

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Escola de Engenharia de São Carlos

Folhas de luz longitudinalmente
estruturadas em meios
homogêneos com perdas e
estratificados sem perdas

Jhonas Olivati de Sarro

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

JHONAS OLIVATI DE SARRO

Folhas de luz longitudinalmente estruturadas em meios
homogêneos com perdas e estratificados sem perdas

São Carlos
2023

JHONAS OLIVATI DE SARRO

Folhas de luz longitudinalmente estruturadas em meios
homogêneos com perdas e estratificados sem perdas

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia
de São Carlos da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para obtenção do
Título de Mestre em Ciências, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Telecomunicações

Orientador: Prof. Dr. Leonardo André Ambrosio

Trata-se da versão corrigida da dissertação. A versão original se encontra disponível na
EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica.

São Carlos
2023

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

D278f de Sarro, Jhonas Olivati
Folhas de luz longitudinalmente estruturadas em
meios homogêneos com perdas e estratificados sem perdas
/ Jhonas Olivati de Sarro; orientador Leonardo André
Ambrosio. São Carlos, 2023.

Dissertação (Mestrado) - Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Área de
Concentração em Telecomunicações -- Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2023.

1. Óptica. 2. Feixes de Bessel. 3. Frozen Waves.
4. Meios estratificados. 5. Holografia. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Bacharel **JHONAS OLIVATI DE SARRO**.

Título da dissertação: "Folhas de luz longitudinalmente estruturadas em meios homogêneos com perdas e estratificados sem perdas".

Data da defesa: 15/12/2023.

Comissão Julgadora

Resultado

Prof. Associado Leonardo André Ambrosio
(Orientador),
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC-USP)

APROVADO

Prof. Dr. Michel Zamboni Rached
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

Aprovado

Prof. Dr. Rafael Antonio Bonilla Suarez
(Universidad Santiago De Cali)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof Associado **Marcelo Andrade da Costa Vieira**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Carlos De Marqui Junior**

Este trabalho é dedicado aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, em especial: ao meu pai João, à minha mãe Teresa e à minha irmã Isabela, por sempre estarem presentes e apoiarem minhas decisões.

À minha companheira Gabriela, pelo carinho, paciência, compreensão, companheirismo e incentivos.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Leonardo André Ambrosio, por sua dedicação em ensinar e orientar, por seu amor e anseio à pesquisa, e por sempre me ajudar a tomar as melhores decisões visando uma carreira acadêmica.

Aos pesquisadores Dr. Ahmed H. Dorrah, Me. Priyanuj Bordoloi, Me. Vinicius S. de Angelis, Prof. Dr. Michel Zamboni-Rached e Prof. Dr. Federico Capasso, pela parceria e empenho nas realizações experimentais.

Às equipes administrativa e técnica da Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, por sempre estarem prontos e dispostos a sanar dúvidas e resolver problemas.

E a todos os servidores da Equipe de Perícias Criminalísticas de São Carlos, fotógrafos, desenhistas e peritos, pelas amizades e pelo apoio.

“[...] nossas preferências não determinam o que é verdade.” ¹ (tradução do autor)

RESUMO

DE SARRO, J. O. **Folhas de luz longitudinalmente estruturadas em meios homogêneos com perdas e estratificados sem perdas**. 2023. Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

O presente projeto de pesquisa de mestrado tem como base o estudo e a extensão de uma classe de feixes resistentes à difração conhecida como *Frozen Wave*. Em se tratando do eletromagnetismo, mas não restrito a ele, e no que tange à óptica, *Frozen Waves* são feixes de luz construídos através de uma superposição de feixes de Bessel. O resultado permite a obtenção de um padrão longitudinal de intensidade cujo envelope se apresenta com velocidade nula, o que justifica seu nome. Através desses feixes é possível construir filamentos de luz cuja intensidade é modelada na longitudinal, o que também possibilita, através de superposições desses filamentos, a construção de folhas e volumes de luz longitudinalmente estruturados. Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é analisar teoricamente a propagação de folhas de luz longitudinalmente estruturadas tanto em meios homogêneos com perdas como também em meios estratificados sem perdas, estendendo trabalhos até então dedicados a meios homogêneos e sem perdas. Para tanto, faz-se uso de recursos computacionais, com rotinas escritas na linguagem C++, para apresentação de resultados. Embora a investigação seja de caráter teórico e computacional, os resultados teóricos aqui obtidos, com suporte das gerações experimentais, permitem a introdução de um novo conceito em holografia tridimensional de profundidade contínua.

Palavras-chave: Óptica. Feixes de Bessel. Frozen Waves. Meios estratificados. Holografia.

ABSTRACT

DE SARRO, J. O. **Longitudinally structured light sheets in homogeneous lossy media and in stratified lossless media**. 2023. Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

The present master's research project is based on the study and extension of a class of diffraction-resistant beams known as Frozen Wave. In the context of electromagnetism, but not restricted to it, and with regard to optics, Frozen Waves are beams of light constructed through a suitable superposition of Bessel beams. The result allows for obtaining a longitudinal intensity pattern whose envelope is endowed with null velocity, which justifies its name. Through these beams, it is possible to build filaments of light whose intensity is longitudinally shaped, which also makes it possible, through a superposition of these filaments, the construction of longitudinally structured light sheets and volumes. In this context, this work aims to theoretically analyze the propagation of longitudinally structured light sheets both in lossy homogeneous media and in lossless stratified media, extending work previously dedicated to homogeneous and lossless media. Therefore, computational resources are used, with routines written in C++ language, to present the results. Although the investigation is of a theoretical and computational nature, the theoretical results obtained here, with the support of experimental generations, allow to introduce a new concept in continuous depth three-dimensional holography.

Keywords: Optics. Bessel beams. Frozen Waves. Stratified media. Holography.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – O princípio de Huygens-Fresnel	23
Figura 2 – O feixe de Bessel como superposição de ondas planas	32
Figura 3 – <i>Spot</i> central do feixe de Bessel com número de onda transversal real	34
Figura 4 – <i>Spot</i> central do feixe de Bessel com número de onda transversal complexo	36
Figura 5 – Simulação de um filamento de luz em meio com perdas através do método tradicional	42
Figura 6 – Disposição espacial de folhas de luz longitudinalmente estruturadas	44
Figura 7 – Perfil alvo bidimensional de um pulso de eletrocardiograma	45
Figura 8 – Simulação da propagação de uma folha de luz em meio com perdas através do método modificado	46
Figura 9 – Simulação da propagação de uma folha de luz em meio com perdas para um maior espaçamento Δx_0	47
Figura 10 – Simulação da propagação de uma folha de luz em meio com perdas para um maior n_I	48
Figura 11 – Simulação de comparação da propagação de folhas de luz em meios com perdas para dois distintos n_I	48
Figura 12 – Dois meios separados por uma interface plana	52
Figura 13 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de dois meios sem perdas	56
Figura 14 – Estrutura estratificada sem perdas	57
Figura 15 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de 12 meios sem perdas	61
Figura 16 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de 12 meios sem perdas para um maior espaçamento Δx_0	63
Figura 17 – Arte digital de um astronauta gerada através de inteligência artificial	64
Figura 18 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de quatro meios sem perdas	65
Figura 19 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de quatro meios sem perdas revisitada: ausência de periodicidade no interior da estrutura	67
Figura 20 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de uma solução de água e açúcar	68
Figura 21 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de uma solução de água e açúcar para dois distintos N_m	69
Figura 22 – Disposição espacial para a construção de volumes de luz longitudinalmente estruturados	72
Figura 23 – Geração experimental de um volume de luz	72
Figura 24 – Disposição transversal das FWs para a reconstrução de um VLLE colorido	73
Figura 25 – Perfil alvo colorido e seus respectivos canais monocromáticos	74

Figura 26 – Simulação de um volume de luz longitudinalmente estruturado e colorido . 75
Figura 27 – Diferentes abordagens à projeção holográfica 76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tempo de execução de uma simulação genérica	50
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

OP	Onda plana
FB	Feixe de Bessel
FW	<i>Frozen Wave</i>
FLLE	Folha de luz longitudinalmente estruturada
VLLE	Volume de luz longitudinalmente estruturado
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
2	CONTEXTUALIZAÇÃO	29
2.1	Equação de onda	29
2.2	Feixes de Bessel	30
2.2.1	Propagação de feixes de Bessel em meios sem perdas	33
2.2.2	Propagação de feixes de Bessel em meios com perdas	34
2.3	Filamentos de luz longitudinalmente estruturados	36
2.3.1	Propagação de <i>Frozen Waves</i> em meios sem perdas	36
2.3.2	Propagação de <i>Frozen Waves</i> em meios com perdas	38
2.3.3	Simulação de um filamento de luz em meio com perdas através do método tradicional	40
3	FOLHAS DE LUZ LONGITUDINALMENTE ESTRUTURADAS EM MEIOS HOMOGÊNEOS	43
3.1	Propagação de folhas de luz longitudinalmente estruturadas em meios com perdas	43
3.1.1	Simulação de uma folha de luz em meio com perdas através do método modificado	45
3.2	Aspectos computacionais	49
4	FOLHAS DE LUZ LONGITUDINALMENTE ESTRUTURADAS EM MEIOS ESTRATIFICADOS	51
4.1	Propagação de folhas de luz longitudinalmente estruturadas através de dois meios sem perdas	51
4.1.1	Simulação da propagação de uma folha de luz através de dois meios sem perdas	55
4.2	Propagação de folhas de luz longitudinalmente estruturadas através de meios estratificados sem perdas	55
4.2.1	Simulação da propagação de uma folha de luz através de doze meios sem perdas	61
4.2.2	Simulação da propagação de uma folha de luz através de quatro meios sem perdas	64
4.3	Eliminação da periodicidade no interior da estrutura estratificada	65
4.3.1	Simulação da propagação de uma folha de luz através de quatro meios sem perdas revisitada: ausência de periodicidade no interior da estrutura	66

4.3.2	Simulação da propagação de uma folha de luz através de uma solução de água e açúcar	67
5	VOLUMES DE LUZ LONGITUDINALMENTE ESTRUTURADOS .	71
5.1	Propagação de volumes de luz longitudinalmente estruturados e multicromáticos	71
5.1.1	Simulação da propagação de um volume de luz longitudinalmente estruturado e colorido	73
5.2	Volumes de luz longitudinalmente estruturados e holografia	74
6	CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS	79
	REFERÊNCIAS	81

1 INTRODUÇÃO

Toda onda real* diverge conforme se propaga. Esse efeito é devido às diferentes direções de propagação de ondas planas que as constituem. O princípio de Huygens–Fresnel afirma, junto a outras premissas, que cada ponto singular que compõe uma frente de onda primária se comporta como uma nova fonte pontual de onda, esta responsável pela propagação de uma nova frente de onda, a secundária.² É direta a interpretação de que, para ondas de extensão e energia finitas, i.e., reais, cada nova fonte pontual traz consigo um certo incremento na divergência espacial, conforme ilustrado na Figura 1. Esse fenômeno físico, conhecido há séculos e chamado de difração, é considerado como fator limitante em determinadas aplicações, inclusive na obtenção de ondas que possam ser estruturadas por longas distâncias.

Figura 1 – O princípio de Huygens-Fresnel

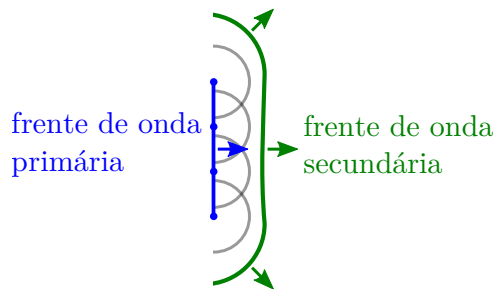


Ilustração exagerada da propagação de uma frente de onda secundária divergente (em verde) gerada pela propagação de uma frente de onda primária de extensão finita (em azul).

Fonte: elaborada pelo autor.

Se por um lado a equação de onda admite soluções não difrativas, por outro elas são soluções ideais†. A bem conhecida onda plana (OP) no espaço livre, por exemplo, que não sofre difração (suas frentes de onda são paralelas, compartilham a mesma direção de propagação), não pode ser gerada experimentalmente (a não ser de forma aproximada) uma vez que possui extensão transversal e energia infinitas. O mesmo ocorre com ondas cilíndricas,³ que surgem como soluções da equação de onda em coordenadas cilíndricas. Qualquer tentativa de limitar a extensão transversal dessas ondas acarreta no surgimento da difração.

Os feixes de luz são essencialmente ondas eletromagnéticas monocromáticas cujas intensidades são transversalmente localizadas no espaço e, por isso, não são um caso à parte. Ao se propagarem, também estão sujeitos à difração que, como resultado, leva a progressivos alargamentos ao longo da transversal e reduções de intensidade ao longo do eixo óptico. Isso ocorre inclusive com aqueles produzidos por emissão estimulada, os feixes de laser, que apesar de poderem se propagar a longas distâncias, também difratam, mesmo quando bem colimados.⁴

* Aquilo que é fisicamente possível de ser gerado (experimentalmente ou naturalmente).

† Aquilo que pode ser apenas matematicamente conveniente para resolver ou interpretar um problema.

Na verdade, é sabido que os feixes possuem componentes de OPs que se propagam em diversas direções, o que causa o alargamento espacial ao longo do eixo de propagação.⁵

Em 1987, Durnin publicou um estudo teórico,⁶ que no mesmo ano, junto a dois outros pesquisadores, culminou na realização experimental,⁷ demonstrando que um caso específico de ondas cilíndricas, o feixe Bessel (FB) de ordem zero, pode se propagar por uma distância dezenas de vezes maior do que a de um feixe Gaussiano, quando ambos gerados no mesmo meio e com o mesmo *spot* inicial. Portanto, caracterizou-se o FB como sendo um feixe não-difrativo, ou “livre de difração”⁷ (tradução do autor). Soluções desse tipo são chamadas atualmente de resistentes à difração, já que o termo “não-difrativo” faz alusão a soluções que não sofrem difração quando, na verdade, a difração existe porém é compensada. Com FBs é possível compensar o fenômeno da difração, algo de suma importância quando se deseja obter, e até estruturar, como no caso deste trabalho, feixes cujas energia e formato transversal permanecem íntegros ao se propagarem através de longas distâncias. As aplicações são das mais variadas e incluem, como os próprios autores vislumbraram à época, antenas de alto ganho.⁷

Durnin também se atentou ao fato de que qualquer superposição linear de FBs de mesmo número de onda transversal mas diferentes frequências ainda resultaria numa solução resistente à difração, na verdade, num pulso resistente à difração,⁶ como o pulso-X desenvolvido posteriormente;⁸ contudo, nenhuma menção foi feita à possibilidade de superposições de FBs de mesma frequência mas distintos números de onda longitudinais. De fato, essa ideia foi aparecendo anos depois como uma possibilidade de se controlar o perfil transversal de feixes;^{9, 10, 11, 12} mas foi só em 2004, com os esforços de Zamboni-Rached,¹³ que ela se mostrou uma técnica poderosa no que diz respeito à modelagem longitudinal da intensidade de feixes.

Originalmente, a técnica desenvolvida por Zamboni-Rached consiste na superposição discreta de FBs ideais, escalares, axialmente simétricos, todos com a mesma frequência angular mas com diferentes números de onda longitudinais. O resultado é conhecido como *Frozen Wave* (FW), um filamento de luz resistente à difração e cujo perfil de intensidade pode ser escolhido *a priori*, i.e., o padrão longitudinal de intensidade pode assumir qualquer formato linear desejado de acordo com um perfil alvo, inclusive alternar entre picos e nulos de intensidade.

Com o advento das FWs, vários trabalhos derivados surgiram. Considerou-se FBs de ordem superior para a obtenção de um certo grau de controle sobre o perfil transversal de intensidade do feixe.¹⁴ Estudou-se também a propagação de FWs em meios absorventes de forma que os feixes apresentassem resistência às perdas.¹⁵ Analisou-se a propagação desses feixes quando truncados por aberturas finitas ou apodizados por perfis gaussianos, situações mais próximas do que poderia ser esperado numa geração experimental.^{16, 17, 18} Gerou-se experimentalmente FWs de ordens zero e superior, em meios sem e com perdas.^{19, 20} Produziram-se FWs cujo envelope pudesse evoluir no tempo de uma maneira predeterminada.²¹ Estudou-se e produziu-se experimentalmente versões acústicas dessas soluções escalares.^{22, 23} Elaborou-se soluções eletromagnéticas vetoriais, inclusive com controle arbitrário de polarização.^{24, 25, 26} Considerou-

se a utilização de FWs para guiamento atômico e aprisionamento de partículas.^{27, 28, 29} Estudou-se a propagação de FWs em meios estratificados.^{30, 31, 32} E até se estudou a geração de feixes multicromáticos compostos por FWs de distintos comprimentos de onda.³³

Posteriormente, com os estudos de Ambrosio relacionados a superposições discretas de FWs, a técnica evoluiu para o que veio a ser chamado de FWs superficiais, e que aqui será referido como folhas de luz longitudinalmente estruturadas (FLEs). O resultado são feixes resistentes à difração e que possuem padrões de intensidade capazes de assumir, de acordo com um perfil alvo bidimensional (2D), qualquer formato superficial desejado, i.e., não só podem ser modelados longitudinalmente como também transversalmente e de forma arbitrária.³⁴ Em comparação aos seus constituintes, as FWs, até o início deste trabalho, pouco se havia avançado nos estudos sobre FLEs, inclusive no que diz respeito a propagações em meios com perdas e em meios estratificados. É com base nesses dois tópicos que o projeto de pesquisa de mestrado se desenvolve.

O presente projeto de pesquisa de mestrado se baseia numa investigação de caráter teórico e computacional das FLEs. Através dela, busca-se compreender o conceito de FWs ideais e escalares, em meios sem e com perdas, para posteriormente estendê-lo para FLEs ideais e escalares, em meios sem e com perdas, e estratificados. Com esse propósito, tem-se em vista dois objetivos principais: i) o desenvolvimento de FLEs resistentes a perdas e ii) a análise da propagação de FLEs em meios estratificados sem perdas. Através de i) se espera a construção de uma solução resistente à difração, cujo perfil de intensidade possa ser modelado na transversal e na longitudinal, e capaz de resistir aos efeitos da absorção de um meio com perdas ao longo da propagação. Com ii), espera-se que um perfil de intensidade de uma FLE seja recuperado após um feixe incidente (composto por uma superposição de FWs) ter atravessado por várias camadas de meios sem perdas e de índices de refração distintos.

Para dar suporte às investigações teóricas, simulações computacionais são apresentadas nas seções apropriadas. Nelas, considerou-se fontes de luz visível com comprimentos de onda de 514,5 nm, 532 nm e 632,8 nm, escolhas que remetem a equipamentos já utilizados em gerações experimentais de FWs^{19, 21, 29, 35, 36, 37}. Os padrões são modelados em escalas simultaneamente centimétrica, na longitudinal, e milimétrica ou micrométrica, na transversal. Evidencia-se, assim, a razão de aspecto desses feixes estruturados: da ordem de dezenas a centenas de vezes maiores na longitudinal em comparação com a transversal. Essa proporção advém da consideração de feixes escalares e altamente paraxiais. Experimentalmente, a razão de aspecto pode ser reduzida com a utilização de conjuntos de lentes ópticas para controlar a magnificação do feixe;³⁵ já teoricamente, essa limitação pode ser contornada ao se trabalhar com soluções vetoriais²⁴ ou com superposições contínuas de FBs³⁸. Os meios ditos com perdas possuem índices de refração complexos. A parte imaginária dos índices considerados neste trabalho variam entre 10^{-4} a 10^{-5} e, como resultado, FLEs são reconstruídas a distâncias até três vezes maiores que a profundidade de penetração de uma OP ou de um FB nas mesmas condições. Apesar das perdas consideradas serem baixas, o efeito é pronunciado e visível dentro da escala espacial.

Por fim, os meios estratificados considerados são estruturas compostas por diversos meios de índices de refração reais, dispostos lado a lado e separados por interfaces planas e paralelas entre si. Nos exemplos, as estruturas consideradas são compostas por 2, 4, 12 e 132 camadas, com espessuras variando entre 1,5 cm e 1,0 mm.

Os estudos aqui objetivados resultaram em trabalhos submetidos e publicados, como primeiro autor, nos congressos *2019 Photonics & Electromagnetics Research Symposium*³⁹ e *20th Electromagnetic and Light Scattering Conference*⁴⁰, e na revista *Journal of the Optical Society of America B*⁴¹. Mais recentemente, um trabalho também foi submetido à *Optics & Laser Technology* e está sendo processado pela revista⁴² (submetido à publicação). Ainda, em colaboração com o grupo do Prof. Dr. Federico Capasso da *Harvard John A. Paulson School Of Engineering And Applied Sciences*, trabalhos relacionados também foram submetidos aos congressos *Conference on Lasers and Electro-Optics*⁴³, *2023 SBFoton International Optics and Photonics Conference*⁴⁴, *20th Electromagnetic and Light Scattering Conference*^{45, 45} e *Optica Imaging Congress 2023*⁴⁶, um artigo foi publicado na revista *Nature Photonics*³⁵ e uma patente foi depositada⁴⁷.

Os esforços empregados ao projeto, assim como sua relevância, são justificados devido à existência de diversas aplicações em potencial. Talvez a mais interessante delas, no sentido de poder facilmente fazer parte do cotidiano, seja a introdução de uma nova classe de hologramas de formação de imagens, cuja imagem reconstruída esteja, a princípio, orientada perpendicularmente ao plano que contém o holograma. O referido holograma poderia ser implementado em diversos tipos de dispositivos eletrônicos portáteis como, por exemplo, celulares, relógios e óculos de realidade virtual ou aumentada. Outras aplicações incluem aprisionamento de partículas (biológicas ou não) através de pinças ópticas, guiamento atômico, bisturis ópticos, imagens biomédicas, litografia, sensoriamento remoto; tudo isso sem mencionar aquelas relacionadas à propagação de outros tipos de ondas, como as ondas sonoras (acústica).

Diante da introdução exposta, o trabalho está organizado em mais cinco capítulos.

O Capítulo 2 é dedicado a uma contextualização teórica. Na seção 2.1 são introduzidos os conceitos necessários para o entendimento da teoria relacionada a FWs. Com esse propósito, parte-se das leis de Maxwell para a obtenção da equação de onda escalar, mostra-se sua solução mais simples em meios sem e com perdas e justifica-se sua utilização em coordenadas cilíndricas. Em seguida, na seção 2.2, descreve-se matematicamente o FB de ordem zero em meios sem e com perdas e o relaciona com o ângulo de áxicon para finalmente, na seção 2.3, apresentar e discutir a propagação de FWs em meios sem e com perdas.

No Capítulo 3 se atinge o objetivo i) do trabalho. Estende-se o método das FWs em meios com perdas para a elaboração das FLLEs em meios com perdas e apresenta-se simulações computacionais. Especificamente na seção 3.2, faz-se comentários acerca dos recursos computacionais utilizados na elaboração das simulações e justifica-se a utilização da linguagem de programação C++.

No Capítulo 4 se atinge o objetivo ii) do trabalho. Na seção 4.1 se analisa a propagação

de FLLEs através de dois meios sem perdas para, posteriormente na seção 4.2, estudar a propagação de FLLEs através de meios estratificados sem perdas. Os resultados também são expressos por meio de simulações computacionais.

No Capítulo 5, comenta-se um terceiro resultado que não constitui diretamente um dos objetivos principais deste trabalho: os volumes de luz longitudinalmente estruturados (VLLEs). Os VLLEs também são feixes resistentes à difração mas que possuem padrões de intensidade capazes de assumir qualquer formato tridimensional (3D) desejado. Mostra-se, também, de que forma é possível elaborar FWs, FLLEs e VLLEs multicromáticos, e apresenta-se um exemplo computacional de um VLLE colorido. Discute-se, também, de que forma esses feixes se relacionam com a holografia e comenta-se sobre a geração experimental de FLLEs e VLLEs, estes construídos através de um empilhamento das FLLEs 2Ds.

Por fim, no Capítulo 6, conclui-se o trabalho e projeta-se algumas perspectivas futuras.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO

2.1 Equação de onda

Partindo dos fundamentos do eletromagnetismo clássico, num meio simples — homogêneo, isotrópico e linear — e ausente de fontes de cargas elétricas (externas), os campos eletromagnéticos interagem entre si de acordo com as equações de Maxwell: ⁴⁸

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}; t) = 0, \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}; t) = 0, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}; t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}; t)}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}; t) = \mu\epsilon \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}; t)}{\partial t} + \mu\sigma \mathbf{E}(\mathbf{r}; t), \quad (2.4)$$

onde $\mathbf{E}(\mathbf{r}; t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r}; t)$ são, respectivamente, os campos* vetoriais elétrico e magnético[†], σ é a condutividade elétrica do meio, ϵ é a permissividade elétrica do meio (ou constante dielétrica) e μ a permeabilidade magnética do meio. A substituição das Equações 2.1 e 2.4 no rotacional da Equação 2.3 leva a uma equação de onda vetorial para o campo elétrico e, a substituição das Equações 2.2 e 2.3 no rotacional da Equação 2.4, numa equação de onda vetorial para o campo magnético. As equações de onda vetoriais mencionadas são semelhantes (exceto pelos campos) e, em coordenadas cartesianas, podem ser expressas como uma única equação de onda escalar,

$$\left(\mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} - \nabla^2 \right) \psi(\mathbf{r}; t) = 0, \quad (2.5)$$

onde a função $\psi(\mathbf{r}; t)$ é, em coordenadas cartesianas, um componente de campo ou um campo escalar genérico através do qual (por meio de potenciais auxiliares, por exemplo) é possível formular campos vetoriais $\mathbf{E}(\mathbf{r}; t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r}; t)$ que satisfazem as respectivas equações de onda vetoriais.

A solução mais simples e mais conhecida para a Equação 2.5 é a OP. Na forma escalar, considerando uma frequência angular de oscilação igual a ω_0 e assumindo a convenção temporal $e^{-i\omega_0 t}$, ela é expressa, a menos de um fator de amplitude e fase, como:

$$\psi_{\text{OP}}(\mathbf{r}; t) = \text{Re}\{\psi_{\text{OP}}(\mathbf{r}) e^{-i\omega_0 t}\} = \text{Re}\{e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega_0 t)}\}, \quad (2.6)$$

* Na verdade, em meios macroscópicos, como o considerado neste trabalho, $\mathbf{E}(\mathbf{r}; t)$ e $\mathbf{B}(\mathbf{r}; t)$ são médias, dos respectivos campos eletromagnéticos, tomadas sobre volumes muito maiores do que aqueles ocupados por uma única molécula ou átomo. ⁴⁹

† Por motivos históricos e dimensionais, é comum outros autores denotarem o campo $\mathbf{B}(\mathbf{r}; t)$ de *indução magnética* ou de *densidade de fluxo magnético*. ^{3, 50}

na qual \mathbf{r} é o vetor posição e $\mathbf{k} = k \hat{\mathbf{k}}$ é o vetor de onda, cuja direção indica para onde a frente de onda se propaga, e com k dado por

$$k = n_{\text{ref}} \frac{\omega_0}{c} = n_{\text{ref}} \frac{2\pi}{\lambda_0}, \quad (2.7)$$

onde n_{ref} é o índice de refração do meio, c é a velocidade da luz no vácuo e λ_0 é o comprimento de onda relativo ao vácuo. É direto verificar que, em meios sem perdas (perfeitamente dielétricos, i.e., com n_{ref} real), a OP mantém sua forma indefinidamente ao se propagar, pois sua intensidade, proporcional a $|\psi_{\text{OP}}(\mathbf{r}; t)|^2$, é constante; sendo assim, é uma solução que não difrata. Em meios com perdas (com n_{ref} complexo), devido à parte imaginária de k , essa mesma onda sofre atenuação ao longo da propagação.

