

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

João Henrique Ribeiro Dainezi

Efeitos de formação de bandgaps e de absorvedores não
lineares de vibrações no comportamento aeroelástico de
uma asa flexível



São Carlos

2019



João Henrique Ribeiro Dainezi

Class.
Dir.
Edição
Rev.

Efeitos de formação de bandgaps e de absorvedores não lineares de vibrações no comportamento aeroelástico de uma asa flexível



Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Aeronaves

Orientador: Prof. Dr. Carlos de Marqui Junior

Trata-se de uma versão corrigida

**São Carlos
2019**

Class.	TESE
Cutt.	10.429
Tombo	T253/19
Sysno	2964676

23.09.19

✓
32100213742

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

R484e	Ribeiro-Dainezi, João Henrique Efeitos de formação de bandgaps e de absorvedores não lineares de vibrações no comportamento aeroelástico de uma asa flexível / João Henrique Ribeiro-Dainezi; orientador Carlos De-Marqui-Júnior. São Carlos, 2019. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Aeronáutica -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2019. 1. Aeroelasticidade. 2. Doublet lattice method. 3. Bandgap. 4. Absorvedores dinâmicos de vibração. 5. Dinâmica estrutural. 6. Absorvedores dinâmicos não lineares. I. Título.
-------	---

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **JOÃO HENRIQUE RIBEIRO DAINEZI**.

Título da dissertação: "Efeitos de formação de bandgaps e de absorvedores não lineares de vibrações no comportamento aeroelástico de uma asa flexível".

Data da defesa: 29/07/2019

Comissão Julgadora:

Prof. Associado **Carlos De Marqui Junior**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Prof. Dr. **Thiago de Paula Sales**
(Instituto Tecnológico de Aeronáutica/ITA)

Prof. Dr. **Paulo José Paupitz Gonçalves**
(UNESP/Bauru)

Resultado:

Aprovado

Aprovado

Aprovado

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica:

Prof. Associado **Carlos De Marqui Junior**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

EESC/USP

Serviço de Pós Graduação

Protocolado em 17 / 09 / 2019



AGRADECIMENTOS

Agradecemos pelo financiamento através do processo 2016/20841-8, à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

*“É melhor ser pessimista do que otimista.
O pessimista fica feliz quando acerta e quando erra.”*

Millôr Fernandes

RESUMO

DAINEZI, J. H. R. **Efeitos de formação de bandgaps e de absorvedores não lineares de vibrações no comportamento aeroelástico de uma asa flexível.** 2019. 91p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

Metamateriais pertencem a uma classe de materiais com propriedades que não seriam observadas naturalmente ou que não seriam obtidas a partir de seus materiais constituintes. Metamateriais acústicos são capazes de reorganizar a propagação de ondas elásticas através da formação de faixas de frequências nas quais ocorre significativa atenuação, conhecidas como bandgaps. Os bandgaps são resultantes da dispersão de ondas devido à existência de regiões com variações periódicas de impedância (dispersão do tipo Bragg) ou são gerados por um conjunto de unidades ressonantes. Metamateriais ressonantes são capazes de produzir atenuação em faixas de baixas frequências e têm sido investigados em aplicações de controle de vibrações. Geralmente, unidades ressonantes lineares têm sido investigadas na literatura. No presente trabalho, são investigados os efeitos de conjuntos de unidades ressonantes no comportamento elástico e aeroelástico de uma asa, modelada numericamente como uma placa plana. O comportamento do sistema sob excitação harmônica de base combinada com carregamento aerodinâmico não estacionário é investigado para uma ampla faixa de velocidades do escoamento. Para o caso aeroelástico, o efeito de diversas configurações espaciais das unidades ressonantes, da variação de sua massa, rigidez e amortecimento também é discutido. Adicionalmente, é também discutido o efeito de absorvedores dinâmicos não lineares (nonlinear energy sinks) no comportamento aeroelástico da asa. Os estudos mostram que é possível obter um ganho de estabilidade aeroelástica, tanto com absorvedores lineares, quanto com absorvedores não lineares, sendo estes capazes de prevenir o aparecimento de flutter.

Palavras-chave: Aeroelasticidade, *Doublet lattice method*, Bandgap, Absorvedores dinâmicos de vibração, Dinâmica estrutural, Absorvedores dinâmicos não lineares.

ABSTRACT

DAINEZI, J. H. R. **Effects of bandgap formation and nonlinear vibration absorbers on the aeroelastic behavior of an elastic wing**. 2019. 91p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2019.

Metamaterials belong to a class of materials with properties not found naturally or that could not be obtained from its constituent materials. Acoustic metamaterials are capable of rearranging the elastic wave propagation with the formation of frequency bands in which large amplitude attenuation occurs, known as bandgaps. The bandgaps appear as a result of wave scattering due to regions with periodic impedance variation (Bragg scattering), or as a result of locally resonant units. Resonant metamaterials are able to attenuate wave propagation at low frequencies, being investigated for their potential for mechanical vibration control, usually considering linear locally resonant units. In this work, one investigates the effects of a set of resonant units on the elastic and aeroelastic behavior of a wing, modeled numerically as a flat plate. The system behavior under harmonic base excitation coupled to unsteady aerodynamic loads is investigated for a wide range of airflow speeds. On the aeroelastic study, the values of mass, stiffness and damping of the resonant units are discussed. The effects of nonlinear energy sinks(NES) on the aeroelastic response of the wing are also discussed. It is shown that both linear and nonlinear vibration absorbers can increase the aeroelastic stability, but the NES are able to suppress flutter.

Keywords: Aeroelasticity, Doublet lattice method, Bandgap, Dynamic vibration absorbers, Structural dynamics, Nonlinear energy sink.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Configuração de um absorvedor LLR	27
Figura 2 – Uma possível configuração de distribuição de absorvedores sobre a placa	36
Figura 3 – Geometria de um absorvedor com grau de liberdade de rotação	37
Figura 4 – Geometria básica dos painéis no método DLM	38
Figura 5 – Comparação da FRF da viga limpa	50
Figura 6 – Comparação da FRF da metaestrutura	51
Figura 7 – Comparação da FRF da viga limpa	52
Figura 8 – Comparação da FRF da metaestrutura	52
Figura 9 – Validação do método PK implementado neste trabalho	53
Figura 10 – Teste de convergência de malha aerodinâmica	54
Figura 11 – Teste de convergência de malha estrutural	54
Figura 12 – Teste de convergência de número de modos	55
Figura 13 – Modos de vibrar da placa (1 ao 6)	56
Figura 14 – Modos de vibrar do metamaterial (1 ao 4)	57
Figura 15 – Modos de vibrar do metamaterial (5 ao 10)	58
Figura 16 – Modos de vibrar do metamaterial (11 ao 14)	59
Figura 17 – Verificação da aproximação de absorvedores uniformemente distribuídos	60
Figura 18 – Verificação da aproximação de absorvedores uniformemente distribuídos em modelo com amortecimento	61
Figura 19 – Verificação da viabilidade de metamaterial não linear	62
Figura 20 – Estudo paramétrico da massa do NES	63
Figura 21 – Estudo paramétrico do amortecimento do NES	63
Figura 22 – Estudo paramétrico da rigidez do NES	64
Figura 23 – Comparação da velocidade de flutter para diferentes frequências alvo e massa do metamaterial	65
Figura 24 – Comparação da frequência de flutter para diferentes frequências alvo e massa do metamaterial	65
Figura 25 – Mapa de calor da FRF em diferentes velocidades de escoamento - Placa	67
Figura 26 – Mapa de calor da FRF em diferentes velocidades de escoamento - 1 conjunto rígido	67
Figura 27 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 2 Hz	68
Figura 28 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 3 Hz	68
Figura 29 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 4 Hz	69
Figura 30 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 5 Hz	69
Figura 31 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 6 Hz	70
Figura 32 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 7 Hz	70

Figura 33 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 8 Hz	71
Figura 34 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 9 Hz	71
Figura 35 – Mapa de calor da FRF em diferentes velocidades de escoamento - 2 conjuntos rígidos	72
Figura 36 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgaps em 2 Hz	73
Figura 37 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 3 Hz	73
Figura 38 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 4 Hz	74
Figura 39 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 5 Hz	74
Figura 40 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 6 Hz	75
Figura 41 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 7 Hz	75
Figura 42 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 8 Hz	76
Figura 43 – Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 9 Hz	76
Figura 44 – Placa com adição de massa - resposta no tempo em V1	77
Figura 45 – Placa com adição de massa - wavelet em V1	78
Figura 46 – Placa e NES - resposta no tempo em V1	78
Figura 47 – Placa com NES - wavelet em V1	79
Figura 48 – NES - wavelet em V1	79
Figura 49 – Placa - resposta no tempo em V2	80
Figura 50 – Placa - wavelet em V2	80
Figura 51 – Placa e NES - resposta no tempo em V2	81
Figura 52 – Placa com NES - wavelet em V2	81
Figura 53 – NES - wavelet em V2	82
Figura 54 – Placa e NES - resposta no tempo em V3	82
Figura 55 – Placa com NES - wavelet em V3	83
Figura 56 – NES - wavelet em V3	83
Figura 57 – Amplitudes RMS obtidas pelo método do balanceamento harmônico . .	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela dos parâmetros para obtenção das frequências naturais	35
Tabela 2 – Velocidade e frequência de flutter do metamaterial com absorvedores de 2 GDL e 1 bandgap	66
Tabela 3 – Velocidade e frequência de flutter do metamaterial com absorvedores de 2 GDL e 2 bandgap	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AIC	Matriz de Coeficientes de Influência Aerodinâmica
BG	Bandgap
DLM	<i>Doublet Lattice Method</i>
EESC	Escola de Engenharia de São Carlos
FRF	Função de Resposta em Frequência
GAF	Matriz de Forças Aerodinâmicas Generalizada
GDL	Grau de Liberdade
LCO	Oscilações do Ciclo Limite
LLR	Ressonância Lateral Local
MEF	Método dos Elementos Finitos
NES	<i>Nonlinear Energy Sink</i>
PRC	Captura de Ressonância Permanente
RMS	Raiz da Média Quadrada
TET	<i>Targeted Energy Transfer</i>
TRC	Captura de Ressonância Transiente
USP	Universidade de São Paulo



LISTA DE SÍMBOLOS

a_p	Comprimento da placa na direção x
a_i	Distância entre os ímãs
A	Área da face circular do ímã
$\mathbf{A}_0, \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$	Matrizes obtidas pelo método de Roger para aproximar a resposta aerodinâmica no tempo
α	Ângulo de incidência do painel
b_p	Comprimento da placa na direção y
b	Comprimento de referência igual a metade da corda média aerodinâmica
b_{hh}	Matriz de forças generalizada
$\mathbf{B}_0, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$	Matrizes do DLM que dependem apenas da geometria do modelo
Br	Densidade de fluxo magnético
\mathbf{C}	Matriz de amortecimento
\mathbf{C}_{hh}	Matriz de amortecimento generalizada
C_p	Coefficiente de pressão do painel
\mathbf{D}	Matriz obtida pelo método de Roger
Δp	Diferença de pressão no painel
$\Delta \xi$	Corda média do painel
δ	Delta de Dirac
$\mathbf{D1}_{SS}$	Matriz de interpolação entre translações nos nós estruturais e rotações nos pontos de colocação da malha aerodinâmica
$\mathbf{D2}_{SS}$	Matriz de interpolação entre translações nos nós estruturais e translações nos pontos de colocação da malha aerodinâmica
E	Módulo de Young
\mathbf{E}	Matriz obtida pelo método de Roger
f_{ex}	Força externa

f	Frequência em Hz
F_{NL}	Força de restituição não-linear
g	Parte real do autovalor no método PK
G_{SS}	Matriz de interpolação $D2_{SS}$ multiplicada pela área dos painéis
h	Espessura da placa
i	Unidade imaginária
I	Matriz identidade
k	Frequência reduzida
K	Matriz de rigidez
K_1, K_2, K_3	Índices do polinômio de grau 3
K_{hh}	Matriz de rigidez generalizada
L_g	Comprimento da rajada
m	Massa por unidade de área da placa
M	Matriz de massa
M_{hh}	Matriz de massa generalizada
μ	Razão de massa dos absorvedores em relação à placa
μ_0	Permissividade magnética
ν	Coefficiente de Poisson
ω	Frequência em rad/s
ω_i	Frequência natural do modo i
ω_t	Frequência natural dos ressonadores
ω_c	Frequência central do bandgap
p	Autovalor
Φ	Matriz dos modos estruturais
π	Número pi
q	Autovetor

q_{∞}	Pressão dinâmica do escoamento livre
r	Resíduo
r_i	Raio da face do ímã
R	Matriz obtida pelo método de Roger
ρ	Densidade da placa por unidade de área
ρ_f	Densidade do fluído
σ_g	Valor RMS da velocidade de rajada
S	Matriz diagonal contendo a área dos painéis
t	Variável tempo
t_i	Espessura do ímã
U	Velocidade do escoamento livre
U_g	Velocidade de pico da rajada
\bar{w}	Velocidade de Downwash
w	Deslocamento relativo da placa
w_{aero}	Estados aerodinâmicos da placa
w_b	Deslocamento da base
\bar{w}_b	Amplitude do deslocamento da base
w_g	Intensidade da rajada

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO E REVISÃO DA LITERATURA	25
2	MODELOS NUMÉRICOS	31
2.1	Caso linear	31
2.1.1	Modelo estrutural	31
2.1.2	Aerodinâmica não estacionária	38
2.1.3	Métodos de resolução	39
2.1.3.1	Interpolação entre malhas estrutural e aerodinâmica	39
2.1.3.2	Método de previsão de flutter	40
2.1.3.3	Método de resolução no tempo	41
2.1.3.4	Método de resolução com rajada	43
2.2	Caso não linear	44
2.2.1	Método do balanceamento harmônico	44
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	49
3.1	Simulações preliminares	49
3.1.1	Validação dos modelos estrutural e aerodinâmico	49
3.1.2	Teste de convergência do modelo da asa	53
3.1.3	Modos de vibrar	55
3.1.4	Validação da aproximação de absorvedores uniformemente distribuídos	60
3.1.5	Investigação da viabilidade de um metamaterial não linear	61
3.1.6	Escolha dos parâmetros do NES	62
3.2	Efeito da formação de bandgaps no comportamento aeorelástico da asa	64
3.2.1	Metaestrutura com absorvedores de 1 GDL	64
3.2.2	Metaestrutura com absorvedores de 2 GDL	66
3.3	Simulações aeroelásticas não lineares - asa com NES	76
4	CONCLUSÃO	85
	REFERÊNCIAS	87

1 INTRODUÇÃO E REVISÃO DA LITERATURA

Os metamateriais pertencem a uma nova classe de materiais desenvolvidos para exibir propriedades que não ocorrem na natureza ou que não estão presentes em seus componentes individualmente (PENDRY et al., 1999). O prefixo meta- tem origem no idioma grego e significa “além” ou “depois”, destacando o fato de serem manufacturados com objetivo de apresentar alguma propriedade nova ou melhorada em relação aos seus constituintes. São construídos de forma a apresentar estruturas periódicas, permitindo assim a obtenção de propriedades como índice de refração negativo, bandas de atenuação menores de que o comprimento de onda ou módulo de elasticidade efetivo negativo (HUSSEIN; LEAMY; RUZZENE, 2014).

Entre os primeiros metamateriais investigados, destacam-se os metamateriais acústicos, que são capazes de reduzir a propagação de ondas através da formação de uma faixa de frequência na qual há baixa resposta oscilatória, implicando em forte atenuação, sendo esta faixa chamada de bandgap. Os bandgaps podem ser provocados por dispersão de ondas (“*Bragg scattering*”) (KITTEL; HOLCOMB, 1967) ou através de componentes ressonantes, com um dos trabalhos pioneiros publicados por (LIU et al., 2000), que apresentou uma realização conceitual de metamaterial acústico e observou que em certas frequências associadas a ressonâncias locais dos ressonadores, o material apresentava módulo de elasticidade efetivo negativo. Metamaterial com ressonadores distribuídos já havia sido apresentado por (SIGALAS; ECONOMOU, 1992), mas seu trabalho não tinha por objetivo investigar novos mecanismos de formação dos bandgaps. Metamateriais com formação de bandgap por dispersão de ondas continuaram sendo explorados para fins acústicos (HSU; WU, 2007), já que seu mecanismo de geração baseado na interferência destrutiva entre as ondas cisalhantes no material e cristais ressonantes presentes na estrutura apresentam frequências naturais elevadas, da ordem de kHz ou superiores. Já os induzidos por ressonadores podem produzir atenuação em comprimentos de onda muito maiores que o seu arranjo geométrico, o que permite que atenuem frequências mais baixas (LIU et al., 2000), provocando propriedades de massa ou rigidez equivalentes negativas localmente, levando à formação do bandgap. Os metamateriais ressonantes foram inicialmente estudados para controle de propagação sonora e também para fins de controle de vibração mecânica (CASADEI et al., 2009; CASADEI et al., 2010; CASADEI; BERTOLDI, 2014). Metamateriais baseados em unidades ressonantes de origem mecânica continuam sendo explorados na literatura (WANG; SHENG; QIN, 2017) assim como alternativas utilizando materiais piezelétricos (LIAO et al., 2018; SUGINO et al., 2017; SUGINO; ERTURK, 2018).

Algumas configurações de metamateriais acústicos com absorvedores discretos distribuídos em uma estrutura primária foram investigadas, considerando unidades res-

sonantes de um ou mais graus de liberdade, estando eles dispersos pelo material (YAO; ZHOU; HU, 2008; WANG et al., 2004; FANG et al., 2006; HIRSEKORN et al., 2006; HSU; WU, 2007; XIAO; ZENG; CHENG, 2008; CUI et al., 2009; OUDICH et al., 2011; STILL et al., 2011) ou considerando conjuntos de ressonadores de Hemholtz em um guia de ondas acústicas (FANG et al., 2006; CHENG; XU; LIU, 2008). Para alguns casos, o ajuste da frequência objetivo do bandgap era impraticável, devido a limitações geométricas da estrutura, ou impossibilidade de se construir ressonadores que operassem a frequências mais baixas, ou ainda devido ao fato de a estrutura primária não possuir propriedades constantes e bem definidas, o que motivou o estudo de novas técnicas que envolvem o emprego de grandes deformações ou acoplamento eletro-mecânico/ magneto-mecânico (BERTOLDI; BOYCE, 2008; VASSEUR et al., 2011; AIROLDI; RUZZENE, 2011). Estes métodos mais recentes permitem que se ajuste a faixa de frequência de atenuação de forma ativa, mas necessitam de hardware complexo e podem consumir alta energia de atuação.

Em um trabalho recente, (SUGINO et al., 2016) desenvolveram uma modelagem em domínio modal para representar a resposta dinâmica de metamateriais ressonantes, através da solução das equações dinâmicas utilizando modos presumidos. Isto possibilitou uma simplificação nas equações que descrevem o efeito dos absorvedores no sistema, assumindo que estão uniformemente distribuídos, permitindo que seu efeito seja incluído no termo inercial da resposta em frequência. Em outro trabalho recente, (CHANG et al., 2018) apresentam resultados que mostram que as propriedades efetivas dos metamateriais ressonantes não são sempre negativas como se acreditava, mas dependem do mecanismo que leva à formação do bandgap, além de investigar a possibilidade de geração de bandgaps mais largos através da combinação de Bragg scattering e unidades ressonantes, para fins de filtragem de frequências. Novas configurações de ressonadores também vêm sendo testadas, como a proposta por (BELI; ARRUDA; RUZZENE, 2018) em que os absorvedores são interconectados entre si, gerando dois bandgaps e atenuando também modos de torção. Outra configuração proposta é a LLR (*lateral local resonance*) (HUANG; SUN, 2011; HUANG; SUN, 2012) na qual os absorvedores do tipo massa-mola foram substituídos por estruturas treliçadas com três massas e três molas, como mostrado na figura 1. Esta configuração criou dois bandgaps distintos e bem definidos no sistema (WANG et al., 2018).

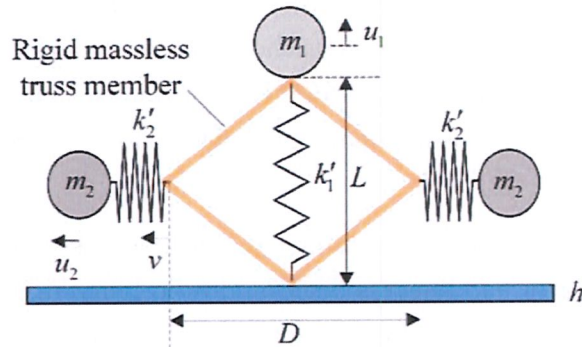


Figura 1: Configuração de um absorvedor LLR

Fonte: (WANG et al., 2018)

Como se pode observar pelos resultados recentes na literatura, novas ferramentas matemáticas e configurações de metamateriais acústicos vêm sendo desenvolvidas para diversos fins. Assim, o presente trabalho visa não apenas investigar o comportamento de metamateriais quanto a vibrações mecânicas, mas também com relação a oscilações de origem aeroelástica. A literatura clássica em aeroelasticidade (THEODORSEN, 1979; BISPLINGHOFF; ASHLEY; HALFMAN, 2013; HODGES; PIERCE, 2011; DOWELL et al., 2004; DOWELL; TANG, 2002; TANG; DOWELL, 2004) apresenta diversos fenômenos aeroelásticos, desde casos de estabilidade até casos de resposta. Dentre os fenômenos aeroelásticos dinâmicos de estabilidade, destaca-se o flutter. No caso linear, estruturas elásticas submetidas a um escoamento apresentam uma velocidade (velocidade de flutter) a partir da qual oscilações autossustentadas de amplitude crescente são observadas. Por outro lado, há também fenômenos aeroelásticos não lineares. Por exemplo, oscilações em ciclo limite (LCO da sigla em inglês), que são induzidas por não linearidades estruturais ou aerodinâmicas, e que podem ter comportamento estável ou instável. O flutter, dentre os fenômenos citados, representa maior risco de catástrofe aos projetos.

Os métodos tradicionais para eliminar o flutter consistem em alterar a distribuição de massa e reforçar a estrutura, aumentando o peso do componente, o que tem um forte impacto negativo na indústria aeronáutica. O método de distribuição de massa (balanceamento) tem por objetivo aproximar o centro de massa e o eixo elástico. O outro método aumenta a rigidez da estrutura através de reforços que também causam aumento de massa.

Na literatura recente, um trabalho pioneiro na verificação da resposta aeroelástica de metamateriais, baseado na habilidade de adaptação de seres vivos ao seu ambiente, serviu de inspiração para o desenvolvimento de outro metamaterial acústico (CASADEI; BERTOLDI, 2014), explorando o comportamento aeroelástico de seções típicas para a regulação automática das características de controle da propagação de ondas. Neste

trabalho, ressonadores foram fixados na parte traseira de uma viga, sendo estes ressonadores compostos por aerofólios presos por vigas de alumínio. Como a resposta dinâmica dos aerofólios depende da velocidade do escoamento, é possível que o bandgap se altere, se ajustando a outra faixa de frequências para cada velocidade considerada, que foi o resultado deste estudo.

No presente trabalho serão inicialmente considerados ressonadores lineares e, posteriormente, absorvedores não lineares distribuídos ao longo de uma asa modelada como uma placa plana. O objetivo é ajustar a frequência dos ressonadores para criar uma região de baixa resposta dinâmica (bandgap ou stop band) em torno de uma frequência objetivo e com o intuito de alterar a resposta aeroelástica da asa. O modelo estrutural da placa é obtido através de elementos finitos ou através de solução aproximada para um modelo de placa com modos presumidos. O modelo aerodinâmico empregado é o DLM (*Doublet Lattice Method*) (ALBANO; RODDEN, 1969). Através da aproximação por funções racionais utilizando o método de Roger (ROGER, 1977) a matriz de influência aerodinâmica é convertida para o domínio do tempo, possibilitando a investigação da resposta no tempo sob rajada e sob outras formas de excitação do sistema, utilizando a formulação por espaço de estados. Os resultados são apresentados através das funções de resposta em frequência do sistema para diferentes valores de velocidade do escoamento, do método PK, e da resposta no tempo. São investigadas algumas possibilidades de distribuição espacial dos ressonadores ao longo da placa para alterar o comportamento aeroelástico da asa, assim como sua massa, rigidez e amortecimento.

Após a investigação do efeito de metamateriais com absorvedores lineares, considerou-se estudar a substituição dos absorvedores lineares por NES (nonlinear energy sink). Em um trabalho recente, (CASALOTTI; EL-BORGI; LACARBONARA, 2018) investigaram o efeito de metamateriais não lineares, baseados em uma viga não linear com uma sequência de NES uniformemente distribuídos ao longo do comprimento, considerando apenas vibração mecânica. Com os parâmetros otimizados, obtiveram maior atenuação do que utilizando ressonadores lineares. Considerando este trabalho anterior, foi investigada a eficiência de um metamaterial não linear. Em um estudo preliminar, concluiu-se que um maior número de NES acoplado à asa, não apenas aumentou o tempo de simulação e a complexidade do sistema, mas também reduziu a capacidade de atenuação, mantendo fixa a quantidade de massa adicionada e o amortecimento. Sendo assim, optou-se por seguir a pesquisa com apenas dois absorvedores não lineares acoplados à ponta da asa e não com uma estrutura periódica.

Dado que as instabilidades aeroelásticas são ocasionadas por um fluxo contínuo de energia introduzido pelo escoamento, a propriedade de *Targeted energy transfer* (TET) dos NES (GENDELMAN et al., 2001; VAKAKIS; GENDELMAN, 2001; MCFARLAND; BERGMAN; VAKAKIS, 2005; PANAGOPOULOS; GENDELMAN; VAKAKIS, 2007;

VAKAKIS et al., 2008; LEE et al., 2008) permite que dissipem energia sem retorno à estrutura base, o que poderia gerar um ganho de estabilidade, o que será objeto de investigação. Em estudos anteriores, autores obtiveram melhorias no comportamento aeroelástico de seção típica aeroelástica (LEE et al., 2007; LEE et al., 2007; LEE et al., 2008; GUO et al., 2018), no comportamento mecânico de uma asa flexível enflechada (HUBBARD et al., 2010) e na supressão de flutter em painéis (PACHECO; MARQUES; FERREIRA, 2018) utilizando NES.

Os primeiros trabalhos envolvendo os efeitos do NES na atenuação passiva da resposta aeroelástica foram conduzidos por Lee e seus colaboradores, identificando analiticamente e numericamente três mecanismos de supressão de instabilidades aeroelásticas. Provaram que um NES de um grau de liberdade acoplado a uma seção típica de dois graus de liberdade e não linearidades estruturais é capaz de suprimir parcialmente ou completamente as instabilidades não lineares (LEE et al., 2007), sendo provado experimentalmente (LEE et al., 2007). Também investigaram o efeito de NES com vários graus de liberdade na mesma seção típica dos estudos anteriores (LEE et al., 2008), exibindo um ganho significativo de estabilidade quando comparado aos resultados de um grau de liberdade, mesmo com menor massa adicionada.

Posteriormente, (HUBBARD et al., 2010) investigaram numericamente e experimentalmente a capacidade de um NES de um grau de liberdade de atenuar de forma passiva modos de vibrar específicos de uma asa flexível enflechada sob cargas de *ground-vibration test*. Este foi o primeiro trabalho envolvendo NES em uma superfície sustentadora flexível, mas ainda não considerou cargas aerodinâmicas não estacionárias.

