MODELISMO FISICO E MATEMÁTICO DE POLUENTES

TÉRMICOS EM CURSOS DE ÁGUA

ANTONIO SOUTO COUTINHO

ORIENTADOR: PROF. DUILIO VENANZI

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

São Carlos

Estado de São Paulo

Novembro, 1983

D E D I C A T Ó R I A

À minha esposa Lisete,

Aos meus filhos Marco Antonio e Marcelo.

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Professor Dulílio Venanzi, orientador, pela amizade e estímulo à realização deste trabalho.

Ao Professor Marcius Fantozzi Giorgetti, pela amizade e inestimável ajuda sob a forma de sugestões, incentivo e obtenção de meios materiais, imprescindíveis à realização deste trabalho.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica, através dos seus professores e funcionários, pela acolhida e apoio em material, pessoal e equipamento.

Ao Departamento de Hidráulica e Saneamento, por haver cedido suas instalações, equipamentos e pessoal.

Ao Professor Francisco Antonio Belo, do Laboratório de Energia Solar da UFPB, pela valiosa ajuda nos trabalhos de computação.

Aos Professores Woodrow Nelson Lopes Roma,Hans George Arens e Samuel Washington Celere, pela indispensável colaboração durante a instalação dos equipamentos.

Aos colegas de pós-graduação, cuja amizade e apoio nunca faltaram.

Ao funcionário Rubens Crnkovic, cuja dedicação ao trabalho experimental foi de suma importância.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pela ajuda na aquisição de materiais.

LISTA DE SÍMBOLOS

		UNIDADES
A	- Área da seção transversal	$[L^2]$
a	- Fator de diluição inicial	[1]
a	- Aceleração	$[LT^{-2}]$
b	- Parâmetro da reta de calibração	[-]
B	- Largura	[L]
C	- Concentração instantânea	[1]
$\bar{C}$	- Valor médio da concentração	[1]
C'	- Valor flutuante da concentração	[1]
C^*	- Concentração de referência	[1]
C_A	- Concentração da substância A	[1]
C_B	- Concentração da substância B	[1]
C_e	- Concentração na entrada do sistema	[1]
C_o	- Concentração inicial	[1]
C_s	- Concentração na saída do sistema	[1]
C_{max}	- Concentração máxima	[1]
C_d	- Coeficiente de vazão	[1]
D	- Déficit de oxigênio	$[ML^{-3}]$
D	- Soma dos desvios em todos os pontos de uma mesma seção	[1]
D	- Fator de difusão transversal	$[L^{-1}]$
D_{AB}	- Coeficiente de disufão molecular	$[L^2T^{-1}]$
D_o	- Déficit inicial de oxigênio	$[ML^{-3}]$
D_h	- Diâmetro hidráulico	[L]
d	- Diâmetro	[L]
d	- Desvio entre as temperaturas teórica e medida	[1]

E	- Coeficiente de difusão isotrópico	$[L^2\ T^{-1}]$
e	- Base do sistema neperiano	$[\ 1\ ]$
E_L	- Coeficiente de dispersão longitudinal	$[L^2\ T^{-1}]$
E_r	- Coeficiente de difusão radial	$[L^2\ T^{-1}]$
E_x, E_y, E_z	- Coeficiente de difusão turbulenta nas direções x, y e z, respectivamente	$[L^2\ T^{-1}]$
E_z	- Coeficiente de mistura transversal	$[L^2\ T^{-1}]$
f	- Coeficiente de atrito	$[\ 1\ ]$
f_i	- Função densidade de probabilidade	$[\ -\ ]$
f_r	- Função distribuição normal acumulada	$[\ 1\ ]$
F	- Número de Froude	$[\ 1\ ]$
F_i	- Força de inércia	$[MLT^{-2}]$
$G(t)$	- Função de transferência	$[\ -\ ]$
g	- Aceleração da gravidade	$[LT^{-2}]$
h	- Profundidade genérica	$[\ L\ ]$
$\bar{h}$	- Profundidade média	$[\ L\ ]$
$h(t)$	- Resposta do sistema a uma entrada genérica no instante t	$[\ -\ ]$
$I(t)$	- Resposta do sistema a uma Função Delta no instante t	$[\ -\ ]$
$J_A = {}_A(qA-q)$	- densidade de fluxo de massa do componente A em relação ao centro de massa	$[T^{-1}]$
k	- Coeficiente do decaimento ou crescimento	$[T^{-1}]$
K_L	- Coeficiente de transferência de oxigênio	$[LT^{-1}]$
L	- Dimensão longitudinal da pluma	$[\ L\ ]$
$\mathcal{L}[f(t)]$	- Transformada de Laplace da função f(t)	$[\ -\ ]$
l_1	- Início da fonte volumétrica	$[\ L\ ]$
l_2	- Término da fonte volumétrica	$[\ L\ ]$
M_2	- Descarga do efluente	$[MT^{-1}]$

m'	- Distribuição de massa por unidade de comprimento	$[ML^{-1}]$
m''	- Distribuição de massa por unidade de área	$[ML^{-2}]$
m'''	- Distribuição de massa por unidade de volume	$[ML^{-3}]$
m	- Coeficiente angular	[-]
X_{IN}	- Distância entre a primeira seção de medições e a fonte virtual localizada a montante	[L]
$\vec{N}_A$	- Densidade de fluxo de massa do componente A em relação ao observador fixo	$[ML^{-2}T^{-1}]$
n	- Número de Manning	[-]
P	- Fração da vazão total ocupada pela mistura na origem do sistema	[1]
P	- Descarga normal acumulada	[1]
P_i	- Probabilidade que tem uma partícula de permanecer no sistema durante o intervalo Δt	[1]
P_e	- Número de Peclet	[1]
P_r	- Número de Prandtl	[1]
Q	- Vazão total	$[L^3T^{-1}]$
Q_e	- Vazão do efluente	$[L^3T^{-1}]$
Q_r	- Vazão do curso principal	$[L^3T^{-1}]$
q	- Massa por unidade de tempo	$[MT^{-1}]$
q	- Vazão local por unidade de largura	$[L^2T^{-1}]$
q	- Taxa de massa	$[MT^{-1}]$
$\bar{q}$	- Vazão média por unidade de largura	$[L^2T^{-1}]$
q_a	- Vazão acumulada	$[L^3T^{-1}]$
q_e	- Valor de uma grandeza na entrada de um sistema	[-]
q_s	- Valor de uma grandeza na saída de um sistema	[-]
$\vec{q}$	- Velocidade da mistura	$[LT^{-1}]$
$\vec{q}_A$	- Velocidade do componente A	$[LT^{-1}]$
$\vec{q}_B$	- Velocidade do componente B	$[LT^{-1}]$

q'	- Taxa de injeção de massa por unidade de comprimento	$[ML^{-1}T^{-1}]$
q''	- Taxa de injeção de massa por unidade de área	$[ML^{-2}T^{-1}]$
R	- Variável auxiliar	[L]
Rey	- Número de Reynold	[1]
r	- Raio	[L]
R_h	- Raio hidráulico	[L]
r_A	- Massa do componente A produzida ou consumida por unidade de volume e por unidade de tempo	$[ML^{-3}T^{-1}]$
S	- Declividade do curso de água	[1]
s	- Variável normalizada	[1]
S_a	- Estimativa do desvio-padrão do coeficiente angular de aferição	[-]
Sq_e	- Estimativa do desvio-padrão de entrada	[-]
Sq_s	- Estimativa do desvio-padrão de saída	[-]
T_e	- Temperatura do efluente	[θ]
T_q	- Temperatura da fonte quente	[θ]
T_f	- Temperatura da fonte fria	[θ]
t	- Tempo	[T]
t*	- Tempo de referência	[T]
U	- Velocidade média Q/A	$[LT^{-1}]$
u	- Velocidade instantânea na direção x	$[LT^{-1}]$
$\bar{u}$	- Velocidade média no tempo na direção x	$[LT^{-1}]$
u'	- Flutuação de velocidade na direção x	$[LT^{-1}]$
U_*	- Velocidade de cisalhamento	$[LT^{-1}]$
V	- Volume	$[L^3]$
V_e	- Velocidade do efluente	$[LT^{-1}]$
V_r	- Velocidade do curso principal	$[LT^{-1}]$
N	- Variável auxiliar	[-]
ΣD_i	- Somatório dos desvios de todas as seções	[1]

v	- Velocidade instantânea na direção y	$[LT^{-1}]$
$\bar{v}$	- Velocidade média no tempo na direção y	$[LT^{-1}]$
v'	- Flutuação de velocidade na direção y	$[LT^{-1}]$
W	- Dimensão da pluma na direção y	[L]
w	- Velocidade instantânea na direção z	$[LT^{-1}]$
$\bar{w}$	- Velocidade média no tempo na direção z	$[LT^{-1}]$
w'	- Flutuação de velocidade na direção z	$[LT^{-1}]$
X	- Distância adimensional na direção x	[1]
x	- Distância sobre eixo coordenado	[L]
Y	- Distância adimensional na direção y	[1]
y	- Distância sobre eixo coordenado	[L]
Z	- Distância adimensional na direção z	[1]
z	- Distância sobre eixo coordenado	[L]
α	- Coeficiente adimensional de mistura transversal,	[1]
α	- Angulo de adução	[^{o}]
β	- Variável auxiliar	[1]
γ	- Coeficiente adimensional de mistura transversal	[1]
Δ	- Dimensão da pluma na direção z	[L]
$\delta(t)$	- Função Delta aplicada no instante t	[-]
ΔT	- Diferença entre a temperatura média na profundidade na região de mistura e a temperatura da água natural	[θ]
ΔT_o	- Diferença entre a temperatura média na origem do sistema e a temperatura da água natural	[θ]
ζ	- Variável auxiliar	[1]
η	- Rendimento térmico; variável auxiliar	[1]
θ_I	- Diferença da temperatura da mistura na origem do sistema em relação à temperatura da água natural	[θ]

θ_e - Diferença entre a temperatura da água do efluente e a temperatura da água natural [θ]

λ - Variável auxiliar no tempo [T]

μ - Viscosidade absoluta $[ML^{-1}T^{-1}]$

ν - Viscosidade cinemática $[L^2T^{-1}]$

ρ - Densidade da mistura $[ML^{-3}]$

ρ_A - Densidade do componente A $[ML^{-3}]$

ρ_B - Densidade do componente B $[ML^{-3}]$

σ_a - Desvio-padrão do coeficiente angular da reta de ca-aferição (após correção) [-]

σq_e - Desvio-padrão dos valores de entrada (após correção) [-]

σq_s - Desvio-padrão dos valores de saída (após correção) [-]

σ_i - Desvio-padrão da distribuição de poluente na direção i [-]

σ_i^2 - Variância da distribuição de poluentes na direção i [-]

σ_p - Desvio-padrão referente à descarga normal acumulada [-]

τ - Tensão de cisalhamento $[ML^{-1}T^{-2}]$

τ_o - Tensão de cisalhamento junto à fronteira $[ML^{-1}T^{-2}]$

Φ - Concentração de um traçador [-]

Ω - Variável auxiliar $[LT^{-1}]$

∇c - Gradiente de concentração $[L^{-1}]$

$\nabla^2 c$ - Laplaciano da concentração $[L^{-2}]$

RESUMO

Neste trabalho, apresenta-se, inicialmente, o resultado de uma pesquisa bibliográfica sobre poluição, numa tentativa de prestar uma contribuição àqueles que se interessam pelo assunto e necessitam dos conhecimentos preliminares. Estudam-se as fontes instantâneas e contínuas, começando-se com as pontuais, passando-se às lineares e às planas, através de integrações no tempo ou no espaço.

Apresenta-se um breve estudo sobre dispersão longitudinal e fonte volumétrica como consequência desta dispersão.

Aborda-se, também, um modelo devido a Paile & Sayre, que é uma forma simplificada da equação da advecção-convenção. Analisam-se, ainda, as fontes refletivas, consequência que são da presença de fronteiras no meio em estudo.

A seguir, aplica-se o modelo da fonte planta em meio semi-infinito ao caso específico de poluição térmica em cursos de água, sob diferentes ângulos de adução. A trabalhosa técnica de determinação do coeficiente de difusão através da medição de concentração de traçadores previamente lançados no curso d'água foi substituída por uma equação utilizada por Fisher para calcular a extensão da região de mistura bidimensional. O modelo de Paile & Sayre foi igualmente testado pela primeira vez em diversos ângulos de adução.

Para isto os dois modelos foram inicialmente estudados em laboratório, onde utilizou-se uma canaleta de concreto, conduzindo água fria, e um aquecedor elétrico que injetava água quente no escoamento principal. Nesta etapa determinaram-se, ain

da, a temperatura teórica da água na origem do sistema e a posição desta origem, o que tornou mais fácil a aplicação do modelo de Paile & Sayre. Além disso pesquisou-se a possível existência de uma fonte virtual, coincidente ou não com a fonte real de poluente, para os dois modelos. Otimizou-se, ainda, o coeficiente de difusão do modelo da fonte plana e comparou-se o valor ótimo com o obtido através da equação de Fisher.

As mesmas etapas foram realizadas em campo, utilizando um trecho reto do Ribeirão do Lobo, em cuja margem direita se estacionou um veículo no qual foi instalada uma caldeira que serviu como fonte de poluição térmica.

Os dois modelos foram comparados por meio dos respectivos desvios entre os valores teóricos e medidos. Os resultados desta comparação permitiram, enfim, concluir que tanto para laboratório quanto para campo o modelo da fonte plana é mais aconselhável que o de Paile & Sayre.

ABSTRACT

This work presents initially the results yielded by a bibliographycal research on pollution. The author hopes it will be usefull to researchers who are starting a work on the subject. The work deals with instantaneous and continuous sources such as point sources, line sources and plane sources,using time or space integration processes. The models have also been applied to boundaries acting as reflective sources.

Subsequently the plane source model in a semi-infinite medium is applied to the special case of thermal pollution in water flow at different entry angles. The tedious techniques of tracers was changed by a Fisher equation's. The laboratory experiments wered performed on a concrete chanel flowing cold water to wich heated water was added. At stage the position and the initial temperature of the origin of the system is theoretically determined. The diffusion coeficient and the distance of the virtual source has been optimized.

The Paile & Sayre model was also tested at first time under identical conditions to obtain optimisation of the distance of the virtual source.

Finally the two models have been compared by respective desviations between theoretical and measured values.

The same stages were carried out in the field, on a straight part of the Ribeirão do Lobo. A boiler on a truck on the right shore was used as a thermal pollution source.

The Laboratory and field results shows that the plane source model is better then Paile & Sayre model.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A época atual se caracteriza por um intenso desenvolvimento científico e tecnológico que representa uma grande conquista para a humanidade.

Entretanto, esse desenvolvimento proporcionado pelas máquinas e processos industriais está sacrificando cada vez mais o meio ambiente, em virtude das quantidades, cada vez maiores, dos mais diversos rejeitos que são lançados, continuamente, no ar e na água, elementos sabidamente essenciais à vida.

O ar, nos grandes centros urbanos, já não apresenta, permanentemente, os níveis mínimos de pureza recomendados pelas organizações de saúde pública. Por outro lado, a água sempre serviu de depositário dos mais variados rejeitos e enquanto a concentração desses rejeitos era pequena as consciências permaneceram adormecidas. Entretanto, nos últimos anos os níveis mínimos permitidos de saturação foram atingidos e as comunidades começaram a sentir a necessidade de melhor tratamento da água, assim como de planejamentos mais criteriosos para implantação de novas instalações industriais ou de potência.

Conforme Prado (1), toda a água existente no Planeta é composta de 0,63% de água doce e 99,37% de água salgada. Da água doce, 2,2% se encontram na superfície e 97,8% no sub-solo. Além disso, o consumo de água para processamento industrial é bastante alto, como se deduz da tabela 1.1 que mostra o consumo, em metros cúbicos/tonelada de alguns produtos básicos.

Tabela 1.1

Aço	2.460
Alumínio	110
Carne industrializada	31.300
Borracha	2.500
Pão	700
Rayon	750

O calor é um dos poluentes mais encontrados, e provém das descargas de rejeitos quentes dos processos industriais, bem como do resfriamento de condensadores de usinas termo-elétricas, nucleares e demais instalações de vapor. Uma de suas conseqüências é a elevação da temperatura.

Em águas de recreação não é recomendada (2) temperatura acima de 30°C, obtida por meios artificiais. Em águas de abastecimento, acréscimos de 1,5°C são normais, não devendo entretanto, ultrapassar 3°C. Mas uma máquina térmica funciona recebendo calor de uma fonte quente, realizando trabalho e rejeitando o calor restante numa fonte fria que, geralmente, é a água de um rio ou de um reservatório. A utilização da energia nuclear torna o problema ainda mais grave, haja vista as quantidades maiores de calor rejeitado por ciclo, em relação às formas convencionais de energia.

O rendimento de um ciclo reversível de Carnot é dado por

$$\eta = \frac{T_q - T_f}{T_q} \tag{1.1}$$

podendo ser, no presente caso,

T_q = temperatura da fonte quente (fornalha), em K

T_f = temperatura da fonte fria (água de um rio), em K.

Obviamente, para um valor fixo de T_q, quanto menor for o valor de T_f, maior será o aproveitamento do combustível utilizado. Para uma mesma quantidade de calor dissipada pelo condensador, descargas mais baixas implicarão em temperatura mais elevada da água lançada no meio ambiente. Daí a necessidade de se dispor de um grande reservatório ou um rio de grande vazão para assegurar descargas, no condensador, capazes de manter o rendimento tão alto quanto possível sem prejuízo do sistema ecológico.

Sabe-se que o oxigênio dissolvido na água é vital para os seres que nela habitam e que há um nível mínimo de OD, abaixo do qual é impossível haver vida no micro-sistema constituído pela água. A equação da concentração de O_2 é:

$$\frac{dC}{dt} = K_L \frac{A}{V} (C_s - C) = K_a (C_s - C). \tag{1.2}$$

onde

C_s - concentração de saturação de oxigênio dissolvido;

C - concentração no corpo líquido;

K_L - coeficiente de transferência de oxigênio;

A - área da superfície de transferência;

V - volume do líquido.

Quando a resistência for desprezível K_L será constante assim como K_a. E resolvendo, chega-se a

$$(C_s - C) = (C_s - C_o)\, e^{-K_a t} \qquad (1.3a)$$

ou

$$l_n({}^{D}/_{DO}) = -\, K_a t \qquad (1.3b)$$

sendo

D - Déficit de oxigênio

D_o - Déficit de oxigênio inicial.

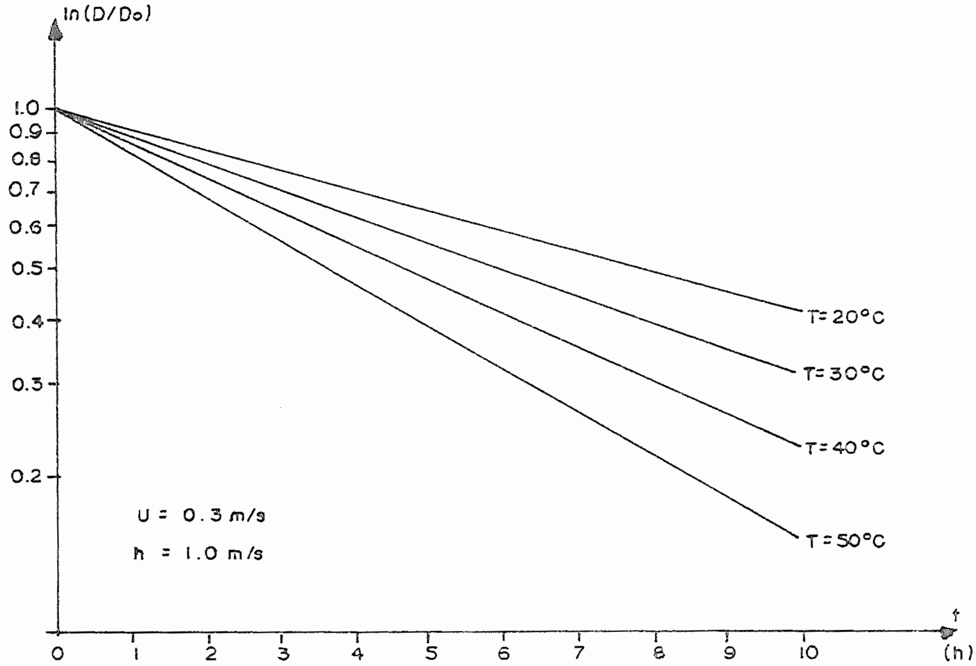


FIG. I.1 - Gráfico de déficit de oxigênio x tempo, tendo temperatura como parâmetro

Verificou-se (3), experimentalmente, que o coeficiente K_a varia com a temperatura segundo a equação:

$$K_a = K_{a_{20}}\ \theta^{T-20} \qquad (1.4)$$

sendo

$K_{a_{20}}$ - valor de K_a a 20^oC;

K_a - valor de K_a a T^oC

θ - constante $(1,016 < \theta < 1,04) \simeq 1,025$.

Assim, quanto mais alta for a temperatura da água na saída do condensador, mais rapidamente decrescerá a concentração de saturação de oxigênio dissolvido, conforme a figura 1.1.

Os métodos de resfriamento de condensadores utilizam, geralmente, os chamados (3) "ciclo fechado" e "ciclo aberto".

No primeiro, a água é recirculada entre um reservatório e o condensador, sendo resfriada por uma torre de resfriamento ou por um sistema de "spray" conforme Figura 2.1

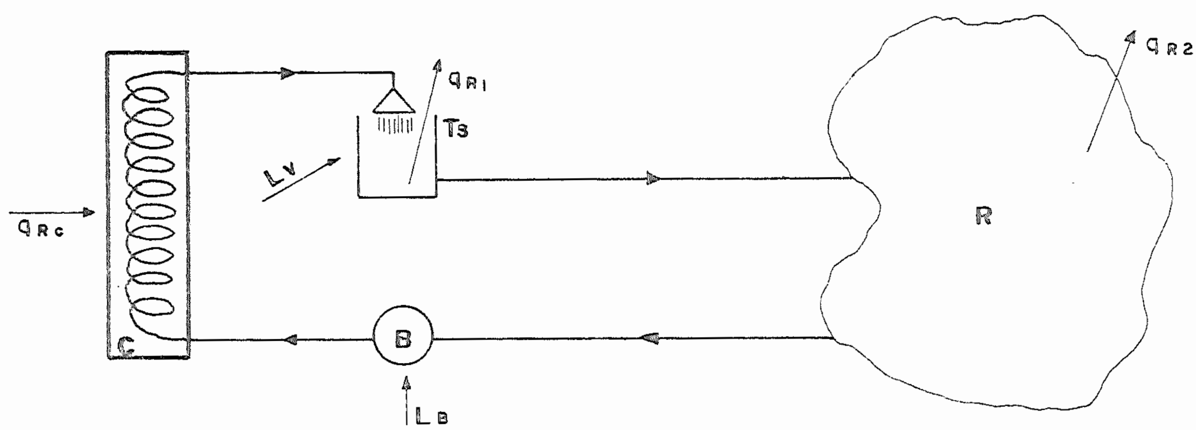


FIG. 1.2 - Resfriamento por "ciclo fechado"

B - bomba;

C - condensador;

T_s - torre de resfriamento ou "spray";

R - reservatório;

L_B - trabalho na bomba;

L_V - trabalho no ventilador;

q_{R_c} - calor recebido no condensador;

q_{R_1} - calor rejeitado na torre;

q_{R_2} - calor rejeitado no reservatório.

No segundo, a água de um rio, a montante da usina, circula pelo condensador e é lançada a jusante, conforme Figura 1.3

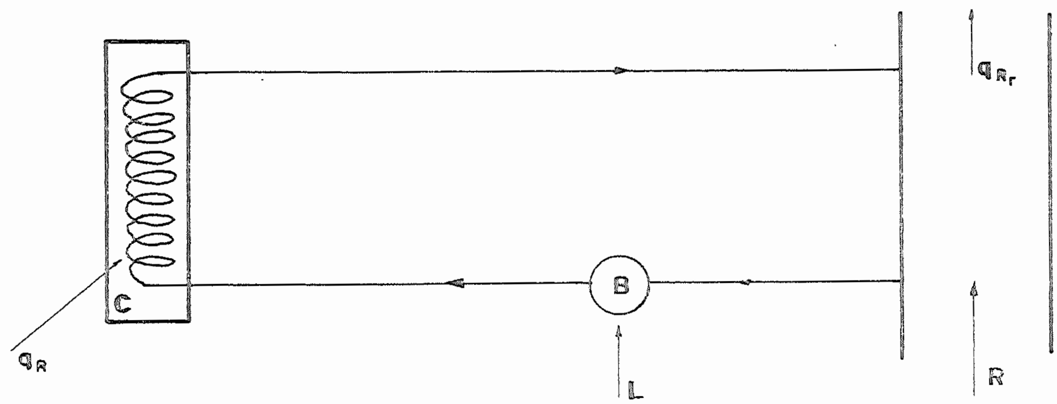


FIG. 1.3 - Resfriamento por "ciclo aberto"

B - bomba;

C - condensador;

R - rio;

q_R - calor rejeitado pelo condensador;

q_{R_R} - calor rejeitado no rio;

L_B - trabalho na bomba

O "ciclo aberto" é o mais utilizado pelos seguintes motivos:

a) investimento cerca de 15 vezes menor;

b) menor custo de manutenção;

c) menor consumo de energia, pois não utiliza ventiladores e bombas adicionais;

d) não há necessidade de repor a água perdida nos processos de evaporação.

A água quente, como outros poluentes, ao ser lançada no corpo receptor se mistura, em consequência de um mecanismo de difusão e advecção, formando plumas cujas dimensões e concentração devem ser conhecidas, a fim de possiblitar seu controle e por conseguinte, diminuir o impacto sobre o meio ambiente.

O objetivo deste trabalho é estudar a difusão de poluentes térmicos em cursos d'água, procurando regras de semelhança entre um rio e um modelo reduzido. Em ambos os casos será estudada a influência do ângulo de adução na difusão do calor. Espera-se, no final, poder melhorar um modelo matemático proposto por Sayre e Paile, tornando-o mais simples e poderoso para a avaliação do impacto causado nos cursos d'água por poluentes térmicos ou de outra natureza.

CAPÍTULO II

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

II.1 - EQUAÇÃO DA DIFUSÃO - ADVECÇÃO

DIFUSÃO MOLECULAR

Partindo-se do balanço de massa do componente A de uma mistura em um volume infinitesimal situado em certa região de um escoamento, chega-se a

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} + \frac{\partial (N_A)_x}{\partial x} + \frac{\partial (N_A)_y}{\partial y} + \frac{\partial (N_A)_z}{\partial z} = r_A \qquad (2.1)$$

onde

$$(N_A)_x = \left[- \rho D_{AB} \frac{\partial C_A}{\partial x} + \rho_A u \right] \qquad (2.2)$$

sendo ρ - densidade da mistura;

ρ_A - densidade do componente A;

D_{AB} - coeficiente de difusão molecular;

C_A - concentração do componente A;

u - velocidade do escoamento na direção u;

N_A - densidade de fluxo de massa do componente A em relação a um observador fixo;

r_A - produção ou consumo do componente A.

Admite-se que as variações das velocidades u, v e w nas direções x, y e z, respectivamente são desprezíveis dentro da precisão exigida. Considerando ainda fluido incompressível e solução diluída tem-se ρ e D_{AB} constantes.

Assim sendo,

$$\frac{\partial (N_A)_x}{\partial x} = - \rho D_{AB} \frac{\partial^2 C_A}{\partial x} + u \frac{\partial \rho_A}{\partial x} \qquad (2.3)$$

Efetuando as demais derivadas e substituindo em (2.1), tem-se

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} + \frac{u \partial \rho_A}{\partial x} + \frac{v \partial \rho_A}{\partial y} + \frac{\omega \partial \rho}{\partial z} = \rho D_{AB} \left[\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right] + r_A \qquad (2.4)$$

Definindo a concentração de um componente como sendo a relação entre a sua massa específica e a da mistura, tem-se

$$C_A = \frac{\rho_A}{\rho} \qquad (2.5)$$

Substituindo em (2.4), esta equação passa a ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \frac{u \partial C_A}{\partial x} + \frac{v \partial C_A}{\partial y} + \frac{\omega \partial C_A}{\partial z} = D_{AB} \left[\frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right] + \frac{r_a}{\rho} \qquad (2.6)$$

e conhecida como Equação da Difusão - Advecção em virtude dos dois mecanismos de transporte envolvidos no fenômeno.

Em forma vetorial, tem-se

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \vec{q}.\vec{\nabla} C_A = D_{AB} \vec{\nabla}^2 C_A + \frac{r_A}{\rho} \qquad (2.7)$$

onde

$\frac{\partial C_A}{\partial t}$ é uma taxa de acumulação;

$\vec{q}.\vec{\nabla} C_A$ representa transporte por advecção;

$D_{AB}\vec{\nabla}^2 C_A$ representa transporte por difusão e

$\frac{r_a}{\rho}$ é produção ou consumo do componente A devida a reações químicas ou biológicas.

