Eduardo Jesus Tavares

Modelo Experimental para Ensaios de *Flutter* de uma Seção Típica Aeroelástica.

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica. Área de concentração: Aeronaves.

Orientador: **Prof. Dr. Carlos De Marqui Júnior**

São Carlos

2009

A meus pais José e Sueli,

meu irmão Vitor,

e a minha namorada Carol

dedico com muito amor

e carinho este Trabalho

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pela oportunidade e saúde para estudar e completar este curso.

Agradeço imensamente ao Professor Dr. Carlos De Marqui Júnior pela orientação segura e amizade desenvolvida ao longo desse trabalho.

A todos os professores da Engenharia Aeronáutica pelo aprendizado, experiência transmitida e constante ajuda no decorrer deste curso.

Aos colegas de Laboratório Caixeta, Marcelo, Rui, Reinaldo e também aos colegas Elmer, Fernão, Glauco, Carlos e Maurílio pela ajuda e bons momentos compartilhados.

Também agradeço aos funcionários do Departamento, em especial à Gisele e ao Cláudio, pela boa e constante recepção e ajuda sempre que precisei.

E a todos que torceram pelo meu sucesso nesse Mestrado.

Resumo

Tavares, Eduardo Jesus (2009). Modelo Experimental para Ensaios de Flutter de uma Seção Típica Aeroelástica. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

A aeroelasticidade é a ciência que estuda os fenômenos provenientes das interações entre forças aerodinâmicas, elásticas e inerciais. Estes fenômenos podem ser classificados como estáticos ou dinâmicos e estes divididos em problemas de estabilidade ou de resposta. Destaca-se aqui o flutter, um fenômeno aeroelástico dinâmico de estabilidade. A velocidade crítica de flutter é a fronteira entre a estabilidade e instabilidade de um sistema aeroelástico. Em velocidades menores que a crítica qualquer oscilação é amortecida ao longo do tempo. Na velocidade crítica o sistema aeroelástico apresenta oscilações auto excitadas com amplitude e frequência constantes. Acima da velocidade crítica verificam-se oscilações instáveis que resultam na falha de uma estrutura. Este trabalho apresenta o projeto, fabricação e testes de um modelo experimental para testes de flutter em túnel de vento. O modelo experimental é composto por uma asa rígida conectada a uma suspensão elástica que atribui dois graus de liberdade ao experimento. As características inerciais e elásticas do modelo experimental são determinadas e utilizadas em um modelo aeroelástico computacional. Este modelo utiliza as equações de movimento para uma seção típica combinadas com o modelo aerodinâmico não estacionário de Theodorsen. O método V-g é utilizado para a solução do problema de flutter, ou seja, determinação da velocidade crítica de flutter. Esta solução é confrontada com a velocidade crítica medida em ensaios em túnel de vento. A evolução aeroelástica do modelo experimental é medida e apresentada como respostas no domínio do tempo e da frequência.

Palavras-chave: Aeroelasticidade, flutter, seção típica, modelo experimental, túnel de vento.

Abstract

Tavares, Eduardo Jesus (2009). Experimental Model for Flutter Tests of a Typical Aeroelastic Section. M.Sc. Dissertation – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

Aeroelasticity is the science which studies the interaction among inertial, elastic, and aerodynamic forces. Aeroelastic phenomena can be divided in static and dynamic problems and these studied as problems of stability or response. Flutter is a dynamic aeroelastic problem of stability and one of the most representative topics of aeroelasticity. The critical flutter speed can be defined as the frontier between stability and instability. Below the critical speed vibrations are damped out as time proceeds. At the critical flutter speed the system presents a self-sustained oscillatory behavior with constant frequency and amplitude. Unstable oscillations are observed for speeds above the critical one leading to structural failure. The design, fabrication and tests of an experimental model for flutter tests in wind tunnels are presented in this work. The experimental model has a rigid wing connected to a flexible suspension that allows vibrations in two degrees of freedom. The elastic and inertial parameters of the experimental system are used in a computational aeroelastic model. The equations of motion for a typical aeroelastic section and an unsteady aerodynamic model given by Theodorsen are combined and the resulting aeroelastic equations are solved using the V-g method. The computational results are compared with the experimental critical flutter speed measured in wind tunnel tests. The experimental aeroelastic behavior with increasing airflow speed is given in time and frequency domain.

Keywords: Aeroelasticity, flutter, typical section, experimental model, wind tunnel.

Lista de fotos

Lista de figuras

Lista de tabelas

Lista de símbolos

α_0	Ângulo de ataque inicial do aerofólio
α_e	Ângulo de ataque elástico do aerofólio
$f(t)$	Excitação da estrutura
V	Velocidade do fluxo
α_T	Ângulo de ataque total do aerofólio
α	Ângulo de ataque do aerofólio
L’	Sustentação por unidade de comprimento no centro aerodinâmico
K_α	Constante elástica do modo de torção
c	Corda do aerofólio
q	pressão dinâmica
C_L	Coeficiente de sustentação
$C_{L\alpha}$	Derivada de sustentação da seção típica em relação a α
M'_0	Momento de arfagem no centro aerodinâmico
ρ	Densidade do ar
C_{m0}	Coeficiente de momento em torno do centro aerodinâmico
M'_a	Momento aerodinâmico em torno do eixo elástico
M'_α	Momento elástico em torno do eixo elástico
q_{div}	Pressão dinâmica de divergência
V_{div}	Velocidade de divergência
G	Função transferência de malha aberta
C, C(k)	Função de Theodorsen

k	Frequência reduzida
ω	Frequência angular
b	Semi-corda
$[M]$	Matriz de massa
$[K]$	Matriz de rigidez
$\{u(t)\}$	Vetor dos deslocamentos
$\{C_a\}$	Carregamentos aerodinâmicos
s	Variável de Laplace
$[A]$	Matriz dos coeficientes de influência aerodinâmica
$\{\bar{u}(t)\}$	Vetor de posições no domínio de Laplace
p	Variável e Laplace adimensionalizada
d	Taxa de decaimento
i	Unidade imaginária
g	Amortecimento artificial
λ	Autovalor complexo
ω_f	Frequência de flutter
λ_{Im}	Parte imaginaria do autovalor
λ_{Re}	Parte real do autovalor
$[A_{\mathrm{Re}}]$	Parte real da matriz aerodinâmica
$[A_{\mathrm{Im}}]$	Parte imaginaria da matriz aerodinâmica
φ	Potencial de velocidades
ε	fonte
x,y	Variáveis do plano cartesiano
z	Deslocamento vertical em qualquer ponto do aerofólio

h	Deslocamento vertical do eixo elástico
t	Tempo
a	Fornece a posição do eixo elástico
W_a	Upwash
φ_α	Potencial de velocidades em relação à α
$\varphi_{\dot{h}}$	Potencial de velocidades em relação à velocidade vertical
$\varphi_{\dot{\alpha}}$	Potencial de velocidades em relação à velocidade angular
$\dot{h}$	Velocidade vertical
$\dot{\alpha}$	Velocidade angular
φ_{NC}	Potencial de velocidades total em relação ao escoamento não circulatório
Δp	Pressão
L_{NC}	Sustentação em relação ao escoamento não circulatório
M_{NC}	Momento de arfagem em relação ao escoamento não circulatório
Γ	Vórtice de intensidade
X_0	Posição do ponto de um vórtice para a representação da esteira
X, Y	Variáveis do plano cartesiano relativas ao escoamento circulatório
x_0	Ponto médio entre um vórtice colado no aerofólio e um na esteira
φ_Γ	Potencial de velocidades do escoamento circulatório
p_Γ	Pressão em um ponto devido à um vórtice em x_0
ΔL_Γ	Sustentação em todo o aerofólio devido a um vórtice em x_0
L_Γ	Sustentação total
∞	Infinito
ΔM_Γ	Momento sobre todo o aerofólio devido a um vórtice em x_0 no escoamento circulatório
M_Γ	Momento total no escoamento circulatório

γ	Vorticidade
φ_{total}	Potencial de velocidades total
Δs	Espaço
L	Sustentação total
M	Momento total
L_{QS}	Sustentação devido a um modelo aerodinâmico quase estacionário
M_{QS}	Momento devido a um modelo aerodinâmico quase estacionário
U	Energia potencial
T	Energia cinética
CG	Centro de gravidade
K_α	Rigidez relativa ao deslocamento de torção
K_h	Rigidez relativa ao deslocamento de flexão
m’	Massa por unidade de comprimento
m	Massa total do aerofólio
I_α	Momento de inércia
S_α	Momento estático
r_α	Raio de giração
x_α	Distancia da coordenada até o centro de massa
$\bar{r}_\alpha$	Raio de giração dividido pela semi-corda
$\bar{x}_\alpha$	Distancia da coordenada até o centro de massa dividida pela semi-corda
e	Numero de Euller (2,71...)
ω_h	Frequência natural de flexão
ω_α	Frequência natural de torção
h_0	Deslocamento inicial de flexão

Ω	Razão entre as frequências de excitação e de flexão
$R_{h\alpha}$	Razão entre as frequências de flexão e de torção
R	Raio do eixo elástico
E	Módulo de elasticidade transversal
I	Segundo momento de área de uma seção
P	Força peso

Sumário

1 Introdução

Fenômenos aeroelásticos são observados em aeronaves desde os primeiros voos, conforme relatado em Garrick e Reed (1981), Collar (1959), Ashley (1970), Friedmann (1999) e Garrick (1976). Estes fenômenos resultam da interação entre forças elásticas, inerciais e aerodinâmicas, onde, forças aerodinâmicas são induzidas por deformações estáticas ou oscilatórias da estrutura ou por forças externas resultantes de distúrbios.

A aeroelasticidade é uma área relacionada com o estudo do movimento de um corpo flexível através de um fluido. Os fenômenos aeroelásticos podem ser classificados como fenômenos de estabilidade ou de resposta, e estes divididos em fenômenos estáticos e dinâmicos. Problemas aeroelásticos de estabilidade surgem quando deformações estruturais, que ocorrem em um corpo flexível em movimento em um fluido, induzem forças aerodinâmicas adicionais, que produzem novas deformações que induzirão novas forças aerodinâmicas que, por sua vez, provocarão maiores deformações e assim sucessivamente (Försching, 1979). Um corpo perfeitamente rígido exposto a um fluxo de ar não apresentaria problemas aeroelásticos. Assim, sendo a estrutura de uma aeronave um sistema flexível, ela poderá estar sujeita a alguns problemas aeroelásticos em algumas condições de voo.

A partir da Segunda Guerra Mundial os problemas aeroelásticos passaram a influenciar mais significativamente o desenvolvimento das aeronaves devido ao aumento da velocidade de voo. Atualmente, a busca por melhor desempenho tem influenciado o projeto de aeronaves, introduzindo modificações que podem torná-las mais leves e conseqüentemente mais flexíveis. Assim, alguns problemas aeroelásticos passaram a ser significantes dentro do envelope de voo de uma aeronave (Dugundji, 2003).

Dentre os possíveis problemas aeroelásticos em uma aeronave destaca-se o flutter, um fenômeno aeroelástico dinâmico onde dois ou mais modos de vibrar estruturais estão

acoplados e excitados por cargas aerodinâmicas. De um modo mais formal, o flutter ocorre quando um componente de uma aeronave, ou a aeronave inteira, apresenta característica oscilatória e autoexcitada a partir de uma determinada velocidade de voo, Bisplinghoff et al. (1955), Bisplinghoff e Ashley (1962), Fung (1955). Em velocidades menores que esta velocidade crítica qualquer oscilação será amortecida. Entretanto, em velocidades maiores que a crítica qualquer distúrbio dinâmico inicial resultará na característica oscilatória autoexcitada e acarretará, se não suprimido, em falhas estruturais.

Considerando a natureza destrutiva do flutter, testes em túnel de vento são considerados uma alternativa segura para a realização de ensaios aeroelásticos. Os testes em túnel de vento podem ser realizados utilizando-se modelos de asas flexíveis (Mukhopadhyay, 1995) ou utilizando-se modelos de asas rígidas associadas a dispositivos flexíveis (Waszak, 1998; Ko, Kurdila e Strganac, 1997; Chowdhury e Sarkar, 2003). A primeira alternativa é uma representação mais próxima de um problema real de flutter. Mas, considerando-se a integridade dos equipamentos e do túnel de vento, a segunda alternativa é uma maneira mais segura para a realização de experimentos aeroservoelásticos.

Assim tem-se como objetivo deste trabalho o projeto, a fabricação e testes em túnel de vento de um modelo experimental para flutter. São encontrados na literatura diferentes modelos de dispositivos flexíveis para testes aeroelásticos em túnel de vento como em Dansberry et al. (1993), Ko et al. (1998) e Chowdhury e Sarkar (2003). Um dispositivo semelhante ao proposto por Conner (1996) foi desenvolvido para a obtenção de flutter binário. Este dispositivo é constituído por uma asa rígida suportada por um sistema elástico que lhe atribui dois graus de liberdade, movimentos de flexão e de torção.

O sistema é projetado utilizando-se programas comerciais de CAD de onde são extraídos parâmetros importantes para simulações aeroelásticas. O modelo aeroelástico considera as equações de movimento para uma seção típica (modelo por parâmetros

concentrados) e a aerodinâmica é representada utilizando-se o modelo aerodinâmico não-estacionário desenvolvido por Theodorsen (1935). A solução do problema de flutter é realizada com o método V-g (ou K). Com o modelo avaliou-se se o projeto do dispositivo experimental é adequado para a faixa de velocidades do túnel de vento soprador disponível. Após as simulações e ajustes de alguns parâmetros o modelo físico foi fabricado e iniciaram-se os testes em túnel de vento para a determinação da velocidade crítica de flutter. Os resultados experimentais foram confrontados com os resultados obtidos com o modelo aeroelástico computacional desenvolvido. A velocidade crítica medida experimentalmente foi semelhante a velocidade determinada computacionalmente. As razões para diferenças entre resultados computacionais e experimentais são discutidos ao longo do texto. Assim, a metodologia de projeto do dispositivo se mostrou adequada para o problema em questão.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Fundamentos da Aeroelasticidade

Aeroelasticidade é a área do conhecimento que estuda do efeito das forças aerodinâmicas nos corpos elásticos. Os efeitos aeroelásticos resultam da interação entre forças elásticas, inerciais e aerodinâmicas, ou seja, forças aerodinâmicas são induzidas por deformações estáticas ou oscilatórias da estrutura ou por forças externas resultantes de distúrbios.

Conforme descrito em Fung (1955), a teoria clássica de elasticidade trabalha com tensões e deformações de corpos elásticos sob efeitos de forças externas ou deslocamentos conhecidos. O carregamento externo agindo no corpo é, em geral, independente da deformação do corpo, pois se assume que as deformações são pequenas e que não afetam significativamente a ação de forças externas. Nestes casos, desprezam-se as deformações e realizam-se os cálculos baseando-se na forma inicial. Na maioria dos problemas aeroelásticos a situação ocorre de forma distinta da anterior. As forças aerodinâmicas atuando em um corpo flexível em movimento dependem do comportamento do mesmo em relação ao escoamento de ar. A magnitude das forças aerodinâmicas não é conhecida até que a deformação elástica seja determinada para uma determinada condição de voo.

Um problema aeroelástico interessante é o de estabilidade de uma estrutura flexível sob ação do escoamento de ar. Dada uma configuração de um corpo elástico, as solicitações aerodinâmicas crescem rapidamente com a velocidade do escoamento (proporcionais ao quadrado da velocidade). Sendo a rigidez independente desta velocidade, haverá uma velocidade crítica na qual a estrutura se tornará instável. A instabilidade pode ser

caracterizada por deformações excessivas que podem resultar na destruição da estrutura, por oscilações autoexcitadas com amplitude constante (caso típico de um sistema aeroelástico não-linear) que diminuirão a vida da estrutura e induzirão falhas em longo prazo, ou por oscilações autoexcitadas com amplitude crescente (caso típico de um sistema aeroelástico linear) que provocarão falhas em curto prazo da estrutura.

O diagrama de blocos da figura 2.1 representa o problema aeroelástico típico em termos de estabilidade para uma aeronave. A aeronave possui suas características estruturais, independentes da velocidade, e as características aerodinâmicas dependentes da velocidade. O ângulo de ataque inicial α_0 é modificado para um ângulo de ataque elástico α_e devido ao efeito do carregamento aerodinâmico sobre a estrutura flexível. Este processo de interação é retroagido nas variadas condições de voo da aeronave, até que se atinja uma condição de equilíbrio (condição estável) ou ocorra uma falha estrutural estática ou dinâmica (condição instável).

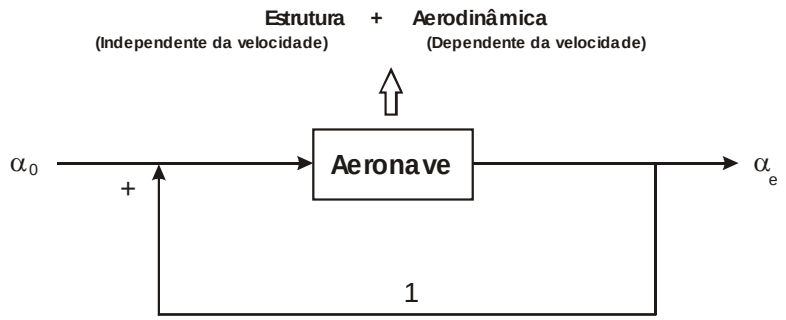

Figura 2.1 - Diagrama de blocos representando um problema aeroelástico típico.

Entre os possíveis problemas aeroelásticos em corpos flexíveis expostos à ação de um escoamento de ar destaca-se o flutter, um fenômeno aeroelástico dinâmico onde dois ou mais modos de vibrar estruturais estão acoplados e excitados por cargas aerodinâmicas. De um modo mais formal, o flutter ocorre quando um componente de uma aeronave, ou a aeronave

inteira, apresenta oscilações autoexcitadas a partir de uma determinada velocidade de voo conhecida como velocidade de flutter (Bisplinghoff et al., 1955, Bisplinghoff e Ashley, 1962 e Fung, 1955). O caso particular de uma oscilação à um modo que tende a “frequência nula”, onde a inércia do sistema aeroelástico não possui um papel significativo, é chamado de instabilidade aeroelástica estática, conhecida também como divergência. Bisplinghoff et al. (1955) definem divergência como sendo uma instabilidade estática de uma superfície de sustentação de uma aeronave em voo.

Além dos problemas aeroelásticos de estabilidade existem os problemas aeroelásticos de resposta. Nestes casos a resposta estável de um sistema aeroelástico a uma carga externa aplicada deve ser encontrada (Fung, 1955). A carga externa pode ser causada por uma deformação de um corpo elástico causadas por variações bruscas na atitude de uma aeronave, distúrbios atmosféricos como rajadas ou turbulências, impactos no pouso. A resposta a ser encontrada pode ser o deslocamento, velocidade ou acelerações da estrutura, assim como deformações ou as tensões induzidas no corpo elástico. Assim como nos casos de estabilidade, os problemas de resposta podem ser divididos em estáticos, onde as forças inerciais não são significativas, e problemas dinâmicos, onde as forças inerciais, elásticas e aerodinâmicas interagem.

