

FERNANDO SOUSA E FREITAS JUNIOR

TÉCNICAS DE CONTROLE DE EMISSÕES  
BASEADAS EM MÚLTIPLOS MODELOS PARA  
MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA MOVIDOS A  
GÁS NATURAL

Tese apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade  
de São Paulo para obtenção  
do título de Doutor em  
Engenharia.

SÃO PAULO  
2003

FERNANDO SOUSA E FREITAS JUNIOR

TÉCNICAS DE CONTROLE DE EMISSÕES  
BASEADAS EM MÚLTIPLOS MODELOS  
PARA MOTORES DE COMBUSTÃO INTERNA  
MOVIDOS A GÁS NATURAL

Tese apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade  
de São Paulo para obtenção  
do título de Doutor em  
Engenharia.

Área de Concentração:  
Dinâmica e Controle

Orientador:  
Agenor de Toledo Fleury

2003

## Agradecimentos

Ao orientador, Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury, pelo apoio e estímulo oferecidos no desenvolvimento do trabalho.

Ao Prof. Dr. Maurício Assunção Trielli, ao Prof. Dr. Eurípedes Guilherme de Oliveira Nóbrega, ao Prof. Dr. Paulo Sérgio Pereira da Silva, ao Prof. Dr. José Jaime da Cruz e ao Prof. Dr. Raul Gonzalez Lima pelas inúmeras oportunidades oferecidas para discutir sobre o tema.

Aos engenheiros José Augusto Lopes, Luciano Luporini Menegaldo, Melquisedec Francisco dos Santos, Julio Cesar Ceballos Aya e Flávio Trigo pela paciência em me ouvir, meu sincero agradecimento pelas sugestões dadas ao longo desses anos de convivência.

Ao matemático e amigo Ariovaldo José de Almeida pelo incentivo.

Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo apoio e suporte financeiro recebido através de Bolsa de Pesquisa: processo no. 144269/1998-8.

A todos que de alguma forma contribuíram para a execução deste trabalho.

*Aos meus pais.  
À Iara, companheria de longa data.*

# Resumo

O objetivo deste trabalho é o estudo de técnicas avançadas de controle de emissões de gases poluentes emitidos por motores de combustão interna movidos a gás natural.

No trabalho são aplicadas três técnicas para efetuar o controle da injeção de combustível e do avanço de ignição: técnica do Controlador Preditivo Generalizado (GPC), técnica do Controlador Linear Quadrático (LQR) e técnica de Controle  $H_\infty$  via Inequações Matriciais Lineares (LMI).

A cada uma dessas técnicas foram desenvolvidas uma estrutura de múltiplos modelos visando abordar a vasta região de operação de um motor. O desempenho de cada controlador é medido pela eficiência em manter a razão combustível/ar em torno de 1% de desvio máximo em relação ao valor estequiométrico.

Foi desenvolvido um modelo algébrico para calcular a vazão de combustível e auxiliar o controlador LMI principalmente durante transitórios. Essa estratégia produziu resultados significativos no controle da razão combustível/ar em transitórios longos.

Os resultados obtidos mostram ser possível controlar os níveis de emissões desse tipo de motor adequando-o às normas internacionais, melhorando, assim, a qualidade de vida das pessoas.

# Abstract

The objective of this work is the study of advanced control techniques for the reduction of pollutant gases generated by internal combustion engines powered by natural gas.

In this work three techniques are applied to control the fuel injection and the ignition timing: the Generalized Predictive Control (GPC), the Linear Quadratic Regulator (LQR) and  $H_\infty$  Control by Linear Matrix Inequalities (LMI).

To each one of those techniques were developed a multiple model structure seeking to include the vast operation region of the engine. The controller's performance is measured by the efficiency in maintaining the fuel/air ratio around 1% of maximum deviation in relation to the stoichiometric value.

It was developed an algebraic model to compute the fuel flow and to aid the LMI controller specially during transients. That strategy produced significant results for the control of the fuel/air ratio in long transients.

The results show the possibility of controlling pollutant emission generated by this kind of engine to conform to international emission standards, improving life quality.

## Lista de Símbolos

$\alpha$	Ângulo de abertura da válvula borboleta
$\beta$	Ângulo de avanço de ignição (em graus, antes do Ponto Morto Superior)
$\Delta$	Operador diferença
$\eta_{cil}$	Rendimento volumétrico do motor
$\phi_b$	Relação combustível/ar na válvula borboleta
$\phi_e$	Relação combustível/ar no escape
$\phi_a$	Relação combustível/ar na válvula de admissão
$\phi_c$	Relação combustível/ar na câmara de combustão
$A(\alpha)$	Área da seção na válvula borboleta
APMS	Antes do Ponto Morto Superior
$C_d$	Coefficiente de descarga
CARIMA	Controlled Auto Regressive and Integrated Moving Average
CFI	”Central Fuel Injection- Injeção Central de Combustível
CO	Monóxido de Carbono
$D$	Diâmetro da tubulação na válvula borboleta
$E_f$	Eficiência Indicada
GPC	Controlador Preditivo Generalizado
$H$	Poder calorífico inferior do gás natural
HC	Hidrocarbonetos
$I$	Matriz identidade
$J$	Momento de inércia do motor
$k$	Constante do ar
LMI	Inequações matriciais lineares - sigla do inglês ”Linear Matrix Inequalities”
MCI	Motor de combustão Interna

MMGPC	Controlador Preditivo Generalizado com Múltiplos Modelos
MMLMI	Controlador LMI com Múltiplos Modelos
MMLQ	Controlador Linear Quadrático com Múltiplos Modelos
$n$	Frequência angular do eixo do virabrequim em radianos por segundo
$N_{cil}$	Número de cilindros do motor
$N_f$	Horizonte final de predição
$N_i$	Horizonte inicial de predição
$N_u$	Horizonte de Controle
$NO_x$	Óxidos de Nitrogênio
$p$	Pressão no coletor
$p_0$	Pressão atmosférica
PEM	Predictive Error Method
$q^{-1}$	Operador atraso
$R$	Constante termodinâmica do ar
RGE	Recirculação dos Gases de Escape
$T$	Temperatura do coletor de admissão
$T_{atr}$	Torque de resistência gerado pelo atrito das peças móveis do motor
$T_{carg}$	Torque de resistência gerado por uma carga externa
$T_{ind}$	Torque indicado no eixo do motor
$T_0$	Temperatura ambiente
TBI	"Throttle Body Injection- Injeção ao nível da Borboleta
TGV	Turbina de Geometria Variável
$V$	Volume do coletor de admissão
$V_{cil}$	Volume útil de combustão
$va_a$	Vazão de ar na válvula de admissão
$va_b$	Vazão de ar na válvula borboleta
$vc_a$	Vazão de combustível na válvula de admissão
$vc_b$	Vazão de combustível na válvula borboleta

# Sumário

<b>Agradecimentos</b>	<b>iv</b>
<b>Resumo</b>	<b>vi</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivos e Justificativas . . . . .	10
1.2 Ambiente do Projeto . . . . .	12
1.3 Organização da Tese . . . . .	18
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>21</b>
2.1 Introdução . . . . .	21
2.2 Revisão de Trabalhos na Área de Motores . . . . .	22
2.3 Revisão de Trabalhos na Área de Controle . . . . .	40
2.4 Conclusões . . . . .	57
<b>3 Modelagem</b>	<b>59</b>
3.1 Modelo do Motor de Combustão Interna . . . . .	59
3.1.1 Hipóteses, Simplificações e Notações Adotadas . . . . .	60
3.1.2 Subsistema do Coletor de Admissão . . . . .	62
3.1.3 Subsistema de Combustão . . . . .	66
3.1.4 Subsistema da Dinâmica Rotacional . . . . .	67
3.2 Implementação do Modelo do Motor . . . . .	68
3.3 O Modelo Linear em Espaço de Estados . . . . .	72
3.3.1 Conversão dos Mapas do Motor em Funções Analíticas . . . . .	73
3.3.2 Equacionamento Matemático do Motor . . . . .	78
3.3.3 Implementação das Equações Diferenciais . . . . .	90
3.3.4 Valores de Regime das Variáveis de Estado . . . . .	92
3.3.5 Linearização das Equações Diferenciais de Movimento . . . . .	96

<b>4</b>	<b>O Controlador Preditivo Generalizado</b>	<b>99</b>
4.1	A história do uso do GPC . . . . .	99
4.2	A Estrutura do GPC . . . . .	101
4.3	Implementação do GPC . . . . .	106
4.4	Sintonização do Simulador . . . . .	109
4.4.1	Identificação dos Modelos CARIMA . . . . .	110
4.4.2	Aplicação de Curvas de Carga . . . . .	112
4.4.3	Valores de Estabilização das Variáveis . . . . .	113
4.5	A técnica dos Múltiplos Modelos . . . . .	115
4.5.1	Simulações com o MMGPC . . . . .	118
4.5.2	"Gain Scheduling" acoplado ao GPC . . . . .	121
4.6	Otimização dos Cálculos do Controlador GPC . . . . .	125
4.7	Painel Iterativo de Monitoração e Controle . . . . .	126
4.8	Análise de Robustez . . . . .	129
4.9	Considerações Finais sobre o GPC . . . . .	145
<b>5</b>	<b>O Controlador Linear Quadrático</b>	<b>146</b>
5.1	O Problema do Regulador . . . . .	146
5.2	A estrutura do Controlador LQ . . . . .	149
5.3	O controlador LQ aplicado ao Motor . . . . .	151
5.4	Diagramas de Simulação e Resultados . . . . .	152
5.4.1	Estratégia de Múltiplos Modelos baseada no LQ . . . . .	154
5.4.2	Estratégia de Chaveamento por Combinação Convexa de Modelos . . . . .	164
5.5	Considerações Finais sobre o LQ . . . . .	167
<b>6</b>	<b>O controlador LMI</b>	<b>169</b>
6.1	Breve Histórico sobre o LMI . . . . .	169
6.2	Estrutura do Modelo utilizado pelo LMI . . . . .	171
6.3	O LMI aplicado ao Controle de um MCI . . . . .	176
6.4	Implementação do Controlador LMI . . . . .	180
6.4.1	Resultado de simulação com controlador LMI . . . . .	182
6.4.2	O controlador LMI com múltiplos modelos . . . . .	191
6.4.3	Controle baseado no sensor de pressão . . . . .	199
6.5	Considerações Finais sobre o LMI . . . . .	207
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>209</b>
7.1	Considerações finais e sugestões para trabalhos futuros . . . . .	214
	<b>Bibliografia</b>	<b>217</b>

## Lista de Figuras

1.1	Curva de emissões do motor a gás natural. (LOPES,1996) . . . . .	5
1.2	Eficiência do catalisador para o gás natural. (LOPES,1996) . . . . .	8
1.3	Ambiente de simulação de um motor de combustão interna. (FLEURY et al. ,1999) . . . . .	16
3.1	Diagrama do motor e da relação de entradas e saídas entre os subsistemas . . . . .	69
3.2	Diagrama do subsistema do coletor de admissão . . . . .	70
3.3	Diagrama da dinâmica do combustível . . . . .	70
3.4	Diagrama da dinâmica do ar . . . . .	71
3.5	Diagrama do subsistema de combustão . . . . .	71
3.6	Diagrama do subsistema da dinâmica rotacional . . . . .	72
3.7	Mapa de Eficiência Indicada . . . . .	73
3.8	Mapa de Ignição . . . . .	74
3.9	Mapa de Eficiência Indicada por aproximação polinomial . . . . .	76
3.10	Mapa de Ignição por aproximação polinomial . . . . .	78
3.11	Diagrama geral (planta+controle) do simulador do motor a gás natural . . . . .	91
3.12	Diagrama da planta do simulador do motor a gás natural . . . . .	92
3.13	Diagrama esquemático do sistema em espaço de estados . . . . .	98
4.1	Diagrama geral do simulador do motor a gás natural . . . . .	106
4.2	Variações da relação combustível/ar na saída e na entrada, da in- jeção de combustível e do avanço da ignição, para um transitório de 45° para 65° . . . . .	108

4.3	Variações da rotação, do ângulo de abertura da válvula borboleta (Pedal), da pressão no coletor e do avanço de ignição total, para um transitório de 45° para 65° . . . . .	109
4.4	Diagrama do identificador de Modelos Lineares para uso do GPC	110
4.5	Diagrama Simulink dos Múltiplos Modelos . . . . .	116
4.6	Diagrama da Lógica dos Múltiplos Modelos . . . . .	117
4.7	Influência de um transitório de 50° para 90° (Pedal) sobre a relação combustível/ar na saída, a rotação e a injeção de combustível . . .	119
4.8	Gráfico da influência de um transitório de 50° para 30° (Pedal) sobre a relação combustível/ar na saída, a injeção de combustível e a rotação . . . . .	120
4.9	Comportamento da injeção de combustível e da razão combustível/ar na saída, para um transitório de 90° para 10° . . . . .	121
4.10	Diagrama do simulador acoplado à estrutura Gain Scheduling . .	122
4.11	Diagrama do Gain Scheduling . . . . .	123
4.12	Comportamento da injeção de combustível e da razão combustível/ar na saída, para um transitório de 50° para 90° . . . . .	124
4.13	Comportamento da injeção de combustível e da razão combustível/ar na saída, para transitório de 50° para 30° . . . . .	124
4.14	Diagrama do acelerador do Motor . . . . .	128
4.15	Diagrama do painel de controle on-board . . . . .	129
4.16	Variações da injeção de combustível, do avanço de ignição e da relação combustível/ar na entrada e na saída . . . . .	131
4.17	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, do modelo utilizado pelo GPC (em vermelho), da vazão de ar, da rotação do motor e da pressão no coletor . . . . .	132
4.18	Variações do torque gerado pelo motor, da vazão de ar, do modelo linear utilizado e da rotação do motor . . . . .	134
4.19	Variações da relação combustível/ar na saída e na entrada, do avanço de ignição e do valor da injeção . . . . .	135
4.20	Gráfico do comportamento das variáveis injeção de combustível, vazão de ar e rotação do motor quando $k$ varia de 1.4 para 1.2 . .	136

4.21	Gráfico do comportamento das variáveis relação combustível/ar na entrada e saída, pressão e avanço de ignição quando $k$ varia de 1.4 para 1.2 . . . . .	137
4.22	Gráfico do comportamento das variáveis injeção de combustíveis, $\phi_e$ e pressão no coletor quando $k$ varia de 1.4 para 1.2 . . . . .	138
4.23	Gráfico do comportamento das variáveis rotação, ângulo de borboleta e injeção de combustível quando o torque de carga varia segundo uma senóide . . . . .	139
4.24	Gráfico do comportamento das variáveis $\phi_b$ , $\phi_e$ avanço de ignição e torque do motor quando o torque de carga varia segundo uma senóide . . . . .	140
4.25	Gráfico do comportamento das variáveis rotação, ângulo de borboleta e injeção de combustível quando o torque de carga varia de 150 para 650 Nm . . . . .	141
4.26	Gráfico do comportamento das variáveis $\phi_b$ , $\phi_e$ avanço de ignição e torque do motor quando o torque de carga varia de 150 para 650 Nm . . . . .	142
4.27	Gráfico do comportamento das variáveis rotação, ângulo de borboleta e injeção de combustível quando o torque de carga varia de 600 para 200 Nm . . . . .	143
4.28	Gráfico do comportamento das variáveis $\phi_b$ , $\phi_e$ , avanço de ignição e torque do motor quando o torque de carga varia de 600 para 200 Nm . . . . .	144
5.1	Diagrama do simulador do motor de combustão interna acoplado ao controlador LQ . . . . .	153
5.2	Gráficos do desempenho do controlador LQ para um transitório de $50^\circ$ para $55^\circ$ . . . . .	154
5.3	Diagrama do simulador do motor de combustão interna acoplado ao controlador LQ com múltiplos modelos . . . . .	156
5.4	Variações do valor da injeção de combustível, do acréscimo da ignição e da relação combustível/ar na entrada e na saída, para um transitório de $50^\circ$ para $90^\circ$ . . . . .	157

5.5	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da rotação do motor e da pressão no coletor, para um transitório de 50° para 90°, com controlador MMLQ . . . . .	158
5.6	Variações do valor da injeção de combustível, do acréscimo de ignição e da relação combustível/ar na entrada e na saída, para um transitório de 50° para 90°, com os controladores MMLQ sem drive-by-wire (preto) e MMLQ com drive-by-wire (vermelho) . . . . .	159
5.7	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da rotação do motor e da pressão no coletor, para um transitório de 50° para 90°, com os controladores MMLQ (preto) e MMLQ com drive-by-wire (vermelho) . . . . .	160
5.8	Variações do valor da injeção de combustível, da ignição e da relação combustível/ar na entrada e na saída, para um transitório de 30° para 80°, com controle MMLQ com drive-by-wire. . . . .	161
5.9	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da rotação do motor e da pressão no coletor para um transitório de 30° para 70°, com controle MMLQ com drive-by-wire. . . . .	162
5.10	Chaveamento dos modelos lineares . . . . .	163
5.11	Chaveamento por combinação convexa de modelos lineares . . . . .	165
5.12	Variações da injeção de combustível, avanço de ignição, relação combustível/ar na válvula borboleta ( $\phi_b$ ) e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ) para um transitório de 50° para 90° utilizando estratégias de chaveamento com (preto) e sem (vermelho) combinação convexa . . . . .	166
5.13	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da rotação do motor e da pressão no coletor para um transitório de 50° para 90° utilizando estratégias de chaveamento com e sem combinação convexa . . . . .	167
6.1	Diagrama geral do simulador do motor a gás natural . . . . .	181
6.2	Variações da injeção de combustível, do acréscimo da ignição e da relação combustível/ar na entrada e saída, para um transitório de 90° para 70° . . . . .	183

6.3	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de 90° para 70° . . . . .	184
6.4	Variações da injeção de combustível, do acréscimo da ignição e da relação combustível/ar na entrada e saída, para um transitório de 90° para 50° . . . . .	185
6.5	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de 90° para 50° . . . . .	186
6.6	Variações da injeção de combustível, do acréscimo da ignição e da relação combustível/ar na entrada e saída, para um transitório de 50° para 90° . . . . .	187
6.7	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de 50° para 90° . . . . .	188
6.8	Variações da injeção de combustível, do acréscimo da ignição e da relação combustível/ar na entrada e saída, para um transitório de 50° para 70° . . . . .	189
6.9	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de 50° para 70° . . . . .	190
6.10	Diagrama do simulador do motor de combustão interna acoplado ao controlador LMI com múltiplos modelos . . . . .	191
6.11	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta com chaveamento de modelo, injeção de combustível, avanço de ignição e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ), para um transitório de 50° para 90° (1ª estratégia) . . . . .	192
6.12	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta com chaveamento de modelo, injeção de combustível, avanço de ignição e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ), para um transitório de 50° para 90° (2ª estratégia) . . . . .	193
6.13	Variações da relação combustível/ar na borboleta ( $\phi_b$ ), da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de 50° para 90° (2ª estratégia) . . . . .	194

6.14	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta com chaveamento de modelo, injeção de combustível, avanço de ignição e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ), para um transitório de 50° para 90° (3ª estratégia) . . . . .	196
6.15	Variações da relação combustível/ar na borboleta ( $\phi_b$ ), da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de 50° para 90° (3ª estratégia) . . . . .	197
6.16	Comparação da relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ) entre as duas estratégia de chaveamento para um transitório de 50° para 90° (segunda estratégia - vermelho; terceira estratégia - preto) . . .	198
6.17	Gráfico do modelo para vazão do fluxo de ar em função da pressão no coletor e da posição angular da válvula borboleta . . . . .	202
6.18	Diagrama do simulador do motor MMLMI com sensor de pressão e modelo supervisor . . . . .	203
6.19	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta com chaveamento de modelo, injeção de combustível, avanço de ignição e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ), para um transitório de 50° para 90° . . . . .	204
6.20	Variações da relação combustível/ar na válvula borboleta ( $\phi_b$ ), vazão de ar, rotação e pressão para um transitório de 50° para 90° . . . . .	205
6.21	Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta com chaveamento de modelo, injeção de combustível, avanço de ignição e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ), para um transitório de 25° para 85° . . . . .	206
6.22	Variações da relação combustível/ar na válvula borboleta ( $\phi_b$ ), vazão de ar, rotação e pressão para um transitório de 25° para 85° . . . . .	207
7.1	Gráfico comparativo do desempenho entre os controladores MMGPC (azul), MMLQ (verde) e MMLMI (vermelho), para controle da razão combustível/ar quando se aplica um transitório de 50° para 90° . . . . .	212

7.2 Gráfico comparativo dos valores da injeção de combustível, rotação e  $\phi_e$  dos controladores MMGPC, MMLQ e MMLMI, quando se aplica um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$  . . . . . 213

# Lista de Tabelas

3.1	Notação utilizada na modelagem do Motor de Combustão Interna	62
3.2	Tabela com os valores das constantes do motor . . . . .	68
3.3	Tabela com valores de estabilização . . . . .	93
4.1	Tabela com valores de regime das variáveis do simulador MMGPC	114

# Capítulo 1

## Introdução

Nos últimos anos, uma das principais metas da Engenharia Automotiva está concentrada na redução de emissões de gases poluentes gerados por Motores de Combustão Interna (MCI). No Brasil e nos países do primeiro mundo, tal meta foi impulsionada pelo considerável aumento do número de veículos nos grandes centros urbanos e principalmente pela aprovação de leis que restringem a emissão de poluentes gerados por um MCI.

Uma vez que os MCI's são máquinas de funcionamento muito complexo, as pesquisas sobre reduções de emissões estendem-se sobre as mais diferentes áreas, entre as quais o uso de combustíveis alternativos e o gerenciamento eletrônico têm ganhado destaque. Na última década, muitos trabalhos foram publicados ressaltando a importância do uso de combustíveis menos poluentes, por exemplo, o gás natural. Já o gerenciamento eletrônico tornou-se possível devido ao desenvolvimento das mais diferentes áreas de pesquisa, tais como de sensores, de válvulas de injeção, de propagação de chamas, do estudo de catalisadores, etc.. O uso intensivo de eletrônica resulta em ter um melhor aproveitamento do combustível e menor emissão de poluentes, além de estender a vida útil do motor.

As restrições nos níveis de emissões têm se tornado progressivamente mais exigentes ao longo dos anos. Um dos principais objetivos do projeto de controle do motor é o desenvolvimento de controladores visando gerenciar o funcionamento dos sistemas do motor para reduzir os níveis de emissões e, ao mesmo tempo,

manter um desempenho adequado.

Devido à limitada capacidade de processamento da primeira e segunda geração de computadores de bordo, os controladores eletrônicos dos motores convencionais utilizam largamente a busca em tabelas onde um número menor de cálculos "on-line" é necessário. Porém, para cobrir a larga faixa de operação de um motor são necessárias muitas tabelas. Por exemplo, por trás dos mapas estáticos do motor são também adicionadas ao controlador tabelas de compensação para operação transitória. Na produção de modernos controladores de motores, o número de tabelas aproxima-se da ordem de mil unidades, porém esse método requer tabelas externas de calibração que consomem muito tempo de projeto. Com o aumento da velocidade dos microprocessadores e, conseqüentemente, do aumento de seu poder de cálculo, torna-se desejável procurar a possibilidade de incorporar modelos mais complexos do processo no controlador e substituir algumas dessas tabelas por cálculos e calibração "on-line".

Os aspectos importantes do motor para o projeto de um controlador são dirigibilidade, economia de combustível e redução de emissões. Dirigibilidade está associada à suavidade de operação e a disponibilização de potência. Economia de combustível está intimamente relacionada a emissões de poluentes: quanto maior o consumo, maiores as emissões. Dentre os poluentes emitidos pelos MCI, há três gases de grande impacto sobre a qualidade do ar ambiente: Monóxido de Carbono (CO), Óxido de Nitrogênio ( $NO_x$ ) e Hidrocarbonetos (HC).

A composição da mistura de ar e de combustível é um parâmetro importante no controle dos processos de combustão e emissões de um motor, e tem fortes efeitos sobre todas as variáveis importantes, tais como potência, economia de combustível e emissões. A composição da mistura que satisfaça a todos esses desempenhos não é única. Uma mistura rica é desejável para altas potências de saída, ao passo que uma mistura estequiométrica é desejável para baixos níveis de emissões, enquanto que uma mistura pobre pode fornecer melhor economia de

combustível. As decisões devem ser tomadas considerando todos esses desempenhos onde as diferentes composições são selecionadas de acordo com o modo de operação do motor.

Outro parâmetro importante no controle de um MCI é o instante de ignição. O instante de ignição da centelha deve ainda ser ajustado de forma a assegurar uma boa eficiência térmica do motor, com baixos índices de emissão de poluentes e ausência de detonação. Uma combustão eficiente caracteriza-se pelo prosseguimento da chama durante todo espaço da câmara de forma contínua e sem mudança abrupta de sua velocidade. Caso haja início da queima sem a ocorrência de centelha, ocorre o fenômeno denominado auto-ignição, gerado principalmente por misturas ricas e/ou elevadas pressões no interior do cilindro.

A emissão de poluentes está diretamente relacionada ao combustível utilizado e ao ciclo de operação que o veículo deve atender. Por exemplo, um ônibus tem predominantemente um ciclo dinâmico transitório, ao contrário de veículos de passeio cujos sistemas de injeção de combustível e de ignição funcionam com base em mapas estáticos. Em geral, ônibus são equipados com motores movidos a diesel que são responsáveis por grande quantidade de particulados sólidos, monóxido de carbono, hidrocarbonetos e óxidos de nitrogênio emitidos para a atmosfera.

Em grandes cidades como São Paulo, a poluição do ar causada por ônibus (com uma frota ao redor de 12.000 unidades) e caminhões é considerada um problema grave, a tal ponto que uma recente lei de transporte público impõe que as empresas de ônibus procurem soluções alternativas para minimizar o problema.

Outro fator de especial importância refere-se à minimização do consumo de combustível, principalmente de óleo diesel, que além de proporcionar um melhor custo/benefício do veículo, favorece a diminuição global do consumo de óleo diesel no país. Atualmente, no Brasil, são consumidos aproximadamente 1,8 milhões de barris/dia de petróleo, sendo que o principal responsável por esse consumo é o óleo diesel. Desse modo, o perfil de craqueamento do petróleo é definido no sentido

de maximizar a produção de diesel. Mesmo assim, a produção é insuficiente obrigando o país a importar aproximadamente 500 mil barris/dia (a produção atual é de aproximadamente 1,3 milhões de barris/dia).

No Brasil, dado que quase toda a frota comercial (cerca de 1,5 milhões de veículos) está baseada no óleo diesel, uma diminuição do consumo por veículo ou o uso de combustíveis alternativos resultaria em uma diminuição da necessidade de importação de petróleo, fazendo com que o país dependa menos das flutuações do preço desse produto no mercado internacional, além de favorecer o equilíbrio da balança comercial.

As reservas de gás natural somam 300 bilhões de metros cúbicos. Com as últimas reservas descobertas em São Sebastião - litoral de São Paulo, no primeiro trimestre de 2003, aumentaram em cerca de 30% as reservas desse combustível. Representa a maior jazida de gás natural do Brasil com 70 milhões de metros cúbicos. Ainda na nessa linha, o Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES) investiu R\$1,1 bilhão para projetos na área de gás natural. A maior parte desse investimento será usada para a expansão da malha de gasodutos no Brasil. Espera-se aumentar o consumo de gás natural no país dos atuais 12 milhões de metros cúbicos para 35 milhões de metros cúbicos até 2010. Além disso, com a maior disponibilidade de gás natural na região Sudeste devido ao gasoduto Brasil-Bolívia, este combustível demonstra ser boa opção para a substituição do diesel nos ônibus de transporte urbano.

Nesse contexto, o controle do motor e o uso de combustíveis alternativos tornam-se soluções viáveis. O gás natural é um dos mais importantes combustíveis alternativos da atualidade, visto que sua queima não gera emissões de óxidos de enxofre ( $SO_2$ ) e nem de particulados sólidos. Os maiores poluentes dos motores a gás natural também são o  $CO$ ,  $HC$  e  $NO_x$  (Figura 1.1). Os poluentes de importância secundária são principalmente os formaldeídos. Os produtos de combustão do diesel têm como elementos  $CO$ ,  $HC$ ,  $NO_x$  e  $SO_x$  além de particulados.

Deste modo, apenas considerando o número de poluentes emitidos, o gás natural já leva vantagem sobre o diesel. Porém, em comparação com os motores convencionais, a diesel ou a gasolina, os motores a gás natural diminuem sensivelmente as emissões de  $HC$  e  $CO$ , mas exigem um rígido controle das emissões de  $NO_x$ .

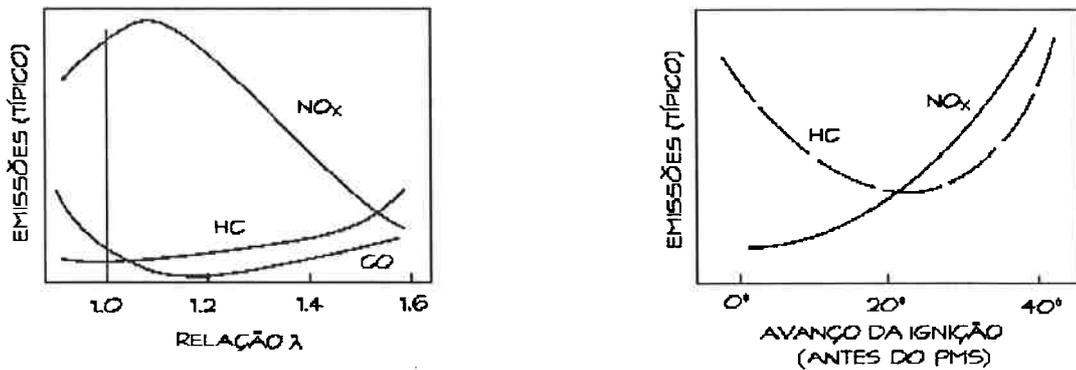


Figura 1.1: Curva de emissões do motor a gás natural. (LOPES,1996)

O principal  $NO_x$  formado é o óxido de nitrogênio ( $NO$ ) resultado da associação do nitrogênio e do oxigênio livre em altas temperaturas. A proporção da formação do  $NO$  depende da disponibilidade de oxigênio e exponencialmente da temperatura: quanto maior a temperatura, maior a emissão de  $NO$ . A temperatura é, portanto, um fator significativo na determinação do nível de emissão de  $NO_x$ .

A emissão de  $HC$  resulta de elementos da mistura combustível/ar que ainda não foram completamente queimados quando o ciclo motor já entrou na fase de exaustão (válvula de escape aberta) e a emissão de óxidos de carbono depende da cadeia orgânica do combustível, que no caso do gás natural é pequena (formado basicamente por metano -  $CH_4$ ), e em princípio, mais fácil de ser quebrada.

Como auxílio na redução de emissões, o catalisador é um dispositivo acoplado à saída dos gases com a finalidade de redução e/ou oxidação dos poluentes. Há três tipos de catalisadores para o tratamento dos gases de escape em um motor movido a gás natural. Os catalisadores podem ser de:

- oxidação de HC e CO,
- redução não seletiva de  $\text{NO}_x$ ,
- redução seletiva de  $\text{NO}_x$ .

Os catalisadores com a finalidade de oxidação de *HC* e *CO* são conhecidos como catalisadores de duas vias. Mas, se além de oxidar *HC* e *CO* o catalisador também reduz  $\text{NO}_x$  ele é chamado de catalisador de três vias. Por essa razão, uma forte tendência para a redução de emissões de poluentes em motores a gás natural é o controle da composição da mistura na presença de um catalisador de três vias.

Além disso, existem outros elementos que auxiliam no controle de emissões, dentre eles valem destacar:

- o controle de recirculação dos gases de escape (EGR) que ajuda a diminuir a temperatura interna da câmara de combustão e conseqüentemente diminui a emissão de NO;
- o controle do avanço de ignição que determina o momento exato de ignição para qualquer modo de operação do motor;
- o controle de detonação que evita a chamada "batida de pino" causada por uma pré-ignição da mistura;
- o controle de marcha lenta e da partida a frio.

A composição da mistura pode ser expressa através da razão entre a quantidade de ar e a quantidade de combustível (relação ar/combustível - RAC). Também é comum expressá-la como o inverso da relação ar/combustível, ou seja, através da razão entre a quantidade de combustível e a quantidade de ar (razão combustível/ar - RCA).

Nesta tese, trabalhar-se-á com a razão combustível/ar, isto é:

$$RCA = \frac{\text{vazão em massa de combustível}}{\text{vazão em massa de ar}}$$

Além disso, será utilizada a razão combustível/ar normalizada em relação ao valor estequiométrico, isto é:

$$\phi = \frac{RCA}{RCA_{\text{estequiométrica}}}$$

As variações nas quantidades de ar e de combustível caracterizam a composição da mistura, que se apresenta sob três formas:

1. mistura estequiométrica ( $\phi = 1$ ) - quantidade exata de ar para reagir completamente com o combustível;
2. mistura pobre ( $\phi < 1$ ) - maior quantidade de ar do que combustível;
3. mistura rica ( $\phi > 1$ ) - maior quantidade de combustível do que ar.

Assim, quando o objetivo é manter a relação combustível/ar próxima ao valor estequiométrico isso significa manter  $\phi$  próximo ao valor 1. Uma vez que, diminuir os níveis de emissões é o objetivo desta tese, durante todo este trabalho estaremos preocupados em manter a relação combustível/ar ( $\phi$ ) o mais próximo possível do valor estequiométrico (um).

A razão combustível/ar tem importantes efeitos na emissão de poluentes, na eficiência e na potência de saída do motor. Se a razão combustível/ar é mantida muito próxima ao valor estequiométrico então um catalisador de três vias platina/paládio/ródio pode simultaneamente oxidar  $HC$  e  $CO$  enquanto reduz o  $NO_x$  (Figura 1.2).

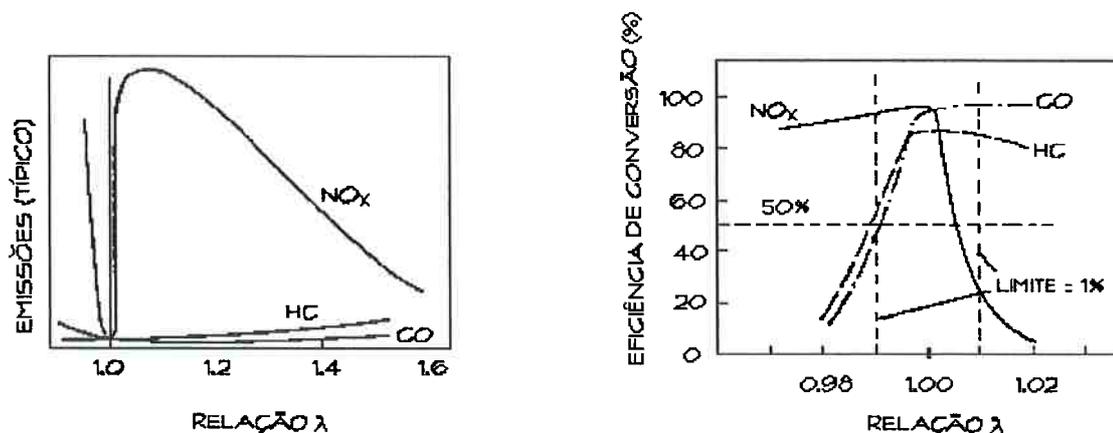


Figura 1.2: Eficiência do catalisador para o gás natural. (LOPES,1996)

A eficiência do controle de emissões de  $NO_x$  diminui rapidamente com o aumento da razão combustível/ar acima do valor estequiométrico. Assim, uma forte tendência para o controle de emissões de poluentes em motores a gás natural é a utilização de mistura estequiométrica (tolerância de 1% de desvio máximo) com a presença de um catalisador de três vias. A outra opção é usar misturas pobres, o que obriga a incorporação de outros dispositivos (como turbocompressores, "intercoolers" e sensores de detonação).

Os motores a gás natural são significativamente mais eficientes em relação ao aproveitamento da energia do combustível do que os motores a gasolina. O gás natural possui altas temperaturas de ignição ( $540^{\circ}C$ ), garantindo assim excelentes propriedades de antidetonação. Essa propriedade garante uma segurança operacional elevada face à temperatura de auto-ignição em relação aos combustíveis líquidos como gasolina e diesel, onde as temperaturas são  $250^{\circ}C$  e  $254^{\circ}C$ , respectivamente. A habilidade de um combustível em resistir à auto-ignição é medida pelo seu número de octanas. O gás natural possui aproximadamente 130 octanas, o maior valor entre todos os combustíveis hoje utilizados.

Dessa forma, o gás natural é um excelente combustível para motores à combustão por centelha (motores ciclo Otto) e pode seguramente ser usado com altas taxas de compressão (da ordem de 15 : 1).

O gás natural, porém, apresenta a desvantagem de ocupar muito espaço quando armazenado. As principais formas de armazenamento são em cilindros de gás comprimido sob alta pressão ou como líquido criogênico.

Normalmente, o modo mais utilizado de armazenamento de gás natural é em cilindro sob pressão interna de aproximadamente 3000 psi (200 bar). Sob essa forma, o gás natural chega a ocupar cerca de 5 vezes o volume de diesel ou 4 vezes o volume de gasolina que liberariam a mesma quantidade de energia. Isso constitui um problema menos crítico quando a principal utilização para o gás natural é em caminhões e ônibus.

Para motores que operam em veículos pesados ("heavy duty"), o modo de operação predominante é o de plena carga. Tal modo de operação exige muito do motor e por isso, o controle de emissões e a economia de combustível são de grande importância. No caso de veículos leves, movidos a combustível líquido (gasolina ou álcool) ou a gás natural, já existem soluções comerciais (normalmente mapas estáticos) que contribuem para a operação otimizada do motor, no sentido da redução de emissões.

Independentemente do combustível que alimenta o motor, o esquema de gerenciamento eletrônico baseado em mapas, melhora o desempenho em relação ao consumo de combustível, à geração de torque e às emissões de poluentes para o caso de um MCI operando em regime permanente. Porém, quando se consideram transitórios, é inevitável o aparecimento de desvios, principalmente na relação ar/combustível, que deterioram os resultados em relação às emissões. Várias propostas (JONES, 1995; HEDRICK *et al.*, 1998; LOPES, 1996) baseiam-se no uso de mistura estequiométrica com a presença de catalisador para reduzir as emissões. Assim, se a razão combustível/ar é mantida próxima ao valor estequiométrico então um catalisador de três vias pode reduzir sensivelmente os níveis de poluentes emitidos.

Diante da importância de manter a mistura com variações muito pequenas em

relação ao valor estequiométrico, fica evidente a necessidade do desenvolvimento de modelos e de técnicas avançadas de controle que minimizem os efeitos dos transitórios sobre as emissões de poluentes, principalmente em veículos pesados. Como será visto adiante, isso acarreta um complexo problema de controle dadas as não linearidades envolvidas e a vasta região de operação de um motor, em termos de velocidades, consumos e cargas.

## 1.1 Objetivos e Justificativas

O objetivo principal deste trabalho é o estudo de técnicas avançadas de controle de emissões de gases poluentes emitidos por motores de combustão interna movidos a gás natural. A maneira de se conseguir esse objetivo é através do controle da relação combustível/ar, mantendo-a em torno de 1% de desvio máximo em relação ao valor estequiométrico.

Neste trabalho, são aplicadas três técnicas para efetuar o controle da injeção de combustível e do avanço de ignição, visando reduzir a emissão de poluentes. Com esse estudo, pretende-se ampliar a abrangência e a versatilidade de um simulador de motores de combustão interna.

O presente trabalho representa a continuação e a evolução de trabalhos anteriores sobre o tema desenvolvidos pelo IPT e pela Escola Politécnica da USP. A principal referência para este estudo trata do desenvolvimento de um modelo não linear de um MCI acoplado a um Controlador Preditivo Generalizado (GPC) (LOPES, 1996). O simulador foi ampliado pela inclusão de uma estrutura de Múltiplos Modelos (YOSHINO e HAYASHI, 1997), (FLEURY *et al.*, 1999a) e (FLEURY *et al.*, 1999b), onde se subdivide a faixa de operação do motor em regiões nas quais se admite um comportamento linear. Essa estrutura permite uma enorme flexibilidade de simulação quando comparada com resultados do sistema original (LOPES, 1996). O simulador foi também ampliado para incluir outros dispositivos: uma simulação típica de laboratório pode ser feita com um motor

de combustão interna acoplado a um dinamômetro hidráulico, como proposto em FLEURY *et al.* (1997). Também foi estudada a inclusão de turbocompressor à estrutura original (IZUKA e GRAMIGNA, 1998), ainda sem resultados definitivos. Finalmente, o trabalho mais recente sobre o tema foi desenvolvido em FERNANDES (2001), onde foi estudada a técnica dos Múltiplos Modelos aplicada a controladores Lineares Quadráticos (LQR).

Este trabalho teve seu início na implementação da estrutura GPC/Múltiplos Modelos (FLEURY *et al.*, 1999a). Desde lá, uma série de melhorias foram implementadas, como a ampliação da técnica dos múltiplos modelos através do aumento do número de modelos linearizados (FLEURY *et al.*, 1999b), e os mais diversos tipos de simulações foram executados. Foram concentrados esforços no equacionamento e na linearização do modelo desenvolvido por LOPES (1996), com o objetivo de desenvolver controladores lineares baseados na forma de espaço de estados. Tal modelo serviu de base para a implementação de um controlador Linear Quadrático (LQ) acoplado a uma estrutura de múltiplos modelos e, posteriormente, na elaboração de um controlador  $H_\infty$  baseado no conceito de "Linear Matrix Inequalities" (LMI), também com múltiplos modelos.

Com este trabalho disponibilizou-se uma estrutura de um simulador de bancada de testes de motores de combustão interna. O simulador inclui diagramas de simulação, controladores, um modelo de dinamômetro e um modelo que descreve os fenômenos físicos envolvidos em um motor de combustão interna a gás natural. Esse último modelo descreve desde o coletor de admissão, a câmara de combustão até os torques aplicados ao eixo motor. Vale destacar que, durante toda a modelagem do motor, os parâmetros de interesse cujos valores numéricos dependem de determinação experimental foram arbitrariamente definidos com base em valores médios razoáveis. Isso traz algumas limitações ao modelo, porém sem grandes conseqüências, haja visto que trata-se apenas de um modelo simulador e não de um protótipo.

Apresentou-se também um modelo matemático baseado em equações diferenciais, que permite o desenvolvimento de qualquer tipo de controlador (linear ou não linear). A utilização de controladores possibilitou o funcionamento do modelo em diferentes pontos de operação, o que permitiu o entendimento das dinâmicas transitórias do motor e do dinamômetro, facilitando a inclusão de outros módulos para estender a abrangência do simulador. Além disso, através da alteração de alguns parâmetros pré-determinados do modelo do motor, é possível representar os mais diversos tipos de motores movidos com diferentes tipos de combustível. Portanto, não é exagero dizer que a originalidade deste trabalho está na versatilidade da estrutura aqui desenvolvida e também na aplicação de técnicas como GPC, LQ e LMI com múltiplos modelos a uma planta com este nível de complexidade. Além disso, a técnica do LMI acoplada aos múltiplos modelos gerou resultados inéditos no controle da relação combustível/ar, durante a aplicação de transitórios longos.

Na próxima seção será apresentada a plataforma que serviu de base para o desenvolvimento de todo este trabalho.

## 1.2 Ambiente do Projeto

A dinâmica de um MCI envolve simultaneamente vários efeitos como termodinâmica da combustão, composição da mistura, inércias, aerodinâmica do escoamento do gás através dos injetores e válvulas, atrasos, turbulência na câmara de combustão, diferenças de pressão, desgaste do motor, condições de temperatura de resfriamento, escoamento reverso nas válvulas, etc..

Devido a todos esses fenômenos, a modelagem de um MCI é uma tarefa muito difícil e para torná-la viável são necessárias algumas simplificações. Mesmo assim, o modelo resultante é multivariável, não linear e acoplado. Nesse contexto, um modelo que seja adequado para uma análise precisa da dinâmica em toda a faixa de operação é de difícil obtenção e, mais ainda, de difícil validação.

A validação, no caso, depende da disponibilidade de motores e periféricos de fabricantes diversos. Mesmo a viabilização de recursos através de projeto de grande porte (Projeto Temático FAPESP, IPT (1993)) não foi suficiente para garantir a infra-estrutura necessária para testes face às dificuldades colocadas pelos fabricantes internacionais de sistemas de injeção e ignição em ceder seus equipamentos a uma instituição de pesquisas. Inviabilizado esse caminho, optou-se pelo desenvolvimento de um ambiente de simulação completo para testar diferentes componentes e estratégias de controle. O enfoque é dado aos resultados simulados para um motor de seis cilindros alimentado por gás natural com ignição por centelha e submetido a diferentes estratégias de controle.

Nesse contexto, o passo inicial foi a dissertação desenvolvida por LOPES (1996), onde foi apresentado um controlador preditivo generalizado (GPC) aplicado ao problema de controle da relação combustível/ar em motores a gás natural. Para isso, foi desenvolvido um modelo não linear simplificado cuja finalidade é descrever uma dinâmica semelhante à de um MCI, de modo a que se possa desenvolver a análise de controladores em condições parecidas com a realidade. Todo o trabalho foi baseado em um motor de 6 cilindros e  $6.000\text{cm}^3$  de capacidade volumétrica, originalmente movido a diesel e convertido ao ciclo Otto. A dinâmica de um motor de combustão interna a gás natural foi descrita através de três módulos principais. O primeiro módulo, chamado de coletor de admissão, trata do escoamento da mistura, já que o modelo descreve um motor com sistema de injeção central (Central Fuel Injection-CFI). No segundo, chamado de módulo da dinâmica de combustão, é descrita a queima da mistura e, finalmente, no módulo da dinâmica rotacional descreve-se como o torque motor é gerado.

Ainda no trabalho de LOPES (1996), o autor aplicou um controlador GPC em sua forma adaptativa indireta, ou seja, os modelos lineares foram identificados a priori (identificação off-line) e posteriormente informados ao controlador. O GPC utiliza-se de modelos linearizados em torno de pontos de operação definidos pelas

variáveis carga e rotação, e o seu objetivo é manter a razão combustível/ar em torno de 1% de desvio em relação ao valor estequiométrico. Deve-se lembrar que, excursões fora dessa faixa levam à produção de  $NO_x$  (AGARWAL e ASSANIS, 2000). O GPC é baseado na otimização de um índice de desempenho quadrático que utiliza explicitamente um preditor de saída futuras até que o horizonte de predição (que depende da planta) seja atingido.

Porém, devido à grande região de operação do motor e às não linearidades envolvidas, o uso de um único modelo (linear) informado ao controlador GPC torna-se insuficiente para um bom desempenho do motor ao longo de toda a sua faixa de operação.

Assim, se o modelo linearizado deixar de ser válido ao longo do funcionamento do motor, é importante que exista a possibilidade do uso de um novo modelo identificado especificamente para essa nova região. Contudo, a identificação "on-line" de modelos (mesmo linear) é custosa do ponto de vista computacional. Uma maneira de se contornar esse problema é fazer a identificação dos modelos "off-line" e utilizar uma lógica para chaveá-los.

Esse é o princípio dos Múltiplos Modelos, ou seja, uma técnica que permite dividir o domínio não linear em regiões onde modelos linearizados podem ser identificados e projetados de tal forma que o sistema de controle seja capaz de reconhecer a região que o sistema se encontra e selecionar o correspondente modelo linearizado, permitindo ao controlador calcular a ação de controle adequada.

A idéia foi aplicada por YOSHINO e HAYASHI (1997) que ampliaram o número de modelos linearizados para quatro posições da válvula borboleta. Cada modelo é válido em um intervalo que contém o ponto de operação em torno do qual o modelo do motor foi linearizado. Além disso, foi desenvolvida uma lógica para o chaveamento desses modelos lineares de modo a escolher o melhor dentre os disponíveis no banco de modelos.

Esse estudo foi posteriormente ampliado (FLEURY *et al.*, 1999a) e modificado

para permitir comparação entre diferentes estratégias de controle usando GPC (FLEURY *et al.*, 1999b). Para enriquecer os recursos do simulador, FLEURY *et al.* (1997) apresentam um modelo dinâmico para um motor de combustão interna acoplado a um dinamômetro hidráulico e fazem uma análise do comportamento do sistema. A importância dessa análise reside no fato de se poder avaliar a dinâmica própria do motor a partir da resposta do dinamômetro hidráulico, cuja dinâmica, uma vez identificada, pode ser retirada da resposta total. É importante destacar que, no caso real, apenas a resposta do dinamômetro estará disponível. Admitir que a resposta do dinamômetro não distorce de maneira significativa o comportamento dinâmico do motor só é possível para os dinamômetros "High Dynamics" de última geração.

Os melhores resultados obtidos foram publicados em FLEURY e FREITAS JR (2000) onde a junção do esquema de Múltiplos Modelos ao controlador GPC foi utilizada no estudo comparativo de técnicas adaptativas de controle do motor a gás. As simulações se deram em diversas condições de transitórios para uma melhor análise dos dados.

A associação da estratégia dos Múltiplos Modelos ao controlador GPC aplicados à planta não linear do motor a gás permitiu melhorar a análise do comportamento dinâmico não linear e rápido do motor a gás em toda a sua faixa de operação, e obter resultados importantes na simulação de transitórios longos.

O objetivo alcançado com esses trabalhos foi disponibilizar um simulador de motores a gás natural. Dessa forma, e contando com outros trabalhos paralelos, o ambiente geral de simulação de um MCI pode ser resumido na forma da Figura 1.3.

Vale destacar que, nesta tese não serão considerados os modelos do dinamômetro (apresentado em FLEURY *et al.* (1997)) e do turbocompressor (apresentado em IZUKA e GRAMIGNA (1998)).

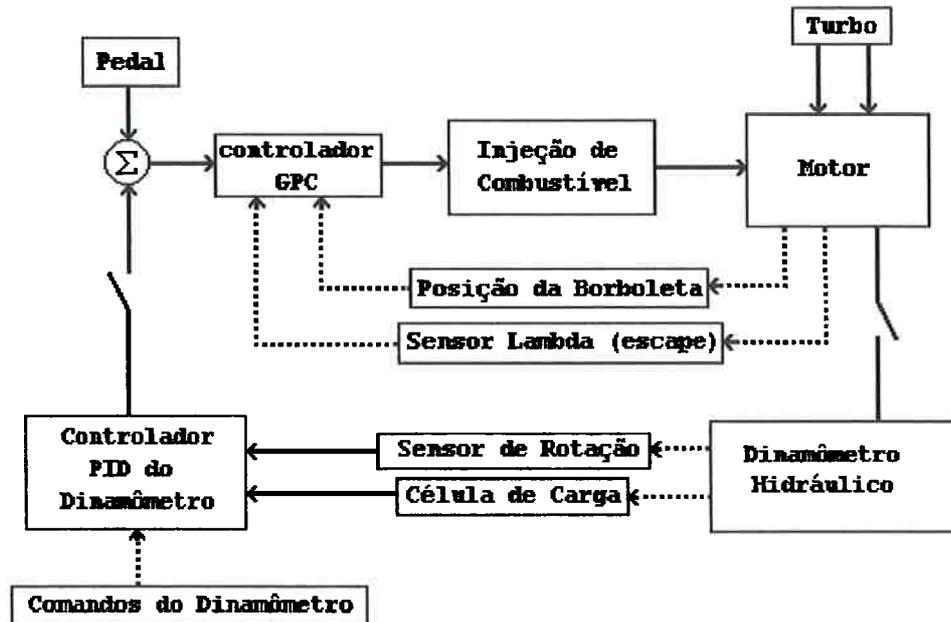


Figura 1.3: Ambiente de simulação de um motor de combustão interna. (FLEURY et al. ,1999)

Este trabalho parte desse ponto, onde se tem uma estrutura de múltiplos modelos acoplada ao GPC. Porém, essa estrutura inicial (FLEURY *et al.*, 1999a) possuía apenas quatro modelos que eram trocados segundo uma lógica de chaveamento. Esta estratégia, entretanto, não satisfazia todas as necessidades de controle de um motor de combustão interna que trabalha em uma ampla faixa de operação. Normalmente, para o regime de marcha lenta (válvula borboleta totalmente fechada) utiliza-se um controlador especificamente projetado para essa condição e, portanto, a faixa de operação de interesse para os controladores desenvolvidos neste projeto corresponde ao funcionamento do motor em um intervalo de abertura que varia entre 10 graus e 90 graus, sendo que este último corresponde à válvula borboleta totalmente aberta.

Dada a dimensão desse intervalo, foi necessário estender o número de modelos a serem chaveados visando atender ao controlador em toda a faixa de operação do motor. Assim, foi feita a identificação de modelos lineares que se adequassem a faixa de operação de 10 a 90 graus. Foram identificados 17 modelos (um a cada 5 graus) que, fornecidos à lógica de chaveamento, permitem maior versatilidade

ao controlador.

O simulador foi implementado em ambiente MatLab-Simulink<sup>TM</sup> e através da introdução de um novo pacote (o toolbox Dial and Gauges) foi possível efetuar modificações durante as simulações em alguns parâmetros, antes considerados constantes, gerando grande versatilidade e facilitando a análise de robustez do controlador à variação de alguns parâmetros importantes do funcionamento do motor.

O GPC, na sua forma original, utiliza-se de um modelo linearizado discreto, descrito em polinômios de variáveis de atraso (modelo CARIMA) obtido por identificação do sistema, porém, para o desenvolvimento de outros controladores baseados em modelos é necessário obter uma forma diferente de modelagem, normalmente um modelo linear descrito em espaço de estados.

O desenvolvimento do modelo em espaço de estados enfrentou uma série de dificuldades. Os esforços se concentraram em torno do desenvolvimento de um modelo matemático (não linear) do motor e sua posterior linearização. O primeiro passo nesse sentido foi a transformação dos mapas de ignição e de eficiência indicada em funções analíticas numericamente equivalentes. Essa conversão foi necessária, haja visto que esses mapas encontravam-se em forma de tabelas, impossibilitando o tratamento matemático dos dados.

A partir daí, pode-se seguir o diagrama de fluxo de entradas e saídas de cada subsistema e escrever as equações diferenciais da dinâmica do motor. O resultado foi um modelo formado por seis equações diferenciais, a maioria não linear, e duas equações algébricas, que representam a saída do sistema. De posse dessas equações foi possível encontrar os valores que definem os pontos de equilíbrio do sistema. Cada ponto de equilíbrio foi encontrado definindo-se um ângulo de abertura da válvula borboleta e, através de um método numérico (método de Newton), foram obtidos os valores de cada uma das seis variáveis que compõem o modelo do motor.

Assim, para cada posição da válvula borboleta foi possível obter os valores de estabilização de todas as variáveis do motor. Esses valores correspondem a pontos de equilíbrio em torno dos quais será linearizado o modelo não linear do motor. Para conseguir implementar qualquer controlador linear baseado em modelo, é conveniente possuir o modelo na forma de espaço de estados. A obtenção dessa forma de modelagem foi possível através de uma linearização em torno dos pontos de equilíbrio obtidos anteriormente. A linearização foi realizada por aproximação de Taylor de primeira ordem das equações não lineares, dentre as oito equações que descrevem o modelo.

Diante de toda a dificuldade encontrada e da complexidade do modelo do motor, cada modelo linear em espaço de estados obtido passou por um processo de validação computacional através da comparação de suas entradas e saídas com as do modelo não linear. Assim, ao final desse procedimento, foi possível obter modelos lineares representativos de cada faixa de operação do motor e que foram utilizados na formulação dos controladores LQ e LMI.

Na próxima seção é apresentada a organização desta tese, comentando-se resumidamente os principais tópicos abordados em cada capítulo.

### 1.3 Organização da Tese

As técnicas de controle implementadas neste trabalho foram apresentadas em ordem cronológica de seu desenvolvimento. Assim, apesar de os resultados obtidos com o controlador GPC serem superiores aos do controlador LQ, este foi apresentado posteriormente devido ao fato de ter sido sintonizado com base nos resultados e na experiência adquirida durante o desenvolvimento do controle GPC. A seguir, apresenta-se um breve resumo dos capítulos.

No capítulo 2 apresenta-se um resumo dos principais trabalhos que abrangem o tema desenvolvido nesta tese. São apresentados alguns trabalhos da literatura que envolvem o tema de motores de combustão interna. Ao final, foram apresentados

uma breve revisão de trabalhos na área de controle, onde se procurou abordar os tópicos relacionados aos controladores aqui desenvolvidos.

No capítulo 3 foi apresentada a modelagem do motor de combustão interna movido a gás natural. O capítulo começa com a apresentação do modelo desenvolvido por LOPES (1996). Em seguida, são apresentadas adaptações que foram feitas visando a obtenção do modelo matemático escrito na forma de equações diferenciais. São calculados os valores dos pontos de equilíbrio de cada uma das equações diferenciais que regem a dinâmica do MCI. Posteriormente, esses valores foram utilizados como pontos de operação em torno dos quais foram obtidos os modelos lineares em espaço de estados.

No capítulo 4 é apresentado o Controlador Preditivo Generalizado (GPC). Foram apresentados os diagramas de simulação e a estrutura do controlador GPC. Foram apresentados também, o esquema de identificação responsável pelo fornecimento dos 17 modelos lineares. Posteriormente, apresenta-se o esquema de múltiplos modelos acoplado ao GPC e os resultados de simulação obtidos com essa estrutura. O capítulo termina com uma análise de sensibilidade de alguns parâmetros do motor, visando testar a robustez do GPC e mostrar que algumas restrições podem ser eliminadas, acrescentando maior versatilidade ao simulador.

O capítulo 5 é destinado à aplicação da técnica do Controlador Linear Quadrático ao modelo linear em espaço de estados obtido no capítulo 3. O objetivo deste capítulo foi validar os modelos lineares e ao mesmo tempo obter um controlador que exija menor capacidade de processamento, buscando rapidez computacional nas simulações. Foram apresentadas as diferentes estratégias de chaveamento para compor a estrutura de múltiplos modelos, mostrando as vantagens e desvantagens de cada uma delas, em simulações de transitórios de variação da válvula borboleta.

No capítulo 6 apresenta-se uma estrutura de controle  $H_\infty$  baseada no conceito de inequações matriciais lineares (LMI). Foi apresentado um breve histórico do

assunto onde foi abordado alguns aspectos teóricos do funcionamento da técnica LMI, com a apresentação das estruturas do modelo e do controlador que foram utilizadas. Em seguida, foi desenvolvida a estrutura de múltiplos modelos, onde foram implementadas e comparadas diferentes estratégias de chaveamento. O capítulo termina com o desenvolvimento de uma estrutura de supervisão acoplada ao controlador LMI com múltiplos modelos. Através de simulações, essa estrutura mostrou ser extremamente eficiente na tarefa de controlar a relação combustível/ar durante transitórios longos.

O capítulo 7 é destinado às conclusões do trabalho, onde se apresentam algumas comparações dos resultados obtidos por cada uma das três técnicas desenvolvidas nesta tese. São apresentadas as conclusões em vista ao objetivo inicial e, finalmente, são apresentadas as sugestões para trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Revisão Bibliográfica

### 2.1 Introdução

Nas últimas três décadas surgiram muitos trabalhos na área de controle destinados à melhoria da eficiência e do desempenho e à redução de emissões em motores de combustão interna (ciclo Otto), sendo que este último tópico é responsável pela maioria das publicações (MOSKWA, 1993; HEDRICK *et al.*, 1998; LI e YURKOVICH, 2001). A chave do desenvolvimento dessa área de pesquisa foi a introdução de controle em malha fechada no final dos anos 70 (ATHANS, 1978). Após esse período, vários outros algoritmos foram propostos para o controle de motor automotivo (CASSIDY *et al.*, 1980; POWERS e HROVAT, 1988; KIENCKE, 1988).

Nos anos 90, houve um aumento do interesse pelos pesquisadores e pela indústria na implementação prática de microprocessadores na avaliação experimental e controle de motores. Inicialmente, os algoritmos de controle em malha fechada eram muito similares àqueles previamente implementados mecanicamente, contudo com a eletrônica transistorizada, com o aumento da capacidade dos microprocessadores e com o desenvolvimento de sensores (sensor lambda dos gases de escape, sensor de pressão, etc.) e de atuadores (injetores de combustíveis) tornou-se possível o uso de controladores modernos e algoritmos de estimação (RIZZONI e ZHANG, 1994; BIDAN *et al.*, 1995).

Apresenta-se na próxima seção, uma revisão de alguns trabalhos publicados

nos últimos vinte anos nas áreas de motores de combustão interna e de controle. Inicialmente, são apresentados os artigos que abordam o tema sobre Motores de Combustão Interna (MCI), tanto motores do ciclo Otto como também motores do ciclo Diesel. Na última seção é dado um enfoque aos temas de controle abordado nesta tese: Controle Preditivo Generalizado (GPC) e Inequações Matriciais Lineares (LMI).

## 2.2 Revisão de Trabalhos na Área de Motores

Os primeiros algoritmos de controle em malha fechada para MCI's eram extremamente simples. O fechamento da malha normalmente era feito através da leitura de algumas variáveis de interesse e atuava-se principalmente sobre a quantidade de combustível injetado. Mais adiante, percebeu-se que o controle de ignição deveria ser feito conjuntamente ao controle do combustível, pois com isso, evitava-se principalmente problemas como perda de potência e/ou pré-ignição da mistura (batida de pino). Porém o simples conhecimento sobre a quantidade de combustível injetado não era suficiente para o propósito de controle. Era necessário uma medida que caracterizasse melhor os fluidos envolvidos na combustão. Com isso, criou-se a necessidade de se definir uma relação entre a quantidade de ar e a quantidade de combustível, ou seja, uma medida que caracterize a composição da mistura. Na verdade, o estudo sobre a manutenção da relação combustível/ar surgiu no século passado com o desenvolvimento do primeiro motor de combustão interna, onde a técnica de carburação era a última palavra em tecnologia. Devido à sua natureza mecânica tornou-se obsoleto quando o objetivo passou a ser a manutenção precisa da composição da mistura.

Para manter a razão combustível/ar dentro de uma faixa pré-estabelecida pode-se controlar a vazão de ar ou a vazão de combustível, ou ainda, as duas variáveis simultaneamente (LEE *et al.*, 1994a; ROSSI *et al.*, 2000). O mais utilizado na prática é o controle do combustível, onde a vazão de ar é modificada através

da válvula borboleta acionada pelo pedal do acelerador. Uma rápida variação da válvula borboleta resulta momentaneamente em um valor inadequado para a relação combustível/ar. Assim, a aplicação de técnicas de controle moderno visa fundamentalmente corrigir esses desvios, já que em regime permanente o problema está bem resolvido.

Na tentativa de manter a composição da mistura, LEE *et al.* (1994a) estudaram a conjugação do controle da posição da válvula borboleta ao controle da vazão de combustível; esse conceito é conhecido como "drive-by-wire". O uso desse tipo de mecanismo transfere ao controlador a tarefa de comandar também a abertura da válvula borboleta, diminuindo assim os desvios da relação combustível/ar. Os autores pesquisaram essa arquitetura utilizando um servo sistema pneumático comandado por um controlador não linear baseado em "sliding modes" para atuar na posição da válvula borboleta.

Ainda dentro desse tema, no trabalho de ROSSI *et al.* (2000) foi apresentado o desenvolvimento do conceito "drive-by-wire" como uma arquitetura para sistemas de controle de motores com o propósito de gerenciar o fluxo de ar, a injeção de combustível e a ignição de um modo integrado objetivando o controle de emissões, a dirigibilidade e a segurança dos veículos. O controle da posição da válvula borboleta é um problema muito complexo devido às restrições da aplicação e às características do sistema. Por essa razão, a estrutura de controle deve apresentar alta robustez mas custo limitado. Assim, foi desenvolvida uma estrutura de controle em cascata, incluindo um filtro gerador de trajetória não linear, permitindo que cada problema diferente possa ser resolvido por um mesmo tipo de algoritmo de controle e que permita sua implementação tecnológica. Além disso, foi demonstrado que o uso da técnica de controle de estrutura variável ("sliding modes") é o elemento chave para atingir a solução. Para projetar o controlador foram apresentadas várias especificações que o sistema deveria satisfazer. A aplicação das especificações foi totalmente satisfeita em termos de desempenho e de

custo de controle. Várias simulações foram realizadas para mostrar o desempenho do algoritmo de controle proposto, onde se destacou que a faixa do ângulo de abertura de  $0.5^\circ$  até  $89.5^\circ$  permite boas posições de rastreamento sob condições de operação reais com erro de posição menor que  $1^\circ$ . Ao final, foi apresentado um protótipo do controlador.

O problema de controle de um MCI envolve vários sistemas importantes para o funcionamento do motor dentro de limites de emissões e de desempenho. Porém, o funcionamento do motor em marcha lenta é normalmente feito por um controlador independente. Vários trabalhos abordam esse tema, dentre eles, no trabalho de VACHTSEVANOS (1994) os autores apresentam o controle de marcha lenta de um motor automotivo usando uma metodologia de lógica "fuzzy". Este artigo introduz uma metodologia de projeto de controle sistemático para sistemas não lineares complexos baseados sobre paradigma de controle "fuzzy" inteligente e direto. O aspecto sistemático do procedimento refere-se a um esquema de geração de regras automáticas que penaliza cada uma das relações de transição e suas transformações de um subespaço condicional para outro. Elementos que resultam de tais transições são antecipados de acordo com a ação aplicada de cada regra. Dados para esse conjunto de transição de regras podem ser coletados normalmente de três modos: informação a priori tais como resultados experimentais, simulações numéricas baseadas sobre modelo dinâmico aproximado ou através de heurística. A principal vantagem do esquema de geração de regra automática é a confiança no desempenho do controlador que pode ser potencialmente aumentada, geralmente na presença de grandes incertezas. Tais especificações do desempenho global do sistema como acurácia e precisão podem ser arbitrariamente ajustado como funções da resolução dos parâmetros de projeto. O procedimento esquemático do projeto de controle por lógica "fuzzy" é aplicado ao problema de controle da marcha lenta de um motor automotivo. Os bons resultados de simulação obtidos indicam a utilidade e a eficiência da aproximação proposta. A

metodologia de projeto de controle "fuzzy" proposta usa uma representação em espaço de estados aproximada de um sistema dinâmico não linear para desenvolver a base da regra "fuzzy". O artigo termina com uma análise de estabilidade pelo método de Lyapunov.

O problema de controle da marcha lenta de um motor de combustão interna também foi abordado em LI e YURKOVICH (2001). Foi proposto o projeto de um controlador por modos deslizantes ("sliding modes") para uma classe de sistemas com atrasos, onde o objetivo foi minimizar o atraso de potência inerente à planta. Uma transformação linear foi aplicada para eliminar os atrasos, porém mantendo os pólos instáveis do sistema original por meio da margem de estabilidade. Foi provado que o sistema com atrasos era assintoticamente estável na presença do controlador "sliding modes" baseado no sistema sem atrasos. As simulações e os resultados experimentais mostraram a eficiência da aproximação e demonstraram a capacidade do controlador na rejeição de perturbações.

Em projetos de controle, via de regra, a lei de realimentação escolhida depende implícita ou explicitamente de algumas variáveis das quais não se conhece o valor. Existem várias razões para isso, dentre as quais pode-se destacar a inexistência de um sensor para obter tal medida ou mesmo o fato de que uma das variáveis pode não ter sentido físico. Por essa razão, muitos projetos de controle fazem uso de teorias matemáticas que possibilitem obter o valor dessas variáveis sem a necessidade de medi-lo diretamente. Tais métodos são muito utilizados em controle e fazem parte da teoria de estimação (GRAHAM e KWAI, 1984).

