UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Taylon Gomes Landgraf

Uma análise de identificabilidade estrutural e prática aplicada ao modelo do gerador síncrono para estimação de parâmetros

São Carlos

2022

Taylon Gomes Landgraf

Uma análise de identificabilidade estrutural e prática aplicada ao modelo do gerador síncrono para estimação de parâmetros

Tese de doutorado apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutor em Ciências - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Elétricos de Potência

Orientador: Prof. Titular Luís Fernando Costa Alberto
Coorientador: Prof. Dr. Elmer Pablo Tito Cari

Trata-se da versão corrigida da tese. A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica

São Carlos
2022

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

Landgraf, Taylon Gomes
L253u Uma análise de identificabilidade estrutural e prática aplicada ao modelo do gerador síncrono para estimação de parâmetros / Taylon Gomes Landgraf; orientador Luís Fernando Costa Alberto; coorientador Elmer Pablo Tito Cari. São Carlos, 2022.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em Sistemas Elétricos de Potência -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2022.

1. Identificabilidade estrutural e prática. 2. Estimação de parâmetro. 3. Janela de tempo ótima. 4. Equações algébricas diferenciais. 5. Gerador síncrono. I. Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **TAYLON GOMES LANDGRAF.**

Título da tese: "Uma análise de identificabilidade estrutural e prática aplicada ao modelo do gerador síncrono para estimação de parâmetros".

Data da defesa: 24/10/2022.

Comissão Julgadora	**Resultado**
Prof. Dr. **Elmer Pablo Tito Cari** **(Co-Orientador)** (Escola de Engenharia de São Carlos/EESC-USP)	Aprovado
Prof. Associado **Renato Machado Monaro** (Escola Politécnica – POLI / USP)	Aprovado
Prof. Dr. **Ildemar Cassana Decker** (Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC)	Aprovado
Prof. Dr. **Francisco Damasceno Freitas** (Universidade de Brasília/UnB)	Aprovado
Prof. Dr. **Eduardo Coelho Marques da Costa** (Escola Politécnica/EP-USP)	Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Dr. **João Bosco Augusto London Junior**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Agradeço ao meu orientador prof. Luís Fernando Costa Alberto e ao meu co-orientador e presidente da minha comissão de avaliação, prof. Elmer Pablo Tito Cari por sua inestimável paciência e feedback.

Agradeço também aos meus amigos que fiz durante esses anos de pós-graduação, especialmente meus amigos de laboratório, Alexandre Sohn, Francisco Lemes e Julio Massignan, pela ajuda e incentivo nos momentos mais difíceis. Agradeço também aos meus amigos que fiz na igreja de São Carlos, Mario Sergio Ferreira, Anderson e Aninha Malakim, e Marcio Rodrigues, pela parceria nos últimos anos do meu doutorado.

Finalmente, gostaria de agradecer ao meu pai, Fabio Jesus Landgraf, pelo apoio durante todos esses anos de estudos.

RESUMO

LANDGRAF, T.G. **Uma análise de identificabilidade estrutural e prática aplicada ao modelo do gerador síncrono para estimação de parâmetros**. 2022. 125p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022.

O conhecimento preciso dos parâmetros do modelo transitório de um gerador síncrono é fundamental em estudos onde simulações dinâmicas são utilizadas para planejamento de operação e análise de segurança em sistemas elétricos de potência (SEPs). Nos modelos de geradores síncronos, os parâmetros desconhecidos correspondem a resistências, reatâncias e constantes de tempo. Normalmente, esses parâmetros são determinados por meio de procedimentos de identificação do modelo. Tais procedimentos buscam determinar os parâmetros a partir das medidas. É relevante verificar se os parâmetros desconhecidos de um modelo podem ser determinados a partir de uma determinada coleção de medidas disponíveis. Usualmente, a estimação dos parâmetros do modelo do gerador síncrono é realizada sem verificar a identificabilidade estrutural do modelo. Uma vez determinado que os parâmetros do modelo são estruturalmente identificáveis, o próximo passo é quantificar os parâmetros (identificabilidade prática) através de um método de estimação. Esta tese propõe uma análise abrangente de identificabilidade, estrutural e prática, aplicada ao modelo transitório de um gerador síncrono. Para tanto, inicialmente, é desenvolvida a análise de identificabilidade estrutural para modelos não lineares de equações algébricas diferenciais (EADs) e posteriormente aplicada ao modelo EAD do gerador síncrono. Na sequência, um método de estimação baseado em sensibilidade da trajetória é desenvolvido na parte de identificabilidade prática. Para melhorar a precisão dos parâmetros estimados, durante a identificabilidade prática, a tese também propõe uma análise gráfica para obter uma janela de tempo ótima (tempo inicial e final) para as medidas de perturbações. Os resultados mostram a correta aplicação da análise de identificabilidade para o modelo transitório do gerador utilizando dois conjuntos de medidas coletadas em laboratório para estimação e validação do modelo.

Palavras-chave: Identificabilidade estrutural e prática, estimação de parâmetro, janela de tempo ótima, equações algébricas diferenciais, gerador síncrono.

ABSTRACT

LANDGRAF, T.G. **A structural and practical identifiability analysis applied to the synchronous generator model for parameter estimation**. 2022. 125p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022.

The accurate knowledge of parameters of the transient model of a synchronous generator is fundamental in studies where dynamic simulations are used for operation planning and security analysis in electrical power systems. In synchronous generator models, the unknown parameters correspond to resistances, reactances, and time constants. Typically, these parameters are determined by means of model identification procedures. Such procedures seek to determine the parameters from measurements. It is relevant to verify if the unknown parameters of a model can be determined from a certain collection of available measurements. Usually, the estimation of parameters of synchronous generator models is performed without verifying the structural identifiability of the model. Once it has been determined that the model parameters are structurally identifiable, the next step is to quantify the parameters (practical identifiability) by means of an estimation method. This thesis proposes an identifiability comprehensive analysis, structural and practical, applied to the transient model of a synchronous generator. For this purpose, initially, the structural identifiability analysis is developed for nonlinear models of differential-algebraic equations (EADs) and then applied to the EAD model of the synchronous generator. Subsequently, an estimation method based on trajectory sensitivity is developed in the part of practical identifiability. To improve the accuracy of the estimated parameters, during the practical identifiability, the thesis also proposes a graphical analysis to obtain an optimal time window (initial and final time) for the disturbance measurements. The results show the correct application of the identifiability analysis for the transient model of the generator using two sets of measurements collected in the laboratory for estimation and validation of the model.

Keywords: Structural and practical identifiability, parameter estimation, optimal time window, differential-algebraic equations, synchronous generator.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

É importante para o planejamento e operação de um sistema elétrico de potência (SEP) avaliar, usando softwares computacionais, o comportamento do sistema frente a perturbações. Esses estudos, geralmente referidos como estudos de estabilidade transitória de SEPs, são essenciais para o planejamento e a operação adequada desses sistemas.

Em estudos de estabilidade transitória, são utilizados modelos matemáticos para os componentes do SEP, tais como cargas, geradores, linhas de transmissão e outros componentes da rede. A avaliação do comportamento transitório do SEP sob a influência de uma perturbação é determinada pela integração numérica das equações diferenciais que modelam o SEP. As informações assim obtidas são utilizadas na análise do desempenho dinâmico e da segurança do sistema. A precisão dos estudos de estabilidade depende das estruturas dos modelos e dos parâmetros dos elementos do sistema, como geradores síncronos e seus sistemas de excitação, turbinas e reguladores de velocidade (DANDENO; HAUTH; SCHULZ, 1973).

Dentre os elementos a modelar no sistema, um dos mais importantes é o gerador síncrono. Dependendo do tipo de estudo, um modelo preciso para geradores síncronos é essencial para a obtenção de resultados confiáveis na análise de estabilidade e desempenho dinâmico. Algumas empresas do setor de energia usam modelos limitados para esses estudos, particularmente devido à falta de valores precisos de parâmetros (SAAVEDRA-MONTES; RAMOS-PAJA; RAMÍREZ, 2012). Há evidências de que imprecisões nos parâmetros dos modelos de máquinas síncronas podem influenciar fortemente a precisão dos resultados dos estudos de estabilidade do SEP (DANDENO; HAUTH; SCHULZ, 1973). Por exemplo, devido a erros nos parâmetros, foi verificada imprecisão na reprodução do comportamento real por meio da simulação do modelo utilizado no estudo pelo WSCC (Western System Coordinating Council) após uma perturbação no sistema (KOSTEREV; TAYLOR; MITTELSTADT, 1999).

Os parâmetros do modelo matemático do gerador síncrono são usualmente obtidos a partir de dados de catálogos e de projetos fornecidos pelos fabricantes. Quando estes valores são indisponíveis, devido à perda de informação, estes parâmetros são obtidos com base em dados típicos através de tabelas de unidades de grandezas similares (mesma potência) (KIMBARK, 1995). Tais valores são frequentemente usados como base para análises e investigações do SEP. No entanto, os valores fornecidos de parâmetros são muitas vezes aproximados, carregados com erros e que não correspondem aos valores reais dos parâmetros das unidades geradoras. Além disso, os valores dos parâmetros fornecidos

pelos fabricantes, não levam em consideração as condições operacionais reais, que incluem mudanças de suas propriedades causadas por operação, reparos e desgastes a longo prazo (BERHAUSEN; PASZEK, 2016).

Pelas razões supracitadas, nos últimos anos, renovou-se o interesse na identificação de parâmetros de geradores síncronos. Além disso, os órgãos responsáveis pela regulação dos sistemas elétricos têm recomendando testar e verificar modelos dos elementos em unidades geradoras de energia, entre esses componentes está o gerador síncrono, conforme relatado em (KARL; SCHAEFER, 2004), (VELOZA; CESPEDES, 2006), e (SAAVEDRA-MONTES; RAMOS-PAJA; RAMÍREZ, 2012).

A identificação de parâmetros do gerador síncrono é um tópico de pesquisa bem explorado, ou seja, há um grande número de trabalhos publicados sobre esse assunto, criando diversas proposições para a determinação destes parâmetros. Os métodos de identificação de parâmetros de geradores síncronos podem ser divididos basicamente em dois grupos: os métodos que utilizam medidas de dados de testes com a máquina desconectada do sistema (off-line) e os métodos que utilizam dados de medições em linha (online), ou seja, sem a desconexão do gerador do resto do sistema.

Convencionalmente, os parâmetros são obtidos via testes padronizados pelas normas do (IEEE Std 1110, 2003). A maioria desses testes padrões são realizados com a máquina desconectada do sistema, ou seja, testes off-line. Embora estes testes sejam bastante utilizados na prática, eles apresentam como desvantagens a necessidade do desligamento do gerador da rede, o que além de ser impraticável em determinadas situações, está associado a perdas econômicas pela indisponibilidade do gerador. Além disso, em diferentes condições de carregamento, certos parâmetros do gerador podem variar ligeiramente e, portanto, os métodos off-line podem não ser suficientemente precisos para determinadas aplicações (HEYDT et al., 2005). Métodos de estimação de parâmetros com base em medições online têm sido propostos para superar tais desvantagens (BURTH; VERGHESE; VELEZ-REYES, 1999), (KARRARI; MALIK, 2004), (ZAKER et al., 2016).

Ao contrário dos métodos off-line, métodos online para identificar os parâmetros da máquina são muito atraentes devido à sua interferência mínima no funcionamento normal do gerador. Idealmente, os parâmetros do gerador podem ser calculados em diferentes condições de operação, tanto no estado estacionário quanto no transitório (HEYDT et al., 2005). Abordagens recentes para a estimativa de parâmetros do gerador utilizando sinais de medições fasoriais (Phasor Measurements Units - PMU) podem ser encontradas em (GHAHREMANI; LI; GREGOIRE, 2014), (NAYAK et al., 2016), (ZIMMER; DECKER; SILVA, 2018).

A estimação dos parâmetros de geradores a partir de dados de medidas obtidos durante perturbações (métodos online) foi investigada para evitar o desligamento do gerador (KARRARI; MALIK, 2004; POURBEIK, 2009; CARI; ALBERTO, 2011; HUANG

et al., 2013; CARI; LANDGRAF; ALBERTO, 2017; ZIMMER; DECKER; SILVA, 2018; CARI, 2005). A abordagem não exige a desconexão dos geradores da rede e oferece claras vantagens práticas e econômicas. Entretanto, a correta estimação de parâmetros ainda é um desafio devido a problemas de convergência ou convergência para parâmetros imprecisos (CARI; LANDGRAF; ALBERTO, 2017; ZIMMER; DECKER; SILVA, 2018). As razões para tais problemas de convergência são variadas e podem estar associadas aos seguintes aspectos:

1. Os parâmetros não são identificáveis (identificabilidade estrutural);
2. Os dados não contêm informações suficientes para uma identificação precisa dos parâmetros (identificabilidade prática);
3. Coexistência de dinâmicas em diferentes escalas de tempo; e
4. Forte dependência do método em ter uma estimativa inicial boa para ter sucesso.

O problema de identificabilidade de parâmetros é comumente classificado em duas categorias, a saber, identificabilidade estrutural (*a priori*) e identificabilidade prática (*a posteriori*) (MIAO et al., 2011). A primeira determina se, dado um modelo, os valores dos parâmetros podem ser estabelecidos teoricamente com a utilização de medidas de entrada e saída; depende apenas das equações do modelo e não considera medições experimentais. Por outro lado, identificabilidade prática refere-se às propriedades de identificação baseadas em uma quantificação efetiva de parâmetros e utilização de dados de medidas no processo de estimação.

A identificabilidade estrutural tem sido amplamente estudada em modelos biológicos (MIAO et al., 2011; Villaverde et al., 2019; RAUE et al., 2009; VILLAVERDE; TSIANTIS; BANGA, 2019; XIA; MOOG, 2003; VILLAVERDE; BARREIRO; PAPACHRISTODOULOU, 2016a; VILLAVERDE; BARREIRO; PAPACHRISTODOULOU, 2016b), e muitas das abordagens são baseadas no trabalho de (HERMANN; KRENER, 1977), que estenderam o conceito de observabilidade de sistemas dinâmicos lineares para sistemas dinâmicos não lineares e desenvolveu uma condição de observabilidade baseada na álgebra de Lie (VILLAVERDE; BARREIRO; PAPACHRISTODOULOU, 2016a). Vários métodos têm sidos propostos com base na extensão de observabilidade de (HERMANN; KRENER, 1977) para verificar a identificabilidade de parâmetros de modelos de equações diferenciais ordinárias (EDOs) (VILLAVERDE; BARREIRO; PAPACHRISTODOULOU, 2016b). No entanto, para avaliar a observabilidade de equações algébricas diferenciais (EADs), poucos trabalhos foram encontrados: (TERRELL, 1997; TERRELL, 1998; GERDIN, 2006). O trabalho de (GERDIN, 2006) apresenta uma análise de observabilidade e uma extensão para a identificabilidade de parâmetros, mas com várias hipóteses a serem verificadas. Por outro lado, o trabalho de (TERRELL, 1997; TERRELL, 1998) apresenta

uma abordagem mais direta para avaliar a observabilidade desses sistemas, no entanto, não trata da identificabilidade de parâmetros.

Embora a identificabilidade estrutural seja uma condição necessária, ela pode não ser suficiente para garantir uma boa estimativa dos parâmetros - se o sistema não for suficientemente perturbado, alguns dos modos dinâmicos podem não ser excitados, levando a uma estimação imprecisa. Consequentemente, o sistema também deve ser identificável na prática ou numericamente. Diferentes abordagens têm sido usadas em outras áreas para avaliar a identificabilidade prática (GADKAR; GUNAWAN; DOYLE, 2005; CHU; HUANG; HAHN, 2009; KRAVARIS; HAHN; CHU, 2013).

Quando aplicado ao gerador síncrono, verificou-se que as abordagens existentes para estimação de parâmetros apenas executam o algoritmo de identificação, admitindo-se simplesmente que o modelo é estruturalmente identificável. Isso pode levar a erros indetectáveis, especialmente quando métodos heurísticos são usados para estimar os parâmetros com base em uma função de custo (BERHAUSEN; PASZEK, 2016). Além disso, para identificabilidade prática, verificou-se que alguns problemas de precisão da estimação podem estar associados a diferentes escalas de tempo da dinâmica do modelo (LIU et al., 2017). Por exemplo, se os dados utilizados no processo de estimação contiverem informações apenas para dinâmica rápida, a estimação precisa dos parâmetros relacionados à dinâmica lenta provavelmente será prejudicada.

Finalmente, a maioria das abordagens para estimação de parâmetros são formuladas como problemas de otimização, que podem ser resolvidos por meio de procedimentos iterativos locais. No entanto, a maioria dos métodos necessitam de uma boa estimativa inicial de cada parâmetro para inicializar esses métodos não lineares iterativos locais (ZHANG; ALLAIRE; CAGAN, 2021). Uma estimativa inicial ruim pode contribuir para a não convergência desses métodos levando a não convergência ou convergência para outro mínimo local, o que não é congruente com os parâmetros físicos do problema.

1.2 Objetivos do trabalho

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver métodos para avaliar, através de alguns algoritmos, a identificabilidade estrutural e prática quando aplicado a um modelo transitório do gerador síncrono para estimação de parâmetros.

1.2.2 Objetivos específicos

Os seguintes objetivos específicos são derivados:

1. Desenvolver um teste de identificabilidade estrutural para checar se o modelo transitório do gerador síncrono é estruturalmente identificável.

2. Elaborar uma análise de identificabilidade prática aplicada ao modelo transitório do gerador síncrono a fim de estimar os seus parâmetros.

3. Realizar uma seleção de uma janela de tempo ótima a partir dos dados das medidas coletadas em campo para melhorar a precisão dos parâmetros estimados.

4. Aplicar o processo de identificabilidade, estrutural e prática, para estimar os parâmetros de um gerador síncrono com medidas reais coletadas em laboratório.

Esta tese é uma continuação dos trabalhos desenvolvidos no Laboratório de Análise Computacional em Sistemas Elétricos de Potência (LACOSEP) (CARI, 2005; CARI, 2009; LANDGRAF, 2014) para fornecer um método robusto e prático de estimação de parâmetros de geradores síncronos.

1.3 Organização do trabalho

O restante desta tese está dividido da seguinte forma.

O Capítulo 2 mostra algumas propostas de modelos de geradores síncronos, destacando as suas variáveis de estados, entradas, saídas, bem como os parâmetros desconhecidos e constantes, para fins de estimação de parâmetros. Inicialmente, são mostrados os modelos originais do gerador síncrono. Na sequência, são apresentadas as propostas de modelos modificados para estimação de parâmetros de geradores síncronos, incluindo o modelo usado nesta tese.

O Capítulo 3 mostra a formulação do problema de identificabilidade estrutural e prática de sistemas EADs não lineares. Além disso, cada uma das duas etapas da análise de identificabilidade é descrita.

O Capítulo 4 aborda a identificabilidade estrutural. Primeiramente, o conceito bem estabelecido de identificabilidade estrutural em sistemas dinâmicos lineares é mostrado. Posteriormente, é proposto um método de identificabilidade estrutural para sistemas EADs não lineares. A aplicação do método proposto em um dos modelos modificados do gerador síncrono é apresentada.

O Capítulo 5 aborda a identificabilidade prática baseada no método de sensibilidade de trajetória de sistemas EADs não lineares. Propõe-se uma análise das medidas para obter uma janela de tempo ótima para estimação de parâmetros. Com base nisso, são apresentados dois índices, um dos quais é proposto nesta tese, para auxiliar na determinação da janela de tempo ótima.

O Capítulo 6 mostra o processo de identificabilidade aplicada ao modelo EAD do gerador síncrono. A identificabilidade estrutural do modelo EAD do gerador é verificada pelo método proposto nesta tese, e posteriormente uma janela de tempo ótima é obtida a partir de medidas reais coletadas em laboratório.

O Capítulo 7 apresenta as conclusões e algumas perspectivas futuras deste trabalho.

O Apêndice A apresentada as principais publicações oriundas desta pesquisa. O Apêndice B mostra o desenvolvimento passo a passo dos principais modelos originais de geradores síncronos utilizados em estudos de estabilidade de sistemas de potência. Além disso, são mostradas as bases adotadas para as grandezas do sistema por unidade e os circuitos equivalentes. O Apêndice C apresenta a base adotada para o sistema de excitação.

2 MODELAGEM DO GERADOR SÍNCRONO PARA FINS DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Diferentes equações podem modelar o gerador síncrono para fins de simulação. No entanto, para a estimação de parâmetros, devem ser evitadas equações que dependam de variáveis de difícil obtenção. Por exemplo, equações do gerador que dependem do ângulo do rotor (variável difícil de medir) são evitadas em algumas abordagens, como mostrado em (CARI; LANDGRAF; ALBERTO, 2017).

O Apêndice B apresenta uma dedução passo a passo das equações clássicas do gerador síncrono: modelos subtransitório e transitório (dois eixos e um eixo). Tais modelos com as respectivas equações finais são apresentados a seguir (KUNDUR, 1994; SAUER; PAI, 1998).

2.1 Modelos subtransitórios e transitórios convencionais do gerador síncrono

2.1.1 Modelo subtransitório (máquina de polos lisos)

Este modelo é descrito pelas seguintes equações diferenciais:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{2.1}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left[T_m - (\psi_d I_q - \psi_q I_d)\right] \tag{2.2}$$

$$T'_{do}\frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d)\left[I_d - \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)^2}(\psi_{1d} + (X'_d - X_{ls})I_d - E'_q)\right] + E_{fd} \tag{2.3}$$

$$T''_{do}\frac{d\psi_{1d}}{dt} = -\psi_{1d} + E'_q - (X'_d - X_l)I_d \tag{2.4}$$

$$T'_{qo}\frac{dE'_d}{dt} = -E'_d + (X_q - X'_q)\left[I_q - \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_l)^2}(\psi_{2q} + (X'_q - X_l)I_q + E'_d)\right] \tag{2.5}$$

$$T''_{qo}\frac{d\psi_{2q}}{dt} = -\psi_{2q} - E'_d - (X'_q - X_l)I_q \tag{2.6}$$

com as seguintes equações algébricas:

$$0 = R_s I_d + \psi_q + V_d \tag{2.7}$$

$$0 = R_s I_q - \psi_d + V_q \tag{2.8}$$

onde:

$$\psi_d = -X''_d I_d + \frac{(X''_d - X_l)}{(X'_d - X_l)}E'_q + \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)}\psi_{1d} \tag{2.9}$$

$$\psi_q = -X''_q I_q - \frac{(X''_q - X_l)}{(X'_q - X_l)}E'_d + \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_l)}\psi_{2q} \tag{2.10}$$

A Tabela 1 mostra os símbolos com suas respectivas descrições para cada variável e parâmetro do modelo (2.1)-(2.10). Nos modelos apresentados nas próximas subseções, essas definições também são válidas.

Tabela 1 – Símbolos das variáveis e parâmetros do modelo do gerador síncrono

Símbolos	Descrição	Unidade
δ	posição angular do rotor em relação a uma referência de rotação síncrona	rad
ω	velocidade angular do rotor	rad/s
ω_s	velocidade síncrona ou nominal	rad/s
T_m, P_m	torque mecânico e potência mecânica	pu
E'_q, E'_d	tensões transitórias internas proporcionais ao fluxo de campo (ψ_{fd}) e fluxo do enrolamento amortecedor do eixo q (ψ_{1q})	pu
ψ_d, ψ_q	fluxos dos enrolamentos do estator dos eixos d e q	pu
ψ_{1d}, ψ_{2q}	fluxos dos enrolamentos amortecedores dos eixos d e q	pu
E_{fd}	tensão de campo no sistema base não recíproco (tensão do excitador)	pu
I_d, I_q	correntes do estator dos eixos d e q	pu
V_d, V_q	tensões do estator dos eixos d e q	pu
H, D	constantes de inércia e de amortecimento	pu
R_s	resistência do estator	pu
X_l	reatância de dispersão do estator	pu
X_d, X'_d, X''_d	reatâncias síncrona, transitória e subtransitória de eixo d	pu
X_q, X'_q, X''_q	reatâncias síncrona, transitória e subtransitória de eixo q	pu
T'_{do}, T''_{do}	constantes de tempo transitória e subtransitória de circuito aberto de eixo d	s
T'_{qo}, T''_{qo}	constantes de tempo transitória e subtransitória de circuito aberto de eixo q	s

2.1.2 Modelo subtransitório (máquina de polos salientes)

Este modelo é descrito pelas seguintes equações diferenciais:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{2.11}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left[T_m - (\psi_d I_q - \psi_q I_d)\right] \tag{2.12}$$

$$T'_{do}\frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d)\left[I_d - \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)^2}(\psi_{1d} + (X'_d - X_{ls})I_d - E'_q)\right] + E_{fd} \tag{2.13}$$

$$T''_{do}\frac{d\psi_{1d}}{dt} = -\psi_{1d} + E'_q - (X'_d - X_l)I_d \tag{2.14}$$

$$T''_{qo}\frac{d\psi_{2q}}{dt} = -\psi_{2q} - (X_q - X_l)I_q \tag{2.15}$$

com as seguintes equações algébricas:

$$0 = R_s I_d + \psi_q + V_d \tag{2.16}$$

$$0 = R_s I_q - \psi_d + V_q \tag{2.17}$$

onde:

$$\psi_d = -X''_d I_d + \frac{(X''_d - X_l)}{(X'_d - X_l)} E'_q + \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)} \psi_{1d} \tag{2.18}$$

$$\psi_q = -X''_q I_q + \frac{(X_q - X''_q)}{(X_q - X_l)} \psi_{2q} \tag{2.19}$$

2.1.3 Modelo transitório (máquina de polos lisos)

Este modelo é descrito pelas seguintes equações diferenciais:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{2.20}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H} \left[T_m - E'_d I_d - E'_q I_q - (X'_q - X'_d) I_d I_q \right] \tag{2.21}$$

$$T'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) I_d + E_{fd} \tag{2.22}$$

$$T'_{qo} \frac{dE'_d}{dt} = -E'_d + (X_q - X'_q) I_q \tag{2.23}$$

com as seguintes equações algébricas:

$$0 = R_s I_d - X'_q I_q - E'_d + V_d \tag{2.24}$$

$$0 = R_s I_q + X'_d I_d - E'_q + V_q \tag{2.25}$$

2.1.4 Modelo transitório (máquina de polos salientes)

Este modelo é descrito pelas seguintes equações diferenciais:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{2.26}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H} \left[T_m - E'_q I_q - (X_q - X'_d) I_d I_q \right] \tag{2.27}$$

$$T'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) I_d + E_{fd} \tag{2.28}$$

com as seguintes equações algébricas:

$$0 = R_s I_d - X_q I_q + V_d \tag{2.29}$$

$$0 = R_s I_q + X'_d I_d - E'_q + V_q \tag{2.30}$$

2.2 Modelos do gerador síncrono para fins de estimação de parâmetros

Os seguintes vetores devem ser definidos a partir dos modelos para fins de estimação de parâmetros: estados, entradas, saídas, parâmetros desconhecidos e constantes (parâmetros conhecidos). Por esse motivo os sistemas de equações apresentadas nas subseção 2.1.1 - subseção 2.1.4 devem ser modificados dependendo das opções de medidas disponíveis a partir de um sistema real. Algumas propostas são apresentadas a seguir.

2.2.1 Modelo transitório de dois eixos: opção 1

Em (CARI, 2005; CARI, 2009) um conjunto de variáveis de entrada, saída e parâmetros é proposto para o modelo transitório do gerador síncrono da subseção 2.1.3 de tensão terminal (V_t) conectado a um barramento infinito (tensão E_b) através de uma linha de impedância equivalente (Z_I) como representado na Figura 1.

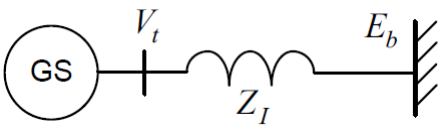


Figura 1 – Sistema gerador síncrono conectado a um barramento infinito.

As equações diferenciais que descrevem o modelo transitório do gerador síncrono são[1] (CARI, 2005; CARI, 2009):

$$\dot{\delta} = \omega \tag{2.31}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left[P_m - E'_q I_q - E'_d I_d - (X'_q - X'_d) I_d I_q - \frac{D}{\omega_s}\omega\right] \tag{2.32}$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{do}}\left[E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d) I_d\right] \tag{2.33}$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}}\left[-E'_d + (X_q - X'_q) I_q\right] \tag{2.34}$$

$$I_d = \frac{E'_q - E_b \cos(\delta)}{X'_d + Z_I} \tag{2.35}$$

$$I_q = \frac{E_b \operatorname{sen}(\delta) - E'_d}{X'_q + Z_I} \tag{2.36}$$

Neste modelo, as equações mecânicas (2.31) e (2.32) são escritas em função do balanço de potência ao invés do balanço de torque da subseção 2.1.3 e consequentemente o parâmetro de amortecimento (D) é incluído. Além disso, nas equações algébricas (2.35) e (2.36) aparecem os parâmetros da rede (E_b e Z_I).

Para este sistema, tem-se:

Estados:	$x = [\delta, \omega, E'_q, E'_d]$
Entradas:	$u = [E_{fd}, P_m]$
Saídas:	$y = [\delta, \omega]$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, X'_q, T'_{qo}]$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [D, H, Z_I, E_b, \omega_s]$

[1] Vale ressaltar que (CARI, 2005; CARI, 2009) adotaram como referência o eixo d adiantado do eixo q. No entanto, para evitar confusão com os sinais nas equações do gerador, as equações de (CARI, 2005; CARI, 2009) foram padronizadas considerando como referência o eixo q adiantado do eixo d, conforme padrão adotado nesta tese (veja Apêndice B).

2.2.2 Modelo transitório de dois eixos: opção 2

O sistema de equações da subseção 2.2.1 pode ser alterado para fins de estimação de parâmetros utilizando entradas de sincronização, que é um acoplamento entre a saída do sistema real e a entrada do modelo. Neste caso, é utilizado "δ_r" (onde o subscrito r denota valor real) como variável de sincronização. Assim, o sistema (2.31)-(2.36) torna-se:

$$\dot{\delta} = \omega \tag{2.37}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left[P_m - E'_q I_q - E'_d I_d - (X'_q - X'_d) I_d I_q - \frac{D}{\omega_s}\omega\right] \tag{2.38}$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{do}}\left[E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d) I_d\right] \tag{2.39}$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}}\left[-E'_d + (X_q - X'_q) I_q\right] \tag{2.40}$$

$$I_d = \frac{E'_q - E_b \cos(\delta_r)}{X'_d + Z_I} \tag{2.41}$$

$$I_q = \frac{E_b \operatorname{sen}(\delta_r) - E'_d}{X'_q + Z_I} \tag{2.42}$$

Para este sistema, tem-se:

Estados:	$x = [\delta, \omega, E'_q, E'_d]$
Entradas:	$u = [E_{fd}, P_m, \delta_r]$
Saídas:	$y = [\delta, \omega]$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, X'_q, T'_{qo}]$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [D, H, Z_I, E_b, \omega_s]$

Mais informações sobre a entrada de sincronização podem ser obtidas em (CARI, 2009).

2.2.3 Modelo transitório de dois eixos: opção 3

O sistema de equações da subseção 2.2.1 é alterado assumindo que δ, I_d e I_q podem ser medidas por intermédio de *phasor measurement units* (PMUs)[2], não sendo necessárias as equações (2.31), (2.35) e (2.36). Portanto, o novo sistema de equações é dado por:

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left[P_m - E'_q I_q - E'_d I_d - (X'_q - X'_d) I_d I_q - \frac{D}{\omega_s}\omega\right] \tag{2.43}$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{do}}\left[E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d) I_d\right] \tag{2.44}$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}}\left[-E'_d + (X_q - X'_q) I_q\right] \tag{2.45}$$

Para este sistema, tem-se:

[2] Na prática, não é possível medir o ângulo δ com PMU. Consequentemente, obter as variáveis δ, I_d e I_q torna-se impraticável. No entanto, essa suposição é usada de forma didática.

Estados:	$x = [\omega, E'_q, E'_d]$
Entradas:	$u = [I_d, I_q, E_{fd}, P_m]$
Saídas:	$y = [\omega]$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, X'_q, T'_{qo}]$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [D, H, \omega_s]$

2.3 Modelos do gerador síncrono modificados para fins de estimação de parâmetros

Os modelos apresentados na seção 2.2 utilizam as equações convencionais do gerador síncrono e, consequentemente, utilizam medidas de difícil obtenção, como medidas mecânicas de velocidade do rotor (ω) e ângulo do rotor (δ). A primeira nem sempre está disponível na prática, enquanto a segunda é difícil de obter, exigindo um medidor de ângulo especial conhecido como *angle and phase measurement unit* (APMU) proposto em (JIN et al., 2007). No entanto, essa tecnologia é cara e geralmente indisponível em usinas geradoras.

Para evitar esses problemas práticos, são apresentados algumas modificações que podem ser feitas para permitir que os parâmetros sejam obtidos por meio de medidas de fácil obtenção.

2.3.1 Modelo transitório de dois eixos modificado com tensão de campo

O modelo transitório de dois eixos de um gerador síncrono de polos lisos, normalmente usado para geradores em usinas térmicas, é dado por:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{2.46}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\Big(P_m - E'_q I_q - E'_d I_d - (X'_q - X'_d) I_d I_q - D(\omega - \omega_s)\Big) \tag{2.47}$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{do}}\Big(-E'_q - (X_d - X'_d) I_d + E_{fd}\Big) \tag{2.48}$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}}\Big(-E'_d + (X_q - X'_q) I_q\Big) \tag{2.49}$$

onde as equações algébricas do estator são:

$$E'_d - V_t \operatorname{sen}(\delta - \theta) + X'_q I_q = 0 \tag{2.50}$$

$$E'_q - V_t \cos(\delta - \theta) - X'_d I_d = 0 \tag{2.51}$$

Este modelo é obtido desprezando a dinâmica rápida dos enrolamentos amortecedores, as constantes de tempo, reatâncias subtransitórias, resistência do estator e efeito de saturação.

A Figura 2 mostra as referências das coordenadas do gerador síncrono (d, q) e da rede (Im, Re). V_t denota a magnitude da tensão terminal do gerador, e o ângulo do rotor δ e o ângulo de fase da tensão terminal θ são medidos em relação a referência da rede. O ângulo de carga β é a diferença angular entre δ e θ.

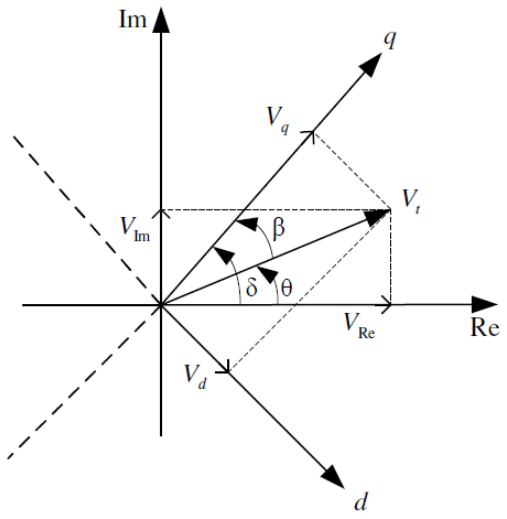


Figura 2 – Referências: gerador síncrono (d, q) e rede (Im, Re)

O modelo de um eixo (2.46)-(2.51) tem 4 estados (δ, ω, E'_q, E'_d), 4 entradas (E_{fd}, P_m, V_t, θ) e 8 parâmetros (H, D, X_d, X_q, X'_d, X'_q, T'_{do}, T'_{qo}). Em (CARI, 2009), o modelo (2.46)-(2.51) foi desacoplado em modelos elétricos e mecânicos; esta decomposição permite estimar os parâmetros mecânicos e elétricos separadamente. Além disso, é necessária uma escolha cuidadosa de entradas e saídas. Assim, o desacoplamento do modelo e a escolha das entradas e saídas são as seguintes:

1. O modelo mecânico é dado apenas pela equação (2.47), onde tem-se: um estado $x = \omega$, duas entradas $u = [P_m, P_e]$, uma saída $y = w$ e dois parâmetros desconhecidos $p = (H, D)$. Como não há dificuldades na estimação dos parâmetros mecânicos, apenas o modelo elétrico abaixo para fins de estimação dos parâmetros é considerado neste estudo. Mais informações sobre a estimação de parâmetros mecânicos são fornecidas em (CARI, 2009).

