

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO–USP
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Vinícius Paranaíba Campos

**Método baseado em estabilização de
variância para filtragem de imagens
volumétricas de ressonância magnética
corrompidas por ruído Riciano
não-estacionário**

Vinícius Paranaíba Campos

**Método baseado em estabilização de
variância para filtragem de imagens
volumétricas de ressonância magnética
corrompidas por ruído Riciano
não-estacionário**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Processamento Digital De Sinais

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira

São Carlos

2020

Trata-se da versão corrigida da dissertação. A versão original se encontra disponível na EESC/USP que aloja o Programa de Pós-Graduação de Engenharia Elétrica.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

C198m Campos, Vinícius Paranaíba
Método baseado em estabilização de variância
para filtragem de imagens volumétricas de ressonância
magnética corrompidas por ruído Riciano não-
estacionário. / Vinícius Paranaíba Campos; orientador
Marcelo Andrade da Costa Vieira. São Carlos, 2020.

Dissertação (Mestrado) - Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Área de
Concentração em Processamento de Sinais e
Instrumentação -- Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, 2020.

1. Filtragem de ruído. 2. Ressonância magnética.
3. Estabilização de variância. 4. Riciano. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **VINICIUS PARANAIBA CAMPOS**.

Título da dissertação: "Método baseado em estabilização de variância para filtragem de imagens volumétricas de ressonância magnética corrompidas por ruído Riciano não-estacionário".

Data da defesa: 24/07/2020

Comissão Julgadora:

Resultado

Prof. Associado **Marcelo Andrade da Costa Vieira**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos – EESC/USP)

APROVADO

Prof. Associado **Paulo Mazzoncini de Azevedo Marques**
(Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto/FMRP-USP)

APROVADO

Prof. Dr. **Nelson Delfino d'Ávila Mascarenhas**
(Centro Universitário Campo Limpo Paulista/FACCAMP)

APROVADO

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica:
Prof. Titular **Ivan Nunes da Silva**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todos que, de alguma forma, contribuíram para que eu pudesse realizar este trabalho. Agradecimento especial ao apoio incondicional de meus familiares (mãe, pai e irmãos) e de minha namorada e companheira Jéssica.

Resumo

Paranaíba Campos, Vinícius **Método baseado em estabilização de variância para filtragem de imagens volumétricas de ressonância magnética corrompidas por ruído Riciano não-estacionário**. 97 p. Dissertação de mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2020.

Os exames de imagem por ressonância magnética (*Magnetic Resonance Imaging - MRI*) possuem grande importância na medicina, pois geram imagens de alta qualidade, no que diz respeito a resolução espacial (em equipamentos modernos) e contraste entre diferentes tecidos, sem a necessidade de expor o paciente à radiação ionizante. No entanto, as imagens de ressonância estão sujeitas a degradações intrínsecas ao processo de aquisição como, por exemplo, a adição de ruído, que podem comprometer o diagnóstico médico. Técnicas de processamento de imagens podem filtrar o ruído e melhorar a qualidade das imagens de MRI, tornando-se ferramentas bastante úteis na área médica. Porém, o sucesso das técnicas de filtragem dependem de um modelamento preciso das características do ruído presente nas imagens. Diversos trabalhos na literatura apresentaram diferentes técnicas para a filtragem de ruído de imagens de MRI, contudo, poucos apresentam um modelo preciso das características do ruído presentes nas diferentes modalidades de aquisição e reconstrução das imagens, como o número de bobinas, o algoritmo de reconstrução e o uso ou não de aquisição paralela (acelerada). Assim, o presente trabalho apresenta um método para filtragem de ruído em imagens de MRI corrompidas por ruído Riciano não-estacionário que leva em conta um modelo preciso das características de ruído normalmente encontradas em aquisições com múltiplas bobinas e/ou aceleradas. O método proposto realiza, em uma primeira etapa, uma estimativa dos parâmetros do ruído da imagem para, em uma segunda etapa, realizar o processo de filtragem no domínio de uma transformada de estabilização de variância. O método proposto neste trabalho foi comparado a dois outros métodos considerados estados-da-arte pela literatura. Dois bancos de imagens volumétricas (3D) de MRI de cérebro humano foram utilizados, sendo um de imagens do *phantom* de *BrainWeb*, corrompidas com diferentes padrões de ruído Riciano não-estacionário, e outro de imagens de aquisição real *in-vivo* de voluntários em equipamento de MRI de 7 Tesla, obtidos junto ao Hospital da Universidade de Pittsburgh (EUA). As imagens filtradas foram avaliadas sob métricas objetivas de qualidade e os tempos de processamento dos algoritmos foram calculados. Os resultados mostraram que o método proposto é comparável aos métodos estados-da-arte em termos de qualidade da imagem filtrada e com menor custo computacional.

Palavras-chave: Imagens de Ressonância Magnética, Processamento de Imagens, Filtragem de Ruído, Estabilização de Variância, Ruído Riciano.

Abstract

Paranaíba Campos, Vinícius **Denoising volumetric MRI images corrupted with Rician non-stationary noise using variance stabilization**. 97 p. Master Thesis – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, 2020.

Magnetic resonance imaging (MRI) is of great importance because it provides high quality images, in terms of spatial resolution (in modern equipment) and contrast between different tissues, without exposing the patient to ionizing radiation. However, MRI images are susceptible to intrinsic degradation regarding the acquisition process, such as the addition of noise, which may compromise medical diagnosis. Image processing techniques can denoise and improve image quality, becoming useful tools in the medical field. Though, the success of denoising depends on the precise modeling of the noise characteristics present on the images. Many works in literature report different techniques to denoise MRI images, however, very few use the correct accurate models for the different acquisition modalities, as the number of coils, the reconstruction algorithm and the use or not of parallel (accelerated) acquisition. Thus, this work proposes a method for denoising MRI images corrupted with Rician non-stationary noise which takes into account an exact noise model normally found in multi-coil acquisitions and / or parallel acquisitions. The proposed denoising framework, in the first step, estimates the noise parameters of the MRI image and, in the second step, performs image denoising in the variance stabilization transformation domain. The proposed method was compared to two state-of-art methods presented in literature. Two datasets of volumetric (3D) MRI images of human brain were used: one consisting of synthetic images of the BrainWeb phantom, corrupted with different Rician non-stationary noise patterns, and another one consisting of real *in-vivo* images of volunteer patients acquired on a 7T MRI scanner, at the Hospital of the University of Pittsburgh. The filtered images were evaluated under objective quality metrics and the processing times of the algorithms were calculated. The results showed the proposed method is comparable to the state-of-art methods in terms of image quality, but requires less computational cost.

Keywords: Magnetic Resonance Images, Image Processing, Denoising, Variance Stabilization, Rician Noise .

Lista de ilustrações

Figura 2.1	Esquema simplificado do processo de reconstrução de uma imagem em MRI.	24
Figura 2.2	Reconstrução da imagem em sistemas de múltiplas bobinas.	25
Figura 2.3	Representação do mapa de sensibilidade.	26
Figura 2.4	Aquisição paralela e o problema de <i>aliasing</i>	28
Figura 2.5	Ilustração do processo de interpolação em aquisição paralela (<i>pMRI</i>).	28
Figura 2.6	Fluxograma de reconstrução do algoritmo SENSE	29
Figura 2.7	Fluxo de reconstrução do algoritmo GRAPPA com SoS	30
Figura 3.1	Representação dos ruídos homoscedástico e heteroscedástico.	34
Figura 4.1	Ilustração da distribuição do ruído Riciano estacionário nos diferentes domínios de reconstrução de imagens de MRI.	37
Figura 4.2	Ilustração da distribuição do ruído Non Central Chi nos diferentes estágios de reconstrução de imagens de MRI.	39
Figura 4.3	Resumo das distribuições de ruído em MRI.	40
Figura 5.1	Etapas de um processo de restauração de imagens para filtragem do ruído.	41
Figura 5.2	Comportamento da variância do ruído Riciano. Estabilizada Assintótica <i>versus</i> Não estabilizada	45
Figura 5.3	Variância do ruído pós transformada otimizada.	46
Figura 5.4	Estimativa de $\sigma_n(x)$ pela abordagem homomórfica.	50
Figura 5.5	Estimativa de $\sigma_n(x)$ usando VST.	51
Figura 6.1	Método proposto para estimativa de $\sigma_n(x)$	57
Figura 6.2	Método PROPOSTO_COM_VST	59
Figura 6.3	Três diferentes fatias do <i>phantom BrainWeb</i>	59
Figura 6.4	Padrões de ruído utilizados nos dados volumétricos.	60
Figura 6.5	Método AWGN_SEM_VST	62

Figura 7.1	Comparação da estimativa do parâmetro $\sigma_n(x)$	70
Figura 7.2	Comportamento da variância do ruído nos três diferentes estágios do método proposto (PROPOSTO_COM_VST).	71
Figura 7.3	Resultado de filtragem para o Padrão 1 de variação espacial do ruído.	73
Figura 7.4	Resultado de filtragem para o Padrão 2 de variação espacial do ruído.	73
Figura 7.5	Melhoria da estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$ - 3D - Padrão 1.	76
Figura 7.6	Melhoria da estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$ - 3D - Padrão 2.	77
Figura 7.7	Estimativa do parâmetro $\sigma_n(x)$ - Padrão 1.	78
Figura 7.8	Estimativa do parâmetro $\sigma_n(x)$ - Padrão 2.	79
Figura 7.9	Resultado de filtragem no volume para o Padrão 1.	81
Figura 7.10	Resultado de filtragem no volume para o Padrão 2.	82
Figura 7.11	Estimativa de $\sigma_n(x)$ nas imagens reais.	85
Figura 7.12	Resultado de filtragem dos dados de aquisição real <i>in-vivo</i>	87

Lista de tabelas

Tabela 7.1	Métricas objetivas. Padrão 1 de variação espacial do ruído.	74
Tabela 7.2	Métricas objetivas. Padrão 2 de variação espacial do ruído.	74
Tabela 7.3	Métricas objetivas de qualidade. Padrão 1 do ruído.	83
Tabela 7.4	Métricas objetivas de qualidade. Padrão 2 do ruído.	83
Tabela 7.5	Tempo de processamento para os dados sintéticos 3D.	84
Tabela 7.6	Tempo de processamento para os dados reais de aquisição.	86

Lista de siglas

AWGN *Additive White Gaussian Noise*

GRAPPA *GeneRalized Autocalibrating Partial Parallel Acquisition*

iDFT *Inverse Discrete Fourier Transform*

MRI *Magnetic Resonance Imaging*

RF *Radio Frequency*

SoS *Sum Of Squares*

SMF *Spatial Matched Filter*

SENSE *Sensitivity Encoding*

VST *Variance Stabilization Transformation*

Sumário

1	Introdução	19
1.1	Objetivo	21
1.2	Organização do Trabalho	22
2	Reconstrução da imagem de MRI	23
2.1	O espaço-k	23
2.2	Transformada inversa de Fourier e o espaço-x	23
2.3	Reconstrução matemática	24
2.3.1	Sistemas com uma única bobina	24
2.3.2	Sistemas com múltiplas bobinas	25
2.3.3	Aquisição paralela (pMRI)	27
3	Classificações do ruído	31
3.1	Ruído homoscedástico	32
3.2	Ruído heteroscedástico	32
4	Ruído em imagens de MRI	35
4.1	Ruído homoscedástico no espaço-k	35
4.2	Ruído heteroscedástico estacionário	36
4.2.1	Ruído Riciano estacionário	36
4.3	Ruído heteroscedástico não-estacionário	37
4.3.1	Ruído Riciano não-estacionário	38
4.3.2	Ruído Non Central Chi não-estacionário	38
4.4	Resumo das distribuições de ruído em MRI	40
5	Filtragem do ruído	41
5.1	Ruído AWGN	42
5.2	Ruído Riciano estacionário	43
5.2.1	Transformada de Estabilização de Variância (VST)	43

5.3	Ruído Riciano não-estacionário	47
5.3.1	Abordagem Homomórfica - estimando um mapa $\sigma_n(x)$	47
5.4	Ruído Non-Central Chi não-estacionário	51
5.5	Trabalhos correlatos	52
6	Materiais e Métodos	55
6.1	Método proposto para estimativa de $\sigma_n(x)$	55
6.2	Método proposto para filtragem do ruído	57
6.2.1	Removendo a dependência espacial	57
6.2.2	Filtrando pós estabilização de variância	58
6.3	Materiais utilizados	59
6.3.1	Imagens sintéticas do <i>phantom BrainWeb</i>	59
6.3.2	Padrões de ruído	60
6.3.3	Imagens reais de aquisição <i>in-vivo</i>	60
6.4	Validação do método proposto	61
6.4.1	Parte 1 - testes com uma única imagem sintética 2D	61
6.4.2	Parte 2 - testes finais com imagens volumétricas	64
7	Resultados e Discussões	69
7.1	Parte 1 - testes com uma única imagem sintética 2D	69
7.1.1	Estimativa - $\widehat{\sigma}_n(x)$	69
7.1.2	Estabilização da variância	70
7.1.3	Filtragem do ruído	71
7.2	Parte 2 - testes finais com imagens volumétricas	75
7.2.1	Imagens sintéticas do <i>phantom BrainWeb</i>	75
7.2.2	Imagens reais de aquisição <i>in-vivo</i>	85
8	Conclusão	89
9	Trabalhos futuros	91
10	Publicações	93
	Referências	95

Introdução

Os exames de imagem por ressonância magnética (*Magnetic Resonance Imaging* - MRI) possuem grande importância na medicina, pois geram imagens de alta qualidade sem a necessidade de expor o paciente à radiação ionizante, como ocorre em exames por raios X. As imagens de MRI são principalmente utilizadas para verificação de patologias associadas aos tecidos do corpo humano (MOHAN; KRISHNAVENI; GUO, 2014). Não limitada à análise da anatomia estática dos tecidos, outras aplicações importantes também podem ser listadas, como as imagens de vasos sanguíneos, imagens cardíacas e imagens de difusão em diferentes tecidos (MA; UURBIL; WU, 2020; MOHAN; KRISHNAVENI; GUO, 2014). Dessa forma, a qualidade da imagem é certamente importante.

No entanto, imagens de MRI estão sujeitas a degradações intrínsecas ao processo de aquisição, como a geração de artefatos e adição de ruído. O último, especificamente, é um problema presente na maioria das modalidades de imagens utilizadas na medicina. Imagens corrompidas por ruído podem dificultar o diagnóstico médico e, por esse motivo, técnicas de processamento de imagens, visando a filtragem dessas degradações, são de suma importância (MOHAN; KRISHNAVENI; GUO, 2014). No caso das imagens de ressonância magnética, o ruído é provocado principalmente pela interação do objeto com o campo magnético e pelo efeito térmico devido aos componentes eletrônicos presentes no sistema de aquisição (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016).

Considerando a distribuição estatística, o ruído em MRI pode ser modelado por uma distribuição de probabilidade Rician ou Non Central Chi. Essas diferentes distribuições estão diretamente relacionadas com o processo de aquisição do sinal, mais especificamente, com o número de bobinas e também com o algoritmo utilizado para a reconstrução da imagem final (AJA-FERNÁNDEZ et al., 2015; AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO; TRISTÁN-VEGA, 2010; AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016).

Apesar de essas características estatísticas serem bastante exploradas na literatura (PIECIAK; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO; AJA-FERNANDEZ, 2016; PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017; AJA-FERNÁNDEZ et al., 2015; FOI, 2011; AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO; TRISTÁN-VEGA, 2010; AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-

FERRERO; TRISTÁN-VEGA, 2014), é comum ainda a existência de trabalhos reportando a adoção de um modelo de ruído gaussiano, branco e aditivo (*Additive White Gaussian Noise* - AWGN) para filtragem do ruído presente em imagens de MRI. Isso se deve ao fato de que, em regiões com alta relação sinal-ruído (*Signal to Noise Ratio* - SNR), as distribuições Rician e Non Central Chi tendem a se comportar como uma distribuição Gaussiana (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016).

Todavia, existe um grande viés nessa premissa. A tendência Gaussiana, por si só, não contempla todas características de um ruído AWGN; mais especificamente, que o ruído é homoscedástico, ou seja, independente e igualmente distribuído (i.i.d) em toda a imagem (AZZARI; BORGES; FOI, 2018). Dessa forma, mesmo quando o ruído pode ser aproximado por uma distribuição Gaussiana, sua variância, e conseqüentemente o desvio padrão, podem não ser igualmente distribuídos ao longo da imagem, pois podem ser dependentes da intensidade e/ou da posição espacial do pixel, ou seja, o ruído pode ser heteroscedástico estacionário ou não-estacionário. Esse é o caso encontrado na grande maioria das imagens produzidas por equipamentos de MRI (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016). Sendo assim, assumir um modelo AWGN para filtragem de imagens de MRI, pode prejudicar significativamente o desempenho dos algoritmos de filtragem de ruído e comprometer a qualidade da imagem final processada.

Em (MOHAN; KRISHNAVENI; GUO, 2014), os autores fazem uma revisão das diversas abordagens presentes na literatura no que diz respeito a filtragem do ruído em imagens de MRI. O estudo foi realizado com base em artigos publicados nos últimos 20 anos. De maneira geral, percebe-se uma tendência ou em adotar modelos AWGN para a filtragem, como em (CHANDRASHEKAR; SREEDEVI, 2017), ou em modificações dos filtros que inicialmente foram propostos para esse modelo de ruído, como é o caso de (MANJÓN et al., 2010; MANJÓN et al., 2012; MANJÓN; COUPÉ; BUADES, 2015; PIECIAK; RABANILLO-VILORIA; AJA-FERNÁNDEZ, 2018), trabalhos focados em filtragem de imagens volumétricas (3D) de MRI.

No entanto, uma alternativa a essa abordagem é a de transformar o ruído heteroscedástico em aproximadamente homoscedástico, antes da filtragem, utilizando, para isso, uma transformada de estabilização de variância (*Variance Stabilization Transformation* - VST) (FOI, 2011; BORGES et al., 2017; BORGES et al., 2018; MÄKITALO; FOI, 2012; ANSCOMBE, 1948). Ou seja, ao invés de modificar o algoritmo de filtragem, opta-se por transformar, matematicamente, as características do ruído presente na imagem, tornando-o aproximadamente AWGN. No domínio da transformada, qualquer algoritmo de filtragem de ruído AWGN pode ser aplicado na imagem, o que torna essa abordagem bastante vantajosa, pois a maioria das técnicas de filtragem de ruído presentes na literatura foram desenvolvidas para ruído AWGN (MOHAN; KRISHNAVENI; GUO, 2014).

Em geral, as técnicas de filtragem de ruído são paramétricas (geralmente, deve-se estimar o parâmetro σ relacionado à variância do ruído). Para ruídos heteroscedásticos

não-estacionários, há uma variação desse parâmetro ao longo da imagem, pois este depende da posição espacial do pixel. Sendo assim, considerando imagens volumétricas de MRI, as propostas comumente reportadas na literatura consistem em uma estimativa de forma iterativa baseada em pequenas regiões (blocos) 3D (tipicamente de tamanho 5 x 5 x 5 pixels) ao longo do volume total. Parte-se da premissa (aproximada) que em uma pequena região a variância do ruído é constante.

Embora esse processo obtenha resultados aceitáveis, a iteratividade em todas as pequenas regiões requer um tempo de processamento relativamente alto. Esse cenário pode ser ainda piorado para o caso de equipamentos mais modernos de MRI, que, por meio de um campo magnético elevado (7 Tesla), proporcionam imagens de alta resolução (IBRAHIM et al., 2013; KRISHNAMURTHY et al., 2019; SANTINI et al., 2018b; SANTINI et al., 2018a) e, conseqüentemente, geram um grande volume de dados.

Uma proposta diferente para a estimativa, mais rápida e também precisa foi apresentada em (AJA-FERNÁNDEZ et al., 2015; PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017), baseada em uma abordagem homomórfica. Os autores se baseiam na premissa de que a variação espacial do ruído é lenta ao longo da imagem. Por meio da aplicação de uma transformada wavelet juntamente com filtro passa-baixa, é possível chegar à estimativa final em um tempo significativamente menor.

1.1 Objetivo

O objetivo desse trabalho é propor um método para filtragem de ruído em imagens volumétricas de MRI: um método que gere resultados equiparáveis aos estados-da-arte no que diz respeito à qualidade da imagem filtrada, mas que também possibilite um ganho em tempo de processamento, sendo mais vantajoso ao tratar grandes volumes de dados. O método se baseia inteiramente no conceito de VST (desde a estimativa do parâmetro do ruído até a filtragem). Vale ressaltar que grande parte dos exames de MRI tem como resultado imagens volumétricas, ou seja, um único exame, geralmente, não contém uma única imagem (2D), mas sim diversas imagens (2D) que, juntas, "empilhadas" formam um volume (3D) referente à parte do corpo do paciente sendo examinada.

O trabalho leva em consideração imagens volumétricas corrompidas com ruído Riciano heteroscedástico não-estacionário (dependente do sinal e variante no espaço), tendo em vista que esse tipo de ruído é característico de diversos tipos de exames de MRI, principalmente os que se baseiam em aquisição com múltiplas bobinas e com aceleração (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016).

1.2 Organização do Trabalho

O presente trabalho está dividido em oito capítulos. Este primeiro apresenta a contextualização do problema, proposta e objetivos a serem alcançados. No Capítulo 2, são apresentados o embasamento teórico reconstrução da imagem final em equipamentos de MRI. Em seguida, no Capítulo 4, é apresentada a teoria matemática e estatística das diferentes distribuições do ruído presentes nos diferentes cenários de aquisição de imagens de ressonância magnética.

Já no Capítulo 5, apresenta-se a teoria utilizada no que diz respeito à estimativa do parâmetro do ruído bem como do método de filtragem proposto. São apresentados os embasamentos mais relevantes ao trabalho: a transformada de estabilização de variância e a abordagem homomórfica de estimativa.

Após a teoria, no Capítulo 6, são apresentados os materiais e métodos utilizados no projeto. Posteriormente, no Capítulo 7, os resultados obtidos são apresentados e discutidos. Nos Capítulos 8 e 9, apresentam-se as conclusões e também as perspectivas futuras de continuidade do trabalho. Por fim, no Capítulo 10 são mencionadas publicações referentes aos resultados do presente trabalho.

Reconstrução da imagem de MRI

Esse capítulo irá abordar a teoria sobre a formação de imagens de MRI a partir do sinal adquirido das bobinas de recepção.

2.1 O espaço-k

De forma simplificada, o processo de formação de uma imagem de ressonância magnética médica consiste na aplicação do campo magnético estático (também chamado de B_0), juntamente com a aplicação dos gradientes (campos magnéticos em cada um dos eixos: axial, coronal e sagital). Aplica-se, também, um campo magnético variante no tempo (*RF field*) de forma a excitar as diferentes partes do corpo humano do paciente sendo scaneado. Essa combinação de aplicação dos campos magnéticos, faz com que cada parte do corpo humano, mais especificamente cada *spin* dos átomos de hidrogênio das moléculas de água dos tecidos, seja excitada de forma diferente, resultando em uma variação do campo magnético naquela região com frequência e fase diferentes.

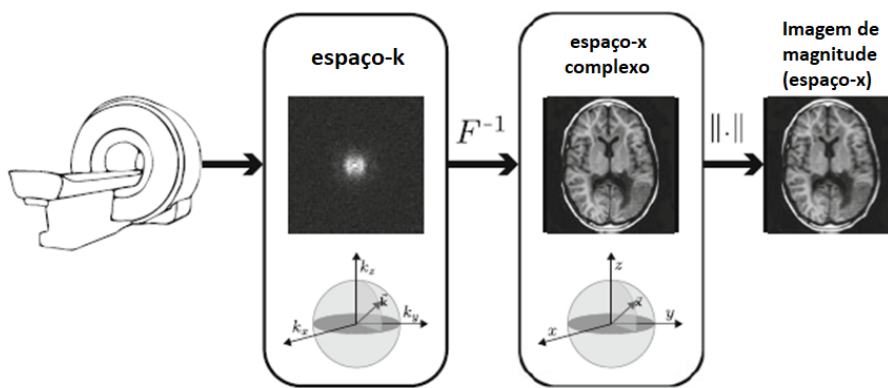
É possível, então, estabelecer uma relação entre a frequência com que os spins estão variando e a posição espacial deles. Essa relação não é trivial, mas pode ser estabelecida por meio da transformada de Fourier (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016). Pode-se entender, então, que o sinal adquirido pelas bobinas no equipamento de MRI é amostrado no domínio de Fourier, obtendo-se uma matriz de pontos, em que cada ponto contém valores complexos (módulo e fase) referentes à variação do campo magnético dos spins naquele ponto do corpo humano sendo scaneado. Essa matriz de pontos no domínio de Fourier é o espaço-k.

2.2 Transformada inversa de Fourier e o espaço-x

Com o espaço-k devidamente preenchido, tem-se, então, uma imagem no domínio de Fourier. Visando gerar uma imagem no domínio do espaço (espaço-x), deve-se aplicar a transformada inversa discreta de Fourier - iDFT). Por ser uma imagem, um sinal em duas

dimensões (ou três), aplica-se a iDFT em cada uma das dimensões da imagem. Nesse ponto, a imagem encontra-se no domínio do espaço, porém ainda com valores complexos em cada pixel, pois a transformada inversa de Fourier do espaço-k não garante somente números reais como resultado. Dessa forma, esse espaço é referenciado como espaço-x complexo. Calculando-se o módulo da imagem no espaço-x complexo, obtém-se a imagem de magnitude, que é a imagem efetivamente analisada pelo médico (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016). A Figura 2.1 mostra, passo-a-passo, a formação de uma imagem de MRI. Essa imagem final encontra-se no domínio do espaço com valores reais, denominado, então, espaço-x.

Figura 2.1: Esquema simplificado do processo de reconstrução de uma imagem em MRI.



Fonte: adaptado de (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016). Aplica-se a transformada inversa de fourier (F^{-1}) no sinal do espaço-k, levando a imagem para o espaço-x complexo. Aplicando o módulo, chega-se à imagem de magnitude

2.3 Reconstrução matemática

Nesta seção será abordada a teoria matemática envolvida na reconstrução das imagens referentes aos diferentes tipos de aquisição de MRI. Todo o estudo tem como referência o livro de Ajá-Fernández e Vegas-Sánchez-Ferrero (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016).

2.3.1 Sistemas com uma única bobina

Em sistemas cujo número de bobinas de aquisição é unitário, essa única bobina é capaz de receber o sinal de toda a parte do corpo do paciente. Exemplo de aquisição dessa forma é o conhecido como bobina de corpo (*body coil*). Sendo assim, uma única imagem no espaço-k é gerada. Consequentemente, haverá somente uma imagem no espaço-x complexo e a imagem de magnitude final é obtida calculando-se o módulo dessa única imagem como

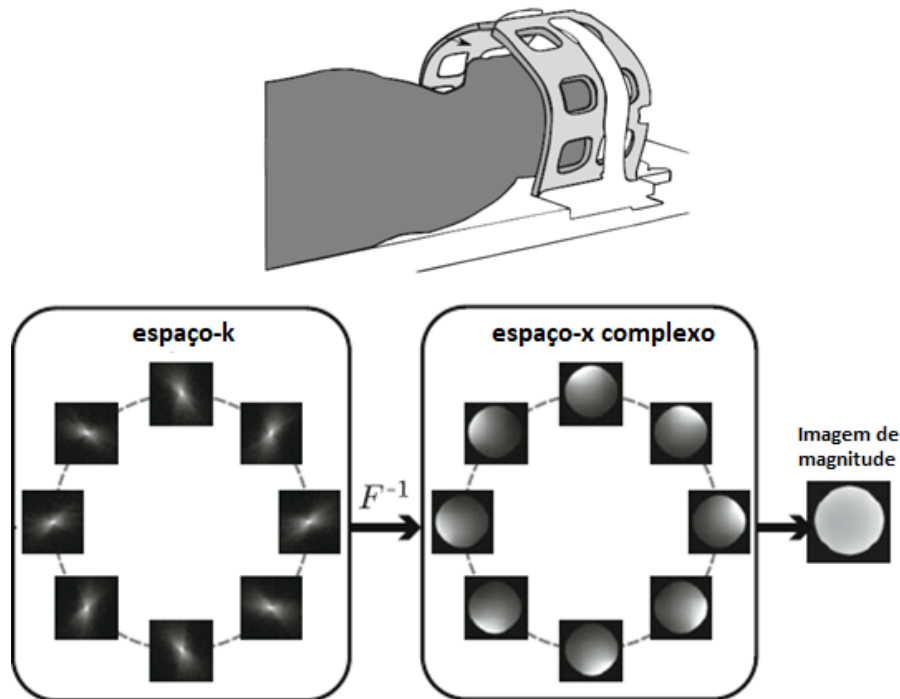
$$M(x) = |S(x)| \quad (2.1)$$

em que $M(x)$ é a imagem de magnitude e $S(x)$ é a imagem no espaço-x complexo. É exatamente esse tipo de reconstrução que está demonstrado na Figura 2.1.

