

HEINSTEN FREDERICH LEAL DOS SANTOS

Controle de vibrações estruturais usando cerâmicas piezoelétricas em extensão e cisalhamento conectadas a circuitos híbridos ativo-passivos

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Areias Trindade

São Carlos
2008

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

S237c Santos, Heinsten Frederich Leal dos
Controle de vibrações estruturais usando cerâmicas piezoelétricas em extensão e cisalhamento conectadas a circuitos híbridos ativo-passivos / Heinsten Frederich Leal dos Santos ; orientador Marcelo Areias Trindade. -- São Carlos, 2008.

Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Área de Dinâmica das Máquinas e Sistemas) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2008.

1. Vibrações - Controle. 2. Materiais piezoelétricos. 3. APPN. 4. Circuitos Shunt ativo-passivo. 5. Elementos finitos. I. Título.

Agradecimentos

- Agradeço em primeiro lugar a Deus que me deu forças para superar os obstáculos e as pedras que se opuseram à realização desta missão.
- Ao CNPq pelo apoio financeiro
- A todos os funcionários do Laboratório de Dinâmica da Escola de Engenharia de São Carlos (EESC)
- A meus colegas que sempre estiveram do meu lado em momentos difíceis e muitas vezes incertos.
- Ao Professor Doutor Marcelo Areias Trindade pela amizade, confiança e dedicação ao longo do desenvolvimento deste trabalho.
- Aos professores da banca de defesa, pelo comparecimento e disposição.
- A minha família, que sempre esteve do meu lado (mesmo que em pensamento) durante toda a minha caminhada até o presente momento.
- Agradeço infinitamente a minha mãe Maria Cristina Coelho Leal dos Santos e ao meu pai José Carlos Leal dos Santos que jamais duvidaram da realização do sonho, sempre estando do meu lado me apoiando na longa caminhada que um dia decidi enfrentar.
- Ao meu AMOR, que mesmo "pegando o bonde andando" soube sempre me entender e sempre acreditou em mim.

“Grandes realizações não são feitas por impulse, mas por uma soma de pequenas realizações”

Vicent Van Gogh

Resumo

SANTOS, H.F.L. Controle de vibrações estruturais usando cerâmicas piezoelétricas em extensão e cisalhamento conectadas a circuitos híbridos ativo-passivos. 2008, Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP.

Esta dissertação apresenta uma análise numérica do controle de vibrações estruturais através de cerâmicas piezoelétricas em extensão e em cisalhamento conectadas a circuitos ativo-passivos compostos por resistência, indutância e fonte de tensão. Para tal, um modelo de elementos finitos de vigas sanduíche com três camadas elásticas e/ou piezoelétricas foi desenvolvido. Realizou-se também uma modelagem dos componentes do circuito elétrico e seu acoplamento à estrutura gerando assim uma equação de movimento acoplada para a estrutura com elementos piezoelétricos conectados aos circuitos elétricos. Uma análise harmônica das equações obtidas foi realizada para se obter uma avaliação preliminar dos efeitos causados pelos componentes elétricos do circuito na estrutura. Observou-se que os elementos passivos do circuito, resistência e indutância, tem não somente um efeito de absorvedor dinâmico de vibrações mas, também, promovem uma amplificação da autoridade de controle no caso de se atuar através da fonte de tensão. Usando a metodologia tradicional de projeto de absorvedores dinâmicos de vibrações, derivou-se expressões para os valores de resistência e indutância de modo a maximizar o desempenho passivo do sistema. Uma análise numérica do desempenho na redução das amplitudes de vibração em um viga engastada-livre com uma cerâmica piezoelétrica em extensão ou cisalhamento foi realizada mostrando bons resultados. Em seguida, uma análise da autoridade de controle para estas estruturas foi realizada visando a implementação de um controle híbrido ativo-passivo. A parcela ativa do controle foi obtida usando-se uma estratégia de controle por retroalimentação ótima do tipo Linear Quadratic Regulator para calcular a tensão aplicada ao circuito. Uma comparação entre os resultados mostra que o controle híbrido ativo-passivo é sempre superior aos controles puramente ativos ou passivo para os dois casos estudados, com cerâmicas piezoelétricas em extensão e cisalhamento.

Palavras-chave: controle de vibrações; materiais piezoelétricos; APPN; circuitos shunt ativo-passivos; elementos finitos

Abstract

SANTOS, H.F.L. Structural vibration control using piezoceramics in extension and shear connected to hybrid active-passive circuits. 2008, Dissertation (Master) – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos-SP, Brazil.

This work presents a numerical analysis of the structural vibration control using piezoelectric materials in extension and shear mode connected to active-passive electric circuits composed of resistance, inductance and voltage source. For that, a finite element model for sandwich beams with three elastic or piezoelectric layers was developed. A modeling of the electric circuit dynamics and its coupling to the structure with piezoelectric elements was also done. A harmonic analysis of the resulting equations was performed to yield a preliminary evaluation of the effects caused by the electric circuit components on the structure. It was observed that the passive circuit components not only lead to a dynamic vibration absorber effect but also to an amplification of the control authority in case of actuation using the voltage source. Using the standard methodology for the design of dynamic vibration absorbers, expressions were derived for the resistance and inductance values that optimize the passive vibration control performance of the system. A numerical analysis of the passive vibration control was performed for cantilever beams with extension and shear piezoelectric ceramics showing satisfactory results. Then, an analysis of the control authority was carried out for the same structures aiming at an active-passive vibration control. The active control was achieved using a Linear Quadratic Regulator optimal feedback strategy to evaluate the voltage applied to the circuit. A comparison between the obtained results show that hybrid active-passive control is always superior to the purely active or purely passive control for both cases studied, with extension and shear piezoelectric ceramics.

Keywords: vibration control; piezoelectric materials; APPN; shunt circuits active-passive; finite elements

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Motivações	1
1.2	Revisão Bibliográfica	3
1.2.1	Materiais piezoelétricos e seus modos de atuação	4
1.2.2	Controle passivo de vibrações usando materiais piezoelétricos . . .	7
1.2.3	Controle ativo de vibrações usando materiais piezoelétricos . . .	9
1.2.4	Controle ativo-passivo de vibrações usando materiais piezoelétricos	11
1.3	Objetivo	12
1.4	Organização da dissertação	13
2	Modelo em elementos finitos de vigas sanduíche piezoelétricas	15
2.1	Introdução	15
2.1.1	Deslocamentos e deformações	16
2.1.2	Equações constitutivas para materiais piezoelétricos	19
2.1.3	Formulação pelo princípio dos trabalhos virtuais	21
2.2	Formulação em elementos finitos	25
2.2.1	Discretização de deslocamentos e deformações	25

2.2.2	Discretização dos deslocamentos elétricos	28
2.2.3	Discretização das expressões de trabalho virtual	29
2.3	Equações de movimento	31
3	Acoplamento dos circuitos elétricos nas estruturas piezoelétricas	35
3.1	Introdução	35
3.2	Relação entre cargas elétricas nos circuitos e nos elementos piezoelétricos	36
3.3	Equações de movimento para o sistema acoplado	37
3.3.1	Trabalho virtual realizado pelos componentes dos circuitos elétricos	37
3.3.2	Equações de movimento acopladas	38
3.4	Análise das equações para vibrações harmônicas	39
3.4.1	Excitação puramente mecânica	40
3.4.2	Excitação puramente elétrica	42
4	Projeto e análise de controle passivo de vibrações	45
4.1	Introdução	45
4.2	Projeto do absorvedor dinâmico de vibrações	46
4.3	Resultados para o controle passivo	53
4.3.1	Viga engastada com piezocerâmica em extensão	53
4.3.2	Viga engastada com piezocerâmica em cisalhamento	57
5	Análise de controle ativo-passivo de vibrações usando APPN	65
5.1	Introdução	65
5.2	Amplificação da autoridade de controle	66

5.2.1	Autoridade de controle da viga engastada com piezocerâmica em extensão	66
5.2.2	Autoridade de controle da viga engastada com piezocerâmica em cisalhamento	69
5.3	Algoritmo de controle	71
5.4	Controle híbrido para viga engastada com piezocerâmica em extensão . .	72
5.5	Controle híbrido para viga engastada com piezocerâmica em cisalhamento	78
6	Conclusões	83

Lista de Figuras

2.1	Deslocamentos de uma viga sanduíche considerando as hipóteses de Bernoulli-Euller para as camadas superior e inferior e Timoshenko para a camada central	17
2.2	Graus de liberdade considerados para a formulação de elementos finitos	26
3.1	Configuração de um circuito elétrico com resistência (R), indutor (L), fonte de tensão (V) e elemento piezoelétrico	36
4.1	Configuração da estrutura piezoelétrica em extensão engastada-livre.	54
4.2	Malha considerada para simulação - 50 elementos.	54
4.3	Resposta em frequência para viga com piezocerâmica em extensão.	55
4.4	Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.	57
4.5	Comparação da resposta em frequência para variações de valores de R.	58
4.6	Segunda ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.	59
4.7	Configuração da estrutura piezoelétrica em cisalhamento engastada-livre.	59
4.8	Malha considerada para simulação - 50 elementos.	60
4.9	Resposta em frequência para viga com piezocerâmica em cisalhamento.	61
4.10	Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em cisalhamento.	62

4.11	Comparação da resposta em frequência para variações de valores de R.	63
4.12	Segunda ressonância da viga com piezocerâmica em cisalhamento.	64
5.1	Configuração da estrutura piezoelétrica em extensão com adição da fonte de tensão elétrica.	67
5.2	Autoridade de controle da viga engastada com piezocerâmica em extensão.	67
5.3	Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em extensão com atuação elétrica.	68
5.4	Configuração da estrutura piezoelétrica em cisalhamento com adição da fonte de tensão elétrica.	69
5.5	Autoridade de controle da viga engastada com piezocerâmica em cisalhamento.	70
5.6	Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em cisalhamento com atuação elétrica.	71
5.7	Comparação das respostas em frequência para o controle da viga com piezocerâmica em extensão.	73
5.8	Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.	74
5.9	Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.	76
5.10	Segunda ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.	77
5.11	Comparação das respostas em frequência para o controle da viga com piezocerâmica em cisalhamento.	79
5.12	Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.	80
5.13	Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em cisalhamento.	81

5.14 Segunda ressonância da viga com piezocerâmica em cisalhamento.	82
---	----

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivações

As vibrações estruturais são em geral indesejáveis visto que podem causar alguns problemas como fadiga estrutural, transmissão de vibrações para outros sistemas, ruído interno ou externo, entre outros. Porém, estudos mostram que é possível limitar os efeitos destas vibrações, fundamentalmente, através de técnicas de atenuação de vibrações. As técnicas de atenuação consistem em diminuir a amplitude das vibrações estruturais na região das frequências naturais, de ressonância, da estrutura. Estas técnicas podem ser classificadas em três grupos basicamente: passivas, ativas e ativo-passivas. As técnicas passivas de atenuação (controle) de vibrações estruturais consistem na integração ou adição de materiais ou sistemas à estrutura fazendo com que parte das vibrações da estrutura possa ser absorvida pelo sistema integrado e, neste sistema, dissipar parte da energia proveniente desta vibração.

Pode-se também controlar as vibrações estruturais através de técnicas ativas, através

de atuadores espalhados na estrutura e que realizam forças na mesma de acordo com uma lei de controle para minimizar qualquer vibração indesejável. As leis de controle que podem propiciar este efeito na estrutura podem ser baseadas em uma referência ou através de medidas realizadas na estrutura simultaneamente. A necessidade de sistemas de controle que sejam, ao mesmo tempo, seguros e robustos como o controle passivo e, eficientes e comandáveis como o controle ativo, incentivou o desenvolvimento de sistemas de controle híbridos ativo-passivos, combinando os tratamentos passivos e ativos. O primeiro assegura confiança e robustez ao sistema no caso de mal funcionamento do controle ativo. O segundo melhora os desempenhos do sistema para algumas frequências selecionadas. Os dois controles ditos passivo e ativo atuam em complementaridade. Um grupo de materiais que tem sido bastante utilizados para o controle de vibrações através de técnicas passivas e ativas é o de cerâmicas piezoelétricas, visto que elas tem a capacidade de transformar a energia que provem das vibrações mecânicas em energia elétrica, que pode ser dissipada passivamente em um circuito elétrico dissipativo do tipo "shunt". Podendo então ser utilizadas em conjunto com um circuito elétrico para o controle passivo de vibrações. Cerâmicas piezoelétricas podem também ser usadas como sensores (efeito direto) e atuadores (efeito inverso) conectados por um processador de modo a prover um controle ativo de vibrações.

Este trabalho se interessa pela combinação de técnicas ativas e passivas obtidas através de sensores/atuadores com base em pastilhas piezocerâmicas conectados a circuitos elétricos projetados para prover ao transdutor, simultaneamente, as capacidades de dissipação passiva de energia e controle ativo da estrutura segundo uma lei de controle.

1.2 Revisão Bibliográfica

Uma análise da literatura mostrou que diversos grupos de pesquisa têm se interessado pelo controle ativo, passivo e ativo-passivo de vibrações usando cerâmicas piezoelétricas integradas a estruturas. Sunar e Rao [26] apresentaram uma revisão bibliográfica dos avanços no uso de materiais piezoelétricos para o monitoramento e controle de estruturas flexíveis com enfoque nos diferentes objetivos e técnicas de controle que podem ser usadas, nas construções de atuadores e sensores, na modelagem de estruturas com sensores e atuadores e na otimização de forma e posicionamento dos sensores e atuadores.

Moheimani [22] forneceu um panorama geral do controle passivo de vibrações usando materiais piezoelétricos conectados a circuitos shunt com enfoque nos diferentes circuitos shunt estudados e sua modelagem, nos aspectos de implementação dos circuitos e no projeto do circuito de acordo com o objetivo de desempenho.

Ahmadian e DeGuilio [1] resumiram a utilização de cerâmicas piezoelétricas em sistemas de controle de vibrações estruturais, fazendo uma revisão da literatura sobre técnicas passivas e ativas de controle de vibrações e o uso simultâneo de técnicas ativas e passivas dando origem a técnicas semi-ativas e híbridas. Eles apresentaram também uma classificação de tipos diferentes de circuitos shunt que podem ser usados em conjunto com cerâmicas piezoelétricas.

Nas próximas seções, uma revisão da literatura relacionada com o objetivo deste trabalho é apresentada com enfoque nos seguintes aspectos: *i*) modos de atuação de materiais piezoelétricos e sua modelagem; *ii*) controle passivo de vibrações usando piezoelétricos conectados a circuitos shunt; *iii*) controle ativo de vibrações usando

sensores e atuadores piezoelétricos; e *iv*) controle híbrido ativo-passivo usando sensores/atuadores piezoelétricos conectados a circuitos ativo-passivos.

1.2.1 Materiais piezoelétricos e seus modos de atuação

Piezoelasticidade é uma propriedade que um grupo seleto de materiais possui e foi descoberta em 1880 por Jacques e Pierre Curie durante o estudo sistemático do efeito da pressão na geração de corrente elétrica em cristais, como o quartzo, misturas de zircônia e turmalina. A expressão piezo é uma derivação do grego indicando pressionar, conseqüentemente, piezoelasticidade é a geração de eletricidade através de uma pressão mecânica. Considerando a piezoelasticidade, o efeito é linear e reversível e a magnitude da polarização do elemento piezoelétrico é dependente da magnitude da tensão elétrica aplicada durante o processo de polarização. Sem polarização, a cerâmica é inativa, com polarização entretanto, ela se torna funcional em várias aplicações.

As equações básicas que descrevem os efeitos direto e inverso de piezoelasticidade são [19, 20]

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{s}^E \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{d}^t \mathbf{E} \quad (1.1)$$

e

$$\mathbf{D} = \mathbf{d} \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\epsilon}^\sigma \mathbf{E} \quad (1.2)$$

onde \mathbf{D} e \mathbf{E} são os vetores deslocamento e campo elétrico, $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{\varepsilon}$ são os vetores de tensão e deformação, \mathbf{s}^E e $\boldsymbol{\epsilon}^\sigma$ e \mathbf{d} são as matrizes de constantes materiais de flexibilidade, medidas a campo elétrico constante, rigidez dielétrica, medidas a tensão constante, e piezoelétrici-

dade, respectivamente. Essas equações podem ser muito simplificadas quando o elemento piezoelétrico é carregado uniaxialmente com uma tensão normal ou cisalhante e só um par de eletrodos está presente para gerar/medir um campo elétrico externo com componentes em uma só direção [1, 3]. Estes modos comuns de operação podem ser descritos como: caso longitudinal (deformação, campo elétrico e polarização na mesma direção), usualmente chamado de modo '33', caso transverso ou modo '31' (deformação na direção 1 ou 2 e campo elétrico e polarização na direção 3) e caso cisalhante (deformação na direção 4(23) ou 5(13), campo elétrico na direção 3 e polarização na direção 2 ou 1 respectivamente).

Quando se deseja fazer o material piezoelétrico atuar por cisalhamento na estrutura, pode-se aplicar um campo elétrico perpendicular à polarização da pastilha. Assim, para uma pastilha polarizada na direção de sua espessura, o campo elétrico pode ser aplicado na direção do comprimento ou largura. Alternativamente, se a pastilha cerâmica estiver polarizada na direção de seu comprimento ou largura, basta que se aplique um campo na direção de sua espessura, ou seja, na direção perpendicular à polarização, que o material piezoelétrico irá apresentar deformações de cisalhamento. Cada um desses modos está associado a um característico coeficiente de acoplamento eletromecânico que mede a taxa de conversão de energia mecânica em elétrica. Pelas características acima descritas, cerâmicas piezoelétricas se tornaram peças importantes em aplicações de controle de vibrações. As cerâmicas piezoelétricas são materiais policristalinos, como o titanato e zirconato de chumbo, chamado de PZT. Cerâmicas PZT são relativamente fáceis de produzir e tem importantes coeficientes de acoplamento eletromecânico, isto permite produzir grandes forças ou deslocamentos quando tensões elétricas relativamente baixas são

aplicadas, ou vice-versa. Conseqüentemente, estes materiais são amplamente utilizados para construção de transdutores piezoelétricos, disponíveis em uma variedade de formas. Como atuadores, podem ser utilizados no modo 31 para gerar um momento fletor em estruturas flexíveis, enquanto como sensores, podem ser usados para medir tensão elétrica proporcional à deformação [12]. Atuadores piezoelétricos também estão disponíveis em configurações de pilhas (stacks) nas quais pastilhas são empilhadas para amplificar a atuação no modo 33.

Estas pilhas geram grandes forças porém deslocamentos pequenos em uma direção normal às superfícies. Embora grande parte dos estudos realizados até então consideram pastilhas piezoelétricas no modo 31 coladas na superfície da estrutura a ser controlada ou monitorada por facilidade construtiva, o uso crescente de materiais compósitos permite que se pense em projetar estruturas compósitas laminadas possuindo, além de suas camadas com objetivos estruturais, algumas camadas piezoelétricas para o controle ou monitoramento contínuo da estrutura. Uma das estratégias para otimizar estruturas laminadas, ou seja multicamadas, é a utilização de pastilhas piezoelétricas polarizadas ao longo de seu comprimento ou largura, ao invés da espessura como é realizado habitualmente. Este novo conceito faz com que a pastilha piezoelétrica atue usando o seu modo de cisalhamento. Este conceito foi proposto inicialmente por Sun e Zhang [27] e estudos mostram que quando os atuadores piezoelétricos estão dispostos desta maneira, induzem momentos distribuídos, ao contrário de forças concentradas no contorno como os atuadores em extensão, ou seja, estariam menos sujeitos a problemas de delaminação e teriam um desempenho menos dependente do tamanho e posição. O mecanismo de atuação em cisalhamento também se mostra eficaz para atuadores com espessuras reduzidas e estru-

turas mais rígidas. Trabalhos anteriores indicam que atuadores em cisalhamento podem ser interessantes para o controle de vibrações em comparação aos atuadores em extensão [7, 25, 36].

1.2.2 Controle passivo de vibrações usando materiais piezoelétricos

Hagood e Flotow [16] apresentaram um metodologia para modelagem e análise de estruturas com pastilhas piezoelétricas conectadas a circuitos shunt. Foram estudados dois circuitos: o puramente resistivo e o resistivo-indutivo. Para o caso puramente resistivo, a rigidez equivalente do material apresenta uma parte imaginária e uma dependência com a frequência, dando origem a um amortecimento histerético similar aos materiais viscoelásticos, porém menos dependente da temperatura. No caso do circuito elétrico com resistência e indutância, observou-se a introdução de uma ressonância elétrica que pode ser otimizada e ajustada com uma das ressonâncias da estrutura para reduzir a amplitude de vibração na estrutura analogamente aos absorvedores dinâmicos de vibrações.

Lesieutre [21] apresentou diversos tipos de circuitos elétricos dissipativos que podem ser utilizados no controle passivo de vibrações, entre eles estão os resistivos, indutivos, capacitivos e chaveados (switch). As diferentes características de cada tipo de circuito foram apresentadas. Um circuito resistivo dissipa a energia oriunda da estrutura na resistência através do efeito Joule e é um circuito de grande interesse e simplicidade, porém com importante dependência na frequência. O circuito indutivo funciona analogamente a um absorvedor dinâmico, absorvendo a energia da estrutura e jogando-a para o circuito, e também é um circuito que depende da frequência e requer a confecção de indutores sintéticos, porém possui uma eficiência maior que o resistivo. O circuito ca-

pacitivo muda a rigidez do elemento piezoelétrico provendo melhorar o desempenho do circuito resistivo-indutivo. O circuito switched oferece a possibilidade do controle da transferência de energia para o circuito shunt.

Steffen, Rade e Inman [40] mostraram resultados interessantes para a redução da amplitude de vibração em vigas através da combinação de absorvedores dinâmicos de vibração mecânicas e shunts piezoelétricos ressonantes.

Thornburgh e Chattopadhyay [34] apresentaram uma modelagem considerando simultaneamente os graus de liberdade mecânicos e elétricos em estruturas compósitas possibilitando assim uma melhor compreensão dos fatores de amortecimento da estrutura devido ao tipo de controle incorporado, sensoriamento e consumo elétrico.

Viana e Steffen [41] estudaram o amortecimento passivo multimodal de estruturas, com circuitos em série e em paralelo com as cerâmicas piezoelétricas coladas à estrutura. Foi apresentado também um ajuste dos valores dos componentes do circuito, bem como as alternativas para conseguir uma indutância capaz de atingir os altos valores necessários, sendo que o caminho encontrado foi através de indutâncias sintéticas.

Benjeddou e Ranger [10] adaptaram a formulação por impedância proposta por Hagood e von Flotow [16], e a acoplaram a um modelo de elementos finitos, para o caso de cerâmicas piezoelétricas no modo de cisalhamento para controle passivo de vibrações e compararam seu desempenho com aquele do modo de extensão estudado em [16].

Trindade e Maio [38] mostraram que o modo de cisalhamento dos materiais piezoelétricos é mais interessante no controle passivo tipo shunt para altas frequências e pequenos deslocamentos na estrutura. Foi dada especial atenção à formulação do modelo, ao acoplamento entre as componentes mecânicas e elétricas do sistema, à quantificação

do amortecimento induzido e à otimização dos parâmetros geométricos, mecânicos e elétricos.

1.2.3 Controle ativo de vibrações usando materiais piezoelétricos

Bailey e Hubbard [3] apresentaram um trabalho pioneiro de controle ativo de vibrações usando atuadores piezoelétricos distribuídos em uma viga engastada-livre. Eles mostraram que se a velocidade angular na ponta da viga é conhecida pode-se controlar todos os modos de vibração simultaneamente através de um algoritmo de controle.

Crawley e de Luis [13] apresentaram modelagem analítica de atuadores piezoelétricos como elementos em estruturas inteligentes. Uma análise estática e dinâmica de modelos de estruturas com atuadores piezoelétricos segmentados foi considerada. Os modelos desenvolvidos têm a capacidade de prever a resposta da estrutura quando aplicada uma tensão elétrica sobre o material piezoelétrico. Uma análise para fornecer a posição onde os atuadores deveriam ser localizados para melhor atuação também foi apresentada.

Dosch, Inman e Garcia [14] desenvolveram um circuito para permitir que uma única cerâmica piezoelétrica possa servir como sensor e atuador simultaneamente em um sistema fechado para controle de vibrações. O caso de uma cerâmica piezoelétrica colada em uma viga foi considerado. Com uma lei de controle relativamente simples, eles conseguiram com que o primeiro modo fosse suprimido. Além disso, fazendo uma alteração na posição da cerâmica piezoelétrica conectada a estrutura, foi mostrado que é possível controlar dois modos de vibração simultaneamente.