Um dos trabalhos que utiliza essa teoria foi publicado por CHANG *et al.* (1995), onde se apresenta o controle da relação ar/combustível usando estimadores para variáveis de interesse. São apresentados a teoria, a implementação e os experimentos para um sistema de controle baseado em modelo na forma de espaço de estados. É feita uma análise do valor da razão ar/combustível dentro do cilindro em função do tempo de atraso do sistema. É adicionada uma

válvula "drive-by-wire", comandada por um controle do tipo "feedforward", visando compensar a rápida dinâmica do ar e minimizar os efeitos desse atraso. Já a dinâmica do combustível é controlada por uma realimentação de estados baseada num observador. Para uma rápida correção do erro do sistema em regime permanente a lei de controle é estendida por um controle auto-sintonizável. A validação experimental é feita sobre um motor monocilíndrico com realimentação da razão ar/combustível através de dois sensores de oxigênio no escape, um linear e outro não linear.

A estimação do torque de um motor de combustão interna para controle e diagnóstico tem sido muito utilizada nos últimos anos. No trabalho de RIZZONI e ZHANG (1994) os autores discutem um método para a identificação de um modelo não linear da dinâmica que relaciona a pressão de combustão com velocidade angular do virabrequim. Tal modelo pode ser utilizado na implementação da estratégia de controle ou no desenvolvimento de estratégias de diagnóstico avançadas. Além disso, a identificação se justifica uma vez que a estimativa do torque indicado ou a pressão individual de cada cilindro são variáveis que requerem sofisticados sensores de medição, inviabilizando sua medida direta. O método demonstrado utiliza uma estrutura de modelo conhecida utilizando programação não linear para a identificação de parâmetros relevantes do modelo. A técnica foi aplicada para um motor mono-cilindro em bancada de testes e foi validado com sucesso com dados experimentais. Finalmente, o modelo é usado para projetar um observador da entrada para a estimação do torque indicado.

No trabalho de LEONHARDT *et al.* (1999) foram apresentados alguns conceitos importantes sobre a medida e a estimação do valor da pressão dentro do cilindro e como essas medidas podem ser usadas na área de supervisão e de controle. No artigo também foram apresentados vários exemplos de aplicações que demonstraram que o sinal de pressão no cilindro pode ser usado com sucesso

para o diagnóstico do processo de combustão e controle do motor. Foi apresentada uma rede neural para o controle do instante de ignição, onde o controle em malha fechada do motor foi concluído baseado no conceito "feedforward" sobre a medida da diferença de pressão. Os resultados experimentais, baseados em motores ciclo Otto e ciclo Diesel, foram utilizados para fornecer suporte aos conceitos apresentados.

Algumas estratégias de controle necessitam da medida do vetor de estados ou até mesmo parte dele. Nesses casos, para a implementação prática deste tipo de controle é necessária a estimação das variáveis de estados através dos chamados observadores de estados. Em HEDRICK *et al.* (1998) foi apresentada uma comparação entre a técnica do "sliding modes" e um método para o controle da relação combustível/ar baseado em observador de estados. Neste artigo, para testar cada uma das técnicas foram desenvolvidos dois tipos de simulações: uma considerando tempos de atraso e outra sem a presença destes.

Outra técnica poderosa em estimação e controle é o uso das ferramentas fornecidas pelo filtro de Kalman. Em POWELL *et al.* (1998) os autores estudam essa arquitetura discutindo a teoria de observador linear aplicado ao problema de controle da razão combustível/ar, onde foi dado enfoque a um observador baseado na medida do sensor de exaustão. A teoria básica foi apresentada e com os resultados experimentais foram verificados os benefícios e o desempenho superior do controle baseado no Filtro de Kalman. No experimento, a lei de controle e o observador foram combinados. Os parâmetros do controlador foram identificados "on-line" para eliminar a necessidade de calibração e assegurar a precisão do controle ao longo de todo o tempo de vida do motor.

Para o desenvolvimento de controladores lineares ou não lineares, é importante possuir um modelo da planta em estudo. Os modelos podem ser obtidos por identificação ou modelagem dos fenômenos físicos envolvidos, sendo que este último pode ser um modelo determinístico ou a valores médios. Vários trabalhos

foram publicados onde se aborda a modelagem de um MCI. Por exemplo, no trabalho de BIDAN *et al.* (1995) foi desenvolvido um controlador não linear para um motor de combustão interna. Foi apresentado um modelo de valores médios para o coletor de admissão que foi validado em bancada experimental por meio de dois motores: Peugeot 405 MI e Volvo N2H de cinco cilindros. O sistema foi controlado em malha fechada usando valores de referência para a pressão do coletor de admissão. Ao final, foram feitas comparações onde se mostrou que os resultados obtidos com o modelo de simulação foram melhores do que os obtidos experimentalmente com o motor real. Essa diferença foi atribuída às limitações do modelo de admissão.

Já no trabalho de KAO e MOSKWA (1995a) é apresentada uma abordagem não linear para o controle de um motor turbodiesel sob duas formas de modelagem. A primeira foi um modelo a valores médios onde foram desenvolvidos desde um submodelo para o compressor e intercooler, até um submodelo para o coletor de exaustão. A maior vantagem desse modelo de valores médios foi a simplicidade e o baixo custo computacional para a implementação em termos de controle. A segunda foi um modelo cilindro-por-cilindro que inclui modelos de inércia para simular variações de velocidade. Os resultados de simulação mostraram a superioridade da segunda forma de modelagem, apesar do alto custo computacional.

Para o controle da relação ar/combustível durante transitórios, é necessária a medida instantânea do fluxo de ar no motor ou a estimação dessa medida. Dois métodos são normalmente usados para determinar o fluxo de ar admitido pelo motor. O primeiro método é a utilização de um sensor de massa de ar e o segundo a modelagem convencional "speed density", onde o fluxo de ar baseia-se na rotação do motor e nas medidas de pressão e temperatura do coletor de admissão. Contudo, o alto custo desses sensores ou até mesmo a sua baixa confiabilidade levou à maior popularidade do segundo método. Nesse contexto, WEEKS e

MOSKWA (1995) desenvolveram um observador não linear baseado em modelo da pressão no coletor de admissão que estima o fluxo na válvula borboleta e na válvula de admissão de um motor usando essa modelagem. O fluxo estimado na válvula borboleta foi usado, ao invés do sensor de massa de ar, para fornecer as informações necessárias para o controle preciso da razão ar/combustível em transitórios da válvula borboleta. Já o fluxo estimado na válvula de admissão foi usado para informar ao injetor de combustível o valor do fluxo de ar que entra no motor, eliminando assim a necessidade de trabalhar com o atraso de transporte. As estimativas foram encontradas através de um modelo simplificado da válvula borboleta e um modelo do coletor de admissão dentro do controlador. Os fluxos estimados são corrigidos em tempo real por comparação do valor da pressão do coletor estimada com o valor medido. O desempenho do observador foi demonstrado aplicando-o sobre um modelo a valores médios do corpo da válvula borboleta de um motor a gás natural. A eliminação da dinâmica do filme de combustível neste tipo de motor tornou esse modelo num candidato ideal para o observador não linear. Resultados similares poderiam ser esperados utilizando-se motores à gasolina, simplesmente fazendo-se a comparação (entre o valor estimado e valor medido) para dinâmica do combustível líquido, a qual impõe dificuldades adicionais. A baixa complexidade computacional deste observador permitiu que fosse implementado com sucesso, utilizando-se microcontroladores de 8 bits, sobre um motor V8 movido a gás natural com diferentes características dinâmicas do coletor de admissão.

Por anos, os engenheiros de controle têm usado modelos do motor com momentos de inércia de massa constante para simular motor de combustão interna. Esses modelos mostram resultados satisfatórios em operação de baixa velocidade mas desvia-se da real operação do motor em alta velocidade. Também, há alguns problemas em usar o modelo de inércia constante para o diagnóstico do motor devido à falta de precisão da estimativa da força inercial em alta velocidade e

muitos dos componentes que degradam ou falham em um motor não são modelados com aquela metodologia. No artigo SHIAO *et al.* (1994) duas aproximações foram usadas para formular com mais precisão um modelo não linear do motor. A primeira aproximação utiliza o método de Newton, e a segunda usa o método de Lagrange para derivar a equação não linear que governa a cinemática de um motor de combustão interna e as forças dinâmicas. Também foi apresentada uma discussão das diferenças entre o modelo não linear de inércia constante e o modelo de inércia variável no tempo em relação às variações de velocidade e flutuações da aceleração. O modelo também inclui um observador não linear chamado de "sliding observer" (SLOTINE *et al.* (1986) e MISAWA e HEDRICK (1989)) para estimar a pressão dentro do cilindro. Com isso, foi possível uma modelagem avançada da dinâmica de um motor de ignição por centelha para diagnóstico e controle.

A preocupação com o controle de emissões em motores de combustão interna tem motivado inúmeras linhas de pesquisa que se estendem desde o uso de combustíveis alternativos, como o gás natural, até o desenvolvimento de sofisticados sistemas de controle. Neste último grupo vale destacar o grande número de trabalhos publicados na área de controle de motores a diesel. Uma revisão razoavelmente extensa nessa área pode ser encontrada em GUZZELLA e AMSTUTZ (1998), onde os autores fornecem uma visão completa de modelos e de controle de motores a diesel. A principal ênfase foi dada a emissões de poluentes e à produção de torque pelo motor, incluindo dispositivos como turbocompressores e sistemas de injeção. No artigo foi feita uma breve introdução aos princípios básicos dos motores a diesel (ignição por compressão) e das principais diferenças em relação aos motores ciclo Otto (ignição por centelha). Em seguida, foram então identificadas as tarefas de controle e suas implicações sobre o desempenho dos motores. Os autores mostraram as dificuldades de definir claramente os objetivos de controle, uma vez que o consumo específico de combustível, emissões

de  $NO_x$  e de particulados exigiam diferentes funções objetivo. Por isso, houve a necessidade da introdução de uma relação de compromisso onde se definiu um índice de desempenho com pesos apropriados para cada uma das variáveis de interesse. Ao final, foi apresentado um panorama do estado da arte em aplicações de controle em motores a diesel e foram revisadas algumas publicações sobre o tema. Além disso, foi fornecida uma perspectiva sobre as possíveis questões futuras em controle e o seu papel na evolução de motores a diesel.

Ainda dentro do tema de controle de motores a diesel, GANT e ALVES (1990) forneceram uma descrição detalhada do estado da arte de sistemas de gerenciamento eletrônico digital. Foram analisadas as principais mudanças ocorridas nos últimos 25 anos realçando não somente as mudanças na tecnologia mas também nas atitudes das indústrias mecânicas. Além disso, foi discutido o enorme crescimento do uso de sistemas eletrônicos para controle e monitoramento de grandes motores a diesel. O centro da discussão foi um sistema de monitoramento digital para motores a diesel marítimos, industriais e automotivos. Esse sistema de gerenciamento é capaz de incorporar as funções de controlador, de gerenciamento ou sistema de proteção a falhas do motor possibilitando minimizar os custos. De um modo geral, esse dispositivo eletrônico poderia trabalhar no controle global de um computador para gerenciamento de potência e como interface com equipamento de monitoramento da saúde do motor. O artigo finaliza fornecendo uma estimativa para o futuro sobre o uso de sistemas eletrônicos no gerenciamento de controle, proteção e diagnósticos de falhas do motor.

Na tentativa de obter melhores resultados no controle de motores a diesel, KURAOKA *et al.* (1990) apresentam uma aplicação do projeto de controladores  $H_\infty$  e LQ para um sistema de injeção diesel, onde o sistema de controle deve responder de modo rápido e preciso às variações do pedal do acelerador. Foram mostradas as dificuldades do controle da quantidade de combustível em motores a diesel, dado que a velocidade do combustível é fortemente afetada pela

temperatura. Em contrapartida, foram apresentadas as vantagens dessa técnica de controle robusta a perturbações externas. O projeto resultante foi validado através de simulações em computador e experimentos de laboratório. Ao final foram feitas comparações onde foi mostrada a superioridade do projeto de um controlador  $H_\infty$  sobre o controlador linear quadrático.

O modelo de um motor a diesel razoavelmente completo incluindo todos os dispositivos auxiliares foi apresentado em STEFANOPOULOU *et al.* (2000). A ênfase foi dada ao problema de controle de emissões para um motor com ignição por compressão e com injeção direta e equipado com recirculação dos gases de escape (RGE) e com uma turbina de geometria variável (TGV). O objetivo do controlador é operar o motor para encontrar demanda de torque pelo motorista minimizando a emissão de  $\text{NO}_x$  e, ao mesmo tempo, evitando a formação visível de fumaça. Foi demonstrado que a minimização em regime permanente das emissões do motor resulta nos pontos de operação onde os atuadores RGE e TGV têm seus efeitos redundantes sobre as variáveis que afetam as emissões. Um controlador por realimentação multivariável foi proposto para mostrar a redundância desses atuadores. Além disso, foi mostrado também que os dois atuadores podem ser utilizados em conjunto para ter seus efeitos somados sobre a redução de emissões. Os resultados experimentais confirmaram a boa resposta do controlador proposto.

Ainda no âmbito de controle de emissões em MCI, o uso do gás natural como combustível alternativo também gerou um grande número de publicações. A principal referência para o desenvolvimento desta tese é o trabalho de LOPES (1996), onde foi apresentado um controlador preditivo generalizado aplicado ao problema de controle da relação combustível/ar em motores a gás natural. Foram utilizados três módulos principais para descrever o motor de combustão interna a gás natural. Os módulos foram representados pelo coletor de admissão, pela dinâmica de combustão e pela dinâmica rotacional. Tendo como base um motor de seis cilindros e seis litros de deslocamento, o autor apresentou modelos

linearizados em torno de pontos de operação definidos pelas variáveis, carga e rotação. Esses modelos foram utilizados no projeto de um controlador preditivo generalizado cujo objetivo foi manter a razão combustível/ar em torno de 1% de desvio do valor estequiométrico.

Os motores a gás natural trabalhando com mistura estequiométrica na presença de um catalisador de três vias emite sensivelmente menos CO e HC, mas as emissões de NO<sub>x</sub> devem ser controladas. Uma alternativa é trabalhar com mistura pobre, que diminui as emissões de NO<sub>x</sub>, porém as perdas na potência de saída do motor necessita de mecanismos compensatórios como por exemplo o uso de um turbocompressor. Nesse sentido, vários trabalhos estudaram a utilização do gás natural procurando minimizar os efeitos colaterais inerentes. Em TILAGONE *et al.* (2000) foram apresentados os sucessivos estágios necessários para o desenvolvimento de um motor a gás natural com mistura pobre. Um amplo processo de otimização foi implementado com o objetivo de aumento de potência e na redução dos poluentes emitidos por um motor de porte médio de modo a atender os padrões europeus de 2005. Um motor diesel 2.5 litros de deslocamento e injeção direta fornecido pela Peugeot/Citroen (PSA), foi convertido para o gás natural e ignição por centelha. Além da adaptação da vela de ignição, foi introduzido um sistema de ignição de alta energia necessário para operação com mistura pobre. Para assegurar a saída de desempenho foi anexado um dispositivo turboalimentador capaz de trabalhar com mistura pobre e estequiométrica no sentido de garantir excelentes níveis de emissões. Um software foi usado para simular diferentes câmaras de combustão buscando otimizar a sua forma com o objetivo de obter uma queima rápida e uniforme. Foi demonstrado, em bancada de testes, que a forma da câmara de combustão melhora os níveis de poluentes emitidos pelo motor. A validade desse conceito foi demonstrada utilizando-se o valor da razão combustível/ar menor do que 0.6 em operação de regime permanente sobre uma ampla faixa de velocidade e de carga. O desenvolvimento do sistema de

controle do motor com uma unidade eletrônica de controle foi também avaliada para aplicação no veículo. O último passo foi ponderar a estratégia necessária para prever e controlar as variações na composição do gás natural e assegurar boa dirigibilidade.

Do mesmo modo, no artigo de GANGOPADHYAY e MECKL (2001*a*) foram mostrados os resultados da identificação de parâmetros físicos de um sistema linear que representa uma simplificação de um motor a gás natural trabalhando com mistura pobre. O motor a gás natural foi descrito por uma planta não linear com três estados. Foram determinadas três equações diferenciais não lineares, uma para pressão no coletor, outra para a fração de combustível no coletor e outra para a rotação. O modelo não linear foi simplificado de modo a se obter um modelo linear cujos parâmetros foram identificados através de um procedimento recursivo de identificação de sistemas baseado no método dos mínimos quadrados. As equações de estado do modelo envolveram parâmetros que poderiam variar dependendo da condição de operação, do tipo de transmissão conectada ao motor ou mesmo da variação paramétrica de motor para motor. A identificação do sistema linear foi feita ao redor de um ponto de operação visando identificar parâmetros físicos chave do modelo não linear que poderiam ser usados para sintonizar controladores lineares ou não lineares.

Em ZHANG e FRANKEL (1998) foram apresentados os resultados de simulações numéricas multidimensionais, utilizando dois tipos de softwares, visando otimizar o desempenho de um motor de combustão interna trabalhando com mistura pobre e ignição por centelha. O motor em estudo foi um Caterpillar da família G3400 e G3500, movido a gás natural utilizando mistura pobre. A simulação do ciclo motor foi desenvolvida utilizando um modelo de combustão que incorpora um submodelo de cinética do gás natural que varia com a temperatura e outro submodelo para tratar os efeitos de turbulência em consequência da queima do combustível. A saída do modelo de combustão foi utilizada como entrada

do outro software a fim de prever o desempenho do motor. Os resultados obtidos foram considerados satisfatórios e, além disso, puderam ser investigados os efeitos da rotação, da geometria da câmara de combustão e da localização da centelha sobre a queima e consumo específico de combustível.

O uso de softwares gráficos de simulação de sistemas dinâmicos está se tornando cada vez mais popular na Engenharia Automotiva, de modo a reduzir o tempo de desenvolvimento de novos sistemas de controle que visam satisfazer os níveis de emissões futuros e a funcionar como unidade de diagnóstico. O uso de métodos de controle baseado em modelos tem também aumentado a necessidade da validação dos mesmos, que podem ser utilizados para várias finalidades. Entre elas vale destacar:

- modelo do motor para teste do algoritmo de controle;
- modelo do motor (em tempo real) para testes na malha de repetição do Hardware;
- modelo interno do algoritmo de controle ou observador;
- modelo do sistema para avaliação dos sensores do motor e modelos do atuador;
- modelo do subsistema do trem de potência ou modelo dinâmico do veículo.

No trabalho de MOSKWA e WEEKS (1995), os autores apresentaram a modelagem de um motor automotivo para controle em tempo real usando MatLab-Simulink<sup>TM</sup>. Um modelo não linear para prever o torque médio do motor previamente validado foi convertido para MatLab-Simulink<sup>TM</sup> para ilustrar os benefícios do ambiente de simulação gráfico. O modelo foi usado para simular a injeção do combustível, avanço de ignição, entrada de ar no motor, a dinâmica de recirculação dos gases de escape bem como os atrasos inerentes a um motor de quatro tempos. Apesar de desenvolvido e validado para um motor específico, o modelo

é genérico o suficiente para ser usado por uma grande variedade de motores de ignição por centelha. Técnicas de programação modular reduzem a complexidade do modelo através da divisão do motor e sistemas de controle em subsistemas hierárquicos.

No trabalho de DODGE *et al.* (1998) foi desenvolvido um modelo algébrico de simulação acoplado a um modelo de equilíbrio químico e dois modelos de zonas de combustão para prever a formação de óxido nítrico e outras emissões em um motor à ignição por centelha movido a gás natural, trabalhando com mistura pobre. O modelo de zonas de combustão foi baseado em um software de simulação desenvolvido na década de 70, conhecido por mecanismo estendido de Zeldovich, para prever a potência, a eficiência e as emissões de um motor sem a necessidade de colocá-lo em uma bancada experimental. Foi demonstrado que usando somente o mecanismo estendido de Zeldovich, as emissões de  $NO_x$  de um motor 8.1 litros, 6 cilindros a gás natural poderiam ser previstas de modo preciso. Nos dois modelos de predição apresentados, a emissão de  $NO_x$  foi prevista com precisão satisfatória sobre toda a faixa de potência do motor, onde a razão de equivalência de mistura pobre foi mantida. Foram analisados os efeitos do instante da injeção sobre a emissão de  $NO_x$  e verificou-se que os resultados estariam dentro do previsto. Do mesmo modo, o efeito da antecipação do instante de ignição sobre a redução da formação de  $NO_x$  foi previsto pelo modelo. Porém, o efeito do aumento da umidade sobre a redução de formação de  $NO_x$  não foi previsto pelo modelo em alguns dos pontos de operação. Já a potência do motor foi prevista razoavelmente e constitui um pré-requisito para a precisão do procedimento de prever a formação de  $NO_x$ .

Outro trabalho que estuda a formação de  $NO_x$  pode ser encontrado no artigo de ALASFOUR (1998). Nesse trabalho foi experimentalmente investigado o efeito da variação no instante de ignição sobre a emissão de  $NO_x$ , temperaturas dos gases no escape, pré-ignição da mistura (batida de pino) e eficiência térmica

em um motor com ignição por centelha. Um motor mono-cilindro com ignição por centelha foi usado com uma mistura de gasolina com 30% de iso-butanol como combustível. O instante de ignição foi variado, e as emissões de  $NO_x$  e os fenômenos de pré-ignição da mistura foram estudados para diferentes valores da razão ar/combustível. Resultados mostram que retardando o tempo de ignição causa aumento da temperatura da exaustão. Para uma mistura pobre, avanço do instante de ignição tem um grande efeito sobre o aumento dos níveis de emissões de  $NO_x$ , enquanto que para mistura rica o avanço do instante de ignição tem efeito mínimo. Resultados experimentais demonstraram que o avanço de ignição causam um pico de emissões de  $NO_x$  em qualquer circunstância onde a composição da mistura torna-se pobre. Aumento da temperatura do ar na entrada também é uma das razões para ocorra a pré-ignição da mistura. Porém isso pode ser corrigido avançando o instante de ignição. Finalmente foi concluído que, atrasando o instante de ignição, a eficiência térmica do motor diminui.

No trabalho de WON *et al.* (1998) foi desenvolvido um método de controle adaptativo direto usando redes neurais Gaussianas visando controlar a razão ar/combustível em motores de combustão interna do ciclo Otto. O objetivo do controle foi compensar os desvios da quantidade de combustível em face ao fluxo de massa de ar no coletor durante os transitórios. Para essa tarefa de compensação foi implementado um controle baseado em modos deslizantes ("sliding modes") que comanda a vazão de combustível quando a válvula borboleta varia de posição. O controlador proposto foi suficientemente simples para efetuar cálculos "on-line" e foi implementado com sucesso sobre um motor automotivo com sistema de injeção multiponto. Os resultados mostraram as vantagens do sistema de compensação de combustível na manutenção da composição da mistura, e principalmente foi realçada a vantagem de um método de baixo custo computacional que implementado "on-line" eliminaria a necessidade de calibração.

No artigo de KODAH *et al.* (2000) foi descrita a análise de um método simples para prever a pressão dentro do motor de combustão interna ciclo Otto. Foi desenvolvido um modelo do processo de combustão utilizando aproximações por funções da forma  $(1 - e^{-a \cdot x^m})$  para calcular a razão de combustível queimado. Pela escolha cuidadosa das constantes  $a$  e  $m$ , qualquer motor de combustão interna independente da dimensão e da forma da câmara de combustão, poderia ter a razão calculada por este modelo. A validade do modelo foi testada comparando a saída desse modelo com os resultados obtidos experimentalmente para cada condição de operação. Foram analisados vários pontos de operação do motor, observando os efeitos da taxa de compressão, da velocidade do motor e do instante de ignição. Os resultados mostraram coerência entre o modelo e os dados experimentais.

Um estudo comparativo do desempenho e de emissões de um MCI com ignição por centelha alimentado por gás natural e gasolina foi desenvolvido em EVANS e BLASZCZYK (1997). O principal objetivo desse estudo foi obter uma comparação detalhada do desempenho do motor e dos níveis de emissões de motores movidos a gás natural e gasolina. Cada combustível foi testado em duas diferentes condições: plena carga e carga parcial. Ambas foram testadas para diferentes valores da razão ar/combustível. O resultado mostra que a potência de saída do motor para uma dada posição da válvula borboleta era reduzida por cerca de 12 por cento quando alimentado por gás natural. Os níveis de emissão para o gás natural foram reduzidos entre 5 a 50 por cento, dependendo do poluente, quando comparado com a gasolina. Do ponto de vista do aproveitamento do combustível, ambos os combustíveis exibiram quase a mesma eficiência térmica exceto que no caso do motor a gás natural, trabalhando com mistura extremamente pobre, houve um aumento de eficiência devido à extensão no limite de combustão desse combustível.

A análise de viabilidade do uso de um combustível alternativo como o gás natural, deve se estender além de comparações com os níveis de emissões ou preço

do combustível. No artigo de FINLEY e DALY (1999) foi detalhada a experiência de duas empresas de transporte público da Califórnia que trocaram seus ônibus a diesel por novos ônibus movidos a gás natural comprimido. As características de operação e o custo de 170 ônibus a gás natural foram comparados aos 73 ônibus a diesel. Foram apresentados os custos de cada uma das empresas com os dois tipos de ônibus da frota; diesel e gás. Os dados indicaram que os gastos globais com os motores a diesel foram aproximadamente duas vezes maiores que com veículos a gás natural. Na verdade, os gastos com manutenção dos veículos a diesel foram 25% maiores enquanto que os gastos com combustível estiveram próximos do dobro. Dados de 1997 mostraram que os ônibus a gás natural economizaram acima de um milhão de dólares em combustível, manutenção, componentes, além de reduzir o lixo tóxico. Uma conclusão importante foi o fato de que os novos ônibus a gás tiveram menor custo de manutenção que os velhos ônibus a diesel, mesmo não considerando os gastos com o combustível. Um menor custo de manutenção obtido foi atribuído ao investimento em instrução de mecânicos e aumento da durabilidade do motor a gás natural devido à redução do desgaste. Outro fato importante relatado, foi a ausência de depósito de carbono nos motores a gás natural de ambas as empresas, o que diminuiu a necessidade de manutenção ao longo de sua vida útil como normalmente ocorre com os ônibus urbanos a diesel. Para ampliar a vantagem do combustível gasoso sobre o combustível líquido, os dados mostraram que enquanto as despesas com os ônibus a diesel cresceram 16% entre 1995 e 1997, as despesas com o gás cresceram apenas 11% no mesmo período.

Pela análise dos artigos apresentados nesta revisão é possível perceber que as pesquisas na área de motores se desenvolvem nas mais variadas frentes, especialmente nos últimos 5 anos onde se destacam as pesquisas na área de controle avançado e gerenciamento total do motor.

Apresenta-se agora uma breve revisão sobre os dois temas da área de controle:

GPC e LMI.

## 2.3 Revisão de Trabalhos na Área de Controle

Nesta segunda parte da revisão procurou-se fornecer uma pequena revisão de trabalhos publicados na área de controle, mais precisamente controle preditivo generalizado (GPC) e controle por inequações matriciais lineares (LMI).

Em controle preditivo, um trabalho de especial interesse, principalmente pelo pioneirismo na área é atribuído a CLARKE *et al.* (1987a) onde foi desenvolvido um novo método de controle preditivo chamado Controle Preditivo Generalizado (GPC), o qual foi mostrado através de estudos de simulações ser superior a outras técnicas tais como o método da variância mínima generalizada (GMV) e de alocação de pólos. O GPC, um método de horizonte estendido depende da predição das saídas da planta sobre vários passos para calcular as futuras ações de controle. A suposição da existência de um horizonte de controle além do qual todos os incrementos de controle tornar-se-iam zero foi mostrado ser benéfico em termos de robustez e promoveria uma simplificação dos cálculos. Neste artigo, mostrou-se que o GPC pode ser usado para controle de planta estável em malha aberta, com pouco conhecimento prévio ou sobre plantas mais complexas tais como fase não mínima, malha aberta instável e com tempos mortos variáveis. Além disso, foram mostrados, através de estudo comparativo de simulação, que a eliminação do "off-set" pode ser obtida como consequência da utilização de um modelo de planta do tipo CARIMA.

Na segunda parte do trabalho, CLARKE *et al.* (1987b) relacionaram o controle preditivo ao projeto LQ em espaço de estados. O GMV auto-sintonizável original foi estendido para fornecer uma estrutura geral incluída de compensação em avanço e polinômios como modelo de referência do preditor para ser aplicado a modelos com tempos mortos variáveis. O relacionamento entre GPC e LQ foi investigado para mostrar as vantagens computacionais da nova aproximação. A

robustez do GPC para modelos com várias parametrizações e rápidas taxas de amostragem foi demonstrada em simulações. A análise de estabilidade mostrou que sob certas escolhas de controle e horizonte de predição no GPC poderia levar a controladores como LQ ou alocação de pólos. Na prática, nem toda essa flexibilidade é necessária e muitos processos podem ser efetivamente controlados usando sintonização padrão. Foi mostrado que grandes horizontes de predição seriam recomendáveis e que os outros parâmetros poderiam ser escolhidos de acordo com a filosofia de controle. Simulações mostraram que o GPC é eficaz no controle de processos complexos sob condições reais, o que justifica sua vasta aplicação no controle adaptativo de plantas industriais.

O projeto de controle usando predição estendida baseada no modelo dinâmico da planta se tornou uma importante ferramenta para aplicações de alto desempenho. No trabalho de CLARKE e MOHTADI (1989) foi apresentada uma revisão do algoritmo básico do GPC. Foram apresentados teoremas sobre a estabilidade e como a escolha do horizonte de predição e o uso de um observador polinomial poderiam melhorar a robustez. Especial interesse foi dado à obtenção da equação de predição usando um observador polinomial e uma demonstração de que a seleção de horizontes particulares (o horizonte de custo e horizonte de controle) levaria a técnicas básicas bem compreendidas tais como alocação de pólos e LQ. Exemplos de simulação demonstraram que o algoritmo GPC foi satisfatório para controle de plantas complexas tais como sistemas instáveis e mostraram como o observador polinomial responde aos distúrbios. O artigo foi finalizado com uma discussão de aplicações adaptativas do GPC para vários processos industriais.

Em LEE *et al.* (1994b) foi desenvolvida uma técnica de controle preditivo baseada na resposta do modelo ao degrau usando técnicas de estimação de estado. O modelo de resposta ao degrau padrão foi estendido de forma que integrando o sistema, este pudesse ser tratado dentro de uma mesma estrutura. Baseado no modelo da resposta ao degrau modificado, mostra-se como a técnica de estimação

de estados baseada em controle estocástico pode ser usada para construir o vetor de predição ótimo sem introduzir complexidade numérica adicional. No caso de sistemas com distúrbios do tipo ruído branco, estes foram filtrados através de dinâmicas de primeira ordem onde o ganho ótimo do filtro foi parametrizado explicitamente em termos de parâmetros simples variando entre 0 e 1. Com isso, além de remover a necessidade de resolução da equação de Riccati equipase o sistema de controle com um parâmetro de sintonização "on-line". Como resultado, vários exemplos demonstraram que este controle preditivo baseado em estimação de estado poderia tratar uma larga faixa de problemas que outras técnicas tradicionais não poderiam ser aplicadas ou que levariam a resultados não muitos satisfatórios.

O controlador GPC possui robustez satisfatória a erros de modelagem. Porém, para sistemas altamente não lineares o controle fica comprometido. Algumas linhas de pesquisas foram desenvolvidas visando resolver esse problema e entre elas o desenvolvimento de um controlador preditivo não linear merece destaque. No artigo de MUTHA *et al.* (1997) foi proposto um algoritmo de controle preditivo baseado em modelo não linear (NLMPC). O algoritmo foi baseado na reinterpretação da equação de predição como uma expansão em série de Taylor e projetado para ser aplicado em sistemas de controle não linear nas variáveis manipuladas. A característica chave desse algoritmo está no uso de um processo de predição de saída que considera que as mudanças na dinâmica do processo como uma função do ponto de operação e também da magnitude das mudanças nas entradas de processo. O objetivo do algoritmo (NLMPC) foi melhorar a eficiência computacional para aplicações em tempo real. Tal eficiência foi ilustrada através de três exemplos onde foram feitas as comparações do NLMPC com o algoritmo padrão de controle preditivo baseado em modelo não linear. Os dois primeiros exemplos foram simulações de um simples sistema não linear estático, já o terceiro exemplo foi uma simulação de um processo químico de polimerização por emulsão.

Outra linha de pesquisa desenvolvida para o controle de plantas não lineares (e que pode ser usada juntamente com técnicas de controle como GPC, LQ, etc.) é o uso de múltiplos modelos acoplado ao controlador linear. A faixa de operação da planta é dividida em várias regiões onde projeta-se controladores que garantam estabilidade e robustez necessárias. A partir de uma estratégia acoplada ao controlador escolhe-se o melhor controlador, segundo um critério pré-estabelecido, para calcular a correta ação de controle. No artigo de CHOW *et al.* (1998) foi proposto um esquema de controle preditivo baseado em múltiplos modelos para o caso onde a variável escalonada era a saída de uma planta não linear. A estratégia não linear resultante fez uso de todos os modelos disponíveis sobre os quais modelos de interpolação e sucessivas predições foram usados para calcular os futuros erros de predição. A questão de seleção do modelo, para futuras predições da saída, foi considerada no caso onde o processo dinâmico depende da saída e ocorrem grandes mudanças de "set-point" ou no caso onde vários modelos sejam afetados por distúrbios. A utilidade do método proposto é confirmada através do bom desempenho de um exemplo em simulação.

No artigo de FISCHER *et al.* (1998) foi apresentada uma estratégia de controle preditivo baseada em modelos "fuzzy". Um algoritmo foi proposto para a construção de modelos "fuzzy" onde as regras foram otimizadas por um método dos mínimos quadrados localmente ortogonal. As regras foram otimizadas por um algoritmo que particiona o espaço de entrada em hiper-retângulos. Um controlador preditivo generalizado e um controlador matricial dinâmico (DMC) foram projetados. Ambos os controladores necessitam da obtenção de um modelo linear "fuzzy", porém enquanto o GPC utilizou uma nova técnica chamada de linearização dinâmica local o DMC baseou-se na avaliação da resposta ao degrau. A eficiência do algoritmo de indentificação e do controlador preditivo foi mostrada pela aplicação da técnica ao controle de temperatura de um trocador de calor de fluxo cruzado de escala industrial.

No artigo de LEE e COOLEY (2000) foi estudado o controle preditivo min-max de um sistema linear em espaço de estados com conjunto limitado de matrizes de entrada baseado no critério de desempenho quadrático. A formulação min-max no contexto de controle preditivo foi proposto inicialmente por CAMPO e MORARI (1987) para resolver um problema de controle em malha aberta com critério baseado na norma infinita ( $\|\cdot\|_\infty$ ) resolvido através de programação convexa. Foram tratados os sistemas com dinâmicas estáveis sujeito a incertezas variantes e invariantes no tempo. Foram desenvolvidos algoritmos que sejam computacionalmente tratáveis e assegurem estabilidade em malha fechada. Foi mostrado que quando a matriz de pesos da entrada é uma função linear de parâmetros conhecidos e que pertence a um conjunto compacto e convexo, o problema de controle admite um programa matemático tratável computacionalmente. A formulação de controle preditivo min-max variante no tempo foi mostrada ser robustamente estável no caso de sistemas dinâmicos estáveis. Para sistemas instáveis e invariantes no tempo foram propostas modificações na formulação para permitir que sejam atingidas as propriedades de estabilidade robusta.

O GPC baseado em modelo caracteriza-se pelo fato da ação de controle atual ser obtida pela resolução, em cada instante de amostragem, de um problema de controle ótimo em malha aberta com horizonte finito, usando o estado atual da planta como estado inicial. A otimização gera uma seqüência ótima de controle e somente a primeira ação de controle é aplicada sobre a planta. Uma importante vantagem deste tipo de controle é a sua habilidade de enfrentar as duras restrições sobre estados e controles. Por essa razão, o GPC tem sido largamente aplicado em indústrias relacionadas ao setor petroquímico, onde a necessidade de satisfazer as restrições é particularmente importante devido à exigência sobre os pontos de operação estarem localizados no interior ou sobre o bordo do conjunto de estados e controles admissíveis. No trabalho de MAYNE *et al.* (2000) foi dado enfoque ao controle preditivo baseado em modelo (linear ou não linear) de sistemas com

restrições, porém é discutido brevemente o controle preditivo baseado em modelos não lineares sem restrições e/ou sistemas variantes no tempo. Em alguns casos, o problema de controle ótimo com horizonte finito resolvido "on-line" foi exatamente equivalente ao mesmo problema com horizonte infinito; em outros casos isso foi equivalente a um problema de controle ótimo com horizonte infinito modificado. Em ambas as situações, resultou em vantagens conhecidas do controle ótimo de horizonte infinito.

A primeira desvantagem da técnica de controle preditivo baseada em modelo é sua pouca habilidade de negociar explicitamente com incertezas presentes no modelo da planta. No artigo de KOTHARE *et al.* (1996) foi apresentada uma nova técnica para síntese de lei de controle preditivo robusto, usando LMI. A técnica permitiu a incorporação de grande classe de descrições das incertezas da planta e mostrou ser robustamente estável. A nova aproximação para síntese de controladores preditivos robustos permitiram a incorporação explícita da descrição das incertezas da planta, no domínio do tempo e da frequência, na formulação do problema. O objetivo foi projetar, em cada passo, uma lei de controle por realimentação que minimize no pior caso a função objetivo de horizonte infinito, sujeito a restrições sobre as entradas de controle e saídas da planta. Usando técnicas padrão, o problema de minimização do limite superior da função objetivo sujeito a entradas e saídas com restrições, no pior caso, foi reduzido a uma otimização convexa envolvendo LMI. Assim, foi mostrada que o projeto de controle por realimentação de estados com horizonte estendido estabilizou robustamente o conjunto de plantas com incertezas. Várias extensões tais como aplicação aos sistemas com atrasos no tempo, problemas de rastreamento de referência ("set-point"), rastreamento de trajetória e rejeição de distúrbio foram discutidos. O desempenho do controlador projetado foi ilustrado com dois exemplos: sistema de posicionamento angular e um sistema massa-mola composto por dois carrinhos separados por uma mola.

A técnica do LMI é baseada na resolução de um problema de programação convexa. Existem vários algoritmos para resolver esse problema, o mais utilizado é o eficiente algoritmo dos pontos interiores. No artigo de HANSSON e VANDENBERGHE (2000) foi discutida a implementação de um algoritmo dos pontos interiores eficiente para resolver problemas de programação convexa. O algoritmo é um método de redução potencial primal/dual, onde o esforço computacional é controlado por um sistema de mínimos quadrados que é resolvido a cada iteração. A chave para uma implementação eficiente é utilizar método iterativo e uma estrutura específica baseada nas restrições quadráticas. O algoritmo foi implementado em MatLab<sup>®</sup> e mostrou-se que é possível resolver problemas resultantes das inequações matriciais lineares de dimensões  $130 \times 130$  com aproximadamente 5000 variáveis em cerca de dez minutos. Para dar uma grosseira idéia da eficiência obtida, problemas com aproximadamente vinte mil variáveis e inequações matriciais lineares de dimensão  $230 \times 230$  foram resolvidas em poucas horas.

Em CALAFIORE e POLYAK (2000) foram discutidos algoritmos aleatórios rápidos para determinar uma solução admissível para inequação matricial linear robusta da forma  $F(x, \Delta) \leq 0$ , onde  $x$  é a variável de otimização e  $\Delta$  é o conjunto das incertezas. Foram propostos dois algoritmos: o primeiro foi mais geral e pôde ser aplicado no caso quando não era conhecida a priori a existência de solução. O segundo algoritmo convergiu mais rápido que o primeiro e era baseado na aleatoriedade das incertezas, isto é, encontrar uma solução em um número finito de iterações com probabilidade um, se a existência de solução está assegurada. O segundo algoritmo pôde ser aplicado a sistemas inactíveis porém, nesse caso, o algoritmo pôde ser finalizado após ter atingido um número pré-definido de iterações. A teoria foi ilustrada através de dois exemplos: sistema com uma inequação linear das incertezas e análise de estabilidade quadrática da planta.

No artigo de APKARIAN *et al.* (2000) foi descrita uma nova estrutura para

análise e síntese de sistema de controle, e que constituiu numa original extensão no tempo contínuo de resultados que somente eram avaliados em tempo discreto. O método proposto envolveu uma transformação específica sobre as variáveis de Lyapunov e uma variante recíproca do Lema da Projeção, além disso, foi aplicada uma linearização clássica sobre os dados do controlador. Foi demonstrado que esta aproximação levaria a caracterizações LMI potencialmente menos conservativas para uma grande classe de problemas, inclusive análise e síntese robusta, síntese de realimentação  $H_2$  multivariável de estado e saída. Isso se deve ao fato de que a restrição técnica do uso de uma simples função de Lyapunov é regida por alguma extensão fora desta aproximação. Além disso, a aproximação oferece uma potencial resolução de problemas que não podem ser manuseados usando outras técnicas. Como um exemplo, foi fornecida uma formulação simples e tratável do problema de tarefas estruturadas com restrição tipo Lyapunov.

No artigo de KAO *et al.* (2000) foi considerado o problema da síntese de controle quando a entrada de distúrbio está dentro de um conjunto definido por várias restrições do tipo integral quadrática. Foi demonstrado que as condições de existência de um controlador que estabilize a planta pode ser expressa com um conjunto de Inequações Matriciais Lineares (LMI). Também foi mostrado que tal controlador, se existe, tem uma dimensão não maior que a soma da dimensão do sistema em malha aberta com os multiplicadores nas integrais quadráticas.

A grande vantagem do LMI está em permitir o desenvolvimento de controladores para sistemas variantes no tempo, sem a necessidade de tratá-los localmente como um sistema invariante. Um sistema linear do tipo:

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\theta(t)) \cdot x + B(\theta(t)) \cdot u \\ y = C(\theta(t)) \cdot x + D(\theta(t)) \cdot u \end{cases} \quad (2.3.1)$$

é chamado de sistema Linear de Parâmetros Variáveis (LPV). Neste tipo de sistema, as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  são funções de um vetor de parâmetros  $\theta(t)$ .

O sistema da forma 2.3.1 pode ser interpretado sob duas formas. Na primeira delas pode-se considerá-lo como um sistema linear invariante no tempo (LIT), mas sujeito a incertezas paramétricas que variam no tempo. Na segunda, pode-se considerá-lo como um sistema linear variante no tempo, resultado de uma linearização de uma planta não linear ao longo de trajetórias definidas pelo parâmetro  $\theta$ .

A primeira classe de sistemas remete ao escopo da técnica de controle robusto aplicada a sistemas LIT. Na segunda classe, o parâmetro  $\theta$  não pode ser considerado incerteza, pois pode ser medido em tempo real durante a operação do sistema. Por essa razão, nesse segundo caso, a estratégia pode explorar a medida  $\theta$  para aumentar o desempenho do controlador.

Uma das formas de se tratar esse segundo caso consiste em dividir o espaço de parâmetros em áreas de pequenas variações, onde a planta é admitida como um sistema LIT. A partir disso, um controlador é desenvolvido para cada valor fixado do parâmetro  $\theta$ . A lei de controle pode ser construída via escalonamento, interpolação ou mesmo por uma lógica de chaveamento entre os modelos. O principal atalho de tais esquemas é remover a natureza variante no tempo da planta LPV. Essa idéia tem sido muito utilizada na literatura (CHOW *et al.*, 1998; FLEURY *et al.*, 1999b) e fornece bons resultados quando a planta é razoavelmente bem comportada. Porém, quando há forte comportamento não linear ou quando o parâmetro  $\theta$  varia muito rapidamente ao longo de sua trajetória, não há garantias de que esse tipo de controle estabilize a planta ou, também, não apresenta desempenho e robustez satisfatórios ao longo de todas as possíveis trajetórias de  $\theta$ .

A estratégia de controle LMI proposta para um sistema LPV baseia-se na

construção de uma tabela de escalonamento de ganhos ("gain scheduling") auto-sintonizável, através da medida  $\theta$  que é avaliada em tempo real. Assim, são construídos controladores que variam no tempo segundo o mesmo parâmetro de dependência da planta. Devido ao fato de incorporar a medida dos parâmetros, esse tipo de controlador ajusta as variações da dinâmica da planta, no sentido de manter a estabilidade e o alto desempenho ao longo de todas as trajetórias  $\theta$ .

Em outras palavras, o controlador é auto-escalonado, isto é, os ganhos são automaticamente escalonados com respeito a  $\theta$ . Dessa forma, consegue-se uma melhora significativa no desempenho e na estabilidade devido ao uso de uma função quadrática de Lyapunov que assegura o desempenho  $H_\infty$  e a estabilidade para todas as possíveis trajetórias da planta LPV.

Por trás de tudo isso está a teoria de estabilidade de Lyapunov aplicada a funções convexas definidas em um domínio convexo. Com isso, basta garantir a estabilidade sobre os vértices desse domínio convexo que estará garantida a estabilidade para todos os pontos desse domínio, o que na prática se reflete em estabilidade para qualquer trajetória do parâmetro  $\theta$ .

A estrutura de controle por escalonamento de ganhos ("gain scheduling") provou ser útil em muitas aplicações práticas. Como um exemplo, a maioria das leis de controle de aeronaves é baseada na interpolação de controladores desenvolvidos individualmente ou faz uso de alguma política de chaveamento de ganhos. Similarmente, em problemas de controle de robôs, a dinâmica do controlador é ajustada em tempo real de acordo com a geometria e inércia do modelo. Contudo, mesmo considerando as inúmeras aplicações de sucesso, a construção da estrutura de controle global invariavelmente depende da habilidade do projetista porém, mesmo assim, a lei de controle resultante não fornece qualquer garantia em face às rápidas mudanças das variáveis programadas. Essas dificuldades têm sido a principal motivação para o desenvolvimento de técnicas modernas de controle via escalonamento de ganhos e conduz a pesquisas desafiadoras na área de análise e

síntese de sistemas.

Em KAJIWARA *et al.* (1999) foi aplicada a técnica LMI a uma formulação LPV de um pêndulo invertido. A estrutura é formada por dois braços rotativos, onde o pêndulo está localizado no braço superior. Quando o braço inferior é colocado mais próximo da posição horizontal, o movimento horizontal da ponta do braço torna-se mais limitado e as inércias do braço são modificadas. Isso naturalmente conduz ao projeto de controladores que ajustam em tempo real a rotação do braço. Para esse propósito, foram investigadas duas formulações para a técnica LPV:

- a chamada Transformação Linear Fracional (Linear Fractional Transformation - LFT), ideal quando os coeficientes do modelo em espaço de estados são funções fracionais dos parâmetros variantes (possivelmente um estado);
- técnica do politopo, ideal quando os coeficientes da matriz de espaço de estados variam dentro de um conjunto convexo (politopo).

Foram avaliadas e descritas as principais restrições na implementação prática do controlador. Como consequência foi demonstrado que, apesar de teoricamente ser possível controlar o pêndulo para ângulos de inclinação dentro de uma faixa pré-definida, na prática tal faixa de validade é menor. Foram mostradas as principais vantagens e desvantagens de cada técnica. Finalmente, é apresentada uma ampla aplicação da técnica de controle LPV para controle do pêndulo invertido. O interesse particular dessa aplicação está no fato de que todos os pré-requisitos do projeto têm que ser levados em conta, desde as especificações até as restrições inerentes às implementações no mundo real. Neste contexto, foi mostrado que as metodologias atualmente disponíveis, tais como LPV, podem fornecer respostas inaceitáveis. O maior obstáculo são as restrições de implementação que acrescentam duras limitações sobre a dinâmica do controlador. Essas limitações são geralmente difíceis de se manipular dentro da formulação usual da técnica de

controle LPV.

Em TUAN *et al.* (2001) foi apresentado o modelo de suspensão automotiva integrada hidro-pneumática. Dada a não linearidade e a grande dimensão do modelo apresentado tornou-se impraticável o uso da metodologia de controle  $H_\infty$  não linear tradicional. Como alternativa, a chamada aproximação por inequação matricial linear parametrizada foi proposta para resolver este difícil problema de controle  $H_\infty$  não linear. A validade da aproximação proposta foi confirmada não somente por simulações detalhadas e realísticas, mas também por extensos experimentos. Porém, os custos necessários para resolver o algoritmo proposto foi muito maior do que as vantagens fornecidas em termos de aumento de estabilidade e de melhora de desempenho.

Em LASSERRE (2000) foi considerado o problema geral de programação quadrática não convexa resolvido através de condições de relaxamento sobre LMI. Foi proposto uma série de condições de relaxamento sobre LMI associada a uma seqüência de valores ótimos monotonicamente convergente para um mínimo global, que corresponde ao valor ótimo do problema original. Foi mostrado que os problemas dual e primal são similares. Além do mais, a representação de polinômios foi interpretada como condição de otimalidade global com multiplicadores de Lagrange, ao invés de multiplicadores escalares. Eficientes pacotes de softwares para solução de LMI's atualmente disponíveis possibilitou a resolução do problema, porém um grande número de condições de relaxamento aumentou a ordem do sistema, pois exigiu muitas variáveis. Para uma grande classe de problemas, condições menos restritivas de relaxamento promoveram valores ótimos ou pelo menos sub-ótimos.

O controle de plantas não lineares é uma tarefa difícil e requer avançadas estratégias de controle. Pode-se efetuar o controle de uma planta não linear através do uso de controladores lineares ou não lineares. Controladores não lineares normalmente exigem alta capacidade de processamento, porém são capazes

de controlar a planta sobre uma larga faixa de operação. Em contrapartida, controladores lineares são normalmente mais simples porém são limitados a alguns pontos de operação. Uma saída é a utilização de diversos controladores lineares e uma estrutura que informa qual deles deve ser utilizado para gerar a ação de controle. Esse tipo de estrutura deve ser definida a priori durante a fase de sintonização e define a estratégia de chaveamento do controle.

Em LI *et al.* (2001) foram projetados o chaveamento de controladores para uma classe de processos não lineares. Foram dados alguns conhecimentos básicos sobre chaveamento de controle para sistemas não lineares e foram apresentados alguns casos interessantes onde o chaveamento de controle puderam ser usados. A estratégia foi montada fazendo-se a fusão do processo não linear com o chaveamento de controle. Um princípio invariante foi apresentado para tais sistemas não lineares chaveados e foi demonstrado que tal estrutura é capaz de estabilizar globalmente uma classe de sistemas bilineares que não são estáveis em malha aberta.

A desvantagem de se fazer o controle via chaveamento externo dos ganhos de controle, está no fato de que apesar de cada modelo de controle ser estável em torno do ponto para o qual foi projetado, não há garantias de estabilidade do sistema como um todo quando ocorre o chaveamento. Para resolver esse problema foram desenvolvidas algumas teorias, sendo que uma das mais promissora, segundo várias aplicações com sucesso, é a teoria que trata de sistemas lineares a parâmetros variantes (LPV) usando LMI.

A teoria do "gain scheduling" tem feito progressos consideráveis e seus controladores têm sido desenvolvidos com sucesso (HUANG e RUGH, 1990; RUGH, 1991; KAMINER *et al.*, 1995). Contudo, os resultados obtidos têm uma limitação: os controladores resultantes são válidos somente para uma variação suficientemente lenta das variáveis a serem chaveadas, isto é, a regra comum no

"gain scheduling" é chavear as variáveis lentas. Mais recentemente, para melhorar o desempenho no chaveamento das variáveis rápidas, SURESHBABU e RUGH (1995), LEE e LIM (1997) propuseram uma lei de controle utilizando informação sobre a derivada da entrada exógena. Eles forneceram uma análise teórica da informação quantitativa sobre a derivada e mostraram o aumento do desempenho. O problema de desempenho de amplitude limitada foi investigado em sistema linear de parâmetros variantes (BETT e LEMMON, 1998) e a condição suficiente foi usualmente reformulada como uma condição de inequações matriciais lineares. Atualmente, o controle  $H_\infty$  tem se tornado uma metodologia de projeto efetiva para resolver o problema de estabilidade e robustez de desempenho para plantas com incertezas. Além disso, muitos pesquisadores têm se interessado na fusão da técnica de controle  $H_\infty$  e "gain scheduling" (HELMERSSON, 1996; APKARIAN e GAHINET, 1995; LU e BALAS, 1995). Especialmente, APKARIAN e GAHINET (1995) estenderam a técnica da síntese  $H_\infty$  para permitir a dependência do controlador a parâmetros medidos em sistemas lineares variantes no tempo, e LU e BALAS (1995) propuseram um controlador variante no tempo obtido por escalonamento de ganhos para uma planta linear de segunda ordem com parâmetros variantes no tempo. Esses controladores  $H_\infty$  por escalonamento de ganhos garantem propriedades de robustez localmente para os pontos de operação selecionados. Dessa forma, para cobrir uma larga faixa de pontos de operação, a política de chaveamento do conjunto de controladores construído é importante. LEMMON e BETT (1998), BETT e LEMMON (1999) propuseram condições suficientes para que os sistemas LPV's com chaveamento satisfaçam as restrições de desempenho limitado dentro de uma trajetória conhecida. A estabilidade de sistemas com chaveamento tem sido investigada (MILLER e DAVISON, 1989; PELETIES e DECARLO, 1991; BRANICKY, 1998). Contudo, a maioria dos resultados é restrito a sistemas lineares, e para o caso de sistemas não lineares o critério de

estabilidade é complexo. Devido à falta dessa ferramenta de análise para investigar a estabilidade e o desempenho dos controladores, são necessárias extensas simulações para projetar o controle de sistemas não lineares com escalonamento de ganhos. No artigo de LEE e LIM (2000) foi proposto um controlador  $H_\infty$  por escalonamento de ganhos para sistemas não lineares na presença de incertezas e sujeitos a sinais exógenos. O esquema de controle foi proposto para atuar em um sistema de suspensão eletromagnética cuja dinâmica é altamente não linear. Cada controlador foi construído usando metodologia da síntese  $H_\infty$ , para diferentes sinais exógenos. Para o conjunto de controladores construídos foi proposto um esquema de chaveamento para atuar em uma larga faixa de variação das variáveis exógenas. Além disso, foi mostrado que a estratégia de controle garante estabilidade durante cada chaveamento.

Em SIVRIOGLU e NONAMI (1996) foi apresentada uma aproximação LMI para controle  $H_\infty$  via escalonamento de ganhos e controle PID para um sistema de rotor com mancal magnético. O sistema foi modelado com a inclusão de efeito giroscópico à estrutura. Diante da complexidade envolvida, foi implementada uma estrutura de controle baseada em sistemas LPV's. O sistema pôde ser considerado LPV devido à dependência linear das frequências naturais do sistema em relação à velocidade de rotação, considerado como o parâmetro variante no tempo. Esses valores variantes do parâmetro puderam ser medidos "on-line" durante operações de controle. Nesse estudo, foi projetado um sistema de mancal para rotor disponível comercialmente, modelado e controlado por escalonamento de ganhos e comparado com o controlador PID. Os resultados foram razoáveis e encorajadores para estudos futuros de sistemas de rotor magnético.

Em APKARIAN *et al.* (1995) foi projetado um controlador por escalonamento de ganhos com garantia de desempenho  $H_\infty$ , para uma classe de plantas LPV's. Deste modo, as matrizes do modelo em espaço de estados dependeram de um vetor que varia com o tempo. Assumindo que esses parâmetros poderiam ser medidos

em tempo real, foram utilizados pelo controlador para otimizar o desempenho e a robustez do sistema em malha fechada. O resultado foi um controlador variante no tempo e automaticamente escalonado ao longo das trajetórias. Baseado na noção de desempenho quadrático  $H_\infty$ , as condições para a solução são obtidas para sistemas contínuos e discretos no tempo. Em ambos os casos, o problema se reduz a resolver algumas LMI's. O principal benefício dessa aproximação é superar as dificuldades associadas da maioria dos esquemas clássicos tais como interpolação de ganho ou técnica de "gain scheduling". Essa metodologia é aplicada ao controle por escalonamento de ganhos de um auto-piloto de míssil. A dificuldade do problema está na grande faixa de operação e grandes ângulos de ataque do míssil, e é reforçada pelo requisito de desempenho na presença de modos flexíveis que limitam a largura de banda do controle.

Em APKARIAN e GAHINET (1995) foi estudada uma importante classe de sistemas lineares variantes no tempo consistindo de plantas onde as matrizes de espaços de estado são funções de algum parâmetro físico variante no tempo  $\theta$ . O teorema do ganho pequeno foi aplicado a tais sistemas para projetar controladores robustos e invariantes no tempo. Em geral, o alto desempenho pode ser encontrado por leis de controle que incorporam medidas das variáveis  $\theta$  e, com isso, pode ser ajustado ao comportamento atual da dinâmica da planta. O artigo discutiu a extensão das técnicas de síntese  $H_\infty$  para permitir a dependência do controlador a parâmetros variantes no tempo, porém medidos "on-line". Quando esta dependência é fracional linear, a existência de tal controlador  $H_\infty$  por escalonamento de ganhos é totalmente caracterizada em termos das inequações matriciais lineares. Por essa razão, a síntese do controlador é um problema de programação convexa para o qual técnicas de otimização estão disponíveis. O formalismo e as técnicas de derivação desenvolvidos são aplicados aos problemas contínuos e discretos. São discutidas extensões para o escalonamento de ganho

em face a incertezas paramétricas, onde as condições de existência de controladores robustos invariantes no tempo são consideradas como um caso especial. Ao final, foi proposta uma heurística simples para calcular tais controladores.

O artigo de SU *et al.* (2000) forneceu uma nova aproximação LMI para estabilidade robusta para sistemas lineares sujeito a incertezas e atrasos variáveis. Baseado nos funcionais de Lyapunov-Krasovskii combinado com a técnica LMI, foi derivado um critério de estabilidade robusta, para sistemas com atrasos, expresso em termos de uma forma quadrática do estado. Através de um exemplo, mostrou-se que os resultados obtidos são menos conservativos do que os critérios de estabilidade existentes.

Em WU e GRIGORIADIS (1997) foi abordado o problema de realimentação de estados para sistemas LPV's de acordo com os atrasos no tempo. Assumiu-se que os dados da matriz do espaço de estados e os atrasos no tempo dependiam de parâmetros que foram medidos em tempo real e que variariam em um conjunto compacto com taxa de variação limitada. Foi explorada a estabilidade da dependência ao atraso e o desempenho na norma  $L_2$  induzida desses sistemas usando funcionais de Lyapunov dependentes dos parâmetros. Além disso, o problema de controle por realimentação de estado foi examinado na presença de atrasos na variável de estado ou na entrada. Ambas as condições de análise e síntese foram formuladas em termos da LMI e puderam ser resolvidas via algoritmo do ponto interior.

A técnica do LMI também foi aplicada no controle de motores de combustão interna. Em UTHAICHANA (2001) foram apresentados os esforços no controle de um motor diesel equipado com recirculação dos gases de escape (RGE) e válvula de turboalimentação de geometria variável. O modelo do motor era formado por sete equações diferenciais de primeira ordem derivadas a partir das leis de conservação de massa e energia e do balanceamento de torque. Um conjunto de pontos de operação foram gerados como trajetória de referência. Ao redor de

cada ponto, foi gerado um modelo de terceira ordem para ser usado no projeto do controlador. Um sistema LPV é usado para representar o motor diesel durante a fase de projeto do controlador. O controlador por escalonamento de ganhos é resolvido por um conjunto de LMI que direciona o sistema de um ponto de operação para outro, conduzindo o erro e levando o estado para zero.

A análise desta segunda parte da revisão da literatura mostrou que a importância do GPC e LMI como técnicas avançadas de controle. Conforme visto, ambas as técnicas foram aplicadas com sucesso sobre as mais variadas plantas. Vale destacar a robustez do controlador GPC e a versatilidade da formulação LMI.

## 2.4 Conclusões

Esta revisão teve seu objetivo alcançado que foi fornecer resultados para a escolha de técnicas de controle a serem utilizadas. Do mesmo modo, apresentou-se toda a problemática do controle de um motor de combustão interna. Vale destacar o especial interesse no trabalho de mestrado desenvolvido em LOPES (1996). A importância dessa dissertação esteve não só no modelo da planta de um motor de combustão interna desenvolvido, mas também no projeto do controlador GPC e, por isso, seu conteúdo será detalhado nos capítulos que se seguem. Além disso, como foi dito no capítulo anterior, o trabalho de LOPES (1996) faz parte de uma série de importantes publicações sobre o tema desenvolvido pelo grupo IPT/Poli-USP.

Outro aspecto importante nesta revisão está nos trabalhos que abordaram o tema de múltiplos modelos. Nesta tese, essa idéia será desenvolvida acoplada ao controlador GPC, visando a obtenção de uma estrutura de controle para o complexo modelo não linear que descreve o funcionamento de um motor de combustão interna. Outra linha de pesquisa a ser seguida será a descrição do problema de controle sob a formulação LMI.

Finalmente, foi possível dividir as linhas de pesquisas (que visam controlar as emissões de poluentes gerados por motores de combustão) em dois ramos principais: gerenciamento total do motor e uso de combustíveis alternativos, sendo que dentro deste último ramo aparece como opção o uso do gás natural. Esta tese propõe-se ao estudo do controle das emissões em motores fazendo uma fusão desses dois ramos, ou seja, trabalhar com combustível alternativo, como o gás natural, usufruindo de técnicas avançadas de controle para a redução de emissões.

Além disso, através desta revisão de trabalhos já publicados, foi possível certificar-se do caminho escolhido, bem como levantar as necessidades atuais visando a busca pela originalidade.

# Capítulo 3

## Modelagem

Um Motor de Combustão Interna (MCI) envolve vários fenômenos físicos de difícil descrição. Assim, torna-se praticamente impossível, com as ferramentas hoje disponíveis, considerar todos os efeitos na modelagem. Durante o projeto de um controlador, são necessárias simplificações, porém sem abandonar considerações que permitam aproximar a dinâmica de um MCI. Neste sentido, os modelos utilizados para efeito de controle devem ser os modelos minimamente complexos que representem o comportamento global do sistema com boa aproximação.

Neste capítulo é apresentado um modelo de MCI proposto por LOPES (1996), modelo este que será a base de todos os trabalhos desenvolvidos aqui. Apresenta-se também a conversão desse modelo para equações matemáticas que descrevem todos os fenômenos que ocorrem em um MCI. O modelo matemático é útil para a análise do comportamento do motor em si, mas principalmente servirá como modelo base para a representação em espaço de estados visando a obtenção de modelos linearizados.

### 3.1 Modelo do Motor de Combustão Interna

O modelo a ser utilizado com a intenção de simular o ambiente dinâmico de um MCI representa um motor de seis cilindros com seis litros de capacidade volumétrica e movido a gás natural. O modelo obtido é não linear e constituído por três subsistemas dinâmicos, que descrevem de um modo simplificado os fenômenos

que envolvem o funcionamento de um MCI. Os três subsistemas em que o motor é dividido são: o subsistema do coletor de admissão, o subsistema de combustão e subsistema da dinâmica rotacional.

Antes porém, vale destacar as principais hipóteses e simplificações adotadas.

### 3.1.1 Hipóteses, Simplificações e Notações Adotadas

Durante toda a modelagem considera-se um motor já pré-aquecido de tal forma que a temperatura no coletor de admissão é considerada constante. Além disso, conforme dito anteriormente, os parâmetros de interesse cujos valores numéricos dependem de determinação experimental foram definidos com base em valores médios.

Admite-se aqui, que o motor possui um sistema de injeção central (CFI), ou seja, a injeção de gás ocorre ao nível da borboleta (Throttle Body Injection - TBI), o que caracteriza o sistema como monoponto. A modelagem do sistema de injeção foi idealizada com base no GFI (Gas Fuel Injection), um sistema comercial fabricado pela Stewart&Stevenson/ORTECH International. Porém, durante a modelagem do motor, não será considerada a dinâmica do GFI, mas apenas as características inerentes de um sistema monoponto e os atrasos de transporte envolvidos. Não serão considerados também as dinâmicas associadas aos atuadores (injetores de combustíveis e bobinas de ignição) e sensores (sensor lambda), apenas os atrasos associados a esses elementos.

Dada a dificuldade de se incorporar ao modelo os fenômenos que ocorrem durante a admissão da mistura, tais como turbulência, escoamento reverso nas válvulas e etc., assume-se aqui que o motor em questão foi desenvolvido de tal forma a otimizar o comando de válvulas para obter rendimento volumétrico máximo na rotação máxima. Isso significa que o motor deverá ter torque máximo na rotação máxima. Esse comportamento não é real, haja visto que as curvas de torque dos motores têm o seu máximo em rotações intermediárias, porém essa

aproximação fornece uma boa indicação do comportamento dos MCI's.

Admite-se que, acima da válvula borboleta tem-se a pressão atmosférica, ou seja, despreza-se os efeitos de perda de carga causada pelo filtro de ar.

Durante todo este texto será utilizada o termo "rotação" como uma maneira genérica de se referir à velocidade angular do motor. Porém, durante a modelagem do MCI vai-se assumir que a rotação do motor será medida através da frequência angular do eixo do virabrequim do motor, expressa em radianos por segundo.

Na modelagem da dinâmica rotacional, o torque de atrito (entre as peças móveis do motor) e o torque de carga (que representa a carga a que o motor está sujeito) foram expressos como uma função linear da rotação: quanto maior a rotação maior os torques.

Para a carga, essa modelagem pode ser justificada baseada no torque de resistência fornecido por um dinamômetro acoplado ao eixo motor conforme descrito em FLEURY *et al.* (1997). Porém, a modelagem do dinamômetro não será considerada neste trabalho, apenas o efeito do dinamômetro sobre o eixo motor, representado aqui por esse perfil de carga. Alguns autores consideram o torque de carga como uma variável externa que representa as diferentes condições de carga a qual o veículo será submetido. Será mostrado no capítulo 4 (através da escolha de dois novos perfis de carga) que a escolha da função linear para representar a curva de carga não afeta o controle da relação combustível/ar.

Agora para o atrito, a escolha de uma relação linear entre torque e rotação representa uma simplificação da realidade, um vez que resultados experimentais mostram um relacionamento muito mais complexo, entre essas duas variáveis, do que uma função de primeiro grau possa descrever.

Durante a modelagem do motor foram utilizadas várias variáveis cuja notação utilizada e significado podem ser vistos na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Notação utilizada na modelagem do Motor de Combustão Interna

SÍMBOLO	SIGNIFICADO FÍSICO
$\alpha$	Ângulo de abertura da válvula borboleta
$D$	Diâmetro da tubulação na válvula borboleta
$A(\alpha)$	Área da seção na válvula borboleta
$\beta$	Ângulo de avanço de ignição (em graus, APMS)
$vc_b$	Vazão de combustível na válvula borboleta
$va_b$	Vazão de ar na válvula borboleta
$vc_a$	Vazão de combustível na válvula de admissão
$va_a$	Vazão de ar na válvula de admissão
$\phi_b$	Relação combustível/ar na válvula borboleta
$\phi_a$	Relação combustível/ar na válvula de admissão
$\phi_c$	Relação combustível/ar na câmara de combustão
$\phi_e$	Relação combustível/ar no escape
$n$	Frequência Angular (em radianos por segundo)
$p$	Pressão no coletor
$Jt$	Momento de inércia do motor
$T_{ind}$	Torque indicado no eixo do motor
$T_{atr}$	Torque de resistência gerado pelo atrito das peças móveis do motor
$T_{carg}$	Torque de resistência gerado por uma carga externa

A seguir, passa-se a apresentar cada um dos subsistemas que compõem o modelo do motor.

### 3.1.2 Subsistema do Coletor de Admissão

Este subsistema descreve as dinâmicas do ar e do combustível dentro do coletor, através de três escoamentos: escoamento do ar através da válvula borboleta, escoamento do ar através do coletor de admissão e escoamento do gás através do coletor de admissão. Esses escoamentos são considerados compressíveis, unidimensionais e isoentrópicos. São desprezados os efeitos de dissipação térmica através do coletor.

