UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Vítor Henrique Pereira de Melo

Tratamento da Referência Angular no processo de Estimação de Estado Trifásica em Sistemas de Distribuição

São Carlos

2022

Vítor Henrique Pereira de Melo

Tratamento da Referência Angular no processo de Estimação de Estado Trifásica em Sistemas de Distribuição

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas Elétricos de Potência.

Orientador: Prof. Dr. João Bosco Augusto London Junior

Trata-se da versão corrigida da dissertação. A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica

São Carlos

2022

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

M528t

Melo, Vítor Henrique Pereira de
Tratamento da Referência Angular no processo de Estimação de Estado Trifásica em Sistemas de Distribuição / Vítor Henrique Pereira de Melo; orientador João Bosco Augusto London Júnior. São Carlos, 2022.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Área de Concentração em Sistemas Elétricos de Potência -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2022.

1. Estimação de Estado. 2. Referência Angular. 3. Sistemas de Distribuição. I. Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **VITOR HENRIQUE PEREIRA DE MELO.**

Título da dissertação: "Tratamento da referência angular no processo de estimação de estado trifásica em sistemas de distribuição".

Data da defesa: 18/02/2022.

Comissão Julgadora	**Resultado**
Prof. Associado **João Bosco Augusto London Junior (Orientador)** (Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)	Aprovado
Prof. Dr. **Julio Cesar Stacchini de Souza** (Universidade Federal Fluminense/UFF)	Aprovado
Prof. Dr. **João Alberto Passos Filho** (Universidade Federal de Juiz de Fora/UFJF)	Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Associado **João Bosco Augusto London Junior**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

Dedico este texto a minha mãe Aurélia e a meu pai Rafael.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Aurélia e Rafael, por terem me feito chegar até aqui através de um caminho repleto de amor, ternura e nobres ensinamentos, que formaram meu carácter. Também aos meus demais familiares, que em todos os períodos de minha vida foram meu porto seguro.

Ao professor João Bosco, por ter me dado a oportunidade de desenvolver este trabalho, fornecendo grandes ensinamentos e sábias lições. Além disso, pelo companheirismo, paciência e bom humor.

Ao Júlio Massignan, pelas colaborações, sempre partilhando sua experiência com valiosos conselhos, também por sua amizade e os bons momentos dentro e fora do laboratório.

Aos amigos Miguel, Nayara, Etiane, José Paulo, Laís e aos demais colegas do laboratório LACOSEP, por manterem um ambiente de muito apoio.

Aos companheiros de apartamento Wilson e Daniel, grandes irmãos que a vida me deu, cujo companheirismo, amizade e bom humor foram fundamentais durante o período deste trabalho.

Aos queridos amigos de longa data: Pedro Guimarães, Mayara Gomes, Lucas Lagares, Néliton Rafael, Pedro Afonso, Matheus Prevelato, Arthur Rezende, Gustavo Hermeto, Henrique Ávila, Gabriel Oliveira, Rafael Araújo e a todos outros que não estão aqui citados, mas também habitam meu coração.

Agradeço a Deus, por me fazer tão feliz, com uma vida repleta de pessoas excepcionais.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

"Eu quase que nada não sei. Mas desconfio de muita coisa."

Guimarães Rosa

RESUMO

Melo, V. H. P. **Tratamento da Referência Angular no processo de Estimação de Estado Trifásica em Sistemas de Distribuição** . 2022. 113p. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022.

Nas últimas décadas vem crescendo o interesse pela aplicação de técnicas automatizadas para operação e controle em tempo real de Sistemas de Distribuição (SDs). Entretanto, para que isso seja possível é necessário conhecer com certa precisão o ponto operativo corrente desses sistemas. Esta tarefa, por sua vez, depende da elaboração de Estimadores de Estado (EEs) que sejam capazes de representar adequadamente o comportamento dos SDs. Neste sentido, um aspecto que não foi ainda devidamente abordado na literatura é o tratamento da referência angular no processo de estimação de estado trifásica em SDs. A prática usual de considerar a hipótese de equilíbrio dos ângulos de fase de tensão da barra de referência (a barra representando o secundário dos transformadores de subestações) pode ter grande impacto na acurácia das estimativas dos pontos de operação de alimentadores de distribuição. Isto em função destes circuitos serem compostos por redes não-transpostas e desbalanceadas por natureza (em virtude da impossibilidade de distribuir uniformemente as cargas nos alimentadores). Dentre as propostas já apresentadas para solução desse problema, sem considerar a hipótese supracitada, destacam-se a utilização de equivalentes de curto-circuito das subestações ou a inclusão de medidas fasoriais sincronizadas para aferir diretamente os fasores de tensão nodais. Este trabalho tem como objetivo entender profundamente o papel da referência angular dentro do processo de estimação trifásica, para prover métodos que possibilitem representar apropriadamente a barra de referência, capturando corretamente suas variáveis de estado, sem a necessidade de medidas fasoriais sincronizadas e sem considerar equivalentes de rede. Para validar as hipóteses levantadas e os métodos propostos neste trabalho, apresenta-se resultados de simulações computacionais em sistemas de teste da literatura, que possuem características típicas dos circuitos de distribuição.

Palavras-chave: Sistemas de Distribuição, Estimação de Estado, Modelagem Trifásica, Tratamento da Referência Angular, Análise de Observabilidade.

ABSTRACT

Melo, V. H. P. **Treatment of the Angular Reference in Three-phase state Estimation Process for Distribution Systems.**. 2022. 113p. Dissertation (M. S. Degree) - São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, 2022.

The interest in automatic and intelligent technics for real-time control and operation of Distribution Systems (DS) has grown in the last decades. However, to enable such applications is necessary to know with considerable precision the current operating point of these systems. This task, in turn, relies on the elaboration of State Estimators, able to represent the behavior of the DSs adequately. One aspect that is still not satisfactorily covered in the literature is the treatment of the angular reference in the three-phase state estimation process. The usual practice of considering the phase angles of the reference bus as balanced can significantly impact the accuracy of the distribution feeder's estimates, keeping in mind that these circuits are composed of untransposed and unbalanced networks (due to the impossibility of distributing the loads uniformly in the feeders). Among the already presented proposals to solve this problem, without considering the previously cited one, the use of short-circuit equivalents and the installation of synchronized phasorial measurements to assess the complex nodal voltages are the ones that stand out. This work has as its objective to understand more deeply the role of the angular reference in the three-phase state estimation process, to provide methods that enable to represent the reference bus adequately, accessing the accurate value of its state variables, without the need for synchronized phasor measurements and without considering network equivalents. This work presents simulation results in test systems of the literature, with typical features of distribution circuits, to validate the hypotheses raised and the methods proposed.

Keywords: Distribution Systems, State Estimation, Angular Reference Treatment, Observability Analisys.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EEs	Estimadores de Estado
SDs	Sistemas de Distribuição
GD	Geração Distribuída
WLS	*Weighted Least Squares*
PMUs	*Phasor Measurement Units*
LaCOSEP	Laboratório de Análise Computacional em Sistemas Elétricos de Potência
IEEE	*Institute of Electrical and Electronics Engineers*
SEP	Sistemas Elétricos de Potência
EGs	Erros Grosseiros
AGO	Árvore Geradora Observável
MC	Medida Crítica
CCMs	Conjunto Crítico de Medidas
SCADA	*Supervisory Control and Data Acquisition*
BV	Barramento Virtual
EVT	Erro Vetorial Total
EMA	Erro Médio Absoluto
FDT	Fator de Desequilíbrio Total
EESC	Escola de Engenharia de São Carlos
USP	Universidade de São Paulo
CBA	Congresso Brasileiro de Automática

LISTA DE SÍMBOLOS

θ	Ângulo de fase
z	Vetor de Medições
$h(x)$	Vetor de Equações que Relacia as Medidas com as Variáveis de Estado
e	Vetor de Erros das Medidas
x	Vetor de Variáveis de Estado
$J(x)$	Função Objetivo
σ	Variância
R_σ	Matriz Covariância
W	Matriz de Ponderação
H	Matriz Jacobiana
Δx	Vetor de Correção das Variáveis de Estado
ϵ	Tolerância
$G(x)$	Matriz Ganho
x_θ	Variáveis de Estado do Modelo Linear
z_P	Conjunto de Medidas do Modelo Linear
$H_{P\theta}$	Matriz Jacobiana do Modelo Linear
$G_{P\theta}$	Matriz Ganho do Modelo Linear
$\hat{x}_\theta$	Vetor de Variáveis de Estado Estimadas no Modelo Linear
$\hat{z_P}$	Vetor de Valores Estimados para as Medições do Modelo Linear
K	Matriz de Sensibilidade dos Valores Estimados.
I	Matriz Identidade
$\hat{r}_P$	Vetor dos Resíduos da Estimação do Estimador Linear
S	Matriz de Sensibilidade dos Resíduos
Ω	Matriz de Covariância dos Resíduos

r^N	Resíduo Normalizado
$\hat{b}$	b - Chapéu
P	Potência Ativa
Q	Potência Reativa
X/R	Fração Reatância por Resistência
$H\Delta$	Matriz H Delta
C	Matriz de Mudança de Base
R	Matriz do Conjunto Redundante
L	Matriz Triangular Inferior
U	Matriz Triangular Superior
$\dot{V}$	Tensão Nodal Complexa
$\dot{I}$	Corrente Complexa
3ϕ	Trifásico
Y	Admitância
S	Potência Complexa
Ω	Conjunto de fases a,b,c
θ	Ângulo de fase de tensão nodal
G	Condutância
B	Susceptância
Z	Impedância
Yg	Conexão Estrela Aterrada
Y	Conexão Estrela Não Aterrada
Δ	Conexão Delta
yt	Impedância do transformador
v	Vetor Unitário
b^{sh}	Susceptância Shunt

$MVAr_{nom}^{3\phi}$	Potência Reativa Nominal Trifásica
VL_{nom}	Tensão de Linha Nominal
v^{real}	Parte Real da Tensão Nodal
v^{imag}	Parte Imaginária da Tensão Nodal
i^{real}	Parte Real da Corrente no Ramo
i^{imag}	Parte Imaginária da Corrente no Ramo
ω	Ponderação
it	Iteração
μ	Variável Aleatória
pr	Precisão

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

O processo de estimação de estado em sistemas de transmissão é estudado e implantado desde a década de 70, sendo hoje em dia uma ferramenta primordial para operação dessas redes. Esse processo consiste em obter estimativas de boa qualidade para as variáveis de estado do sistema (normalmente as tensões complexas nodais) através de um conjunto redundante de medidas. Vale destacar que essas variáveis, juntamente com a topologia e os parâmetros da rede elétrica, definem o ponto de operação do sistema, cujo conhecimento é fundamental para diversas análises necessárias para a operação dos Sistemas Elétricos de Potência (SEP).

No passado, os circuitos de distribuição tinham como característica serem constituídos apenas de elementos passivos, com fluxo de potência circulando de forma unidirecional (das subestações para os consumidores), o que tornava sua gestão relativamente simples, não necessitando de ferramentas avançadas para avaliar sua operação. Contudo, nas últimas décadas este cenário mudou. Por exemplo, com o crescimento do uso de fontes renováveis de energia, que em grande parte, são introduzidas diretamente na rede de distribuição na forma de Geração Distribuída (GD), o comportamento do fluxo de potência se tornou consideravelmente mais complexo nos circuitos de distribuição (Ismael et al., 2019). Isto, aliado aos novos tipos de carga, como veículos elétricos, dispositivos com capacidade de armazenamento de energia, mais sensíveis e com perfis de demanda imprevisíveis, tornou a operação destas redes mais complexa. Dessa forma faz-se necessário utilizar ferramentas como o Estimador de Estado (EE) para monitoramento em tempo real de Sistemas de Distribuição (SDs) (Majdoub et al., 2018).

Destaca-se, ainda, que nos últimos anos o nível de automação dos SDs vem crescendo e muitos esforços têm sido realizados para que sistemas supervisórios em tempo real fossem utilizados em redes de distribuição. Isso trouxe a possibilidade de estabelecer novas funções automáticas aplicadas aos SDs, como, por exemplo, para detecção, localização e isolamento de faltas, restauração de energia via reconfiguração de redes, controle de tensão e gerenciamento de carga (Massignan, 2016; Trindade; Freitas; Vieira, 2013; Faria et al., 2021). Todas essas aplicações requerem o conhecimento, de forma precisa e em tempo real, do ponto de operação do sistema, o que só é possível através de um EE.

Todavia, tal tarefa é complexa, visto que os circuitos de distribuição têm particularidades que tornam os estimadores desenvolvidos para sistemas de transmissão inviáveis, como, por exemplo, o fato de serem desequilibrados e possuírem uma quantidade de medidas em tempo real insuficiente até mesmo para garantir a observabilidade, sendo necessário

utilizar um grande número de pseudo-medidas. A partir da década de 90 começaram a surgir propostas de estimadores de estado trifásicos considerando as características peculiares dos SDs (Baran; Kelley, 1994; Hansen; Debs, 1995; Lu; Teng; Liu, 1995).

Dentro deste contexto, um ponto ainda não devidamente explorado na literatura é o tratamento da referência angular para o processo de estimação na formulação trifásica. No caso dos estimadores monofásicos, quando não há medida fasorial sincronizada alguma, uma das barras é considerada como referência angular e o valor do ângulo de fase de tensão dessa barra é definido como 0°, o que não ocasiona problema algum já que a distribuição de fluxo de potência na rede elétrica é função das diferenças dos ângulos de fase e não do valor de cada ângulo de fase de tensão nodal (Monticelli, 1983). Já nos estimadores trifásicos, requeridos nos SDs, a prática usual é adotar as barras dos secundários dos transformadores das subestações como barras de referência para estimação dos respectivos alimentadores primários, assumindo a condição de barras trifásicas *abc* balanceadas, ou seja, assumindo que as tensões senoidais de fase dessas barras estejam defasadas de 120^0 entre si (usualmente atribuindo $\theta_a^{ref} = 0^o, \theta_b^{ref} = -120^o e\ \theta_c^{ref} = +120^o$). Observe que em função de os SDs serem compostos por redes não-transpostas e desbalanceadas por natureza essa prática pode acarretar em uma redução da acurácia dos resultados do estimador.

Na literatura foram propostas algumas soluções para esse problema, como em (Silva; Fernandes; Almeida, 2018; Langner; Abur, 2019; Langner; Abur, 2020), que utilizam o equivalente de curto-circuito da subestação para criar um barramento virtual equilibrado, adotado como referência para estimar os ângulos no barramento da subestação. Esse procedimento apresenta bons resultados, entretanto o valor do nível de curto-circuito é uma estimativa e pode variar de acordo com o ponto de operação do sistema. Outra solução é apresentada em (Langner; Abur, 2019; Langner; Abur, 2020; Almeida; ASADA; GARCIA, 2006), que utiliza apenas uma referência angular em pontos diferentes do *flat-start*. Porém, esse procedimento não funciona para todos os casos e uma explicação de quando é ou não possível não foi fornecida.

O problema pode ser resolvido através da utilização de Unidades de Medição Fasoriais (PMUs, do inglês *Phasor Measurement Units*), conforme discutido em (Pau; Pegoraro; Sulis, 2013). Através de PMUs é possível inferir diretamente os fasores (módulo e ângulo) de tensão nodal do sistema. Entretanto, o custo para implantação de sistemas de medição com PMUs é muito elevado, estando muito distante da realidade da maioria dos SDs.

1.2 Objetivos

Este trabalho visa resolver um problema que, a nosso ver, não possui ainda uma solução adequada e factível de aplicação nos atuais SDs. Vale lembrar que a prática usual de considerar que as tensões senoidais de fase, da barra do secundário dos transformadores,

estejam defasadas de 120^0 entre si pode ter grande impacto na acurácia das estimativas obtidas.

Com isso, este trabalho tem como objetivo analisar de forma detalhada o papel da barra de referência dentro do processo de estimação de estado trifásica. Conhecendo-se com mais propriedade esta questão, são propostas técnicas para tratamento adequado da referência angular em estimadores trifásicos, conseguindo obter corretamente os valores das variáveis de estado, mesmo em casos onde as tensões da barra de referência são desequilibradas. A ideia é realizar essa tarefa como parte do processo iterativo do estimador de estado trifásico, sem a necessidade de equivalentes de rede ou da existência de PMUs.

Para isso, estudar-se-á a relação das medidas disponíveis, para estimação trifásica em SDs, com a topologia e os parâmetros da rede, explorando o papel da referência angular nesse processo. Para o entendimento dessas relações, será utilizado o método desenvolvido pelo grupo de pesquisa do LACOSEP, para análise de observabilidade e redundância de medidas, que faz uso da chamada matriz $H\Delta$ (London; Alberto; Bretas, 2007). Para possibilitar a obtenção de um EE trifásico capaz de lidar com todas as dificuldades impostas pelos SDs reais, conseguindo representar com fidelidade toda a diversidade de componentes que existem nesses sistemas, utiliza-se como base o EE ortogonal por mínimos quadrados ponderados (WLS, do inglês *Weighted Least Squares*) trifásico robusto numericamente desenvolvido pelo grupo (Hebling et al., 2020).

Neste trabalho também apresentam-se resultados de simulações computacionais em sistemas de teste clássicos da literatura, que possuem características típicas de SDs reais. Os resultados que serão apresentados têm como objetivo validar os métodos propostos neste trabalho e ainda compará-los às demais técnicas presentes na literatura.

1.3 Organização da Dissertação

Esta dissertação está dividida em 5 capítulos, onde o primeiro é a introdução. Sendo que, com exceção do primeiro capítulo e do último, todos começam por um pequeno texto introdutório explicando seus conteúdos e terminam com as considerações finais a respeito do que foi apresentado.

No Capitulo 2 encontra-se todo o embasamento teórico necessário para o entendimento deste trabalho. Apresenta-se a formulação matemática do estimador WLS, as principais técnicas de processamento de erros grosseiros nesta concepção e o conceito de observabilidade. Expõe-se, brevemente, como se constituem os SDs, assim como suas principais características. Em seguida mostra-se os detalhes da modelagem trifásica por quadripolos, requerida ao representar os circuitos de distribuição. Aborda-se também as principais dificuldades enfrentadas ao aplicar as técnicas clássicas de estimação em SDs, mostrando, por fim, as formulações alternativas de EE capazes de superar estes desafios,

tornando-os aplicáveis aos SDs.

No Capítulo 3, adentra-se mais profundamente no tema desta dissertação, que é o tratamento adequado da barra de referência no processo de estimação trifásica. Explica-se, em maiores detalhes, de onde ele surge e quais as implicações sobre o EE. Também são apresentadas as principais soluções presentes na literatura e suas limitações.

Em seguida, neste mesmo capítulo, busca-se entender este problema sob a ótica da observabilidade, estendendo o método da matriz $H\Delta$ (London; Alberto; Bretas, 2007), como feito em (Fantin, 2012), para estimadores trifásicos e mostrando como a informação sobre o número de referências necessárias pode ser obtida a partir desta técnica.

Explora-se, também, as relações de dependência linear das linhas da matriz Jacobiana, mostrando como, na formulação trifásica, os parâmetros e a topologia de conexão dos equipamentos podem afetar o posto desta matriz, por consequência o número de referências necessárias. A partir destes estudos, são propostas duas técnicas que permitirão o tratamento adequado do barramento de referência: o algoritmo das pseudo-medidas de ângulo e a inclusão do modelo da subestação. Nesse último caso, isto significa incluir o transformador no modelo e para funcionar com qualquer tipo de topologia de conexão, é necessário utilizar da equação de sequência zero.

No Capitulo 4 são apresentados resultados que validam as hipóteses levantadas no capítulo anterior e comparam os métodos propostos aos demais presentes da literatura. Para isso utiliza-se os sistemas de 34, 123 barras e 906 barras do IEEE, disponíveis em (IEEE, 2012).

Por fim, o Capítulo 5 apresenta as conclusões finais a respeito dos estudos realizados nesta pesquisa. Apresenta-se, também, as publicações obtidas a partir deste projeto de pesquisa e as perspectivas futuras, destacando novos trabalhos que ainda podem ser realizados a respeito deste tema.

2 ESTIMAÇÃO DE ESTADO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

2.1 Introdução

Este capítulo visa apresentar o contexto de Estimação de Estado para SD, nele está concentrado o embasamento teórico necessário para compreender o que é proposto neste trabalho. Inicialmente, a Seção 2.2 traz conceitos importantes da teoria de Estimação de Estado em SEP, como o equacionamento do EE pelo método WLS, análise de Observabilidade e Processamento de Erros Grosseiros (EGs).

Em seguida, a seção 2.3 contempla os SDs, descrevendo brevemente como são constituídos. Mostra-se também como é a modelagem destes circuitos para análise estática, destacando os modelos mais tradicionais para alguns de seus principais componentes.

A Seção 2.4 trata do problema de EE em SDs, expondo quais são as dificuldades encontradas ao aplicar diretamente as técnicas tradicionais e consolidadas na transmissão para estes circuitos. Subsequentemente são apresentadas as formulações alternativas de EE desenvolvidas para atender as particularidades dos SDs.

2.2 Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Potência

O processo de EE em SEP tem como finalidade determinar o estado operativo da rede a partir de um conjunto redundante de medidas. Em outras palavras, busca-se utilizar medições realizadas por equipamentos reais, sujeitos a erros e limitações de precisão, para obter a melhor estimativa para as variáveis de estado do sistema. Portanto, para determinar o valor das variáveis de estado deve-se, inicialmente, relacionar as grandezas medidas às variáveis de estado do SEP, a partir do seguinte "modelo de medição" (Abur; Exposito, 2004):

$$z = h(x) + e, \tag{2.1}$$

onde z é o vetor de medidas com dimensão m, sendo m o número de medições; $h(x)$ é o vetor de dimensão m composto pelas equações não-lineares e lineares que relacionam as variáveis de estado às grandezas medidas; x é o vetor de variáveis de estado, usualmente as tensões complexas nas barras da rede, e tem dimensão n; e é o vetor dos erros (ou ruídos) das medidas, ou seja, o vetor composto pelas diferenças entre os valores medidos e os "verdadeiros" das grandezas medidas (que não são conhecidos). O erro de cada medida é assumido como uma variável aleatória independente, tendo distribuição normal de média zero e desvio padrão conhecido, derivado da precisão do respectivo medidor.

2.2.1 O Estimador WLS

A formulação mais comum para estimadores voltados aos SEP é a dos mínimos quadrados ponderados (WLS do inglês, *Weighted Least Squares*), que busca obter o valor de x que minimize o índice $J(x)$, descrito como:

$$J(x) = \sum_{i=1}^{m} (e_i/\sigma_i)^2, \tag{2.2}$$

onde e_i é o erro associado a cada medida i, que pode ser descrito, a partir de (2.1), como $z_i - h_i(x)$, σ_i é o desvio padrão esperado para cada medida i, associado a precisão do medidor. Dessa forma, a equação (2.2) pode ser re-escrita como:

$$J(x) = \sum_{i=1}^{m} (z_i - h_i(x))^2 \sigma_i^{-2}. \tag{2.3}$$

A matriz de covariância do vetor e pode ser escrita na forma da matriz $R_\sigma = diag\,\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_i^2\}$ e a equação se torna (na forma vetorial):

$$J(x) = (z - h(x))^T R_\sigma^{-1} (z - h(x)). \tag{2.4}$$

Assim, para minimizar $J(x)$ deve-se encontrar o vetor $\hat{x}$ que satisfaça $\frac{\partial J(x)}{\partial x}\Big|_{x=\hat{x}} = 0$, isto é:

$$\frac{\partial J(x)}{\partial x} = H(x)^T R_\sigma^{-1} (z - h(x)) = 0, \tag{2.5}$$

onde $H(x)$ é a matriz jacobiana, composta pelas derivadas parciais das funções que compõem o vetor $h(x)$ em relação às variáveis de estado. A equação (2.4) é quadrática e não linear, então, a solução de (2.5) pode ser obtida através de um processo iterativo, em que a cada iteração k resolve-se um problema linear, para calcular a correção para o vetor x:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k. \tag{2.6}$$

Para determinar a correção Δx^k, lineariza-se a função $h(x)$ em torno do ponto x^k:

$$h(x^{k+1}) \approx h(x^k) + H(x^k)\Delta x^k. \tag{2.7}$$

Assim, a equação (2.1) pode ser reescrita como:

$$z = h(x^k) + H(x^k)\Delta x^k + e, \tag{2.8}$$

onde, é possível obter:

$$\Delta z(x^k) = z - h(x^k) = H(x^k)\Delta x^k + e. \tag{2.9}$$

Assim, a função objetivo $J(\Delta x)$ torna-se:

$$J(\Delta x) = \left[\Delta z(x^k) - H(x^k)\Delta x^k\right]^T R_\sigma^{-1} \left[\Delta z(x^k) - H(x^k)\Delta x^k\right], \tag{2.10}$$

cujo mínimo é:

$$\frac{\partial J(\Delta x)}{\partial \Delta x} = H(x^k)W\left[\Delta z(x^k) - H(x^k)\Delta x^k\right] = 0, \tag{2.11}$$

onde W é a matriz de ponderação e equivale R_σ^{-1}.

A partir da manipulação de (2.11) é possível obter Δx^k:

$$\Delta x^k = \left[H(x^k)^T W H(x^k)\right]^{-1} H(x^k)^T W \Delta z(x^k). \tag{2.12}$$

Dessa forma, o processo de obtenção das variáveis de estado começa com a inicialização do vetor x com x^0. A partir da solução de (2.12) obtêm-se, a cada iteração k, o valor do vetor de correção Δx^k e o valor atualizado de x, como indicado em (2.6).

O processo iterativo é finalizado assim que o seguinte critério de convergência seja satisfeito:

$$max|\Delta x^k| \leq \epsilon, \tag{2.13}$$

onde ϵ é a tolerância pré-estabelecida.

Vale ressaltar que a equação (2.12) é usualmente referenciada na literatura como "equação normal do estimador", outro termo amplamente utilizado dentro do contexto de estimação é "Matriz Ganho", definida por:

$$G(x) = \left[H(x^k)^T W H(x^k)\right]. \tag{2.14}$$

2.2.2 Processamento de Erros Grosseiros

O EE consiste do processamento de um conjunto redundante de medidas, para obter estimativas precisas para as variáveis de estado de um SEP (Monticelli; Murari; Wu, 1985). De acordo com o modelo de medição (2.1), essas medidas estão sujeitas a erros, inerentes ao processo de telemedição, assumidos usualmente como variáveis aleatórias gaussianas independentes, com média zero e covariância conhecida. Dentro deste cenário, um dos papéis do EE é utilizar a redundância dessas medidas para filtrar o erro de medição esperado e fornecer as melhores estimativas possíveis para as variáveis de estado do sistema.

Ressalta-se que, mesmo quando a hipótese de os erros de medida comportarem-se como variáveis aleatórias gaussianas independentes não é completamente respeitada, em condições normais de funcionamento do sistema de medição a exatidão das estimativas não é prejudicada de forma significante (Caro et al., 2010; Wang et al., 2018). Entretanto, o sistema de medição está sujeito a adversidades que podem comprometer a sua operação, como, por exemplo, a saturação de TCs, equipamentos mal calibrados, e erros nos canais de comunicação.

Caso ocorra algum destes eventos, uma medida pode ser corrompida de forma significativa, fazendo com que a estimativa obtida assuma um valor não consistente com o estado atual de operação do sistema. Nesse caso diz-se que a medida é portadora de EG (ou é uma medida espúria). A presença de apenas uma destas medidas é capaz de distorcer todo o resultado do EE, por consequência, comprometendo toda e qualquer análise posterior dependente da estimativa do estado de operação do SEP.

Então, faz-se necessário ao processo de estimação a capacidade de lidar com os EGs, identificando e eliminando-os do conjunto de medidas, ou anulando sua influência sobre as estimativas. Com isso, desde que o EE foi proposto para SEP (Schweppe; Rom, 1970) há um grande interesse em técnicas capazes de processar medidas espúrias.

As técnicas desenvolvidas para esse fim podem ser dividas, de uma forma geral, em dois grandes grupos. As que se baseiam no pós-processamento dos resíduos do estimador e as que propõe estimadores baseados em critérios não quadráticos, visando eliminar o efeito dos EGs durante o processo iterativo.

O primeiro grupo tem como vantagem a maior simplicidade de implementação, sendo aplicadas, por exemplo, em conjunto com o estimador WLS, que tem boas características de convergência. Entretanto, toda vez que uma medida portadora de EG é identificada o processo iterativo deve ser reiniciado eliminando-a do conjunto de medidas. Além disso, estes testes podem falhar caso o EG ocorra em medidas de baixa redundância, ou na ocorrência de EGs múltiplos e iterativos, ou caso ocorram em pontos de alavancamento (medidas que são altamente influentes dentro do processo de estimação, que tem a capacidade de atrair fortemente o resultado do estimador (Monticelli, 1999)).

Já o segundo grupo tem como proposta eliminar o efeito dos EGs durante o processo iterativo, não necessitando de nenhum pós-processamento, ou re-estimações sucessivas. Estas técnicas conseguem lidar com muitos casos de EGs múltiplos, ainda assim, estão sujeitas a pontos de alavancamento e EGs em medidas de baixa redundância. Outro contraponto à estas técnicas é a utilização de funções objetivo alternativas, que não se baseiam em critérios quadráticos, necessitando estratégias mais sofisticadas para sua minimização e ainda assim a divergência do processo iterativo é um problema mais comum nestas formulações.

Com isto, dada a simplicidade de formulação e implementação do estimador WLS, grande parte das aplicações atuais tratam de EGs a partir de técnicas de pós-processamento. Nesta subseção será exposta a formulação do teste do maior resíduo normalizado e do b-chapéu.

Ambas as técnicas requerem a obtenção da matriz de covariância dos resíduos (ou de elementos dessa matriz). Importa destacar que os resíduos do processo de estimação WLS podem ser correlacionados mesmo se os erros de medição forem variáveis aleatórias independentes (Abur; Exposito, 2004). Para obter esta matriz considere, inicialmente, o modelo de medição linearizado (baseado no desacoplamento $P - \theta$ $Q - V$)(Monticelli, 1999):

$$z_P = (H_{P\theta})\, x_\theta + e_P, \tag{2.15}$$

onde z_P é o vetor de medidas contendo apenas as potências ativas, x_θ é o vetor de variáveis de estado contendo apenas os ângulos, $H_{P\theta}$ é a matriz Jacobiana do modelo linear e e_P é o vetor de erro das medidas de potência ativa.

