

FERNANDO CÉZAR DE MATTOS

**Otimização do Dimensionamento Estrutural em Máquinas para a
Fabricação de Papel e Celulose - Determinação da Concentração de
Tensões em Pontas de Eixo de Rolos Pressionadores**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para a obtenção do
título de Mestre em Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica

Orientador:
Prof. Dr. Ronaldo de Breyne Salvagni

São Paulo
1995

Universidade de São Paulo
Biblioteca da Escola Politécnica

OK

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Ronaldo de Breyne Salvagni, pelas diretrizes, apoio nos momentos críticos, e principalmente pelo rigor e critério que só fizeram melhorar a qualidade dos resultados obtidos.

Ao Prof. Marcelo Massarani, amigo e sócio, pelo apoio e sugestões sempre muito oportunas.

Aos familiares e amigos, que ao longo destes anos, tem dado total apoio e incentivo, especialmente nas fases mais críticas do presente trabalho.

DEDALUS - Acervo - EPMN



31600010051

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

RESUMO

"ABSTRACT "

1. INTRODUÇÃO	1
2. ESCOPO DO TRABALHO	3
2.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....	3
2.1.1 Conceitos de Projeto.....	3
2.1.2 Projeto de componentes - revisão de conceitos	4
2.1.3 Projeto de máquinas para a indústria papeleira	11
2.1.4 O problema em questão	16
2.2 SITUAÇÃO ATUAL DE ABORDAGEM.....	19
2.3 OBJETIVO DO TRABALHO.....	21
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
3.1 SÍNTESE DAS OBRAS CONSULTADAS	23
3.2 RESULTADOS DA PESQUISA	37
3.2.1 Evolução histórica das pesquisas	37
3.2.2 Tendências do assunto	39
4. ABORDAGEM DO PROBLEMA	40
4.1 MODELAMENTO DE UM PROBLEMA REAL.....	40
4.2 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO PROJETO MECÂNICO.....	41
4.1.1 Limitações ao emprego do método.....	42

4.1.2	Objetivo de uma análise por elementos finitos	43
4.1.3	Modelo numérico usando elementos finitos	43
4.1.4	Cuidados básicos na construção do modelo	45
4.3	PROCEDIMENTOS DE ABORDAGEM	52
4.4	GEOMETRIAS DE INTERESSE	55
4.5	DEFINIÇÃO DOS MODELOS USADOS NOS PROCESSAMENTOS	58
4.5.1	Modelo físico do problema	59
4.5.3	Modelo numérico do problema	62
5.	RESULTADOS	71
5.1	CASOS COM RELAÇÃO DE DIÂMETROS $D/d = 1,67$	72
5.1.1	Resultados para $r / d = 0,02$	74
5.1.2	Resultados para $r / d = 0,05$	79
5.1.3	Resultados para $r / d = 0,083$	84
5.2	CASOS COM RELAÇÃO DE DIÂMETROS $D/d = 3$	90
5.2.1	Resultados para $r / d = 0,02$	91
5.2.2	Resultados para $r / d = 0,05$	96
5.2.3	Resultados para $r / d = 0,083$	101
5.3	CASOS COM RELAÇÃO DE DIÂMETROS $D/d = 5$	107
5.3.1	Resultados para $r / d = 0,02$	108
5.3.2	Resultados para $r / d = 0,05$	113
5.3.3	Resultados para $r / d = 0,083$	118
6.	ANÁLISE DOS RESULTADOS	124
6.1	DISCUSSÃO	124
6.1.1	Efeito da geometria no valor de Kt	124
6.1.2	Análise do campo de tensões	132
6.1.3	Comparação com resultados disponíveis	134
6.2	CONCLUSÕES	136

7. TRABALHOS FUTUROS	137
8. BIBLIOGRAFIA CONSULTADA	139
8.1 BIBLIOGRAFIA PRINCIPAL	139
8.2 OUTRAS OBRAS NO ASSUNTO.....	143
APÊNDICE	

LISTA DE FIGURAS

Fig. 2.1 - Elementos prismáticos - Peterson [11]	5
Fig. 2.2 - Efeito de singularidades geométricas sobre as tensões - Peterson [11]	6
Fig. 2.3 - Singularidades de elementos mecânicos comuns - Peterson [11]	6
Fig. 2.4 - Índice de sensibilidade ao entalhe versus raio do entalhe - Peterson [11]	9
Fig. 2.5 - Setor de prensas de uma máquina de papel - extraído de des. de fabricante	12
Fig. 2.6 - Arranjo dos rolos de pressão em uma prensa de máquina de papel - extraído de des. de fabricante	13
Fig. 2.7 - Detalhe de 2 rolos de pressão em posição de trabalho - extraído de des. de fabricante	13
Fig. 2.8 - Fixação da ponta de eixo na camisa do rolo de pressão - extraído de des. de fabricante	14
Fig. 2.9 - Esquema de operação de rolos pressionadores	17
Fig. 2.10 - Dimensões características para a Tabela 2.1	20
Fig. 3.1 - Parâmetros geométricos de um eixo com ressalto	27
Fig. 3.2 - Evolução históricas das pesquisas sobre concentração de tensões	38
Fig. 4.1 - Coordenadas dos nós internos.....	46
Fig. 4.2 - Coordenadas generalizadas para o elemento sólido.....	49
Fig. 4.3 - Procedimento de abordagem de problemas de estruturas	53
Fig. 4.4 - Procedimento para construção de modelo numérico de elementos finitos	54
Fig. 4.5 - Detalhes da geometria de uma ponta de eixo de rolo de pressão	55
Fig. 4.6 - Dimensões que definem a geometria da região de interesse da ponta de eixo.....	57
Fig. 4.7 - Simplificações da geometria do modelo	59
Fig. 4.8 - Modelo de elementos finitos de eixo estudado por Allison [23]	65
Fig. 4.9 - Simplificação quanto à condição de contorno - extremidade engastada	65
Fig. 4.10 - Mapa de tensões (σ_y) para o caso de $r = 3,81$ mm	68

Fig. 4.11 - Mapa de tensões (σ_y) para o caso de $r = 6,32$ mm	69
Fig. 4.12 - Mapa de tensões (σ_y) para o caso de $r = 1,52$ mm	69
Fig. 4.13 - Resultados do estudo de convergência: raios $r = 3,81$ mm e $r = 6,82$ mm	70
Fig. 5.1 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica	75
Fig. 5.2 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ	75
Fig. 5.3 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$	76
Fig. 5.4 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$	76
Fig. 5.5 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica	77
Fig. 5.6 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ	78
Fig. 5.7 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$	78
Fig. 5.8 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$	79
Fig. 5.9 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica	80
Fig. 5.10 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ	80
Fig. 5.11 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D =$ $0,10$	81
Fig. 5.12 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$	81
Fig. 5.13 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica	82
Fig. 5.14 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ	83
Fig. 5.15 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D =$ $0,15$	83
Fig. 5.16 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$	84
Fig. 5.17 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica	85
Fig. 5.18 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ	85
Fig. 5.19 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D =$ $0,10$	86
Fig. 5.20 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$	86

Fig. 5.21 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica	87
Fig. 5.22 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ	88
Fig. 5.23 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$	88
Fig. 5.24 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$	89
Fig. 5.25 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica	92
Fig. 5.26 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ	92
Fig. 5.27 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$	93
Fig. 5.28 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$	93
Fig. 5.29 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica	94
Fig. 5.30 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ	95
Fig. 5.31 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$	95
Fig. 5.32 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$	96
Fig. 5.33 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica	97
Fig. 5.34 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ	97
Fig. 5.35 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$	98
Fig. 5.36 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$	98
Fig. 5.37 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica	99
Fig. 5.38 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ	100
Fig. 5.39 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ	100
Fig. 5.40 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$	101
Fig. 5.41 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica	102
Fig. 5.42 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ	102
Fig. 5.43 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$	103
Fig. 5.44 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$	103
Fig. 5.45 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica	104

Fig. 5.45 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ.....	105
Fig. 5.47 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$	105
Fig. 5.48 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$	106
Fig. 5.49 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica	109
Fig. 5.50 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ	109
Fig. 5.51 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$	110
Fig. 5.52 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$	110
Fig. 5.53 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica	111
Fig. 5.54 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ	112
Fig. 5.55 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$	112
Fig. 5.56 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$	113
Fig. 5.57 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica	114
Fig. 5.58 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ	114
Fig. 5.59 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$	115
Fig. 5.60 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$	115
Fig. 5.61 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica.....	116
Fig. 5.62 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ	117
Fig. 5.63 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$	117
Fig. 5.64 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$	118
Fig. 5.65 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica.....	119
Fig. 5.66 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ.....	119
Fig. 5.67 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$	120
Fig. 5.68 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$	120
Fig. 5.69 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica.....	121
Fig. 5.70 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ.....	122
Fig. 5.71 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$	122

Fig. 5.72 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$	123
Fig. 6.1 - Gráfico de resultados para relação de diâmetros $D / d = 1,67$	125
Fig. 6.2 - Gráfico de resultados para relação de diâmetros $D / d = 3$	126
Fig. 6.3 - Gráfico de resultados para relação de diâmetros $D / d = 5$	127
Fig. 6.4 - Gráfico de resultados para relação entre a espessura e o diâmetros do flange $s / D = 0,10$	129
Fig. 6.5 - Gráfico de resultados para relação entre a espessura e o diâmetros do flange $s / D = 0,15$	130
Fig. 6.6 - Resultados do presente x Allison [23]	135

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Estudos de concentração de tensões	21
Tabela 4.1 - Estudo de convergência para modelo com raio de 3,81 milímetros	67
Tabela 4.2 - Estudo de convergência para modelo com raio de 6,32 milímetros	67
Tabela 4.3 - Estudo de convergência para modelo com raio de 1,52 milímetros	68
Tabela 5.1 - Modelos usados nos processamentos com $D / d = 1,67$	73
Tabela 5.2 - Resultados para $D / d = 1,67$	74
Tabela 5.3 - Modelos usados nos processamentos com $D / d = 3$	90
Tabela 5.4 - Resultados para $D / d = 3$	91
Tabela 5.5 - Modelos usados nos processamentos com $D / d = 5$	107
Tabela 5.6 - Resultados para $D / d = 5$	108
Tabela 6.1 - Interpolação polinomial dos resultados	131
Tabela 6.2 - Resumo dos resultados quanto à posição da máxima tensão	133
Tabela 6.3 - Resultados do presente x Hardy [29]	135

LISTA DE SÍMBOLOS

S_t	limite de resistência do material
S_y	limite de escoamento do material
K_t	fator teórico de concentração de tensões para tensões normais
K_{ts}	fator teórico de concentração de tensões para tensões de cisalhamento
$\sigma_{\text{máx}}$	máxima tensão normal
σ_{nom}	tensão normal nominal
$\tau_{\text{máx}}$	máxima tensão de cisalhamento
τ_{nom}	tensão nominal de cisalhamento
K_f	fator efetivo de concentração de tensões
q	índice de sensibilidade do material
M_f	momento fletor
F_{mancal}	reação de apoio no mancal do eixo
b	braço do momento
ϕ	diâmetro
D	diâmetro maior de um eixo com ressalto ou diâmetro do flange
d	diâmetro menor de um eixo com ressalto ou diâmetro de um eixo prismático
W	largura maior de uma placa com ressalto
w	largura menor de uma placa com ressalto
L ou H	comprimento de um eixo com diâmetro D ou de uma placa de largura W
l	comprimento de um eixo com diâmetro d ou de uma placa de largura w
s	espessura do flange

R ou r	raio do entalhe, de concordância ou de transição
h	altura do ressalto de um eixo
n el	número de els. finitos dispostos sobre um raio "r"
u, v e w	componentes de deslocamentos
X, Y, Z	coordenadas cartesianas globais
ξ, η e ζ	coordenadas generalizadas
N i	função de interpolação de um elemento finito isoparamétrico
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	tensões normais nas direções x, y e z
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	tensões de cisalhamento nos planos xy, xz e yz
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	tensões principais
σ von Mises	tensão equivalente de von Mises
E %	erro percentual
E	módulo de elasticidade longitudinal
v	coeficiente de Poisson
k máx	maior valor da matriz de rigidez da estrutura
k min	menor valor da matriz de rigidez da estrutura
t proc	tempo de processamento
Σ	somatório
=	igual a
>	maior do que
<	menor do que
\geq	maior ou igual a
\leq	menor ou igual a

RESUMO

A existência de informações e dados adequados e confiáveis, quer seja sobre materiais, formas construtivas ou carregamentos, são o ponto de partida para qualquer esforço de engenharia visando um melhor desempenho ou redução de custos.

Com base neste conceito é que se insere o presente trabalho, o qual, através de um procedimento baseado no método dos elementos finitos, determinou e compilou os valores teóricos de concentração de tensões para o tipo característico de singularidade geométrica que comparece na região com maior incidência de quebras em pontas de eixo de rolos pressionadores das máquinas fabricantes de papel e celulose.

Dos resultados obtidos pode-se concluir que a concentração de tensões será tanto mais alta quanto menores forem:

- os valores do raio da transição eixo / flange;
- a espessura relativa do flange;
- a relação entre o diâmetro do flange e o do eixo.

Também foi observado que a espessura do flange é o fator determinante para o valor da concentração de tensões, e que o presente caso apresenta valores bastante mais elevados que aqueles para eixos submetidos à flexão pura.

"ABSTRACT "

The availability of reliable material, constructive and loading data is the starting point of any performance improvement or cost reduction engineering effort.

The present study, that was based on the above mentioned concept, has found the theoretical stress concentration data for the most critical area in paper machine pressing rolls journals, by means of a finite element procedure.

From the results one can conclude that the stress concentration factor will grow the lower:

- the singularity radii;
- the flange thickness;
- the flange/shaft diameter relation.

It was also noted that the flange thickness is the most important parameter for stress concentration values, and that the present case gives higher values than those for shaft in bending.

1. INTRODUÇÃO

O mundo industrial, em um contexto de grande competição internacional, já há algum tempo vem vivendo a chamada "Onda da Qualidade", procurando oferecer ao mercado produtos e serviços melhores a custos mais baixos.

Diversos estudos, dentre os quais o de *Ferreira* [37], comprovam a forte influência do projeto na qualidade, custo, fabricabilidade e manutenibilidade de um produto. Não há esforço de marketing ou fabricação que consiga obter um produto de qualidade a partir de um mau projeto.

Para se conceber um projeto de sucesso são necessários, entre outros recursos, criatividade, experiência, conhecimento técnico e, em especial, *informação e dados precisos e confiáveis*.

A proposta do presente trabalho apoia-se em tais preocupações e principalmente na carência de dados específicos de concentração de tensões para as geometrias e carregamentos encontrados no projeto de equipamentos para fabricação de papel e celulose, em especial no caso das pontas de eixos de rolos pressionadores, de acordo informações fornecidas pelo pessoal de engenharia de um tradicional fabricante alemão instalado no país.

Assim, no capítulo 2 a seguir procurar-se-á fornecer todos os dados necessários a uma perfeita definição e contextualização do problema abordado no presente trabalho; no capítulo 3 encontra-se a revisão bibliográfica cujo objetivo foi o de reunir informações relevantes sobre o assunto visando situá-lo historicamente e revisar os conhecimentos pertinentes.

O capítulo 4, por seu turno, trata de fornecer um embasamento teórico para o procedimento de abordagem escolhido (baseado no método dos elementos finitos) para tratamento do problema, além da descrição de cada uma de suas fases.

O capítulo 5 apresenta o resultado dos processamentos de elementos finitos, para cada caso tratado no presente trabalho.

No capítulo 6, é feita uma discussão dos resultados obtidos no capítulo 5 quanto aos valores e distribuição das tensões, além de uma análise crítica da sensibilidade das geometrias em questão quanto à variação de certos parâmetros dimensionais e as conclusões daí surgidas.

O capítulo 7 trata de possíveis futuros trabalhos, alguns dos quais como complemento ou desdobramentos do presente.

Finalmente o capítulo 8 apresenta uma relação da bibliografia consultada, dividida em bibliografia principal e outras obras sobre o assunto.

2. ESCOPO DO TRABALHO

2.1 Definição do problema

Pretende-se neste item mostrar qual é o problema, objeto do presente trabalho, onde e em quais circunstâncias ele ocorre, e qual a importância de se estudar o assunto.

Para um perfeito entendimento dos pontos acima, faz-se necessário primeiramente revisar alguns importantes conceitos de projeto e comportamento mecânico de materiais, além de algumas particularidades e requisitos operacionais dos equipamentos para a indústria papeleira.

2.1.1 Conceitos de Projeto

Segundo *Ferreira* [37], o **Projeto mecânico** trata de objetos ou sistemas de natureza mecânica, tais como, máquinas, estruturas, mecanismos, instrumentos e dispositivos.

O **Projeto de máquinas** ocupa-se da definição e elaboração de planos para a construção, fabricação e operação de um conjunto de componentes visando desempenhar uma função pré-estabelecida.

O **Projeto de componentes**, por seu turno, trata do cálculo, dimensionamento, especificação das características mecânicas e de fabricação de unidades independentes, chamadas de peças, que montadas em conjunto constituem uma máquina, mecanismo ou sistema.

Adicionalmente, o desenvolvimento de qualquer item ou combinação de itens, desde a concepção até o final da linha de produção é chamado de **Projeto de produto**, podendo ser tanto uma peça única (p.ex. um parafuso ou pneu), como também um conjunto de componente (p.ex. automóvel, máquina de papel, etc.).

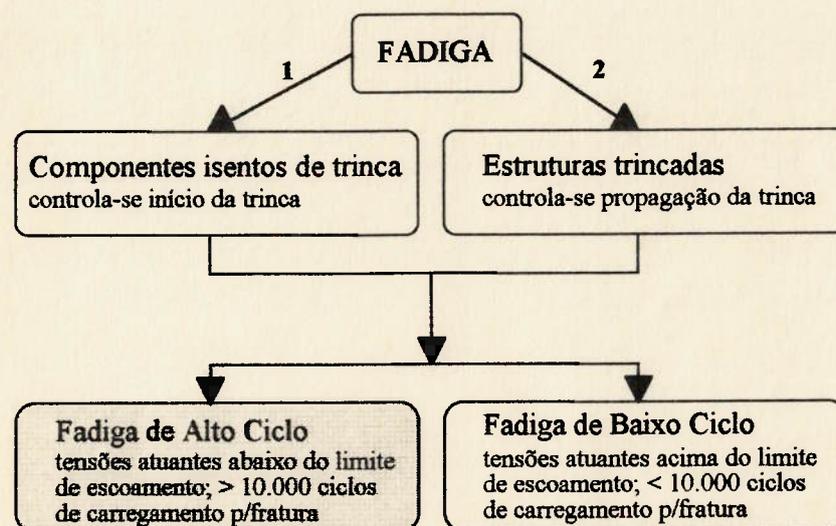
2.1.2 Projeto de componentes - revisão de conceitos

a. Fadiga de materiais metálicos

Pela importância desta questão no projeto de máquinas em geral, e em particular no caso de equipamentos para papel e celulose, dedica-se aqui um item inteiro à revisão de alguns conceitos essenciais de fadiga, visando um melhor entendimento do problema presentemente abordado.

"Quando um componente, submetido a cargas cíclicas ou variáveis no tempo, falha sob a ação de tensões muito inferiores ao limite de resistência (S_t) e freqüentemente inferiores ao limite de escoamento do material (S_y), o processo que conduz a esta falha é conhecido por fadiga", conforme a definição de *Ashby* [1].

Distinguem-se duas categorias de fadiga, como segue:



Na categoria de *Fadiga de Alto Ciclo* se incluem a maioria dos componentes de máquinas tais como engrenagens, eixos, e em especial rolos de máquinas para fabricação de papel e celulose e suas pontas de eixo.

b. Concentração de tensões - definições e notação

Quando o problema do engenheiro é calcular as deformações totais de uma estrutura ou peça, é justificável ignorar-se o efeito das singularidades da geometria, desde que estas não produzam nenhuma resultante, como se pode ver em *Timoshenko* [17]. Por outro lado, se o problema diz respeito à determinação dos níveis máximos de tensão no componente, é justamente na vizinhança destas descontinuidades que eles ocorrerão.

No desenvolvimento das relações básicas de tensões, considera-se que os elementos são prismáticos ou com mudança gradual de seção, sem quaisquer irregularidades na forma da peça (Fig. 2.1).

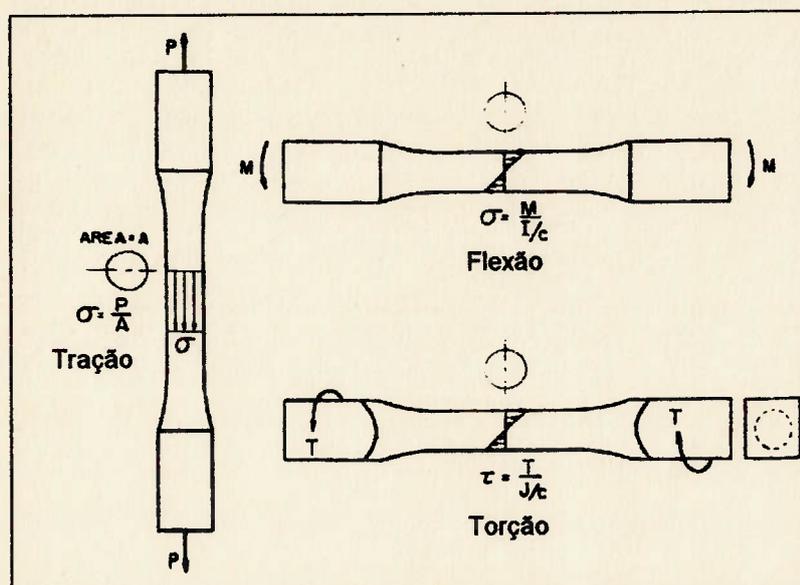


Fig. 2.1 - Elementos prismáticos - Peterson [11]

No entanto, a maioria dos componentes mecânicos apresenta singularidades geométricas tais como ressaltos, entalhes, furos, ranhuras, rasgos de chaveta, roscas, etc., que alteram a distribuição dos esforços na peça acarretando altas tensões localizadas (Fig. 2.2 e 2.3) nas chamadas zonas de *concentração de tensão*, avaliadas por uma relação adimensional, o *fator teórico de concentração de tensões*, assim definido:

$$K_t = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{nom}}} \quad \text{p/ tensões normais (de tração ou flexão)} \quad (2.1)$$

$$K_{ts} = \frac{\tau_{\text{máx}}}{\tau_{\text{nom}}} \quad \text{p/ tensões de cisalhamento}$$

onde σ_{nom} e τ_{nom} são definidos de acordo com as fórmulas elementares da resistência dos materiais (ver Fig. 2.1).

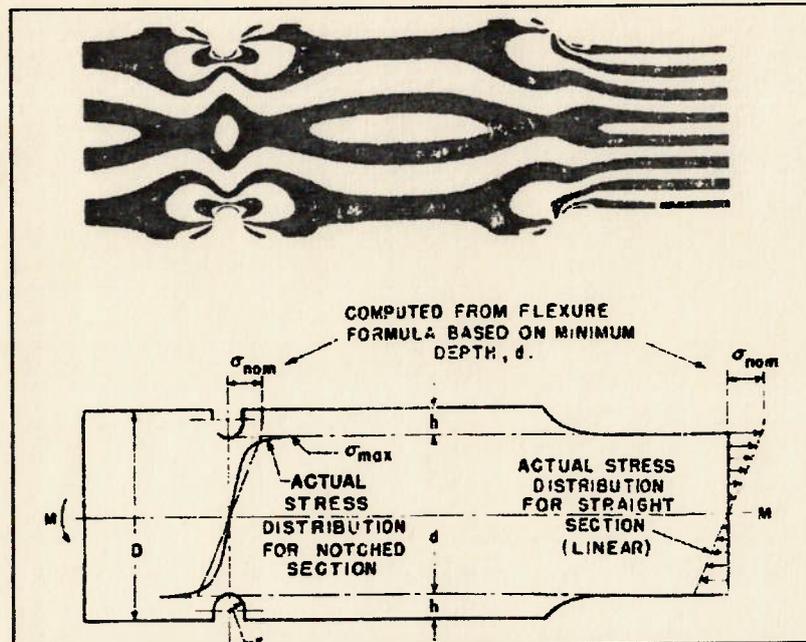


Fig. 2.2 - Efeito de singularidades geométricas sobre as tensões - Peterson [11]

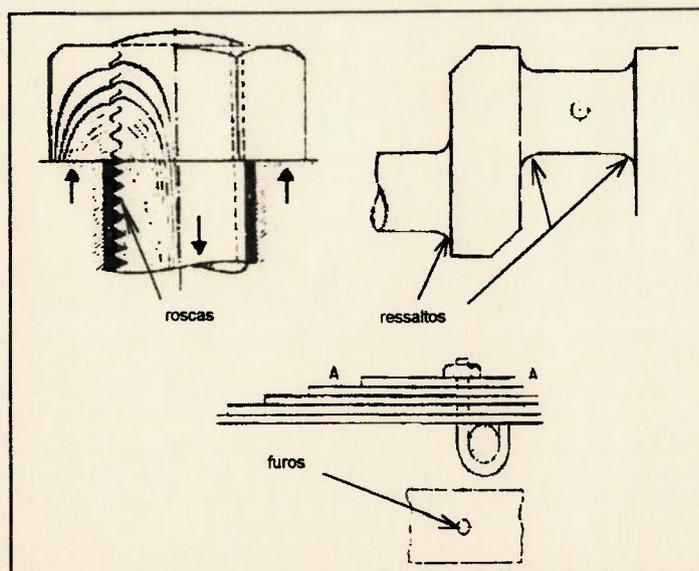


Fig. 2.3 - Singularidades de elementos mecânicos comuns - Peterson [11]

O índice " t " indica que este é um fator de concentração de tensões teórico, isto é, baseado nas hipóteses da teoria da elasticidade (material homogêneo, isotrópico, elástico-linear), e relacionado apenas com a geometria e carregamentos da peça, distinto do *fator efetivo de concentração de tensões*, que é determinado experimentalmente e associado às propriedades de fadiga do material, diretamente relacionado às características da microestrutura, a ser comentado em maiores detalhes um pouco mais adiante.

Se por um lado estimativas confiáveis da magnitude desses fatores de concentração de tensões são fundamentais para o projeto de componentes mecânicos, por outro, somente alguns poucos casos tem solução analítica exata.

Para conseguir tratar formas geométricas mais complexas, desenvolveram-se e aperfeiçoaram-se métodos experimentais tais como fotoelasticidade, extensometria de precisão, e outros, amplamente estudados por *Timoshenko* [17], *Durelli* [6] e *Budynas* [3], e mais recentemente métodos numéricos computacionais (elementos finitos e elementos de contorno) tratados nos trabalhos de *Bathe* [2], *Budynas* [3], *Cook* [4], *Fenner* [7], e *Zienkiewicz* [21].

A determinação de valores teóricos de concentração de tensões é, portanto, um campo onde predominam essencialmente os métodos experimentais e numéricos, tal qual a proposição do presente trabalho, que se vale do método dos elementos finitos.

c. Efeito da concentração de tensões na fadiga de materiais metálicos

Sabendo que a falha por fadiga é um processo essencialmente localizado, é perfeitamente esperado que a concentração de tensões tenha uma forte influência sobre ele.

É justamente por esta razão que a maioria das falhas por fadiga se inicia em descontinuidades geométricas do componente, inclusive naquelas de origem acidental como riscos de usinagem, e outros.

No entanto, o valor teórico da concentração de tensões, função apenas das relações entre os parâmetros geométricos e do tipo de carregamento, normalmente não se verifica plenamente na prática,

uma vez que a fadiga tem início em pontos discretos do material onde as condições da microestrutura do material são favoráveis.

Difícilmente as condições metalúrgicas na região de máxima tensão são também apropriadas ao início de uma trinca de fadiga. É muito mais provável que esta se inicie em algum ponto perto da descontinuidade geométrica sujeito a tensões acima da nominal, porém abaixo do valor máximo (ver *Suh* [16]).

Na medida em que o entalhe (alguns autores costumam chamar a singularidade geométrica de "entalhe") se torna menos agudo, aumentando o volume de material sujeito à tensão máxima, cresce a probabilidade de haver condições favoráveis para o início do processo de fadiga nesta região.

Há portanto um fator de tamanho condicionando o efeito da concentração de tensões em fadiga:

- quanto menores as dimensões físicas do entalhe, menor será o fator efetivo de concentração de tensões quando comparado com o teórico, e;
- na medida em que o tamanho da singularidade geométrica aumenta, o valor efetivo se aproxima do teórico.

A este fenômeno dá-se o nome de "sensibilidade ao entalhe", que é uma medida da parcela do efeito teórico efetivamente obtida:

$$K_f = q \times (K_t - 1) + 1 \quad (2.2)$$

onde: (válido para tensões normais e de cisalhamento)

$q \Rightarrow$ índice de sensibilidade ao entalhe

$K_t \Rightarrow$ fator teórico de concentração de tensões

$K_f \Rightarrow$ fator efetivo de concentração de tensões

É fácil verificar que o valor do índice de sensibilidade varia entre 0 (zero) ou "nenhum efeito de entalhe" (para $q = 0$ implica $K_f = 1$) e 1 (um) ou "efeito teórico integral" (para $q=1$ implica $K_f = K_t$). Na figura abaixo (Fig. 2.4) pode-se verificare a variação dos valores de

sensibilidade para alguns materiais em relação às dimensões do raio do entalhe.

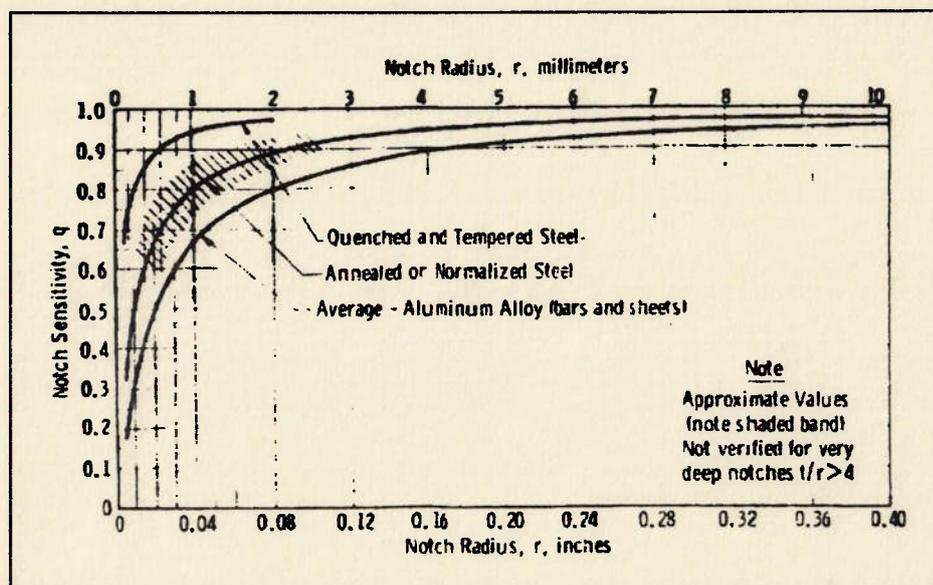


Fig. 2.4 - Índice de sensibilidade ao entalhe versus raio do entalhe - Peterson [11]

d. Uso do fator de concentração de tensões no projeto

Em geral, materiais que falham apresentando grande distorção são considerados como dúteis, enquanto os que sofrem fratura sem distorções significativas são tratados como frágeis. Infelizmente há uma *zona cinza*, na qual o material pode falhar tanto de modo dútil como frágil.

Segundo *Budynas* [3] e *Juvinall* [8], materiais dúteis podem apresentar fraturas frágeis nas seguintes condições:

- em temperaturas suficientemente baixas;
- sob ação de carregamento de impacto;
- alto grau de encruamento;
- fragilização por hidrogênio;
- efeitos de soldagem.

A aplicação de fatores de concentração de tensões no projeto de componentes é determinada pela ductilidade do material e pelo tipo de carregamento - estático ou repetitivo (cíclico ou flutuante). Em geral,

prevalecem as orientações de *Budynas* [3], *Fenner* [7], *Juvinall* [8], *Shigley* [13], e *Suh* [16], descritas a seguir:

- *Para materiais dúteis sob carregamento quasi-estático:* quando o esforço é aplicado de maneira gradual e com um pequeno número total de ciclos de carregamento, as tensões nominais podem elevar-se a níveis tais que ocorra escoamento nas regiões de concentração de tensões, o que vai aliviar o pico de tensão reduzindo o efeito da descontinuidade geométrica brusca.

Removendo-se a carga, surge uma tensão residual de compressão no material que escoou. Ao sofrer encruamento, o valor do limite de elasticidade aumenta e, após alguns ciclos de carregamento, o material se ajusta a um novo equilíbrio elástico.

O projeto de componentes nestas circunstâncias fundamenta-se na idéia de *confinamento* dessa zona de plasticidade pois a deformação permanente poderá ser tolerada enquanto estiver cercada por um campo elástico de tensões.

É evidente que no caso do carregamento produzir um nível de tensões suficientemente alto em uma região extensa da peça, não ocorre o *confinamento* da zona plástica citado anteriormente, criando-se assim condições propícias para o início e avanço de trincas que rapidamente levarão à fratura do componente.

Esta é, evidentemente, uma situação limite, a qual deve ser considerada, pois definirá o emprego ou não dos fatores de concentração de tensões no projeto.

- *Para materiais dúteis submetido a cargas cíclicas:* é fundamental usar o fator de concentração de tensões, devido ao processo de fadiga do material.
- *Para materiais frágeis:* o uso do fator de concentração de tensões é recomendado para carregamento estático e exigido para cíclico.

e. Efeito da concentração de tensões no impacto

Como já foi visto, com um carregamento quasi-estático é possível que o escoamento localizado permita a redistribuição das tensões anulando assim o efeito de acúmulo de tensões na singularidade geométrica.

No entanto, sob condições de impacto é muito provável que o tempo disponível para a ação plástica seja muito curto e o material sofra uma fratura frágil, mesmo exibindo um comportamento dútil no ensaio de tração.

2.1.3 Projeto de máquinas para a indústria papelreira

Apresenta-se aqui, de modo bastante simplificado e resumido, alguns conceitos e explicações sobre a forma e o funcionamento deste tipo de equipamento, focalizando, em especial, as informações necessárias ao projeto de componentes tais como as pontas de eixo de rolos pressionadores.

As informações relacionadas a seguir, adotadas como hipóteses do presente trabalho, baseiam-se em alguns anos de experiência profissional neste setor específico e no contato com projetos de diversos fabricantes internacionais.

A título de simplificação, a partir deste ponto, salvo onde for expressamente assinalado em contrário, todas as considerações feitas para as máquinas fabricantes de papel valem para as desaguadoras de celulose.

a. A máquina fabricante de papel - função e forma

A função básica de uma máquina de papel é transformar um conjunto de fibras em suspensão aquosa de baixa consistência (cerca de até 97% da massa em água) em um produto de dimensões controladas (largura e gramatura - massa por unidade de área da folha em g/m^2), a folha de papel (menos de 5% de umidade) - em resumo: *extrair água*.

Todas as máquinas de papel ou desaguadoras de celulose executam a sua função a partir dos mesmos princípios básicos, os quais

condicionam a própria forma e organização do equipamento (sua divisão em diferentes setores).

Assim sendo, uma máquina de papel divide-se nos seguintes setores, conforme a maneira de extrair água:

- *setor de formação (ou parte umida):* é a parte inicial da máquina, destinada a dar a forma de uma folha àquela suspensão aquosa, extraindo a umidade por gravidade e sucção;
- *setor de prensas:* é a parte seguinte, tirando água da folha por meio de compressão do papel entre dois cilindros pressionados um contra o outro;
- *setor de secagem:* situado após as prensas; seca a folha por meio de aquecimento e insuflamento de ar seco (evaporação e difusão).

É justamente no setor de prensas (Fig. 2.5, 2.6, 2.7) que encontram-se as maiores solicitações mecânicas deste tipo de equipamento, em especial nos rolos pressionadores (ou simplesmente rolos de pressão), cujas pontas de eixo (Fig. 2.8) pretende-se estudar neste trabalho.

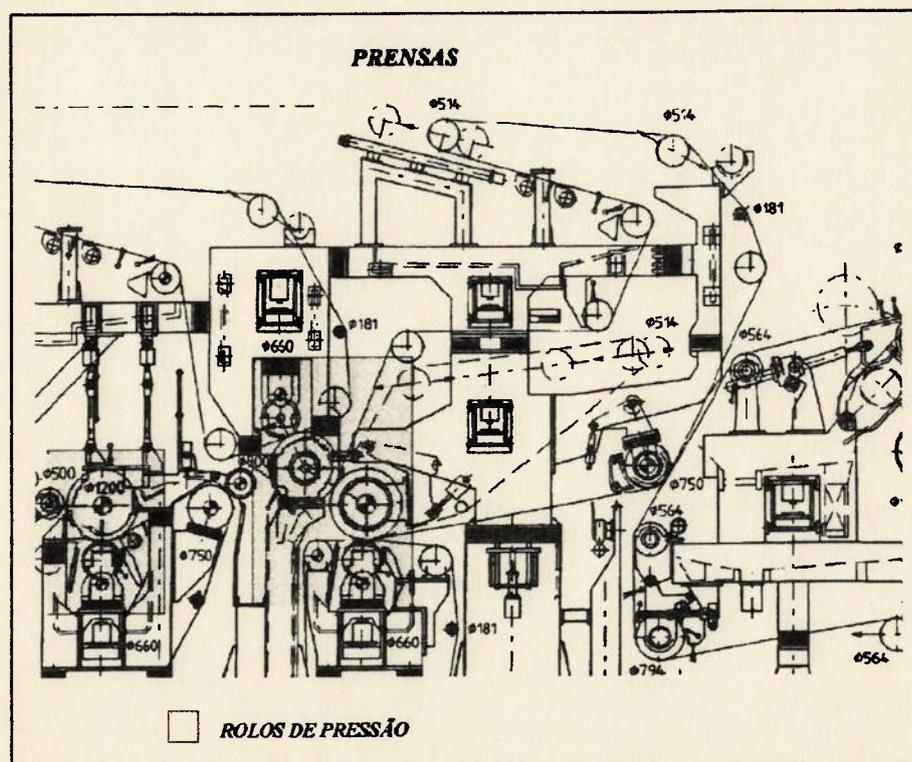


Fig. 2.5 - Setor de prensas de uma máquina de papel - extraído de des. de fabricante

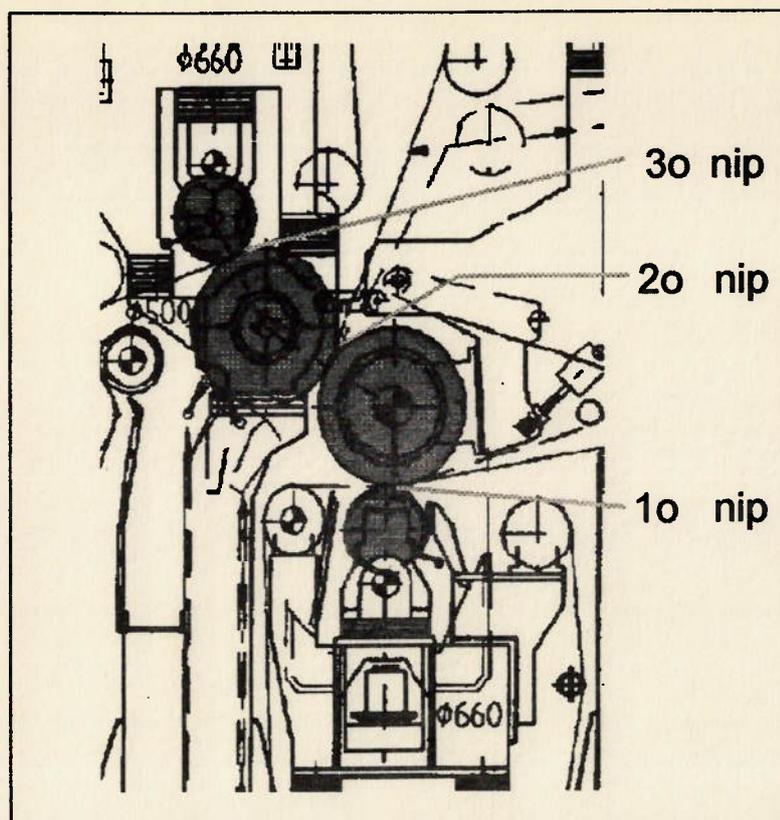


Fig. 2.6 - Arranjo dos rolos de pressão em uma prensa de máquina de papel - extraído de des. de fabricante

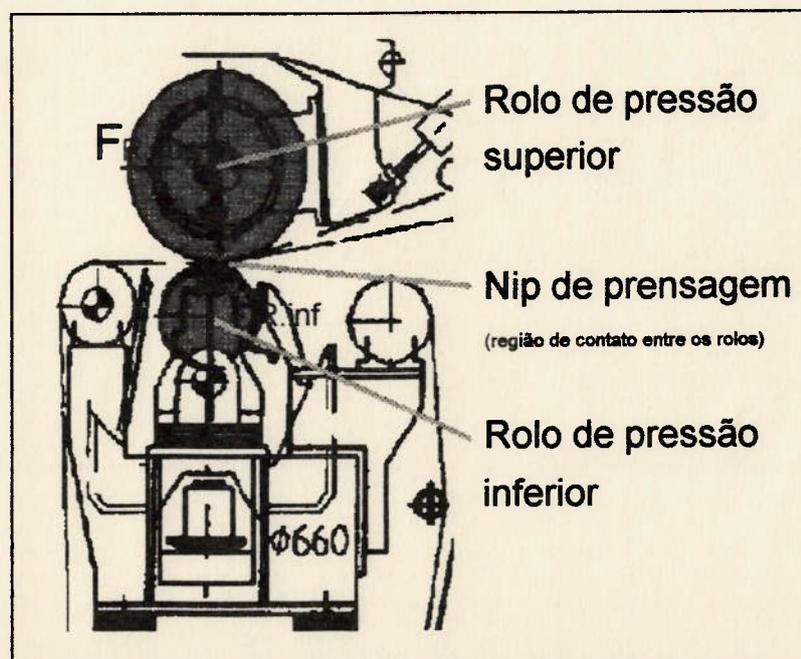


Fig. 2.7 - Detalhe de 2 rolos de pressão em posição de trabalho - extraído de des. de fabricante

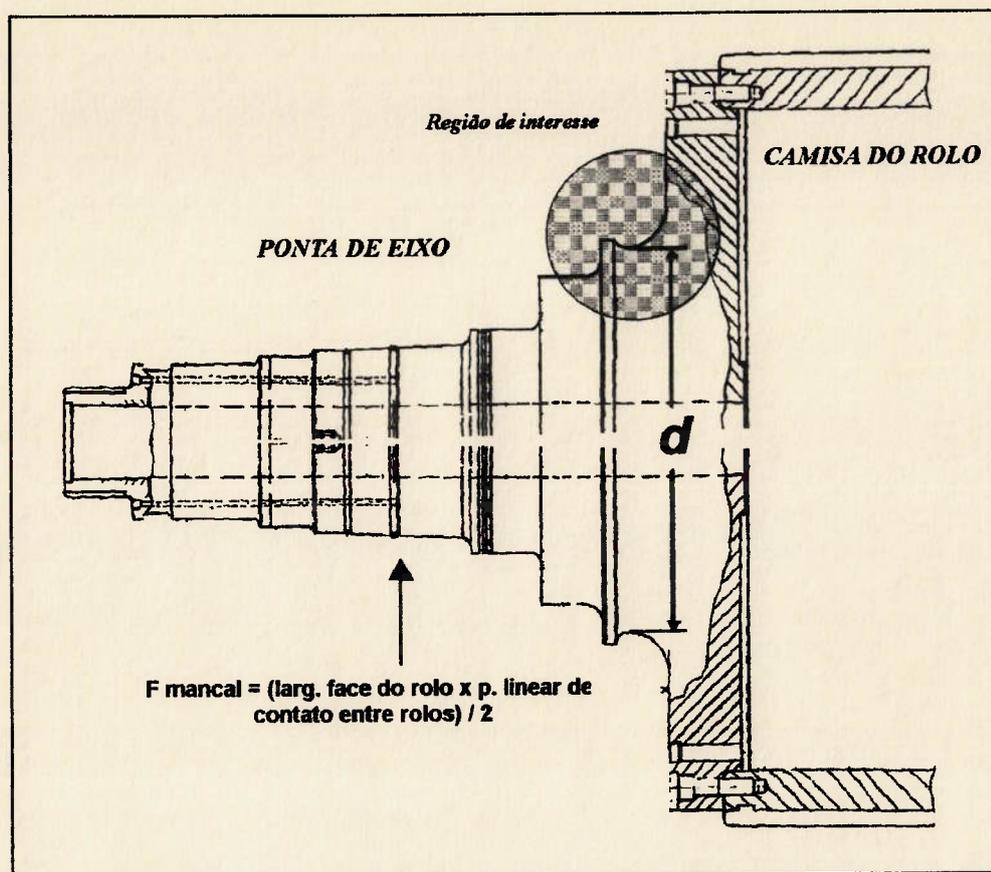


Fig. 2.8 - Fixação da ponta de eixo na camisa do rolo de pressão - extraído de des. de fabricante

b. Componentes móveis e fixos

Uma máquina de papel é constituída de partes fixas - estrutura e alguns dispositivos auxiliares - e de partes móveis, nas quais incluem-se os acionamentos, motores, acoplamentos eixos e principalmente todos os rolos (ou cilindros, se preferir).

É sobre as partes móveis, e em especial sobre os rolos e seus acessórios (cuja operação se faz por longos intervalos de tempo a uma mesma velocidade angular), que recaem as maiores atenções do projeto papelero.

Isto se explica porque, além de condicionar a qualidade do produto final e o volume de produção da máquina, é ali que incidem os maiores custos do equipamento (são as partes individuais mais caras do projeto).

Em condições normais de operação, as tensões atuantes em qualquer ponto dos rolos, inclusive na região de máximo momento fletor das pontas de eixo, ficam ao redor de 15% do limite de escoamento do material usado.

Convém lembrar ainda que uma máquina de papel é um equipamento com uma vida útil de cerca de 15 a 20 anos, destinado a operar ininterruptamente, exceto no caso das paradas de manutenção programadas (poucas por ano, perfazendo, em média, menos de 2% do tempo total).