2. O modelo elétrico é dado pelas equações diferenciais (2.48)-(2.49) e pelas equações algébricas (2.50)-(2.51), que são funções de (E'_q, E'_d, δ, V_t, θ). No entanto, o ângulo do rotor δ da equação (2.46) foi eliminado no processo de desacoplamento do modelo (2.46)-(2.51). Como a medida do ângulo do rotor geralmente não está disponível na prática, o ângulo de carga β é usado em vez de "$\delta - \theta$" em (2.50)-(2.51). Além disso, uma equação de balanço de corrente terminal (2.54) é adicionada ao modelo. Relaciona a medida I_t com as equações algébricas (2.50)-(2.51), que agora são funções de (E'_q, E'_d, β, V_t). Finalmente, as equações de potências ativa $P_e(E'_q, E'_d, \beta, V_t)$ e reativa $Q_e(E'_q, E'_q, \beta, V_t)$ são medidas que estão disponíveis na prática; portanto, elas são usadas como saídas.

Portanto, o modelo utilizado para estimar os parâmetros elétricos foi obtido das equações

(2.48)-(2.49), repetidas em (2.52)-(2.53), e de uma equação de balanço de corrente (2.54):

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}}\left(-E'_q - (X_d - X'_d)I_d + E_{fd}\right) \tag{2.52}$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}}\left(-E'_d + (X_q - X'_q)I_q\right) \tag{2.53}$$

$$0 = {I_t}^2 - {I_d}^2 - {I_q}^2 \tag{2.54}$$

onde

$$I_q = \frac{V_t \operatorname{sen}(\beta) - {E'}_d}{X'_q} \tag{2.55}$$

$$I_d = \frac{{E'}_q - V_t \cos(\beta)}{{X'}_d} \tag{2.56}$$

As potências ativa e reativa, obtidas a partir das medições das tensões e correntes trifásicas do gerador, são as saídas do modelo:

$$P_e = E'_q I_q + E'_d I_d + (X'_q - X'_d) I_d I_q, \tag{2.57}$$

$$Q_e = E'_q I_d - E'_d I_q - X'_d {I_d}^2 - X'_q {I_q}^2. \tag{2.58}$$

A variável E_{fd} por unidade é a tensão de campo no sistema base não recíproco (KUNDUR, 1994), que pode ser relacionada à tensão de campo real V_{fd} em volts como segue:

$$E_{fd} = \frac{V_{fd}}{k_e}, \tag{2.59}$$

onde k_e é a tensão de campo [Volts] necessária para produzir a tensão nominal na linha de entreferro (veja **Definição** 2 do Apêndice C).

Finalmente, substituindo as variáveis algébricas I_d e I_q, de (2.55)-(2.56) em (2.52)-(2.54) e (2.57)-(2.58), e E_{fd} de (2.59) em (2.52), o modelo para estimar os parâmetros elétricos é dado por:

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{do}X'_d}\left(-X_d E'_q + (X_d - X'_d)V_t \cos(\beta) + \frac{X'_d}{k_e}V_{fd}\right) \tag{2.60}$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}X'_q}\left(-X_q E'_d + (X_q - X'_q)V_t \operatorname{sen}(\beta)\right) \tag{2.61}$$

$$0 = I_t^2 - \frac{{E'_q}^2 - 2E'_q V_t \cos(\beta) + V_t^2 \cos^2(\beta)}{{X'_d}^2} - \frac{{E'_d}^2 - 2E'_d V_t \operatorname{sen}(\beta) + V_t^2 \operatorname{sen}^2(\beta)}{{X'_q}^2} \tag{2.62}$$

$$P_e = \frac{E'_q V_t \operatorname{sen}(\beta)}{X'_d} - \frac{E'_d V_t \cos(\beta)}{X'_q} + \left(\frac{1}{X'_q} - \frac{1}{X'_d}\right) \operatorname{sen}(\beta)\cos(\beta) V_t^2 \tag{2.63}$$

$$Q_e = \frac{E'_q V_t \cos(\beta)}{X'_d} + \frac{E'_d V_t \operatorname{sen}(\beta)}{X'_q} - \left(\frac{\operatorname{sen}^2(\beta)}{X'_q} + \frac{\cos^2(\beta)}{X'_d}\right) V_t^2 \tag{2.64}$$

Para este modelo, tem-se:

Estados e variáveis algébricas:	$x = [E'_q, E'_d, \beta]$
Entradas:	$u = [I_t, V_t, V_{fd}]$
Saídas:	$y = [P_e, Q_e]$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, X'_q, T'_{qo}, k_e, E'_{qo}, E'_{do}]$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [\,]$

A grande vantagem deste modelo modificado (2.60)-(2.64) é que utiliza apenas medidas facilmente obtidas devido à seleção cuidadosa das entradas e saídas do sistema. Neste modelo o ângulo de carga $\beta(t)$ é calculado automaticamente pela equação algébrica (2.62). Outra observação é que as condições iniciais das variáveis de estados E'_{qo} e E'_{do} são considerados como parâmetros desconhecidos.

2.3.2 Modelo transitório de um eixo modificado com tensão de campo

Neste modelo, normalmente usado para geradores de polos salientes em usinas hidráulicas, não há enrolamento amortecedor no eixo q para representar as correntes parasitas no corpo do rotor, então $X'_q = X_q$ e $T'_{qo} = 0$, consequentemente $E'_d = 0$. Este modelo é similar ao modelo de dois eixos da subseção 2.3.1 exceto que a equação (2.49) é eliminada do conjunto de equações (2.46)-(2.49) e resulta no seguinte conjunto de três equações diferenciais:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{2.65}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left(P_m - E'_q I_q - (X_q - X'_d) I_d I_q - D(\omega - \omega_s)\right) \tag{2.66}$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}}\left(-E'_q - (X_d - X'_d) I_d + E_{fd}\right) \tag{2.67}$$

onde as equações algébricas do estator são:

$$V_t \operatorname{sen}(\delta - \theta) - X_q I_q = 0 \tag{2.68}$$

$$E'_q - V_t \cos(\delta - \theta) - X'_d I_d = 0 \tag{2.69}$$

Considerando as mesmas escolhas cuidadosas de entradas e saídas como no procedimento realizado na subseção 2.3.1, é possível escrever as seguintes equações para o modelo modificado de um eixo para estimar os parâmetros elétricos:

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0} X'_d}\left(-X_d E'_q + (X_d - X'_d) V_t \cos(\beta) + \frac{X'_d}{k_e} V_{fd}\right) \tag{2.70}$$

$$0 = I_t^2 - \frac{{E'_q}^2 - 2E'_q V_t \cos(\beta) + V_t^2 \cos^2(\beta)}{{X'_d}^2} - \frac{V_t^2 \operatorname{sen}^2(\beta)}{{X_q}^2} \tag{2.71}$$

$$P_e = \frac{E'_q V_t \operatorname{sen}(\beta)}{X'_d} + \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X'_d}\right) sen(\beta)\cos(\beta) V_t^2 \tag{2.72}$$

$$Q_e = \frac{E'_q V_t \cos(\beta)}{X'_d} - \left(\frac{\operatorname{sen}^2(\beta)}{X_q} + \frac{\cos^2(\beta)}{X'_d}\right) V_t^2 \tag{2.73}$$

Para este modelo, tem-se:

Estados e variáveis algébricas:	$x = [E'_q, \beta]$
Entradas:	$u = [I_t, V_t, V_{fd}]$
Saídas:	$y = [P_e, Q_e]$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, k_e, E'_{qo}]$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [\,]$

Similar ao modelo modificado de dois eixos da subseção 2.3.1, a grande vantagem deste modelo modificado (2.70)-(2.73) é que utiliza apenas medidas facilmente obtidas devido à seleção cuidadosa das entradas e saídas do sistema.

2.3.3 Modelo transitório de dois eixos modificado com corrente de campo

O conjunto de equações do modelo de dois eixos (2.46)-(2.49) usando a corrente de campo ao invés da tensão de campo é proposto por (LANDGRAF, 2014):

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{2.74}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left(P_m - E'_d I_d - X_{ad} i_{fd} I_q + (X'_q - X_d) I_d I_q - D(\omega - \omega_s)\right) \tag{2.75}$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}}\left(-E'_d + (X_q - X'_q) I_q\right) \tag{2.76}$$

onde as equações algébricas do estator são:

$$E'_d - V_t \operatorname{sen}(\delta - \theta) + X'_q I_q = 0 \tag{2.77}$$

$$X_{ad} i_{fd} - V_t cos(\delta - \theta) - X_d I_d = 0 \tag{2.78}$$

Considerando um procedimento similar ao da subseção 2.3.1, é possível obter um modelo com medidas de fácil obtenção para o caso em que a tensão de campo no sistema base não recíproco (E_{fd}) não está disponível, mas a corrente de campo no sistema base não recíproco ($I_{fd} = X_{ad} i_{fd}$) está disponível; portanto, substituindo $I_{fd} = X_{ad} i_{fd}$ em (2.74)-(2.78), o seguinte conjunto de equações pode ser obtido:

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{q0} X'_q}\left(-X_q E'_d + (X_q - X'_q) V_t sen(\beta)\right) \tag{2.79}$$

$$0 = I_t^2 - \frac{I_{fd}^2 - 2 I_{fd} V_t \cos(\beta) + V_t^2 \cos^2(\beta)}{{X_d}^2} - \frac{{E'_d}^2 - 2 E'_d V_t \operatorname{sen}(\beta) + V_t^2 \operatorname{sen}^2(\beta)}{{X'_q}^2} \tag{2.80}$$

$$P_e = \frac{I_{fd} V_t \operatorname{sen}(\beta)}{X_d} - \frac{E'_d V_t \cos(\beta)}{X'_q} + \left(\frac{1}{X'_q} - \frac{1}{X_d}\right) \operatorname{sen}(\beta) \cos(\beta) V_t^2 \tag{2.81}$$

$$Q_e = \frac{I_{fd} V_t \cos(\beta)}{X_d} + \frac{E'_d V_t \operatorname{sen}(\beta)}{X'_q} - \left(\frac{\operatorname{sen}^2(\beta)}{X'_q} + \frac{\cos^2(\beta)}{X_d}\right) V_t^2 \tag{2.82}$$

A variável I_{fd} por unidade é a corrente de campo no sistema base não recíproco (KUNDUR, 1994), que pode ser relacionada à corrente de campo real I_f em Amperes

como segue:

$$I_{fd} = \frac{I_f}{k_i}, \tag{2.83}$$

onde k_i é a corrente de campo [Amperes] necessária para produzir a tensão nominal na linha de entreferro (veja **Definição** 2 do Apêndice C).

Finalmente, substituindo (2.83) em (2.79)-(2.82), o seguinte conjunto de equações para estimar os parâmetros elétricos pode ser obtido:

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{q0}X'_q}\left(-X_qE'_d + (X_q - X'_q)V_t sen(\beta)\right) \tag{2.84}$$

$$0 = I_t^2 - \frac{I_f^2 - 2k_iI_fV_t\cos(\beta) + k_i^2V_t^2\cos^2(\beta)}{{k_i}^2{X_d}^2} - \frac{{E'_d}^2 - 2E'_dV_t\,\mathrm{sen}(\beta) + V_t^2\,\mathrm{sen}^2(\beta)}{{X'_q}^2} \tag{2.85}$$

$$P_e = \frac{I_fV_t\,\mathrm{sen}(\beta)}{k_iX_d} - \frac{E'_dV_t\cos(\beta)}{X'_q} + \left(\frac{1}{X'_q} - \frac{1}{X_d}\right)\mathrm{sen}(\beta)\cos(\beta)V_t^2 \tag{2.86}$$

$$Q_e = \frac{I_fV_t\cos(\beta)}{k_iX_d} + \frac{E'_dV_t\,\mathrm{sen}(\beta)}{X'_q} - \left(\frac{\mathrm{sen}^2(\beta)}{X'_q} + \frac{\cos^2(\beta)}{X_d}\right)V_t^2 \tag{2.87}$$

Para este modelo, tem-se:

Estados e variáveis algébricas:	$x = [E'_d, \beta]$
Entradas:	$u = [I_t, V_t, I_f]$
Saídas:	$y = [P_e, Q_e]$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [X_d, X_q, X'_q, T'_{qo}, k_i, E'_{do}]$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [\,]$

Na próxima subseção, é apresentado o modelo de um eixo usando a corrente de campo.

2.3.4 Modelo transitório de um eixo modificado com corrente de campo

Este modelo pode ser obtido a partir do modelo de dois eixos da subseção 2.3.3. Da mesma forma como no modelo de um eixo da subseção 2.3.2, considera-se que $X'_q = X_q$ e $T'_{qo} = 0$, consequentemente $E'_d = 0$. Assim, a partir do conjunto de equações (2.74)-(2.76) com a eliminação da equação (2.76), o modelo é dado apenas por duas equações diferenciais:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{2.88}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left(P_m - X_{ad}i_{fd}I_q + (X_q - X_d)I_dI_q - D(\omega - \omega_s)\right) \tag{2.89}$$

onde as equações algébricas do estator são:

$$-V_t\,\mathrm{sen}(\delta - \theta) + {X'}_qI_q = 0 \tag{2.90}$$

$$X_{ad}i_{fd} - V_tcos(\delta - \theta) - X_dI_d = 0 \tag{2.91}$$

Novamente, considerando um procedimento similar ao da subseção 2.3.1, é possível obter um modelo com medidas de fácil obtenção para o caso em que a tensão de campo no sistema base não recíproco (E_{fd}) não está disponível, mas a corrente de campo no sistema base não recíproco ($I_{fd} = X_{ad} i_{fd}$) está disponível; portanto, substituindo $I_{fd} = X_{ad} i_{fd}$ em (2.88)-(2.91), o seguinte conjunto de equações pode ser obtido:

$$0 = I_t^2 - \frac{I_{fd}^2 - 2I_{fd}V_t\cos(\beta) + V_t^2\cos^2(\beta)}{{X_d}^2} - \frac{V_t^2\,\mathrm{sen}^2(\beta)}{{X_q}^2} \tag{2.92}$$

$$P_e = \frac{I_{fd}V_t\,\mathrm{sen}(\beta)}{X_d} + \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\mathrm{sen}(\beta)\cos(\beta)V_t^2 \tag{2.93}$$

$$Q_e = \frac{I_{fd}V_t\cos(\beta)}{X_d} - \left(\frac{\mathrm{sen}^2(\beta)}{X_q} + \frac{\cos^2(\beta)}{X_d}\right)V_t^2 \tag{2.94}$$

onde I_{fd} é a corrente de campo por unidade e é relacionada à corrente de campo real I_f em Amperes conforme a equação (2.83).

Portanto, substituindo (2.83) em (2.92)-(2.94), o seguinte conjunto de equações para estimar os parâmetros elétricos pode ser obtido:

$$0 = I_t^2 - \frac{I_f^2 - 2k_iI_fV_t\cos(\beta) + k_i^2V_t^2\cos^2(\beta)}{k_i^2{X_d}^2} - \frac{V_t^2\,\mathrm{sen}^2(\beta)}{{X_q}^2} \tag{2.95}$$

$$P_e = \frac{I_fV_t\,\mathrm{sen}(\beta)}{k_iX_d} + \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\mathrm{sen}(\beta)\cos(\beta)V_t^2 \tag{2.96}$$

$$Q_e = \frac{I_fV_t\cos(\beta)}{k_iX_d} - \left(\frac{\mathrm{sen}^2(\beta)}{X_q} + \frac{\cos^2(\beta)}{X_d}\right)V_t^2 \tag{2.97}$$

onde há apenas uma equação algébrica não linear dada em (2.95).

Para este modelo, tem-se:

Variáveis algébricas:	$x = [\beta]$
Entradas:	$u = [I_t, V_t, I_f]$
Saídas:	$y = [P_e, Q_e]$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [X_d, X_q, k_i]$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [\,]$

Na sequência, é apresentado um resumo dos modelos descritos nesta seção 2.3.

2.3.5 Resumo dos modelos apresentados nesta seção

Nas subseção 2.3.1 - subseção 2.3.4, alguns modelos derivados dos modelos de um e dois eixos foram apresentados, considerando o uso de medidas de fácil obtenção para estimação de parâmetros.

Para o modelo de dois eixos, dois conjuntos de EADs foram obtidos na subseção 2.3.1 e subseção 2.3.3, usando tensão e corrente de campo, respectivamente; já para o modelo de um eixo, um conjunto de EAD foi obtido na subseção 2.3.2 usando a tensão de campo

e apenas uma equação algébrica não linear na subseção 2.3.4 foi obtida usando a corrente de campo.

Esta tese tem como objetivo validar o estudo em um sistema real construído em laboratório utilizando um gerador síncrono de polos salientes descrito por um sistema EAD. Assim, será utilizado o modelo transitório de um eixo modificado com tensão de campo (2.70)-(2.73) apresentado na subseção 2.3.2. No entanto, os mesmos procedimentos podem ser feitos para os outros modelos EADs da subseção 2.3.1 e da subseção 2.3.3, ao passo que outro tipo de procedimento deve ser aplicado ao modelo algébrico não linear da subseção 2.3.4, que não é o foco desta tese.

O conceito de identificabilidade de sistemas EADs com aplicação ao modelo do gerador síncrono será introduzido nos capítulos seguintes.

3 IDENTIFICABILIDADE ESTRUTURAL E PRÁTICA DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS DIFERENCIAIS NÃO LINEARES

3.1 Formulação do problema

Considere um sistema dinâmico representado pelo seguinte conjunto de equações algébrica diferenciais (EADs):

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), p), \tag{3.1}$$

$$0 = g(x(t), u(t), p), \tag{3.2}$$

$$y(t) = h(x(t), u(t), p), \tag{3.3}$$

onde f, g e h são funções diferenciáveis, $h(.)$ está relacionado às saídas e medidas disponíveis, $x \in R^{n_x}$ é um vetor composto de variáveis de estado dinâmicas e algébricas, $y \in R^{n_y}$ é o vetor de variáveis de saída, $u \in R^{n_u}$ é o vetor de variáveis de entrada e $p \in R^{n_p}$ é o vetor de parâmetros. Para ser mais específico, o conjunto de equações (3.1)-(3.3) deveria incluir o vetor de constantes $c \in R^{n_c}$, que seriam os parâmetros conhecidos. Entretanto, isso não será representado para facilitar a visualização das equações posteriormente.

O sistema de equações (3.1)-(3.3) define a estrutura do modelo que, para fins de estimação de parâmetros, é composto por variáveis de entrada, saída, estado e algébricas, bem como o vetor de parâmetros conforme mostrado na Figura 3.

Observe que diferentes escolhas de entradas e saídas poderiam definir outras variáveis de estado dinâmicas e algébricas e, consequentemente, diferentes conjuntos de parâmetros. Em geral, quanto mais saídas do modelo estão disponíveis, mais acessível será a estimação dos parâmetros. O oposto também é verdade; quanto menos saídas estiverem disponíveis, mais complexa será estimar os parâmetros. Em sistemas reais, as variáveis de entradas e saídas são selecionadas a partir das medidas disponíveis e de fácil obtenção.

Para uma determinada seleção de entradas e saídas do modelo, pode ocorrer que nem todos os parâmetros possam ser estimados (recuperados). Assim, o problema de identificabilidade do modelo é definido em duas etapas: identificabilidade estrutural e identificabilidade prática, conforme como mostrado na Figura 3.

3.1.1 Etapa I: Identificabilidade estrutural

A primeira etapa do processo de identificabilidade é chamada de identificabilidade estrutural. Por meio de um teste de identificabilidade estrutural proposto, esta etapa consiste em verificar se um vetor de parâmetros é ou não identificável a partir de um conjunto selecionado de entradas e saídas do modelo. Se o sistema não for identificável, a estrutura do modelo (entrada, variáveis de estado e algébricas, parâmetros, saída)

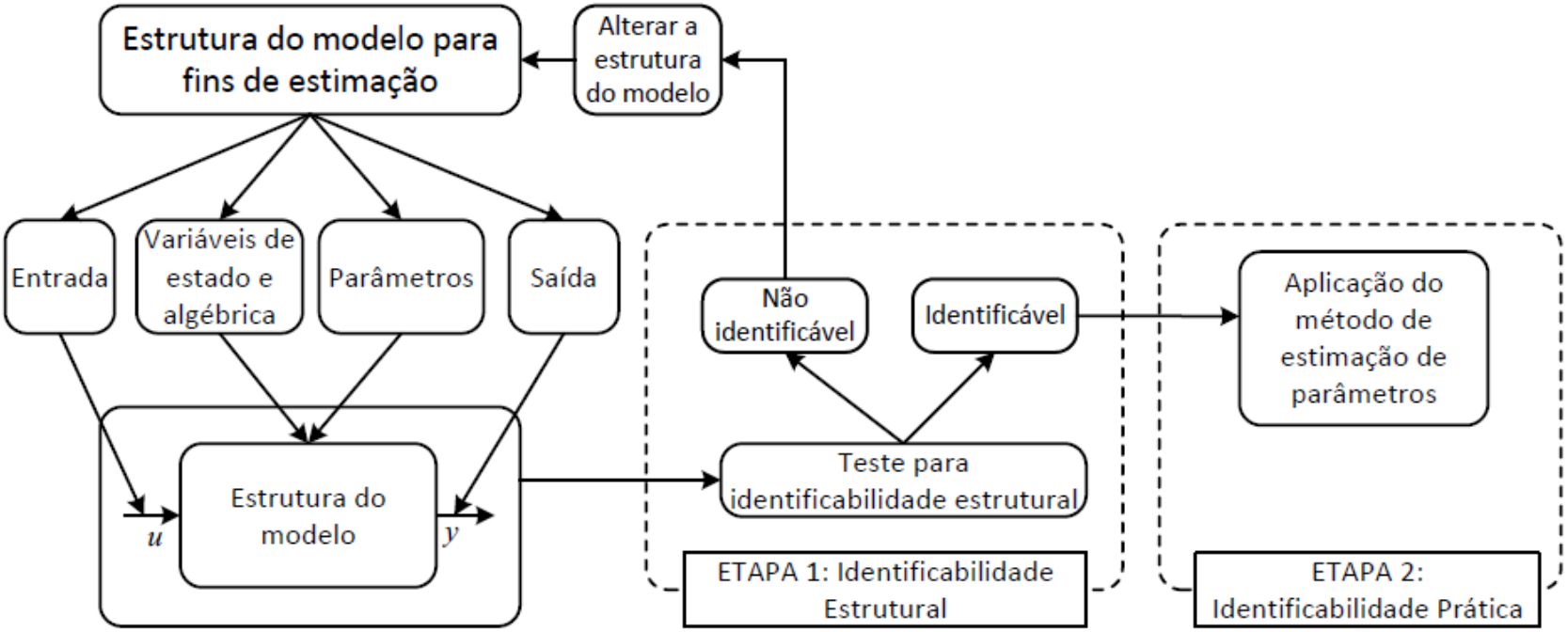


Figura 3 – Diagrama de blocos para identificabilidade estrutural e prática de sistemas de equações algébricas diferenciais

deve ser alterada. O teste é fundamental no início do processo de identificabilidade, principalmente quando se utiliza um método heurístico para estimar parâmetros. Problemas de singularidade (no caso de métodos não lineares) ou convergência para valores irreais para alguns parâmetros (para métodos heurísticos) podem ocorrer durante o processo de estimação se a identificabilidade estrutural não for garantida.

O teste de identificabilidade estrutural é realizado antes da quantificação numérica do modelo (identificabilidade prática) para a eliminação de eventuais problemas estruturais nos parâmetros do modelo. Esta análise é útil para distinguir os problemas estruturais dos numéricos, uma vez que são tratados de forma diferente.

3.1.2 Etapa II: Identificabilidade prática

Depois que a identificabilidade estrutural é verificada na etapa 1, um método de estimação de parâmetros é utilizado para estimar os parâmetros do modelo na etapa 2. Esta etapa é conhecida como de identificabilidade prática. Um conjunto de parâmetros do modelo que representa o comportamento dinâmico do sistema com alguma precisão deve ser identificado, e métodos não lineares, heurísticos ou híbridos podem ser usados nesta etapa.

No caso do processo de identificabilidade aplicado ao modelo do gerador síncrono, verificou-se que os métodos propostos na literatura[1] focam apenas na identificabilidade prática. Isso pode causar erros de convergência ou inconsistências que são indevidamente associadas ao método de estimação quando estão associados à identificabilidade estrutural. Portanto, a etapa 1 deve ser executada antes da etapa 2.

Algumas dificuldades durante a aplicação do método de estimação da etapa 2 podem ocorrer quando dinâmicas rápidas estão associadas a alguns parâmetros e dinâmicas lentas a outros. Dependendo do intervalo de tempo (janela de tempo) escolhido a partir do conjunto das medidas, algumas diferenças podem ocorrer nos valores finais dos parâmetros após o processo de estimação.

Para contornar esses problemas, esta tese propõe uma análise de intervalo de tempo para determinar uma janela de tempo ótima para melhorar a precisão dos parâmetros estimados antes da aplicação do método de estimação.

Nos capítulos seguintes, serão detalhadas as análises de identificabilidade estrutural e prática, respectivamente.

[1] Métodos publicados na literatura até Abril de 2022.

4 IDENTIFICABILIDADE ESTRUTURAL

O trabalho de (BELLMAN; ÅSTRÖM, 1970) usou pela primeira vez o conceito de identificabilidade estrutural. Como esse nome indica, as técnicas verificam a identificabilidade estrutural explorando a estrutura do modelo, ou seja, as equações do modelo. As primeiras técnicas de análise de identificabilidade estrutural foram desenvolvidas a partir de teorias de controle na década de 1970 para modelos lineares, especialmente modelos compartimentais (sistemas biológicos) (MIAO et al., 2011). Em (BELLMAN; ÅSTRÖM, 1970), foi proposta uma técnica de análise para modelos EDO lineares baseadas em funções de transferências, utilizando transformadas de Laplace. Posteriormente, o trabalho de (POHJANPALO, 1978) propôs o método de expansão em série de potências, enquanto em (WALTER; LECOURTIER, 1981), o método proposto foi baseado na transformação de similaridade para modelos EDO lineares. Esses métodos foram bem resumidos em (MIAO et al., 2011), (CHIS; BANGA; BALSA-CANTO, 2011) e (COLE, 2020).

Esta tese foca em métodos de identificabilidade estrutural para modelos EAD não lineares que descreve o modelo do gerador síncrono para fins de estimação de parâmetros. No entanto, para fins didáticos, a identificabilidade estrutural é apresentada inicialmente para sistemas dinâmicos lineares e posteriormente para sistemas EAD não lineares.

4.1 Identificabilidade Estrutural para sistemas dinâmicos lineares

Considere a seguinte classe de sistemas dinâmicos lineares:

$$\dot{x}(t,p) = A(p)x(t,p) + B(p)u(t) \tag{4.1}$$

$$y(t,p) = C(p)x(t,p) \tag{4.2}$$

onde $x \in R^n$, $y \in R^m$, $u \in R^r$ são os vetores de estado, saída, e entrada, respectivamente. O sistema depende de um conjunto de parâmetros desconhecidos $p \in R^P$, e de matrizes A, B e C de dimensões apropriadas, cada uma das quais depende em alguns ou em todos os seus elementos dos parâmetros desconhecidos p. O problema de identificabilidade estrutural consiste em verificar se é possível recuperar os parâmetros desconhecidos p unicamente a partir de medidas de entrada-saída, $u(t)$, $y(t)$, $t \in [0, T]$, em um procedimento de identificação (DISTEFANO, 1977).

Conforme mencionado na introdução deste capítulo, este conceito de identificabilidade para sistemas lineares tem sido amplamente discutido na literatura, e vários métodos foram desenvolvidos para avaliar a identificabilidade estrutural de tais sistemas. Entre as várias técnicas disponíveis, as três primeiras foram a abordagem da função de transferência, a abordagem da transformação de similaridade e a abordagem da série de Taylor. No

entanto, uma das mais diretas é a abordagem de identificabilidade estrutural a partir dos termos da matriz da função de transferência.

De acordo com (COLE, 2020), (DISTEFANO, 1977) e (BELLMAN; ÅSTRÖM, 1970), para verificar a identificabilidade estrutural do modelo (4.1)-(4.2) com p parâmetros desconhecidos, deve-se verificar se a função de transferência do sistema:

$$\begin{aligned} \frac{y}{u}(s,p) &= \frac{y}{u}(s,p'), \text{ou seja,} \\ C(p)[sI - A(p)]^{-1}B(p) &= C(p')[sI - A(p')]^{-1}B(p') \end{aligned} \tag{4.3}$$

para todo s implica $p = p'$ para todos $p, p' \in R^P$. Essa abordagem é mostrada no exemplo do sistema massa-mola descrito a seguir.

4.1.1 Exemplo: identificabilidade estrutural para o sistema massa-mola com amortecimento

Considere as equações do sistema massa-mola obtido da Figura 4.

$$\dot{x}_1 = x_2 \tag{4.4}$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{b}{m}x_2 + \frac{1}{m}F(t) \tag{4.5}$$

$$y = x_1 \tag{4.6}$$

Em $t = 0$: $x_1(0) = x_{1o}$ e $x_2(0) = x_{2o}$. Sendo k a constante da mola, m a massa do corpo, b a contante de amortecimento e $F(t)$ uma força externa.

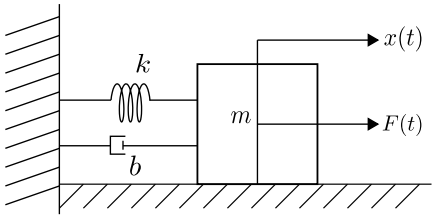


Figura 4 – Sistema massa-mola com amortecimento

Para determinar a identificabilidade estrutural do sistema (4.4)-(4.6) as entradas, saídas, estados e constantes devem ser definidos. Vamos analisar duas situações.

(A) Escolhendo como entrada $u = F(t)$

Considerando como entrada $u = F(t)$ e tal que $u \neq 0$, haverá excitação no sistema dinâmico, portanto, independente das condições iniciais dos estados, é possível estimar os parâmetros. Vamos verificar esta afirmação usando o método da função de transferência. Escolhendo $u = F(t)$ para o sistema (4.4)-(4.6), tem-se:

Estados:	$x = [x_1, x_2]^T$
Entrada:	$u = [F(t)]$
Saída:	$y = [x_1]$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [k, m, b]^T$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [x_{1o}, x_{2o}]^T$

As condições iniciais são consideradas conhecidas e iguais a zero, isto é, $x_{1o} = 0$ e $x_{2o} = 0$. Aplicando a transformada de Laplace ao sistema (4.4)-(4.6):

$$sx_1(s) - x_1(0) = x_2(s) \tag{4.7}$$
$$sx_2(s) - x_2(0) = -\frac{k}{m}x_1(s) - \frac{b}{m}x_2(s) + \frac{u(s)}{m} \tag{4.8}$$
$$y(s) = x_1(s) \tag{4.9}$$

Como as condições iniciais são zero ($x_1(0) = x_2(0) = 0$), tem-se:

$$sx_1(s) = x_2(s) \tag{4.10}$$
$$sx_2(s) = -\frac{k}{m}x_1(s) - \frac{b}{m}x_2(s) + \frac{u(s)}{m} \tag{4.11}$$
$$y(s) = x_1(s) \tag{4.12}$$

Substituindo (4.10) em (4.11):

$$\begin{aligned} s[sx_1(s)] &= -\frac{k}{m}x_1(s) - \frac{b}{m}[sx_1(s)] + \frac{u(s)}{m} \\ s^2x_1(s) + \frac{b}{m}sx_1(s) + \frac{k}{m}x_1(s) &= \frac{u(s)}{m} \\ x_1(s)\left[s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}\right] &= \frac{u(s)}{m} \\ \frac{x_1(s)}{u(s)} &= \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \end{aligned} \tag{4.13}$$

Substituindo (4.12) em (4.13):

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + s\frac{b}{m} + \frac{k}{m}} \tag{4.14}$$

De forma mais genérica, a relação saída-entrada para a variável “s” e o parâmetro “p” pode ser representada por:

$$\frac{y}{u}(s, p) = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + s\frac{b}{m} + \frac{k}{m}} \tag{4.15}$$

Aplicando o mesmo procedimento para um outro vetor de parâmetro $p' = [a_1, a_2, a_3]^T$, chega-se na seguinte relação saída-entrada:

$$\frac{y}{u}(s, p') = \frac{\frac{1}{a_2}}{s^2 + s\frac{a_3}{a_2} + \frac{a_1}{a_2}} \tag{4.16}$$

Deve-se verificar se:

$$\frac{y}{u}(s,p) = \frac{y}{u}(s,p'), \tag{4.17}$$

para todo s, com $p, p' \in R^P$, implica $p = p'$. Igualando (4.15) com (4.16):

$$\frac{\frac{1}{m}}{s^2 + s\frac{b}{m} + \frac{k}{m}} = \frac{\frac{1}{a_2}}{s^2 + s\frac{a_3}{a_2} + \frac{a_1}{a_2}} \Rightarrow \frac{1}{ms^2 + bs + k} = \frac{1}{a_2 s^2 + a_3 s + a_1} \Rightarrow$$

$$\frac{(a_2 s^2 + a_3 s + a_1) - (ms^2 + bs + k)}{(ms^2 + bs + k)\,(a_2 s^2 + a_3 s + a_1)} = 0 \Rightarrow \frac{(a_2 - m)s^2 + (a_3 - b)s + (a_1 - k)}{(ms^2 + bs + k)\,(a_2 s^2 + a_3 s + a_1)} = 0 \tag{4.18}$$

A equação (4.18) é satisfeita se, para todo s, o numerador é igual a zero. Assim, igualando a zero o numerador e as constantes que acompanham os termos s^2, s^1 e s^0, tem -se:

$$\begin{aligned} a_2 - m = 0 \Rightarrow \quad & a_2 = m \\ a_3 - b = 0 \Rightarrow \quad & a_3 = b \\ a_1 - k = 0 \Rightarrow \quad & a_1 = k \end{aligned} \tag{4.19}$$

Desta forma, é verificado que $\frac{y}{u}(s,p) = \frac{y}{u}(s,p')$ implica em $p = p'$ para todo s com $p, p' \in R^P$. Portanto, o sistema (4.4)-(4.6) é estruturalmente identificável para este conjunto de estados, entradas, saídas, parâmetros e constantes.

(B) Escolhendo como entrada $u = x_{1o}$ e fazendo $F(t) = 0$

Neste caso, tem-se:

Estados:	$x = [x_1, x_2]^T$
Entrada:	$u = [x_{1o}]$
Saída:	$y = [x_1]$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [k, m, b]^T$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [x_{2o}]$

Novamente, aplicando a transformada de Laplace ao sistema (4.4)-(4.6):

$$sx_1(s) - x_1(0) = x_2(s) \tag{4.20}$$

$$sx_2(s) - x_2(0) = -\frac{k}{m}x_1(s) - \frac{b}{m}x_2(s) + \frac{F(s)}{m} \tag{4.21}$$

$$y(s) = x_1(s) \tag{4.22}$$

Neste caso, a entrada u é selecionada como a condição inicial x_{1o}, ou seja, $u(s) = x_1(0)$ e tal que $u(s) \neq 0$.

