerados de franjas, indicadas na Figura 5.8. Estas manchas estão levemente inclinadas para a direita, o que leva a conclusão de que o carregamento não foi perfeitamente perpendicular; justificando o deslocamento do resultado experimental.

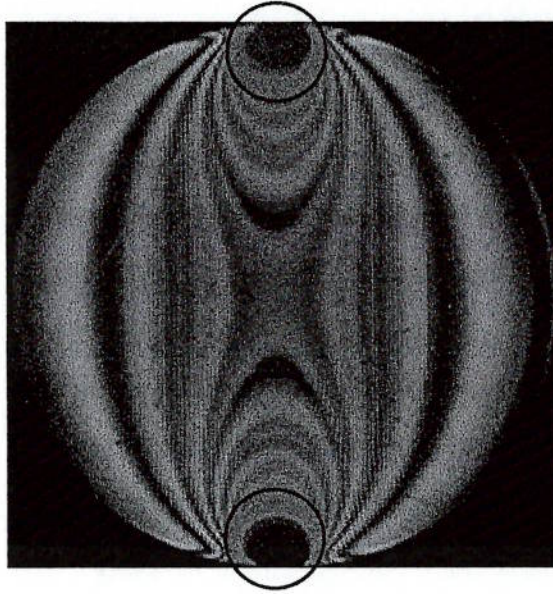


Figura 5.8 – Indicação da evidência de não-uniformidade na aplicação de carga feita na Figura 5.7.

Para se obter a solução analítica (seção 4.2.2), é necessário indicar a distância do pixel em relação à posição central do disco. O erro na determinação do centro do disco pode gerar um deslocamento lateral na curva analítica. A obtenção do centro do disco foi feita a partir de seu diâmetro, que foi delimitado a partir das bordas laterais da Figura 5.7. Como a cor dos extremos da linha diametral horizontal do modelo é muito semelhante à cor de fundo da imagem, fica difícil a determinação dos limites do diâmetro do modelo, por esta ter sido realizada visualmente.

O deslocamento da altura da curva experimental em relação à curva analítica é resultado de um erro na determinação do valor de franja do material. O material utilizado na confecção dos modelos foi o acrílico, que apresenta o efeito de birrefringência temporária, e tensão residual durante o alívio da carga no modelo. Apesar do efeito de tensão residual do material, o coeficiente angular das retas apresentadas no Gráfico 5.6, que é usado no cálculo do valor de franja do material, apresentou uma variação de aproximadamente 8%. Esta variação é atribuída principalmente ao erro na medida da força aplicada.

No trabalho de Ajovalasit; Barone; Petrucci (1995), foi apresentado um erro devido à dispersão espectral causada pelas placas de  $\frac{1}{4}$  de comprimento de onda, que depende do ângulo de incidência. Para minimizar este efeito os autores sugeriram que a calibração do sistema de imagem fosse feita para o ângulo de incidência de  $22,5^\circ$ .

Neste trabalho, a calibração do sistema foi feita no ângulo de  $22,5^\circ$  e as medidas do modelo carregado foram feitas no mesmo ângulo. Com isso, o efeito do erro devido à dispersão espectral e ângulo da isoclinica é reduzido, sendo estimado em  $\pm 0,05$  ordem, conforme Ajovalasit; Barone; Petrucci (1995).

A determinação da máxima ordem de franja foi limitada a terceira ordem, pois o efeito de empaldecimento (quando as intensidades RGB observada na Figura 3.5 convergem para um mesmo valor) das cores das franjas prejudica sua identificação. Este limite está presente nos trabalhos de Ajovalasit; Barone; Petrucci (1995) e Ramesh; Deshmukh (1996).

Para valores de tensão entre 2 e 3 N/mm<sup>2</sup> (aproximadamente 0,3 a 0,5 ordem), Gráfico 5.11, ocorrem variações bruscas nos valores de ordem de franja. Essas variações existem devido à similaridade nos valores das intensidades RGB observada em todos os gráficos de calibração apresentados. Por esse motivo, a metodologia deste trabalho possui uma limitação inferior de 0,5 ordem.

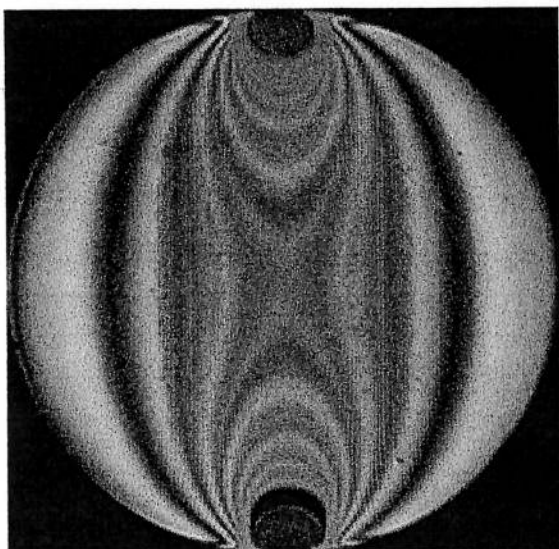
### **5.3.1 Avaliação das Tensões em uma Nova Imagem**