Desta forma, e com o auxílio dos conceitos recordados no item 2.1.2, é possível concluir que praticamente a totalidade das *falhas* (quebra das pontas de eixo, rolamentos, e, mais raramente, das camisas) que ocorrem em um rolo de máquina de papel - inclusive em suas pontas de eixo - se dão por *fadiga de alto ciclo*.

c. Requisitos de funcionamento

Como todo equipamento de funcionamento ininterrupto, também as máquinas de papel tem como principal requisito a disponibilidade, i.e., estar apta a produzir durante a maior parte possível de sua vida útil.

Fica bastante claro que nenhuma falha de componente (quebra de uma ponta de eixo, por exemplo), provocando paradas imprevistas, deva ocorrer.

Outro ponto que reforça esta conclusão é uma característica típica do mercado papeleiro, em que os fabricantes se esforçam para ter a produção de alguns meses vendida antecipadamente.

Assim, qualquer parada imprevista, dependendo do tempo gasto, pode ter reflexos desastrosos na programação produtiva e comercial daquela empresa.

O sobredimensionamento puro e simples normalmente não deve ser usado como solução, pois peso total do conjunto também é um ponto crítico, em função de capacidades de pontes rolantes, talhas instaladas

no prédio da máquina, além da redução da vida de rolamentos, que em muitos casos atinge níveis inaceitáveis.

É justamente neste ponto que entra o projeto de componentes, usando os resultados de estudos de fadiga e concentração de tensões.

d. A reforma da máquina fabricadora de papel

O objetivo de se reformar uma máquina de papel é aumentar a sua produção, o que se consegue elevando a velocidade de operação.

Admitindo que haja quantidade de matéria-prima suficiente, estudar uma reforma significa verificar se os sistemas da máquina comportam esse aumento de velocidade, pois existirá uma maior quantidade de água para extrair no mesmo tempo.

Nestes casos geralmente é preciso aumentar a pressão linear (pressão de contato entre os rolos) das prensas, acarretando a elevação do nível geral de tensões no rolo. Os estudos de concentração de tensões são então necessários para responder se o cilindro comporta o aumento da solicitação, de quanto é essa elevação, ou ainda o que será preciso fazer no projeto para viabilizar esse acréscimo de esforços.

2.1.4 O problema em questão

O dimensionamento (ou a verificação do dimensionamento) de um rolo de máquina de papel em geral, e de suas pontas de eixo em particular, diz respeito a duas questões de natureza distinta:

- o cálculo das tensões atuantes nas seções de interesse da peça;
- a determinação das tensões admissíveis (para o material e geometria da peça), dependente de um critério de fadiga.

O presente trabalho focaliza sua atenção sobre o primeiro destes pontos, visando melhorar a precisão das tensões calculadas através da determinação de valores de concentração de tensões adequados à geometria e carregamentos de uma ponta de eixo de rolo pressionador de máquina de papel.

A questão da determinação das tensões admissíveis, dependentes de um critério de fadiga no caso de componentes sujeitos a solicitações cíclicas, é tão importante quanto extensa, e mereceria um estudo completo, o que, contudo, não faz parte do escopo do presente trabalho.

Remontando ao que foi exposto nos itens 2.1.2 e 2.1.3 define-se agora o carregamento atuante sobre a ponta de eixo e o modelo de cálculo que permite incluir o efeito de concentração de tensões.

a. Carregamento da ponta de eixo

Como já foi visto, os rolos de pressão trabalham sempre aos pares (Fig. 2.9), pressionados um contra o outro (com a folha de papel passando entre eles) formando um "nip" de prensagem que tem como principal característica uma dada pressão linear expressa em unidades de força por unidade de largura da face do rolo (p.ex. kN/m)

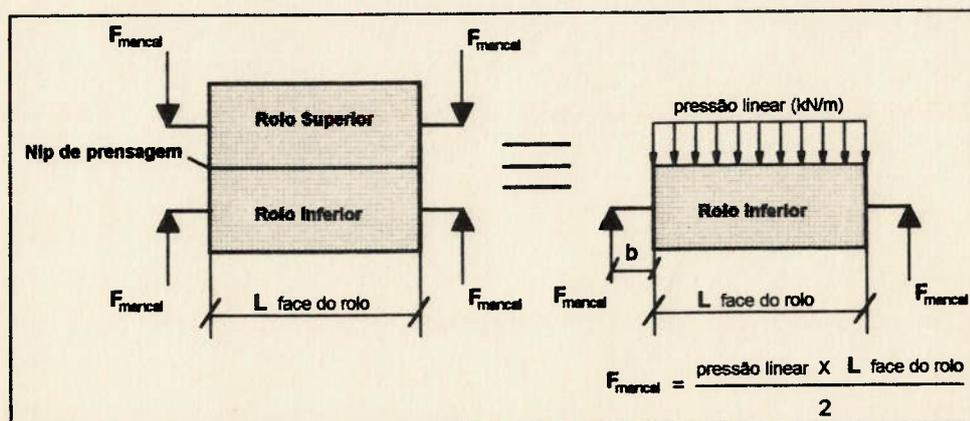


Fig. 2.9 - Esquema de operação de rolos pressionadores

O carregamento atuante na ponta de eixo será dado pelo momento fletor resultante da *força no mancal* vezes a sua *distância até a seção de interesse* (que é o braço do momento):

$$M_f = F_{\text{mancal}} \times \text{braço} \quad p/ \quad 0 \leq \text{braço} \leq b$$

Visto que os rolos em contato estão girando a uma rotação constante (na maior parte do tempo), tem-se um caso de flexão simétrica.

b. Modelo de cálculo para incluir o efeito da concentração de tensões

O modelo de cálculo atual, amplamente descrito nos trabalhos de *Juvinall* [8], *Peterson* [11], e *Shigley* [13], inclui o efeito da alteração da distribuição de tensões devido a uma singularidade geométrica, através de um fator de majoração da tensões atuantes (para aquela seção da peça que contém a singularidade).

Este fator, o *fator teórico de concentração de tensões* (K_t), é usado multiplicando a tensão nominal na seção, calculada por fórmulas simplificadas da resistência dos materiais.

Assim, para o caso do rolo da Fig. 2.8 e levando em conta as informações da Fig. 2.9, tem-se:

$$\sigma_{\text{nom}} = \frac{M_f}{W} \quad \text{onde } M_f = F_{\text{mancal}} \times b \quad \text{e}$$

$$W = \frac{\pi \times d^3}{32}$$

σ_{nom} é a tensão nominal atuante na seção de interesse;
 M_f é o momento fletor;
 b é a distância da linha de ação de F_{mancal} até a seção de ϕd ;
 W é o módulo resistente da seção.

Para determinarem-se as tensões máximas atuantes (σ_{max}) na seção de diâmetro "d", ainda considerando o exemplo da Fig. 2.8, é preciso conhecer o fator de concentração de tensões (K_t) associado a esta singularidade geométrica (marcada como região de interesse na figura), o qual multiplicará a tensão nominal (σ_{nom}) determinada acima:

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_{\text{nom}} \times K_t$$

Assim sendo, o conhecimento preciso do valor de K_t para a singularidade em questão é de fundamental importância para que se calcule perfeitamente a tensão máxima na seção, tensão essa que determinará o dimensionamento da peça.

A idéia básica do presente trabalho é fornecer ao projetista de equipamentos para a indústria papelreira um conjunto de valores de concentração de tensões (Kt) apropriados às geometrias que lhe são familiares, permitindo-lhe dimensionar as pontas de eixo de rolos pressionadores através do método descrito acima.

2.2 Situação atual de abordagem

A preocupação básica desta pesquisa esteve voltada para os casos de concentração de tensão em eixos com ressaltos submetidos à flexão, nos quais se enquadra a ponta de eixo de rolos pressionadores de máquinas para papel e celulose (objeto de estudo do presente trabalho).

A totalidade dos autores e obras consultadas partilha da opinião que este problema é fundamental para o projeto de componentes mecânicos, em especial os que sofrem solicitações cíclicas ou variáveis devido ao processo de fadiga, o que também é o caso deste tipo de ponta de eixo.

No tocante a possibilidade de se pesquisarem um maior número de soluções analíticas do que as atualmente existentes, a complicação da geometria das singularidades (dificultando a descrição e satisfação das condições de contorno nas fronteiras) tornam o estudo de concentração de tensões uma área de acentuado predomínio dos métodos experimentais e numéricos, como observaram *Allison* [24], *Gooyer e Overbeeke* [28] e outros.

Com relação ao emprego do método dos elementos finitos para este tipo de problema, observa-se que a maioria dos trabalhos realizados a partir do final da década de setenta, e em especial nos anos noventa, empregou este recurso, tendo em mente os cuidados sintetizados por *Allison* [24] e *Patterson* [32], i.e., aplicação cuidadosa dos carregamentos e vinculação, seleção criteriosa do tipo de elemento finito e realização de estudos de convergência para definição da malha quanto a topologia e densidade.

Convém lembrar que diversos autores, dentre os quais *Barg* [26], *Namestnikov* [31], *Andrews* [25], *Gooyer e Overbeeke* [28] e *Moffat* [49] - os

três últimos tendo usado o Método dos Elementos Finitos em seus trabalhos - recomendam expressamente que se revisem os dados de concentração de tensões atualmente disponíveis para projeto (tabelados em manuais do tipo do *Peterson* [11]), visto que os valores encontrados por estes autores mostram-se invariavelmente mais elevados, com diferenças de até 30% para o caso de eixos submetidos à tração.

Quanto ao problema das pontas de eixo abordado neste trabalho, não se encontrou na literatura consultada casos similares - seja quanto à geometria ou quanto ao tipo de carregamento - nem dados para comparação de resultados, conforme se pode ver na Tabela 2.1 a seguir, especialmente porque raros trabalhos consideraram esforços cortantes, confirmando o que *Hardy e Pipelzadek* [28] constataram em seu estudo.

As dimensões mencionadas na Tabela 2.1 constam da Fig. 2.10

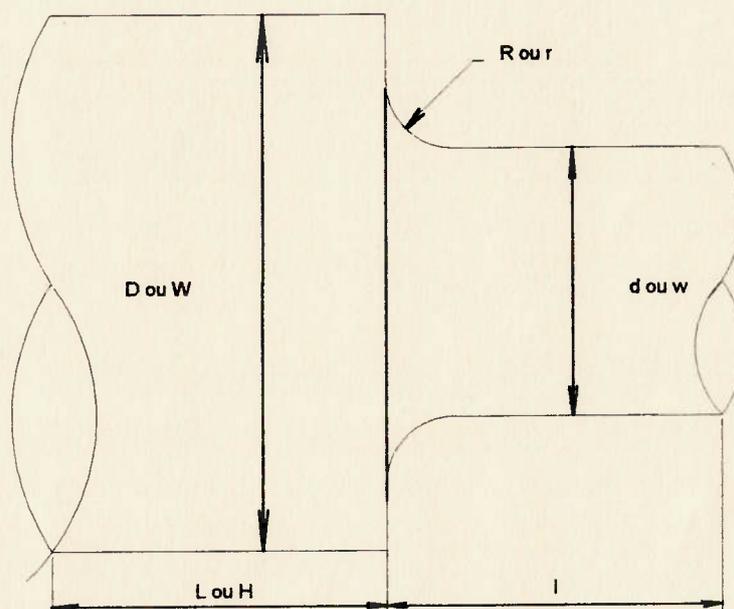
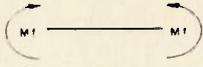
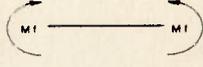
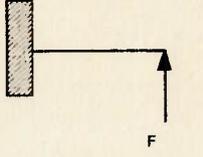
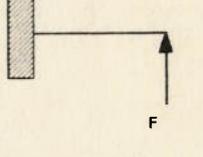


Fig. 2.10 - Dimensões características para a Tabela 2.1

Tabela 2.1 - Estudos de concentração de tensões

AUTORES	$\frac{D}{d}$	$\frac{r}{d}$	$\frac{L}{d}$	$\frac{l}{d}$	Método	Carregamento
<i>Peterson</i> [11], que é uma compilação de <i>Leven & Hartman</i> e <i>Wilson & White</i>	1,01 a 3,0	0,01 a 0,3	aprox. 1,18	aprox. 1,18	fotoelast. 2-D	 flexão pura
Allison [23] (eixo)	1,0 a 2,5	0,05 a 1,0	mínimo 1,25	mínimo 1,25	fotoelast. 3-D	 flexão pura
Hardy & Pipelzadek [29] (viga curta de seção retangular)	1,5 a 2,9	0,05 a 0,15	0,4 a 15	0,5 a 2	M.E.F, 2-D	 flex. devido à F
O presente trabalho	1,67 a 5,0	0,02 a 0,083	$\frac{s}{D}$ de 0,1 a 0,15	1	M.E.F, 3-D	 flex. devido à F

2.3 Objetivo do trabalho

Como visto anteriormente no item 2.1.4, a forma usual de se incluir o efeito na distribuição de tensões de uma singularidade geométrica é empregando-se um fator de majoração das tensões nominais, o *fator teórico de concentração de tensões* (Kt).

Estes fatores, que dependem exclusivamente da geometria da singularidade e do tipo de carregamento em questão, normalmente são apresentados em manuais de projeto, tais como *Peterson* [11], na forma de gráficos ou tabelas, relacionados com a variação paramétrica da geometria da peça.

Desta forma, o presente trabalho visa determinar os valores do fator teórico de concentração de tensões (K_t) e sua sensibilidade à variação de certos parâmetros dimensionais em um tipo característico de singularidade geométrica, encontrado (especialmente) em pontas de eixo de rolos pressionadores de máquinas para a indústria de papel e celulose.

Pretende-se aqui fornecer um conjunto de resultados específicos da análise deste tipo particular de singularidade geométrica não encontrado na literatura pesquisada - a transição entre a ponta de eixo e o flange (ou tampa) de rolos pressionadores de máquinas de papel (Fig. 2.8).

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Apresenta-se aqui uma síntese das obras consultadas, livros e artigos, buscando principalmente:

- situar historicamente a proposta do presente trabalho;
- fazer uma revisão dos conhecimentos relativos ao assunto em questão para embasar a análise desenvolvida a seguir.

3.1 Síntese das obras consultadas

- A referência mais conhecida e empregada quando se deseja tratar a concentração de tensões é o trabalho de *Peterson* [11], um manual eminentemente voltado para uso prático, que apresenta a mais completa compilação de resultados das pesquisas neste tema, apresentados na forma de gráficos e/ou fórmulas simplificadas cobrindo a maioria das formas, relações entre parâmetros geométricos e carregamentos comumente encontrados no projeto mecânico. Juntamente com os dados, *Peterson* apresenta a conceituação, definições e usos dos fatores de concentração de tensões associados aos critérios de dimensionamento correntemente aceitos.
- Os trabalhos clássicos de mecânica dos sólidos e teoria da elasticidade, como *Beer* [39], *Timoshenko* [17, 18], ao explicar o efeito de Saint Venânt, comentam a importância dos estudos de efeitos localizados devidos à aplicação de forças ou descontinuidades geométricas para o dimensionamento de componentes, indicando o modelo de cálculo que usa os "fatores teóricos de concentração de tensões", fatores esses obtidos, na maioria dos casos, experimentalmente e dependentes das relações entre os parâmetros geométricos envolvidos. *Timoshenko* [17] traz ainda a solução matemática obtida por G. Kirsh em 1898 para o problema de chapas finas infinitas com um pequeno orifício no

centro carregadas a tração, o primeiro estudo de concentração de tensões de que se tem notícia.

- O livro de *Savin* [12], publicado em 1951 na antiga União Soviética e em 1961 no Ocidente, constitui-se de uma série de resultados analíticos na forma de fórmulas simples e gráficos, obtidos pelo próprio autor e seus alunos entre 1936 e 1951, além de incluir a contribuição de vários outros pesquisadores tais como Kolosov (problema de chapas semi-infinitas dotadas de orifícios elípticos, e submetidas a tração, flexão pura e cisalhamento, publicado em 1910) e *Muskelishvili*; *Savin* conta ainda que os problemas planos de distribuição de tensões ao redor de orifícios foram intensamente estudados na União Soviética nas décadas de 20 até 50, devido ao seu grande interesse prático para o projeto de componentes de máquinas. O autor comenta ainda a necessidade de facilitar o uso de tais resultados por engenheiros envolvidos com projeto, dispensando-lhes de ter que estudar detalhes teóricos às vezes muito complexos.
- O trabalho de *Muskelishvili* [9], publicado em 1933 na antiga União Soviética e em 1963 no ocidente, foi desenvolvido entre os anos vinte e início da década de trinta, através do uso de *mapeamento conforme* e *potenciais complexos* obteve um método de solução de problemas em elasticidade plana, em especial o problema de distribuição de tensões ao redor de qualquer tipo de orifício.
- Devido à forte dependência do fator de concentração de tensões pelo raio local de curvatura da singularidade, os resultados para o furo elíptico podem ser usados para aproximar a solução de furos com outra forma, mas com mesmo raio de curvatura e mesma extensão total; *Neuber* [10], em essência, valeu-se deste procedimento para chegar a soluções analíticas para um grande número de geometrias e condições de carregamento, tendo

empregado formas elípticas para furos internos e hiperbólicas para entalhes externos

- As obras de dimensionamento de elementos de máquinas consultadas, *Juvinall* [8] e *Shigley* [13], apresentam com grande importância o uso de concentração de tensões no projeto mecânico, devido ao seu efeito de reduzir a energia total capaz de ser absorvida pelo elemento antes de se romper e a influência nos processos de fadiga de baixo ciclo; chamam atenção ainda para o detalhe de que todos os resultados de pesquisas neste campo específico são expressos em função das relações entre diferentes parâmetros da geometria da peça, não importando o tamanho, mas sim sua forma (p/ o caso do fator teórico).
- Os livros de mecânica dos materiais como *Ashby* [1], *Dieter* [5], e *Suh* [16], ao explicar o processo de surgimento e progresso de trincas, forneceram a base para um melhor entendimento dos efeitos da concentração de tensões efetiva (diferente do teórico que é função apenas da forma e carregamento) e seus reflexos na fadiga de materiais metálicos. *Souza* [14] mostra a sensibilidade do processo de fadiga à concentração de tensões pela pequena inclinação do trecho inicial da curva S-N (tensão aplicada versus número de ciclos), obtida em ensaio de flexão rotativa.
- Os trabalhos de *Budynas* [3], *Durelli et al.* [6], e *Fenner* [7], no campo da análise estrutural, ao fornecer uma visão geral dos principais conceitos da mecânica dos sólidos, elasticidade e métodos experimentais, procuram apresentar soluções de problemas de interesse industrial, sempre que possível fornecendo a comparação de resultados entre diferentes métodos de solução; a maior parte do trabalho de *Durelli et al.* é dedicada aos métodos experimentais de determinação de tensões, enquanto que *Fenner* também os apresentou e comparou com alguns métodos numéricos computacionais.

- Sobre o método dos elementos finitos, as obras de *Bathe* [2], *Cook* [4], e *Zienkiewicz* [21] cobrem a maioria dos detalhes necessários a um bom emprego deste tipo de ferramenta, desde a escolha do elemento a ser usado até problemas de convergência ligados à topologia e nível de discretização das malhas.

O livro de *Cook* em especial, sugere duas formas de tratamento para o problema de concentração de tensões (ou outros efeitos fortemente localizados):

- proceder a análise em duas fases, sendo que na primeira analisa-se inicialmente a estrutura toda com uma malha mais grosseira, procedendo-se a seguir uma análise em separado para a região que contém a concentração de tensões, desta feita com uma malha bem mais refinada e aplicando os deslocamentos (ou forças) obtidos na primeira fase nas fronteiras da sub-estrutura "local";
- outra forma é modelar a região de concentração de tensões com um único elemento que incorpore a solução exata da teoria da elasticidade, similarmente ao que se faz em alguns problemas de mecânica da fratura, usando elementos que contenham as funções de singularidade apropriadas.

O esquema (Fig. 3.1) a seguir ilustra os parâmetros geométricos usados nos trabalhos relativos eixos com ressaltos:

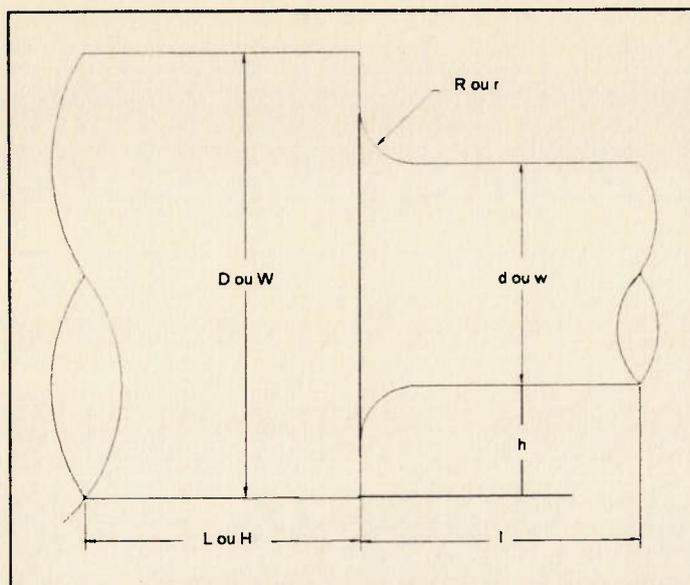


Fig. 3.1 - Parâmetros geométricos de um eixo com ressalto

- Allison [22, 23], em 1961, comentando a existência de discrepâncias entre os resultados existentes e o fato destes não cobrirem toda a faixa de dimensões com interesse para projeto, estudou o problema de concentração de tensões em eixos com ressalto sujeitos a tração, torção e flexão através de uma série de ensaios fotoelásticos tridimensionais uma vez que todos os resultados disponíveis até então eram bidimensionais, recomendando-se, na época, aplicar diretamente para o caso tridimensional os valores obtidos em ensaios planos, ou usar a correção baseado nas conclusões de Neuber [10], proposta por Peterson [42].

O autor também comenta não haver uma solução teórica exata para o caso, em função da dificuldade de se satisfazerem as condições em uma fronteira muito complicada.

A sensibilidade do fator de concentração de tensões K_t foi analisada quanto à variação das seguintes relações adimensionais:

$$\frac{h}{r}, \frac{h}{D}, \frac{r}{d}, \text{ e } \frac{d}{D} \quad \text{onde:}$$

h é a altura do ressalto

d , e D são os diâmetros do eixo

r é o raio de transição

A partir de seus ensaios, ele conclui que tanto para a torção como para flexão:

- K_t aumenta muito quando "r" tende a 0;
- se $\frac{d}{D} < 1$, K_t aumenta até um ponto de máximo em $\frac{d}{D} = 0,65$ e depois diminui para qualquer valor de $\frac{r}{d}$, embora intuitivamente pareça ser mais razoável K_t tender a uma assíntota quando "D" é muito maior do que "d".

Allison observou ainda ser possível e útil prever qualitativamente o comportamento de uma singularidade em um sistema complicado como extensão de argumentos estritamente aplicáveis ao caso mais simples - geralmente indicam a tendência correta.

- *Rushton* [33], em 1964, encontrou valores para o fator teórico de concentração de tensões em eixos sólidos e vazados por meio de analogia elétrica dentro da seguinte faixa de relações dimensionais: $0,05 \leq \frac{r}{d} \leq 1$ e $1 \leq \frac{D}{d} \leq 8,1$

Do ponto de vista de sensibilidade, o autor observou um aumento no K_t quanto maior for a relação entre o diâmetro maior e o menor, para um mesmo raio de concordância; comparando seus resultados com pesquisas anteriores conclui o seguinte:

- *Jacobsen* (analogia elétrica) encontrou valores mais altos de K_t devido às aproximações que fez em seu experimento;
- *Wiegand* (extensometria de precisão) também achou K_t maiores, explicável pela menor precisão inerente ao método usado;
- *Allison* (fotoelasticidade) encontrou resultados muito próximos na faixa $0,6 \leq \frac{d}{D} \leq 1$; para $\frac{d}{D} \leq 0,6$ *Rushton* detectou um comportamento assintótico, não tendo achado qualquer razão para o ponto de máximo encontrado por *Allison*.

- *Fessler et al.* [27], no ano de 1969 estudou casos de placas e eixos com ressalto sob a ação de carregamentos de tração e torção por meio de ensaios fotoelásticos, procurando determinar não só a magnitude da concentração de tensões K_t como também a extensão da perturbação provocada; as placas foram ensaiadas à tração e os eixos à tração e torção.

Os autores tiveram o cuidado de selecionar a forma e as relações paramétricas da geometria das placas de modo a coincidirem com a seção meridional dos eixos de maior interesse prático, para poder comparar a diferença entre os resultados das análises bi e tridimensionais, não tendo encontrado, para o caso de tração, diferenças superiores a 10% a favor da segurança (i.e., maior valor no caso bidimensional); comentou-se ainda a dificuldade e o maior custo de se fazerem ensaios fotoelásticos tridimensionais (até aquela data os únicos resultados baseados em fotoelasticidade tridimensional para eixos com ressalto haviam sido encontrados por Allison).

Os autores chegaram às seguintes conclusões:

- a extensão da perturbação não depende das relações entre o raio do filete e o diâmetro menor nem entre as larguras maior e menor da placa;
 - no caso dos eixos, a concentração de tensões é muito mais severa no caso de tração do que no caso de torção para uma mesma forma geométrica;
 - o aumento da relação entre o comprimento do ressalto "L" e o seu diâmetro "D" aumenta o valor de K_t até o limite de $\frac{L}{D} = 1,25$; a partir daí o valor de K_t é assintótico.
-
- *Wilson e White* [35], em 1973, por terem notado certas discrepâncias entre os resultados existentes, e com o objetivo de estender a faixa de relações geométricas tratadas até então, conduziram ensaios

fotoelásticos em placas com ressaltos e entalhes, sujeitas a esforços de tração e flexão.

Como resultado, os autores conseguiram:

- estender os resultados disponíveis para valores pequenos de $\frac{r}{d}$ (relação entre o raio do filete "r" e o diâmetro menor "d" do eixo) e $1,01 \leq \frac{D}{d} \leq 1,5$ (relação de diâmetros do eixo);
- encontrar valores de K_t (fator teórico de concentração de tensões) maiores do que os existentes até então;
- confirmar a validade da análise matemática de Neuber pelo resultados do teste com $\frac{D}{d} = 1,05$;
- mostrar a possibilidade de uso dos resultados bidimensionais em problemas tridimensionais, com um erro variando entre zero e 10%;
- validar a correção proposta por Peterson [39] -
$$K_{\text{filete } 3D} = 1 + K_{\text{filete } 2D} \times \frac{(K_{\text{entalhe } 3D} - 1)}{(K_{\text{entalhe } 2D} - 1)},$$
 Obs.: erros para mais - para passar da situação plana para espacial, que Allison havia considerado artificialmente alta.
- Y. A. Barg [26] publicou em 1987 um trabalho em que comenta a importância do estudo da concentração de tensões no projeto de equipamentos, por ser um dos fatores de maior influência sobre a vida dos componentes. A forma usual de incluir esta influência no dimensionamento dos elementos de máquinas é através dos fatores de concentração de tensões, cujos valores encontram-se tabelados para uma ampla gama de geometrias e carregamentos em manuais como o "Stress Concentration Factors" de Peterson [11].
No entanto, o autor considera que as informações hoje disponíveis são inadequadas e imprecisas, em especial quando o raio do entalhe (aqui no sentido amplo, i.e. raio de curvatura da ponta da singularidade geométrica) é muito pequeno quando comparado

com as outras dimensões, caso em que, pela ausência de dados experimentais adequados, são necessárias extrapolações dos resultados existentes.

Como resultado do trabalho o autor propõe uma correção para os valores tabelados no Peterson, baseada na expansão da tensão máxima em uma série de precisão cujos coeficientes ele tabelou para os dezoito tipos mais comuns de geometria (abrangendo toda a faixa de variação dos parâmetros geométricos coberto por aquele manual). O autor provou ainda que para $0 \leq \frac{r}{d} \leq 1$ (i.e., a totalidade dos casos comuns em projeto) bastam apenas os três primeiros termos da série para se obter a precisão adequada.

- *V.S. Namestnikov* [31] comenta em seu trabalho de 1989 que os resultados de concentração de tensões compilados por Peterson (valores do índice K_t para várias situações), apesar de enorme relevância, invariavelmente apresentam ao menos uma simetria geométrica e carregamentos muito simples.

Na prática, as situações que aparecem em projeto são muito mais complexas - combinações arbitrárias de flexão e tensão, carregamentos excêntricos. etc.

Assim sendo, conhecidos os valores para os efeitos isolados, o autor propõe uma equação para correção do K_t visando atender o caso real, visto que na vizinhança da singularidade o valor da tração máxima não é uma simples combinação linear dos efeitos atuantes.

- *L. E. Gooyer e J. L. Overbeeke* [28], publicaram em 1991 um estudo baseado no método dos elementos finitos, sobre a distribuição de tensões em eixos com ressaltos, sob a ação de cargas com simetria axial.

Os autores comentam a importância de se conhecer o nível de concentração de tensões de um componente, devido a duas razões

básicas: a determinação do valor das tensões máximas atuantes e sua distribuição ao longo da peça, o que permite a avaliação da sensibilidade ao entalhe de materiais reais.

Em seu trabalho os autores ampliaram a faixa de geometrias com interesse técnico, cobrindo as seguintes relações:

$$\frac{D}{d} = 1,6 \quad \text{com} \quad \frac{r}{d} \in [0,133 ; 0,05 ; 0,02]$$

Além disso, concluíram que não ocorriam diferenças significativas nos resultados (variação inferior a 1%) no caso de:

$$\frac{l}{d} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{L}{D} = 1,25.$$

O modelo de elementos finitos usado pelos autores para determinar o fator teórico de concentração de tensões, levou em conta os valores das tensões de von Mises encontrados no processamento; a geometria em questão foi modelada com o software IDEAS, usando elementos axisimétricos, isoparamétricos de 6 nós e o carregamento teve o efeito de tração produzido por um deslocamento axial aplicado em uma extremidade do modelo, mantendo-se a outra fixa; o efeito de torção foi obtido pela aplicação de uma rotação fixa.

No estudo de convergência, os autores usaram inicialmente apenas dois elementos ao longo do raio "r" ; após sucessivos refinamentos, quando a diferença entre os valores de tensão entre dois processamentos foi menor que 2% (valor de erro arbitrado em função das condições particulares de cada caso), adotou-se a malha mais densa:

$\frac{r}{d}$	n_{el} no raio "r"
0,133	10
0,05	7
0,02	6

Da comparação com resultados para eixos compilados por *Peterson* [11], os autores concluíram que:

- resultados para torção são próximos (erro máximo de 6%), com os valores tabelados por Peterson sempre menores;
- resultados encontrados para tração são até 30% maiores, o que é coerente pois Peterson aproximou os valores tridimensionais a partir de valores bidimensionais, e estas mesmas diferenças também foram encontradas pelos autores na comparação dos resultados para placas;
- esperam-se, portanto, discrepâncias da mesma ordem nos resultados relativos à flexão.

Assim sendo, os autores recomendam expressamente a revisão dos resultados tabelados no Peterson através do uso de cálculos de elementos finitos confiáveis (possível, se bem conduzidos), além de estender a faixa de geometrias analisadas.

- *S. J. Hardy e M. K. Pipelzadek* [29], em 1994 apresentaram um estudo usando o método dos elementos finitos para determinar o fator teórico de concentração de tensões K_t em componetes planos em forma de "T", com relação $\frac{l}{d} = 3$ na maioria dos casos, solicitados à tração e cisalhamento, com condições de vinculação locais e remotas (afastadas da singularidade geométrica, no caso deste artigo um raio de concordância).

Os autores comentam que no caso de componentes curtos solicitados a esforços cortantes ou fletores, as tensões primárias devidas à flexão não mais predominam, e o cisalhamento torna-se um efeito secundário muito importante.

Quanto à geometria estudada, quatro parâmetros adimensionais foram obtidos da normalização das outras dimensões em relação a largura menor "d" da placa:

$$\frac{l}{d} = [0,5 ; 1,0 ; 1,5 ; 2,0]$$

$$\frac{H}{d} = [0,4 ; 0,6 ; 0,8 ; 1,5]$$

$$\frac{D}{d} = [1,5 ; 1,7 ; 2,0 ; 2,4 ; 2,9]$$

$$\frac{r}{d} = [0,05 ; 0,1 ; 0,15]$$

A geometria em questão foi modelada por Elementos Finitos com o software PAFEC, usando elementos de estado plano de tensão, isoparamétricos de 8 nós; quanto ao carregamento, o efeito de tração foi produzido por cargas nodais de tração em uma extremidade do modelo, mantendo-se a outra fixa, e o efeito de cisalhamento foi obtido pela aplicação de um recalque no apoio.

Quanto ao estudo de convergência do modelo, o critério usado para acerto do grau de discretização foi limitar-se a máxima diferença entre os valores de tensão de cada elemento que chegam em um mesmo nó a um valor tal que mais refinamento não traga nenhum ganho significativo de precisão.

Comparando os resultados obtidos em sua pesquisa com aqueles disponíveis na literatura, os autores concluíram que no caso de carregamento axial (bem estudado em uma série de trabalhos) a correlação dos resultados foi boa; por outro lado, no caso do cisalhamento, em muito pouco havia sido estudado até então, não se dispunham de dados para a comparação dos resultados.

Em relação à sensibilidade quanto à variação dos parâmetros, os autores observaram o seguinte:

para Carga axial

- Kt diminui com o aumento de $\frac{r}{d}$ e independe de $\frac{l}{d}$;
- Kt aumenta com aumento de $\frac{H}{d}$ para restrição remota;
- Kt aumenta com redução de $\frac{H}{d}$ para restrição local;
- Kt independe de $\frac{D}{d}$, se $\frac{D}{d} > 2$;
- Kt possivelmente independe de $\frac{H}{d}$, se $\frac{H}{d} > 3$.

para Cisalhamento

- Kt aumenta com aumento de $\frac{D}{d}$ e $\frac{l}{d}$, e diminuição de $\frac{H}{d}$ e $\frac{r}{d}$ para restrição remota (observou-se uma tendência a um valor assintótico quando $\frac{D}{d} > 2,9$ e $\frac{l}{d} > 4$);
 - Kt aumenta com a diminuição de $\frac{r}{d}$ para restrição local (há pouca dependência dos outros parâmetros).
- C. Patterson [32], publicou no ano de 1979 um trabalho sobre recomendações e cuidados a serem tomados ao usar o método dos elementos finitos para o dimensionamento mecânico.

O autor chama a atenção para a necessidade de um uso criterioso desta poderosa arma de projeto, sob pena de se perderem as suas principais vantagens em relação aos métodos experimentais - a rapidez e o baixo custo da solução - uma vez que dispensa a necessidade de uso intensivo de protótipos para o desenvolvimento do projeto.

O bom uso do método baseia-se na aplicação de hipóteses simplicadoras adequadas ao problema real, o que implica num modelo físico (simulação da geometria, vinculação e

carregamentos - isto vale sempre pois independe do método de solução escolhido) correto e também um bom modelo matemático (dependente do método de solução a ser usado).

Tratando especificamente do método dos elementos finitos, o autor lembra que o tempo de solução varia com o cubo do número de graus de liberdade e recomenda:

- preferir modelos bidimensionais sempre que possível;
- usar todas as simetrias existentes modelando a menor parte possível; Patterson ensina que mesmo no caso de geometria axisimétrica com carregamento não simétrico, é possível decompô-lo com uma série de Fourier e obter a solução da composição dos períodos;
- em casos de singularidades geométricas, usar modelos locais carregados com os resultados (força ou deslocamento) nodais de um processamento global mais grosseiro.

Em resumo, o autor afirma que a confiabilidade dos resultados obtidos com elementos finitos é condicionada pela boa simulação da geometria, da energia de deformação (função da qualidade da malha usada quanto ao tipo de elemento, nível de discretização, estudos de convergência da solução, etc.) e da capacidade do modelo reproduzir o comportamento real da peça.

- *I. M. Allison* [24], em seu artigo de 1985 tratou de uma série de recomendações e cuidados quanto ao uso do método dos elementos finitos e suas dificuldades em simular adequadamente comportamentos reais de estruturas e componentes.

Allison aponta os problemas de concentração de tensões, cargas concentradas em uma área muito pequena e fronteiras de elementos de diferentes materiais como aqueles que requerem a maior atenção do engenheiro usuário de elementos finitos.

Toda atenção deve estar voltada para a correta aplicação dos carregamentos e vinculação da estrutura, nunca esquecendo que o

modelo deve ter a capacidade de reproduzir o comportamento da estrutura real.

Um cuidado mais sutil e importante diz respeito a escolha correta do elemento que será usado; sua função de deslocamento deve satisfazer implicitamente as condições de contorno, caso contrário ocorrerão erros importantes, especialmente em casos como os citados acima.

A título de exemplo, Allison resolveu um caso simples de concentração de tensões em uma chapa fina com entalhe, tendo obtido os seguintes resultados:

<i>solução usando ...</i>	<i>Kt</i>
elementos isoparamétricos triangulares de 3 nós	3,56
elementos isoparamétricos triangulares de 6 nós	3,80
elementos isoparamétricos retangulares de 8 nós	4,18
<i>ensaio fotoelástico (valor correto)</i>	<i>4,07</i>

3.2 Resultados da pesquisa

Apresenta-se neste item um resumo e uma análise das informações levantadas na bibliografia consultada.

3.2.1 Evolução histórica das pesquisas

O primeiro estudo de concentração de tensões de que se tem notícia foi o célebre problema da placa fina de dimensões infinitas com um orifício no centro, resolvido analiticamente em 1898 por G. Kirsh.

No início deste século os pesquisadores soviéticos estudaram intensamente soluções matemáticas para problemas desta natureza, como por exemplo o problema de placas semi-infinitas dotadas de orifícios elípticos, e submetidas a tração, flexão pura e cisalhamento, publicado em 1910 por Kolosov. Nos anos vinte e início da década de

trinta Muskhelishvili (publicou em 1933), trabalhando com potenciais complexos, criou um método para solução de qualquer problema bidimensional com orifícios.

Em 1937, o alemão H. Neuber publicou seus estudos analíticos (equações elípticas) sobre a distribuição de tensões na vizinhança de entalhes em problemas de duas e três dimensões.

Por outro lado, os estudos fotoelásticos de concentração de tensões começaram em 1921 com o trabalho de Coker (placas sob tração); a partir daí tivemos trabalhos de Timoshenko e Dietz (1925), Maris (1927), Weibel (1934), Frocht (1935), Frocht e Landsberg (1951) e Allison (1959).

O estudo de torção de eixos por meio de analogia elétrica começou com Jacobsen (1925). Weigand (1944) estudou a torção de eixos com extensômetros mecânicos.

A fotoelasticidade para problemas tridimensionais de concentração de tensões foi usada primeiramente por Timoshenko em 1935.

De maneira geral, pode-se dizer que o grande volume das soluções matemáticas para problemas de concentração de tensões apareceu até a década de trinta, quando os métodos experimentais passaram a predominar, continuando até os dias de hoje. No entanto, a partir da década de setenta, e mais intensamente no final dos anos oitenta, os métodos numéricos tem crescido em sua utilização, predominando totalmente a partir da década de noventa.

A Fig. 3.2 a seguir resume as informações comentadas anteriormente.

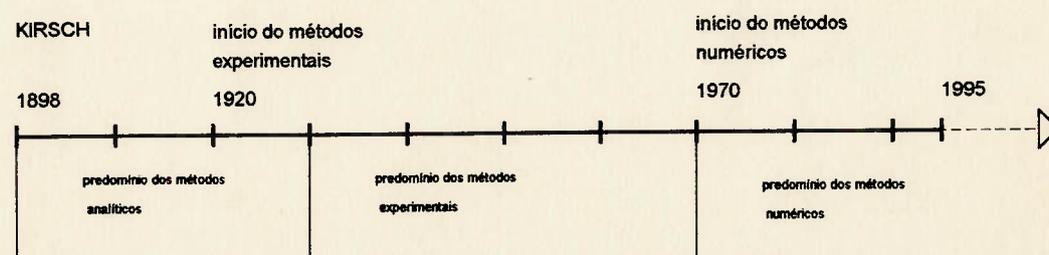


Fig. 3.2 - Evolução histórica das pesquisas sobre concentração de tensões

3.2.2 Tendências do assunto

A análise da bibliografia revelou, como uma forte tendência para os estudos neste campo, o uso dos métodos dos elementos finitos e de elementos de contorno visando:

- determinar os modos de falha da mecânica da fratura;
- estudo de componentes trincados;
- estudar a concentração de tensões em juntas soldadas e tubulações (revisão e extensão dos resultados da ASME, considerados muito conservadores);
- revisar os resultados disponíveis na literatura com a finalidade de conferi-los e estendê-los (aumentar a faixa de relações geométricas estudadas).

4. ABORDAGEM DO PROBLEMA

Como já enfatizado anteriormente, a determinação do valor teórico de concentração de tensões para um determinado tipo de geometria e caso de carregamento é muito importante para o dimensionamento de componentes geometricamente similares, quando submetidos a esforços de mesma natureza.

Tal consideração adquire particular importância quando o projeto de um dado componente envolve o emprego de materiais frágeis, operação a baixas temperaturas, solicitações cíclicas ou de impacto, situações em que o dimensionamento é função exclusivamente da tensão máxima, mesmo que ela esteja restrita a uma região muito pequena do componente.

Os itens a seguir tratarão de uma série de conceitos e cuidados visando estabelecer um procedimento que permita a obtenção de valores confiáveis de concentração de tensões para o tipo de geometrias e carregamentos abordados no presente trabalho, dividindo-se entre questões de cunho mais geral, comuns a qualquer método de solução, e outras, especificamente ligadas ao método escolhido, no caso o método dos elementos finitos.

Por fim, os últimos itens deste capítulo tratarão da aplicação dos conceitos aqui apresentados ao caso estudado no presente trabalho.

4.1 Modelamento de um problema real

A solução de problemas reais de engenharia, com toda a complexidade, particularidades e detalhes envolvidos, requer uma série de simplificações visando reduzi-los a termos que possibilitem um tratamento adequado por parte do engenheiro.

Estas simplificações, que jamais deverão perder de vista o comportamento físico real da estrutura, quando relacionadas aos carregamentos, vinculação ou geometria resultam no chamado *modelo físico* do problema.

O passo seguinte da análise é traduzir tais hipóteses em termos de um equacionamento matemático, o que consiste no *modelo matemático*, e

que, a princípio, poderá admitir uma solução exata ou ser resolvido através de algum método aproximado.

É importante ressaltar que, até este ponto, o procedimento independe completamente do método de solução escolhido, sendo portanto comum a qualquer tipo de análise.

Quando a escolha do método de solução recai sobre algum procedimento aproximado, tem-se o que denominamos de *modelo numérico*.

Se o método de solução escolhido for o dos elementos finitos, o modelo numérico terá como principal preocupação a escolha do tipo de elemento e da distribuição dos mesmos ao longo da geometria.

4.2 O método dos elementos finitos no projeto mecânico

Quando uma formulação analítica que permita uma solução *exata* para o problema é difícil de ser desenvolvida, o método dos elementos finitos tem se mostrado uma das melhores opções para a obtenção dos resultados desejados, conforme enfatiza Spyarakos [15].

Corroborando com tal opinião, autores como Zahavi [20] e Paterson [32], entre outros, destacam o crescente uso, nas últimas décadas, do método dos elementos finitos como uma ferramenta no projeto mecânico, graças a dois fatores em especial:

- sua capacidade de fornecer, mediante determinados cuidados, soluções precisas para uma grande variedade de problemas de engenharia estrutural, em muitos casos envolvendo geometrias e carregamentos complexos;
- acentuado ganho de produtividade com o emprego do método para a solução de problemas mais triviais.

Através do uso de elementos finitos também tornou-se possível eliminar a necessidade de grandes programas de testes e ensaios com protótipos para o desenvolvimento de um determinado produto.

Na verdade, a função destes ensaios foi modificada, passando a ter como objetivo principal o fornecimento de dados para a verificação e calibração das hipóteses do modelo numérico, tornando os resultados

suficientemente confiáveis e válidos para os desenvolvimentos subseqüentes no computador.

Desta forma precisa-se de apenas alguns poucos testes com protótipos, o que evidentemente gera grandes economias de tempo e recursos no contexto global do projeto.

Por tais razões, nota-se na bibliografia (ver Paterson [32], Namestnikov [31], Hardy [29], Gooyer [28], etc.) uma forte tendência no sentido de se aplicar o método dos elementos finitos na preparação de dados tabelados para uso em projeto, revisando e ampliando as formas, faixas geométricas e carregamentos atualmente cobertos pelos manuais, tais como Peterson [11], entre outros.

A título de ilustração do conceito acima, anexou-se ao presente, na forma de Apêndice, um breve resumo das normas para projeto mecânico de flanges API 6, 6A e 6 AF, do American Petroleum Institute, cuja idéia básica consiste no emprego de modelos de elementos finitos para gerar dados que são posteriormente usados em uma série de cálculos nos quais estão embutidos os critérios de resistência da norma, com os resultados apresentados em forma de tabelas para dimensionamento.

É dentro desta mesma filosofia de aplicação do método dos elementos finitos que se enquadra o presente trabalho.

4.1.1 Limitações ao emprego do método

Apesar do método dos elementos finitos ser teoricamente capaz de resolver adequadamente grandes problemas estruturais, desde que tomados certos cuidados, sua aplicação prática será limitada por fatores de natureza econômica (custos e tempo), especialmente no caso de grandes problemas envolvendo não-linearidades, geometrias tridimensionais, e respostas dinâmicas, quando, grosso modo, a quantidade de graus de liberdade e equações a resolver torna-se muito grande (é conveniente lembrar também a maior susceptibilidade a problemas numéricos, os quais serão brevemente comentados mais adiante).

Por outro lado, a falta de dados experimentais relativos à características físicas e mecânicas dos materiais, bem como a

inexistência de dados para calibrar o modelo numérico vão limitar, respectivamente, o aproveitamento e a confiabilidade dos resultados dos processamentos de elementos finitos.

4.1.2 Objetivo de uma análise por elementos finitos

Conforme definição de Spyrakos [15], o objetivo de uma análise por elementos finitos é determinar-se, com o nível de precisão adequado ao caso, a resposta de um sistema contínuo sujeito à ação de um determinado carregamento e cuja geometria foi subdividida em partes discretas - os elementos finitos.