Note-se que diferente da equação (2.1) a Jacobiana não depende de "x_θ" pois se trata de um modelo linearizado do estimador. Assim, a função objetivo do estimador WLS $J(x_\theta)_{P\theta}$ linear é:

$$J(x_\theta)_{P\theta} = (z_P - H_{P\theta}x_\theta)^T W (z_P - H_{P\theta}x_\theta) \tag{2.16}$$

Aplicando as condições de otimalidade, têm-se que $\hat{x}_\theta$ que minimiza $J(x_\theta)$ é:

$$\hat{x}_\theta = \left(G_{P\theta}^{-1}\right)\left(H_{P\theta}^T\right) W\left(z_P\right), \tag{2.17}$$

onde $G_{P\theta}$ é a matriz ganho do modelo linear. Como o vetor de medidas estimadas $\hat{z}_P$ pode ser escrito como $\hat{z}_P = H_{P\theta}\hat{x}_\theta$, têm-se que:

$$\hat{z}_P = (H_{P\theta})\left(G_{P\theta}^{-1}\right)\left(H_{P\theta}^T\right) W\left(z_P\right) = K\left(z_P\right). \tag{2.18}$$

A matriz K é conhecida como matriz de projeção, matriz chapéu, ou matriz de sensibilidade dos valores estimados. Em posse desta matriz é possível inferir sobre a redundância local. Se o elemento da diagonal i desta matriz for muito maior que os elementos da linha i fora da diagonal, o valor estimado para medida i depende de forma muito significativa do valor da medida i (indicando baixa redundância local ou que a medida i é um ponto de alavancamento)(Abur; Exposito, 2004). Em posse da matriz K, pode-se escrever a equação dos resíduos ($r_P = z_P - \hat{z}_P$) como:

$$r_P = (I - K)\, e = Se, \tag{2.19}$$

onde I é uma matriz identidade de dimensão $m \times m$, S é a matriz de sensibilidade dos resíduos e representa a sensibilidade dos resíduos da estimação em relação aos erros de medição (Abur; Exposito, 2004). A partir dela é possível escrever a matriz de covariância dos resíduos como:

$$\Omega = SW^{-1}. \tag{2.20}$$

- **Teste do Maior Resíduo Normalizado**

  Este teste foi concebido inicialmente em (Schweppe; Rom, 1970) e baseia-se no fato que, embora os resíduos de estimação sejam correlacionados, eles ainda são variáveis aleatórias com distribuição normal de média zero e desvio padrão Ω_{ii}, que é o elemento da diagonal i da matriz Ω. Assim, para normalizar os resíduos de estimação e transformá-los em uma variável gaussiana padrão ($N(0,1)$), realiza-se:

  $$r_i^N = \frac{|r_i|}{\sqrt{\Omega_{ii}}}. \tag{2.21}$$

  Para detectar a presença de EGs, basta calcular os resíduos normalizados de todas as medidas. Seleciona-se então o maior dos resíduos normalizados, caso $r_{maior}^N > \gamma$, onde γ é um limiar pré-estabelecido (usualmente $\gamma = 3$ (Abur; Exposito, 2004)), considera-se que esta medida é portadora de EG.

  Assim, deve-se remover esta medida do conjunto, reiniciar o processo de estimação e efetuar o cálculo dos resíduos normalizados novamente. O processo termina apenas quando todos os r^N são menores do que o limiar pré-estabelecido.

- **Teste do b-chapéu**

  Proposto em (Monticelli; Garcia, 1983), baseia-se em estimar a magnitude do EG na medida considerada como suspeita. Utilizando-se da matriz S e da equação (2.19) o erro de cada medida i pode ser escrito como:

  $$e_i = \frac{r_i}{S_{ii}} = \sigma_i \frac{\sigma_i r_i}{\Omega_{ii}}. \tag{2.22}$$

  Dessa forma, o índice b-chapeu é:

  $$\hat{b}_i = \frac{\sigma_i r_i}{\Omega_{ii}} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{\Omega_{ii}}} r_i^N. \tag{2.23}$$

  Com isso, este teste é proposto da seguinte forma: calcula-se o $\hat{b}$ da medida com o maior resíduo normalizado, caso este valor seja maior do que um limiar pré-estabelecido, a medida é considerada como portadora de EG, devendo ser eliminada do conjunto e o processo de estimação re-iniciado. Em (Monticelli; Garcia, 1983) os autores escolhem o limiar 4 para a detecção de EG a partir da análise do $\hat{b}$.

2.2.3 Análise de Observabilidade

Analisar a observabilidade de um SEP consiste em verificar se é possível estimar todas as suas variáveis de estado através das medidas disponíveis. Em caso positivo, o sistema é dito observável como um todo e o processo de estimação de estado ocorre normalmente. Caso contrário, o sistema é não-observável como um todo e têm-se duas alternativas: identificar as ilhas observáveis, ou restaurar a observabilidade através de pseudo-medidas.

Identificar ilhas observáveis consiste em determinar as porções do sistema cujas variáveis de estado podem ser estimadas de forma independente através das medidas disponíveis naquelas porções da rede. Restaurar a observabilidade, por outro lado, consiste em determinar um conjunto de pseudo-medidas (histórico de medições e de dados de consumo, previsões de carga, etc.) necessárias para tornar o sistema observável como um todo.

Com base na formulação do estimador de estado WLS, em (Krumpholz; Clements; Davis, 1980) o conceito de observabilidade foi definido sobre três óticas diferentes:

- Observabilidade Topológica: "Um SEP é topologicamente observável, com relação a um conjunto de medidas, unicamente se existir uma árvore geradora observável (AGO) [1] do grafo da rede associado a esse SEP."
- Observabilidade Algébrica: "Um SEP é algebricamente observável com relação a um conjunto de medidas, se a correspondente matriz Jacobiana do estimador WLS tem posto igual ao número de variáveis de estado a serem estimadas."
- Observabilidade Numérica: "Um SEP é dito numericamente observável, com relação a um conjunto de medidas, se for possível fazer uma estimativa para o vetor de variáveis de estado, através da solução iterativa da equação normal, partindo do *flat-start* (valores iniciais de 1 p.u. e 0 radianos respectivamente para os módulos e ângulos de fase das tensões nodais)."

Importa destacar que o conceito de observabilidade numérica é mais geral e surgiu em função de os conceitos de observabilidade topológica e algébrica não garantirem a solução do sistema de equações (2.12) a partir do *flat-start*. Ou seja, para ser possível estimar todas as variáveis de estado via o estimador WLS, além de a correspondente

[1] Os nós e arestas do grafo de uma rede elétrica correspondem, respectivamente, às barras e aos ramos da rede elétrica (modelo barra/ramo). Árvore geradora de um grafo de rede é uma árvore de grafo abrangendo todos os nós do grafo da rede (ou todas as barras da rede elétrica). Uma árvore geradora é observável se for possível atribuir-se-lhe, a cada uma das suas arestas (ou a cada um dos ramos da rede elétrica correspondentes à essas arestas), pelo menos uma medida distinta.

matriz Jacobiana ter posto igual ao número de variáveis de estado a serem estimadas, o sistema de equação (2.12) tem que ser bem condicionado. Observe que o conceito de observabilidade numérica analisa a convergência do processo iterativo, tendo em vista as limitações computacionais relacionadas às operações de ponto flutuante (Massignan; Melo; London, 2020). De fato, caso um sistema seja numericamente observável, ele será topologicamente e algebricamente observável, contudo em alguns casos o contrário não é verdade.

Através dos anos foram desenvolvidos métodos para análise de observabilidade, que além de determinar se o sistema é observável ou não, são capazes de identificar as ilhas observáveis e/ou as pseudo-medidas necessárias para complementar o conjunto de medidas disponível. De uma forma geral estes métodos podem ser reunidos em dois grandes grupos: topológicos e numéricos.

Os métodos topológicos baseiam-se em analisar as relações entre as medidas disponíveis e o grafo da rede, formado pelos ramos como as "arestas" e as barras como os "vertices". Um SEP é considerado Topologicamente Observável se for possível encontrar, a partir das medidas disponíveis e o grafo da rede, uma AGO, ou Árvore Geradora de Posto Completo.

Esta AGO é gerada a partir de um processo de busca, onde caminha-se pelo grafo da rede, associando a cada aresta uma medida distinta. Para ser associada a uma aresta, a medida deve ser um fluxo no ramo que aquela aresta representa, ou uma medida de injeção em um dos terminais adjacentes àquele ramo (Krumpholz; Clements; Davis, 1980). A grande vantagem dos métodos topológicos reside em não necessitarem de cálculos numéricos, com isso seu veredito não é impactado por erros relacionados à aritmética de ponto flutuante. Entretanto, constituem uma busca exaustiva e por isso estão sujeitos a explosões combinatórias, o que acarreta alto custo computacional (Monticelli, 1999; Abur; Exposito, 2004).

A existência de solução do problema de estimação está intimamente conectada à capacidade de solucionar-se a equação normal do estimador (2.12). O que, por sua vez, depende da matriz Ganho (2.14) ser não-singular, isto é garantido caso seu posto seja completo (no contexto de estimação de estado, posto completo significa posto igual ao número de variáveis de estado a serem estimadas). Como a matriz de ponderação R_{σ}^{-1} é diagonal e não singular, a matriz Ganho terá posto completo se a matriz Jacobiana tiver posto igual ao número de variáveis a serem estimadas.

O posto de uma matriz está relacionado ao conceito de dependência linear entre suas linhas e colunas. Consequentemente, a grande maioria dos métodos numéricos se baseiam em investigar as relações de dependência linear dentro das matrizes concernentes ao processo de estimação, seja a matriz ganho (Monticelli; Murari; Wu, 1985; Bretas, 1996), ou a matriz Jacobiana (London; Alberto; Bretas, 2007; Göl; Abur, 2013; Castillo et

al., 2006). Existem ainda métodos que utilizam a matriz de Gram (obtida pelo produto da matriz Jacobiana por sua transposta) (Almeida; Asada; Garcia, 2008), que descreve o espaço das medidas, evidenciando as relações de redundância entre elas e indiretamente realizando um cálculo de posto da matriz Jacobiana. Estes métodos são vantajosos pois, além de utilizar rotinas matemáticas já empregadas na solução do estimador, não estão sujeitos a análises combinatórias, e por isso tem custo computacional mais baixo.

Vale ressaltar que estes métodos vão além de um simples cálculo de posto de matriz, pois permitem conhecer mais profundamente como se relaciona o plano de medição e o SEP em questão. Além disso, eles possibilitam identificar as pseudo-medidas necessárias para restaurar a observabilidade, ou encontrar as ilhas observáveis. No caso do método desenvolvido em (London; Alberto; Bretas, 2007), é possível também inferir sobre a redundância local das medidas.

2.2.3.1 Adoção do modelo linear da rede

Originalmente, os estimadores foram propostos para os sistemas de transmissão que são circuitos praticamente equilibrados, por isso aproxima-se a rede por seus equivalentes de sequência positiva (Schweppe; Rom, 1970). Como a maioria dos métodos de análise de observabilidade também foi concebida dentro deste contexto, eles usualmente também fazem esta aproximação.

Além disso, para facilitar a análise e torná-la mais eficiente do ponto de vista computacional, a maioria dos métodos utiliza modelos lineares da rede. Isto é feito a partir do desacoplamento $P - \theta$ e $Q - V$ (ou desacoplamento do modelo), em que são feitas aproximações para tornar o problema estruturalmente mais simples. Entretanto, em (Krumpholz; Clements; Davis, 1980) o autor observa que a rede deve obedecer alguns critérios para que a análise, a partir desta simplificação, seja válida: "linhas com alta relação X/R, pequena diferença entre ângulos de tensão através das linhas e magnitudes de tensão próximas do nominal".

Estes critérios são verdadeiros para o sistema de transmissão, entretanto muitos deles não são verdade para os SDs. Por isso, análises de observabilidade sobre estimadores voltados para estes circuitos devem adotar modelos não-lineares da rede. Além disso, dada a natureza desequilibrada e assimétrica das redes de distribuição a simplificação por circuitos de sequência não é possível, por consequência é necessário utilizar modelos trifásicos completos para representá-la.

2.2.3.2 Matriz $H\Delta$

Como mencionado anteriormente, a observabilidade de um sistema está diretamente ligada às relações de dependência linear das linhas da matriz Jacobiana do estimador WLS. Entretanto, estas relações não estão claras na estrutura original desta matriz. Nesse

sentido, o método da matriz $H\Delta$ consiste em realizar uma conveniente mudança de base, no espaço das variáveis de estado, a fim de facilitar a análise dessas relações de dependência linear (London; Alberto; Bretas, 2001).

O método em questão foi proposto a partir do modelo linear do estimador WLS (conhecido também como modelo $P\theta$, obtido a partir do modelo desacoplado) e consiste em obter uma mudança de base C, que transforme a matriz $H_{P\theta}$ na matriz $H\Delta$:

$$H_{P\theta} \xrightarrow{C} H\Delta = \left[\begin{array}{c:c} I_{n-1} & \begin{matrix} 0 \\ \vdots \end{matrix} \\ \hdashline R & 0 \end{array}\right], \tag{2.24}$$

onde I_{n-1} é uma matriz identidade de dimensão "$(n-1) \times (n-1)$" e "n" é o número de barras do sistema em análise ($n-1$ é então o número de ângulos de fase de tensão nodal a serem estimados). As medidas correspondentes às linhas da sub-matriz I_{n-1} são chamadas de medidas básicas (tendo em vista serem suficientes para garantirem a observabilidade do sistema). Já as medidas correspondentes às linhas da submatriz "R" são denominadas medidas suplementares, pelo fato de serem medidas redundantes, ou seja, que não são necessárias para observabilidade do sistema (London; Alberto; Bretas, 2007).

De forma mais específica, para transformar a matriz $H_{P\theta}$ na matriz $H\Delta$ basta realizar a fatoração completa da matriz $H_{P\theta}$, a partir de combinações lineares das colunas dessa matriz. É importante ressaltar que, caso apareçam pivôs nulos durante o processo de fatoração, podem ser realizadas permutações entre as linhas da matriz.

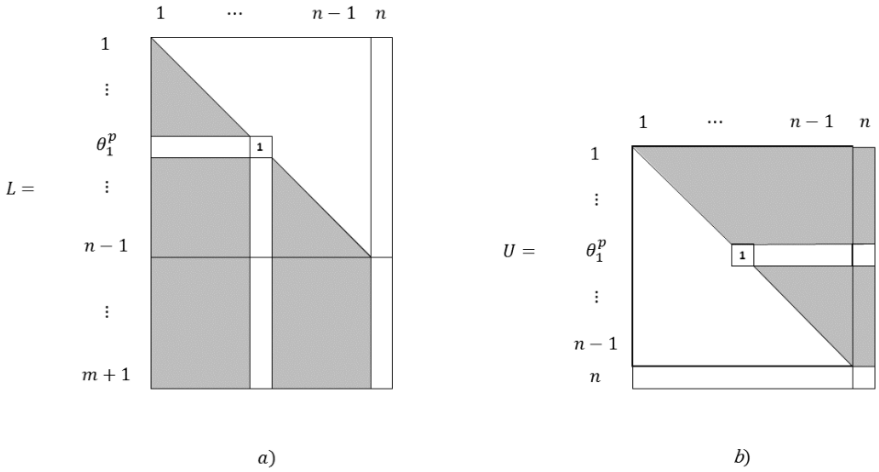
Caso o sistema seja observável como um todo, será possível obter a matriz $H\Delta$. Caso contrário, aparecerá um pivô nulo antes da coluna n e o método permite a restauração da observabilidade através de pseudo-medidas ou a identificação de ilhas observáveis.

Vale evidenciar que, a serventia da matriz $H\Delta$ se dá principalmente por possibilitar a identificação e atualização das características qualitativas de sistemas de medição. Para inferir sobre a observabilidade total do sistema, restaurá-la por meio de pseudo-medidas, ou identificar ilhas observáveis, é necessário apenas fatorar parcialmente a matriz $H_{P\theta}$, realizando apenas sua triangularização.

- **Restauração da Observabilidade**

  No caso de um sistema não-observável como um todo, encontrar-se-á um pivô nulo, antes da diagonal "n", durante o processo de fatoração da matriz $H_{P\theta}$, e na coluna deste pivô todos os demais elementos serão nulos, indicando que nenhuma das medidas fornece a informação sobre a variável de estado equivalente em questão (variável correspondente à coluna daquele pivô nulo).

Figura 1 – Decomposição LU da matriz Jacobiana de um sistema não observável: a) Matriz trapezoidal inferior L; b) Matriz triangular superior U



Fonte: Retirada de (Benedito; London; Bretas, 2009)

Com isso, para restaurar a observabilidade, busca-se, dentre um conjunto de pseudo-medidas disponíveis, uma que forneça a informação sobre a variável de estado equivalente não observável. Isto é feito da seguinte forma:

1. A equação da correspondente pseudo-medida candidata é adicionada a matriz $H_{P\theta}$ que está sendo fatorada, introduzindo mais uma linha à esta matriz;
2. Os fatores triangulares, armazenados durante a fatoração da matriz $H_{P\theta}$, são aplicados a nova linha;
3. Caso apareça, nessa nova linha após a aplicação dos fatores triangulares, um elemento não nulo na coluna referente ao pivô nulo, a correspondente pseudo-medida fornece a informação necessária para restaurar a observabilidade. Caso contrário, ela deverá ser descartada e a busca continua com as outras pseudo-medidas disponíveis.

- **Identificação de Ilhas Observáveis**

  A identificação de ilhas observáveis através do método da matriz $H\Delta$ foi apresentada em (Benedito; London; Bretas, 2009) e realiza esta tarefa através do conceito de caminhos de fatoração.

  Para identificar as ilhas observáveis insere-se uma nova linha, na matriz $H_{P\theta}$ que está sendo fatorada, com um elemento não nulo na coluna do pivô nulo e continua-se a fatoração. Tal procedimento equivale a inserir uma pseudo-medida crítica de ângulo, tornando o sistema "artificialmente observável", o que deve possibilitar a fatoração completa da matriz $H_{P\theta}$.

  A Figura 1 mostra a decomposição LU da matriz $H_{P\theta}$ de um sistema não observável como um todo, após a inserção da linha com o elemento não nulo na coluna cor-

respondente à variável de estado equivalente não-observável. As áreas sombreadas representam as posições onde podem haver elementos não nulos, já as áreas em branco são compostas apenas de elementos nulos. Note-se que tanto a linha quanto a coluna referentes ao pivô relacionado a pseudo-medida adicionada tem apenas elementos nulos. Isto mostra que existe "mais de um caminho de fatoração associado fatoração triangular dessa matriz" (Benedito; London; Bretas, 2009).

Identificados os caminhos de fatoração deve-se eliminar as medidas de injeção de potência que relacionam caminhos de fatoração distintos (Benedito; London; Bretas, 2009). De forma que toda vez que uma medida for eliminada, o processo deve ser re-iniciado, já que novos caminhos de fatoração e medidas relacionando caminhos distintos podem aparecer. Caso isso ocorra o processo se tornará iterativo.

A grande vantagem do método da matriz $H\Delta$ é que além de permitir a análise de observabilidade durante o processo de obtenção dessa matriz, ele também possibilita a análise da redundância das medidas disponíveis. Para isto é preciso entender alguns conceitos:

- Medida Crítica (MC): Medida que se removida de um sistema (ou ilha) observável torna esse sistema (ou ilha) não observável. Estas medidas possuem resíduo nulo, e se portadoras de EGs, estes serão indetectáveis.
- Conjunto Crítico de Medidas (CCMs): Conjunto de medidas não-críticas em que a remoção de uma torna as demais críticas. Estas medidas apresentam o mesmo resíduo normalizado e, dessa forma, caso uma delas seja portadora de EG, não será possível identificar qual delas é a espúria.
- Conjunto p-crítico: Um conjunto de "p" (onde p≥1) medidas, que se removidas ocasiona a perda de observabilidade. A remoção de "k" medidas, para "k<p", não ocasiona perda de observabilidade. (Obs: o conjunto "p-crítico" é um CCM contendo apenas se $p = 2$).
- Nível de Redundância Local: De acordo com o conceito de conjunto "p-crítico", a redundância local de uma medida será "p-1", sendo "p" o menor conjunto "p-crítico" que ela faz parte.

Para que o processo de estimação seja confiável é importante que haja redundância suficiente para que EGs sejam identificados. Além disso, é interessante que o plano de medições disponível seja resiliente a perda de medidas, em outras palavras, a perda de uma medida não deve tornar o sistema não-observável ou impossibilitar o processo de EG.

Com isso, é desejável que se conheça as características de redundância local do plano de medição e, caso necessário, deve-se fortalecê-lo através da instalação de mais

medidores para aumentar o nível de redundância das medidas evitando o aparecimento de MCs e CCMs. A partir da análise da matriz $H\Delta$ é possível conhecer estas características, já que as relações entre medidas e variáveis de estado equivalentes são mapeadas de forma direta em sua estrutura (London; Alberto; Bretas, 2007).

Na prática, caso a medida correspondente a linha "i" dê informação sobre a variável de estado equivalente referente à coluna "j", aparecerá, na matriz $H\Delta$, um elemento não nulo na posição "(i,j)". Caso apenas uma medida dê informação sobre uma variável de estado equivalente, aquela medida é uma MC. Caso apenas 2 medidas deem informação sobre uma variável de estado equivalente, aquelas medidas constituem um conjunto "2-crítico".

Dessa forma, o processo para determinar os CCMs se dá a partir do seguinte algoritmo, apresentado em (London; Alberto; Bretas, 2007):

1. A partir da matriz $H_{P\theta}$ construa a matriz $H\Delta$.
2. Identifique os conjuntos "2-críticos" e selecione aqueles que não possuem medida suplementar em comum. Eles constituem CCMs de duas medidas.
3. Dentre os conjuntos "2-críticos" identificados na etapa anterior, selecione os que possuam ao menos uma medida suplementar em comum, eles constituem um único CCM.
4. Caso exista alguma medida básica não crítica, não pertencente aos CCMs já identificados, elimine-a da matriz $H\Delta$. Obtenha novamente a matriz $H\Delta$ e analise as colunas desta matriz. As medidas que agora são identificadas como críticas constituem, com a medida eliminada, um CCM.

2.3 Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica

Historicamente, os SEPs se desenvolveram utilizando geração concentrada, onde usinas de grande capacidade geram a maioria da energia distante dos centros de consumo. Com isso, os circuitos de Transmissão têm o papel de interligá-los, transportando grandes quantidades de energia em elevados níveis de tensão, com o intuito de cumprir sua tarefa com poucas perdas. Todavia, dentro dos grandes centros de consumo existe uma grande diversidade de consumidores, com demandas e necessidades variadas.

Com isso, os SDs têm como finalidade receber, em suas subestações, a energia vinda da transmissão, abaixando os níveis de tensão para valores mais seguros, distribuindo-a para o consumidor final. Estes sistemas, por sua vez, se dividem em:

- Distribuição Primária

  Os sistemas de distribuição primária operam na maioria dos casos de forma radial e média tensão, usualmente entre 11,9 e 34,5kV. Esses circuitos tem como característica

possibilitar a transferência de blocos de carga para atendimento em condições de contingência ou para manutenção. Os consumidores presentes nesse nível possuem média demanda sendo constituídos de industrias, conjuntos comerciais, dentre outros.

- Distribuição Secundária

  O sistema de distribuição secundária opera na maioria dos casos de forma radial e são alimentados em baixa tensão, geralmente 220/127V ou 380/220V. Neste nível estão conectados os consumidores com a demanda mais baixa, como os residenciais, pequenos comércios e pequenas industrias.

Conforme supracitado, na maioria dos casos os circuitos dos SDs operam de forma radial, a partir da subestação de distribuição pelo "alimentador principal", que é a "espinha dorsal"(Short, 2003) da distribuição primária. A partir dele derivam diversos outros "alimentadores laterais (ou ramais)" por onde se divide a carga do circuito.

O alimentador principal é geralmente a 3 ou 4 fios, possuindo os condutores de maior seção. Já os laterais podem possuir 4, 3, 2 ou até 1 condutor, geralmente eles são conectados ao alimentador principal por "chaves-fusivel", ou em alguns casos disjuntores. Estes alimentadores tem em seu fim os transformadores de distribuição, que também possuem "chaves-fusivel", e a partir deles se inciam os circuitos de "distribuição secundária" em baixa tensão (Short, 2003).

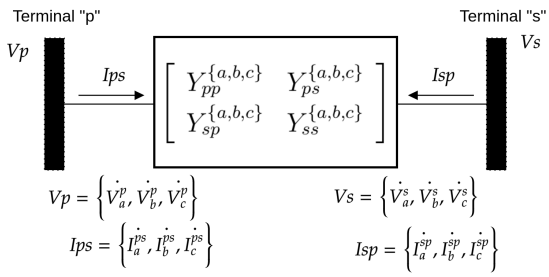
Em geral os SDs possuem uma diversidade de componentes muito grande, como: bancos de capacitores, reguladores de tensão, transformadores com conexões distintas, linhas aéreas não-transpostas e linhas-subterrâneas. Além disso, visto que em um mesmo circuito cada alimentador lateral pode operar em faixas de potência distintas, em uma mesma rede co-existem equipamentos com parâmetros muito diferentes. Dessa forma, um dos grandes desafios ao trabalhar com SDs é encontrar uma metodologia para representar com precisão toda a sua diversidade.

2.3.1 Modelagem de Sistemas de Distribuição

Para facilitar a implementação do estimador trifásico e a inclusão dos diversos componentes dos SDs, utilizou-se neste trabalho a abordagem dos quadripolos. Esta metodologia busca criar modelos matriciais genéricos para representar os circuitos lineares que descrevem a maioria dos componentes das redes de distribuição.

A Figura 2 mostra a representação genérica de um elemento da rede por meio de um quadripolo. Estes modelos buscam representar como se dão as relações entre tensão e corrente nos terminais "p" e "s" por meio de matrizes admitância. Conhecendo estas relações é possível obter equacionamentos genéricos para as grandezas que compõe o vetor h (usualmente injeções e fluxos de potência ativa e reativa) e as derivadas parciais que formam a matriz Jacobiana.

Figura 2 – Representação de um elemento trifásico genérico na forma de quadripolo



Elaborada pelo autor

As relações entre tensões e correntes no quadripolo podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{ps}^{3\phi} \\ \dot{I}_{sp}^{3\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{pp}^{\{a,b,c\}} & Y_{ps}^{\{a,b,c\}} \\ Y_{sp}^{\{a,b,c\}} & Y_{ss}^{\{a,b,c\}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_p^{3\phi} \\ \dot{V}_s^{3\phi} \end{bmatrix}, \tag{2.25}$$

onde $\dot{V}_p^{3\phi}$ e $\dot{V}_s^{3\phi}$ são respectivamente os vetores das tensões complexas por fase em cada um dos terminais do quadripolo “p” e “s”. Os vetores representando as correntes nos terminais do quadripolo são $\dot{I}_{ps}^{3\phi}$ e $\dot{I}_{ps}^{3\phi}$, no sentido indicado na Figura 2. As submatrizes admitância, cujos parâmetros descrevem cada um dos equipamentos dos circuitos de distribuição, são: $Y_{pp}^{\{a,b,c\}}$, $Y_{ps}^{\{a,b,c\}}$,$Y_{sp}^{\{a,b,c\}}$ e $Y_{ss}^{\{a,b,c\}}$.

A partir destas equações é possível descrever os fluxos de potência em cada um dos terminais:

$$\begin{aligned} S_{ps}^{3\phi *} &= \dot{V}_p^{3\phi *} \cdot \dot{I}_{ps}^{3\phi} \\ S_{sp}^{3\phi *} &= \dot{V}_s^{3\phi *} \cdot \dot{I}_{sp}^{3\phi} \end{aligned}, \tag{2.26}$$

onde: $S_{ps}^{3\phi}$ é o vetor com os fluxos de potência complexa do terminal “p” para o “s” por fase; $S_{sp}^{3\phi}$ é o vetor com os fluxos de potência no sentido contrário; e * é o conjugado complexo de cada elemento do vetor. Utilizando das relações expostas em (2.25), a equação (2.26) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} S_{ps}^{3\phi *} &= \dot{V}_p^{3\phi *} \odot \left(\dot{V}_p^{3\phi} Y_{pp} + \dot{V}_s^{3\phi} Y_{ps}\right) \\ S_{sp}^{3\phi *} &= \dot{V}_s^{3\phi *} \odot \left(\dot{V}_p^{3\phi} Y_{sp} + \dot{V}_s^{3\phi} Y_{ss}\right) \end{aligned}, \tag{2.27}$$

onde $\odot$ é o produto elemento-a-elemento, ou produto de Hadamard. A equação pode ser re-escrita, por fase, em função de cada um dos elementos que formam matrizes e dos vetores, na forma de um somatório:

$$\begin{aligned} S_{ps}^{j*} &= \dot{V}_p^{j*} \sum_{i \epsilon \Omega} \left(\dot{Y}_{ji}^{pp} \dot{V}_p^i + Y_{ji}^{ps} \dot{V}_s^i\right) \\ S_{sp}^{j*} &= \dot{V}_s^{j*} \sum_{i \epsilon \Omega} \left(\dot{Y}_{ji}^{sp} \dot{V}_p^i + Y_{ji}^{ss} \dot{V}_s^i\right) \end{aligned}, \tag{2.28}$$

em que j denota uma fase qualquer, e $\Omega = \{a, b, c\}$. Os fluxos de potência podem ser separados em parte real e complexa:

$$\begin{aligned}
P_{ps}^{j} &= V_p^j \sum_{i \in \Omega} V_p^i \left(G_{ji}^{pp} \cos\theta_{ji}^{pp} + B_{ji}^{pp} \sin\theta_{ji}^{pp} \right) + V_p^j \sum_{i \in \Omega} V_s^i \left(G_{ji}^{ps} \cos\theta_{ji}^{ps} + B_{ji}^{ps} \sin\theta_{ji}^{ps} \right) \\
P_{sp}^{j} &= V_s^j \sum_{i \in \Omega} V_s^i \left(G_{ji}^{ss} \cos\theta_{ji}^{ss} + B_{ji}^{ss} \sin\theta_{ji}^{ss} \right) + V_s^a \sum_{i \in \Omega} V_p^i \left(G_{ji}^{sp} \cos\theta_{ji}^{sp} + B_{ji}^{sp} \sin\theta_{ji}^{sp} \right) \\
Q_{ps}^{j} &= -V_p^j \sum_{i \in \Omega} V_p^i \left(B_{ji}^{pp} \cos\theta_{ji}^{pp} - G_{ji}^{pp} \sin\theta_{ji}^{pp} \right) - V_p^j \sum_{i \in \Omega} V_s^i \left(B_{ji}^{ps} \cos\theta_{ji}^{ps} - G_{ji}^{ps} \sin\theta_{ji}^{ps} \right) \\
Q_{sp}^{j} &= -V_s^j \sum_{i \in \Omega} V_s^i \left(B_{ji}^{ss} \cos\theta_{ji}^{ss} - G_{ai}^{ss} \sin\theta_{ji}^{ss} \right) - V_s^j \sum_{i \in \Omega} V_p^i \left(B_{ji}^{sp} \cos\theta_{ji}^{sp} - G_{ji}^{sp} \sin\theta_{ji}^{sp} \right)
\end{aligned} , \tag{2.29}$$

onde G e B são a condutância e a suceptância que compõe cada uma das submatrizes admitância que formam o quadripolo (2.25) ($Y = G + jB$), θ_{ji}^{xy} é a diferença angular formada pelos ângulos $\theta_j^x - \theta_i^y$, em que x e y se referem a cada um dos terminais p ou s do quadripolo.