Por mais elegante que seja, a OP é uma solução ideal, pois demanda energia e abertura infinitas para sua geração experimental, e não constitui um campo estritamente localizado (confinado) na transversal. ⁴ Neste trabalho, pretende-se estudar outros tipos de campos escalares: resistentes à difração, especialmente estruturados e que, a princípio, sejam soluções da equação de onda escalar. Mais especificamente, pretende-se dispor de um sistema de coordenadas mais apropriado para se trabalhar com essas soluções. Nesse sentido, em coordenadas cilíndricas (ρ, φ, z) , a Equação 2.5 é reescrita como

$$\left(\mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi(\rho, \varphi, z; t) = 0. \quad (2.8)$$

Na seção seguinte será apresentada uma discussão acerca de uma solução específica para a Equação 2.8 — o FB propriamente dito — para posteriormente utilizá-la na construção de soluções mais elaboradas — as FWs, as FLLEs e suas extensões.

2.2 Feixes de Bessel

O amplamente conhecido FB, na sua mais simples forma — ideal, escalar e ordinário (ou de ordem zero) —, propagando-se ao longo do eixo z e colinear a este no sistema de coordenadas cilíndricas, é um feixe que pode ser matematicamente descrito, a menos de um fator de amplitude e fase, através de

$$\psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, \varphi, z; t) = \text{Re}\{\psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, \varphi, z) e^{-i\omega_0 t}\} = \text{Re}\{J_0(h\rho) e^{i(\beta z - \omega_0 t)}\}, \quad (2.9)$$

onde J_0 é a função cilíndrica de Bessel de ordem zero (J_ν com $\nu = 0$ ⁵¹), h é o número de onda transversal, β é o número de onda longitudinal e a dependência temporal da forma $e^{-i\omega_0 t}$ foi assumida.

A Equação 2.9 é uma função com simetria axial, i.e., um feixe de simetria cilíndrica da forma $\psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, \varphi, z) = \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z)$. É possível verificar que ela surge naturalmente como solução da equação de onda escalar. ⁵ Por outro lado, calculando-se algumas de suas derivadas parciais de primeira e segunda ordem com relação às variáveis t , ρ , φ e z ,

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t) = -i\omega_0 \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t), \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t) = -\omega_0^2 \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t), \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \rho} \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t) &= -h J_1(h\rho) e^{i(\beta z - \omega_0 t)} \\ &= -h \frac{J_1(h\rho)}{J_0(h\rho)} \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t), \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t) &= -h \left(h J_0(h\rho) - \frac{J_1(h\rho)}{\rho} \right) e^{i(\beta z - \omega_0 t)} \\ &= \left(\frac{h J_1(h\rho)}{\rho J_0(h\rho)} - h^2 \right) \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t), \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t) = 0, \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t) = -\beta^2 \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t), \quad (2.15)$$

e substituindo-as na Equação 2.8,

$$\left(-\mu\epsilon\omega_0^2 - i\mu\sigma\omega_0 + h^2 + \beta^2 \right) \psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, z; t) = 0, \quad (2.16)$$

chega-se à conclusão de que a Equação 2.9 é solução da Equação 2.8 com a seguinte relação de dispersão:

$$h^2 + \beta^2 = k^2. \quad (2.17)$$

Agora, para uma variável ξ qualquer, seja a função de Bessel na forma integral: ⁵¹ (p. 20):

$$J_0(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_a^{2\pi+a} e^{-i\xi \sin \phi} d\phi, \quad (2.18)$$

onde ϕ é uma variável de integração e a um ângulo qualquer. Ao fazer a mudança de variável $\phi \rightarrow \phi - b - \pi/2$, com a escolha $a = -\pi/2 - b$, chega-se a

$$\begin{aligned} J_0(\xi) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/2+a+b}^{5\pi/2+a+b} e^{i\xi \cos(\phi-b)} d\phi \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\xi(\cos \phi \cos b + \sin \phi \sin b)} d\phi. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Então, no sistema (x, y, z) de coordenadas cartesianas, com $x = \rho \cos \varphi$ e $y = \rho \sin \varphi$, e ao escolher $b = \varphi$, pode-se dispor do resultado acima para reescrever o $\psi_{\text{FB}}^{\circ}(\rho, \varphi, z)$ da Equação 2.9:

$$\psi_{\text{FB}}^{\circ}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(hx \cos \phi + hy \sin \phi + \beta z)} d\phi. \quad (2.20)$$

Finalmente, introduzindo as relações $h = k \sin \theta$ e $\beta = k \cos \theta$, chega-se a

$$\begin{aligned} \psi_{\text{FB}}^{\circ}(x, y, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(xk \sin \theta \cos \phi + yk \sin \theta \sin \phi + kz \cos \theta)} d\phi \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\phi, \end{aligned} \quad (2.21)$$

onde se identificou $\mathbf{k} = k \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + k \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} + k \cos \theta \hat{\mathbf{z}}$ e $\mathbf{r} = x \hat{\mathbf{x}} + y \hat{\mathbf{y}} + z \hat{\mathbf{z}}$. Fica evidenciado que o FB, como apresentado na Equação 2.21, é uma superposição de OPs, Equação 2.6, de mesma amplitude e, uma vez que a integral se dá apenas em ϕ , mesmo ângulo θ , de maneira que

$$\sin \theta = \frac{h}{k}, \quad (2.22)$$

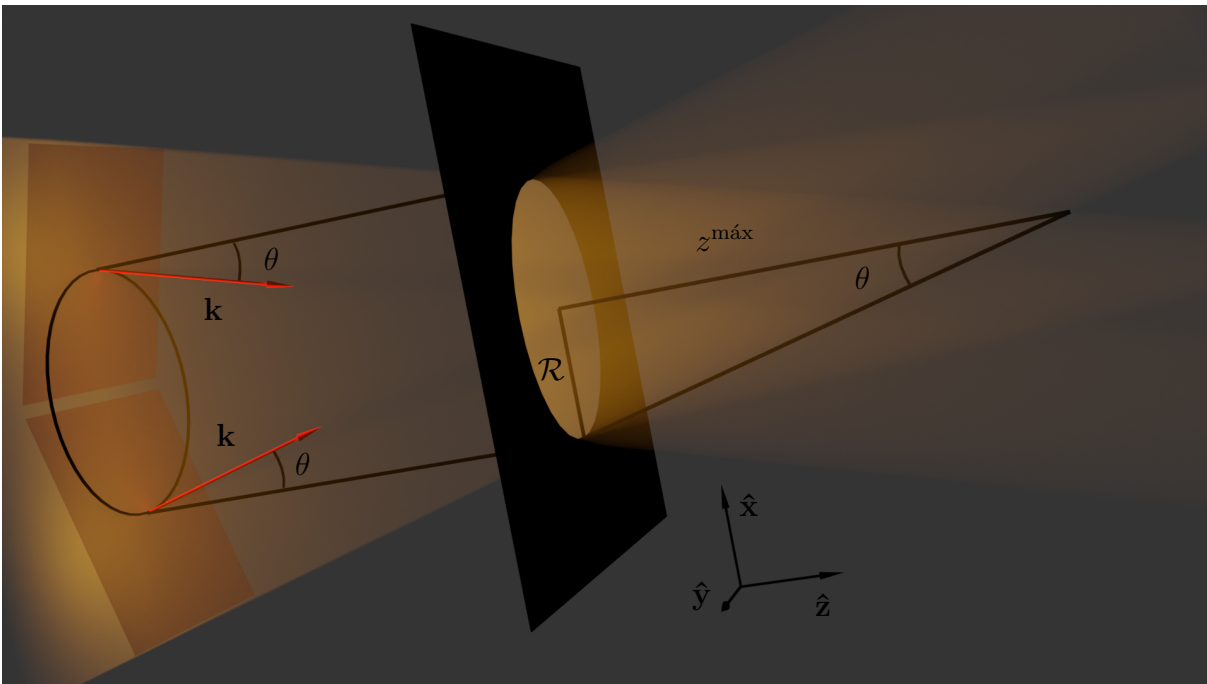
$$\cos \theta = \frac{\beta}{k} \quad (2.23)$$

e

$$\tan \theta = \frac{h}{\beta}. \quad (2.24)$$

O ângulo de meio cone θ , que indica a inclinação dos vetores de onda \mathbf{k} com relação ao eixo z , como ilustrado na Figura 2, é também conhecido como ângulo de áxicon e está diretamente relacionado com gerações experimentais. ^{6, 7, 52}

Figura 2 – O feixe de Bessel como superposição de ondas planas



Representação de apenas duas das infinitas OPs, todas com vetores de onda \mathbf{k} dotados do mesmo ângulo de meio cone θ , incidindo numa abertura circular de raio \mathcal{R} . O resultado é um FB apodizado de distância efetiva $z^{\text{máx}}$.

Fonte: elaborada pelo autor.

O comportamento longitudinal do FB é regido pela função exponencial contida na Equação 2.9; já o transversal, pela própria função de Bessel ordinária. Ou seja, enquanto a exponencial complexa de βz é responsável pela propagação, a largura do feixe está, de alguma forma, relacionada com o argumento de J_0 , como será discutido mais adiante. Ainda, visando posterior

utilização, pode-se transladar transversalmente o FB de forma que seu eixo de simetria deixe de estar localizado em $(\rho = 0, \varphi = 0, z)$ e passe a estar em $(\rho = \rho', \varphi = \varphi', z)$. Para tal, reescreve-se o $\psi_{\text{FB}}^0(\rho, \varphi, z)$ da Equação 2.9 na seguinte forma: ⁵³

$$\psi_{\text{FB}}(\rho, \varphi, z) = J_0(h \varrho(\rho, \varphi)) e^{i\beta z}, \quad (2.25)$$

onde $\varrho(\rho, \varphi) = \sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')}$ — daqui em diante, os argumentos de ϱ serão omitidos para que a escrita fique mais compacta, i.e., $\varrho \equiv \varrho(\rho, \varphi)$. A translação transversal ora apresentada não afeta o comportamento do feixe, apenas faz com que seus eixo de propagação e intensidade central fiquem dispostos noutra região do plano transversal.

2.2.1 Propagação de feixes de Bessel em meios sem perdas

Num meio simples e sem perdas, i.e., que possui índice de refração n_{ref} real (não complexo), os FBs detêm números de onda k reais, como pode ser concluído através da Equação 2.7.

Na situação em que $h = 0$, $J_0(0) = 1$ e a Equação 2.25 é reduzida a uma OP propagante em z com $k = \beta$.

No caso em que $h \neq 0$, desconsiderando ondas evanescentes (o que pode ser obtido como resultado de um θ real, e.g., numa geração experimental como a da Figura 2) e contra-propagações (i.e., $\beta \geq 0$), por meio das Equações 2.17 e 2.22–2.24 se chega a $0 \leq \beta \leq k$. Então, se $\beta = 0$, não há propagação; do contrário, a Equação 2.25 permanece com h e β reais. A solução desse caso possui sua maior parcela de intensidade transversalmente localizada próximo a $\varrho = 0$ e mantém inalterado seu padrão transversal de intensidade independentemente da propagação na longitudinal, características que determinam um campo localizado e resistente à difração. De fato, seu módulo ao quadrado não depende de z , apenas de ϱ . Ainda, a intensidade central do FB, mais proeminente do que as intensidades dos anéis laterais, é delimitada por $j_{0,1} \approx 2,405$ ⁵⁴ — o primeiro zero da função J_0 —, como ilustrado na Figura 3, e por isso o raio de seu *spot* central pode ser calculado através de ¹⁴

$$\Delta_{\varrho}^{\text{FB}} = \frac{j_{0,1}}{h}. \quad (2.26)$$

Para $h = k$, o *spot* central assume o menor raio possível de $j_{0,1}\lambda_0/2\pi$ ou, considerando a função de Bessel na forma assintótica, de aproximadamente $3\lambda_0/8$ ⁶.

Deixando a situação ideal de lado por um momento, e considerando uma situação experimental em que um FB é apodizado por uma abertura circular de raio \mathcal{R} , como representado na Figura 2, desde que $\mathcal{R} \gg \Delta_{\varrho}^{\text{FW}}$, pode-se esperar uma região cônica de sombra no eixo longitudinal, com início em

$$z^{\text{máx}} = \frac{\mathcal{R}}{\tan \theta} = \mathcal{R} \frac{\beta}{h}, \quad (2.27)$$

responsável por limitar sua extensão e determinar sua distância efetiva. ⁶ Já foi demonstrado, inclusive utilizando a teoria escalar de difração, que mesmo após atravessar por uma abertura estreita, em certas condições, o FB ainda detém grande profundidade de campo quando

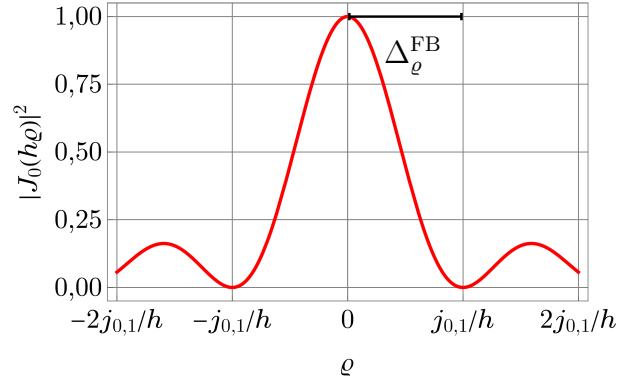
Figura 3 – *Spot* central do feixe de Bessel com número de onda transversal real

Ilustração do comportamento do módulo ao quadrado de $J_0(h\rho)$ com h puramente real.
Fonte: elaborada pelo autor.

comparado com outros tipos de feixes e, por isso, é classificado como um feixe resistente à difração. ^{6, 7}

2.2.2 Propagação de feixes de Bessel em meios com perdas

Em meios com perdas, o índice de refração do meio é um número complexo, $n_{\text{ref}} = n_R + in_I$. Assim, da Equação 2.7, pode-se expressar o número de onda como $k = k_R + ik_I$, e então, da Equação 2.17, $h = h_R + ih_I$ e $\beta = \beta_R + i\beta_I$, com n_R , n_I , k_R , k_I , h_R , h_I , β_R e β_I reais. Nessas condições, a Equação 2.17 constitui uma relação de dispersão complexa e o FB em meios com perdas pode ser matematicamente escrito, baseando-se na Equação 2.25, com seus números de onda complexos explicitados:

$$\psi_{\text{FB}}(\rho, \varphi, z) = J_0((h_R + ih_I)\rho) e^{-\beta_I z} e^{i\beta_R z}. \quad (2.28)$$

Observa-se que, na presença de perdas ($n_I \neq 0$ e $k_I \neq 0$), o FB sofre atenuação exponencial ao longo do eixo de propagação.

Na condição em que $h = 0$, recai-se ao caso da OP com $k = \beta$, mas agora com um fator de atenuação $e^{-\beta_I z}$ que limita a extensão longitudinal da intensidade da onda de acordo com a seguinte profundidade de penetração:

$$\delta_{\text{OP}} = \frac{1}{2k_I} = \frac{c}{2n_I\omega_0}, \quad (2.29)$$

na qual δ_{OP} é a localização em z onde a intensidade da OP equivale a $1/e^2$ da intensidade em $z = 0$.

No caso em que $h \neq 0$, o resultado é um FB também com atenuação exponencial ao longo do eixo de propagação, cuja profundidade de penetração agora se apresenta como

$$\delta_{\text{FB}} = \frac{1}{2\beta_I}. \quad (2.30)$$

Ainda, na ausência de ondas de natureza evanescente (novamente, como comentado na subseção 2.2.1, isso pode ser obtido como resultado de um ângulo de áxon real) e de contra-propagações (i.e., $\beta_R \geq 0$), pode-se obter, através das Equações 2.17 e 2.22–2.24, as seguintes relações:

$$\sin \theta = \frac{h_R k_R + h_I k_I}{k_R^2 + k_I^2} = \frac{h_R}{k_R} = \frac{h_I}{k_I}, \quad (2.31)$$

$$\cos \theta = \frac{\beta_R k_R + \beta_I k_I}{k_R^2 + k_I^2} = \frac{\beta_R}{k_R} = \frac{\beta_I}{k_I}, \quad (2.32)$$

$$\tan \theta = \frac{h_R \beta_R + h_I \beta_I}{\beta_R^2 + \beta_I^2} = \frac{h_R}{\beta_R} = \frac{h_I}{\beta_I}, \quad (2.33)$$

$$h_R^2 + \beta_R^2 = k_R^2 \quad (2.34)$$

e

$$h_I^2 + \beta_I^2 = k_I^2, \quad (2.35)$$

com $0 \leq \beta_R \leq k_R$ e $0 \leq h_R \leq k_R$, e também o $z^{\text{máx}}$ da Equação 2.27 para um FB apodizado por uma abertura de raio \mathcal{R} .

É preciso ter um pouco de cautela no que diz respeito ao perfil transversal de intensidade do FB em meios com perdas. Se $n_I \ll n_R$, o raio do *spot* pode ser aproximado pela Equação 2.26 com, da Equação 2.31, $h \approx h_R$:

$$\Delta_{\varrho}^{\text{FB}} = \frac{j_{0,1}}{h_R}, \quad \text{com } n_I \ll n_R. \quad (2.36)$$

Entretanto, de forma geral, tomando-se a função de Bessel na forma assintótica, $|J_0(h\varrho)|^2$ possui seu primeiro zero em aproximadamente $\varrho = 3\pi/4h_R$ e apresenta comportamento assintótico infinito para $\varrho > 1/2h_I^{\ddagger}$. Como ilustrado na Figura 4, para garantir que haja ao menos um zero antes que a intensidade do feixe tenda ao infinito, é preciso que $3\pi/4h_R \leq 1/2h_I$, o que, no caso da Equação 2.31, também implica em $n_I \leq 2n_R/3\pi$. Nessa condição, garante-se esse primeiro zero em $\varrho \leq 1/2h_I$ e o raio do *spot* central pode ser aproximadamente calculado no primeiro zero da expansão assintótica:

$$\Delta_{\varrho}^{\text{FB}} = \frac{3\pi}{4h_R}, \quad \text{com } n_I \leq \frac{2}{3\pi}n_R. \quad (2.37)$$

Nota-se que, uma vez que $3\pi/4 \approx 2,356$ e $j_{0,1} \approx 2,405$, a Equação 2.36 é uma aproximação razoável para o raio do *spot* central. Numa geração experimental, o comportamento assintótico infinito para $\varrho > 1/2h_I$ não é um problema já que a extensão transversal do feixe é limitada por uma abertura (como a abertura de raio \mathcal{R} da Figura 2). De qualquer forma, para garantir que não haja crescimento exponencial¹⁵ e que a função de Bessel possua ao menos um zero, pode-se sempre considerar uma abertura centrada em (ρ', φ') cujo raio \mathcal{R} satisfaça $3\pi/4h_R \leq \mathcal{R} \leq 1/2h_I$ sempre que o FB estiver imerso num meio com perdas.

[‡] Partindo de $\varrho = 0$, a amplitude de $J_0(h\varrho)$ decai até $\varrho = 1/2h_I$ e após isso começa a aumentar exponencialmente.¹⁵

Figura 4 – Spot central do feixe de Bessel com número de onda transversal complexo

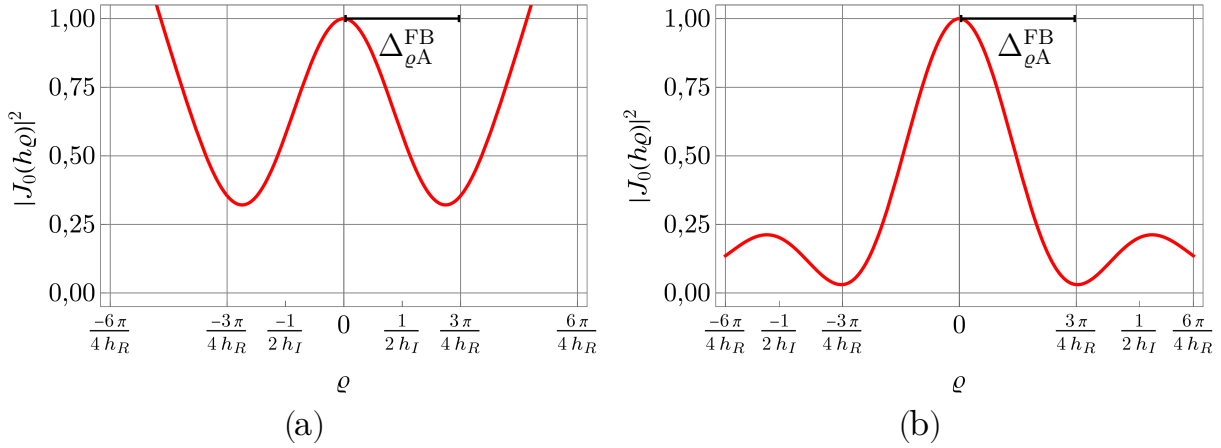


Ilustração do comportamento do módulo ao quadrado de $J_0(h\rho)$, com h complexo, para os casos (a) $3\pi/4h_R > 1/2h_I$ e (b) $3\pi/4h_R < 1/2h_I$.

Fonte: elaborada pelo autor.

2.3 Filamentos de luz longitudinalmente estruturados

Esta seção é dedicada à introdução do método que se baseia na superposição discreta de FBs para a criação das FWs, i.e., dos filamentos de luz longitudinalmente estruturados. O resultado é um feixe cujo padrão de intensidade pode assumir qualquer formato linear desejado em meios sem perdas. Em sequência, será apresentada uma modificação desse método que faz com que esses filamentos de luz compensem a atenuação longitudinal característica de meios com perdas.

2.3.1 Propagação de *Frozen Waves* em meios sem perdas

Originalmente, o feixe escalar nomeado como FW consiste na superposição de $2N + 1$ FBs de ordem zero, Equação 2.25, de mesma frequência angular e número de onda k , com distintos números de onda transversais h_n e longitudinais β_n , não contra-propagantes ($\beta_n \geq 0$), colineares e com origens situadas espacialmente em $\rho = 0$ ao longo do eixo z . Matematicamente, tal superposição em meios sem perdas é representada como ^{13, 14}

$$\psi_{\text{FW}}(\rho, \varphi, z) = \sum_{n=-N}^N A_n J_0(h_n \rho) e^{i\beta_n z}, \quad (2.38)$$

com A_n sendo coeficientes complexos responsáveis por ponderar as contribuições individuais de cada FB. A Equação 2.38 é solução da equação de onda escalar desde que a relação de dispersão permaneça satisfeita isoladamente para cada n , i.e., da Equação 2.17,

$$h_n^2 + \beta_n^2 = k^2. \quad (2.39)$$

Agora, deseja-se que, em $\rho = 0$, i.e., em $(\rho = \rho', \varphi = \varphi')$, a intensidade de $\psi_{\text{FW}}(\rho, \varphi, z)$ seja aproximadamente igual à de uma função alvo $F(z)$ arbitrariamente escolhida dentro de

um intervalo longitudinal $0 \leq z \leq L$. Em outras palavras, deseja-se encontrar os valores de A_n e β_n (e de h_n , como consequência) de forma que $|\psi_{\text{FW}}(\rho = \rho', \varphi = \varphi', z)|^2 \approx |F(z)|^2$ em $0 \leq z \leq L$, i.e.,

$$\left| \sum_{n=-N}^N A_n e^{i\beta_n z} \right|^2 \approx |F(z)|^2 \text{ em } 0 \leq z \leq L. \quad (2.40)$$

O problema se resolve com base no fato de que qualquer função periódica bem comportada[§], $f(z)$ de período T , pode ser expandida em série de Fourier⁵⁵, e.g.,

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i\frac{2\pi n}{T}z} \quad (2.41)$$

com

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(z) e^{-i\frac{2\pi n}{T}z} dz. \quad (2.42)$$

Comparando-se a Equação 2.40 com o módulo ao quadrado da Equação 2.41 truncada em N , se fosse escolhido $f(z) = F(z)$ e identificado $L = T$, $\beta_n = 2\pi n/L$ e $A_n = a_n$, o problema estaria aparentemente resolvido pois, como era desejado, os valores de A_n e β_n foram encontrados. Tal definição para β_n , apesar de já ter sido estudada anteriormente,^{9, 10, 11, 12} possui implicações não desejadas para o propósito das FWs. Em primeiro lugar, permitiria-se contrapropagação, pois $\beta_n < 0$ quando $n < 0$.¹³ Em segundo lugar, β_n seria muito pequeno para grandes valores de L , o que implicaria em pequena profundidade de campo — quando gerados por aberturas finitas, como pode ser interpretado através da Equação 2.27 — e impediria que o feixe fosse estruturado muito distante da fonte.¹³ A interessante escolha para as FWs, feita originalmente por Zamboni-Rached, é^{13, 14}

$$\beta_n = Q + \frac{2\pi n}{L} \geq 0, \quad (2.43)$$

onde $Q = ak$ (com $0 < a < 1$) é um parâmetro real que, como será visto mais adiante, regula a dimensão transversal e o grau de paraxialidade do feixe. Através dessa escolha, os coeficientes da aproximação podem ser finalmente apresentados como

$$A_n = \frac{1}{L} \int_0^L F(z) e^{-i\frac{2\pi n}{L}z} dz. \quad (2.44)$$

Agora, impondo também a ausência de ondas evanescentes (o que resulta em, $\forall n$, $0 \leq \beta_n \leq k$ e $0 \leq h_n \leq k$, como discutido na subseção 2.2.1 para FBs em meios sem perdas), obtém-se que $0 \leq Q \pm \frac{2\pi N}{L} \leq k$. Com isso, isolando-se N :

$$N \leq \left\lfloor \frac{L}{2\pi} \min \{k - Q, Q\} \right\rfloor = \left\lfloor n_{\text{ref}} \frac{L}{\lambda_0} \min \{1 - a, a\} \right\rfloor \equiv N^{\text{máx}}. \quad (2.45)$$

Na Equação 2.45, a função $\lfloor \xi \rfloor$ resulta no maior número inteiro menor ou igual a ξ e a função $\min \{\xi_1, \xi_2\}$ resulta em ξ_2 se $\xi_1 > \xi_2$ ou em ξ_1 caso contrário. Assim, a constante definida

[§] Aquelas que satisfazem as condições de Dirichlet⁵⁵.

como $N^{\text{máx}}$ estabelece o máximo valor permitido para N quando λ_0 (ou ω_0), n_{ref} , a (ou Q) e L estiverem fixados.

O *spot* do feixe resultante poderia ser estimado ao se assumir que ele não deve ser maior que a largura do FB que detém o maior *spot*, o que ocorre quando h_n é mínimo (ou β_n é máximo) na Equação 2.26, i.e., quando $n = N$, como pode ser verificado com ajuda da Equação 2.43. No entanto, de todos os FBs, o central ($n = 0$), quando presente, tende a ser o mais intenso e por isso pode ser considerado para se estimar a largura efetiva do feixe: ³⁴

$$\Delta_e^{\text{FW}} = \frac{j_{0,1}}{h_0}. \quad (2.46)$$

Observa-se que, no presente caso (de FWs em meios sem perdas),

$$h_0 = \sqrt{k^2 - \beta_0^2} = \sqrt{k^2 - Q^2} = k\sqrt{1 - a^2}, \quad (2.47)$$

o que evidencia o papel do parâmetro Q (e do a) no grau de localização transversal do filamento de luz.