2.3.2 Sistemas com múltiplas bobinas

Esse tipo de aquisição irá gerar uma imagem no espaço-k para cada bobina, conforme ilustra a Figura 2.2. Dessa forma, também serão geradas mais de uma imagem no espaço-x complexo. Finalmente, a imagem magnitude é obtida a partir de uma combinação matemática de todas as imagens existentes no espaço-x complexo.

Figura 2.2: Reconstrução da imagem em sistemas de múltiplas bobinas.



Fonte: adaptado de (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016). Representação de sistema com sensor de cabeça (*head-coil* com oito bobinas. Cada bobina gera sua própria imagem e, por meio de uma combinação matemática no espaço-x complexo, chega-se à imagem final.

Para o entendimento das diferentes formas de combinação das imagens no espaço-x complexo, primeiramente é necessário entender o que é mapa de sensibilidade.

- **Mapa de sensibilidade:**

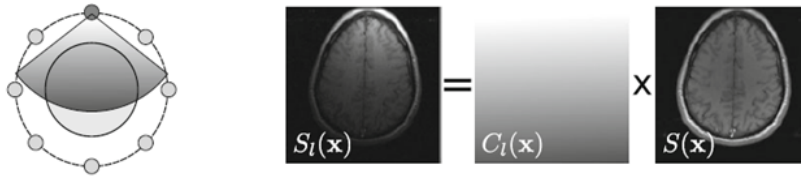
De maneira geral, existe uma variação espacial no sinal captado de cada bobina de recepção, ou seja, quanto mais distante o objeto está da bobina, mais fraco se torna o sinal recebido por ela. Sendo assim, pode-se afirmar que cada bobina possui um mapa de sensibilidade característico que fará com que a imagem no espaço-x

complexo de cada uma seja diferente da imagem ideal completa. Matematicamente, pode-se representar da seguinte forma:

$$S_l(x) = C_l(x).S(x) \quad (2.2)$$

em que $S_l(x)$ é a imagem resultante na l -ésima bobina, $C_l(x)$ é o mapa de sensibilidade correspondente e $S(x)$ a imagem original. Na Figura 2.3, esse comportamento é ilustrado. À esquerda uma representação do que seria o campo sensível da bobina e, à direita, o resultado final da ponderação da imagem total pelo mapa de sensibilidade, análogo à Equação 2.2.

Figura 2.3: Representação do mapa de sensibilidade.



Fonte: adaptado de (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016). À esquerda, a representação do campo sensível da bobina com relação ao objeto sendo escaneado. À direita, a ilustração do resultado análogo à Equação 2.2.

A partir do conceito de mapa de sensibilidade, os métodos matemáticos de reconstrução da imagem serão abordados. Dentre os diversos existentes, dois se destacam e são os mais utilizados comercialmente nos *scanners*:

2.3.2.1 *Spatial Matched Filter* (SMF)

O método *Spatial Matched Filter* (SMF) se baseia, essencialmente, na estimativa do mapa de sensibilidade de cada sensor utilizado no processo de aquisição. Essa estimativa é feita, geralmente, com seqüências de calibração. Ou seja, antes de efetuar o exame propriamente dito, o equipamento de MRI faz algumas imagens de testes de forma a estimar os mapas de sensibilidade das bobinas. Com os mapas estimados e tomando-se como referência a equação 2.2, tem-se que

$$S_T(x) = C(x).S(x) \quad (2.3)$$

em que $S_T(x)$, na forma matricial é

$$S_T(x) = [S_1(x), S_2(x), S_3(x), S_4(x), \dots, S_l(x)]^T \quad (2.4)$$

e $C(x)$ é

$$C(x) = [C_1(x), C_2(x), C_3(x), C_4(x), \dots, C_l(x)]^T \quad (2.5)$$

Dessa forma, o sinal original $S(x)$ pode ser estimado a partir do método dos Mínimos Quadrados (*Least Minimum Squares*) da forma:

$$S_{SMF}(x) = (C^H(x)C(x))^{-1}C^H(x)S_T(x) \quad (2.6)$$

Nota-se, pela equação 2.6, que, ao fim do processo, há uma única imagem no espaço-x complexo. Sendo assim, a imagem magnitude é obtida de forma similar aos sistemas de uma única bobina, ou seja, calculando-se o módulo dessa única imagem.

$$M_{SMF}(x) = |S_{SMF}(x)| \quad (2.7)$$

2.3.2.2 Sum Of Squares (SoS)

O método *Sum Of Squares* (SoS) não faz uso das estimativas dos mapas de sensibilidade das bobinas. Simplesmente assume-se, matematicamente, a raiz da soma dos quadrados das resultantes como

$$M_{SoS}(x) = \sqrt{\sum_{l=1}^L |S_l(x)|^2} \quad (2.8)$$

em que L é o número total de bobinas utilizadas.

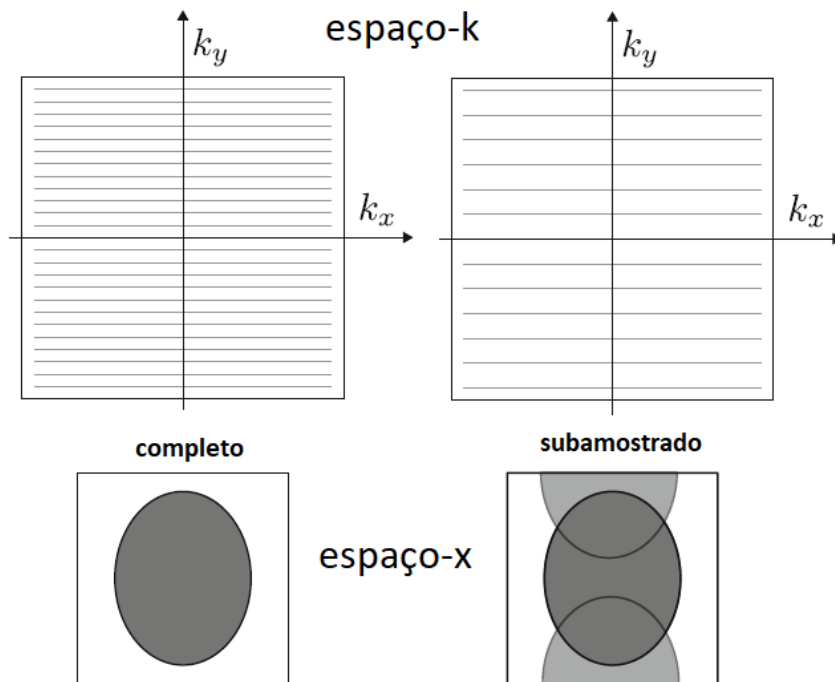
2.3.3 Aquisição paralela (pMRI)

Dentre algumas das desvantagens dos exames por ressonância magnética, comparada a outros tipos de exames por imagem (raios-X, por exemplo), destaca-se o elevado tempo de aquisição das imagens. Para o preenchimento completo do espaço-k, múltiplos ciclos aquisição do sinal devem ser realizados, tão grande for o número de linhas da imagem. Visando diminuir o número de ciclos e, conseqüentemente, o tempo do exame, surgiram técnicas que se baseiam na aquisição parcial do espaço-k, chamadas de aquisição paralela ou aquisição acelerada.

2.3.3.1 Subamostragem do espaço-k

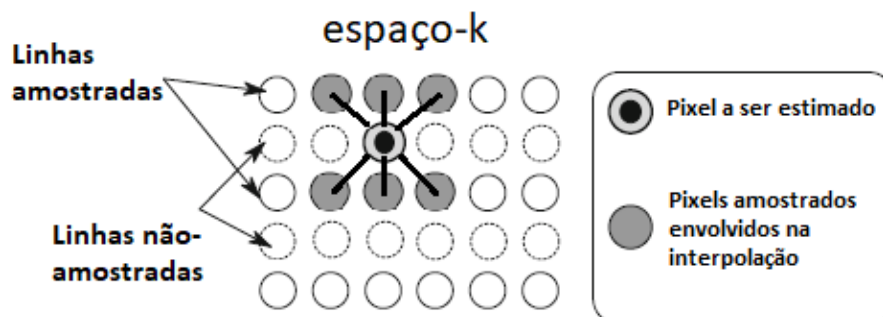
O conceito por trás da aquisição paralela é, essencialmente, a aquisição parcial (incompleta) do espaço-k. Ou seja, em uma imagem com N linhas, pode-se realizar a aquisição de $N/2$ linhas, ou até menos. Com isso, o tempo necessário também diminui. Porém, a aquisição acelerada normalmente gera artefatos de aliasing na imagem magnitude, pela falta de informações no espaço-k para a reconstrução adequada da imagem, como pode ser visto na Figura 2.4.

Para contornar esse problema, faz-se necessária a estimativa das linhas ou pixels que não foram amostrados. Os algoritmos desenvolvidos para essa finalidade fazem uso, basicamente, de técnicas de interpolação (conforme Figura 2.5) e, dentre as diversos existentes,

Figura 2.4: Aquisição paralela e o problema de *aliasing*.

Fonte: adaptado de (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016). À esquerda, a ilustração do espaço-k completamente amostrado e a respectiva imagem resultante. Já à direita, o espaço-k subamostrado e sua respectiva imagem, em que é possível perceber o efeito de sobreposição das estruturas, o efeito *aliasing*.

duas ganham destaque e serão abordadas a seguir. A complexidade das interpolações em si não será estudada a fundo, mas sim qual método de reconstrução matemática da imagem é utilizado em cada um e, posteriormente, a correspondente distribuição do ruído pós-reconstrução.

Figura 2.5: Ilustração do processo de interpolação em aquisição paralela (*pMRI*).

Fonte: adaptado de (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016). Os pixels das linhas não amostradas são interpolados com base em seus vizinhos. Nota: O espaço-k de somente uma bobina está representado. Na prática, porém, os pixels correspondentes de todas as bobinas são levados em consideração na interpolação.

2.3.3.2 *Sensitivity Encoding* (SENSE)

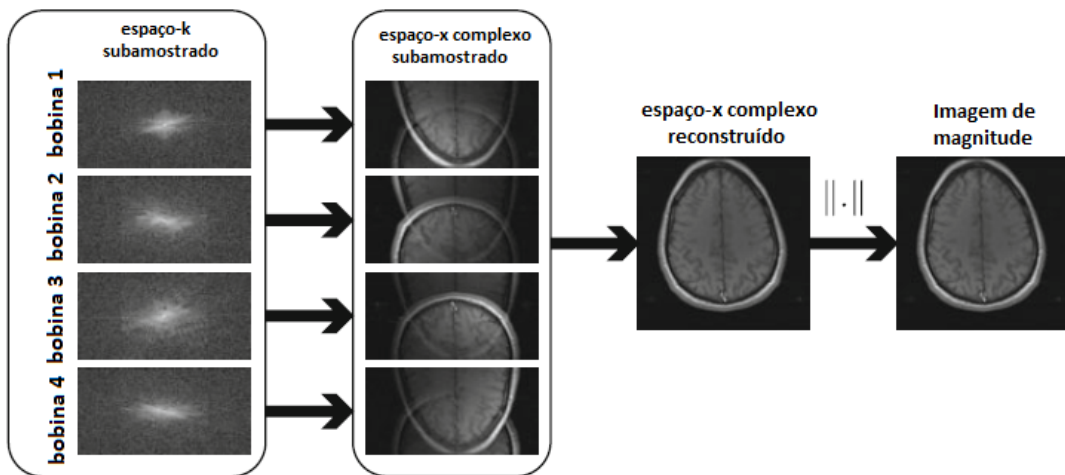
O algoritmo *Sensitivity Encoding* (SENSE), além da interpolação, faz uso das estimativas dos mapas de sensibilidade dos sensores, de forma análoga à reconstrução SMF, para a obtenção da imagem magnitude.

O detalhe mais importante a ser ressaltado é que todo esse processo ocorre no espaço-x complexo de forma a gerar uma **única** imagem nesse domínio. Sendo assim, ao final, a imagem magnitude será reconstruída calculando-se o módulo dessa única imagem (igualmente ao ocorrido em sistemas de uma única bobina e também em sistemas com aquisição completa do espaço-k reconstruída por SMF).

$$M_{SENSE}(x) = |S_{SENSE}(x)| \quad (2.9)$$

O fluxograma completo de reconstrução do algoritmo SENSE está ilustrado na Figura 2.6.

Figura 2.6: Fluxograma de reconstrução do algoritmo SENSE



Fonte: adaptado de (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016).

2.3.3.3 *GeneRalized Autocalibrating Partial Parallel Acquisition* (GRAPPA)

Diferentemente do SENSE, a interpolação realizada pelo algoritmo *GeneRalized Autocalibrating Partial Parallel Acquisition* (GRAPPA) ocorre no próprio espaço-k de forma a gerar uma imagem completa para cada bobina no espaço-x complexo. Com relação aos mapas de sensibilidade, o mais comum é que não se realize a estimativa desses. Nesse caso, a reconstrução por SoS é realizada (igualmente ao ocorrido com sistemas de múltiplas bobinas, com espaço-k completo e reconstrução por SoS), conforme equação 2.10. O

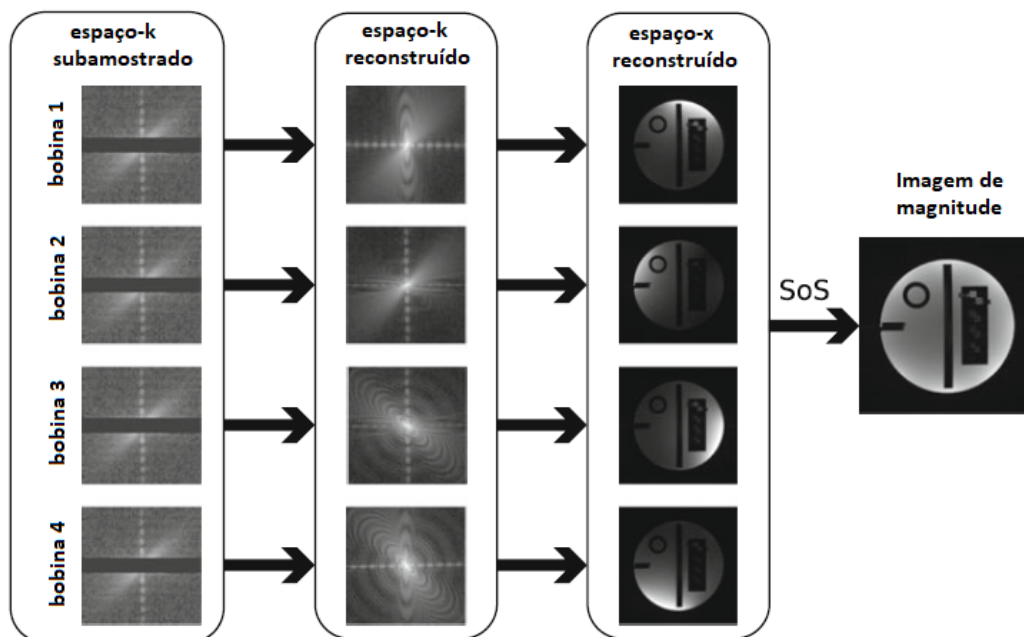
fluxograma completo desse cenário é ilustrado na Figura 2.7.

$$M_{GRAPPA_{SoS}}(x) = \sqrt{\sum_{l=1}^L |S_{l_{GRAPPA}}(x)|^2}. \quad (2.10)$$

Caso as estimativas dos mapas sejam feitas, uma única imagem no espaço-x complexo seria obtida e a reconstrução por SMF seria utilizada, conforme mostra a equação 2.11.

$$M_{GRAPPA_{SMF}}(x) = |S_{GRAPPA}(x)| \quad (2.11)$$

Figura 2.7: Fluxo de reconstrução do algoritmo GRAPPA com SoS



Fonte: adaptado de (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016).

Classificações do ruído

O ruído em imagens digitais pode ser entendido como uma variação aleatória ou sistemática que afeta o valor original de cada pixel e, conseqüentemente, acarreta em perda de qualidade na imagem. Fontes distintas de ruído resultam em diferentes formas de degradação na imagem e, mais ainda, em diferentes formas de modelar matematicamente o ruído.

Um tipo de ruído comumente encontrado e abordado nos diferentes modos de aquisição de imagem, por exemplo, é o ruído eletrônico, ou térmico (AZZARI; BORGES; FOI, 2018). De maneira geral, é gerado pela agitação térmica presente nos condutores que, em uma dada temperatura (à exceção do zero absoluto), têm a probabilidade de emitir cargas devido ao aquecimento. Esse comportamento, então, resulta em uma alteração (flutuação) na medição dos sensores do equipamento, ocasionando flutuações nos valores reais dos pixels da imagem. A propósito, esse é o modelo encontrado em imagens de ressonância magnética, porém no espaço-k.

Outro tipo de ruído bastante comum em imagens digitais, é encontrado em imagens obtidas em exames por raios X. Denominado de ruído quântico, está diretamente relacionado à emissão de raios X e conseqüente detecção destes pelos sensores. Devido à forma não uniforme de produção e detecção dos raios X, ocorrem também alterações na medição em relação ao valor real, resultando em perda de qualidade da imagem (BUSHBERG et al., 2012).

De forma geral, têm-se que os diferentes tipos de ruído são modelados estatisticamente por diferentes distribuições de probabilidade, tais como Gaussiana, Poisson, Rician, Non Central Chi, etc. Além da distribuição, possuem características diferentes no que diz respeito ao comportamento da variância do ruído em cada distribuição. Especificamente sobre o comportamento da variância do ruído ao longo da imagem, podem ser divididos em dois grupos, homoscedásticos e heteroscedásticos (AZZARI; BORGES; FOI, 2018).

3.1 Ruído homoscedástico

Um ruído é dito do tipo homoscedástico quando a variância de sua distribuição, em diferentes realizações, é constante, ou seja, independe da intensidade do sinal original bem como da posição espacial do mesmo. Trazendo essa definição para caso de imagens digitais, isso significa que, independentemente da intensidade e da localização espacial do pixel, a variância da distribuição será constante. O termo homoscedástico está diretamente relacionado, então, com o termo independente e igualmente distribuído (i.i.d.) (AZZARI; BORGES; FOI, 2018). Esse é o caso, por exemplo, do ruído térmico, abordado anteriormente.

A distribuição característica de ruídos desse tipo é a Gaussiana (ou Normal). Mais especificamente, temos a denominação AWGN, em referência a um ruído aditivo branco gaussiano. O termo **branco** se dá pelo fato de que não há correlação espacial do ruído e, portanto, afeta todas as frequências do sinal original de igual maneira. Já o termo **aditivo** se dá pelo fato de o ruído ser adicionado ao valor do sinal original, conforme equação 3.1, em que $M(x)$ é a imagem ruidosa nas coordenadas espaciais x , $A(x)$ é a imagem original sem ruído e $N(x; 0, \sigma_n^2)$ é uma distribuição Gaussiana, nas mesmas coordenadas x , com média 0 e variância constante σ_n^2 . Esses dois termos juntos definem o conceito de homoscedasticidade (AZZARI; BORGES; FOI, 2018).

$$M(x) = A(x) + N(x; 0, \sigma_n^2) \quad (3.1)$$

Importante ressaltar que esse tipo de ruído já foi bastante estudado na literatura e grande parte dos algoritmos de filtragem se baseiam nessa distribuição característica. Sendo assim, trabalhar com esse tipo de distribuição tende a garantir uma melhor performance no resultado final (AZZARI; BORGES; FOI, 2018; BORGES et al., 2018; BORGES et al., 2017).

3.2 Ruído heteroscedástico

O termo heteroscedástico é atribuído quando a variância do ruído não é a mesma em toda a imagem. Isso pode ocorrer quando a variância do ruído depende da intensidade do pixel ou quando depende da sua posição espacial; ou, também, quando a variância é dependente dos dois fatores ao mesmo tempo: intensidade e posição. A partir da equação 3.1, podemos reescrever as equações 3.2 e 3.3, em que a primeira representa a heteroscedasticidade devido apenas à dependência do sinal (chamado de ruído estacionário) e a segunda devido também à dependência do espaço (chamado de ruído não-estacionário). Note que a variância do ruído não é mais um valor constante σ_n^2 , mas sim $\sigma_n(A)^2$ e $\sigma_n(A, x)^2$.

$$M(x) = A(x) + N(x; 0, \sigma_n(A)^2) \quad (3.2)$$

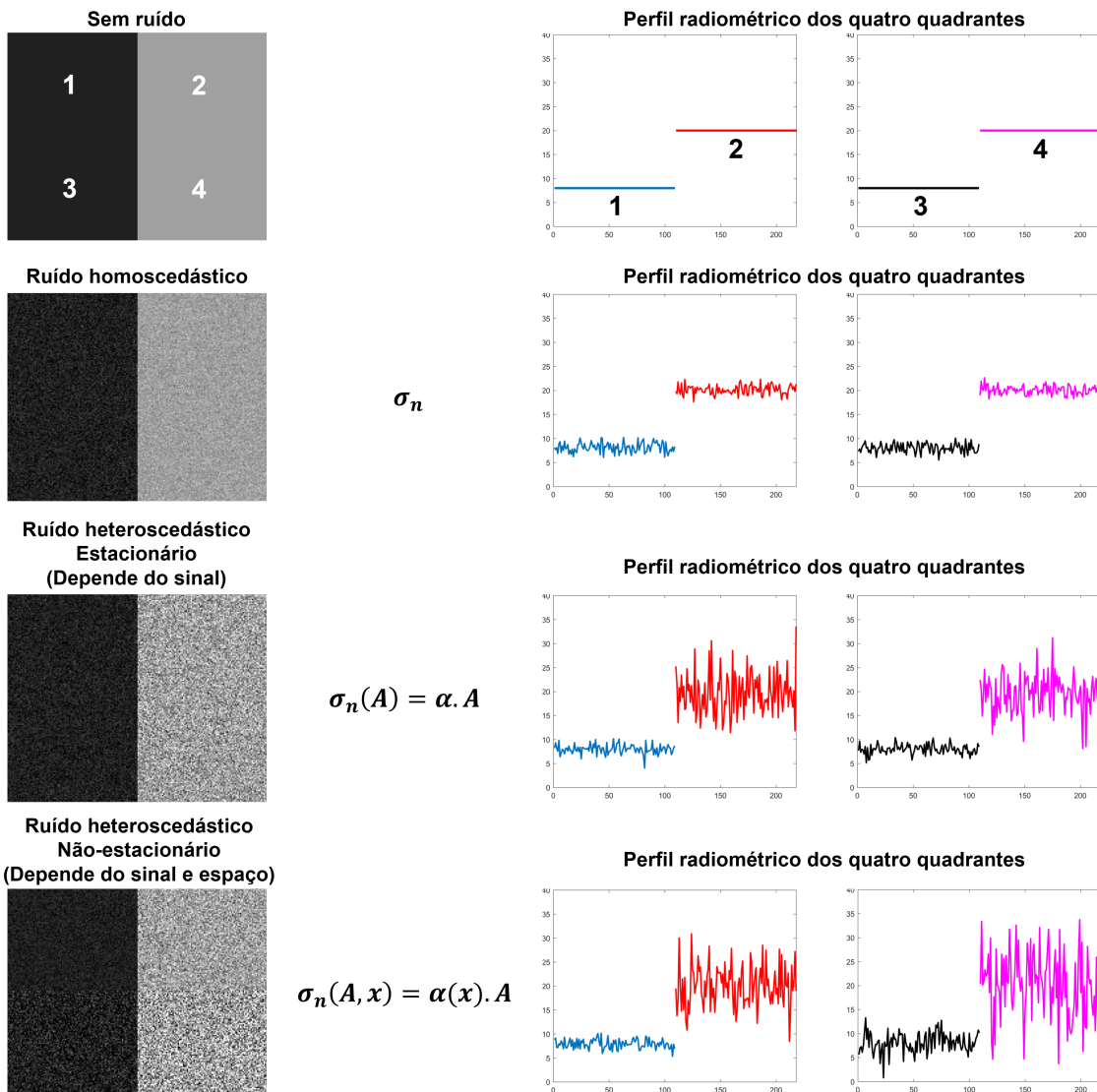
$$M(x) = A(x) + N(x; 0, \sigma_n(A, x)^2) \quad (3.3)$$

As equações 3.2 e 3.3 representam, então, ruídos de distribuição também Gaussiana, porém do tipo heteroscedástico estacionário e não-estacionário, respectivamente. Dessa forma, apesar de Gaussiano, esse ruído não pode mais ser modelado como AWGN (AZZARI; BORGES; FOI, 2018), uma vez que o termo AWGN refere-se a um ruído homoscedástico.

Esses diferentes comportamentos são ilustrados na Figura 3.1. Nela, são representadas, em cada linha, a imagem de referência (à esquerda) e os perfis radiométricos dos quatro quadrantes assinalados. A imagem sem ruído contém apenas dois níveis de cinza, sendo que os níveis de cinza em 1 e 3 são iguais e menores que em 2 e 4. Os perfis radiométricos ilustram esse comportamento. Para o ruído homoscedástico, é possível notar a interferência deste no sinal original de cada quadrante. Note que a variação em torno do nível de cinza original é a mesma em todos os quadrantes, uma vez que o parâmetro σ_n é constante em toda a imagem. Já para o ruído heteroscedástico, dependente do sinal somente, nota-se que os quadrantes 1 e 3, referentes ao menor nível de cinza, possuem variações menores. Ao passo que 2 e 4 possuem variações maiores. O parâmetro $\sigma_n(A) = \alpha \cdot A$ representa esse cenário **hipotético**. Para um mesmo valor de α o valor da variância aumenta proporcionalmente à intensidade original (sem ruído). Por último, na linha inferior, o ruído heteroscedástico dependente do sinal e da posição espacial. Cada quadrante é relacionado a um valor diferente de α . Com isso, cada um possui uma perturbação diferente. Esse comportamento também pode ser visualizado na imagem ruidosa, em que é visualmente possível verificar a separação dos quadrantes, devido às diferentes variâncias do ruído.

Sobre a dependência espacial do ruído, introduz-se aqui os termos estacionário e não estacionário. O primeiro é referente a um ruído que não varia no espaço, somente depende do sinal. Já o segundo, indica uma variação no espaço também. Finalmente, ruídos do tipo heteroscedástico estão relacionados a diversas distribuições, dentre elas a Rician e a Non Central Chi, características de imagens de MRI. Esse tipo de ruído é mais complexo que o AWGN e deve ser modelado corretamente de forma a não haver erros nos algoritmos de filtragem de ruído.

Figura 3.1: Representação dos ruídos homoscedástico e heteroscedástico.



Fonte: do autor, 2020. Em cada linha temos (à esquerda) a imagem com sua respectiva característica descrita e os perfis radiométricos dos quatro quadrantes assinalados na imagem. As equações aqui representadas são a título ilustrativo somente.

Ruído em imagens de MRI

A partir do estudo da reconstrução matemática, considerando os diferentes cenários de aquisição, neste capítulo serão abordadas as diferentes distribuições do ruído relacionadas a esses cenários.

Sabe-se que em aquisições de MRI, diversos fatores contribuem para degradações presentes nas imagens. De maneira geral, podemos citar a heterogeneidade do campo magnético estático ao longo do objeto sendo escaneado, movimentação do paciente de forma voluntária (mexer durante o exame) ou involuntária (respiração, pulsação do coração), que acaba gerando artefatos de movimento na imagem. Podemos citar, finalmente, uma outra fonte de degradação presente em praticamente todos os tipos de aquisição: o ruído.

Será considerado apenas o ruído térmico introduzido no processo de aquisição de dados, conhecido também como ruído Johnson-Nyquist (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016). Em MRI, ele é produzido pela movimentação estocástica dos elétrons na bobina de rádio frequência (RF), que é um condutor, e por perdas de corrente de fuga no paciente, que está magneticamente acoplado à bobina RF (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016).

4.1 Ruído homoscedástico no espaço-k

Em imagens de ressonância magnética, o ruído é provocado principalmente pela interação do objeto com o campo magnético e pelo efeito térmico devido aos componentes eletrônicos presentes no sistema de aquisição. Sabe-se, também, que o sinal em MRI é adquirido diretamente no espaço-k. Dessa forma, matematicamente, no espaço-k (e somente no espaço-k), esse tipo de ruído é modelado como um ruído AWGN. Mais ainda, é considerado AWGN tanto na parte real como na parte imaginária do sinal, denominado ruído complexo AWGN (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016).

O primeiro passo da reconstrução consiste em aplicar a transformada inversa discreta de Fourier (ver Figura 2.1), transformando a imagem para o espaço-x complexo. Tendo em vista a linearidade da iDFT, o ruído nesse domínio continuará sendo complexo AWGN.