Note-se que de posse das equações generalizadas de fluxo em quadripolo é possível obter também as injeções de potência nas barras, visto que estas são o somatório dos fluxos incidentes na barra. Com isso é possível formar todas as equações que compõe o vetor h. Ressalta-se, que o intuito de escrever as equações na forma de somatórios é facilitar a implementação, já que cada uma delas pode ser facilmente escrita como um laço de repetição.

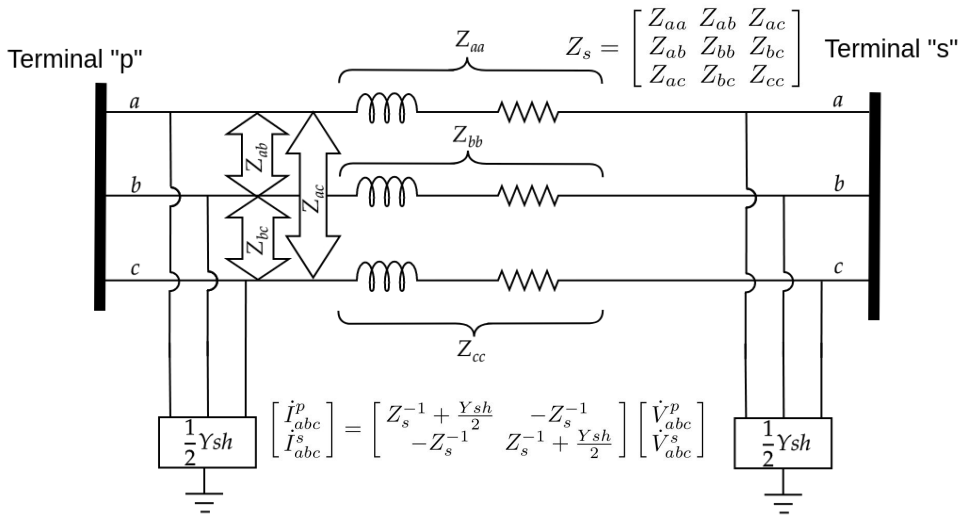
De posse das equações de fluxo, basta derivá-las em relação às variáveis de estado para obter as equações genéricas que irão compor a matriz Jacobiana. Estas podem ser encontradas no Apêndice A. Dessa forma, a partir destas equações genéricas a tarefa de inserir os diversos elementos dos SDs no EE é simplificada, já que para isso basta modelar a matriz admitância do quadripolo.

2.3.1.1 Modelos de Linhas Aéreas e Subterrâneas

Os alimentadores em circuitos de distribuição são geralmente aéreos e não transpostos, dispostos em postes de concreto ou madeira tratada, também existem também os casos onde são subterrâneos (Kagan, 2008). Podem haver 3 ou 4 condutores, dependendo da presença do neutro, sendo possível também derivações monofásicas ou bifásicas, nestes casos são naturalmente uma fonte de assimetria para o sistema.

Além disso, na maioria dos casos as linhas de distribuição são não transpostas, com isso o acoplamento magnético entre os condutores de cada uma das fases dá origem a impedâncias mútuas distintas. Isto leva à matriz de impedâncias Z_{abc}, dos condutores, ser cheia e corrobora à assimetria dos SDs. Nestas redes, estes componentes podem ocorrer em diversas configurações de geometria, neste trabalho utilizou-se das equações de Carson (Kersting; Shirek, 2012) para calcular a matriz impedância representante destes elementos.

Figura 3 – Modelagem de uma linha trifásica de 3 fios através de quadripolos



Elaborada Pelo Autor

Caso a linha possua o condutor neutro, então a matriz impedância obtida a partir das equações de Carson será 4x4. Entretanto, para simplificar a modelagem computacional, esta matriz é reduzida a partir do método de Kron (Kersting; Shirek, 2012). A Figura 3 mostra o processo de obtenção do quadripolo de uma linha de distribuição genérica com 3 condutores.

2.3.1.2 Modelos de Transformadores

Nos SDs, os transformadores geralmente estão entre a subestação de distribuição e a rede primária, e entre ela e a secundária. São em geral transformadores abaixadores trifásicos, podendo ser compostos por associação de blocos monofásicos, ou com os enrolamentos no mesmo núcleo.

Para simplificar a modelagem, neste trabalho, os transformadores trifásicos serão considerados como a associação de blocos monofásicos em que os parâmetros de suas fases são completamente simétricos, semelhante ao proposto em (Chen et al., 1991b). A matriz impedância trifásica do transformador é obtida da seguinte maneira:

$$Y_T = \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{ps} \\ Y_{sp} & Y_{ss} \end{bmatrix}_{6x6}, \tag{2.30}$$

sendo as submatrizes Ypp e Yss formadas pelas admitâncias próprias do primário e do secundário, respectivamente, e as submatrizes Yps e Ysp formadas, respectivamente, pelas impedâncias mútuas do primário e do secundário. Os seus valores podem ser obtidos a partir da Tabela 1, onde Y_I, Y_{II} e Y_{III} são:

Primário	Secundário	Ypp	Yss	Yps	Ysp
Yg	Yg	Y_I/a^2	Y_I/b^2	$-Y_I/a.b$	$Y_I/a.b$
Yg	Y	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$-Y_{II}/a.b$	$Y_{II}/a.b$
Yg	$\triangle$	Y_I/a^2	Y_{II}/b^2	$Y_{III}/a.b$	$Y^t_{III}/a.b$
Y	Y	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$-Y_{II}/a.b$	$Y_{II}/a.b$
Y	Yg	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$-Y_{II}/a.b$	$Y_{II}/a.b$
Y	$\triangle$	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$Y_{III}/a.b$	$Y^t_{III}/a.b$
$\triangle$	Yg	Y_{II}/a^2	Y_I/b^2	$Y^t_{III}/a.b$	$Y_{III}/a.b$
$\triangle$	Y	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$Y^t_{III}/a.b$	$Y_{III}/a.b$
$\triangle$	$\triangle$	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$-Y_{II}/a.b$	$Y_{II}/a.b$

Tabela 1 – Elementos da matriz admitância de um transformador trifásico de acordo com o seu tipo de ligação. Os parâmetros a e b são os valores dos taps fora do valor nominal dos transformadores no primário e no secundário, respectivamente.

$$Y_I = \begin{bmatrix} yt & 0 & 0 \\ 0 & yt & 0 \\ 0 & 0 & yt \end{bmatrix}; \quad Y_{II} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2yt & -yt & -yt \\ -yt & 2yt & -yt \\ -yt & -yt & 2yt \end{bmatrix}; \quad Y_{III} = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} -yt & yt & 0 \\ 0 & -yt & yt \\ yt & 0 & -yt \end{bmatrix}, \tag{2.31}$$

sendo yt a admitância em p.u. do transformador.

Uma grande dificuldade relacionada aos modelos trifásicos de transformadores é que, caso um de seus lados (primário ou secundário) não possua conexão com a terra, o posto das submatrizes atribuídas a este elemento não será completo. Por consequência, o sistema possível (2.25) torna-se indeterminado. No caso da Tabela 1, nota-se que sempre que aparecem associadas as conexões Delta (D), ou Estrela Não-Aterrada (Y), serão associadas ao quadripolo as submatrizes Y_{II} e Y_{III}, que são singulares.

Neste trabalho utiliza-se uma solução semelhante à encontrada em (Xiao; Yu; Yan, 2006). Esta solução é implementada para o fluxo de varredura, que depende da inversão direta destas submatrizes. Contudo, em algoritmos que utilizam o método de Newton-Raphson, estas submatrizes de posto incompleto também ocasionam divergência.

Em (Xiao; Yu; Yan, 2006) os autores mostram que a "não determinação" do problema está relacionada às tensões de sequência zero. As de sequência positiva e negativa podem ser determinadas univocamente. Para ilustrar, reescreve-se a equação 2.25 como:

$$Y_{sp}^{\{a,b,c\}}\dot{V}_p^{3\phi} = \dot{I}_{sp}^{3\phi} - Y_{ss}^{\{a,b,c\}}\dot{V}_s^{3\phi} \tag{2.32}$$

Agora, separa-se $\dot{V}_p$ em componentes de sequência $\dot{V}_p^{3\phi}$:

$$\dot{V}_p^{3\phi} = \dot{V}_{0_p}^{3\phi} + \dot{V}_{1_p}^{3\phi} + \dot{V}_{2_p}^{3\phi}, \tag{2.33}$$

onde, $\dot{V}_{0_p}^{3\phi}$, $\dot{V}_{1_p}^{3\phi}$ e $\dot{V}_{2_p}^{3\phi}$ são os vetores das tensões de sequência zero, positiva, e negativa respectivamente. Substituindo em (2.32), a equação se torna:

$$Y_{sp}^{\{a,b,c\}}(\dot{V}_{0_p}^{3\phi} + \dot{V}_{1_p}^{3\phi} + \dot{V}_{2_p}^{3\phi}) = \dot{I}_{sp}^{3\phi} - Y_{ss}^{\{a,b,c\}}\dot{V}_s^{3\phi}. \tag{2.34}$$

Note que, como todos os elementos de $\dot{V}_{0_p}^{3\phi}$ são iguais, têm-se que (Xiao; Yu; Yan, 2006):

$$Y_{II}\dot{V}_{0_p}^{3\phi} = Y_{III}\dot{V}_{0_p}^{3\phi} = 0. \tag{2.35}$$

A partir da Tabela 1 é possível concluir que a única conexão onde Y_{ps} e Y_{sp} não são iguais a Y_{II} ou Y_{III} é a Estrela-Aterrado, Estrela-Aterrado (Yg-Yg). Na prática, estas demonstrações mostram que o problema da indeterminação está relacionado com a sequência zero. Além disso, desconsiderar seu efeito não deve afetar profundamente as outras grandezas relacionadas à tensão neste terminal. Com isto, neste trabalho utiliza-se modelos aproximados que desconsideram seu efeito. Inicialmente, considere a seguinte equação:

$$\dot{V}_a + \dot{V}_b + \dot{V}_c = 0. \tag{2.36}$$

Ela é verdadeira caso o valor das tensões de sequência zero seja nulo. Se uma destas matrizes singulares aparecer do lado "p" do transformador, reescreve-se a equação (2.36) na forma matricial como:

$$0 = [1\,1\,1] \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_p^a \\ \dot{V}_p^b \\ \dot{V}_p^c \end{bmatrix}, \tag{2.37}$$

considere que o vetor unitário $[1\,1\,1]$ seja v. Logo (2.25) pode ser expandida como:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{ps}^{3\phi} \\ \dot{I}_{sp}^{3\phi} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{pp}^{\{a,b,c\}} & Y_{ps}^{\{a,b,c\}} \\ Y_{sp}^{\{a,b,c\}} & Y_{ss}^{\{a,b,c\}} \\ v & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_p^{3\phi} \\ \dot{V}_s^{3\phi} \end{bmatrix}. \tag{2.38}$$

Consequentemente, a linha que é adicionada ao sistema pode ser combinada a qualquer outra com o intuito de complementar o posto destas submatrizes, tornando o sistema possível e determinado.

2.3.1.3 Modelos de Reguladores de Tensão

Os reguladores de tensão são componentes responsáveis por manter, dentro de uma faixa desejável, as magnitudes de tensão nas barras a jusante dele. Estes equipamentos podem estar sujeitos a diversas estratégias de controle, o que modificará sensivelmente suas características, mas em geral podem ser representados como autotransformadores

com relação de transformação $1/t$ (Baran Junior, 2013), sendo que t é a fração entre as magnitudes de tensão da entrada e da saída, em que as submatrizes de seu quadripolo são:

$$
\begin{aligned}
Y_{pp} &= \begin{bmatrix} \left(t_{ps}^{a}\right)^{2} y_{ps}^{a} & 0 & 0 \\ 0 & \left(t_{ps}^{b}\right)^{2} y_{ps}^{b} & 0 \\ 0 & 0 & \left(t_{ps}^{c}\right)^{2} y_{ps}^{c} \end{bmatrix}, \\
Y_{ss} &= \begin{bmatrix} y_{ps}^{a} & 0 & 0 \\ 0 & y_{ps}^{b} & 0 \\ 0 & 0 & y_{ps}^{c} \end{bmatrix}, \\
Y_{sp} = Y_{ps} &= \begin{bmatrix} -t_{ps}^{a} y_{ps}^{a} & 0 & 0 \\ 0 & -t_{ps}^{b} y_{ps}^{b} & 0 \\ 0 & 0 & -t_{ps}^{c} y_{ps}^{c} \end{bmatrix},
\end{aligned}
\tag{2.39}
$$

onde y_{ps}^{i} é a impedância da fase i do regulador e t^{i} a relação de transformação da fase i.

2.3.1.4 Modelos de Bancos de Capacitores

Esses dispositivos são responsáveis por prover energia reativa aos SDs, para melhorar o perfil de tensão dos alimentadores ou reduzir o fator de potência, e, por consequência, as perdas por efeito Joule nos condutores. Estes elementos são, usualmente, conectados entre a terra e uma barra e são caracterizados a partir da seguinte expressão:

$$
\left(\dot{I}_{p}\right) = \left(Y_{pp}\right) \cdot \left(\dot{V}_{p}\right). \tag{2.40}
$$

A submatriz Y_{pp} depende da conexão do banco, as comuns são estrela aterrado (Yg), Y e D. Em (Vieira, 1999) está a base para o processo de modelagem de bancos de capacitores trifásicos.

No caso da conexão Estrela aterrado a submatriz Y_{pp} é:

$$
Y_{pp} = b^{sh} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{2.41}
$$

no caso das conexões Estrela-Não Aterrado e Delta:

$$
Y_{pp} = \frac{b^{sh}}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}, \tag{2.42}
$$

onde b^{sh} é:

$$b^{sh} = \frac{MVAr_{nom}^{3\phi}}{VL_{nom}^{2}}, \tag{2.43}$$

em que $MVAr_{nom}^{3\phi}$ é a potência reativa nominal trifásica do banco de capacitores quando operando em tensão de linha nominal(VL_{nom}).

2.3.1.5 Modelagem de Cargas e Geração Distribuída

Nos SDs existem diversos tipos de cargas que podem ser conectadas tanto na rede primária quanto na rede secundária dependendo do tipo de consumidor que representam e de sua demanda (Kagan, 2008). Sua conexão com a rede pode ocorrer de diversas formas, trifásica a 3 ou 4 fios, ou até monofásica entre duas fases, ou entre uma fase e o neutro, neste caso este componente se torna uma fonte de desequilíbrio para o circuito.

Em geral as cargas são consideradas para o processo de estimação estática de estado como injeções de potência ativa e reativa constantes nas barras do sistema. Já que os circuitos de distribuição são desequilibrados, elas são consideradas individualmente em cada uma das fases.

Atualmente é crescente a inserção de GD, principalmente dentro dos circuitos de distribuição, o que tem alterado sensivelmente seu comportamento. Sabe-se que estes equipamentos podem estar conectados tanto em média tensão, quanto em baixa tensão, sendo que nestes casos podem estar conectadas entre duas fases, ou entre a fase e o neutro, contribuindo para o desbalanço total do circuito.

Além disso, estas tecnologias possuem estratégias de controle sofisticadas e a informação sobre seu funcionamento, se integrada aos centros de operação, pode ser relevante para funções como a otimização do fluxo de potência (Majdoub et al., 2018). Destaca-se que trabalhos recentes da literatura estão inserir estas informações dentro de algoritmos de EE (Fang et al., 2020; Sarić; Ranković, 2012), para melhorar a representatividade da rede na presença de GDs.

Contudo, muitas das vezes a informação sobre o controle destes equipamentos não está disponível às operadoras e a prática usual é considerar a GD como medidas de injeção por fase. Ressalta-se que caso elas não sejam monitoradas em tempo real, é possível utilizar estratégias de pré-processamento (Massignan, 2016) que proverão valores adequados para considerá-las como pseudo-medidas de injeção .

2.4 O Processo de Estimação de Estado em SDs

2.4.1 Desafios da Estimação de Estado para SDs

Inicialmente, é importante relembrar que, como os SDs são circuitos desequilibrados e assimétricos com condutores não transpostos, é preciso modelos trifásicos para representar estas redes (Chen et al., 1991a; Baran; Kelley, 1994; Almeida; ASADA; GARCIA, 2006).

Portanto, caso uma barra seja composta pelas três fases, ela terá seis variáveis de estado (três magnitudes e três ângulos de fase de tensão), diferente dos EE de sequência positiva, que para cada barra existe apenas duas variáveis. Isto, aliado à grande extensão dos circuitos de distribuição, aumenta a dimensão dos vetores e matrizes que compõe as equações do estimador. Tendo em vista que os EE são ferramentas para operação em tempo real, obter algoritmos que retratem estes sistemas adequadamente e que ainda consigam prover a resposta rápido o suficiente é desafiador (Lu; Teng; Liu, 1995; Baran; Kelley, 1995).

Desde a década de 90, quando o interesse em aplicar EE às redes de Distribuição se iniciou, a baixa disponibilidade de medidas em tempo real sempre foi um empecilho (Baran; Kelley, 1994). Por que, torna o processo dependente de pseudo-medidas de carga para tornar a rede observável como um todo. Como elas são previsões estatísticas, menos precisas que medidas obtidas em tempo real, isto pode comprometer a qualidade do estado estimado. Além disso, não é comum que haja redundância local suficiente para processamento (detecção e identificação) de EGs.

Contudo, com as inciativas em torno das redes inteligentes e o aumento da nível de automação dos alimentadores, a disponibilidade de medidas em tempo real é cada vez maior (Primadianto; Lu, 2017). Há um grande interesse das concessionárias em instalar medidores inteligentes nos consumidores, estes equipamentos devem ser capazes de enviar dados em tempo real para os centros de operação. Outro novo tipo de equipamento para medição, que no futuro deve estar presente em grande parte dos SDs, são as Unidades de Medição Fasorial (PMUs do inglês, *Phasor Measurement Units*), que fornecem a medida direta e precisa de fasores de tensão e corrente (móduo e ângulo). Além disso, é crescente a presença de dispositivos como relés microprocessados, inversores inteligentes e reguladores de tensão automatizados, que têm a capacidade de comunicação em tempo real.

Outra grande dificuldade para aplicação do EE WLS em SDs é o mau condicionamento numérico dos sistemas de equações. Isto pode ocasionar baixa taxa de convergência, tornar o resultado impreciso, ou até fazer com que o processo iterativo divirja.

Um dos fatores que contribui para que o condicionamento numérico se deteriore é o uso de medidas de naturezas distintas. Como nos SDs o número de medidas em tempo real, em geral, não é suficiente para viabilizar a estimação de estado, há necessidade de mesclar medidas de diferentes tipos para garantir a observabilidade global. Estas medidas possuem precisões muito distintas o que acarreta mau condicionamento (Gu et al., 1983).

A seguir são listadas as principais medidas usadas em EE para SDs, com considerações sobre sua precisão:

- **Medidas SCADA:** Medidas obtidas em tempo real não sincronizadas que usualmente são de fluxo de potência, magnitude de tensão, corrente e injeção de potência.

Esses tipos de medidas, geralmente, estão presentes apenas na subestação de distribuição, ou em alguns equipamentos pontuais do sistema como: reguladores de tensão, chaves ou transformadores. Essas medidas têm precisão razoável.

- **Medidas fasoriais sincronizadas fornecidas por PMUs**: São medidas sincronizadas via GPS, possibilitando medir-se o ângulo de fase de tensão e corrente, além de outras grandezas elétricas. São medidas com alta precisão.

- **Medidas Virtuais:** Utilizadas para complementar o sistema de medição. São injeções de potência nulas nas barras onde não existem carga ou geração. Dessa forma, são informações exatas.

- **Medidas provenientes de medidores inteligentes:** Estes medidores são uma tendência no setor e deverão substituir os medidores de energia tradicionais. No contexto de estimação de estado a grande vantagem desses equipamentos é a possibilidade de se enviar medidas em tempo real, com boa precisão, para os centros de monitoramento.

- **Pseudo-medidas:** Devido a baixa disponibilidade de medidas em tempo real nos SDs, para prover o nível de medidas necessário para execução do processo de estimação, são utilizadas previsões de consumo baseadas em curvas típicas de carga e dados históricos. Através dos anos diversos estudos foram realizados para encontrar melhores formas de fazer essas previsões. Ainda assim, elas têm precisão menor do que as medidas obtidas em tempo real.

Outro fator associado ao mau condicionamento é a presença de equipamentos com parâmetros de ordens de grandeza distintas (Monticelli; Murari; Wu, 1985). No caso dos SDs, é comum co-existir em um mesmo circuito, equipamentos que trabalham em faixas de potência distintas, possuindo parâmetros muito diferentes, e isto pode ser uma fonte de mau condicionamento. Além disso, fatores como a assimetria do sistema, a natureza radial ou fracamente malhado da rede elétrica e a baixa relação X/R dos equipamentos, são listados como causas de divergência em estimadores trifásicos para SDs (Whei-Min Lin; Jen-Hao Teng, 1995).

2.4.2 Estimadores Desenvolvidos Para SDs

Face ao exposto na subseção anterior, através dos anos foram propostos estimadores específicos para SDs. Estes algoritmos têm como objetivo superar o mau condicionamento intrínseco das matrizes envolvidas no processo de estimação WLS, com a eficiência computacional necessária.

- **Estimador baseado na matriz admitância**

Este estimador, proposto em (Lu; Teng; Liu, 1995), utiliza as tensões complexas na forma retangular como variáveis de estado. As medidas de potência e magnitude de tensão que compõe o vetor z são convertidas, a cada iteração, para correntes equivalentes complexas e tensões equivalentes complexas respectivamente. Dessa forma, o modelo de medições resulta em uma matriz Jacobiana H composta apenas pelas condutâncias, suceptâncias e elementos unitários, sendo constante através do processo de estimação. Com isso, diferente do estimador WLS tradicional, ela não necessita de ser atualizada a cada iteração e a fatoração utilizada para a solução da equação normal do estimador pode ser realizada apenas uma vez, o que aumenta sua eficiência computacional. A equação (2.44) mostra o modelo de medição utilizado, evidenciando as variáveis de estado:

$$\begin{gathered} z = Hx + e, \\ x = [v_i^{real}, v_i^{imag}], \\ v_i^{real} = |v_i| \cos\theta_i \ ; \ v_i^{imag} = |v_i| \sin\theta_i. \end{gathered} \tag{2.44}$$

A equação para conversão de medida de potência injetada em medida de corrente equivalente utilizada no vetor z é:

$$I_k = \frac{[P_k^{med} + jQ_k^{med}]^*}{v_k^{it}}, \tag{2.45}$$

onde o subíndice k indica a barra do sistema, o subíndice I_k é a corrente na barra k, P_k^{med} e Q_k^{med} são respectivamente as potências ativa e reativa medidas na barra e v_k^{it} é o valor atual da variável de estado na iteração it. O processo para obtenção dos fluxos de corrente é semelhante, a única diferença está no denominador, onde utiliza-se os fluxos P_{km}^{med} e Q_{km}^{med} que são de uma barra para a outra do sistema. A função para conversão de medida de magnitude de tensão para compor o vetor z é:

$$v_k = |v_k^{med}| \frac{v_k^{it}}{|v_k^{it}|}, \tag{2.46}$$

onde, $|v_k^{med}|$ é a magnitude de tensão medida na barra, v_k^{it} é o valor atual da variável de estado na iteração it.

- **Estimador baseado na corrente do ramo**

O estimador baseado na corrente do ramo proposto em (Baran; Kelley, 1995) utiliza as correntes no ramo como variáveis de estado. Isso pode ser feito, já que ao conhecê-las é possível determinar as tensões nodais e as demais variáveis elétricas do sistema. Semelhante ao que foi feito no método anterior, ele utiliza um vetor z composto por medidas de correntes e tensões equivalentes que devem ser calculadas a cada iteração. Novamente, a matriz Jacobiana se torna constante, porém grande parte de seus

elementos são unitários. O método apresenta, então, maior eficiência computacional e robustez numérica. O modelo de medição para este estimador é:

$$\begin{aligned} z &= Hx + e, \\ x &= [v_{ref}^{real}, i_k^{real}, v_{ref}^{imag}, i_k^{imag}], \end{aligned} \tag{2.47}$$

sendo v_{ref}^{real} e v_{ref}^{imag} respectivamente as partes real e imaginária das tensões complexas na barra de referência, i_k^{real} e i_k^{imag} são as partes reais e imaginárias das correntes no ramo k. O procedimento para obtenção das medidas equivalentes que compõe o vetor z é semelhante ao descrito nas equações (2.45) e (2.46). Para a obtenção das tensões nos barramentos a cada iteração, aproveitando a característica radial dos sistemas de distribuição, utiliza-se de uma varredura direta a cada iteração.

- **O estimador tradicional na formulação ortogonal**

  O trabalho recente realizado pelo grupo de pesquisa do LACOSEP, apresentado em (Hebling et al., 2020), faz uso do estimador de estado tradicional WLS, utilizando as tensões nodais como variáveis de estado, que foi aplicado com sucesso para SDs de grande porte. O mau condicionamento numérico foi superado com a utilização de métodos ortogonais para a solução da equação normal do estimador. A eficiência computacional do estimador foi garantida a partir de rotinas especiais para lidar com sistemas numéricos esparsos. O processo para obter a solução da equação (2.12) realiza-se a partir da fatoração QR, da seguinte forma:

$$W^{1/2}H(x^k) = Q^T R, \tag{2.48}$$

  onde $W = R_\sigma^{-1}$. Então (2.12) pode ser rescrito como:

$$[R^T Q Q^T R]\Delta x^k = R^T Q W^{1/2}[z - h(x^k)]. \tag{2.49}$$

  Como Q é ortogonal, QQ^T é uma matriz identidade. Então (2.49) se torna:

$$R\Delta x^k = QW^{1/2}[z - h(x^k)]. \tag{2.50}$$

2.5 Considerações Finais

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica necessária para entender o problema tratado nesta dissertação. Para isso foram apresentados os aspectos gerais do processo de estimação de estado em SEP. Buscou-se também explicar as principais características dos SDs, destacando as técnicas de modelagem para estes circuitos dentro do contexto de análise estática. A partir disso, apresentou-se as dificuldades gerais enfrentadas ao aplicar EE em SDs.

O próximo capítulo buscará explicar mais profundamente a questão da representação da barra de referência em estimadores trifásicos. Nele explicar-se-á as principais formulações já presentes na literatura sobre este tema e as que são propostas neste trabalho de mestrado.

3 TRATAMENTO PROPOSTO PARA REFERÊNCIA ANGULAR NO PROCESSO DE ESTIMAÇÃO DE ESTADO TRIFÁSICA EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

3.1 Introdução

Como já mencionado anteriormente, o tratamento da referência angular em estimadores trifásicos ainda é um tema não muito explorado na literatura. Com isto, na seção 3.2 deste capítulo busca-se descrevê-lo, inicialmente, abordando o papel da referência dentro do processo de estimação trifásica. Em seguida, na seção 3.3, são apresentadas algumas das propostas presentes na literatura para esse fim.

Na seção 3.4, este problema é abordado a partir da ótica da análise de observabilidade, inicialmente apresentando as considerações necessárias ao trazer os métodos de análise de observabilidade desenvolvidos para a modelagem linear para os estimadores trifásicos não lineares (Fantin, 2012). Em seguida, mostra-se como é possível obter, a partir da versão não linear da matriz $H\Delta$ (London; Alberto; Bretas, 2007), o número de referências angulares necessárias para solução da equação normal em função das medidas disponíveis.

Aborda-se também como as relações de dependência linear se dão na matriz Jacobiana e como o modelo de um equipamento pode afetar o posto dessa matriz. Esta demonstração tem o intuito de deixar claro que os parâmetros dos equipamentos podem afetar sensivelmente a capacidade de obter o desbalanço de tensão na barra de referência.

Em outras palavras, mostra-se que a questão do número de referências angulares necessárias (ou grau de liberdade da equação normal), no caso dos estimadores trifásicos, depende não apenas do plano de medição (isto é, do número, tipo e localização das medidas disponíveis), mas também dos parâmetros e topologia de ligação dos equipamentos. Com isso, em alguns casos é possível obter o desbalanço angular como parte do processo iterativo envolvido na solução do estimador de estado trifásico WLS.

Contudo, existem casos que demandam três referências e esta questão pode não estar relacionada com o plano de medição, mas sim com as características do sistema. Desta forma, para estes senários, na seção 3.5 propõe-se duas soluções: o algorítimo que faz uso de pseudo-medida de ângulo de fase de tensão e o algoritmo que considera o modelo da subestação.

3.2 O Problema da Referência Angular em Estimadores Trifásicos

Quando não há a presença de nenhuma medida de PMU o problema de estimação de estado requer uma referência angular para tornar a equação normal possível e determinada. Em estimadores que utilizam o equivalente de sequência positiva, isto significa escolher

uma de suas barras e definir o valor de seu ângulo como constante, retirando-o do conjunto de variáveis de estado a serem estimadas.

Este procedimento não prejudica o resultado final do estimador, já que as equações que formam o problema dependem da diferença angular entre barras adjacentes, não dos valores absolutos dos ângulos. Assim, ao considerar apenas um dos ângulos como constante, todas os outros serão calculados em relação a ele. Dessa forma, mesmo que a escolha de valores diferentes para a referência resultem em variáveis de estado angulares diferentes, o valor dos fluxos de potência através rede, calculados com o estado estimado, será o mesmo.