Na figura 2.2 observa-se o diagrama proposto por Collar (1946), onde a classificação dos fenômenos aeroelásticos assim como as forças envolvidas nos casos de estabilidade ou resposta fica mais evidente. Os vértices do triângulo são compostos pelas disciplinas básicas que compõem o problema aeroelástico, ou seja, dinâmica, mecânica dos fluidos, e a mecânica dos sólidos. Os lados que ligam os vértices são os problemas surgidos da interação entre estas disciplinas. A associação de forças inerciais e elásticas define a dinâmica estrutural, onde o comportamento dinâmico do sistema sem a ação de escoamentos pode ser obtido. A associação de forças aerodinâmicas e elásticas define a aeroelasticidade estática. A associação

de forças aerodinâmicas e inerciais define o comportamento de corpos rígidos sob efeito de escoamentos de ar. Assim, a interação entre todas as disciplinas define a aeroelasticidade dinâmica representada no interior do diagrama de Collar.

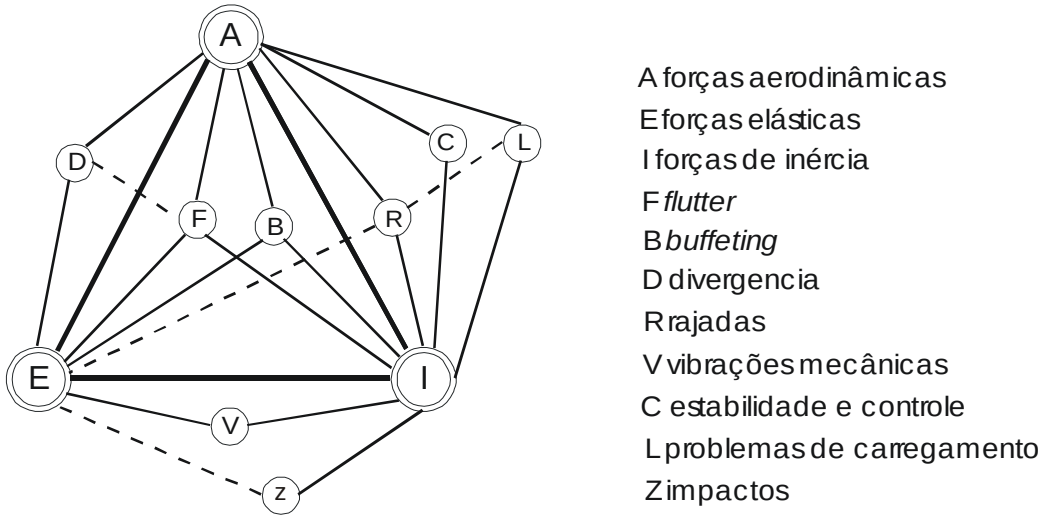

Figura 2.2 - Diagrama de forças proposto por Collar (1946).

Nos casos aeroelásticos modernos, tensões induzidas por altas temperaturas podem ter uma influência significativa, definindo o termo aerotermoelasticidade. Em outras aplicações, o desenvolvimento de controladores ativos para a modificação do comportamento aeroelástico de um sistema define o termo aeroservoelasticidade. Mais recentemente o termo aeroelasticidade ativa ou mais especificamente a piezoaeroelasticidade inclui o uso de materiais inteligentes nos sistemas aeroelásticos. Estes materiais podem ser utilizados de forma ativa para a variação do comportamento aeroelástico de um sistema, ou seja, energia é inserida no sistema (Lazarus et al., 1995; Friedmann, 1998; Librescu e Na, 2000; Cesnik e Ortega-Morales, 2001; Brown, 2003, Wickramasinghe et al., 2007). Em outros casos eles também podem ser utilizados de forma passiva com o intuito de adicionar amortecimento artificial ao sistema (efeito shunt damping) (Agneni et al., 2003; Agneni et al., 2006), ou com o objetivo de gerar energia elétrica (energy harvesting) para alimentar sistemas de baixo

consumo de aeronaves autônomas ou para alimentar sistemas que possam ser adicionados a uma aeronave (como sistemas de verificação da integridade estrutural) (De Marqui et al., 2009a; De Marqui et al., 2009b). A geração de energia também tem o efeito de adicionar algum amortecimento artificial na estrutura e modificar seu comportamento aeroelástico, algumas vezes beneficamente e outras maleficamente, dependendo da correta avaliação do circuito gerador externo.

Os problemas aeroelásticos podem então ser classificados conforme a tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Classificação dos problemas aeroelásticos.

	Estático	Dinâmico
Estabilidade	• Divergência	• Flutter • Stall Flutter
Resposta	• Distribuição de carregamento • Eficiência de comando • Reversão de comando	• Resposta a rajadas • Resposta a comandos • Buffeting

Há uma relação estreita entre os problemas de estabilidade e resposta. Matematicamente a maioria dos problemas de estabilidade pode ser descrita pela solução de um sistema de equações homogêneas (problema de autovalores). Por outro lado, os problemas de resposta são representados pela solução de um sistema não homogêneo no qual as condições iniciais e as forças externas são tais que tornam as equações do sistema não homogêneas. Matematicamente, os problemas de estabilidade e resposta estão descritos na equação 2.1,

$$(S+A+I)[X]=\begin{cases}0 & \text{estabilidade}\\ f(t) & \text{resposta}\end{cases} \tag{2.1}$$

onde S é o operador estrutural, A o operador aerodinâmico e I o operador inercial.

No caso do problema de estabilidade aeroelástica, como flutter, mesmo que a excitação da estrutura seja removida (*f(t)* na equação (2.1)), a resposta não se atenuará, já que

a vibração é autoexcitada. A afirmação anterior é verdadeira para casos lineares. Em casos não-lineares a resposta poderá ser atenuada quando removida a excitação. No caso do problema de resposta, se a excitação for removida a vibração decai com o tempo, sendo amortecida pelas cargas aerodinâmicas e pelo amortecimento estrutural.

Um problema de resposta geralmente pode ser associado com um problema de estabilidade. Como exemplo tem-se a resposta na asa de um avião à turbulência atmosférica. O problema de resposta da estrutura e o problema de flutter podem estar associados. Quando a resposta da estrutura a um distúrbio finito é estável, e o flutter não ocorrerá. Quando o distúrbio ocorre na velocidade crítica de flutter, a resposta torna-se oscilatória e autossustentada induzindo falhas na estrutura.

Segundo Fung (1955), o fato anterior é verdadeiro em praticamente todos os problemas de estabilidade e de resposta. O sistema homogêneo tem uma solução não trivial enquanto o correspondente sistema não homogêneo não tem solução, ou o sistema não homogêneo tem uma solução enquanto o correspondente sistema homogêneo não tem solução além da trivial. É apropriado então discutir os problemas de resposta e estabilidade juntos, como duas componentes de um mesmo problema.

2.2 Aeroelasticidade Estática

A partir do diagrama de Collar da figura 2.2, verifica-se que a aeroelasticidade estática envolve os problemas provenientes da interação das forças aerodinâmica e elástica. No caso deste estudo, pelo fato dos problemas aeroelásticos estáticos, tanto de estabilidade quanto de resposta, não serem o principal objetivo do trabalho, será exemplificado somente o problema de divergência e comentados alguns fenômenos aeroelásticos de resposta.

Os problemas aeroelásticos foram observados desde os primeiros voos realizados no início do século 20. A ocorrência destes fenômenos e sua influência no desenvolvimento das aeronaves podem ser encontradas em diversos artigos de revisão sobre Aeroelasticidade como em Garrick e Reed (1981), Collar (1959), Ashley (1970), Mukhopadhyay (2003) e em Noor e Venneri (1993).

Por volta de 1903, o professor Samuel P. Langley falhou pela segunda vez na sua tentativa de atravessar o rio Potomac em sua aeronave. Bisplinghoff et al. (1955), Collar (1959) e Mukhopadhyay (2003) citam o projeto do professor Langley como sendo o possível primeiro caso de aeronave afetada por problemas aeroelásticos. Na época de sua tentativa de voo, alguns autores sugeriram que a falha ocorreu devido à falta de rigidez estrutural nas pontas das asas, resultando no fenômeno de divergência.

Collar (1959) cita que alguns anos após a morte de Langley, sua aeronave foi reestruturada e voou com sucesso. Concluiu-se que na versão original a asa do avião não tinha rigidez torcional suficiente e que problemas aeroelásticos foram realmente responsáveis pelas falhas anteriores.

Outros casos de problemas aeroelásticos estáticos foram observados ao longo do desenvolvimento da aviação. Collar (1959) e Garrick e Reed (1981) descrevem os problemas aeroelásticos estáticos ocorridos durante a Primeira Guerra Mundial com o Albatros D-III e o Fokker D-VIII além de uma versão modificada para operações em grandes altitudes do Messerschmitt Me109T.

2.2.1 Divergência em uma seção típica

Suponha-se uma asa em um fluxo estabelecido e submetida a um pequeno distúrbio de sua posição de equilíbrio. Surge um momento aerodinâmico, que é balanceado por um

momento elástico, restabelecendo-se o equilíbrio. O momento elástico é independente da velocidade do fluxo de ar, enquanto o momento aerodinâmico é proporcional ao quadrado da velocidade do fluxo de ar. Conclui-se que deva existir uma velocidade crítica a partir da qual o equilíbrio não poderá ser restabelecido, ocorrendo a falha estrutural. Esta velocidade é definida como a velocidade crítica de divergência.

Para a determinação teórica da velocidade crítica de divergência considera-se a seção típica da figura 2.3, que é o modo mais simples e pode ser facilmente ampliado para o caso de asas completas.

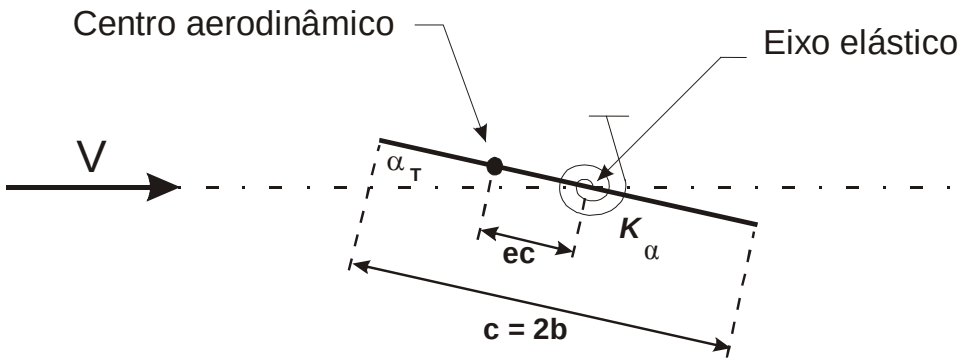

Figura 2.3 - Geometria de uma seção típica de um aerofólio.

Define-se o ângulo de ataque total α_T como a soma de um ângulo de ataque inicial α_0 (com a mola rotacional não deformada) e um ângulo de ataque adicional α devido à deformação angular da mola.

$$\alpha_T = \alpha_0 + \alpha \tag{2.2}$$

A força de sustentação e o momento de arfagem por unidade de comprimento, agindo no centro aerodinâmico são expressos nas equações 2.3 e 2.4.

$$L' = qC_L c = qc\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}\left(\alpha_0 + \alpha\right) \tag{2.3}$$

$$M'_0 = qC_{m0}c^2 \tag{2.4}$$

onde:

$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \equiv C_{L\alpha}$ é a derivada com relação a α da sustentação da seção típica;

$q = \rho V^2 / 2$ é a pressão dinâmica, com ρ sendo a densidade do ar e V a velocidade do escoamento;

C_{m0} é o coeficiente de momento em torno do centro aerodinâmico.

O momento aerodinâmico, por unidade de comprimento, em torno do eixo elástico será:

$$M'_a = M'_0 + L'ec = qc^2 C_{m0} + qec^2 C_{L\alpha}\left(\alpha_0 + \alpha\right) \tag{2.5}$$

ou ainda:

$$M'_a = qec^2 C_{L\alpha}\alpha + qec^2 C_{L\alpha}\left(\alpha_0 + \frac{C_{m0}}{eC_{L\alpha}}\right) \tag{2.6}$$

Definindo-se uma nova referência para o ângulo de ataque obtém-se o momento em torno do eixo elástico conforme a equação 2.7. Com esta nova referência assume-se que o ângulo de ataque seja medido a partir de uma linha de momento zero.

$$M'_a = qec^2 C_{L\alpha}\left(\alpha_0 + \alpha\right) \tag{2.7}$$

O momento elástico por unidade de comprimento pode ser definido na forma da equação 2.8.

$$M'_\alpha = K_\alpha \alpha \tag{2.8}$$

Assim, a condição de equilíbrio é verificada se $M'_a = M'_\alpha$. Resolvendo-se esta igualdade para o ângulo de torção α obtém-se a equação 2.9.

$$\alpha = \frac{qec^2 C_{L\alpha}}{K_\alpha - qec^2 C_{L\alpha}}\alpha_0 \tag{2.9}$$

A deformação elástica torna-se infinita quando o denominador se iguala a zero. Assim a pressão dinâmica de divergência será:

$$q_{div} = \frac{K_\alpha}{ec^2 C_{L\alpha}} \tag{2.10}$$

e a partir da definição da pressão dinâmica de divergência determina-se a velocidade de divergência, como na equação 2.11.

$$V_{div} = \sqrt{\frac{2K_\alpha}{\rho ec^2 C_{L\alpha}}} \tag{2.11}$$

A equação 2.9 pode ser reescrita na forma da equação 2.12, onde se identificam os operadores aerodinâmico e estrutural no lado esquerdo da equação. O termo do lado direito pode ser chamado de função de carregamento, que quando é considerada nula obtém-se a equação algébrica homogênea 2.13.

$$\left(K_\alpha - qec^2 C_{L\alpha}\right)\alpha = qec^2 C_{L\alpha}\alpha_0 \tag{2.12}$$

$$\left(K_\alpha - qec^2 C_{L\alpha}\right)\alpha = 0 \tag{2.13}$$

A equação 2.13 representa um problema de autovalor, normalmente associado com critérios de estabilidade. Duas soluções são possíveis: a solução trivial $\theta = 0$ e a solução $\left(K_\alpha - qec^2 C_{L\alpha}\right) = 0$ de onde se obtêm os autovalores.

A partir da equação 2.12 define-se a função de transferência da equação 2.14, entre a entrada α_0 e a saída α como apresentado por Dowell (1995).

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{qec^2 C_{L\alpha}/K_\alpha}{1-(qec^2 C_{L\alpha}/K_\alpha)} = \frac{q/q_{div}}{1-q/q_{div}} = \frac{G}{1-G} \tag{2.14}$$

O termo $(1\text{-}G)^{-1}$ pode ser expandido em uma série do tipo $(1\text{-}G)^{-1} \equiv \sum_{n=0}^{\infty} G^n$, que é convergente quando $|G| < 1$ e divergente quando $|G| > 1$, significando que a torção elástica se tornará infinitamente grande para velocidades maiores que a de divergência.

A equação (2.14) tem um significado particular na teoria de controle. Ela representa a função de transferência de um sistema de retroação, onde a torção elástica introduz uma retroação unitária positiva, como na figura 2.4.

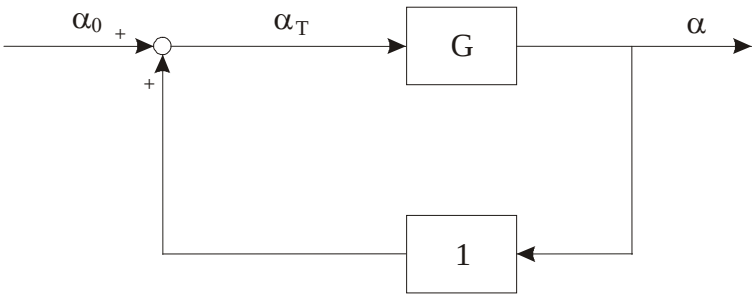

Figura 2.4 - Diagrama de blocos da função transferência da equação (2.14).

Quando a função transferência de malha aberta G excede a unidade, o sistema se torna instável, ou seja:

$$G = \frac{qec^2 C_{L\alpha}}{K_\alpha} > 1 \Leftrightarrow q > q_{div} \tag{2.15}$$

O ramo de realimentação pode ser quebrado em duas partes. A função transferência de malha direta é identificada como o operador aerodinâmico, e a função de retroação é igual ao inverso do operador estrutural. Nota-se que a pressão aerodinâmica é o ganho do sistema em malha fechada.

2.3 Aeroelasticidade dinâmica

Como já apresentado, a aeroelasticidade dinâmica envolve problemas de estabilidade e resposta (tabela 2.1). Como o objetivo principal deste trabalho é o projeto, fabricação e testes em túnel de vento de um sistema experimental para flutter, este fenômeno será descrito ao longo do próximo item.

2.3.1 O fenômeno flutter

Para se descrever fisicamente o fenômeno flutter, pode-se considerar uma asa engastada montada em um túnel de vento. Quando o túnel está desligado e o modelo é excitado, ocorrem oscilações que são gradualmente amortecidas devido ao efeito do amortecimento estrutural. Quando o túnel é ligado e a velocidade do escoamento é gradualmente aumentada, o amortecimento do sistema aeroelástico varia. Na realidade o amortecimento estrutural não é modificado, porém uma nova parcela de amortecimento aerodinâmico é adicionada ao amortecimento da estrutura. Em geral o aumento progressivo da velocidade implica em aumento do amortecimento aerodinâmico. Em certa velocidade atinge-se um ponto de máximo e após este ponto o amortecimento decai, em alguns casos lentamente e em outros rapidamente. Esta é a velocidade crítica de flutter. Neste ponto a oscilação se mantém em uma amplitude fixa. A velocidade em que o amortecimento é zero é definida como velocidade crítica de flutter ou simplesmente velocidade de flutter. Para velocidades maiores que a crítica, qualquer pequena perturbação vai induzir o início de violentas oscilações instáveis, caracterizando o flutter. Conforme relatado por vários autores (Bisplinghoff et al, 1955; Fung, 1955; Dowell, 1995) a oscilação apresentada durante o flutter é autossustentada, ou seja, nenhum agente externo é necessário para que ela se mantenha.

O movimento oscilatório durante o flutter de uma asa reta engastada possui componentes de modos de flexão e de torção (Hancock et al, 1985). Um sistema que possua somente o grau de liberdade de flexão não apresentará flutter. Um sistema somente com o grau de liberdade de torção, o flutter poderá ocorrer em ângulos próximos ao ângulo de estol (flutter de estol). Logo, o acoplamento entre alguns graus de liberdade é fundamental para que o flutter ocorra e a oscilação na velocidade crítica seja harmônica (Fung, 1955). Experimentos demonstram que os pontos ao longo da asa estão aproximadamente em fase nos modos de

flexão na velocidade de flutter, assim como os movimentos de torção. Porém, os movimentos de flexão e torção estão consideravelmente fora de fase entre si. Demonstra-se que esta diferença de fase varia com a velocidade do escoamento e é responsável pela ocorrência de flutter.

Com a evolução das aeronaves os problemas relacionados ao flutter foram surgindo. Segundo Collar (1959), a primeira investigação quantitativa de um fenômeno aeroelástico é atribuída a Lanchester, durante a Primeira Guerra Mundial. Neste período, o biplano bombardeiro Handley Page 0/400 apresentou oscilações assimétricas de sua fuselagem e empenagem. Os profundores direito e esquerdo eram independentes e comandados através de cabos flexíveis. Segundo Bisplinghoff et al (1955), Lanchester descobriu, juntamente com Bairstow, que a fuselagem e a empenagem tinham dois modos principais de vibrar em baixa frequência. Em um modo os profundores oscilavam defasados em 180°, no outro a fuselagem oscilava em um modo de torção. Lanchester reconheceu e descreveu dois importantes conceitos: as oscilações não eram resultados de ressonâncias induzidas por fontes de vibração (motor, por exemplo), mas sim autoexcitadas; o aumento da rigidez torcional dos profundores através da instalação de um tubo interligando-os poderia resolver o problema. Durante a investigação de Lanchester provavelmente surgiu a primeira análise teórica sobre flutter realizada por Leonard Bairstow.