Sirohi e Chopra [28] investigou o poder de amplificação que um circuito elétrico

indutivo pode produzir na atuação piezoelétrica. Este procedimento pode possibilitar a economia de energia e solucionar problemas de aplicação desta técnica situações nas quais o potencial elétrico é restrito. A limitação prática de valores de indutância foi considerada e introduziu-se um pseudo indutor conectado em paralelo com fontes de potência.

Trindade, Benjeddou e Ohayon [36] apresentaram uma análise de três algoritmos de controle para estruturas do tipo sanduíche: LQR (Linear Quadratic Regulator), LQG (Linear Quadratic Gaussian) e DVF (Direct Velocity Feedback). Uma análise paramétrica indicou que o controle LQR é mais efetivo que o controle DVF. A passagem do LQR ao LQG, necessária para implementação, mostrou que o atraso do observador é benéfico no caso de respostas transitórias de estruturas amortecidas.

Abreu, Ribeiro e Steffen [2] estudaram a implementação de um controle ótimo LQG em uma viga engastada-livre contendo um atuador e um sensor piezoelétrico, mostrando bons resultados para a redução da amplitude de vibração dos dois primeiros modos.

Trindade, Benjeddou e Ohayon [37] apresentaram uma análise paramétrica do controle ativo para vigas piezoelétricas em extensão e em cisalhamento. Uma lei de controle ótimo LQR foi usada para maximizar o amortecimento dos quatro primeiros modos naturais de vibração para vigas do tipo sanduíche e obtiveram como resultado para atuadores em cisalhamento podem ser mais efetivos que aqueles em extensão para determinadas características da estrutura.

Raja, Prathap e Sinha [25] utilizaram leis de controle baseadas em LQR e IMSC (Independent Modal Space Control) e estimaram o amortecimento ativo para atuadores cerâmicos piezoelétricos em extensão e em cisalhamento. O desempenho de cada tipo de atuador foi estudado através da resposta dinâmica no domínio modal. Foi observado que

atuadores em cisalhamento podem ser mais efetivos para o controle ativo que aqueles em extensão.

Trindade [36] mostrou que o controle ativo de vibrações de vigas sanduíche usando simultaneamente cerâmicas piezoelétricas em extensão e cisalhamento é um caso promissor visto que os efeitos de atuação mecânica dos dois modos são complementares.

1.2.4 Controle ativo-passivo de vibrações usando materiais piezoelétricos

O conceito de controle híbrido ativo-passivo, consiste em combinar as técnicas de controle passivas e ativas simultaneamente. Uma configuração ativo-passiva, a chamada APPN (Active-Passive Piezoelectric Network), proposta pelo grupo de K. W. Wang, integra ao material piezoelétrico um circuito com uma fonte de tensão, uma resistência e uma indutância.

Tsai e Wang [32] apresentaram métodos para analisar o desempenho do APPN. Mostrou-se que o circuito shunt não somente pode promover um controle passivo como também promove um aumento na autoridade de controle quando tunado corretamente. Os resultados mostram que a integração do APPN na estrutura é mais efetiva que os sistemas passivo e ativo separados.

Tang e Wang [29] analisaram a autoridade de controle para o casos de controle puramente passivo e puramente ativo comparando posteriormente com o controle híbrido APPN. A comparação foi feita de modo adimensional, considerando a importância do acoplamento do coeficiente de acoplamento eletromecânico. Um método para aumen-

tar o coeficiente de acoplamento eletromecânico foi proposto no qual uma capacitância negativa é introduzida ao circuito.

Tang, Liu e Wang [31] realizaram uma revisão sobre os avanços em controle híbrido e examinaram dois métodos utilizando este tipo de controle. Um método seria utilizar o controle ativo e passivo em materiais piezoelétricos simultaneamente e observar o amortecimento híbrido. O outro seria integrar o controle ativo piezoelétrico a um sistema passivo tradicional, usando materiais viscoelásticos.

Morgan e Wang [23] apresentaram uma alternativa semi-ativa aos absorvedores usando shunts piezoelétricos. Utilizando uma combinação de circuitos passivos e ações de controle ativo, o novo sistema apresentou a capacidade de adaptação a variações na frequência.

1.3 Objetivo

Esta dissertação tem por objetivos principais:

- Desenvolver um modelo de elementos finitos para vigas sanduíches com cerâmicas em extensão e/ou cisalhamento, utilizando cargas elétricas como graus de liberdades e uma equipotencialidade nos eletrodos das cerâmicas piezoelétricas, juntamente com o acoplamento das equações do circuito resistivo-indutivo na equação de movimento da estrutura.
- Propor uma metodologia para o projeto das resistências e indutâncias utilizadas nos circuitos elétricos, maximizando o controle passivo de vibrações, a amplificação da autoridade de controle ativo e do controle ativo-passivo de vibrações.

- Realizar uma análise de desempenho do controle ativo-passivo por meio de comparação das respostas em frequência para vigas engastadas-livres com cerâmicas piezoelétricas em extensão e cisalhamento.

1.4 Organização da dissertação

Um modelo em elementos finitos de vigas sanduíche piezoelétricas é apresentado no capítulo 2, usando como graus de liberdade os deslocamentos da viga e os deslocamentos elétricos de cada pastilha piezoelétrica. No capítulo 3, as pastilhas piezoelétricas são conectadas aos circuitos elétricos dando origem a equações de movimento acopladas para estrutura-pastilhas-circuitos. As respostas em frequência são derivadas e aplicadas para o projeto de componentes do circuito usando a teoria de absorvedores dinâmicos no capítulo 4. Neste mesmo capítulo, alguns resultados para o controle passivo de vibrações são apresentados. No capítulo 5, um algoritmo de controle ótimo é considerado para prover um controle ativo e ativo-passivo através da fonte de tensão considerada no circuito. Alguns resultados para o controle ativo e ativo-passivo são apresentados e comparados aqueles do controle passivo. Por fim, algumas conclusões e sugestões de trabalhos futuros são apresentadas no capítulo 6.

Capítulo 2

Modelo em elementos finitos de vigas sanduíche piezoelétricas

2.1 Introdução

Neste capítulo será apresentada a formulação teórica de um modelo de viga sanduíche piezoelétrica, usando a teoria clássica de vigas sanduíche (três camadas). As camadas externas da viga possuem polarização na direção da espessura, enquanto que a camada central possui polarização na direção longitudinal. Para as camadas superiores usa-se as hipóteses de Bernoulli-Euler enquanto que, para a camada central, usa-se as hipóteses de Timoshenko. Considera-se também as hipóteses de tensões planas. O acoplamento da estrutura mecânica com a parte elétrica constituída por um circuito elétrico é levado em conta. Eletrodos cobrem totalmente a superfícies superior e inferior das camadas piezoelétricas. Por simplicidade, supõe-se que todas as camadas são compostas por materiais piezoelétricos ortotrópicos e perfeitamente coladas.

2.1.1 Deslocamentos e deformações

Os deslocamentos das três camadas podem ser escritos da seguinte forma

$$\begin{aligned}\bar{u}_i(x, y, z) &= u_i(x) + (z - z_i)\beta_i(x) ; \quad i = 1, 2, 3 \\ \bar{v}_i(x, y, z) &= 0 \\ \bar{w}_i(x, y, z) &= w(x)\end{aligned}\tag{2.1}$$

sendo que u_i é o deslocamento axial do plano médio da i -ésima camada, w é o deslocamento transversal (deflexão) e β_i é o ângulo de rotação da seção transversal. z_i é a posição do plano médio da i -ésima camada na direção z .

Para as camadas superior ($i=1$) e inferior ($i=3$), considerando as hipóteses de considerando Bernoulli-Euler, temos que $\beta_1 = \beta_3 = -w'$, onde w' é a derivada parcial $\partial w / \partial x$. Usando a continuidade de deslocamento entre as camadas, ou seja as camadas estão perfeitamente coladas, podemos escrever os deslocamentos da camada central somente em função dos deslocamentos das camadas externas, u_1 , u_3 e w , tal que

$$u_1 + \frac{h_1}{2}w' = u_2 + \frac{h_2}{2}\beta_2\tag{2.2}$$

e

$$u_2 - \frac{h_1}{2}\beta_2 = u_3 - \frac{h_3}{2}w'\tag{2.3}$$

Assim podemos escrever u_2 e β_2 como

$$u_2 = \frac{u_1 + u_3}{2} + \frac{h_d}{4}w'\tag{2.4}$$

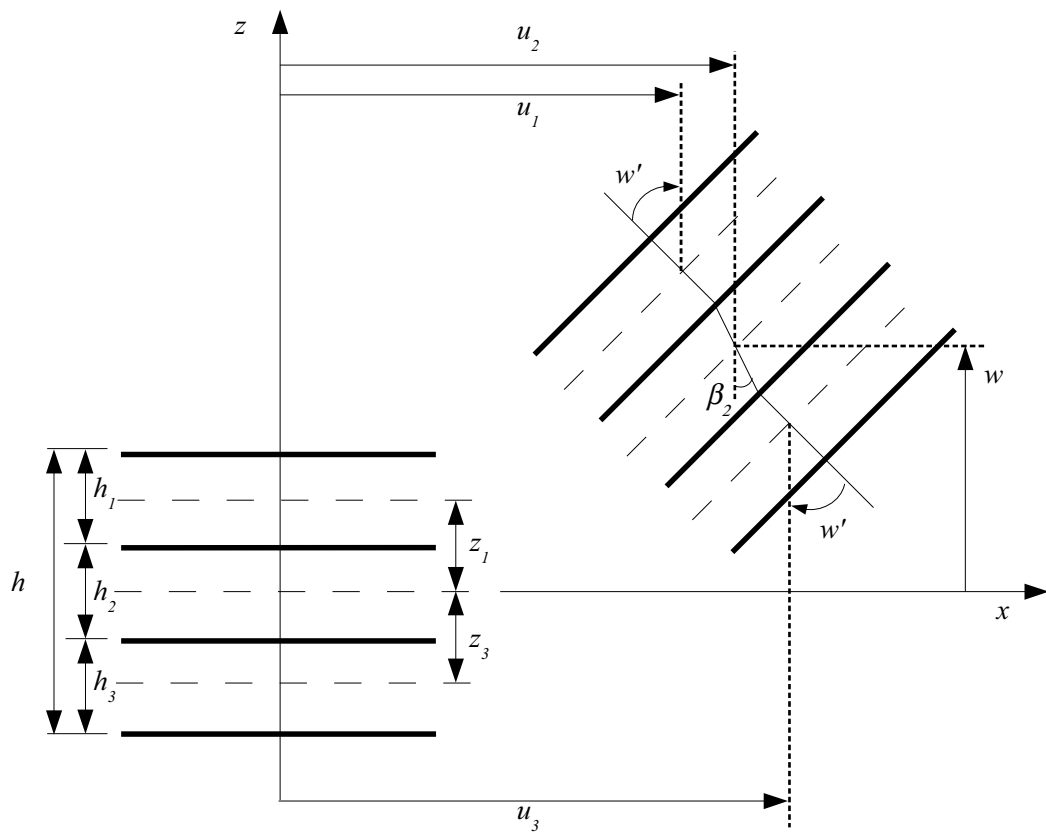


Figura 2.1: Deslocamentos de uma viga sanduíche considerando as hipóteses de Bernoulli-Euler para as camadas superior e inferior e Timoshenko para a camada central

e

$$\beta_2 = \frac{u_1 - u_3}{h_2} + \frac{h_m}{h_2} w' \quad (2.5)$$

onde h_m e h_d são, respectivamente, a média aritmética e a diferença das espessuras das camadas superior e inferior, h_1 e h_3 ,

$$h_m = \frac{h_1 + h_3}{2} \quad (2.6)$$

e

$$h_d = h_1 - h_3 \quad (2.7)$$

As relações usuais para as deformações em cada camada são dadas por

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1i} &= \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x} = \varepsilon_i^m + (z - z_i) \varepsilon_i^f \\ \varepsilon_{2i} &= \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial y} = 0 \\ \varepsilon_{3i} &= \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial z} = 0 \\ \varepsilon_{4i} &= \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial y} = 0 \\ \varepsilon_{5i} &= \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial x} = \varepsilon_i^c \\ \varepsilon_{6i} &= \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

As deformações de membrana, flexão e cisalhamento, ε_i^m , ε_i^f e ε_i^c , respectivamente, podem ser escritas como

$$\varepsilon_k^m = u'_k ; \varepsilon_k^f = -w'' ; \varepsilon_k^c = 0 \quad (2.9)$$

para as camadas superior ($k=1$) e inferior ($k=3$) e

$$\varepsilon_2^m = \frac{u'_1 + u'_3}{2} + \frac{h_d}{4} w'' ; \varepsilon_2^f = \frac{u'_1 - u'_3}{h_2} + \frac{h_m}{h_2} w'' ; \varepsilon_2^c = \frac{u_1 - u_3}{h_2} + \left(\frac{h_m}{h_2} + 1 \right) w' \quad (2.10)$$

para a camada central.

2.1.2 Equações constitutivas para materiais piezoelétricos

Como apresentado anteriormente, materiais piezoelétricos têm um comportamento característico de acoplamento de tensões e deformações com campo e deslocamento elétrico. As equações constitutivas lineares que regem este comportamento podem ser dadas por [19, 20]

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^D & -\mathbf{h}^t \\ -\mathbf{h} & \boldsymbol{\beta}^\varepsilon \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

na qual \mathbf{E} e \mathbf{D} são os vetores de campo e deslocamento elétrico e $\boldsymbol{\sigma}$ e $\boldsymbol{\varepsilon}$ são os vetores de tensão e deformação. Materiais piezoelétricos ortotrópicos com simetria axial paralela aos eixos principais da viga são considerados, para os quais c_{ij}^D , h_{lj} e β_l^ε ($i, j = 1, \dots, 6; l = 1, 2, 3$) denotam as matrizes de constantes elásticas (para deslocamentos elétricos constantes), piezoelétricas e dielétricas (para deformação constante), respectivamente. Para ambos os modos de extensão e cisalhamento das camadas que compõe a estrutura, somente o deslocamento elétrico transversal é considerado ($D_1 = D_2 = 0$) desde que as camadas da estrutura tenham eletrodos em suas faces a fim de garantir uma homogeneidade no deslocamento elétrico bem como no campo elétrico gerado pela deformação da estrutura. Como a camada central será considerada polarizada longitudinalmente en-

quanto que as camadas superior e inferior serão consideradas polarizadas na direção da espessura, um tratamento diferenciado lhes será dado. As equações constitutivas tridimensionais (2.11) são reduzidas usando-se as hipóteses de deslocamento elétrico unidirecional ($D_1 = D_2 = 0$), tensões planas ($\sigma_3 = 0$) e desconsiderando os campos que não contribuem para a energia do sistema.

Assim as equações constitutivas reduzidas são dadas por

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{1k} \\ E_{3k} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{11}^{Dk} & -\bar{h}_{31}^k \\ -\bar{h}_{31}^k & \bar{\beta}_{33}^{\varepsilon k} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{1k} \\ D_{3k} \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

para as camadas superior e inferior, e

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{12} \\ \sigma_{52} \\ E_{32} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{33}^{D2} & 0 & 0 \\ 0 & c_{55}^{D2} & -h_{15}^2 \\ 0 & -h_{15}^2 & \beta_{11}^{\varepsilon 2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{52} \\ D_{32} \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

para a camada central. Algumas constantes materiais são modificadas pela hipótese de tensões planas ($\sigma_3 = 0$), tal que

$$\begin{aligned} \bar{c}_{11}^{Dk} &= c_{11}^{Dk} - c_{13}^{Dk} \frac{c_{13}^{Dk}}{c_{33}^{Dk}} \\ \bar{h}_{31}^k &= h_{31}^k - h_{33}^k \frac{c_{13}^{Dk}}{c_{33}^{Dk}} \\ \bar{\beta}_{33}^{\varepsilon k} &= \beta_{33}^{\varepsilon k} + \frac{h_{33}^k{}^2}{c_{33}^{Dk}} \\ \bar{c}_{33}^{D2} &= c_{33}^{D2} - c_{13}^{D2} \frac{c_{13}^{D2}}{c_{11}^{D2}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.1.3 Formulação pelo princípio dos trabalhos virtuais

As equações de movimentos podem ser escritas usando o princípio dos trabalhos virtuais estendido para cerâmicas piezoelétricas

$$\delta W^c + \delta W^{in} + \delta W^{ex} = 0 \quad (2.15)$$

onde δW^c , δW^{in} e δW^{ex} são os trabalhos virtuais realizados pelas forças de inércia, internas e externas, respectivamente. Cada um destes trabalhos é composto de contribuições das três camadas piezoelétricas que compõe a estrutura e serão detalhadas nos próximos seções.

Trabalho virtual realizado pelas forças de inércia

O trabalho virtual realizado pelas forças de inércia para a i -ésima camada da viga sanduíche pode ser escrito como

$$\delta W_i^c = - \int_{V_i} (\delta \bar{u}_i \rho_i \ddot{u}_i + \delta \bar{w}_i \rho_i \ddot{w}_i) dV_i \quad (2.16)$$

onde ρ_i é a densidade do material utilizado na i -ésima camada, os pontos denotam a derivação no tempo e V_i é o volume da camada. Usando os campos de deslocamento definidos por (2.1), esta expressão pode ser reescrita como

$$\delta W_i^c = - \int_{V_i} [\rho_i (\delta u_i \ddot{u}_i + \delta w_i \ddot{w}_i) + \rho_i (z - z_i) (\delta u_i \ddot{\beta}_i + \delta \beta_i \ddot{u}_i) + \rho_i (z - z_i)^2 \delta \beta_i \ddot{\beta}_i] dV_i \quad (2.17)$$

Supondo que todas as camadas são simétricas com relação às suas linhas neutras, $z = z_i$, a integração na área da seção transversal resulta em

$$\delta W_i^c = - \int_0^L [\rho_i A_i (\delta u_i \ddot{u}_i + \delta w \ddot{w}) + \rho_i I_i \delta \beta_i \ddot{\beta}_i] dx \quad (2.18)$$

sendo que A_i e I_i são a área e o segundo momento de área da seção transversal da i -ésima camada e L é o seu comprimento na direção longitudinal (x).

Trabalho virtual realizado pelas forças internas eletromecânicas

Para obter o trabalho virtual realizado pelas forças internas eletromecânicas, pode-se considerar a energia potencial (energia livre de Helmholtz) em uma camada piezoelétrica

$$H(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{D}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}^t \mathbf{c}^D \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^t \mathbf{h} \mathbf{D} + \frac{1}{2} \mathbf{D}^t \boldsymbol{\beta}^\varepsilon \mathbf{D} \quad (2.19)$$

escrita em termos de $\boldsymbol{\varepsilon}$ e \mathbf{D} , que são o vetor de deformações e o vetor de deslocamentos elétricos. \mathbf{c}^D , \mathbf{h} e $\boldsymbol{\beta}^\varepsilon$ são as matrizes de constantes elásticas, piezoelétricas e dielétricas.

O trabalho virtual realizado pelas forças internas (δW^{in}) pode ser escrito como sendo o negativo da variação virtual da energia potencial H , que é composto de contribuições mecânica δH_m , eletromecânica (oriunda do efeito piezoelétrico) δH_{me} , e dielétrica δH_e , tal que $\delta W^{in} = -\delta H = -(\delta H_m + \delta H_{me} + \delta H_e)$. Como citado anteriormente, um tratamento separado das camadas externas e central é necessário devido à diferente polarização do material que compõe estas camadas. Desta forma podemos escrever para as camadas externas,

$$\delta H_{mk} = \int_V \delta \varepsilon_{1k} \bar{c}_{11}^{Dk} \varepsilon_{1k} dV_k; \quad k = 1,3 \quad (2.20)$$

Usando as expressões para as deformações (2.8), tem-se que

$$\delta H_{mk} = \int_{V_k} \left[\delta \varepsilon_k^m \bar{c}_{11}^{Dk} \varepsilon_k^m + (z - z_k) (\delta \varepsilon_k^m \bar{c}_{11}^{Dk} \varepsilon_k^f + \delta \varepsilon_k^f \bar{c}_{11}^{Dk} \varepsilon_k^m) + (z - z_k)^2 \delta \varepsilon_k^f \bar{c}_{11}^{Dk} \varepsilon_k^f \right] dV_k \quad (2.21)$$

supondo novamente simetria nas camadas e integrando na seção transversal, pode-se reduzir para

$$\delta H_{mk} = \int_0^L \left(\delta \varepsilon_k^m \bar{c}_{11}^{Dk} A_k \varepsilon_k^m + \delta \varepsilon_k^f \bar{c}_{11}^{Dk} I_k \varepsilon_k^f \right) dx \quad (2.22)$$

Para a camada central, a energia de deformação para o cisalhamento também deve ser levada em consideração para o cálculo do trabalho virtual das forças internas, então

$$\delta H_{m2} = \int_{V_2} \left(\delta \varepsilon_{12} \bar{c}_{33}^{D2} \varepsilon_{12} + \delta \varepsilon_{52} c_{55}^{D2} \varepsilon_{52} \right) dV_2 \quad (2.23)$$

Usando a expressão para deformações normal e de cisalhamento para a camada central (2.8), supondo simetria na camada central e integrando na seção transversal, tem-se

$$\delta H_{m2} = \int_0^L \left(\delta \varepsilon_2^m \bar{c}_{33}^{D2} A_2 \varepsilon_2^m + \delta \varepsilon_2^f \bar{c}_{33}^{D2} I_2 \varepsilon_2^f + \delta \varepsilon_2^c k_2 c_{55}^{D2} A_2 \varepsilon_2^c \right) dx \quad (2.24)$$

onde k_2 é o fator de correção de cisalhamento.

As contribuições eletromecânicas (ou piezoelétricas) para o trabalho virtual das forças internas para as camadas externas pode ser escrita como,

$$\delta H_{mek} = - \int_{V_k} \left(\delta \varepsilon_{1k} \bar{h}_{31}^k D_{3k} + \delta D_{3k} \bar{h}_{31}^k \varepsilon_{1k} \right) dV_k \quad (2.25)$$

e para a camada central,

$$\delta H_{me2} = - \int_{V_2} (\delta \varepsilon_{52} h_{15} D_{32} + \delta D_{32} h_{15} \varepsilon_{52}) dV_2 \quad (2.26)$$

O efeito piezoelétrico acopla o deslocamento elétrico transversal D_{3k} com a deformação normal ε_{1k} , para as camadas externas, e com a deformação de cisalhamento ε_{52} , para a camada central. Supondo as camadas simétricas e integrando na seção transversal, pode-se escrever

$$\delta H_{mek} = - \int_0^L (\delta \varepsilon_k^m \bar{h}_{31}^k A_k D_{3k} + \delta D_{3k} \bar{h}_{31}^k A_k \varepsilon_k^m) dx \quad (2.27)$$

$$\delta H_{me2} = - \int_0^L (\delta \varepsilon_2^c h_{15} A_2 D_{32} + \delta D_{32} h_{15} A_2 \varepsilon_2^c) dx \quad (2.28)$$

A contribuição dielétrica para o trabalho virtual das forças internas pode ser escrita como

$$\delta H_{ek} = \int_{V_k} (\delta D_{3k} \bar{\beta}_{33}^{\varepsilon k} D_{3k}) dV_k \quad (2.29)$$

e

$$\delta H_{e2} = \int_{V_2} (\delta D_{32} \beta_{11}^{\varepsilon 2} D_{32}) dV_2 \quad (2.30)$$

analogamente, fazendo a integração na seção transversal, tem-se

$$\delta H_{ek} = \int_0^L (\delta D_{3k} \bar{\beta}_{33}^{\varepsilon k} A_k D_{3k}) dx \quad (2.31)$$

e

$$\delta H_{e2} = \int_0^L (\delta D_{32} \beta_{11}^{\varepsilon 2} A_2 D_{32}) dx \quad (2.32)$$

Trabalho virtual realizado pelas forças mecânicas externas

Supõe-se que cada camada da viga sanduíche tenha simetria axial e transversal com as forças externas aplicadas em cada uma das linhas neutras. O trabalho virtual destas forças pode ser escrito como

$$\delta W_i^{ex} = \int_{V_i} (\delta u_i f_{xi} + \delta w f_{yi}) dV_i \quad (2.33)$$

Integrando o trabalho virtual na seção transversal teremos

$$\delta W_i^{ex} = \int_0^L (\delta u_i f_{xi} A_i + \delta w f_{yi} A_i) dx \quad (2.34)$$

2.2 Formulação em elementos finitos

Usando as expressões dos trabalhos virtuais apresentadas previamente, um modelo de elementos finitos para uma viga sanduíche piezoelétrica é desenvolvido. Funções Lagrangianas lineares são consideradas para os deslocamentos axiais, u_1 e u_3 , e deslocamentos elétricos em cada camada, D_{31} , D_{32} e D_{33} . Para as deflexões transversais w , funções Hermitianas cúbicas são consideradas. Desta forma, um elemento finito com dois nós por elemento e sete graus de liberdade por nó pode ser obtido, conforme mostrado na Figura 2.2.