Quando considera-se a modelagem trifásica, ainda é necessária uma referência angular para o sistema. Similarmente, uma das barras é escolhida para esta tarefa. Entretanto, na modelagem trifásica cada barra possui 6 variáveis de estado e a prática usual, para evitar dificuldades de convergência do estimador WLS trifásico, é considerar três referências angulares (Almeida; ASADA; GARCIA, 2006). Isto significa atribuir um valor fixo para os três ângulos de fase da barra de referência, normalmente os valores equilibrados de sequência positiva ($\theta_a = \phi, \theta_b = \phi - 120°, \theta_c = \phi - 120°$ em que $\phi \in \mathbb{R}$, tipicamente escolhido como zero).

A Figura 4 mostra o exemplo de um sistema trifásico de três barras conectadas por linhas, em “a” modelado com o equivalente monofásico e em “b” com o modelo trifásico. Assim como no caso monofásico, os fluxos de potência trifásicos são funções das diferenças angulares entre barras adjacentes e não de valores absolutos dos ângulos de fase de tensão. Contudo, desta vez envolvem-se as outras fases do circuito, pois considera-se o acoplamento mútuo entre condutores. Com isto, ao se considerar três referências angulares, uma para cada fase, e assumindo valores fixos para esses ângulos (assumindo a condição de barra equilibrada), afetar-se-ão os valores dos fluxos estimador e, por consequência, do estado estimado como um todo.

A Figura 5 apresenta uma análise ilustrativa da relação entre medidas e variáveis de estado considerando a modelagem trifásica. Com base nas equações de potência ativa trifásica verifica-se que o ângulo, em uma das fases de uma determinada barra, relaciona-se com os ângulos de todas as fases das barras adjacentes. Quando são consideradas três referências angulares, os valores desses três ângulos são atribuídos no inicio do processo iterativo considerando que as tensões da barra de referência sejam equilibradas. Dessa forma, se existe desbalanço angular no barramento de referência, ocorrerá um erro que irá se propagar entre todas as outras variáveis de estado, prejudicando a estimativa obtidas para todas essas variáveis.

Face ao exposto, verifica-se então a necessidade de um tratamento apropriado para referência angular no contexto de estimação de estado trifásica. Pois considerar apenas uma referência pode causar divergência no processo iterativo do estimador de estado WLS. Por outro lado, utilizar três referências pode comprometer todo o resultado do estimador.

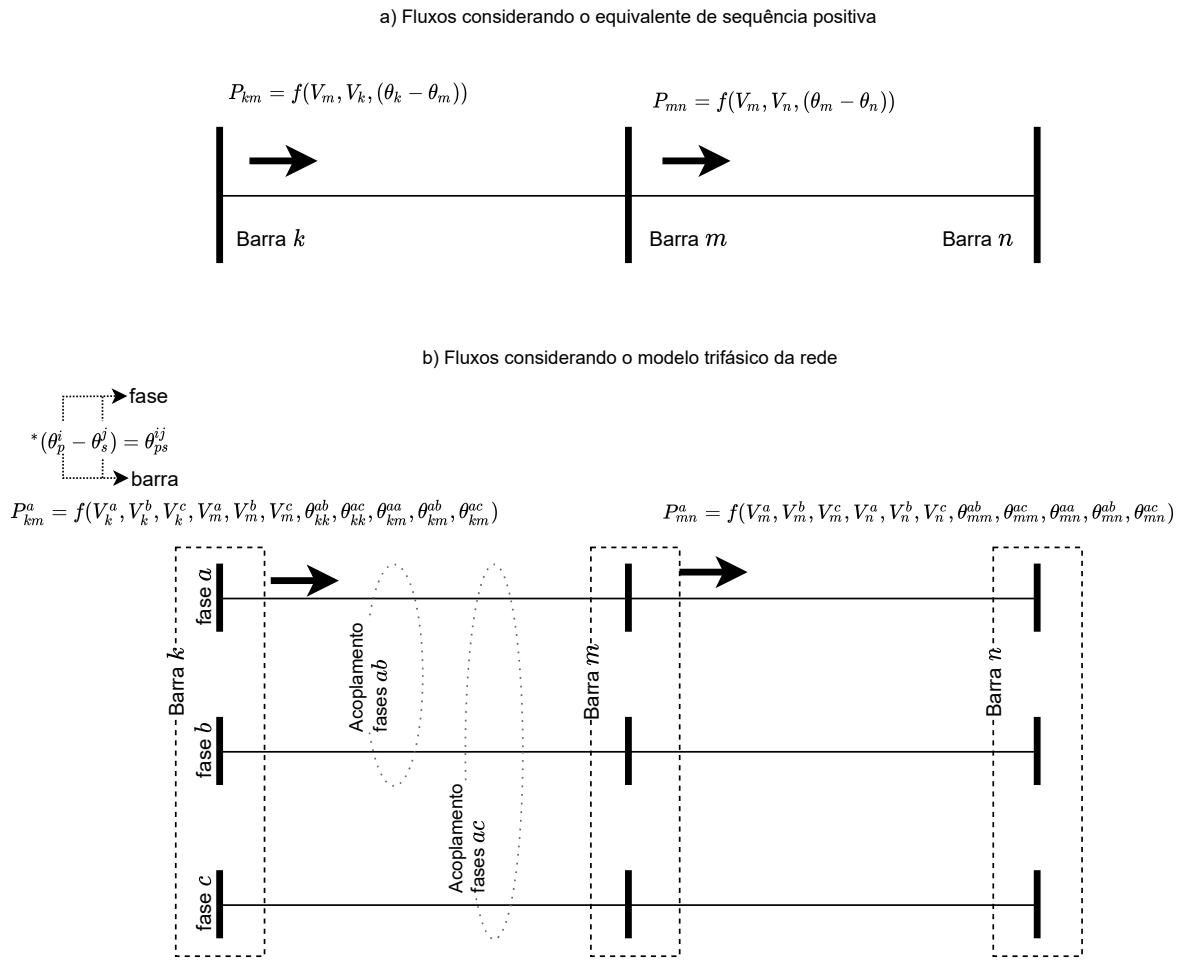


Figura 4 – a) Fluxos de potência considerando o equivalente monofásico da rede, b) Fluxos de potência considerando o modelo trifásico da rede

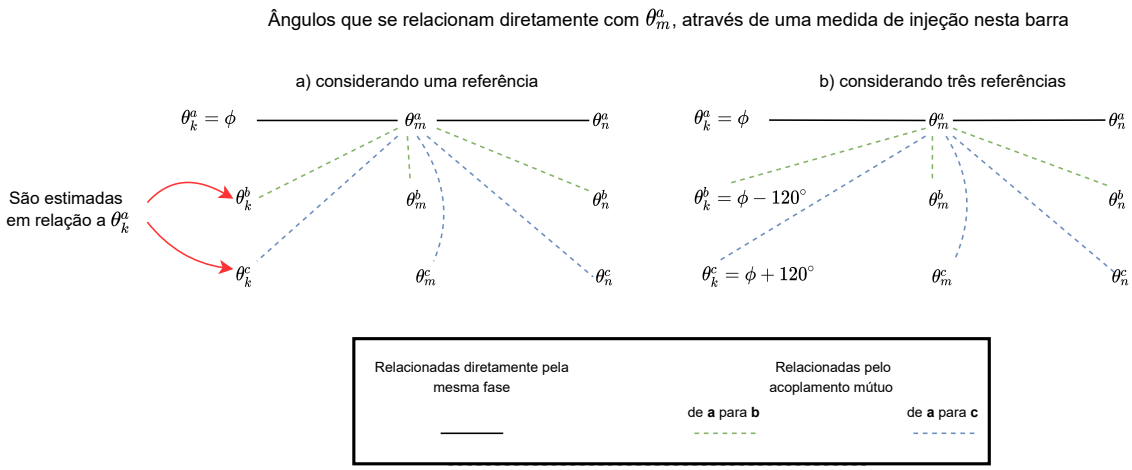


Figura 5 – No sistema da Figura 4, os ângulos que se relacionam diretamente com θ_m^a, por uma medida de injeção na barra m a) Considerando uma referência b) Considerando três referências.

3.3 Soluções da Literatura

3.3.1 Barramento Virtual

A estratégia do Barramento Virtual (BV) para o tratamento da referência em estimadores trifásicos foi proposta inicialmente em (Silva; Fernandes; Almeida, 2018) e posteriormente abordada em (Langner; Abur, 2019; Langner; Abur, 2020). Ela consiste em estender o circuito do SD, adicionando um BV para ser a referência angular equilibrada. Esta barra é conectada ao barramento de alta tensão da subestação por três impedâncias equilibradas, com o intuito de formar uma circuito de Thévenin representativo do sistema elétrico a montante e resumindo-o a um gerador ideal.

Na prática, as impedâncias que conectam o BV são calculadas utilizando os níveis de curto-circuito (trifásico e fase-terra) no lado de alta da subestação, de acordo com (3.1) (Silva; Fernandes; Almeida, 2018; IEEE, 2012):

$$Z_1 = \frac{V_{Lnom}^2}{\left(S_{cc}^{3\phi}\right)^*} = Z_2 \;\; ; \;\; Z_0 = \frac{3V_{Lnom}^2}{\left(S_{cc}^{1\phi}\right)^*} - 2Z_1, \tag{3.1}$$

onde Z_1, Z_2 e Z_0 são as impedâncias de sequência positiva, negativa e zero respectivamente, V_{Lnom} representa a tensão de linha nominal, $S_{cc}^{1\phi}$, $S_{cc}^{3\phi}$ são, respectivamente, as potências complexas de curto circuito, trifásica e monofásicas. Assim, para construir o quadripolo deste componente e inseri-lo no estimador é necessário converter as impedâncias de sequência para impedâncias de fase:

$$\begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^{-1} \tag{3.2}$$

onde, $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$.

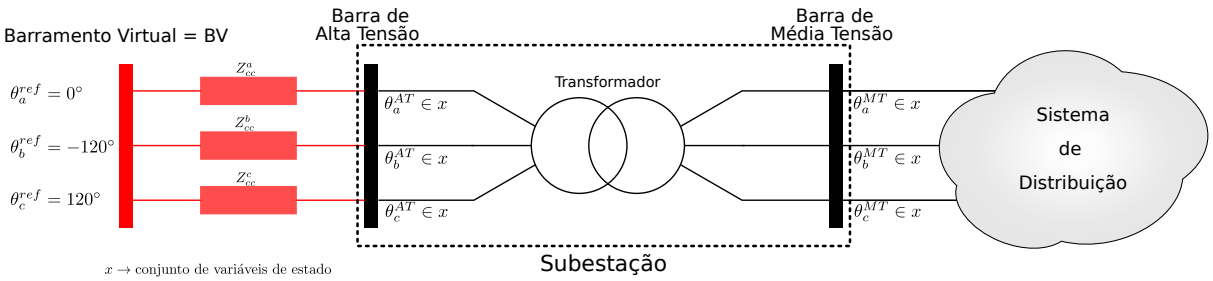


Figura 6 – Barramento Virtual

A Figura 6 ilustra a ideia do BV, que a partir da extensão do modelo, permite que os ângulos do barramento de alta da subestação θ_{ph}^{AT} sejam incluídos dentro do conjunto de variáveis de estado x. Assim, o desbalanço angular nesta barra pode ser capturado. Observe que este método baseia-se em considerações feitas a partir de um equivalente de Thévenin, composto por duas partes: a impedância e a fonte de tensão.

Esta impedância é calculada a partir dos níveis de curto-circuito do sistema. Assume-se que esta informação é verdadeira, enquanto na realidade é uma estimativa e pode não representar apropriadamente o comportamento atual do sistema a montante. Quanto a fonte de tensão, assume-se que se trata de um gerador trifásico ideal com tensões equilibradas, por consequência, o desequilíbrio do barramento de alta do transformador é causado exclusivamente pelas quedas de tensão sobre as impedâncias de Thévenin.

Por sua vez, estas quedas de tensão são causadas pelas correntes que alimentam o SD a jusante do transformador. Contudo, isto não é necessariamente verdade. Em uma subestação podem derivar diversos alimentadores, que compartilham o mesmo barramento de alta tensão, porém são circuitos independentes, que possuem seus próprios transformadores. Além disso, nos circuitos de sub-transmissão e transmissão podem haver outros SDs e cargas desequilibradas. Estes fatores podem contribuir para o desbalanço total no lado de alta da subestação e não são engobados pelo modelo do BV.

Na realidade, ao adotar esta estratégia aumenta-se o número de variáveis de estado necessárias para descrever o SD (mais 3 módulos de tensão e 3 ângulos de fase de tensão) e ainda utilizam-se 3 referências, que agora passam a ser os ângulos de tensão das três fases do BV. Dessa forma, três variáveis de estado tem seus valores assumidos como constantes durante o processo de estimação. Observe, porém, que este método proverá uma resposta adequada somente se as hipóteses assumidas para formar o equivalente de Thévenin forem completamente verdadeiras.

3.3.2 Uma referência fora do *Flat-Start*

Os trabalhos (Almeida; ASADA; GARCIA, 2006; Langner; Abur, 2019; Langner; Abur, 2020; Melo et al., 2021) evidenciam que uma das grandes razões para que estimadores trifásicos enfrentem dificuldades de convergência com apenas uma referência é o ponto de inicialização das variáveis de estado. Usualmente, no início do processo iterativo atribui-se a todas as barras os valores das tensões sem carga (do inglês, *flat-start*), i.e.: $V_a = V_b = V_c = 1\,p.u.$, $\theta_a = 0°, \theta_b = -120°, \theta_c = 120°$.

Com isso, todas as barras recebem o mesmo valor de tensões em cada fase, o que torna algumas das linhas da respectiva matriz Jacobiana linearmente dependentes e por consequência reduz o seu posto. Dessa forma, torna-se necessário a remoção de mais variáveis de estado do processo iterativo (referências angulares). Contudo, inicializando as variáveis de estado com outros valores, estas relações de dependência linear se alteram e o posto da matriz Jacobiana pode aumentar (Melo et al., 2021).

Por isso em (Almeida; ASADA; GARCIA, 2006; Langner; Abur, 2020) os autores propõe utilizar três referências angulares apenas no *flat-start* e incluir duas delas como variáveis de estado no processo iterativo. Contudo, nota-se que esta estratégia ainda apresenta divergência para alguns casos e não há uma regra que defina os casos que irão

convergir. Além disso, mesmo para os casos onde há convergência, o resultado não é mais preciso do que o obtido considerando três referências durante todo o processo iterativo.

Vale ressaltar que em (Langner; Abur, 2019; Melo et al., 2021) os autores partem o estimador de um ponto na vizinhança do *flat-start*, onde o posto da matriz Jacobiana é completo. Assim como a estratégia anterior, o processo iterativo converge, contudo também não apresenta resultados mais precisos do que os obtidos considerando três referências angulares. Em (Melo et al., 2021) os autores pontuam que mesmo partindo de um ponto na vizinhança do *flat-start* o processo pode convergir para um mínimo local menos preciso.

3.4 O Problema da Referência Angular Sob a Ótica da Observabilidade

3.4.1 Análise de Observabilidade Trifásica

Como mostrado no capítulo 2, a análise estrutural da matriz $H\Delta$ fornece diversas informações qualitativas sobre o plano de medição e também sobre o número de referências necessárias para solução do EE. Quando a matriz $H\Delta$ é obtida para um sistema monofásico observável e sem a presença de medidas fasoriais sincronizadas, a estrutura obtida é semelhante a equação (3.3):

$$H(x) \xrightarrow{T} H\Delta(x) = \left[\begin{array}{c|c} I_{N_o} & \begin{matrix} 0 \\ \vdots \end{matrix} \\ \hline R & 0 \end{array}\right], \tag{3.3}$$

onde I é uma matriz identidade com dimensão $(N_o \times N_o)$, sendo N_o o número de variáveis de estado observáveis, R é uma submatriz cujas linhas estão associadas a medidas redundantes. Observe que a última coluna da matriz apresentada em (3.3) é formada apenas por zeros, isto representa a necessidade de uma referência angular.

No caso de sistemas trifásicos, a matriz $H\Delta$ pode apresentar duas estruturas diferentes:

$$H_{\Delta}^{1ref}(x) = \left[\begin{array}{c|c} I_{No} & \begin{matrix} 0 \\ \vdots \end{matrix} \\ \hline R & 0 \end{array}\right] \quad H_{\Delta}^{3ref}(x) = \left[\begin{array}{c|ccc} I_{No} & 0 & 0 & 0 \\ & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hline R & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]. \tag{3.4}$$

Quando a matriz tem a forma de $H_{\Delta}^{1ref}(x)$ é necessário apenas uma referência angular, em outras palavras é possível estimar o valor dos dois outros ângulos da barra de referência dentro do processo iterativo, como variáveis de estado. De forma contrária, quando a estrutura é igual a $H_{\Delta}^{3ref}(x)$, considerar apenas uma referência angular resultará em um problema com múltiplas soluções, logo não haverá convergência do processo iterativo, sendo necessário então três referências angulares.

A estrutura da matriz $H\Delta(x)$, assim como nos estimadores que utilizam os equivalentes de sequência positiva, está ligada às relações de dependência linear das linhas

da correspondente matriz Jacobiana. No caso trifásico, os parâmetros e topologia dos equipamentos podem ser fundamentais para que se obtenha uma estrutura igual $H_{\Delta}^{1ref}(x)$ ou $H_{\Delta}^{3ref}(x)$, para um mesmo sistema de medição. Dessa forma, para analisar a observabilidade em sistemas trifásicos a matriz $H\Delta(x)$ deve ser calculada a partir da versão não-linear e completa da matriz Jacobiana.

Deve-se notar que ao adotar a versão não-linear da Jacobiana, a estrutura da matriz $H\Delta(x)$ dependerá também de x e como (Almeida; ASADA; GARCIA, 2006; Langner; Abur, 2019; Langner; Abur, 2020; Melo et al., 2021) expõe, este fator pode influenciar a possibilidade de utilizar apenas uma referência. Na realidade, como foi explicado na subseção 3.3.2, as soluções que buscam partir o processo de estimação com uma referência fora do *flat-start* se baseiam nisto. Além disso, mesmo considerando outros pontos de partida para o vetor x a análise de observabilidade poderá inferir sobre os casos que resultarão em convergência ou não.

Na realidade o método da matriz $H\Delta$, quando é estendido para a versão não linear da Jacobiana, deve ser capaz de englobar todos estes aspectos e sua análise deve prover uma resposta correta sobre o número de referências angulares necessárias. Deve-se ressaltar ainda, que assim como na restauração da observabilidade e na identificação de ilhas observáveis, para determinar o número de referências necessárias exige-se apenas a eliminação do triangulo inferior da correspondente matriz Jacobiana (conhecida como etapa $Forward$ do processo de eliminação de Gauss). Nesta estrutura, devem aparecer uma, ou três colunas de zeros, revelando o posto desta matriz.

3.4.2 Influência dos Modelos dos Componentes no Posto da Matriz Jacobiana

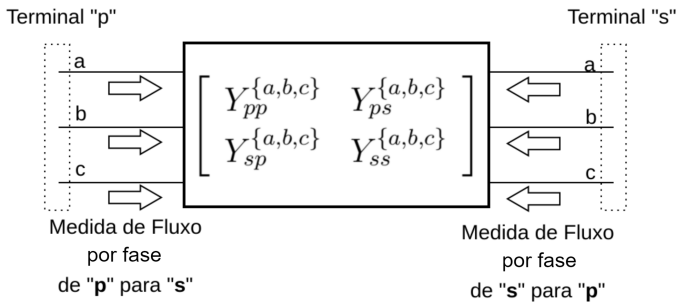
A matriz Jacobiana do EE trifásico WLS é formada pelas derivadas parciais das equações que formam o vetor h em relação às variáveis de estado. O posto desta matriz está diretamente relacionado com o número de variáveis observáveis do sistema e ele é determinado pelo número de linhas linearmente independentes desta matriz.

Para entender como estas relações de dependência linear podem se alterar de acordo com os parâmetros e a topologia de conexão de cada componente, considere o quadripolo trifásico genérico da Figura 7. Ele possui medidas de fluxo de potência em ambos terminais, dependendo do que ele representa, medidas de fluxo em terminais opostos e na mesma fase poderão proporcionar linhas linearmente independentes ou dependentes na respectiva matriz Jacobiana.

Para demonstrar esta afirmativa, a Tabela 2 destaca duas colunas da matriz Jacobiana Transposta, no *flat-start*, correspondentes a duas medidas de fluxo de potência ativa na fase "a" em terminais opostos considerando o quadripolo da Figura 7.

Nota-se que, inicialmente, as duas colunas parecem linearmente independentes.

Figura 7 – Quadripolo trifásico com medidas de fluxo de potência em seus terminais



Fonte: Elaborada Pelo Autor

Var	P_{ps}^{a}	P_{sp}^{a}
θ_a^p	$B_{aa}^{ps} - \frac{\sqrt{3}}{2}(G_{ab}^{pp} - G_{ac}^{pp} + G_{ab}^{ps} - G_{ac}^{ps})$ $-\frac{1}{2}(B_{ab}^{pp} + B_{ac}^{pp} + B_{ab}^{ps} + B_{ac}^{ps})$	$-B_{aa}^{sp}$
θ_b^p	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab}^{pp} + \frac{1}{2}B_{ab}^{pp}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab}^{sp} + \frac{1}{2}B_{ab}^{sp}$
θ_c^p	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac}^{pp} + \frac{1}{2}B_{ac}^{pp}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac}^{sp} + \frac{1}{2}B_{ac}^{sp}$
θ_a^s	$-B_{aa}^{ps}$	$B_{aa}^{sp} - \frac{\sqrt{3}}{2}(G_{ab}^{ss} - G_{ac}^{ss} + G_{ab}^{sp} - G_{ac}^{sp})$ $-\frac{1}{2}(B_{ab}^{ss} + B_{ac}^{ss} + B_{ab}^{sp} + B_{ac}^{sp})$
θ_b^s	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab}^{ps} + \frac{1}{2}B_{ab}^{ps}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab}^{ss} + \frac{1}{2}B_{ab}^{ss}$
θ_c^s	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac}^{ps} + \frac{1}{2}B_{ac}^{ps}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac}^{ss} + \frac{1}{2}B_{ac}^{ss}$
V_a^p	$2G_{aa}^{pp} + G_{aa}^{ps}$ $-\frac{1}{2}(G_{ab}^{pp} + G_{ab}^{ps} + G_{ac}^{pp} + G_{ac}^{ps})$ $+\frac{\sqrt{3}}{2}(B_{ab}^{pp} - B_{ac}^{pp} + B_{ab}^{ps} - B_{ac}^{ps})$	G_{aa}^{sp}
V_b^p	$-\frac{1}{2}G_{ab}^{pp} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}^{pp}$	$-\frac{1}{2}G_{ab}^{sp} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}^{sp}$
V_c^p	$-\frac{1}{2}G_{ab}^{pp} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}^{pp}$	$-\frac{1}{2}G_{ab}^{sp} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}^{sp}$
V_a^s	G_{aa}^{ps}	$2G_{aa}^{ss} + G_{aa}^{sp}$ $-\frac{1}{2}(G_{ab}^{ss} + G_{ab}^{sp} + G_{ac}^{ss} + G_{ac}^{sp})$ $+\frac{\sqrt{3}}{2}(B_{ab}^{ss} - B_{ac}^{ss} + B_{ab}^{sp} - B_{ac}^{sp})$
V_b^s	$-\frac{1}{2}G_{ab}^{ps} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}^{ps}$	$-\frac{1}{2}G_{ab}^{ss} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}^{ss}$
V_c^s	$-\frac{1}{2}G_{ac}^{ps} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ac}^{ps}$	$-\frac{1}{2}G_{ac}^{ss} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ac}^{ss}$

Tabela 2 – Duas colunas de uma Jacobiana transposta genérica destacando fluxos de potencia ativa nos dois terminais do quadripolo.

Contudo, caso o quadripolo genérico obedeça a condição exposta na equação (3.5),

$$Y_{pp} = -Y_{ps} = Y_{ss} = -Y_{sp} = \begin{bmatrix} G_{aa} + jB_{aa} & G_{ab} + jB_{ab} & G_{ac} + jB_{ac} \\ G_{ba} + jB_{ba} & G_{bb} + jB_{bb} & G_{bc} + jB_{bc} \\ G_{ca} + jB_{ca} & G_{cb} + jB_{cb} & G_{cc} + jB_{cc}, \end{bmatrix}, \tag{3.5}$$

então, a Tabela 2 pode ser simplificada como:

Nota-se que agora as colunas são linearmente dependentes ($P_{ps}^{a} = -P_{sp}^{a}$). Neste caso, elas não contribuem para o incremento do posto da matriz Jacobiana e, por con-

Var	P^a_{ps}	P^a_{sp}
θ^p_a	$-B_{aa}$	B_{aa}
θ^p_b	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab} + \frac{1}{2}B_{ab}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab} - \frac{1}{2}B_{ab}$
θ^p_c	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac} + \frac{1}{2}B_{ac}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac} - \frac{1}{2}B_{ac}$
θ^s_a	B_{aa}	$-B_{aa}$
θ^s_b	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab} - \frac{1}{2}B_{ab}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab} + \frac{1}{2}B_{ab}$
θ^s_c	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac} - \frac{1}{2}B_{ac}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac} + \frac{1}{2}B_{ac}$
V^p_a	G_{aa}	$-G_{aa}$
V^p_b	$-\frac{1}{2}G_{ab} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$	$\frac{1}{2}G_{ab} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$
V^p_c	$-\frac{1}{2}G_{ab} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$	$\frac{1}{2}G_{ab} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$
V^s_a	$-G_{aa}$	G_{aa}
V^s_b	$\frac{1}{2}G_{ab} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$	$-\frac{1}{2}G_{ab} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$
V^s_c	$\frac{1}{2}G_{ac} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ac}$	$-\frac{1}{2}G_{ac} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ac}$

Tabela 3 – Duas colunas de uma Jacobiana Transposta sobre o quadripolo genérico caso $Y_{pp} = -Y_{ps} = Y_{ss} = -Y_{sp}$

sequência, não permite a estimação com apenas uma referência angular. Tendo em vista os componentes dos SDs, para muitos deles a condição da equação (3.5) é verdeira, como por exemplo uma linha de distribuição descrita por:

$$\begin{aligned} Y^{pp} &= Y^{ss} = Z^{-1}_{\text{serie}} + Y_{\text{shunt}} \\ Y^{ps} &= Y^{sp} = -Z^{-1}_{\text{serie}} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Como os alimentadores de SDs são usualmente compostos por condutores aéreos, de linhas curtas em média tensão, as capacitâncias em paralelo possuem valores muito baixos e são usualmente desprezadas. Neste caso, a equação (3.6) passa a obedecer a condição (3.5). Caso elas sejam consideradas, algebricamente seriam suficientes para que as colunas deixem de ser linearmente dependentes, como mostra a Tabela 4.

Contudo, mesmo em linhas em que esses valores não sejam desprezíveis, eles ainda são pequenos comparados aos demais, o que faz estas colunas muito próximas de serem linearmente dependentes. Levando-se em conta o conceito de observabilidade numérica, isto pode resultar na divergência do processo iterativo do EE WLS. Outro caso onde a condição (3.5) ocorre é no caso de transformadores conectados em Yg-Yg (como mostrado na Tabela 1 do Capítulo 2), de maneira contrária em qualquer outra conexão isto não ocorre.

Considere, por exemplo, um transformador com conexão D-Yg, cujo quadripolo é descrito por:

Var	P^a_{ps}	P^a_{sp}
θ^p_a	$-B_{aa} + Bsh_{aa} - \frac{1}{2}(Bsh_{ab} + Bsh_{ac})$	$B_{aa} - Bsh_{aa}$
θ^p_b	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab} + \frac{1}{2}B_{ab}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab} - \frac{1}{2}(B_{ab} - Bsh_{ab})$
θ^p_c	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac} + \frac{1}{2}B_{ac}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac} - \frac{1}{2}(B_{ac} - Bsh_{ac})$
θ^s_a	$B_{aa} - Bsh_{aa}$	$-B_{aa} + Bsh_{aa} - \frac{1}{2}(Bsh_{ab} + Bsh_{ac})$
θ^s_b	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab} - \frac{1}{2}(B_{ab} - Bsh_{ab})$	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ab} + \frac{1}{2}B_{ab}$
θ^s_c	$\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac} - \frac{1}{2}(B_{ac} - Bsh_{ac})$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}G_{ac} + \frac{1}{2}B_{ac}$
V^p_a	$G_{aa} + \frac{\sqrt{3}}{2}(Bsh_{ab} - Bsh_{ac})$	$-G_{aa}$
V^p_b	$-\frac{1}{2}G_{ab} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$	$\frac{1}{2}G_{ab} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$
V^p_c	$-\frac{1}{2}G_{ab} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$	$\frac{1}{2}G_{ab} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$
V^s_a	$-G_{aa}$	$G_{aa} + \frac{\sqrt{3}}{2}(Bsh_{ab} - Bsh_{ac})$
V^s_b	$\frac{1}{2}G_{ab} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$	$-\frac{1}{2}G_{ab} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ab}$
V^s_c	$\frac{1}{2}G_{ac} + \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ac}$	$-\frac{1}{2}G_{ac} - \frac{\sqrt{3}}{2}B_{ac}$

Tabela 4 – Duas colunas de uma Jacobiana Transpostast de uma linha de transmissão com capacitância em paralelo

$$Y_{pp} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 2yt & -yt & -yt \\ -yt & 2yt & -yt \\ -yt & -yt & 2yt \end{bmatrix}; Y_{ss} = \begin{bmatrix} yt & 0 & 0 \\ 0 & yt & 0 \\ 0 & 0 & yt \end{bmatrix}; Y_{sp} = Y^T_{ps} = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} -yt & yt & 0 \\ 0 & -yt & yt \\ yt & 0 & -yt \end{bmatrix}, \tag{3.7}$$

onde yt é a admitância de dispersão do trafo, que quando separada em condutâncias e suceptâncias se torna: $Gt + jBt$.