Nesta época, os problemas aeroelásticos eram resolvidos por tentativa e erro. Somente por volta de 1930, vários autores apresentaram seus trabalhos relacionados a carregamentos em asas, divergência, e flutter, como o trabalho de Frazer e Duncan de 1928 e Theodorsen (1934), onde começaram a ser estudadas teorias sobre instabilidades aerodinâmicas e o mecanismo de flutter.

Logo após o final da Primeira Guerra Mundial desenvolveram-se pesquisas sistemáticas na Holanda sobre flutter. Nas investigações feitas por von Baumhauer e Koning

em 1923 concluiu-se que o balanceamento de massa deveria eliminar o problema de flutter de aileron.

Garrick e Reed (1981) descrevem ainda os estudos britânicos no pós-guerra. Descrevem que o Comitê Britânico de Pesquisas Aeronáuticas concluiu que aproximações teóricas sobre flutter já estavam bem desenvolvidas e que agora eram necessários desenvolvimentos experimentais. A partir desta época, alguns pesquisadores passaram a utilizar modelos simplificados em túneis de vento para o estudo e identificação do fenômeno. Destaca-se o surgimento na área aeronáutica de conceitos como: o conceito de modos de vibrar, que possibilitou o tratamento do problema através de equações diferenciais ordinárias ao invés de equações diferenciais parciais; iniciou-se o uso de modelos em escala para determinar a velocidade crítica de flutter; estabeleceu-se o conceito de similaridade entre o modelo e o protótipo em escala real, necessitando haver similaridade na geometria, massa e distribuições elásticas; parâmetros de escala envolvendo efeitos de compressibilidade (número de Mach), gravidade (número de Froude) e viscosidade (número de Reynolds) eram ignorados. Neste período o uso de modelos em túneis de vento para prever velocidades de flutter de aeronaves foi considerado eficaz.

Por volta de 1927 começaram algumas investigações sobre flutter nos Estados Unidos. Segundo Garrick e Reed (1981), as análises sobre flutter seguiram os métodos já desenvolvidos na Holanda e na Inglaterra. No inicio da década de 30 um novo relatório do Comitê Britânico de Pesquisas Aeronáuticas demonstrou que o desenvolvimento experimental relacionado ao flutter se aproximou do desenvolvimento teórico, indicando o grande progresso em aeroelasticidade durante a década.

Theodorsen (1934) desenvolveu uma das mais importantes teorias sobre flutter. Determinaram-se as forças aerodinâmicas sobre um aerofólio com dois graus de liberdade ou sobre a combinação aerofólio-aileron, com três graus de liberdade. Conhecidas as forças

aerodinâmicas, o mecanismo de flutter passou a ser analisado em detalhes. Separou-se a parte não-circulatória do potencial de velocidades da parte circulatória associada com o efeito da esteira. A condição do escoamento no bordo de fuga estabelece uma relação entre as duas partes, cuja solução leva a uma combinação de funções de Bessel designadas por C(k). Esta função estabelece os atrasos entre os movimentos do aerofólio e as forças e momentos que surgem. Analogamente ao número de Strouhal, k é uma frequência reduzida igual a $\omega b/V$, onde ω é a frequência angular, b a semi-corda e V a velocidade do escoamento.

Durante a Segunda Guerra Mundial ocorreram mudanças rápidas no desenvolvimento de aeronaves. Aviões de guerra de diversas configurações passaram a carregar armamentos externos, tanques nas pontas das asas e outros aparatos que causaram problemas de flutter. Collar (1959) relata que durante a Segunda Guerra houve uma tempestade de problemas aeroelásticos.

Garrick e Reed (1981) citam que experimentos aeroelásticos em túneis de vento passaram a ser mais comuns nesta época. Os experimentos, juntamente com a análise matemática, deram aos projetistas um conhecimento que dificilmente seria obtido através de experimentos ou teoria individualmente. Os experimentos variavam desde medidas dos carregamentos nas asas até testes de flutter usando modelos completos de aeronaves.

A confiabilidade dos testes realizados em túnel de vento para a validação de teorias, estudo de tendências e para a determinação de margens de segurança já era razoável para as aeronaves de baixas velocidades desenvolvidas nos primeiros trinta anos do século passado. Cerca de uma década depois, com as aeronaves se aproximando da velocidade do som e com sua construção em materiais metálicos, novas exigências surgiram no projeto e fabricação dos modelos em escala para testes de flutter. Durante os anos da guerra os modelos eram fabricados de cloreto de polivinil, um plástico com densidade e módulo de elasticidade

menores que os do alumínio e que permitia que tanto a construção interna quanto externa do modelo fosse geometricamente igual à da estrutura real.

Testes passaram a ser realizados em vários lugares do mundo. Na Alemanha, um modelo aeroelástico completo de um Junkers JU-288, fabricado de plástico, foi testado em 1944. O modelo foi pendurado com fios flexíveis para possibilitar a simulação de modos de corpo rígido. Estes testes são considerados por Garrick e Reed (1981) como os possíveis primeiros experimentos de flutter nos quais a condição de voo livre (modelo pendurado) foi realizada.

Em 1946 um túnel de vento para pesquisas de flutter em velocidades subsônicas começou a ser utilizado nos Estados Unidos, no centro de pesquisas de Langley. Este túnel foi modificado algum tempo depois para ter capacidade transônica, sendo o precursor do túnel de vento transônico de Langley. Do ponto de vista de flutter, a faixa de velocidade transônica é a mais crítica. Estas velocidades foram atingidas com o uso de motores a jato e novos problemas aeroelásticos começaram surgir, como o aileron buzz, uma violenta oscilação do aileron sentida por pilotos durante testes em voo da aeronave P-80.

Desde então, vários programas para testes de modelos de flutter em túnel de vento foram desenvolvidos como o B-52 Program, o YF-17 AFS Program, F-16 AFS Program entre outros, como descrito em Noor e Venneri (1993) e Mukhopadhyay (2003). No Brasil, um modelo aeroelástico completo da aeronave CBA-123 foi construído e testado pela Embraer, porém não há documentação ou publicações disponíveis para maiores detalhes. De modo geral, estes programas visam a verificação do comportamento aeroelástico de uma aeronave, testes de uso de novos materiais e desenvolvimento de controladores ativos para a supressão do flutter.

2.3.2 Métodos de solução do problema de flutter

Um modelo aeroelástico para a representação de um problema de flutter pode ser determinado no domínio do tempo, como por exemplo em Benini (2002) ou no domínio da frequência (Coura, 2000). Os modelos no domínio no tempo facilitam a interpretação física do comportamento de algumas variáveis além de possibilitar o projeto e a implementação de controladores modernos. Já os modelos no domínio da frequência são computacionalmente mais baratos e facilitam a análise da estabilidade do sistema. Nos casos em que a análise de flutter pode ser resumida em uma análise de estabilidade, ou seja, na solução de problemas de autovalor representativos do sistema aeroelástico o uso de modelos no domínio da frequência é indicado, como no caso do presente estudo.

Encontram-se na literatura diferentes métodos para a solução de um problema de flutter. Os métodos para solução de flutter mais usados são os métodos P, K (também conhecido como V-g) e o método P-K (HODGES; PIERCE, 2002; ZAERO, 2004; HASSIG, 1971). O método K utiliza a frequência reduzida como variável; a velocidade e pressão dinâmica são usadas para o caso dos métodos P e P-K, sendo que o método P-K também realiza de forma interativa uma varredura em frequência reduzida. Com isso encontram-se os autovalores dos quais se podem obter a frequência e amortecimento de cada modo aeroelástico considerado na análise. Depois de calculados estes valores, podem-se gerar gráficos de frequência x velocidade e amortecimento x velocidade.

Considerando um sistema aeroelástico genérico:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\}+[K]\{u(t)\}=\{C_a\} \tag{2.16}$$

onde [M] é a matriz de massa, [K] é a matriz de rigidez, {u(t)} é o vetor dos deslocamentos e $\{C_a\}$ é o vetor de carregamentos aerodinâmicos, é feito então o desenvolvimento desses três

métodos a partir da transformação das equações aeroelásticas para o domínio da variável de Laplace:

$$\left[s^2 [M] + [K] - q\left[A\left(\frac{sb}{V} \right) \right] \right] \{\bar{u}(s)\} = 0 \tag{2.17}$$

onde, s é a variável de Laplace, [A] é a matriz de coeficientes de influência aerodinâmica geral, $\{\bar{u}(s)\}$ é o vetor de posições no domínio de Laplace.

Multiplicando-se a variável de Laplace s pela semi-corda b e dividindo-se pela velocidade V tem-se a variável de Laplace adimensionalizada $p = \frac{sb}{V} = (k(d+i))$, onde k é a frequência reduzida e d é a taxa de decaimento. Substituindo s na equação (2.17) tem-se a equação para a solução do problema aeroelástico utilizada pelo método P:

$$\left[\left(\frac{V}{b} \right)^2 [M] p^2 + [K] - q\left[A(p) \right] \right] \{\bar{u}(p)\} = 0 \tag{2.18}$$

deve-se encontrar os autovalores do sistema de equações e é importante ressaltar que o modelo aerodinâmico também deve ser representado em função de tal variável (autovalor p). O método pode se tornar caro computacionalmente (dependendo da ordem do sistema) e sua precisão depende do modelo aerodinâmico utilizado nesta solução. Uma vantagem é que ele fornece amortecimentos fisicamente adequados.

A equação para solução do problema aeroelástico utilizada nessa dissertação é a do método V-g, ou método K, ou seja, a equação no domínio da frequência reduzida. O método K baseia-se na solução do sistema aeroelástico (determinação de autovalores) para cada valor de frequência reduzida dentro de um intervalo escolhido. Assume-se a solução harmônica simples para o sistema aeroelástico e um amortecimento artificial é adicionado ao problema. A solução só possui significado físico quando o amortecimento assumido for nulo, ou seja, solução harmônica simples. Uma vantagem é que a solução apresenta um baixo custo computacional e também fornece resultados precisos de velocidade de flutter, porém algumas

vezes indica de forma equivocada o modo que se torna instável no problema aeroelástico. Substitui-se p por ik na equação (2.18) e adiciona-se um termo de amortecimento artificial estrutural complexo ig multiplicando a matriz de rigidez obtendo-se:

$$\left[\omega^2\left[M\right]+(1+ig)\left[K\right]-q\left[A(ik)\right]\right]\left\{\bar{u}(ik)\right\}=0 \tag{2.19}$$

Lembrando que $V=\dfrac{\omega b}{k}$ e substituindo a pressão dinâmica $q=\dfrac{1}{2}\rho\left(\dfrac{\omega b}{k}\right)^2$ na equação (2.19), onde ρ é a densidade do ar tem-se:

$$\left[\omega^2\left[M\right]+(1+ig)\left[K\right]-\frac{1}{2}\rho\left(\frac{\omega b}{k}\right)^2\left[A(ik)\right]\right]\left\{\bar{u}(ik)\right\}=0 \tag{2.20}$$

por fim, para obter-se a equação para a solução do problema de flutter pelo método K basta dividir a equação (2.20) por ω^2:

$$\left[\left[M\right]+\lambda\left[K\right]-\frac{1}{2}\rho\left(\frac{b}{k}\right)^2\left[A(ik)\right]\right]\left\{\bar{u}(ik)\right\}=0 \tag{2.21}$$

onde

$$\lambda=\frac{(1+ig)}{\omega^2} \tag{2.22}$$

é o autovalor complexo.

O método em questão calcula os autovalores do sistema aeroelástico para cada valor da frequência reduzida k escolhido, encontrando assim o valor ideal para quando o amortecimento artificial $g=\omega_f^2\lambda_{\mathrm{Im}}=\dfrac{\lambda_{\mathrm{Im}}}{\lambda_{\mathrm{Re}}}$ for zero, sabendo-se que $\omega_f=\dfrac{1}{\sqrt{\lambda_{\mathrm{Re}}}}$, onde ω_f é a frequência de flutter, chegando-se finalmente a velocidade crítica de flutter:

$$V_{crit}=\frac{\omega_f b}{k} \tag{2.23}$$

Semelhante ao método V-g, é o desenvolvimento do método P-K, mas com uma formulação matematicamente inconsistente, pois a matriz $\left[A(ik)\right]$ é encontrada usando MHS (Movimento Harmônico Simples) (ZAERO, 2004) enquanto que o autovalor p é associado a um movimento senoidal amortecido. Apesar disso, o método P-K ainda é superior ao método V-g por ser preciso a qualquer velocidade, enquanto que o método V-g possui sua melhor aproximação somente perto da velocidade de flutter (HASSIG, 1971). Logo, o método P-K agrega vantagens dos métodos P e K. Ele possui a precisão do método P (quanto ao modo que se torna instável) e fornece resultados mais eficientes em relação ao significado físico dos autovalores do que o método K. Apesar disso é uma solução iterativa e mais cara computacionalmente.

O desenvolvimento de método P-K parte da equação:

$$\left[\left(\frac{V}{b}\right)^2\left[M\right]p^2+\left[K\right]-q\left[A\left(ik\right)\right]\right]u=0 \tag{2.24}$$

Desmembrando-se a matriz aerodinâmica [A(ik)] em uma parte real e uma parte imaginária tem-se:

$$\left[A(ik)\right]=\left[A_{\mathrm{Re}}\right]+\left[A_{\mathrm{Im}}\right]i \tag{2.25}$$

e multiplicando-se a parte imaginária por $\frac{p}{ik}$ tem-se uma matriz de amortecimento aerodinâmico na equação:

$$\left[\left(\frac{V}{b}\right)^2\left[M\right]p^2+\left[K\right]-q\left[A_{\mathrm{Re}}\right]-q\frac{\left[A_{\mathrm{Im}}\right]}{k}p\right]u=0 \tag{2.26}$$

Substituindo $p=g+ik$, onde $g=\gamma k$ na quarta parcela da equação (2.26) obtém-se:

$$\left[\left(\frac{V}{b}\right)^2\left[M\right]p^2+\left[K\right]-q\left[A(ik)\right]-q\frac{\left[A_{\mathrm{Im}}\right]}{k}g\right]u=0 \tag{2.27}$$

Destacando-se o termo de amortecimento aerodinâmico adicionado:

$$-q\frac{\left[A_{\mathrm{Im}}\right]}{k}g \tag{2.28}$$

Resolve-se então essa equação para valores de V e de p de um modo interativo que regula o valor da frequência reduzida k ao valor da parte imaginaria de p para cada modo estrutural.

Em Silva (1994) encontra-se uma discussão detalhada sobre as vantagens e desvantagens de cada método. O método escolhido para a resolução da equação do problema de flutter foi o V-g. Como já comentado este é um método barato computacionalmente e de fácil implementação. Além disso o método atende plenamente às necessidades do projeto em questão, ou seja, a determinação da velocidade crítica de flutter do sistema experimental projetado para a avaliação de sua adequação ao túnel de vento disponível.

3 Análise aeroelástica de uma seção típica

3.1 Forças aerodinâmicas não estacionárias em uma seção típica

As forças aerodinâmicas não estacionárias são calculadas a partir da teoria desenvolvida por Theodorsen, com base na solução harmônica para um aerofólio-fino em um escoamento potencial (Theodorsen,1935). O carregamento aerodinâmico, sustentação e momento, será utilizado nas equações de movimento do sistema aeroelástico (seção típica com dois graus de liberdade). Estas equações serão resolvidas com o método *k* para a determinação da velocidade crítica de flutter.

Em Theodorsen (1935) é assumido que um aerofólio fino oscila em torno do centro de cisalhamento (eixo elástico) e o escoamento não estacionário é composto por duas partes: escoamento não circulatório (que pode ser representado através de fontes e sorvedouros) e escoamento circulatório (relacionados com a vorticidade na superfície do aerofólio e na esteira, estendendo-se desde o bordo de fuga tendendo ao infinito). Para cada uma das componentes do escoamento o potencial de velocidades foi obtido e a formulação de Bernoulli utilizada para o cálculo da distribuição de pressão.

3.1.1 Escoamento não-circulatório

Pela transformação conformal de Joukowski o aerofólio pode ser transportado para um círculo:

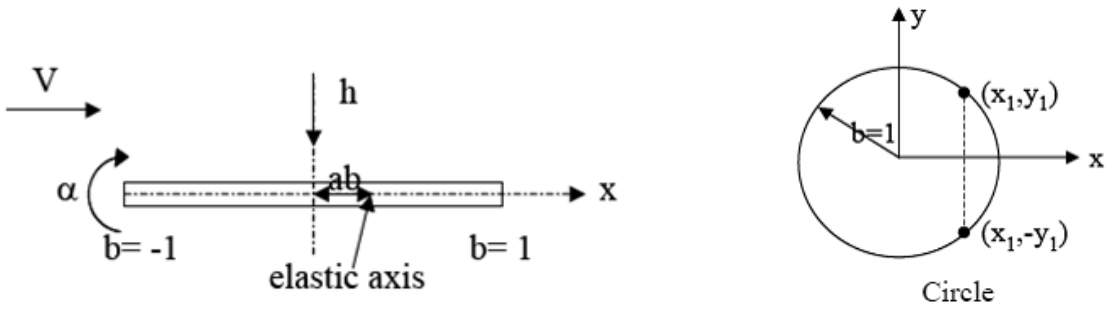

Figura 3.1 – Transformada conformal (Conner, 1996).

O potencial de velocidades φ de uma fonte ε no ponto (x_1, y_1) do círculo pode ser expresso pela equação:

$$\varphi = \frac{\varepsilon}{4\pi} \ln\left[(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 \right] \tag{3.1}$$

Do mesmo modo, colocando-se uma fonte 2ε em um ponto (x_1, y_1) e um sorvedouro -2ε em um ponto $(x_1, -y_1)$ o potencial de velocidades em torno do círculo é dado por:

$$\varphi = \frac{\varepsilon}{2\pi} \ln\left[\frac{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}{(x - x_1)^2 + (y + y_1)^2} \right] \tag{3.2}$$

A função φ no círculo fornece diretamente o potencial sobre uma linha reta, a projeção do círculo sobre seu diâmetro horizontal. Neste caso a variável *y* pode ser expressa em função da variável *x* na forma, $y = \sqrt{1 - x^2}$, logo o potencial de velocidades φ torna-se função de apenas uma variável.

O deslocamento vertical z em qualquer ponto do aerofólio pode ser escrito com a equação:

$$z = h + \alpha (x - ab) \tag{3.3}$$

onde *h* é o deslocamento vertical do eixo elástico, a fornece a posição do eixo elástico.

Então, o *upwash* pode ser definido como:

$$W_a(x,t) = -\left(\frac{\partial z}{\partial t} + V\frac{\partial z}{\partial x}\right) = -\left[\dot{h} + \dot{\alpha}(x - ab)\right] - V\alpha \tag{3.4}$$

onde V é a velocidade do escoamento livre.