No coletor de admissão, foi admitido que a área da seção da válvula borboleta é função do ângulo de abertura da válvula e varia segundo o ângulo da seguinte forma:

$$A(\alpha) = \frac{D^2 \cdot \pi}{16} \cdot (3 - 2\cos(\alpha) - \cos^2(\alpha)) \quad (3.1.1)$$

Na equação (3.1.1) foi desprezada a espessura do eixo da válvula borboleta e assumiu-se que o ângulo varia entre 0 (zero) e 90 graus. O valor zero para o ângulo de abertura da válvula borboleta corresponde ao ângulo de batente, ou seja, válvula totalmente fechada. Esse valor apesar de permitido pela equação (3.1.1), não será utilizado durante as simulações de teste de desempenho do controlador. Isso deve-se ao fato de que zero grau corresponde ao regime de marcha lenta do motor ("Idle Speed") que requer um controlador específico e que não será desenvolvido neste trabalho. Os detalhes do desenvolvimento desse tipo de controle podem ser vistos em (VACHTSEVANOS, 1994; BUTTS *et al.*, 1999)

A vazão de ar na válvula borboleta é modelada como escoamento compressível de um fluido através de uma válvula. Para esse tipo de escoamento, são importantes os valores da pressão em duas posições: antes e após a válvula.

Aqui desprezaram-se as perdas de carga geradas pelo filtro de ar, de modo que a pressão antes da válvula, chamada de  $p_0$ , seja a pressão atmosférica. A pressão após a válvula será chamada de  $p$  e corresponde à pressão dentro do coletor de admissão. O valor da vazão depende diretamente da constituição do fluido. Neste trabalho, foi assumido que o fluido é constituído basicamente de ar, o que define um valor limite para a razão entre  $p$  e  $p_0$ . Para valores abaixo desse limite, o escoamento independe das diferença entre as pressões, fase chamada de escoamento bloqueado. Para valores da razão acima desse limite, o escoamento é não bloqueado e depende diretamente do valor dessa razão. Esse fenômeno pode ser representado através da seguinte expressão:

$$va_b = \begin{cases} \frac{C_d \cdot p_0 \cdot A(\alpha)}{\sqrt{T \cdot T_0}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k}{k-1} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k+1}{k}}} & \text{se } \frac{p}{p_0} > \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \\ \frac{C_d \cdot p_0 \cdot A(\alpha) \sqrt{k}}{\sqrt{T \cdot T_0}} \cdot \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} & \text{se } \frac{p}{p_0} \leq \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \end{cases} \quad (3.1.2)$$

onde  $T_0$  e  $T$  são, respectivamente, a temperatura ambiente e a temperatura de estagnação do coletor de admissão,  $R$  é a constante dos gases perfeitos e  $k$  é uma variável adimensional que depende da composição do fluido. Na verdade, o valor de  $k$  também varia com a densidade do ar que depende diretamente da temperatura e pressão. Assume-se que a maior parte (em volume) do fluido é basicamente formado por ar. Por essa razão, na equação da dinâmica do ar (equação 3.1.2) foi adotado para  $k$  o valor da constante politrópica do ar que vale 1.4. Essa hipótese não é absurda, haja visto que em sistemas de injeção multiponto, a mistura é formada apenas na entrada da válvula de admissão. Nesta fase da modelagem do motor foi adotada uma simplificação assumindo  $k$  como a constante politrópica do ar. No capítulo 4, será feita uma análise de robustez onde o desempenho do controlador será avaliado quando ocorrem variações no valor de  $k$ .

Ainda na expressão (3.1.2), o termo  $C_d$  é o coeficiente de descarga, um fator que relaciona a vazão de ar e a geometria da válvula, que aqui é admitido constante e com valor igual a 0.8.

O ar que passa pela válvula borboleta atinge o coletor de admissão. No coletor, supõe-se que o ar comporta-se como um gás perfeito, isto é, vale a lei:

$$p \cdot V = N \cdot R \cdot T$$

Esta equação é utilizada na sua forma dinâmica:

$$\dot{p} \cdot V = \dot{m} \cdot R \cdot T$$

onde  $\dot{m}$  é a taxa de variação de massa no coletor por unidade de tempo. Considera-se aqui que a variação de ar no coletor é a diferença entre a vazão de ar admitida e a vazão de ar absorvida pelos cilindros. A vazão em massa de ar absorvida pelos cilindros depende da pressão interna  $p$  do coletor e também da frequência angular  $n$  do eixo motor.

Como o modelo desenvolvido representa um motor de seis cilindros, foi assumido que, em média, a cada rotação três cilindros admitem a mistura (ar+combustível). Assim, a massa de ar admitida pelos cilindros pode ser estimado por:

$$va_a = \frac{N_{cil} \cdot V_{cil} \cdot \eta_v}{4 \cdot \pi \cdot R \cdot T} \cdot n \cdot p \quad (3.1.3)$$

Dessa forma, pode-se escrever a equação dinâmica do escoamento do ar dentro do coletor de admissão como:

$$\dot{p} = (va_b - va_a) \cdot \frac{R \cdot T}{V} \quad (3.1.4)$$

Sejam  $vc_a$  e  $vc_b$  as vazões de combustível injetado na válvula borboleta e de admissão, respectivamente. Assim,  $vc_b$  é definido pelo injetor baseado no sinal do controle. Agora, devido ao fato de o combustível estar na forma gasosa, não há formação de filme de combustível, assim o único fenômeno a ser modelado no escoamento de combustível será uma suavização de escoamento e um atraso de transporte. Então essas duas vazões relacionam-se por:

$$vc_a = \frac{1}{0.01 \cdot s + 1} \cdot e^{-0.01 \cdot s} \cdot vc_b \quad (3.1.5)$$

Vale destacar que os valores para o tempo de atraso e os coeficientes da função de transferência da suavização de escoamento foram baseados em valores médios razoáveis, haja visto que se trata de um modelo de simulação.

Com esta última equação finaliza-se a modelagem dos escoamentos do ar e do combustível desde a válvula borboleta até a válvula de admissão. Vale notar que, apesar de já existir mistura no coletor de admissão, os escoamentos foram tratados separadamente. Desse modo, assume-se que a mistura (combustível e ar) não possui características próprias, exceto pelo que se pode medir através da relação combustível/ar ( $\phi$ ).

### 3.1.3 Subsistema de Combustão

Este subsistema descreve o comportamento da mistura, desde a entrada na câmara de combustão até a saída para o escape, e seus reflexos na geração de torque.

O torque gerado pelo motor, chamado de torque indicado  $T_{ind}$ , depende da vazão de combustível na válvula de admissão, do poder calorífico inferior do gás natural, da frequência angular e da eficiência do motor em converter a energia do combustível em propulsão. A expressão matemática é dada por:

$$T_{ind} = H \cdot v_{c_a} \cdot Ef \cdot \frac{1}{n} \quad (3.1.6)$$

onde  $H$  é o poder calorífico inferior (PCI) do gás natural.

A eficiência do motor representada na equação acima por  $Ef$ , e também chamada de eficiência indicada, é um número entre 0 e 1 que representa a proporção da energia do combustível que o processo de combustão converte em rotação do eixo motor. Na prática, essa eficiência varia com a rotação, pressão, ângulo de ignição e composição da mistura, este último representado pela razão (combustível/ar) dentro da câmara de combustão ( $\phi_c$ ).

No trabalho de LOPES (1996) assumiu-se que a eficiência indicada dependia apenas de  $\phi_c$  e do ângulo do avanço de ignição. Devido à complexidade das leis que regem o assunto, foram utilizados dados experimentais para gerar um mapa que representasse a eficiência indicada. Assim, dados os valores de  $\phi_c$  e do avanço de ignição pode-se obter, através de uma tabela, um valor entre 0 e 1 que representa a porcentagem de energia do combustível que se converte efetivamente em torque.

O ponto ideal para ignição da centelha é função da duração total do processo de combustão, que por sua vez depende, entre outros, da geometria da câmara de combustão, do combustível, da rotação e da relação combustível/ar utilizada pelo motor. A determinação precisa deste ponto é ainda hoje, devido à complexidade

das variáveis envolvidas, uma tarefa basicamente experimental.

O ângulo de ignição varia com a rotação do motor e com a pressão no coletor de admissão. Do mesmo modo que o mapa da eficiência, a ignição também foi tabelada através de valores experimentais de modo a mapear todos os valores necessários para os pontos de operação do motor.

De modo global, dadas a composição da mistura, a pressão do coletor, a rotação do eixo motor e a vazão de combustível na válvula de admissão, obtém-se através de dois mapas estáticos o valor de torque disponível no eixo do motor. O controlador a ser implementado irá determinar a vazão de combustível na válvula borboleta e o ângulo de avanço de ignição. Assim, ao Mapa de Ignição é acrescido o valor do avanço de ignição definido pelo controlador.

### 3.1.4 Subsistema da Dinâmica Rotacional

Este subsistema descreve a dinâmica da velocidade angular do eixo motor considerando os torques de propulsão, de atrito e de carga. O torque de propulsão é o torque indicado gerado no subsistema de combustão. O torque de carga está relacionado ao esforço externo aplicado ao eixo motor representando o acoplamento de um dinamômetro. Assume-se que o torque de carga é proporcional à frequência angular e é descrito através da expressão:

$$T_{carg} = 2.04 \cdot n - 99.7 \quad (3.1.7)$$

Um outro torque existente neste subsistema é o torque de atrito que aparece devido ao movimento das peças mecânicas do motor e que se admite também variar linearmente com a frequência angular. A expressão para o torque de atrito é:

$$T_{atr} = 0.18 \cdot n + 33.4 \quad (3.1.8)$$

O modelo apresentado foi usado com a finalidade de testar o controlador preditivo generalizado baseado no modelo linear obtido por identificação de sistemas (LOPES, 1996). Porém, neste trabalho este modelo também será usado como base para gerar um modelo linear na forma de espaços de estados, visando a implementação de outras técnicas de controle.

Apresentam-se na Tabela 3.2 os valores das constantes que apareceram durante a modelagem do MCI.

Tabela 3.2: Tabela com os valores das constantes do motor

Nome da Constante	Símbolo Utilizado	valor	Unidade
diâmetro da válvula borboleta	$D$	0.05	m
constante termodinâmica do ar	$R$	287	$\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$
volume do coletor de admissão	$V$	0.002	$\text{m}^3$
temperatura do coletor de admissão	$T$	304	K
momento de inércia do motor	$J$	120	$\text{Kg}\cdot\text{m}^2$
pressão atmosférica	$p_0$	$10^5$	Pa
temperatura ambiente	$T_0$	300	K
temperatura do coletor	$T$	304	K
volume útil de combustão	$V_{cil}$	0.001	$\text{m}^3$
poder calorífico inferior do gás natural	$H$	$4.0 \cdot 10^7$	$\frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{kg}}$
número de cilindros do motor	$N_{cil}$	6	
rendimento volumétrico do motor	$\eta_{cil}$	0.9	
coeficiente de descarga	$C_d$	0.8	
constante politrópica da mistura gás/ar	$k$	1.4	

O modelo apresentado aqui sob a forma modular em subsistemas de admissão, de combustão e rotacional será implementado em ambiente MatLab-Simulink<sup>TM</sup> na próxima seção. Nas seções subseqüentes, são apresentados os passos em direção à obtenção de um modelo linear em espaços de estados.

### 3.2 Implementação do Modelo do Motor

Utilizando as equações (3.1.1) à (3.1.8) desenvolvidas na seção anterior, foi possível implementar no ambiente MatLab-Simulink<sup>TM</sup> todos os diagramas do simulador do motor. Na implementação do motor, foram utilizados subsistemas

independentes para cada uma das dinâmicas associadas ao modelo. A forma modular facilita a implementação e a visualização das entradas e saídas de cada um dos três subsistemas que compõem o motor.

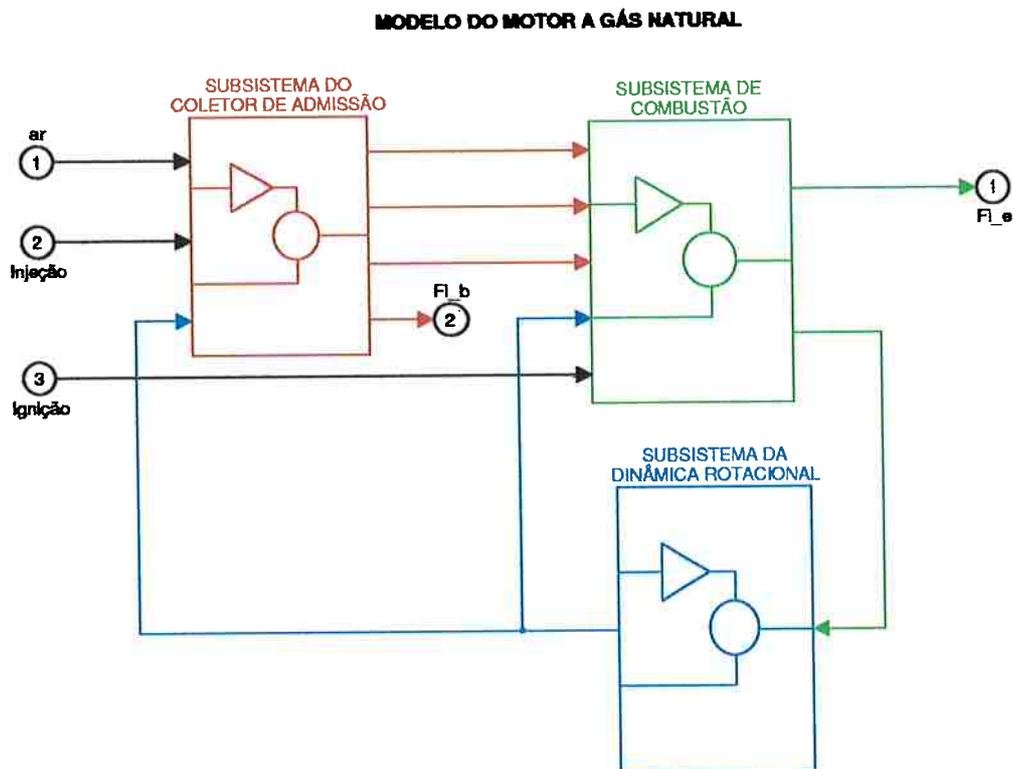


Figura 3.1: Diagrama do motor e da relação de entradas e saídas entre os subsistemas

Na Figura 3.1 pode-se observar o modelo do motor com seus três subsistemas: subsistema do coletor de admissão, subsistema de combustão e subsistema da dinâmica rotacional.

**SUBSISTEMA DO COLETOR DE ADMISSÃO : ESQUEMA GERAL**

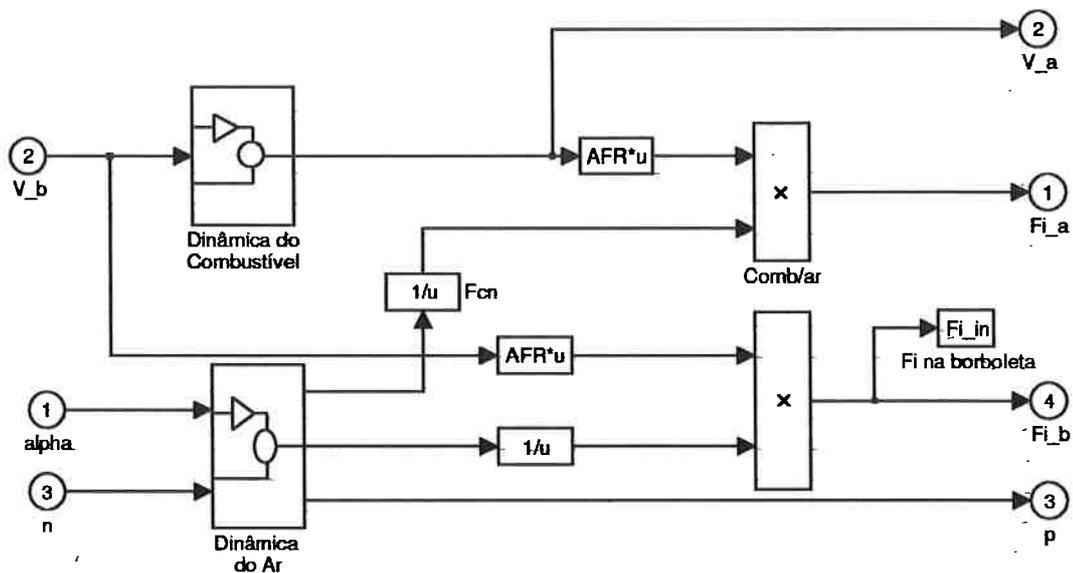


Figura 3.2: Diagrama do subsistema do coletor de admissão

Na Figura 3.2 apresentam-se as partes que compõem o subsistema de admissão, com os dois tipos de escoamentos:

- o escoamento do combustível representado pelo bloco dinâmica do combustível,
- o escoamento do ar representado pelo bloco dinâmica do ar.

**MODELO DO ESCOAMENTO DE COMBUSTÍVEL NO COLETOR DE ADMISSÃO**

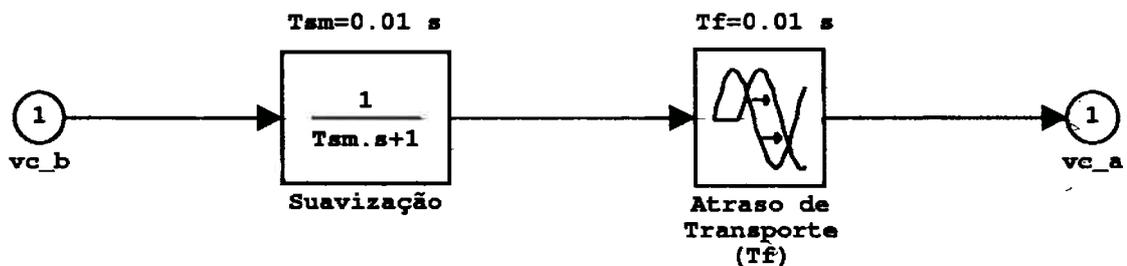


Figura 3.3: Diagrama da dinâmica do combustível



Na Figura 3.5 tem-se o subsistema de combustão onde se pode destacar o Mapa de Ignição, representado pela função do MatLab® chamada "ign". A função "indi" contém o Mapa de Eficiência Indicada que depende da frequência angular e do ângulo de avanço de ignição. O ângulo de avanço total é a soma do valor da ignição (fornecido pelo Mapa de Ignição) e de um acréscimo definido pelo controlador e representado pela variável  $\beta$ .

**MODELO SIMULADOR DO SUBSISTEMA DA DINÂMICA ROTACIONAL**

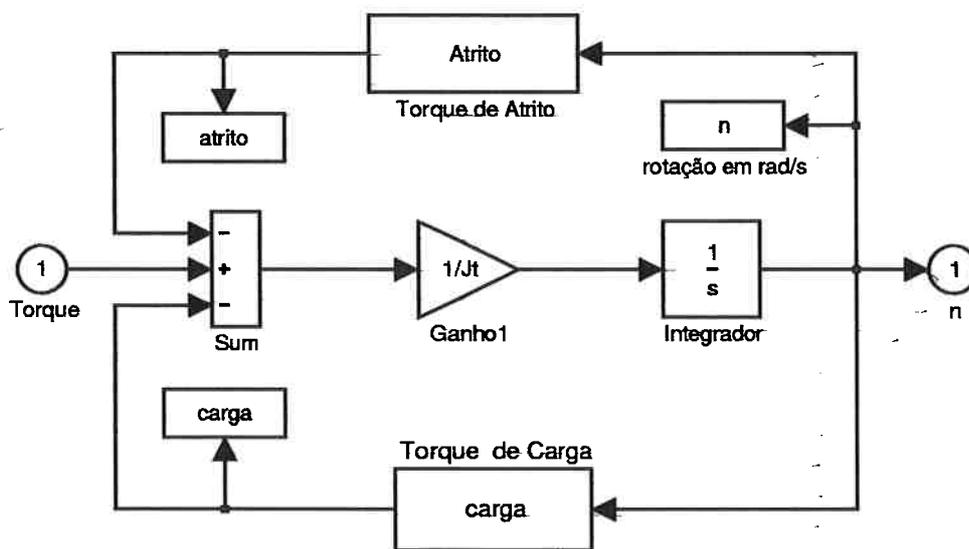


Figura 3.6: Diagrama do subsistema da dinâmica rotacional

No subsistema da dinâmica rotacional (Figura 3.6) pode-se destacar as funções carga e atrito que contêm, respectivamente, os torques de carga e de atrito.

**3.3 O Modelo Linear em Espaço de Estados**

Para a implementação de qualquer controlador baseado em modelo é necessário obter um modelo matemático (linear ou não) da planta em estudo. O primeiro passo nesse sentido é a conversão dos Mapas de Ignição e Eficiência Indicada em funções matemáticas equivalentes. A partir daí, é possível acompanhar

os diagramas de fluxo de sinal do modelo implementado na seção anterior, e escrever as equações diferenciais que regem o funcionamento do motor. Finalmente, a linearização dessas equações leva ao modelo linear em espaços de estados, que é um modelo muito utilizado na formulação de controladores lineares, como o Controlador Linear Quadrático utilizado neste trabalho.

### 3.3.1 Conversão dos Mapas do Motor em Funções Analíticas

O subsistema de combustão envolve várias dinâmicas de difícil descrição, tais como a propagação de chamas, a turbulência na câmara de combustão, a transferência de calor, etc. Estes fenômenos são resumidamente representados por mapas associados aos processos de ignição e eficiência. Dado que será necessário linearizar o modelo, esses mapas devem ser substituídos por funções analíticas que não alterem o comportamento do motor em simulação.

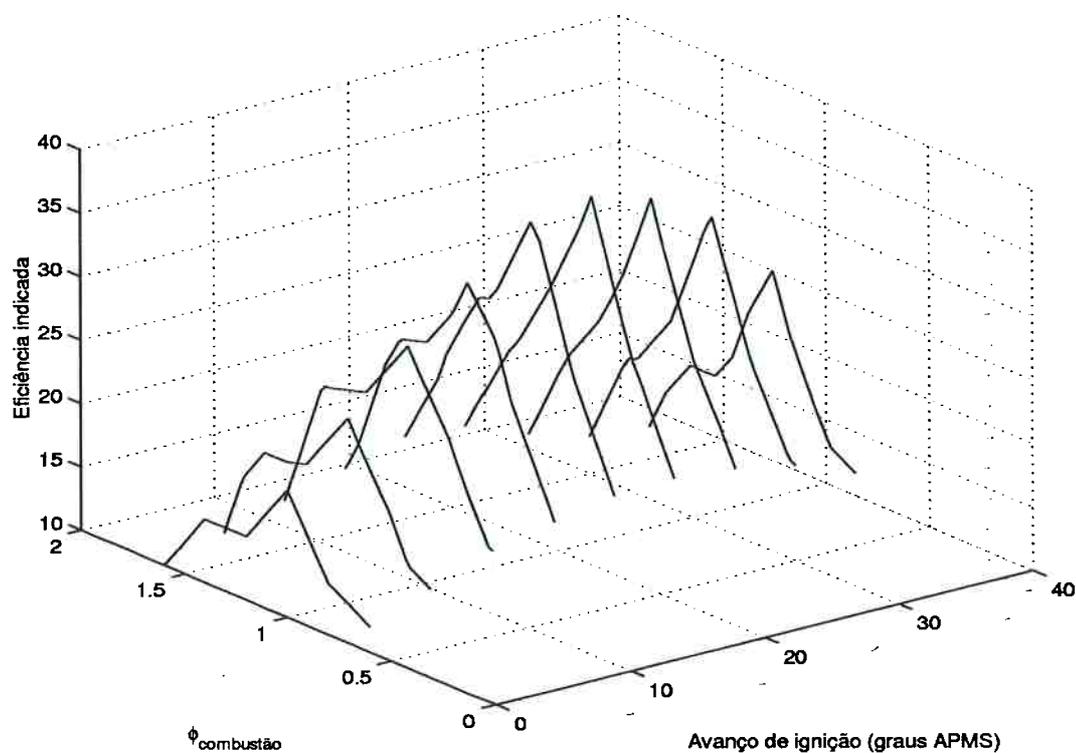


Figura 3.7: Mapa de Eficiência Indicada

Na Figura 3.7 está representado o Mapa de Eficiência Indicada. Observa-se no

gráfico que não se trata de uma função contínua, mas sim de um gráfico composto por várias curvas definidas para cada valor da ignição. Essa descontinuidade da função eficiência no espaço (ignição  $\times \phi_c$ ) cria um comportamento indesejável no simulador (motor+controlador) como pode ser visto no capítulo de simulação do GPC.

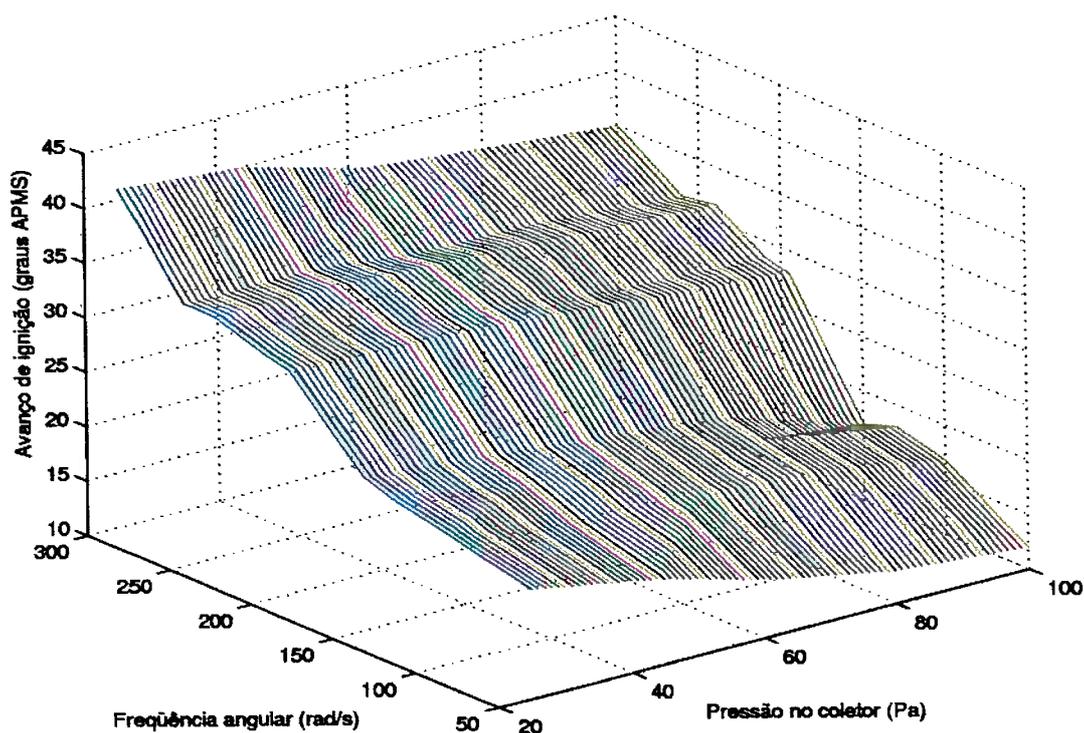


Figura 3.8: Mapa de Ignição

Pode-se ver na Figura 3.8 o Mapa de Ignição do Motor em estudo, onde se destaca a mesma descontinuidade observada no Mapa da Eficiência, ou seja, a função ignição é contínua com a variação da frequência angular porém, descontínua com a pressão. Nos dois mapas, essa descontinuidade é inerente ao método de interpolação do software utilizado (função "griddata.m" do MatLab®).

Os dois mapas apresentados são eficientes para efeito de simulações. Porém, quando o objetivo é a análise detalhada do comportamento dessas curvas ao longo de seu domínio de existência, essa modelagem torna-se insuficiente. Do mesmo modo, a forma de mapas não permite obter equações explícitas que regem

o funcionamento dessa parte do motor. Assim, deve-se aproximar tais mapas por funções contínuas que apresentem um comportamento "suave" e que sejam manipuláveis do ponto de vista matemático.

### Conversão do Mapa de Eficiência

O Mapa da Eficiência Indicada é função das variáveis ignição e razão combustível/ar na câmara de combustão (Figura 3.7). Assim, para o cálculo da função analítica da eficiência foi utilizada a técnica dos mínimos quadrados visando a interpolação de uma curva aos dados experimentais.

A eficiência do motor varia com o ângulo de ignição e com a composição da mistura dentro da câmara ( $\phi_c$ ). A saída da função eficiência  $E_f$  é um coeficiente entre 0 e 1 que representa a taxa de conversão do processo de combustão em torque do eixo motor.

Matematicamente, a eficiência é uma função não linear complexa e é modelada por um polinômio de quinto grau em relação à ignição e de segundo grau em relação a razão combustível/ar da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 E_f = & a(1) \cdot f^5 + a(2) \cdot f^4 \cdot g + a(3) \cdot f^3 \cdot g^2 + a(4) \cdot f^2 \cdot g^3 \\
 & + a(5) \cdot f \cdot g^4 + a(6) \cdot g^5 + a(7) \cdot f^4 + a(8) \cdot f^3 \cdot g + \\
 & a(9) \cdot f^2 \cdot g^2 + a(10) \cdot f \cdot g^3 + a(11) \cdot g^4 + a(12) \cdot f^3 \\
 & + a(13) \cdot f^2 \cdot g + a(14) \cdot f \cdot g^2 + a(15) \cdot g^3 + a(16) \cdot f^2 + \\
 & a(17) \cdot f \cdot g + a(18) \cdot g^2 + a(19) \cdot f + a(20) \cdot g + a(21)
 \end{aligned} \tag{3.3.1}$$

onde

$$\begin{aligned}
 f = ign_{total} & : \text{função avanço de ignição total,} \\
 g = \phi_c & : \text{razão combustível/ar de combustão.}
 \end{aligned}$$

A função ignição total é a soma do Mapa de Ignição e de um acréscimo definido pelo controlador. Assim, pode-se escrever a seguinte expressão para o avanço total da ignição:

$$f = ign + \beta \quad (3.3.2)$$

onde:

- $ign$  é o valor do avanço de ignição definido no Mapa de Ignição e é característico de cada motor;
- $\beta$  é o acréscimo no avanço de ignição definido pelo controlador visando melhorar a queima do combustível para atingir o propósito de controle.

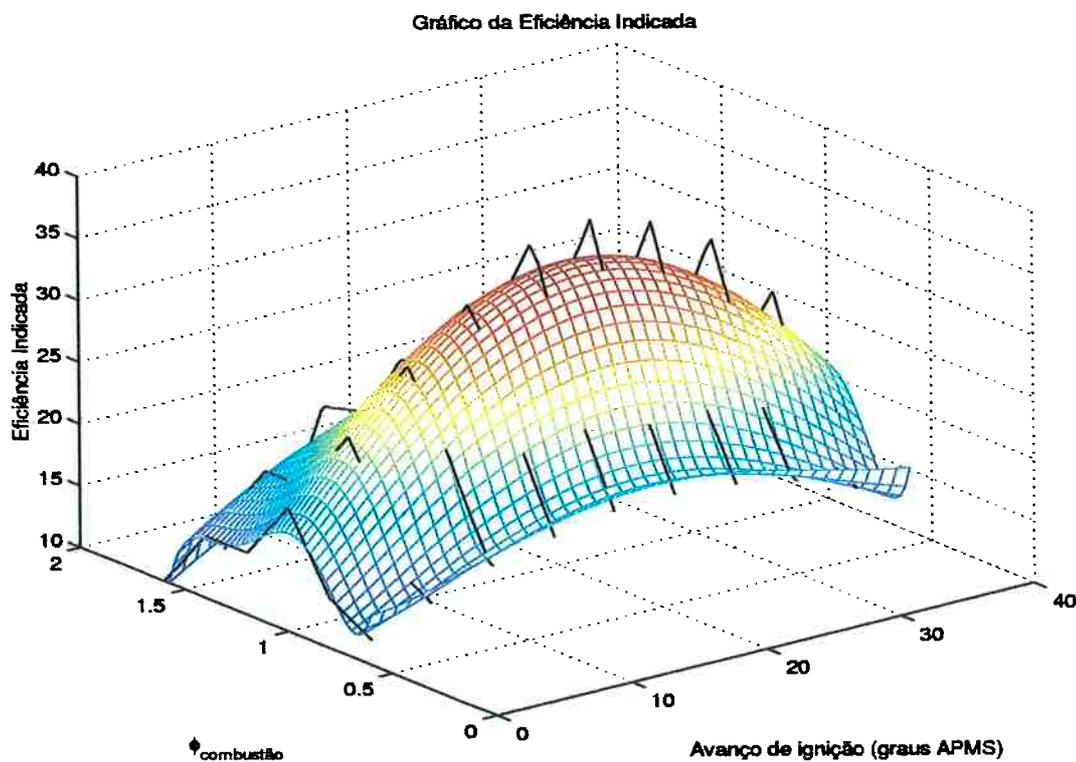


Figura 3.9: Mapa de Eficiência Indicada por aproximação polinomial

Pode-se observar na Figura 3.9 o gráfico com a comparação entre o Mapa de Eficiência original (em preto) e a função polinomial encontrada para aproximar

a eficiência indicada. Devido à aproximação numérica, a função analítica polinomial da eficiência indicada apresentou valores inferiores da eficiência em relação ao mapa original quando a razão combustível/ar na câmara se encontra próximo do valor 1 (valor normalizado). Com isso, o torque gerado é menor, causando pequenas mudanças na resposta do simulador. Essa diferença deve ser compensada através da mudança na curva de carga de modo a manter a consistência do simulador com o motor real.

### Conversão do Mapa de Ignição

Assim como o Mapa da Eficiência Indicada, o Mapa de Ignição também deve ser convertido em uma função analítica. Aproximou-se o Mapa da Ignição por uma curva linear com a pressão e a frequência angular, mais um termo misto que depende do produto da pressão pela frequência angular. A escolha deste tipo de função se beneficiou da experiência adquirida na fase da análise de robustez, onde se mostrou que algumas variações no Mapa de Ignição pouco influenciavam as outras variáveis do simulador.

A função ignição baseia-se no Mapa de Ignição, que é representado por uma tabela cujos valores foram obtidos através de dados experimentais. Assim, o Mapa de Ignição é aproximado pela função:

$$ign = \frac{1}{9375000} \cdot p \cdot n - \frac{14}{125000} \cdot p + \frac{61}{750} \cdot n + \frac{93}{5} \quad (3.3.3)$$

ou seja, a ignição depende das variáveis pressão e frequência angular.

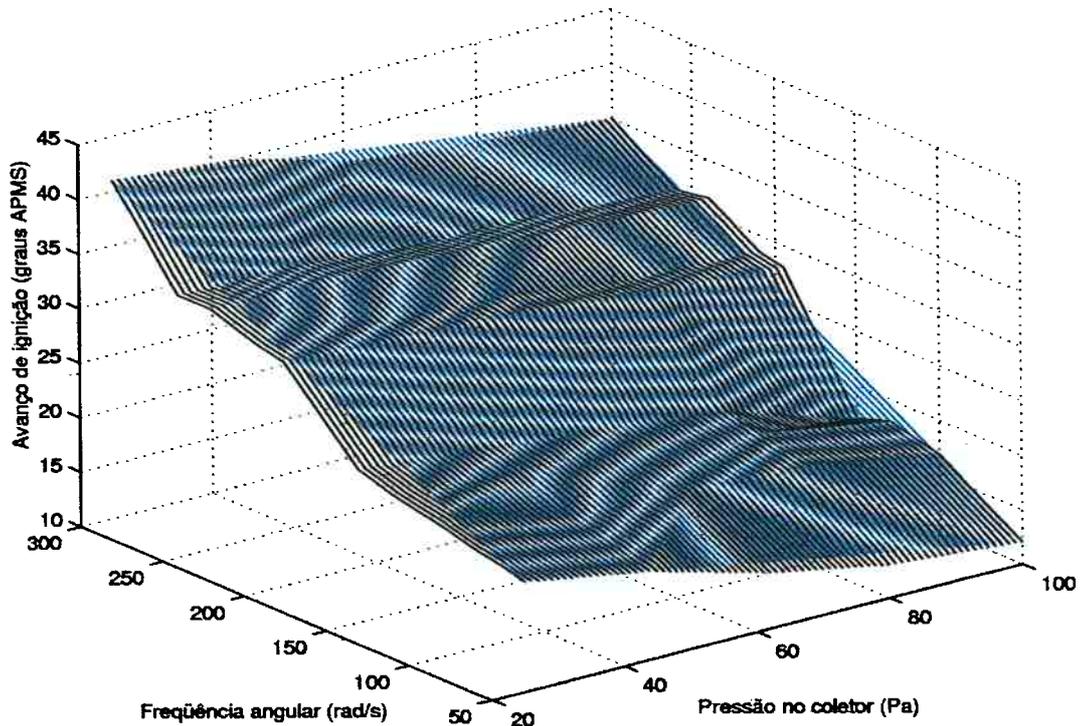


Figura 3.10: Mapa de Ignição por aproximação polinomial

Apesar de sua forma simples (em azul na Figura 3.10), a função analítica obtida aproxima-se de maneira bastante satisfatória do Mapa de Ignição e possibilita uma forma adequada para a obtenção do modelo matemático do motor.

### 3.3.2 Equacionamento Matemático do Motor

O modelo do motor em forma de diagramas de blocos dificulta a implementação de controladores lineares, especialmente aqueles que dependem do modelo sob a forma de espaços de estados. Assim, é necessário reescrever o modelo do motor sob a forma de espaços de estados e, para isso deve-se converter a linguagem de diagrama de blocos em equações diferenciais que regem a dinâmica do simulador do motor. Para representar as equações diferenciais utiliza-se a mesma notação definida na Tabela 3.1 e os valores numéricos das constantes definidas na Tabela 3.2.

Conforme visto na equação 3.1.1, a área da seção da válvula borboleta é função

do ângulo de abertura da válvula da seguinte forma:

$$A(\alpha) = \frac{D^2 \cdot \pi}{16} \cdot (3 - 2\cos(\alpha) - \cos^2(\alpha))$$

onde o diâmetro da válvula borboleta vale:

$$D = 0.05\text{m}$$

Deste modo, escreve-se:

$$A(\alpha) = 2.5 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot \left( \frac{3 - 2\cos(\alpha) - \cos^2(\alpha)}{16} \right) \quad (3.3.4)$$

A vazão de ar na válvula borboleta é modelada como o escoamento de um fluido por um orifício que é dividido em bloqueado e não bloqueado (conforme 3.1.2) e descrito através da seguinte expressão:

$$va_b = \begin{cases} \frac{C_d \cdot p_0 \cdot A(\alpha)}{\sqrt{T \cdot T_0}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k}{k-1} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k+1}{k}}} & \text{se } \frac{p}{p_0} > \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \\ \frac{C_d \cdot p_0 \cdot A(\alpha) \sqrt{k}}{\sqrt{T \cdot T_0}} \cdot \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} & \text{se } \frac{p}{p_0} \leq \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \end{cases}$$

Nesta expressão  $p_0$  e  $T_0$  representam, respectivamente, a pressão e a temperatura de estagnação do coletor de admissão e seus valores são iguais a:

$$p_0 = 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_0 = 300 \text{ K}$$

Os valores das constantes  $R$  e  $k$  são:

$$R = 287 \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{Kg}\cdot\text{K}}$$

$$k = 1.4$$

Substituindo esses valores na equação 3.3.4, chega-se à expressão:

$$va_b = \begin{cases} 0.000010159375 \cdot \pi \cdot (3 - 2\cos(\alpha) - \cos^2(\alpha)) \cdot p^{0.714} \cdot \left(1 - \frac{p}{10^5}\right)^{0.143} & \text{se } p > 5.28 \cdot 10^4 \text{ Pa} \\ 0.029180921875 \cdot \pi \cdot (3 - 2\cos(\alpha) - \cos^2(\alpha)) & \text{se } p \leq 5.28 \cdot 10^4 \text{ Pa} \end{cases} \quad (3.3.5)$$

Devido ao atraso de transporte e à própria dinâmica do injetor, a vazão de combustível na válvula de admissão é representada como um atraso em relação à vazão na válvula borboleta mais uma suavização representada por uma função de primeira ordem. Matematicamente pode-se escrever:

$$vc_a = \frac{1}{0.01 \cdot s + 1} \cdot e^{-0.01 \cdot s} \cdot vc_b \quad (3.3.6)$$

Utilizando a aproximação de Padé de 1ª ordem para o atraso pode-se escrever:

$$vc_a = \frac{1}{0.01 \cdot s + 1} \cdot \frac{1 - 0.005 \cdot s}{1 + 0.005 \cdot s} \cdot vc_b \quad (3.3.7)$$

A razão entre a vazão de combustível e a vazão de ar é chamada de relação combustível/ar ( $\phi$ ) e definida por:

$$\phi = \frac{\text{vazão combustível}}{\text{vazão ar}}$$

Ao longo de todo o processo de admissão e combustão, definem-se quatro tipos de relação combustível/ar, que correspondem às diferentes posições da mistura dentro do motor. A relação combustível/ar na válvula borboleta que é chamada de  $\phi_b$  e definida por:

$$\phi_b = 14.5 \cdot \frac{vc_b}{va_b} \quad (3.3.8)$$

onde o valor 14.5 é o fator de normalização (relação ar/combustível estequiométrica).

Do mesmo modo, define-se a razão entre a vazão de combustível e a vazão de ar na válvula de admissão do motor, representada por  $\phi_a$ . O valor também encontra-se normalizado.

$$\phi_a = 14.5 \cdot \frac{v_{c_a}}{v_{a_a}} \quad (3.3.9)$$

Quando a mistura atinge a câmara de combustão, a razão é chamada de relação combustível/ar de combustão e representado por  $\phi_c$ . Dependendo da frequência angular do motor,  $\phi_c$  sofre um atraso para receber o valor de  $\phi_a$ . Deste modo, pode-se representar a relação combustível/ar de combustão como um atraso (variável com a frequência angular do motor) em relação ao valor da razão combustível/ar na admissão. Matematicamente se escreve:

$$\phi_c = e^{-\frac{1}{n} \cdot s} \phi_a \quad (3.3.10)$$

e que pode ser simplificado por uma aproximação de Padé de 1ª ordem como:

$$\phi_c = \frac{1 - \frac{1}{2n} \cdot s}{1 + \frac{1}{2n} \cdot s} \cdot \phi_a \quad (3.3.11)$$

Quando a mistura queimada, sob a forma de gases, chega na saída de escape tem-se a chamada razão (combustível/ar) no sensor lambda do escape ( $\phi_e$ ), que também é representada como um atraso em relação a  $\phi_c$ :

$$\phi_e = e^{-0.01 \cdot s} \phi_c \quad (3.3.12)$$

Novamente, utilizando uma aproximação de Padé de 1ª ordem para o atraso que representa a distância entre a câmara de combustão e o sensor no coletor de escape, pode-se escrever:

$$\phi_e = \frac{1 - 0.005 \cdot s}{1 + 0.005 \cdot s} \cdot \phi_c \quad (3.3.13)$$

A vazão de ar na válvula de admissão é função da frequência angular e da pressão do motor conforme descrito na equação 3.1.3. Esse fenômeno é descrito por:

$$va_a = \frac{N_{cil} \cdot V_{cil} \cdot \eta_v}{4 \cdot \pi \cdot R \cdot T} \cdot n \cdot p$$

Considerando os valores das constantes iguais a:

$$\begin{aligned} N_{cil} &= 6, \\ T &= 300\text{K}, \\ V_{cil} &= 0.001\text{m}^3, \\ \eta_v &= 0.9, \\ R &= 287 \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \end{aligned}$$

Pode-se reescrever a equação como:

$$va_a = \frac{5.4 \cdot 10^{-3}}{174496 \cdot \pi} \cdot n \cdot p \quad (3.3.14)$$

Como visto na equação 3.1.4, a dinâmica da pressão do coletor é função da diferença das vazões de ar entre a válvula de admissão e a válvula borboleta do motor, ou seja:

$$\dot{p} = (va_b - va_a) \cdot \frac{R \cdot T}{V}$$

onde R é a constante do ar, T é a temperatura e V o volume do coletor de admissão. Em valores, tem-se:

$$R = 287 \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{kg}\cdot\text{K}},$$

$$V = 0.002\text{m}^3,$$

$$T = 304\text{K},$$

Substituindo na equação acima, obtém-se:

$$\dot{p} = (va_b - va_a) \cdot 43624000$$

Substituindo a equação (3.3.14) na equação acima, tem-se:

$$\dot{p} = \left( va_b - \frac{5.4 \cdot 10^{-3}}{174496 \cdot \pi} \cdot n \cdot p \right) \cdot 43624000$$

e finalmente, chega-se à expressão da dinâmica da pressão no coletor:

$$\dot{p} = 43624000 \cdot va_b - \frac{1.35}{\pi} \cdot n \cdot p \quad (3.3.15)$$

O torque gerado pelo motor, conforme visto na equação 3.1.6, varia com a frequência angular, com a vazão de combustível na válvula de admissão e com a eficiência do motor do seguinte modo:

$$T_{ind} = H \cdot vc_a \cdot Ef \cdot \frac{1}{n}$$

onde  $H = 4.0 \cdot 10^7$  é o poder calorífico inferior do gás natural.

Deste modo, pode-se escrever:

$$T_{ind} = 4 \cdot 10^7 \cdot vc_a \cdot Ef \cdot \frac{1}{n} \quad (3.3.16)$$

Note-se que a função  $Ef$  é a aproximação por polinômios do Mapa de Eficiência Indicada dada pela expressão 3.3.1.

A dinâmica da rotação do eixo do motor é dada pela diferença entre o torque indicado e os torques de carga e de atrito:

$$\dot{n} = (T_{ind} - T_{carg} - T_{atr}) \cdot \frac{1}{J}$$

onde  $J$  é o momento de inércia no eixo motor.

Os torques de atrito e de carga, como dados em 3.1.8 e 3.1.7, são respectivamente:

$$T_{carg} = 2.04 \cdot n - 99.7$$

$$T_{atr} = 0.18 \cdot n + 33.4$$

e o momento de inércia do motor vale:

$$J = 120 \frac{\text{Kg m}^2}{\text{s}^2}$$

que representa a inércia do motor em estudo trabalhando em quarta marcha.

Substituindo as expressões acima e a equação 3.3.16, chega-se à equação da dinâmica da rotação:

$$\dot{n} = (4 \cdot 10^7 \cdot v_{c_a} \cdot Ef \cdot \frac{1}{n} - 2.22 \cdot n + 66.3) \cdot \frac{1}{120} \quad (3.3.17)$$

As equações (3.3.4), (3.3.5), (3.3.14), (3.3.15) e (3.3.17) encontram-se escritas no domínio do tempo. Porém, as equações (3.3.7), (3.3.11) e (3.3.13) encontram-se no domínio da frequência e, portanto, devem ser convertidas ao domínio do tempo.

Assim, a equação (3.3.7) que representa a expressão do combustível na válvula de admissão é dada por:

$$v_{c_a} = \frac{1}{0.01s + 1} \cdot \frac{1 - 0.005s}{1 + 0.005s} \cdot v_{c_b}$$

que, quando convertida ao domínio do tempo, transforma-se no sistema de equações:

$$\dot{x}_1 = -300 \cdot x_1 - 20000 \cdot x_2 + vc_b \quad (3.3.18)$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \quad (3.3.19)$$

$$vc_a = -100 \cdot x_1 + 20000 \cdot x_2 \quad (3.3.20)$$

onde as variáveis  $x_1$  e  $x_2$  são as variáveis de estado do sistema dinâmico no domínio do tempo.

A equação (3.3.11) que representa o atraso variável de  $\phi_c$  com relação a  $\phi_a$  é:

$$\phi_c = \frac{1 - \frac{1}{2n} \cdot s}{1 + \frac{1}{2n} \cdot s} \cdot \phi_a$$

convertendo ao domínio do tempo, introduz-se a variável de estado  $x_3$  que se relaciona com o sistema da seguinte forma:

$$\dot{x}_3 = -2 \cdot n \cdot x_3 + \phi_a \quad (3.3.21)$$

$$\phi_c = 4 \cdot n \cdot x_3 - \phi_a \quad (3.3.22)$$

A equação (3.3.13) que representa o atraso de  $\phi_e$  com relação a  $\phi_c$  é:

$$\phi_e = \frac{1 - 0.005 \cdot s}{1 + 0.005 \cdot s} \cdot \phi_c$$

convertendo ao domínio do tempo, introduz-se a variável de estado  $x_4$  no modelo, cuja dinâmica é descrita por:

$$\dot{x}_4 = -200 \cdot x_4 + \phi_c \quad (3.3.23)$$

$$\phi_e = 400 \cdot x_4 - \phi_c \quad (3.3.24)$$

Deste ponto, pode-se escrever todas as equações do motor no domínio do tempo. Seja a equação (3.3.9) que representa a relação combustível/ar na válvula de admissão:

$$\phi_a = 14.5 \cdot \frac{v_{c_a}}{v_{a_a}}$$

substituindo as equações (3.3.20) e (3.1.3) na expressão de  $\phi_a$  tem-se:

$$\phi_a = 14.5 \cdot \frac{-100 \cdot x_1 + 20000 \cdot x_2}{\frac{5.4 \cdot 10^{-3}}{348992 \cdot \pi} \cdot n \cdot p}$$

ou ainda,

$$\phi_a = 2530192 \cdot \pi \cdot \frac{-100 \cdot x_1 + 20000 \cdot x_2}{5.4 \cdot 10^{-3} \cdot n \cdot p}$$

e finalmente,

$$\phi_a = \frac{1265096 \cdot 10^6 \cdot \pi}{27 \cdot n \cdot p} \cdot (-x_1 + 200 \cdot x_2) \quad (3.3.25)$$

Agora, substituindo a expressão (3.3.25) na equação (3.3.21) pode-se escrever:

$$\dot{x}_3 = -2 \cdot n \cdot x_3 + \frac{1265096 \cdot 10^6 \cdot \pi}{27 \cdot n \cdot p} \cdot (-x_1 + 200 \cdot x_2) \quad (3.3.26)$$

Do mesmo modo, substituindo a equação (3.3.25) em (3.3.22) obtém-se:

$$\phi_c = 4 \cdot n \cdot x_3 - \frac{1265096 \cdot 10^6 \cdot \pi}{27 \cdot n \cdot p} \cdot (-x_1 + 200 \cdot x_2) \quad (3.3.27)$$

Agora, substituindo a equação (3.3.27) em (3.3.23) e (3.3.24) tem-se:

$$\dot{x}_4 = -200 \cdot x_4 + 4 \cdot n \cdot x_3 - \frac{1265096 \cdot 10^6 \cdot \pi}{27 \cdot n \cdot p} \cdot (-x_1 + 200 \cdot x_2) \quad (3.3.28)$$

$$\phi_e = 400 \cdot x_4 - 4 \cdot n \cdot x_3 + \frac{1265096 \cdot 10^6 \cdot \pi}{27 \cdot n \cdot p} \cdot (-x_1 + 200 \cdot x_2) \quad (3.3.29)$$

Para finalizar o modelo matemático no domínio do tempo, resta ainda a equação (3.3.17) que depende explicitamente da expressão da eficiência indicada  $Ef$ . A expressão da eficiência indicada 3.3.1 deve ser escrita em função das variáveis  $x_1, x_2, x_3, x_4, p, n, \beta$  e  $vc_b$ . As seis primeiras variáveis formam o vetor de estados do modelo linear do MCI, enquanto que as últimas duas são as entradas do sistema.

Analisando a equação (3.3.1), observa-se que esta depende das funções avanço de ignição total ( $f$ ) e razão combustível/ar de combustão ( $g$ ). A expressão para a função  $g$  já foi encontrada e corresponde à equação (3.3.27), ao passo que a expressão para  $f$  é explicitada a seguir. A função avanço de ignição total definida anteriormente através da expressão 3.3.2 é a soma da função ignição (equação 3.3.3) e do acréscimo  $\beta$  definido pelo controlador. Assim, pode-se escrever a expressão para  $f$  como:

$$f = \frac{1}{9375000} \cdot p \cdot n - \frac{14}{125000} \cdot p + \frac{61}{750} \cdot n + \frac{93}{5} + \beta \quad (3.3.30)$$

Portanto, a função ignição total depende das variáveis pressão, frequência angular e avanço de ignição  $\beta$ . Agora, substituindo as expressões de  $f$  (equação 3.3.30) e de  $\phi_c$  (equação 3.3.27) na equação 3.3.1, chega-se a uma expressão não linear para a eficiência indicada. Porém, devido ao tamanho da expressão resultante ela não será explicitada aqui. Vale realçar que a expressão da  $Ef$  está escrita em função das variáveis  $x_1, x_2, x_3, p, n$  e  $\beta$ , ou seja,  $Ef(x_1, x_2, x_3, p, n, \beta)$ .

Efetuada as devidas conversões e reagrupando as equações dinâmicas, foi possível escrever o modelo não linear do MCI movido a gás natural. Assim, a dinâmica não linear do MCI é descrita pelas seis equações diferenciais :

$$\dot{x}_1 = -300 \cdot x_1 - 20000 \cdot x_2 + v_{c_b} \quad (3.3.31)$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \quad (3.3.32)$$

$$\dot{x}_3 = -2 \cdot n \cdot x_3 + \frac{1265096 \cdot 10^6 \cdot \pi}{27 \cdot n \cdot p} \cdot (-x_1 + 200 \cdot x_2) \quad (3.3.33)$$

$$\dot{x}_4 = -200 \cdot x_4 + 4 \cdot n \cdot x_3 - \frac{1265096 \cdot 10^6 \cdot \pi}{27 \cdot n \cdot p} \cdot (-x_1 + 200 \cdot x_2) \quad (3.3.34)$$

$$\dot{p} = v_{a_b} \cdot 4.364 \cdot 10^7 - \frac{1.35}{\pi} \cdot n \cdot p \quad (3.3.35)$$

$$\dot{n} = \left( \frac{8.0 \cdot 10^9 \cdot (-x_1 + 200 \cdot x_2)}{n} \cdot Ef - 2.22 \cdot n + 66.3 \right) \cdot \frac{1}{120} \quad (3.3.36)$$

e pelas duas equações algébricas:

$$\phi_b = 14.5 \cdot \frac{v_{c_b}}{v_{a_b}} \quad (3.3.37)$$

$$\phi_e = 400 \cdot x_4 - 4 \cdot n \cdot x_3 + \frac{1265096 \cdot 10^6 \cdot \pi}{27 \cdot n \cdot p} \cdot (-x_1 + 200 \cdot x_2) \quad (3.3.38)$$

onde  $v_{a_b}$  é dado por (3.3.5), ou seja:

$$va_b = \begin{cases} 0.000010159375 \cdot \pi \cdot (3 - 2\cos(\alpha) - \cos^2(\alpha)) \cdot p^{0.714} \cdot \left(1 - \frac{p}{10^5}\right)^{0.143} & \text{se } p > 5.28 \cdot 10^4 \text{ Pa} \\ 0.029180921875 \cdot \pi \cdot (3 - 2\cos(\alpha) - \cos^2(\alpha)) & \text{se } p \leq 5.28 \cdot 10^4 \text{ Pa} \end{cases}$$

O modelo do motor descrito pelas equações 3.3.31 à 3.3.38 representa toda a dinâmica do motor de combustão interna movido a gás natural. A importância desse modelo reside no fato de viabilizar o uso de várias técnicas de controle lineares e não lineares que necessitem de um modelo explícito da planta. A partir desse modelo (não linear) é possível implementar várias técnicas de controle baseadas na representação de espaço de estados, simplesmente linearizando tal modelo em torno de um ponto de operação.

O MCI idealizado tem todo o seu funcionamento baseado na posição do pedal do acelerador. A estabilização da rotação, da quantidade de combustível, da pressão no coletor entre outros, têm seus valores condicionados ao ângulo de abertura da válvula borboleta. Deste modo, é razoável supor que no modelo do motor obtido anteriormente, cada ângulo de abertura está associada a um vetor com os valores de estabilização de todas as variáveis do motor. Assim, a cada valor de  $\alpha$  está associado um vetor com os valores de regime permanente das variáveis  $x_1, x_2, x_3, x_4, p, n, v_{cb}$  e  $\beta$ .

Os valores de regime das variáveis do motor são de extrema importância no processo de linearização do modelo. Ao definir o ponto de operação do motor, está se fixando um valor para o ângulo da válvula borboleta ( $\alpha$ ) que está associado a um conjunto de valores de estabilização das variáveis do motor. Esses valores definem o ponto em torno do qual o modelo será linearizado.

Duas dificuldades surgem neste ponto. A primeira delas é encontrar os valores de estabilização, e a segunda refere-se ao método de linearização a ser utilizado.

A idéia inicial para se encontrar os valores de estabilização das variáveis foi utilizar o simulador (motor+controlador-GPC), posicionando a válvula borboleta sobre cada um dos pontos de operação e aguardando o sistema entrar em regime permanente. Porém, para realizar essa tarefa, é necessária a implementação de novos diagramas de simulação, haja visto que os apresentados anteriormente não possuíam as variáveis  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  e  $x_4$ . Assim, na próxima seção apresenta-se a implementação da planta do motor de combustão interna tal como foi representada pelas equações 3.3.31 à 3.3.38.

### 3.3.3 Implementação das Equações Diferenciais

Partindo-se das equações diferenciais não lineares (equações 3.3.31 à 3.3.38) foi possível implementar um novo diagrama de simulação para representar o MCI. O novo diagrama de blocos nada mais é do que a união das equações diferenciais obtidas anteriormente e substitui toda a parte interna do motor e os seus subsistemas. O diagrama obtido possui um menor número de subsistemas de modo que houve a diminuição do tempo total de simulação, sendo reduzido em cerca de quatro a cinco vezes quando comparado ao simulador anterior.

Através da simulação desse diagrama, foi possível verificar a equivalência entre esta forma de modelagem e a anteriormente utilizada (na forma de subsistemas). O diagrama pode ser visto nas Figuras 3.11 e 3.12

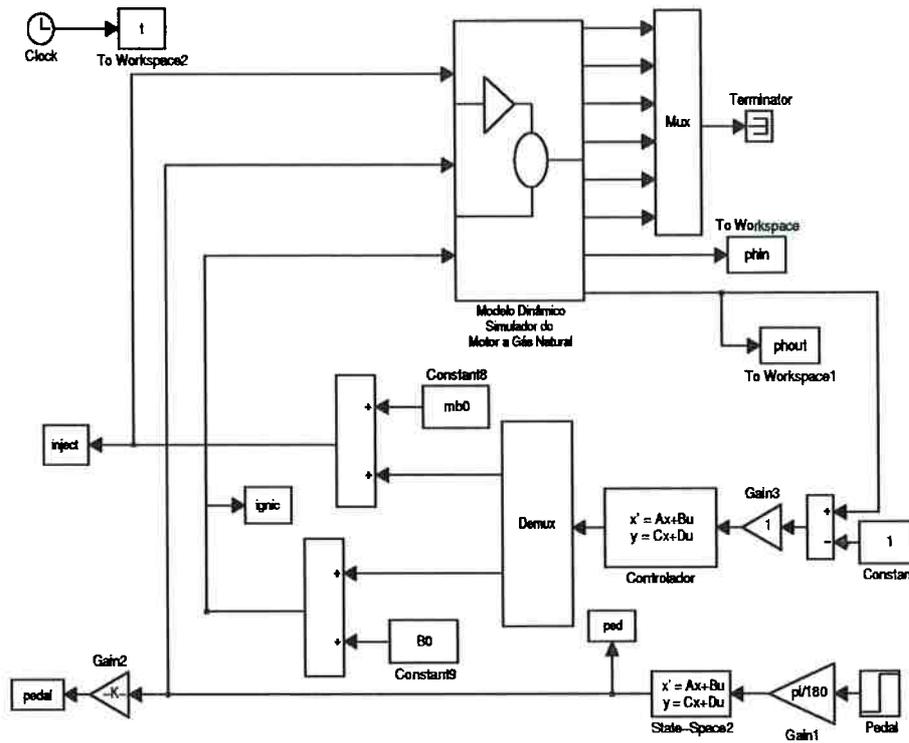


Figura 3.11: Diagrama geral (planta+controle) do simulador do motor a gás natural

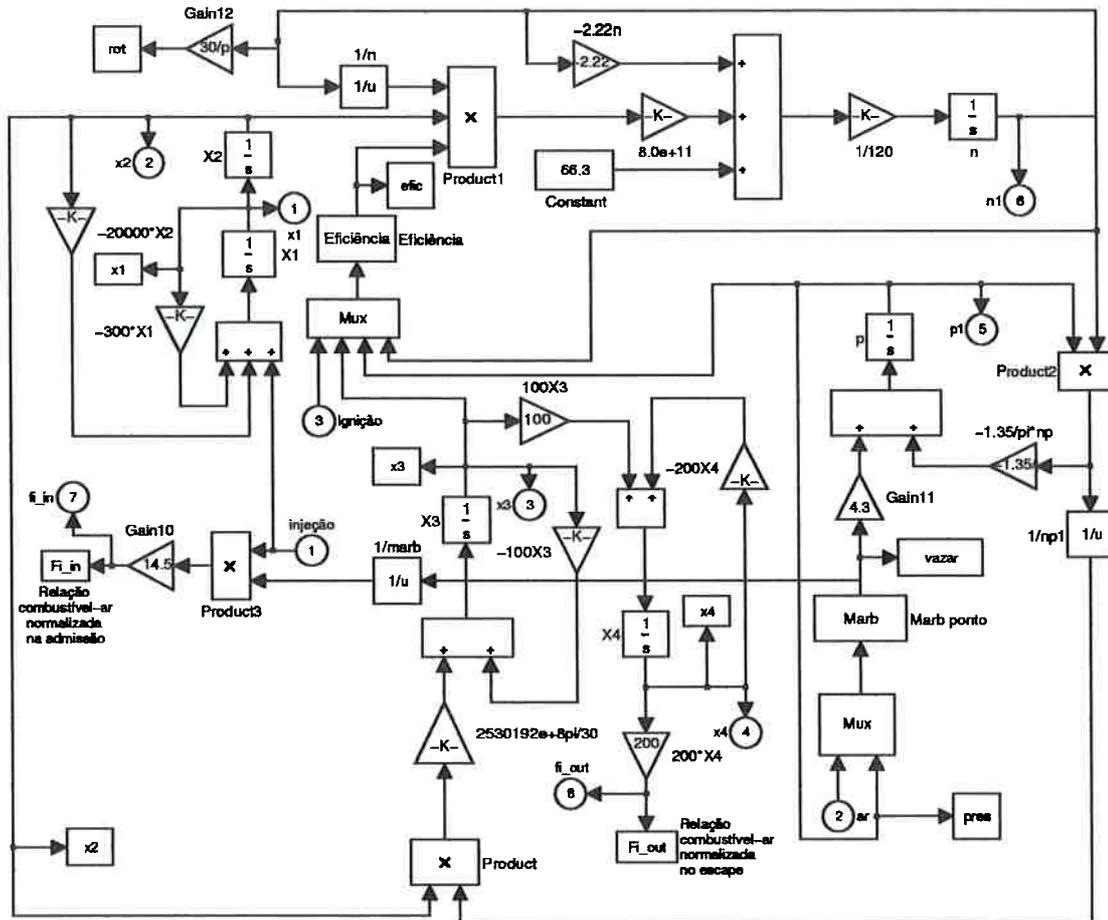


Figura 3.12: Diagrama da planta do simulador do motor a gás natural

Note-se na Figura 3.12 que, sob esta forma de modelagem, as variáveis  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  e  $x_4$  aparecem explicitamente e podem ser facilmente armazenadas.

### 3.3.4 Valores de Regime das Variáveis de Estado

Para se obter os valores de regime das variáveis de estado, simula-se o sistema representado nas Figuras 3.11 e 3.12 na ausência de perturbações externas por um tempo pré-determinado. A simulação é repetida de modo a obter os valores de regime e os comportamentos das variáveis de estado  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  e  $x_4$  definidos para as diversas posições do ângulo da válvula borboleta.

A determinação dos valores de regime das variáveis de estado para os diversos pontos de operação foram feitas visando conhecer o comportamento do modelo matemático do motor para as diferentes posições do ângulo de abertura da válvula

borboleta. Esses dados serviram para fornecer dados para a linearização de novos modelos e a construção de uma tabela de referência para facilitar a sintonização do simulador.

Durante as simulações, também foi possível analisar o comportamento das variáveis de estado  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  e  $x_4$  durante a realização de transitórios da posição do ângulo da válvula borboleta, mostrando resultados coerentes com os valores esperados pelas equações diferenciais desenvolvidas.

Nesta fase do trabalho foi aplicado um tempo considerável nas simulações do sistema em malha fechada, posicionando o pedal do acelerador em cada uma das dezessete posições (10 graus até 90 graus, com intervalos de 5 graus cada). A partir das simulações foi possível obter, entre outras informações, os novos valores da frequência angular, da pressão no coletor e dos valores da injeção de combustível em regime permanente para cada uma dessas dezessete posições. Os valores obtidos para cada uma das variáveis podem ser vistos na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Tabela com valores de estabilização

Pedal Graus	Comb (g/s)	Rotação (rpm)	Pressão (Pa)	x2 (x 10 <sup>-7</sup> )	x3
10	0.38	555	7731	0.19	0.00686
15	0.85	738	14407	0.43	0.00573
20	1.50	923	21549	0.75	0.00487
25	2.31	1106	28805	1.16	0.00423
30	3.27	1285	36022	1.64	0.00374
35	4.37	1459	43113	2.19	0.00335
40	5.57	1628	47634	2.79	0.00291
45	6.86	1790	53891	3.43	0.00267
50	8.15	1937	59150	4.08	0.00246
55	9.37	2066	63770	4.68	0.00231
60	10.50	2178	67710	5.24	0.00219
65	11.51	2273	71210	5.75	0.00210
70	12.41	2353	74150	6.20	0.00203
75	13.20	2423	76600	6.60	0.00197
80	13.89	2481	78680	6.94	0.00193
85	14.48	2531	80410	7.23	0.00181
90	14.97	2571	81860	7.48	0.00173

As variáveis descritas na tabela acima possuem seus valores condicionados à posição do pedal do acelerador. Porém, as variáveis  $x_1$  e  $x_4$  estabilizam sempre nos mesmos valores, independentemente da posição do pedal, e são iguais a:

$$\begin{aligned}x_1 &= 0, \\x_4 &= 0.005.\end{aligned}$$

A obtenção dos valores de estabilização das variáveis  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  e  $x_4$  foi possível devido à substituição do modelo do motor, na sua forma inicial de três subsistemas, pelo modelo formado pelas equações 3.3.31 à 3.3.38. Isto foi necessário, haja visto que no modelo de subsistemas não apareciam as variáveis  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  e  $x_4$ , criadas apenas quando se converteu o modelo em equações matemáticas.

Apesar de, durante as simulações, todo este procedimento de obter os valores de estabilização ter sido feito com os devidos cuidados, esperando um tempo suficiente para que todas as variáveis estivessem realmente em regime permanente, os valores obtidos não surtiram o efeito desejado. Observando a Tabela 3.3 pode-se verificar que a precisão dos números encontrados foram de no máximo cinco algarismos significativos.

Porém, para garantir que realmente esses valores representariam o ponto de equilíbrio do sistema para a devida posição de abertura da válvula borboleta, foi necessário validar os pontos encontrados. Simulações em malha aberta mostraram que tais pontos não possuíam a precisão desejada, de tal modo que em simulações mais longas o sistema acabava saindo do ponto de equilíbrio. Além disso, os resultados preliminares da linearização do modelo em torno desses pontos de equilíbrio realçaram a necessidade de aumentar a precisão numérica dos dados.