Considerando os estudos anteriores, este trabalho combina os mesmos modelos estrutural e aerodinâmico utilizados no estudo com metamateriais, para verificar o desempenho em uma estrutura aeroelástica flexível com a presença de NES. Resposta na frequência sob excitação harmônica de base é verificada utilizando o método de balanceamento harmônico. A resposta no tempo também é analisada sob uma rajada no formato 1-cosseno para comparar o desempenho da asa original, da asa com adição de massa equivalente ao NES e da asa com os NES acoplados à sua extremidade (tanto no bordo de ataque e no bordo de fuga) com parâmetros ajustados através de uma análise paramétrica.

No capítulo a seguir, são discutidos em detalhes os modelos matemáticos envolvidos nas simulações. Posteriormente, discutem-se os resultados das simulações da metaestrutura com ressonadores de um grau de liberdade, da metaestrutura com ressonadores de dois graus de liberdade, e da asa com NES. Após estes dois capítulos, os pontos relevantes do trabalho são apresentados na conclusão.



2 MODELOS NUMÉRICOS

O presente capítulo descreve a modelagem do metamaterial ressonante e sua combinação com um modelo aerodinâmico não estacionário, apresentando as principais equações empregadas para a simulação numérica do caso linear. O método de inclusão dos absorvedores mecânicos também é discutido, assim como o método de interpolação entre modelo estrutural e aerodinâmico. Para a simulação, foi desenvolvido um código em Python com as formulações descritas a seguir. O método de resolução de sistemas com absorvedores não lineares exclusivamente cúbicos (*nonlinear energy sinks*) também é apresentada.

2.1 Caso linear

2.1.1 Modelo estrutural

As equações a seguir são a base da dinâmica do metamaterial empregado, governando a resposta da placa combinada com um conjunto de ressonadores lineares. A placa é engastada na raiz, podendo ser excitada a determinada frequência e amplitude. O modelo de placa Love-Kirchhoff (SUGINO et al., 2016) foi assumido e modificado para inclusão de S unidades ressonantes distribuídas espacialmente na mesma:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) - \sum_{j=1}^S m_j \omega_{a,j}^2 u_j(t) \delta(x-x_j, y-y_j) + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f_{ex}(x, y, t) - m \ddot{w}_b(t), \quad (2.1)$$

$$\ddot{u}_j(t) + \omega_{a,j}^2 u_j(t) + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x_j, y_j, t) = -\ddot{w}_b(t), \quad (2.2)$$

$$D = \frac{h^3 E}{12(1 - \nu^2)}, \quad (2.3)$$

onde w representa o deslocamento transversal relativo da placa (em relação ao movimento da base móvel onde é engastada), m_j é a massa de cada absorvedor, $\omega_{a,j}$ é a frequência natural de cada absorvedor, x_j é a posição x , y_j é a posição y e u_j é o deslocamento relativo (em relação ao deslocamento da placa) de cada absorvedor j , S é o número de absorvedores distribuídos ao longo da placa, δ é a função delta de Dirac, m é a massa por unidade de área da placa, f_{ex} é uma força externa distribuída, que em um dos casos discutidos no presente trabalho pode ser o carregamento aerodinâmico, h é a espessura da placa, E é o módulo de Young, ν é o coeficiente de Poisson e D é a rigidez flexional do material da placa.

As equações anteriores podem ser resolvidas utilizando modos presumidos e o valor da amplitude do deslocamento dos ressonadores pode ser isolado nas equações dos mesmos e substituído na equação da placa (SUGINO et al., 2016). A solução por modos presumidos considera que os modos são normalizados de forma que

$$\int_0^{a_p} \int_0^{b_p} \phi_i(x, y) \phi_j(x, y) dy dx = a_p b_p \delta_{ij}, \quad (2.4)$$

e que

$$w(x, y, t) = \sum_{k=1}^N \phi_k(x, y) \eta_k(t), \quad (2.5)$$

sendo ϕ_i a forma modal do modo i (sua obtenção é descrita na próxima seção), η_k são funções apenas do tempo para cada modo k , tornando-se as incógnitas do problema da placa. Assumindo movimento harmônico da base engastada, a amplitude associada ao movimento dos absorvedores é dada por

$$\bar{u}_j = \frac{\omega^2}{\omega_{a,j}^2 - \omega^2} \sum_{i=1}^N \phi_i(x_j, y_j) \bar{\eta}_i + \frac{\omega^2}{\omega_{a,j}^2 - \omega^2} \bar{w}_b \quad (2.6)$$

sendo N o número de modos considerados, ω é a frequência da base e as barras superiores indicando que a variável corresponde à amplitude. Utilizando as considerações anteriores, substituindo na equação 2.1, realizando as devidas operações algébricas e considerando condições de ortogonalidade, obtém-se:

$$(\omega_k^2 - \omega^2) \bar{\eta}_k - \omega^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^S \frac{m_j \omega_{a,j}^2}{\omega_{a,j}^2 - \omega^2} \phi_i(x_j, y_j) \phi_k(x_j, y_j) \bar{\eta}_i = \bar{Q}_k \quad (2.7)$$

e

$$\bar{Q}_k = \frac{1}{m a_p b_p} \int_0^{b_p} \int_0^{a_p} \bar{f}_{ex}(x, y) \phi_k(x, y) dx dy + \bar{w}_b \omega^2 \left(\frac{1}{a_p b_p} \int_0^{b_p} \int_0^{a_p} \phi_k(x, y) dx dy + \sum_{j=1}^S \frac{m_j \omega_{a,j}^2}{\omega_{a,j}^2 - \omega^2} \phi_k(x_j, y_j) \right) \quad (2.8)$$

com a_p e b_p sendo as dimensões da placa nas direções x e y , respectivamente, ω_i é a frequência natural do modo i e \bar{w}_b é a amplitude do movimento da base.

Assumindo que todos os absorvedores possuem a mesma frequência de ressonância ajustada para um valor de interesse ω_i e assumindo que estão em número suficientemente grande e uniformemente distribuídos, podemos utilizar a seguinte aproximação de infinitos absorvedores (SUGINO et al., 2016):

$$\lim_{S \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^S \frac{1}{S} \phi_i(x_j, y_j) \phi_k(x_j, y_j) = \frac{1}{a_p b_p} \int_0^{b_p} \int_0^{a_p} \phi_i(x, y) \phi_k(x, y) dx dy = \delta_{ik} \quad (2.9)$$

assim,

$$\bar{\eta}_i = \frac{\bar{Q}_i}{\omega_i^2 - \omega^2 \left(1 + \frac{\mu \omega_i^2}{\omega_i^2 - \omega^2} \right)}, \quad (2.10)$$

e

$$\bar{Q}_k = \frac{1}{ma_p b_p} \int_0^{b_p} \int_0^{a_p} \bar{f}_{ex}(x, y) \phi_k(x, y) dx dy + \bar{w}_b \omega^2 \left(1 + \frac{\mu \omega_t^2}{\omega_t^2 - \omega^2} \right) \frac{1}{a_p b_p} \int_0^{b_p} \int_0^{a_p} \phi_k(x, y) dx dy \quad (2.11)$$

onde μ é a razão entre a massa total dos ressonadores e a massa da placa.

A função de resposta em frequência (FRF) é a razão entre a amplitude do deslocamento do ponto escolhido como referência e a amplitude de deslocamento de excitação da base (transmissibilidade), obtida de

$$FRF(\omega) = \left| \frac{\sum_{i=1}^N \bar{\eta}_i \phi_i(\mathbf{x}_{ref})}{\bar{w}_b} \right|, \quad (2.12)$$

com \mathbf{x}_{ref} sendo as coordenadas do ponto de referência onde a FRF será obtida.

A largura do bandgap pode ser estimada após a aproximação de infinitos ressonadores das equações anteriores. A equação 2.13 mostra a largura estimada (SUGINO et al., 2016),

$$\Delta\omega = \omega_t (\sqrt{1 + \mu} - 1) \quad (2.13)$$

onde a frequência alvo dos absorvedores é dada por,

$$\omega_t = \frac{2\omega_c}{1 + \sqrt{1 + \mu}} \quad (2.14)$$

e ω_c é a frequência central do bandgap.

O código desenvolvido aceita dois tipos de entradas estruturais: matrizes de massa e rigidez oriundas de um software de elementos finitos comercial ou, caso a geometria simulada se limite a uma placa retangular uniforme engastada, é possível gerar as matrizes de massa e rigidez modal a partir de modos de vibrar presumidos, obtidos da literatura.

As equações para forma dos modos utilizadas na solução das equações 2.1 e 2.2 foram obtidas da literatura (WARBURTON, 1954), como segue. A forma do modo i na direção x (da corda ou largura da placa), com a_p sendo a largura, e a condição de contorno livre-livre, é dada por:

$$X(x) = 1 (i = 0) \quad (2.15a)$$

$$X(x) = 1 - \frac{2x}{a_p} (i = 1) \quad (2.15b)$$

$$X(x) = \cos \left[\gamma_1 \left(\frac{x}{a_p} - \frac{1}{2} \right) \right] - \frac{\sin \frac{\gamma_1}{2}}{\sinh \frac{\gamma_1}{2}} \cosh \left[\gamma_1 \left(\frac{x}{a_p} - \frac{1}{2} \right) \right] (i = 2, 4, 6, \dots) \quad (2.15c)$$

$$X(x) = \sin \left[\gamma_2 \left(\frac{x}{a_p} - \frac{1}{2} \right) \right] - \frac{\sin \frac{\gamma_2}{2}}{\sinh \frac{\gamma_2}{2}} \sinh \left[\gamma_2 \left(\frac{x}{a_p} - \frac{1}{2} \right) \right] (i = 3, 5, 7, \dots) \quad (2.15d)$$

$$\tan \frac{\gamma_1}{2} + \tanh \frac{\gamma_1}{2} = 0 \quad (2.15e)$$

$$\tan \frac{\gamma_2}{2} - \tanh \frac{\gamma_2}{2} = 0 \quad (2.15f)$$

enquanto que a forma do modo j na direção y (comprimento), com b_p sendo a medida da semi-envergadura, e a condição de contorno engastada-livre, é dada por:

$$Y(y) = \cos \frac{\gamma_3 y}{b_p} - \cosh \frac{\gamma_3 y}{b_p} + \left(\frac{\sin \gamma_3 - \sinh \gamma_3}{\cos \gamma_3 - \cosh \gamma_3} \right) \left(\sin \frac{\gamma_3 y}{b_p} - \sinh \frac{\gamma_3 y}{b_p} \right) (j = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.16a)$$

$$\cos \gamma_3 \cosh \gamma_3 = -1. \quad (2.16b)$$

Para a obtenção da forma completa dos modos na coordenada (x, y) , basta multiplicar $X(x)$ por $Y(y)$ para o modo desejado.

A frequência natural de cada modo é obtida por:

$$\omega^2 = \frac{\pi^4 D}{a_p^4 \rho} \left\{ G_x^4 + G_y^4 \left(\frac{a_p}{b_p} \right)^4 + 2 \left(\frac{a_p}{b_p} \right)^2 [\nu H_x H_y + (1 - \nu) J_x J_y] \right\}, \quad (2.17)$$

onde a_p e b_p são os mesmos parâmetros das equações anteriores, m é a densidade por unidade de área da placa, ν é o coeficiente de Poisson do material, E representa o módulo de Young do material e D é a rigidez flexional da placa definida na equação 2.3. Os termos G , J e H são obtidos da tabela a seguir:

Segundo a própria referência de onde foi obtida a aproximação, estas equações apresentam erro considerável nos valores aproximados de frequência dos dois primeiros modos de torção (1,1) e (2,1) da placa cantilever. As frequências estimadas são maiores do que as obtidas experimentalmente, em 11 e 3 por cento, respectivamente, quando a razão $b_p/a_p = 1$, e em 27 e 12 por cento, quando $b_p/a_p = 5$. Assim, uma correção foi aplicada nos valores de frequência natural estimada destes modos, interpolando linearmente o fator de correção em função da razão de aspecto (b_p/a_p) da placa.

Utilizando estas formas de modo e suas respectivas frequências naturais, geraram-se as matrizes generalizadas (no domínio modal) e reconstruíram-se as matrizes estruturais

Tabela 1: Tabela dos parâmetros para obtenção das frequências naturais

Condição de contorno	Modo	G	H	J
livre-livre	0	0	0	0
livre-livre	1	0	0	$\frac{12}{\pi^2}$
livre-livre	2	1.506	1.248	5.017
livre-livre	3,4,5,...	$j - \frac{1}{2}$	$\left(j - \frac{1}{2}\right)^2 \left[1 - \frac{2}{\left(j - \frac{1}{2}\right)\pi}\right]$	$\left(j - \frac{1}{2}\right)^2 \left[1 + \frac{6}{\left(j - \frac{1}{2}\right)\pi}\right]$
engastado-livre	1	0.597	-0.0870	0.471
engastado-livre	2	1.494	1.347	3.284
engastado-livre	3,4,5,...	$i - \frac{1}{2}$	$\left(i - \frac{1}{2}\right)^2 \left[1 - \frac{2}{\left(i - \frac{1}{2}\right)\pi}\right]$	$\left(i - \frac{1}{2}\right)^2 \left[1 + \frac{2}{\left(i - \frac{1}{2}\right)\pi}\right]$

Fonte: (WARBURTON, 1954).

do modelo da placa no domínio físico. As matrizes no domínio físico são necessárias para a inclusão das equações da dinâmica dos absorvedores no sistema do metamaterial completo. A matriz de massa no domínio físico foi gerada considerando massa uniformemente distribuída em todos os nós estruturais, utilizando os dados dimensionais e propriedades do material. As matrizes de massa e rigidez generalizadas foram obtidas por

$$\mathbf{M}_{hh} = \Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi, \quad (2.18)$$

$$\mathbf{K}_{hh} = \Omega^2 \cdot \mathbf{M}_{hh}, \quad (2.19)$$

onde Φ é a matriz da forma dos modos e Ω é uma matriz diagonal contendo as frequências naturais dos modos. Com a matriz generalizada \mathbf{K}_{hh} é possível obter a matriz de rigidez no domínio físico utilizando a matriz inversa de Φ (ou pseudo-inversa caso não seja quadrada), como

$$\mathbf{K} = (\Phi^{-1})^T \cdot \mathbf{K}_{hh} \cdot \Phi^{-1}. \quad (2.20)$$

Caso os parâmetros estruturais sejam fornecidos por elementos finitos, as matrizes \mathbf{M} e \mathbf{K} já são dadas, assim as matrizes generalizadas \mathbf{M}_{hh} e \mathbf{K}_{hh} que deverão ser calculadas, assim como a matriz dos modos e as suas respectivas frequências naturais devem ser obtidos a partir do problema de autovalor (CLOUGH; PENZIEN, 2003)

$$(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}) \Phi_i = 0. \quad (2.21)$$

Amortecimento estrutural pode ser adicionado de duas formas no código desenvolvido. A primeira forma é considerar que todos os modos possuem a mesma razão de

amortecimento ζ e com isso gerar diretamente a matriz generalizada C_{hh} pela equação

$$C_{hh} = 2\zeta\sqrt{M_{hh}K_{hh}}, \quad (2.22)$$

ou também é possível gerar a matriz de amortecimento C considerando a aproximação de amortecimento proporcional ou amortecimento de Rayleigh (CLOUGH; PENZIEN, 2003). A matriz de amortecimento é uma combinação linear das matrizes de massa e rigidez

$$C = \alpha M + \beta K, \quad (2.23)$$

onde α e β são escolhidos de modo que os fatores de amortecimento do sistema sejam similares aos obtidos experimentalmente.

Os ressonadores foram incluídos através da lei de Newton de ação e reação, dado que foram modelados como sistemas massa-mola independentes entre si. Assim, a partir das matrizes de inércia, amortecimento e rigidez no domínio físico da placa limpa, uma linha e uma coluna extras foram adicionados para representar um grau de liberdade referente a cada absorvedor mecânico, somando os valores adequados nas posições correspondentes aos nós estruturais nos quais são inseridos. Uma possível configuração de distribuição de absorvedores é exibida na figura 2.

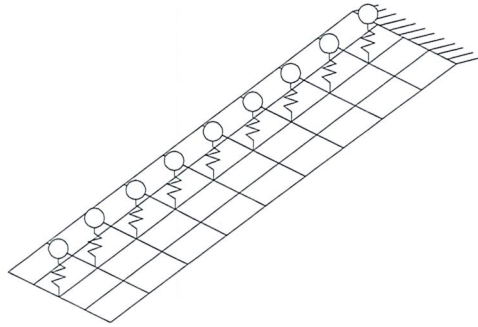


Figura 2: Uma possível configuração de distribuição de absorvedores sobre a placa

No modelo do metamaterial, ou seja, a placa com os ressonadores distribuídos espacialmente, o amortecimento do sistema não é mais proporcional, devido ao fato de o amortecimento localizado (ou ausência dele) não seguir o mesmo padrão da placa, que possui amortecimento uniformemente distribuído pela estrutura. Sendo assim, os

parâmetros generalizados do sistema devem ser obtidos através da solução do problema de autovalor da matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ [M]^{-1}[K] & [M]^{-1}[C] \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

na qual os autovetores são complexos e aparecem aos pares conjugados, assim como os autovalores. As matrizes generalizadas passam a ser complexas e acopladas, possuindo termos fora da diagonal principal.

Uma segunda configuração de absorvedores também foi considerada neste trabalho, exibida na figura 3.

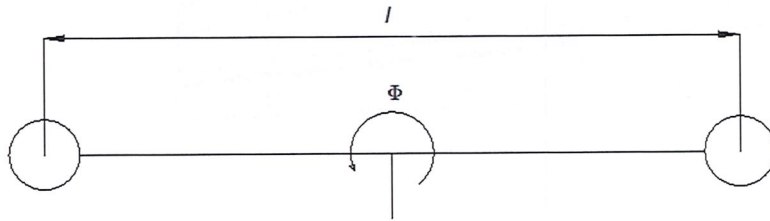


Figura 3: Geometria de um absorvedor com grau de liberdade de rotação

No caso, além do grau de liberdade de translação (u_j) adicionou-se um grau de liberdade de rotação em torno do eixo y ao absorvedor. Assim, uma nova variável foi introduzida, a razão de inércia ι , dada por:

$$\iota = \mu \frac{l^2}{4}, \quad (2.25)$$

sendo l o braço do absorvedor, conforme apresentado na figura 3. Assim, dado que a placa possui apenas grau de liberdade de translação, as informações da torção são transmitidas para a placa, nos nós adjacentes ao ponto de fixação do absorvedor através de:

$$F^+ = \frac{K_T}{2dx} \left(\phi - \frac{w^+ - w^-}{2dx} \right), F^- = \frac{K_T}{2dx} \left(\phi + \frac{w^+ - w^-}{2dx} \right), \quad (2.26)$$

sendo os índices + e - correspondentes aos nós posterior e anterior, respectivamente, e K_T o valor da rigidez torsional do absorvedor.

2.1.2 Aerodinâmica não estacionária

O modelo aerodinâmico empregado nas simulações é o *Doublet Lattice Method* (DLM) (BLAIR, 1992), que considera a discretização da asa em painéis contidos em um mesmo plano, como exibido na figura 4. Neste modelo é considerado o efeito de linhas de dipolo, situados na linha de quarto de corda de cada painel, sobre os pontos de colocação situados a $\frac{3}{4}$ da corda e na metade da envergadura de cada painel.

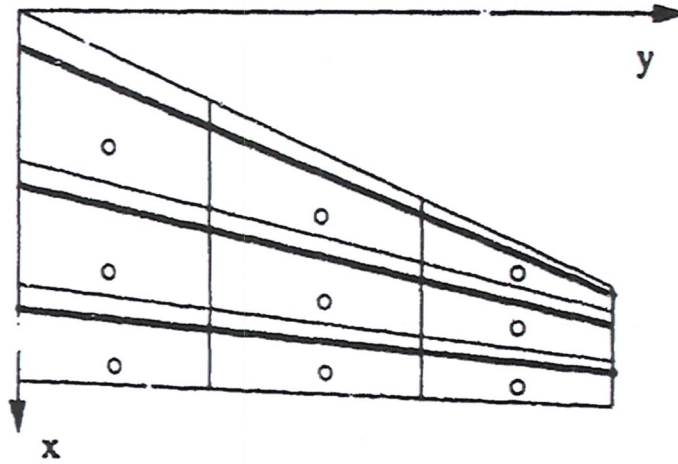


Figura 4: Geometria básica dos painéis no método DLM

Fonte: (BLAIR, 1992)

Uma relação numérica é obtida entre a velocidade de downwash no ponto de colocação e a variação de pressão que ela provoca no painel:

$$\bar{w}(x, y, 0) = \left(\frac{-\Delta p(x, y, 0, k) \Delta \xi}{4\pi \rho_f U} \right) (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2)(x, y, 0, k) \quad (2.27)$$

e através de uma aproximação de ângulos de ataque pequenos, é possível manipular a equação anterior para a obtenção da matriz **AIC** (*Aerodynamic Influence Coefficient*) que relaciona o ângulo de incidência (α) com a variação do coeficiente de pressão em cada painel (ΔC_p), e é base para todos os cálculos envolvendo aerodinâmica não estacionária:

$$\bar{w}(x, y, 0) = U \alpha \quad (2.28a)$$

$$\frac{\alpha}{\Delta p} = \left[\frac{-\Delta \xi}{4\pi \rho_f U^2} \right] [\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2] \quad (2.28b)$$

$$\text{AIC}(k) = \frac{\alpha}{\Delta C_p} = \left[\frac{-1}{8\pi} \right] [\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2], \quad (2.28c)$$

onde U representa a velocidade do escoamento livre, $\bar{\mathbf{w}}(x, y, 0)$ é a velocidade de downwash no ponto de colocação localizado em $(x, y, 0)$, ρ_f é a densidade do fluido, $\Delta\xi$ é a corda média do painel, $\mathbf{B}_0, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ são parâmetros que dependem exclusivamente da geometria da asa e da frequência reduzida $k = \frac{\omega b}{U}$, sendo b o comprimento de referência igual a metade da corda média aerodinâmica. A obtenção dos parâmetros $\mathbf{B}_0, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ podem ser encontrados em detalhes em (BLAIR, 1992).

Com a matriz \mathbf{AIC} é possível calcular a matriz de forças aerodinâmicas generalizada, que depende da frequência reduzida e inclui efeitos não estacionários (NASA, 1981):

$$\mathbf{GAF}(k) = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{G}_{SS} \mathbf{AIC}^{-1}(k) (\mathbf{D1}_{GG} + ik\mathbf{D2}_{GG}) \mathbf{\Phi} \quad (2.29)$$

onde $\mathbf{\Phi}$ é a matriz dos modos da estrutura, \mathbf{G}_{SS} é a matriz de interpolação \mathbf{G} multiplicada pela área dos painéis, $i = \sqrt{-1}$, $\mathbf{D1}_{GG}$ e $\mathbf{D2}_{GG}$ são matrizes de interpolação para obtenção da deformação em torção e em flexão, respectivamente, e são obtidas como descrito na próxima seção.

2.1.3 Métodos de resolução

2.1.3.1 Interpolação entre malhas estrutural e aerodinâmica

O método utilizado para a interpolação entre a malha estrutural e a malha aerodinâmica foi o IPS (*Infinite Plate Spline*) (HARDER; DESMARAIS, 1972), que se mostra mais eficiente para superfícies sustentadoras, como no caso da asa simulada. O método consiste basicamente em considerar que a superfície da malha estrutural define um plano infinito, e calcula o equivalente entre uma deformação nesse plano e nos pontos da malha aerodinâmica contidos nele. A matriz de interpolação se torna singular caso a malha estrutural não esteja contida em um plano, ou se os pontos forem colineares.

O primeiro passo é o cálculo da matriz \mathbf{C} ,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & \cdots & x_N \\ 0 & 0 & 0 & y_1 & \cdots & y_N \\ 1 & x_1 & y_1 & 0 & \cdots & K_{1N} \\ 1 & x_2 & y_2 & K_{21} & \cdots & K_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_N & y_N & K_{N1} & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.30)$$

de onde as coordenadas x e y correspondem aos nós estruturais (no caso do método que considera modos presumidos, os nós estruturais correspondem a pontos de discretização das funções dos modos de vibrar) e

$$K_{ij} = r_{ij}^2 \ln r_{ij}^2, i \neq j, \quad (2.31a)$$

$$r_{ij}^2 = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2, \quad (2.31b)$$

com as coordenadas i e j varrendo os pontos de colocação da malha estrutural (correspondentes aos nós do modelo estrutural).

A partir da matriz \mathbf{C} da equação 2.30, podemos calcular as matrizes de interpolação que relacionam as deformações nos nós estruturais com as translações e rotações nos painéis aerodinâmicos, $\mathbf{D2}_{SS}$ e $\mathbf{D1}_{SS}$, respectivamente, e a matriz \mathbf{G}_{SS} , como segue nas equações:

$$\mathbf{D1}_{SS} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & -1 & 0 & DK_{k,1} & DK_{k,2} & \cdots & DK_{k,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \cdot (\mathbf{C}^{-1})^*, \quad (2.32)$$

onde os termos DK da matriz acima são obtidos pela equação 2.33, na qual as coordenadas k e i se referem aos nós aerodinâmicos e estruturais, respectivamente;

$$DK_{k,i} = -\frac{\partial K_{k,i}}{\partial x_k} = -2(x_i - x_k) (1 + \ln r_{k,i}^2), \quad (2.33)$$

$$\mathbf{D2}_{SS} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_k & y_k & K_{k,1} & K_{k,2} & \cdots & K_{k,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \cdot (\mathbf{C}^{-1})^*, \quad (2.34)$$

a matriz $(\mathbf{C}^{-1})^*$ representa a inversa da matriz \mathbf{C} com posterior remoção das três primeiras linhas e colunas e

$$\mathbf{G}_{SS} = \mathbf{D2}_{SS}^T \mathbf{S}. \quad (2.35)$$

A matriz \mathbf{S} é diagonal e seus termos são os valores das áreas de cada painel aerodinâmico, necessária para converter os valores de pressão nos painéis em força.

2.1.3.2 Método de previsão de flutter

O método empregado para a estimativa da velocidade de flutter foi o PK (HASSIG, 1971) que é mais utilizado atualmente por representar de forma mais realista o amortecimento do sistema, se comparado aos outros métodos tradicionais existentes (P ou K). O método PK foi implementado na forma modal (ZYL, 1993), utilizando os modos de vibrar e a matriz \mathbf{GAF} obtidos pelos métodos descritos anteriormente. O problema de autovalor do método é apresentado na equação (2.36), correspondendo à forma matricial das equações (2.37) e (2.38). Este sistema é resolvido de forma iterativa, fornecendo p

(Eq. (2.39)) e k para cada modo de vibrar, e velocidade do escoamento livre na faixa de interesse.

$$\left[p^2 \mathbf{M}_{hh} + p \left(\mathbf{C}_{hh} - \frac{\rho_f b U}{2} \frac{\text{Im}(\mathbf{GAF})}{k} \right) + \mathbf{K}_{hh} - \left(\frac{\rho_f U^2}{2} \right) \text{Re}(\mathbf{GAF}) \right] \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (2.36)$$

$$(\mathbf{A} - p\mathbf{I})\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}_{hh}^{-1} \left(\mathbf{K}_{hh} - \frac{1}{2} \rho_f U^2 \text{Re}(\mathbf{GAF}) \right) & -\mathbf{M}_{hh}^{-1} \left(\mathbf{C}_{hh} - \frac{1}{4} \rho_f U b \frac{\text{Im}(\mathbf{GAF})}{k} \right) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$p = g + i\omega \quad (2.39)$$

O índice hh indica que o parâmetro está no domínio modal, p é o autovalor e \mathbf{q} é o autovetor da matriz \mathbf{A} . O parâmetro g indica que o sistema é instável quando positivo, ω é a frequência natural amortecida do modo considerado; \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} representam os parâmetros de massa, amortecimento e rigidez estruturais, respectivamente, \mathbf{I} é a matriz identidade, ρ_f é a densidade do ar, U é a velocidade do escoamento, k é a frequência reduzida e b é o comprimento de referência, igual a metade da corda média aerodinâmica.