Por fim, cabe mencionar que, para obter uma FW composta por FBs gerados de acordo com a situação experimental da Figura 2, todos eles devem resistir aos efeitos da difração, o que pode ser experimentalmente garantido se $L \leq \min_n \{z_n^{\text{máx}}\}$, onde a função $\min_n \{z_n\}$ resulta no ξ_n de menor valor e, de acordo com a Equação 2.27, $z_n^{\text{máx}} = \mathcal{R}_n \beta_n / h_n$ é a distância efetiva do FB de ordem n após atravessar por uma abertura de raio \mathcal{R}_n . Observando que $\min_n \{z_n^{\text{máx}}\}$ ocorre para $n = -N$, conclui-se que a relação ¹³

$$\mathcal{R}_{(-N)} \geq \frac{h_{(-N)}}{\beta_{(-N)}} L \equiv \mathcal{R}^{\text{mín}} \quad (2.48)$$

estabelece o menor raio de abertura em tal situação experimental.

2.3.2 Propagação de *Frozen Waves* em meios com perdas

Analogamente ao que foi feito na subseção 2.3.1, FWs em meios com perdas são construídas através de superposições de FBs em meios com perdas. Assim, considerando a Equação 2.28 e as definições e comentários feitos na subseção 2.2.2 para FBs em meios com perdas, uma FW em meios com perdas é definida como ¹⁵

$$\psi_{\text{FW}}(\rho, \varphi, z) = \sum_{n=-N}^N A_n J_0(h_n \rho) e^{-\beta_n z} e^{i\beta_{Rn} z}, \quad (2.49)$$

com

$$A_n = \frac{1}{L} \int_0^L e^{\beta_{10} z} F(z) e^{-i\frac{2\pi n}{L} z} dz, \quad (2.50)$$

$$\beta_{Rn} = Q + \frac{2\pi n}{L} \geq 0, \quad (2.51)$$

$$h_n^2 + \beta_n^2 = k^2, \quad (2.52)$$

e $Q = ak_R$, desde que a condição $\Delta \ll 1$ seja obedecida. O parâmetro adimensional Δ não depende de n e é calculado de acordo com os valores máximo (em $n = N$), mínimo (em $n = -N$) e central (em $n = 0$) de β_{In} :

$$\Delta \equiv \frac{\beta_{IN} - \beta_{I(-N)}}{\beta_{I0}}, \quad (2.53)$$

de forma que, se for garantido que $\Delta \ll 1$, não haverá diferença significativa entre os valores de β_{In} e, então, pode-se utilizar que $\beta_{In} \approx \beta_{I0} \forall n$ para a extração dos coeficientes A_n .

O termo $e^{\beta_{I0}z}$ presente na Equação 2.50 é responsável por compensar a atenuação longitudinal $e^{-\beta_{In}z}$ do feixe. Tal fator faz com que a FW seja resistente a perdas. Se o meio é sem perdas, $n_I = 0$, $\beta_{In} \approx \beta_{I0} = 0$ e o resultado se reduz ao caso apresentado na subseção 2.3.1 para FWs em meios sem perdas.

Ainda há que se definir os valores dos β_{In} para que, através da relação de dispersão complexa, Equação 2.52, os números de onda transversais h_n fiquem determinados.

No método original¹⁵ — que será referido aqui como método tradicional — tendo em vista $0 \leq \beta_{Rn} \leq k_{Rn}$ e $0 \leq h_{Rn} \leq k_{Rn}$ como argumentado na subseção 2.2.2, pode-se obter β_{In} através das Equações 2.31–2.33:

$$\beta_{In} = \beta_{Rn} \frac{k_I}{k_R} = \beta_{Rn} \frac{n_I}{n_R}. \quad (2.54)$$

Assim, seguindo o mesmo raciocínio da subseção 2.3.1 (de que o raio do *spot* é calculado com base no *spot* do FB central), pode-se dispor da Equação 2.36 com $n = 0$ desde que $n_I \ll n_R$,

$$\Delta_e^{\text{FW}} = \frac{j_{0,1}}{h_{R0}} = \frac{j_{0,1}}{k_R \sqrt{1 - a^2}}, \quad \text{com } n_I \ll n_R. \quad (2.55)$$

ou da Equação 2.37 com $n = 0$ e $n_I \leq 2n_R/3\pi$,

$$\Delta_{eA}^{\text{FW}} = \frac{3\pi}{4h_{R0}}, \quad \text{com } n_I \leq 2n_R/3\pi. \quad (2.56)$$

Em um método desenvolvido posteriormente¹⁸ — que será referido aqui como método modificado — deseja-se que os h_n sejam números reais. Isso torna a solução mais apropriada para a situação em que a FW é gerada num meio sem perdas, para se propagar através de um meio com perdas após ter incidido normalmente numa interface plana que separa os meios.¹⁸ Nessas condições, partindo da Equação 2.52,

$$\begin{aligned} h_n &= \sqrt{k^2 - \beta_n^2} \\ &= \sqrt{(k_R + ik_I)^2 - (\beta_{Rn} + i\beta_{In})^2} \\ &= \sqrt{k_R^2 - k_I^2 - \beta_{Rn}^2 + \beta_{In}^2 + i2(k_R k_I - \beta_{Rn} \beta_{In})}, \end{aligned} \quad (2.57)$$

onde, numa primeira tentativa para que h_n seja real, pode-se escolher $i2(k_R k_I - \beta_{Rn} \beta_{In}) = 0$, i.e.,

$$\beta_{In} = \frac{k_R k_I}{\beta_{Rn}}, \quad (2.58)$$

e com isso,

$$h_n = \sqrt{k_R^2 - k_I^2 - \beta_{Rn}^2 + \beta_{In}^2}. \quad (2.59)$$

Agora, para garantir que h_n seja puramente real de fato, pode-se impor $h_n^2 \geq 0$, o que leva a

$$\beta_{Rn} \leq \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{n_R^2 - n_I^2 + \sqrt{(n_R^2 - n_I^2)^2 + 4n_R^2 n_I^2}}{2}} = k_R \quad (2.60)$$

e

$$\beta_{Rn} \geq \frac{\omega_0}{c} \sqrt{\frac{n_R^2 - n_I^2 - \sqrt{(n_R^2 - n_I^2)^2 + 4n_R^2 n_I^2}}{2}} = ik_I, \quad (2.61)$$

onde, uma vez que os β_{Rn} são números reais, a Equação 2.61 pode ser desconsiderada pois leva a valores puramente imaginários. Portanto, recai-se na condição $0 \leq \beta_{Rn} \leq k_R$. Ainda, agora que $h_n = h_{Rn}$, a função de Bessel não apresenta comportamento assintótico infinito e, portanto, o raio do *spot* da FW pode ser diretamente obtido através da Equação 2.46:

$$\Delta_e^{FW} = \frac{j_{0,1}}{h_0} = \frac{j_{0,1}}{\sqrt{k_R^2(1-a^2) - k_I^2(1-1/a^2)}}, \quad (2.62)$$

onde se fez uso das Equações 2.58 e 2.59.

Conclui-se que, em ambos os métodos, $0 \leq \beta_{Rn} \leq k_R$, ou seja, $0 \leq Q \pm \frac{2\pi N}{L} \leq k_R$, o que implica na restrição

$$N \leq \left\lfloor \frac{L}{2\pi} \min \{k_R - Q, Q\} \right\rfloor = \left\lfloor n_R \frac{L}{\lambda_0} \min \{1 - a, a\} \right\rfloor \equiv N^{\text{máx}} \quad (2.63)$$

para a quantidade de FBs que compõem a FW.

Deve-se salientar que os métodos apresentados possuem limitações. Para modelar um feixe do tipo FW resistente a perdas a distâncias muito superiores à profundidade de penetração de uma simples OP ou FB na mesmas condições, além de requerer muita energia, a intensidade de campo nas regiões laterais poderia ser da ordem ou até maior do que a da própria região central.¹⁵ Essas limitações serão averiguadas posteriormente com simulações de FLLEs.

No que segue, será apresentado um exemplo de uma FW em meios com perdas através do método tradicional. Exemplos baseados no método modificado serão utilizados posteriormente em simulações de FLLEs.

2.3.3 Simulação de um filamento de luz em meio com perdas através do método tradicional

Como exemplo, sejam dados uma fonte de luz de comprimento de onda $\lambda_0 = 514,5$ nm (e.g., o laser de Argônio utilizado em aplicações relacionadas a pinças ópticas²⁹) e um meio de índice de refração complexo $n_{\text{ref}} = 1,4 + i0,32 \times 10^{-6}$ (e.g., a solução de água com corante alimentar vermelho utilizada em gerações experimentais²⁰) para construir, em $\rho' = \varphi' = 0$, uma FW através do método tradicional e de acordo com seguinte função alvo:¹⁵

$$F(z) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq z \leq 25 \text{ cm} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.64)$$

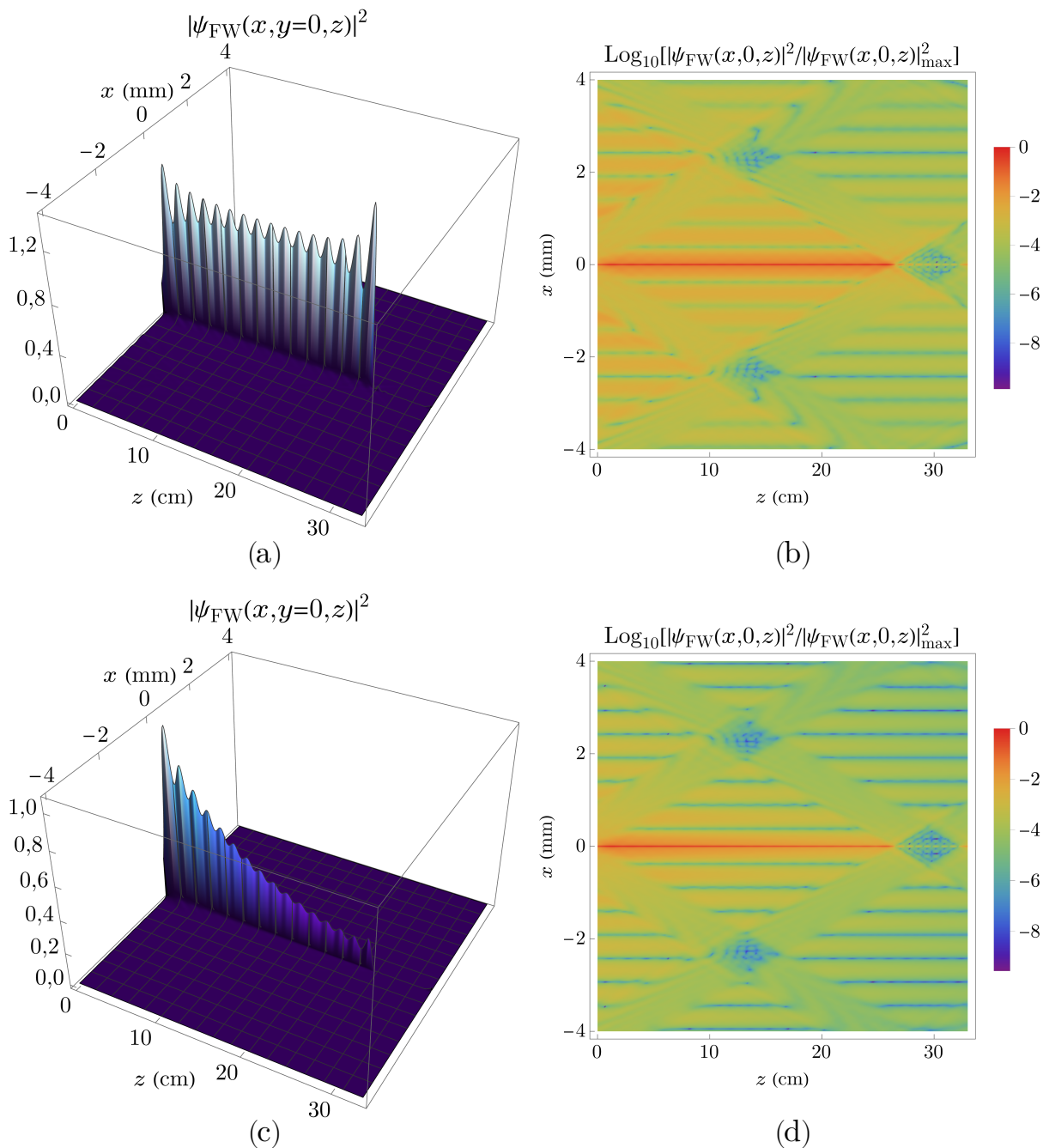
Com esse propósito, escolheu-se $a = 0,9999$, $L = 33$ cm e $N = 20$, este poderia assumir qualquer valor menor que $N^{\text{máx}} = 89$ (maiores valores aprimorariam o resultado ¹⁵). Nessas condições, $\Delta = 4,5 \times 10^{-5} \ll 1$ e o raio do *spot* da FW é próximo de $9,95 \mu\text{m}$ (calculado através da Equação 2.55 uma vez que $n_I \ll n_R$).

O resultado, Figuras 5(a) e 5(b), é um filamento de luz com alta localização de campo na transversal e capaz de manter seu *spot* até a distância de 25 cm previamente escolhida. Nas mesmas condições, a profundidade de penetração δ_{OP} de uma OP (Equação 2.29), assim como a δ_{FB} de um FB (Equação 2.30), seria apenas da ordem de 12,8 cm. É importante ressaltar que o meio continua absorvendo energia, como deve ser; a diferença é que a FW possui uma distribuição espacial de campo capaz de reconstruir seu núcleo a distâncias maiores. ¹⁵

Como anteriormente mencionado, o termo $e^{\beta_{10}z}$ na Equação 2.50 é o responsável por compensar as perdas. Se ele for omitido no cálculo dos coeficientes A_n , i.e., se for fixado $e^{\beta_{10}z} = 1$, tem-se o que será referido aqui como uma FW não resistente a perdas — um filamento de luz em meios com perdas construído com os coeficientes A_n associados ao método de meios sem perdas da subseção 2.3.1. Pode-se observar a intensidade de uma FW não resistente a perdas gerada com os mesmos parâmetros anteriores nas Figuras 5(c) e 5(d); a localização da intensidade ainda é mantida na transversal porém decai abruptamente com a propagação na longitudinal.

Com a simulação apresentada, fica exemplificado, assim, a capacidade de regeneração das FWs mesmo quando na presença de meios absorventes.

Figura 5 – Simulação de um filamento de luz em meio com perdas através do método tradicional



Em (a), tem-se a intensidade em $y = 0$ da FW resistente a perdas gerada para reconstruir um padrão retilíneo dado por uma função alvo constante no intervalo $0 \leq z \leq 25$ cm. Em (b), a projeção dessa mesma intensidade em escala logarítmica, evidenciando a reconstrução do feixe através do redirecionamento das energias laterais. Em (c) e (d), o mesmo que em (a) e (b), mas agora para uma FW não resistente a perdas.

Fonte: elaborada pelo autor.

3 FOLHAS DE LUZ LONGITUDINALMENTE ESTRUTURADAS EM MEIOS HOMOGENEOS

Este capítulo contém a primeira contribuição deste trabalho. Aqui, mostra-se que uma superposição discreta de FWs pode ser utilizada na criação de FLLEs em meios sem e com perdas. A técnica foi originalmente introduzida por Ambrosio para meios sem perdas ³⁴ e posteriormente estendida pelo autor deste trabalho para meios com perdas ⁴¹. As FLLEs obtidas podem recriar qualquer padrão superficial de intensidade desejado, sejam eles planos, cilíndricos ou curvos.

Diversas aplicações são esperadas para as FLLEs. Dentre elas, pode-se destacar aprisionamento e manipulação de partículas, *displays* holográficos, sistemas ópticos para formação de imagens e técnicas para impressões 3D. Ressalta-se ainda que gerações experimentais de FLLEs em meios sem perdas, com participação do autor deste trabalho, foram recentemente alcançadas ^{35, 43, 44, 47}. Especificamente para meios com perdas, pode-se esperar, por exemplo, as mesmas aplicações, mas no interior de meios gasosos ou líquidos que detenham coeficientes de extinção não nulos.

Nas seções que seguem serão apresentadas a teoria, exemplos e os aspectos computacionais relativos às simulações.

3.1 Propagação de folhas de luz longitudinalmente estruturadas em meios com perdas

A FLLE escalar de ordem zero num meio simples de índice de refração $n_{\text{ref}} = n_{\text{R}} + in_{\text{I}}$ é definida como a superposição de M feixes do tipo FW dispostos paralelamente a z (eixo de propagação) ao longo de uma superfície cilíndrica ou plana, onde a m -ésima FW é construída através da superposição de $2N_m + 1$ FBs de ordem zero, co-propagantes, de mesma frequência angular e distintos números de onda transversais, $h_{n_m m} = h_{\text{R}n_m m} + ih_{\text{I}n_m m}$, e longitudinais, $\beta_{n_m m} = \beta_{\text{R}n_m m} + i\beta_{\text{I}n_m m}$, vinculados através da relação de dispersão $k^2 = h_{n_m m}^2 + \beta_{n_m m}^2$. Com base na Equação 2.49, tal superposição pode ser matematicamente escrita como ^{34, 39, 41}

$$\psi_{\text{FLLE}}(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=1}^M \sum_{n_m=-N_m}^{N_m} A_{n_m m} J_0(h_{n_m m} \varrho_m) e^{-\beta_{\text{I}n_m m} z} e^{i\beta_{\text{R}n_m m} z}, \quad (3.1)$$

com

$$A_{n_m m} = \frac{1}{L_m} \int_0^{L_m} e^{\beta_{\text{I}0m} z} F(\rho = \rho'_m, \varphi = \varphi'_m, z) e^{-i\frac{2\pi n_m}{L_m} z} dz \quad (3.2)$$

e

$$\beta_{\text{R}n_m m} = Q_m + \frac{2\pi n_m}{L_m} \geq 0, \quad (3.3)$$

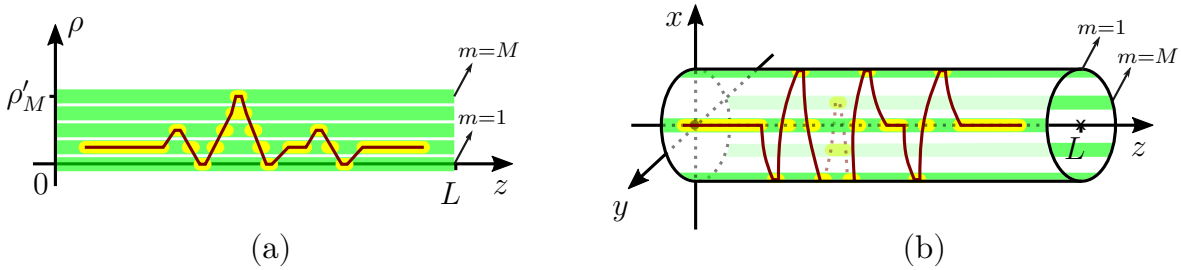
desde que ainda garantido $\Delta_m \ll 1$, onde agora, da Equação 2.53,

$$\Delta_m \equiv \frac{\beta_{\text{I}N_m} - \beta_{\text{I}(-N_m)}}{\beta_{\text{I}0m}}. \quad (3.4)$$

Na Equação 3.3, o parâmetro $Q_m = a_m k_R$, com $0 < a_m < 1$, regula a dimensão transversal e o grau de paraxialidade da FW de índice m .

Na Equação 3.1, a disposição transversal do eixo de propagação da m -ésima FW é dada por $\varrho_m \equiv \varrho_m(\rho, \varphi) = \sqrt{\rho^2 + \rho_m'^2 - 2\rho\rho_m' \cos(\varphi - \varphi_m')}$. Dentre as opções de escolha para o par (ρ_m', φ_m') , destacam-se: M FWs paralelas ao eixo z e contidas numa superfície plana de inclinação azimutal $\varphi_m' = \varphi_0$ constante e independente de m , i.e., padrões planares como o da Figura 6(a), e M FWs paralelas ao eixo z e contidas numa superfície cilíndrica de raio $\rho_m' = \rho_0$ constante e independente de m , i.e., padrões cilíndricos como o da Figura 6(b). Escolhas mais gerais remetem a padrões superficiais mais elaborados e aos VLLEs que serão comentados no Capítulo 5.

Figura 6 – Disposição espacial de folhas de luz longitudinalmente estruturadas



Representações de (a) um padrão planar com $\varphi_m' = \varphi_0 \forall m$ e (b) um padrão cilíndrico com $\rho_m' = \rho_0 \forall m$. As linhas em vermelho escuro (tracejadas e contínuas) retratam o perfil alvo $|F(\rho, \varphi, z)|^2$ e as cores em amarelo representam a intensidade do feixe estruturado. Nos dois casos, foi considerado que $L_m = L \forall m$.

Fonte: elaborada pelo autor.

Os coeficientes $A_{n_m m}$ também são extraídos através de técnicas da série de Fourier e resultam na Equação 3.2 ao se desejar que cada uma das M FWs, em $\varrho_m = 0$, tenha seu padrão longitudinal de intensidade aproximadamente igual à intensidade de $F(\rho = \rho_m', \varphi = \varphi_m', z)$ — função alvo — no intervalo $0 \leq z \leq L_m$, i.e., $|\psi_{\text{VLLE}}(\rho_m', \varphi_m', z)|^2 \approx |F(\rho_m', \varphi_m', z)|^2$ [na verdade, tratando-se de padrões planares ou cilíndricos como os da Figura 6, a função alvo pode sempre ser escrita como $F(\rho, z)$, $F(\varphi, z)$ ou simplesmente $F_m(z)$]. Nesse contexto, para uma determinada FW de índice m , o termo $e^{\beta_{10m}}$ é o responsável por fazer com que ela seja resistente a perdas.

De forma semelhante à apresentada na subseção 2.3.2 para FWs em meios com perdas, há dois métodos para que os $h_{n_m m}$ fiquem completamente determinados. No método tradicional, as partes imaginárias dos números de onda longitudinais ficam dadas por ⁴¹

$$\beta_{\text{In}_m m} = \beta_{\text{Rn}_m m} \frac{k_{\text{I}}}{k_{\text{R}}}, \quad (3.5)$$

e, para a m -ésima FW, o raio do *spot* é calculado como na Equação 2.55,

$$\Delta_{\varrho, m}^{\text{FW}} = \frac{j_{0,1}}{h_{\text{R}0m}} = \frac{j_{0,1}}{k_{\text{R}} \sqrt{1 - a_m^2}}, \quad \text{com } n_{\text{I}} \ll n_{\text{R}}, \quad (3.6)$$

ou como na Equação 2.56,

$$\Delta_{\varrho A, m}^{\text{FW}} = \frac{3\pi}{4h_{R0m}}, \text{ com } n_I \leq 2n_R/3\pi. \quad (3.7)$$

Já no método modificado, desejando-se que os $h_{n_m m}$ sejam números reais,

$$\beta_{In_m m} = \frac{k_R k_I}{\beta_{Rn_m m}}, \quad (3.8)$$

e o raio do *spot* da m -ésima FW pode ser calculado como na Equação 2.62,

$$\Delta_{\varrho, m}^{\text{FW}} = \frac{j_{0,1}}{h_{0m}} = \frac{j_{0,1}}{\sqrt{k_R^2(1 - a_m^2) - k_I^2(1 - 1/a_m^2)}}. \quad (3.9)$$

Então, nos dois casos, $0 \leq \beta_{Rn_m m} \leq k_R$, como discutido na subsecção 2.3.2, e o valor máximo permitido para N_m fica dado de forma semelhante à estabelecida na Equação 2.63:

$$N_m \leq \left\lfloor n_R \frac{L_m}{\lambda_0} \min \{1 - a_m, a_m\} \right\rfloor \equiv N_m^{\text{máx}}. \quad (3.10)$$

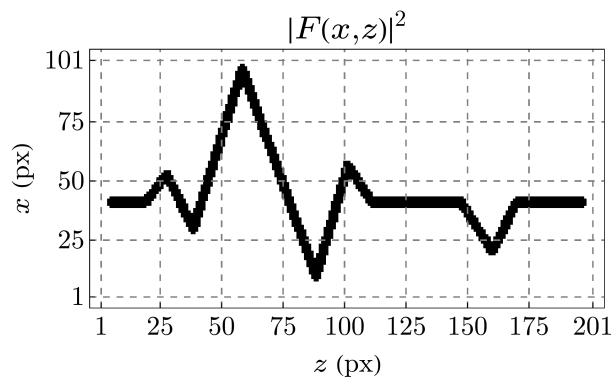
Através do apresentado nesta seção, o feixe resultante, além de poder ser estruturado de acordo com uma superfície (de acordo com a função alvo), é capaz de resistir não só à difração como também à atenuação na longitudinal.

Exemplos de simulações de FLLs através do método tradicional podem ser encontrados na Referência 34 para meios sem perdas, e nas Referências 39 e 41, do autor deste trabalho, para meios respectivamente sem e com perdas. Como uma outra opção, a subsecção seguinte é dedicada a novas simulações visando a utilização do método modificado.

3.1.1 Simulação de uma folha de luz em meio com perdas através do método modificado

Neste exemplo, almeja-se que uma FLL reconstrua o perfil alvo $|F(x, z)|^2$ da Figura 7 através do método modificado.

Figura 7 – Perfil alvo bidimensional de um pulso de eletrocardiograma

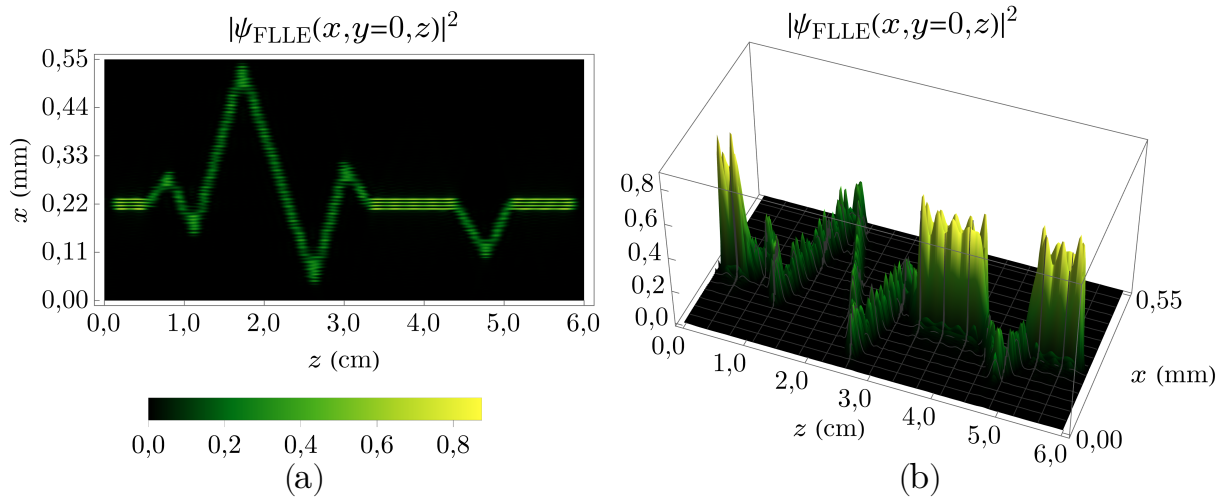


Perfil alvo discretizado que se assemelha a um pulso de um eletrocardiograma.

Fonte: elaborada pelo autor.