Dado que $F(t) = 0$, então $F(s) = 0$ e considerando $x_2(0) = 0$, o sistema (4.20)-(4.22) torna-se:

$$\begin{aligned} sx_1(s) - u(s) &= x_2(s) && (4.23)\\ sx_2(s) &= -\frac{k}{m}x_1(s) - \frac{b}{m}x_2(s) && (4.24)\\ y(s) &= x_1(s) && (4.25) \end{aligned}$$

Substituindo (4.23) em (4.24):

$$\begin{aligned} s[sx_1(s) - u(s)] &= -\frac{k}{m}x_1(s) - \frac{b}{m}[sx_1(s) - u(s)]\\ s^2x_1(s) - su(s) &= -\frac{k}{m}x_1(s) - s\frac{b}{m}x_1(s) + \frac{b}{m}u(s)\\ s^2x_1(s) + s\frac{b}{m}x_1(s) + \frac{k}{m}x_1(s) &= su(s) + \frac{b}{m}u(s)\\ \frac{x_1(s)}{u(s)} &= \frac{s + \frac{b}{m}}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} && (4.26) \end{aligned}$$

Substituindo (4.25) em (4.26), para $p = (k, m, b)^T$ tem-se:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{s + \frac{b}{m}}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \tag{4.27}$$

ou

$$\frac{y}{u}(s, p) = \frac{s + \frac{b}{m}}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \tag{4.28}$$

Para um novo conjunto de parâmetros $p' = [a_1, a_2, a_3]^T$ tem-se:

$$\frac{y}{u}(s, p') = \frac{s + \frac{a_3}{a_2}}{s^2 + \frac{a_3}{a_2}s + \frac{a_1}{a_2}} \tag{4.29}$$

Igualando (4.28) com (4.29):

$$\frac{s + \frac{b}{m}}{s^2 + s\frac{b}{m} + \frac{k}{m}} = \frac{s + \frac{a_3}{a_2}}{s^2 + s\frac{a_3}{a_2} + \frac{a_1}{a_2}} \Rightarrow \frac{ms + b}{ms^2 + bs + k} = \frac{a_2s + a_3}{a_2s^2 + a_3s + a_1} \Rightarrow$$

$$\frac{(ms + b)(a_2s^2 + a_3s + a_1) - (a_2s + a_3)(ms^2 + bs + k)}{(ms^2 + bs + k)(a_2s^2 + a_3s + a_1)} = 0 \tag{4.30}$$

Igualando o numerador de (4.30) a zero e após algumas simplificações, tem-se:

$$(ma_1 - ka_2)s + ba_1 - ka_3 = 0 \tag{4.31}$$

Separando os termos que acompanham as variáveis "s" e igualando a zero:

$$\begin{aligned} ma_1 - ka_2 &= 0\\ ba_1 - ka_3 &= 0 && (4.32) \end{aligned}$$

O seguinte sistema de equações pode ser obtido de (4.32):

$$\begin{bmatrix} m & -k & 0 \\ b & 0 & -k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

Note que o sistema (4.33) tem mais incógnitas do que equações e, consequentemente, p não é igual a p'. Portanto, o sistema (4.4)-(4.6) não é estruturalmente identificável para este conjunto de estados, entradas, saídas, parâmetros e constantes.

(B.1) Tornando o sistema estruturalmente identificável

Observe por inspeção dos coeficientes da função de transferência (4.28) que apenas duas combinações de parâmetros ($\frac{b}{m}$ e $\frac{k}{m}$) podem ser determinadas. Assim, se um dos parâmetros for conhecido, os outros dois parâmetros poderão ser determinados. Por exemplo, se a massa m for um parâmetro conhecido, o sistema torna-se:

Estados:	$x = [x_1, x_2]^T$
Entrada:	$u = [x_{1o}]$
Saída:	$y = [x_1]$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [k, b]^T$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [x_{2o}, m]^T$

Novamente, deve-se verificar se $\frac{y}{u}(s,p) = \frac{y}{u}(s,p')$ para todo s, com $p, p' \in R^P$, implica $p = p'$.

Para $p = [k, b]^T$, tem-se:

$$\frac{y}{u}(s,p) = \frac{s + \frac{b}{m}}{s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k}{m}} \tag{4.34}$$

Para $p' = [a_1, a_2]^T$ tem-se:

$$\frac{y}{u}(s,p') = \frac{s + \frac{a_2}{m}}{s^2 + \frac{a_2}{m}s + \frac{a_1}{m}} \tag{4.35}$$

Igualando (4.34) com (4.35):

$$\frac{s + \frac{b}{m}}{s^2 + s\frac{b}{m} + \frac{k}{m}} = \frac{s + \frac{a_2}{m}}{s^2 + s\frac{a_2}{m} + \frac{a_1}{m}} \Rightarrow \frac{ms + b}{ms^2 + bs + k} = \frac{ms + a_2}{ms^2 + a_2 s + a_1} \Rightarrow$$
$$\frac{(ms + b)(ms^2 + a_2 s + a_1) - (ms + a_2)(ms^2 + bs + k)}{(ms^2 + bs + k)(ms^2 + a_2 s + a_1)} = 0 \tag{4.36}$$

Igualando o numerador de (4.36) a zero e após algumas simplificações, tem-se:

$$(ma_1 - mk)s + ba_1 - a_2 k = 0 \tag{4.37}$$

Separando os termos que acompanham as variáveis "s" e igualando a zero:

$$\begin{aligned} ma_1 - mk = 0 \Rightarrow \quad a_1 = k \\ ba_1 - a_2 k = 0 \Rightarrow \quad a_2 = b \end{aligned} \tag{4.38}$$

Portanto $p = p'$ e o sistema (4.4)-(4.6) torna-se estruturalmente identificável para este conjunto de estados, entradas, saídas, parâmetros e constantes.

4.1.2 Conclusões do exemplo

Nesta seção, foi apresentado o uso da função de transferência, relação saída/entrada, para determinar a identificabilidade estrutural de equações diferenciais lineares. Este procedimento não pode ser aplicado para equações diferenciais não lineares. No entanto, os exemplos desta seção são importantes porque mostram como a escolha de entradas, saídas, parâmetros e constantes podem influenciar na identificabilidade estrutural de modelos em geral.

Na próxima seção, o procedimento para determinar a identificabilidade estrutural de equações algébricas diferenciais não lineares será desenvolvido.

4.2 Identificabilidade Estrutural para sistemas EADs não lineares

A identificabilidade estrutural de sistemas dinâmicos não lineares pode ser estudada por meio de uma extensão das ferramentas para análises de observabilidade de estado. O vetor de estado é aumentado nesta abordagem, considerando os parâmetros como variáveis de estado com dinâmica zero (GERDIN, 2006).

A subseção 4.2.1 descreve a formulação para a observabilidade de estado de modelos EADs não lineares propostos em (TERRELL, 1997; TERRELL, 1998) e, na sequência, a subseção 4.2.2 aborda a inclusão de parâmetros com dinâmica zero para análise de sua identificabilidade local estrutural (GERDIN, 2006).

4.2.1 Observabilidade de sistemas EADs não lineares

O modelo do sistema (3.1)-(3.3) pode ser escrito na forma de uma EAD mais geral:

$$F(\dot{x}, x, u, p) = 0, \tag{4.39}$$

$$y = h(x, u, p), \tag{4.40}$$

onde o conjunto de funções $F(.)$ incorpora as equações diferenciais (3.1) e algébricas (3.2) não-lineares, com a dependência do tempo omitida.

A formulação de observabilidade, conforme reportado em (TERRELL, 1997; TERRELL, 1998), é avaliada a partir das equações *array* de derivada da função F e das medidas

de saída y de (4.39) e (4.40), respectivamente. Assim, se (4.39) e (4.40) são diferenciadas k vezes em relação ao tempo, as seguintes equações *array* de derivada são obtidas:

$$\mathcal{G} \equiv G_k(x, \dot{x}, w, u, z, p) = \begin{bmatrix} F(\dot{x}, x, u, p) \\ \frac{\partial F(\dot{x},x,u,p)}{\partial u}\dot{u} + \frac{\partial F(\dot{x},x,u,p)}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial F(\dot{x},x,u,p)}{\partial \dot{x}}\ddot{x} \\ \vdots \\ \frac{d^k}{dt^k}[F(\dot{x}, x, u, p)] \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (4.41)$$

$$\mathcal{H} \equiv H_k(x, \dot{x}, w, u, z, p) = \begin{bmatrix} h(x, u, p) \\ \frac{\partial h(x,u,p)}{\partial u}\dot{u} + \frac{\partial h(x,u,p)}{\partial x}\dot{x} \\ \vdots \\ \frac{d^k}{dt^k}[h(x, u, p)] \end{bmatrix} = \mathbf{Y}, \quad (4.42)$$

onde $\mathcal{G}$ e $\mathcal{H}$ têm tamanhos $(k+1)n_x$ e $(k+1)n_y$, respectivamente, onde k é o índice de diferenciação e n_x e n_y são os números de estados e saídas do modelo. $w = \left[x^{(2)}, \ \ldots, \ x^{(k+1)}\right]$ e $z = \left[u^{(1)}, \ \ldots, \ u^{(k)}\right]$ são vetores dos termos de alta ordem das derivadas de x e u, $\mathbf{Y} = [y, y^{(1)}, \ldots, y^{(k)}]$, e $\mathbf{0}$ é um vetor nulo correspondente ao lado direito da função F e suas derivadas.

Como proposto em (TERRELL, 1997; TERRELL, 1998), a combinação da equações (4.41) com (4.42) pode ser escrita para k como:

$$\mathcal{O}(x, \dot{x}, w, u, z, p) = \begin{bmatrix} \mathcal{G} \\ \mathcal{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Y} \end{bmatrix}. \quad (4.43)$$

A matriz Jacobiana de $\mathcal{O}(x, \dot{x}, w, u, z, p)$ com respeito a $(x, \dot{x}, w)$ é:

$$J_{\mathcal{O}} \equiv \begin{bmatrix} \mathcal{G}_x & \mathcal{G}_{\dot{x}} & \mathcal{G}_w \\ \mathcal{H}_x & \mathcal{H}_{\dot{x}} & \mathcal{H}_w \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

onde $J_{\mathcal{O}}$ com índice k tem tamanho $[(k+1)(n_x + n_y) \times [(k+1)n_x]$.

As matrizes G_x, $G_{\dot{x}}$ e H_x, $H_{\dot{x}}$ são as matrizes Jacobianas das funções G e H com respeito às variáveis x e $\dot{x}$, respectivamente, e G_w e H_w são compostas das matrizes Jacobianas de G e H com respeito aos termos de segunda ordem, e ordens superiores de x, isso é:

$$\mathcal{G}_w = \left[\mathcal{G}_{x^{(2)}}, \ldots, \mathcal{G}_{x^{(k+1)}}\right], \quad (4.45)$$

$$\mathcal{H}_w = \left[\mathcal{H}_{x^{(2)}}, \ldots, \mathcal{H}_{x^{(k+1)}}\right]. \quad (4.46)$$

O seguinte teorema proposto em (TERRELL, 1997; TERRELL, 1998) generaliza as condições suficientes para observabilidade local suave dadas para EADs não lineares.

Teorema 1. *O sistema (4.39)-(4.40) é suavemente observável em uma vizinhança U das condições iniciais consistentes*[1] $(x_0, \dot{x}_0, w_0, u_0, z_0, p_0)$ *de (4.39) em t_0 se duas condições do*

[1] As condições iniciais consistentes são as condições iniciais da equação (4.39) tal que o problema de valor inicial correspondente tenha uma solução.

Jacobiano $J_{\mathcal{O}}$ em (4.44) são satisfeitas[2]*:*

$$\text{(A1)} \quad rank(J_{\mathcal{O}}) = n_x + rank(J_{red}) \text{ para } k = 1, ..., n_x - 1, \tag{4.47}$$

$$\text{onde: } J_{red} = \begin{bmatrix} \mathcal{G}_{\dot{x}} & \mathcal{G}_w \\ \mathcal{H}_{\dot{x}} & \mathcal{H}_w \end{bmatrix}$$

$$\text{(A2)} \quad rank(J_{\mathcal{O}}) \text{ é constante em } U. \tag{4.48}$$

O valor de k na condição (A1) é obtido iterativamente, iniciando em 1 até o número máximo de $n_x - 1$. No entanto, na prática, um número mínimo para k pode ser obtido por (VILLAVERDE; BARREIRO; PAPACHRISTODOULOU, 2016a; VILLAVERDE; BARREIRO; PAPACHRISTODOULOU, 2016b):

$$k_{min} = \left[\frac{n_x}{n_y} - 1 \right], \tag{4.49}$$

onde k_{min} é um número inteiro maior ou igual a $n_x/n_y - 1$.

O Teorema 1 fornece um teste de observabilidade, onde as condições de observabilidade (A1) e (A2) em (4.47)-(4.48) são baseadas em Jacobianos para sistemas descrito por uma classe geral de EADs não lineares. Na próxima seção, esse resultado é usado para verificar a identificabilidade estrutural de EADs não lineares.

4.2.2 Identificabilidade estrutural de sistemas EADs a partir de observabilidade

Considere o modelo EAD em (4.39)-(4.40) com um vetor desconhecido de parâmetros p. O problema de identificabilidade estrutural é definido como em (GERDIN, 2006). Semelhante ao caso de observabilidade, apenas a identificabilidade local é tratada.

Definição 1. *Para o modelo EAD em (4.39)-(4.40), com entrada u e saída y e condições iniciais consistentes x_0, um parâmetro p é dito ser localmente identificável estruturalmente em p^* (parâmetro nominal) se existe uma vizinhança V de p^*, tal que a equação de saída $y(x, u, p^*) = y(x, u, p)$ implica $p = p^*$. Da mesma forma, o modelo EAD em (4.39)-(4.40) é localmente identificável estruturalmente para uma dada escolha de entrada e saída e condições iniciais consistentes, se cada parâmetro for localmente identificável estruturalmente.*

4.2.2.1 Teste proposto para verificar a identificabilidade estrutural de sistemas EADs

O sistema (4.39)-(4.40) é observável e identificável se as equações tiverem informações suficientes para calcular $x(t)$ e p quando $u(t)$ e $y(t)$ são sinais conhecidos.

[2] A prova deste teorema é uma aplicação do teorema da função implícita e aparece em (TERRELL, 1997), portanto, é um resultado local. Apesar disso, as condições (A1) e (A2) são frequentemente satisfeitas para uma ampla variedade de condições iniciais consistentes.

Para verificar a identificabilidade estrutural, o sistema (4.39)-(4.40) é aumentado de forma que os parâmetros p sejam considerados como variáveis de estado com dinâmica zero por meio da equação:

$$\dot{p}(t) = 0, \tag{4.50}$$

onde uma abordagem semelhante é relatada em (GERDIN, 2006).

A incorporação de (4.50) no conjunto das equações (4.39) e (4.40) produz:

$$F(\dot{x}(t), \dot{p}(t), x(t), p(t), u(t)) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) - f(x(t), p(t), u(t)) \\ g(x(t), p(t), u(t)) \\ \dot{p}(t) \end{bmatrix} = 0, \tag{4.51}$$

$$y(t) = h(x(t), p(t), u(t)). \tag{4.52}$$

A partir de agora, a nova variável de estado aumentada será $x_a = (x(t), p(t))$.

Estendendo o método de análise de observabilidade para o problema de observabilidade e identificabilidade aplicado para sistema aumentado (4.51)-(4.52) a seguinte condição é proposta.

Condição de identificabilidade-observabilidade: o sistema dado pelas equações (4.39)-(4.40) é (localmente) observável e identificável em uma vizinhança U das condições iniciais consistentes $(\dot{x}_0, \dot{p}_0, x_0, p_0, u_0)$ de (4.51) em t_0 se as condições (A1) e (A2) em (4.47)-(4.48) do Teorema 1 valem para o sistema aumentado (4.51)-(4.52).

Portanto, a observabilidade do sistema aumentado (4.51)-(4.52) implica a observabilidade da variável x e a identificabilidade do parâmetro p.

4.2.3 Exemplo: modelo transitório de dois eixos - opção 3

Neste exemplo, o teste de identificabilidade estrutural é aplicado às equações diferenciais que descrevem o modelo transitório do gerador síncrono (opção 3) apresentados na subseção 2.2.3.

Para facilitar a visualização, as equações deste modelo são apresentadas novamente aqui:

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left[P_m - E'_q I_q - E'_d I_d - (X'_q - X'_d) I_d I_q - \frac{D}{\omega_s}\omega\right] \tag{4.53}$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{do}}\left[E_{fd} - E'_q - (X_d - X'_d) I_d\right] \tag{4.54}$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{qo}}\left[-E'_d + (X_q - X'_q) I_q\right] \tag{4.55}$$

Conforme mencionado na introdução da seção 3.1, diferentes escolhas de entradas, saídas, estados e parâmetros podem produzir diferentes estruturas do modelo. Por exemplo,

esse modelo (4.53)-(4.55) foi obtido a partir das equações (2.31)-(2.36) do modelo transitório do gerador síncrono (opção 1) apresentado na subseção 2.2.1. A Figura 5 mostra as escolhas das entradas e saídas para fins de estimação de parâmetros.

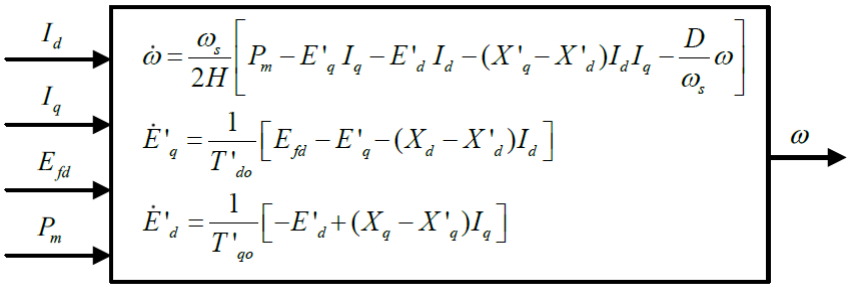


Figura 5 – Seleção de entradas e saídas para fins de estimação de parâmetros do gerador síncrono

Para esse modelo, tem-se:

Estados:	$x = [\omega, E'_q, E'_d]$
Entradas:	$u = [I_d, I_q, E_{fd}, P_m]$
Saídas:	$y = [\omega]$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, X'_q, T'_{qo}]$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [D, H, \omega_s]$

A entrada $u = [I_d, I_q, E_{fd}, P_m]$ e a saída $y = [\omega]$ foram escolhidas. Assim, o vetor de estados é dado por $x = [\omega, E'_q, E'_d]$, o vetor de parâmetros desconhecidos $p = [X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, X'_q, T'_{qo}]$, e o vetor de constantes $c = [D, H, \omega_s]$. O interessante desta estrutura do modelo da Figura 5 é que ela não depende dos parâmetros da rede (Z_I, E_b); no entanto, é necessário usar PMUs especiais para medir as entradas I_d e I_q em todo o intervalo de análise, ou seja, assume-se que δ, I_d e I_q podem ser medidas por intermédio de PMUs especiais.

Em (CARI, 2005) é relatado que para a escolha de entradas e saídas da Figura 5, os parâmetros desconhecidos deste modelo não podem ser estimados pelo método de sensibilidade de trajetória devido à singularidade da matriz $\Gamma(p)$ (definida pela equação (5.5) da subseção 5.1.1). No entanto, a mesma conclusão será demonstrada matematicamente neste exemplo por meio do teste de identificabilidade estrutural.

Aplicando o teste proposto da subseção 4.2.2.1 para verificar a identificabilidade estrutural do modelo da Figura 5, equações (4.53)-(4.55) para os parâmetros desconhecidos

$p = (x_d, x'_d, T'_{do}, x_q, x'_q, T'_{qo})$, o modelo (4.53)-(4.55) pode ser reescrito como:

$$\dot{x}_1 = \frac{c_3}{2c_2}\left[u_4 - x_2u_2 - x_3u_3 - (x_8 - x_5)u_2u_3 - \frac{c_1}{c_3}x_1\right] \tag{4.56}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{x_6}\left[u_1 - x_2 - (x_4 - x_5)u_3\right] \tag{4.57}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{x_9}\left[-x_3 + (x_7 - x_8)u_2\right] \tag{4.58}$$

Sendo:

Estados aumentados

$$\begin{array}{lcccccccccc} x = & [\omega(t) & E'_q(t) & E'_d(t) & X_d(t) & X'_d(t) & T'_{do}(t) & X_q(t) & X'_q(t) & T'_{qo}(t)]^T \\ & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 \end{array}$$

Constantes

$$\begin{array}{lccc} c = & [D & H & \omega_s]^T \\ & c_1 & c_2 & c_3 \end{array}$$

Entradas

$$\begin{array}{lcccc} u = & [E_{fd}(t) & I_q(t) & I_d(t) & P_m]^T \\ & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{array}$$

Saídas

$$\begin{array}{lc} y = & [\omega(t)] \\ & y_1 \end{array}$$

Observe que os parâmetros agora são estados. Por exemplo, X_d agora é x_4, X'_d agora é x_5 e assim sucessivamente. Reorganizando (4.56)-(4.58), as funções F e h na formulação (4.51)-(4.52) são obtidas como:

$$F(.) = \begin{pmatrix} 2c_2\dot{x}_1 + c_3x_2u_2 + c_3x_3u_3 + c_3(x_8 - x_5)u_2u_3 + c_1x_1 - c_3u_4 \\ x_6\dot{x}_2 + x_2 + (x_4 - x_5)u_3 - u_1 \\ x_9\dot{x}_3 + x_3 - (x_7 - x_8)u_2 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \\ \dot{x}_9 \end{pmatrix} \tag{4.59}$$

$$y = h(.) = (x_1) \tag{4.60}$$

Note que não há nenhuma restrição dada pela função algébrica $g(.) = 0$ neste exemplo. As matrizes $\mathcal{G}$ e $\mathcal{H}$ para k podem ser encontradas a partir de (4.59)-(4.60) usando (4.41) e (4.42). A matriz jacobiana $J_{\mathcal{O}}$ é então obtida e as condições $(A1)$ e $(A2)$ são testadas por (4.47) e (4.48). A Tabela 2 mostra os resultados dos cálculos do rank da matriz Jacobiana J e J_{red} do sistema (4.59)-(4.60). Os valores dos ranks foram obtidos

Tabela 2 – Valores obtidos dos ranks para verificar as condições (A1) e (A2) do sistema (4.59)-(4.60)

Índice k	1	2	3	4	5	6	7	8
$rank(J_{\mathcal{O}})$	20	30	40	50	60	70	80	89
$n_x + rank(J_{red})$	27	36	45	54	63	72	81	90
Conclusão	estruturalmente não identificável							

pelas equações (4.44) e (4.47). Os cálculos realizados foram obtidos através de cálculos computacionais com variáveis simbólicas no software Matlab.

Nota-se na Tabela 2 que a medida que os índices aumentam os valores dos ranks se aproximam. No entanto, quando o índice k é igual a 8 os valores de $rank(J_{\mathcal{O}})$ e $n_x + rank(J_{red})$ não são iguais (como destacado na Tabela 2), assim, a condição $(A1)$ não é satisfeita. A condição $(A2)$ é genericamente satisfeita, pois assume-se que o $rank(J_{\mathcal{O}})$ é constante em uma vizinhança U, ou seja, não há mudança no rank da matriz $J_{\mathcal{O}}$. Portanto, como a condição $(A1)$ não é satisfeita, conclui-se pela *condição de identificabilidade-observabilidade* que o modelo é estruturalmente não identificável.

Em (CARI, 2005) também foi demonstrado por análise numérica que ao fixar o parâmetro X'_d, agora considerado como uma constante conhecida, a estrutura do modelo na Figura 5 torna-se estruturalmente identificável.

Neste caso, tem-se:

$$\begin{array}{ll}
\textbf{Estados:} & x = [\omega, E'_q, E'_d]^T \\
\textbf{Entradas:} & u = [E_{fd}, I_q, I_d, P_m]^T \\
\textbf{Saídas:} & y = [\omega] \\
\textbf{Parâmetros:} & p = [X_d, T'_{do}, X_q, X'_q, T'_{qo}]^T \\
\textbf{Constantes:} & c = [D, H, \omega_s, \mathbf{X'_d}]^T
\end{array}$$

Assim, a análise de identificabilidade aplicada ao modelo da Figura 5 será repetida para este novo conjunto de parâmetros.

O modelo (4.56)-(4.58) pode então ser reescrito como:

$$\dot{x}_1 = \frac{c_3}{2c_2}\left[u_4 - x_2u_2 - x_3u_3 - (x_7 - c_4)u_2u_3 - \frac{c_1}{c_3}x_1\right] \tag{4.61}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{x_5}\left[u_1 - x_2 - (x_4 - c_4)u_3\right] \tag{4.62}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{x_8}\left[-x_3 + (x_6 - x_7)u_2\right] \tag{4.63}$$

Sendo:

Estados aumentados

$$x = \begin{array}{cccccccc} [\omega(t) & E'_q(t) & E'_d(t) & X_d(t) & T'_{do}(t) & X_q(t) & X'_q(t) & T'_{qo}(t)]^T \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 \end{array}$$

Constantes

$$c = \begin{array}{cccc} [D & H & \omega_s & X'_d(t)]^T \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{array}$$

Entradas

$$u = \begin{array}{cccc} [E_{fd}(t) & I_q(t) & I_d(t) & P_m]^T \\ u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{array}$$

Saídas

$$y = \begin{array}{c} [\omega(t)] \\ y_1 \end{array}$$

Novamente, as funções F e h para o teste de identificabilidade (fixando-se X'_d) são dadas agora por:

$$F(.) = \begin{pmatrix} 2c_2\dot{x}_1 + c_3x_2u_2 + c_3x_3u_3 + c_3(x_7 - c_4)u_2u_3 + c_1x_1 - c_3u_4 \\ x_5\dot{x}_2 + x_2 + (x_4 - c_4)u_3 - u_1 \\ x_8\dot{x}_3 + x_3 - (x_6 - x_7)u_2 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \end{pmatrix} \tag{4.64}$$

$$y = h(.) = (x_1) \tag{4.65}$$

A Tabela 3 mostra os valores comparativos dos ranks para o novo sistema (4.64)-(4.65).

Tabela 3 – Valores obtidos dos ranks para checar as condições (A1) e (A2) do sistema (4.64)-(4.65)

Índice k	1	2	3	4	5	6	7
$rank(J_{\mathcal{O}})$	18	27	36	45	54	63	72
$n_x + rank(J_{red})$	24	32	40	48	56	64	72
Conclusão	estruturalmente identificável						

Similarmente ao caso anterior, observa-se que os valores dos ranks se aproximam a medida que os índices aumentam. No entanto, ao contrário do caso anterior os valores de rank são iguais para o índice k igual a 7 (como destacado na Tabela 3), conforme esperado da condição $(A1)$. E a condição $(A2)$ é genericamente satisfeita, pois assume-se que o $rank(J_{\mathcal{O}})$ é constante em uma vizinhança U, ou seja, não há mudança no rank da matriz $J_{\mathcal{O}}$. Portanto, como as condições (A1) e (A2) são satisfeitas, conclui-se pela *condição de*

identificabilidade-observabilidade que o modelo do sistema (4.64)-(4.65) é estruturalmente identificável para o novo conjunto de medidas e parâmetros.

4.2.3.1 Conclusões do exemplo

Neste exemplo é mostrado a aplicação do teste de identificabilidade estrutural antes da aplicação de estimação de parâmetros de geradores síncronos. A abordagem de identificabilidade é baseada em observabilidade de sistemas não lineares.

O teste de identificabilidade estrutural verifica se para um conjunto de entradas e saídas os parâmetros desconhecidos do modelo podem ou não ser estimados (identificáveis). O teste confirmou a não identificabilidade de um conjunto de parâmetros com entradas e saídas escolhidas do modelo transitório do gerador síncrono. Verificou-se também a identificabilidade dos parâmetros do mesmo modelo quando o vetor de parâmetros foi reduzido fixando-se um dos parâmetros conforme apontava o método de estimação em (CARI, 2005).

No próximo capítulo, será apresentado o processo de identificabilidade prática.

5 IDENTIFICABILIDADE PRÁTICA

Este capítulo apresenta o método de sensibilidade de trajetória aplicado a sistemas EAD para ajuste de parâmetros. Em seguida, é apresentada a análise prática de identificabilidade, para seleção ótima de uma janela de tempo, proposta nesta tese.

5.1 Método de sensibilidade de trajetória de sistemas EADs

O método de sensibilidade de trajetória é usado para ajuste de parâmetros e análise de identificabilidade prática.

O método de sensibilidade de trajetória é uma abordagem não linear iterativa que atualiza o parâmetro p a partir de uma estimativa inicial. No entanto, quando o modelo é representado por EADs e, dependendo da evolução dos parâmetros durante o processo iterativo, a equação algébrica $g = 0$ do modelo (3.1)-(3.3) pode atingir uma bifurcação e não admitir solução, levando a uma falha no método. Para contornar este problema, o modelo (3.1)-(3.3) é substituído por uma formulação de minimização onde o quadrado da equação algébrica está sujeito a equações diferenciais (CARI; LANDGRAF; ALBERTO, 2017) como se segue:

$$\begin{aligned} &\min_{x} g^2(x(t), u(t), p) \\ &\text{s.a} \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), p) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \\ &y(t) = h(x(t), u(t), p). \end{aligned} \tag{5.1}$$

A solução de (5.1) pode ser obtida por um método de discretização baseado em multiplicadores de Lagrange.

Os valores dos parâmetros desconhecidos são calculados a partir da minimização da diferença entre as saídas do modelo $y(t)$ e suas medidas experimentais correspondentes $y_r(t)$ sujeitas a possíveis restrições nos parâmetros, ou seja,

$$\begin{aligned} &\min_{p} J(p) = \tfrac{1}{2} \int_{t_o}^{t_f} (y_r(t) - y(t))^T (y_r(t) - y(t)), \\ &\text{s.a } \{p_i^{\min} \leq p_i \leq p_i^{\max}, i = 1, ..., n_p \end{aligned} \tag{5.2}$$

onde $J(p)$ é a função de custo a ser minimizada e p é o vetor de parâmetros desconhecidos. Quando um estado x_i não pode ser medido, seu valor inicial (condição inicial, x_{0i}) é desconhecido porque depende de parâmetros que também são desconhecidos. Assim, o vetor de parâmetros deve incluir todas as condições iniciais desconhecidas da variável de estado x_0 (tratadas como novos parâmetros).

As variáveis de estado do modelo $x(t)$ são calculadas e as saídas $y(t)$ são determinadas a partir da estrutura do modelo e dos dados das entradas experimentais $u(t)$. Os

parâmetros são atualizados sucessivamente para minimizar $J(p)$ até o critério de parada ($\max|\partial J(p)/\partial p| < tol$) seja alcançado, como mostrado na Figura 6.

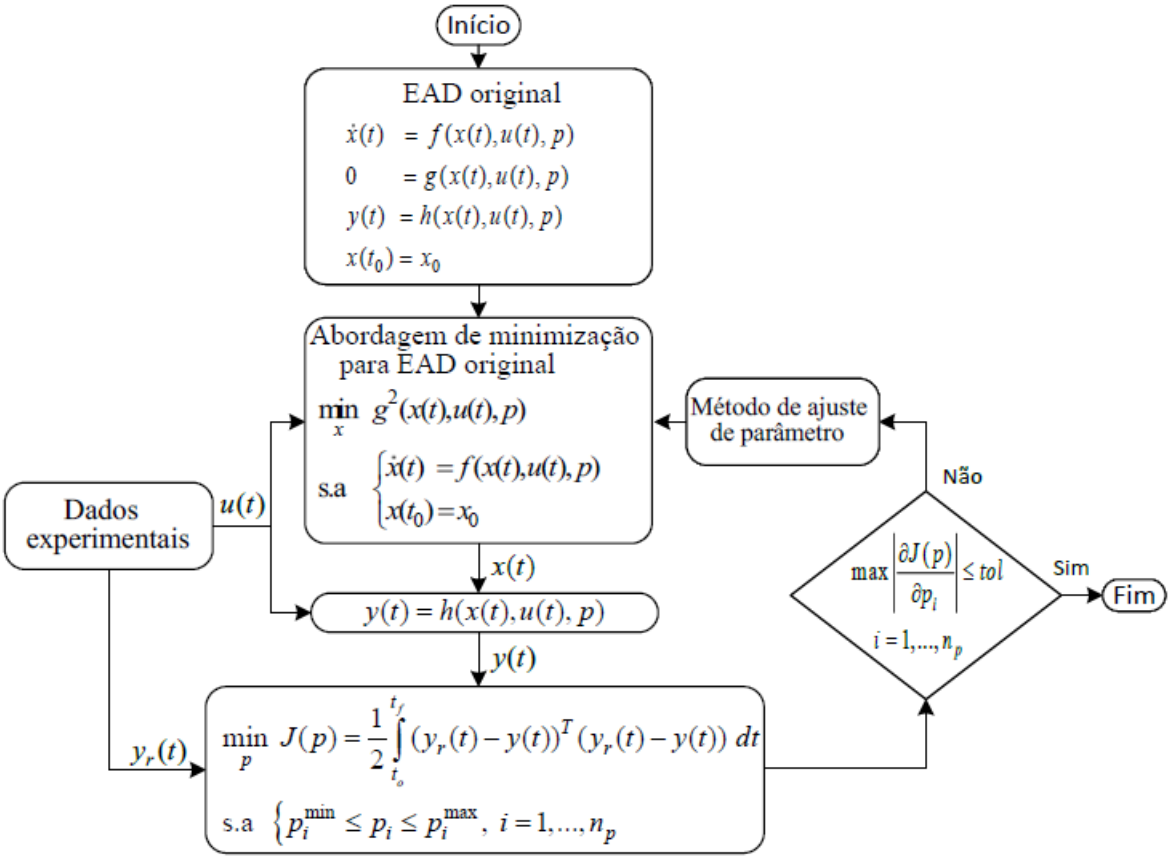


Figura 6 – Diagrama de blocos do processo de estimação de parâmetros

5.1.1 Método de ajuste de parâmetro baseado em funções de sensibilidade

A condição de otimalidade ($\partial J(p)/\partial p = 0$) aplicada em (5.2) resulta em:

$$\frac{\partial J(p)}{\partial p} = -\int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial y(t)}{\partial p}\right)^T (y_r(t) - y(t))\, dt = 0. \tag{5.3}$$

Partindo de um valor inicial $p = p_0$, e usando o método de Gauss-Newton para resolver a equação (5.3), o ajuste dos parâmetros na iteração $k+1$ é dado por:

$$p_{k+1} = p_k - \Gamma(p)^{-1} \frac{\partial J(p)}{\partial p}\bigg|_{p=p_k}, \tag{5.4}$$

onde $\Gamma(p)$ é a matriz obtida da derivada de (5.3) em relação a p, que, no método de Gauss-Newton, é aproximada por:

$$\Gamma(p) \approx \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial y(t)}{\partial p}\right)^T \left(\frac{\partial y(t)}{\partial p}\right) dt\bigg|_{p=p_k}. \tag{5.5}$$

Ambas $\partial J(p)/\partial p$ e $\Gamma(p)$ dependem das funções de sensibilidades $\partial y_j(t)/\partial p_i$, que podem ser obtidas pela derivada de cada saída $y_j(t)$ do sistema (5.1) em relação a cada parâmetro p_i. Mais informações sobre as funções de sensibilidade de sistemas EAD podem ser encontradas em (CARI; LANDGRAF; ALBERTO, 2017).

