

VITOR RAMOS FRANCO

**TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO APLICADAS EM
SISTEMAS DE CONVERSÃO DE ENERGIA**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos, da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para obtenção do
título de Doutor em Engenharia Mecânica.



São Carlos
2014

VITOR RAMOS FRANCO

**TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO APLICADAS EM
SISTEMAS DE CONVERSÃO DE ENERGIA**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos, da Universidade de São Paulo,
como parte dos requisitos para obtenção do
título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração:

Dinâmica de Máquinas e Sistemas

Orientador:

Paulo Sérgio Varoto



São Carlos
2014

Class.	TESE
Cutt.	10.405
Tombo	T229/19
Sysno	2953798

L 100213325

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Carlos, 6 de junho de 2014.

Assinatura do autor

Assinatura do orientador

FICHA CATALOGRÁFICA

Franco, Vitor Ramos

F814t Técnicas de Otimização Aplicadas em Sistemas de Conversão de Energia/ Vitor Ramos Franco; orientador Paulo Sérgio Varoto. São Carlos, 2014.

Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Dinâmica de Máquinas e Sistemas - - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2014.

1. Energy Harvesting. 2. Viga Cantilever. 3. Piezeletricidade. 4. Otimização. 5. Incertezas. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **VITOR RAMOS FRANCO**.

Título da tese: "Técnicas de otimização aplicadas em sistemas de versão de energia".

Data da defesa: 11/04/2014

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Titular **Paulo Sergio Varoto (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado.

Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Vicente Lopes Junior**
(Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"/UNESP-Ilha Solteira)

Aprovado

Prof. Dr. **Domingos Alves Rade**
(Universidade Federal de Uberlândia/UFU)

Aprovado

Prof. Dr. **Roberto Gil Annes da Silva**
(Instituto Tecnológico de Aeronáutica/ITA)

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica:
Prof. Associado **Marcelo Areias Trindade**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Denis Vinicius Coury**

Serviço de Pós-Graduação
recebido em 14/08/2019.



AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente e acima de tudo, a DEUS, por sempre estar me iluminando e me dando forças para seguir firmemente o meu caminho;

À toda minha família, por sempre estarem ao meu lado, me apoiando e contribuindo muito para a minha formação;

À minha esposa Francielle, fundamental na minha vida em todas as situações;

Ao professor Paulo Sergio Varoto, por ter me dado a oportunidade de crescer dentro e fora da universidade, pelas indispensáveis orientações e pela amizade criada durante todos esses anos de convívio;

Aos amigos que obtive durante este período de minha vida, que nunca irei esquecer, pelos momentos de descontração, aprendizagem e amizade;

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPQ, pelos auxílios concedidos para a realização deste trabalho;

Aos membros da banca examinadora, pelas sugestões e comentários.

RESUMO

FRANCO, V. R. **Técnicas de otimização aplicadas em sistemas de conversão de energia**. 2014. 170p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

Recentemente, o processo de conversão de energia através do uso de materiais piezelétricos tem se destacado. Com o objetivo de obter a melhor performance do dispositivo de conversão de energia, este trabalho apresenta a aplicação e desenvolvimento de técnicas de otimização que, através da otimização de múltiplos parâmetros (multiparâmetros) do sistema, obtenha a maior potência de saída do conversor. A teoria de viga de Euler-Bernouli foi utilizada na modelagem do acoplamento eletromecânico de estruturas tipo viga cantilever parcialmente recobertas com material piezelétrico, com massa concentrada na extremidade livre, e excitadas harmonicamente pela base. O modelo foi, então verificado, através de testes experimentais. Múltiplos parâmetros do sistema foram ajustados empregando-se diferentes técnicas de otimização: método SQP (do inglês, *Sequential Quadratic Program*), Algoritmos Genéticos (GA, do inglês *Genetic Algorithms*), e um método de otimização desenvolvido nesse trabalho nomeado como "Busca Extensiva Modificada"(MES, sigla do inglês *Modified Extensive Search*), que se baseia na variação dos parâmetros do sistema (ou das variáveis de projeto) a fim de se encontrar, através de um trabalho modificado de busca, a melhor configuração que otimize a função objetivo analisada. Outro método de otimização implementado no presente trabalho é o método de programação estocástica (ou probabilística), no qual são tratados parâmetros aleatórios do sistema. Uma comparação entre as técnicas de otimização foi realizada para as conexões em série e paralelo das camadas piezelétricas e para 5 diferentes faixas de frequência, envolvendo uma variação de 5 a 80 Hz. Ademais, uma discussão sobre os efeitos de incertezas paramétricas na dinâmica do conversor de energia foi realizada utilizando o método de Simulações de Monte Carlo (MCS, sigla do inglês *Monte Carlo Simulations*). Os resultados das simulações numéricas revelaram um melhor desempenho apresentado pelo método MES quando comparado com os métodos SQP e GA. Ainda, os resultados da otimização estocástica reforçaram a importância de se levar em conta incertezas nos parâmetros de projeto do sistema de conversão de energia, uma vez que pequenas variações em alguns parâmetros de projeto podem causar variações significantes no potência elétrica de saída, o que sugere fortemente que incertezas sejam levadas em conta no projeto de um conversor de energia.

Palavras chave: Energy Harvesting, otimização, materiais piezelétricos, incertezas

ABSTRACT

FRANCO, V. R. **Optimization techniques applied in energy harvesting systems.** 2014. 170p. Thesis (Doctorate) - São Carlos Engineering School, University of São Paulo, São Carlos, 2014.

In the past years considerable research efforts have been dedicated to the development of harvesting ambient structural vibration signals through piezoelectric materials. Aimed to reach the best performance of the harvester in terms power generation, this work presents the study and development of optimization techniques where multiparameters of the system are adjust to obtain the maximum output power. Euler-Bernoulli beam theory is employed in developing an electromechanical model of a bimorph harvester carrying a tip mass and driven from its base by a single frequency harmonic motion. The model was then validated through experimental tests. Then, multiparameters are adjusted by employing different optimization strategies: Sequential Quadratic Programming (SQP), Genetic Algorithms (GA) and a proposed method called Modified Extensive Search (MES) that is based in the parameters variation in order to reach, through a modified search scheme, the best configuration for the harvester. Another classical optimization technique implemented in the present work is the Stochastic Programming Method in which stochastic variations are introduced in some key parameters. A comparison among the optimization techniques was performed for the series and parallel connection of the piezoelectric layers and for 5 different operation frequency ranges, from 5 to 80 Hz. Additionally, a comprehensive discussion on the effects of aleatory uncertainties on the dynamics of the harvester was performed using the well known Monte Carlo Simulation (MCS) method. Results from the numerical simulations revealed that the superior performance of the MES method compared to the SQP and GA methods. Additionally the results obtained from the stochastic programming approach reinforce the importance of accounting for uncertainties in the design of energy harvesting systems since small variations in some design parameters can cause a significant variation in the output electrical power, what strongly suggests that uncertainties must be accounted for in the design of energy harvesting systems.

Key words: Energy Harvesting, optimization, piezoelectric material, uncertainties

SUMÁRIO

Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	ix
Lista de Abreviaturas e Siglas	xi
Lista de Símbolos	xiii
1 Introdução	1
1.1 Motivação	4
1.2 Objetivos da pesquisa	4
1.3 Organização da tese	5
2 Métodos de Otimização Aplicados em Sistemas de Conversão de Energia Baseados em Vibração: Revisão Bibliográfica	7
2.1 Otimização baseada na variação dos parâmetros de projeto	7
2.2 Otimização baseada nas características do circuito	11
2.3 Otimização baseada no formato do conversor de energia	17
2.4 Otimização baseada no fenômeno não linear	21
2.5 Técnicas de otimização aplicadas em sistemas microeletromecânicos (MEMS) de conversão de energia	27
3 Modelagem Estrutural	35

3.1	Modelagem de uma viga <i>cantilever bimorph</i> utilizada como um dispositivo piezelétrico de conversão de energia.	35
3.1.1	Momento Fletor (M_b)	36
3.1.1.1	Momento fletor para conexão em série das camadas piezelétricas	40
3.1.1.2	Momento fletor para conexão em paralelo das camadas piezelétricas	40
3.1.2	Componente Inercial	41
3.1.3	Efeito do amortecimento	42
3.1.4	Excitação externa $f(x,t)$	43
3.1.5	Equação acoplada da viga em coordenadas modais.	44
3.1.6	Modelagem da viga <i>cantilever bimorph</i> para conexão em série das camadas piezelétricas.	50
3.1.6.1	Equação acoplada da viga em coordenada modais.	50
3.1.6.2	Equação do circuito elétrico acoplada de uma camada piezelétrica submetida a flexão dinâmica.	51
3.1.6.3	Expressões da resposta da vibração e tensão na forma fechada.	54
3.1.7	Modelagem da viga <i>cantilever bimorph</i> para conexão em paralelo das camadas piezelétricas.	57
3.1.7.1	Equação acoplada da viga em coordenadas modais.	57
3.1.7.2	Equação acoplada do circuito elétrico de uma camada piezelétrica submetida a flexão dinâmica.	58

3.1.7.3	Expressões da resposta da vibração e tensão na forma fechada.	59
3.2	Funções de Resposta em Frequência (FRFs) eletromecânicas.	60
3.2.1	FRFs eletromecânicas multimodais.	61
3.2.1.1	FRFs eletromecânicas multimodais para conexão em série das camadas piezelétricas.	61
3.2.1.2	FRFs eletromecânicas multimodais para conexão em paralelo das camadas piezelétricas.	63
3.2.2	FRFs eletromecânicas para um único modo.	64
3.3	Modelagem de uma viga <i>cantilever bimorph</i> com massa concentrada na extremidade e camadas piezelétricas segmentadas.	64
3.3.1	Momento fletor.	66
3.3.2	Massa por unidade de comprimento.	67
3.3.3	Equação das formas modais.	67
3.4	Potência de saída do conversor de energia.	69
4	Verificação Experimental	71
5	Técnicas de Otimização	79
5.1	Formulação de um problema de otimização.	80
5.2	Definição do problema de otimização proposto.	82
5.3	Implementação do método de otimização SQP.	84
5.4	Método de otimização “Busca Extensiva Modificada” (MES).	88
5.5	Programação estocástica.	91

5.5.1	Programação estocástica não linear.	92
5.5.2	Incertezas (MACE et al., 2005).	94
5.6	Algoritmo genético (GA).	96
6	Aplicações Numéricas	99
6.1	Incertezas e Otimização Estocástica	109
6.1.1	Análise de Incertezas	110
6.1.2	Resultados da Otimização Estocástica	120
7	Considerações Finais e Conclusão	125
7.1	Trabalhos Futuros	127
8	Referências Bibliográficas	129

LISTA DE FIGURAS

1	Vigas <i>cantilever bimorphs</i> utilizadas como dispositivos piezelétricos de conversão de energia (ROUNDY, 2005).	9
2	Distribuição ótima do material piezelétrico para os três primeiros modos de vibrar (BOURISLI et al., 2010).	11
3	Esquema do dispositivo piezelétrico de conversão de energia tipo pilha (RENNO et al., 2009).	16
4	Vigas <i>cantilever bimorphs</i> projetadas e testadas por Dietl et al. (2010).	19
5	Esquema do sistema eletromagnético de conversão de energia utilizado por Stanton et al. (2009).	23
6	. Conversão não linear de energia superando a ressonância linear (STANTON et al., 2009).	24
7	Esquema de uma viga <i>cantilever</i> excitada parametricamente e utilizada como conversor de energia (DAQAQ et al., 2009).	25
8	Micro conversor capacitivo de energia utilizado por Peano e Tambosso (2005).	29
9	Esquema do microconversor descrito no trabalho de Marboutin et al. (2007)	30
10	Geometrias dos MEMS conversores de energia: (a) viga espiral, (b) viga espiral "sandwich", (c) estrutura "amarrada"(CHOI et al. (2006)) e (d) "zigzag"(KARAMI; INMAN, 2011).	32
11	Esquema do conversor híbrido de energia proposto por Wu et al. (2008).	33

12	(a) Viga <i>cantilever bimorph</i> utilizada como conversor de energia e (b) seção transversal A-A do conversor.	36
13	Conexão em (a) série e (b) paralelo das camadas piezelétricas.	39
14	Viga <i>cantilever bimorph</i> com camadas piezelétricas conectadas em série.	51
15	Circuito elétrico representando a conexão em série das camadas piezelétricas.	54
16	Viga <i>cantilever bimorph</i> com camadas piezelétricas conectadas em paralelo.	58
17	Circuito elétrico representando a conexão em paralelo das camadas piezelétricas.	58
18	(a) viga <i>cantilever bimorph</i> com camadas piezelétricas segmentadas e (b) cortes A-A e B-B.	65
19	Viga <i>cantilever bimorph</i> com várias segmentações das camadas piezelétricas.	69
20	Viga <i>cantilever</i> com apenas uma segmentação das camadas piezelétricas.	69
21	Projeto do experimento	73
22	Setup experimental utilizado na validação do modelo	74
23	Comparação entre FRFs de tensão variando o parâmetro R_I (seção 1.)	76
24	Comparação entre FRFs de tensão variando o parâmetro M_I (seção 2.)	76
25	Comparação entre FRFs de tensão variando os parâmetros L_S e L_p simultaneamente (seção 3.)	76
26	Comparação entre FRFs de velocidade da extremidade variando o parâmetro R_I	77

27	Comparação entre FRFs de velocidade da extremidade variando o parâmetro M_t	77
28	Comparação entre FRFs de velocidade da extremidade variando os parâmetros L_S e L_p simultaneamente	77
29	(a) Influência dos parâmetros L_S e h_t na frequência natural do conversor; influência de L_p (b) na configuração da FRF de tensão, (c) na frequência natural do conversor e (d) no pico da FRF de tensão para faixa de frequência de projeto de 05 a 20 Hz e conexão em série das camadas piezelétricas.	101
30	Variação da amplitude da potência elétrica com a variação do resistor de carga para conexão em (a) série e (b) paralelo das camadas piezelétricas.	102
31	Valores ótimos dos parâmetros obtidos em cada método de otimização e faixa de frequência de projeto.	106
32	Frequências naturais obtidas utilizando os parâmetros ótimos.	106
33	(a) FRFs de tensão e (b) picos normalizados da potência elétrica de saída para cada método de otimização e conexão das camadas piezelétricas.	107
34	Funções densidade de probabilidade para cada parâmetro incerto.	113
35	Convergência normalizada.	114
36	Envelopes da região de confiança considerando incertezas em todos os parâmetros.	116
37	Região de variação da potência elétrica de saída do conversor de energia	117
38	Região de variação do pico de tensão da FRF	119

39	Porcentagem da variação da tensão de pico da MCS FRF com respeito ao pico da FRF ótima.	120
40	Região de confiança (envelope) considerando cada parâmetro separadamente: faixa de frequência de (a) 05-20 Hz e (b) 65-80 Hz.	121
41	Comparação dos resultados no método SQP e de otimização estocástica	122
42	(a) Picos das FRFs de tensão e (b) potência de pico normalizada resultante para cada método de otimização	123

LISTA DE TABELAS

1	Parâmetros utilizados na validação do modelo (seção 1. - variação no parâmetro R_l)	75
2	Parâmetros utilizados na validação do modelo (seção 2. - variação no parâmetro M_l)	75
3	Parâmetros utilizados na validação do modelo (seção 3. - variação nos parâmetros L_S e L_p)	75
4	Parâmetros geométricos e do material utilizados na modelagem do sistema	100
5	Propriedades e parâmetros utilizados no método dos GAs	104
6	Desvio padrão para cada parâmetro.	112

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC	Corrente Alternada
GA	Algoritmo Genético
CCP	Programação de Chance Restrita
DC	Corrente Contínua
EMCC	Coefficiente de Acoplamento Eletromecânico
ES	Busca Extensiva
FEM	Métodos dos Elementos Finitos
FRF	Função de Resposta em Frequência
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
MCS	Simulações de Monte Carlo
MEMS	Sistemas Microeletromecânicos
MES	Busca Extensiva Modificada
PDF	Função Densidade de Probabilidade
SECE	Extração Síncrona de Carga Elétrica
SSD	Amortecimento Sincronizado Chaveado
SSHI	Conversão Sincronizada Chaveada em Indutor
SQP	Programação Sequencial Quadrática
TOM	Método de Otimização Topológica

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área da seção transversal da viga
\mathbf{A}	Matriz envolvendo as restrições de desigualdade lineares (otimização)
\mathbf{A}_{eq}	Vetor envolvendo as restrições de igualdade lineares (otimização)
\mathbf{B}	Matriz envolvendo as restrições de desigualdade lineares (otimização)
\mathbf{B}_{eq}	Vetor envolvendo as restrições de igualdade lineares (otimização)
b	Largura do conversor (subestrutura + camada piezelétrica)
b_p	Largura da camada piezelétrica
b_s	Largura da subestrutura
b_t	Largura da massa da extremidade da viga
$C(\mathbf{X})$	Função de restrições de desigualdade (otimização)
$C_{eq}(\mathbf{X})$	Função de restrições de igualdade (otimização)
C_r	Constante modal de amplitude
C_p	Capacitância interna da camada piezelétrica
c_s	Coefficiente equivalente para o amortecimento estrutural
c_a	Coefficiente de amortecimento viscoso
D	Vetor das componentes de deslocamento elétrico na camada piezelétrica
D_3	Componente de deslocamento elétrico
d_{31}	Constante piezelétrica
d_{31}^S	Constante piezelétrica em deformação constante

E_3	Campo elétrico
$\bar{\epsilon}_{31}$	Relação piezométrica
$F(\mathbf{Y})$	Função objetivo em termos dos valores médios e variância (otimização)
$F_{inercia}$	Força de inércia da viga
$f(\mathbf{X})$	Função objetivo (otimização)
$f(\mathbf{Y})$	Função objetivo (otimização)
$f(x,t)$	Força de excitação aplicada na viga
$g_j(\mathbf{X})$	Restrições de desigualdade (otimização)
$g(t)$	Movimento translacional da base
$H(x)$	Função degrau unitário
H_r^{par}	Amplitude complexa da resposta mecânica modal para a conexão em paralelo das camadas piezométricas
H_r^{ser}	Amplitude complexa da resposta mecânica modal para a conexão em série das camadas piezométricas
$h_j(\mathbf{X})$	Restrições de igualdade (otimização)
h_p	Espessura da camada piezométrica
h_{pc}	Distância entre o eixo neutro e o centro da camada piezométrica.
h_S	Espessura da subestrutura
h_t	Altura da massa da extremidade da viga
$h(t)$	Movimento rotacional da base
I	Momento de inércia equivalente da seção transversal composta
I_t	Momento de inércia de rotação da massa concentrada na extremidade

$i_r^{ser}(t)$	Fonte de corrente para conexão em série das camadas piezelétricas
$i_r^{par}(t)$	Fonte de corrente para conexão em paralelo das camadas piezelétricas
k_1, k_2	Constantes cujos valores indicam a relativa importância da média e variância (otimização)
$k_r(t)$	Rigidez modal
LB	Vetor contendo as fronteiras inferiores (otimização)
L_S	Comprimento da Subestrutura
LL_S	Menor Comprimento da Subestrutura (otimização)
Lh_t	Menor altura da massa da extremidade da viga (otimização)
LR_t	Menor resistência de carga (otimização)
LL_p	Menor Comprimento da camada piezelétrica (otimização)
L_p	Comprimento da camada piezelétrica
L_1	Posição inicial da camada piezelétrica
L_2	Posição final da camada piezelétrica
M_b	Momento Fletor
M_S	Momento interno devido ao amortecimento
M_t	Massa da extremidade da viga
m	Massa por unidade de comprimento da viga
$m_r(t)$	Massa modal
<i>NONCON</i>	Função restrição não-linear (otimização)
$N_r(t)$	Força mecânica modal
$N_r^m(t)$	Componente inercial da força mecânica modal

$N_r^c(t)$	Componente devido ao amortecimento da força mecânica modal
n_s	Número de realizações na MCS
P_{par}	Potência elétrica de saída para conexão em paralelo das camadas pieze- létricas
P_{ser}	Potência elétrica de saída para conexão em série das camadas pieze- létricas
p_j	Probabilidade específica (otimização)
R_l	Resistência de carga do conversor
rn	Números aleatórios
S_1^S	Componentes de deformação da subestrutura
S_1^P	Componentes de deformação da camada piezolétrica
S_{11}^E	Compliância elástica em um campo elétrico constante
T_1^S	Componentes de tensão mecânica da subestrutura
T_1^P	Componentes de tensão mecânica da camada piezolétrica
$U_r(x)$	Autofunção do r -ésimo modo de vibrar
$U_s(x)$	Autofunção do s -ésimo modo de vibrar
UB	Vetor contendo as fronteiras superiores (otimização)
UR_l	Maior resistência de carga (otimização)
UL_s	Maior Comprimento da Subestrutura (otimização)
Uh_l	Maior altura da massa da extremidade da viga (otimização)
$u(x,t)$	Deslocamento absoluto da viga
$u_b(x,t)$	Deslocamento transversal da base

$u_{rel}(x,t)$	Deslocamento relativo da viga (deflexão)
$u_{rel}^{ser}(x,t)$	Deslocamento relativo da viga (deflexão) para a conexão em série das camadas piezelétricas
$u_{rel}^{par}(x,t)$	Deslocamento relativo da viga (deflexão) para a conexão em paralelo das camadas piezelétricas
V_{par}	Amplitude complexa da tensão elétrica para a conexão em paralelo das camadas piezelétricas
V_{ser}	Amplitude complexa da tensão elétrica para a conexão em série das camadas piezelétricas
Vol_p	Volume total das camadas piezelétricas
Vol_S	Volume da subestrutura
$v(t)$	Tensão elétrica
$v_{ser}(t)$	Tensão elétrica para conexão em série das camadas piezelétricas
$v_{par}(t)$	Tensão elétrica para conexão em paralelo das camadas piezelétricas
\mathbf{X}	Vetor de projeto (otimização)
\mathbf{Y}	Vetor de variáveis aleatórias e independentes (otimização)
Y_0	Amplitude da translação da base
Y_S	Módulo de Young da subestrutura
Y_p	Módulo de Young da camada piezelétrica
Y_t	Módulo de Young da massa da extremidade da viga
YI	Rigidez flexional
$(YI)_B$	Rigidez flexional na seção <i>bimorph</i>
$(YI)_S$	Rigidez flexional da subestrutura (sem camada piezelétrica)

$\alpha_{par}(\omega)$	FRF que relaciona a tensão elétrica de saída considerando entrada de translação da base para a conexão em paralelo das camadas piezelétricas
$\alpha_{ser}(\omega)$	FRF que relaciona a tensão elétrica de saída considerando entrada de translação da base para a conexão em série das camadas piezelétricas
β_r	Autovalor
$\beta_{par}(\omega, t)$	FRF que relaciona o deslocamento transversal de saída considerando entrada de translação da base para a conexão em paralelo das camadas piezelétricas
$\hat{\beta}_{par}^{mod}(\omega, L_S)$	FRF que relaciona a velocidade absoluta da extremidade da viga para a conexão em paralelo das camadas piezelétricas
$\beta_{ser}(\omega, t)$	FRF que relaciona o deslocamento transversal de saída considerando entrada de translação da base para a conexão em série das camadas piezelétricas
$\hat{\beta}_{ser}^{mod}(\omega, L_S)$	FRF que relaciona a velocidade absoluta da extremidade da viga para a conexão em série das camadas piezelétricas
δ_{rs}	Função delta de Kronecker
ϵ_{33}^T	Permissividade em tensão constante
$\bar{\epsilon}_{33}^S$	Permissividade em deformação constante
$\eta_r(t)$	Resposta mecânica do r -ésimo modo de vibrar
$\eta_{ser}(t)$	Resposta mecânica modal para conexão em série das camadas piezelétricas
$\eta_{par}(t)$	Resposta mecânica modal para conexão em paralelo das camadas piezelétricas
κ_r	Acoplamento modal na equação do circuito elétrico

$\mu_{ser}(\omega)$	FRF que relaciona a tensão elétrica de saída considerando entrada de rotação da base para a conexão em série das camadas piezelétricas
$\mu_{par}(\omega)$	FRF que relaciona a tensão elétrica de saída considerando entrada de rotação da base para a conexão em paralelo das camadas piezelétricas
ω	Frequência natural não-amortecida
ω_r	Frequência natural não-amortecida do r -ésimo modo de vibrar
ω_{min}	Frequência natural não-amortecida do r -ésimo modo de vibrar
$\phi_j(p_j)$	Valor da variação normal padrão correspondente a probabilidade p_j
$\phi_{ser}(\omega, t)$	FRF que relaciona o deslocamento transversal de saída considerando entrada de rotação da base para a conexão em série das camadas piezelétricas
$\phi_{par}(\omega, t)$	FRF que relaciona o deslocamento transversal de saída considerando entrada de rotação da base para a conexão em paralelo das camadas piezelétricas
$\bar{\psi}$	Média (otimização)
ρ_p	Densidade mássica da camada piezelétrica
ρ_s	Densidade mássica da subestrutura
σ_{ψ}	Variância (otimização)
θ_0	Amplitude da rotação da base
$\vartheta(t)$	Acoplamento piezelétrico
$\vartheta_{ser}(t)$	Acoplamento piezelétrico para conexão em série das camadas piezelétricas
$\vartheta_{par}(t)$	Acoplamento piezelétrico para conexão em paralelo das camadas piezelétricas

ζ

fator de amortecimento modal

1 INTRODUÇÃO

Desde o início da humanidade, a busca por sobrevivência levou à emergência das fontes de energia, que ao passar do tempo foram cada vez mais utilizadas e pesquisadas. Ao passar dos anos, o mundo entrou em colapso devido à crescente necessidade por maiores quantidades de energia. Grandes guerras e poluição ambiental foram causadas pelo uso desta energia.

Nos anos 70, tem surgido a tecnologia de Sistemas Microeletromecânicos (MEMS) e foi utilizada na composição de sistemas elétricos e mecânicos. Mais recentemente, esta tecnologia foi expandida, incluindo sistemas biológicos, óticos, fluídicos, magnéticos e outros (REBELLO, 2004). Os MEMS de baixa potência são máquinas complexas que permitem chips se tornarem inteligentes. Estes dispositivos atuam como uma ligação entre a eletrônica digital e o mundo físico, permitindo a integração entre sistemas eletrônicos e mecânicos em um só chip. A aplicação dos MEMS é apropriada para sistemas de todos os tipos, devido ao fato de serem pequenos, rápidos, eficientes energeticamente e possuem um menor custo (STEPHEN, 2006).

Com os recentes avanços na tecnologia sem fio e de MEMS, a demanda por dispositivos eletrônicos portáteis está crescendo rapidamente. Devido ao fato destes dispositivos serem portáteis, torna-se necessário que estes carreguem sua própria fonte de energia. Na maioria dos casos, esta fonte de energia é uma bateria convencional; entretanto, problemas podem ocorrer quando estas baterias são utilizadas, devido ao ciclo de vida finito que elas possuem (LEFEUVRE et al., 2005a). Para dispositivos eletrônicos

portáteis, substituir a bateria pode se tornar uma tarefa cara e entediante, ou até mesmo impossível de ser realizada devido à localização remota destes dispositivos (SODANO et al., 2005; SODANO; INMAN, 2004).

Isto levou à possibilidade de sensores auto-suficientes em energia, e a necessidade de se carregar sistemas remotos ou dispositivos embarcados tem motivado muitas pesquisas em coletar energia elétrica proveniente de várias fontes vindas do ambiente (SHU; LIEN, 2006a). Estas fontes incluem energia solar (GUILAR et al., 2009), gradientes térmicos (GUYOMAR et al., 2009) e vibração mecânica (BEEDY et al., 2006).

Se a energia contida no ambiente ao redor de uma estrutura pudesse ser obtida como uma fonte alternativa de energia, então esta energia poderia ser utilizada para prolongar a vida útil de uma fonte de energia ou, no caso ideal, providenciar energia infinita para os dispositivos eletrônicos. Tais dispositivos poderiam ser empregados em ambientes hostis ou inacessíveis, necessitando de pouca ou nenhuma manutenção (STEPHEN, 2006). Assim, surgiu o conceito de Energy Harvesting (do inglês, colheita de energia), atribuído ao fato de converter energia ambiente (antes desperdiçada) em energia elétrica útil, através de conversores, e depois armazenar esta energia para ser utilizada por algum equipamento/dispositivo (SODANO et al., 2005). Há vários tipos de dispositivos para armazenamento de energia, incluindo tradicionais capacitores eletrolíticos, baterias recarregáveis e supercapacitores (GUAN; LIAO, 2008).

Entre as diferentes soluções para a obtenção desta energia desperdiçada, técnicas de conversão de energia baseadas em vibrações mecânicas têm se destacado devido à presença quase universal das vibrações mecânicas. Por algum tempo, esta fonte inestimável de energia tem sido ignorada e, em muitos casos, são procuradas soluções para reduzir as vibrações através da dissipação de energia. Hoje em dia, em vez de dissipar a energia proveniente das vibrações, convertendo-a em calor, são procuradas maneiras de se converter esta energia em energia elétrica útil.

Coletar energia de vibrações ambientais desperdiçadas através da conversão de

energia mecânica em energia elétrica, e posteriormente armazená-la, é um campo muito estudado nos últimos anos. Os mecanismos básicos de transdução utilizados para conversão de vibração em eletricidade são o piezelétrico (SODANO et al. , 2004; LEFEUVRE et al. , 2005b; AJITSARIA et al. , 2007; ERTURK et al. , 2009a; ERTURK; INMAN, 2009; ERTURK; INMAN, 2008), eletromagnético (BEEBY et al., 2007; MANN; SIMS, 2009; STANTON et al., 2010), eletrostático (BARTSCH et al., 2007), magnetostrictivo (WANG; YUAN, 2008) ou a combinação destes mecanismos (STANTON et al., 2009; ERTURK et al., 2009b; COTTONE et al., 2009). Uma revisão em conversão de energia utilizando vibrações mecânicas e materiais piezelétricos pode ser vista em (SODANO; INMAN, 2004; ANTON; SODANO, 2007; ZHEN; QING, 2011).

Independente do mecanismo de transdução, uma primeira questão em Energy Harvesting baseada em vibrações mecânicas é que o melhor desempenho de um gerador é usualmente limitado a excitações em sua frequência fundamental de ressonância (YANG et al., 2010; ERTURK; INMAN, 2009). Entretanto, se a vibração ambiente aplicada desvia-se ligeiramente da condição de ressonância, a energia de saída é drasticamente reduzida. A fim de solucionar este problema, várias soluções têm sido propostas na literatura, tais como técnicas ativas/passivas de ajuste de frequência e técnicas que aumentam a largura da banda de frequência (YANG et al., 2010).

Vários tipos de estruturas, materiais para conversão, circuitos para conversão e armazenamento de energia, e mecanismos de transdução foram e ainda estão sendo desenvolvidos para se obter a melhor configuração para um sistema eficiente/otimizado de conversão de energia. Baseados neste fato, muitos pesquisadores focaram seus estudos na otimização do projeto e desempenho de sistemas de conversão de energia baseados em vibrações mecânicas. A otimização de um sistema de conversão de energia requer a consideração do sistema global e seu ambiente (redor), da excitação mecânica externa que gera a vibração, e das características das cargas eletrônicas (LEFEUVRE

et al., 2005a).

1.1 Motivação

Sistemas de conversão e armazenamento de energia utilizando materiais piezelétricos têm grande utilidade em diversas aplicações. Nesse contexto, esta pesquisa é motivada pela busca de um projeto ótimo que maximize o desempenho de sistemas de conversão de energia em termos de potência elétrica de saída.

1.2 Objetivos da pesquisa

- **Objetivo geral da pesquisa:** tentando obter o melhor desempenho para o dispositivo de conversão de energia, esta pesquisa tem por objetivo geral a aplicação e desenvolvimento de técnicas de otimização que, através da otimização de multiparâmetros do sistema, obtenha a maior potência de saída do conversor. As técnicas serão numericamente aplicadas em estruturas tipo vigas *cantilever* parcialmente recobertas com material piezelétrico e excitadas harmonicamente pela base. Para isso, rotinas computacionais serão utilizadas na modelagem do acoplamento eletromecânico dessas estruturas quando submetidas a uma vibração estrutural.
- **Objetivos específicos (metas):** através da modelagem e otimização do conversor, esta pesquisa tem como meta a criação de um modelo completo para o projeto de um sistema de conversão de energia formado por uma viga *cantilever* e baseado em vibrações mecânicas. A melhor técnica de otimização a ser aplicada no “modelo ótimo” será obtida através da comparação entre diversos métodos de otimização apresentados.

1.3 Organização da tese

O trabalho está organizado em 5 partes. A primeira parte consiste na introdução do problema, apresentada no capítulo 1, e de uma revisão da literatura sobre as técnicas de otimização aplicadas em sistemas de conversão de energia baseados em vibrações mecânicas, apresentada no capítulo 2.

A segunda parte, apresentada nos capítulos 3 e 4, consiste na modelagem completa e na posterior validação experimental do dispositivo de conversão de energia formado por uma viga *cantilever* recoberta em ambas as superfícies (superior e inferior) por camadas de material piezelétrico e submetida a uma excitação pela base. Esta parte é de fundamental importância para a obtenção de uma expressão analítica da potência elétrica de saída do conversor, função a qual se deseja otimizar. O desempenho do conversor otimizado depende, além de outros fatores, de quão bem representativo é o modelo estrutural.

A terceira parte apresenta (no capítulo 5), inicialmente, o problema de otimização proposto, envolvendo o estudo do sistema de conversão de energia, juntamente com a descrição dos parâmetros a serem otimizados e das restrições de projeto. Uma vez apresentado o problema proposto, as técnicas de otimização que foram utilizadas no trabalho são apresentadas. Entre elas, encontram-se técnicas clássicas como o método SQP (do inglês, *Sequential Quadratic Problem*) e o método proposto "Busca Extensiva Modificada"(MES, sigla do inglês *Modified Extensive Search*), que é uma modificação do método de busca exaustiva. Ainda entre os métodos clássicos de otimização, encontra-se o método de programação estocástica (ou probabilística), seguido do estudo de incertezas nos parâmetros do sistema. Por último, o método de otimização que utiliza algoritmos genéticos (AGs) também é apresentado, se enquadrando entre os métodos modernos de otimização.

A quarta parte consta de aplicações numéricas (capítulo 6) envolvendo as técni-

cas de otimização apresentadas. Esta parte abrange uma comparação entre as técnicas utilizadas com a finalidade de se encontrar a técnica mais eficiente, definindo os parâmetros que configuram o máximo desempenho do dispositivo de conversão de energia associado com a maior potência elétrica de saída. Ainda nessa parte, uma análise de incertezas é realizada considerando incertezas nos parâmetros de projeto do conversor. Essa análise é importante pois, além de viabilizar a aplicação do método de otimização estocástica, permite um estudo do comportamento do conversor de energia quando esse possui variações nos valores dos seus parâmetros de projeto (incertezas paramétricas).

Por fim, na quinta e última parte, serão apresentadas as considerações finais, as conclusões do trabalho e trabalhos futuros.(capítulo 7).

2 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO APLICADOS EM SISTEMAS DE CONVERSÃO DE ENERGIA BASEADOS EM VIBRAÇÃO: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma revisão de técnicas de otimização aplicadas em sistemas de conversão de energia baseados em vibração mecânica. A seção 2.1 foca nos métodos de otimização através da análise dos parâmetros de projeto, tais como a carga resistiva, o coeficiente de acoplamento eletromecânico (EMCC, sigla do inglês, *Electromechanical Coupling Coefficient*) e fator de amortecimento, no desempenho do conversor; A seção 2.2 foca em métodos de otimização baseados na configuração do circuito acoplado ao sistema; a seção 2.3 foca no problema de converter a maior quantidade de energia com limites na massa e na forma do conversor; a seção 2.4 apresenta o uso do fenômeno não linear como uma técnica de otimização; finalmente, a seção 2.5 apresenta técnicas de otimização aplicadas em sistemas microeletromecânicos (MEMS) de conversão de energia.

2.1 Otimização baseada na variação dos parâmetros de projeto

Além das características das vibrações de entrada (frequência e aceleração), a potência elétrica de saída proveniente de um conversor de energia depende do coeficiente de acoplamento eletromecânico (EMCC), da massa do gerador, da frequência natural, do fator de amortecimento mecânico e do grau no qual o resistor de carga maximiza

a transmissão de energia (CHOI et al., 2006; SHU e LIEN, 2006a,b; SHU, 2009; ROUNDY, 2005). Assim, muitos pesquisadores focaram seus estudos em técnicas de otimização baseadas no efeito dos parâmetros de projeto no desempenho do sistema de conversão de energia. Mossi et al. (2001) já tinham atentado ao fato de que os parâmetros de projeto afetam ou influenciam nas capacidades de conversor de energia. Então, um procedimento de otimização dos parâmetros de projeto foi conduzido em um sistema piezolétrico de conversão de energia formado por um atuador ferroelétrico *unimorph* pré-tensionado. Os resultados mostraram que através de ajustes nos parâmetros geométricos e do material do conversor, um bom desempenho na conversão de energia pôde ser obtido.

Roundy (2005) apresentou uma teoria geral usada para comparar diferentes dispositivos de conversão de energia baseados em vibração. Uma expressão para a efetividade incorporando um conjunto de parâmetros de projeto foi desenvolvida e utilizada para calcular a potência de saída teoricamente. A teoria geral foi aplicada em transdutores eletromagnéticos, piezolétricos, magnetostrictivos e eletrostáticos. Os resultados de medições em uma ampla faixa de vibrações foram apresentadas, e a teoria foi aplicada a essas fontes de vibrações. Finalmente, a teoria apresentada foi comparada com resultados experimentais para duas vigas *cantilever bimorphs* utilizadas como sistemas de conversão de energia (Fig. (1)). Outras análises utilizando vigas *cantilever* e incorporando parâmetros de projeto podem ser vistas nos trabalhos de Shu and Lien (2006a,b) e Shu (2009).

Mateu et al. (2005) analisaram várias estruturas piezolétricas tipo vigas utilizadas para converter a atividade mecânica humana de andar (energia mecânica) em energia elétrica a fim de se obter a configuração que determine a condição ótima de energia convertida. A deformação resultante para cada tipo de viga foi obtida como uma função dos parâmetros geométricos e do material. As diferenças entre as vigas piezolétricas analisadas foram agrupadas por forma, material empregado, posição, tipo do

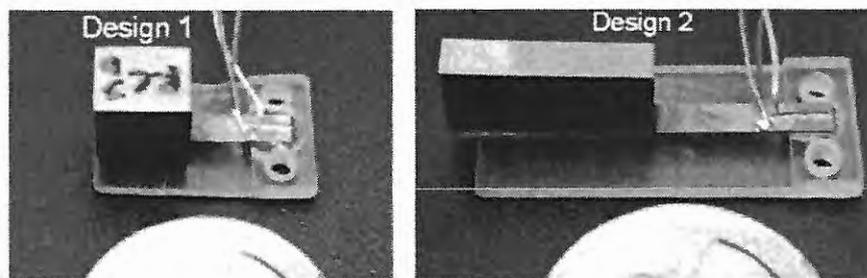


Figura 1: Vigas *cantilever bimorphs* utilizadas como dispositivos piezelétricos de conversão de energia (ROUNDY, 2005).

suporte e restrições devido ao espaço disponível para aplicação. Através da análise dos parâmetros, a configuração ótima pôde ser selecionada.