Var	P^a_{ps}	P^a_{sp}
θ^p_a	$-2B_t/3$	$B_t/2 + \sqrt{3}G_t/6$
θ^p_b	$-B_t/6 - \sqrt{3}G_t/6$	0
θ^p_c	$\sqrt{3}G_t/6 - B_t/6$	$B_t/2 - \sqrt{3}G_t/6$
θ^s_a	$B_t/2 - \sqrt{3}G_t/6$	$-B_t$
θ^s_b	$B_t/2 + \sqrt{3}G_t/6$	0
θ^s_c	0	0
V^p_a	$2G_t/3$	$\sqrt{3}B_t/6 - G_t/2$
V^p_b	$G_t/6 - \sqrt{3}B_t/6$	0
V^p_c	$G_t/6 + \sqrt{3}B_t/6$	$-G_t/2 - \sqrt{3}B_t/6$
V^s_a	$-G_t/2 - \sqrt{3}B_t/6$	G_t
V^s_b	$\sqrt{3}B_t/6 - G_t/2$	0
V^s_c	0	0

Tabela 5 – Duas colunas de uma Jacobiana caso o quadripolo da Figura 7 seja um transformador D-Yg

A Tabela 5 é semelhante às anteriores, mas agora é obtida para um transformador, considerando a ligação D-Yg, calculada no *flat-start*. Neste caso, os fluxos de potência

em terminais opostos na mesma fase proporcionam linhas linearmente independentes na Jacobiana. Com isto, este tipo de conexão de transformador pode contribuir para o incremente do posto desta matriz e para que os ângulos da barra da subestação se tornem observáveis. Vale ressaltar que o transformador D-Yg é um dos mais utilizados para conectar o barramento de alta tensão da subestação de distribuição e os alimentadores primários.

Desta forma, conclui-se que dependendo dos equipamentos e do tipo de modelagem adotada, diferentes condições de observabilidade podem ser obtidas para o mesmo sistema de medição.

3.5 Métodos Propostos

Tendo em vista as análises anteriores, conclui-se que para representar apropriadamente o comportamento de SDs, dentro do processo de estimação de estado trifásica, o ideal é utilizar apenas uma referência angular. Além disso, no caso de EEs trifásicos, as relações de dependência linear das linhas da matriz Jacobiana são sensíveis aos parâmetros e topologia de ligação dos equipamentos. Dessa forma, dependendo do conjunto de medidas associadas a um componente e de seu quadripolo, o posto da matriz Jacobiana poderá ser suficiente para possibilitar o uso de apenas uma referência.

Por outro lado, existem casos onde a necessidade de três referências está associada com o circuito em questão. Com isto, este trabalho trás duas propostas para possibilitar o uso de apenas uma referência nestes casos.

A primeira solução consiste em um algoritmo que, a partir da análise de observabilidade trifásica, identifica quantas referências são necessárias. Se forem necessárias três, propõe-se a inserção de pseudo-medidas de ângulo de fase de tensão em duas das três fases do barramento de referência, que complementarão o posto da matriz Jacobiana, tornando possível utilizar apenas uma referência.

A segunda solução é mais simples e consiste em inserir o transformador da subestação no modelo do SD. Como esta é usualmente a região com maior disponibilidade de medidores em um SD, e este elemento é geralmente conectado em D-Yg isto deve ser suficiente para tornar todos os ângulos da subestação observáveis. Além disso, para o caso Yg-Yg, que é a única conexão de transformador cujo correspondente quadripolo obedece a condição exposta na equação (3.5), propõe-se utilizar uma modelagem alternativa para evitar essa condição, que representa de forma adequada o comportamento do componente.

3.5.1 Algoritmo da pseudo-medida de ângulo

No início do processo iterativo, o valor atribuído às variáveis de estado é o valor da condição sem carga (*flat-start*), neste ponto de operação muitas das linhas da matriz

Jacobiana podem se tornar linearmente dependentes. Entretanto, durante o processo iterativo, com a mudança do valor do vetor x podem se alterar também as relações de dependência linear da Jacobiana, complementando seu posto e permitindo a obtenção do desbalanço.

Por isso, em casos onde são necessárias 3 referências angulares, é possível adicionar duas pseudo-medidas de ângulo de fase de tensão de duas fases do barramento de referência, atribuindo-lhes os valores da sequência positiva. Com isso, o posto da Jacobiana será complementado artificialmente e isso possibilitará a convergência do processo iterativo.

Para garantir acurácia deste método, as ponderações associadas a essas pseudo-medidas devem ser suficientemente pequenas, visto que a medida que o vetor x tem seu valor alterado, outras medidas poderão também influenciar nas estimativas dos correspondentes ângulos de fase de tensão. Porém, a atribuição de ponderações muito pequenas para essas pseudo-medidas pode levar a estimativas ruins, ou a divergência do processo iterativo.

Dessa forma, o processo iterativo poderá convergir com apenas uma referência, captando o desbalanço de tensão na barra de referência. O procedimento, apesar de simples, deve proporcionar um desempenho melhor do que considerar o barramento de referência equilibrado. Pontua-se que, embora este trabalho recomende que escolha-se a barra de referência como a subestação, no método da pseudo-medida de ângulo não há uma necessidade imperativa da inclusão da subestação no modelo da rede e caso necessário qualquer outra barra poderá ser escolhida para esta tarefa.

Vale ressaltar que um aspecto sensível deste método é a escolha da ponderação das pseudo-medidas de ângulo. Embora não exista maneira analítica para determiná-la, é possível utilizar de simulações de Monte Carlo, que considere diversos cenários de desequilíbrio na barra da subestação, para determinar o melhor valor. De fato, este processo pode ser computacionalmente dispendioso, contudo ele pode ser realizado offline, não comprometendo a operação em tempo real.

A Figura 8 apresenta o fluxograma que exemplifica o funcionamento básico do algoritmo proposto.

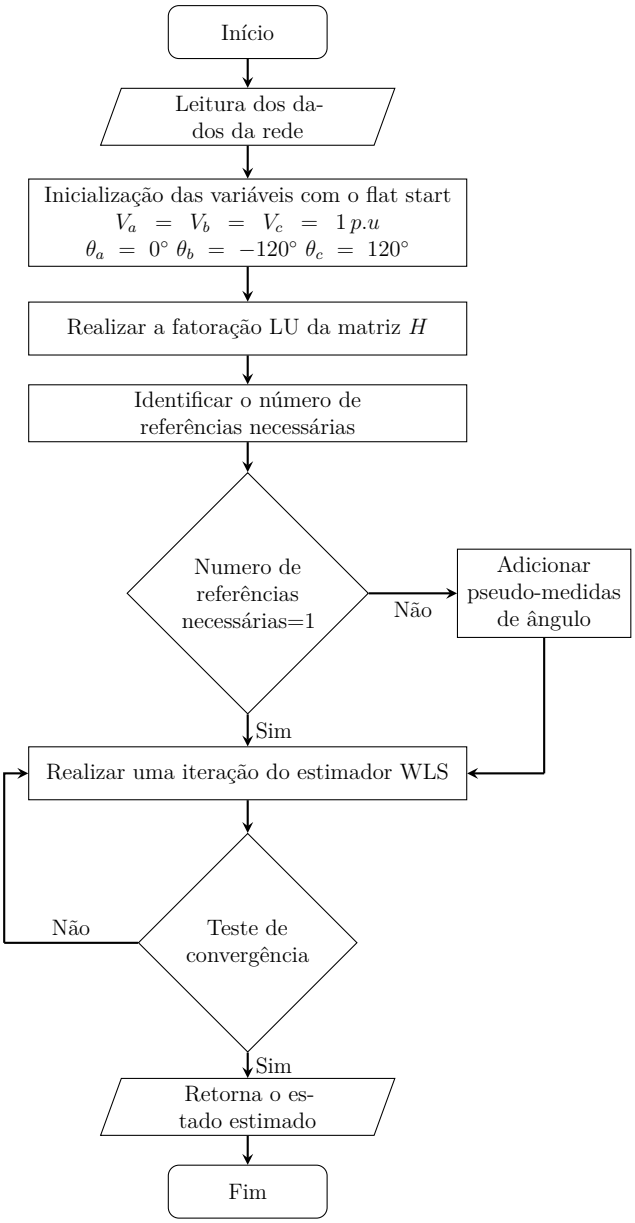
Após a leitura da topologia e dos parâmetros da rede o algoritmo representa, a partir de modelos trifásicos, toda a diversidade de equipamentos presentes nos SDs. Em seguida, o algoritmo lê o conjunto de medidas disponível e inicia as variáveis de estado (*flat-start*), permitindo o cálculo da matriz Jacobiana.

O próximo passo do algoritmo é a fatoração LU da matriz Jacobiana. Ressalta-se, que devido à natureza dos SDs, a rotina de fatoração elaborada deve ser numericamente robusta, capaz de lidar com matrizes de grandes dimensões, mal condicionadas e esparsas.

Em posse da matriz H triangularizada, será possível analisar a sua estrutura e estabelecer o número de referências necessárias para o processo de estimação. Assim, caso

seja possível, a estimação será realizada com o conjunto de medidas original e com apenas uma referência. Se a análise de observabilidade constatar que não é possível realizar a estimação com apenas uma referência, serão inseridas pseudo-medidas de ângulo que possibilitarão obter o desbalanço na subestação.

Figura 8 – Estimador Proposto para o método da pseudo-medida de ângulo

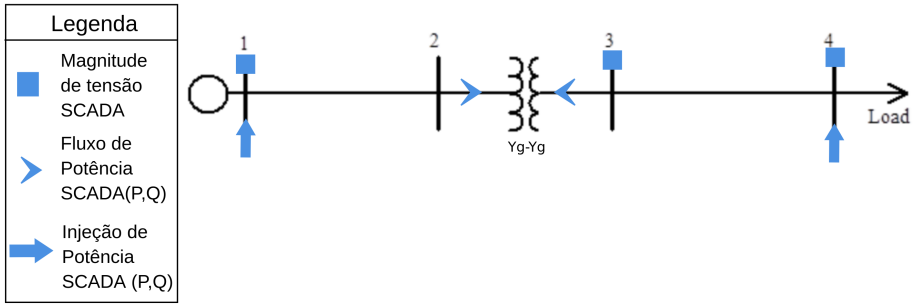


Fonte: Elaborado Pelo Autor

- **Exemplo Didático**

  Para ilustrar como o método da pseudo-medida de ângulo funciona, considere o sistema de 4 barras disponível em (IEEE, 2012), com o plano de medições da Figura 9.

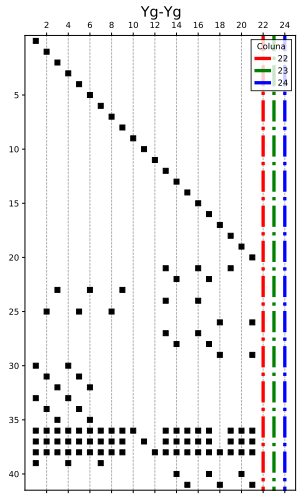
Figura 9 – Sistema de 4 barras do IEEE com o plano de medição considerado no exemplo



Fonte: Elaborada Pelo Autor

O sistema em questão possui 24 variáveis de estado e neste caso a matriz $H\Delta(x)$ para o *flat-start* apresenta três colunas de zeros, como pode ser visto por seu padrão de esparsidade na Figura 10. Logo, neste caso são necessárias três referências.

Figura 10 – Padrão de esparsidade da matriz $H\Delta$ para conexão Yg-Yg do transformador no sistema do IEEE 4 barras com *flat start*

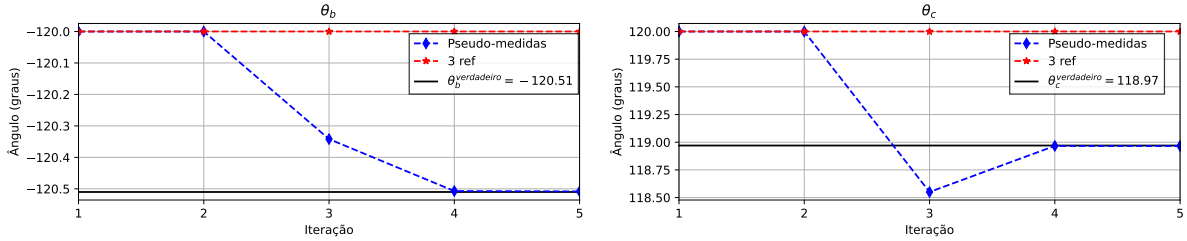


Fonte: Elaborada Pelo Autor

Com isso, o algoritmo indicaria o uso do método da pseudo-medida de ângulo. Assim, para ilustrar que a partir desta estratégia é possível determinar o valor correto dos ângulos da subestação, realizou-se uma simulação em que os valores das medidas são obtidos a partir do calculo de fluxo de potência. Para este exemplo considera-se que o valor da alimentação na barra de referência é desequilibrado e o valor de seus ângulos são $\theta_a = 0°, \theta_b = -120.51°, \theta_c = 118.97°$ (valores considerados como de verdadeiros para este estudo).

A Figura 11 mostra o valor dos ângulos da subestação por iteração, esta análise mostra que o método permite que estas variáveis de estado variem sem que haja

Figura 11 – Valor dos ângulos da Barra de Referência por iteração, com alimentação desequilibrada utilizando a estratégia das pseudo-medidas



Elaborada Pelo Autor

divergência e ainda consigam atingir valores exatos. Ressalta-se que neste caso não foram considerados ruídos nos valores das medidas, ou seja, para executar o estimador de estado os valores considerados para as medidas foram exatamente aqueles obtidos do cálculo de fluxo de potência (valores de referência). Análises mais completas sobre este método serão realizadas no próximo capitulo.

3.5.2 Inclusão do Modelo da Subestação

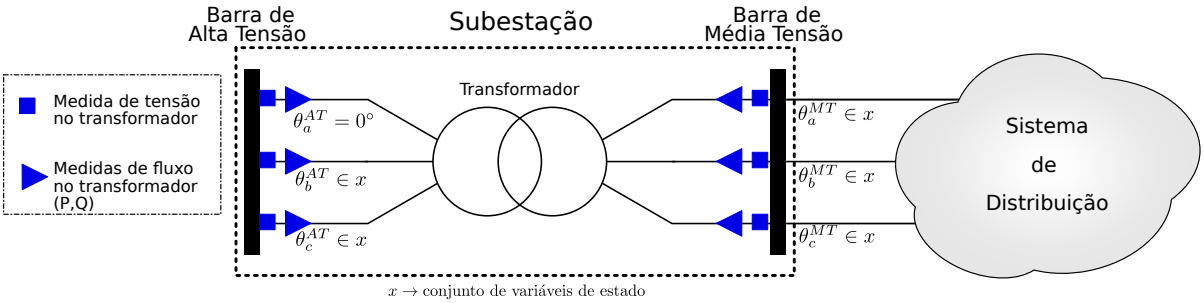
Apesar do algoritmo anterior permitir a estimação com apenas uma referência em todos os casos, sua utilização ainda possui algumas restrições. O processo de determinação da ponderação das pseudo-medidas de ângulo é complexo, não possuindo resposta analítica e caso utilize-se um valor impróprio, as estimativas podem ser comprometidos. Outro fator importante para que este método funcione é o nível de redundância local próximo da barra de referência.

Com isto, neste trabalho propõe-se outra solução baseada em modelar o SD a partir do barramento de alta do transformador da subestação. Isso significa inserir este elemento no modelo do alimentador e adotar seu barramento de alta como referência, como ilustra a Figura 12. A ideia é que, dessa forma, consegue-se conectar esta barra ao sistema a partir de um elemento onde a condição da equação (3.5) não é verdadeira. Isto aliado ao fato de a subestação ser onde existe maior redundância local no SD, deve garantir que a correspondente matriz Jacobiana tenha posto suficiente para permitir utilizar apenas uma referência.

É verdade que, caso o transformador tenha ambos os lados conectados em Estrela-Aterrado a condição da equação (3.5) torna-se verdadeira, contudo, é possível quebrá-la a partir da equação de sequência zero. Sabe-se que, para esta conexão, em ambos os lados a soma das tensões fase-neutro são iguais a zero:

$$\begin{cases} k\dot{V}_p^a + k\dot{V}_p^b + k\dot{V}_p^c = 0 \\ k\dot{V}_s^a + k\dot{V}_s^b + k\dot{V}_s^c = 0 \end{cases}, \tag{3.8}$$

Figura 12 – Inclusão do modelo da subestação para tornar os ângulos da barra de referência observáveis



Fonte: Elaborada Pelo Autor

onde, $k \in \mathbb{R}$, $\dot{V}_p^a$, $\dot{V}_p^b$, $\dot{V}_p^c$ são as tensões fase-neutro em cada uma das fases do primário e $\dot{V}_s^a$, $\dot{V}_s^b$, $\dot{V}_s^c$ as do secundário. É possível adicionar estas duas equações ao quadripolo deste transformador, da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_p^a \\ \dot{I}_p^b \\ \dot{I}_p^c \\ \dot{I}_s^a \\ \dot{I}_s^b \\ \dot{I}_s^c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} yt & 0 & 0 & -yt & 0 & 0 \\ 0 & yt & 0 & 0 & -yt & 0 \\ 0 & 0 & yt & 0 & 0 & -yt \\ -yt & 0 & 0 & yt & 0 & 0 \\ 0 & -yt & 0 & 0 & yt & 0 \\ 0 & 0 & -yt & 0 & 0 & yt \\ k & k & k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k & k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_p^a \\ \dot{V}_p^b \\ \dot{V}_p^c \\ \dot{V}_s^a \\ \dot{V}_s^b \\ \dot{V}_s^c \end{bmatrix}, \tag{3.9}$$

onde $\dot{I}_p^a, \dot{I}_p^b, \dot{I}_p^c$ são as correntes de linha no primário do transformador e $\dot{I}_s^a, \dot{I}_s^b, \dot{I}_s^c$ são as do secundário. Note que, como o resultado das equações (3.8) é zero, elas podem ser adicionadas a qualquer outra linha do transformador para desfazer a igualdade da equação (3.5). Como por exemplo:

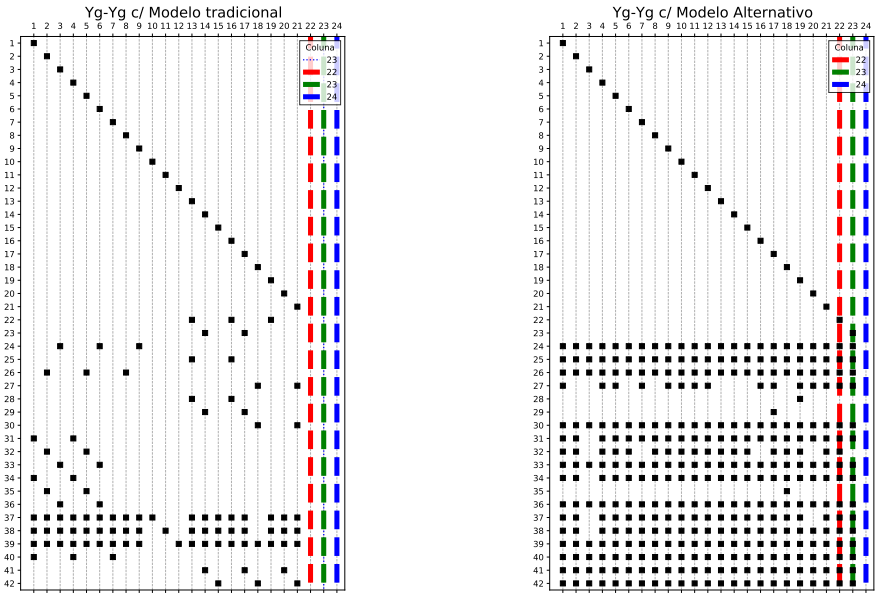
$$\begin{bmatrix} \dot{I}_p^a \\ \dot{I}_p^b \\ \dot{I}_p^c + 0 \\ \dot{I}_s^a \\ \dot{I}_s^b \\ \dot{I}_s^c + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} yt & 0 & 0 & -yt & 0 & 0 \\ 0 & yt & 0 & 0 & -yt & 0 \\ k & k & yt+k & 0 & 0 & -yt \\ -yt & 0 & 0 & yt & 0 & 0 \\ 0 & -yt & 0 & 0 & yt & 0 \\ 0 & 0 & -yt & k & k & yt+k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_p^a \\ \dot{V}_p^b \\ \dot{V}_p^c \\ \dot{V}_s^a \\ \dot{V}_s^b \\ \dot{V}_s^c \end{bmatrix}. \tag{3.10}$$

Com isso, ao adotar este modelo, deve ser possível realizar a estimação com apenas uma referência, apenas incluindo o transformador da subestação no modelo, mesmo que este esteja conectado em Yg-Yg.

- **Exemplo Didático**

Da mesma forma que no exemplo do método anterior, obteve-se a matriz $H\Delta(x)$ para o sistema da Figura 9, com o mesmo plano de medição, considerando o *flat-start*, agora incluindo a modelagem do transformador da SE. Os padrões de esparsidade da matriz Jacobiana fatorada com o modelo tradicional do transformador e com o alternativo (incluindo a equação de sequência zero (3.8)) estão apresentados na Figura 13.

Figura 13 – Padrões de Esparsidade para o IEEE 4 barras considerando a conexão Yg-Yg com e sem a adição da equação de tensão de neutro



Elaborada Pelo Autor

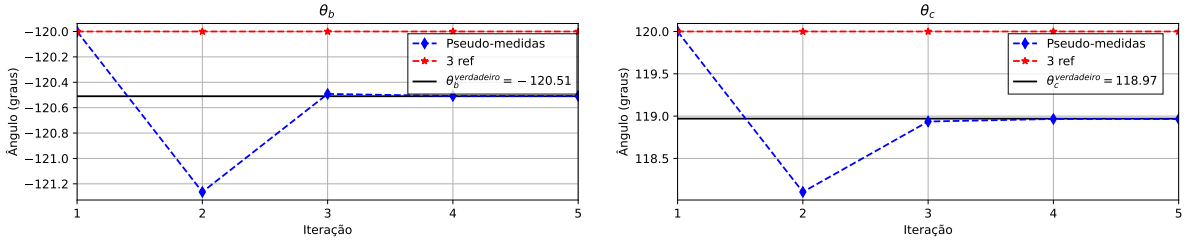
Note que, como esperado pelas análises anteriores, esta modificação no modelo consegue desfazer a condição (3.5), consequentemente a matriz $H\Delta(x)$ possui apenas uma coluna de zeros. Isto é um indicativo da possibilidade de performar a estimação com apenas uma referência, sem o auxilio da pseudo-medida.

Desta forma, realizou-se uma simulação com as medidas sem ruído. A Figura 14 mostra o valor dos ângulos da subestação por iteração, note-se que com este modelo de transformador, o estimador tem sucesso em determinar o valor das variáveis de estado. Além disso, agora é possível obtê-las durante o processo iterativo sem o uso das pseudo-medidas de ângulo.

3.6 Considerações Finais

Neste capítulo abordou-se estruturalmente o problema da representação da barra de referência em estimadores trifásicos. Discutindo seu papel dentro do processo de estimação, porque entender este ponto é crucial para desenvolver estimadores capazes de descrever corretamente o comportamento dos SDs. Além disso, apresentaram-se algumas das soluções

Figura 14 – Valor dos ângulos da Barra de Referência por iteração, com alimentação desequilibrada utilizando o modelo a inclusão da equação da tensão de neutro



Elaborada Pelo Autor

presentes na literatura para este problema, destacando alguns fatores que não as fazem respostas definitivas.

Este capítulo apresentou, ainda, estudos detalhados referentes à observabilidade e à estrutura da matriz Jacobiana do estimador trifásico WLS. Neste sentido a matriz $H\Delta$ foi peça fundamental, pois a partir dela foi possível entender mais profundamente qual a relação entre o conjunto de medidas disponíveis, a topologia da rede e os parâmetros de seus componentes, em estimadores trifásicos. Por consequência, foi possível determinar quando e porque é possível estimar os ângulos da barra de referência.

Desta forma, foi possível desenvolver dois métodos para possibilitar a estimação dos ângulos da barra de referência em todos os casos, não necessitando a suposição de que as tensões nesta barra são equilibradas. Vale ressaltar que os métodos propostos utilizam apenas as informações disponibilizadas para o processo de estimação de estado usual, não exigindo a existência de medidas fasoriais sincronizadas ou de outros dados externos, nem mesmo a obtenção de equivalentes de rede.

O próximo capítulo apresentará os resultados em sistemas de teste da literatura, validando as constatações deste capítulo, assim como os métodos propostos e comparando-os com algumas das soluções propostas na literatura.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Introdução

Neste capítulo serão apresentados resultados que testam as hipóteses levantadas no capítulo anterior sobre o tratamento da barra de referência em estimadores trifásicos, comparando os métodos propostos neste trabalho às demais soluções da literatura. O algoritmo do estimador, incluindo a funcionalidade para o cálculo do número de referências que faz parte desta aplicação, foi implementado com linguagem C, para fornecer a eficiência computacional necessária. A análise dos resultados, por sua vez, foi realizada com linguagem Python. Além disso, todas as implementações foram desenvolvidos em um sistema operacional GNU\Linux, utilizando apenas softwares de licença gratuita.

Para testar a eficácia da análise proposta para determinar o número de referências necessárias e explorar os fatores relacionados, os resultados se iniciam com uma análise de Análise de Observabilidade e Convergência (seção 4.3). Que consistiu em obter a matriz H_Δ em diferentes condições, para analisá-la afim de entender mais profundamente os fatores que proporcionam uma estrutura igual $H_\Delta^{1ref}(x)$, ou a $H_\Delta^{3ref}(x)$. Avaliou-se, também, a efetividade do veredito da análise de observabilidade, sobre o número de referências a partir de uma análise de convergência.

Em seguida, na seção 4.4 realiza-se uma análise sobre a escolha da ponderação das pseudo-medidas de ângulo. Para avaliar como determinar o valor ideal e as consequências de escolher-se um valor indevido.

Na seção 4.5 são realizados diversos testes, comparando os métodos propostos aos demais presentes na literatura, quanto a sua acurácia. Todos eles são testados com diversos níveis de desbalanço de tensão na barra de referência e utilizando diversas hipóteses sobre a causa destes desbalanços.

Para demonstrar os efeitos práticos de não considerar que pode haver desequilíbrio de tensão na barra de referência, a seção 4.6 apresenta resultados sobre como este fator pode influenciar a capacidade do EE em detectar EGs. Por fim, realiza-se uma análise de custo computacional, na seção 4.7, para investigar o impacto da rotina que determina o número de referências necessárias.

4.2 Sistemática de Avaliação

Para testar os métodos propostos, são utilizados três sistemas de testes da literatura, com características típicas da distribuição. O de 34 barras, o de 123 barras e o "*European Low Voltage Test Feeder*" de 906 barras, modelados de acordo com os dados disponíveis em

(IEEE, 2012). Os dois primeiros sistemas serão utilizados para verificar a eficácia da análise de observabilidade ao fornecer o número de referências necessárias e para comparar os métodos propostos com os demais da literatura. Já o terceiro sistema tem como propósito ser um exemplo de aplicação prática, demonstrando os efeitos do tratamento inadequado da barra de referência.

Todos os circuitos são modelados a partir da barra do lado de alta tensão da subestação, a partir do transformador. Em todos estes sistemas este equipamento é conectado em D-Yg, por isso devem ser observáveis com apenas uma referência. Desta forma, para criar um caso onde três referências são necessárias, com o propósito de testar a eficácia da estratégia da pseudo-medida e da modificação do quadripolo pela equação de neutro, passou-se o transformador do 34 barras para Yg-Yg.

A topologia e o plano de medição utilizado nos sistemas de 34 e 123 barras estão expostos nas Figuras 15 e 16. O sistema de 906 barras está exposto na Figura 17 e o plano de medição considerado nas simulações com esse sistema está resumido nas Tabelas 6 e 7. Evidencia-se que em todos os sistemas, para as barras que não possuem carga e geração, considera-se medidas virtuais de injeção nula.

SCADA	
Magnitude de Tensão na Barra	Fluxo (P,Q) no Ramo entre as Barra*
0,1,48,183,453,460,839,595 ,573,559,508,475,604,25 ,36,27,66,101,59,83,475-484	0-1,1-0,453-446,453-460,25-28,25-27,23-25,475-483 ,453-461,453-462,460-467,460-468,27-30,27-31 ,460-469,833-839,839-844,839-845,32-36,36-40,25-27 ,839-846,587-595,595-604,595-605,36-41,59-66 ,595-606,573-579,573-580,573-581 ,65-72,66-73 ,559-567,559-568,559-569,499-508,66-74,98-101 ,508-516,508-517,508-518,475-482,101-104,101-105

*Nos fluxos a notação utilizada indica as barras “De-Para” e o medidor está instalado na barra “De”.