A saída encontrada foi desenvolver um método numérico para encontrar os pontos de equilíbrio com a máxima precisão possível. O sistema de equações que representam o motor pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{X} = F(X, U, \alpha) \\ Y = G(X, U, \alpha) \end{cases} \quad (3.3.39)$$

onde  $\begin{cases} X \text{ é o vetor formado pelas variáveis } x_1, x_2, x_3, x_4, p \text{ e } n, \\ Y \text{ é o vetor das saídas formado pelas variáveis } \phi_b \text{ e } \phi_e, \\ U \text{ é o vetor das entradas formado pelas variáveis } vc_b \text{ e } \beta, \\ \alpha \text{ é o ângulo de abertura da válvula borboleta.} \end{cases}$

Assim, encontrar os pontos de equilíbrio do sistema na equação 3.3.39 equivale a definir um ponto de operação representado por  $\alpha$  e encontrar  $X$  e  $U$  tais que  $F(X, U) = 0$ . Dessa forma, qualquer método numérico de encontrar zeros de função pode ser utilizado. Optou-se pelo método de Newton dada sua rapidez de convergência e facilidade de implementação. O método foi implementado em MatLab<sup>®</sup>, com algoritmos de dupla precisão, de modo que foi possível obter, no melhor caso, os pontos de equilíbrio do sistema com precisão da ordem de  $10^{-16}$ . Diante da quantidade de algoritmos obtidos, esses dados não foram mostrados em tabela, mas foram armazenados em arquivos do tipo texto para posterior leitura sempre que necessária.

A fase de obtenção dos valores de regime das variáveis possibilitou obter valores  $X_\alpha$  e  $U_\alpha$  de equilíbrio para cada ângulo  $\alpha$  de abertura da válvula borboleta. Foi mantida a discretização dos valores do ângulo  $\alpha$  utilizados no desenvolvimento do GPC com múltiplos modelos, ou seja, dezessete modelos iniciando em 10 graus com modelos a cada 5 graus.

Na próxima seção, efetua-se a linearização do modelo descrito pelas equações (3.3.31) à (3.3.38) utilizando um procedimento numérico baseado no método de Newton. Pode-se observar que as equações 3.3.31, 3.3.32 e 3.3.34 são equações diferenciais lineares e, portanto, não é necessário linearizá-las.

### 3.3.5 Linearização das Equações Diferenciais de Movimento

Para obter as equações lineares em espaço de estados foi necessária a linearização das equações diferenciais não lineares do motor (equações 3.3.33, 3.3.35 à 3.3.38). A linearização foi feita em torno dos pontos de operação definidos pelos valores de estabilização obtidos na seção anterior. Para cobrir toda a faixa de trabalho do motor, foi necessário repetir o procedimento para cada ponto de operação de interesse, haja visto que qualquer modelo linearizado só é válido apenas em torno do ponto de operação escolhido.

Para esse propósito, utiliza-se a aproximação de Taylor de 1ª ordem das equações 3.3.39. Assim, pode-se escrever:

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= F(X_0, U_0, \alpha_0) + JF(X_0, U_0, \alpha_0) \cdot \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta U \\ \Delta \alpha \end{bmatrix} \\ Y &= G(X_0, U_0, \alpha_0) + JG(X_0, U_0, \alpha_0) \cdot \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta U \\ \Delta \alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.40)$$

onde  $\left\{ \begin{array}{l} (X_0, U_0) \text{ é o vetor com os valores de equilíbrio das variáveis } X \text{ e } U, \\ JF \text{ é o Jacobiano da função } F, \\ JG \text{ é o Jacobiano da função } G, \\ \Delta X \text{ representa a diferença } \Delta X = X - X_0, \\ \Delta U \text{ representa a diferença } \Delta U = U - U_0, \\ \Delta \alpha \text{ representa a diferença } \Delta \alpha = \alpha - \alpha_0. \end{array} \right.$

Observando que se  $X_0, U_0$  e  $\alpha_0$  correspondem a um ponto de equilíbrio então:

$$F(X_0, U_0, \alpha_0) = 0$$

$$G(X_0, U_0, \alpha_0) = 0$$

Assim, chega-se a um modelo do tipo:

$$\begin{cases} \dot{X} = A \cdot \Delta X + B \cdot \Delta U + E \cdot \Delta \alpha \\ Y = C \cdot \Delta X + D \cdot \Delta U + F \cdot \Delta \alpha \end{cases} \quad (3.3.41)$$

$$\text{onde } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ p \\ n \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} v_{c_b} \\ \beta \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} \phi_b \\ \phi_e \end{bmatrix}$$

Cabe lembrar que  $U_0$ ,  $X_0$  e  $Y_0$  são, respectivamente, os valores de estabilização da entrada  $U$ , do estado  $X$  e da saída  $Y$ , para a escolha de um ponto de operação  $\alpha_0$ .

Devido à forte não linearidade do modelo, essa linearização é válida somente em uma pequena vizinhança em torno do ponto definido por  $\alpha_0$ . Assim, para cada ponto de operação definido pelo ângulo  $\alpha$  de abertura da válvula borboleta pode-se obter as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  e  $F$ , que representam o modelo linear do motor na forma de espaço de estados (equação 3.3.41).

Nesse modelo linear, as variáveis de estado são  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  e  $x_4$  e representam todos os atrasos da mistura combustível/ar, a variável  $p$  representa a pressão no coletor (em Pascal) e a variável  $n$  representa a frequência angular do eixo do motor (em radianos por segundo).

As variáveis de controle do sistema são  $v_{c_b}$  (vazão de combustível na válvula borboleta) e  $\beta$  (avanço de ignição definido pelo controlador). As variáveis de saída são  $\phi_b$ , que é a razão combustível/ar na entrada do motor (válvula borboleta), e  $\phi_e$ , a razão combustível/ar na saída do motor (no escape ou no sensor lâmbda). A variável de perturbação do sistema é  $\alpha$  (ângulo de abertura da válvula borboleta).

A Figura (3.13) mostra de uma maneira esquemática as entradas e saídas do sistema e as variáveis de estado.

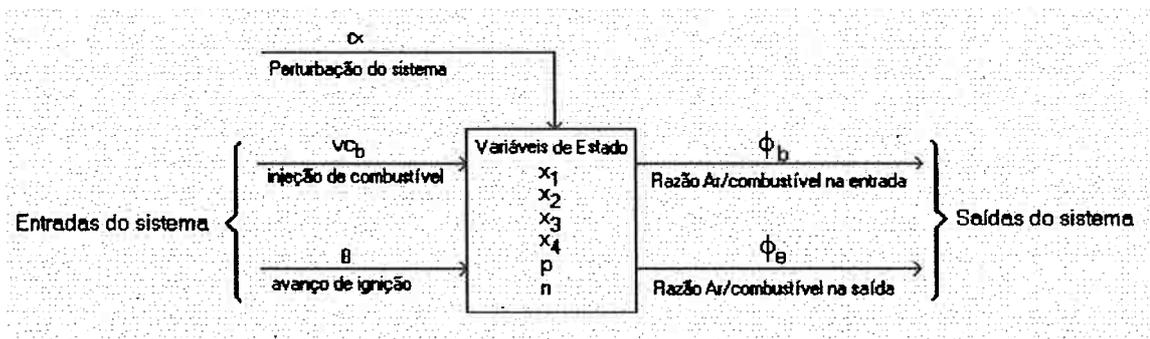


Figura 3.13: Diagrama esquemático do sistema em espaço de estados

A partir deste ponto é possível implementar qualquer controlador baseado no modelo linear em espaço de estados. Neste trabalho, foram escolhidos dois tipos de controladores lineares que utilizam este tipo de modelo. O primeiro controlador implementado foi o Linear Quadrático (LQ), que pode ser visto no capítulo 5, e o segundo foi um controlador  $H_\infty$  baseado na técnica Linear Matrix Inequalities (LMI), apresentada no capítulo 6.

No capítulo 4 apresentam-se todas as estratégias baseadas no Controlador Preditivo Generalizado. Vale ressaltar que o modelo utilizado pelo GPC foi obtido pelo procedimento de identificação e, portanto, não depende do modelo linear em espaço de estados desenvolvido neste capítulo.

## Capítulo 4

# O Controlador Preditivo Generalizado

Neste capítulo apresenta-se a implementação do Controlador Preditivo Generalizado (GPC). É detalhada a estrutura do GPC com especial atenção à otimização de determinados cálculos que visam reduzir o tempo de simulação. É apresentado o diagrama de identificação de modelos lineares que são utilizados pelo controlador. A identificação dos modelos faz parte de uma série de procedimentos que visam sintonizar o simulador. Também é mostrado o caminho seguido na direção de construir o controlador GPC com múltiplos modelos (MMGPC), desde a sintonização dos primeiros modelos até o teste de perturbações nos parâmetros. Uma estrutura "gain scheduling" acoplada ao MMGPC com um número reduzido de modelos foi implementada, na tentativa de diminuir o tempo de simulação. Finalmente, apresentam-se as mudanças efetuadas no simulador MMGPC, pela inclusão de uma nova ferramenta computacional, visando facilitar as tarefas de monitoração e de atuação sobre as variáveis de interesse.

### 4.1 A história do uso do GPC

O controlador preditivo é uma classe de algoritmos que calcula uma série de movimentos das variáveis manipuladas, com a finalidade de otimizar o comportamento futuro da saída da planta.

A primeira classe de controladores preditivos surgiu nos anos 70, onde a primeira aplicação industrial foi realizada por Richalet em 1976 e publicada em RICHALLET *et al.* (1978) sendo que o algoritmo ficou conhecido como Model Predictive Heuristic Control (MPHC). Paralelamente, CUTLER e RAMAKER (1979) desenvolveram o controlador Dynamic Matrix Control (DMC) sem restrições.

No trabalho de PRETT e GILLETTE (1980), os pesquisadores descreveram uma aplicação do algoritmo DMC sem restrições aplicado sobre uma planta de craqueamento catalítico em dois níveis. O nível superior consta de um algoritmo de programação linear que resolve um problema de otimização no estado estacionário, sujeito às restrições do processo. O nível inferior recebe os valores ótimos das entradas e os "set-points" das saídas, e resolve o problema através do controlador DMC sem restrições. A dificuldade que os controladores MPHC e DMC tinham de incorporar as restrições do processo nos problemas de controle levou ao surgimento da segunda classe de controladores preditivos. Exemplos dessas classes são o "Quadratic Dynamic Matrix Control" (QDMC) e "Linear Dynamics Matrix Control" (LDMC), onde as restrições apareceram explicitamente dentro do problema de otimização.

Em meados dos anos 80, despertou o interesse dos pesquisadores a análise da robustez dos controladores DMC, LDMC e QDMC. A análise consistia da utilização da estrutura de controle junto à planta, onde existiam incertezas nas medidas e modelos utilizados pelo controlador. A partir daí, surgiram algumas propostas de análise de estabilidade dos controladores preditivos. Paralelamente, surgiu uma abordagem paramétrica dos controladores preditivos, denominada de "Generalized Predictive Control" (GPC) proposto por CLARKE *et al.* (1987a). Esta abordagem estimulou uma uniformização dos controladores preditivos sob a forma de variáveis de estado. Uma descrição bem detalhada de controladores preditivos em variáveis de estado foi apresentada por LI *et al.* (1989), onde os autores

explicam as suas propriedades e apresentam melhorias em relação ao DMC com a utilização do filtro de Kalman para modelar as perturbações não medidas.

Nos anos 90, com a crescente necessidade de resolver problemas de controle não linear, foram propostas algumas alternativas de controladores preditivos não lineares, onde podemos ter modelos fundamentais (baseados em equações diferenciais de conservação e equações constitutivas), modelos empíricos obtidos através de identificações não lineares e modelos híbridos ou também modelos por redes neurais. Nesses casos, propõe-se resolver o problema de controle através de otimização não linear (HENSON, 1998; MORARI e LEE, 1999).

Uma alternativa interessante para resolver problemas cujo processo é variante no tempo é o uso de controladores multi-modelos, onde o problema de controle é resolvido levando-se em conta vários dos possíveis modelos lineares do processo. O problema de controle de sistemas LPV's pode ser resolvido através de algoritmos que lidam com inequações matriciais lineares ("Linear Matrix Inequality- LMI). Este enfoque foi motivado por recentes desenvolvimentos na teoria e aplicações em problemas de controle, de otimizações através de LMI's (BOYD *et al.*, 1994).

## 4.2 A Estrutura do GPC

A idéia de usar, na formulação da lei de controle, as estimativas das saídas posteriores ao instante atual surgiu inicialmente no trabalho de RICHALET *et al.* (1978). Nesse trabalho, além dos valores dos estados e das saídas em instantes anteriores, o autor usou saídas estimadas no desenvolvimento da estratégia de controle a partir do conhecimento que se tem sobre a planta. O algoritmo proposto por ele é baseado na descrição de um sistema linear, discreto e invariante no tempo através da resposta impulsiva do sistema até um horizonte finito definido a priori.

De um modo geral, as características do controle preditivo podem ser descritas da seguinte forma:

- as saídas futuras são previstas usando modelos de respostas ao degrau ou ao impulso;
- como há incertezas no modelo identificado, variações da planta e perturbações não medidas, utiliza-se um termo de correção da predição como a diferença do valor estimado e o valor medido;
- as ações de controle minimizam um índice de desempenho definido pelo usuário, sendo que o mais utilizado é a diferença entre a trajetória desejada e a trajetória prevista;
- o cálculo das ações de controle é normalmente feito por um algoritmo de otimização, onde são incluídos pesos e restrições ao problema de controle;
- o algoritmo de otimização calcula a trajetória futura das entradas, porém somente a primeira ação de controle é implementada na planta.

Os algoritmos de controle preditivo calculam as ações de controle baseado nas seguintes etapas:

- estima a trajetória prevista para as variáveis controladas em determinados instantes futuros (horizonte de predição);
- calcula os erros das variáveis controladas em relação ao "set-point" ou a uma faixa de operação onde o erro é nulo quando a predição está dentro dos limites estabelecidos para as mesmas;
- calcula os valores das ações de controle nos instantes futuros de modo a minimizar os erros das variáveis controladas em certos instantes futuros.

Resumindo essas características pode-se afirmar que o objetivo do controle preditivo é minimizar os erros das variáveis controladas com o mínimo movimento das variáveis manipuladas.

Neste trabalho, utiliza-se o GPC básico proposto por CLARKE et al. (1987a e b) e adaptado para as aplicações em motores nos diversos trabalhos do grupo (FLEURY *et al.*, 1997; LOPES e FLEURY, 1995; LOPES, 1996), que está baseado num sistema linear discreto, invariante no tempo com duas entradas e duas saídas representado pela forma polinomial:

$$A(q^{-1}) \cdot y(t) = B(q^{-1}) \cdot u(t-1) + \frac{C(q^{-1})}{\Delta} \xi(t) \quad (4.2.1)$$

com

$$A(q^{-1}) = I + a_1 \cdot q^{-1} + a_2 \cdot q^{-2} + a_3 \cdot q^{-3} + a_4 \cdot q^{-4} \quad (4.2.2)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 \cdot q^{-1} + b_2 \cdot q^{-2} + b_3 \cdot q^{-3} + b_4 \cdot q^{-4} \quad (4.2.3)$$

$$C(q^{-1}) = I + c_1 \cdot q^{-1} + c_2 \cdot q^{-2} + c_3 \cdot q^{-3} + c_4 \cdot q^{-4} \quad (4.2.4)$$

onde

- $y(t)$  é um vetor  $2 \times 1$  que representa a seqüência temporal das saídas da planta;
- $u(t)$  é um vetor  $2 \times 1$  que representa a seqüência temporal das entradas da planta;
- $\xi(t)$  é um vetor  $2 \times 1$  que representa a seqüência temporal de um ruído branco Guaussiano entradas da planta;
- $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$  são matrizes polinomiais quadradas de ordem 2 e representam a descrição da planta;
- $q^{-1}$  é o operador atraso, isto é  $q^{-1}f(t) = f(t-1)$  para uma seqüência temporal qualquer;

- $\Delta$  é uma matriz polinomial diagonal da forma:

$$\Delta = \begin{bmatrix} 1 - q^{-1} & 0 \\ 0 & 1 - q^{-1} \end{bmatrix}$$

lembrando que  $1 - q^{-1}f(t) = f(t) - f(t - 1)$ , assim, cada elemento da diagonal de  $\Delta$  é o operador diferença;

- $I$  é a matriz identidade de ordem 2.

Os modelos representados pela equação 4.2.1 são conhecidos na literatura por modelos CARIMA - Controlled Auto Regressive and Integrated Moving Average, onde as matrizes  $A$ ,  $B$  e  $C$  são obtidas através da identificação de sistemas.

O GPC está baseado num algoritmo que envolve vários passos até chegar à decisão de controle. Inicialmente, o GPC calcula o preditor de passos à frente, através de extrapolação matemática sobre o modelo CARIMA . Utilizando a matriz da resposta impulsiva do sistema, reescreve-se o preditor de tal forma que o índice de desempenho  $J$  do problema de controle (equação 4.2.5) seja formado por dois termos. As ações de controle resultam da minimização desse índice que é feita sobre esses dois termos. Na primeira parte, minimizam-se os erros entre as saídas futuras previstas e as saídas futuras de referência dentro do horizonte de predição. Na segunda, minimizam-se os valores das entradas dentro do horizonte de controle (gastos de controle). A expressão para o índice de desempenho do GPC é:

$$J = E \left\{ \sum_{k=N_i}^{N_f} [y(t+k) - y_r(t+k)]^2 + \sum_{k=0}^{N_u} [\Gamma(\Delta u(t+k-1))]^2 \right\} \quad (4.2.5)$$

onde  $N_i$  é o horizonte inicial de predição,  $N_f$  é o horizonte final de predição,  $N_u$  é o horizonte de controle,  $y_r$  é o vetor de saída de referência e  $\Gamma$  é o peso na variação dos controles.

Com a finalidade de incrementar a capacidade do controlador em acompanhar um dado modelo, introduziu-se um filtro no vetor de saídas. Assim:

$$\Psi(t) = P(q^{-1})y(t) = P_N(q^{-1})P_D^{-1}(q^{-1})y(t) \quad (4.2.6)$$

onde  $\Psi(t)$  é um vetor  $2 \times 1$  que representa as seqüências de saídas filtradas;  $P_N(q^{-1})$  e  $P_D(q^{-1})$  são matrizes polinomiais de projeto e com alto grau de amortecimento.

Desse modo, o objetivo do controle preditivo é computar as seqüências de controles futuros, de tal modo que as saídas filtradas se aproximem do valor de referência, ponderando os gastos de controle. As ações de controle são calculadas minimizando o índice de desempenho dado pela equação 4.2.5. Baseado nas equações 4.2.1 e 4.2.6, calcula-se o preditor através da expressão (LOPES, 1996):

$$\begin{aligned} \hat{\Psi}(t+j|t) &= E\{\Psi(t+j)|F_t\} = \\ &= G_j(q^{-1})y_F(t) + F_j(q^{-1})B(q^{-1})\Delta(q^{-1})u(t+j-1) + \tilde{v}_j(q^{-1})\xi(t) \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

onde

- $y_F(t) = P_D^{-1}(q^{-1})y(t)$ ,
- $F_j(q^{-1})$  e  $G_j(q^{-1})$  são as soluções da equação Diofantina

$$P_N(q^{-1}) = F_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta(q^{-1})P_D(q^{-1}) + q^{-j}G_j(q^{-1}) \quad (4.2.8)$$

cujo grau de  $F_j(q^{-1})$  é  $j - 1$ .

O preditor utiliza a equação Diofantina para isolar o efeito do polinômio  $A(q^{-1})$  em termos das saídas filtradas  $\Psi(t)$ .

Resumindo, como entrada do algoritmo GPC são necessárias a definição dos horizontes de predição e controle, a definição dos pesos nos gastos de controle e os coeficientes das matrizes  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$ . As matrizes foram obtidas através de uma rotina implementada em MatLab® baseada no método do erro de predição (PEM - Predictive Error Method).

Diante do exposto, pode-se concluir que o GPC é um algoritmo custoso do ponto de vista computacional, porém essa estrutura lhe garante uma grande vantagem que é a robustez a erros de modelagem.

### 4.3 Implementação do GPC

Apresentam-se aqui os diagramas que completam o simulador do motor de combustão interna a gás natural. No capítulo 3 (seção 3.2), foram apresentados os diagramas de simulação da planta, ou seja, do motor e seus subsistemas. Para finalizar o simulador, resta ainda apresentar o diagrama que envolve o controlador e sua interação com o motor.

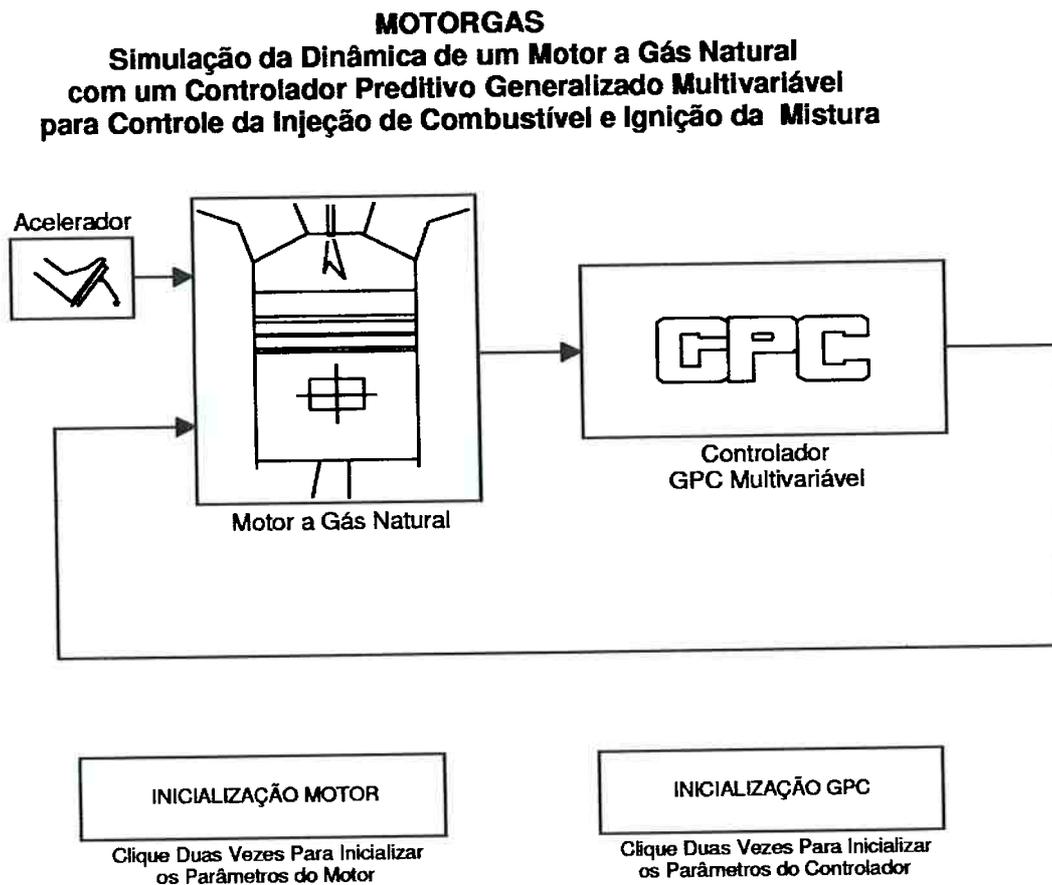


Figura 4.1: Diagrama geral do simulador do motor a gás natural

Na Figura 4.1 tem-se o diagrama geral do simulador com o modelo do motor

e o controlador GPC. O bloco "controlador GPC Multivariável" é uma função implementada em MatLab® que contém a seqüências de comandos que definem a ação do controlador Preditivo Generalizado.

O Controlador Preditivo Generalizado é baseado na otimização de um índice de desempenho quadrático que incorpora um preditor de saídas futuras dentro de um horizonte de predição. O GPC utiliza-se de um único modelo linearizado em torno de um ponto qualquer de operação, que uma vez definido, não será mais modificado até o final da simulação. No trabalho de LOPES (1996), foram utilizados para a simulação e análise de quatro modelos linearizados e identificados "off-line" em torno dos pontos 25°, 45°, 75° e 90° de abertura da válvula borboleta.

Foram feitas várias simulações para testar o desempenho do controlador GPC em manter a relação (combustível/ar) em torno do valor de referência. Vale apresentar aqui uma dessas simulações para mostrar a eficiência do GPC em acompanhar o sinal de referência.

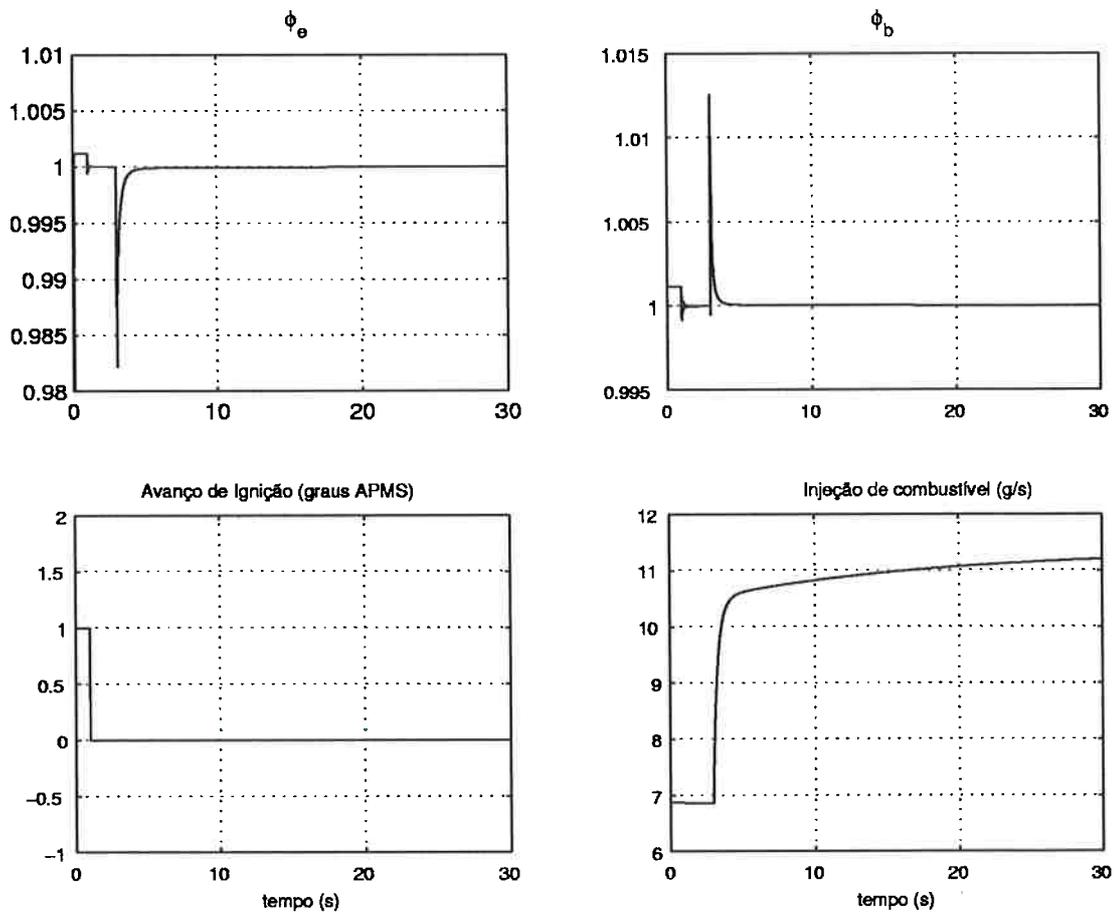


Figura 4.2: Variações da relação combustível/ar na saída e na entrada, da injeção de combustível e do avanço da ignição, para um transitório de  $45^\circ$  para  $65^\circ$

Na Figura 4.2 pode-se observar a variação de algumas funções do motor de combustão interna quando se aplica um transitório de aceleração de  $45^\circ$  para  $65^\circ$ . Nessa simulação, utilizou-se o modelo linearizado em torno do ponto correspondente a  $50^\circ$  de abertura da válvula borboleta. Nos dois primeiros gráficos tem-se, respectivamente, a variação da relação (combustível/ar) na entrada e saída. Nos outros dois gráficos pode-se ver, respectivamente, a variação do ângulo de avanço de ignição e do valor da quantidade de combustível injetado. Pode-se observar que o controlador atua rapidamente para trazer o valor da relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ) para seu valor de referência, ou seja, valor estequiométrico normalizado.

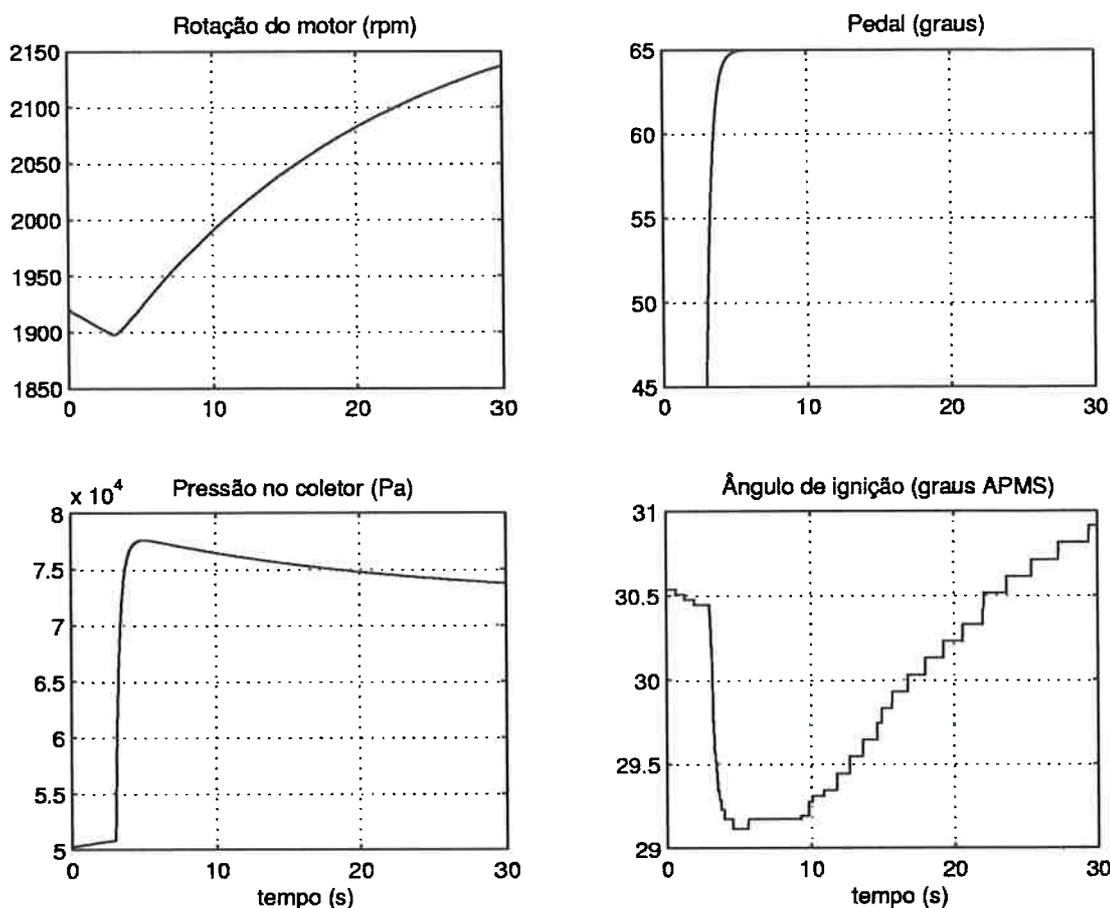


Figura 4.3: Variações da rotação, do ângulo de abertura da válvula borboleta (Pedal), da pressão no coletor e do avanço de ignição total, para um transitório de  $45^\circ$  para  $65^\circ$

Na Figura 4.3 pode-se ver a variação de mais quatro funções do motor para o mesmo transitório de aceleração de  $45^\circ$  para  $65^\circ$ . Pode-se ver a variação da rotação e da pressão quando o pedal apresenta um salto de  $20^\circ$ . No último gráfico pode-se ver o ângulo de ignição característico ao motor em estudo. Observa-se nesse gráfico que o ângulo de ignição varia descrevendo degraus. Esse comportamento é devido à descontinuidade do Mapa de Ignição.

## 4.4 Sintonização do Simulador

A importância da sintonização do simulador está no fato de manter seu comportamento o mais próximo possível do sistema o qual representa. Essa representatividade com a planta real deve ser verificada baseada no conhecimento que se

possui, ou também através de dados experimentais do sistema real. O processo de sintonização envolve desde a definição de constantes em malha aberta, a determinação de curvas de carga até a identificação de modelos para uso do controlador. A sintonização é necessária toda vez que se faz qualquer alteração no modelo, quer seja pela mudança de constantes ou pela forma dos mapas experimentais. A tarefa de sintonização envolve a identificação de modelos para o controlador GPC, a obtenção de valores de regime das variáveis e a mudança na curva de carga.

### 4.4.1 Identificação dos Modelos CARIMA

Na Figura 4.4 pode-se observar o diagrama de simulação do identificador de modelos lineares do tipo CARIMA, implementado em Simulink. Observe que o procedimento de identificação propriamente dito aparece com o nome de PEM (bloco vermelho) um pacote do MatLab<sup>®</sup> que permite a identificação das matrizes do modelo representado pelas equações 4.2.1. O bloco azul corresponde ao modelo do motor de combustão interna, tal como foi apresentado na Figura 3.1.

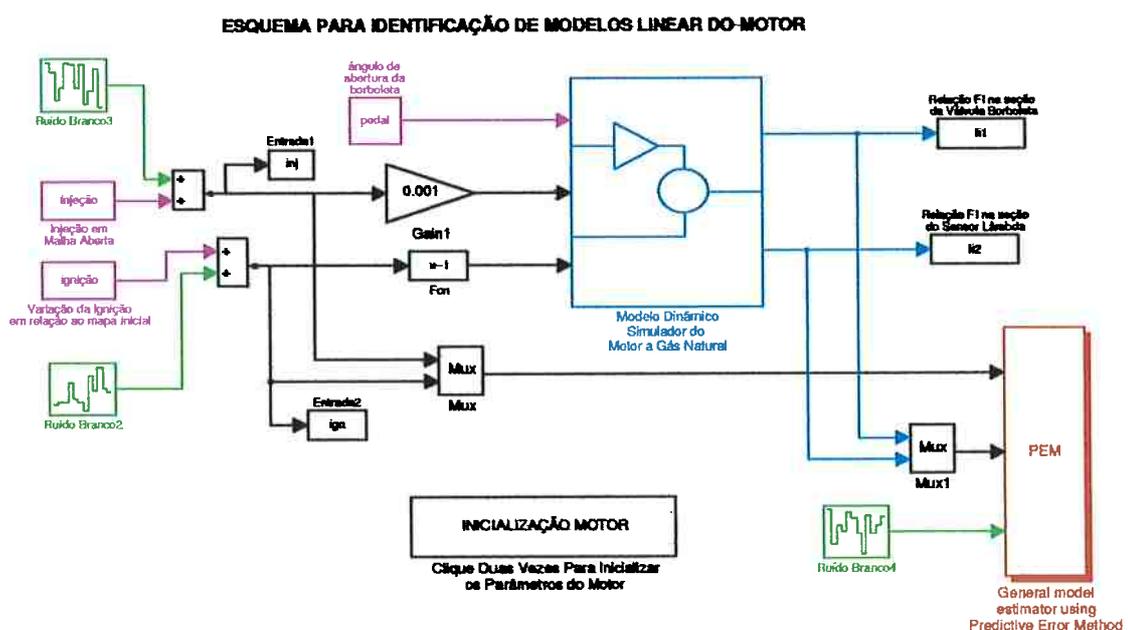


Figura 4.4: Diagrama do identificador de Modelos Lineares para uso do GPC

Para o funcionamento do procedimento de identificação é necessário, antes de tudo, definir o ponto de operação (ângulo de abertura da válvula borboleta) e fornecer os valores de estabilização das variáveis, tais como a injeção de combustível e o avanço de ignição (blocos rosas), além da rotação do motor e da pressão no coletor, que são variáveis internas do motor, mas que, para uma melhor identificação, devem ser conhecidas. Vale realçar novamente a importância de armazenar em tabelas os valores de regime de todas as variáveis do motor. Essa tabela facilita muito o procedimento de sintonização do simulador para todas as faixas de operação.

O identificador é simulado durante alguns minutos, para que as variáveis se acomodem, e ao final do procedimento são geradas as matrizes  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$  e  $C(q^{-1})$  do modelo CARIMA. Na identificação dos novos modelos são impostos ruídos na injeção de combustível e na ignição (Figura 4.4 - blocos verdes). Simulamos, por um tempo determinado, a planta do motor em malha aberta em torno do ponto definido pelo pedal. Simulações mostraram que, para identificar o modelo, 20 segundos de simulação é tempo suficiente para a obtenção de boa convergência. Por exemplo, para uma posição de abertura da válvula borboleta de 50° graus foi obtido o seguinte modelo linear:

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \begin{bmatrix} -1.01q^{-1} + 1.00 & 0 \\ 0 & -0.75q^{-1} + 1.00 \end{bmatrix} \\ B = \begin{bmatrix} -0.12q^{-1} + 0.12 & 0 \\ 0.01q^{-4} + 0.01q^{-3} + 0.01q^{-2} + 0.01 & 0.01q^{-4} + 0.01 \end{bmatrix} \\ C = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 \\ 1.00 & 1.00 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$

As matrizes do modelo CARIMA foram salvas em arquivos para posterior leitura. Para a implementação da técnica dos múltiplos modelos será feita a

identificação de vários modelos lineares, tantos quanto necessários. Posteriormente, cada modelo linear identificado será salvo na forma de arquivo de modo a compor o banco de modelos. A leitura do modelo linear CARIMA será feita pelo algoritmo do GPC.

O procedimento de identificação é ativado toda vez que o modelo linear perde sua eficácia do ponto de vista de representação da planta. Isso ocorre quando se modifica a curva de carga ou altera-se qualquer parâmetro do modelo. Além disso, no desenvolvimento da estrutura de múltiplos modelos, o procedimento de identificação foi repetido várias vezes com o objetivo de gerar os dezessete modelos lineares.

#### 4.4.2 Aplicação de Curvas de Carga

A curva de carga define a força de resistência ao movimento do eixo motor e representa um dinamômetro acoplado ao mesmo ou às resistências, numa aplicação real. Desse modo, o comportamento do motor está intimamente ligado à forma dessa curva, a tal ponto de influenciar os valores de estabilização de variáveis como rotação e injeção de combustível. Admite-se que a função carga varia linearmente com a rotação, através da seguinte expressão:

$$T_{carg} = 2.48 \cdot n - 44 \quad (4.4.1)$$

onde  $T_{carg}$  é o torque de carga e  $n$  é a rotação em rad/s.

Essa curva estabiliza a rotação do motor em 555 rpm para a posição do pedal do acelerador em 10° e em 2571 rpm quando a válvula borboleta está totalmente aberta (90°). A escolha desses valores para a rotação do motor foi baseada no funcionamento de um motor de seis cilindros para veículos pesados ("heavy-duty").

Porém, a mudança de algumas variáveis do motor pode trazer alterações nesses valores de estabilização, obrigando a uma nova sintonização do simulador. Foi o caso do valor do momento de inércia, que no trabalho de (LOPES, 1996) era

de 140 Nm e foi modificado para 120Nm. Após essa mudança, foi necessária a sintonização da curva de carga para fazer os valores de estabilização da rotação retornarem aos valores compatíveis com o motor em estudo. Esse valor para o momento de inércia foi levantado considerando um veículo de 10 toneladas engrenado em quarta marcha.

A conversão em funções analíticas dos Mapas de Ignição e de Eficência também exigiu a sintonização da curva de carga do motor, de tal modo que para manter a consistência do simulador foi necessário recalibrá-lo.

Após todas as mudanças no simulador, a curva de carga foi definida através da seguinte expressão:

$$T_{carg} = 2.04 \cdot n - 99.7$$

coerente com a função do torque de carga definida no capítulo 3 (equação 3.1.7).

Essa nova curva de carga foi projetada para reposicionar as rotações máximas e mínimas do motor dentro de uma faixa tolerável para esse tipo de motor. A 10 graus de abertura da válvula borboleta, a rotação do motor deve ser de aproximadamente 600 rpm enquanto que a 90 graus de abertura, o motor deve se estabilizar em aproximadamente 2550 rpm.

A aplicação de uma nova curva de carga que se adapta aos pontos de estabilização compatíveis com a estrutura de um motor a diesel se justifica, uma vez que o objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um simulador com as características de um sistema real. A não observação dessa diretriz pode acarretar problemas no momento da implementação do controle.

### 4.4.3 Valores de Estabilização das Variáveis

Com as substituições dos mapas por funções analíticas, da curva de carga e da obtenção dos novos modelos foram alterados os valores de estabilização das principais variáveis do motor. Simulou-se o sistema em malha fechada posicionando

o pedal do acelerador em cada uma das dezessete posições da válvula borboleta do acelerador (10 graus até 90 graus, com intervalos de 5 graus cada). Vale lembrar que conforme dito no capítulo anterior, a falta de um modelo que descreva os fenômenos ocorridos durante a admissão da mistura para dentro do cilindro faz com que o modelo do motor apresente rendimento volunétrico máximo na rotação máxima. Isso não constitui uma hipótese irreal, visto que sempre é possível construir motores otimizando o eixo de comando de válvulas para obter essa propriedade. Pode-se observar os valores de regime de cada uma das variáveis na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Tabela com valores de regime das variáveis do simulador MMGPC

Pedal (Graus)	Injeção(g/s)	Torque(Nm)	Rotação(rpm)
10	0.38	62.9	555
15	0.85	105.5	738
20	1.50	148.4	923
25	2.31	190.7	1106
30	3.27	232.4	1285
35	4.37	272.9	1459
40	5.57	312.0	1628
45	6.86	349.6	1790
50	8.15	383.9	1937
55	9.37	413.9	2066
60	10.50	439.7	2178
65	11.52	462.1	2273
70	12.41	481.2	2353
75	13.20	497.1	2423
80	13.89	510.6	2481
85	14.48	521.8	2531
90	14.97	531.2	2571

Esses dados servem como base para a inicialização do sistema e também para a construção de uma tabela de referência para facilitar a sintonização do simulador.

## 4.5 A técnica dos Múltiplos Modelos

O controlador GPC tem toda a sua ação de controle baseada em um único modelo linearizado. Porém, a representação da planta não linear por modelos lineares só é válida localmente. Quanto mais robusto a erros de modelagem for o controlador, maior será essa região. Do mesmo modo, quanto mais linear for o comportamento da planta, maior será também o intervalo de validade do modelo linear.

No caso do motor de combustão interna pode-se dividir a faixa de operação em duas regiões. Essas regiões, caracterizadas pelo ângulo de abertura da válvula borboleta, são delimitadas pelo valor de abertura de 50 graus. Para valores de abertura menores que 50 graus o comportamento do motor é altamente não linear. Já para valores maiores que 50 graus a não linearidade é bem menor.

Devido ao comportamento não linear da planta e à grande região de operação do motor, a validade desse modelo restringe-se apenas a uma pequena faixa em torno do ponto na qual o modelo foi linearizado. Assim, os modelos lineares são válidos em uma região estreita ao redor do ponto de operação. Por esta razão, para obter um bom desempenho sob condições transitórias, o modelo, para efeito do cálculo de controle, deve mudar de acordo com as diferentes regiões de operação. A sincronização dos modelos pode ser feita por uma estratégia de múltiplos modelos, onde as saídas de vários deles são comparadas e o modelo com saída mais adequada é selecionado para gerar a ação de controle (FLEURY *et al.*, 1999a e 1999b).

Considerando-se que a faixa de operação de um motor vai de 0 grau (válvula borboleta totalmente fechada) a 90 graus (válvula borboleta totalmente aberta), divide-se essa faixa em dezessete regiões e identificam-se modelos lineares para cada uma dessas regiões. Assim, obteve-se um modelo linear em torno de  $10^\circ$ , um outro em torno de  $15^\circ$ , e assim sucessivamente até  $90^\circ$ , completando dezessete modelos que cobrem toda a faixa de operação do motor.

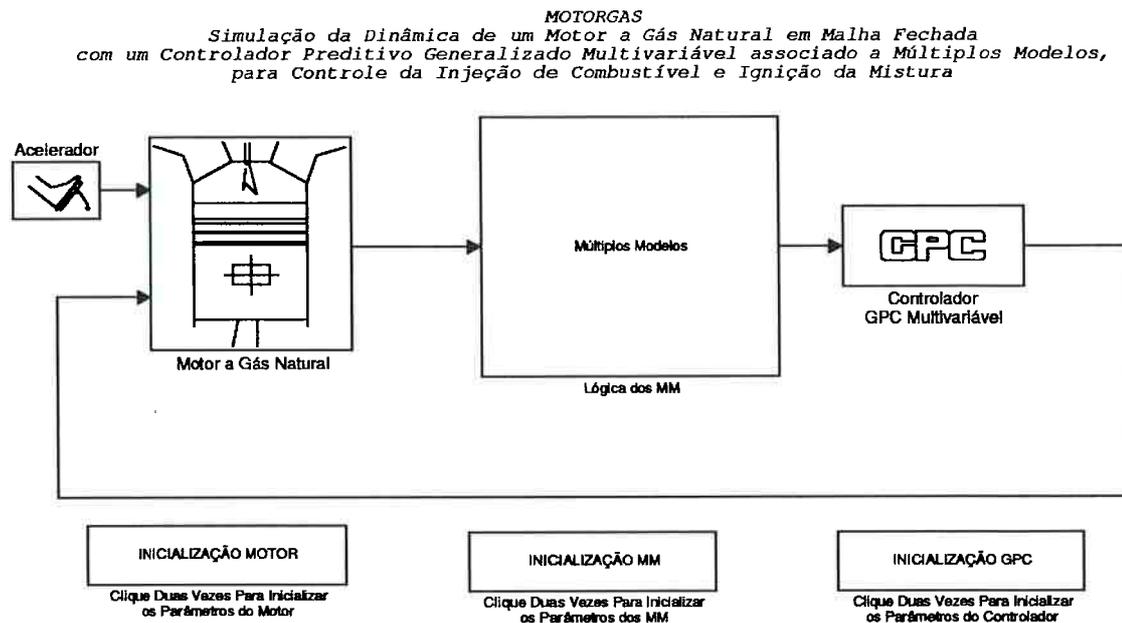


Figura 4.5: Diagrama Simulink dos Múltiplos Modelos

Na Figura 4.5 tem-se o esquema de simulação do motor acoplado aos Múltiplos Modelos e na Figura 4.6 é mostrada a lógica dos Múltiplos Modelos propriamente dita. Ambos os diagramas foram implementados em MatLab-Simulink<sup>TM</sup> e fazem parte do simulador do motor de combustão interna.

Na Figura 4.6, todos os dezessete modelos linearizados rodam ao mesmo tempo no computador e deles são amostradas dezessete funções de erros em intervalos de tempo regulares. Supondo que, em um determinado intervalo, o *i*-ésimo modelo tem menor valor absoluto entre as funções erros calculadas, neste ponto o comando da lógica do chaveamento muda o atual modelo pelo *i*-ésimo modelo. A ação de controle para o próximo passo é calculada baseada no *i*-ésimo modelo e esses passos são repetidos em intervalos subseqüentes.

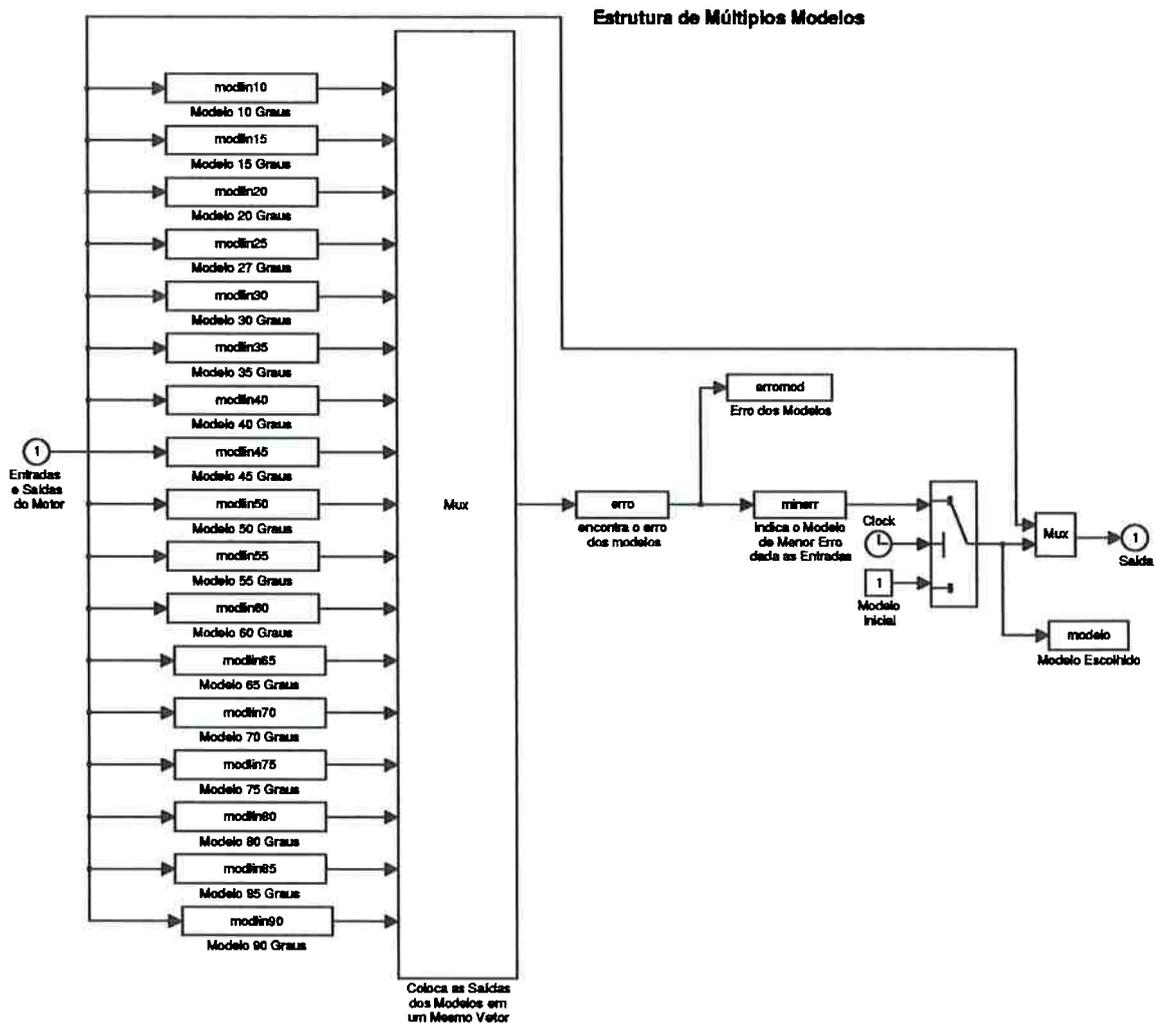


Figura 4.6: Diagrama da Lógica dos Múltiplos Modelos

A maior parte do tempo de simulação com o MMGPC é consumido nesta fase da escolha do melhor modelo. Isso se explica, haja visto que são dezessete modelos rodando simultaneamente procurando representar o motor nos diversos pontos de operação. Nessa fase do trabalho, as simulações com o MMGPC demoram muito tempo, de tal modo que cada minuto de funcionamento do motor consumia cerca de 60 minutos em simulação. Obviamente, esse tempo está relacionado ao equipamento utilizado, ou seja, a capacidade de processamento do computador. Nessa época utilizou-se um computador Pentium 166 MHz com 32 MB de memória RAM. Esse computador apesar de não ser sofisticado, já representava muito mais do que se teria como disponibilidade de hardware a bordo de

qualquer veículo para o qual se destina o controlador desenvolvido, justificando assim, a busca por controladores computacionalmente mais rápidos.

#### 4.5.1 Simulações com o MMGPC

A seguir apresentam-se alguns resultados das simulações do sistema em malha fechada onde foram efetuados vários transitórios (variações no pedal) com o objetivo de analisar o desempenho do GPC auxiliado por múltiplos modelos, em manter a relação ar combustível próximo ao valor estequiométrico (em torno de 1% de desvio máximo).

Vale ressaltar que todos os transitórios de variação da válvula borboleta foram suavizados pela função de transferência de 1ª ordem da forma:

$$s_{ped} = \frac{1}{s + 0.4} \quad (4.5.1)$$

Essa função de transferência foi baseada no tempo médio de resposta de um motorista para acionar o pedal do acelerador.

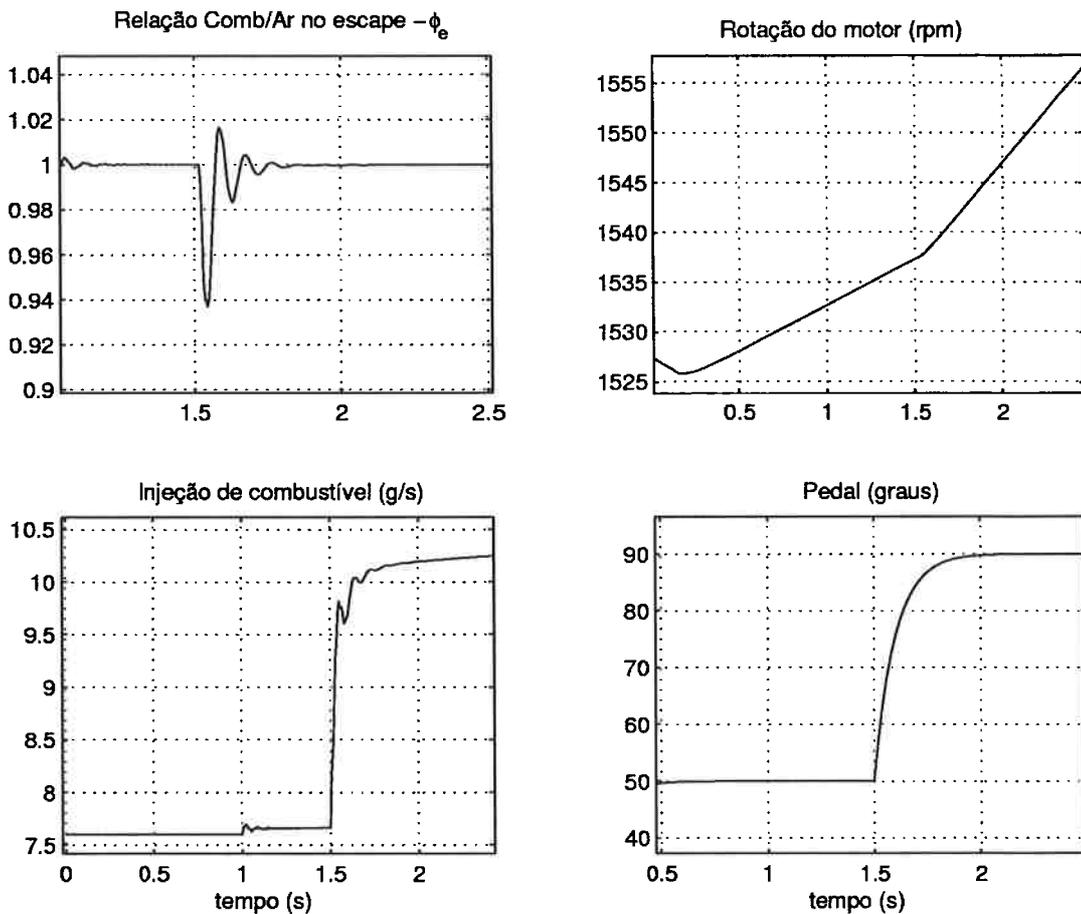


Figura 4.7: Influência de um transitório de 50° para 90° (Pedal) sobre a relação combustível/ar na saída, a rotação e a injeção de combustível

A Figura 4.7 mostra o funcionamento do MMGPC no controle da relação combustível/ar quando se aplica um transitório de 50° para 90°. Pode-se observar a variação do valor da injeção de combustível e da rotação do motor. Observe que mesmo neste transitório severo, onde foi efetuada uma variação de 40° na posição da válvula borboleta, foi possível controlar o sistema de modo que a razão combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ) retorna ao valor estequiométrico igual a 1 depois de aproximadamente 0.3 segundos.

Na Figura 4.8 pode-se observar o funcionamento do MMGPC no controle da relação combustível/ar quando se aplica um transitório de 50° para 30°. Nessa Figura, mostram-se as variações do valor da injeção de combustível, da rotação do motor e da relação combustível/ar na saída ( $\phi_{out}$ ). Verifica-se que os valores

da relação combustível/ar permaneceram fora do intervalo de valores aceitáveis enquanto o controlador buscava o novo valor da injeção de combustível, mas após a estabilização da injeção o valor de  $\phi_{out}$  retorna para dentro da faixa de desvio tolerável.

Pode-se observar que o intervalo de simulação de 1.0s (1.5 – 2.5s) não foi suficiente para estabilizar a rotação do motor, uma vez que a rotação possui uma dinâmica lenta devido ao momento de inércia associado às características do motor em estudo.

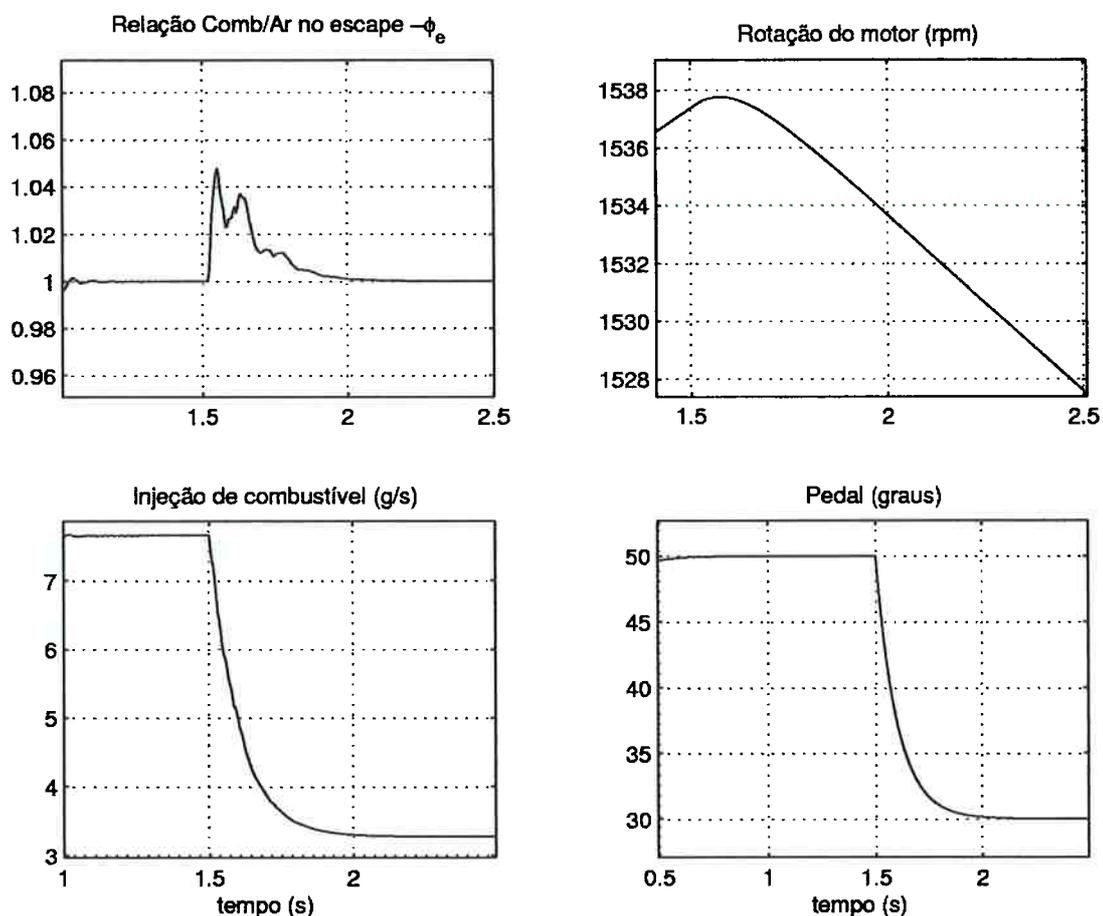


Figura 4.8: Gráfico da influência de um transitório de 50° para 30° (Pedal) sobre a relação combustível/ar na saída, a injeção de combustível e a rotação

Na próxima simulação, submeteu-se a estrutura dos Múltiplos Modelos a um transitório de 90° para 10° e os resultados podem ser vistos na Figura 4.9. Pode-se perceber que, apesar de uma excursão de mais de 10% na razão combustível/ar,

o método se mostrou eficiente de tal modo que após 1,9 segundos a variável de interesse retorna à faixa de  $\pm 1\%$  de desvio máximo.

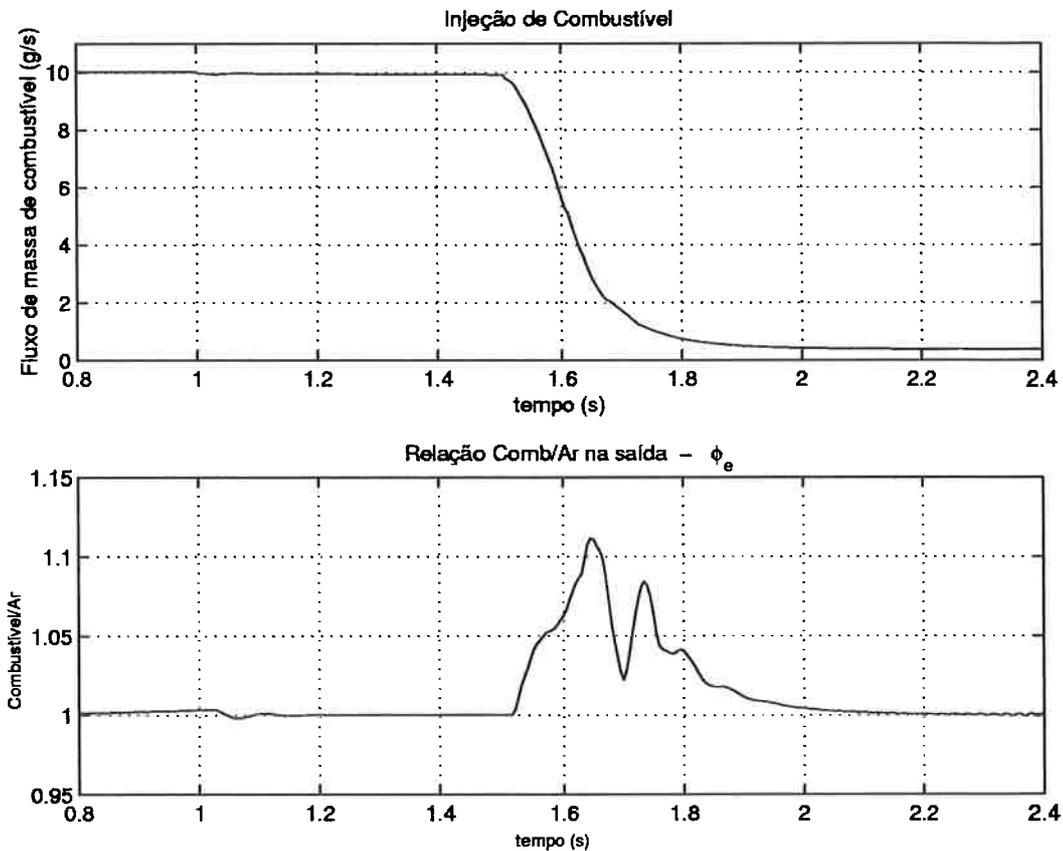


Figura 4.9: Comportamento da injeção de combustível e da razão combustível/ar na saída, para um transitório de  $90^\circ$  para  $10^\circ$

Na próxima seção apresenta-se mais uma estratégia de controle utilizando o GPC.

#### 4.5.2 "Gain Scheduling" acoplado ao GPC

A enorme diferença entre o tempo decorrido de simulação e o tempo de funcionamento do motor em simulação, no caso MMGPC, é causada pelo chaveamento entre os diversos modelos o que gera a necessidade de desenvolver uma técnica que diminua o tempo total de simulação.

Assim, a idéia inicial foi diminuir o número de modelos, tal como feito em FLEURY *et al.* (1999a), onde se utilizavam apenas 4 modelos linearizados. Porém,

também era necessário diminuir as excursões da relação combustível/ar fora do valor de referência na presença de variações do ângulo de abertura da válvula borboleta.

A saída proposta foi um controle baseado em escalonamento de ganhos ("Gain Scheduling") para os valores da injeção de combustível e do avanço de ignição. Essa técnica acrescenta ganhos de injeção e de ignição, dependendo da taxa de variação da posição do pedal do acelerador, ao valor fornecido pelo controlador GPC visando manter a relação combustível/ar dentro dos limites de tolerância.

Com isso, pretende-se adicionar uma parcela pré-alimentada ("feedforward") para a malha de controle de maneira a evitar uma grande excursão da relação combustível/ar que ocorre quando o pedal do acelerador sofre mudanças rápidas. Na Figura 4.10 mostra-se o diagrama para esta arquitetura de controle baseada no GPC.

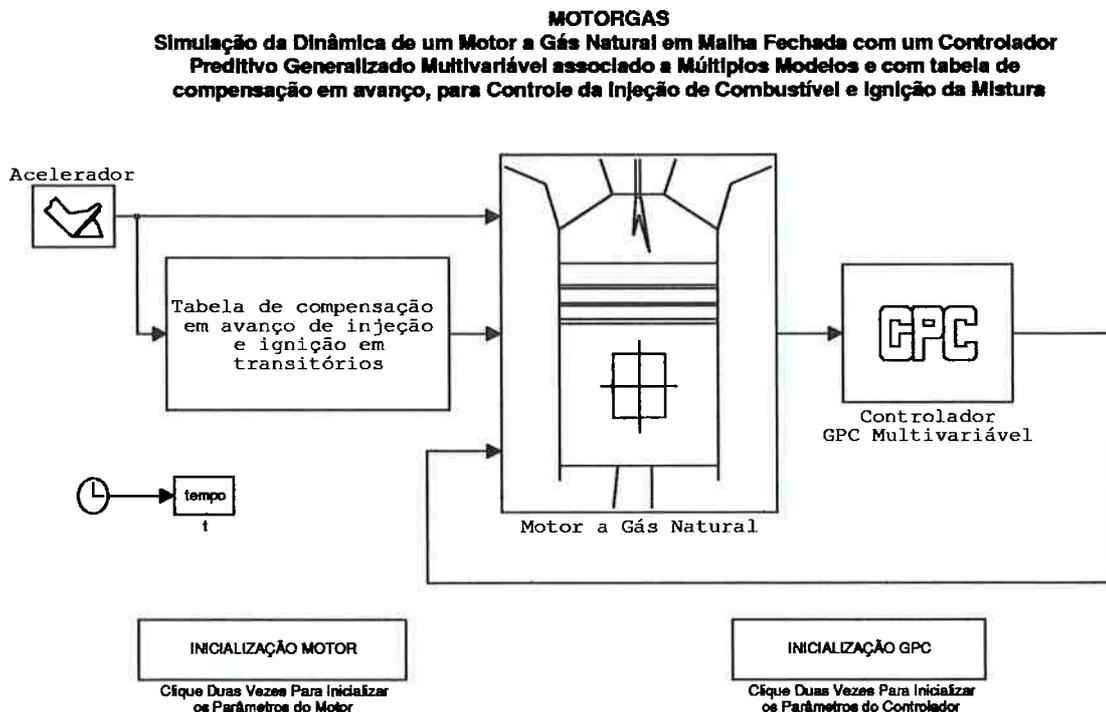


Figura 4.10: Diagrama do simulador acoplado à estrutura Gain Scheduling

Na Figura 4.11 pode-se ter uma visão mais detalhada do interior do bloco

”tabela de compensação em avanço da injeção e ignição em transitórios” (Figura 4.10). O diagrama contém dois mapas, um de injeção e outro de ignição. Os Mapas de Injeção e de Ignição contêm, respectivamente, os valores de injeção e ignição para cada posição de abertura da válvula borboleta. Esses valores são comparados com os fornecidos pelo controlador GPC e a diferença é acrescida ao sistema na forma de compensação.