Uma nova aplicação de carga foi feita para obtenção de nova imagem do disco em compressão, permitindo uma avaliação mais concreta do sistema de processamento de imagens. As condições da medida são as mesmas da imagem apresentada na Figura 5.7, com exceção da resolução da imagem, que sofreu uma pequena alteração para 0,053 mm/pixel. Esta mudança ocorreu em função de uma pequena variação na distância entre a máquina fotográfica e o modelo. A imagem correspondente ao novo carregamento é apresentada na Figura 5.9, na qual foi aplicado o processamento de imagens, que inclui o algoritmo de eliminação de ruído, apresentado no Anexo B.

Na Figura 5.8 foi apresentada uma região de não-uniformidade na aplicação de carga no disco. Da mesma forma, na Figura 5.9, observa-se uma discreta não-uniformidade, porém em direção contrária a do resultado anterior.

No Gráfico 5.12 é apresentado o resultado da diferença entre as tensões principais obtido para a Figura 5.9. O deslocamento da curva experimental em relação a analítica neste gráfico ocorreu para a esquerda e foi menor do que o deslocamento obtido no carregamento anterior (Gráfico 5.11). Outro ponto relevante neste resultado foi uma pequena diminuição da diferença entre a altura da curva analítica e a curva experimental, que está diretamente relacionada ao erro na medida da força pelo manômetro da prensa e ao erro no valor de tração do material.

Figura 5.9 – Imagem utilizada para processar a diferença entre as tensões principais para a linha horizontal diametral, em um novo carregamento.

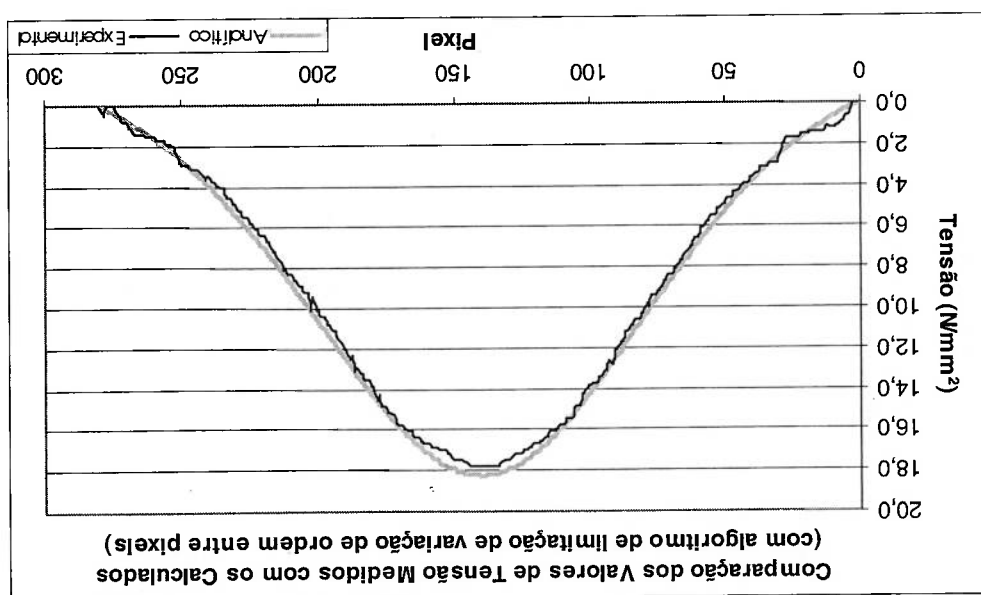


A primeira situação ocorre na identificação da ordem de franja do primeiro ponto. Caso a identificação da ordem do primeiro ponto seja prejudicada por algum motivo, como por exemplo a existência de ruído, este erro de identificação irá induzir o programa a procurar as ordens de franja dos pontos seguintes em uma faixa de valores que não correspondem a correta. Assim, após o programa realizar as 10 interações para localizar

Algumas considerações devem ser feitas sobre a utilização da 2ª. versão do programa de busca da ordem de franja. Existem situações que podem conduzir a erros de interpretação dos dados, apesar de, neste trabalho, não terem ocorrido tais situações com a utilização da 2ª. versão do programa.

#### 5.4 Considerações sobre o Sistema de Processamento de Imagens

Gráfico 5.12 – Comparação entre as diferenças das tensões principais obtidas pelo processamento de imagens (Figura 5.9) e pela solução analítica para um disco em compressão diametral, usando algoritmo de limitação de variação de valores de ordem entre os pixels.





a ordem de franja, ou ele irá encontrar um valor incorreto ou irá associar o valor de ordem zero para o ponto. Este efeito ocorre de forma sequencial e prejudica completamente os resultados.