Com bem poucas exceções, caso da análise estática linear de treliças planas, vigas, pórticos e membranas, o método dos elementos finitos não fornece a solução *exata* e sim uma *aproximação* numérica desta, que poderá ser bastante próxima desde que observados certos cuidados no modelamento, como já foi afirmado.

Naturalmente os fatores condicionantes para cada problema variam caso a caso, porém, é sempre verdadeiro o fato de que, a partir de um determinado nível, qualquer aumento da precisão numérica implicará apenas em um maior custo da análise, sem adicionar qualquer benefício prático à qualidade da solução em função de outras incertezas tais como dados de material e critérios de resistência, entre outros.

4.1.3 Modelo numérico usando elementos finitos

A criação de um modelo adequado aos resultados pretendidos é o passo mais importante para qualquer método numérico.

No caso do método dos elementos finitos pretende-se desenvolver uma discretização, isto é, uma distribuição de nós ao longo da geometria que está sendo estudada, de modo a propiciar a mínima quantidade de elementos que permita a obtenção de resultados suficientemente precisos sem usar mais tempo de processamento ou manipulação de dados que o necessário.

Um bom modelo será sempre baseado no perfeito entendimento conceitual do sistema físico e na previsão do comportamento da estrutura. Em outras palavras, dependerá de um *modelo físico* bem

concebido, sem o que os resultados obtidos não terão nenhum valor, podendo, inclusive, induzir a decisões erradas causadoras de grandes prejuízos.

A seleção do tipo de elemento e da topologia da malha deverá, segundo Paterson [32], respeitar dois requisitos principais:

- representar de forma precisa a geometria descrita no *modelo físico*;
- simular adequadamente a energia de deformação da estrutura.

O primeiro requisito é óbvio, dispensando maiores comentários, os quais podem, contudo, ser encontrados em detalhes no livro de Cook [4].

Com relação ao segundo dos requisitos citados acima, é ele que permite o uso de malhas de elementos finitos mais pobres (com menor quantidade de elementos em uma dada área) nas regiões em que os gradientes de tensão são menores, requerendo, porém, malhas mais densas (contendo mais elementos por unidade de área) para acompanhar adequadamente as súbitas variações de tensão.

É justamente pela particularidade descrita acima que não existe nenhuma regra fixa e geral que permita uma definição prévia da densidade de malha a ser usada, definição esta fortemente dependente das condições específicas de cada problema.

Assim sendo, a densidade da malha deverá ser determinada caso a caso, mediante a realização de um estudo de convergência, no qual se vai refinando progressivamente a malha nas regiões de interesse até obter a precisão desejada, limitando-se o erro entre dois processamentos subseqüentes (também é possível descobrir-se que com aquela particular distribuição de elementos não há convergência dos resultados).

É absolutamente importante frisar, no entanto, que a convergência da solução numérica não implica necessariamente na solução correta do problema físico, isto é, os resultados numéricos podem realmente estar convergindo, porém, para um valor errado, devido a, por exemplo, problemas de mal condicionamento do sistema de equações lineares (para mais detalhes ver Cook [4]).

Para evitar-se tal inconveniente proceder uma verificação das hipóteses adotadas no modelamento através da comparação com resultados experimentais é a melhor forma de garantir a convergência da solução numérica para valores corretos, ou, em outras palavras, a convergência do *modelo físico*.

4.1.4. Cuidados básicos na construção do modelo

Partindo-se de um modelo físico adequado, alguns cuidados básicos (ver Spyrakos [15], Zahavi [20], Cook [4], entre muitos outros) devem ser observados para que se obtenham resultados aproveitáveis.

Vale a pena observar que, atualmente, boa parte dos cuidados mencionados a seguir estão de alguma maneira contemplados nos programas geradores automáticos de malha incluídos nos principais pacotes comerciais de elementos finitos.

a. Quanto à razão de aspecto

Sendo esta definida como a relação entre a maior e a menor dimensão do elemento, pode-se generalizar o seguinte:

- os resultados serão tanto mais precisos quanto mais próxima de 1 (um) for a razão de aspecto dos elementos e mais próximos de 90° (noventa graus) forem os ângulos internos dos quadriláteros, especialmente no caso do campo de tensões apresentar gradientes de mesma grandeza em todas as direções;
- elementos com razão de aspecto maior do que 1 (um) também podem trazer resultados precisos desde que a maior dimensão do elemento esteja alinhada com a direção em que o gradiente de tensões varie suavemente.

b. Quanto à relação de tamanho entre elementos vizinhos

Devem ser evitadas diferenças bruscas no tamanho de elementos vizinhos; quando for necessário usar elementos de tamanhos diferentes, caso das transições entre áreas com diferente densidade de malha dentro de um mesmo modelo, a relação entre o tamanho de elementos vizinhos deverá ser de no máximo 2 (dois).

c. Quanto à forma

Se for necessário usar elementos distorcidos na malha, é importante evitar ângulos obtusos maiores do que 120° (cento e vinte graus), procurando sempre deslocá-los das regiões críticas ou de interesse.

4.1.5 Tópicos sobre a aplicação do método

Neste item tratar-se-ão de algumas particularidades importantes na aplicação prática do método dos elementos finitos, quais sejam:

a. Geração automática de malhas

Quando o volume de dados a tratar aumenta muito, principalmente em função de fatores tais como o tamanho do modelo, grau de refinamento da malha necessário ou quantidade de iterações até a definição da topologia adequada ao caso, cresce também a probabilidade de ocorrerem erros humanos.

Visando minimizar a ocorrência deste tipo de enganos e eliminar uma etapa massante e pouco produtiva do processo, dispõe-se hoje de programas de computador destinados a localizar e numerar automaticamente os nós e elementos do modelo.

Tais programas são, geralmente, baseados na localização inicial dos nós marginais a partir dos contornos do modelo, de acordo algumas regras controladas pelo usuário (p.ex.: número de divisões da aresta, espaçamento dos nós uniforme, progressivamente crescente ou decrescente, etc.), e, a partir destes, gerar os nós internos em um processo iterativo segundo algum esquema, como por exemplo a média das coordenadas dos nós circundantes (forma de diferenças finitas da equação de Laplace), como mostra a figura abaixo.

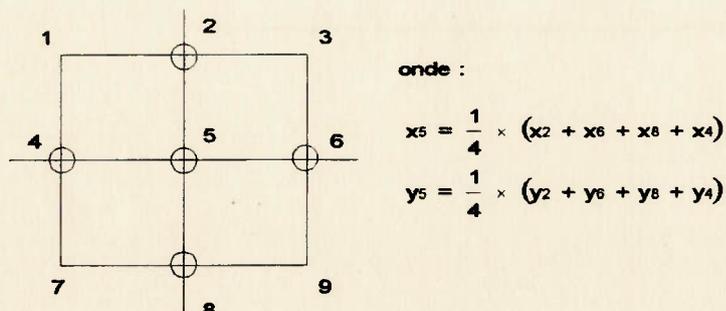


Fig. 4.1 - Coordenadas dos nós internos

Como principais vantagens, este recurso apresenta:

- menor possibilidade de erro humano na preparação dos dados para os modelos;
- economia de tempo e esforço;
- malhas mais regulares, com menor quantidade de elementos distorcidos (visto que tais programas geralmente incorporam em seus algoritmos os cuidados ressaltados no item 4.1.4 acima), permitindo a obtenção de resultados de melhor qualidade.

b. Erros computacionais

Há na bibliografia uma série de medidas e cuidados visando manter sob controle e avaliar a importância dos erros computacionais decorrentes da grande quantidade de operações de ponto flutuante inerentes ao método dos elementos finitos (p.ex.: formação das matrizes de rigidez dos elementos, matriz de rigidez global, inversões, solução do sistema de equações, etc.).

Como regra geral, pode-se considerar que os erros computacionais aumentam devido a fatores como uso de elementos muito distorcidos, grandes diferenças de rigidez ou tamanho entre elementos vizinhos e existência de uma região considerável do modelo cujos deslocamentos tenham uma componente de movimento de corpo rígido muito grande.

A maioria dos pacotes comerciais de elementos finitos fornece, dentre seus dados de saída, informações que permitem algum tipo de avaliação deste tipo de erro.

Apenas para citar um exemplo, o processador SSAP0H do pacote ALGOR, fornece a relação entre o maior e o menor elemento da matriz de rigidez da estrutura, relação esta que se deverá ser mantida até um máximo de 4 (quatro) ordens de grandeza, segundo Spyrakos [15].

Convém lembrar, no entanto, conforme afirma Cook [4], que embora não exista até o momento nenhum teste ou grupo de testes que garantam efetivamente a existência ou não de erros computacionais, informações como a comentada acima podem, ao menos, indicar uma tendência à sua ocorrência.

c. Uso de elementos melhorados

Os elementos isoparamétricos, ou seja, aqueles cuja forma e campos de deslocamentos são descritos pela mesma função de interpolação, podem receber algumas melhorias em relação à formulação básica visando incrementar sua precisão e versatilidade.

Uma das principais modificações é a adição de graus de liberdade não-nodais, o que em termos práticos significa somar alguns termos ao campo de deslocamentos adotado, o que faz desta medida uma boa alternativa de modelamento, vantajosa em relação ao simples aumento do número de elementos usados (aumento da densidade da malha), em especial porque os graus de liberdade adicionais são supridos pelo próprio programa, e "condensados" (ver Cook [4], Bathe [2], ou Zienkiewicz [21], entre outros) antes da montagem da matriz de rigidez global da estrutura.

Estes graus de liberdade adicionais podem ser entendidos como deslocamentos relativos aos deslocamentos nodais. Como são internos, estão associados a um único elemento, embora afetem os deslocamentos da aresta do elemento tornando-o *incompatível* com o seu vizinho (i.e., podem-se abrir "buracos" ou haver sobreposição). Tal compatibilidade de deslocamentos será reestabelecida na condição limite de deformações constantes.

No caso específico de elementos isoparamétricos sólidos lineares, (os hexaedros de oito nós), a adição dos modos incompatíveis pode incrementar muito sua precisão em casos de esforços de flexão, especialmente se os elementos não forem muito distorcidos.

A bibliografia (ver Cook [4]) relata casos em que apenas uma fileira destes elementos teria sido adequada para a análise de, por exemplo, juntas espessas de tubulação.

O campo de deslocamentos para o elemento com modos incompatíveis não condensado será dado por:

"modos incompatíveis"

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \sum_1^8 N_i \times \mathbf{u}_i + (1-\xi^2) \times \mathbf{u}_9 + (1-\eta^2) \times \mathbf{u}_{10} + (1-\zeta^2) \times \mathbf{u}_{11} \\ \mathbf{v} &= \sum_1^8 N_i \times \mathbf{v}_i + (1-\xi^2) \times \mathbf{v}_9 + (1-\eta^2) \times \mathbf{v}_{10} + (1-\zeta^2) \times \mathbf{v}_{11} \\ \mathbf{w} &= \sum_1^8 N_i \times \mathbf{w}_i + (1-\xi^2) \times \mathbf{w}_9 + (1-\eta^2) \times \mathbf{w}_{10} + (1-\zeta^2) \times \mathbf{w}_{11} \end{aligned}$$

onde N_i são as funções de interpolação do elemento isoparamétrico "básico", dadas por:

$$N_i = \frac{1}{8} \times (1 + \xi\xi_i) \times (1 + \eta\eta_i) \times (1 + \zeta\zeta_i)$$

para ξ , η e ζ um sistema de coordenadas generalizadas (que variam de -1 a 1), conforme mostra esquema abaixo:

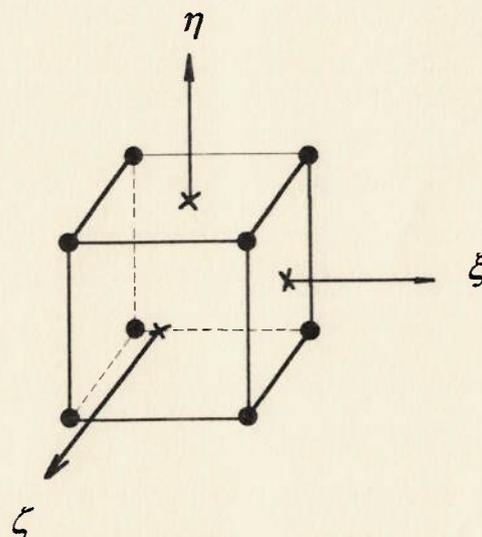


Fig. 4.2 - Coordenadas generalizadas para o elemento sólido

Quanto à integração numérica nestas condições, um esquema $2 \times 2 \times 2$ com 8 (oito) pontos de Gauss é suficiente para elementos não muito distorcidos; caso seja necessário o uso de elementos com distorções próximas da máxima recomendada, recomenda-se o emprego de um esquema de integração $3 \times 3 \times 3$ (ver Bathe [2], Cook [4] e Zienkiewicz [21] para maiores detalhes).

d. Técnicas de modelamento para singularidades geométricas

Como já se sabe, furos, trincas e mudanças bruscas na geometria podem ser caracterizadas como *singularidades* ou *descontinuidades geométricas*.

O modelamento de tais ocorrências vai depender do grau de interesse quanto à determinação mais ou menos precisa do campo de tensões e deformações na vizinhança da singularidade.

Caso não se esteja interessado nestes efeitos, é possível usar um modelo global para a estrutura toda, com uma malha grosseira ao redor da descontinuidade. Se, por outro lado, deseja-se quantificar o efeito local da singularidade, um grau de refinamento da malha muito maior deverá ser usado.

Encontram-se relacionadas na bibliografia (ver Cook [4], Spyrakos [15], Zahavi [20] entre outros) algumas técnicas básicas para o modelamento de singularidades geométricas, dentre as quais destacamos as seguintes:

a. Valores conhecidos

Caso os valores de concentração de tensões para aquela dada geometria e carregamento sejam conhecidos a partir de dados experimentais ou manuais de projeto tais como Peterson [11], pode-se usar um modelo mais grosseiro, com o grau de refinamento apenas o suficiente para permitir a determinação precisa das tensões nominais nas proximidades da singularidade.

Esta é a mais simples das técnicas de tratamento para este tipo de problema, porém também a menos precisa, devendo ser usada com bastante critério, quando há um bom conhecimento do problema.

b. Elementos especiais

Baseada no uso de elementos finitos especiais que incorporam em sua formulação a solução exata da teoria da elasticidade para aquele tipo específico de singularidade.

As maiores limitações desta técnica residem na não disponibilidade deste tipo de elemento finito nos pacotes comerciais e sua restrição ao tipo de singularidade que admite a solução exata.

Como vantagem, tem-se a possibilidade de modelar a singularidade com um único elemento, reduzindo a quantidade de graus de liberdade do modelo, e, conseqüentemente o tempo de processamento e a susceptibilidade a erros numéricos.

c. Modelos locais

Esta técnica consiste em dividir a análise em duas etapas distintas:

- primeiramente analisa-se a estrutura inteira com uma malha mais grosseira, mesmo na região contendo a singularidade;
- numa segunda etapa trabalha-se com um modelo apenas da região de concentração de tensões, com uma malha refinada a ponto de permitir uma descrição fina do comportamento das tensões e deformações na vizinhança da singularidade. O carregamento deste modelo local, que é aplicado nodalmente nas fronteiras, foi calculado na primeira etapa, em forma de deslocamentos ou forças nodais.

A maior preocupação nesta técnica deve ser a definição do domínio do modelo local - o corte no modelo global deve estar suficientemente afastado da singularidade para não "sentir" seus efeitos (explica-se pelo princípio de St. Venánt).

Como vantagens da técnica apresentam-se a possibilidade de se conseguir uma ótima precisão através da menor susceptibilidade a erros computacionais, maior refinamento (pois o domínio é menor) e malhas mais uniformes.

A principal restrição ao uso da técnica reside numa certa dificuldade em sua implementação, função do volume de dados a ser manipulado para aplicação dos carregamentos nodais no modelo local; o que é relativamente simples de se fazer no caso bidimensional pode se tornar proibitivo a três dimensões, requerendo que se escrevam programas destinados a montar os modelos locais para cada particular geometria a ser analisada.

d. Refinamento local

Consiste no uso de uma malha bastante mais refinada na região em que se apresenta a singularidade geométrica, sem perder de vista os

cuidados básicos (ver item 4.1.4 acima) quanto a razão de aspecto e relação de tamanhos dos elementos das regiões de transição da malha.

As vantagens desta técnica residem em sua facilidade de implementação, graças ao possível auxílio de geradores automáticos de malha, e o fato de requerer um único processamento.

Como restrições, citamos a necessidade de um maior tempo de processamento e uma maior susceptibilidade a erros computacionais (problema comum em modelos com muitos graus de liberdade).

4.3 Procedimento de abordagem

Pode-se concluir, pelo que foi comentado anteriormente, que a análise de um problema real de engenharia implica em uma série de decisões e ações específicas daí decorrentes.

Os resultados pretendidos na análise e a própria natureza do problema é que vão condicionar quais serão estas ações, e em qual momento deverão ser tomadas.

Pelo que foi exposto nos itens anteriores, é possível organizar um conjunto de ações e cuidados na forma de um procedimento geral de abordagem para casos de análise estrutural, resumido na Fig. 4.3 a seguir.

É importante ressaltar que as primeiras fases do procedimento ilustrado a seguir, quais sejam, redução de um problema real a um modelo físico simplificado e a tradução deste em termos matemáticos, são comuns a qualquer processo de solução independentemente do método escolhido.

Muitos autores, dentre os quais Zahavi [20], chamam a atenção para o fato de que a maior parte dos erros, e sempre os mais graves, ocorrem nestas fases iniciais, devido à simplificações erradas oriundas de uma má interpretação do problema real.

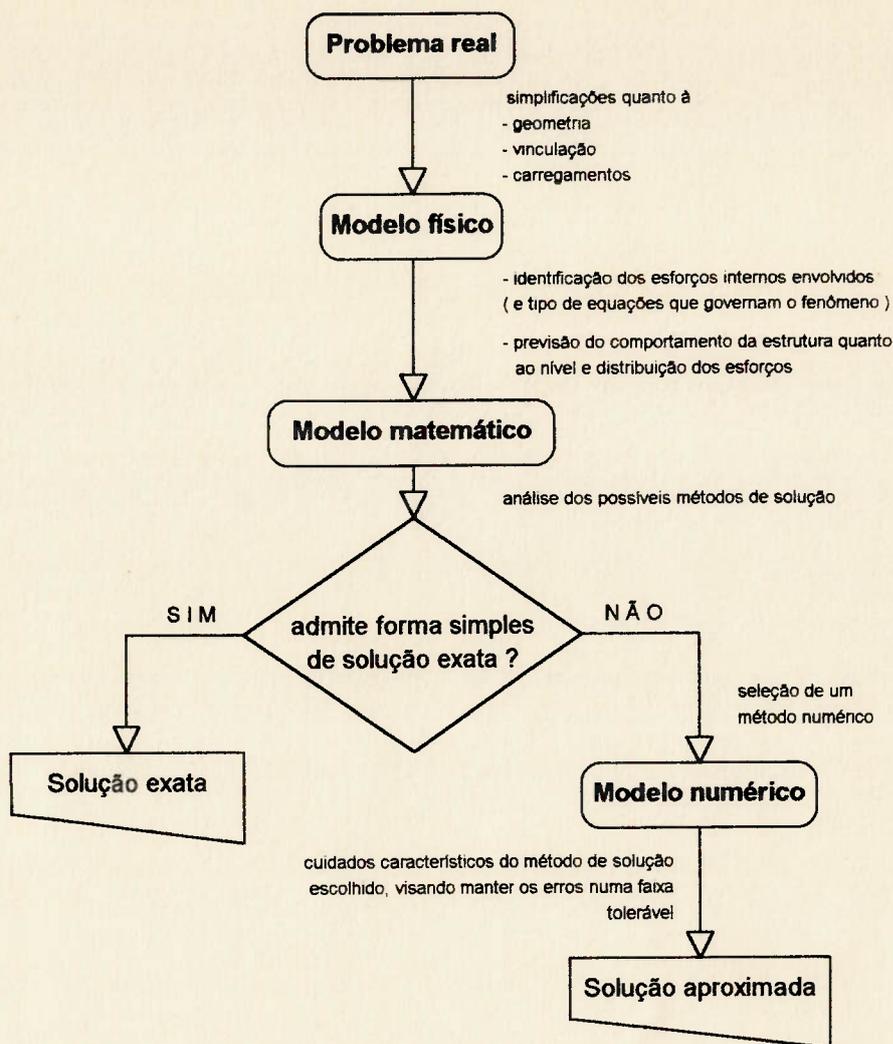


Fig. 4.3 - Procedimento de abordagem de problemas de estruturas

Se o método escolhido para resolver o problema for, como no caso do presente trabalho, o dos elementos finitos, o procedimento de abordagem será particularizado a partir da definição do modelo numérico, na forma descrita pela Fig. 4.4, a seguir.

1. Seleção do tipo de elemento finito adequado ao caso
2. Análise da geometria procurando simetrias visando reduzir o número total de graus de liberdade
3. Definição da topologia da malha mediante estudo de convergência

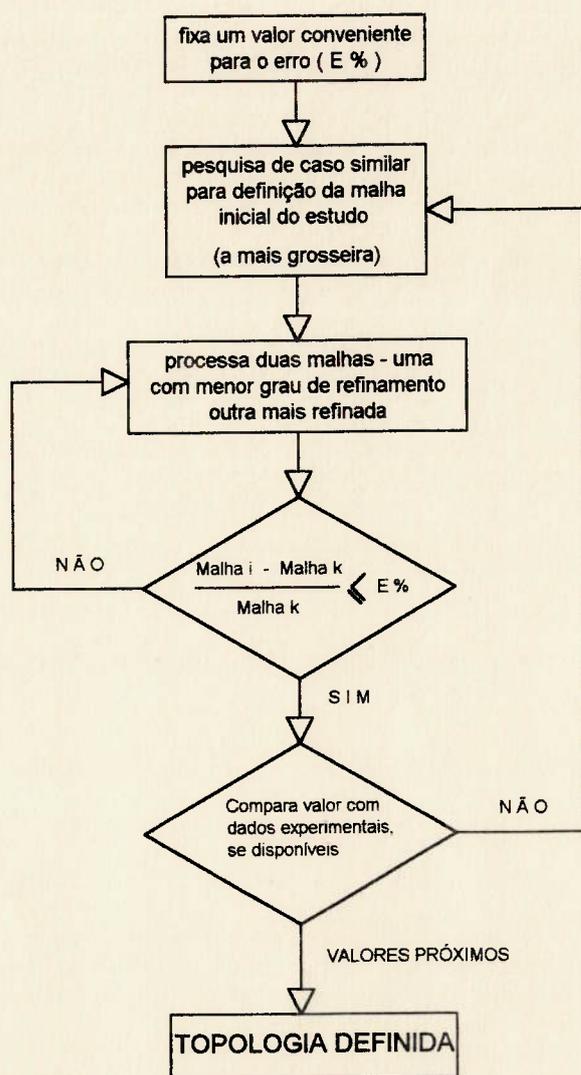


Fig. 4.4 - Procedimento para construção de modelo numérico de elementos finitos

Como se pode perceber pela figura acima, a definição da quantidade e distribuição dos elementos ao longo da geometria do modelo se baseia em um estudo de convergência, no qual se processam diversas malhas

com um grau de refinamento crescente, até que a variação no valor das tensões entre dois processamentos subsequentes se torne menor que um valor arbitrário de erro.

Uma vez definida a topologia que garante a convergência para um determinado valor, compara-se tal valor com dados experimentais - caso disponíveis.

Esta última comparação sim, é muito conclusiva pois determina se os resultados estão convergindo ou não para o valor correto, fornecendo assim uma avaliação sobre a capacidade daquela malha representar adequadamente o comportamento físico real da estrutura.

4.4 Geometrias de interesse

A Fig. 4.5 abaixo mostra alguns detalhes da geometria típica encontrada nas pontas de eixo dos rolos de pressão (ou pressionadores, pois a bibliografia do ramo registra ambas as nomenclaturas) em máquinas fabricantes de papel ou celulose, objeto de estudo do presente trabalho (ver também Fig. 1.8 do capítulo 1).

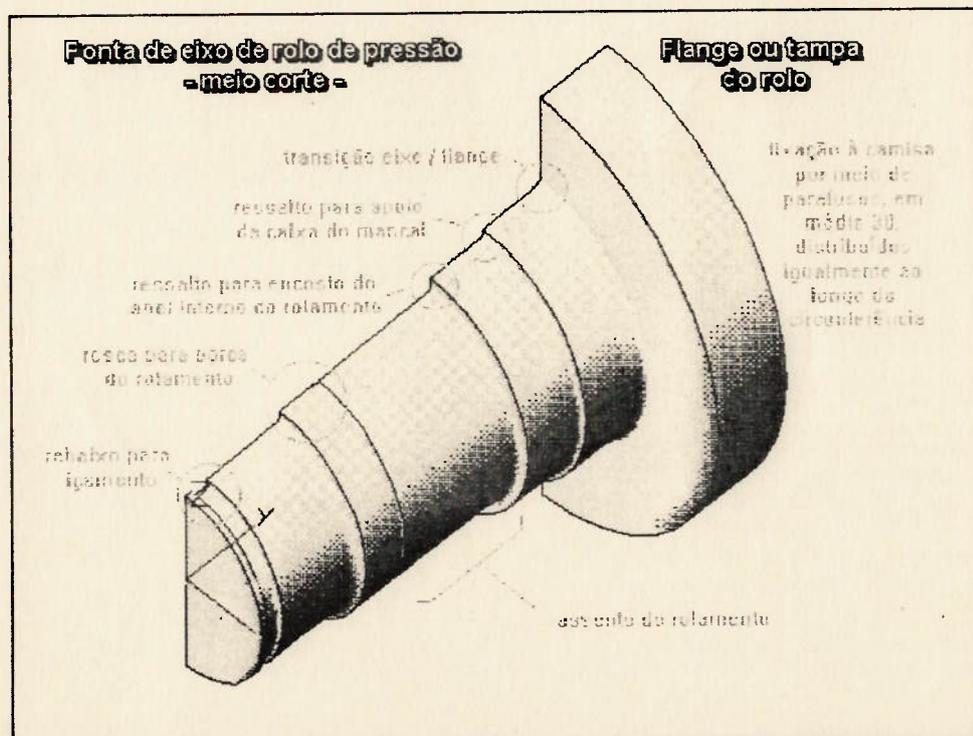


Fig. 4.5 - Detalhes da geometria de uma ponta de eixo de rolo de pressão

Convém ressaltar, como já exposto anteriormente, que geometrias similares à que está sendo estudada no presente trabalho são encontradas, de acordo com informações obtidas junto a alguns fabricantes, em outras aplicações tais como cilindros para laminação de chapas, equipamentos para tratamento de efluentes (prensas de lodo), máquinas para fabricação de placas tipo Eucatex, máquinas para processamento de couro, equipamentos para usinas de álcool e açúcar, equipamentos para indústria têxtil, entre outros.

Conforme se pode perceber na Fig. 4.5, existe uma série de singularidades geométricas em uma ponta de eixo - rosca, ressaltos e canais (entalhes) - cada qual com sua função específica dentro do projeto.

A geometria de uma particular ponta de eixo fica completamente definida quando são conhecidas as seguintes dimensões:

- diâmetros de cada trecho;
- comprimentos de cada trecho;
- raio de entalhe para cada singularidade (sempre $\frac{1}{4}$ de circunferência);
- diâmetro do flange;
- espessura do flange.

São as singularidades situadas entre o assento do mancal e o flange que vão determinar o dimensionamento da peça, uma vez que o trecho restante fica praticamente descarregado.

A singularidade geométrica cujo estudo apresenta maior interesse é a transição entre o eixo e o flange, região de maior incidência de falhas, conforme já comentado nos primeiros capítulos do presente.

A influência da proximidade de diferentes pontos de concentração de tensões no valor e distribuição dos esforços ao longo da ponta de eixo serão analisados em maiores detalhes mais adiante.

Do ponto de vista do presente estudo, focalizado na região de transição eixo/flange por razões já explicadas, a geometria de uma determinada ponta de eixo, conforme se vê na Fig. 4.6, fica definida através das seguintes dimensões:

- diâmetro do eixo (d);
- comprimento do eixo (l);
- diâmetro do flange (D);
- espessura do flange (s).
- raio da transição (r);

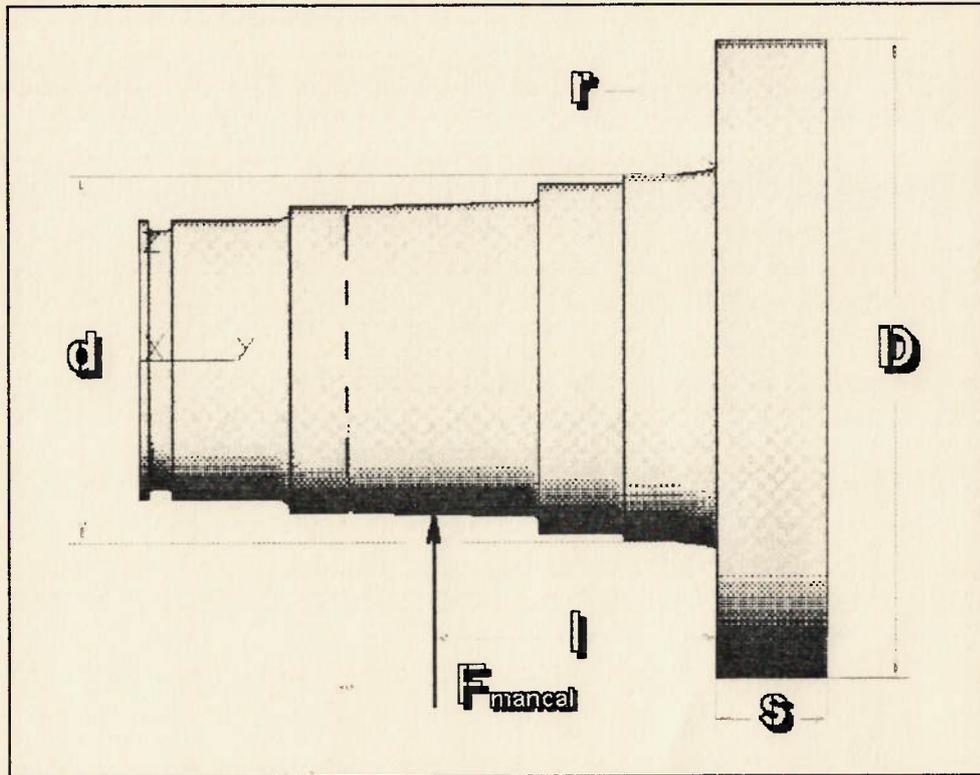


Fig. 4.6 - Dimensões que definem a geometria da região de interesse da ponta de eixo

Assim sendo, definem-se quatro parâmetros adimensionais cuja variação está contida na seguinte faixa de interesse técnico, segundo informações de fabricantes:

- $\frac{l}{d} = 1$;
 - $\frac{D}{d} = 1,67 ; 3 \text{ e } 5$;
 - $\frac{s}{D} = 0,10 \text{ e } 0,15$;
 - $\frac{r}{d} = 0,02 ; 0,05 \text{ e } 0,083$;
- (4.1)

A faixa de geometrias descrita acima, por conter as situações extremas (limites superior e inferior) atende a quase totalidade dos casos encontrados na prática.

Quanto a considerar a distância entre o ponto de aplicação da reação de apoio do mancal (F_{mancal}) e a face do flange igual ao diâmetro do eixo na região da transição (ou seja, $l = d$), acredita-se que tal simplificação reflete bem a realidade (visto que a variação da relação $\frac{l}{d}$ é pequena, próxima e no máximo igual a 1) e, portanto, não se estará incorrendo em nenhum erro importante.

As relações $\frac{r}{d} = 0,05$ e $\frac{r}{d} = 0,083$ para $\frac{D}{d} = 1,67$ permitem comparar resultados com aqueles obtidos experimentalmente por Allison [23], para o caso de eixos submetidos à flexão pura.

Por outro lado, quando $\frac{r}{d} = 0,05$ e $\frac{s}{D} = 0,15$ para $\frac{D}{d} = 3$ pode-se comparar os resultados aqui obtidos com os da análise por elementos finitos publicada por Hardy [26], que estuda uma viga curta (de seção retangular) com ressalto submetida a esforços cortantes.

4.5 Definição dos modelos usados nos processamentos

A definição dos modelos a serem usados nos processamento baseou-se nos conceitos tratados no item 4.3, e resumidos nas Fig. 4.3 e Fig. 4.4.

Os resultados do presente trabalho estão normalizados em relação ao material, permitindo sua utilização qualquer que seja o material da peça a dimensionar.

Para todos os cálculos usou-se os seguintes valores:

- módulo de elasticidade longitudinal $\Rightarrow E = 206.000 \text{ N/mm}^2$;
- coeficiente de Poisson $\Rightarrow \nu = 0,3$

4.5.1 Modelo físico do problema

Este item trata das hipóteses simplificadoras quanto a geometria da ponta de eixo, forma de aplicação e valor do carregamento e condições de contorno.

a. Simplificações na geometria

Em função do foco de interesse residir na região de transição entre o eixo e o flange, considerou-se o primeiro como sendo prismático, com um único diâmetro desde o centro do assento do rolamento até a região onde se inicia o flange, como mostra a Fig.4.7 a seguir.

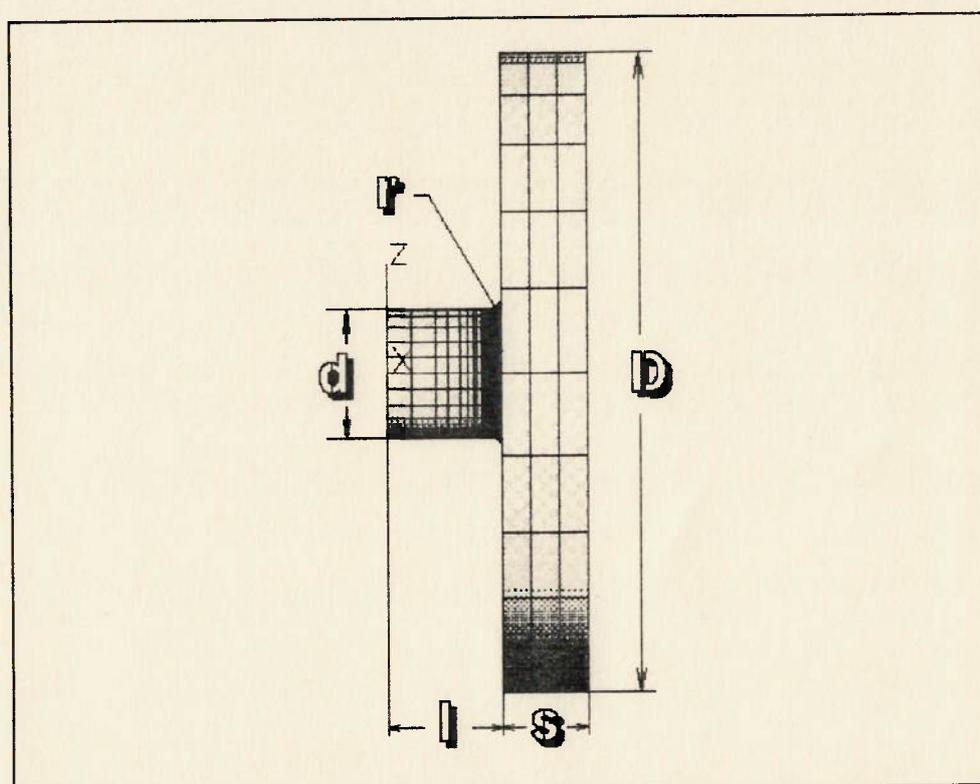


Fig. 4.7 - Simplificações da geometria do modelo

Foi usado um diâmetro de eixo igual a 76,2 milímetros ($d = 76,2$ mm) para todos os cálculos, mesma dimensão dos espécimes ensaiados por Allison [23] em seu trabalho, com qual deseja-se comparar alguns resultados.

Como se pode perceber, a geometria dos modelos fica completamente determinada quando conhecidas as relações entre os parâmetros adimensionais (ver item 4.4 - relação 4.1) e o diâmetro do eixo (d).

Quanto à influência nos resultados devido à presença de outras singularidades geométricas (os ressaltos para encosto do anel interno do rolamento e para apoio da caixa do mancal, respectivamente, como mostram as Fig. 4.5 e 4.6) nas proximidades da região de interesse, pode-se concluir através do exame da bibliografia (ver Peterson [11]) que o valor da tensão máxima será tanto menor quanto maior for a quantidade e mais próximas estiverem as múltiplas singularidades geométricas, resultados estes embasados por uma série de dados experimentais.

Por outro lado, quando o espaçamento entre as singularidades múltiplas aumenta, o valor da concentração de tensões vai se aproximando assintoticamente do valor encontrado para o caso da singularidade única.

O trabalho de Peterson [11] sugere, inclusive, o uso de "entalhes (canais) de alívio" nas proximidade de ressaltos de eixos como um eficaz recurso de projeto para reduzir a concentração de tensões, baseado em uma melhor distribuição em torno da singularidade.

Considerando as distâncias entre as singularidades para o caso das pontas de eixo presentemente estudadas, pode-se estimar que os valores de concentração de tensões obtidos desprezando-se tal efeito serão por volta de 1,5 % a 3 % mais elevados.

b. Simplificações nas condições de contorno

Como indicado nas Fig. 1.8 e Fig. 4.5, a fixação do flange à camisa do rolo se dá por meio de parafusos, que, segundo informações obtidas junto a fabricantes, perfazem um total de aproximadamente 30 (podendo chegar a um máximo de 45 em casos especiais), dispostos ao longo de uma circunferência e pré-tensionados até cerca de 75 % de sua carga de prova, de modo a não permitir qualquer movimento relativo entre a camisa do rolo e o flange da ponta de eixo.

É, portanto, bastante razoável considerar restritos todos os graus de liberdade dos pontos pertencentes a esta circunferência, que no presente caso é caracterizada pelo diâmetro D .

c. Simplificações nos carregamentos

No caso das pontas de eixo reais, o carregamento, que se trata de uma reação de apoio nos mancais do rolo, se dá através de compressão superficial entre duas partes distintas em contato, quais sejam o anel interno do rolamento e a ponta de eixo propriamente dita.

Devido à rigidez das partes envolvidas, esta área de contato é pequena, podendo-se, portanto, substituir a pressão superficial por uma força vertical aplicada (força cortante), equivalente à resultante da pressão de contato.

Esta força aplicada provoca um momento fletor, crescente em direção à camisa do rolo, com um valor máximo justamente na seção que contém a transição eixo/flange.

4.5.2 Modelo matemático do problema

Pelo que foi exposto nas diversas considerações do item anterior, conclui-se que os esforços envolvidos são de flexão devido à força cortante, sendo portanto possível prever os seguintes comportamentos:

- as tensões mais altas ocorrerão na superfície do modelo, no plano do momento fletor máximo, e as mínimas próximo da linha neutra, em um plano situado a 90° do de máximo momento fletor;
- na região da singularidade ter-se-á um estado triplo de tensões;
- no eixo, excluída a região afetada pela singularidade, a variação das tensões será diretamente proporcional à magnitude da força vertical, e à distância de seu ponto de aplicação à seção considerada;
- assim sendo, pelo eixo, o ponto de máximo momento fletor coincide com a região onde está situada a singularidade;
- considerando o flange, a região de máximas tensões radiais também coincide com o lugar geométrico da singularidade.

4.5.3 Modelo numérico do problema

Como já comentado, o método usado foi o dos elementos finitos, e, portanto, a definição do modelo numérico baseia-se na escolha do tipo de elemento finito mais adequado e na definição da topologia da malha, através de um estudo de convergência.

Primeiramente porém, será fornecida uma descrição dos recursos empregados na solução do problema.

a. Recursos usados

Por razões logísticas foram usados para o presente trabalho os seguintes recursos de programa e equipamento:

- computador pessoal baseado no processador Pentium de 90 MHz;
- programas do pacote comercial de elementos finitos ALGOR:
 - pré e pós-processadores do módulo VIZICAD PLUS;
 - processador estático linear SSAP0H ver 11.08-3H;
 - gerador automático de malha SUPERGEN ver 2.02-3H (que incorpora os cuidados mencionados no item 4.1.5 a.).

b. Seleção do tipo de elemento

Pelo que foi exposto nos itens 4.5.1 e 4.5.2, foram usados no modelamento das geometrias em questão elementos sólidos lineares (código ALGOR: TY 5), contendo em sua formulação modos incompatíveis, e integrados segundo um esquema $2 \times 2 \times 2$, com oito pontos de Gauss.

c. Consideração das simetrias

Embora a geometria tenha simetria axial, o carregamento é simétrico apenas em relação a um único plano. Logo, modelou-se 180° (fazendo uso da simetria planar existente).

d. Estudo de convergência

Devido à inexistência de resultados experimentais para as geometrias estudadas no presente trabalho, resolveu-se conduzir o estudo de convergência com base nas geometrias exploradas por Allison [23],

onde se determinou experimentalmente valores de concentração de tensões em eixos submetidos à flexão pura.

A comparação com tais resultados, como já foi afirmado anteriormente, permite uma avaliação objetiva sobre a capacidade de uma determinada malha de elementos finitos representar o comportamento real da estrutura em questão.

Assim sendo, as conclusões e a topologia da malha, determinadas (por meio de estudo de convergência seguido da comparação com dados experimentais) usando-se algumas das geometrias pesquisadas por Allison [23], foram diretamente extrapoladas para as geometrias consideradas no presente trabalho.

Acredita-se que a definição da topologia da malha segundo este esquema, até mesmo pela falta de argumentos em contrário, tem condições de fornecer resultados adequados, embora a situação ideal fosse a existência de dados experimentais para o tipo específico de geometria em questão (pontas de eixo de rolos de máquinas fabricadoras de papel), permitindo a calibração direta do modelo de elementos finitos.

Geometrias para o estudo de convergência

Conforme afirmado anteriormente, é possível a comparação da geometria das pontas de eixo com os casos estudados por Allison [23] quando as relações adimensionais tem os seguintes valores:

- $\frac{D}{d} = 1,67$;
- $\frac{r}{d} = 0,05$ e $0,083$; para qualquer $\frac{s}{D}$

Como também o diâmetro menor do eixo (d) é conhecido, tem-se em função dele as outras dimensões:

- $d = 76,2$ mm ;
- $D = 127$ mm ;
- $r = 3,81$ mm e $6,32$ mm .

Quanto ao comprimento, o espécime testado por Allison tinha 254 milímetros (ou 10 polegadas), assim divididos:

- $l = 94$ mm (para o trecho com $d = 76,2$ mm);
- $L = 160$ mm (para o trecho com $D = 127$ mm).

O que resulta em uma relação $\frac{l}{d} = 1,23$.

As dimensões descritas acima foram usadas na construção dos modelos destinados ao estudo de convergência para a definição da topologia da malha a ser usada no restante do trabalho.

Condições de contorno para o estudo de convergência

Os eixos para os quais se tem resultados experimentais são solicitados à flexão pura, carregamento este simulado através da aplicação de dois binários, iguais e de sentidos opostos, um em cada extremidade do eixo, com magnitude igual a 1524 Nm (escolhido arbitrariamente).

Devido ao comprimento do trecho com diâmetro maior ($D = 127$ mm) ser relativamente grande ($L = 160$ mm), a substituição do binário por um engastamento da seção, poderia ser uma simplificação viável.

Para testá-la, elaborou-se um modelo simplificado (ver Fig. 4.8 e Fig. 4.9) de cada uma das condições descritas acima, comparando-se o valor nodal de tensão de von Mises nos mesmos pontos.

Destes processamentos foram obtidos os seguintes resultados para tensão de von Mises [MPa]:

# do nó	Coordenadas do nó	Flexão pura	Engastado	Diferença
451	X = 0 Y = 89,6899 Z = 38,1	43,3024	43,314	0,0268 %
452	X = 0 Y = 94 Z = 38,1	29,8918	29,908	0,0542 %

Os resultados relacionados acima demonstram a perfeita viabilidade da simplificação, que poderá ser adotada no restante dos processamentos do estudo de convergência.

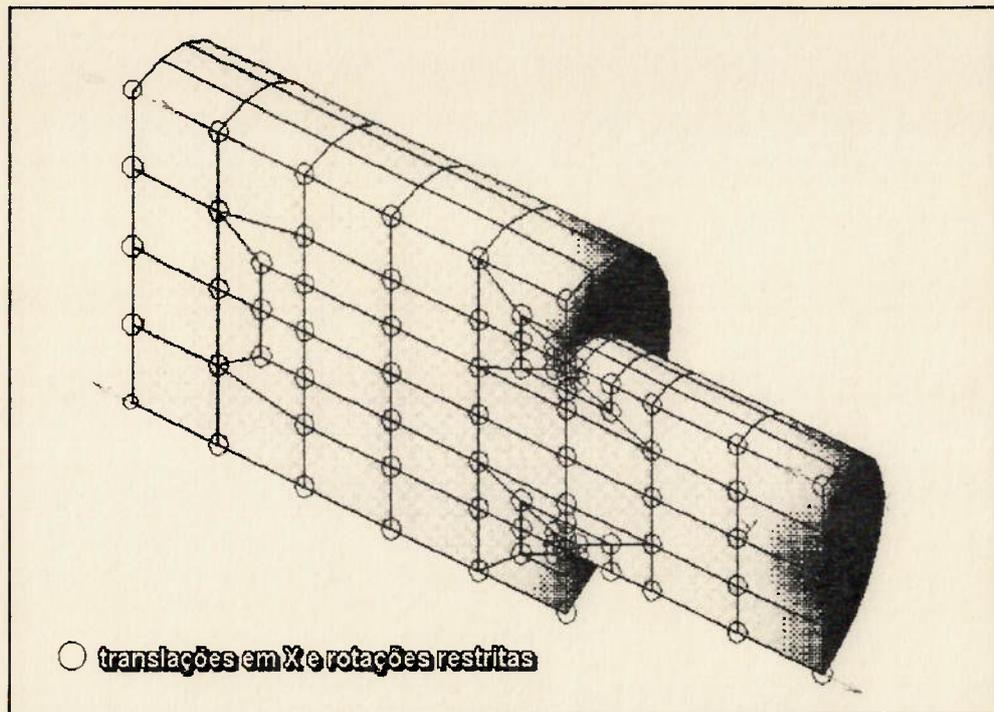


Fig. 4.8 - Modelo de elementos finitos de eixo estudado por Allison [23]

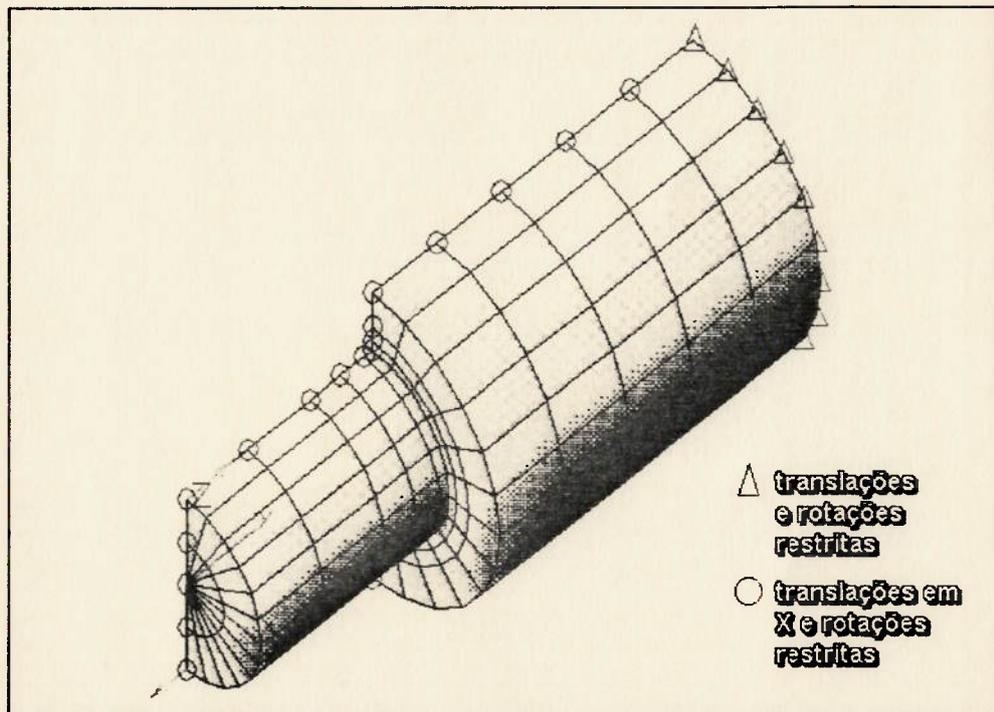


Fig. 4.9 - Simplificação quanto à condição de contorno - extremidade engastada

Carregamentos para o estudo de convergência

O valor do binário pode ser escolhido arbitrariamente, desde que se use o mesmo em todos os processamentos, por razões bastante óbvias.