II.2 - DIFUSÃO EM REGIME TURBULENTO

Os escoamentos de fluidos na natureza ocorrem, geralmente, de modo turbulento. Por isso as propriedades têm valores variáveis com o tempo. Desta forma os valores instantâneos podem ser substituídos por um valor médio e outro flutuante, como a seguir

$$\begin{aligned} C_A &= \bar{C}_A + C'_A \\ u &= \bar{u} + u' \\ v &= \bar{v} + v' \\ \omega &= \bar{\omega} + \omega' \end{aligned} \qquad (2.8)$$

Em vista disso, aplicam-se as Regras de Reynolds das Médias[5] à equação (2.7) para obter-se

$$\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial t} + \frac{\overline{u \partial C_A}}{\partial x} + \frac{\overline{v \partial C_A}}{\partial y} + \frac{\overline{\omega \partial C_A}}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial x}(\overline{u'C'_A}) - \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v'C'_A}) - \frac{\partial}{\partial z}(\overline{\omega' C'_A})$$

$$+ D_{AB}\left[\frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial z^2}\right] + \frac{r_A}{\rho} \qquad (2.9)$$

As quantidades $\overline{u'C'_A}$, $\overline{v'C'_A}$ e $\overline{\omega' C'_A}$ representam fluxo de volume por unidade de área e, multiplicadas pela densidade, representam fluxo de massa por unidade de área. Supondo-se que o fluxo turbulento é proporcional ao gradiente de concentração média, tem-se

$$\rho \overline{u'C'_A} \alpha \; \rho \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x} \qquad (2.10)$$

ou

$$\overline{u'C'_A} = - \; E \frac{\bar{C}_A}{x} \qquad (2.11)$$

Substituindo em (2.9), tem-se

$$\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial t} + \frac{\bar{u}\partial \bar{C}_A}{\partial x} + \frac{\bar{v}\partial \bar{C}_A}{\partial y} + \frac{\bar{\omega}\partial \bar{C}_A}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(E_x \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(E_y \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(E_z \frac{\partial \bar{C}_A}{\partial z}\right)$$

$$+ D_{AB}\left(\frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial z^2}\right) + \frac{r_A}{\rho} \qquad (2.12)$$

onde E_x, E_y e E_z são coeficientes de difusão turbulenta, nas direções x, y e z, respectivamente. Eles são cerca de 100 vezes maiores que o coeficiente de difusão molecular nas regiões de franca turbulência. Por isto é válido desprezar D_{AB} e simplificar a equação (2.12) que fica

$$\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial t} + \frac{\bar{u}\,\partial \bar{C}_A}{\partial x} + \frac{\bar{v}\,\partial \bar{C}_A}{\partial y} + \frac{\bar{\omega}\,\partial \bar{C}_A}{\partial z} = E_x \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial x^2} + E_y \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial y^2} + E_z \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial z^2} - k\bar{C}_A \tag{2.13}$$

onde os coeficientes de difusão turbulenta são considerados constantes. A cinética de produção ou consumo pode ser bem representada, em geral, por um termo de primeira ordem, $k\bar{C}_A$. Ou seja,

$$\frac{r_A}{\rho} = k\bar{C}_A \tag{2.14}$$

onde o sinal negativo indica consumo.

A fim de encontrar uma solução para a equação (2.13), tornam-se necessárias algumas simplificações(6), entre as quais consta o alinhamento da direção do escoamento com o eixo x. Consequentemente, tem-se agora

$$\frac{\partial \bar{C}_A}{\partial t} + \frac{\bar{u}\,\partial \bar{C}_A}{\partial x} = E_x \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial x^2} + E_y \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial y^2} + E_z \frac{\partial^2 \bar{C}_A}{\partial z^2} - k\bar{C}_A \tag{2.15}$$

II.3 - SOLUÇÕES

A solução da equação (2.15) depende da forma pela qual o poluente é lançado no meio ambiente. Tais formas podem se constituir em fontes pontuais, lineares, planas ou volumétricas. As fontes podem ser instantâneas ou contínuas, conforme o lançamento ocorra em intervalos de tempo infinitesimais ou relativamente longos, respectivamente.

II.3.1 - Fonte instantânea pontual

A equação (2.15) é linear. Portanto pode-se empregar o princípio da superposição, que consiste em utilizar a resposta a uma entrada instantânea (ou função delta) de poluente aplicada em um ponto do meio receptor infinito[4] e que é representada pela solução da equação (2.15) dada a seguir, com o fim de compor-se por adição (integração espacial ou temporal) fontes distribuídas (linear, plana, volumétricas) e contínuas:

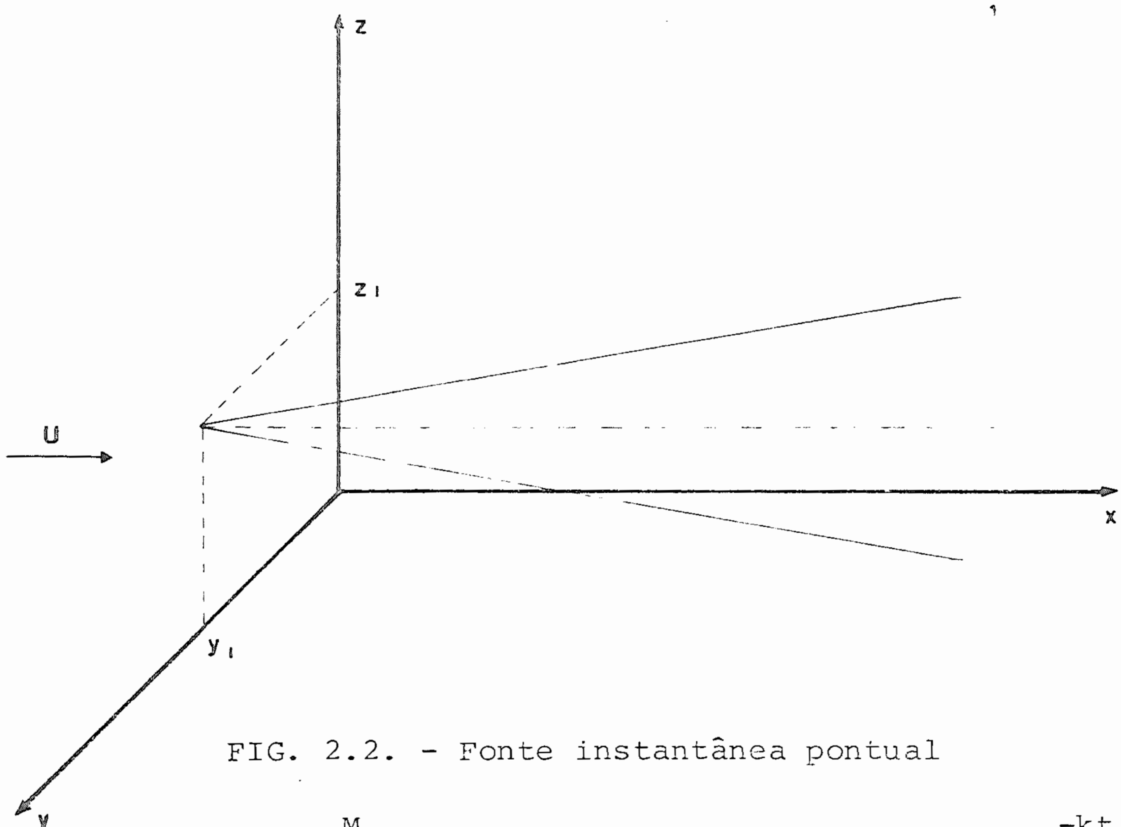


FIG. 2.2. - Fonte instantânea pontual

$$C(x,y,z,t) = \frac{M}{\rho} \; f_x \; (x,t) \; . \; f_y \; (y,t) \; . \; f_z \; (z,t) \; . \; e^{-kt} \tag{2.16}$$

onde

$$f_x(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi E_x t}} \; e^{\frac{-(x-Ut)^2}{4E_x t}} \tag{2.17}$$

$$f_y(y,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi E_y t}} \; e^{-\frac{y^2}{4E_y t}} \tag{2.18}$$

$$f_z(z,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi E_z t}} \; e^{-\frac{z^2}{4E_z t}} \tag{2.19}$$

sendo

ρ - densidade do meio receptor;

M - massa de poluente.

Se se aceita um modelo gaussiano, a distribuição de concentração de uma substância inerte para uma fonte instantânea pontual localizada em $x_1 = y_1 = z_1 = 0$ e

$$C = \frac{M}{\rho (2\pi)^{3/2} \sigma_x \sigma_y \sigma_z} \exp - \left[\frac{(x - ut)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2} + \frac{z^2}{2\sigma_z^2} \right] \qquad (2.20)$$

onde as variâncias σ_x^2, σ_y^2 e σ_z^2 funções do tempo, são uma medida de espalhamento ao longo dos eixos u, y e z, respectivamente.

Por outro lado, se se considerar o mesmo caso de substância inerte para a equação (2.15) e definir-se:

$$E_x = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2}{dt}$$

$$E_y = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_y^2}{dt}$$

$$E_z = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_z^2}{dt}$$

então (2.20) será também uma solução de (2.15).

Se os coeficientes de difusão forem considerados independentes do tempo, então

$$E_x = \frac{\sigma_u^2}{2t}$$

$$E_y = \frac{\sigma_y^2}{2t}$$

$$E_z = \frac{\sigma_z^2}{2t}$$

e as equações(2.16) e (2.20) são idênticas a menos do termo e^{-k_t}.

Portanto, quando se considera um lançamento de poluente como uma distribuição gaussiana, têm-se as seguintes médias e variâncias nas direções u, y e z, respectivamente:

$$\bar{u} = Ut \qquad \sigma_x^2 = 2\,E_x t$$

$$\bar{y} = 0 \qquad \sigma_y^2 = 2\,E_y t$$

$$\bar{z} = 0 \qquad \sigma_z^2 = 2\,E_z t$$

II.3.2 - Fonte instantânea linear

Quando a liberação do poluente é feita segundo uma linha, pode-se considerar uma superposição de fontes pontuais alinhadas a um dos eixos de referência.

Suponha-se uma tal fonte paralela ao eixo x, passando em $(0,y)$ [4]. Se um incremento de massa dM for introduzido ao longo da referida linha no ponto z, a resposta correspondente será obtida da equação (2.16), bastando apenas substituir M por dM e C por dC.

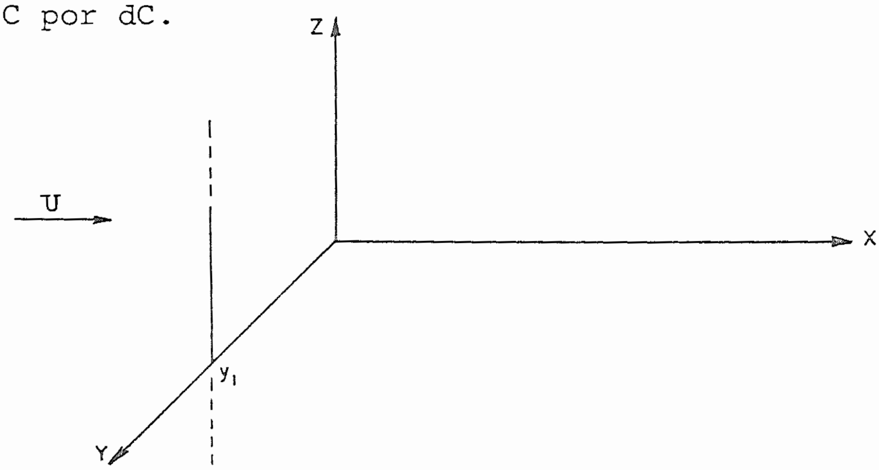


FIG. 2.3 - Fonte instantânea linear.

Considerando m' como um lançamento instantâneo de massa por unidade de comprimento na direção z, ou seja

$$m' = \frac{dM}{dz} \quad ,$$

substitui-se em (2.16) para obter-se

$$C(x,y,z,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{m'}{\rho} \, f_x(x,t) \, f_y(y,t) \, f_z(z,t) \quad e^{-kt} \right] dz \qquad (2.22)$$

Para resolver, integra-se apenas o termo $f_z(z,t)$, haja vista que os restantes ficam constantes

$$C(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(4\pi E_z t)^{1/2}} \; e^{-\frac{1}{4E_z t} z^2} \; dz$$

$$C(x,y,z,t) = \frac{m'}{8\rho (\pi t)^{3/2} (E_x E_y E_z)^{1/2}} \left[e^{-\frac{(x-Ut)^2}{4E_x t} - \frac{y^2}{4E_y t} + kt} \right] \int_{-\infty}^{\infty} e^{-az^2} \, dz,$$

sendo

$$a = \frac{1}{4E_z t} \quad .$$

Utilizando a referência (12), tem-se:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-az^2} \, dz = \sqrt{\frac{\pi}{a}} = \frac{\pi^{1/2}}{\frac{1}{(4E_z t)^{1/2}}} \quad .$$

E após fazer as devidas substituições, fica-se com

$$C(x,y,t) = \frac{m'}{4\pi\rho t(E_x E_y)^{1/2}} \exp - \left[\frac{(u-Ut)^2}{4E_x t} + \frac{y^2}{4E_y t} + kt \right] \qquad (2.23)$$

ou

$$C(x,y,t) = \frac{m'}{\rho} f_x(x,t) . f_y(y,t) e^{-kt} \qquad (2.23a)$$

II.3.3 - Fonte plana instantânea

Este é o caso em que o poluente, lançado no meio ambiente, é distribuído uniformemente na seção transversal.

Mais uma vez, baseado no princípio da superposição, imagina-se a fonte plana como sendo composta de fontes lineares paralelas ao plano y-z e localizadas ao longo de x=0 (4).

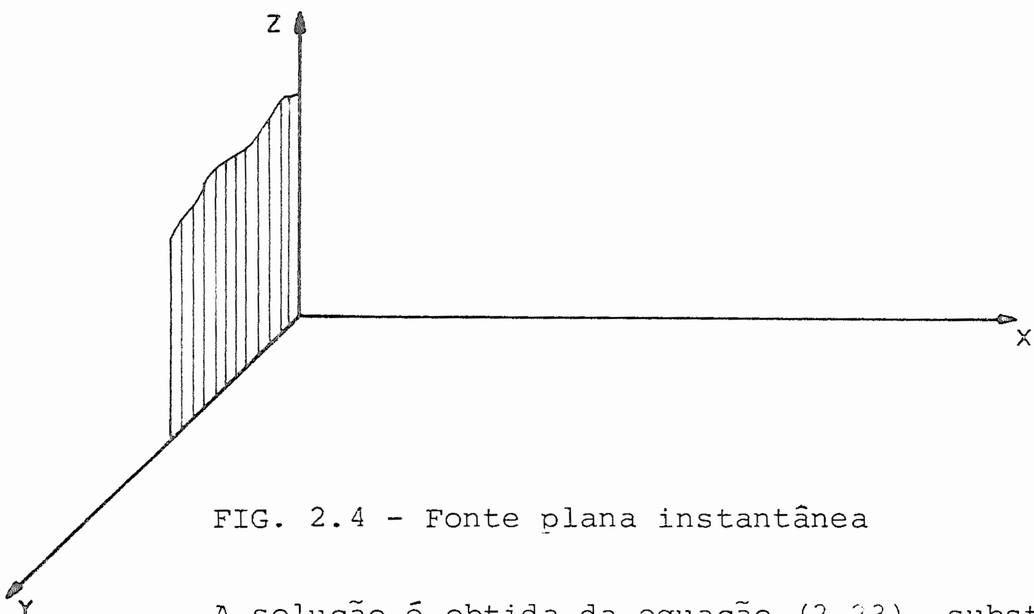


FIG. 2.4 - Fonte plana instantânea

A solução é obtida da equação (2.23), substituindo C por dC e m' por dm'. Com

$$dm' = m'' dy_1 \qquad (2.24)$$

onde

$$m'' = \frac{M}{A} \qquad (2.25)$$

tem-se

$$dC = \left[\frac{m''}{4\pi\rho t (E_x E_y)^{1/2}} \; e^{-\left[\frac{(x-Ut)^2}{4E_x t} + \frac{y^2}{4E_y t} + kt \right]} \right] dy_1$$

$$C = \frac{m''}{4\pi\rho t (E_x E_y)^{1/2}} \; e^{-\left[\frac{(x-Ut)^2}{4E_x t} + kt \right]} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ay^2} \, dy_1$$

Analogamente ao caso anterior, faz-se

$$a = \frac{1}{4E_y t}$$

ficando

$$C = \frac{m''}{4\pi\rho t (E_x E_y)^{1/2}} \; e^{-\left[\frac{(x-Ut)^2}{4E_x t} + kt \right]} \; \frac{\pi^{1/2}}{\frac{1}{(4E_z t)^{1/2}}} \; .$$

Simplificando e tendo em conta (2.25), tem-se

$$C\,(x,t) = \frac{M}{\rho A \sqrt{4\pi E_x t}} \; \exp - \left[\frac{(x-Ut)^2}{4E_x t} + kt \right] \qquad (2.26)$$

ou

$$C\,(x,t) = \frac{M}{\rho A} \; f_x(x,t) \; e^{-kt} \qquad (2.26a)$$

II.3.4 - Fontes Contínuas

A maioria dos lançamentos de poluentes no meio ambiente ocorre durante períodos relativamente longos para serem considerados instantâneos. Mas, para facilitar o cálculo, divide-se o lançamento contínuo num conjunto de impulsos de massas iguais dM, aplicando em seguida a integral de convolução.

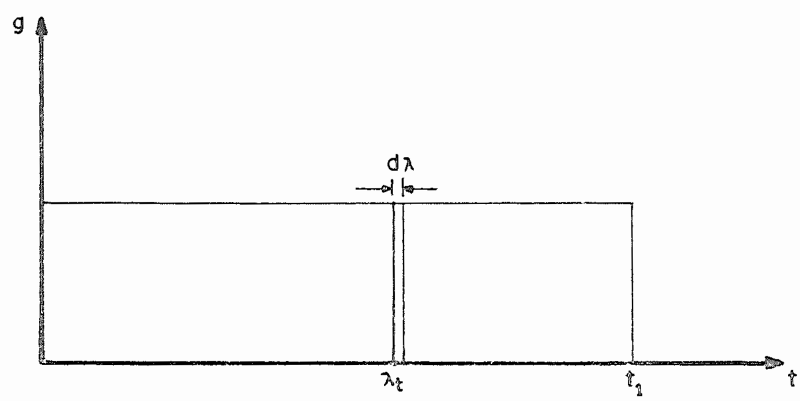


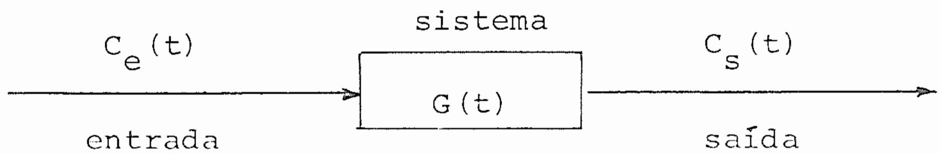
FIG. 2.5 - Decomposição de uma função em uma série de impulsos

Considera-se o impulso como uma emissão instantânea de substância dM ocorrendo durante o intervalo λ e $\lambda + d\lambda$, e depois fazem-se as seguintes substituições:

$$
\begin{aligned}
M &\rightarrow dM \\
c &\rightarrow dC \\
t &\rightarrow (t-\lambda)
\end{aligned}
\qquad (2.27)
$$

II.3.4.1 - Integral de convolução

Considere-se o meio receptor de poluente como um sistema linear. O seu desempenho, no que diz respeito ao escoamen to e à difusão do referido poluente, pode ser verificado através do conceito de Função de Transferência $G(t)$, definida pelo diagrama e relação abaixo[7]:



$$G(t) = \frac{\mathcal{L}\{C_s(t)\}}{\mathcal{L}\{C_e(t)\}} \qquad (2.28)$$

Qualquer tipo de entrada pode ser aproximada por um conjunto de funções Delta de Dirac, δ, definidas como

$$\delta(t - t_o) \begin{cases} = \infty & \text{para } t = t_o \\ = 0 & \text{para } t \neq t_o \end{cases} \qquad (2.29)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_o)\, dt = 1 \qquad (2.30)$$

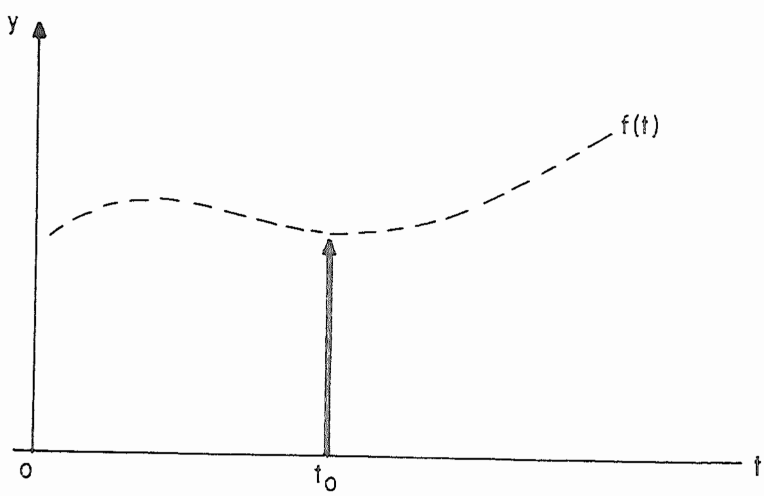


FIG. 2.6 - Aproximação de uma função qualquer por meio de uma Função Delta de Dirac.

Aplicando, agora, uma função Delta como entrada do sistema, tem-se na saída a Resposta Impulsional

$$\xrightarrow{\delta(t)} \boxed{\;G(t)\;} \xrightarrow{I(t)}$$

$$G(t) = \frac{\mathcal{L}\{I(t)\}}{\mathcal{L}\{\delta(t)\}} \tag{2.31}$$

mas

$$\mathcal{L}\{\delta(t)\} = 1$$

e (2.31) se torna

$$G(t) = \mathcal{L}'\{I(t)\} \tag{2.32}$$

Ou seja, ao aplicar-se uma entrada impulso a um sistema em repouso, ter-se-á na saída a resposta impulsional, cuja transformada de Laplace é a Função de Transferência que define o desempenho do referido sistema.

Uma vez encontrada a Resposta Impulsional, é possível calcular-se a resposta total à respectiva entrada aplicando a Integral de Convolução

$$C_s(t) = \int_{-\infty}^{t} C_e(t) \quad I(t-\lambda)d\lambda \tag{2.33}$$

cuja representação gráfica (9,10) é dada a seguir nas figuras 2.7 a 2.12.

a) sejam as funções I (λ) e C_e (λ)

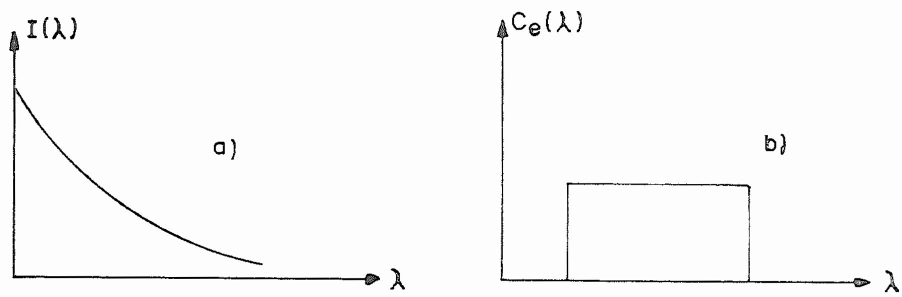


FIG. 2.7 - a) Resposta ao Impulso

b) Função entrada

b) gira-se I (λ) em torno do eixo vertical para se obter I(-λ)

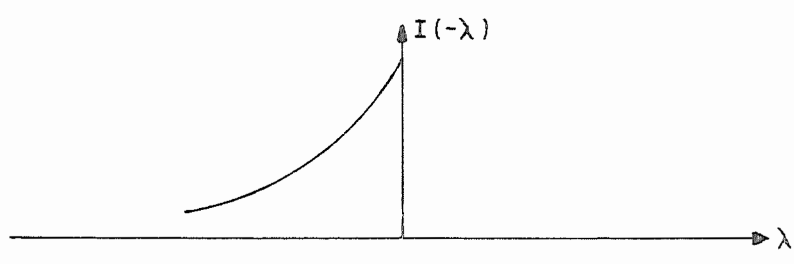


FIG. 2.8

c) translada-se I $(-\lambda)$ no sentido positivo de λ para se obter I $(t-\lambda)$

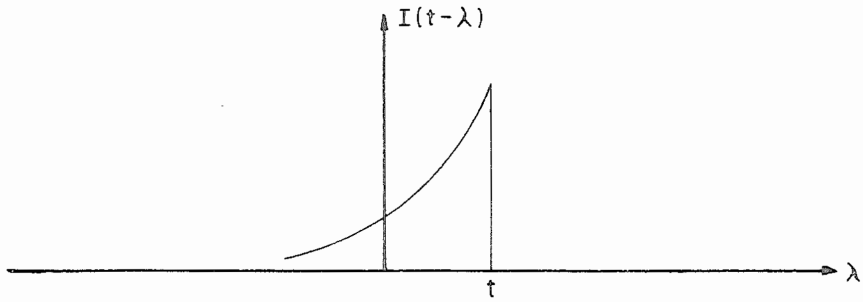


FIG. 2.9

d) poẽm-se as duas funções em um mesmo gráfico e translada-se I $(t-\lambda)$ sobre $C_e(\lambda)$ para se obter $C_e(\lambda) \cdot I(t-\lambda)$

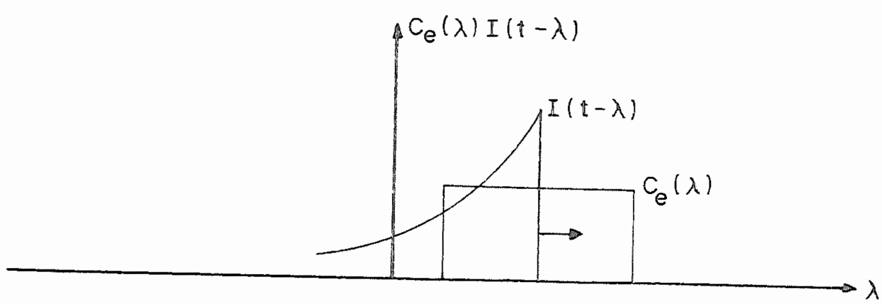


FIG. 2.10

e) faz-se a curva produto $C_e(\lambda)\ \ I(t-\lambda)$

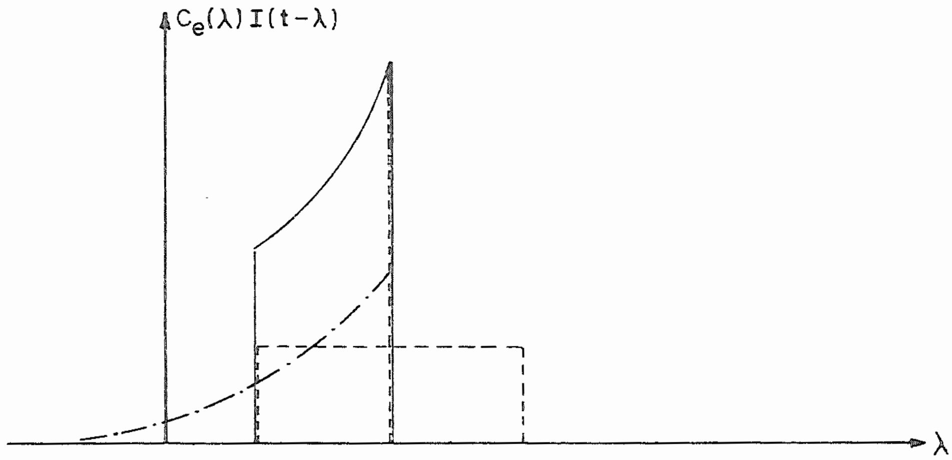


FIG. 2.11

f) traça-se, finalmente, a curva $\int_{-\infty}^{t} C_e(\lambda)\ \ I(t-\lambda)\ d\lambda$ versus tempo, ou seja, convolução x tempo

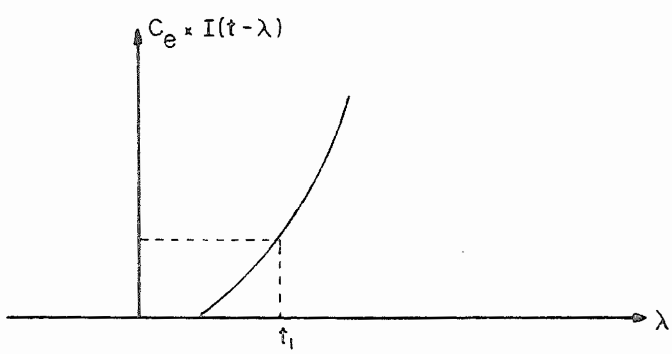


FIG. 2.12

Uma maneira prática[10] de encontrar-se a resposta impulsional entre dois pontos A e B de um rio, consiste em injetar uma certa massa m de um traçador em A e medir sua concentração C(t) no ponto B a jusante. A seguir faz-se

$$I(t) = \frac{C(t)}{\int_{-\infty}^{\infty} C(t)dt} \qquad (2.34)$$

ou

$$I(t) = \frac{q_B . C(t)}{m} \qquad (2.35)$$

onde q_B = vazão no ponto B.

A resposta impulsional pode ser vista ainda como o tempo de residência de partículas traçadoras no sistema em estudo[10,19].

Considere-se o trecho entre as seções A e B de um rio de vazão constante representado na figura 2.13.