5.2 Identificabilidade prática baseada em funções de sensibilidade

Nesta tese, a análise de identificabilidade prática usa dados experimentais reais (embora alguns trabalhos não exijam dados experimentais reais (MIAO et al., 2011)) e é avaliada pelo método baseado em sensibilidade para a seleção ótima de uma janela de tempo. Além disso, as sensibilidades de saída $\partial y_j(t)/\partial p_i$ em relação aos valores dos parâmetros são usadas tanto para ajustar (veja a subseção 5.1.1) quanto para avaliar a identificabilidade prática de parâmetros desconhecidos.

A análise de identificabilidade estrutural (teórica) da subseção 4.2.2 dada pela **Definição** 1 não leva em consideração nenhum dado de medição enquanto a análise de identificabilidade prática o faz. Assim, considerando que o número de amostras de tempo dos dados de medidas são conhecidos, denotados por $(t_1, t_2, ..., t_N)$; então as sensibilidades de saída $\partial y_j(t)/\partial p_i$ em cada ponto de tempo para um determinado vetor de parâmetro p podem ser obtidas. No entanto, o parâmetro nominal p^* é desconhecido e será estimado a partir do processo de ajuste de parâmetro. Assim, durante o processo de ajuste de parâmetros, as duas condições a seguir são associadas à identificabilidade prática:

(B1) O vetor de parâmetros deve convergir pelo método de ajuste da equação (5.4) para resolver a condição de otimização (5.3); e

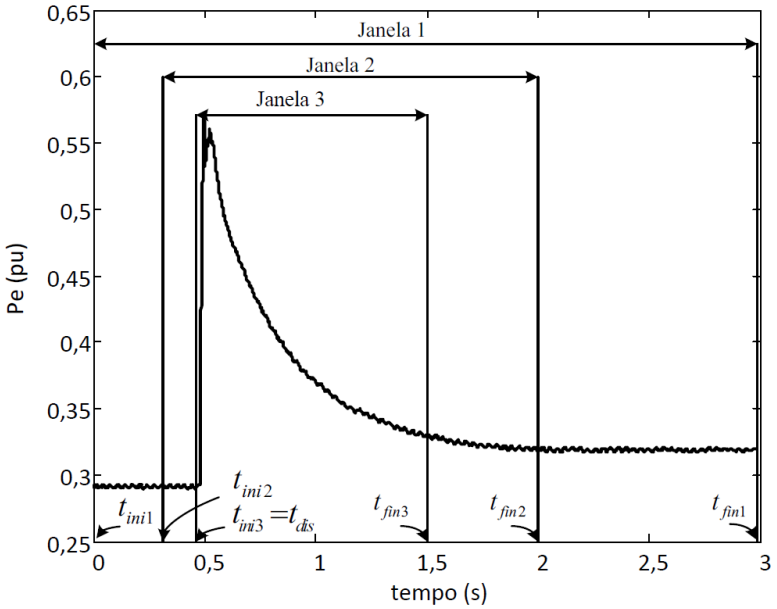
(B2) Os parâmetros estimados devem ter boa precisão em relação aos valores nominais.

A primeira condição (B1) depende fortemente do condicionamento da matriz $\Gamma(p)$. Se $\Gamma(p)$ for não singular (invertível), p será numericamente identificável (COBELLI; DISTEFANO, 1980). Quando muitos parâmetros devem ser estimados simultaneamente, a matriz $\Gamma(p)$ geralmente fica mal condicionada. Esse problema geralmente está associado a uma grande discrepância entre as sensibilidades de saída em relação aos parâmetros.

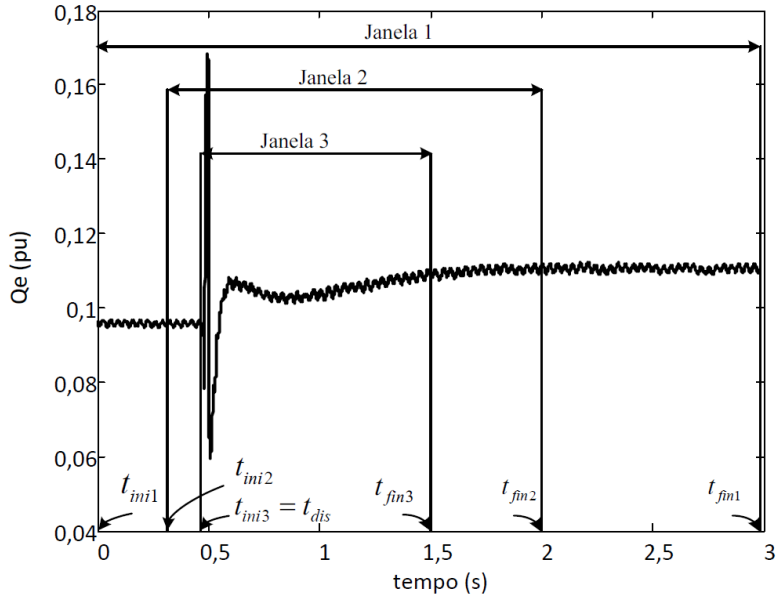
A verificação da segunda condição (B2) na prática é difícil porque os parâmetros estimados dependem da estrutura do modelo selecionado, que é apenas uma aproximação do "modelo real". No entanto, esta tese propõe uma análise de intervalo de tempo para obter uma janela de tempo ótima para os dados de medição para aumentar a precisão dos parâmetros estimados.

5.3 Análise de intervalo de tempo para aumentar a precisão dos parâmetros estimados

Considere o oscilograma da Figura 7, onde as medidas de saída utilizadas para estimar os parâmetros de um gerador síncrono são descritas na Seção 6.2.1. O objetivo é determinar um intervalo de tempo ótimo $[t_{ini} - t_{fin}]$ para estimação de parâmetros. Por exemplo, a janela 1 inclui todo o tempo de intervalo $[t_{ini1} - t_{fin1}] = [0 - 2,98s]$, a janela 2 começa logo antes do tempo de perturbação (t_{dis}) e vai até t_{fin2}, $[t_{ini2} - t_{fin2}] = [0,3 - 2,0s]$, e a janela 3 começa a partir do tempo de perturbação (t_{dis}) até t_{fin3}, $[t_{ini3} - t_{fin3}] = [0,46 - 1,5s]$.



(a) Potência ativa



(b) Potência reativa

Figura 7 – Medidas de saída para estimar os parâmetros do gerador síncrono

Diferentes valores de parâmetros podem ser estimados quando diferentes janelas são selecionadas para estimação de parâmetros. Parte do problema está relacionada à coexistência de dinâmicas em diferentes escalas de tempo (LIU et al., 2017). As propriedades da matriz $\Gamma(p)$, que dependem das funções de sensibilidade $\partial y_j(t)/\partial p_i$, serão investigadas para a seleção da melhor janela para fins de estimação de parâmetros. Por exemplo, para um sistema com duas saídas, $y = [y_1, y_2]$ e dois parâmetros $p = [p_1, p_2]$, $\Gamma(p)$ é dada por:

$$\Gamma(p, t_{ini}, t_{fin}) = \int_{t_{ini}}^{t_{fin}} \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial y_1}{\partial p_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_2}{\partial p_1}\right)^2 & \frac{\partial y_1}{\partial p_1}\frac{\partial y_1}{\partial p_2} + \frac{\partial y_2}{\partial p_1}\frac{\partial y_2}{\partial p_2} \\ \frac{\partial y_1}{\partial p_2}\frac{\partial y_1}{\partial p_1} + \frac{\partial y_2}{\partial p_2}\frac{\partial y_2}{\partial p_1} & \left(\frac{\partial y_1}{\partial p_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial y_2}{\partial p_2}\right)^2 \end{pmatrix} dt, \tag{5.6}$$

onde a notação $\Gamma(p, t_{ini}, t_{fin})$ enfatiza a dependência de "Γ" dos parâmetros e tempos inicial e final da janela.

O algoritmo de ajuste do parâmetro (5.4) depende de Γ, que por sua vez, depende da estimativa inicial do parâmetro p_0 e do tempo inicial (t_{ini}) e tempo final (t_{fin}) da janela das medidas selecionadas. Os próximos índices auxiliam a seleção da janela de tempo ótima (t_{ini}, t_{fin}).

5.3.1 Índices que auxiliam na escolha de uma janela de tempo ótima

Considere os seguintes índices propostos nesta tese:

(i) Índice σ

$$\sigma(p, t_{ini}, t_{fin}) = \log_{10}\left(\sqrt{\left[\left(\frac{\lambda_2(\Gamma(.))}{\lambda_1(\Gamma(.))}\right)^2 + ... + \left(\frac{\lambda_n(\Gamma(.))}{\lambda_{n-1}(\Gamma(.))}\right)^2\right]_{p=p_0}}\right), \tag{5.7}$$

onde $\lambda_1 < \lambda_2 ... < \lambda_{n-1} < \lambda_n$ são os n autovalores da matriz simétrica $\Gamma(p, t_{ini}, t_{fin})$ de valores reais associados aos n_p parâmetros do sistema; t_{ini} e t_{fin} são os tempos inicial e final da janela em análise. A função log(.) em (5.7) é necessária, pois o índice pode atingir valores muito altos, dependendo da proximidade de t_{ini} e t_{fin}. O índice σ é obtido pela razão elevada ao quadrado dos autovalores selecionados dois a dois. Esse índice é proposto como uma alternativa ao número de condicionamento da matriz $\Gamma(.)$, que utiliza apenas o autovalor máximo e mínimo (Cond $= \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}}$). Note que o índice proposto utiliza as informações de todos os autovalores. Isto é necessário porque dependendo da janela analisada os autovalores mudam tanto de valor como ordem de classificação.

(ii) Índice γ_i

$$\gamma_i(p_i, t_{ini}, t_{fin}) = \sqrt{\int_{t_{ini}}^{t_{fin}} \left(\left(\frac{\partial y_1}{\partial p_i}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial y_{n_y}}{\partial p_i}\right)^2\right) dt \Bigg|_{p=p_0}}, \text{ para } i = 1, ..., n_p, \tag{5.8}$$

onde "i" identifica o índice do parâmetro sendo que n_y e n_p são, respectivamente, os números de saídas e parâmetros do sistema. O índice γ_i é proposto nesta tese e pode ser obtido a partir da raiz quadrada do elemento "i" da diagonal principal da matriz $\Gamma(p, t_{ini}, t_{fin})$. Basicamente, o índice $\gamma_i(p, t_{ini}, t_{fin})$ é uma norma 2 deslizante de sensibilidade da saída em relação ao parâmetro "i". Valores grandes de γ_i implicam que o parâmetro "i" é muito sensível nessa janela de tempo (t_{ini}, t_{fin}) e, portanto, as medidas contém muita informações desse parâmetro nesse intervalo. Por outro lado, valores pequenos de γ_i implicam o oposto.

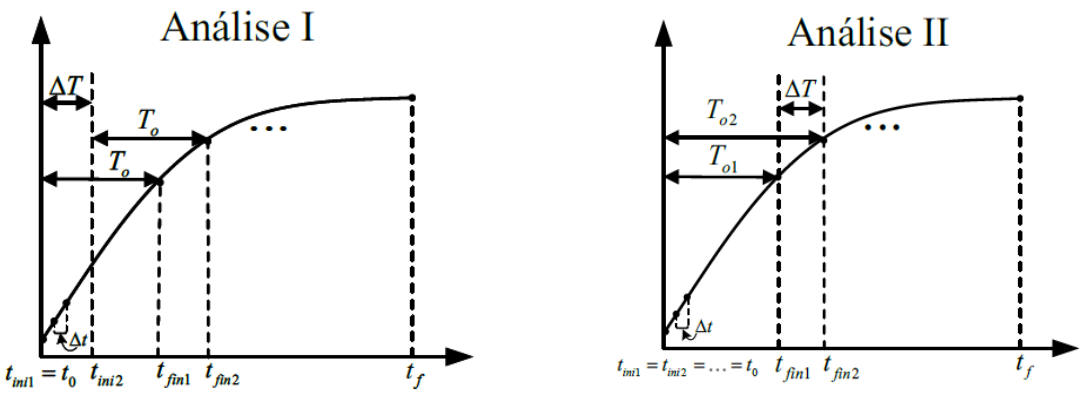
Duas análises de σ e γ_i são realizadas para os dados das medidas quando o período (janela de tempo) é alterado.

5.3.2 Análise I: Janela deslizante de tamanho constante

Um período (T_o) de tamanho constante é selecionado e os tempos inicial (t_{ini}) e final (t_{fin}) são alterados para o conjunto de dados de medidas, levando a um janela de tempo deslizante (ver Figura 8a). Dado um valor inicial de parâmetro p_0 e a solução da equação do modelo (5.1), $\Gamma(p)$ (5.5) é obtido e os índices σ e γ_i são calculados e armazenados. O processo é repetido aumentando os tempos inicial e final em $t_{ini} = t_{ini} + \Delta T$ e $t_{fin} = t_{fin} + \Delta T$, onde ΔT é o deslocamento da janela. Nesta tese, sugere-se usar $\Delta T = 10 n_p \Delta t$ como valor mínimo para se ter informação sobre a saída, onde Δt é o tempo de amostragem e n_p é o número de parâmetros. O procedimento termina quando t_{fin} é maior ou igual a t_f, ou seja, $t_{fin} \geq t_f - \Delta T$, onde t_f é o tempo final dos dados das medidas.

5.3.3 Análise II: Janela estacionária de período crescente

O procedimento é semelhante à Análise I. A principal diferença é que t_{ini} é mantido fixo, enquanto T_o é aumentado por um passo de ΔT (ver Figura 8b). Da mesma forma, $\Delta T = 10 n_p \Delta t$ e $t_{fin} = t_{fin} + \Delta T$. O processo termina quando $t_{fin} \geq t_f - \Delta T$.



(a) Janela deslizante de tamanho constante T_o

(b) Janela estacionária de período crescente

Figura 8 – Busca por uma janela ótima para fins de estimação de parâmetros

O fluxograma da Figura 9 mostra o algoritmo completo das Análises I e II.

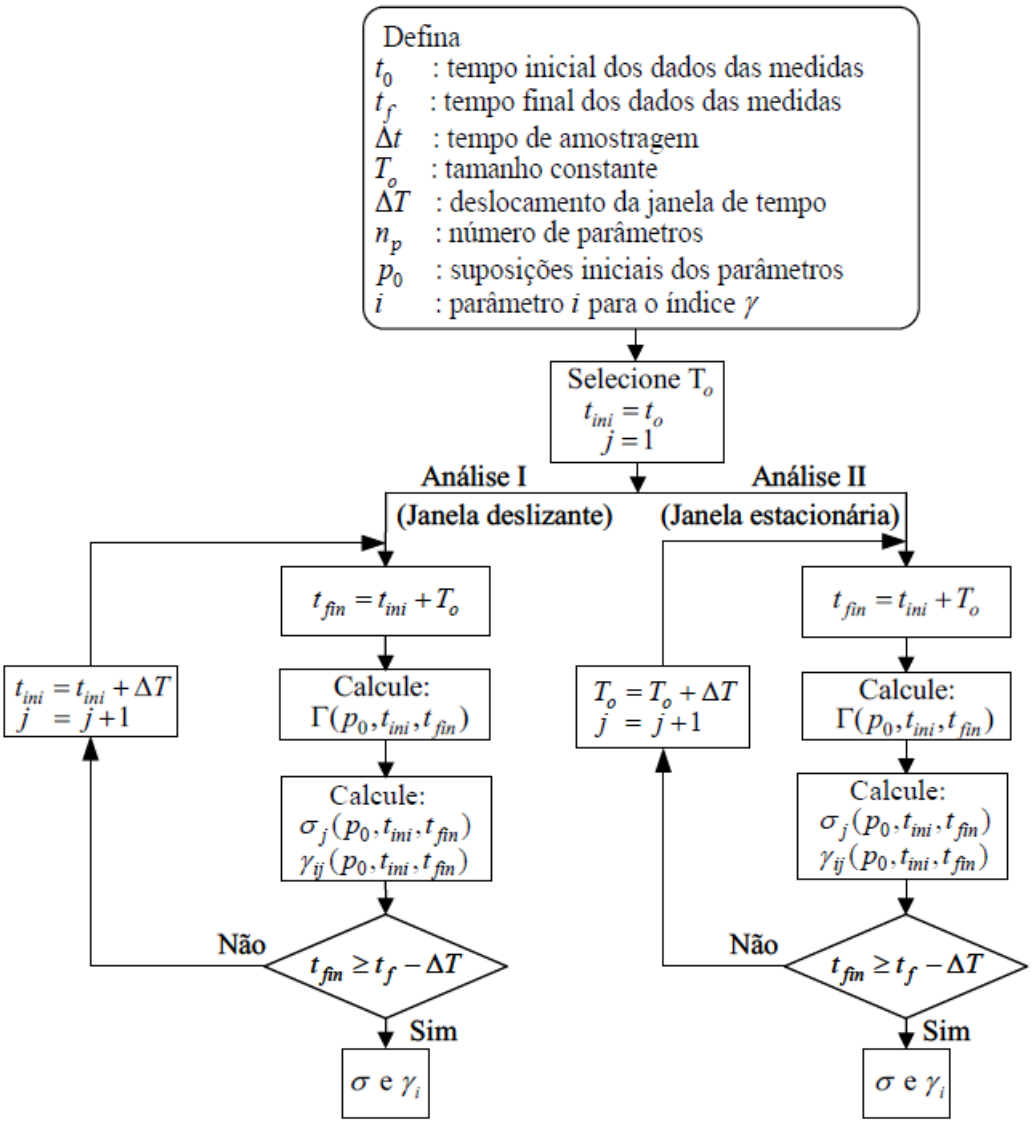


Figura 9 – Fluxograma para análise por janelas de tempo

5.4 Método gráfico para obter uma janela de tempo ótima

Os índices σ e γ_i obtidos das Análises I e II na subseção 5.3.2 e subseção 5.3.3 são usados como uma ferramenta para a seleção de uma janela de tempo ótima a partir das medidas dos dados para fins de estimação de parâmetros. Esses índices foram obtidos a partir das funções de sensibilidades da saída em relação aos parâmetros $\partial y_j(t)/\partial p_i$.

O índice σ mede o condicionamento de Γ, e γ_i quantifica as sensibilidades da saída em relação a cada parâmetro em um determinado intervalo de tempo. Valores altos de σ indicam mal condicionamento de Γ, e valores constantes (ou zero) de γ_i denotam pouca informação (ou nenhuma informação) da medida para a estimação do parâmetro i. Intervalos de tempo com poucas informações detectadas por σ e γ_i são evitados para

a seleção da janela de tempo ótima das medidas. Isto ocorre porque nesses intervalos de tempo alguns modos dinâmicos importantes para um determinado parâmetro podem não ter sido excitados.

Os procedimentos para determinar o tempo inicial e final ótimo são obtidos por meio de um método gráfico a partir das Análises I e II, avaliando os índices σ e γ_i na medida que as janelas de tempos evoluem. As próximas subseções descrevem os procedimentos para a seleção dos melhores tempos inicial e final da janela de tempo ótima a partir desses índices.

5.4.1 Procedimento para a seleção do tempo inicial ótimo

O tempo inicial ótimo é determinado pela Análise I (subseção 5.3.2) e Análise II (subseção 5.3.3), observando o comportamento de σ e γ_i no início dos dados de medidas, onde, simultaneamente, (i) uma diminuição é detectada em σ o que implica na melhora do condicionamento, e (ii) grandes mudanças são observadas em todos os índices γ_i, o que implica que todos os parâmetros possuem altas sensibilidades (excitadas) a partir desse intervalo.

5.4.2 Procedimento para a seleção do tempo final ótimo

O tempo final ótimo deve ser encontrado após a definição do tempo inicial ótimo. Uma análise profunda é necessária para revelar o tempo final ótimo para melhorar a condição de identificabilidade prática descrita na seção 5.2. Alguns estudos focados na determinação do melhor tempo final com o uso apenas do número de condicionamento da matriz $\Gamma(.)$, que utiliza o autovalor máximo e mínimo ($\text{Cond} = \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}}$) foram relatados em sistemas biológicos (BANKS et al., 2010; BANKS; DEDIU; ERNSTBERGER, 2007). Os índices σ e γ_i foram incluídos na presente pesquisa para melhorar a determinação do melhor tempo final (tempo final ótimo). Como σ depende dos autovalores da matriz Γ, que depende do tempo final, em alguns casos, a análise de apenas σ pode levar a conclusões erradas, principalmente quando as sensibilidades no final do intervalo da janela são constantes. A utilização de γ_i, que mostra os comportamentos das sensibilidades de saída em relação a cada parâmetro, permite a definição de regiões onde tais sensibilidades são aproximadamente constantes (ou zero) para auxiliar a seleção do melhor tempo final (tempo final ótimo).

A Análise I (subseção 5.3.2) fornece o melhor tempo final em um intervalo de tempo onde (i) σ tem um valor mínimo antes de crescer o que implica em um aumento do condicionamento e observa-se (ii) pequenas mudanças (ou aproximadamente nenhuma alteração) em quase todos os índices γ_i, o que implica que os parâmetros têm sensibilidades muito baixas ou nula (não excitadas) além desse intervalo. Ao passo que a Análise II (subseção 5.3.3) fornece o melhor tempo final em um intervalo de tempo onde, simultanea-

mente, (i) σ tem uma parte constante ou pouca variação o que implica em condicionamento constante e (ii) pequenas mudanças (ou aproximadamente nenhuma alteração) em quase todos os índices γ_i são detectados, o que implica que os parâmetros têm sensibilidades muito baixas ou nula (não excitadas) além desse intervalo.

5.4.3 Exemplo: determinação do tempo final ótimo em um sistema dinâmico de três parâmetros

Considere o modelo matemático de crescimento logístico de Verhulst-Pearl (BANKS; DEDIU; ERNSTBERGER, 2007; BANKS et al., 2010) descrito por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= rx(t)\left(1 - \frac{x(t)}{K}\right), \\ x(0) &= x_0, \\ y(t) &= x(t) \end{aligned} \tag{5.9}$$

Os parâmetros K, r e x_0 representam a capacidade de suporte do ambiente, a taxa de crescimento intrínseca da população e o tamanho inicial da população, respectivamente.

Antes de aplicar procedimento para encontrar o tempo final ótimo, algumas limitações deste modelo para a aplicação devem ser mencionadas.

(a) As medidas do sistema real são obtidas por simulação do modelo matemático com os valores verdadeiros dos parâmetros $p = (K; r; x_0) = (17,5; 0,7; 0,1)$.

(b) O tempo inicial ótimo não pode ser determinado para as medidas do sistema real (obtidas do item a) porque não possui estado estacionário no início das medidas.

(c) As dinâmicas das medidas do sistema real e do modelo matemático (5.9) são as mesmas. Assim, o modelo matemático não tem dinâmicas desprezadas que é onde o procedimento da seção 5.4 é mais importante.

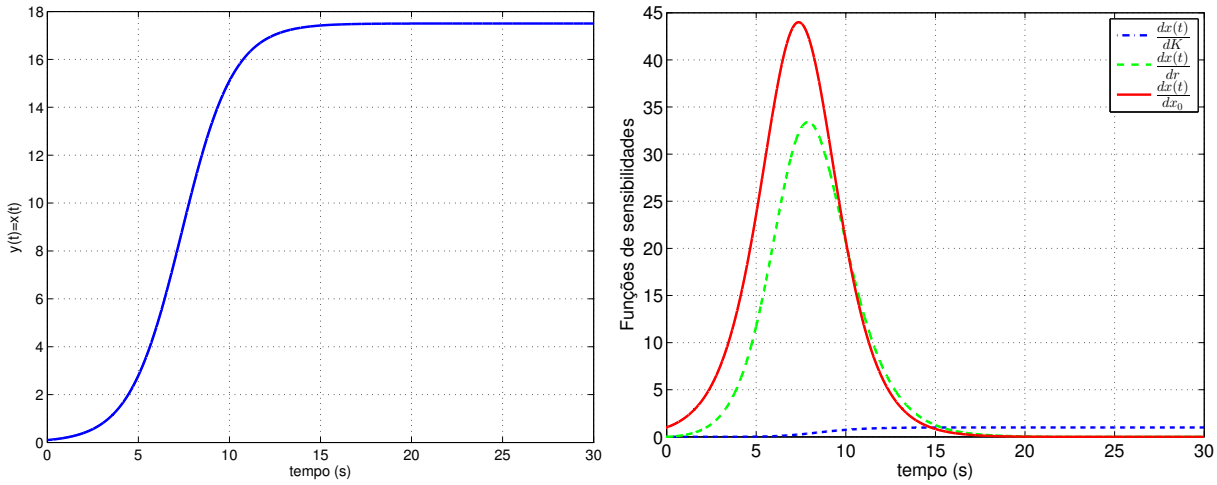
(d) O modelo matemático (5.9) não tem dinâmicas em diferentes escalas de tempo, rápidas e lentas, onde o método da seção 5.4 tem mais relevância.

Na Figura 10a é mostrado a solução do modelo matemático (5.9) e na Figura 10b as funções de sensibilidades da saída do modelo, $y(t)$, em relação a cada um dos parâmetros.

Para o modelo (5.9) tem-se:

Estados:	$x = x$
Entrada:	$u = x_o$
Saída:	$y = x$
Parâmetros desconhecidos:	$p = [K, r, x_o]^T$
Constantes ou parâmetros conhecidos:	$c = [\,]$

Uma restrição do modelo é que a condição inicial deve ser positiva, ou seja, $x_o > 0$.



(a) (b)

Figura 10 – (a) Saída do modelo matemático; (b) Funções de sensibilidades da saída do modelo em relação a cada um dos parâmetros

5.4.3.1 Determinação do melhor tempo final (tempo final ótimo)

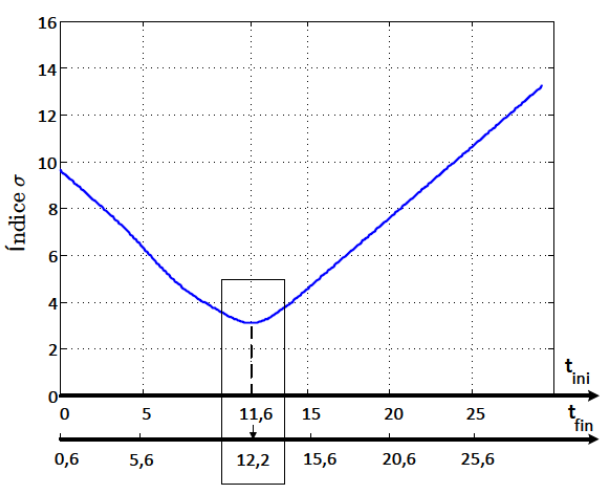
Conforme pode ser observado na Figura 10, os dados foram amostrados em 30s ($[t_0, t_f] = [0, 30s]$) e o passo de amostragem empregado foi $\Delta t = 0,001s$. Executando o procedimento da subseção 5.4.2, verifica-se abaixo as Análises I e II da subseção 5.3.2 e da subseção 5.3.3.

(a) Análise I: janela deslizante de tamanho constante T_o

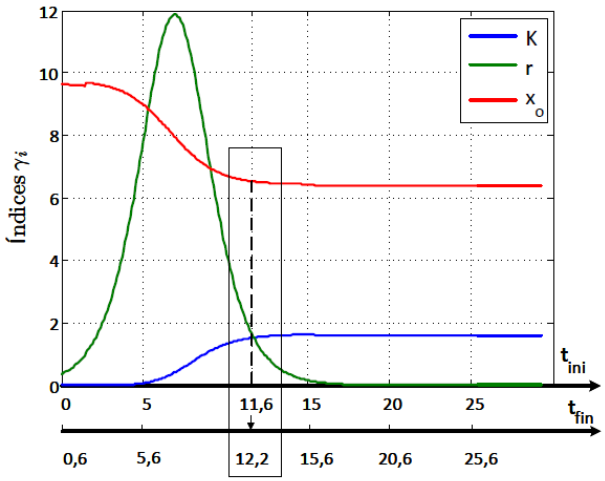
Os índices σ e γ_i foram estabelecidos para os seguintes $T_o = 0,6s$, $T_o = 1s$ e $T_o = 2s$ com $\Delta T = 30 \times 10^{-3}s$. A Figura 11 mostram os índices σ e γ_i. Observe que t_{fin} é aproximadamente igual para os valores de $T_o = 0,6s$, $T_o = 1s$ e $T_o = 2s$.

A partir da Figura 11 usando o procedimento da subseção 5.4.2 determina-se que o tempo final ótimo é de 12,3s aproximadamente. Esse tempo final é obtido para o valor mínimo de σ (Figura 11a, Figura 11c e Figura 11e) e onde os valores de quase todos os índices γ_i passam a ter poucas variações (Figura 11b, Figura 11d e Figura 11f).

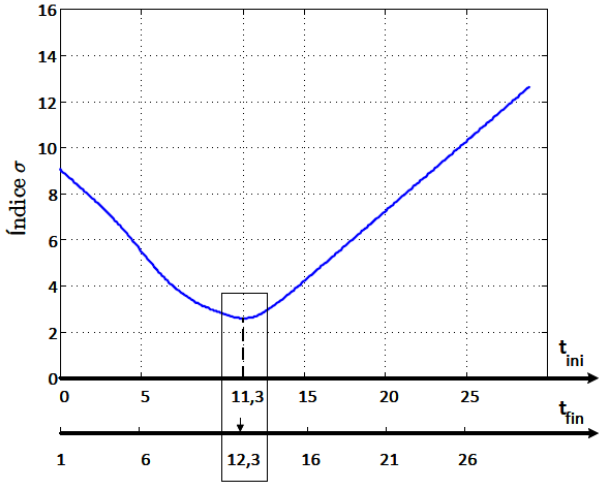
Observe nas Figuras 11b, 11d e 11f que os índices γ_{x_o} e γ_K, relacionados aos parâmetros "x_o" e "K", respectivamente, são praticamente constantes (não tem variação) após o tempo final de 12,3s. Apenas o índice γ_r, relacionado ao parâmetro "r", tem ainda variação (pequena em relação a sua máxima) após o tempo final de 12,3s. Sendo assim, o tempo final ótimo $t_{fin} = 12,3s$ obtido pondera o tempo final que tem melhor condicionamento da matriz "$\Gamma(p)$" (obtido do índice σ) com o tempo final após o qual as medidas não têm mais (ou muito poucas) informações obtidas dos índices γ_i.



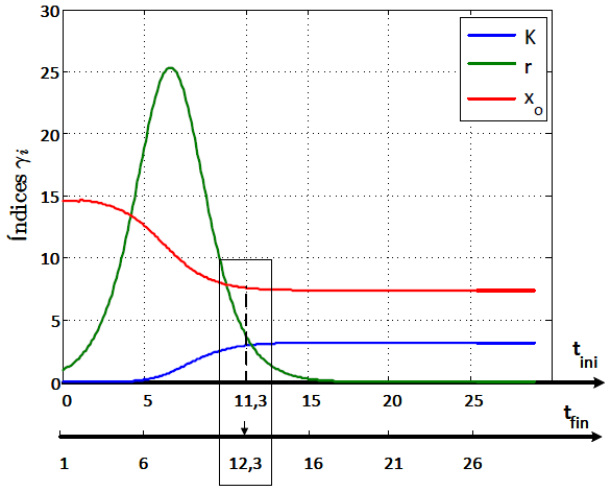
(a) σ com $T_o = 0,6s$



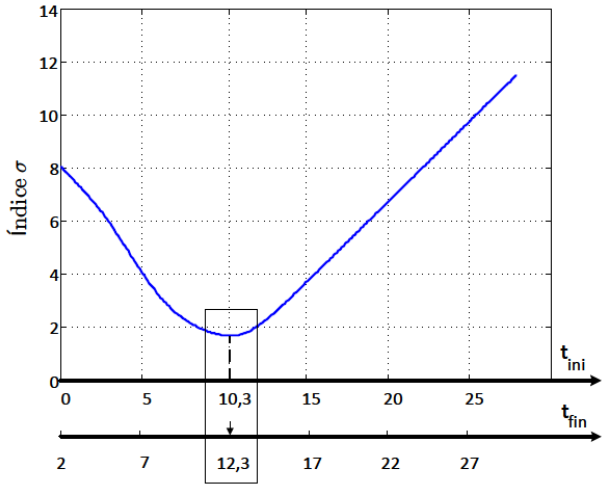
(b) γ_i com $T_o = 0,6s$



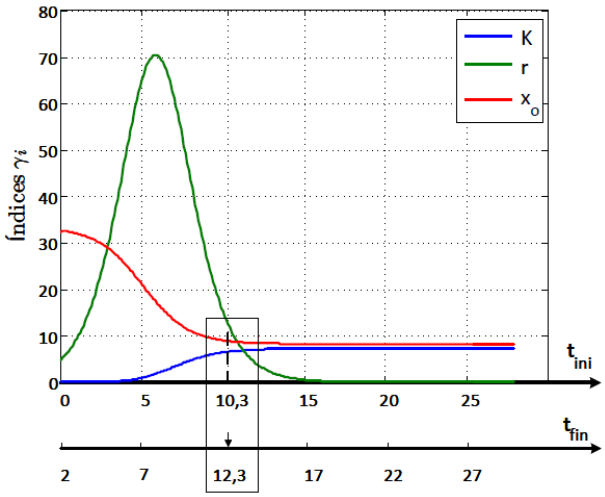
(c) σ com $T_o = 1s$



(d) γ_i com $T_o = 1s$



(e) σ com $T_o = 2s$

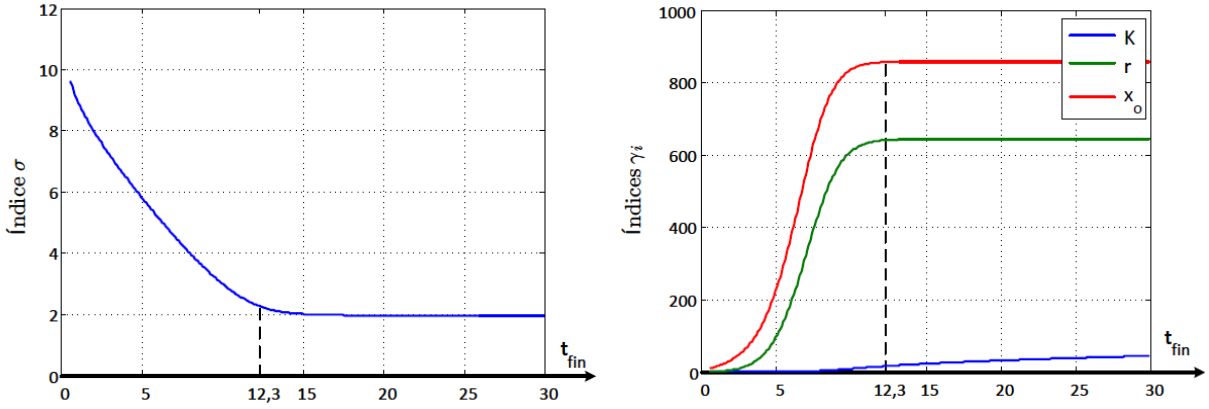


(f) γ_i com $T_o = 2s$

Figura 11 – Análise I: σ e γ_i com janela deslizante de tamanho constante para $T_o = 0,6s$, $T_o = 1s$ e $T_o = 2s$

(b) Análise II: janela crescente com ponto inicial fixo

Os índices σ e γ_i foram estabelecidos iniciando com $T_o = 0,6s$ e $\Delta T = 30 \times 10^{-3}s$. Na Figura 12 são mostrados os índices σ e γ_i.