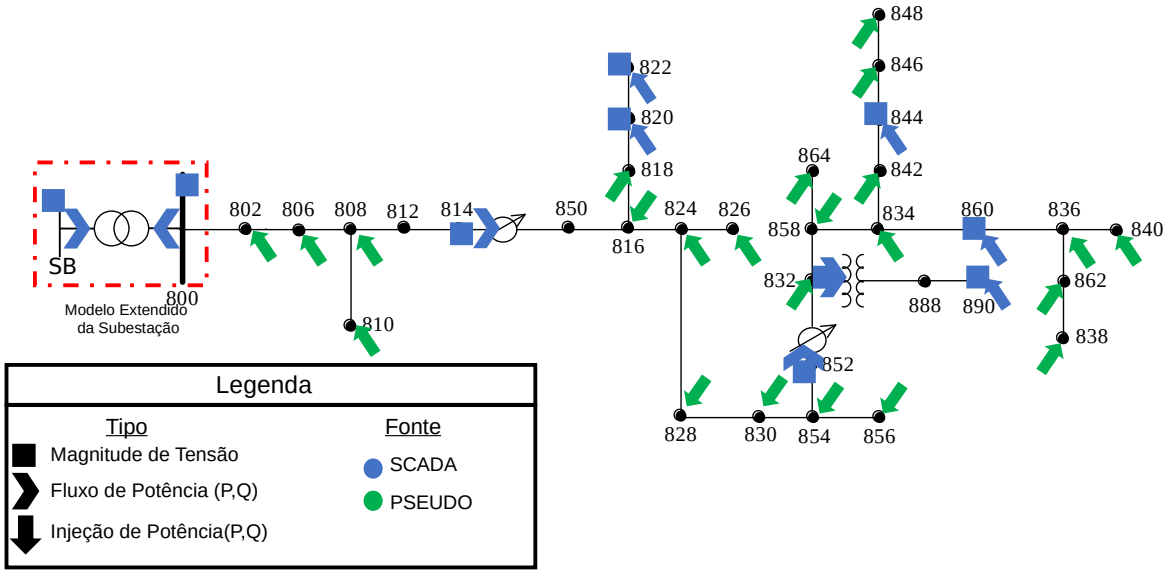
Tabela 6 – Localização das Medidas SCADA utilizadas no sistema de 906 barras

Medidor Inteligente (Tensão e Injeção (P,Q) na barra)
34,70,73,74,225,289,349,387,388,502,562,563,611,629,817,860,861,896,778 898,900,906,47,83,178,248,249,276,314,406,522,639,676,682,688,702,780 755,785,813,886,899,208,264,320,327,337,342,458,539,556,614,619,701,835

Tabela 7 – Localização dos Medidores Inteligentes utilizados no sistema de 906 barras, medidor na barra de

Em todas as simulações os casos de referência foram gerados a partir de simulações de fluxo de potência. Para considerar a imprecisão natural dos medidores, ruído foi adicionado às medidas a partir de:

Figura 15 – Sistema de 34 barras do IEEE com o plano de medição considerado nas simulações



Fonte: Elaborada Pelo Autor

$$z_i = z_i^{ref} + \mu_i \cdot \sigma_i, \tag{4.1}$$

onde z_i é valor da medida i para a simulação em questão, z_i^{ref} é o valor de referência obtido a partir da solução do fluxo de potência, μ_i é uma variável aleatória com distribuição de probabilidade normal padrão, ou seja, com média zero e desvio padrão unitário, cujo valor é obtido através de um gerador de números aleatórios. Por fim, σ_i é o desvio padrão associado a medida i, calculado por:

$$\sigma_i = \frac{\left|z_i^{ref}\right| pr_i}{3}, \tag{4.2}$$

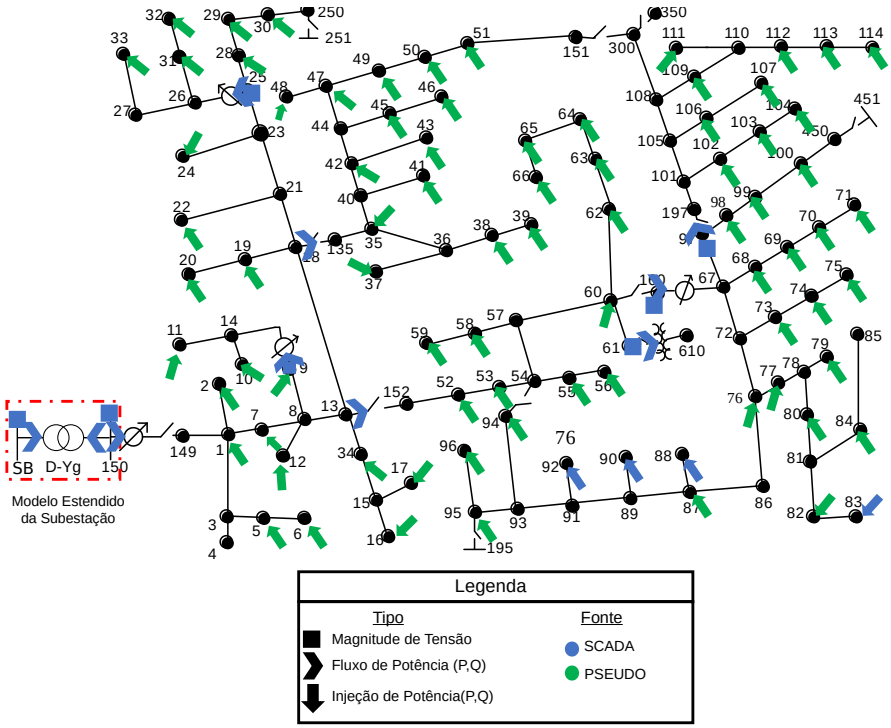
em que pr_i é a precisão associada com o tipo da medida i. Neste trabalho foi considerado 30% para pseudo-medidas, 0.0001% para medidas virtuais, 1% para medidas SCADA de fluxo de potência e 2% para as medidas provenientes de medidores inteligentes.

Com exceção simulações para análise de observabilidade e para análise dos efeitos práticos do tratamento inadequado do barramento de referência, todas as outras análises foram realizadas a partir de simulações de Monte Carlo (100 simulações para cada caso de teste). Neste trabalho utilizou-se duas métricas para comparar a acurácia dos métodos: o Erro Vetorial Total (EVT) e o Erro Médio Absoluto (EMA) (Martin et al., 1998):

$$EVT_i^k = \frac{\left|\vec{V}_i^k - \vec{V}_i^{ref}\right|}{\left|\vec{V}_i^{ref}\right|}, \tag{4.3}$$

onde $\vec{V}_i^k$ é o fasor de tensão i, obtido com as estimativas da simulação k, $\vec{V}_i^{ref}$ é valor deste fasor na solução de fluxo de potência.

Figura 16 – Sistema de 123 barras do IEEE com o plano de medição considerado nas simulações



Fonte: Elaborada Pelo Autor

$$EMA_i = \frac{1}{n_{\text{simulações}}} \sum_{k=1}^{n_{\text{simulações}}} \left| \hat{x}_i^k - x_i^{\text{ref}} \right|, \tag{4.4}$$

onde, k representa cada repetição das $n_{\text{simulações}}$ de Monte Carlo, $\hat{x}_i^k$ é o valor estimado para a variável i na simulação k e x_i^{ref} é valor da variável na solução do fluxo de potência. Na análise de convergência foi considerado o valor médio da norma do vetor Δx em cada uma das iterações, considerando as 100 simulações de Monte Carlo para cada caso.

Em todos os casos o desequilíbrio foi referido de acordo com o FDT (Fator de Desbalanço de Tensão) (IEEE, 2001):

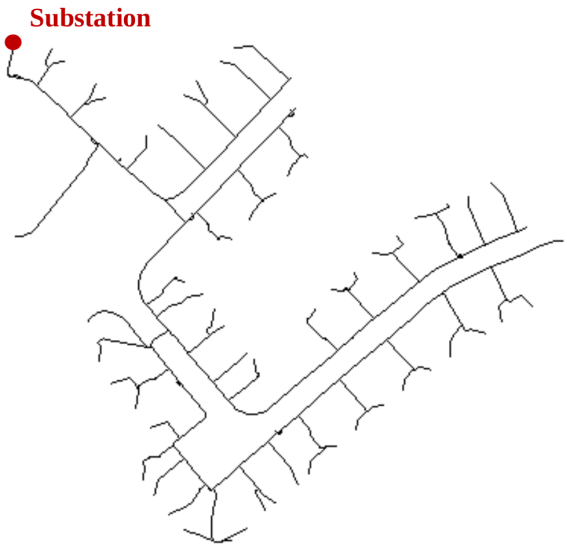
$$FDT\% = \frac{V_2}{V_1} 100, \tag{4.5}$$

onde V_1 e V_2 são os módulos das tensões de sequência positiva e negativa, respectivamente.

4.3 Análise dea Observabilidade e Convergência

Nesta seção são investigadas algumas das hipóteses levantadas no capítulo anterior, utilizando os sistemas de 34 e 123 barras com os planos de medição apresentados nas Figuras 15 e 16. Neste teste a matriz $H\Delta$ é obtida em diferentes condições, para investigar os fatores que influenciam em sua estrutura.

Figura 17 – Diagrama do"*European Low Voltage Test Feeder*" de 906 barras



Fonte: Retirada de (IEEE, 2012)

Além disso, realizou-se uma análise de convergência para confirmar os vereditos obtidos a partir da análise da matriz $H\Delta$, sobre o número de referências necessárias. Nesta simulação considerou-se ruído de medição e dada sua natureza aleatória, realizou-se simulações de Monte Carlo, para este teste considerou-se alimentação equilibrada no barramento de referência.

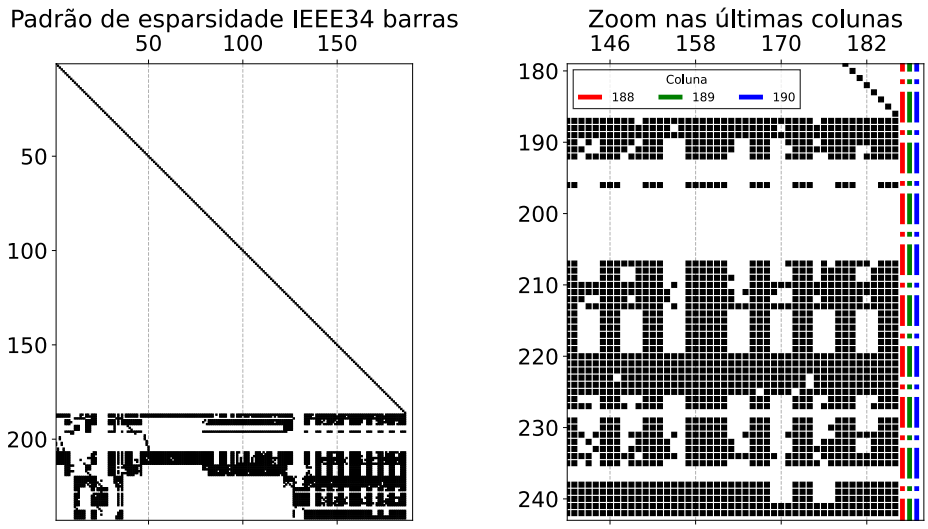
4.3.1 IEEE 34 barras

Inicialmente obteve-se, para o IEEE 34 barras, a matriz $H\Delta$ com o transformador da subestação conectado em Yg-Yg e o *flat start*. A Figura 18 mostra dois gráficos com o padrão de esparsidade desta matriz, o primeiro mostra a visão geral, contudo, como este sistema possui 190 variáveis de estado (não é um múltiplo de 6 pois existem ramais monofásicos e bifásicos), sua matriz Jacobiana é extensa. Por isso, o segundo gráfico destaca apenas as últimas colunas.

Note-se que, neste caso, a matriz $H\Delta$ apresenta três colunas de zeros, evidenciando que há necessidade de três referências angulares. Com isso, insere-se o modelo alternativo de transformador no circuito e realiza-se novamente a análise de observabilidade. O resultado pode ser visto na Figura 19. Assim como esperado, agora nota-se apenas uma coluna de zeros, indicando que é possível utilizar apenas uma referência angular.

Isto ocorre pois a barra de referência está conectada ao sistema por um componente em que a condição $Y_{pp} = -Y_{ps} = Y_{ss} = -Y_{sp}$ (3.5) não é verdadeira, e por se tratar do transformador da subestação, existe uma maior redundância de medidas neste componente. Com isso, fluxos em terminais opostos, e na mesma fase, proporcionam linhas linearmente independentes na matriz Jacobiana. Por consequência, o posto da correspondente matriz

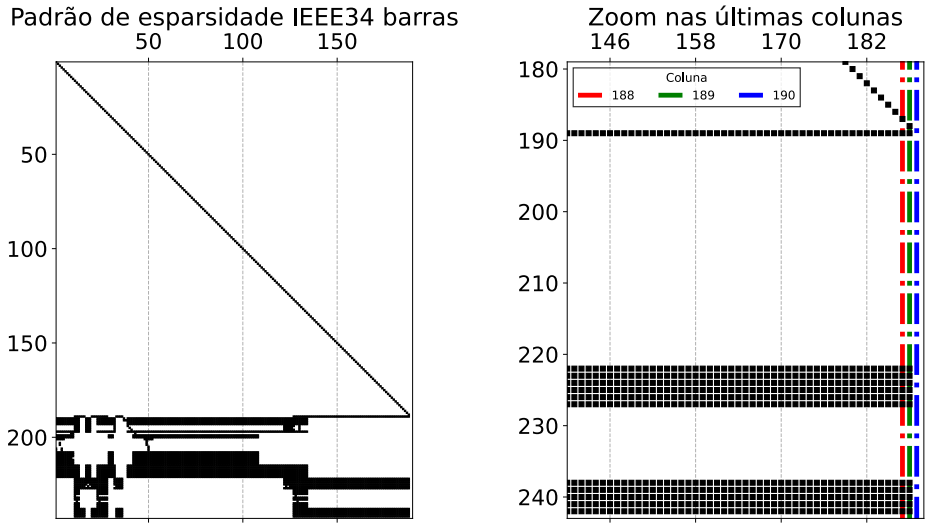
Figura 18 – Padrão de Esparsidade da Matriz H Δ do sistema IEEE 34 barras considerando o *flat-start* com o modelo de transformador Yg-Yg tradicional



Fonte: Elaborada Pelo Author

Jacobiana é maior do que quando utiliza-se o modelo tradicional, possibilitando estimar os ângulos da subestação.

Figura 19 – Padrão de Esparsidade da Matriz H Δ do sistema IEEE 34 barras considerando o *flat-start* e o modelo alternativo de transformador

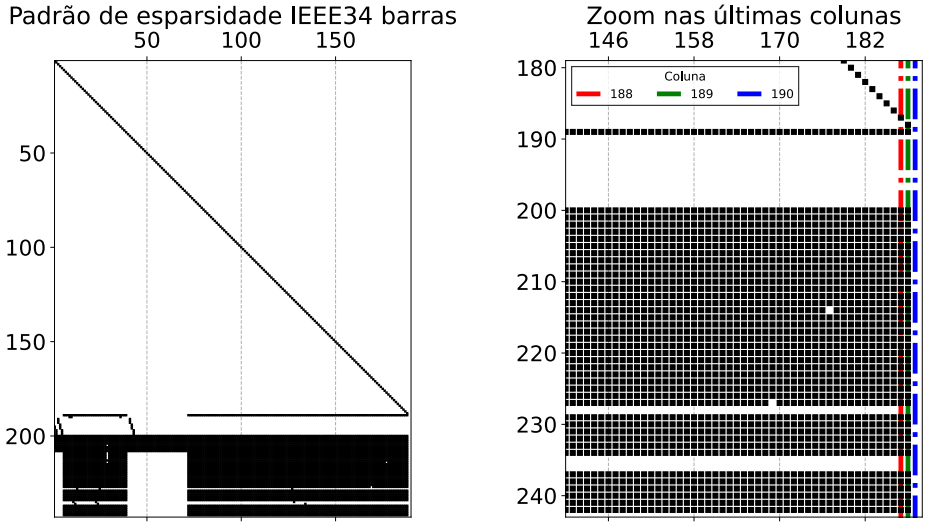


Fonte: Elaborada Pelo Author

Por fim, para investigar a influência do valor do vetor x sobre a estrutura da matriz $H\Delta$, ela foi calculada considerando um valor diferente de inicialização das variáveis de estado, que foi obtido adicionando-se valores aleatórios entre -0,01 e 0,01 p.u. às variáveis

de estado. O resultado pode ser visto na Figura na Figura 20.

Figura 20 – Padrão de Esparsidade da Matriz H Δ do sistema IEEE 34 barras considerando o *flat-start* perturbado e o modelo tradicional de transformador

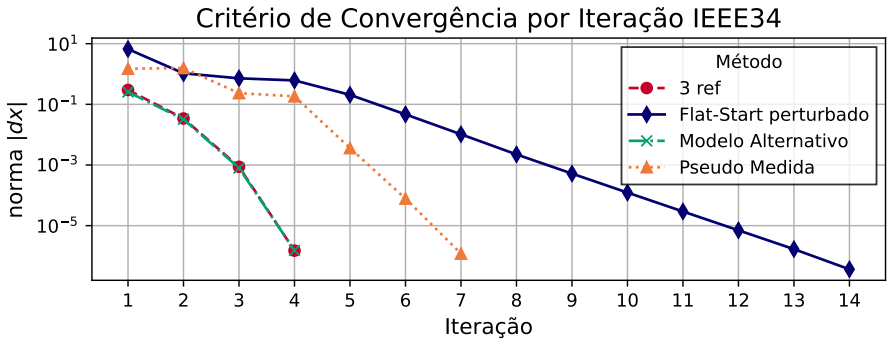


Fonte: Elaborada Pelo Author

Note que agora, também existe apenas uma coluna de zeros nesta matriz, com isso o processo iterativo deve convergir com apenas uma referência angular fora do *flat-start*. Outro fator interessante é o aumento de redundância local, que pode ser observado pelo aumento da quantidade de elementos não nulos. Isso ocorre porque ao atribuir valores diferentes para as variáveis de estado, alteram-se também os valores das derivadas que compõe os elementos desta matriz e por consequência, as relações de dependência linear de suas linhas, como explicado em (Almeida; ASADA; GARCIA, 2006; Langner; Abur, 2019). Neste caso, o número de elementos não nulos parece indicar que a redundância local de medidas aumenta em pontos de operação fora do *flat-start*. Resultado que também pode ser observado quando obtêm-se a matriz $H\Delta$ com a Jacobiana não-linear no estimador que utiliza o equivalente de sequência positiva (Massignan; Melo; London, 2020). Na realidade, este aumento de redundância entre medidas em outros pontos de operação é o que indica, que neste sistema, o método da pseudo-medida de ângulo pode funcionar.

Para confirmar os vereditos da análise de observabilidade, realizou-se uma análise de convergência considerando todas as estratégias para permitir a estimação com apenas uma referência e considerando o estimador partindo com 3 referências. A Figura 21 apresenta o valor médio da norma do vetor de atualização das variáveis de estado por iteração (norma $|dx|$), considerando as 100 simulações de Monte Carlo. É possível perceber que todas estratégias tem sucesso em fazer com que o estimador alcance o critério de convergência, confirmando os vereditos da análise de observabilidade.

Figura 21 – Critério de convergência por iteração no IEEE 34 barras considerando 3 referências, 1 referência com o modelo de transformador alternativo, 1 referência com a estratégia da pseudo medida e com o *flat-start* perturbado



Fonte: Elaborada Pelo Author

Observe que, neste teste os casos foram gerados considerando que a alimentação na barra de referência é realmente equilibrada. Isto favorece o uso de três referências, pois o valor assumido por elas é o correto. Contudo, é possível observar que a estratégia que utiliza o modelo alternativo do transformador consegue ter performance semelhante, mostrando a sua eficácia.

Já a estratégia da pseudo-medida necessita de um número maior de iterações para convergir, nota-se que só a partir da 4ª iteração ela começa a convergir com maior intensidade. Além disso, observa-se que a estratégia do *flat-start* perturbado é a que demanda o maior número de iterações para convergir.

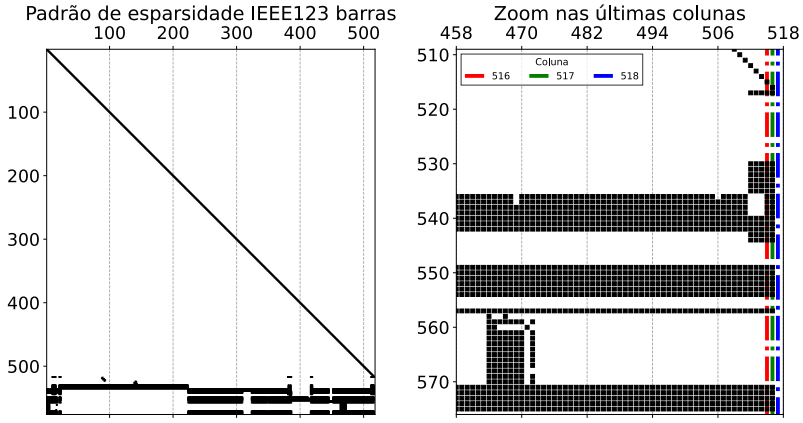
4.3.2 IEEE 123 barras

O mesmo processo foi realizado para o sistema de 123 barras, inicialmente considerando a conexão D-Yg e o *flat-start*. O padrão de esparsidade da matriz $H\Delta$ pode ser visto na Figura 22. Nota-se que neste caso o sistema possui apenas uma coluna de zeros mesmo no *flat-start*, indicando que é possível utilizar apenas uma referência angular.

Da mesma forma, obteve-se o padrão de esparsidade para este mesmo sistema, mas agora considerando que o transformador da subestação está conectado em Yg-Yg, utilizando o modelo tradicional. O padrão de esparisdade pode ser visto na Figura 23.

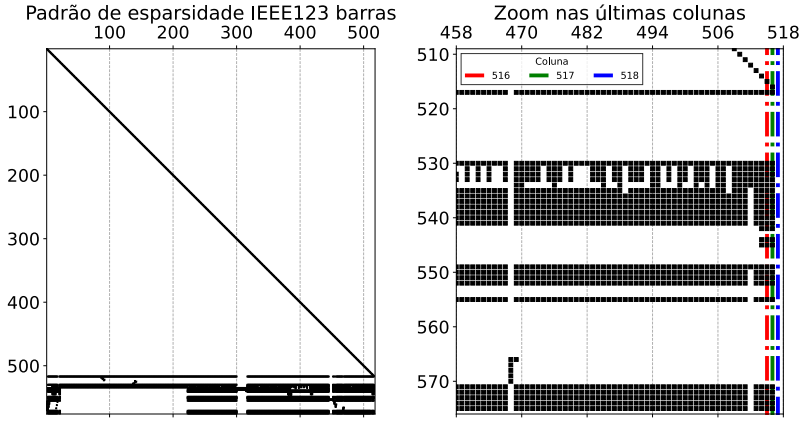
Nota-se que, diferente do 34 barras, este sistema necessita de apenas uma referência, mesmo com esta conexão de transformador. De fato, como mostrado em (Melo et al., 2021), trabalho publicado a partir desta pesquisa, este sistema necessita de uma referência mesmo sem o modelo da subestação. Deve-se lembrar, que este circuito é de médio porte, com várias linhas com capacitância paralelo e possui ainda outro transformador. A união de todos estes fatores já é suficiente para que a matriz Jacobiana tenha posto suficiente para permitir que estime-se os ângulos da barra de referência.

Figura 22 – Padrão de Esparsidade da Matriz H Δ do sistema IEEE 123 barras considerando o *flat-start* com o modelo de transformador D-Yg



Fonte: Elaborada Pelo Author

Figura 23 – Padrão de Esparsidade da Matriz $H\Delta$ do sistema IEEE 123 barras considerando o *flat-start* com o modelo de transformador Yg-Yg

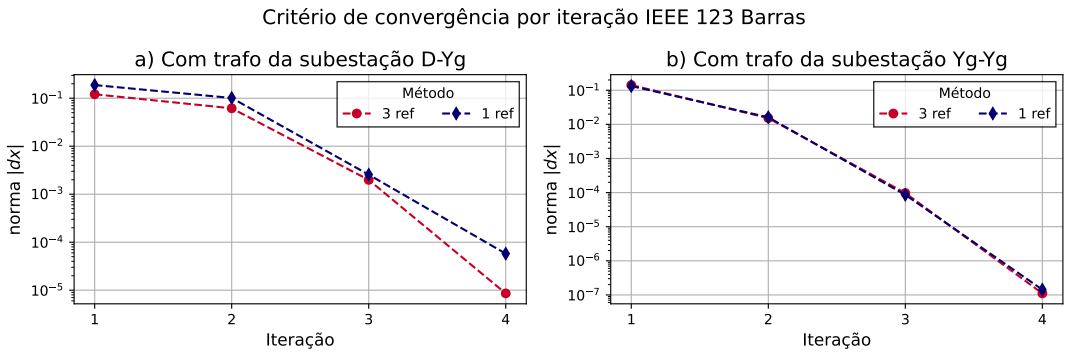


Fonte: Elaborada Pelo Author

Para confirmar que este sistema converge com apenas uma referência em ambos os casos, também realizou-se uma análise de convergência, assim como foi feito para o sistema anterior. A Figura 24 apresenta o valor médio da norma do vetor de atualização das variáveis de estado por iteração (norma $|dx|$), considerando as 100 simulações de Monte Carlo.

Nota-se que a característica de convergência deste sistema é semelhante, tanto com três, quanto com apenas uma referência angular, independente da conexão do transformador. Dessa forma, de acordo com os resultados obtidos para os dois sistemas (34 barras e 123), é possível perceber que se a $H\Delta$ obtida no *flat-start* possui apenas uma coluna de zeros, deve ser possível utilizar apenas uma referência e ainda conseguir boa taxa de convergência.

Figura 24 – Critério de convergência por iteração no IEEE 123 barras considerando 1 referência e três, com o transformador da subestação conectado em a) D-Yg b)Yg-Yg



Fonte: Elaborada Pelo Author

4.4 Análise de Sensibilidade da Ponderação das Pseudo-Medidas de Ângulo

Esta seção consiste de uma análise de sensibilidade sobre o valor da ponderação das pseudo-medidas de ângulo de fase da tensão, fazendo uso do sistema de 34 barras com o modelo tradicional do transformador. Como a análise de observabilidade mostrou, neste sistema as pseudo-medidas de ângulo se fazem necessárias, com isto, este teste tem como propósito investigar o valor do peso w atribuído a elas na matriz de ponderação W, sobre a acurácia das estimativas obtidas.

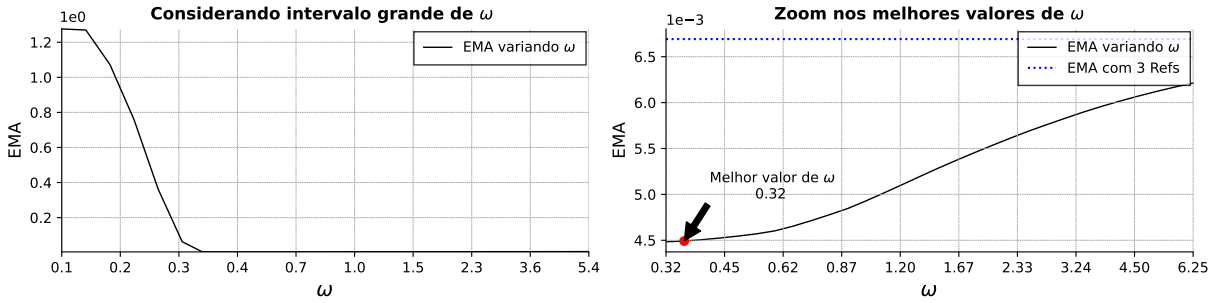
Neste teste, considerou-se valores de ponderação w (o valor fornecido diretamente na diagonal da matriz W) entre 0.1 e 6.25, sendo que para cada um deles foram realizadas 100 simulações de Monte Carlo. Também variou-se, em cada amostra, o FDT na barra de referência. Considerou-se que seu valor está entre 0% e 2%, seguindo uma função densidade de probabilidade aleatória uniforme. Isto foi feito para garantir que o valor de ponderação definido como o melhor não seja influenciado por um caso de desbalanço específico.

A Figura 25 mostra o valor do EMA geral obtido utilizando a estratégia da pseudo-medida variando os pesos atribuídos. Também está destacado o valor do EMA considerando 3 referência fixas e com o desequilíbrio de tensão na barra de referência obtido da mesma forma. A figura constitui-se de dois gráficos, o primeiro considerando todas as faixas de valores utilizadas no teste e a segunda destacando os melhores valores de ponderação.

A partir dela é possível perceber que, se o peso atribuído às pseudo-medidas angulares for muito alto, elas terão maior influência nas estimativas finais, fazendo com que os ângulos na barra de referência assumam os valores de sequência positiva. Assim, como esperado, este método equivaleria a considerar três referências fixas.

À medida que o valor da ponderação decresce o método começa a funcionar (segundo gráfico apresentado na Figura 25), permitindo estimar corretamente os ângulos da barra de referência. Neste cenário, enquanto o processo iterativo acontece e o valor do vetor x se

Figura 25 – Análise de sensibilidade da ponderação das pseudo-medidas de ângulo no sistema IEEE34 barras



Fonte: Elaborada Pelo Autor

altera, a matriz Jacobiana tem seu posto incrementado, diminuindo o número de referências necessárias e permitindo que medidas obtidas em tempo-real forneçam informações sobre o desbalanço de tensão na barra de referência.

Contudo, observa-se que se a ponderação é muito pequena, os ângulos da barra de referência passam a variar muito livremente durante o processo iterativo (primeiro gráfico apresentado na Figura 25). Isto torna o problema numericamente instável e em algumas das simulações de Monte Carlo não há convergência do EE. Eis a razão de o valor do EMA passar a ser muito alto.

4.5 Análise Comparativa de Acurácia

Nesta seção comparam-se as acurácias das estratégias propostas neste trabalho às acurácias das principais estratégias da literatura: considerar três referências equilibradas e o Barramento Virtual. Já a estratégia que considera uma referência fora do *flat-start* é abordada mais brevemente, pois neste trabalho, assim como em (Almeida; ASADA; GARCIA, 2006; Langner; Abur, 2019; Langner; Abur, 2020; Melo et al., 2021), ela não apresentou bons resultados.

Inicialmente, a Tabela 8 expõe as nomenclaturas utilizadas para cada uma das estratégias para tratar a barra de referência as análises desta seção.

A Tabela 9 apresenta os valores de EMA no IEEE 34 barras com o transformador da subestação em Yg-Yg, considerando 3 referências angulares e 1 referência fora do *flat-start*, em dois cenários de desbalanço na barra de referência. O primeiro com 0% e o segundo com 2%.

A partir dos valores de EMA é possível observar que, embora esta estratégia permita a convergência do EE com uma referência, não obtêm-se bons resultados em termos de acurácia. Na realidade, nota-se que este método obtém estimativas com alto EMA, o que aliado à baixa taxa de convergência indica que, mesmo que a perturbação no *flat-start* aumente o posto da matriz Jacobiana, o ponto de inicialização do EE é distante

Método	Descrição
3 Ref	Considerando três referências fixas, com valores de sequência positiva
BV	Utilizando a estratégia do barramento virtual
1 Ref	Utilizando apenas uma referência, sem a necessidade de nenhuma estratégia para possibilitar isto.
1 Ref FFS	Utilizando apenas uma referência partindo o estimador fora do *flat-start*
1 Ref A	Utilizando apenas uma referência com a estratégia da pseudo-medida de ângulo.
1 Ref B	Utilizando apenas uma referência com o modelo alternativo de transformador

Tabela 8 – Nomenclatura dos métodos utilizada nesta seção

Desbalanço	1 Ref FFS	3 Ref
0%	1.323	5.167e-4
2%	4.375e-01	4.308e-3

Tabela 9 – EMA partindo o estimador com 1 referência fora do *flat-start* e com 3 referências, no IEEE 34 barras considerando 0% e 2% de desbalanço de tensão na barra de referência

do verdadeiro e isto parece fazer a solução ser atraída por um mínimo local, não condizente com o estado de operação atual do sistema.

Nota-se que, diferente do que foi obtido em (Melo et al., 2021), nos casos de desbalanço esta estratégia não performa de forma semelhante ao utilizar três referências, na realidade ela é pior. Isso está relacionado ao tamanho do sistema. Neste trabalho utiliza-se um sistema maior, que é naturalmente mais complexo e pior condicionado numericamente. Assim a solução do *flat-start* perturbado tende a enfrentar mais instabilidade e obter pontos de operação mais distantes do real.