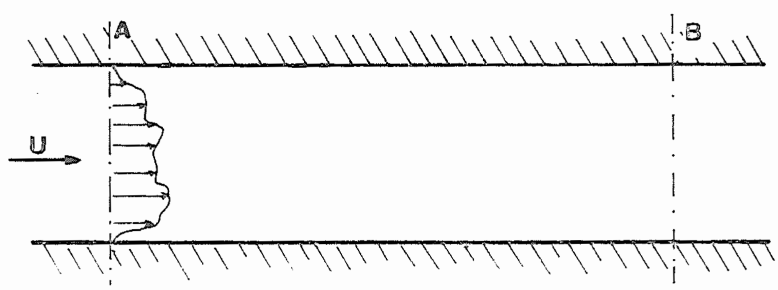


FIG. 2.13 - Trecho de rio representando o sistema estudado

Lançando uma quantidade definida de certo traçador, bem misturado na água, na seção A e medindo a concentração ϕ (t), dessas partículas na seção B, pode-se determinar a Distribuição dos Tempos de Residência no sistema como sendo:

$$I(t) = \frac{\phi(t)}{\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)dt} \tag{2.36}$$

A equação acima é uma função densidade de probabilidade que mostra a probabilidade que tem uma partícula de permanecer no sistema durante o intervalo de tempo t e t + Δt, ou seja

$$P_i = I(t)dt \tag{2.37}$$

II.3.5 - Fonte Contínua Pontual

Considera-se o lançamento pontual de um poluente, em meio isotrópico, a uma taxa

$$q = \frac{dM}{d\lambda} \tag{2.38}$$

admitindo um sistema de coordenadas localizado num campo de velocidade permanente e uniforme[4].

Nestas condições tem-se

$$E_x = E_y = E_z = E$$

$$M \rightarrow dM$$

$$C \rightarrow dC$$

$$t \rightarrow (t-\lambda)$$

A resposta é obtida fazendo as substituições acima na equação (2.16) que passa a ser

$$dC(x,y,z,t,\lambda) = \frac{dM}{\rho}\; f_x(x,t,\lambda).f_y(y,t,\lambda).f_z(z,t,\lambda).e^{-k(t-\lambda)} \qquad (2.39)$$

Efetuando as devidas substituições, tem-se

$$C(x,y,z,t,\ ) = \int_0^{t_1} \frac{q}{\rho\ [4E\pi(t-\lambda)]^{3/2}} \exp - \left\{ \frac{[x-U(t-\lambda)]^2 + y^2 + z^2}{4E(t-\lambda)} + k(t-\lambda) \right\} d\lambda \qquad (2.40)$$

sendo t_1 um certo intervalo de tempo durante o qual ocorre o lançamento.

$$C(x,y,z,t,\ ) = \int_0^{t_1} \frac{q e^{\frac{x\bar{u}}{2k}}}{8_\rho\ (E\pi)^{3/2}} \exp - \left[\frac{R^2 - U^2\ (t-\lambda)^2}{4k(t-\lambda)} + k(t-\lambda) \right] . \frac{d\lambda}{(t-\lambda)^{3/2}} \qquad (2.41)$$

onde $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

Tomando as seguintes variáveis auxiliares

$$\alpha = \frac{R}{\sqrt{4E(t-\lambda)}} \qquad e \qquad \beta = \frac{R\sqrt{U^2 + 4Ek}}{4\ E}$$

chega-se a

$$C(x,y,z,t) = \frac{q e^{\frac{xU}{2E}}}{8\rho\,(E\pi)^{3/2} R}\, 4\sqrt{E} \int_{\frac{R}{\sqrt{4Et}}}^{\infty} \exp - \left[\alpha^2 + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2\right] d\alpha \qquad (2.42)$$

Consultando tabelas[11], tem-se

$$C(x,y,z,t) = \frac{q\, e^{\frac{xU}{2E}}}{8\rho R \quad E\pi} \left[e^{2\beta} \operatorname{erfc}\left(\frac{R + \beta t}{\sqrt{4Et}}\right) + e^{-2\beta} \operatorname{erfc}\left(\frac{R - \beta t}{\sqrt{4Et}}\right)\right] =$$

$$= \sqrt{U^2 + 4Ek} \qquad (2.43)$$

onde

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x). = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{x}^{\infty} e^{-t^2}\, dt$$

Além disso

$$\operatorname{erf}(0) = 0$$

$$\operatorname{erf}(\infty) = 1$$

$$\operatorname{erf}(-\infty) = -1$$

A maioria das aplicações práticas ocorre em regime permanente, com $t \to \infty$, que substituído em (2.43) muda esta equação para

$$C(x,y,z) = \frac{q}{4\rho RE\pi} \exp - \left[\frac{R\sqrt{U^2 + 4Ek} - xU}{2E} \right] \tag{2.44}$$

Convém salientar que a região de estudo é sempre aquela situada a grande distância da fonte, ou seja, a

$$\left(\frac{y^2 + z^2}{x^2}\right)^2 << 1 \tag{2.45}$$

e quando

$$\left(\frac{4Ek}{U^2}\right)^2 << 1 \tag{2.46}$$

Desta forma, fazendo

$$R^2 = x^2 \left(1 + \frac{y^2 + z^2}{x^2}\right) \tag{2.47}$$

$$\sqrt{U^2 + 4Ek} = U\sqrt{1 + (4Ek/U^2)} \tag{2.48}$$

e considerando que

$$(1 + \varepsilon)^2 = 1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2 \tag{2.49}$$

chega-se à forma simplificada da equação (2.44):

$$\bar{C} = \frac{q}{4\pi\rho Ex} \exp - \left[\frac{U(y^2 + z^2)}{4Ex} + \frac{kx}{U} \right] \tag{2.50}$$

Na figura 2.14 mostram-se as proporções entre as três dimensões da pluma de poluente:

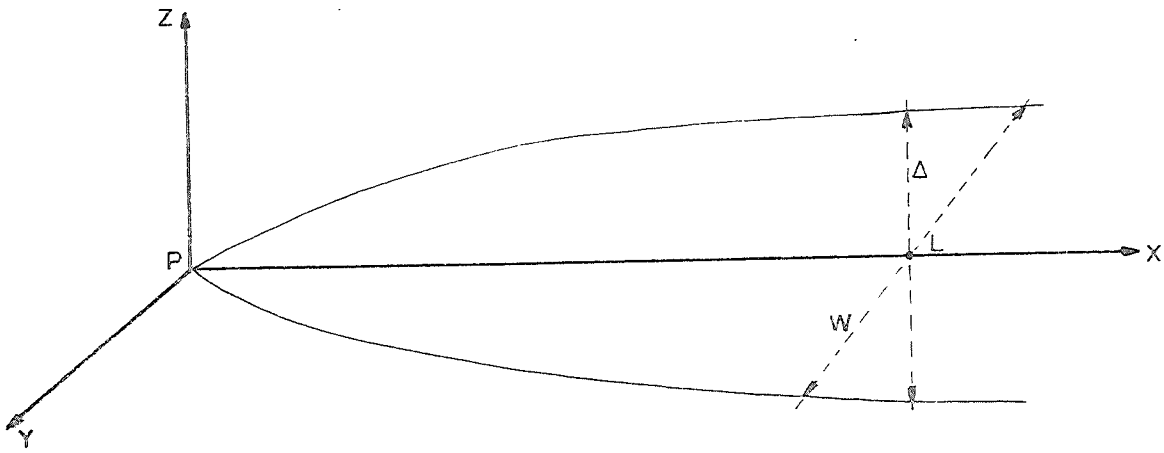


FIG. 2.14 - Fonte contínua pontual
(região de estudo)

II.3.6 - Fonte Contínua Linear

Há duas alternativas para obter-se uma expressão da fonte contínua linear:

- tomar uma fonte pontual contínua e integrar em z;
- tomar uma fonte linear instantânea e integrar em $(t - \lambda)$.

Considere-se uma fonte linear localizada em $x = y = 0$ num campo de velocidade uniforme U, conforme figura 2.15

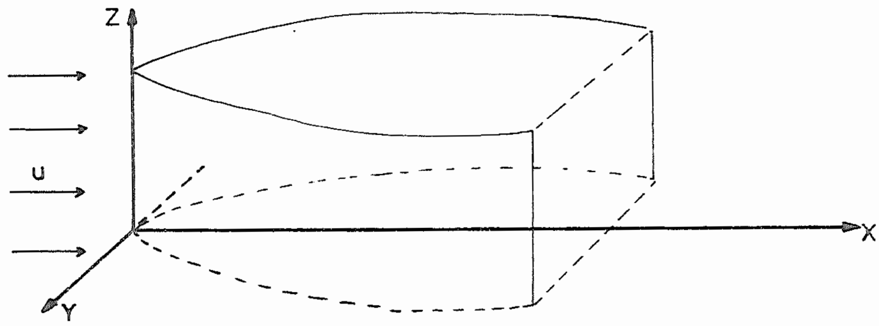


FIG. 2.15 - Fonte contínua linear

A resposta pode ser dada pela equação (2.23) fazendo as seguintes substituições:

$m' \rightarrow dm'$

$c \rightarrow dc$

$t \rightarrow (t - \lambda)$

A taxa de injeção de massa por unidade de comprimento na direção z é:

$$q' = \frac{dm'}{d\lambda} \tag{2.51}$$

que pode ser representada graficamente como uma sucessão de pulsos correspondentes às concentrações infinitesimais dc

Fazendo as devidas substituições, tem-se

$$dc = \frac{q'}{4\pi\rho(E_x E_y)^{1/2}(t-\lambda)} \exp - \left\{ \frac{[x-U(t-\lambda)]^2}{4E_x(t-\lambda)} + \frac{y^2}{4E_y(t-\lambda)} + k(t-\lambda) \right\} d\lambda \tag{2.52}$$

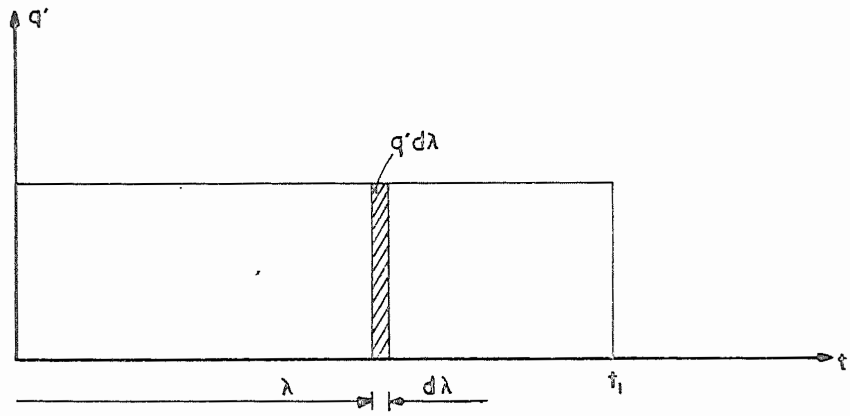


FIG. 2.16 - Taxa de injeção de massa por unidade de comprimento

A referência (4) apresenta solução de (2.52) baseada numa função de Bessel modificada. Após as devidas simplificações, obtém-se

$$C = \frac{q'}{\rho\sqrt{4\pi\, U E_y x}} \exp - \left[\frac{y^2 U}{4E_y x} + \frac{x\, k}{U} \right] \quad . \qquad (2.53)$$

II.3.7 - <u>Fonte Contínua Plana</u>

Parte-se da fonte plana instantânea e integra-se em $(t-\lambda)$.

Considere-se uma fonte plana localizada em $x=0$, em meio infinito com velocidade constante, conforme figura 2.17.

Tal fonte é proveniente do lançamento de uma taxa de poluente por unidade de área

$$q'' = \frac{dm''}{d\,\lambda} \qquad (2.54)$$

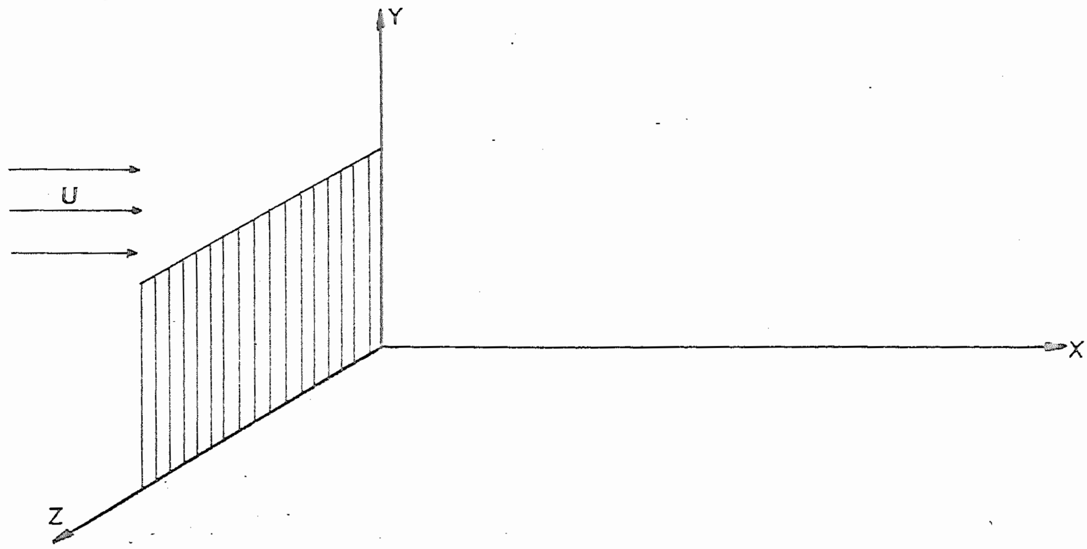


FIG. 2.17 - Fonte Contínua Plana

sendo

$$m'' = \frac{M}{A} \quad . \tag{2.55}$$

Substituindo na equação (2.26), tem-se

$$C(x,t) = \frac{dm''}{\rho\sqrt{4\pi E_x(t-\lambda)}} \exp -\left\{ \frac{[x-U(t-\lambda)]^2}{4E_x(t-\lambda)} - k\ (t-\lambda) \right\} \tag{2.56}$$

Aplicando (2.54) em (2.56), esta fica

$$C(x,t) = \frac{q''}{\rho\sqrt{4\pi E_x(t-\lambda)}} \exp -\left\{ \frac{[x-U(t-\lambda)]^2}{4E_x(t-\lambda)} - k\ (t-\lambda) \right\} d\lambda \quad . \tag{2.57}$$

Fazendo as seguintes mudanças de variáveis

$$\Omega = \sqrt{U^2 + 4kE_x} \tag{2.58}$$

$$\beta_2 = \frac{x\Omega}{4E_x} \tag{2.59}$$

$$\zeta_2 = \Omega \sqrt{\frac{(t-\lambda)}{4E_x}} \tag{2.60}$$

e integrando, obtém-se

$$C = q'' \frac{e^{\frac{xU}{2E_x}}}{2\,\rho\Omega} \left\{ \left[\operatorname{erf}\left(\frac{x + \Omega t}{\sqrt{4E_x t}} \right) - \operatorname{erf}\left[\frac{x + \Omega\,(t-t_1)}{\sqrt{4E_x\,(t-t_1)}} \right] \right] \exp\left(\frac{x\Omega}{2E_x} \right) - \left[\operatorname{erf}\left(\frac{x - \Omega t}{\sqrt{4E_x t}} \right) - \operatorname{erf}\left[\frac{x - \Omega\,(t-t_1)}{\sqrt{4E_x\,(t-t_1)}} \right] \right] \exp\left(- \frac{x\,\Omega}{2E_x} \right) \right\} \cdot \tag{2.61}$$

Como se trata de injeção contínua, então

$t = t_1$

onde t é um valor genérico de tempo após o lançamento.

Então

$$\operatorname{erf}\left[\frac{x + \Omega\,(t-t_1)}{\sqrt{4E_x\,(t-t_1)}} \right] = \operatorname{erf}(\infty) = 1 \quad .$$

Substituindo em (2.61) tem-se

$$C = \frac{q''\,e^{\frac{xU}{2E_x}}}{2\,\rho\,\Omega} \left\{ \left[\operatorname{erf}\left(\frac{x + \Omega t}{\sqrt{4E_x t}} \right) \mp 1 \right] \exp\left(\frac{x\,\Omega}{2E_x} \right) - \left[\operatorname{erf}\left(\frac{x-\Omega t}{\sqrt{4E_x t}} \right) \mp 1 \right] \exp\left(- \frac{x\,\Omega}{2E_x} \right) \right\} \tag{2.62}$$

Os sinais negativo e positivo ($\mp$) se referem a valores positivos e negativos de x, respectivamente.

Quando se tratar de substância inerte, ter-se-á

$k = 0$

$\Omega = U$

e

$$C = \frac{q'' \, e^{\frac{xU}{2E_x}}}{2 \, \rho \, \Omega} \left\{ \left[\mathrm{erf} \left(\frac{x + Ut}{\sqrt{4E_x t}} \right) \mp 1 \right] \exp \left(\frac{x \, U}{2E_x} \right) - \left[\mathrm{erf} \left(\frac{x - Ut}{\sqrt{4E_x t}} \right) \mp 1 \right] . \right.$$

$$\left. \exp - \left(\frac{x \, U}{2E_x} \right) \right\} \qquad (2.63)$$

A concentração na origem, $x = 0$ é

$$C = \frac{q''}{2\rho \, \Omega} \left\{ \left[\mathrm{erf} \left(\frac{\Omega \, t}{\sqrt{4E_x t}} \right) \mp 1 \right] - \left[\mathrm{erf} \left(\frac{-\Omega \, t}{\sqrt{4E_x t}} \right) \mp 1 \right] \right\}$$

$$C = \frac{q''}{2 \, \rho\Omega} \left[\mathrm{erf} \left(\frac{\Omega \, t}{\sqrt{4E_x t}} \right) + \mathrm{erf} \left(\frac{\Omega \, t}{\sqrt{4E_x t}} \right) \right]$$

$$C = \frac{q''}{\rho\Omega} \left[\mathrm{erf} \left(\frac{\Omega \, t}{\sqrt{4E_x t}} \right) \right] . \qquad (2.64)$$

Para regime permanente, $t \to \infty$ e a equação (2.62) fica igual a

$$C = \frac{q''}{\rho\Omega} \exp \left[\frac{x}{2E_x} \, (U \mp \Omega) \right] . \qquad (2.65)$$

Para esse mesmo regime, a concentração na origem pode ser encontrada fazendo $t = 0$ na equação (2.64) ou $x = 0$ na (2.65). Em ambos os casos

$$C_o = \frac{q''}{\rho\Omega} \quad . \tag{2.66}$$

Em caso de a substância ser inerte, $\Omega = U$ e

$$C_o = \frac{q''}{\rho U} = \frac{q''A}{PUA} \quad . \tag{2.67}$$

isto é, a concentração na origem pode ser interpretada como uma relação entre a descarga do poluente e a do meio receptor, relação esta conhecida com Taxa de Diluição.

É possível, também, obter a distribuição de concentração de uma substância inerte em regime permanente a montante da fonte, fazendo $x < 0$ na equação (2.65), a qual se torna

$$C = \frac{q''}{\rho U}\, e^{\frac{xU}{E_x}} \tag{2.68}$$

Tendo em vista (2.67), fica-se com

$$\frac{C}{C_o} = e^{\frac{xU}{E_x}} \tag{2.69}$$

A distribuição de concentração a jusante, para $x > 0$ é

$$C = \frac{q''}{\rho U} \tag{2.70}$$

ou

$$\frac{C}{C_o} = 1 \tag{2.71}$$

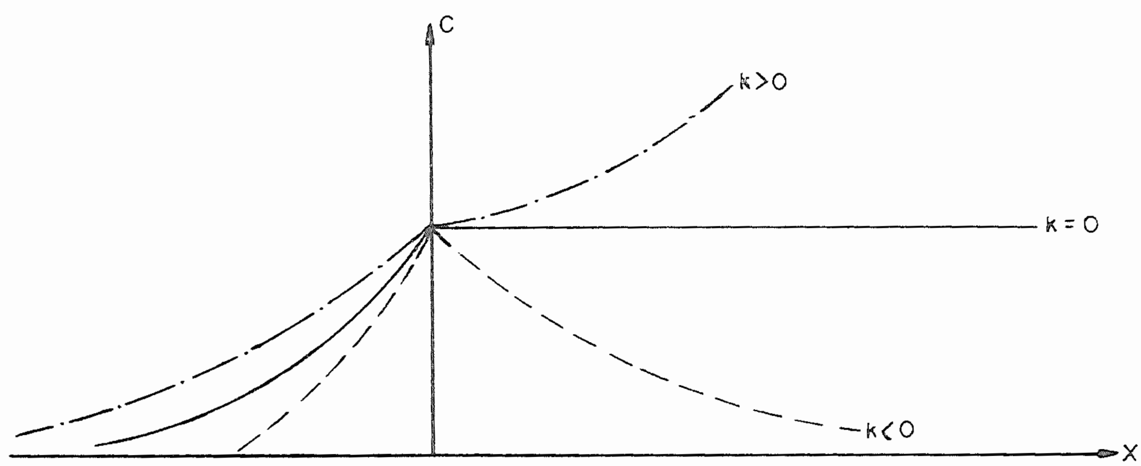


FIG. 2.17a - .-.-.- Equação (2.65) para $k > 0$
------ Equação (2.65) para $k < 0$
——— Equação (2.69) e (2.71)

A figura 2.17a fornece uma visualização das equações (2.65), (2.69) e (2.71).

II.4 - OBSERVAÇÕES

Na presente exposição as velocidades e os coeficientes de difusão foram considerados constantes. Todavia, encontram-se na literatura[4], modelos como os de Joseph & Sender e Okubo, para fonte linear instantânea; de Walter e de Smith, para fonte contínua pontual; de Pasquil, para fonte contínua linear, etc., para os quais as considerações acima citadas são diferentes.

Método das imagens

Se o lançamento ocorrer junto de uma superfície impermeável, a concentração proporcionada pela mesma quantidade de poluente será duas vezes maior que a dos modelos apresentados anteriormente. Para estes casos, a equação correspondente a cada tipo de fonte deve ser multiplicada por 2.

Quando o lançamento é feito nas proximidades de uma superfície, a pluma resultante chega a tocar a referida superfície em locais que passam a atuar como refletores de pluma, desde que não haja deposição do mesmo poluente.

Os casos de reflexão nas superfícies podem ser tratados pelo método das imagens que consiste em considerar a imagem da fonte simetricamente à superfície refletora e resolver o problema como se ela estivesse emitindo. Na figura 2.18 se procura dar uma idéia melhor do problema.

Nos casos em que há deposição, deve-se levar em conta um fator referente à deposição ou absorção.

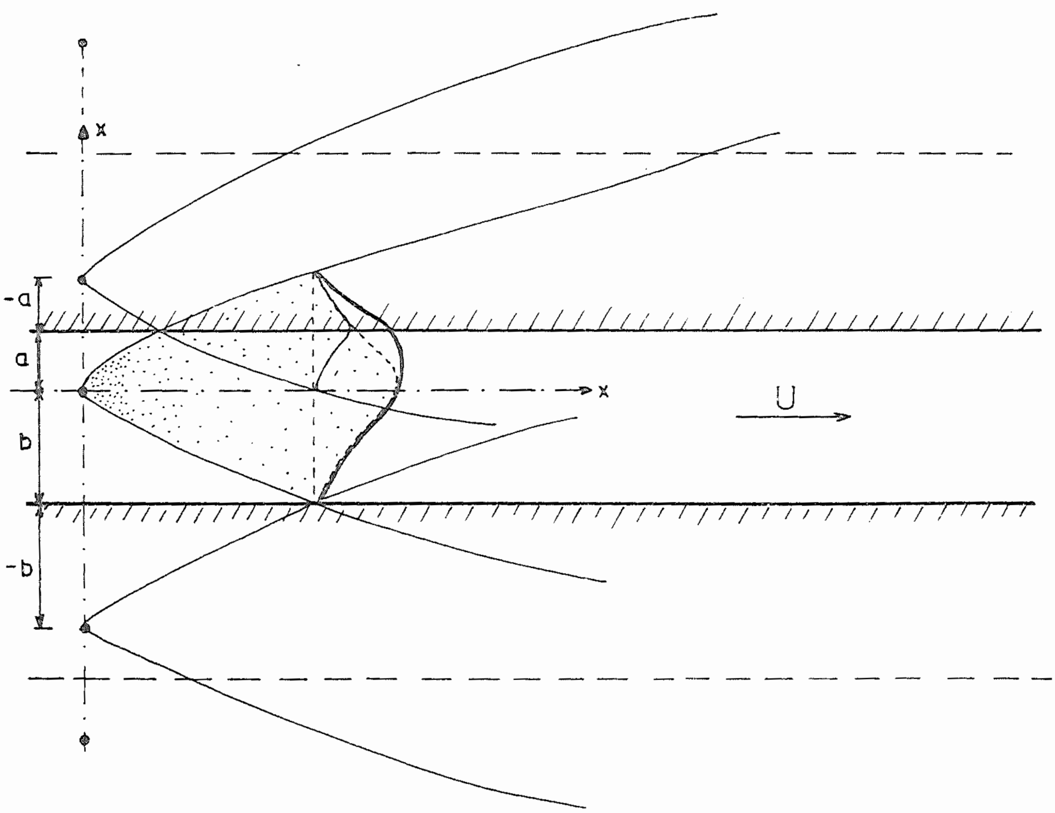


FIG. 2.18 - Método das imagens

II.5 - DISPERSÃO LONGITUDINAL

Nos modelos anteriores foi empregada a velocidade média na seção transversal, ao invés do seu perfil verdadeiro. Verificou-se que a difusão do poluente era devida às atividades molecular e turbulenta, com predomínio desta sobre aquela.

Entretanto, em escoamentos confinados, completamente desenvolvidos, a difusão é muito maior do que a calculada anteriormente.

Ocorre que no primeiro caso admitia-se que as partículas fluiam à mesma velocidade, formando uma placa de difusão de espessura Δx_1. Na realidade as partículas fluem a velocidades diferentes, de acordo com um perfil logarítmico ou parabólico, contribuindo cada uma com uma parcela de difusão axial e outra radial. O efeito global é o surgimento de uma placa de área igual à anterior porém de espessura Δx_2 muito maior que Δx_1. A figura 2.19 representa graficamente o fenômeno

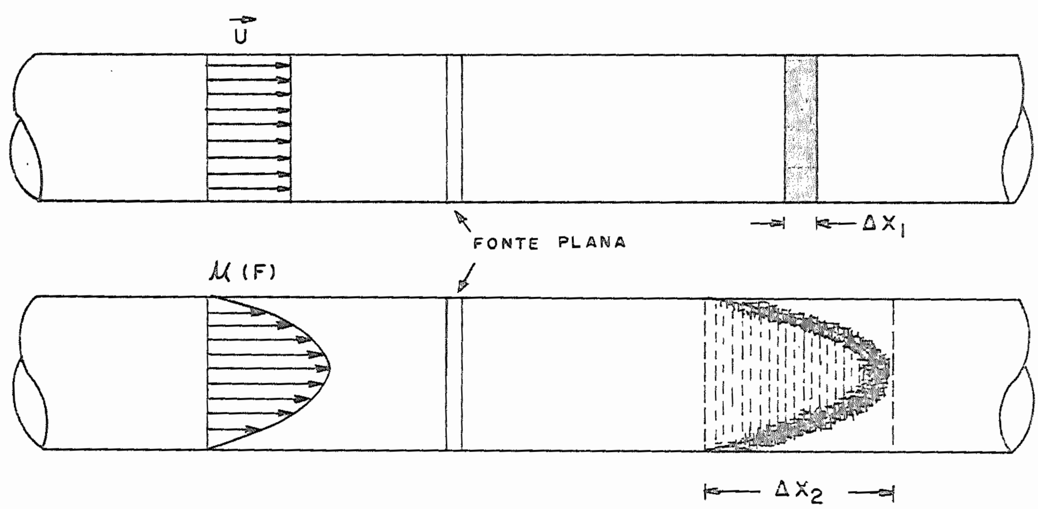


FIG. 2.19 - a) Difusão turbulenta
b) Dispersão longitudinal

A parcela de difusão no sentido radial pode ser analisada através de uma analogia entre quantidade de movimento e difussão de quantidade de massa, ou seja

$$E_r = \nu \quad . \tag{2.72}$$

Como $\tau = - \mu \dfrac{\partial u}{\partial x}$ ou $\dfrac{\tau}{\rho} = - \nu \dfrac{\partial u}{\partial r}$

$$E_r = - \frac{\tau}{\rho \dfrac{\partial u}{\partial r}} \tag{2.73}$$

onde

E_r - coeficiente de difusão radial

μ - viscosidade turbulenta

ν - viscosidade cinética turbulenta

ρ - densidade

r - raio da seção transversal

u - velocidade na direção axial.

As tensões de cisalhamento variam linearmente com o raio, conforme figura 2.20,

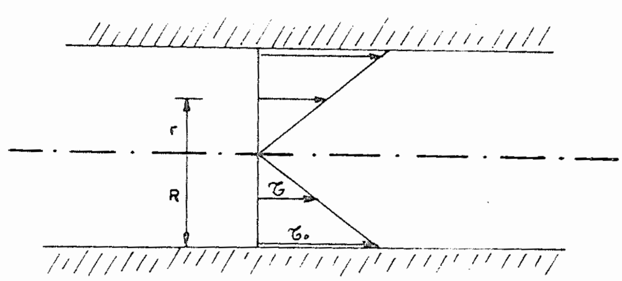


FIG. 2.20 - Distribuição das tensões de cisalhamento

tem-se

$$\tau = \tau_o \frac{r}{R} \quad . \tag{2.74}$$

Substituindo em (2.73) obtém-se

$$E_r = - \frac{\tau_o}{\rho} \frac{r}{R \frac{\partial u}{\partial r}} \tag{2.75}$$

ou

$$E_r = - \frac{r}{R} \frac{U_*^2}{\frac{\partial u}{\partial R}} \tag{2.76}$$

onde

$U_* = \sqrt{\tau_o/\rho} \;\triangleq\;$ velocidade de cisalhamento .