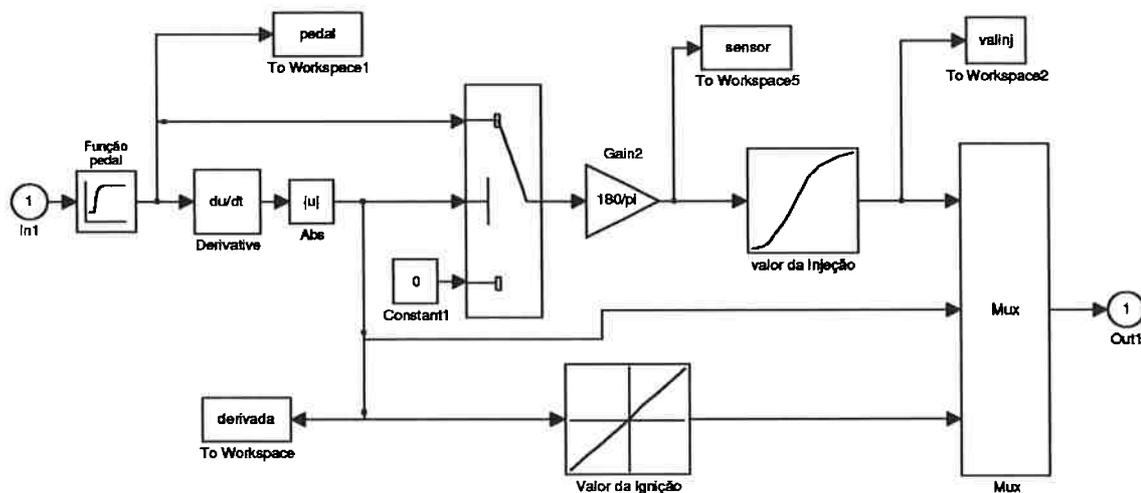


Figura 4.11: Diagrama do Gain Scheduling

A comparação entre as estratégias do "Gain Scheduling", do MMGPC e do GPC com um único modelo foi relatada em artigo apresentado a congresso internacional (FLEURY *et al.*, 1999b). Como parâmetro de comparação foi aplicado a cada um dos três casos um transitório de 90 graus para 50 graus. Os resultados resumidos encontram-se na Figura 4.12 onde é mostrado um transitório de 50° para 90° imposto no instante 1.5 segundos. O intervalo de tempo anterior a este instante foi usado para estabilizar o sistema. Todas as três estratégias já discutidas de controle apresentaram bons resultados, porém a técnica dos Múltiplos Modelos (linha verde) tem desempenho superior com uma pequena excursão (menor que 3% relativa ao valor estequiométrico) e retorna à faixa desejada de ±1% em 0.1 segundos. O "Gain Scheduling" (linha azul) fornece um desempenho melhor que o GPC simples mas permite 6% de excursão de pico. A linha vermelha

refere-se ao GPC baseado em um único modelo.

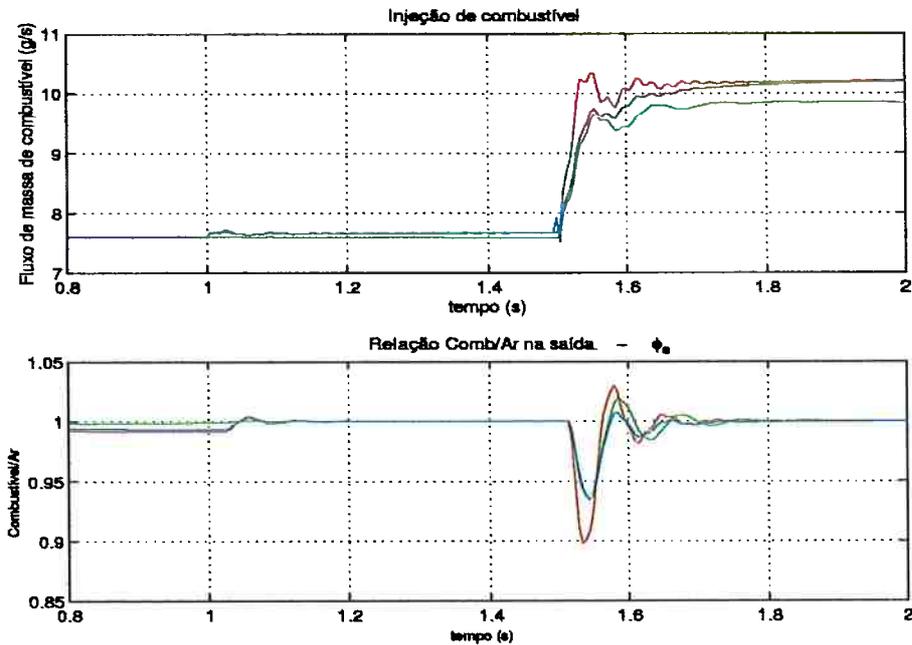


Figura 4.12: Comportamento da injeção de combustível e da razão combustível/ar na saída, para um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$

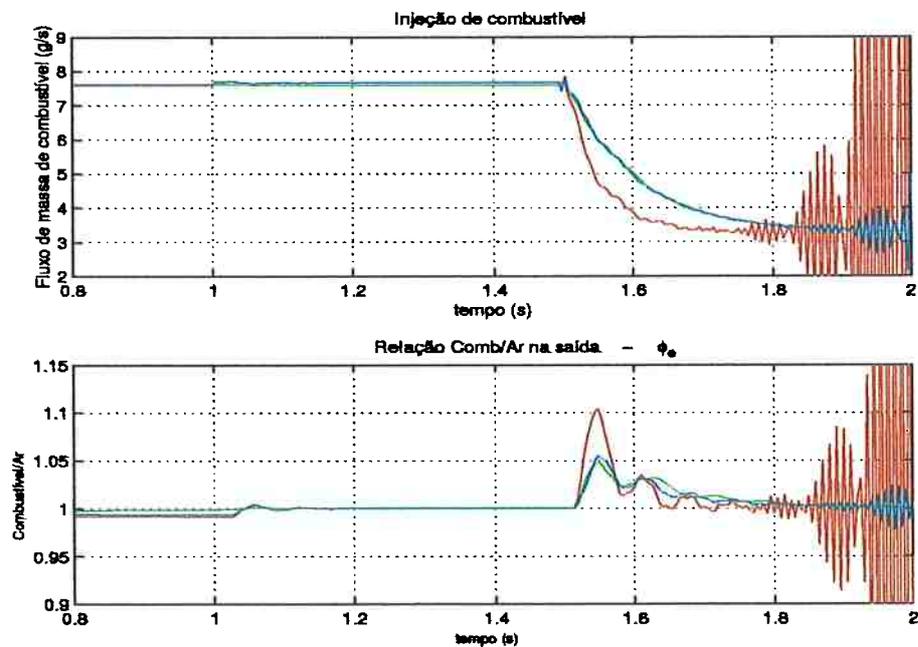


Figura 4.13: Comportamento da injeção de combustível e da razão combustível/ar na saída, para transitório de  $50^\circ$  para  $30^\circ$

A Figura 4.13 mostra o resultado encontrado para um transitório de  $50^\circ$  para

30° onde somente o método dos Múltiplos Modelos (linha verde) foi capaz de controlar a dinâmica do motor. Um transitório de 50° para 30° corresponde a uma região onde o motor exibe um forte comportamento não linear. Observe que o GPC simples (linha vermelha) diverge após um pequeno intervalo de tempo e o "Gain Scheduling" começa a divergir apenas após 1.8 segundos.

Esses resultados demonstram as potencialidades do controlador GPC, principalmente da robustez e de sua capacidade de acompanhar a referência. De qualquer modo, existe a necessidade de desenvolver estratégias para minimizar o efeito de transitórios longos sobre a deterioração da mistura combustível/ar em um MCI.

## 4.6 Otimização dos Cálculos do Controlador GPC

Conforme foi visto na seção 4.2, o GPC é um controlador de dinâmica, que necessita de vários cálculos para determinar a ação de controle. Todo esse procedimento garante excelente robustez a erros de modelagem. O preço que se paga por todo esse desempenho é o tempo excessivo consumido em simulações. Porém, considerando que esta pesquisa se destina à aplicação desta técnica no controle da injeção e da ignição em veículos, e que, nestes, a disponibilidade de hardware é pequena, parece inevitável produzir algoritmos mais rápidos. Assim, torna-se necessária uma análise mais profunda dos cálculos envolvidos no funcionamento do GPC.

Dentre os cálculos efetuados pelo GPC vale destacar:

1. a determinação da resposta impulsiva do sistema,
2. a resolução de equações diofantinas associadas,
3. o cálculo do preditor,
4. a obtenção do índice de desempenho,

5. a determinação da lei de controle a partir da minimização do índice de desempenho.

Todas essas ações custam tempo de processamento que para tornar esse controlador viável, do ponto de vista prático, deveriam ser reduzidas. Uma saída seria efetuar alguns desses cálculos fora das simulações ("off-line"), armazenando-os para posterior leitura.

Dentre os passos descritos acima, foi feita uma análise para encontrar quais deles poderiam ser efetuados "off-line". Essa tarefa baseou-se no levantamento das variáveis importantes ao controlador em cada passo da simulação. Concluiu-se então que os passos de 1 à 4 não precisavam ser feitos durante as simulações, haja visto que esses cálculos eram sempre realizados da mesma forma, independente dos valores das variáveis de entrada, eles passaram a ser efetuados fora das simulações e armazenados em arquivos. Assim, foi possível separar os cálculos da parte estática de cada um dos modelos do controlador em arquivos de fácil e rápido acesso. Deste modo, quando o controlador é solicitado, o programa lê os dados relevantes destes arquivos sem necessitar recalculá-los.

Com isso, conseguiu-se um controlador bem mais rápido, de tal modo que durante as simulações com os múltiplos modelos foi possível baixar o tempo total de simulação em média de 40%. Anteriormente, cada segundo de simulação consumia 2.0 minutos de tempo real e passou a levar cerca de 70 segundos. Vale realçar novamente que, diminuir o tempo de processamento é muito importante para futuras implementações práticas.

## 4.7 Painel Iterativo de Monitoração e Controle

Ao longo deste trabalho foram avaliadas diversas possibilidades de mudança de linguagem de programação visando obter rapidez nas simulações. A boa opção seria a mudança para a linguagem C, que possui uma grande versatilidade. Porém,

esse tipo de mudança envolveria um árduo trabalho de conversão dos diagramas implementados em MatLab-Simulink<sup>TM</sup> para o código C. Provavelmente, ganhar-se-ia em tempo de simulação, mas perder-se-ia algumas ferramentas de visualização, muito mais importantes nesta fase de viabilização de controladores para motores de combustão interna.

Por isso optou-se em manter os programas em MatLab-Simulink<sup>TM</sup> e anexar outras ferramentas disponíveis nesse pacote de software conforme as necessidades. A primeira delas surgiu da importância de visualização dos parâmetros de interesse do motor durante as simulações. A segunda, foi possibilitar a mudança de alguns parâmetros de ajuste após o início da simulação, sem a necessidade de interromper todo o processo. Diante dessas necessidades, anexou-se ao simulador a ferramenta "Dial and Gauges", um toolbox do software MatLab-Simulink<sup>TM</sup> que possibilita a visualização e a alteração de parâmetros do motor e/ou controlador durante as simulações.

O toolbox "Dials and Gauges" permite a construção de um painel de monitoração iterativo de simulação. Nesse painel pode-se colocar dispositivos de entrada no sistema ("dial") e dispositivos de monitoração ("gauges"). No caso do motor de combustão interna, uma das entradas externas é a posição do pedal do acelerador. Na figura 4.14, pode-se ver o bloco "Pedal" que representa uma função degrau, através da qual se aplica ao sistema transitórios no ângulo de abertura da válvula borboleta. Porém, essa função não permite a variação do pedal após o início da simulação, ou seja, o software não permite a aplicação de transitórios não programados, sendo necessária a alteração do código do programa para cada novo caso.

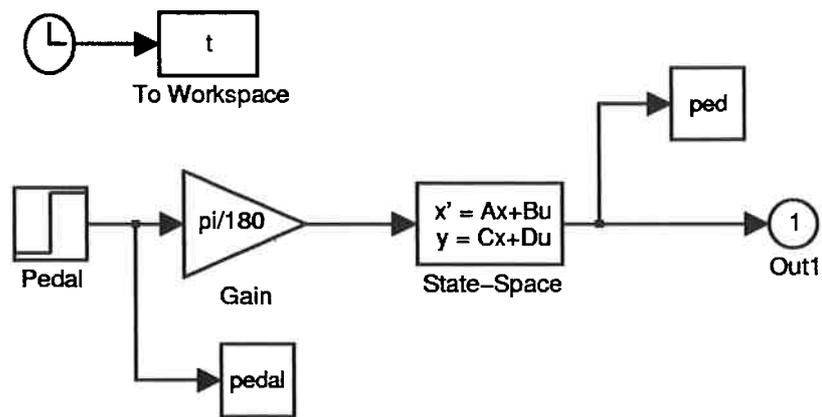


Figura 4.14: Diagrama do acelerador do Motor

Assim, foi criado um painel iterativo "dashboard" onde foi anexado um "dial" para representar o ângulo de abertura da válvula borboleta, também chamado "Pedal", e que pode ser visto na Figura 4.15. Com essa alteração, tornou-se possível a variação da posição do pedal durante as simulações simplesmente levando o ponteiro do "dial" até a posição desejada, sem a necessidade de alterações do código do programa para cada novo caso. Além disso, também foi possível efetuar variações "on-line" em parâmetros anteriormente considerados fixos, facilitando a análise de robustez do sistema a variações nos parâmetros. O painel também permitiu uma melhor observação das reações do motor durante a simulação. Foram anexados "gauges" no painel iterativo para monitorar a rotação, a razão combustível/ar, o torque de carga, o torque de atrito, o torque indicado e a quantidade de combustível injetado conforme pode ser visto na Figura 4.15. Com a monitoração dessas variáveis, o diagnóstico de problemas pode ser mais facilmente efetuado.

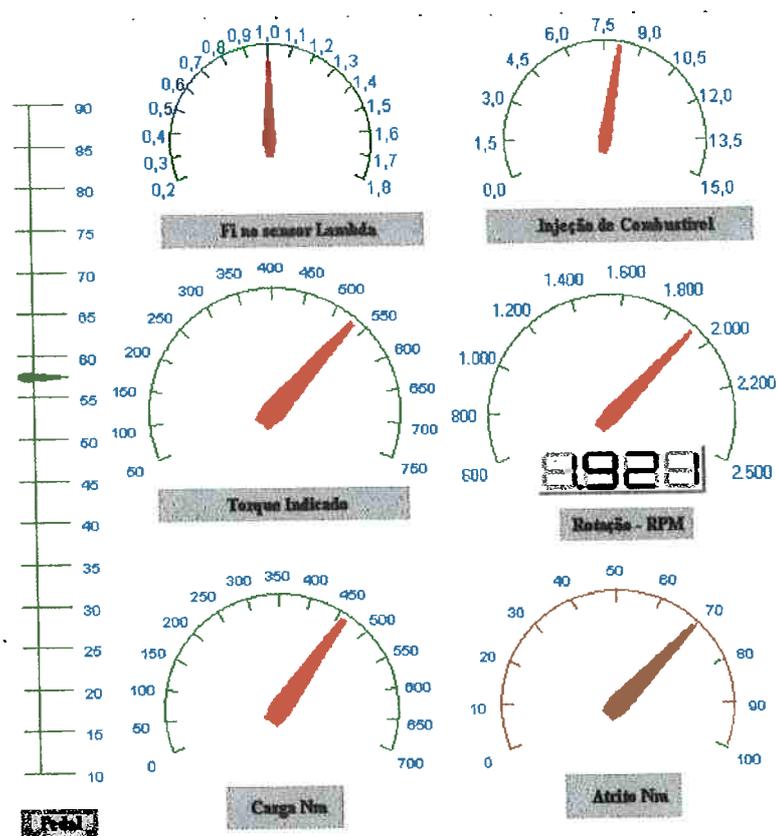


Figura 4.15: Diagrama do painel de controle on-board

A utilidade desse painel se estende desde a monitoração das variáveis de interesse até a possibilidade de atuar no sistema durante as simulações. A monitoração "on-line" das variáveis foi de enorme utilidade para o entendimento do funcionamento das dinâmicas transitórias do motor de combustão interna. Do mesmo modo, a facilidade de atuar no sistema facilitou não apenas a aplicação de transitórios de aceleração, mas também a definição de condições iniciais das equações diferenciais envolvidas, simplificando o procedimento de sintonização do simulador.

## 4.8 Análise de Robustez

A análise de robustez é desenvolvida com o objetivo principal de testar a robustez do controlador GPC face às variações de alguns parâmetros. O objetivo secundário desta análise está centrado no entendimento do funcionamento da

planta, no caso um motor de combustão interna. O conhecimento adquirido sobre a planta em estudo pode e deve ser utilizado no desenvolvimento e sintonização de controladores.

Na análise de robustez do simulador a gás natural foram testadas perturbações na pressão atmosférica, no avanço de ignição e na eficiência indicada. Foi analisada a resposta do sistema frente a cada uma dessas perturbações, visando um melhor entendimento do motor e do controlador GPC. Essas perturbações impostas ao sistema testam a robustez do controlador GPC e a influência de cada um dos parâmetros na dinâmica do sistema. O benefício de se comprovar a robustez do controlador GPC é transformá-lo em uma referência ao projeto de outros controladores que venham a ser desenvolvidos, bem como avaliar a sensibilidade de cada um dos parâmetros no contexto do modelo de um motor de combustão interna.

A análise de robustez do controlador GPC também foi facilitada pela introdução do painel iterativo de simulação. Com a ferramenta "Dial and Gauges" do MatLab-Simulink<sup>TM</sup>, as alterações nos parâmetros de entrada se tornaram muito mais práticas e dinâmicas, haja visto que não é necessário a mudança do código do programa.

Para analisar a resposta do simulador a variações da pressão atmosférica, parâmetro mais sensível do modelo, foi realizada uma simulação onde se provocou uma queda de 15% no seu valor. Esta queda de pressão é semelhante à encontrada quando se passa de uma cidade ao nível do mar para uma cidade a mais de 1000 m de altitude em relação a esse nível. A variação da pressão foi aplicada dois segundos após o início da simulação e a queda da pressão durou menos de um segundo, variação praticamente impossível de ser encontrada na prática, mas que mostra que o sistema controlado responde dentro do esperado.

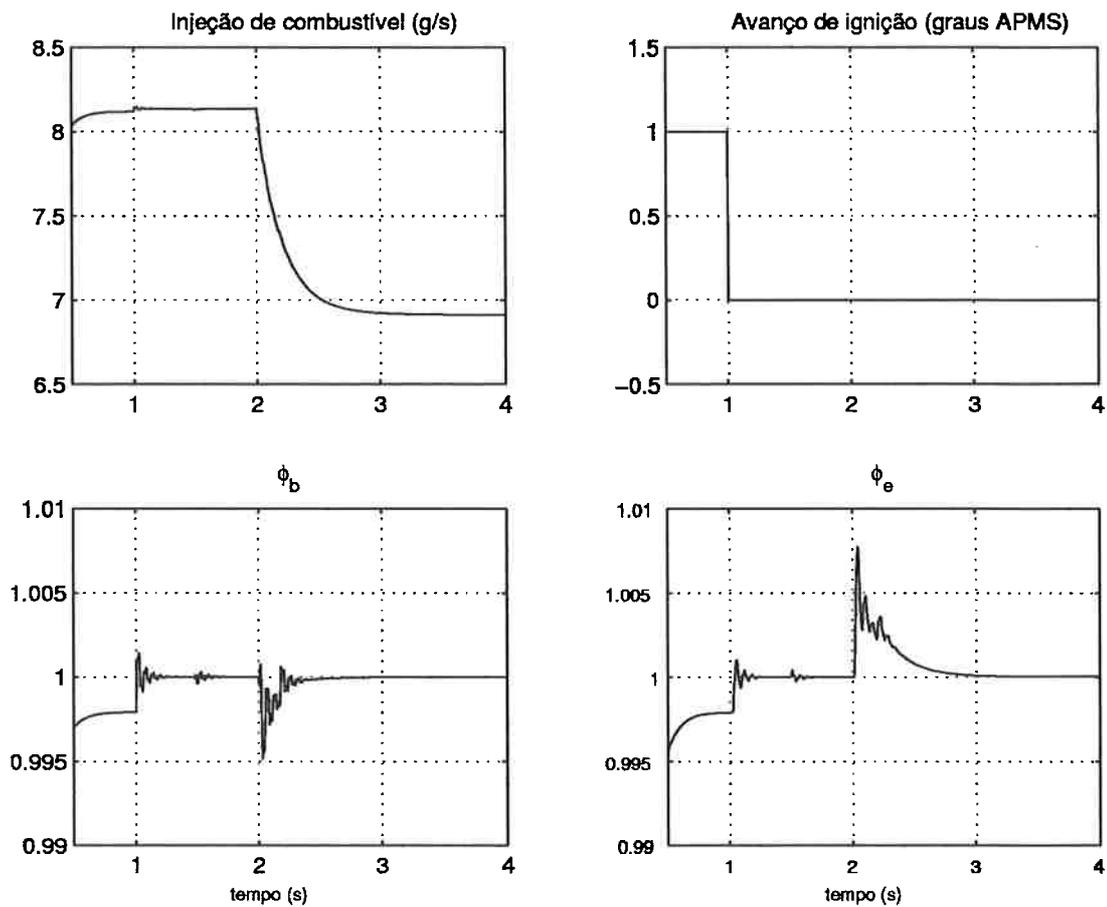


Figura 4.16: Variações da injeção de combustível, do avanço de ignição e da relação combustível/ar na entrada e na saída

Pode-se ver nos gráficos das Figuras 4.16 e 4.17, o comportamento de algumas das variáveis do motor. Na figura 4.16, o controlador manteve a relação combustível/ar dentro da faixa de tolerância de 1% de desvio máximo, diminuindo a injeção de gás no motor visando manter a proporção estequiométrica da mistura.

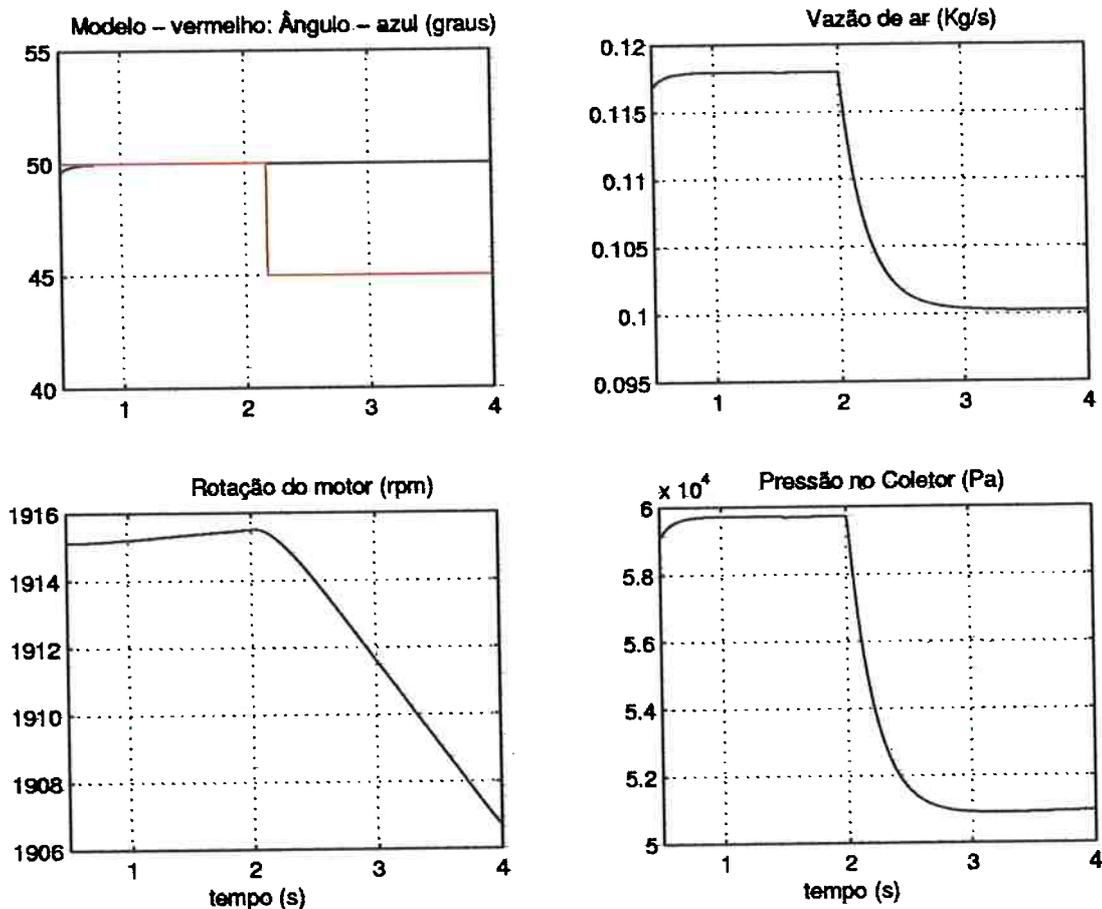


Figura 4.17: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, do modelo utilizado pelo GPC (em vermelho), da vazão de ar, da rotação do motor e da pressão no coletor

Pode-se descrever as causas e os efeitos dessa variação na pressão atmosférica do seguinte modo: a queda da pressão atmosférica levou à queda da vazão de ar na válvula borboleta, o que, conseqüentemente, provocou um enriquecimento da mistura. Porém, para manter a relação combustível/ar no valor desejado, o controlador diminui a quantidade de combustível que conseqüentemente provoca uma queda no torque gerado. Com a diminuição do torque na saída tem-se uma queda na rotação (Figura 4.17), devido às forças de resistência que se mantiveram constantes, uma vez que não são afetadas pela variação da pressão atmosférica. Na prática, a queda de pressão atmosférica iria gerar a queda de desempenho do

motor mas não significaria o aumento de quantidade de gases poluentes, mostrando a robustez do controlador GPC a esse tipo de variação.

Para testar perturbações no Mapa de Eficiência foram feitas simulações onde a posição do pedal foi fixada em 50 graus e efetuaram-se mudanças no valor da eficiência indicada em  $\pm 10\%$ . O critério utilizado para a variação pode ser esquematizado conforme a seguinte tabela:

tempo em segundos (t)	condições de operação
$t < 5.0$	valor normal de operação
$5.0 < t < 7.0$	valor 10% inferior ao valor normal
$7.0 < t < 10.0$	valor normal de operação
$10.0 < t < 13.0$	valor 10% superior ao valor normal
$t > 13.0$	valor normal de operação

Como resultado, as variações descritas na tabela anterior geraram uma perda/ganho de torque da ordem de 45%, como pode ser visto no primeiro gráfico da Figura 4.18. Pode-se perceber ainda, observando o gráfico do modelo linear utilizado (Figura 4.18), que as variações da eficiência não foram suficientes para afastar o comportamento do motor de seu ponto de operação inicial, haja visto que o controlador manteve o modelo linear de 50 graus.

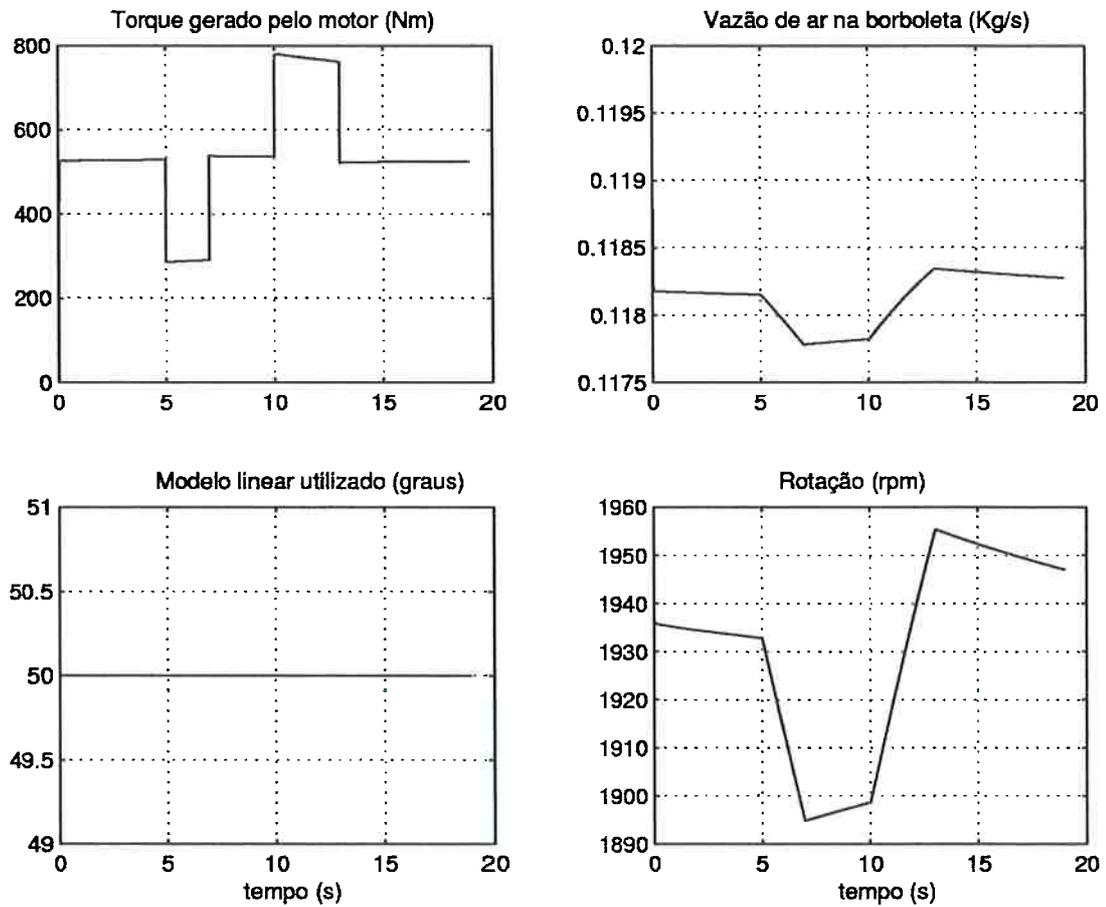


Figura 4.18: Variações do torque gerado pelo motor, da vazão de ar, do modelo linear utilizado e da rotação do motor

Vale ressaltar que a variação na eficiência indicada pouco influenciou a variável de maior interesse do controle que é a relação combustível/ar no escape (Figura 4.19).

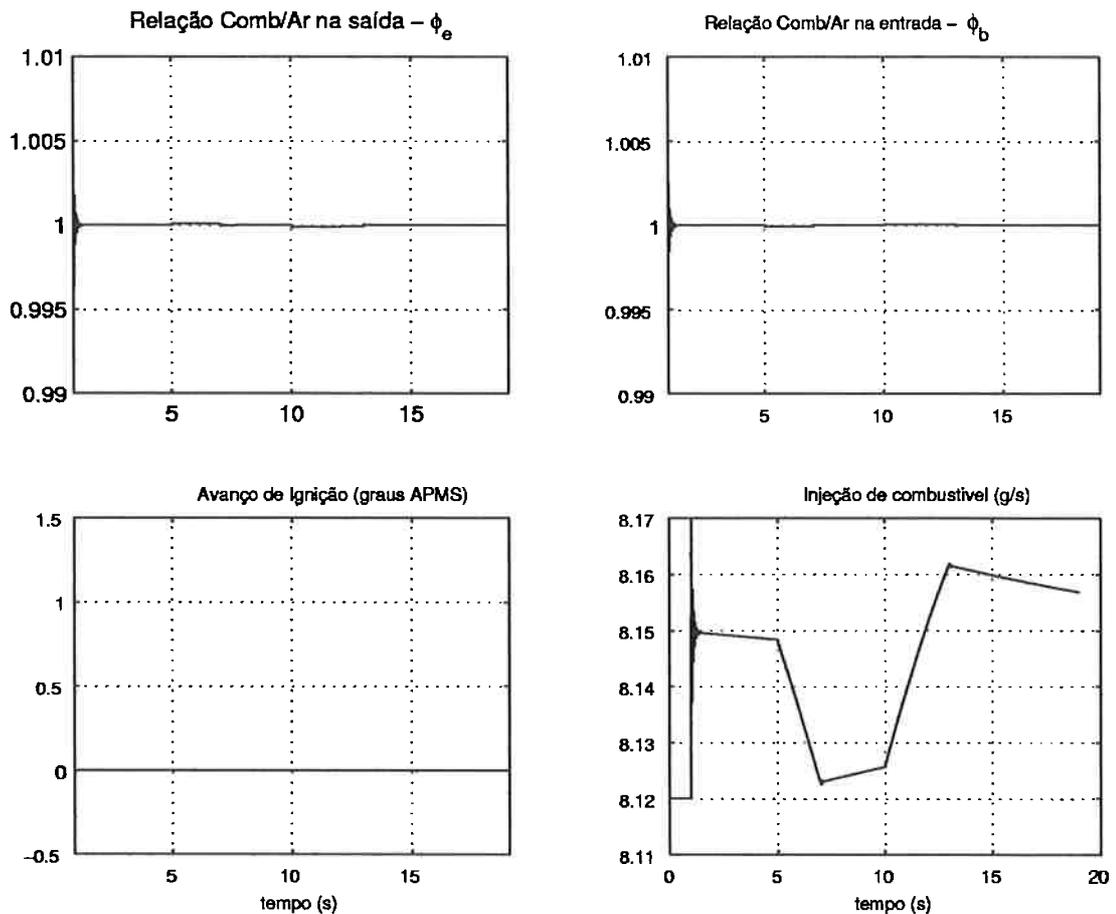


Figura 4.19: Variações da relação combustível/ar na saída e na entrada, do avanço de ignição e do valor da injeção

Conforme dito no capítulo 3, na modelagem da vazão do fluido pela válvula borboleta assumiu-se um escoamento compressível, unidimensional, isoentrópico e formado basicamente por ar e, por essa razão, assumiu-se  $k$  como sendo a constante politrópica do ar. Assim, como o ideal seria que o valor de  $k$  variasse com a composição da mistura, temperatura e pressão, será testado aqui o desempenho do controlador GPC para uma variação do valor de 1.4 para 1.2. Os resultados podem ser vistos nas figuras 4.20, 4.21 e 4.22.

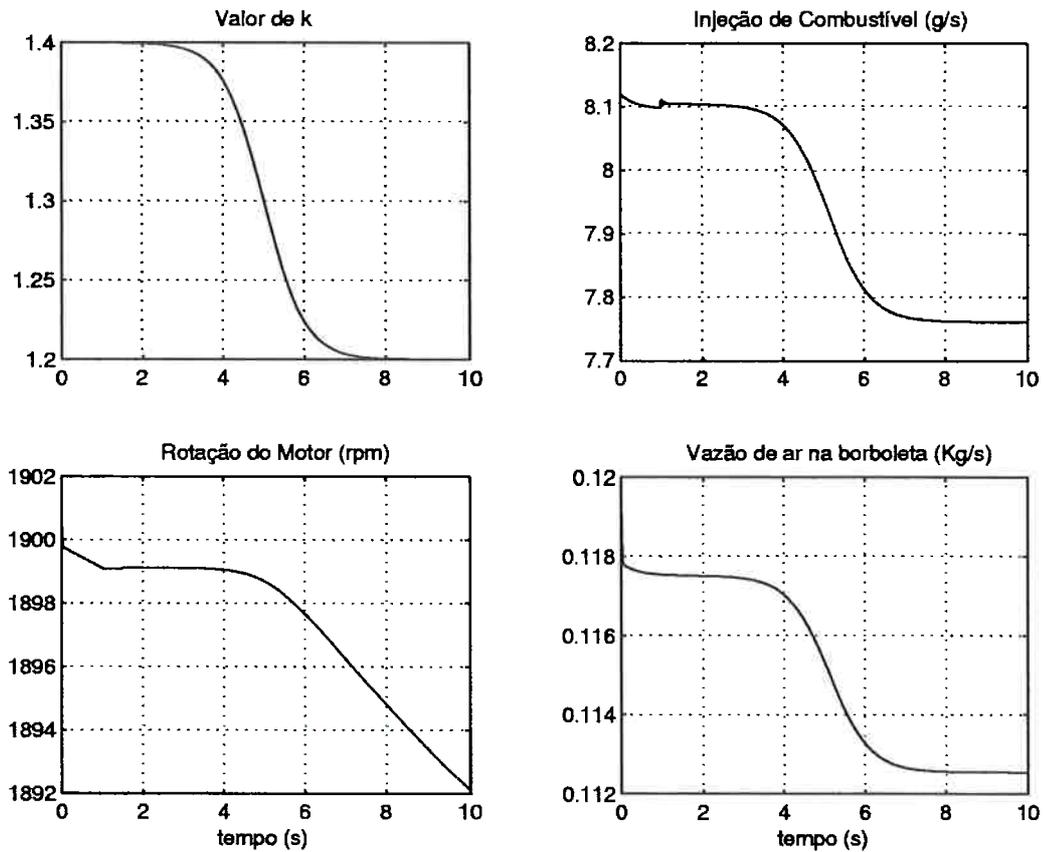


Figura 4.20: Gráfico do comportamento das variáveis injeção de combustível, vazão de ar e rotação do motor quando  $k$  varia de 1.4 para 1.2

Observe no primeiro gráfico que a variação de  $k$  ocorre de modo "suave", levando cerca de seis segundos para variar de 1.4 para 1.2. Como consequência dessa variação, houve uma queda na vazão de ar pela válvula borboleta, que foi percebida pelo controlador que imediatamente diminuiu a vazão de combustível injetado. O resultado prático disso é a perda de potência caracterizada aqui pela queda da rotação do motor.

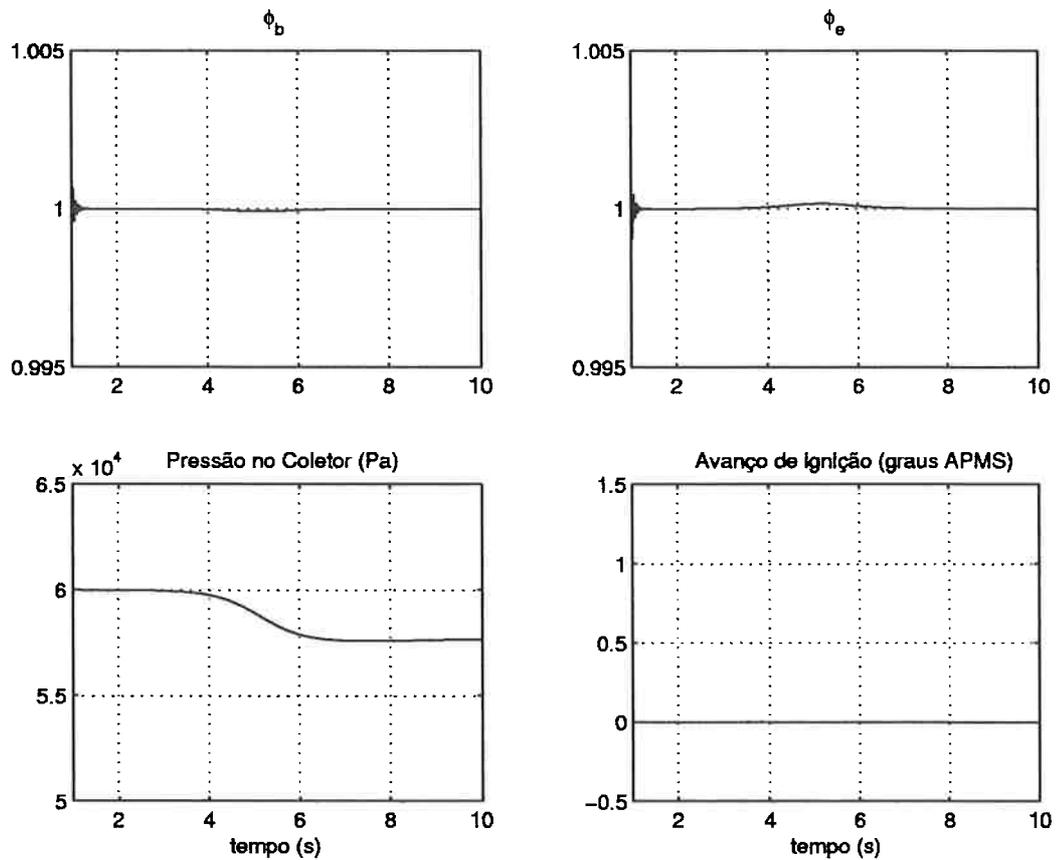


Figura 4.21: Gráfico do comportamento das variáveis relação combustível/ar na entrada e saída, pressão e avanço de ignição quando  $k$  varia de 1.4 para 1.2

Pode-se ver na figura 4.21, que a ação do controlador foi rápida o suficiente para manter a relação combustível/ar na borboleta ( $\phi_b$ ) e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ) dentro da faixa exigida pela eficiência de conversão do catalisador.

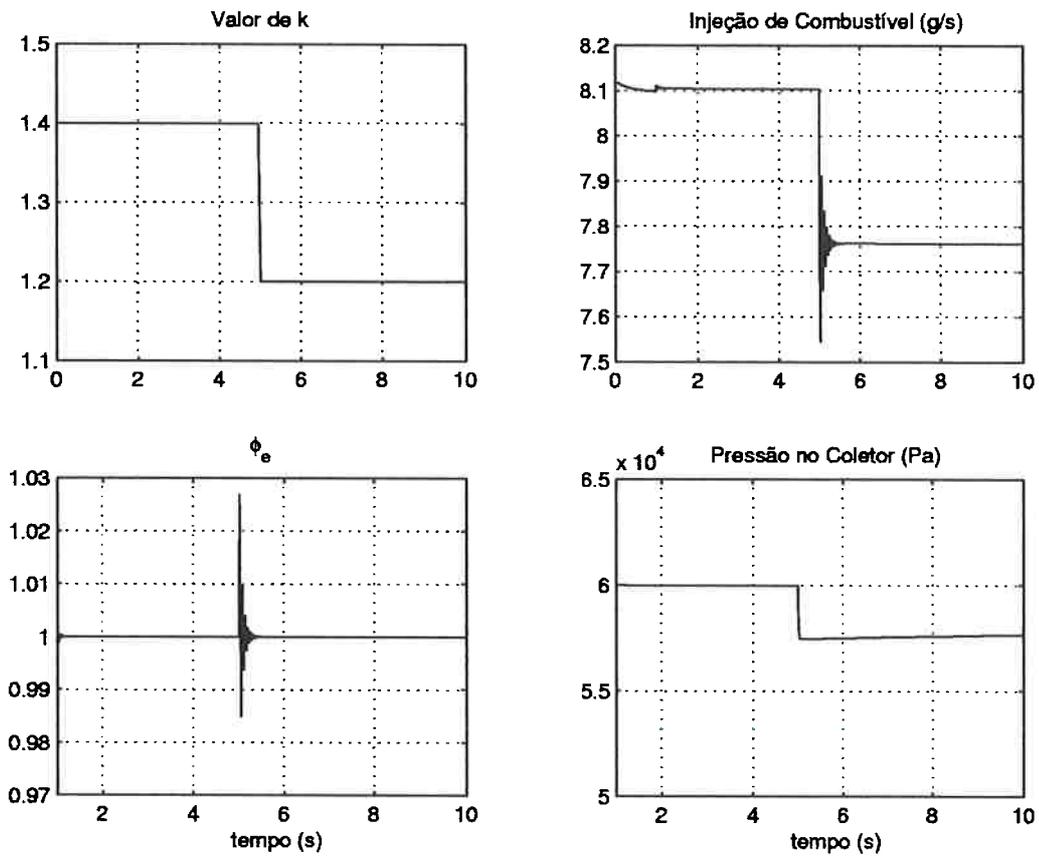


Figura 4.22: Gráfico do comportamento das variáveis injeção de combustíveis,  $\phi_e$  e pressão no coletor quando  $k$  varia de 1.4 para 1.2

A figura 4.22 mostra o comportamento das variáveis: injeção de combustível definido pelo controlador,  $\phi_e$  e pressão no coletor de admissão quando  $k$  varia de 1.4 para 1.2 de modo imediato. Obviamente é uma situação irreal, porém mostra a robustez do controlador em trazer o valor de  $\phi_e$  de volta ao valor estequiométrico após uma rápida excursão (menos de 0.1 segundo) fora de seu "set-point".

Outra variável de importância que deve ser modificada visando a análise de robustez do controlador GPC, e também objetivando estender a abrangência do simulador, é a curva de carga a qual o motor está sujeito. Além disso, vale lembrar que, no capítulo 3 assumiu-se que o torque de carga varia linearmente com a frequência angular (equação 3.1.7), simulando a ação de um dinamômetro.

Na prática, essa curva está sempre variando. Por exemplo, no desenvolvimento de piloto automático ("cruise control"), a carga é considerada como uma

perturbação externa que o controlador deve ignorar visando manter o veículo numa determinada velocidade. Do mesmo modo, em veículos pesados é desejável manter o torque constante independentemente da carga externa. Esses fatos fornecem subsídio e motivam a variação da carga sob algumas formas pré-definidas. Neste trabalho foram escolhidas duas curvas para essa finalidade: uma senóide e um degrau "suavizado". Durante as simulações, procurou-se manter a rotação do motor constante através da variação da abertura da válvula borboleta. Os resultados podem ser vistos nas figuras abaixo.

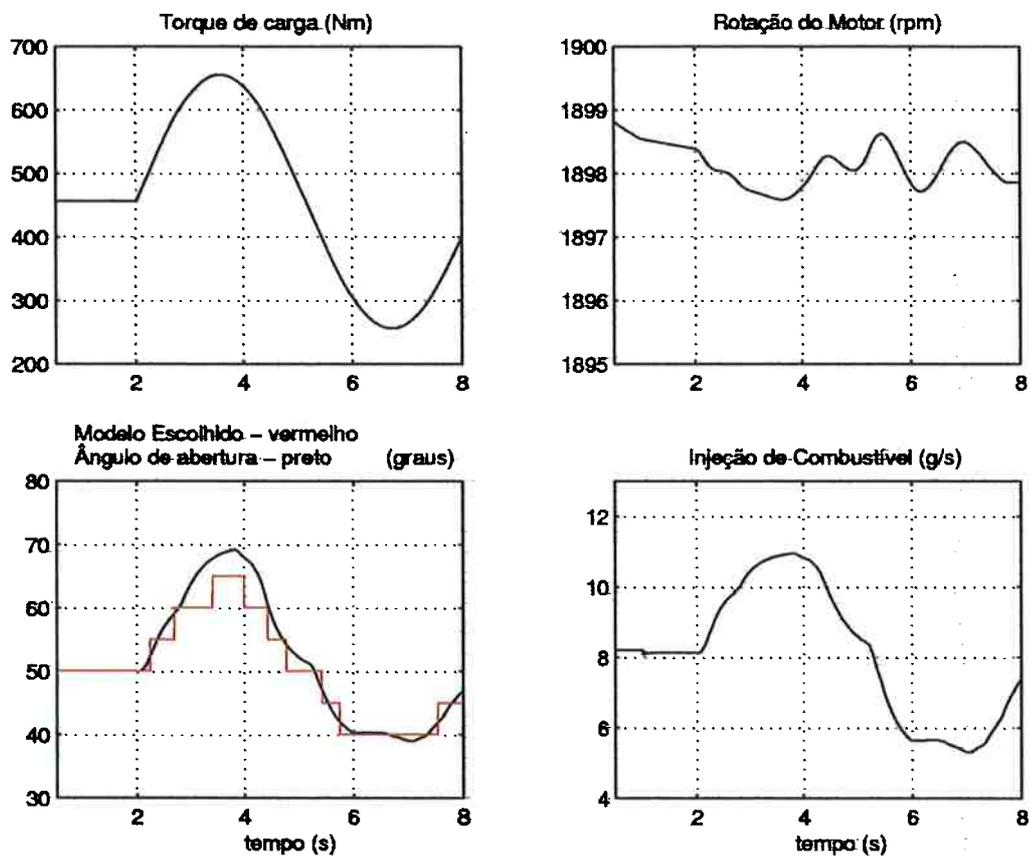


Figura 4.23: Gráfico do comportamento das variáveis rotação, ângulo de borboleta e injeção de combustível quando o torque de carga varia segundo uma senóide

Observe no gráfico da figura 4.23 que a carga varia segundo uma senóide. Essa curva pode ser interpretada como sendo a carga imposta ao veículo quando este está sob a ação de uma subida e de uma descida, respectivamente. Procurou-se

manter a rotação do motor constante mudando-se a posição do pedal do acelerador. Observe que o controlador utilizou de vários modelos lineares para conseguir acompanhar as variações da válvula borboleta (figura 4.23 em vermelho).

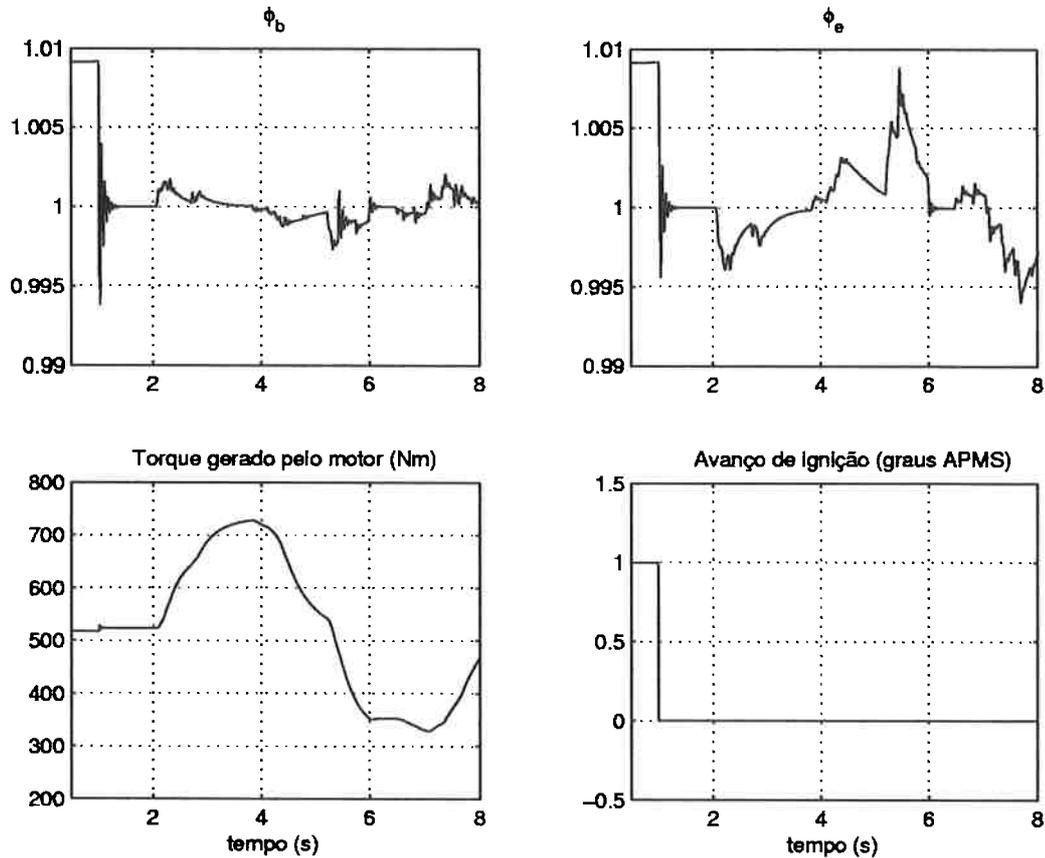


Figura 4.24: Gráfico do comportamento das variáveis  $\phi_b$ ,  $\phi_e$  avanço de ignição e torque do motor quando o troque de carga varia segundo uma senóide

Na figura 4.24 apresenta-se o comportamento das variáveis de controle  $\phi_b$  e  $\phi_e$ . Observe que, mesmo com incessantes variações do pedal do acelerador, o controlador foi capaz de manter a relação combustível/ar dentro da faixa de 1% de desvio máximo em relação ao valor estequiométrico.

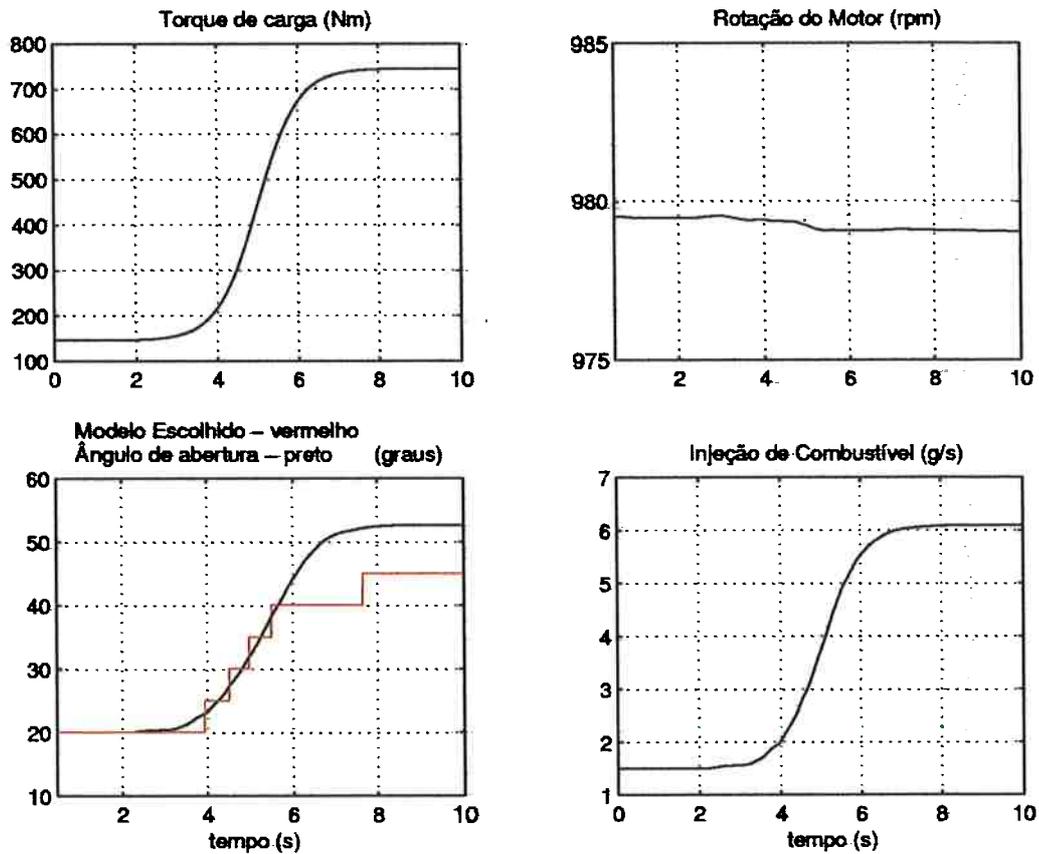


Figura 4.25: Gráfico do comportamento das variáveis rotação, ângulo de borboleta e injeção de combustível quando o torque de carga varia de 150 para 650 Nm

Na figura 4.25 pode ser visto o perfil de torque de carga aplicado ao motor. Através de variações do pedal do acelerador, procurou-se manter a rotação em torno de 979 RPM. Essa situação é muito comum quando, na prática, o motorista se depara com uma subida e pressiona o acelerador para manter velocidade constante. Ainda nessa simulação, observa-se, no último gráfico da figura 4.25, o aumento da quantidade de combustível injetado para obter um maior torque gerado pelo motor (figura 4.26).

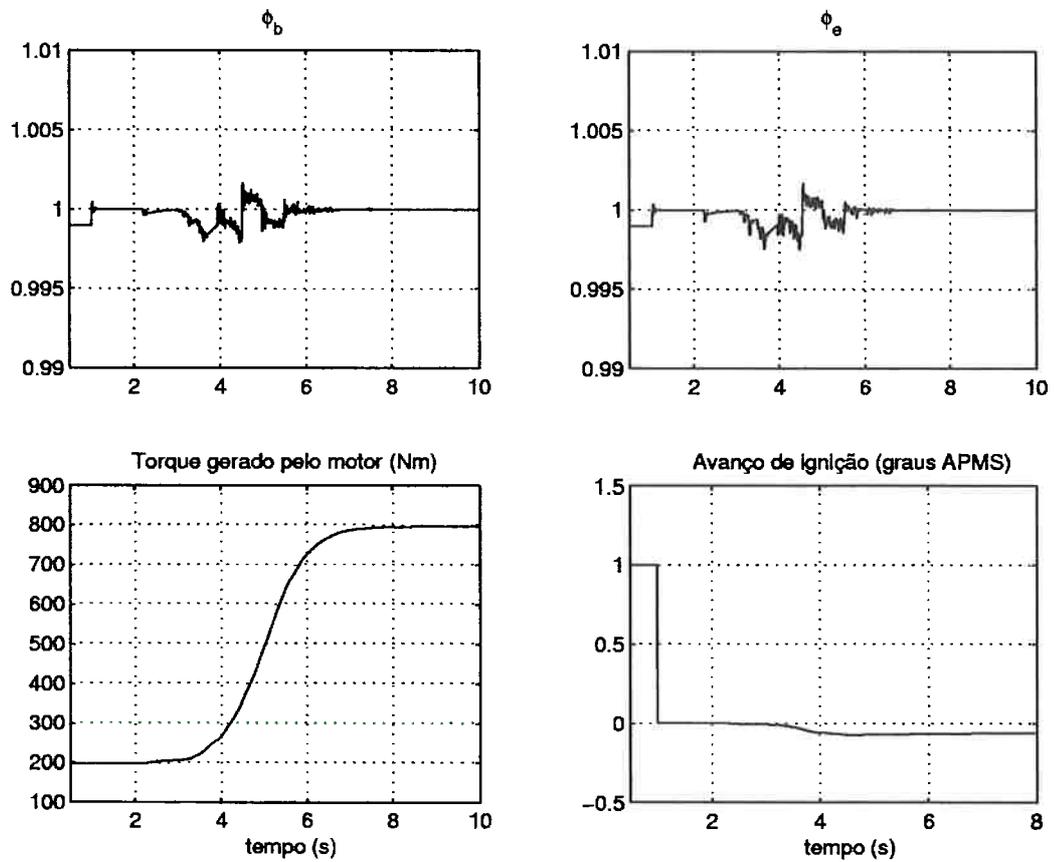


Figura 4.26: Gráfico do comportamento das variáveis  $\phi_b$ ,  $\phi_e$  avanço de ignição e torque do motor quando o torque de carga varia de 150 para 650 Nm

Apesar de uma variação de mais de 30 graus na abertura da válvula borboleta, a robustez do controlador em manter a relação combustível/ar próximo ao valor estequiométrico foi comprovada, conforme pode ser visto nos gráficos de  $\phi_b$  e  $\phi_e$  na figura 4.26.

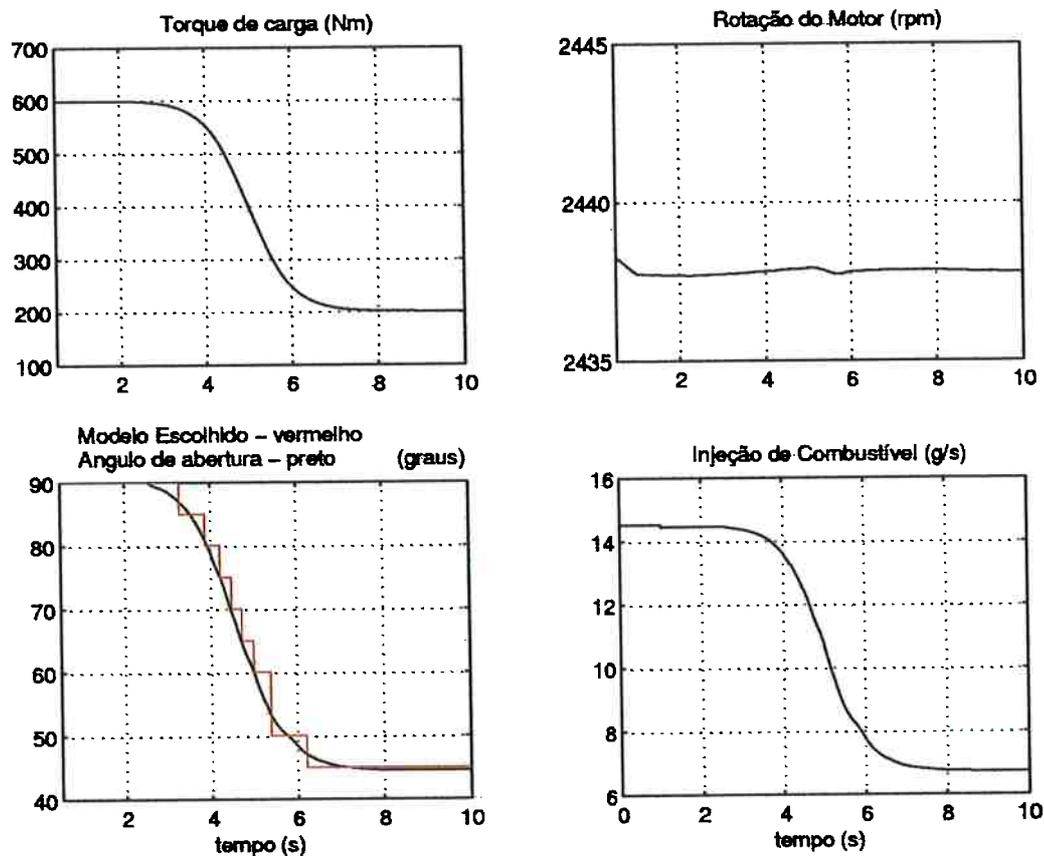


Figura 4.27: Gráfico do comportamento das variáveis rotação, ângulo de borboleta e injeção de combustível quando o torque de carga varia de 600 para 200 Nm

Na simulação anterior foi aplicada uma curva de carga onde o torque variava de 150 Nm para 750 Nm, o que caracterizava um perfil crescente e com isso, exigiu a aceleração do motor. Para se testar a situação inversa foi aplicado ao modelo um perfil decrescente onde o torque de carga diminuiu do valor 600Nm para 200Nm. Deve ser lembrado que também se procurou manter a rotação constante. Pode-se observar que o controle utilizou vários modelos lineares para conseguir acompanhar a variação do pedal do acelerador (figura 4.27, gráfico em vermelho). Houve uma queda na quantidade de combustível e, conseqüentemente, uma diminuição do torque gerado pelo motor (figura 4.28).

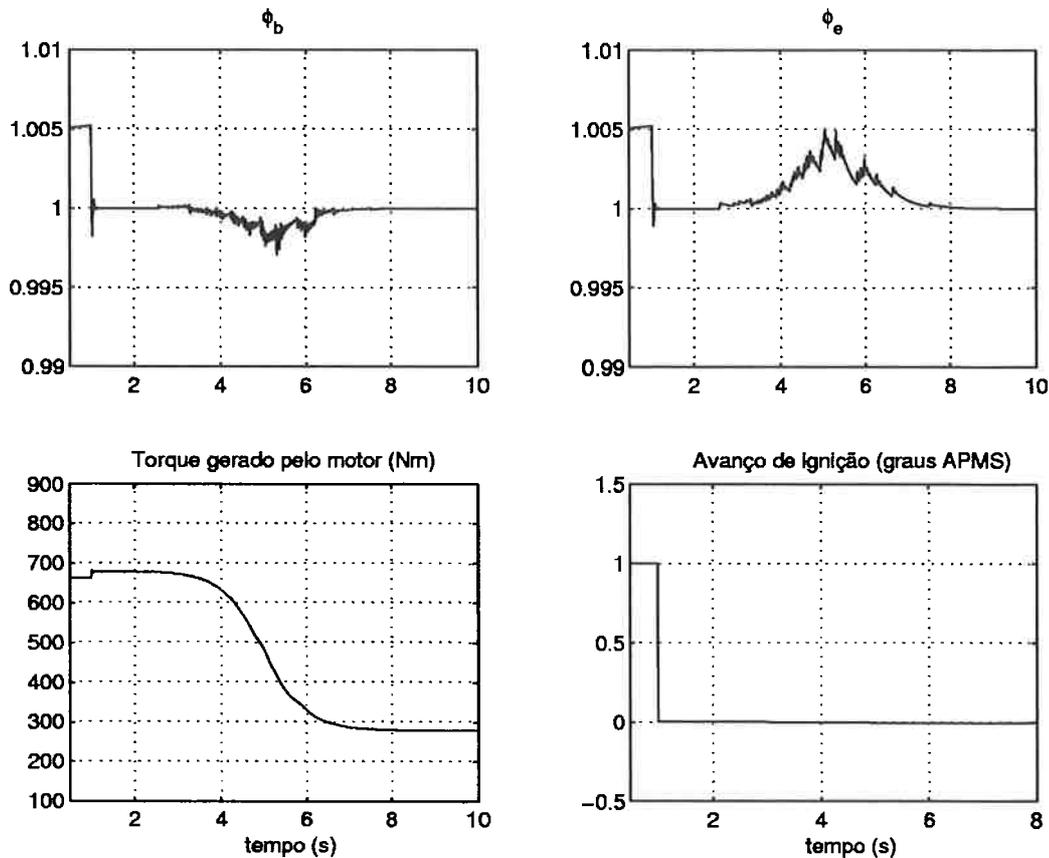


Figura 4.28: Gráfico do comportamento das variáveis  $\phi_b$ ,  $\phi_e$ , avanço de ignição e torque do motor quando o torque de carga varia de 600 para 200 Nm

Com essas simulações, mostrou-se que o controlador GPC é robusto para variações na carga aplicado ao eixo do motor. Além disso, mostrou-se que a suposição feita na modelagem da dinâmica rotacional (capítulo 3) de que o torque de carga é proporcional à rotação não restringe a abrangência do simulador do motor a gás natural desenvolvido.

Resta ainda relatar o comportamento do simulador face às variações no avanço de ignição. Porém, as perturbações impostas ao avanço de ignição tiveram pouco efeito sobre a relação combustível/ar. Houve apenas uma ligeira queda no torque gerado pelo motor. Conforme dito anteriormente, aproveitou-se dessa pequena variação do comportamento do motor a perturbações do Mapa de Ignição para substituí-lo por uma função analítica mais simples.

A análise de perturbações feita em alguns parâmetros do motor a gás natural

mostrou que o GPC possui robustez satisfatória. Além disso, esta análise proporcionou um melhor entendimento da dinâmica de um motor de combustão interna.

## 4.9 Considerações Finais sobre o GPC

A estratégia dos Múltiplos Modelos acoplada ao GPC mostrou ser uma técnica muito promissora embora sua implementação prática dependa de processadores com alta capacidade de processamento. Deve-se lembrar que o simulador está implementado no MatLab<sup>®</sup>, onde cada segundo de funcionamento do motor consome cerca de 50 segundos de tempo real, e uma situação prática seria seguramente mais rápida. A estrutura "Gain Scheduling" com GPC necessita de uma melhor sintonização, mas demonstra ser possível obter bons resultados com menor processamento, quando comparados ao MMGPC.