Para conceber a Tabela 10 utilizou-se três condições diferentes para provocar o desbalanço na barra de alta da subestação. Neste teste as soluções de fluxo de potência para gerar os casos de referência foram feitas a partir do circuito que inclui o BV, desta forma, em cada caso, cada uma de suas hipóteses foi testada:

- **Caso 1**: A hipótese do BV é completamente correta: as impedâncias de Thévenin representam corretamente o sistema a montante e o desequilíbrio na barra de alta da subestação é causado exclusivamente pelas quedas de tensão sobre as impedâncias do BV. Assim, as tensões de Thévenin são equilibradas.

- **Caso 2**: Uma das hipóteses do BV é incorreta: as impedâncias de Thévenin utilizadas para gerar o caso de referência não representam corretamente o sistema a montante (na prática, durante o fluxo de potência considerou-se valores diferentes de impedância

$7Z_0$, $4Z_+$ e $4Z_-$), contudo o desbalanço na barra de alta da subestação ainda é causado apenas pelas quedas de tensão nas impedâncias do BV.

- **Caso 3**: Uma das hipóteses do BV é incorreta: há 1% de desbalanço na tensão de Thévenin, contudo o equivalente de curto-circuito é igual ao utilizado para gerar o caso de referência.

Caso	34 barras				123 barras		
	3 Ref	BV	1 Ref A	1 Ref B	3 Ref	BV	1 Ref
I	1.24e-3	8.58e-4	6.62e-3	1.127e-3	1.07e-3	1.02e-3	1.68e-3
II	9.64e-3	8.72e-3	8.07e-3	9.800e-4	1.44e-3	1.26e-3	1.69e-3
III	1.22e-2	1.28e-2	7.16e-3	9.847e-4	1.38e-2	1.35e-2	1.63e-3

Tabela 10 – Média do EVT em três casos diferentes de hipótese de desbalanço no barramento de referência, considerando diferentes estratégias para tratar a barra de referência.

Na Tabela 10 está destacado a média do EVT, considerando diferentes estratégias para tratar a barra de referência. Observa-se que em ambos os sistemas, no Caso I, a média do TVE é a menor para o método do BV. Isto se dá pois esta é uma situação ideal para esse método, já que neste caso o circuito equivalente representa perfeitamente o sistema de transmissão a montante. Além disso, o desequilíbrio na barra de alta da subestação é causado exclusivamente pelas cargas desequilibradas do SD e sua assimetria. Mesmo assim, no sistema de 123 barras as estratégias do BV e 3 Ref tem acurácia semelhante. Isto ocorre pois neste sistema o nível de curto-circuito é alto, tornando baixos os valores de impedância que conectam o BV. Por consequência, o desbalanço no barramento de alta da subestação também é baixo.

O segundo caso tenta descrever uma situação em que o equivalente de curto circuito não representa a configuração do circuito a montante, devido, por exemplo, a uma contingência no sistema de transmissão, ou uma mudança de topologia deste circuito que não foi informada ao operador do SD. Agora a acurácia da estratégia do BV reduz, já que uma de suas hipóteses não é cumprida, como pode ser visto na Tabela 10. No sistema de 34 barras as duas estratégias que permitem utilizar apenas uma referência começam a apresentar melhores resultados, já no 123 barras o BV ainda tem o melhor desempenho, como neste caso, o nível de curto-circuito ainda continua baixo, assim como o desbalanço.

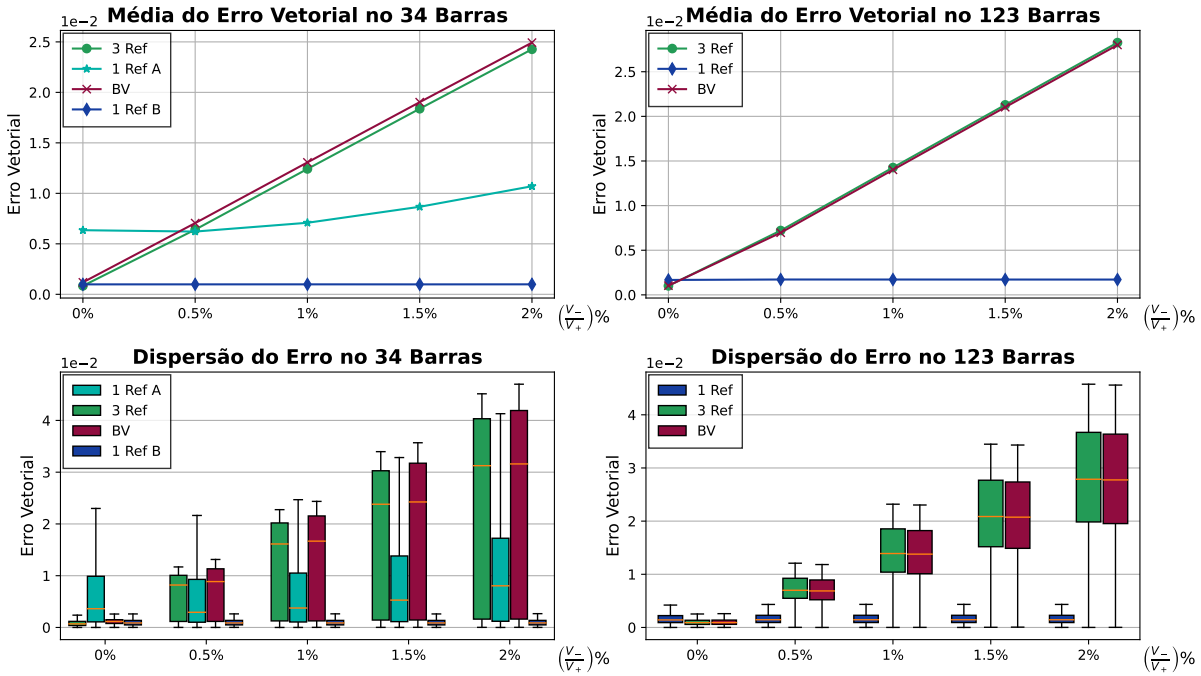
Finalmente, no terceiro caso, em ambos os sistemas, as estratégias que permitem utilizar apenas uma referência mostram-se as mais precisas. Este caso tem o intuito de lembrar que o equivalente de Thévenin é composto por duas partes: a impedância equivalente e a tensão de circuito aberto. Assim, mesmo que as impedâncias representem o sistema a montante, é difícil afirmar que as tensões de Thévenin escolhidas representam

de forma adequada a atual condição de operação, já que outros fatores, alheios ao SD em questão, podem influenciar o desbalanço no barramento de alta da subestação. Como, por exemplo, outros alimentadores conectados na mesma subestação.

Ainda assim, pode-se observar que as estratégias que partem o estimador com apenas uma referência apresentam acurácia constante, independente da causa do desbalanço. Isto está relacionado a elas dependerem de menos hipóteses, utilizando apenas as informações usuais do processo de estimação (i.e. as medidas e os parâmetros do SD em questão). No caso do sistema de 34 barras, em que utilizar uma referência diretamente não é possível, nota-se que o modelo alternativo de transformador apresenta melhores resultados do que a estratégia da pseudo-medida de ângulo, que ainda assim é melhor do que as demais, quando as hipóteses do BV não são cumpridas.

Na Figura 26 testou-se cinco níveis de desbalanço separadamente. Agora o fluxo de potência que gerou os casos de referência considerou o barramento de alta da subestação como referência. Dessa forma, nenhuma hipótese sobre o que acontece a montante do SD foi assumida. Agora, para ambos sistemas, com apenas 0.5% de desbalanço, nota-se que as estratégias que utilizam apenas uma referência são melhores. Outro aspecto importante é que nos casos onde a análise de observabilidade no *flat-start* mostra que é possível utilizar uma referência, portanto, a estratégia da pseudo-medida de ângulo não é necessária, a performance é melhor.

Figura 26 – Análise do EVT com 5 níveis de desbalanço de tensão na barra de referência da subestação.



Fonte: Elaborada Pelo Autor

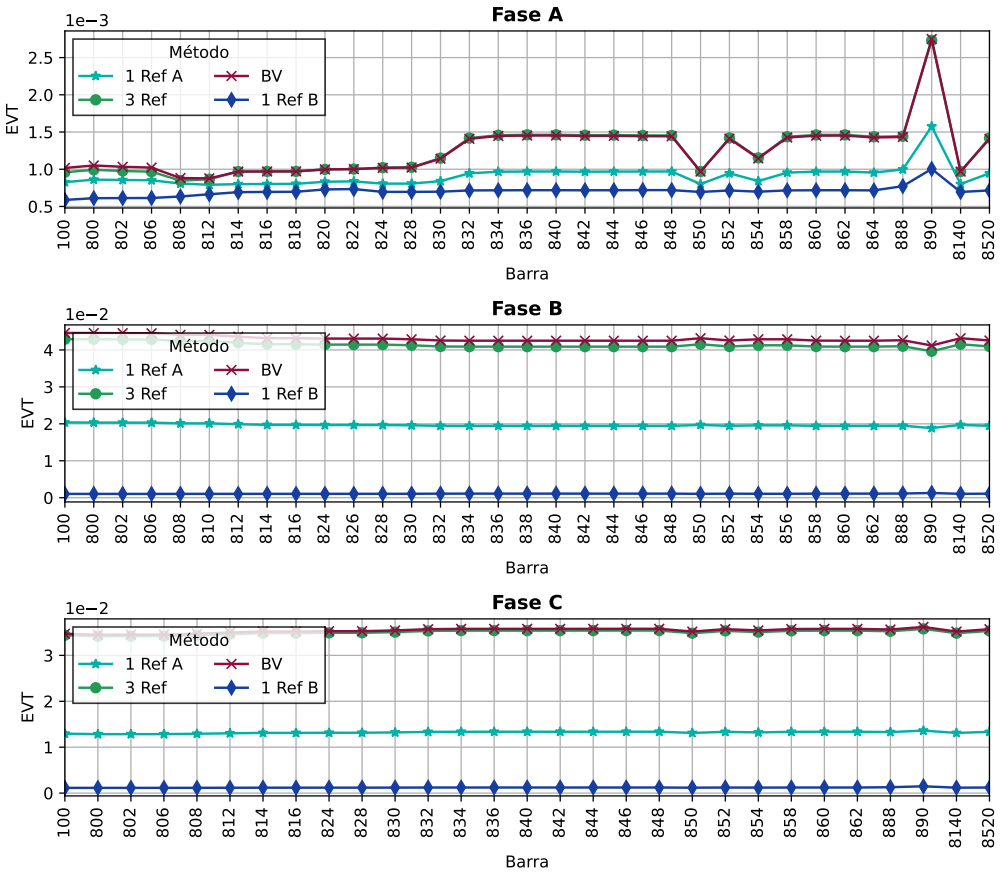
Além disso, como pode ser visto nos gráficos de dispersão do erro, os métodos

que consideram três referências apresentam resultados mais dispersos, já os que utilizam apenas uma referência são mais consistentes. Assim como no caso da média do EVT, nos casos onde a análise de observabilidade no *flat-start* mostra que é possível utilizar uma referência, obtêm-se a menor dispersão do erro em casos com desbalanço na barra de referência.

Outro fator interessante é que nos métodos que consideram três referências (3 Ref e BV) o EVT médio cresce linearmente com o desbalanço de tensão na barra de referência. Isto porque nestes casos duas variáveis de estado são assumidas como constantes, não permitindo que modelo da rede represente corretamente o comportamento do sistema.

A Figura 27 mostra o valor do EVT médio por fasor no sistema de 34 barras, considerando 2% de desbalanço de tensão na barra de referência e 4 métodos para tratar o barramento de referência.

Figura 27 – Análise da propagação do EVT médio por barra do sistema, considerando 2% de desbalanço de tensão na barra de referência.



Fonte: Elaborada Pelo Autor

A partir desta figura é possível notar que o efeito do tratamento inadequado da barra de referência não é restrito apenas às barras próximas da subestação, na realidade isto afeta as variáveis ao longo de todo o alimentador. Desta forma, invalida-se o estado

estimado como um todo, prejudicando qualquer análise posterior que utilize-o.

Na Tabela 11 destaca-se o EMA por fase e por tipo de variável de estado (módulo de tensão e ângulo), considerando 2% de desbalanço de tensão na barra de referência. Estes resultados confirmam que as estratégias que utilizam apenas uma referência angular obtém os menores valores de EMA para todas as grandezas. Ainda assim, os casos onde não é necessário utilizar a estratégia da pseudo-medida de ângulo apresentam os melhores resultados no geral.

Variável de Estado	Ph	34 Barras				123 Barras		
		3 ref	BV	1 Ref A	1 Ref B	3 Ref	BV	1 Ref
EMA_V	A	9.7e-4	9.8e-4	8.3e-4	6.8e-4	8.4e-3	8.3e-3	8.8e-4
	B	7.9e-4	7.9e-4	7.9e-4	6.9e-4	1.2e-2	1.2e-2	1.0e-3
	C	1.1e-3	1.1e-3	8.5e-4	6.1e-4	2.8e-3	2.9e-3	7.8e-4
EMA_θ	A	6.8e-4	6.8e-4	3.2e-4	1.5e-4	1.7e-2	1.7e-2	1.0e-3
	B	4.1e-2	4.3e-2	2.0e-2	8.4e-4	2.4e-2	2.4e-2	9.6e-4
	C	3.5e-2	3.5e-2	1.3e-2	7.5e-4	3.5e-2	3.5e-2	1.7e-3

Tabela 11 – EMA por fase e por tipo de variável de estado nos sistemas de 34 e 123 barras, considerando 2% de desbalanço de tensão na barra de referência.

Outro aspecto interessante é que, mesmo as fases B e C possuindo os maiores valores de EMA nos métodos que utilizam três referências (3 Ref e BV), a fase A também é afetada pelo desbalanço de tensão na barra de referência. Além disso, nota-se que a perda de acurácia não esta restrita aos ângulos, mas também afeta as magnitudes de tensão.

4.6 Efeitos Práticos do Tratamento Inadequado do Barramento de Referência

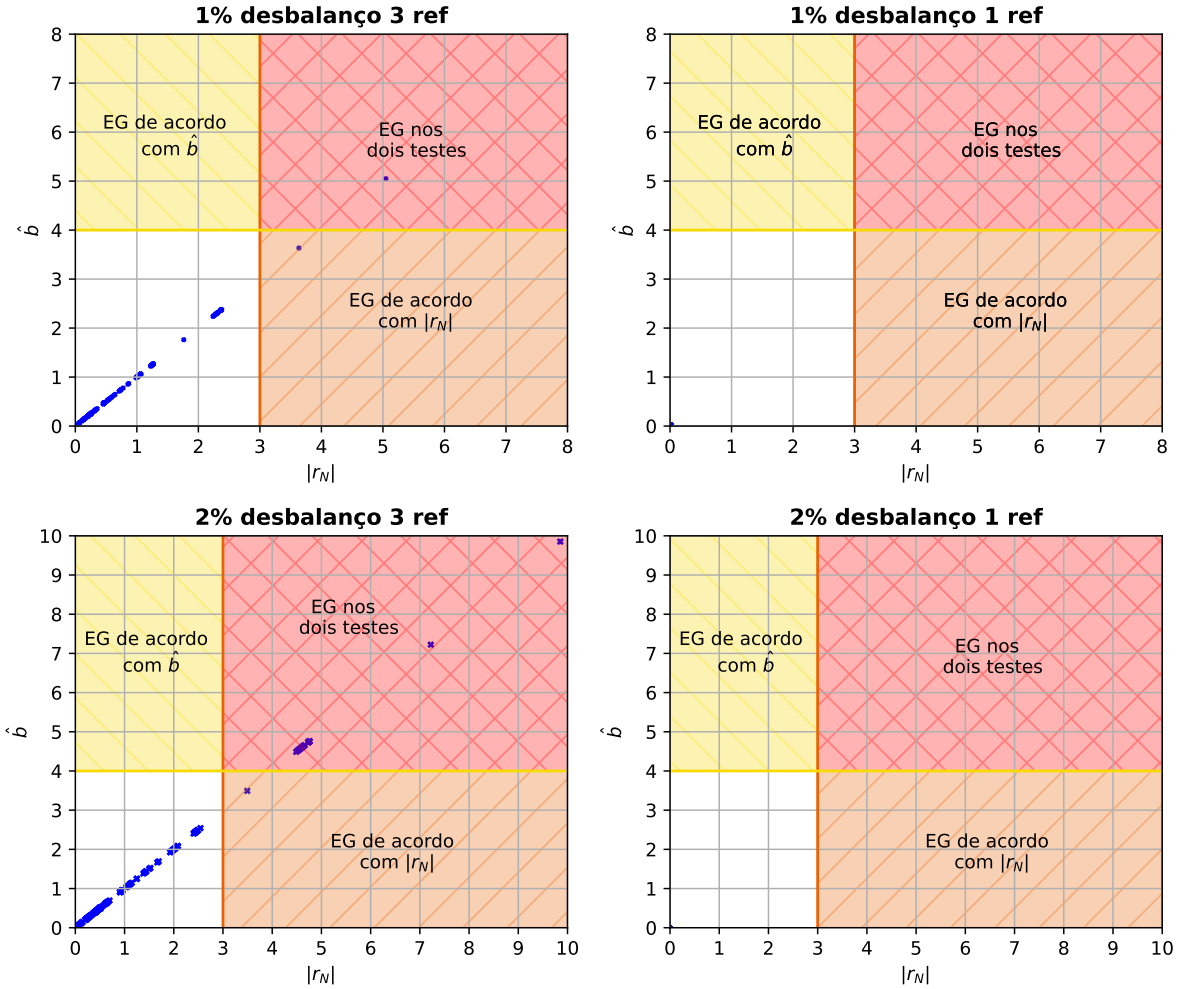
Nesta seção são apresentados resultados que demonstram como o tratamento inadequado da barra de referência pode afetar a capacidade de o EE processar EGs. Isto para exemplificar efeitos práticos de não se considerar que possa haver desbalanço de tensão na barra de referência. Os testes utilizaram o sistema de 906 barras disponível em (IEEE, 2012) intitulado "*European Low Voltage Test Feeder*", que é um sistema radial e em baixa tensão. Considerou-se que todas as cargas deste sistema são monitoradas por medidores inteligentes que fornecem tensão e medidas de injeção de potência ativa e reativa. Além disso, foram distribuídas outras medidas SCADA através da rede, como mostrado na Tabela 6. Destaca-se, que no inicio deste sistema existe um transformador conectado em D-Yg e a análise de observabilidade indica a necessidade de apenas uma referência.

Neste trabalho utilizaram-se dois testes para a detecção e identificação de EGs. O teste do maior resíduo normalizado (r_N)(Schweppe; Rom, 1970) e o teste do b-chapéu ($\hat{b}$)(Monticelli; Murari; Wu, 1985). Sabe-se que, dado ao mau condicionamento intrínseco das matrizes envolvidas no processo de estimação para SDs, obter o valor destes indicadores

de forma confiável pode ser desafiador. Com isto, neste trabalho utilizou-se da formulação desenvolvida em (Hebling et al., 2021) para obter a matriz de covariância dos resíduos (2.20), utilizando a relação ortogonal (2.48) e rotinas especiais voltadas à sistemas esparsos para prover estabilidade numérica e eficiência computacional. Mais detalhes desta formulação podem ser encontrados no Apêndice B.

Neste teste, obteve-se os r_N e os $\hat{b}$ para todas as medidas em duas situações de desequilíbrio de tensão na barra de referência 1% e 2%, com o estimador utilizando 1 referência angular e três. Inicialmente, não considerando ruído de medição. O resultado pode ser visto na Figura 28. Nestes gráficos a cada medida é atribuído o seu r_N no eixo x e o $\hat{b}$ no eixo y, destacando os limiares de detecção de EGs em cada um dos casos (r_N>3 e $\hat{b}$>4).

Figura 28 – Resíduos Normalizados e $\hat{b}$, considerando desequilíbrio de tensão na barra de referência e realizando a estimação com uma e três referências, não incluindo ruído de medição

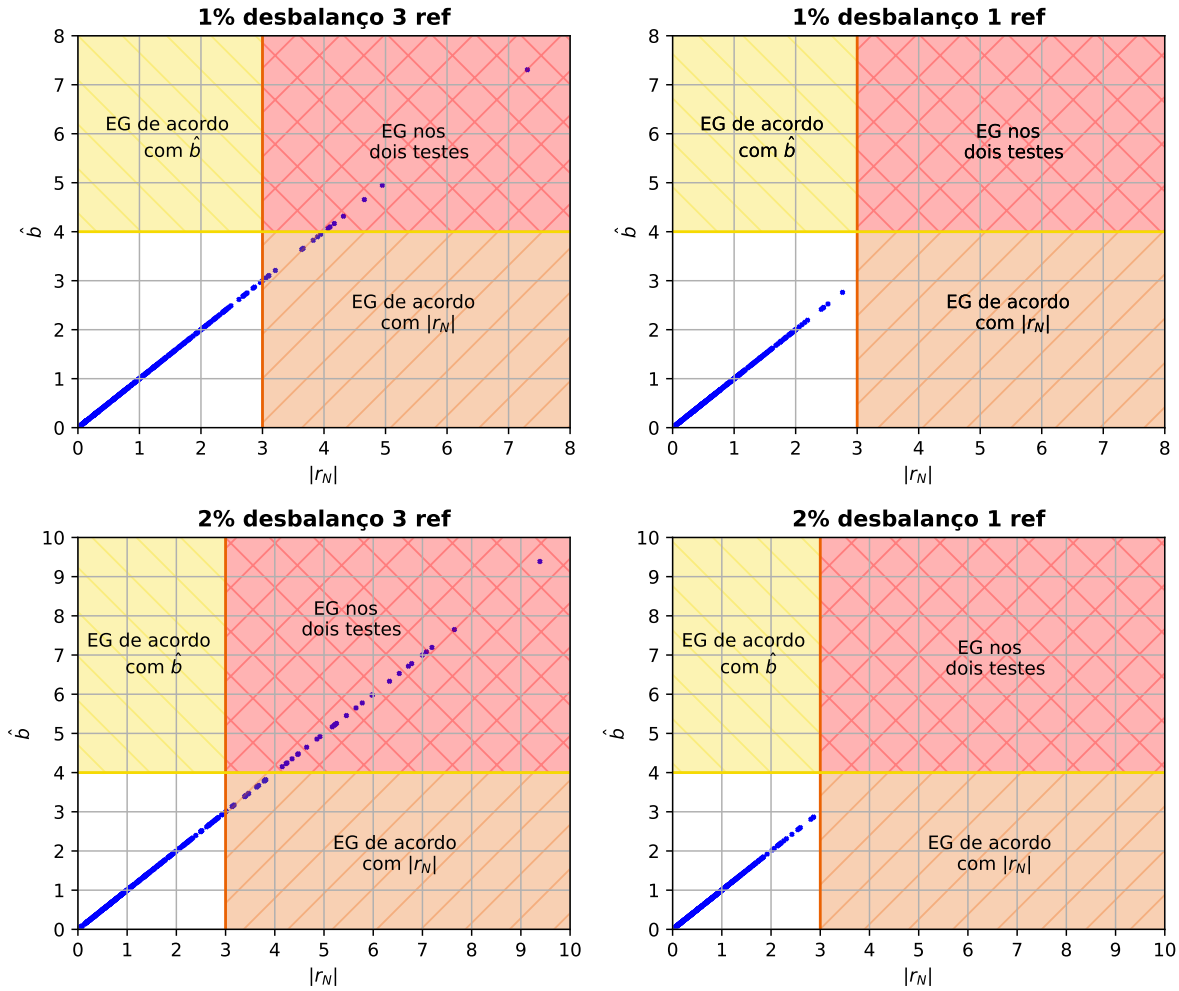


Fonte: Elaborada Pelo Autor

A partir desta figura é possível notar que, mesmo sem ruído, ao se considerar 3

referências angulares com apenas 1% de desbalanço de tensão na barra de referência, algumas das medidas já são erroneamente consideradas como portadoras de EGs. Já quando o desbalanço sobe para 2%, aumenta-se o número de medidas que são indicadas como portadoras de EGs. De maneira contrária, quando utiliza-se 1 referência angular, os dois indicadores são zero para todas as medidas, mostrando que o estado obtido descreve perfeitamente as medidas sem ruído.

Figura 29 – Resíduos Normalizados e $\hat{b}$, considerando desequilíbrio de tensão na barra de referência e realizando a estimação com uma e três referências, incluindo ruído de medição



Fonte: Elaborada Pelo Autor

Na sequência, realizou-se o mesmo procedimento, agora considerando ruído de medição, inserido conforme o procedimento da equação (4.1). O resultado pode ser visto na Figura 29. Agora nota-se que, nos casos em que consideram-se 3 referências, mais medidas são consideradas erroneamente como portadoras de EGs. Já quando o estimador utiliza uma referência apenas, nenhuma das medidas é considerada como portadora de EGs. Na realidade, independente do nível de desequilíbrio, a dispersão dos r_N e $\hat{b}$ é semelhante, mostrando que o teste funciona como o esperado.

4.7 Aspectos Computacionais

A máquina utilizada para estes testes tem um processador AMD Ryzen 9 5900x de 3.7 GHz e 32 Gbytes de memória. O tempo computacional da rotina para calcular o número de referências e o tempo total de execução do algoritmo WLS estão apresentados na Tabela 12. Em cada um dos sistemas realizou-se 100 simulações e os tempos apresentados são valores médios.

Sistema	Tempo Nº Ref	Tempo WLS	Razão %
34 Barras	0.895 ms	37.670 ms	2.37 %
123 Barras	2.638 ms	58.252 ms	4.52%
906 Barras	20.523 ms	2.751 s	0.746%

Tabela 12 – Tempo Computacional para determinar o número de referências necessárias e o tempo total para o algoritmo de Estimação WLS ortogonal proposto em (Hebling et al., 2020)

Como pode ser observado, o tempo para definir o número de referências em todos os sistemas é baixo, quando comparado com o tempo total para efetuar a solução do estimador WLS. Sendo possível afirmar que esta funcionalidade não causa grande impacto, tendo em vista a aplicação total.

Para proporcionar esta eficiência computacional ao determinar o número de referências, utilizou-se funções para decomposição LU disponibilizadas no pacote UMFPACK (DAVIS, 2004). A rotina utilizada realiza uma reordenação na matriz a ser fatorada, para reduzir o número de *fill-ins* nos fatores L e U, aumentando a eficiência computacional e a estabilidade numérica. Além disso, a rotina realiza mudanças de escala nas linhas da matriz Jacobiana, para lidar com o mau condicionamento.

Enquanto isso, para obter de forma numericamente estável a equação normal do estimador e também a matriz de covariância dos resíduos, utilizou-se o pacote SPQR (DAVIS, 2011). Estas rotina também reordenam a matriz a ser fatorada para reduzir a quantidade de *fill-ins* nos fatores Q e R, aumentando a eficiência computacional e fornecendo também estabilidade numérica. Além disso, ela soluciona a equação normal do estimador a partir de retro-substituições sucessivas (Hebling et al., 2020).

Destaca-se que no sistema de 906 barras, o cálculo do número de referências teve menor impacto se comparado aos demais, embora a solução do estimador também utilize rotinas específicas para problemas esparsos. O cálculo do número de referências não necessita das etapas de retro-substituição para solução da equação normal, o que torna seu procedimento menos dispendioso. Além disso, diversos outros fatores podem afetar o funcionamento de ambas as rotinas, por exemplo: a dimensão das matrizes envolvidas, formato, grau de esparsidade e etc.

4.8 Considerações finais

O presente capítulo apresentou os resultados obtidos para validação dos métodos propostos para o tratamento da referência angular no processo de estimação de estado trifásica em SDs. Comparando-os, aos demais presentes na literatura, deve-se destacar, primeiramente, que a análise de observabilidade trifásica realizada na seção 4.3 teve sucesso em determinar os casos onde o estimador consegue convergir com apenas uma referência. Contudo, os resultados da seção 4.5 mostraram que só haverá boa acurácia e boa taxa de convergência quando realiza-se esta análise com a matriz Jacobiana no *flat-start*.

A partir da análise de acurácia, na seção 4.5 mostrou-se que quando é possível realizar a estimação, com uma referência a partir do *flat-start*, esta é a melhor solução. Desta forma, consegue-se estimar todas as variáveis de estado angulares em relação apenas à uma referência e por isso consegue-se representar corretamento os casos onde há desbalanço de tensão na barra de referência. Contudo, existem casos onde há a necessidade de três referências e isto está relacionado aos parâmetros, a topologia da rede e de ligação dos seus componentes. Por isto, neste trabalho propõe-se dois métodos para viabilizar a estimação com uma referência: o algoritmo da pseudo-medida de ângulo e inclusão da subestação no modelo da rede.

O primeiro método demonstra-se uma solução melhor do que as já presentes na literatura para representar a barra de referência, lidando bem com casos onde há desbalanço nesta barra. Assim como o método que parte do *flat-start* perturbado, ele aproveita a alteração do vetor x para possibilitar a estimação dos ângulos da barra de referência. Porém, diferente deste método ele utiliza as pseudo-medidas de ângulo para evitar que a solução seja atraída por mínimos locais, obtendo boa taxa de convergência e boa acurácia.

Contudo, este método depende de uma boa escolha para os valores de ponderação das pseudo-medidas de ângulo, caso atribua-se valores errados o método perde acurácia e pode até mesmo divergir. Além disso, ele não apresenta resultados tão bons nos casos em que é possível realizar a estimação com uma referência, sem estas técnicas.

Por isso, neste trabalho foi proposto um caminho alternativo, que sempre possibilita a utilização de uma única referência, sem o auxílio das pseudo-medidas de ângulo. Isto pode ser obtido simplesmente incluindo-se o transformador da subestação no modelo da rede, pois este equipamento tem boa redundância de medidas e em seu quadripolo, geralmente, a condição de igualdade da equação (3.5) não é verdadeira. Ainda assim, para os casos onde ela é verdadeira, propõe-se um modelo alternativo de transformador que a desfaz.

A partir da análise de observabilidade e convergência, mostrou-se que o modelo alternativo de transformador tem sucesso em permitir a estimação com uma referência onde necessita-se de três quando utiliza-se a modelagem usual de transformador. Além

disso, mostra-se que este método obteve taxa de convergência e acurácias melhores que o método da pseudo-medida de ângulo.

Os resultados também mostraram que o método do BV depende de as duas hipóteses implícitas em sua formulação sejam verdadeiras, para que ele seja capaz de obter bons resultados. Tal situação é difícil, pois geralmente o nível de curto-circuito é apenas uma estimativa, não sendo uma informação fidedigna. Além disso, este método supõe que o desbalanço de tensão na barra de referência é causado apenas pelas cargas e a assimetria do SD, e em condições reais isso pode não ser verdade.