Ao realizar os próximos passos da reconstrução, essa distribuição sofrerá modificações, dependendo do processo matemático adotado.

4.2 Ruído heteroscedástico estacionário

4.2.1 Ruído Riciano estacionário

A distribuição Riciana se caracteriza por ser a distribuição do módulo de uma distribuição normal bivariável. Trazendo para o cenário de imagens de MRI, é o que ocorre quando há uma única imagem no espaço- x complexo (corrompida com ruído AWGN nas partes real e imaginária), pois o processo de geração da imagem de magnitude é a partir do cálculo do módulo do sinal no espaço- x complexo. Com isso, o sinal no espaço- k , corrompido por ruído Gaussiano homoscedástico, passa a ser corrompido por ruído Riciano heteroscedástico estacionário (dependente do sinal) no domínio da imagem (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016; FOI, 2011).

A Figura 4.1 ilustra esse processo. Seja $S(x)$ essa única imagem no espaço- x complexo, então

$$S(x) = A(x) + N(x; 0, \sigma_n^2) \quad (4.1)$$

em que $A(x) = A_r(x) + jA_i(x)$ é o sinal complexo sem ruído no espaço- k , decomposto em parte Real ($A_r(x)$) e Imaginária ($A_i(x)$) e $N(x; 0, \sigma_n^2) = N_r(x; 0, \sigma_n^2) + jN_i(x; 0, \sigma_n^2)$ o ruído complexo AWGN com média 0 e variância σ_n^2 . Os índices r e i representam, respectivamente, as partes real e imaginária do sinal. A imagem de magnitude, $M(x)$, com distribuição Riciana ($M \sim R(A, \sigma_n)$), será então:

$$M(x) = |S(x)| = \sqrt{(A_r(x) + N_r(x; 0, \sigma_n^2))^2 + (A_i(x) + N_i(x; 0, \sigma_n^2))^2} \quad (4.2)$$

A função densidade de probabilidade (pdf) dessa distribuição é definida como

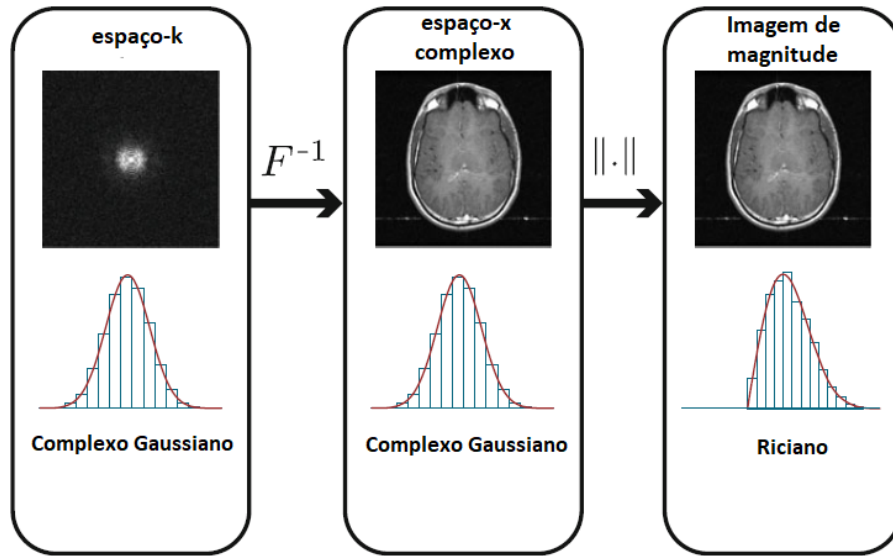
$$p_M(M(x)|A(x), \sigma_n) = \frac{M(x)}{\sigma_n^2} e^{-\frac{M(x)^2 + A(x)^2}{2\sigma_n^2}} I_0\left(\frac{A(x)M(x)}{\sigma_n^2}\right), \quad (4.3)$$

em que I_0 é a função Bessel modificada de primeiro modo e ordem 0 (FOI, 2011; AJA-FERNÁNDEZ; TRISTÁN-VEGA; ALBEROLA-LÓPEZ, 2009).

A variância de $M(x)$, condicionada ao sinal sem ruído $A(x)$, é descrita por (FOI, 2011):

$$\text{var}(M(x)|A(x), \sigma_n) = 2\sigma_n^2 + A(x)^2 - \frac{\pi\sigma_n^2}{2} L\left(-\frac{A(x)^2}{2\sigma_n^2}\right)^2 \quad (4.4)$$

Figura 4.1: Ilustração da distribuição do ruído Riciano estacionário nos diferentes domínios de reconstrução de imagens de MRI.



Fonte: Adaptado de (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016)

em que $L(y) = e^{\frac{y}{2}}[(1-y)I_0\left(-\frac{y}{2}\right) - yI_1\left(-\frac{y}{2}\right)]$, $y = -\frac{A(x)^2}{2\sigma_n^2}$ e I_n denota a função Bessel modificada de ordem n . Para altos valores de SNR, isto é, altos valores de $A(x)$ em relação a σ_n , a equação pode ser aproximada por

$$\text{var}(M(x)|A(x), \sigma_n) \approx \sigma_n^2 - \frac{\sigma_n^4}{2A(x)^2} \quad (4.5)$$

Percebe-se, pelas equações 4.4 e 4.5, que a variância do sinal $\text{var}(M(x)|A(x))$ não é constante em toda a imagem. Mais ainda, nota-se que ela depende diretamente da intensidade do sinal sem ruído $A(x)$ e da sua relação com σ_n , ou seja, o ruído Riciano é do tipo heteroscedástico, pois depende da intensidade do sinal. Como a variância depende **somente** do sinal, e essa relação de dependência não varia com a posição espacial do pixel, pode-se dizer, então, que o ruído é do tipo Riciano estacionário. Em MRI, dentre os cenários de aquisição e reconstrução mencionados no Capítulo 2, esse é o típico caso de sistemas que realizam a aquisição com uma única bobina.

4.3 Ruído heteroscedástico não-estacionário

Na seção anterior, 4.2.1, foi possível mostrar que a variância do ruído da imagem de magnitude de MRI, em sistemas de uma única bobina, é dependente do sinal. Deve-se, agora, analisar a dependência espacial. Em MRI, a dependência espacial acontecerá em sistemas de múltiplas bobinas. Nesse modo de aquisição, não se pode mais afirmar que a variância será a mesma em toda a imagem, pois há a correlação espacial do sinal no espaço-k, referente à correlação entre as bobinas de aquisição. Dependendo de onde um

determinado pixel está localizado, em termos de ruído, este sofrerá influência das bobinas de forma distinta que a de um pixel localizado em outra posição, pois um está mais próximo de certas bobinas e o outro mais próximo de outras bobinas, cada uma agindo de forma diferente em cada região. Dessa forma, o termo σ_n^2 da equação 4.1 passa a ser $\sigma_n^2(x)$ e o ruído é do tipo não-estacionário. Importante reforçar que, em um caso ideal, seria possível assumir que não existe correlação entre as bobinas. Porém, na prática, a correlação sempre existe.

Outro ponto a ser abordado, referente a sistemas de múltiplas bobinas, é a aquisição paralela (acelerada). Sempre que se utilizar a aquisição paralela, ocorrerá, também, a utilização de algoritmos de interpolação. Dessa forma, mesmo que as bobinas fossem ideais (sem correlação entre si), a interpolação dos pixels não amostrados por si só já faz com que a variância em cada ponto seja distinta, correlacionando os pixels espacialmente, tornando o ruído na imagem final do tipo não-estacionário.

Finalmente, dentre os modos de aquisição em sistemas com múltiplas bobinas, utilizando aquisição acelerada ou não, ainda há que considerar o algoritmo de reconstrução utilizado na geração da imagem de magnitude, ou seja, se foi utilizado o método SMF ou o método SoS (veja 2.3). Cada um desses métodos gera uma distribuição de ruído diferente na imagem de magnitude, que serão abordadas na próxima sessão.

4.3.1 Ruído Riciano não-estacionário

Com base nos critérios de não-estacionariedade mostrados, o ruído será Riciano não-estacionário sempre que tivermos múltiplas bobinas e que, no processo de reconstrução, for obtida uma única imagem no espaço- x complexo, uma vez que a imagem de magnitude será o módulo dessa única imagem (ver Seção 2.3). Esse cenário ocorre quando: (1) o espaço- k é completamente amostrado e a reconstrução feita por SMF, (2) quando utiliza-se aquisição acelerada e o algoritmo de interpolação SENSE ou (3) quando utiliza-se o algoritmo de interpolação GRAPPA e reconstrução por SMF.

Para estes casos, a equação 4.5 que descreve a variância do ruído Riciano passa a ser

$$\text{var}(M(x)|A(x), \sigma_n(x)) \approx \sigma_n^2(x) - \frac{\sigma_n^4(x)}{2A(x)^2} \quad (4.6)$$

4.3.2 Ruído Non Central Chi não-estacionário

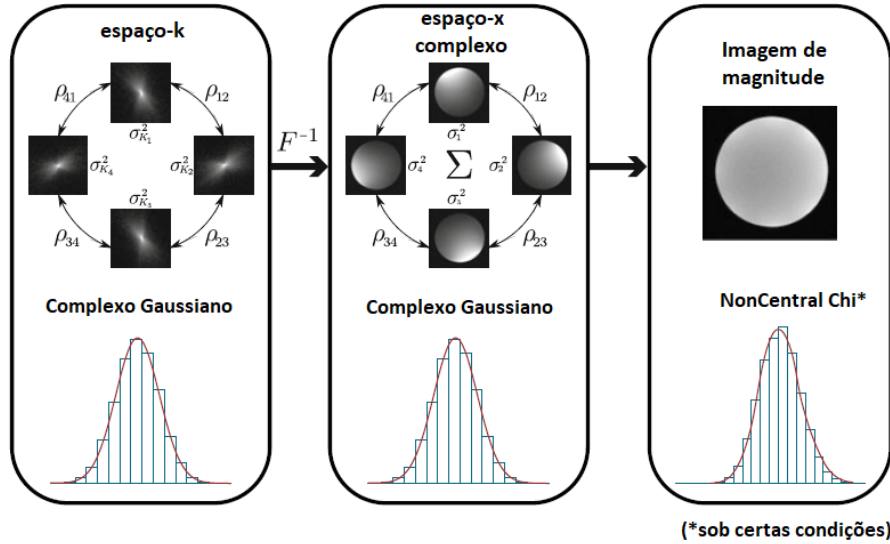
A distribuição Non Central Chi se caracteriza por ser a distribuição da soma dos quadrados dos módulos de variáveis aleatórias com distribuição Gaussiana. Sejam A , B e C variáveis aleatórias Gaussianas e Z uma variável tal que

$$Z = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}. \quad (4.7)$$

Z terá, então, uma distribuição Non Central Chi. Importante ressaltar que essa afirmação somente é válida se todas as variáveis Gaussianas possuem uma mesma variância σ^2 .

Fazendo a analogia com MRI, é o que ocorre em sistemas de múltiplas bobinas e com reconstrução por SoS. A Figura 4.2 ilustra esse processo.

Figura 4.2: Ilustração da distribuição do ruído Non Central Chi nos diferentes estágios de reconstrução de imagens de MRI.



Fonte: Adaptado de (AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016)

A imagem de magnitude é dada por

$$M(x) = \sqrt{\sum_{l=1}^L |A_l(x) + N_l(x; 0, \sigma_n^2(x))|^2}, \quad (4.8)$$

em que L é o número total de bobinas, $A_l(x)$ e $N_l(x; 0, \sigma_n^2(x))$ são, respectivamente, a imagem complexa sem ruído e o ruído complexo AWGN em cada bobina l .

A função densidade de probabilidade (pdf) dessa distribuição é definida como

$$p_{M(x)}(M(x)|A_T(x), \sigma_n, L) = \frac{A_T^{1-L}(x)}{2\sigma_n^2(x)} M^{(L)}(x) e^{-\frac{M(x)^2 + A_T(x)^2}{2\sigma_n^2(x)}} I_{L-1}\left(\frac{A_T(x)M(x)}{\sigma_n^2(x)}\right), \quad (4.9)$$

em que $A_T(x) = \sqrt{\sum_{l=1}^L |A_l(x)|^2}$ representa a soma dos quadrados do sinal total sem ruído e I_c é função Bessel modificada de primeiro modo e ordem c . Note que, para $L = 1$, a distribuição se reduz à distribuição Rician, sendo esta um caso particular da distribuição Non Central Chi.

De forma análoga ao caso Riciano, a variância de uma distribuição Non Central Chi não será constante em toda a imagem. Sendo assim, este é outro caso de ruído heteroscedástico. A variância depende do sinal $A_T(x)$ e, por ser relacionado sempre a sistemas de múltiplas bobinas, depende também da posição espacial, sendo não-estacionário.

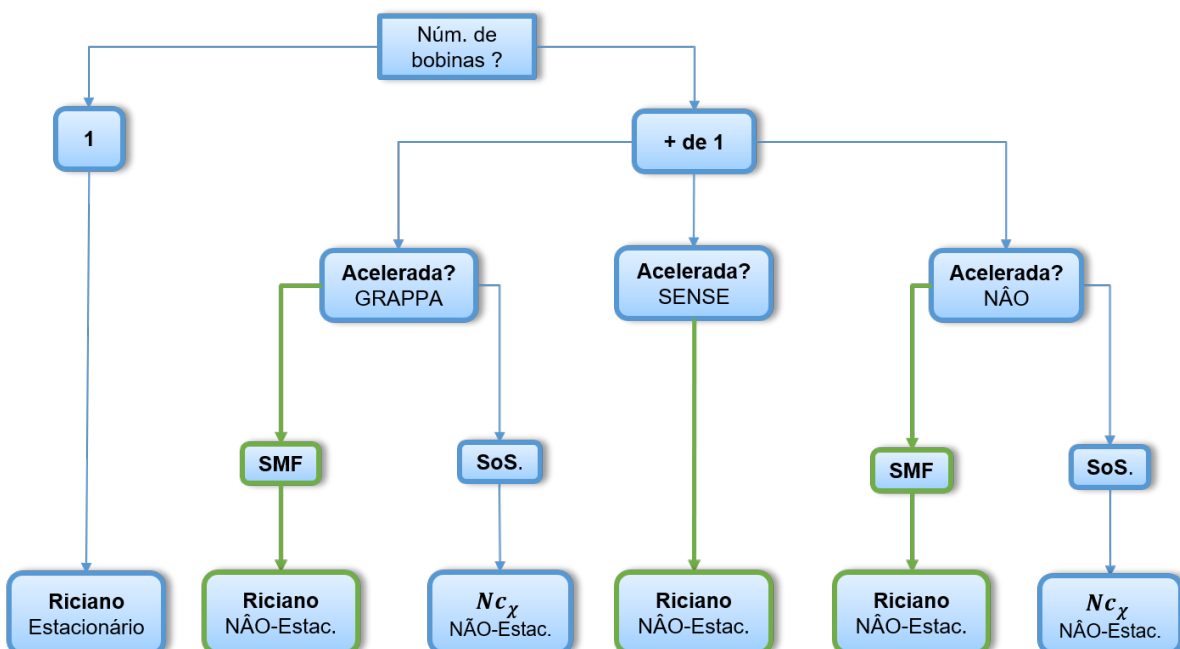
Dentre os cenários de aquisição e reconstrução mencionados no Capítulo 2, os que se enquadram nesse modelo são: (1) espaço-k completamente amostrado e reconstrução por SoS, (2) aquisição acelerada juntamente com algoritmo de interpolação GRAPPA e reconstrução por SoS.

Além do ruído ser do tipo não-estacionário, há mais um detalhe quando utiliza-se a reconstrução por **SoS**. Pela definição da distribuição Non Central Chi (introduzida anteriormente), esta só é válida se todas as variáveis com distribuição Gaussiana possuem a mesma variância. Porém, sabe-se que essa premissa não é verdadeira quando o ruído é não-estacionário, pois cada pixel terá uma variância diferente. Sendo assim, na prática, o que ocorre é uma aproximação da distribuição Non Central Chi, em que parâmetros eficazes de variância ($\sigma_{eff}(x)$) e de número de bobinas ($L_{eff}(x)$) são estimados, conforme proposto em (AJA-FERNÁNDEZ; TRISTÁN-VEGA; HOGE, 2011).

4.4 Resumo das distribuições de ruído em MRI

Finalizando o estudo das distribuições do ruído, este pode ser resumido conforme a Figura 4.3. Em verde, destacam-se os cenários de aquisição que geram ruído com distribuição Riciano não-estacionária.

Figura 4.3: Resumo das distribuições de ruído em MRI.



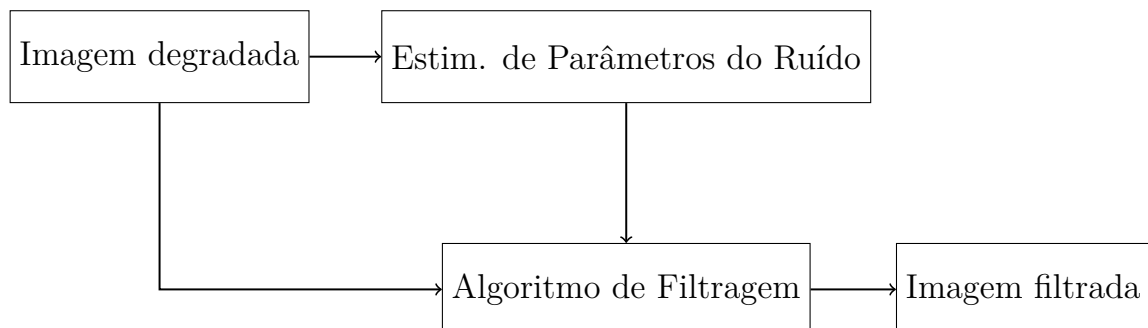
Fonte: do autor, 2020. Diagrama representando os diferentes tipos de ruído presentes nas imagens de MRI de acordo com o tipo de aquisição utilizada. Em verde, destacam-se os cenários de aquisição que geram ruído com distribuição Riciano não-estacionária.

Filtragem do ruído

Sabe-se que a degradação ocasionada pela presença de ruído acarreta em perda de qualidade das imagens, conforme abordado no Capítulo 3. Técnicas de restauração de imagem, então, são utilizadas de forma a melhorar a qualidade da imagem degradada. Dentre essas técnicas, encontra-se a filtragem do ruído. Entretanto, o sucesso das técnicas de filtragem depende do conhecimento a priori do fenômeno de degradação (GONZÁLEZ-JAIME et al., 2016) e conseqüentemente da precisão do modelo adotado para descrever o ruído, levando em consideração, principalmente, a distribuição de probabilidade (Gaussiana, Rician, etc.) e o comportamento da variância ao longo da imagem (homoscedástico ou heteroscedástico).

A partir dessas informações, pode-se estimar corretamente os parâmetros do ruído e, assim, aplicar o devido algoritmo de filtragem, otimizando e minimizando os erros ocasionados na imagem filtrada. Dessa forma, pode-se dividir um método de filtragem em duas etapas: (1) estimativa de parâmetros e (2) algoritmo de filtragem. A Figura 5.1 ilustra esse processo.

Figura 5.1: Etapas de um processo de restauração de imagens para filtragem do ruído.



Fonte: do autor, 2020.

Sendo assim, neste capítulo explora-se os métodos de estimativa de parâmetros e de filtragem do ruído, visando obter uma imagem final com qualidade superior à imagem ruidosa. Os tópicos serão abordados de forma gradativa, começando pelo ruído AWGN

homoscedástico até chegar na abordagem para o ruído Riciano heteroscedástico e não-estacionário, comum em imagens de MRI.

5.1 Ruído AWGN

Conforme já mencionado anteriormente, o ruído AWGN é um dos mais explorados na literatura em termos de filtragem de imagens. O fato de ser i.i.d facilita a modelagem e a consequente performance dos algoritmos de restauração. De forma geral, basta que um único parâmetro seja estimado, a variância do ruído σ_n^2 , que é constante em toda imagem (vide Equação 3.1). Uma vez estimado, esse parâmetro serve como dado de entrada para o algoritmo que fará a filtragem na imagem ruidosa (DABOV et al., 2006).

O operador de filtragem $D(\cdot)$ aplicado ao sinal ruidoso $M(x)$ possui a finalidade de remover o termo $N(x; 0, \sigma_n^2)$ da equação 5.1. Pode-se entender que este operador visa encontrar o valor teórico esperado $E\{\cdot\}$ (ou esperança matemática) da imagem ruidosa. Matematicamente, podemos expressar da seguinte maneira:

$$M(x) = A(x) + N(x; 0, \sigma_n^2); \quad (5.1)$$

$$E\{M(x)|A(x)\} = A(x); \quad (5.2)$$

$$D(M(x)) \approx E\{M(x)|A(x)\}; \quad (5.3)$$

$$D(M(x)) = \hat{A}(x) \approx A(x), \quad (5.4)$$

em que $\hat{A}(x)$ representa a saída do operador de filtragem, que deve ser aproximadamente igual a $A(x)$.

Diversos métodos de filtragem para ruído AWGN foram reportados, sendo que alguns se destacam: *Non Local Means* (NLM) (BUADES; COLL; MOREL, 2005), *Bilateral* (TOMASI; MANDUCHI, 1998), *Block Matching and 3D filtering* (BM3D) (DABOV et al., 2006) e *BM4D* (MAGGIONI et al., 2013). O último sendo uma extrapolação do BM3D, para aplicações em dados volumétricos.

Uma possível abordagem para filtragem de imagens em MRI poderia ser filtrar o dado diretamente no espaço-k, uma vez que nesse domínio o ruído é do tipo AWGN. No entanto, uma das grandes desvantagens dessa abordagem, se dá no fato de que, no caso de aquisições com múltiplas bobinas, por exemplo, o filtro AWGN teria que ser aplicado em cada uma das imagens no espaço-k, o que geraria, além de um custo computacional maior, imagens com maior borramento, pois o erro das técnicas de filtragem de ruído (diferença entre $A(x)$ e $\hat{A}(x)$) seria amplificado proporcionalmente ao número de bobinas. Além disso, normalmente, não há disponibilidade dos dados nesse formato, que geralmente

são descartados após a reconstrução das imagens magnitude, para economia de espaço em memória. Sendo assim, em aplicações reais, clínicas e hospitalares, de forma geral, somente há acesso às imagens de magnitude, que são usadas para fins de diagnóstico. Todos esses pontos justificam a importância em se tratar o ruído diretamente no domínio da imagem de magnitude.

5.2 Ruído Riciano estacionário

O valor esperado de uma distribuição Riciana, ao contrário da Gaussiana, não coincide com o valor do sinal sem ruído $A(x)$. Para uma imagem ruidosa Riciana $M(x)$, o valor esperado é dado por

$$E\{M(x)|A(x)\} = \sigma_n \sqrt{\frac{\pi}{2}} L\left(-\frac{A(x)^2}{2\sigma_n^2}\right) \quad (5.5)$$

em que $L(y) = e^{\frac{y}{2}}[(1-y)I_0\left(-\frac{y}{2}\right) - yI_1\left(-\frac{y}{2}\right)]$, $y = -\frac{A(x)^2}{2\sigma_n^2}$ e I_n denota a função Bessel modificada de ordem n . Para altos valores de SNR, a equação pode ser aproximada por

$$E\{M(x)|A(x)\} \approx A(x) + \frac{\sigma_n^2}{2A(x)}. \quad (5.6)$$

O operador de filtragem $D(\cdot)$ visa encontrar o valor esperado da distribuição ($E\{\cdot\}$). Note, no entanto, principalmente pela equação 5.6, que o operador, mesmo que fosse ideal ($D(M(x)) = E\{M(x)|A(x)\}$), geraria um erro no resultado final, referente ao termo $\frac{\sigma_n^2}{2A(x)}$. Esse erro associado ao valor esperado é chamado de viés (*bias*).

Dessa forma, diversos métodos de filtragem propostos para o ruído Riciano buscam uma maneira de realizar uma correção desse viés (*bias correction*). Ao considerar essa correção, pode-se dizer que o filtro é uma versão não-enviesada *unbiased*. Esse é caso de alguns algoritmos de filtragem considerados estados-da-arte, como (MANJÓN et al., 2010; MANJÓN et al., 2012; MANJÓN; COUPÉ; BUADES, 2015; PIECIAK; RABANILLO-VILORIA; AJA-FERNÁNDEZ, 2018). Todos eles se baseiam no algoritmo NLM, originalmente elaborado para ruído AWGN, e, além de outras peculiaridades, principalmente no que diz respeito à estimativa da variância, fazem a correção de *bias* no algoritmo de filtragem para o caso Riciano.

5.2.1 Transformada de Estabilização de Variância (VST)

Transformadas de estabilização de variância são amplamente utilizadas na área de filtragem de ruído (FOI, 2011; BORGES et al., 2017). O conceito se baseia em transformar o ruído heteroscedástico em ruído homoscedástico com distribuição aproximadamente Gaussiana antes da filtragem. Somente após essa transformação é que o algoritmo de filtragem é aplicado, algoritmo esse desenvolvido para tratar de ruído AWGN. A grande vantagem

dessa abordagem se dá no fato já exposto na seção anterior: existem diversos algoritmos presentes na literatura para tratar ruídos desse tipo e com resultados excelentes.

5.2.1.1 Removendo a dependência do sinal - VST

Ao analisar a Equação 4.5, nota-se que a variância do ruído depende do sinal original, sem ruído, $A(x)$. Mais especificamente, depende da relação $(A(x)/\sigma_n)$, ou seja, o SNR. Para tratar dessa dependência do sinal, FOI (FOI, 2011) propõe uma VST capaz de transformar o ruído Riciano heteroscedástico em aproximadamente homoscedástico Gaussiano. Por tratar somente a dependência do sinal, reforça-se, então, que a proposta da VST foi feita para o caso de ruído Riciano estacionário.

Sendo $M(x)$ a variável de distribuição Riciano, busca-se, então, uma função $f(M(x))$ tal que sua variância, $var\{f(M(x))\}$ seja uma constante c . Por meio da junção de teoremas de convergência de distribuição (Slutskys Theorem) e de expansão de Taylor de primeira ordem (FOI, 2011; PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017), é possível chegar à seguinte relação:

$$var\{M(x)|\mu\} \cdot f'(\mu)^2 = var\{f(M(x)|\mu)\} \quad (5.7)$$

$$var\{M(x)|\mu\} \approx \sigma_n^2 - \frac{\sigma_n^4}{2\mu^2}. \quad (5.8)$$

em que μ é o valor esperado da variável $M(x)$, $E\{M(x)|A(x)\}$, conforme equação 5.6 e $var\{M(x)|\mu\}$ é a variância condicional dada a partir das equações 5.6 e 4.5.

Resolvendo a equação diferencial 5.7 de modo que $var\{f(M(x)|\mu)\} = c = 1$, temos

$$\int^M f'(\mu)d\mu = \int^M \frac{1}{\sqrt{var\{M(x)|\mu\}}}d\mu \quad (5.9)$$

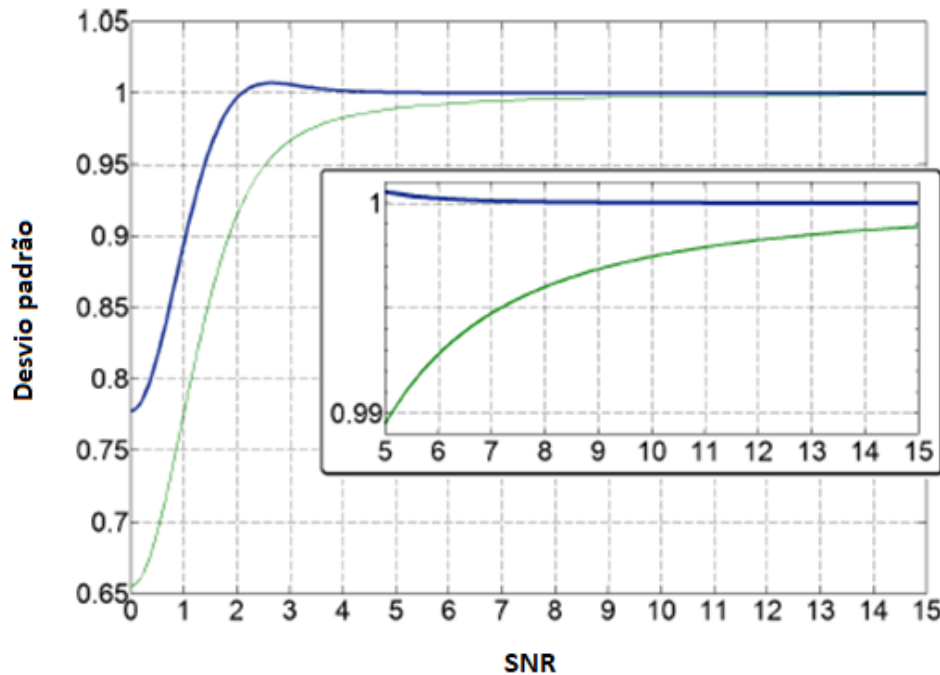
$$\int^M f'(\mu)d\mu = \int^M \frac{1}{\sqrt{\sigma_n^2 - \frac{\sigma_n^4}{2\mu^2}}}d\mu \quad (5.10)$$

$$f_{asympt}(M(x)) = \sqrt{\frac{M(x)^2}{\sigma_n^2} - \frac{1}{2}} + a, \quad (5.11)$$

em que $M(x)$ é a imagem ruidosa e a uma constante arbitrária (tendo em vista a integral indefinida) podendo ser, por exemplo, zero (FOI, 2011). Inicialmente, a transformada é denominada de assintótica (conforme notação), pois se baseia na equação da variância para altos valores de SNR, que assintoticamente tendem a um valor constante. Note que a transformada visa obter variância constante e unitária.