Com esse propósito, sejam $\lambda_0 = 532 \text{ nm}$ (laser verde utilizado em diversas gerações experimentais^{35, 36, 43}), um meio com perdas de índice de refração $n_{\text{ref}} = 1,4 + i0,32 \times 10^{-6}$ (que pode ser obtido na diluição de corante alimentício em água²⁰), uma quantia de $M = 101$ FWs e, $\forall m$, os parâmetros $a_m = 0,9986$, $N_m = 25$, $L_m = 6 \text{ cm}$, $\varphi'_m = 0$ e $\rho'_m = (m - 1)\Delta x_0$ com $\Delta x_0 = 5,5 \mu\text{m}$. Dado essas informações, tem-se $\forall m$: $\Delta_m = 3,17 \times 10^{-4}$, através da Equação 3.4; $N_m^{\text{máx}} = 221$, da Equação 3.10; e $\Delta_{\rho,m}^{\text{FW}} = 2,75 \mu\text{m}$, da Equação 3.6, o que significa que $\Delta x_0 = 2\Delta_{\rho,m}^{\text{FW}}$.

Figura 8 – Simulação da propagação de uma folha de luz em meio com perdas através do método modificado



Intensidade para $y = 0$ da FLLC com $\Delta x_0 = 5,5 \mu\text{m}$ e $n_I = 0,32 \times 10^{-6}$, em visualização (a) 2D e (b) 3D.

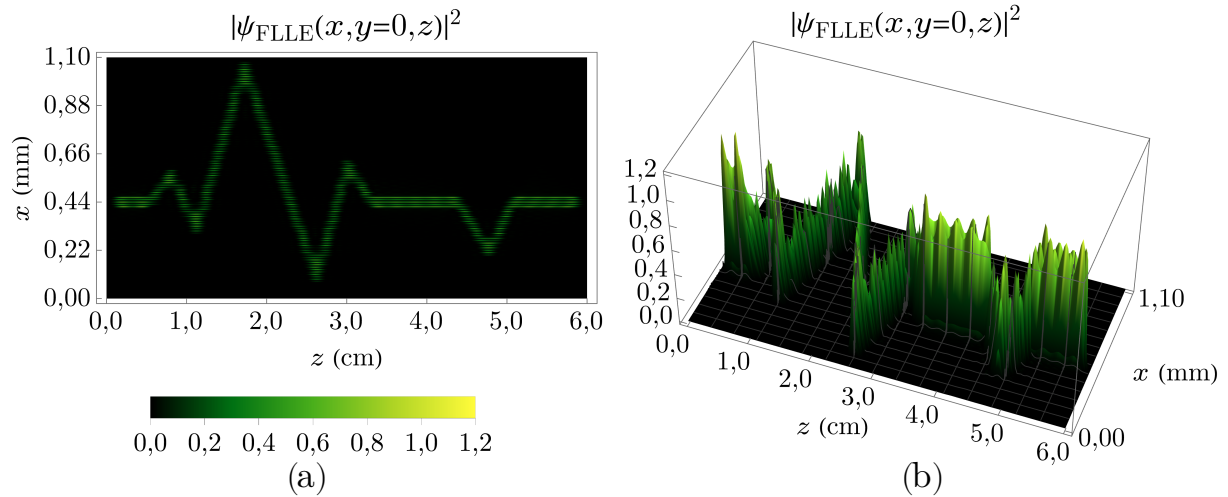
Fonte: elaborada pelo autor.

A projeção ortogonal ($y = 0$) da intensidade dessa FLLC pode ser observada nas Figuras 8(a), para uma visualização 2D, e 8(b), para 3D. Nota-se que, além de ter sido estruturada de acordo com o perfil alvo desejado, a FLLC aparenta resistir à atenuação dentro da região longitudinal considerada.

Na Figura 8(b), mesmo ao se desconsiderar as pequenas variações ao longo do eixo de propagação, observa-se que o padrão de intensidade não é constante. Mais especificamente, no interior do intervalo $1,0 \text{ cm} \leq z \leq 3,0 \text{ cm}$ a intensidade se apresenta relativamente menor do que em outros intervalos longitudinais. Uma das possíveis causas reside no fato de que degraus mais curtos, como os do referido intervalo, requerem uma maior quantidade de FBs para serem devidamente reconstruídos.³⁹ Outra possível causa consiste na interferência entre os filamentos de luz. Quanto maior a quantidade de FWs cuja intensidade é não nula numa certa região longitudinal, maior é a ocorrência de interferências. Assim, ao se variar Δx_0 , pode-se fazer com que essas interferências sejam mais construtivas ou destrutivas, de forma que a intensidade resultante seja afetada.³⁹ Nas Figuras 9(a) e 9(b) se pode observar uma FLLC com os mesmos parâmetros, mas com espaçamento duas vezes maior, i.e., $\Delta x_0 = 10,1 \mu\text{m}$. A não ser pela

escala transversal, o resultado se assemelha ao anterior. Desta vez, a intensidade do feixe no interior do intervalo $1,0 \text{ cm} \leq z \leq 3,0 \text{ cm}$ não é tão menor do que fora dele.

Figura 9 – Simulação da propagação de uma folha de luz em meio com perdas para um maior espaçamento Δx_0



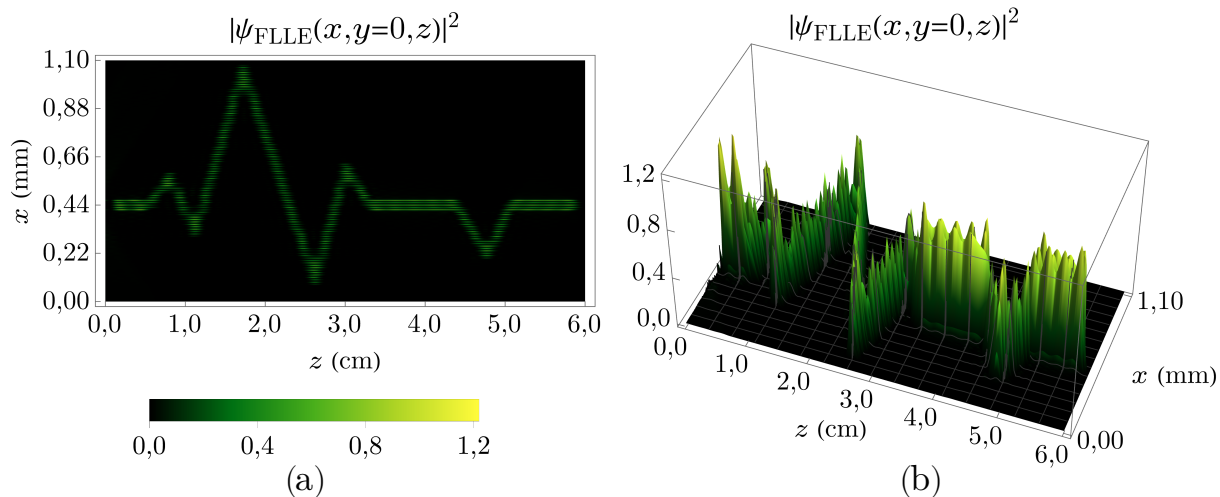
Intensidade para $y = 0$ da FLLE com $\Delta x_0 = 10,1 \mu\text{m}$ e $n_I = 0,32 \times 10^{-6}$, em visualização (a) 2D e (b) 3D.

Fonte: elaborada pelo autor.

Com os parâmetros utilizados, estima-se, através das Equações 2.29 e 2.30, que as profundidades de penetração de OPs e de FBs nessas mesmas condições correspondem a aproximadamente 13 cm — mais que o dobro do intervalo longitudinal de estruturação almejado. De fato, o exemplo anterior não é suficiente para demonstrar a capacidade que a FLLE tem de resistir à atenuação do meio absorvente. Para evidenciar essa característica, a Figura 10 contém a reprodução da propagação de uma FLLE em um meio de índice de refração $n_{\text{ref}} = 1,4 + i0,2 \times 10^{-5}$ (os demais parâmetros foram mantidos). Nessa situação, $\delta_{\text{OP}} \approx \delta_{\text{FB}} \approx 2 \text{ cm}$, i.e., a FLLE simulada pôde ser modelada num intervalo três vezes maior que a profundidade de penetração de OPs ou FBs sob as mesmas condições.

Ainda, como ressaltado na subseção 2.3.2 para FWs em meios com perdas, a capacidade de FLLEs resistirem a perdas também possui limitações. A Figura 11 contém resultados de simulações para n_I ainda maiores (com os demais parâmetros mantidos). Na Figura 11(a), $n_{\text{ref}} = 1,4 + i0,4 \times 10^{-5}$ e, portanto, $\delta_{\text{OP}} \approx \delta_{\text{FB}} \approx 1 \text{ cm}$; na 11(b), $n_{\text{ref}} = 1,4 + i0,5 \times 10^{-5}$ e $\delta_{\text{OP}} \approx \delta_{\text{FB}} \approx 0,8 \text{ cm}$. Em ambos os casos, o perfil alvo foi reconstruído. Contudo, observa-se que, para reconstruir padrões em intervalos muito superiores à profundidade de penetração de OPs ou FBs, as intensidades nas regiões laterais, e ao redor da origem, reponsáveis pela reconstrução do padrão, passam a ser muito altas, e até maiores do que a intensidade do próprio padrão em si. Numa experimentação, a geração desses feixes poderia se tornar inviável pois demandaria muita energia para que o padrão fosse reconstruído.

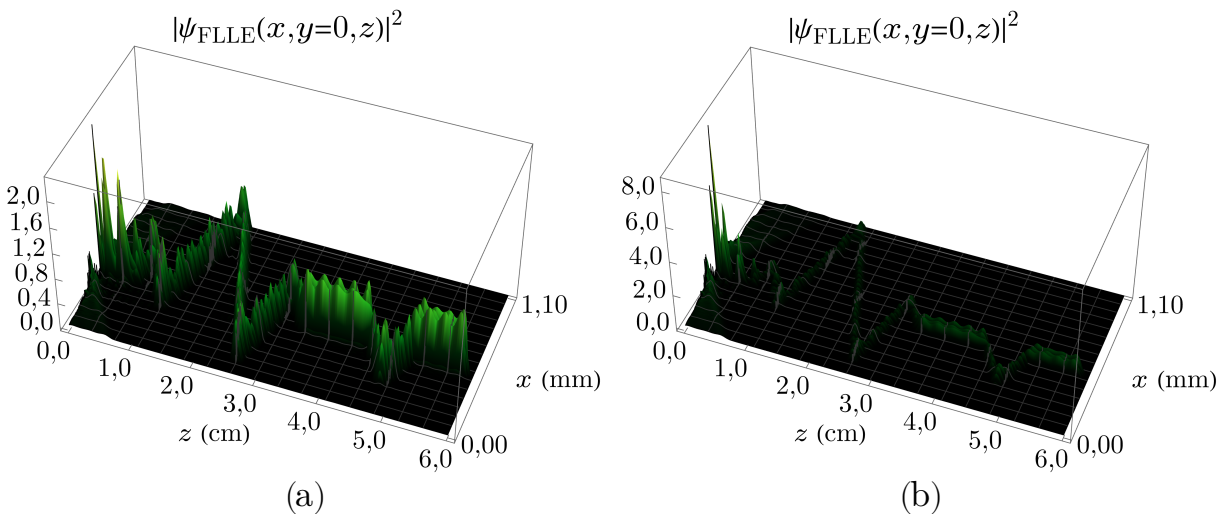
Figura 10 – Simulação da propagação de uma folha de luz em meio com perdas para um maior n_I



Intensidade para $y = 0$ da FLLE com $\Delta x_0 = 10,1 \mu\text{m}$ e $n_I = 0,2 \times 10^{-5}$, em visualização (a) 2D e (b) 3D.

Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 11 – Simulação de comparação da propagação de folhas de luz em meios com perdas para dois distintos n_I



Visualização 3D da intensidade para $y = 0$ da FLLE com $\Delta x_0 = 10,1 \mu\text{m}$, (a) $n_I = 0,4 \times 10^{-5}$ e (b) $n_I = 0,5 \times 10^{-5}$.

Fonte: elaborada pelo autor.

Observa-se, também, que as imagens apresentadas estão com razão de aspecto distorcido. Não é exatamente o que seria visto num experimento de FLEs, já que a proporção real é de aproximadamente 109 : 1 para o caso da Figura 8, e 55 : 1 para o caso das Figuras 9, 10 e 11. O fato do resultado ser bem maior na longitudinal em comparação com a transversal advém da inevitável consequência de se trabalhar com feixes escalares e altamente paraxiais. Em teoria, essa condição pode ser contornada ao se trabalhar com soluções vetoriais. Mas, no caso de superposições discretas de FWs, os FBs apresentariam componentes de campo proporcionais a funções de Bessel de ordem superior. É um resultado difícil de mensurar e de quantificar analiticamente. Outra possibilidade seria a de trabalhar com superposições contínuas de FWs, permitindo entrar no regime micrométrico. Mas, ainda assim, abre-se mão da possibilidade de aplicações em formação de imagens possivelmente visíveis para entretenimento (por meio de *displays*, holografia e etc.).

3.2 Aspectos computacionais

Em todas as simulações deste trabalho, inclusive nas que estão contidas nos próximos capítulos, os cálculos iterativos foram realizados através de rotinas escritas na linguagem de programação C++ (C++17) junto ao compilador conhecido como GNU Compiler Collection (GCC); elas estão disponíveis num repositório online ⁵⁶. Ainda, com relação à propagação em meios com perdas, objeto deste capítulo, foi necessário o desenvolvimento de uma rotina C++, que fosse confiável, para calcular as funções de Bessel de ordem zero e de argumentos complexos; ela também se encontra num repositório online ⁵⁷. Por outro lado, as reconstruções gráficas dos resultados numéricos foram elaboradas através do *software* comercial Mathematica (versão 13.2).

A escolha da linguagem de programação C++ é fundamentada através do tempo de execução para as simulações. Simulações de FLEs realizadas exclusivamente através de *softwares* comerciais como o Mathematica ou o MATLAB (versão R2022b) podem levar muito tempo para serem concluídas. Na Tabela 1, tem-se comparativos entre os tempos de execução através de diferentes aplicações para uma simulação genérica, considerando-se meios homogêneos e sem perdas, os parâmetros $N_m = 23 \forall m$, $M = 80$, e uma malha espacial de $151 \times 1 \times 151$ pontos (totalizando 22.801 pontos). A rigor, as rotinas não são idênticas mas são equivalentes e, para cada aplicação, obteve-se uma média de três simulações. Ainda, com relação às rotinas em C++, somou-se um tempo simbólico de 6 segundos para considerar o tempo gasto com compilação e com a reconstrução gráfica através do Mathematica.

Os cálculos realizados com o MATLAB se mostraram consideravelmente mais rápidos do que os realizados com o Mathematica. Enquanto que, para os parâmetros utilizados, o Mathematica levou uma média de quase 8 horas para concluir a simulação, o MATLAB levou pouco menos de 6 minutos. Já a aplicação desenvolvida em C++ se mostrou bem mais eficiente que as anteriores, conseguiu-se que o tempo de execução fosse reduzido para menos de 20 segundos.

Tabela 1 – Tempo de execução de uma simulação genérica

	Mathematica 13.2	MATLAB R2022b	C++17 (GCC)	C++17 (GCC) assíncrono
Em segundos	28.982	338	19	9
Relativo	1	1/86	1/1.553	1/3.220

Comparativo entre os tempos de execução através de diferentes aplicações. Considerou-se uma simulação genérica de parâmetros $N_m = 23 \forall m$, $M = 80$ e malha espacial de $151 \times 1 \times 15$ pontos. Para a execução, utilizou-se um *notebook* pessoal da marca Lenovo, modelo Ideapad 330S, com processador Intel Core i5-8250U e Sistema Operacional Windows 11.

Fonte: elaborada pelo autor.

A aplicação em C++ especificada na tabela como assíncrono é uma variação do código em C++ em que se calcula concomitantemente todos os planos yz , essa variação foi o suficiente para que a simulação levasse menos de 10 segundos para ser finalizada.

Ressalta-se ainda que, nas simulações deste trabalho, os parâmetros utilizados foram maiores, o que justifica a utilização da linguagem C++ frente as outras duas. Como exemplo, na simulação a ser apresentada na subseção 4.2.1, Figura 16(b), considerou-se $N_m = 25 \forall m$, $M = 101$, uma estrutura estratificada composta por doze meios e uma malha espacial de $201 \times 201 \times 201$ pontos (totalizando 8.120.601 pontos). Utilizando a versão assíncrona da rotina em C++, o tempo de execução foi de 5.299 s, cerca de 1,5 h.

4 FOLHAS DE LUZ LONGITUDINALMENTE ESTRUTURADAS EM MEIOS ESTRATIFICADOS

Este capítulo, que constitui a segunda contribuição deste trabalho, é dedicado ao estudo da propagação de FLLEs em meios não-homogêneos. O objetivo é a reconstrução de uma FLLE logo após uma superposição de FWs (feixe incidente) ter atravessado uma determinada estrutura estratificada composta por vários meios sem perdas. Os meios são separados por interfaces paralelas entre si e perpendiculares ao eixo de propagação. Dentro do último deles, os números de onda longitudinais são definidos, os coeficientes da série são calculados e, através de condições de contorno, os valores dos coeficientes responsáveis pela geração do feixe incidente são encontrados. Esta contribuição já foi submetida à publicação em uma revista ⁴² (submetido à publicação) e está em processo de revisão por pares.

A formulação matemática para a propagação de FLLEs em meios estratificados se justifica por abrir novos caminhos para aplicações em óptica e acústica. Apesar da análise aqui não estar voltada a uma aplicação específica, ela permite o desenvolvimento de estudos subsequentes para aplicações em diversas áreas, como óptica de filmes finos, procedimentos médicos e biológicos, aprisionamento e manipulação de partículas através de diferentes meios, *displays* holográficos, impressão 3D, dentre outros.

Como prelúdio para o objetivo, a seção seguinte trata do mais simples problema da propagação desses feixes em apenas dois meios sem perdas. A conseguinte o generaliza para um número arbitrário de meios. Tratando-se de uma única FW, abordagens semelhantes podem ser encontradas nas Referências 30, 31, 32.

4.1 Propagação de folhas de luz longitudinalmente estruturadas através de dois meios sem perdas

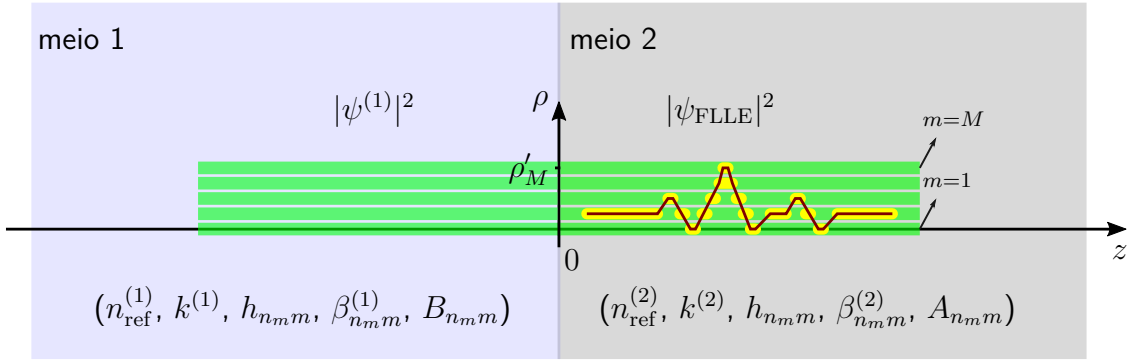
O método modificado para meios com perdas, desenvolvido na Seção II da Referência 18 para FWs, e estendido para FLLEs na seção 3.1 deste trabalho, é mais apropriado para situações em que um feixe é gerado num meio sem perdas para subsequente propagação no meio com perdas; ¹⁸ inclusive, para FWs, ele já foi demonstrado experimentalmente ^{20, 58, 59, 60}. Apesar disso, ainda há complementações a serem feitas.

Por mais que o método modificado garanta que os perfis dos FBs (e das FWs) não sofram alterações na transversal ao adentrar o meio com perdas, as amplitudes e fases dos FBs sofrem alterações sempre que o índice de refração do meio sem perdas for diferente da parte real do índice de refração do meio com perdas, como deve ser esperado de qualquer feixe usual que atravessa uma interface que separa dois meios eletromagneticamente distintos. Em síntese, no método modificado, os coeficientes das Equações 2.50 e 3.2 são suficientes para descrever o comportamento de FWs e FLLEs já dentro do meio com perdas, mas podem não ser adequados para suas gerações fora desse meio.

Alterações nas amplitudes e fases devido à refração também ocorrem se ambos os meios forem sem perdas e contorná-las constitui o objetivo desta seção. Nota-se que a reconstrução e a análise do comportamento do perfil de intensidade de uma única FW escalar após atravessar por um ou mais meios perfeitamente dielétricos têm sido objeto de estudo de outros pesquisadores.^{30, 31, 32} Contudo, a análise aqui consiste em encontrar os parâmetros para a construção de um campo incidente, num meio perfeitamente dielétrico, responsável pela formação de uma FLLE (que pode ser reduzida ao caso de uma única FW para $M = 1$), no interior de um segundo meio perfeitamente dielétrico, de tal forma que a separação entre os dois meios se dá em uma interface plana e perpendicular ao eixo de propagação.

Para isso, seja considerado um campo eletromagnético escalar, construído através de uma determinada superposição de FWs, imerso num meio simples e de índice de refração puramente real $n_{\text{ref}}^{(1)}$ (meio 1), que incide perpendicularmente numa interface plana em $z = 0$, de maneira que haja, em $z \geq 0$, o meio 2, também simples e de índice de refração puramente real $n_{\text{ref}}^{(2)}$, como esquematizado na Figura 12.

Figura 12 – Dois meios separados por uma interface plana



Representação da construção de uma FLLE com $\varphi'_m = \varphi_0 \forall m$ no meio 2 mas gerada no meio 1. Os meios são separados por uma interface plana em $z = 0$. A linha em vermelho escuro retrata o módulo ao quadrado da função alvo, $|F(\rho, \varphi, z)|^2$, e a cor amarela representa o padrão de intensidade do feixe estruturado.

Fonte: elaborada pelo autor.

Dessa forma, deseja-se que o campo total transmitido para o meio 2 seja uma FLLE descrita pela Equação 3.1, ou seja,

$$\psi_{\text{FLLE}}(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=1}^M \sum_{n_m=-N_m}^{N_m} A_{n_{mm}} J_0(h_{n_{mm}} \varrho_m) e^{i\beta_{n_{mm}}^{(2)} z}, \quad (4.1)$$

com os coeficientes $A_{n_{mm}}$ calculados através da Equação 3.2 e com os números de onda dados por

$$k^{(2)} = n_{\text{ref}}^{(2)} \frac{\omega_0}{c}, \quad (4.2)$$

$$\beta_{n_{mm}}^{(2)} = Q_m + \frac{2\pi n_m}{L_m} \geq 0 \quad (4.3)$$

e

$$h_{n_m m} = \sqrt{k^{(2)2} - \beta_{n_m m}^{(2)2}} \quad (4.4)$$

com $Q_m = a_m k^{(2)}$ e L_m como definidos na seção 3.1.

Através da lei de Snell, na ausência de ondas evanescentes e com ajuda da Equação 2.22, os números de onda transversais $h_{n_m m}$ são os mesmos para os dois meios. Portanto, o campo total dentro do meio 1 ($z \leq 0$) pode ser descrito pela expressão

$$\psi^{(1)}(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=1}^M \sum_{n_m=-N_m}^{N_m} B_{n_m m} J_0(h_{n_m m} \varrho_m) (e^{i\beta_{n_m m}^{(1)} z} + R_{n_m m} e^{-i\beta_{n_m m}^{(1)} z}) \quad (4.5)$$

na qual, para o n_m -ésimo FB da FW de ordem m no interior do meio 1, $R_{n_m m}$ é o coeficiente de reflexão, $B_{n_m m}$ é o coeficiente que pertence à série do campo incidente e

$$\beta_{n_m m}^{(1)} = \sqrt{k^{(1)2} - h_{n_m m}^2} \geq 0 \quad (4.6)$$

com $k^{(1)} = n_{\text{ref}}^{(1)} \omega_0 / c$ sendo o número de onda longitudinal.

Impondo a continuidade da onda e de sua primeira derivada com relação a z na fronteira $z = 0$, os coeficientes ficam determinados como

$$R_{n_m m} = \frac{\beta_{n_m m}^{(1)} - \beta_{n_m m}^{(2)}}{\beta_{n_m m}^{(1)} + \beta_{n_m m}^{(2)}} \quad (4.7)$$

e

$$B_{n_m m} = \frac{A_{n_m m}}{T_{n_m m}}, \quad (4.8)$$

onde

$$T_{n_m m} = \frac{2\beta_{n_m m}^{(1)}}{\beta_{n_m m}^{(1)} + \beta_{n_m m}^{(2)}} \quad (4.9)$$

é o coeficiente de transmissão para o último meio do n_m -ésimo FB da m -ésima FW.

Já ao substituir a Equação 4.4 na 4.6, verifica-se que os números de onda longitudinais em ambos os meios se relacionam através de

$$\beta_{n_m m}^{(1)2} = k^{(1)2} - k^{(2)2} + \beta_{n_m m}^{(2)2}, \quad (4.10)$$

de onde, na ausência de ondas evanescentes, como discutido na subseção 2.3.1 para FWs em meios sem perdas, $0 \leq \beta_{n_m m}^{(1)} \leq k^{(1)}$ dentro do meio 1, o que, junto com a Equação 4.10, resulta em

$$0 \leq k'^{(1)} \leq \beta_{n_m m}^{(2)} \leq k^{(2)} \quad (4.11)$$

com $k'^{(1)}$ definido como

$$k'^{(1)} = \begin{cases} \sqrt{k^{(2)2} - k^{(1)2}} & \text{se } n_{\text{ref}}^{(2)} > n_{\text{ref}}^{(1)}, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4.12)$$

Ao substituir os valores dos $\beta_{n_m m}^{(2)}$ na Equação 4.11, chega-se à inequação

$$-Q_m \frac{L_m}{2\pi} \leq (k'^{(1)} - Q_m) \frac{L_m}{2\pi} \leq \pm N_m \leq (k^{(2)} - Q_m) \frac{L_m}{2\pi}, \quad (4.13)$$

através da qual se conclui que $Q_m \geq k'^{(1)}$ para que exista um $N_m \geq 0$ que a satisfaça. Dessa forma, o índice de refração do meio 1 deve estar de acordo com

$$n_{\text{ref}}^{(1)} \geq \max_m \left\{ n_{\text{ref}}^{(2)} \sqrt{1 - a_m^2} \right\} \equiv n_{\text{ref}}^{\text{mín}} \quad \text{se } n_{\text{ref}}^{(2)} > n_{\text{ref}}^{(1)}, \quad (4.14)$$

onde a função $\max_m \{ \xi_m \}$ resulta no ξ_m de maior valor, e o máximo valor máximo possível para N_m fica estabelecido através do critério

$$N_m \leq \left\lfloor \frac{L_m}{2\pi} \min \left\{ Q_m - k'^{(1)}, k'^{(2)} - Q_m \right\} \right\rfloor \equiv N_m^{\text{máx}}. \quad (4.15)$$

Sempre que necessário, o resultado acima também podem ser explicitado em termos dos a_m e λ_0 . Para isso, basta definir $k'^{(1)} = n_{\text{ref}}^{(1)} \omega_0 / c$ para se chegar à expressão

$$N_m^{\text{máx}} = \left\lfloor n_{\text{ref}}^{(2)} \frac{L_m}{\lambda_0} \min \left\{ a_m - n_{\text{ref}}^{(1)} / n_{\text{ref}}^{(2)}, 1 - a_m \right\} \right\rfloor. \quad (4.16)$$

O raio do *spot* da FW de ordem m é obtido da Equação 2.46 dado que os meios são sem perdas:

$$\Delta_{\varrho, m}^{\text{FW}} = \frac{j_{0,1}}{h_{0m}} = \frac{j_{0,1}}{k^{(2)} \sqrt{1 - a_m^2}}. \quad (4.17)$$

Uma vez que $h_{n_m m}$ independe do meio, $\Delta_{\varrho, m}^{\text{FW}}$ não sofre alterações devido à transmissão e o raio do *spot* permanece igual em ambos os meios.