(a) σ (b) γ_i

Figura 12 – Análise II: σ e γ_i com janela crescente a partir de um ponto inicial fixo com $T_o = 0,6s$

Da Figura 12a pode observar-se que a partir de $t_{fin} = 13s$ o índice σ é praticamente constante e da Figura 12b observe que os índices γ_r e γ_{x_o} (relacionados aos parâmetros r e x_o, respectivamente) são praticamente constantes a partir de $t_{fin} = 12,3s$. No entanto, o índice γ_K (relacionado ao parâmetro K) cresce linearmente. Uma justificativa para isso é que o parâmetro K tem forte informação de regime permanente após esse tempo (veja a função de sensibilidade correspondente ao parâmetro K na Figura 10b). Por outro lado, para determinar todos os parâmetros simultaneamente, deve-se considerar o melhor intervalo de tempo para a maioria dos parâmetros. Desta forma, o tempo ótimo de 12,3s da Análise I é também selecionado na Análise II.

5.4.3.2 Conclusões do exemplo

Neste exemplo, o procedimento da subseção 5.4.2 foi aplicado para determinar o tempo final ótimo para um sistema diferencial de três parâmetros. Como este modelo não é simplificado (em relação as medidas do sistema real) e não possui dinâmicas rápidas e lentas, o "tempo final ótimo", determinado para este exemplo não terá muita relevância em relação à precisão nos parâmetros estimados. Em outras palavras, outros "tempos finais" podem produzir a mesma precisão nos parâmetros. Entretanto, o exemplo é útil para entender o procedimento para determinar o tempo final ótimo da subseção 5.4.2.

No próximo capítulo, o procedimento para determinar o tempo inicial e final ótimo será aplicado ao modelo transitório do gerador síncrono. Nesse caso, a determinação desses tempos ótimos é muito relevante, pois o modelo transitório do gerador síncrono é simplificado e possui dinâmicas rápidas e lentas.

6 PROCESSO DE IDENTIFICABILIDADE APLICADA AO MODELO EAD DO GERADOR SÍNCRONO

Neste capítulo, é apresentado o processo completo de identificabilidade (ver Capítulo 3) aplicado ao modelo EAD do gerador síncrono mostrado na subseção 2.3.2. Este modelo foi escolhido por utilizar apenas medidas de fácil obtenção, permitindo sua implementação em sistemas reais.

Considere o modelo transitório do gerador síncrono (2.70)-(2.73), conforme procedimento descrito na subseção 2.3.2.

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}X'_d}\left(-X_dE'_q + (X_d - X'_d)V_t\cos(\beta) + \frac{X'_d}{k_e}V_{fd}\right) \tag{6.1}$$

$$0 = I_t^2 - \frac{{E'_q}^2 - 2E'_qV_t\cos(\beta) + V_t^2\cos^2(\beta)}{{X'_d}^2} - \frac{V_t^2\,\mathrm{sen}^2(\beta)}{{X_q}^2} \tag{6.2}$$

$$P_e = \frac{E'_qV_t\,\mathrm{sen}(\beta)}{X'_d} + \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X'_d}\right)\mathrm{sen}(\beta)\cos(\beta)V_t^2 \tag{6.3}$$

$$Q_e = \frac{E'_qV_t\cos(\beta)}{X'_d} - \left(\frac{\mathrm{sen}^2(\beta)}{X_q} + \frac{\cos^2(\beta)}{X'_d}\right)V_t^2 \tag{6.4}$$

Para este modelo, tem-se:

Estados e variáveis algébricas: $x = [E'_q, \beta]^T$
Entradas: $u = [I_t, V_t, V_{fd}]^T$
Saídas: $y = [P_e, Q_e]^T$
Parâmetros desconhecidos: $p = [X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, k_e, E'_{qo}]^T$
Constantes ou parâmetros conhecidos: $c = [\,]$

Como descrito na seção 3.1, Figura 3, o primeiro passo é verificar se o modelo é estruturalmente identificável (Etapa 1) e, em caso afirmativo, proceder para identificabilidade prática (Etapa 2), onde os parâmetros são estimados.

6.1 Verificação da identificabilidade estrutural do modelo EAD do gerador síncrono

A identificabilidade estrutural do modelo transitório do gerador síncrono é verificada reescrevendo as equações (6.1)-(6.4):

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{x_4x_5}\left(-x_3x_1 + (x_3 - x_4)\cos(x_2)u_2 + \frac{x_4}{x_7}u_3\right) \tag{6.5}$$

$$0 = u_1^2 - \frac{x_1^2 - 2x_1\cos(x_2)u_2 + \cos^2(x_2)u_2^2}{x_4^2} - \frac{\mathrm{sen}^2(x_2)u_2^2}{x_6^2} \tag{6.6}$$

$$y_1 = \frac{x_1 \operatorname{sen}(x_2) u_2}{x_4} + \left(\frac{1}{x_6} - \frac{1}{x_4}\right) \operatorname{sen}(x_2)\cos(x_2) u_2^2 \tag{6.7}$$

$$y_2 = \frac{x_1 \cos(x_2) u_2}{x_4} - \left(\frac{\operatorname{sen}^2(x_2)}{x_6} + \frac{\cos^2(x_2)}{x_4}\right) u_2^2 \tag{6.8}$$

Sendo:

Estados aumentados

$$\begin{array}{lccccccc} x = & [E'_q(t) & \beta(t) & X_d(t) & X'_d(t) & T'_{do}(t) & X_q(t) & ke(t)]^T \\ & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \end{array}$$

Entradas

$$\begin{array}{lccc} u = & [I_t(t) & V_t(t) & V_{fd}(t)]^T \\ & u_1 & u_2 & u_3 \end{array}$$

Saídas

$$\begin{array}{lcc} y = & [P_e(t) & Q_e(t)]^T \\ & y_1 & y_2 \end{array}$$

Constantes

$$c = [\,]$$

Reorganizando (6.5)-(6.8), as funções F e h na formulação (4.51)-(4.52) são obtidas como:

$$F(.) = \begin{pmatrix} x_4 x_5 x_7 \dot{x}_1 + x_3 x_7 x_1 - (x_3 - x_4) x_7 \cos(x_2) u_2 - x_4 u_3 \\ -x_4^2 x_6^2 {u_1}^2 + x_6^2 {x_1}^2 + 2 x_6^2 x_1 \cos(x_2) u_2 - x_6^2 \cos^2(x_2) u_2^2 + x_4^2 \operatorname{sen}^2(x_2) u_2^2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \end{pmatrix} \tag{6.9}$$

$$h(.) = \begin{pmatrix} \frac{x_1 x_6 \operatorname{sen}(x_2) u_2 + (x_4 - x_6) \operatorname{sen}(x_2)\cos(x_2) u_2^2}{x_4 x_6} \\ \frac{x_1 x_6 \cos(x_2) u_2 - x_4 \operatorname{sen}^2(x_2) u_2^2 - x_6 \cos^2(x_2) u_2^2}{x_4 x_6} \end{pmatrix} \tag{6.10}$$

As matrizes $\mathcal{G}$ e $\mathcal{H}$ para k podem ser encontradas a partir de (6.9)-(6.10) usando (4.41) e (4.42). A matriz Jacobiana $J_{\mathcal{O}}$ é então obtida e as condições $(A1)$ e $(A2)$ são testadas por (4.47) e (4.48). A Tabela 4 mostra os resultados dos cálculos do rank da matriz Jacobiana $J_{\mathcal{O}}$ e J_{red} do sistema (6.9)-(6.10).

Os valores de rank foram obtidos a partir de (4.44) e (4.47) por variáveis simbólicas e software Matlab. Os valores de $J_{\mathcal{O}}$ e $n_x + rank(J_{red})$ são iguais para um índice k maior ou igual a 3 (veja Tabela 4), atingido no valor mínimo $k_{min} = 3$ calculado a partir de (4.49). Consequentemente, a condição $(A1)$ é válida e $(A2)$ é genericamente satisfeita assumindo que $rank(J_{\mathcal{O}})$ é constante em uma vizinhança U, ou seja, não há mudança no rank da matriz $J_{\mathcal{O}}$. O modelo do sistema (6.5)-(6.8) é estruturalmente identificável para o conjunto escolhido de medidas e parâmetros.

Tabela 4 – Valores obtidos dos ranks para checar as condições (A1) e (A2) do sistema (6.9)-(6.10)

Índice k	1	2	3	4	5	6
$rank(J_{\mathcal{O}})$	18	26	34	41	48	55
$n_x + rank(J_{red})$	20	27	34	41	48	55
Conclusão	estruturalmente identificável					

6.1.1 Conclusão do teste de identificabilidade estrutural do modelo EAD do gerador

O teste proposto na subseção 4.2.2.1 é baseado na condição de identificabilidade-observabilidade obtida a partir do Teorema 1. Além disso, considera-se que os parâmetros desconhecidos $p = [X_d, X'_d, T'_{do}, X_q, k_e]$ são variáveis de estado com dinâmica zero a fim de avaliar a observabilidade da variável x e a identificabilidade do parâmetro p.

O teste foi aplicado ao modelo (6.1)-(6.4) do gerador síncrono e verificou-se que o sistema (6.5)-(6.8) é estruturalmente identificável para este conjunto de estados, entradas, saídas e parâmetros. Essa avaliação é apenas uma condição necessária no processo de identificação. Entretanto, ela é fundamental para a próxima etapa, ou seja, no processo de análise da identificabilidade prática, pois visa eliminar quaisquer problemas de não identificabilidade estrutural. Portanto, a etapa de verificação da identificabilidade estrutural deve ser sempre avaliada antes da identificabilidade prática.

Na próxima seção, a identificabilidade prática do modelo (6.1)-(6.4) será avaliada por meio de dados obtidos em testes reais.

6.2 Aplicação da identificabilidade prática ao modelo EAD do gerador

Esta seção fornece os resultados da identificabilidade prática dos parâmetros do modelo do gerador síncrono das equações (6.1)-(6.4) a partir do método proposto no Capítulo 5.

A seguir, descreve-se o teste experimental construído em laboratório para obtenção das medidas reais, que são utilizadas na análise de identificabilidade prática e na estimação dos parâmetros do gerador síncrono.

6.2.1 Teste experimental

Um gerador síncrono (GS) de quatro polos (rotor de polos salientes) de 2 kVA, 220 V, 60 Hz, conectado em Y, foi usado para testar a metodologia proposta. O GS é acionado por um motor de corrente contínua (DC). Mais informações sobre a placa de identificação do GS podem ser encontradas em (CARI; LANDGRAF; ALBERTO, 2017).

Um pequeno sistema de potência foi construído para obtenção dos dados experimentais com o GS conectado a duas cargas através de uma linha de transmissão, conforme

mostrado na Figura 13. A carga dinâmica é composta por um banco de resistores em paralelo com um banco de capacitores e um motor de indução trifásico (MIT).

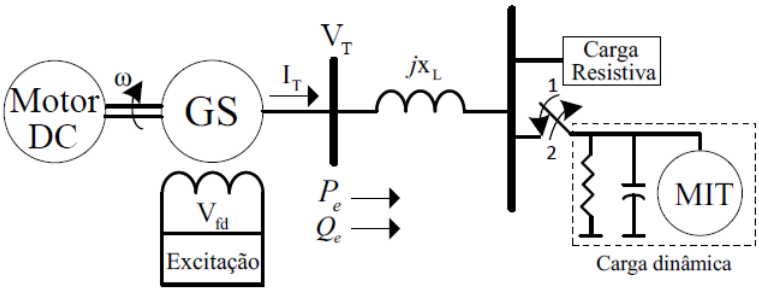


Figura 13 – Pequeno sistema de potência construído para obter os dados experimentais

Os dados experimentais foram obtidos a partir de dois testes:

1. Uma conexão repentina de uma carga dinâmica (usada para estimação de parâmetros);

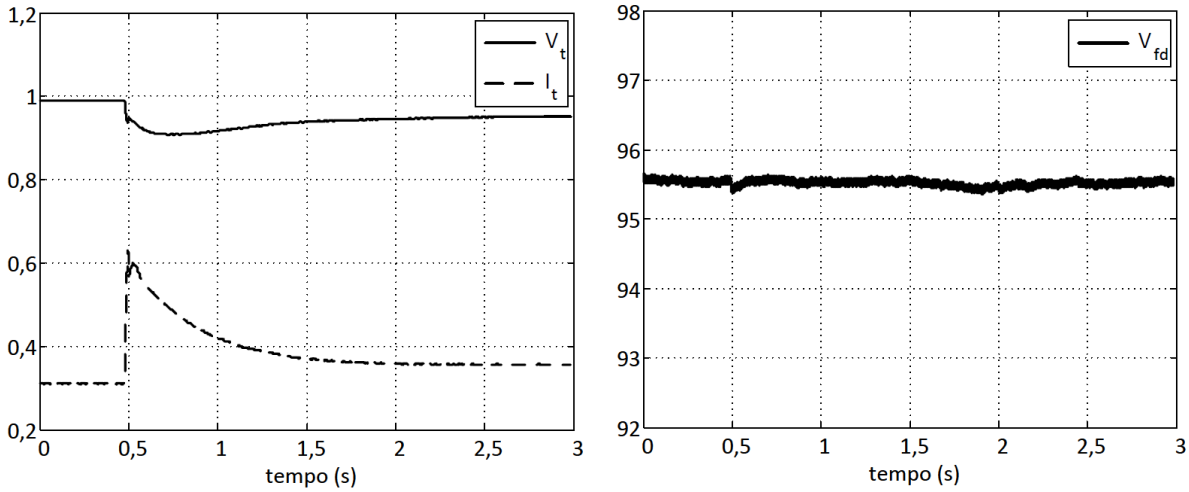
2. Uma desconexão repentina da mesma carga dinâmica (utilizada para validação do modelo).

Foi empregada uma taxa de amostragem de $\Delta t = 2 \times 10^{-4}s$. Para o primeiro teste, $3s$ ($t_o = 0$, $t_f = 2,98s$) dos dados foram coletados com a perturbação (conexão de carga) aplicada em $t_{dis} = 0,46s$ (tempo em que ocorre o distúrbio). Para o segundo teste, $2,5s$ dos dados foram coletados ($t_o = 0$, $t_f = 2,48s$) com a perturbação (rejeição da carga dinâmica) aplicada em $t_{dis} = 0,26s$. O resumo com as informações dos dois testes são apresentadas na Tabela 5. Na Figura 14, são mostradas as medidas de tensão e corrente na sequência positiva por fase (RMS) e a tensão de campo. As potências ativa e reativa que compõem o conjunto de medidas pode ser obtido a partir das tensões, correntes terminais e do fator de potência, que por sua vez, podem ser obtidas das medidas trifásicas temporais por meio da transformada de Fortescue. Para obter mais informações, consulte (CARI; LANDGRAF; ALBERTO, 2017).

Tabela 5 – Informações sobre os experimentos para a obtenção dos dados experimentais

Experimento	Utilização	$t_o(s)$	$t_f(s)$	$t_{dis}(s)$	Δt
1. Conexão repentina de carga	Estimação	0	2,98	0,46	2×10^{-4}
2. Desconexão repentina de carga	Validação	0	2,48	0,26	2×10^{-4}

Estimativas iniciais para os parâmetros são $x_d = 0,9161$, $x'_d = 0,3196$, $T'_{do} = 0,1306$, $x_q = 0,8913$, $E'_{q0} = 0,9898$, $k_e = 90$. Uma estimativa inicial para E'_{q0} foi obtida da tensão terminal inicial $V_t(t_0)$ (CARI; LANDGRAF; ALBERTO, 2017).



(a) Tensão terminal e corrente RMS em pu

(b) Tensão de campo em volts

Figura 14 – Dados das medidas de entrada capturadas do experimento 1 para a estimação dos parâmetros do gerador síncrono

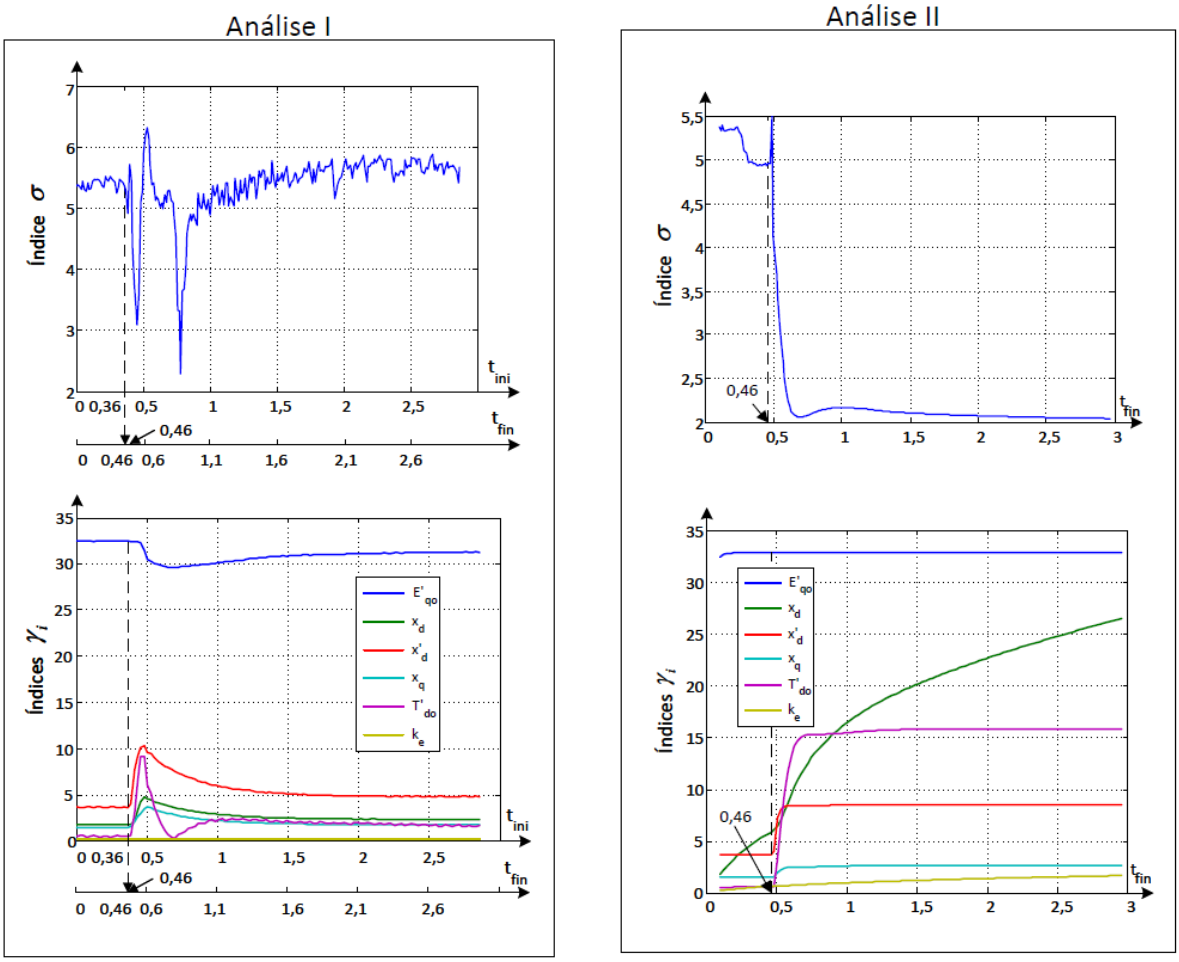
Na sequência, o procedimento descrito na seção 5.4 é utilizado para produzir a janela de tempo ótima dos dados de medidas e os parâmetros são então estimados.

6.2.2 Determinação do melhor tempo inicial (tempo inicial ótimo)

Os dados das medidas do experimento 1 (ver Tabela 5 e Figura 14) e as Análises I (subseção 5.3.2) e II (subseção 5.3.3) permitiram a determinação de σ e γ_i para uma janela deslizante de tamanho constante (Figura 15a) e para uma janela estacionária com um incremento no período de análises (Figura 15b).

O melhor tempo inicial é obtido de σ e γ_i de acordo com o procedimento descrito na Seção 5.4.1. Da Análise I (Figura 15a) os valores mais altos de σ e os valores constantes de γ_i no intervalo de tempo $[0,36 - 0,46s]$ com $T_o = 0,1s$ e $\Delta T = 12 \times 10^{-3}s$ revelam que as sensibilidades da saída em relação a cada um dos parâmetros não possuem informações relevantes para fins de estimação. No entanto, σ diminui drasticamente e γ_i exibe simultaneamente grandes mudanças para janelas de tempo posteriores a esse intervalo. Portanto, $t_{ini} = 0,46s$ é um divisor de águas, que é selecionado como o tempo inicial ótimo.

Conclusões semelhantes podem ser obtidas a partir da Análise II (Figura 15b). O índice σ apresenta valores mais altos para tempo final menor que $t_{fin} = 0,46s$, após esse tempo tem uma queda acentuada. Além disso, cada γ_i é quase constante para um tempo final menor que $t_{fin} = 0,46s$, após esse tempo apresenta grandes mudanças. Apenas γ_i relacionado ao parâmetro x_d apresenta um comportamento linear antes de $t_{fin} = 0,46s$, provavelmente porque possui forte informação de estado estacionário.



(a) Janela deslizante

(b) Janela estacionária

Figura 15 – (a) Análise I: janela deslizante de tamanho constante $T_o = 0,1s$; (b) Análise II: janela estacionária com incremento no período iniciando em $T_o = 0,1s$ para determinar o melhor tempo inicial

6.2.3 Determinação do melhor tempo final (tempo final ótimo)

O melhor tempo final será determinado a partir do intervalo $[t_{dis} - t_f] = [0,46 - 2,98s]$ usando os dados das medidas do experimento 1 (ver Tabela 5 e Figura 14) e de acordo com o procedimento descrito na subseção 5.4.2. Os índices σ e γ_i foram estabelecidos para $T_o = 0,7s$ com $\Delta T = 12 \times 10^{-3}s$, das Análises I (subseção 5.3.2) e II (subseção 5.3.3).

6.2.3.1 Análise I

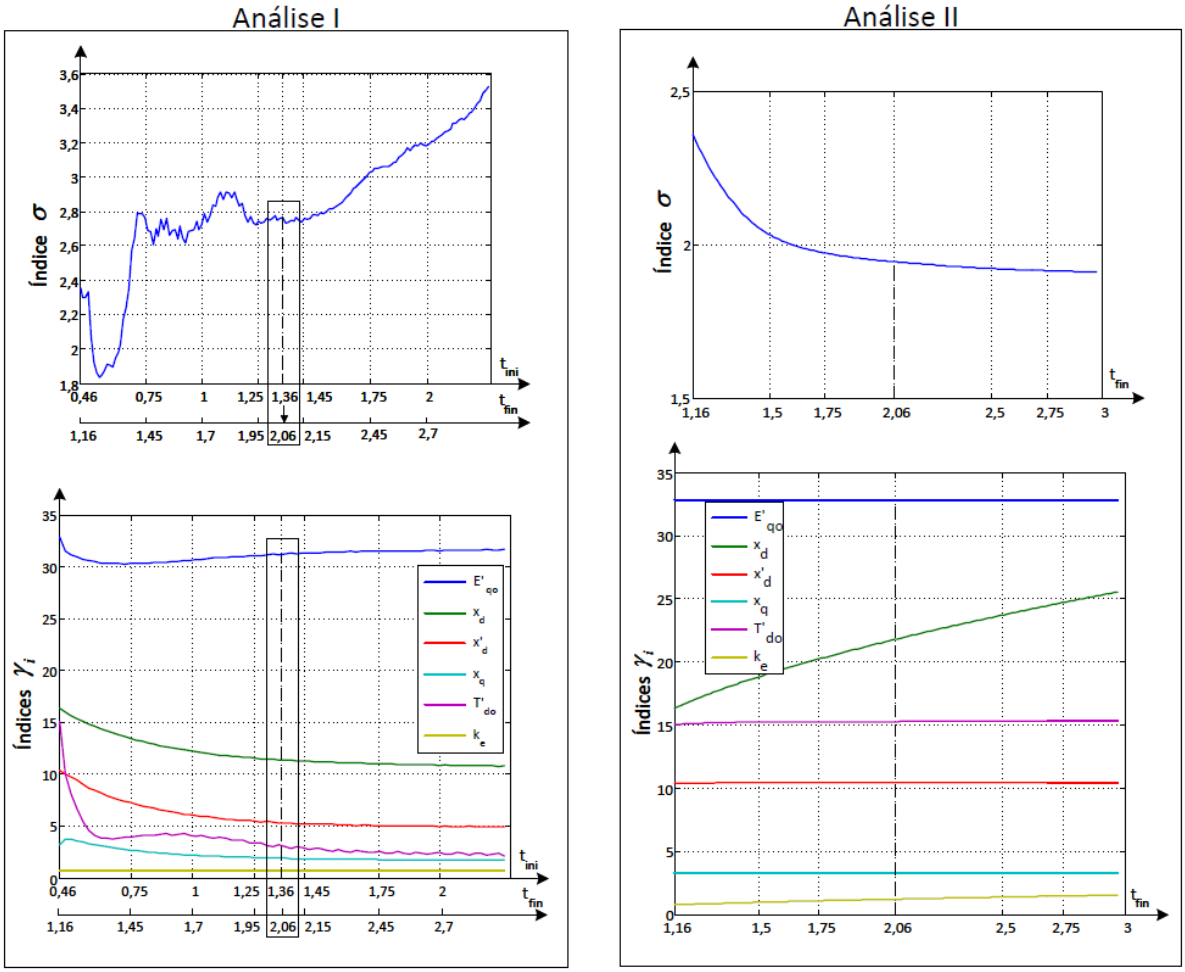
De acordo com a Figura 16a, o índice σ no intervalo $[1,25 - 1,45s]$ tem um ponto mínimo em $t_{ini} = 1,26s$, enquanto todos os índices γ_is apresentam um pequena mudança para o mesmo intervalo de tempo. Portanto, o melhor tempo final é determinado por $t_{fin} = 2,06s$ ($t_{fin} = t_{ini} + T_o$, com $T_o = 0,7s$).

6.2.3.2 Análise II

De acordo com a Figura 16b, σ sempre diminui, e os índices de γ_i não apresentaram mudanças significativas, exceto o índice relacionado ao parâmetro x_d.

O uso da Análise II para determinar o melhor tempo final se mostrou pouco útil, pois σ apresenta detalhes implícitos não verificados sobre a sensibilidade individual, podendo levar a conclusão equivocada sobre o uso de todo o intervalo de tempo como ótimo.

Portanto, apenas σ e γ_is da Análise I devem ser utilizados para a determinação do melhor tempo final.



(a) Janela deslizante (b) Janela estacionária

Figura 16 – (a) Análise I: janela deslizante de tamanho constante $T_o = 0,7s$; (b) Análise II: janela estacionária com incremento no período iniciando em $T_o = 0,7s$ para determinar o melhor tempo final

6.2.4 Resultados da estimação de parâmetros

A janela de tempo ótima $[0,46 - 2,06s]$ foi determinada a partir dos resultados relatados nas Seções 6.2.2 e 6.2.3, e os parâmetros do gerador foram estimados pelo método

de sensibilidade de trajetória (Seção 5.1) usando dados do experimento 1. Para fins de comparação, a Tabela 6 mostra os parâmetros estimados de diferentes janelas de tempo, incluindo a ótima (destacada em laranja).

Tabela 6 – Valores estimados dos parâmetros de diferentes intervalos de tempo

Intervalo	$t_{ini}(s)$	$t_{fin}(s)$	$x_d(pu)$	$x'_d(pu)$	$x_q(pu)$	$T'_{do}(s)$	$k_e(V)$	$E'_{qo}(pu)$
1	0	2,98	1,2183	0,4922	0,5843	0,2490	83,0987	1,0469
2	0,2	2,98	1,1944	0,4935	0,6074	0,2478	83,3193	1,0470
3	0,46	1,50	1,1293	0,4410	0,5028	0,2024	84,9321	1,0355
4	0,46	1,80	1,1422	0,4530	0,5502	0,2183	84,4150	1,0368
5	0,46	1,90	1,1425	0,4551	0,5585	0,2207	84,3594	1,0370
6	0,46	2,00	1,1440	0,4573	0,5664	0,2233	84,2892	1,0372
7	0,46	2,06	1,1459	0,4589	0,5719	0,2253	84,2279	1,0374
8	0,46	2,10	1,1471	0,4598	0,5747	0,2265	84,1923	1,0375
9	0,46	2,20	1,1518	0,4621	0,5814	0,2298	84,0828	1,0378
10	0,46	2,30	1,1574	0,4637	0,5848	0,2325	83,9770	1,0380
11	0,46	2,40	1,1655	0,4648	0,5853	0,2353	83,8521	1,0381
12	0,46	2,50	1,1750	0,4655	0,5832	0,2378	83,7195	1,0383
13	0,46	2,98	1,2339	0,4654	0,5532	0,2476	83,0347	1,0385

Alguns parâmetros sofreram mais alterações que outros para diferentes tempos iniciais e finais; aqueles com alterações maiores foram (x_d, x'_d, x_q), o que significa que são mais sensíveis a alterações de tempos inicial e final. Os parâmetros com menores variações foram (T'_{do}, k_e).

6.2.5 Resultados da validação

Os parâmetros estimados a partir da janela de tempo ótima foram validados a partir dos dados de medidas do experimento 2 (Tabela 5). As saídas do modelo (P_e e Q_e) foram obtidas a partir dos dados de medidas de validação para cada conjunto 1 a 13 dos parâmetros estimados dos intervalos de tempo da Tabela 6. As saídas foram então comparadas com as saídas do sistema real (P_{er} e Q_{er}) para o cálculo das funções de custo $J(p)$, e o desvio relativo da função de custo $\Delta J(p)$ referente ao valor mínimo de $J(p)$ como referência (intervalo 7) (ver Tabela 7 e Figura 17). Como esperado, o valor $J(p)$ é o menor para a janela de tempo ótima (intervalo 7, destacado em laranja na Tabela 7). As janelas de tempo do intervalo "6" e "8" (Tabela 6) correspondentes a $[0,46-2,00s]$ e $[0,46-2,1s]$ também poderiam ser usadas porque tem um $\Delta J(p)$ muito pequeno (Figura 17). Por outro lado, as janelas de tempo dos intervalos "1" e "13" correspondentes a $[0-2,98s]$ e $[0,46-2,98s]$ são os que mais produzem erros e devem ser evitadas.

A saída do modelo (P_e e Q_e) é comparada com a saída das medidas reais usando os parâmetros da janela ótima para fins de validação (ver Figura 18). Figura 18a mostra que a potência ativa está bem ajustada. Em relação à potência reativa (Figura 18b), detecta-se uma pequena diferença; entretanto, observa-se um bom ajuste.

Tabela 7 – Funções de custo $J(p)$ obtidas para medidas de validação usando os parâmetros estimados da Tabela 6

Parâmetros dos intervalos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$J(p)$	0,3086	0,2873	0,3007	0,2383	0,2362	0,2347	0,2343	0,2347	0,2366	0,2409	0,2471	0,2568	0,3337
$\Delta J(p)\%$	31,711	22,621	28,34	1,7072	0,8109	0,1707	–	0,1707	0,9816	2,8169	5,4631	9,6031	42,424

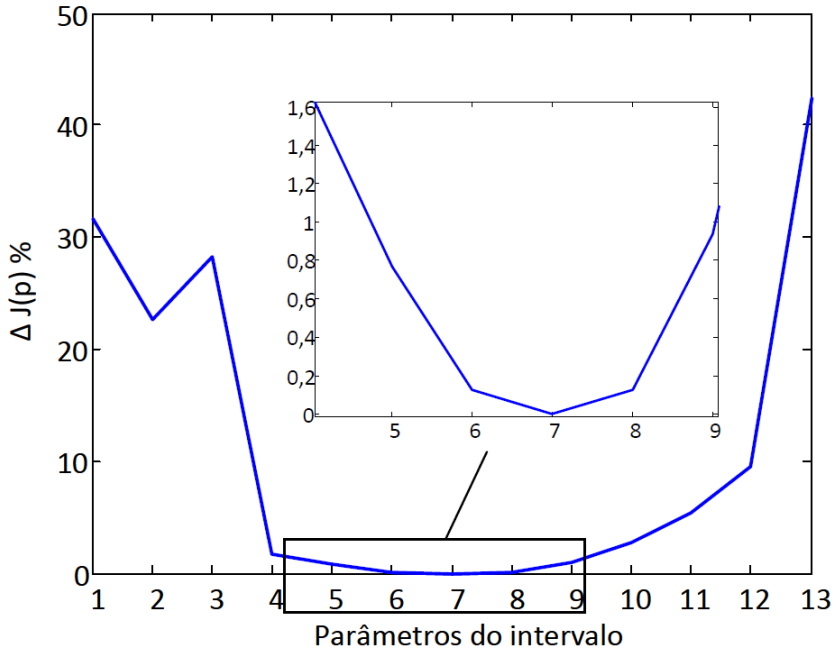
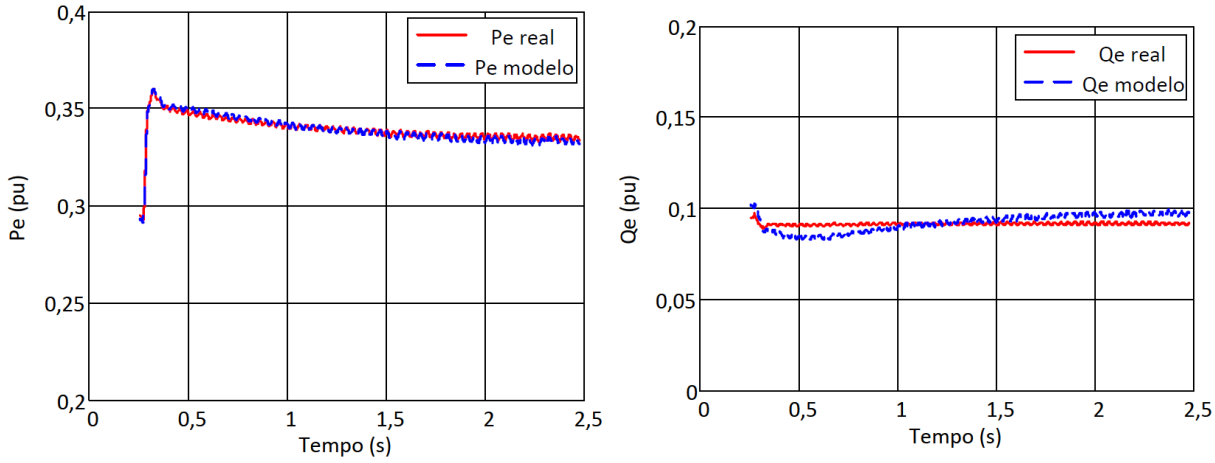


Figura 17 – Função de custo relativo da Tabela 7



(a) Potência ativa

(b) Potência reativa

Figura 18 – Teste da validade dos parâmetros com o uso da linha 7 da Tabela 6

6.2.6 Conclusões da identificabilidade prática do modelo EAD do gerador

A identificabilidade prática foi realizada por um método de sensibilidade de trajetória, e uma janela de tempo ótima foi obtida por análise de intervalo para fins de estimação de parâmetros. O tempo inicial ótimo das medidas é o tempo inicial da perturbação, enquanto o tempo final ótimo pode ser encontrado eliminando parte das medidas com

informações insuficientes em relação aos parâmetros. Os resultados mostram que a função custo $J(p)$ apresentou o menor valor ao utilizar os parâmetros estimados da janela de tempo ótima. Portanto, a escolha da janela ótima melhorou a precisão dos parâmetros.