2.2.1 Discretização de deslocamentos e deformações

Os graus de liberdade mecânicos são agrupados em um vetor \mathbf{u}_n tal que

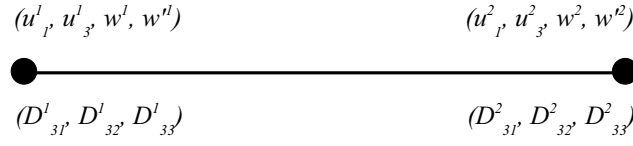


Figura 2.2: Graus de liberdade considerados para a formulação de elementos finitos

$$\mathbf{u}_n = \left[u_1^1 \quad u_3^1 \quad w^1 \quad w'^1 \quad u_1^2 \quad u_3^2 \quad w^2 \quad w'^2 \right]^t \quad (2.35)$$

Os deslocamentos axiais de cada camada podem ser escritos em termos dos graus de liberdade elementares, então como

$$u_i = \mathbf{N}_{xi} \mathbf{u}_n \quad (2.36)$$

sendo

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{x1} &= \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{N}_{x2} &= \begin{bmatrix} \frac{N_1}{2} & \frac{N_1}{2} & \frac{h_d}{4} N'_3 & \frac{h_d}{4} N'_4 & \frac{N_2}{2} & \frac{N_2}{2} & \frac{h_d}{4} N'_5 & \frac{h_d}{4} N'_6 \end{bmatrix} \\ \mathbf{N}_{x3} &= \begin{bmatrix} 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.37)$$

O deslocamento transversal w pode ser escrito como

$$w = \mathbf{N}_z \mathbf{u}_n \quad (2.38)$$

sendo

$$\mathbf{N}_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & N_3 & N_4 & 0 & 0 & N_5 & N_6 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

As rotações das seções transversais β_i são escritas como

$$\beta_i = \mathbf{N}_{ri} \mathbf{u}_n \quad (2.40)$$

sendo

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_{r1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -N'_3 & -N'_4 & 0 & 0 & -N'_5 & -N'_6 \end{bmatrix} \\ \mathbf{N}_{r2} &= \begin{bmatrix} \frac{N_1}{h_2} & \frac{-N_1}{h_2} & \frac{h_m N'_3}{h_2} & \frac{h_m N'_4}{h_2} & \frac{N_2}{h_2} & \frac{-N_2}{h_2} & \frac{h_m N'_5}{h_2} & \frac{h_m N'_6}{h_2} \end{bmatrix} \\ \mathbf{N}_{r3} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -N'_3 & -N'_4 & 0 & 0 & -N'_5 & N'_6 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.41)$$

e as funções de forma $N_j (j = 1, \dots, 6)$ são escritas como

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \frac{x}{L} \\ N_2 &= \frac{x}{L} \\ N_3 &= 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \\ N_4 &= x \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \\ N_5 &= \frac{x^2}{L^2} \left(3 - \frac{2x}{L}\right) \\ N_6 &= \frac{x^2}{L} \left(\frac{x}{L} - 1\right) \end{aligned} \quad (2.42)$$

De acordo com as expressões (2.9) e (2.10), as deformações generalizadas, ε_i^m , ε_i^f , e ε_i^c , podem ser escritas em termos dos graus de liberdade elementares por

$$\varepsilon_i^m = \mathbf{B}_{mi} \mathbf{u}_n ; \varepsilon_i^f = \mathbf{B}_{fi} \mathbf{u}_n ; \varepsilon_i^c = \mathbf{B}_{c2} \mathbf{u}_n \quad (2.43)$$

Os operadores de deformação de membrana, flexão e cisalhamento \mathbf{B}_{mi} , \mathbf{B}_{fi} e \mathbf{B}_{c2} são definidos como

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_{m1} &= \begin{bmatrix} N'_1 & 0 & 0 & 0 & N'_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_{m2} &= \begin{bmatrix} \frac{N'_1}{2} & \frac{N'_1}{2} & \frac{h_d N''_3}{4} & \frac{h_d N''_4}{4} & \frac{N'_2}{2} & \frac{N'_2}{2} & \frac{h_d N''_5}{4} & \frac{h_d N''_6}{4} \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_{m3} &= \begin{bmatrix} 0 & N'_1 & 0 & 0 & 0 & N'_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.44}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_{f1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -N''_3 & -N''_4 & 0 & 0 & -N''_5 & -N''_6 \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_{f2} &= \begin{bmatrix} \frac{N'_1}{h_2} & \frac{-N'_1}{h_2} & \frac{h_m N''_3}{h_2} & \frac{h_m N''_4}{h_2} & \frac{N'_2}{h_2} & \frac{-N'_2}{h_2} & \frac{h_m N''_5}{h_2} & \frac{h_m N''_6}{h_2} \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_{f3} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -N''_3 & -N''_4 & 0 & 0 & -N''_5 & -N''_6 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.45}$$

$$\mathbf{B}_{c2} = \begin{bmatrix} \frac{N_1}{h_2} & \frac{-N_1}{h_2} & \frac{h_m+h_2}{h_2} N'_3 & \frac{h_m+h_2}{h_2} N'_4 & \frac{N_2}{h_2} & \frac{-N_2}{h_2} & \frac{h_m+h_2}{h_2} N'_5 & \frac{h_m+h_2}{h_2} N'_6 \end{bmatrix} \tag{2.46}$$

2.2.2 Discretização dos deslocamentos elétricos

Os graus de liberdade elétricos são agrupados em um vetor coluna \mathbf{D}_n definido como

$$\mathbf{D}_n = \begin{bmatrix} D_{31}^1 & D_{32}^1 & D_{33}^1 & D_{31}^2 & D_{32}^2 & D_{33}^2 \end{bmatrix}^t \tag{2.47}$$

Então o deslocamento elétrico nas camadas piezoelétricas pode ser escrito em termos dos graus de liberdade elétricas elementares, como sendo

$$D_{3i} = \mathbf{N}_{Di} \mathbf{D}_n \tag{2.48}$$

sendo,

$$\begin{aligned}
\mathbf{N}_{D1} &= \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{N}_{D2} &= \begin{bmatrix} 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{N}_{D3} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.49}$$

2.2.3 Discretização das expressões de trabalho virtual

Através das equações, (2.18) e (2.36), (2.38) e (2.40), podemos reescrever a expressão do trabalho virtual das forças de inércia como sendo

$$\delta W_i^c = -\delta \mathbf{u}_n^t \mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{u}}_n \tag{2.50}$$

onde \mathbf{M}_i é a matriz de massa da i -ésima camada, definida como sendo,

$$\mathbf{M}_i = \int_0^L [\rho_i A_i (\mathbf{N}_{xi}^t \mathbf{N}_{xi} + \mathbf{N}_{zi}^t \mathbf{N}_{zi}) + \rho_i I_i \mathbf{N}_{ri}^t \mathbf{N}_{ri}] dx \tag{2.51}$$

onde os vetores de interpolação \mathbf{N}_{xi} , \mathbf{N}_{zi} e \mathbf{N}_{ri} , foram definidos na seção anterior. A contribuição da energia potencial mecânica para o trabalho virtual das forças eletromecânicas pode ser discretizada através de (2.22) e (2.43), para as camadas superior e inferior, e (2.24) e (2.43), para a camada central. Assim,

$$\delta H_{mi} = \delta \mathbf{u}_n^t \mathbf{K}_{mi} \mathbf{u}_n \tag{2.52}$$

sendo \mathbf{K}_{mi} a matriz de rigidez mecânica da i -ésima camada escrita como, para as camadas superior e inferior,

$$\mathbf{K}_{mk} = \int_0^L \left(\mathbf{B}_{mk}^t \bar{c}_{11}^{Dk} A_k \mathbf{B}_{mk} + \mathbf{B}_{fk}^t \bar{c}_{11}^{Dk} I_k \mathbf{B}_{fk} \right) dx \quad (2.53)$$

e, para a camada central,

$$\mathbf{K}_{m2} = \int_0^L \left(\mathbf{B}_{m2}^t \bar{c}_{33}^{D2} A_2 \mathbf{B}_{m2} + \mathbf{B}_{f2}^t \bar{c}_{33}^{D2} I_2 \mathbf{B}_{f2} + \mathbf{B}_{c2}^t k_2 c_{55}^{D2} A_2 \mathbf{B}_{c2} \right) dx \quad (2.54)$$

Através da equação (2.27), para as camadas externas, e da equação (2.28), para a camada central, e as expressões discretizadas para as deformações (2.43) e deslocamentos elétricos (2.48), as contribuições piezoelétricas para o trabalho virtual das forças eletromecânicas internas são reescritas por,

$$\delta H_{mei} = -\delta \mathbf{u}_n^t \mathbf{K}_{mei} \mathbf{D}_n - \delta \mathbf{D}_n^t \mathbf{K}_{mei}^t \mathbf{u}_n \quad (2.55)$$

onde \mathbf{K}_{mei} é a matriz de rigidez eletromecânica (piezoelétrica) da i -ésima camada definida como sendo, para as camadas externas

$$\mathbf{K}_{mek} = \int_0^L \left(\mathbf{B}_{mk}^t \bar{h}_{31}^k A_k \mathbf{N}_{Dk} \right) dx \quad (2.56)$$

e, para a camada central,

$$\mathbf{K}_{me2} = \int_0^L \left(\mathbf{B}_{c2}^t h_{15} A_2 \mathbf{N}_{D2} \right) dx \quad (2.57)$$

As contribuições dielétricas para o trabalho virtual das forças internas podem ser descritas através das equações (2.31) e (2.48), dando origem a

$$\delta H_{ei} = \delta \mathbf{D}_n^t \mathbf{K}_{ei} \mathbf{D}_n \quad (2.58)$$

onde \mathbf{K}_{ei} é a matriz de rigidez dielétrica, que pode ser descrita como sendo, para as camadas externas,

$$\mathbf{K}_{ek} = \int_0^L \left(\mathbf{N}_{Dk}^t \bar{\beta}_{33}^{\varepsilon k} A_k \mathbf{N}_{Dk} \right) dx \quad (2.59)$$

e para a camada central,

$$\mathbf{K}_{e2} = \int_0^L \left(\mathbf{N}_{D2}^t \beta_{11}^{\varepsilon 2} A_2 \mathbf{N}_{D2} \right) dx \quad (2.60)$$

O trabalho virtual realizado pelas forças mecânicas externas, também pode ser discretizado substituindo as equações (2.36) e (2.38) na equação (2.34), tal que

$$\delta W_i^{ex} = \delta \mathbf{u}_n^t \mathbf{F}_i \quad (2.61)$$

onde \mathbf{F}_i é o vetor das forças externas aplicadas à i -ésima camada,

$$\mathbf{F}_i = \int_0^L \left(\mathbf{N}_{xi}^t f_{xi} A_i + \mathbf{N}_{zi}^t f_{yi} A_i \right) dx \quad (2.62)$$

2.3 Equações de movimento

Com os trabalhos virtuais discretizados, pode-se agora substituí-los no princípio dos trabalhos virtuais (2.15) e obter as equações de movimento da viga sanduíche, a nível elementar. Assim,

$$\delta \mathbf{u}_n^t \left(\mathbf{M}^e \ddot{\mathbf{u}}_n + \mathbf{K}_m^e \mathbf{u}_n - \mathbf{K}_{me}^e \mathbf{D}_n - \mathbf{F}^e \right) + \delta \mathbf{D}_n^t \left(-\mathbf{K}_{me}^{e t} \mathbf{u}_n + \mathbf{K}_e^e \mathbf{D}_n \right) = 0 \quad (2.63)$$

onde as matrizes elementares de massa e rigidez e o vetor das forças mecânicas são dados por,

$$\mathbf{M}^e = \sum_{i=1}^3 \mathbf{M}_i ; \mathbf{K}_m^e = \sum_{i=1}^3 \mathbf{K}_{mi} ; \mathbf{K}_{me}^e = \sum_{i=1}^3 \mathbf{K}_{mei} ; \mathbf{K}_e^e = \sum_{i=1}^3 \mathbf{K}_{ei} ; \mathbf{F}^e = \sum_{i=1}^3 \mathbf{F}_i \quad (2.64)$$

ou seja, uma soma das contribuições de cada camada. Assim, as equações de movimento podem ser escritas como,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_n \\ \ddot{\mathbf{D}}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m^e & -\mathbf{K}_{me}^e \\ -\mathbf{K}_{me}^{e\ t} & \mathbf{K}_e^e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_n \\ \mathbf{D}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}^e \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.65)$$

Como temos vários elementos finitos em uma estrutura, podemos reunir todos os elementos e escrever a equação de movimento global como sendo,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{D}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m & -\mathbf{K}_{me} \\ -\mathbf{K}_{me}^t & \mathbf{K}_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.66)$$

onde \mathbf{u} e \mathbf{D} são os graus de liberdade mecânicos e elétricos globais. Levando em consideração os eletrodos que recobrem as superfícies superior e inferior das camadas, os deslocamentos elétricos nodais, na região do eletrodo, devem ser iguais. Isto pode ser feito pela seguinte equação,

$$\mathbf{D} = \mathbf{L}_p \mathbf{D}_p \quad (2.67)$$

onde \mathbf{L}_p representa uma matriz binária e \mathbf{D}_p é o vetor dos deslocamentos elétricos em cada uma das pastilhas piezoelétricas conectadas por um mesmo eletrodo

$$\mathbf{D}_p = \begin{bmatrix} D_{p1} & D_{p2} & \cdots & D_{pn} \end{bmatrix}^t \quad (2.68)$$

Substituindo a equação (2.67) na equação (2.66), pode-se reescrever as equações de movimento como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{D}}_p \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m & -\bar{\mathbf{K}}_{me} \\ -\bar{\mathbf{K}}_{me}^t & \bar{\mathbf{K}}_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{D}_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.69)$$

sendo que as matrizes de rigidez piezoelétricas e dielétricas são modificadas para levar em conta o efeito do eletrodo, tal que

$$\bar{\mathbf{K}}_{me} = \mathbf{K}_{me} \mathbf{L}_p ; \bar{\mathbf{K}}_e = \mathbf{L}_p^t \mathbf{K}_e \mathbf{L}_p \quad (2.70)$$

Capítulo 3

Acoplamento dos circuitos elétricos nas estruturas piezoelétricas

3.1 Introdução

Até agora foram considerados somente os efeitos elétricos devido às propriedades piezoelétricas do material, porém é interessante analisar o acoplamento da estrutura com os circuitos elétricos que estejam conectados às pastilhas piezoelétricas. Os circuitos elétricos devem ser representados em função de carga elétrica, pois será este o vínculo com a carga elétrica gerada nas camadas piezoelétricas. Neste trabalho, serão considerados apenas circuitos RLV em série, conforme a Figura 3.1.

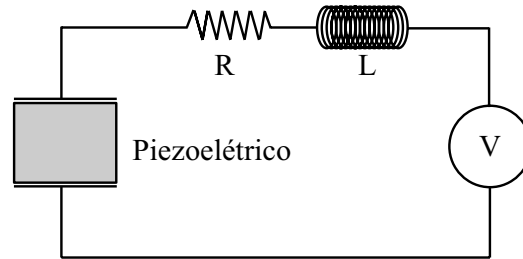


Figura 3.1: Configuração de um circuito elétrico com resistência (R), indutor (L), fonte de tensão (V) e elemento piezoelétrico

3.2 Relação entre cargas elétricas nos circuitos e nos elementos piezoelétricos

Para se levar em conta a conexão com os circuitos elétricos, é proposto que as cargas elétricas que entram em um circuito elétrico sejam iguais às cargas elétricas geradas nos eletrodos de uma camada piezoelétrica e vice-versa. Esta relação pode ser escrita como,

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{L}_q \mathbf{q}_p \quad (3.1)$$

onde \mathbf{L}_q é uma matriz binária. Esta matriz binária é a responsável por especificar se o circuito está ou não conectado à estrutura e a que eletrodo, mais especificamente. Devido a equipotencialidade nos eletrodos que revestem as superfícies de cada camada piezoelétrica, o deslocamento elétrico que surgirá ao longo do eletrodo será constante e, portanto, as cargas elétricas para cada elemento piezoelétrico são obtidas multiplicando-se o deslocamento elétrico pela área do eletrodo que reveste este elemento. Assim, definindo-se uma matriz diagonal \mathbf{A}_q cujos elementos representam a área do eletrodo de cada elemento piezoelétrico. Então, o vetor de cargas elétricas em cada eletrodo pode

ser escrito como

$$\mathbf{q}_p = \mathbf{A}_q \mathbf{D}_p \quad (3.2)$$

Conseqüentemente, a entrada das cargas elétricas nos n circuitos possíveis, podem ser escritas em termos do deslocamento elétrico do elemento piezoelétrico como

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{B}_q \mathbf{D}_p ; \quad \mathbf{B}_q = \mathbf{L}_q \mathbf{A}_q \quad (3.3)$$

3.3 Equações de movimento para o sistema acoplado

Para acoplar a dinâmica da estrutura piezoelétrica com aquela dos circuitos elétricos conectados a ela, primeiramente encontra-se os trabalhos virtuais realizados pelos elementos do circuito e, em seguida, estes são inseridos no princípio dos trabalhos virtuais.

3.3.1 Trabalho virtual realizado pelos componentes dos circuitos elétricos

O trabalho virtual realizado pelos componentes dos circuitos elétricos pode ser escrito em função de cada um dos seus componentes separadamente, pois cada componente do circuito corresponde a um trabalho virtual. Então tem-se o trabalho virtual realizado pelas indutâncias, $\delta W_{c_j}^c$, resistências, $\delta W_{r_j}^{ex}$, e fontes de tensão, $\delta W_{\varphi_j}^{ex}$, do j -ésimo circuito elétrico,

$$\delta W_{c_j}^c = -\delta q_{c_j} L_{c_j} \dot{q}_{c_j} ; \quad \delta W_{r_j}^{ex} = -\delta q_{c_j} R_{c_j} \dot{q}_{c_j} ; \quad \delta W_{\varphi_j}^{ex} = \delta q_{c_j} \varphi_{c_j} \quad (3.4)$$

onde L_{cj} , R_{cj} e φ_{cj} são respectivamente a indutância, a resistência e a tensão elétrica aplicada no j -ésimo circuito elétrico. q_{cj} é a carga elétrica total do j -ésimo circuito elétrico. Usando uma forma matricial, pode-se reescrever (3.4) como

$$\begin{aligned}\delta W_{cj}^c &= \sum_{j=1}^n \delta W_{cj}^c = -\delta \mathbf{q}_c^t \mathbf{L}_c \ddot{\mathbf{q}}_c \\ \delta W_{rj}^{ex} &= \sum_{j=1}^n \delta W_{rj}^{ex} = -\delta \mathbf{q}_c \mathbf{R}_c \dot{\mathbf{q}}_c \\ \delta W_{\varphi j}^{ex} &= \sum_{j=1}^n \delta W_{\varphi j}^{ex} = \delta \mathbf{q}_c \boldsymbol{\varphi}_c\end{aligned}\quad (3.5)$$

sendo \mathbf{q}_c um vetor contendo as cargas elétricas em cada circuito, \mathbf{L}_c e \mathbf{R}_c matrizes diagonais contendo as indutâncias e resistências de cada circuito e $\boldsymbol{\varphi}_c$ um vetor contendo as tensões elétricas aplicadas a cada circuito.

3.3.2 Equações de movimento acopladas

Aos trabalhos virtuais considerados na equação (2.15), soma-se agora os trabalhos virtuais realizados pelos elementos dos circuitos elétricos considerados. Tem-se então

$$\delta W^c + \delta W^{in} + \delta W^{ex} + \delta W_c^c + \delta W_r^{ex} + \delta W_\varphi^{ex} = 0 \quad (3.6)$$

Usando a forma variacional da equação (2.69), tem-se então

$$\begin{aligned}\delta \mathbf{u}^t (\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_m \mathbf{u} - \bar{\mathbf{K}}_{me} \mathbf{D}_p - \mathbf{F}) + \delta \mathbf{D}_p^t (-\bar{\mathbf{K}}_{me}^t \mathbf{u} + \bar{\mathbf{K}}_e \mathbf{D}_p) + \\ \delta \mathbf{q}_c^t (\mathbf{L}_c \ddot{\mathbf{q}}_c + \mathbf{R}_c \dot{\mathbf{q}}_c - \boldsymbol{\varphi}_c) = 0\end{aligned}\quad (3.7)$$

Considerando-se a equação (3.3) para escrever \mathbf{q}_c em função de \mathbf{D}_p obtém-se as

equações de movimento para o sistema acoplado

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{D}}_p \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{D}}_p \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m & -\bar{\mathbf{K}}_{me} \\ -\bar{\mathbf{K}}_{me}^t & \bar{\mathbf{K}}_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{D}_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{F}_q \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

sendo

$$\mathbf{M}_q = \mathbf{B}_q^t \mathbf{L}_c \mathbf{B}_q ; \mathbf{C}_q = \mathbf{B}_q^t \mathbf{R}_c \mathbf{B}_q ; \mathbf{F}_q = \mathbf{B}_q^t \boldsymbol{\varphi}_c \quad (3.9)$$

Vale a pena ressaltar que no caso da equação (3.8), a solução para os graus de liberdade mecânicos e elétricos deve ser simultânea. As matrizes \mathbf{M}_q e \mathbf{C}_q são respectivamente as matrizes de inércia e amortecimento devidas à presença das indutâncias e resistências nos circuitos elétricos conectados às pastilhas piezoelétricas. \mathbf{F}_q é um vetor de forças equivalentes devidas às tensões elétricas aplicadas nos circuitos elétricos por meio das fontes de tensão.

Nesta formulação, a aplicação de uma tensão elétrica a um atuador piezoelétrico se dá de forma indireta, isto é, a tensão elétrica gera uma carga elétrica no circuito correspondente a qual alimenta o eletrodo do atuador.

3.4 Análise das equações para vibrações harmônicas

Nesta seção, faz-se uma análise harmônica para obter uma avaliação preliminar dos efeitos causados pelos componentes elétricos dos circuitos na estrutura. Para isso considera-se dois casos: uma excitação harmônica elétrica (tensão elétrica aplicada ao circuito) e uma excitação harmônica mecânica (força aplicada à estrutura). Em ambos os

casos, um único elemento piezoelétrico conectado a um circuito RLV é considerado.

3.4.1 Excitação puramente mecânica

Supondo uma excitação mecânica harmônica, tal que

$$\varphi_c = 0 ; \mathbf{F} = \mathbf{b}\tilde{f}e^{i\omega t} ; \mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}}e^{i\omega t} ; \mathbf{D}_p = \tilde{\mathbf{D}}_pe^{i\omega t} \quad (3.10)$$

Então, as equações de movimento (3.8) poderam ser reescritas como sendo,

$$\begin{aligned} (-\omega^2\mathbf{M} + \mathbf{K}_m)\tilde{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{K}}_{me}\tilde{\mathbf{D}}_p &= \mathbf{b}\tilde{f} \\ -\tilde{\mathbf{K}}_{me}^t\tilde{\mathbf{u}} + (-\omega^2\mathbf{M}_q + i\omega\mathbf{C}_q + \tilde{\mathbf{K}}_e)\tilde{\mathbf{D}}_p &= 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Resolvendo a segunda equação de (3.11) para $\tilde{\mathbf{D}}_p$ e substituindo na primeira equação tem-se,

$$\{(-\omega^2\mathbf{M} + \mathbf{K}_m - \tilde{\mathbf{K}}_{me}(-\omega^2\mathbf{M}_q + i\omega\mathbf{C}_q + \tilde{\mathbf{K}}_e)^{-1}\tilde{\mathbf{K}}_{me}^t)\}\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{b}\tilde{f} \quad (3.12)$$

Supondo a medição do deslocamento de um ponto selecionado da estrutura tal que

$$\tilde{y} = \mathbf{c}_p\tilde{\mathbf{u}} \quad (3.13)$$

onde \tilde{y} é o sinal de deslocamento medido e \mathbf{c}_p é um vetor de distribuição de saída. Então, a função de resposta em frequência do deslocamento da estrutura sujeita a uma força aplicada pode ser escrita a partir da relação.

$$\tilde{y} = G(\omega)\tilde{f} \quad (3.14)$$

sendo

$$G(\omega) = \mathbf{c}_p \{ (-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}_m - \bar{\mathbf{K}}_{me} (-\omega^2 \mathbf{M}_q + i\omega \mathbf{C}_q + \bar{\mathbf{K}}_e)^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{me}^t) \}^{-1} \mathbf{b} \quad (3.15)$$

Através da expressão de $G(\omega)$, pode-se notar que a resistência e a indutância têm o efeito de modificar a rigidez dinâmica da estrutura. Em particular, dois casos simplificados podem ser observados: quando $\mathbf{C}_q \rightarrow \infty$, representando um abertura do circuito, não há modificação na rigidez da estrutura, tal que

$$G(\omega) = \mathbf{c}_p \{ -\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}_m \}^{-1} \mathbf{b} \quad (3.16)$$

enquanto que, quando $\mathbf{M}_q = \mathbf{C}_q = 0$, representando um curto circuito, a rigidez da estrutura é reduzida, mas continua real, tal que

$$G(\omega) = \mathbf{c}_p \{ -\omega^2 \mathbf{M} + [\mathbf{K}_m - \bar{\mathbf{K}}_{me} \bar{\mathbf{K}}_e^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{me}^t] \}^{-1} \mathbf{b} \quad (3.17)$$

A modificação da rigidez da estrutura, dada pelo termo $[\mathbf{K}_m - \bar{\mathbf{K}}_{me} \bar{\mathbf{K}}_e^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{me}^t]$ é devida à correção da constante elástica do material piezoelétrico para a condição de campo elétrico constante (c_{ij}^E) por oposição à de deslocamento elétrico constante (c_{ij}^D).