2.1.3.3 Método de resolução no tempo

Para a encontrar a solução no domínio do tempo, primeiro foi necessária a conversão da matriz aerodinâmica \mathbf{GAF} , que é originalmente obtida como função da frequência reduzida, através de uma aproximação por funções racionais com o método de Roger (ROGER, 1977) dada por

$$\mathbf{GAF}(ik_j) \approx \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1(ik_j) + \mathbf{A}_2(ik_j)^2 + \mathbf{D}[ik_j[\mathbf{I} - \mathbf{R}]^{-1}\mathbf{E}(ik_j) \quad (2.40)$$

sendo que k_j representa cada uma das frequências reduzidas nas quais a \mathbf{GAF} foi calculada, \mathbf{I} é a matriz identidade, \mathbf{A}_0 , \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 e \mathbf{E} são obtidas termo a termo através de uma regressão linear variando em função da frequência reduzida. As matrizes \mathbf{D} e \mathbf{R} foram determinadas a partir de

$$\mathbf{D} = \left[\mathbf{I}_{hh}, \mathbf{I}_{hh}, \dots \right]_{(N_h, N_{lag})} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{R} = - \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c} \dots \\ R_i \\ \dots \end{array} \right]_1 & & \\ & \left[\begin{array}{c} \dots \\ R_i \\ \dots \end{array} \right]_2 & \\ & & \dots \\ & & & \left[\begin{array}{c} \dots \\ R_i \\ \dots \end{array} \right]_{N_h} \end{bmatrix}_{(N_h \times N_{lag}, N_h \times N_{lag})} \quad (2.42)$$

onde N_h indica o número de modos estruturais e N_{lag} representa o número de pólos presumidos no eixo real negativo para aproximação do *branch cut* (*aerodynamic lag roots* relacionadas aos estados aumentados nos sistema), através da equação (ZONA, 2016):

$$R_i = -1,7k_{max} \left(\frac{i}{N_{lag} + 1} \right)^2 \quad (2.43)$$

com k_{max} sendo o maior valor da frequência reduzida no qual a **GAF** foi gerada e i varia de 1 a 4, já que foram presumidos quatro pólos neste trabalho.

Com isto, a forma matricial das equações que descrevem a dinâmica do metamaterial no tempo é fornecida como

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\bar{\mathbf{M}}^{-1} [\mathbf{K}_{hh} - q_\infty \mathbf{A}_0] & -\bar{\mathbf{M}}^{-1} [\mathbf{C}_{hh} - q_\infty \frac{b}{U} \mathbf{A}_1] & q_\infty \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{D} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} & \frac{U}{b} \mathbf{R} \end{bmatrix} \mathbf{X} + \mathbf{b}_{hh} \quad (2.44)$$

na qual,

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \dot{\mathbf{w}} \\ \mathbf{w}_{aero} \end{Bmatrix}, \quad (2.45)$$

$$\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{M}_{hh} - \frac{q_\infty b^2}{U^2} \mathbf{A}_2 \quad (2.46)$$

e \mathbf{A}_0 , \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 , \mathbf{E} , \mathbf{D} e \mathbf{R} foram obtidas do método de Roger, \mathbf{b}_{hh} é o vetor da força de entrada em domínio modal (no caso de excitação de base, corresponde à força inercial), q_∞ é a pressão dinâmica do escoamento livre e \mathbf{X} é o vetor de estados que contém informação dos deslocamentos da placa (\mathbf{w}), velocidade da placa ($\dot{\mathbf{w}}$) e dos estados aerodinâmicos do sistema (\mathbf{w}_{aero}).

2.1.3.4 Método de resolução com rajada

A resposta dinâmica do sistema submetido a uma rajada vertical foi modelada utilizando a representação do sistema em espaço de estados, similar ao que foi realizado na seção anterior para modelar a resposta no tempo com excitação de base. A diferença neste caso reside no fato de que a força induzida pela rajada pode ser dependente da matriz **AIC**, e assim o método de Roger deve ser utilizado duas vezes, uma para o sistema e outra para a rajada. A equação de estado do sistema neste caso é:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}_g \mathbf{X} + \mathbf{B}_g \bar{\mathbf{w}}_g, \quad (2.47)$$

sendo

$$\mathbf{A}_g = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} & 0 \\ -\bar{\mathbf{M}}^{-1} [\mathbf{K}_{hh} - q_\infty \mathbf{A}_0] & -\bar{\mathbf{M}}^{-1} [\mathbf{C}_{hh} - q_\infty \frac{b}{U} \mathbf{A}_1] & q_\infty \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{D}^* \\ 0 & \mathbf{E}_h & \frac{U}{b} \mathbf{R}^* \end{bmatrix}, \quad (2.48)$$

$$\mathbf{B}_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ q_\infty \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{A}_{0g} & q_\infty \frac{b}{U} \bar{\mathbf{M}}^{-1} \mathbf{A}_{1g} \\ 0 & \mathbf{E}_g \end{bmatrix}, \quad (2.49)$$

e

$$\bar{\mathbf{w}}_g = \begin{Bmatrix} \frac{w_g}{U} \\ \frac{\dot{w}_g}{U} \end{Bmatrix}. \quad (2.50)$$

Os parâmetros das matrizes anteriores são obtidos através de

$$\mathbf{D}^* = [\mathbf{D} \quad \mathbf{D}_g], \quad (2.51)$$

$$\mathbf{E}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & 0 \\ 0 & \mathbf{E}_{hg} \end{bmatrix} = [\mathbf{E}_h \quad \mathbf{E}_g], \quad (2.52)$$

$$\mathbf{R}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_g \end{bmatrix}, \quad (2.53)$$

com \mathbf{A}_0 , \mathbf{A}_1 , \mathbf{D} , \mathbf{E} e \mathbf{R} sendo os parâmetros obtidos com o método de Roger na seção anterior, baseado na matriz de forças aerodinâmicas generalizadas da placa. Os parâmetros com subíndice g , \mathbf{A}_{0g} , \mathbf{A}_{1g} , \mathbf{D}_g , \mathbf{E}_{hg} e \mathbf{R}_g , são obtidos através do método de Rogers aplicado na matriz de forças aerodinâmicas generalizadas de rajada (\mathbf{GAF}_g), calculada através de

$$\mathbf{GAF}_g(x, k) = \Phi^T \mathbf{G}_{SS} \mathbf{AIC}^{-1}(k) \mathbf{AIC} \Phi_g(x, k) \quad (2.54)$$

onde $\Phi_g(x, k)$ é calculado em através de

$$\Phi_g(x, k) = \begin{Bmatrix} \cdot \\ -N_z e^{-i \frac{k(x-x_0)}{b}} \\ \cdot \end{Bmatrix}, \quad (2.55)$$

em que N_z é o valor da componente em z do versor normal à placa e x_0 é a posição inicial da frente da rajada em $t = 0$.

A intensidade da rajada é dada por w_g , sendo função da posição em x (ao longo do escoamento) e do tempo. O modelo de rajada recomendado pela norma FAR 25 é representado pelo modelo 1-cos, como representado na equação

$$w_g(x, t) = U_g \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{U}{L_g} \left(t - \frac{(x - x_0)}{U} \right) \right) \right), \quad (2.56)$$

sendo U_g o valor de pico da velocidade da rajada e L_g o comprimento da rajada.

Outro modelo foi implementado para rajada contínua (turbulência atmosférica) através de aplicação de aceleração na base, utilizando assim apenas o método de Rogers do sistema, descrito na seção anterior. A aceleração é obtida através da função de densidade de potência espectral (*Power Spectral Density*, PSD) de Dryden (MCLEAN, 1990). A velocidade vertical da rajada, calculada através deste modelo, é dada por

$$w_g(t) = IFFT \left(\sqrt{\frac{3\sigma_g^2 U}{\pi L_g} \frac{i\omega + \frac{U}{\sqrt{3}L_g}}{\left(i\omega + \frac{U}{L_g}\right)^2}} FFT(N(0, 1)) \right), \quad (2.57)$$

que toma como base um sinal de ruído branco de distribuição normal com média zero e variância unitária, convertido para o domínio da frequência através da transformada rápida de Fourier (FFT). O sinal então passa por um ganho e por um filtro que dependem dos parâmetros σ_g (valor RMS da velocidade da rajada) e L_g (comprimento da rajada). Posteriormente, a velocidade é convertida novamente para o domínio do tempo e é derivada para se obter a aceleração aplicada na base.

2.2 Caso não linear

O modelo considerado nas simulações não lineares consiste no mesmo modelo estrutural de placa e modelo aerodinâmico do modelo linear, acrescentando a não linearidade como uma rigidez polinomial (ou com outra função não linear) entre a placa e as massas, resultando em absorvedores não lineares ou NES. O método de resolução empregado no problema é descrito a seguir.

2.2.1 Método do balanceamento harmônico

Para as investigações de sistemas com absorvedores não lineares, as técnicas de resolução descritas anteriormente perdem a sua validade, pois o princípio da superposição não se aplica a sistemas não lineares. A alternativa que vem sendo estudada e implementada para a resolução do problema é o método de balanceamento harmônico (KUNDERT; SANGIOVANNI-VINCENTELLI, 1986), que encontra a solução em regime permanente do sistema não linear utilizando a transformada de Fourier e assumindo que a resposta é composta por harmônicos da frequência de excitação.

A força de restituição dos absorvedores não lineares pode ter, por exemplo, característica polinomial do tipo

$$F_{NL}(x) = K_3x^3 + K_2x^2 + K_1x, \quad (2.58)$$

ou também está sendo estudada a possibilidade de a força não linear ser originária de repulsão magnética de barras de ímã cilíndricos:

$$F_{NL}(x) = \frac{Br^2A^2(t_i + r_i)^2}{\pi\mu_0t_i^2} \left(\frac{1}{(a_i - x)^2} + \frac{1}{(a_i - x + 2t_i)^2} - \frac{2}{(a_i - x + t_i)^2} \right), \quad (2.59)$$

sendo Br a densidade de fluxo magnético próxima ao polo, A a área da face circular, t_i a espessura da barra, r_i o raio da face circular, a_i a distância inicial entre os ímãs e μ_0 a permissibilidade magnética do meio.

Assim, as equações do sistema tornam-se:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{F}_{NL} = \mathbf{f}_{ex}, \quad (2.60)$$

$$\mathbf{M}_{abs}\ddot{\mathbf{x}}_{abs} - \mathbf{F}_{NL} = \mathbf{F}_{abs,ext}, \quad (2.61)$$

sendo o subíndice *abs* indicador de parâmetros dos absorvedores, \mathbf{x} o vetor de deslocamento.

Para a aplicação do método de balanceamento harmônico, as equações acima são reescritas na forma de espaço de estados,

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_{NL} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}_{ex} = \mathbf{f}(x, t). \quad (2.62)$$

Considerando que a resposta à excitação harmônica é periódica, $\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t + T_0)$, a solução é assumida como uma série de Fourier na forma:

$$\hat{x}_i = a_i + \sum_{m=1}^M \left[A_{i,m} \cos\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) + B_{i,m} \sin\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) \right], \quad (2.63)$$

sendo \hat{x}_i a aproximação de \mathbf{x} no componente i do vetor. A derivada da solução torna-se:

$$\dot{\hat{x}}_i = \sum_{m=1}^M \frac{2\pi m}{T} \left[-A_{i,m} \sin\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) + B_{i,m} \cos\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) \right]. \quad (2.64)$$

Considerando que a resposta em regime permanente do sistema não linear é composta por harmônicos da frequência de excitação (LEADENHAM, 2015), a solução é obtida no domínio da frequência para cada harmônico considerado, de forma iterativa, baseada no valor máximo do resíduo.

O resíduo é dado pela diferença,

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{f}(t, \hat{\mathbf{x}}(t)) - \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t). \quad (2.65)$$



Minimizando a função resíduo pelo método de Galerkin, considerando $\mathbf{c} = \left\{ \cos\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) \right\}$ e $\mathbf{s} = \left\{ \sin\left(\frac{2\pi mt}{T}\right) \right\}$, resulta nas equações:

$$\mathbf{r}^a(\mathbf{a}, \mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{r}(t) dt = \mathbf{0}, \quad (2.66)$$

$$\mathbf{R}^A(\mathbf{a}, \mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{r}(t) \mathbf{c}^T(t) dt = \mathbf{0}, \quad (2.67)$$

$$\mathbf{R}^B(\mathbf{a}, \mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{r}(t) \mathbf{s}^T(t) dt = \mathbf{0}, \quad (2.68)$$

cuja solução pelo método de Newton requer a derivada dos resíduos. Definindo primeiramente a matriz de gradientes aproximados obtida por

$$\hat{G}_{ij}(t) = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right|_{t, \hat{\mathbf{x}}(t)}, \quad (2.69)$$

as derivadas do resíduo são dadas por

$$J_{ij}^{aa} = \frac{\partial r_i^a}{\partial a_j} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) dt \quad (2.70)$$

$$J_{inj}^{aA} = \frac{\partial r_i^a}{\partial A_{jn}} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) c_n(t) dt \quad (2.71)$$

$$J_{inj}^{aB} = \frac{\partial r_i^a}{\partial B_{jn}} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) s_n(t) dt \quad (2.72)$$

$$J_{imj}^{Aa} = \frac{\partial R_{im}^A}{\partial a_j} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) c_m(t) dt \quad (2.73)$$

$$J_{imnj}^{AA} = \frac{\partial R_{im}^A}{\partial A_{jn}} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) c_m(t) c_n(t) dt = \frac{1}{2T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) [c_\mu(t) + c_\nu(t)] dt \quad (2.74)$$

$$J_{imnj}^{AB} = \frac{\partial R_{im}^A}{\partial B_{jn}} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) c_m(t) s_n(t) dt - \frac{\pi m}{T} \delta_{ij} \delta_{mn} = \frac{1}{2T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) [s_\mu(t) - s_\nu(t)] dt - \frac{\pi m}{T} \delta_{ij} \delta_{mn} \quad (2.75)$$

$$J_{imj}^{Ba} = \frac{\partial R_{im}^B}{\partial a_j} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) s_m(t) dt \quad (2.76)$$

$$J_{imnj}^{BA} = \frac{\partial R_{im}^B}{\partial A_{jn}} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) s_m(t) c_n(t) dt + \frac{\pi m}{T} \delta_{ij} \delta_{mn} = \frac{1}{2T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) [s_\mu(t) + s_\nu(t)] dt + \frac{\pi m}{T} \delta_{ij} \delta_{mn} \quad (2.77)$$

$$J_{imnj}^{BB} = \frac{\partial R_{im}^B}{\partial B_{jn}} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) s_m(t) s_n(t) dt = \frac{1}{2T} \int_0^T \hat{G}_{ij}(t) [-c_\mu(t) + c_\nu(t)] dt \quad (2.78)$$



sendo

$$\mu = m + n \quad (2.79)$$

e

$$\nu = m - n. \quad (2.80)$$

Para resolver o problema, as incógnitas são reorganizadas como um vetor e os Jacobianos como uma única matriz, ao invés de se utilizar múltiplas dimensões. Para isto, novos índices p e $q \in [1, \dots, D(2M + 1)]$ podem ser definidos da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} p &= p^a p^A p^B \\ q &= q^a q^A q^B \end{aligned} \quad (2.81)$$

sendo eles funções de i, j, m e n , através das relações

$$\begin{aligned} p^a &= i \\ p^A &= i + Dm \\ p^B &= i + D(M + m) \\ q^a &= j \\ q^A &= j + Dn \\ q^B &= j + D(M + n). \end{aligned} \quad (2.82)$$

Utilizando estes índices, o vetor incógnita e a matriz Jacobiana, necessários para a solução pelo método de Newton, podem ser escritos na forma:

$$\mathbf{u} = [u_p] = \begin{bmatrix} a_i & : & A_{im} & : & B_{im} \end{bmatrix}^T, \quad (2.83)$$

$$\mathbf{v} = [v_p] = \begin{bmatrix} r_i^a & : & R_{im}^A & : & R_{im}^B \end{bmatrix}^T \quad (2.84)$$

e

$$\mathbf{W} = [W_{pq}] = \begin{bmatrix} J_{ij}^{aa} & : & J_{inj}^{aA} & : & J_{inj}^{aB} \\ \dots & & \dots & & \dots \\ J_{imj}^{Aa} & : & J_{imnj}^{AA} & : & J_{imnj}^{AB} \\ \dots & & \dots & & \dots \\ J_{imj}^{Ba} & : & J_{imnj}^{BA} & : & J_{imnj}^{BB} \end{bmatrix}. \quad (2.85)$$

Com as definições acima, cada iteração do método de Newton calcula a variação de \mathbf{u} ($\Delta \mathbf{u}$),

$$\Delta \mathbf{u} = -\mathbf{W}^+ \mathbf{v}, \quad (2.86)$$

sendo \mathbf{W}^+ a pseudo-inversa de Moore-Penrose de \mathbf{W} . A cada iteração, o vetor solução é atualizado,

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}, \quad (2.87)$$

e após a convergência, o vetor \mathbf{u}' pode ser decomposto nas componentes \mathbf{a}' , \mathbf{A}' e \mathbf{B}' , permitindo assim obter a solução no tempo aproximada,

$$\hat{\mathbf{x}}'(t) = \mathbf{a}' + \mathbf{A}'\mathbf{c}(t) + \mathbf{B}'\mathbf{s}(t). \quad (2.88)$$

A solução no domínio do tempo tem seu valor RMS calculado posteriormente.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo os modelos de simulação são validados e os parâmetros dos absorvedores escolhidos através de simulações preliminares e rotinas de otimização. Inicialmente, verifica-se o modelo de placa desenvolvido, o modelo de placa combinado com absorvedores lineares (metaestrutura), assim como a solução aeroelástica. Posteriormente, a viabilidade de metamateriais não lineares, utilizando NES, é investigada. Por fim, o efeito da formação de bandgaps (caso linear) no comportamento aeroelástico é investigado e discutido, finalizando com o caso de absorvedores não lineares.

3.1 Simulações preliminares

3.1.1 Validação dos modelos estrutural e aerodinâmico

Como o presente trabalho foi baseado em simulações em um código próprio desenvolvido em Python, há a necessidade de verificar a correta implementação do mesmo antes de prosseguir com as simulações. Para realizar tal validação, simulações em condições idênticas foram realizadas tanto no código próprio, quanto no software comercial Nastran. Primeiramente foi verificada a função de resposta em frequência, através da comparação das curvas geradas tanto para o caso da placa limpa quanto do metamaterial. Uma placa com as características: 1200 x 240 x 3 mm, $E = 70$ GPa, $\rho = 2.750$ kg/m³, $\nu = 0,3$, 20 nós estruturais na direção da envergadura e 9 na direção da corda, 6 primeiros modos considerados, 5 ressonadores distribuídos uniformemente pela linha elástica e ajustados para a frequência de flutter da placa limpa ($f = 5,954$ Hz) e com razão de massa $\mu = 0,7$, sendo considerado como referência o ponto central da ponta da placa (extremidade oposta ao engaste na base móvel). Nenhum amortecimento foi considerado nesta análise.

As figuras 5 e 6 comparam as FRFs (transmissibilidades) geradas no Nastran por elementos finitos (MEF) com as geradas no código em Python que utiliza modos presumidos e a aproximação de infinitos ressonadores, para a placa limpa e para o metamaterial. O modelo em Nastran da placa foi gerado com elementos do tipo CQUAD4 e os absorvedores foram incluídos manualmente com a inserção dos nós onde suas massas foram introduzidas por elementos 0D do tipo CONM2 e as molas foram modeladas por elementos CELAS1, ligando o nó da massa ao nó de fixação na placa. As frequências foram adimensionalizadas com respeito à frequência do primeiro modo obtido da solução analítica ($f_1 = 1,78$ Hz). Todos os três picos visíveis na faixa de 0 a 20 f_1 na figura 5 apresentam frequência maior no caso de modos presumidos (6% maior no modo 1, 3,18% no modo 2 e 3,3% no modo 4 (terceiro visível, já que o terceiro é um modo de torção)).

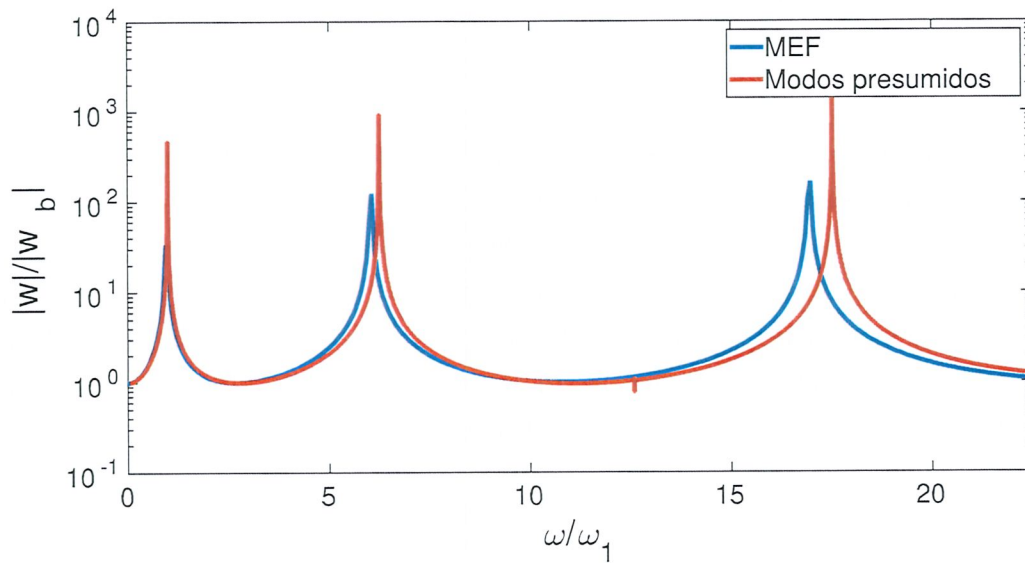


Figura 5: Comparação da FRF da viga limpa

Já na figura 6, que considera os absorvedores distribuídos ao longo da linha central da placa (ao longo de seu comprimento), a largura do bandgap foi medida, resultando em 2,28 Hz por elementos finitos, 1,6 Hz por modos presumidos e 1,57 Hz pela equação 2.13. A diferença do resultado por elementos finitos em relação aos outros casos se justifica pelo fato da simulação ter sido realizada com apenas 5 ressonadores uniformemente distribuídos ao longo da placa, enquanto nos outros casos eles são presumidos como infinita e uniformemente distribuídos. Na figura 6 é possível observar a formação do bandgap, região com baixas amplitudes e que tem como efeito secundário a formação de novos picos de ressonância em suas bordas. O mecanismo de formação do bandgap e uma análise sobre a forma de vibrar da estrutura e dos absorvedores ao longo do bandgap serão discutidos posteriormente.

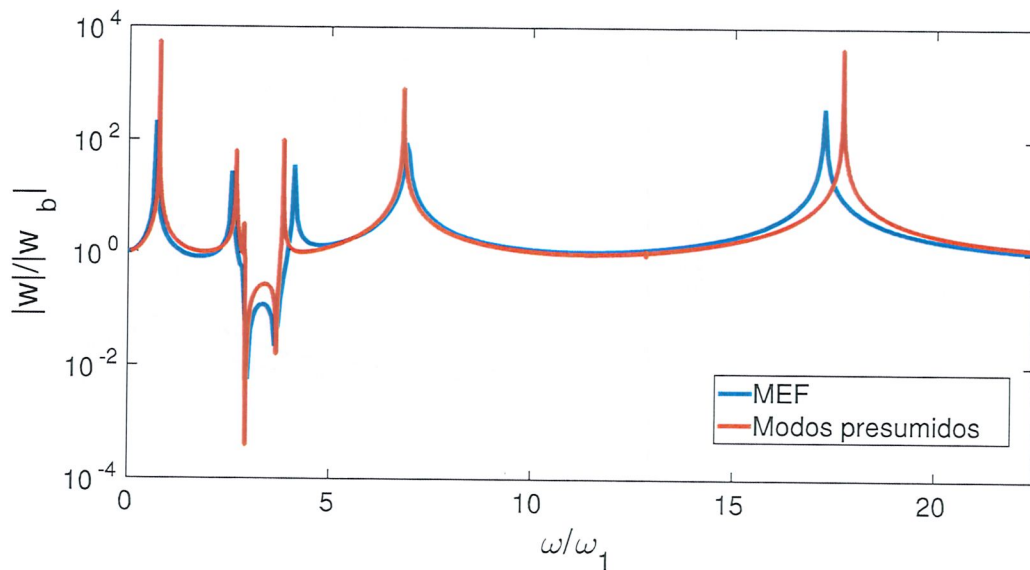


Figura 6: Comparação da FRF da metaestrutura

A FRF também foi gerada para uma placa com razão de aspecto maior, se aproximando de uma viga, modelada no Nastran com elementos CBEAM, sendo suas características: dimensões de 450 x 30 x 3,125 mm, 10 x 10 nós estruturais (ou pontos de discretização), $\rho = 2.700 \text{ kg/m}^3$, $E = 70 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$, 8 primeiros modos considerados, 5 ressonadores distribuídos uniformemente pela linha elástica e ajustados para o terceiro modo ($f = 84,56 \text{ Hz}$), sendo considerado como referência o ponto central da ponta da placa.

As figuras 7 e 8 mostram os resultados das comparações para o caso da nova estrutura com resultados obtidos a partir de modos presumidos, MEF e também resultados da literatura (SUGINO et al., 2016). As frequências também foram normalizadas com relação ao primeiro modo ($f_1 = 13,32 \text{ Hz}$), e os três picos visíveis continuam apresentando frequência maior na simulação com modos presumidos do que no caso em que a placa é modelada por MEF (4,5% no modo 1, 6,04% no modo 2 e 7,45% no último modo). É possível notar que há boa concordância apenas no primeiro modo, os demais variam mais em frequência entre o código desenvolvido e o Nastran do que no caso da placa. Por outro lado, há boa concordância com os picos obtidos por (SUGINO et al., 2016). Medindo a largura do bandgap, obtemos 27,74 Hz pelo método dos elementos finitos, contra 22,78 Hz por modos presumidos e 22,3 Hz pela teoria. Como no caso anterior, o fato do método de elementos finitos considerar um número finito de absorvedores justifica a diferença.