Este coeficiente de dispersão foi empregado por Taylor, em trabalho pioneiro acerca de dispersão. Se se considerar o escoamento em um tubo circular, pode-se escrever

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_{(r)} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[rE_e(r) \frac{\partial C}{\partial r} \right] + E_x(r) \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} - kC \tag{2.77}$$

sendo u(r) um perfil logarítmico de velocidade que caracteriza o escoamento turbulento.

Observando que

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} << 1 \tag{2.78}$$

Taylor concluiu que a difusão longitudinal era desprezível em relação ao termo convectivo. Por isso a equação (2.79) foi aproximada pa ra

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u(r)\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[rE_r(r)\frac{\partial C}{\partial r}\right] - kC \quad . \tag{2.79}$$

Esta equação ainda é bastante trabalhosa, mas apresenta um resultado bem próximo daquele obtido a partir de

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U\frac{\partial C}{\partial x} = E_L\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - kC \tag{2.80}$$

cuja solução é

$$C = \frac{m''}{\rho\sqrt{4\pi E_L t}} \exp - \left[\frac{(x - Ut)^2}{4E_L t} + kt\right] \tag{2.81}$$

ou

$$C = \frac{M}{\rho A} f_x(x,t)\, e^{-kt} \quad . \tag{2.82}$$

Isto é, a solução é igual à da fonte plana instantânea, quando se substitui E_x por E_L.

Em (2.81), C é a concentração média na seção transversal; U é a velocidade média obtida pela relação vazão/área e E_L é um coeficiente constante e denominado Coeficiente de Dispersão Longitudinal. Seu valor mais adequado foi demonstrado por Taylor, como sendo

$$E_L = 10{,}1\ RU_* \tag{2.83}$$

para regime turbulento em tubos de raio R. Em caso de seções transversais não circulares utiliza-se o raio hidráulico, tal que

$$E_L = 10{,}1\ R_h U_* \tag{2.84}$$

onde R_h é o raio hidráulico definido como a relação entre a área da seção transversal e o perímetro molhado.

Sabendo que

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = U\sqrt{\frac{f}{\rho}} \qquad (2.85)$$

e tendo em vista os valores usuais do coeficiente de atrito f, conclue-se que o valor máximo de E_r é

$$E_{r_{máx}} = 0{,}07\ R\ U_* \quad . \qquad (2.86)$$

Portanto o coeficiente de dispersão longitudinal E_L é cerca de 100 vezes maior que os de difusão radial E_r e longitudinal E_x.

Quando se utiliza a equação (2.81), está se usando uma velocidade que não é a verdadeira, mas fazendo a devida compensação através do coeficiente E_L.

II.5.1 - Fonte instantânea volumétrica

Supondo que uma massa M de poluente seja uniformemente misturada com um fluído contido no volume $A(\ell_2 - \ell_1)$, a distribuição de concentração inicial, na região $\ell_1 \leq x_1 \leq \ell_2$, pode ser dada por

$$C_o = \frac{m'''}{\rho} \qquad (2.87)$$

onde

$$m''' = \frac{M}{A(\ell_2 - \ell_1)} \qquad (2.88)$$

conforme ilustra a figura a seguir

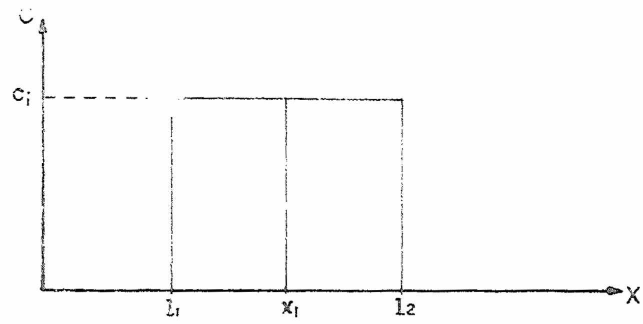


FIG. 2.21 - Distribuição inicial de concentrações

A resposta a uma fonte plana instantânea localizada em $x = x_1$ é obtida a partir de (2.81) substituindo m" e C por dm" e dC, respectivamente. Ter-se-á, portanto

$$dc = \frac{dm''}{\rho\sqrt{4\pi E_L t}} \exp - \left[\frac{(x - Ut)^2}{4E_L t} + kt \right] \qquad (2.89)$$

Continuando com o princípio da superposição, pode-se admitir uma fonte plana instantânea localizada em cada ponto x do intervalo (ℓ_1, ℓ_2) e somar os efeitos respectivos. Para isto, substitui-se dm" por m''' dx_1 na equação anterior, a qual fica

$$dc = \frac{m'''}{\rho\sqrt{4E_L t}} \exp - \left[\frac{(x - Ut)^2}{4E_L t} + kt \right] dx_1 \quad . \qquad (2.90)$$

Integrando entre ℓ_1 e ℓ_2, tem-se

$$\frac{c}{c_o} = \frac{e^{-kt}}{2}\left\{\operatorname{erf}\left[\frac{(x-\ell_1)-Ut}{\sqrt{4E_L t}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{(x-\ell_2)-Ut}{\sqrt{4E_L t}}\right]\right\} \quad . \tag{2.91}$$

No caso particular de

$\ell_1 = -\infty$

$\ell_2 = 0$

$k = 0$

tem-se

$$\frac{c}{c_o} = \frac{1}{2}\left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x - Ut}{\sqrt{4E_L t}}\right)\right] \tag{2.92}$$

cuja representação gráfica é mostrada na figura 2.22, que mostra uma substância conservativa de concentração c encerrada em um tubo longo e separada de outra substância de concentração c = 0. No instante t = 0, quando o elemento separador é retirado, os dois fluídos passam a se mover com velocidade U.

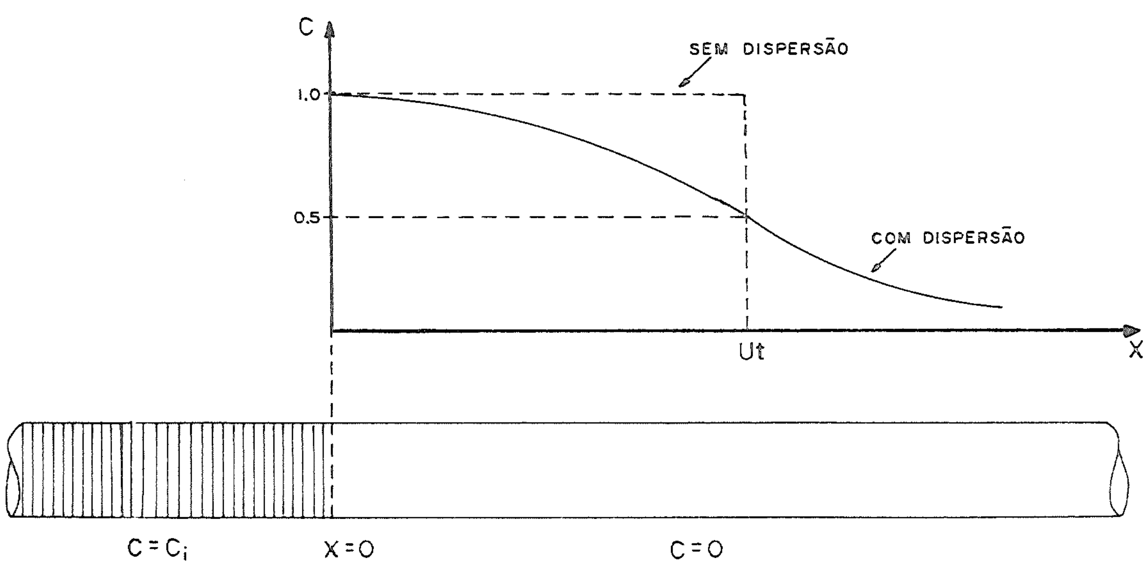


FIG. 2.22 - Distribuição de concentração de uma fonte volumétrica de comprimento infinito

Observa-se que quando $x = Ut$, tem-se

$$\frac{c}{c_0} = \frac{1}{2} \qquad (2.93)$$

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

III.1 - MODELO DE PAILE & SAYRE

III.1.1 - Desenvolvimento

O modelo matemático testado neste trabalho é proposto por Poothrikka P. Payle e William W. Sayre(3), e segundo o qual as descargas térmicas lançadas na margem de um curso d'água formam plumas aderentes às margens, com os valores máximos ocorrendo junto às margens no lado do lançamento. Esse modelo baseia-se na mistura de dois cursos d'água (6), e, resulta da transformação da equação da difusão-advecção em uma forma mais simples, conforme desenvolvido a seguir.

A equação da continuidade em regime permanente e com propriedades constantes

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad (3.1)$$

integrada em y, ou seja, na profundidade fica

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_{o}^{h} u\,dy + \frac{\partial}{\partial z}\int_{o}^{h} w\partial y = 0$$

ou

$$\frac{\partial (uh)}{\partial\ x} + \frac{\partial (wh)}{\partial\ z} = 0 \qquad (3.2)$$

A equação da difusão-advecção relativa a um poluente térmico lançado num rio em condições permanentes é:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[u(\Delta T)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[v(\Delta T)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[w(\Delta T)\right] =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left[E_x \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[E_y \frac{\partial(\Delta T)}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[E_z \frac{\partial(\Delta T)}{\partial z}\right] \qquad (3.3)$$

onde

h = profundidade local

ΔT = valor médio, na profundidade, da diferença entre a temperatura da mistura e a temperatura da água natural

E_x, E_y, E_z = coeficientes de difusão turbulenta longitudinal, vertical e transversal, respectivamente

u, w = velocidades locais médias na profundidade, nas direções longitudinal e transversal, respectivamente.

integrando na profundidade, tem-se

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_0^h u(\Delta T)\,\partial y + \frac{\partial}{\partial z}\int_0^h w(\Delta T)\,\partial y = \frac{\partial}{\partial x}\int_0^h E_x \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x}\,dy + \frac{\partial}{\partial z}\int_0^h E_z \frac{\partial(\Delta T)}{\partial z}\,dy$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[uh(\Delta T)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[wh(\Delta T)\right] = \frac{\partial}{\partial x}\left[E_x h \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[E_z h \frac{\partial(\Delta T)}{\partial z}\right] \qquad (3.4)$$

Tendo em vista que o transporte advectivo na direção x, é maior que o difusivo, ou seja

$$E_x \frac{\partial (\Delta T)}{\partial x} << u(\Delta T)$$

então

$$\frac{\partial}{\partial x}[hu\ (\Delta T)] + \frac{\partial}{\partial z}[hw(\Delta T)] = \frac{\partial}{\partial z}\left[hE_z \frac{\partial (\Delta T)}{\partial z}\right] . \qquad (3.5)$$

A equação (3.5) ficará mais simples se for introduzido o conceito de descarga normal acumulada para substituir a variável z.

Para isto, define-se descarga acumulada como sendo

$$q_c = \int_0^z hudz \qquad (3.6)$$

e descarga normal acumulada como sendo a relação entre a descarga acumulada q_c, desde z = 0 até z = 1, e a descarga total do rio Q_R, conforme figura 3.1.

Então

$$p = \frac{q_c}{Q} \qquad (3.7)$$

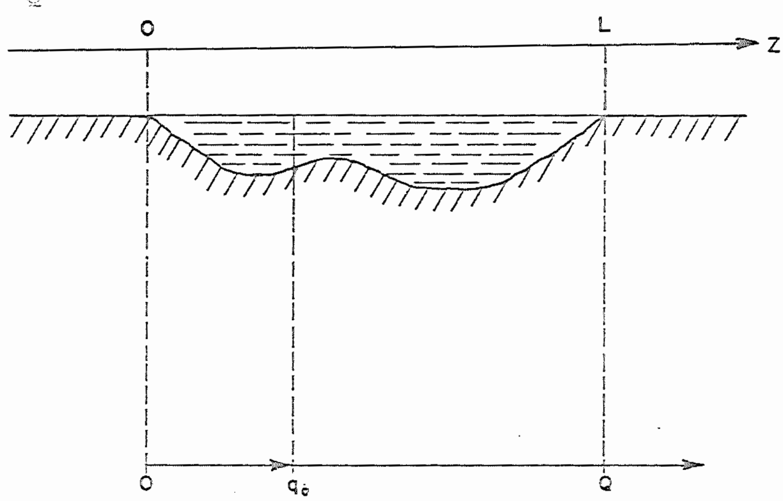


FIG. 3.1 - Definição de descarga normal acumulada

Yotsukura e Sayre, na referência (14), apresentam a comparação entre a utilização da descarga normal acumulada p e a variável z num caso de fonte contínua pontual localizada no centro de um trecho reto e uniforme de um canal. As figuras abaixo são uma cópia dos gráficos comparativos apresentados pelos autores.

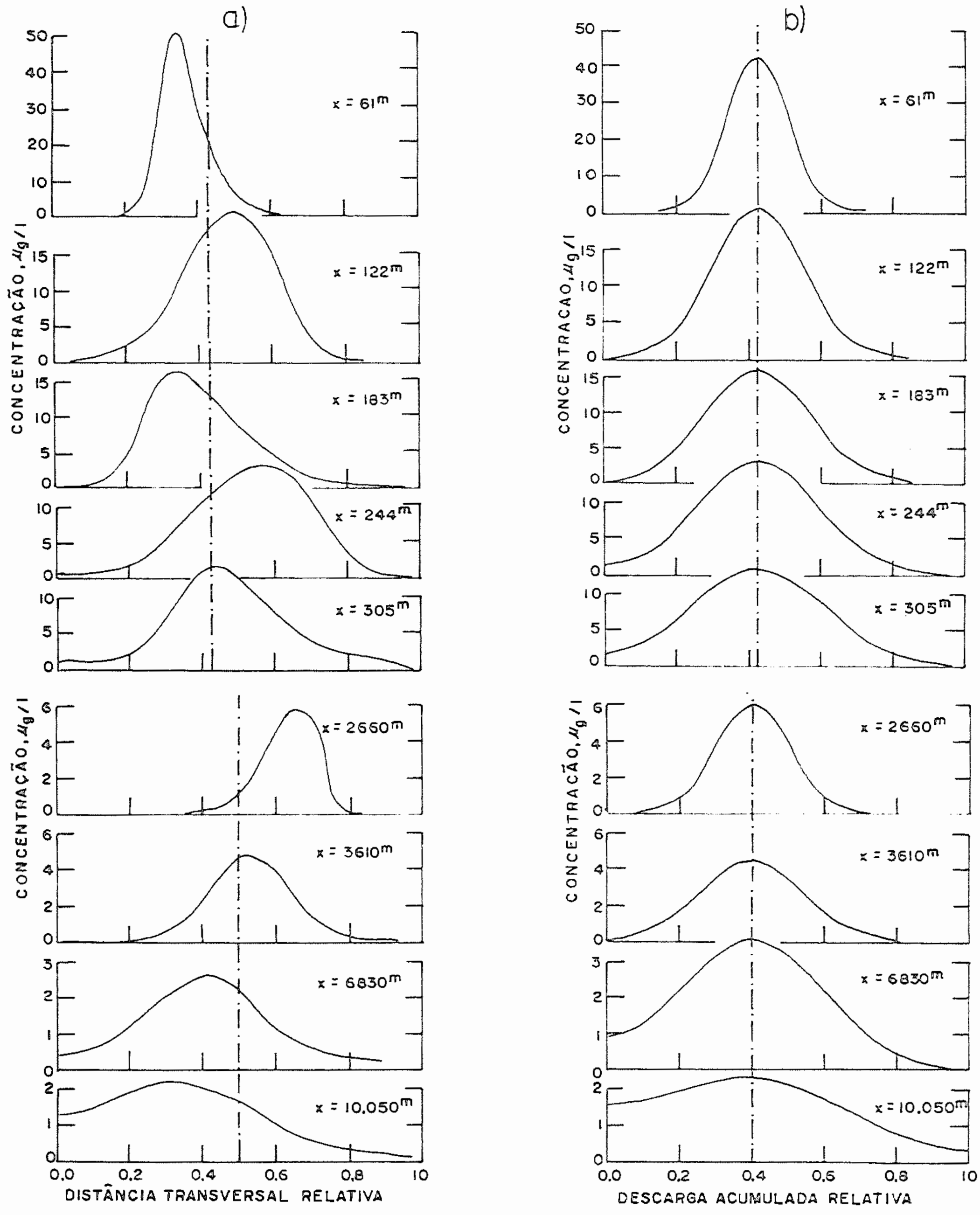


FIG. 3.2 - a) Gráfico concentração x distância transversal
b) Gráfico concentração x descarga acumulada

Observa-se que as curvas Concentração x Distância Transversal Relativa oscilam de um lado para o outro e apresentam assimetria em relação à máxima ordenada.

As curvas Concentração x Descarga Normal Acumulada se apresentam mais estáveis, simétricas e se aproximam mais de uma distribuição gaussiana resultante de um processo de simples difusão.

As oscilações laterais são devidas ao transporte convectivo e a assimetria é proveniente da distribuição não uniforme de fluxo na seção transversal. Tais fenômenos são uma consequência da variação de profundidade, tanto no sentido longitudinal quanto transversal e levados em conta automaticamente quando a concentração é representada como uma função da Descarga Acumulada. Assim, as distribuições em função de p são mais adequadas para descrever os processos reais de mistura que as distribuições em função de z.

Para chegar ao modelo proposto, parte-se das equações (3.6) e (3.7)

$$p = \frac{q_c}{Q} = \frac{1}{Q} \int_0^z hudz \quad .$$

como

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{hu}{Q} \tag{3.8}$$

então

$$\frac{\partial z}{\partial p} = \frac{Q}{hu} \quad . \tag{3.9}$$

Substituindo (3.9) em (3.5) tem-se

$$hu \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} + \frac{hw}{\frac{\Omega}{hu}} \frac{\partial(\Delta T)}{\partial p} = \frac{\partial}{\frac{\Omega}{hu}\partial p}\left[\frac{hE_z}{\frac{\Omega}{hu}} \frac{\partial(\Delta T)}{\partial p}\right] \tag{3.10}$$

ou

$$\frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} + \frac{hw}{\Omega} \frac{\partial(\Delta T)}{\partial p} = \frac{h^2uE_z}{\Omega^2} \frac{\partial^2(\Delta T)}{\partial p^2} \quad . \tag{3.11}$$

Considerando hw como uma vazão por unidade de largura do rio, tem-se

$$hw \ll \Omega \tag{3.12}$$

e

$$\frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} = \frac{h^2uE_z}{\Omega^2} \frac{\partial^2(\Delta T)}{\partial p^2} \quad . \tag{3.13}$$

Fazendo $D_z = \dfrac{h^2uE_z}{\Omega^2}$ = Fator de Difusão Transversal(constante)

fica-se com

$$\frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} = \frac{D_z\partial^2(\Delta T)}{\partial p^2} \tag{3.14}$$

As soluções analíticas de (3.14) são conhecidas para diversas condições de contorno. A forma geral da solução para uma fonte localizada em x = 0 e de intensidade representada pela função θ_I $(\zeta, 0)$ é dada pela integral de convolução

$$\Delta T\ (p,x) = \int_0^1 \theta_I\ (\zeta,0)\ f_R\ (p-\zeta;x)\ d\zeta \qquad (3.15)$$

onde $f_R\ (p-\zeta;0)$ é uma função densidade de probabilidade gaussiana para uma função delta localizada em $p = \zeta$ e $x = 0$.

A origem do sistema $x = 0$, $p = 0$ é localizada junto à margem onde se efetua o lançamento de água quente e a uma distância tal do emissor que a mistura característica de campo próximo já tenha ocorrido. O aumento de temperatura do jato, em relação à água do rio é θ_I. A figura 3.4 permite uma visualização da origem do sistema

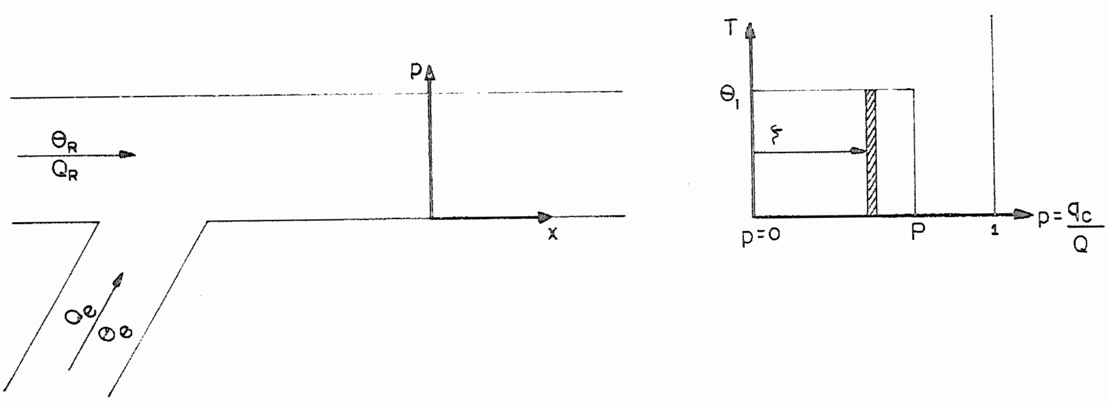


FIG. 3.4 - Origem do sistema e condições iniciais

Uma fração P da descarga total do curso principal é então misturada com água quente, (afluente) de modo que

$$P = \frac{\theta_e}{\theta_I} \frac{Q_e}{Q} = a \frac{Q_e}{Q} \qquad (3.16)$$

sendo

$$a = \frac{\theta_e}{\theta_I} \qquad (3.16a)$$

onde

a = fator de Diluição Inicial;

θ_e = Diferença entre a temperatura da água quente e a da água natural;

Q = Vazão do rio;

Q_e = Vazão de água quente; e

θ_I = Diferença entre a temperatura da mistura na origem do sistema e a temperatura da água natural (aumento de temperatura).

Considerando ζ a variável de deslocamento na direção p, em $x = 0$ e admitindo que a Entrada θ_I do Sistema é um conjunto de Impulsos, têm-se as seguintes condições iniciais

$$\begin{aligned} \theta_I(\zeta,0) &= \frac{\theta_o}{a} \quad ; \quad 0 \le \zeta \le P \\ \theta_I(\zeta,0) &= 0 \quad ; \quad P < \zeta \le 1 \end{aligned} \qquad (3.17)$$

e resposta, usando (3.15), é igual a

$$\Delta T(p-\zeta;x) = \frac{\theta_e}{a} \int_o^P f_R(p-\zeta;x)\,d\zeta \quad . \qquad (3.18)$$

Em caso de desprezarem-se as reflexões nas margens, o valor na integral é

$$f_R(p-\zeta;x) = \frac{1}{\sigma_p} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(- \frac{s^2}{2} \right) \right] \qquad (3.19)$$

sendo

$s = \frac{p-\zeta}{\sigma_p}$ = variável normalizada;

$\sigma_p = \sqrt{2D_z x}$ = desvio-padrão no domínio p.

Se as reflexões forem levadas em consideração, ter-se-á

$$\Delta T(p,x) = \frac{\theta_e}{a}\left\{\left[F_R\left(\frac{p+P}{\sigma_p}\right) - F_R\left(\frac{p-P}{\sigma_p}\right)\right] + \sum_{n=1}^{\infty}\left[F_R\left(\frac{2n+(p+P)}{\sigma_p}\right) - F_R\left(\frac{2n-(p-P)}{\sigma_p}\right) + F_R\left(\frac{2n-(p-P)}{\sigma_p}\right) - F_R\left(\frac{2n+(p+P)}{\sigma_p}\right)\right]\right\} \tag{3.20}$$

onde

F_R = Função Distribuição Normal Acumulada, correspondente à Função Densidade de Probabilidade f_R.

Os termos da série infinita são desprezados se $D_z x \leq 0{,}08$, pois o valor de F_R se iguala a 1, anulando, assim, o somatório.

Segundo Sayre W. W., (6) neste modelo, não é significativa a contribuição de mais que 4 ou 5 ciclos de reflexão. Isto, também, é devido ao fato de os argumentos da função distribuição se tornarem muito grandes e anularem o somatório.

III.1.2 - Isolínea de temperatura máxima

A isolínea de temperatura máxima ocorre paralelamente ao canal e perto de p=0, que substituido em (3.20) dá:

$$\Delta T(0,x) = \frac{\theta_o}{a}\left\{\left[F_R\left(\frac{P}{\sigma_p}\right) - F_R\left(-\frac{P}{\sigma_p}\right)\right] + \sum_{n=1}^{\infty}\left[F_R\left(\frac{2n+P}{\sigma_p}\right) - F_R\left(\frac{2n-P}{\sigma_p}\right)\right.\right.$$

$$\left.\left. + F_R\left(\frac{2n+P}{\sigma_p}\right) - F_R\left(\frac{2n-P}{\sigma_p}\right)\right]\right\} \qquad (3.21)$$

como

$$F_R\left(-\frac{P}{\sigma_p}\right) = 1 - F_R\left(\frac{P}{\sigma_p}\right) \quad , \qquad (3.22)$$

então

$$\Delta T(0,x) = \frac{\theta_o}{a}\left\{\left[F_R\left(\frac{P}{\sigma_p}\right) - \left(1 - F_R\left(\frac{P}{\sigma_p}\right)\right)\right] + \sum_{n=1}^{\infty}\left[F_R\left(\frac{2n+P}{\sigma_p}\right) - F_R\left(\frac{2n-P}{\sigma_p}\right)\right.\right.$$

$$\left.\left. + F_R\left(\frac{2n+P}{\sigma_p}\right) - F_R\left(\frac{2n-P}{\sigma_p}\right)\right]\right\}$$

$$\Delta T(0,x) = \frac{\theta_o}{a}\left\{\left[2F_R\left(\frac{P}{\sigma_p}\right) - 1\right] + 2\sum_{n=1}^{\infty}\left[F_R\left(\frac{2n+P}{\sigma_p}\right) - F_R\left(\frac{2n+P}{\sigma_p}\right)\right]\right\}$$

ou

$$\Delta T(0,x) = \frac{\theta_o}{a}\left\{2F_R\left(\frac{P}{\sigma_p}\right) + 2\sum_{n=1}^{\infty}\left[F_R\left(\frac{2n+P}{\sigma_p}\right) - F_R\left(\frac{2n+P}{\sigma_p}\right)\right] - 1\right\} \qquad (3.23)$$

III.1.3 - Fator de difusão transversal

Este fator leva em conta a mistura característica de "campo próximo" devida à não uniformidade do fluxo principal. Seu valor médio é encontrado resolvendo a seguinte integral

$$D_z = \frac{E_z}{Q^2} \int_0^1 h^2 \, u \, dp \tag{3.24}$$

Pode-se fazer a seguinte aproximação

$$\int_0^1 h^2 u dp \cong \frac{A}{B} \frac{A}{B} x \frac{Q}{A} = (\bar{h})^2 \, \bar{u} = \frac{A}{B} x \frac{Q}{B} = \bar{h}\bar{q} \tag{3.25}$$

onde

E_z = coeficiente de mistura transversal;

A = área da seção transversal;

B = largura da seção transversal;

$\bar{q}$ = vazão por unidade de largura, Q/B;

$\bar{u}$ = velocidade média, Q/A;

$\bar{h}$ = profundidade média da seção.

A fórmula de Manning para descarga de rio é

$$Q = \frac{1,49}{n} \, B \, \bar{h} \, (\bar{h})^{2/3} \, S^{1/2} \tag{3.26}$$

sendo S a declividade do rio.

Grande número de experiências(14) indicam a seguinte relação funcional

$$E_z = \gamma \, \bar{h} U_* \tag{3.27}$$

onde

$$U_* = (g\bar{h}S)^{1/2} \tag{3.28}$$

e

γ = coeficiente adimensional de mistura transversal;

U_* = velocidade de cizalhamento;

g = aceleração da gravidade.