A segunda situação ocorre quando, em algum ponto intermediário do processamento das ordens de franja, o programa não encontra nenhum valor de ordem de franja que esteja na faixa de  $\pm 0,3$  ordem do ponto anterior, após as 10 interações. Neste caso, o valor de ordem associado a este ponto será zero, levando ao efeito sequencial de erro nos resultados, já mencionado.

Estas duas situações podem ocorrer em casos onde as imagens analisadas apresentam muito ruído nas intensidades RGB ou em casos onde a variação da ordem de franja por pixel é superior a 0,3 ordem/pixel.

## 6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, inicialmente foi feita uma introdução aos princípios básicos da fotoelasticidade plana e, posteriormente, uma revisão dos sistemas de processamento digital de imagens, onde são mencionadas algumas vantagens e desvantagens de cada um dos métodos.

No desenvolvimento deste trabalho foram feitas comparações dentre as técnicas de processamento digital de imagens, que analisam o valor da ordem da franja para cada pixel da imagem, com o intuito de mostrar suas limitações e possibilidades de incorporações de modificações e/ou associações entre técnicas. Com base nas características das diversas metodologias, optou-se pela Fotoelasticidade RGB, por ser um sistema totalmente autônomo (não há necessidade do usuário fornecer o valor da ordem da franja em nenhum ponto da imagem), por permitir uma reavaliação do resultado do processamento da imagem (o sistema armazena a imagem colorida do padrão de interferência), além de determinar os valores de ordem da franja até a terceira ordem e, ainda, por possuir a possibilidade de ampliação de sua capacidade, com a incorporação de outras técnicas de processamento (como a de Deslocamento de Fase) ou com mudanças no arranjo experimental.

A avaliação do processamento de imagem deste trabalho foi feita através da comparação do resultado experimental com a solução analítica das diferenças entre as tensões principais num disco em compressão diametral, amplamente utilizada na literatura. Devido a problemas no sistema de aplicação de carga e qualidade do material utilizado na construção do modelo, o resultado final apresentou pequenas variações, contudo o sistema se mostrou eficiente em sua função.

Através de um algoritmo computacional foi possível eliminar ruídos existentes no resultado experimental, provenientes de imperfeições no modelo (não-homogeneidade e

riscos), não-uniformidade na iluminação do polariscópio e flutuações do sinal da câmera

digital.

O sistema aqui apresentado se mostrou eficiente na interpretação das franjas fotoelásticas isocromáticas, permitindo, assim, a avaliação quantitativa da diferença entre as tensões principais, dentro da faixa de valores de 0,5 a 3 ordens de franja.

### **6.1 Trabalhos Futuros**

A metodologia aplicada neste trabalho fornece somente o valor da diferença entre as tensões principais. Para se obter o valor individual de cada tensão principal é necessário implementar duas modificações. A primeira é a medição das direções das tensões principais, que pode ser feita com a utilização de Técnica Mista. A segunda é a utilização de metodologias de separação de tensão, com base nas diferenças entre as tensões principais e suas direções.

O programa de processamento de imagens apresentado pode ser aprimorado, de forma a reduzir os possíveis erros na identificação de ordem de franja, descritos na seção 5.4.

Neste anexo são descritos o equacionamento matemático e o comportamento da onda luminosa em um polariscópio plano e circular. A intensidade luminosa resultante do padrão de interferência fotoelástico é obtida através desta análise do comportamento da onda luminosa.

### Polariscópio Plano

Considerando a montagem de um modelo plano tensionado no campo de um polariscópio plano com a normal do modelo alinhada com o eixo do polariscópio, como mostra a Figura A.1. A direção principal de tensão do ponto em análise no modelo faz um ângulo  $\alpha$  em relação ao eixo de polarização do polarizador.

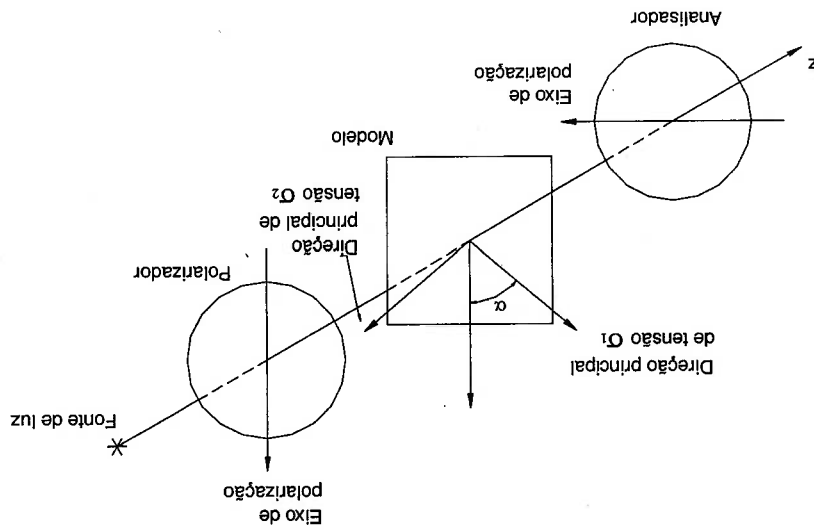


Figura A.1 – Modelo fotoelástico tensionado em um polariscópio plano.