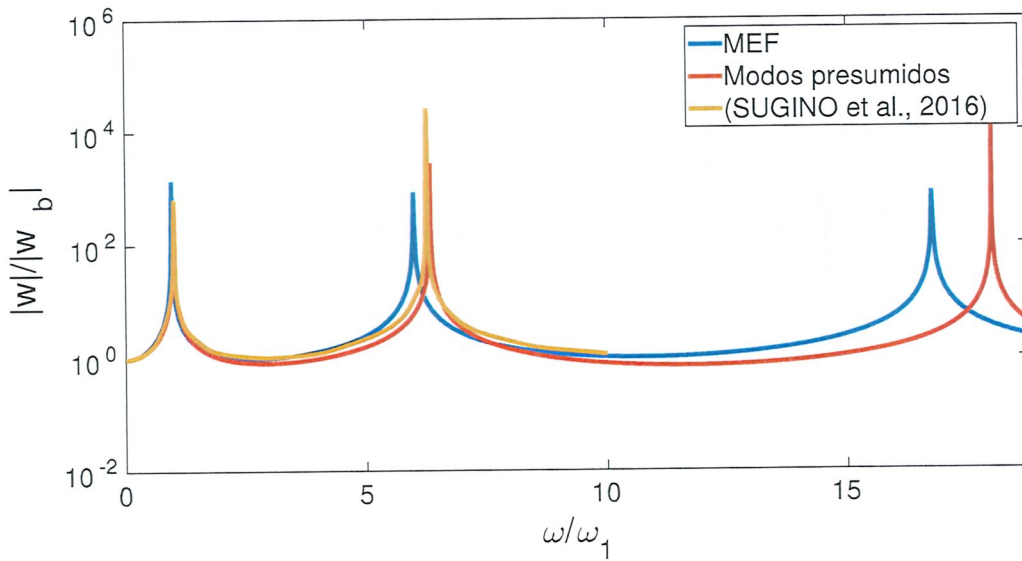


Figura 7: Comparação da FRF da viga limpa

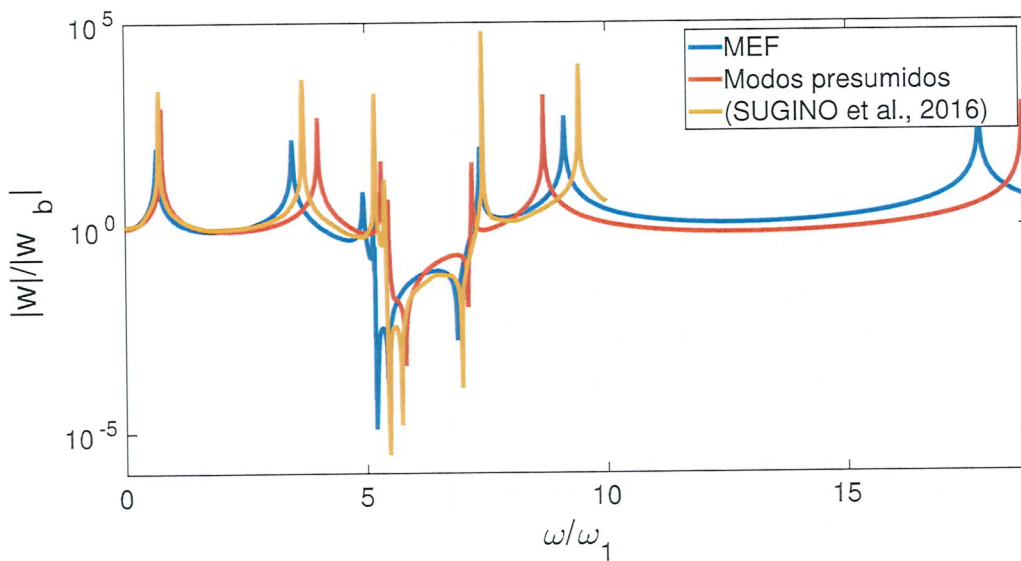


Figura 8: Comparação da FRF da metaestrutura

Outra validação foi realizada com relação ao método PK de previsão de velocidade de flutter, descrito na seção 2.1.3.2. Uma placa com as mesmas propriedades da utilizada na validação no domínio da frequência anteriormente apresentada foi submetida ao método tanto no Nastran quanto no código desenvolvido. Foram considerados 5 modos, com a velocidade do escoamento variando de 20 a 60 m/s, 38 x 8 painéis aerodinâmicos, número de Mach igual a zero e densidade do ar de 1,225 kg/m³. Em ambos os casos, o modelo

estrutural empregado foi o de elementos finitos, ou seja, o método de solução por modos presumidos não foi empregado neste caso. O resultado da comparação é exibido na figura 9, onde é possível notar excelente concordância. A tendência das curvas e a velocidade de flutter são praticamente iguais (51,6 m/s contra 51,5 m/s do Nastran).

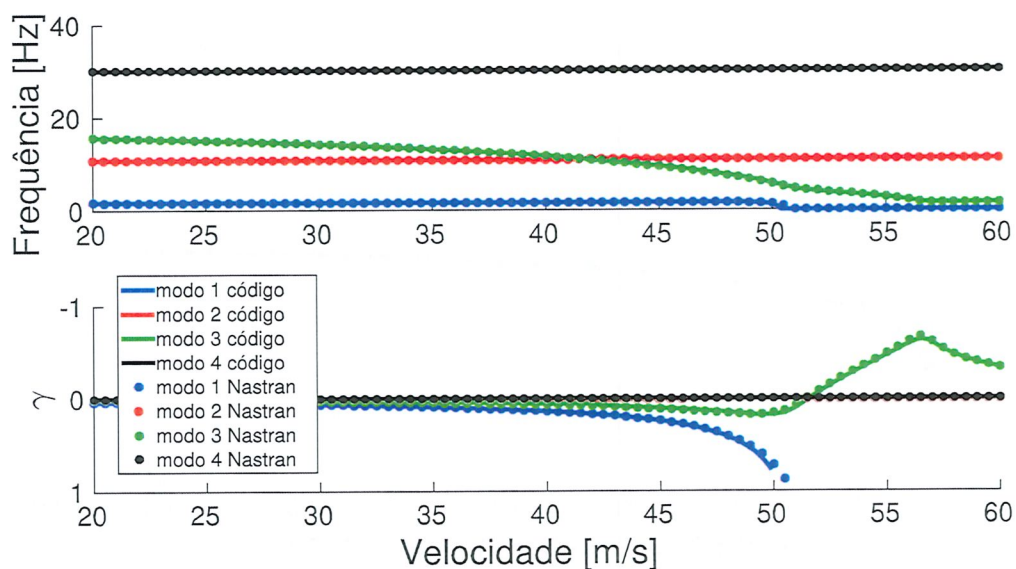


Figura 9: Validação do método PK implementado neste trabalho

3.1.2 Teste de convergência do modelo da asa

Para avaliar os parâmetros das simulações que apresentam melhor precisão sem aumentar significativamente o custo computacional, foi realizado um estudo de convergência de três parâmetros: número de painéis aerodinâmicos, número de nós estruturais (pontos de discretização da estrutura) e número de modos de vibrar. O modelo empregado foi o mesmo da placa utilizada para a verificação da resposta dinâmica da seção 3.1.1, ou seja, dimensões de 1.200 x 240 x 3 mm, $\rho = 2.700 \text{ kg/m}^3$, $E = 70 \text{ GPa}$, $\nu = 0,3$. Em cada caso, um valor foi variado e os outros mantidos fixos em 6 modos, 5 x 25 painéis aerodinâmicos (sempre com razão de aspecto 1) ou 9 x 20 nós estruturais. A velocidade de flutter da placa foi calculada pelo método PK. A distribuição da discretização na convergência estrutural considerou número de pontos $(x; y) = (3;5)$, $(5;10)$, $(7;15)$, $(9;20)$ e $(13;25)$, enquanto que a discretização aerodinâmica considerou sempre painéis quadrados.

As figuras 10, 11 e 12 mostram os resultados destes testes, onde a velocidade de flutter foi normalizada em relação a $V_{f \text{ ref}}$, que é a velocidade de flutter da simulação com maior refinamento de cada caso. O critério utilizado para escolha de um parâmetro foi uma variação menor ou igual a 1% em relação ao caso mais refinado. Sendo assim, as simulações seguintes são realizadas com pelo menos 300 painéis aerodinâmicos e 180 nós

estruturais. O número de modos escolhido foi 6, pois apesar de haver pouca variação, este valor aumenta a precisão de simulações em faixas de frequência maiores sem comprometer muito o tempo das simulações.

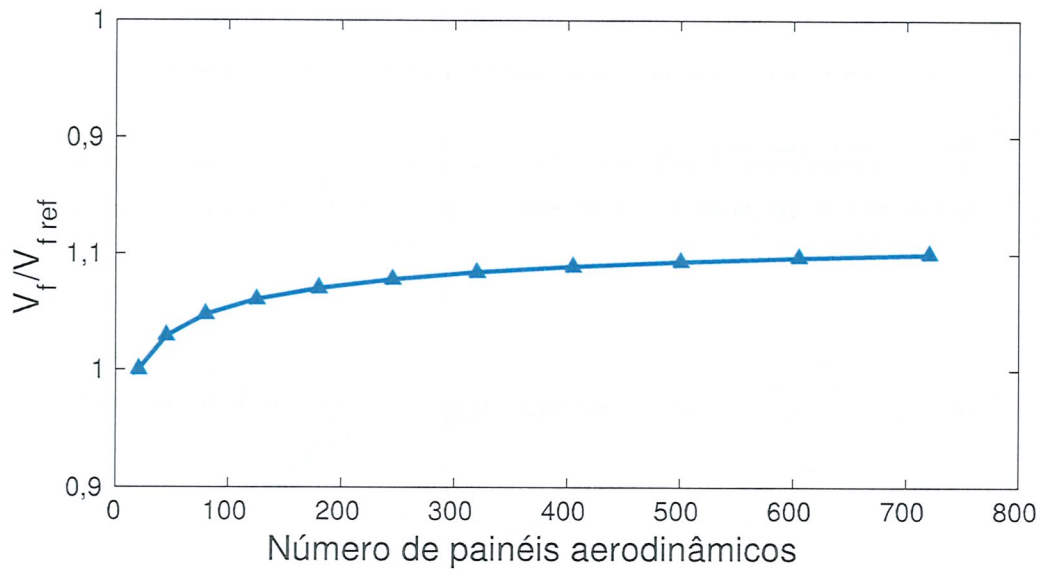


Figura 10: Teste de convergência de malha aerodinâmica

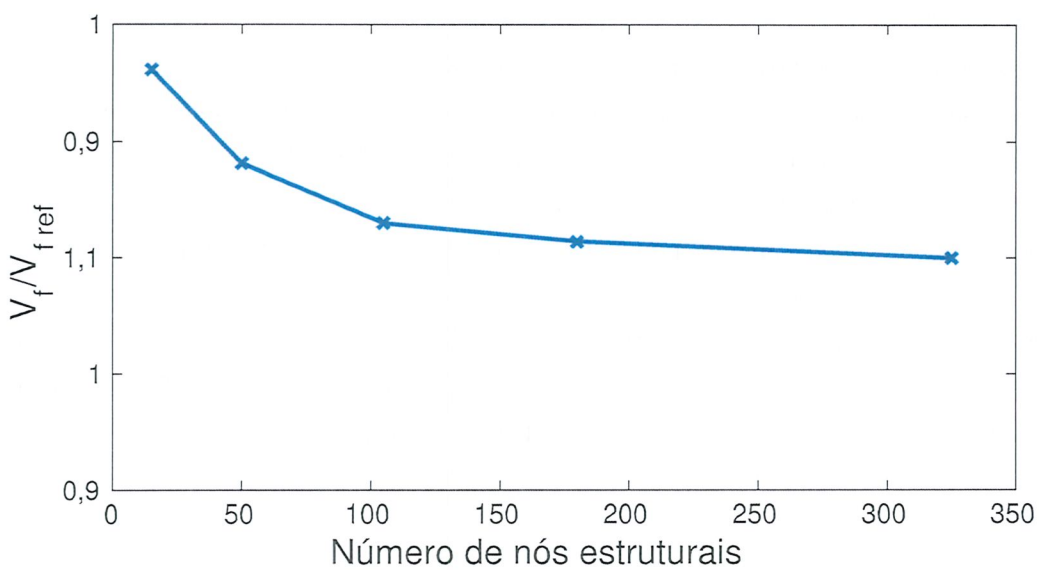


Figura 11: Teste de convergência de malha estrutural

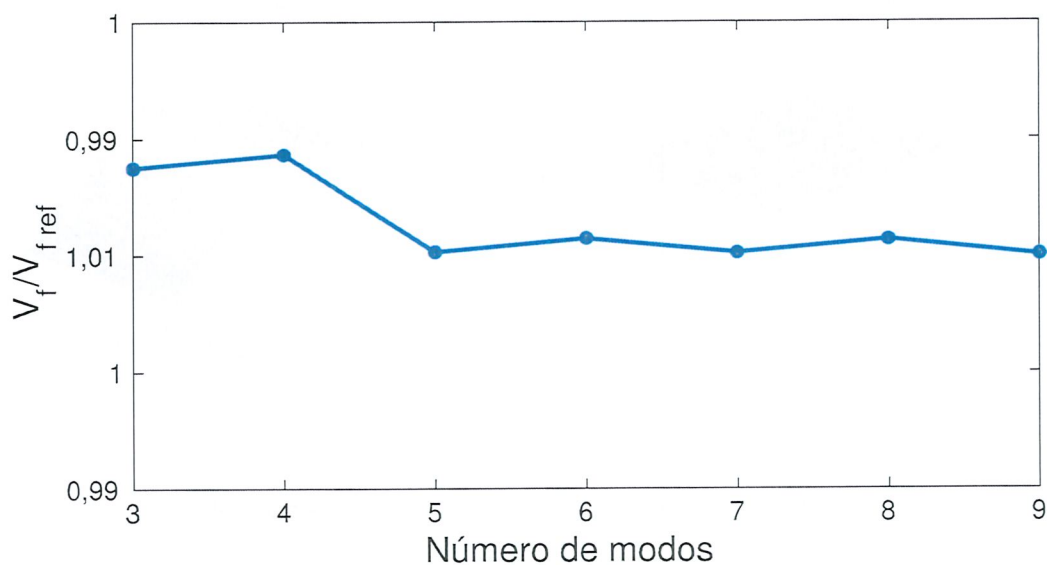


Figura 12: Teste de convergência de número de modos

3.1.3 Modos de vibrar

Nesta seção, as formas dos modos de vibrar da placa limpa e da placa com absorvedores distribuídos espacialmente são apresentadas, e a informação de suas respectivas frequências naturais foi incluída nas figuras. A placa considerada corresponde à mesma da seção 3.1.1. A figura 13 apresenta os modos da placa sem os absorvedores. Os modos são apresentados de forma tridimensional como uma superfície, colorida de acordo com a magnitude dos deslocamentos.

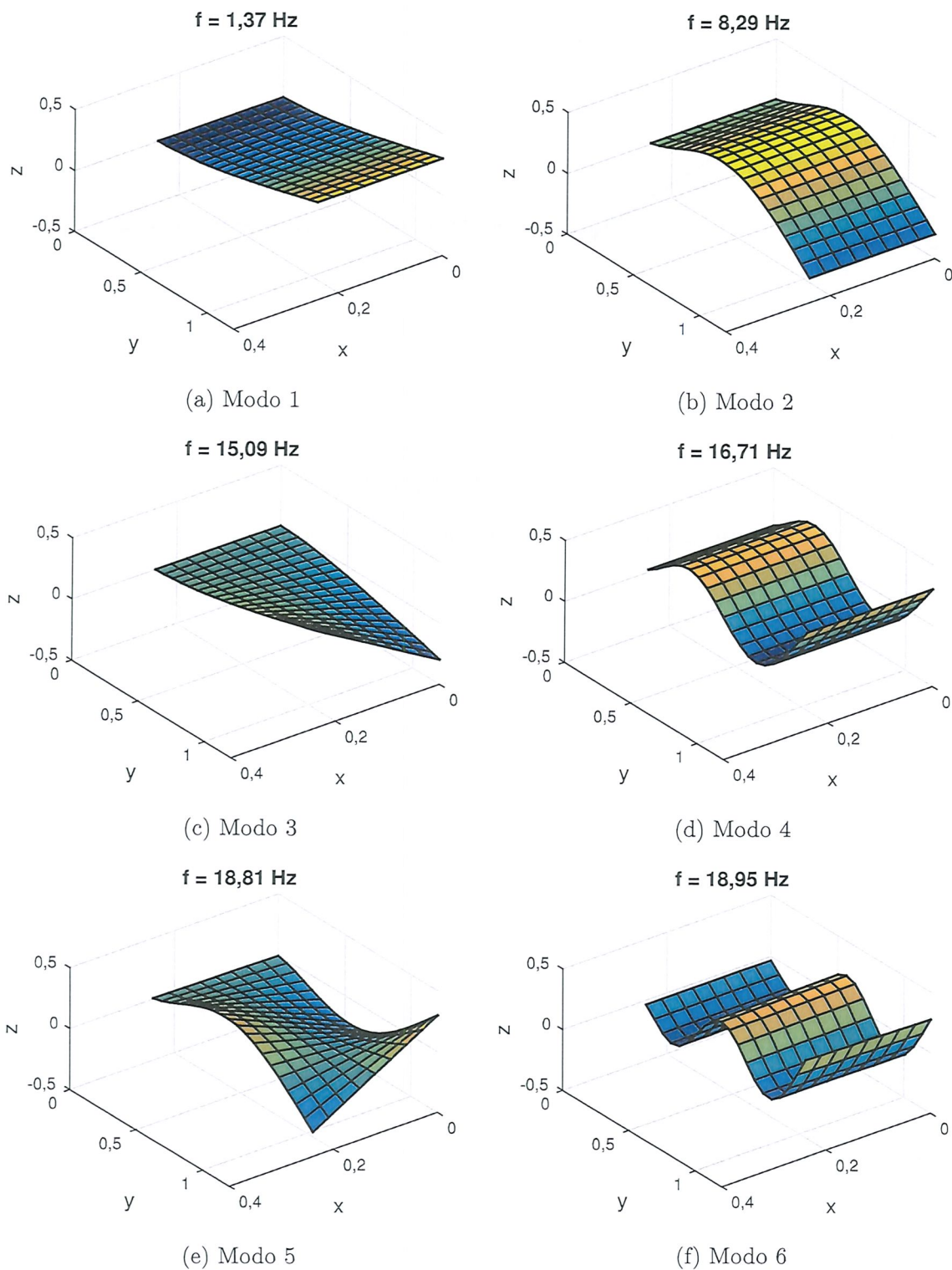


Figura 13: Modos de vibrar da placa (1 ao 6)

Os ressonadores foram distribuídos em todos os nós estruturais, exceto nas bordas da placa, ajustados para a frequência de 22,44 Hz e com razão de massa de 0,7. A figura a seguir mostra as curvas que foram geradas, seguindo o mesmo padrão utilizado na figura

13, com os absorvedores sendo representados por círculos.

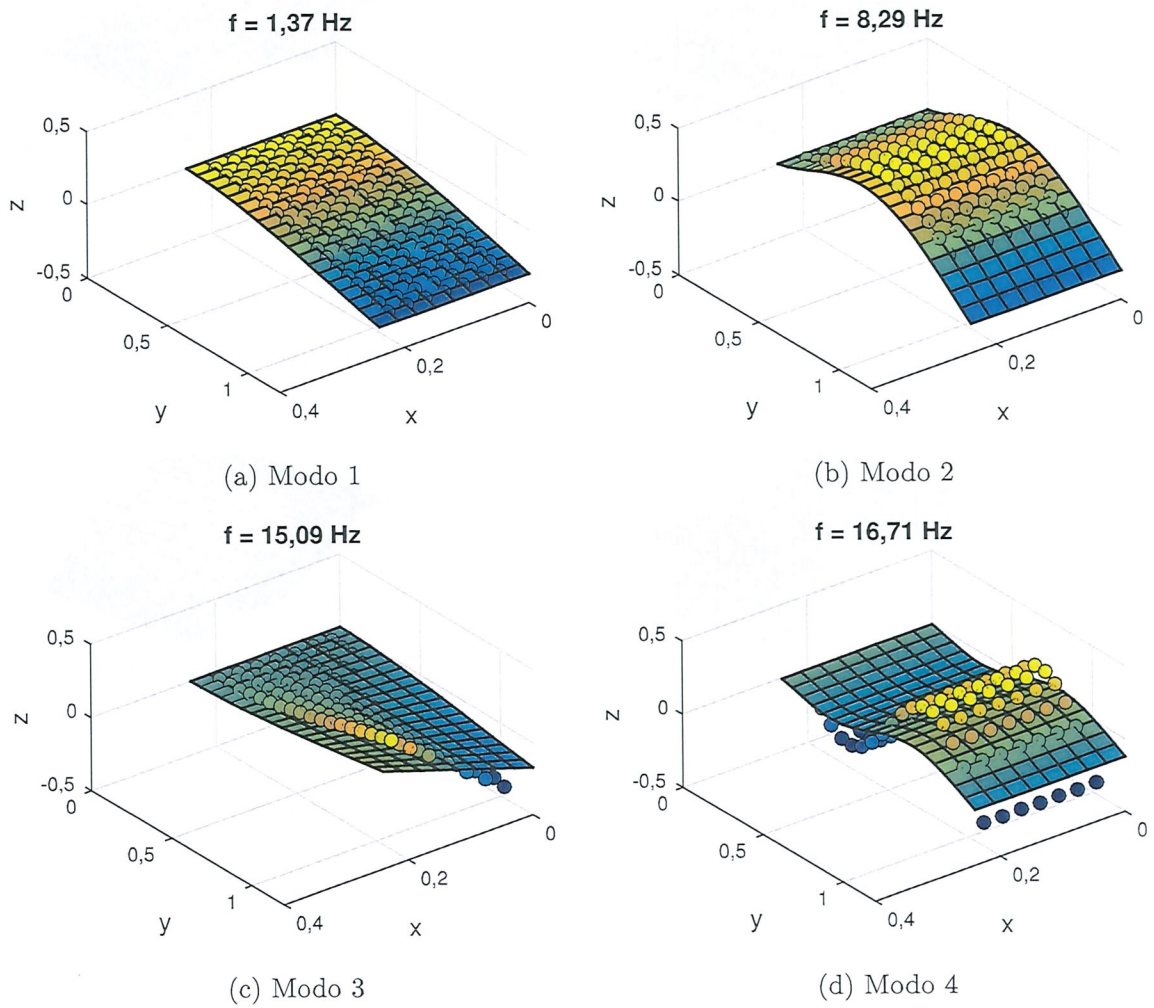


Figura 14: Modos de vibrar do metamaterial (1 ao 4)

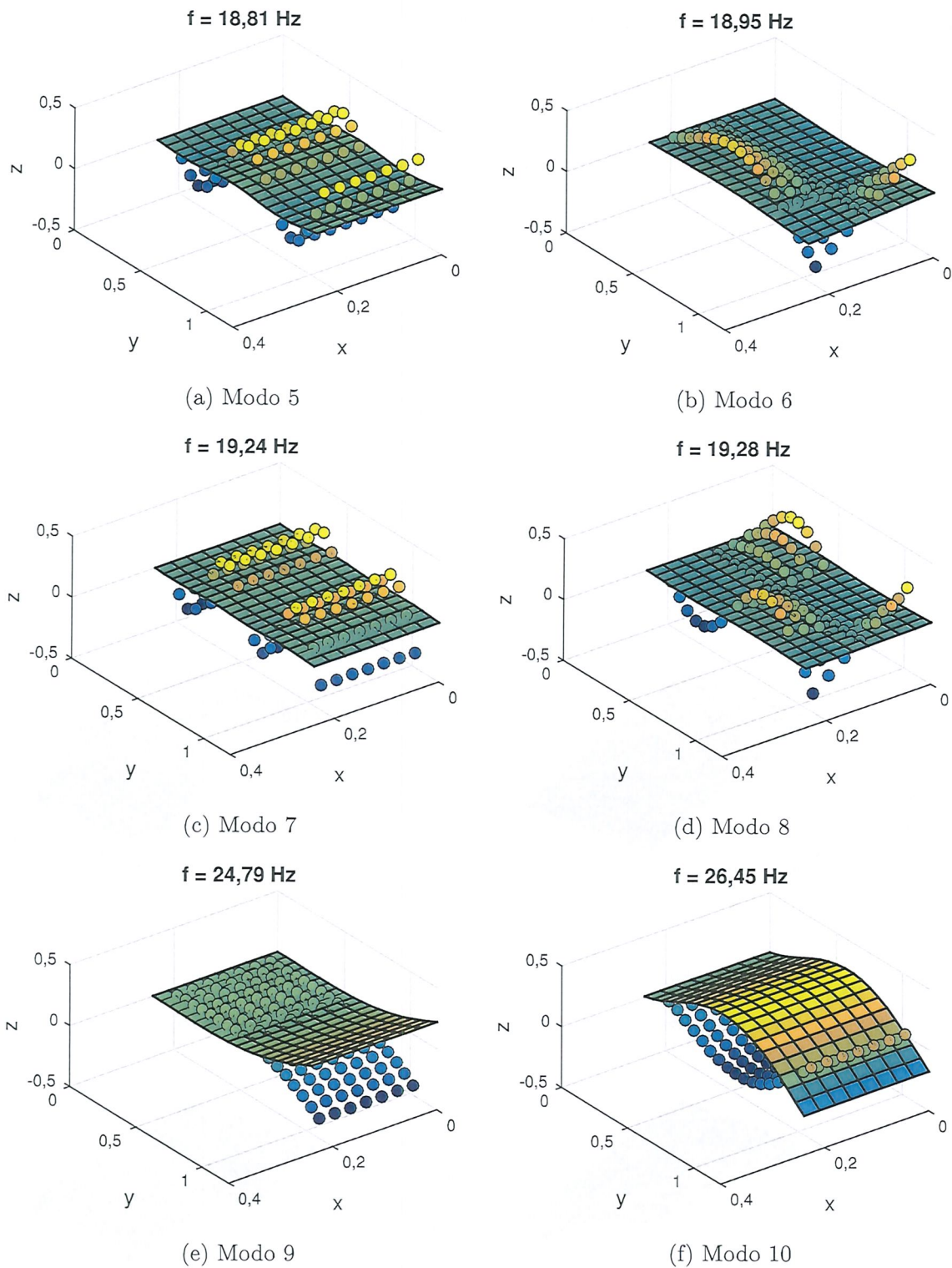


Figura 15: Modos de vibrar do metamaterial (5 ao 10)

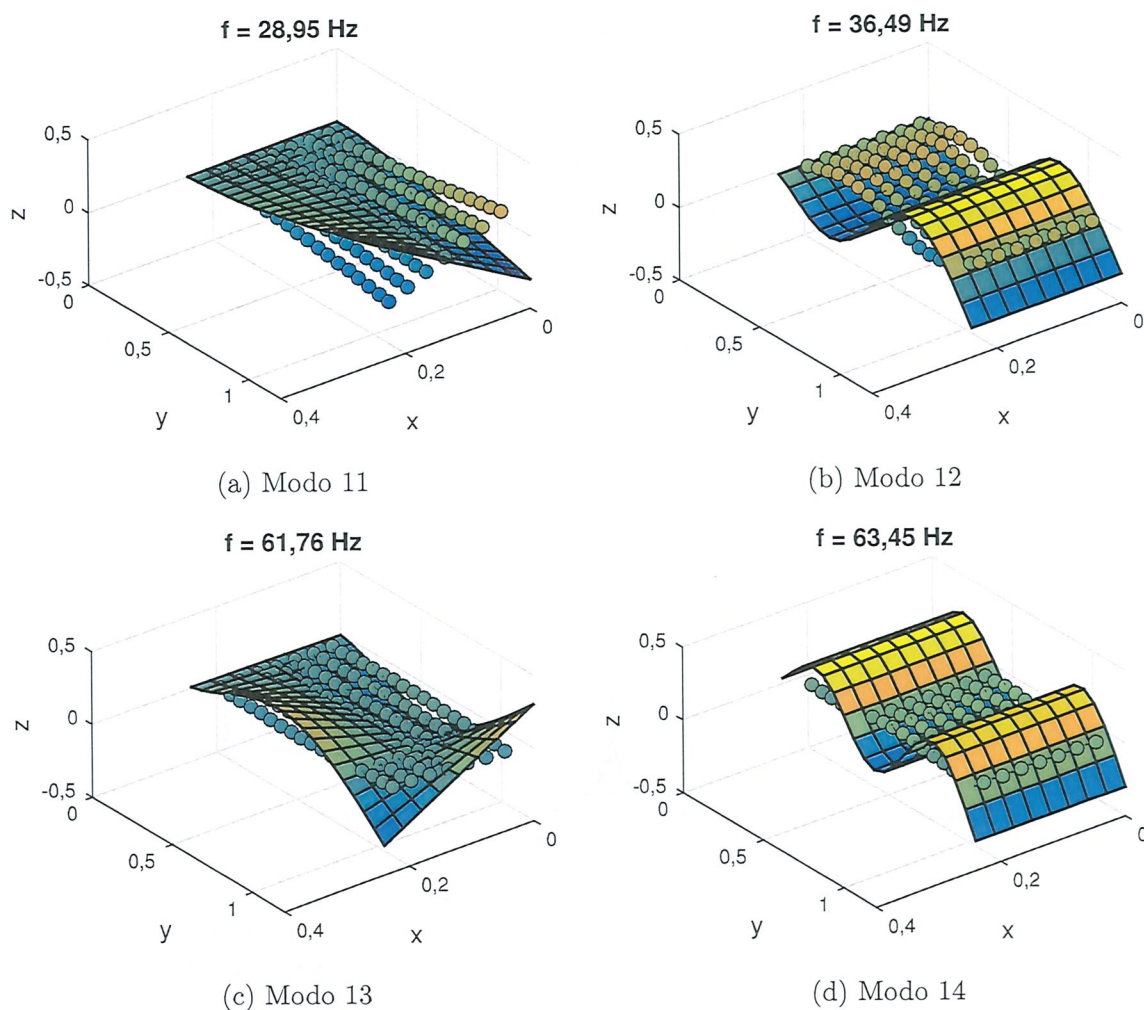


Figura 16: Modos de vibrar do metamaterial (11 ao 14)

Nota-se que nos modos abaixo da frequência objetivo do bandgap, os ressonadores se movem em concordância de fase com a placa, enquanto que acima da frequência objetivo, nota-se que os absorvedores apresentam movimento oposto ao da estrutura primária. Apesar de não mostrado, dentro do bandgap nota-se a estrutura primária com amplitudes muito baixas de movimento, enquanto os absorvedores se movimentam, concentrando a maior parte da energia do sistema. No primeiro modo, o movimento de ambos coincidem.