Após escrever-se (3.25), a equação (3.24) passa a ser

$$D_z = \frac{E_z}{Q^2}\, \bar{h}\, \bar{q} \tag{3.29}$$

$$D_z = \frac{E_z}{Q}\, \frac{\bar{h}\, \bar{q}}{Q}$$

$$D_z = \frac{E_z}{Q}\, \frac{\bar{h}}{B\, \bar{q}}\, \bar{q}$$

$$D_z = \frac{E_z}{Q}\, \frac{\bar{h}}{B} \tag{3.30}$$

ou, substituindo,

$$D_z = \frac{\gamma\, \bar{h}\, (g\, \bar{h}\, S)^{1/2}\, \bar{h}}{\frac{1,49}{n}\, B\, \bar{h}\, (\bar{h})^{2/3}\, S^{1/2}\, B}\, .$$

Simplificando, fica

$$D_z = \frac{\gamma}{1,49}\, \frac{n\sqrt{g}}{B^2}\, \bar{h}^{5/6} \tag{3.31}$$

Diversos estudos experimentais realizados em laboratórios e rios determinaram alguns valores de γ, que resumidos são dados a seguir:

$$\text{Trechos Retos} - (B/d) \cong 5 \rightarrow \gamma = 0,1 \tag{3.32}$$

$$(B/d) \cong 60 \rightarrow \gamma = 0,2$$

$$\text{Trechos curvos} - (B/d)\ 0,5 \leq (B/d) \leq 2,5 \tag{3.33}$$

III.1.4 - Retorno ao domínio (x,z)

Para voltar do domínio (x,p) para o domínio (x,z), aplica-se a equação (3.7):

$$p = \frac{1}{Q} \int_{o}^{z=z_1} hu\,dz \quad . \qquad (3.34)$$

Quando não se dispõe do perfil transversal de velocidade, mas da distribuição transversal de profundidade, admite-se que aquele perfil depende desta distribuição conforme a equação

$$\frac{q}{\bar{q}} = b_o \left(\frac{h}{\bar{h}} \right)^{b_1} \qquad (3.35)$$

onde b_o e b_1 valem, respectivamente, 1,0 e 5/3, mas experiências (14) mostraram que podem variar da seguinte maneira:

- Trechos retos

$$b_o = 1 \qquad b_1 = 5/3 \qquad \text{se } 50 \leq \frac{B}{\bar{h}} < 70 \qquad (3.36)$$

$$b_o = 0{,}92 \qquad b_1 = 7/4 \qquad \text{se } \frac{B}{\bar{h}} \geq 70 \qquad (3.37)$$

- Trechos curvos

$$0{,}80 \leq b_o \leq 0{,}95 \qquad (3.38)$$

$$1{,}78 \leq b_1 \leq 2{,}48 \qquad (3.39)$$

ambos para $50 \leq \frac{B}{\bar{h}} \leq 100$

A figura 3.5 mostra o procedimento a ser tomado quando se dispõe da distribuição transversal de profundidade e se deseja sair do domínio (x,p) para o (x,z), pois a equação (3.35) permite a construção do gráfico Largura (z) versus Vazão por Unidade de Largura (q), uma vez que

$$q = \bar{q}\ b_o \left(\frac{h}{\bar{h}}\right)^{5/3} \tag{3.40}$$

Com o gráfico assim obtido pode-se construir o gráfico Largura (z) versus Descarga Normal Acumulada (p), de acordo com (3.7), pois

$$q_c = \int_o^z q\, dz \tag{3.41}$$

e

$$p = \frac{q_c}{Q} \tag{3.42}$$

III.2 - MODELO DE FONTE PLANA

O outro modelo utilizado é um caso particular da fonte plana, onde esta é considerada em meio semi-infinito, com presença de fronteiras sólidas. Para facilitar a exposição, achou-se conveniente apresentar a metodologia de sua aplicação no capítulo seguinte.

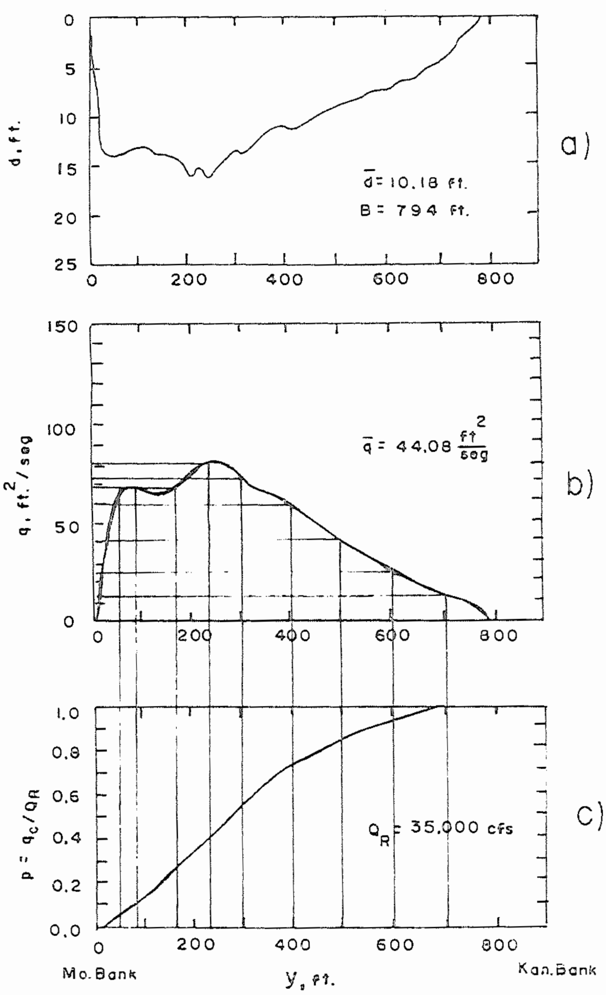


FIG. 3.5 - a) Distribuição Transversal de Profundidade;

b) Distribuição de Descarga por Unidade de Largura;

c) Domínio z versus Domínio p.

III.3 - INSTALAÇÕES DE LABORATÓRIO

Utilizou-se uma canaleta de alvenaria de tijolos revestida com cimento liso, mediando 20m de comprimento; 0,40m de largura e 0,60m de profundidade, a qual é mostrada na figura 3.6. Essa canaleta foi alimentada por uma descarga principal de água fria e outra, lateralmente, de água aquecida.

FIG. 3.6 - Vista da canaleta, vendo-se as entradas laterais de água quente, a sonda para medições do perfil transversal de temperatura e, em segundo plano, os tubos de alimentação de água fria.

III.3.1 - Circuito de água quente

A descarga de água quente foi mantida por uma bomba com capacidade de 3 l/s que alimentava um aquecedor elétrico de 12 kW, construído para esse fim.

A montante do aquecedor, e a uma distância superior a 20 diâmetros[17] dos locais de perda de carga mais próximos, instalou-se um medidor de vazão tipo orifício ligado a um manômetro de coluna de mercúrio.

A água após ser aquecida saia do aquecedor por uma mangueira de borracha e entrava na canaleta através de um dos cinco tubos de plástico de 3/4", instalados lateralmente em ângulos de 15^o, 30^o, 45^o, 60^o e 90^o, respectivamente.

A temperatura da água quente era medida por meio de um termopar fixado no interior do tubo de saída, a uma distância do ponto de lançamento igual à espessura da parede.

As figuras 3.7 a 3.10 mostram o circuito da água quente.

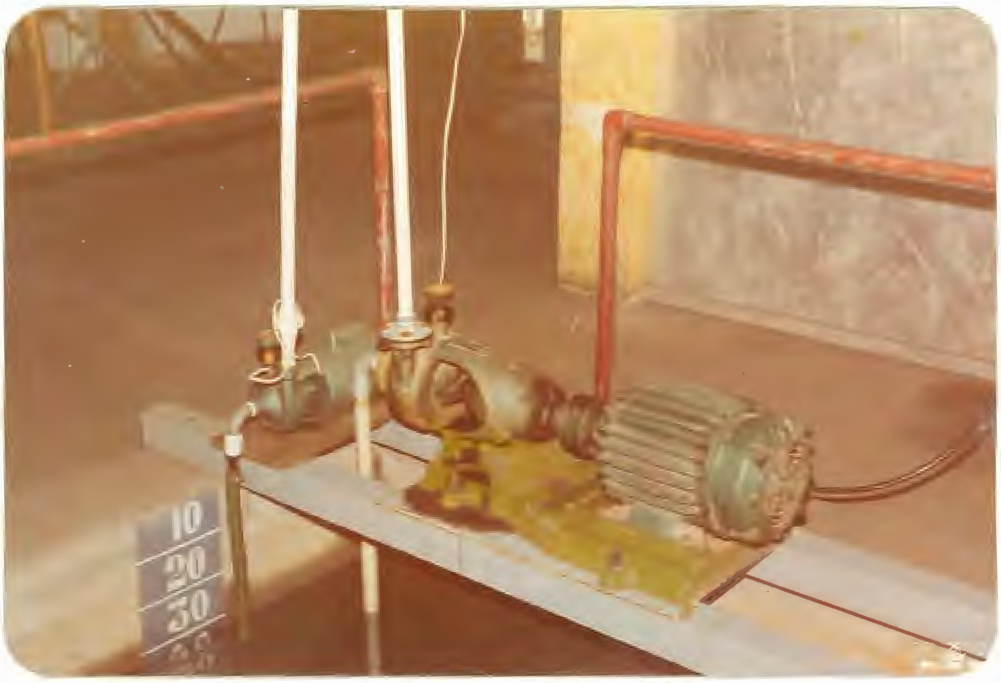


FIG. 3.7 - Bomba d'água

FIG. 3,8 - Medidor de vazão, vendo-se o diafrágma à direita e o manômetro à esquerda.

FIG. 3.9 - Aquecedor elétrico

FIG. 3.10 - Tubos de lançamento

III.3.2 - Circuito de água fria

Uma bomba com capacidade de 25 l/s foi utilizada para alimentar a canaleta. A água era retirada de um reservatório localizado no sub-solo do laboratório, lançada no fundo do tanque de alimentação e, antes de escoar na canaleta, passava por uma colmeia para uniformizar o fluxo. Nesta mesma colmeia se instalou um termopar para medição da temperatura de água fria. A figura 3.12 mostra o que acima foi exposto.

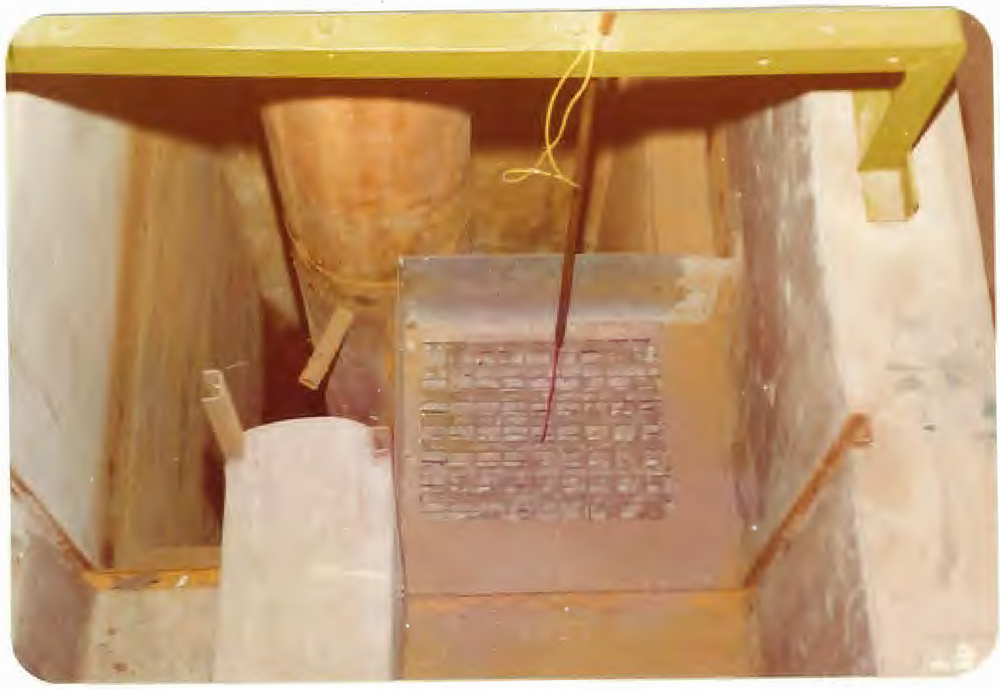


FIG. 3.11 - Sistema de alimentação da canaleta. Em primeiro plano se vê a colmeia e o termopar.

III.3.3 - Circuito de água misturada

A descarga de água fria se juntava à de água quente junto ao ponto de lançamento desta útlima. Sobre a canaleta se instalou um carro com movimentos transversal e longitudinal em cuja haste vertical se prendeu um termopar para medir a temperatura à meia altura da lâmina d'água, conforme figura 3.12.

Na saída da canaleta foi fixada uma calha basculante que permitia o desvio da água para dentro de um reservatório de aço quando se desejava medir a descarga total. A figura 3.13 mostra o conjunto.

Os fios dos termopares foram reunidos em uma rede paralela à canaleta, ligados a uma chave seletora e esta ao microvoltímetro e registrador mostrados na figura 3.14. Estes e os demais dispositivos de medição serão descritos mais detalhadamente no ítem relativo a instrumentação.

Para oferecer uma visão de conjunto resolveu-se apresentar o arranjo físico das instalações através da figura 3.15.

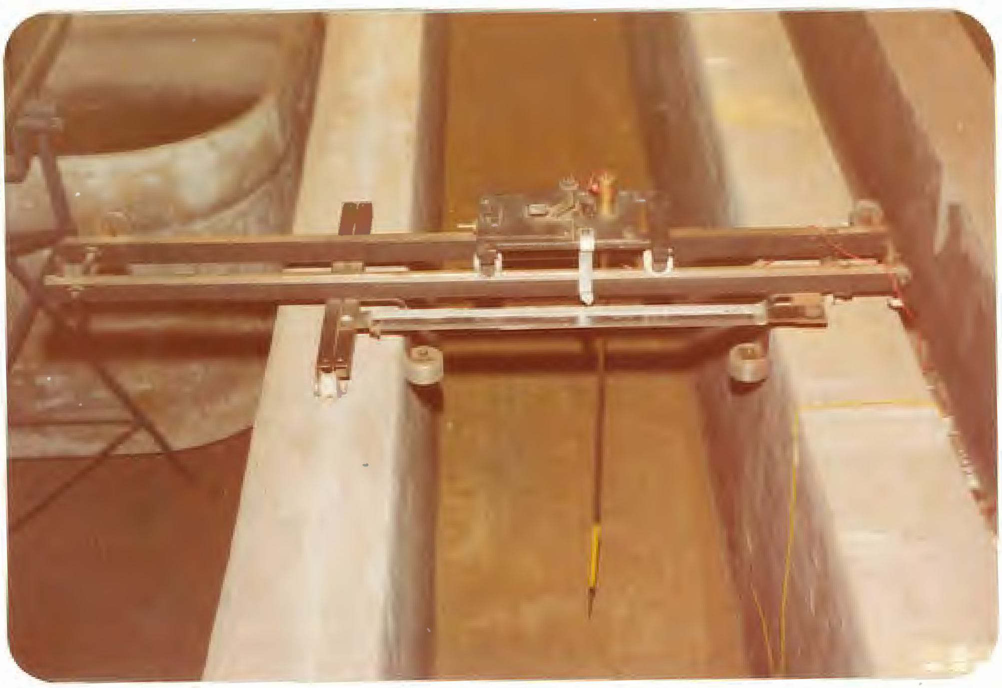


FIG. 3.12 - Dispositivo para levantamento do perfil transversal de temperatura.

FIG. 3.13 - Dispositivo para medição da vazão total.

FIG. 3.14 - Instrumentos para medição de temperatura, vendo-se acima o registrador e abaixo o microvoltímetro e chave seletora.

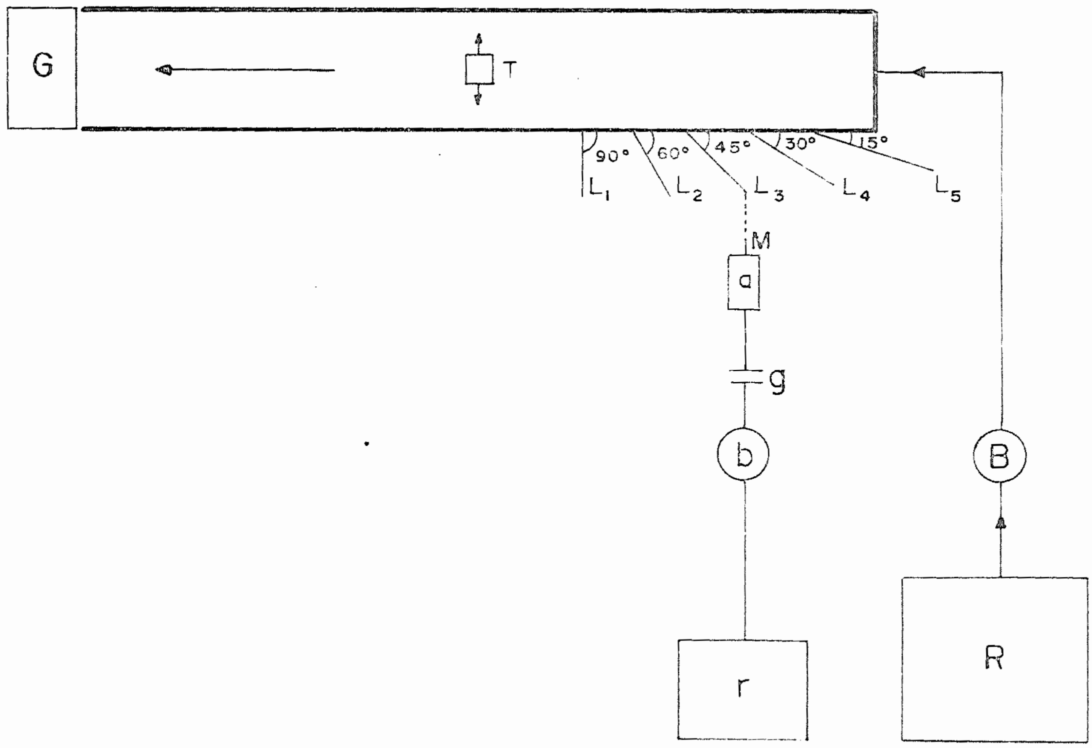


FIG. 3.15 - Arranjo físico das instalações de laboratório

R, r - Reservatório de água fria e de água a ser aquecida;

B, b - bombas para escoamento de água fria e água quente;

G, g - medidores de vazão total e da vazão de água quente;

a - aquecedor;

L_i - tubos de lançamento de água quente;

M - mangueira flexível;

T - instrumentos para medição de temperatura.

III.4 - INSTALAÇÕES DE CAMPO

Utilizou-se um trecho reto com cerca de 70m de comprimento do Ribeirão do Lobo dentro do Centro de Recursos Hídricos e Ecologia Aplicada, junto ao sangradouro da Represa do Lobo. Além da conveniente geometria do rio, havia no local uma régua para medir vazão, energia elétrica e oficina mecânica de apoio.

A fonte de poluição térmica se constituiu em uma caldeira a óleo diesel montada sobre um caminhão que ficou estacionado na margem direita do rio, como se vê na figura 3.16.

FIG. 3.16 - Vista geral das instalações

O vapor produzido entrava no trocador de calor onde se misturava com água retirada do rio por uma bomba axial mostrada na figura 3.17. A água quente resultante passava por um medidor de vazão tipo orifício, ligado a um manômetro de coluna de mercúrio, conforme a figura 3.18. A seguir era lançada na caixa da figura 3.20, a qual foi construída com chapas de aço e isolada com isopor. Media 1,90m de comprimento, 1,0m de largura e 0,60m de altura. Fez-se uma divisão interna com tela de aço a fim de diminuir a turbulência. Dentro da mesma foram soldados tubos com 7,5cm de diâmetro que permitiam a adução de água quente em ângulos de 15°, 30°, 45°, 60° ou 90°, desde que se retirasse a tampa de madeira do tubo correspondente ao ângulo desejado. A face que continha os tubos de lançamento ficou tangenciando o rio, proporcionando semelhança geométrica com as experiências de laboratório.

FIG. 3.17 - Bomba d'água e trocador de calor

FIG. 3.18 - Sistema de medição de vazão. Abaixo e à direita vê-se o diafrágma; acima os eliminadores de bolha e à esquerda o manômetro

FIG. 3.19 - Caixa d'água, vendo-se o tubo de alimentação, a tela divisória, os tubos de adução e a haste de fixação do termopar.

Ao longo do rio foram escolhidas as seções transversais de medição, ficando a primeira a 2,5 m do tubo de alimentação da caixa; a segunda a 5,0 m ; a terceira a 10,0 m e as demais a intervalos de 10,0 m . Nessas seções fincou-se, em cada margem, uma estaca com roldana na parte superior por onde passava uma corda de plástico que servia para mudar a posição da sonda da figura 3.21 cujo movimento transversal era guiado por um fio de aço estirado entre as referidas estacas.

Para maior esclarecimento resolveu-se apresentar a sonda isoladamente na figura 3.21. Uma guia de alumínio se encaixava no fio de aço e os braços de fixação prendiam o conjunto à corda de plástico. O flutuador de madeira possuia uma haste vertical na qual foram instalados termopares para medir a temperatura média da mistura. Um termopar foi fixado à extremidade inferior, um no meio e outro junto ao flutuador.

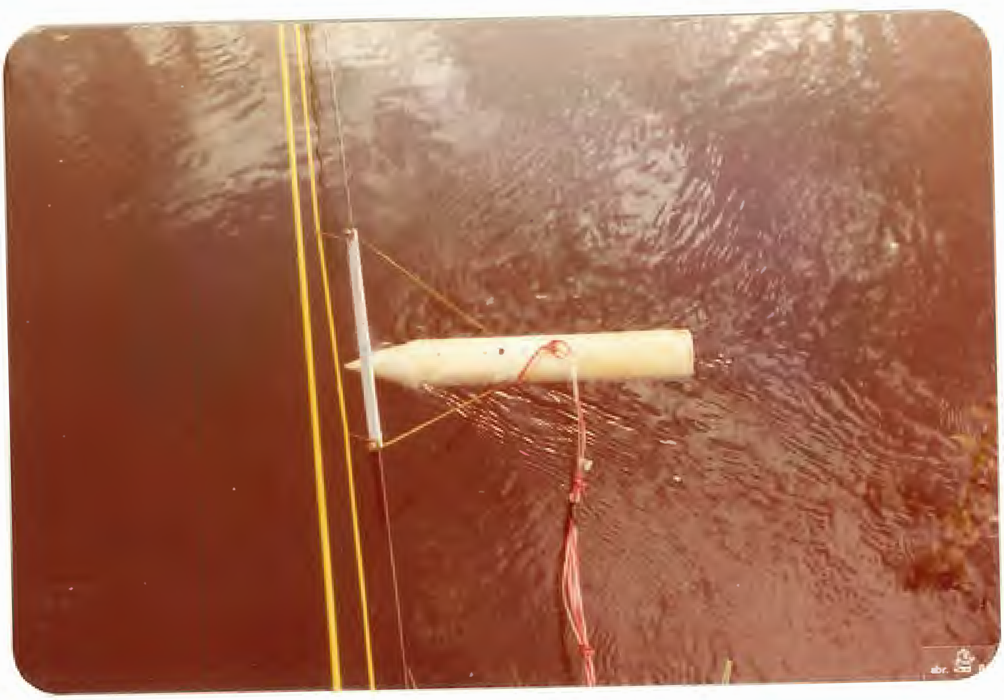


FIG. 3.20 - Sonda vista da margem

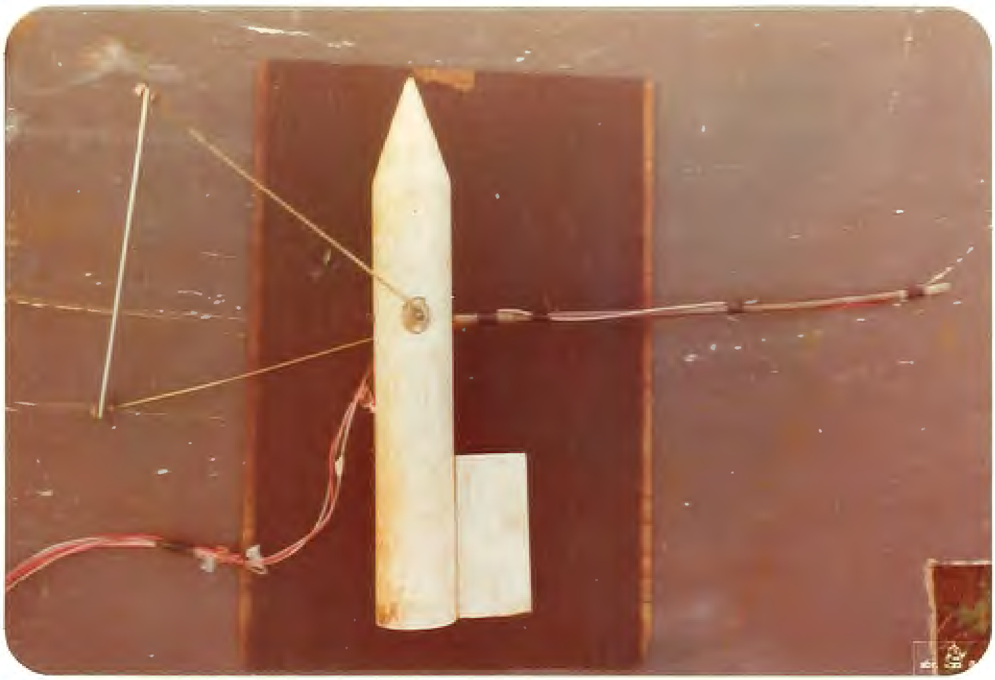


FIG. 3.21 - Vista da sonda, onde se vê o mecanismo de fixação, o flutuador, a haste vertical e os termopares.

Para medir a temperatura da água natural instalou-se um termopar a montante do ponto de lançamento, a 0,5 m de profundidade e a 1,0 m de margem.

Todos os termopares foram ligados a fios de compensação, reunidos em uma rede que se estendia até à cabine de medição, a 30 m de distância, onde havia uma chave seletora e os mesmos instrumentos utilizados em laboratório. O emprego de fios de compensação foi devido ao fato de que os fios dos termopares poderiam não resistir à ação do vento e da chuva.

O arranjo físico das instalações de campo é mostrado na figura 3.22

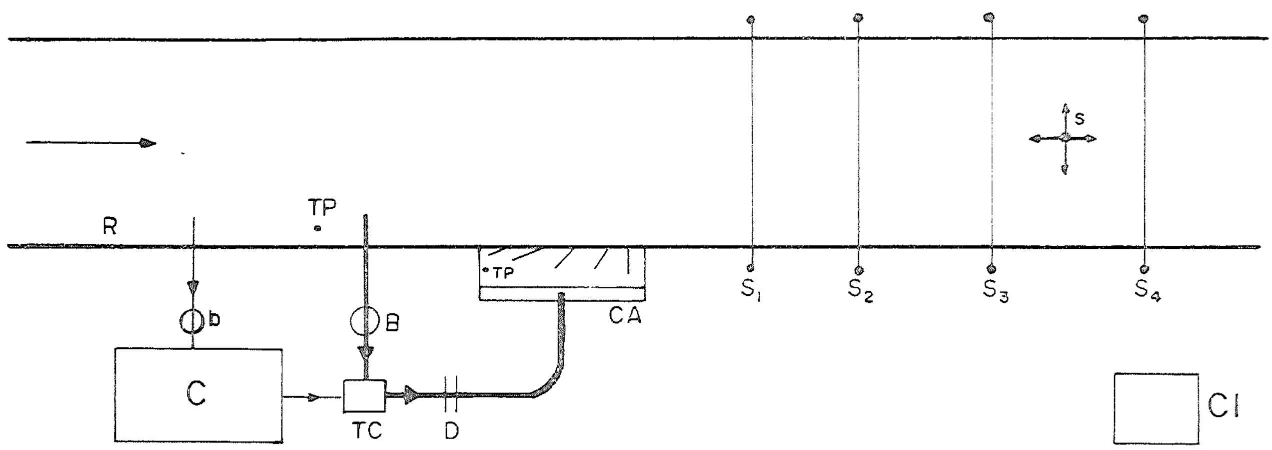


FIG. 3.22 - Arranjo físico das instalações de campo

b - Bomba d'água da caldeira
B - Bomba d'água
c - Caldeira
CA - Caixa d'água
CI - Cabine de instrumentação
D - Diafrágma
R - Rio
S - Sonda
Si - Seção de Medição
Tc - Trocador de calor
Tp - Termopar

III.5 - INSTRUMENTAÇÃO DE LABORATÓRIO

No presente trabalho as grandezas medidas foram:

- descarga de água quente;
- descarga de água fria;
- temperatura de água quente;
- temperatura de água fria; e
- temperatura da mistura.

Para isto foram utilizados os instrumentos descritos abaixo que sofreram um processo de aferição a fim de determinar-se o nível de confiança dos mesmos.

III.5.1 - Aferição

Esta operação consistiu em aplicar entradas conhecidas ao instrumento, ajustar os valores de saída a uma reta pelo método dos mínimos quadrados e calcular os desvios-padrões das grandezas envolvidas na referida operação.

A precisão do instrumento aferido foi tomada igual a mais ou menos dois desvios-padrões de entrada para assegurar 95% de probabilidade de se obter o valor verdadeiro da grandeza medida (16). Assim, a qualquer valor lido correspondia o seguinte valor de entrada

$$q_e = \frac{q_s}{m} \pm 2\sigma q_e \qquad (3.43)$$

III.5.2 - Medição da descarga de água quente

Inseriu-se um diafragma de diâmetro externo igual a 3/4" e interno igual a 1/2" entre o aquecedor e a bomba, seguin do recomendação (17) no sentido de que fossem mantidas distâncias suficientes para evitar perturbações. Estas distâncias são 12 diâmetros externos a montante e 4 a jusante da primeira válvula ou curva, para uma relação de diâmetro igual a 1,5.

Dois tubos de plástico flexível foram ligados entre o referido diafragma e um manômetro em U contendo mercúrio.

Para calibrar o manômetro, dispunha-se da balança de um dinamômetro existente no Laboratório de Hidráulica e Saneamento. Como a curva de calibração daquela balança não era conhecida, foi necessário tomar as providências constantes do próximo item.

III.5.2.1 - Aferição da balança

A balança utilizada tem as seguintes características:

- Marca: Cortbal
- Escala: 0 a 30 kg
- Legibilidade: 10 g
- Resolução : 10 g
- Valor limite: 10 g

Como "entradas" do instrumento foram empregados pesos-padrões de 0,5; 1,0; 2,0; 3,0; 5,0; 10,0; 15,0; 20,0 e 25Kg , em carregamento crescente, a partir de 0 kg e depois decrescente , totalizando 20 leituras.

Aplicou-se o método dos mínimos quadrados (18) a essas leituras, ajustando-as à reta

$$q_s = mq_e + b \tag{3.44}$$

onde

q_s = leitura ou saida;
q_e = valor de entrada;
m = coeficiente angular da reta e
b = parâmetro da reta.