Portanto, o potencial de velocidades devido ao ângulo de arfagem α é:

$$\varphi_\alpha = b\int_{-1}^{1}\varphi dx = b\int_{-1}^{1}\frac{-V\alpha}{2\pi}\ln\left[\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{(x-x_1)^2 + (y+y_1)^2}\right]dx_1 = V\alpha b\sqrt{1-x^2} \tag{3.5}$$

Do mesmo modo, os potenciais de velocidade devido a velocidade vertical $\dot{h}$, e a velocidade angular $\dot{\alpha}$, são respectivamente:

$$\varphi_{\dot{h}} = \dot{h}b\sqrt{1-x^2} \tag{3.6}$$

$$\varphi_{\dot{\alpha}} = \frac{\dot{\alpha}b^2}{2\pi}\pi(x+2)\sqrt{1-x^2} - \dot{\alpha}b^2(1+a)\sqrt{1-x^2} = \dot{\alpha}b^2\left(\frac{x}{2} - a\right)\sqrt{1-x^2} \tag{3.7}$$

O potencial de velocidades total devido ao escoamento não circulatório é dado pela soma dos potenciais relacionados com o ângulo de arfagem, com o movimento vertical $\dot{h}$ e com a velocidade angular $\dot{\alpha}$, resultando na equação:

$$\varphi_{NC} = \varphi_\alpha + \varphi_{\dot{h}} + \varphi_{\dot{\alpha}} = V\alpha b\sqrt{1-x^2} + \dot{h}b\sqrt{1-x^2} + \dot{\alpha}b^2\left(\frac{x}{2} - a\right)\sqrt{1-x^2} \tag{3.8}$$

onde φ_{NC} é o potencial não circulatório total.

A pressão obtida a partir do teorema de Bernoulli é dada pela equação:

$$\Delta p = -2\rho\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} + V\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) = -2\rho\frac{d\varphi}{dt} = -2\rho\dot{\varphi} \tag{3.9}$$

onde ρ é a densidade do ar e t o tempo.

O carregamento aerodinâmico devido a parte não circulatória do escoamento pode ser obtido da integração da distribuição de pressão ao longo da corda do aerofólio. Assim, a força de sustentação (assumida como positiva para baixo) e o momento de arfagem (assumido como positivo no sentido horário) em torno do eixo elástico são dados por:

$$L_{NC} = b\int_{-1}^{1} \Delta p dx = -2\rho b\int_{-1}^{1} \dot{\varphi} dx \equiv -\pi\rho b^2\left(\ddot{h} + V\dot{\alpha} - ba\ddot{\alpha}\right) \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned} M_{NC} &= b\int_{-1}^{1} \Delta p\left(x-a\right) b dx = -2\rho b^2\int_{-1}^{1} \frac{d\varphi}{dt}\left(x-a\right) dx \\ &\equiv \pi\rho b^2\left(V\dot{h} + ba\ddot{h} + V\dot{\alpha}^2 - b^2\left(\frac{1}{8}+a^2\right)\ddot{\alpha}\right) \end{aligned} \tag{3.11}$$

3.1.2 Escoamento circulatório

Para satisfazer a condição de Kelvin, Theodorsen utilizou uma distribuição de vórtices colados ao longo do corpo do aerofólio e uma distribuição de vórtices ao longo da esteira deste aerofólio.

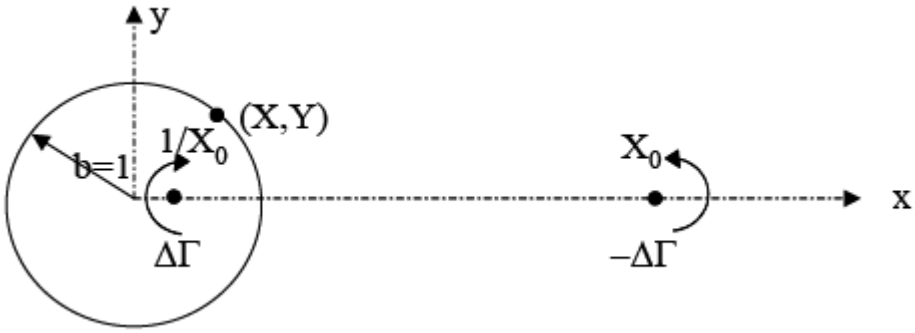

Figura 3.2 - Representação do escoamento circulatório (Conner, 1996).

Se assumirmos um vórtice de intensidade $\Delta\Gamma = \gamma$dx colado ao corpo do aerofólio no ponto $1/X_0$ e um vórtice de intensidade $-\Delta\Gamma$ no ponto X_0 para a representação da esteira, então, o potencial de velocidades será:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_\Gamma &= -\frac{\Delta\Gamma}{2\pi}\left[\tan^{-1}\frac{Y}{X-X_0} - \tan^{-1}\frac{Y}{X-1/X_0}\right] \\ &= -\frac{\Delta\Gamma}{2\pi}\tan^{-1}\left[\frac{\left(X_0 - 1/X_0\right)Y}{X^2 - X\left(X_0 + 1/X_0\right) + Y^2 + 1}\right] \end{aligned} \tag{3.12}$$

Se definirmos

$X_0 + 1/X_0 = 2x_0$ e $X = x$, $Y = \sqrt{1-x^2}$

então,

$$X_0 = x_0 + \sqrt{x_0{}^2 - 1}$$
$$1/X_0 = \frac{1}{x_0 + \sqrt{x_0{}^2 - 1}} = x_0 - \sqrt{x_0{}^2 - 1} \tag{3.13}$$

O potencial de velocidades pode ser expresso como:

$$\Delta\varphi_\Gamma = -\frac{\Delta\Gamma}{2\pi}\tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-x^2}\left(2\sqrt{x_0{}^2-1}\right)}{x^2 - x(2x_0) + \left(1-x^2\right) + 1}\right] = -\frac{\Delta\Gamma}{2\pi}\tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-x^2}\sqrt{x_0{}^2-1}}{x^2 - xx_0}\right] \tag{3.14}$$

onde $-1 \le x \le 1$, $\quad 1 \le x_0 \le \infty$

Considerando que o vórtice afasta-se do aerofólio com velocidade V e aplicando o teorema de Bernoulli, a pressão devido ao vórtice será:

$$\Delta p = -2\rho\left(\frac{\partial\Delta\varphi_\Gamma}{\partial t} + V\frac{\partial\Delta\varphi_\Gamma}{\partial x}\right) \tag{3.15}$$

onde

$$\frac{2\pi}{\Delta\Gamma}\frac{\partial\Delta\varphi_\Gamma}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left[\tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-x^2}\sqrt{x_0{}^2-1}}{1-xx_0}\right]\right] = \frac{\sqrt{x_0{}^2-1}}{\sqrt{1-x^2}}\frac{1}{x-x_0} \tag{3.16}$$

e

$$\frac{2\pi}{\Delta\Gamma}\frac{\partial\Delta\varphi_\Gamma}{\partial x_0} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{x_0{}^2-1}}\frac{1}{x_0-x} \tag{3.17}$$

A pressão em x devido ao vórtice em x_0 é:

$$\begin{aligned}\Delta p_\Gamma &= -2\rho\frac{\Delta\Gamma}{2\pi}V\left[\frac{\sqrt{x_0{}^2-1}}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{x_0{}^2-1}}\right]\frac{1}{x_0-x}\\ &= -\rho V\frac{\Delta\Gamma}{2\pi}\left[\frac{x_0{}^2-x^2}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{x_0{}^2-1}}\right]\frac{1}{x_0-x}\\ &= -\rho V\frac{\Delta\Gamma}{2\pi}\frac{x_0+x}{\sqrt{1-x^2}\sqrt{x_0{}^2-1}}\end{aligned} \tag{3.18}$$

A sustentação sobre todo o aerofólio devido a um vórtice em x_0 será:

$$\Delta L_\Gamma = b\int_{-1}^{1}\Delta p_\Gamma dx = -\rho V b\frac{x_0}{\sqrt{x_0{}^2-1}}\Delta\Gamma, \quad 1\le x_0\le\infty \tag{3.19}$$

A sustentação total pode ser calculada através da integração no domínio de x_0 assim temos:

$$L_\Gamma = \int\Delta L_\Gamma = -\rho V b\int_1^\infty\frac{x_0}{\sqrt{x_0{}^2-1}}\gamma dx_0 \tag{3.20}$$

Da mesma forma, calculamos o momento:

$$\begin{aligned}\Delta M_\Gamma &= b^2\int_{-1}^{1}\Delta p_\Gamma\left(x-a\right)dx, \qquad 1\le x_0\le\infty\\ M_\Gamma &= \int\Delta M_\Gamma = -\rho V b^2\int_1^\infty\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{x_0+1}{x_0-1}}-\left(a+\frac{1}{2}\right)\frac{x_0}{\sqrt{x_0{}^2-1}}\right]\gamma dx\end{aligned} \tag{3.21}$$

A sustentação e o momento são funções da vorticidade γ. Aplica-se a condição de Kutta para a determinação desta vorticidade. Partindo-se do potencial de velocidade total tem-se:

$$\begin{aligned}\varphi_{total} &= \varphi_\Gamma+\varphi_\alpha+\varphi_{\dot h}+\varphi_{\dot\alpha}\\ &= \varphi_\Gamma+V\alpha b\sqrt{1-x^2}+\dot h b\sqrt{1-x^2}+\dot\alpha b^2\left(\frac{x}{2}-a\right)\sqrt{1-x^2}\end{aligned} \tag{3.22}$$

Pela condição de Kutta, obtém-se a seguinte equação:

$$=\frac{\partial\varphi_\Gamma}{\partial x}+\frac{V\alpha b(-x)}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{\dot h b(-x)}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{1}{2}\dot\alpha b^2\sqrt{1-x^2}+\frac{\dot\alpha b^2\left(\frac{x}{2}-a\right)(-x)}{\sqrt{1-x^2}}=\textit{finito em } x=1 \tag{3.23}$$

e portanto:

$$\left[\sqrt{1-x^2}\,\frac{\partial\varphi_\Gamma}{\partial x}\right]_{x=1}+\left\{-V\alpha b-\dot{h}b-\dot{\alpha}b^2\left(\frac{1}{2}-a\right)\right\}=0 \tag{3.24}$$

Desde que:

$$\frac{\partial\Delta\varphi_\Gamma}{\partial x}=\frac{\Delta\Gamma}{2\pi}\frac{\sqrt{x_0{}^2-1}}{\sqrt{1-x^2}}\frac{1}{x_0-x} \tag{3.25}$$

pode-se obter a seguinte expressão:

$$\left[\sqrt{1-x^2}\,\frac{\partial\varphi_\Gamma}{\partial x}\right]_{x=1}=\int\frac{\Delta\Gamma}{2\pi}\frac{\sqrt{x_0{}^2-1}}{x_0-1}=\frac{b}{2\pi}\int_1^\infty\frac{\sqrt{x_0{}^2-1}}{x_0-1}\gamma dx_0=V\alpha b+\dot{h}b+\dot{\alpha}b^2\left(\frac{1}{2}-a\right) \tag{3.26}$$

Definindo-se:

$$\frac{1}{2\pi}\int_1^\infty\frac{\sqrt{x_0{}^2-1}}{x_0-1}\gamma dx_0=V\alpha+\dot{h}+\dot{\alpha}b\left(\frac{1}{2}-a\right)\equiv Q \tag{3.27}$$

consequentemente, a sustentação total será:

$$L_\Gamma=-\rho Vb\int_1^\infty\frac{x_0}{\sqrt{x_0{}^2-1}}\gamma dx_0=-2\pi\rho VbQ\frac{\int_1^\infty\frac{x_0}{\sqrt{x_0{}^2-1}}\gamma dx_0}{\int_1^\infty\frac{\sqrt{x_0+1}}{\sqrt{x_0-1}}\gamma dx_0}=-2\pi\rho VbCQ \tag{3.28}$$

e o momento total sobre o aerofólio será:

$$M_\Gamma=-\rho Vb^2\int_1^\infty\left[\frac{1}{2}\frac{\sqrt{x_0+1}}{\sqrt{x_0-1}}-\left(a+\frac{1}{2}\right)\frac{x_0}{\sqrt{x_0{}^2-1}}\right]\gamma dx_0=-2\pi\rho Vb^2Q\left[\frac{1}{2}-C\left(a+\frac{1}{2}\right)\right] \tag{3.29}$$

onde C é definida como a função de Theodorsen. A partir da análise das expressões anteriores pode se verificar que ela é definida como:

$$C=\frac{\int_1^\infty\frac{x_0}{\sqrt{x_0{}^2-1}}\gamma dx_0}{\int_1^\infty\frac{\sqrt{x_0+1}}{\sqrt{x_0-1}}\gamma dx_0} \tag{3.30}$$

Vamos supor que o aerofólio tem um movimento harmônico simples:

$$\gamma = \gamma_0 e^{i\left[k\left(\frac{\Delta s}{b} - x_0\right) + \varphi\right]} = \gamma_0 e^{i[\omega t - k x_0 + \varphi]} \tag{3.31}$$

onde

$$\Delta s = Vt,\ k = \frac{\omega b}{V},\ \frac{k\Delta s}{b} = \omega t \tag{3.32}$$

Sendo assim, a função de Theodorsen será:

$$C = \frac{\int_1^\infty \frac{x_0}{\sqrt{x_0^{\ 2} - 1}} \gamma_0 e^{i\omega t} e^{-ikx_0} e^{i\varphi} dx_0}{\int_1^\infty \frac{\sqrt{x_0 + 1}}{\sqrt{x_0 - 1}} \gamma_0 e^{i\omega t} e^{-ikx_0} e^{i\varphi} dx_0} = \frac{\int_1^\infty \frac{x_0}{\sqrt{x_0^{\ 2} - 1}} e^{-ikx_0} dx_0}{\int_1^\infty \frac{\sqrt{x_0 + 1}}{\sqrt{x_0 - 1}} e^{-ikx_0} dx_0} = F(k) + iG(k) \tag{3.33}$$

A função de Theodorsen também pode ser escrita em termos das funções de Bessel como na equação:

$$C(k) = \frac{-\frac{\pi}{2} J_1 + i\frac{\pi}{2} Y_1}{\left(-\frac{\pi}{2} J_1 - \frac{\pi}{2} Y_0\right) + \left(i\frac{\pi}{2} Y_1 - \frac{\pi}{2} J_0\right)} = \frac{-J_1 + iY_1}{-\left(J_1 + Y_0\right) + i(Y_1 - J_0)} \tag{3.34}$$

onde J_1, Y_1 são as funções de Bessel. Além disso, a função de Theodorsen pode ser escrita como:

$$C\left(k\right) = F\left(k\right) + iG\left(k\right) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)} = \frac{K_1\left(ik\right)}{K_0\left(ik\right) + K_1\left(ik\right)} \tag{3.35}$$

onde H_1, H_0 são as funções de Hankel e K_1, K_0 são as funções de Bessel modificadas.

A função de Theodorsen é frequentemente substituída por aproximações algébricas simples. Estas aproximações foram apresentadas por R. T. Jones que podem ser encontradas em Fung (1955):

$$C(k) = 1 - \frac{0.165}{1 - \frac{0.0455i}{k}} - \frac{0.335}{1 - \frac{0.3i}{k}} \tag{3.36}$$

A sustentação e o momento totais resultantes para escoamentos não circulatório e circulatório são expressos como:

$$L = L_{NC} + L_{\Gamma} = -\pi\rho b^2\left[\ddot{h} + V\dot{\alpha} - ba\ddot{\alpha}\right] - 2\pi\rho VbQC(k) \tag{3.37}$$

$$M = \pi\rho b^2\left[ba\ddot{h} - Vb\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\alpha} - b^2\left(\frac{1}{8} + a^2\right)\ddot{\alpha}\right] + 2\pi\rho Vb^2\left(a + \frac{1}{2}\right)QC(k) \tag{3.38}$$

onde

$$Q = V\alpha + \dot{h} + \dot{\alpha}b\left(\frac{1}{2} - a\right) \tag{3.39}$$

assim, a frequência reduzida k fornece a informação de quão não estacionário é o sistema aeroelástico. Claramente a função de Theodorsen insere nas expressões de sustentação e momento aerodinâmico os atrasos relativos ao efeito da parte circulatória do escoamento sobre os mesmos. Estes efeitos são fundamentais para se entender a ocorrência de *flutter* no sistema. Dependendo da faixa de frequência reduzida do problema um modelo aerodinâmico quase estacionário pode ser assumido, onde $C(k)$ torna-se a unidade, e a sustentação e o momento serão:

$$L_{QS} = -\pi\rho b^2\left[\ddot{h} + V\dot{\alpha} - ba\ddot{\alpha}\right] - 2\pi\rho Vb\left[V\alpha + \dot{h} + \dot{\alpha}b\left(\frac{1}{2} - a\right)\right] \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned} M_{QS} = \pi\rho b^2\left[ba\ddot{h} - Vb\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\alpha} - b^2\left(\frac{1}{8} - a^2\right)\ddot{\alpha}\right] + \\ 2\pi\rho Vb^2\left(a + \frac{1}{2}\right)\left[V\alpha + \dot{h} + \dot{\alpha}b\left(\frac{1}{2} - a\right)\right] \end{aligned} \tag{3.41}$$

4 Equação de Flutter de uma Seção típica

4.1 Equação de movimento

A figura (4.1) mostra uma seção típica com dois graus de liberdade. Verifica-se o deslocamento horizontal h (assumido positivo para baixo) e a variação angular α (positivo no sentido horário). A rigidez relativa ao grau de liberdade de deslocamento horizontal por uma mola linear K_h, e por uma mola de torção K_α para a variação angular, fixadas no eixo elástico do sistema.

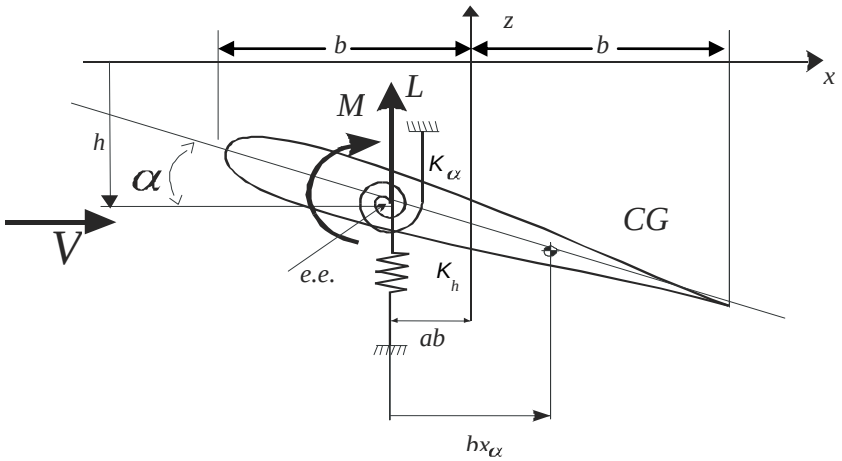

Figura 4.1 - Seção típica com dois graus de liberdade.