Por fim, nas condições apresentadas, o campo incidente gerado no interior do meio 1 ($z \leq 0$) deve ser

$$\psi_{\text{in}}(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=1}^M \sum_{n_m=-N_m}^{N_m} B_{n_m m} J_0(h_{n_m m} \varrho_m) e^{i\beta_{n_m m}^{(1)} z} \quad (4.18)$$

para que o feixe no interior do último meio seja

$$\psi_{\text{FLLE}}(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=1}^M \sum_{n_m=-N_m}^{N_m} T_{n_m m} B_{n_m m} J_0(h_{n_m m} \varrho_m) e^{i\beta_{n_m m}^{(2)} z}, \quad (4.19)$$

de forma que os coeficientes do feixe gerado não sejam mais dados pela Equação 3.2, mas sim por

$$B_{n_m m} = \frac{1}{T_{n_m m} L_m} \int_0^{L_m} F(\rho = \rho'_m, \varphi = \varphi'_m, z) e^{-i\frac{2\pi n_m}{L_m} z} dz. \quad (4.20)$$

Ao comparar a geração de campos através dos coeficientes das Equações 3.2 (método modificado) e 4.20, conclui-se que, no método modificado, não há a presença do termo $T_{n_m m}$ responsável por compensar as reflexões sofridas na interface que separa os meios, mesmo porque tal reflexão não fora considerada na expressão da onda.

Exemplos da propagação de FLLEs através de dois meios já foram apresentados em congresso ⁴⁰ e compilados num trabalho submetido à publicação ⁴² (submetido à publicação). A subsecção seguinte trata de uma variação desses exemplos

4.1.1 Simulação da propagação de uma folha de luz através de dois meios sem perdas

Como exemplo, sejam considerados $\lambda_0 = 632,8$ nm (e.g, como o laser de He-Ne já utilizado em gerações experimentais de FWs ^{19, 37}), $M = 101$, e dois meios de índices de refração $n_{\text{ref}}^{(1)} = 1,0$ e $n_{\text{ref}}^{(2)} = 1,4$, onde neste último se deseja reconstruir uma FLLE de acordo com o perfil alvo da Figura 7 e com o método desenvolvido na seção 4.1.

Com esse propósito, escolheu-se igualmente para cada uma das FWs os seguintes parâmetros: $a_m = 0,9986$, $N_m = 20$, $L_m = 6,0$ cm, $\varphi'_m = 0$ e $\rho'_m = (m - 1)\Delta x_0$ com $\Delta x_0 = 6,54$ μm . Com esses dados, pode-se diretamente calcular $\Delta_{\rho,m}^{\text{FW}} = 3,27$ μm através da Equação 4.17 (i.e., $\Delta x_0 = 2\Delta_{\rho,m}^{\text{FW}}$), $N_m^{\text{máx}} = 185$ através da Equação 4.16 (e, então, $N_m < N_m^{\text{máx}}$), $n_{\text{ref}}^{\text{mín}} = 0,07$ da Equação 4.14 (e portanto $n_{\text{ref}}^{(1)} > n_{\text{ref}}^{\text{mín}}$) e, $\forall n_m$, $|T_{n_m m}|^2 \approx |T_{0m}|^2 = 0,7 \equiv |T_0|^2$ da Equação 4.9.

A intensidade do feixe resultante para um corte em $y = 0$ está representada na Figura 13(a) em duas dimensões e na 13(c) em três dimensões. Com o propósito de comparação, nas Figuras 13(b) e 13(d) se tem o mesmo mas sem considerar os coeficientes de transmissão $T_{n_m m}$ na Equação 4.20, i.e., sem compensar as reflexões devido à alteração do índice de refração.

Nas Figuras 13(c) e 13(d), os planos em azul claro indicam o máximo da intensidade para o caso sem compensação. É visualmente evidente que, sem a devida compensação, a magnitude do feixe transmitido, de forma geral, é menor no interior do meio 2. Para o n_m -ésimo FB da m -ésima FW, essa redução é proporcional a $|T_{n_m m}|^2$. Ainda, uma vez que $|T_{n_m m}|^2 \approx |T_{0m}|^2 \equiv |T_0|^2$, pode-se estimá-la através da razão entre as intensidades máxima dos dois casos: $0,58/0,83 \approx |T_0|^2$.

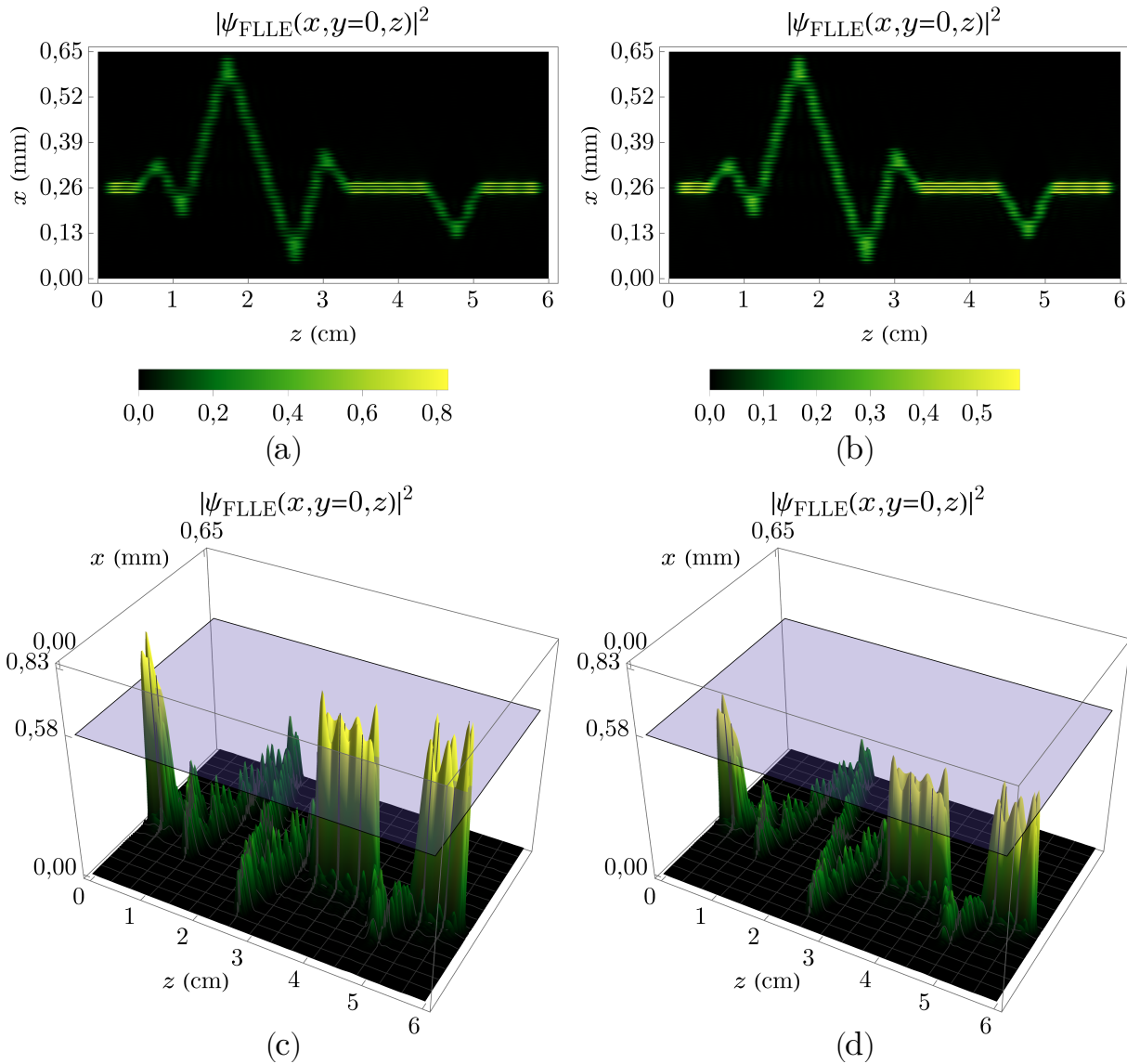
Por fim, observa-se também que as imagens apresentadas também estão com razão de aspecto distorcido. A FLLE deste exemplo detém proporção real de aproximadamente 92 : 1, enquanto que a proporção das imagens é de apenas 2 : 1. Como mencionado anteriormente, num experimento, o feixe estruturado seria muito estreito e de difícil visualização. Para que o resultado se aproxime das imagens mostradas, poderia-se utilizar um sistema ótico que manipulasse a magnificação do feixe.

4.2 Propagação de folhas de luz longitudinalmente estruturadas através de meios estratificados sem perdas

O objetivo dessa seção consiste em construir uma FLLE no interior do último meio de uma estrutura estratificada. É uma generalização do apresentado na seção anterior de forma que, agora, tem-se uma quantidade arbitrária de meios.

Seja uma estrutura estratificada formada pela sequência de $S > 1$ camadas de meios simples e perfeitamente dielétricos. Os índices de refração dessas camadas são puramente reais e identificados como $n_{\text{ref}}^{(s)}$ (com $s = 1, \dots, S$), e as interfaces que separam os meios são paralelas entre si, perpendiculares a z e dispostas longitudinalmente em $d^{(s)}$ (com $s = 1, \dots, S - 1$),

Figura 13 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de dois meios sem perdas

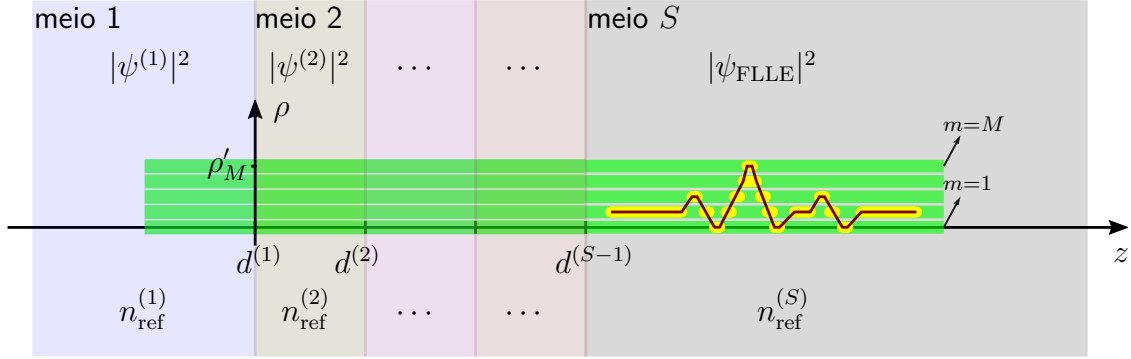


Visualização 2D em (a) e 3D em (c) do corte em $y = 0$ da intensidade da FLE construída com o método da presente seção. Em (b) e (d) o mesmo que em (a) e (c) mas sem compensar as reflexões. Em azul claro, os planos em (c) e (d) indicam o máximo da intensidade para o caso sem compensação.

Fonte: elaborada pelo autor.

onde $d^{(1)} = 0$, e $z \leq 0$ é a região onde o campo incidente é gerado, como esquematizado na Figura 14.

Figura 14 – Estrutura estratificada sem perdas



Representação da construção de uma FLLE, com $\varphi'_m = \varphi_0 \forall m$, no interior do último meio de uma estrutura estratificada composta por S meios sem perdas, de interfaces paralelas entre si e perpendiculares a z . A linha em vermelho escuro retrata o módulo ao quadrado da função alvo, $|F(\rho, \varphi, z)|^2$, e a cor amarela representa o padrão de intensidade do feixe estruturado. Fonte: elaborada pelo autor.

Considerando que a FLLE em questão seja formada no último meio (em $z \geq d^{(S-1)}$) por M FLLEs compostas por $2N_m + 1$ FBs de ordem zero, sua descrição se dá de forma semelhante à apresentada na Equação 4.1 mas com o acréscimo de um deslocamento longitudinal:

$$\psi_{\text{FLLE}}(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=1}^M \sum_{n_m=-N_m}^{N_m} A_{n_m m} J_0(h_{n_m m} \varrho_m) e^{i\beta_{n_m m}^{(S)}(z-d^{(S-1)})}, \quad (4.21)$$

com

$$k^{(S)} = n_{\text{ref}}^{(S)} \frac{\omega_0}{c}, \quad (4.22)$$

$$\beta_{n_m m}^{(S)} = Q_m + \frac{2\pi n_m}{L_m} \geq 0 \quad (4.23)$$

e

$$h_{n_m m} = \sqrt{k^{(S)2} - \beta_{n_m m}^{(S)2}}, \quad (4.24)$$

onde $Q_m = a_m k^{(S)}$, a_m e L_m como definidos anteriormente. Assumindo $|\psi_{\text{FLLE}}(\rho'_m, \varphi'_m, z)|^2 \approx |F(\rho'_m, \varphi'_m, z - d^{(S-1)})|^2$ em $\varrho_m(\rho, \varphi) = 0$ dentro da região $d^{(S-1)} \leq z \leq L_m + d^{(S-1)}$, os coeficientes $A_{n_m m}$ permanecem dados como na Equação 3.2:

$$\begin{aligned} A_{n_m m} &= \frac{1}{L_m} \int_0^{L_m} F(\rho = \rho'_m, \varphi = \varphi'_m, z - d^{(S-1)}) e^{-i\frac{2\pi n_m}{L_m}(z-d^{(S-1)})} d(z - d^{(S-1)}) \\ &= \frac{1}{L_m} \int_0^{L_m} F(\rho = \rho'_m, \varphi = \varphi'_m, z) e^{-i\frac{2\pi n_m}{L_m}z} dz. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Da mesma forma, o campo total dentro do primeiro meio (meio 1 em $z \leq 0$) pode ser escrito como apresentado na Equação 4.5,

$$\psi^{(1)}(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=1}^M \sum_{n_m=-N_m}^{N_m} B_{n_m m} J_0(h_{n_m m} \varrho_m) (e^{i\beta_{n_m m}^{(1)}z} + R_{n_m m} e^{-i\beta_{n_m m}^{(1)}z}). \quad (4.26)$$

Já dentro de qualquer outra região da estrutura estratificada, i.e., nos intervalos longitudinais $d^{(s-1)} \leq z \leq d^{(s)}$ com $s = 2, 3, \dots, S - 1$, ele pode ser escrito como

$$\psi^{(s)}(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=1}^M \sum_{n_m=-N_m}^{N_m} B_{n_m m} J_0(h_{n_m m} \varrho_m) \left(\tau_{n_m m}^{(s)} e^{i\beta_{n_m m}^{(s)} z} + \Gamma_{n_m m}^{(s)} e^{-i\beta_{n_m m}^{(s)} z} \right). \quad (4.27)$$

Com relação à última expressão, no interior da camada s , $\tau_{n_m m}^{(s)}$ e $\Gamma_{n_m m}^{(s)}$ são coeficientes de transmissão e reflexão das ondas, que serão obtidos através de condições de contorno, e os

$$\beta_{n_m m}^{(s)} = \sqrt{k^{(s)2} - h_{n_m m}^2} \geq 0, \quad (4.28)$$

com $k^{(s)} = n_{\text{ref}}^{(s)} \omega_0 / c$, são os números de onda longitudinais.

Com base nas Equações 4.23, 4.24 e 4.28, obtém-se

$$\beta_{n_m m}^{(s)2} = k^{(s)2} - k^{(S)2} + \beta_{n_m m}^{(S)2}, \quad (4.29)$$

de forma que, na ausência de ondas evanescentes, recai-se num resultado similar ao da Equação 4.11:

$$0 \leq k'^{(s)} \leq \beta_{n_m m}^{(S)} \leq k^{(S)} \quad (4.30)$$

com, para cada s ,

$$k'^{(s)} = \begin{cases} \sqrt{k^{(S)2} - k^{(s)2}} & \text{se } n_{\text{ref}}^{(S)} > n_{\text{ref}}^{(s)}, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (4.31)$$

Então, ao substituir a Equação 4.23 na Equação 4.30,

$$-Q_m \frac{L_m}{2\pi} \leq (k'^{(s)} - Q_m) \frac{L_m}{2\pi} \leq \pm N_m \leq (k^{(S)} - Q_m) \frac{L_m}{2\pi}, \quad (4.32)$$

onde desta vez a conclusão é que, $\forall s$, $Q_m \geq k'^{(s)}$. Portanto,

$$n_{\text{ref}}^{(s)} \geq \max_m \left\{ n_{\text{ref}}^{(S)} \sqrt{1 - a_m^2} \right\} \equiv n_{\text{ref}}^{\text{mín}} \text{ se } n_{\text{ref}}^{(S)} > n_{\text{ref}}^{(s)}. \quad (4.33)$$

E então, ainda através da Equação 4.32,

$$N_m \leq \left\lfloor \frac{L_m}{2\pi} \min \left\{ Q_m - \max_s \{ k'^{(s)} \}, k^{(S)} - Q_m \right\} \right\rfloor \equiv N_m^{\text{máx}}, \quad (4.34)$$

ou melhor, em termos de a_m e λ_0 , define-se $k'^{(s)} = n_{\text{ref}}'^{(s)} \omega_0 / c$ para chegar a

$$N_m^{\text{máx}} = \left\lfloor n_{\text{ref}}^{(S)} \frac{L_m}{\lambda_0} \min \left\{ a_m - \frac{\max_s \{ n_{\text{ref}}'^{(s)} \}}{n_{\text{ref}}^{(S)}}, 1 - a_m \right\} \right\rfloor. \quad (4.35)$$

O raio do *spot* da FW de ordem m é obtido da Equação 2.46 dado que os meios são sem perdas:

$$\Delta_{\varrho, m}^{\text{FW}} = \frac{j_{0,1}}{h_{0m}} = \frac{j_{0,1}}{k^{(S)} \sqrt{1 - a_m^2}}. \quad (4.36)$$

Uma vez que $h_{n_m m}$ independe do meio, $\Delta_{\varrho, m}^{\text{FW}}$ permanece igual ao longo de toda extensão longitudinal.

Aplicar diretamente as condições de contorno para todas as funções de onda e suas primeiras derivadas pode ser uma tarefa árdua quando se está lidando com um grande número de camadas. Por outro lado, pode-se dispor de um método de matrizes de transferência, como o que segue, para encontrar os coeficientes. Baseando-se no raciocínio da Referência 32, a Equação 4.27 pode ser escrita numa forma mais compacta:

$$\psi^{(s)}(\rho, \varphi, z) = \sum_{m=1}^M \sum_{n_m=-N_m}^{N_m} \psi_{n_m m}^{(s)}(\rho, \varphi, z) \quad (4.37)$$

com

$$\psi_{n_m m}^{(s)}(\rho, \varphi, z) = B_{n_m m} J_0(h_{n_m m} \varrho_m) \left(\tau_{n_m m}^{(s)} e^{i\beta_{n_m m}^{(s)} z} + \Gamma_{n_m m}^{(s)} e^{-i\beta_{n_m m}^{(s)} z} \right). \quad (4.38)$$

Para manter a consistência entre as Equações 4.21, 4.26 e 4.27, pode-se definir $\tau_{n_m m}^{(1)} = 1$, $\Gamma_{n_m m}^{(1)} = R_{n_m m}$, $\tau_{n_m m}^{(S)} = e^{-i\beta_{n_m m}^{(S)} d^{(S-1)}} T_{n_m m}$ e $\Gamma_{n_m m}^{(S)} = 0$, com os $T_{n_m m}$ sendo coeficientes de transmissão para o último meio como definidos na seção 4.1. Dessa forma, as Equações 4.37 e 4.38 passam a ser válidas para $s = 1, 2, \dots, S$.

Agora, especificamente para $s = 2, 3, \dots, S - 1$, pode-se relacionar os valores de $\psi_{n_m m}^{(s)}$ e sua derivada parcial $\partial_z \psi_{n_m m}^{(s)}$ na interface $z = d^{(s)}$ com seus respectivos valores na interface precedente:

$$\begin{bmatrix} \psi_{n_m m}^{(s)}(\rho, \varphi, z = d^{(s)}) \\ \partial_z \psi_{n_m m}^{(s)}(\rho, \varphi, z = d^{(s)}) \end{bmatrix} = \mathbf{N}_{(s)}^{n_m m} \begin{bmatrix} \psi_{n_m m}^{(s)}(\rho, \varphi, z = d^{(s-1)}) \\ \partial_z \psi_{n_m m}^{(s)}(\rho, \varphi, z = d^{(s-1)}) \end{bmatrix}, \quad (4.39)$$

onde a matriz de transferência entre essas duas consecutivas interfaces que delimitam a camada s é dada por ³²

$$\mathbf{N}_{(s)}^{n_m m} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_{n_m m}^{(s)} \Delta d^{(s)}) & \frac{1}{\beta_{n_m m}^{(s)}} \sin(\beta_{n_m m}^{(s)} \Delta d^{(s)}) \\ -\beta_{n_m m}^{(s)} \sin(\beta_{n_m m}^{(s)} \Delta d^{(s)}) & \cos(\beta_{n_m m}^{(s)} \Delta d^{(s)}) \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

com $\Delta d^{(s)} = d^{(s)} - d^{(s-1)}$. Com tais relações satisfeitas para cada par de interfaces consecutivas, pode-se também relacionar o campo total no meio 1 ($\psi_{n_m m}^{(1)}$ e $\partial_z \psi_{n_m m}^{(1)}$) na primeira interface ($z = d^{(1)} = 0$) com o campo total dentro de um meio s qualquer ($\psi_{n_m m}^{(s)}$ e $\partial_z \psi_{n_m m}^{(s)}$) na interface $z = d^{(s-1)}$:

$$\begin{bmatrix} \psi_{n_m m}^{(s)}(\rho, \varphi, z = d^{(s-1)}) \\ \partial_z \psi_{n_m m}^{(s)}(\rho, \varphi, z = d^{(s-1)}) \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{(s)}^{n_m m} \begin{bmatrix} \psi_{n_m m}^{(1)}(\rho, \varphi, z = 0) \\ \partial_z \psi_{n_m m}^{(1)}(\rho, \varphi, z = 0) \end{bmatrix}, \quad (4.41)$$

onde a matriz de transferência entre a primeira camada e a camada s é

$$\mathbf{M}_{(s)}^{n_m m} = \begin{bmatrix} M_{11}^{n_m m}(s) & M_{12}^{n_m m}(s) \\ M_{21}^{n_m m}(s) & M_{22}^{n_m m}(s) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

e deve ser calculada recursivamente através do seguinte produto de matrizes de transferências entre consecutivas interfaces:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{(s)}^{n_m m} &= \mathbf{N}_{(s-1)}^{n_m m} \cdot \mathbf{N}_{(s-2)}^{n_m m} \cdot \dots \cdot \mathbf{N}_{(2)}^{n_m m} \\ &= \mathbf{N}_{(s-1)}^{n_m m} \cdot \mathbf{M}_{(s-1)}^{n_m m}, \end{aligned} \quad (4.43)$$

de forma que, para incorporar o caso $s = 2$, pode-se considerar a continuidade dos campos em $z = d^{(1)} = 0$ para se obter

$$\mathbf{M}_{(2)}^{n_m m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.44)$$

Neste ponto, é interessante observar que $\mathbf{M}_{(s)}^{n_m m}$ é definido para $s = 2, \dots, S$. Isso permite a aplicação dessa formulação para dois ou mais meios, ou seja, para $S > 1$. Nos casos em que $S = 2$, recai-se aos resultados da formulação apresentada na seção 4.1.

Por fim, através das Equações 4.38–4.44, os coeficientes de transmissão e reflexão dentro de uma camada s , com $s = 2, 3, \dots, S - 1$, ficam determinados como função de $R_{n_m m}$ e resultam em *

$$\begin{aligned} \tau_{n_m m}^{(s)} &= \frac{T_{n_m m}(\beta_{n_m m}^{(s)} M_{11(s)}^{n_m m} - i M_{21(s)}^{n_m m})}{2\beta_{n_m m}^{(s)} e^{i\beta_{n_m m}^{(s)} d^{(s-1)}}} \\ &\quad + \frac{(1 - R_{n_m m})(\beta_{n_m m}^{(1)} M_{22(s)}^{n_m m} + i\beta_{n_m m}^{(1)} \beta_{n_m m}^{(s)} M_{12(s)}^{n_m m})}{2\beta_{n_m m}^{(s)} e^{i\beta_{n_m m}^{(s)} d^{(s-1)}}} \end{aligned} \quad (4.45)$$

e

$$\begin{aligned} \Gamma_{n_m m}^{(s)} &= \frac{T_{n_m m}(\beta_{n_m m}^{(s)} M_{11(s)}^{n_m m} + i M_{21(s)}^{n_m m})}{2\beta_{n_m m}^{(s)} e^{-i\beta_{n_m m}^{(s)} d^{(s-1)}}} \\ &\quad - \frac{(1 - R_{n_m m})(\beta_{n_m m}^{(1)} M_{22(s)}^{n_m m} - i\beta_{n_m m}^{(1)} \beta_{n_m m}^{(s)} M_{12(s)}^{n_m m})}{2\beta_{n_m m}^{(s)} e^{-i\beta_{n_m m}^{(s)} d^{(s-1)}}}. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Analogamente, mas especificamente para o caso $s = S$, os coeficientes totais de transmissão para o último meio ($s = S$) e reflexão para o primeiro ($s = 1$) são obtidos:†

$$T_{n_m m} = \frac{i2\beta_{n_m m}^{(1)}}{(-M_{21(S)}^{n_m m} + \beta_{n_m m}^{(1)} \beta_{n_m m} M_{12(S)}^{n_m m}) + i(\beta_{n_m m}^{(1)} M_{22(S)}^{n_m m} + \beta_{n_m m} M_{11(S)}^{n_m m})} \quad (4.47)$$

e

$$R_{n_m m} = \frac{(M_{21(S)}^{n_m m} + \beta_{n_m m}^{(1)} \beta_{n_m m} M_{12(S)}^{n_m m}) + i(\beta_{n_m m}^{(1)} M_{22(S)}^{n_m m} - \beta_{n_m m} M_{11(S)}^{n_m m})}{(-M_{21(S)}^{n_m m} + \beta_{n_m m}^{(1)} \beta_{n_m m} M_{12(S)}^{n_m m}) + i(\beta_{n_m m}^{(1)} M_{22(S)}^{n_m m} + \beta_{n_m m} M_{11(S)}^{n_m m})}, \quad (4.48)$$

e a FLE da Equação 4.21 pode ser obtida no último meio se for levado em conta a Equação 4.20 para gerar o campo incidente, Equação 4.18, dentro do primeiro meio, com $T_{n_m m}$ calculado através da Equação 4.47.

Exemplos de simulações de FLEs em meios estratificados foram publicados em congresso ⁴⁰ e também compilados num trabalho já submetido à publicação ⁴² (submetido à publicação). Nas próximas subseções, variações desses e novos exemplos serão apresentados.