Os resultados de simulação alcançados demonstram que é possível controlar transitórios severos em um motor a gás natural em curtos intervalos de tempo com pequenas excursões fora dos valores nominais de operação. A combinação GPC - Múltiplos Modelos, apesar de possuir uma simulação mais lenta, apresentou bons resultados sendo inclusive robusta a perturbações, podendo servir como uma referência a trabalhos futuros.

Ao longo deste capítulo, estudou-se desde a implementação até a análise de robustez do GPC. Nos próximos capítulos serão implementados controladores baseados no modelo linear em espaços de estado desenvolvido no capítulo 3.

## Capítulo 5

# O Controlador Linear Quadrático

Neste capítulo descreve-se o desenvolvimento de um controlador Linear Quadrático (LQ) para a estabilização do modelo de um MCI. O projeto de um controlador LQ consiste em determinar a lei de controle que minimiza um índice de desempenho quadrático, onde o projetista define as matrizes de ponderação baseando-se no quanto se pode tolerar de erro nas variáveis de estado e quanto se pode gastar de energia para controlar o sistema. O interesse de simular o desempenho do LQ vem do fato de esse método de controle ser amplamente difundido, de tal modo que qualquer pacote de computação em dinâmica de sistemas e controle (MatLab®, SciLab, entre outros) possui uma solução numérica para este problema. Outro fator de interesse na implementação do LQ está na validação, para efeito de controle, dos modelos lineares desenvolvidos no capítulo 3. Finalmente vale destacar também a redução do tempo de processamento em simulação que é muito importante para a implementação, haja visto que na prática é necessário que o controlador funcione em tempo real.

### 5.1 O Problema do Regulador

O controlador Linear Quadrático (LQ) está inserido na classe de controladores chamados de reguladores. Apresenta-se agora alguns comentários que visam sintonizar o LQ dentro de um contexto mais amplo.

Considere o seguinte sistema dinâmico:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A \cdot x + B \cdot u \\ x(t_0) &= x_0\end{aligned}\tag{5.1.1}$$

onde  $x_0$  é conhecido, porém arbitrário.

Encontrar uma função de controle  $u(t)$  definida em  $[t_0, T]$  e que pode ser uma função do estado  $x(t)$ , tal que o estado  $x(t)$  é conduzido para uma (pequena) vizinhança da origem no tempo  $T$ , é chamado de problema do regulador. O problema pode ser resolvido para  $T > t_0$  se o sistema for controlável e quando  $T \rightarrow \infty$  tem-se o problema do regulador em tempo infinito.

Vale destacar que, ao tentar resolver o problema, pode-se fornecer uma quantidade arbitrariamente grande de energia desde que, pela definição de controlabilidade, seja possível construir uma função de controle que conduza o estado para zero em um intervalo de tempo arbitrariamente curto. Contudo, isso não é desejável haja visto que qualquer sistema físico tem limitação de energia, uma vez que os atuadores eventualmente podem saturar. Além disso, grandes ações de controle podem facilmente levar o sistema para fora da região onde o modelo linear fornecido é válido.

Na implementação prática, conseqüentemente certas limitações devem ser impostas ao controle. As restrições sobre o controle  $u$  podem ser medidas sobre diferentes modos: na norma  $L_1$ , na norma  $L_2$  ou norma  $L_\infty$ . A mais utilizada é a norma  $L_2$ , assim, deseja-se que a integral:

$$\int_0^T \|u\|_2 dt < \epsilon$$

para algum  $\epsilon > 0$ , ou seja, a integral deve ser limitada.

De um modo geral, pode-se ponderar  $u$  através de alguma matriz de pesos constante  $W_u$ , assim, a integral torna-se:

$$\int_0^T \|W_u u\|_2 dt < \epsilon$$

onde  $W_u$  é construída baseada no conhecimento sobre a dinâmica dos atuadores.

Similarmente, pode-se querer impor alguma restrição sobre a resposta transitória  $x(t)$ , assim:

$$\int_0^T \|W_x x\|_2 dt < \varepsilon$$

para algum  $\varepsilon > 0$  e  $W_x$  uma matriz de pesos baseada no conhecimento sobre as variáveis de estado do sistema dinâmico.

As matrizes  $W_u$  e  $W_x$  são parâmetros de projeto do controlador. Assim, considerando essa formulação, o problema do regulador pode ser interpretado como um problema de controle ótimo com certo índice de desempenho baseado em  $u$  e  $x$ .

Sem perda de generalidade, pode-se assumir que  $t_0 = 0$ . Neste caso, o problema resume-se em: encontrar um controle  $u(t)$  definido sobre  $[0, T]$ , tal que o estado  $x(t)$  seja conduzido para a origem quando  $t \rightarrow T$  e o seguinte índice de desempenho minimizado:

$$\min_u \int_0^T \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix}^t \cdot \begin{bmatrix} Q & S \\ S^t & R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} dt$$

para  $Q = Q^t \geq 0$  e  $R = R^t > 0$ , ou seja,  $Q$  é semi-definida positiva,  $R$  é definida positiva e  $S$  uma matriz qualquer de dimensões apropriadas. Assume-se que  $R > 0$  para enfatizar que a energia de controle deve ser finita (isto é,  $u(t) \in L_2[0, T]$ ). Assim  $L_2[0, T]$  é o espaço sobre o qual a integral será minimizada. Além disso, assume-se também que:

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S^t & R \end{bmatrix} \geq 0$$

Fazendo-se  $T \rightarrow \infty$  a solução desse problema é simplificada, de tal modo que resume-se em resolver uma equação algébrica de Riccati (ZHOU e DOYLE,

1998). Esse problema é tradicionalmente chamado de problema do regulador linear quadrático ou, simplesmente, problema LQR. As matrizes  $Q$ ,  $S$  e  $R$  são parâmetros de projeto e dependem do conhecimento que se tem sobre a planta e da habilidade do projetista. Na maioria dos projetos de um controlador LQR, assume-se que  $S = 0$  o que transforma o problema do projeto do controlador em:

$$\begin{aligned} \min_u \quad & \int_0^\infty x^T(t) \cdot Q \cdot x(t) + u^T(t) \cdot R \cdot u(t) dt \\ \text{sujeito a} \quad & \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \quad x(0) = x_0 \end{aligned} \tag{5.1.2}$$

Esta foi a formulação do controlador Linear Quadrático (LQ) utilizada neste trabalho e será detalhada na próxima seção.

## 5.2 A estrutura do Controlador LQ

Seja um sistema linear invariante no tempo, da forma:

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \\ y = C \cdot x + D \cdot u \end{cases} \tag{5.2.1}$$

onde  $x$  é o vetor das variáveis de estado,  $u$  é o vetor de controle e  $y$  é a saída do sistema.

Esse sistema pode ser estabilizado por uma lei de controle por realimentação de estado do tipo  $u = -K \cdot x$  desde que o sistema dado pelas equações 5.2.1 seja controlável, isto é, desde que os autovalores de  $(A - B \cdot K)$  possam ser livremente posicionados no plano complexo através da mudança dos valores da matriz  $K$ . Assim, para se estabilizar o sistema, os pólos de malha fechada devem ser posicionados no semi-plano esquerdo do plano complexo, o que na prática implica em poder levar o estado para zero.

Porém, escolher a posição dos pólos no semi-plano esquerdo, com parte real de grande valor em módulo, faz o estado ir para zero arbitrariamente rápido. Contudo, fazer o sistema mover-se rapidamente implica em grandes amplitudes para o valor das entradas. Assim, em qualquer problema prático as variáveis de entrada devem ser limitadas, o que implica impor um limite na distância que se pode mover esses pólos para a esquerda. Essas considerações levam à formulação de um problema de otimização, onde se necessita definir um compromisso entre a convergência do estado para zero e a magnitude dos valores de entrada.

Projetar um controlador LQ é resolver esse problema de otimização, ou seja, determinar a lei de controle que minimiza o Índice de Desempenho do sistema  $J$  definido por:

$$J = \int_0^{\infty} x^T \cdot Q \cdot x + u^T \cdot R \cdot u \, dt \quad (5.2.2)$$

e para isso deve-se projetar duas matrizes. A primeira, a matriz  $Q$ , pondera o erro tolerável nas variáveis de estado. A segunda, a matriz  $R$ , representa a energia que deve ser fornecida ao sistema a fim de realizar o controle desejado. A matriz  $Q$  deve ser sempre semi-definida positiva, isto é,  $Q \geq 0$ . Já a matriz  $R$  deve ser sempre definida positiva, isto é,  $R > 0$ .

Através de manipulações matemáticas pode-se mostrar que a solução  $K$  que minimiza o índice de desempenho dado por (5.2.2) é dada por  $K = R^{-1} \cdot B^T \cdot P$  onde  $P$  é a solução da equação algébrica de Ricatti

$$A^T \cdot P + P \cdot A - P \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P + Q = 0 \quad (5.2.3)$$

No caso do MCI, para poder usar a técnica LQ é necessária a representação do modelo na forma de espaços de estados (equação 5.2.1), ou seja, é necessário conhecer as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  para cada particular modelo da planta. A

próxima seção trata desse assunto, apresentando também a adaptação necessária para a aplicação da técnica LQ à forma de modelagem obtida pelo processo de linearização do modelo do MCI.

### 5.3 O controlador LQ aplicado ao Motor

O modelo linear do motor, obtido através da linearização do modelo matemático não linear, foi desenvolvido no capítulo 3 (equação 3.3.41). Esse modelo difere do sistema linear padrão descrito na equação 5.2.1 devido ao processo de linearização, que é baseado na diferença dos valores das variáveis em relação ao ponto de equilíbrio. Além disso, decidiu-se incluir o efeito da variável exógena  $\alpha$  que, neste caso, representa o ângulo de abertura da válvula borboleta. Portanto, o modelo a ser utilizado para o desenvolvimento do controlador LQ pode ser escrito:

$$\begin{cases} \dot{X} = A \cdot \Delta X + B \cdot \Delta U + E \cdot \Delta \alpha \\ Y = C \cdot \Delta X + D \cdot \Delta U + F \cdot \Delta \alpha \end{cases} \quad (5.3.1)$$

$$\text{onde } X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ p \\ n \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} v_{c_b} \\ \beta \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} \phi_b \\ \phi_e \end{bmatrix} \quad \alpha = \begin{cases} \text{ângulo de abertura} \\ \text{da válvula borboleta} \end{cases}$$

Devido a essa forma, a lei de controle deve ser modificada. Usualmente, a lei de controle de um controlador LQ é dada por:

$$U = -K \cdot X$$

Porém, no caso descrito pela equação 5.3.1 deve-se escrever:

$$\Delta U = -K \cdot \Delta X$$

que ainda pode ser reescrita como:

$$U = -K \cdot (X - X_0) + U_0 \quad (5.3.2)$$

onde  $K$  é obtida através da resolução da equação algébrica de Ricatti associada ao problema de minimização do índice de desempenho apresentado na seção anterior (equação 5.2.2). A equação 5.3.2 representa a lei de controle do método Linear Quadrático e que foi implementada em uma função MatLab<sup>®</sup> visando o controle do motor de combustão interna.

## 5.4 Diagramas de Simulação e Resultados

A implementação do método Linear Quadrático no simulador apresentado no Capítulo 4 não requer mudanças significativas, uma vez que é necessária apenas a substituição da rotina que incorpora o controlador GPC pelo controlador LQ. O diagrama pode ser visto na figura 5.1.

**MOTORGAS**  
Simulador da Dinâmica de um Motor a Gás Natural em Malha  
Fechada com um Controlador Linear Quadrático para  
Controle da Injeção de Combustível e Ignição da Mistura

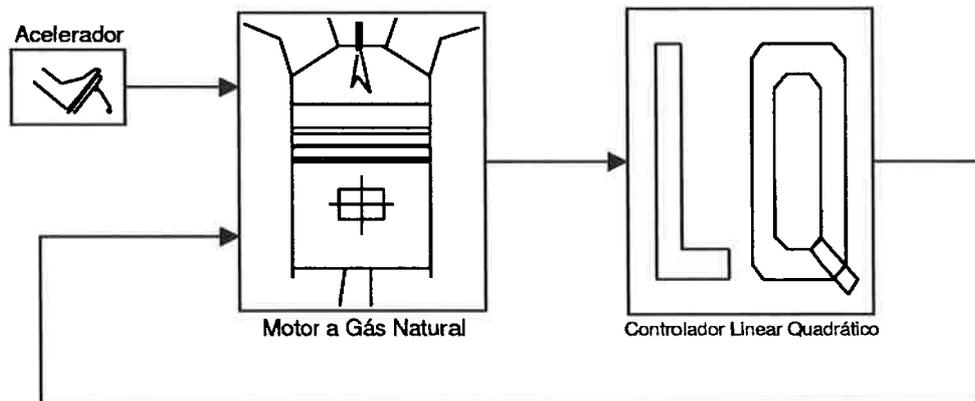


Figura 5.1: Diagrama do simulador do motor de combustão interna acoplado ao controlador LQ

O algoritmo representativo do bloco LQ é muito simples, pois basta efetuar as operações matemáticas descritas na equação 5.3.2, e assim o tempo de processamento diminui em relação ao controlador GPC. As matrizes  $K$  são calculadas a priori e armazenadas em arquivo.

Dadas as características de regulador do controlador LQ e da não linearidade da planta, a robustez a erros de modelagem desse controlador é pequena, de tal modo que para um transitório de  $50^\circ$  para  $55^\circ$  já é o suficiente para gerar um "off-set" na variável de controle (na relação combustível/ar no escape), que pode ser visto nos dois primeiros gráficos da Figura 5.2.

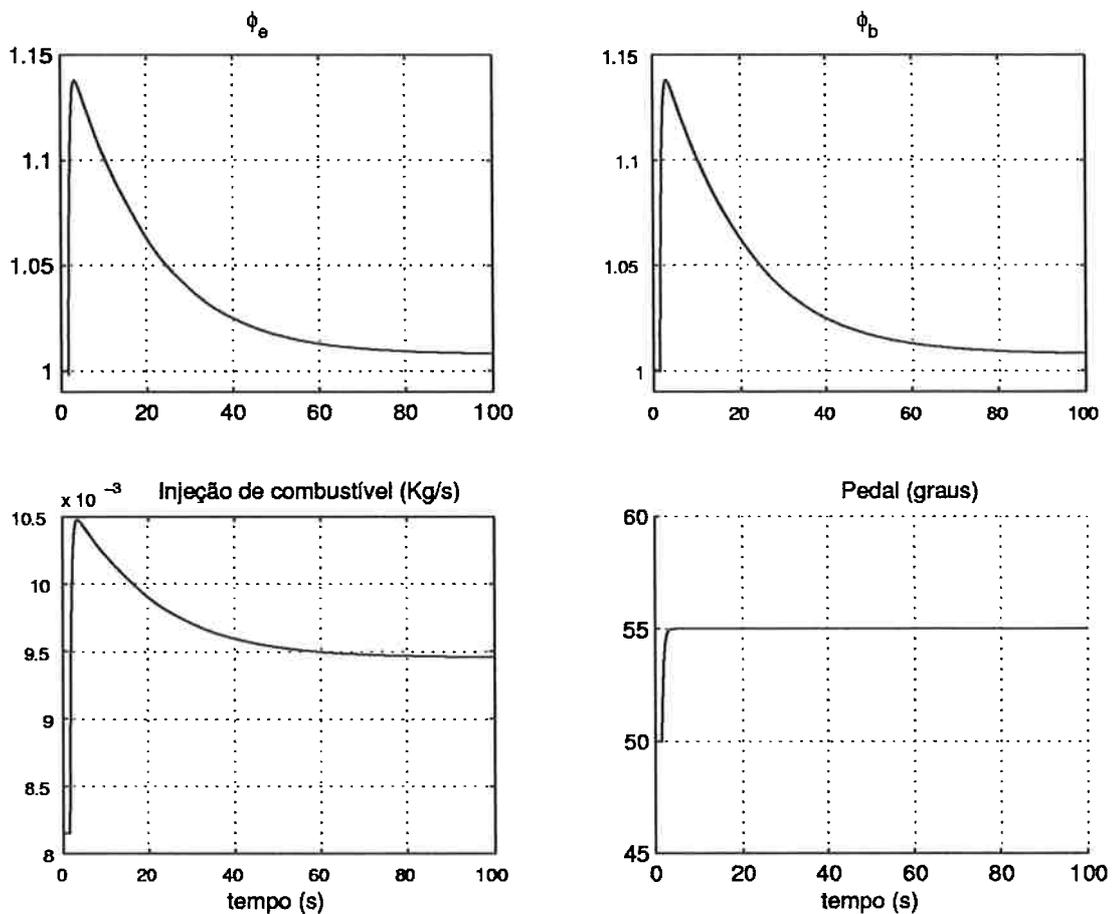


Figura 5.2: Gráficos do desempenho do controlador LQ para um transitório de  $50^\circ$  para  $55^\circ$

Observa-se que mesmo após 100 segundos, o controlador não foi capaz de trazer a razão combustível/ar para o valor estequiométrico. Neste ponto, fica evidente a necessidade de subdividir a faixa de operação em vários intervalos e obter um modelo linearizado para cada uma dessas partes, como foi feito para o caso do GPC, mas o desenvolvimento dessa estratégia será deixada para próxima seção.

#### 5.4.1 Estratégia de Múltiplos Modelos baseada no LQ

Considerando que a faixa de operação do motor varia entre  $10^\circ$  e  $90^\circ$  de abertura da válvula borboleta, foram utilizados os dezessete modelos linearizados apresentados no capítulo 3. A validade de cada modelo é local, porém mesmo

dentro da faixa de validade do modelo é esperado, devido à pequena robustez a erros de modelagem do controlador LQ, um "off-set" da razão combustível/ar sempre que a posição do pedal não coincidir com um dos dezessete pontos de operação definidos a priori. Por exemplo, quando o controlador está utilizando o modelo linearizado em torno do ponto  $50^\circ$ , espera-se que este seja válido dentro da faixa de  $47.5^\circ$  a  $52.5^\circ$ . Assim, exceto para o posicionamento do pedal em exatamente  $50^\circ$ , qualquer outro conduzirá a um pequeno "off-set" da razão combustível/ar. Essa afirmação baseia-se no resultado mostrado no gráfico da relação combustível/ar na saída (Figura 5.2), onde aparece um pequeno "off-set" em relação ao valor estequiométrico devido ao fato de o controlador LQ utilizar o modelo  $50^\circ$  para manter o motor na posição  $55^\circ$ .

Com base nos dezessete modelos lineares, foi possível encontrar as dezessete matrizes  $K$  que definem os ganhos de controle. Cada uma dessas matrizes foi obtida a partir da resolução da equação algébrica de Ricatti (equação 5.2.3), associada ao problema de minimização do índice de desempenho (equação 5.2.2). Esta tarefa consumiu um tempo considerável devido à dificuldade em se determinar a matriz de gastos de controle ( $R$ ) e a matriz de pesos no estado ( $Q$ ).

Após todo esse procedimento, foi possível obter um esquema de simulação do motor de combustão interna controlado por uma estrutura de múltiplos modelos baseada no LQ (MMLQ). O diagrama de simulação apresentado na Figura 5.1 foi ampliado para a inclusão da lógica de múltiplos modelos. O novo diagrama pode ser visto na Figura 5.3.

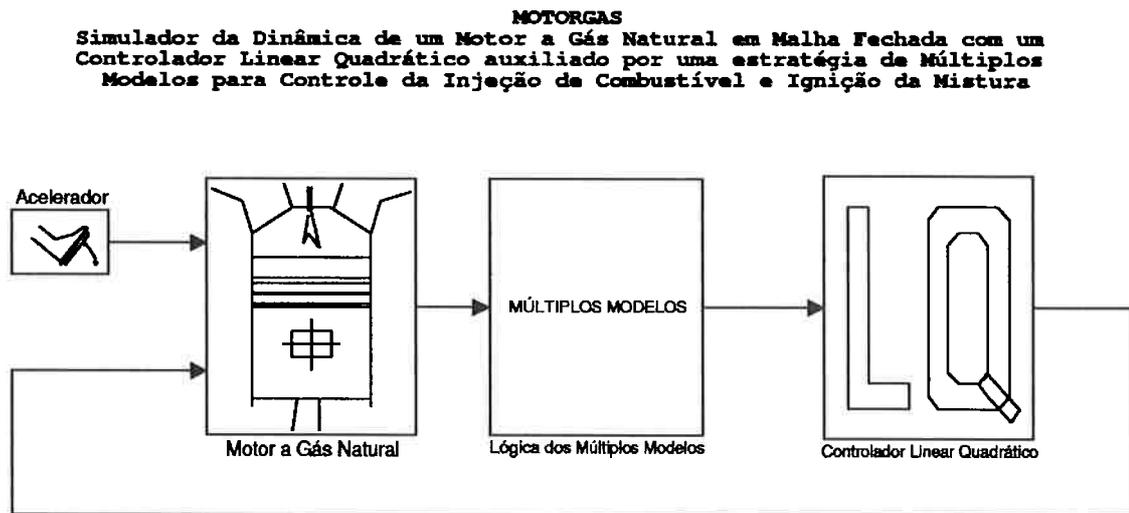


Figura 5.3: Diagrama do simulador do motor de combustão interna acoplado ao controlador LQ com múltiplos modelos

Com essa estrutura tornou-se possível testar o desempenho do controlador em toda a faixa de operação do motor. Apresentam-se a seguir os resultados obtidos com o controlador MMLQ quando se aplicam transitórios de  $50^\circ$  para  $90^\circ$  de abertura da válvula borboleta.

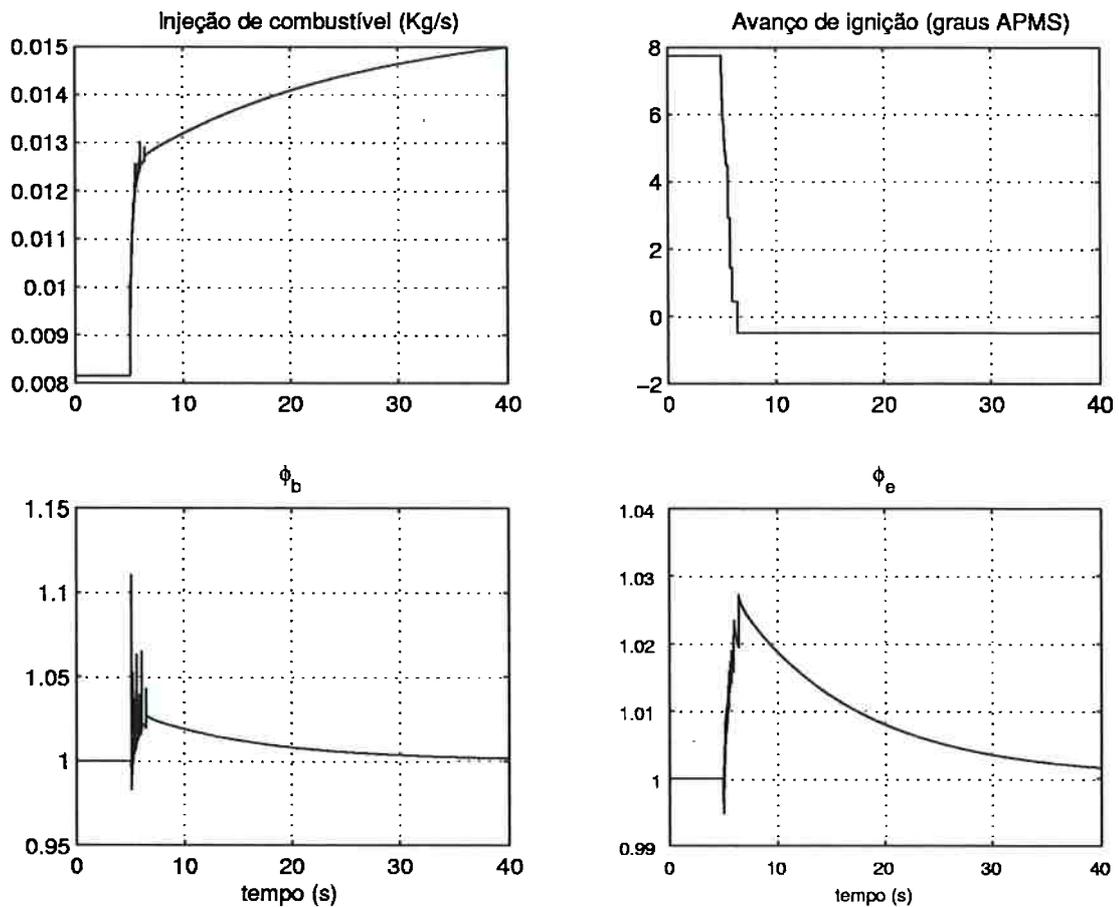


Figura 5.4: Variações do valor da injeção de combustível, do acréscimo da ignição e da relação combustível/ar na entrada e na saída, para um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$

Na Figura 5.4 pode-se observar o comportamento da injeção de combustível, do acréscimo no avanço de ignição definido pelo controlador e da relação combustível/ar na entrada e saída do sistema, para um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$ . Observa-se que a relação combustível/ar no escape (objetivo de controle) apresenta variações fora da faixa permitida e demora cerca de 10 segundos para voltar ao intervalo de 1% de desvio máximo em relação ao valor estequiométrico.

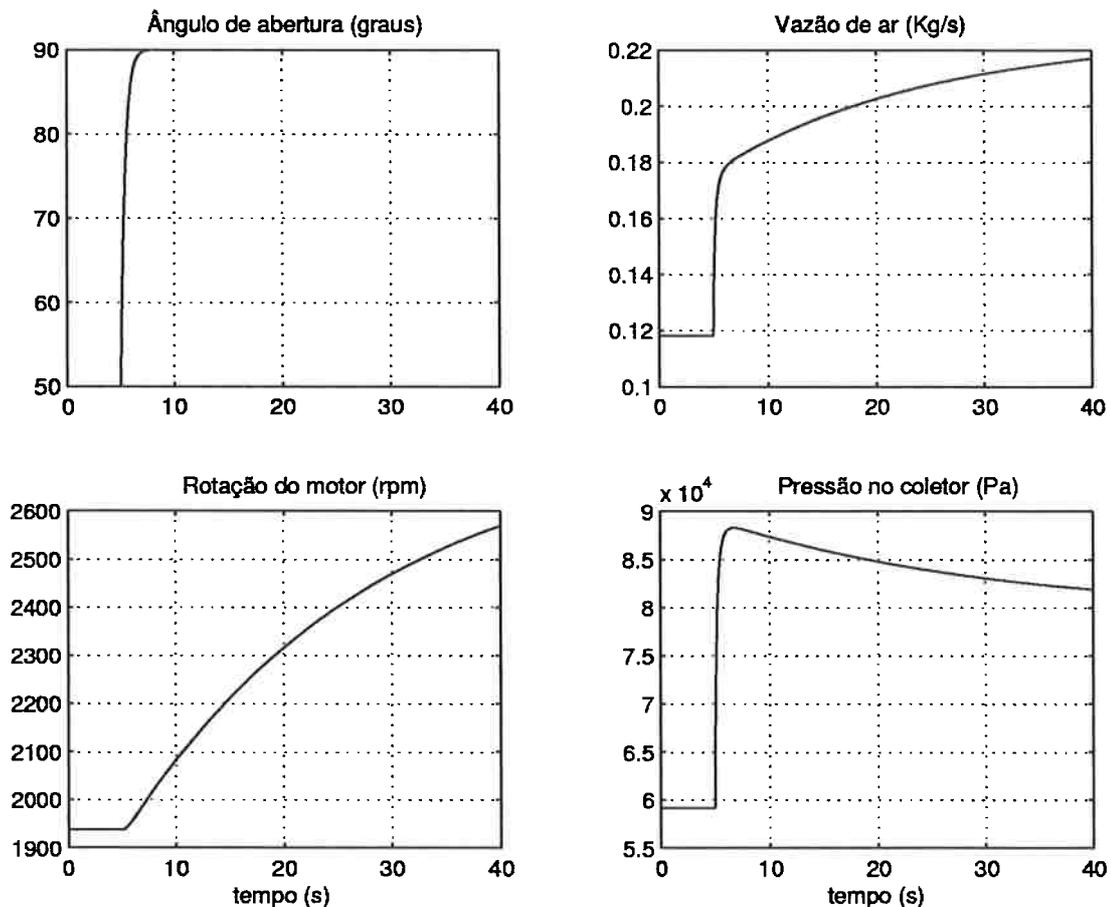


Figura 5.5: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da rotação do motor e da pressão no coletor, para um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$ , com controlador MMLQ

As variações da vazão de ar, pressão e rotação podem ser vista na Figura 5.5. Os resultados apresentados nos gráficos anteriores demonstram que o controlador LQ não possui grande desempenho em controlar desvios da relação combustível/ar em transitórios longos. Por essa razão, é necessário encontrar alternativas que viabilizem o uso do LQ no controle de um MCI. O modelo apresentado em 5.3.1 possuía uma informação disponível que até agora não havia sido utilizada, isto é, não foi considerado o efeito da variável exógena  $\alpha$ .

Assim, optou-se por incluir o controle da posição da válvula borboleta no projeto do controlador LQ, conceito conhecido como "drive-by-wire". O desenvolvimento dessa estrutura requer poucas mudanças do ponto de vista de modelagem, na verdade, basta rearranjar o modelo linear descrito na equação 5.3.1 da

seguinte forma:

$$\begin{cases} \dot{X} = A \cdot \Delta X + \begin{bmatrix} B & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta \alpha \end{bmatrix} \\ Y = C \cdot \Delta X + \begin{bmatrix} D & F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U \\ \Delta \alpha \end{bmatrix} \end{cases} \quad (5.4.1)$$

Desse modo, a posição da válvula borboleta passa a ser definida pelo controlador. Com isso foram obtidos melhores resultados minimizando o desvio da relação combustível/ar em relação ao valor de referência.

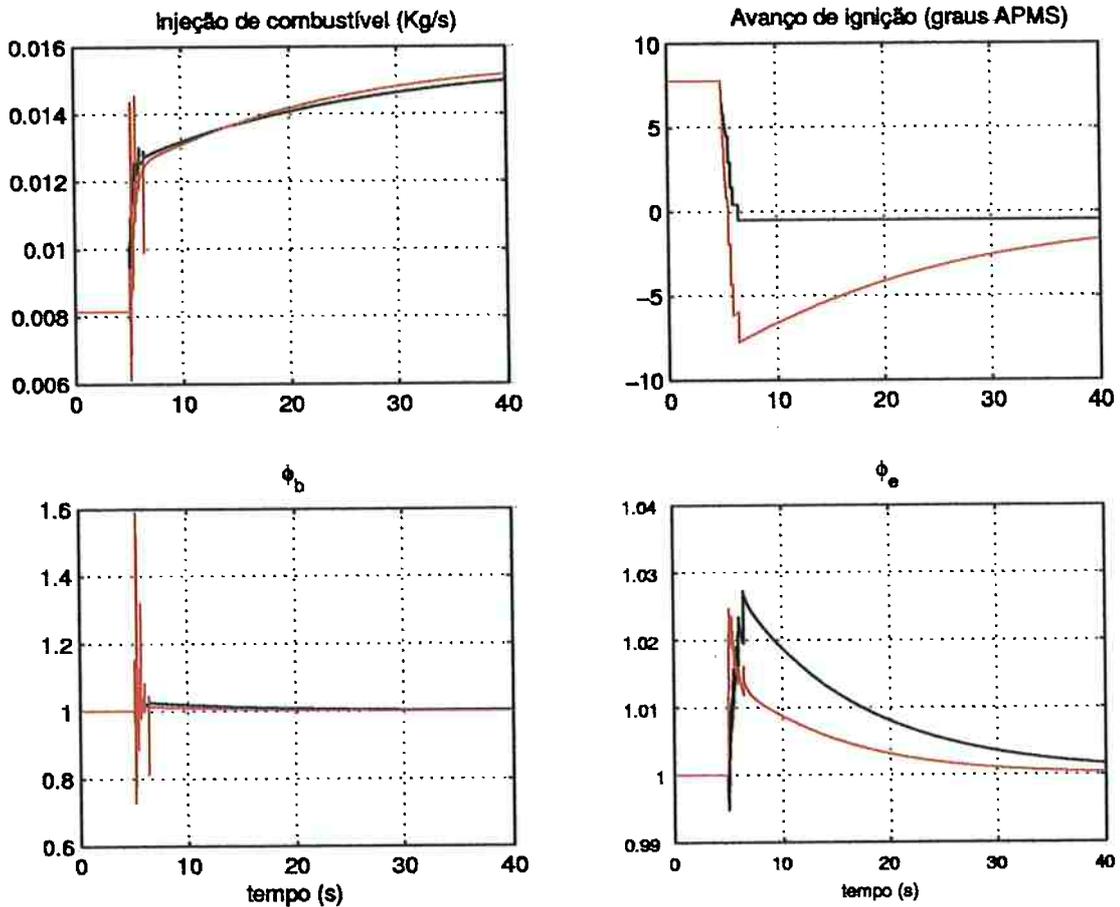


Figura 5.6: Variações do valor da injeção de combustível, do acréscimo de ignição e da relação combustível/ar na entrada e na saída, para um transitório de 50° para 90°, com os controladores MMLQ sem drive-by-wire (preto) e MMLQ com drive-by-wire (vermelho)

A diferença entre o controlador MMLQ mostrado na figura 5.3 e o esquema de

controle com "drive-by-wire" reside no fato de que neste último o ângulo de abertura da válvula borboleta, comandado pelo pedal do acelerador, é filtrado pelo controlador antes de entrar no motor. Deste modo, obteve-se um funcionamento mais suave do movimento dessa válvula, atrasando a vazão do ar e, conseqüentemente, facilitando a ação do controlador em manter a razão combustível/ar dentro da faixa permitida.

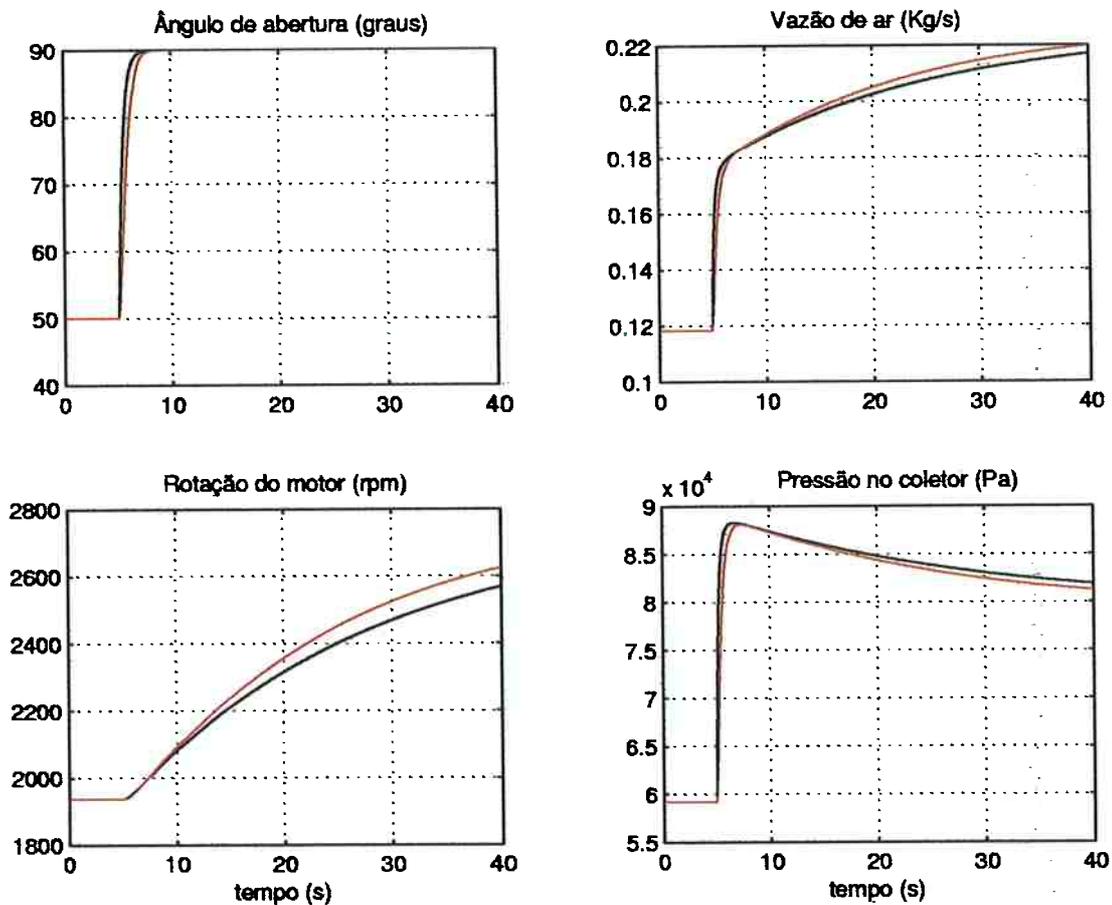


Figura 5.7: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da rotação do motor e da pressão no coletor, para um transitório de 50° para 90°, com os controladores MMLQ (preto) e MMLQ com drive-by-wire (vermelho)

O primeiro gráfico da Figura 5.7 mostra um transitório de variação da válvula borboleta de 50° para 90°. Pode-se ver a diferença de posição entre o ângulo de abertura da válvula borboleta definido pelo motorista (em azul) e aquele definido pelo controlador (em vermelho). Observa-se no terceiro gráfico, ainda na Figura 5.7, que a rotação também aumenta mais rapidamente no caso onde o sistema

”drive-by-wire” está atuando (em vermelho). Em outras palavras, isso quer dizer que a ação do controlador consegue maximizar o torque gerado pelo motor. Na realidade, uma melhoria na composição da mistura reflete-se em uma melhoria em todas as variáveis do motor. Os demais gráficos da Figura 5.7 mostram as variações da pressão e da vazão de ar.

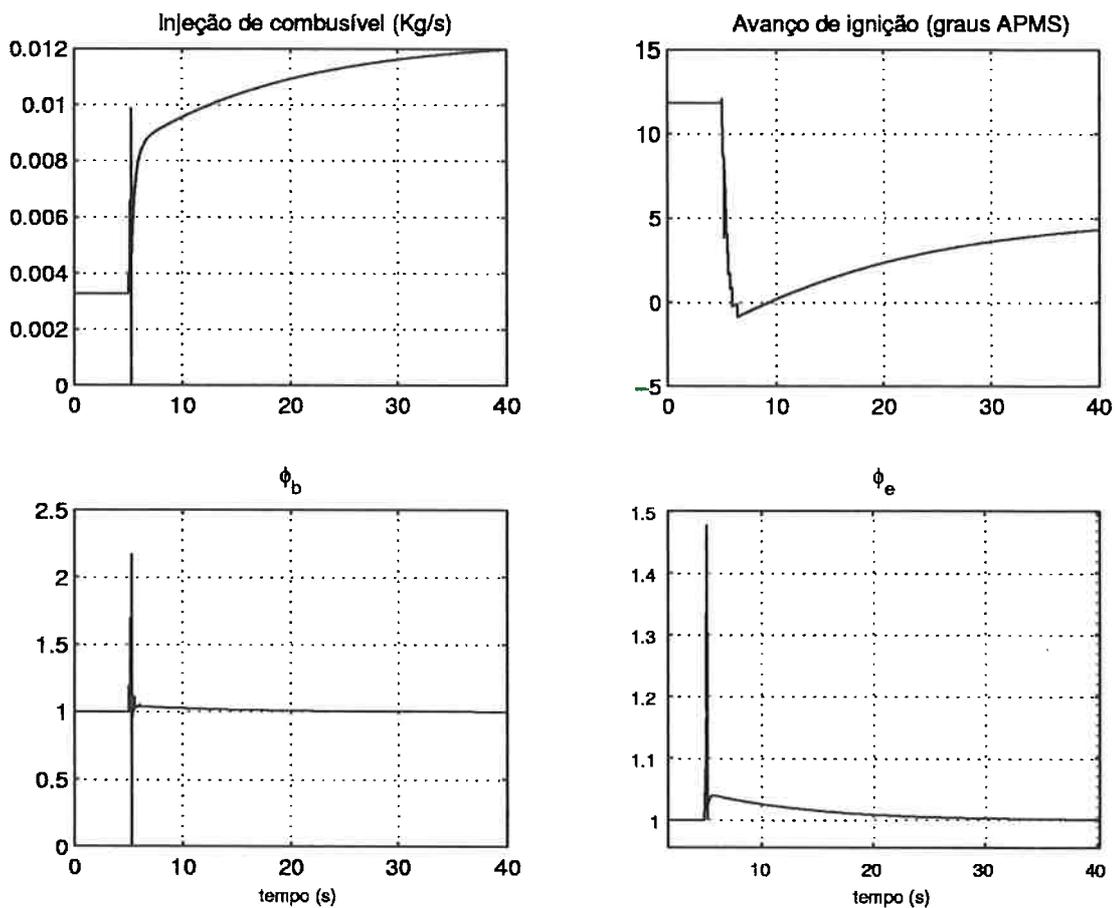


Figura 5.8: Variações do valor da injeção de combustível, da ignição e da relação combustível/ar na entrada e na saída, para um transitório de  $30^\circ$  para  $80^\circ$ , com controle MMLQ com drive-by-wire.

Pode-se ver no gráfico  $\phi_b$  e  $\phi_e$  da Figura 5.8 que apesar da relação combustível/ar atingir valores fora de 1% de desvio em relação ao valor estequiométrico, após 10 segundos o controlador é capaz de trazer essa variável de volta para a faixa permitida.

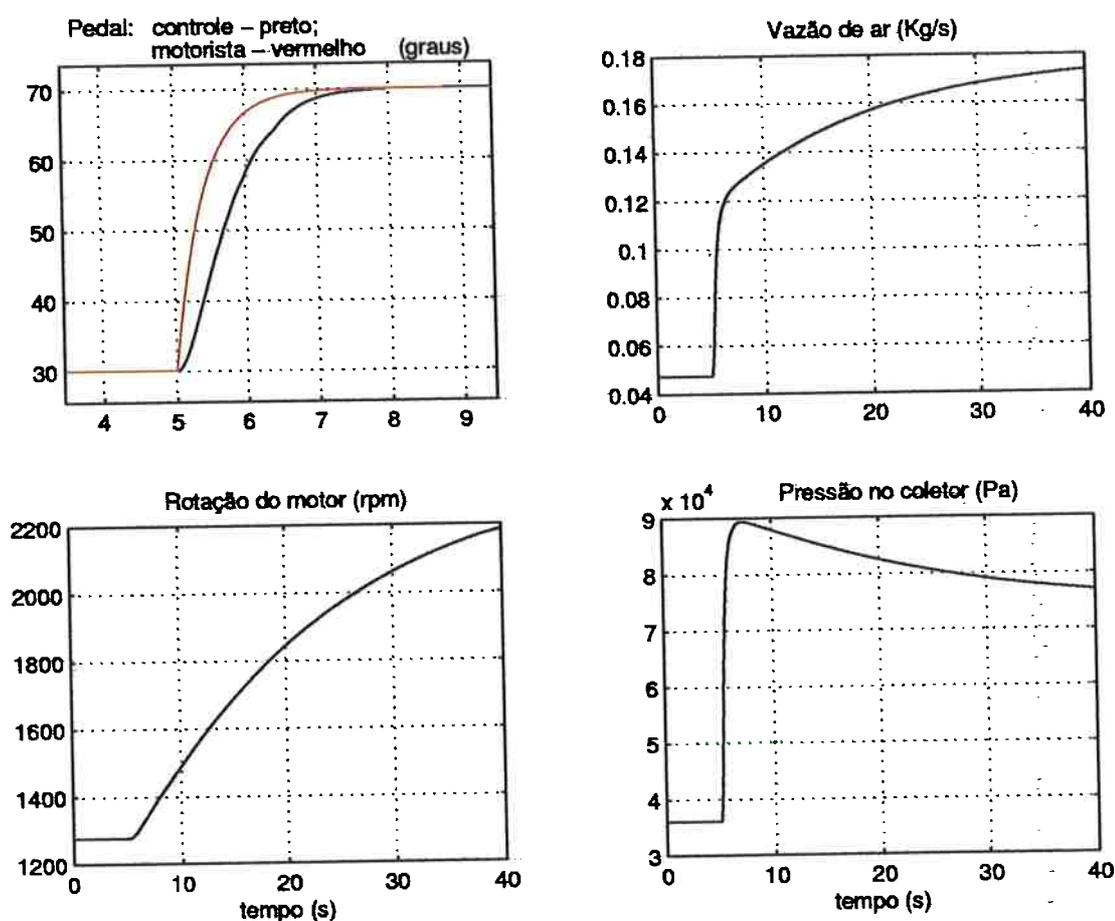


Figura 5.9: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da rotação do motor e da pressão no coletor para um transitório de  $30^\circ$  para  $70^\circ$ , com controle MMLQ com drive-by-wire.

Observa-se no gráfico da Figura 5.9 o transitório aplicado, considerado severo, haja visto que corresponde a uma variação de  $40^\circ$  na posição angular da válvula borboleta em um curto intervalo de tempo. Além disso, para ângulos de abertura da borboleta menores que  $50^\circ$ , a não linearidade já está bastante acentuada. Mesmo assim, o controlador foi capaz de recuperar o valor da razão combustível/ar para dentro da faixa permitida.

Observando as simulações com o MMLQ com e sem o dispositivo "drive-by-wire" pode-se perceber que toda vez que há uma troca de modelo aparecem "picos" no comportamento de algumas variáveis do simulador, principalmente na injeção de combustível e relação combustível/ar, conforme pode ser visto na figura 5.6.

Esse comportamento é devido ao fato de que os modelos lineares são trocados diretamente sem qualquer procedimento de transição. Por exemplo, se em um determinado instante o controlador estiver utilizando um modelo  $M_1$  e após um certo instante  $t = \bar{t}$  a lógica de chaveamento seleciona um novo modelo  $M_2$ , as ações de controle serão imediatamente baseadas no modelo  $M_2$  após  $\bar{t}$ . A troca imediata do modelo  $M_1$  pelo modelo  $M_2$  entra no sistema como uma perturbação degrau (figura 5.10).

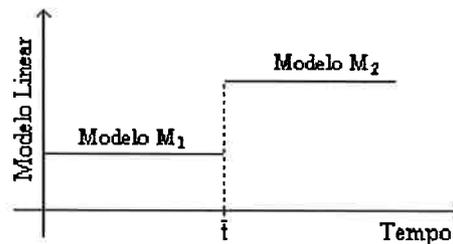


Figura 5.10: Chaveamento dos modelos lineares

Observe na figura 5.10 que desse modo o chaveamento gera uma descontinuidade nas ações de controle.

Essa mudança abrupta de modelos, gera os picos vistos nos gráficos das figuras 5.6 e 5.7 para as variáveis injeção de combustível, avanço de ignição,  $\phi_b$  e  $\phi_e$ .

Para  $\phi_b$  e  $\phi_e$ , esse comportamento afasta ainda mais a relação combustível/ar do valor estequiométrico. Em grandes transitórios, onde vários modelos são utilizados, esses picos levam o valor da relação combustível/ar para fora da faixa de 1% de desvio máximo em relação ao valor estequiométrico, comprometendo assim a eficiência do catalisador. Já no caso da injeção de combustível e avanço de ignição, tal comportamento poderia saturar os atuadores.

Assim, seria desejável que a troca de modelos fosse mais "suave". Nesse sentido, apresenta-se na próxima seção um procedimento que visa eliminar a perturbação degrau introduzida pelo chaveamento de modelos.

### 5.4.2 Estratégia de Chaveamento por Combinação Convexa de Modelos

As estratégias anteriores forneciam ao controlador, a cada instante, um único modelo linear. Uma maneira de evitar que a perturbação gerada pela troca de modelos afetem as variáveis de interesse do motor é fornecer ao controlador dois modelos lineares a cada instante, de tal modo a prever a próxima faixa de operação do motor e, conseqüentemente, o próximo modelo linear a ser utilizado. Desse modo, as ações de controle serão baseadas não apenas em um único modelo linear, mas sim, numa combinação entre esses dois modelos. No caso de um MCI, por exemplo, se o motor encontra-se na posição de 52 graus de abertura de válvula borboleta então os modelos lineares de 50 e 60 graus seriam os modelos mais indicados para formarem essa combinação.

De um modo geral, admite-se que o sistema esteja em um determinado ponto de operação e, nessa situação, o controlador recebe dois modelos lineares: o modelo linear  $M_1$  e o modelo linear  $M_2$ , de maneira a cercar o ponto de operação atual. Então, em cada instante, o modelo a ser utilizado pelo controlador será expresso por:

$$M = (1 - \kappa) \cdot M_1 + \kappa \cdot M_2$$

para  $\kappa \in [0; 1]$ .

Esse tipo de combinação é chamada de combinação convexa e o resultado dessa estratégia de chaveamento é a troca contínua de um modelo para outro, conforme ilustrado na figura 5.11.

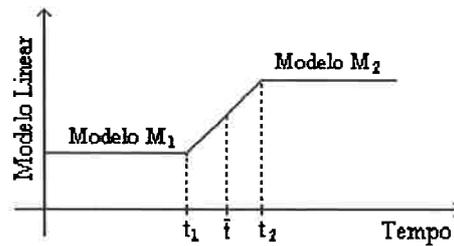


Figura 5.11: Chaveamento por combinação convexa de modelos lineares

Desse modo, quando a estratégia de chaveamento decidir que, em um determinado instante ( $t < t_1$ ), o melhor modelo é  $M_1$  então fazendo-se  $\kappa = 0$  o controlador tomará as decisões baseadas no modelo  $M_1$ . Porém, se o sistema caminhar ( $t_1 < t < t_2$ ) em direção a outro ponto, onde o melhor modelo é  $M_2$ , então fazendo-se  $\kappa$  variar continuamente entre 0 e 1 chega-se ao modelo  $M_2$  ( $t > t_2$ ). Lembrando que, nas estratégias anteriores, o controlador utilizava o modelo  $M_1$  até o instante  $\bar{t}$  quando era subitamente substituído pelo modelo  $M_2$  (figura 5.10).

Se mesmo assim o sistema continuar variando em direção a um novo modelo  $M_3$ , então o modelo  $M_1$  é substituído por  $M_3$  e recomeça-se uma nova combinação convexa entre  $M_2$  e  $M_3$ .

Aplicou-se esse procedimento ao melhor caso do controlador LQ, ou seja, ao MMLQ com sistema "drive-by-wire". Para efeito de comparação, foi aplicado um transitório de 50 para 90 graus de abertura da válvula borboleta de modo que foi possível comparar com os resultados já obtidos anteriormente e apresentados nos gráficos das figuras 5.6 e 5.7.

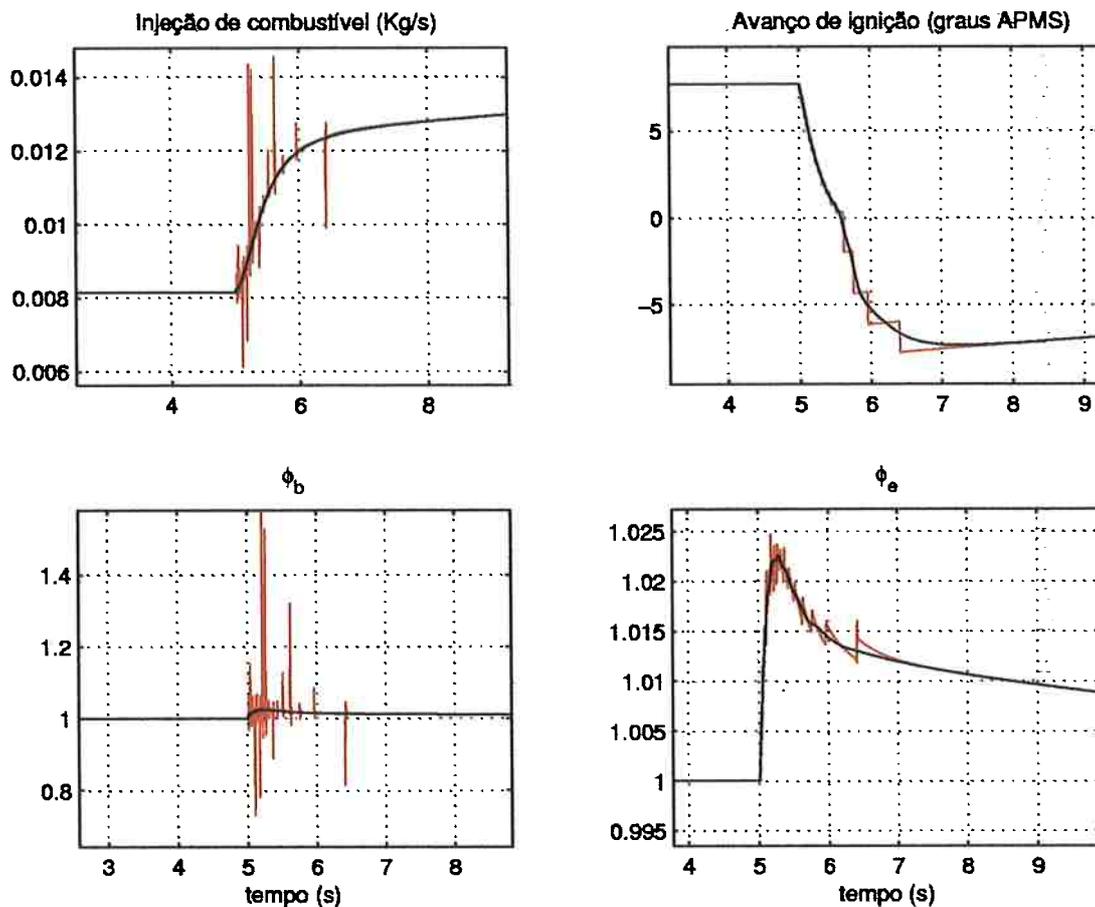


Figura 5.12: Variações da injeção de combustível, avanço de ignição, relação combustível/ar na válvula borboleta ( $\phi_b$ ) e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ) para um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$  utilizando estratégias de chaveamento com (preto) e sem (vermelho) combinação convexa

Observe na figura 5.12 o gráfico da variável  $\phi_e$  onde, apesar de o tempo de retorno ao valor estequiométrico da relação combustível/ar no escape ser praticamente o mesmo, a resposta transitória apresentou mudanças importantes. O gráfico de  $\phi_e$  mostra que o uso de combinação convexa na estratégia de chaveamento (em preto) retirou os picos de desvios do valor de  $\phi_e$  ocorridos a cada chaveamento no caso do MMLQ com chaveamento instantâneo (em vermelho). Observe ainda que a curva de injeção de combustível passa a ser suave, sem picos ou sobresaltos (em preto), o que implica em melhor dirigibilidade. O avanço de ignição também é afetado pela nova regra de tal forma que com essa nova estratégia pode-se evitar a saturação dos atuadores.

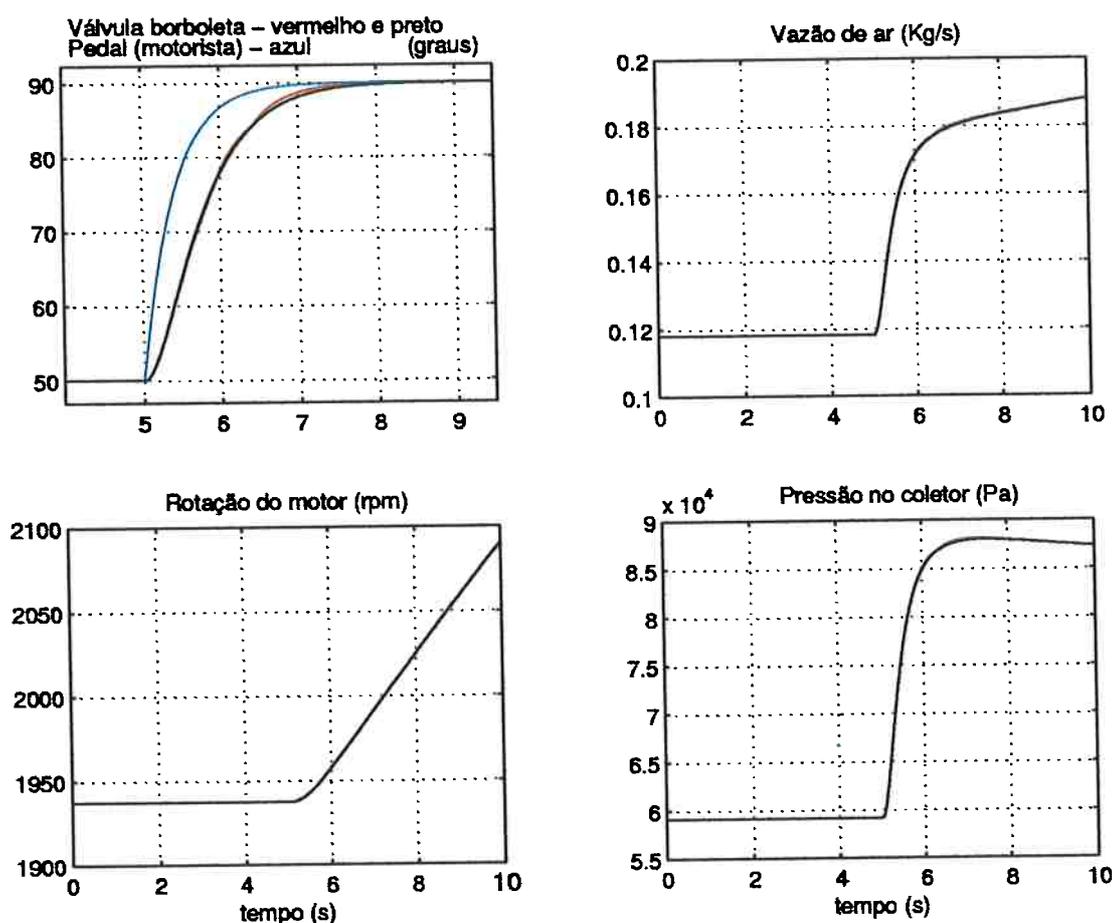


Figura 5.13: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da rotação do motor e da pressão no coletor para um transitório de 50° para 90° utilizando estratégias de chaveamento com e sem combinação convexa

As variáveis vazão de ar, rotação do motor e pressão no coletor não sofreram mudanças em relação à estratégia anterior, conforme podem ser vistos nos gráficos da figura 5.13. O posicionamento da válvula borboleta definido pelo dispositivo "drive-by-wire" apresentou uma pequena modificação (linha preta em relação à vermelha) ao tentar acompanhar a posição do pedal que recebeu um transitório de 50 para 90 graus (linha azul).

## 5.5 Considerações Finais sobre o LQ

O controlador Linear Quadrático atendeu às expectativas em relação aos objetivos para os quais foi desenvolvido, ou seja, diminuir o tempo total de simulação

e validar os modelos linearizados. De fato, os modelos lineares foram utilizados com sucesso como representação da planta para o desenvolvimento de controladores. Vale ressaltar também que as simulações realizadas foram cerca de cinco vezes mais rápidas do que as simulações com o controlador GPC, de tal modo que, a relação de tempo simulação/real ficou em torno de 1 para 10.

A estratégia do controlador Linear Quadrático acoplado a uma estrutura de múltiplos modelos e ao dispositivo "drive-by-wire" possibilitou o uso do simulador sobre uma ampla faixa de operação. Além disso, a utilização do dispositivo "drive-by-wire" para o controle da abertura da válvula borboleta diminuiu o tempo de acomodação da relação combustível/ar. O desenvolvimento da estratégia de chaveamento de modelos por combinação convexa eliminou picos nos sinais dos atuadores e diminuiu as excursões da relação combustível/ar fora da faixa de 1% de desvio máximo em relação ao valor estequiométrico.

Finalmente, vale destacar que o desempenho do MMLQ em controlar a razão combustível/ar em transitórios foi inferior ao GPC. O melhor desempenho do GPC pode ser justificado pois apesar de ele ser também considerado um controlador do tipo LQ, o GPC permite horizontes de predição e de controle finitos.

## Capítulo 6

### O controlador LMI

Neste capítulo foram realizados os estudos sobre a aplicação de um controle  $H_\infty$  em um motor de combustão interna com abordagem via inequações matriciais lineares (Linear Matrix Inequalities - LMI). Esse estudo inicia-se apresentando o problema de controle e a modelagem exigida, e como, a partir daí, surgem as inequações matriciais. Na sequência, mostram-se a implementação dessa técnica utilizando o modelo linear do motor obtido no capítulo 3 e os resultados obtidos. Para finalizar, é desenvolvida uma estrutura de múltiplos modelos acoplada ao controlador LMI, onde foram implementados três tipos de estratégias de chaveamento.

#### 6.1 Breve Histórico sobre o LMI

Historicamente a primeira LMI apareceu por volta de 1890 quando Lyapunov provou que um sistema da forma:

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) \quad (6.1.1)$$

é estável se, e somente se, existem duas matrizes definidas positivas  $P > 0$  e  $Q > 0$  tais que:

$$A^T \cdot P + P \cdot A + Q = 0 \quad (6.1.2)$$

A equação 6.1.2 é conhecida como a equação de Lyapunov e pode ser reescrita como:

$$A^T \cdot P + P \cdot A = -Q < 0 \quad (6.1.3)$$

onde  $-Q < 0$  indica que o termo à esquerda deve ter soma negativa.

Assim, para satisfazer a condição do teorema de estabilidade, é necessário encontrar  $P$  e  $Q$ . No entanto, é necessário somente encontrar  $P$ , pois se existe  $P > 0$  tal que se a desigualdade 6.1.3 está assegurada, então sempre é possível escrever:

$$Q = -(A^T \cdot P + P \cdot A)$$

e assim  $Q$  será uma matriz definida positiva.

Assim, o teorema de Lyapunov para estabilidade do sistema 6.1.1 resume-se em encontrar uma matriz simétrica  $P$  tal que:

$$\begin{aligned} P &> 0 \\ A^T \cdot P + P \cdot A &< 0 \end{aligned} \quad (6.1.4)$$

O sistema 6.1.4 é chamado de um sistema de inequações matriciais lineares (em inglês, "Linear Matrix Inequalities- LMI).

À parte essa idéia inicial, do século XIX, as LMI's começaram a ser efetivamente estudadas apenas em meados do século XX. Por volta de 1940, Postnikov e outros pesquisadores russos aplicaram o teorema de Lyapunov para um problema específico de controle com não linearidade nos atuadores. Eles obtiveram um critério de estabilidade (precursor dos teoremas de estabilidade sobre LMI) para sistemas na forma de desigualdades polinomiais no domínio da frequência.

No início dos anos 60, Yakubovich, Popov, Kalman, Anderson e outros autores obtiveram o lema do real positivo que reduz a solução de LMI's para um critério gráfico simples (critérios de Popov e Tsytkin) (ZHOU e DOYLE, 1998).

Dada a complexidade em resolver as LMI's, nos anos 70, pesquisadores como Willems (WILLEMS, 1971; WILLEMS, 1972a; WILLEMS, 1972b) se preocuparam em resolver equações algébricas, tais como equações de Lyapunov ou equações de Riccati, em lugar das LMI's. Porém, no final da década de 70 e início dos anos 80, os estudos sobre LMI's voltaram a ganhar força com o desenvolvimento dos algoritmos do tipo elipsóide por Shor, Yudin e Nemirovskii para programação convexa. Em 1984, KAMARKAR (1984) desenvolveu um poderoso e eficiente algoritmo dos pontos interiores polinomiais para programação linear.

Em 1988, Nesterov e Nemirovskii, utilizando as idéias de Karmarkar, desenvolveram o método dos pontos interiores aplicado diretamente em problemas convexos que recaem em LMI's. Posteriormente, em NESTEROV e NEMIROVSKY (1994) estudaram variações desse método visando rapidez computacional. Esse trabalho consolidou a idéia que LMI's podem ser resolvidas com otimização convexa em um computador.

Hoje, as inequações matriciais lineares aparecem em várias áreas tais como processamento de sinais, sistemas mecânicos, sistemas de controle, dinâmica estrutural, etc.

A seguir, é apresentada a estrutura do modelo utilizado pelo LMI.

## 6.2 Estrutura do Modelo utilizado pelo LMI

Considere um sistema linear invariante no tempo e descrito pela planta generalizada:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z_2 \\ z_\infty \\ y \end{bmatrix} = P \cdot \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad \text{com } P = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_\infty & D_{\infty 1} & D_{\infty 2} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \\ C_y & D_{y1} & D_{y2} \end{bmatrix} \quad (6.2.1)$$

onde  $x$  é o vetor de estados,  $u$  é o vetor de entrada,  $w$  é o vetor de perturbações,

$y$  é o vetor de saídas medidas,  $z_\infty$  e  $z_2$  são funções de desempenho a serem minimizadas e  $P$  é uma matriz conhecida de dimensões apropriadas.

Desenvolvendo a equação 6.2.1 chega-se a uma formulação conveniente para a aplicação da técnica LMI.

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B_1 \cdot w + B_2 \cdot u \\ z_\infty = C_\infty \cdot x + D_{\infty 1} \cdot w + D_{\infty 2} \cdot u \\ z_2 = C_2 \cdot x + D_{21} \cdot w + D_{22} \cdot u \\ y = C_y \cdot x + D_{y1} \cdot w + D_{y2} \cdot u \end{cases} \quad (6.2.2)$$

Supondo que se deseja fechar a malha através do uso de um controlador  $K$  do tipo

$$\begin{cases} \dot{x}_k = A_k \cdot x_k + B_k \cdot y \\ u = C_k \cdot x_k + D_k \cdot y \end{cases} \quad (6.2.3)$$

o sistema em malha fechada torna-se

$$\begin{cases} \dot{x}_{fech} = A_{fech} \cdot x_{fech} + B_{fech} \cdot w \\ z_\infty = C_{fech1} \cdot x_{fech} + D_{fech1} \cdot w \\ z_2 = C_{fech2} \cdot x_{fech} + D_{fech2} \cdot w \end{cases} \quad (6.2.4)$$

onde

$$\begin{aligned} \bullet A_{fech} &= \begin{bmatrix} A + B_2 \cdot D_k \cdot M \cdot C_y & B_2 \cdot C_k + B_2 \cdot D_k \cdot M \cdot D_{y2} \cdot C_k \\ B_k \cdot M \cdot C_y & A_k + B_k \cdot M \cdot D_{y2} \cdot C_k \end{bmatrix} \\ \bullet B_{fech} &= \begin{bmatrix} B_2 \cdot D_k \cdot M \cdot D_{y1} \\ B_k \cdot M \cdot D_{1y} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- $C_{fch1} = \begin{bmatrix} C_{\infty} + D_{\infty 2} \cdot D_k \cdot M \cdot C_y & D_{\infty 2} \cdot C_k + D_{\infty 2} \cdot D_k \cdot M \cdot D_{y2} \cdot C_k \end{bmatrix}$
- $D_{fch1} = \begin{bmatrix} D_{\infty 1} + D_{\infty 2} \cdot D_k \cdot M \cdot D_{y1} \end{bmatrix}$
- $C_{fch2} = \begin{bmatrix} C_2 + D_{22} \cdot D_k \cdot M \cdot C_y & D_{22} \cdot C_k + D_{22} \cdot D_k \cdot M \cdot D_{y2} \cdot C_k \end{bmatrix}$
- $D_{fch1} = \begin{bmatrix} D_{21} + D_{22} \cdot D_k \cdot M \cdot D_{y1} \end{bmatrix}$

As matrizes do controlador definido pela equação 6.2.3 podem ser encontradas considerando-se duas formulações em termos de controle,  $H_{\infty}$  e  $H_2$ , onde  $z_{\infty}$  e  $z_2$  são as respectivas medidas de desempenho.

### O controle $H_{\infty}$

O objetivo do projeto  $H_{\infty}$  é a minimização do valor de pico da matriz de transferência entre a entrada de perturbações  $w$  e a saída de desempenho  $z_{\infty}$ , considerando a respectiva resposta em frequência.