O deslocamento vertical medido em um ponto qualquer do aerofólio é dado por:

$$z = h + x\alpha \tag{4.1}$$

onde x é a posição desse ponto qualquer medida a partir do eixo elástico do aerofólio. A energia potencial e a energia cinética são dadas pelas equações:

$$U = \frac{1}{2}K_\alpha \alpha^2 + \frac{1}{2}K_h h^2 \tag{4.2}$$

$$T = \frac{1}{2}\int m'\dot{z}^2 dx \tag{4.3}$$

onde m' é a massa por unidade de comprimento do aerofólio. A energia cinética pode então ser definida como:

$$T = \frac{1}{2}\left(\dot{h}^2\int m'dx + 2\dot{h}\dot{\alpha}\int m'xdx + \dot{\alpha}^2\int m'x^2dx\right) \tag{4.4}$$

de onde a massa do aerofólio pode ser definida como:

$$m = \int m'dx \tag{4.5}$$

o segundo momento de inércia do perfil aerodinâmico em torno do eixo elástico dado por:

$$I_\alpha = \int m'x^2dx = mr_\alpha^2 \tag{4.6}$$

onde r_θ é o raio de giração. E S_α primeiro momento de inércia do perfil aerodinâmico em torno do eixo elástico:

$$S_\alpha = \int m'xdx = mx_\alpha \tag{4.7}$$

onde x_α é a distância da coordenada até o centro de massa.

Então, a energia cinética pode ser reescrita da seguinte forma:

$$T = \frac{1}{2}m\dot{h}^2 + mx_\alpha\dot{h}\dot{\alpha} + \frac{1}{2}I_\alpha\dot{\alpha}^2 \tag{4.8}$$

O trabalho virtual devido às forças aerodinâmicas não estacionárias é:

$$\delta W_a = \int \Delta p\delta zdx = \int \Delta p\left\{\delta h + x\delta\alpha\right\}dx = Q_h\delta h + Q_\alpha\delta\alpha \tag{4.9}$$

onde a força Q_h é positiva para baixo, e o momento Q_α é positivo com α positivo.

Utilizando as expressões acima definidas nas equações de Lagrange:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial(T-U)}{\partial\dot{h}}\right) - \frac{\partial(T-U)}{\partial h} &= Q_h \\ \frac{d}{dx}\left(\frac{\partial(T-U)}{\partial\dot{\alpha}}\right) - \frac{\partial(T-U)}{\partial\alpha} &= Q_\alpha \end{aligned} \tag{4.10}$$

são obtidas as equações de movimento do aerofólio:

$$\begin{bmatrix} m & mx_\alpha \\ mx_\alpha & mr_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_h \\ Q_\alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_L \\ C_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -L \\ M \end{Bmatrix} \tag{4.11}$$

Esta equação pode ser adimensionalizada resultando em:

$$\begin{bmatrix} 1 & \bar{x}_\alpha \\ \bar{x}_\alpha & \bar{r}_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{h}/b \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_h^2 & 0 \\ 0 & \bar{r}_\alpha^2 \omega_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -L/mb \\ M/mb^2 \end{Bmatrix} \tag{4.12}$$

onde as frequências naturais de flexão e de torção são, respectivamente, $\omega_h^2 = K_h / m$, $\omega_\alpha^2 = K_\alpha / I_\alpha$ e a posição do eixo elástico e raio de giração dados por $\bar{x}_\alpha = x_\alpha / b$, $\bar{r}_\alpha = r_\alpha / b$.

Considerando-se o movimento harmônico $h = h_0 e^{i\omega t}$, $\alpha = \alpha_0 e^{i\omega t}$, a equação de movimento torna-se:

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} 1 & \bar{x}_\alpha \\ \bar{x}_\alpha & \bar{r}_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_h^2 & 0 \\ 0 & \bar{r}_\alpha^2 \omega_\alpha^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} L/mb \\ M/mb^2 \end{Bmatrix} \tag{4.13}$$

As forças aerodinâmicas não estacionárias, sustentação e momento, dadas para a solução harmônica de Theodorsen serão respectivamente:

$$\begin{aligned} L &= -\pi\rho b^2 \left[\ddot{h} + V\dot{\alpha} - ba\ddot{\alpha} \right] - 2\pi\rho V b C(k) \left[V\alpha + \dot{h} + b\left(\frac{1}{2} - a\right)\dot{\alpha} \right] \\ &= \pi\rho b^3 \omega^2 \left[\frac{h}{b}\left(1 - i2C\frac{1}{k}\right) + \alpha\left(-a - i\frac{1}{k} - 2C\frac{1}{k^2} - i2\left(\frac{1}{2} - a\right)\frac{C}{k} \right) \right] \\ &= \pi\rho b^3 \omega^2 \left[\frac{h}{b} L_h + \alpha\left(L_\alpha - \left(\frac{1}{2} + a\right) L_h \right) \right] \end{aligned} \tag{4.14}$$

onde a frequência reduzida é $k = \dfrac{\omega b}{V}$, e $L_h = 1 - i2C\dfrac{1}{k}$, $L_\alpha = \dfrac{1}{2} - i\dfrac{1+2C}{k} - \dfrac{2C}{k^2}$.

Do mesmo modo o momento aerodinâmico será dado por:

$$M = \pi\rho b^4 \omega^2 \left[\left\{ M_h - \left(\frac{1}{2} + a\right) L_h \right\} \frac{h}{b} + \left\{ M_\alpha - \left(\frac{1}{2} + a\right)\left(L_\alpha + M_h\right) + \left(\frac{1}{2} + a\right)^2 L_h \right\} \alpha \right], \tag{4.15}$$

onde $M_h = \dfrac{1}{2}$, $M_\alpha = \dfrac{3}{8} - i\dfrac{1}{k}$

Portanto, a equação de movimento pode ser reescrita como:

$$-\omega^2\begin{bmatrix}1 & \bar{x}_\alpha\\ \bar{x}_\alpha & \bar{r}_\alpha^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}h/b\\ \alpha\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}\omega_\alpha^2 & 0\\ 0 & \bar{r}_\alpha^2\omega_\alpha^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}h/b\\ \alpha\end{Bmatrix}$$
$$=\frac{\omega^2}{\mu}\begin{bmatrix}L_h & L_\alpha-\left(\frac{1}{2}+a\right)L_h\\ M_h-\left(\frac{1}{2}+a\right)L_h & M_\alpha-\left(\frac{1}{2}+a\right)(L_\alpha+M_h)+\left(\frac{1}{2}+a\right)^2L_h\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}h/b\\ \alpha\end{Bmatrix} \tag{4.16}$$

onde a razão de massa é definida como $\mu=\dfrac{m}{\pi\rho b^2 l}$, e m é a massa do aerofólio.

Definindo-se a razão entre a frequência de excitação e frequência do modo de torção como $\Omega^2=\dfrac{\omega^2}{\omega_\alpha^2}$ e a razão de frequências como $R_{h\alpha}^2=\dfrac{\omega_h^2}{\omega_\alpha^2}$, tem-se a equação:

$$-\Omega^2\begin{bmatrix}1 & \bar{x}_\alpha\\ \bar{x}_\alpha & \bar{r}_\alpha^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}h/b\\ \alpha\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}R_{h\alpha}^2 & 0\\ 0 & \bar{r}_\alpha^2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}h/b\\ \alpha\end{Bmatrix}$$
$$=\frac{\Omega^2}{\mu}\begin{bmatrix}L_h & L_\alpha-\left(\frac{1}{2}+a\right)L_h\\ M_h-\left(\frac{1}{2}+a\right)L_h & M_\alpha-\left(\frac{1}{2}+a\right)(L_\alpha+M_h)+\left(\frac{1}{2}+a\right)^2L_h\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}h/b\\ \alpha\end{Bmatrix} \tag{4.17}$$

onde a matriz do primeiro termo do lado esquerdo é a matriz de massa do sistema acoplado (termos fora da diagonal principal diferentes de zero), a matriz do segundo termo é a matriz de rigidez do sistema aeroelástico. A matriz do lado direito da equação é a matriz aerodinâmica. Esta equação representa o comportamento aeroelástico da seção típica.

4.2 Método V-g para análise de flutter.

A equação de movimento representando a seção típica aeroelástica, equação (4.17), pode ser representada na forma de equação matricial, resultando na expressão:

$$\left[K_{ij}\right]\begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} = \Omega^2\left[A_{ij} + M_{ij}\right]\begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} \tag{4.18}$$

onde K_{ij} é a matriz de rigidez, M_{ij} é a matriz de massa, e A_{ij} é a matriz aerodinâmica multiplicada pelo inverso da razão de massa. É importante ressaltar que a matriz aerodinâmica é função da frequência reduzida *k*, como obtido por Theodorsen (1935).

A solução da equação 4.18 utilizando-se o método V-g assume primeiramente o amortecimento estrutural artificial g, modificando a matriz de rigidez do sistema de $\left[K_{ij}\right]$ para:

$$(1+ig)\left[K_{ij}\right] \tag{4.19}$$

Este amortecimento artificial mostra a quantidade de amortecimento necessária para que em frequência reduzida analisada seja satisfeita a condição de movimento harmônico. Os autovalores da equação de movimento representam um ponto na fronteira do flutter se o valor correspondente de g for igual ao valor assumido de g.

Para a frequência reduzida $k = \dfrac{\omega b}{V}$, este será um problema de autovalor complexo dado pela equação:

$$\frac{(1+ig)}{\Omega^2}\left[K_{ij}\right]\begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} = \left[A_{ij} + M_{ij}\right]\begin{Bmatrix} h/b \\ \alpha \end{Bmatrix} \tag{4.20}$$

o autovalor do sistema para cada *k* é dado por:

$$\lambda = \frac{(1+ig)}{\Omega^2} \tag{4.21}$$

Para este autovalor tem-se as relações:

$$\frac{1}{\lambda_{\mathrm{Re}}} = \frac{\omega_i^2}{\omega_\alpha^2} \tag{4.22}$$

$$g = \frac{\lambda_{\mathrm{Im}}}{\lambda_{\mathrm{Re}}} \tag{4.23}$$

que fornecem as informações de amortecimento e frequência natural de cada grau de liberdade do sistema.

Resolve-se o problema de autovalores complexos para as equações, para diversos valores de frequência reduzida *k*. Adotam-se valores altos para k decrescendo até valores próximos a zero. Para cada valor de entrada k_i consegue-se determinar um valor de saída ω_i através da parte real do autovalor, o qual nos traz informação sobre a frequência do *flutter*. Então dada a relação $V = \frac{\omega b}{k}$ consegue-se determinar a velocidade.

A parte imaginária do autovalor mostra a quantidade de amortecimento artificial necessária para a condição de movimento harmônico. A velocidade crítica em que realmente acontece o *flutter* é quando não existe a necessidade de amortecimento artificial, ou seja, quando g for zero ($g = 0$).

5 Dispositivo experimental

O dispositivo experimental tem o objetivo de possibilitar a ocorrência do fenômeno aeroelástico *flutter*. Assim ele deve representar experimentalmente as propriedades determinadas em uma seção típica verificada com o modelo aeroelástico anteriormente apresentado. Vários autores sugerem configurações de suspensões aeroelásticas utilizadas em testes aeroelásticos de asas rígidas em túneis de vento.

De Marqui (2005) realiza uma montagem para testes de controladores ativos para a supressão de *flutter* com uma superfície de comando acionada por um motor elétrico como atuador. O sistema é composto por uma asa rígida com uma superfície de controle e uma suspensão elástica que atribui dois graus de liberdade ao sistema, flexão e torção. As características estruturais do sistema são dadas por uma placa central e um conjunto de quatro eixos, os quais influenciam simultaneamente a rigidez dos graus de liberdade de flexão e torção. Por esta razão este dispositivo apresenta dificuldades para o seu ajuste a um túnel de vento, ou seja, sempre que algum elemento da suspensão é modificado altera-se simultaneamente as características dinâmicas de ambos os graus de liberdade.

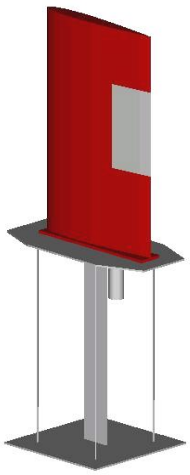

Figura 5.1 - Dispositivo proposto por De Marqui (2005) .

Heeg (1993) realiza experimentos de supressão de *flutter* com o auxílio de atuadores piezelétricos. A autora propõe um dispositivo de *flutter* composto pela associação de vigas elásticas. Duas vigas paralelas são responsáveis pelas características estruturais do modo de flexão e uma viga normal a estas é responsável pelas características do modo de torção, como se pode observar na figura 5.2. Estas características (vigas em paralelo somente atribuindo rigidez para o modo de flexão e outra viga atribuindo rigidez para a torção, independentemente) permitem que características de cada grau de liberdade seja alterada individualmente. Um ponto negativo é que o sistema tem que ser montado de forma invertida (pendurado), o que dificulta sua adaptação em alguns túneis de vento.

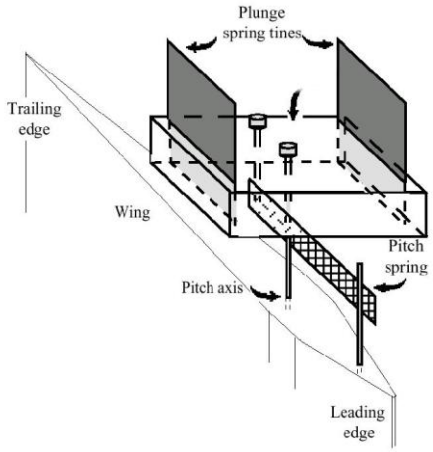

Figura 5.2 - Dispositivo proposto por Heeg (1993).

Conner (1996) apresenta um dispositivo para ensaios aeroelásticos não lineares. O sistema apresentado possui dois pares de vigas biengastadas em paralelo, que proporcionam a rigidez para o grau de liberdade de flexão, e um fio-mola que atravessa um eixo tubular atribuindo a rigidez para o grau de liberdade de torção. Este eixo, posicionado em um quarto da corda da asa, conecta a mesma ao dispositivo flexível. A asa utilizada pelo autor possui uma superfície de comando no bordo de fuga. A característica não-linear é atribuída ao sistema aeroelástico através de folgas no elemento que atribui rigidez à superfície de comando.

O efeito da variação da dimensão destas folgas sobre o comportamento aeroelástico não-linear em diversas velocidades de escoamento é modelado e investigado.

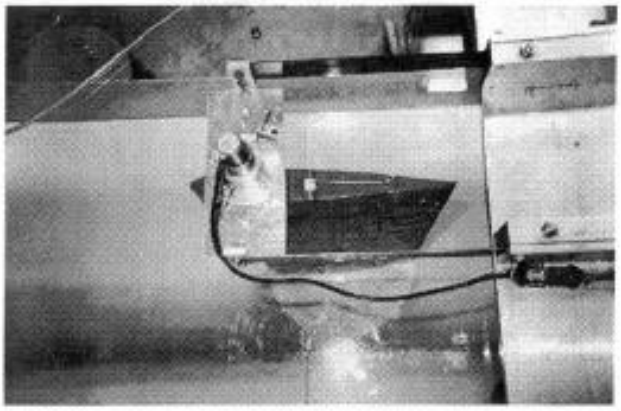

Figura 5.3 - Dispositivo proposto por Conner (1996).

A configuração do experimento dessa dissertação baseia-se no modelo de dispositivo apresentado por Conner (1996). Esta configuração também permite que as características dos graus de liberdade sejam modificadas independentemente além de ser de fácil adequação ao túnel de vento disponível.

5.1 Dispositivo projetado e fabricado

O dispositivo consiste de uma asa rígida, montada verticalmente ao longo de sua envergadura, contendo um eixo de alumínio de 15 mm de diâmetro localizado a ¼ de corda. Em suas extremidades o eixo está conectado através de rolamentos e flanges às placas, possibilitando o deslocamento angular. Nas placas também estão engastadas uma das extremidades das quatro vigas de flexão. As outras extremidades destas vigas flexíveis são engastadas em um elemento inercial. Na placa superior também estão inseridos apoios

referentes ao fio-mola que, passando através do eixo da asa, garante a rigidez do grau de liberdade de torção. A asa contém ainda um eixo de aço de diâmetro 6 mm colado a ¾ de corda com a finalidade de ajustar a posição do c.g. (centro de gravidade) da asa em relação ao eixo elástico (1/4 da corda) para tornar possível o fenômeno flutter dentro do limite de velocidade do túnel de vento soprador disponível. Um suporte em C engasta as outras extremidades das vigas como mostrado na figura 5.4.

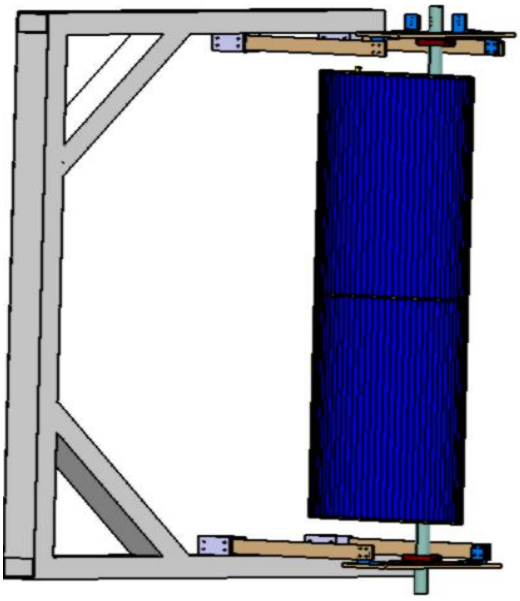

Figura 5.4 - Dispositivo completo projetado e fabricado.

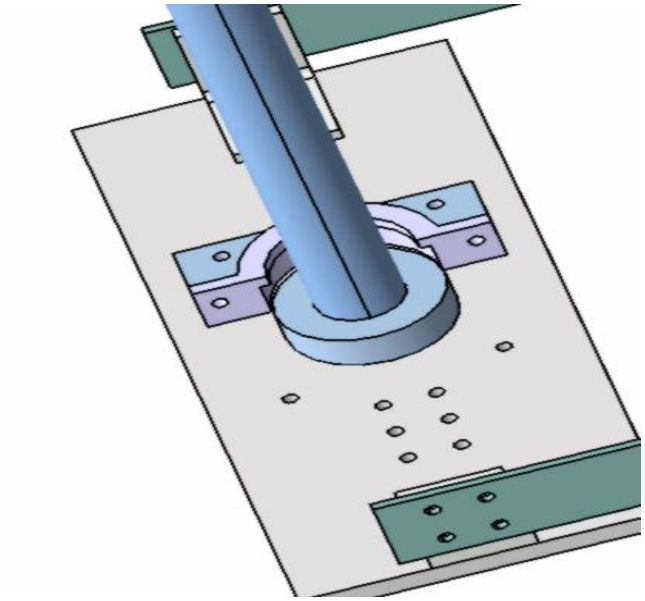

Figura 5.5 - Detalhes da junção do flange e rolamento.

O dispositivo foi desenhado no software CAD Catia®, para isso utilizaram-se extensivamente as ferramentas de estimativa de parâmetros inerciais a partir da geometria dos elementos e também dos materiais que seriam utilizados para a fabricação das peças. Estes parâmetros foram utilizados para alimentar o modelo computacional aeroelástico (matriz de massa). A seguir mostra-se como se determinou cada parâmetro que foram utilizados nas simulações.

5.1.1 Parâmetros da Matriz de Massa

Analisando-se a matriz de massa das equações de movimento da seção típica (equação 4.12) pode-se entender como cada elemento do sistema experimental contribui para a composição dos elementos desta matriz. O fato de que a massa *m* sempre acompanha os elementos que sofrem o deslocamento *h*; o momento de Inércia I_α acompanha os termos que possui o deslocamento α ; o momento estático S_α sempre acompanha os elementos que possuam conjuntamente *h* e α , é de observação direta e simples.