A Figura 5.2 ilustra o comportamento da variância em ambos casos. Nota-se que a transformada assintótica proporciona uma estabilização melhor, para valores de SNR menores, se comparada com o sinal não transformado.

Figura 5.2: Comportamento da variância do ruído Riciano. Estabilizada Assintótica versus Não estabilizada



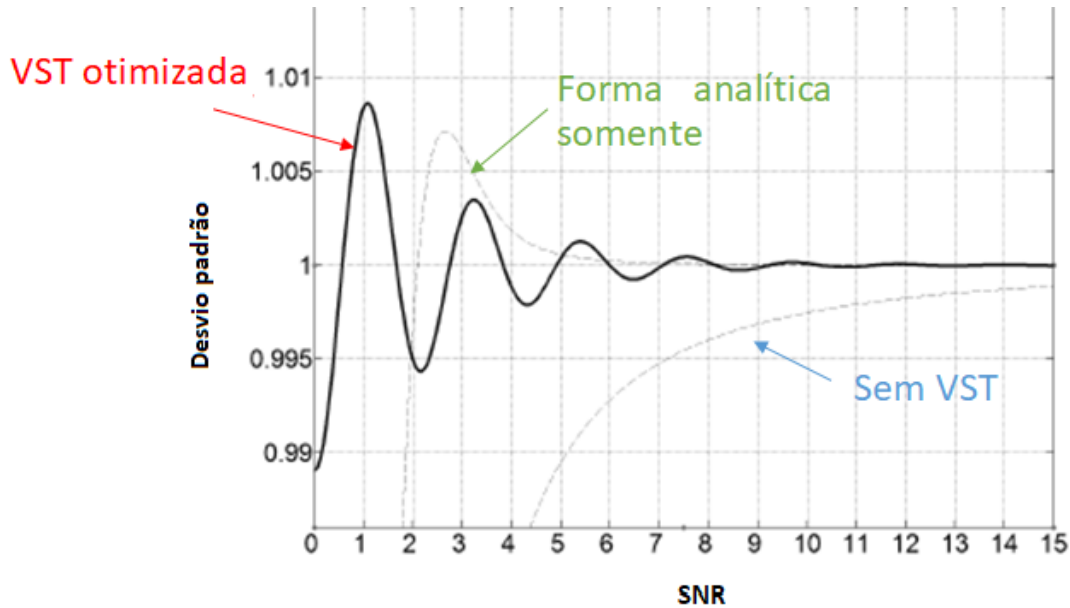
Fonte: adaptado de (FOI, 2011). Em verde, o desvio padrão da imagem sem estabilização. Em azul, da imagem após aplicação da transformada assintótica. O parâmetro σ_n da distribuição Riciano, nesse caso, é igual a 1. Note que ambas tendem a estabilizar em $\sigma_n = 1$ para valores altos de SNR, porém a transformada assintótica proporciona estabilização para valores baixo de SNR também.

Percebe-se, no entanto, que somente a fórmula analítica e assintótica não consegue estabilizar a variância para valores de SNR muito baixos. Sendo assim, uma otimização numérica também foi proposta pelo autor. Duas transformadas são propostas sendo que a que melhor estabiliza é a denominada por ele de B . A Figura 5.3 representa essa transformada otimizada. Nota-se que a otimização proporciona uma estabilização excelente da variância até para valores baixos de SNR.

Ressalta-se que a otimização elaborada pelo autor, para chegar á VST, é feita **somente** para a distribuição Riciano de $\sigma_n = 1$. O motivo para tal abordagem se dá por uma relação linear entre duas distribuições Ricianas. Pela Equação 4.2 pode-se inferir que se $M \sim R(A, \sigma_n)$, então $\lambda M \sim R(\lambda A, \lambda \sigma_n)$. Sendo assim, é suficiente otimizar somente o caso em que $\sigma_n = 1$ e, para as aplicações em outros dados ruidosos, com outros valores σ_n , faz-se necessário realizar uma escala linear dos dados, à partir do $\hat{\sigma}_n$ que for estimado (FOI, 2011). Por esse motivo é que a VST necessita, como parâmetro de entrada, do $\hat{\sigma}_n$ dos dados a serem estabilizados.

Para estimativa desse único parâmetro, o σ_n , o autor propõe um algoritmo recursivo que funciona da seguinte maneira: seja $Est(\cdot)$ o operador responsável por estimar a variância de ruído homoscedástico Gaussiano, baseado no desvio absoluto mediano ($Me-$

Figura 5.3: Variância do ruído pós transformada otimizada.



Fonte: adaptado de (FOI, 2011). Possível verificar a melhor performance da VST otimizada quanto à estabilização da variância do ruído.

dian Absolute Deviation - MAD) da convolução do sinal ruidoso com um filtro passa-alta (como uma função wavelet) (FOI, 2011). Além disso, seja $VST(M(x), \sigma_n)$ a transformada de estabilização de variância aplicada ao sinal ruidoso $M(x)$ de distribuição Riciana com parâmetro σ_n . O algoritmo recursivo é descrito como:

1. Inicia-se σ com um valor arbitrário $\rightarrow \sigma_{atual}$
2. Enquanto $erro < 0.00001$
 - $\sigma_{old} = \sigma_{atual}$
 - $\sigma_{atual} = \sigma_{atual} \cdot Est(VST(M(x), \sigma_{atual}))$
 - $erro = \left| \left(\frac{\sigma_{old} - \sigma_{atual}}{\sigma_{old}} \right) \right|$
3. $\hat{\sigma}_n = \sigma_{atual}$

A convergência do algoritmo consiste no seguinte fato: se o parâmetro σ_{atual} for corretamente estimado, a transformada $VST(M(x), \sigma_{atual})$ estabiliza a variância de forma correta também. Sendo assim, $Est(VST(M, \sigma_{atual})) = 1$. Nesse estágio, σ_{atual} se torna um ponto fixo, não havendo mudança significativa entre as iterações seguintes, gerando erro mínimo e chegando à convergência.

Finalmente, pode-se representar a imagem de magnitude pós transformada, $M_{vst}(x)$, como

$$M_{vst}(x) \approx A_{vst}(x) + N(x; 0, 1), \quad (5.12)$$

em que $A_{vst}(x)$ representa o sinal livre de ruído no domínio da transformada e $N(x; 0, 1)$ o ruído transformado e, agora, aproximadamente homoscedástico, Gaussiano, com média zero e variância unitária.

5.2.1.2 Transformada Inversa Exata - VST^{-1}

Uma vez que a imagem está estabilizada, pode-se então aplicar o algoritmo de filtragem para remoção de ruído AWGN. Após a filtragem, faz-se necessário transformar a imagem de volta a sua faixa de valores de intensidade originais, aplicando a transformada inversa VST^{-1} . Em (FOI, 2011), o autor também propõe a otimização da VST^{-1} . Vale mencionar que essa transformada inversa não é somente e simplesmente a função inversa algébrica, uma vez que a transformada $f(\cdot)$ é um processo não-linear. Além disso, a imagem que é transformada pela VST não é a mesma que é retornada, pois normalmente há um processo de filtragem de ruído antes de se aplicar a VST^{-1} . Sendo assim, a VST^{-1} não pode ser simplesmente a inversão da VST.

Importante reforçar, também, a correção de bias realizada. Uma vez no domínio da transformada, para a inversa VST^{-1} , o autor elabora um mapeamento do valor esperado da transformada $E\{f(M(x)|A(x))\}$ diretamente em $A(x)$, e não em $E\{M(x)|A(x)\}$. Então, após a filtragem pelo operador $D(\cdot)$ temos

$$D(f(M(x))) \approx E\{f(M(x)|A(x))\} \quad (5.13)$$

$$D(M(x)) = VST^{-1}(D(f(M(x)))) = \hat{A}(x) \approx A(x) \quad (5.14)$$

Ou seja, a transformada inversa garante que o resultado final já esteja adequadamente filtrada (ou seja, sem ruído) e corrigida pelo *bias* (ver seção 5.2). Por esse motivo, a transformada inversa que considera esses aspectos na transformação da imagem do domínio da VST para o domínio da imagem é chamada de transformada inversa exata não-enviesada (*exact unbiased inverse transformation*).

5.3 Ruído Riciano não-estacionário

Para tratar da dependência espacial do ruído, em (AJA-FERNÁNDEZ et al., 2015), os autores propõem uma nova abordagem, denominada de homomórfica. Essa abordagem será explicada a seguir.

5.3.1 Abordagem Homomórfica - estimando um mapa $\sigma_n(x)$

Para entender essa abordagem, e a conseqüente estimativa da variância do ruído em função da coordenada espacial, $\sigma_n(x)$, inicia-se o raciocínio a partir de uma imagem 2D,

corrompida com ruído Gaussiano, porém com variância que depende da posição espacial, $\sigma_n(x)$.

5.3.1.1 Ruído Gaussiano primeiramente

Seja $M(x)$ a imagem 2D, corrompida com ruído Gaussiano não-estacionário, tem-se a equação a seguir:

$$M(x) = A(x) + N(x; 0, \sigma_n^2(x)), \quad (5.15)$$

em que $M(x)$ é a imagem ruidosa, $A(x)$ o sinal sem ruído e $N(x; 0, \sigma_n^2(x))$ representa o ruído gaussiano de média zero e variância $\sigma_n^2(x)$. A Equação 5.15 pode ser reescrita da forma

$$M(x) = A(x) + \sigma_n(x) \cdot N(x; 0, 1) \quad (5.16)$$

Nesse estágio, faz-se necessário remover a média do sinal (centralizar o sinal em torno da média), a fim de separar e deixar somente a componente referente ao ruído variante no espaço $\sigma_n(x) \cdot N(x; 0, 1)$. Matematicamente, tem-se:

$$M_C(x) = M(x) - E\{M(x)\} = \sigma_n(x) \cdot N(x; 0, 1), \quad (5.17)$$

em que $E\{\cdot\}$ representa a esperança matemática (expectância) do sinal e é a componente de baixa frequência na imagem ruidosa $M(x)$. Dessa forma, para realizar o proposto na equação 5.17, diversos filtros passa-baixa podem ser utilizados a fim de estimar a expectância $E\{M(x)\}$ para, posteriormente, subtraí-la da imagem $M(x)$. Em (PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017), os autores propõem a utilização do filtro bilateral (para imagens em escala de cinza) (TOMASI; MANDUCHI, 1998). Além do filtro bilateral, outro método também é proposto em (PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017). Este último, consiste em aplicar a transformada wavelet estacionária SWT (*Stationary Wavelet Transform*), obtendo a imagem centralizada $M_C(x)$ de forma direta. Essa centralização ocorre ao selecionar a sub-banda de detalhes (superior) (*high-high subband*) do sinal decomposto pela SWT (PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017). Mais detalhes sobre o funcionamento da função wavelet e implementação do respectivo algoritmo podem ser encontrados em (PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017). No entanto, neste trabalho, é suficiente entender que o resultado final obtido é análogo ao de um filtro passa-alta, removendo a expectância $E\{M(x)\}$, e obtendo, aproximadamente, a componente referente ao ruído variante no espaço, conforme equação 5.18.

$$M_{wav}(x) = \sigma_n(x) \cdot N(x; 0, 1), \quad (5.18)$$

em que $M_{wav}(x)$ representa a imagem pós aplicação da *wavelet*. Vale ressaltar que diversos outros métodos, filtros e funções wavelets podem ser utilizados para esta finalidade.

Seguindo o processo de estimativa do mapa de variância $\sigma_n(x)$, faz-se necessária a "separação" dos termos $\sigma_n(x)$ e $N(x; 0, 1)$ presentes na equação 5.18. Então, aplica-se a função logaritmo (do módulo) de modo a transformar a multiplicação dos sinais em uma soma dos logaritmos de cada sinal, conforme equação 5.19.

$$\log |M_{wav}(x)| = \underbrace{\log |\sigma_n(x)|}_{\text{baixa-freq}} + \underbrace{\log |N(x; 0, 1)|}_{\text{alta-freq}} \quad (5.19)$$

Conforme notação, nesse estágio, assume-se que, ao longo da imagem, a variação espacial do parâmetro $\sigma_n(x)$ é bem menor que a do ruído em si, $N(x; 0, 1)$. Ou seja, no domínio *log*, o primeiro termo é a componente de baixa frequência e o segundo a componente de alta frequência dessa imagem. Essa é a premissa base e que dá nome à abordagem, *homomórfica* (AJA-FERNÁNDEZ et al., 2015).

Nota-se que a equação 5.19 representa a soma de componentes de baixa frequência e alta frequência. Aplicando um filtro passa-baixa (*low-pass-filter* - *LPF*), tem-se

$$LPF \{\log |M_{wav}(x)|\} \approx LPF \{\log |\sigma_n(x)|\} + LPF \{\log |N(x; 0, 1)|\} \quad (5.20)$$

Assumindo que o filtro LPF é uma boa aproximação do valor esperado, $E\{\cdot\}$, e sabendo que $|N(x; 0, 1)|$ segue uma distribuição meia-Gaussiana (*half-Gaussian*), obtém-se

$$LPF \{\log |M_{wav}(x)|\} \approx \log |\sigma_n(x)| - \log(\sqrt{2}) - \frac{\gamma}{2}, \quad (5.21)$$

em que γ é a constante de Euler-Mascheroni. Aplicando a exponencial, chega-se à equação final da estimativa da variância do ruído em função da coordenada espacial (mapa de variâncias) $\widehat{\sigma}_n(x)$

$$\widehat{\sigma}_n(x) = \sqrt{2}e^{LPF\{\log |M_{wav}(x)|\} + \frac{\gamma}{2}} \quad (5.22)$$

5.3.1.2 Ruído Riciano - fator de correção $\Phi(S_0(x))$

Para o caso de imagens corrompidas por ruído Riciano não-estacionário, os autores também elaboram a teoria igual à anterior. Porém, as equações 5.21 e 5.22 se modificam, respectivamente, conforme a seguir:

$$LPF \{\log |M_{wav}(x)|\} \approx \log |\sigma_n(x)| - \log(\sqrt{2}) - \frac{\gamma}{2} + \Phi(S_0(x)) \quad (5.23)$$

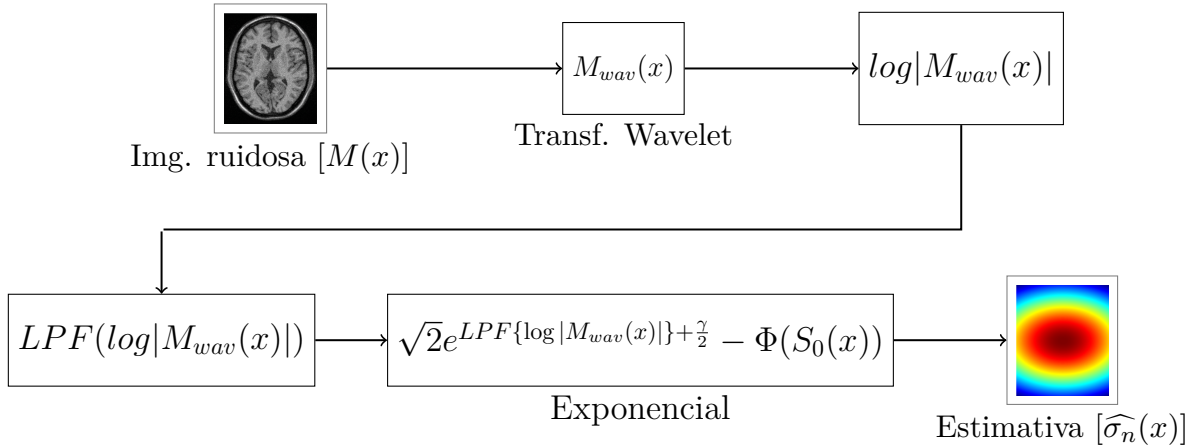
$$\widehat{\sigma}_n(x) = \sqrt{2}e^{LPF\{\log |M_{wav}(x)|\} + \frac{\gamma}{2}} - \Phi(S_0(x)) \quad (5.24)$$

em que $S_0(x)$ é o SNR ($\frac{A(x)}{\sigma_n(x)}$) estimado da imagem e $\Phi(S_0(x))$ é uma função de correção Riciano/Gaussiana. Essa estimativa do SNR $S_0(x)$ pode ser feita de diferentes maneiras e os autores utilizam uma baseada em máxima verossimilhança. A teoria para obter esse SNR inicial não será abordada aqui, mas é importante notar que esta estimativa do valor

de $\widehat{\sigma}_n(x)$ para o caso Riciano depende diretamente da estimativa do SNR $S_0(x)$ da imagem ruidosa.

Finalmente, o processo de estimativa proposto pelos autores pode ser descrito conforme Figura 5.4

Figura 5.4: Estimativa de $\sigma_n(x)$ pela abordagem homomórfica.



Fonte: do autor, 2020.

5.3.1.3 Ruído Riciano não-estacionário utilizando VST

Posteriormente, em outro trabalho (PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017), os autores propõem uma melhoria da estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$ para o caso Riciano não-estacionário, mencionado anteriormente. Esta melhoria se baseia, justamente, na utilização da transformada de estabilização da variância (VST). Os autores propõem uma nova VST, que será denominada como $VST_{Pieciak}$. De forma simplificada, tem-se:

1. Estimativa inicial do mapa $\widehat{\sigma}_0(x)$ (utilizando a teoria Riciano anterior)
2. Aplica-se a $VST_{Pieciak}$
3. Multiplica-se a imagem estabilizada pelo mapa $\widehat{\sigma}_0(x)$ (obtido no passo 1)

Após o passo 3, pode-se descrever matematicamente a imagem como

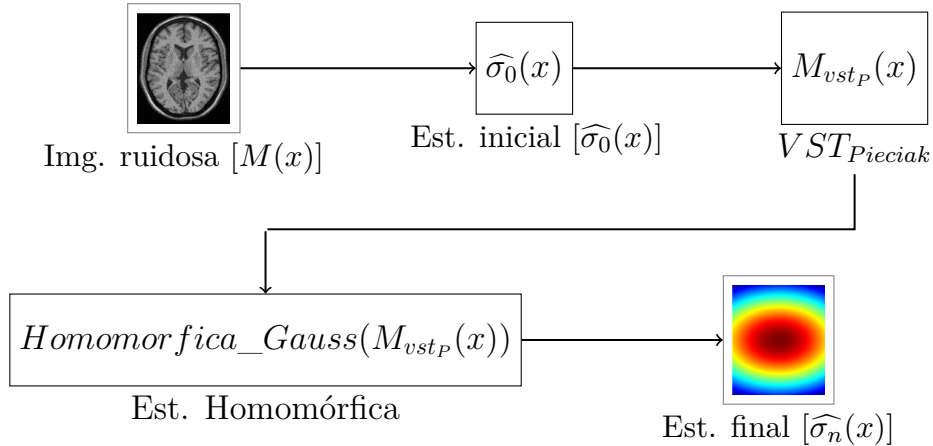
$$M_{vst_P}(x) \approx A_{vst_P}(x) + \widehat{\sigma}_0(x) \cdot N(x; 0, 1), \quad (5.25)$$

em que $M_{vst_P}(x)$ é a imagem estabilizada utilizando a $VST_{Pieciak}$ e multiplicada por $\widehat{\sigma}_0(x)$; e $N(x; 0, 1)$ representa um ruído Gaussiano de média zero e variância unitária.

A partir desse estágio, como foi utilizada a transformada de estabilização, a teoria que se segue é exatamente a mesma do caso homomórfico Gaussiano reportada na seção 5.3.1.1. A equação 5.25 é análoga à equação 5.16.

O fato de usar o domínio da transformada faz com que a estimativa final $\widehat{\sigma}_n(x)$ seja mais precisa que a inicial $\widehat{\sigma}_0(x)$. Dessa forma, pode-se ilustrar o processo de estimativa, baseado em VST, conforme Figura 5.5

Figura 5.5: Estimativa de $\sigma_n(x)$ usando VST.



Fonte: do autor, 2020.

5.4 Ruído Non-Central Chi não-estacionário

A teoria para estimativa do mapa de $\sigma_n(x)$ para o caso de distribuição Non Central Chi é muito análoga à apresentada anteriormente para o caso Riciano, elaborada pelos mesmos autores em (PIECIAK; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO; AJA-FERNANDEZ, 2016). No entanto, não abordaremos nesse trabalho, uma vez que um estudo mais aprofundado dessa distribuição se faz necessário. Alguns pontos que suportam essa afirmativa:

1. A VST proposta pelos autores tem a mesma limitação da VST que propuseram para o caso Riciano (chamada de $VST_{Pieciak}$ nesse trabalho): o fato de ser dependente de uma estimativa prévia do sinal sem ruído $A(x)$, fato incoerente para uma proposta de filtragem (ver seção 5.3.1.3).
2. Os autores não propõem uma transformada inversa (VST^{-1}), necessária para um método de filtragem. O foco do trabalho deles é somente a estimativa do mapa de variâncias $\widehat{\sigma}_n(x)$.
3. Há a necessidade de estudar mais a fundo a forma de estimar os parâmetros $\sigma_{eff}(x)$ e $L_{eff}(x)$ da distribuição Non Central Chi (ver seção 4.3.2).

5.5 Trabalhos correlatos

Conforme abordado na seção 1, pode-se elencar alguns trabalhos correlatos reportados na literatura, no que diz respeito a filtragem de imagens volumétricas de MRI corrompidas com ruído Riciano não-estacionário (MANJÓN et al., 2010; MANJÓN et al., 2012; MANJÓN; COUPÉ; BUADES, 2015; PIECIAK; RABANILLO-VILORIA; AJA-FERNÁNDEZ, 2018; FOI, 2011; MA; UURBIL; WU, 2020). Em (MANJÓN et al., 2010), um algoritmo bastante utilizado, o *Non Local Means* (NLM), elaborado inicialmente para filtrar ruído AWGN (BUADES; COLL; MOREL, 2005), foi modificado de forma a ser corretamente aplicado para ruído Riciano. A modificação consiste em uma correção de um viés (*bias correction*) na formulação matemática original do NLM (por esse motivo, são comumente referenciados como UNLM (*Unbiased Non Local Means*)). Além disso, os autores exploram e adaptam o algoritmo para considerar não-estacionaridade do ruído (dependência espacial), característico de aquisições com múltiplas bobinas. Posteriormente, em (MANJÓN et al., 2012), os autores propõe duas melhorias: (1) utilizar uma imagem pré-filtrada como guia para o UNLM e (2) considerar a similaridade entre os blocos da imagem de forma a ser invariante à rotação. Com isso, elaboram o algoritmo denominado *Pre-Filtered Rotationally Invariant NLM* (PRI_NLM), com resultados melhores que o anterior. Avançado um pouco mais, o mesmo grupo de pesquisa, em (MANJÓN; COUPÉ; BUADES, 2015), constata uma nova melhoria: a imagem pré-filtrada (guia) é melhorada por meio de um algoritmo de *Principal Component Analysis* (PCA). Conseqüentemente, o resultado final do filtro também é melhorado e este então é denominado PRI_NL_PCA. Por último, em (PIECIAK; RABANILLO-VILORIA; AJA-FERNÁNDEZ, 2018), os autores generalizam a correção matemática, *bias correction*, do NLM para aplicação em MRI. Com essa nova formulação, eles propõe dois novos algoritmos (que diferem entre si na fórmula matemática, sendo que um é um pouco mais robusto e preciso que o outro), ns-UNLM₁ and ns-UNLM₂. Reforça-se, no entanto, que a grande melhoria desse último trabalho se dá na filtragem do ruído de distribuição Non Central Chi.

Conforme mencionado, todos esses trabalhos se baseiam na modificação de algoritmos originalmente propostos para filtragem de ruído AWGN, que é estacionário. No entanto, outra abordagem bastante utilizada na literatura é a de transformar o ruído heteroscedástico em aproximadamente homoscedástico, antes da filtragem, utilizando, para isso, uma VST (FOI, 2011; BORGES et al., 2017; BORGES et al., 2018; MÄKITALO; FOI, 2012; ANSCOMBE, 1948). Ou seja, ao invés de modificar o algoritmo de filtragem, opta-se por transformar, matematicamente, as características do ruído presente na imagem, tornando-o aproximadamente AWGN.

Sobre a VST para o ruído Riciano estacionário, em (FOI, 2011), o autor a elabora evidenciando o sucesso de sua aplicação. Posteriormente, em (MAGGIONI et al., 2013), os autores elaboram um filtro AWGN para imagens volumétricas: BM4D (*Block Matching and 4D filtering*), sendo uma extensão do método bastante conhecido para imagens 2D,

o BM3D. Com a aplicação da VST anteriormente à filtragem, eles utilizam o BM4D para filtragem e chegam a resultados excelentes e comparáveis aos estados-da-arte. Seguindo essa linha de raciocínio, mais recentemente, em (MA; UURBIL; WU, 2020), os autores combinam a VST com a técnica de manipulação de valores singulares otimizada (*optimally singular value manipulation*) para a filtragem, obtendo ótimos resultados em aplicações específicas em imagens de difusão (*diffusion MRI*).

Considerando a revisão bibliográfica anterior, pode-se concluir que os trabalhos (MANJÓN; COUPÉ; BUADES, 2015; MAGGIONI et al., 2013; MA; UURBIL; WU, 2020) são estados-da-arte em filtragem de ruído Riciano em MRI. Apesar de suas diferentes abordagens (com e sem VST), há uma semelhança entre eles e que pode ser considerada um fator limitante no que diz respeito ao custo computacional envolvido no processamento de imagens volumétricas. Especificamente para o caso de ruído variante no espaço, na etapa de estimativa do parâmetro do ruído (a variância), todos eles utilizam um processo iterativo baseado em pequenas regiões (blocos) 3D (geralmente de tamanho $3 \times 3 \times 3$ ou $5 \times 5 \times 5$ pixels) ao longo do volume total. Como a variância do ruído é diferente em cada posição da imagem, parte-se da premissa que em uma pequena região essa variância é constante. Embora esse processo obtenha bons resultados e, de certa forma, precisos, a iteratividade em todas as pequenas regiões requer um tempo de processamento relativamente alto. Esse cenário pode ser ainda piorado para o caso de equipamentos mais modernos de MRI, que, por meio de um campo magnético elevado (7 Tesla), proporcionam imagens de alta resolução (IBRAHIM et al., 2013; KRISHNAMURTHY et al., 2019; SANTINI et al., 2018b; SANTINI et al., 2018a) e, conseqüentemente um grande volume de dados.

Uma proposta diferente para a estimativa, mais rápida e também precisa é elaborada em (AJA-FERNÁNDEZ et al., 2015; PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017), baseada em uma abordagem homomórfica. Os autores se baseiam na premissa de que a variação espacial do ruído longo da imagem é suave, e portanto, um componente de baixa frequência. Por meio da aplicação de uma transformada wavelet juntamente com filtro passa-baixa, é possível chegar à estimativa final em um tempo significativamente menor. O método é elaborado para imagens 2D, porém pode ser facilmente extrapolado para dados volumétricos, conforme proposto nesse trabalho (detalhes abordados na seção 5.2.1.1)).

Materiais e Métodos

A partir do embasamento teórico apresentado, nesse capítulo serão abordados os materiais e métodos utilizados nesse trabalho. Em termos de implementação de código, o *software* utilizado foi o MATLAB (*The Mathworks Inc.*), versão R2016a.

6.1 Método proposto para estimativa de $\sigma_n(x)$

Neste trabalho, toda a parte de estimativa foi baseada na teoria homomórfica apresentada na seção 5.3.1.3 para ruído Riciano não-estacionário, utilizando VST. Entretanto, três principais modificações em relação à proposta original em (PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017) foram estabelecidas de forma a melhorar a estimativa do mapa $\widehat{\sigma}_n(x)$.