7 CONCLUSÕES

Esta tese teve como objetivo investigar e desenvolver uma análise abrangente de identificabilidade, estrutural e prática, de um modelo transitório do gerador síncrono. A análise de identificabilidade compreende duas etapas: estrutural (*a priori*) e prática (*a posteriori*). Durante a estimação de parâmetros de geradores síncronos, geralmente assume-se que estes são estruturalmente identificáveis. No entanto, isso nem sempre é verdade. Um exemplo de falha de identificabilidade estrutural foi apresentado na subseção 4.2.3. Assim, a primeira contribuição deste trabalho é o desenvolvimento de um teste de identificabilidade estrutural aplicado a um modelo transitório do gerador síncrono. Além disso, verificou-se que a precisão dos parâmetros poderia ser melhorada selecionando janelas de tempo ótimas a partir dos dados das medidas, especialmente quando dinâmicas lentas e rápidas estão presentes no modelo. Desta forma, durante a identificabilidade prática, propõe-se uma metodologia para seleção de janela de tempo ótima para aumentar a precisão dos parâmetros estimados através do método de sensibilidade de trajetória. Esta é a segunda contribuição desta tese.

A análise de identificabilidade estrutural (primeira etapa) é fundamental no processo de identificação, pois é executada antes da quantificação dos parâmetros, conhecida como identificabilidade prática (segunda etapa).

Para a primeira etapa, o teste de identificabilidade estrutural do modelo foi desenvolvido a partir de uma análise de observabilidade não linear de sistemas EADs considerando os parâmetros como estados dinâmicos com dinâmica zero, ou seja, $\dot{p} = 0$. Em seguida, foi desenvolvido um algoritmo utilizando as ferramentas simbólicas do software Matlab para verificar a identificabilidade estrutural, onde duas condições baseadas no rank da matriz Jacobiana $J_{\mathcal{O}}$ são verificadas em um processo iterativo.

Na segunda etapa, a análise de identificabilidade prática do modelo é realizada para estimar os parâmetros por meio de um processo de ajuste de parâmetros. Esta etapa é necessária porque os dados das medidas usados na estimação devem conter informações adequadas. Os modos de excitação associados a dinâmicas rápidas e lentas devem ser devidamente excitados, pois foi observado que diferentes conjuntos de parâmetros foram obtidos para diferentes janelas de tempos. Uma análise de janela de tempo baseada no método de sensibilidade de trajetória foi proposta para lidar com esses problemas e, como resultado, uma janela de tempo ótima para fins de estimação é fornecida por esta análise.

Finalmente, o processo de identificabilidade foi aplicado ao modelo transitório EAD de um eixo modificado do gerador síncrono. Verificou-se que o sistema é estruturalmente identificável para o conjunto selecionado de entradas, saídas e parâmetros desconhecidos.

A identificabilidade prática foi então realizada pelo método de sensibilidade de trajetória, e uma janela de tempo ótima foi obtida pela análise de janela de tempo para fins de estimação de parâmetros. O tempo inicial ótimo das medidas foi exatamente o instante inicial da perturbação. Por outro lado, o tempo final ótimo pode ser encontrado eliminando parte das medidas com poucas informações em relação aos parâmetros. Os resultados mostraram que o parâmetro estimado a partir do intervalo de tempo ótimo possui a menor função de custo; ou seja, a escolha do intervalo melhorou a precisão do parâmetro.

As etapas de estimação e validação de parâmetros foram consideradas usando dados reais obtidos de um pequeno sistema teste construído em laboratório.

7.1 Perspectivas futuras e continuidade do trabalho

Nesta tese, foi apresentada a estimação de parâmetros de um modelo transitório modificado do gerador síncrono (veja as equações (6.1)-(6.4)), que vem do modelo tradicional de um eixo. A vantagem deste modelo é que ele usa dados de fácil obtenção (magnitudes de tensões e correntes terminais e tensão de campo do gerador). Este modelo é adequado para representar um gerador de polos salientes para condições transitórias. Especificamente para o caso avaliado nesta tese, o modelo é adequado, pois é utilizado um gerador síncrono de 2 kVA para validar o trabalho. Assim, como perspectiva futura, recomenda-se aplicar a análise de identificabilidade proposta nesta tese aos demais modelos do gerador síncrono do Capítulo 2 para diferentes escolhas de estados, entradas, saídas e parâmetros. Com o aumento do número de medidas a partir de medidores convencionais e PMUs e em alguns casos até redundâncias de medidas, uma análise de identificabilidade (estrutural e prática) para os diferentes modelos apresentados na literatura torna-se cada vez mais necessária.

Além disso, algumas outras propostas para investigações em trabalhos futuros são:

1. Realizar uma nova análise para avaliar a observabilidade/identificabilidade de modelos algébricos não lineares de acordo com o modelo apresentado na subseção 2.3.4 para o modelo modificado de um eixo usando a corrente de campo.

2. Avaliar o uso de sincrofasores e a sensibilidade dos ruídos nas medidas.

3. A partir do uso de PMUs, outros tipos de perturbações podem ser consideradas para estimação de parâmetros, como desarme da linha de transmissão, faltas monofásicas e trifásicas, além da operação inadequada de equipamentos, ou mesmo anormalidades desconhecidas no sistema.

4. Comparar os resultados apresentados com outros modelos mais detalhados (modelos subtransitórios) e usar novos dados de medidas de grandes usinas geradoras.

REFERÊNCIAS

ADKINS, B.; HARLEY, R. G. **The general theory of alternating current machines: application to practical problems**. [S.l.]: Springer, 2013.

ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A. **Power system control and stability**. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2002.

BANKS, H. T.; DEDIU, S.; ERNSTBERGER, S. L. Sensitivity functions and their uses in inverse problems. **Journal of Inverse and Ill-posed Problems**, v. 15, n. 1, p. 683–708, 2007.

BANKS, H. T. et al. Generalized sensitivities and optimal experimental design. **Journal of Inverse and Ill-posed Problems**, Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, v. 18, n. 1, p. 25–83, 2010.

BEHNAM-GUILANI, K. Digital modeling of synchronous machines for transient stability studies. Digital Repository@ Iowa State University, http://lib. dr. iastate. edu/, 1980.

BELLMAN, R.; ÅSTRÖM, K. J. On structural identifiability. **Mathematical biosciences**, Elsevier, v. 7, n. 3-4, p. 329–339, 1970.

BERHAUSEN, S.; PASZEK, S. Synchronous generator model parameter estimation based on noisy dynamic waveforms. **Journal of Electrical Engineering**, v. 67, n. 1, p. 21–28, 2016.

BURTH, M.; VERGHESE, G. C.; VELEZ-REYES, M. Subset selection for improved parameter estimation in on-line identification of a synchronous generator. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v. 14, n. 1, p. 218–225, 1999. ISSN 0885-8950.

CARI, E. P. T. **Estimação dos parâmetros da máquina síncrona e seu sistema de excitação**. 2005. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2005.

CARI, E. P. T. **Metodologia de estimação de parâmetros de sistemas dinâmicos não-lineares com aplicação em geradores síncronos**. [S.l.]: Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, Escola de engenharia de São Carlos, 2009.

CARI, E. P. T.; ALBERTO, L. Parameter estimation of synchronous generators from different types of disturbances. In: **Power and Energy Society General Meeting, 2011 IEEE**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–7. ISSN 1944-9925.

CARI, E. P. T.; LANDGRAF, T. G.; ALBERTO, L. F. C. A constrained minimization approach for the estimation of parameters of transient generator models. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 143, p. 252–261, 2017.

CHIS, O.-T.; BANGA, J. R.; BALSA-CANTO, E. Structural identifiability of systems biology models: A critical comparison of methods. **PLOS ONE**, Public Library of Science, v. 6, n. 11, p. 1–16, 11 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0027755>.

CHU, Y.; HUANG, Z.; HAHN, J. Improving prediction capabilities of complex dynamic models via parameter selection and estimation. **Chemical Engineering Science**, Elsevier, v. 64, n. 19, p. 4178–4185, 2009.

COBELLI, C.; DISTEFANO, J. J. Parameter and structural identifiability concepts and ambiguities: a critical review and analysis. **American Journal of Physiology-Regulatory, Integrative and Comparative Physiology**, American Physiological Society Bethesda, MD, v. 239, n. 1, p. R7–R24, 1980.

COLE, D. J. **Parameter redundancy and identifiability**. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 2020.

DANDENO, P. L.; HAUTH, R. L.; SCHULZ, R. P. Effects of synchronous machine modeling in large scale system studies. **IEEE Transactions on Power Apparatus and systems**, IEEE, n. 2, p. 574–582, 1973.

DISTEFANO, J. On the relationships between structural identifiability and the controllability, observability properties. **IEEE Transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 22, n. 4, p. 652–652, 1977.

GADKAR, K. G.; GUNAWAN, R.; DOYLE, F. J. Iterative approach to model identification of biological networks. **BMC bioinformatics**, Springer, v. 6, n. 1, p. 1–20, 2005.

GERDIN, M. Local identifiability and observability of nonlinear differential-algebraic equations. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 39, n. 1, p. 802–807, 2006.

GHAHREMANI, E.; LI, W.; GREGOIRE, L.-A. Parameter calculation of round rotor synchronous generators using phasor measurements signals. In: **Industrial Electronics Society, IECON 2014 - 40th Annual Conference of the IEEE**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 228–233.

GIBBARD, M. J.; POURBEIK, P.; VOWLES, D. J. **Small-signal stability, control and dynamic performance of power systems**. [S.l.]: University of Adelaide press, 2015.

HERMANN, R.; KRENER, A. Nonlinear controllability and observability. **IEEE Transactions on automatic control**, IEEE, v. 22, n. 5, p. 728–740, 1977.

HEYDT, G. T. et al. **Estimation of Synchronous Generator Parameters from On-line Measurements**. [S.l.], 2005.

HUANG, Z. et al. Generator dynamic model validation and parameter calibration using phasor measurements at the point of connection. **IEEE transactions on power systems**, IEEE, v. 28, n. 2, p. 1939–1949, 2013.

IEEE Std 1110. Ieee guide for synchronous generator modeling practices and applications in power system stability analyses. **Revision of IEEE Std 1110-1991**, p. 0–72, 2003.

IEEE Std 421.5. Ieee recommended practice for excitation system models for power system stability studies. **IEEE Std 421.5-2016 (Revision of IEEE Std 421.5-2005)**, p. 1–207, 2016.

JIN, Y.-Q. et al. The power angle and phase measurement units based wide area measurement system and its application. In: **2007 iREP Symposium - Bulk Power System Dynamics and Control - VII. Revitalizing Operational Reliability**. [S.l.: s.n.], 2007. p. 1–7.

KARL, D.; SCHAEFER, R. C. Nerc power industry policies. **IEEE Industry Applications Magazine**, IEEE, v. 10, n. 2, p. 30–38, 2004.

KARRARI, M.; MALIK, O. P. Identification of physical parameters of a synchronous generator from online measurements. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 19, n. 2, p. 407–415, June 2004. ISSN 0885-8969.

KIMBARK, E. W. Power systems stability. Wiley, v. 1, 1995.

KOSTEREV, D. N.; TAYLOR, C.; MITTELSTADT, W. Model validation for the august 10, 1996 wscc system outage. **Power Systems, IEEE Transactions on**, v. 14, n. 3, p. 967–979, Aug 1999. ISSN 0885-8950.

KRAVARIS, C.; HAHN, J.; CHU, Y. Advances and selected recent developments in state and parameter estimation. **Computers & chemical engineering**, Elsevier, v. 51, p. 111–123, 2013.

KUNDUR, P. **Power system stability and control**. [S.l.]: McGraw-hill New York, 1994. v. 7.

LANDGRAF, T. G. **Modelagem e estimação de parâmetros de geradores síncronos via análise de sensibilidade de trajetória**. 2014. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2014.

LIU, C. et al. Impact of the time scale of model sensitivity response on coupled model parameter estimation. **Advances in Atmospheric Sciences**, Springer, v. 34, n. 11, p. 1346–1357, 2017.

MIAO, H. et al. On identifiability of nonlinear ode models and applications in viral dynamics. SIAM, v. 53, n. 1, p. 3–39, 2011.

NAYAK, N. et al. Generator parameter validation and calibration process based on pmu data. In: **IEEE PES T&D Conference and Exposition**. [S.l.: s.n.], 2016.

OLIVE, D. New techniques for the calculation of dynamic stability. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, IEEE, n. 7, p. 767–777, 1966.

PARK, R. H. Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part i. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, IEEE, v. 48, n. 3, p. 716–727, 1929.

POHJANPALO, H. System identifiability based on the power series expansion of the solution. **Mathematical biosciences**, Elsevier, v. 41, n. 1-2, p. 21–33, 1978.

POURBEIK, P. Automated parameter derivation for power plant models from system disturbance data. In: IEEE. **2009 IEEE Power & Energy Society General Meeting**. [S.l.], 2009. p. 1–10.

PRABHASHANKAR, K.; JANISCHEWSYJ, W. Digital simulation of multimachine power systems for stability studies. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, IEEE, n. 1, p. 73–80, 1968.

RANKIN, A. Per-unit impedances of synchronous machines. **Electrical Engineering**, IEEE, v. 64, n. 8, p. 569–573, 1945.

RAUE, A. et al. Structural and practical identifiability analysis of partially observed dynamical models by exploiting the profile likelihood. **Bioinformatics**, Oxford University Press, v. 25, n. 15, p. 1923–1929, 2009.

SAAVEDRA-MONTES, A. J.; RAMOS-PAJA, C. A.; RAMÍREZ, J. M. A systematic review on identification of excitation systems for synchronous generators. **Revista EIA**, n. 18, p. 33–48, 2012.

SAUER, P. W.; PAI, M. **Power system dynamics and stability**. [S.l.]: Prentice Hall New Jersey, 1998.

TERRELL, W. A computational linearization principle for observability of nonlinear daes near a trajectory. In: IEEE. **Proceedings of the 1998 American Control Conference. ACC (IEEE Cat. No. 98CH36207)**. [S.l.], 1998. v. 4, p. 2515–2519.

TERRELL, W. J. Observability of nonlinear differential algebraic systems. **Circuits, Systems and Signal Processing**, Springer, v. 16, n. 2, p. 271–285, 1997.

VELOZA, O.; CESPEDES, R. Regulatory mechanisms to mitigate the vulnerability of power systems to blackouts. In: IEEE. **Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America, 2006. TDC'06. IEEE/PES**. [S.l.], 2006. p. 1–6.

VILLAVERDE, A. F.; BARREIRO, A.; PAPACHRISTODOULOU, A. Structural identifiability analysis via extended observability and decomposition. **IFAC-PapersOnLine**, Elsevier, v. 49, n. 26, p. 171–177, 2016.

_____. Structural identifiability of dynamic systems biology models. **PLoS computational biology**, Public Library of Science San Francisco, CA USA, v. 12, n. 10, p. e1005153, 2016.

Villaverde, A. F. et al. Input-dependent structural identifiability of nonlinear systems. **IEEE Control Systems Letters**, v. 3, n. 2, p. 272–277, April 2019. ISSN 2475-1456.

VILLAVERDE, A. F.; TSIANTIS, N.; BANGA, J. R. Full observability and estimation of unknown inputs, states and parameters of nonlinear biological models. **Journal of the Royal Society Interface**, The Royal Society, v. 16, n. 156, p. 20190043, 2019.

WALTER, E.; LECOURTIER, Y. Unidentifiable compartmental models: what to do? **Mathematical biosciences**, Elsevier, v. 56, n. 1-2, p. 1–25, 1981.

XIA, X.; MOOG, C. H. Identifiability of nonlinear systems with application to hiv/aids models. **IEEE transactions on automatic control**, IEEE, v. 48, n. 2, p. 330–336, 2003.

ZAKER, B. et al. Simultaneous parameter identification of synchronous generator and excitation system using online measurements. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 7, n. 3, p. 1230–1238, May 2016. ISSN 1949-3053.

ZHANG, G.; ALLAIRE, D.; CAGAN, J. Taking the guess work out of the initial guess: A solution interval method for least-squares parameter estimation in nonlinear models. **Journal of Computing and Information Science in Engineering**, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 21, n. 2, 2021.

ZIMMER, V.; DECKER, I.; SILVA, A. e. A robust approach for the identification of synchronous machine parameters and dynamic states based on pmu data. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 165, p. 167–178, 2018.

Apêndices

APÊNDICE A – PUBLICAÇÕES DESTA TESE

A.1 Artigos de revistas publicados

- **LANDGRAF, T. G.**; CARI, E. P. T.; ALBERTO, L. F. C. An analysis of structural and practical identifiability applied to a transient generator model. **Electric Power Systems Research**, v. 206, p. 107817, 2022.

- CARI, E. P. T.; **LANDGRAF, T. G.**; ALBERTO, L. F. C. A constrained minimization approach for the estimation of parameters of transient generator models. **Electric Power Systems Research**, v. 143, p. 252-261, 2017.

- BEORDO, L.; CARI, E. P. T.; **LANDGRAF, T. G.**; ALBERTO, L. F. C. A comparative validation of a synchronous generator by trajectory sensitivity and offline methods. **International Transactions on Electrical Energy Systems**, v. 27, n. 2, p. e2255, 2016.

A.2 Artigos de congressos publicados

- **LANDGRAF, T. G.**; CARI, E. P. T.; ALBERTO, L. F. C. Uma análise de identificabilidade aplicada no modelo transitório do gerador síncrono. In: **XIV Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações**. Anais da XIV Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações. São Carlos: EESC-ICMC-USP, 2019. p. ID1972.

- **LANDGRAF, T. G.**; CARI, Elmer P. T.; ALBERTO, L. F. C. Parameter estimation of the transient model of a synchronous generator from accessible measurements and with parameter constraints. In: **2017 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)**. IEEE, 2017. p. 1-6.

APÊNDICE B – MODELOS MATEMÁTICOS DA MÁQUINA SÍNCRONA

B.1 Modelo geral da máquina

Uma máquina síncrona trifásica geralmente tem quatro enrolamentos, o enrolamento de campo ('fd') e três enrolamentos do estator ('a', 'b' e 'c'), conhecido também como armadura. Esses enrolamentos formam um grupo de circuitos acoplados magneticamente como visto na Figura 19. Observa-se ainda que a máquina síncrona pode ser representada através de seis enrolamentos (ou circuitos), se os circuitos amortecedores ('kd' e 'kq') forem considerados, sendo que eles também são magneticamente acoplados e o índice k é usado para denotar um número arbitrário de tais enrolamentos. O acoplamento magnético, por sua vez, depende da posição angular do rotor ('θ'). Desta forma, o fluxo concatenado com cada um dos enrolamentos é também uma função da posição do rotor.

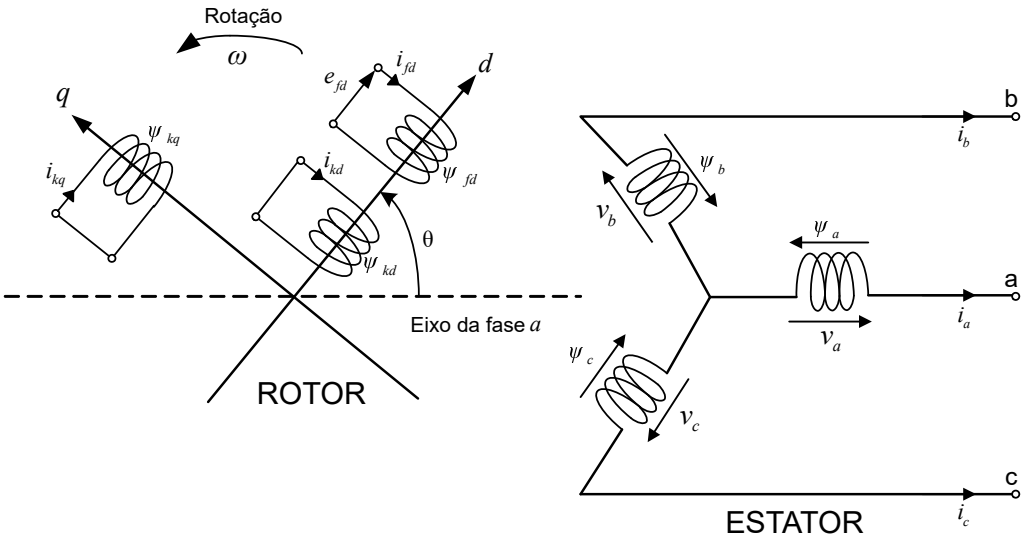


Figura 19 – Representação esquemática de uma máquina síncrona

Fonte: Kundur (1994)

Na Figura 19 tem-se que:

a, b, c : Enrolamentos de fases do estator.
fd : Enrolamento de campo.
kd : Circuito amortecedor de eixo d.
kq : Circuito amortecedor de eixo q.
$k = 1, 2, ...n$; onde n é o número de circuitos amortecedores.
$\theta =$ Ângulo entre o eixo d e o eixo magnético correspondente ao enrolamento da fase a do estator.
$\omega =$ Velocidade angular do rotor.

Conforme pode ser observado na Figura 19, existem três enrolamentos no estator,

cada um associado a uma fase, e três enrolamentos no rotor: um enrolamento de campo, que é alimentado por uma fonte de tensão contínua; e dois enrolamentos amortecedores, que são curto-circuitados. Nota-se ainda que: o enrolamento de campo ('fd') e um dos enrolamentos amortecedores ('kd') estão alinhados com o eixo "d" (eixo direto); e o outro enrolamento amortecedor ('kq') está alinhado com o eixo "q" (eixo em quadratura).

Aplicando a lei da indução eletromagnética (lei de Faraday) aos enrolamentos da máquina síncrona, a tensão terminal instantânea de qualquer um destes circuitos (ver Figura 19) pode ser escrita da seguinte forma genérica (KUNDUR, 1994):

$$v = \frac{d\psi}{dt} \pm Ri \tag{B.1}$$

onde R é a resistência do enrolamento, i é a corrente, e ψ é o fluxo concatenado do enrolamento, que depende: da indutância própria do enrolamento, das indutâncias mútuas entre ele e os outros enrolamentos e das correntes em todos os enrolamentos acoplados. A definição dos sinais (+ ou -) da equação (B.1), depende do tipo de operação da máquina: motor ou gerador.

B.1.1 Equações do circuito do estator

Considerando a máquina síncrona operando como gerador, podem ser escritas as seguintes equações de tensão para as três fases do estator:

$$v_a = \frac{d\psi_a}{dt} - R_s i_a \tag{B.2}$$

$$v_b = \frac{d\psi_b}{dt} - R_s i_b \tag{B.3}$$

$$v_c = \frac{d\psi_c}{dt} - R_s i_c \tag{B.4}$$

onde:

v_a, v_b, v_c = tensões terminais instantâneas das fases a, b e c, do estator.

i_a, i_b, i_c = correntes terminais instantâneas das fases a, b e c, do estator.

ψ_a, ψ_b, ψ_c = fluxos concatenados com os enrolamentos das fases a, b e c, do estator.

R_s = resistência do enrolamento do estator (admitida igual para as três fases).

Os fluxos concatenados podem ser determinados através das seguintes equações:

$$\psi_a = -l_{aa}i_a - l_{ab}i_b - l_{ac}i_c + l_{afd}i_{fd} + l_{akd}i_{kd} + l_{akq}i_{kq} \tag{B.5}$$

$$\psi_b = -l_{ab}i_a - l_{bb}i_b - l_{ac}i_c + l_{bfd}i_{fd} + l_{bkd}i_{kd} + l_{bkq}i_{kq} \tag{B.6}$$

$$\psi_c = -l_{ac}i_a - l_{bc}i_b - l_{cc}i_c + l_{cfd}i_{fd} + l_{ckd}i_{kd} + l_{ckq}i_{kq} \tag{B.7}$$

onde:

l_{aa}, l_{bb}, l_{cc} = indutâncias próprias das fases a, b e c, do estator.

l_{ab}, l_{ac}, l_{bc} = indutâncias mútuas entre as fases a, b e c, do estator.

$l_{afd}, l_{akd}, l_{akq}$ = indutâncias mútuas entre a fase a do estator e os enrolamentos do rotor.

$l_{bfd}, l_{bkd}, l_{bkq}$ = indutâncias mútuas entre a fase b do estator e os enrolamentos do rotor.

$l_{cfd}, l_{ckd}, l_{ckq}$ = indutâncias mútuas entre a fase c do estator e os enrolamentos do rotor.

Como mostrado abaixo nas seções B.2.1 e B.2.2, todas as indutâncias na equações (B.5)-(B.7) são funções da posição do rotor e desta forma variáveis no tempo.

B.1.2 Equações do circuito do rotor

Para o rotor da máquina síncrona, podem ser escritas as seguintes equações de tensão, correspondentes, respectivamente, aos enrolamentos: de campo ('fd'), amortecedor de eixo direto ('kd') e amortecedor de eixo em quadratura ('kq'):

$$e_{fd} = \frac{d\psi_{fd}}{dt} + R_{fd} i_{fd} \tag{B.8}$$

$$0 = \frac{d\psi_{kd}}{dt} + R_{kd} i_{kd} \tag{B.9}$$

$$0 = \frac{d\psi_{kq}}{dt} + R_{kq} i_{kq} \tag{B.10}$$

onde:

e_{fd} = tensão de campo.

i_{fd}, i_{kd}, i_{kq} = correntes de campo e dos enrolamentos amortecedores.

R_{fd}, R_{kd}, R_{kq} = resistências de campo e dos enrolamentos amortecedores.

$\psi_{fd}, \psi_{kd}, \psi_{kq}$ = fluxos concatenados do enrolamento de campo e dos enrolamentos amortecedores.

Os fluxos concatenados com os enrolamentos do rotor podem ser determinados pelas equações a seguir:

$$\psi_{fd} = -l_{fda} i_a - l_{fdb} i_b - l_{fdc} i_c + l_{ffd} i_{fd} + l_{fkd} i_{kd} + l_{fkq} i_{kq} \tag{B.11}$$

$$\psi_{kd} = -l_{kda} i_a - l_{kdb} i_b - l_{kdc} i_c + l_{kdf} i_{fd} + l_{kkd} i_{kd} + l_{kdq} i_{kq} \tag{B.12}$$

$$\psi_{kq} = -l_{kqa} i_a - l_{kqb} i_b - l_{kqc} i_c + l_{kqf} i_{fd} + l_{kqd} i_{kd} + l_{kkq} i_{kq} \tag{B.13}$$

onde:

$l_{ffd}, l_{kkd}, l_{kkq}$ = indutâncias próprias dos enrolamentos do rotor.

$l_{fkd}, l_{fkq}, l_{kdf}, l_{kdq}, l_{kqf}, l_{kqd}$ = indutâncias mútuas entre os enrolamentos do rotor.

$l_{fda}, l_{kda}, l_{kqa}, l_{fdb}, l_{kdb}, l_{kqb}, l_{fdc}, l_{kdc}, l_{kqc}$ = indutâncias mútuas entre os enrolamentos do rotor e os enrolamentos do estator.

Os circuitos do rotor veem permeabilidade constante por causa da estrutura cilíndrica do estator (KUNDUR, 1994). Portanto, as indutâncias próprias dos circuitos do rotor e as indutâncias mútuas entre si não variam com a posição do rotor (veja seção B.2.3). Apenas as indutâncias mútuas de rotor para estator variam periodicamente com θ, conforme mostrado na seção B.2.2.

B.2 Indutâncias da máquina síncrona

Uma vez que muitas das indutâncias variam periodicamente com a posição angular do rotor, é extremamente difícil resolver as equações diferenciais de máquinas síncronas na forma apresentada até agora. No entanto, se certas suposições forem feitas, uma transformação relativamente simples de variáveis simplificará estas equações. A primeira suposição é que os enrolamentos do estator são distribuídos de forma senoidal ao longo do entreferro de modo a minimizar todas as componentes harmônicas no fluxo de entreferro tanto quanto seja viável. A segunda suposição é que as ranhuras do estator não causam variação significativa de qualquer das indutâncias do rotor com o ângulo do rotor. A principal justificativa para essas suposições vem da comparação do desempenho calculado com o desempenho real obtido por meio de testes (BEHNAM-GUILANI, 1980), (ANDERSON; FOUAD, 2002), (ADKINS; HARLEY, 2013). A terceira suposição é que a saturação de circuitos magnéticos pode ser desprezada (ADKINS; HARLEY, 2013). Essas suposições permitem descrever as indutâncias da máquina síncrona conforme se descreve a seguir.

B.2.1 Indutâncias próprias e mútuas do estator

Quando o eixo d do rotor se alinha com o eixo dos enrolamentos de fase do estator, a relutância do caminho magnético é mínima. É quando o valor máximo da indutância própria de cada enrolamento de fase do estator é atingido. A relutância mínima ocorre duas vezes para cada rotação, desta forma, as indutâncias próprias do estator são dadas por:

$$\begin{aligned} l_{aa} &= L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2\left(\theta\right) \\ l_{bb} &= L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2\left(\theta - 2\pi/3\right) \\ l_{cc} &= L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2\left(\theta + 2\pi/3\right) \end{aligned} \tag{B.14}$$

onde $L_{aa0} > L_{aa2}$. Essas indutâncias serão sempre positivas, variando em torno de um valor médio constante L_{aa0}.

Considerando que os enrolamentos do estator são deslocados de 120° no espaço, as indutâncias mútuas entre eles serão sempre negativas. A magnitude da indutância mútua entre quaisquer duas fases do estator é máxima quando o eixo d do rotor está na metade entre dois dos eixos dos enrolamentos do estator. Desta forma, as indutâncias mútuas

entre fases são as seguintes:

$$\begin{aligned} l_{ab} &= l_{ba} = & -[L_{ab0} + L_{aa2}\cos 2(\theta + \pi/6)] \\ l_{bc} &= l_{cb} = & -[L_{ab0} + L_{aa2}\cos 2(\theta - \pi/2)] \\ l_{ca} &= l_{ac} = & -[L_{ab0} + L_{aa2}\cos 2(\theta - \pi/6)] \end{aligned} \tag{B.15}$$

variando em torno de um valor médio L_{ab0} de modo que $L_{ab0} > L_{aa2}$.

B.2.2 Indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e do rotor

As indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e o rotor têm um máximo positivo quando os eixos de um enrolamento do estator e um enrolamento do rotor se alinham e têm a mesma direção de fluxo positivo. Eles têm um mínimo negativo quando as direções de fluxo estão em oposição e são zero quando os eixos são perpendiculares. Assim, as indutâncias mútuas entre estator e rotor são as seguintes:

$$\begin{aligned} l_{afd} = l_{fda} &= L_{afd}\cos(\theta) \\ l_{bfd} = l_{fdb} &= L_{afd}\cos(\theta - 2\pi/3) \\ l_{cfd} = l_{fdc} &= L_{afd}\cos(\theta + 2\pi/3) \\ l_{akd} = l_{kda} &= L_{akd}\cos(\theta) \\ l_{bkd} = l_{kdb} &= L_{akd}\cos(\theta - 2\pi/3) \\ l_{ckd} = l_{kdc} &= L_{akd}\cos(\theta + 2\pi/3) \\ l_{akq} = l_{kqa} &= L_{akq}\cos(\theta + \pi/2) \\ &= -L_{akq}\,\mathrm{sen}(\theta) \\ l_{bkq} = l_{kqb} &= -L_{akq}\,\mathrm{sen}(\theta - 2\pi/3) \\ l_{ckq} = l_{kqc} &= -L_{akq}\,\mathrm{sen}(\theta + 2\pi/3) \end{aligned} \tag{B.16}$$

Observe que essas indutâncias variam com o ângulo θ, na frequência de rotação da máquina.

B.2.3 Indutâncias próprias e mútuas do rotor

As indutâncias próprias do rotor não dependem da posição do rotor e podem ser escritas como:

$$l_{ffd} = L_{ffd};\ l_{kkd} = L_{kkd};\ l_{kkq} = L_{kkq} \tag{B.17}$$

sendo que são todas constantes porque a saturação e o efeito da ranhura são desprezados.

Finalmente, as indutâncias mútuas do rotor são dadas por:

$$\begin{aligned} l_{fkd} &= l_{kdf} = & L_{fkd} \\ l_{fkq} &= l_{kqf} = & 0 \\ l_{kdq} &= l_{kqd} = & 0 \end{aligned} \tag{B.18}$$

onde as indutância mútuas entre os enrolamentos "fd" e "kq", "kd" e "kq" são zero, uma vez que os eixos d e q são perpendiculares.

Embora as indutâncias próprias e mútuas do rotor sejam constantes, as indutâncias apresentadas no equacionamento do estator são dependentes da posição angular do rotor. Isto faz com que a representação matemática da máquina síncrona seja bastante complexa. Uma forma de contornar este problema é estabelecer uma transformação de variáveis, que fixe as grandezas do estator no rotor da máquina síncrona. Isto pode ser obtido através da transformação *dq0*, apresentada a seguir.

B.3 Transformação *dq0*

A transformação, geralmente referida como a transformação de Park (PARK, 1929), introduz um conjunto de correntes fictícias, tensões e fluxos, que são funções de correntes reais, tensões e fluxos, e as substitui nas equações de máquinas síncronas.

A transformação das variáveis de fase abc para as variáveis $dq0$ pode ser escrita na seguinte forma de matriz (KUNDUR, 1994):

$$T_{dq0} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\operatorname{sen}\theta & -\operatorname{sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\operatorname{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{B.19}$$

A operação inversa, ou seja, transformar grandezas dos eixos $dq0$, para as fases abc do estator, é obtida com o auxílio da matriz de transformação a seguir:

$$T_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\operatorname{sen}(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\operatorname{sen}(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \tag{B.20}$$

As transformações expressas por (B.19) e (B.20) podem ser aplicada às equações de tensões, correntes do estator e às equações de fluxos concatenados.

B.3.1 Equações de tensões do estator em $dq0$

Aplicando as transformações (B.19) e (B.20) às equações de tensões do estator (B.2)-(B.4), obtêm-se as seguintes expressões em termos das variáveis transformadas de tensões, fluxos concatenados e correntes referidas às componentes *dq0*:

$$v_d = -R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega\psi_q \tag{B.21}$$

$$v_q = -R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega\psi_d \tag{B.22}$$

$$v_0 = -R_s i_0 + \frac{d\psi_0}{dt} \tag{B.23}$$

onde:

v_d, v_q, v_0 = tensões de eixo direto, de eixo em quadratura, e de sequência zero.

ω = velocidade angular do rotor.

B.3.2 Fluxos concatenados do estator em $dq0$

Substituindo (B.14)-(B.16) em (B.5)-(B.7) e aplicando em seguida as transformações (B.19) e (B.20), obtém-se as seguintes expressões de fluxos concatenados do estator no sistema de eixos $dq0$:

$$\psi_d = -L_d i_d + L_{afd} i_{fd} + L_{akd} i_{kd} \tag{B.24}$$

$$\psi_q = -L_q i_q + L_{akq} i_{kq} \tag{B.25}$$

$$\psi_0 = -L_0 i_0 \tag{B.26}$$

onde:

ψ_d, ψ_q, ψ_0 = fluxos concatenados com o eixo direto, com o eixo em quadratura, e com o eixo de sequência zero.

L_d, L_q, L_0 = indutâncias síncronas de eixo direto e de eixo em quadratura, e indutância de sequência zero.

i_d, i_q, i_0 = correntes de eixo direto e de eixo em quadratura, e corrente de sequência zero.