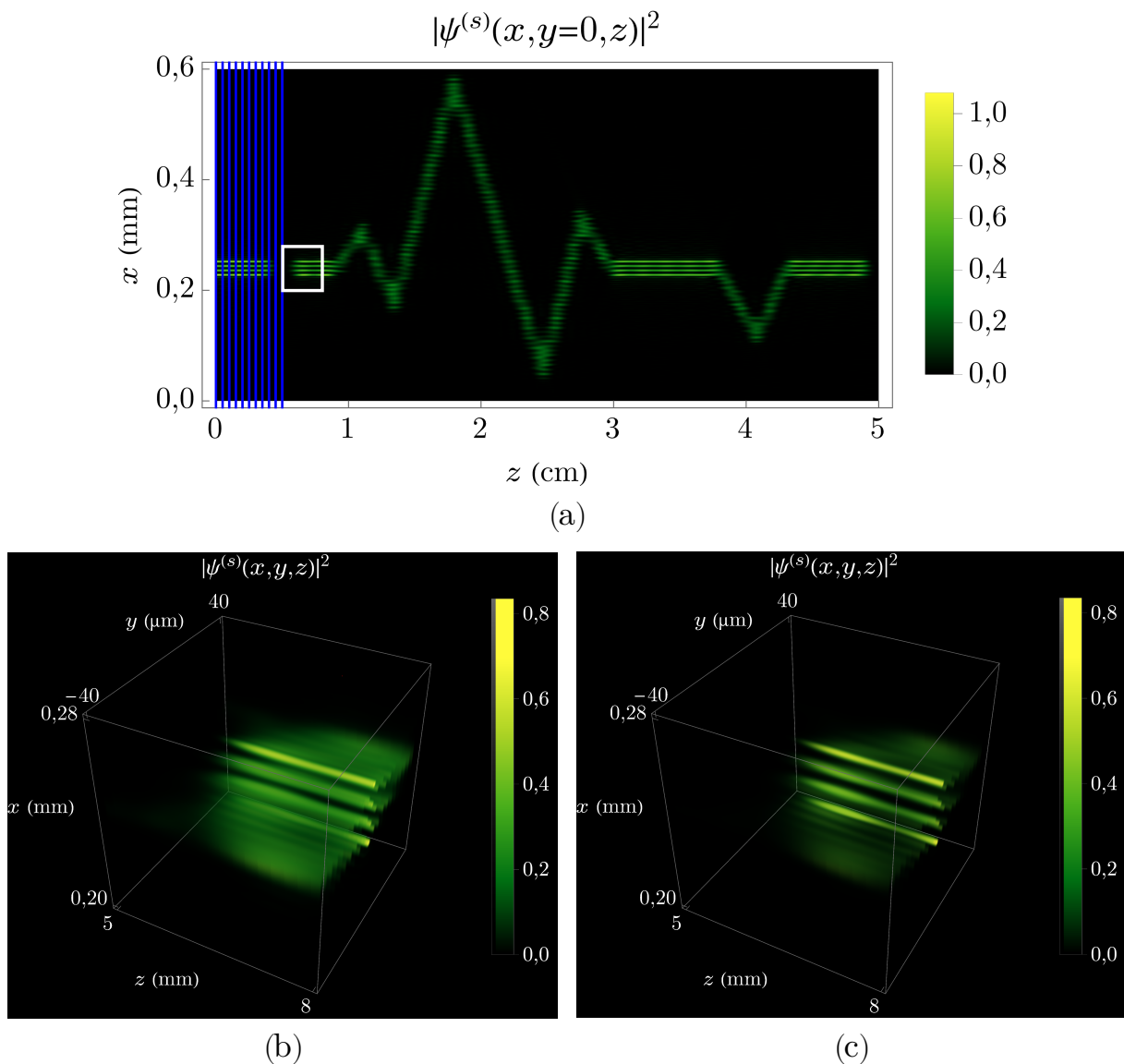
* São necessários para calcular o campo total no interior de cada uma das camadas.

† Utilizou-se o fato de que $\det \mathbf{M}_{(s)}^{n_m m} = 1 \forall s$ uma vez que $\det \mathbf{N}_{(s)}^{n_m m} = 1 \forall s$.

4.2.1 Simulação da propagação de uma folha de luz através de doze meios sem perdas

Seja considerado o método desta seção para reconstruir o perfil alvo da Figura 7 com $S = 12$, onde o primeiro meio é o ar, $n_{\text{ref}}^{(1)} = 1$, os meios $s = 2, \dots, 11$ compondo uma sequência discreta e crescente de índices de refração calculados como $n_{\text{ref}}^{(s)} = 1 + 0,05(s - 1)$, e o último meio de índice $n_{\text{ref}}^{(12)} = 1,5$. É considerado ainda que as interfaces dos meios estão localizadas em $d^{(s)} = 0,05(s - 1)$ (cm). Com isso, deseja-se obter uma FLE no último meio com $\lambda_0 = 632,8$ nm, $M = 101$ e, $\forall m$, $N_m = 25$, $L_m = 4,5$ cm, $a_m = 0,9986$, $\varphi'_m = 0$ e $\rho'_m = (m - 1)\Delta x_0$ com $\Delta x_0 = 2\Delta_{\varrho,m}^{\text{FW}}$, onde, da Equação 4.36, $\Delta_{\varrho,m}^{\text{FW}} = 3,05$ μm .

Figura 15 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de 12 meios sem perdas



Em (a), vista 2D do corte em $y = 0$ da intensidade da FLE com $\Delta x_0 = 2\Delta_{\varrho,m}^{\text{FW}}$. As linhas em azul indicam a posição das interfaces. Em (b) e (c), vista 3D da região delimitada pelo retângulo branco em (a) com, respectivamente, função de opacidade quadrática e cúbica.

Fonte: elaborada pelo autor.

O resultado está mostrado na Figura 15(a) para um corte em $y = 0$ da intensidade do campo total. As linhas verticais em azul indicam as posições longitudinais das interfaces dos meios. É notável que o perfil de intensidade alvo foi recuperado com fidelidade no último meio da estrutura. Observa-se também uma solução de continuidade ao longo de x que poderia ser reduzida com um aumento do parâmetro M , i.e., com a inclusão de mais FWs para preencher os espaços vazios.³⁹

Nas Figuras 15(b) e 15(c), tem-se uma visualização 3D da região delimitada pelo retângulo branco na 15(a). Naturalmente, visualizações computacionais 3Ds representam os valores de intensidade através de pontos opacos de cor; estes, quando mais externos, ofuscam os mais internos. Para contornar, associa-se uma função de opacidade às cores de forma que os menores valores de intensidade apareçam mais transparentes que os maiores.

Na Figura 15(b) a função de opacidade é proporcional ao quadrado do valor da intensidade. Mesmo assim, observa-se uma quantidade considerável de energia no entorno do perfil de intensidade. Essas energias poderiam ser mitigadas de diversas formas. Ao variar o espaçamento Δx_0 entre as FWs, como já comentado, pode-se reduzir (ou aumentar) as interferências entre elas.³⁹ Ao trabalhar com soluções de energia finita, apodiza-se as FWs e, conseqüentemente, reduz-se essas intensidades¹⁸ — um trabalho desse tipo está em fase de elaboração. Ainda, ao trabalhar com soluções completamente vetoriais, pode-se considerar diferentes configurações de polarização de forma que a energia no entorno também seja reduzida.^{24, 25, 27}

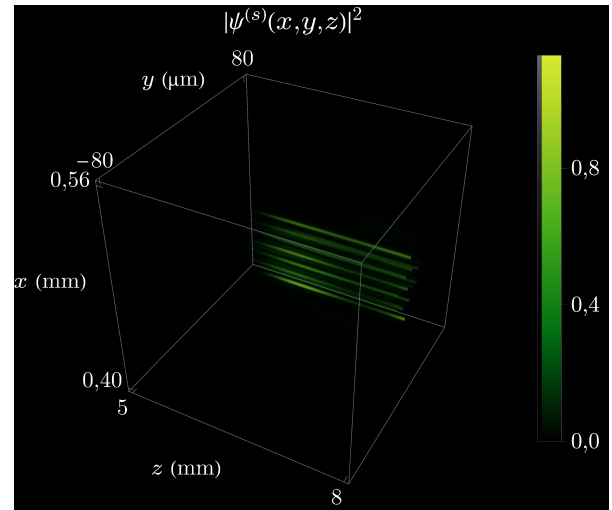
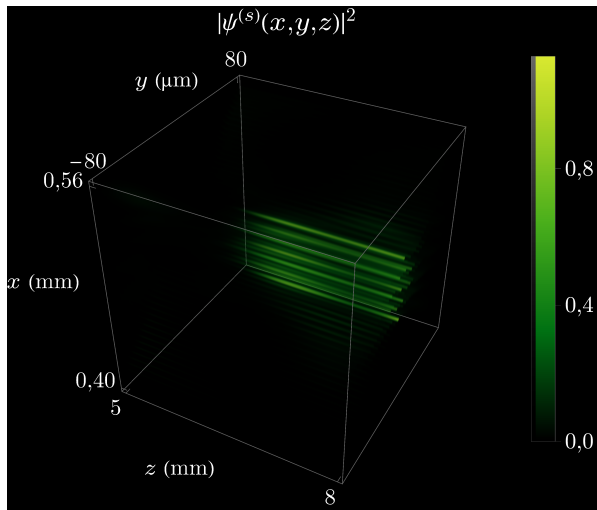
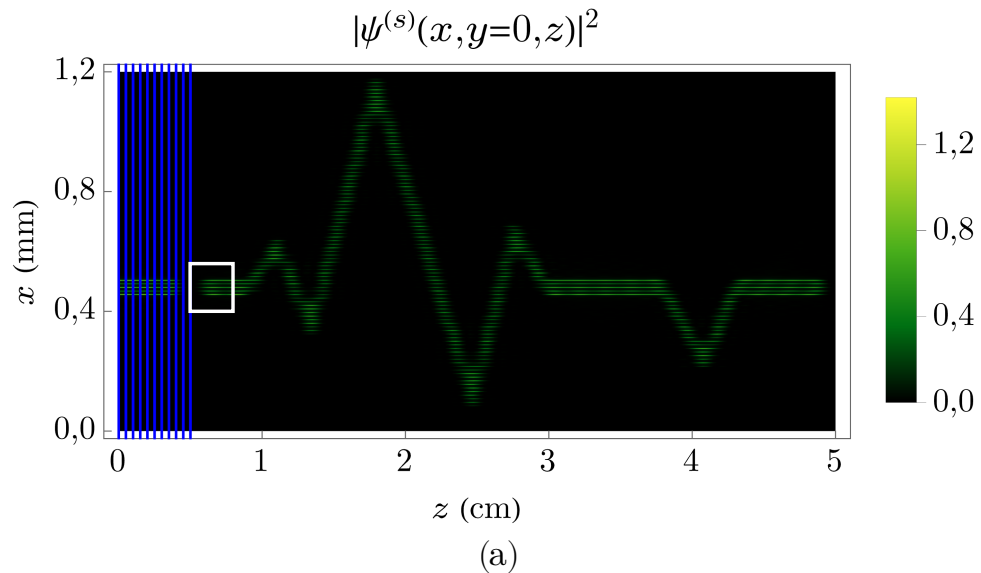
Na Figura 15(c), tem-se o mesmo que na Figura 15(b) mas com uma função de opacidade cúbica. Nela, ficam mais evidentes os *spots* e a separação entre quatro FWs que compõem o perfil de intensidade naquela região.

Com o intuito de verificar a redução das interferências através do aumento do espaçamento entre as FWs, na Figura 16 é apresentado a mesma simulação da Figura 15, mas agora com espaçamento duas vezes maior, $\Delta x_0 = 4\Delta_{g,m}^{FW}$. Na Figura 16(a) se observa que o padrão resultante é praticamente o mesmo, exceto por uma alteração na escala transversal. Tal alteração faz com que os *spots* se mostrem visualmente mais estreitos, apesar de não terem sofrido nenhuma alteração em suas dimensões transversais. Nas Figuras 16(b) e 16(c), esse aparente estreitamento pode ser melhor apreciado. Nota-se, também, que as interferências ao redor do padrão foram consideravelmente mitigadas.

Como em todos os outros exemplos, os resultados mostrados nesta subseção estão com razão de aspecto distorcido. Na primeira situação, a proporção real é aproximadamente de 83 : 1 para o caso da Figura 15(a), e de 375 : 1 : 1 para o caso das 15(b) e 15(c). Na segunda, a proporção é da ordem de 42 : 1 para a Figura 16(a), e de 188 : 1 : 1 para as 16(b) e 16(c).

Até este ponto, considerou-se apenas perfis alvos de acordo com imagens 2D binárias, Figura 7. Tal escolha impossibilitou observar se nuances de intensidade do perfil alvo poderiam ser projetadas como nuances nos padrões de intensidades das FLEs. No exemplo que segue, um perfil alvo mais elaborado, e com maior resolução, será utilizado para essa averiguação.

Figura 16 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de 12 meios sem perdas para um maior espaçamento Δx_0



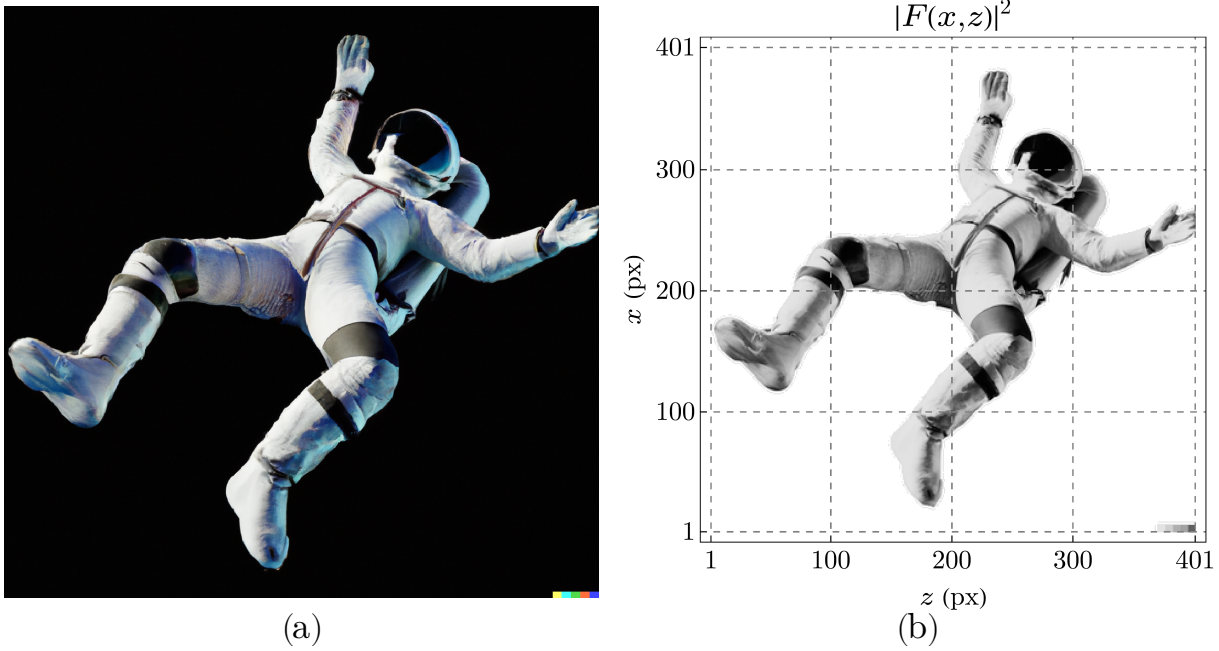
Em (a), vista 2D do corte em $y = 0$ da intensidade da FLE com $\Delta x_0 = 4\Delta_{q,m}^{\text{FW}}$. As linhas em azul indicam a posição das interfaces. Em (b), vista 3D, da região delimitada pelo retângulo branco em (a) com, respectivamente, função de opacidade quadrática e cúbica.

Fonte: elaborada pelo autor.

4.2.2 Simulação da propagação de uma folha de luz através de quatro meios sem perdas

Para uma simulação de uma FLLE de acordo com um padrão 2D mais elaborado, seja considerado a imagem do astronauta da Figura 17(a) gerada com ajuda de inteligência artificial ⁶¹. Com o intuito de utilizá-la como o perfil alvo $|F(\rho, \varphi, z)|^2$, reescalou-se para 401×401 pixels e converteu-se para tons monocromáticos. O resultado é o que pode ser visto na Figura 17(b).

Figura 17 – Arte digital de um astronauta gerada através de inteligência artificial



Em (a), Renderização 3D de um astronauta flutuando no espaço. Em (b), perfil alvo criado através de (a).

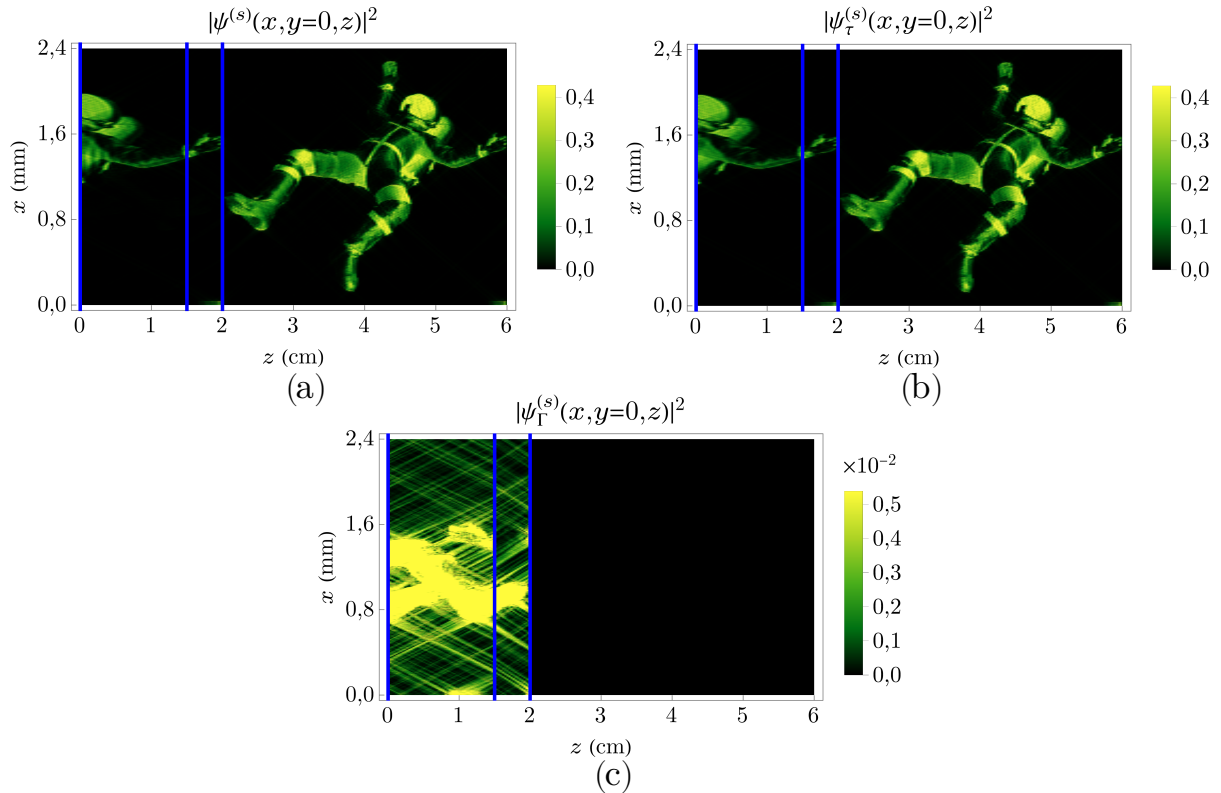
Fonte: (a) gerada com inteligência artificial ⁶¹ e (b) adaptada pelo autor.

Sejam considerados os parâmetros $\lambda_0 = 632,8$ nm, $M = 401$, e $\forall m, N_m = 60, L_m = 4$ cm, $a_m = 0,9986, \varphi'_m = 0$ e $\rho'_m = (m - 1)\Delta x_0$ com $\Delta x_0 = 2\Delta_{q,m}^{FW}$, onde $\Delta_{q,m}^{FW} = 3,05$ μ m. Com isso, deseja-se reconstruir uma FLLE no último meio de uma estrutura estratificada composta por quatro meios ($S = 4$) de índices de refração $n_{\text{ref}}^{(1)} = 1,0, n_{\text{ref}}^{(2)} = 2,5, n_{\text{ref}}^{(3)} = 2,0$ e $n_{\text{ref}}^{(4)} = 1,5$, e de interfaces localizadas em $d^{(1)} = 0, d^{(2)} = 1,5$ cm e $d^{(3)} = 2,0$ cm.

Na Figura 18(a), tem-se a intensidade do campo total da FLLE. As três linhas verticais, em cor azul, indicam a posição longitudinal das interfaces que separam os meios. O perfil alvo foi recuperado com alta fidelidade como desejado e com razão de aspecto real próximo de 25 : 1. Ainda, constata-se que as variações de tons de cinza (ou de intensidade) do perfil alvo puderam ser projetadas para o padrão de intensidade do feixe resultante.

Nas Figuras 18(b) e 18(c), tem-se o mesmo que o exposto na 18(a) mas apenas para, respectivamente, a intensidade das ondas transmitidas, $\psi_{\Gamma}^{(s)}$, e refletidas, $\psi_{\Gamma}^{(s)}$. Essas intensidades foram obtidas através das Equações 4.37 e 4.38 ao se considerar $\Gamma_{n_m}^{(s)} = 0$ no cálculo de

Figura 18 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de quatro meios sem perdas



Em (a), visualização 2D do corte em $y = 0$ da intensidade da FLE. Em (b) e (c), o mesmo mas apenas para, respectivamente, os campos transmitidos e refletidos. As linhas verticais em azul representam as posições longitudinais das interfaces dos meios.

Fonte: elaborada pelo autor.

$\psi_{\tau}^{(s)}$, e $\tau_{nm}^{(s)} = 0$ no cálculo de $\psi_{\Gamma}^{(s)}$. No interior da estrutura, i.e., no intervalo longitudinal $0 = d^{(1)} \leq z \leq d^{(3)} = 2$ cm, observa-se uma magnitude considerável de intensidade. Essa intensidade está mais relacionada com os feixes transmitidos do que com os refletidos, já que o mesmo padrão aparece na Figura 18(b) mas não na 18(c).

4.3 Eliminação da periodicidade no interior da estrutura estratificada

Como pôde ser observado nas simulações anteriores, Figuras 15, 16 e 18, há um certo padrão de intensidade considerável nos meios internos da estrutura, i.e., na região $0 = d^{(1)} \leq z \leq d^{(S-1)}$. Uma vez que os coeficientes das FWs e das FLEs são extraídos através de técnicas da série de Fourier, o feixe resultante apresenta um padrão de intensidade com periodicidade longitudinal L_m . Dado isso, o padrão de intensidade no interior da estrutura pode sempre estar presente já que a modelação do feixe ocorre apenas em $z \geq d^{(S)}$, região onde fora desejado a construção da FLEs.

Em muitas situações práticas, é desejável uma baixa concentração de campo no interior da estrutura. Pode ser citado, como exemplo, aplicações onde se deseja que o feixe atravesse

membranas ou camadas biológicas sem danificá-las. Apesar de ainda haver múltiplas reflexões no interior da estrutura, num contexto biomédico, por exemplo, elas podem ser mitigadas ao se utilizar técnicas como o “casamento de índices de refração”^{62, 63} (tradução do autor) com soluções de açúcar ou outros solutos.^{62, 63}

Uma maneira de mitigar a periodicidade de FWs e FLLEs seria através da elaboração de soluções de energia finita, que não são abordadas neste trabalho. Outra maneira, que será apresentada a seguir, consiste em trabalhar com a periodicidade L_m a fim de fazer com que os feixes transmitidos detenham baixa concentração de campo no interior da estrutura.

Como uma adaptação da ideia da Referência 18 para FWs de energia finita, seja considerado, aqui, a construção de uma FLLE com uma nova função alvo $F(\rho, \varphi, z)$ baseada naquela definida e utilizada anteriormente. Primeiramente, para cada m , o parâmetro L_m será aumentado por um termo adicional $d^{(S-1)}$, i.e., $L_m \rightarrow L_m + d^{(S-1)}$. Por fim, constrói-se a nova função alvo $F(\rho, \varphi, z)$ da seguinte maneira:

$$F(\rho, \varphi, z) \rightarrow \begin{cases} F(\rho, \varphi, z) & \text{para } d^{(S-1)} \leq z < L_m - d^{(S-1)}, \\ 0 & \text{para } L_m - d^{(S-1)} \leq z \leq L_m. \end{cases} \quad (4.49)$$

Através do apresentado, o aumento do período espacial fica preenchido com zeros sem que haja qualquer alteração do perfil alvo a se reproduzido na longitudinal.

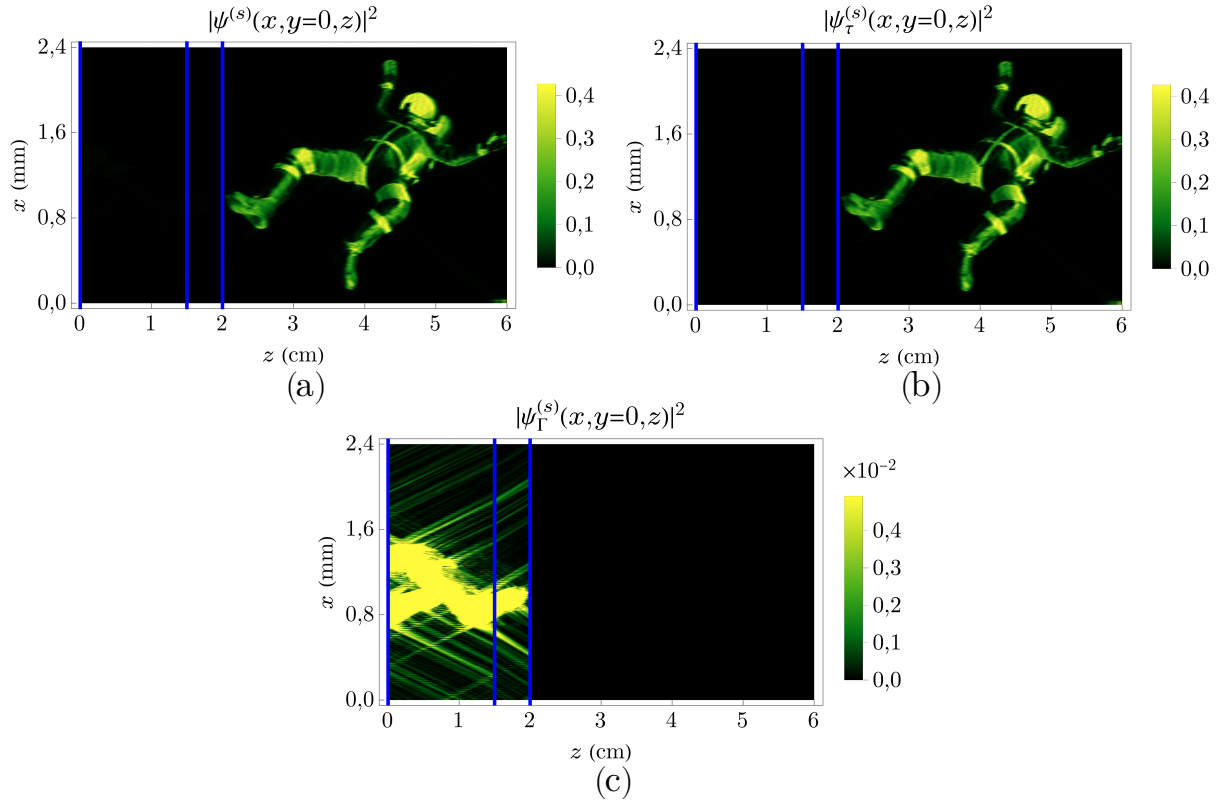
4.3.1 Simulação da propagação de uma folha de luz através de quatro meios sem perdas revisitada: ausência de periodicidade no interior da estrutura

Como exemplo de utilização da técnica para eliminação de periodicidade no interior da estrutura estratificada, a simulação da subseção 4.2.2 foi revisitada com base nas modificações introduzidas na seção 4.3. O resultado se encontra na Figura 19.