Saha et al. (2006) apresentaram a modelagem e a otimização do desempenho de um sistema eletromagnético de conversão de energia consistindo de ímãs suspensos em uma viga vibrando relativamente a uma bobina. As equações da modelagem proposta descrevendo tais conversores foram apresentadas e as condições para a máxima conversão de energia foram descritas a fim de se investigar as condições para o amortecimento eletromagnético e resistor de carga. Resultados numéricos e experimentais para dois conversores, diferenciando nos parâmetros de projeto, mostraram que existem algumas configurações (ótimas) nas quais a máxima energia de saída é obtida. Guizzetti et al. (2009) apresentaram uma técnica de otimização na qual a geometria de um conversor de energia composto por uma viga *cantilever* foi variada a fim de se verificar a existência de uma espessura ótima para o dispositivo piezelétrico que maximize a potência elétrica de saída, computada através do Método dos Elementos Finitos (FEM, sigla do inglês *Finite Element Method*). Os resultados obtidos foram capazes de determinar a espessura ótima para o dispositivo piezelétrico na qual a potência máxima de saída foi obtida.

Liao e Sodano (2009) estudaram os efeitos do EMCC, amortecimento e resistor de carga na eficiência de um sistema de conversão de energia a fim de desenvolver uma definição para a eficiência do sistema. Simulações foram realizadas e os resultados

mostraram que a máxima potência ocorre na condição de impedância combinada. Entretanto, a eficiência ótima não coincide com a máxima potência de saída, porque o alto amortecimento gerado pelo conversor reduz o deslocamento da viga *cantilever* utilizada, e assim fornece menor deformação para ser convertida. Os resultados também mostraram que para materiais com alto EMCC, a máxima potência de saída é gerada perto das ressonâncias em circuito aberto e uma menor eficiência é obtida em circuito fechado.

A fim de se obter um projeto ótimo de um sistema de conversão de energia, Li et al. (2009) apresentaram uma configuração geral de um sistema composto por uma viga *cantilever* carregando uma massa concentrada na extremidade. Eles estudaram a influência que os parâmetros comprimento da viga e valor da massa concentrada exerciam na frequência de ressonância do conversor, levando em consideração o fato de que a potência de saída é maximizada quando o dispositivo é excitado em sua frequência fundamental de ressonância. Através de simulações numéricas, foi possível observar que, ou o aumento do comprimento da viga, ou até mesmo a adição de uma pequena massa concentrada na extremidade resultou em uma grande diminuição na frequência fundamental de ressonância. De acordo com os autores, para se ajustar a frequência de ressonância, a adição de uma massa concentrada é preferível devido ao fato de que o aumento no comprimento da viga resulta em uma diminuição da potência de saída do conversor de energia. Assim, através da variação dos parâmetros geométricos de projeto, toda a estrutura pode ser otimizada para se ajustar ao seu ambiente natural.

Bourisli et al. (2010) utilizaram algoritmos genéticos (GAs) para otimizar a área de cobertura do dispositivo piezolétrico de uma viga *cantilever* para os três primeiros modos de vibrar, a fim de se obter o máximo EMCC associado com a máxima energia convertida. Além disso, o efeito da razão entre a espessura do material piezolétrico e a espessura da subestrutura na cobertura do material piezolétrico foi analisado. Os resultados indicaram que a área de cobertura ótima foi obtida através da localização da

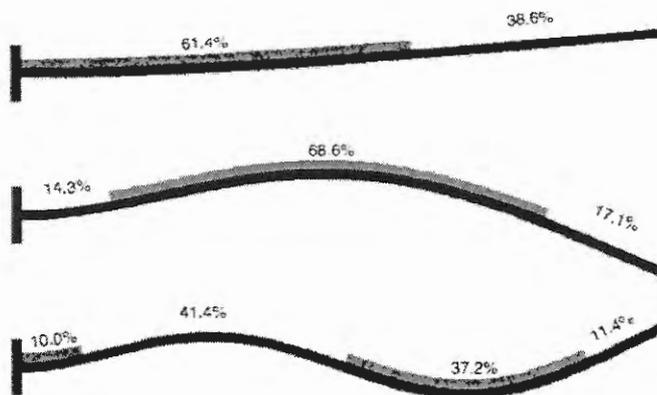


Figura 2: Distribuição ótima do material piezolétrico para os três primeiros modos de vibrar (BOURISLI et al., 2010).

máxima flexão da viga (Fig. (2)), mostrando que a cobertura piezolétrica é fortemente dependente do modo de vibrar, devido ao fenômeno de cancelamento de carga.

Kim e Kim (2011) propuseram vários modelos matemáticos de vigas para analisar a eficiência de vigas *cantilever* utilizadas como conversores piezolétricos de energia. Nestes modelos, o efeito da razão largura/comprimento e também o efeito da distribuição da massa da extremidade foram considerados na determinação das respostas elétricas. A validação e precisão dos modelos propostos foram verificadas através da comparação dos resultados para os modelos propostos, para modelos convencionais de vigas e para modelos de elementos finitos tridimensionais. As comparações mostraram que o modelo desenvolvido forneceu melhorias na determinação das respostas elétricas, mostrando ser útil para o projeto de sistemas piezolétricos de conversão de energia compostos por vigas *cantilever*.

2.2 Otimização baseada nas características do circuito

A fim de desenvolver um circuito adaptativo que maximize a transferência de energia de um dispositivo piezolétrico de conversão de energia, alguns autores focaram seus estudos em encontrar uma configuração ótima para o circuito elétrico acoplado que obtenha o melhor desempenho do sistema. Ottman et al. (2002) desenvolveram

um circuito que maximiza a energia transferida de um transdutor piezelétrico para uma bateria. Primeiramente, uma expressão analítica para o escoamento ótimo de energia foi derivada. O circuito consiste de um retificador AC-DC com um capacitor na saída, uma bateria e um conversor DC-DC chaveado (no modo interruptor). Uma técnica de controle adaptativo para o conversor DC-DC foi utilizada na implementação da teoria de transferência de energia ótima e, assim, na maximização da energia armazenada pela bateria. A técnica foi validada através de resultados experimentais. De acordo com os autores, o algoritmo de controle permitiu o desenvolvimento de projetos de sistemas otimizados baseados na excitação ou na carga eletrônica que alimentará o sistema. Parâmetros externos tais como localização do dispositivo, nível de vibrações mecânicas ou tipo de dispositivo piezelétrico não afetaram as operações do controlador.

Guyomar et al. (2005) apresentaram uma nova técnica de conversão de energia utilizando materiais piezelétricos mecanicamente excitados e um processo não linear. Esta técnica, chamada de Conversão Sincronizada Chaveada em Indutor (SSHI, sigla do inglês, *Synchronized Switch Harvesting on Inductor*), é derivada do Amortecimento Sincronizado Chaveado (SSD, sigla do inglês *Synchronized Switch Damping*), que é um técnica não linear anteriormente desenvolvida para solucionar problemas de amortecimento de vibrações em estruturas mecânicas. O método SSHI consiste em adicionar um dispositivo de chaveamento em paralelo com o elemento piezelétrico. Este dispositivo é composto por um interruptor (chave) e uma indutância conectada em série. A saída AC e DC, para a técnica padrão (sem o processo não linear) e para o método SSHI (com o processo não linear) foram desenvolvidas e comparadas teórica e experimentalmente.

A chamada técnica padrão é, na verdade, uma maneira simples de visualizar uma fonte de carga. No case da tensão AC, consiste em conectar a carga diretamente com o elemento piezelétrico, e no caso da tensão DC, a carga é conectada através de um retificador. Resultados experimentais obtidos em uma viga *cantilever* com elementos

piezelétricos acoplados em sua superfície e excitada tanto em sua frequência de ressonância quanto fora da ressonância foram discutidos e comparados para diferentes resistores de carga e EMCCs. O processo não linear apresentado aumentou artificialmente a tensão de saída nos elementos piezelétricos, resultando em um aumento significativo da energia elétrica transferida. Comparativamente com a técnica padrão, a energia convertida através do método SSHI apresentou uma melhoria de 900%. Para estruturas excitadas em suas frequências de ressonância, técnicas não lineares são muito interessantes para estruturas fracamente acopladas porque a energia convertida por uma estrutura com baixo EMCC é maior para o método SSHI do que para a técnica padrão. Assim, métodos SSHI requerem menos material piezelétrico para uma dada energia convertida.

No trabalho de Lefeuvre et al. (2007), o desempenho de um conversor de energia baseado em vibrações e empregando materiais piezelétricos associado a dois diferentes circuitos de condicionamento de energia foi estudado. Uma aproximação para a conversão de energia baseada em um processamento não linear da tensão elétrica foi apresentada e implementada. Então, a eficiência de uma técnica de otimização chamada de Extração Síncrona de Carga Elétrica (SECE, sigla do inglês *Synchronous Electric Charge Extraction*), foi comparada com a técnica padrão para vibrações aleatórias em amplas faixas de frequências. Predições teóricas e resultados experimentais mostraram que a técnica SECE pôde aumentar a energia convertida por um fator de até 4 quando comparada com a técnica padrão. De acordo com os autores, a implementação da técnica SECE é mais simples do que a da técnica padrão.

Guan and Liao (2007) basearam-se no fato de que a energia armazenada pelo dispositivo conversor de energia é um importante fator que influencia na eficiência do processo de conversão. Assim, a eficiência pode ser melhorada pelo aumento da energia armazenada se vários dispositivos de armazenagem estão disponíveis. Além disso, células de armazenamento de energia podem ser conectadas em série para aumentar a

quantidade de energia. Circuitos empregados em sistemas piezelétricos de conversão de energia possuem basicamente três esquemas: esquemas de um, dois e três estágios. Um esquema de um estágio inclui um retificador convencional de ponte retificadora e um dispositivo de armazenamento de energia. Um esquema de dois estágios inclui um conversor DC-DC no circuito e o sistema de três estágios inclui um tratamento não linear na tensão elétrica do elemento piezelétrico (como por exemplo, a técnica SSHI). Então, os autores apresentaram questões importantes sobre a eficiência dos circuitos de conversão de energia considerando a tensão elétrica nos dispositivos de armazenamento. Os esquemas de um e dois estágios foram comparados e os resultados mostraram que o esquema de um estágio tem uma maior eficiência pela escolha do dispositivo de armazenamento ótimo quando comparado com o esquema de dois estágios dentro de uma dada faixa de excitação.

O aperfeiçoamento de sistemas conversores de energia através da mudança do ciclo de trabalho do conversor foi considerado por alguns autores, como por exemplo, Liu et al. (2007), que propuseram um ciclo de trabalho quase estático projetado para converter energia através de materiais piezelétricos com a hipótese de que não há energia convertida em calor. Resultados teóricos mostraram que o ciclo proposto resultou em uma maior energia convertida quando comparada com o método SSHI. Lefeuvre et al. (2009) apresentaram uma técnica derivada do ciclo termodinâmico de Ericsson. Uma solução para implementação prática foi proposta, e resultados teóricos e experimentais foram comparados e discutidos. A aplicação do ciclo termodinâmico de Ericsson para a conversão de energia utilizando-se materiais piezelétricos resultou em um ganho de energia potencialmente maior do que os ganhos provenientes dos esquemas de um, dois e três estágios.

De acordo com Brufau-Penella e Puig-Vidal (2009), uma maneira de aumentar a eficiência de um sistema de conversão de energia corresponde ao complexo conjugado da impedância elétrica do sistema. Em sistemas piezelétricos de conversão, esta com-

binação é realizada ao incremento de energia de uma fonte de vibração a um circuito de armazenamento de energia. A combinação completa é realizada quando a impedância de saída se equipara com a impedância da carga em que o sistema foi submetido. O valor da impedância tem que ser o complexo conjugado do valor da impedância equivalente do conversor. Quando isto acontece, o trabalho mecânico é maximizado de tal forma que a energia elétrica de saída também é otimizada. A teoria desenvolvida foi validada em um transdutor piezelétrico comercial em sua quarta frequência de ressonância (referente ao quarto modo de vibrar). Os autores apresentaram a comparação entre a energia convertida utilizando a correspondência do módulo da impedância e a energia convertida utilizando o complexo conjugado da impedância. Os resultados mostraram que a utilização do complexo conjugado da impedância aumentou a energia convertida em mais de 20% quando comparada com a utilização do módulo da impedância.

Renno et al. (2009) forneceram um compreensão analítica dos efeitos do amortecimento estrutural e do EMCC na conversão ótima de energia proveniente de uma fonte de vibrações. A otimização da energia convertida por um sistema piezelétrico baseado em vibrações na configuração de pilha (Fig. (3)) foi realizada utilizando-se um circuito de conversão empregando um resistor de carga puro e/ou um indutor em série ou paralelo com um resistor de carga. O problema de otimização foi formulado com um problema de programação não linear (assim pode ser chamado um problema de otimização e será visto no capítulo 4) no qual as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) foram estabelecidas e os casos resultantes foram tratados e examinados otimizando-se os parâmetros do circuito para configurar a máxima potência elétrica de saída. Os resultados mostraram que, utilizando-se os elementos elétricos ótimos, o circuito proposto foi capaz de converter mais energia em qualquer frequência de excitação e fornecer performance superior comparado com o circuito formado por um resistor de carga puro. Os autores mostraram que os efeitos do amortecimento estrutural e do EMCC

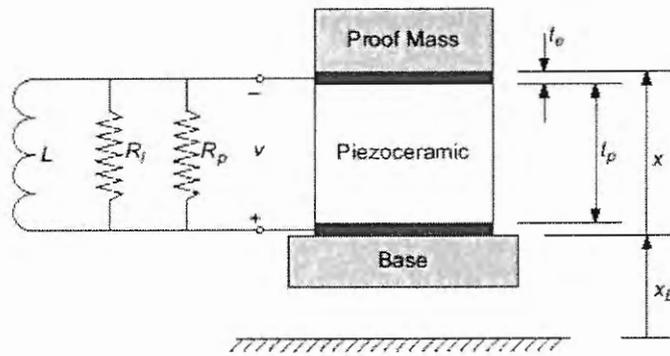


Figura 3: Esquema do dispositivo piezelétrico de conversão de energia tipo pilha (RENNO et al., 2009).

devem ser incorporados na análise do desempenho do sistema de conversão de energia.

Rupp et al. (2009) desenvolveram uma metodologia para analisar quantitativamente um sistema eletromecânico formado por um circuito não linear conectado a uma estrutura piezelétrica de conversão de energia. A metodologia apresentada foi baseada na técnica de balanço harmônico e a análise foi realizada em sistemas piezelétricos com circuitos retificadores de ponte completa submetidos a uma excitação harmônica. O modelo apresentado foi capaz de prever um feedback do circuito não linear na estrutura piezelétrica de conversão, causando uma excitação em frequências mais altas com a possibilidade de excitar modos estruturais de ordens mais altas. Através de exemplos, os autores mostraram que a omissão dos efeitos não lineares de um circuito retificador de ponte completa pode causar erros significantes. O aumento da precisão no modelo do circuito e a flexibilidade do método apresentado comparados com outros métodos na literatura superou o custo do esforço computacional requerido.

Wickenheiser et al. (2010) estudaram as condições ótimas de operação em dispositivos piezelétricos de conversão de energia quando conectados a quatro circuitos diferentes: um simples resistor de carga, o circuito retificador padrão, o SSHI em série e em paralelo. Os pontos de máxima potência de conversão de energia para excitação pela base em regime permanente foram apresentados, e os parâmetros do transdutor e do circuito necessários para alcançá-los foram discutidos mediante o estudo dos efeitos

do amortecimento estrutural, do EMCC, do fator de qualidade do circuito e da tensão no retificador. De acordo com os autores, os resultados permitem ao projetista escolher a frequência ótima de ressonância e a impedância de carga para maximizar a energia convertida dependendo das características do sistema de conversão de energia.

Lallart et al. (2010a) investigaram a resposta transiente do dispositivo padrão e do dispositivo não linear (SSHI) de conversão de energia quando o sistema, inicialmente em repouso (deslocamento e tensão nulos), é submetido a uma força de magnitude constante com frequência próxima da frequência de ressonância com período de tempo mais ou menos longo. Medições experimentais, realizadas com a finalidade de validar a abordagem teórica, confirmaram os resultados esperados, exibindo um aumento na largura da banda e/ou um importante aumento da energia convertida por parte do método SSHI quando comparado com o método padrão.

Lefeuvre et al. (2010) apresentaram a evolução do método SSHI, das técnicas originais até os últimos avanços na área de conversão de energia. As diferentes técnicas foram comparadas em termos de desempenho teórico. Questões práticas de implementação, as tendências futuras, desafios e perspectivas de desenvolvimento para conversão de energia através de materiais piezelétricos foram discutidos pelos autores.

2.3 Otimização baseada no formato do conversor de energia

Motivados pelo problema de converter a maior quantidade de energia com limites na massa ou no formato do dispositivo piezelétrico de conversão de energia, alguns autores focaram seus estudos em métodos de otimização baseados em mudanças nas características geométricas do conversor, como por exemplo, Yoon et al. (2005) que otimizaram os parâmetros de projeto de uma viga piezelétrica *unimorph* para maximizar a conversão de energia devido à ação de um carregamento mecânico. Com a finalidade de identificar e otimizar as variáveis fundamentais no processo de projeto

do dispositivo, um modelo analítico do sistema foi desenvolvido utilizando a teoria de casca superficial fina e as equações lineares constitutivas da piezeletricidade. Uma expressão foi derivada em termos das dimensões geométricas, propriedades do material e do carregamento aplicado na estrutura. O modelo foi validado através de testes experimentais em amostras com diferentes geometrias e carregamentos. Finalmente, o modelo analítico foi utilizado para gerar as características ótimas do projeto de um sistema piezelétrico de conversão de energia.

Rupp et al. (2009) desenvolveram uma técnica computacional para analisar e projetar sistemas piezelétricos de conversão de energia compostos de camadas de placas e cascas conectadas a um circuito elétrico. O método dos elementos finitos (FEM, sigla do inglês *Finite Element Method*) foi utilizado na obtenção do modelo eletromecânico acoplado da estrutura e do modelo de parâmetro concentrado para a dinâmica do circuito elétrico. O conversor foi submetido a uma excitação harmônica pela base e as respostas (mecânica e elétrica) foram consideradas lineares. O Método de Otimização Topológica (TOM, sigla do inglês *Topology Optimization Method*) foi utilizado para projetar o layout de uma estrutura de multicamadas, composta por camada estrutural, piezelétrica e eletrodos, e do circuito elétrico para obter a máxima energia convertida. O problema de otimização foi formulado através da técnica clássica de otimização conhecida como Programação Sequencial Quadrática (SQP, sigla do inglês *Sequential Quadratic Programming*). Com o objetivo de maximizar a energia convertida, os autores investigaram as características ótimas de projeto para várias razões de espessura (material piezelétrico/subestrutura), o efeito do carregamento no projeto ótimo e a sensibilidade do projeto a variações do formato do conversor. De acordo com os resultados, os autores concluíram que a metodologia apresentada forneceu uma ferramenta poderosa para determinar a configuração da subestrutura, do material piezelétrico e dos componentes do circuito de um conversor piezelétrico de energia, podendo ser facilmente utilizada em projetos detalhados de problemas particulares com restrições e

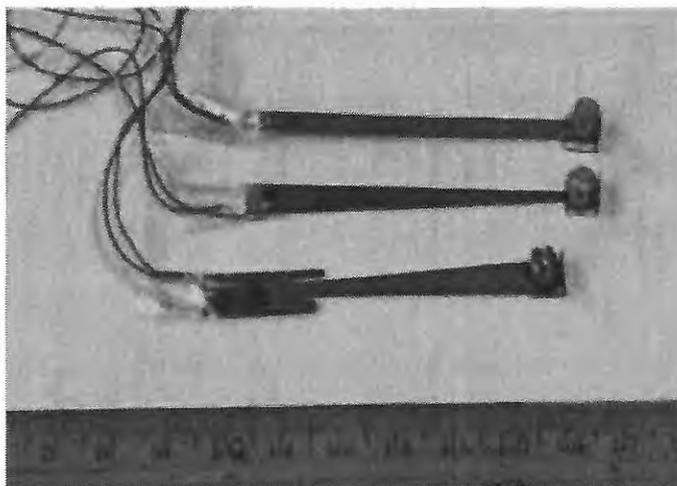


Figura 4: Vigas *cantilever bimorphs* projetadas e testadas por Dietl et al. (2010).

objetivos específicos.

Dietl et al. (2010) propuseram uma técnica de otimização baseada na mudança do formato do dispositivo para obter a máxima conversão de energia mecânica em energia elétrica. Assim, desenvolveram um modelo de uma viga *cantilever bimorph* com largura não uniforme, espessura uniforme, e com uma massa concentrada na extremidade livre. As camadas piezelétricas foram conectadas em paralelo entre si e a um resistor de carga. A largura da viga foi ajustada de maneira a afetar a distribuição de deformação através do comprimento da viga, fornecendo um aumento na eficiência da transdução na frequência de ressonância, uma vez que a deformação não é constante ao longo do comprimento da viga *bimorph*. Para validar o modelo, foram utilizadas três vigas (Fig. (4)) com diferentes formatos e com as mesmas frequências de ressonância: retangular, afunilada (largura aumentando até a extremidade) e afunilada inversa (largura diminuindo até a extremidade). As vigas foram testadas considerando os dois modos de vibrar mais baixos.

Vigas ótimas foram encontradas para melhorar a conversão de energia para excitações pela base com amplitude constante e variável. A otimização foi realizada através de um algoritmo padrão de busca, implementado através do software comercial MATLAB[®]. A primeira otimização foi realizada em uma viga com perfil linear

de largura submetida e uma excitação pela base com amplitude constante. O algoritmo encontrou uma viga cuja energia convertida foi maior quando comparada a das três vigas anteriormente testadas. Em seguida, ensaios com as mesmas condições de excitação foram realizados em vigas com perfil curvo de largura. O algoritmo encontrou um formato cuja conversão de energia foi a mesma do perfil linear de largura. O procedimento de otimização também foi aplicado para excitações com amplitude variável e os resultados mostraram que o formato ótimo encontrado para a viga superou ao das três vigas anteriormente testadas. Os autores também estudaram o efeito da razão entre a massa concentrada na extremidade e a massa da viga no desempenho da conversão de energia para a viga retangular. Os autores acreditam que vigas de perfil não linear de largura estão ao alcance das tecnologias de fabricação atuais e esta solução pode ser um método barato para aumentar o desempenho da conversão de energia.

Outro procedimento de otimização baseado na variação do formato do dispositivo conversor de energia pode ser visto no trabalho de Paquin e St-Amant (2010), no qual a espessura da viga utilizada como conversor foi variada ao longo do seu comprimento com a finalidade de se obter uma distribuição de deformação mais uniforme ao longo do material piezelétrico, e assim, maximizar a energia convertida pelo dispositivo. Um modelo mecânico semi-analítico foi desenvolvido e posteriormente validado através de um modelo confeccionado através do FEM. Simulações numéricas foram realizadas para diferentes configurações de espessura de vigas *cantilever bimorphs* com massa concentrada na extremidade livre, compondo um circuito formado por um resistor de carga. Os resultados mostraram que vigas com perfil de espessura afunilado resultam em uma distribuição de deformação mais uniforme ao longo do material piezelétrico, resultando em um melhor EMCC com aumento no desempenho da conversão de energia. De acordo com os autores, o uso de vigas com perfil de espessura levemente afunilado possui vantagens quando comparados com o uso de vigas clássicas que empregam perfis de espessura constante.

Nakasone e Silva (2010) desenvolveram uma formulação baseada no TOM para projetar a dinâmica de placas piezelétricas laminadas utilizadas como sensores, atuadores, e dispositivos de conversão de energia. O material piezelétrico foi distribuído na superfície de uma placa metálica com a finalidade de se obter o comportamento dinâmico desejado com características específicas, tais como frequências naturais e EMCCs. O problema de otimização foi resolvido através do método clássico SQP. Através desta formulação, uma aproximação para o projeto de dispositivos de conversão de energia foi obtida. Os resultados numéricos mostraram que a formulação baseada no TOM e aplicada em transdutores piezelétricos laminados tem potencial para ser uma ferramenta auxiliar muito eficiente no projeto de dispositivos piezelétricos de conversão de energia.

2.4 Otimização baseada no fenômeno não linear

Ao contrário de dispositivos de conversão de energia que operam no regime linear, a frequência de excitação na qual a máxima potência elétrica de saída é obtida pode ser em uma frequência fora da ressonância linear. Este fato resultou na procura de outros métodos para obter o melhor desempenho de um sistema de conversão de energia. Assim, os autores foram motivados pelo fato de que o fenômeno não linear pode ser explorado para melhorar a eficiência de dispositivos de conversão de energia.

Existem várias maneiras de se introduzir não linearidades em um sistema de conversão de energia, como por exemplo, Nakano et al. (2007) que introduziram um modelo para descrever a dinâmica eletromecânica acoplada em uma maneira unificada e representar a potência elétrica a ser convertida no caso de transdutores piezelétricos e eletromagnéticos. Expressões analíticas para a energia convertida para ambos os tipos de transdutores em uma viga simplesmente apoiada foram derivadas e as condições ótimas para a máxima conversão de energia foram obtidas. Os resultados foram obtidos em função de alguns parâmetros do dispositivo de conversão de energia. No

exemplo numérico apresentado, o transdutor piezelétrico foi capaz de converter mais energia do que o transdutor eletromagnético. Entretanto, a energia convertida pelo transdutor piezelétrico foi drasticamente diminuída quando o dispositivo foi excitado fora da frequência de ressonância. Em contraste, as condições ótimas do transdutor eletromagnético foram mantidas para qualquer frequência, permitindo a conversão de energia em uma banda larga de frequências.

Galayko et al. (2007) apresentaram uma análise, modelagem e projeto de um conversor de energia capacitivo baseado em vibrações composto por um ressonador mecânico, um transdutor capacitivo (eletrostático) e um circuito de condicionamento. O conversor foi tratado como um sistema não linear com um forte acoplamento entre o fenômeno elétrico e mecânico. A condição ótima de operação foi apresentada para o modelo completo do sistema e o sistema foi analisado através de simulações computacionais. Assim, a máxima energia convertida, atribuída ao mínimo resistor de carga, para a operação ótima foi encontrada. De acordo com os autores, o estado do circuito de condicionamento e a magnitude da aceleração externa tiveram grande influência no comportamento do conversor. Este fenômeno está relacionado ao acoplamento eletromecânico, atribuído ao efeito da não linearidade do transdutor capacitivo.

Mann e Sims (2009) apresentaram o projeto e análise de um dispositivo eletromagnético não linear de conversão de energia que usa levitação magnética para produzir um oscilador com uma ressonância ajustável. As equações governantes para os domínios elétricos e mecânicos foram derivadas e o dispositivo foi modelado através da equação de Duffing submetido a excitação estática e harmônica. O objetivo foi utilizar as forças restauradoras (magnéticas) não lineares para permitir o ajuste da ressonância linear do sistema. Assim, uma expressão para a frequência de excitação na qual a máxima conversão de energia ocorre foi desenvolvida. Investigações teóricas foram seguidas por uma série de ensaios experimentais que validaram as respostas previstas. Os resultados mostraram que a resposta não linear do conversor demonstrou ser fortemente



Figura 5: Esquema do sistema eletromagnético de conversão de energia utilizado por Stanton et al. (2009).

dependente do nível de amortecimento e um endurecimento (do inglês, *hardening*) na resposta em frequência foi provocado para ampliar a faixa de frequência, revelando o fato de que atribuir uma resposta não linear do sistema pode aumentar a energia convertida. Entretanto, uma limitação encontrada está no fato de que o endurecimento da resposta pode somente ampliar a banda de frequência em apenas uma direção. Então, Stanton et al. (2009) propuseram um dispositivo fenomenologicamente similar que supera esta dificuldade. Através da introdução de interações magnéticas não lineares, tanto o endurecimento quanto o amolecimento (do inglês, *softening*) da resposta ocorreram, permitindo a resposta em frequência ser ampliada bidirecionalmente. O dispositivo proposto também foi bem sucedido na conversão de energia através de vibrações com frequências variando lentamente. O dispositivo consiste de uma viga piezoelétrica com uma massa magnética concentrada na extremidade livre interagindo com o campo oposto dos pólos magnéticos estacionários, como mostra a Fig. (5).

Os desempenhos do conversor de energia para as configurações linear e não linear (isto é, com os dois pólos magnéticos estacionários removidos) foram comparados, como mostra a Fig. (6). Os resultados mostraram que não somente uma banda mais larga de frequências, mas também um melhor desempenho pode ser obtido pelo conversor não linear de energia quando comparado com a configuração linear, revelando a capacidade de superar a ressonância linear, deixando para trás qualquer noção de que

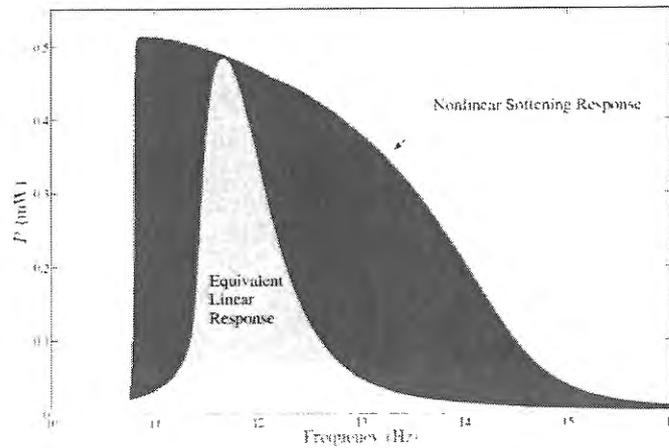


Figura 6: . Conversão não linear de energia superando a ressonância linear (STANTON et al., 2009).

a ressonância linear é um limite superior na conversão de energia.

Daqaq et al. (2009) apresentaram uma investigação analítica e experimental da conversão de energia através de vigas *cantilever* excitadas parametricamente (Fig. (4)). Para este fim, os autores consideraram um modelo não linear com parâmetros concentrados que descreve a dinâmica do primeiro modo de vibrar do conversor. O modelo levou em conta as não linearidades geométricas e de inércia tão bem quanto as não linearidades que representam o efeito do meio em que a estrutura está contida (ar). Expressões analíticas utilizando o método das múltiplas escalas foram obtidas para descrever a resposta da viga, a tensão resultante em um resistor de carga e a potência elétrica de saída na vizinhança da primeira ressonância paramétrica.

Utilizando estas expressões, o efeito do acoplamento eletromecânico e do resistor de carga na potência elétrica de saída foi estudado. Os resultados mostraram que existem valores ótimos para o EMCC e para o resistor de carga. Os resultados também mostraram que existe um nível crítico de excitação abaixo do qual nenhuma energia pode ser convertida. A amplitude desta excitação crítica aumentou com o aumento do EMCC e foi maximizada para um dado valor do resistor de carga. Resultados teóricos, que foram comparados com resultados experimentais, mostraram uma boa concordância e refletiram as tendências gerais.

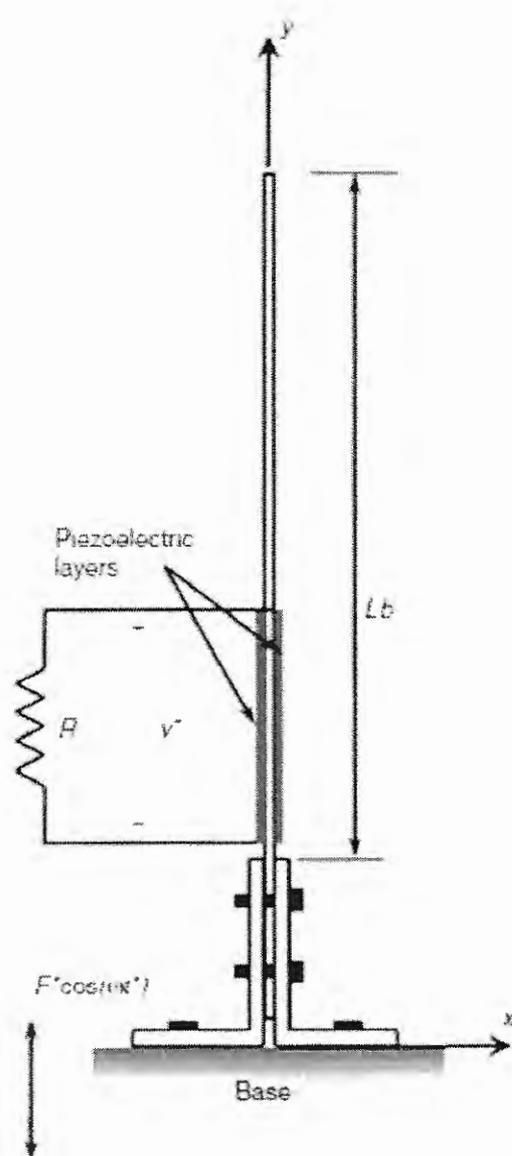


Figura 7: Esquema de uma viga *cantilever* excitada parametricamente e utilizada como conversor de energia (DAQAQ et al., 2009).

Triplett e Quin (2009) investigaram a influência de uma relação piezolétrica não linear no EMCC e no desempenho de um conversor de energia baseado em vibrações mecânicas. O sistema de conversão de energia consiste de uma massa sujeita a uma excitação pela base. Os autores utilizaram uma análise de perturbação de Poincaré-Lindstedt para obter uma resposta aproximada do sistema de conversão, incluindo o amortecimento mecânico, rigidez não linear, e uma relação constitutiva piezolétrica não linear. Para obter os parâmetros ótimos, as equações do acoplamento eletromecânico foram normalizadas de tal forma que as não linearidades, amortecimento, EMCC, e a excitação pudessem ser variadas independentemente. O comportamento previsto foi então comparado com simulações numéricas do sistema linear original, focando na relação entre a energia convertida pelo dispositivo, nas características das vibrações ambientes, e nas não linearidades do sistema. Resultados mostraram que os efeitos da não linearidade manifestaram-se somente quando a amplitude de excitação foi variada. Quando uma pequena não linearidade foi considerada, a energia convertida pelo sistema foi aumentada com relação ao sistema linear, mas conforme a não linearidade aumentou, o desempenho do dispositivo diminuiu. De acordo com os autores, a energia convertida pelo sistema pode ser melhorada através da introdução de não linearidades no acoplamento eletromecânico do sistema durante o processo de projeto do dispositivo de conversão de energia.

Lallart et al. (2010b) propuseram uma aplicação do tratamento não linear para a conversão de energia acústica introduzindo uma aproximação que permite prever o comportamento da interface proposta e de interfaces clássicas utilizadas na conversão de energia acústica. Os autores levam em consideração tanto o efeito do amortecimento (através de uma ampla faixa de frequência de excitação) quanto o efeito da mudança de frequência acústica introduzida pelo processo de conversão. Os resultados demonstraram que a técnica apresentada permitiu aumentar a largura da banda em termos de energia convertida e um aumento significativo na energia convertida para sistemas com

baixo acoplamento excitados fora da frequência de ressonância.

2.5 Técnicas de otimização aplicadas em sistemas microeletromecânicos (MEMS) de conversão de energia

No futuro, dispositivos microeletromecânicos irão converter energia proveniente de vibrações ambientes. Pode-se prever um sensor autônomo de monitoramento da condição de uma estrutura sendo alimentado por essas vibrações e transmitindo dados de um ambiente inacessível ou de difícil acesso através de uma conexão sem fio (STEPHEN, 2006).

O maior interesse na fabricação de MEMS é obter pequenos dispositivos com baixas frequências de ressonância, uma vez que as fontes de vibrações ambientais possuem componentes significantes de vibrações em baixas frequências (DUTOIT et al., 2005). Assim, conforme o tamanho diminui, a frequência de ressonância do dispositivo aumenta e a condição de ressonância ocorre em ordens de magnitude maior do que as frequências ambientes, acarretando em uma perda da eficiência do dispositivo de conversão de energia. Baseados nas limitações impostas pelo processo de fabricação de MEMS, os autores procuram técnicas de otimização aplicadas em MEMS de conversão de energia para se obter um sistema capaz de converter a energia proveniente das vibrações ambientes eficientemente. O processo de otimização pode ser realizado de diversas maneiras. Esta seção apresenta uma revisão de métodos de otimização baseados nos parâmetros de projeto do conversor, no formato do conversor e na modelagem utilizada para representar o MEMS de conversão de energia.

Um tipo muito comum de conversor de energia consiste de uma viga *cantilever* recoberta (em um lado, *unimorph*, ou em ambos os lados, *bimorph*) por finas camadas piezelétricas e carregando uma massa concentrada na extremidade livre. Sua frequência de ressonância é, então, sintonizada na frequência dominante das vibrações ambientes

para se obter o melhor desempenho do conversor. Este tipo de estrutura é simples, possui baixa rigidez estrutural, baixo custo, além de ser compatível com o processo de fabricação dos MEMS.

duToit et al. (2005) apresentaram considerações de projeto relacionadas ao desempenho mecânico de um MEMS piezelétrico de conversão de energia baseado em vibrações mecânicas, incluindo uma revisão nesta área. O objetivo dos autores foi apresentar informações suficientes com a finalidade de facilitar a comparação de diferentes dispositivos encontrados na literatura, levando em consideração o tamanho do dispositivo, a massa do dispositivo, o amortecimento mecânico, o carregamento elétrico e a frequência e magnitude das vibrações de entrada. Modelos básicos, modelos acoplados em 1-D e 2D, e modelos modais foram desenvolvidos para analisar a resposta e prever o desempenho, especialmente a potência elétrica, de conversores de micro escala compostos por vigas *cantilever unimorphs* e *bimorphs* carregando uma massa concentrada na extremidade livre, considerando tanto o efeito piezelétrico longitudinal (1) e o transversal (3). Os sistemas foram otimizados para obter a máxima potência elétrica de saída e os resultados foram apresentados para diferentes resistores elétricos de carga assumindo que a frequência ótima de operação é a frequência de ressonância. Foi mostrado que os esquemas de seleção diferem para dispositivos de macro e micro escalas e são influenciados pelas condições de operação para os dispositivos de micro escala, uma vez que os componentes dominantes de amortecimento são diferentes para cada tipo de escala.