Quanto ao número escolhido, isto é, 1524 Nm, sua aplicação resultará numa tensão normal de flexão com valor de pouco mais de 35 MPa ($\sigma_y \approx 35$ MPa), o qual, de acordo informações fornecidas por um determinado fabricante de equipamentos para papel e celulose, tem sido usado como tensão limite de projeto.

Modelos usados e resultados do estudo de convergência

Realizou-se um estudo de convergência de acordo com o procedimento descrito no item 4.3, Fig. 4.4., tomando como base as dimensões descritas anteriormente neste mesmo item.

Note-se que, como se trata de um caso de flexão pura, a máxima tensão ocorre na superfície da peça, segundo a direção normal à seção e alinhada com o eixo longitudinal da peça, direção essa que no presente caso é paralela ao eixo global Y.

Detectou-se também, conforme esperado, que os componentes de tensão segundo as outras direções são bem menores.

Observou-se ainda que o valor da tensão normal ao longo do eixo Y coincidia com a tensão principal máxima ($\sigma_y \approx \sigma_1$), tendo sido encontrado um valor para a tensão de von Mises ligeiramente menor que os dois primeiros, justificável por sua própria definição (combinação das três tensões principais).

Os resultados obtidos estão sumarizados nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3 a seguir, lembrando que no caso das duas primeiras, isto é, para os casos de raios iguais a 3,81 e 6,32 milímetros, respectivamente, é possível a comparação direta com resultados experimentais obtidos por Allison [23].

Tabela 4.1 - Estudo de convergência para modelo com raio de 3,81 milímetros

Modelo	t proc [min]	# nós	# total de els. ALGOR tipo 5	# els. raio	σ máx [MPa]	Coords. do pto. máx
CAL1G	24,082	3389	6 nós: 96 7 nós: 72 8 nós: 2688 TOTAL: 2856	12	74,217957	X = 0 Y = 91,1761 Z = 38,2298
CAL1K	32,407	4065	6 nós: 96 7 nós: 72 8 nós: 3276 TOTAL: 3444	15	75,594345	X = 0 Y = 91,0378 Z = 38,1955
CAL1L	43,768	4845	6 nós: 96 7 nós: 96 8 nós: 3936 TOTAL: 4128	18	75,655289	X = 0 Y = 90,8516 Z = 38,1579

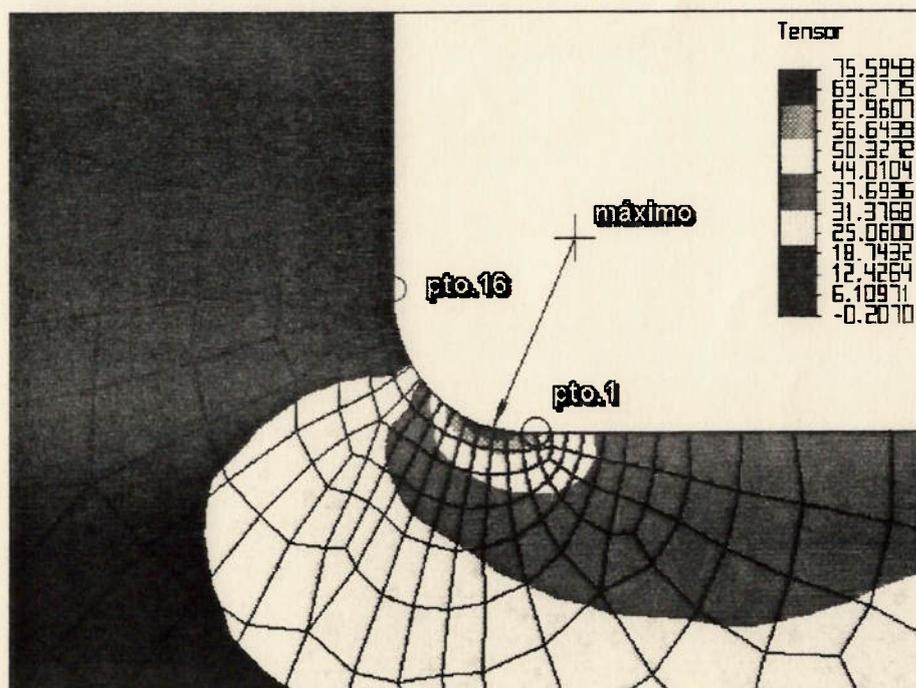
Tabela 4.2 - Estudo de convergência para modelo com raio de 6,32 milímetros

Modelo	t proc [min]	# nós	# total de els. ALGOR tipo 5	# els. raio	σ máx [MPa]	Coords. do pto. máx
CAL2A	22,137	2999	6 nós: 96 7 nós: 96 8 nós: 2316 TOTAL: 2508	12	63,064980	X = 0 Y = 89,3157 Z = 38,3153
CAL2B	26,031	3805	6 nós: 96 7 nós: 96 8 nós: 3024 TOTAL: 3216	15	64,471222	X = 0 Y = 88,913 Z = 38,2214
CAL2D	86,202	5557	6 nós: 144 7 nós: 144 8 nós: 4536 TOTAL: 4824	15 (36 divisões na circunferência)	63,862846	X = 0 Y = 88,913 Z = 38,2214
CAL2C	38,846	4273	6 nós: 96 7 nós: 108 8 nós: 3420 TOTAL: 3624	18	63,788559	X = 0 Y = 88,7775 Z = 38,196

Tabela 4.3 - Estudo de convergência para modelo com raio de 1,52 milímetros

Modelo	t proc [min]	# nós	# total de els. ALGOR tipo 5	# els. raio	σ máx [MPa]	Coords. do pto. máx
CAL3A	29,600	3623	6 nós: 96 7 nós: 48 8 nós: 2916 TOTAL: 3060	10	100,878609	X = 0 Y = 92,9428 Z = 38,1749
CAL3B	31,692	3883	6 nós: 96 7 nós: 48 8 nós: 3120 TOTAL: 3264	12	103,862762	X = 0 Y = 92,866 Z = 38,1521
CAL3C	48,088	4717	6 nós: 120 7 nós: 60 8 nós: 3852 TOTAL: 4032	15	102,491188	X = 0 Y = 92,8105 Z = 38,1384

A seguir, mostram-se as Fig. 4.10 a Fig. 4.12, que mostram a distribuição das tensões e a localização do ponto de máximo para as malhas escolhidas em cada caso.

Fig. 4.10 - Mapa de tensões (σ_y) para o caso de $r = 3,81$ mm

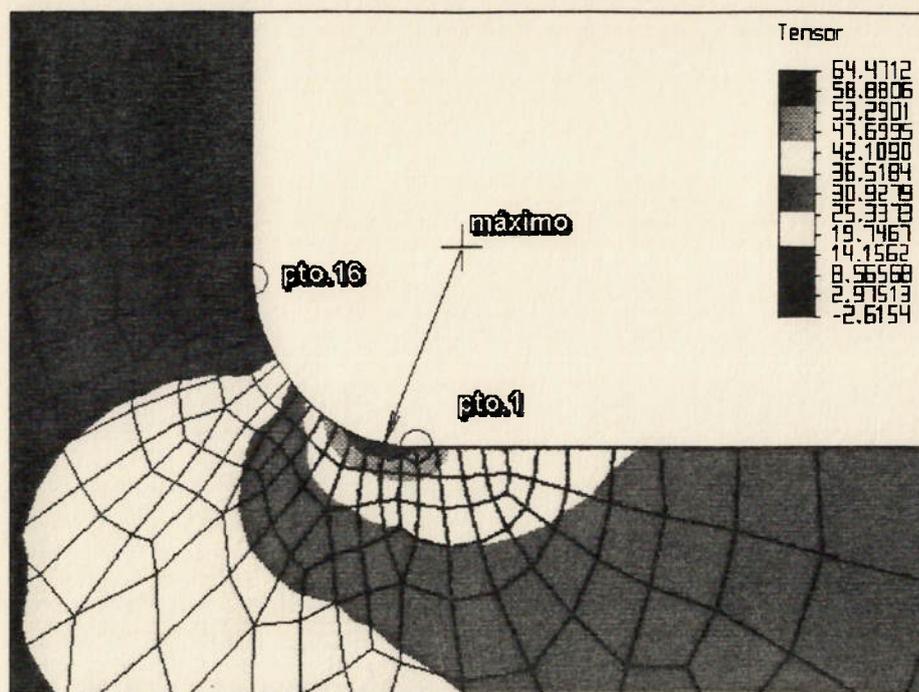


Fig. 4.11 - Mapa de tensões (σ_y) para o caso de $r = 6,32$ mm

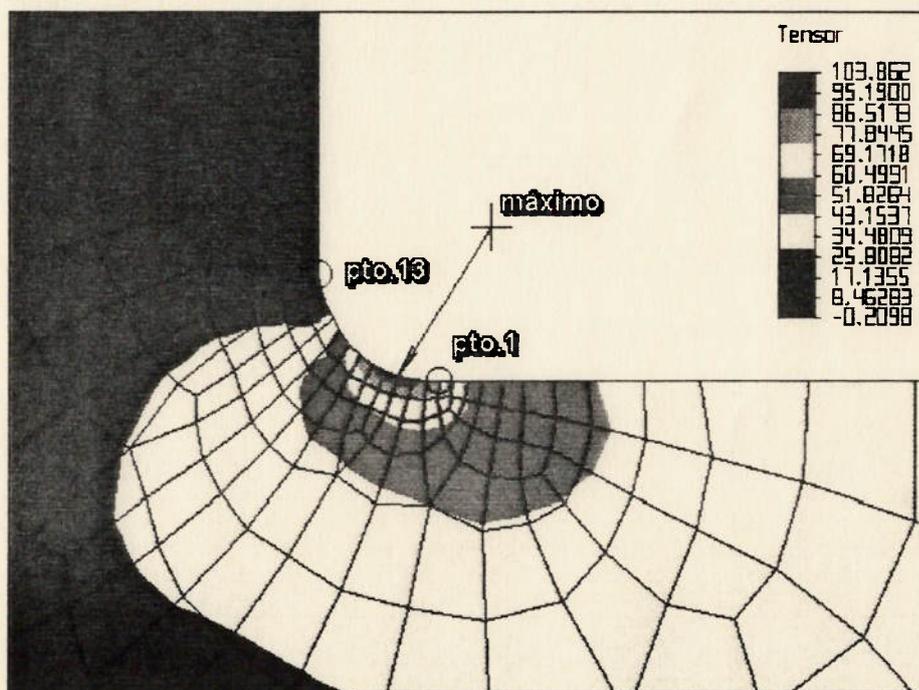


Fig. 4.12 - Mapa de tensões (σ_y) para o caso de $r = 1,52$ mm

Conclusões do estudo de convergência

Os valores de concentração de tensões (K_t) determinados experimentalmente por Allison [23], para os raios $r = 3,81$ e $r = 6,32$ milímetros, são $K_t = 2,11$ e $K_t = 1,84$, respectivamente, os quais, usando o valor de carregamento adotado nos modelos, resultariam em valores máximos de tensão na direção Y iguais a $\sigma_y = 74,03$ MPa, no primeiro caso e $\sigma_y = 64,56$ MPa, para o segundo.

Comparando-se tais valores com os resultados dos processamentos para os modelos CAL1K e CAL2B (ver Tabelas 4.1 e 4.2), encontrou-se um valor 2,11 % maior no primeiro caso e 0,138 % menor no segundo, perfeitamente adequados ao problema em questão.

A Fig.4.13 a seguir resume as conclusões do estudo de convergência, para estes dois casos.

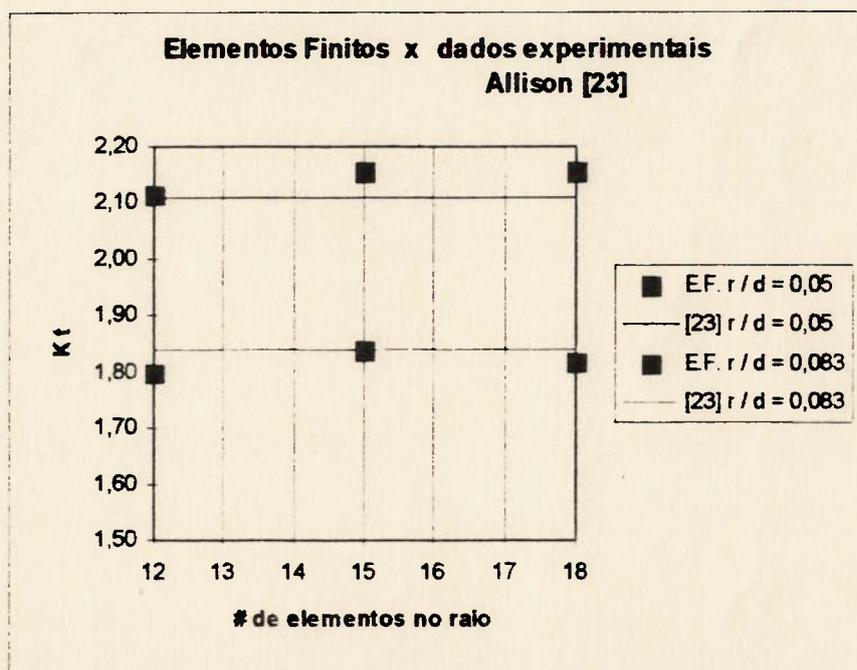


Fig. 4.13 - Resultados do estudo de convergência: raios $r = 3,81$ mm e $r = 6,82$ mm

Para a geometria do modelo CAL3B (raio $r = 1,52$), pela inexistência de resultados experimentais, adotou-se a malha com 12 elementos distribuídos ao longo do raio, pois a diferença resultante da comparação com o valor da tensão máxima obtida do modelo com 10 elementos no raio é inferior a 3%, considerado um valor de erro adequado ao presente caso.

5. RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados, na forma de figuras, tabelas e gráficos, obtidos dos processamentos de elementos finitos para 18 (dezoito) casos diferentes de geometria, obtidos a partir de combinações dos parâmetros adimensionais descritos no capítulo 4, item 4.4 - relações (4.1).

Geralmente, os fatores teóricos de concentração de tensões são expressos em termos de um valor de tensão nominal, obtido da forma mais simples de cálculo, tal qual a tensão média agindo em uma dada seção, ou mais realisticamente, a tensão nominal que existiria na seção crítica caso a singularidade geométrica não estivesse presente (ver Allison [24]).

Neste trabalho, como mencionado anteriormente, os valores indicados para o fator teórico de concentração de tensões (K_t) foram obtidos dividindo-se o máximo valor nodal da tensão de von Mises pelo valor da tensão normal de flexão que existiria naquele ponto caso o modelo se tratasse de um eixo prismático de igual diâmetro (ou seja, caso não existisse a singularidade e o diâmetro do eixo fosse igual ao diâmetro menor "d").

Assim, tem-se:

$$\bullet K_t = \frac{\sigma_{\text{von Mises máx}}}{\sigma_{\text{nom}}}, \text{ onde } \sigma_{\text{nom}} = \frac{\pi}{32} \times d^3 \quad (5.1)$$

A simplificação adotada na definição da tensão nominal é, até certo ponto, simplista na medida em que despreza o efeito do cisalhamento (efeito esse causador de distorção ou empenamento da seção transversal da peça).

Desprezar-se este efeito, todavia, resulta, para as geometrias em questão, em valores de tensão nominal ao redor de 10 % inferiores aos obtidos incluindo-se o cisalhamento nos cálculos (ver Young [19]).

Esta influência relativamente pequena, aliada à enorme simplicidade para o cálculo da tensão normal de flexão em um eixo, determinaram

a escolha desta como a tensão nominal na definição do valor de concentração de tensões (Kt).

Interpretação dos valores determinados pelo programa ALGOR

Para um melhor entendimento dos resultados mostrados a seguir, é importante explicitar quais as considerações embutidas nos resultados apresentados pelo programa.

Os valores nodais de tensão mostrados pelo programa são obtidos por extrapolação através de um esquema interno de "mínimos quadrados locais", a partir de valores calculados nos pontos de Gauss.

Quanto às tensões de von Mises, estas são calculadas de acordo com a seguinte relação:

$$\sigma_{\text{vonMises}} = \sqrt{\frac{1}{2} \times [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2] + 3 \times (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}$$

onde os σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz} são os seis componentes do tensor das tensões para cada ponto considerado.

5.1 Casos com relação de diâmetros $D/d = 1,67$

A relação dos modelos de elementos finitos empregados nos cálculos consta da Tabela 5.1 e os resultados obtidos em termos de valor e posição do ponto de máximo estão relacionados na Tabela 5.2, como segue.

Como se pode ver, a última coluna da Tabela 5.1 apresenta valores para a relação $k_{\text{máx}}/k_{\text{min}}$, entre o maior e o menor valor da matriz de rigidez da estrutura, os quais, como já comentado no capítulo 4 item 4.1.5 b., servem como uma medida estimativa para controle da qualidade numérica da solução obtida (devendo, de acordo com Spyarakos [15], ser os menores possíveis, sempre inferiores a quatro ordens de grandeza).

Tabela 5.1 - Modelos usados nos processamentos com $D / d = 1,67$

Modelo	t proc [min]	# nós	# de elementos	# els. no raio	$k_{\text{máx}} / k_{\text{min}}$
2R02S10	31,124	3801	6 nós: 48 7 nós: 36 8 nós: 3072 TOTAL: 3156	12	3,6952E+01
2R02S15	31,046	3541	6 nós: 48 7 nós: 36 8 nós: 2880 TOTAL: 2964	12	3,8137E+01
2R05S10	26,109	3515	6 nós: 48 7 nós: 36 8 nós: 2820 TOTAL: 2904	15	3,5244E+01
2R05S15	23,922	3411	6 nós: 48 7 nós: 36 8 nós: 2748 TOTAL: 2832	15	4,7213E+01
2R08S10	18,275	3203	6 nós: 48 7 nós: 36 8 nós: 2556 TOTAL: 2640	15	3,7183E+01
2R08S15	19,659	3281	6 nós: 48 7 nós: 36 8 nós: 2640 TOTAL: 2724	15	3,6541E+01

Tabela 5.2 - Resultados para $D/d = 1,67$

r/D	$\sigma_{\text{máx}}$ [MPa] ($s/D = 0,10$)	Coordenadas do máximo (mm)	$\sigma_{\text{máx}}$ [MPa] ($s/D = 0,15$)	Coordenadas do máximo (mm)
0,02	306,216553	X = 0 Y = 75,995 Z = 38,865	180,262268	X = 0 Y = 75,7519 Z = 38,5481
0,05	198,506302	X = 0 Y = 75,8227 Z = 40,2569	125,103317	X = 0 Y = 74,7655 Z = 38,9312
0,083	149,294495	X = 0 Y = 74,7654 Z = 40,4106	94,847672	X = 0 Y = 73,8894 Z = 39,5346

Os valores indicados acima para as tensões máximas tratam-se de tensões de von Mises.

5.1.1 Resultados para $r/d = 0,02$

Foram realizados processamentos para duas espessuras distintas de flange, como mostrado a seguir.

a. Relação $s/D = 0,10$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.1 e 5.2, enquanto a Fig. 5.3 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.4 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

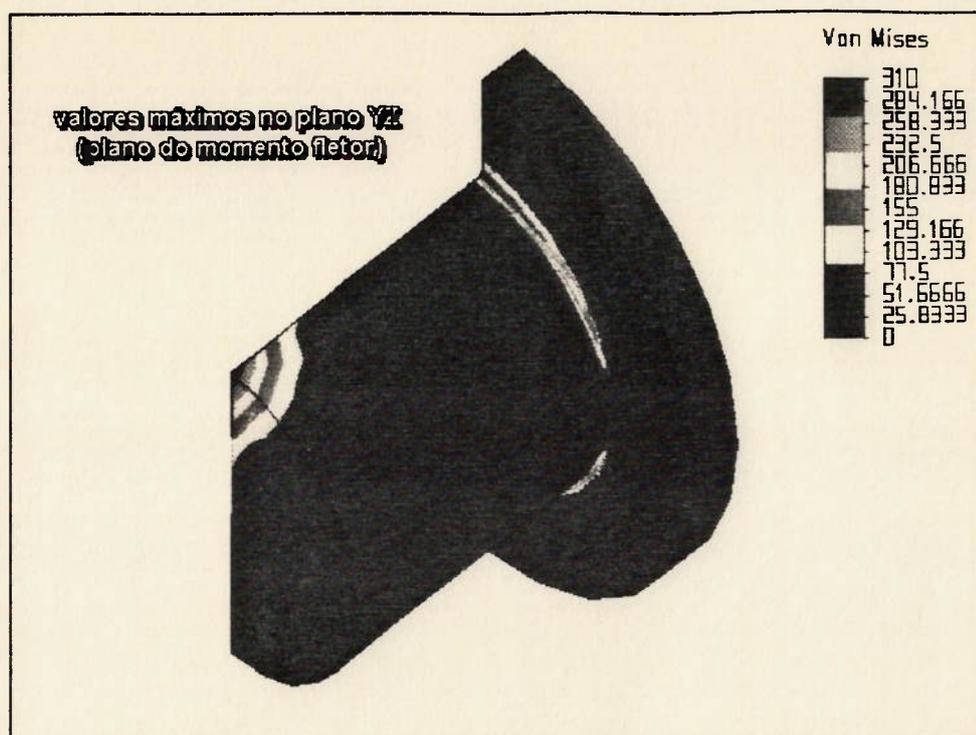


Fig. 5.1 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica

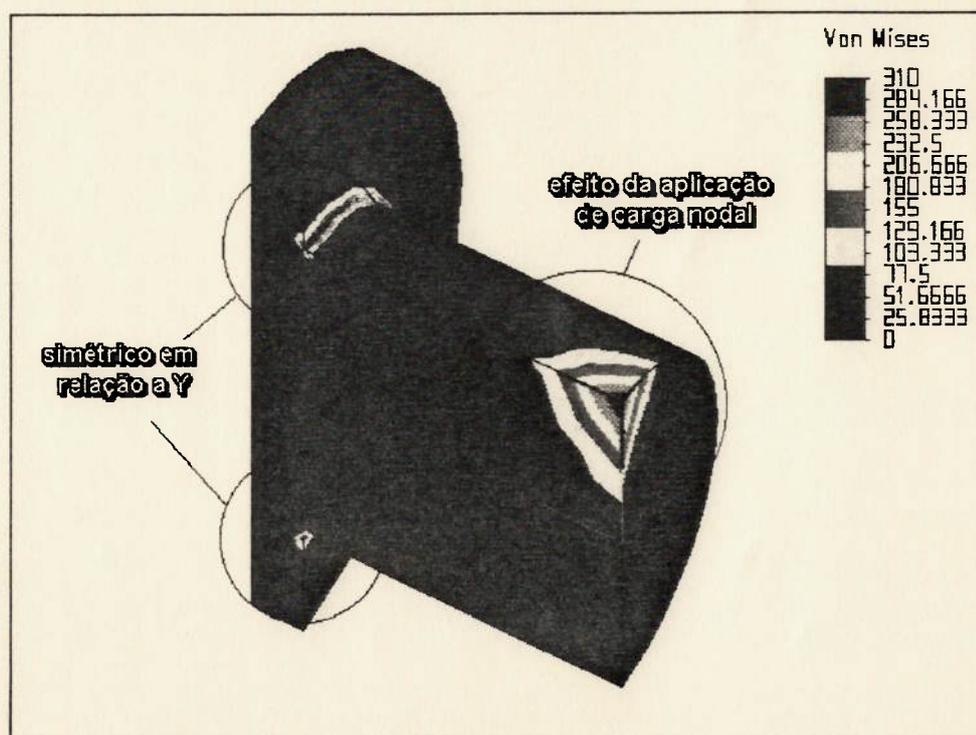


Fig. 5.2 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ

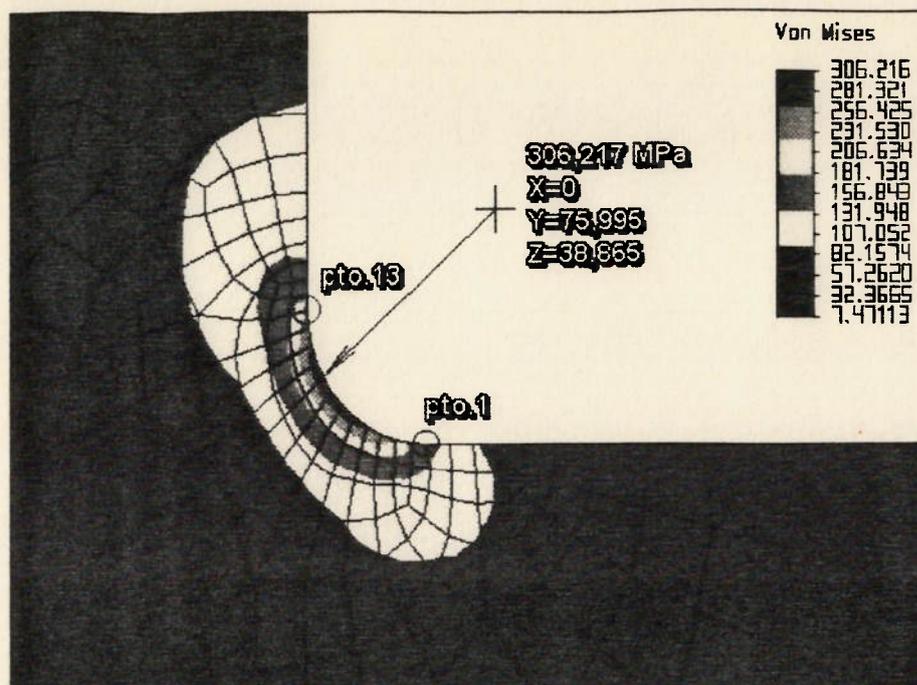


Fig. 5.3 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$

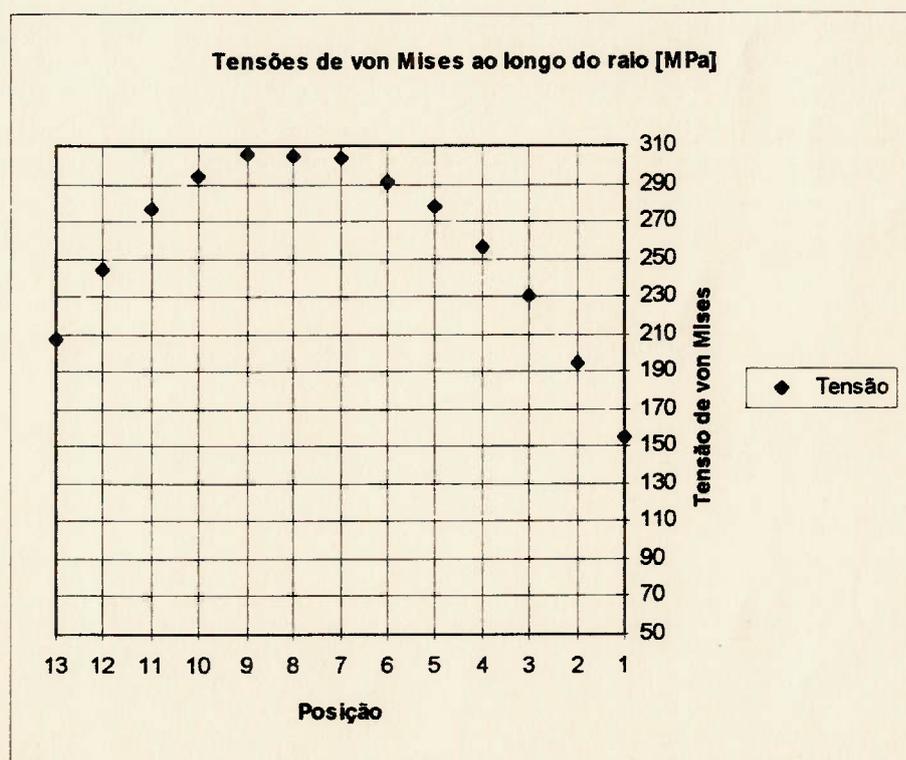


Fig. 5.4 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 9, na parte que se encontra sobre o flange.

b. Relação $s / D = 0,15$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.5 e 5.6, enquanto a Fig. 5.7 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.8 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

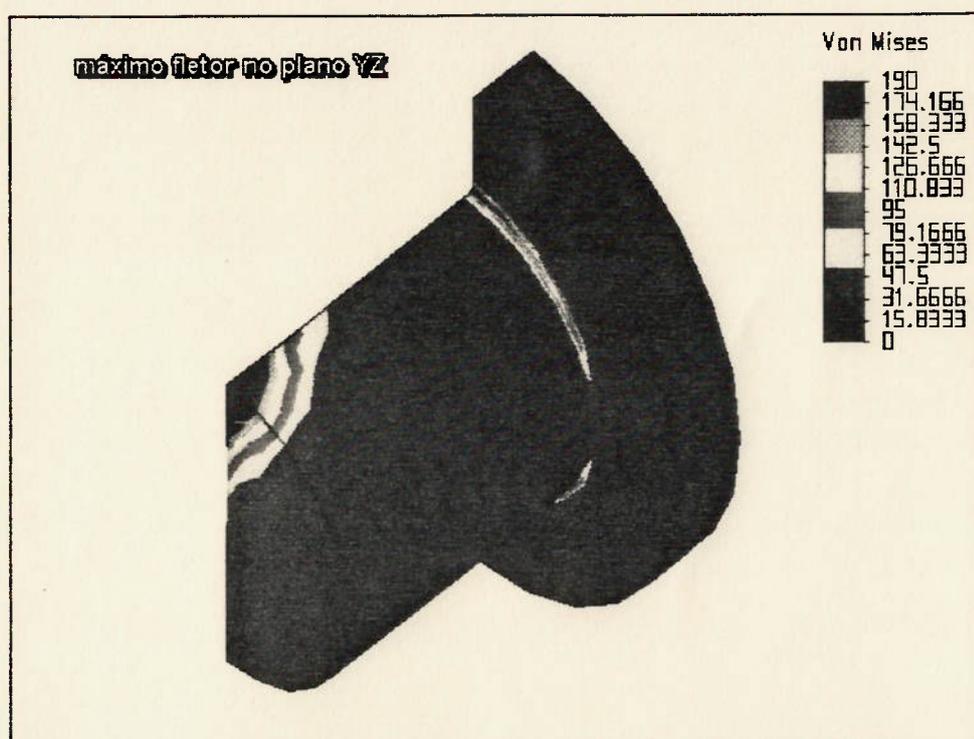


Fig. 5.5 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica

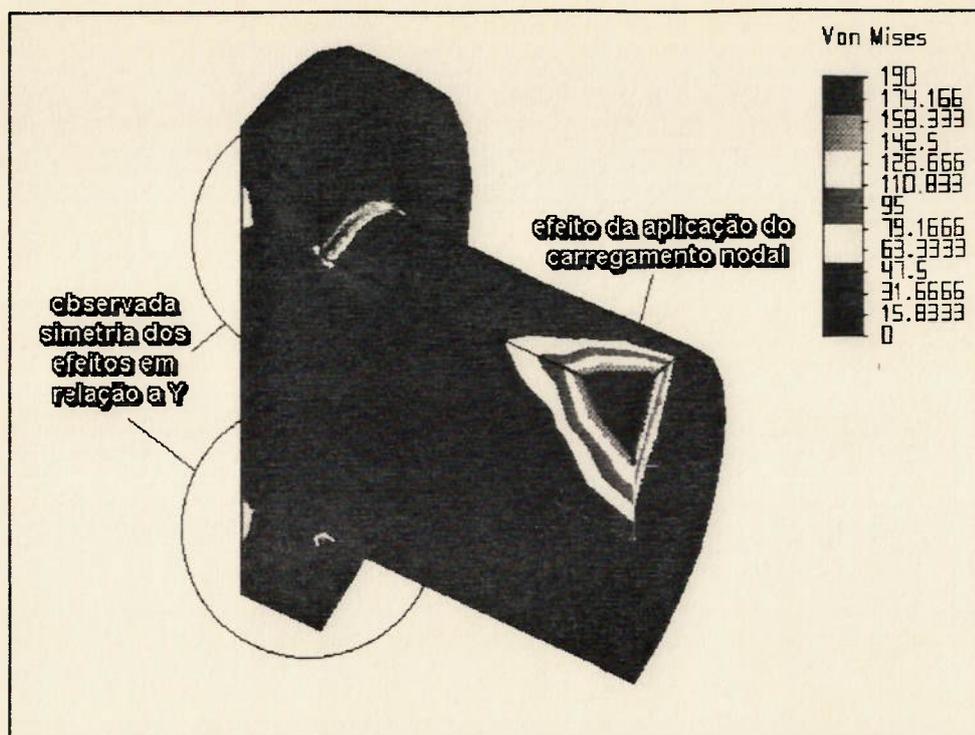


Fig. 5.6 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ

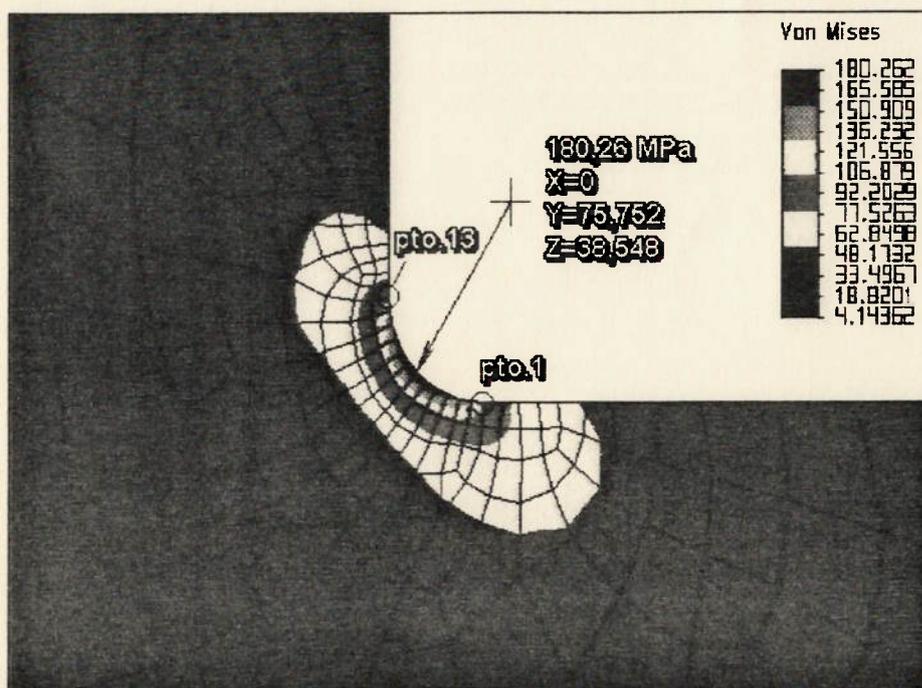


Fig. 5.7 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$

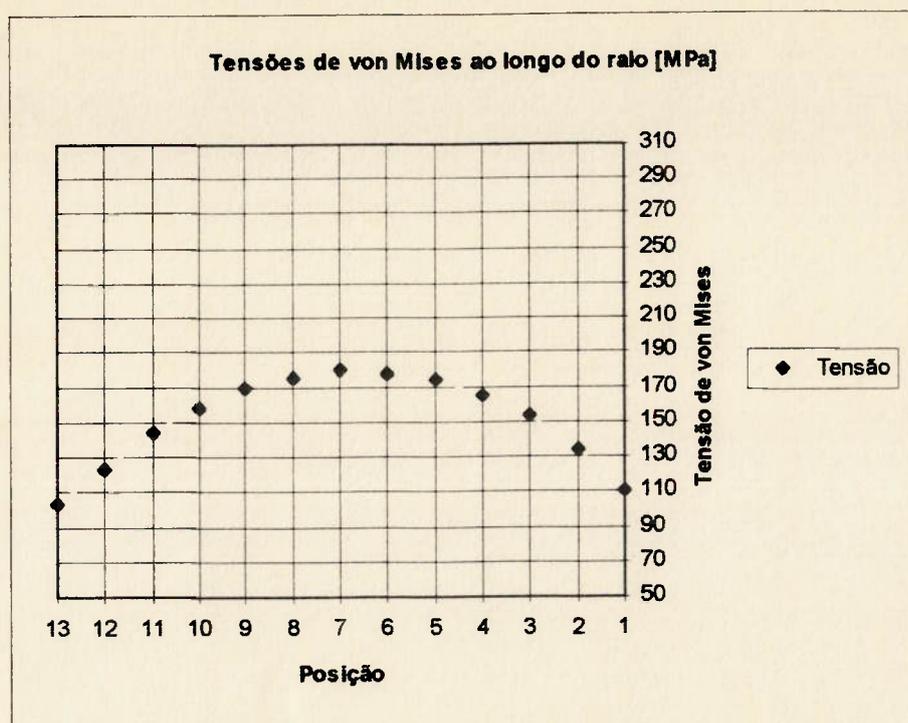


Fig. 5.8 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 7, exatamente entre o flange e o eixo (ponto médio do arco de circunferência).

5.1.2 Resultados para $r / d = 0,05$

Foram realizados processamentos para duas espessuras distintas de flange, como mostrado a seguir.

a. Relação $s / D = 0,10$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.9 e 5.10, enquanto a Fig. 5.11 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.12 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

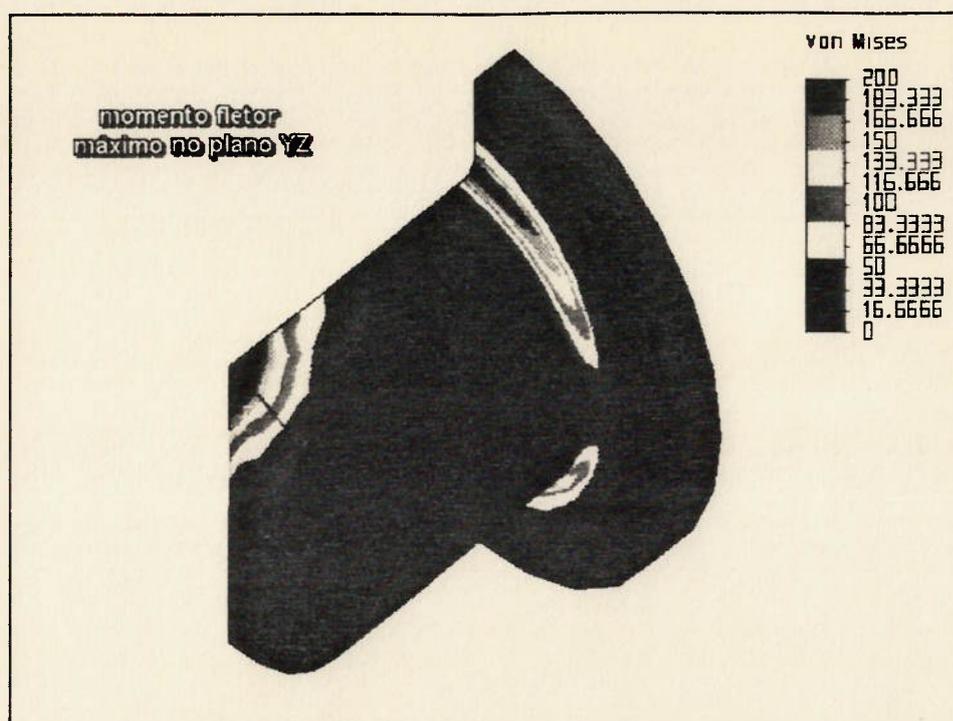


Fig. 5.9 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica

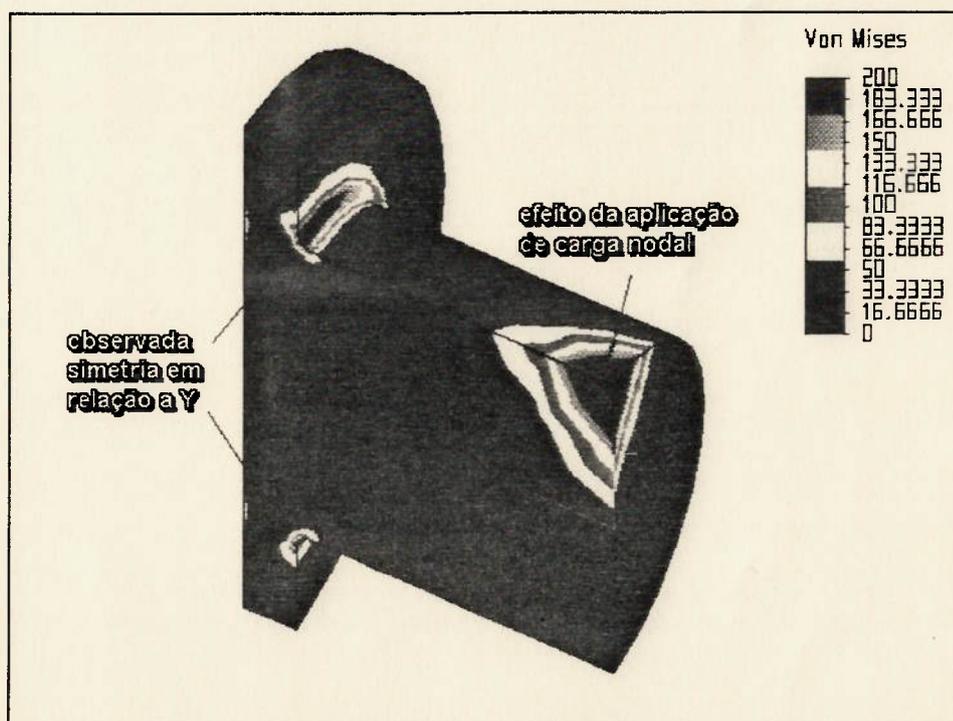


Fig. 5.10 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ

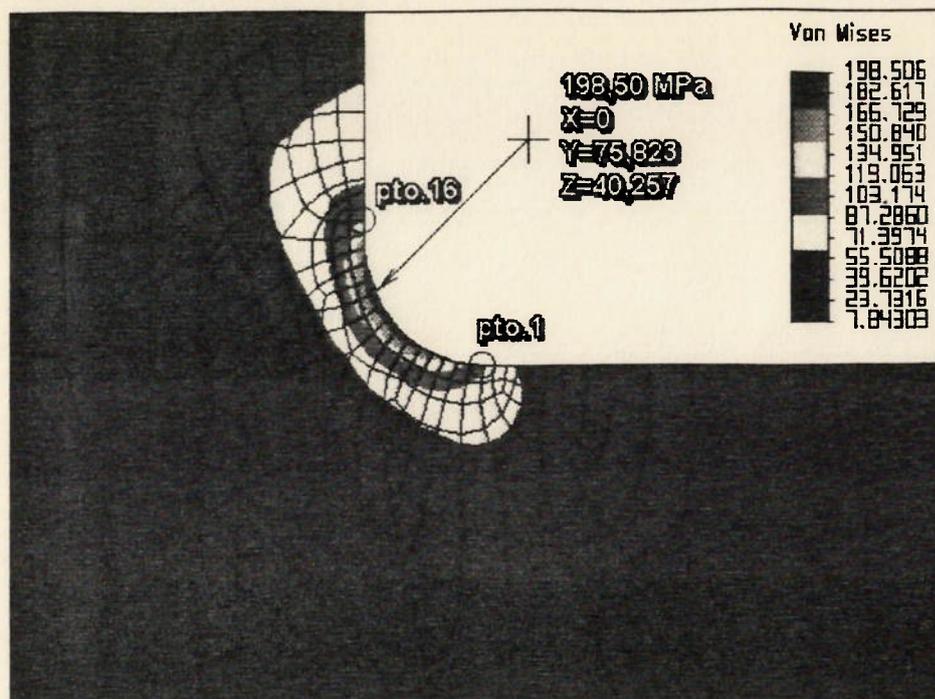


Fig. 5.11 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$

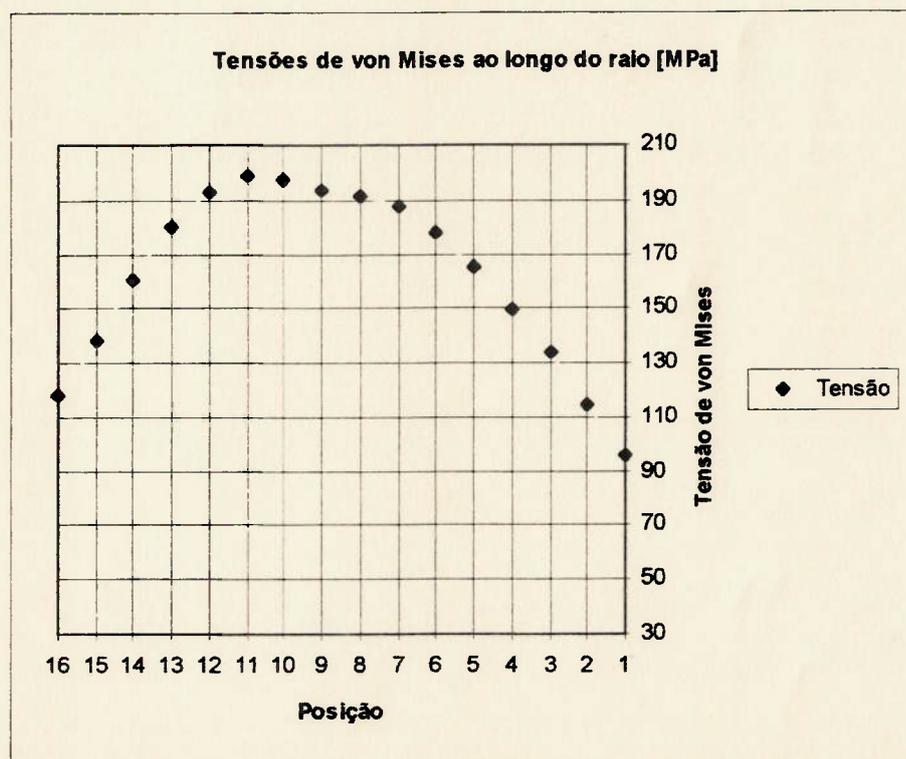


Fig. 5.12 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 11, na parte que se encontra sobre o flange.