No caso mais geral, a presença da resistência no circuito elétrico leva a valores complexos na matriz de rigidez que pode ser interpretada com a introdução de um amortecimento histerético na estrutura. A presença da indutância dá origem a uma ressonância elétrica, que pode ser utilizada para induzir uma absorção das vibrações estruturais, como será visto no próximo capítulo.

3.4.2 Excitação puramente elétrica

Supondo uma excitação elétrica harmônica, tal que

$$\mathbf{F} = 0 ; \varphi_c = \tilde{\varphi}_c e^{i\omega t} ; \mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} e^{i\omega t} ; \mathbf{D}_p = \tilde{\mathbf{D}}_p e^{i\omega t} \quad (3.18)$$

Então, as equações de movimento (3.8) podem ser reescritas como sendo,

$$\begin{aligned} (-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}_m) \tilde{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{K}}_{me} \tilde{\mathbf{D}}_p &= 0 \\ -\bar{\mathbf{K}}_{me}^t \tilde{\mathbf{u}} + (-\omega^2 \mathbf{M}_q + i\omega \mathbf{C}_q + \bar{\mathbf{K}}_e) \tilde{\mathbf{D}}_p &= \mathbf{B}_q^t \tilde{\varphi}_c \end{aligned} \quad (3.19)$$

Resolvendo a segunda equação de (3.19) para $\tilde{\mathbf{D}}_p$ e substituindo na primeira equação tem-se

$$\begin{aligned} \left\{ -\omega^2 \mathbf{M} + [\mathbf{K}_m - \bar{\mathbf{K}}_{me} (-\omega^2 \mathbf{M}_q + i\omega \mathbf{C}_q + \bar{\mathbf{K}}_e)^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{me}^t] \right\} \tilde{\mathbf{u}} = \\ \bar{\mathbf{K}}_{me} (-\omega^2 \mathbf{M}_q + i\omega \mathbf{C}_q + \bar{\mathbf{K}}_e)^{-1} \mathbf{B}_q^t \tilde{\varphi}_c \end{aligned} \quad (3.20)$$

Supondo a medição do deslocamento de um ponto selecionado da estrutura tal que

$$\tilde{y} = \mathbf{c}_p \tilde{\mathbf{u}} \quad (3.21)$$

onde \tilde{y} é sinal de deslocamento medido e \mathbf{c}_p é um vetor de distribuição de saída. Então, a função de resposta em frequência do deslocamento da estrutura sujeita a uma tensão elétrica aplicada pode ser escrita a partir da relação

$$\tilde{y} = G(\omega) \tilde{\varphi}_c \quad (3.22)$$

sendo

$$G(\omega) = \mathbf{c}_p \left\{ -\omega^2 \mathbf{M} + [\mathbf{K}_m - \bar{\mathbf{K}}_{me} (-\omega^2 \mathbf{M}_q + i\omega \mathbf{C}_q + \bar{\mathbf{K}}_e)^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{me}^t] \right\}^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{me} (-\omega^2 \mathbf{M}_q + i\omega \mathbf{C}_q + \bar{\mathbf{K}}_e)^{-1} \mathbf{B}_q^t \quad (3.23)$$

Através da expressão para $G(\omega)$, pode-se notar que a resistência e a indutância do circuito elétrico têm dois efeitos. O primeiro efeito é uma modificação passiva na rigidez dinâmica da estrutura. Em particular, nota-se que no caso de um circuito sem resistência ou indutância, ou seja, com $\mathbf{M}_q = \mathbf{C}_q = 0$,

$$G(\omega) = \mathbf{c}_p \left\{ -\omega^2 \mathbf{M} + [\mathbf{K}_m - \bar{\mathbf{K}}_{me} \bar{\mathbf{K}}_e^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{me}^t] \right\}^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{me} \bar{\mathbf{K}}_e^{-1} \mathbf{B}_q^t \quad (3.24)$$

Este caso representa a aplicação de uma tensão elétrica diretamente no elemento piezoelétrico, fazendo com que ele se comporte como um atuador simples, tal que o termo $[\bar{\mathbf{K}}_{me} \bar{\mathbf{K}}_e^{-1} \mathbf{B}_q^t]$ representa a força por unidade de tensão elétrica aplicada à estrutura.

Uma simulação de circuito aberto pode ser realizada fazendo $\mathbf{C}_q \rightarrow \infty$, ou seja, uma alta resistência. Neste caso, a rigidez da estrutura não é alterada, mas a atuação da estrutura se torna impossível.

O segundo efeito dos componentes do circuito elétrico, resistência e indutância, na resposta em frequência $G(\omega)$ é uma amplificação do poder de atuação na região próxima à frequência de ressonância elétrica, através do termo $\bar{\mathbf{K}}_{me} (-\omega^2 \mathbf{M}_q + i\omega \mathbf{C}_q + \bar{\mathbf{K}}_e)^{-1} \mathbf{B}_q^t$. Assim, com os valores de R_c e L_c ajustados é possível melhorar a controlabilidade da estrutura através da aplicação de uma tensão elétrica no circuito. Esta análise está de acordo com as observações de Niezrecki e Cudney [24], Tsai e Wang [37] e Sirohi e Chopra [28] e será detalhada para um exemplo numérico mais adiante.

Capítulo 4

Projeto e análise de controle passivo de vibrações

4.1 Introdução

Os componentes elétricos passivos, resistência e indutância, nos circuitos elétricos conectados aos elementos piezoelétricos podem ser ajustados de forma a modificar o comportamento dinâmico do circuito e, conseqüentemente, alterar o comportamento dinâmico da estrutura. Conforme observado no capítulo anterior, a inclusão de uma resistência no circuito pode dar origem a um amortecimento histerético na estrutura, uma vez que a rigidez global do sistema estrutura/piezoelétrico/circuito se torna complexa. Este efeito pode ser explicado pela dissipação de energia elétrica na resistência, via efeito Joule, sendo que esta energia é gerada pela deformação do material piezoelétrico e, conseqüentemente, pela vibração da estrutura. Assim, parte da energia vibratória da estrutura é convertida em energia elétrica pelo material piezoelétrico e parte desta energia elétrica é dissipada

na resistência. Por outro lado, a inclusão de uma indutância no circuito dá origem a uma frequência de ressonância para o circuito. Este fato pode ser utilizado em benefício da redução das vibrações da estrutura ajustando a frequência de ressonância do circuito de modo a absorver uma parcela da energia vibratória da estrutura. Este é o conceito de absorvedor dinâmico de vibrações. Assim, neste capítulo pretende-se usar a metodologia de projeto de absorvedores dinâmicos de vibração para ajustar as propriedades dos subsistemas, circuitos elétricos, considerados como absorvedores. Em seguida, uma análise de seu desempenho é realizada para dois exemplos.

4.2 Projeto do absorvedor dinâmico de vibrações

Considere a equação de movimento da estrutura piezoelétrica com circuitos elétricos passivos (RL) acoplados,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}_m\mathbf{u} - \bar{\mathbf{K}}_{me}\mathbf{D}_p &= \mathbf{F} = \mathbf{b}f \\ \mathbf{M}_q\ddot{\mathbf{D}}_p + \mathbf{C}_q\dot{\mathbf{D}}_p + \bar{\mathbf{K}}_e\mathbf{D}_p - \bar{\mathbf{K}}_{me}\mathbf{u} &= 0 \\ y &= \mathbf{c}\mathbf{u} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Por simplicidade, as vibrações da estrutura são aproximadas pela contribuição de um único modo de vibração, cuja frequência de ressonância seja a frequência para a qual se deseja projetar o absorvedor dinâmico, considerando que não existam modos acoplados. Assim, uma decomposição modal do deslocamento \mathbf{u} é considerada

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\phi}_n\alpha_n(t) \quad (4.2)$$

sendo n referente à frequência de ressonância de interesse, $\boldsymbol{\phi}_n$ o modo de vibração correspondente e α_n o deslocamento modal.

Multiplicando a primeira equação de (4.1) por $\boldsymbol{\phi}_n^t$, substituindo o deslocamento \mathbf{u} (4.2) e supondo um único par pastilha piezoelétrica-circuito elétrico, pode-se reescrever a equação (4.1) como

$$\begin{aligned}\ddot{\alpha}_n + \omega_n^2 \alpha_n - k_p D_p &= b_n f \\ m_q \ddot{D}_p + c_q \dot{D}_p + k_e D_p - k_p \alpha_n &= 0 \\ y &= c_n \alpha_n\end{aligned}\tag{4.3}$$

sendo que

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\phi}_n^t \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_n &= 1 \\ \boldsymbol{\phi}_n^t \mathbf{K}_m \boldsymbol{\phi}_n &= \omega_n^2 \\ \boldsymbol{\phi}_n^t \mathbf{K}_{me} &= k_p \\ b_n &= \boldsymbol{\phi}_n^t \mathbf{b} \\ c_n &= \mathbf{c} \boldsymbol{\phi}_n\end{aligned}\tag{4.4}$$

supondo uma excitação mecânica harmônica do sistema, tal que

$$\begin{aligned}f &= \bar{f} e^{i\omega t} \\ \alpha_n &= \bar{\alpha}_n e^{i\omega t} \\ D_p &= \bar{D}_p e^{i\omega t} \\ y &= \bar{y} e^{i\omega t}\end{aligned}\tag{4.5}$$

Pode-se reescrever a equação (4.3) como

$$\begin{aligned}
(-\omega^2 + \omega_n^2)\bar{\alpha}_n - k_p\bar{D}_p &= b_n\bar{f} \\
(-\omega^2 m_q + i\omega c_q + k_e)\bar{D}_p - k_p\bar{\alpha}_n &= 0 \\
\bar{y} &= c_n\bar{\alpha}_n
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Resolvendo a segunda equação de (4.6) para o deslocamento elétrico, tem-se

$$\bar{D}_p = \frac{k_p}{(-\omega^2 m_q + i\omega c_q + k_e)}\bar{\alpha}_n \tag{4.7}$$

em seguida, substituindo-se o deslocamento elétrico (4.7) na primeira equação de (4.6) obtém-se

$$\left[(-\omega^2 + \omega_n^2) - \frac{k_p^2}{(-\omega^2 m_q + i\omega c_q + k_e)} \right] \bar{\alpha}_n = b_n\bar{f} \tag{4.8}$$

tal que a amplitude do deslocamento modal $\bar{\alpha}_n$ pode ser escrito em função da amplitude de forçamento \bar{f} por

$$\bar{\alpha}_n = \frac{(-\omega^2 m_q + i\omega c_q + k_e)}{(-\omega^2 + \omega_n^2)(-\omega^2 m_q + i\omega c_q + k_e) - k_p^2} b_n\bar{f} \tag{4.9}$$

Assim, a amplitude do deslocamento de saída \bar{y} , usando a terceira equação de (4.6), pode ser escrita em função da amplitude de forçamento, tal que a função de resposta em frequência complexa entre \bar{y} e \bar{f} , tal que $\bar{y} = G(\omega)\bar{f}$, pode ser definida como

$$G(\omega) = \frac{c_n(-\omega^2 m_q + i\omega c_q + k_e)b_n}{\omega^4 m_q - i\omega^3 c_q - \omega^2 k_e - \omega^2 m_q \omega_n^2 + i\omega \omega_n^2 c_q + k_e \omega_n^2 - k_p^2} \tag{4.10}$$

Para obter a amplitude de $G(\omega)$, reescreve-se a equação (4.10) da seguinte forma

$$G(\omega) = r_n \left(\frac{A + iB}{C + iD} \right) \quad (4.11)$$

sendo

$$\begin{aligned} r_n &= c_n b_n \\ A &= -\omega^2 m_q + k_e \\ B &= \omega c_q \\ C &= \omega^4 m_q - \omega^2 (k_e + m_q \omega_n^2) + k_e \omega_n^2 - k_p^2 \\ D &= (-\omega^2 + \omega_n^2) \omega c_q \end{aligned} \quad (4.12)$$

Assim, o quadrado da amplitude de $G(\omega)$ pode ser escrito como

$$|G(\omega)|^2 = r_n^2 \left(\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2} \right) \quad (4.13)$$

ou

$$|G(\omega)|^2 = r_n^2 \frac{(-\omega^2 m_q + k_e)^2 + (\omega c_q)^2}{[\omega^4 m_q - \omega^2 (k_e + m_q \omega_n^2) + k_e \omega_n^2 - k_p^2]^2 + [(-\omega^2 + \omega_n^2) \omega c_q]^2} \quad (4.14)$$

Pode-se então utilizar a amplitude da função de resposta em frequência para projetar os parâmetros do circuito, m_q (L_c) e c_q (R_c). Uma estratégia comumente utilizada é projetar, a frequência de ressonância do sistema auxiliar, no caso o circuito elétrico, de forma que uma anti-ressonância no sistema acoplado seja obtida na frequência de ressonância do sistema principal, no caso a estrutura piezoelétrica [16, 18].

Desta maneira, e visto que a rigidez dielétrica do material piezoelétrico k_e é tida

como arbitrária, a inércia equivalente do circuito m_q pode ser definida de tal maneira que a frequência de ressonância do circuito $\omega_e = \sqrt{k_e/m_q}$ seja igual à frequência de ressonância ω_n da estrutura, em torno da qual se deseja minimizar a amplitude de vibração. Assim, $m_q = k_e/\omega_n^2$.

Contudo, o efeito secundário de se posicionar uma anti-ressonância na frequência de interesse é que duas ressonâncias, logo antes e logo depois da anti-ressonância, são criadas. Pode-se então projetar o outro parâmetro do circuito elétrico, a resistência, para minimizar a amplitude nas ressonâncias sem para tanto eliminar a redução da amplitude na frequência de interesse dada pela anti-ressonância. Uma técnica para projetar este parâmetro de amortecimento foi proposta por Den Hartog [18] e será utilizada neste trabalho.

Para tal, observa-se que a amplitude da resposta em frequência é independente do amortecimento para dois valores de frequência, os quais se encontram nos limites da região de ressonância, ou seja, um é menor e o outro é maior que ambas as frequências de ressonância.

Estes valores de frequência podem ser encontradas da seguinte forma

$$\lim_{c_q \rightarrow 0} |G(\omega)|^2 = \lim_{c_q \rightarrow \infty} |G(\omega)|^2 \quad (4.15)$$

sendo que

$$\lim_{c_q \rightarrow 0} |G(\omega)|^2 = r_n^2 \frac{(k_e - m_q \omega^2)^2}{[(\omega^4 m_q - \omega^2 (k_e + m_q \omega_n^2) + k_e \omega_n^2 - k_p^2)]^2} \quad (4.16)$$

$$\lim_{c_q \rightarrow \infty} |G(\omega)|^2 = r_n^2 \frac{1}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2} \quad (4.17)$$

Assim,

$$\frac{k_e - m_q \omega^2}{\omega^4 m_q - \omega^2 (k_e + m_q \omega_n^2) + k_e \omega_n^2 - k_p^2} = \frac{1}{(\omega^2 - \omega_n^2)} \quad (4.18)$$

da qual obtemos uma equação de segunda ordem, em ω^2

$$2m_q \omega^4 + 2\omega^2 (k_e + m_q \omega_n^2) - 2k_e \omega_n^2 + k_p^2 = 0 \quad (4.19)$$

Resolvendo a equação (4.19) encontramos dois valores para ω^2 ,

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left(\omega_e^2 + \omega_n^2 \pm \sqrt{(\omega_e^2 - \omega_n^2)^2 + 2\omega_e^2 \frac{k_p^2}{k_e}} \right) \quad (4.20)$$

Primeiramente, pode-se observar que

$$\omega_1^2 + \omega_2^2 = \omega_e^2 + \omega_n^2 \quad (4.21)$$

Assim, mostra-se que o projeto de m_q tal que $\omega_e = \omega_n$ garante uma mesma amplitude nos valores de frequência ω_1 e ω_2

$$\frac{1}{\omega_1^2 - \omega_n^2} = - \frac{1}{\omega_2^2 - \omega_n^2} \quad (4.22)$$

da qual

$$\omega_1^2 + \omega_2^2 - 2\omega_n^2 = 0 \quad (4.23)$$

e substituindo a equação (4.21) tem-se,

$$\omega_e = \omega_n \quad (4.24)$$

então, calcula-se a inércia equivalente do circuito (indutância) em função da rigidez dielétrica k_e e da frequência de ressonância de interesse da estrutura, tal que

$$m_q = \frac{k_e}{\omega_n^2} \quad (4.25)$$

Em seguida, com o valor de m_q definido, projeta-se o amortecimento equivalente c_q tal que a amplitude na anti-ressonância do sistema acoplado ($\omega_n = \omega_e$) seja igual àquela nas frequências ω_1 e ω_2 , de forma a limitar a amplitude nas ressonâncias do sistema acoplado.

Assim, calculando-se a amplitude na equação (4.14) para as frequências ω_n e ω_1 (4.20), tem-se

$$\begin{aligned} |G(\omega_n)|^2 &= \frac{2k_e}{k_p^2 \omega_n^2} \\ |G(\omega_1)|^2 &= \frac{c_q^2 \omega_n^2}{k_p^4} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Igualando as amplitudes em ω_n e ω_1 e resolvendo esta equação para o amortecimento equivalente c_q , obtém-se o seguinte valor de projeto para c_q em função da rigidez eletromecânica e da frequência de ressonância de interesse

$$c_q = \frac{\sqrt{2k_e k_p}}{\omega_n^2} \quad (4.27)$$

Com base nas equações (4.25) e (4.27) e lembrando que a inércia, m_q , e amorteci-

mento, c_q , equivalentes do circuito elétrico podem ser escritas em função da indutância, L_c , e resistência, R_c , tal que $m_q = L_c A_p^2$ e $c_q = R_c A_p^2$ e A_p é a área do eletrodo da pastilha piezoelétrica, tem-se as fórmulas para projeto dos componentes passivos do circuito, R_c e L_c ,

$$L_c = \frac{k_e}{A_p^2 \omega_n^2} \quad (4.28)$$

$$R_c = \frac{\sqrt{2k_e k_p}}{A_p^2 \omega_n^2} \quad (4.29)$$

4.3 Resultados para o controle passivo

Nesta seção, apresenta-se resultados de controle passivo para vigas engastadas-livres com cerâmicas piezoelétricas em extensão e cisalhamento conectadas a circuitos elétricos passivos resistivos e resistivos-indutivos. Será realizada uma análise da resposta em frequência para os cinco primeiros modos de vibração considerando uma força transversal concentrada e um sensor de velocidade na extremidade livre das vigas. Os valores dos componentes R e L dos circuitos elétricos serão ajustados para acoplamento com o primeiro modo de vibração da estrutura. Uma análise das alterações resultantes na resposta na região das frequências de ressonância é apresentada.

4.3.1 Viga engastada com piezocerâmica em extensão

A análise de uma viga engastada será realizada através da resposta em frequência para pastilhas piezoelétricas em extensão conforme a Figura 4.1 que apresenta a configuração

considerada.

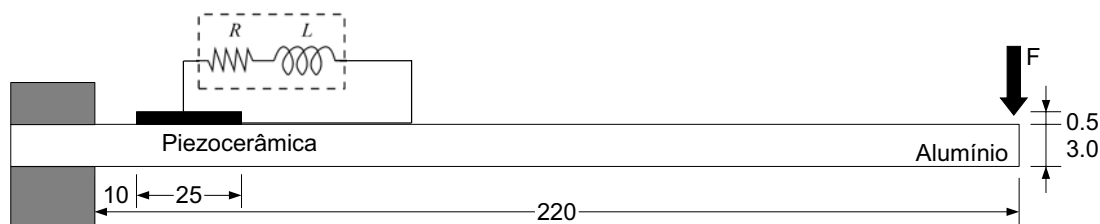


Figura 4.1: Configuração da estrutura piezoelétrica em extensão engastada-livre.

Nesta configuração, considera-se cerâmicas piezoelétricas feitas de PZT-5H e as propriedades consideradas do material piezoelétrico foram: $\bar{c}_{11}^D = 97,767$ GPa, $\rho = 7500$ kg m⁻³, constante de acoplamento piezoelétrica $\bar{h}_{31} = -1,3520 \cdot 10^9$ N C⁻¹, constante dielétrica $\bar{\beta}_{33}^\varepsilon = 99,740 \cdot 10^6$ m F⁻¹ e fator de correção de cisalhamento $k_2 = 0,83$. Para a viga de alumínio, as propriedades do material são definidas por: Módulo de Young 70,3 GPa e densidade 2.710 kg m⁻³.



Figura 4.2: Malha considerada para simulação - 50 elementos.

As condições de contorno mecânicas para a estrutura da Figura 4.1 foram obtidas eliminando as linhas e colunas das matrizes de massa e rigidez referentes aos graus de liberdade mecânicos no nó localizado na região do engaste. Para fins de simulação as equações de movimento foram projetadas em uma base modal com os cinco primeiros modos de vibração da estrutura, em seguida foi incluído um amortecimento modal de 0,5% para todos os modos considerados. A Figura 4.2 apresenta a malha de elementos finitos (com 50 elementos) considerada para a simulação.

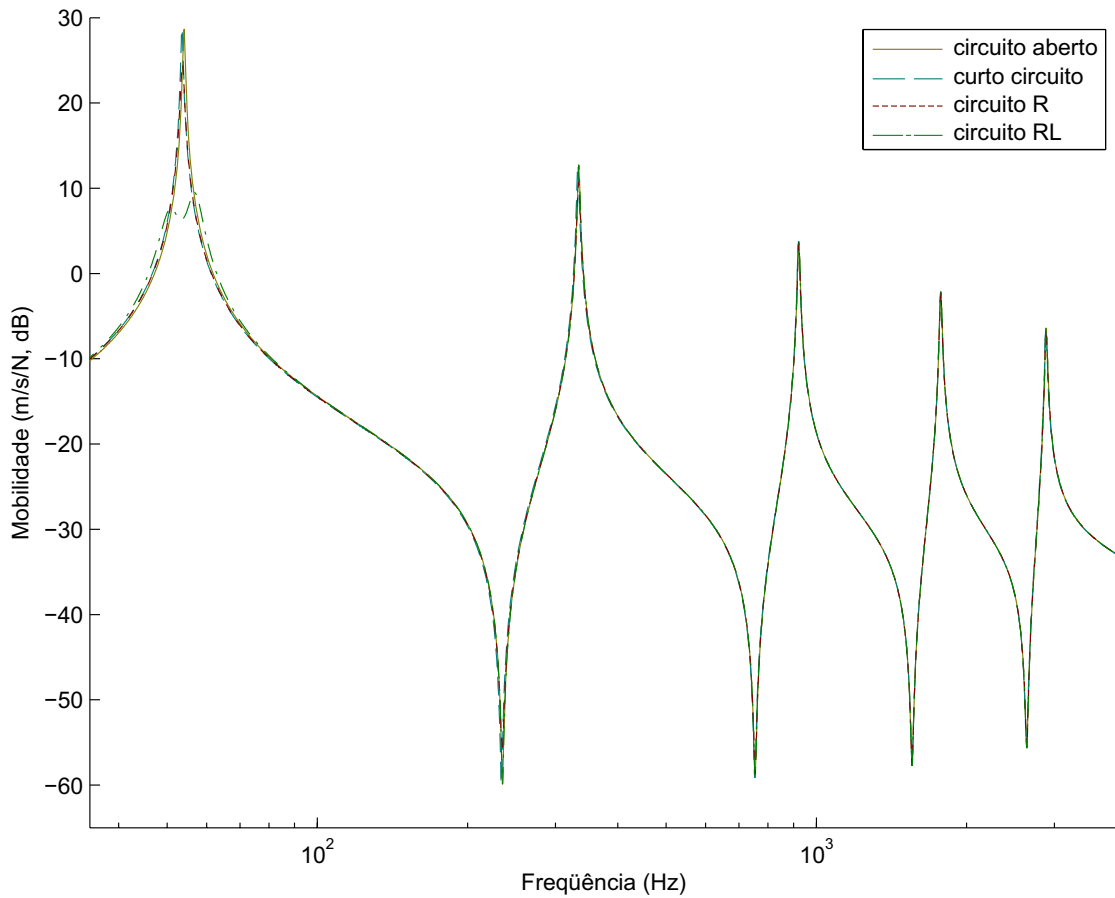


Figura 4.3: Resposta em frequência para viga com piezocerâmica em extensão.