Assim *m* é a massa do dispositivo que está sujeita a flexão é composta pela soma das parcelas de contribuição da massa da asa e seu eixo, placas superior e inferior, apoios do fio mola e massa dos eixos elásticos. Os valores adotados para I_α e S_α correspondem às partes do dispositivo que apresentam deslocamento angular, ou seja, asa e seu eixo.

Os dados da tabela 5.1 foram obtidos a partir do desenho do dispositivo e das estimativas apresentadas pelo Catia®.

Tabela 5.1 - Valores dos parâmetros iniciais.

Parâmetro	Valores
Massa total (m)	2,23 kg
Momento de inércia (I_α)	0.0024 kg.m^2
Momento Estático (S_α)	0.0494 kg.m

5.1.2 Parâmetros da Matriz de Rigidez

Os elementos da matriz de rigidez são divididos em partes relativas ao modo de flexão e outras partes relativas ao modo de torção.

5.1.2.1 Dispositivo de Flexão

Dada a necessidade de se obter uma rigidez linear para a flexão, a solução adotada foi um conjunto de vigas em paralelo. O uso de quatro vigas, duas em paralelo na parte superior e duas em paralelo na parte inferior, minimiza os efeitos torsionais que estas vigas poderiam

atribuir ao sistema. O funcionamento baseia-se no fato de que aplicado um deslocamento *h* na asa, as vigas geram forças elásticas de reações contrárias ao sentido do deslocamento.

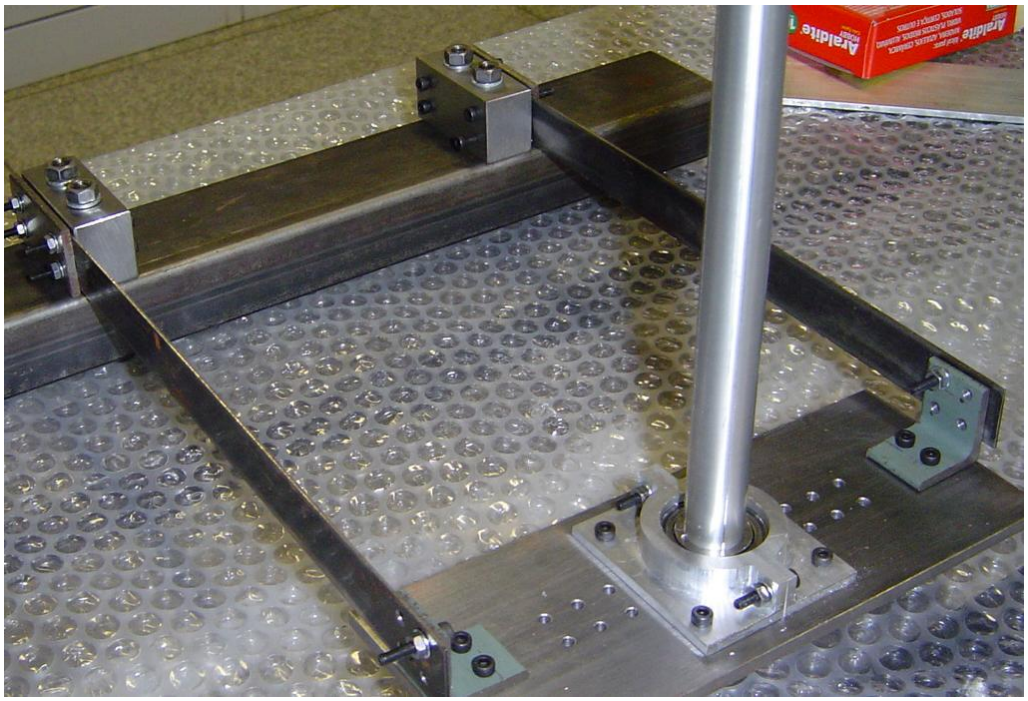

Foto 5.1 - Detalhes do dispositivo de flexão.

Como mostrado em Beer *et al* (1982), o deslocamento transversal de uma viga é linear em relação ao carregamento. A viga de comprimento L foi modelada analiticamente como sendo uma viga de *Euler-Bernoulli* biengastada, com liberdade de deslocamento do apoio esquerdo na direção *y*, como mostrado na figura 5.6.

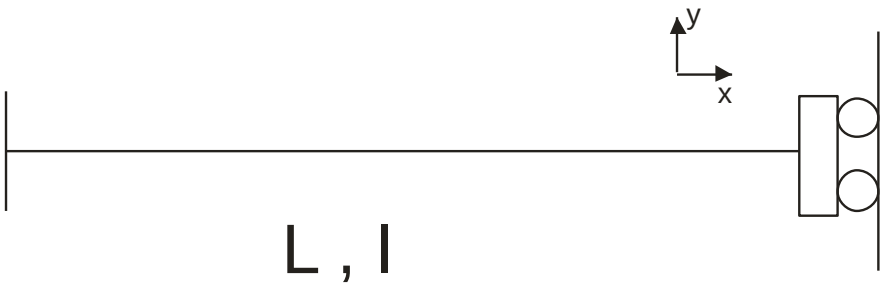

Figura 5.6 - Modelo matemático esquemático da viga.

Para tal condição, tanto a inclinação das vigas nas extremidades quanto o deslocamento transversal da extremidade esquerda são nulos, já o deslocamento transversal da extremidade direita é *y* como podemos ver na figura 5.7.

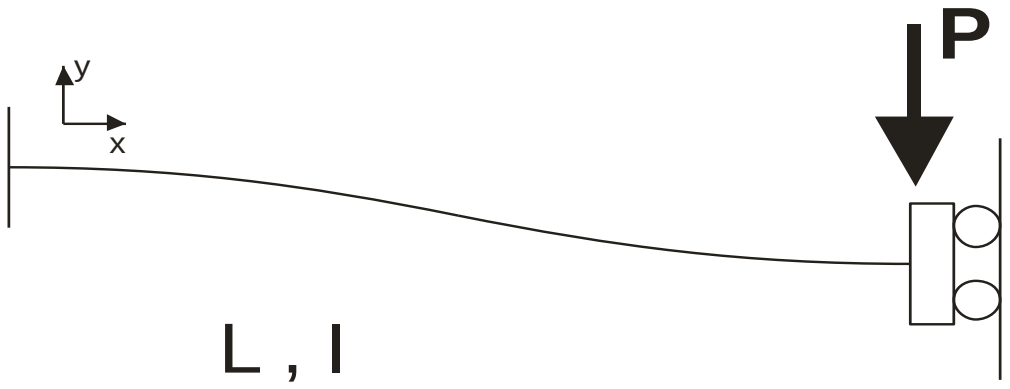

Figura 5.7 - Deformação da viga com o carregamento aplicado.

Adotando-se a hipótese de simetria na viga podemos realizar o estudo de sua metade. Da linha elástica da viga pode-se notar a existência de um ponto de inflexão, e pela condição de simetria esse ponto recai sobre o centro, da relação $M = -EIy''$, para o ponto de inflexão $M = 0$. Com essas condições, entramos no estudo da deformação de uma viga em balanço, a fórmula da linha elástica de uma viga em balanço é facilmente encontrada em tabelas de livros de Resistência dos Materiais como (BEER *et al.*, 1982). Assim tem-se:

Figura 5.8 - Viga em balanço.

$$y_1 = \frac{PL^3}{3EI} \tag{5.1}$$

Com $y_1 = \frac{y}{2}$ e $L = \frac{L}{2}$ obtemos a deformação e a rigidez:

$$y = \frac{PL^3}{12EI} \tag{5.2}$$

$$K = \frac{12EI}{L^3} \tag{5.3}$$

O dispositivo de flexão completo apresenta dois conjuntos de duas vigas em paralelo. Para molas em paralelo, a rigidez equivalente do conjunto é a soma da rigidez de cada mola e a rigidez total K_h é então a soma das rigidezes. Assim temos:

$$K_h = \frac{48EI}{L^3} \tag{5.4}$$

Destaca-se a utilização do aço-mola para a construção das vigas já que este material apresenta uma maior região elástico-linear.

Tabela 5.2 - Dimensões da viga.

Elemento	Dimensões (mm)
Viga	Espessura – 1 Altura - 20 Comprimento – 200

Para esses valores de viga a rigidez do dispositivo em flexão é 2100 N/m, outros valores de rigidez podem ser obtidos através da mudança das dimensões das vigas.

5.1.2.2 Descrição do dispositivo de torção.

O mecanismo de funcionamento baseia-se em que o deslocamento angular do eixo gera no fio-mola momentos de reação contrários a variação angular do eixo, para obter esse efeito utilizou-se um fio-mola atravessando o eixo e apoiado em suas extremidades como mostra a foto 5.2.

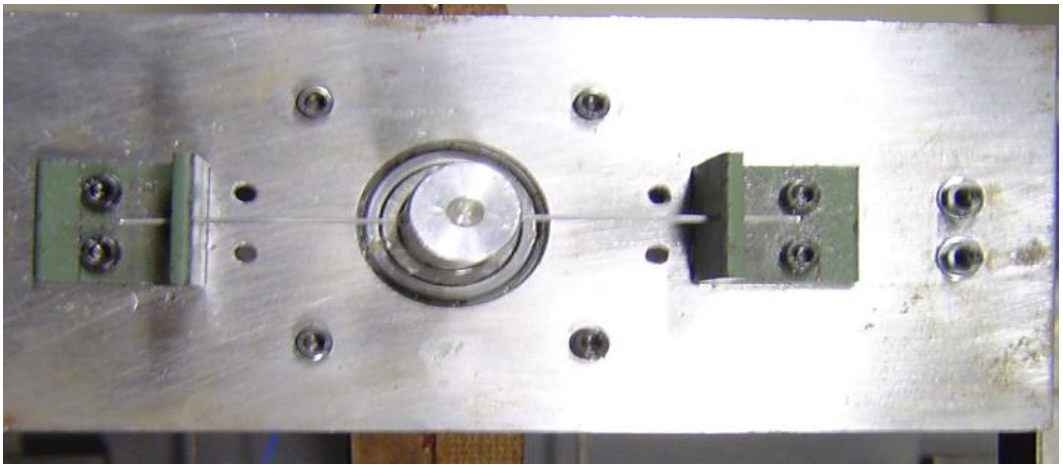

Foto 5.2 - Detalhes do dispositivo de torção.

Para o cálculo da rigidez utilizou-se da mesma teoria de vigas de *Euler-Bernoulli* presente em (BEER *et al.*, 1982). Vejamos figuras contendo o formato inicial da viga e o formato após o deslocamento do eixo.

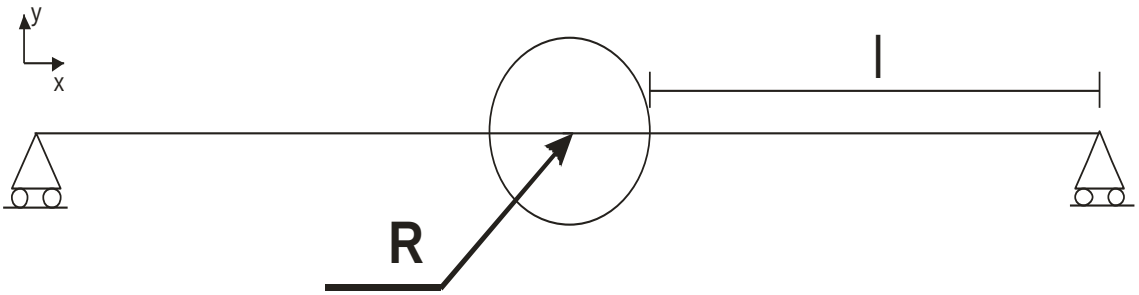

Figura 5.9 - Modelo esquemático do fio mola.

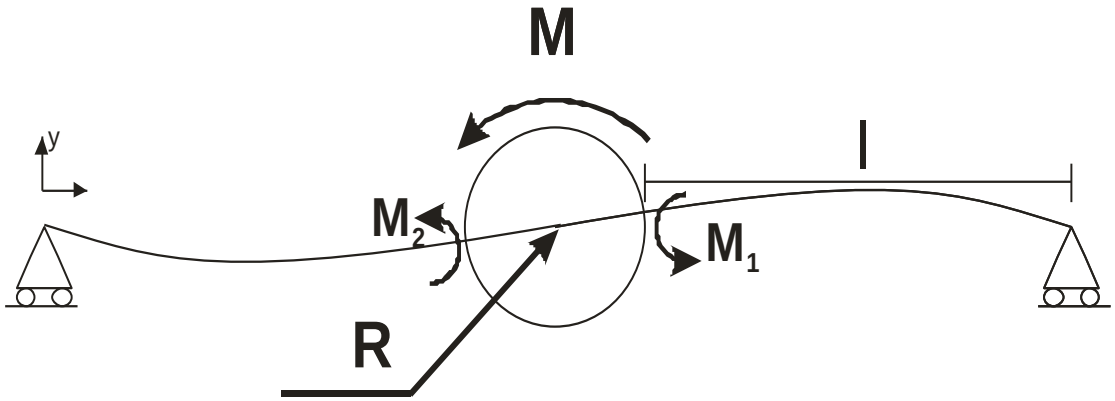

Figura 5.10 - Deformação do fio-mola com o carregamento.

Devido às hipóteses de simetria e de pequenos ângulos, podemos analisar apenas metade desse dispositivo como mostra a figura 5.11.

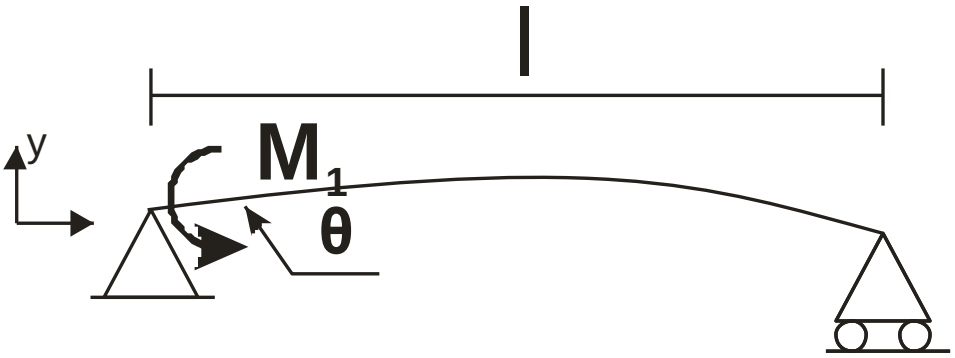

Figura 5.11 - Metade do fio mola.

Substituindo os vínculos pelas suas respectivas forças de reação tem-se:

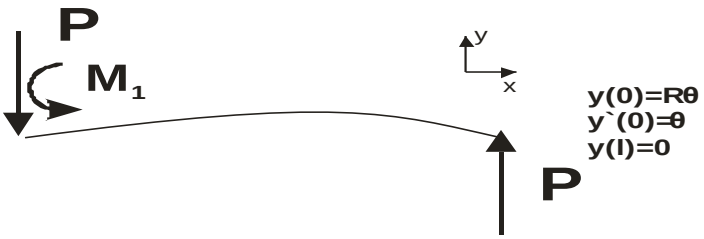

Figura 5.12 - Forças de reação.

Da equação da deformação elástica de uma viga $M = -Eiy''$, com $M = PL$ obtido das relações de equilíbrio da viga, integra-se a equação em *x* uma e duas vezes, e aplica-se nas condições de contorno adequadas. A extremidade esquerda em contato com o eixo terá deslocamento angular $y'(0) = \alpha$ semelhante ao eixo e deslocamento transversal $y(0) = R\alpha$. A extremidade direita não possuirá deslocamento na direção transversal $y(L) = 0$, assim a relação entre o ângulo e o momento M_1 é:

$$\alpha = \frac{M_1 L^2}{3EI} \frac{(L+R)}{(L)} \tag{5.5}$$

esta equação pode ser utilizada para a modelagem do sistema quando se utiliza somente metade do fio mola, ou seja, conectando o eixo até um dos apoios na placa superior.

Para $M = 2M_1$, ou seja, fio mola partindo de um apoio atravessando o eixo da asa até o outro apoio, temos a seguir a relação ângulo-momento e a rigidez em torção do dispositivo.

$$\alpha = \frac{ML}{6EI} \frac{(L+R)}{(L)} \tag{5.6}$$

$$K_\alpha = \frac{6EI}{L} \frac{(L+R)}{(L)} \tag{5.7}$$

Tabela 5.3 - Dimensões do fio mola.

Elemento	Dimensões (mm)
Fio-Mola	Diâmetro – 1.0 Distância do apoio ao eixo – 43,4 Raio do eixo -7,5

Para esta configuração a rigidez do dispositivo em torção é 0.6 N.m, outros valores de rigidez podem ser obtidos através da mudança do diâmetro do fio-mola e da distância do apoio.

5.1.3 Dimensões da asa

Um túnel de vento de seção quadrada de lado l = 500 mm do tipo soprador será utilizado para gerar os esforços aerodinâmicos em uma asa de perfil NACA 0012 construída com isopor e revestida com papel vinil. A envergadura da asa foi assumida maior do que o bocal do túnel de vento para minimizar os efeitos aerodinâmicos de ponta de asa. A tabela 5.4 apresenta a envergadura e corda assumidas para a asa.

Tabela 5.4 - Dimensões da asa.

Elemento	Dimensões (mm)
Asa	Corda 250 Envergadura 600

6 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos nas simulações com o modelo aeroelástico da seção típica e os resultados obtidos em ensaios em túnel de vento. Inicialmente são apresentados os parâmetros inerciais e elásticos obtidos do programa Catia e da formulação apresentada para a modelagem das vigas elásticas que atribuem a rigidez ao modo de flexão e para a modelagem do fio mola que atribui a rigidez para o modo de torção.

A tabela 6.1 apresenta os valores referentes ao dispositivo experimental. Inicialmente assumiu-se a envergadura e a corda da asa rígida. Como anteriormente descrito a asa tem o perfil NACA 0012 e foi construída em isopor e nervuras de madeira. Um eixo de alumínio à ¼ da corda confere a rigidez necessária à asa. O eixo está ligado através de rolamentos e flanges às placas de aço superiores e inferiores. Nestas placas encontram-se o apoio para o fio mola e também os engastes das vigas elásticas. A somatória das massas de cada um destes elementos é a massa total (M) do sistema (tabela 6.1). Os momentos de inércia (medidos em torno do eixo elástico da asa, ou seja, em torno do centro do eixo de alumínio) são relacionados as partes rotativas do sistema: eixo, asa. Vale ressaltar que um eixo de aço passando a ¾ da corda da asa foi adicionado com o intuito de modificar a posição relativa entre o centro de massa da asa e seu eixo elástico, modificando assim velocidade crítica de flutter. Este eixo também é considerado na composição dos parâmetros inerciais do sistema experimental.

As rigidezes do modo de flexão e do modo de torção foram calculadas conforme a formulação apresentada no capítulo 5 (equações 5.4 e 5.7). Combinadas com as características inerciais dos graus de liberdade de flexão e torção, massa total (M) e momento de inércia (I_α) respectivamente, as rigidezes fornecem as frequências naturais do sistema (ω_h e ω_α).