Obtiveram-se, então, os seguintes valores:

Parâmetro: $b = 0$

Coeficiente angular: $m = 0,999$

Desvio-padrão da saída: $\sigma_{q_s} = 0,0274$ Kg

Desvio-padrão da entrada: $\sigma_{q_e} = 0,0275$ kg

Desvio-padrão do coeficiente angular: $\sigma_m = 7,2 \times 10^{-4}$

Precisão: $\pm\, 2\sigma_{q_e} = \pm\, 0,055$ kg

III.5.2.2 - Aferição do diafragma

A balança, então aferida passou a ser o padrão de aferição do medidor de vazão. A bomba foi ligada e uma torneira tipo gaveta permitiu variar a vazão desde o fechamento total e vazão nula até a abertura total e vazão máxima, e vice-versa. Ou seja, aumentou-se gradativamente a vazão e depois diminuiu-se da mesma forma. Para cada abertura da torneira, recolheu-se a água em um recipiente, durante um certo intervalo de tempo, e fez-se a pesagem, anotando-se o respectivo desnível verificado no manômetro.

Fez-se o devido processamento, e se obteve a reta

$$q_s = m q_e \tag{3.45}$$

onde

$q_s = \sqrt{h}$ - raiz quadrada do desnível, em $mm^{1/2}$.

O mesmo processamento forneceu ainda os seguintes resultados:

Coeficiente angular: $m = 16,6\ mm^{1/2}/l/s$

Desvio-padrão de saída: $\sigma_{q_s} = 0,3083$ mm

Desvio-padrão de entrada: $\sigma_{q_e} = 0{,}0186$ l/s

Desvio-padrão do coeficiente angular: $\sigma_a = 0{,}1720$ mm$^{1/2}$/l/s

Precisão: $\pm\ 2\sigma_{q_e} = \pm\ 0{,}0372$ l/s

III.5.3 - Medição da descarga total

A descarga total foi medida diretamente, por meio de uma caixa metálica com capacidade de 240 , construída para esse fim. Uma alvanca comandava a calha móvel, instalada na saída da canaleta, e permitia desviar o curso d'água para fora ou para dentro do referido recipiente. O nível da água no medidor era verificado através de um tubo de vidro, sobre escala milimétrica instalado no exterior do recipiente, conforme o princípio de vasos comunicantes. Cronometrava-se, então, o tempo gasto para obter-se um desnível conhecido e correspondente a um determinado volume . Para maior facilidade de operação, escolheu-se um desnível que correspondesse a 120 litros.

O referido recipiente foi aferido por meio de uma balança marca Filizola, com capacidade para 500 kg.

III.5.4 - Medição de temperatura da mistura

Todas as temperaturas foram medidas com termopares de cobre-constatan, tendo como referência uma mistura de água e gelo. A voltagem foi medida com um milivoltímetro marca Philips, modelo PM 2436.

Em algumas regiões da canaleta era difícil fazer-se leituras em virtude das flutuações próprias da turbulência. Em vista disso, lançou-se mão de um registrador x-y, marca Hewlet - Packard, modelo 17172-A que ligado ao microvoltímetro permitia a determinação de valores médios de temperatura.

III.5.4.1 - Aferição dos termopares

Um dos termopares foi colocado numa proveta com querosene. Esta proveta, por sua vez, ficou dentro de uma garrafa térmica contendo uma mistura água-gelo, tomada como referência.

Os outros quatro termopares foram unidos de modo a manter contato entre si e poderem, desta forma, medir a temperatura em um único ponto. O conjunto assim formado foi posto junto ao bulbo de um termômetro-padrão, dentro de outra proveta em condições iguais à anterior e instalada dentro de outra garrafa térmica contendo água, inicialmente gelada e aquecida aos poucos, a fim de fazer-se o registro das respectivas tensões e temperaturas.

O termômetro era de coluna de mercúrio, marca Inco-Term, precisão de 0,1%.

Foram feitas 19 leituras para cada termopar. Cada um apresentou igual resposta a uma mesma entrada, razão pela qual, os parâmetros encontrados representam todos os termopares.

Coeficiente angular da reta: $m = 39{,}55\,\mu V/^{o}C$

Desvio-padrão da saída: $\sigma_{q_s} = 13{,}57\,\mu V$

Desvio-padrão da entrada: $\sigma_{q_e} = 0{,}34\ ^{o}C$

Desvio-padrão do coeficiente angular: $\sigma_m = 0{,}15\,\mu V/^{o}C$

Precisão: $\pm 2\sigma_{q_e} = \pm 0{,}64^{o}C$

III.6 - INSTRUMENTAÇÃO DE CAMPO

III.6.1 - Medição de temperatura

III.6.1.1 - Aferição dos termopares

Os termopares utilizados na pesquisa de campo foram aferidos da mesma forma que os utilizados em laboratório. Como resultado da calibração foram obtidos os seguintes valores:

coeficiente angular da reta: $m = 37,25\ \mu V/^{o}C$

desvio-padrão da saída: $\sigma_{q_s} = 21,88\ \mu V$

desvio-padrão da entrada: $\sigma_{q_e} = 0,59^{o}C$

desvio-padrão do coeficiente angular: $0,4\ \mu V/^{o}C$

precisão: $\pm 2\sigma_{q_e} = 1,18^{o}C$

III.6.2 - Medição da descarga de água quente

III.6.2.1 - Aferição do diafrágma

A aferição foi feita tendo como padrão o recipiente de volume conhecido, utilizado anteriormente para medir a descarga total da canaleta. Variou-se a descarga e mediu-se o tempo necessário para obter uma determinada mudança de nível.

A água estava à temperatura de $25^{o}C$. Quando em operação esta temperatura chegaria ao valor máximo de $30^{o}C$, mas o erro devido à variação dos pesos específicos da água e do mercúrio não ultrapassaria 1% [22].

Tomando, então, a descarga como entrada e a raiz quadrada do desnível das colunas de mercúrio como saída do instrumento, obteve-se o seguinte resultado:

Coeficiente angular da reta: $m = 3{,}57\ mm^{1/2}/l/s$

Desvio-padrão da saída: $-\ \sigma_{q_s} = 0{,}13\ mm^{1/2}$

Desvio-padrão de entrada: $-\ \sigma_{q_e} = 0{,}04\ \ l/s$

Desvio-padrão do coeficiente angular: $\sigma_m = 0{,}01\ mm^{1/2}/l/s$

Precisão: $\pm\ 2\sigma_{q_e} = 0{,}07\ \ l/s$

III.6.3 - Medição da descarga total

III.6.3.1 - Determinação da curva-chave

A partir de 15 de novembro de 1977 a EESC tem registrado periodicamente as vazões e as correspondentes cotas do Ribeirão do Lobo, utilizando molinete e uma régua fixa dentro do mesmo.

Os valores, locados em gráfico di-log, resultaram na reta

$$q_s = 0{,}076\ s/m^2,\ \sigma_e + 1{,}10m$$

onde

q_s = cota do rio, em m;

q_e = vazão do rio, em m^3/s,

por meio da qual foram lidas as vazões.

CAPITULO IV

RESULTADOS E CONCLUSÕES

Neste trabalho foi testado um modelo de fonte plana em meio semi-infinito e regime permanente, além do modelo proposto por Paile e Sayre cujo desempenho em diferentes ângulos de adução era objetivo desta pesquisa.

IV.1 - EXPERIÊNCIAS DE LABORATÓRIO

IV.1.1 - Modelo de Fonte Plana

Este modelo é obtido por meio de fontes lineares distribuidas na região caracterizada por

$$- \infty < y_1 \leqslant 0$$

Parte-se da equação (2.57)

$$c = \frac{q'}{\rho \sqrt{4\pi U E_y x}} \exp - \left[\frac{(y - y_1)^2}{4E_y x} + \frac{xk}{U} \right] \qquad (2.57)$$

Fazendo $dq' = q'' dy_1$ e $c = dc$ e integrando com ajuda de variáveis auxiliares, obtêm-se

$$c = \frac{q''}{2\rho U} e^{-(kx/U)} \operatorname{erfc} \left(\frac{y}{2} \sqrt{\frac{U}{E_y x}} \right) \qquad (4.1)$$

No presente caso, $k = 0$. Além disso, conforme (2.67),

$$\frac{q''}{\rho U} = c_o \qquad (2.67)$$

portanto,

$$\frac{c}{c_o} = \frac{1}{2}\ \mathrm{erfc}\ \frac{y}{2}\ \frac{U}{E_y x} \qquad (4.2)$$

Para $x = 0$ e $y > 0 \rightarrow c = 0$

e para $x = 0$ e $y \leqq 0 \rightarrow c = c_o$

A figura (4.1) ilustra o modelo presente.

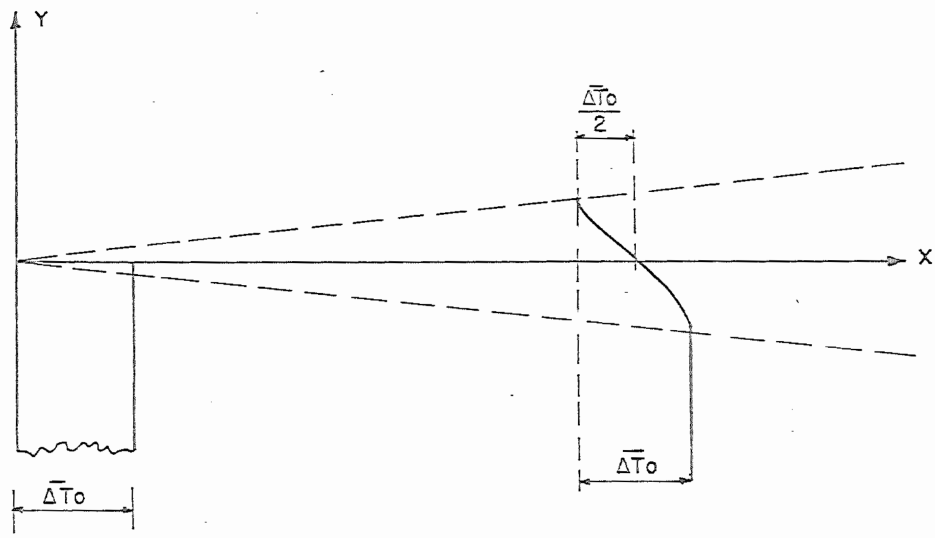


FIG. 4.1 - Modelo de fonte plana em meio semi-infinito

Devido à analogia entre os fenômenos de transporte de massa e de energia, conforme o apêndice C, pode-se substituir C e C_o por $\Delta\bar{T}$ e $\Delta\bar{T}_o$, respectivamente, obtendo-se:

$$\frac{\Delta\bar{T}}{\Delta\bar{T}_o} = \frac{1}{2}\ \mathrm{erfc}\ \frac{y}{2}\ \frac{U}{E_y x} \qquad (4.3)$$

onde

$\Delta\overline{T}$ = diferença de temperatura média, genérica, em relação à temperatura média $\overline{T}_a$ do curso principal de água;

$\Delta\overline{T}_o$ = diferença de temperatura média na origem, relativa à temperatura $\overline{T}_a$;

U = velocidade média da água do curso principal;

E_y = coeficiente de difusão turbulenta na direção transversal;

x,y = distâncias transversal e longitudinal, respectivamente, conforme figura 4.2;

erfc = função erro complementar.

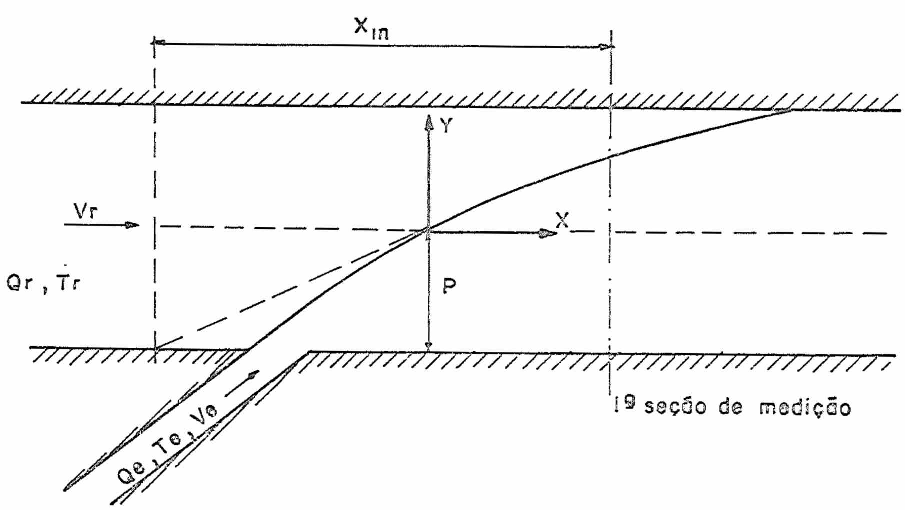


FIG. 4.2 - Representação dos modelos utilizados

IV.1.1.1 - Localização da Fonte Virtual

Procurou-se verificar a possível existência de uma fonte virtual e a sua distância do local de emissão, assim como a relação entre esta distância e o ângulo de lançamento. Para isto, substituiu-se x por

$$x = X_{IN} + 0,5 \tag{4.4}$$

onde X_{IN} é uma distância tomada a partir da primeira seção de medição, na direção contrária ao escoamento principal, conforme figura 4.2. Fez-se X_{IN} variar de 0 a 6 metros, correspondendo a fontes localizadas a 0,5 m, 1m, 1,5m e assim sucessivamente, até 6,5m de distância a montante da primeira seção.

IV.1.1.2 - Determinação da Temperatura na Origem do Sistema

Foi necessário encontrar o valor da diferença de temperatura $\Delta\bar{T}_o$ na origem do sistema, a fim de calcular a temperatura teórica genérica $\bar{T}_t$ e compará-la com a temperatura medida $\bar{T}_m$. Para isto, procedeu-se da maneira exposta a seguir.

A origem do eixo transversal foi localizada no meio da canaleta, com base no valor aproximado de P, definido na página (56) como sendo a fração da descarga do curso d'água principal com a qual o poluente se mistura na origem do sistema, conforme figura 4.2. Convém salientar que embora este parâmetro seja utilizado no modelo de Paile e Sayre, concluiu-se que o mesmo seria igualmente importante no modelo de fonte plana, pois permitiria localizar a origem do eixo transversal (um dos lados da fonte plana) no ponto que determinasse o valor de P.

Entretanto, não há uma maneira definida de calcular-se P e $\Delta\overline{T}_o$. A literatura é pobre neste aspecto. Paile e Sayre usam a equação

$$P = a(Q_e/Q_r) \tag{4.5}$$

sendo

$$a = (\Delta\overline{T}_e/\Delta\overline{T}_o) \tag{4.6}$$

onde

Q_e = vazão do efluente;

Q_r = vazão de água do curso principal;

$\Delta\overline{T}_e$ = diferença entre a temperatura da água quente e a da água fria;

$\Delta\overline{T}_o$ = diferença entre a temperatura da água na origem do sistema e a da água natural

conforme já foi visto no capítulo III

Ao termo "a" chamam coeficiente de difusão inicial para mistura em campo próximo. Como este parâmetro depende de um valor desconhecido de $\Delta\overline{T}_o$, então lhe atribuem um valor empírico que depende, segundo os autores, da orientação da descarga, das características iniciais da pluma térmica e das propriedades do fluxo ambiental.

Neste trabalho procurou-se estudar a relação entre as diversas variáveis e o parâmetro P. Tendo em vista que este parâmetro é uma medida da largura da fonte plana, achou-se razoável considerá-lo proporcional à massa, à velocidade e à temperatura do efluente e inversamente proporcional à massa, à velocidade e à temperatura do curso principal. Ou seja

$$P \alpha\ (M_e V_e \overline{T}_e)\ /\ (M_r V_r \overline{T}_r) \tag{4.7}$$

ou $$P = (M_e V_e \overline{T}_e) \ / \ (M_r V_r \overline{T}_r) \qquad (4.8)$$

Fazendo-se os cálculos para os cinco ângulos de adução, obtiveram-se os valores, apresentados na Tabela 4.1, de aproximadamente 0,5, correspondendo a 0,20m de cada margem. Este ponto foi escolhido, então, para origem do eixo transversal y. Os pontos de medição ficaram distanciados entre si de 0,05m até o meio da canaleta, e de 0,10m a partir daí.

TABELA 4.1 - Valores de P calculados para diferentes ângulos de adução

MODELO	P				
	15º	30º	45º	60º	90º
Fonte Plana	0,54	0,52	0,54	0,52	0,52
Paile e Sayre*	0,51	0,49	0,54	0,52	0,58

* Os números relativos ao modelo de Paile e Sayre foram obtidos a título de curiosidade, tomando os valores de $\Delta\overline{T}_o$ medidos, aplicando-os na equação (4.5).

De posse dos valores de P, calcularam-se as diferenças de temperatura média na origem $\Delta\overline{T}_o$, pela equação

$$\Delta\overline{T}_o = (\Delta\overline{T}_e . Q_e) \ / \ (P.Q_r). \qquad (4.9)$$

como

$$(\Delta\overline{T}) \ / \ (\Delta\overline{T}_o) = (\overline{T}_t - \overline{T}_a) \ / \ (\overline{T}_o - \overline{T}_a) = N \qquad (4.10)$$

então a temperatura teórica em qualquer ponto pôde ser determinada fazendo

$$\overline{T}_t = N.\Delta\overline{T}_o + \overline{T}_a \qquad (4.11)$$

IV.1.1.3 - Determinação do Coeficiente de Difusão

Atualmente não há métodos exatos para calcular o coeficiente de difusão. Sua determinação é feita usualmente com o emprego de traçadores. Neste trabalho efetuaram-se variações em E_y de $0,5 \times 10^{-4}$ m²/s a $3,0 \times 10^{-4}$ m²/s, com incrementos de $0,25 \times 10^{-4}$ m²/s.

A estimativa da ordem de grandeza para empregar a faixa de variação acima foi baseada na equação empírica

$$x_L = 0,4\ (\bar{u}\ L^2)/E_y \tag{4.12}$$

onde

x_L = distância do ponto de lançamento até onde tem início a mistura uniforme na seção transversal;

$\bar{u}$ = velocidade média da corrente principal;

L = distância entre o ponto de velocidade máxima e a margem mais distante.

Esta equação, utilizada por Fischer e outros autores, é apresentada por Barry A. Benedict para estudar o efeito de descargas de poluentes em rios.

IV.1.1.4 - Cálculo da Função Erro Complementar[23]

A função erro complementar foi calculada a partir de duas séries representativas da função erro e sabendo-se que erfc (η) = 1 - erf (η).

$$\text{erfc}\ (\eta) = 1 - \frac{2}{\pi}\left(\eta - \frac{\eta^3}{3} + \frac{\eta^5}{5.2!} - \frac{\eta^7}{7.3!} + \ldots\right) \tag{4.13}$$

para $-1,25 < \eta < 1,25$

$$\operatorname{erfc}(\eta) = \exp(-\eta^2)\,\frac{1}{\eta\sqrt{\pi}}\left(1 - \frac{1}{2\eta^2} + \frac{1.3}{(2\eta^2)^2} - \frac{1.3.5}{(2\eta^2)^3} + \ldots\right) \qquad (4.14)$$

para $\eta \geq |1{,}25|$

O emprego de duas séries foi devido ao fato de cada uma divergir rapidamente do valor verdadeiro à medida que se afasta do intervalo considerado, conforme figura 4.3. O maior erro, em relação aos valores obtidos por meio de integração numérica, foi de 3,3% em $\eta = \pm 1{,}25$.

IV.1.1.5 - Cálculo dos Desvios

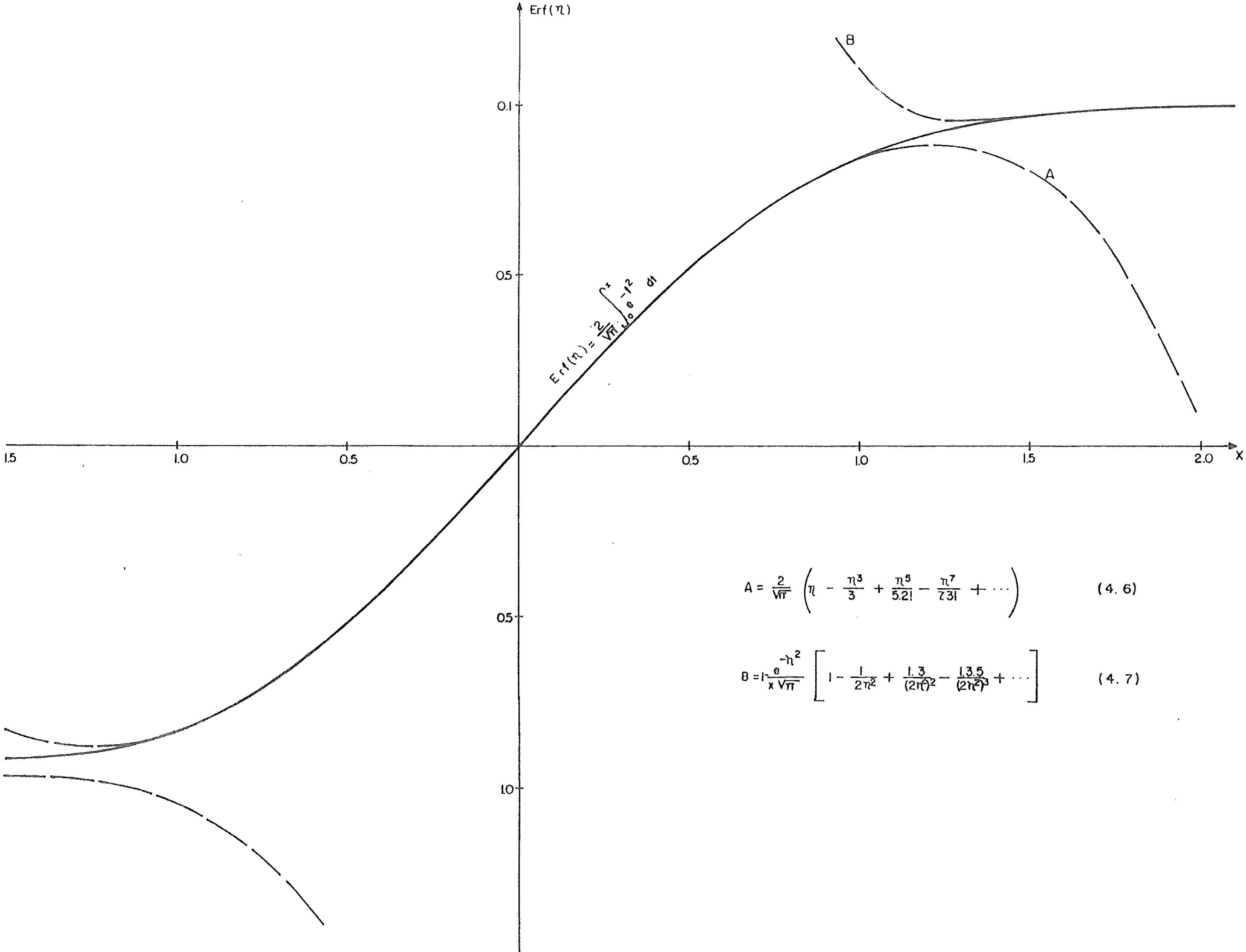
Para cada valor fixado de E_y calcularam-se os valores $(\Delta\bar{\bar{T}}/\Delta\bar{T}_o)_t$ em cada ponto previamente escolhido de uma seção localizada em x. Estes valores teóricos foram comparados com os valores medidos nos mesmos pontos através do desvio quadrado

$$d = [(\Delta\bar{\bar{T}}/\Delta\bar{T}_o)_t - (\Delta\bar{\bar{T}}/\Delta\bar{T}_o)_m]^2 \qquad (4.15)$$

Quando todos os pontos de uma mesma seção eram calculados, fazia-se a soma dos desvios em todos os pontos da referida seção

$$D = \sum_{i=1}^{i=9} d_i \; . \qquad (4.16)$$

A seguir passava-se para outra seção, acrescentando 0,5m a x e se repetiam as operações até a última seção de medição, após a



$$A = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\eta - \frac{\eta^3}{3} + \frac{\eta^5}{5.2!} - \frac{\eta^7}{7.3!} + \cdots\right) \qquad (4.6)$$

$$B = 1 - \frac{e^{-\eta^2}}{x\sqrt{\pi}}\left[1 - \frac{1}{2\eta^2} + \frac{1.3}{(2\eta^2)^2} - \frac{1.3.5}{(2\eta^2)^3} + \cdots\right] \qquad (4.7)$$

FIG. (4.3) - Aproximação da função êrro

qual se mudava o valor de X_{IN}.

Com isto se procurou o coeficiente de difusão E_y e a distância X_{IN} que proporcionassem o menor valor do somatório D_i de todas as seções de medição correspondentes ao mesmo X_{IN}. Isto foi obtido com auxílio de um computador PDP-11 ao qual se apli cou o fluxograma constante dos Apêndices A e B.

IV.1.1.6 - Otimização do Coeficiente de Difusão e da Distância da Fonte Virtual

Para cada valor de X_{IN} foram somados todos os desvios, $\sum_{1}^{8} D_i$ da primeira à última seção. Estes valores foram usados como ordenadas em gráfico que tinha X_{IN} no eixo das abcissas e E_y como parâmetro, conforme figura 4.4.

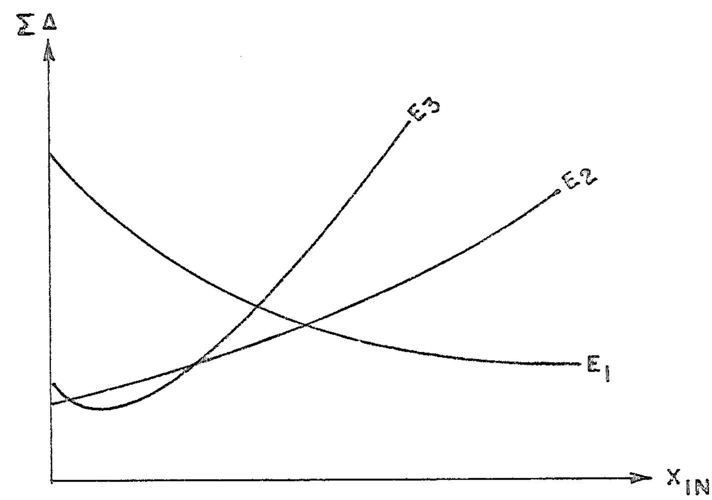


FIG. 4.4 - Otimização do coeficiente de difusão E_y e da distância X_{IN} entre a fonte virtual e a 1ª seção de Medições.

Analisando as curvas resultantes, apresentadas nas figuras (4.5) a (4.9), e particularmente a vizinhança dos seus valores mínimos, obteve-se a tabela 4.2.