Utilizando as equações (4.28) e (4.29) da seção anterior, realizou-se o cálculo dos valores dos componentes elétricos R e L utilizados no circuito elétrico RL. No caso de circuitos puramente resistivos, para o cálculo da resistência ótima que maximiza a dissipação de energia na frequência de interesse utilizou-se as expressões apresentadas por Hagood e von Flotow [16]. O valor de resistência em circuito puramente resistivo obtido foi de 92233Ω , ajustada para o primeiro modo. Para o circuito RL, como visto no capítulo anterior, os valores dos componentes foram ajustados para o primeiro modo de vibração e dando origem a resistência $R = 34518\Omega$ e indutância $L = 691,41$ H.

A Figura 4.3 apresenta a resposta em frequência para os cinco primeiros modos de

vibração da viga com uma cerâmica piezoelétrica em extensão. Para facilitar a análise, as Figuras 4.4 e 4.6 apresentam em detalhes a primeira e segunda ressonâncias.

Conforme pode ser observado na Figura 4.4, o efeito do circuito resistivo é o de dar origem a uma modificação na frequência de ressonância da estrutura acoplada, situando-a entre aquelas nas condições de circuito aberto ($R \rightarrow \infty$) e curto-circuito ($R \rightarrow 0$), e no fator de amortecimento correspondente, e conseqüentemente provendo uma redução da amplitude da resposta em frequência na ressonância em 5 dB. No caso do circuito resistivo-indutivo, pode-se notar na Figura 4.4 que a ressonância da estrutura é substituída por duas ressonâncias acopladas com uma anti-ressonância entre elas. Conforme especificado no projeto do absorvedor dinâmico equivalente, a anti-ressonância é posicionada na frequência de ressonância da estrutura de base de forma que a amplitude nesta frequência é reduzida em aproximadamente 22 dB em comparação com a estrutura de base (sem tratamento). Por outro lado, as duas ressonâncias geradas tem amplitude limitada pela resistência do circuito, tal que a diferença entre as amplitudes nas ressonâncias e na anti-ressonância é de 1,5 dB e 3 dB, à esquerda e à direita, respectivamente.

Para uma melhor análise dos valores calculados para a resistência do circuito RL, a Figura 4.5 apresenta os resultados com variação da resistência em +/- 10% em relação ao valor da equação (4.29). O efeito da variação dos valores de R mostra que pode-se reduzir os valores de amplitude na ressonância para resistências com valores mais elevados com o prejuízo de aumentar o valor da amplitude na anti-ressonância criada pelo circuito RL. Para valores menores de resistência, pode-se observar que o valor da amplitude nas ressonâncias aumenta enquanto a amplitude na anti-ressonância criada pelo circuito RL diminua.

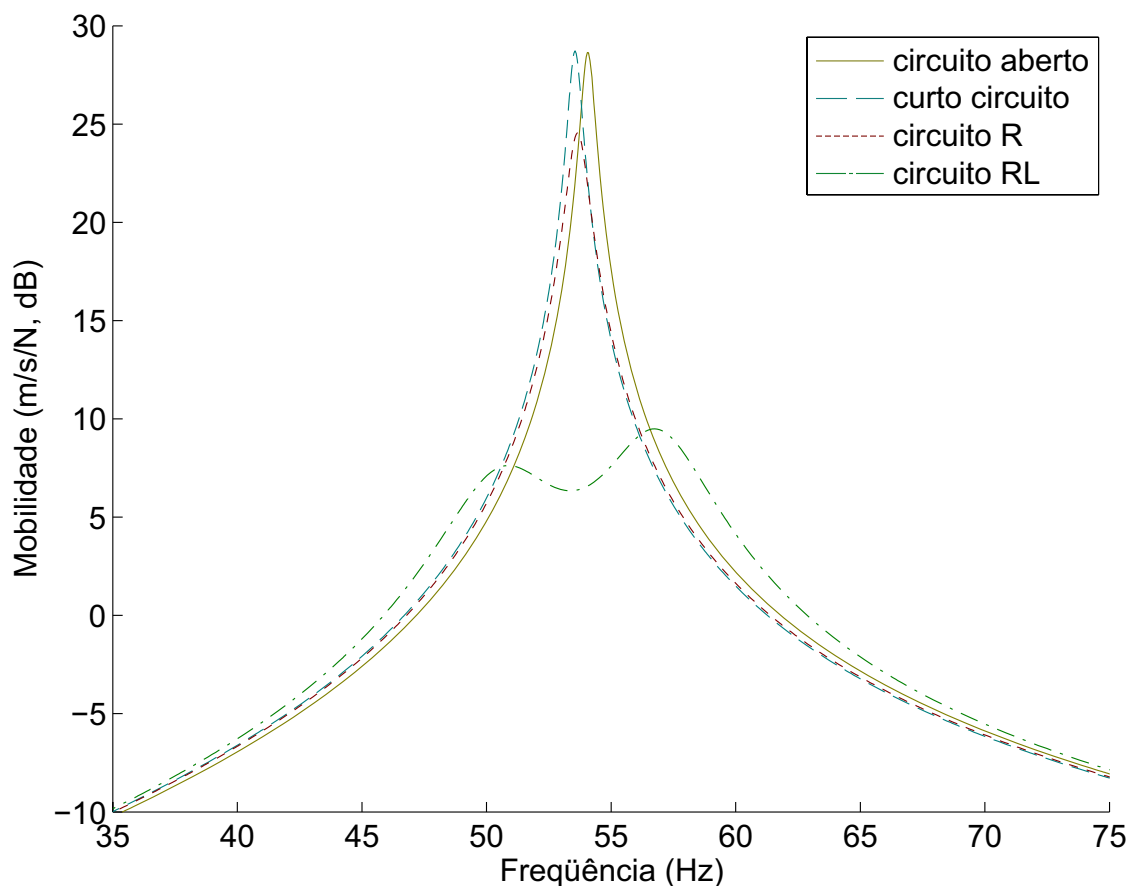


Figura 4.4: Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.

A Figura 4.6 apresenta a resposta próxima à segunda ressonância e nota-se que o efeito do circuito resistivo aparece no segundo modo analogamente ao primeiro modo, porém nota-se que o circuito RL, ajustado para o primeiro modo, não afeta a amplitude da resposta na ressonância do segundo modo.

4.3.2 Viga engastada com piezocerâmica em cisalhamento

A análise de uma viga engastada será realizada através da resposta em frequência para pastilhas piezoelétricas em cisalhamento conforme a Figura 4.7 que apresenta a configuração considerada.

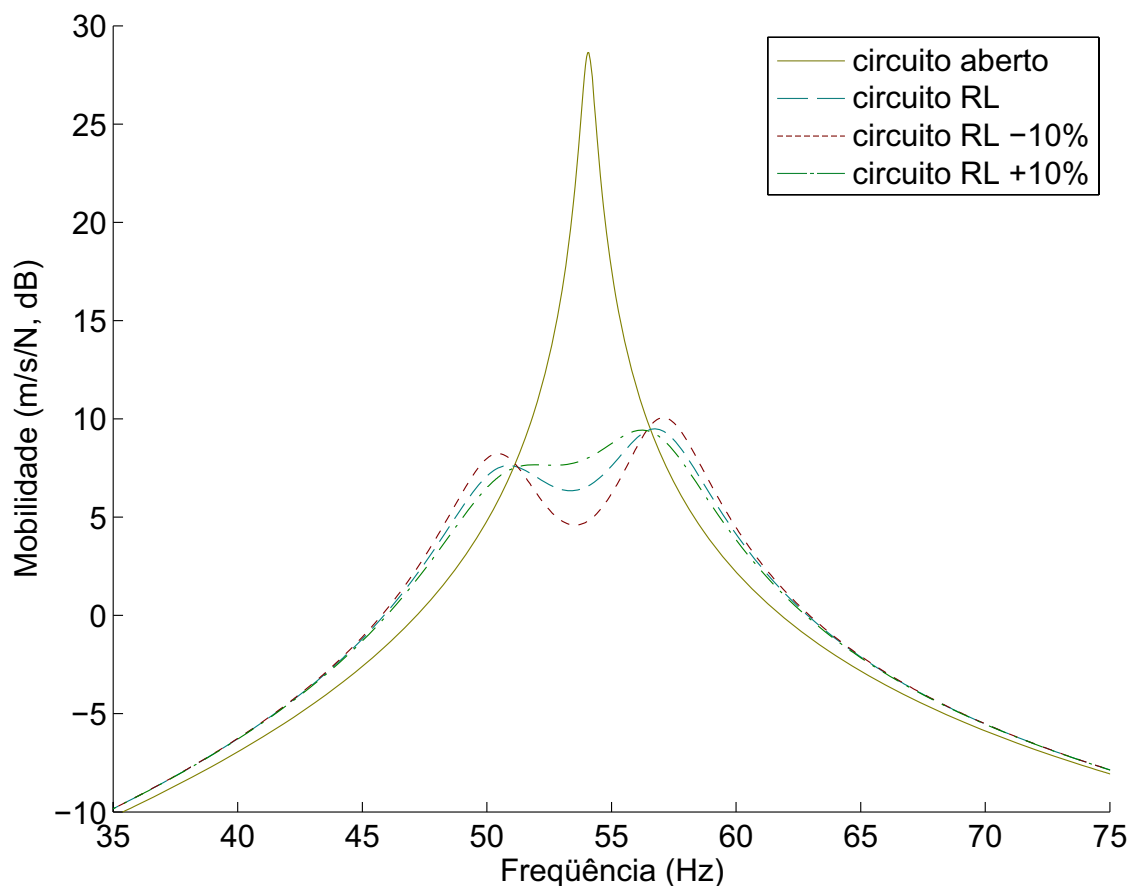


Figura 4.5: Comparação da resposta em frequência para variações de valores de R.

Para o caso de cerâmicas em cisalhamento, é necessário considerar além das propriedades anteriormente citadas, as propriedades inerentes ao cisalhamento, estas propriedades de cerâmicas piezoelétricas PZT-5H consideradas foram: $\bar{c}_{33}^D = 119,71$ GPa, $c_{55}^D = 42,217$ GPa, $h_{15} = 1,1288 \cdot 10^9$ N C⁻¹, $\beta_{11}^\xi = 66,267 \cdot 10^6$ m F⁻¹ e fator de correção de cisalhamento $k_2 = 0,83$, as propriedades da viga de alumínio são as mesmas da seção anterior e para a espuma temos módulo de Young 35,3 MPa, módulo de cisalhamento 12,7 MPa e densidade 32 kg m⁻³. Analogamente ao caso anterior, as condições de contorno mecânicas para a estrutura da Figura 4.7 foram obtidas eliminando as linhas e colunas das matrizes de massa e rigidez referentes aos graus de liberdade mecânicos no nó

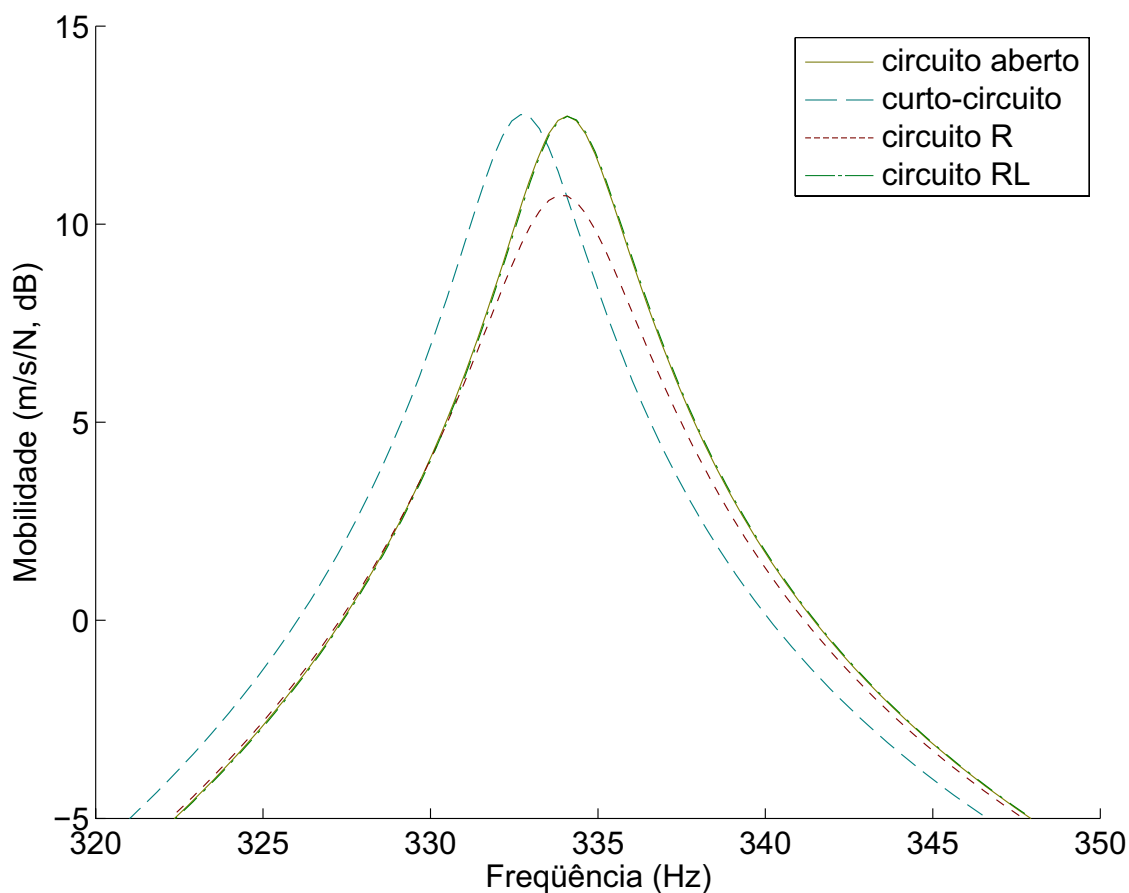


Figura 4.6: Segunda ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.

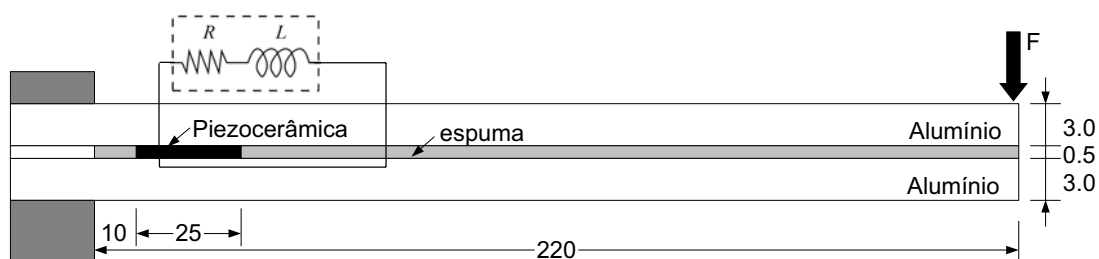


Figura 4.7: Configuração da estrutura piezoelétrica em cisalhamento engastada-livre.

localizado na região do engaste. Para fins de simulação as equações de movimento foram projetadas em uma base modal com os cinco primeiros modos de vibração da estrutura, em seguida foi incluído um amortecimento de 0,5% para todos os modos considerados.

A Figura 4.8 apresenta a malha com 50 elementos finitos considerados para a simulação.

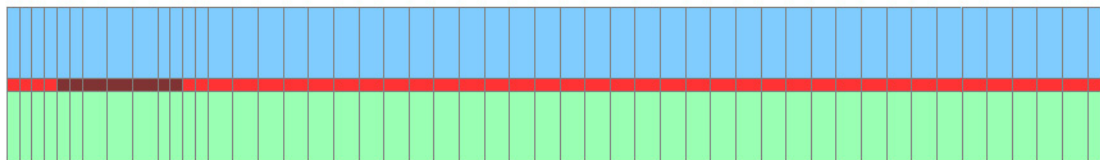


Figura 4.8: Malha considerada para simulação - 50 elementos.

Utilizando as equações (4.28) e (4.29), realizou-se o cálculo dos valores dos componentes elétricos R e L utilizados no circuito elétrico RL, analogamente ao caso em extensão. No caso de circuitos puramente resistivos, para o cálculo da resistência ótima que maximiza a dissipação de energia na frequência de interesse utilizou-se as equações apresentadas por Trindade e Maio [38]. O valor de resistência em circuito puramente resistivo obtido foi 59275Ω , ajustada para o primeiro modo. Para o circuito RL, os valores dos componentes foram ajustados para o primeiro modo de vibração dando origem a resistência $R = 208,96 \Omega$ e indutância $L = 121,71 \text{ H}$.

A Figura 4.9 apresenta a resposta em frequência para os cinco primeiros modos de vibração da viga com uma cerâmica piezoelétrica em cisalhamento. Para facilitar a análise, as Figuras 4.10 e 4.12 apresentam em detalhes a primeira e segunda ressonâncias.

Conforme pode ser observado na Figura 4.10, circuito resistivo não provoca quase nenhuma modificação na frequência de ressonância da estrutura acoplada, tanto para condições de circuito aberto ($R \rightarrow \infty$) e curto-circuito ($R \rightarrow 0$) e não se observa alteração no fator de amortecimento correspondente, e conseqüentemente na redução da amplitude da resposta em frequência na ressonância. No caso do circuito resistivo-indutivo, pode-se notar na Figura 4.10 que a ressonância da estrutura é substituída por duas ressonâncias

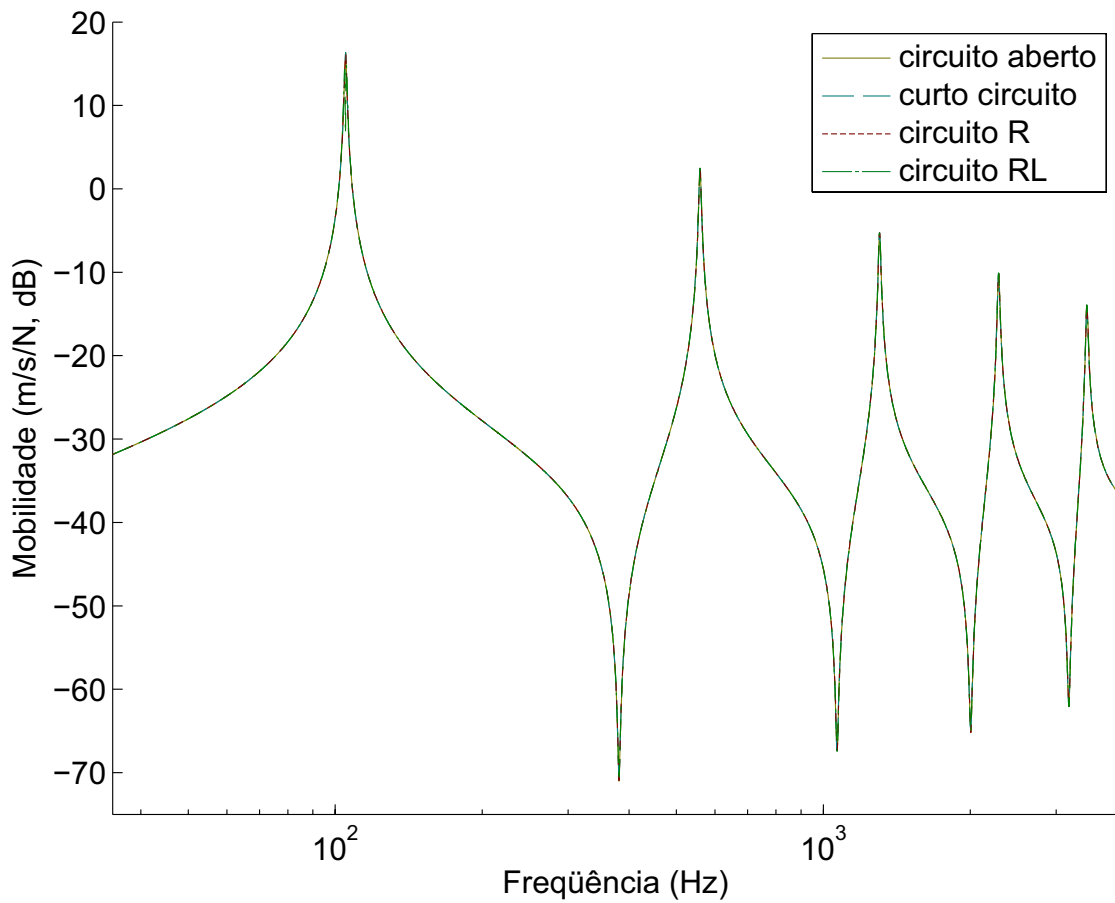


Figura 4.9: Resposta em frequência para viga com piezocerâmica em cisalhamento.

acopladas com uma anti-ressonância entre elas. Conforme especificado no projeto do absorvedor dinâmico equivalente, a anti-ressonância é posicionada na frequência de ressonância da estrutura de base de forma que a amplitude nesta frequência é reduzida em aproximadamente 10 dB em comparação com a estrutura de base (sem tratamento). Por outro lado, as duas ressonâncias geradas tem amplitude limitada pela resistência do circuito, tal que a diferença entre as amplitudes nas ressonâncias e na anti-ressonância é de 7,5 dB e 8 dB, à esquerda e à direita, respectivamente.

Para uma melhor análise dos valores calculados para a resistência do circuito RL, a Figura 4.11 apresenta os resultados obtidos com variação da resistência em +/- 10% em

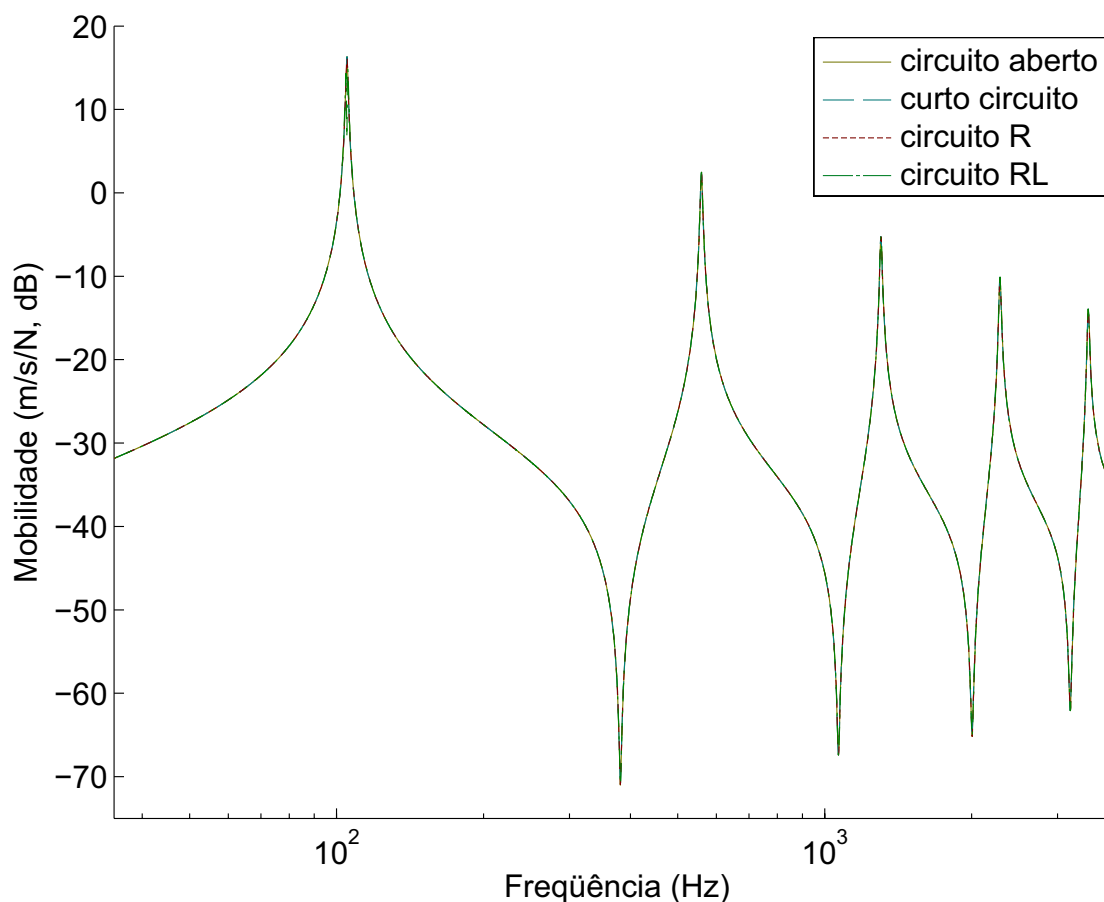


Figura 4.10: Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em cisalhamento.

relação ao valor da equação (4.29). O efeito da variação dos valores de R mostra que podemos reduzir os valores de amplitude na ressonância para resistências com valores mais elevados com o prejuízo de aumentar o valor da amplitude na anti-ressonância criada pelo circuito RL. Para valores menores de resistência, pode-se observar que o valor da amplitude nas ressonâncias aumenta e o valor da amplitude na anti-ressonância criada pelo circuito RL diminui.