Peano e Tambosso (2005) apresentaram um método para o projeto e otimização de um microconversor capacitivo não linear. Os autores focaram na importância de se considerar não linearidades no processo de otimização, apresentando um conjunto de parâmetros de otimização. O esquema básico do conversor usa um eletreto posicionado entre dois eletrodos, um fixo (B, o substrato) e outro (A, a "massa de prova") excitado pelas vibrações ambientes (Fig. (8)). As vibrações causam um escoamento

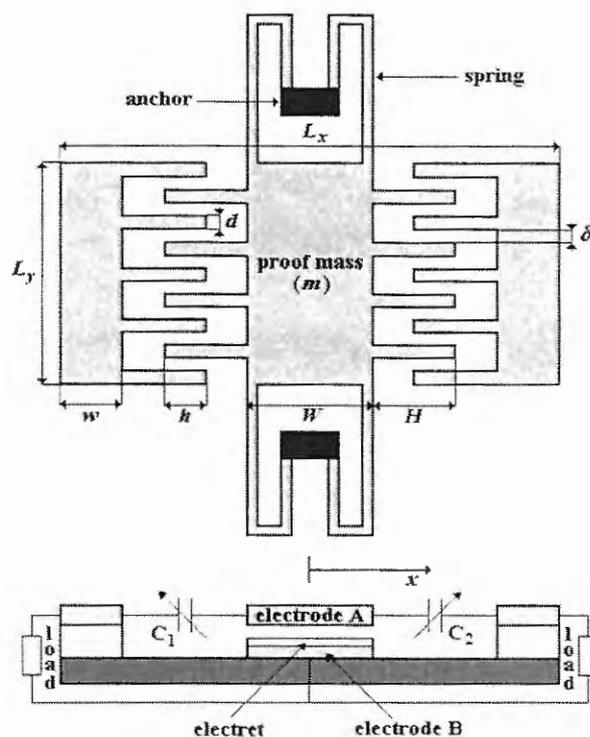


Figura 8: Micro conversor capacitivo de energia utilizado por Peano e Tambosso (2005).

de carga entre o eletrodo fixo e os dois capacitores variáveis. As tensões elétricas nos capacitores variam não linearmente com o deslocamento da massa.

Uma vez que uma expressão explícita para a potência elétrica de saída é difícil de ser encontrada, os autores recorreram às soluções numéricas. O tempo computacional requerido para se obter a solução depende do número de parâmetros livres, ou seja, parâmetros que podem ser variados a fim de se obter a melhor configuração. Então, os autores adotaram uma série de restrições no projeto do microconversor com a finalidade de reduzir o número de parâmetros livres e, conseqüentemente, reduzir o tempo computacional necessário para se obter a solução. Depois que algumas considerações e restrições foram adotadas, uma expressão para a potência de saída foi obtida em função de três parâmetros livres: o resistor de carga (mencionado como "load" na figura), a posição inicial entre os "dedos" fixos e móveis (mencionada como "h" na figura) e a frequência de ressonância. Para validar o modelo proposto, uma comparação entre

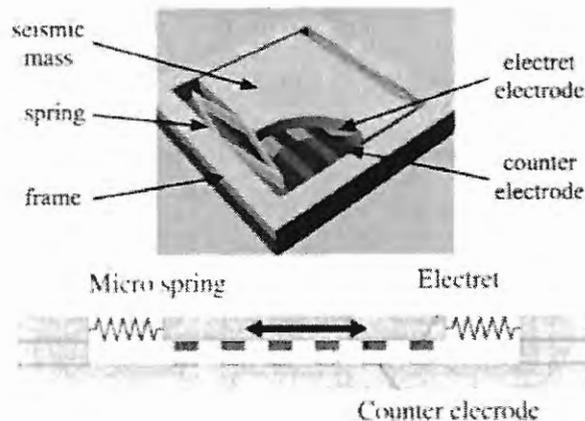


Figura 9: Esquema do microconversor descrito no trabalho de Marboutin et al. (2007)

o modelo não linear apresentado e o modelo linearizado foi realizada. Os resultados mostraram que o comportamento não linear do micro conversor foi decisivo no processo de otimização uma vez que uma potência elétrica muito menor foi obtida para o dispositivo no qual os parâmetros de projeto foram otimizados utilizando o modelo linearizado.

Marboutin et al. (2007) desenvolveram um modelo completo de um micro conversor baseado em vibrações e propuseram um projeto ótimo para a potência elétrica de saída. O esquema do micro conversor consistindo de uma massa sísmica ("massa de prova") vibrando e convertendo energia através do movimento vibratório é mostrado na Fig. (9).

Uma expressão para a potência máxima de saída foi definida de tal forma que os parâmetros a serem otimizados foram a folga (entre os eletretos e os eletrodos opostos) e o resistor de carga para uma dada amplitude e frequência de excitação. Os resultados mostraram que para o MEMS de conversão de energia apresentado, a condição ótima de projeto é dependente da magnitude da massa sísmica versus seu comprimento limite. Os autores descobriram que quando a amplitude da massa sísmica é menor que o seu comprimento limite de deslocamento, múltiplas condições ótimas existem para a folga e para o resistor de carga. Para esta condição, o resistor de carga não mudou com o aumento da amplitude das oscilações externas. Entretanto, quando a amplitude da

massa sísmica se iguala ao seu comprimento limite de deslocamento, apenas uma folga e um resistor de carga são determinados, e os valores destes parâmetros decrescem com o aumento da amplitude da oscilação externa.

Choi et al. (2006) consideraram uma viga *cantilever bimorph* com uma massa concentrada na extremidade livre para estudar o efeito dessa massa, do comprimento da viga e do amortecimento no desempenho da conversão de energia. O conversor foi modelado para fornecer um guia de projeto para se obter a máxima energia convertida de vibrações ambientais disponíveis em baixas frequências. De acordo com os autores, o tamanho da estrutura e o valor da massa concentrada devem ser otimizados de tal forma que minimize o amortecimento enquanto mantém a rigidez da viga para uma baixa frequência de ressonância. Então, através da análise destes parâmetros, uma configuração otimizada foi encontrada e os resultados mostraram que, para o sistema otimizado (correspondente ao caso de amortecimento minimizado), a energia de saída foi mais de quatro vezes maior quando comparada a do sistema não otimizado.

Devido à dificuldade em se projetar MEMS com baixas frequências de ressonância, alguns autores propuseram novas geometrias para MEMS *cantilever* de conversão de energia com baixas frequências fundamentais de ressonância sem aumentar o seu tamanho, fazendo com que o dispositivo seja compacto e compatível com as faixas de frequências das vibrações ambientes. Choi et al. (2006) propuseram uma viga *cantilever* espiral com a finalidade de obter, simultaneamente, um sistema compacto, com baixa frequência de ressonância e mínimo coeficiente de amortecimento. A idéia é dobrar uma viga *cantilever* longa para uma estrutura constituída por uma serpentina *cantilever* para superar o problema do tamanho. Serpentinhas *cantilever*, incluindo uma viga espiral (Fig. (10a)), uma viga espiral “sandwich” (Fig. (10b)) e uma estrutura “amarrada” (Fig. (10c)) foram projetadas para “ressonar” em baixas frequências. Karami e Inman (2011) propuseram, modelaram e resolveram um MEMS conversor de energia com geometria “zigzag” (Fig. (10d)). A análise foi baseada na hipótese de

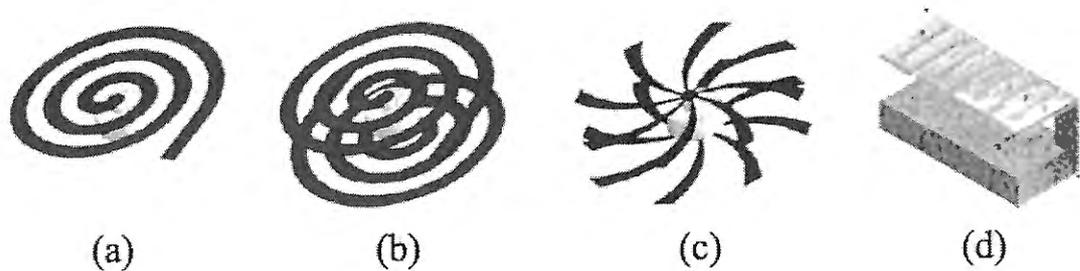


Figura 10: Geometrias dos MEMS conversores de energia: (a) viga espiral, (b) viga espiral "sandwich", (c) estrutura "amarrada"(CHOI et al. (2006)) e (d) "zigzag"(KARAMI; INMAN, 2011).

que cada ligação se comportasse como uma viga Euler-Bernoulli em flexão e torção, acoplada por pequenos links. Uma solução analítica foi apresentada e a validação do modelo analítico proposto foi confirmada através da aproximação da frequência fundamental de ressonância com o método de Rayleigh e através de verificações experimentais. Os resultados do método analítico confirmaram a possibilidade de se projetar dispositivos compactos de conversão de energia com baixas frequências de ressonância, removendo a barreira e revelando os benefícios da geometria "zigzag" proposta para aplicações em MEMS conversores de energia.

Outra maneira usada para converter energia de vibrações ambientes é fornecida por uma excitação pela base de uma massa sísmica magnética que se move com relação a uma bobina. A amplitude limite de deslocamento da massa sísmica, juntamente com as características da fonte de excitação, define a máxima energia que pode ser extraída (convertida) do ambiente. Uma aplicação de um método de otimização neste tipo de estrutura foi apresentado por Stephen (2006). De acordo com o autor, a máxima energia é obtida através de um resistor de carga quando seu valor é igual a soma da resistência interna da bobina e da resistência elétrica análoga do coeficiente de amortecimento mecânico. Ao mesmo tempo, a resistência interna da bobina e o amortecimento mecânico devem ser minimizados, caso em que um mínimo coeficiente de amortecimento global é definido pelo máximo deslocamento (movimento) da massa sísmica. Maior amortecimento elétrico conduz a um dispositivo menor, e maior densidade de energia.

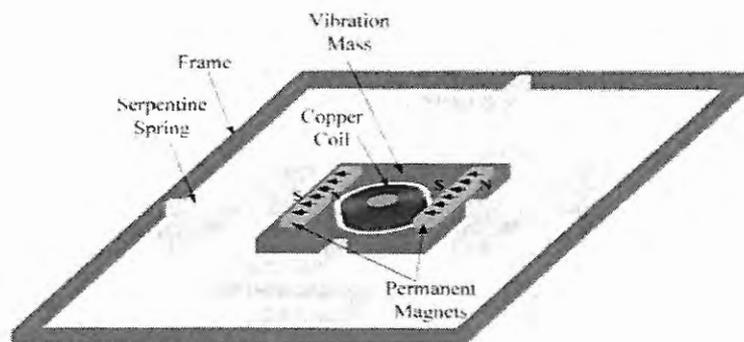


Figura 11: Esquema do conversor híbrido de energia proposto por Wu et al. (2008).

Um possível comportamento de um dispositivo adaptativo, projetado para operar em um ambiente de amplitude variável, também foi considerado. O autor sugeriu que, para um ambiente no qual a amplitude da excitação é variável, o dispositivo deve ser projetado para a amplitude inferior da faixa, mas deve ter a inteligência para aumentar o amortecimento elétrico (através da redução do valor do resistor de carga), e converter mais energia, para as amplitudes mais altas.

Wu et al. (2008) introduziram uma técnica híbrida de conversão de energia, através dos mecanismos eletromagnético e piezelétrico, para alcançar altas densidades de energia e alta eficiência na conversão de energia em um MEMS com alto amortecimento mecânico (Fig. (11)).

O dispositivo foi projetado de tal forma que quando a massa sísmica vibra para cima e para baixo, a bobina gera uma tensão AC, e as molas piezelétricas na forma de serpentina, eletricamente conectadas através de uma moldura (estator), converte a deformação das molas em outra tensão AC. De acordo com os autores, maximizar a energia convertida também requer “casar” o amortecimento elétrico ao amortecimento mecânico. Portanto, a tecnologia de conversores híbridos de energia são aplicáveis em MEMS de conversão de energia quando a conversão eletromagnética e piezelétrica são comparáveis. Com um alto coeficiente de amortecimento elétrico (não excedendo o amortecimento mecânico), conversores híbridos de energia maximizam a densidade de energia de saída e melhoram a eficiência de conversão de energia. Os autores também

ressaltaram que, conforme o tamanho do conversor diminui na escala de milímetros e micrômetros, que dizem ser as escalas utilizadas tipicamente em MEMS, a amplitude de vibração da massa sísmica é limitada se a amplitude da vibração ambiente é muito alta. Assim, para vibrações com acelerações constantes, conversores de energia em meso escala são mais adequados para aplicações em vibrações de grandes amplitudes e baixas frequências, enquanto que MEMS conversores de energia são mais adequados para aplicações em vibrações de baixas amplitudes a altas frequências.

3 MODELAGEM ESTRUTURAL

3.1 Modelagem de uma viga *cantilever bimorph* utilizada como um dispositivo piezelétrico de conversão de energia.

Uma viga *cantilever bimorph* com massa na extremidade e excitada pela base é geralmente utilizada como um sistema de conversão de energia, ou Energy Harvesting. A derivação da equação acoplada da viga em coordenadas físicas é realizada juntamente com as expressões para análise modal. A derivação da equação do circuito elétrico para uma deflexão instantânea em uma viga *cantilever* vibrando é explicada baseando-se nos fundamentos da piezoeletricidade e dinâmica estrutural analítica. A modelagem da viga usada como um dispositivo de conversão de energia é descrita nesse capítulo. O conversor consiste em uma viga *cantilever* com uma camada piezelétrica cobrindo as superfícies superior e inferior (configuração *bimorph*) e uma massa concentrada na extremidade livre. As camadas piezelétricas são assumidas serem perfeitamente coladas na subestrutura. O conversor é submetido a uma aceleração pela base composta por um movimento transversal e rotacional. Como sugerido por Timoshenko et al. (1974 apud Erturk et al., 2009c) o movimento transversal absoluto de uma viga em qualquer posição (x) e tempo (t) pode ser escrito como

$$u(x,t) = u_b(x,t) + u_{rel}(x,t) \quad (3.1)$$

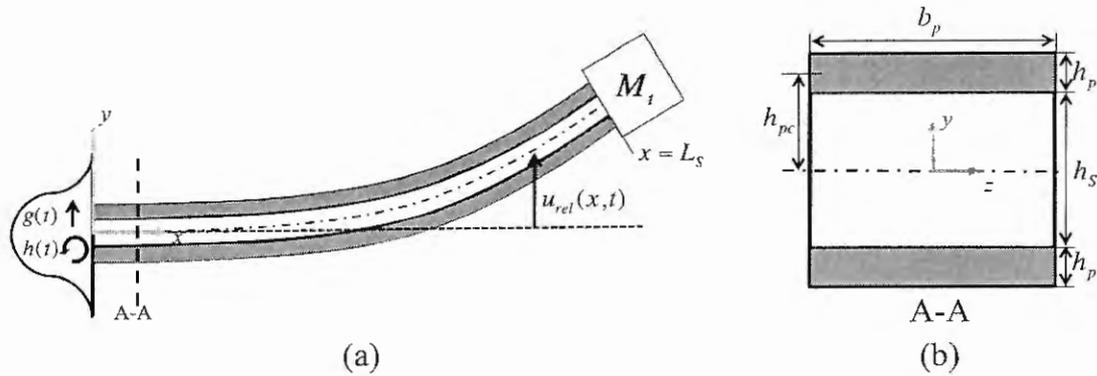


Figura 12: (a) Viga *cantilever bimorph* utilizada como conversor de energia e (b) seção transversal A-A do conversor.

em que $u(x,t)$ é o deslocamento transversal absoluto da viga, $u_b(x,t)$ é o deslocamento transversal da base e $u_{rel}(x,t)$ é deflexão da viga (movimento vibratório relativo da viga).

A configuração do conversor é mostrada na Fig. (12a) e a seção transversal A-A é mostrada na Fig. (12b).

A equação do movimento governante é dada em termos do movimento transversal absoluto por:

$$\frac{\partial^2 M_b(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + c_s I \frac{\partial^5 u(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = f(x,t) \quad (3.2)$$

O primeiro termo na equação do movimento está relacionado ao momento fletor interno; o segundo termo está relacionado à força de inércia; o terceiro e quarto termos estão relacionadas ao efeito do amortecimento e o último termo (do lado direito) é a força de excitação imposta ao conversor. Uma breve descrição desses termos é mostrada a seguir.

3.1.1 Momento Fletor (M_b)

O momento interno pode ser obtido integrando-se o primeiro momento da distribuição de tensão na seção transversal através da área da seção transversal, ou seja,

$$M_b(x,t) = - \int_{y_0}^{y_1} T y dA \quad (3.3)$$

em que o termo relacionado a área da seção transversal, dA , é dado por

$$dA = b dy \quad (3.4)$$

no qual b é a largura do conversor (viga + piezo).

As relações constitutivas da piezeletricidade fornecem as relações tensão-deformação e estas são expressas para a subestrutura e para a camada piezelétrica como

$$T_1^S = Y_S S_1^S \quad (3.5)$$

$$T_1^p = Y_p (S_1^p - d_{31} E_3) \quad (3.6)$$

nas quais:

- o subscrito e o sobrescrito S estão relacionados a subestrutura;
- o subscrito e sobrescrito p estão relacionados a camada piezelétrica;
- T é a componente da tensão;
- S é a componente da deformação;
- Y é o modulo de Young;
- d é a constante piezelétrica e
- E é o campo elétrico.

A equação (3.6) foi obtida através da relação constitutiva da piezeletricidade

$$S_1^p = S_{11}^E T_1^p + d_{31} E_3 \quad (3.7)$$

na qual S_{11}^E é a compliância elástica em um campo elétrico constante. O módulo de

Young é o inverso de S_{11}^E . Assim, o termo S_{11}^E pode ser escrito como

$$S_{11}^E = \frac{1}{Y_p} \quad (3.8)$$

A equação (3.7) pode ser reescrita para a estrutura piezelétrica como

$$T_1^p = \frac{S_1^p - d_{31}E_3}{S_{11}^E} = Y_p (S_1^p - d_{31}E_3) \quad (3.9)$$

Substituindo a relação piezelétrica

$$\bar{e}_{31} = Y_p d_{31} \quad (3.10)$$

na Eq. (3.9), resulta

$$T_1^p = Y_p S_1^p - \bar{e}_{31} E_3 \quad (3.11)$$

As direções 1 e 3 são coincidentes com as direções (x) e (y), sendo 1 a direção da tensão axial e 3 a direção de polarização. Então, o momento interno pode ser escrito como

$$M_b(x,t) = \int_{-h_p - \frac{h_s}{2}}^{-\frac{h_s}{2}} T_1^p y b_p dy + \int_{-\frac{h_s}{2}}^{\frac{h_s}{2}} T_1^s y b_s dy + \int_{\frac{h_s}{2}}^{h_p + \frac{h_s}{2}} T_1^p y b_p dy \quad (3.12)$$

em que h_s é a espessura da subestrutura, h_p é a espessura da camada piezelétrica, b_s é a largura da subestrutura e b_p é a largura do piezo. Nas Eqs. (3.9) e (3.11), o termo S_1 (componentes da deformação) é devido somente à flexão. Assim, a deformação axial em certa posição (y) do eixo neutro da viga *bimorph* é simplesmente proporcional à curvatura da viga em uma posição (x), ou seja

$$S_1(x,y,t) = -y \frac{\partial^2 u_{rel}(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.13)$$

Substituindo as Eqs. (3.5) e (3.11) na Eq. (3.12) e aplicando a Eq. (3.13), a equação resultante para o momento fletor torna-se

$$M_b(x,t) = (YI) \frac{\partial^2 u_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \vartheta v(t) \quad (3.14)$$

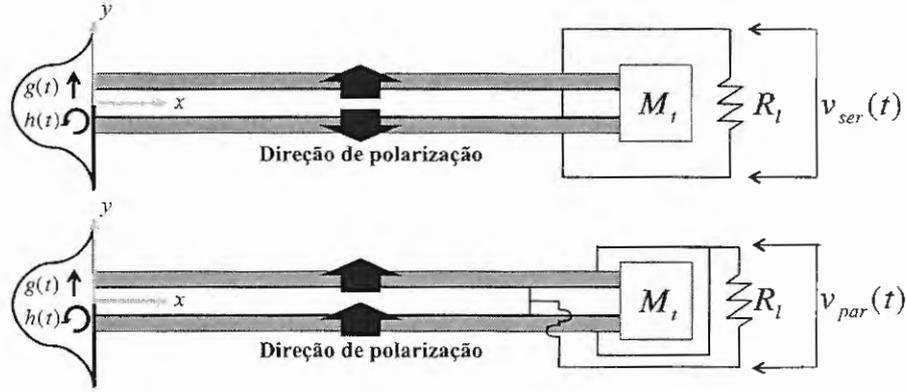


Figura 13: Conexão em (a) série e (b) paralelo das camadas piezelétricas.

na qual, o termo (YI) , referente a rigidez flexional, é dado por

$$(YI) = \frac{2}{3} \left\{ Y_S b_S \frac{h_S^3}{8} + Y_P b_P \left[\left(h_P + \frac{h_S}{2} \right)^3 - \frac{h_S^3}{8} \right] \right\} \quad (3.15)$$

O segundo termo da equação do momento fletor, $\vartheta v(t)$, está relacionado com a tensão elétrica através dos eletrodos, $v(t)$, que depende da componente do campo elétrico, E_3 , e com o coeficiente de acoplamento piezelétrico, ϑ . A componente do campo elétrico, E_3 , deve ser expressa em termos das respectivas tensões elétricas em cada configuração *bimorph*, ou seja, na conexão em série, $v_{ser}(t)$, e paralelo, $v_{par}(t)$, das camadas piezelétricas (ver Fig. (13)). Este é o ponto no qual as equações mecânicas resultantes se diferem uma das outras, sendo que a rigidez devido à flexão, (YI) , é a mesma para ambas as configurações.

Assumindo que as camadas piezelétricas são idênticas, a tensão nos eletrodos é $v_{ser}(t)/2$ para a conexão em série e $v_{par}(t)$ para a conexão em paralelo.

Para a conexão em série, \bar{e}_{31} possui sinais opostos nas camadas piezelétricas superior e inferior (devido à polarização oposta), de modo que os campos elétricos instantâneos estão na mesma direção, ou seja,

$$E_3(t) = -\frac{v_{ser}(t)}{2h_p} \quad (3.16)$$

em ambas as camadas.

Para a conexão em paralelo, \bar{e}_{31} possui o mesmo sinal na camada superior e inferior, de modo que os campos elétricos instantâneo estão em direções opostas, ou seja,

$$E_3(t) = -\frac{v_{par}(t)}{h_p} \quad (3.17)$$

em ambas as camadas

Assim, o momento fletor é dividido em duas análises: momento fletor para conexão em série e para conexão em paralelo das camadas piezelétricas.

3.1.1.1 Momento fletor para conexão em série das camadas piezelétricas

O momento fletor para conexão em série é dado pela expressão

$$M_b = (YI) \frac{\partial^2 u_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \vartheta_{ser} v_{ser}(t) \quad (3.18)$$

em que o termo referente ao acoplamento piezelétrico, $\vartheta_{ser}(t)$, é dado por

$$\vartheta_{ser} = \frac{\bar{e}_{31} b_p}{2h_p} \left[\frac{h_S^2}{4} - \left(h_p + \frac{h_S}{2} \right)^2 \right] \quad (3.19)$$

3.1.1.2 Momento fletor para conexão em paralelo das camadas piezelétricas

O momento fletor para conexão em paralelo é dado pela expressão

$$M_b = (YI) \frac{\partial^2 u_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \vartheta_{par} v_{par}(t) \quad (3.20)$$

em que o termo referente ao acoplamento piezelétrico, $\vartheta_{par}(t)$, é dado por

$$\vartheta_{par} = 2\vartheta_{ser} = \frac{\bar{e}_{31} b_p}{h_p} \left[\frac{h_S^2}{4} - \left(h_p + \frac{h_S}{2} \right)^2 \right] \quad (3.21)$$

3.1.2 Componente Inercial

O termo referente ao componente inercial é dado por

$$F_{inercia} = [m + M_t \delta(x - L_S)] \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (3.22)$$

Substituindo a Eq. (3.1) na Eq. (3.22), tem-se

$$F_{inercia} = m \frac{\partial^2 u_{rel}(x, t)}{\partial t^2} + [m + M_t \delta(x - L_S)] \frac{\partial^2 u_b(x, t)}{\partial t^2} \quad (3.23)$$

em que M_t é massa concentrada na extremidade livre, $\delta(x)$ é a função Delta de Dirac e m é a massa por comprimento da viga, que pode ser expressa por

$$m = \frac{m_S + m_p}{L_S} \quad (3.24)$$

em que m_S é a massa da subestrutura, m_p é a massa das duas camadas e L_S é o comprimento da subestrutura. O termo m_S é dado por

$$m_S = \rho_S Vol_S \quad (3.25)$$

em que ρ_S é a densidade da subestrutura e Vol_S é o volume total da subestrutura, dado por

$$Vol_S = L_S b_S h_S \quad (3.26)$$

Os termos b_S e h_S são, respectivamente, a largura e a espessura da subestrutura.

A massa da camada piezelétrica, m_p , pode ser escrita como

$$m_p = \rho_p Vol_p \quad (3.27)$$

em que ρ_p é a densidade do material piezelétrico e Vol_p é o volume total das camadas piezelétricas (das duas camadas), dado por

$$Vol_p = 2L_p b_p h_p \quad (3.28)$$

Os termos L_p , b_p e h_p são, respectivamente, o comprimento, a largura e a espessura da camada piezolétrica. Na configuração *bimorph*, o comprimento e a largura da camada piezolétrica são os mesmos da subestrutura, ou $L_p = L_S$ e $b_p = b_S$.

Assim, substituindo a Eq. (3.26) na Eq. (3.25), a Eq. (3.28) na Eq. (3.27), e depois substituindo as equações resultantes na Eq. (3.24), uma expressão pode ser obtida para o termo m como

$$m = \frac{\rho_S L_S b_S h_S + 2\rho_p L_S b_p h_p}{L_S} = \frac{L_S b_S (\rho_S h_S + 2\rho_p h_p)}{L_S} = b_S (\rho_S h_S + 2\rho_p h_p) \quad (3.29)$$

O termo $[m + M_I \delta(x - L_S)] \frac{\partial^2 u_b(x,t)}{\partial t^2}$ na Eq. (3.23) é considerado como uma componente da força de excitação e será considerado na análise da força de excitação, $f(x,t)$.

3.1.3 Efeito do amortecimento

Dois mecanismos de amortecimento podem ser incluídos na modelagem do conversor piezolétrico: amortecimento viscoso do ar (meio) e o amortecimento Kelvin-Voigt (ou estrutural, devido a deformação). O amortecimento estrutural é devido ao atrito interno da viga (BANK et al., 1991, apud ERTURK; INMAN, 2008). O amortecimento estrutural, por sua vez, se mostra como um momento interno, M_S , na equação do movimento resultando, expresso por

$$M_S = c_S I \frac{\partial^3 u_{rel}(x,t)}{\partial x^2 \partial t} \quad (3.30)$$

Assim, o efeito do amortecimento pode ser dado pela seguinte equação

$$\left(\frac{\partial^2 M_S}{\partial x^2} \right)_{amort.estrut.} + F_{amort.visc.} \quad (3.31)$$

ou

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(c_S I \frac{\partial^3 u_{rel}(x,t)}{\partial x^2 \partial t} \right) + c_a \frac{\partial u_b(x,t)}{\partial t} + c_a \frac{\partial u_{rel}(x,t)}{\partial t} \quad (3.32)$$

ou ainda

$$\left(c_S I \frac{\partial^5 u_{rel}(x,t)}{\partial x^4 \partial t} \right) + c_a \frac{\partial u_{rel}(x,t)}{\partial t} + c_a \frac{\partial u_b(x,t)}{\partial t} \quad (3.33)$$

em que c_S é o coeficiente equivalente para o amortecimento estrutural, c_a é o coeficiente de amortecimento viscoso e I é o momento de inércia equivalente da seção transversal composta. Então, o termo $c_a \frac{\partial u_{rel}(x,t)}{\partial t}$ é considerado como uma componente da excitação externa, $f(x,t)$, cuja análise é realizada na seção a seguir.

3.1.4 Excitação externa $f(x,t)$

Para obter a expressão para a excitação externa, é necessário obter a equação do movimento completo através da substituição das Eqs. (3.12), (3.23) e (3.32) na Eq. (3.2). Antes de substituir estas equações, o termo elétrico da equação do momento fletor (Eq. (3.12)) deve ser multiplicado por $H(x - L_1) - H(x - L_2)$ em que $H(x)$ é a função degrau unitário e L_1 e L_2 são a posição inicial e final da camada piezolétrica que correspondem, respectivamente, a 0 e L_S (ERTURK et al., 2008a). Então, a equação do movimento torna-se

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left((YI) \frac{\partial^2 u_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \vartheta v(t) [H(x - L_1) - H(x - L_2)] \right) + m \frac{\partial^2 u_{rel}(x,t)}{\partial t^2} + c_S I \frac{\partial^5 u_{rel}(x,t)}{\partial x^4 \partial t} \\ & + c_a \frac{\partial u_{rel}(x,t)}{\partial t} = - [m + M_t \delta(x - L_S)] \frac{\partial^2 u_b(x,t)}{\partial t^2} - c_a \frac{\partial u_b(x,t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Reescrevendo a equação do movimento, tem-se

$$\begin{aligned} & m \frac{\partial^2 u_{rel}(x,t)}{\partial t^2} + c_S I \frac{\partial^5 u_{rel}(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial u_{rel}(x,t)}{\partial t} + (YI) \frac{\partial^4 u_{rel}(x,t)}{\partial x^4} \\ & + \vartheta v(t) \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} [H(x - L_1) - H(x - L_2)] \right\} = - [m + M_t \delta(x - L_S)] \frac{\partial^2 u_b(x,t)}{\partial t^2} - c_a \frac{\partial u_b(x,t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Usando a propriedade da função degrau unitário

$$\frac{dH(x)}{dx} = \delta(x) \quad (3.36)$$

a equação mecânica do movimento com o acoplamento elétrico torna-se

$$m \frac{\partial^2 u_{rel}(x,t)}{\partial t^2} + c_S I \frac{\partial^5 u_{rel}(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial u_{rel}(x,t)}{\partial t} + (YI) \frac{\partial^4 u_{rel}(x,t)}{\partial x^4} + \vartheta v(t) \left[\frac{d\delta(x-L_1)}{dx} - \frac{d\delta(x-L_2)}{dx} \right] = - [m + M_t \delta(x-L_S)] \frac{\partial^2 u_b(x,t)}{\partial t^2} - c_a \frac{\partial u_b(x,t)}{\partial t} \quad (3.37)$$

Assim, a força de excitação, $f(x,t)$, na Eq. (3.2) é dada em termos do movimento transversal da base por

$$f(x,t) = - [m + M_t \delta(x-L_S)] \frac{\partial^2 u_b(x,t)}{\partial t^2} - c_a \frac{\partial u_b(x,t)}{\partial t} \quad (3.38)$$

Nota-se que, depois de expressar o movimento absoluto transversal da viga, $u(x,t)$, em termos do movimento transversal da base, $u_b(x,t)$, e da deflexão da viga, a equação do movimento (Eq. (3.35)) torna-se uma equação de vibração forçada para o movimento vibratório relativo da viga. A excitação externa não está relacionada apenas como a inércia de corpo rígido, mas também ao efeito do amortecimento viscoso (relativo ao ar) presente no corpo rígido que pode ou não ser desprezado dependendo da natureza do amortecimento externo.

3.1.5 Equação acoplada da viga em coordenadas modais.

Baseando-se no amortecimento proporcional e no teorema da expansão, a resposta à vibração da viga *bimorph* relativa à base pode ser representada como uma série convergente absoluta e uniforme de autofunções como

$$u_{rel}(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} U_r(x) \eta_r(t) \quad (3.39)$$

$U_r(x)$ é a autofunção (normalizada pela massa) do r -ésimo modo de vibrar ($r = 1, 2, 3, \dots$), $\eta_r(t)$ é a expressão da resposta mecânica modal.

Para calcular as formas modais e as frequências naturais, é necessário considerar o caso de vibração livre não-amortecida sem a componente de tensão elétrica $v(t)$. Substituindo a Eq. (3.39) na Eq. (3.37), e considerando vibração livre não-amortecida,

tem-se

$$mU_r \frac{\partial^2 \eta_r}{\partial t} + (YI) \eta_r \frac{\partial^4 U_r}{\partial x^4} = 0 \quad (3.40)$$

Rearranjando, Eq. (3.40) resulta

$$mU_r \frac{\partial^2 \eta_r}{\partial t} = (YI) \eta_r \frac{\partial^4 U_r}{\partial x^4} = \omega^2 \quad (3.41)$$

em que ω é a frequência natural não-amortecida. A Equação (3.41) pode ser reescrita como

$$\frac{-\ddot{\eta}_r}{\eta_r} = \frac{(YI)}{m} \frac{1}{U_r} \frac{\partial^4 U_r}{\partial x^4} = \omega^2 \quad (3.42)$$

A equação (3.42) pode ser substituída por duas equações diferentes, obtendo-se o seguinte sistema linear:

$$\begin{aligned} \frac{-\ddot{\eta}_r}{\eta_r} &= \omega^2 \\ \frac{(YI)}{m} \frac{1}{U_r} \frac{\partial^4 U_r}{\partial x^4} &= \omega^2 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Reescrevendo, o sistema linear torna-se

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_r + \eta_r \omega^2 &= 0 \\ \frac{\partial^4 U_r}{\partial x^4} - \beta^4 U_r &= 0 \end{aligned} \quad (3.44)$$

em que

$$\beta^4 = \frac{m\omega^2}{(YI)} \quad (3.45)$$

As soluções para as Eqs. (3.44) são

$$\eta_r(t) = B_1 \cos(\omega t) + B_2 \sin(\omega t) \quad (3.46)$$

e

$$U_r(x) = A_1 \cos(\beta x) + A_2 \sin(\beta x) + A_3 \cosh(\beta x) + A_4 \sinh(\beta x) \quad (3.47)$$

$U_r(x)$ representa as formas modais para cada autovalor de β , correspondente a cada modo de vibrar. As constantes B_1 e B_2 são encontradas através das condições iniciais e as constantes A_1 até A_4 são encontradas através das condições de contorno para a

viga *cantilever bimorph* com massa concentrada na extremidade livre. As condições de contorno na extremidade engastada são:

$$u_{rel}(0,t) = 0 \quad (3.48)$$

que representa deslocamento nulo na extremidade engastada, e

$$\frac{du_{rel}(0,t)}{dx} = 0 \quad (3.49)$$

que representa inclinação nula na extremidade engastada.

As condições de contorno na extremidade livre são:

$$(YI) \frac{\partial^3 u_{rel}(L_S,t)}{\partial x^3} = M_t \frac{\partial^2 u_{rel}(L_S,t)}{\partial t^2} \quad (3.50)$$

isto é, a força cortante na extremidade livre é igual a força de inércia da massa da extremidade, M_t , e

$$(YI) \frac{\partial^2 u_{rel}(L_S,t)}{\partial x^2} = I_t \frac{\partial^3 u_{rel}(L_S,t)}{\partial x \partial t^2} \quad (3.51)$$

isto é, o momento fletor na extremidade livre é igual a inércia de rotação, I_t , da massa da extremidade. É importante mencionar que a inércia de rotação da massa concentrada pode ser calculada também utilizando as características geométricas e do material que compõe a massa.

Utilizando a Eq. (3.47) e as condições de contorno, as autofunções $U_r(x)$ são dadas por:

$$U_r(x) = C_r \left\{ \cos\left(\frac{\lambda_r}{L_S}x\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_r}{L_S}x\right) + \alpha_r \left[\sin\left(\frac{\lambda_r}{L_S}x\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_r}{L_S}x\right) \right] \right\} \quad (3.52)$$

em que

$$\alpha_r = \frac{\sin(\lambda_r) - \sinh(\lambda_r) + \frac{\lambda_r M_t}{m L_S} [\cos(\lambda_r) - \cosh(\lambda_r)]}{\cos(\lambda_r) - \cosh(\lambda_r) - \frac{\lambda_r M_t}{m L_S} [\sin(\lambda_r) - \sinh(\lambda_r)]} \quad (3.53)$$

$\lambda_r = \beta_r L_S$ e C_r é a constante modal de amplitude que deve ser analisada através da normalização das autofunções de acordo com as condições de ortogonalidade. Os

autovalores β_r são então λ_r/L_S . Substituindo essa expressão na Eq. (3.45), a frequência natural não-amortecida do r -ésimo modo de vibrar, ω_r , é dada por

$$\omega_r = \lambda_r^2 \sqrt{\frac{(YI)}{mL_S^4}} \quad (3.54)$$

A frequência natural não-amortecida também pode ser expressa em termos da massa modal, m_r , e da rigidez modal, k_r , de acordo com a equação

$$\omega_r^2 = \frac{k_r}{m_r} \quad (3.55)$$

Os autovalores λ_r podem ser obtidos através da equação característica da frequência, dada por

$$1 + \cos(\lambda) \cosh(\lambda) + \frac{\lambda M_I}{ML_S} [\cos(\lambda) \sinh(\lambda) - \sin(\lambda) \cosh(\lambda)] - \frac{\lambda^3 I_I}{mL_S^3} [\cosh(\lambda) \sin(\lambda) + \sinh(\lambda) \cos(\lambda)] + \frac{\lambda^4 M_I I_I}{m^2 L_S^4} [1 - \cos(\lambda) \cosh(\lambda)] = 0 \quad (3.56)$$

As autofunções $U_r(x)$, dadas pela Eq. (3.52), satisfazem as seguintes condições de ortogonalidade:

$$\int_0^{L_S} m U_s(x) U_r(x) dx = m_r \delta_{rs} \quad (3.57)$$

e

$$\int_0^{L_S} (YI) U_s(x) \frac{d^4 U_r(x)}{dx^4} dx = k_r \delta_{rs} \quad (3.58)$$

em que δ_{rs} é a função delta de Kronecker, definida como sendo igual a unidade para $r = s$ e igual a zero para $r \neq s$.