b. Relação $s / D = 0,15$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.13 e 5.14, enquanto a Fig. 5.15 exhibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.16 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

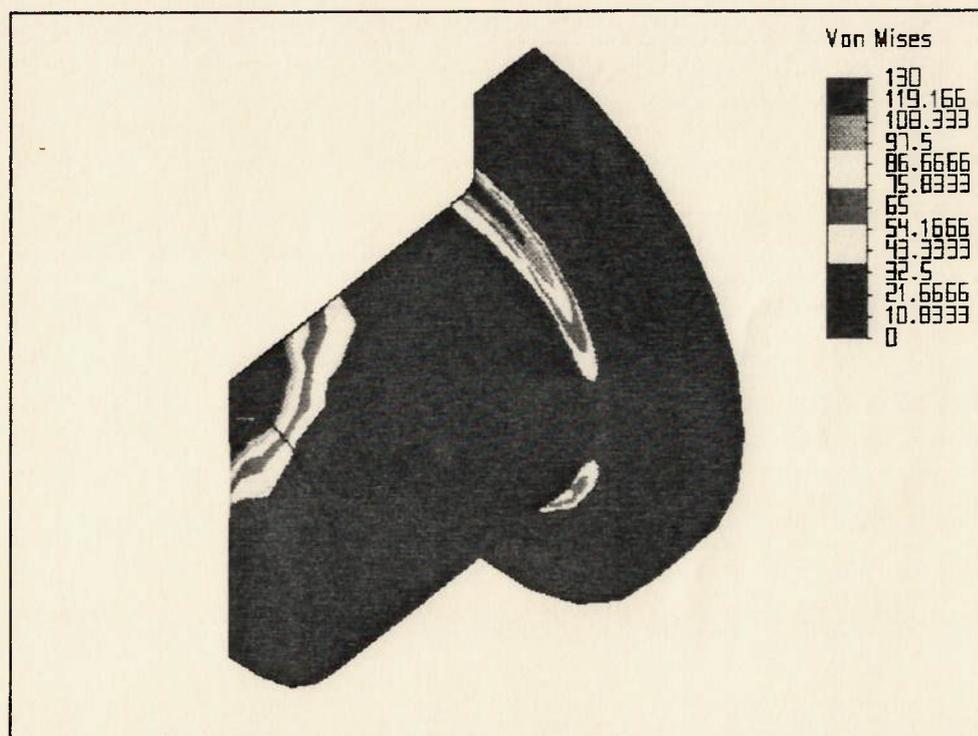


Fig. 5.13 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica



Fig. 5.14 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ

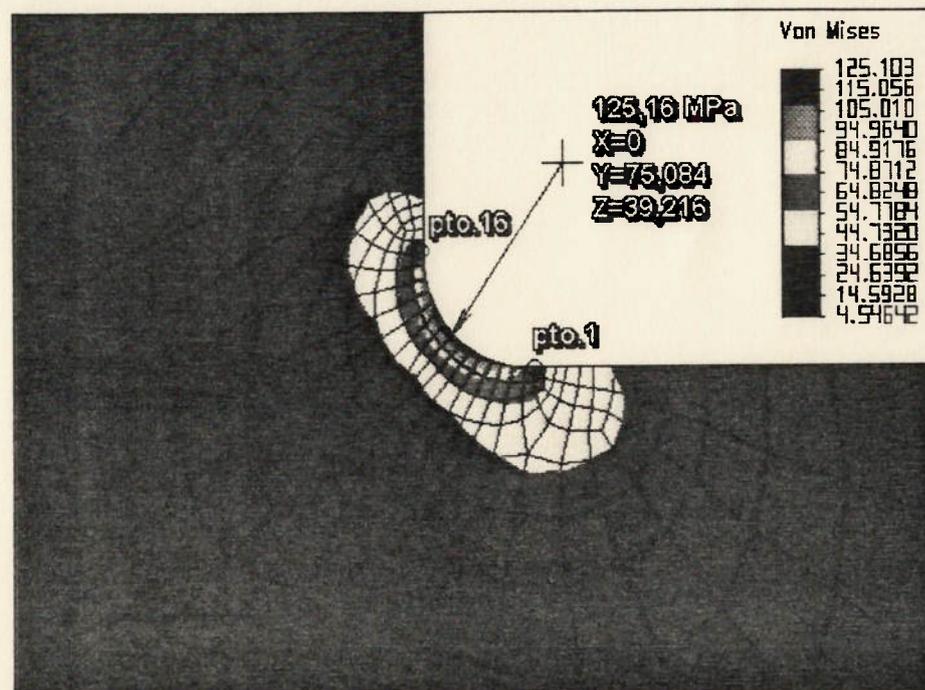


Fig. 5.15 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$

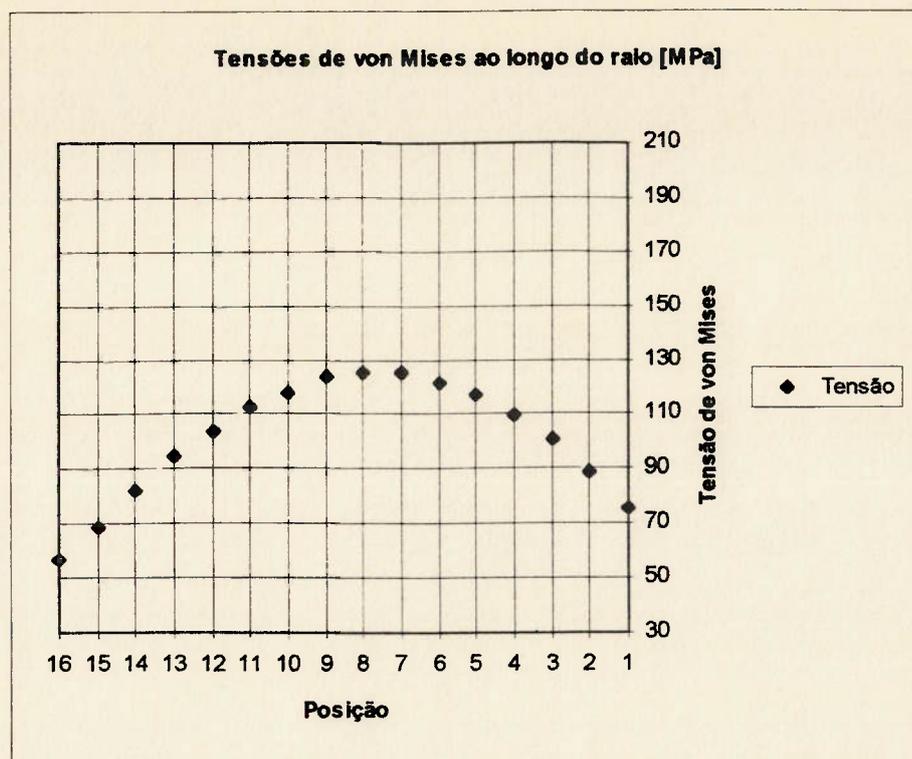


Fig. 5.16 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 7, na parte que se encontra sobre o eixo.

5.1.3 Resultados para $r / d = 0,083$

Foram realizados processamentos para duas espessuras distintas de flange, como mostrado a seguir.

a. Relação $s / D = 0,10$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.17 e 5.18, enquanto a Fig. 5.19 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.20 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

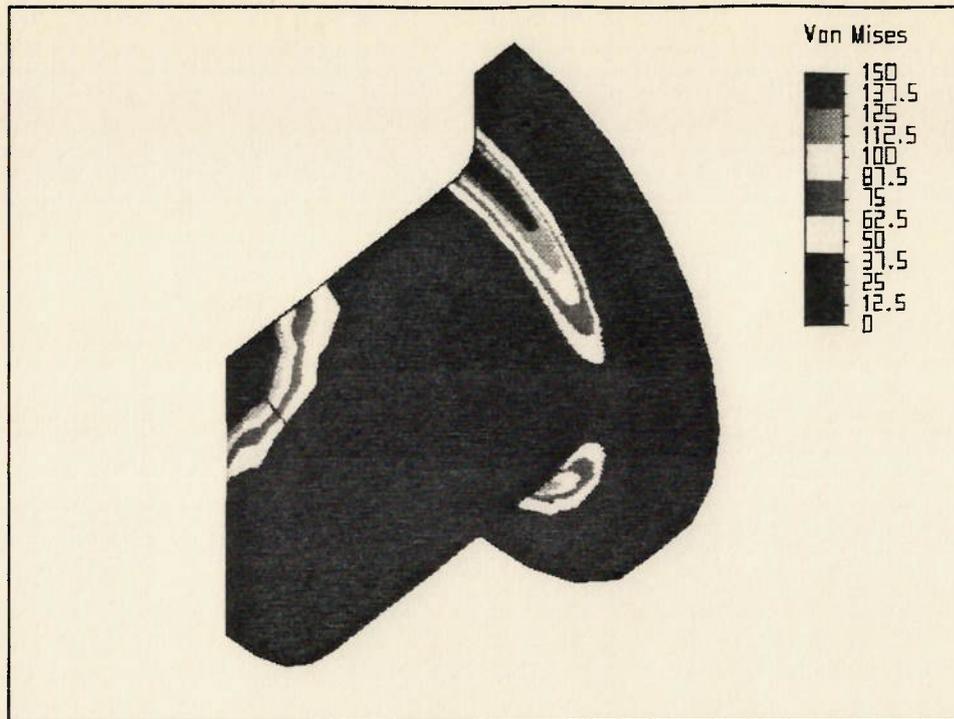


Fig. 5.17 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica

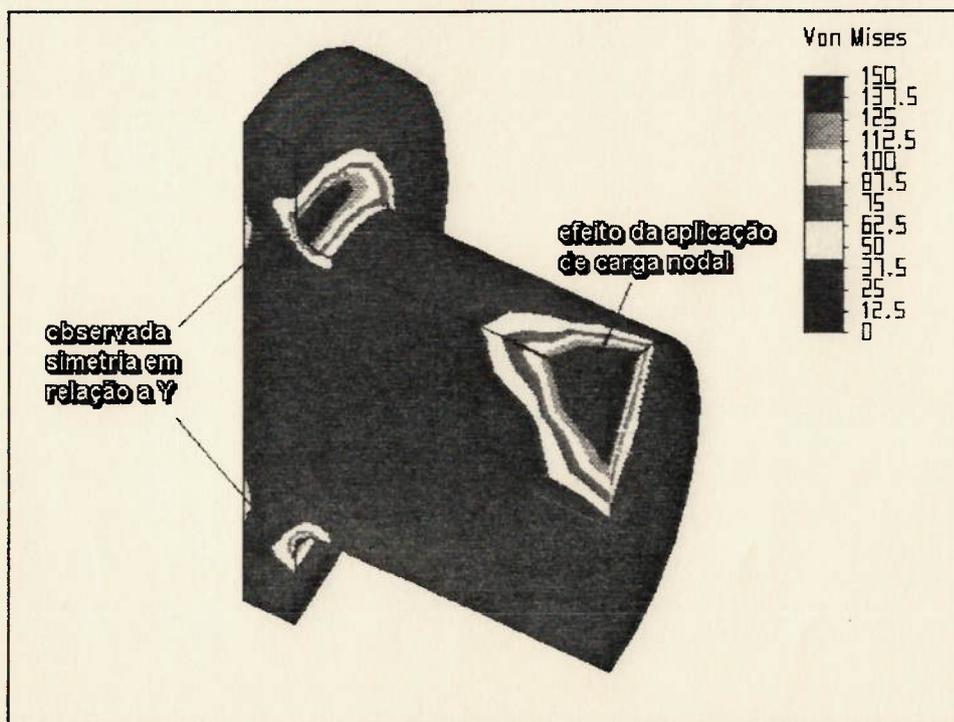


Fig. 5.18 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ

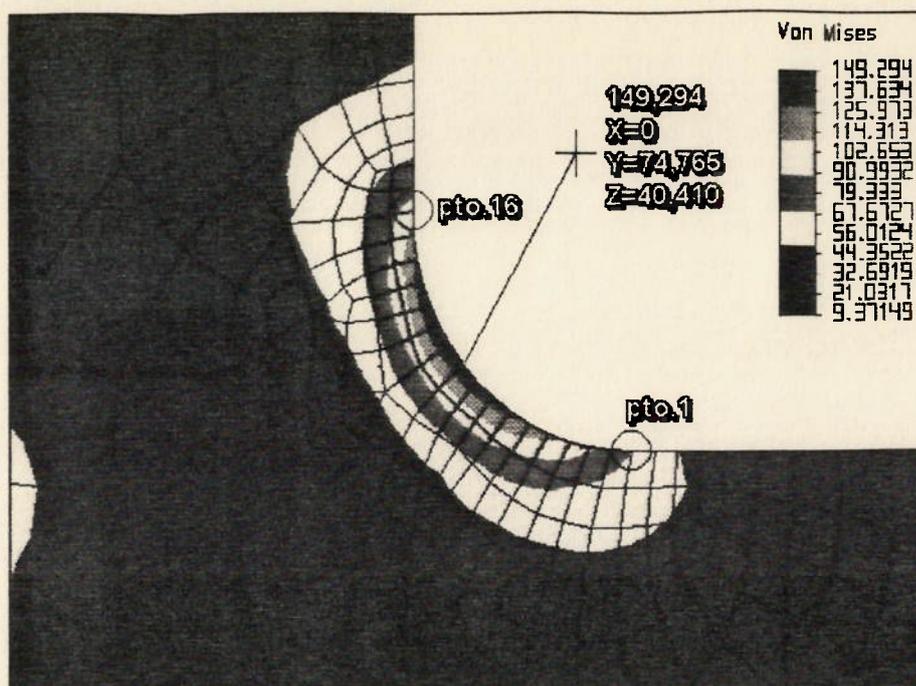


Fig. 5.19 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$

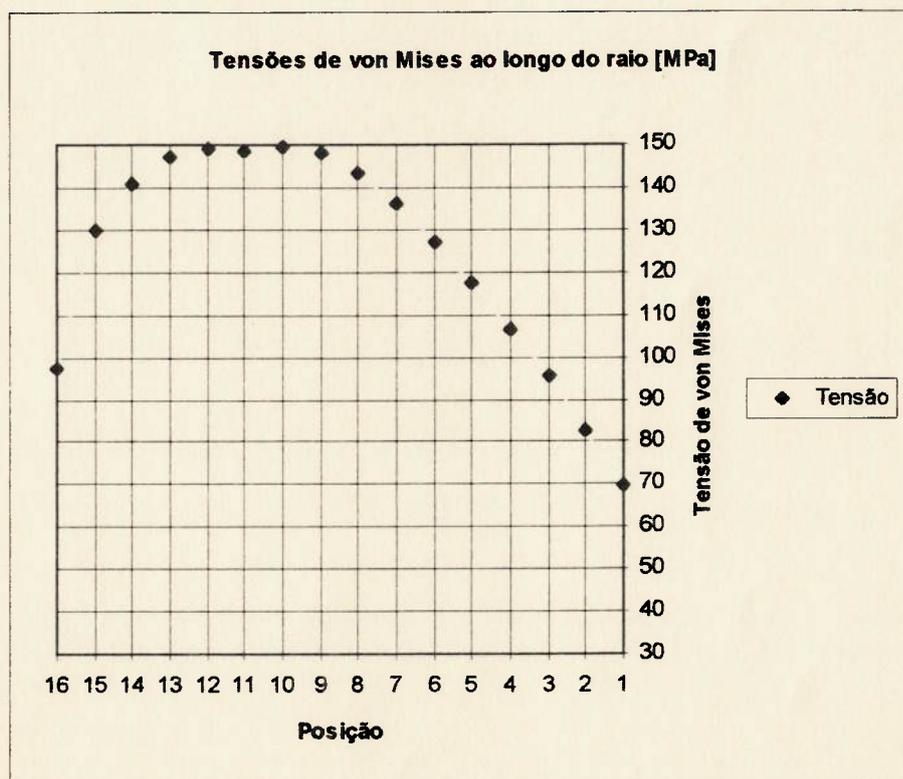


Fig. 5.20 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 10, na parte que se encontra sobre o flange.

b. Relação $s / D = 0,15$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.21 e 5.22, enquanto a Fig. 5.23 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.24 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

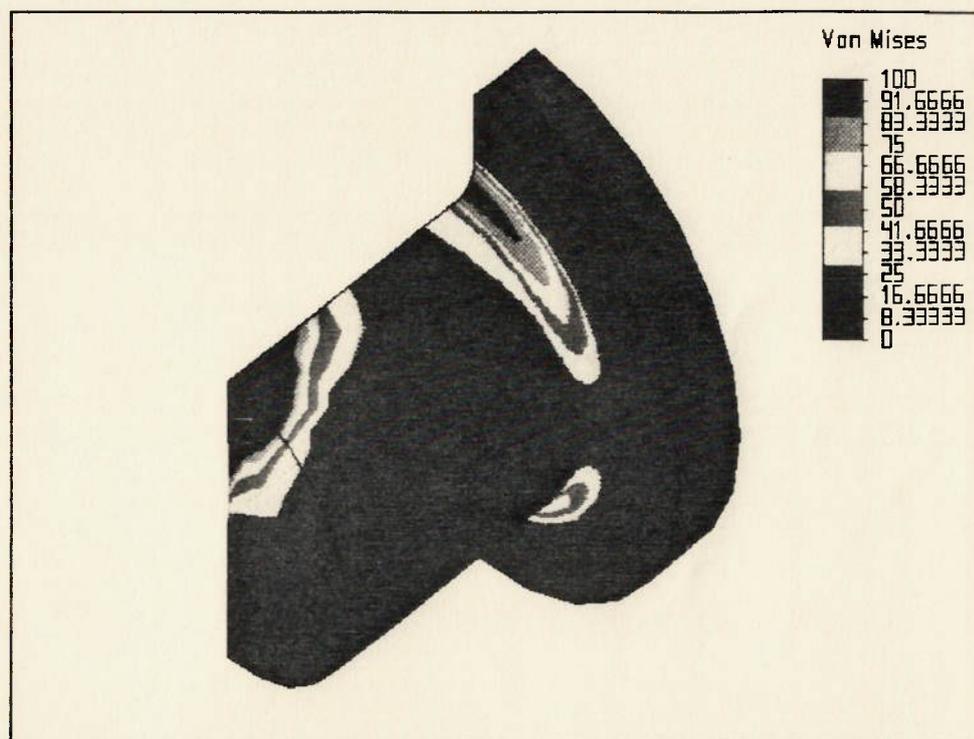


Fig. 5.21 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica

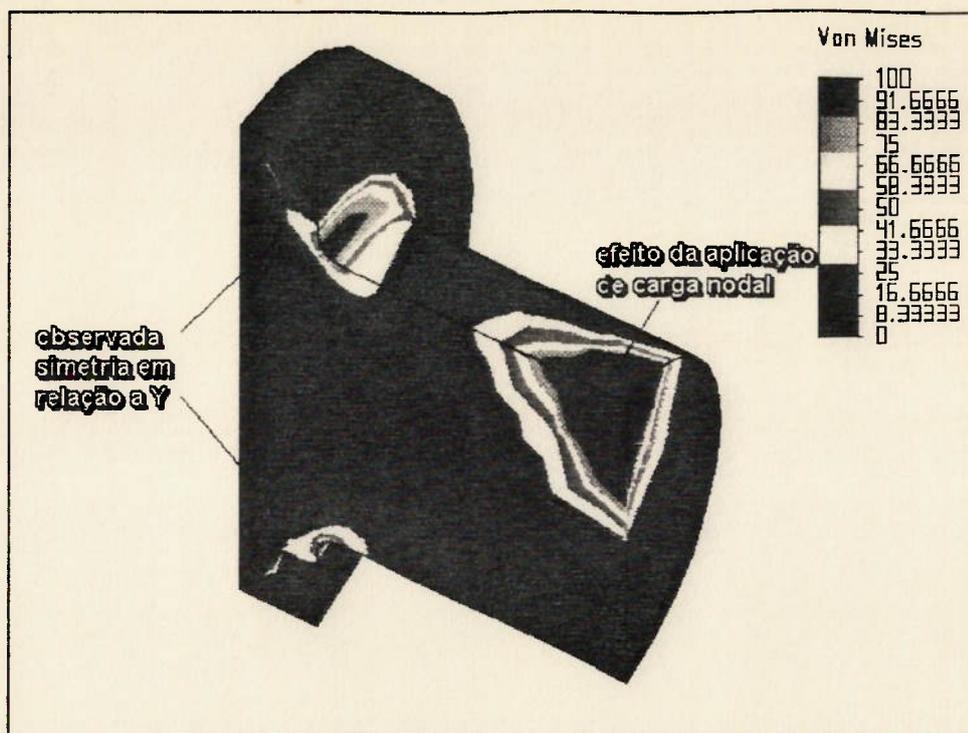


Fig. 5.22 - Distribuição das tensões: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ

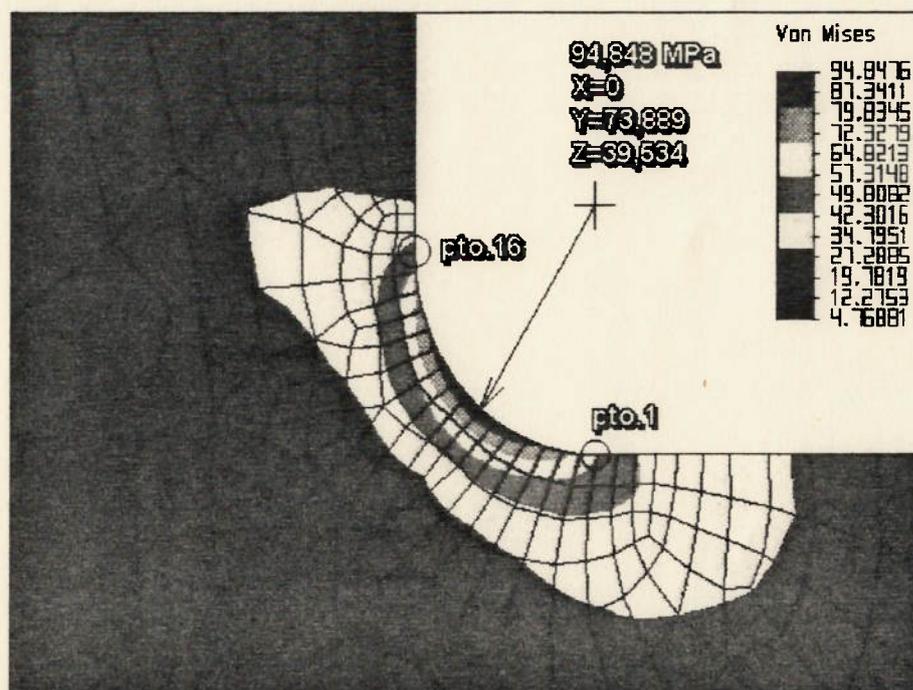


Fig. 5.23 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$

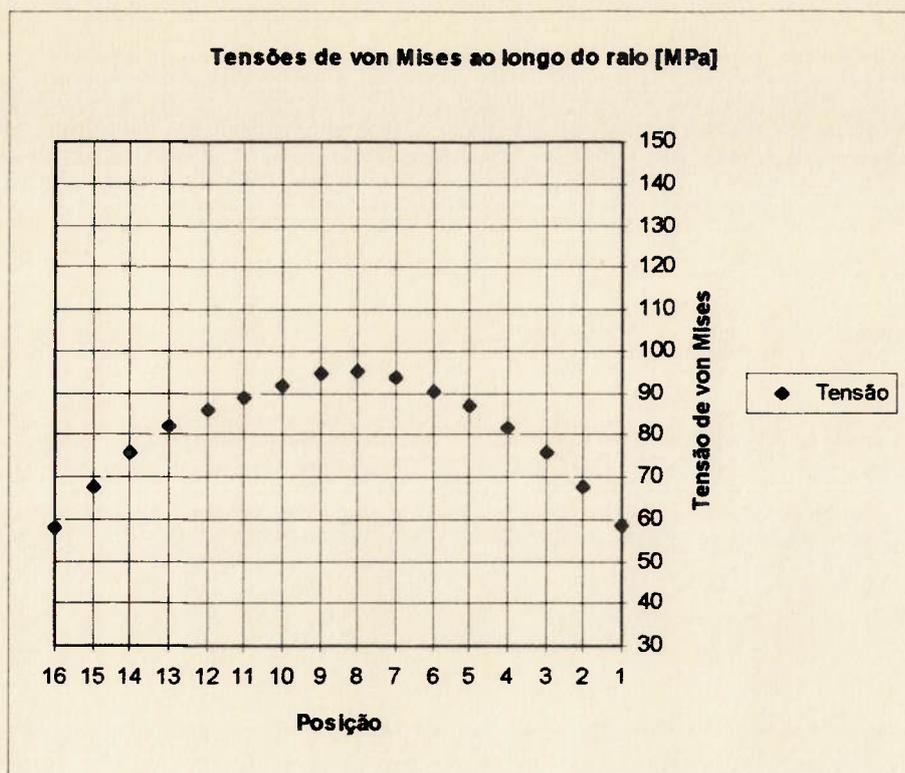


Fig. 5.24 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 1,67$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 8, na parte que se encontra sobre o eixo.

5.2 Casos com relação de diâmetros $D/d = 3$

A relação dos modelos usados nos cálculos consta da Tabela 5.3 e os resultados obtidos em termos de valor e posição do ponto de máximo estão relacionados na Tabela 5.4, a seguir.

Tabela 5.3 - Modelos usados nos processamentos com $D/d = 3$

Modelo	t proc [min]	# nós	# de elementos	# els. no raio	$k_{\text{máx}} / k_{\text{min}}$
3R02S10	31,506	3853	6 nós: 48 7 nós: 48 8 nós: 3084 TOTAL: 3180	12	4,1539E+01
3R02S15	31,560	3814	6 nós: 48 7 nós: 48 8 nós: 3060 TOTAL: 3156	12	3,9374E+01
3R05S10	28,306	3801	6 nós: 48 7 nós: 48 8 nós: 3060 TOTAL: 3156	15	3,7038E+01
3R05S15	31,154	3931	6 nós: 48 7 nós: 84 8 nós: 3156 TOTAL: 3288	15	3,7799E+01
3R08S10	22,589	3255	6 nós: 48 7 nós: 36 8 nós: 2580 TOTAL: 2664	15	3,0848E+01
3R08S15	22,962	3255	6 nós: 48 7 nós: 36 8 nós: 2580 TOTAL: 2664	15	4,0811E+01

Tabela 5.4 - Resultados para $D/d = 3$

r/D	$\sigma_{\text{máx}}$ [MPa] ($s/D = 0,10$)	Coordenadas do máximo (mm)	$\sigma_{\text{máx}}$ [MPa] ($s/D = 0,15$)	Coordenadas do máximo (mm)
0,02	197,977509	X = 0 Y = 75,7519 Z = 38,5481	142,805634	X = 0 Y = 75,7519 Z = 38,5481
0,05	125,934799	X = 0 Y = 75,616 Z = 38,883	94,356094	X = 0 Y = 74,7655 Z = 38,9312
0,083	100,149467	X = 0 Y = 74,3489 Z = 39,9511	74,338913	X = 0 Y = 73,3912 Z = 39,1651

Os valores indicados acima para as tensões máximas tratam-se de tensões de von Mises.

5.2.1 Resultados para $r/d = 0,02$

Foram realizados processamentos para duas espessuras distintas de flange, como mostrado a seguir.

a. Relação $s/D = 0,10$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.25 e 5.26, enquanto a Fig. 5.27 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.28 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

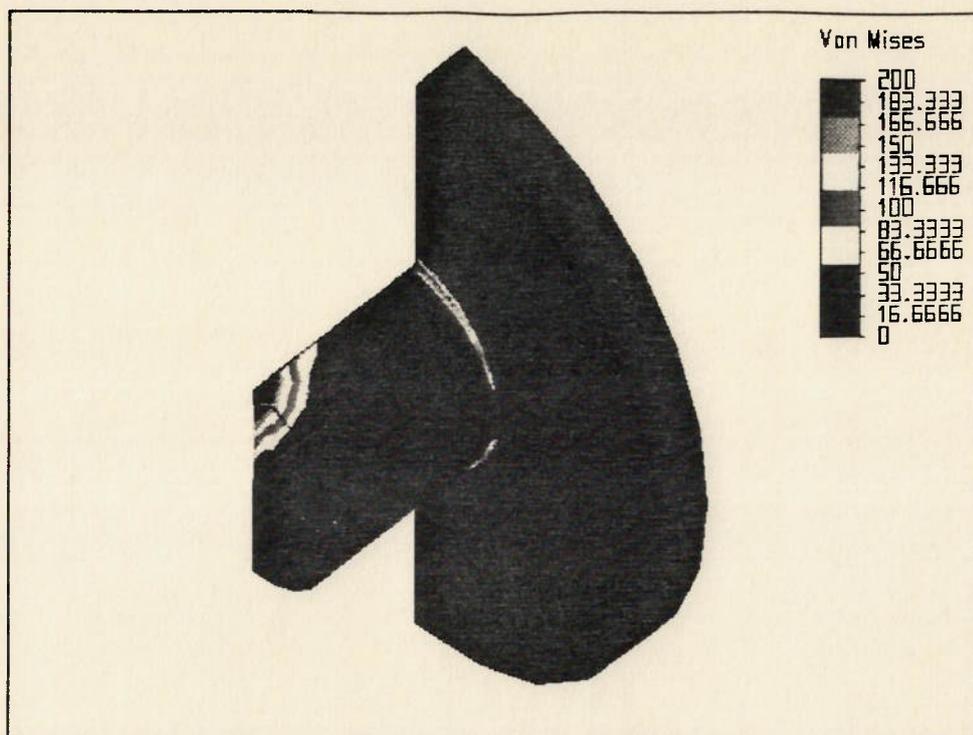


Fig. 5.25 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica

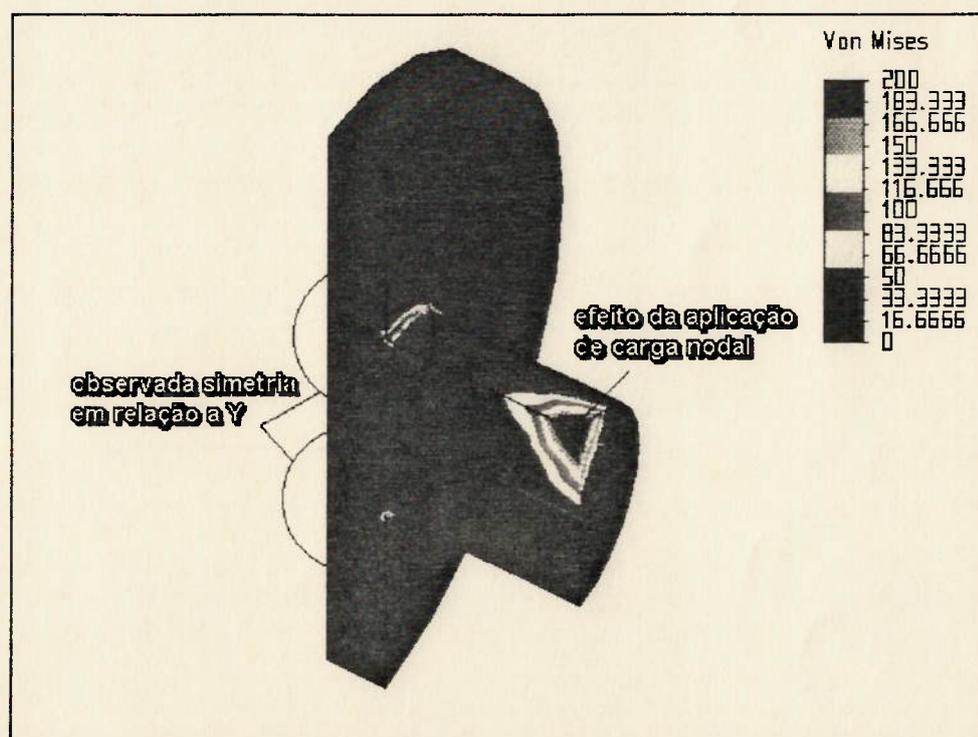


Fig. 5.26 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ

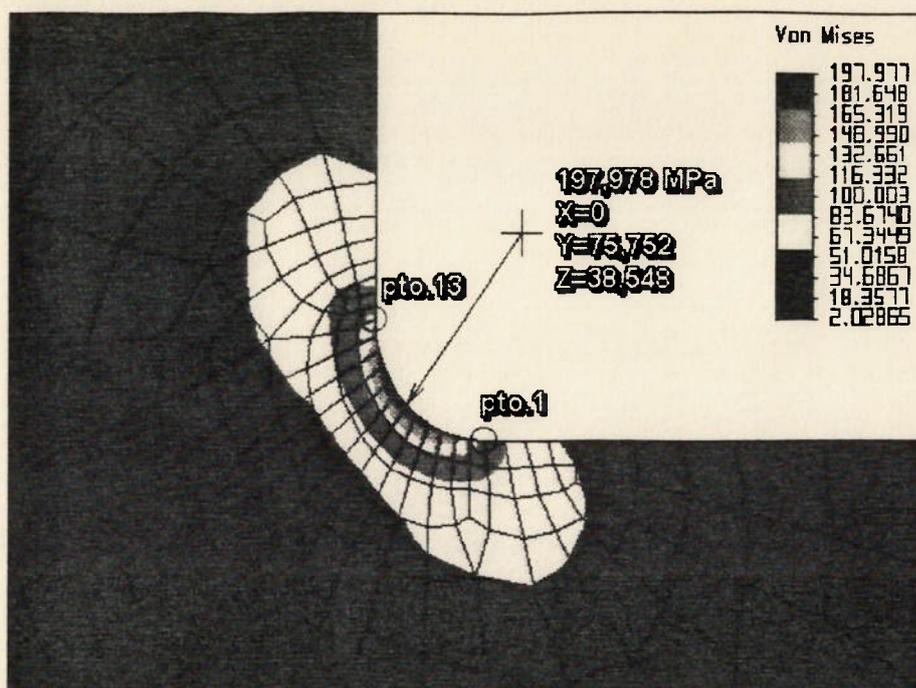


Fig. 5.27 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$

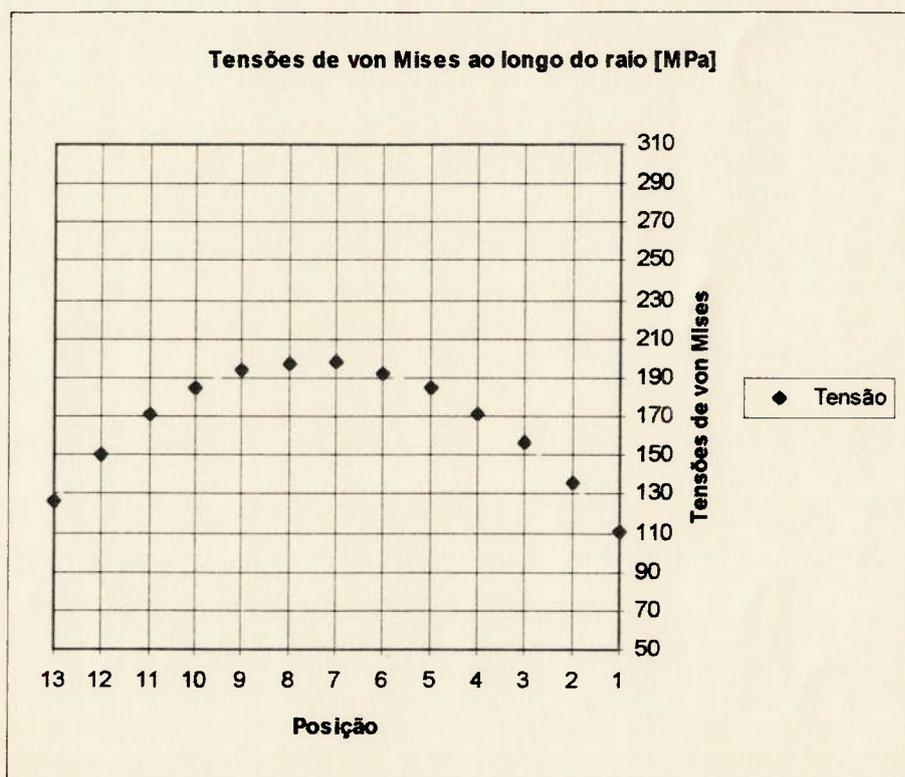


Fig. 5.28 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a

posição número 7, exatamente entre o flange e o eixo (ponto médio do arco de circunferência).

b. Relação $s / D = 0,15$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.29 e 5.30, enquanto a Fig. 5.31 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.32 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

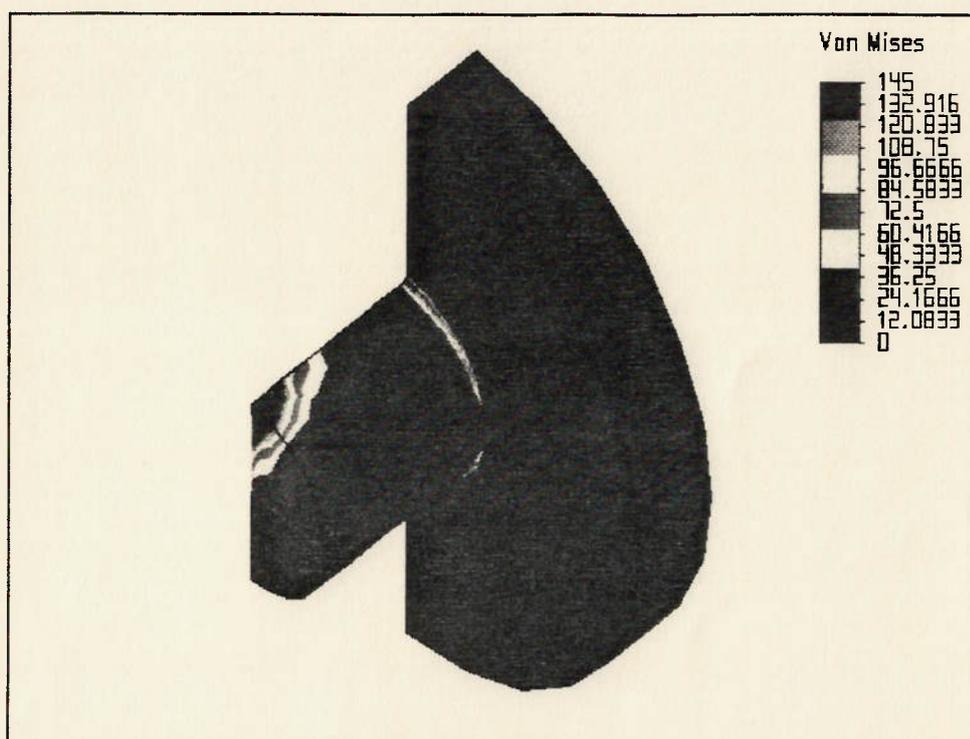


Fig. 5.29 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica

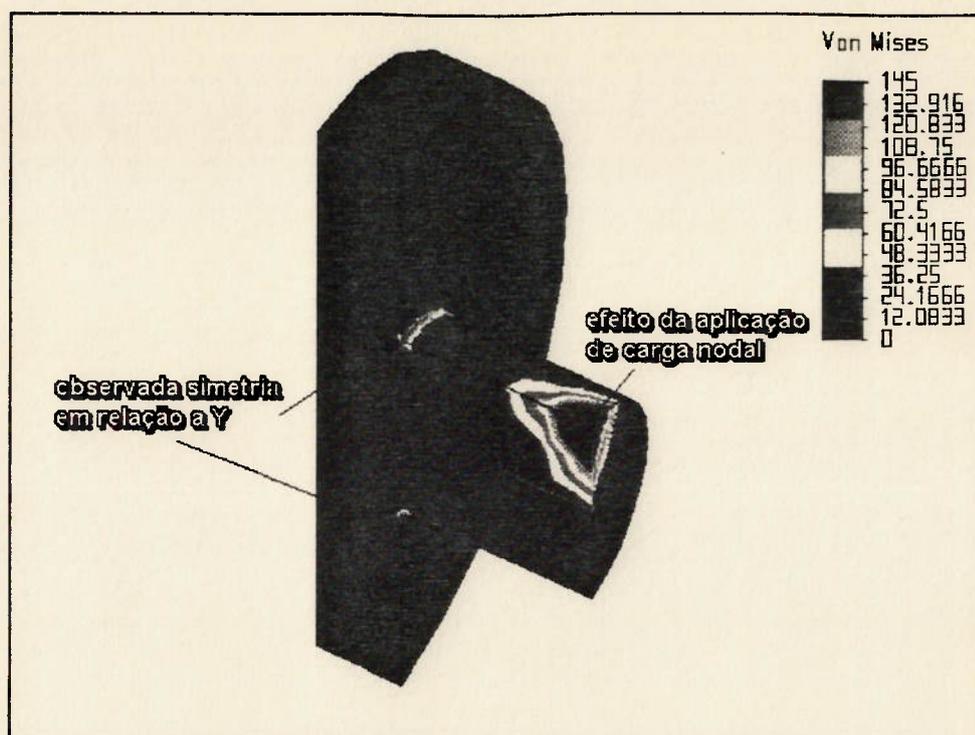


Fig. 5.30 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ

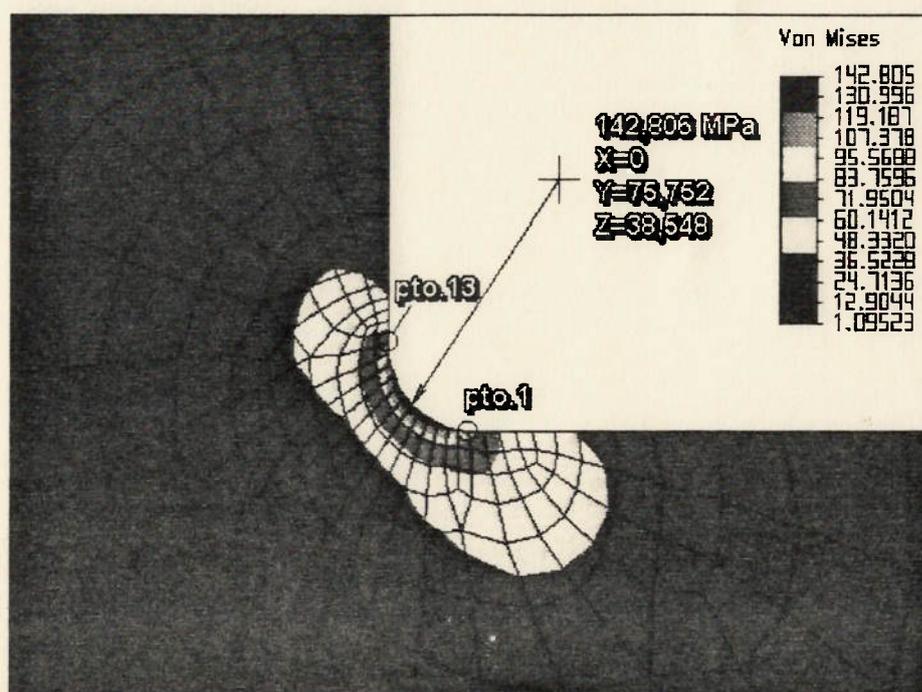


Fig. 5.31 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$

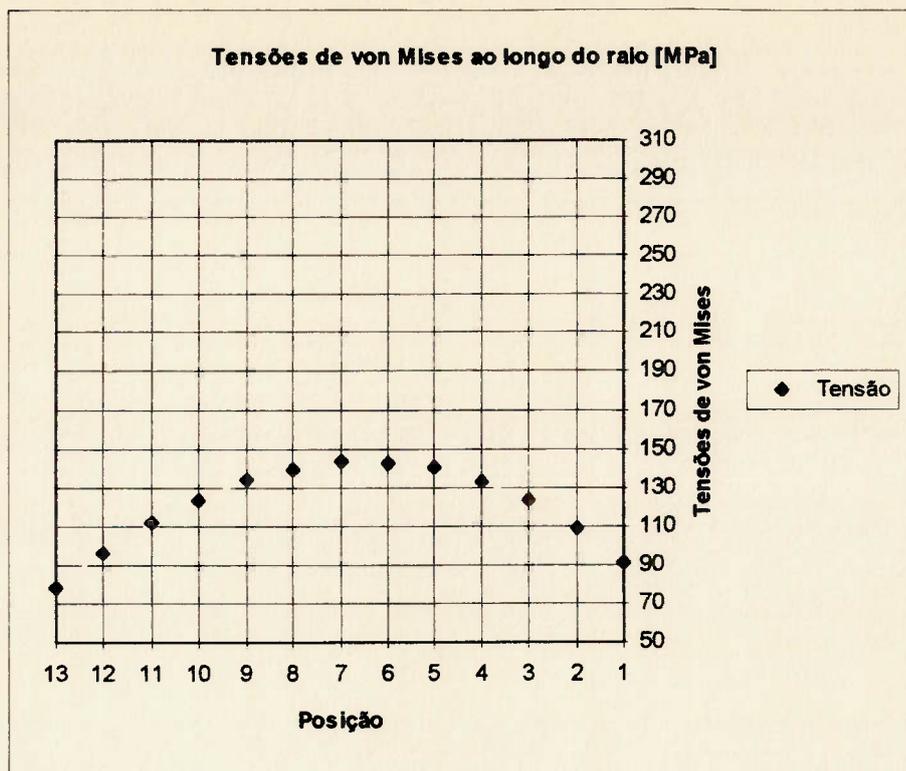


Fig. 5.32 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 7, exatamente entre o flange e o eixo (ponto médio do arco de circunferência).