A Figura 4.12 apresenta a resposta próxima à segunda ressonância e nota-se que tanto o circuito R como o circuito RL ajustado para o primeiro modo não afetam a amplitude da resposta na ressonância do segundo modo.

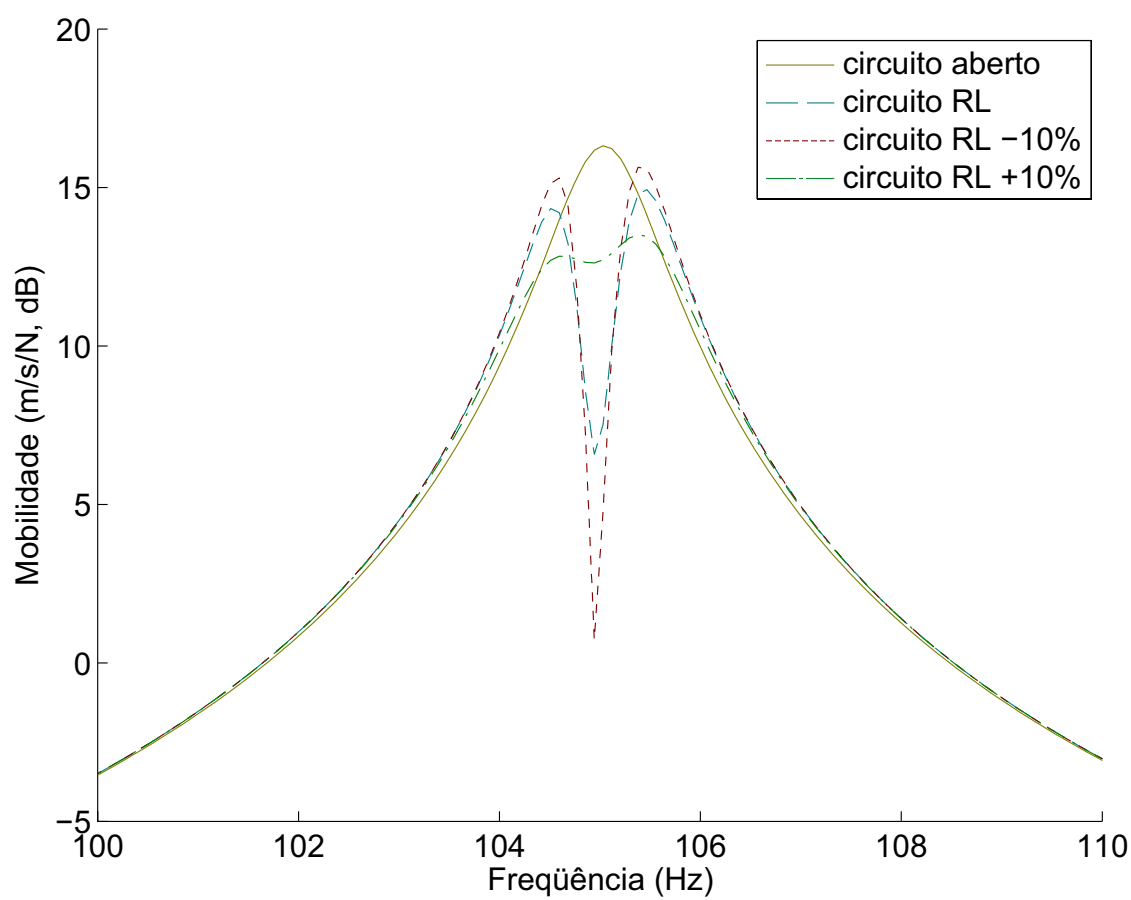


Figura 4.11: Comparação da resposta em freqüência para variações de valores de R.

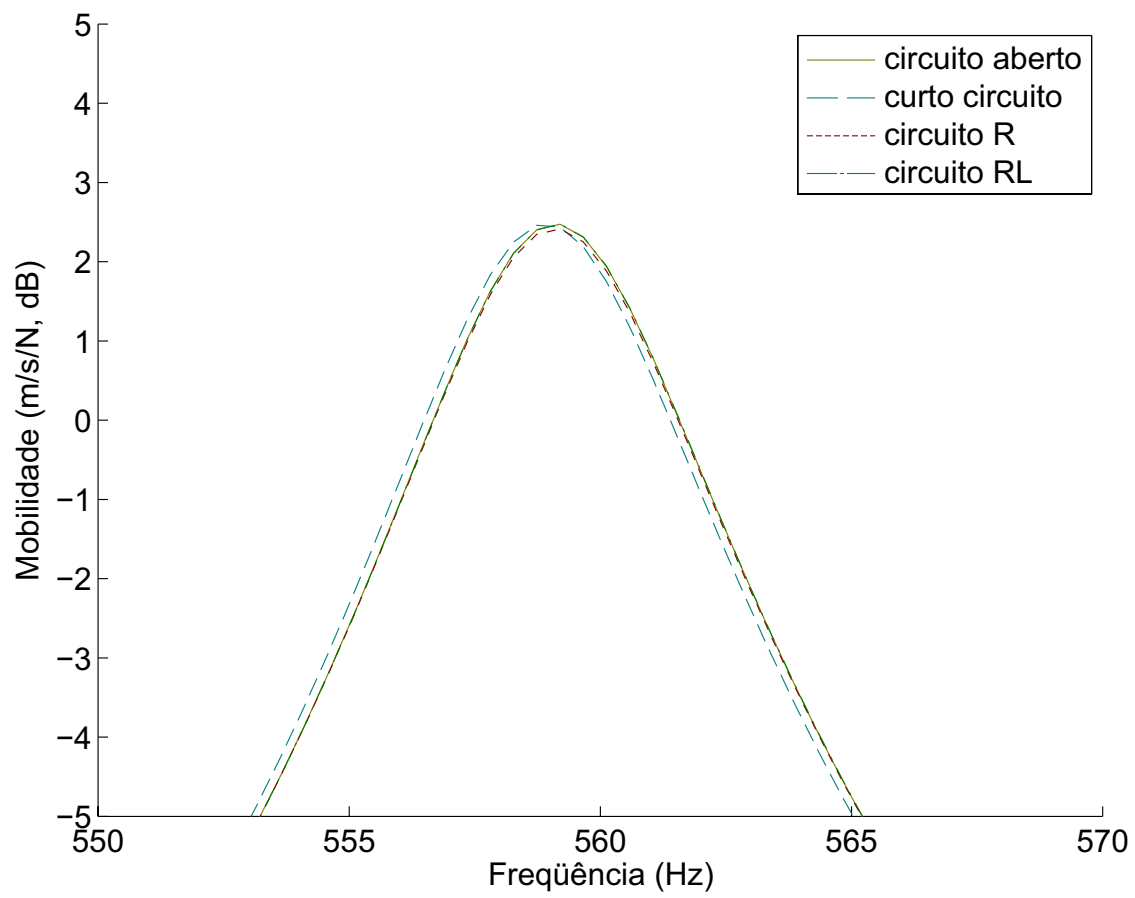


Figura 4.12: Segunda ressonância da viga com piezocerâmica em cisalhamento.

Capítulo 5

Análise de controle ativo-passivo de vibrações usando APPN

5.1 Introdução

No capítulo 3, foi observado que os elementos passivos do circuito elétrico, resistência e indutância, teriam também o efeito de alterar, e potencialmente amplificar, o poder de atuação da cerâmica piezoelétrica no caso de se incluir uma fonte de tensão. Neste capítulo, este efeito de amplificação do poder de atuação, e consequentemente da autoridade de controle da estrutura, será analisado para os casos de piezocerâmicas em extensão e cisalhamento. Em seguida, uma estratégia de controle ótimo por retroalimentação tipo LQR será aplicada aos dois casos em estudo para promover um controle híbrido ativo-passivo das vibrações estruturais.

5.2 Amplificação da autoridade de controle

A análise do efeito de amplificação da autoridade de controle será realizada para duas vigas engastadas-livres, uma com piezocerâmica em extensão e outra com piezocerâmica em cisalhamento, similares aquelas estudadas no capítulo anterior à diferença da inclusão de uma fonte de tensão nos circuitos elétricos. Neste caso, as vigas são excitadas por meio de tensão elétrica aplicada aos circuitos RLV e suas respostas são medidas por meio de sensores de velocidade transversal posicionados nas suas extremidades livres. A autoridade de controle pode ser entendida como a capacidade de um par pastilha-circuito em prover amplitude de vibração à estrutura e, assim, será aqui definida como a resposta da estrutura (em velocidade) por unidade de tensão elétrica aplicada ao circuito (em volts).

5.2.1 Autoridade de controle da viga engastada com piezocerâmica em extensão

A análise da autoridade de controle será realizada através da resposta em frequência de uma viga engastada com pastilhas piezoelétricas em extensão com excitação através da fonte de tensão. Nota-se que em comparação com a Figura 4.1, a nova configuração é descrita pela Figura 5.1 e apresenta a adição de uma fonte de tensão elétrica.

Nesta configuração, as propriedades dos materiais são análogas ao caso de controle passivo mostrado anteriormente.

A Figura 5.2 apresenta a autoridade de controle para os cinco primeiros modos de vibração da estrutura piezoelétrica. Os valores para os componentes do circuito foram encontrados e ajustados para o primeiro modo de vibração utilizando as equações (4.28),

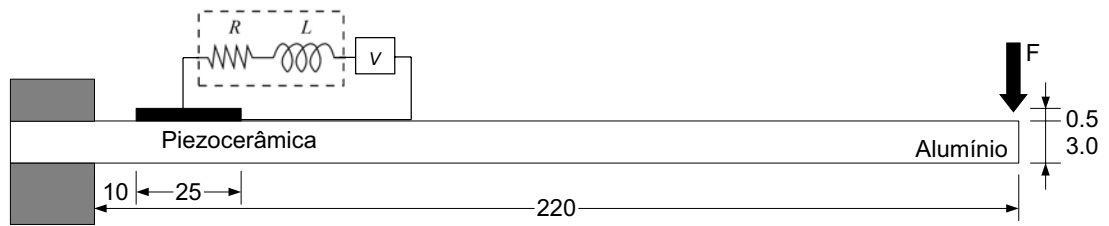


Figura 5.1: Configuração da estrutura piezoelétrica em extensão com adição da fonte de tensão elétrica.

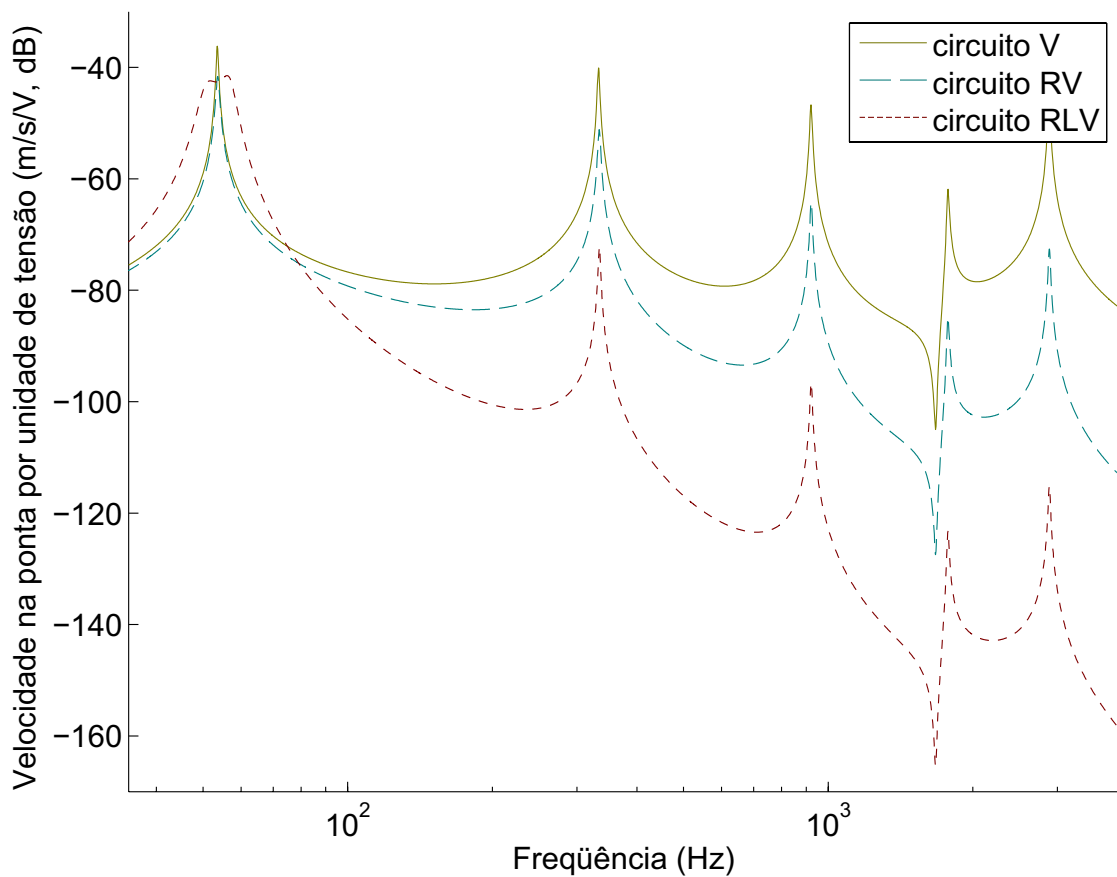


Figura 5.2: Autoridade de controle da viga engastada com piezocerâmica em extensão.

(4.29) para o circuito RL e a formulação descrita por Hagood e von Flotow [16] para o circuito R. Os valores são, portanto, os mesmos da análise de controle passivo (seção 4.2.1).

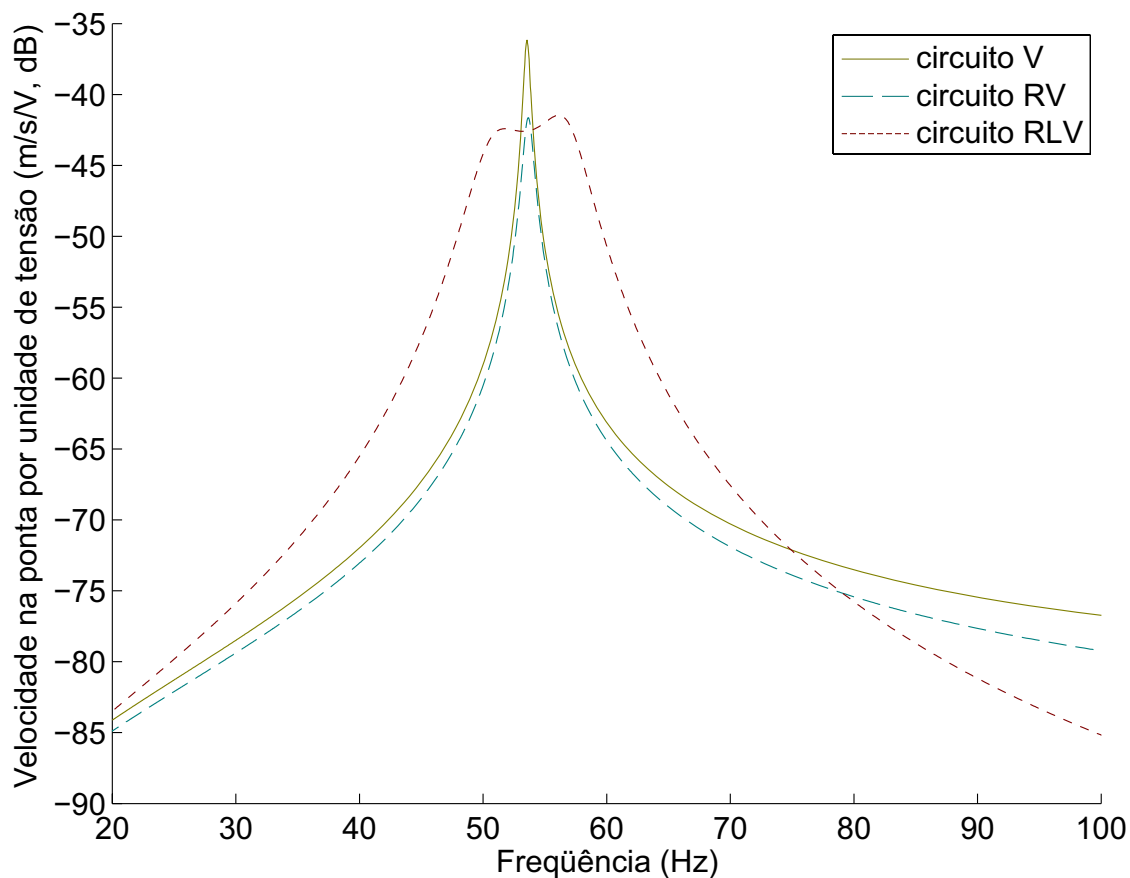


Figura 5.3: Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em extensão com atuação elétrica.

Observa-se na Figura 5.2, um decréscimo na autoridade de controle quando o circuito RV está conectado a estrutura e um decréscimo ainda maior para o circuito RLV com o aumento da frequência de vibração. Para facilitar a análise da autoridade de controle, apresenta-se a resposta próxima à primeira ressonância na Figura 5.3. Conforme pode ser observado na Figura 5.3, o efeito do circuito resistivo é de reduzir a autoridade de controle do modo ajustado em 4 dB. No caso de circuito resistivo-indutivo, observa-se que a autoridade de controle aumenta na região em torno da primeira ressonância, embora diminua a autoridade na primeira ressonância.

5.2.2 Autoridade de controle da viga engastada com piezocerâmica em cisalhamento

A análise da autoridade de controle será realizada através da resposta em frequência de uma viga engastada com pastilhas piezoelétricas em cisalhamento com excitação através da fonte de tensão. Nota-se que em comparação com a Figura 4.7, a nova configuração é descrita pela Figura 5.4 e apresenta a adição de uma fonte de tensão elétrica.

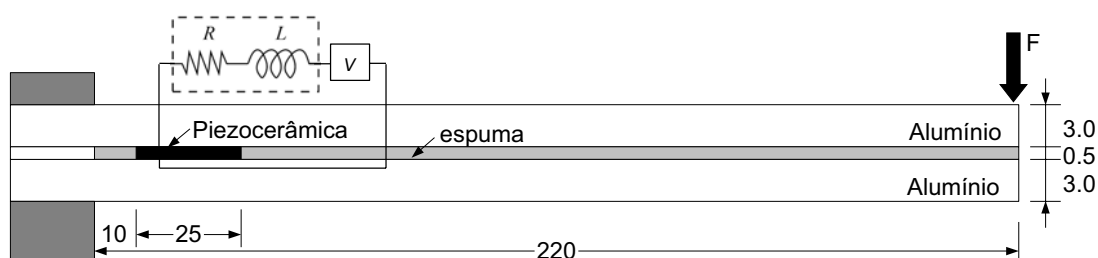


Figura 5.4: Configuração da estrutura piezoelétrica em cisalhamento com adição da fonte de tensão elétrica.

No caso de piezocerâmicas em cisalhamento, as propriedades materiais também permanecem as mesmas do caso de controle passivo mostrado anteriormente (seção 4.2.2).

A Figura 5.5 apresenta a autoridade de controle para os cinco primeiros modos de vibração da estrutura. Os valores para os componentes do circuito foram encontrados e ajustados para o primeiro modo de vibração utilizando as equações (4.28), (4.29) para o circuito RL e a formulação descrita por Trindade e Maio [38] para o circuito R.

A análise da Figura 5.5 mostra o comportamento da autoridade de controle em função da frequência e observa-se que a presença do elemento resistivo no circuito dá origem a um decréscimo na autoridade de controle analogamente ao caso anterior em

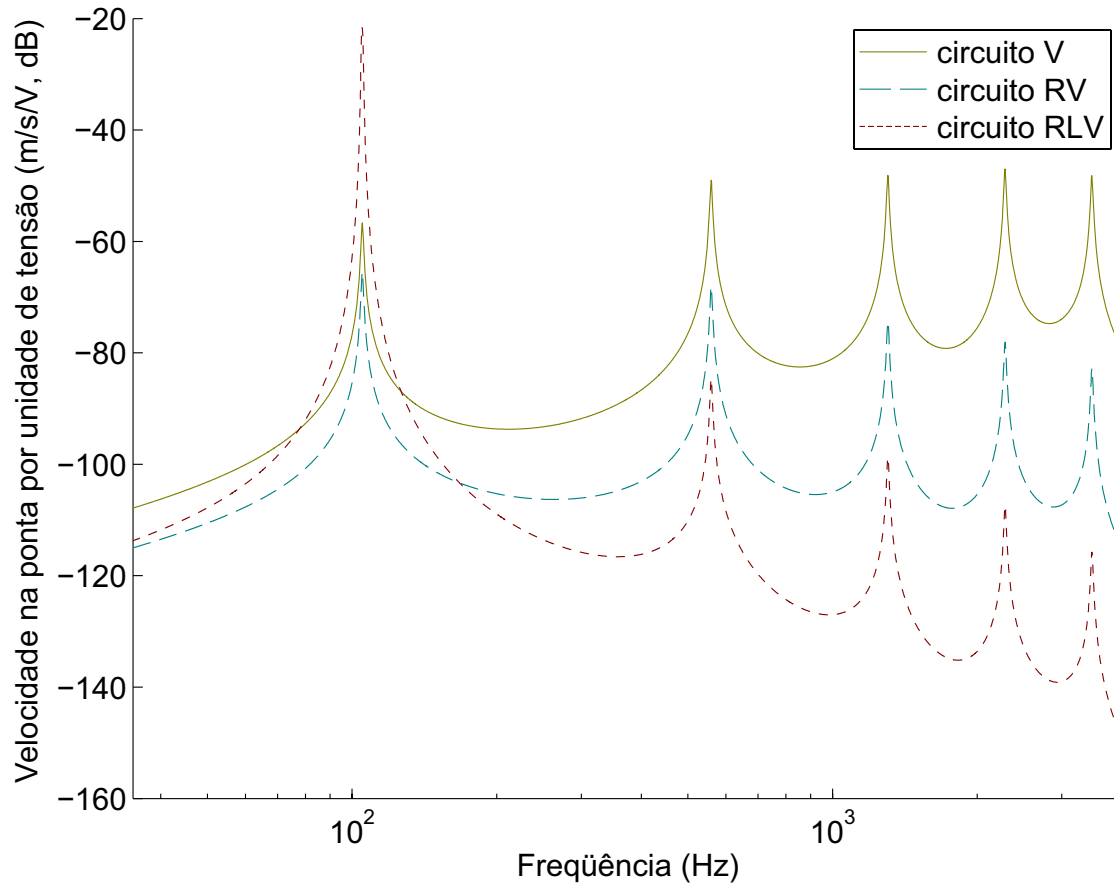


Figura 5.5: Autoridade de controle da viga engastada com piezocerâmica em cisalhamento.

extensão. Porém quando o circuito RLV está conectado a estrutura, observa-se que ocorre um aumento na autoridade de controle na região da primeira ressonância, como pode ser melhor observado na Figura 5.6. Note que, neste caso, a autoridade de controle aumenta não só em torno da frequência de ressonância mas na mesma inclusive. Comparando as Figuras 5.5 e 5.2, observa-se que no caso do circuito RLV o decréscimo da autoridade de controle com a frequência é menos acentuado no caso em cisalhamento.