A forma das Eqs. (3.57) e (3.58) normalizadas pela massa são respectivamente

$$\int_0^{L_S} m U_s(x) U_r(x) dx = \delta_{rs} \quad (3.59)$$

e

$$\int_0^{L_S} (YI) U_s(x) \frac{d^4 U_r(x)}{dx^4} dx = \frac{k_r}{m_r} \delta_{rs} = \omega_r^2 \delta_{rs} \quad (3.60)$$

A Eq. (3.39) pode ser substituída na equação do movimento (Eq. (3.37)), obtendo-

se assim

$$\sum_{r=1}^{\infty} \left\{ mU_r(x) \ddot{\eta}(t) + (YI) \frac{\partial^4 U_r(x)}{\partial x^4} \eta(t) + c_S I \frac{\partial^4 U_r(x)}{\partial x^4} \dot{\eta}(t) + c_a U_r(x) \dot{\eta}(t) + \vartheta v(t) \left[\frac{d\delta(x-L_1)}{dx} - \frac{d\delta(x-L_2)}{dx} \right] \right\} = - [m + M_t \delta(x-L_S)] \frac{\partial^2 u_b(x,t)}{\partial t^2} - c_a \frac{\partial u_b(x,t)}{\partial t} \quad (3.61)$$

A viga utilizada como conversor de energia é tipicamente excitada devido ao movimento da sua base. Se uma translação da base, denotada por $g(t)$, e uma pequena rotação, denotada por $h(t)$, são consideradas, então o movimento da base, $u_b(x,t)$, na viga pode ser representado por (TIMOSHENKO, 1974, apud ERTURK; INMAN, 2009)

$$u_b(x,t) = g(t) + xh(t) \quad (3.62)$$

A Eq. (3.62) pode ser substituída na Eq. (3.61) e a equação resultante pode ser multiplicada por $U_s(x)$ e integrada de 0 a L_S a fim de se aplicar as condições de ortogonalidade. Então, a equação do movimento torna-se

$$\sum_{r=1}^{\infty} \left\{ \int_0^{L_S} mU_s(x) U_r(x) dx \ddot{\eta}(t) + \int_0^{L_S} (YI) U_s(x) \frac{d^4 U_r(x)}{dx^4} dx \eta(t) + \int_0^{L_S} c_S I U_s(x) \frac{d^4 U_r(x)}{dx^4} dx \dot{\eta}(t) + \int_0^{L_S} c_a U_s(x) U_r(x) dx \dot{\eta}(t) + \int_0^{L_S} \vartheta v(t) U_s(x) \left[\frac{d\delta(x-L_1)}{dx} - \frac{d\delta(x-L_2)}{dx} \right] dx \right\} = - \int_0^{L_S} [m + M_t \delta(x-L_S)] U_s(x) dx \left(\frac{d^2 g(t)}{dt^2} + x \frac{d^2 h(t)}{dt^2} \right) - \int_0^{L_S} c_a U_s(x) dx \left(\frac{d^2 g(t)}{dt^2} + x \frac{d^2 h(t)}{dt^2} \right) \quad (3.63)$$

Utilizando-se a propriedade da função delta de Dirac

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \frac{d^n \delta(x-x_0)}{dx^n} dx = (-1)^n \frac{d^n f(x_0)}{dx^n} \quad (3.64)$$

e aplicando-se as condições de ortogonalidade (dadas pelas Eqs. (3.59) e (3.60)), tem-se:

$$\sum_{r=1}^{\infty} \left\{ \ddot{\eta}(t) + \omega_r^2 \eta(t) + c_S I \frac{\omega_r^2}{(YI)} \dot{\eta}(t) + \frac{c_a}{m} \dot{\eta}(t) + \vartheta v(t) \left[(-1)^1 \frac{dU_r(L_1)}{dx} - (-1)^1 \frac{dU_r(L_2)}{dx} \right] \right\} = N_r(t) \quad (3.65)$$

A força mecânica modal, $N_r(t)$, pode ser expressa como

$$N_r(t) = N_r^m(t) + N_r^c(t) \quad (3.66)$$

nas quais as componentes da excitação mecânica, que são a inercial, $N_r^m(t)$, e a excitação devido ao amortecimento, $N_r^c(t)$, são dadas pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} N_r^m(t) &= -[m + M_t \delta(x - L_S)] \left(\gamma_r^U \frac{d^2 g(t)}{dt^2} + \gamma_r^\theta \frac{d^2 h(t)}{dt^2} \right) \\ N_r^c(t) &= -c_a \left(\gamma_r^U \frac{d^2 g(t)}{dt^2} + \gamma_r^\theta \frac{d^2 h(t)}{dt^2} \right) \end{aligned} \quad (3.67)$$

em que

$$\gamma_r^U = \int_0^{L_S} U_r(x) dx \quad (3.68)$$

e

$$\gamma_r^\theta = \int_0^{L_S} x U_r(x) dx \quad (3.69)$$

Se a excitação devido ao amortecimento viscoso (do meio, geralmente ar) é desprezível quando comparada com a excitação devido à inércia (ou seja, $N_r^c(t) \ll N_r^m(t)$), a Eq. (3.66) pode ser simplificada fazendo $N_r^c(t) = 0$.

Rearranjando, a Eq. (3.65) torna-se

$$\ddot{\eta}(t) + \left(c_S I \frac{\omega_r^2}{(YI)} + \frac{c_a}{m} \right) \dot{\eta}(t) + \omega_r^2 \eta(t) + \chi_r v(t) = N_r(t) \quad (3.70)$$

em que

$$\chi_r = \vartheta \left[\frac{dU_r(L_2)}{dx} - \frac{dU_r(L_1)}{dx} \right] \quad (3.71)$$

Através de manipulações algébricas, a Eq. (3.70) pode ser escrita como

$$\ddot{\eta}(t) + 2\zeta_r \omega_r \dot{\eta}(t) + \omega_r^2 \eta(t) + \chi_r v(t) = N_r(t) \quad (3.72)$$

em que o fator de amortecimento modal, ζ_r , é dado por

$$\zeta_r = \frac{c_r}{2\omega_r} = \frac{1}{2\omega_r} \left(c_S I \frac{\omega_r^2}{(YI)} + \frac{c_a}{m} \right) = \frac{c_S I \omega_r}{2(YI)} + \frac{c_a}{2m\omega_r} \quad (3.73)$$

A Eq. (3.70) é a equação do movimento em coordenadas modais para o sistema de conversão de energia. A determinação dos coeficientes de amortecimento na Eq. (3.73) é, geralmente, de difícil realização e a maneira mais comum de se tratar o amor-

tecimento é através da obtenção experimental do valor do fator de amortecimento modal, ζ_r . Esta maneira foi utilizada neste trabalho e considerações adicionais sobre a influência do amortecimento no processo de otimização será apresentado nas seções posteriores.

3.1.6 Modelagem da viga *cantilever bimorph* para conexão em série das camadas piezelétricas.

Nessa seção, a modelagem do conversor para conexão em série das camadas piezelétricas é descrita. Existem algumas diferenças na modelagem comparada com as seções anteriores.

3.1.6.1 Equação acoplada da viga em coordenada modais.

Baseando-se na hipótese de amortecimento proporcional, a resposta à vibração da viga *bimorph* relativa à base pode ser representada, para o caso da conexão em série das camadas piezelétricas, como uma série convergente absoluta e uniforme de autofunções como

$$u_{rel}^{ser}(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} U_r(x) \eta_r^{ser}(t) \quad (3.74)$$

A equação mecânica do movimento em coordenadas modais pode ser obtida como

$$\frac{d^2 \eta_r^{ser}(t)}{dt^2} + 2\zeta_r \omega_r \frac{d\eta_r^{ser}(t)}{dt} + \omega_r^2 \eta_r^{ser}(t) + \chi_r^{ser} v_{ser}(t) = N_r(t) \quad (3.75)$$

em que o termo acoplamento eletromecânico modal é

$$\chi_r^{ser} = \vartheta_{ser} \left[\frac{dU_r(L_2)}{dx} - \frac{dU_r(L_1)}{dx} \right] \quad (3.76)$$

ϑ_{ser} foi definido na seção 3.1.1.1.

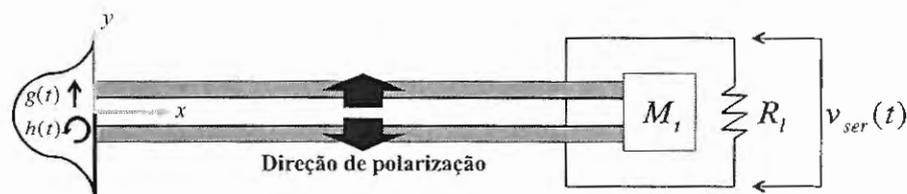


Figura 14: Viga *cantilever bimorph* com camadas piezelétricas conectadas em série.

3.1.6.2 Equação do circuito elétrico acoplada de uma camada piezelétrica submetida a flexão dinâmica.

A fim de derivar as equações governantes do circuito das configurações *bimorphs*, primeiramente, deve-se examinar a dinâmica elétrica de uma única camada piezelétrica submetida a vibrações que causam flexões.

A figura (14) mostra uma viga *cantilever bimorph* cujas camadas piezelétricas estão conectadas em série.

Os eletrodos pertencentes a camada piezelétrica cobrem totalmente a camada superior e inferior e estão conectados a um resistor de carga, R_l .

Uma vez que somente fonte de deformação mecânica axial devido a flexão está presente, a representação tensorial da relação constitutiva da piezeletricidade (IEEE 1987) que dá o vetor de deslocamentos elétricos pode ser reduzido a seguinte equação escalar.

$$D_3 = \bar{\epsilon}_{31}^S S_1^p + \bar{\epsilon}_{33}^S E_3 \quad (3.77)$$

em que D_3 é a componente de deslocamento elétrico e $\bar{\epsilon}_{33}^S$ é permissividade em deformação constante com hipótese de estado plano de tensões, dada por

$$\bar{\epsilon}_{33}^S = \epsilon_{33}^T - \frac{d_{31}^S}{s_{11}^E} \quad (3.78)$$

em que ϵ_{33}^T é a permissividade em tensão constante. Uma vez que a admitância do circuito nos eletrodos é $\frac{1}{R_l}$, a corrente elétrica de saída pode ser obtida pela lei de



Gauss

$$\frac{d}{dt} \left(\int_A D \cdot n dA \right) = \frac{v(t)}{R_l} \quad (3.79)$$

em que D é o vetor das componentes de deslocamento elétrico na camada piezométrica, n é a componente unitária normal e a integração é realizada através da área de cobertura do eletrodo, A . Antecipando, a única contribuição do produto interno do integrando na Eq. (3.79) é de D_3 , uma vez que os eletrodos são perpendiculares à direção 3, ou seja, direção y .

Depois de representar a deformação média na camada piezométrica em termos da curvatura (ver Eq. (3.13)) e o campo elétrico uniforme em termos da diferença de potencial elétrico por

$$E_3(t) = \frac{-v_{ser}(t)}{2h_p} \quad (3.80)$$

a Eq. (3.77) pode ser usada na Eq. (3.79) para obter

$$\frac{\bar{\epsilon}_{33}^S b_p L_p}{2h_p} \frac{dv_{ser}(t)}{dt} + \frac{v_{ser}(t)}{R_l} = -\frac{\bar{e}_{31} h_{pc} b_p}{2} \int_{L_1}^{L_2} \frac{\partial^3 u_{rel}(x,t)}{\partial x^2 \partial t} dx \quad (3.81)$$

Na Eq. (3.81), L_p é o comprimento da camada piezométrica e h_{pc} é a distância entre o eixo neutro e o centro da camada piezométrica.

Então, substituindo a expansão modal (Eq. (3.74)) na Eq. (3.81), obtém-se

$$\frac{\bar{\epsilon}_{33}^S b_p L_p}{2h_p} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R_l} = \sum_{r=1}^{\infty} \kappa_r \frac{d\eta_r(t)}{dt} \quad (3.82)$$

em que κ_r é o termo acoplamento modal na equação do circuito elétrico dado por

$$\kappa_r = -\frac{\bar{e}_{31} h_{pc} b_p}{2} \int_0^{L_p} \frac{d^2 U_r(x)}{dx^2} dx = -\frac{\bar{e}_{31} h_{pc} b_p}{2} \left[\frac{dU_r(L_2)}{dx} - \frac{dU_r(L_1)}{dx} \right] \quad (3.83)$$

De acordo com a Eq. (3.82), originada da lei de Gauss, a excitação de um simples circuito RC, considerado nesta modelagem, ou também dos mais sofisticados circuitos utilizados em *Energy Harvesting*, é proporcional ao integrando da distribuição dinâmica de deformação através da área de cobertura do eletrodo. Para os modos de

vibração diferentes do primeiro modo (fundamental), a distribuição dinâmica de deformação na viga *cantilever* muda de sinal quando passa por um nó. Da Eq. (3.13), tem-se que a curvatura em um ponto é a medida direta da deformação devido a flexão. Assim, para excitações modais, os nós são pontos de inflexão das autofunções (funções correspondentes às formas modais) e o integrando na Eq. (3.83) é a autofunção curvatura. Se a carga elétrica desenvolvida nos lados opostos de um nó é coletada por eletrodos contínuos para vibrações em uma certa forma modal, um cancelamento ocorre devido a diferença de fase na distribuição da deformação mecânica. Matematicamente, as áreas parciais abaixo da função integrando na Eq. (3.83) se cancelam através do domínio de integração. Como uma consequência indesejável, a excitação do circuito elétrico, e portanto a saída elétrica diminui drasticamente. Com o propósito de evitar esses cancelamentos, eletrodos segmentados podem ser utilizados na transdução de energia. Pode-se notar que o r -ésimo modo de vibrar de uma viga *cantilever* possui $r - 1$ nós, e conseqüentemente, o primeiro modo (fundamental) não possui o problema de cancelamento. O problema de cancelamento é dependente das condições de contorno em que a viga foi submetida.

Baseando-se na Eq. (3.82), e sabendo que um elemento piezelétrico pode ser representado como uma fonte de corrente em paralelo com sua capacitância interna (ERTURK; INMAN, 2009) é muito útil representar o domínio elétrico de um sistema acoplado pelo simples e completo circuito mostrado na Fig. (15). Esta representação considera somente o domínio elétrico. O domínio mecânico devido ao acoplamento piezelétrico será incorporado no equacionamento em seções posteriores.

Os componentes do circuito são:

C_p : capacitância interna da camada piezelétrica;

R_l : resistor de carga e

i_r^{ser} : fonte de corrente.

De acordo com a Fig. (15), a tensão no resistor de carga é denotada por $v_{ser}(t)$.

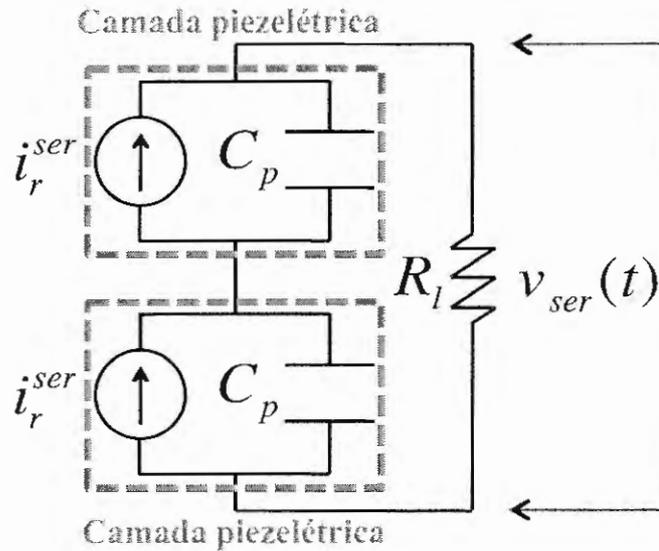


Figura 15: Circuito elétrico representando a conexão em série das camadas piezolétricas.

Então, a lei de Kirchhoff pode ser aplicada no circuito elétrico para obter

$$\frac{C_p}{2} \frac{dv_{ser}(t)}{dt} + \frac{v_{ser}(t)}{R_l} = i_r^{ser}(t) \quad (3.84)$$

em que os termos capacitância interna e fonte de corrente podem ser extraídos combinando as Eqs. (3.82) e (3.84), obtendo-se

$$C_p = \frac{\bar{\epsilon}_{33}^S b_p L_p}{h_p} \quad (3.85)$$

e

$$i_r^{ser}(t) = \sum_{r=1}^{\infty} \kappa_r \frac{d\eta_r^{ser}(t)}{dt} \quad (3.86)$$

3.1.6.3 Expressões da resposta da vibração e tensão na forma fechada.

As Eqs. (3.75) e (3.84) constituem as equações acopladas para resposta mecânica modal $\eta_{ser}(t)$ e a resposta da tensão $v_{ser}(t)$ no resistor de carga.

Nesta seção, a solução para o estado permanente foi obtida para entradas harmônicas. Se as componentes de deslocamento transversal e rotacional da base, dadas pela

Eq. (3.62) são harmônicas da forma

$$g(t) = Y_0 e^{j\omega t} \quad (3.87)$$

$$h(t) = \theta_0 e^{j\omega t} \quad (3.88)$$

em que Y_0 e θ_0 são, respectivamente, as amplitudes da translação e pequena rotação da base, ω é a frequência de excitação e $j = \sqrt{-1}$. Assim, a função força modal dada pela Eq. (3.65) pode ser expressa por

$$N_r(t) = F_r e^{j\omega t} \quad (3.89)$$

em que F_r é dada por

$$F_r = \omega^2 \left[m \left(Y_0 \int_0^{L_S} U_r(x) dx + \theta_0 \int_0^{L_S} x U_r(x) dx \right) + M_t U_r(L_S) (Y_0 + L_S \theta_0) \right] - j\omega c_a \left[\left(Y_0 \int_0^{L_S} U_r(x) dx + \theta_0 \int_0^{L_S} x U_r(x) dx \right) \right] \quad (3.90)$$

Para movimentos harmônicos da base em uma frequência ω , a resposta mecânica modal em regime permanente da viga e a resposta da tensão através de um resistor de carga são assumidas ser lineares e harmônicas na mesma frequência e podem ser expressas como

$$\eta_r^{ser}(t) = H_r^{ser} e^{j\omega t} \quad (3.91)$$

$$v_{ser}(t) = V_{ser} e^{j\omega t} \quad (3.92)$$

em que as amplitudes H_r^{ser} e V_{ser} são valores complexos. Assim, substituindo a Eq. (3.91) na Eq. (3.75) e a Eq. (3.92) na Eq. (3.84), tem-se duas equações para H_r^{ser} e V_{ser} .

$$(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r) H_r^{ser} + \chi_r^{ser} V_{ser} = F_r \quad (3.93)$$

$$\left(\frac{1}{R_l} + j\omega \frac{C_p}{2} \right) V_{ser} - j\omega \sum_{r=1}^{\infty} \kappa_r H_r^{ser} = 0 \quad (3.94)$$

A amplitude complexa da resposta mecânica modal H_r^{ser} pode ser extraída da Eq. (3.93) e substituída na Eq. (3.94) para obter a amplitude complexa da tensão V_{ser} explicitamente. Então, da Eq. (3.93),

$$H_r^{ser} = \frac{F_r - \chi_r^{ser} V_{ser}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)} \quad (3.95)$$

Através da substituição desta equação na Eq. (3.94), a amplitude complexa da tensão V_{ser} é dada explicitamente por

$$V_{ser} = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega \kappa_r F_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}}{\frac{1}{R_l} + j\omega \frac{C_p}{2} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega \kappa_r \chi_r^{ser}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}} \quad (3.96)$$

Se $v_{ser}(t) = V_{ser} e^{j\omega t}$, a resposta em regime permanente da tensão através do resistor de carga é dada por

$$v_{ser}(t) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega \kappa_r F_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}}{\frac{1}{R_l} + j\omega \frac{C_p}{2} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega \kappa_r \chi_r^{ser}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}} e^{j\omega t} \quad (3.97)$$

A amplitude complexa da tensão V_{ser} pode ser substituída na Eq. (3.93) para obter a resposta mecânica modal em regime permanente (utilizando a Eq. (3.89)) como:

$$\eta_r^{ser}(t) = \left\{ F_r - \chi_r^{ser} \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega \kappa_r F_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}}{\frac{1}{R_l} + j\omega \frac{C_p}{2} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega \kappa_r \chi_r^{ser}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}} \right\} \frac{e^{j\omega t}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)} \quad (3.98)$$

A resposta de deslocamento transversal (relativo a base - $u_{rel}^{ser}(x, t)$) no ponto (x) da viga pode ser obtida em coordenadas físicas através da substituição da Eq. (3.98) na Eq. (3.74), resultando

$$u_{rel}^{ser}(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ F_r - \chi_r^{ser} \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega \kappa_r F_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}}{\frac{1}{R_l} + j\omega \frac{C_p}{2} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega \kappa_r \chi_r^{ser}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}} \right\} \times \frac{U_r(x) e^{j\omega t}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)} \quad (3.99)$$

A Eq. (3.99) é a resposta de vibração da viga relativa ao movimento de sua base. Se o interesse é no deslocamento absoluto da viga em coordenadas físicas (relativo a um corpo fixo), dado por $u^{ser}(t)$, este é a superposição do deslocamento da base e do deslocamento vibratório relativo a base, ou seja,

$$u^{ser}(x,t) = u_b(x,t) + u_{rel}^{ser}(x,t) \quad (3.100)$$

em que $u_b(x,t)$ é o deslocamento da base dado pela Eq. (3.62).

3.1.7 Modelagem da viga *cantilever bimorph* para conexão em paralelo das camadas piezelétricas.

Esta seção descreve, de maneira análoga à seção anterior, a modelagem do conversor para a conexão em paralelo das camadas piezelétricas.

3.1.7.1 Equação acoplada da viga em coordenadas modais.

Baseando-se na hipótese de amortecimento proporcional, a resposta à vibração da viga *bimorph* relativa à base pode ser representada, para o caso da conexão em paralelo das camadas piezelétricas, como uma série convergente absoluta e uniforme de autofunções como

$$u_{rel}^{par}(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} U_r(x) \eta_r^{par}(t) \quad (3.101)$$

A equação do movimento mecânica em coordenadas modais pode ser obtida por

$$\frac{d^2 \eta_r^{par}(t)}{dt^2} + 2\zeta_r \omega_r \frac{d\eta_r^{par}(t)}{dt} + \omega_r^2 \eta_r^{par}(t) + \chi_r^{par} v_{par}(t) = N_r(t) \quad (3.102)$$

em que o termo de acoplamento eletromecânico modal é

$$\chi_r^{par} = \vartheta_{par} \left[\frac{dU_r(L_2)}{dx} - \frac{dU_r(L_1)}{dx} \right] = 2\vartheta_{ser} \left[\frac{dU_r(L_2)}{dx} - \frac{dU_r(L_1)}{dx} \right] \quad (3.103)$$

ϑ_{ser} foi definido na seção 3.1.1.2.

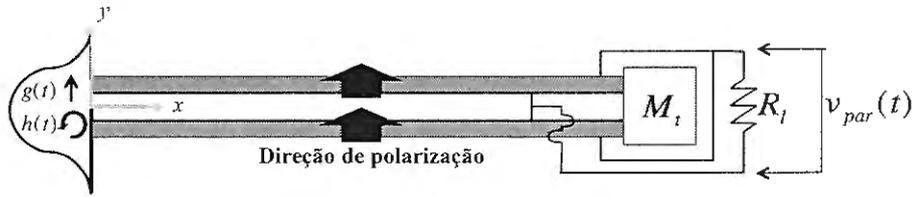


Figura 16: *Viga cantilever bimorph* com camadas piezolétricas conectadas em paralelo.

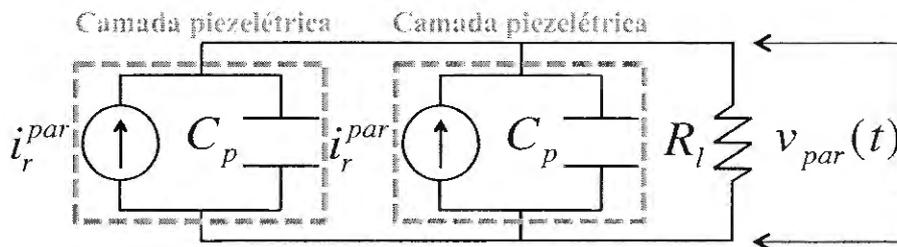


Figura 17: Circuito elétrico representando a conexão em paralelo das camadas piezolétricas.

3.1.7.2 Equação acoplada do circuito elétrico de uma camada piezolétrica submetida a flexão dinâmica.

A figura (16) mostra uma *viga cantilever bimorph* cujas camadas piezolétricas estão conectadas em paralelo.

O circuito elétrico que representa a conexão em paralelo das camadas piezolétricas é mostrado na Fig. (17)

De acordo com a Fig. (17), a tensão através do resistor de carga é denotada por $v_{par}(t)$. Então, a lei de Kirchhoff pode ser aplicada no circuito elétrico, obtendo-se

$$C_p \frac{dv_{par}(t)}{dt} + \frac{v_{par}(t)}{2R_l} = i_r^{par}(t) \quad (3.104)$$

em que

$$i_r^{par}(t) = \sum_{r=1}^{\infty} \kappa_r \frac{d\eta_r^{par}(t)}{dt} \quad (3.105)$$

3.1.7.3 Expressões da resposta da vibração e tensão na forma fechada.

As Eqs. (3.101) e (3.104) constituem as equações acopladas para a resposta mecânica modal $\eta_r^{par}(t)$ e a resposta da tensão $v_{ser}(t)$ através do resistor de carga.

Para movimentos harmônicos da base em uma frequência ω , a resposta mecânica modal em regime permanente da viga e a resposta da tensão através de um resistor de carga são assumidas ser lineares e harmônicas na mesma frequência:

$$\eta_r^{par}(t) = H_r^{par} e^{j\omega t} \quad (3.106)$$

$$v_{par}(t) = V_{par} e^{j\omega t} \quad (3.107)$$

em que as amplitudes H_r^{par} e V_{par} são valores complexos. Assim, substituindo a Eq. (3.106) na Eq. (3.102) e a Eq. (3.107) na Eq. (3.104), tem-se duas equações para H_r^{par} e V_{par} .

$$(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r) H_r^{par} + \chi_r^{par} V_{par} = F_r \quad (3.108)$$

$$\left(\frac{1}{2R_l} + j\omega C_p \right) V_{par} - j\omega \sum_{r=1}^{\infty} \kappa_r H_r^{par} = 0 \quad (3.109)$$

A amplitude complexa da resposta mecânica modal H_r^{par} pode ser extraída da Eq. (3.108) e pode ser substituída na Eq. (3.109) para obter a amplitude complexa da tensão V_{par} explicitamente. Então, da Eq. (3.108), tem-se:

$$H_r^{par} = \frac{F_r - \chi_r^{par} V_{par}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)} \quad (3.110)$$

Através da substituição desta equação na Eq. (3.109), a amplitude complexa da tensão V_{par} é dada explicitamente por

$$V_{par} = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega \kappa_r F_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}}{\frac{1}{2R_l} + j\omega C_p + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega \kappa_r \chi_r^{par}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}} \quad (3.111)$$

Se $v_{par}(t) = V_{par}e^{j\omega t}$, a resposta da tensão em regime permanente através do resistor de carga é dada por

$$v_{par}(t) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r F_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}}{\frac{1}{2R_l} + j\omega C_p + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r \chi_r^{par}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}} e^{j\omega t} \quad (3.112)$$

A amplitude complexa da tensão V_{par} pode ser substituída na Eq. (3.110) para obter a resposta mecânica modal em regime permanente (utilizando a Eq. (3.102)) como:

$$\eta_r^{par}(t) = \left\{ F_r - \chi_r^{par} \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r F_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}}{\frac{1}{2R_l} + j\omega C_p + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r \chi_r^{par}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}} \right\} \frac{e^{j\omega t}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)} \quad (3.113)$$

A resposta de deslocamento transversal (relativo a base - $u_{rel}^{par}(x, t)$) no ponto (x) da viga pode ser obtida em coordenadas físicas através da substituição da Eq. (3.113) na Eq. (3.101), resultando

$$u_{rel}^{par}(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ F_r - \chi_r^{par} \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r F_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}}{\frac{1}{2R_l} + j\omega C_p + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r \chi_r^{par}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)}} \right\} \times \frac{U_r(x) e^{j\omega t}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r \omega \omega_r)} \quad (3.114)$$

A Equação (3.114) é a resposta a vibração da viga relativa ao movimento da sua base.

3.2 Funções de Resposta em Frequência (FRFs) eletromecânicas.

No modelo eletromecânico proposto, as entradas no sistema são: translação da base na direção transversal, sua pequena rotação e a força devido ao coeficiente de amortecimento do ar.

Para estas entradas, as saídas resultantes são a resposta de tensão elétrica e a res-

posta de vibração mecânica. Assim, para excitações harmônicas da base, podem ser definidas quatro FRFs eletromecânicas:

1. Saída de tensão elétrica para entrada de translação da base;
2. Saída de tensão elétrica para entrada de rotação da base;
3. Resposta vibratória para entrada de translação da base;
4. Resposta vibratória para entrada de rotação da base.

3.2.1 FRFs eletromecânicas multimodais.

Antes de identificar as FRFs mencionadas anteriormente, é necessário rearranjar a amplitude complexa da força modal, dada pela Eq. (3.90), como segue:

$$F_r = \omega^2 \left\{ \left[m - \frac{jc_a}{\omega} \right] \int_0^{L_S} U_r(x) dx + M_t U_r(L_S) \right\} Y_0 + \omega^2 \left\{ \left[m - \frac{jc_a}{\omega} \right] \int_0^{L_S} x U_r(x) dx + M_t L_S U_r(L_S) \right\} \theta_0 \quad (3.115)$$

Em uma forma mais compacta, a Eq. (3.115) torna-se

$$F_r = -\sigma_r \omega^2 Y_0 - \tau_r \omega^2 \theta_0 \quad (3.116)$$

em que

$$\sigma_r = - \left(m - \frac{jc_a}{\omega} \right) \int_0^{L_S} U_r(x) dx + M_t U_r(L_S) \quad (3.117)$$

$$\tau_r = - \left(m - \frac{jc_a}{\omega} \right) \int_0^{L_S} x U_r(x) dx + M_t L_S U_r(L_S) \quad (3.118)$$

3.2.1.1 FRFs eletromecânicas multimodais para conexão em série das camadas piezelétricas.

A resposta em regime permanente da tensão elétrica, $v_{ser}(t)$, dada pela Eq. (3.97), pode ser escrita em termos da aceleração de translação e rotação da base substituindo

F_r na Eq. (3.90) por F_r dada pela Eq. (3.116), resultando

$$v_{ser}(t) = \alpha_{ser}(\omega) (-\omega^2 Y_0) e^{j\omega t} + \mu_{ser}(\omega) (-\omega^2 \theta_0) e^{j\omega t} \quad (3.119)$$

em que a FRF que relaciona a tensão elétrica de saída para entrada de translação da base, $\alpha_{ser}(\omega)$, é dada por

$$\alpha_{ser}(\omega) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\sigma_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}}{\frac{1}{R_l} + j\omega\frac{C_p}{2} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\chi_r^{ser}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}} \quad (3.120)$$

e a FRF que relaciona a tensão elétrica de saída para entrada de rotação da base, $\mu_{ser}(\omega)$, é dada por

$$\mu_{ser}(\omega) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\tau_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}}{\frac{1}{R_l} + j\omega\frac{C_p}{2} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\chi_r^{ser}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}} \quad (3.121)$$

Similarmente, a resposta em regime permanente da vibração relativa à base (Eq. (3.99)) pode ser escrita em termos da aceleração de translação e rotação da base, resultando

$$u_{rel}^{ser}(x, t) = \beta_{ser}(\omega, t) (-\omega^2 Y_0) e^{j\omega t} + \phi_{ser}(\omega, t) (-\omega^2 \theta_0) e^{j\omega t} \quad (3.122)$$

em que a FRF que relaciona o deslocamento transversal de saída para entrada de translação da base, $\beta_{ser}(\omega, x)$, é dada por

$$\beta_{ser}(\omega, x) = \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ \sigma_r - \chi_r^{ser} \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\sigma_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}}{\frac{1}{R_l} + j\omega\frac{C_p}{2} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\chi_r^{ser}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}} \right\} \times \frac{U_r(x)}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)} \quad (3.123)$$

e a FRF que relaciona o deslocamento transversal de saída para entrada de rotação da

base, $\phi_{ser}(\omega, t)$, é dada por

$$\phi_{ser}(\omega, x) = \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ \tau_r - \chi_r^{ser} \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\tau_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}}{\frac{1}{R_l} + j\omega\frac{C_p}{2} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\chi_r^{ser}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}} \right\} \times \frac{U_r(x)}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)} \quad (3.124)$$

3.2.1.2 FRFs eletromecânicas multimodais para conexão em paralelo das camadas piezelétricas.

A resposta em regime permanente da tensão elétrica, $v_{par}(t)$, dada pela Eq. (3.112), pode ser escrita em termos da aceleração de translação e rotação da base substituindo F_r na Eq. (3.90) por F_r dada pela Eq. (3.116), resultando

$$v_{par}(t) = \alpha_{par}(\omega) (-\omega^2 Y_0) e^{j\omega t} + \mu_{par}(\omega) (-\omega^2 \theta_0) e^{j\omega t} \quad (3.125)$$

em que a FRF que relaciona tensão elétrica de saída para entrada de translação da base, $\alpha_{par}(\omega)$, é dada por

$$\alpha_{par}(\omega) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\sigma_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}}{\frac{1}{2R_l} + j\omega C_p + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\chi_r^{par}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}} \quad (3.126)$$

e a FRF que relaciona a saída de tensão elétrica para entrada de rotação da base, $\mu_{par}(\omega)$, é dada por

$$\mu_{par}(\omega) = \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\tau_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}}{\frac{1}{2R_l} + j\omega C_p + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\chi_r^{par}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}} \quad (3.127)$$

Similarmente, a resposta em regime permanente da vibração relativa à base (Eq. (3.114)) pode ser escrita em termos das acelerações de translação e rotação da base, resultando

$$u_{rel}^{par}(x, t) = \beta_{par}(\omega, t) (-\omega^2 Y_0) e^{j\omega t} + \phi_{par}(\omega, t) (-\omega^2 \theta_0) e^{j\omega t} \quad (3.128)$$

em que a FRF que relaciona o deslocamento transversal de saída para entrada de trans-

lação da base, $\beta_{par}(\omega, t)$, é dada por

$$\beta_{par}(\omega, x) = \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ \sigma_r - \chi_r^{par} \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\sigma_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}}{\frac{1}{2R_l} + j\omega C_p + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\chi_r^{par}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}} \right\} \times \frac{U_r(x)}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)} \quad (3.129)$$

e a FRF que relaciona o deslocamento transversal de saída para entrada de rotação da base, $\phi_{par}(\omega, t)$, é dada por

$$\phi_{par}(\omega, x) = \sum_{r=1}^{\infty} \left\{ \tau_r - \chi_r^{par} \frac{\sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\tau_r}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}}{\frac{1}{2R_l} + j\omega C_p + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j\omega\kappa_r\chi_r^{par}}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)}} \right\} \times \frac{U_r(x)}{(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega\omega_r)} \quad (3.130)$$

3.2.2 FRFs eletromecânicas para um único modo.

As equações anteriores (Eq. (3.120), (3.121), (3.126) e (3.127)) representam a dinâmica do sistema acoplado não somente para excitações na frequência de ressonância do conversor, mas também para excitações fora da condição de ressonância.

A fim de se obter a máxima performance da resposta elétrica de um dispositivo conversor, é preferível excitá-lo em sua frequência fundamental de ressonância ($\omega = \omega_r$), correspondente ao primeiro modo, ou seja, para $r = 1$. Este fato implica em grandes simplificações nas equações das FRFs, sendo que a soma de infinitos termos em r ($\sum_{r=1}^{\infty} \dots$) torna-se um único termo.

3.3 Modelagem de uma viga *cantilever bimorph* com massa concentrada na extremidade e camadas piezelétricas segmentadas.

Com a finalidade de aumentar o desempenho de um sistema de conversão de energia baseado em vibrações, algumas mudanças no dispositivo podem ser realizadas, como por exemplo, mudanças no comprimento da camada piezelétrica. Nesta seção,

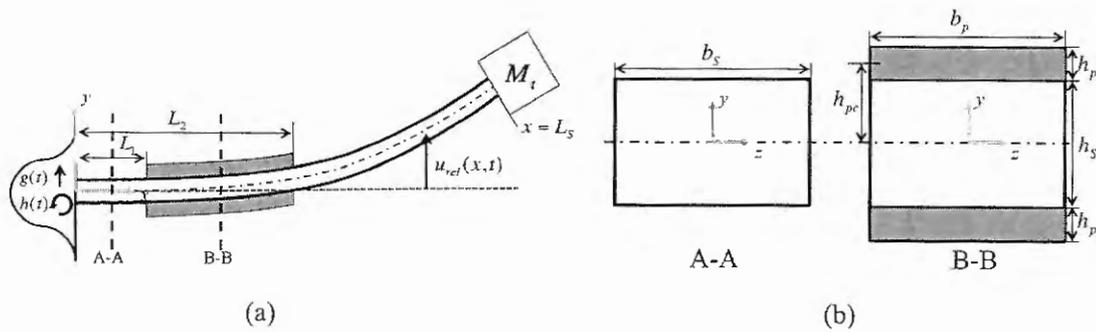


Figura 18: (a) viga *cantilever bimorph* com camadas piezelétricas segmentadas e (b) cortes A-A e B-B.

a modelagem de um dispositivo conversor modificado é descrita. O conversor consiste de uma viga *cantilever bimorph* com uma massa concentrada na extremidade submetida a uma aceleração pela base e com camadas piezelétricas que não cobrem totalmente o comprimento da viga, mas uma região entre um comprimento L_1 e L_2 , que são a posição inicial e final das camadas piezelétricas. Para camadas piezelétricas segmentadas, L_1 pode ou não ser igual a 0, e L_2 pode ou não ser igual a L_s . Se $L_1 = 0$ e $L_2 = L_s$, obtém-se uma viga *cantilever* totalmente *bimorph*.

A viga *cantilever* com camadas piezelétricas segmentadas é mostrada na Fig. (18a) e os cortes A-A e B-B correspondentes as seções transversais são mostrados na Fig. (18b).

A equação do movimento é dada por

$$m \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + c_s I \frac{\partial^5 u(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 M_b(x,t)}{\partial x^2} = f(x,t) \quad (3.131)$$

Se as camadas piezelétricas não cobrem o comprimento total da viga, isto é, se as camadas piezelétricas são segmentadas, alguns parâmetros na equação do movimento tornam-se diferentes da análise anteriormente descrita. Essas diferenças são apresentadas nas seções seguintes.