5.2.2 Resultados para $r/d = 0,05$

Foram realizados processamentos para duas espessuras distintas de flange, como mostrado a seguir.

a. Relação $s/D = 0,10$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.33 e 5.34, enquanto a Fig. 5.35 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.36 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

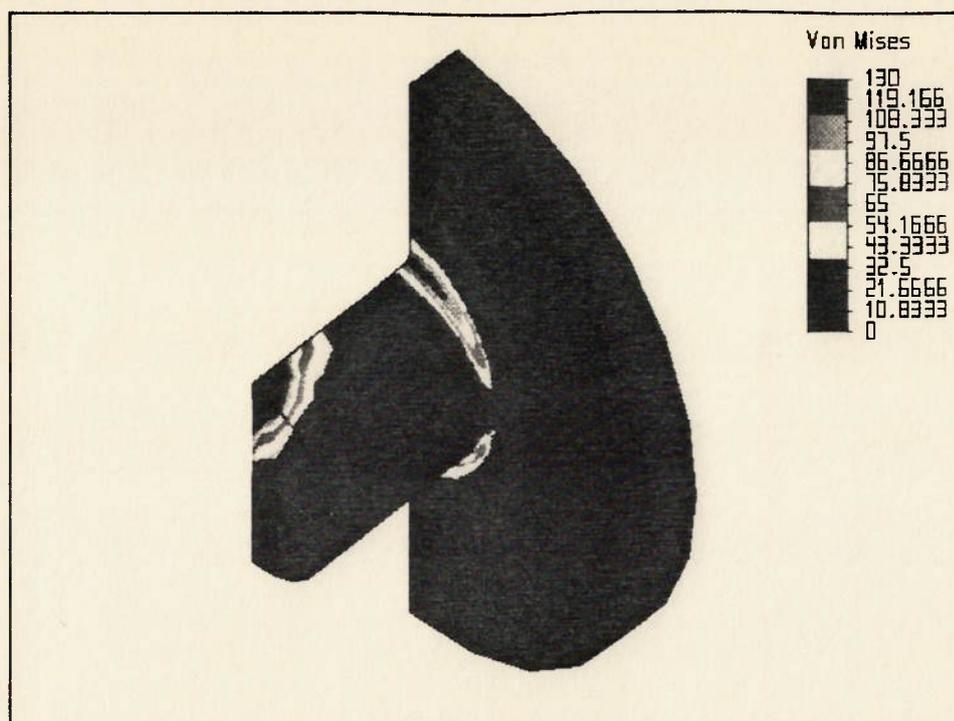


Fig. 5.33 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica

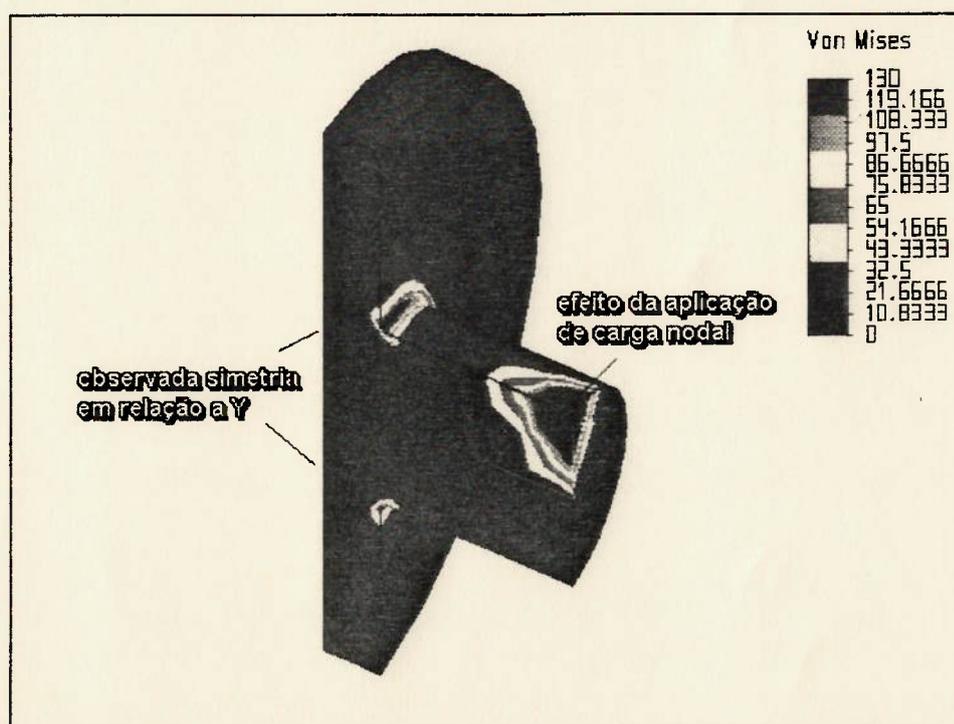


Fig. 5.34 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ

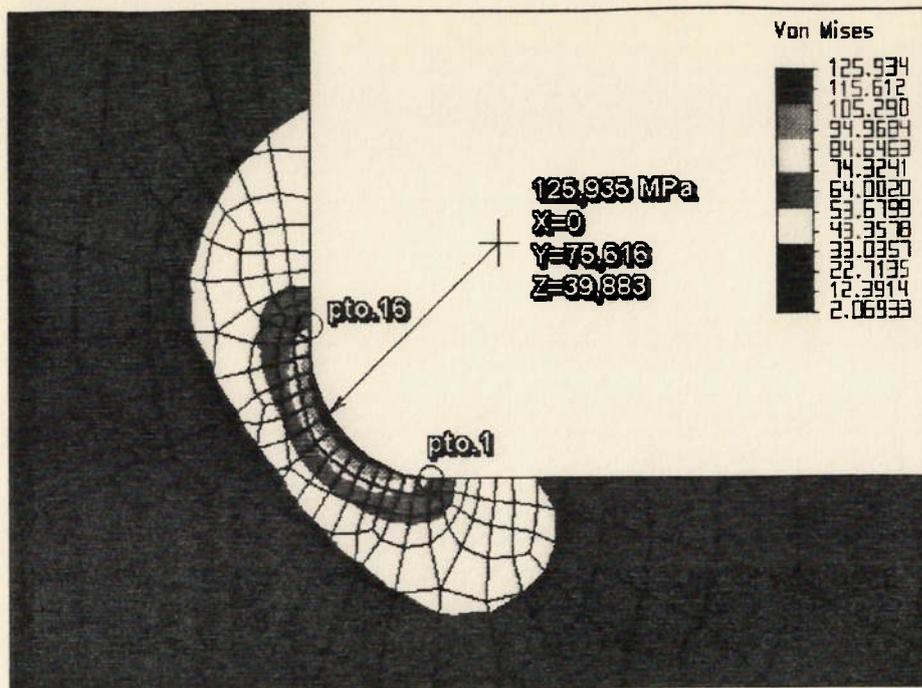


Fig. 5.35 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$

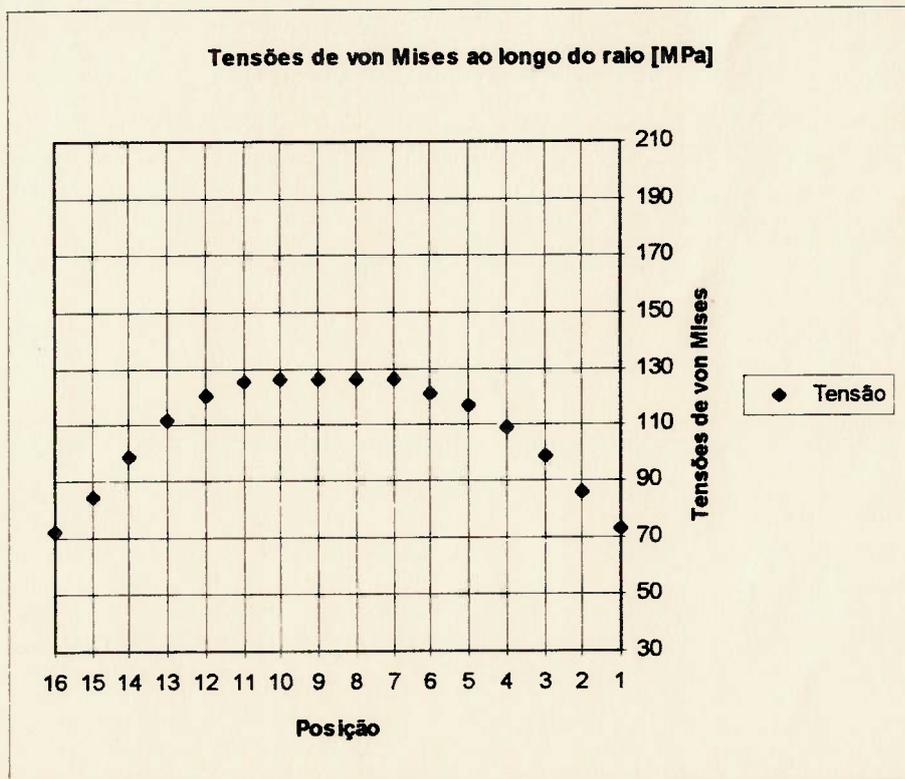


Fig. 5.36 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 10, na parte que se encontra sobre o flange.

b. Relação $s / D = 0,15$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.37 e 5.38, enquanto a Fig. 5.39 exhibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.40 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

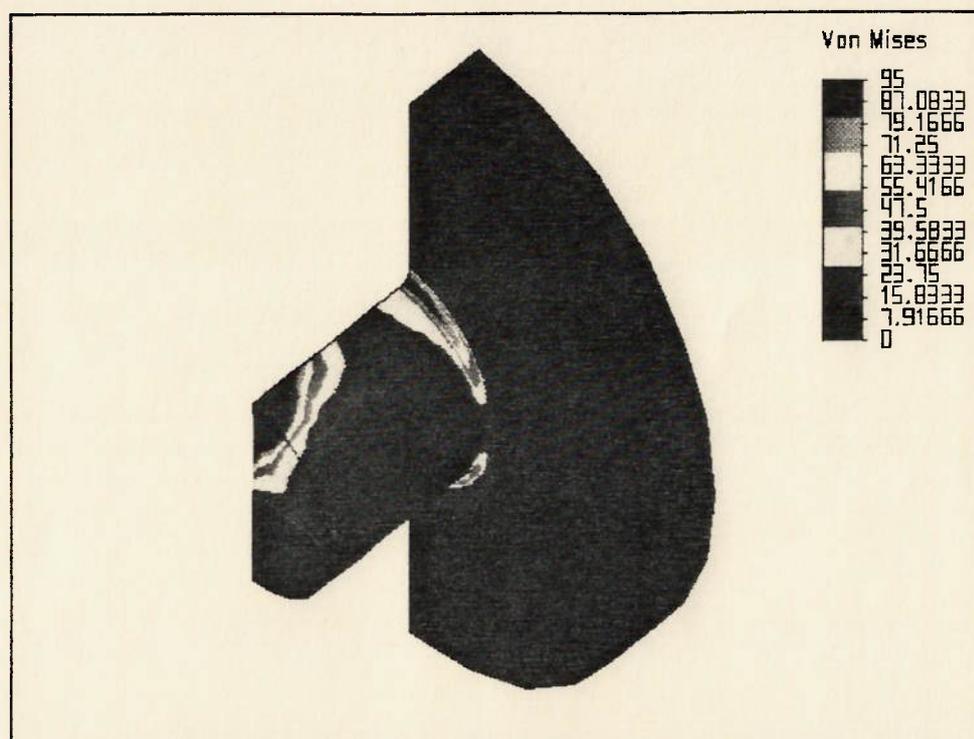


Fig. 5.37 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica

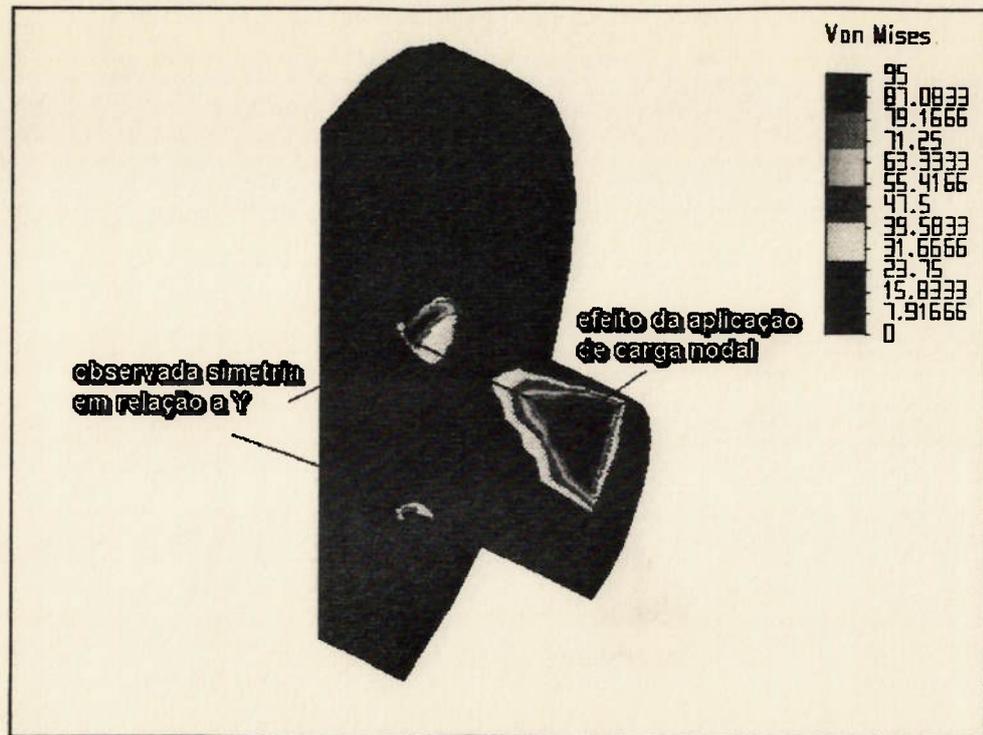


Fig. 5.38 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ

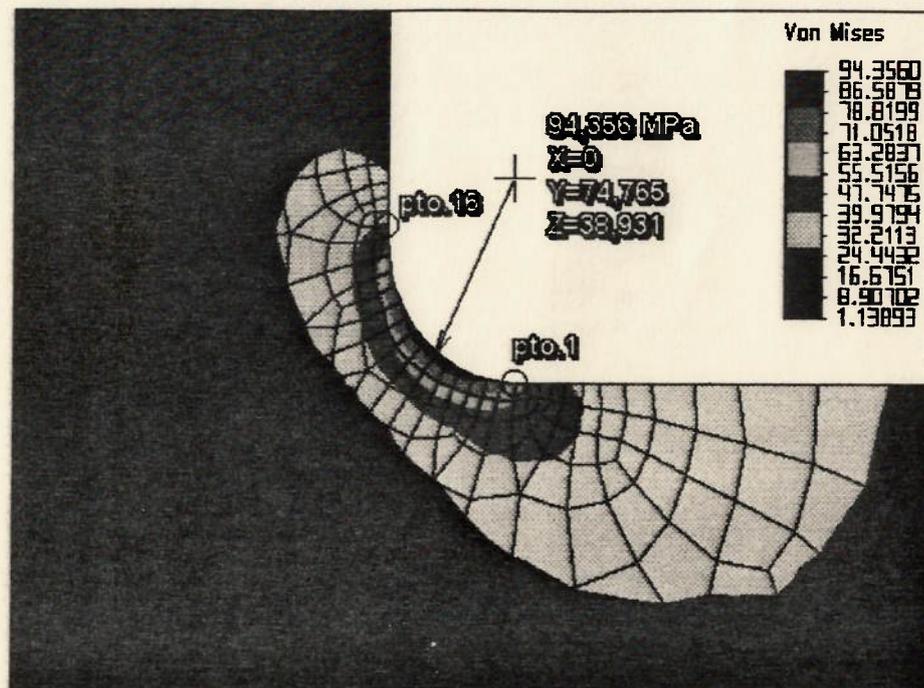


Fig. 5.39 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$

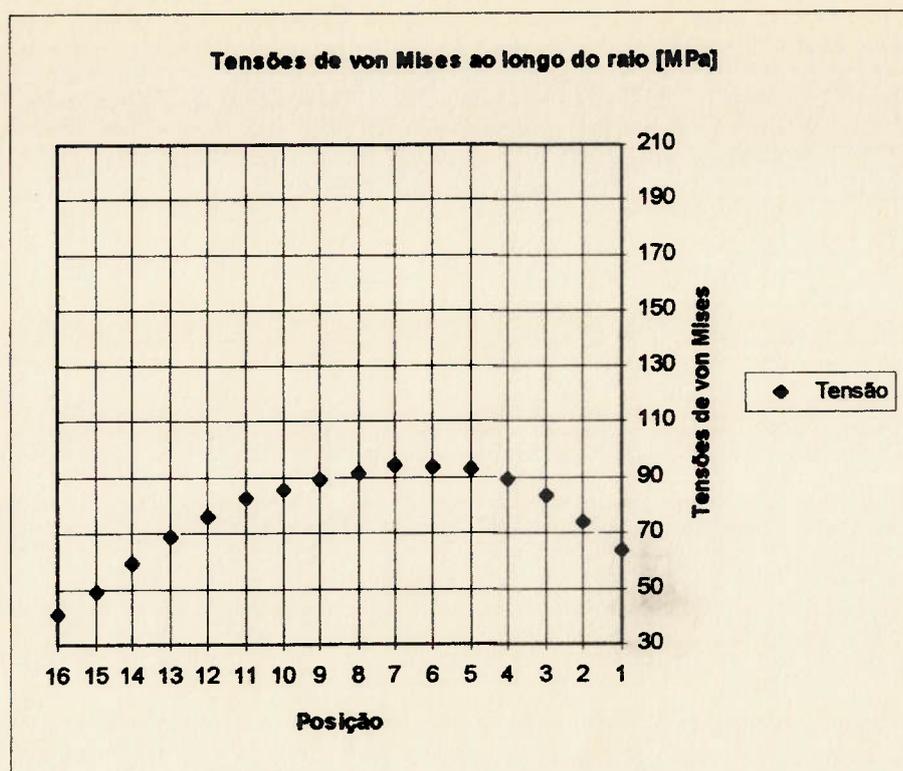


Fig. 5.40 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 7, na parte que se encontra sobre o eixo.

5.2.3 Resultados para $r / d = 0,083$

Foram realizados processamentos para duas espessuras distintas de flange, como mostrado a seguir.

a. Relação $s / D = 0,10$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.41 e 5.42, enquanto a Fig. 5.43 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.44 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

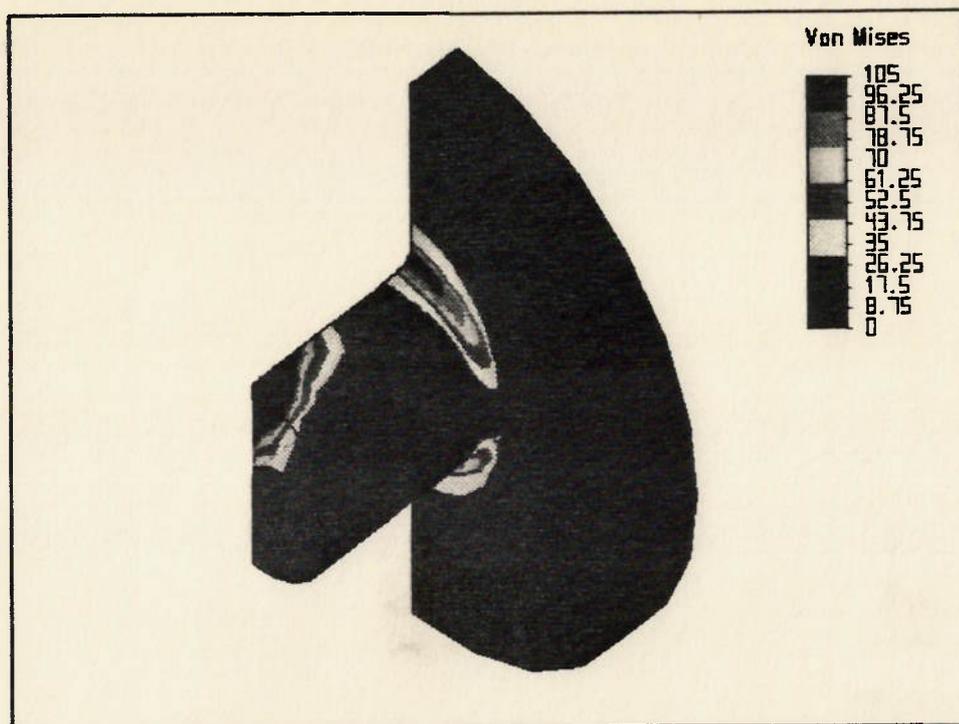


Fig. 5.41 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica

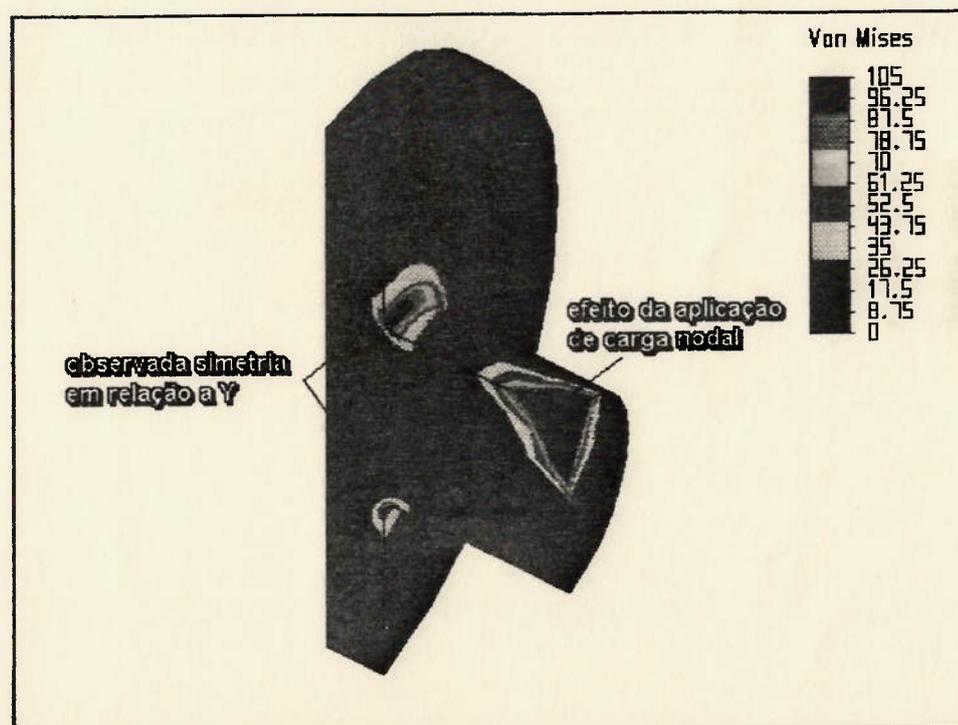
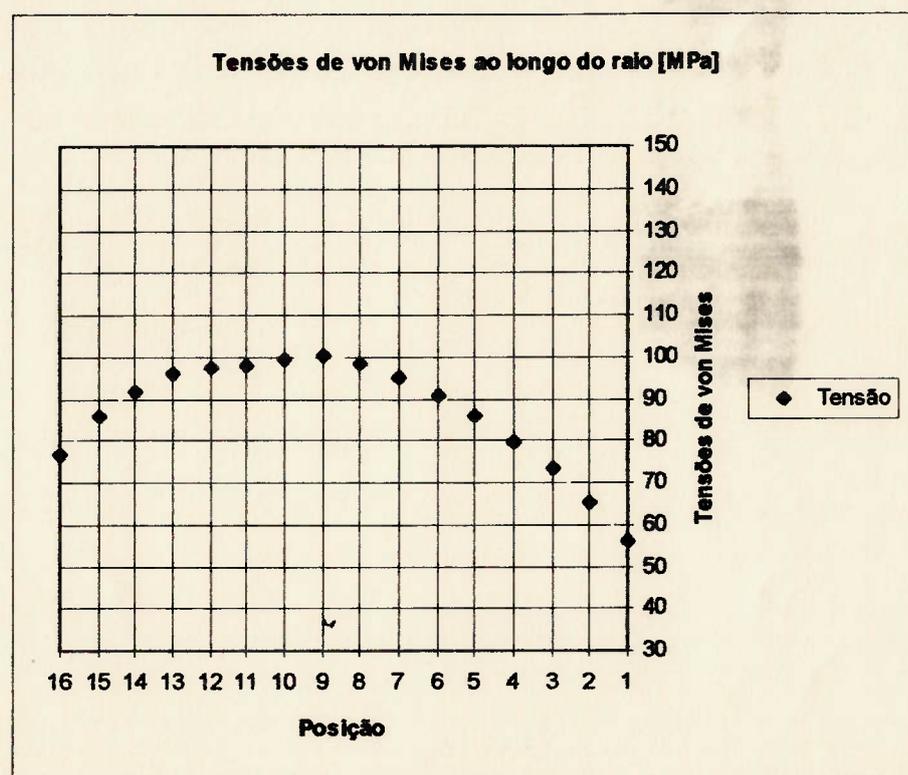
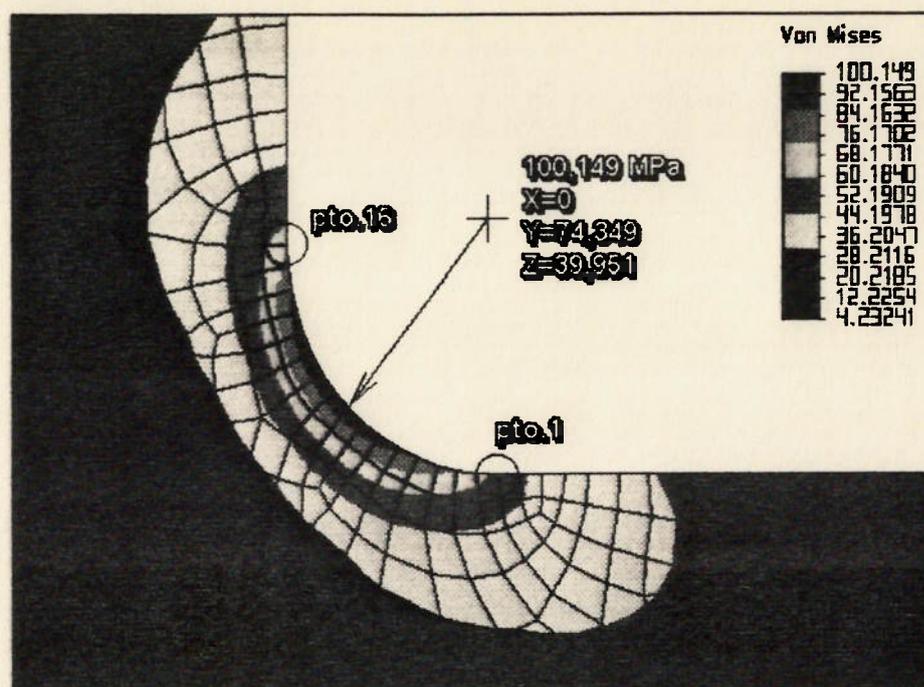


Fig. 5.42 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ



A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 9, na parte que se encontra sobre o flange.

b. Relação $s / D = 0,15$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.45 e 5.46, enquanto a Fig. 5.47 exhibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.48 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

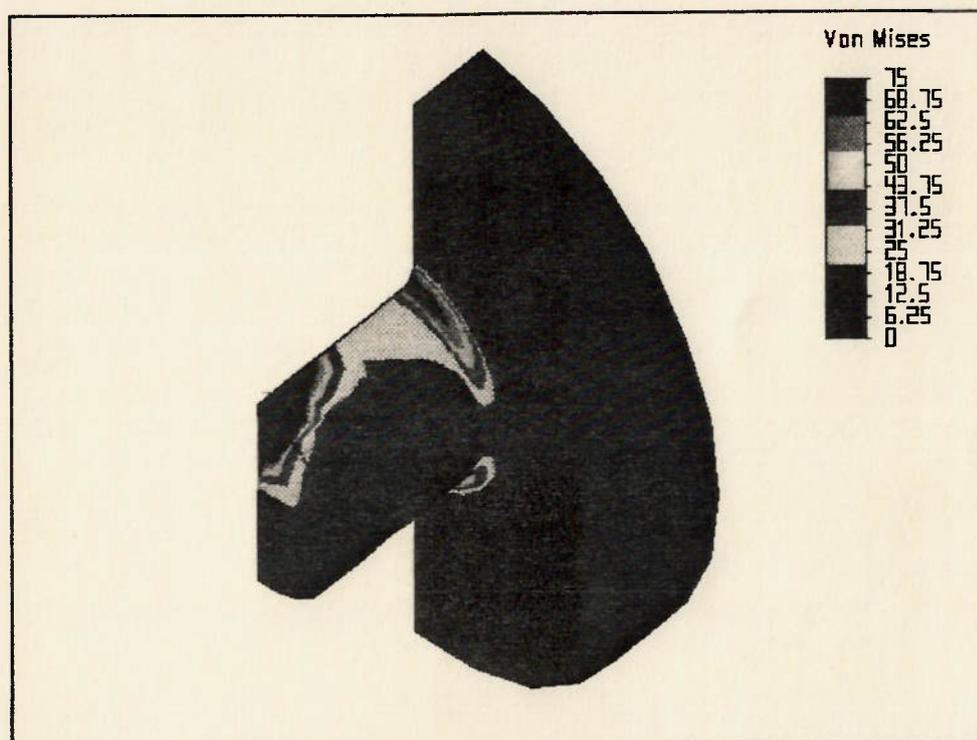


Fig. 5.45 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica

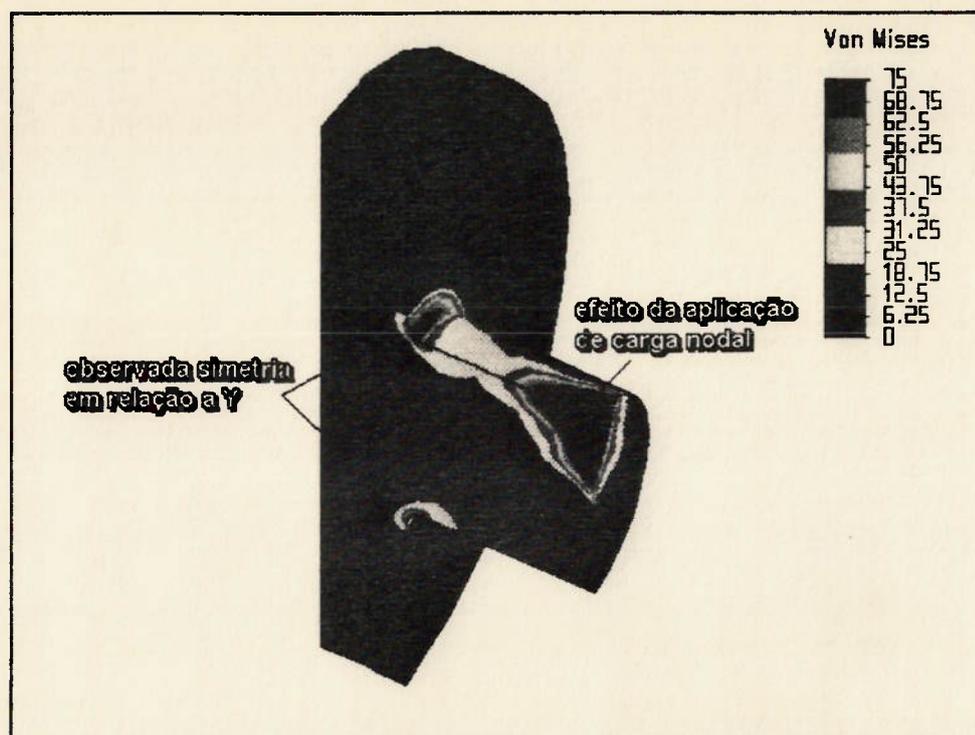


Fig. 5.46 - Distribuição das tensões: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ

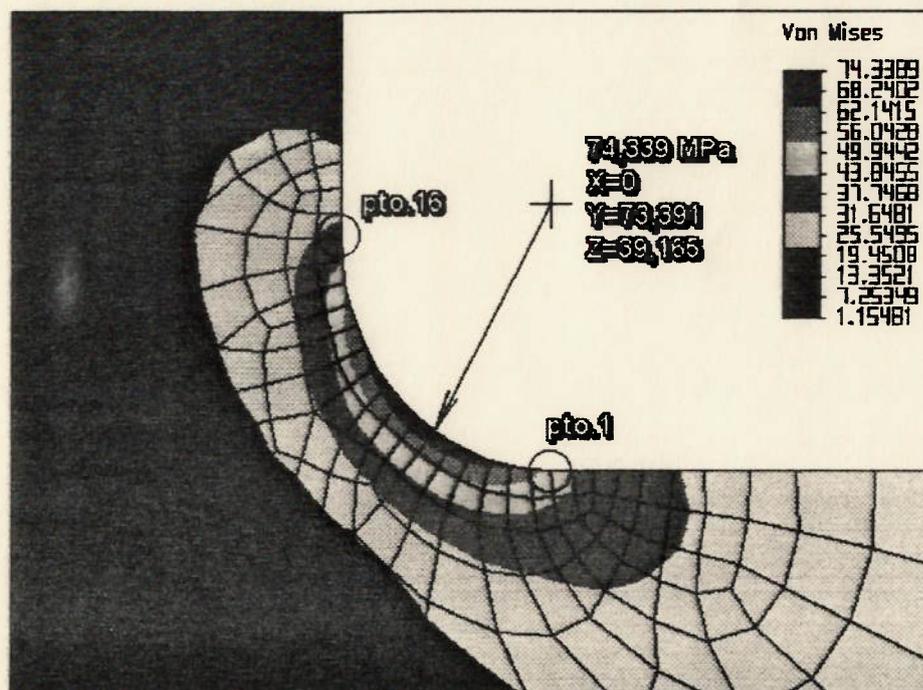


Fig. 5.47 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$

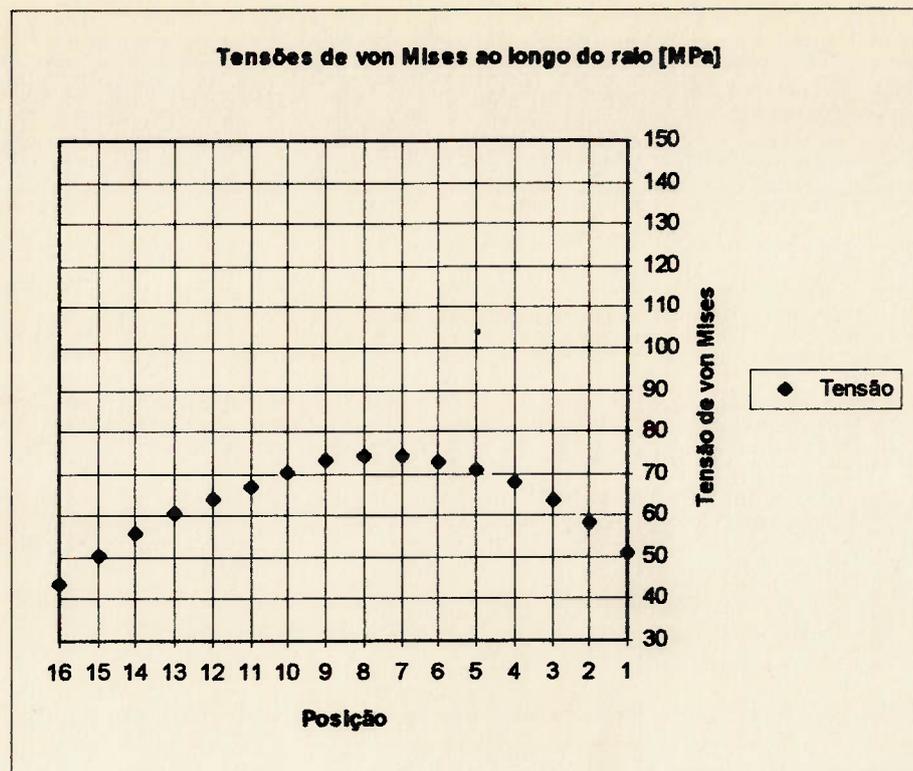


Fig. 5.48 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 3$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 7, na parte que se encontra sobre o eixo.

5.3 Casos com relação de diâmetros $D/d = 5$

A relação dos modelos usados nos cálculos consta da Tabela 5.5 e os resultados obtidos em termos de valor e posição do ponto de máximo estão relacionados na Tabela 5.6, a seguir.

Tabela 5.5 - Modelos usados nos processamentos com $D/d = 5$

Modelo	t proc [min]	# nós	# de elementos	# els. no raio	k_{\max} / k_{\min}
5R02S10	38,808	4141	6 nós: 72 7 nós: 60 8 nós: 3348 TOTAL: 3480	12	3,5713E+01
5R02S15	38,648	4246	6 nós: 84 7 nós: 60 8 nós: 3432 TOTAL: 3576	12	3,5713E+01
5R05S10	37,462	4011	6 nós: 72 7 nós: 48 8 nós: 3228 TOTAL: 3348	15	3,7124E+01
5R05S15	46,216	4116	6 nós: 84 7 nós: 48 8 nós: 3312 TOTAL: 3444	15	3,7124E+01
5R08S10	30,132	4011	6 nós: 72 7 nós: 60 8 nós: 3228 TOTAL: 3360	15	3,3824E+01
5R08S15	32,017	4116	6 nós: 84 7 nós: 60 8 nós: 3312 TOTAL: 3456	15	3,4749E+01

Tabela 5.6 - Resultados para $D/d = 5$

r/D	$\sigma_{\text{máx}}$ ($s/D = 0,10$)	Coordenadas do máximo (mm)	$\sigma_{\text{máx}}$ ($s/D = 0,15$)	Coordenadas do máximo (mm)
0,02	140,685089	X = 0 Y = 75,7519 Z = 38,5481	123,771225	X = 0 Y = 75,435 Z = 38,305
0,05	91,875099	X = 0 Y = 74,7655 Z = 38,9312	81,818085	X = 0 Y = 74,0431 Z = 38,4773
0,083	71,789337	X = 0 Y = 73,3912 Z = 39,1651	64,971451	X = 0 Y = 73,3912 Z = 39,1651

Os valores indicados acima para as tensões máximas tratam-se de tensões de von Mises.

5.3.1 Resultados para $r/d = 0,02$

Foram realizados processamentos para duas espessuras distintas de flange, como mostrado a seguir.

a. Relação $s/D = 0,10$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.49 e 5.50, enquanto a Fig. 5.51 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.52 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

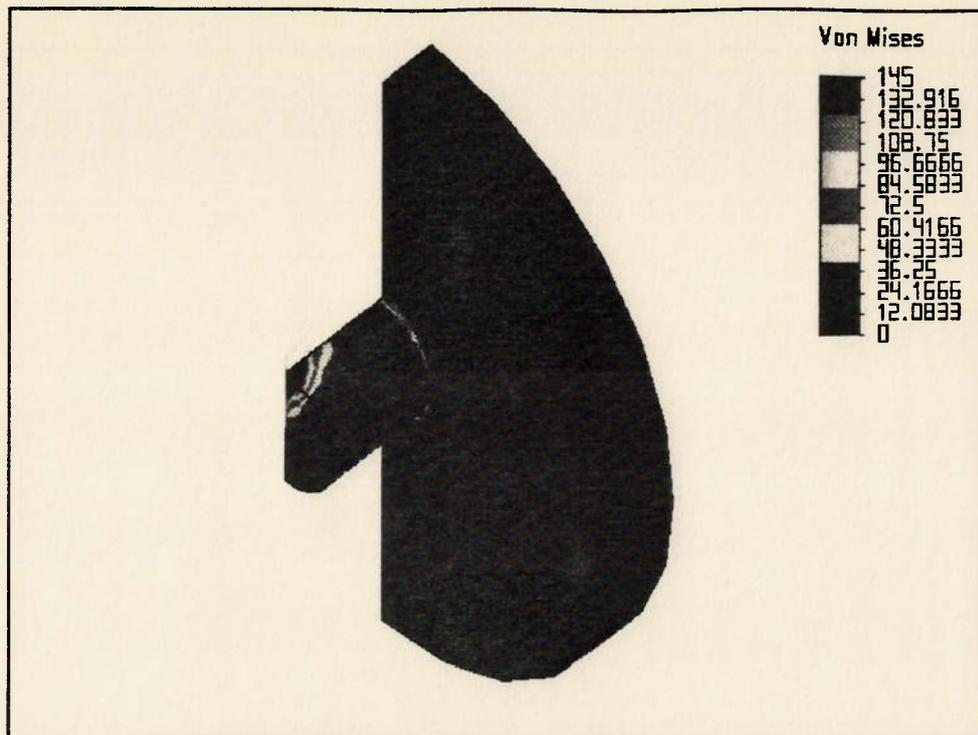


Fig. 5.49 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica

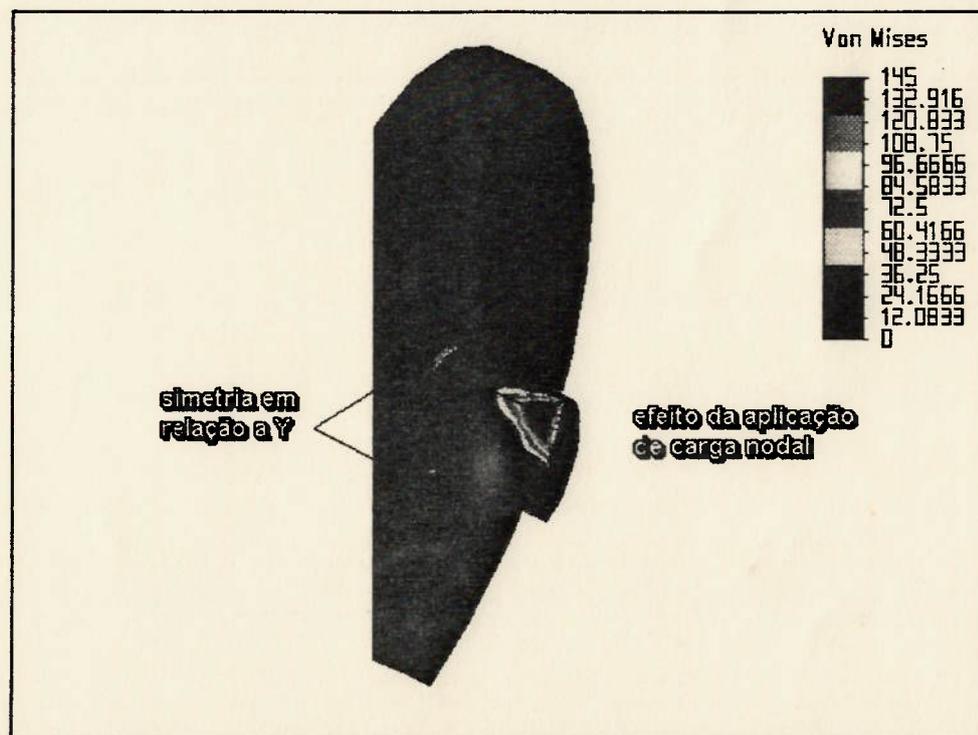


Fig. 5.50 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ

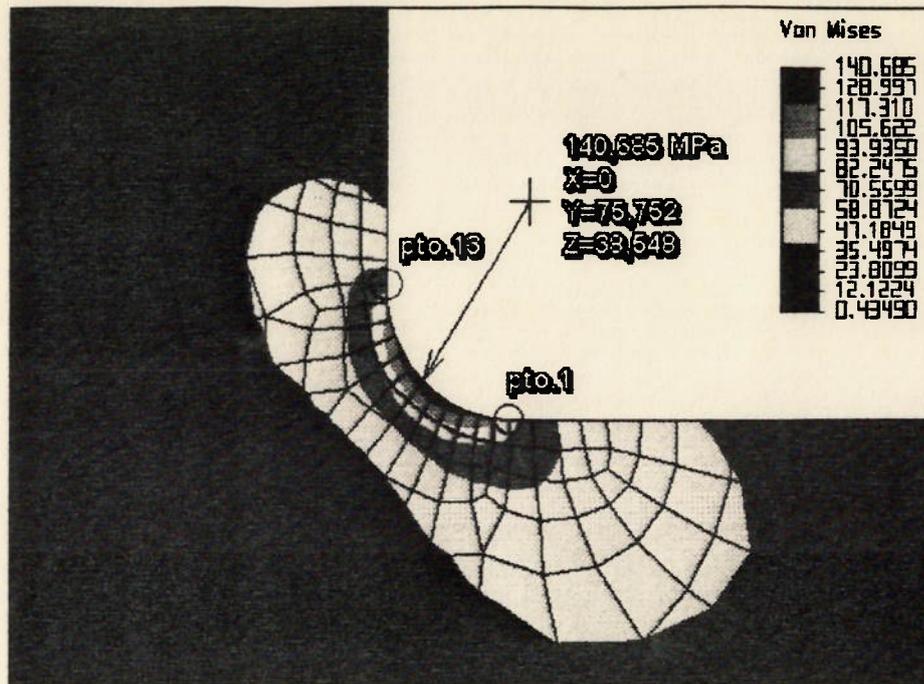


Fig. 5.51 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$

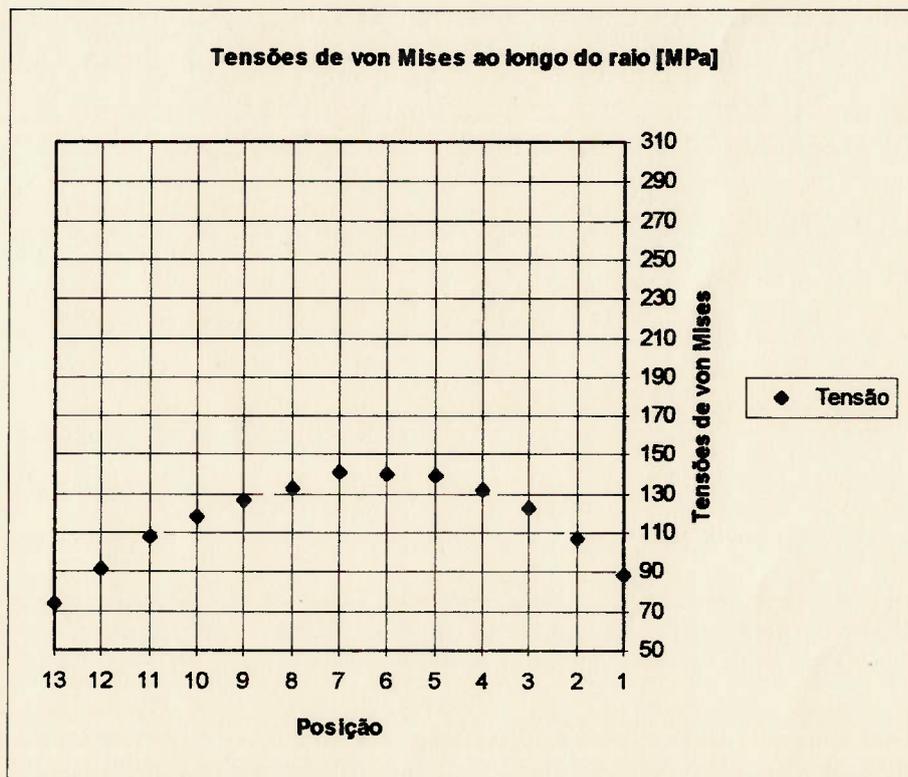


Fig. 5.52 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,10$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a

posição número 7, exatamente entre o flange e o eixo (ponto médio do arco de circunferência).