Ao se comparar os campos transmitidos das Figuras 18 e 19, é notável que nesta não há intensidade considerável dentro dos meios internos da estrutura, i.e., em $0 = d^{(1)} \leq z \leq d^{(3)} = 2$ cm. Apesar de não verificado, tal ausência deve ser esperada também para 6 cm $\leq z \leq L_m + d^{(3)} = 8$ cm, uma vez que a periodicidade se dá antes e após o padrão. Observa-se também que, devido às reflexões, intensidades não nulas ainda estão presentes no interior de cada camada. Entretanto, com os parâmetros utilizados, elas se mostram com menor magnitude, como se pode observar na Figura 18(c) e na Figura 19(c).

Até então, analisou-se a propagação de FLLEs em estruturas estratificadas formadas por poucos meios ($S = 12$ e $S = 4$). Contudo, pode-se também aplicar a técnica para um grande número de camadas. Com isso em vista, o exemplo seguinte contém simulações em que se considera uma estrutura estratificada cujo valor do índice de refração se aproxima ao de uma mistura específica de água e açúcar.

Figura 19 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de quatro meios sem perdas revisitada: ausência de periodicidade no interior da estrutura



Em (a), visualização 2D do corte em $y = 0$ da intensidade da FLE sem periodicidade no interior do meio estratificado. Em (b) e (c), o mesmo mas apenas para, respectivamente, os campos transmitidos e refletidos. As linhas verticais em azul representam as posições longitudinais das interfaces dos meios.

Fonte: elaborada pelo autor.

4.3.2 Simulação da propagação de uma folha de luz através de uma solução de água e açúcar

Considere uma mistura de água e açúcar, imersa no ar e contida no intervalo longitudinal $0 = d^{(1)} \leq z \leq d^{(S-1)} = 13$ cm. Um índice de refração de uma solução desse tipo pode ser expresso como ⁶⁴

$$n_{\text{ref}}^{\text{sol}}(z) = 1,335 + \frac{0,03657}{1 + 6,778 \times 10^{-4} e^{134,6z}}. \quad (4.50)$$

Dessa forma, para que a Equação 4.50 seja utilizada como o índice de refração $n_{\text{ref}}^{(s)}$ da estrutura estratificada, pode-se discretizá-la da seguinte forma:

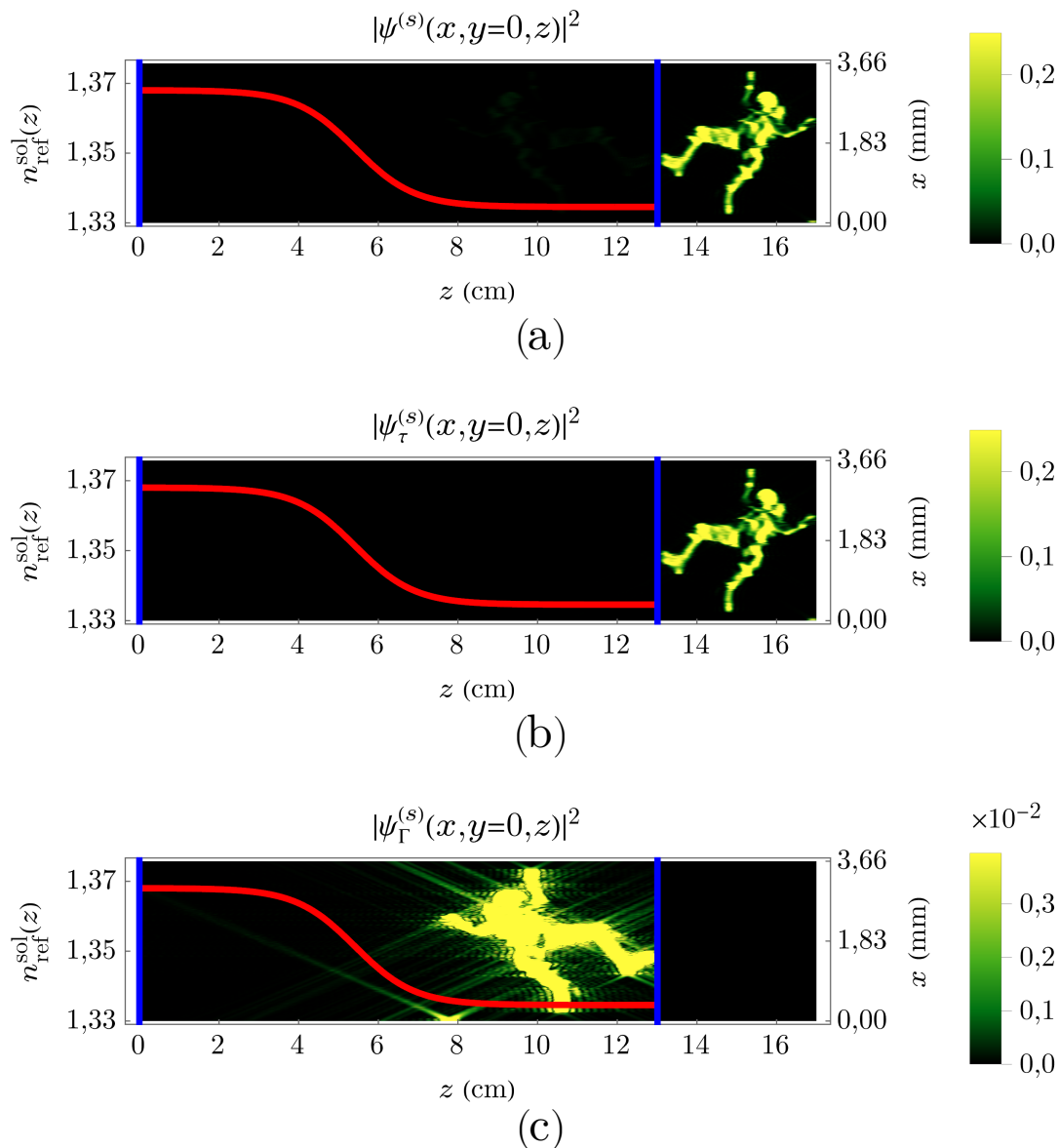
$$n_{\text{ref}}^{(s)} = \begin{cases} 1,0 & \text{para } s = 1, \\ n_{\text{ref}}^{\text{sol}}\left(z = \frac{(s-3/2)}{S-2} d^{(S-1)}\right) & \text{para } s = 2, \dots, S-1, \\ 1,0 & \text{para } s = S. \end{cases} \quad (4.51)$$

Dada a Equação 4.51 para os índices de refração dos meios com interfaces dispostas longitudinalmente em $d^{(s)} = d^{(S-1)}(s-1)/(S-2)$, e fixando $S = 132$, deseja-se obter uma FLE com

os mesmos parâmetros utilizados no exemplo da subseção 4.3.1.

Como resultado, mostra-se cortes em $y = 0$ para as intensidades das ondas totais na Figura 20(a), transmitidas na 20(b) e refletidas na 20(c). Nas Figuras 20(b) e 20(c), as linhas verticais em azul delimitam a região que contém a solução de água com açúcar e as curvas em vermelho representam o índice de refração da Equação 4.50. A razão de aspecto real das imagens é próxima de 46 : 1.

Figura 20 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de uma solução de água e açúcar



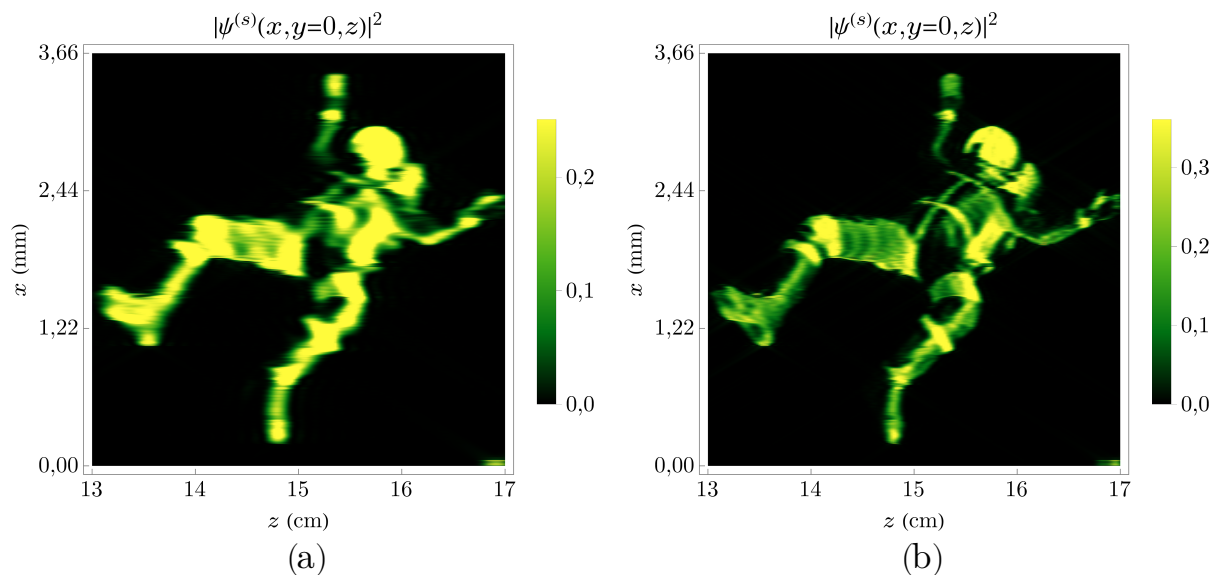
Visualização 2D do corte em $y = 0$ da intensidade da FLE para os campos (a) total, (b) transmitido e (c) refletido. As linhas verticais em azul delimitam a região da solução de água e açúcar e a curva em vermelho representa o índice de refração da solução.

Fonte: elaborada pelo autor.

Para finalizar, com o apresentado, verifica-se que, mesmo ao considerar uma estrutura

composta por uma grande quantidade de meios distintos, o padrão da FLLE é completamente recuperado no último meio e sem que haja periodicidade no interior da estrutura. Para melhor apreciação do astronauta, um corte no intervalo $13 \text{ cm} \leq z \leq 17 \text{ cm}$ está mostrado na Figura 21(a). Percebe-se, através dele, que houve uma leve perda de resolução no padrão do

Figura 21 – Simulação da propagação de uma folha de luz através de uma solução de água e açúcar para dois distintos N_m



Visualização 2D do corte em $y = 0$ na região que contém o astronauta para (a) $N_m = 60$ e (b) $N_m = 120$.

Fonte: elaborada pelo autor.

astronauta, resultado do grande valor utilizado para o parâmetro L_m . A referida perda pode ser compensada com um aumento no valor do parâmetro N_m . Com esse propósito, a Figura 21(b) foi elaborada com os mesmos parâmetros utilizados anteriormente mas com $N_m = 120$. Nela, observa-se que a resolução da imagem foi melhorada.

5 VOLUMES DE LUZ LONGITUDINALMENTE ESTRUTURADOS

Este capítulo é dedicado à apresentação dos VLLEs. Como o nome já sugere, o método permite que feixes sejam estruturados de acordo com um padrão volumétrico. Na teoria, um VLLE é construído através de um empilhamento de FLLEs. Então, partindo do princípio de que uma FLLE é composta por um conjunto de FWs, pode-se igualmente dizer que um VLLE é formado por um conjunto de FLLEs e, de certa forma, recai-se na ideia de que, assim como as FLLEs, os VLLEs também são construídos por um conjunto de FWs.

Apesar do assunto não ser um dos objetivos diretos deste trabalho, ele está intimamente relacionado com as FWs e as FLLEs e pode levar às mesmas aplicações em potencial. Como consequência, além dos dois objetivos alcançados, obteve-se dois resultados extras. O primeiro foi a participação na primeira demonstração experimental das FLLEs e dos VLLEs, que resultou numa nova técnica de holografia.^{35, 43} O referido trabalho é pioneiro em demonstrar experimentalmente a geração de FLLEs e de VLLEs. Com ele, surge uma nova técnica em holografia 3D capaz de reproduzir cenas complexas com alta fidelidade e resolução.* As rotinas computacionais utilizadas em tal trabalho foram escritas em MATLAB e uma delas está disponível num repositório online⁶⁵. O segundo resultado foi a obtenção de FLLEs e/ou VLLEs multicromáticos.^{45, 46}

Na seção seguinte, essa ideia será melhor discutida e um resultado experimental será apresentado. Ainda, será introduzido o conceito de feixes multicromáticos e um resultado teórico (simulação) será apresentado.

5.1 Propagação de volumes de luz longitudinalmente estruturados e multicromáticos

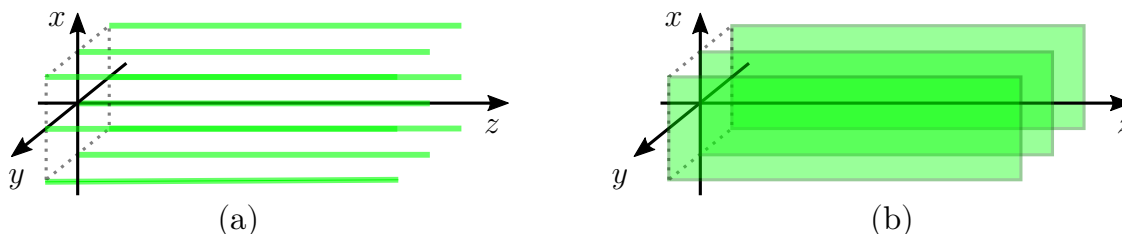
Até o capítulo anterior, em todas as simulações apresentadas, utilizou-se $\varphi'_m = 0 \forall m$, ou seja, padrões planares de intensidade. Porém, como comentado na seção 3.1, as FLLEs não precisam ser obrigatoriamente construídas de acordo com superfícies planas, as superfícies podem também ser arbitrariamente escolhidas com base nos valores do par (ρ'_m, φ'_m) . Como exemplo de um padrão diferente do planar, já mencionado, é possível fixar $\rho'_m = \rho_0$, com ρ_0 constante e independente de m , para se obter padrões cilíndricos como o esquematizado na Figura 6(b). Simulações de padrões cilíndricos desse tipo podem ser encontradas na Referência 34 para a propagação desses feixes em meios homogêneos e sem perdas.

De forma geral, as FWs podem ser espacialmente organizadas com o propósito de se formar VLLEs. Por exemplo, pode-se escolher (ρ'_m, φ'_m) de forma que os eixos das FWs fiquem igualmente espaçados no plano transversal, como ilustrado na Figura 22(a). De um outro ponto de vista, pode-se organizar FLLEs de modo que fiquem dispostas lado a lado como ilustrado na Figura 22(b). Uma vez que as FLLEs são compostas por FWs, as duas situações

* Pedido de patente depositado.⁴⁷

se mostram equivalentes. Comparando-as, nota-se que, na verdade, FLEs correspondem a um caso particular de VLEs e, por isso, aqui será referenciado como VLEs.

Figura 22 – Disposição espacial para a construção de volumes de luz longitudinalmente estruturados

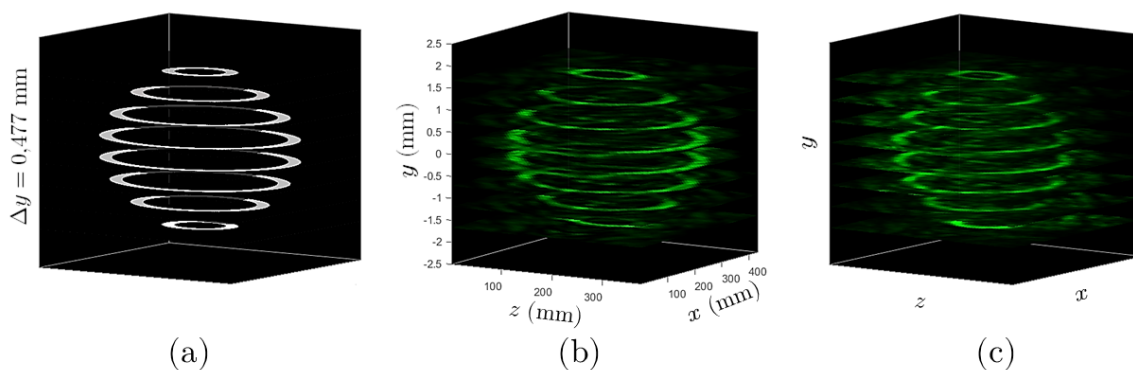


Representações de padrões volumétricos de intensidade através de várias (a) FWs paralelas e dispostas lado a lado e (b) FLEs paralelas e dispostas lado a lado.

Fonte: elaborada pelo autor.

As FLEs e os VLEs foram recentemente demonstrados experimentalmente,^{35, 43} comprovando, pela primeira vez, que o conceito de estruturação longitudinal de feixes de luz é de fato capaz de recriar padrões 3Ds. Como exemplo de um dos resultados, a Figura 23(a) contém um perfil alvo que se assemelha a fatias de uma esfera oca, a 23(b) contém a simulação de um VLE de acordo com esse perfil alvo, e a 23(c) o resultado experimental medido em laboratório.

Figura 23 – Geração experimental de um volume de luz



O perfil alvo está representado em (a), a simulação do VLE em (b) e as medidas do experimento em (c).

Fonte: Ahmed A. Dorrah. Reproduzido com autorização.

Indo um pouco além, apesar de não ser um dos objetivos deste trabalho, pode-se criar FWs (e, portanto, FLEs e VLEs) multicromáticas.^{33, 35, 45} Esses feixes são construídos através de superposições dos respectivos feixes monocromáticos (os apresentados e simulados, até então, neste trabalho) de diferentes comprimentos de onda (ou frequências angulares). Com isso, o campo instantâneo de uma versão multicromática desses feixes pode ser matematicamente

descrito por

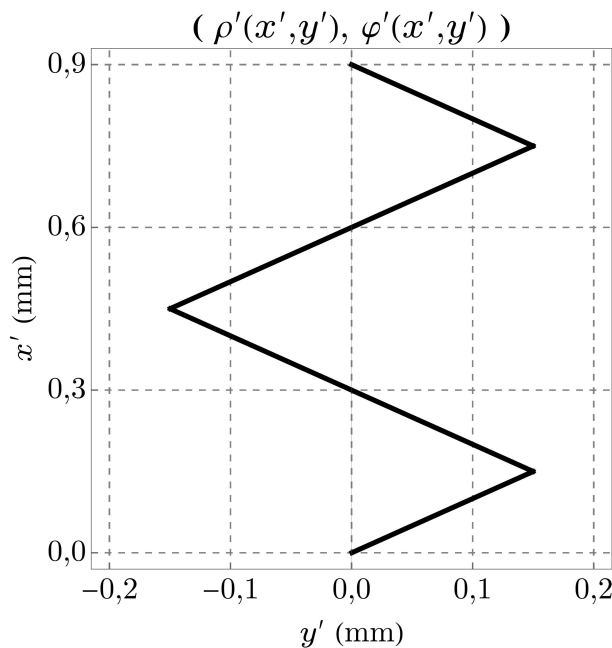
$$\psi(\rho, \phi, z; t) = \sum_i \psi_{\lambda_i}(\rho, \phi, z; t) \quad (5.1)$$

onde os $\psi_{\lambda_i}(\rho, \phi, z; t)$ representam campos instantâneos longitudinalmente estruturados com comprimentos de onda λ_i , sejam eles FWs, FLLEs ou VLLEs. Independente de serem multicromáticos, a ideia da geração de padrões de acordo com perfis alvos arbitrários é a mesma. Ao tomar a média temporal do módulo ao quadrado da Equação 5.1, elimina-se os termos cruzados e a intensidade total do feixe fica expressa pela soma das intensidades para cada um dos comprimentos de onda.

5.1.1 Simulação da propagação de um volume de luz longitudinalmente estruturado e colorido

Como exemplo de um VLLE multicromático, seja a disposição transversal das FWs escolhida de acordo com a função ilustrada na Figura 24. Neste caso, em coordenadas Cartesianas, ϱ_m pode ser matematicamente parametrizado como $\varrho_m(x, y) = \sqrt{(x - x'_m)^2 + (y - y'_m)^2}$, com $x'_m = \rho'_m \cos(\varphi'_m)$ e $y'_m = \rho'_m \sin(\varphi'_m)$.

Figura 24 – Disposição transversal das FWs para a reconstrução de um VLLE colorido

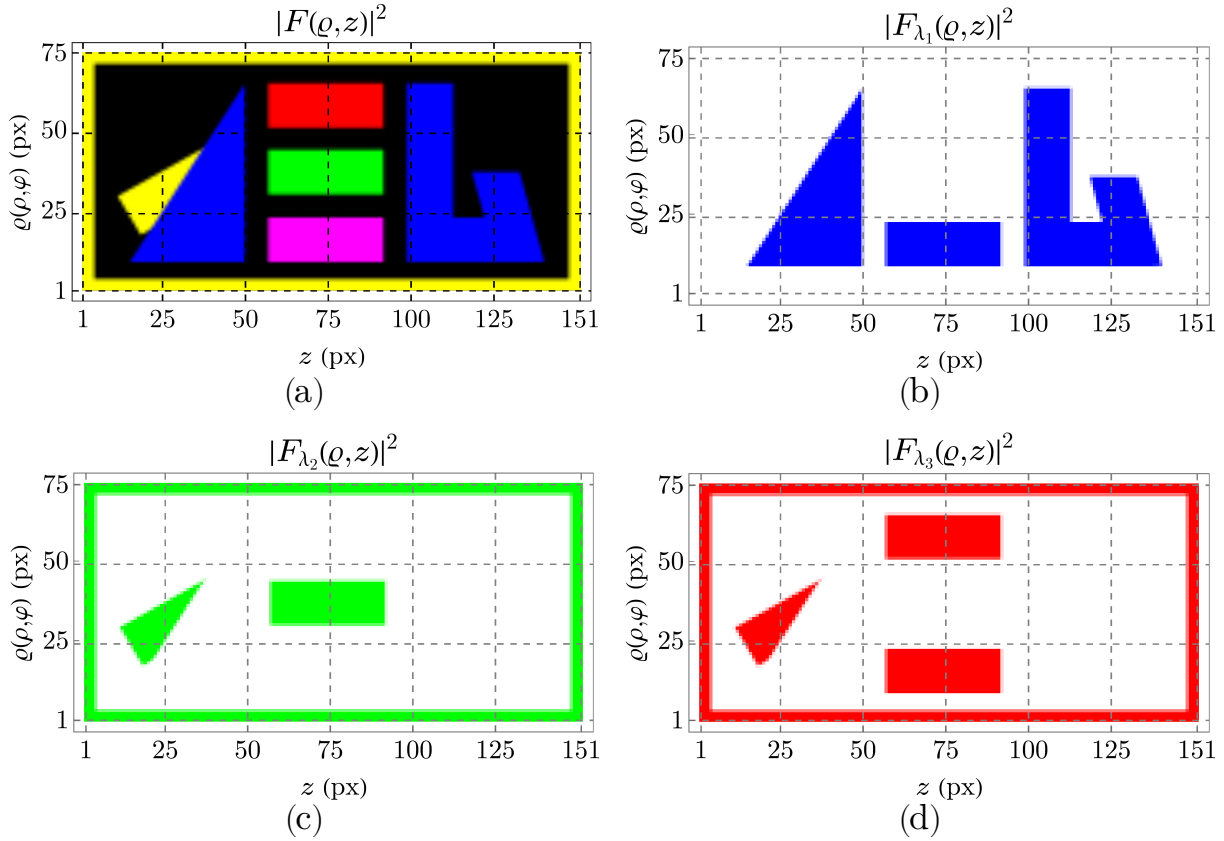


Fonte: elaborada pelo autor.

Sejam, ainda, o índice de refração $n_{\text{ref}} = n_R = 1$ e os comprimentos de onda $\lambda_1 = 451$ nm, $\lambda_2 = 532$ nm e $\lambda_3 = 635$ nm, que correspondem respectivamente às cores azul, verde e vermelho, para reconstruir o padrão colorido de intensidade da Figura 25(a). Com esse propósito, separou-se os canais de cores do padrão em RGB, associando-se a cada cor, um comprimento de onda, como mostrado nas Figuras 25(b)–25(d).

Assim, gerou-se três VLLEs com os parâmetros $M = 75$ e, $\forall m, N_m = 20, L_m = 6$ cm, $\Delta_{\varrho, m}^{\text{FW}} = 3,0 \mu\text{m}$ e $x'_m = (m - 1)\Delta x_0$ com $\Delta x_0 = 4\Delta_{\varrho, m}^{\text{FW}}$. No caso considerado, para que os

Figura 25 – Perfil alvo colorido e seus respectivos canais monocromáticos



A imagem multicromática está representada em (a). Os canais monocromáticos azul, verde e vermelho estão respectivamente representados em (b), (c) e (d).

Fonte: elaborada pelo autor.

três VLLEs possuíssem *spots* de mesma largura transversal, calculou-se os valores de a_m , para cada comprimento de onda através da Equação 3.9, ou seja, para cada comprimento de onda i ,

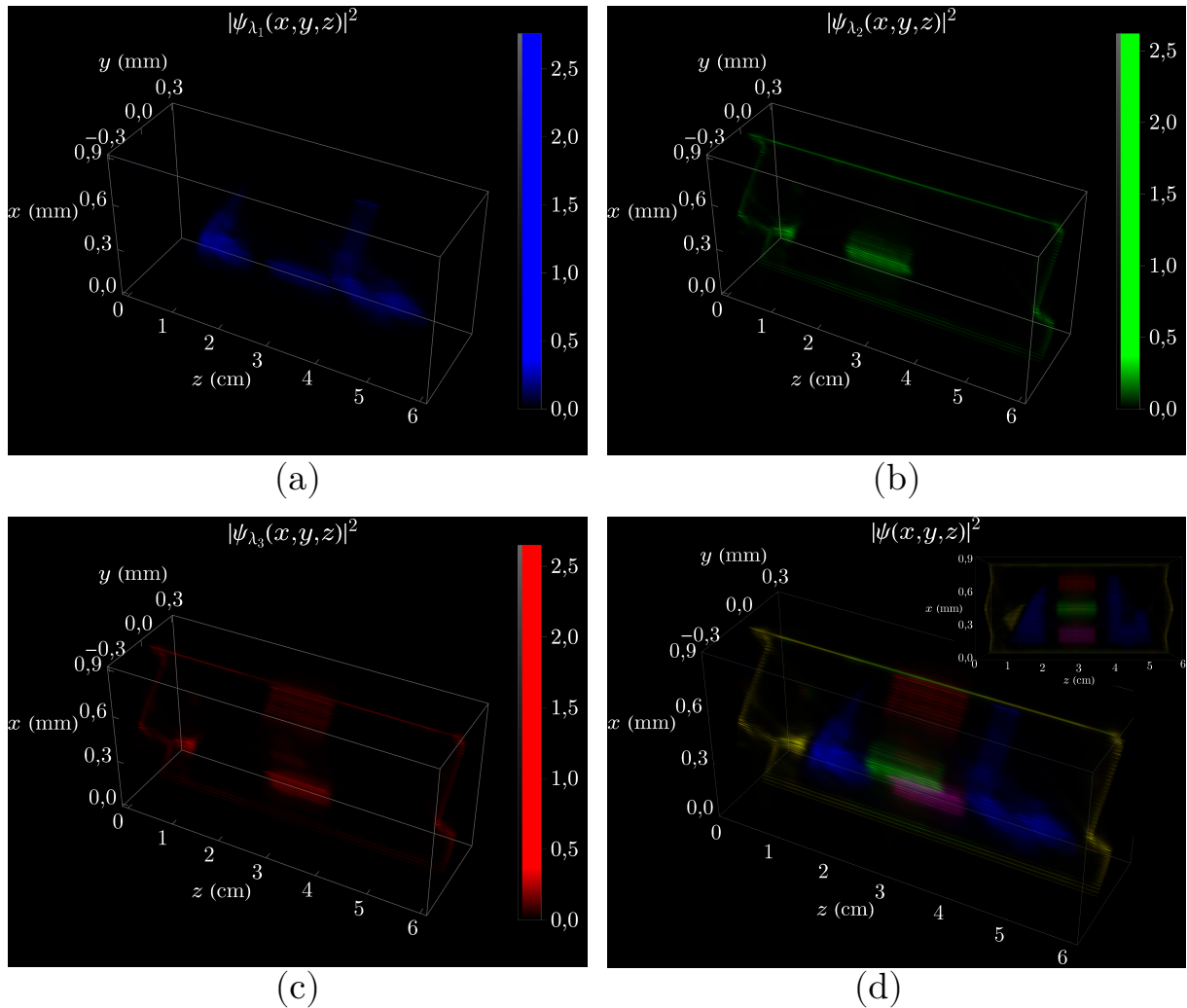
$$a_{m,i} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_i}{2\pi n_R} \frac{j_{0,1}}{\Delta_{\rho,m}^{FW}} \right)^2}. \quad (5.2)$$

A intensidade do feixe resultante está mostrada isoladamente para cada canal monocromático nas Figuras 26(a)–26(c), e para o VLLE colorido na 26(d), onde foi utilizada a Equação 5.1 para sua reconstrução. Para a elaboração das figuras, utilizou-se função quadrática para a opacidade e a Figura 26(d) foi reconstruída através da combinação das três figuras anteriores, de canais de cores únicos, em uma imagem multicanal.