O polarizador separa a onda de luz incidente em duas componentes que vibram paralelamente e perpendicularmente ao eixo de polarização. A componente paralela ao eixo de polarização é transmitida, enquanto que a componente perpendicular é absorvida pelo polarizador. Considerando que a fase inicial da onda luminosa não é relevante no desenvolvimento a seguir, um raio de luz com polarização plana pode ser representado por:

$$E_p = k \cos(\omega t) \quad (23)$$

Após a passagem pelo polarizador, o raio de luz com polarização plana atinge o modelo, como mostra a Figura A.2. Como o modelo de luz tensionado apresenta propriedades de uma placa de onda, a luz incidente é dividida em duas componentes  $E_1$  e  $E_2$  com vibrações paralelas às direções principais de tensão do ponto. Assim:

$$E_1 = k \cos \alpha \cos(\omega t)$$

(24)

$$E_2 = k \sin \alpha \cos(\omega t)$$

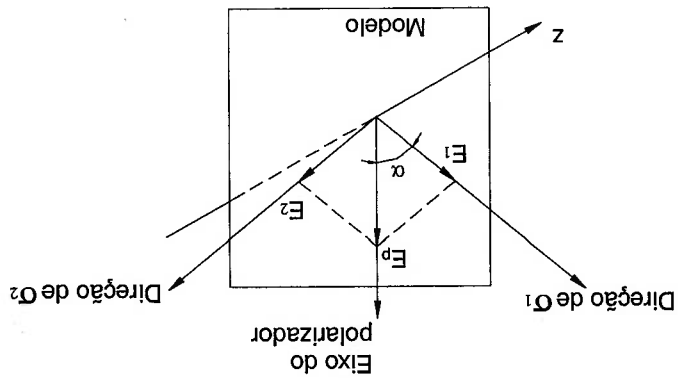


Figura A.2 – Componentes do vetor de luz quando este atinge o modelo tensionado em um polariscópio plano.

Como as duas componentes propagam pelo modelo com velocidades diferentes ( $c > v_1 > v_2$ ), elas representam deslocamento de fase  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  em relação a uma onda propagando no ar. As ondas luminosas resultantes na saída do modelo podem ser expressas por:

$$E_1 = k \cos \alpha \cos(\omega t - \Delta_1)$$

$$E_2 = k \sin \alpha \cos(\omega t - \Delta_2)$$

(25)

Onde:

$$\Delta_1 = \frac{\lambda}{2mh} (n_1 - 1)$$

$$\Delta_2 = \frac{\lambda}{2mh} (n_2 - 1)$$

(26)

Após deixar o modelo, a luz propaga até o analisador atingindo-o conforme Figura A.3. As duas componentes de luz  $E_1$  e  $E_2$  são divididas em duas componentes  $E''_1$  e  $E''_2$  no interior do analisador. As componentes perpendiculares ao eixo do analisador são desprezadas, pois são internamente absorvidas.

plano será:

Após o analisador. Assim, a intensidade resultante após o analisador em um polariscópio luminosa, sendo um dos parâmetros que controlam a intensidade da onda luminosa do vetor de luz. A retardação óptica relativa  $\Delta = \Delta_1 - \Delta_2$  influencia a amplitude da onda. A partir da equação (28), a intensidade da luz é obtida através do quadrado da amplitude

$$E_a = k \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \{ \cos(\omega t - \Delta_2) - \cos(\omega t - \Delta_1) \} = k \operatorname{sen}(2\alpha) \operatorname{sen} \left( \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{2} \right) \operatorname{sen}(\omega t - \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{2}) \quad (28)$$

Substituindo a equação (25) na equação (27), temos:

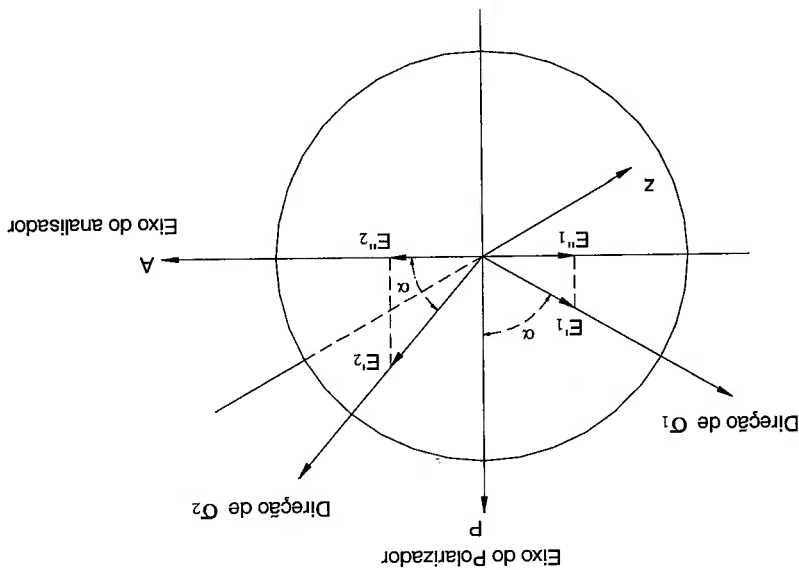
$$E_a = E''_2 - E''_1 = E'_2 \cos \alpha - E'_1 \operatorname{sen} \alpha \quad (27)$$

de luz  $E_a$  que é dado por:

As componentes horizontais transmitidas pelo analisador combinadas produzem o vetor

polariscópio plano.

Figura A.3 – Componentes do vetor de luz que são transmitidas através do analisador do



$$E_L = \frac{\sqrt{2}}{2} k \cos(\omega t - \pi/2) = \frac{\sqrt{2}}{2} k \sin(\omega t)$$

(30)

$$E_R = \frac{\sqrt{2}}{2} k \cos(\omega t)$$

componentes  $E_R$  e  $E_L$  são representadas por:

Relativo angular de fase de  $\pi/2$ . Assim, saindo da placa de  $1/4$  de comprimento de onda as medidas que as componentes se propagam pela placa, elas adquirem um deslocamento de  $\pi/2$ . Ao atingir a placa de  $1/4$  de comprimento de onda, a luz é decomposta em duas componentes que vibram paralelamente aos eixos rápido ( $E_R$ ) e lento ( $E_L$ ) da placa. A luz plana polarizada que sai do polarizador é representada de acordo com a equação (23).

Ao atingir a placa de  $1/4$  de comprimento de onda, a luz é decomposta em duas componentes que vibram paralelamente aos eixos rápido ( $E_R$ ) e lento ( $E_L$ ) da placa. A luz plana polarizada que sai do polarizador é representada de acordo com a equação (23).

Dado o modelo fotoelástico tensionado, posicionado no campo de um polariscópio circular na montagem de campo escuro e com sua normal alinhada com o eixo do polariscópio, conforme Figura A.4.

### Montagem Campo Escuro

que serão tratadas a seguir.

O polariscópio circular possui duas montagens: a de campo escuro e a de campo claro. O polariscópio circular possui dois elementos ópticos adicionais em reação ao polariscópio plano. Estes elementos são duas placas de  $1/4$  de comprimento de onda. A inclusão destes produz alterações no resultado da intensidade luminosa do polariscópio.

### Polariscópio Circular

$$I = K \sin^2(2\alpha) \sin^2\left(\frac{\Delta}{2}\right) \quad (29)$$



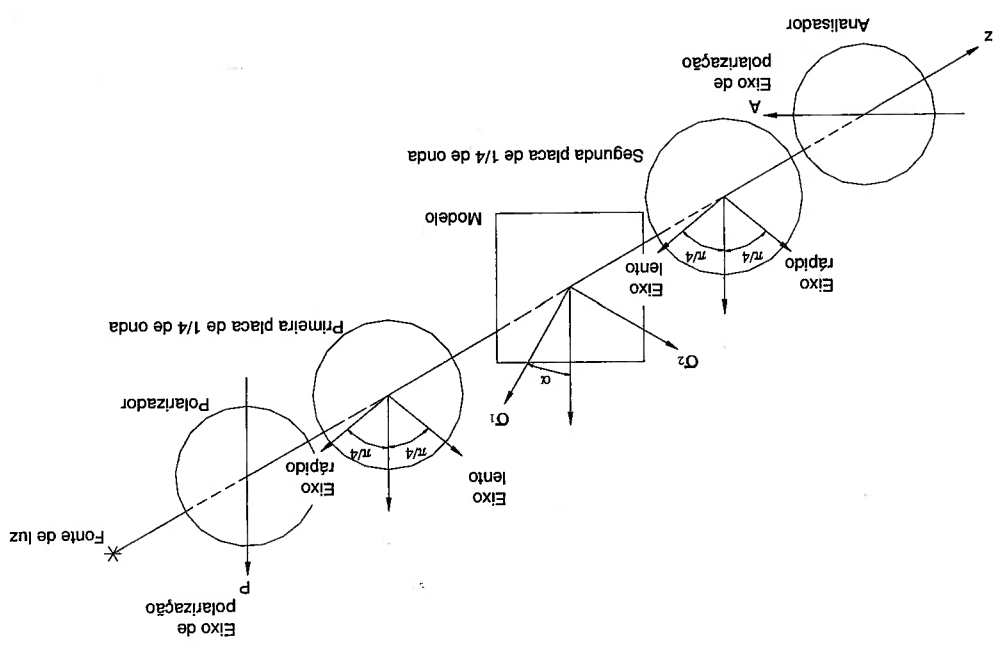


Figura A.4 – Modelo tensionado em um polariscópio circular na configuração campo escuro.