As indutâncias próprias L_d, L_q e L_0, das equações (B.24)-(B.26), são constantes e independentes da posição angular do rotor. Elas são dadas pelas seguintes expressões, obtidas em função da transformação realizada:

$$\begin{aligned} L_d &= (L_{aa0} + L_{ab0} + \frac{3}{2} L_{aa2}) \\ L_q &= (L_{aa0} + L_{ab0} - \frac{3}{2} L_{aa2}) \\ L_0 &= (L_{aa0} - 2L_{ab0}) \end{aligned} \tag{B.27}$$

As indutâncias próprias L_d e L_q são associadas com o fluxo concatenado devido às correntes i_d e i_q, respectivamente. Elas podem ser divididas em duas partes: a indutância de dispersão devido ao fluxo que não concatena qualquer circuito do rotor e a indutância mútua devido ao fluxo que concatena os circuitos do rotor, que também é conhecida como indutância da reação de armadura ou indutância de magnetização. A indutância de dispersão do estator é aproximadamente igual nos dois eixos. Expressando a indutância de dispersão do estator por L_l e as indutâncias mútuas por L_{ad} e L_{aq}, obtém-se:

$$\begin{aligned} L_d &= L_l + L_{ad} \\ L_q &= L_l + L_{aq} \end{aligned} \tag{B.28}$$

onde (B.28) é substituída em (B.24)-(B.25) para obter a normalização em valores por unidade apresentada na seção B.4.

B.3.3 Fluxos concatenados do rotor em $dq0$

Substituindo (B.16)-(B.18) em (B.11)-(B.13) e usando a transformação (B.19) para as correntes do estator, obtêm-se os seguintes valores para os fluxos concatenados do rotor:

$$\psi_{fd} = L_{ffd}i_{fd} + L_{fkd}i_{kd} - \frac{3}{2}L_{afd}i_d \tag{B.29}$$

$$\psi_{kd} = L_{fkd}i_{fd} + L_{kkd}i_{kd} - \frac{3}{2}L_{akd}i_d \tag{B.30}$$

$$\psi_{kq} = L_{kkq}i_{kq} - \frac{3}{2}L_{akq}i_q \tag{B.31}$$

Novamente, todas as indutâncias são vistas como constantes, ou seja, são independentes da posição do rotor.

Embora a transformação $dq0$ de (B.19) resultou em indutâncias constantes nas equações (B.24)-(B.26) e (B.29)-(B.31), as indutâncias mútuas entre o estator e rotor não são recíprocas. Por exemplo, a indutância mútua associada com ψ_{fd} devido à contribuição da corrente de armadura i_d é $(3/2)L_{adf}$ em (B.29), enquanto que em (B.24) a indutância mútua associada com ψ_d devido à contribuição da corrente de campo i_{fd} é L_{adf}. Conforme mostrado na seção B.4, esse problema é superado pela escolha adequada do sistema por unidade para as grandezas do rotor.

B.3.4 Potência elétrica e torque em $dq0$

A saída da potência trifásica instantânea do estator pode ser calculada como a soma das potências de todas as três fases:

$$\begin{aligned} P_t &= v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c = \begin{bmatrix} v_a & v_b & v_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} v_d & v_q & v_0 \end{bmatrix} \left(T_{dq0}^{-1}\right)^T T_{dq0}^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_d & v_q & v_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{3}{2}\left(v_d i_d + v_q i_q + 2v_0 i_0\right) \end{aligned} \tag{B.32}$$

Considerando uma operação equilibrada, ou seja, $v_0 = i_0 = 0$, a expressão da potência é simplificada para:

$$P_t = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q) \tag{B.33}$$

Substituindo as equações (B.21)-(B.23) em (B.32) para expressar as componentes de tensão em termos de fluxos concatenados e correntes, a expressão da potência torna-se:

$$P_t = \frac{3}{2}[\underbrace{(i_d\frac{d\psi_d}{dt} + i_q\frac{d\psi_q}{dt} + 2i_0\frac{d\psi_0}{dt})}_{\substack{\text{Taxa de variação da energia} \\ \text{magnética da armadura}}} + \underbrace{(\psi_d i_q - \psi_q i_d)\omega}_{\substack{\text{Potência transferrida} \\ \text{através do entreferro}}} - \underbrace{(i_d^2 + i_q^2 + 2i_0^2)R_s}_{\substack{\text{Perda de resistência} \\ \text{da armadura}}}] \tag{B.34}$$

O torque elétrico T_e transferido através do entreferro é obtido dividindo a potência transferida através do entreferro (isto é, potência correspondente às tensões rotacionais) pela velocidade do rotor em radianos mecânicos por segundo (ω_m):

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{3}{2}(\psi_d i_q - \psi_q i_d)\frac{\omega}{\omega_m} \\ &= \frac{3}{2}\frac{p}{2}(\psi_d i_q - \psi_q i_d) \end{aligned} \tag{B.35}$$

onde p é o número de polos e ω_m é dada pela expressão:

$$\omega_m = \frac{2}{p}\omega. \tag{B.36}$$

As equações de fluxos concatenados (B.24)-(B.26) e (B.29)-(B.31) associadas respectivamente aos circuitos do estator e rotor, juntamente com as equações de tensão (B.21)-(B.23) para o estator, as equações de tensão (B.8)-(B.10) para o rotor e a equação de torque (B.35), descrevem o desempenho dinâmico elétrico da máquina em termos das componentes $dq0$.

B.4 Representação das equações no sistema recíproco por unidade

As equações de tensão e fluxo concatenado, apresentadas anteriormente, não estão em formato adequado para análises em SEP. Comparado ao uso de unidades físicas (amperes, volts, ohms, webers, henrys, etc), o sistema por unidade (pu) oferece simplicidade, expressando variáveis do sistema através de uma normalização. No caso das máquinas síncronas, a adoção de um sistema pu conveniente permite a eliminação de constantes, simplificando a representação matemática, além de permitir que as equações que descrevem a máquina sejam expressas em termos de um circuito elétrico equivalente. A base para seleção do sistema pu para o estator é direta, enquanto requer consideração cuidadosa para o rotor (KUNDUR, 1994).

Nos cursos de análise de SEP é usual a escolha de dois valores bases dentre as quatros seguintes grandezas: tensão, corrente, impedância e potência, e então os valores bases para os outros dois são calculados. Para a aplicação em modelos de máquinas síncronas o mesmo princípio é aplicado, com exceção que é preciso lidar com a velocidade (ou frequência). Isto requer também selecionar uma base para a frequência (ω ou f) ou para o tempo t. Além disso, também é necessário calcular as bases associadas aos fluxos e indutâncias. Este apêndice discutirá a obtenção das bases de tensões e correntes do estator e do rotor. Para um detalhamento maior sobre o desenvolvimento das bases para as indutâncias, veja (RANKIN, 1945), (KUNDUR, 1994), (ANDERSON; FOUAD, 2002).

As expressões v_d, v_q, i_d, i_q, ψ_d, e ψ_q são variáveis do estator porque se relacionam diretamente com as fases abc através da transformação de Park (ANDERSON; FOUAD,

2002). Até agora, as correntes e tensões do estator foram expressas como valores instantâneos, entretanto, estaremos interessados na situação em que estas tensões e correntes são funções senoidais, e portanto, suas magnitudes podem ser expressas em termos de valores de pico. Sendo assim, para a conversão dos valores para o sistema de equações por unidade, os seguintes três valores base para o estator são adotados (KUNDUR, 1994): (i) valor de pico da tensão nominal de linha para neutro ($\sqrt{2}V_{LN}$); (ii) valor de pico da corrente nominal de linha ($\sqrt{2}I_L$); e (iii) frequência nominal (Hz). Os valores bases para as demais grandezas do estator são gerados a partir destas três escolhas conforme mostrado na Tabela 8. O tempo t será mantido em segundos como é usual em análises de estabilidade de SEP. Consequentemente, as constantes de tempo serão expressas em segundos.

Tabela 8 – Grandezas bases do estator

Símbolo	**Descrição**	**Definição**	**Unidade**
Grandezas bases principais das quais todas as outras grandezas bases são derivadas			
v_{sbase}	Tensão base	Valor de pico da tensão nominal de linha-neutro, $\sqrt{2}V_{LN}$	V (pico)
i_{sbase}	Corrente base	Valor de pico da corrente nominal, $\sqrt{2}I_L$	A (pico)
f_{base}	Frequência base	Frequência nominal	Hz
p		Número de polos	
Grandezas bases derivadas			
V_{sbase}	Tensão base (RMS)	Escolha arbitrária, mas normalmente tensão nominal RMS de linha-neutro, V_{LN}	V (RMS)
I_{sbase}	Corrente base (RMS)	Escolha arbitrária, mas normalmente corrente nominal RMS de linha, I_L	A (RMS)
S_{base}	Potência base (Trifásica)	$S_{base} = 3V_{sbase}I_{sbase} = 3\frac{v_{sbase}}{\sqrt{2}}\frac{i_{sbase}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}v_{sbase}i_{sbase}$	VA
ω_{base}	Velocidade elec base	$\omega_{base} = \omega_s = 2\pi f_{base}$, onde ω_s é a velocidade síncrona	rad.elec/s
ω_{mbase}	Velocidade mec base	$\omega_{mbase} = \omega_{base}(\frac{2}{p})$	rad.mec/s
Z_{sbase}	Impedância base	$Z_{sbase} = \frac{v_{sbase}}{i_{sbase}} = \frac{V_{sbase}}{I_{sbase}}$	Ω
L_{sbase}	Indutância base	$L_{sbase} = \frac{Z_{sbase}}{\omega_{base}}$	H
ψ_{sbase}	Fluxo base	$\psi_{sbase} = L_{sbase}i_{sbase} = \frac{v_{sbase}}{\omega_{base}}$	Vs
T_{base}	Torque base	$T_{base} = \frac{S_{base}}{\omega_{mbase}} = \frac{3}{2}\left(\frac{p}{2}\right)\psi_{sbase}i_{sbase}$	Nm

Note na Tabela 8 que a potência base é igual a potência nominal trifásica e os valores bases de tensão e corrente (valores de pico) são multiplicadas por um fator 3/2. Isto pode ser explicado devido à transformação (B.19) utilizada, pois ela não é ortogonal, ou seja, $T_{dq0}^{-1} \neq T_{dq0}^{T}$, como pode ser observado em (B.19) e (B.20). Desta forma, a transformação

não é invariante em potência[1] e o fator 3/2 é usado para o balanço de potência. Por outro lado, observe também que utilizando os valores RMS de tensão base de fase (V_{sbase}) e RMS de corrente base de fase (I_{sbase}), chega-se a potência base do sistema, ou seja, a potência nominal trifásica. Além disso, através de uma escolha apropriada do sistema por unidade para o rotor, o fator 3/2 que multiplica as indutâncias nas equações de fluxos do rotor em (B.29)-(B.31) é eliminado. O desenvolvimento detalhado desta abordagem não será mostrado aqui, porém pode ser encontrado no capítulo 3 do (KUNDUR, 1994). Assim, os valores bases do rotor no sistema recíproco por unidade são escolhidos de forma que todas potências bases sejam iguais para o estator e rotor. Isso leva aos valores bases do rotor definidos na Tabela 9.

Tabela 9 – Grandezas bases do rotor

Símbolo	**Descrição**	**Definição**	**Unidade**
i_{fdbase}	Corrente base de campo	$i_{fdbase} = \frac{L_{ad}}{L_{afd}} i_{sbase}$	A
i_{kdbase}	Corrente base enrolamento amortecedor de eixo d	$i_{kdbase} = \frac{L_{ad}}{L_{akd}} i_{sbase}$	A
i_{kqbase}	Corrente base enrolamento amortecedor de eixo q	$i_{kqbase} = \frac{L_{aq}}{L_{akq}} i_{sbase}$	A
e_{fdbase}	Tensão base de campo	$e_{fdbase} = \frac{S_{base}}{i_{fdbase}}$	V
Z_{fdbase}	Impedância base de campo	$Z_{fdbase} = \frac{e_{fdbase}}{i_{fdbase}} = \frac{S_{base}}{i^2_{fdbase}}$	Ω
Z_{kdbase}	Impedância base enrolamento amortecedor de eixo d	$Z_{kdbase} = \frac{S_{base}}{i^2_{kdbase}}$	Ω
Z_{kqbase}	Impedância base enrolamento amortecedor de eixo q	$Z_{kqbase} = \frac{S_{base}}{i^2_{kqbase}}$	Ω
L_{fdbase}	Indutância base de campo	$L_{fdbase} = \frac{Z_{fdbase}}{\omega_{base}}$	H
L_{kdbase}	Indutância base enrolamento amortecedor de eixo d	$L_{kdbase} = \frac{Z_{kdbase}}{\omega_{base}}$	H
L_{kqbase}	Indutância base enrolamento amortecedor de eixo q	$L_{kqbase} = \frac{Z_{kqbase}}{\omega_{base}}$	H

Esta escolha de bases é conhecida na literatura como *sistema recíproco por unidade L_{ad}-base*. A razão para esse nome está associada aos seguintes requisitos:

1. As indutâncias mútuas por unidade entre diferentes enrolamentos devem ser recíprocas; por exemplo, $L_{afd} = L_{fda}$ em pu. Isso faz que as potências base (VA) em todos os circuitos do rotor sejam as mesmas e iguais a base da potência trifásica do estator.

2. Todas as indutância mútuas entre os circuitos do estator e rotor em cada um dos eixos d e q são definidas para que sejam iguais em pu às indutâncias L_{ad} e L_{aq}, respectivamente.

[1] Uma escolha diferente dos coeficientes da matriz T_{dq0} é utilizada em outros textos. Por exemplo, em (ANDERSON; FOUAD, 2002) usa-se uma matriz de transformação ortogonal; portanto, invariante em potência.

Portanto, adotando 1 e 2, pode-se escrever em pu que:

$$L_{afd} = L_{fda} = L_{akd} = L_{kda} = L_{ad}$$
$$L_{akq} = L_{kqa} = L_{aq}$$
$$L_{fkd} = L_{kdf}$$

e, assim, modelos equivalentes de circuitos elétricos podem ser obtidos.

Na subseção a seguir é mostrado o modelo do gerador síncrono aplicando essas escolhas de bases para as grandezas do estator e do rotor.

B.4.1 Equações gerais do modelo do gerador no sistema recíproco por unidade

Nas equações a seguir são considerados dois circuitos amortecedores de eixo q e os subscritos $1q$ e $2q$ são usados (em vez de kq) para identificá-los. Apenas um circuito amortecedor de eixo d é considerado, e é identificado pelo subscrito $1d$. Destaca-se que ambas as grandezas do estator e rotor são expressas em por unidade, exceto o tempo que é expresso em segundos. Além disso, as letras maiúsculas das variáveis do estator V_d, V_q, V_0, I_d, I_q, I_0 são usadas em vez de v_d, v_q, v_0, i_d, i_q, i_0, respectivamente.

Equações de tensão do estator por unidade:

$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_d}{dt} = R_s I_d + \frac{\omega}{\omega_s}\psi_q + V_d \tag{B.37}$$
$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_q}{dt} = R_s I_q - \frac{\omega}{\omega_s}\psi_d + V_q \tag{B.38}$$
$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_0}{dt} = R_s I_0 + V_0 \tag{B.39}$$

Equações de tensão do rotor por unidade:

$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_{fd}}{dt} = e_{fd} - R_{fd} i_{fd} \tag{B.40}$$
$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_{1d}}{dt} = -R_{1d} i_{1d} \tag{B.41}$$
$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_{1q}}{dt} = -R_{1q} i_{1q} \tag{B.42}$$
$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_{2q}}{dt} = -R_{2q} i_{2q} \tag{B.43}$$

Equações de fluxo concatenado do estator por unidade:

$$\psi_d = -(L_{ad} + L_l) I_d + L_{ad} i_{fd} + L_{ad} i_{1d} \tag{B.44}$$
$$\psi_q = -(L_{aq} + L_l) I_q + L_{aq} i_{1q} + L_{aq} i_{2q} \tag{B.45}$$
$$\psi_0 = -L_0 I_0 \tag{B.46}$$

Equações de fluxo concatenado do rotor por unidade:

$$\psi_{fd} = L_{ffd}i_{fd} + L_{f1d}i_{1d} - L_{ad}I_d \tag{B.47}$$
$$\psi_{1d} = L_{f1d}i_{fd} + L_{11d}i_{1d} - L_{ad}I_d \tag{B.48}$$
$$\psi_{1q} = L_{11q}i_{1q} + L_{aq}i_{2q} - L_{aq}I_q \tag{B.49}$$
$$\psi_{2q} = L_{aq}i_{1q} + L_{22q}i_{2q} - L_{aq}I_q \tag{B.50}$$

Torque eletromagnético do entreferro por unidade:

$$T_e = \psi_d I_q - \psi_q I_d \tag{B.51}$$

Note que para escrever as equações (B.49) e (B.50) foi assumido que a indutância mútua por unidade L_{12q} é igual a L_{aq}. Isso é aceitável porque no eixo q o enrolamento de campo não é representado e os enrolamentos amortecedores representam os efeitos globais neste eixo (KUNDUR, 1994). Assim, todos os circuitos do estator e do rotor no eixo q concatenam um único fluxo representado por L_{aq}.

B.4.2 Relações fasoriais

Neste ponto da modelagem é importante realizar uma análise do dimensionamento das variáveis. Considere um conjunto equilibrado de tensões em por unidade escrito como (KUNDUR, 1994), (SAUER; PAI, 1998):

$$v_a = \sqrt{2}V_t\cos(\omega_s t + \theta_{vs}) \tag{B.52}$$
$$v_b = \sqrt{2}V_t\cos(\omega_s t - \frac{2\pi}{3} + \theta_{vs}) \tag{B.53}$$
$$v_c = \sqrt{2}V_t\cos(\omega_s t + \frac{2\pi}{3} + \theta_{vs}) \tag{B.54}$$

onde ω_s é a frequência angular síncrona, θ_{vs} é o ângulo de fase de v_a, e V_t é o valor RMS por unidade da tensão de fase denominada também como tensão terminal da armadura por fase.

Usando a transformação (B.19) nas equações (B.52)-(B.54):

$$V_d = \left(\frac{\sqrt{2}V_t V_{sbase}}{v_{sbase}}\right)\cos(\omega_s t + \theta_{vs} - \theta) \tag{B.55}$$
$$V_q = \left(\frac{\sqrt{2}V_t V_{sbase}}{v_{sbase}}\right)\mathrm{sen}(\omega_s t + \theta_{vs} - \theta) \tag{B.56}$$
$$V_0 = 0 \tag{B.57}$$

Pela definição de V_{sbase} e v_{sbase} da Tabela 8, tem-se:

$$\frac{\sqrt{2}V_t V_{sbase}}{v_{sbase}} = \frac{\sqrt{2}V_t V_{sbase}}{\sqrt{2}V_{sbase}} = V_t, \tag{B.58}$$

resultando em:

$$V_d = V_t \cos(\omega_s t + \theta_{vs} - \theta) \tag{B.59}$$

$$V_q = V_t \operatorname{sen}(\omega_s t + \theta_{vs} - \theta) \tag{B.60}$$

O ângulo do rotor θ pelo qual o eixo d está adiantado da fase a (veja Figura 19) é dado por:

$$\theta = \omega t \tag{B.61}$$

Denotando δ como o ângulo do rotor pelo qual o eixo q está adiantado da fase a em relação a uma referência de rotação síncrona,

$$\delta = \theta - \omega_s t + \frac{\pi}{2} \tag{B.62}$$

Isolando θ de (B.62) e substituindo em (B.59) e (B.60), tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = V_t \begin{bmatrix} \cos\left(\theta_{vs} - \delta + \frac{\pi}{2}\right) \\ \operatorname{sen}\left(\theta_{vs} - \delta + \frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix} &= V_t \begin{bmatrix} -\operatorname{sen}\left(\theta_{vs} - \delta\right) \\ \cos\left(\theta_{vs} - \delta\right) \end{bmatrix} \\ &= V_t \begin{bmatrix} \operatorname{sen}\left(\delta - \theta_{vs}\right) \\ \cos\left(\delta - \theta_{vs}\right) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{B.63}$$

Denotando β como a diferença angular entre δ e θ_{vs},

$$\beta = (\delta - \theta_{vs}) \tag{B.64}$$

onde β é conhecido como ângulo de carga.

Assim, substituindo (B.64) em (B.63), as equações (B.59) e (B.60) tornam-se:

$$V_d = V_t \operatorname{sen}(\beta) \tag{B.65}$$

$$V_q = V_t \cos(\beta) \tag{B.66}$$

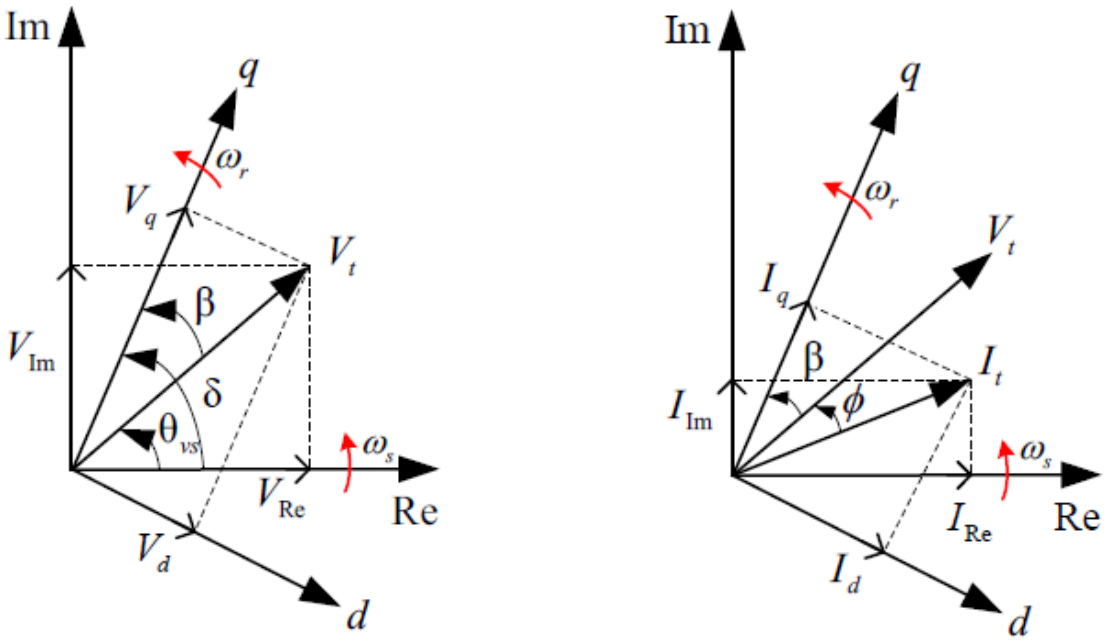
onde V_d e V_q são as componentes do fasor RMS por unidade da tensão terminal de fase da armadura (KUNDUR, 1994).

Similarmente, as componentes dq da corrente terminal de armadura I_t podem ser escritas como fasores. Se ϕ é o ângulo do fator de potência, pode-se escrever:

$$I_d = I_t \operatorname{sen}(\beta + \phi) \tag{B.67}$$

$$I_q = I_t \cos(\beta + \phi) \tag{B.68}$$

A Figura 20 ilustra os quadros de referências das componentes do gerador síncrono (dq) e da rede (Im-Re). Observa-se que a máquina síncrona foi equacionada, através da transformação de variáveis, na referência dq, que fica posicionada no rotor e gira à



(a) Componentes de tensão (b) Componentes de corrente

Figura 20 – Representação das componentes dq da tensão e corrente terminal de armadura em relação a referência síncrona

velocidade do rotor (ω). Por outro lado, as equações da rede para obtenção das tensões e correntes no SEP são projetadas na referência síncrona (Im-Re), com o eixo Re atrasado de 90° do eixo Im e que gira à velocidade síncrona (ω_s).

Nas análises de estabilidade, que envolvem a obtenção de soluções das equações diferenciais da máquina e das equações algébricas da rede, os modelos da máquina e da rede precisam estar apropriadamente interligados ou na referência da máquina (referência dq) ou na referência da rede (referência síncrona). A transformação necessária para as componentes da tensão de armadura é dada por (SAUER; PAI, 1998):

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{sen}\delta & -\cos\delta \\ \cos\delta & \operatorname{sen}\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{Re} \\ V_{Im} \end{bmatrix} \tag{B.69}$$

A transformação inversa é dada por:

$$\begin{bmatrix} V_{Re} \\ V_{Im} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{sen}\delta & \cos\delta \\ -\cos\delta & \operatorname{sen}\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} \tag{B.70}$$

onde $V_{Re} = V_t \cos\theta_{vs}$ e $V_{Im} = V_t \operatorname{sen}\theta_{vs}$. Existem relações similares entre as componentes da corrente terminal. As seguintes relações são válidas:

$$V_{Re}^2 + V_{Im}^2 = V_d^2 + V_q^2 = V_t^2 \tag{B.71}$$

$$I_{Re}^2 + I_{Im}^2 = I_d^2 + I_q^2 = I_t^2. \tag{B.72}$$

B.4.3 Equações mecânicas

A posição angular θ em (B.61) é medida com um referencial estacionário enquanto δ em (B.62) é medida em relação a referência de rotação síncrona. Assim, substituindo (B.61) em (B.62), tem-se:

$$\delta = \omega t - \omega_s t + \frac{\pi}{2} \tag{B.73}$$

A derivada do tempo de (B.73) é dada por:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \tag{B.74}$$

A equação do movimento pode ser escrita por (KUNDUR, 1994):

$$\frac{2H}{\omega_s}\frac{d\omega}{dt} = T_m - T_e \tag{B.75}$$

onde ω é a velocidade angular do rotor em rad.elec/s, ω_s é a velocidade síncrona, H é a constante de inércia em segundos, e T_m, T_e são os torques mecânico e elétrico, respectivamente, em por unidade.

As equações (B.74) e (B.75) são as equações mecânicas de uma máquina síncrona. A equação (B.75) é conhecida como *equação de swing* porque representam oscilações no ângulo do rotor δ durante distúrbios (KUNDUR, 1994).

B.4.4 Reatâncias por unidade

Na literatura sobre máquinas síncronas, os símbolos associados às reatâncias são frequentemente usados para denotar indutâncias por unidade (KUNDUR, 1994). Veja o exemplo a seguir.

Considere que a frequência (f) das grandezas do estator seja igual à frequência de base (f_{base}), então a reatância por unidade de um enrolamento é numericamente igual à indutância por unidade. Por exemplo, a reatância síncrona de eixo d é dada por:

$$X_d = 2\pi f L_d \ [\Omega]$$

Dividindo pela impedância base $Z_{sbase} = 2\pi f_{base} L_{sbase}$,

$$\frac{X_d}{Z_{sbase}} = \frac{2\pi f}{2\pi f_{base}}\frac{L_d}{L_{sbase}}$$

Portanto, se $f = f_{base}$, os valores em por unidade X_d e L_d são iguais.

B.4.5 Circuitos equivalentes

Desenvolver os circuitos equivalentes é uma prática comum para a representação do gerador síncrono, embora o desempenho do gerador possa ser realizado diretamente usando as equações (B.37)-(B.50). Além disso, o sistema recíproco por unidade é usado.

Para o sistema por unidade, as reatâncias por unidade podem ser utilizadas ao invés das indutâncias por unidade, conforme mostrado na subseção B.4.4. Assim, considerando que as reatâncias são obtidas multiplicando-se as indutâncias pela velocidade elétrica base (ω_s), os circuitos equivalentes de eixos d e q podem ser obtidos usando as equações de fluxos para os circuitos de rotor e estator conforme o seu respectivo eixo[2]:

- Eixo d

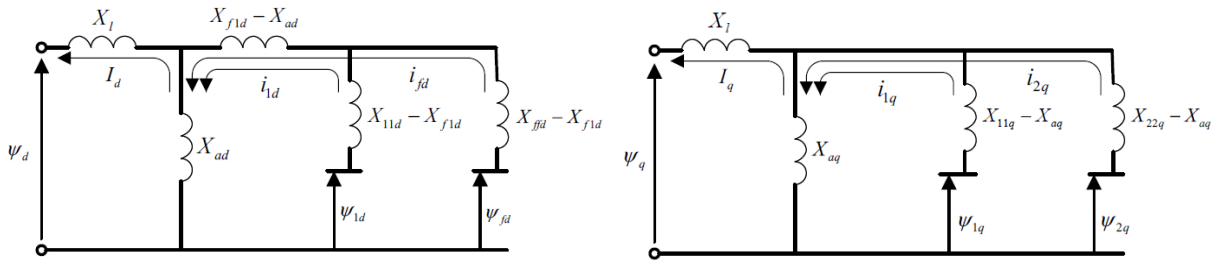
$$\psi_d = -(X_{ad} + X_l)I_d + X_{ad}i_{fd} + X_{ad}i_{1d} \tag{B.76}$$
$$\psi_{fd} = X_{ffd}i_{fd} + X_{f1d}i_{1d} - X_{ad}I_d \tag{B.77}$$
$$\psi_{1d} = X_{f1d}i_{fd} + X_{11d}i_{1d} - X_{ad}I_d \tag{B.78}$$

- Eixo q

$$\psi_q = -(X_{aq} + X_l)I_q + X_{aq}i_{1q} + X_{aq}i_{2q} \tag{B.79}$$
$$\psi_{1q} = X_{11q}i_{1q} + X_{aq}i_{2q} - X_{aq}I_q \tag{B.80}$$
$$\psi_{2q} = X_{aq}i_{1q} + X_{22q}i_{2q} - X_{aq}I_q \tag{B.81}$$

onde:
X_l, X_{ad}, X_{aq} = reatâncias de dispersão do estator, mútua de eixo d e mútua de eixo q.
$X_{ffd}, X_{11d}, X_{f1d}$ = reatâncias própria de circuito de campo, própria de circuito amortecedor '$1d$' e mútua entre os circuitos de campo e amortecedor '$1d$'.
X_{11q}, X_{22q} = reatâncias próprias de circuito amortecedor '$1q$' e de circuito amortecedor '$2q$'.

A Figura 21a mostra o circuito equivalente de eixo d usando as equações (B.76)-(B.78) enquanto a Figura 21b mostra o circuito equivalente de eixo q usando as equações (B.79)-(B.81).



(a) Eixo d (b) Eixo q

Figura 21 – Circuitos equivalentes dos eixos d e q ilustrando a relação entre fluxos e correntes

[2] Considerando uma condição de operação balanceada, o circuito de sequência zero pode ser desprezado.

Conforme apresentado na Figura 21, é útil introduzir para o circuito do rotor as seguintes reatâncias de dispersão por unidade:

$$X_{lfd} = X_{ffd} - X_{ad} \tag{B.82}$$

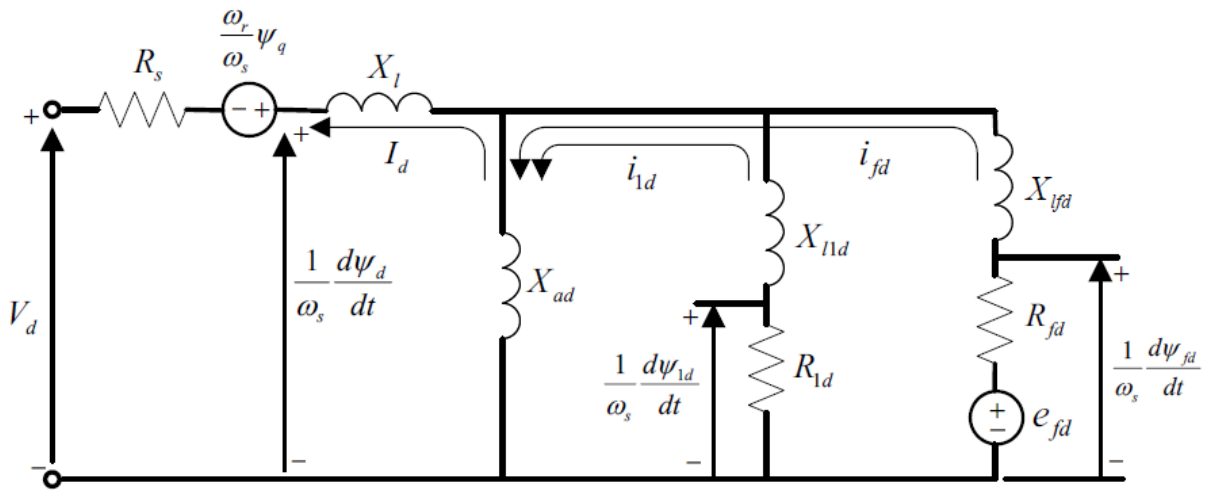
$$X_{l1d} = X_{11d} - X_{ad} \tag{B.83}$$

$$X_{l1q} = X_{11q} - X_{aq} \tag{B.84}$$

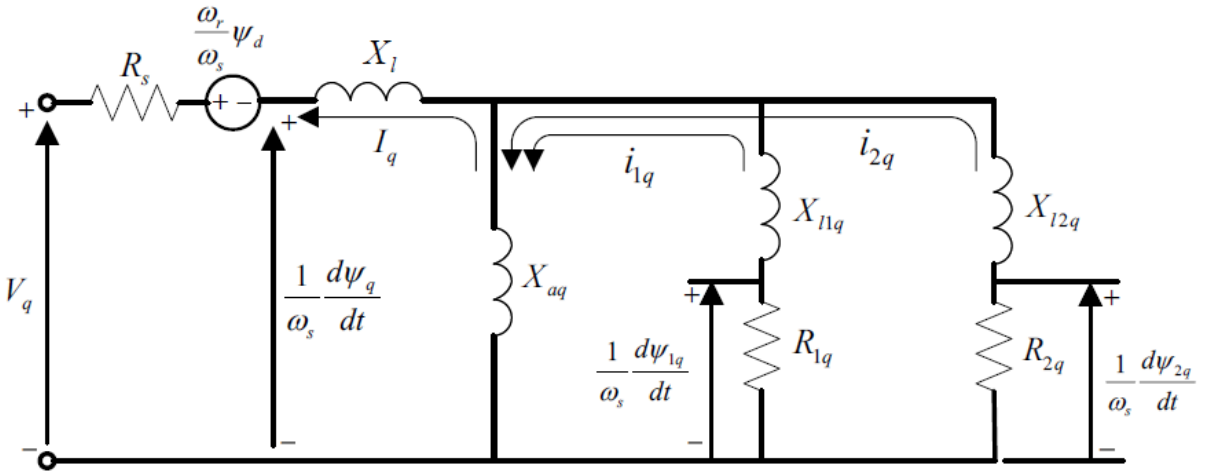
$$X_{l2q} = X_{22q} - X_{aq} \tag{B.85}$$

Além disso, as reatâncias mútuas X_{f1d} e X_{ad} são consideradas iguais; isso torna todas as indutâncias mútuas no eixo d iguais (KUNDUR, 1994). Desta forma, a reatância série $X_{f1d} - X_{ad}$ representada no circuito equivalente de eixo d (Figura 21a) desaparece.

Os circuitos equivalentes com características completas considerando as equações de tensões (B.37)-(B.43) são mostrados na Figura 22.



(a) Circuito equivalente do eixo d



(b) Circuito equivalente do eixo q

Figura 22 – Circuitos equivalentes completos dos eixos d e q

B.4.5.1 Parâmetros da máquina síncrona por unidade

Os parâmetros da máquina síncrona correspondem às reatâncias e resistências dos circuitos do estator e do rotor, conforme representados na Figura 22. Eles são conhecidos como parâmetros fundamentais ou básicos dos elementos dos circuitos equivalentes dos eixos d e q. Por exemplo, R_s, R_{fd}, R_{1d}, R_{1q} e R_{2q} respectivamente, denotam as resistências individuais dos enrolamentos do estator, do campo e dos amortecedores, e X_l, X_{lfd}, X_{ld}, X_{l1q} e X_{l2q} as respectivas reatâncias de dispersão.