3.3.1 Momento fletor.

A momento fletor é composto de duas partes, ou seja

$$M_b = (YI) \frac{\partial^2 u_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \vartheta v(t) \quad (3.132)$$

A primeira parte corresponde a rigidez devido o movimento de flexão e para uma viga *cantilever* com camadas piezelétricas segmentadas, o parâmetro (YI) pode ser representado através de uma forma aproximada como

$$(YI) = (YI)_S \frac{L_1}{L_S} + (YI)_B \frac{(L_2 - L_1)}{L_S} + (YI)_S \frac{(L_S - L_2)}{L_S} \quad (3.133)$$

em que $(YI)_S$ é a rigidez devido à flexão da viga sem a camada piezelétrica (que corresponde aos intervalos $0 < x < L_1$ e $L_2 < x < L_S$ da viga) e a componente $(YI)_B$ é a rigidez devido à flexão da viga *bimorph* (que corresponde ao intervalo $L_1 < x < L_2$ da viga). Os termos $(YI)_S$ e $(YI)_B$ são dados por

$$(YI)_S = Y_S I_S = \frac{Y_S b_S h_S^3}{12} \quad (3.134)$$

$$(YI)_B = \frac{2}{3} \left\{ Y_S b_S \frac{h_S^3}{8} + Y_p b_p \left[\left(h_p + \frac{h_S}{2} \right)^3 - \frac{h_S^3}{8} \right] \right\} \quad (3.135)$$

Para validar a Eq. (3.133), primeiramente, é considerado que $L_1 = 0$. Então, substituindo $L_1 = 0$ na Eq. (3.133), a rigidez devido à flexão resulta

$$(YI) = (YI)_S \frac{0}{L_S} + (YI)_B \frac{(L_2 - 0)}{L_S} + (YI)_S \frac{(L_S - L_2)}{L_S} = (YI)_B \frac{L_2}{L_S} + (YI)_S \frac{(L_S - L_2)}{L_S} \quad (3.136)$$

Agora, considerando que a viga é totalmente *bimorph* no seu comprimento, ou seja, $(YI)_S = (YI)_B$, a Eq. (3.136) torna-se

$$(YI) = (YI)_B \left[\frac{L_2 + (L_S - L_2)}{L_S} \right] = (YI)_B \quad (3.137)$$

A Eq. (3.137) representa a rigidez devido à flexão para uma viga totalmente *bimorph*.

Outra maneira de validar a Eq. (3.133) é manter a viga segmentada com $L_1 = 0$ e fazer o comprimento L_2 igual ao comprimento L_S , ou seja, forçar a camada piezelétrica a cobrir totalmente o comprimento da viga. Assim, a rigidez devido à flexão resultante deve corresponder a $(YI)_B$. Para verificar este fato, o comprimento L_1 é substituído por 0 e o comprimento L_2 é substituído por L_S na Eq. (3.133), resultando

$$(YI) = (YI)_S \frac{0}{L_S} + (YI)_B \frac{(L_S - 0)}{L_S} + (YI)_S \frac{(L_S - L_S)}{L_S} = (YI)_B \quad (3.138)$$

É importante lembrar que a segunda parte do momento fletor, correspondente a tensão nos eletrodos, deve ser multiplicada por $H(x - L_1) - H(x - L_2)$, em que $H(x)$ é a função degrau unitário. Assim, a expressão para o momento fletor torna-se

$$M_b = (YI) \frac{\partial^2 u_{rel}(x, t)}{\partial x^2} + \vartheta v(t) [H(x - L_1) - H(x - L_2)] \quad (3.139)$$

3.3.2 Massa por unidade de comprimento.

A massa por unidade de comprimento da viga, m , é dada pela Eq. (3.29) no caso da viga totalmente *bimorph*. Para o caso de camadas piezelétricas segmentadas, o comprimento da camada piezelétrica não é igual ao comprimento da subestrutura, ou seja $L_p \neq L_S$. Então, a massa por unidade de comprimento pode ser escrita como

$$m = \frac{\rho_S L_S b_S h_S + 2\rho_p (L_2 - L_1) b_p h_p}{L_S} \quad (3.140)$$

3.3.3 Equação das formas modais.

Baseando-se na hipótese de amortecimento proporcional, a resposta à vibração da viga *bimorph* relativa à base pode ser representada como uma série convergente

absoluta e uniforme de autofunções como

$$u_{rel}(x,t) = \sum_{r=1}^{\infty} U_r(x) \eta_r(t) \quad (3.141)$$

Como resultado da descontinuidade causada pela segmentação, obter $U_r(x)$ pode requerer passos adicionais. Devido às quebras artificiais em $x = L_1$ e $x = L_2$, o dispositivo conversor pode ser visto como três vigas Euler-Bernoulli separadas, satisfazendo as condições de continuidade e compatibilidade nas intersecções. De acordo com Stanton et. al (2010), as formas modais $U_r(x)$ podem ser representadas como

$$U_r(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{k=1}^3 U_{r,k}(x) H_k(x) \quad (3.142)$$

em que k é o número de seções e $H_k(x)$ é a função degrau unitário, calculada em cada seção. $U_{r,k}(x)$ pode ser calculada utilizando as condições de contorno apropriadas para cada seção.

Entretanto, neste estudo, o método para calcular a equação das formas modais é baseado na comparação da estrutura totalmente *bimorph* e da estrutura parcialmente coberta com camadas piezelétricas. Uma vez que a espessura da camada piezelétrica pode ser considerada bem menor que a espessura da subestrutura, será considerado, também, que a configuração (formato) das formas modais não modificará, apenas a amplitude das formas. Com esta hipótese, o dispositivo conversor pode ser visto como uma única viga Euler-Bernoulli. A equação que representa as formas modais permanece

$$U_r(x) = C_r \left\{ \cos\left(\frac{\lambda_r}{L_S}x\right) - \cosh\left(\frac{\lambda_r}{L_S}x\right) + \alpha_r \left[\sin\left(\frac{\lambda_r}{L_S}x\right) - \sinh\left(\frac{\lambda_r}{L_S}x\right) \right] \right\} \quad (3.143)$$

na qual

$$\alpha_r = \frac{\sin(\lambda_r) - \sinh(\lambda_r) + \frac{\lambda_r M_I}{m L_S} [\cos(\lambda_r) - \cosh(\lambda_r)]}{\cos(\lambda_r) - \cosh(\lambda_r) - \frac{\lambda_r M_I}{m L_S} [\sin(\lambda_r) - \sinh(\lambda_r)]} \quad (3.144)$$

Com estas equações, a amplitude das formas modais será influenciada pelos termos C_r e m , que são, respectivamente, a constante de amplitude modal (que deve ser

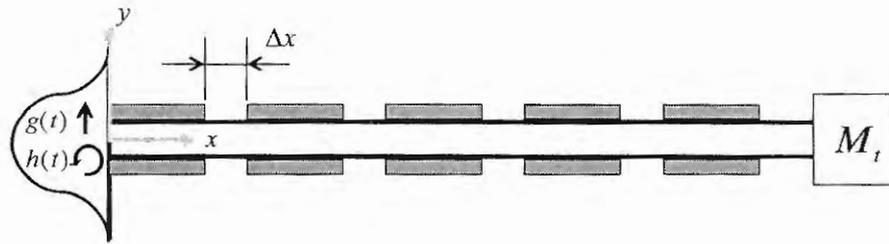


Figura 19: Viga *cantilever bimorph* com várias segmentações das camadas piezelétricas.

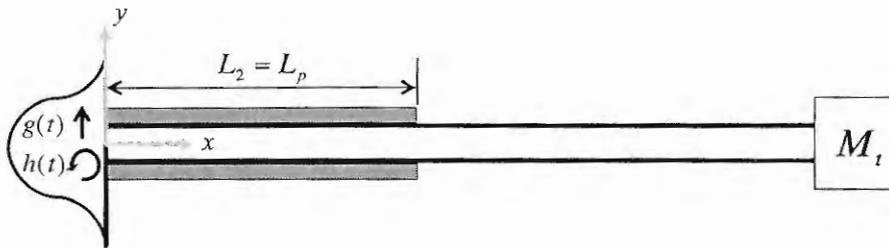


Figura 20: Viga *cantilever* com apenas uma segmentação das camadas piezelétricas.

avaliada através da normalização das autofunções de acordo com as condições de ortogonalidade) e a massa por unidade de comprimento, esta última relacionada com a inércia da viga. Como uma primeira forma de validar as hipóteses assumidas, é considerado que as camadas piezelétricas são segmentadas em várias partes, e distanciadas uma das outras, como pode ser visto na Fig. (19).

Quando a distância entre duas camadas piezelétricas consecutivas tender a zero, ou seja, $\Delta x \rightarrow 0$, a equação das formas modais irá tomar a forma da Eq. (3.143).

Neste estudo, será considerada apenas uma camada piezelétrica em cada lado da viga, com $L_1 = 0$, como mostra a Fig. (20).

3.4 Potência de saída do conversor de energia.

A potência de saída, que é a função a ser otimizada nesta pesquisa, relaciona o pico da FRF de tensão e é dada para a conexão em série e paralelo das camadas piezelétricas

por

$$P_{ser} = \frac{V_{ser}^2}{R_l} \quad (3.145)$$

e

$$P_{par} = \frac{V_{par}^2}{R_l} \quad (3.146)$$

em que V_{ser} e V_{par} neste caso, são o pico da FRF de tensão para conexão em série e paralelo das camadas piezelétricas respectivamente.

4 VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL

Uma maneira de verificar as expressões das FRFs e analisar o dispositivo conversor acoplado é através da utilização do vibrômetro laser, que é um dispositivo utilizado na medição de vibração experimental. Neste caso, o vibrômetro laser mede a velocidade absoluta na extremidade livre da viga *cantilever*. Entretanto, as FRFs de deslocamento, dadas pelas Eqs. (3.123) e (3.129), para $x = L_S$ correspondem ao deslocamento relativo da extremidade. Sendo assim, as Eqs. (3.123) e (3.129) devem ser modificadas de tal forma que possam ser comparadas com as medidas experimentais da velocidade absoluta na extremidade da viga. Assim, a FRF que relaciona a velocidade da extremidade da viga torna-se:

$$\hat{\beta}_{ser}^{mod}(\omega, L_S) = \frac{\frac{d\hat{u}^{ser}(L_S, t)}{dt}}{-\omega Y_0 e^{j\omega t}} = \frac{\frac{d}{dt} [Y_0 e^{j\omega t} + \hat{u}_{rel}^{ser}(L_S, t)]}{-\omega Y_0 e^{j\omega t}} = \frac{1}{j\omega} + j\omega \hat{\beta}_{ser}(\omega, L_S) \quad (4.1)$$

em que \wedge refere-se às funções obtidas para o primeiro modo ($r = 1$).

O mesmo procedimento pode ser feito para o caso da conexão em paralelo das camadas piezelétricas, obtendo-se a FRF:

$$\hat{\beta}_{par}^{mod}(\omega, L_S) = \frac{\frac{d\hat{u}^{par}(L_S, t)}{dt}}{-\omega Y_0 e^{j\omega t}} = \frac{\frac{d}{dt} [Y_0 e^{j\omega t} + \hat{u}_{rel}^{par}(L_S, t)]}{-\omega Y_0 e^{j\omega t}} = \frac{1}{j\omega} + j\omega \hat{\beta}_{par}(\omega, L_S) \quad (4.2)$$

Assim, as FRFs de velocidade absoluta na extremidade, dadas pelas Eqs. (4.1) e (4.2) são utilizadas em comparações com medidas realizadas pelo vibrômetro laser. Deve ser lembrado que as FRFs apresentadas estão multiplicadas pela aceleração gravitacional ($g = 9,81m/s^2$) para estarem de acordo com as medidas experimentais, uma

vez que as FRFs são dadas com relação a aceleração da base em g .

Este capítulo apresenta uma série de testes experimentais realizados com a finalidade de verificar o modelo da viga *cantilever bimorph* com camadas piezelétricas segmentadas, carregando uma massa concentrada na extremidade livre, e excitada harmonicamente pela base.

A verificação experimental consiste na comparação entre as FRFs medidas experimentalmente e as FRF obtidas através da modelagem estrutural apresentada no capítulo 3, sendo realizada tanto para o caso da FRF de tensão (Eqs. (3.120) e (3.126)) quanto para a FRF de velocidade da extremidade da viga (Eqs. (4.1) e (4.2)).

Para que a verificação seja possível, projetou-se o experimento conforme mostra a Fig. (21). Os equipamentos utilizados no experimento constituem:

- Shaker eletromagnético B&K Type 4808 e amplificador de potência;
- Acelerômetro PCB Piezotronics modelo 352C22;
- Laser Doppler Polytec CLV 700;
- Década resistiva Minipa MDR-611 *Resistance Box*[®] (equivalente a um potenciômetro, com resistência elétrica ajustável);
- Analisador Espectral SignalCalc ACE[®];
- Componentes piezelétricos *QuickPack* fabricados pela MIDE[®];
- Computador para análise dos resultados.

Para a excitação, foi utilizado um sinal pseudo-randômico e somente o primeiro modo de vibrar foi considerado. É importante mencionar que o mecanismo engaste no qual o conversor de energia está sujeito foi especialmente projetado de forma a proporcionar uma condição de contorno mais próxima possível de um engaste perfeito.

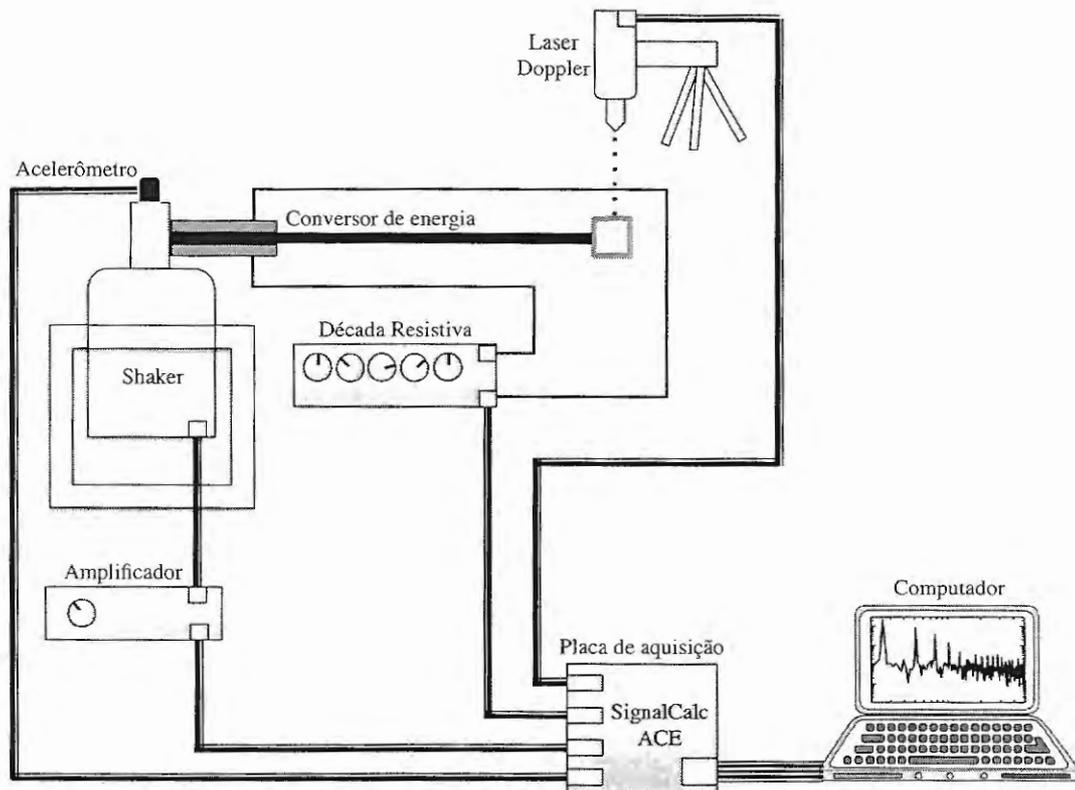


Figura 21: Projeto do experimento

O setup experimental final utilizado na verificação do modelo pode ser visto na Fig. (22).

Basicamente, um total de 9 testes experimentais foram realizadas, divididos em três seções, a saber:

1. a primeira seção consiste de testes experimentais nos quais o valor da resistência de carga (R_l) é variado, assumindo três diferentes valores, mantendo constantes os outros parâmetros do conversor de energia;
2. na segunda seção de testes, o valor da massa concentrada na extremidade da viga (M_l) é variado;
3. por fim, a última seção é composta de testes experimentais nos quais os valores do comprimento da subestrutura (L_S) e da camada piezométrica (L_p) são variados simultaneamente, assumindo, também, três diferentes configurações, para

as quais os outros parâmetros se mantêm constantes. É importante ressaltar o fato de que os parâmetros mencionados nesta seção são parâmetros que, nas próximas seções, serão utilizados como parâmetros de projeto do conversor de energia.



Figura 22: Setup experimental utilizado na validação do modelo

Os valores dos parâmetros utilizados nas seções 1., 2. e 3. de testes estão apresentados, respectivamente, nas Tabs. (1), (2) e (3). Para cada seção de testes, as Figs. (23), (24) e (25) apresentam a comparação entre as FRFs de tensão obtidas experimentalmente e através da modelagem estrutural. Da mesma forma, as Figs. (26), (27) e (28) apresentam a comparação entre as FRFs de velocidade da extremidade da viga obtidas

experimentalmente e através da modelagem estrutural.

Tabela 1: Parâmetros utilizados na validação do modelo (seção 1. - variação no parâmetro R_l)

Teste n°	L_S (m)	L_p (m)	M_t (g)	R_l (k Ω)
1	0,11654	0,03100	14	10
2	0,11654	0,03100	14	100
3	0,11654	0,03100	14	500

Tabela 2: Parâmetros utilizados na validação do modelo (seção 2. - variação no parâmetro M_t)

Teste n°	L_S (m)	L_p (m)	M_t (g)	R_l (k Ω)
4	0,11654	0,03100	14	500
5	0,11654	0,03100	16	500
6	0,11654	0,03100	18	500

Tabela 3: Parâmetros utilizados na validação do modelo (seção 3. - variação nos parâmetros L_S e L_p)

Teste n°	L_S (m)	L_p (m)	M_t (g)	R_l (k Ω)
7	0,11915	0,03376	14	10
8	0,12318	0,03730	14	10
9	0,12800	0,04290	14	10

Através de uma inspeção das curvas de FRF, é possível observar que as respostas obtidas numericamente possuem características muito semelhantes com as respostas obtidas experimentalmente, principalmente para o caso das FRFs de tensão. Para o caso das FRFs de velocidade da extremidade, nota-se uma ligeira diferença na frequência de ressonância do conversor, sendo que os resultados de simulações fornecem uma frequência natural menor do que a frequência obtida experimentalmente.

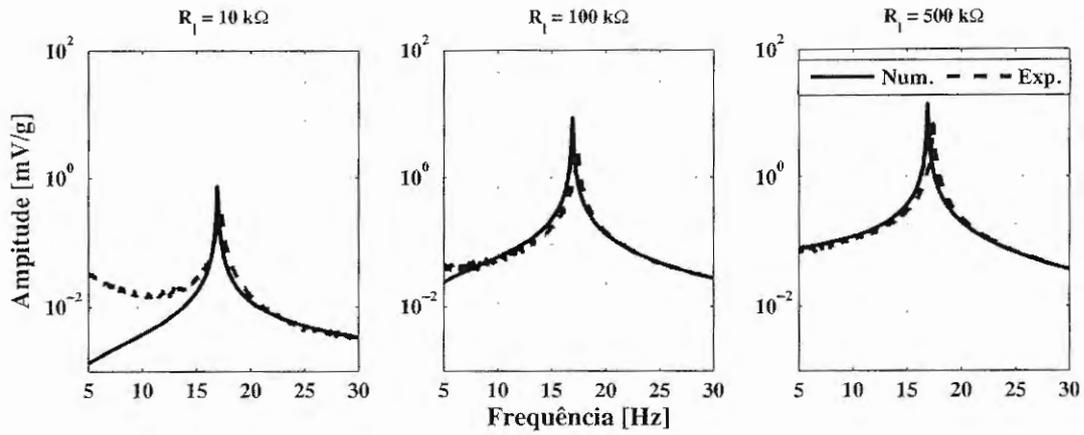


Figura 23: Comparação entre FRFs de tensão variando o parâmetro R_l (seção 1.)

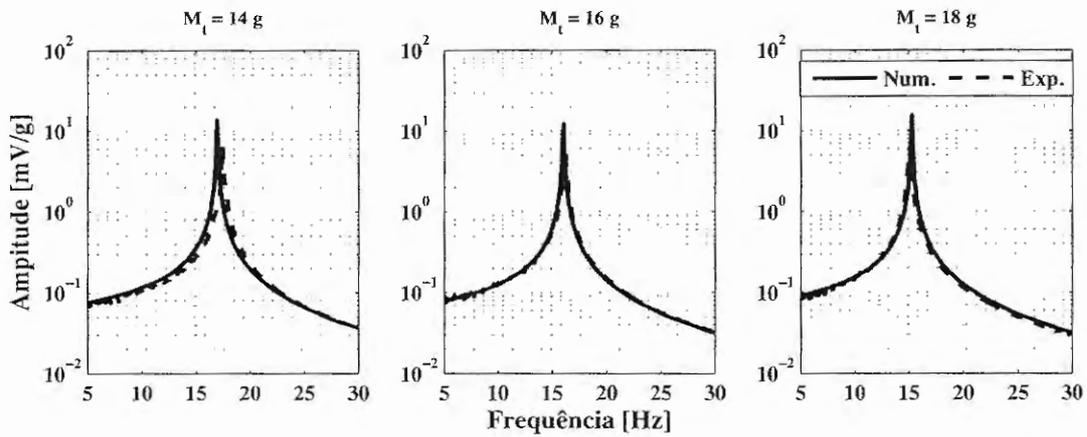


Figura 24: Comparação entre FRFs de tensão variando o parâmetro M_l (seção 2.)

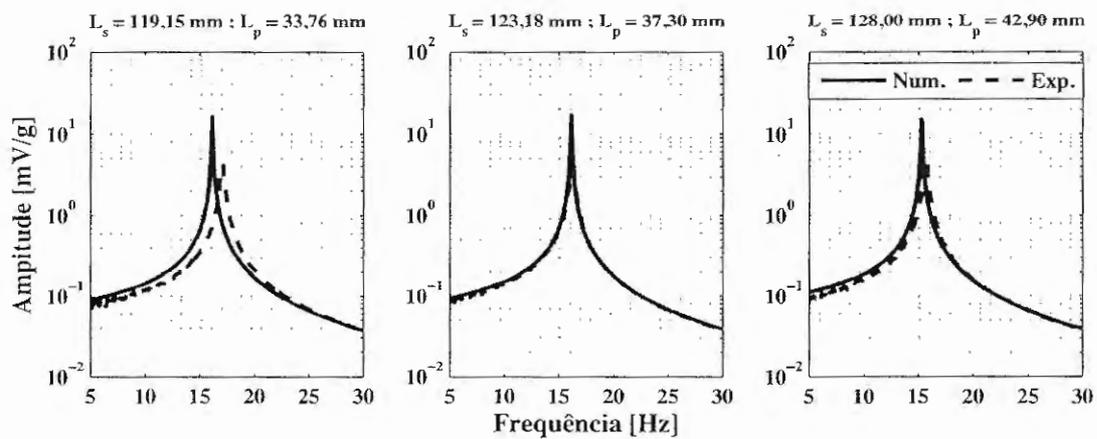


Figura 25: Comparação entre FRFs de tensão variando os parâmetros L_s e L_p simultaneamente (seção 3.)

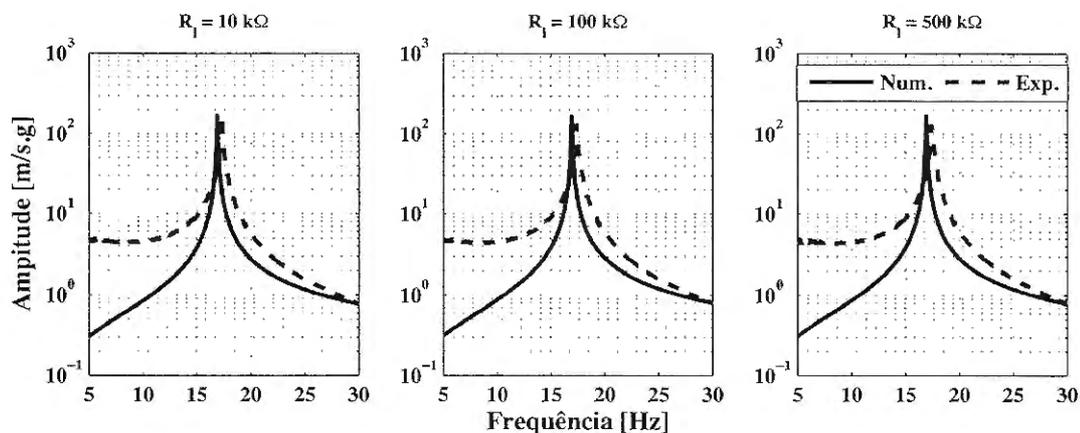


Figura 26: Comparação entre FRFs de velocidade da extremidade variando o parâmetro R_t

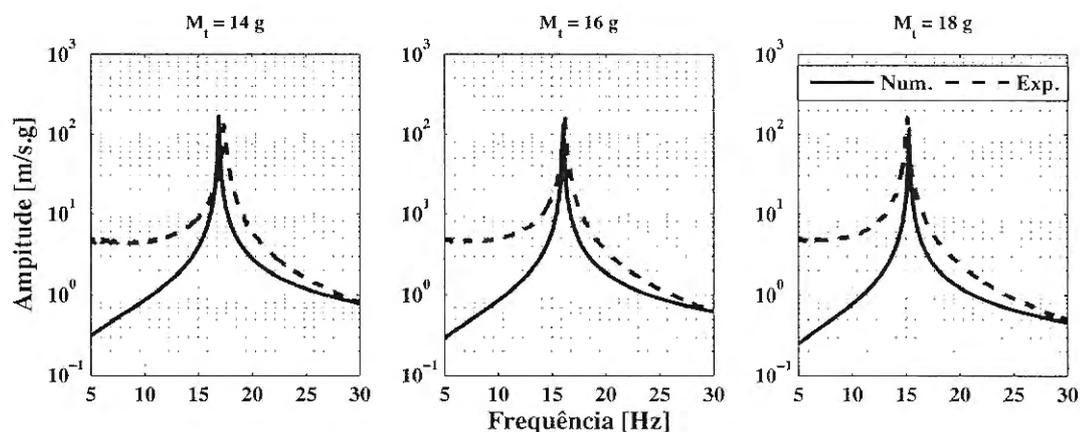


Figura 27: Comparação entre FRFs de velocidade da extremidade variando o parâmetro M_t

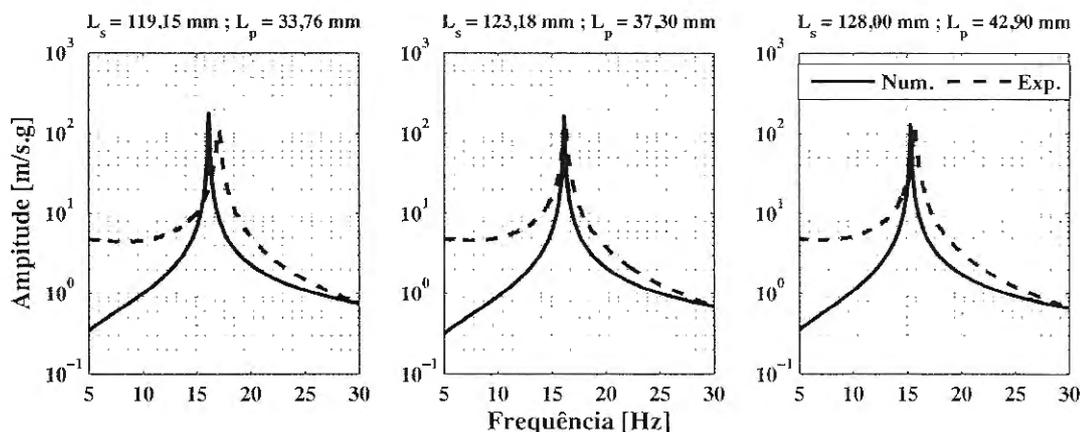


Figura 28: Comparação entre FRFs de velocidade da extremidade variando os parâmetros L_s e L_p simultaneamente

5 TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO

Otimização é o ato de se obter o melhor resultado mediante dadas circunstâncias. Em projeto, construção e manutenção de qualquer sistema de engenharia, os engenheiros tem que tomar muitas decisões tecnológicas e gerenciais em vários estágios. O último objetivo de tais decisões é também minimizar os esforços requeridos ou maximizar os benefícios desejados. Uma vez que os esforços requeridos ou os benefícios desejados podem ser expressos como uma função de certas variáveis de decisão, otimização pode ser definida como o processo de encontrar as condições que dão o máximo e o mínimo valor de uma função (RAO, 2009).

Um grande número de métodos de otimização foram desenvolvidos para resolver diferentes tipos de problemas de otimização. Os métodos de busca pelo ótimo também são conhecidos como técnicas de programação matemática (do inglês, *mathematical programming techniques*) e geralmente são estudados como um ramo da matemática preocupado com a aplicação de técnicas e métodos científicos para tomadas de decisões e com o estabelecimento das melhores soluções, ou soluções ótimas. Técnicas de programação matemáticas são úteis em encontrar o mínimo de uma função de várias variáveis submetidas a um conjunto prescrito de restrições.

Os métodos modernos de otimização, também chamados de métodos de otimização não tradicionais, surgiram como métodos populares e eficientes para resolução de problemas de otimização complexos na engenharia. Dentre esses métodos, podem ser citados os algoritmos genéticos, otimização por enxame de partículas, colônia de

formigas, otimização baseada em redes neurais e otimização *fuzzy*.

5.1 Formulação de um problema de otimização.

Um problema de otimização ou de programação matemática pode ser estabelecido como (RAO, 2009):

$$\text{Encontrar } \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} \text{ que minimiza } f(\mathbf{X}), \text{ sujeito às restrições}$$

$$g_j(\mathbf{X}) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5.1)$$

$$h_j(\mathbf{X}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (5.2)$$

em que \mathbf{X} é um vetor n -dimensional chamado de vetor de projeto, $f(\mathbf{X})$ é denominada função objetivo, $g_j(\mathbf{X})$ e $h_j(\mathbf{X})$ são conhecidos como restrições de desigualdade e de igualdade respectivamente. O número de variáveis m e o número de restrições n e/ou p não precisam estar relacionados entre si. Este problema apresentado é chamado de problema de otimização com restrições.

Qualquer componente ou sistema de engenharia é definido por um conjunto de quantidades algumas das quais são vistas como variáveis durante o processo de projeto. Em geral, certas quantidades são usualmente fixas no início e são chamadas de parâmetros pré-estabelecidos. Todas as outras quantidades são tratadas como variáveis no processo de projeto e são chamadas de variáveis de decisão ou variáveis de projeto, descritas por x_i , $i = 1, 2, \dots, n$. As variáveis de projeto são representadas através do vetor de projeto $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T$ (vetor coluna), em que o sobrescrito T representa transposição.

Em muitos problemas práticos, as variáveis de projeto tem que satisfazer certos requisitos específicos, coletivamente chamados de restrições de projeto. Restrições que representam limitações no comportamento ou desempenho do sistema são denominadas restrições funcionais ou de comportamento. Restrições que representam limitações físicas nas variáveis de projeto, tais como disponibilidade, facilidade na fabricação e no transporte, são conhecidas como restrições geométricas.

O procedimento convencional de projeto foca em encontrar um projeto aceitável e adequado que satisfaz as funções e outros requisitos do problema. Em geral, haverá mais de um projeto aceitável ou adequado, e a finalidade da otimização é escolher o melhor dos muitos projetos aceitáveis disponíveis. Deste modo, um critério tem que ser escolhido para comparar os diferentes projetos aceitáveis e, então, selecionar o melhor. O critério no qual o projeto é otimizado, quando expresso como uma função das variáveis de projeto, é conhecido como critério, mérito ou função objetivo.

Os problemas de otimização podem ser classificados de várias maneiras, e nesse trabalho, assumem uma classificação baseada na natureza das equações envolvidas, ou seja, baseiam-se na natureza das expressões para a função objetivo e para as restrições. De acordo com essa classificação, os problemas de otimização podem ser classificados como problemas de programação linear, não linear, geométrica e quadrática. Esta classificação é extremamente útil do ponto de vista computacional, uma vez que existem muitos métodos especiais disponíveis para se obter uma solução eficiente de uma classe particular de problemas.

Se qualquer uma das funções entre a função objetivo e as restrições for não linear, então o problema é tratado como um problema de programação não linear. Este é o caso mais geral e todos os outros problemas podem ser considerados como casos especiais de programação não linear. Há muitos métodos disponíveis para a solução de um problema de programação não linear com restrições e podem ser classificados em duas grandes categorias: métodos diretos e indiretos. Nos métodos diretos, as restri-

ções são tratadas de forma explícita, enquanto que, nos métodos indiretos, o problema é resolvido como uma sequência de problemas de minimização sem restrições.

5.2 Definição do problema de otimização proposto.

Este estudo tem como objetivo desenvolver técnicas de otimização aplicadas em sistemas de conversão de energia. De outra forma, consiste em otimizar múltiplos parâmetros (multiparâmetros) do sistema a fim de se obter a máxima energia convertida pelo transdutor piezolétrico. Os parâmetros a serem otimizados são: o comprimento da camada piezolétrica, L_p , o comprimento da subestrutura, L_S , a altura da massa concentrada na extremidade, h_t , e o resistor de carga, R_l . O problema de otimização consta de um problema de minimização e pode ser estabelecido como:

$$\text{Encontrar } \mathbf{X} = \begin{pmatrix} L_S \\ h_t \\ L_p \\ R_l \end{pmatrix} \text{ que minimiza } f(\mathbf{X}), \text{ sujeito às restrições}$$

$$g_1(\mathbf{X}) : \omega_r \geq \omega_{\min} = 2\pi f_{\min}$$

$$g_2(\mathbf{X}) : \omega_r \leq \omega_{\max} = 2\pi f_{\max}$$

$$g_3(\mathbf{X}) : L_S \geq LL_S$$

$$g_4(\mathbf{X}) : L_S \leq UL_S$$

$$g_5(\mathbf{X}) : h_t \geq Lh_t$$

(5.3)

$$g_6(\mathbf{X}) : h_t \leq Uh_t$$

$$g_7(\mathbf{X}) : L_p \geq LL_p$$

$$g_8(\mathbf{X}) : L_p \leq L_S$$

$$g_9(\mathbf{X}) : R_l \geq LR_l$$

$$g_{10}(\mathbf{X}) : R_l \leq UR_l$$

nas quais os termos fixos LL_S (menor comprimento da subestrutura), UL_S (maior com-

primento da subestrutura), Lh_t (menor altura da massa da extremidade), Uh_t (maior altura da massa da extremidade), LL_p (menor comprimento da camada piezolétrica), LR_t (menor carregamento resistivo) e UR_t (maior carregamento resistivo) são os parâmetros pré-estabelecidos e seus valores são definidos de acordo com as características do projeto. A função objetivo, $f(\mathbf{X})$, é o inverso das funções potência de saída para a conexão em série e paralelo das camadas piezolétricas, dadas pelas Eqs. (3.145) e (3.146).

As restrições $g_1(\mathbf{X})$ e $g_2(\mathbf{X})$ indicam que o conversor é projetado de tal forma que sua frequência fundamental de ressonância esteja entre uma faixa de frequência de projeto, definida pelos valores de f_{\min} e f_{\max} . As restrições $g_1(\mathbf{X})$ a $g_{10}(\mathbf{X})$ dependem dos parâmetros (variáveis) de projeto e o problema de otimização encontra os valores que dão a maior potência elétrica de saída correspondente ao maior valor para a energia elétrica coletada/convertida. Neste estudo, $g_1(\mathbf{X})$ e $g_2(\mathbf{X})$, anteriormente descritas, são restrições não lineares, uma vez que as frequências naturais modais não amortecidas, ω_r , relacionam as variáveis de projeto de acordo com uma equação não linear; as restrições $g_3(\mathbf{X})$, $g_4(\mathbf{X})$, $g_5(\mathbf{X})$, $g_6(\mathbf{X})$, $g_9(\mathbf{X})$ e $g_{10}(\mathbf{X})$ são fronteiras (boundaries) e $g_7(\mathbf{X})$ e $g_8(\mathbf{X})$ são restrições lineares, uma vez que as variáveis de projeto envolvidas são relacionadas linearmente. Detalhes das relações lineares e não lineares entre os parâmetros a serem otimizados serão apresentados nas próximas seções.

Este trabalho lida com uma série de técnicas de otimização, entre elas, o método SQP (do inglês, *Sequential Quadratic Programming*) que é um dos mais recentes métodos desenvolvidos e talvez um dos melhores métodos de otimização (RAO, 2009). Outro método de otimização que será apresentado e desenvolvido nesse trabalho é uma modificação da clássica técnica de otimização conhecida como “Busca Extensiva” (ES, sigla do inglês *Extensive Search*), e será chamado de “Busca Extensiva Modificada” (MES, sigla do inglês *Modified Extensive Search*), que se baseia na variação dos parâmetros do sistema (ou das variáveis de projeto) a fim de se encontrar, através de um

trabalho diferenciado de busca, a melhor configuração que otimize a função objetivo analisada. Ainda entre os métodos clássicos de otimização, será estudado o método de programação estocástica (ou probabilística), no qual serão tratados parâmetros aleatórios do sistema. Este tópico abre espaço para o estudo de incertezas nos parâmetros e as consequências que estas causam na resposta e no comportamento dos dispositivos de conversão de energia. Além dos métodos clássicos, será estudada, também, a aplicação dos algoritmos genéticos (GAs, sigla do inglês *Genetic Algorithm*), que se apresenta como um dos métodos modernos de otimização. Detalhes da implementação destes métodos serão apresentados nas seções posteriores.

A literatura em otimização na engenharia é ampla e diversa. Vários livros texto estão disponíveis e muitos artigos foram publicados relacionados a problemas de otimização aplicados em diversas áreas da engenharia. A solução da maioria dos problemas práticos de otimização requer o uso de computadores. Assim, vários softwares comerciais estão disponíveis para resolver problemas de otimização de diferentes áreas da engenharia. MATLAB[®] é um software popular que é usado para a solução de uma variedade de problemas científicos e de engenharia e será utilizado para a implementação dos métodos de otimização estudados neste trabalho.

5.3 Implementação do método de otimização SQP.

O método SQP é uma técnica muito eficiente para solução de problemas de programação não linear de pequeno, médio e certas classes de problemas de grande porte. Este método tem uma base teórica que está relacionada à (i) solução de um conjunto de equações não lineares usando o método de Newton e (ii) a derivação de equações não lineares utilizando as condições de Kuhn-Tucker para o Lagrangiano do problema de otimização com restrições (RAO, 2009).