Após a placa de 1/4 de comprimento de onda, o vetor de luz atinge o modelo conforme ilustração da Figura A.5. Como o modelo tensionado apresenta temporariamente características de uma placa de onda, as componentes  $E_R$  e  $E_L$  são divididas nas componentes  $E_1$  e  $E_2$ , com direção de vibração coincidente com as direções principais de tensão. Assim:

$$E_1 = E_R \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + E_L \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

$$E_2 = E_L \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - E_R \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$$

(31)

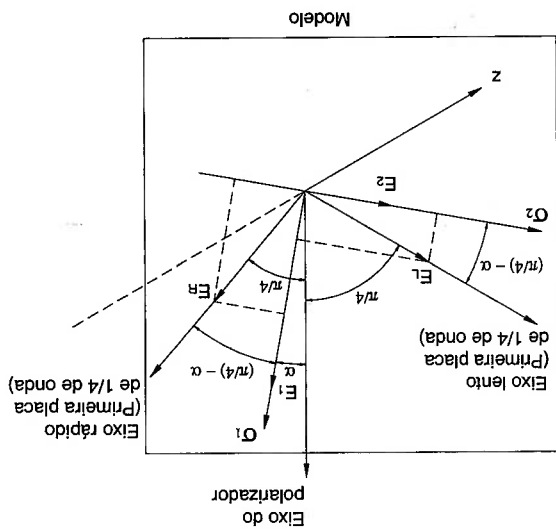
Substituindo a equação (30) na equação (31) temos:

Após a passagem pelo modelo, a luz atinge a segunda placa de  $\frac{1}{4}$  de comprimento de onda conforme a Figura A.6. As componentes associadas ao eixo rápido ( $E'_R$ ) e eixo lento ( $E'_L$ ) da placa são as seguintes:

$$E'_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} k \cos(\omega t + \alpha - \pi/4) \quad (33)$$

$$E'_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} k \sin(\omega t + \alpha - \pi/4)$$

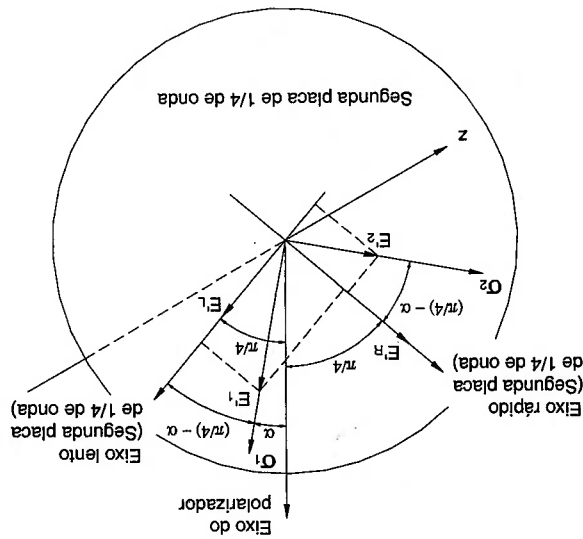
Figura A.5 - Divisão das componentes de luz quando atingem o modelo tensionado. As duas componentes da luz  $E_1$  e  $E_2$  ao atravessarem o modelo acumulam uma diferença angular de fase  $\Delta$  e podem ser representadas por:



$$E_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} k \cos(\omega t + \alpha - \pi/4) \quad (32)$$

$$E_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} k \sin(\omega t + \alpha - \pi/4)$$

Figura A.6 – Divisão das componentes de luz quando atingem a segunda placa de  $\frac{1}{4}$  de onda. Com a passagem da luz pela placa de  $\frac{1}{4}$  de comprimento de onda, o deslocamento relativo de fase  $\pi/2$  ocorre entre as componentes  $E'_R$  e  $E'_L$ , gerando assim, as novas componentes  $E^*_R$  e  $E^*_L$  que são representadas por:



$$E'_R = \frac{\sqrt{2}}{2} k \{ \cos(\omega t + \alpha - \pi/4) \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) + \sin(\omega t + \alpha - \Delta - \alpha) \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) \}$$

$$E'_L = \frac{\sqrt{2}}{2} k \{ \cos(\omega t + \alpha - \pi/4) \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) - \sin(\omega t + \alpha - \Delta - \alpha) \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) \}$$