Embora esses parâmetros fundamentais especifiquem completamente as características elétricas da máquina, eles não podem ser determinados diretamente a partir das respostas medidas da máquina. Portanto, é comum a partir desses parâmetros fundamentais definir os seguintes parâmetros padrões (KUNDUR, 1994; SAUER; PAI, 1998):

$$X_d = X_l + X_{ad} \tag{B.86}$$

$$X_q = X_l + X_{aq} \tag{B.87}$$

$$X'_d = X_l + \frac{1}{\frac{1}{X_{ad}} + \frac{1}{X_{lfd}}} = X_l + \frac{X_{ad}X_{lfd}}{X_{ad} + X_{lfd}} = X_d - \frac{X_{ad}^2}{X_{ffd}} \tag{B.88}$$

$$X'_q = X_l + \frac{1}{\frac{1}{X_{aq}} + \frac{1}{X_{l1q}}} = X_l + \frac{X_{aq}X_{l1q}}{X_{aq} + X_{l1q}} = X_q - \frac{X_{aq}^2}{X_{11q}} \tag{B.89}$$

$$X''_d = X_l + \frac{1}{\frac{1}{X_{ad}} + \frac{1}{X_{lfd}} + \frac{1}{X_{l1d}}} \tag{B.90}$$

$$X''_q = X_l + \frac{1}{\frac{1}{X_{aq}} + \frac{1}{X_{l1q}} + \frac{1}{X_{l2q}}} \tag{B.91}$$

$$T'_{do} = \frac{X_{ad} + X_{lfd}}{\omega_s R_{fd}} = \frac{X_{ffd}}{\omega_s R_{fd}} \tag{B.92}$$

$$T'_{qo} = \frac{X_{aq} + X_{l1q}}{\omega_s R_{1q}} = \frac{X_{11q}}{\omega_s R_{1q}} \tag{B.93}$$

$$T''_{do} = \frac{1}{\omega_s R_{1d}} \left(X_{l1d} + \frac{1}{\frac{1}{X_{ad}} + \frac{1}{X_{lfd}}} \right) \tag{B.94}$$

$$T''_{qo} = \frac{1}{\omega_s R_{2q}} \left(X_{l2q} + \frac{1}{\frac{1}{X_{aq}} + \frac{1}{X_{l1q}}} \right) \tag{B.95}$$

onde:
X_d, X'_d, X''_d = reatâncias síncrona, transitória e subtransitória de eixo direto (pu).
X_q, X'_q, X''_q = reatâncias síncrona, transitória e subtransitória de eixo em quadratura (pu).
T'_{do}, T''_{do} = constantes de tempo transitória e subtransitória de circuito aberto de eixo direto (s).
T'_{qo}, T''_{qo} = constantes de tempo transitória e subtransitória de circuito aberto de eixo em quadratura (s).

Observe que todas as reatâncias síncronas, transitórias e subtransitórias são definidas a partir das reatâncias série e paralela da Figura 22, vistas a partir dos terminais

do estator; todas as resistências, sendo relativamente pequenas em comparação com as respectivas reatâncias, são desprezadas. Além disso, observe também que todas as constantes de tempos são definidas pela razão das reatâncias série e paralela vistas de um enrolamento individual sobre a resistência desse enrolamento; todas as outras resistências de enrolamento, sendo pequenas em comparação com as respectivas reatâncias, são desprezadas.

B.4.5.2 Parâmetros de máquinas de polos salientes

Os parâmetros padrões determinados em (B.86)-(B.95) foram obtidos para um modelo com dois circuitos de rotor em cada eixo[3]. Isso é aplicável a uma máquina de polos lisos. No entanto, para máquinas de polos salientes, apenas um enrolamento amortecedor no eixo q é aplicável; portanto, o circuito de rotor contém apenas um circuito do eixo q, que é indicado pelo subscrito '$2q$'. Os parâmetros resultantes deste circuito do rotor representam os efeitos subtrasitório de decaimento rápido. O segundo circuito do rotor, indicado pelo subscrito '$1q$', é ignorado e nenhuma distinção é feita entre as condições transitórias e síncronas (estado estacionário). Deste modo, as expressões para os parâmetros padrões do eixo q de uma máquina de polos salientes são dadas por:

$$X_q = X_l + X_{aq} \tag{B.96}$$

$$X''_q = X_l + \frac{X_{aq}X_{l2q}}{X_{aq} + X_{l2q}} \tag{B.97}$$

$$T''_{qo} = \frac{X_{aq} + X_{l2q}}{\omega_s R_{2q}} = \frac{X_{22q}}{\omega_s R_{2q}} \tag{B.98}$$

Os parâmetros transitórios X'_q e T'_{qo} não são aplicáveis neste modelo.

Para o eixo d é apropriado considerar dois circuitos de rotor (enrolamentos de campo 'fd' e amortecedor '$1d$') como no caso de polos lisos; portanto, as expressões obtidas anteriormente na subseção B.4.5.1 para os parâmetros das máquinas de polos lisos são iguais para as máquinas de polos salientes.

B.4.5.3 Variáveis da máquina síncrona por unidade

É comum também definir as seguintes variáveis:

$$E'_q = \frac{X_{ad}}{X_{ffd}}\psi_{fd} \quad = \text{tensão proporcional a } \psi_{fd} \tag{B.99}$$

$$E'_d = -\frac{X_{aq}}{X_{11q}}\psi_{1q} \quad = \text{tensão proporcional a } \psi_{1q} \tag{B.100}$$

$$E_{fd} = \frac{X_{ad}}{R_{fd}}e_{fd} \quad = \text{tensão proporcional a } e_{fd} \tag{B.101}$$

[3] Dois circuitos de eixo d, enrolamentos de campo 'fd' e amortecedor '$1d$' e, dois circuitos de eixo q, enrolamentos amortecedores '$1q$' e '$2q$'.

B.4.6 Equações dinâmicas do gerador síncrono

As equações dinâmicas do modelo do gerador, incluindo as equações mecânicas e elétricas, são dadas por:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \tag{B.102}$$

$$\frac{2H}{\omega_s}\frac{d\omega}{dt} = T_m - (\psi_d I_q - \psi_q I_d) \tag{B.103}$$

$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_d}{dt} = R_s I_d + \frac{\omega}{\omega_s}\psi_q + V_d \tag{B.104}$$

$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_q}{dt} = R_s I_q - \frac{\omega}{\omega_s}\psi_d + V_q \tag{B.105}$$

$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_{fd}}{dt} = -R_{fd} i_{fd} + e_{fd} \tag{B.106}$$

$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_{1d}}{dt} = -R_{1d} i_{1d} \tag{B.107}$$

$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_{1q}}{dt} = -R_{1q} i_{1q} \tag{B.108}$$

$$\frac{1}{\omega_s}\frac{d\psi_{2q}}{dt} = -R_{2q} i_{2q} \tag{B.109}$$

Como visto na subseção B.4.5, adotando que X_{f1d} e X_{ad} são iguais, as equações de fluxos concatenados no eixo d são:

$$\psi_d = -(X_{ad} + X_l) I_d + X_{ad} i_{fd} + X_{ad} i_{1d} \tag{B.110}$$

$$\psi_{fd} = X_{ffd} i_{fd} + X_{ad} i_{1d} - X_{ad} I_d \tag{B.111}$$

$$\psi_{1d} = X_{ad} i_{fd} + X_{11d} i_{1d} - X_{ad} I_d \tag{B.112}$$

e, as equações de fluxos concatenados no eixo q são:

$$\psi_q = -(X_{aq} + X_l) I_q + X_{aq} i_{1q} + X_{aq} i_{2q} \tag{B.113}$$

$$\psi_{1q} = X_{11q} i_{1q} + X_{aq} i_{2q} - X_{aq} I_q \tag{B.114}$$

$$\psi_{2q} = X_{aq} i_{1q} + X_{22q} i_{2q} - X_{aq} I_q \tag{B.115}$$

As equações algébricas (B.110)-(B.115) podem ser reorganizadas usando os parâmetros definidos em (B.86)-(B.95) e as variáveis definidas em (B.86)-(B.95) da seguinte

forma (SAUER; PAI, 1998):

$$\psi_d = -X''_d I_d + \frac{(X''_d - X_l)}{(X'_d - X_l)} E'_q + \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)} \psi_{1d} \tag{B.116}$$

$$i_{fd} = \frac{1}{X_{md}} \left[E'_q + (X_d - X'_d)(I_d - i_{1d}) \right] \tag{B.117}$$

$$i_{1d} = \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)^2} \left[\psi_{1d} + (X'_d - X_l) I_d - E'_q \right] \tag{B.118}$$

$$\psi_q = -X''_q I_q - \frac{(X''_q - X_l)}{(X'_q - X_l)} E'_d + \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_l)} \psi_{2q} \tag{B.119}$$

$$i_{1q} = \frac{1}{X_{md}} \left[-E'_d + (X_q - X'_q)(I_q - i_{2q}) \right] \tag{B.120}$$

$$i_{2q} = \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_l)^2} \left[\psi_{2q} + (X'_q - X_l) I_q + E'_d \right] \tag{B.121}$$

A substituição de (B.116)-(B.121) em (B.102)-(B.109) fornece o seguinte modelo dinâmico do gerador:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_s \tag{B.122}$$

$$\frac{2H}{\omega_s} \frac{d\omega}{dt} = T_m - (\psi_d I_q - \psi_q I_d) \tag{B.123}$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_d}{dt} = R_s I_d + \frac{\omega}{\omega_s} \psi_q + V_d \tag{B.124}$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\psi_q}{dt} = R_s I_q - \frac{\omega}{\omega_s} \psi_d + V_q \tag{B.125}$$

$$T'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) \left[I_d - \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)^2} (\psi_{1d} + (X'_d - X_{ls}) I_d - E'_q) \right] + E_{fd} \tag{B.126}$$

$$T''_{do} \frac{d\psi_{1d}}{dt} = -\psi_{1d} + E'_q - (X'_d - X_l) I_d \tag{B.127}$$

$$T'_{qo} \frac{dE'_d}{dt} = -E'_d + (X_q - X'_q) \left[I_q - \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_l)^2} (\psi_{2q} + (X'_q - X_l) I_q + E'_d) \right] \tag{B.128}$$

$$T''_{qo} \frac{d\psi_{2q}}{dt} = -\psi_{2q} - E'_d - (X'_q - X_l) I_q \tag{B.129}$$

com as seguintes equações algébricas:

$$\psi_d = -X''_d I_d + \frac{(X''_d - X_l)}{(X'_d - X_l)} E'_q + \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)} \psi_{1d} \tag{B.130}$$

$$\psi_q = -X''_q I_q - \frac{(X''_q - X_l)}{(X'_q - X_l)} E'_d + \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_l)} \psi_{2q} \tag{B.131}$$

Isso completa o modelo dinâmico do gerador se a saturação do circuito magnético for desprezada; e será usado na seção B.5 para obter modelos simplificados.

B.5 Modelos simplificados

O uso do modelo (B.122)-(B.131) em simulações da máquina síncrona seria muito dispendioso nos estudos de análise de estabilidade transitória devido a sua ordem elevada (modelo de oitava ordem). Por isso, alguns modelos simplificados foram elaborados para simplificar a complexidade do modelo e tornar viável a análise de grandes sistemas, como por exemplo, estudos de estabilidade de sistemas multimáquinas. As simplificações mais comuns envolvem desprezar os transitórios do estator ($d\psi_d/dt$ e $d\psi_q/dt$) e os fenômenos subtransitórios ($d\psi_{1d}/dt$ e $d\psi_{2q}/dt$). Outra simplificação normalmente adotada é desprezar o efeito das variações de velocidades considerando ($\omega = \omega_s$) nas equações de tensões do estator (B.124) e (B.125).

B.5.1 Modelo subtransitório

O modelo subtransitório é obtido a partir do modelo de oitava ordem reduzindo-o para um de sexta ordem, ou seja, os transitórios do estator são desprezados. Esta simplificação é plausível, pois as tensões variacionais ($d\psi_d/dt$ e $d\psi_q/dt$) são pequenas se comparadas com as tensões rotacionais ($\omega\psi_q$ e $\omega\psi_d$). Note que se ($d\psi_d/dt$ e $d\psi_q/dt$) forem desprezados, as equações algébricas resultantes que descrevem a máquina são resolvidas simultaneamente com as da rede (OLIVE, 1966), (PRABHASHANKAR; JANISCHEWSYJ, 1968). Além disso, o efeito das variações de velocidade nas tensões do estator é desprezado, ou seja, é considerado ($\omega = \omega_s$) nas equações de tensões do estator (B.124) e (B.125). No entanto, isso não significa que a velocidade seja constante, mas que as suas variações são pequenas e não têm um efeito significativo na tensão (KUNDUR, 1994). Finalmente, o modelo assim obtido mantém ainda o mesmo número de enrolamentos amortecedores.

B.5.1.1 Modelo subtransitório de máquinas de polos lisos

A partir das equações (B.122)-(B.131) e considerando as simplificações acima, as equações diferenciais que descrevem o modelo subtransitório de máquinas de polos lisos são:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{B.132}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left[T_m - (\psi_d I_q - \psi_q I_d)\right] \tag{B.133}$$

$$T'_{do}\frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d)\left[I_d - \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)^2}(\psi_{1d} + (X'_d - X_{ls})I_d - E'_q)\right] + E_{fd} \tag{B.134}$$

$$T''_{do}\frac{d\psi_{1d}}{dt} = -\psi_{1d} + E'_q - (X'_d - X_l)I_d \tag{B.135}$$

$$T'_{qo}\frac{dE'_d}{dt} = -E'_d + (X_q - X'_q)\left[I_q - \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_l)^2}(\psi_{2q} + (X'_q - X_l)I_q + E'_d)\right] \tag{B.136}$$

$$T''_{qo}\frac{d\psi_{2q}}{dt} = -\psi_{2q} - E'_d - (X'_q - X_l)I_q \tag{B.137}$$

com as seguintes equações algébricas:

$$0 = R_s I_d + \psi_q + V_d \tag{B.138}$$

$$0 = R_s I_q - \psi_d + V_q \tag{B.139}$$

onde:

$$\psi_d = -X''_d I_d + \frac{(X''_d - X_l)}{(X'_d - X_l)} E'_q + \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)} \psi_{1d} \tag{B.140}$$

$$\psi_q = -X''_q I_q - \frac{(X''_q - X_l)}{(X'_q - X_l)} E'_d + \frac{(X'_q - X''_q)}{(X'_q - X_l)} \psi_{2q} \tag{B.141}$$

B.5.1.2 Modelo subtransitório de máquinas de polos salientes

Conforme discutido na subseção B.4.5.2, apenas um enrolamento amortecedor do eixo q é aplicável em máquinas de polos salientes. O enrolamento amortecedor indicado pelo subscrito $1q$ é ignorado, sendo considerado neste modelo apenas o enrolamento amortecedor indicado pelo subscrito $2q$, que representa os efeitos subtransitórios. É comum ignorar o enrolamento amortecedor $1q$ em máquinas de polos salientes, pois esse enrolamento é usado em máquinas de polos lisos para representar as correntes parasitas no corpo do rotor. Desta forma, considerando ($X_q = X'_q$ e $T'_{qo} = 0$) e substituindo em (B.132)-(B.141) resulta em $E'_d = 0$, e a equação (B.136) é eliminada. Além disso, as equações diferenciais que descrevem o modelo subtransitório de máquinas de polos salientes são dadas por:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{B.142}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H} \left[T_m - (\psi_d I_q - \psi_q I_d) \right] \tag{B.143}$$

$$T'_{do} \frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) \left[I_d - \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)^2} (\psi_{1d} + (X'_d - X_{ls}) I_d - E'_q) \right] + E_{fd} \tag{B.144}$$

$$T''_{do} \frac{d\psi_{1d}}{dt} = -\psi_{1d} + E'_q - (X'_d - X_l) I_d \tag{B.145}$$

$$T''_{qo} \frac{d\psi_{2q}}{dt} = -\psi_{2q} - (X_q - X_l) I_q \tag{B.146}$$

com as seguintes equações algébricas:

$$0 = R_s I_d + \psi_q + V_d \tag{B.147}$$

$$0 = R_s I_q - \psi_d + V_q \tag{B.148}$$

onde:

$$\psi_d = -X''_d I_d + \frac{(X''_d - X_l)}{(X'_d - X_l)} E'_q + \frac{(X'_d - X''_d)}{(X'_d - X_l)} \psi_{1d} \tag{B.149}$$

$$\psi_q = -X''_q I_q + \frac{(X_q - X''_q)}{(X_q - X_l)} \psi_{2q} \tag{B.150}$$

B.5.2 Modelo transitório

Neste modelo, são consideradas as mesmas simplificações adotadas no modelo subtransitório da subseção B.5.1, e assim, o modelo transitório é obtido a partir do modelo subtransitório (B.132)-(B.141). A simplificação deste modelo consiste em eliminar as dinâmicas rápidas dos enrolamentos amortecedores (ψ_{1d} e ψ_{2q}), que correspondem a fenômenos subtransitórios.

B.5.2.1 Modelo transitório de máquinas de polos lisos

O modelo subtransitório obtido na subseção B.5.1 ainda contém as dinâmicas dos enrolamentos amortecedores ψ_{1d} e ψ_{2q}. Se T''_{do} e T''_{qo} são suficientemente pequenas, existe uma variedade integral para esses estados dinâmicos (SAUER; PAI, 1998). O modelo transitório é obtido considerando uma primeira aproximação da variedade integral dos enrolamentos amortecedores rápidos, definindo T''_{do} e T''_{qo} iguais a zero em (B.135) e (B.137):

$$0 = -\psi_{1d} + E'_q - (X'_d - X_l)I_d \tag{B.151}$$

$$0 = -\psi_{2q} - E'_d - (X'_q - X_l)I_q \tag{B.152}$$

O modelo transitório para máquinas de polos lisos, conhecido também na literatura como modelo de dois eixos, é obtido eliminando a dinâmica rápida do enrolamento amortecedor, substituindo (B.151) e (B.152) em (B.132)-(B.141) para eliminar ψ_{1d} e ψ_{2q}:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{B.153}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left[T_m - (\psi_d I_q - \psi_q I_d)\right] \tag{B.154}$$

$$T'_{do}\frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d)I_d + E_{fd} \tag{B.155}$$

$$T'_{qo}\frac{dE'_d}{dt} = -E'_d + (X_q - X'_q)I_q \tag{B.156}$$

com as seguintes equações algébricas:

$$0 = R_s I_d + \psi_q + V_d \tag{B.157}$$

$$0 = R_s I_q - \psi_d + V_q \tag{B.158}$$

onde:

$$\psi_d = -X'_d I_d + E'_q \tag{B.159}$$

$$\psi_q = -X'_q I_q - E'_d \tag{B.160}$$

A forma final deste modelo, substituindo (B.159)-(B.160) em (B.153)-(B.158), é dada pelas seguintes equações diferenciais:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{B.161}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left[T_m - E'_d I_d - E'_q I_q - (X'_q - X'_d) I_d I_q\right] \tag{B.162}$$

$$T'_{do}\frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) I_d + E_{fd} \tag{B.163}$$

$$T'_{qo}\frac{dE'_d}{dt} = -E'_d + (X_q - X'_q) I_q \tag{B.164}$$

com as seguintes equações algébricas:

$$0 = R_s I_d - X'_q I_q - E'_d + V_d \tag{B.165}$$

$$0 = R_s I_q + X'_d I_d - E'_q + V_q \tag{B.166}$$

B.5.2.2 Modelo transitório de máquinas de polos salientes

O modelo transitório obtido na subseção B.5.2.1 ainda contém a dinâmica do enrolamento amortecedor E'_d. Se T'_{qo} for suficientemente pequena, existe também uma variedade integral para esse estado dinâmico (SAUER; PAI, 1998). O modelo transitório para máquinas de polos salientes é então obtido considerando uma primeira aproximação desta variedade integral definindo T'_{qo} igual a zero em (B.156):

$$0 = -E'_d + (X_q - X'_q) I_q \tag{B.167}$$

O modelo transitório para máquinas de polos salientes, conhecido também na literatura como modelo de um eixo, é obtido eliminando a dinâmica rápida do enrolamento amortecedor, substituindo (B.167) em (B.153)-(B.160) para eliminar E'_d:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{B.168}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left[T_m - (\psi_d I_q - \psi_q I_d)\right] \tag{B.169}$$

$$T'_{do}\frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) I_d + E_{fd} \tag{B.170}$$

com as seguintes equações algébricas:

$$0 = R_s I_d + \psi_q + V_d \tag{B.171}$$

$$0 = R_s I_q - \psi_d + V_q \tag{B.172}$$

onde:

$$\psi_d = -X'_d I_d + E'_q \tag{B.173}$$

$$\psi_q = -X_q I_q \tag{B.174}$$

A forma final deste modelo, substituindo (B.173)-(B.174) em (B.168)-(B.172), é dada pelas seguintes equações diferenciais:

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \tag{B.175}$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_s}{2H}\left[T_m - E'_q I_q - (X_q - X'_d) I_d I_q\right] \tag{B.176}$$

$$T'_{do}\frac{dE'_q}{dt} = -E'_q - (X_d - X'_d) I_d + E_{fd} \tag{B.177}$$

com as seguintes equações algébricas:

$$0 = R_s I_d - X_q I_q + V_d \tag{B.178}$$

$$0 = R_s I_q + X'_d I_d - E'_q + V_q \tag{B.179}$$

B.5.3 Resumo

Os modelos subtransitórios e transitórios, que foram obtidos respectivamente nas subseção B.5.1 e subseção B.5.2, são apresentados no Capítulo 2. Especificamente, o modelo transitório de um eixo da subseção B.5.2.2 é utilizado na análise de identificabilidade estrutural e prática desta tese.

APÊNDICE C – BASE DO SISTEMA DE EXCITAÇÃO

O sistema recíproco por unidade X_{ad}-base[1], apresentado na seção B.4 do Apêndice B, foi adotado para as grandezas da máquina síncrona. No entanto, expressar a saída do sistema de excitação neste sistema recíproco por unidade é considerado inadequado. Por exemplo, a tensão de saída da excitatriz por unidade seria bem pequena para condições normais de operação, da ordem de 0,001. Uma definição não recíproca dos valores bases das grandezas de campo é recomendada apenas para o sistema de excitação.

O sistema base escolhido para representar o sistema de excitação do gerador síncrono é conhecido como sistema não recíproco por unidade. Este sistema por unidade é derivado do sistema recíproco por unidade e é amplamente utilizado em estudos de estabilidade de sistemas elétricos de potência porque oferece uma simplicidade considerável (KUNDUR, 1994; GIBBARD; POURBEIK; VOWLES, 2015; IEEE Std 421.5, 2016).

Neste apêndice, são descritas as relações entre o sistema recíproco por unidade e o sistema não recíproco por unidade.

C.1 Sistema por unidade

Considere que o gerador representado pelas equações dinâmicas no sistema recíproco por unidade (veja subseção B.4.6) e despreze a saturação magnética. Suponha que o gerador esteja em circuito aberto e girando a uma velocidade constante igual a 1,0 por unidade; portanto, nesta condição de estado estacionário, $I_d = I_q = 0$ e $\omega = \omega_s = 1$, e as taxas de variação (derivadas) de todas as variáveis no sistema de coordenadas dq são zero. Aplica-se essas condições às equações por unidade (B.104)-(B.109).

Com os termos das derivadas definidas como zero e $I_d = I_q = 0$ e $\omega = \omega_s = 1$ nas equações (B.104)-(B.106), tem-se:

$$V_d = -\psi_q \tag{C.1}$$

$$V_q = \psi_d \tag{C.2}$$

$$e_{fd} = R_{fd} i_{fd} \tag{C.3}$$

Para as equações (B.107)-(B.109), tem-se:

$$R_{1d} i_{1d} = R_{1q} i_{1q} = R_{2q} i_{2q} = 0$$

[1] Ou L_{ad}-base, se as equações são expressas em termos de indutâncias em vez de reatâncias, como em equações por unidade, é comum encontrar também em termos de indutâncias (veja subseção B.4.4). No entanto, neste apêndice, as equações são denotadas por reatâncias por unidade.

Assim, todas as correntes dos enrolamentos amortecedores são zero, ou seja, $i_{1d} = i_{1q} = i_{2q} = 0$. As correntes do estator também são zero $I_d = I_q = 0$, condição de circuito aberto. Substituindo nas equações algébricas dos fluxos de eixos d e q, equações (B.110) e (B.113), tem-se:

$$\psi_d = X_{ad} i_{fd} \tag{C.4}$$

$$\psi_q = 0 \tag{C.5}$$

Substituindo (C.4) e (C.5) em (C.2) e (C.1), respectivamente, tem-se:

$$V_q = X_{ad} i_{fd} \tag{C.6}$$

$$V_d = 0 \tag{C.7}$$

A corrente de campo requerida para gerar uma tensão terminal de estator igual a 1,0 por unidade na linha do entreferro (veja Figura 23) é determinada por:

$$V_t = V_q = X_{ad} i_{fd} = 1 \tag{C.8}$$

Portanto, no sistema recíproco por unidade, a corrente de campo i_{fd} necessária para gerar tensão terminal nominal do estator na linha do entreferro é dada por:

$$i_{fd} = \frac{1}{X_{ad}} \tag{C.9}$$

Substituindo (C.9) em (C.3), a tensão de campo corresponde é:

$$e_{fd} = \frac{R_{fd}}{X_{ad}} \tag{C.10}$$

Note que por unidade, $X_{ad} >> R_{fd}$; portanto, o valor da tensão de campo e_{fd} em condições nominais é muito pequeno. Assim, uma definição de base não recíproca por unidade é recomendada para o sistema de excitação e é dada como se segue.

Definição 2 (Sistema não recíproco)**.** *(i) O valor base para a corrente de campo do gerador, I_{fdbase} em Amperes, é a corrente de campo necessária para produzir a tensão terminal nominal (1,0 por unidade) na linha do entreferro quando a máquina está em circuito aberto e girando em uma velocidade constante igual a um por unidade. (ii) O valor base para a tensão de campo do gerador, E_{fdbase} em Volts, é a tensão de campo correspondente para produzir a corrente de campo base I_{fdbase}.*

Relacionando o item (i) da **Definição** 2 (sistema não recíproco) com a equação (C.8) (sistema recíproco), o valor correspondente da corrente de campo I_{fd} (sistema não recíproco) é igual a 1,0 por unidade. Portanto,

$$I_{fd} = X_{ad} i_{fd} \tag{C.11}$$

Da mesma forma, relacionando o item (ii) da **Definição** 2 (sistema não recíproco) com a equação (C.10) (sistema recíproco), o valor correspondente da tensão de campo E_{fd} (sistema não recíproco) é igual a 1,0 por unidade, obtém-se:

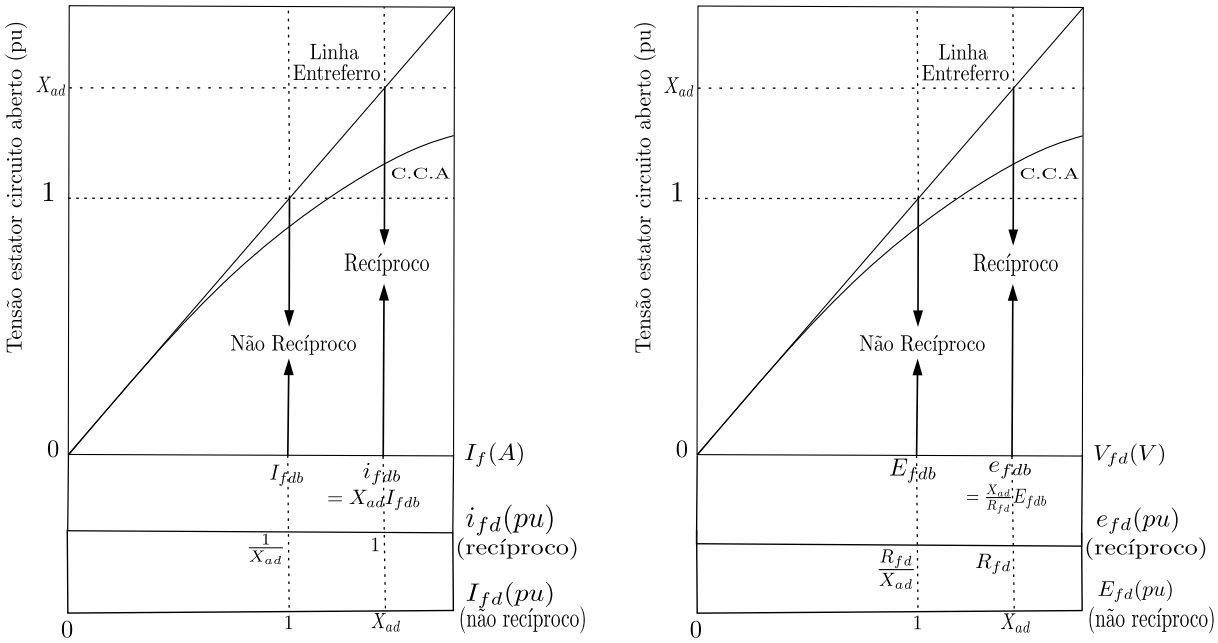
$$E_{fd} = \frac{X_{ad}}{R_{fd}} e_{fd} \tag{C.12}$$

As equações (C.11) e (C.12) relacionam o sistema recíproco por unidade e o sistema não recíproco por unidade. Observe que no sistema recíproco por unidade as grandezas relacionadas com a corrente e tensão de campo são indicadas por letras minúsculas 'i' e 'e' respectivamente, ao passo que as grandezas correspondentes no sistema não recíproco por unidade são indicadas por letras maiúsculas 'I' e 'E'. Além disso, das equações (C.11) e (C.12), os valores bases de e_{fd} e i_{fd} são (KUNDUR, 1994):

$$i_{fdbase} = X_{ad} I_{fdbase} \tag{C.13}$$

$$e_{fdbase} = \frac{X_{ad}}{R_{fd}} E_{fdbase} \tag{C.14}$$

A conversão entre as definições recíproca e não recíproca da corrente e tensão de campo é mostrada graficamente na curva de circuito aberto (C.C.A) do gerador na Figura 23, sendo que na Figura 23a é mostrada a corrente de campo e na Figura 23b a tensão de campo. Observe que três escalas são mostradas nas Figuras 23a e 23b: (i) Amperes e Volts, (ii) sistema recíproco por unidade, e (iii) sistema não recíproco por unidade.



(a) Corrente de campo (b) Tensão de campo

Figura 23 – Curva de circuito aberto do gerador com a corrente e tensão de campo em três escalas diferentes: Amperes e Volts, sistemas recíproco e não recíproco por unidade

C.2 Resumo

O resumo da relação entre os dois sistemas, sistema não recíproco e sistema recíproco por unidade, é ilustrado na Figura 24. Além disso, é possível observar na Figura 24 que a relação entre esses dois sistemas por unidade é a interface entre o sistema de excitação e o circuito de campo da máquina síncrona, sendo que fisicamente são os mesmos. A distinção é feita apenas em seus valores por unidade para permitir a seleção independente dos sistemas por unidade para modelagem de sistemas de excitação e máquinas síncronas (KUNDUR, 1994).

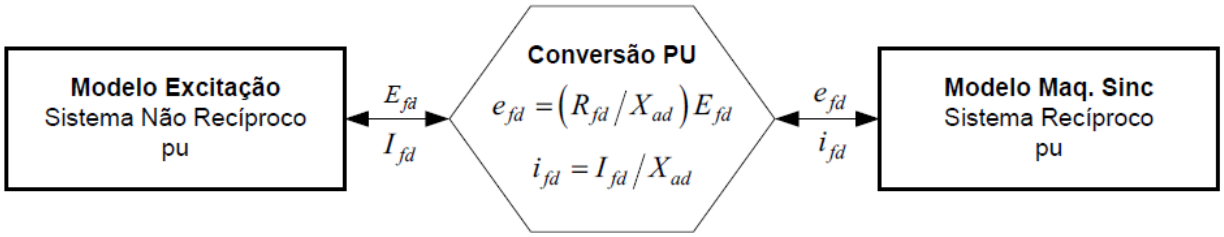


Figura 24 – Conversão por unidade na interface entre o sistema de excitação e o circuito de campo da máquina síncrona

Fonte: Kundur (1994)

A mesma interface é ilustrada na Figura 25, porém para os valores bases dos sistemas não recíproco (sistema de excitação) e recíproco (circuito de campo da máquina síncrona).

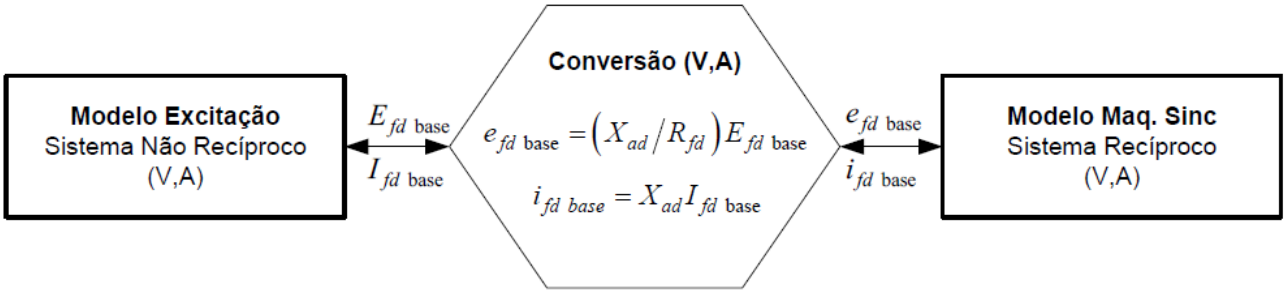


Figura 25 – Conversão dos valores bases na interface entre o sistema de excitação e o circuito de campo da máquina síncrona

No sistema recíproco por unidade e sob condições de estado estacionário segue da equação (C.3) que $e_{fd_0} = R_{fd} i_{fd_0}$. Aplicando essa relação a conversão da Figura 24 tem-se:

$$\boxed{\begin{aligned} e_{fd_0} = \frac{R_{fd}}{X_{ad}} E_{fd_0} \Rightarrow R_{fd} i_{fd_0} = \frac{R_{fd}}{X_{ad}} E_{fd_0} \Rightarrow i_{fd_0} = \frac{E_{fd_0}}{X_{ad}} \\ i_{fd_0} = \frac{I_{fd_0}}{X_{ad}} \Rightarrow \frac{E_{fd_0}}{X_{ad}} = \frac{I_{fd_0}}{X_{ad}} \Rightarrow E_{fd_0} = I_{fd_0} \end{aligned}}$$

Logo, no sistema não recíproco por unidade, o valor de estado estacionário da tensão e corrente de campo são iguais (isto é, $E_{fd_0} = I_{fd_0}$). No entanto, durante uma condição

transitória, E_{fd} e I_{fd} são diferentes. E_{fd} é determinado pelo sistema de excitação e I_{fd} é determinado pelas dinâmicas do circuito de campo.

Algumas das razões pelas quais o sistema não recíproco por unidade é preferido são (GIBBARD; POURBEIK; VOWLES, 2015; IEEE Std 421.5, 2016):

- A curva de circuito aberto (C.C.A) do gerador dificilmente se estende além de uma tensão de estator de 1,1 por unidade e não atinge o valor de X_{ad}. Desta forma, a determinação gráfica direta da corrente de campo base I_{fdbase} a partir da (C.C.A) é direta no sistema não recíproco, ao passo que um cálculo suplementar é necessário para determinar a corrente de campo base no sistema recíproco i_{fdbase}.
- O valor numérico da tensão de campo e_{fd} no sistema recíproco por unidade é muito pequeno enquanto que, em condições de estado estacionário, $E_{fd} = I_{fd}$ no sistema não recíproco por unidade.

Nesta tese, o sistema não recíproco por unidade é adotado para o sistema de excitação. No entanto, para simplificar a notação, os valores bases de corrente e tensão de campo são denotados respectivamente por k_e e k_i ao invés de E_{fdbase} e I_{fdbase} na subseção 2.3.1, subseção 2.3.2 e subseção 2.3.3.