Em outras palavras, pode-se resumir o problema de controle  $H_{\infty}$  em encontrar um controlador real e racional próprio  $K$  que estabilize internamente a planta dada pela equação 6.2.2, de modo a minimizar a função objetivo  $J$  dada pela norma  $H_{\infty}$  da função de transferência ( $T_{z_{\infty}w}$ ) de  $w$  para  $z_{\infty}$ , isto é:

$$J = \|T_{z_{\infty}w}\|_{\infty} = \max_w \bar{\sigma}[T_{zw}(jw)]$$

Dada a dificuldade em se resolver esse problema, costuma-se recair no caso chamado problema sub-ótimo  $H_{\infty}$ , isto é, encontrar um controlador real e racional próprio  $K$  que estabilize internamente a planta generalizada (equação 6.2.2) e que dado um  $\gamma > 0$ , satisfaça a condição:

$$\|T_{z_{\infty}w}\|_{\infty} < \gamma$$

onde no caso  $H_\infty$ , a planta é dada por:

$$P = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_\infty & D_{\infty 1} & D_{\infty 2} \\ C_y & D_{y1} & D_{y2} \end{bmatrix}$$

Do ponto de vista matemático, resolver o problema  $H_\infty$  é equivalente a afirmar que o ganho em malha fechada  $K$  de  $w$  para  $z_\infty$  não excede  $\gamma$ . Isso ocorre se e somente se existe uma matriz simétrica  $\chi_\infty$  tal que

$$\begin{bmatrix} A_{fech} \cdot \chi_\infty + \chi_\infty \cdot A_{fech}^T & B_{fech} & \chi_\infty \cdot C_{fech1}^T \\ B_{fech}^T & -I & D_{fech1}^T \\ C_{fech1} \cdot \chi_\infty & D_{fech1} & -\gamma^2 \cdot I \end{bmatrix} < 0 \quad (6.2.5)$$

$$\chi_\infty > 0$$

A norma  $H_\infty$  tem uma interpretação no domínio do tempo que corresponde ao chamado ganho de energia para energia, dado por:

$$\|T_{z_\infty w}\|_\infty = \max_{w \neq 0} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2}$$

### O controle $H_2$

O objetivo básico do projeto  $H_2$  é a minimização de uma função objetivo que reflete a energia da função de transferência entre o vetor de perturbações e a saída de desempenho. Do ponto de vista determinístico, corresponde à minimização da energia da resposta a uma perturbação impulsiva.

Em outras palavras, pode-se resumir o problema de controle  $H_2$  em encontrar um controlador real e racional próprio  $K$  que estabilize internamente a planta

generalizada (equação 6.2.2), de modo a minimizar a função objetivo  $J$  dada pela norma  $H_2$  da função de transferência ( $T_{z_2w}$ ) de  $w$  para  $z_2$ , isto é:

$$J = \|T_{z_2w}\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{\infty} T_{z_2w}(j\omega) \cdot T_{z_2w}^T(j\omega) d\omega}$$

onde no caso  $H_2$ , a planta é dada por:

$$P = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \\ C_y & D_{y1} & D_{y2} \end{bmatrix}$$

Do ponto de vista matemático, resolver o problema de controle  $H_2$  é equivalente a afirmar que a norma  $H_2$  da função de transferência em malha fechada de  $w$  para  $z_2$  não excede um dado valor  $\nu$ . Isso ocorre se e somente se  $D_{fech2} = 0$  e existem duas matrizes simétricas  $\chi_2$  e  $Q$  tais que

$$\begin{bmatrix} A_{fech} \cdot \chi_2 + \chi_2 \cdot A_{fech}^T & B_{fech} \\ B_{fech}^T & -I \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} Q & C_{fech2} \cdot \chi_2 \\ \chi_2 \cdot C_{fech2}^T & \chi_2 \end{bmatrix} > 0 \tag{6.2.6}$$

$$\text{traço}(Q) < \nu^2$$

O problema de determinar o controlador  $K$  que satisfaça os critérios de desempenho nas normas  $H_\infty$  e  $H_2$  é equivalente a encontrar condições para satisfazer as LMI's dadas por 6.2.5 e 6.2.6. A técnica LMI trabalha com essas desigualdades num contexto mais amplo que é a programação convexa. Existem alguns algoritmos para resolver esse problema, mas o mais usual é o algoritmo dos pontos interiores. O Toolbox LMI do MatLab<sup>TM</sup> utilizado nesse trabalho aplica esse método para resolver as LMI's.

Entre as duas abordagens descritas nesta seção, se optou em trabalhar com o controle  $H_\infty$  uma vez que esse tipo de controle, que visa minimizar o pico da função de transferência (entre a saída de desempenho e a entrada de perturbação), adapta-se melhor às características do problema de manter a razão combustível/ar em torno de seu valor de referência. Na próxima seção apresenta-se a aplicação do controle  $H_\infty$ , com uma abordagem via LMI, ao modelo desenvolvido de um MCI.

### 6.3 O LMI aplicado ao Controle de um MCI

No capítulo 3 foi desenvolvido um modelo linear em torno de vários pontos de operação, caracterizado por um sistema do tipo:

$$\begin{cases} \dot{X} = A \cdot X + B \cdot U + E \cdot \alpha \\ Y = C \cdot X + D \cdot U + F \cdot \alpha \end{cases} \quad (6.3.1)$$

que representa o modelo de estados para o motor de combustão interna e onde

$$U = u - u_0$$

$$X = x - x_0$$

$$Y = y - y_0$$

sendo  $(u_0, x_0, y_0)$  o ponto em torno do qual o modelo linear foi obtido e ainda,

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ p \\ n \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} vcb \\ \beta \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} \phi_b \\ \phi_e \end{bmatrix}$$

Para a implementação do controlador LMI é necessário definir a função de desempenho  $z_\infty$  a ser minimizada. A primeira componente do vetor de saída  $Y$  é a diferença de  $\phi_b$  e seu valor de referência. Como um dos objetivos de controle é manter  $\phi_b$  próximo ao seu valor estequiométrico, pode-se definir a primeira componente de  $Y$  como função de desempenho a ser minimizada na norma  $H_\infty$ . Assim, reescreve-se o sistema como:

$$\begin{cases} \dot{X} = A \cdot X + B \cdot U + E \cdot w \\ z_\infty = C_\infty \cdot X + D_\infty \cdot U + F \cdot w \\ Y = C_y \cdot X \end{cases} \quad (6.3.2)$$

onde

$$\begin{cases} w & \text{é a o ângulo de abertura da válvula borboleta,} \\ z_\infty & \text{é a expressão que fornece a diferença entre } \phi_b \text{ e seu valor de referência,} \\ Y & \text{é a expressão que fornece a diferença entre } \phi_e \text{ e seu valor de referência,} \end{cases}$$

ou seja, a variável medida  $Y$  passa a ser apenas a razão combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ), enquanto que a razão combustível/ar na válvula borboleta ( $\phi_b$ ) passa a ser a função desempenho  $z_\infty$ .

Supondo que se deseja projetar um controlador  $K$  da forma:

$$\begin{cases} \dot{x}_k = A_k \cdot x_k + B_k \cdot Y \\ U = C_k \cdot x_k + D_k \cdot Y \end{cases} \quad (6.3.3)$$

definindo o vetor de estados do sistema em malha fechada como

$$X_{fech} = \begin{bmatrix} X \\ x_k \end{bmatrix}$$

pode-se escrever:

$$\dot{X}_{fech} = \begin{bmatrix} A + B \cdot D_k \cdot C_y & B \cdot C_k \\ B_k \cdot C_y & A_k \end{bmatrix} \cdot X_{fech} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \cdot w$$

$$Z = \begin{bmatrix} C_\infty + D_\infty \cdot D_k \cdot C_y & D_\infty \cdot C_k \end{bmatrix} \cdot X_{fech} + [F] \cdot w$$

Seja a matriz do controlador

$$K = \begin{bmatrix} D_k & C_k \\ B_k & A_k \end{bmatrix}$$

e definindo

$$A_0 = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} C_\infty & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_0 = F$$

$$P = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} D_\infty & 0 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} C_y & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

pode-se reescrever o sistema como

$$\begin{cases} \dot{X}_{fech} = (A_0 + P \cdot K \cdot M) \cdot X_{fech} + B_0 \cdot w \\ z_\infty = (C_0 + H \cdot K \cdot M) \cdot X_{fech} + F \cdot w \end{cases}$$

Para garantir estabilidade ao sistema em malha fechada impõe-se

$$\begin{cases} \chi_\infty \cdot (A_0 + P \cdot K \cdot M)^T \cdot \chi_\infty + (A_0 + P \cdot K \cdot M) \cdot \chi_\infty < 0 \\ \chi_\infty > 0 \end{cases}$$

ou ainda,

$$\begin{cases} \chi_\infty \cdot A_0^T + A_0 \cdot \chi_\infty + \chi_\infty \cdot M^T \cdot K^T \cdot P^T + P \cdot K \cdot M \cdot \chi_\infty < 0 \\ \chi_\infty > 0 \end{cases} \quad (6.3.4)$$

A LMI acima ainda pode ser reescrita como:

$$\begin{cases} B^\perp \cdot (A \cdot R + R \cdot A^T) \cdot (B^\perp)^T < 0 \\ (C_2^T)^\perp \cdot (S \cdot A + A^T \cdot S) \cdot C_2^{\perp T} < 0 \\ \begin{bmatrix} R & I \\ I & S \end{bmatrix} \geq 0 \end{cases}$$

onde os símbolos  $\perp$  e  $T$  significam, respectivamente, o complemento ortogonal e a operação transposta.

Agora, o objetivo é encontrar  $R$  e  $S$  que satisfaçam as LMI's acima. Uma vez obtidas  $R$  e  $S$ , encontra-se  $\chi_\infty$  através de :

$$\chi_{\infty} = \begin{bmatrix} R & I \\ I & (R - S)^{-1} \end{bmatrix}$$

Finalmente, tendo-se  $\chi_{\infty}$  resolve-se a LMI correspondente à equação (6.3.4) é possível encontrar a matriz do controlador  $K$ :

$$K = \begin{bmatrix} D_k & C_k \\ B_k & A_k \end{bmatrix} \quad (6.3.5)$$

Para resolver todas essas LMI's utilizou-se o Toolbox LMI do MatLab<sup>®</sup> que tem como entrada as matrizes do modelo (sistema 6.3.2) e fornece diretamente a matriz  $K$  do controlador (equação 6.3.5). Na próxima seção apresenta-se o diagrama de simulação e os detalhes da implementação do que foi exposto nesta seção.

## 6.4 Implementação do Controlador LMI

O modelo do motor utilizado é o mesmo utilizado nos simuladores anteriores (GPC ou LQ). O esquema que incorpora o modelo do motor mais o controlador LMI pode ser visto na Figura 6.1.

**MOTORGAS**  
**Simulação da Dinâmica de um Motor a Gás Natural**  
**em Malha Fechada com um Controlador LMI**  
**Multivariável para Controle da Injeção de**  
**Combustível e Ignição da Mistura**

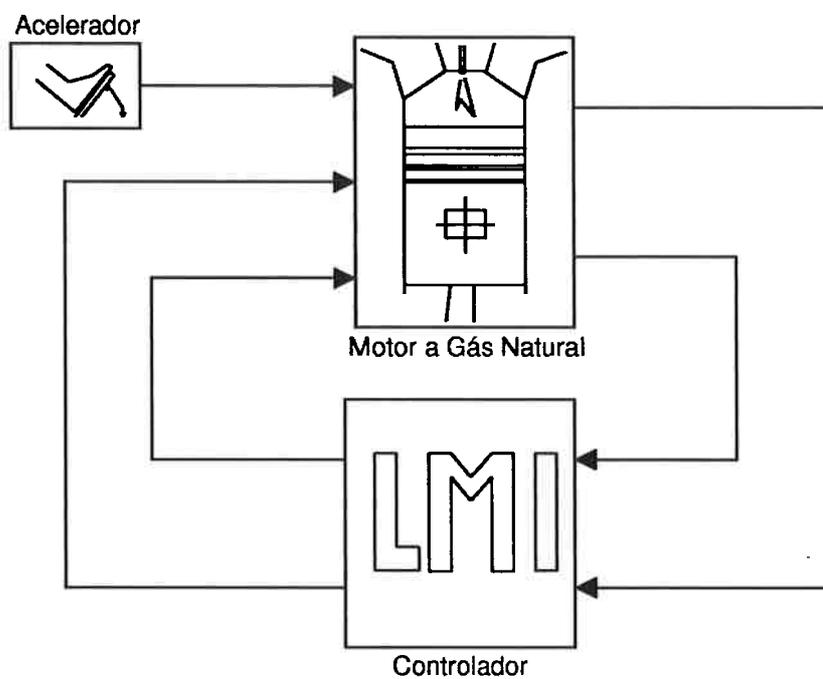


Figura 6.1: Diagrama geral do simulador do motor a gás natural

O modelo apresentado pelo conjunto de equações (6.3.2), refere-se ao modelo na forma de espaço de estados onde:

$$\dot{X} = A \cdot X + B \cdot U + E \cdot w$$

representa a dinâmica do modelo em espaço de estados adicionado de um termo proporcional a uma variável exógena de perturbação  $w$  e

$$Y = C_y \cdot X$$

representa a saída do sistema.

A equação

$$z_{\infty} = C_{\infty} \cdot X + D_{\infty} \cdot U + F \cdot w$$

representa a função a ser minimizada na norma  $H_{\infty}$  com variações na entrada exógena  $w$ .

As matrizes  $C_{\infty}$ ,  $D_{\infty 1}$  e  $D_{\infty 2}$  são definidas pelo projetista, com base no conhecimento adquirido sobre o comportamento do sistema. Essas matrizes foram escolhidas de tal modo a penalizar os desvios da relação combustível/ar na entrada ( $\phi_b$ ).

A implementação do controlador foi feita associando-se o vetor perturbação  $w$  como sendo o ângulo de abertura da válvula borboleta. Tal associação se justifica pelo fato de que o ângulo de abertura da válvula borboleta apresenta as características físicas de perturbação no sistema.

Cada modelo é caracterizado pela posição de abertura da válvula borboleta sendo válido apenas em torno do ponto em relação ao qual as equações foram linearizadas. Inicialmente, foi aplicado o controlador LMI a dois pontos de operação, 50° e 90°. Os resultados obtidos são apresentados a seguir.

#### 6.4.1 Resultado de simulação com controlador LMI

Com o objetivo de testar o desempenho do controlador implementado, foram aplicados alguns transitórios de variação do ângulo da válvula borboleta. Adotando-se o modelo linear em torno de 50 graus, foram realizados dois tipos de teste: transitório de 50° para 70° e transitório de 50° para 90°.

Do mesmo modo, adotando-se o modelo linear em torno de 90 graus foram aplicados dois transitórios: de 90° para 70° e de 90° para 50°.

Podem ser vistos, nas figuras seguintes, os gráficos do comportamento das variáveis de interesse do motor quando se aplicam os transitórios descritos acima.

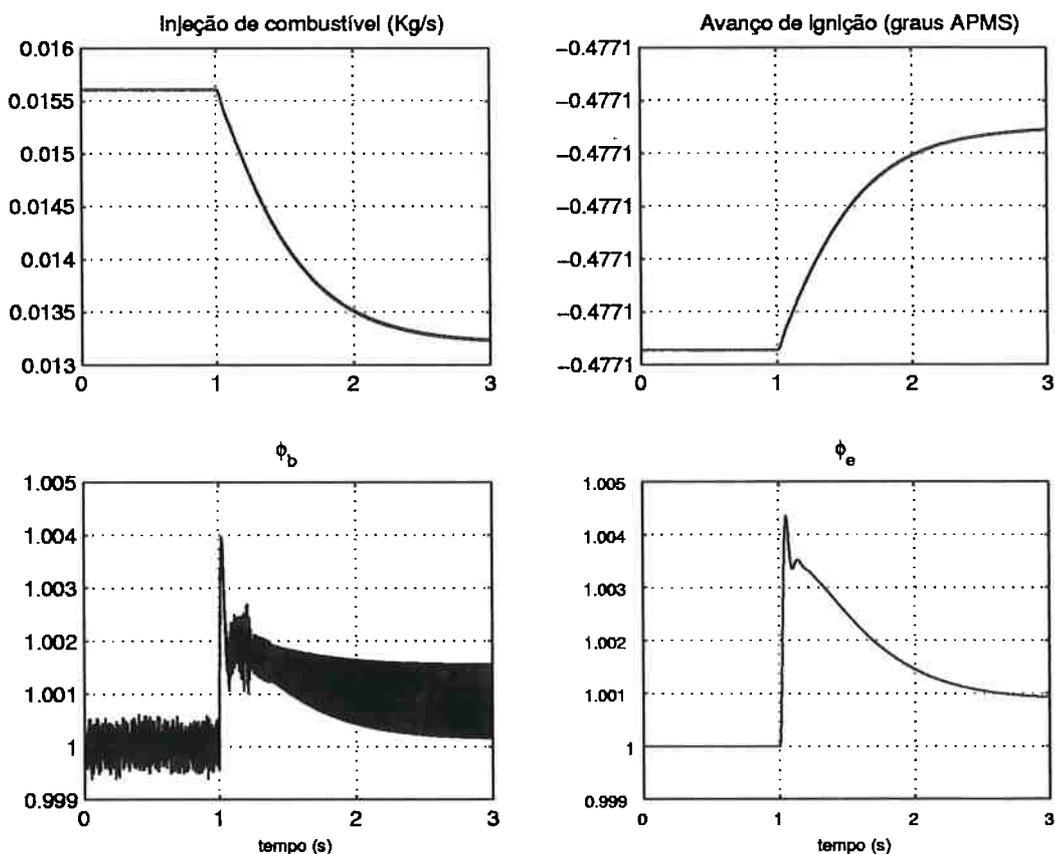


Figura 6.2: Variações da injeção de combustível, do acréscimo da ignição e da relação combustível/ar na entrada e saída, para um transitório de 90° para 70°

O transitório de 90° para 70° é mostrado em duas figuras. A Figura 6.2 mostra a variação da injeção de combustível, da ignição e da relação combustível/ar na entrada e saída. Observa-se no gráfico  $\phi_e$  que, para esse transitório, a razão combustível/ar no escape apresentou um desvio máximo de 0.4% em relação ao valor estequiométrico. O comportamento oscilatório da razão combustível/ar na borboleta (gráfico de  $\phi_b$ ) é devido ao fato de que durante a construção das matrizes de controle foi penalizado apenas o desvio de  $\phi_e$  em relação ao valor estequiométrico e não o valor de  $\phi_b$ .

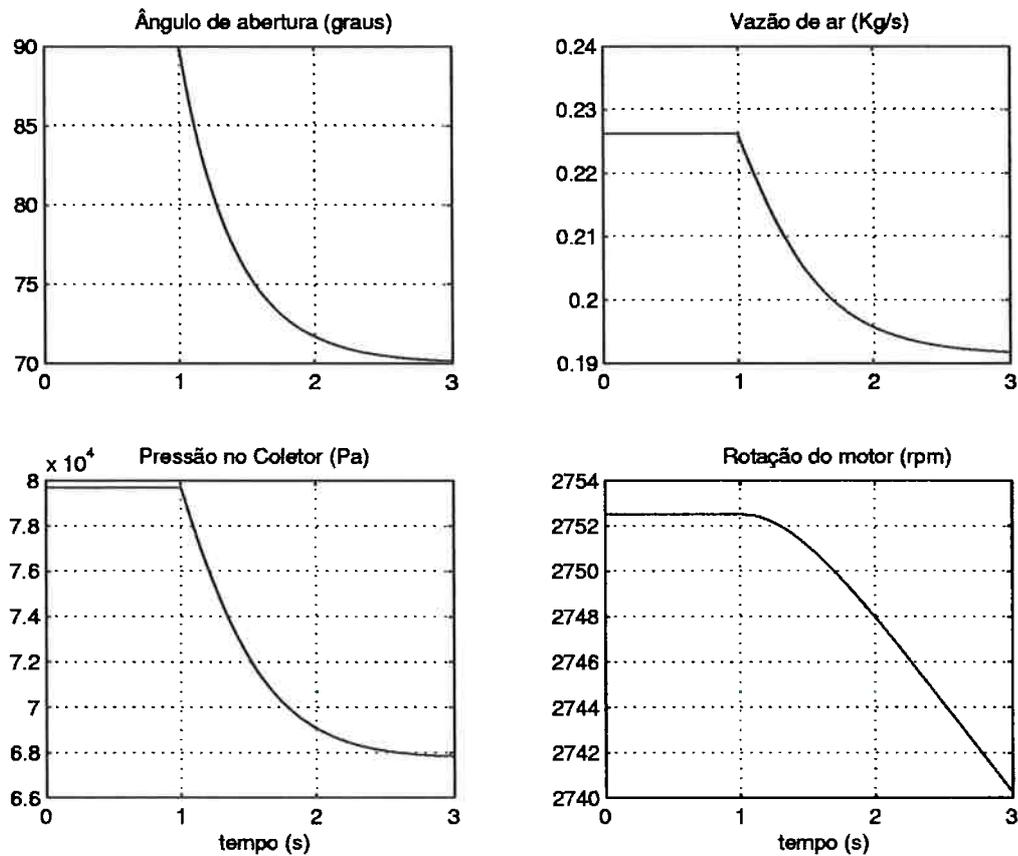


Figura 6.3: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de 90° para 70°

A Figura 6.3 mostra a variação da posição da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão do coletor e da rotação do eixo motor. Observa-se no primeiro gráfico (ângulo de abertura) que o transitório demora apenas cerca de dois segundos, o que comprova a habilidade do controlador, haja visto que esse tempo é menor do que acontece na prática.

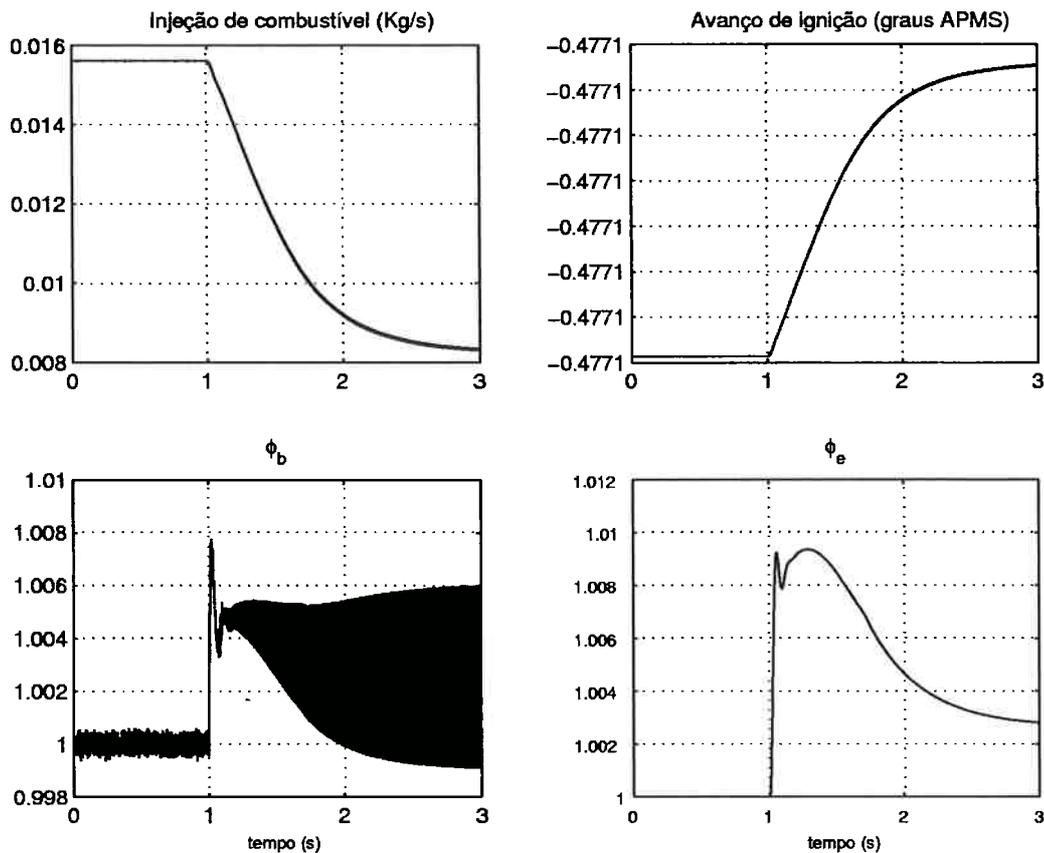


Figura 6.4: Variações da injeção de combustível, do acréscimo da ignição e da relação combustível/ar na entrada e saída, para um transitório de  $90^\circ$  para  $50^\circ$

O efeito de um transitório de  $90^\circ$  para  $50^\circ$  pode ser visto na Figuras 6.4 e 6.5. A Figura 6.4 mostra a variação da injeção de combustível, da ignição e da relação ar/combustível na entrada e saída. Observa-se novamente que a razão combustível/ar manteve-se dentro do desvio máximo de 1% em relação ao valor de referência mesmo para um transitório de desaceleração de  $40^\circ$ . Novamente, neste caso a função a ser minimizada na norma  $H_\infty$  foi apenas a expressão de  $\phi_e$ . Apesar da amplitude da oscilação ser pequena, é possível eliminar esse comportamento através da escolha de outra função a ser minimizada, ou mesmo penalizar ainda mais a quantidade de combustível injetado, porém, essa ação implicaria em menor desempenho no controle de  $\phi_e$ . De qualquer modo, a escolha da função a ser minimizada fornece à estrutura de controle uma grande versatilidade.

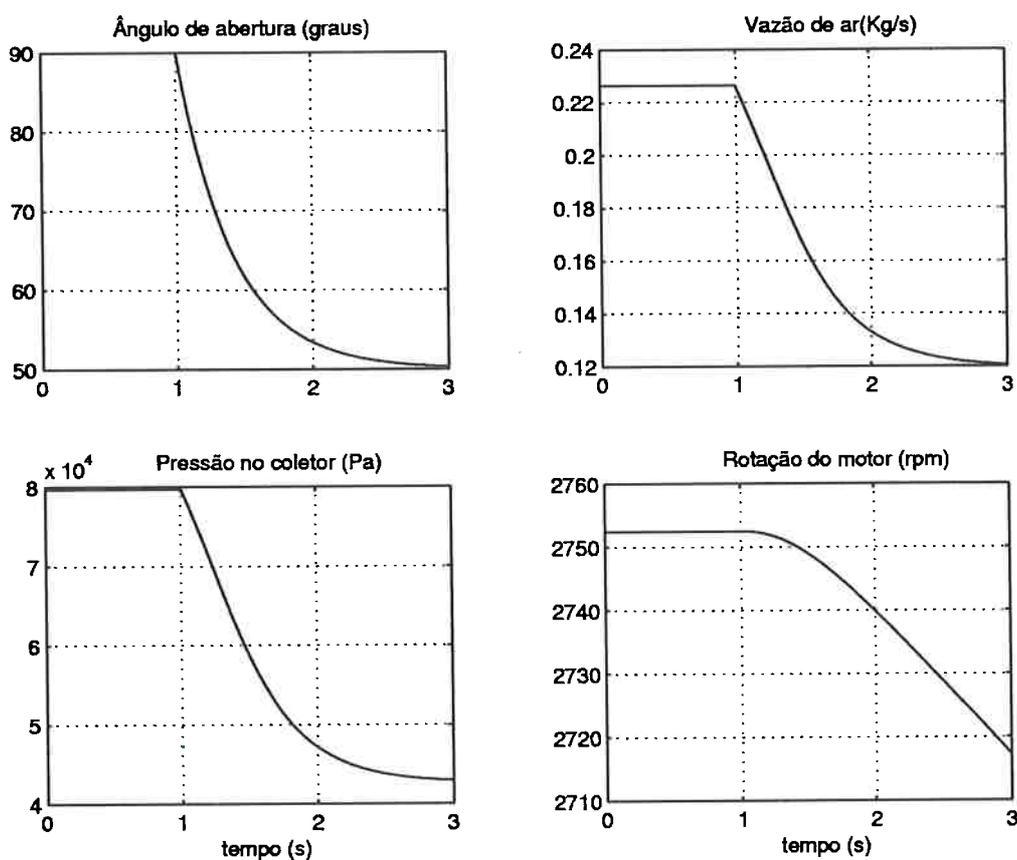


Figura 6.5: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de 90° para 50°

A Figura 6.5 mostra a variação da posição da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão do coletor e da rotação do eixo motor. Vale realçar novamente que o transitório durou apenas dois segundos.

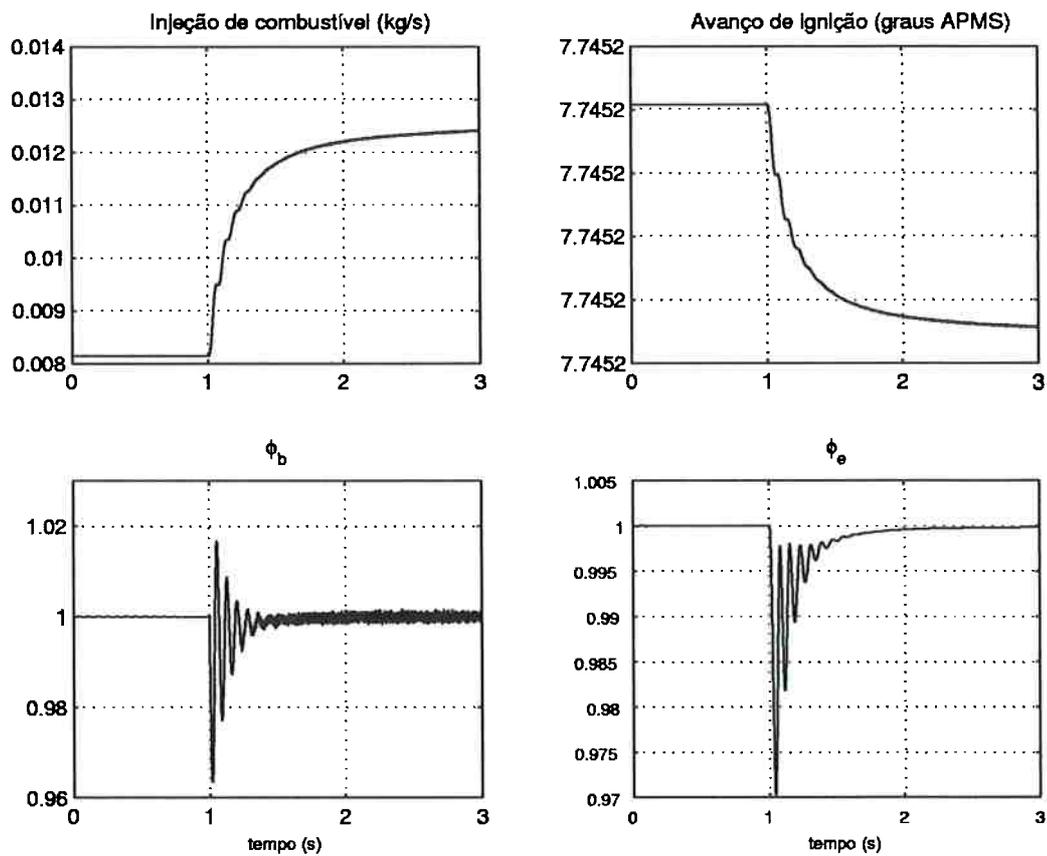


Figura 6.6: Variações da injeção de combustível, do acréscimo da ignição e da relação combustível/ar na entrada e saída, para um transitório de 50° para 90°

O comportamento do simulador para transitórios de aceleração foi um pouco diferente em relação ao caso anterior. Nas figuras 6.6 e 6.7 apresenta-se o comportamento do motor para um transitório de 50° para 90°. A Figura 6.6 mostra as variações da injeção de combustível, da ignição e da relação combustível/ar na entrada e saída. Observa-se neste caso que a razão combustível/ar apresentou uma excursão fora da faixa permitida de desvio máximo, mas que durou apenas cerca de 0.3 segundos.

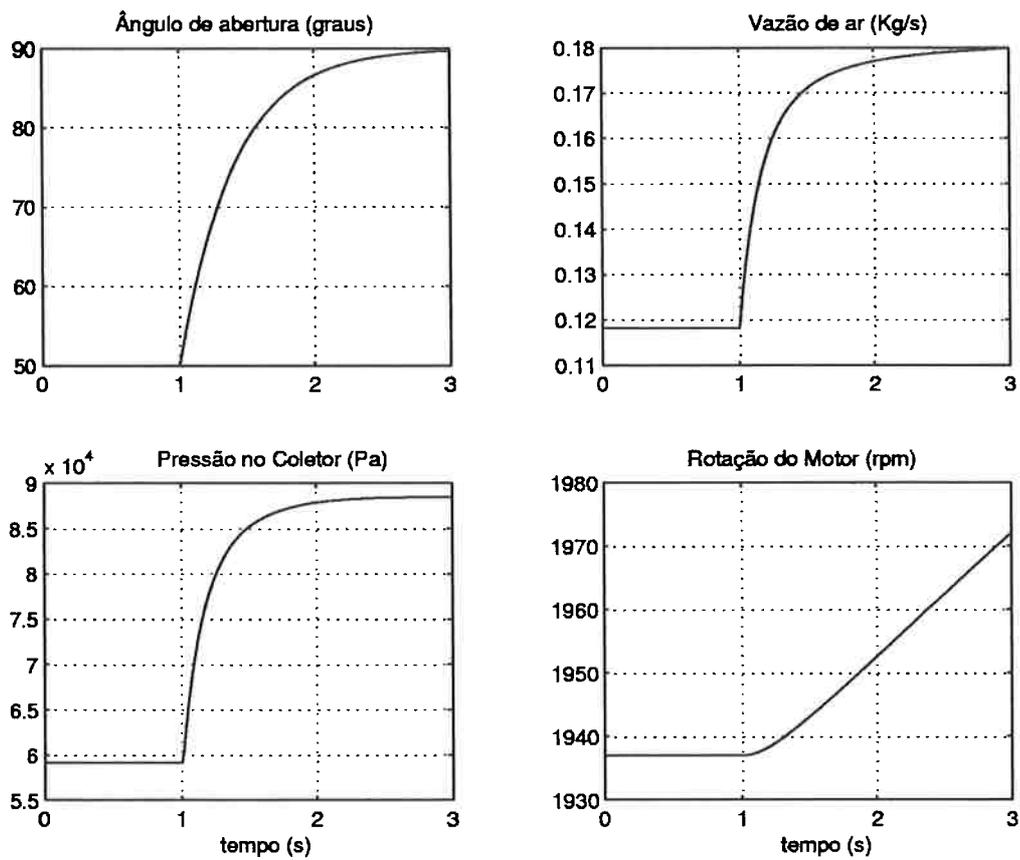


Figura 6.7: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de 50° para 90°

A Figura 6.7 mostra as variações da posição da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão do coletor e da rotação do eixo motor.

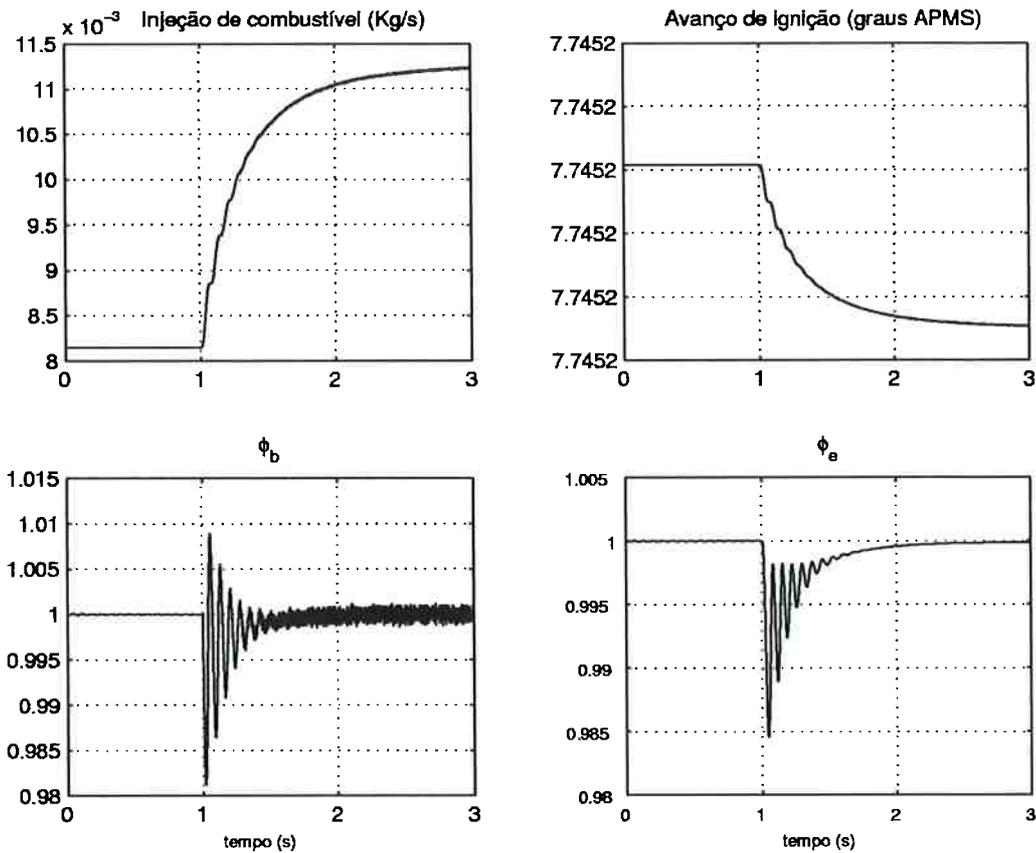


Figura 6.8: Variações da injeção de combustível, do acréscimo da ignição e da relação combustível/ar na entrada e saída, para um transitório de 50° para 70°

Finalmente, nas Figuras 6.8 e 6.9 mostra-se o comportamento do motor para um transitório de 50° para 70°. A Figura 6.8 mostra as variações da injeção de combustível, da ignição e da relação combustível/ar na entrada e saída. Pode-se observar que a razão combustível/ar apresentou um pequeno desvio fora da faixa permitida. A Figura 6.9 mostra as variações da posição da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão do coletor e da rotação do eixo motor.

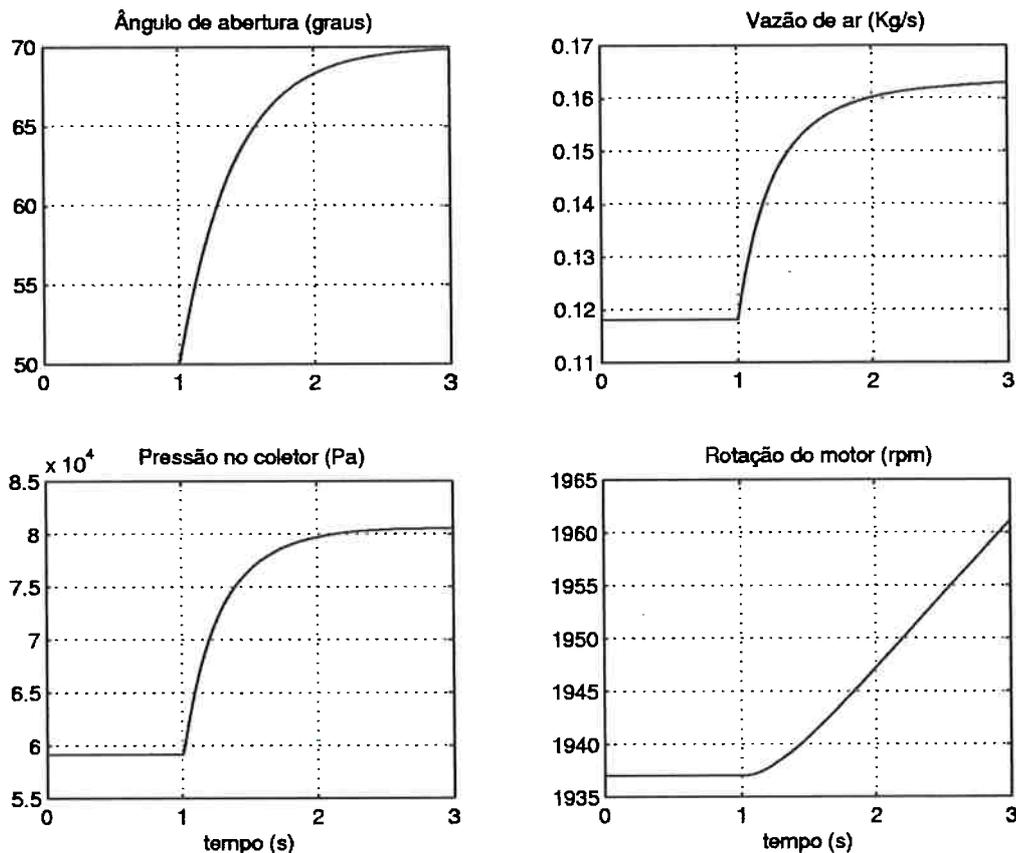


Figura 6.9: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta, da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de  $50^\circ$  para  $70^\circ$

Os resultados apresentados demonstram o bom funcionamento do controlador  $H_\infty$  baseado em LMI. Pode-se observar a robustez do controlador face a erros de modelagem, haja visto que o controlador foi capaz de levar o sistema até a posição  $90^\circ$  com pouca variação da razão combustível/ar, utilizando apenas o modelo  $50^\circ$ . Do mesmo modo, o controle foi capaz de, apenas utilizando o modelo  $90^\circ$ , trazer o motor até o ponto de operação correspondente a  $50^\circ$ . A sua robustez também pode ser comprovada observando que cada um desses transitórios tem duração apenas de dois segundos, tempo insuficiente para, na prática, a válvula borboleta sofrer uma variação de  $40^\circ$ .

Na próxima seção será construída uma estratégia de múltiplos modelos utilizando o controlador LMI. Serão os 17 modelos lineares desenvolvidos no capítulo 3, de modo a cobrir toda faixa de operação do motor.

### 6.4.2 O controlador LMI com múltiplos modelos

Do mesmo modo como foi desenvolvido no caso do MMLQ e MMGPC a faixa de operação do motor é dividida em regiões utilizando os 17 modelos lineares (de 10 a 90 graus com intervalos de 5 graus). A partir daí foi possível construir a estrutura de múltiplos modelos baseada no controlador LMI (MMLMI) e mostrada na figura 6.10

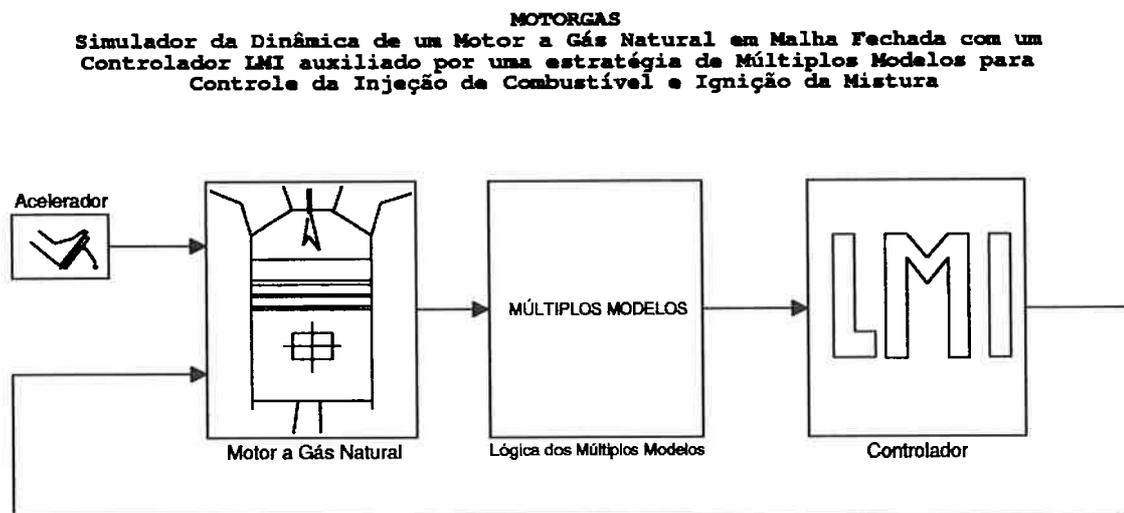


Figura 6.10: Diagrama do simulador do motor de combustão interna acoplado ao controlador LMI com múltiplos modelos

Foram montadas três estratégias para o chaveamento dos modelos lineares: na primeira delas o chaveamento ocorre baseado na posição do pedal do acelerador; na segunda baseia-se na posição do pedal e na análise do valor da relação combustível/ar no escape  $\phi_e$  e, finalmente, na terceira também foi utilizada a análise do valor de  $\phi_e$ , porém, cada modelo escolhido é utilizado por um tempo pré-determinado. Essa terceira estratégia se beneficiou da experiência obtida nas duas primeiras, onde poderá ser visto (figuras 6.11 e 6.12) que cada chaveamento introduz uma perturbação que tende a instabilizar o sistema. Deste modo, a definição de um número mínimo de passos para que o controlador utilize o modelo selecionado, permite que o controle tenha tempo para atuar antes que outra

perturbação causada pelo chaveamento atinja o sistema.

Para efeito de comparação aplicamos a cada estratégia um transitório de 50 para 90 graus. Os resultados são mostrados nas próximas figuras.

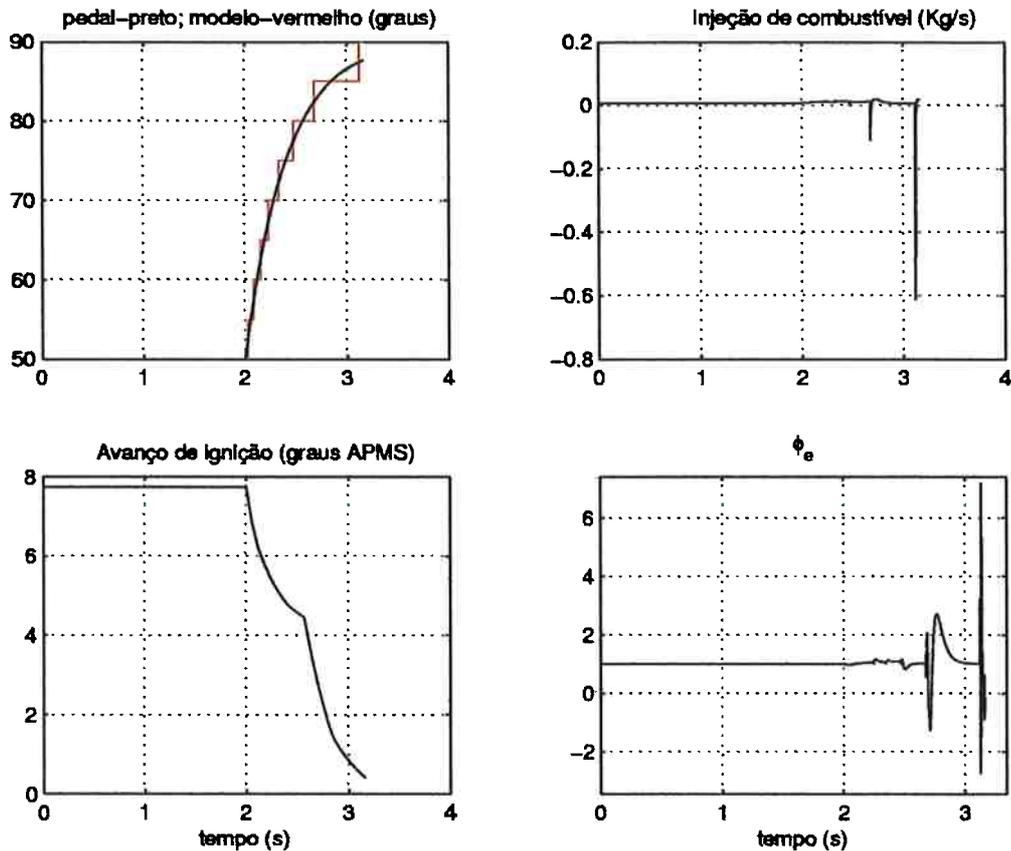


Figura 6.11: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta com chaveamento de modelo, injeção de combustível, avanço de ignição e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ), para um transitório de 50° para 90° (1ª estratégia)

Na figura 6.11 foram mostrados os resultados obtidos na primeira estratégia, onde o chaveamento ocorre apenas baseado na posição do pedal. Pode-se observar no primeiro gráfico que, o posicionamento do pedal do acelerador foi acompanhado pelo modelo escolhido pela lógica do chaveamento (em vermelho). Porém, esta estratégia não foi bem sucedida de tal modo que, após 3 segundos o controlador diverge. Isso pode ser observado no gráfico da injeção de combustível, onde após 3.14 segundos o controlador passou a informar uma quantidade negativa de combustível. Os resultados obtidos nesta simulação podem ser explicados

considerando que, conforme foi discutido no Capítulo 5 (figura 5.10), cada chaveamento fornece ao sistema uma perturbação degrau que pode instabilizar o sistema.

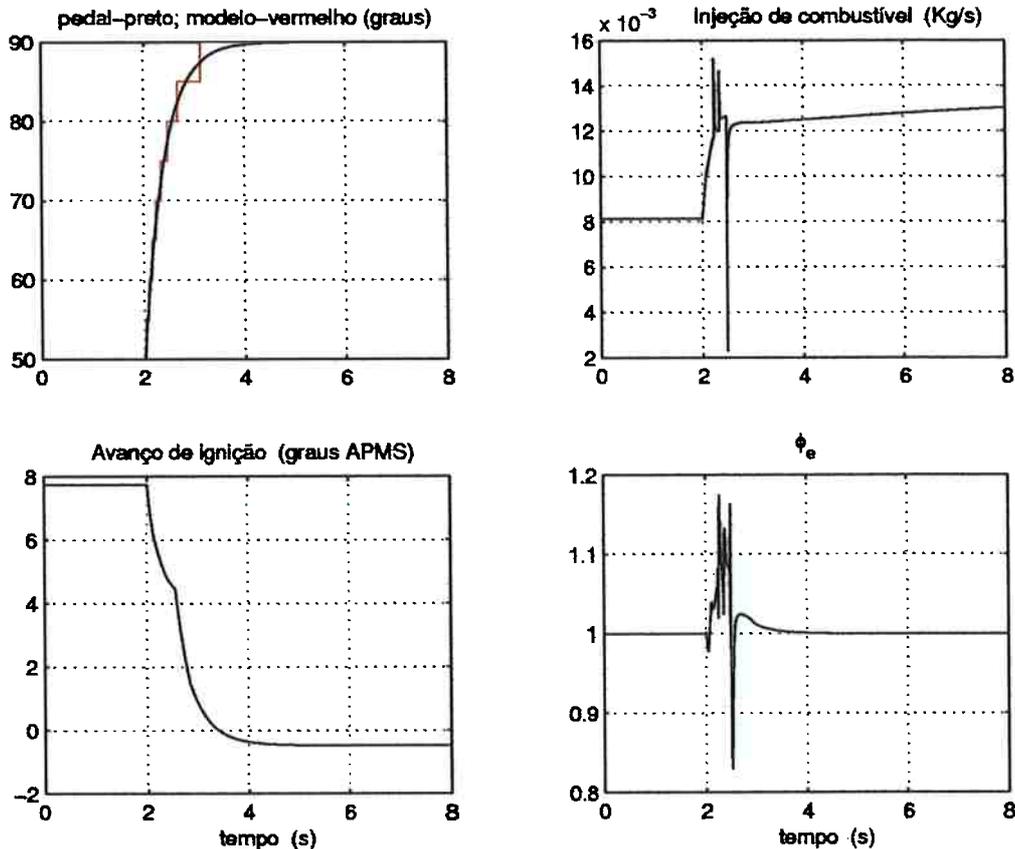


Figura 6.12: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta com chaveamento de modelo, injeção de combustível, avanço de ignição e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ), para um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$  (2ª estratégia)

Na figura 6.12 apresentam-se os resultados da segunda estratégia onde a lógica de chaveamento foi construída baseada na posição do pedal do acelerador e no valor da relação combustível/ar no escape. Para evitar o chaveamento desnecessário, acrescentou-se na lógica dos múltiplos modelos a análise do valor de  $\phi_e$ . Toda vez que o valor de  $\phi_e$  sair da faixa de 3% de desvio em relação ao valor estequiométrico, a lógica de chaveamento dos múltiplos modelos seleciona o modelo baseado na posição do pedal. Foram testadas faixas menores, como por exemplo, 1% ou 2% de desvio, porém com essas faixas o sistema continuava instável.

Ainda na figura 6.12, observa-se que as ações de controle geraram picos no valor da injeção de combustível. Essa variação na quantidade de combustível injetado gerou uma excursão do valor da relação combustível/ar no escape de 15% fora do valor estequiométrico (gráfico de  $\phi_e$ ).

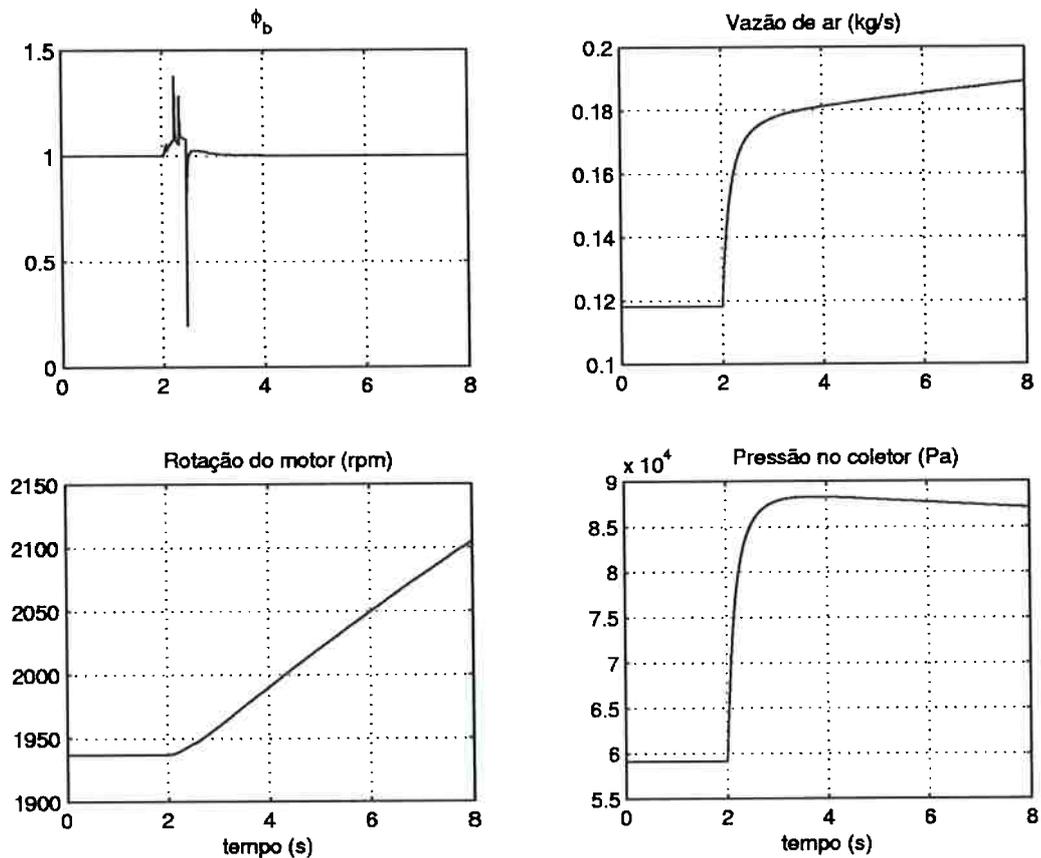


Figura 6.13: Variações da relação combustível/ar na borboleta ( $\phi_b$ ), da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$  (2ª estratégia)

Na figura 6.13 pode-se ver o efeito da variação na quantidade de combustível injetado sobre a relação combustível/ar na válvula borboleta ( gráfico de  $\phi_b$ ). Observa-se que o pico gerado pelo chaveamento de modelos ocorridos por volta de 2.4 segundos levou o valor de  $\phi_b$  abaixo de 0.5, valor inadequado para o funcionamento de um motor. Além disso, sucessivos picos na quantidade de combustível injetado fatalmente saturariam o atuador (injetor). Por essa razão, essa estratégia demonstrou não ser eficiente no controle dos níveis de emissões de um

MCI operando a gás natural.

Os resultados obtidos na primeira e segunda estratégias mostraram que o chaveamento sucessivo de modelos não é interessante, pois tende a instabilizar o sistema. Assim, foi desenvolvida a terceira estratégia, onde se permitiu maior tolerância para o tempo de uso do modelo escolhido.

Para efeitos de simulação da terceira estratégia, a faixa de tolerância foi diminuída para 1.5% de desvio em relação ao valor estequiométrico. Além disso, para evitar que o pico introduzido no sistema pelo chaveamento retire o valor de  $\phi_e$  da faixa permitida, desencadeando uma nova troca de modelo, foi introduzida uma variável para contar o tempo de utilização de cada modelo. Com isso, o controlador teve um certo número de passos (determinado em simulação) para tentar controlar o sistema utilizando o modelo escolhido. Caso após esse período pré-estabelecido o valor da relação combustível/ar não esteja dentro da faixa de desvio escolhida, a lógica de chaveamento seleciona um novo modelo.

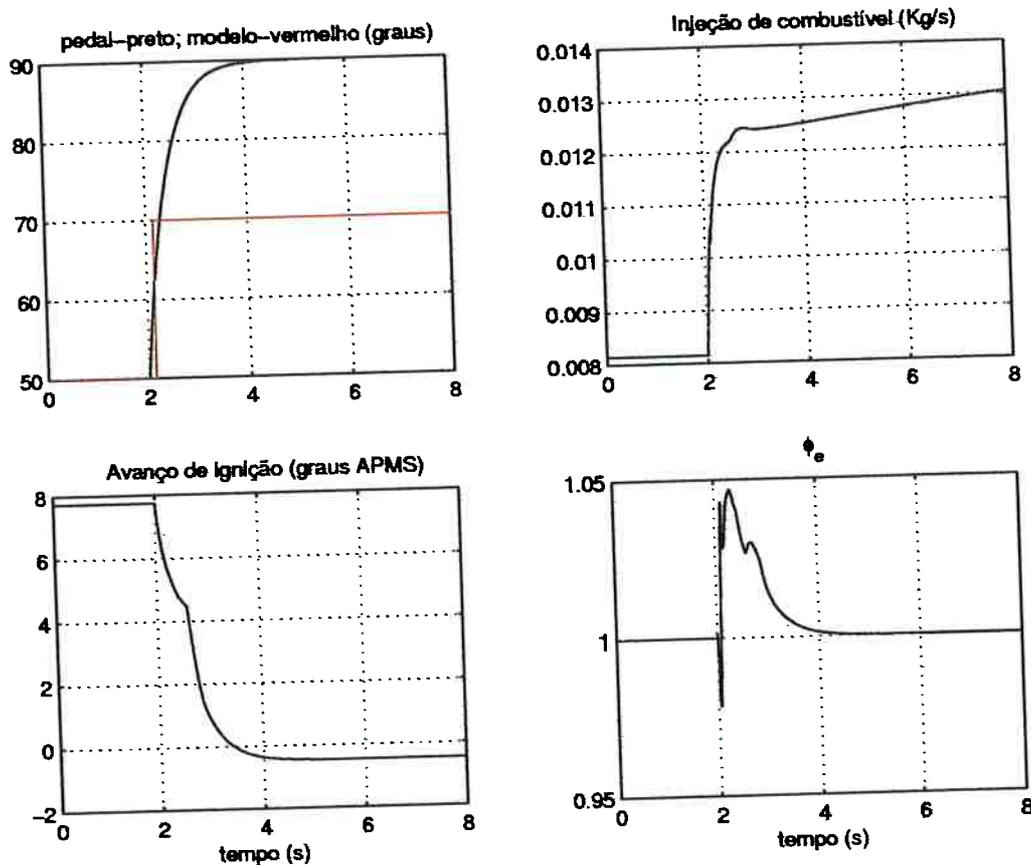


Figura 6.14: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta com chaveamento de modelo, injeção de combustível, avanço de ignição e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ), para um transitório de 50° para 90° (3ª estratégia)

Nessa estratégia, o uso dos modelos por um número pré-estabelecido de 1000 períodos de amostragem permitiu controlar o sistema com um único chaveamento do modelo inicial de 50 graus para o modelo de 70 graus produzindo melhores resultados (figura 6.14). Observa-se no gráfico de  $\phi_e$  que essa estratégia resultou em uma menor excursão da relação combustível/ar fora do valor estequiométrico, proporcionada por uma injeção de combustível mais uniforme sem a presença de picos. Observa-se ainda que durante todo o transitório de 40 graus de variação da válvula borboleta o valor de  $\phi_e$  apresentou um desvio menor do que 5% em relação ao valor estequiométrico, contra os 15% da estratégia anterior.

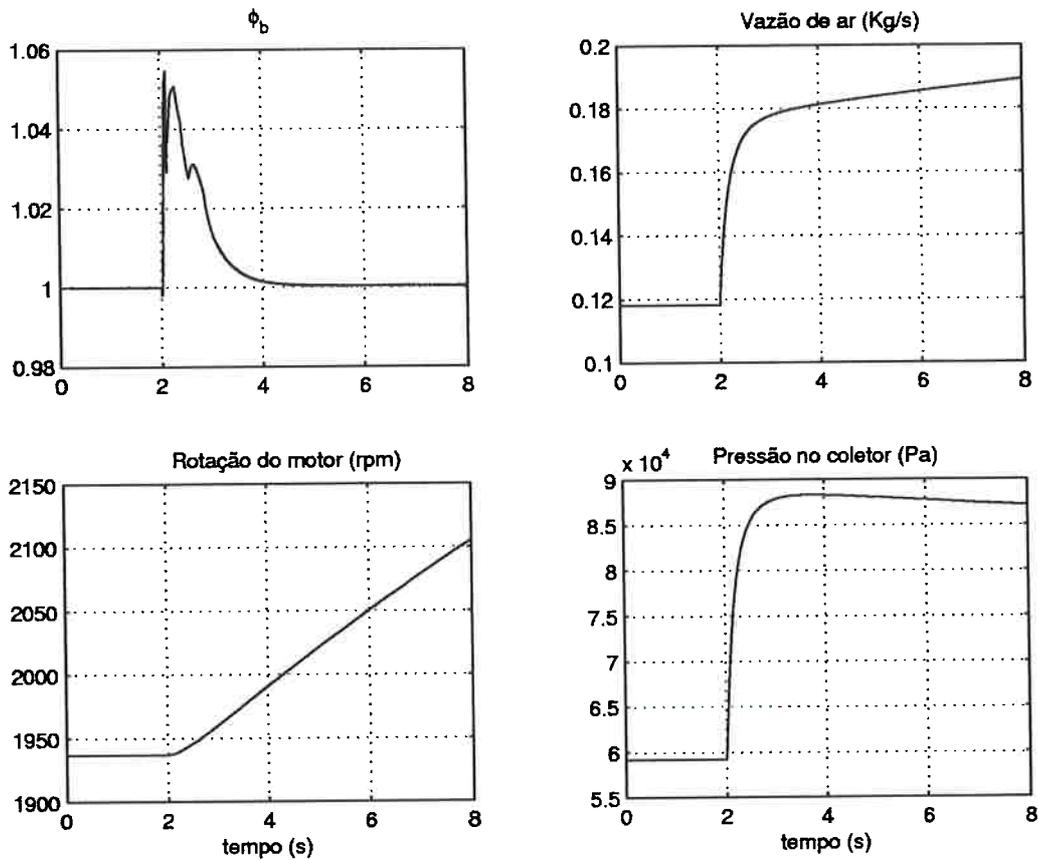


Figura 6.15: Variações da relação combustível/ar na borboleta ( $\phi_b$ ), da vazão de ar, da pressão no coletor e da rotação do motor, para um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$  (3ª estratégia)

O valor da relação combustível/ar na válvula borboleta também se beneficiou da uniformidade da variação da quantidade de combustível injetado conforme pode ser visto no gráfico da figura 6.15.

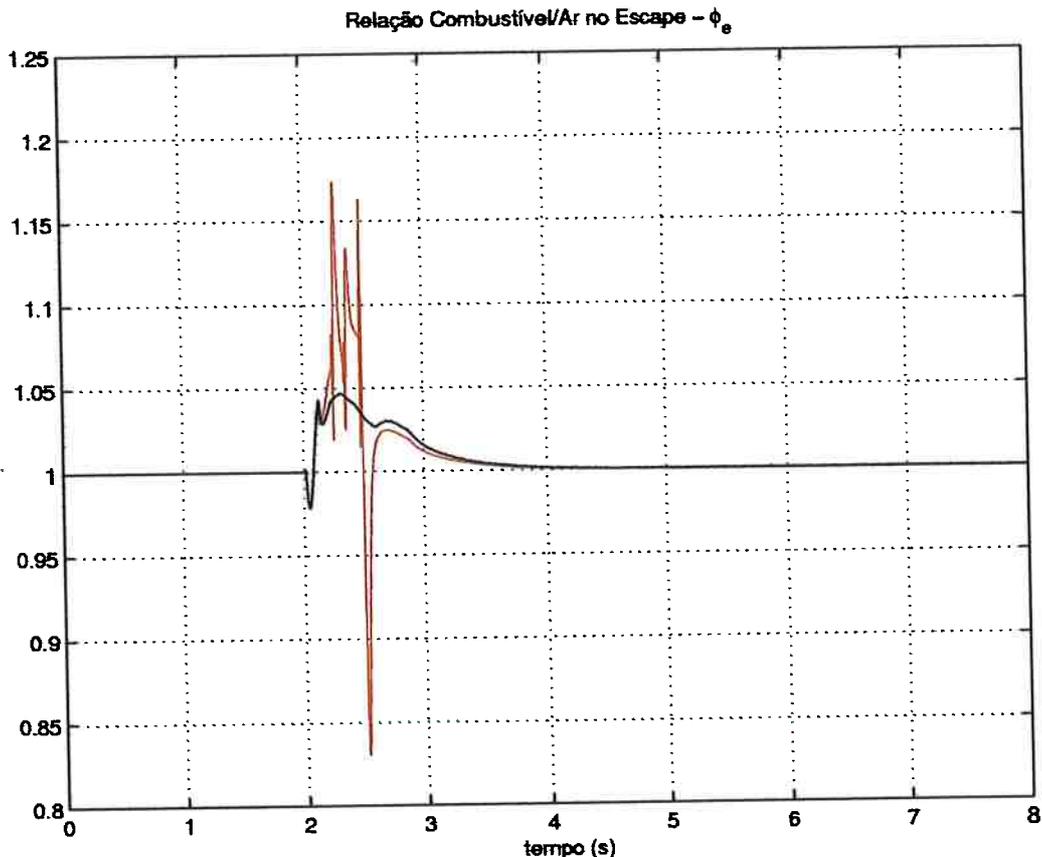


Figura 6.16: Comparação da relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ) entre as duas estratégias de chaveamento para um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$  (segunda estratégia - vermelho; terceira estratégia - preto)

Na figura 6.16 pode-se ver um gráfico comparativo entre as duas últimas estratégias. Em vermelho, apresenta-se o resultado da estratégia de chaveamento baseada na posição do pedal e, em preto, apresenta-se a estratégia baseada no tempo de utilização do modelo. Observe que o tempo necessário para que o valor de  $\phi_e$  retorne definitivamente para dentro da faixa de eficiência do catalisador é praticamente o mesmo nos dois casos. Mas a terceira estratégia permite valores menores da excursão de  $\phi_e$  em relação ao valor estequiométrico.