b. Relação $s / D = 0,15$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.53 e 5.54, enquanto a Fig. 5.55 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.56 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

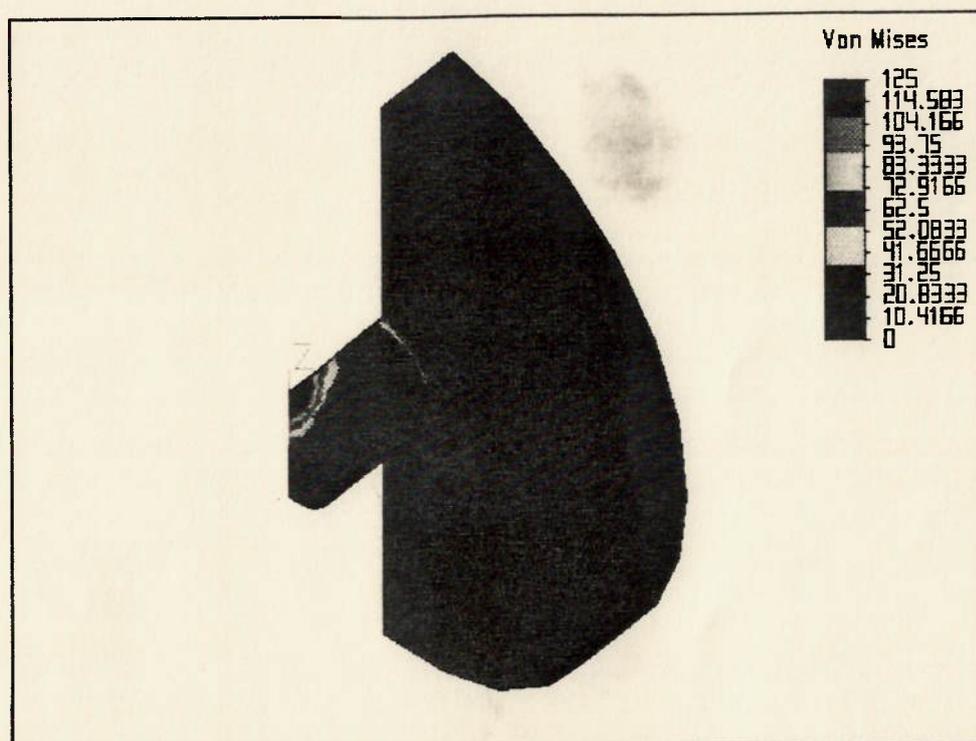


Fig. 5.53 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica

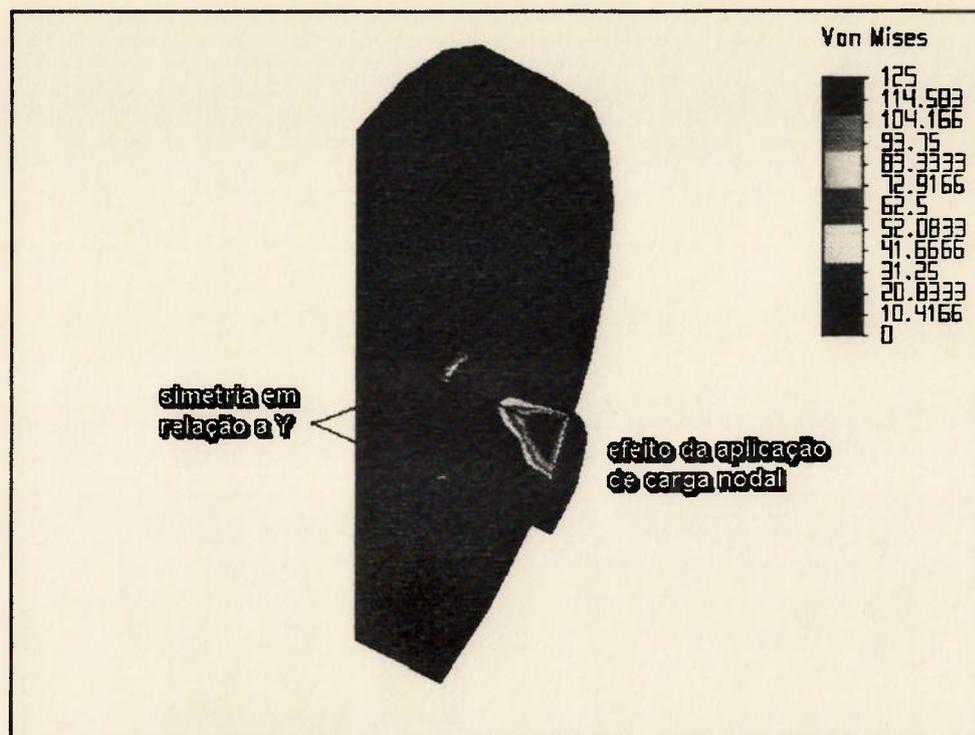


Fig. 5.54 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ

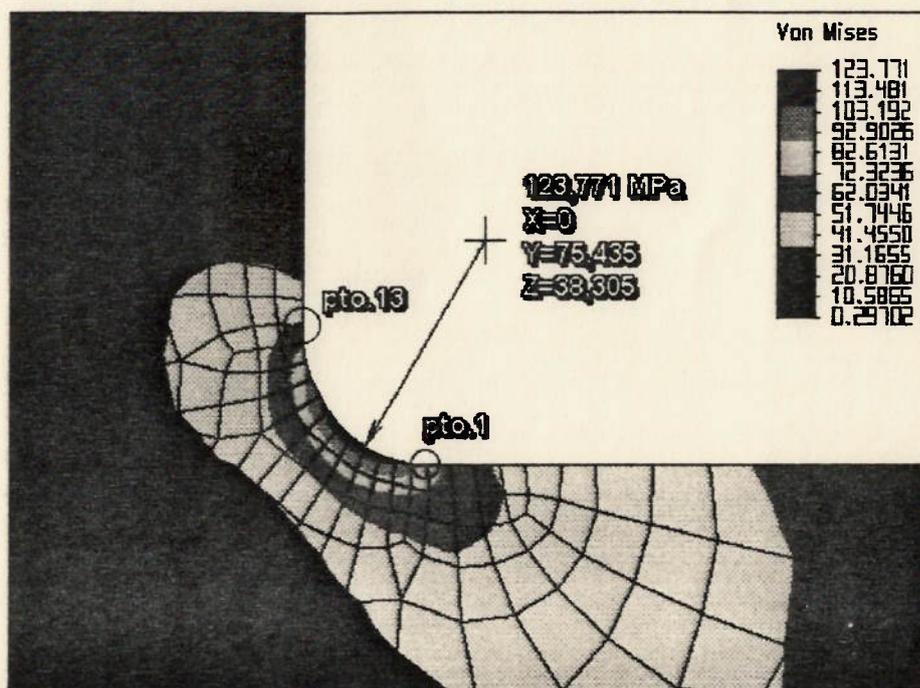


Fig. 5.55 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$

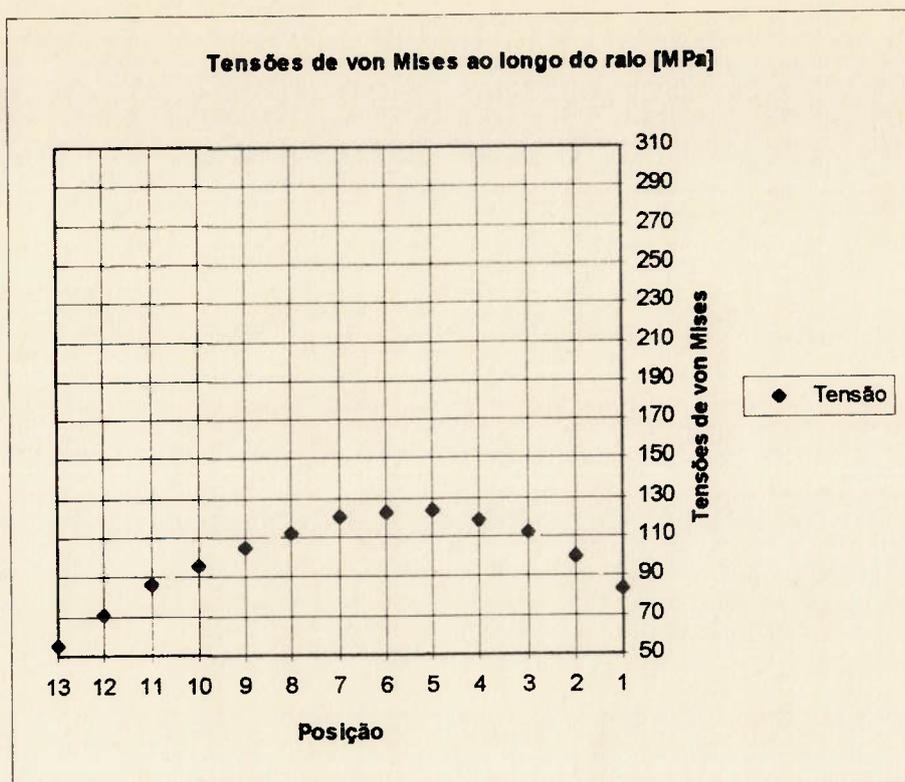


Fig. 5.56 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,02$ e $s/D = 0,15$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 5, na parte que se encontra sobre o eixo.

5.3.2 Resultados para $r / d = 0,05$

Foram realizados processamentos para duas espessuras distintas de flange, como mostrado a seguir.

a. Relação $s / D = 0,10$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.57 e 5.58, enquanto a Fig. 5.59 exhibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.60 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

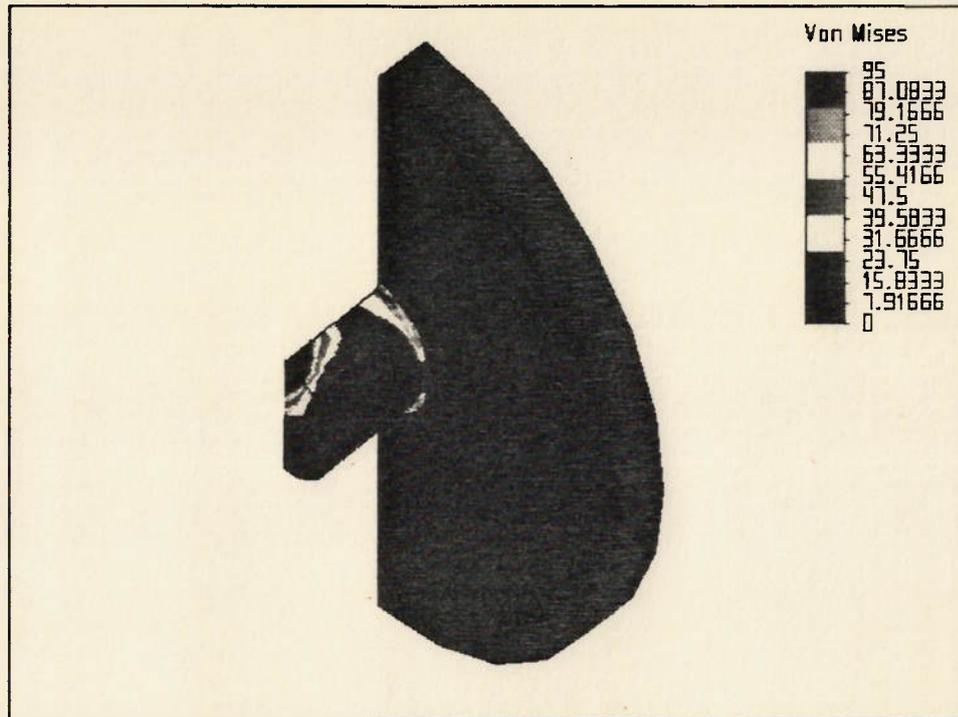


Fig. 5.57 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica

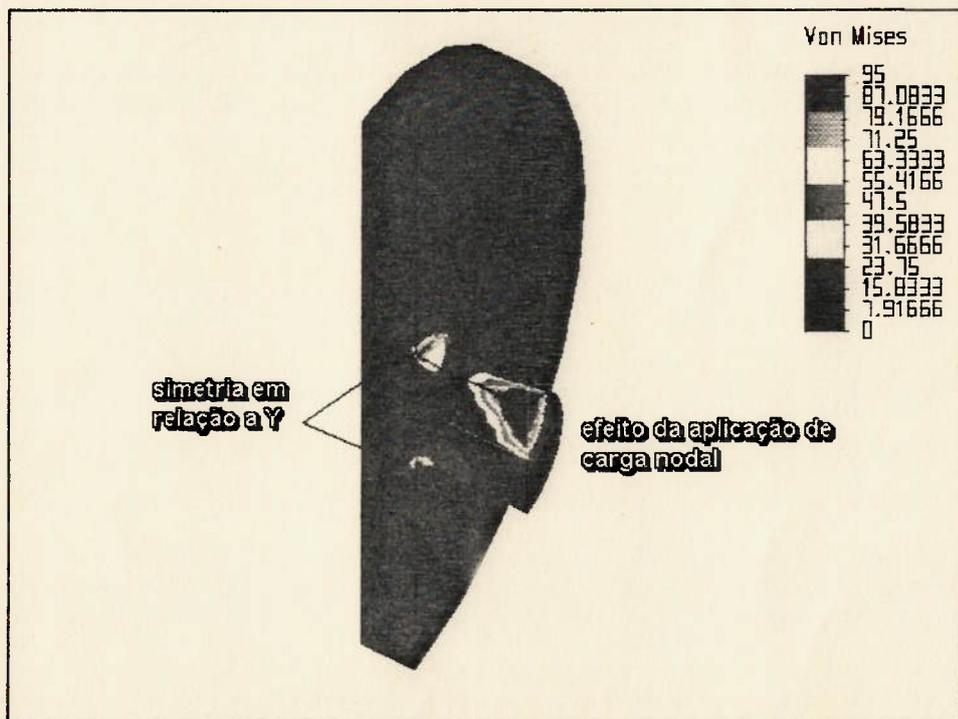


Fig. 5.58 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ

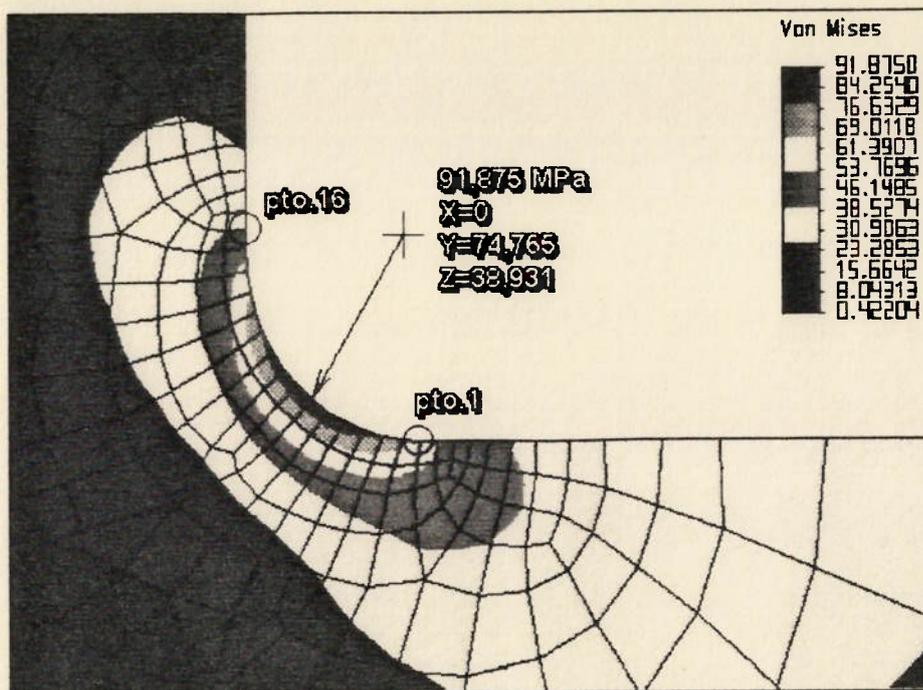


Fig. 5.59 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$

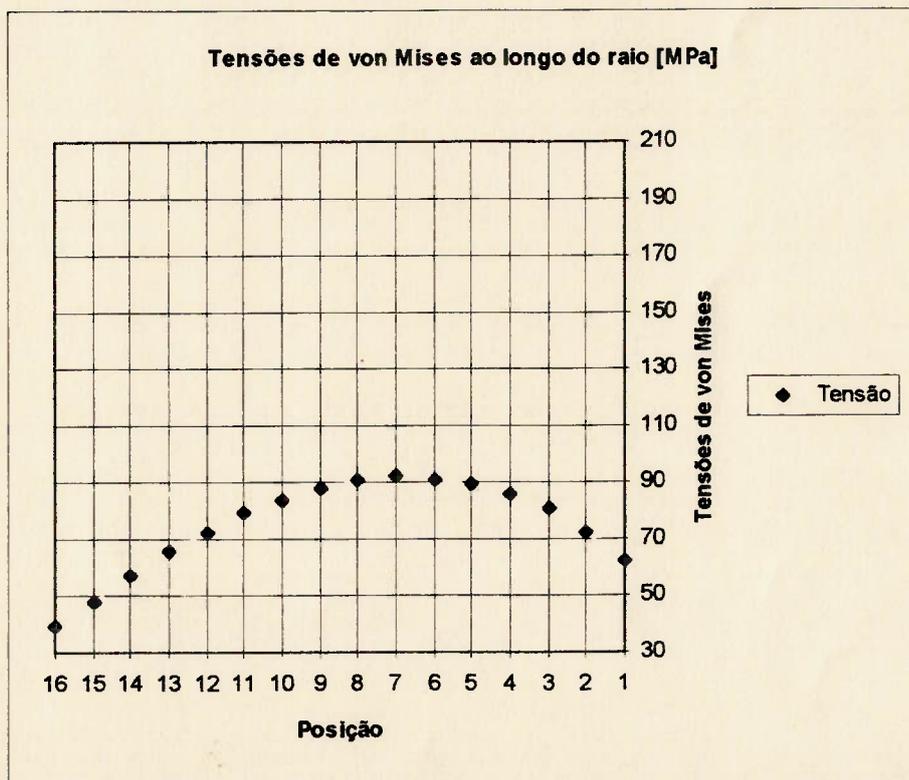


Fig. 5.60 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,10$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 7, na parte que se encontra sobre o eixo.

b. Relação $s/D = 0,15$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.61 e 5.62, enquanto a Fig. 5.63 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.64 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

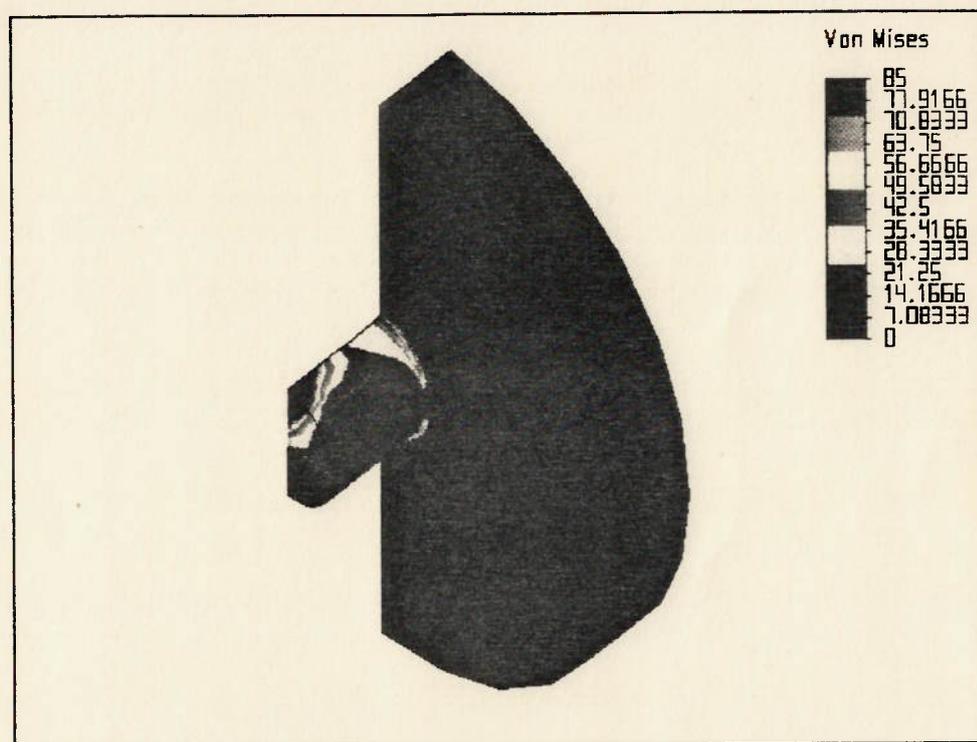


Fig. 5.61 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica

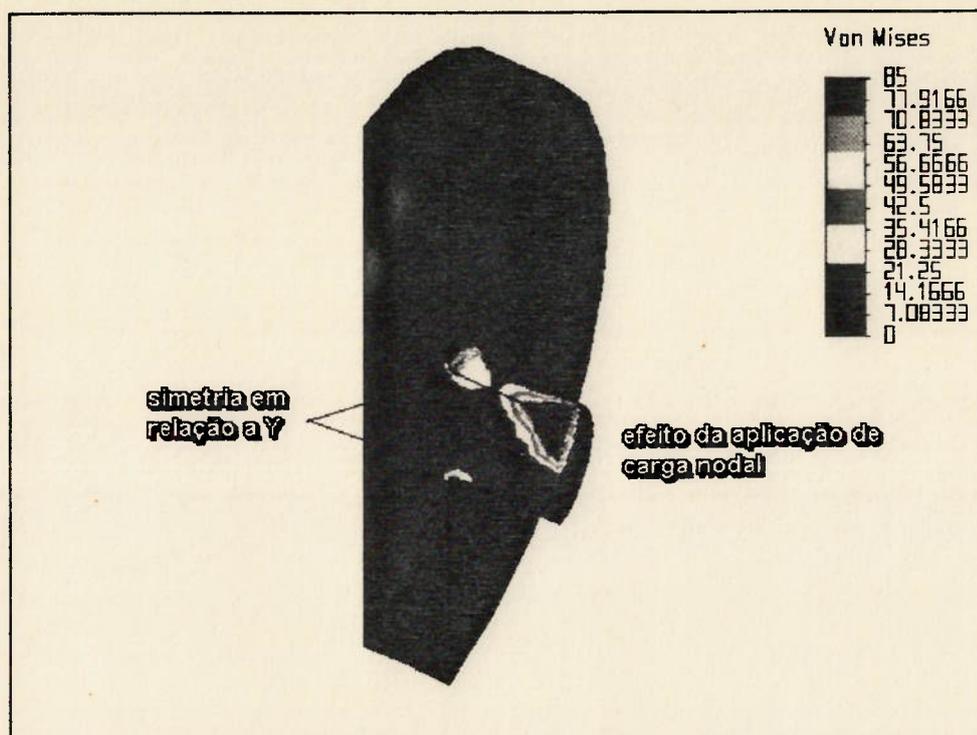


Fig. 5.62 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ

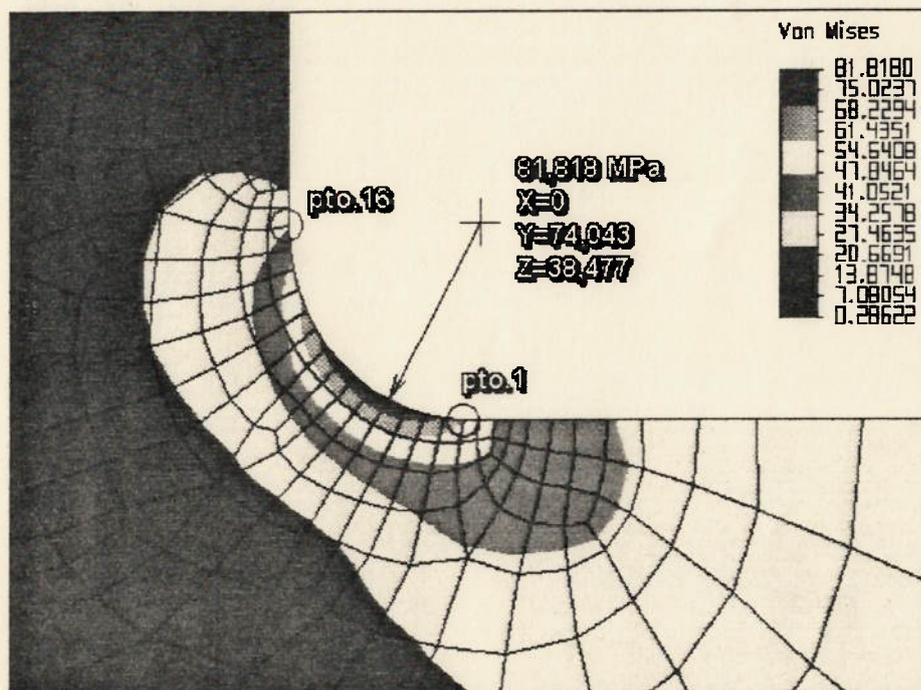


Fig. 5.63 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$

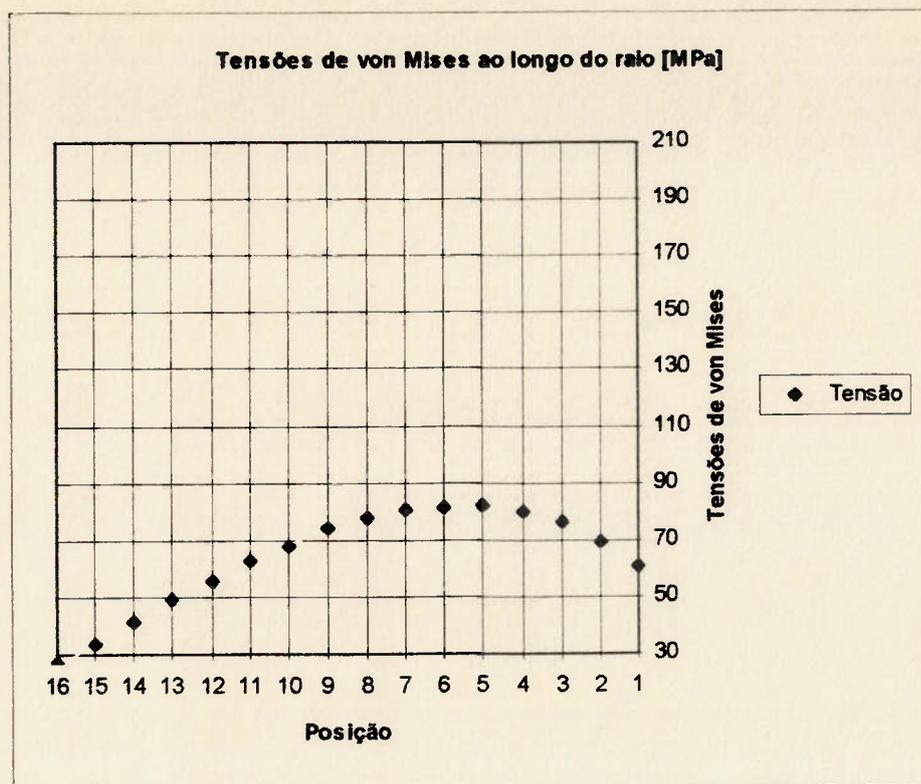


Fig. 5.64 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,05$ e $s/D = 0,15$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 5, na parte que se encontra sobre o eixo.

5.3.3 Resultados para $r / d = 0,083$

Foram realizados processamentos para duas espessuras distintas de flange, como mostrado a seguir.

a. Relação $s / D = 0,10$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.65 e 5.66, enquanto a Fig. 5.67 exhibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.68 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

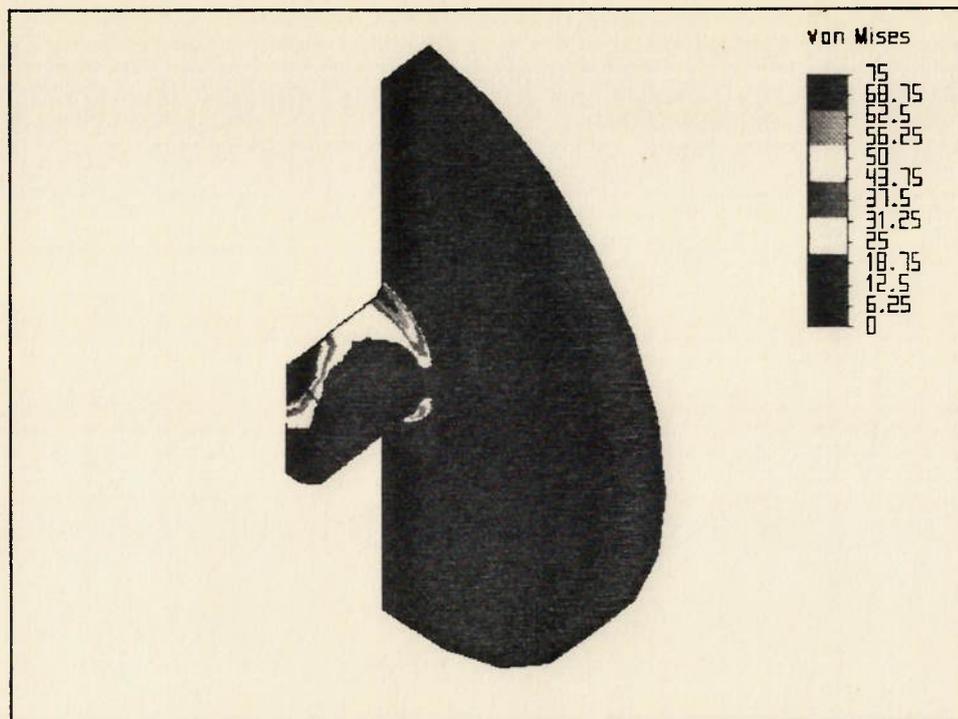


Fig. 5.65 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - v. isométrica

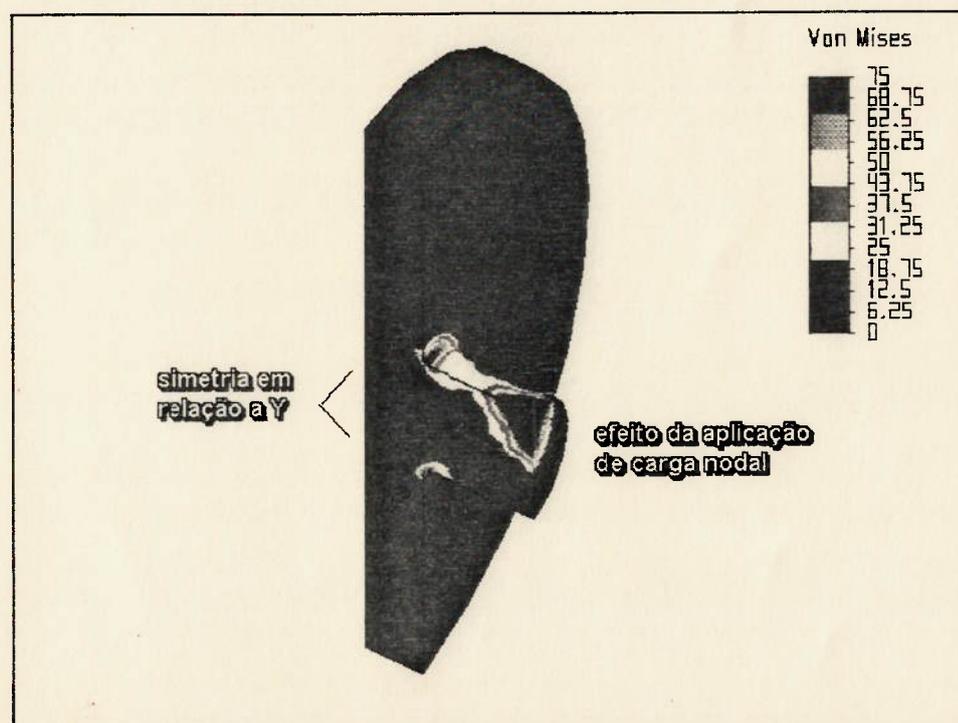


Fig. 5.66 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$ - plano YZ

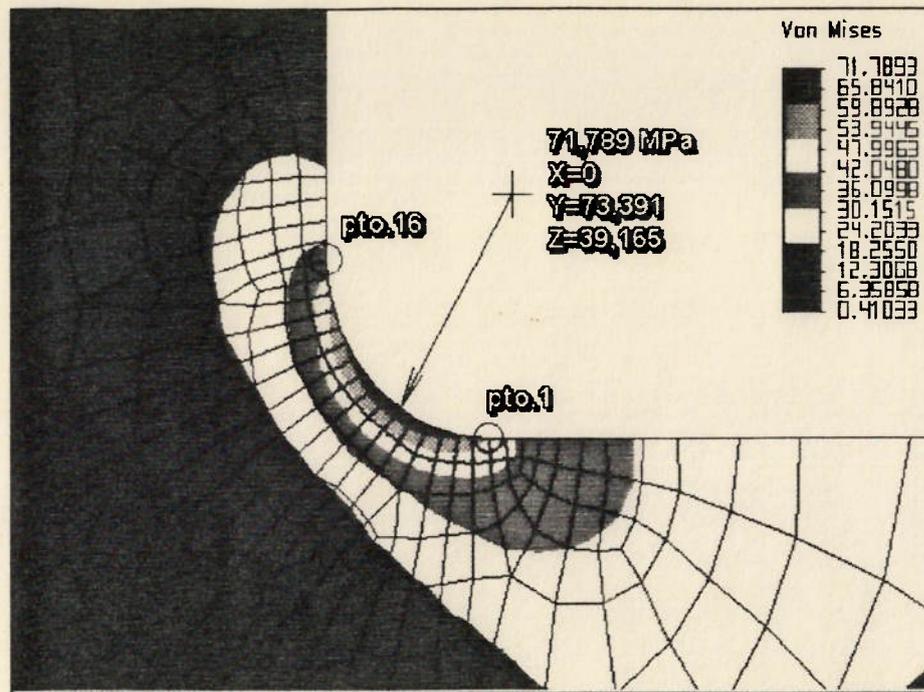


Fig. 5.67 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$

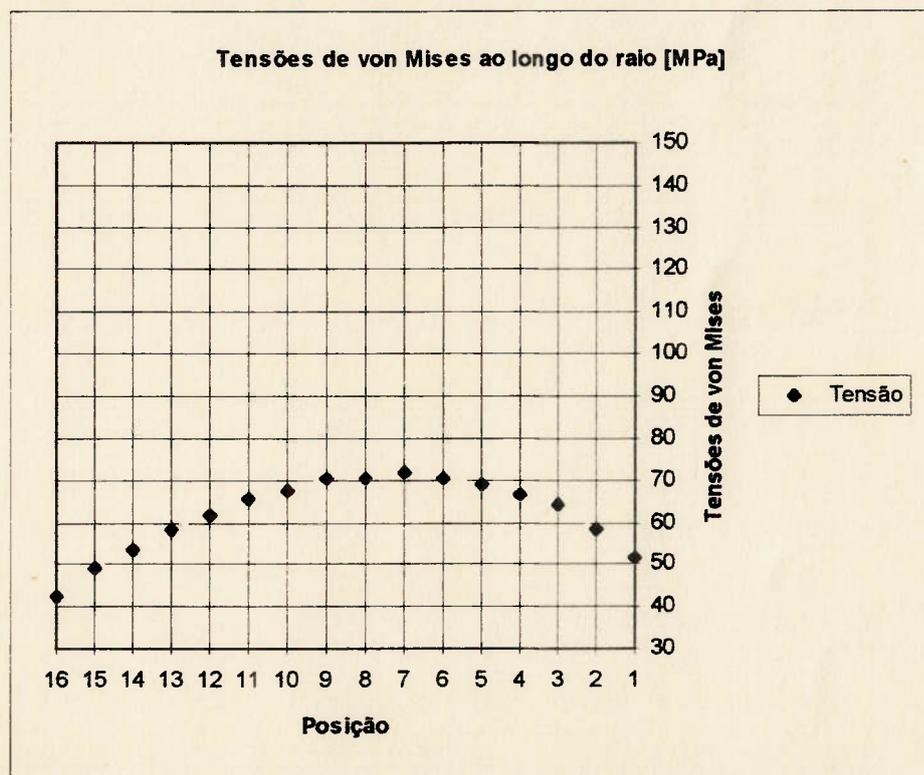


Fig. 5.68 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,10$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 7, na parte que se encontra sobre o eixo.

b. Relação $s/D = 0,15$

O campo de tensões é mostrado pelas Fig. 5.69 e 5.70, enquanto a Fig. 5.71 exibe o valor e a posição do ponto de máximo.

O gráfico da Fig. 5.72 mostra a distribuição das tensões de von Mises ao longo do raio de concordância.

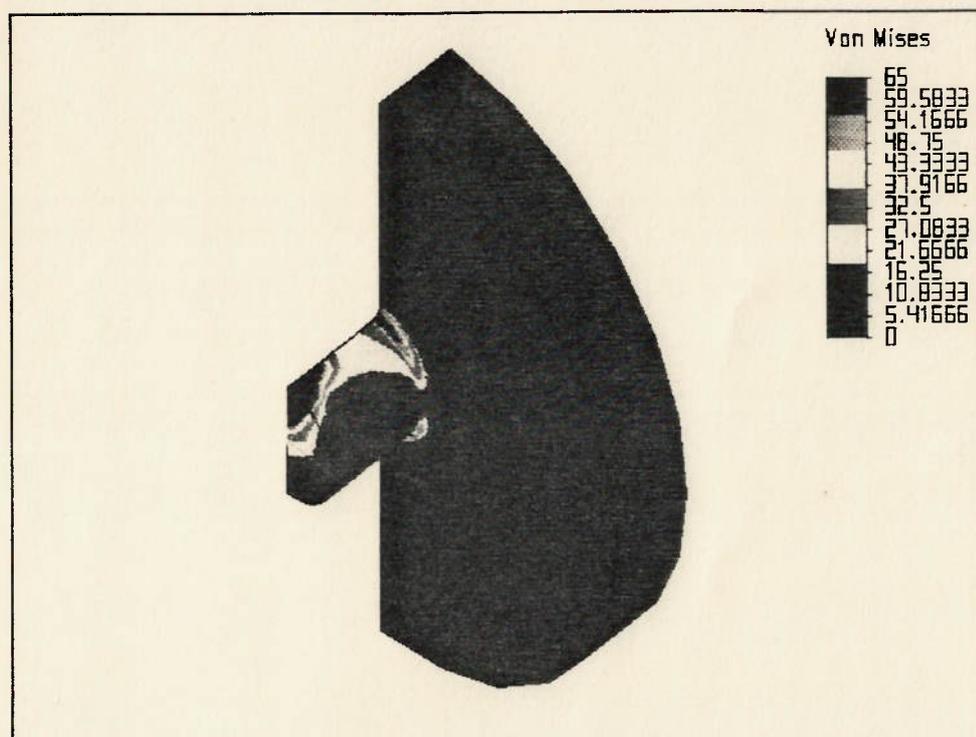


Fig. 5.69 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - v. isométrica

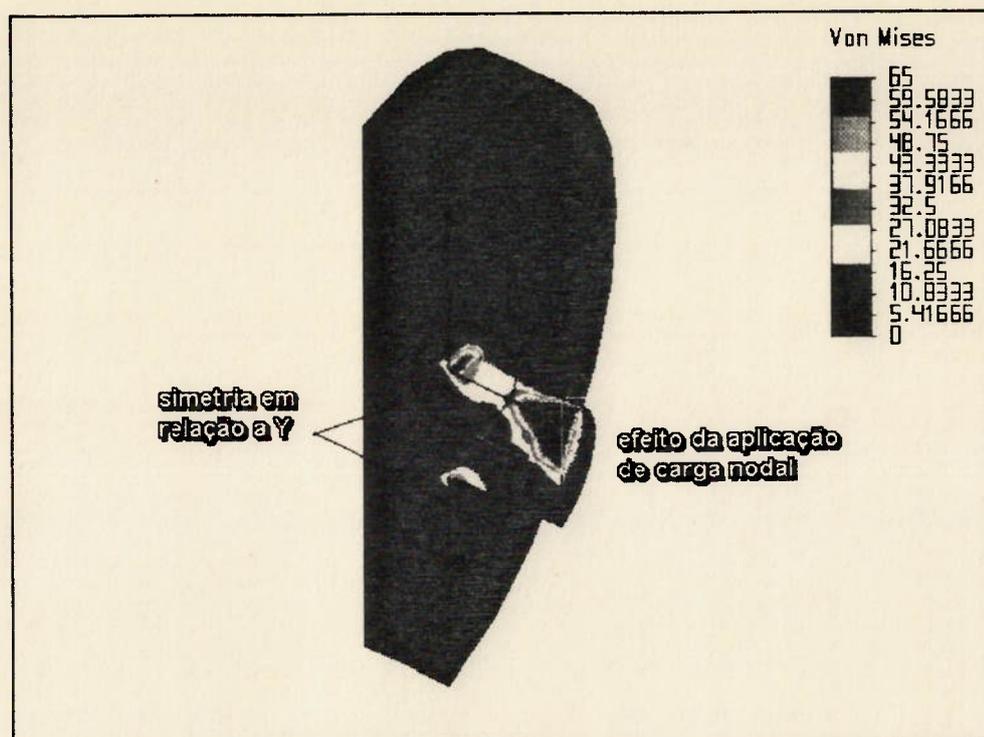


Fig. 5.70 - Distribuição das tensões: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$ - plano YZ

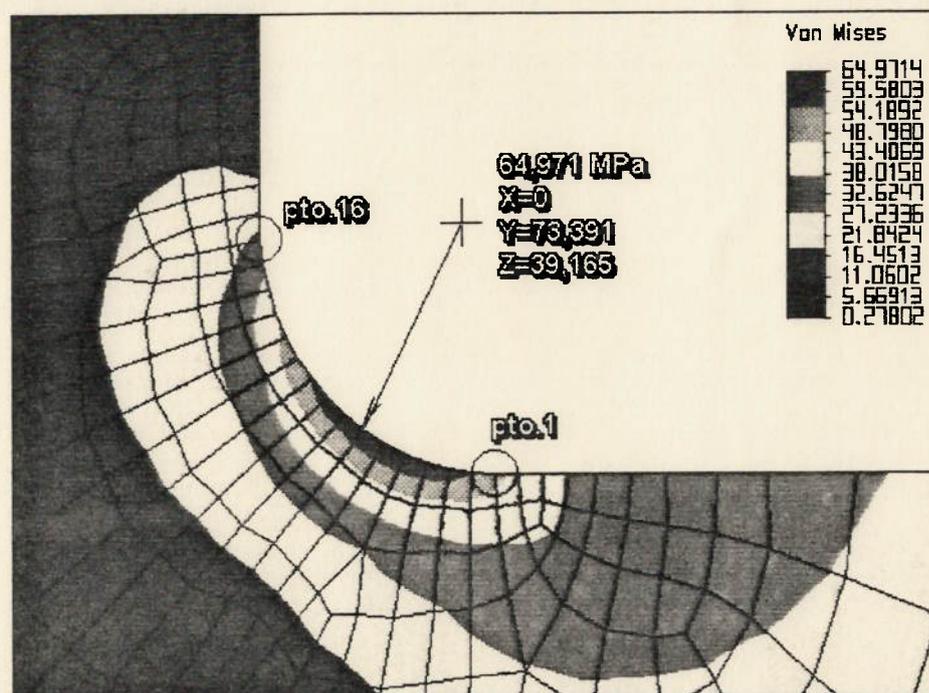


Fig. 5.71 - Valor e coordenadas do máximo - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$

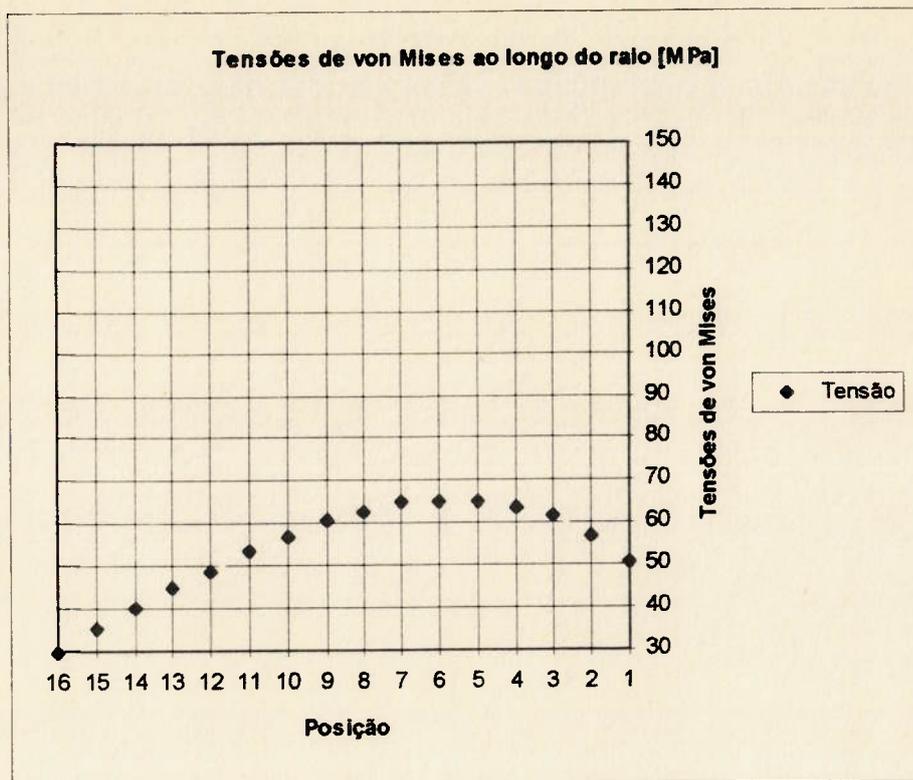


Fig. 5.72 - Distribuição ao longo do raio - caso: $D/d = 5$; $r/d = 0,083$ e $s/D = 0,15$

A distribuição das tensões ao longo do raio de concordância apresenta uma variação cúbica, com o ponto de máximo coincidente com a posição número 7, na parte que se encontra sobre o eixo.