1. VST utilizada

Um detalhe importantíssimo a ser ressaltado é na VST utilizada pelos autores em (PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017), denominada nesse trabalho de VST_{Piecak} . Eles propõem uma otimização diferente da proposta por Foi. A. em (FOI, 2011). Além disso, provam que esta é melhor, estabilizando a variância com erros muito pequenos e menores em toda a faixa de SNR da imagem.

O problema da VST deles, porém, é que ela depende de uma estimativa prévia do SNR da imagem ruidosa e, conseqüentemente, depende de uma estimativa prévia do sinal sem ruído $A(x)$. Tendo em vista a proposta final desse trabalho, que é a filtragem da imagem ruidosa para obtenção, justamente, do sinal sem ruído $A(x)$, não faz sentido utilizar a VST_{Piecak} , pois se houvesse uma ótima estimativa de $A(x)$ de antemão, não precisaríamos nem estabilizar e nem filtrar a imagem, pois já haveria o resultado desejado.

Com base nesse raciocínio, nesse trabalho foi proposta uma junção das teorias. Parte-se da estimativa inicial do mapa $\sigma_0(x)$ utilizando a teoria referente ao método

Riciano. Para a melhoria dessa estimativa no domínio da transformada, utiliza-se a VST proposta por FOI. A. em (FOI, 2011), por essa não depender do sinal $A(x)$. Essa transformada será referenciada como VST_{FOI} .

2. Estimativa recursiva de $\widehat{\sigma}_n(x)$

Para a estimativa do mapa $\widehat{\sigma}_n(x)$ utilizou-se a abordagem recursiva também reportada por Foi. A. para o caso estacionário (FOI, 2011), conforme seção 5.2.1.1.

Seja $homomorfic_rician(\cdot)$ o estimador para o caso Riciano sem estabilização e $homomorfic_rician_vst(\cdot)$ o estimador para o caso Riciano pós estabilização da variância. Seja, também, $VST_{FOI}(M(x), \sigma_{atual}(x))$ a aplicação da VST na imagem ruidosa $M(x)$ utilizando o mapa $\sigma_{atual}(x)$. A recursividade, então, para o caso não estacionário se dá da seguinte maneira:

a) Estimativa inicial $\rightarrow \sigma_{atual}(x) = homomorfic_rician(M(x))$

b) Enquanto $erro < 0.001$

- $\sigma_{old}(x) = \sigma_{atual}(x)$
- $M_{VST}(x) = VST(M(x), \sigma_{atual}(x))$
- $\sigma_{atual}(x) = homomorfic_rician_vst(\sigma_{atual}(x) \cdot M_{VST}(x))$
- $erro = REQM(\sigma_{atual}(x), \sigma_{old}(x));$

c) $\widehat{\sigma}_n(x) = \sigma_{atual}(x)$

em que REQM é a raiz do erro quadrático médio, levando em conta o número total de pixels n , dado por

$$REQM(\sigma_{atual}(x), \sigma_{old}(x)) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n \left(\frac{\sigma_{atual}(x) - \sigma_{old}(x)}{\sigma_{old}(x)} \right)^2} \quad (6.1)$$

A convergência pode ser provada de forma exatamente análoga à reportada anteriormente para o caso estacionário, conforme seção 5.2.1.1.

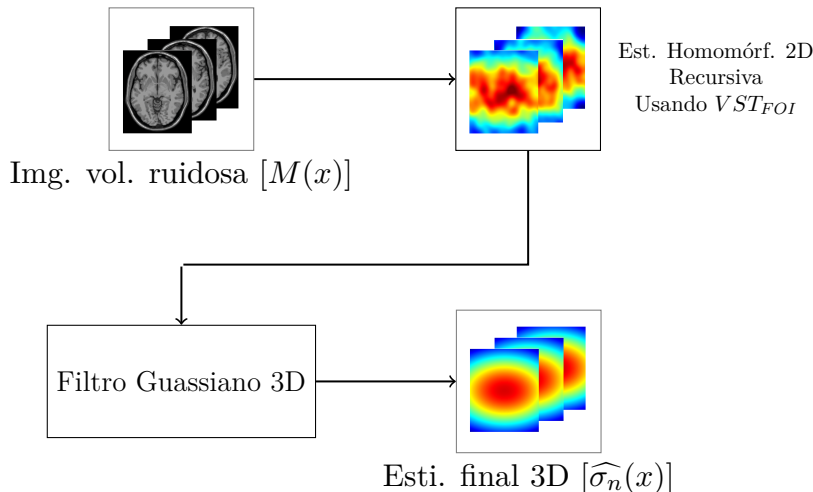
3. Estimativa em dados volumétricos (3D)

Toda a abordagem homomórfica para estimar o mapa de $\sigma_n(x)$ foi originalmente proposta pelos autores para dados 2D, ou seja, um única imagem (PIECIAK; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO; AJA-FERNANDEZ, 2016). Nesse trabalho de mestrado, no entanto, uma extrapolação da teoria para dados 3D é proposta.

Para isso, parte-se da premissa de que há uma pequena variação de $\sigma_n(x)$ também na terceira dimensão. Ou seja, pode-se dizer que, em uma pequena vizinhança (na terceira dimensão), as estimativas 2D de cada $\sigma_n(x)$ são muito semelhantes entre si. Sendo assim, essa semelhança é levada em consideração e, utilizando um *kernel* de convolução Gaussiano 3D (um filtro passa-baixa 3D), é possível melhorar as estimativas 2D obtidas anteriormente.

Dessa forma, o método de estimativa desse trabalho pode ser descrito conforme fluxo-grama ilustrado na Figura 6.1.

Figura 6.1: Método proposto para estimativa de $\sigma_n(x)$.



Fonte: do autor, 2020.

Em relação ao filtro passa-baixa utilizado para as estimativas 2D, o LPF (conforme equações 5.20 e 5.21), foi utilizado um filtro Gaussiano 2D no domínio de Fourier com parâmetro sigma igual a 3,4, conforme sugestão dos autores (PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017). Sobre a transformada wavelet (conforme equação 5.18), utilizou-se a transformada wavelet proposta em (ABDELNOUR; SELESNICK, 2001). Finalmente, para estimativa 3D, um filtro Gaussiano de tamanho $(3 \times 3 \times 5)$ com parâmetro sigma igual a 1,5 (nas três dimensões) foi utilizado. Vale ressaltar que esses parâmetros foram obtidos de forma empírica.

6.2 Método proposto para filtragem do ruído

A etapa de estimativa de parâmetros resulta em uma aproximação do mapa $\hat{\sigma}_n(x)$. Essa estimativa pode ser utilizada para remover a dependência espacial do ruído, tornando-o estacionário. Posteriormente, as demais etapas de estabilização de variância e filtragem podem ser corretamente aplicadas.

6.2.1 Removendo a dependência espacial

Assumindo a estimativa $\hat{\sigma}_n(x)$ como uma ótima aproximação de $\sigma_n(x)$, pode-se utilizá-la para remover a dependência espacial do ruído. Parte-se da teoria mencionada na seção 5.2.1.1, referente à multiplicação de uma distribuição Riciana por um escalar λ . Seja $M(x) \sim R(A(x), \sigma_n(x))$, então $\lambda M(x) \sim R(\lambda A(x), \lambda \sigma_n(x))$. Substituindo λ por

$\frac{1}{\widehat{\sigma}_n(x)}$, obtem-se

$$\frac{M(x)}{\widehat{\sigma}_n(x)} \sim R\left(\frac{A(x)}{\widehat{\sigma}_n(x)}, \frac{\sigma_n(x)}{\widehat{\sigma}_n(x)}\right) \approx R\left(\frac{A(x)}{\widehat{\sigma}_n(x)}, 1\right). \quad (6.2)$$

Note que, nesse estágio, o ruído ainda é *heteroscedástico*, porém **só há a dependência do sinal**, pois o parâmetro σ_n da distribuição Riciana se tornou constante e, mais ainda, unitário em toda a imagem. Ou seja, o ruído heteroscedástico não-estacionário passou a se comportar como heteroscedástico estacionário. Essa divisão é o que torna possível a aplicação da VST_{FOI} e da VST^{-1} proposta por FOI. A para ruído Riciano estacionário.

6.2.2 Filtrando pós estabilização de variância

Após a estabilização da variância do ruído (remoção das dependências tanto espacial quanto do sinal), aplica-se o algoritmo de filtragem AWGN. Tendo em vista a operação de divisão realizada, porém, o resultado final, após filtragem (pelo operador $D(\cdot)$) e VST^{-1} é

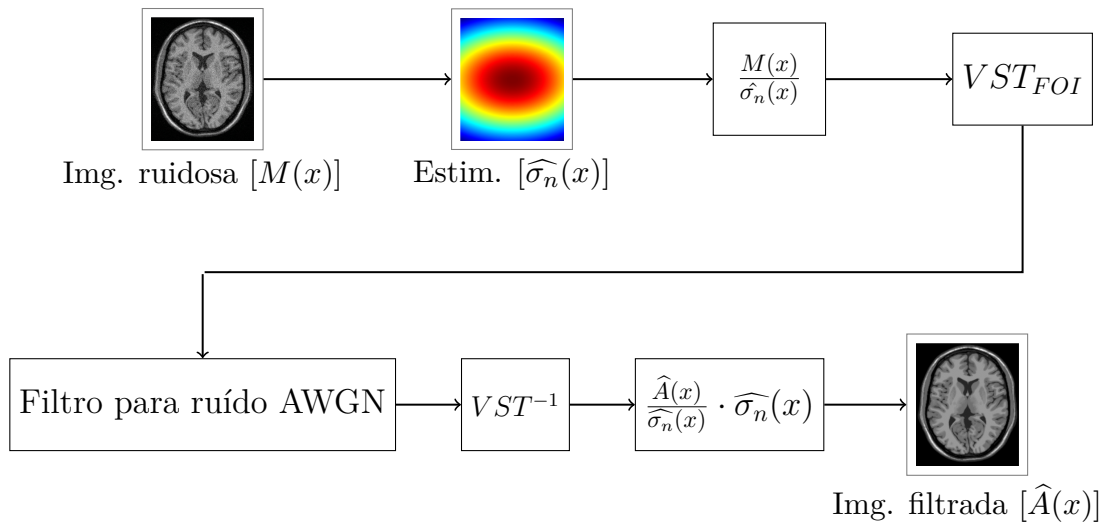
$$D\left(\frac{M(x)}{\widehat{\sigma}_n(x)}\right) = \frac{\widehat{A}(x)}{\widehat{\sigma}_n(x)} \quad (6.3)$$

em que $\widehat{A}(x)$ representa a imagem filtrada (uma aproximação de $A(x)$). Ou seja, obtém-se a imagem filtrada, $\widehat{A}(x)$, porém ainda dividida pelo mapa $\widehat{\sigma}_n(x)$ estimado. Sendo assim, basta multiplicar esse resultado pelo mapa previamente estimado, obtendo somente a imagem filtrada $\widehat{A}(x)$. Importante reforçar que os pontos abordados nessas últimas seções, 6.1 e 6.2.1, são a grande contribuição deste trabalho de mestrado, conforme será discutido no Capítulo 7.

Finalmente, o método de filtragem proposto neste trabalho, composto por estimativa e algoritmo de filtragem AWGN, para o ruído Riciano não-estacionário, consiste de seis passos, descritos a seguir e ilustrados na Figura 6.2. Este método será referenciado como PROPOSTO_COM_VST.

1. Estimativa do mapa $\widehat{\sigma}_n(x)$ da imagem ruidosa;
2. Remoção da dependência espacial (dividir a imagem pelo mapa estimado);
3. Transformada de estabilização da variância (VST_{FOI});
4. Aplicação do filtro para ruído AWGN;
5. Transformada inversa de estabilização (VST^{-1});
6. Multiplicação do resultado pelo mapa $\widehat{\sigma}_n(x)$.

Figura 6.2: Método PROPOSTO_COM_VST



Fonte: do autor, 2020.

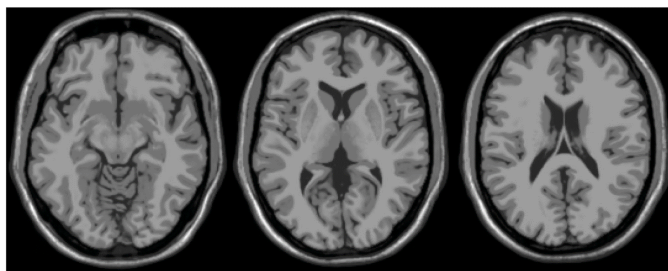
6.3 Materiais utilizados

Os materiais utilizados nesse trabalho consistem de imagens sintéticas e de imagens reais de aquisição, detalhadas a seguir.

6.3.1 Imagens sintéticas do *phantom BrainWeb*

Os dados sintéticos de um *phantom* de cérebro foram obtidos da base de dados *BrainWeb* (COLLINS et al., 1998), simulando uma aquisição do tipo T1w (*T1-weighted*). Utilizou-se 60 fatias do volume total disponível, resultando em um volume de dimensões $181 \times 217 \times 60$, resolução espacial (*voxel*) de 1mm^3 e quantização em 8 bits. Três diferentes fatias estão representadas na Figura 6.3.

Figura 6.3: Três diferentes fatias do *phantom BrainWeb*.

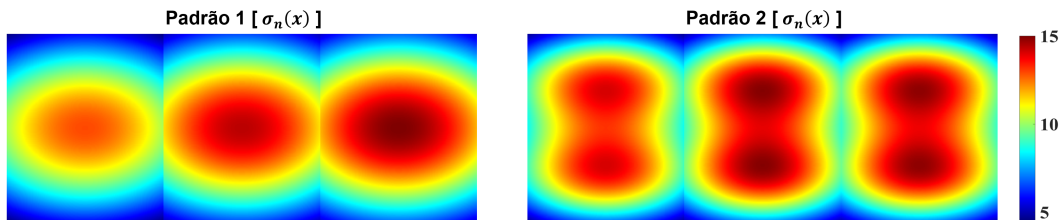


Fonte: *BrainWeb* (COLLINS et al., 1998).

6.3.2 Padrões de ruído

A imagem volumétrica sem ruído foi corrompida sinteticamente com ruído Riciano não-estacionário a partir de dois diferentes padrões de variação no espaço, típicos de exames clínicos de MRI com aquisição acelerada SENSE e GRAPPA com SMF (AJA-FERNÁNDEZ et al., 2015; AJA-FERNÁNDEZ; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, 2016). A faixa de valores de σ_n foi de 5 a 15 em valores absolutos (3% a 10% do valor de intensidade da região de maior prevalência na imagem, referente à massa-branca, cuja média da intensidade dos pixels é de 150). Um padrão de atenuação foi usado para reproduzir a variação ao longo da terceira dimensão, de forma que cada fatia seja corrompida com um padrão de ruído ligeiramente diferente ao longo dessa terceira dimensão. A Figura 6.4 ilustra esse comportamento.

Figura 6.4: Padrões de ruído utilizados nos dados volumétricos.



Fonte: do autor, 2020. Três imagens de cada padrão no volume todo. Os padrões 1 e 2 são relacionados aos modos de aquisição SENSE e GRAPPA seguido de SMF, respectivamente. A escala representa os valores absolutos de $\sigma_n(x)$. Nota-se a diferença, pela escala de cor, nos valores em cada imagem, representando a variação ao longo da terceira dimensão.

6.3.3 Imagens reais de aquisição *in-vivo*

Os dados de aquisição real foram obtidos utilizando uma bobina RF (*radiofrequency*) de cabeça (*head coil*) - com 16 canais de transmissão e 32 canais de recepção de sinal (IBRAHIM et al., 2013) - e um *scanner* de MRI de 7 Tesla (*Siemens Magnetom, Germany*). A bobina RF produz imagens homogêneas com cobertura total do cérebro a 7T (KRISHNAMURTHY et al., 2019; SANTINI et al., 2018b; SANTINI et al., 2018a).

Imagens do tipo T2 (*T2-weighted*) foram aquisitadas. A sequência utilizada foi a 2D TSE (*Turbo Spin Echo*), com os seguintes parâmetros: resolução = 0.375 x 0.375 x 1.5 mm³, TE/TR = 61/10060 ms, *bandwidth* = 264, tempo de aquisição = 6 : 54 min. O espaço-k foi completamente amostrado e os dados dos canais individuais extraídos do arquivo *raw* (sem nenhum processamento) do equipamento. O volume total possui dimensões 512x432x33 voxels.

A reconstrução da imagem de magnitude foi feita de forma *offline*, utilizando o software MATLAB. Com o espaço-k completo, a reconstrução foi feita com de forma a simular a aquisição do tipo SENSE, com taxa de aceleração igual a 2 (metade das linhas do espaço-

k), utilizando a *toolbox* BART (UECKER et al., 2015). Esse tipo de reconstrução, conforme já mencionado, resulta em uma distribuição de ruído Riciano não-estacionário.

6.4 Validação do método proposto

Para avaliar o método proposto, a validação foi dividida em duas partes: na primeira (Parte 1), o foco foi verificar resultados preliminares da melhoria da estimativa do mapa $\sigma_n(x)$ e também do método de filtragem, utilizando uma única imagem 2D; na segunda (Parte 2), o principal objetivo foi utilizar o método para a filtragem de imagens 3D de MRI, comparando de forma visual e objetiva, com algoritmos considerados estados da arte.

6.4.1 Parte 1 - testes com uma única imagem sintética 2D

Reforça-se que, nesta Parte 1, utilizou-se somente uma fatia (imagem 2D) de todo o volume do *phantom* sintético *BrainWeb*.

6.4.1.1 Estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$

O método para estimativa do mapa $\widehat{\sigma}_n(x)$ proposto nesse trabalho (ver seção 6.1), foi comparado com a metodologia original abordada em (PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017). Como notação, utilizaremos *Est. Proposto* e *Pieciak et al*, respectivamente.

Foram utilizadas 100 realizações da mesma imagem ruidosa e a média das 100 estimativas foi comparada. Como métrica, utilizou-se o erro relativo (RE) entre as estimativas do mapa ($\widehat{\sigma}_n(x)$) e o mapa original ($\sigma_n(x)$), calculado como (AJA-FERNÁNDEZ et al., 2015)

$$RE(x) = \frac{|\widehat{\sigma}_n(x) - \sigma_n(x)|}{\sigma_n(x)}. \quad (6.4)$$

Vale ressaltar que para o erro considerou-se a região de interesse somente, dentro do cérebro, por meio de uma máscara binária.

6.4.1.2 Estabilização da variância

Com o intuito de comprovar a teoria a respeito do comportamento da variância do ruído, para ambos padrões de ruído, foi feita uma análise visual em três diferentes estágios referentes ao método de filtragem proposto nesse trabalho (conforme Figura 6.2):

1. Imagem ruidosa somente;
2. Imagem ruidosa dividida pela estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$
3. Imagem ruidosa dividida pela estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$ e sob aplicação da VST.

A variância foi calculada em cada pixel por meio das 100 repetições ruidosas.

6.4.1.3 Filtragem do ruído

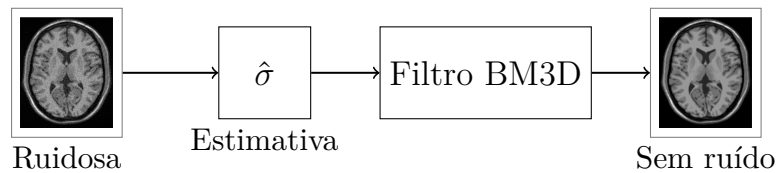
Para a filtragem da imagem de *phantom* ruidosa, foram utilizados o método proposto nesse trabalho (PROPOSTO_COM_VST) e também uma abordagem em que foi assumido que o ruído é simplesmente AWGN (sem VST). Para ambos os casos, o algoritmo de filtragem de ruído utilizado foi o *Block Matching and 3D filtering* (BM3D), desenvolvido especificamente para filtragem de ruído AWGN (DABOV et al., 2006). Como notação, utilizaremos PROPOSTO_COM_VST e AWGN_SEM_VST, respectivamente.

Os passos utilizados pelo método AWGN_SEM_VST são mostrados a seguir e também dispostos em diagrama de blocos nas Figuras 6.2 e 6.5.

- **AWGN_SEM_VST**

1. Estimativa do parâmetro σ_n da imagem ruidosa;
Note que, por assumir AWGN, estima-se um único valor de σ_n em toda a imagem.
2. Aplicação do filtro BM3D com o parâmetro estimado no passo 1.

Figura 6.5: Método AWGN_SEM_VST



Fonte: do autor, 2020.

6.4.1.4 Métricas objetivas de qualidade

A imagem filtrada, resultado final dos dois métodos (PROPOSTO_COM_VST e AWGN_SEM_VST), foi avaliada com relação à imagem sem ruído. Além da inspeção visual das imagens, três métricas objetivas foram aplicadas para avaliação da qualidade das imagens processadas. Novamente, reforça-se a utilização da média de 100 realizações. Todas as métricas foram calculadas na região de interesse da imagem, descartando o fundo, por meio de uma máscara binária.

- **Erro quadrático médio normalizado (REQMn)**(BORGES et al., 2018)

O cálculo do EQMn é dado por

$$EQMn(\hat{A}, A) = \frac{1}{XY} \sum_i^X \sum_j^Y \left(\frac{\hat{A}(i, j) - A(i, j)}{A(i, j)} \right)^2, \quad (6.5)$$

em que A é a imagem original sem ruído, \hat{A} é a imagem filtrada, X e Y são as dimensões da imagem. A normalização pelo sinal original (A) é justificada como uma forma de medir o erro localmente e de forma ponderada. Em se tratando de filtragem de ruído dependente do sinal e/ou do espaço, deve-se entender que o objetivo é filtrar todos os níveis de cinza, de todos os pixels, de modo uniforme (BORGES et al., 2018).

- **Índice de similaridade estrutural (SSIM)** (WANG et al., 2004)

Essa métrica, bastante utilizada para avaliação da qualidade de imagens, leva em conta parâmetros da imagem relativos ao sistema visual humano (WANG et al., 2004), como luminância, contraste e estrutura. Inicialmente, o SSIM é calculado de forma local, em regiões de tamanho 11×11 e, ao final, a média aritmética de todos índices locais é obtida, chegando-se ao SSIM global da imagem sendo avaliada. Matematicamente, é descrito como

$$SSIM(\hat{A}, A) = \frac{(2\mu_{\hat{A}}\mu_A + C_1)(2\sigma_{\hat{A}A} + C_2)}{(\mu_{\hat{A}}^2 + \mu_A^2 + C_1)(\sigma_{\hat{A}}^2 + \sigma_A^2 + C_2)} \quad (6.6)$$

em que $\mu_{\hat{A}}$ e μ_A são médias locais, $\sigma_{\hat{A}}$ e σ_A são desvios padrões locais e $\sigma_{\hat{A}A}$ é o coeficiente de correlação local entre as imagens \hat{A} e A . C_1 e C_2 são constantes definidas de forma a garantir que não haja divisão por zero. Conforme sugerido pelo autor, $C_1 = 0,0001$ e $C_2 = 0,0009$.

Em relação aos valores numéricos do SSIM, quanto mais próximo de 1, mais a imagem sendo processada (\hat{A}) é similar à imagem de referência (A), com 1 sendo o valor máximo e representando o cenário ideal, quando as duas imagens são idênticas.

- **Índice de qualidade baseado em variância local (QILV)** (AJA-FERNÁNDEZ et al., 2006)

Esse índice pode ser considerado um complemento em relação ao SSIM. Matematicamente, a fórmula final é a mesma do SSIM, a diferença, no entanto, se dá na forma de se obter as variâncias locais e, posteriormente, o valor global do índice. Mais detalhes podem ser obtidos em (AJA-FERNÁNDEZ et al., 2006), porém, é suficiente entender que o SSIM tem uma grande sensibilidade à presença de ruído nas imagens, ao passo que o QILV é mais sensível ao borramento das regiões de borda.

Em relação aos valores numéricos, analogamente ao SSIM, quanto mais próximo de 1, mais a imagem sendo processada (\hat{A}) é similar à imagem de referência (A).

6.4.2 Parte 2 - testes finais com imagens volumétricas

Reforça-se que, nesta Parte 2, utilizou-se os dados volumétricos completos, tanto das imagens sintéticas quanto da imagens de aquisição real.

6.4.2.1 Melhoria da estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$ - 3D

De forma a verificar a melhoria da estimativa pós convolução com o filtro Gaussiano 3D, as estimativas antes e depois da convolução (ver Figura 6.1) foram obtidas e comparadas. Como notação, utilizou-se HOMOMORFIC 2D e HOMOMORFIC 3D respectivamente. Uma única realização foi feita, de forma a evidenciar a diferença, uma vez que a média de diversas poderia mascarar erros pequenos. Em relação a métrica, utilizou-se também o erro relativo (RE) em ambas etapas.

6.4.2.2 Comparação das estimativas $\widehat{\sigma}_n(x)$ com estados-da-arte

As estimativas $\widehat{\sigma}_n(x)$ do método proposto foram comparadas com as de dois métodos considerados estados-da-arte (detalhados a seguir na seção 6.4.2.3). Os padrões originais utilizados para inserção do ruído foram utilizados como referência. Como métrica, o erro relativo das estimativas (RE) também foi calculado.

6.4.2.3 Filtragem do ruído - comparação com estados-da-arte

Nessa etapa do trabalho, por utilizar imagens volumétricas, há uma alteração na etapa de **filtragem** do método proposto. Utilizou-se o filtro BM4D para ruído AWGN (uma extensão do BM3D para dados volumétricos).

Os resultados utilizando o método proposto, PROPOSTO_COM_VST, foram comparados com dois outros considerados estados-da-arte: (1) PRI_NL_PCA (MANJÓN; COUPÉ; BUADES, 2015) (reforça-se que esse método não utiliza VST); (2) algoritmo BM4D "somente" (MAGGIONI et al., 2013). Importante ressaltar o seguinte: o algoritmo BM4D tem como entrada um parâmetro que permite deixar com que ele faça a estimativa do mapa $\widehat{\sigma}_n(x)$ "sozinho". Por isso, faz-se justo a comparação, uma vez que outra forma de estimativa foi proposta nesse trabalho. Sendo assim, referenciaremos esse método como BM4D_ONLY.

Sobre os outros métodos citados na seção 5.5 desse trabalho, seguem alguns pontos e justificativas para não utilizá-los:

1. PRI_NL_PCA é uma versão aprimorada de dois algoritmos: *Addaptive Non Local Means* (ANLM) (MANJÓN et al., 2010) e *Prefiltered Rotationally Invariant Non-Local Means* (PRI_NLM) (MANJÓN et al., 2012). Todos são do mesmo grupo de pesquisa.
2. Em (PIECIAK; RABANILLO-VILORIA; AJA-FERNÁNDEZ, 2018), os autores propõe uma nova equação matemática de correção generalizada para o bias (*bias correction*)

para os algoritmos baseados no NLM. No entanto, essa correção somente resultaria em melhoria do PRI_NL_PCA para o caso de ruído Non Central Chi, que não é abordado neste trabalho de mestrado. Para ruído Riciano não-estacionário, o PRI_NL_PCA é considerado um estado-da-arte.

3. Por último, ressalta-se o método proposto em (MA; UURBIL; WU, 2020), especificamente desenvolvido para tratar imagens de *diffusion* MRI (dMRI). Os autores, assim como nesse trabalho, também utilizam o conceito de VST, porém se beneficiam da quarta dimensão dos dados (tempo) no que diz respeito a estimativa de parâmetros e filtragem de ruído. Sendo assim, a comparação, nesse momento, não se faz justa, uma vez que dMRI é assunto para bastante estudo aprofundado, focando nas diferentes e particulares características de diagnóstico que podem ser obtidas com esse tipo de exame. Esse será assunto para trabalhos futuros.

6.4.2.4 Métricas objetivas de qualidade para dados sintéticos

As imagens sintéticas 3D filtradas foram avaliadas sob as mesmas métricas objetivas utilizadas na Etapa 1: EQMn, SSIM e QILV. Dois tipos de análise foram feitos:

1. Cálculo separado para cada uma das 60 fatias do volume.
2. Cálculo de um único valor final, referente ao volume todo. Para essa finalidade, no que diz respeito aos índices SSIM e QILV, um *kernel* Gaussiano de tamanho (3 x 3 x 3) foi utilizado para os cálculos locais, conforme sugerido em (WANG et al., 2004; MANJÓN et al., 2012; MANJÓN; COUPÉ; BUADES, 2015). O valor final, de igual maneira à forma 2D, é a média aritmética de todos os valores locais.

O EQMn, no entanto, matematicamente, pode ser separado em duas partes, o *bias* ao quadrado ($Bias^2$) e variância residual (VR), resultando em $EQMn = Bias^2 + VR$ (BORGES et al., 2018). Ou seja, é possível analisar, do erro total (EQMn), quanto é devido a "remoção de sinal" (Bias) e quanto se deve a ruído residual (VR). Essa análise é possível, em imagens sintéticas, quando se tem diversas realizações, como é o caso desse trabalho, em que 40 realizações foram utilizadas. Portanto, aplicou-se essa separação a fim de analisar de forma mais precisa os resultados dos métodos de filtragem.