É importante destacar que a configuração dos modos foi avaliada com outros conjuntos de parâmetros da placa e dos ressonadores, mas seu comportamento é similar, variando principalmente a frequência, mas pouco em formato. Para cada ressonador adicionado ao sistema, surge um modo novo que se caracteriza por movimento apenas dos ressonadores e não da placa. Devido à grande quantidade de modos deste tipo gerada, apenas dois são exibidos acima, o 7 e o 8. Estes modos são fundamentais na formação do bandgap, pois são através deles que a energia é transmitida da placa para os ressonadores.

3.1.4 Validação da aproximação de absorvedores uniformemente distribuídos

Para verificar se a aproximação de metamaterial com ressonadores uniformemente distribuídos é apropriada para a modelagem de asa proposta neste trabalho, foram conduzidas três simulações de resposta em frequência para fim de comparação. Uma somente com a placa, outra com 30 ressonadores (10x3) incluídos manualmente e finalmente outra com a aproximação. Em todos os casos não há nenhum amortecimento estrutural, e nos metamateriais, a frequência alvo corresponde à frequência do modo 2 e razão de massa adicionada igual a 1. Na Fig. 17 é possível observar boa concordância entre os modelos.

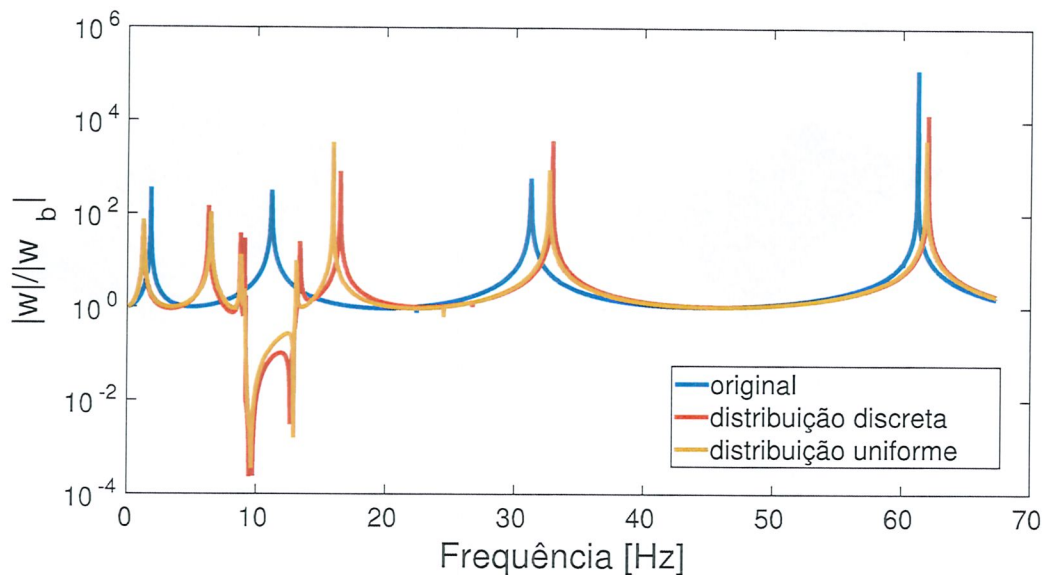


Figura 17: Verificação da aproximação de absorvedores uniformemente distribuídos

O modelo de metamaterial uniforme proposto por (SUGINO et al., 2016) recebeu um incremento deste trabalho, podendo incluir amortecimento nos absorvedores. Para verificar se o modelo com amortecimento é capaz de manter o mesmo nível de proximidade que a aproximação original, foram realizadas simulações com os mesmos parâmetros anteriores, mas com inclusão de amortecimento nos ressonadores, pelo método discreto e pelo método aproximado. A figura 18 mostra a comparação destes resultados. É possível observar que para valores baixos de amortecimento a aproximação de distribuição uniforme com amortecimento apresenta boa proximidade com o do caso caso discreto. Sendo assim, esta aproximação foi utilizada nas simulações de resposta em frequência e PK do metamaterial linear, utilizando sempre 1% de amortecimento nos absorvedores, para garantir fidelidade dos resultados.

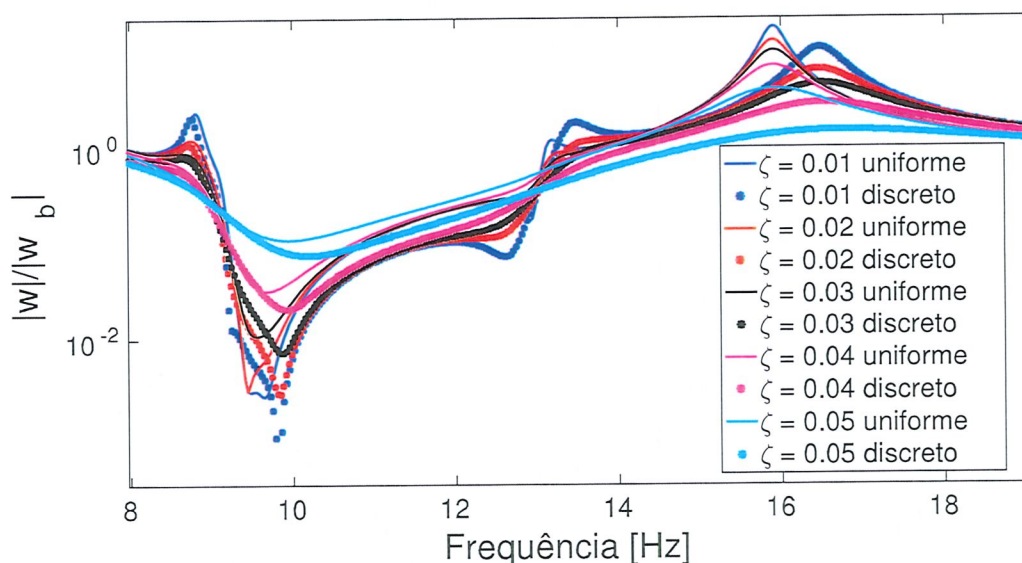


Figura 18: Verificação da aproximação de absorvedores uniformemente distribuídos em modelo com amortecimento

3.1.5 Investigação da viabilidade de um metamaterial não linear

Com o intuito de verificar o potencial de atenuação dos NES na estrutura utilizada, foram conduzidas simulações aumentando gradualmente o número de NES. As simulações consideraram 1% de amortecimento estrutural, 10% de massa total adicionada e amortecimento nos absorvedores de 7,46 Ns/m. A rigidez cúbica foi determinada em cada caso através de uma rotina simples de otimização pelo método do gradiente, mantendo os demais parâmetros fixos, de forma a minimizar a área sob a curva de resposta na frequência para excitação de base harmônica com amplitude de 10 mm, obtida pelo método do balanceamento harmônico considerando 4 harmônicos da frequência de excitação. Os valores de rigidez cúbica escolhidos foram: 0,256 N/m³ com 1 NES na ponta, 0,128 N/m³ com 2 NES na ponta, 0,083 N/m³ com 4 NES (2 no meio, 2 na ponta), 0,066 N/m³ com 10 NES (5 x 2).

A figura 19 compara o resultado das simulações, evidenciando que um número maior de NES reduz consideravelmente o potencial de atenuação do sistema, dado que as curvas com 1 a 4 NES praticamente coincidem, e a com 10 NES exibe menor atenuação com relação à curva original. Outra característica importante a ser ressaltada é que os absorvedores não lineares atenuaram todas as frequências na faixa considerada, mostrando seu potencial uso nos casos aeroelásticos, onde as frequências variam com a velocidade do escoamento. Dado que um número maior de NES aumenta consideravelmente o tempo de simulação e piora o potencial de atenuação, optou-se por seguir a pesquisa utilizando apenas dois NES na ponta da asa (um no bordo de ataque e outro no bordo de fuga)

garantindo que opere também nos movimentos de torção, apresentando grande eficiência de atenuação e com custo computacional baixo.

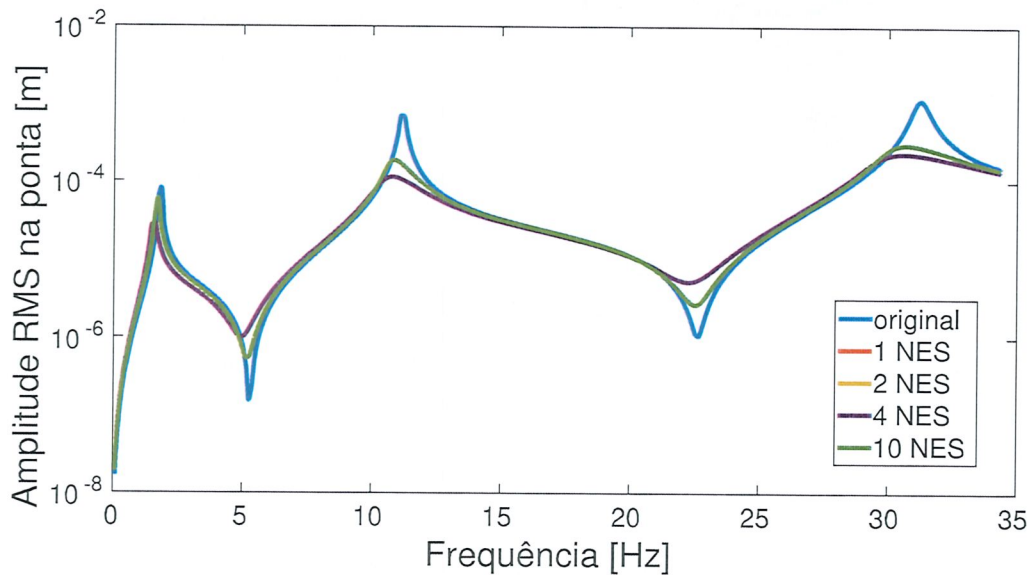


Figura 19: Verificação da viabilidade de metamaterial não linear

3.1.6 Escolha dos parâmetros do NES

A seguir foi realizado um estudo paramétrico para definir os valores de massa, amortecimento e rigidez dos dois NES. Na seção anterior foram fixados os valores de massa e de amortecimento e foi realizada uma otimização do parâmetro de rigidez, para verificar a viabilidade dos NES - agora o estudo considera massa, rigidez e amortecimento. Os parâmetros do caso de referência consideram 1% de amortecimento estrutural na placa, 10% de massa adicionada, amortecimento de 7,46 Ns/m e rigidez de 0,128 N/m³. Cada parâmetro do NES foi variado dentro de uma faixa, mantendo os demais fixos. A função utilizada para analisar o desempenho dos parâmetros é a área sob curva de resposta na frequência multiplicada pelo valor do maior pico da mesma curva, abrangendo os 4 primeiros modos de vibrar da asa. A resposta na frequência foi obtida pelo método do balanceamento harmônico considerando 4 harmônicos da frequência de excitação de base de amplitude 10 mm.

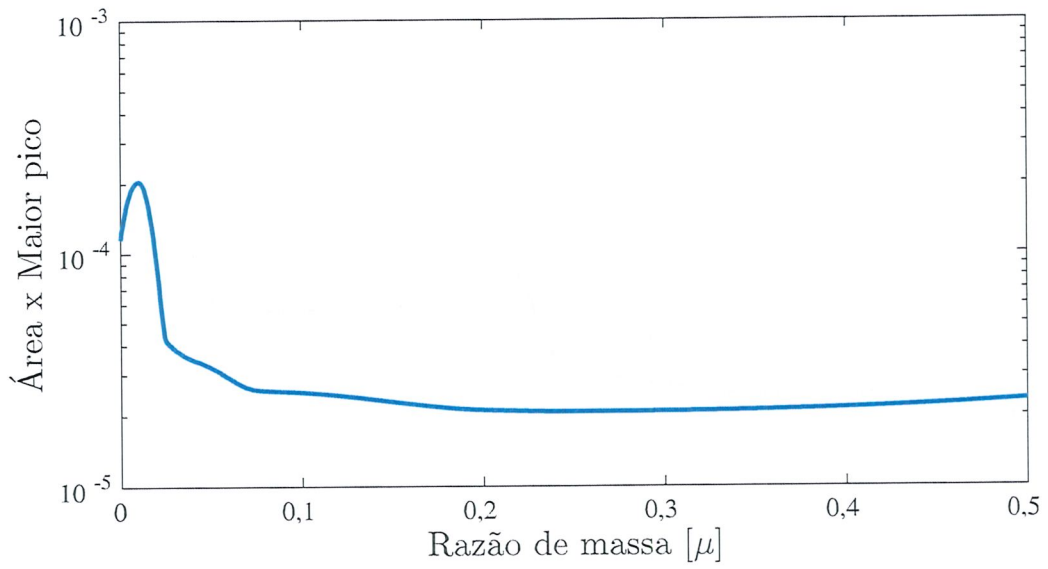


Figura 20: Estudo paramétrico da massa do NES

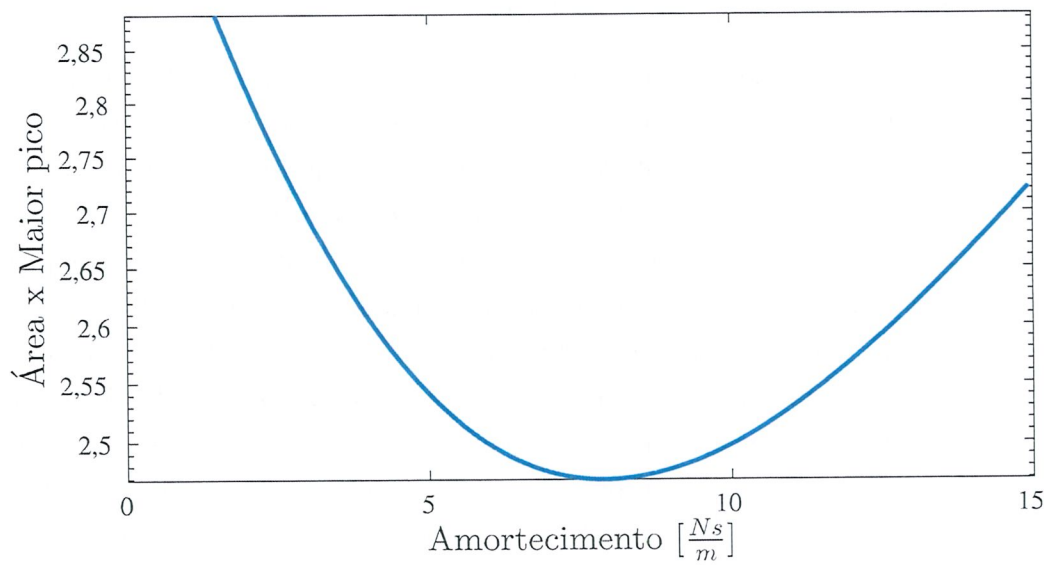


Figura 21: Estudo paramétrico do amortecimento do NES

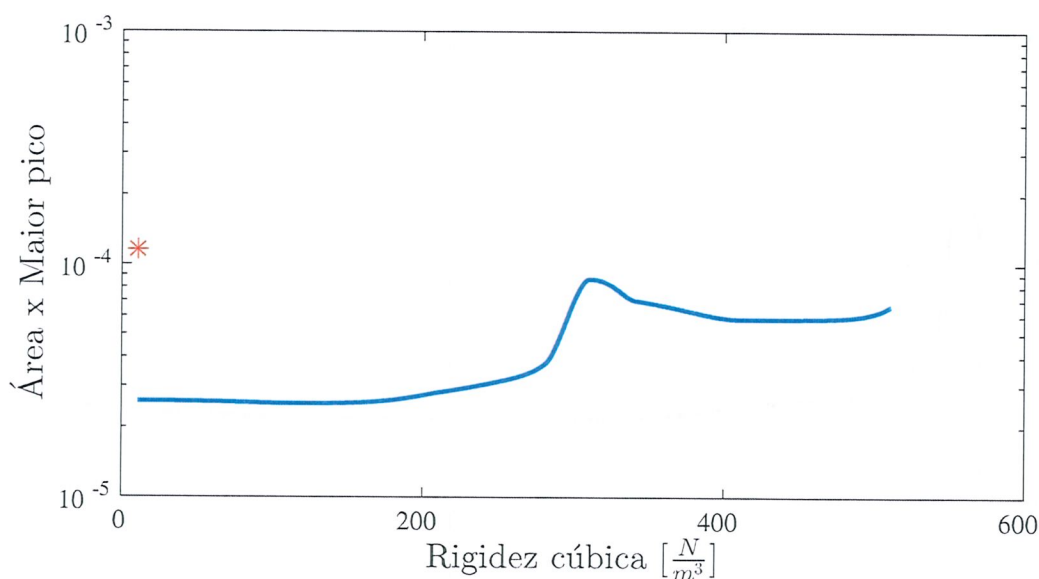


Figura 22: Estudo paramétrico da rigidez do NES

A figura 20 contém os resultados do estudo do valor da massa adicionada, mostrando baixa sensibilidade a partir de 10% e apresentando o menor valor em 25%, sendo este o valor escolhido para as simulações. O resultado para o amortecimento na figura 21 levou à escolha de 7,46 Ns/m. Já pelos resultados de rigidez na figura 22, onde o marcador corresponde ao desempenho da placa, foi determinada a utilização do valor de 0,128 N/m³.

3.2 Efeito da formação de bandgaps no comportamento aeorelástico da asa

3.2.1 Metaestrutura com absorvedores de 1 GDL

Para investigar o potencial de aumento de estabilidade aeorelástica do metamaterial, foram realizadas simulações com diferentes valores de massa nos ressonadores de 1 grau de liberdade, amortecimento de 1%, ajustados para diferentes frequências, sendo considerada a aproximação de distribuição uniforme. O caso tomado como referência foi o da placa incluindo-se as massas dos absorvedores (com rigidez infinita entre cada massa e placa). Os outros casos considerados foram: metamaterial ajustado para o modo 1, o modo 2 e para a frequência de flutter do caso de referência (4,64, 4,42, 4,23, 4,05, 3,91, 3,78, 3,66, 3,55, 3,46 e 3,36 Hz, de acordo com a razão de massa variando de 0,1 a 1). A figura 23 mostra a velocidade de flutter, obtida pelo método PK, relativa ao caso dos absorvedores rígidos, mostrando que todos os casos propostos aumentaram a velocidade de flutter do sistema, mas o caso com melhor resultado foi o ajustado para a frequência de flutter do caso de referência, aumentado em 0,3% a velocidade de flutter, mesmo com apenas 10% de massa adicionada. Em todos os casos, exceto quando ajustado na frequência do modo 2, houve aumento da frequência de flutter (Fig. 24).

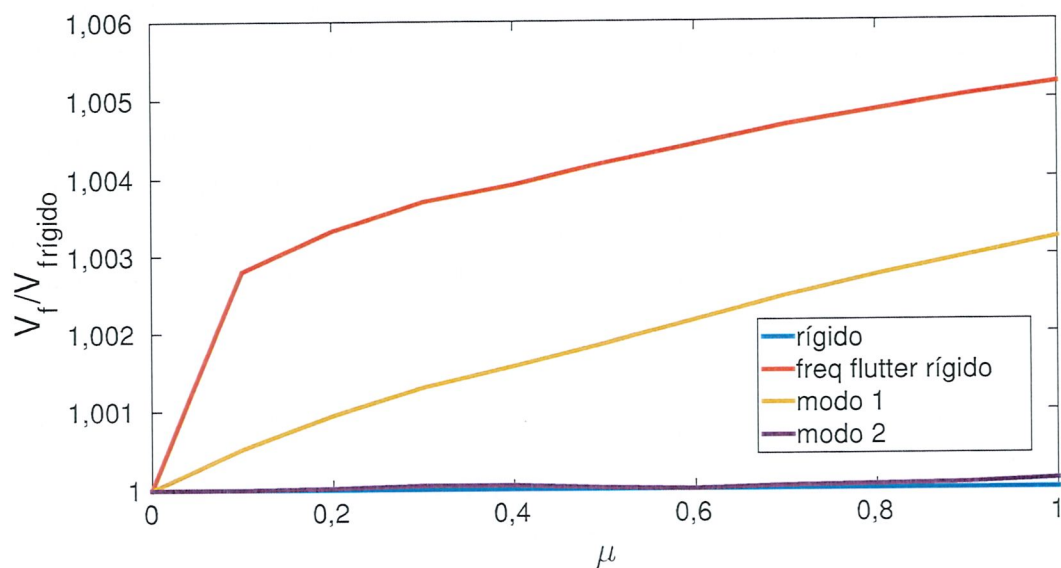


Figura 23: Comparação da velocidade de flutter para diferentes frequências alvo e massa do metamaterial

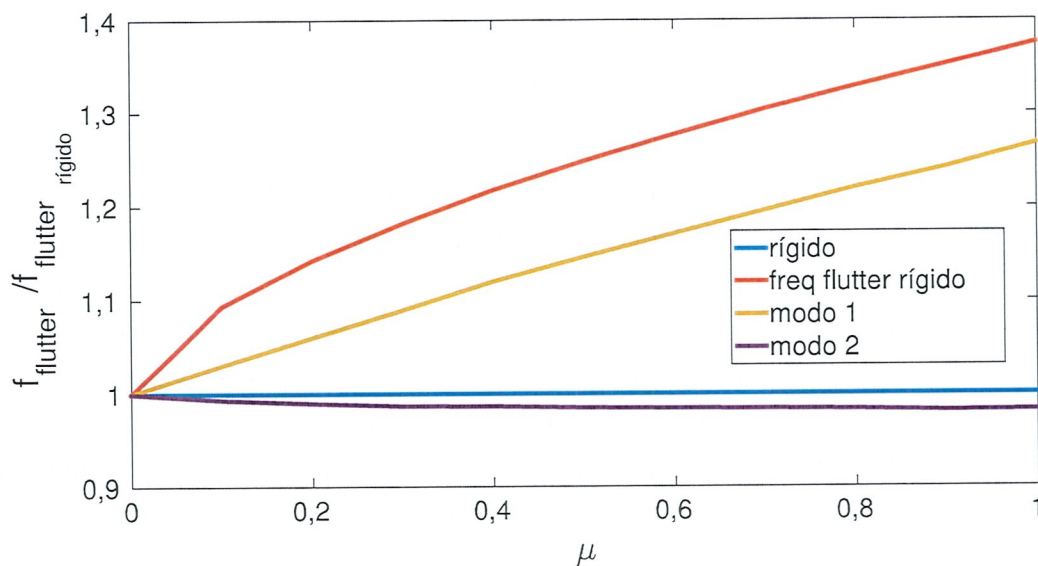


Figura 24: Comparação da frequência de flutter para diferentes frequências alvo e massa do metamaterial

3.2.2 Metaestrutura com absorvedores de 2 GDL

Após investigar a eficiência do metamaterial com ressonadores de 1 grau de liberdade, decidiu-se investigar o efeito de incluir o grau de liberdade de rotação nos ressonadores,

conforme discutido na seção 2.1.1. Para isto, foram geradas FRFs com diferentes velocidades de escoamento e, com elas, mapas de calor, para observar a evolução da resposta aeroelástica. O metamaterial consiste de 5 ressonadores, com razão de massa 0,1, razão de inércia 0,001 e amortecimento de 1%. A frequência de ajuste do metamaterial foi variada entre 2 e 9 Hz, para verificar a influência sobre a resposta. Também foram encontradas as velocidades de flutter para cada caso, utilizando o método PK, para confrontar com os resultados dos mapas de calor. A tabela 2 mostra os resultados obtidos de velocidade e frequência de flutter em cada caso.

Tabela 2: Velocidade e frequência de flutter do metamaterial com absorvedores de 2 GDL e 1 bandgap

Posição do BG (ω_c)	V_f [m/s]	$Freq_f$ [Hz]
Sem BG	59,26	4,89
Rígido	59,57	4,56
2 Hz	59,11	4,98
3 Hz	58,80	5,09
4 Hz	58,34	5,29
5 Hz	57,50	5,72
6 Hz	55,78	6,48
7 Hz	53,24	7,42
8 Hz	49,45	8,41
9 Hz	46,43	9,44

Observando os resultados da tabela, nota-se que a presença dos absorvedores pioraram o comportamento aeroelástico do sistema em todos os casos. O caso rígido apresentou uma leve melhora em relação ao caso original, isso se deve ao fato de a massa estar concentrada sobre a linha neutra, afetando primordialmente os modos de flexão, afetando o acoplamento flexo-torcional. Vale ressaltar que, diferentemente do caso investigado com os absorvedores de 1 grau de liberdade, os absorvedores agora não estão uniformemente distribuídos pela placa, pois a aproximação de distribuição uniforme proposta na seção 2.1.1 não considera o grau de liberdade de rotação, e da maneira que foram considerados neste estudo (inclusão um a um manualmente na estrutura) problemas numéricos no cálculo dos autovetores podem surgir quando são incluídos em grande quantidade. Desta forma, os absorvedores foram concentrados ao longo da linha elástica, sendo assim não necessariamente era esperado que a configuração atual representasse um ganho de estabilidade como no anterior. As figuras 25 a 34 exibem os mapas de calor da placa, da placa com massa adicionada e do metamaterial com bandgap ajustado para as frequências de 2 Hz a 9 Hz, em escala log. Como houve pouca adição de massa (apenas 10%) as figuras 25 e 26 são praticamente idênticas. Confrontando os dados da tabela e dos mapas de calor, se observa-se a região na qual ocorre a instabilidade.