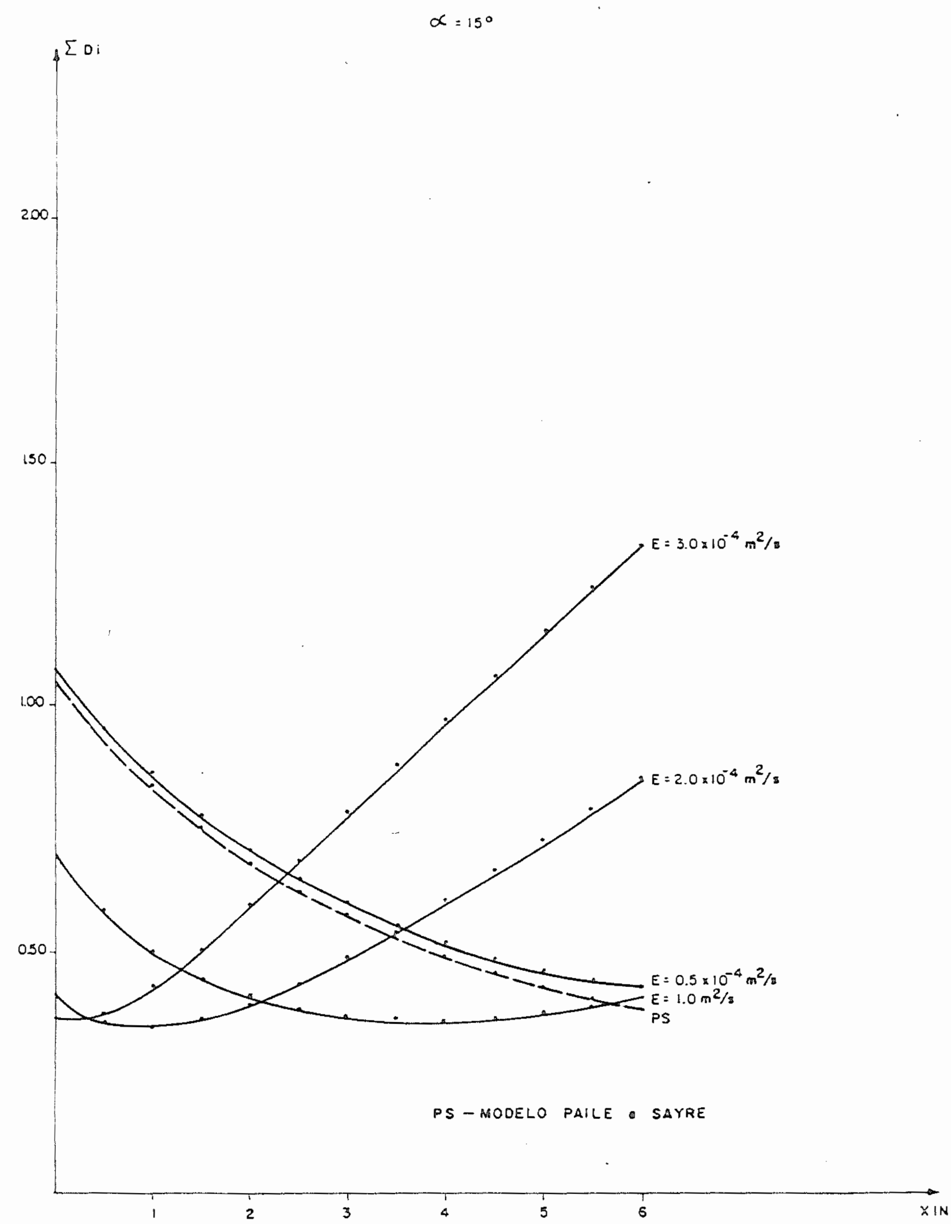


FIG. 4.5 — DESVIOS EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA Xin, PARA DIVERSOS VALORES DE E

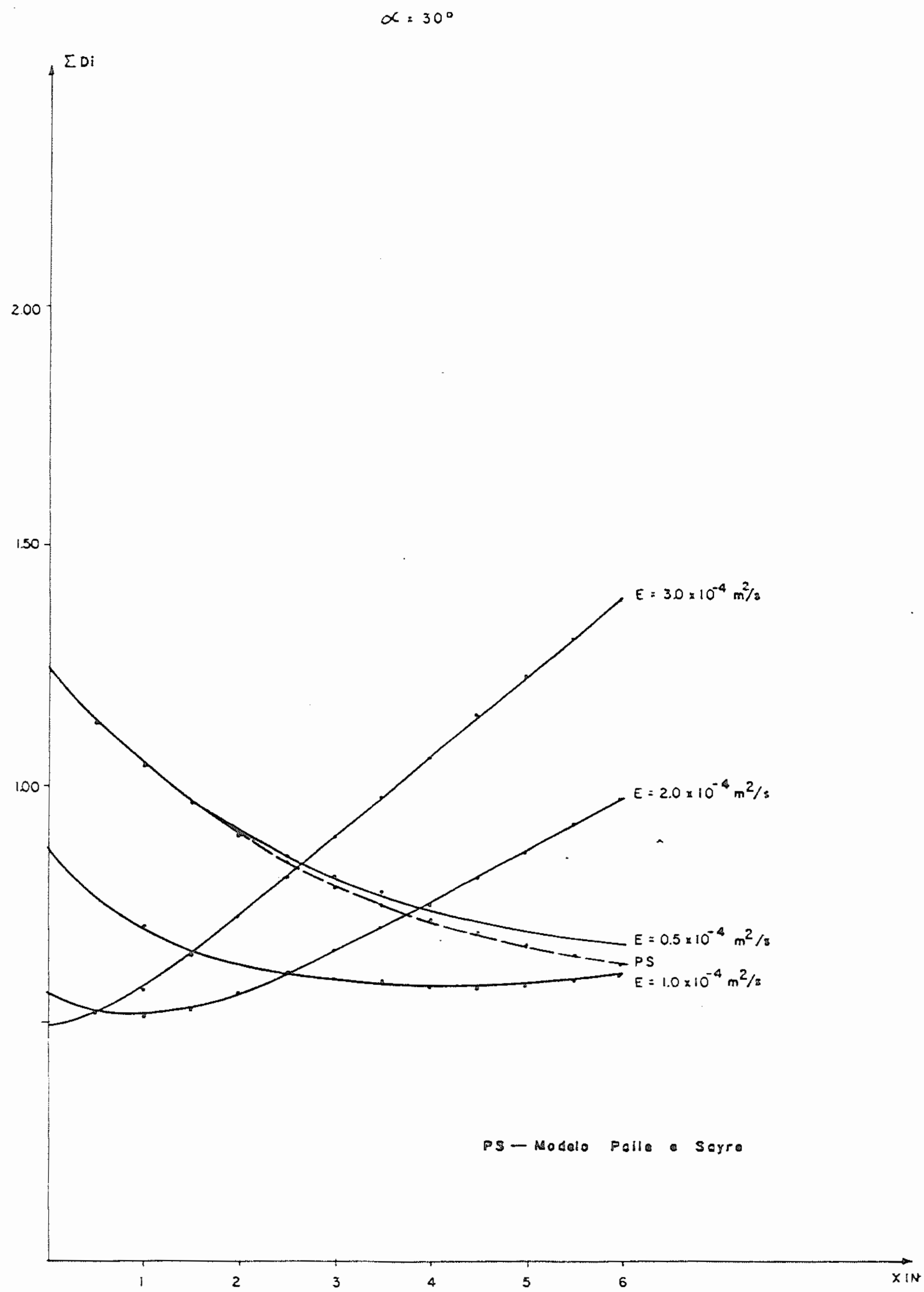


FIG. 4.6 — DESVIOS EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA Xin, PARA DIVERSOS VALORES DE E

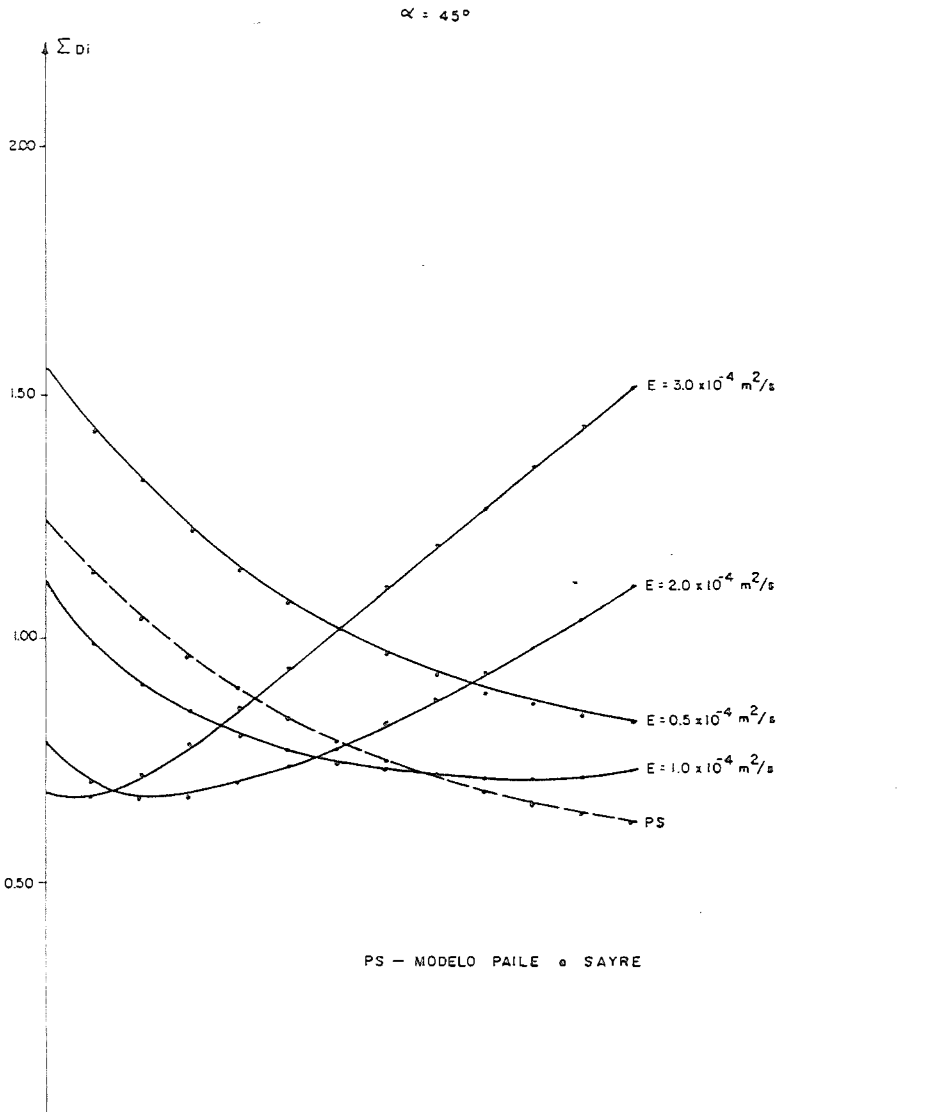


FIG 4 7 — DESVIOS EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA Xin, PARA DIVERSOS VALORES DE E

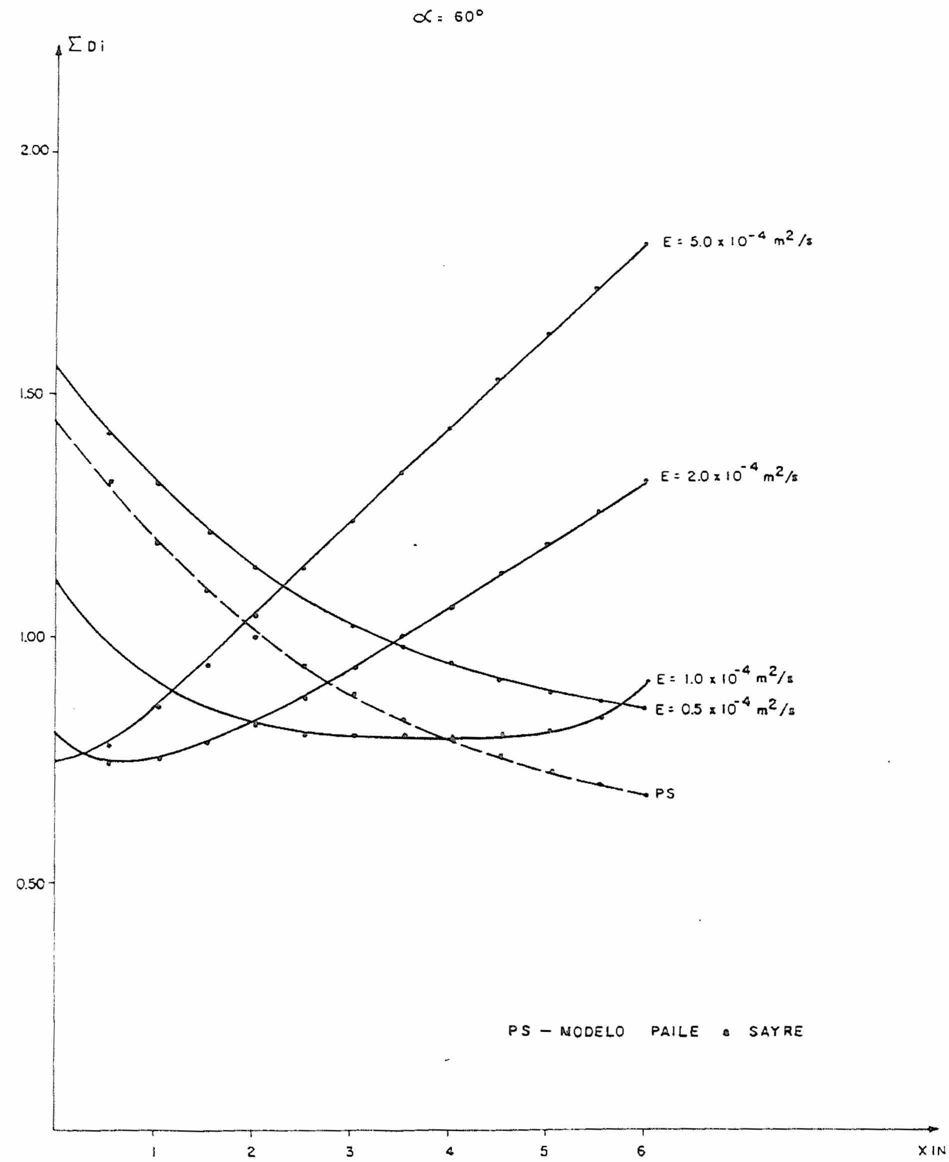


FIG. 4.8 – DESVIOS EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA Xin, PARA DIVERSOS VALORES DE E

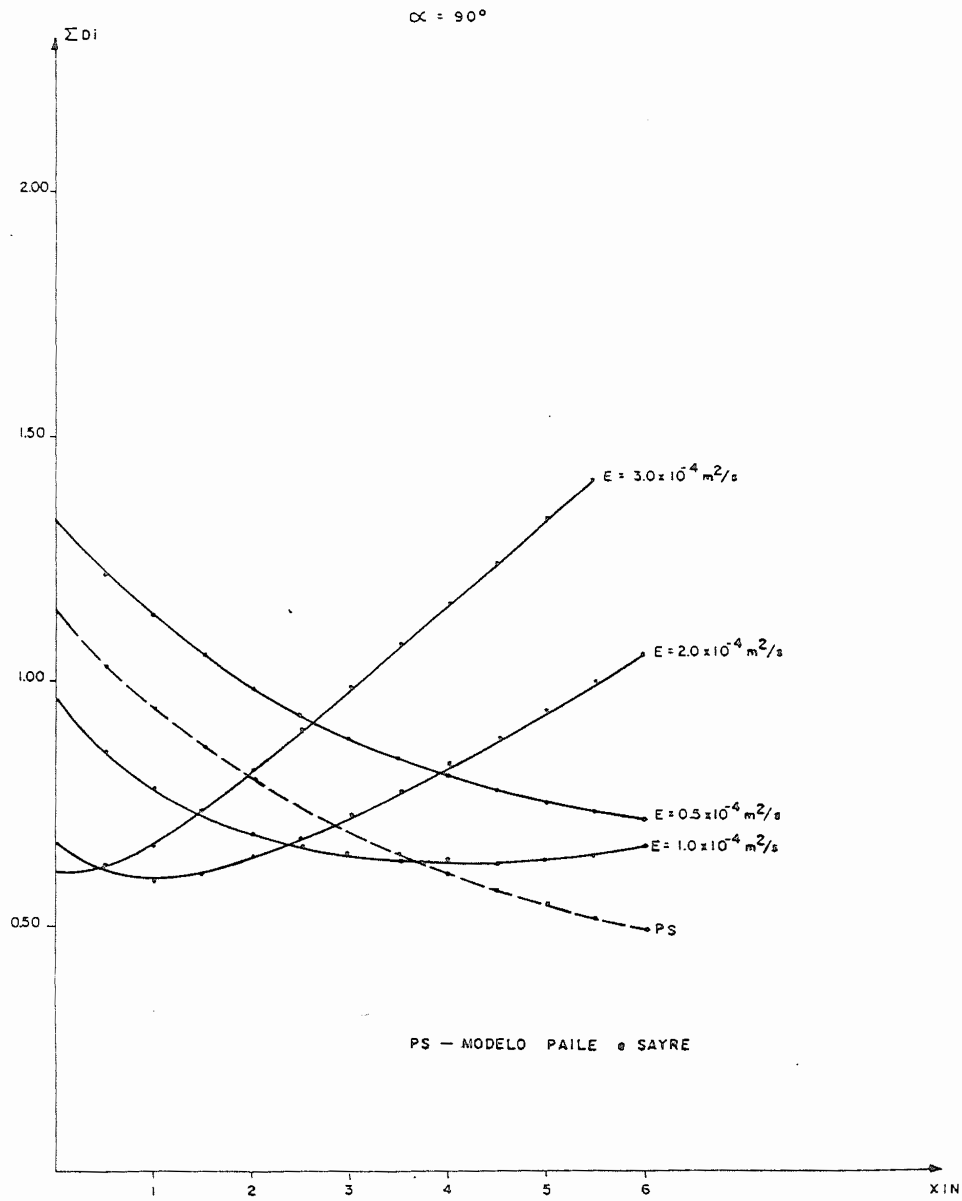


FIG. 4.9 — DESVIOS EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA Xin, PARA DIVERSOS VALORES DE E

TABELA 4.2

OTIMIZAÇÃO DO COEFICIENTE DE DIFUSÃO E DA DISTÂNCIA DA FONTE VIRTUAL

$\alpha = 15^{o}$				$\alpha = 30^{o}$				$\alpha = 45^{o}$			
X_{IN}	E_y	$\Sigma\ \Delta$	ε	X_{IN}	E_y	$\Sigma\ \Delta$	ε	X_{IN}	E_y	$\Sigma\ \Delta$	ε
1,5	$1,5 \times 10^{-4}$	0,33987	0,06%	0	$3,0 \times 10^{-4}$	0,49594	3,6%	0,5	$2,75 \times 10^{-4}$	0,67302	1,4%
1,0	2×10^{-4}	0,34007		1,0	$2,0 \times 10^{-4}$	0,51409		1,0	$2,0 \times 10^{-4}$	0,68261	

$\alpha = 60^{o}$				$\alpha = 90^{o}$			
X_{IN}	E_y	$\Sigma\ \Delta$	ε	X_{IN}	E_y	$\Sigma\ \Delta$	ε
0	$2,75 \times 10^{-4}$	0,75054	0,25%	1	$2,0 \times 10^{-4}$	0,59770	0
1,0	$2,0 \times 10^{-4}$	0,75245					

Unidades: E_y em $m^2\ s^{-1}$; X_{IN} em metros

Verificou-se, então, que os melhores valores para o coeficiente de difusão E_y e para a distância X_{IN} da fonte virtual à primeira seção de medição, eram $2,0 \times 10^{-4}$ m^2/s e 1,0m, respectivamente. Como $X_{IN} = 1,0m$ implica em $x = 1,5$ m, concluiu-se que a fonte virtual podia ser considerada com localização na seção de lançamento e adotando-se a temperatura inicial $\overline{T}_o$ ao invés da temperatura do efluente. Os pequenos erros cometidos são compensados pela comodidade de fixar-se a origem do sistema em seção previamente conhecida.

IV.1.2 - Modelo de Paile e Sayre

Conforme foi visto em (3.20) a distribuição de diferenças de temperaturas pelo modelo de Paile e Sayre é dada por

$$\left(\frac{\Delta\overline{T}}{\Delta T_o}\right) = \left\{\left[F_R \frac{(p + P)}{\sigma_p} - F_R \frac{(p - P)}{\sigma_p} + \sum_{i=1}^{\infty} \left[F_R \frac{(2n + (p+P))}{\sigma_p} - F_R \frac{(2n - (p-P))}{\sigma_p} + F_R \frac{(2n - (p-P))}{\sigma_p} - F_R \frac{(2n + (p-P))}{\sigma_p} \right]\right\} \qquad (4.17)$$

cujos termos foram devidamente definidos no capítulo acima citado.

IV.1.2.1 - Cálculo da Variância

Segundo os autores do modelo em estudo, a variância é definida por

$$\sigma_p = \sqrt{2.D.X} \qquad (4.18)$$

onde o fator de difusão D é obtido empiricamente de acordo com a equação

$$D = \frac{\gamma.n.(g)^{1/2}(\bar{h})^{5/6}}{1,49\ B^2} \qquad (3.31)$$

Os termos acima, também definidos no capítulo citado anteriormente, têm os seguintes valores:

$\gamma = 0,1$

$n = 0,01$

$g = 32,13\ ft/s^2$

$\bar{h} = 0,3018\ ft$

$B = 1,3123\ ft.$

Fazendo as devidas substituições, obteve-se

$$D = 8,15 \times 10^{-4}\ ft^{-1}$$

$$\sigma_p = 4,04 \times 10^{-2} \sqrt{X}$$

IV.1.2.2 - Aplicação do Modelo

Os valores de p variaram de 0 a 1 em incrementos de 0,125. O parâmetro P foi o mesmo utilizado no modelo da fonte plana.

Como se fez na aplicação do modelo anterior, fixou-se uma distância inicial X_{IN} de 1,64 ft (0,5 m) entre a primeira seção de medições e outra seção a montante, onde se supunha poder estar localizada uma fonte virtual.

Calcularam-se as temperaturas nos pontos referentes a cada valor de p , os respectivos desvios parciais d , entre os valores teórico e medido, assim como o somatório D dos desvios para a primeira seção. Fez-se o mesmo para a segunda, e assim por diante, até a última seção quando calculou-se o total dos somatórios D de todas as seções.

A seguir, aumentou-se a distância da fonte, incrementando em 1,64 ft o valor de X_{IN}. Repetiram-se as operações anteriores. Concluindo, repetiram-se os incrementos em X_{IN} que corresponderam a novos cálculos, até que a distância acima atingisse 19,68 ft (6,0 m), conforme fluxograma constante do Apêndice.

Como no caso da fonte plana, pretendeu-se encontrar o menor total de somatórios D e o correspondente valor de X_{IN}. Este valor, então, indicaria o local da fonte virtual.

IV.1.3 - RESULTADOS

Os resultados provenientes de medições, assim como os obtidos por meio da aplicação dos Modelos de Fonte Plana e de Paile & Sayre, são apresentados nas tabelas 4.3 a 4.7 e figuras 4.10 a 4.14, as quais mostram a distribuição das diferenças de temperaturas adimensionais.

Apresentam-se, também, as distribuições de temperatura nas tabelas 4.3.a a 4.7.a as quais constam do apêndice.

Tabela 4.3

Diferenças de Temperaturas Adimensionais

Ângulo de Adução - 15°

$V_r = 0{,}122$ m/s $Q_r = 4{,}472$ l/s $\overline{T}_r = 23{,}51°C$

$V_e = 0{,}790$ m/s $Q_e = 0{,}248$ l/s $\overline{T}_e = 35{,}25°C$

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM		1,00	1,00	0,90	0,74	0,34	0,00	0,00
FP	1,5	1,00	0,99	0,92	0,76	0,50	0,08	0,00
PS		1,00	1,00	1,00	0,92	0,50	0,00	0,00
VM		1,00	1,00	0,80	0,66	0,30	0,00	0,00
FP	2,0	0,99	0,98	0,89	0,73	0,50	0,11	0,01
PS		1,00	1,00	0,99	0,89	0,50	0,01	0,00
VM		1,00	1,00	0,76	0,70	0,34	0,06	0,04
FP	2,5	0,99	0,94	0,87	0,71	0,50	0,13	0,01
PS		1,00	1,00	0,98	0,86	0,50	0,01	0,00
VM		1,00	1,00	0,76	0,70	0,40	0,06	0,02
FP	3,0	0,98	0,93	0,84	0,69	0,50	0,15	0,02
PS		1,00	1,00	0,97	0,84	0,50	0,02	0,00
VM		1,00	1,00	0,72	0,70	0,40	0,14	0,02
FP	3,5	0,98	0,92	0,83	0,68	0,50	0,17	0,02
PS		1,00	1,00	0,97	0,82	0,50	0,03	0,00
VM		1,00	1,00	0,72	0,70	0,46	0,14	0,06
FP	4,0	0,95	0,92	0,81	0,67	0,50	0,19	0,05
PS		1,00	1,00	0,96	0,80	0,50	0,04	0,00

- continua -

Tabela 4.3

continuação

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	4,5	1,00	1,00	0,72	0,70	0,46	0,24	0,14
FP		0,94	0,89	0,80	0,66	0,50	0,20	0,06
PS		1,00	0,99	0,95	0,79	0,50	0,05	0,00
VM	5,0	1,00	1,00	0,78	0,70	0,50	0,34	0,24
FP		0,94	0,88	0,78	0,65	0,50	0,22	0,06
PS		1,00	0,99	0,94	0,78	0,50	0,06	0,00

* VM - Valor Medido

FP - Modelo Fonte Plana

PS - Modelo Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros

p = adimensional

Tabela 4.4

Diferenças de Temperaturas Adimensionais

Ângulo de Adução - 30°

V_r = 0,122 m/s Q_r = 4,475 l/s $\overline{T}_r$ = 24,02°C

V_e = 0,790 m/s Q_e = 0,248 l/s $\overline{T}_e$ = 35,09°C

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	1,5	1,00	1,00	1,00	0,86	0,56	0,06	0,06
FP		1,00	0,99	0,92	0,76	0,50	0,08	0,00
PS		1,00	1,00	1,00	0,92	0,50	0,00	0,00
VM	2,0	1,00	1,00	1,00	0,74	0,56	0,16	0,06
FP		0,99	0,98	0,89	0,73	0,50	0,11	0,01
PS		1,00	1,00	0,99	0,89	0,50	0,01	0,00
VM	2,5	1,00	1,00	0,96	0,66	0,50	0,18	0,06
FP		0,99	0,94	0,87	0,71	0,50	0,13	0,01
PS		1,00	1,00	0,98	0,86	0,50	0,01	0,00
VM	3,0	1,00	1,00	0,90	0,66	0,46	0,26	0,14
FP		0,98	0,93	0,85	0,69	0,50	0,15	0,02
PS		1,00	1,00	0,97	0,84	0,50	0,02	0,00
VM	3,5	1,00	1,00	0,90	0,66	0,50	0,30	0,12
FP		0,98	0,92	0,83	0,68	0,50	0,17	0,02
PS		1,00	1,00	0,97	0,82	0,50	0,03	0,00

- continua -

Tabela 4.4

continuação

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	4,0	1,00	1,00	0,88	0,72	0,60	0,34	0,20
FP		0,95	0,91	0,81	0,67	0,50	0,19	0,05
PS		1,00	0,99	0,96	0,80	0,50	0,04	0,00
VM	4,5	1,00	1,00	0,88	0,66	0,54	0,38	0,30
FP		0,94	0,89	0,80	0,66	0,50	0,20	0,06
PS		1,00	0,99	0,95	0,79	0,50	0,05	0,00
VM	5,0	1,00	1,00	0,90	0,66	0,60	0,40	0,40
FP		0,94	0,88	0,78	0,65	0,50	0,22	0,06
PS		1,00	0,99	0,94	0,78	0,50	0,06	0,00

* VM - Valor Medido

FP - Modelo Fonte Plana

PS - Modelo Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros

p = adimensional

Tabela 4.5

Diferenças de Temperaturas Adimensionais

Ângulo de Adução - 45°

V_r = 0,121 m/s Q_r = 4,445 l/s $\overline{T}_r$ = 24,17°C

V_e = 0,790 m/s Q_e = 0,248 l/s $\overline{T}_e$ = 35,75°C

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,370	0,500	0,750	1,000
VM		1,00	1,00	0,96	0,81	0,51	0,04	0,00
FP	1,5	1,00	0,99	0,92	0,76	0,50	0,08	0,00
PS		1,00	1,00	1,00	0,92	0,50	0,00	0,00
VM		0,98	1,00	0,94	0,74	0,40	0,13	0,00
FP	2,0	0,99	0,98	0,89	0,73	0,50	0,11	0,07
PS		1,00	1,00	0,99	0,89	0,50	0,01	0,00
VM		0,98	0,91	0,89	0,62	0,34	0,15	0,00
FP	2,5	0,99	0,94	0,87	0,71	0,50	0,13	0,00
PS		1,00	1,00	0,98	0,86	0,50	0,01	0,00
VM		1,00	0,94	0,89	0,57	0,34	0,25	0,08
FP	3,0	0,98	0,93	0,85	0,69	0,50	0,15	0,02
PS		1,00	1,00	0,97	0,84	0,50	0,02	0,00
VM		1,00	0,94	0,89	0,57	0,34	0,30	0,21
FP	3,5	0,98	0,92	0,83	0,68	0,50	0,17	0,02
PS		1,00	1,00	0,97	0,82	0,50	0,03	0,00
VM		1,00	0,98	0,94	0,57	0,34	0,30	0,25
FP	4,0	0,95	0,90	0,81	0,67	0,50	0,19	0,05
PS		1,00	0,99	0,96	0,80	0,50	0,04	0,00

- continua -

Tabela 4.5

continuação

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,370	0,500	0,750	1,000
VM		1,00	0,98	0,91	0,62	0,36	0,36	0,32
FP	4,5	0,94	0,89	0,80	0,66	0,50	0,20	0,06
PS		1,00	0,99	0,95	0,79	0,50	0,05	0,00
VM		1,00	0,94	0,91	0,62	0,36	0,36	0,34
FP	5,0	0,94	0,88	0,78	0,65	0,50	0,22	0,06
PS		1,00	0,99	0,94	0,78	0,50	0,06	0,00

* VM - Valor Medido

FP - Modelo Fonte Plana

PS - Modelo Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros

p = adimensional

Tabela 4.6

Diferenças de Temperaturas Adimensionais

Ângulo de Adução - 60°

V_r = 0,124 m/s Q_r = 4,562 l/s $\overline{T}_r$ = 23,61°C

V_e = 0,790 m/s Q_e = 0,248 l/s $\overline{T}_e$ = 35,37°C

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM		1,00	1,00	1,00	0,77	0,43	0,06	0,02
FP	1,5	0,99	0,98	0,92	0,76	0,50	0,08	0,00
PS		1,00	1,00	1,00	0,92	0,50	0,00	0,00
VM		1,00	0,98	0,98	0,71	0,43	0,08	0,02
FP	2,0	0,99	0,98	0,89	0,73	0,50	0,11	0,01
PS		1,00	1,00	0,99	0,89	0,50	0,01	0,00
VM		1,00	0,98	0,98	0,55	0,47	0,08	0,02
FP	2,5	0,99	0,94	0,87	0,71	0,50	0,13	0,01
PS		1,00	1,00	0,98	0,86	0,50	0,01	0,00
VM		1,00	0,98	0,98	0,55	0,47	0,22	0,04
FP	3,0	0,98	0,93	0,85	0,69	0,50	0,15	0,02
PS		1,00	1,00	0,97	0,84	0,50	0,02	0,00
VM		1,00	1,00	0,98	0,55	0,47	0,22	0,04
FP	3,5	0,98	0,92	0,83	0,68	0,50	0,17	0,02
PS		1,00	1,00	0,97	0,82	0,50	0,03	0,00
VM		1,00	0,98	0,98	0,55	0,47	0,40	0,12
FP	4,0	0,95	0,90	0,81	0,67	0,50	0,19	0,05
PS		1,00	0,99	0,96	0,80	0,50	0,04	0,00