Para os cálculos, de forma simplificada, "empilha-se" todas as imagens volumétricas (3D) filtradas, "aumentando" a dimensão dos dados (4D). Seja $\hat{A}_{4D}(X, Y, Z, W)$ essa representação e $A(X, Y, Z)$ a imagem sem ruído, primeiramente realiza-se "a média em profundidade" das imagens volumétricas filtradas da seguinte forma:

$$Media_{\hat{A}}(X, Y, Z) = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^W (\hat{A}_{4D}(X, Y, Z, i)) \quad (6.7)$$

em que X, Y, Z são as dimensões do volume de dados e W é igual ao número de realizações. O $Bias^2$ pode ser obtido como

$$Bias^2(\hat{A}, A) = \frac{1}{XYZ} \sum_i^X \sum_j^Y \sum_k^Z \left(\frac{Media_{\hat{A}}(i, j, k) - A(i, j, k)}{A(i, j, k)} \right)^2. \quad (6.8)$$

Para a variância residual, primeiramente obtém-se "a variância em profundidade" conforme

$$Var_{\hat{A}}(X, Y, Z) = \frac{1}{W} \sum_{i=1}^W \left(\frac{\hat{A}_{4D}(X, Y, Z, i) - Media_{\hat{A}}(X, Y, Z)}{A(X, Y, Z)} \right)^2. \quad (6.9)$$

Finalmente, obtém-se VR como

$$VR(\hat{A}, A) = \frac{1}{XYZ} \sum_i^X \sum_j^Y \sum_k^Z (Var_{\hat{A}}(i, j, k)) \quad (6.10)$$

O exemplo foi dado para dados volumétricos 3D, mas pode ser aplicado para qualquer dimensionalidade de forma análoga.

6.4.2.5 Métrica objetiva de qualidade para dados reais

Para imagens de aquisição real *in-vivo*, deve-se utilizar métricas que não utilizam a imagem original como referência, uma vez que essa não existe. São conhecidas como métricas *no-reference* ou *blind*. Nesse trabalho utilizou-se a métrica abordada em (OSA-DEBEY et al., 2019), referenciada nesse trabalho como LISA, uma vez que o autor se baseia em indicadores locais de autocorrelação espacial (*LISA - Local Indicator of Spatial Auto-correlation*), mais especificamente, se baseia no conceito de estatística de Moran (*Moran statistics*). O autor compara a eficácia do índice LISA em diversos cenários de imagens de MRI, confrontando com pontuações atribuídas por especialistas, e obtém resultados excelentes no que diz respeito à relação entre este índice e a percepção visual dos especialistas.

Matematicamente, o índice é calculado da seguinte maneira: primeiramente, em uma janela local (11 x 11), calcula-se o índice de correlação para o pixel central, L_m . Se $L_m \leq 0$, o pixel é classificado como disperso (em relação a seus vizinhos), se $L_m > 0$, o pixel é classificado como *clusterizado*. Após o cálculo dos índices locais, obtém-se o índice global G_m , como a média aritmética de todos os L_m .

Posteriormente, obtém-se o nível de contraste (Q_c) e de *sharpness* (Q_s) da imagem como

$$Q_c = G_m \cdot \left(1 - \frac{N_{clus}}{N_t} \right) + (1 - G_m) \cdot \left(\frac{N_{dis}}{N_t} \right) \quad (6.11)$$

$$Q_s = \left(1 - \frac{N_{clus}}{N_t} \right) + (1 - G_m) \cdot \left(\frac{N_{dis}}{N_t} \right) \quad (6.12)$$

em que N_{clus} e N_{dis} são a quantidade de pixels classificados como *clusterizados* e dispersos, respectivamente; e N_t é a quantidade total de pixels da imagem.

Finalmente, o índice LISA é dado por

$$LISA = \left(\frac{Q_c + Q_s}{2} \right). \quad (6.13)$$

6.4.2.6 Tempo de processamento

O tempo de processamento de cada método, desde estimativa até filtragem, foi calculado. As especificações do *hardware* utilizado são: processador Intel(R) Core(TM) i7-4790, 32GB de memória RAM.

Resultados e Discussões

Nesse capítulo serão apresentados os resultados obtidos nesse trabalho. Os resultados serão divididos em partes 1 e 2, referentes às validações abordadas anteriormente.

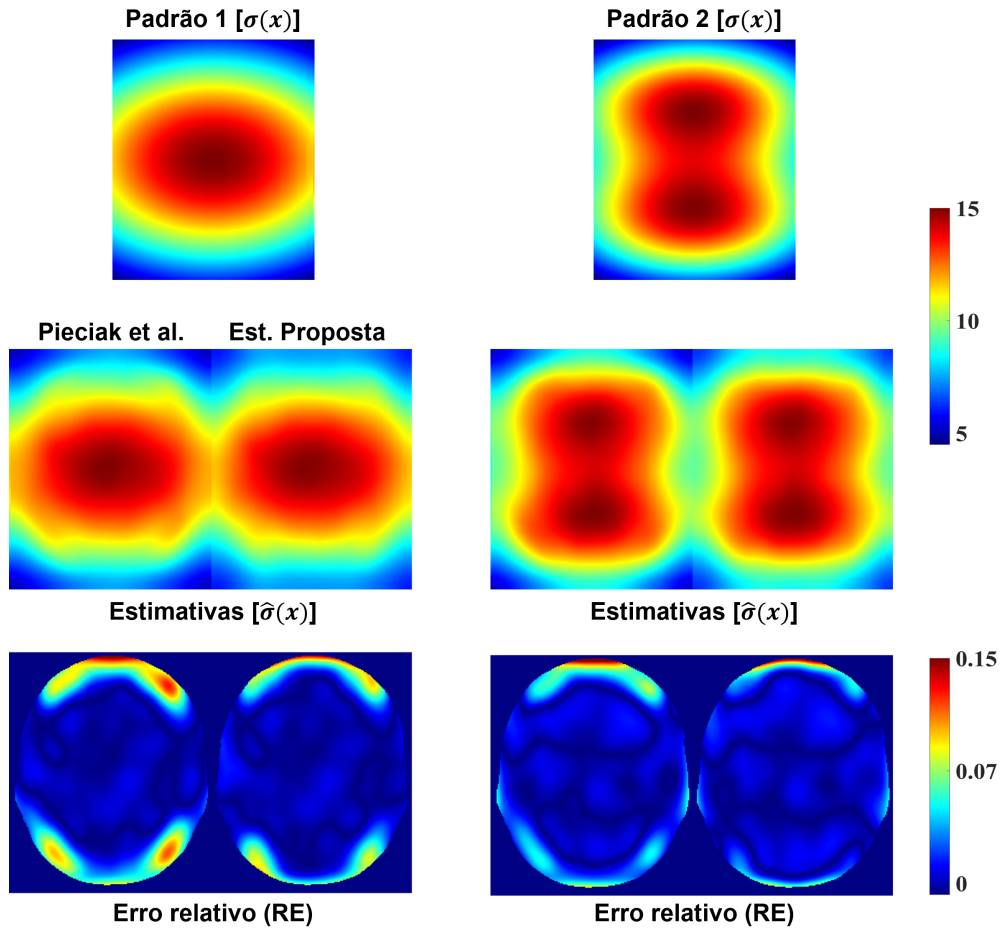
7.1 Parte 1 - testes com uma única imagem sintética 2D

7.1.1 Estimativa - $\widehat{\sigma}_n(x)$

Para a estimativa do parâmetro $\sigma_n(x)$, os resultados são exibidos na Figura 7.1. Na parte superior, são mostrados os padrões originais de variação do ruído. Na segunda linha as estimativas pelo método proposto nesse trabalho (*Est. Proposta* e pela forma inicialmente elaborada em (PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017), *Piecack et al.* Na última linha, temos os respectivos erros relativos (RE) em forma de mapa de calor. É possível notar que ambos métodos são bastante precisos, sendo que o método *Est. Proposta* apresenta menor erro (ainda que seja pequena a diferença). Além disso, a maior parcela do erro se encontra em pequenas partes relacionadas às extremidades da região de interesse.

Tendo em vista as mudanças realizadas nesse trabalho (ver seção 6.1), o fato de poder se valer da VST_{FOI} torna o algoritmo mais coerente, tendo em vista que não há necessidade de estimativa prévia da imagem sem ruído $A(x)$; além disso, pode-se usar somente uma transformada de estabilização em todo o processo, pois, para as etapas posteriores de estabilização e filtragem, temos que utilizá-la, tendo em vista que não há a inversa de $VST_{Piecack}$, necessária para a filtragem. Sobre a recursividade, reforça-se que o algoritmo converge de forma rápida, necessitando não mais do 15 iterações, em média.

Figura 7.1: Comparação da estimativa do parâmetro $\sigma_n(x)$.



Fonte: do autor, 2020. Na linha superior, o parâmetro original ($\sigma_n(x)$) para ambos padrões de variação do ruído. Na segunda linha, as estimativas referente aos dois métodos, conforme notação. Na linha inferior, os correspondentes erros relativos (RE). Os valores médios de RE, na região de interesse são: Padrão 1 (esquerda), (*Pieciak et al.*) 0.0221 e (*Est. Proposta*) 0.0142; Padrão 2 (direita), (*Pieciak et al.*) 0.0176 (*Est. Proposta*) e 0.0133.

7.1.2 Estabilização da variância

A Figura 7.2 mostra o comportamento da variância do ruído nos diferentes estágios do método proposto: (1) imagem ruidosa somente; (2) imagem ruidosa dividida pela estimativa $\hat{\sigma}_n(x)$; (3) imagem ruidosa dividida pela estimativa $\hat{\sigma}_n(x)$ e sob aplicação da VST.

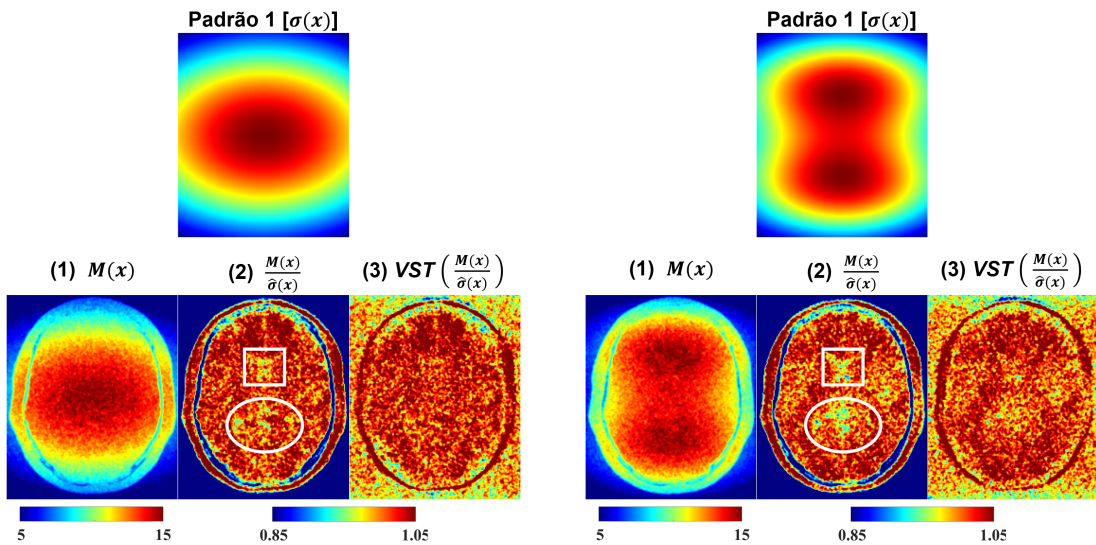
Para ambos padrões, nota-se, claramente, em (1), a dependência espacial do ruído, em que o ruído tem o comportamento referente ao padrão utilizado para corromper a imagem (parte superior). A dependência em relação ao sinal (sem ruído) também está presente. É possível visualizar as estruturas referentes ao cérebro. O ruído nesse estágio é Riciano heteroscedástico não-estacionário.

Já em (2), a dependência espacial não está presente. No entanto, a dependência com

relação ao sinal ainda está. Fica evidente ao analisar as regiões delimitadas em branco. Diferentes níveis de intensidade (da imagem sem ruído) resultam em variâncias diferentes. Note, então, que o ruído ainda é Riciano heteroscedástico, porém estacionário. Mais ainda, ao analisar a escala na imagem, pode-se dizer que o parâmetro σ_n é aproximadamente 1. Reforça-se que é esta divisão matemática faz com que seja possível a aplicação da VST de uma única vez na imagem toda, uma vez que ela foi elaborada para ruído Riciano estacionário.

Finalmente, em (3), pós aplicação da VST, o ruído se torna aproximadamente homoscedástico Gaussiano. Mais ainda, com variância de aproximadamente 1 em toda imagem. No entanto, existem erros em relação à estabilização, mais evidentes em relação ao Padrão 2. Erros esses relacionados à estimativa do parâmetro $\widehat{\sigma}_n(x)$. Pode-se fazer uma relação entre as Figuras 7.1 e 7.2: nota-se que as regiões com maior erro na estimativa (RE) (Figura 7.1), são também as que geram erros na estabilização (Figura 7.2). Porém, as duas dependências relatadas foram bastante minimizadas. Pela escala de cores, nota-se que são erros relativamente pequenos em relação ao valor unitário esperado.

Figura 7.2: Comportamento da variância do ruído nos três diferentes estágios do método proposto (PROPOSTO_COM_VST).



Fonte: do autor, 2020. Na figura, parte superior, estão os padrões de ruído de originais em cada cenário. Na parte inferior, o comportamento da variância do ruído nos três estágios: (1) imagem ruidosa somente; (2) imagem ruidosa dividida pela estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$; (3) imagem ruidosa dividida pela estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$ e sob aplicação da VST. As escalas são referentes ao desvio padrão do ruído estimado em cada etapa.

7.1.3 Filtragem do ruído

As Figuras 7.3 e 7.4 mostram os resultados da filtragem, para os dois padrões de ruídos, dos dois métodos sendo avaliados: PROPOSTO_COM_VST e AWGN_SEM_VST.

São exibidas as imagens sem ruído, ruidosa e as imagens filtradas (conforme notação). À esquerda, as imagens completas e, à direita, imagens referentes a uma região ampliada, de acordo com a área delimitada em vermelho. Para ambos padrões de variação espacial, o método proposto neste trabalho apresenta resultado superior. Nota-se a maior semelhança em relação à imagem sem ruído. De forma oposta, percebe-se bastante degradação (ruído residual) na imagem referente ao método AWGN_SEM_VST.

As regiões ampliadas foram propositalmente escolhidas de forma a evidenciar os erros e fazer a relação com o padrão de variação espacial. Essas regiões, por exemplo, são as que apresentam o maior valor de σ_n (regiões vermelhas na Figura 7.1). Ao assumir um ruído AWGN e aplicar o método de estimativa do parâmetro (σ), o algoritmo retorna um único valor para toda imagem. Mais ainda, estimadores de variância de ruído AWGN, de forma geral, se baseiam no desvio mediano (*Median Absolute Deviation*) após convolução com um filtro passa-alta (funções wavelet, geralmente). Dessa forma, acontecerá o seguinte: o parâmetro será superestimado em algumas regiões e subestimado em outras (em algumas há o acerto também). Conseqüentemente, o filtro irá remover "mais do que deve" (borrando a imagem, gerando *bias* e "menos do que deve" (resultando em ruído residual) nas regiões em que o parâmetro foi subestimado e superestimado, respectivamente.

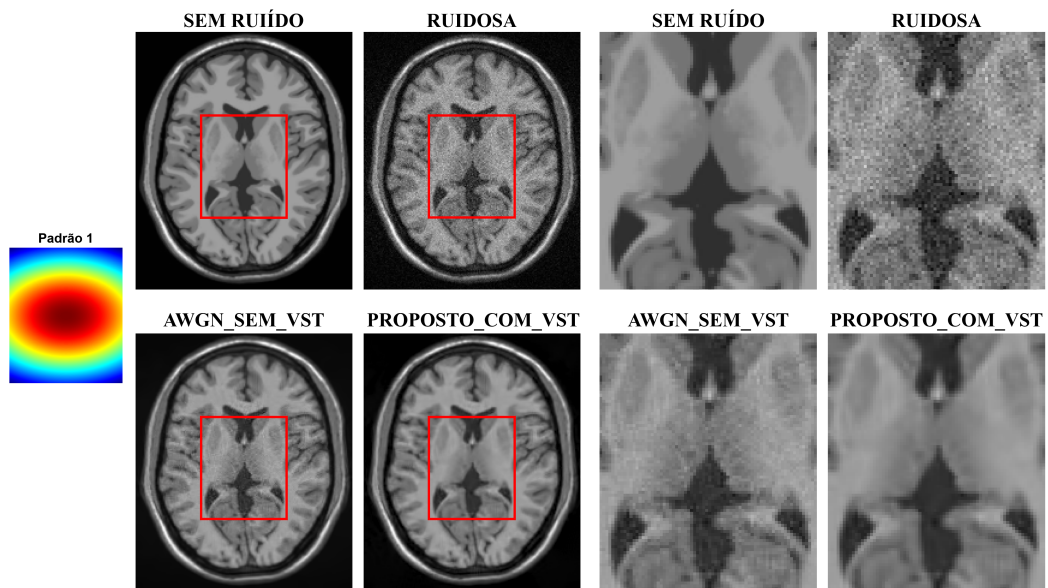
Comprovando a análise visual, as métricas objetivas podem ser verificadas nas tabelas 7.1 e 7.2, referentes aos padrões 1 e 2 de variação respectivamente. Os valores referentes à imagem ruidosa são mostrados para evidenciar o ganho referente à aplicação dos filtros. Para todas as métricas e para ambos padrões, o método proposto se mostra superior.

Interessante notar, em relação às métricas SSIM e QILV, o que foi mencionado anteriormente na seção 6.4.1.4. Analisando somente os resultados referente à imagem ruidosa, percebe-se que o SSIM possui um valor bem baixo, distante do valor máximo 1. Já o QILV possui um valor relativamente alto. Ou seja, o SSIM é bastante sensível a ruído, ao passo que o QILV é sensível ao borramento de estruturas na imagem (conforme proposta do autor em (AJA-FERNÁNDEZ et al., 2006)). Sendo assim, uma análise conjunta das duas métricas se torna mais coerente e eficaz.

Considerações preliminares

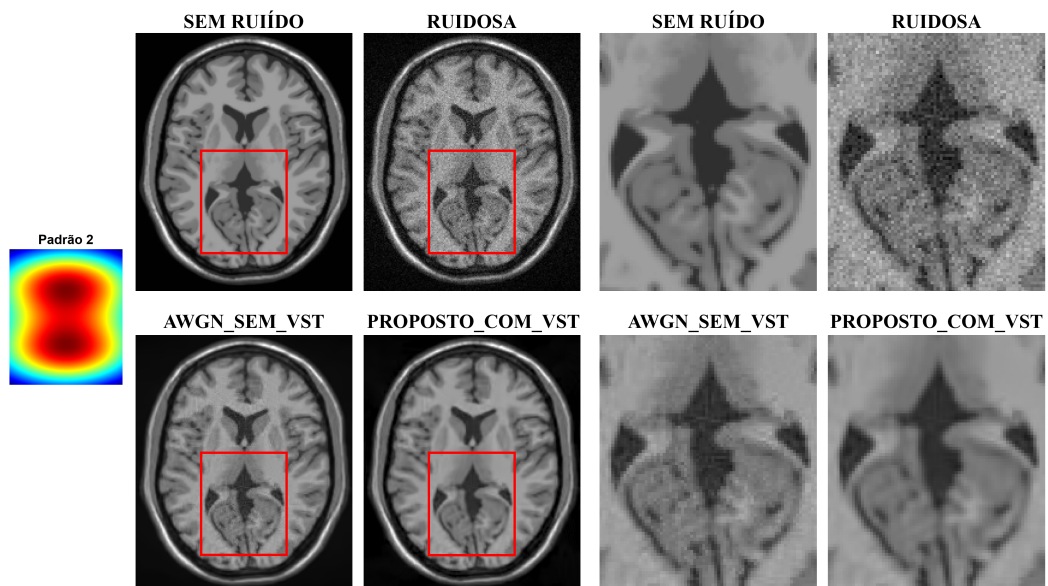
Os resultados dessa etapa serviram para direcionar o restante do trabalho. Foi possível verificar o sucesso das mudanças referentes à estimativa do parâmetro $\sigma_n(x)$ e o consequente resultado superior do algoritmo de filtragem quando se usa, de forma conjunta, a correta modelagem do ruído e o conceito de transformada de estabilização de variância. Assumir um modelo AWGN somente acarreta em resultados de filtragem bastante inferiores.

Figura 7.3: Resultado de filtragem para o Padrão 1 de variação espacial do ruído.



Fonte: do autor, 2020. Na figura estão exibidas as imagens sem ruído, ruidosa (linha superior) e também os resultados de filtragem pelos métodos `AWGN_SEM_VST` e `PROPOSTO_COM_VST` (linha inferior). À esquerda, as imagens completas e à direita uma região de interesse ampliada (referente à área delimitada em vermelho).

Figura 7.4: Resultado de filtragem para o Padrão 2 de variação espacial do ruído.



Fonte: do autor, 2020. Na figura estão exibidas as imagens sem ruído, ruidosa (linha superior) e também os resultados de filtragem pelos métodos `AWGN_SEM_VST` e `PROPOSTO_COM_VST` (linha inferior). À esquerda, as imagens completas e à direita uma região de interesse ampliada (referente à área delimitada em vermelho).

Tabela 7.1: Métricas objetivas. Padrão 1 de variação espacial do ruído.

Método	Métrica	Resultado
Ruidosa	EQMn (%)	58,157 ± 6,436
AWGN_SEM_VST	EQMn (%)	41,291 ± 3,789
Proposto_COM_VST	EQMn (%)	8,633 ± 2,871
Ruidosa	SSIM	0,866 ± 0,001
AWGN_SEM_VST	SSIM	0,700 ± 0,003
Proposto_COM_VST	SSIM	0,900 ± 0,002
Ruidosa	QILV	0,972 ± 0,001
AWGN_SEM_VST	QILV	0,990 ± 0,001
Proposto_COM_VST	QILV	0,994 ± 0,001

Fonte: do autor, 2020. Na coluna de resultados, estão destacados, em negrito, os valores referentes ao algoritmo de melhor desempenho. A linha referente à imagem ruidosa foi mostrada para melhor compreensão do ganho obtido por meio dos métodos de filtragem. Os resultados são mostrados como média e desvio padrão considerando as 100 realizações utilizadas.

Tabela 7.2: Métricas objetivas. Padrão 2 de variação espacial do ruído.

Método	Métrica	Resultado
Ruidosa	EQMn (%)	46,593 ± 4,988
AWGN_SEM_VST	EQMn (%)	31,654 ± 2,905
Proposto_COM_VST	EQMn (%)	7,863 ± 2,406
Ruidosa	SSIM	0,687 ± 0,001
AWGN_SEM_VST	SSIM	0,865 ± 0,003
Proposto_COM_VST	SSIM	0,897 ± 0,002
Ruidosa	QILV	0,969 ± 0,001
AWGN_SEM_VST	QILV	0,989 ± 0,001
Proposto_COM_VST	QILV	0,993 ± 0,001

Fonte: do autor, 2020. Na coluna de resultados, estão destacados, em negrito, os valores referentes ao algoritmo de melhor desempenho. A linha referente à imagem ruidosa foi mostrada para melhor compreensão do ganho obtido por meio dos métodos de filtragem. Os resultados são mostrados como média e desvio padrão considerando as 100 realizações utilizadas.

7.2 Parte 2 - testes finais com imagens volumétricas

Os resultados dessa parte serão divididos em: Imagens sintéticas e Imagens reais de aquisição.

7.2.1 Imagens sintéticas do *phantom BrainWeb*

7.2.1.1 Melhoria da estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$ - 3D

As Figuras 7.5 e 7.6 exibem, para cada um dos padrões de ruído (Padrão 1 e 2), os resultados das duas etapas de estimativa do método proposto nesse trabalho, *HOMOMORFIC 2D* (estimativas referentes à parte 2D do processo) e *HOMOMORFIC 3D* (resultado final, pós convolução com o filtro Gaussiano 3D). Vale reforçar que uma única realização foi feita, de forma a evidenciar a diferença.

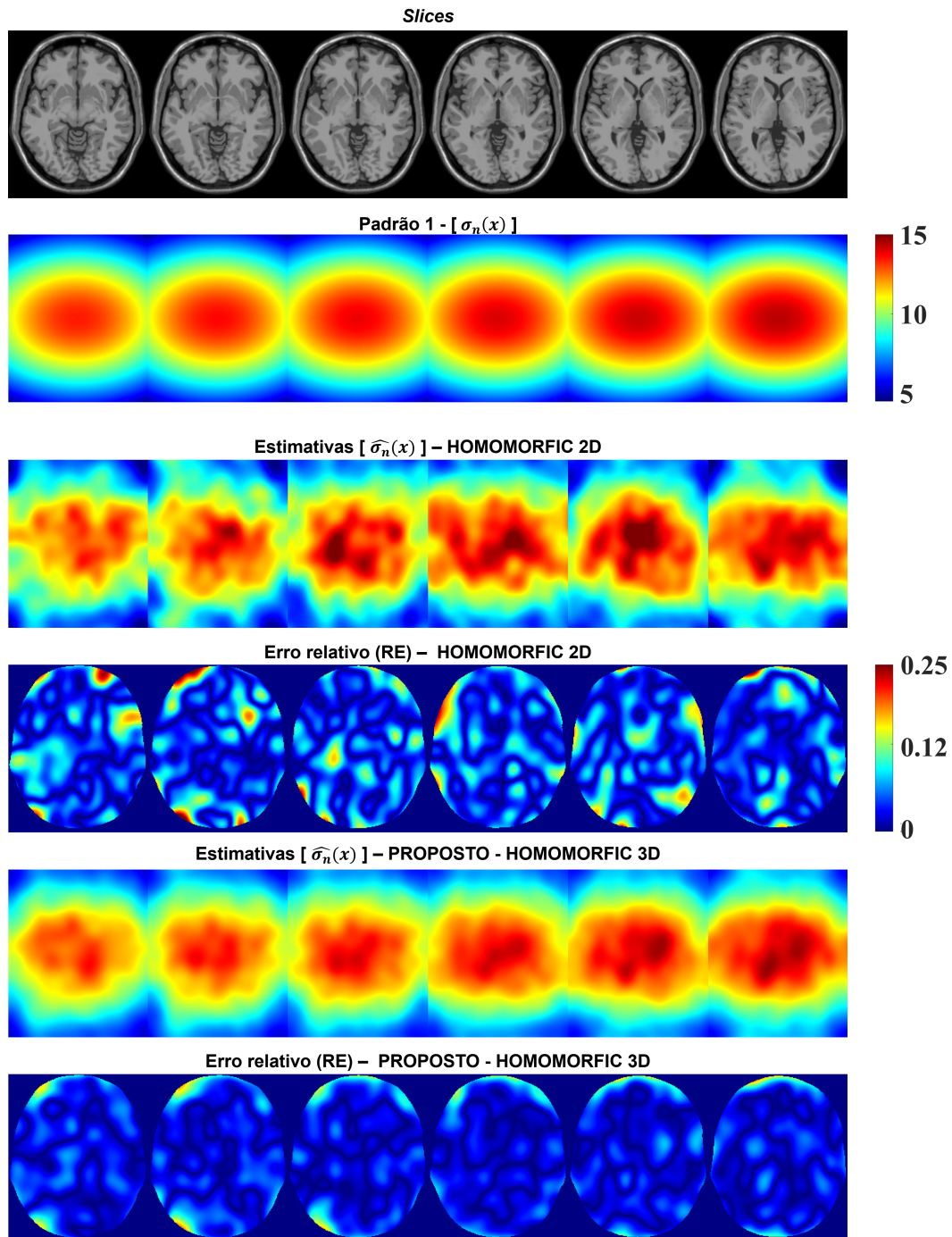
Nas figuras, seis diferentes *slices* são exibidas juntamente com os respectivos mapas originais ($\sigma_n(x)$). As estimativas e os erros relativos correspondentes também são exibidos. Nota-se, tanto pela análise visual de cada estimativa ($\widehat{\sigma}_n(x)$) quanto pela verificação dos correspondentes erros relativos (RE), que o resultado pós filtro 3D é uma aproximação muito melhor dos mapas originais ($\sigma_n(x)$). A redundância na terceira dimensão é aproveitada de forma a melhorar cada uma das estimativas 2D iniciais.