O método SQP pode ser implementado utilizando o software MATLAB[®] através

do comando “*fmincon*”. Esta rotina computacional encontra o mínimo de uma função de várias variáveis submetida a restrições de acordo com as seguintes relações:

$$\text{Encontrar } \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_4 \end{Bmatrix} \text{ que minimiza } f(\mathbf{X}), \text{ sujeito às restrições}$$

$$\mathbf{A} * \mathbf{X} \leq \mathbf{B}, \mathbf{A}_{eq} * \mathbf{X} = \mathbf{B}_{eq} \quad (5.4)$$

$$C(\mathbf{X}) \leq 0, C_{eq}(\mathbf{X}) = 0 \quad (5.5)$$

$$\mathbf{LB} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{UB} \quad (5.6)$$

As desigualdades dadas pelas Eqs. (5.4), (5.5) e (5.6) referem-se, respectivamente, a restrições lineares, não lineares e fronteiras. O subscrito *eq* refere-se a restrições de igualdade. \mathbf{A} é uma matriz envolvendo as restrições de desigualdade lineares, \mathbf{A}_{eq} é uma matriz envolvendo as restrições de igualdade lineares, \mathbf{B} é uma matriz envolvendo as restrições de desigualdade lineares, \mathbf{B}_{eq} é uma matriz envolvendo as restrições de igualdade lineares, \mathbf{LB} é um vetor contendo as fronteiras inferiores (menores valores dos parâmetros pré-estabelecidos), \mathbf{UB} é um vetor contendo as fronteiras superiores (maiores valores dos parâmetros pré-estabelecidos), $C(\mathbf{X})$ e $C_{eq}(\mathbf{X})$ são funções que retornam vetores (podem ser funções não lineares) e $f(\mathbf{X})$ é a função objetivo que retorna um escalar.

Primeiramente, é necessário definir as variáveis de projeto. Assim, através da defi-

nição do problema de otimização,

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L_S \\ h_l \\ L_p \\ R_l \end{Bmatrix} \quad (5.7)$$

Para se obter a solução do problema de otimização através do comando “*fmincon*”, as restrições $g_1(\mathbf{X})$ a $g_{10}(\mathbf{X})$ (na forma da Eq. (5.3)) devem ser reescritas na forma correspondente às Eqs. (5.4) a (5.6).

Assim, as restrições $g_1(\mathbf{X})$ e $g_2(\mathbf{X})$ podem ser reescritas como

$$\begin{aligned} g_1(\mathbf{X}) &: -\omega_r + 2\pi f_{min} \leq 0 \\ g_2(\mathbf{X}) &: \omega_r - 2\pi f_{max} \leq 0 \end{aligned} \quad (5.8)$$

Então, a matriz de funções na Eq. (5.5) é do tipo $\mathbf{C}_{2 \times 1}$, dada por

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -\omega_r + 2\pi f_{min} \\ \omega_r - 2\pi f_{max} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

em que ω_r é uma função não linear que relaciona as variáveis de projeto de acordo com a Eq. (3.54). Os termos λ_r e (YI) são funções que também relacionam as variáveis de projeto (Eqs. (3.56) e (3.15)).

As restrições $g_3(\mathbf{X})$ a $g_6(\mathbf{X})$, $g_9(\mathbf{X})$ e $g_{10}(\mathbf{X})$ podem ser associadas a Eq. (5.6), definindo um conjunto de fronteiras inferiores e superiores para as variáveis de projeto, de tal forma que uma solução pode ser encontrada no intervalo $\mathbf{LB} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{UB}$, no qual

$$\mathbf{LB} = \begin{bmatrix} LL_S \\ Lh_l \\ \text{---} \\ LR_l \end{bmatrix}, \quad \mathbf{UB} = \begin{bmatrix} UL_S \\ Uh_l \\ \text{---} \\ UR_l \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

É possível notar que a variável de projeto x_3 não está relacionada através das fronteiras, uma vez que seu valor será sempre positivo, menor ou igual ao comprimento da subestrutura.

As restrições $g_7(\mathbf{X})$ e $g_8(\mathbf{X})$ podem ser reescritas como

$$\begin{aligned} g_7(\mathbf{X}) &: -L_p \leq -LL_p \\ g_8(\mathbf{X}) &: -L_S + L_p \leq 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Como as restrições são lineares, elas podem ser formuladas através da matriz de desigualdade dada pela Eq. (5.4), na qual

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -LL_p \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Nota-se que as variáveis de projeto x_2 e x_4 não estão relacionadas nas restrições lineares, fazendo com que a segunda e a quarta coluna da matriz \mathbf{A} sejam nulas.

Depois que todas as matrizes das Eqs. (5.4) a (5.6) estão definidas, o comando “*fmincon*” pode ser aplicado na resolução do problema de minimização como

$$\mathbf{X} = \text{fmincon}(f(\mathbf{X}), \mathbf{X}_0, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{A}_{\text{eq}}, \mathbf{B}_{\text{eq}}, \mathbf{LB}, \mathbf{UB}, \text{NONCON}) \quad (5.13)$$

em que \mathbf{X}_0 é um vetor correspondente ao chute inicial para a solução. A função restrição não linear, *NONLCON*, aceita \mathbf{X} e retorna os vetores \mathbf{C} e \mathbf{C}_{eq} , que representam, respectivamente, as restrições de desigualdade e de igualdade. Sendo que não há restrições de igualdade, as matrizes \mathbf{A}_{eq} , \mathbf{B}_{eq} e \mathbf{C}_{eq} devem ser expressas como $\mathbf{A}_{\text{eq}} = []$, $\mathbf{B}_{\text{eq}} = []$ e $\mathbf{C}_{\text{eq}} = []$.

5.4 Método de otimização “Busca Extensiva Modificada” (MES).

O método MES é baseado na variação dos parâmetros de projeto do conversor de energia para se obter a máxima energia convertida. Para a implementação desse método, é necessário estabelecer uma faixa de frequência de projeto para o dispositivo de conversão, ou seja, estabelecer uma frequência de projeto mínima e uma frequência de projeto máxima de tal forma que os principais componentes das vibrações ambientes estejam localizados nessa faixa. Para se obter as respostas elétricas máximas, a primeira frequência fundamental de ressonância (natural) do conversor, necessita estar dentro dessa faixa de projeto. A escolha da faixa de frequência de projeto depende das características das vibrações correspondentes a estrutura, máquina ou equipamento no qual se deseja coletar energia proveniente dos sinais de vibração.

Depois que as frequências de projeto (mínima e máxima) foram escolhidas, o próximo passo é determinar o comprimento da subestrutura, L_S , e a altura da massa da extremidade, h_t , a fim de se obter a frequência natural do conversor dentro da faixa de frequência de projeto. Determinar a altura da massa concentrada na extremidade é o mesmo que determinar o valor da massa. A largura da massa da extremidade é a mesma do dispositivo piezelétrico e da subestrutura. A altura e o comprimento da massa concentrada são os mesmos, dados por h_t .

O procedimento para se obter os valores L_S e h_t é o seguinte:

1º passo: o comprimento da viga/subestrutura é variado de um comprimento inicial até um comprimento final, por exemplo, variado de 6 até 15 polegadas, com passos de 0,5 em 0,5 polegadas. Estes valores são determinados pelo projetista e podem variar de acordo com o projeto, podendo assumir qualquer valor;

2º passo: para cada valor de L_S do passo anterior, o valor de h_t é variado de um valor inicial até um valor final, por exemplo, variado de 5 até 20 mm, com passos de 2

em 2 mm.

É importante notar que as espessuras do material piezelétrico e da subestrutura não mudam de um passo para outro. Entretanto, esses parâmetros podem assumir qualquer valor de acordo com as necessidades do projeto.

Para todas as possíveis configurações obtidas nos dois passos anteriormente mostrados, nenhuma, uma ou várias configurações de L_S e h_t podem ser utilizadas para se obter a frequência natural do conversor dentro da faixa de projeto. A melhor configuração depende das características de projeto, como por exemplo, da localização onde o conversor será instalado, dos materiais disponíveis para construção do conversor, do custo de construção, etc.

Se apenas uma configuração for obtida, esta é, então, tomada como ótima e utilizada na continuação do processo de otimização. Se várias configurações de L_S e h_t foram obtidas, o procedimento para se obter a melhor configuração depende fortemente das características geométricas do projeto. Este fato é interessante devido à dificuldade de se construir sistemas de conversão de energia cuja primeira frequência fundamental de ressonância (natural) seja a mesma da estrutura em que o sistema foi instalado.

Agora, se nenhuma configuração de L_S e h_t for obtida, é necessário mudar alguns valores dos parâmetros do conversor. Um ou mais parâmetros podem ser modificados ao mesmo tempo. Se a faixa de frequência de projeto não puder ser modificada, uma solução é a mudança das propriedades físicas e/ou geométricas da subestrutura ou do material piezelétrico. Alguns parâmetros que podem ser modificados são: material, largura ou espessura da subestrutura, do material piezelétrico ou dos dois ao mesmo tempo.

A influência do material piezelétrico na determinação de L_S e h_t é a seguinte: antes de variar o comprimento do material piezelétrico para se obter a máxima potência

elétrica de saída, um determinado comprimento é necessário ser utilizado para se obter a frequência natural do conversor. Este procedimento requer certa atenção devido ao fato do comprimento do material piezolétrico também estar relacionado à frequência natural do conversor. Sendo assim, a melhor opção é considerar uma estrutura totalmente *bimorph* para cada passo de L_S , ou seja, para cada passo de L_S , o parâmetro L_p assume o mesmo valor de L_S . Se várias combinações de L_S e h_t forem encontradas, a melhor combinação é aquela em que L_S é máximo e, para este valor de L_S , h_t é mínimo. Esta escolha é justificada devido ao fato de, quando L_p é variado de 0 até L_S , quase todas as frequências naturais correspondentes estarão dentro da faixa de frequência de projeto.

Depois que os convenientes valores de L_S e h_t foram obtidos, uma relação entre o pico da FRF de tensão e o comprimento do material piezolétrico é obtida. Neste procedimento, é possível observar que, para certo valor de L_p , o pico da tensão é máximo. Este valor de L_p é, então, o valor ótimo para o comprimento do material piezolétrico. Se o valor de L_p correspondente ao pico da tensão na FRF gera um conversor cuja frequência natural não se encontrar dentro da faixa de frequência de projeto, é necessário tomar o menor e mais próximo valor de L_p que configura um conversor desejável. Em alguns casos, mais de um valor ótimo de L_p pode ser obtido na mesma análise. Neste caso, se os picos de tensão na FRF são aproximadamente os mesmos, é conveniente usar o menor valor de L_p , devido aos custos do projeto atribuídos ao custo do material piezolétrico. A escolha do valor ótimo de L_p não é trivial e em alguns casos, pode envolver um estudo mais detalhado do projeto do dispositivo de conversão de energia.

O procedimento para se obter L_p para maximizar a FRF da tensão elétrica é realizado utilizando um resistor de carga cujo valor é estabelecido como um valor mínimo dentro de uma faixa de resistores determinada pelo projetista do dispositivo, que no presente estudo, foi estabelecida ser de 1 até 470 k Ω . Assim, a carga resistiva utilizada

foi de $1\text{ k}\Omega$. Este procedimento é realizado devido ao fato de que, quando a influência do resistor de carga na potência elétrica de saída é analisada, um valor mais baixo para o resistor, correspondente ao pico de energia coletado (máxima potência de saída), é possível de ser obtido. Este fato pode ser visto, por exemplo, no trabalho de Erturk et al. (2009b). Os resultados obtidos neste estudo também estão de acordo com este fato. Para finalizar o procedimento do método MES, a potência elétrica de saída do conversor é obtida para cada valor de resistor de carga dentro da faixa determinada (através das Eqs. (3.145) e (3.146)). O valor de R_l ótimo é, então, aquele que configura uma maior potência de saída do conversor.

5.5 Programação estocástica.

Programação estocástica ou probabilística lida com simulações nas quais alguns parâmetros do problema de otimização são descritos por variáveis estocásticas (ou aleatórias, ou probabilísticas) e não por quantidades determinísticas (RAO, 2009). As fontes de variáveis randômicas podem ser várias, dependendo da natureza e do tipo de problema. No projeto de um sistema mecânico, a dimensão real de qualquer parte (ou peça) do sistema é uma variável randômica, uma vez que a dimensão pode se encontrar dentro de uma faixa de tolerância específica (permitida).

Dependendo da natureza das equações envolvidas no problema (em termos das variáveis randômicas), um problema de otimização estocástica é chamado de problema de programação estocástica linear, dinâmica, geométrica ou não linear. A idéia básica utilizada na programação estocástica é converter o problema estocástico em um problema determinístico equivalente. O problema determinístico resultante é, então, resolvido através do uso das técnicas familiares tais como a programação linear, geométrica, dinâmica e não linear.

A implementação dessa técnica de otimização requer o conhecimento de alguns

conceitos básicos da teoria da probabilidade, incluindo a definição de funções de uma ou várias variáveis randômicas.

5.5.1 Programação estocástica não linear.

Quando alguns dos parâmetros envolvidos na função objetivo e restrições variam ao redor de seus valores médios, um problema geral de otimização tem que ser formulado como um problema de programação estocástica não linear. Para este fim, de início, assume-se que todas as variáveis randômicas envolvidas são independentes e seguem uma distribuição normal (Gaussiana). Um problema de programação estocástica não linear pode ser estabelecido como:

$$\text{Encontrar } \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} L_S \\ h_t \\ L_p \\ R_l \end{Bmatrix} \text{ que minimiza } f(\mathbf{Y} = \begin{Bmatrix} L_S \\ h_t \\ L_p \end{Bmatrix}), \text{ sujeito a}$$

$$P [g_j(\mathbf{Y}) \geq 0] \geq p_j, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5.14)$$

em que \mathbf{Y} é o vetor de N variáveis aleatórias e independentes, y_1, y_2, \dots, y_N e \mathbf{X} inclui as variáveis de decisão x_1, x_2, \dots, x_n . A equação 5.14 estabelece que a probabilidade de realizar $g_j(\mathbf{Y})$ maior ou igual a zero deve ser maior ou igual a uma probabilidade específica p_j , que no caso deste trabalho foi assumir ser 95%.

De acordo com Rao (2009), a idéia básica na programação estocástica é converter o problema de otimização em um problema determinístico equivalente. O problema determinístico resultante é então resolvido através de uma técnica de otimização não linear tal como o método SQP anteriormente discutido. O problema de otimização estabelecido pode ser convertido em um problema de otimização não linear determinístico através da aplicação da técnica Programação de Chance Restrita (CCP, do inglês, *Chance Constrained Programming*). Esta técnica é aplicada na função objetivo ori-

ginal, submetida a restrições propostas pelo problema de otimização apresentado. As restrições dadas pela Eq. (5.3) devem ser rearranjadas de tal forma que elas assumem a forma da Eq. (5.14).

Uma vez que a técnica CCP é aplicada, uma nova função objetivo em termos dos valores médios e variância, $F(\mathbf{Y})$, pode ser formulada de acordo com

$$F(\mathbf{Y}) = k_1 \bar{\psi} + k_2 \sigma_\psi \quad (5.15)$$

em que a média ($\bar{\psi}$) e a variância (σ_ψ) de ψ são dados por

$$\bar{\psi} = f(\bar{\mathbf{Y}}) \quad (5.16)$$

e

$$Var(\psi) = \sigma_\psi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\left. \frac{\partial f}{\partial y_i} \right|_{\bar{\mathbf{Y}}} \right)^2 \sigma_{y_i}^2 \quad (5.17)$$

uma vez que todo y_i ($i = 1, 2, \dots, N$) segue uma distribuição normal e se os desvios padrões de y_i , σ_{y_i} , são pequenos. $k_1 > 0$ e $k_2 > 0$ são constantes e seus valores numéricos indicam a relativa importância de $\bar{\psi}$ e σ_ψ para a minimização.

Se alguns parâmetros são aleatórios por natureza, as restrições também serão probabilísticas e estas restrições consideram a probabilidade que uma certa restrição é satisfeita ser maior que um certo valor. Isto é precisamente o que também está estabelecido na Eq. (5.14). A restrição de desigualdade depois de aplicada a técnica CCP pode ser expressa como

$$\bar{g}_j - \phi_j(p_j) \left[\sum_{i=1}^N \left(\left. \frac{\partial g_j}{\partial y_i} \right|_{\bar{\mathbf{Y}}} \right)^2 \sigma_{y_i}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \geq 0, j = 1, 2, \dots, m \quad (5.18)$$

em que $\phi_j(p_j)$ é o valor da variação normal padrão correspondente a probabilidade

p_j e

$$\bar{g}_j = g_j(\bar{Y}) \quad (5.19)$$

Assim, o problema de otimização estabelecido primeiro pode ser estabelecido em sua forma determinística equivalente como: minimizar $F(\mathbf{Y})$ dado pela Eq. (5.15), sujeito as m restrições dadas pela Eq. (5.18).

5.5.2 Incertezas (MACE et al., 2005).

Os efeitos das incertezas são de crescente preocupação no projeto de estruturas de engenharia. O fato de que as propriedades da estrutura são incertas implica na consequente incerteza na resposta dinâmica. Similarmente, existe uma variabilidade inevitável na manufatura de qualquer parte estrutural: ítems produzidos em massa nunca são idênticos. Certamente, as propriedades de um sistema individual mudarão com o tempo devido às condições ambientais, aos carregamentos aplicados, desgaste, entre outros fatores.

Incerteza e variabilidade acarretam em preocupações com segurança, confiabilidade, qualidade do desempenho, mau comportamento, e em detrimento desses fatores, conduzem à demanda de métodos de modelagem que incluem especificamente incertezas nas propriedades da estrutura. No passado, fatores de segurança deviam ser introduzidos. Entretanto, o desejo de grande eficiência, melhoria no desempenho e redução de custos acarretou na demanda pela melhoria de métodos computacionais, especialmente para estruturas de alto custo. O objetivo é aplicar tais métodos no estágio de projeto para produzir estruturas que são seguras, confiáveis e possuem níveis de vibração e ruído aceitáveis sob todas condições ambientais e de operação, e produzir projetos que são robustos com respeito a variabilidade na manufatura.

Incertezas nas propriedades estruturais propagam através do sistema para dar as

incertezas na resposta: frequências naturais, FRFs e outras.

Uma aproximação possível para quantificar as incertezas na resposta é através da simulação de Monte Carlo (MCS, sigla do inglês *Monte Carlo Simulations*). Entretanto, o custo computacional para o cálculo da resposta estrutural dinâmica é frequentemente alto, de tal modo que o custo de repetir a análise muitas vezes é proibitivo, especialmente pelo fato de que estruturas reais geralmente possuem muitos parâmetros com incertezas. Este fato tem estimulado a pesquisa para aproximações mais sofisticadas e melhoradas para os problemas de incertezas na dinâmica estrutural.

De uma maneira mais ampla, incerteza na propriedade é usualmente descrita em termos de duas maneiras diferentes. Nas aproximações probabilísticas, as propriedades tem que assumir distribuições estatísticas e o objetivo é prever respostas estatísticas. Entretanto, quantificar as estatísticas das propriedades é um grande problema, especialmente em um contexto industrial. Em aproximações “possibilísticas”, por outro lado, as propriedades são assumidas estar em certas faixas e não atentam ao fato de descrever qualquer distribuição probabilística dentro dessas faixas. Entretanto, estabelecer limites para essas faixas também é um problema. Na prática, o engenheiro está apto a estimar as incertezas nos parâmetros de entrada baseado na experiência própria e talvez com um número muito limitado de medidas. Esta dificuldade em quantificar incertezas nas propriedades físicas tem feito com que alguns pesquisadores incorporem incertezas de uma maneira não paramétrica.

Os efeitos da incerteza variam com a frequência e isto também afeta a aproximação da análise. Em baixas frequências, e quando os níveis de incerteza são baixos, a resposta é tipicamente descrita por frequências naturais pobremente definidas e as FRFs estão espalhadas ao redor do sistema determinístico, baseline ou “melhor chute”. É neste ponto que os métodos “possibilísticos” e de perturbação tendem a ser mais valiosos. Conforme a frequência aumenta, as incertezas na frequência natural também aumentam e pode ocorrer a sobreposição (*overlap*) estocástica. Quando a sobreposição

(*overlap*) estocástica é maior que 1, a característica determinística do conjunto de respostas se torna perdida. A situação é geralmente melhorada pelo fato de que o *overlap* modal tende a aumentar com o aumento da frequência, de modo que a variabilidade na resposta se reduz. Em altas frequências, parece que as estatísticas da frequência natural assintotam para uma distribuição universal governada por estatísticas Gaussianas Ortogonais, de modo que a natureza exata de incerteza nas propriedades físicas torna-se irrelevante se as incertezas são grandes o suficiente.

Técnicas que utilizam análises de incertezas são utilizadas para estimar envelopes de FRFs e respostas estruturais dinâmicas de dispositivos de conversão de energia. Tais técnicas incluem o método dos elementos espectrais (NUNES et al., 2006), configuração Fuzzy (DE GERSEM et al., 2005; NUNES et al., 2006), método da transformação curta (DONDEERS et al., 2005), método da máxima probabilidade (FONSECA et al., 2005). As incertezas serão consideradas no caso em que muitos dispositivos de conversão de energia serão construídos de modo que existam incertezas em alguns parâmetros físicos, como por exemplo na dimensão do material piezelétrico. No presente trabalho, serão estudados os efeitos dessas incertezas na aquisição dos parâmetros ótimos do sistema de conversão bem como o efeito da propagação dessas incertezas através dos parâmetros, e o que eventualmente possa causar na quantidade de energia convertida pelo sistema.

5.6 Algoritmo genético (GA).

Alguns métodos de otimização são conceitualmente diferentes das técnicas tradicionais (clássicas) de programação matemática. Estes métodos são denominados de métodos modernos ou não tradicionais de programação matemática. A maioria destes métodos é baseada em certas características e comportamento de sistemas biológicos, moleculares, neurobiológicos entre outros. Os Algoritmos Genéticos são baseados no princípio da genética e seleção natural dos indivíduos. Os elementos básicos da ge-

nética natural utilizada no procedimento de busca são a reprodução, o cruzamento e a mutação. GAs diferem dos métodos tradicionais de otimização nos seguintes aspectos (RAO, 2009):

1. a população de pontos (vetores de projeto tentativa - “chute inicial”) é utilizada para iniciar o procedimento de otimização ao invés de um simples ponto de projeto. Se o número de variáveis de projeto é n , usualmente, o tamanho da população é tomada como $2n$ ou $4n$. Entretanto, em algumas aplicações, este número não é suficiente. Uma vez que vários pontos são utilizados como candidatos à solução, GAs são menos prováveis de falhar em um ótimo não global;
2. GAs utilizam somente os valores da função objetivo. As derivadas não são utilizadas no procedimento de busca;
3. nos GAs, as variáveis de projeto são representadas por *strings* de variáveis binárias que correspondem aos cromossomos na genética natural. Assim, o método de busca é naturalmente aplicável para resolver problemas de programação discreta e integral. Para variáveis de projeto contínuas, o comprimento da *string* pode ser variado para obter qualquer resolução desejada;
4. o valor da função objetivo correspondente a um vetor de projeto e desempenha o papel de *fitness* na genética natural;
5. em cada nova geração, um novo conjunto de *strings* é produzido pela utilização da seleção aleatória dos pais e pelo cruzamento proveniente da geração antiga (conjunto antigo de *strings*). Embora aleatório, GAs não são técnicas randômicas simples de busca. Eles exploram eficientemente as novas combinações com o conhecimento disponível para encontrar uma nova geração com melhor valor da função objetivo.

GAs podem ser utilizados para resolução de problemas de difícil resolução através das técnicas tradicionais de otimização. A implementação dos GAs podem ser encon-

tradas em *toolboxes* de diversos softwares, entre eles, o software MATLAB[®]. Neste caso, o GA do *toolbox* pode ser utilizado quando a função, tanto objetivo quanto restrição, é descontínua, altamente não linear, estocástica ou possui derivadas indefinidas ou instáveis.

6 APLICAÇÕES NUMÉRICAS

Os métodos de otimização anteriormente apresentados foram numericamente aplicados em um sistema de conversão de energia configurado por uma viga *cantilever bimorph* com massa concentrada na extremidade livre e camadas piezelétricas segmentadas. O conversor foi submetido a uma aceleração pela base composta somente por um movimento de translação na direção vertical.

O desempenho dos métodos de otimização foi comparado para 5 diferentes faixas de frequência de operação (de projeto), faixas nas quais a frequência fundamental de ressonância e os componentes significativos das vibrações ambientais estão localizadas, são elas: de 5 a 20, 20 a 35, 35 a 50, 50 a 65 e 65 a 80 Hz. Essas faixas de frequências foram estabelecidas devido ao fato das vibrações ambientes possuírem componentes significantes em baixas frequências, geralmente, abaixo de 100 Hz (DUTOIT et al., 2005). O procedimento de obtenção da máxima potência de saída do conversor foi realizado para os casos envolvendo as conexões em série e paralelo das camadas piezelétricas. Os valores dos parâmetros geométricos e dos materiais utilizados na modelagem estão apresentados na Tab. (4). A permissividade em deformação constante é dada em termos da permissividade em espaço livre, ϵ_0 .

A análise dos resultados se inicia com o método de “Busca Extensiva Modificada”. A figura (5.1a) mostra a influência de combinações L_S e h_t na frequência natural do conversor, considerando uma faixa de frequência de 0 a 100 Hz. Nesta figura, é possível observar que, para cada faixa de frequência de projeto, existem muitas combinações

Tabela 4: Parâmetros geométricos e do material utilizados na modelagem do sistema

Parâmetros Geométricos	Estrutura/Parte Estrutural		
	Subestrutura (Aço Mola)	Piezo. (PZT-5A)	Massa Concentrada
Comprimento, L (m)	0.0508 - 0.2032	0 - L_S	0.005 - 0.020
Largura, b (m)	0.0254	0.0254	0.0254
Espessura, h (m)	0.00254	0.00254	0.005 - 0.020
Propriedades do Material			
Densidade, ρ (kg/m^3)	7860	7800	7860
Módulo de Young, Y (GPa)	207	67	207
Constante Piezo., d_{31} , (pm/V)	—	-190	—
Permissividade, $\bar{\epsilon}_{33}^S$, (F/m)	—	$830\epsilon_0$ *	—

* $\epsilon_0 = 8.854 \text{ pF/m}$

que resultam em uma frequência fundamental de ressonância (primeira frequência natural) do conversor dentro da faixa analisada. O procedimento para se obter a melhor combinação foi mostrado na seção 5.4.

Depois de se obter L_S e h_t ótimos, o próximo passo é obter o comprimento ótimo da camada piezolétrica para maximizar o pico da FRF de tensão. Para ilustrar este procedimento, a Fig. (5.1b) mostra como a variação do parâmetro L_p afeta a configuração da FRF para a faixa de frequência de projeto de 5 a 20 Hz e conexão em série das camadas piezolétricas. A Fig. (5.1c) mostra como a frequência natural foi afetada pela variação do parâmetro L_p . Nesta figura, é possível observar que todas as possíveis combinações geram frequências naturais dentro da faixa de frequência de projeto. A Fig. (5.1d) mostra a influência da variação de L_p no pico da FRF de tensão. Pode ser visto que os picos formados na Fig. (5.1b) são exatamente os mesmos mostrados na Fig. (5.1d). Através da visualização da Fig. (5.1d), é possível concluir que a melhor configuração para o conversor não é uma viga *cantilever* totalmente *bimorph*, uma vez que L_p ótimo é menor do que o comprimento da subestrutura.

Resultados para outras faixas de frequência de projeto mostraram que quando L_p é variado, existem combinações nas quais a frequência natural resultante não se encontra dentro da faixa de frequência de projeto. Entretanto, para o valor ótimo de L_p , a

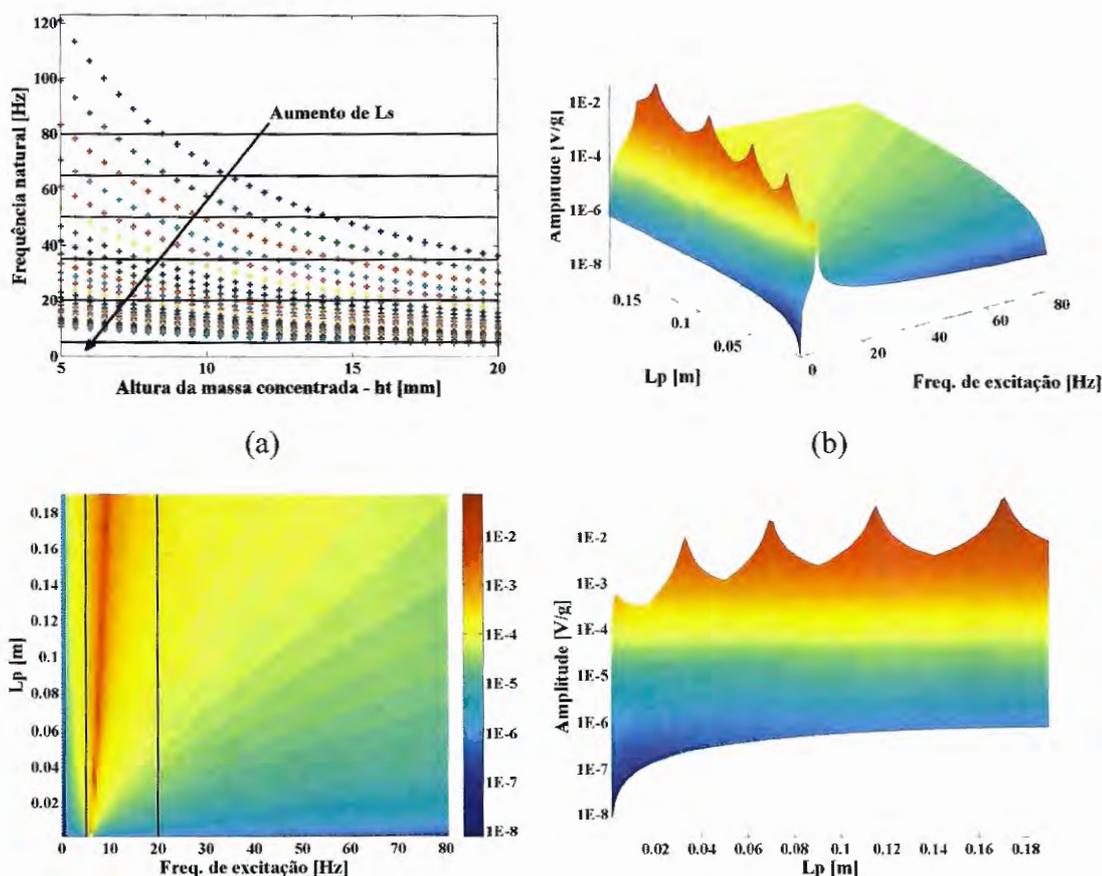


Figura 29: (a) Influência dos parâmetros L_s e h_t na frequência natural do conversor; influência de L_p (b) na configuração da FRF de tensão, (c) na frequência natural do conversor e (d) no pico da FRF de tensão para faixa de frequência de projeto de 05 a 20 Hz e conexão em série das camadas piezelétricas.

frequência natural encontra-se dentro da faixa de projeto. Assim, o ajuste da frequência natural não depende somente das características da massa concentrada na extremidade livre, mas também das características geométricas do material piezelétrico. O comprimento da camada piezelétrica tem uma grande influência na frequência natural do conversor conforme o valor da frequência natural aumenta, uma vez que menores valores do dispositivo conversor (composto pela subestrutura e camadas piezelétricas) são obtidos. Assim, uma variação mínima no comprimento da camada piezelétrica resulta em uma grande diferença na frequência natural do dispositivo conversor de energia.

Depois de obtidos os valores ótimos de L_s , h_t e L_p , o próximo passo é variar o valor do resistor de carga para se obter o ótimo valor de R_L que maximize a potência elétrica



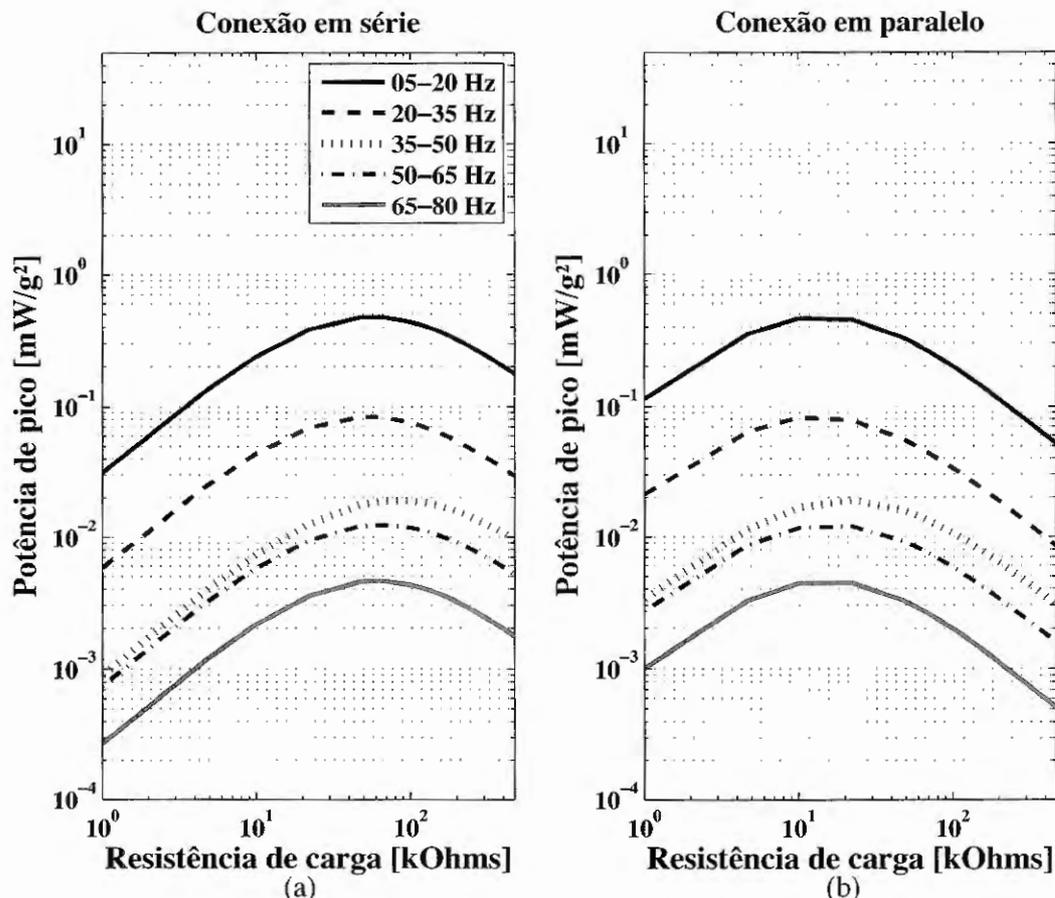


Figura 30: Variação da amplitude da potência elétrica com a variação do resistor de carga para conexão em (a) série e (b) paralelo das camadas piezelétricas.

de saída do conversor. Assim, um vetor contendo valores de resistores comerciais na faixa de 1 a 470 k Ω foi utilizado. Os resistores de carga utilizados foram: 1, 4.7, 10, 22, 47, 56, 68, 100, 120, 150, 180, 220, 330 e 470 k Ω . Essa variação pode assumir outros valores dentro da faixa, sendo uma escolha do projetista do dispositivo de conversão. A Fig. (30) mostra como a variação do resistor de carga afetou a configuração da potência elétrica de saída para cada faixa de frequência de projeto e cada conexão das camadas piezelétricas. Nessa figura, a notável característica não linear das curvas mostra que o valor ótimo do R_l não é o valor utilizado para se calcular o parâmetro L_p ótimo (ou seja, 1 k Ω). As curvas também mostram que é possível obter o mesmo valor ótimo do R_l para diferentes faixas de frequência de projeto e que o pico de potência elétrica diminui conforme a faixa de frequência assume maiores valores.

Em seguida, a mesma análise realizada para a faixa de frequência de projeto de 5 a 20 Hz é realizada para todas as faixas de frequência de projeto em análise. Assim, as matrizes de projeto, contendo os vetores de projeto, obtidas para o método MES (com dimensões em metros e Ohms) para a conexão em série e paralelo das camadas piezelétricas são dadas, respectivamente, pelas Eqs. (6.1) e (6.2). Nestas matrizes, cada coluna representa o vetor de projeto para cada faixa de frequência de projeto analisada.

$$\mathbf{X}_{MES}^{ser} = \begin{pmatrix} 0,1905 & 0,1206 & 0,0889 & 0,0762 & 0,0635 \\ 0,0090 & 0,0050 & 0,0075 & 0,0060 & 0,0065 \\ 0,1708 & 0,0994 & 0,0788 & 0,0740 & 0,0597 \\ 56000 & 56000 & 68000 & 68000 & 56000 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

$$\mathbf{X}_{MES}^{par} = \begin{pmatrix} 0,1905 & 0,1206 & 0,0889 & 0,0762 & 0,0635 \\ 0,0090 & 0,0050 & 0,0075 & 0,0060 & 0,0065 \\ 0,1708 & 0,0994 & 0,0788 & 0,0740 & 0,0597 \\ 10000 & 10000 & 22000 & 22000 & 22000 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

Depois de se aplicar o comando através do software MATLAB[®] como mencionado na Eq. (5.13), o procedimento de otimização utilizando o método SQP resultou nas seguintes matrizes de projeto (com dimensões em metros e Ohms) para a conexão em série (Eq. (6.3)) e paralelo (Eq. (6.4)) das camadas piezelétricas.

$$\mathbf{X}_{SQP}^{ser} = \begin{pmatrix} 0,1904 & 0,1150 & 0,1001 & 0,0629 & 0,0599 \\ 0,0050 & 0,0051 & 0,0050 & 0,0062 & 0,0059 \\ 0,1863 & 0,0993 & 0,0800 & 0,0205 & 0,0241 \\ 8569 & 22473 & 27991 & 31274 & 36251 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

Tabela 5: Propriedades e parâmetros utilizados no método dos GAs

Tamanho da População	20
Número de Gerações	100
Distribuição de Probabilidade	Uniforme
Função de Seleção	Torneio
Probabilidade de Crossover	80%
Probabilidade de Mutação	20%
Contagem de Elite	2

$$\mathbf{X}_{SQP}^{par} = \begin{pmatrix} 0,1901 & 0,1153 & 0,1013 & 0,0738 & 0,0596 \\ 0,0050 & 0,0062 & 0,0050 & 0,0050 & 0,0050 \\ 0,1836 & 0,1095 & 0,0868 & 0,0342 & 0,0153 \\ 12491 & 15751 & 17583 & 10155 & 41844 \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

Como mencionado em seções anteriores, um conjunto de parâmetros deve ser determinado antes da implementação do GA. A tabela (5) apresenta as probabilidades e os parâmetros utilizados no processo de otimização por GA. O software MATLAB[®] contém um *toolbox* para implementação do GA que atende ao problema de otimização proposto para o sistema de conversão de energia. O procedimento de otimização utilizando o método dos GAs resultou nas matrizes de projeto (com dimensões em metros e Ohms) dadas pelas Eqs. (6.5) (conexão em série das camadas piezelétricas) e Eq. (6.6) (conexão em paralelo).

$$\mathbf{X}_{GA}^{ser} = \begin{pmatrix} 0,1724 & 0,1172 & 0,0933 & 0,0750 & 0,0580 \\ 0,0051 & 0,0051 & 0,0050 & 0,0050 & 0,0074 \\ 0,1724 & 0,1172 & 0,0933 & 0,0692 & 0,0564 \\ 65701 & 32134 & 37204 & 71748 & 71513 \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

$$\mathbf{X}_{GA}^{par} = \begin{pmatrix} 0,2029 & 0,1172 & 0,0904 & 0,0734 & 0,0514 \\ 0,0067 & 0,0051 & 0,0051 & 0,0050 & 0,0092 \\ 0,2029 & 0,1172 & 0,0904 & 0,0716 & 0,0514 \\ 100000 & 43383 & 46777 & 48121 & 88824 \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

Para efeito de comparação entre os métodos apresentados, a Fig. (31) mostra os valores ótimos obtidos para cada método de otimização e para cada conexão das camadas piezelétricas. Nessa figura, **S** e **P** correspondem, respectivamente, à conexão em série e paralelo das camadas piezelétricas. É possível observar que há uma tendência para o comprimento da subestrutura e da camada piezelétrica conforme a frequência aumenta: os valores dos parâmetros diminuem. Este fato não foi observado para os outros parâmetros. Para verificar se os valores ótimos obtidos podem ser utilizados para configurar um sistema de conversão cuja frequência natural está contida dentro da faixa de frequência de projeto, a Fig. (32) mostra as frequências naturais resultantes para cada combinação de parâmetros e cada conexão das camadas piezelétricas. Essa figura revela que os parâmetros ótimos obtidos em todos os métodos de otimização apresentados podem ser utilizados no projeto do conversor de energia. O fato de todas as frequências naturais estarem dentro da faixa de frequência decorre da influência combinada de L_S , h_t e L_p .