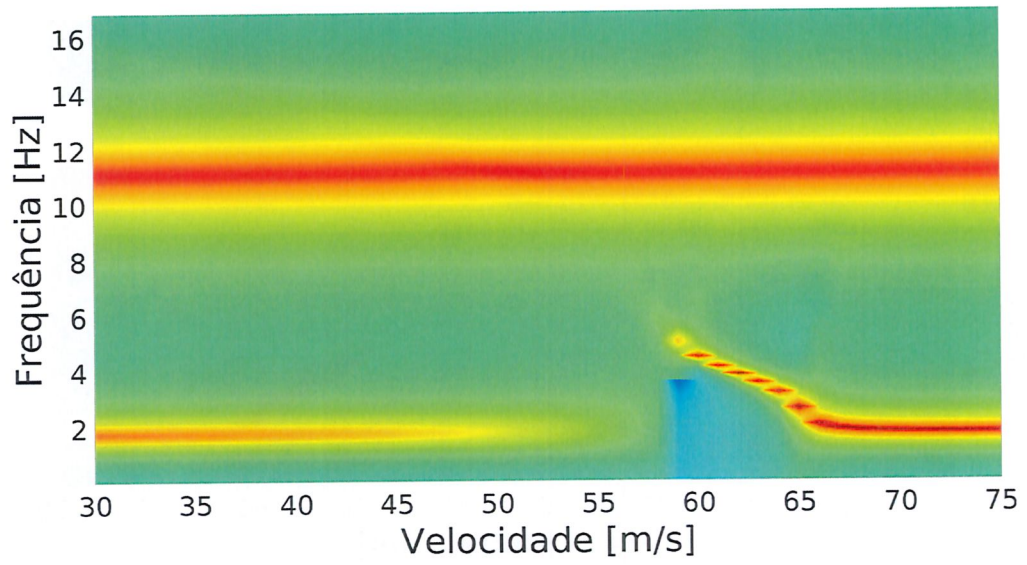


Figura 25: Mapa de calor da FRF em diferentes velocidades de escoamento - Placa

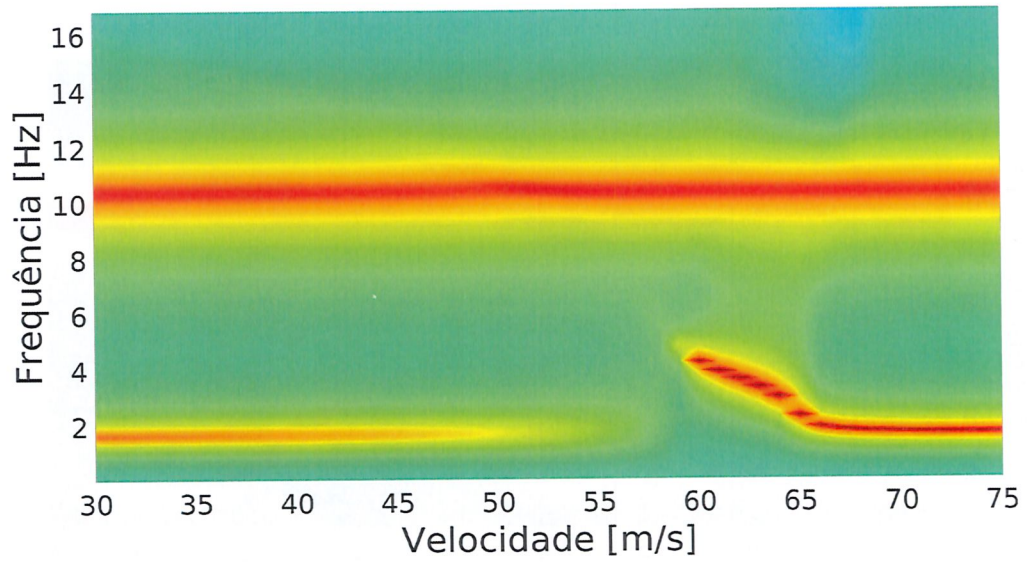


Figura 26: Mapa de calor da FRF em diferentes velocidades de escoamento - 1 conjunto rígido

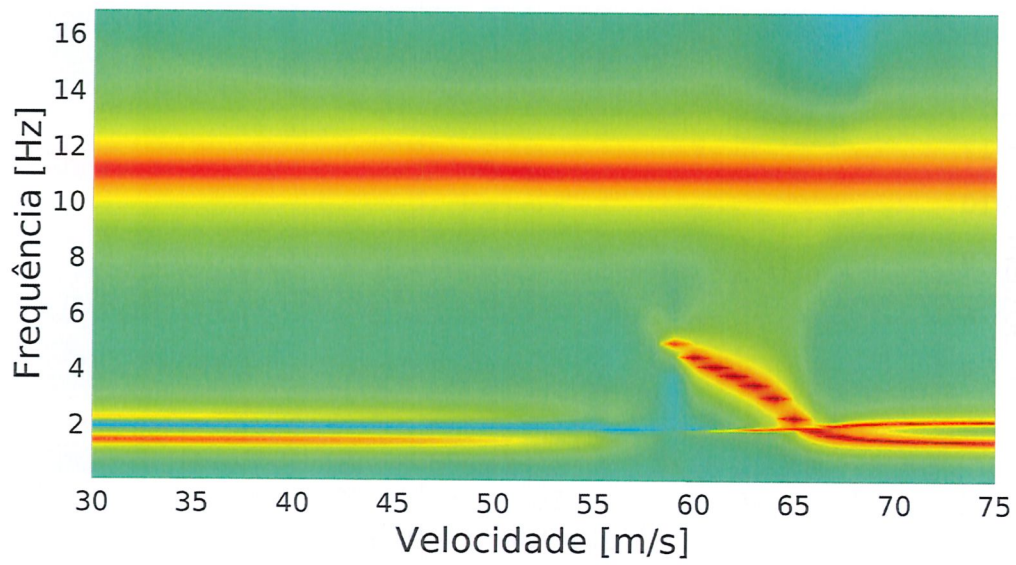


Figura 27: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 2 Hz

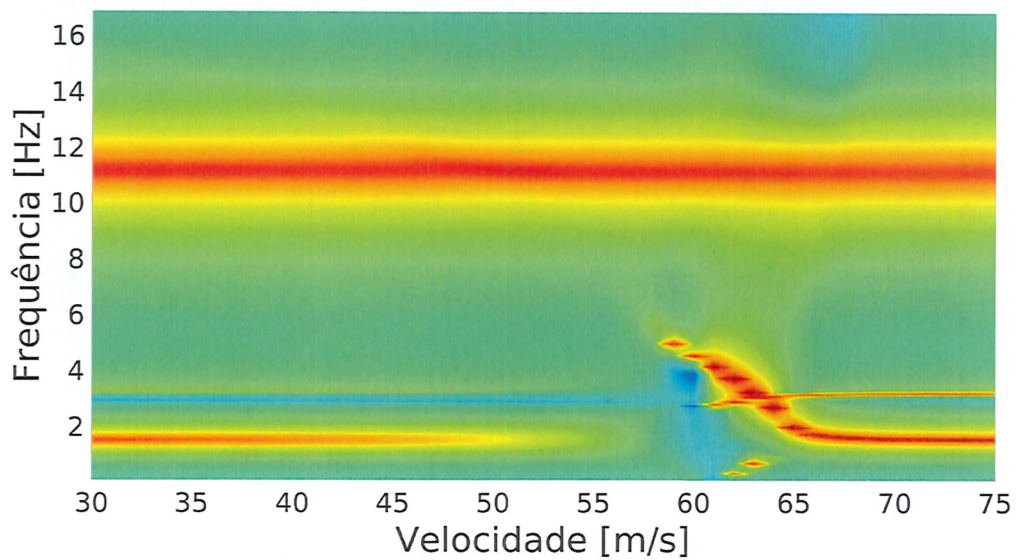


Figura 28: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 3 Hz

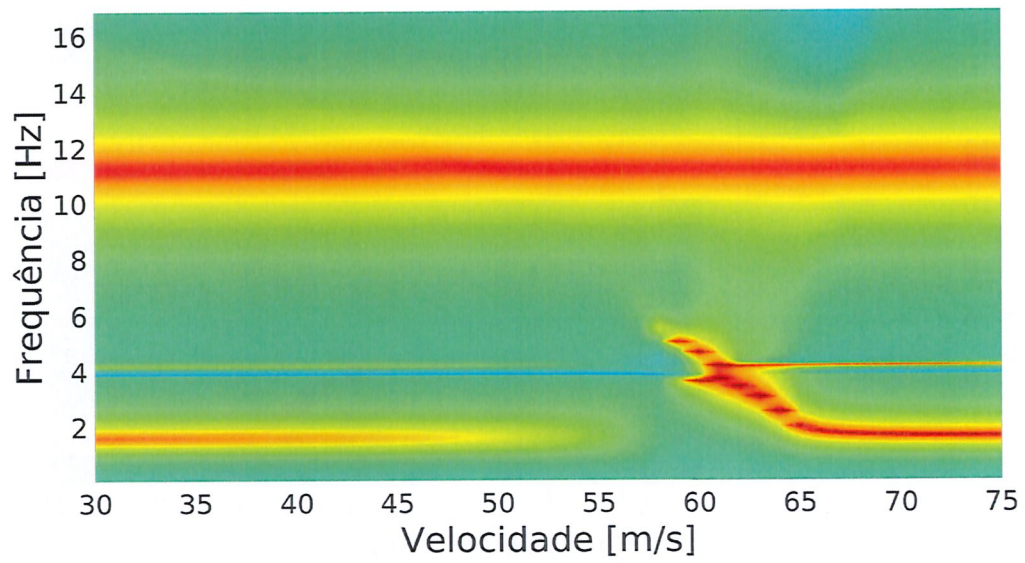


Figura 29: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 4 Hz

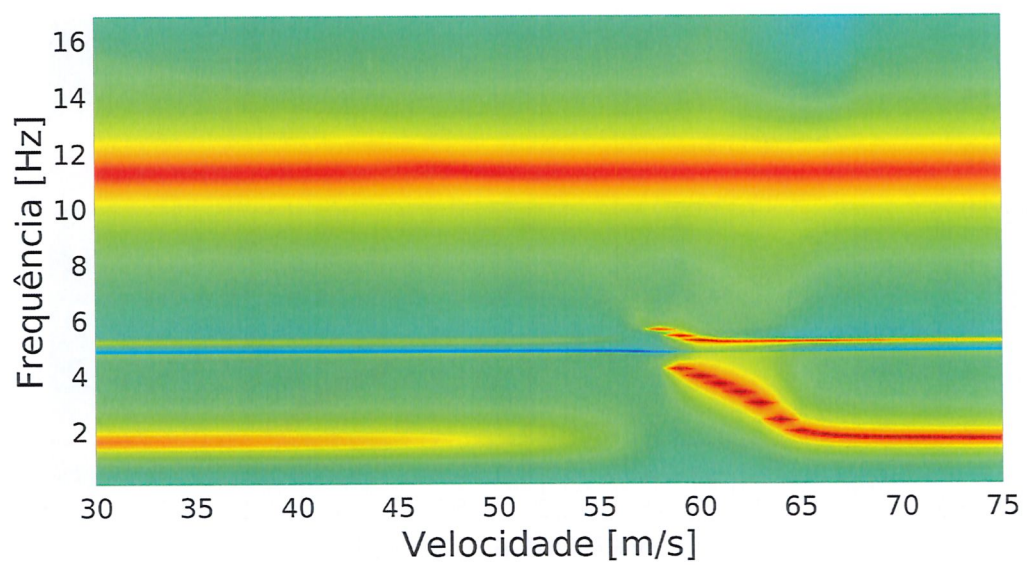


Figura 30: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 5 Hz

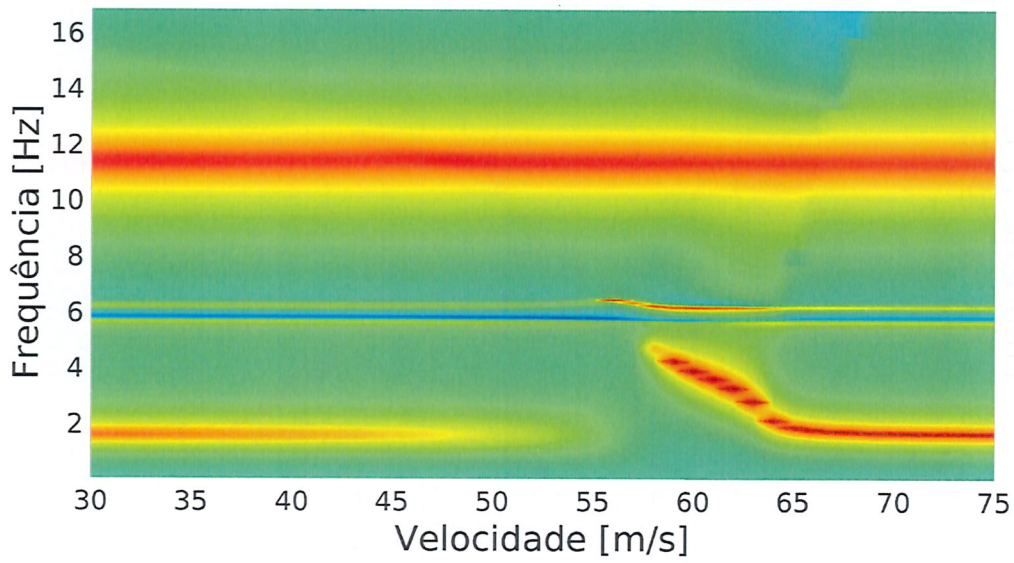


Figura 31: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 6 Hz

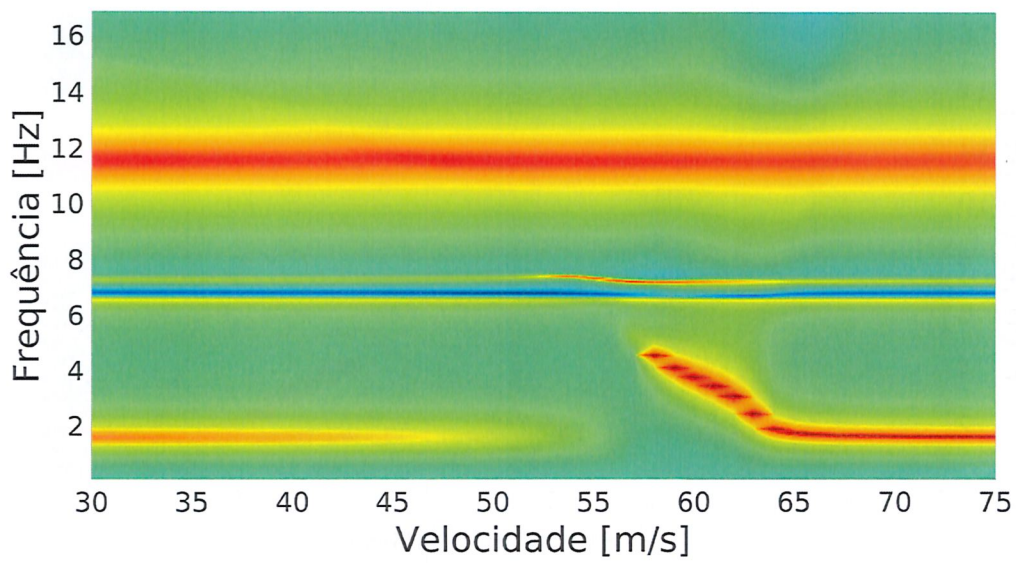


Figura 32: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 7 Hz

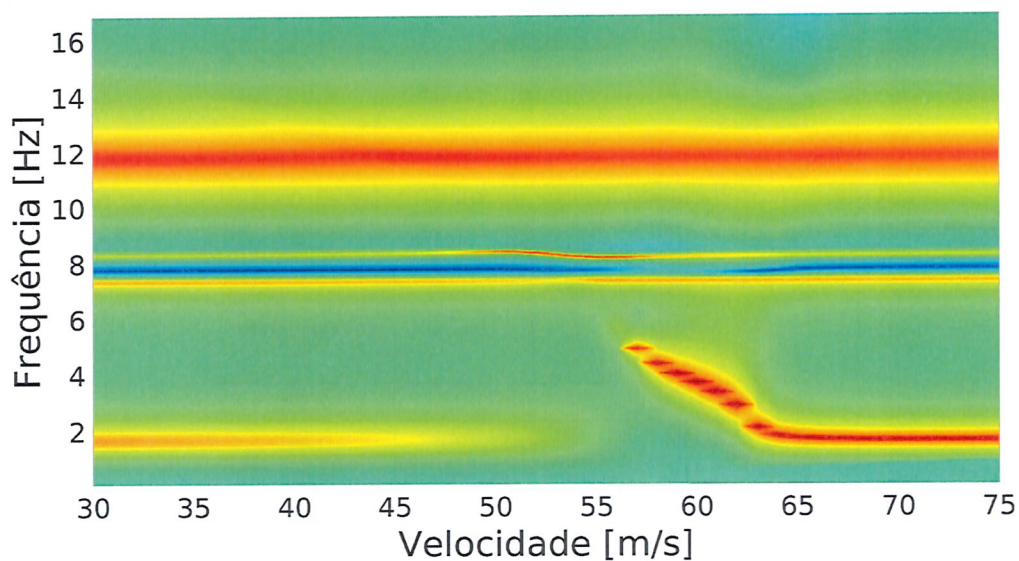


Figura 33: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 8 Hz

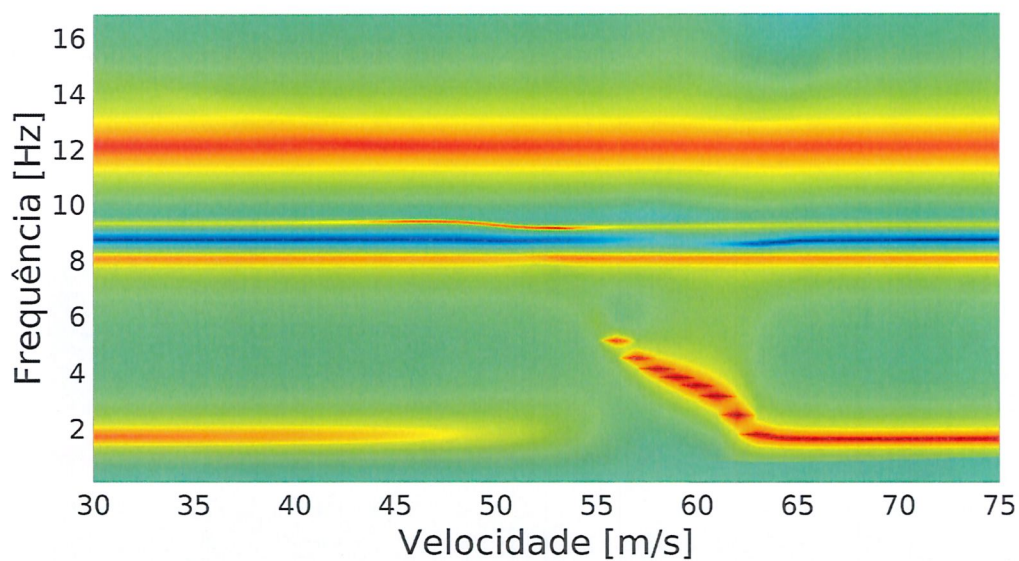


Figura 34: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 1 bandgap em 9 Hz

A seguir, o feito da inclusão de dois conjuntos de ressonadores de 2 GDL com $\nu = 0,001$ e $\mu = 0,1$ também foi verificado, variando a frequência de ajuste de um conjunto, mantendo o outro fixo em 2 Hz. Os resultados obtidos pelo método PK são dados na tabela 3. Dentre os resultados apresentados, os que tiveram um dos conjuntos ajustados para 8 Hz e para 9 Hz obtiveram um bom desempenho quando comparado aos casos ajustados

para 2 Hz a 7 Hz. Isso se deve ao fato de a instabilidade ocorrer no modo da borda do bandgap inferior, a uma frequência mais baixa.

Tabela 3: Velocidade e frequência de flutter do metamaterial com absorvedores de 2 GDL e 2 bandgap

Posição do BG variado (ω_c)	V_f [m/s]	$Freq_f$ [Hz]
Rigido	59,71	4,28
2 Hz	59,27	5,00
3 Hz	58,73	5,11
4 Hz	58,49	5,25
5 Hz	57,84	5,60
6 Hz	57,96	6,45
7 Hz	57,27	7,33
8 Hz	59,40	4,62
9 Hz	59,14	4,71

As figuras 35 a 43 mostram os mapas de calor das simulações com dois conjuntos de ressonadores.

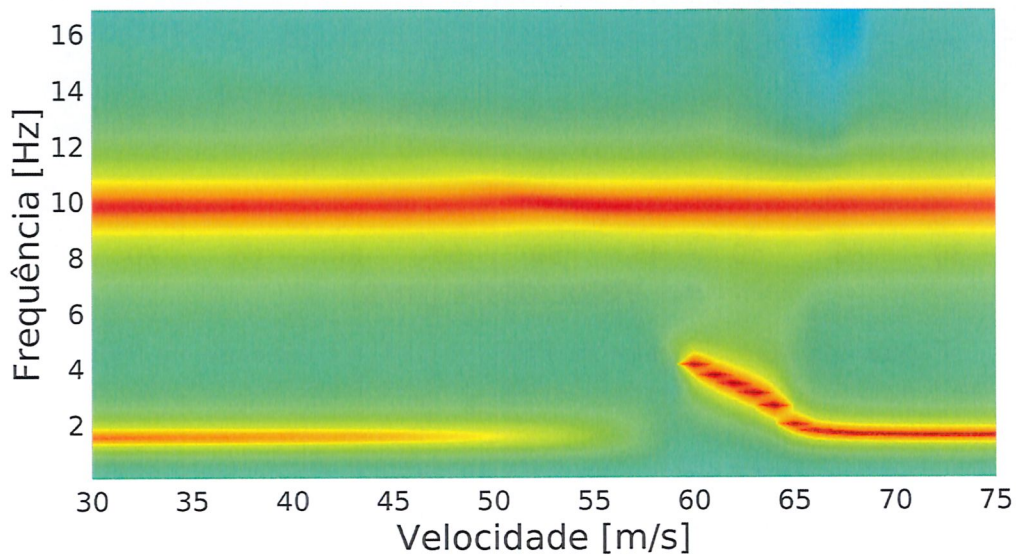


Figura 35: Mapa de calor da FRF em diferentes velocidades de escoamento - 2 conjuntos rígidos