Ressalta-se, nesse ponto, que uma limitação do presente método de estimativa consiste na necessidade dos parâmetros referentes ao filtro LPF (Gaussiano 2D no domínio de Fourier) e ao filtro 3D (Gaussiano 3D no domínio do espaço). Os parâmetros de comportamento do filtro (o sigma) bem como o tamanho do filtro 3D devem ser estudados de forma a obtê-los de forma automática e otimizada.

7.2.1.2 Comparação das estimativas $\widehat{\sigma}_n(x)$ com estados-da-arte

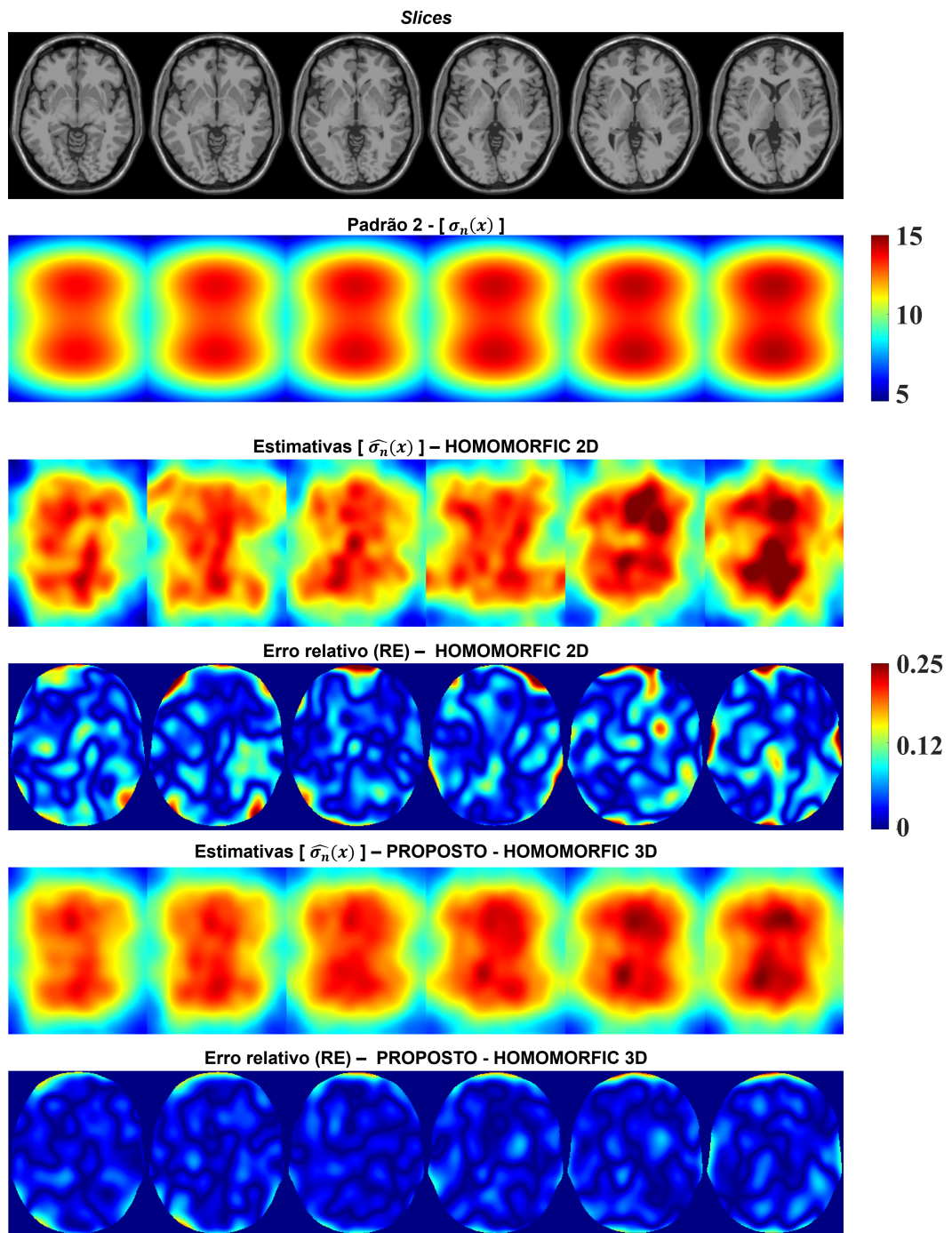
Nesta seção, o método de estimativa proposto é comparado com as estimativas feitas pelos métodos *PRI_NL_PCA* e *BM4D_ONLY*. As figuras 7.7 e 7.8 exibem os resultados. Nota-se a superioridade do método proposto em relação aos demais, tanto pela análise visual das estimativas quanto pelo erro relativo (RE) em relação ao parâmetro original.

Sobre o *BM4D_ONLY*, nota-se que possui resultados inferiores. De certa forma, isso já era esperado pelos seguintes motivos: (1) a VST proposta pelo autor em (FOI, 2011) (e utilizada no algoritmo *BM4D*) foi desenvolvida para ruído Riciano estacionário. Por essa razão, para o caso não estacionário é feita uma estimativa, de forma iterativa, bloco a bloco no volume. (2) No entanto, apesar de não estar explícito no trabalho do autor (MAGGIONI et al., 2013), acredita-se que os mesmos parâmetros utilizados para a parte de filtragem, referentes ao tamanho do bloco e correspondente vizinhança de busca, são utilizados para a parte de estimativa. Para esses testes, por exemplo, foi utilizado um bloco de tamanho (4 x 4 x 4) e vizinhança de busca de (11 x 11 x 11), conforme sugerido

Figura 7.5: Melhoria da estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$ - 3D - Padrão 1.

Fonte: do autor, 2020. Nas duas linhas superiores: seis *slices* e os padrões originais do ruído $\sigma_n(x)$, respectivamente. As *slices* são exibidas com o intuito de auxiliar a análise do erro relativo (RE) na região de interesse. Nas linhas 3 e 5, as estimativas, $\widehat{\sigma}_n(x)$, dos métodos (conforme notação) considerando uma única realização. Na linhas 4 e 6, os erros relativos (RE) correspondentes a cada método também considerando a única realização.

pelo autor para a **filtragem**. Sendo esse o caso, esses parâmetros de fato acarretaram uma estimativa errada do parâmetro $\widehat{\sigma}_n(x)$ do ruído. De forma resumida, o principal foco

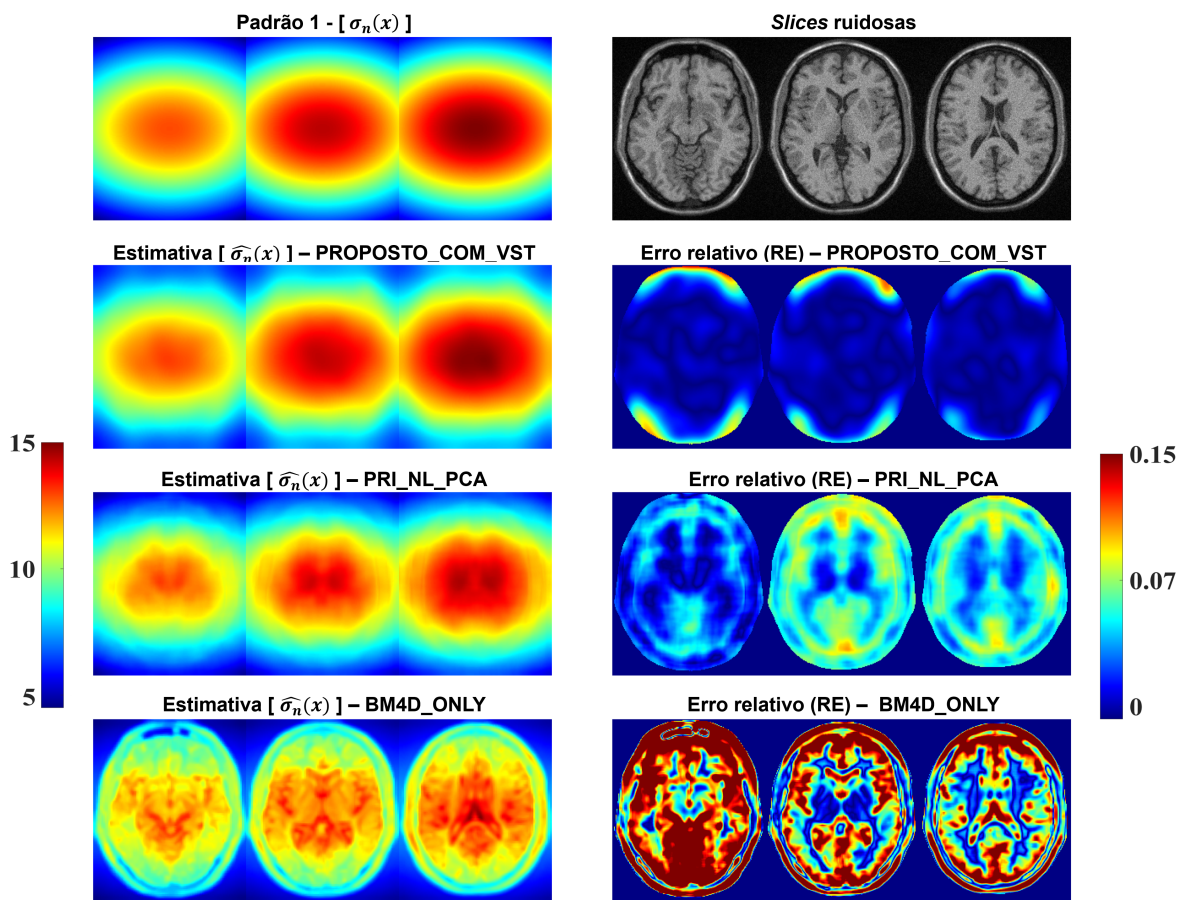
Figura 7.6: Melhoria da estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$ - 3D - Padrão 2.

Fonte: do autor, 2020. Nas duas linhas superiores: seis *slices* e os padrões originais do ruído $\sigma_n(x)$, respectivamente. As *slices* são exibidas com o intuito de auxiliar a análise do erro relativo (RE) na região de interesse. Nas linhas 3 e 5, as estimativas, $\widehat{\sigma}_n(x)$, dos métodos (conforme notação) considerando uma única realização. Na linhas 4 e 6, os erros relativos (RE) correspondentes a cada método também considerando a única realização.

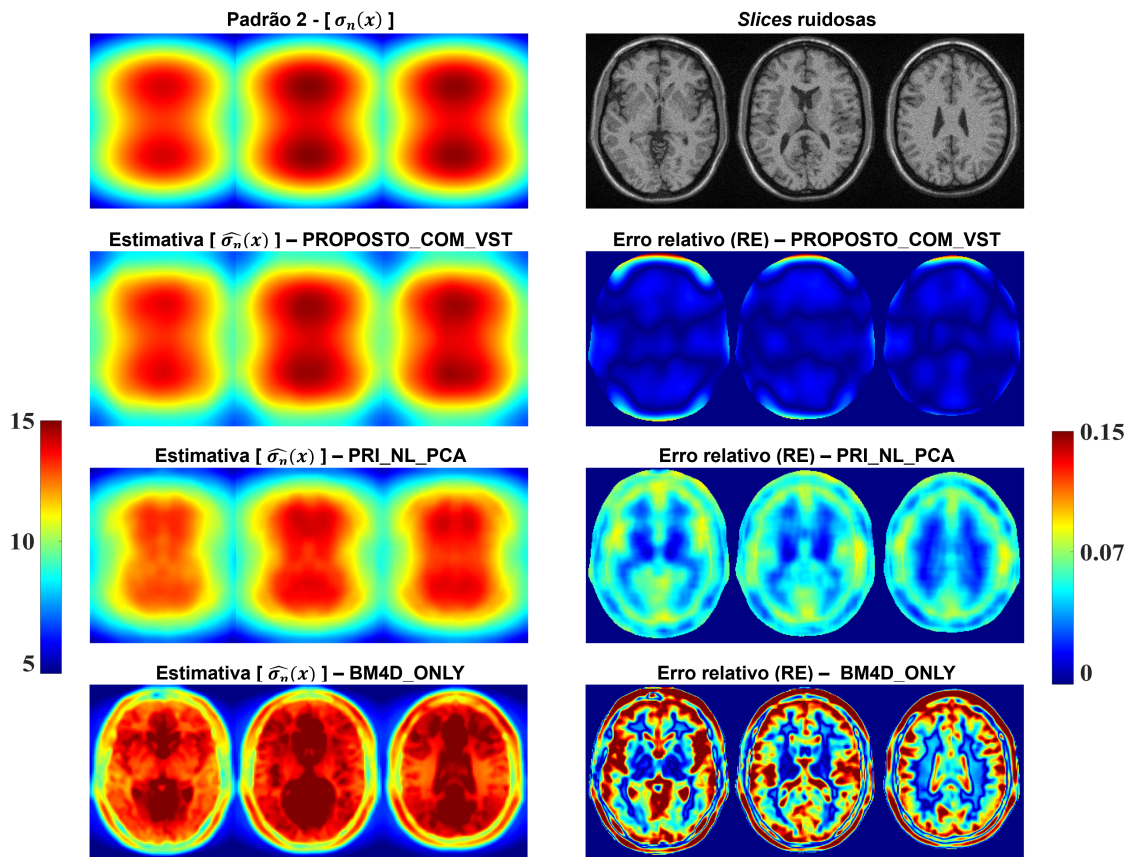
do autor é na filtragem em si e, mais ainda, de ruído estacionário, e não de estimativa de ruído não estacionário.

Para o PRI_NL_PCA, o resultado já é superior, uma vez que a proposta do autor em (MANJÓN; COUPÉ; BUADES, 2015) é focada em estimar e filtrar o ruído Riciano não-estacionário. O que pode-se inferir pelos resultados é em um espelhamento, de certa forma, em relação ao centro da imagem. Além disso, há uma certa irregularidade no padrão do ruído em regiões em que este deveria ser mais suave. Isso pode ser explicado, novamente, pela iteratividade em blocos, apesar de autor mencionar em seu trabalho uma etapa final de suavização do resultado por um filtro passa-baixa.

Figura 7.7: Estimativa do parâmetro $\sigma_n(x)$ - Padrão 1.



Fonte: do autor, 2020. Na linha superior: à direita, parâmetro $\sigma_n(x)$ original referente às três *slices* ruidosas (à esquerda). As *slices* são exibidas com o intuito de auxiliar a análise do erro relativo (RE) na região de interesse. Na segunda linha: Estimativa, $\hat{\sigma}_n(x)$, dos três métodos sendo avaliados (conforme notação). Na linha inferior, o erro relativo (RE) correspondente a cada método. Os valores médios do erro, na região de interesse, são: (PRI_NL_PCA) 0.0133, 0.0106 e 0.0076; (PROPOSTO_COM_VST) 0.0219, 0.0451 e 0.0406; (BM4D_ONLY) 0.1100, 0.0702 e 0.0641;

Figura 7.8: Estimativa do parâmetro $\sigma_n(x)$ - Padrão 2.

Fonte: do autor, 2020. Na linha superior: à direita, parâmetro $\sigma_n(x)$ original referente às três *slices* ruidosas (à esquerda). As *slices* são exibidas com o intuito de auxiliar a análise do erro relativo (RE) na região de interesse. Na segunda linha: Estimativa, $\hat{\sigma}_n(x)$, dos três métodos sendo avaliados (conforme notação). Na linha inferior, o erro relativo (RE) correspondente a cada método. Os valores médios do erro, na região de interesse, são: (PRI_NL_PCA) 0.0433, 0.0409 e 0.0364; (PROPOSTO_COM_VST) 0.0108, 0.0086 e 0.0065; (BM4D_ONLY) 0.0676, 0.0615 e 0.0561

7.2.1.3 Filtragem do ruído

As Figura 7.9 mostra os resultados da filtragem dos métodos sendo avaliados em relação ao padrão 1 de variação do ruído. Uma *slice* é analisada por meio de uma região ampliada (delimitada em vermelho). De forma geral, nota-se que o método PRI_NL_PCA possui resultado superior, ao passo que o BM4D_ONLY se mostra com resultado inferior, com regiões bem mais borradas, indicando supressão do sinal original. Nota: esse resultado é esperado uma vez que a estimativa do parâmetro $\sigma_n(x)$, discutida na seção anterior, se mostrou inferior.

De forma mais detalhada, ao verificar a região delimitada pela elipse amarela, percebe-se que o método proposto possui resultado levemente superior. A diferença é sutil, mas é

possível perceber uma maior proximidade em relação à imagem sem ruído, com um pouco mais de sinal que nos demais resultados. Já sobre toda a estrutura apontada pela seta azul, nota-se um pouco mais de ruído residual no método PROPOSTO_COM_VST em relação ao PRI_NL_PCA.

O mesmo tipo de análise pode ser feita também nos resultados da Figura 7.10. O BM4D_ONLY apresenta resultado inferior, pelos mesmos motivos apresentados anteriormente. Já sobre os outros dois métodos, o proposto conserva um pouco mais de sinal na região delimitada em amarelo, ao passo que possui um pouco mais de ruído residual na região delimitada em azul.

As métricas objetivas de qualidade podem ser verificadas nas tabelas 7.3 e 7.4. Os resultados em negrito são referentes ao método com melhor desempenho. As análises serão feitas conforme a seguir:

1. *Bias*², variância residual (VR) e EQMN

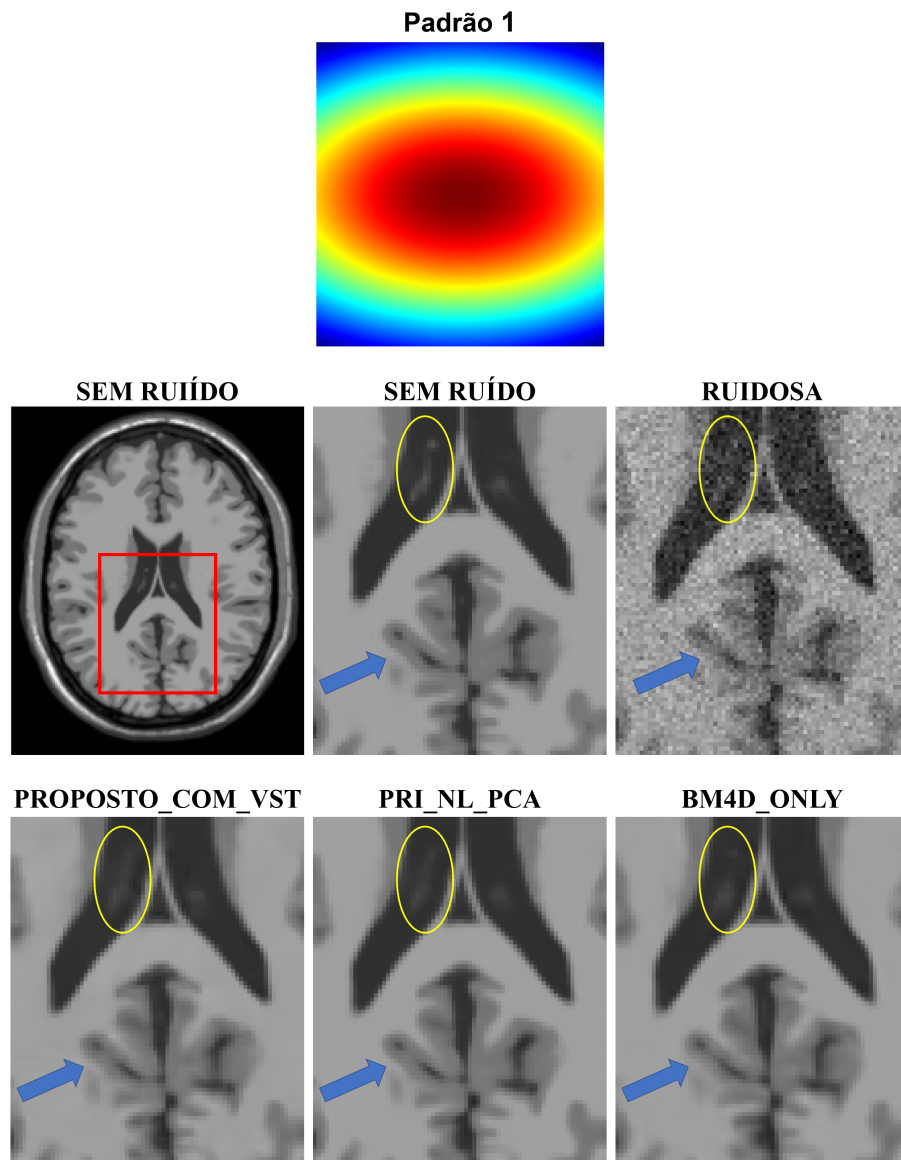
Um método de filtragem aproximadamente ideal, é o que remove menos sinal (*Bias*² muito pequeno) e que apresenta pouco ruído residual (VR). Existe, no entanto, um *trade-off* entre esses dois objetivos. O BM4D_ONLY, por exemplo, é o que apresenta o maior *Bias*², comprovando a análise visual realizada nas imagens (é o que mais borra as estruturas da imagem). Por esse mesmo motivo, é o que apresenta menor variância residual (VR). Porém, analisando o EQMN, é o que apresenta pior resultado. Sobre os outros dois métodos, nota-se que o proposto nesse trabalho é o que apresenta menor *Bias*², seja nas *slices* separadamente, seja na análise volumétrica, ou seja, é o que menos remove sinal "desnecessariamente". Ao mesmo tempo, acaba por "deixar" mais ruído na imagem, resultando em maior VR. Já o PRI_NL_PCA possui resultado oposto, sendo que, na análise conjunta, ambos tem valores muito próximos, praticamente iguais se considerarmos o desvio padrão na análise 3D.

2. SSIM e QILV

Sobre o SSIM, o PRI_NL_PCA se mostra superior em todas as análises. Ao passo que, analisando PROPOSTO_COM_VST e BM4D_ONLY, o último tem resultado um pouco superior, novamente comprovando que o SSIM é mais sensível a ruído. Quanto ao QILV, PROPOSTO_COM_VST e PRI_NL_PCA tem resultados praticamente idênticos, ao passo que BM4D_ONLY apresenta resultado inferior, uma vez que essa métrica é mais sensível a borramento, *bias*.

Finalmente, em relação ao tempo de processamento, os dados são exibidos na tabela 7.5. Sobre a divisão em estimativa e filtragem, não foi possível verificá-las para os dois métodos estados-da-arte, uma vez que os códigos são fechados e não explicitam essa divisão. Nota-se a rápida estimativa do método proposto nesse trabalho, resultando em

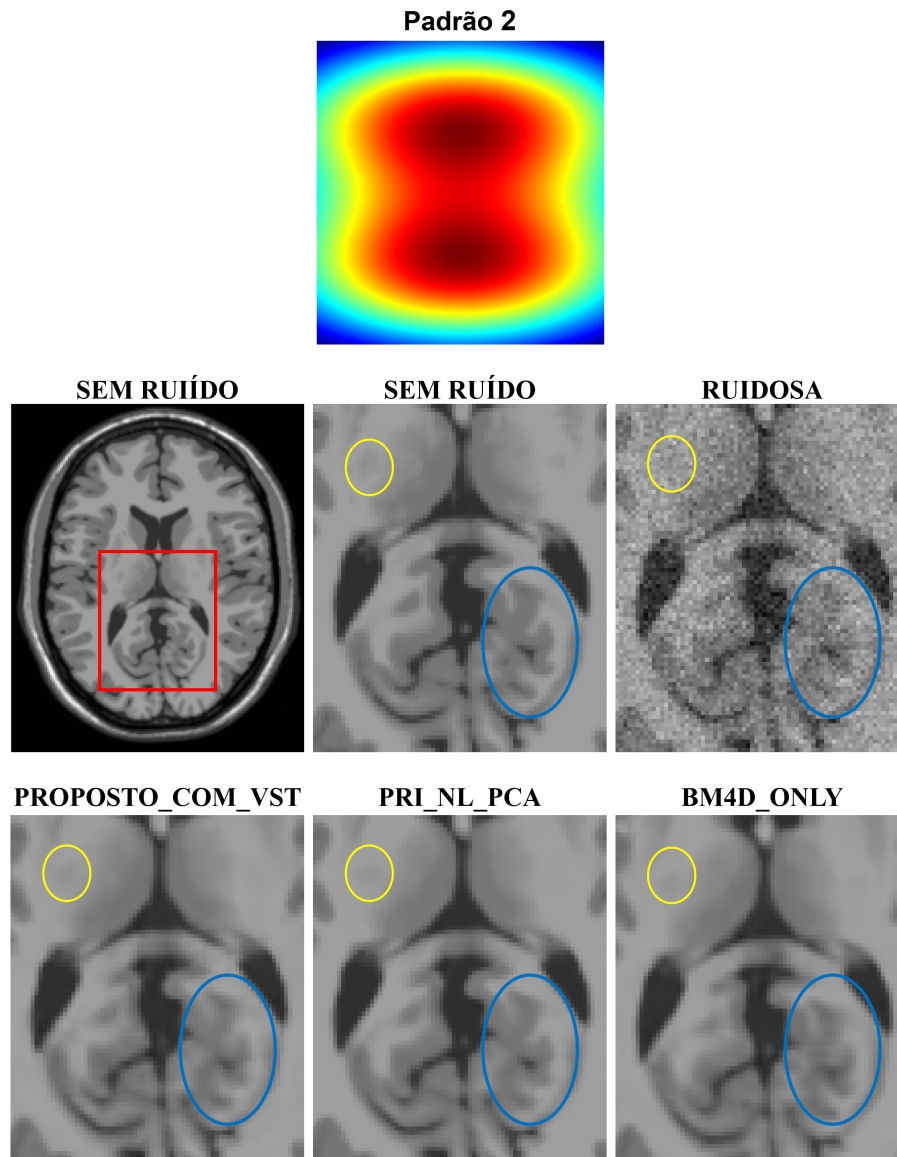
Figura 7.9: Resultado de filtragem no volume para o Padrão 1.



Fonte: do autor, 2020. Na figura estão exibidas a imagem sem ruído completa seguida seguida das visualizações ampliadas da região delimitada em vermelho. Na linha superior, imagem sem ruído e ruidosa. Na linha inferior, os resultados de filtragem pelos métodos: Proposto_COM_VST, PRI_NL_PCA e BM4D_ONLY. Ao verificar a região delimitada pela elipse amarela, percebe-se que o método proposto possui resultado levemente superior, um pouco menos de borramento. Já sobre toda a estrutura apontada pela seta azul, nota-se um pouco mais de ruído residual no método PROPOSTO_COM_VST em relação ao PRI_NL_PCA.

uma redução extremamente alta em comparação com os demais. Sobre a comparação com o BM4D_ONLY a redução é de aproximadamente 50%, para os dois padrões de ruído. De fato, poderia se esperar esse resultado, tendo em vista que algoritmo para **filtragem** no método PROPOSTO_COM_VST é o próprio BM4D.

Figura 7.10: Resultado de filtragem no volume para o Padrão 2.



Fonte: do autor, 2020. Na figura estão exibidas a imagem sem ruído completa seguida seguida das visualizações ampliadas da região delimitada em vermelho. Na linha superior, imagem sem ruído e ruidosa. Na linha inferior, os resultados de filtragem pelos métodos: Proposto_COM_VST, PRI_NL_PCA e BM4D_ONLY. Ao verificar a região delimitada pela elipse amarela, percebe-se que o método proposto possui resultado levemente superior, um pouco menos de borramento. Já sobre toda a estrutura apontada pela seta azul, nota-se um pouco mais de ruído residual no método PROPOSTO_COM_VST em relação ao PRI_NL_PCA.

Em relação ao PRI_NL_PCA, a redução é mais drástica ainda, em que o método PROPOSTO_COM_VST requer, aproximadamente, 23% do tempo somente. Mais ainda, apesar de não haver menção sobre paralelização no código do autor, há evidências que permitem assumir que o PRI_NL_PCA faz uso dessa ferramenta: utilização da CPU

Tabela 7.3: Métricas objetivas de qualidade. Padrão 1 do ruído.