Substituindo a equação (33) na equação (34) temos:

$$E'_R = E'_1 \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) + E'_2 \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha)$$

$$E'_L = E'_1 \cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) - E'_2 \sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)$$



Uma vez que a intensidade da luz é proporcional ao quadrado da amplitude da onda luminosa, a intensidade da luz saindo do analisador do polariscópio será:

$$E_{ac} = k \operatorname{sen}(\Delta/2) \operatorname{sen}(\omega t + 2\alpha - \Delta/2) \quad (38)$$

### Montagem Campo Claro

Para transformar a montagem de campo escuro em uma montagem de campo claro, basta realizar a rotação de 90° no analisador das Figuras A.4 e A.7, alinhando o eixo de polarização do analisador com o do polarizador. Com isso, o vetor resultante da equação (37) será substituído por:

$$E'_{ac} = \frac{\sqrt{2}}{2} (E^*_{*L} + E^*_{*R}) \quad (40)$$

Substituindo a equação (36) na equação (40), obtêm-se a expressão que representa a luz na saída do analisador para o polariscópio circular na montagem de campo claro:

$$E'_{ac} = k \operatorname{cos}(\Delta/2) \operatorname{sen}(\omega t - \Delta/2) \quad (41)$$

A intensidade luminosa para a montagem em campo claro será dada por:

$$I = K \operatorname{cos}^2(\Delta/2) \quad (42)$$

Neste anexo são apresentados os códigos de programação das duas versões do programa

de busca da ordem de franja.

## Primeira Versão do Programa

%realiza a busca da ordem de franja intensidad RGB

%carrega variáveis da calibração e intensidade

```
load tabcal;
load intensidadisco;
```

```
tamanho1=size(tabcal);
tamanho2=size(intensidadisco);
```

```
calmax=tamanho1(1,1);
intmax=tamanho2(1,2);
```

%transforma resolução 8 bits em float para tabcal e intensidadisco

```
B=[0 0 0 0 0,0 0 0 0,0 0 0 0,0 0 0 0,0 0 0 0,0 0 0 0];
tabcalFloat(1:calmax,1:1:3)=0;
intensidadiscoFloat(1,1:intmax,1:3)=0;
```

```
CR=conv2(tabcal(:,:,1),B,'same');
CG=conv2(tabcal(:,:,2),B,'same');
CB=conv2(tabcal(:,:,3),B,'same');
```

```
IR=conv2(intensidadisco(:,:,1),B,'same');
IG=conv2(intensidadisco(:,:,2),B,'same');
IB=conv2(intensidadisco(:,:,3),B,'same');
```

%laço para cálculo da função erro

```
erro(1:calmax,1:intmax)=0;
```

```
for i=1:intmax
```

```
for n=1:calmax
```

```
for j=1:3
```

```
erro(n,i)=erro(n,i)+(tabcalFloat(n,1,j)-intensidadiscoFloat(1,i,j))^2;
end
end
end
```

```

%Calcula a curva analítica da diferença entre as tensões principais
diametro=14.81; %em mm
h=23.48; %espessura em mm
p=2490; %força em N
fatordefranja=573; %coeficiente angular
for i=1:intmax
    x(i)={(1-i)*diametro}/(intmax-1)-diametro/2;
    tensaoal(i)=8*p*(diametro^4*diametro^2*x(i)^2)/(pi*h*diametro*(diametro^2+4*x(i)^2));
end
%Calcula a curva experimental da diferença entre as tensões principais
tensaoemd=8*fatordefranja*ordem_de_franja/(h*pi*9.96);

```





```

%Determina o valor da ordem de franja a partir do 2o.ponto
for i=2:intmax
    minimo=min(erro(:,i));
    maximo=max(erro(:,i));
    conta=0;
    achou=0;
    while (achou==0)&(conta<10)==1
        for n=1:calmax
            %determina o valor da ordem se for o 2o. ponto e a dif p/ o 1o.
            %não for >
            if (minimo==erro(n,i)&(abs(posicao(i-1)-(n-1))<=12))
                posicao(i)=(n-1);
                ordem_de_franja(i)=(n-1)*(3/119);
                achou=1;
            %procura o valor do 2o. minimo
            elseif (minimo==erro(n,i)&(abs(posicao(i-1)-(n-1))>12))
                erro(n,i)=maximo;
                minimo=min(erro(:,i));
                conta=conta+1;
            end
        end
    end
end
end
end

%Calcula a curva analítica da diferença entre as tensões principais
diametro=14.81; %em mm
h=23.48; %espessura em mm
p=2490; %força em N
fatordefranja=573; %coeficiente angular

for i=1:intmax
    x(i)=(((i-1)*diametro)/(intmax-1))-diametro/2;
    tensaoal(i)=8*p*(diametro^4*diametro^2*x(i)^2)/(pi*h*diametro*(diametro^2+4*x(i)^2));
end

%Calcula a curva experimental da diferença entre as tensões principais
tensaoed=8*fatordefranja*ordem_de_franja/(h*pi*9.96);