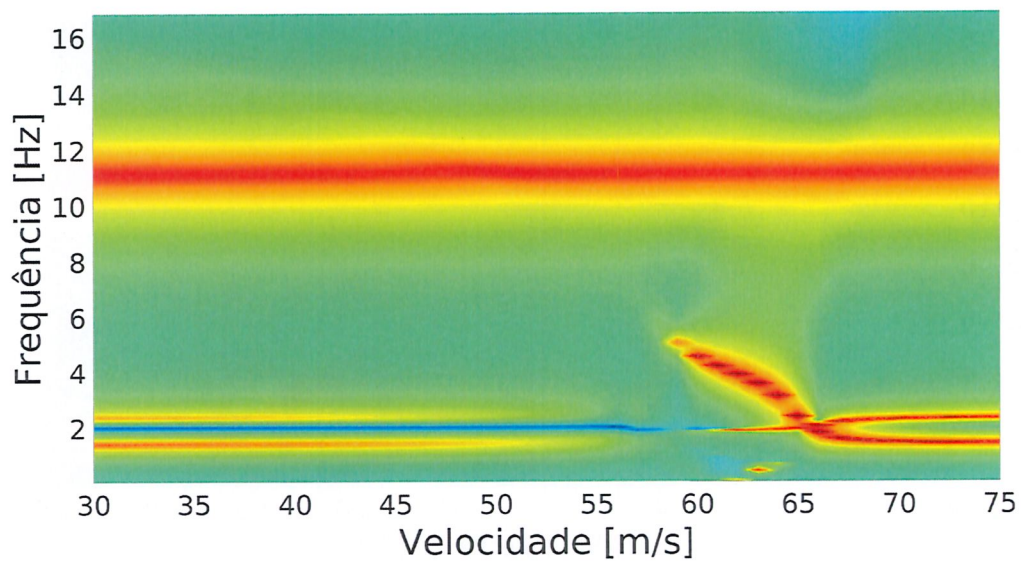


Figura 36: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgaps em 2 Hz

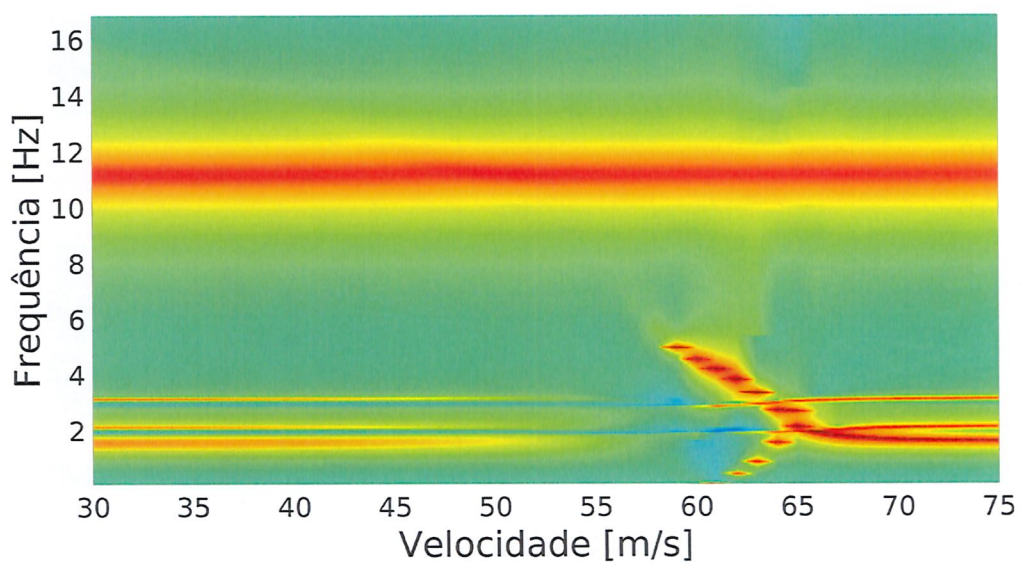


Figura 37: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 3 Hz

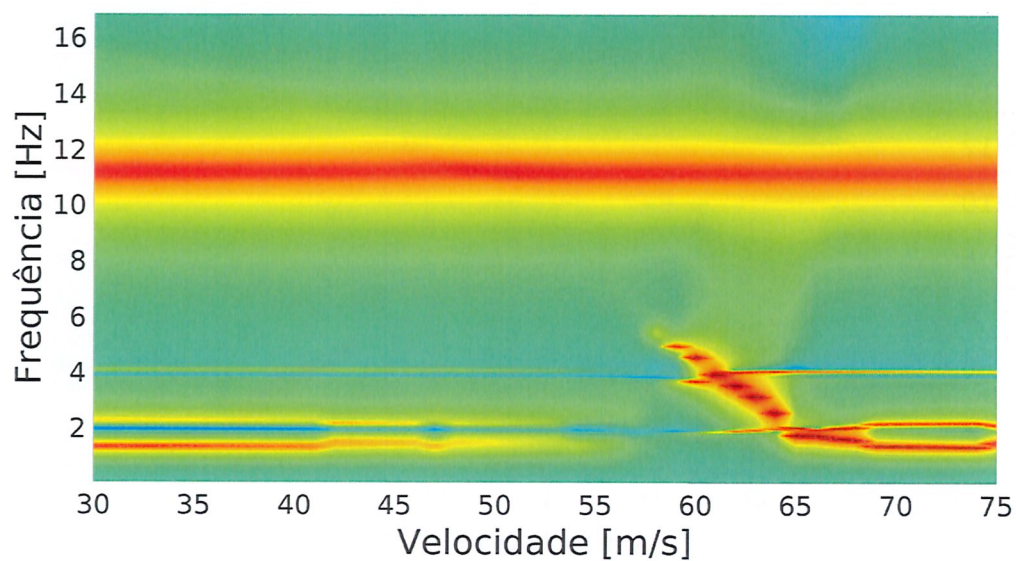


Figura 38: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 4 Hz

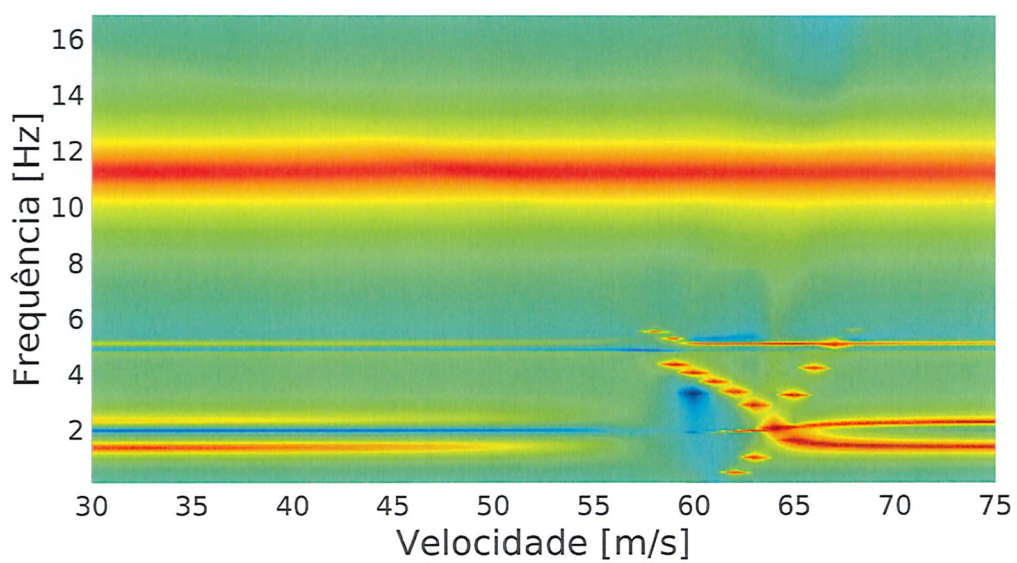


Figura 39: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 5 Hz

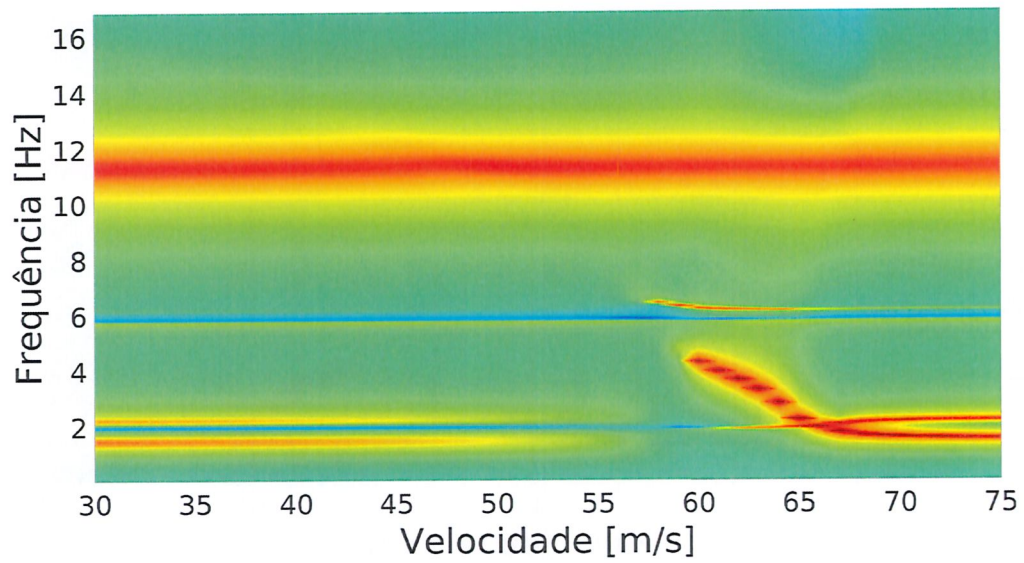


Figura 40: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 6 Hz

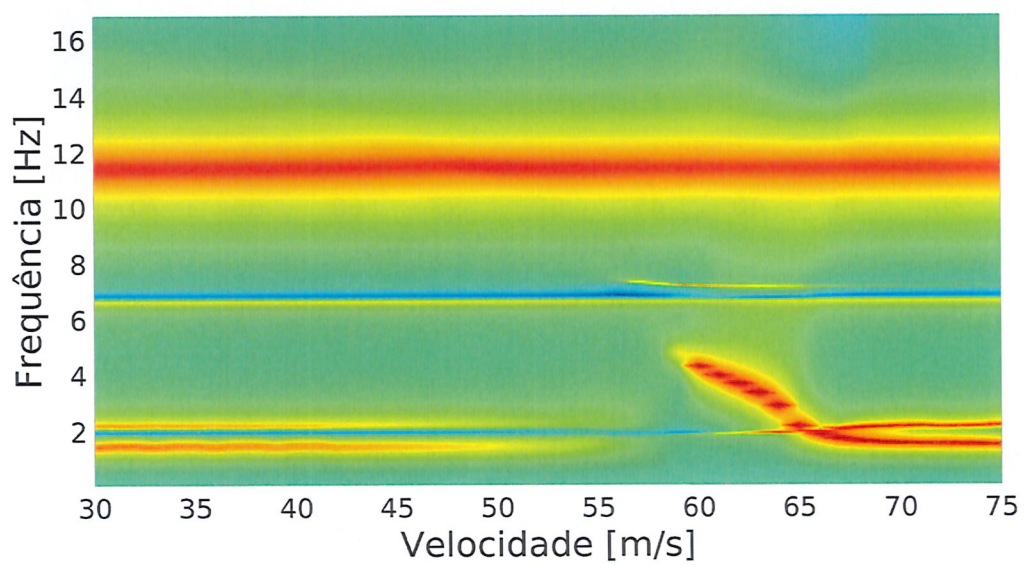


Figura 41: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 7 Hz

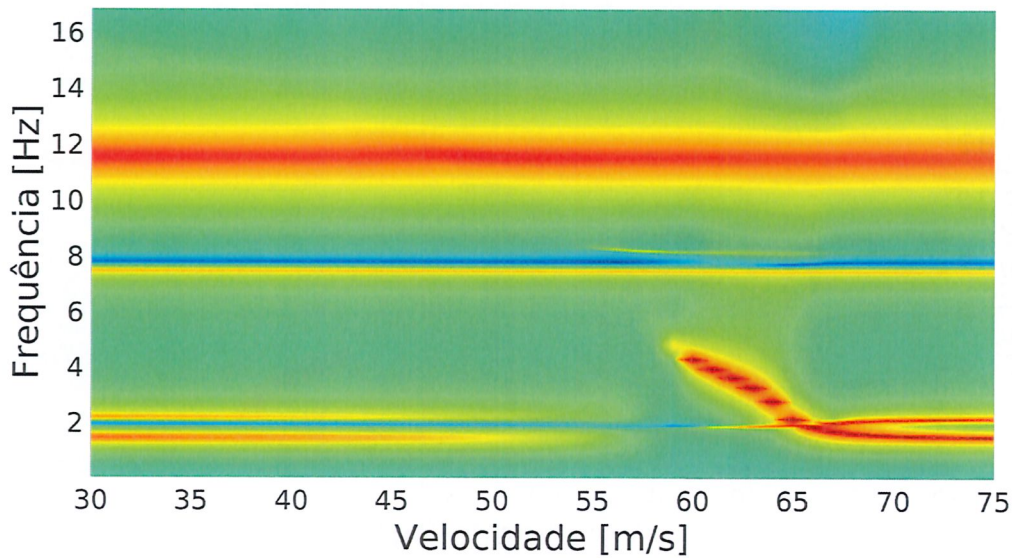


Figura 42: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 8 Hz

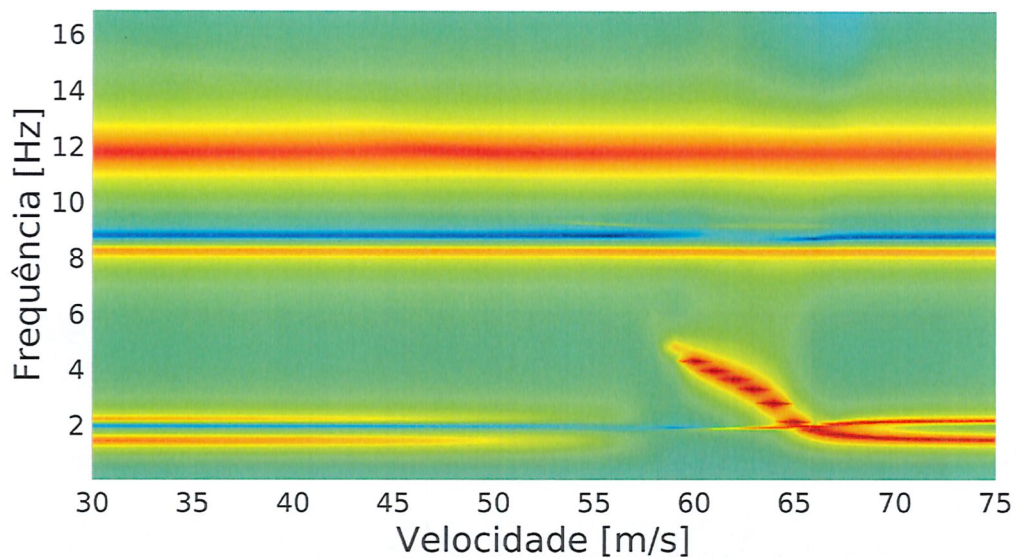


Figura 43: Mapa de calor da FRF - 2 GDL e 2 bandgap em 2 e 9 Hz

3.3 Simulações aeroelásticas não lineares - asa com NES

Simulações foram realizadas sob excitação por rajada para comparar o desempenho aeroelástico da asa original ao da asa com a simples adição de massa equivalente ao NES e, finalmente, com os NES. As figuras 44-56 mostram a resposta da placa e do NES sob uma rajada 1-cos de 0,1 m de comprimento e 5 m/s de velocidade vertical em 3 diferentes

velocidades de escoamento: velocidade de flutter da asa com massa adicionada ($V1 = 53,2$ m/s), velocidade de flutter da asa ($V2 = 55,81$ m/s), e uma velocidade acima da condição de flutter dos dois casos anteriores ($V3 = 57$ m/s). Em todos os casos, o NES responde a uma frequência de aproximadamente 2 Hz e após alguns segundos sua amplitude se torna muito pequena devido à dissipação de energia.

Nas figuras 44 e 45 são exibidas a resposta no tempo e a wavelet, respectivamente, da placa com adição de massa na velocidade $V1$. Esta é a velocidade limite na qual o sistema exhibe resposta aeroelástica instável, na frequência próxima a 5 Hz.

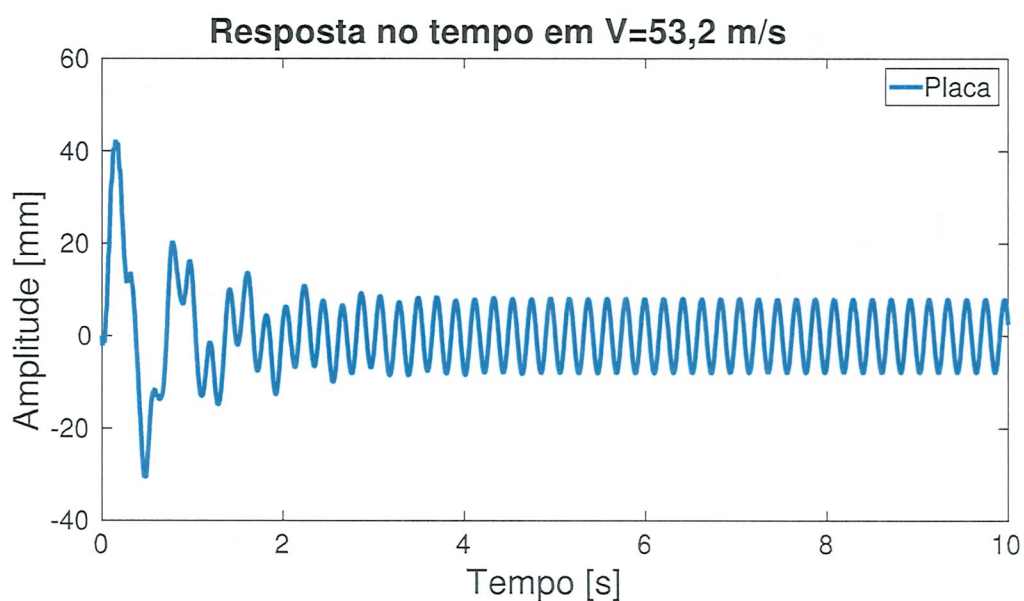


Figura 44: Placa com adição de massa - resposta no tempo em $V1$

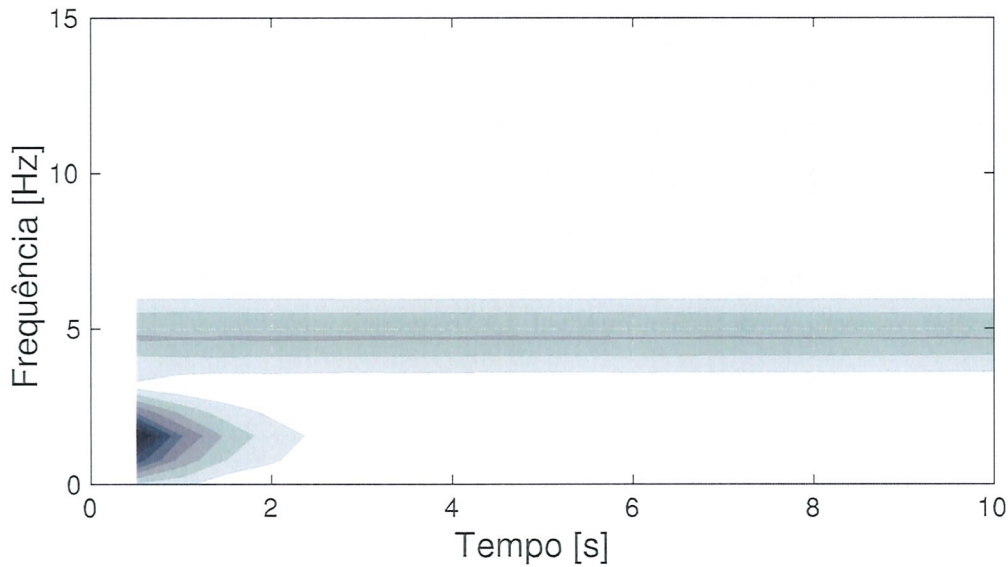


Figura 45: Placa com adição de massa - wavelet em V1

Nas figuras 46, 47 e 48 são exibidas a resposta no tempo e as wavelets da extremidade livre da placa e de um dos NES, respectivamente. Nota-se que o NES dissipa a energia de oscilação do sistema e previne que ocorra a resposta instável do caso acima, através de captura de ressonância transiente (TRC) 1:1 com o movimento da ponta da placa tão logo quanto a rajada atinge a estrutura, mas nos instantes iniciais ocorre uma amplitude alta na resposta.

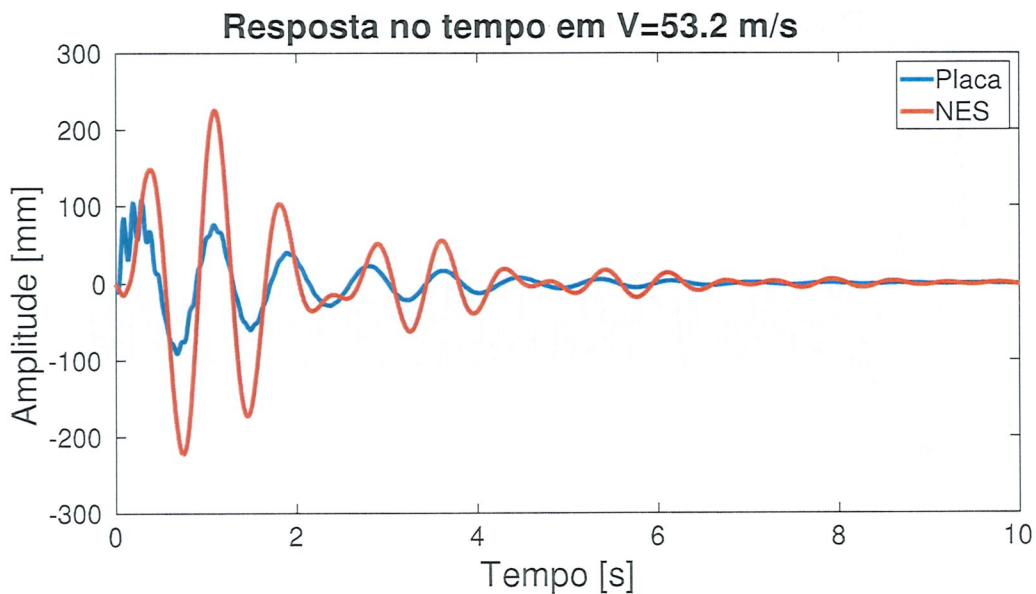


Figura 46: Placa e NES - resposta no tempo em V1

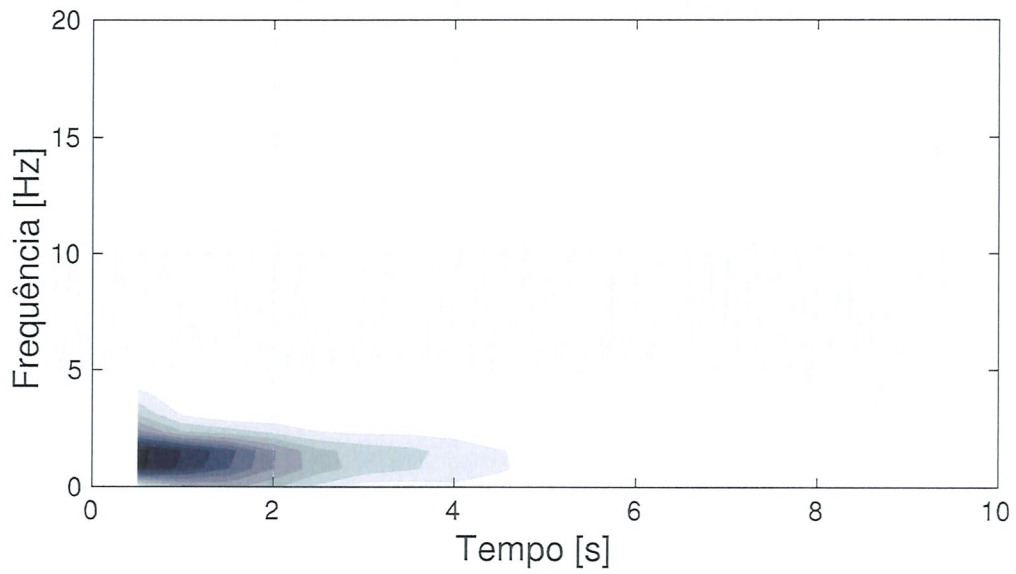


Figura 47: Placa com NES - wavelet em V1

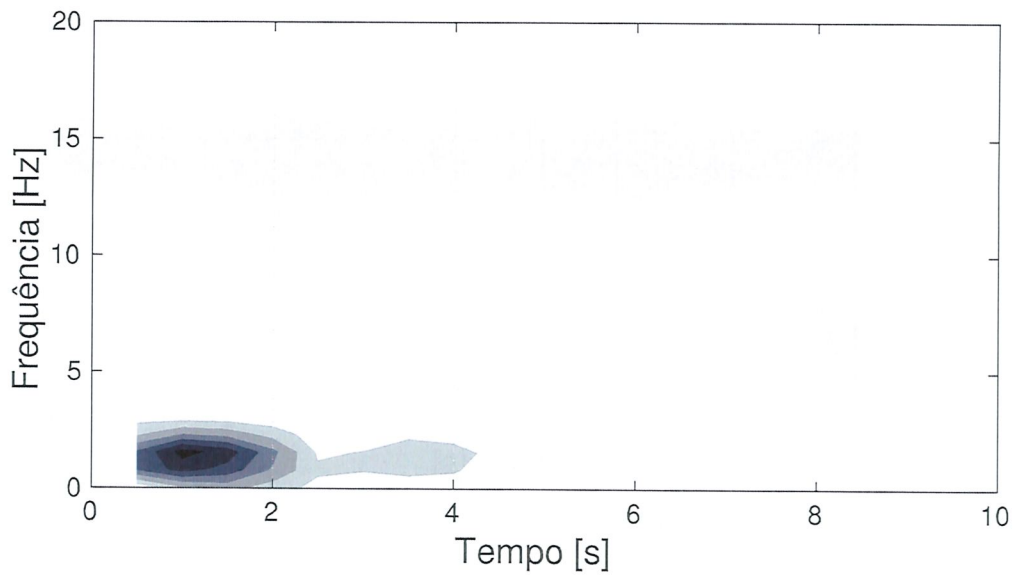


Figura 48: NES - wavelet em V1

As figuras 49 e 50 contêm a resposta no tempo e a wavelet, respectivamente, da placa original na velocidade V2. Esta é a velocidade de flutter da placa, sendo a frequência próxima a 8 Hz.

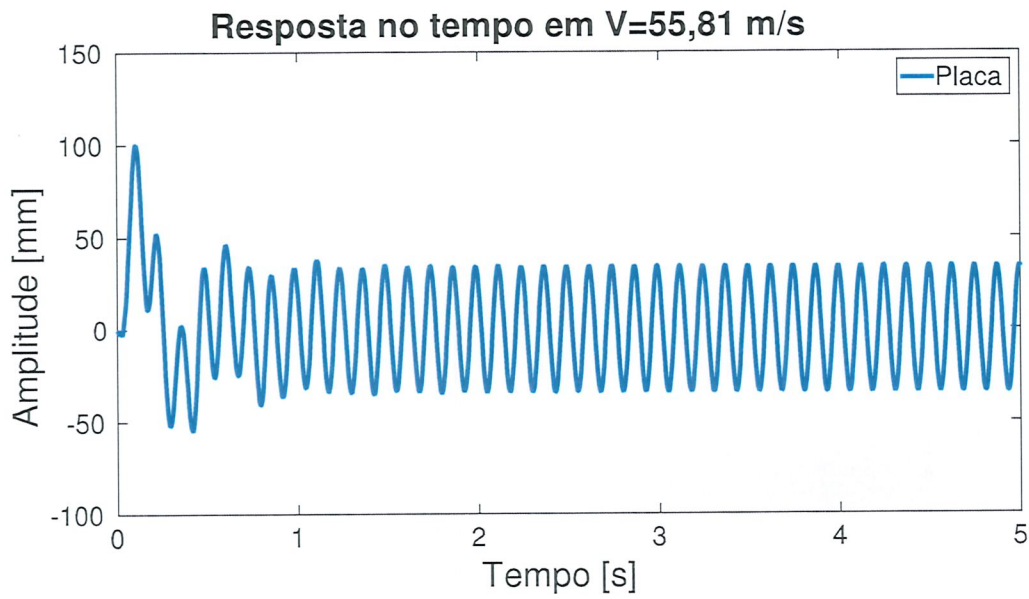


Figura 49: Placa - resposta no tempo em V2

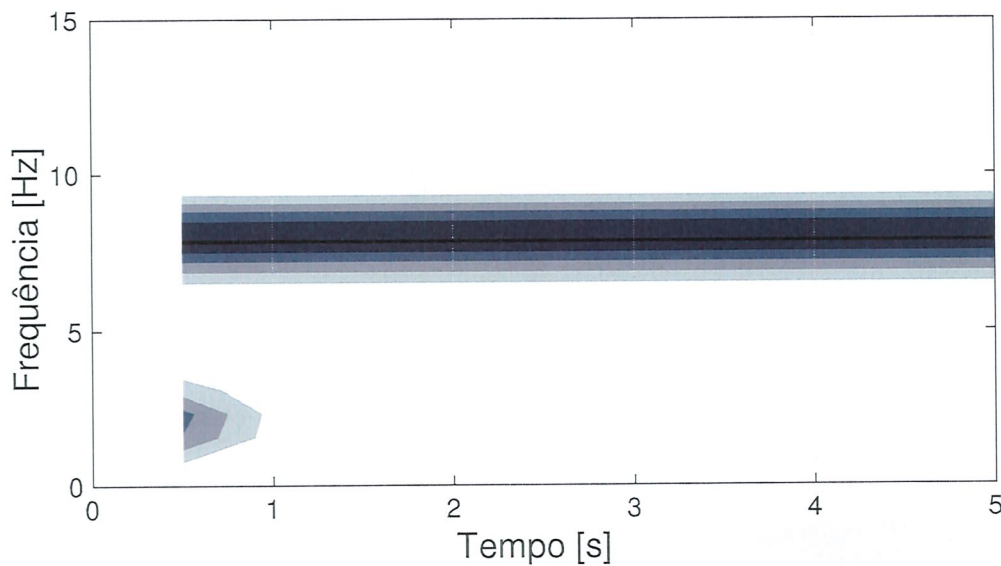


Figura 50: Placa - wavelet em V2

A resposta no tempo e as wavelets da extremidade livre da placa e de um dos NES são dadas nas figuras 51, 52 e 53, respectivamente, na velocidade V2. O NES novamente dissipa a energia de oscilação do sistema e previne que ocorra a resposta instável, através do mesmo mecanismo de captura de ressonância transiente (TRC) 1:1, mas novamente apresenta uma amplitude de resposta inicial elevada, muito acima do limite de deformação para considerar a resposta como linear.