Método	Métrica	Análise 2D para 5 slices					Análise 3D
		#6	#18	#28	#38	#48	
Ruidosa	$Bias^2$ (%)	20,723	35,438	57,189	55,072	42,299	41,445
	VR (%)	12,161	16,807	23,285	23,473	19,798	18,809
	EQMn (%)	32,890	52,245	80,474	78,544	62,097	60,259 ± 0,729
PROPOSTO_COM_VST	$Bias^2$ (%)	0,363	1,030	1,977	1,716	1,363	1,162
	VR (%)	1,997	3,379	5,338	4,884	3,776	3,777
	EQMn (%)	2,360	4,410	7,315	6,599	5,159	4,939 ± 0,384
PRI_NL_PCA	$Bias^2$ (%)	1,745	1,904	3,267	2,910	2,606	2,281
	VR (%)	1,700	2,719	4,478	4,253	3,191	3,231
	EQMn (%)	3,445	4,623	7,746	7,063	5,798	5,513 ± 0,318
BM4D_ONLY	$Bias^2$ (%)	8,007	6,676	9,776	7,461	5,405	8,133
	VR (%)	1,050	1,995	3,214	2,966	2,101	2,224
	EQMn (%)	9,057	8,670	12,990	10,427	7,506	10,356 ± 0,440
Ruidosa	SSIM	0,7080	0,6988	0,6798	0,6726	0,6713	0,6602 ± 0,0002
PROPOSTO_COM_VST		0,9256	0,9374	0,9139	0,8759	0,8641	0,9614 ± 0,0002
PRI_NL_PCA		0,9482	0,9578	0,9407	0,9102	0,9001	0,9738 ± 0,0001
BM4D_ONLY		0,9312	0,9432	0,9216	0,8840	0,8719	0,9639 ± 0,0001
Ruidosa	QILV	0,9769	0,9745	0,9687	0,9744	0,9785	0,94983 ± 0,00013
PROPOSTO_COM_VST		0,9970	0,9971	0,9965	0,9972	0,9978	0,99609 ± 0,00004
PRI_NL_PCA		0,9971	0,9975	0,9967	0,9974	0,9977	0,99658 ± 0,00004
BM4D_ONLY		0,9956	0,9959	0,9951	0,9961	0,9970	0,99489 ± 0,00005

Fonte: do autor, 2020. São exibidos dados referentes às métricas objetivas: para 5 slices separadamente (colunas 3-7) e o valor referente à análise do volume todo (última coluna). Os valores em negrito indicam o método de melhor desempenho para cada métrica. Na última coluna, os dados são apresentados considerando a média e desvio padrão referente às 40 realizações.

Tabela 7.4: Métricas objetivas de qualidade. Padrão 2 do ruído.

Método	Métrica	Análise 2D para 5 slices					Análise 3D
		#6	#18	#28	#38	#48	
Ruidosa	$Bias^2$ (%)	29,265	28,429	45,184	44,408	37,285	37,424
	VR (%)	15,384	14,856	20,285	20,734	18,923	18,108
	EQMn (%)	44,645	43,285	65,467	65,142	56,208	55,533 ± 0,613
PROPOSTO_COM_VST	$Bias^2$ (%)	0,539	0,767	1,263	1,392	1,064	0,960
	VR (%)	2,415	2,902	4,505	4,206	3,505	3,471
	EQMn (%)	2,954	3,670	5,768	5,598	4,569	4,431 ± 0,311
PRI_NL_PCA	$Bias^2$ (%)	2,406	1,755	2,863	2,621	2,312	2,277
	VR (%)	2,123	2,401	3,884	3,795	2,988	3,063
	EQMn (%)	4,529	4,156	6,748	6,416	5,299	5,340 ± 0,287
BM4D_ONLY	$Bias^2$ (%)	12,491	4,694	6,362	5,249	4,709	7,766
	VR (%)	1,214	1,770	2,813	2,561	1,955	2,069
	EQMn (%)	13,704	6,464	9,175	7,810	6,664	9,835 ± 0,347
Ruidosa	SSIM	0,6647	0,6524	0,6328	0,6301	0,6327	0,6441 ± 0,0002
PROPOSTO_COM_VST		0,8967	0,9055	0,8799	0,8416	0,8387	0,9596 ± 0,0002
PRI_NL_PCA		0,9212	0,9293	0,9089	0,8755	0,8747	0,9723 ± 0,0001
BM4D_ONLY		0,9014	0,9115	0,8870	0,8478	0,8450	0,9619 ± 0,0001
Ruidosa	QILV	0,9728	0,9713	0,9654	0,9716	0,9758	0,94332 ± 0,00014
PROPOSTO_COM_VST		0,9966	0,9968	0,9962	0,9970	0,9975	0,99574 ± 0,00005
PRI_NL_PCA		0,9967	0,9972	0,9964	0,9972	0,9974	0,99620 ± 0,00005
BM4D_ONLY		0,9950	0,9956	0,9949	0,9960	0,9967	0,99454 ± 0,00005

Fonte: do autor, 2020. São exibidos dados referentes às métricas objetivas: para 5 slices separadamente (colunas 3-7) e o valor referente à análise do volume todo (última coluna). Os valores em negrito indicam o método de melhor desempenho para cada métrica. Na última coluna, os dados são apresentados considerando a média e desvio padrão referente às 40 realizações.

em 100% durante a execução; saídas de forma escrita na tela do MATLAB mencionando o número de *threads* sendo utilizadas. Essa paralelização não é feita em nosso método. Sendo assim, espera-se que uma redução maior ainda possa ser alcançada caso essa seja implementada. Reforça-se, porém, que a grande parte do tempo consumido no método deste trabalho é referente à etapa de filtragem e o algoritmo, conforme mencionado, é fechado.

Tabela 7.5: Tempo de processamento para os dados sintéticos 3D.

Tempo de processamento (seg)			
Padrão 1 do ruído.			
Método	Estimativa - $\widehat{\sigma}_n(x)$	Filtragem	Total
(a) PRI_NL_PCA	**	**	339,48 ± 10,24
(b) BM4D_ONLY	**	**	156,54 ± 0,22
(c) PROPOSTO_COM_VST	14,99	64,72	79,71 ± 1,39
Razão [(c) / (a)]			0,2348 (23,48%)
Razão [(c) / (b)]			0,5091 (50,91%)
Padrão 2 do ruído.			
(a) PRI_NL_PCA	**	**	340,63 ± 10,11
(b) BM4D_ONLY	**	**	156,58 ± 0,31
(c) PROPOSTO_COM_VST	14,87	64,44	79,31 ± 1,32
Razão [(c) / (a)]			0,2328 (23,28%)
Razão [(c) / (b)]			0,5065 (50,65%)

Fonte: do autor, 2020.

Considerações - dados sintéticos 3D

Os resultados dos testes com imagens sintéticas 3D mostram que o método proposto neste trabalho é altamente comparável com ambos estados-da-arte no que diz respeito à qualidade das imagens filtradas. No que diz respeito à estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$, se mostrou bastante superior aos demais. Em contrapartida, no resultado final da filtragem, o método PRI_NL_PCA se mostrou levemente superior. Com isso posto, chega-se à conclusão de que a etapa de **filtragem** do algoritmo PRI_NL_PCA é levemente superior à do algoritmo BM4D. Mais especificamente, acredita-se que o grande motivo dessa superioridade do PRI_NL_PCA se dá no que se refere à parte *Rotationally Invariant*. O autor, em (MANJÓN; COUPÉ; BUADES, 2015), deixa claro que a utilização desse conceito é de grande valia. De modo geral, ele propõe um ajuste fino na imagem pré-filtrada. Esse ajuste (baseado no conceito do NLM) é feito em cada bloco, tomando como critério de similaridade em relação aos vizinhos, a média dos valores de intensidade de todos voxels do bloco.

Esse conceito, pelo que se pode entender em (MAGGIONI et al., 2013), não é abordado no BM4D. Dessa forma, acredita-se que se esse ajuste fino for realizado no método proposto neste trabalho, o resultado pode ser melhorado ainda mais.

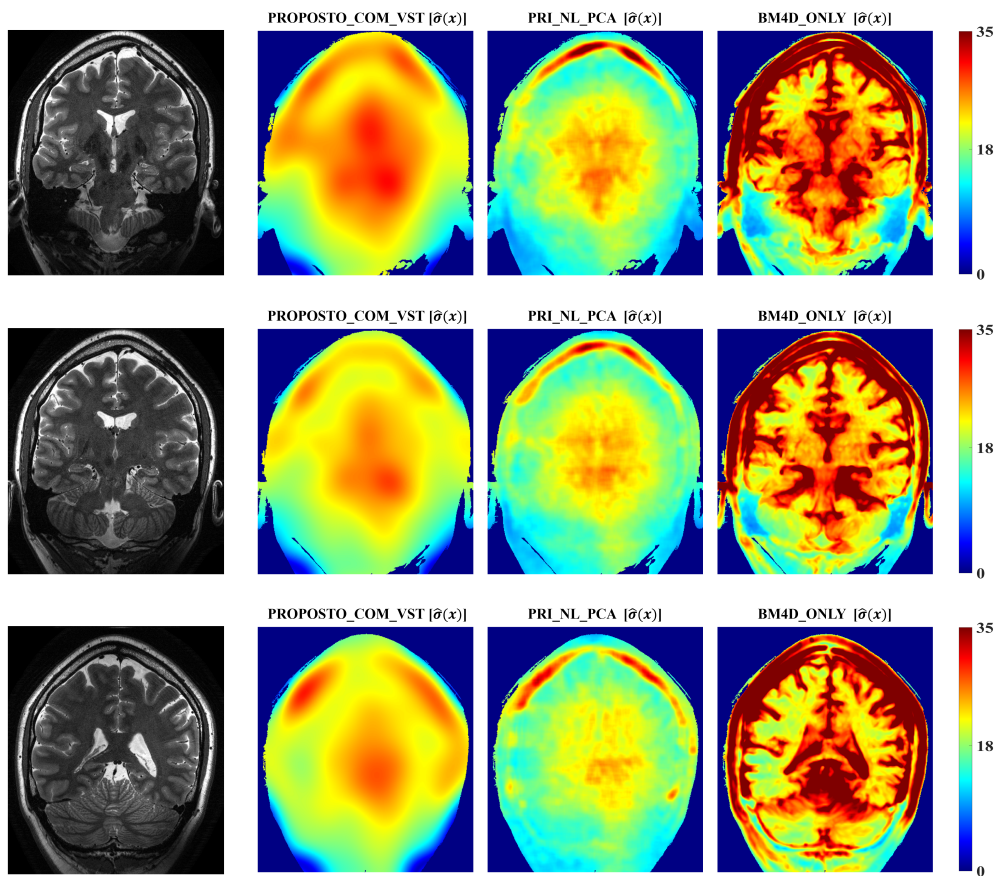
7.2.2 Imagens reais de aquisição *in-vivo*

7.2.2.1 Estimativa do parâmetro $\sigma_n(x)$

A título de análise visual, na Figura 7.11 são mostrados as estimativas $\widehat{\sigma}_n(x)$. Foi utilizada uma máscara binária na região interna ao cérebro para melhor visualização. É interessante notar a semelhança das estimativas feitas em imagens reais, em comparação com as feitas em imagens sintéticas (mostradas anteriormente) referentes ao Padrão 1.

Sobre a comparação dos métodos, é possível perceber também a semelhança no padrão estimado pelos métodos PROPOSTO_COM_VST e PRI_NL_PCA. No entanto, percebe-se que a estimativa obtida por PRI_NL_PCA tem característica mais granular, ao passo que a obtida pelo método proposto, é mais suave ao longo da imagem, sendo mais coerente com a teoria. Esse fato é explicado pela iteratividade utilizada no primeiro, em que o autor se baseia em *patches* tridimensionais para estimar os valores de $\sigma_n(x)$ localmente. Finalmente, temos o BM4D_ONLY com resultados inferiores, conforme já discutido na parte referente aos dados sintéticos.

Figura 7.11: Estimativa de $\sigma_n(x)$ nas imagens reais.



Fonte: do autor, 2020. São exibidas as estimativas $\widehat{\sigma}_n(x)$ dos métodos métodos para três diferentes *slices* dos dados reais. Em cada linha mostra-se: a imagem ruidosa (à esquerda) e as estimativas (à direita) para cada método conforme notação.

7.2.2.2 Filtragem do ruído - comparação com estado-da-arte

Na Figura 7.12 são exibidos os resultados de filtragem para três diferentes *slices* em que uma região de interesse foi ampliada (delimitada em vermelho). Na legenda de cada imagem encontra-se o correspondente valor da métrica LISA.

As regiões apontadas e destacadas nas imagens (seta azul e retângulos amarelos) permitem uma análise mais detalhada. De forma geral, o PRI_NL_PCA se mostra superior, preservando mais os detalhes. Ao passo que o BM4D_ONLY borra um pouco mais as estruturas. Ficando, o PROPOSTO_COM_VST entre os dois em questão de resultado. Consegue preservar um pouco mais de detalhes que BM4D_ONLY (ficando mais evidente na terceira coluna e na região apontada pela seta azul), e menos que o PRI_NL_PCA.

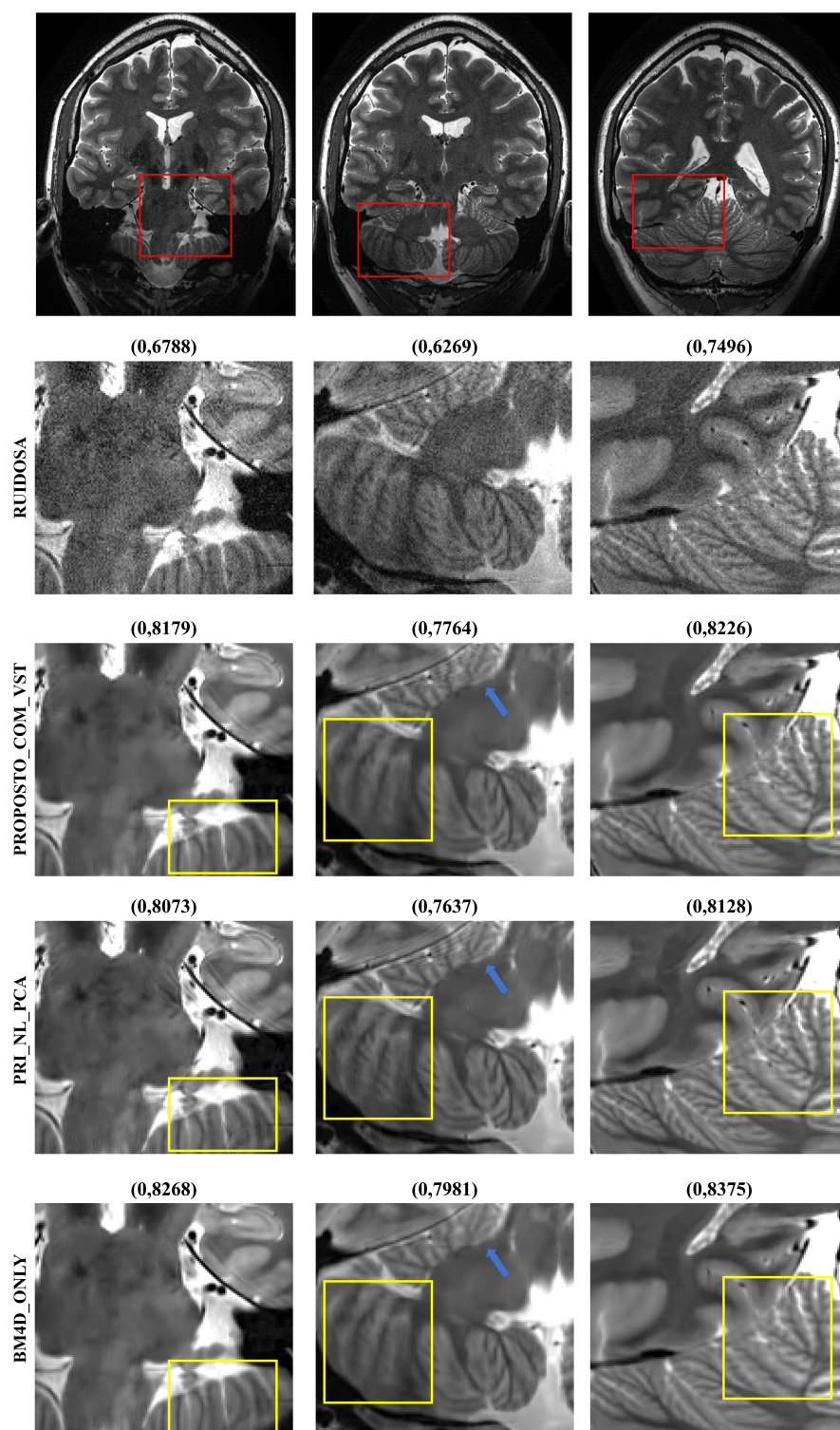
Sobre o índice LISA, denotado nas figuras, o método BM4D_ONLY se mostra superior. No entanto, acredita-se haver o mesmo viés em comparação ao SSIM. Este é mais sensível a borramento do que a ruído residual. Em (OSADEBEY et al., 2019), o autor utiliza diversas imagens corrompidas com diferentes níveis de ruído para validação da métrica. No entanto, o borramento de estruturas não é levando em consideração. Outras formas de avaliação se tornam necessárias, tais como segmentação automática (via *software*) de regiões de interesse, reconhecimento de padrão (classificação), bem como teste de validação subjetiva com profissionais da área.

Finalmente, a tabela 7.6 exhibe os resultados do tempo de processamento. Nota-se, assim como nos resultados com imagens sintéticas, a superioridade do método proposto nesse trabalho. Interessante notar que o tempo referente à estimativa praticamente não se alterou, apesar da quantidade maior de dados (voxels) em comparação com os dados sintéticos, (456 x 512 x 33) e (181 x 217 x 60) respectivamente. Isso é explicado pela baixa complexidade computacional das funções utilizadas para a estimativa, que, de forma geral, são operações matemáticas simples (log) e convoluções com filtros (filtro gaussiano 2D e 3D), operações essas que são feitas de forma rápida por algoritmos computacionais, especialmente o MATLAB.

Tabela 7.6: Tempo de processamento para os dados reais de aquisição.

Tempo de processamento (seg)			
Método	Estimativa $\widehat{\sigma}_n(x)$	Filtragem	Total
(a) PRI_NL_PCA	**	**	638,51
(b) BM4D_ONLY	**	**	494,46
(c) PROPOSTO_COM_VST	18,63	215,65	234,28
Razão [(c) / (a)]			0.37 (37%)
Razão [(c) / (b)]			0.47 (47%)

Fonte: do autor, 2020.

Figura 7.12: Resultado de filtragem dos dados de aquisição real *in-vivo*

Fonte: do autor, 2020. Na linha superior, três *slices* ruidosas de dados reais. Na segunda linha, as correspondentes imagens ruidosas referentes à região delimitada em vermelho. Em cada linha subsequente, os resultados de filtragem para os métodos sendo avaliados, conforme notação. Os valores acima das imagens indicam o resultado da métrica LISA.

Conclusão

O presente trabalho teve como objetivo propor um método para estimativa de parâmetro ($\widehat{\sigma}_n(x)$) do ruído e posterior filtragem de imagens de MRI corrompidas por ruído Riciano não-estacionário. No que diz respeito à etapa de estimativa do método, uma melhoria no algoritmo reportado em (PIECIAK; AJA-FERNANDEZ; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, 2017) foi estabelecida, se provando superior. Mais ainda, observou-se que esta melhoria, aliada à baixa complexidade computacional do algoritmo (de estimativa), foram responsáveis pelo ganho no tempo de processamento. Foi possível observar, também, que a correta modelagem do ruído interfere diretamente e positivamente na performance do algoritmo de filtragem. Juntamente com a correta modelagem, a utilização do conceito de transformada de estabilização de variância (VST) se mostrou crucial em todo o método, sendo utilizada tanto para estimativa de parâmetros do ruído quanto para a filtragem da imagem.

Análises foram feitas em todas as etapas do processo utilizando-se, principalmente, métricas objetivas para verificação dos resultados. O método proposto foi comparado com dois outros métodos considerados estados-da-arte e os resultados das etapas finais, principalmente em relação aos dados sintéticos, permitem concluir que o método proposto é comparável aos demais em termos de qualidade da imagem filtrada e significativamente superior no que diz respeito ao tempo de processamento.

Trabalhos futuros

Como propostas de trabalhos futuros pode-se elencar : (1) otimização dos parâmetros utilizados pelos filtros 2D e 3D durante a etapa de estimativa, buscando que esses possam ser obtidos de forma automática; (2) implementação do conceito de invariância rotacional utilizado no algoritmo PRI_NL_PCA (*rotationally invariant*); (3) aplicação do método em imagens clínicas verificando resultados referentes à segmentação e classificação de regiões de interesse; (4) seguindo a mesma linha, aplicar o método em imagens de difusão verificando os resultados referentes às técnicas de extração de volume e detecção de tensores; (5) estudo aprofundado da distribuição Non Central Chi, visando a elaboração de uma transformada de estabilização de variância e sua correspondente inversa. Acredita-se ser possível elaborar uma única transformada que englobe as duas distribuições, Rician e Non Central Chi, uma vez que a primeira é um caso particular da segunda.

Publicações

Sobre publicação resultante desse projeto de pesquisa, tem-se:

- Artigo publicado - **Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica (CBEB) 2020**

Título: Filtragem de ruído Riciano em imagens de ressonância magnética utilizando transformada de estabilização de variância.

Referências

- ABDELNOUR, A. F.; SELESNICK, I. W. Design of 2-band orthogonal near-symmetric CQF. In: **International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing**. Salt Lake City, Utah, USA: IEEE, 2001. p. 3693–3696.
- AJA-FERNÁNDEZ, S. et al. Image quality assessment based on local variance. In: **2006 International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society**. New York, NY, USA: IEEE, 2006. p. 4815–4818.
- AJA-FERNÁNDEZ, S. et al. Spatially variant noise estimation in mri: A homomorphic approach. **Medical image analysis**, Elsevier, v. 20, n. 1, p. 184–197, 2015.
- AJA-FERNÁNDEZ, S.; TRISTÁN-VEGA, A.; ALBEROLA-LÓPEZ, C. Noise estimation in single- and multiple-coil magnetic resonance data based on statistical models. **Magnetic Resonance Imaging**, v. 27, n. 10, p. 1397–1409, 2009.
- AJA-FERNÁNDEZ, S.; TRISTÁN-VEGA, A.; HOGE, W. Statistical noise analysis in grappa using a parametrized noncentral chi approximation model. **Magnetic resonance in medicine : official journal of the Society of Magnetic Resonance in Medicine / Society of Magnetic Resonance in Medicine**, v. 65, p. 1195–206, 04 2011.
- AJA-FERNÁNDEZ, S.; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, G. Statistical noise models for mri. In: **Statistical Analysis of Noise in MRI: Modeling, Filtering and Estimation**. Switzerland: Springer, 2016. cap. 3, p. 33–34.
- AJA-FERNÁNDEZ, S.; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, G.; TRISTÁN-VEGA, A. About the background distribution in mr data: A local variance study. **Magnetic Resonance Imaging**, v. 28, n. 5, p. 739–752, 2010.
- AJA-FERNÁNDEZ, S.; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, G.; TRISTÁN-VEGA, A. Noise estimation in parallel mri: Grappa and sense. **Magnetic Resonance Imaging**, v. 32, n. 3, p. 281–290, 2014.
- ANSCOMBE, F. J. The transformation of poisson, binomial and negative-binomial data. **Biometrika**, [Oxford University Press, Biometrika Trust], v. 35, n. 3/4, p. 246–254, 1948. ISSN 00063444.

AZZARI, L.; BORGES, L. R.; FOI, A. Modeling and estimation of signal-dependent and correlated noise. In: BERTALMÍO, M. (Ed.). **Denoising of Photographic Images and Video: Fundamentals, Open Challenges and New Trends**. Switzerland: Springer, 2018. cap. 1, p. 13–36.

BORGES, L. R. et al. Restoration of low-dose digital breast tomosynthesis. **Measurement Science and Technology**, IOP Publishing, v. 29, n. 6, p. 064003, apr 2018.

BORGES, L. R. et al. Pipeline for effective denoising of digital mammography and digital breast tomosynthesis. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS. **Medical Imaging 2017: Physics of Medical Imaging**. Orlando, Florida, USA: SPIE, 2017. v. 10132, p. 1013206.

BUADES, A.; COLL, B.; MOREL, J.-M. A review of image denoising algorithms, with a new one. **SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation**, v. 4, 01 2005.

BUSHBERG, J. T. et al. **The essential physics of medical imaging; 3rd ed.** Philadelphia, PA: Lippincott Williams & Wilkins, 2012.

CHANDRASHEKAR, L.; SREEDEVI, A. Assessment of non-linear filters for mri images. **2017 Second International Conference on Electrical, Computer and Communication Technologies**, p. 1–5, 2017.

COLLINS, D. et al. Design and construction of a realistic digital brain phantom. **IEEE Transactions on Medical Imaging**, v. 17, n. 3, p. 463–468, 1998.

DABOV, K. et al. Image denoising with block-matching and 3d filtering. In: **Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering**. San Jose, California, USA: SPIE, 2006. v. 6064.

FOI, A. Noise estimation and removal in mr imaging: The variance-stabilization approach. In: **Proceedings - International Symposium on Biomedical Imaging**. Chicago, USA: IEEE, 2011. p. 1809–1814.

GONZÁLEZ-JAIME, L. et al. Spatially-variant noise filtering in magnetic resonance imaging: A consensus-based approach. **Knowledge-Based Systems**, v. 106, p. 264–273, 2016.

IBRAHIM, T. S. et al. 20-to-8 channel tx array with 32-channel adjustable receive-only insert for 7t head imaging. In: **International Society of Magnetic Resonance in Medicine**. Salt Lake City, Utah, USA: ISMRM, 2013.

KRISHNAMURTHY, N. et al. Computational and experimental evaluation of the tic-tac-toe rf coil for 7 tesla mri. **PLOS ONE**, v. 14, p. e0209663, 01 2019.

MA, X.; UURBIL, K.; WU, X. Denoise magnitude diffusion magnetic resonance images via variance-stabilizing transformation and optimal singular-value manipulation. **NeuroImage**, v. 215, p. 116852, 2020. ISSN 1053-8119.

MAGGIONI, M. et al. Nonlocal transform-domain filter for volumetric data denoising and reconstruction. **IEEE Transactions on Image Processing**, v. 22, n. 1, p. 119–133, 2013.

- MANJÓN, J. V.; COUPÉ, P.; BUADES, A. Mri noise estimation and denoising using non-local pca. **Medical Image Analysis**, v. 22, n. 1, p. 35 – 47, 2015. ISSN 1361-8415.
- MANJÓN, J. V. et al. New methods for mri denoising based on sparseness and self-similarity. **Medical Image Analysis**, v. 16, n. 1, p. 18 – 27, 2012. ISSN 1361-8415.
- MANJÓN, J. V. et al. Adaptive non-local means denoising of mr images with spatially varying noise levels. **Journal of Magnetic Resonance Imaging**, v. 31, n. 1, p. 192–203, 2010.
- MOHAN, J.; KRISHNAVENI, V.; GUO, Y. A survey on the magnetic resonance image denoising methods. **Biomedical Signal Processing and Control**, v. 9, p. 56 – 69, 2014. ISSN 1746-8094.
- MÄKITALO, M.; FOI, A. Optimal inversion of the generalized anscombe transformation for poisson-gaussian noise. **IEEE transactions on image processing : a publication of the IEEE Signal Processing Society**, v. 22, 06 2012.
- OSADEBEY, M. et al. Local indicators of spatial autocorrelation (LISA): Application to blind noise-based perceptual quality metric index for magnetic resonance images. **Journal of Imaging**, v. 5, p. 20, 2019.
- PIECIAK, T.; AJA-FERNANDEZ, S.; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, G. Non-stationary rician noise estimation in parallel mri using a single image: A variance-stabilizing approach. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 39, n. 10, p. 2015–2029, 2017.
- PIECIAK, T.; RABANILLO-VILORIA, I.; AJA-FERNÁNDEZ, S. Bias correction for non-stationary noise filtering in mri. In: **2018 IEEE 15th International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI 2018)**. Washington, DC, USA: IEEE, 2018. p. 307–310.
- PIECIAK, T.; VEGAS-SANCHEZ-FERRERO, G.; AJA-FERNANDEZ, S. Variance stabilization of noncentral-chi data: Application to noise estimation in mri. In: **Proceedings - International Symposium on Biomedical Imaging**. Prague, Czech Republic: IEEE, 2016. v. 2016-June, p. 1376–1379.
- SANTINI, T. et al. New optimization strategies for rf shimming at uhf mri. In: **Proc. of the 26th International Society of Magnetic Resonance in Medicine Annual Meeting**. Paris, France: ISMRM, 2018.
- SANTINI, T. et al. In-vivo and numerical analysis of the eigenmodes produced by a multi-level tic-tac-toe head transmit array for 7 tesla mri. **PLOS ONE**, Public Library of Science, v. 13, n. 11, p. 1–16, 11 2018.
- TOMASI, C.; MANDUCHI, R. Bilateral filtering for gray and color images. In: **Sixth International Conference on Computer Vision (IEEE Cat. No.98CH36271)**. Bombay, India: IEEE, 1998. v. 98, p. 839–846.
- UECKER, M. et al. **BART: version 0.2.09**. Zenodo, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.5281/zenodo.31907>>.
- WANG, Z. et al. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity. **Image Processing, IEEE Transactions on**, v. 13, p. 600 – 612, 05 2004.