5.2 Volumes de luz longitudinalmente estruturados e holografia

Originalmente, o conceito de holografia remete a 1948, através de um trabalho de Gabor, com o propósito de melhorar os processos de obtenção de imagens mediante as técnicas de microscopia eletrônica. ⁶⁶ Com a holografia, pode-se registrar completamente as amplitudes e

Figura 26 – Simulação de um volume de luz longitudinalmente estruturado e colorido

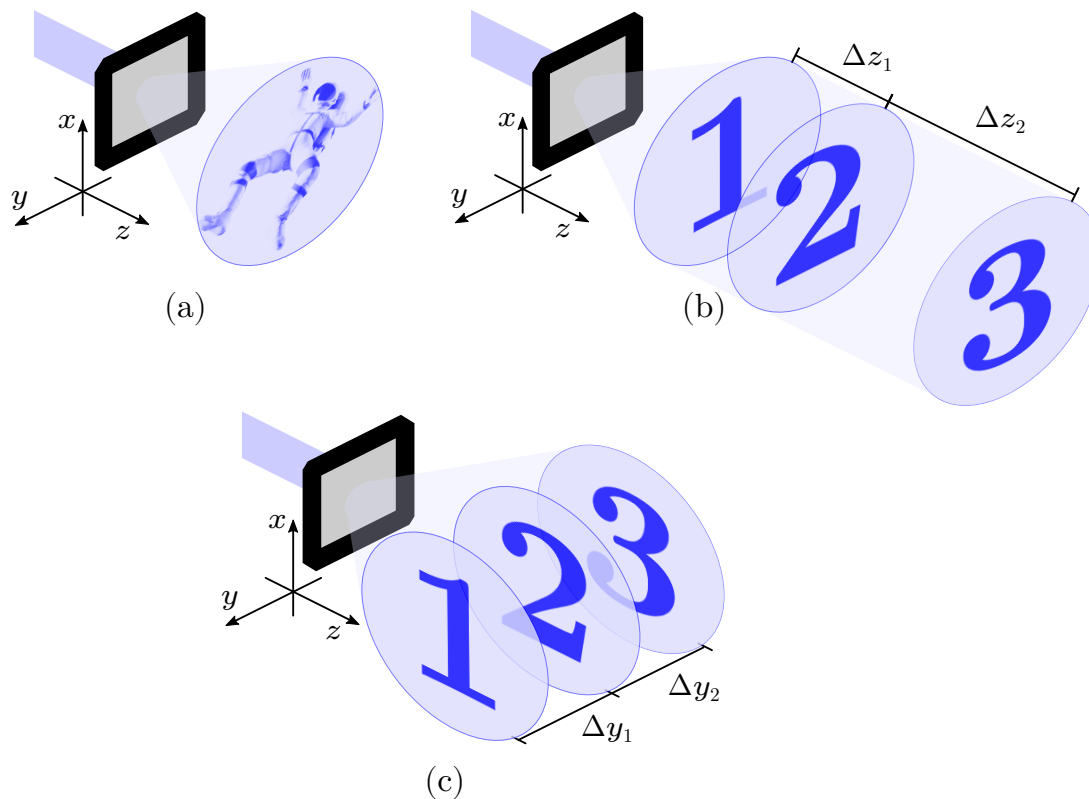


Intensidades dos VLLEs monocromáticos para os canais (a) azul, (b) verde e (c) vermelho. Intensidade do VLLE multicromático através da composição de canais monocromáticos para um único canal multicromático. Todos elaborados com a mesma função quadrática de opacidade. Fonte: elaborada pelo autor.

fases da frente onda em um diagrama de interferência — o holograma, ou *display* holográfico — para recuperá-las posteriormente. Essa possibilidade de registro e recuperação de frentes de onda foi primordial para que a holografia se tornasse uma candidata propícia à formação de imagens no espaço. Quando se ilumina um *display* holográfico de forma adequada, Figura 27(a), tem-se, como resultado, uma reprodução realista de um objeto 3D que pode ser experimentada nas três dimensões espaciais.³⁵

A qualidade de um holograma é retratada na sua habilidade em exibir certas características nas cenas projetadas. Dentre elas, pode-se citar tamanhos relativos entre objetos, densidades de objetos, oclusões (o objeto mais a frente dificulta a visualização de outro objeto) e paralaxes (o movimento do observador resulta num movimento aparente do objeto).³⁵ Junto a essas fontes, mas ainda não mencionada, tem-se a capacidade de se projetar imagens e cenas que

Figura 27 – Diferentes abordagens à projeção holográfica



Em (a), a holografia de Fourier: recupera-se uma imagem 2D com pouca profundidade de campo. Em (b), a holografia Fresnel: projeta-se imagens 2D a diferentes profundidades, $\Delta z_2 > \Delta z_1$. Em (c), FLEs empilhadas (ou um VLLE): projeta-se várias imagens em camadas paralelas entre si, perpendiculares ao plano do holograma, e com separação uniforme, $\Delta y_1 = \Delta y_2$, ou não, $\Delta y_1 \neq \Delta y_2$. O resultado possibilita obter uma reconstrução realista de um objeto 3D. Fonte: elaborada pelo autor.

detêm grandes profundidades.

Com a holografia de Fourier, Figura 27(a), pode-se reconstruir objetos dentro de uma curta profundidade de foco e, ao mesmo tempo, em uma região de campo distante, ou ainda nas proximidades do plano focal de uma lente. A imagem resultante se apresenta num plano paralelo ao plano do *display* holográfico. Tais características restringem sua aplicação a cenas e objetos muito pequenos e quase sem profundidade, o que faz com que a técnica seja mais adequada para formação de imagens 2D em microscopia.³⁵

Por outro lado, na holografia de Fresnel, Figura 27(b), pode-se introduzir a noção de profundidade a uma cena ao se empilhar planos projetados ao longo do eixo de propagação da frente de onda. No entanto, devido à difração, a técnica não permite uma separação uniforme entre eles sem que eles se interfiram. Na verdade, para evitar as interferências, a técnica requer que imagens projetadas a distâncias maiores mantenham separações cada vez maiores entre elas, limitando a resolução axial e a percepção de profundidade.³⁵

Agora, com os VLLEs propostos e realizados experimentalmente^{35, 43}, Figura 27(c), surge a

possibilidade de se projetar várias cenas próximas, com separação uniforme, de forma que cada uma delas seja uma única FLLE. Em contraste com as técnicas tradicionais em que as cenas são projetadas em planos paralelos ao holograma, na reconstrução de um VLLE, cada cena é projetada paralela ao eixo de propagação, i.e., perpendicular ao plano do *display* holográfico, o que leva a projeção de imagens de maneira contínua com relação à propagação. Através de um conjunto de cenas 2D que, quando dispostas lado a lado, formam uma cena 3D, pode-se obter uma reconstrução completa, com alta fidelidade e grande profundidade de campo.

6 CONCLUSÃO E PERSPECTIVAS FUTURAS

Através do apresentado, considera-se que os dois objetivos principais almejados foram alcançados e, até onde se sabe, eles são inovadores.

O primeiro objetivo consistiu na extensão do método das FWs em meios com perdas para o método das FLLEs em meios com perdas. Para alcançá-lo, partiu-se de um estudo acerca dos FBs e, assim, pôde-se compreender a utilização desses feixes resistentes à difração na construção das FWs. Em seguida, analisou-se a propagação de FWs em meios homogêneos sem e com perdas e estendeu-se essa análise para a elaboração de FLLEs em meios com perdas. Com isso, desenvolveu-se uma rotina em C++ para realizar as simulações. Apresentou-se, na subseção 3.1.1, simulações computacionais que demonstram que as FLLEs podem também ser resistentes a perdas. Nas condições investigadas, as FLLEs se mostraram capazes de resistir a distâncias cerca de até três vezes maiores do que as esperadas para OPs ou FBs. Como resultado dessa extensão, publicou-se um trabalho em anais de congresso ³⁹ e um em revista ⁴¹. De fato, constatou-se teoricamente que, assim como as FWs, as FLLEs também podem ser resistentes a atenuações longitudinais de meios absorventes, além de permitir a modelagem da intensidade do feixe ao longo da longitudinal e da transversal.

O segundo objetivo consistiu na análise da propagação das FLLEs através de uma estrutura estratificada sem perdas. Inicialmente, estudou-se a propagação de FLLEs através de dois meios separados por uma interface plana e paralela ao eixo óptico. Subsequentemente, através do método conhecido como de matriz de transferência, generalizou-se para uma quantidade arbitrária de meios, simples e sem perdas, com interfaces de separação dadas por planos perpendiculares ao eixo de propagação. Por fim, desenvolveu-se uma outra rotina em C++ para realizar as simulações. Constatou-se que é possível que a recuperação do padrão superficial aconteça no interior último meio da estrutura. Resultados semelhantes aos mostrados nas simulações das subseções 4.1.1, 4.2.2, 4.3.1 e 4.3.2 foram publicados em anais de congresso ⁴⁰ e compilados num manuscrito submetido a uma revista ⁴² (submetido à publicação).

Considerando a primeira contribuição deste trabalho, conclui-se que as FLLEs podem resistir aos efeitos longitudinais de absorção de um meio com perdas; considerando a segunda, que elas podem ser estruturadas mesmo após atravessarem estruturas estratificadas compostas por muitos meios. Os resultados direcionam para investigações de FLLEs e VLLEs de energia finita e para a elaboração de soluções vetoriais, a fim de se reduzir a periodicidade longitudinal e as interferências entre as FWs.

Além dessas duas contribuições principais, participou-se de outros trabalhos em paralelo relacionados às FWs. Num deles, gerou-se experimentalmente as FLLEs e os VLLEs, o que culminou numa nova técnica de holografia de profundidade contínua para a exibição de imagens 3D. Em outro, estudou-se um método teórico para o desenvolvimento de FLLEs e VLLEs multicromáticos de acordo com perfis alvos 2D ou 3D.

Através das contribuições deste trabalho, surgem muitas outras possibilidades de estudo.

Por exemplo, com relação às FLLEs e aos VLLEs, pode-se considerar concomitantemente ou não, soluções de energia finita, feixes multicromáticos em meios estratificados com perdas, soluções completamente vetoriais, análise de forças óticas, e assim por diante. Pretende-se considerar algumas dessas possibilidades em trabalhos posteriores.

Por fim, pode-se concluir que as FWs são promissoras no que se diz respeito à modelagem longitudinal do perfil de intensidade de feixes. Através delas pode-se criar FLLEs e VLLEs dotados de características e propriedades interessantes e, com eles, espera-se a realização de diversas aplicações em potencial, como a holografia 3D para o entretenimento, o aprisionamento de partículas através de pinças óticas, procedimentos médicos e biomédicos, dentre outras.

REFERÊNCIAS

- 1 SAGAN, C. Wonder and skepticism. *Skeptical Inquirer*, v. 19, n. 1, p. 24–30, Jan./Feb. 1995.
- 2 BAKER, B. B.; COPSON, E. T. *The Mathematical Theory of Huygens' Principle*. London: Clarendon Press, 1939.
- 3 STRATTON, J. A. *Electromagnetic Theory*. New York, NY, United States of America: McGraw Hill, 1941.
- 4 HECHT, E. *Optics*. 5. ed. Harlow: Pearson, 2017.
- 5 HERNÁNDEZ-FIGUEROA, H. E.; ZAMBONI-RACHED, M.; RECAMI, E. *Localized Waves*. Hoboken: Wiley, 2008.
- 6 DURNIN, J. Exact solutions for nondiffracting beams. I. The scalar theory. *Journal of the Optical Society of America A*, v. 4, n. 4, p. 651–654, 1987.
- 7 DURNIN, J.; MICELI, J. J.; EBERLY, J. H. Diffraction-free beams. *Physical Review Letters*, v. 58, n. 15, p. 1499–1501, 4 1987.
- 8 LU, J.-Y. Ultrasonic imaging with limited-diffraction beams. In: HERNÁNDEZ-FIGUEROA, H. E.; ZAMBONI-RACHED, M.; RECAMI, E. (Ed.). *Localized Waves*. Hoboken: Wiley, 2008. cap. 4, p. 97–128.
- 9 BOUCHAL, Z.; HORÁK, R.; WAGNER, J. Propagation-invariant electromagnetic fields: Theory and experiment. *Journal of Modern Optics*, v. 43, n. 9, p. 1905–1920, 1996.
- 10 KETTUNEN, V.; TURUNEN, J. Propagation-invariant spot arrays. *Optics Letters*, v. 23, n. 16, p. 1247–1249, 1998.
- 11 BOUCHAL, Z.; WAGNER, J. Self-reconstruction effect in free propagation of wavefield. *Optics Communications*, v. 176, n. 4-6, p. 299–307, 2000.
- 12 BOUCHAL, Z. Controlled spatial shaping of nondiffracting patterns and arrays. *Optics Letters*, v. 27, n. 16, p. 1376–1378, 2002.
- 13 ZAMBONI-RACHED, M. Stationary optical wave fields with arbitrary longitudinal shape by superposing equal frequency Bessel beams: Frozen Waves. *Optics Express*, v. 12, n. 17, p. 4001–4006, 2004.
- 14 ZAMBONI-RACHED, M.; RECAMI, E.; HERNÁNDEZ-FIGUEROA, H. E. Theory of “frozen waves”: modeling the shape of stationary wave fields. *Journal of the Optical Society of America A*, v. 22, n. 11, p. 2465–2475, 11 2005.
- 15 ZAMBONI-RACHED, M. Diffraction-attenuation resistant beams in absorbing media. *Optics Express*, v. 14, n. 5, p. 1804–1809, 2006.
- 16 ZAMBONI-RACHED, M.; AMBROSIO, L. A.; HERNÁNDEZ-FIGUEROA, H. E. Finite aperture realization of the diffraction-attenuation resistant beams in absorbing media. In: SBMO/IEEE MTT-S INTERNATIONAL MICROWAVE AND OPTOELECTRONICS CONFERENCE, 2007, Salvador. *Proceedings [...]*. [S.l.]: IEEE, 2007. p. 761–764.

- 17 ZAMBONI-RACHED, M.; AMBROSIO, L. A.; HERNÁNDEZ-FIGUEROA, H. E. Diffraction–attenuation resistant beams: their higher-order versions and finite-aperture generations. *Applied Optics*, v. 49, n. 30, p. 5861–5869, 10 2010.
- 18 ZAMBONI-RACHED, M.; MOJAHEDI, M. Shaping finite-energy diffraction- and attenuation-resistant beams through Bessel-Gauss–beam superposition. *Physical Review A*, v. 92, n. 4, p. 043839, 10 2015.
- 19 VIEIRA, T. A.; GESUALDI, M. R. R.; ZAMBONI-RACHED, M. Frozen waves: experimental generation. *Optics Letters*, v. 37, n. 11, p. 2034–2036, 6 2012.
- 20 DORRAH, A. H.; ZAMBONI-RACHED, M.; MOJAHEDI, M. Generating attenuation-resistant frozen waves in absorbing fluid. *Optics Letters*, v. 41, n. 16, p. 3702–3705, 8 2016.
- 21 VIEIRA, T. A. et al. Production of dynamic frozen waves: controlling shape, location (and speed) of diffraction-resistant beams. *Optics Letters*, v. 40, n. 24, p. 5834–5837, 12 2015.
- 22 PREGO-BORGES, J. L. et al. Producing acoustic frozen waves: simulated experiments. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, v. 60, n. 11, p. 2414–2425, 11 2013.
- 23 PREGO-BORGES, J. L. et al. Producing acoustic ‘frozen waves’: Simulated experiments with diffraction/attenuation resistant beams in lossy media. *Ultrasonics*, v. 54, n. 6, p. 1620–1630, 8 2014.
- 24 CORATO-ZANARELLA, M.; ZAMBONI-RACHED, M. Electromagnetic frozen waves with radial, azimuthal, linear, circular, and elliptical polarizations. *Physical Review A*, v. 94, n. 5, p. 053802, 11 2016.
- 25 CORATO-ZANARELLA, M. et al. Arbitrary control of polarization and intensity profiles of diffraction-attenuation-resistant beams along the propagation direction. *Physical Review Applied*, v. 9, n. 2, p. 024013, 2 2018.
- 26 AMBROSIO, L. A.; RACHED, M. Z.; GOUESBET, G. Discrete vector frozen waves in generalized lorenz–mie theory: linear, azimuthal, and radial polarizations. *Applied Optics*, v. 57, n. 12, p. 3293–3300, 4 2018.
- 27 AMBROSIO, L. A.; ZAMBONI-RACHED, M. Analytical approach of ordinary frozen waves for optical trapping and micromanipulation. *Applied Optics*, v. 54, n. 10, p. 2584–2593, 4 2015.
- 28 PACHON, E. G. P. et al. Architecting new diffraction-resistant light structures and their possible applications in atom guidance. *Optics Express*, v. 24, n. 22, p. 25403–25408, 10 2016.
- 29 SUAREZ, R. A. B. et al. Experimental optical trapping with frozen waves. *Optics Letters*, v. 45, n. 9, p. 2514–2517, 5 2020.
- 30 RODRIGUES, G. de A. L.; ZAMBONI-RACHED, M. On the propagation of diffraction resistant beams of the frozen wave-type through two dielectric media. In: SBMO/IEEE MTT-S INTERNATIONAL MICROWAVE AND OPTOELECTRONICS CONFERENCE, 2015, Porto de Galinhas. *Proceedings [...]*. [S.l.]: IEEE, 2015. p. 1–4.
- 31 RODRIGUES, G. de A. L. Estudo da propagação de feixes não difrativos tipo frozen waves através de meios dielétricos estratificados. [s.n.], 2016.

- 32 LOURENÇO-VITTORINO, G. de A.; ZAMBONI-RACHED, M. Modeling the longitudinal intensity pattern of diffraction resistant beams in stratified media. *Applied Optics*, v. 57, n. 20, p. 5643–5651, 7 2018.
- 33 DORRAH, A. H.; ZAMBONI-RACHED, M.; MOJAHEDI, M. Wavelength and topological charge management along the axis of propagation of multichromatic non-diffracting beams. *Journal of the Optical Society of America B*, v. 36, n. 7, p. 1867–1872, 7 2019.
- 34 AMBROSIO, L. A. Millimeter-structured nondiffracting surface beams. *Journal of the Optical Society of America B*, v. 36, n. 3, p. 638–645, 2019.
- 35 DORRAH, A. H. et al. Light sheets for continuous-depth holography and three-dimensional volumetric displays. *Nature Photonics*, v. 17, n. 5, p. 427–434, 2023.
- 36 DORRAH, A. H.; ZAMBONI-RACHED, M.; MOJAHEDI, M. Experimental demonstration of tunable refractometer based on orbital angular momentum of longitudinally structured light. *Light: Science & Applications*, v. 7, n. 1, p. 12, 2018.
- 37 VIEIRA, T. A.; ZAMBONI-RACHED, M.; GESUALDI, M. R. R. Modeling the spatial shape of nondiffracting beams: Experimental generation of Frozen Waves via holographic method. *Optics Communications*, v. 315, p. 374–380, 2014.
- 38 DARTORA, C. A. et al. Study of Frozen Waves' theory through a continuous superposition of Bessel beams. *Optics & Laser Technology*, v. 39, n. 7, p. 1370–1373, 2007.
- 39 DE SARRO, J. O.; AMBROSIO, L. A. Constructing millimeter-structured surface beams from nondiffracting zeroth-order Bessel beams in lossless media. In: PROGRESS IN ELECTROMAGNETIC RESEARCH SYMPOSIUM, 41., 2019, Roma, Itália. *Proceedings [...]*. [S.l.]: IEEE, 2019. p. 283–288.
- 40 DE SARRO, J. O.; AMBROSIO, L. A. Ideal two-dimensional discrete superpositions of Bessel beams in stratified media. In: ELECTROMAGNETIC AND LIGHT SCATTERING CONFERENCE, 20., 2023, Almuñécar. *Program and Abstracts book [...]*. [S.l.], 2023. p. O37.
- 41 DE SARRO, J. O.; AMBROSIO, L. A. Surface beams resistant to diffraction and attenuation and structured at the millimeter scale. *Journal of the Optical Society of America B*, v. 38, n. 3, p. 677–684, 2021.
- 42 DE SARRO, J. O.; AMBROSIO, L. A. Propagation of ideal discrete “frozen wave”-type light-sheets in lossless stratified media. *Optics & Laser Technology*, submetido à publicação, 2023.
- 43 DORRAH, A. H. et al. Longitudinally Structured Light Sheets for 3D Holography. In: CONFERENCE ON LASERS AND ELECTRO-OPTICS, 2022, San Jose, California United States. *Proceedings [...]*. [S.l.]: Optica Publishing Group, 2022. p. FM2H.2.
- 44 AMBROSIO, L. A. et al. Light-Sheets Composed of Bessel Beams for Three-Dimensional Holography and Imaging. In: 2023 INTERNATIONAL CONFERENCE ON OPTICAL MEMS AND NANOPHOTONICS AND SBFOTON INTERNATIONAL OPTICS AND PHOTONICS CONFERENCE, 2023, Campinas, Brazil. *Proceedings [...]*. [S.l.]: IEEE, 2023. p. 01–02.
- 45 DE ANGELIS, V. S. et al. Multichromatic nondiffracting surface beams at the millimeter scale. In: ELECTROMAGNETIC AND LIGHT SCATTERING CONFERENCE, 20., 2023, Almuñécar. *Program and Abstracts book [...]*. [S.l.], 2023. p. O38.

- 46 ANGELIS, V. S. et al. Multichromatic Curved Light Sheets for 2D and 3D Imaging and Holography. In: IMAGING AND APPLIED OPTICS CONGRESS 2023 (3D, AOA, COSI, ISA, PCAOP), 2023, Boston, Massachusetts, United States. *Proceedings [...]*. [S.l.]: Optica Publishing Group, 2023.
- 47 DORRAH, A. H. et al. *Light sheets for continuous depth holography and 3D volumetric displays*. Depositante: Ahmed H. Dorrah. 63453015. EFS: 47703444. Depósito: 17 mar. 2023.
- 48 GRIFFITHS, D. J. *Introduction to Electrodynamics*. 4. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2017.
- 49 JACKSON, J. D. *Classical Electrodynamics*. 3. ed. Hoboken: Wiley, 1998.
- 50 HEALD, M. A.; MARION, J. B. *Classical Electromagnetic Radiation*. 3. ed. United States of America: Saunders College Publishing, 1995.
- 51 WATSON, G. N. *A Treatise on the Theory of Bessel Functions*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1944.
- 52 MCLEOD, J. H. The Axicon: A new type of optical element. *Journal of the Optical Society of America*, v. 44, n. 8, p. 592–597, 1954.
- 53 AMBROSIO, L. A.; HERNÁNDEZ-FIGUEROA, H. E. Integral localized approximation description of ordinary Bessel beams and application to optical trapping forces. *Biomedical Optics Express*, v. 2, n. 7, p. 1893–1906, 2011.
- 54 ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. *Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Washington, D. C.: National Bureau of Standards, 1972.
- 55 CARSLAW, H. S. *Introduction to the Theory of Fourier's Series and Integrals*. 2. ed. London: MacMillan, 1921.
- 56 DE SARRO, J. O. *Frozen waves: A set of C++ routines to evaluate fields of frozen waves*. 2021. Disponível em: <https://github.com/jodesarro/frozen-waves>. Acesso em: 10 jun. 2023.
- 57 DE SARRO, J. O. *Bessel library: A C++ library with routines to evaluate Bessel functions of real or complex arguments*. 2021. Disponível em: <https://github.com/jodesarro/bessel-library>. Acesso em: 10 jun. 2023.
- 58 DORRAH, A. H. et al. Experimental demonstration of attenuation resistant frozen waves. In: *Proceedings [...]*. [S.l.]: SPIE, 2016. p. 989311.
- 59 DORRAH, A. H.; ZAMBONI-RACHED, M.; MOJAHEDI, M. Experimental generation of attenuation-resistant frozen waves inside an absorbing medium. In: *Proceedings [...]*. [S.l.]: Optical Society of America, 2016. p. FF5H.8.
- 60 DORRAH, A. H.; ZAMBONI-RACHED, M.; MOJAHEDI, M. Experimental demonstration of attenuation-resistant higher order frozen waves. In: *Proceedings [...]*. [S.l.]: Optical Society of America, 2016. p. JTh2A.35.
- 61 OPENAI. *DALL · E*. 2023. Disponível em: <https://labs.openai.com>. Acesso em: 05 jan. 2023.

- 62 CHEN, L. et al. UbasM: An effective balanced optical clearing method for intact biomedical imaging. *Scientific Reports*, v. 7, p. 12218, 2017. ISSN 2045-2322.
- 63 YU, T. et al. Physical and chemical mechanisms of tissue optical clearing. *iScience*, v. 24, n. 3, p. 102178, 2021. ISSN 2589-0042.
- 64 LÓPEZ-ARIAS, T. et al. Mirages in a bottle. *Physics Education*, v. 44, n. 6, p. 582–588, 11 2009.
- 65 DE ANGELIS, V. S.; DE SARRO, J. O. *Holographic light sheets: A MATLAB code to simulate holographic light sheets*. 2021. Disponível em: <https://github.com/jodesarro/holographic-light-sheets>. Acesso em: 10 jun. 2023.
- 66 GABOR, D. A new microscopic principle. *Nature*, v. 161, n. 4098, p. 777–778, 1948.



EESC • USP