Nessa seção foram discutidas três estratégias de chaveamento baseadas nas matrizes de controle pré-definidas através da técnica de LMI. Além dessas três técnicas discutidas, também foram implementadas outras estruturas, tais como o chaveamentos baseados na rotação do motor e na pressão no coletor, porém todas

elas não apresentaram resultados significativos. Além disso, vale destacar que também foi implementada a mesma estrutura desenvolvida no controlador LQ, isto é, o chaveamento por combinação convexa de modelos, mas as simulações mostraram a instabilização do controle. Uma análise mais detalhada mostrou que qualquer combinação convexa de dois modelos não era um modelo válido. Deste modo, o uso da estratégia de chaveamento baseada no valor de  $\phi_e$  e num intervalo pré-determinado para a utilização de cada modelo mostrou ser mais adequada para ser acoplada ao controlador para compor o MMLMI.

A principal dificuldade no problema de controle de um motor de combustão interna está na manutenção da relação combustível/ar durante os transitórios de variação da válvula borboleta. A primeira estratégia de chaveamento, baseada somente na posição do pedal do acelerador, mostrou que a instabilização do controle ocorre durante a troca de modelos devido a um inadequado valor da quantidade de combustível, resultado de uma ineficiente ação de controle (figura 6.11).

Na próxima seção será apresentada uma nova estratégia para auxiliar o MMLMI no controle do motor, principalmente durante os transitórios.

### 6.4.3 Controle baseado no sensor de pressão

Nesta seção é apresentada uma estrutura auxiliar para calcular a quantidade de combustível a ser injetado. Inicialmente, é obtida uma medida da quantidade de ar que passa pela válvula borboleta. A partir dessa medida do fluxo de ar é calculada a quantidade de combustível que produz mistura estequiométrica.

Há dois modos principais de se obter o valor da quantidade de ar que passa pela válvula borboleta. O primeiro modo é através de uma medição direta utilizando um sensor de massa de ar e o segundo é através de modelos algébricos baseados na medição de outras variáveis, tais como a pressão no coletor, a temperatura do ar, etc.

Para o desenvolvimento da estrutura proposta é utilizada uma medida indireta do fluxo de ar, ou seja, a quantidade de ar que passa pela válvula borboleta é obtida através de um modelo matemático. O modelo tem como entrada a posição da válvula borboleta e a pressão no coletor de admissão. Por essa razão, a medida da pressão no coletor é necessária e, assim, assume-se a existência de um sensor para essa finalidade. Conforme dito anteriormente, neste trabalho não foram modeladas as dinâmicas dos sensores, apenas foram considerados os atrasos envolvidos.

O sensor que mede a pressão absoluta no coletor de admissão é conhecido como sensor MAP (Manifold Absolute Pressure). O sensor MAP informa à central de controle a variação da pressão no interior do coletor de admissão em função do regime de carga e da rotação do motor, ou seja, informa a pressão a que está sendo submetido o ar aspirado pelo motor. Em marcha lenta, quando a válvula borboleta está totalmente fechada, a pressão no interior do coletor de admissão é baixa (alta depressão). Com a válvula borboleta totalmente aberta, a pressão no interior do coletor de admissão é alta (baixa depressão).

O sinal do sensor MAP também é utilizado para medir a pressão atmosférica local. Com essas informações, o sistema é capaz de se adequar automaticamente às variações de altitude. O sensor MAP fornece um sinal cuja frequência varia com a depressão no coletor de admissão. Durante as condições de alta depressão, a frequência do sinal do sensor é cerca de 92 ciclos por segundo (92 Hz). Na baixa depressão, a pressão no coletor é aproximadamente a pressão atmosférica. Nessa situação, a frequência é cerca de 162 ciclos por segundo (162 Hz) (KING e WATSON, 2000).

No desenvolvimento desta estratégia assume-se a existência de um sensor MAP para medir a pressão no coletor de admissão, porém não é incluído o modelo dinâmico desse sensor, apenas é considerado um atraso na leitura desse parâmetro. O atraso pode ser obtido observando que a menor frequência desse tipo de sensor

é 92 Hz, ocorrido nas situações de alta depressão. Assim, é utilizado como atraso máximo do sensor MAP o valor  $\frac{1}{92}$  segundos.

Deste modo, a partir da medida da pressão ( $p$ ) e da posição angular da válvula borboleta ( $a$ ), será calculado o valor da vazão de ar através do seguinte modelo:

$$v_{z_{ar}} = \begin{cases} 10^{-4} \cdot (-4 \cdot a^3 + 13 \cdot a^2 - a + 0.1) (-5 \cdot 10^{-8} \cdot p^2 + 0.0054 \cdot p + 39.6) & \text{se } p > 5.28 \cdot 10^4 \text{ Pa} \\ -0.076 \cdot a^3 + 0.24 \cdot a^2 - 0.019 \cdot a + 0.002 & \text{se } p \leq 5.28 \cdot 10^4 \text{ Pa} \end{cases} \quad (6.4.1)$$

Esse modelo foi baseado numa aproximação polinomial da equação 3.3.5 que rege o fluxo de ar pela válvula borboleta e que foi apresentada no capítulo 3. Para se ter uma visão geométrica, apresenta-se abaixo o gráfico da expressão  $v_{z_{ar}}$  (figura 6.17).

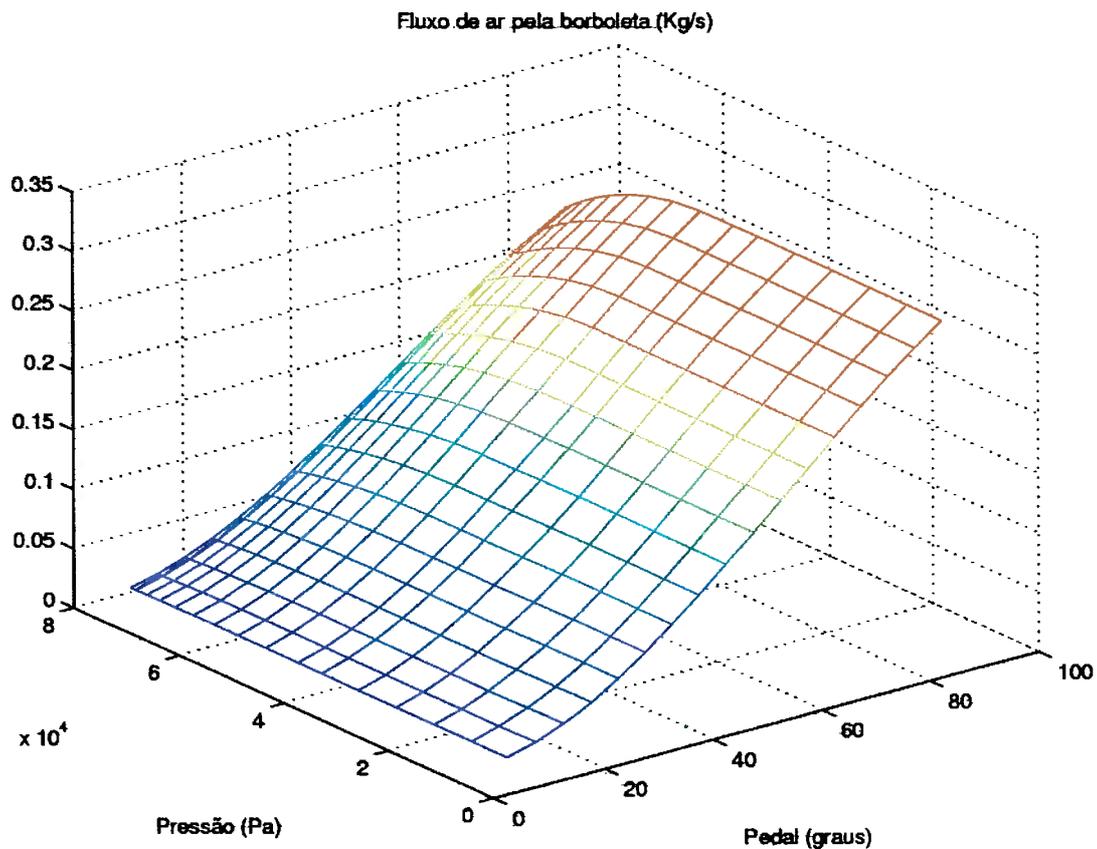


Figura 6.17: Gráfico do modelo para vazão do fluxo de ar em função da pressão no coletor e da posição angular da válvula borboleta

Observa-se no gráfico da figura 6.17 que o fluxo de ar aumenta com a abertura da válvula borboleta, porém diminui com o aumento da pressão.

O modelo dado pela equação 6.4.1 é alimentado pelo sensor de pressão absoluta e pela posição do pedal, visando calcular a vazão de ar que passa instantaneamente pela válvula borboleta e a partir desse valor obter a quantidade de combustível que gera a mistura estequiométrica. Essa estrutura forma a estratégia de supervisão do controlador e foi acoplada ao MMLMI. Assim, durante os transitórios, cada ação de controle é corrigida pelo modelo supervisor de modo a manter a mistura estequiométrica durante o maior tempo possível.

Na figura 6.18 é mostrado o diagrama de simulação do MMLMI com sensor de pressão e modelo supervisor.

**MOTORGAS**  
Simulador da Dinâmica de um Motor a Gás Natural em Malha Fechada com um Controlador LMI auxiliado por uma estratégia de Múltiplos Modelos e sensor de pressão para Controle da Injeção de Combustível e Ignição da Mistura

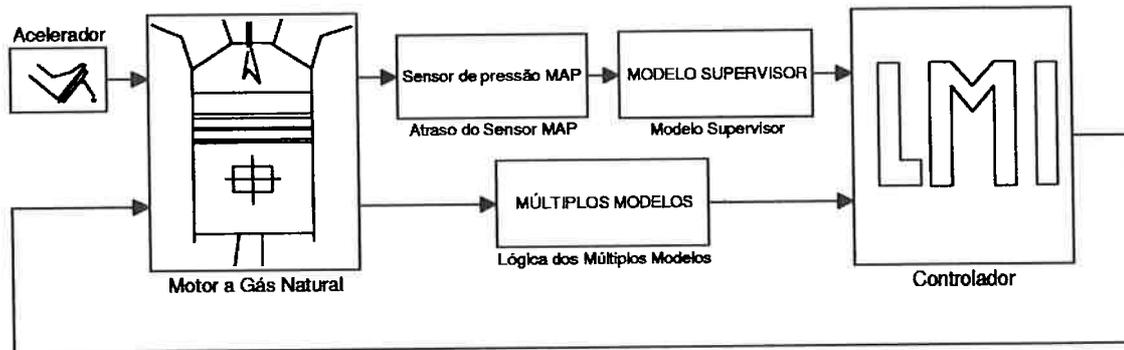


Figura 6.18: Diagrama do simulador do motor MMLMI com sensor de pressão e modelo supervisor

A estratégia de chaveamento escolhida para ser utilizada pelo controlador LMI dentro do bloco chamado de "Lógica dos Múltiplos Modelos" (figura 6.18) foi a estratégia onde a troca de modelos ocorre baseada somente na posição do pedal do acelerador. Essa escolha deve-se ao fato de que essa estratégia produz o pior resultado entre as três estratégias apresentadas na seção anterior. Vale lembrar que com essa estratégia o controle tornava o sistema instável. Apresentam-se agora os resultados obtidos na simulação de transitórios utilizando-se o ambiente simulador da figura 6.18.

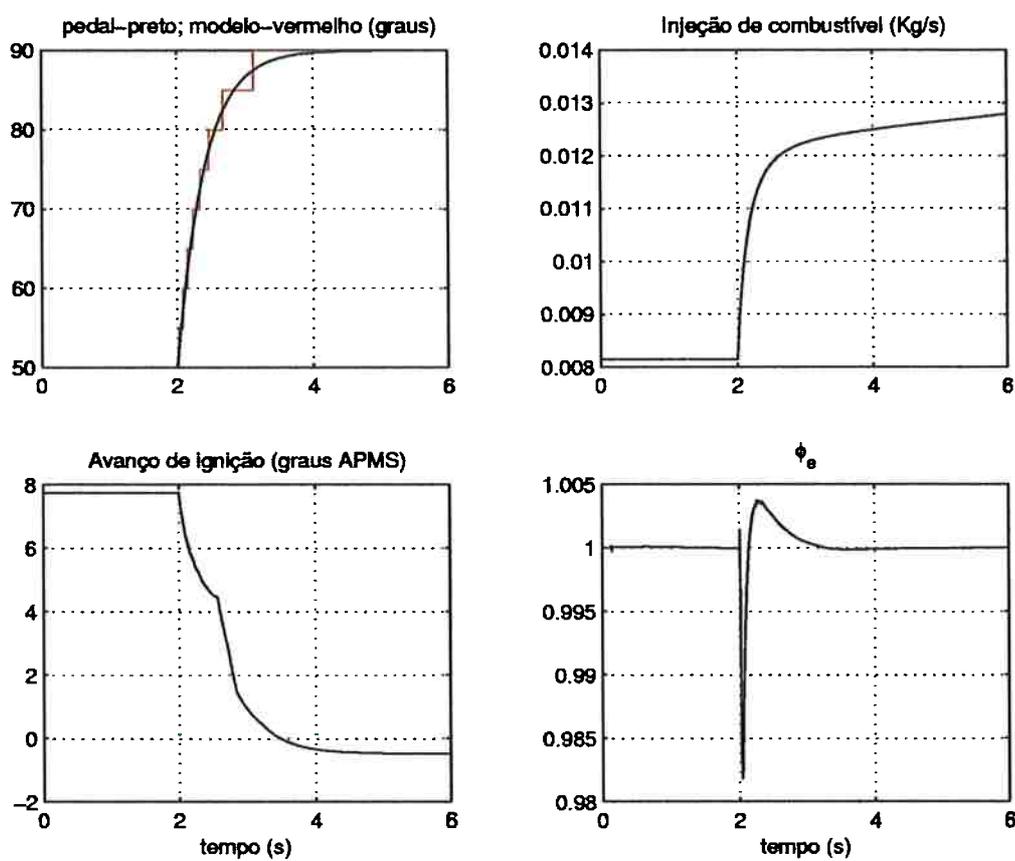


Figura 6.19: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta com chaveamento de modelo, injeção de combustível, avanço de ignição e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ), para um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$

Na figura 6.19 pode ser visto o comportamento das variáveis injeção de combustível, avanço de ignição e relação combustível/ar no escape para um transitório de 50 para 90 graus. Ainda na figura 6.19, observa-se no gráfico do pedal que o modelo escolhido acompanha as variações da válvula borboleta. Isso ocorre uma vez que a estratégia de chaveamento é baseada apenas na posição do pedal. Porém, neste caso o modelo de supervisão auxilia o controlador MMLMI de tal modo que durante o transitório de 50 para 90 graus, a relação combustível/ar  $\phi_e$  apresentou uma excursão menor que 2% de desvio em relação ao valor estequiométrico.

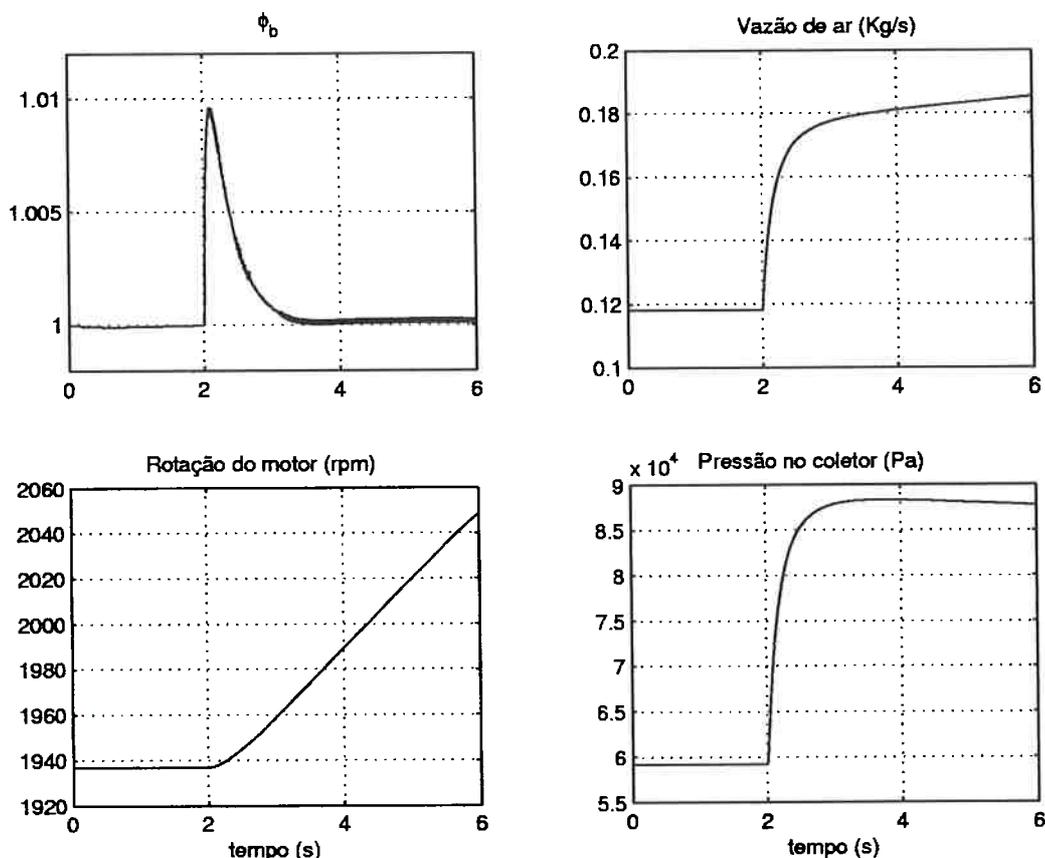


Figura 6.20: Variações da relação combustível/ar na válvula borboleta ( $\phi_b$ ), vazão de ar, rotação e pressão para um transitório de  $50^\circ$  para  $90^\circ$

Na figura 6.20 tem-se o comportamento da relação combustível/ar na válvula borboleta, da vazão de ar, da rotação do motor e da pressão no coletor. Observa-se que a relação combustível/ar  $\phi_b$  apresenta uma excursão de menos de 1% fora do valor estequiométrico. O menor desvio de  $\phi_b$  (figura 6.20) em comparação ao desvio de  $\phi_e$  (figura 6.19) se deve ao fato de que o modelo supervisor corrige o valor da injeção de combustível baseado na composição da mistura na válvula borboleta.

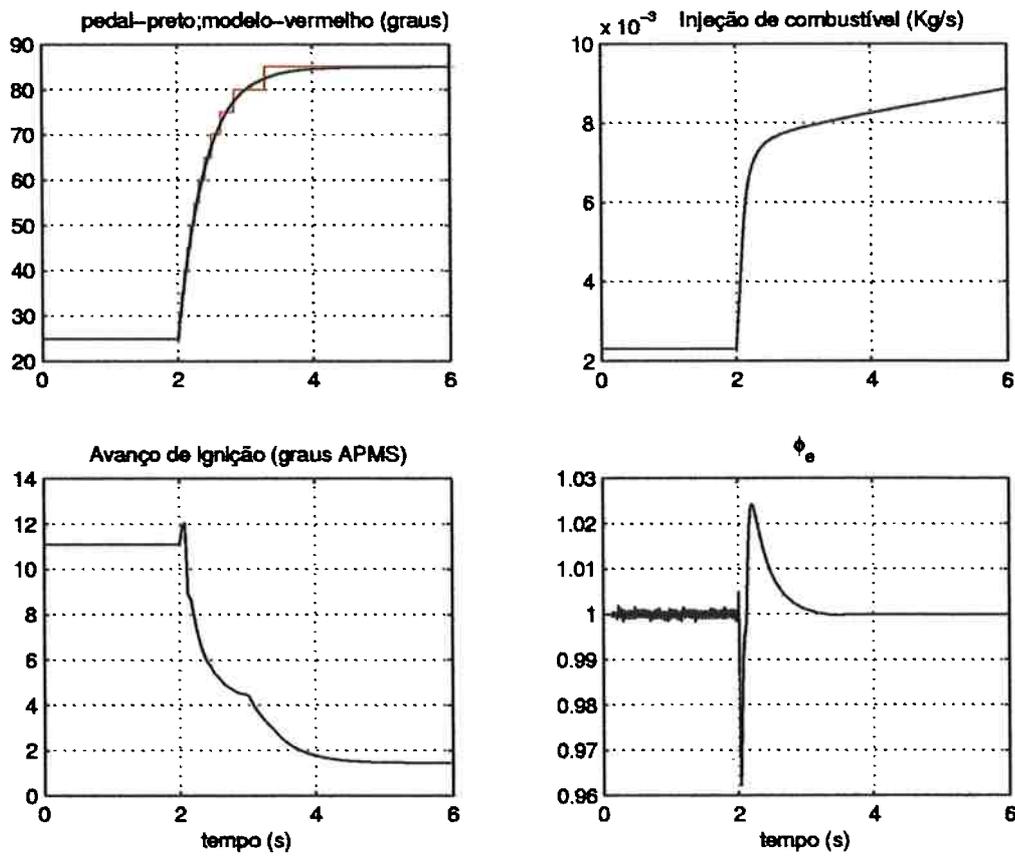


Figura 6.21: Variações do ângulo de abertura da válvula borboleta com chaveamento de modelo, injeção de combustível, avanço de ignição e relação combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ), para um transitório de 25° para 85°

Outra vantagem importante desta nova estrutura é permitir a simulação de transitórios extremamente longos, de mais de 40 graus de variação da válvula borboleta. Na figura 6.21 são apresentados os resultados de um transitório de 25 para 85 graus, ou seja, um transitório de 60 graus de variação da válvula borboleta. Pode-se observar que mesmo para esse transitório longo, a estrutura foi capaz de controlar o sistema de tal modo que  $\phi_e$  apresentou um desvio de apenas 4%, de tal forma que em menos de 1 segundo já retorna para a faixa de eficiência do catalisador.

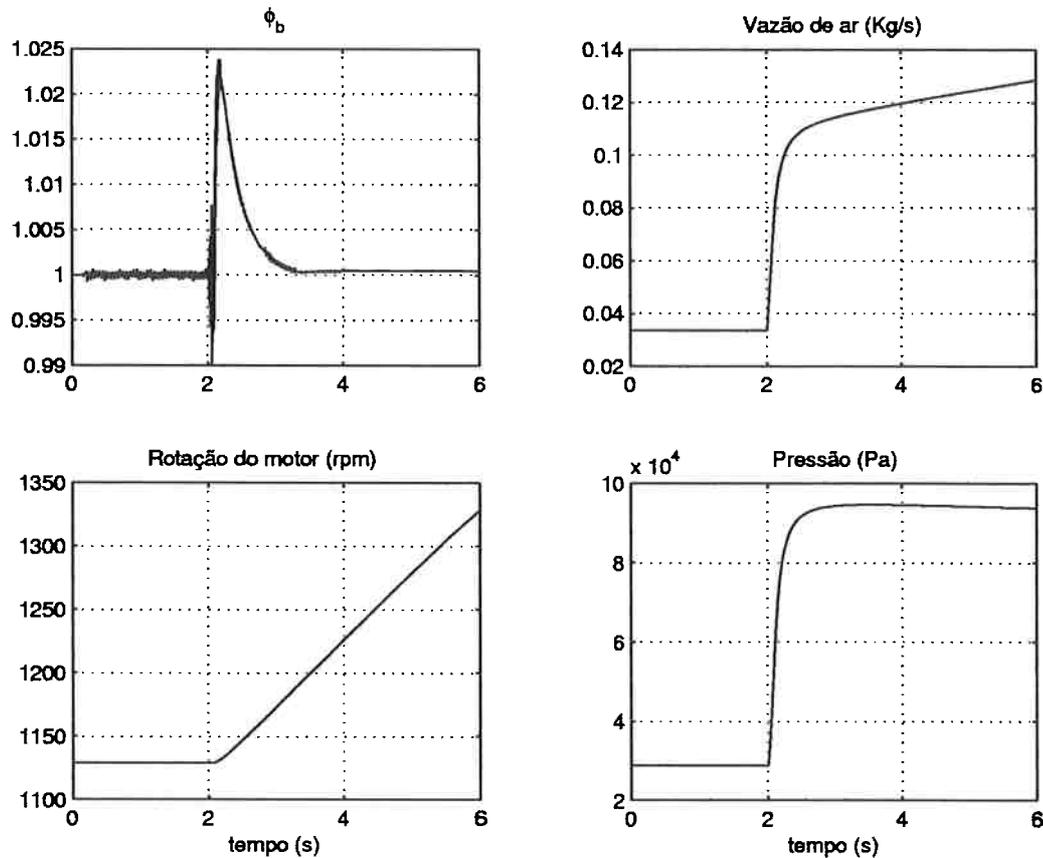


Figura 6.22: Variações da relação combustível/ar na válvula borboleta ( $\phi_b$ ), vazão de ar, rotação e pressão para um transitório de  $25^\circ$  para  $85^\circ$

Na figura 6.22 é mostrado o comportamento das variáveis  $\phi_b$ , vazão de ar, rotação do motor e pressão no coletor. Pode-se observar que o comportamento dessas variáveis refletem os bons resultados proporcionados pelo eficiente controle da composição da mistura.

## 6.5 Considerações Finais sobre o LMI

A técnica de LMI acoplada aos múltiplos modelos e à estrutura de supervisão da quantidade de combustível apresentou ótimos resultados no controle da relação combustível/ar durante transitórios de variação da válvula borboleta. Os resultados do MMLMI foram melhores que o MMLQ e MMGPC, uma vez que consegue trazer o valor da relação combustível/ar para próximo do valor estequiométrico em menor tempo. Além disso, o MMLMI apresenta menor excursão da

relação combustível/ar fora da faixa de 1% e desvio máximo. Em comparação ao MMGPC e MMLQ, o MMLMI consumiu menor tempo de simulação.

A estrutura de controle baseada no conceito de inequações matriciais lineares é uma estrutura versátil que permite várias formulações. Por exemplo, a transformação linear fracional (LFT) permite a inclusão de um modelo para incertezas na planta. Além disso, a metodologia LMI fornece uma estrutura de controle para sistemas lineares de parâmetros variáveis (LPV). Com a estrutura LPV é possível construir um controle por escalonamento de ganhos ( "gain scheduling"), onde a estrutura de controle é variante no tempo. Com isso elimina-se a necessidade da utilização do chaveamento de modelos por uma estratégia externa, o que diminui a possibilidade de instabilização do controle. A estabilidade é garantida, pois todo o desenvolvimento da estrutura por escalonamento de ganhos está inserido no contexto de otimização convexa. Diante disso, pode-se afirmar que os resultados obtidos neste capítulo apenas inauguram um estudo inicial sobre o controle baseado no conceito de inequações matriciais lineares.

# Capítulo 7

## Conclusões

O desenvolvimento da estrutura de Múltiplos Modelos possibilitou o entendimento da complexa dinâmica de um MCI, assim como a importância da tarefa de sintonizar o simulador como pré-requisito para a obtenção de bons resultados. A implementação do Método dos Múltiplos Modelos permitiu operar o simulador em faixas de operação antes inviáveis, ampliando o conhecimento do comportamento do motor e aumentando a representatividade do simulador.

A construção das funções analíticas que substituem os mapas da eficiência indicada e da ignição constituiu-se numa fase importante, haja visto que dessa maneira se definiu o melhor método para representá-los. Porém, chegar ao modelo linearizado do motor escrito na forma de espaço de estados eliminou a necessidade de identificação de modelos para o desenvolvimento de controladores, como no caso do GPC. Além disso, vale ressaltar que as equações diferenciais possibilitaram uma série de análises sobre o sistema, como o estudo dos pontos de equilíbrio, a viabilização de estratégias de controle, além de permitir a análise de estabilidade do sistema. Essa fase foi de suma importância para o entendimento do modelo com suas características particulares representadas por parâmetros que podem ser facilmente modificados para incorporar outros tipos de motores e assim, acrescentar versatilidade ao simulador.

Com o desenvolvimento do LQ se consolidou a validação do modelo linear em espaço de estados como representação da planta para efeito de desenvolvimento

de controladores. Nesta fase, ficou evidente a importância de se utilizar todo o conhecimento adquirido sobre a planta na definição das funções de desempenho.

Cada técnica apresentada neste trabalho teve suas particularidades. A formulação polinomial do controlador GPC permitiu o uso de uma estratégia de chaveamento mais inteligente, uma vez que foi possível comparar as saídas de cada um dos 17 modelos lineares e assim escolher aquele que melhor representava a dinâmica do motor naquele ponto de operação. Porém, a consequência dessa estrutura de chaveamento é um maior tempo de processamento do simulador com o MMGPC. O uso dessa estratégia mostrou que a escolha do modelo a ser utilizado pelo controlador não era baseado apenas na posição do pedal, mas também na rotação do motor. Esse comportamento se deve ao fato de que, no caso do GPC, cada modelo linearizado foi identificado baseado na carga e na rotação a que o motor está sujeito.

O controlador linear quadrático, dadas as suas características de regulador, necessitou da inclusão de outros dispositivos anexados aos múltiplos modelos afim de produzir melhores resultados. A formulação simples da lei de controle permitiu facilmente a inclusão do dispositivo "drive-by-wire", sem a necessidade de grandes mudanças no modelo. Além disso, a simplicidade da lei de controle permitiu o chaveamento por combinação convexa dos ganhos de controle, resultando em um comportamento mais uniforme de todas as variáveis e eliminando os picos indesejáveis que aparecem a cada troca de modelos. Vale destacar que o desenvolvimento da técnica do controlador linear quadrático teve como objetivo principal a validação (para efeito de controle) dos modelos lineares em espaço de estados obtidos no capítulo 3, sem a preocupação com a implementação prática desse controlador, haja visto que a lei de controle por realimentação de estados, fornecida por este método, exige o conhecimento de todos os estados, o que implicaria na prática a necessidade do uso de estimadores.

O desenvolvimento do controlador via inequações matriciais lineares foi baseado nos modelos lineares em espaço de estados. A formulação escolhida foi um controlador  $H_\infty$  onde o índice de desempenho foi minimizado utilizando as ferramentas fornecidas pelo LMI. O modelo da planta utilizado inclui uma variável de perturbação externa de tal modo que a formulação utilizada foi razoavelmente simples diante de todas as ferramentas que a técnica do LMI oferece. Por exemplo, não foram anexados modelos de incertezas, o que certamente aumentaria a robustez do controlador. Do mesmo modo, não se utilizou da poderosa formulação LPV para controladores com parâmetros variantes no tempo. Mesmo assim, o LMI mostrou ser uma técnica de controle robusta já nas primeiras simulações. No desenvolvimento dos múltiplos modelos foram investigadas diversas estratégias de chaveamento cujos resultados foram imprescindíveis para o desenvolvimento de um modelo supervisor capaz de auxiliar no controle da quantidade de combustível injetado durante os transitórios. A introdução desse modelo se baseou na experiência obtidas ao longo de todo este trabalho, onde simulações mostraram que erros na quantidade de injeção de combustível eram responsáveis pela maioria dos casos de instabilização do sistema. Além disso, a injeção de combustível afeta diretamente o objetivo de controle, ou seja, a relação combustível/ar no escape. O MMLMI anexado à estrutura para supervisionar a quantidade de combustível forneceu melhores resultados quando comparado às outras duas técnicas utilizadas.

Conforme foi descrito, cada técnica de controle exigiu a sintonização dos múltiplos modelos através de estratégias diferentes de chaveamento. Apesar do objetivo desta tese não ser fazer comparações entre os desempenhos de cada uma das técnicas desenvolvidas, a comparação é inevitável uma vez que as técnicas GPC, LQ e LMI foram aplicadas sobre uma mesma planta, ou seja, sobre um modelo simulador do ambiente de funcionamento de um motor de combustão interna. Por essa razão, faz sentido apresentar aqui um gráfico comparativo do

desempenho em controlar a razão combustível/ar dentre os melhores resultados de cada uma das três técnicas de controle apresentadas neste trabalho.

Nas figuras 7.1 e 7.2 são mostrados os resultados de algumas variáveis do motor para um transitório de 50 para 90 graus aplicado à válvula borboleta. Os controladores MMGPC, MMLQ e MMLMI são representados, respectivamente, pelas curvas em azul, verde e vermelho.

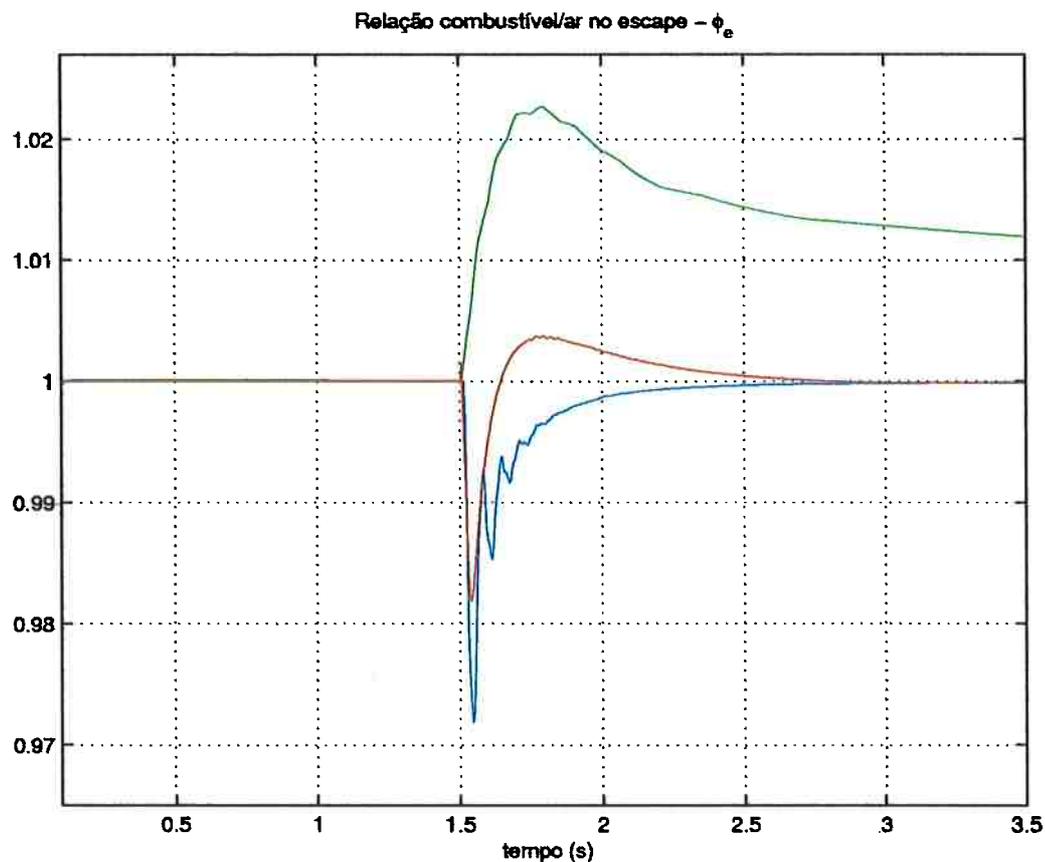


Figura 7.1: Gráfico comparativo do desempenho entre os controladores MMGPC (azul), MMLQ (verde) e MMLMI (vermelho), para controle da razão combustível/ar quando se aplica um transitório de 50° para 90°

Observa-se no gráfico da figura 7.1 que o MMLMI realmente apresentou um desempenho superior aos demais, pois conseguiu trazer o valor da razão combustível/ar no escape ( $\phi_e$ ) de volta à faixa de desvio máximo permitido em apenas 0.1 segundo. Além disso, o MMLMI permite uma excursão do valor da razão combustível/ar menor do que 2% de desvio em relação ao valor estequiométrico.

Esse é um resultado inédito no controle da relação combustível/ar em transitórios longos de 40 graus de variação da válvula borboleta.

O MMLQ apresentou o pior resultado dentre os três controladores, pois o valor da variável  $\phi_e$  demora mais do que 2.0 segundos para retornar para dentro da faixa permitida.

O GPC mostrou ser uma técnica promissora, pois o MMGPC conseguiu trazer o valor da relação combustível/ar em pouco mais de 0.2 segundo. Porém, permitiu uma excursão de aproximadamente 3% de desvio em relação ao valor estequiométrico.

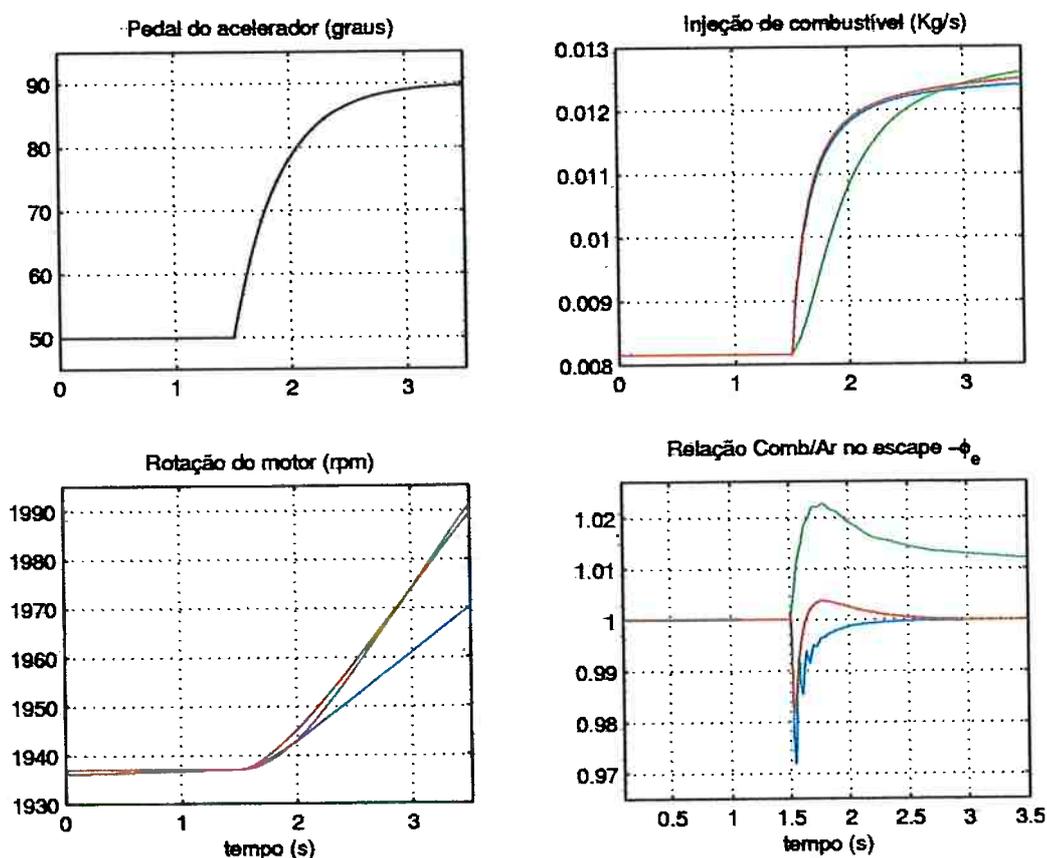


Figura 7.2: Gráfico comparativo dos valores da injeção de combustível, rotação e  $\phi_e$  dos controladores MMGPC, MMLQ e MMLMI, quando se aplica um transitório de 50° para 90°

Na figura 7.2 são apresentados os resultados das variáveis injeção de combustível e da rotação do motor para a respectiva variação do pedal do acelerador.

Pode-se observar que tanto o MMLMI como o MMLQ foram mais eficientes na aceleração do motor (gráfico da rotação) do que o MMGPC, de tal modo que 2.0 segundos após o transitório a diferença de rotação chega a 20 rpm. Obviamente esse comportamento se deve ao fato de que tanto o MMLMI como o MMLQ permitiram mistura rica (valores de  $\phi_e > 1$ ) durante um pequeno intervalo de tempo, o que aumenta o torque gerado pelo motor. Ao passo que o MMGPC durante todo o transitório trabalhou com mistura pobre ( $\phi_e < 1$ ). Ainda na figura 7.2, vale destacar que, apesar do valor da injeção de combustível no MMLQ ser menor do que no MMLMI e no MMGPC, o seu valor de  $\phi_e$  permaneceu acima do valor estequiométrico (mistura rica) durante quase todo o transitório. Isso se deve ao fato de que no MMLQ a abertura da válvula borboleta também é comandada pelo controlador (sistema "drive-by-wire").

O trabalho realizado apontou as dificuldades encontradas em projetar controladores para MCI's, onde se tornou evidente a importância de se possuir um bom modelo, dado que este é a representação da realidade e base de todo o trabalho de controle.

## 7.1 Considerações finais e sugestões para trabalhos futuros

O controlador GPC apresentou bons resultados embora sua implementação prática dependeria de uma estrutura com alta capacidade de processamento. Porém, a sua implementação não requer um grande número de sensores ou atuadores, uma vez que o GPC tem como entrada a relação combustível/ar e fornece a quantidade de combustível e o avanço de ignição. Na prática, significa que o GPC exigiria apenas sensores do tipo lambda e injetores de combustíveis.

O LQ demonstrou ser um controlador razoável, de estrutura simples, exigindo pouca capacidade de processamento, mas não foi eficiente no controle de transitórios longos e por isso necessitaria de uma investigação mais cuidadosa.

Devido à sua característica, o controlador LQ seria mais apropriado no controle de motores estacionários, sendo que a implementação prática ainda exigiria o desenvolvimento de um estimador de estados.

O controlador LMI apresentou resultados inéditos no controle de transitórios longos e possibilitou trabalhar com o simulador em toda a sua faixa de operação e com pouca capacidade de processamento. A implementação prática do LMI também seria simples como no caso do GPC, exigindo sensores lambda e injetores de combustíveis. Porém, devido ao modelo supervisor, também seria necessário um sensor de pressão, muito utilizado nos veículos atuais e conhecido como sensor MAP.

Esta tese representou a continuação de outros trabalhos desenvolvidos pelo grupo do IPT e da Escola Politécnica da USP. Apesar dos resultados inéditos obtidos, não se tem a pretensão de encerrar o estudo sobre o controle de emissões em MCI's, em vista das inúmeras áreas de pesquisas envolvidas, que apenas pela sua dimensão já justificaria novas iniciativas. Além disso, esta tese abre um outro leque de trabalhos futuros a serem realizados.

Dentre as sugestões fornecida neste trabalho, vale destacar as seguintes:

- inclusão da dinâmica dos sensores e atuadores no modelo do motor de combustão interna;
- a formulação em espaço de estados do modelo do motor foi pouco aproveitada e assim, poderia ser feita uma análise de estabilidade dos controladores;
- desenvolvimento de um controlador GPC baseado no modelo de espaço de estados, que poderia usufruir dessa formulação para uma análise matemática de robustez e estabilidade;
- reunião de todas as estratégias de chaveamento em um único controlador, buscando a sua eficiência;

- o LMI permite o desenvolvimento de controladores variantes no tempo (LPV) com escalonamento de ganhos sem a necessidade de chaveamentos externos, desse modo, essa estrutura deveria ser investigada no sentido de garantir a estabilidade do controlador ao longo de todas as trajetórias do sistema.

Este trabalho mostrou as dificuldades de um projeto de engenharia e a importância de um bom planejamento para se conseguir bons resultados. Diante disso, este trabalho mostrou que é possível o controle dos níveis de emissões em MCI's de modo a adequá-lo aos padrões exigidos pelos órgãos que regulamentam o setor e proporcionar melhor qualidade de vida nos grandes centros urbanos.

## Bibliografia

- ABIDA, J. e D. CLAUDE (1994). Spark ignition engines and pollution emission: new approaches in modeling and control. *Int. J. of Vehicle Design* **15**(3), 494–508.
- AGARWAL, A. e D. ASSANIS (2000). Multi-dimensional modeling of ignition, combustion and nitric oxide formation in direct injection natural gas engines. *SAE paper 01-1839*.
- ALASFOUR, F. N. (1998). NO<sub>x</sub> emission from a spark ignition engine using 30% iso-butanol gasoline blend: part 2 - ignition timing. *Applied Thermal Engineering* **18**(8), 609–618.
- APKARIAN, P. e P. GAHINET (1995). A convex characterization of gain-scheduled H<sub>∞</sub> controllers. *IEEE Transactions on automatic control* **40**(5), 853–864.
- APKARIAN, P., H. D. TUAN e J. BERNUSSOU (2000). Analysis, eigenstructure, assignment and H<sub>2</sub> multi-channel synthesis with enhanced LMI characterizations. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control* **2**, 1489–1494.
- APKARIAN, P., P. GAHINET e G. BECKER (1995). Self-scheduled H<sub>∞</sub> control of linear parameter-varying systems: a design example. *Automatica* **31**(9), 1251–1261.
- AQUINO, C. F. (1981). Transient A/F control characteristics of the 5 liter central fuel injection engine. *SAE paper 810494*.
- ASTRÖM, K. J. e B. WITTENMARK (1971). Problems of identification and control. *J. Math. Anal. Appl.* (34), 90–113.

- ASTRÖM, K. J. e B. WITTENMARK (1973). On self-tuning regulators. *Automatica* **9**, 185–199.
- ATHANS, M. (1978). The role of modern theory for automotive engine control. *SAE paper 780852*.
- BERECZKY, A., M. CANO-WOLF, G. HEGEDUS, A. MEGGYES e A. PENNINGER (1998). Modelling NO<sub>x</sub> emission of spark ignition engines. *Proceedings of the Conference on Mechanical Engineering, GEPESZET'98, Part 2*.
- BETT, C. J. e M. D. LEMMON (1998). Sufficient conditions for self-scheduled bounded amplitude control. *Proceedings of the American control conference, Philadelphia, PA* pp. 1210–1214.
- BETT, C. J. e M. D. LEMMON (1999). Bounded amplitude performance of switched l<sub>p</sub>v systems with applications to hybrid systems. *Automatica* **35**, 491–503.
- BIDAN, P., S. BOVERIE e J. C. MARPINARD (1994). State feedback linearizing control: application to an engine car. *IFAC 12th Triennial World Congress* **1**, 373–376.
- BIDAN, P., S. BOVERIE e V. CHAUMERLIAC (1995). Nonlinear control of a spark-ignition engine. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **3**(1), 4–13.
- BOYD, S., L. GHAOUI, E. FERON e V. BALAKRISHNAN (1994). Linear matrix inequalities in system and control theory. *SIAM, Philadelphia*.
- BRANDT, E. P., Y. WANG e J. W. GRIZZLE (2000). Dynamic modeling of a three-way catalyst for SI engine exhaust emission control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **8**(5), 767–776.
- BRANICKY, M. S. (1998). Multiple lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **43**, 475–482.

- BUTTS, K. R., N. SIVASHANKAR e J. SUN (1999). Application of  $L_1$  optimal control to the engine idle speed control problem. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **7**(2), 258–270.
- CALAFIORE, G. e B. POLYAK (2000). Fast algorithms for exact and approximate feasibility of robust LMI's. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control* **5**, 5035–5040.
- CAMPO, P. J. e M. MORARI (1987). Robust model predictive control. *Proceedings of the 1987 American Control Conference* pp. 1021–1026.
- CARNEVALE, C. e M. HADJI (1998). Cylinder to cylinder AFR control with an axisymmetric exhaust manifold in a GDI system. *International Congress and Exposition, Detroit USA, SAE paper 981065*.
- CASSIDY, J. F., M. ATHANS e W-H. LEE (1980). On the design of electronic automotive engine controls using linear quadratic control theory. *IEEE Transactions on Automatic Control* **AC-25**(5), 901–912.
- CHANG, C.-F., N. P. FEKETE, A. AMSTUTZ e J. D. POWELL (1995). Air-fuel ratio control in spark-ignition engines using estimation theory. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **3**(1), 22–31.
- CHOI, S. B. e J. K. HEDRICK (1998). An observer-based controller design method for improving air/fuel characteristics of spark ignition engines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **6**(3), 325–334.
- CHOW, A. e M. L. WYSZYNSKI (1999). Thermodynamic modeling of complete engine system - a review. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Journal of Automobile Engineering*.
- CHOW, C.-M., A. G. KUZNETSOV e D. W. CLARKE (1998). Successive one-step-ahead predictions in multiple model predictive control. *International Journal of Systems Science* **29**(9), 971–979.
- CLARKE, D. W. (1984). Self-tuning control of nonminimum-phase systems. *Automatica* **20**(5), 501–517.

- CLARKE, D. W., C. MOHTADI e P. S. TUFFS (1987a). Generalized predictive control - part I: The basic algorithm. *Automatica* **23**(2), 137–148.
- CLARKE, D. W., C. MOHTADI e P. S. TUFFS (1987b). Generalized predictive control - part II: Extensions and interpretations. *Automatica* **23**(2), 149–160.
- CLARKE, D. W. e C. MOHTADI (1989). Properties of generalized predictive control. *Automatica* **25**(6), 859–875.
- CLARKE, D. W. et al. (1983). Offset problem and k-incremental predictors in self-tuning control. *IEE Proceedings D*.
- CLARKE, D. W., P. P. KANJILAL e C. MOHTADI (1985a). A generalized LQG approach to self-tuning control. part I: Aspects of design. *Int. J. Control* **41**(6), 1509–1523.
- CLARKE, D. W., P. P. KANJILAL e C. MOHTADI (1985b). A generalized LQG approach to self-tuning control. part II: Implementation and simulation. *Int. J. Control* **41**(6), 1525–1544.
- COOLEY, B. L., J. H. LEE e S. P. BOYD (1998). Control-relevant experiment design: A plant-friendly, LMI- based approach. *Proceedings of the American Control Conference, Philadelphia, Pennsylvania*.
- COPP, D. G., K. J. BURNHAM e F. P. LOCKETT (1998). Model comparison for feedforward air/fuel ratio control. *IEE Conference Publication Proceedings of the 1998 International Conference on Control* (455, Part 1), 670–675.
- CUTLER, C. R. e B. L. RAMAKER (1979). Dynamic matrix control - a computer control algorithm. *AIChE 86<sup>th</sup> National Meeting, Houston, TX*.
- DICKEY, D. W., T. W. RYAN e A. C. MATHEAUS (1998). NO<sub>x</sub> control in heavy-duty engines - what is the limit?. *International Congress and Exposition, Detroit, USA, SAE paper 980174*.
- DODGE, L. G., J. T. KUBESH, D. W. NAEGELI e P. F. CAMPBELL (1998). Modeling NO<sub>x</sub> emissions from lean-burn natural gas engines. *SAE paper 981389*.

- EURIPEDES, G. O. N. (1997). **Detecção Robusta de Falhas usando Inequações Matriciais Lineares**. 114p. Tese(Livre Docência)- Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2001.
- EVANS, R. L. e J. BLASZCZYK (1997). A comparative study of the performance and exhaust emissions of a spark ignition engine fuelled by natural gas and gasoline. *Proc. Instn. Mech. Engrs.* **211**, 39–47.
- FACCIOLO, F. e O. QUELENIS (1995). Automotive drive by wire system. *Congresso da Associação de Engenharia Automotiva, São Paulo*.
- FERNANDES, A. A. (2001). Modelos e estratégias de controle para um simulador dinâmico de motores de combustão interna movidos a gás natural. *Trabalho de Graduação. Departamento de Engenharia Mecânica, EPUSP*.
- FINLEY, B. E. e T. A. DALY (1999). A three year comparison of natural gas and diesel transit buses. *SAE paper 01-3738*.
- FISCHER, M., O. NELLES e R. ISERMANN (1998). Predictive control based on local linear fuzzy models. *International Journal of Systems Science* **29(7)**, 679–697.
- FLEURY, A. T. e F. S. FREITAS JR (2000). Projeto de controladores GPC para controle da relação ar/combustível em motores de combustão interna movidos a gás natural. Conem2000 - Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Natal (CD ROM).
- FLEURY, A. T. e J. A. LOPES (1994). Considerações sobre as abordagens de controle ao problema da redução de emissões em motores de combustão interna a gás natural. *10º Congresso Brasileiro de Automática* pp. 488–493.
- FLEURY, A. T., F. I. YOSHINO e F. HAYASHI (1999a). Natural gas internal combustion engines control using predictive controllers and multiple models. *DINAME99/8th International Conference on Dynamic Problems of Mechanics, Rio de Janeiro*.
- FLEURY, A. T., F. S. FREITAS JR e J. A. LOPES (1999b). A comparison between different generalized predictive control strategies for air/fuel ratio control

in natural gas internal combustion engines. *Eurodiname'99 Proceedings of the Dynamic Problems in Mechanics and Mechatronics, Reisingburg, Germany* pp. 63–69.

- FLEURY, A. T., J. A. LOPES, N. R. MOSCATI, F. E. B. NIGRO e M. A. TRIELLI (1997). Modeling and simulation results for a natural gas internal combustion engine coupled to a hydraulic dynamometer. *J. of the Brz. Soc. Mechanical Sciences*.
- GANGOPADHYAY, A. e P. H. MECKL (2001a). Extracting physical parameters from system identification of a natural gas engine. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 9(3), 425–434.
- GANGOPADHYAY, A. e P. MECKL (2001b). Multivariable PI tuning for disturbance rejection and application to engine idle speed control simulation. *Int. J. Control* 74(10), 1033–1041.
- GANT, G. C. e G. J. ALVES (1990). Progress in electronic control of large diesel engines. *Transaction of the ASME*.
- GLASS, J. W. e M. A. FRANCKE (1997). NARMAX modeling and robust controller design for internal combustion engines. *ASME Dynamic Systems and Control Division, International Mechanical Engineering Congress and Exposition*.
- GRAHAM, C. G. e S. S. KWAI (1984). *Adaptive filtering prediction and control*. Prentice-Hall Inc.
- GREEN, C. J. e J. S. WALLACE (1989). Electrically actuated injectors for gaseous fuels. *Society of Automotive Engineers SAE paper 892143*.
- GREGASZ, A., P. BRULLER, A. MEGGYES e A. PENNINGER (1998). Influence of the electronic control to the internal combustion engines. *Proceedings of the Conference on Mechanical Engineering, GEPESZET'98, Part 2* pp. 28–29.
- GUZZELLA, L. e A. AMSTUTZ (1998). Control of diesel engines. *IEEE Control Systems Magazine* 18(5), 53–71.

- HANSSON, A. e L. VANDENBERGHE (2000). Efficient solution of linear matrix inequalities for integral quadratic constraints. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control* **5**, 5033–5034.
- HEDRICK, J. K., S. B. CHOI e M. WON (1998). Air-to-fuel ratio control of spark ignition engines using gaussian network sliding control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **6**(5), 678–687.
- HELMERSSON, A. (1996). Application of real- $\mu$  gain scheduling. *Proceedings of the 35th Conference dec. and control, Kobe, Japan* pp. 1666–1671.
- HENDRICKS, E. e S. C. SORENSON (1990). Mean value modeling of spark ignition engines. *Society of Automotive Engineers SAE paper 9006161*.
- HENSON, M. A. (1998). Nonlinear model predictive control: Current status and future directions. *Computers Chem. Eng.* **23**(2), 187–202.
- HEYWOOD, J. B. (1988). *Internal combustion engine fundamentals*. McGraw-Hill.
- HUANG, J. e W. J. RUGH (1990). On a nonlinear multivariable servomechanism problem. *Automatica* **26**, 963–972.
- IZUKA, J. H. e W. A. S. GRAMIGNA (1998). Introdução de modelo de turbo-compressor, sensor lambda e recirculação de gases de escape para avaliação de estratégias de controle em um motor de combustão interna a gás. *Trabalho de graduação, Parte I. Departamento de Engenharia Mecânica, EPUSP* p. 25.
- JONES, V. K. (1995). Identification and air-fuel ratio control of a spark ignition engine. *IEEE Transaction on Control System Technology* **3**(1), 14–21.
- KAJIWARA, H., P. APKARIAN e P. GAHINET (1999). LPV techniques for control of an inverted pendulum. *IEEE Control Systems Magazine* **19**(1), 44–54.
- KAMARKAR, N. (1984). A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica* **4**, 373–395.

- KAMINER, I., A. M. PASCAL, P. P. KHARGONEKAR e E. E. COLEMAN (1995). A velocity algorithm for the implementation of gain-scheduled controllers. *Automatica* **31**, 1185–1192.
- KAO, C., M. RAVURI e MEGRETSKI (2000). Control synthesis with dynamic integral quadratic constraints - LMI approach. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control* **2**, 1477–1482.
- KAO, M. e J. J. MOSKWA (1995*a*). Turbocharged diesel engine modeling for nonlinear engine control and state estimation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control* **117**(1), 20–30.
- KAO, M. H. e J. J. MOSKWA (1995*b*). Nonlinear diesel engine control and cylinder pressure observation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME* **117**(2), 183–192.
- KIENCKE, U. (1988). A view of automotive control systems. *IEEE Control Systems Magazine* **8**(4), 11–19.
- KIM, Y. W., G. RIZZONI e V. UTKIN (1998). Automotive engine diagnosis and control via nonlinear estimation. *IEEE Control Systems Magazine* **18**(5), 84–99.
- KING, D. H. e G. R. WATSON (2000). *Computadorized engine control*. fifth edition ed.. DELMAR - Thomson Learning.
- KODAH, Z. H., H. S. SOLIMAN, M. A. QUDAIS e Z. A. JAHMANY (2000). Combustion in a spark-ignition engine. *Applied Energy* **66**(3), 237–250.
- KOTHARE, M. V., V. BALAKRISHNAN e M. MORARI (1996). Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities. *Automatica* **32**(10), 1361–1379.
- KUCERA, V. (1993). Diophantine equations in control - a survey. *Automatica* **29**(6), 1361–1375.

- KURAOKA, H., N. OHKA, M. OHBA, S. HOSOE e F. ZHANG (1990). Application of H-infinity design to automotive fuel control. *IEEE Control Systems Magazine* **10**(3), 102–106.
- LASSERRE, J. B. (2000). Convergent LMI relaxations for nonconvex quadratic programs. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control* **5**, 5041–5046.
- LEE, B. J., Y. W. KIM e D. CHO (1994a). Engine throttle control using anticipatory band in the sliding phase. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **1**(4), 280–284.
- LEE, J. H. e B. L. COOLEY (2000). Min-max predictive control techniques for a linear state-space system with a bounded set of input matrices. *Automatica* **36**(3), 463–473.
- LEE, J. H., N. MORARI e C. E. GARCIA (1994b). State-space interpretation of model predictive control. *Automatica* **30**(4), 707–717.
- LEE, S. H. e J. T. LIM (1997). Fast gain scheduling on tracking problems using derivative information. *Automatica* **33**, 2265–2268.
- LEE, S.-H. e J.-T. LIM (2000). Switching control of  $H_\infty$  gain scheduled controllers in uncertain nonlinear systems. *Automatica* **36**, 1067–1074.
- LEMMON, M. D. e C. J. BETT (1998). Safe implementations of supervisory commands. *International Journal of Control* **70**, 271–288.
- LEONHARDT, S., N. MÜLLER e R. ISERMANN (1999). Methods for engine supervision and control based on cylinder pressure information. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **4**(3), 235–244.
- LI, S., K. Y. LIM e D. G. FISHER (1989). A state space formulation for model predictive control. *AIChE Journal* **35**(2), 241–249.
- LI, X. e S. YURKOVICH (2001). Sliding mode control of delayed systems with application to engine idle speed control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **9**(6), 802–810.

- LI, Z. G., C. Y. WEN e Y. C. SOH (2001). Switched controllers and their applications in bilinear systems. *Automatica* **37**, 477–481.
- LOPES, J. A. (1996). **Um controlador preditivo generalizado (GPC) aplicado ao problema de controle da relação ar-combustível em motores ciclo Otto, operando com gás natural, com vistas em redução de emissões.** Dissertação(Mestrado) Escola Politécnica, USP. São Paulo,1996.
- LOPES, J. A. e A. T. FLEURY (1995). A dynamic model for fuel injection/ignition control of natural gas internal combustion engines. *5th DYNAMES/Symposium on Dynamic Problems of Mechanics* pp. 57–60.
- LU, W. W. e G. J. BALAS (1995). Robust, gain-scheduled control design of a lightly damped plant. *Proceedings of the 34th conference dec. and control, New Orleans, LA* pp. 2694–2695.
- LUEDERS, H. e P. STOMMEL (1999). Diesel exhaust treatment new approaches to ultra low emission diesel vehicles. *International Congress and Exposition, Detroit.*
- MAYNE, D. Q., J. B. RAWLINGS, C. V. RAO e P. O. M. SCOKAERT (2000). Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica* **36**(6), 789–814.
- MILLER, D. E. e E. J. DAVISON (1989). An adaptive controller which provides lyapunov stability. *IEEE Transactions on Automatic Control* **34**, 599–609.
- MISAWA, E. A. e J. K. HEDRICK (1989). Nonlinear observers - a state of the art survey. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions ASME* **111**(3), 344–352.
- MORARI, M. e J. H. LEE (1999). Model predictive control: past, present and future. *Computers Chem. Engng.* **23**, 667–682.
- MORSHEDI, A. M., C. R. CUTLER e T. A. SKROVANEK (1985). Optimal solution of dynamic matrix control with linear programming techniques (ldmc). *Proc. Am. Control Conf., Boston, MA* pp. 199–208.

- MOSKWA, J. J. (1993). Sliding mode control of automotive engines. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME* **115**(4), 687–693.
- MOSKWA, J. J. e J. K. HEDRICK (1992). Modeling and validation of automotive engines for control algorithm development. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME* **114**(2), 278–285.
- MOSKWA, J. J. e R. W. WEEKS (1995). Automotive engine modeling for real-time control using Matlab/Simulink. *Society of Automotive Engineers SAE paper 950417*.
- MOSKWA, J., W. WANG e D. BUCHEGER (1998). New methodology for engine diagnostics and control utilizing synthetic engine variables: Theoretical and experimental results. *DSC Dynamic Systems and Control Division Proceedings of the 1998, ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition* **64**, 15–20.
- MUTHA, R. K., W. R. CLUETT e A. PENLIDIS (1997). Nonlinear model-based predictive control of control nonaffine systems. *Automatica* **33**(5), 907–913.
- NESTEROV, Y. e A. NEMIROVSKY (1994). Interior-point polynomial methods in convex programming. *SIAM, Philadelphia*.
- PELETIES, P. e R. DECARLO (1991). Asymptotic stability of m-switched systems using lyapunov-like functions. *Proceedings of the American control conference, Boston* pp. 1679–1684.
- PILLEY, A. D., A. D. NOBLE, A. J. BEAUMONT, J. R. NEEDHAM e B. C. PORTER (1989). Optimization of heavy-duty diesel engine transient emissions by advanced control of a variable geometry turbocharger. *SAE paper 890395*.
- POWELL, J. D., N. P. FEKETE e C. F. CHANG (1998). Observer-based air-fuel ratio control. *IEEE Control Systems Magazine* **18**(5), 72–83.
- POWERS, W. F. e D. HROVAT (1988). Computer control systems for automotive power trains. *IEEE Control Systems Magazine* **8**(4), 3–10.

- PRETT, D. M. e R. D. GILLETTE (1980). Optimization and constrained multivariable control of a catalytic cracking unit. *Proc. Automatic Control Conf., San Francisco, CA.*
- RICHALET, J., A. RAULT, J. L. TESTUD e J. PAPON (1978). Model predictive heuristic control: applications to industrial processes. *Automatica* **14**(5), 413–428.
- RIZZONI, G. e ZHANG (1994). Identification of a non-linear internal combustion engine model for on-line indicated torque estimation. *Mechanical Systems and Signal Processing (Academic Press)* pp. 275–286.
- ROSSI, C., A. TILLI e A. TONIELLI (2000). Robust control of a throttle body for drive by wire operation of automotive engines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **8**(6), 993–1002.
- RUGH, W. J. (1991). Analytical framework for gain scheduling. *IEEE Control Systems Magazine* **11**, 79–84.
- SAFARI-SHAD, N. e M. TAKABE (1997). Refined robust stability analysis of a spark ignition engine model. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **5**(2), 261–265.
- SERRANO, J. R., F. PAYRI e E. REYES (1999). A model for load transients of turbocharged diesel engines. *International Congress and Exposition, Detroit, USA.*
- SHAYLER, P. J., J. CHICK, N. J. DARNTON e D. EADE (1999). Generic function for fuel consumption and engine-out emissions of HC, CO and NO<sub>x</sub> of spark-ignition engines. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Journal of Automobile Engineering.*
- SHIAO, Y., C. PAN e J. J. MOSKWA (1994). Advanced dynamic spark ignition engine modeling for diagnostics and control. *International Journal of Vehicle Design* **15**(6), 578–596.

- SIVRIOGLU, S. e K. NONAMI (1996). LMI approach to gain scheduled H infinity control beyond PID control for gyroscopic rotor-magnetic bearing system. *Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control, Kobe-Japan* pp. 3694–3699.
- SLOTINE, J. J., J. K. HEDRICK e E. A. MISAWA (1986). On sliding observers for nonlinear systems. *Proceedings of the American Control Conference* pp. 1794–1800.
- STEFANOPOULOU, A. G., I. KOLMANOVSKY e J. S. FREUDENBERG (2000). Control of variable geometry turbocharged diesel engines for reduced emissions. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **8**(4), 733–744.
- SU, T. J., C. Y. LU e G. J. JONG (2000). An LMI approach for robust stability of linear uncertain systems with time-varying multiple state delays. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control* **2**, 1507–1508.
- SURESHBABU, N. e W. J. RUGH (1995). Output regulation with derivative information. *IEEE Transactions Automatic Control* **40**, 1755–1766.
- TILAGONE, R., G. MONNIER, A. SATRE, Y. LENDRESSE, J. PERSONNAZ, D. CULLERIER e F. TURNIN (2000). Development of a lean-burn natural gas-powered vehicle based on a direct-injection diesel engine. *SAE paper 2000-01-1950*.
- TSENG, T. C. (1997). **An adaptive approach to air/fuel ratio control for spark-ignition engines**. 164p. Tese(Doutorado)- Massachusetts Institute of Technology, 1997.
- TUAN, H. D., E. ONO, P. APKARIAN e S. HOSOE (2001). Nonlinear  $H_\infty$  control for an integrated suspension system via parametrized linear matrix inequality characterizations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **9**(1), 175–185.
- TUFFS, P. S. e D. W. CLARKE (1985). Self-tuning control of offset: a unified approach. *IEE Proceedings D* **132**(3), 100–110.

- UTHAICHANA, K. (2001). State-feedback control for diesel engine using LMI. *Presentation of Diesel Engines Control, Purdue University*. <http://www.ece.purdue.edu/ragu/695R/reports/reports01/projects.html>.
- VACHTSEVANOS, G. (1994). Idle speed control of an automotive engine using a systematic fuzzy logic methodology. *IFAC 12th Triennial World Congress* 1, 377–381.
- WEEKS, R. W. e J. J. MOSKWA (1995). Transient air flow rate estimation in a natural gas engine using a nonlinear observer. *SAE paper 940759*.
- WILLEMS, J. C. (1971). Least squares stationary optimal control and the algebraic riccati equation. *IEEE Transactions on Automatic Control* 16(6), 621–634.
- WILLEMS, J. C. (1972a). Dissipative dynamical systems, part I: general theory. *Arch. Rational Mech. Anal.* 45, 321–351.
- WILLEMS, J. C. (1972b). Dissipative dynamical systems, part II: linear systems with quadratic supply rates. *Arch. Rational Mech. Anal.* 45, 352–393.
- WON, M., S. B. CHOI e J. K. HEDRICK (1998). Air-to-fuel ratio control of spark ignition engines using gaussian network sliding control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 6(5), 678–687.
- WU, F. e K. M. GRIGORIADIS (1997). LPV systems with parameter-varying time delays. *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control* pp. 966–971.
- YOSHINO, F.J. e F. HAYASHI (1997). Controle transitório de motores a gás utilizando múltiplos modelos. *Trabalho de Graduação. Departamento de Engenharia Mecânica, EPUSP*.
- ZHANG, D. e S. H. FRANKEL (1998). A numerical study of natural gas combustion in a lean burn engine. *Fuel* 77(12), 1339–1347.
- ZHOU, K. e J. C. DOYLE (1998). *Essentials of robust control*. Prentice-Hall Inc.