Na realidade, tal formulação não resolve o problema real, que é a não inclusão de duas variáveis de estado dentro do processo iterativo, necessárias para representar com maior fidelidade o comportamento das rede de distribuição. Por isso, os métodos que possibilitam a estimação com uma referência conseguem resultados não apenas mais precisos em média, mas também mais consistentes em caso de desequilíbrio na barra de referência. Além disso, eles fazem-no sem ter de assumir hipótese alguma sobre o comportamento da rede a montante.

Neste capítulo abordou-se também sobre os efeitos práticos no processo de estimação de estado do tratamento inadequado do barramento de referência na seção 4.6. A partir dos resultados mostrou-se que, caso não seja considerado, o desequilíbrio da barra de referência gera um erro sistemático, que pode atestar a existência de EGs em medidas que são, na realidade, saudáveis. Isto ocorre porque o modelo da rede com três referências não consegue englobar completamente o comportamento do sistema e por isso, a análise dos resíduos da estimação, mostra que o estado obtido não é coerente com as medidas disponíveis. Dessa forma, quando realiza-se a estimação com uma referência, consegue-se corrigir este problema.

Ressalta-se que mesmo que a inclusão do transformador no modelo da rede seja uma melhor alternativa para possibilitar a estimação com uma referência, a estratégia da pseudo-medida não deve ser descartada. Pois ela é de mais fácil implementação, não exigindo a modificação dos modelos dos componentes da rede. Além disso, pode haver situações em que seja indesejável incluir o transformador da subestação no modelo, como por exemplo, para alguma arquitetura de estimação específica, em que se deseje realizar o processo de forma independente em partes distintas do alimentador. Com isto, realizou-se uma análise de custo computacional, para mostrar que caso deseje-se implementar o algoritmo da Figura 8, para operar em tempo real, a função para determinar o número de referências mostrou não ter grande impacto no custo computacional total do EE.

5 CONCLUSÕES

5.1 Conclusões

Nas últimas décadas muito tem se falado sobre implementação das *Smart-Grids*, que proverão à operação dos SEP novas funcionalidades automáticas e inteligentes, com o intuito de melhorar a capacidade de gestão das redes elétricas. Em grande parte, dois fatores são fundamentais para a concepção destas novas aplicações: o aumento do número de medidores em tempo real sobre as redes e o crescimento da capacidade de comunicação destes equipamentos, disponibilizando aos operadores cada vez mais informações sobre o sistema.

Dentro deste contexto, o EE é uma peça central, pois é a partir dele que essas informações a respeito do sistema são filtradas, possibilitando acessar seu ponto de operação de maneira mais assertiva. Por consequência, viabilizando diversas análises com a intenção de melhor operar e controlar estes circuitos. Contudo, apesar desta ferramenta já ser aplicada na operação das redes de transmissão a mais de 50 anos (Schweppe; Wildes, 1970), apenas recentemente vislumbrou-se seu uso nos SDs.

Dessa maneira, tendo em vista as particularidades dos circuitos de distribuição, as técnicas já consolidadas para estimação de estado devem ser revistas para adequar-se a este novo contexto. Nesse sentido, uma característica intrínseca dos SDs é o desequilíbrio e a assimetria, não admitindo a simplificação por circuitos equivalentes de sequência, o que torna necessária a utilização de modelos trifásicos completos da rede.

A partir disso surgem novas questões a serem discutidas dentro do paradigma de estimação de estado, uma delas é o tratamento da barra de referência. Como mostrou-se neste trabalho, assim como no caso monofásico, na ausência de medidas de PMU, é preciso escolher uma das barras para ser a referencia angular do sistema. Porém, nos modelos trifásicos as barras são descritas por três variáveis de estado angulares, e a resposta sobre quantas referências utilizar não é trivial. Isso porque, caso escolha-se apenas um ângulo para esta tarefa, podem haver problemas de convergência. De outra maneira, ao aplicar três (um para cada fase), deve-se assumir seus valores como constantes, não permitindo que o modelo da rede considere que pode haver desequilíbrio de tensão na barra de referência.

Por isso, este trabalho buscou investigar mais profundamente as causas destes problemas de convergência com uma referência, mostrando que esta é uma questão de observabilidade. Com isso, ao abordar o problema desta forma, foi possível concluir que em muitos casos é possível realizar a estimação com apenas uma referência angular e que quando possível, esta é a melhor solução. Contudo, outros casos exigem três referências e esta questão esta ligada não só ao plano de medição, mas sim a topologia de conexão e

aos parâmetros dos equipamentos que compõe o modelo da rede.

Desta forma, a partir de um estudo mais aprofundado na estrutura da matriz Jacobiana do estimador trifásico WLS, concebeu-se dois métodos para possibilitar o uso de uma referência em casos que originalmente exigem três. O primeiro método aproveita-se do incremento de posto da matriz Jacobiana fora do *flat-start*, para conseguir acessar os ângulos da barra de referência durante o processo iterativo. Na prática, ele utiliza duas pseudo-medidas de ângulo na barra de referência, que permitem ao algoritmo convergir com uma referência, ao mesmo tempo, não deixando que os ângulos da barra de referência sofram alterações muito bruscas durante o processo iterativo. Dessa forma, evita que a solução seja atraída para mínimos locais, não condizentes com o ponto de operação atual do sistema. Tal solução se mostrou capaz de capturar o desbalanço de tensão na barra de referência e apresentou resultados mais consistentes que as demais da literatura.

Ainda assim, este método apresenta problemas, pois caso os valores de ponderação destas pseudo-medidas seja mal escolhido, elas podem prejudicar a acurácia e a convergência do método. Desta forma, neste trabalho foi proposto uma análise de Monte Carlo para determinar o melhor valor para estas ponderações. Ainda assim, utiliza-se um algoritmo que detecta automaticamente, a partir de uma analise de observabilidade, os casos em que elas são realmente necessárias, não aplicando-as nos demais.

Contudo, mostra-se que, os casos onde a estratégia da pseudo-medida não é necessária para utilizar apenas uma referência, tendem a conseguir melhores resultados. Por isso, buscou-se encontrar uma forma de tornar os ângulos da barra de referência observáveis para todos os casos, a partiu de uma análise mais aprofundada do problema. Investigando como se dão as relações de dependência linear na matriz Jacobiana, notou-se que em componentes onde a condição da equação (3.5) não é verdadeira, fluxos em terminais opostos, na mesma fase de um elemento, geram medidas linearmente independentes, que contribuem para o aumento do posto da Jacobiana. Felizmente isto acontece para a maioria das conexões de transformador.

Com isso, a partir da inclusão do transformador da subestação no modelo, com a exceção dos casos onde ele é conectado em Yg-Yg, dois dos ângulos da barra de referência se tornarão observáveis, possibilitando a estimação com uma referência sem o uso da pseudo-medida de ângulo. Ainda assim, caso o transformador da subestação possua os dois lados em estrela aterrado, propôs-se um modelo alternativo para este componente, capaz de quebrar a condição de igualdade (3.5) e permitir a utilização de apenas uma referência. Com isso, obteve-se uma solução precisa e com melhores taxas de convergência para todos os casos.

Neste trabalho também apresentou-se resultados que mostram o impacto do tratamento inapropriado da barra de referência em estimadores trifásicos, sobre as suas funcionalidades. Mostrou-se que, caso exista desequilíbrio de tensão na barra de referência

e o modelo da rede não consiga representar isto (i.e. considerar três referências), aplicações como o processamento de EGs podem ser prejudicadas. Isso, porque, nestes casos, ao considerar três ângulos como constantes, insere-se um erro sistemático no estimador e por isso, medidas saudáveis podem ser indicadas como espúrias.

Em síntese, este trabalho visou trazer uma solução geral para o problema da definição da barra de referência para aplicação do estimador de estado WLS trifásico em SDs. Trazendo métodos que podem ser aplicados à maioria das redes, sem depender de equivalentes externos que podem ser imprecisos ou a monitoração através de PMUs. Por fim, pode-se dizer que o esforço desta pesquisa está em possibilitar o desenvolvimento de EEs mais adaptados às características dos SDs, capazes de representar corretamente seu comportante, tendo em vista os benefícios que esta ferramenta poderá trazer a operação destes circuitos.

5.2 Trabalhos Futuros

Tendo em vista os resultados obtidos neste trabalho, ainda existem algumas perspectivas sobre o tema:

1. Entender o problema da referência angular em estimadores trifásicos que possuam o modelo a 4 fios, buscando determinar se nestes casos também é possível utilizar apenas uma referência angular.
2. Investigar o papel da referência em estimadores que utilizam formulações alternativas ao WLS, como o baseado na matriz admitância e o das correntes no ramo, para determinar se com elas é possível utilizar apenas uma referência angular.
3. Explorar mais afundo os efeitos locais do tratamento inapropriado da barra de referência. Buscando avaliar através de análises residuais quais são as medidas que são mais afetadas pelo desbalanço angular na barra de referência.
4. Estudar formas de obter a matriz $H\Delta$ a partir de decomposições ortogonais, para obter maior estabilidade numérica neste processo.

5.3 Publicações

Os estudos desenvolvidos durante este trabalho deram origem às seguintes publicações:

Publicadas

- Massignan, J. A.; Melo, V. H. P. de; London, J. B. Efeitos Não-Lineares na Redundância e Observabilidade em Estimadores de Estado para Sistemas Elétricos de Potência. **XXIII Congresso Brasileiro de Automática**, XXIII, 2020.

- Melo, V. P. et al. Estimation of Voltage Unbalance at the Reference Bus in Distribution System State Estimation. **IEEE Power Tech Conference 2021, Madrid, Spain**, 2021.

Submetidas

- Melo, V. H. P.; Massignan, J. A.; London, J. B. a. Distribution system state estimation algorithm with improved angular reference treatment. **Electric Power Systems Research**, 2022.

REFERÊNCIAS

Abur, A.; Exposito, A. G. **Power system state estimation: theory and implementation**. [S.l.]: CRC press, 2004.

Almeida, M. C.; ASADA, E. N.; GARCIA, A. V. Effects of load imbalance and system asymmetry on three-phase state estimation. **2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting, PES**, IEEE, p. 1–6, 2006.

Almeida, M. C. de; Asada, E. N.; Garcia, A. V. Power system observability analysis based on gram matrix and minimum norm solution. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 23, n. 4, p. 1611–1618, 2008.

Baran Junior, A. R. Fluxo de potência ótimo trifásico. 2013.

Baran, M. E.; Kelley, A. W. State estimation for real-time monitoring of distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 9, n. 3, p. 1601–1609, 1994.

_____. A branch-current-based state estimation method for distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 10, n. 1, p. 483–491, 1995.

Benedito, R.; London, J.; Bretas, N. A unified algorithm for observability and redundancy analysis. In: **2009 IEEE Bucharest PowerTech**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–7.

Bretas, N. G. Network observability: theory and algorithms based on triangular factorisation and path graph concepts. **IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution**, IET, v. 143, n. 1, p. 123–128, 1996.

Caro, E. et al. Calculation of measurement correlations using point estimate. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 25, n. 4, p. 2095–2103, 2010.

Castillo, E. et al. Observability analysis in state estimation: a unified numerical approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 21, n. 2, p. 877–886, 2006.

Chen, T.-H. et al. Distribution system power flow analysis-a rigid approach. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 6, n. 3, p. 1146–1152, 1991.

_____. Three-phase cogenerator and transformer models for distribution system analysis. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 6, n. 4, p. 1671–1681, 1991.

DAVIS, T. A. Algorithm 832: Umfpack v4. 3—an unsymmetric-pattern multifrontal method. **ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)**, ACM New York, NY, USA, v. 30, n. 2, p. 196–199, 2004.

_____. Algorithm 915, suitesparseqr: Multifrontal multithreaded rank-revealing sparse qr factorization. **ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)**, ACM New York, NY, USA, v. 38, n. 1, p. 1–22, 2011.

Fang, Z. et al. Active distribution system state estimation incorporating photovoltaic generation system model. **Electric Power Systems Research**, v. 182, p. 106247, 2020. ISSN 0378-7796. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779620300547>.

Fantin, C. d. A. **Análise de observabilidade e de redundância de medidas no contexto de estimação de estado trifásica c**. 2012. Tese (Dissertação de Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, 2012. Disponível em: <https://teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18154/tde-16042012-145452/pt-br.php>.

Faria, W. R. et al. Service restoration in modern distribution systems addressing grid-connected and islanded operations. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 196, p. 107238, 2021.

Gu, J. W. et al. The solution of ill-conditioned power system state estimation problems via the method of peters and wilkinson. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-102, n. 10, p. 3473–3480, 1983.

Göl, M.; Abur, A. Observability and criticality analyses for power systems measured by phasor measurements. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 3, p. 3319–3326, 2013.

Hansen, C. W.; Debs, A. S. Power system state estimation using three-phase models. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 10, n. 2, p. 818–824, 1995.

Hebling, G. M. et al. Sparse and numerically stable implementation of a distribution system state estimation based on multifrontal qr factorization. **Electric Power Systems Research**, v. 189, p. 106734, 2020. ISSN 0378-7796. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037877962030537X>.

_____. Sparse and Orthogonal Method for Fast Bad Data Processing in Distribution System State Estimation. **2021 IEEE Madrid PowerTech, PowerTech 2021 - Conference Proceedings**, 2021.

IEEE. Definitions of voltage unbalance. **IEEE Power Engineering Review**, v. 21, n. 5, p. 49–51, 2001.

IEEE, P. . E. S. **Resources – IEEE PES Test Feeder - Short Circuit Test Cases**. 2012. <https://cmte.ieee.org/pes-testfeeders/resources/>. (Accessed on 12/27/2021).

Ismael, S. M. et al. State-of-the-art of hosting capacity in modern power systems with distributed generation. **Renewable Energy**, v. 130, p. 1002 – 1020, 2019. ISSN 0960-1481.

Kagan, N. **Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica**. [S.l.]: Editora Edgard Blücher, 2008. ISBN 9788521203551.

Kersting, W. H.; Shirek, G. Short circuit analysis of ieee test feeders. In: **PES T D 2012**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1–9.

Krumpholz, G. R.; Clements, K. A.; Davis, P. W. Power system observability: A practical algorithm using network topology. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-99, n. 4, p. 1534–1542, 1980.

Langner, A. L.; Abur, A. Role of the Reference Bus in Three-Phase State Estimation. **51st North American Power Symposium, NAPS 2019**, n. 2, p. 1–6, 2019.

_____. Formulation of Three-Phase State Estimation Problem Using a Virtual Reference. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 36, n. 1, p. 214–223, 2020. ISSN 15580679.

London, J. B.; Alberto, L. F.; Bretas, N. G. Identificação do nível de redundância das medidas para efeito de estimação de estado em sistema de Potência. **Controle & Automação**, v. 12, n. 2, p. 141–147, 2001. ISSN 01031759.

_____. Analysis of measurement-set qualitative characteristics for state-estimation purposes. **IET Generation, Transmission and Distribution**, v. 1, n. 1, p. 39–45, 2007. ISSN 17518687.

Lu, C. N.; Teng, J. H.; Liu, W. . E. Distribution system state estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 10, n. 1, p. 229–240, 1995.

Majdoub, M. et al. A review on distribution system state estimation techniques. p. 1–6, 2018.

Martin, K. et al. IEEE standard for synchrophasors for power systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 13, n. 1, p. 73–77, 1998.

Massignan, J. A.; Melo, V. H. P. de; London, J. B. Efeitos Não-Lineares na Redundância e Observabilidade em Estimadores de Estado para Sistemas Elétricos de Potência. **XXIII Congresso Brasileiro de Automática**, XXIII, 2020.

Massignan, J. A. D. Estimação de Demanda em Tempo Real para Sistemas de Distribuição Radiais. 2016.

Melo, V. H. P.; Massignan, J. A.; London, J. B. a. Distribution system state estimation algorithm with improved angular reference treatment. **Electric Power Systems Research**, 2022.

Melo, V. P. et al. Estimation of Voltage Unbalance at the Reference Bus in Distribution System State Estimation. **IEEE Power Tech Conference 2021, Madrid, Spain**, 2021.

Monticelli, A. **Fluxo de carga em redes de energia eletrica**. E. Blucher, 1983. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=b_qAkgEACAAJ>.

_____. **State Estimation in Electric Power Systems**. [S.l.: s.n.], 1999. ISBN 9781461550006.

Monticelli, A.; Garcia, A. Reliable bad data processing for real-time state estimation. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-102, n. 5, p. 1126–1139, 1983. ISSN 00189510.

Monticelli, A.; Murari, C. A. F.; Wu, F. F. A hybrid state estimator: Solving normal equations by orthogonal transformations. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-104, n. 12, p. 3460–3468, 1985.

Pau, M.; Pegoraro, P. A.; Sulis, S. Efficient branch-current-based distribution system state estimation including synchronized measurements. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 62, n. 9, p. 2419–2429, 2013.

Primadianto, A.; Lu, C. N. A Review on Distribution System State Estimation. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 32, n. 5, p. 3875–3883, 2017. ISSN 08858950.

Sarić, A. T.; Ranković, A. Load reallocation based algorithm for state estimation in distribution networks with distributed generators. **Electric Power Systems Research**, v. 84, n. 1, p. 72–82, 2012. ISSN 0378-7796. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779611002525>.

Schweppe, F. C.; Rom, D. B. Power system static-state estimation, part ii: Approximate model. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-89, n. 1, p. 125–130, 1970.

Schweppe, F. C.; Wildes, J. Power system static-state estimation, part i: Exact model. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-89, n. 1, p. 120–125, 1970.

Short, T. A. **Electric power distribution handbook**. [S.l.]: CRC press, 2003.

Silva, R. S. da; Fernandes, T. R.; Almeida, M. C. de. Specifying angular reference for three-phase distribution system state estimators. **IET Generation, Transmission and Distribution**, v. 12, n. 7, p. 1655–1663, 2018. ISSN 17518687.

Trindade, F. C.; Freitas, W.; Vieira, J. C. Fault location in distribution systems based on smart feeder meters. **IEEE transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 29, n. 1, p. 251–260, 2013.

Vieira, J. C. Metodo zbus gauss paralelo para calculo de fluxo de potencia trifasico em redes assimetricas de distribuição de energia eletrica. [sn], 1999.

Wang, S. et al. Assessing gaussian assumption of pmu measurement error using field data. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 33, n. 6, p. 3233–3236, 2018.

Whei-Min Lin; Jen-Hao Teng. State estimation for distribution systems with zero-injection constraints. In: **Proceedings of Power Industry Computer Applications Conference**. [S.l.: s.n.], 1995. p. 523–529.

Xiao, P.; Yu, D.; Yan, W. A unified three-phase transformer model for distribution load flow calculations. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 21, n. 1, p. 153–159, 2006.

Apêndices

APÊNDICE A – DERIVADAS DE FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO

Derivadas Fluxo de "p" para "s"

- Derivada em relação ao ângulo

  – Derivada em relação a variável de estado da barra e da mesma fase do fluxo

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{ps}^{i}}{\partial \theta_{p}^{i}} = & -V_{p}^{i} \sum_{\substack{j \in \Omega \\ j \neq j}} V_{p}^{j} \left(G_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} - B_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} \right) \\ & -V_{p}^{i} \sum_{j \in \Omega} V_{s}^{j} \left(G_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} - B_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} \right)\end{aligned} \tag{A.1}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial Q_{ps}^{i}}{\partial \theta_{p}^{i}} = & V_{p}^{i} \sum_{\substack{j \in \Omega \\ j \neq j}} V_{p}^{j} \left(B_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} + G_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} \right) \\ & +V_{p}^{i} \sum_{j \in \Omega} V_{s}^{j} \left(B_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} + G_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} \right)\end{aligned} \tag{A.2}$$

  – Derivada em relação a variável de estado da barra e de fase diferente do fluxo

$$\frac{\partial P_{ps}^{i}}{\partial \theta_{p}^{j}} = V_{p}^{i} V_{p}^{j} \left(G_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} - B_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} \right) \tag{A.3}$$

$$\frac{\partial Q_{ps}^{i}}{\partial \theta_{p}^{j}} = -V_{p}^{i} V_{p}^{j} \left(B_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} + G_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} \right) \tag{A.4}$$

  – Derivada em relação a variável de estado da adjacente

$$\frac{\partial P_{ps}^{i}}{\partial \theta_{s}^{j}} = V_{p}^{i} V_{s}^{j} \left(G_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} - B_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} \right) \tag{A.5}$$

$$\frac{\partial Q_{ps}^{i}}{\partial \theta_{s}^{j}} = -V_{p}^{i} V_{s}^{j} \left(B_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} + G_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} \right) \tag{A.6}$$

- Derivadas em relação a Tensão

  – Derivada em relação a variável de estado da barra e da mesma fase do fluxo

$$\frac{\partial P_{ps}^{i}}{\partial V_{p}^{i}} = 2V_{p}^{i}G_{ii}^{pp} + \sum_{\substack{j\,\epsilon\,\Omega \\ j\neq i}} V_{p}^{j}\left(G_{ij}^{pp}\cos\theta_{ij}^{pp} + B_{ij}^{pp}\sin\theta_{ij}^{pp}\right) + \sum_{j\,\epsilon\,\Omega} V_{s}^{j}\left(G_{ij}^{ps}\cos\theta_{ij}^{ps} + B_{ij}^{ps}\sin\theta_{ij}^{ps}\right) \tag{A.7}$$

$$\frac{\partial Q_{ps}^{i}}{\partial V_{p}^{i}} = -2V_{p}^{i}B_{ii}^{pp} - \sum_{\substack{j\,\epsilon\,\Omega \\ j\neq i}} V_{p}^{j}\left(B_{ij}^{pp}\cos\theta_{ij}^{pp} - G_{ij}^{pp}\sin\theta_{ij}^{pp}\right) - \sum_{j\,\epsilon\,\Omega} V_{s}^{j}\left(B_{ij}^{ps}\cos\theta_{ij}^{ps} - G_{ij}^{ps}\sin\theta_{ij}^{ps}\right) \tag{A.8}$$

– Derivada em relação a variável de estado da barra e de fase diferente do fluxo

$$\frac{\partial P_{ps}^{i}}{\partial V_{p}^{j}} = V_{p}^{i}\left(G_{ij}^{pp}\cos\theta_{ij}^{pp} + B_{ij}^{pp}\sin\theta_{ij}^{pp}\right) \tag{A.9}$$

$$\frac{\partial Q_{ps}^{i}}{\partial V_{p}^{j}} = -V_{p}^{i}\left(B_{ij}^{pp}\cos\theta_{ij}^{pp} - G_{ij}^{pp}\sin\theta_{ij}^{pp}\right) \tag{A.10}$$

– Derivada em relação a variável de estado da barra adjacente

$$\frac{\partial P_{ps}^{i}}{\partial V_{s}^{j}} = V_{p}^{i}\left(G_{ij}^{ps}\cos\theta_{ij}^{ps} - B_{ij}^{ps}\sin\theta_{ij}^{ps}\right) \tag{A.11}$$

$$\frac{\partial Q_{ps}^{i}}{\partial V_{s}^{j}} = -V_{p}^{i}\left(B_{ij}^{ps}\cos\theta_{ij}^{ps} - G_{ij}^{ps}\sin\theta_{ij}^{ps}\right) \tag{A.12}$$

Derivadas Fluxo de Potência de "s" para "p"

- Derivada em relação ao ângulo

  – Derivada em relação a variável de estado da barra e da mesma fase do fluxo

$$\frac{\partial P_{sp}^{i}}{\partial \theta_{s}^{i}} = -V_{s}^{i}\sum_{\substack{j\,\epsilon\,\Omega \\ j\neq j}} V_{s}^{j}\left(G_{ij}^{ss}\sin\theta_{ij}^{ss} - B_{ij}^{ss}\cos\theta_{ij}^{ss}\right) - V_{s}^{i}\sum_{j\,\epsilon\,\Omega} V_{p}^{j}\left(G_{ij}^{sp}\sin\theta_{ij}^{sp} - B_{ij}^{sp}\cos\theta_{ij}^{sp}\right) \tag{A.13}$$

$$\frac{\partial Q_{sp}^{i}}{\partial \theta_{s}^{i}} = V_{s}^{i}\sum_{\substack{j\,\epsilon\,\Omega \\ j\neq j}} V_{s}^{j}\left(B_{ij}^{ss}\sin\theta_{ij}^{ss} + G_{ij}^{ss}\cos\theta_{ij}^{ss}\right) + V_{s}^{i}\sum_{j\,\epsilon\,\Omega} V_{p}^{j}\left(B_{ij}^{sp}\sin\theta_{ij}^{sp} + G_{ij}^{sp}\cos\theta_{ij}^{sp}\right) \tag{A.14}$$

– Derivada em relação a variável de estado da barra e de fase diferente do fluxo

$$\frac{\partial P^i_{sp}}{\partial \theta^j_s} = V^i_s V^j_s \left(G^{ss}_{ij} \sin\theta^{ss}_{ij} - B^{ss}_{ij} \cos\theta^{ss}_{ij} \right) \tag{A.15}$$

$$\frac{\partial Q^i_{sp}}{\partial \theta^j_s} = -V^i_s V^j_s \left(B^{ss}_{ij} \sin\theta^{ss}_{ij} + B^{ss}_{ij} \cos\theta^{ss}_{ij} \right) \tag{A.16}$$

– Derivada em relação a variável de estado da barra adjacente

$$\frac{\partial P^i_{sp}}{\partial \theta^j_p} = V^i_s V^j_p \left(G^{sp}_{ij} \sin\theta^{sp}_{ij} - B^{sp}_{ij} \cos\theta^{sp}_{ij} \right) \tag{A.17}$$

$$\frac{\partial Q^i_{sp}}{\partial \theta^j_p} = -V^i_s V^j_p \left(B^{sp}_{ij} \sin\theta^{sp}_{ij} + G^{sp}_{ij} \cos\theta^{sp}_{ij} \right) \tag{A.18}$$

- Derivada em relação a Tensão

– Derivada em relação a variável de estado da barra e da mesma fase do fluxo

$$\begin{aligned} \frac{\partial P^i_{sp}}{\partial V^i_s} = 2V^i_s G^{ss}_{ii} &+ \sum_{\substack{j \in \Omega \\ j \neq i}} V^j_s \left(G^{ss}_{ij} \cos\theta^{ss}_{ij} + B^{ss}_{ij} \sin\theta^{ss}_{ij} \right) \\ &+ \sum_{j \in \Omega} V^j_p \left(G^{sp}_{ij} \cos\theta^{sp}_{ij} + B^{sp}_{ij} \sin\theta^{sp}_{ij} \right) \end{aligned} \tag{A.19}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^i_{sp}}{\partial V^i_s} = -2V^i_s B^{ss}_{ii} &- \sum_{\substack{j \in \Omega \\ j \neq i}} V^j_s \left(B^{ss}_{ij} \cos\theta^{ss}_{ij} - G^{ss}_{ij} \sin\theta^{ss}_{ij} \right) \\ &- \sum_{j \in \Omega} V^j_p \left(B^{sp}_{ij} \cos\theta^{sp}_{ij} - G^{sp}_{ij} \sin\theta^{sp}_{ij} \right) \end{aligned} \tag{A.20}$$

– Derivada em relação a variável de estado da barra e de fase diferente do fluxo

$$\frac{\partial P^i_{sp}}{\partial V^j_s} = V^i_s \left(G^{ss}_{ij} \cos\theta^{ss}_{ij} + B^{ss}_{ij} \sin\theta^{ss}_{ij} \right) \tag{A.21}$$

$$\frac{\partial Q^i_{sp}}{\partial V^j_s} = -V^i_s \left(B^{ss}_{ij} \cos\theta^{ss}_{ij} - G^{ss}_{ij} \sin\theta^{ss}_{ij} \right) \tag{A.22}$$

– Derivada em relação a variável de estado da adjacente

$$\frac{\partial P^i_{sp}}{\partial V^j_p} = V^i_s \left(G^{sp}_{ij} \cos\theta^{sp}_{ij} + B^{sp}_{ij} \sin\theta^{sp}_{ij} \right) \tag{A.23}$$

$$\frac{\partial Q^i_{sp}}{\partial V^j_p} = V^i_s \left(B^{sp}_{ij} \cos\theta^{sp}_{ij} - G^{sp}_{ij} \sin\theta^{sp}_{ij} \right) \tag{A.24}$$

APÊNDICE B – CÁLCULO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA NA FORMULAÇÃO ORTOGONAL

A matriz de covariância dos resíduos é a peça para o processamento de erros grosseiros, quando esta tarefa é realizada a partir do teste do maior resíduo normalizado, ou o teste do b-chapéu. Contudo, principalmente nos EEs para SDs, o calculo desta matriz envolve a multiplicação e fatoração de matrizes mal condicionadas de grande porte. Isto pode ser um problema e até mesmo impossibilitar a aplicação destes métodos.

Por isso, em (Hebling et al., 2021) os autores propõe uma formulação ortogonal para o calculo da matriz de covariância dos resíduos Ω, com o intuito de fornecer maior estabilidade numérica. Além disso, são aplicadas técnicas para lidar com sistemas numéricos esparso para fornecer eficiência computacional.

Sabe-se que esta matriz pode ser escrita como:

$$\Omega(\hat{x}) = W^{-1} - H(\hat{x})G(\hat{x})^{-1}H(\hat{x})^T, \tag{B.1}$$

onde $H(\hat{x})$ é a matriz Jacobiana calculada com o vetor de estados estimados $\hat{x}$, W é matriz de ponderação e $G(\hat{x})$ é a matriz ganho, definida por:

$$H(\hat{x})^T W H(\hat{x}) \tag{B.2}$$

Pode-se estabelecer a seguinte relação ortogonal:

$$W^{1/2}H(\hat{x}) = Q^T R, \tag{B.3}$$

onde Q é uma matriz ortogonal e R uma matriz triangular inferior. Pode-se reescrever (B.1) como :

$$\Omega(\hat{x}) = W^{-1} - H(\hat{x})\left(\left(R^T Q\right)\left(Q^T R\right)\right)^{-1} H(\hat{x})^T, \tag{B.4}$$

Como a matriz Q é ortogonal, a equação (B.4) pode ser reescrita como:

$$\Omega(\hat{x}) = W^{-1} - H(\hat{x})\left(R^{-1}\right)\left(R^T\right)^{-1} H(\hat{x})^T, \tag{B.5}$$

A partir desta formulação é possível obter a matriz de covariância sem calcular e inverter a matriz ganho, que é, naturalmente mal condicionada. Além disso a matriz Ω pode ser calculada a partir de substituições progressivas e regressivas.