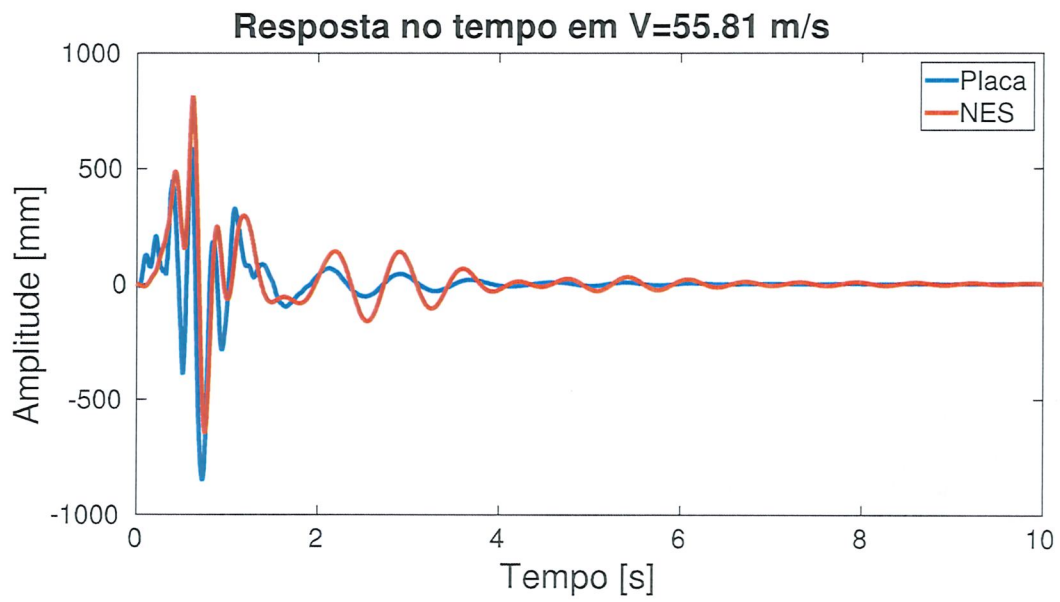


Figura 51: Placa e NES - resposta no tempo em V2

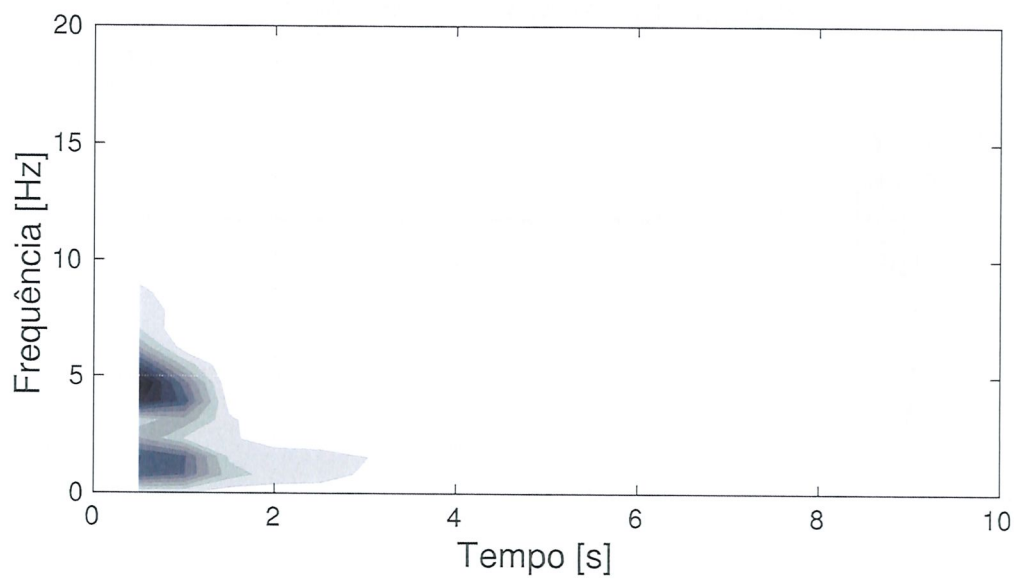


Figura 52: Placa com NES - wavelet em V2

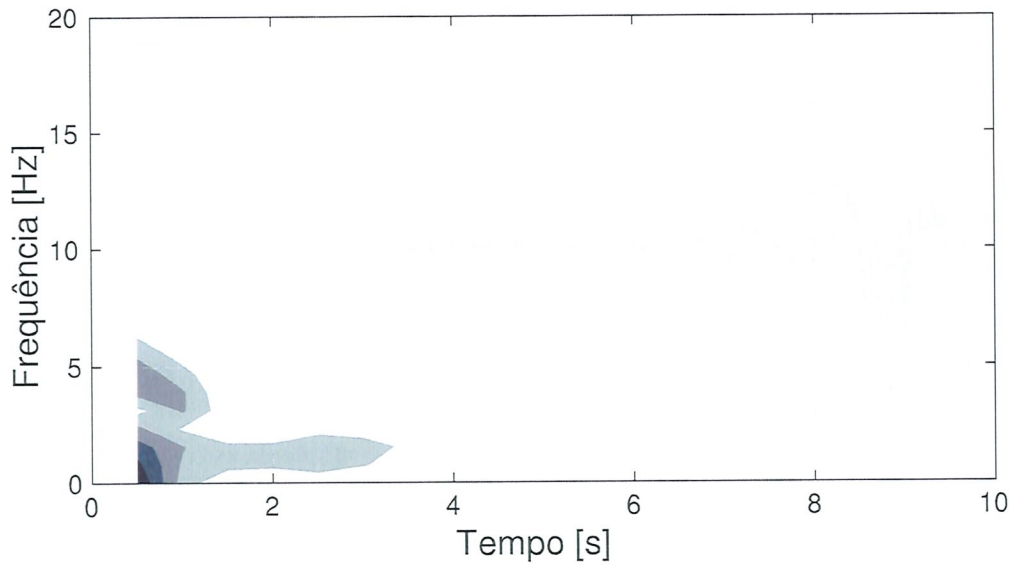


Figura 53: NES - wavelet em V2

A seguir foi verificada a resposta no tempo e as wavelets da extremidade da placa e de um dos NES em uma velocidade acima das duas condições de flutter investigadas previamente (figuras 54, 55 e 56, respectivamente). Como nos casos anteriores, a resposta transiente da ponta da asa ativa o NES e este começa a dissipar energia através da TRC 1:1, e também foi capaz de prevenir a resposta instável do sistema, mas a custo de uma resposta inicial de amplitude elevada.

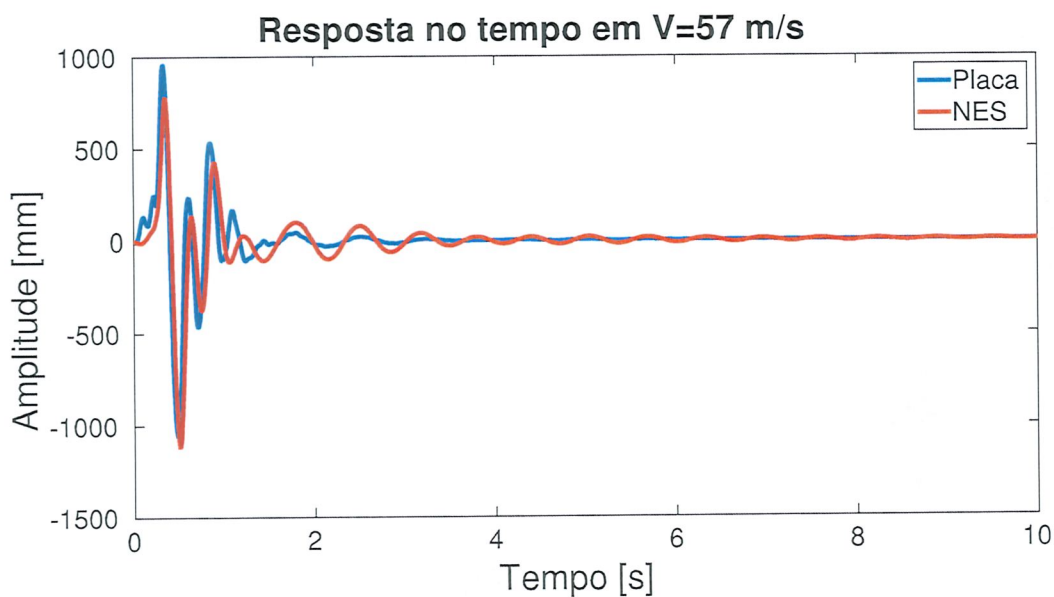


Figura 54: Placa e NES - resposta no tempo em V3

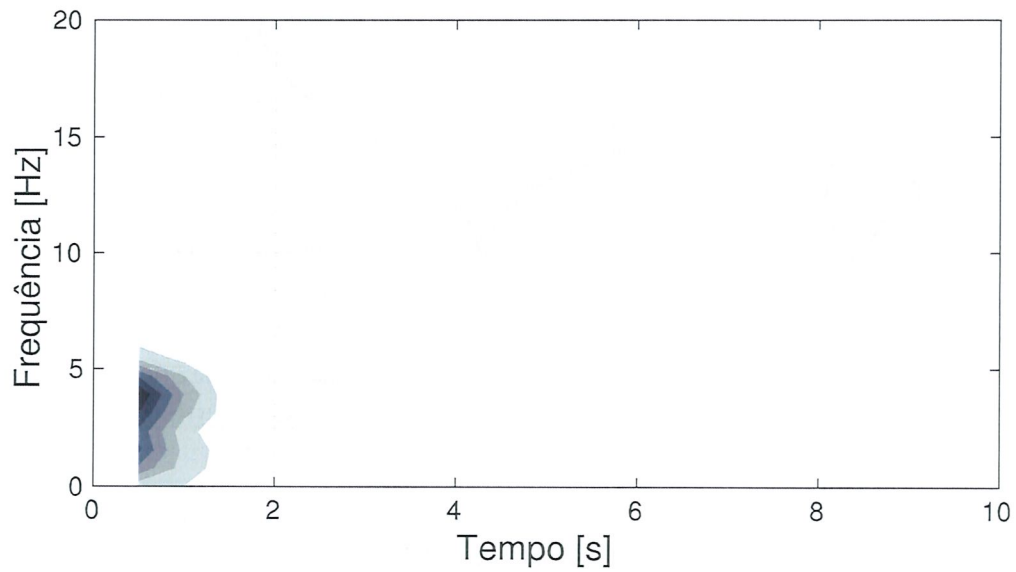


Figura 55: Placa com NES - wavelet em V3

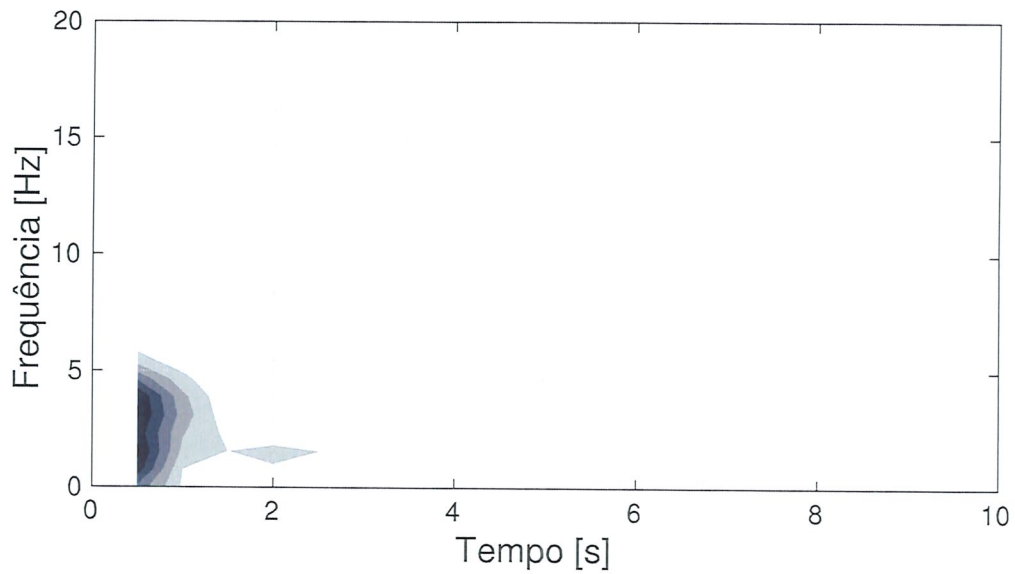


Figura 56: NES - wavelet em V3

A figura 57 compara a resposta em frequência dos casos anteriores sob excitação harmônica de base com 10 mm de amplitude. A asa com massa adicionada e a asa original apresentam picos bem definidos e de grande amplitude nas frequências de flutter. A asa com NES reduziu de forma geral a amplitude da resposta e previniu o aparecimento de um pico instável.

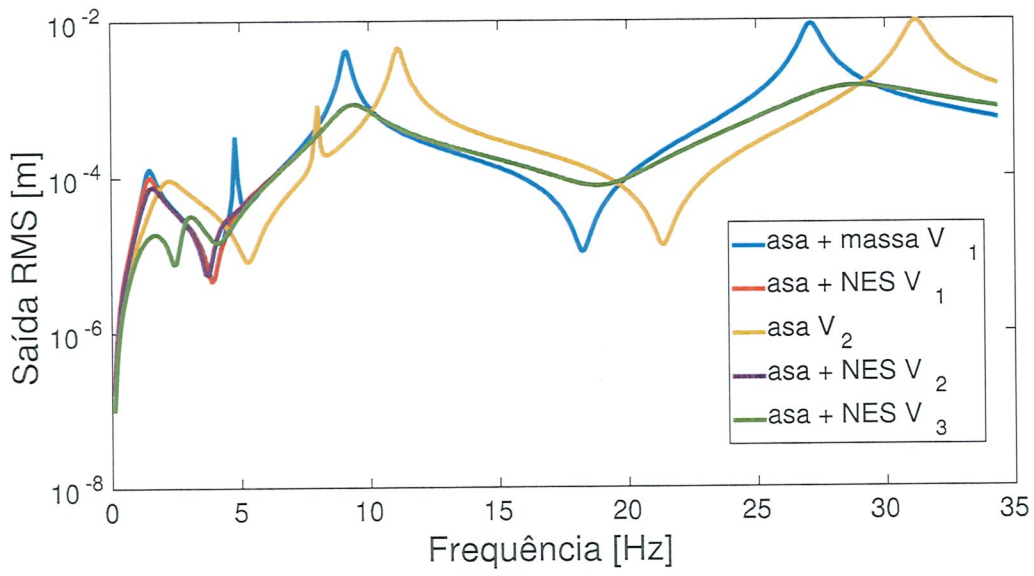


Figura 57: Amplitudes RMS obtidas pelo método do balanceamento harmônico

4 CONCLUSÃO

Após validar o código desenvolvido e escolher os melhores parâmetros através de testes de convergência, diversas simulações foram realizadas, buscando verificar o potencial de ressonadores lineares para controle aeroelástico passivo de uma placa plana uniforme. Os resultados mostraram que a inclusão de amortecimento na aproximação de absorvedores uniformemente distribuídos pela estrutura conseguiu manter boa fidelidade com o modelo discreto, sendo utilizado nas simulações com ressonadores de 1 grau de liberdade. No metamaterial com absorvedores uniformemente distribuídos de um grau de liberdade houve incremento na velocidade de flutter do sistema, com parâmetros viáveis de serem aplicados na prática. Já no caso com ressonadores incluindo grau de liberdade de torção não houve grande variação quando comparado ao de 1 grau de liberdade, mas outras configurações ainda podem ser exploradas para verificar seu potencial. A criação de 2 bandgaps diferentes conseguiu aprisionar o pico de flutter, quando devidamente ajustados, podendo esta configuração ser futuramente explorada.

Nos casos não lineares, optou-se por utilizar apenas 2 NES ao invés de empregar um metamaterial com estrutura periódica, pelo custo computacional envolvido e por simulações preliminares apontarem que há maior eficiência em sistemas com concentração de NES na ponta da asa. Os resultados mostraram que o NES previniu o aparecimento de picos abruptos na resposta em frequência e foi capaz de evitar uma resposta catastrófica e instável de flutter sob uma rajada 1-cos, a custo de um pico de resposta elevado quando a rajada atinge a asa.

Desta forma, este trabalho conclui que os metamateriais lineares e o uso de NES podem implicar em maior estabilidade aeroelástica do sistema e pode ter um potencial uso na indústria aeronáutica.



REFERÊNCIAS

- AIROLDI, L.; RUZZENE, M. Design of tunable acoustic metamaterials through periodic arrays of resonant shunted piezos. **New Journal of Physics**, IOP Publishing, v. 13, n. 11, p. 113010, 2011.
- ALBANO, E.; RODDEN, W. P. A doublet-lattice method for calculating lift distributions on oscillating surfaces in subsonic flows. **AIAA journal**, v. 7, n. 2, p. 279–285, 1969.
- BELI, D.; ARRUDA, J.; RUZZENE, M. Wave propagation in elastic metamaterial beams and plates with interconnected resonators. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, 2018.
- BERTOLDI, K.; BOYCE, M. Mechanically triggered transformations of phononic band gaps in periodic elastomeric structures. **Physical Review B**, APS, v. 77, n. 5, p. 052105, 2008.
- BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. L. **Aeroelasticity**. [S.l.]: Courier Corporation, 2013.
- BLAIR, M. **A compilation of the mathematics leading to the doublet lattice method**. [S.l.], 1992.
- CASADEI, F.; BERTOLDI, K. Harnessing fluid-structure interactions to design self-regulating acoustic metamaterials. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 115, n. 3, p. 034907, 2014.
- CASADEI, F. et al. Periodic shunted arrays for the control of noise radiation in an enclosure. **Journal of sound and vibration**, Elsevier, v. 329, n. 18, p. 3632–3646, 2010.
- CASADEI, F. et al. Broadband vibration control through periodic arrays of resonant shunts: experimental investigation on plates. **Smart materials and structures**, IOP Publishing, v. 19, n. 1, p. 015002, 2009.
- CASALOTTI, A.; EL-BORGI, S.; LACARBONARA, W. Metamaterial beam with embedded nonlinear vibration absorbers. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, Elsevier, v. 98, p. 32–42, 2018.
- CHANG, I.-L. et al. The wave attenuation mechanism of the periodic local resonant metamaterial. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 412, p. 349–359, 2018.
- CHENG, Y.; XU, J.; LIU, X. One-dimensional structured ultrasonic metamaterials with simultaneously negative dynamic density and modulus. **Physical Review B**, APS, v. 77, n. 4, p. 045134, 2008.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. Berkeley, CA, USA: Computers & Structures. [S.l.]: Inc, 2003.
- CUI, Z. Y. et al. Experimental and calculated research on a large band gap constituting of tubes with periodic narrow slits. **Applied Acoustics**, Elsevier, v. 70, n. 8, p. 1087–1093, 2009.

- DOWELL, E. H. et al. **A modern course in aeroelasticity**. [S.l.]: Springer, 2004. v. 3.
- DOWELL, E. H.; TANG, D. Nonlinear aeroelasticity and unsteady aerodynamics. **AIAA journal**, v. 40, n. 9, p. 1697–1707, 2002.
- FANG, N. et al. Ultrasonic metamaterials with negative modulus. **Nature materials**, Nature Publishing Group, v. 5, n. 6, p. 452–456, 2006.
- GENDELMAN, O. et al. Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators: Part i—dynamics of the underlying hamiltonian systems. **Journal of Applied Mechanics**, American Society of Mechanical Engineers, v. 68, n. 1, p. 34–41, 2001.
- GUO, H. et al. Aeroelastic suppression of an airfoil with control surface using nonlinear energy sink. **Nonlinear Dynamics**, Springer, p. 1–16, 2018.
- HARDER, R. L.; DESMARAIS, R. N. Interpolation using surface splines. **Journal of aircraft**, v. 9, n. 2, p. 189–191, 1972.
- HASSIG, H. J. An approximate true damping solution of the flutter equation by determinant iteration. **Journal of Aircraft**, v. 8, n. 11, p. 885–889, 1971.
- HIRSEKORN, M. et al. Elastic wave propagation in locally resonant sonic material: Comparison between local interaction simulation approach and modal analysis. **Journal of applied physics**, AIP, v. 99, n. 12, p. 124912, 2006.
- HODGES, D. H.; PIERCE, G. A. **Introduction to structural dynamics and aeroelasticity**. [S.l.]: cambridge university press, 2011. v. 15.
- HSU, J.-C.; WU, T.-T. Lamb waves in binary locally resonant phononic plates with two-dimensional lattices. **Applied physics letters**, AIP, v. 90, n. 20, p. 201904, 2007.
- HUANG, H.; SUN, C. Theoretical investigation of the behavior of an acoustic metamaterial with extreme young's modulus. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, Elsevier, v. 59, n. 10, p. 2070–2081, 2011.
- HUANG, H.-H.; SUN, C.-T. Anomalous wave propagation in a one-dimensional acoustic metamaterial having simultaneously negative mass density and young's modulus. **The Journal of the Acoustical Society of America**, ASA, v. 132, n. 4, p. 2887–2895, 2012.
- HUBBARD, S. A. et al. Targeted energy transfer between a model flexible wing and nonlinear energy sink. **Journal of aircraft**, v. 47, n. 6, p. 1918–1931, 2010.
- HUSSEIN, M. I.; LEAMY, M. J.; RUZZENE, M. Dynamics of phononic materials and structures: Historical origins, recent progress, and future outlook. **Applied Mechanics Reviews**, American Society of Mechanical Engineers, v. 66, n. 4, p. 040802, 2014.
- KITTEL, C.; HOLCOMB, D. F. Introduction to solid state physics. **American Journal of Physics**, American Association of Physics Teachers, v. 35, n. 6, p. 547–548, 1967.
- KUNDERT, K. S.; SANGIOVANNI-VINCENTELLI, A. Simulation of nonlinear circuits in the frequency domain. **IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems**, IEEE, v. 5, n. 4, p. 521–535, 1986.

- SIGALAS, M. M.; ECONOMOU, E. N. Elastic and acoustic wave band structure. **Journal of sound and vibration**, Academic Press, v. 158, n. 2, p. 377–382, 1992.
- STILL, T. et al. Collective hypersonic excitations in strongly multiple scattering colloids. **Physical review letters**, APS, v. 106, n. 17, p. 175505, 2011.
- SUGINO, C.; ERTURK, A. Analysis of multifunctional piezoelectric metastructures for low-frequency bandgap formation and energy harvesting. **Journal of Physics D: Applied Physics**, IOP Publishing, 2018.
- SUGINO, C. et al. On the mechanism of bandgap formation in locally resonant finite elastic metamaterials. **Journal of Applied Physics**, AIP Publishing, v. 120, n. 13, p. 134501, 2016.
- SUGINO, C. et al. An investigation of electroelastic bandgap formation in locally resonant piezoelectric metastructures. **Smart Materials and Structures**, IOP Publishing, v. 26, n. 5, p. 055029, 2017.
- TANG, D.; DOWELL, E. Effects of geometric structural nonlinearity on flutter and limit cycle oscillations of high-aspect-ratio wings. **Journal of fluids and structures**, Elsevier, v. 19, n. 3, p. 291–306, 2004.
- THEODORSEN, T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. 1979.
- VAKAKIS, A. F.; GENDELMAN, O. Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators: part ii—resonance capture. **Journal of Applied Mechanics**, American Society of Mechanical Engineers, v. 68, n. 1, p. 42–48, 2001.
- VAKAKIS, A. F. et al. **Nonlinear targeted energy transfer in mechanical and structural systems**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008. v. 156.
- VASSEUR, J. et al. Band structures tunability of bulk 2d phononic crystals made of magneto-elastic materials. **AIP advances**, AIP, v. 1, n. 4, p. 041904, 2011.
- WANG, G. et al. Two-dimensional locally resonant phononic crystals with binary structures. **Physical review letters**, APS, v. 93, n. 15, p. 154302, 2004.
- WANG, T. et al. Wave propagation and power flow in an acoustic metamaterial plate with lateral local resonance attachment. **Journal of Physics D: Applied Physics**, IOP Publishing, 2018.
- WANG, T.; SHENG, M.; QIN, Q. Sound transmission loss through metamaterial plate with lateral local resonators in the presence of external mean flow. **The Journal of the Acoustical Society of America**, ASA, v. 141, n. 2, p. 1161–1169, 2017.
- WARBURTON, G. The vibration of rectangular plates. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 168, n. 1, p. 371–384, 1954.
- XIAO, W.; ZENG, G.; CHENG, Y. Flexural vibration band gaps in a thin plate containing a periodic array of hemmed discs. **Applied Acoustics**, Elsevier, v. 69, n. 3, p. 255–261, 2008.

- LEADENHAM, S. **Advanced concepts in nonlinear piezoelectric energy harvesting: intentionally designed, inherently present, and circuit nonlinearities**. 2015. Tese (Doutorado) — Georgia Institute of Technology, 2015.
- LEE, Y. et al. Suppressing aeroelastic instability using broadband passive targeted energy transfers, part 1: Theory. **AIAA journal**, v. 45, n. 3, p. 693–711, 2007.
- LEE, Y. et al. Passive non-linear targeted energy transfer and its applications to vibration absorption: a review. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 222, n. 2, p. 77–134, 2008.
- LEE, Y. S. et al. Suppressing aeroelastic instability using broadband passive targeted energy transfers, part 2: experiments. **AIAA journal**, v. 45, n. 10, p. 2391–2400, 2007.
- LEE, Y. S. et al. Enhancing the robustness of aeroelastic instability suppression using multi-degree-of-freedom nonlinear energy sinks. **AIAA journal**, v. 46, n. 6, p. 1371–1394, 2008.
- LIAO, Y. et al. Broadband low-frequency sound isolation by lightweight adaptive metamaterials. **Journal of Applied Physics**, AIP Publishing, v. 123, n. 9, p. 091705, 2018.
- LIU, Z. et al. Locally resonant sonic materials. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 289, n. 5485, p. 1734–1736, 2000.
- MCFARLAND, D. M.; BERGMAN, L. A.; VAKAKIS, A. F. Experimental study of non-linear energy pumping occurring at a single fast frequency. **International journal of non-linear mechanics**, Elsevier, v. 40, n. 6, p. 891–899, 2005.
- MCLEAN, D. **Automatic flight control systems**. [S.l.]: Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, 1990, 606, 1990.
- NASA. **The NASTRAN Theoretical Manual**. NASA SP-221(06). [S.l.], 1981.
- LOUDICH, M. et al. Experimental evidence of locally resonant sonic band gap in two-dimensional phononic stubbed plates. **Physical Review B**, APS, v. 84, n. 16, p. 165136, 2011.
- PACHECO, D. R.; MARQUES, F. D.; FERREIRA, A. J. Panel flutter suppression with nonlinear energy sinks: Numerical modeling and analysis. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, Elsevier, v. 106, p. 108–114, 2018.
- PANAGOPOULOS, P. N.; GENDELMAN, O.; VAKAKIS, A. F. Robustness of nonlinear targeted energy transfer in coupled oscillators to changes of initial conditions. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 47, n. 4, p. 377–387, 2007.
- PENDRY, J. B. et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. **IEEE transactions on microwave theory and techniques**, IEEE, v. 47, n. 11, p. 2075–2084, 1999.
- ROGER, K. L. Airplane math modeling methods for active control design. **AGARD-CP-228**, p. 4–1, 1977.



YAO, S.; ZHOU, X.; HU, G. Experimental study on negative effective mass in a 1d mass-spring system. **New Journal of Physics**, IOP Publishing, v. 10, n. 4, p. 043020, 2008.

ZONA. **ZAERO Theoretical Manual**. [S.l.], 2016.

ZYL, L. H. V. Use of eigenvectors in the solution of the flutter equation. **Journal of aircraft**, AMERICAN INST OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS, v. 30, p. 553-553, 1993.

100

100

100