Tabela 6.1 - Valores referente ao dispositivo.

m	2.23	kg
S_α	0.0494	$kg.m$
I_α	0.0024	$kg.m^2$
K_α	0.6	$N.m$
K_h	2100	N/m
ω_h	32.40	rad/s
ω_α	17.15	rad/s
l	500	mm
b	125	mm
ρ	1.1	kg/m^3
a	-0.5	

A partir de alguns dos parâmetros apresentados na tabela 6.1 são determinados outros valores, como raio de giração, posição relativa entre centro de gravidade e eixo elástico, razão de frequências, que serão utilizados conforme as equações aeroelásticas obtidas no capítulo 4 (equações 4.12 ou 4.15). Além disso alguns dos parâmetros da tabela (6.1) foram divididos pelo comprimento do bocal de saída do túnel de vento, tornando-os consistentes com a representação por parâmetros concentrados (seção típica aeroelástica) apresentada no capítulo 4. Estes valores são apresentados na tabela (6.2).

Tabela 6.2 - Valores referentes à seção típica.

m	4.46	*kg/m*
$\bar{r}_{\alpha}^{2}$	0.0774	
$\bar{x}_{\alpha}$	0.1976	
ω_{h}	32.40	*rad/s*
ω_{α}	17.15	*rad/s*
$R_{h\alpha}$	1.89	
b	125	*mm*
l	500	*mm*
ρ	1.1	kg/m^3
a	-0.5	

6.1 Resultados Teóricos

Os parâmetros definidos na tabela 6.2 foram utilizados na equação matricial aeroelástica apresentada no capítulo 4. O método V-g foi utilizado para solucionar a equação aeroelástica, resultando na evolução do amortecimento artificial (g) dos graus de liberdade e das frequências naturais do modelo aeroelástico. A figura 6.1 apresenta a evolução do amortecimento artificial de cada grau de liberdade. É importante lembrar que como um modelo de amortecimento estrutural não foi assumido a solução obtida com o método V-g é representativa fisicamente somente no ponto onde o amortecimento artificial é nulo, ou seja, na velocidade crítica de flutter onde o sistema apresenta movimento harmônico simples. Verifica-se na figura 6.1 que a velocidade crítica de flutter obtida com o modelo aeroelástico é de 7.7 m/s. A evolução do amortecimento artificial mostra também que o grau de liberdade de flexão é o modo que se torna instável.

Vale ressaltar que diversas simulações foram realizadas variando-se as dimensões dos elementos que atribuem rigidez aos graus de liberdade (comprimento, largura e altura das vigas elásticas e comprimento e diâmetro do fio mola) para a adequação do dispositivo experimental ao túnel de vento soprador. A velocidade máxima do túnel está em torno de 15 m/s e, portanto, a velocidade de 7.7 m/s é compatível com o túnel.

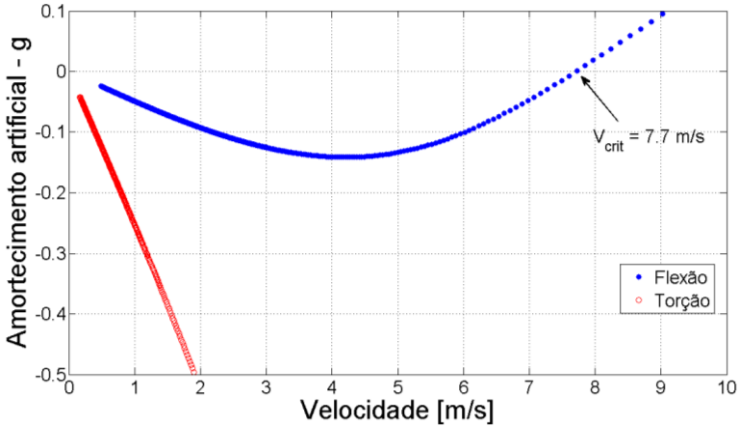

Figura 6.1 – Variação do amortecimento artificial com o aumento da velocidade.

A evolução das frequências dos dois graus de liberdade com a variação da velocidade do escoamento é apresentada na figura 6.2. Verifica-se o comportamento típico de um sistema aeroelástico com dois graus de liberdade, as frequências dos modos tendem ao acoplamento com o aumento da velocidade do escoamento. Existe a coalescência das frequências, porém elas não se encontram. A frequência de flutter é definida a partir da figura 6.2 em 4.8 Hz.

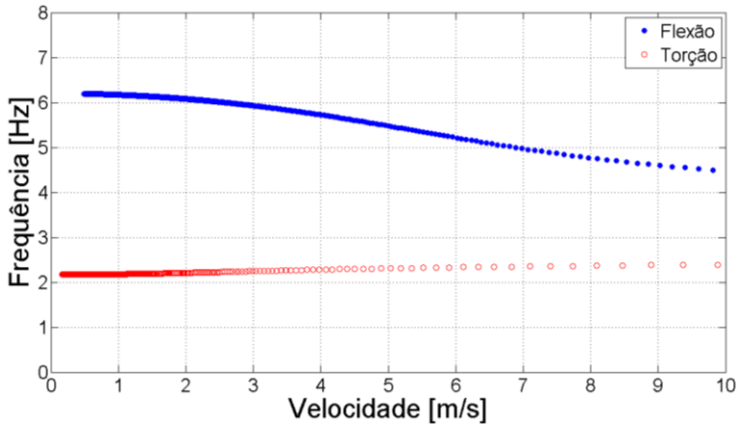

Figura 6.2 – Evolução das frequência com o aumento da velocidade.

6.2 Resultados Experimentais

A foto 6.1 mostra o sistema aeroelástico experimental montado a frente do bocal da saída do túnel de vento soprador. A instrumentação utilizada nos ensaios é composta por elementos para medições relativas ao escoamento e medições relativas à asa. O túnel possui um tubo de Pitot conectado a um manômetro eletrônico que fornece a velocidade do escoamento. Um acelerômetro (PCB333B30) foi instalado na região do bordo de fuga da asa (fora da região sujeita ao escoamento). Nesta posição o acelerômetro pode captar sinais relativos a movimentos de flexão e de torção.

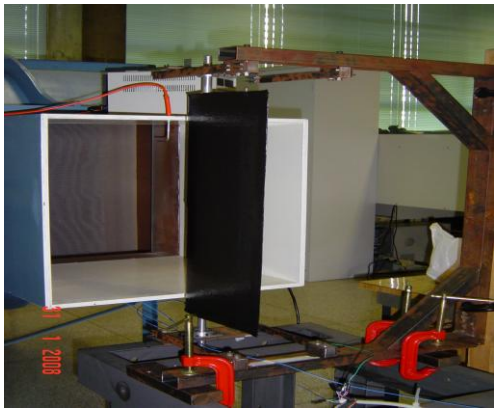

Foto 6.1 - Detalhes da asa montada a frente do túnel de vento.

As respostas foram medidas para diversas velocidades (0, 3, 5, 7, 9 e 10 m/s) tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Estas respostas permitem a visualização da evolução das frequências dos graus de liberdade assim como a variação do amortecimento artificial do sistema experimental.

Verifica-se na figura 6.3 a resposta no domínio da frequência sem a ação do escoamento (V = 0 m/s). A frequência do modo de torção foi medida como 3.3 Hz e a frequência do modo de flexão como 5.3 Hz. A FFT no eixo das ordenadas dos gráficos de

respostas no domínio da frequência são apresentados na escala logarítmica para facilitar a visualização dos picos relativos a cada grau de liberdade, sendo o primeiro relativo à torção e o segundo à flexão.

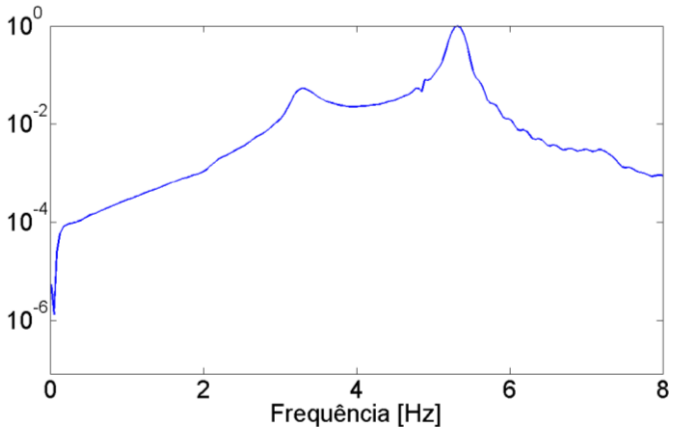

Figura 6.3 – Resposta no domínio da frequência sem a ação do escoamento, V = 0 m/s.

A resposta no tempo para a velocidade 0 m/s é mostrada na figura 6.4. O eixo das ordenadas foi normalizada dividindo-se as amplitudes medidas (aceleração, m/s^2) pela máxima aceleração. A partir de uma entrada (deslocamento para o grau de liberdade de flexão) verifica-se que a resposta oscilatória do sistema aeroelástico, com componentes dos dois graus de liberdade, é amortecida com a evolução do tempo. Como não há ação do escoamento todo efeito de amortecimento vem do amortecimento estrutural.

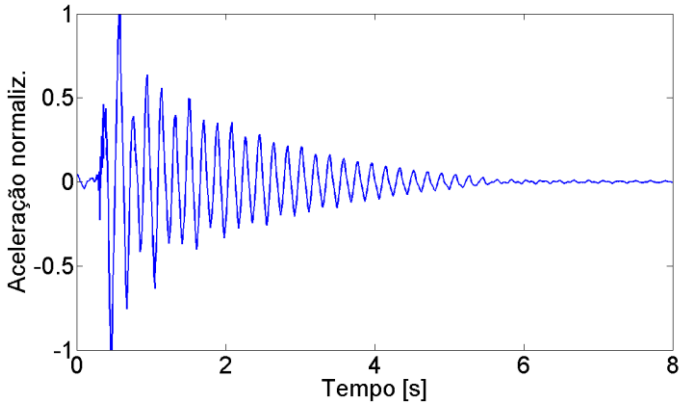

Figura 6.4 – Resposta no tempo sem a ação do escoamento, V = 0 m/s.

Verifica-se na figura 6.5 a resposta no domínio da frequência para a velocidade do escoamento de 3 m/s. Verifica-se que os valores das frequências dos dois modos de vibrar não foram significativamente alterados se comparados com as frequências para a velocidade de 0 m/s. Fica claro porém o efeito do amortecimento aerodinâmico sobre os picos da resposta em frequência. O pico do modo de torção (frequência mais baixa) está menos evidente devido ao efeito de amortecimento. O pico do modo de flexão foi levemente alterado.

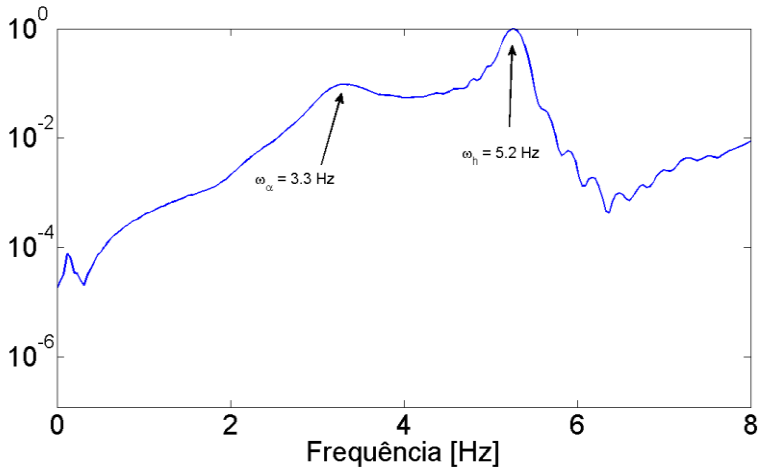

Figura 6.5 - Resposta no domínio da frequência para a velocidade do escoamento de 3 m/s.

Verifica-se na figura 6.6 a resposta no domínio da frequência para a velocidade do escoamento de 5 m/s. Verifica-se que a frequência do grau de liberdade de flexão não foi

significativamente alterada. Por outro lado o pico do modo de torção (frequência mais baixa) está ainda menos evidente devido ao efeito do amortecimento aerodinâmico.

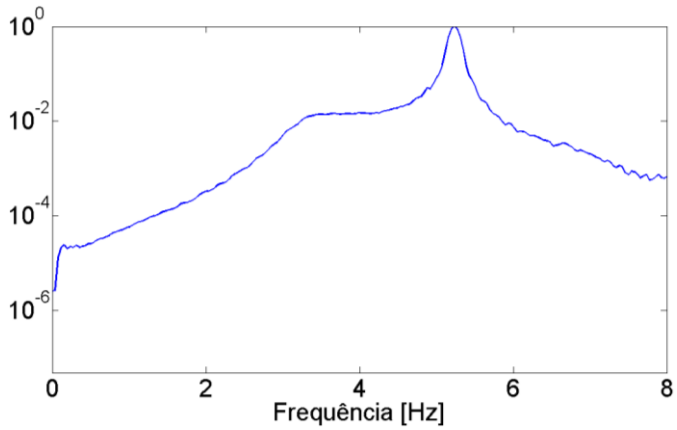

Figura 6.6 - Resposta no domínio da frequência para a velocidade do escoamento de 5 m/s.

A resposta no tempo para a velocidade 5 m/s é apresentada na figura 6.7. Verifica-se que as oscilações perduram por mais tempo do que no caso sem ação do escoamento. O amortecimento na resposta oscilatória do sistema aeroelástico, ainda com componentes dos dois graus de liberdade, é menor que o amortecimento verificado na resposta sem a ação do escoamento.

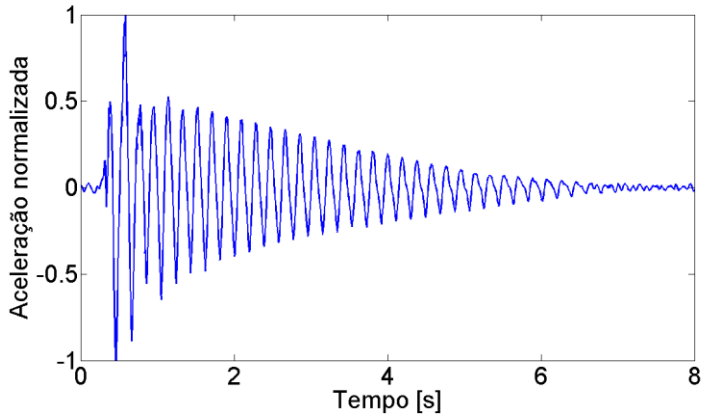

Figura 6.7 - Resposta no domínio do tempo para a velocidade do escoamento de 5 m/s.

Verifica-se na figura 6.8 a resposta no domínio da frequência para a velocidade do escoamento de 7 m/s. Verifica-se que a frequência do grau de liberdade de flexão foi ligeiramente alterada e que o pico relativo ao modo de torção está bastante descaracterizado.

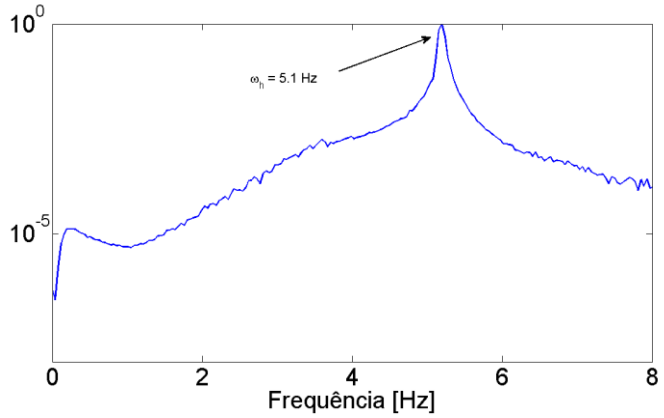

Figura 6.8 - Resposta no domínio da frequência para a velocidade do escoamento de 7 m/s.

A figura 6.9 apresenta a resposta no domínio do tempo para a velocidade de 7 m/s. A redução do amortecimento aerodinâmico fica evidente já que as oscilações perduram até o tempo $t = 12$ s.

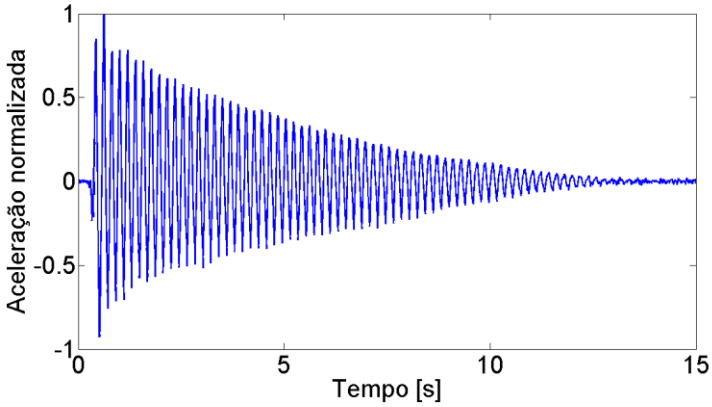

Figura 6.9 - Resposta no domínio do tempo para a velocidade do escoamento de 7 m/s.

Aumentando-se a velocidade do túnel de vento para 9 m/s verifica-se o acoplamento dos modos de torção e de flexão na frequência de 5.1 Hz, caracterizando a velocidade crítica de flutter. O amortecimento na velocidade crítica de flutter é zero. A forma do pico de ressonância confirma a variação do amortecimento para zero.

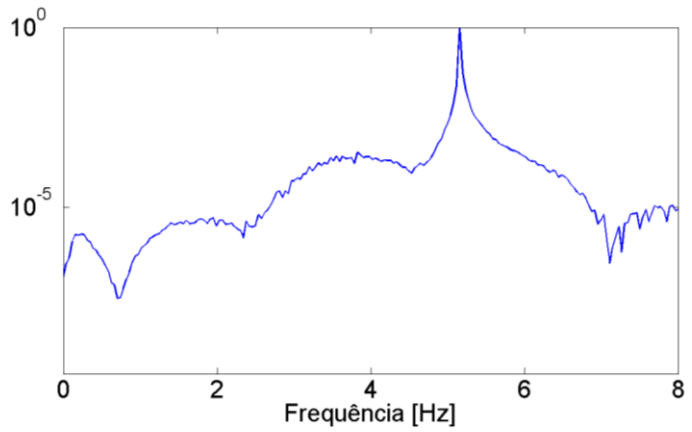

Figura 6.10 - Resposta no domínio da frequência para a velocidade do escoamento de 9 m/s.

A resposta no tempo para a velocidade de 9 m/s é mostrada na figura 6.11. O modelo oscila de forma auto excitada, com amplitude constante e frequência de 5.1 Hz, comportamento característico do fenômeno flutter.

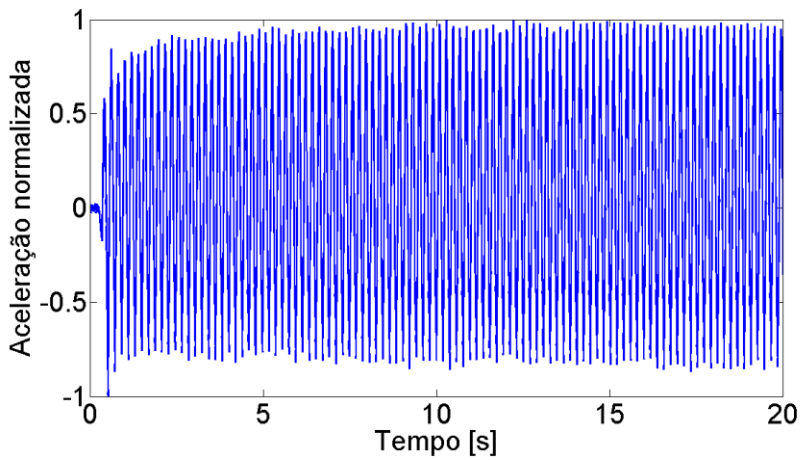

Figura 6.11 - Resposta no domínio do tempo para a velocidade do escoamento de 9 m/s.