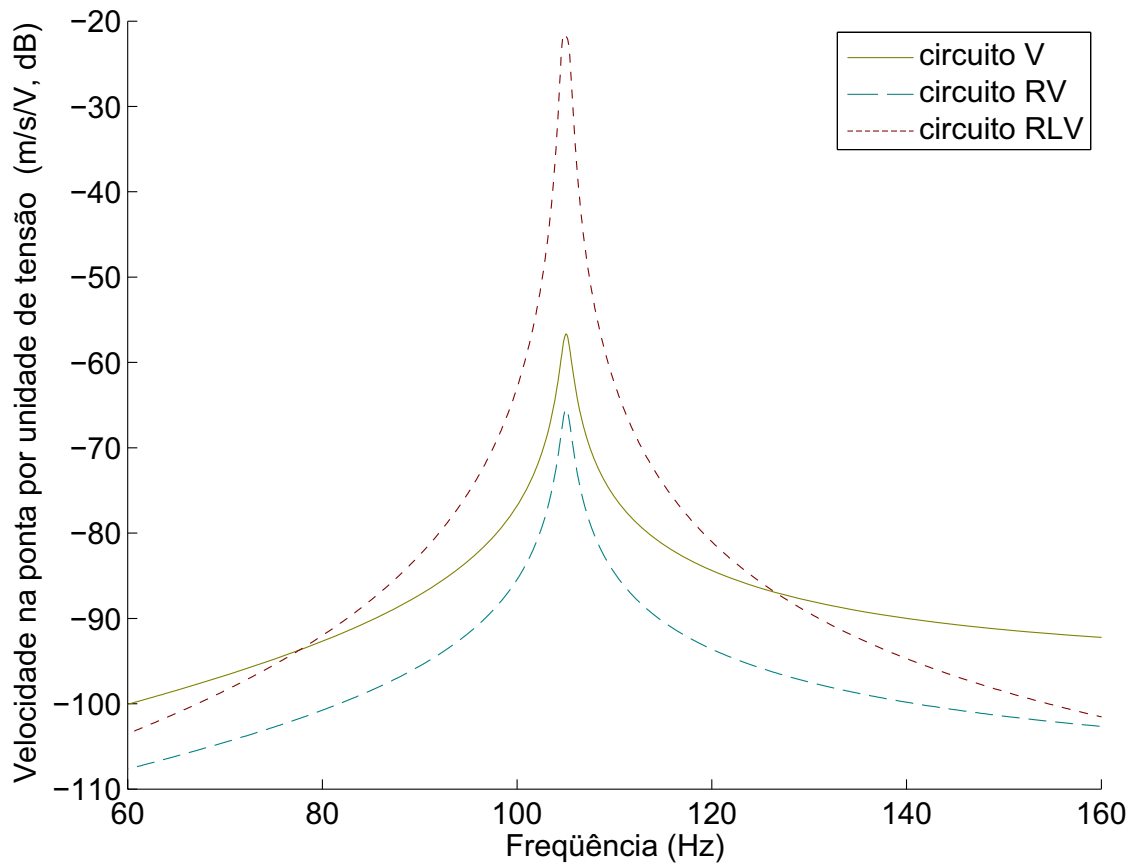


Figura 5.6: Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em cisalhamento com atuação elétrica.

5.3 Algoritmo de controle

Para prover um controle ativo das vibrações estruturais, uma lei de controle é necessária para se calcular a tensão elétrica a ser aplicada no circuito. Neste trabalho, o algoritmo de controle considerado foi uma versão interativa do controle ótimo LQR (Linear Quadratic Regulator) conforme apresentada em [37]. Neste algoritmo de controle, respeita-se uma tensão de controle máxima aplicada sobre os atuadores piezoelétricos. O desempenho do controle do tipo LQR depende de uma função custo J dada por

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^t \mathbf{Q} \mathbf{x} + r \varphi^2) dt \quad (5.1)$$

sendo \mathbf{x} a variável de estado composta pelos deslocamentos e velocidades modais dos modos considerados e dos deslocamentos elétricos nas pastilhas (caso $R \neq 0$ ou $L \neq 0$) e de suas derivadas temporais ($L \neq 0$), φ a tensão elétrica aplicada pela fonte de tensão do circuito elétrico. \mathbf{Q} é uma matriz de ponderação de estado e r um escalar de ponderação de entrada, regulando assim a tensão elétrica aplicada ao circuito. A escolha da matriz \mathbf{Q} e do escalar r se torna então essencial para o projeto do controle ótimo. Neste trabalho, considerou-se a matriz \mathbf{Q} como sendo uma matriz identidade para que haja uma ponderação igualitária em todos os modos e o escalar r foi ajustado de modo a garantir uma tensão máxima de 200 V.

5.4 Controle híbrido para viga engastada com piezo-cerâmica em extensão

A análise de uma viga engastada-livre será realizada através da resposta em frequência para pastilhas piezoelétricas em extensão conforme a Figura 5.1 que apresenta a configuração considerada. Nesta seção uma comparação das respostas obtidas com controle passivo e híbrido será realizada. As respostas em frequência foram obtidas considerando uma força transversal concentrada e um sensor de velocidade na extremidade livre da viga.

A Figura 5.7 apresenta a resposta em frequência dos cinco primeiros modos de

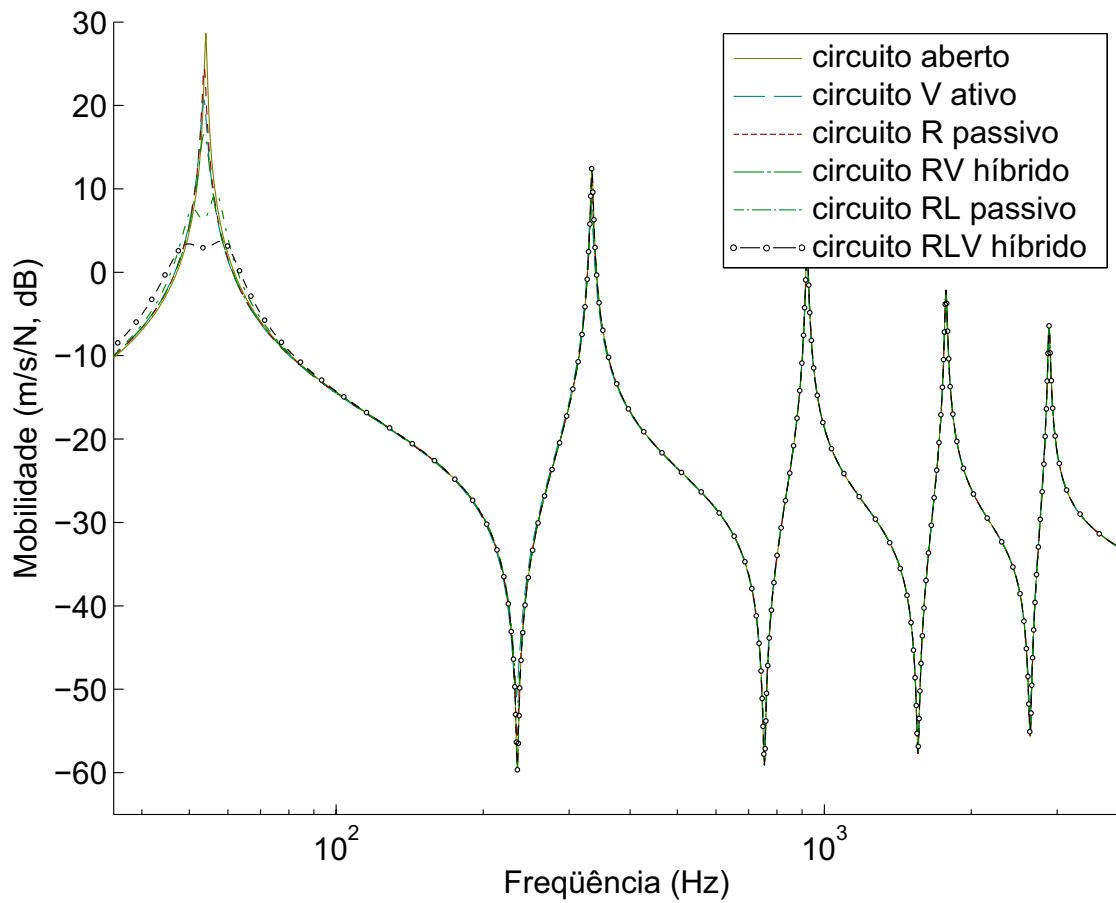


Figura 5.7: Comparação das respostas em frequência para o controle da viga com piezocerâmica em extensão.

vibração da estrutura com cerâmicas piezoelétricas em extensão utilizando controle passivo, ativo e híbrido ativo-passivo. Observa-se que a adição da fonte de tensão aliada a uma lei de controle não desestabiliza a estrutura. Para facilitar a análise, as Figuras 5.8 e 5.10 apresentam em detalhes a primeira e segunda ressonâncias, respectivamente.

Conforme pode ser observado na Figura 5.8, o efeito do controle puramente ativo na estrutura propicia uma redução na amplitude da resposta em frequência na ressonância de 8 dB em comparação a estrutura sem tratamento. No caso do circuito puramente resistivo aliado ao controle ativo, ainda na Figura 5.8, o efeito do circuito é de propi-

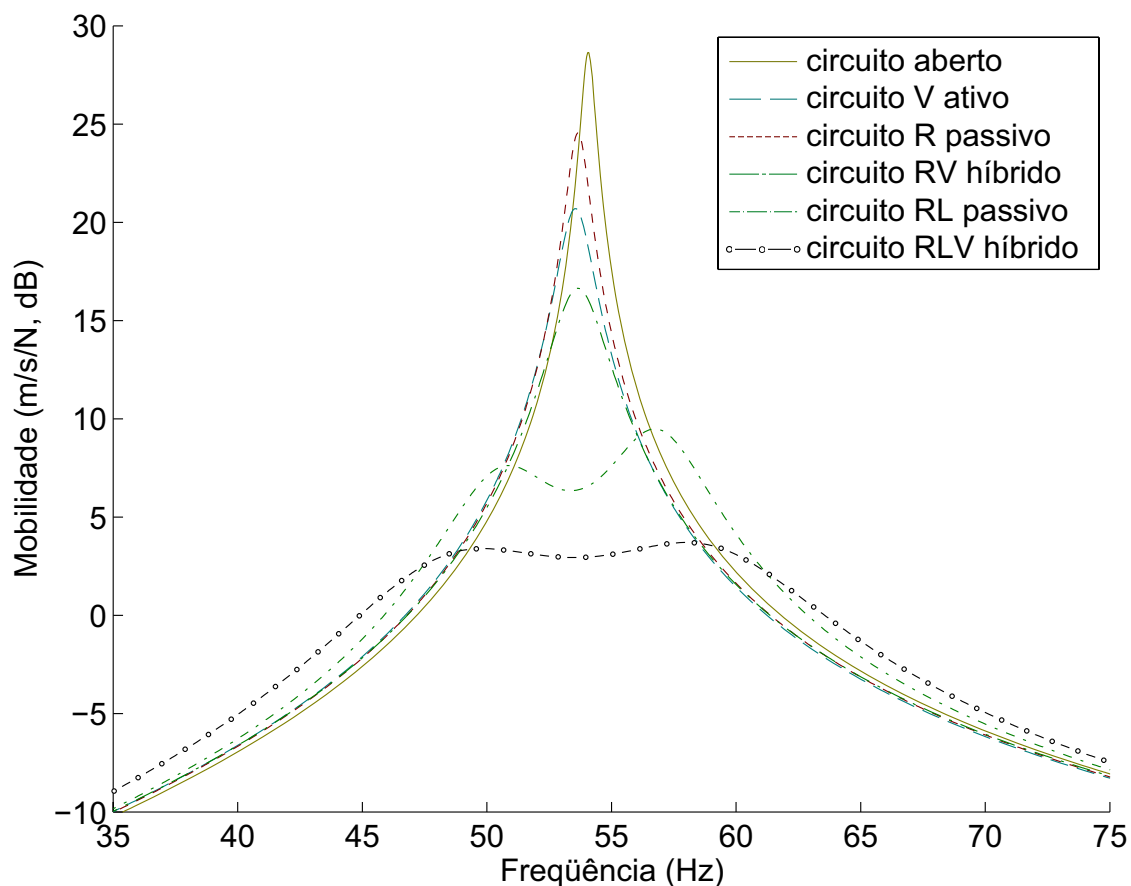


Figura 5.8: Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.

ciar uma modificação na frequência de ressonância da estrutura acoplada e no fator de amortecimento correspondente, provendo assim uma redução na amplitude da resposta em frequência, em comparação ao circuito puramente resistivo, de 8 dB, dando origem a uma redução de 13 dB em comparação à estrutura sem tratamento. Conforme especificado no projeto do absorvedor dinâmico equivalente, considerando a Figura 5.8, o circuito RL substitui a ressonância da estrutura original por duas ressonâncias acopladas com uma anti-ressonância entre elas. A anti-ressonância é posicionada na frequência de ressonância da estrutura base de forma que a amplitude nesta frequência é reduzida em aproximadamente 26 dB em comparação à estrutura sem tratamento. Em comparação ao circuito RL

conectado a estrutura em controle passivo, observa-se uma redução de 4 dB. Por outro lado, as duas ressonâncias geradas tem amplitude limitada pela resistência do circuito, tal que a diferença entre as amplitudes nas ressonâncias e na anti-ressonância é de 0.5 dB e 1 dB, à esquerda e à direita, respectivamente. Quando comparadas com os valores obtidos em controle passivo observa-se uma diferença de 4 dB e 6 dB para a ressonância à esquerda e à direita respectivamente. Assim, observa-se que o controle híbrido propicia uma redução de amplitude e também um alinhamento dos picos de ressonância gerados pelo circuito resistivo-indutivo.

Para uma melhor análise dos valores calculados para a resistência no circuito RL, pode-se observar na Figura 5.9 a resposta com valores de resistências variados em 10% de modo a analisar o comportamento dos valores obtidos através da equação (4.29). O efeito da variação dos valores de R mostra que reduz-se muito pouco os valores de amplitude na ressonância para resistências com valores elevados com o prejuízo de aumentar a amplitude na anti-ressonância criada pelo circuito RL em comparação com os valores produzidos pelo circuito com R ajustado. Para valores menores de resistência, pode-se observar que o valor da amplitude na anti-ressonância diminui e a amplitude nas ressonâncias criadas pelo circuito RL aumentam pouco em comparação com os valores produzidos pelo circuito com R ajustado. Porém, a variação do valor de R na configuração de controle híbrido ativo-passivo RLV não é expressiva.

A Figura 5.10 apresenta a segunda ressonância e nota-se que o controle puramente ativo atua sobre o segundo modo de vibração análogo ao primeiro modo reduzindo a amplitude da frequência de ressonância, em comparação a estrutura sem tratamento, em 5 dB. Analisando a Figura 5.10, pode-se observar que para o circuito resistivo híbrido

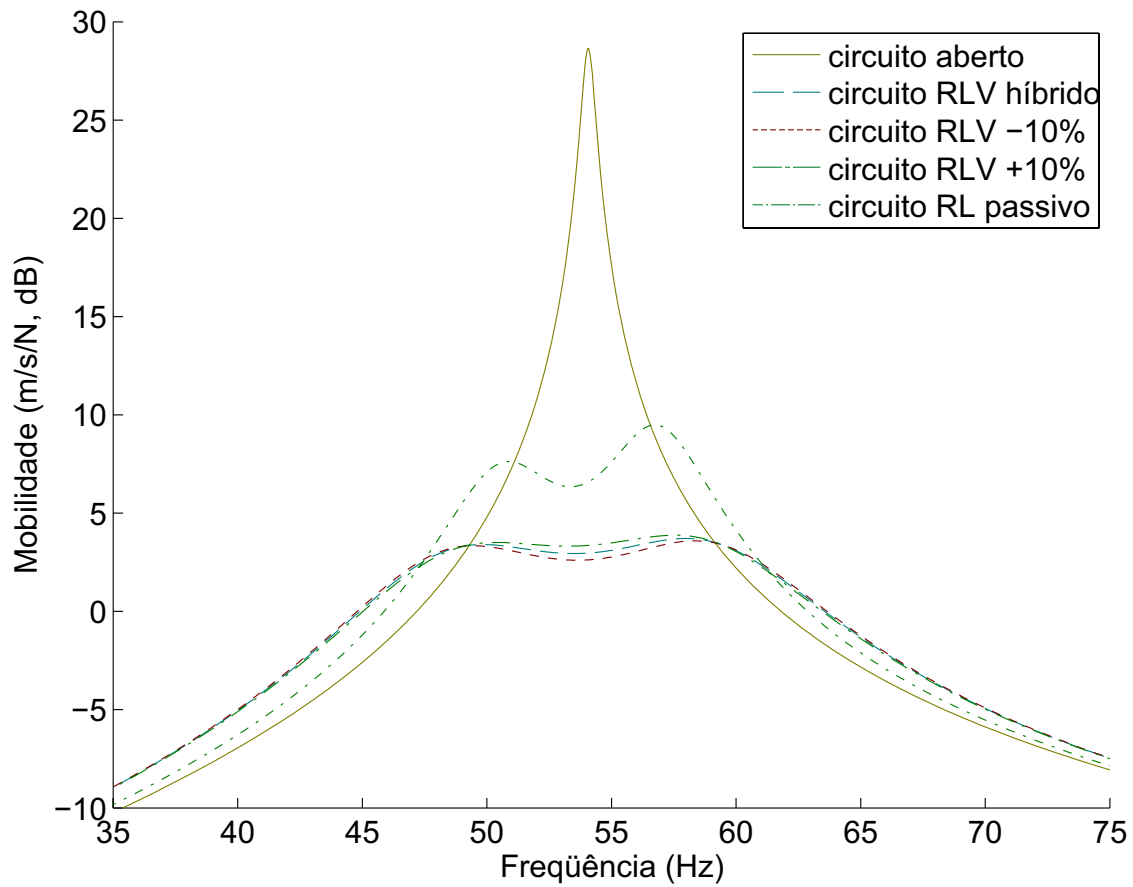


Figura 5.9: Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.

ocorre uma redução de 2 dB em comparação ao passivo e 4 dB em comparação à estrutura sem tratamento, na amplitude da frequência de ressonância. Isto se deve à redução da autoridade de controle para o circuito RV na segunda ressonância (Figura 5.2). O circuito resistivo-indutivo não afeta o segundo modo.

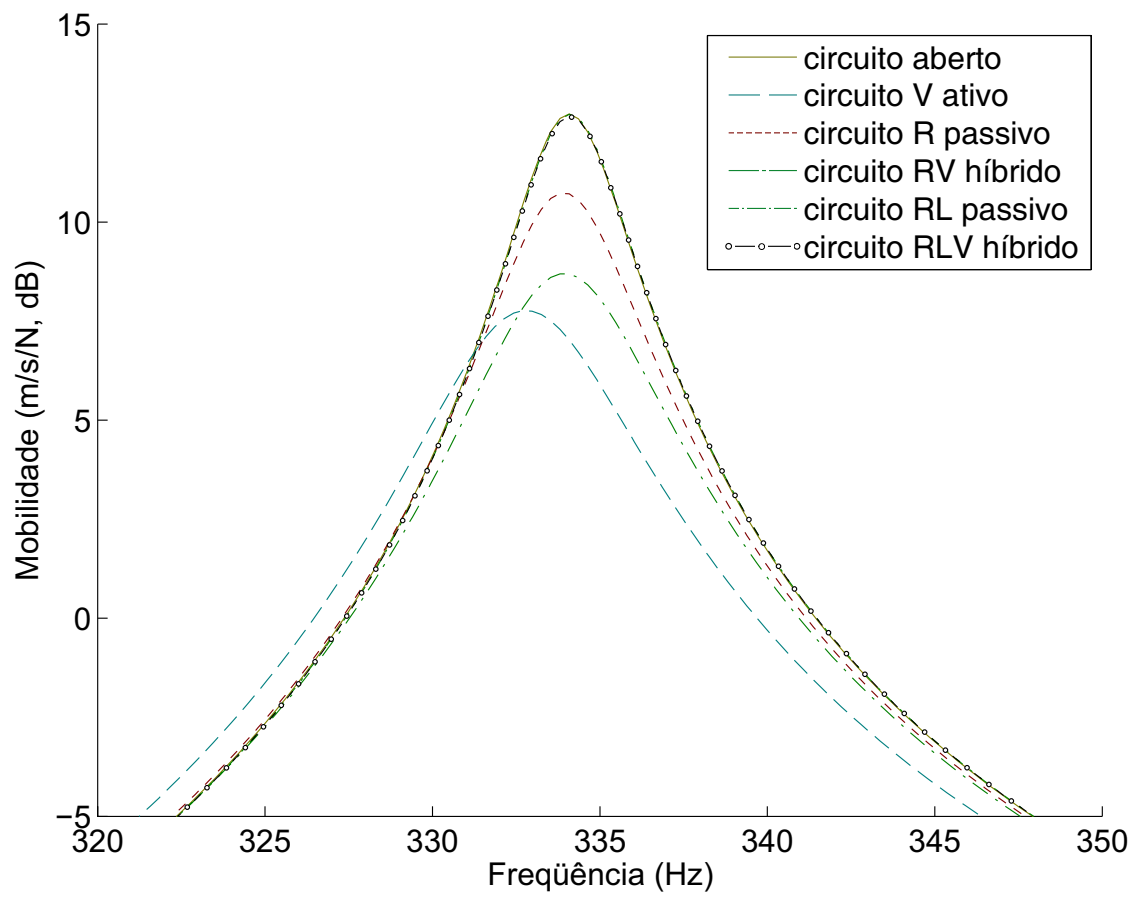


Figura 5.10: Segunda ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.

5.5 Controle híbrido para viga engastada com piezocerâmica em cisalhamento

A análise de uma viga engastada será realizada através da resposta em frequência para pastilhas piezoelétricas em cisalhamento conforme a Figura 5.4 que apresenta a configuração considerada. Nesta seção, uma comparação das respostas obtidas com controle passivo e híbrido será realizada. As respostas em frequência foram obtidas considerando uma força transversal concentrada e um sensor de velocidade na extremidade livre da viga.

A Figura 5.11 apresenta a resposta em frequência dos cinco primeiros modos de vibração da estrutura com cerâmicas piezoelétricas em cisalhamento utilizando controle passivo, ativo e híbrido ativo-passivo. Observa-se que a adição da fonte de tensão aliada a uma lei de controle não desestabiliza a estrutura. Para facilitar a análise, as Figuras 5.12 e 5.14 apresentam em detalhes a primeira e segunda ressonâncias, respectivamente.

Conforme pode ser observado na Figura 5.12, o efeito do controle puramente ativo na estrutura propicia uma redução pequena na amplitude da resposta em frequência na ressonância de 0,3 dB em comparação a estrutura sem tratamento. O circuito puramente resistivo aliado ao controle ativo, (Figura 5.12) não propicia alteração significativa na amplitude da resposta em frequência na ressonância. Conforme especificado no projeto do absorvedor dinâmico equivalente, considerando a Figura 5.12, o circuito RL substitui a ressonância da estrutura original por duas ressonâncias acopladas com uma anti-ressonância entre elas. O circuito RLV híbrido dá origem a uma redução de 10 dB em comparação a estrutura de base e de 1 dB em comparação ao circuito RL passivo. Por

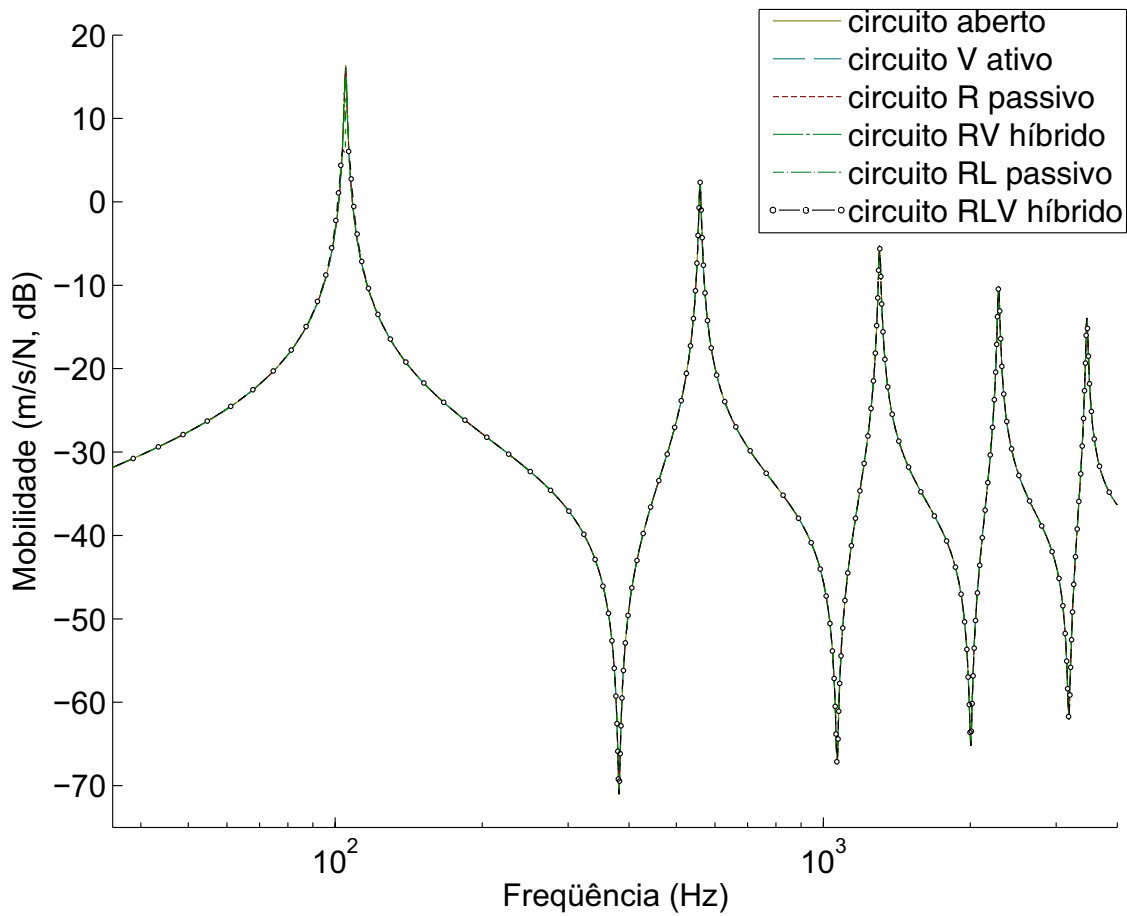


Figura 5.11: Comparação das respostas em freqüência para o controle da viga com piezocerâmica em cisalhamento.

outro lado, as duas ressonâncias geradas tem amplitude limitada pela resistência do circuito, tal que a diferença entre as amplitudes nas ressonâncias e na anti-ressonância é de 0,5dB e 1dB, à esquerda e à direita, respectivamente. Quando comparadas com os valores obtidos em controle passivo observa-se uma diferença de 8dB e 9dB para a ressonância à esquerda e à direita, respectivamente.