```

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AJOVALASIT, A.; BARONE, S.; PETRUCCI, G. Towards RGB Photoelasticity: Full-field Automated Photoelasticity in White Light. *Experimental Mechanics*, v.35, n.3, p.193-200, 1995.
- CARAZO-ALVAREZ, J.; HAAKE, S. J.; PATTERSON, E. A. Completely Automated Photoelastic Fringe Analysis. *Optics and Lasers in Engineering*, v.21, p.133-49, 1994.
- CHEN, T. Y.; LIN, C. H. Whole-field Digital Measurements of Principal Stress Directions in Photoelasticity. *Optics and Lasers in Engineering*, v.30, p.527-37, 1998.
- DALLY, J. W.; RILEY, W. F. *Experimental Stress Analysis*. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1991.
- FROCHT, M. M. *Photoelasticity*. New York: John Wiley & Sons, 1941. v. 1.
- GONZALEZ, R. C.; WOODS, R. E. *Digital Image Processing*. 1. ed. New York: Addison-Wesley, 1992.
- HAAKE, S. J.; PATTERSON, E. A. Photoelastic Analysis of Frozen Stressed Specimens Using Spectral-contents Analysis. *Experimental Mechanics*, v.32, n.3, p.266-72, 1992.
- HAAKE, S. J.; PATTERSON, E. A. The Dispersion of Birefringence in Photoelastic Materials. *Strain*, v.29, n.1, p.3-7, 1993.

- HAAKE, S. J.; WANG, Z. F.; PATTERSON, E. A. Evaluation of Full Field Automated Photoelastic Analysis Based on Phase Stepping. *Experimental Techniques*, v.17, n.6, p.19-25, 1993.
- HECKER, F. W.; MORCHE, B. Computer-aided Measurement of Relative Retardations in Plane Photoelasticity. In: WIERINGA, H. editor. *Experimental Stress Analysis*. The Netherlands: Martinus Nijhoff Publishers, 1986. p.535-42.
- MÜLLER, R. K.; SAACKEL, L. R. Complete Automatic Analysis of Photoelastic Fringes. *Experimental Mechanics*, v.19, n.7, p.245-51, 1979.
- PATTERSON, E. A.; WANG, Z. F. Towards Full Field Automated Photoelastic Analysis of Complex Components. *Strain*, v.27, n.2, p.49-56, 1991.
- PINDERA, J. T.; CLOUD, G. On Dispersion of Birefringence of Photoelastic Materials. *Experimental Mechanics*, v.6, n.9, p.470-80, 1966.
- RAMESH, K.; DESHMUKH, S. S. Automation of White Light Photoelasticity by Phase-shifting Technique Using Colour Image Processing Hardware. *Optics and Lasers in Engineering*, v.28, p.47-60, 1997.
- RAMESH, K.; DESHMUKH, S. S. Three Fringe Photoelasticity - use of Colour Image Processing Hardware to Automate Ordering of Isochromatics. *Strain*, v.32, n.3, p.79-86, 1996.
- RAMESH, K.; MANGAL, S. K. Data Acquisition Techniques in Digital Photoelasticity: a Review. *Optics and Lasers in Engineering*, v.30, p.57-75, 1998.

- REIDNER, A. S. Photoelastic Measurements by Means of Computer-Assisted Spectral-Contents Analysis. *Experimental Mechanics*, v.25, n.2, p.148-53, 1985.
- SARMA, A. V. S. R. et al. Computerized Image Processing for Whole-field Determination of Isoclinics and Isochromatics. *Experimental Mechanics*, v.32, n.1, p.24-9, 1992.
- SEGUCHI, Y.; TOMITA, Y.; WATANABE, M. Computer-aided Fringe-pattern Analyser - A Case of Photoelastic Fringe. *Experimental Mechanics*, v.19, n.10, p.362-70, 1979.
- VUOLO, J. H. *Fundamentos da Teoria de Erros*. 1 ed. São Paulo: Edgard Blücher Ltda., 1992.
- VOLOSHIN, A. S.; BURGER, C. P. Half-fringe Photoelasticity: A New Approach to Whole-field Stress Analysis. *Experimental Mechanics*, v.23, n.9, p.304-13, 1983.
- VOLOSHIN, A. S.; REIDNER, A. S. Automated Measurement of Birefringence: Development and Experimental Evaluation of the Techniques. *Experimental Mechanics*, v.29, n.3, p.252-57, 1989.
- YONEYAMA, S. et al. Photoelastic Analysis with a Single Tricolor Image. *Optics and Lasers in Engineering*, v.29, p.423-35, 1998.