6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo consiste de um resumo e interpretação dos resultados obtidos nos processamentos de elementos finitos apresentados no capítulo 5, no que concerne aos comportamentos e tendências observadas.

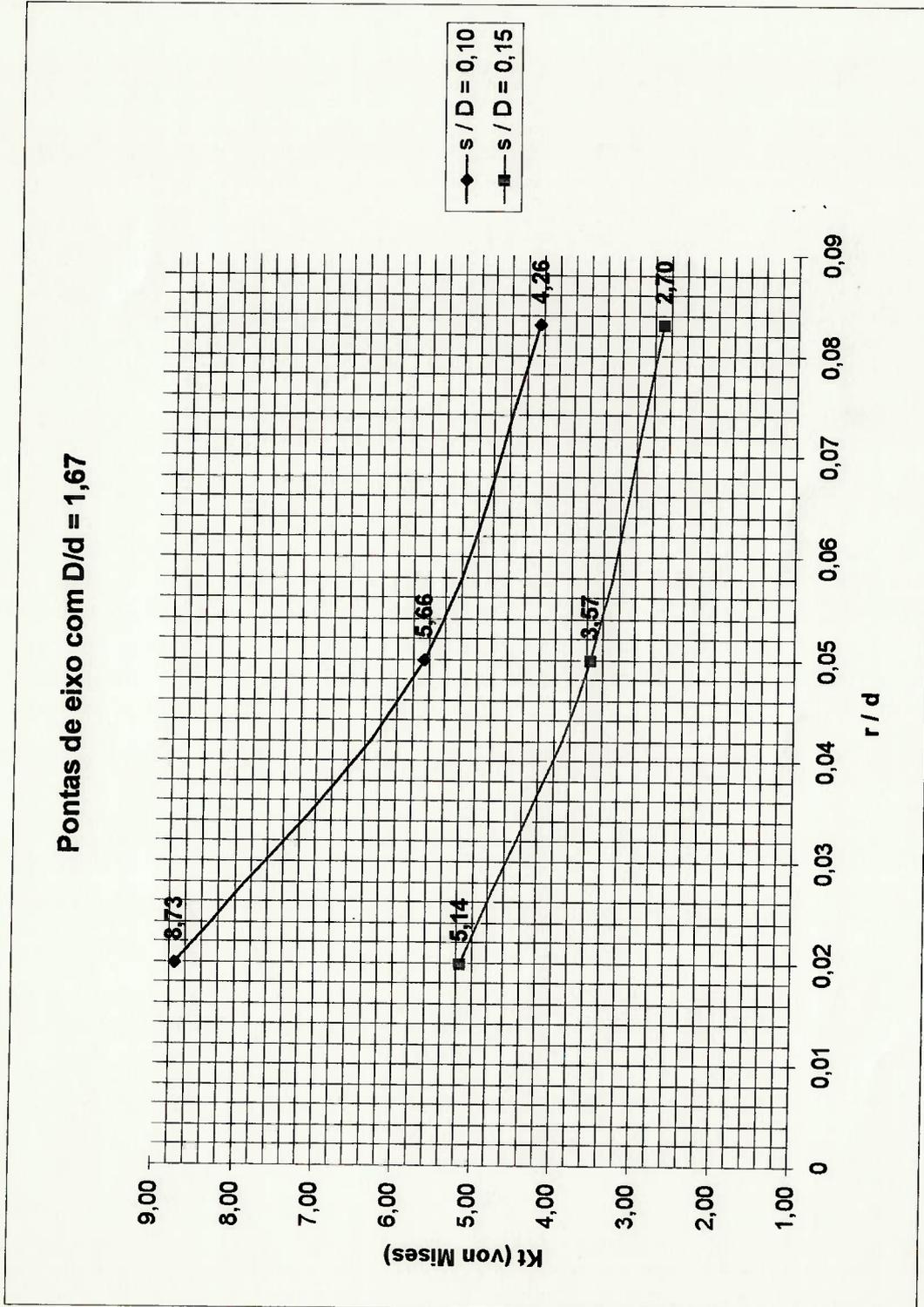
6.1 Discussão

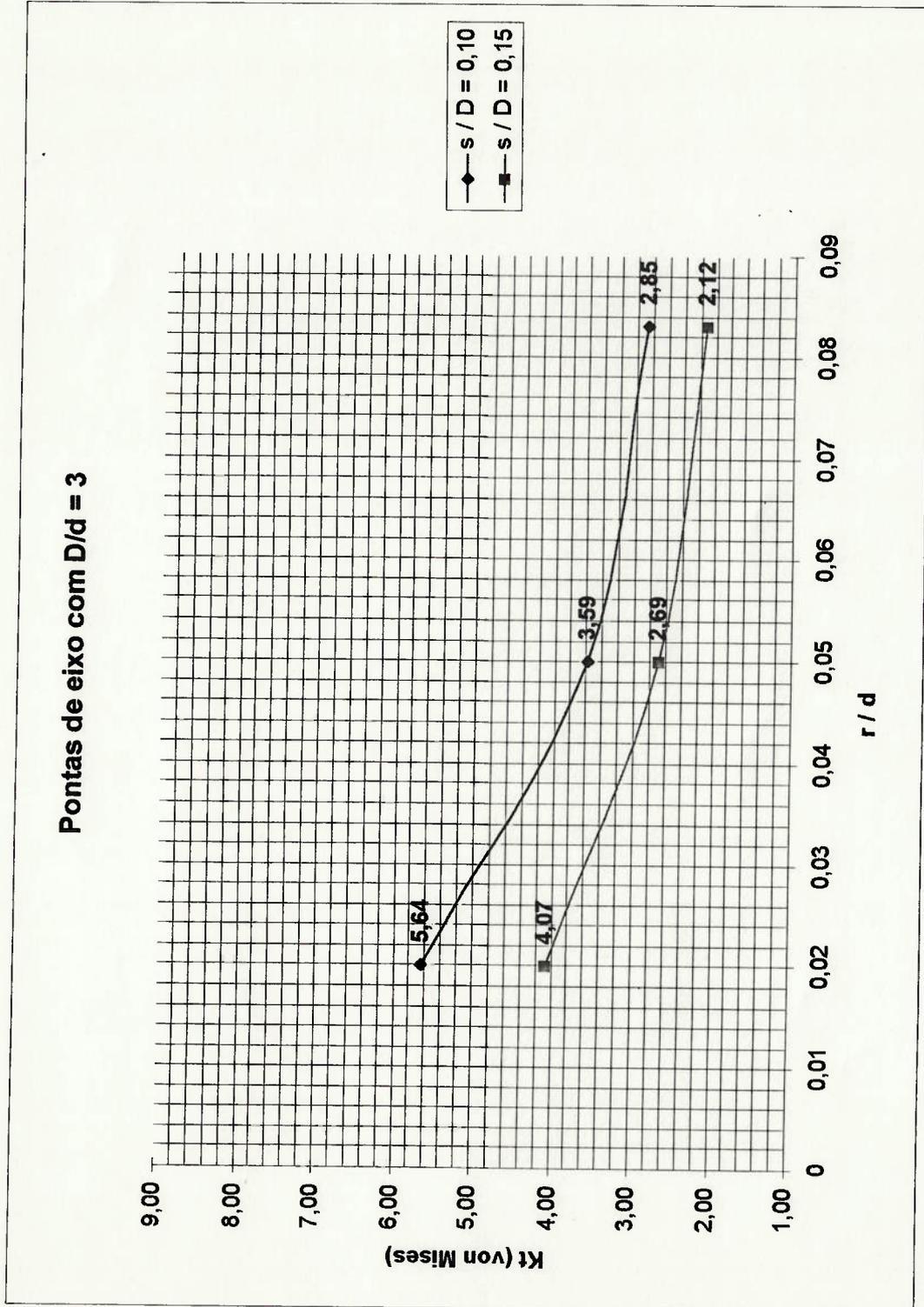
Neste item pretende-se esclarecer o efeito das geometrias estudadas (das pontas de eixo de rolos pressionadores de máquinas fabricantes de papel e celulose) sobre o valor teórico de concentração de tensões (K_t) e qual sua influência na localização do ponto de tensão máxima.

6.1.1 Efeito da geometria no valor de K_t

A influência da variação dos valores dos parâmetros geométricos adimensionais introduzidos no capítulo 4, item 4.4 relação 4.1 pode ser avaliada nas Fig. 6.1 a Fig. 6.5, mais adiante.

As Fig. 6.1, 6.2 e 6.3, referem-se às relações de diâmetros iguais a 1,67 ; 3 e 5, respectivamente, e mostram (cada uma) os resultados de concentração de tensões em duas curvas, uma para cada caso de espessura de flange (para $s/D = 0,10$ e $s/D = 0,15$).

Fig. 6.1 - Gráfico de resultados para relação de diâmetros $D/d = 1,67$

Fig. 6.2 - Gráfico de resultados para relação de diâmetros $D/d = 3$

Pontas de eixo com $D/d = 5$

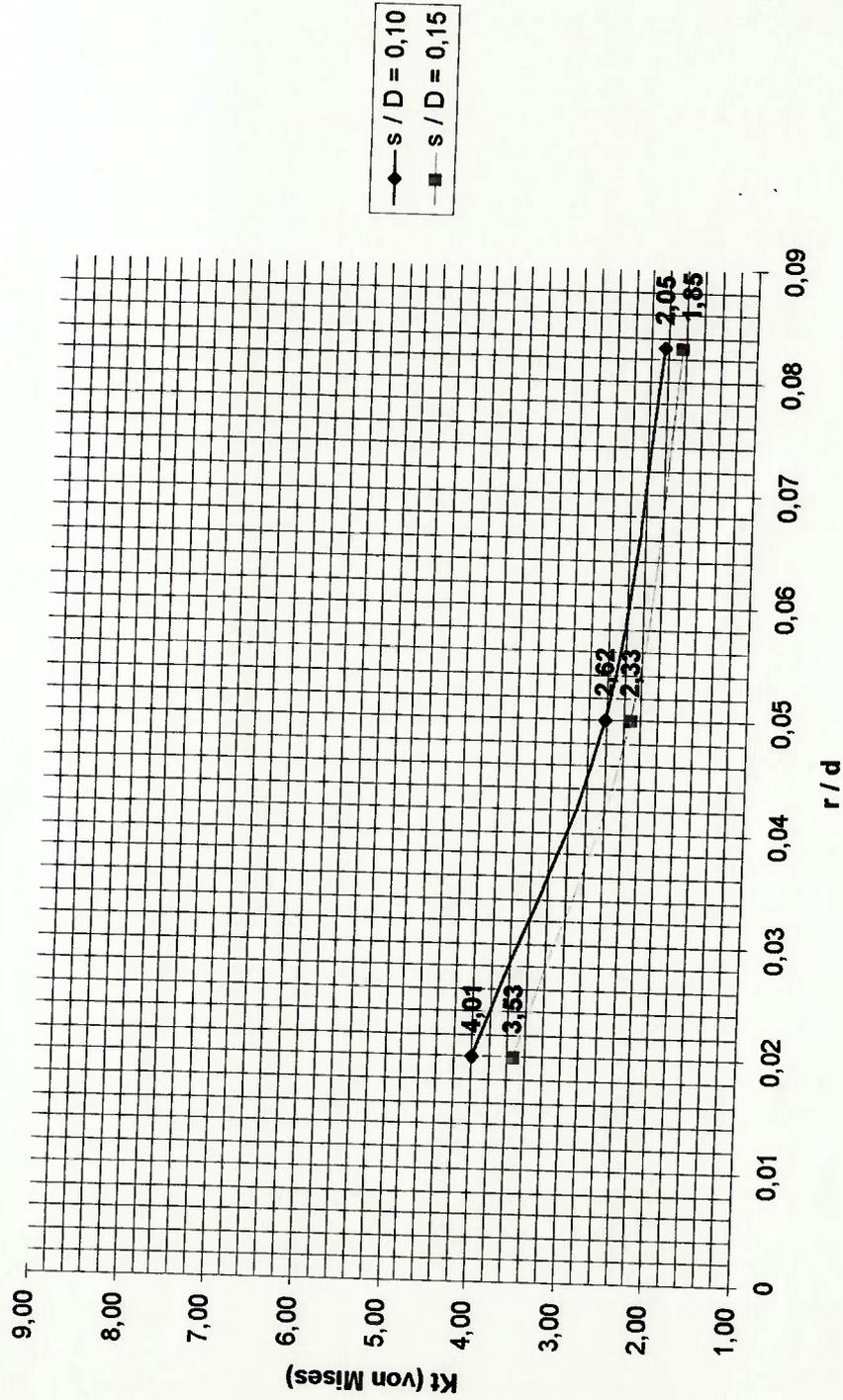


Fig. 6.3 - Gráfico de resultados para relação de diâmetros $D / d = 5$

Da análise das figuras pode-se concluir que a concentração de tensões (medida pelo valor de K_t) será tanto mais severa quanto menor for o raio do entalhe (ou raio de concordância).

Em outras palavras, K_t aumenta com a diminuição da relação r/d , o que se explica pela maior perturbação introduzida no fluxo das tensões por meio de raios pequenos.

Também é possível observar que os valores mais altos de concentração de tensões são obtidos quando a relação entre a espessura e o diâmetro do flange é igual a 0,1 ($s/D = 0,10$).

Isto ocorre devido à menor rigidez do flange quando comparado ao caso em que a mesma relação é igual a 0,15 ($s/D = 0,15$), lembrando que o ângulo de rotação na região de transição flange/eixo bem como a tensão radial no flange são inversamente proporcionais ao quadrado da espessura do mesmo (ver, por exemplo, Young [19]).

As Fig. 6.4 e 6.5, a seguir, referem-se às relações entre espessura e diâmetro do flange iguais a 0,10 e 0,15, respectivamente, e mostram (cada uma) os resultados de concentração de tensões em três curvas, uma para cada relação de diâmetros (para $D/d = 1,67$; $D/d = 3$ e $D/d = 5$).

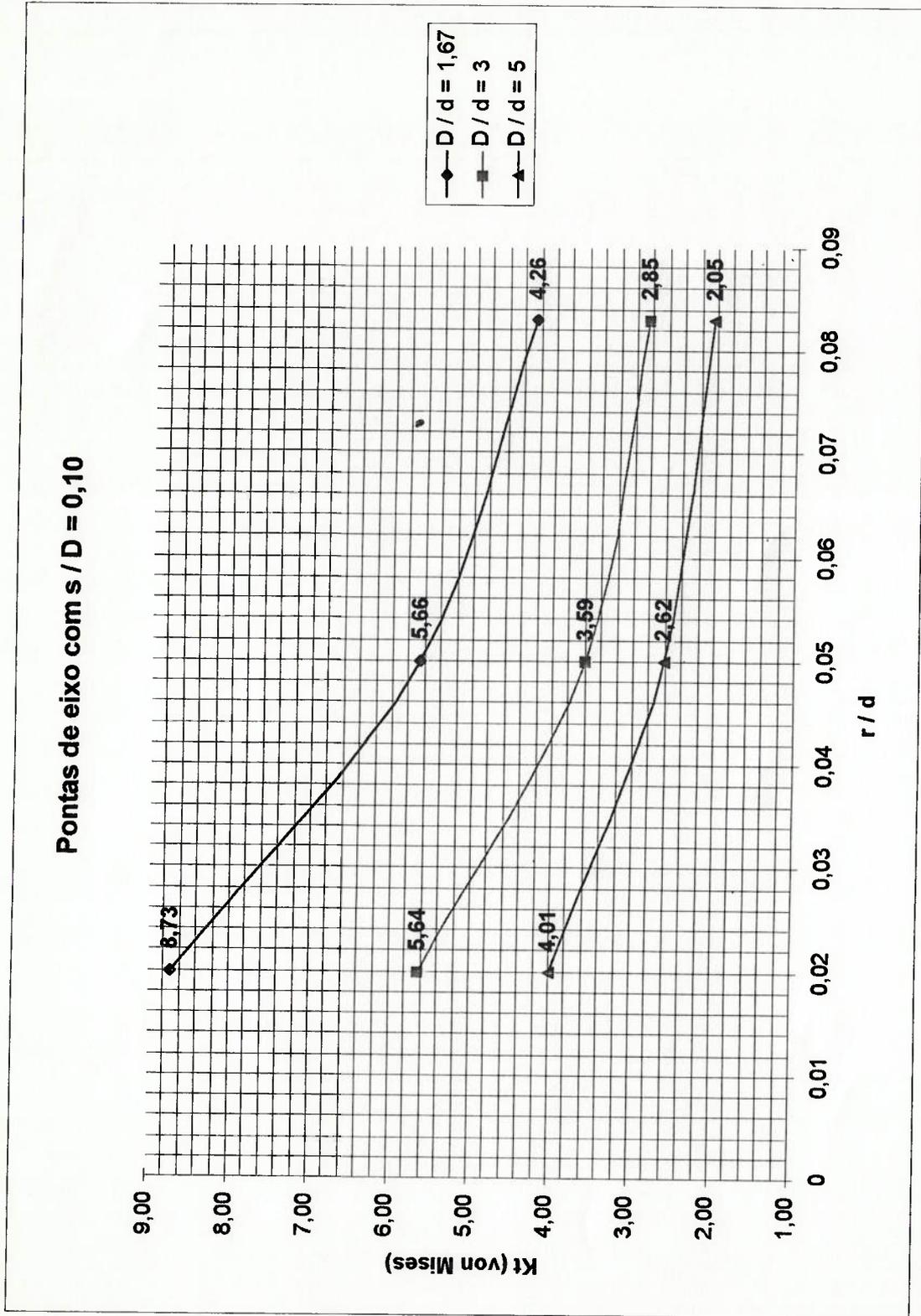


Fig. 6.4 - Gráfico de resultados para relação entre a espessura e o diâmetros do flange $s / D = 0,10$

Pontas de eixo com $s / D = 0,15$

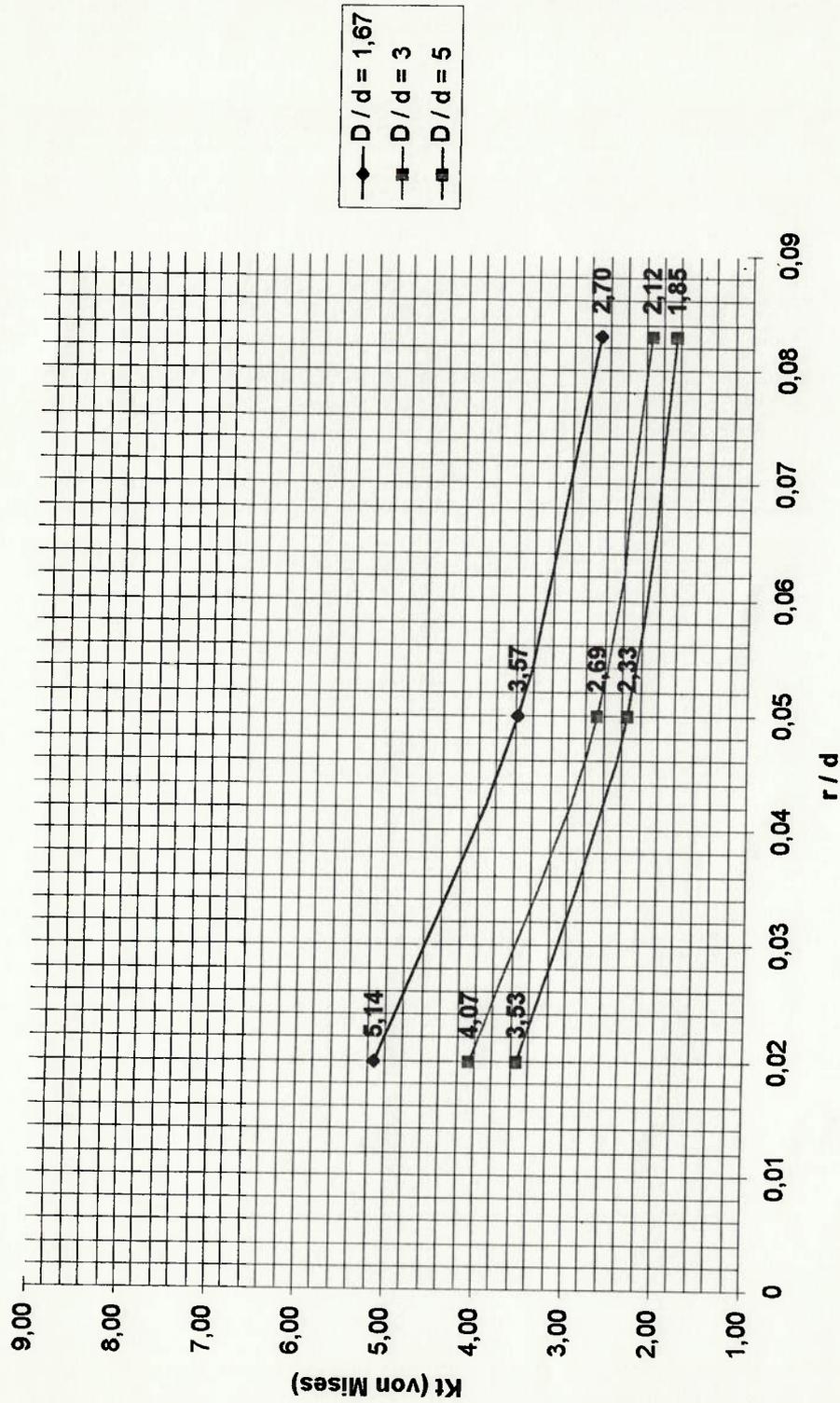


Fig. 6.5 - Gráfico de resultados para relação entre a espessura e o diâmetros do flange $s / D = 0,15$

Da análise das figuras pode-se concluir que a concentração de tensões (medida pelo valor de K_t) será tanto mais severa quanto menor for a relação entre os diâmetros do flange e do eixo.

Em outras palavras, K_t aumenta com a diminuição da relação D/d , o que se explica através da menor rigidez do flange ocasionada pela diminuição da relação de diâmetros D/d (ver Young [19]).

As Fig. 6.4 e 6.5 confirmam o restante das observações feitas nas Fig. 6.1, 6.2 e 6.3, quanto ao aumento do valor do fator teórico de concentração de tensões (K_t) com a redução da relação raio de entalhe/diâmetro do eixo (r/d) e redução da relação espessura/diâmetro do flange (s/D).

A Tabela 6.1 a seguir mostra os polinômios ajustados aos dados das Fig. 6.1, 6.2 e 6.3.

Tabela 6.1 - Interpolação polinomial dos resultados

Figura #	Polinômio ajustado	Correlação
Fig. 6.1	$K_t = 949,66 (r/d)^2 - 168,81 (r/d) + 11,724$ (para $s/D = 0,1$) $K_t = 417,04 (r/d)^2 - 81,598 (r/d) + 6,603$ (para $s/D = 0,15$)	100% em ambos os casos
Fig. 6.2	$K_t = 732,94 (r/d)^2 - 119,75 (r/d) + 7,7447$ (para $s/D = 0,1$) $K_t = 456,22 (r/d)^2 - 77,966 (r/d) + 5,4471$ (para $s/D = 0,15$)	100% em ambos os casos
Fig. 6.3	$K_t = 460,71 (r/d)^2 - 78,623 (r/d) + 5,398$ (para $s/D = 0,1$) $K_t = 401,72 (r/d)^2 - 67,979 (r/d) + 4,7267$ (para $s/D = 0,15$)	100% em ambos os casos

6.1.2 Análise do campo de tensões

O exame das figuras e resultados do capítulo 5 que mostram a distribuição das tensões de von Mises ao longo das pontas de eixo mostrou, para qualquer das geometrias analisadas, os seguintes resultados:

- as tensões máximas ocorrem no plano do momento fletor máximo, na região da singularidade geométrica, que no presente caso se trata de um raio de concordância situado na transição do eixo para o flange;
- as tensões são simétricas em relação ao plano XY, ortogonal ao plano do máximo momento fletor;
- a região perturbada, em que ocorrem valores mais altos de tensão (acima da nominal), se restringe a uma vizinhança da singularidade contida em raio de no máximo uma vez e meia o raio característico da singularidade.

A Tabela 6.1 a seguir, resume os resultados quanto a posição do ponto de tensão máxima para cada uma das geometrias estudadas, indicando o valor da tensão de von Mises no ponto de máximo e se tal ponto ocorre sobre o eixo, sobre o flange ou entre ambos.

Tabela 6.2 - Resumo dos resultados quanto à posição da máxima tensão

Referente ao item # do capítulo 5	σ von Mises [MPa]	# posição do ponto de máx	ponto situado sobre
5.1.1.a	306,2166	9 / 13	flange
5.1.1.b	180,2623	7 / 13	entre ambos
5.1.2.a	198,5063	11 / 16	flange
5.1.2.b	125,1033	7 / 16	eixo
5.1.3.a	149,2945	10 / 16	flange
5.1.3.b	94,84767	8 / 16	eixo
5.2.1.a	197,9775	7 / 13	entre ambos
5.2.1.b	142,8056	7 / 13	entre ambos
5.2.2.a	125,9348	10 / 16	flange
5.2.2.b	94,35609	7 / 16	eixo
5.2.3.a	100,1495	9 / 16	flange
5.2.3.b	74,33891	7 / 16	eixo
5.3.1.a	140,6851	7 / 13	entre ambos
5.3.1.b	173,7712	5 / 13	eixo
5.3.2.a	91,8751	7 / 16	eixo
5.3.2.b	81,81809	5 / 16	eixo
5.3.3.a	71,78934	7 / 16	eixo
5.3.3.b	64,97145	7 / 16	eixo

A terceira coluna da tabela acima apresenta à esquerda da barra inclinada o número da posição em que se dá o máximo valor de

tensão para cada caso, e à direita o número de pontos em que foi dividido o raio da singularidade naquele modelo.

Ao analisar-se os dados sumarizados na Tabela 6.1, é possível observar o seguinte:

- espessuras menores do flange (casos com $s/D = 0,10$) deslocam o máximo em sua direção, o que é explicado pela menor rigidez (relativamente aos casos em que $s/D = 0,15$);
- maiores valores da relação entre os diâmetros do flange e do eixo (D/d) deslocam o ponto de tensão máxima em direção ao eixo, fenômeno que se explica pelo aumento da rigidez relativa do flange;
- as posições extremas, isto é, a mais avançada em direção ao flange e a mais avançada em direção eixo ocorrem quando a relação raio do entalhe/diâmetro do eixo é igual a 0,05 ($r/d = 0,05$);
- a espessura relativa do flange parece ser o fator determinante para o valor e distribuição das tensões nos casos estudados.

6.1.3 Comparação com resultados disponíveis

Como já se enfatizou anteriormente, não se encontrou na bibliografia consultada nenhum resultado que atendesse à particular combinação de geometria e carregamentos que foi objeto de estudo do presente trabalho.

No entanto, acredita-se ser interessante a comparação dos resultados aqui encontrados com os obtidos por Allison [23] para eixos submetidos à flexão pura, no caso das relações $D/d = 1,67$ com $r/d = 0,05$ e $r/d = 0,083$ (faixa comum de dimensões).

Seguindo o mesmo raciocínio, também é possível a comparação com os resultados obtidos por Hardy [29] em seu estudo baseado em elementos finitos, para o caso de uma viga curta de seção retangular com carregamento de cisalhamento, quando $D/d \approx 3$, $r/d = 0,05$ e $s/D \approx 0,15$.

Os resultados de tais comparações encontram-se no gráfico da Fig. 6.6 e Tabela 6.2 respectivamente.

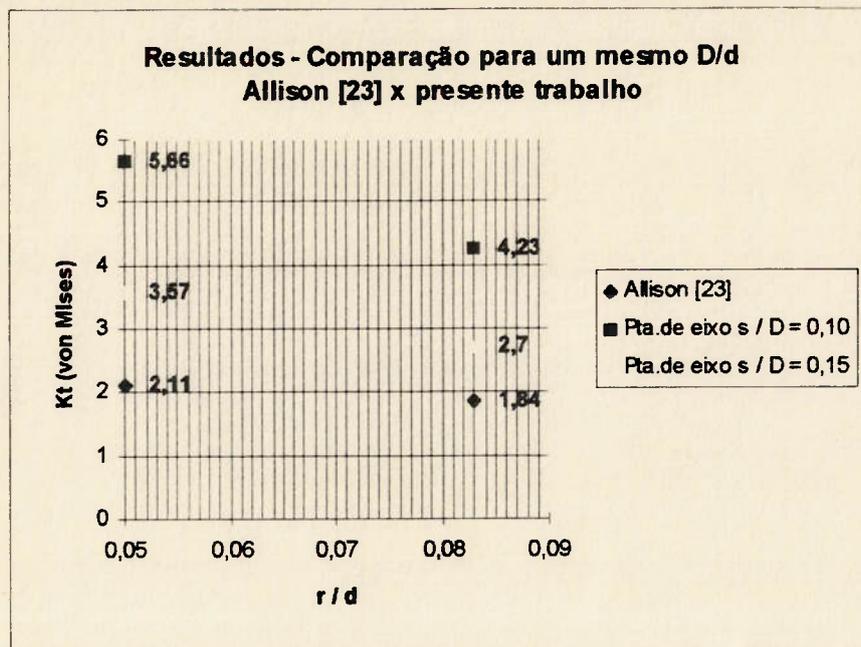


Fig. 6.6 - Resultados do presente x Allison [23]

Tabela 6.3 - Resultados do presente x Hardy [29]

Considerando as relações $\frac{D}{d} = 3; \frac{r}{d} = 0,05$ e $\frac{s}{D} = 0,14$ tem-se :	Valor de Kt
Hardy [29]	2,15
presente trabalho	2,69

6.2 Conclusões

Foram determinados, através de um procedimento baseado no método dos elementos finitos, os valores dos fatores teóricos de concentração de tensões (K_t) para o conjunto de dimensões geométricas mais freqüentemente encontrado em pontas de eixo de rolos pressionadores em máquinas fabricantes de papel e celulose.

Da análise dos dados obtidos dos processamentos, pode-se resumir as seguintes conclusões:

- obtém-se valores mais elevados de concentração de tensões (K_t) com a diminuição da relação entre a espessura do flange e seu diâmetro (s/D) - ver Fig. 6.1, 6.2 e 6.3;
- há uma diminuição no valor do fator teórico de concentração de tensões (K_t) com o aumento da relação entre os diâmetros do flange e do eixo (D/d), conforme se depreende das Fig. 6.4 e 6.5;
- a espessura relativa do flange parece ser o fator determinante quanto ao valor e posicionamento do ponto de tensão máxima, ao menos na faixa de geometrias estudadas;
- acredita-se que haja uma tendência a valores constantes de K_t com o aumento das relações s/D e D/d (as diferenças diminuíram progressivamente com o aumento destas relações, indicando uma possível tendência), o que, contudo, não foi observado na faixa estudada;
- das comparações dos resultados do presente trabalho com aqueles obtidos por Allison [23] e Hardy [29] nas faixas de dimensões próximas (as que permitem alguma comparação) observou-se que os casos aqui tratados são bastante mais severos.

Adicionalmente confirmou-se também a previsão inicial de que a severidade da concentração de tensões aumenta com a diminuição da relação entre o raio do entalhe e o diâmetro do eixo (r/d), resultado este bastante óbvio e esperado.

7. TRABALHOS FUTUROS

Foram analisadas no presente trabalho apenas três relações de diâmetro $\left(\frac{D}{d} = [1,67 ; 3 ; 5]\right)$, três relações entre o raio de transição e o diâmetro do eixo $\left(\frac{r}{d} = [0,02 ; 0,05 ; 0,083]\right)$ e duas relações entre a espessura e o diâmetro do flange $\left(\frac{s}{D} = [0,01 ; 0,15]\right)$.

Embora tais relações incluam as situações extremas, é desejável dispor-se de dados para uma maior quantidade de pontos visando obter uma ferramenta de projeto mais diretamente aplicável (dispensando assim interpolações para os pontos intermediários).

A extensão da faixa pesquisada é, portanto, o desdobramento natural do presente trabalho.

Também com o caráter de complementação ao presente, um trabalho com o objetivo de obter dados experimentais de tensão para algumas das geometrias aqui estudadas seria extremamente oportuno por permitir a "calibração" dos modelos de elementos finitos usados nos processamentos (e uma determinação ainda mais precisa da magnitude dos erros envolvidos).

As máquinas fabricadoras de papel são uma fonte enorme de problemas similares ao abordado pelo presente trabalho, dentre os quais é importante ressaltar o caso das pontas de eixo de rolos guia, que comparecem em grandes quantidades em uma única máquina (centenas no caso de grandes máquinas para papel jornal) e também apresentam casos de concentração de tensões, porém com uma geometria distinta da que foi tratada no presente.

As camisas de rolos das prensas de sucção, que são perfuradas, também apresentam casos interessantes para uma análise similar à que foi conduzida, justificável em função de seu alto custo unitário, alcançando, por vezes, a casa de centenas de milhares de dólares.

Saindo deste campo de determinação de tensões, apresenta-se o de materiais, em especial quanto a estudos de fadiga, escassos para as

particulares condições que envolvem a operação de uma máquina de papel (ambiente extremamente agressivo, peças de grandes dimensões, etc.).

Em resumo, há muito a ser feito quando se pensa em estudos voltados à otimização do projeto estrutural de equipamentos para fabricação de papel e celulose.

Se tais trabalhos não acrescentam grande contribuição em termos científicos, do ponto de vista da economia potencial, seja diretamente no custo dos equipamentos ou indiretamente no preço dos produtos, eles parecem ser bastante oportunos.

8. BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

8.1 Bibliografia Principal

- [1] Ashby, Michael F.; Jones, David R. H., **Engineering Materials - An Introduction to their Properties and Applications**, London, Pergamon, 1988.
- [2] Bathe, Klaus-Jürgen, **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1982.
- [3] Budynas, Richard D., **Advanced Strength and Applied Stress Analysis**, New York, McGraw Hill, 1977.
- [4] Cook, Robert D., **Concepts and Applications of Finite Element Analysis - A Treatment of the Finite Element Method as used for the Analysis of Displacement, Strain, and Stress**, New York, John Wiley & Sons, 1974.
- [5] Dieter, George E., **Mechanical Metallurgy, SI Metric Edition**, London, McGraw Hill, 1988.
- [6] Durelli, A. J.; Phillips, E. A.; Tsao, C. H., **Introduction to the Theoretical and Experimental Analysis of Stress and Strain**, New York, McGraw Hill, 1958.
- [7] Fenner, R. T., **Engineering Elasticity - Application of Numerical and Analytical Techniques**, Chichester, Ellis Horwood Limited, 1986.

-
- [8] Juvinall, Robert C., **Fundamentals of Machine Component Design**, New York, John Wiley & Sons, 1983.
- [9] Muskhelishvili, N. I., **Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity**, Noordhoff, 1963.
- [10] Neuber, Heinz, **Kerbspannungslehre**, 3— Auflag, Berlin, Springer-Verlag, 1985.
- [11] Peterson, R. E., **Stress Concentration Factors: Charts and relations useful in making strength calculations for machine parts and structural elements**, 2nd edition, New York, John Wiley & Sons, 1974.
- [12] Savin, G. N., **Stress Concentration Around Holes**, vol. 1, trad. de W. Johnson, London, Pergamon, 1961 (International Series of Monographs in Aeronautics and Astronautics).
- [13] Shigley, Joseph E., **Elementos de Máquinas**, trad. Edival Ponciano de Carvalho, Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1984.
- [14] Souza, Sérgio A., **Ensaio Mecânicos de Materiais Metálicos**, 5^a edição, Edgard Blücher Ltda., 1982.
- [15] Spyarakos, Constantine, **Finite Element Modeling in Engineering Practice**, Morgantown, West Virginia University Press, 1994.
- [16] Suh, Nam P.; Turner, Arthur P. L., **Elements of the Mechanical Behaviour of Solids**, Washington, D.C., Scripta Book Company, s.d.

-
- [17] Timoshenko, Stephen P.; Goodier, J. N., **Teoria da Elasticidade**, 3ª edição, trad. de Sérgio Fernandes Villaça, Humberto Lima Soriano, Hierônimo Santos Souza, Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1980.
- [18] Timoshenko, Stephen P.; Gere, J. E., **Mecânica dos Sólidos**, trad. e coord. de José Rodrigues de Carvalho, Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1989.
- [19] Young, Warren C. , **Roark's Formulas for Stress & Strain**, 6th Edition, McGraw Hill International Editions, General Engineering Series, 1989.
- [20] Zahavi, Eliahu, **The Finite Element Method in Machine Design**, Englewood Cliffs, Solomon Press Book (Prentice Hall), 1992.
- [21] Zienkiewicz, O. C., **The Finite Element Method in Engineering Science**, 3rd edition, London, McGraw-Hill, 1977.
- [22] Allison, I. M., **The Elastic Stress Concentration Factors in Shouldered Shafts Part I: Shafts Subjected to Torsion**, The Aeronautical Quarterly - Vol. 12 , 1961, p. 189 - 199.
- [23] Allison, I. M., **The Elastic Stress Concentration Factors in Shouldered Shafts Part II: Shafts Subjected to Bending**, The Aeronautical Quarterly - Vol. 12 , 1961, p. 219 - 227.
- [24] Allison, I. M., **On the Relationship Between Numerical and Experimental Methods for Stress Analysis**, Conference Paper - Applied Solid Mech. -1. Glasgow, Scotl., March 26-27, 1985.

-
- [25] Andrews, D. J., **A Finite Element Analysis of Bending Stresses Induced in External and Internal Involute Spur Gears**, *Journal of Strain Analysis* - Vol. 26 No. 3, 1991, p. 153 - 163.
- [26] Barg, Ya. A., **Stress Concentration Factor for Standard Elements of Machine Parts**, *Soviet Engineering Research* - Vol. 7 No. 12, 1987, p. 19 - 22.
- [27] Fessler, H. et al., **Shouldered Plates and Shafts in Tension and Torsion**, *Journal of Strain Analysis* - Vol. 4 No. 3, 1969, p. 169 - 179.
- [28] Gooyer, L. E.; Overbeeke, J. L., **The Stress Distributions in Shouldered Shafts under Axisymmetric Loading**, *Journal of Strain Analysis* - Vol. 26 No. 3, 1991, p. 181 - 184.
- [29] Hardy, S. J.; Pipelzadeh, M. K., **Stress Concentration Factors for Axial and Shear Loading Applied to Short Flat Bars with Projections**, *Journal of Strain Analysis* - Vol. 29 No. 2, 1994, p. 93 - 100.
- [30] Leven M. M.; Hartman, J. B., **Factors for Stress Concentration for Flat Bars with Centrally Enlarged Section**, *Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis - SESA*, Vol. 9 No. 1, 1951, p. 53.
- [31] Namestnikov, V. S., **Augmentation of Handbook Data on Stress Concentration Factors, and The Accuracy of Their Determination**, *Vestnik Mashinostroeniya* - Vol. 69 No. 2, 1989, p. 23 - 24.
- [32] Patterson, C., **Modelling in Finite-Element Design Process**, *Journal of Strain Analysis* - Vol. 14 No. 2, 1979, p. 67 - 70.

- [33] Rhuston, K. R., **Elastic Stress Concentration for The Torsion of Hollow Shouldered Shafts Determined by an Electrical Analogue**, *The Aeronautical Quarterly* - Vol. 15, 1964, p. 83 - 96.
- [34] White, D. J.; Humpherson, J., **Finite Element Analysis of Stress in Shafts due to Interference-fit Hubs**, *Journal of Strain Analysis* - Vol. 4 No. 2, 1969, p. 105 - 114.
- [35] Wilson, I. H.; White, D. J., **Stress Concentration Factors for Shoulder Fillets and Grooves in Plates**, *Journal of Strain Analysis* - Vol. 8 No. 1, 1973, p. 43 - 51.
- [36] Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - Serviço de Bibliotecas. **Diretrizes para Apresentação de Dissertações e Teses**, São Paulo, 1991.
- [37] Ferreira, Arnaldo B., **Produto Total e Projeto Total: Processo para Qualidade do Projeto a Partir da Voz do Cliente**, São Paulo, 1993. 156p. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- [38] Salvagni, Ronaldo de B., **Notas de aula da disciplina Análise Estrutural em Engenharia Mecânica**, São Paulo, EPUSP, 1984.

8.2 Outras obras no assunto

- [39] Beer, Ferdinand P.; Johnston Jr., E. Russel, **Resistência dos Materiais**, trad. de Paulo Prestes Castilho, São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1982.
- [40] Fung, Y.C., **Foundation of Solid Mechanics**, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1965.

-
- [41] Malvern, L. E., **Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium**, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1969.
- [42] Peterson, R. E., **Stress Concentration Design Factors: Charts and relations useful in making strength calculations for machine parts and structural elements**, New York, John Wiley & Sons, 1953.
- [43] Etemad, M. R., **Estimates of Regions of Stress Concentration in " T " Butt Weld Geometries**, Journal of Strain Analysis - Vol. 26 No. 2, 1991, p. 77 - 83.
- [44] Hardy, S. J.; Gowhari-Anaraki, A. R., **Stress and Strain Range Predictions for Axisymmetric and Two-dimensional Components with Stress Concentrations and Comparisons with Notch Stress-Strain Conversion Rule Estimates**, Journal of Strain Analysis - Vol. 28 No. 3, 1993, p. 209 - 221.
- [45] Hyde, T. H.; Yaghi, A., **Stresses Near Narrow Rectangular Notches, with Rounded Corners, in Beams in Bending**, Journal of Strain Analysis - Vol. 27 No. 4, 1992, p. 227 - 234.
- [46] Hyde, T. H.; Yaghi, A., **Peak Stresses Near Narrow Rectangular Notches, with Rounded Corners, Subject to Tensile and Shear Loading**, Journal of Strain Analysis - Vol. 28 No. 1, 1993, p. 5 -11.
- [47] Hyde, T. H.; Aksogan, O., **A Specimen for Determining Fracture Properties under Combined Modes, I, II, and III Crack Tip Conditions**, Journal of Strain Analysis - Vol. 29 No. 1, 1994, p. 1 - 6.

-
- [48] Kato, A., **Design Equation For Stress Concentration Factors of Notched Strips and Grooved Shafts**, Journal of Strain Analysis - Vol. 27 No. 1, 1992, p. 21 - 28.
- [49] Moffat, D. J. et al., **Effective Stress Factors for Piping Branch Junctions due to Internal Pressure and External Moment Loads**, Journal of Strain Analysis - Vol. 26 No. 2, 1991, p. 85 - 101.
- [50] Pang, H. L. J., **Stress Analysis of Short Weld Toe Cracks**, Journal of Strain Analysis - Vol. 28 No. 1, 1993, p. 1 - 4.
- [51] Wang, G. S., **Stress Analysis For a Lug Under Various Conditions**, Journal of Strain Analysis - Vol. 29 No. 1, 1994, p. 7-16.

APÊNDICE

1. De que consistem as normas da série API 6A e 6AF

O boletim API 6AF2 apresenta um trabalho cujo objetivo é avaliar a capacidade de carga dos setenta flanges API 6A [A].

Foram elaborados modelos tridimensionais de elementos finitos para cada um dos flanges; analisou-se, separadamente, quatro casos de carregamentos unitários, quais sejam: pressão interna, pressão devida à montagem, tração e momento fletor.

O programa de elementos finitos SESAM foi utilizado para determinar a distribuição de tensões em seções críticas, e a força de reação da gaxeta para cada um dos carregamentos unitários e para um carregamento devido à diferenças de temperatura.

Definiu-se o critério de vazamento como a combinação de carregamentos que reduzem a zero o esforço de compressão na gaxeta.

As tensões obtidas para cada seção crítica são combinadas linearmente para uma determinada condição de carregamento e linearizadas segundo metodologia estabelecida pela "ASME Pressure Vessel Code Section VIII" [E].

Os valores obtidos de intensidades de tensão de membrana e de membrana mais flexão são confrontados com os valores admissíveis especificados na API 6A [A], determinando assim as cargas limites.

Um pós-processador foi desenvolvido para executar a tarefa descrita acima e gerar gráficos de combinação de carregamentos para cada flange, nos quais é possível verificar as cargas limites, e portanto, selecionar o flange adequado para uma dada condição.

2. Referências bibliográficas

[A] Specification for Wellhead and Christmas Tree Equipment - API Specification 6A (SPEC 6A) - American Petroleum Institute.

[B] Bulletin on Capabilities of API Flanges Under Combinations Of Load - API bulletin 6AF (Bul 6AF) - American Petroleum Institute.

[C] Bulletin on Temperature Derating of API Flanges Under Combinations of Loading - API Bulletin 6AF1 (Bul 6AF1) - American Petroleum Institute.

[D] Bulletin on Capabilities of API Integral Flanges Under Combination of Loading - Phase II - API Bulletin 6AF2 (bul 6AF2) - American Petroleum Institute.

[E] ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section VIII - The American Society of Mechanical Engineers.