Apesar das frequências naturais serem praticamente as mesmas para os métodos MES e SQP, os parâmetros ótimos obtidos geram diferentes FRFs conforme mostra a Fig. (33a). Uma inspeção dessas curvas revela que as tensões de pico para o método MES são maiores do que o método SQP para a conexão em série e paralelo das camadas piezelétricas. As curvas também revelam que as diferenças entre os picos são maiores para a conexão em série. Este fato afetará a potência elétrica de saída do conversor.

Analisando a Fig. (33b), nota-se que a potência elétrica de pico obtida através do

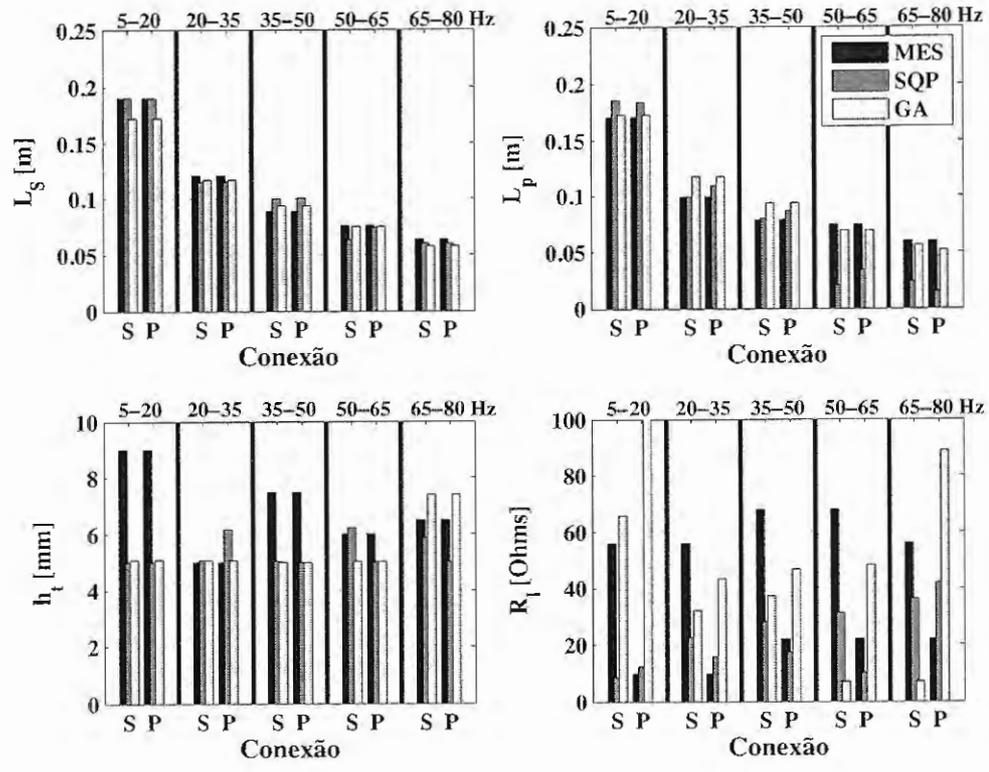


Figura 31: Valores ótimos dos parâmetros obtidos em cada método de otimização e faixa de frequência de projeto.

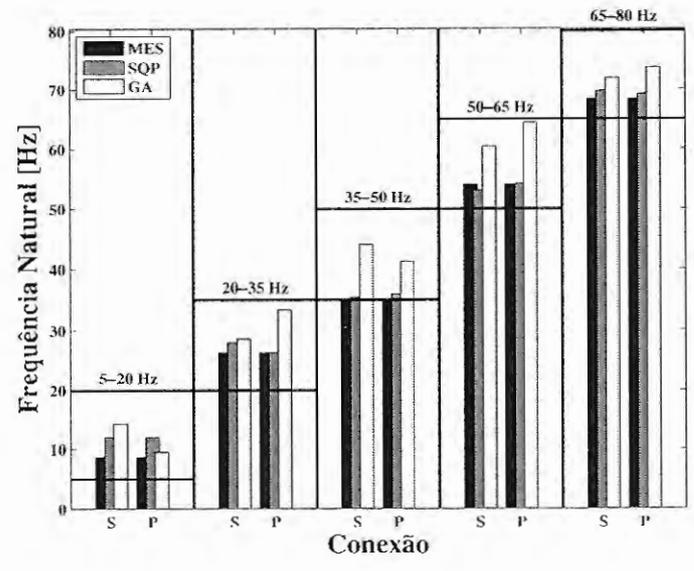


Figura 32: Frequências naturais obtidas utilizando os parâmetros ótimos.

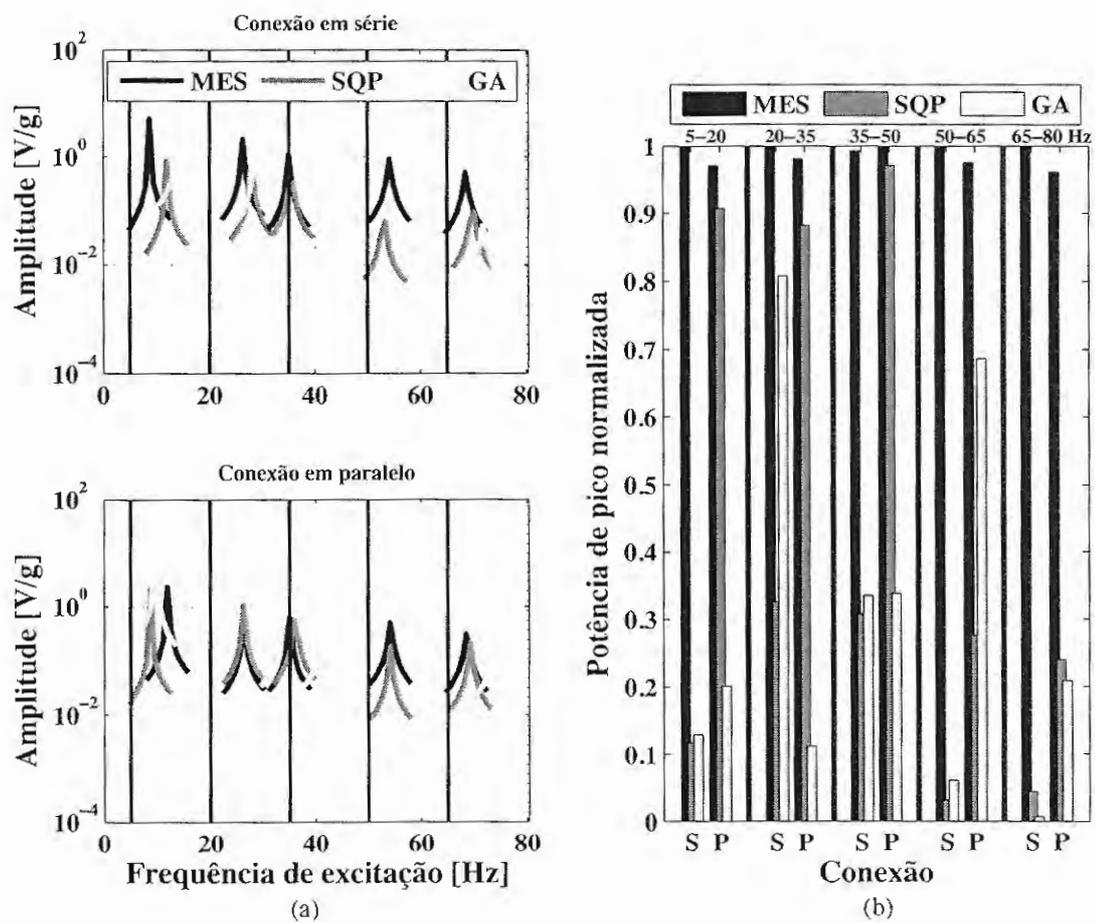


Figura 33: (a) FRFs de tensão e (b) picos normalizados da potência elétrica de saída para cada método de otimização e conexão das camadas piezelétricas.

método MES foi maior do que para os outros métodos em todas as faixas de frequência analisadas. Observa-se, também, que não há uma tendência comum entre os três métodos de otimização quando se compara a potência de saída para a conexão em série e paralelo das camadas piezelétricas.

Os resultados também mostram que os métodos SQP e GA não obtiveram boas performances em algumas faixas de frequência analisadas. Este resultado se deve ao valor baixo de L_p ótimo obtido, como pode ser visto na Fig. (31). Para as três primeiras faixas de frequência, os comprimentos da camada piezelétrica são próximos para os três métodos de otimização apresentados. Entretanto, para as duas últimas faixas, há uma discrepância entre os valores ótimos de L_p . Este fato, juntamente com a discrepância nos valores ótimos de R_l resultam em uma diferença no pico da potência elétrica, como pode ser visto na Fig. (33b).

Em geral, as técnicas de otimização clássicas obtiveram melhores resultados quando comparados com o método moderno dos GAs para o sistema de conversão de energia apresentado. Este fato pode ser explicado pela diferença entre as frequências naturais dos conversores, ou seja, para a mesma faixa de frequência de projeto, os métodos resultaram em diferentes parâmetros ótimos que configuraram conversores com diferentes frequências naturais. Para o método GA, os parâmetros configuraram conversores com frequências naturais maiores, podendo causar uma perda na performance do sistema de conversão de energia. É importante mencionar que o desempenho do sistema de conversão de energia, atribuído a potência elétrica de saída do conversor, está relacionado ao efeito combinado dos parâmetros ótimos obtidos para cada método. Além disso, uma faixa de frequência de projeto ampla pode vir a causar uma perda de eficiência por parte do conversor, uma vez que, para conversores de energia puramente resistivos, uma excitação com um pequeno desvio da frequência natural causa uma grande perda na eficiência (devido do pico acentuado característico desse tipo de conversor de energia).

Quando o custo computacional é levado em conta, o método MES não obteve uma boa performance, devido ao alto custo computacional atribuído a variação dos parâmetros. Para os métodos SQP e GA, nenhuma diferença significativa relacionada com o custo computacional foi observada.

6.1 Incertezas e Otimização Estocástica

Uma característica comum entre muitas das técnicas de otimização é que elas procuram por um único parâmetro ótimo de uma única vez. Em aplicações práticas, vários parâmetros podem variar simultaneamente e causar um efeito combinado no desempenho de um conversor de energia. Além disso, levar em conta variações nos parâmetros ótimos de um dado modelo é de extrema importância uma vez que seu desempenho é fortemente dependente da combinação entre a frequência natural do conversor e o conteúdo de frequência do sinal de excitação. Nesta seção, a preocupação está em discutir os efeitos das incertezas no projeto e otimização de um conversor piezelétrico de energia baseado em vibrações mecânicas.

A importância de se levar em conta as incertezas para melhorar a preditividade de um certo modelo tem sido considerada em vários trabalhos recentes. (SOIZE, 2005, CAPIEZ-LERNOUT et al., 2006). De uma maneira mais geral, o processo de modelagem matemática de um dado fenômeno físico pode incorporar dois tipos de incertezas (GUO; DU, 2007): epistêmica e aleatória. A primeira ocorre devido ao conhecimento incompleto do sistema (também conhecida como incerteza no modelo) em que são consideradas incertezas no modelo (simplificações, por exemplo, para torná-lo mais simples). Incertezas aleatórias são comumente encontradas em praticamente todos os produtos da engenharia, uma vez que todos os processos de manufatura são sujeitos a discrepâncias dimensionais que irão resultar em um produto modificado quando comparado com o sistema original projetado. Portanto, essas discrepâncias podem afetar significativamente as propriedades do produto final (DUCHEREAU; SOIZE, 2006,

GAO, 2007).

No contexto de conversores piezelétricos de energia, a maioria dos trabalhos da literatura apresentam uma avaliação simplificada do problema de propagação de incertezas. Uma exceção é o trabalho de Ali, Friswell e Adhikari (2010). Neste trabalho, os autores apresentam resultados de uma investigação de incertezas paramétricas em um conversor piezelétrico de energia tipo pilha de um grau de liberdade. Resultados de Simulações de Monte Carlo apontaram para conclusões gerais em termos de um decréscimo de energia convertida quando incertezas estão presentes na frequência natural e no coeficiente de acoplamento eletromecânico do conversor de energia. Kim et al. (2010) investigaram os efeitos de uma massa concentrada no desempenho de um conversor de energia formado por uma viga *cantilever*. A análise é restrita a variação na frequência natural quando a massa concentrada é variada por uma pequena quantidade na vizinhança da frequência natural fundamental para um número muito reduzido de amostras.

6.1.1 Análise de Incertezas

Sistemas estruturais reais inevitavelmente apresentam incertezas em seus comportamentos dinâmicos e a quantificação adequada dessas incertezas é crucial para se estabelecer um modelo dinâmico confiável de uma dada estrutura.

Uma maneira de quantificar incertezas aleatórias ou paramétricas é através do uso de um dado número de amostras dos parâmetros que podem apresentar variações e com a utilização das Simulações de Monte Carlo (MACE; WORDEN; MANSON, 2005). O primeiro passo nas MCS consiste em criar um modelo paramétrico e então gerar um conjunto de amostras aleatórias/randômicas correspondentes aos parâmetros incertos. O próximo passo consiste em avaliar o modelo para as amostras anteriormente geradas e armazenar os resultados. O procedimento é realizado para todas as amostras e os resultados são analisados utilizando histogramas, análise estatística, intervalos de con-

fiança, etc. O principal problema deste método é o custo computacional uma vez que um grande número de amostras randômicas é usualmente necessário para o procedimento das MCS. Apesar dessa desvantagem aparente, MCS são amplamente utilizadas na obtenção de intervalos de confiança para sistemas estruturas simples e complexos que apresentam parâmetros com incertezas.

A análise de incertezas do dispositivo de conversão de energia estudado no presente trabalho utiliza da técnica MCS e pode ser dividida em três passos fundamentais. Primeiro, o modelo médio em termos das FRFs de tensão e da potência elétrica de saída é gerado com a utilização da técnica de otimização de multiparâmetros SQP. A FRF do modelo médio é gerada de acordo com uma faixa de frequência específica. Segundo, um conjunto de parâmetros chave é definido com a finalidade de gerar amostras de números aleatórios de acordo com uma Função Densidade de Probabilidade (PDF) prescrita e os parâmetros perturbados são utilizados nas MCS. Os parâmetros que serão perturbados são: o comprimento da subestrutura, L_S , a altura da massa concentrada, h_l , o comprimento da camada piezolétrica, L_p , a resistência de carga, R_l e o fator de amortecimento modal, ζ_1 . Para cada um destes parâmetros, um vetor de números aleatórios seguindo uma distribuição normal (Gaussiana) é gerado. Os valores médios desses números aleatórios são os valores obtidos através do método de otimização SQP (considerados os parâmetros ótimos de projeto). Uma MCS com 2500 realizações ($n_s = 2500$) foi então realizada com a finalidade de obter os intervalos de confiança das FRFs. Para esse fim, os vetores de realizações aleatórios para cada parâmetro foram combinados em n_s conjuntos de $(L_S, h_l, L_p, R_l, \zeta_1)$ números aleatórios (rn), que são então aplicados para avaliar as realizações das FRF $\alpha(rn_j, \omega)$ utilizando a equação 3.120. Primeiramente, os efeitos de todos os parâmetros com incertezas são avaliados simultaneamente. A convergência com respeito ao modelo ótimo (modelo médio) e ao número total n_s de realizações utilizado nas MCS pode então ser estudada

Tabela 6: Desvio padrão para cada parâmetro.

Parâmetro	Desvio Padrão
L_S	0.0005 (m)
h_t	0.0005 (m)
L_p	0.0005 (m)
R_l	10% R_l
ζ_1	10% ζ_1

com a utilização da seguinte relação (SOIZE, 2005):

$$\text{Conv}(n_s) = \frac{1}{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \int \|\alpha_1(rn_j, \omega) - \alpha_1^{\text{opt}}(\omega)\|^2 d\omega \quad (6.7)$$

em que $\alpha_1^{\text{opt}}(\omega)$ é a FRF (considerando primeiro modo de vibração) gerada através dos parâmetros ótimos obtidos através do método de otimização SQP. O terceiro e último passo na análise das incertezas é considerar os efeitos das perturbações em cada parâmetros individualmente. Como é de ser esperado, os efeitos das incertezas podem apresentar variações para diferentes frequências. Sendo assim, a análise é realizada para as cinco faixas de frequência de projeto anteriormente descritas e, para efeito de simplificação, somente para a conexão em série das camadas piezelétricas.

A análise de incertezas se inicia com a definição dos vetores aleatórios. Para cada um dos parâmetros ótimos obtidos através do método SQP para a conexão em série das camadas piezelétricas (primeira coluna da matriz da Eq. (6.3)), o valor ótimo corresponde ao valor médio do vetor formado pelas amostras aleatórias. Para o fator de amortecimento, o valor médio utilizado foi de zeta = 0.027 e corresponde a um fator de amortecimento equivalente ao obtido de dados experimentais (ERTURK; INMAN, 2009). Para a geração do vetor com as amostras randômicas correspondendo a PDF Gaussiana, é necessário definir um desvio padrão para cada parâmetro com incertezas e estes valores estão apresentados na Tab. (6). Os valores do desvio padrão são utilizados para gerar as PDFs de cada parâmetro que podem ser visualizadas na Fig. (34).

Uma vez que todos os números randômicos foram gerados para todos os parâme-

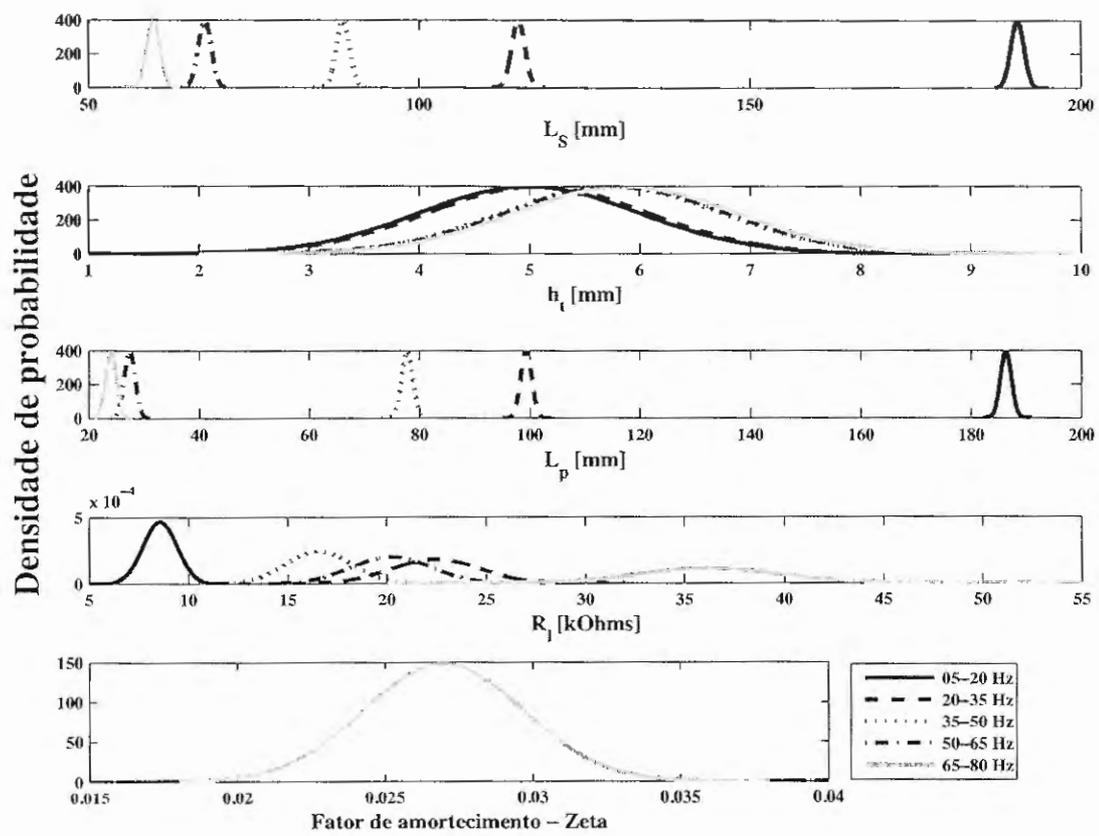


Figura 34: Funções densidade de probabilidade para cada parâmetro incerto.

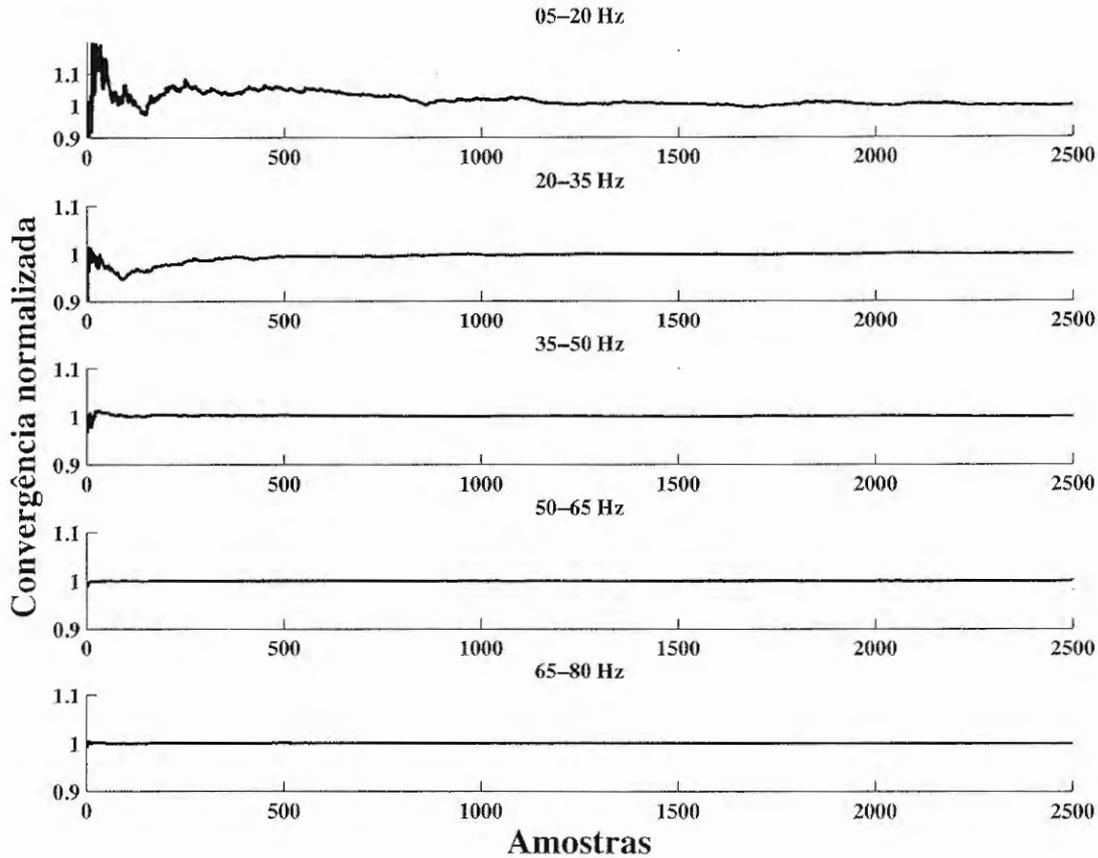


Figura 35: Convergência normalizada.

tros com incertezas, uma MCS com 2500 amostras foi realizada. A Fig. (35) mostra a análise de convergência considerando incertezas em todos os parâmetros. É possível observar que, para todas as faixas de frequência analisadas, aproximadamente 2000 amostras já são suficientes para assegurar a convergência.

A Fig. (36) mostra as regiões de confiança para as FRFs do sistema estocástico (com parâmetros aleatórios) e a comparação entre a resposta determinística do modelo analítico médio (correspondente a “FRF ótima”) e a média da resposta randômica para o modelo estocástico, obtido através da MCS (correspondente a “FRF por MCS”). Nessa figura, é possível notar que, em baixas frequências, a resposta é tipicamente descrita por uma frequência natural pobremente descrita, e as FRFs para o conjunto se espalham ao redor do sistema determinístico. Conforme a frequência aumenta, as regiões dos picos das FRFs se tornam mais largas e a diferença entre os picos da FRF

ótima e da FRF por MCS torna-se maior. Este fato também foi verificado por Mace, Worden e Manson (2005), os quais afirmam que os efeitos das incertezas dependem da frequência e do nível da incerteza. Para baixas faixas de frequência, o modelo numérico médio é relativamente robusto com respeito a incertezas nos dados. Conforme a frequência aumenta, a robustez do modelo médio tende a diminuir e os efeitos das incertezas nos parâmetros do sistema se tornam mais evidentes. Além disso, para todas as frequências de excitação, a resposta do modelo médio encontra-se dentro de uma região de confiança. Este fato é comumente verificado em outras contribuições que consideram incertezas paramétricas (ver por exemplo Chen; Duhamel; Soize, 2006). Para o caso de análises probabilísticas não paramétricas, existem frequências de excitação para as quais a resposta do modelo médio cai fora da região de confiança (SOIZE, 2005; CAPIEZ-LERNOUT et al., 2006; CHEN; DUHAMEL; SOIZE, 2006; DUCHE-REAU; SOIZE, 2006).

A Fig. (37) mostra a região de confiança para a FRF de tensão elétrica quando as incertezas são consideradas simultaneamente em todos os parâmetros perturbados. Nessa figura, é possível observar claramente um decréscimo na energia elétrica convertida conforme a frequência de excitação aumenta.

A análise de incertezas continua com o estudo da influência das incertezas em cada parâmetro individualmente. O objetivo desta simulação é investigar qual parâmetro ou quais parâmetros terão a maior influência na energia convertida. Esta simulação é particularmente importante no processo de projeto do sistema de conversão de energia uma vez que é fundamental a combinação da frequência natural com os principais componentes de frequência do sinal de excitação. Assim, se o valor da frequência natural torna-se sensível a flutuações em um ou mais parâmetros de projeto, este efeito irá tornar-se evidente na FRF de tensão e na potência elétrica de saída. A Fig. (??) mostra a região de variação dos picos da FRF de tensão quando são consideradas incertezas em apenas um parâmetro. Por conveniência, o primeiro resultado, o qual considera

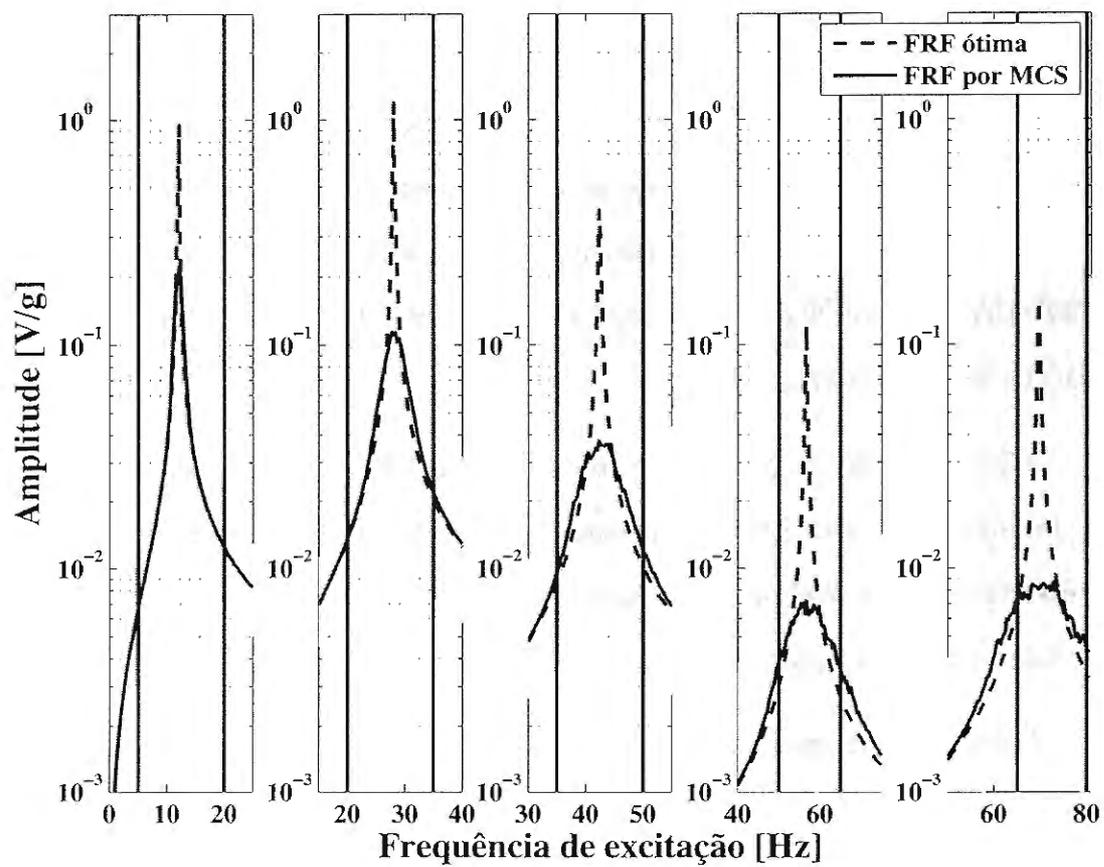


Figura 36: Envelopes da região de confiança considerando incertezas em todos os parâmetros.

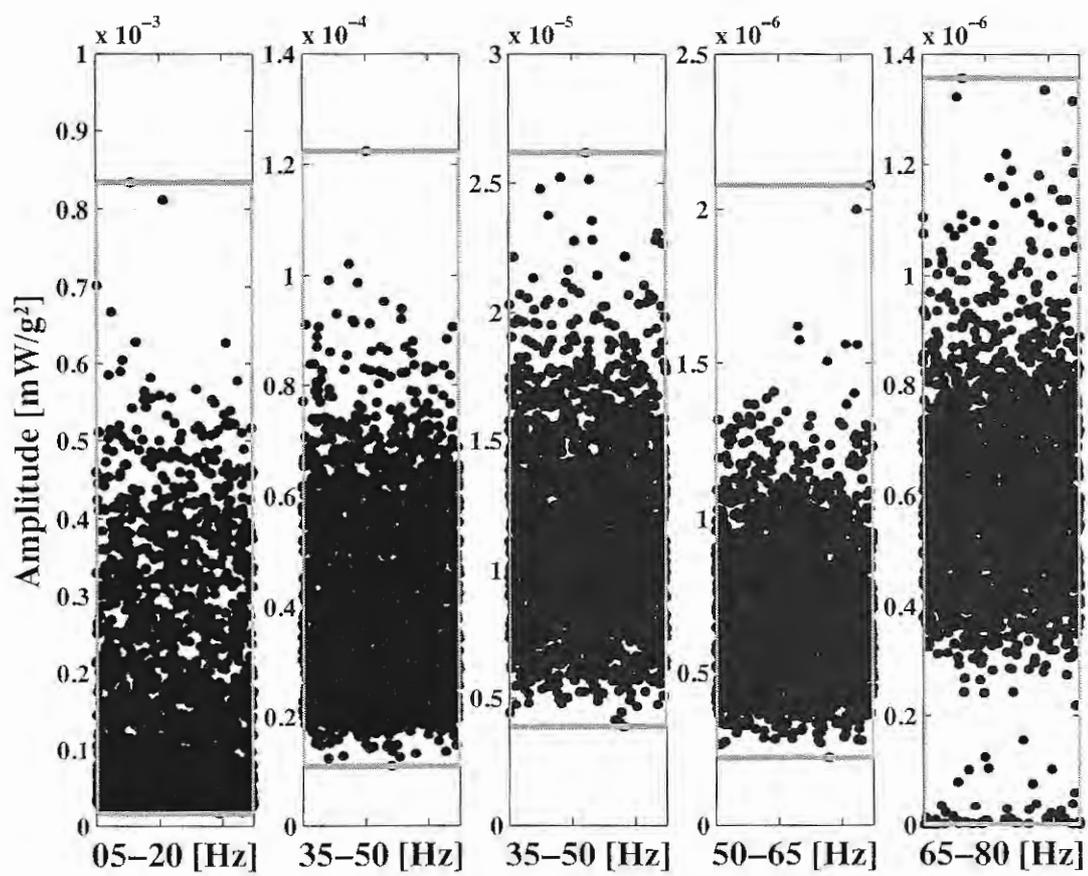


Figura 37: Região de variação da potência elétrica de saída do conversor de energia

incertezas em todos os parâmetros, foi mostrado novamente para efeito de comparação. Na Fig.(??), pode-se notar que as regiões onde incertezas em todos os parâmetros são consideradas são maiores do que as regiões onde incertezas em apenas um único parâmetro são consideradas, indicando claramente o efeito combinado das incertezas quando se considera todos os parâmetros de projeto do dispositivo de conversão de energia. Entretanto, para o caso em que incertezas no parâmetro h_t é considerado, os efeitos das incertezas se tornam mais acentuados. A variação no pico da FRF de tensão é praticamente a mesma para os parâmetros L_S , h_t e L_p , mas a variação na frequência natural do dispositivo é consideravelmente diferente. A variação da frequência natural quando incertezas no parâmetro h_t são consideradas é maior do que para os outros parâmetros. Para as duas faixas de frequências mais altas, os resultados mostraram valores dos parâmetros do conversor para os quais as frequências naturais resultantes não estão na faixa de frequência de projeto. Isto pode, certamente, afetar o desempenho do dispositivo de conversão de energia. Quando os picos das FRFs de tensão são comparados para incertezas em R_l e ζ_1 , as frequências naturais do conversor quase não exibem variações significantes, mas a variação de amplitude para R_l é maior do que as variações quando incertezas em ζ_1 são consideradas.

Para melhor verificar a influência em todos os parâmetros, a Fig. (39) mostra a porcentagem do pico da FRF por MCS com respeito a FRF ótima. Nessa figura, cada barra corresponde a essa porcentagem. É possível notar que, com o aumento da faixa de frequência, a porcentagem diminui e a influência das incertezas torna-se maior. Apesar da amplitude da FRF por MCS mudar com relação à condição ótima, a frequência natural da FRF média (obtida através de MCS) não mostra variações significativas.