Quando comparados os valores obtidos no circuito resistivo-indutivo em controle passivo observa-se que o controle ativo propicia uma redução na amplitude e também um alinhamento dos picos de ressonância gerados pelo circuito resistivo-indutivo.

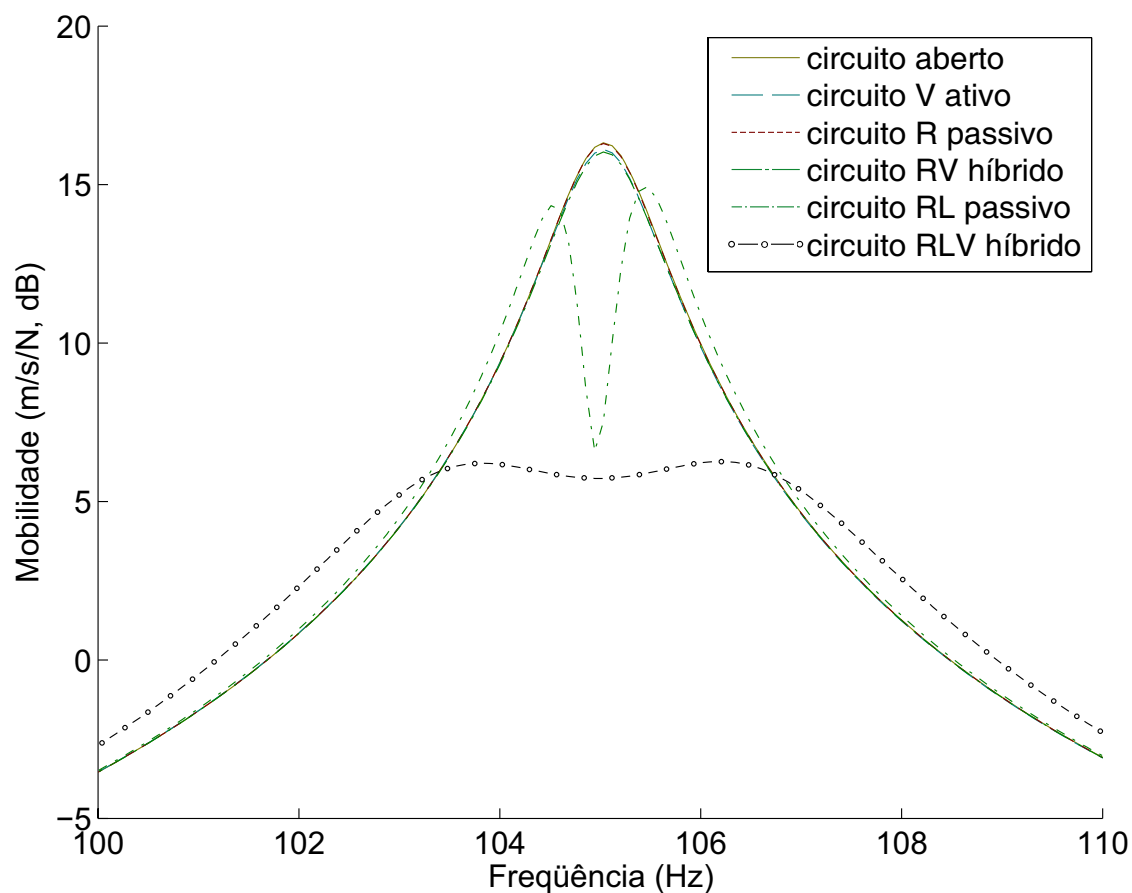


Figura 5.12: Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em extensão.

Para uma melhor análise dos valores calculados para a resistência no circuito RL, pode-se observar na Figura 5.9 a resposta com valores de resistências variados em 10% de modo a analisar o comportamento dos valores obtidos através da equação (4.29). O efeito da variação dos valores de R mostra que tanto com valores reduzidos, quanto com valores acrescidos de R , observa-se que a amplitude da ressonância e da anti-ressonância tem valores superiores aos valores obtidos com R calculado pela equação (4.29).

A Figura 5.14 apresenta o segundo modo de vibração e nota-se que o controle puramente ativo atua sobre o segundo modo de vibração análogo ao primeiro modo reduzindo a amplitude da frequência de ressonância, em comparação a estrutura sem tratamento, em

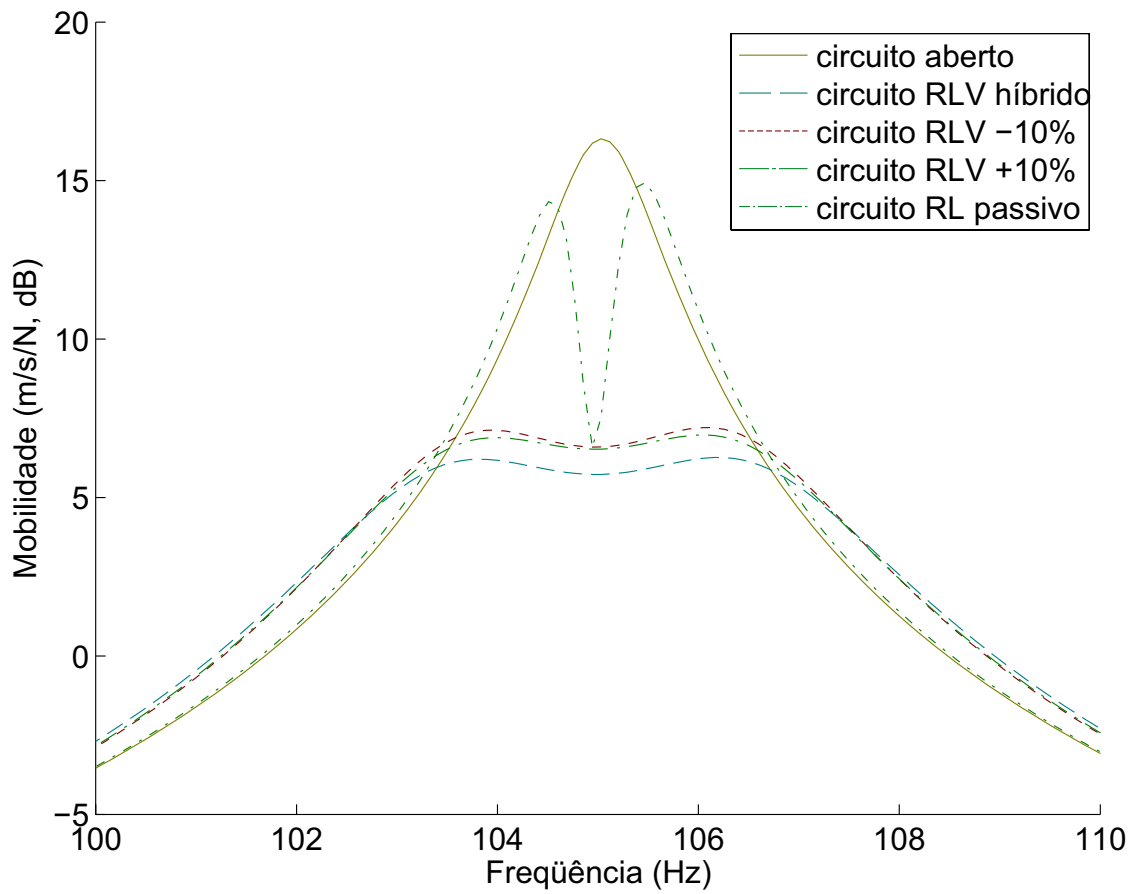


Figura 5.13: Primeira ressonância da viga com piezocerâmica em cisalhamento.

1 dB. Analisando a Figura 5.14, pode-se observar que somente para o controle puramente ativo obtém-se redução na amplitude da ressonância.

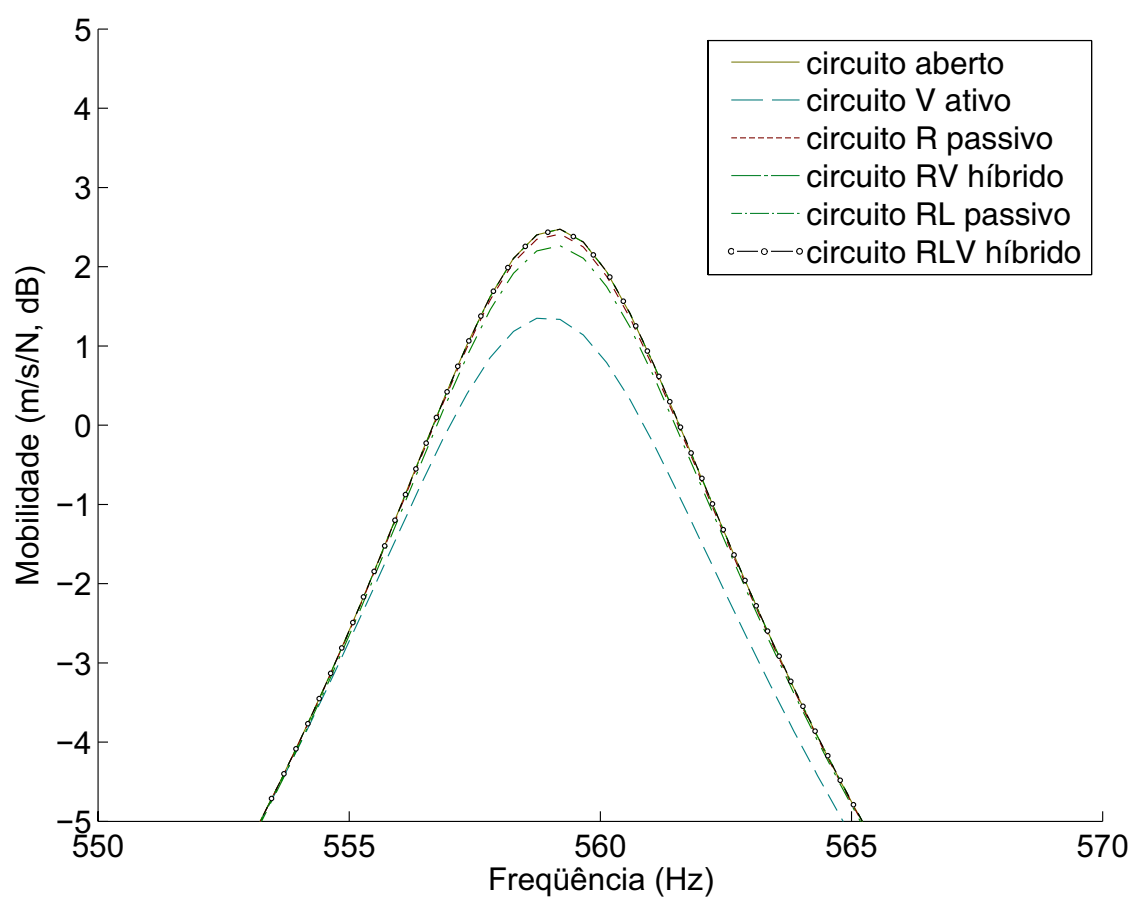


Figura 5.14: Segunda ressonância da viga com piezocerâmica em cisalhamento.

Capítulo 6

Conclusões

Esta dissertação apresentou uma análise numérica do controle de vibrações estruturais através de cerâmicas piezoelétricas em extensão e em cisalhamento conectadas a circuitos ativo-passivos compostos por resistência, indutância e fonte de tensão. Para tal, um modelo de elementos finitos de vigas sanduíche com três camadas elásticas e/ou piezoelétricas foi desenvolvido. Realizou-se também uma modelagem dos componentes do circuito elétrico e seu acoplamento à estrutura gerando assim uma equação de movimento acoplada para a estrutura com elementos piezoelétricos conectados aos circuitos elétricos.

Uma análise harmônica das equações obtidas foi realizada para se obter uma avaliação preliminar dos efeitos causados pelos componentes elétricos do circuito na estrutura. Observou-se que os elementos passivos do circuito, resistência e indutância, tem não somente um efeito de absorvedor dinâmico de vibrações mas, também, promovem uma amplificação da autoridade de controle no caso de se atuar através da fonte de tensão.

A metodologia tradicional de projeto de absorvedores dinâmicos de vibrações foi

utilizada para derivar expressões para os valores de resistência e indutância de modo a maximizar o desempenho passivo do sistema. Uma análise numérica do desempenho na redução das amplitudes de vibração em um viga engastada-livre com uma cerâmica piezoelétrica em extensão ou cisalhamento foi realizada mostrando bons resultados. Para o controle passivo usando cerâmicas em extensão, observou-se uma redução da amplitude em 5 dB com o circuito resistivo e 22 dB com o circuito resistivo-indutivo. Para cerâmicas em cisalhamento não se observou uma redução significativa da amplitude para o caso de circuito resistivo, porém para o circuito resistivo-indutivo observou-se uma redução de 10 dB na amplitude da ressonância. Uma diferença de amplitude entre ressonâncias e anti-ressonância de 1,5 dB e 3 dB, à esquerda e à direita foi observada. Esta diferença também aparece para cerâmicas em cisalhamento, para a qual a diferença de amplitude entre ressonâncias e anti-ressonância foi de 7,5 dB e 8 dB, à esquerda e à direita, respectivamente.

Em seguida, uma análise da autoridade de controle para estas estruturas foi realizada visando a implementação de um controle híbrido ativo-passivo. Com a introdução da fonte de tensão, a análise em ambos os casos de cerâmicas em extensão e cisalhamento mostrou um aumento na autoridade de controle na ressonância para a qual ajustada, ao custo de uma redução na autoridade crescente na frequência. Em particular para o caso de piezocerâmicas em cisalhamento, uma amplificação de 100 vezes da autoridade de controle foi observada.

Com a inclusão da fonte de tensão e uma lei de controle LQR interativa, a qual leva em consideração uma limitação de tensão aplicada, um estudo de controle híbrido ativo-passivo das mesmas estruturas foi realizado e observou-se que para cerâmicas em

extensão ocorre uma redução na amplitude de 8 dB para o circuito resistivo híbrido, enquanto para o caso resistivo-indutivo observa-se uma redução em de 26 dB. Para cerâmicas em cisalhamento, observa-se uma redução da amplitude nas ressonâncias em 11 dB comparada à estrutura de base. A diferença de amplitude entre ressonâncias e anti-ressonância foi de 0,5 dB e 1 dB, à esquerda e à direita, respectivamente para cerâmicas em extensão e em cisalhamento.

Procurando a continuidade do trabalho desenvolvido até o momento, pode-se sugerir os seguintes pontos como trabalhos futuros:

- Validação experimental da metodologia proposta;
- Introdução de várias cerâmicas piezoelétricas na estrutura para promover melhor desempenho e para um maior número de modos de vibração;
- Uso de cerâmicas de PMN-PT (Niobato de Magnésio e Chumbo dopadas com Titânio) no lugar do PZT para promover uma eficiência maior;
- Otimização de posicionamento das pastilhas piezoelétricas, bem como a dos seus tamanhos, procurando-se controlar mais modos de vibração com a menor quantidade de cerâmicas piezoelétricas.
- Otimização do ganho de controle e componentes R e L do circuito visando maximizar o efeito conjunto;
- Utilização de outros algoritmos de controle: DVF, LQG, IMSC, PPF, entre outros.

Referências Bibliográficas

- [1] Ahmadian, M. e DeGuilio, A., 2001, “Recent advances in the use of piezoceramics for vibration suppression,” *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 33, No. 1, pp.15-22.
- [2] Abreu, G.L.C.M., Ribeiro, J.F. e Steffen Jr., V., 2003, “Experiments on optimal vibration control of a flexible beam containing piezoelectric sensors and actuators,” *The Shock and Vibration*, Vol 10, 283-300.
- [3] Bailey, T. e Hubbard, J.E.J., 1985, “Distributed piezoelectric-polymer active vibration control of a cantilever beam,” *AIAA Journal*, Vol. 8, No. 5, pp.605-611.
- [4] Baillargeon, B.P. e Vel, S.S., 2005, “Active vibration suppression of sandwich beams using piezoelectric shear actuators: experiments and numerical simulations,” *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, Vol. 16, No. 6, pp.517-530.
- [5] Benjeddou, A., 2000, “Advances in piezoelectric finite element modeling of adaptive structural elements: a survey,” *Computers and Structures*, Vol. 76, pp.347-363.
- [6] Benjeddou, A., Trindade, M.A. e Ohayon, R., 1997, “A unified beam finite element model for extension and shear piezoelectric actuation mechanics,” *Journal of Intel-*

- ligent Materials Systems and Structures, Vol. 8, No. 3, pp.1012-1025.
- [7] Benjeddou, A., 2007, "Shear-mode piezoceramic advanced materials and structures: a state of the art," *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 14(4):263 - 275.
- [8] Benjeddou, A. e Ranger-Vieillard, J.-A., 2004, "Passive vibration damping using shunted shear-mode piezoceramics," In Topping, B.H.V. and Mota Soares, C.A., eds., *Proceedings of the Seventh International Conference on Computational Structures Technology*, Civil-Comp Press, Stirling, Scotland, p.4.
- [9] Benjeddou, A., Trindade, M.A. e Ohayon, R., 1999, "New shear actuated smart structure beam finite element," *AIAA Journal*, Vol. 37, No. 3, pp.378-383.
- [10] Benjeddou, A. e Ranger, J.A., 2006, "Use of shunted shear-mode piezoceramics for structural vibration passive damping," *Computers and Structures*, Vol. 84, pp.1415-1425.
- [11] Benjeddou, A. e Ranger, J.A., 2006, "Vibration damping using resonant shunted shear-mode piezoceramics," *III European Conference on Computational Mechanics Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering*, Lisboa.
- [12] Chopra, I., 2002, "Review of state of art of smart structures and integrated systems," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 11, pp.2145-2179.
- [13] Crawley, E.F. e de Luis, J., 1987, "Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures," *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 10, pp.1373-1385.

- [14] Dosch, J.J., Inman, D. e Garcia, E., 1992, "A self-sensing piezoelectric actuator for collocated control," *Journal of Intelligent Material System and Structures*, Vol. 3, pp.166-185.
- [15] Forward, R.L., 1979, "Electronic damping of vibrations in optical structures," *Applied Optics*, Vol. 18, No. 5, pp.690-697.
- [16] Hagood, N.W. e von Flotow, A., 1991, "Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146, No. 2, pp.243-268.
- [17] Harertling, G.H., 1999, "Ferroelectric ceramics: history and technology," *Journal American Ceramic Society*, Vol. 82, No. 4, pp.797-818.
- [18] Den Hartog, J.P., 1972, "Vibrações nos Sistemas Mecânicos," Editora Edgard Blücher Ltda., São Paulo, Brasil.
- [19] Ikeda, T., 1997, "Fundamentals of Piezoelectricity," Oxford University Press, New York, USA.
- [20] The Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.,1987, "IEEE Standard on Piezoelectricity" n.176-1987.
- [21] Lesieutre, G.A., 1998, "Vibration damping and control using shunted piezoelectric materials," *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 30, No. 3, pp.187-195.

- [22] Moheimani, S.O., 2003, "A survey of recent innovations in vibration damping and control using shunted piezoelectric transducers," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 11, No. 4, pp.482-494.
- [23] Morgan, R.A., e Wang, K.W., 2002, "An active-passive piezoelectric absorber for structural vibration control under harmonic excitations with time-varying frequency, part 1: algorithm development and analysis," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 124, pp.77-83.
- [24] Niezrecki, C., e Cudney, H. H., 1994, "Improving the power consumption characteristics of piezoelectric actuators," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 5, No. 4, 522-529
- [25] Raja, S., Prathap, G. e Sinha, P.K., 2002, "Active vibration control of composite sandwich beams with piezoelectric extension-bending and shear actuators," *Smart Materials and Structures*, Vol. 11, No. 1, pp.63-71.
- [26] Sunar, M. e Rao, S.S., 1999, "Recent advances in sensing and control of flexible structures via piezoelectric materials technology," *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 52, No. 1, pp.1-16.
- [27] Sun, C.T. e Zhang, X.D., 1995, "Use of thickness-shear mode in adaptive sandwich structures," *Smart Materials and Structures*, Vol. 4, No. 3, pp.202-206.
- [28] Sirohi, J. e Chopra, I., 2001, "Actuator power reduction using L-C oscillator circuits," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 12, pp.867-877.

- [29] Tang, J., Liu, Y., e Wang, K.W., 2000, "Semiactive and active-passive hybrid structural damping treatments via piezoelectric materials," *The Shock and Vibration Digest*, Vol. 32, No. 3, pp.189-200.
- [30] Tang, J. e Wang, K.W., 2004, "Vibration confinement via optimal eigenvector assignment and piezoelectric networks," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 126, pp.27-36.
- [31] Tang, J. e Wang, K.W., 2001, "Active-passive hybrid piezoelectric networks for vibration control: comparisons and improvement," *Smart Materials and Structures*, Vol. 10, pp.794-806.
- [32] Tsai, M.S., e Wang, K.W., 1999, "On the structural damping characteristics of active piezoelectric actuators with passive shunt," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 221, No. 1, pp.1-22.
- [33] Thornburgh, R.P. e Chattopadhyay, A., 2002, "Simultaneous modeling of mechanical and electrical response of smart composite structures," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 8, pp.1603-1610.
- [34] Thornburgh, R.P. e Chattopadhyay, A., 2003, "Modeling and optimization of passively damped adaptive composite structures," *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, Vol. 14, No. 4-5, pp.247-256.
- [35] Trindade, M.A., 2007, "Simultaneous extension and shear piezoelectric actuation for active vibration control of sandwich beams," *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 18, pp.591-600.

- [36] Trindade, M.A., Benjeddou, A. e Ohayon, R., 2001, "Piezoelectric active vibration control of damped sandwich beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 246, No. 4, pp.653-677.
- [37] Trindade, M.A., Benjeddou, A. e Ohayon, R., 1999, "Parametric analysis of the vibration control of sandwich beams through shear-based piezoelectric actuation," *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, Vol. 10, No. 5, pp.377-385.
- [38] Trindade, M.A. e Maio, C.E.B., 2006, "Passive vibration control of sandwich beams using shunted shear piezoelectric actuators," in *IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, Recife, ABCM.
- [39] Tsai, M.S. e Wang, K.W., 1999, "On the structural damping characteristics of active piezoelectric actuators with passive shunt," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 221, No. 1, pp.1-22.
- [40] Steffen Jr, V., Rade, D.A. e Inmann, D.J., 2000, "Using passive techniques for vibration damping in mechanical systems," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, Vol.22, No.3, pp 411-421.
- [41] Viana, F.A.C. e Steffen, V.J., 2006, "Multimodal vibration damping through piezoelectric patches and optimal resonant shunt circuits," *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering*, Vol. 28, No. 3, pp.293-310.