A resposta no tempo para a velocidade de 10 m/s é apresentada na figura 6.12. Esta velocidade está acima da velocidade crítica de flutter. Assim, o sistema aeroelástico apresenta oscilações auto excitadas com amplitudes crescentes, típicas de um sistema instável.

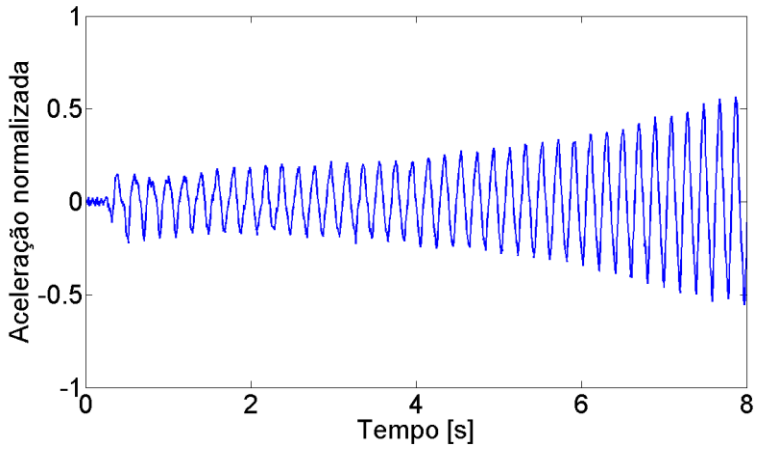

Figura 6.12 - Resposta no domínio do tempo para a velocidade do escoamento de 10 m/s.

Assim, a velocidade crítica de flutter medida experimentalmente é de 9 m/s. A velocidade crítica de flutter obtida a partir do modelo computacional é de 7.7 m/s. O erro entre a velocidade prevista e a velocidade medida é de 14%. Esta diferença pode ser explicada pelo fato do modelo computacional ser linear, ou seja, estrutura modelada como um sistema linear e modelo aerodinâmico linear. O modelo experimental apresenta não-linearidades introduzidas por folgas no fio mola que atribui rigidez ao modo de torção, também tem que ser considerado o suporte em C (inercial) no qual o sistema é fixado. Além disso, o modelo computacional não considera um modelo de amortecimento. Como qualquer sistema real o modelo experimental possui amortecimento estrutural, o que fica claro na reposta no tempo sem a ação do escoamento (figura 6.4). A presença de amortecimento estrutural aumenta a velocidade de flutter de um sistema aeroelástico.

7 Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

Um modelo experimental para ensaios de flutter em túnel de vento foi projetado, fabricado e testado com sucesso. Um modelo aeroelástico para a representação de uma seção típica aeroelástica (modelo por parâmetros concentrados) foi apresentado. Este modelo é obtido da combinação das equações de movimento para uma seção típica com o modelo aerodinâmico não estacionário de Theodorsen.

O sistema experimental foi projetado para apresentar flutter dentro da faixa de velocidades de um túnel de vento soprador (velocidade máxima de 15 m/s). Determinadas as dimensões da asa (envergadura e corda) iniciou-se o projeto do sistema experimental. A asa rígida foi associada a uma suspensão elástica que permite oscilações em dois graus de liberdade ao sistema experimental. Vigas elásticas de aço mola foram dimensionadas para atribuir a rigidez ao modo de flexão. Quatro vigas foram utilizadas, duas em paralelo em cada extremidade do sistema experimental. Esta configuração garante alguma estabilidade ao sistema aeroelástico. Um fio mola é utilizado para atribuir rigidez ao modo de torção. Um programa de CAD (CATIA) foi utilizado para determinar as características inerciais do sistema experimental. Estes dados foram utilizados para alimentar o modelo aeroelástico e a velocidade de flutter foi prevista solucionando-se as equações aeroelásticas com o método V-g.

A evolução do comportamento aeroelástico do sistema experimental foi investigada em respostas medidas no domínio do tempo e da frequência. A evolução das frequências (tendência ao acoplamento) foi verificada, assim como o efeito do amortecimento aerodinâmico (que varia com o aumento da velocidade) sobre a resposta aeroelástica. A velocidade crítica de flutter obtida a partir do modelo aeroelástico foi de 7.7 m/s, 14% menor que a velocidade crítica medida experimentalmente (9 m/s). Esta diferença é explicada

principalmente pelo fato do modelo aeroelástico não considerar nenhum modelo de amortecimento. Obviamente o modelo experimental possui amortecimento estrutural, o que pode ser verificado na resposta no tempo medida sem a ação do escoamento (V = 0 m/s). O efeito do amortecimento é de aumentar a velocidade crítica de flutter, comportamento verificado entre o resultado computacional e experimental. Além disso, como em qualquer sistema real, algumas não linearidades são observadas no sistema experimental, principalmente no sistema de fixação do fio mola e também efeitos do atrito nos rolamentos. Assim considera-se o erro aceitável.

Como sugestões para trabalhos futuros apresentam-se:

1. Fazer medições inerciais;
2. Pesar massas experimentalmente;
3. Inclusão de efeitos de amortecimento no modelo aeroelástico;
4. Inclusão de efeitos não lineares no modelo aeroelástico;
5. Verificação experimental de efeitos não lineares (folgas no grau de liberdade de torção);
6. Atualização do modelo aeroelástico para um sistema com três graus de liberdade;
7. Inclusão de uma superfície de comando no bordo de fuga da asa para estudos de um sistema aeroelástico linear e não linear com três graus de liberdade;

8 Referências Bibliográficas

AGNENI, A.; MASTRODDI, F.; POLLI, G.M. Shunted piezoelectric patches in elastic and aeroelastic vibrations. **Computers and Structures,** n. 81, p. 91–105, 2003.

AGNENI, A.; DEL SORBO, M.; MASTRODDI, F.; POLLI, G. M. Multi-modal damping by shunted piezo-patches: possible aeroelastic applications. **International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics**, n. 24, p. 1-24, 2006.

ASHLEY, H. **Aeroelasticity:** Applied Mechanics Reviews, 1970, p.119-129.

BEER, F. P.; JHONSTON, E. R. **Resistência dos materiais**. Tradução Paulo Pestes Castilho. São Paulo: Mcgraw-Hill, 1982. 652 p.

BENINI, G.R**. Modelo Numérico para a simulação da resposta aeroelástica de asas fixas**. Dissertação (mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2002.

BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H. **Principles of Aeroelasticity**. Ed. Dover, New York, 1962.

BISPLINGHOFF, R. L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R. L. **Aeroelasticity.** Addinson-Wesley Publishing Co.,Inc.,1955.

BROWN, E. L. **Integrated Strain Actuation in Aircraft with Highly Flexible Composite Wings**. Tese (Doutorado) – Departamento de Engenharia Mecânica, (MIT), 2003.

CESNIK, C. E. S.; ORTEGA-MORALES, M. Active aeroelastic tailoring of slender flexible wings. **International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics**, 2001.

CHOWDHURY, A. G.; SARKAR, P.P. A new technique for identification of eighteen flutter derivatives using a three-degree-of-freedom section model. **Engineering Structures**, v. 25, p. 1673-1772, 2003.

COLLAR, A R. The Expanding Domain of Aeroelasticity. **The Journal of the Royal Aeronautical Society**; v. 50, p. 613-636, 1946.

COLLAR, A. R., Aeroelasticity: Retrospect and Prospect. **The Journal of the Royal Aeronautical Society**, Vol.63, No.577, p.1-15, 1959.

CONNER, M. D. **Nonlinear aeroelasticity of an airfoil section with control surface freeplay**. Tese (Doutorado) - Duke University, 1996.

COURA, J.C.B. **Aeroelastic characteristics of cantilever wings**. Dissertação (Mestrado). Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2000.

DANSBERRY, B.E.; DURHAM, M. H.; BENNETT, R. M.; TURNOCK, D. L.; SILVA, E. A.; RIVERA JÚNIOR, J. A., Physical Properties of the Benchmark Models Program Supercritical Wing. **NASA,** TM-4457.

DE MARQUI JÚNIOR, C.; ERTURK, A.; INMAN, D.J. Effect of segmented electrodes on piezo-elastic and piezo-aero-elastic responses of generator plates. **Proceedings of the ASME**, 2009b.

DE MARQUI JÚNIOR, C.; ERTURK, A; INMAN, D.J. Piezo-aero-elastic modeling and analysis of a generator wing. **Smart Materials and Structures**, 2009a (em revisão).

DE MARQUI JÚNIOR, C. **Estudo Teórico e Experimental de um Controlador para Supressão de Flutter**. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

DE MARQUI JÚNIOR, C.; BELO, E.; MARQUES, F. D. A flutter supression active controller. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part G, **Journal of Aerospace Engineering**, Inglaterra, v. 219, n. 1, p. 19-33, 2005.

DOWELL, E.H., A Modern Course in Aeroelasticity. **Kluwer Academic Publishers**, Holanda, 699 p, 1995.

DUGUNDJI, J. Personal Perspective of Aeroelasticity During the Years 1953-1993. **Journal of Aircraft,** v. 40, n. 5, p. 809-812, 2003.
for fluid dynamics, 1979.

FRIEDMANN, P. P. Renaissance of Aero elasticity and Its Future. **Journal of Aircraft,** v. 36, n. 1, p.105-121, 1999.

FRIEDMANN, P. P. Rotary-wing aeroelastic scaling and its application to adaptive materials based actuation 39th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, and AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Forum, 1998.

FÖRSCHING, H. DFVLR. **Aeroelasticity from the viewpoint of the designer**, Von Karman Institute.

FUNG, I. C. **An Introduction to the Theory of Aeroelasticity**. Dover, New York, 1955.

GARRICK, I.E. Aeroelasticity: frontiers and beyond. *13th Von Karman Lecture.* **Journal of Aircraft,** v.13, n.9, p. 641-657, 1976.

GARRICK, I.E.; REED, W.H. Historical Development of Aircraft Flutter. **Journal of Aircraft**, v.18, n.11, p.897-912, 1981.

HANCOCK, G.J.; WRIGHT J.R.; SIMPSON A. On the teaching of the principles of wing flexure-torsion flutter. **Aeronautical Journal**, p. 285-305, 1985.

HASSIG, H. J. An approximate true damping solution of the flutter equation by determinate iteration. **Journal of aircraft**, v. 8, n. 11, p. 885 – 889, nov 1971.

HEEG, J. **Analytical and Experimental Investigation of *Flutter* Suppression by Piezoelectric Actuation.** Langley Research Center Hampton, Virginia, *1993.*

HODGES, H. D.; PIERCE, G. A. **Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity.** Cambridge University Press., 2002.

KO, J.; KURDILA, A. J.; STRGANAC, T.J. **Adaptive Feedback Linearization for the Control of a Typical Wing Section with Structural Nonlinearity**. In: ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition. Dallas, Texas. 1997.

LAZARUS, K. B.; Crawley, E. F.; Lin, C. Y. Fundamental Mechanism of Aeroelastic Control with Control Surface and Strain Actuation. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, n. 18, p. 10 – 17, 1995.

LIBRESCU, L.; NA, S. **Vibration and dynamic response control of elastically tailored nonuniform adaptive aircraft wings.** 41st AIAA/ASME/ASCE/ AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and
Material Conference and Exhibit, 2000.

MUKHOPADHYAY, V. Flutter suppression control law design and testing for the active flexible wing. **Journal of Aircraft**, v. 32, n 1, p 45-51, 1995.

MUKHOPADHYAY, V. Historical Perspective on Analysis and Control of Aeroelastic Responses. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 26, n. 5, p. 673-684, 2003.

NOOR, A.K.; VENNERI, S.L. Flight-Vehicle Materials, Structures, and Dynamics: Assessment and Future Directions. **The American Society of Mechanical Engineering**, 511 p, 1993.

SILVA, R.G.A. **Análise aeroelástica no espaço de estados aplicada a aeronaves de asa fixa**. Dissertação (mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1994.

THEODORSEN, T. General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter. **NACA Report**, n. 496, p. 413-433, 1934.

THEODORSEN, T. General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter. **NACA Technical Report**, n. 496, 1935.

WASZAK, M.R. Modeling the benchmark active control technology wind-tunnel model for active control design applications. **NASA TP**-1998-206270, jun. 1998.

WICKRAMASINGHE, V. K.; CHEN, Y.; ZIMCIK, D. G. Experimental evaluation of an advanced buffet suppression system on full-scale F/A-18 fin, **Journal of Aircraft** , n. 44, p. 733-740, 2007.

ZAERO Version 7.2 – Theoretical Manual. [S.1.], Dezembro 2004. Disponível em: <http://www.zonatech.com/Documentation/theoreticalmanual72.pdf>.

9 APÊNDICE A – Modelo teórico de uma seção típica.

```
%     Modelo Teorico de uma secao tipica com parametros concetrados para
%     analise de um dispositivo experimental com intuito de obter flutter
%     a uma velocidade abaixo dos 17 m/s

% Observacao(1): As unidades utilizadas nesse programa sao as recomendadas
no SI
% Observacao(2): Acerca da nomenclatura de variaveis com as mesmas iniciais


% Geralmente: As terminaçoes em d  referem-se aos dados do conjunto
%             As terminaçoes em v  referem-se aos dados da viga
%             As terminaçoes em m  referem-se aos dados do spring wire/fio-
mola
%             As terminacoes em f  referem-se aos dados de flexao do
sistema
%             As terminacoes em th referem-se aos dados de torcao do
sistema
%             As terminacoes sem letras complementares referem-se aos dados
de uma secao
%             tipica 2-D de parametros concentrados
%             As terminacoes em s referem-se as matrizes
%             As terminacoes em h referem-se à algumas variaveis
aerodinamicas
%             As terminacoes em k referem-se as variaveis responsaveis
pelos loops do programa

%Entrada de dados do dispositivo experimental ( Dados obtidos atraves do
Catia)

x1=0.07578; % x1  ; distancia do cg ao cc do conjunto asa e eixo
m1d=0.652; % m1 ; massa do conjunto asa e eixo
md=2.23; % md  ; massa do conjunto
rgd= 0.06091; %rfg ; raio de giração do dispositivo
Id=m1d*(rgd)^2; % Id  ; momento de Inercia do conjunto asa e eixo

%Entrada dos dados das Vigas

ev=0.001;% ev  ; espessura da viga
lv=0.20; % lv  ; comprimento da viga
hv=0.02;% hv  ; altura da viga
Ev=210*10^9; % Ev  ; Modulo de elasticidade transversal da viga
Iv=((hv*(ev^3))/12);% Iv  ; Momento de area de cada viga

%Calculo frequencia de flexao

kfd=4*(12*Ev*Iv)/(lv^3); % kfd ; rigidez do modo de flexao do dispositivo
wf=(kfd/md)^(1/2); % wf  ; frequencia angular do modo de flexao
ff=wf/(2*pi); % ff  ; frequencia do modo de flexao (hz)

%Entrada dos dados do spring wire

re=0.0075; % re  ; raio do eixo no qual passa o fio-mola
Em=207*10^9; % Em  ; Modulo de elasticidade transversal do aco-mola
```

```
Dm=0.001; % Dm  ; diametro do fio-mola/spring-wire
lm=0.0434; % lm  ; distancia do eixo ao anel que fixa o spring wire
simplesmente apoiado
Im=(pi*Dm^4)/64; % Im  ; momento de area do fio mola/spring-wire
kthd=1*(3*Em*Im)*((lm)/(lm+re))*(1/lm);

%calculo da frequencia de torcao

wth=(kthd/Id)^(1/2);   % wth ; frequencia angular do modo de torção
fth=wth/(2*pi); % fth ; frequencia do modo de torção ( hz)

%Parametros concentrados da secao tipica

ld=0.5; % ld  ; largura do tunel de vento
b=0.125; % b   ; semi-corda
a=-0.5; % a   ; localizacao do centro de cisalhamento
p=1.1; % p   ; densidade do ar
m1=m1d/ld; % m1  ; massa do conjunto de asa e eixo por unidade de
comprimento
m=md/ld; % m   ; massa do dispositivo por unidade de comprimento
I=Id/ld; % I   ; momento de Inercia asa e eixo por unidade de comprimento
S=x1*m1; % S   ; momento estatico da asa e eixo por unidade de comprimento
r=sqrt(I/m); % r   ; raio de giracao
x=S/m; % x   ; distancia do cg ao centro de cisalhamento
kf=kfd/ld; % kf  ; rigidez do modo de flexao por unidade de comprimento da
S.T.
kth=kthd/ld; % kth ; rigidez do modo de torcao por unidade de comprimento
da S.T.
mu=m1/(pi*p*b^2); % mu  ; razao de massa
R2=(wf/wth)^2; % R2  ; razão entre as frequencias ao quadrado

%Adimensionalizacao dos parametros e aplicacao do Metodo V-G

rth2=(r/b)^2; % rth2 ; raio de giracao adimensionalizado ao quadrado
xth=x/b; % xth  ; distancia adimensionalizada do cg ate o cc
i=sqrt(-1); % número imaginario
result1=zeros(2,1000); result2=zeros(2,1000); veloci=zeros(2,1000);

for kk=1000:-1:1; rk=kk*0.01;

%Calculo da funcao de Theordosen

C=0.5+0.0075/(i*rk+0.0455)+0.10055/(i*rk+0.3); % C; Função de Theordosen1

% C = 1-(0.165/(1-((0.0455*i)/rk)))-(0.335/(1-((0.3*i)/rk)));

%Matriz de massa

ms=[ 1 xth
xth rth2];

%Matriz de rigidez

ks=[ R2 0
0 rth2];

%Matriz aerodinamica
```

```
lh=1-i*2*C/rk; la=.5-i*(1+2*C)/rk-2*C/rk/rk;
mh=0.5; ma=3/8-i/rk;
aero=[ lh la-(.5-a)*lh
mh-(.5+a)*lh ma-(.5+a)*(la+mh)+(.5+a)*(.5+a)*lh]/mu;
ddd=eig(inv(ks)*(aero+ms)); rrr=real(ddd); iii= imag(ddd);
rst1(:,kk)=sqrt(1./rrr); rst2(:,kk)=iii./rrr;
rstt(:,kk)=rst1(:,kk)*fth;
vel(:,kk)=sqrt(1./rrr)/rk;
vel1(:,kk)=vel(:,kk)*b*wth;
end

% Configuracoes dos graficos e apresentacao dos resultados
figure(1);
plot(vel1(1,:),rstt(1,:),'.b',vel1(2,:),rstt(2,:),'.r'),
axis([0.0 15.0 0 6]),xlabel('Velocidade '),ylabel('w/wth'),grid;
figure(2);
plot(vel(1,:),rst2(1,:),'.b',vel(2,:),rst2(2,:),'.r'),
axis([0 15 -1 1]),xlabel('Velocidade reduzida'),ylabel('g'),grid;
figure(3);
plot(vel1(1,:),rst2(1,:),'.b',vel1(2,:),rst2(2,:),'.r'),
axis([0 20 -0.5 0.1]),xlabel('Velocidade'),ylabel('g'),grid;
```