A Fig. (40) mostra as regiões de confiança para as FRFs do sistema estocástico para faixa de frequência de 5-20 e 65-80Hz, que correspondem, respectivamente, as regiões com menor e maior influência das incertezas. Essa figura também mostra a

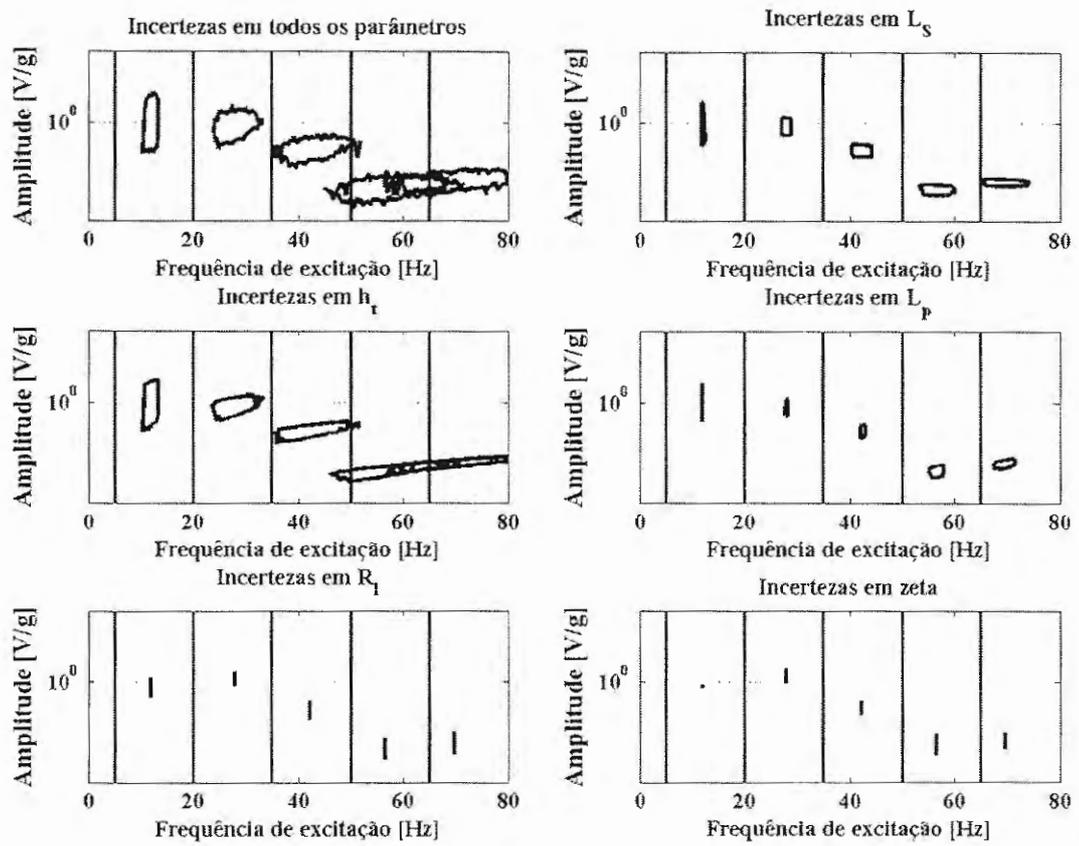


Figura 38: Região de variação do pico de tensão da FRF

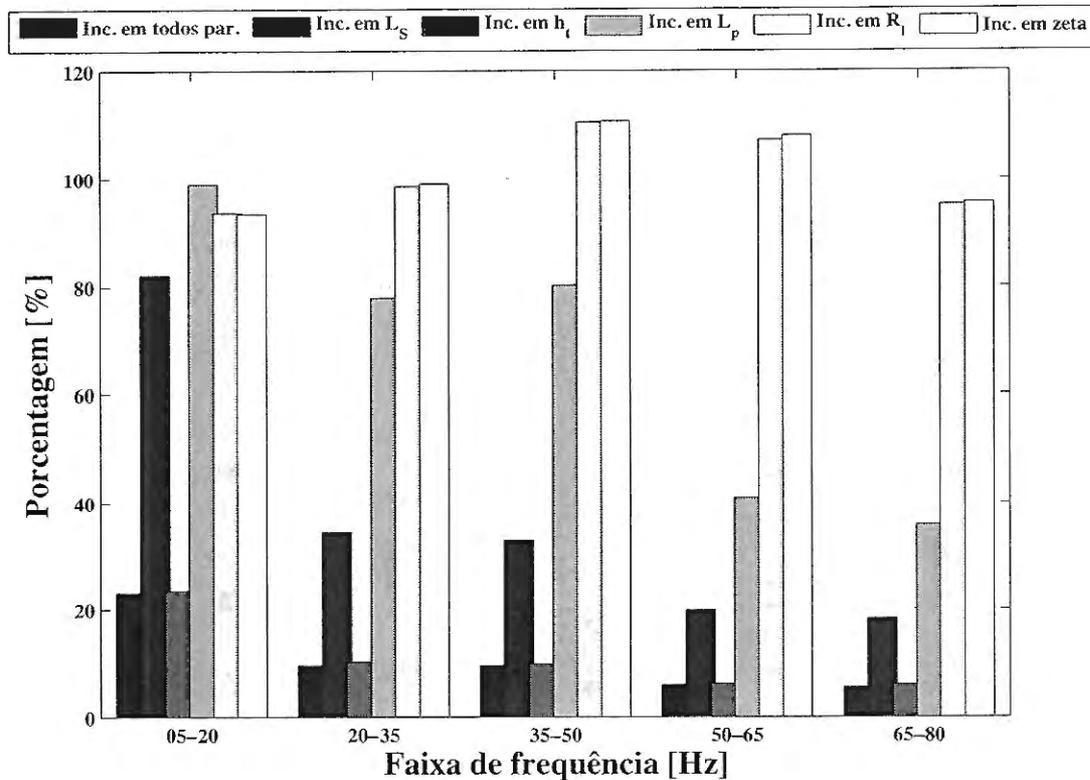


Figura 39: Porcentagem da variação da tensão de pico da MCS FRF com respeito ao pico da FRF ótima.

comparação entre a resposta determinística do modelo médio analítico e das respostas randômicas para o modelo estocástico considerando incertezas em cada parâmetro separadamente. Assim, é possível observar qual parâmetro incerto tem maior influência nas respostas estocásticas do conversor de energia.

6.1.2 Resultados da Otimização Estocástica

O método de otimização estocástica foi aplicado considerando-se como aleatórios os parâmetros que mais influenciaram a potência de saída do conversor na análise de incertezas, ou seja: L_s , h_t e L_p . Os desvios padrões para estes parâmetros são os mesmos mostrados na Tab. (6) e os valores da variação normal padrão correspondente a probabilidade de 95%, $\phi_j(0, 95)$ é 1,645 (RAO, 2009). Os valores tanto de k_1 quanto k_2 usado nas simulações é 0,5 representando 50% de importância de $\bar{\Psi}$ e σ_Ψ para minimização. A técnica de otimização estocástica foi aplicada no mesmo conversor

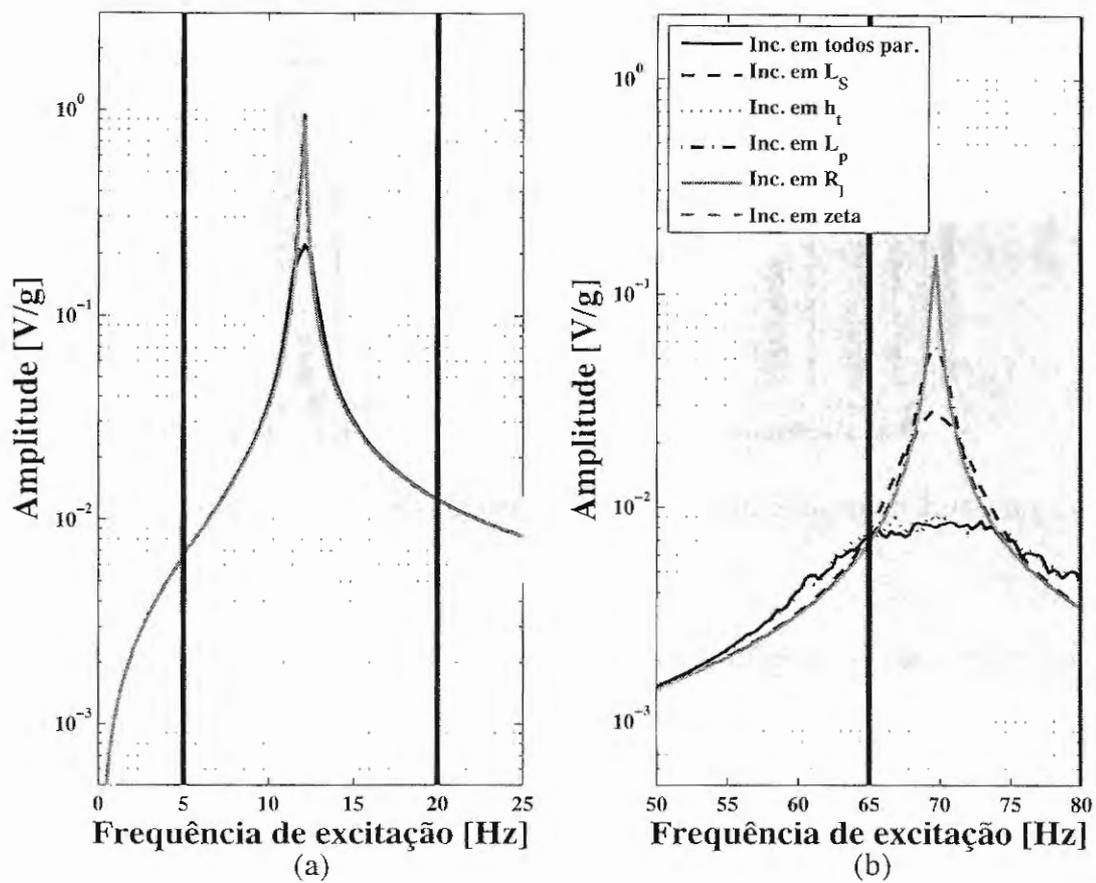


Figura 40: Região de confiança (envelope) considerando cada parâmetro separadamente: faixa de frequência de (a) 05-20 Hz e (b) 65-80 Hz.

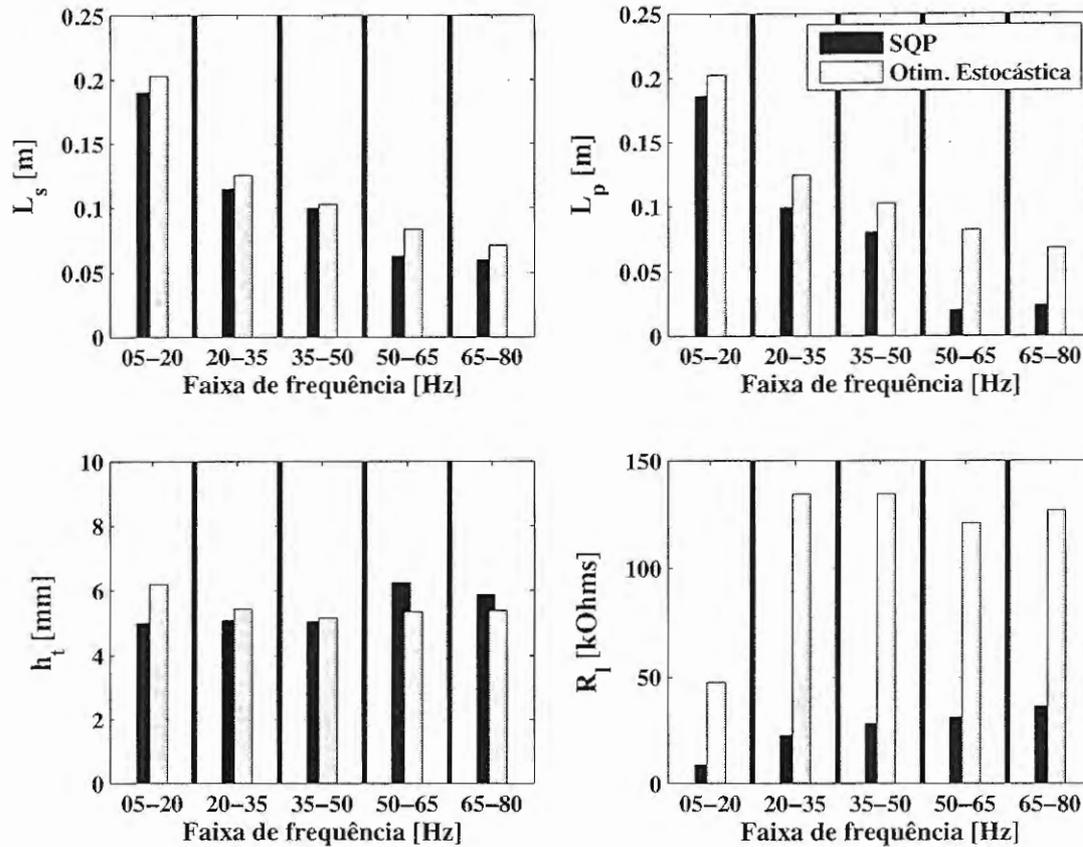


Figura 41: Comparação dos resultados no método SQP e de otimização estocástica

de energia utilizado anteriormente, e para efeito de comparação, a Fig.(41) apresenta os resultados do processo de otimização obtidos através da técnica SQP e da técnica de otimização estocástica. Essa figura releva a diferença entre os parâmetros obtidos para cada método e cada faixa de frequência. Entretanto, deve-se reafirmar que os valores dos parâmetros encontrados confirmam as restrições impostas pelo problema de otimização, incluindo a frequência natural resultante para o conversor estar contida na faixa de frequência desejada (faixa de projeto). Adicionalmente, a Fig. (42a) mostra os picos das FRFs de tensão geradas utilizando os parâmetros ótimos obtidos e a Fig. (42b) apresenta a comparação entre a potência elétrica de saída (normalizadas pelo maior valor) obtidas com os parâmetros para ambos os métodos de otimização.

Através de uma inspeção das curvas das FRFs, confirma-se que todas as frequências naturais estão dentro da faixa desejada e ainda é possível verificar que as tensões

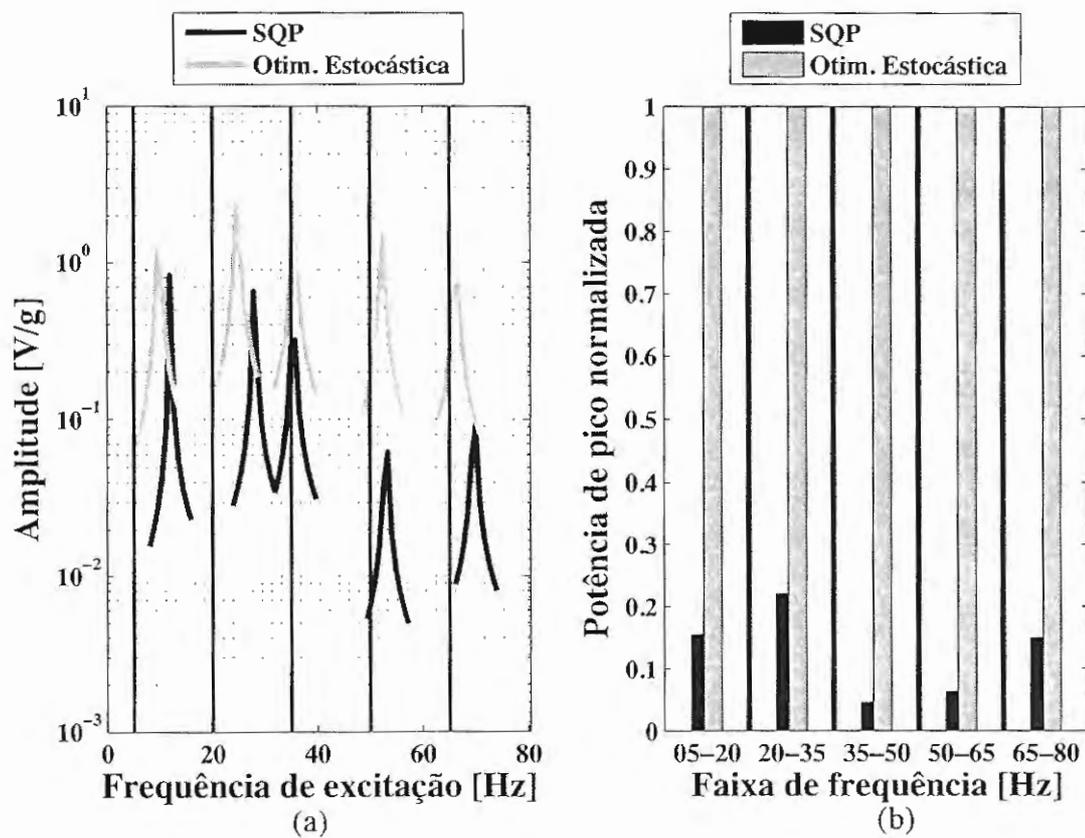


Figura 42: (a) Picos das FRFs de tensão e (b) potência de pico normalizada resultante para cada método de otimização

de pico para o problema de otimização estocástica são maiores do que os correspondentes valores para o método de otimização não linear determinístico (SQP) para a conexão em série das camadas piezelétricas. Pode-se notar, na Fig. (42b), que as potências elétricas de pico obtidas através do método de otimização estocástica foram maiores do que os correspondentes valores obtidos pelo método determinístico para todas as faixas de frequência consideradas. Assim, os resultados mostraram que a inclusão dos parâmetros incertos no processo de otimização é de extrema importância, uma vez que a eficiência do sistema de conversão de energia resultante aumentou em termos de potência elétrica de saída quando comparado com técnicas de otimização determinísticas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO

Três diferentes técnicas de otimização foram comparadas com o intuito de obter a máxima potência elétrica de saída de um conversor piezelétrico de energia composto por uma viga *cantilever bimorph* parcialmente recoberta por camadas piezelétricas. A partir da otimização de multiparâmetros do sistema, parâmetros de projeto do conversor foram otimizados para obter a máxima eficiência em termos de conversão de energia a partir das vibrações ambientais. A frequência natural do conversor foi designada estar em uma faixa de frequência de projeto prescrita, ou seja, uma faixa na qual os principais componentes de frequência ambiental estão contidas. Este procedimento foi realizado para cinco diferentes faixas de frequência de projeto e para a conexão em série e paralelo das camadas piezelétricas da viga *bimorph*. Todos os três métodos de otimização apresentados foram capazes de resolver o problema de otimização proposto e, para o problema apresentado, o método MES apresentou melhores resultados quando comparados com o método SQP e GA. As frequências naturais resultantes, obtidas através da utilização dos parâmetros ótimos, atenderam a restrição proposta pelo problema de otimização, ou seja, para todos os métodos, configuraram-se dentro da faixa de frequência de projeto. Através de uma comparação entre os valores ótimos para cada método de otimização, é possível concluir que o comprimento do camada piezelétrica nem sempre necessita ser igual ao comprimento da subestrutura para se obter a condição de máxima potência de saída do conversor. Este fato implica menores custos atribuídos ao desenvolvimento/construção do conversor.

Dois pontos importantes podem ser citados quando os métodos são comparados.

O primeiro ponto é que os métodos SQP e GA podem encontrar valores ótimos para a resistência de carga que somente podem ser obtidos através do uso de potenciômetros, nos quais a resistência de carga pode ser selecionada de acordo que os valores obtidos pelo método de otimização. Caso resistores comerciais forem utilizados, é necessário mencionar que os valores ótimos podem não estar disponíveis comercialmente. Assim, o resistor de carga comercial correspondente é aquele cujo valor é mais próximo possível do valor obtido pelo método. Com isso, a potência elétrica de saída do conversor pode diminuir quando este resistor de carga é utilizado, o que causa uma perda de desempenho por parte do conversor. O segundo ponto é que a influência dos parâmetros no comportamento eletromecânico não pode ser estudada nos métodos SQP e GA, nos quais somente vetores de projeto são obtidos como resultado do processo de otimização.

Os resultados mostraram que os métodos clássicos de otimização SQP e MES obtiveram melhores resultados quando comparados com o moderno método dos GAs. Este fato pode ser explicado pelas características do sistema de conversão de energia que contém uma carga resistiva pura, no qual o desempenho é perdido quando os principais componentes de frequência da excitação (do ambiente) não correspondem exatamente a frequência natural do conversor, até mesmo se estiverem espalhados dentro da faixa de frequência de projeto. Apesar de todos os métodos apresentados atenderem ao problema de otimização proposto, a discrepância obtida nas frequências naturais resultou em conversores com diferentes potências elétricas de saída

O presente trabalho também ressaltou o fato de que a variabilidade nos parâmetros durante produção, degradação do material após longo uso juntamente com ruídos as medidas e considerações na modelagem são fontes de incertezas e podem alterar o comportamento dinâmico de um sistemas de conversão de energia. Assim, uma análise e modelagem estocástica utilizando Simulação de Monte Carlo foi realizada para avaliar os efeitos de incertezas paramétricas em um conversor de energia otimizado.

Os números aleatórios/randômicos seguiram uma Função Densidade de Probabilidade Gaussiana. Apesar do alto esforço computacional atribuído às soluções por MCS, os resultados apresentaram um bom entendimento da influência das incertezas paramétricas em um sistema linear de conversão de energia. Os resultados mostraram a influência das faixas de frequência na resposta eletromecânica sob incertezas paramétricas. Foi observado que os efeitos das incertezas são maiores para as mais altas frequências e que existem alguns parâmetros incertos que tem maior influência na preditividade do modelo eletromecânico. Se estes parâmetros incertos puderem ser controlados durante o processo de produção, a preditividade torna-se melhor. Quando incertezas em todos os parâmetros foram consideradas, notou-se a propagação das incertezas nas respostas eletromecânicas. A realização da análise probabilística paramétrica foi útil para estimar a robustez com respeito a incertezas nos dados de projeto, ou incertezas paramétricas.

Depois de se obter os parâmetros que apresentam uma maior influência na preditabilidade do modelo eletromecânico, um método de otimização estocástica foi implementado para se obter a configuração ótima para o sistema de conversão de energia, mediante o fato de uma variabilidade nos parâmetros do projeto do conversor. O método considerou os efeitos das incertezas no procedimento de otimização e os resultados mostraram que a inclusão dos parâmetros incertos no procedimento de otimização é importante, uma vez que a eficiência do conversor resultante aumentou em termos de potência elétrica de saída quando comparado com uma técnica determinística considerada com uma das melhores já desenvolvidas (RAO, 2004).

7.1 Trabalhos Futuros

Com a finalidade de considerar um conversor de energia mais geral e um método que envolva uma maior quantidade de parâmetros do sistema no procedimento de otimização, trabalhos futuros serão realizados com a finalidade de adicionar mais

parâmetros ao procedimento de otimização e para considerar uma modelagem estruturais mais geral envolvendo qualquer tipo de sistema de conversão, e não somente vigas *cantilever bimorph*. Além disso, outras técnicas de otimização, como por exemplo o método de otimização topológica, também serão utilizadas. Assim, uma estratégia de otimização completa envolvendo um conjunto de parâmetros que configuram da melhor maneira um dispositivo de conversão de energia pode ser obtido.

Além disso, como uma extensão da aplicação das técnicas de otimização e incertezas, conversores de energia não lineares serão estudados. Nestes dispositivos, serão consideradas não linearidades tanto do material que compõe o conversor de energia quanto na configuração (construção) do próprio sistema, como por exemplo, através da inclusão de forças magnéticas agindo no sistema. Uma vez definida a configuração do conversor, as técnicas de otimização, bem como a análise de incertezas, serão aplicadas com a finalidade de obter a configuração que converta, da maneira mais eficaz, energia proveniente de vibrações mecânicas.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALI, S.F.; FRISWELL, M.I.; ADHIKARI, S. Piezoelectric energy harvesting with parametric uncertainty, **Smart Materials and Structures**, v. 19, 9p, 2010.
- ANTON, S.R.; SODANO, H.A. A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003-2006), **Smart Materials and Structures**, v. 16, p.1-21, 2007.
- BARTSCH, U.; TRAUTMANN, A.; RUTHER, P.; GASPAR, J.; PAUL, O. Electrostatic Transducers for Micro Energy Harvesting Based on SOI Technology, In: THE 14TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON SOLID-STATE SENSORS, ACTUATORS AND MICROSYSTEMS, Lyon, France, 2007.
- BEEBY, S.P.; TORAH, R.N.; TUDOR, M.J.; GLYNNE-JONES, P.; O'DONNELL, T.; SAHA, C.R.; ROY, S. A micro electromagnetic generator for vibration energy harvesting, **Journal Of Micromechanics And Microengineering**, v. 17, p. 1257-1265, 2007.
- BEEBY, S.P.; TUDOR, M. J.; WHITE, N. M. Energy harvesting vibration sources for microsystems applications, **Measurement Science And Technology**, v. 17, p. R175-R195, 2006.
- BOURISLI, R. I.; AL-AJMI, M. A. Optimization of Smart Beams for Maximum Modal Electromechanical Coupling Using Genetic Algorithms, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 21, p. 907-914, 2010.
- BRUFAU-PENELLA, J.; PUIG-VIDAL, M. Piezoelectric Energy Harvesting Improvement with Complex Conjugate Impedance Matching, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 20, p.597-608, 2009.

- CHEN, C; DUHAMEL, D.; SOIZE, C. Probabilistic approach for model and data uncertainties and its experimental identification in structural dynamics: case of composite sandwich panels, **Journal of Sound and Vibration**, v. 294, p. 64-81, 2006.
- CAPIEZ-LERNOUT, E.; PELLISSETTI, M.; PRADLWARTER, H.; SCHUELLER, H.I.; SOIZE, C. Data and model uncertainties in complex aerospace engineering systems, **Journal of Sound and Vibration**, v. 295, p. 923-938, 2006.
- CHOI, W.J.; JEON, Y.; JEONG, J.-H.; SOOD, R.; KIM, S.G. Energy harvesting MEMS device based on thin film piezoelectric cantilevers, **Journal of Electroceramics**, v. 17, p. 543-548, 2006.
- COTTONE, F.; VOCCA, H.; GAMMAITONI, L. Nonlinear Energy Harvesting, **Physical Review Letters**, v. 102, 2009.
- DAQAQ, M.F.; STABLER, C.; QAROUSH, Y.; SEUACIUC-OSÓRIO, T. Investigation of Power Harvesting via Parametric Excitations, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 20, p. 545-557, 2009.
- DE GERSEN, H.; MOENS, D.; DESMET, W.; VANDEPITTE, D. A fuzzy finite element procedure for the calculation of uncertain frequency response functions of damped structures: Part 2- Numerical case studies, **Journal of Sound and Vibration** v. 288, p. 463-486, 2005.
- DIETL, J. M.; GARCIA, E. Beam Shape Optimization for Power Harvesting, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 21, p. 633-646, 2010.
- DONDERS, S.; VANDEPITTE, D.; VAN DE PEER, J.; DESMET, W. Assessment of uncertainty on structural dynamic responses with the short transformation method, **Journal of Sound and Vibration**, v 288, n. 6, p. 523-549, 2005.
- DUCHEREAU, J.; SOIZE, C. Transient dynamics in structures with non-homogeneous uncertainties induced by complex joints, **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 20, p. 854-857, 2006.

- DUTOIT, N.E.; WARDLE, B.-L.; KIM, S.G. Design Considerations for MEMS-Scale Piezoelectric Mechanical Vibration Energy Harvesters, **Integrated Ferroelectrics**, v. 71, p.121-160, 2005.
- ERTURK, A.; INMAN, D.J. An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, **Smart Materials and Structures**, v. 18, 18p, 2009b.
- ERTURK, A.; INMAN, D.J. On Mechanical Modeling of Cantilevered Piezoelectric Vibration Energy Harvesters, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 19, p.1311-1325, 2008.
- ERTURK, A.; INMAN, D.J. An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations, **Smart Materials and Structures**, v. 18, 18p., 2009.
- ERTURK, A.; HOFFMANN, J.; INMAN, D.J. A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting, **Applied Physics Letters**, v. 94, 2009.
- ERTURK, A.; HOFFMANN, J.; INMAN, D.J. A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting, **Applied Physics Letters**, v. 94, 2009a.
- ERTURK, A.; RENNO, J.M.; INMAN, D.J. Modeling of Piezoelectric Energy Harvesting from an L-shaped Beam-mass Structure with an Application to UAVs, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 20, p. 529-544, 2009.
- FONSECA, J.R.; FRISWELL, M.I.; MOTTERSHEAD, J.E.; LEES, A.W. Uncertainty identification by the maximum likelihood method, *Journal of Sound and Vibration*, v. 288, p. 587-599, 2005.
- GALAYKO, D.; PIZARRO, R.; BASSET, P.; PARACHA, A.M.; AMENDOLA, G. AMS modeling of controlled switch for design optimization of capacitive vibration energy harvester, In: **BEHAVIORAL MODELING AND SIMULATION WORKSHOP - BMAS**, San Jose, CA, IEEE International, p. 115 - 120, 2007.

- GAO, W. Natural frequency and mode shape analysis with uncertainty, **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 21, p. 24-39, 2007.
- GUAN, M.J.; LIAO, W.H. On the efficiencies of piezoelectric energy harvesting circuits towards storage device voltages, **Smart Materials and Structures**, v. 16, p. 498-505, 2007.
- GUAN, M.J.; LIAO, W.H. Characteristics of Energy Storage Devices in Piezoelectric Energy Harvesting Systems, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 19, p.671-680, 2008.
- GUILAR, N.J.; KLEEBURG, T.J.; CHEN, A.; YANKELEVICH, D.R.; AMIRTHARAJAH, R. Integrated Solar Energy Harvesting and Storage, **IEEE Transactions On Very Large Scale Integration (Vlsi) Systems**, v. 17, n. 5, p.627-637, 2009.
- GUIZZETTI, M.; FERRARI, V.; MARIOLI, D.; ZAWADA, T. Thickness Optimization of a Piezoelectric Converter for Energy Harvesting, In: PROCEEDINGS OF THE COMSOL CONFERENCE, Milan, Italy, 5p., 2009.
- GUO, J.; DU, X. Sensitivity analysis with mixture of epistemic and aleatory uncertainties, **AIAA Journal**, v. 45, n. 9, p. 2377-2349, 2007.
- GUYOMAR, D.; BADEL, A.; LEFEUVRE, E.; RICHARD, C. Toward Energy Harvesting Using Active Materials and Conversion Improvement by Nonlinear Processing, **IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control**, v. 52, n.4, p. 584-595, 2005.
- GUYOMAR, D.; SEBALD, G.; PRUVOST, S.; LALLART, M.; KHODAYARI, A.; RICHARD, C. Energy Harvesting from Ambient Vibrations and Heat, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 20, p.609-624, 2009.
- KARAMI, M.A.; INMAN, D.J. Analytical Modeling and Experimental Verification of the Vibrations of the Zigzag Microstructure for Energy Harvesting, **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 133, 10p., 2011.

- KIM, J.E.; KIM, Y.Y. Analysis of Piezoelectric Energy Harvesters of a Moderate Aspect Ratio With a Distributed Tip Mass, **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 133, n. 4, 16p., 2011.
- KIM, M.; HOEGEN, M.; DUGUNDJI, J.; WARDLE, B. L. Modeling and experimental verification of proof mass effects on vibration energy harvester performance, **Smart Materials and Structures**, v. 19, 21p., 2010.
- LALLART, M.; INMAN, D.J.; GUYOMAR, D. Transient Performance of Energy Harvesting Strategies under Constant Force Magnitude Excitation, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 21, p. 1279-1291, 2010a.
- LALLART, M.; GUYOMAR, D.; RICHARD, C.; PETIT, L. Nonlinear optimization of acoustic energy harvesting using piezoelectric devices, **Journal of Acoustical Society of America**, v. 128, n. 5, p. 2739-2748, 2010b.
- LEFEUVRE, E.; BADEL, A.; BENAYAD, A.; LEBRUN, L.; RICHARD, C.; GUYOMAR, D. A comparison between several approaches of piezoelectric energy harvesting, **Journal De Physique IV**, v. 128, p. 177-186, 2005b.
- LEFEUVRE, E.; BADEL, A.; RICHARD, C.; GUYOMAR, D. Piezoelectric Energy Harvesting Device Optimization by Synchronous Electric Charge Extraction, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 16, p. 865-876, 2005a.
- LEFEUVRE, E.; BADEL, A.; RICHARD, C.; GUYOMAR, D. Energy harvesting using piezoelectric materials: Case of random vibrations, **Journal of Electroceramics**, v. 19, p. 349-355, 2007.
- LEFEUVRE, E.; LALLART, M.; RICHARD, C.; GUYOMAR, D. Piezoelectric material-based energy harvesting devices: advances of SSH optimization techniques (1999-2009), **Piezoelectric Ceramics**, InTech, Ernesto Suaste-Gomez, Sciyo, p.165-184, 2010.
- LEFEUVRE, E.; SEBALD, G.; GUYOMAR, D.; LALLART, M.; RICHARD, C. Materials, structures and power interfaces for efficient piezoelectric energy har-

- vesting, **Journal of Electroceramics**, v. 22, p. 171-179, 2009.
- LI, Y.; LI, W.; GUO, T.; YAN, Z.; FU, X.; HU, X. Study on structure optimization of a piezoelectric cantilever with a proof mass for vibration-powered energy harvesting system, **Journal of Vacuum Science and Technology B**, v. 27, n. 3, p. 1288-1290, 2009.
- LIAO, Y.; SODANO, H.A. Structural Effects and Energy Conversion Efficiency of Power Harvesting, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 20, p. 505-514, 2009.
- LIU, W.Q.; FENG, Z.H.; HE, J.; LIU, R.B. Maximum mechanical energy harvesting strategy for a piezoelement, **Smart Materials And Structures**, v. 16, p. 2130-2136, 2007.
- MACE, B.R.; WORDEN, K.; MANSON. G. Uncertainty in structural dynamics, **Journal of Sound and Vibration**, v. 288, p. 423-429, 2005.
- MANN, B.P. AND SIMS, N.D. Energy harvesting from the nonlinear oscillations of magnetic levitation, **Journal of Sound and Vibration**, v. 319, p. 515-530, 2009.
- MARBOUTIN, C.; SUZUKI, Y.; KASAGI, N. Optimal design of vibration-driven micro electrets generator for energy harvesting, In: 7TH INTERNATIONAL WORKSHOP ON MICRO AND NANOTECHNOLOGY FOR POWER GENERATION AND ENERGY CONVERSION APPLICATIONS - PowerMEMS, Freiburg, Germany, 4p., 2007.
- MATEU, L.; MOLL, F. Optimum Piezoelectric Bending Beam Structures for Energy Harvesting using Shoe Inserts, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 16, p. 835-845, 2005.
- MOSSI, K.; OUNAIES, Z.; OAKLEY, S. Optimizing Energy Harvesting of a Composite Unimorph Pre-Stressed Bender, In: XVI TECHNICAL CONFERENCE OF THE AMERICAN SOCIETY FOR COMPOSITES, Blacksburg - Virginia, USA, 2001.

- NAKANO, K.; ELLIOTT, S.J.; RUSTIGHI, E. A unified approach to optimal conditions of power harvesting using electromagnetic and piezoelectric transducers, **Smart Materials And Structures**, v. 16, p. 948-958, 2007.
- NAKASONE, P.H. ; SILVA, E.C.N. Dynamic Design of Piezoelectric Laminated Sensors and Actuators using Topology Optimization, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 21, p. 1627-1652, 2010.
- NUNES, R.F.; KLIMKEB, A.; ARRUDA, J.R.F. On estimating frequency response function envelopes using the spectral element method and fuzzy sets. **Journal of Sound and Vibration**, v. 291, p. 986-1003, 2006.
- SODANO, H.A.; INMAN, D.J. A Review of Power Harvesting from Vibration using Piezoelectric Materials, **The Shock and Vibration Digest**, v. 36, n. 3, p. 197-205, 2004.
- OTTMAN, G.K.; HOFMANN, H.F.; BHATT, A.C.; LESIEUTRE, G.A. Adaptive Piezoelectric Energy Harvesting Circuit for Wireless Remote Power Supply, **IEEE Transactions On Power Electronics**, v. 17, n. 5, p. 669-676, 2002.
- PAQUIN, S.; ST-AMANT, Y. Improving the performance of a piezoelectric energy harvester using a variable thickness beam, **Smart Materials And Structures**, v. 19, 14p., 2010.
- PEANO, F.; TAMBOSSO, T. Design and Optimization of a MEMS Electret-Based Capacitive Energy Scavenger, **Journal Of Microelectromechanical Systems**, v. 14, n. 3, p. 429-435, 2005.
- RAO, S.S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc, 2009.
- REBELLO, K.J. Applications Of MEMS in Surgery, In; **PROCEEDINGS OF THE IEEE**, v. 92, p. 43-55, 2004.
- RENNO, J. M.; DAQAQ, M. F.; INMAN, D. J. On the optimal energy harvesting from a vibration source, **Journal of Sound and Vibration**, 320, pp. 386-405, 2009.

- ROUNDY, S. On the Effectiveness of Vibration-based Energy Harvesting, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 16, p. 809-823, 2005.
- RUPP, C.J.; DUNN, M.L.; MAUTE, K. Analysis of Piezoelectric Energy Harvesting Systems with Non-linear Circuits Using the Harmonic Balance Method, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 21, p. 1383-1396, 2010.
- RUPP, C.J.; EVGRAFOV, A.; MAUTE, K.; DUNN, M.L. Design of Piezoelectric Energy Harvesting Systems: A Topology Optimization Approach Based on Multilayer Plates and Shells, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 20, p. 1923-1939, 2009.
- SAHA, C.R.; O'DONNELL, T.; LODER, H.; BEEBY, S.; TUDOR, J. Optimization of an Electromagnetic Energy Harvesting Device, **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 42, n. 10, p. 3509-3511, 2006.
- SHU, Y.C. Performance Evaluation of Vibration-Based Piezoelectric Energy Scavengers, **Energy Harvesting Technologies**, S. Priya, D.J. Inman (eds.), p. 79-105, 2009.
- SHU, Y.C.; LIEN, I.C. Analysis of power output for piezoelectric energy harvesting systems, **Smart Materials and Structures**, v. 15, p. 1499-1512, 2006a.
- SHU, Y.C.; LIEN, I.C. Efficiency of energy conversion for a piezoelectric power harvesting system, **Journal of Micromechanics and Microengineering**, v. 16, p. 2429-2438, 2006b.
- SODANO, H. A.; PARK, G.; INMAN, D.J. Estimation of Electric Charge Output for Piezoelectric Energy Harvesting, **Strain**, v. 40, p. 49-58, 2004.
- SODANO, H.A.; INMAN, D.J.; PARK, G. Comparison of Piezoelectric Energy Harvesting Devices for Recharging Batteries, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 16, p. 799-807, 2005a.
- SODANO, H.A.; INMAN, D.J.; PARK, G. Generation and Storage of Electricity from Power Harvesting Devices, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 16, p. 67-75, 2005b.

- SOIZE, C. A comprehensive overview of a non-parametric probabilistic approach of model uncertainties for predictive models in structural dynamics, **Journal of Sound and Vibration**, v. 288, p. 623-652, 2005.
- STANTON, S.C.; MCGEHEE, C.C.; MANN, B.P. Nonlinear dynamics for broadband energy harvesting: Investigation of a bistable piezoelectric inertial generator, **Physica D**, v. 239, p. 640-653, 2010.
- STANTON, S.C.; MCGEHEE, C.C.; MANN, B.P. Reversible hysteresis for broadband magnetopiezoelectric energy Harvesting, **Applied Physics Letters**, v. 95, 3 p., 2009.
- STEPHEN, N.G. On energy harvesting from ambient vibration, **Journal of Sound and Vibration**, v. 293, p. 409-425, 2006.
- TRIPLETT, A.; QUINN, D.D. The Effect of Non-linear Piezoelectric Coupling on Vibration-based Energy Harvesting, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 20, p. 1959-1967, 2009.
- WANG, L.; YUAN, F.G. Vibration energy harvesting by magnetostrictive material, **Smart Materials And Structures**, v. 17, 14p., 2008.
- WICKENHEISER, A. M.; GARCIA, E. Power Optimization of Vibration Energy Harvesters Utilizing Passive and Active Circuits, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 21, p. 1343-1361, 2010.
- WU, X.; KHALIGH, A.; XU, Y. Modeling, Design and Optimization of Hybrid Electromagnetic and Piezoelectric MEMS Energy Scavengers, In: IEEE CUSTOM INTEGRATED CIRCUITS CONFERENCE (CICC), San Jose, CA, p.177-180, 2008.
- YANG, J.; WEN, Y.; LI, P.; DAI, X.; LI, M. Design, Analysis Of Broadband Vibration Energy Harvester Using Magnetoelectric Transducer, In: PROCEEDINGS OF POWER MEMS, Leuven, Belgium, p. 53-56, 2010.
- YOON, H.-S.; WASHINGTON, G.; DANAK, A. Modeling, Optimization, and Design of Efficient Initially Curved Piezoceramic Unimorphs for Energy Harves-

ting Applications, **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 16, p. 877-888, 2005.

ZHEN, Y.; QING, H. A Review of Piezoelectric Vibration Generator for Energy Harvesting, **Applied Mechanics and Materials**, v. 44-47, p. 2945-2949, 2011.