- continua -

Tabela 4.6

continuação

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	4,5	1,00	0,98	0,98	0,55	0,47	0,47	0,26
FP		0,94	0,89	0,80	0,66	0,50	0,20	0,06
PS		1,00	0,99	0,95	0,79	0,50	0,05	0,00
VM	5,0	1,00	1,00	0,94	0,61	0,53	0,53	0,37
FP		0,94	0,88	0,78	0,65	0,50	0,21	0,06
PS		1,00	0,99	0,94	0,78	0,50	0,06	0,00

* VM - Valor Medido

FP - Modelo Fonte Plana

PS - Modelo Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros

p = adimensional

Tabela 4.7

Diferenças de Temperaturas Adimensionais

Ângulo de Adução - 90°

V_r = 0,123 m/s Q_r = 4,530 l/s $\overline{T}_r$ = 23,97°C

V_e = 0,790 m/s Q_e = 0,248 l/s T_e = 35,17°C

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM		1,02	0,93	0,90	0,78	0,48	0,09	0,00
FP	1,5	1,00	0,98	0,92	0,76	0,50	0,08	0,00
PS		1,00	1,00	1,00	0,92	0,50	0,00	0,00
VM		1,00	1,00	0,90	0,74	0,48	0,09	0,07
FP	2,0	0,99	0,98	0,89	0,73	0,50	0,11	0,01
PS		1,00	1,00	0,99	0,89	0,50	0,01	0,00
VM		1,00	1,00	0,90	0,78	0,55	0,21	0,07
FP	2,5	0,99	0,94	0,87	0,71	0,50	0,13	0,01
PS		1,00	1,00	0,98	0,86	0,50	0,01	0,00
VM		1,00	1,00	0,90	0,78	0,55	0,28	0,07
FP	3,0	0,98	0,93	0,84	0,69	0,50	0,15	0,02
PS		1,00	1,00	0,97	0,84	0,50	0,02	0,00
VM		1,00	0,98	0,90	0,78	0,55	0,31	0,09
FP	3,5	0,98	0,92	0,83	0,68	0,50	0,17	0,02
PS		1,00	1,00	0,97	0,82	0,50	0,03	0,00
VM		1,00	1,00	0,88	0,69	0,55	0,38	0,09
FP	4,0	0,95	0,90	0,81	0,67	0,50	0,19	0,05
PS		1,00	0,99	0,96	0,80	0,50	0,04	0,00

- continua -

Tabela 4.7

continuação

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	4,5	1,00	1,00	0,86	0,69	0,55	0,36	0,19
FP		0,94	0,89	0,80	0,66	0,50	0,20	0,06
PS		1,00	0,99	0,95	0,79	0,50	0,05	0,00
VM	5,0	1,00	1,00	0,74	0,67	0,57	0,55	0,21
FP		0,94	0,88	0,78	0,65	0,50	0,21	0,06
PS		1,00	0,99	0,94	0,78	0,50	0,06	0,01

* VM - Valor Medido

FP - Modelo Fonte Plana

PS - Modelo Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros

p = adimensional

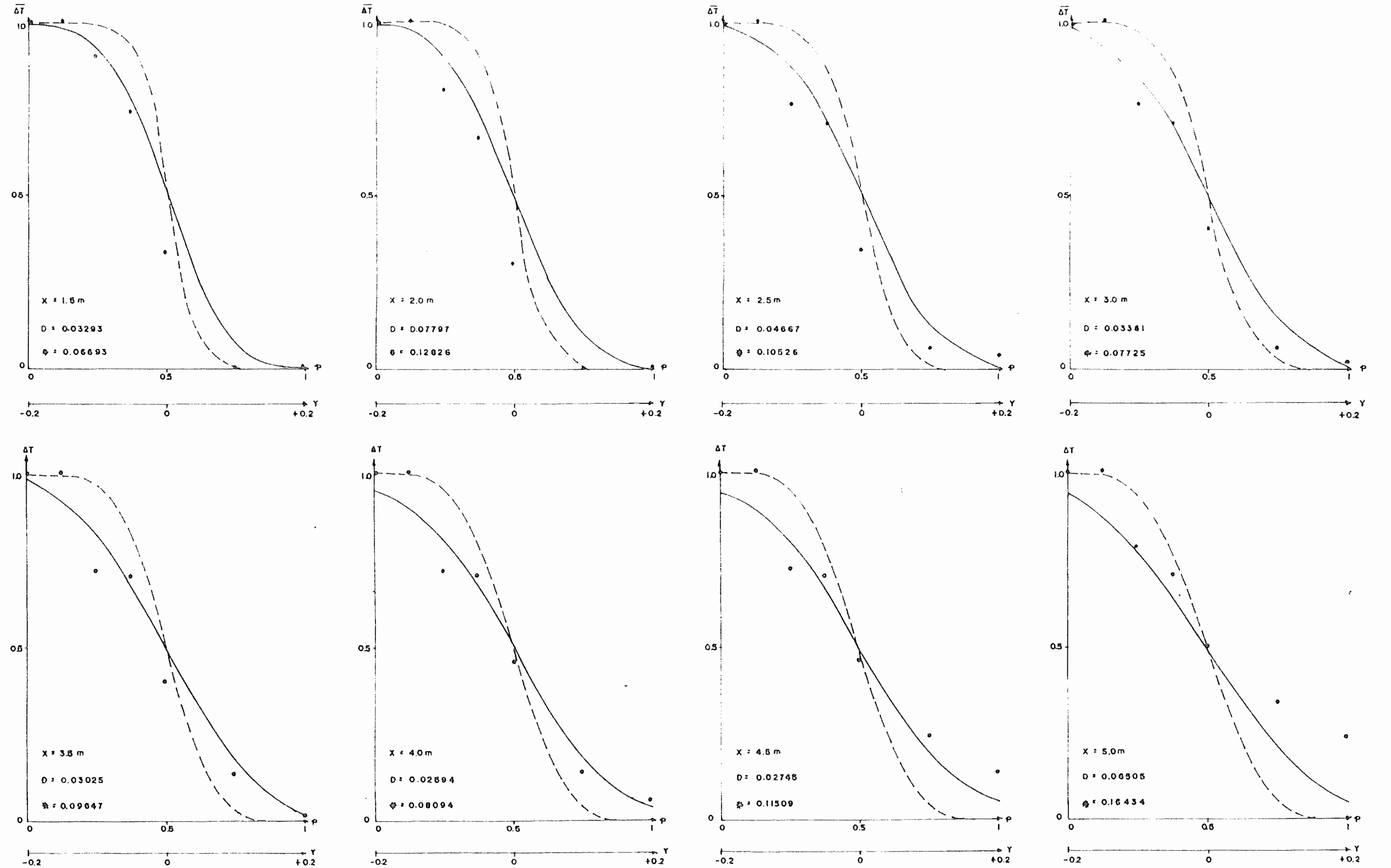


FIG. (4.10) - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS ADIMENSIONAIS $(\bar{T}-\bar{T}_o)/(\bar{T}_o-\bar{T}_o)$, PARA $\alpha = 15°$

——— FONTE PLANA
- - - - PAILE E SAYRE

D - DESVIOS RELATIVOS AO MODELO DA FONTE PLANA
Φ - DESVIOS RELATIVOS AO MODELO PAILE E SAYRE
• - VALORES MEDIDOS

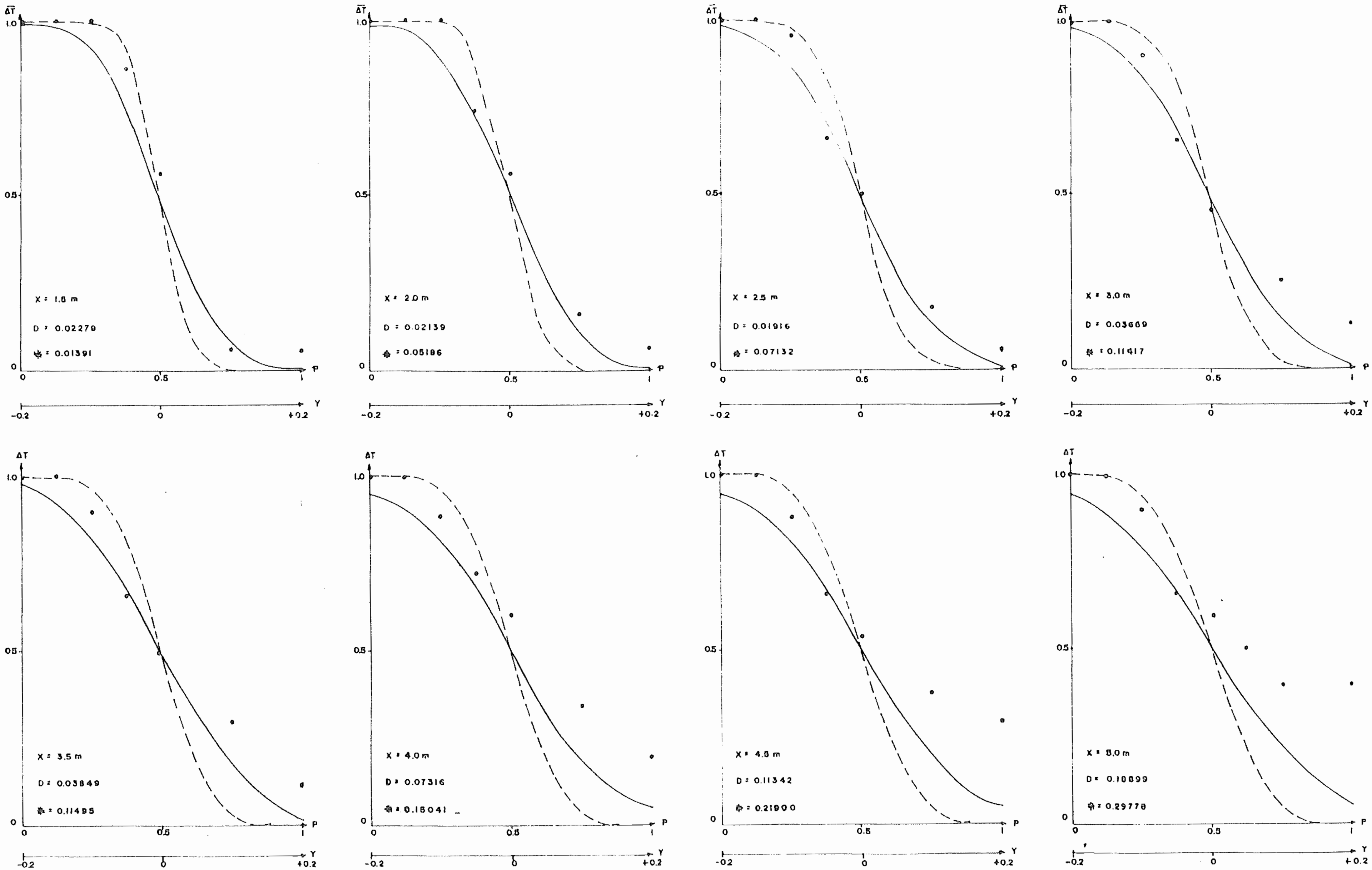


FIG.(4.11) - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS ADIMENSIONAIS $(\bar{T}-\bar{T}o)/(\bar{T}a-\bar{T}o)$, PARA $\alpha = 30°$

——— FONTE PLANA
– – – – PAILE E SAYRE

D - DESVIOS RELATIVOS AO MODELO DA FONTE PLANA
✱ - DESVIOS RELATIVOS AO MODELO PAILE E SAYRE
• - VALORES MEDIDOS

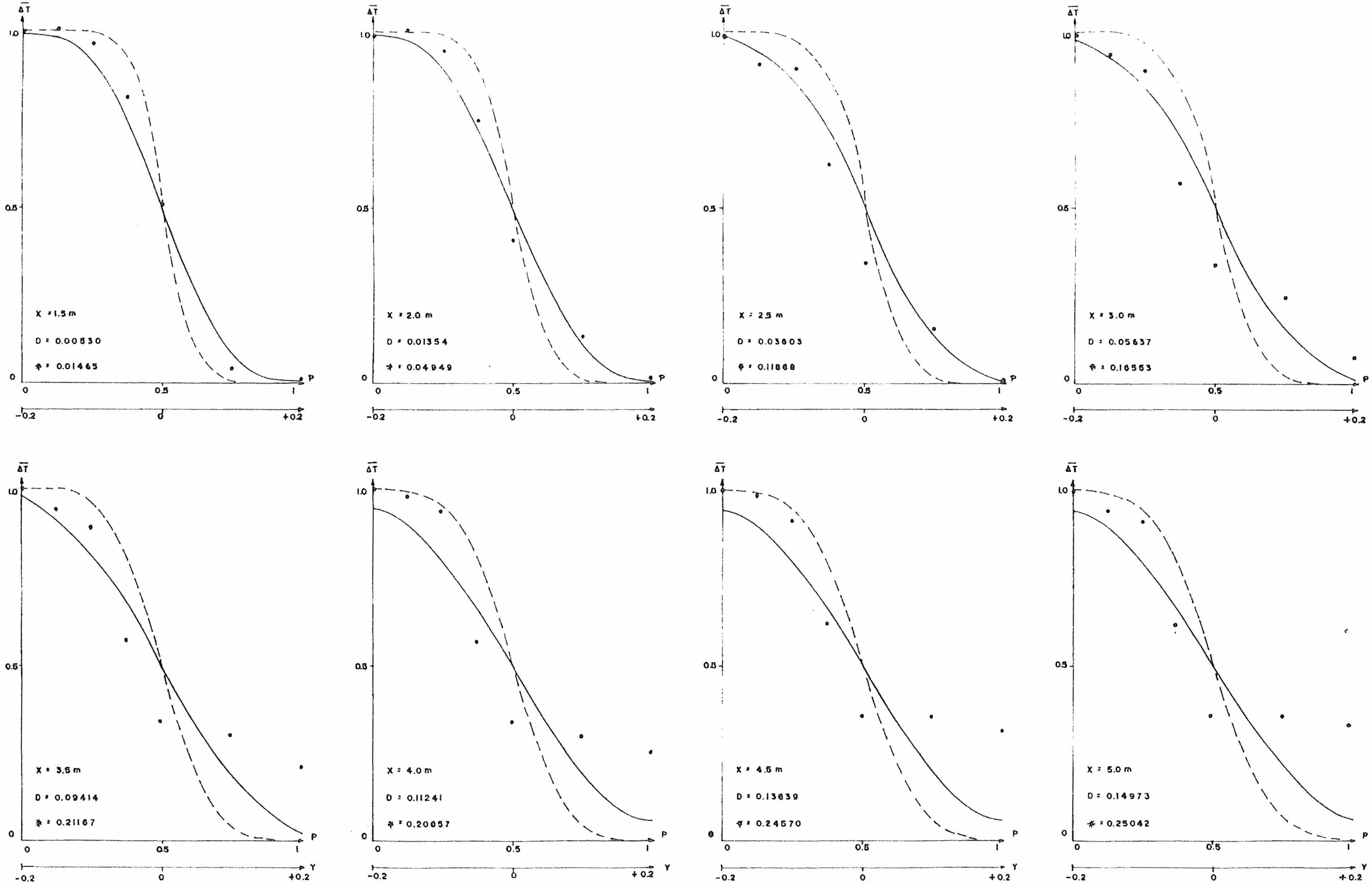


FIG. (4.12) - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS ADIMENSIONAIS $(\bar{T}-\bar{T}a)/(\bar{T}o-\bar{T}a)$, PARA $\alpha = 45°$

——— FONTE PLANA
- - - - - PAILE E SAYRE

D - DESVIOS RELATIVOS AO MODELO DA FONTE PLANA
ψ - DESVIOS RELATIVOS AO MODELO PAILE E SAYRE
• - VALORES MEDIDOS

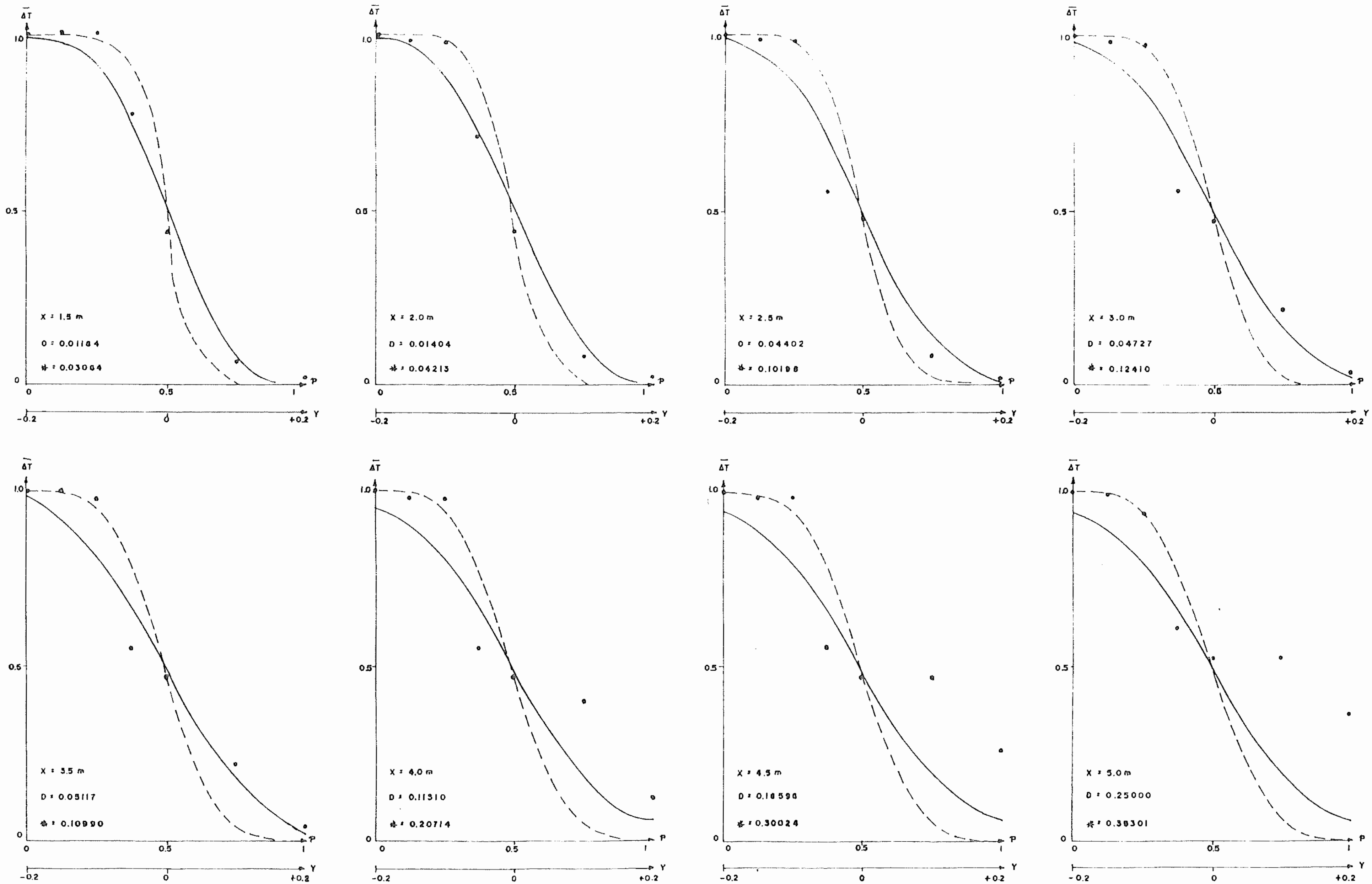


FIG. (4.13) - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS ADIMENSIONAIS $(\bar{T}-\bar{T}a)/(\bar{T}o-\bar{T}a)$, PARA $\alpha = 60°$

——— FONTE PLANA D - DESVIOS RELATIVOS AO MODELO DA FONTE PLANA
– – – – PAILE E SAYRE * - DESVIOS RELATIVOS AO MODELO PAILE E SAYRE

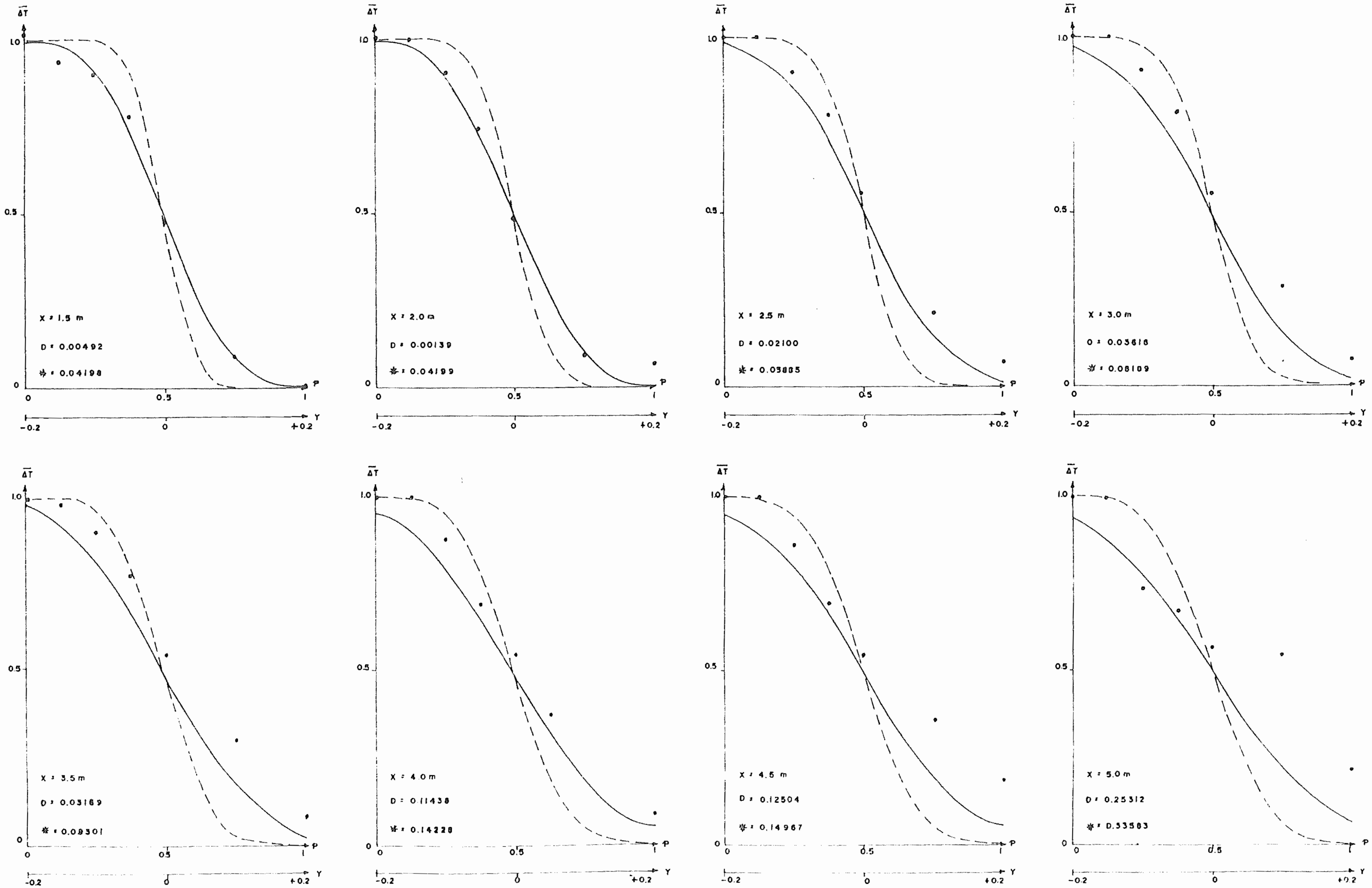


FIG (4.14) - DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURAS ADIMENSIONAIS $(\overline{T}-\overline{T}a)/(\overline{T}o-\overline{T}a)$, PARA $\alpha = 90°$

——— FONTE PLANA
- - - - - PAILE E SAYRE

D - DESVIOS RELATIVOS AO MODELO DA FONTE PLANA
* - DESVIOS RELATIVOS AO MODELO PAILE E SAYRE
• - VALORES MEDIDOS

IV.1.4 - Conclusões

IV.1.4.1 - Fonte Plana

A partir de $x = 0,15$ m começaram a surgir perfís de temperatura com os valores máximos variando de modo irregular em cada seção. Estas irregularidades são fenômenos próprios de "Região de Campo Próximo", onde ocorrem as misturas provocadas pelos jatos de água quente em água fria. Na análise desprezou-se esta parte e começou-se a partir da seção onde ocorreu a estabilidade dos referidos perfís de temperatura.

Para todos os ângulos estudados estes perfís se estabilizaram a 1,5 m da seção de lançamento, coincidindo com o valor teórico otimizado da distância entre a primeira seção de medições e a fonte virtual. Os perfís apresentaram características do modelo representado por (4.3). Foi tomada, então, para aquele valor de x, a temperatura junto à margem de adução como sendo a da origem do sistema. Os valores medidos de $\overline{T}_o$ comparados com os valores teóricos, calculados através de (4.9), apresentaram diferenças percentuais de 0,15%, 0,30%, 0%, 0,1% e 0,6%, para os ângulos de 15^o, 30^o, 45^o, 60^o e 90^o, respectivamente. As figuras (4.10) a (4.14) mostram os perfís adimensionais de temperatura correspondentes a cada seção de medições, a partir de $x = 1,5$ m. Além disso, indicam os pontos de medições e a soma dos desvios quadrados calculados por meio da equação (4.16) em cada seção.

A maior diferença entre os valores teóricos e medi dos foi de 2,1% em um único ponto. Nos demais foram muito inferiores.

Os resultados mostraram que a origem do sistema pode ser considerada na seção de lançamento, localizando-se o valor inicial de y com base na fração P conforme equação (4.8) e calculando-se a diferença de temperatura $\Delta\overline{T}_o$ de acordo com (4.9). Este método tem a vantagem de utilizarem-se tão somente valores conhecidos do curso d'água principal e do efluente, para calcularem-se os parâmetros acima.

Para a adução feita a 15^o, verificou-se que a soma dos desvios quadrados D em cada seção oscilaram em torno de um valor médio igual a 0,04251.

Para os demais ângulos observou-se um crescimento rápido daquela soma a partir de 3,5 m do ponto de lançamento.

Verificou-se, também, que há uma tendência de os desvios aumentarem com o ângulo de adução. Esta afirmação se baseia no fato de a soma dos desvios de todas as seções, para cada ângulo, haver aumentado com o referido ângulo, até 60^o.

Isto se deve ao fato de o modelo, previsto para meio semi-infinito, estar sendo usado em um meio onde há fronteira que pode se constituir em fonte refletora. À medida em que se afasta da origem a pluma térmica mais se aproxima da margem oposta. E, uma vez atingida esta, devem ocorrer aí, os maiores desvios. Com efeito, os maiores desvios individuais foram encontrados na margem oposta ou na sua vizinhança, e cresceram com x. No lançamento a 15^o, quase paralelo ao escoamento principal, a pluma deve encontrar a margem oposta a uma distância maior que nos demais casos.

Observaram-se, ainda, pequenos desvios junto a margem de lançamento, os quais cresceram com a extensão do escoamento principal. Entretanto, não atingiram 0,5% do valor teórico da temperatura $\overline{T}_o$.

IV.1.4.2 - Modelo Paile e Sayre

Analisando os resultados através dos gráficos e tabelas obtidos, observou-se o seguinte:

a) os desvios são maiores que os resultantes da fonte plana, para todas as distâncias da fonte virtual;
b) os desvios decrescem à medida em que aumenta a distância da fonte virtual;
c) para uma fonte virtual localizada a 6,0 m a montante da primeira seção de medição, os desvios ainda eram maiores que os desvios proporcionados pelo modelo de fonte plana;
d) os valores teóricos se aproximaram mais dos valores medidos nos pontos próximos da margem de lançamento do que os valores obtidos através do outro modelo;
e) os valores teóricos se afastaram mais dos valores medidos nos pontos distantes da margem de lançamento do que no caso da fonte plana;
f) as temperaturas junto às margens variam muito pouco com x.

As curvas teóricas, correspondentes à fonte virtual localizada na seção de lançamento, são mostradas nas figuras (4.10) a (4.14), juntamente com as curvas obtidas através do mo delo de fonte plana.

IV.1.5 - Sugestões

Não obstante os resultados obtidos, pretende o autor continuar as pesquisas pois, embora a maior diferença entre as temperaturas teórica e medida tenha sido da ordem de 2% nas experiências de laboratório, convém modificar o modelo de fonte plana para habilitá-lo a prever distribuições de poluentes em meios com fontes refletivas. Também o modelo de Paile & Sayre, ao que parece, deve sofrer modificações pelo mesmo motivo.

Estudos mais apurados devem ser realizados para consolidar o método de determinação da fração P apresentado na equação (4.8).

IV.2 - EXPERIÊNCIAS DE CAMPO

O presente trabalho foi prejudicado por alguns fatores citados a seguir:

. Prazo

Havia um prazo determinado para devolver o caminhão, cedido pela Prefeitura do Campus em detrimento de algumas atividades específicas. Embora o referido prazo houvesse sido prorrogado enquanto foi possível, havia a preocupação de devolvê-lo o quanto antes.

. Combustível

Os aumentos constantes no preço do óleo diesel só permitiram a compra de uma quantidade de combustível bem inferior à definida quando da elaboração do projeto, cuja aprovação demorou cerca de um ano.

. Funcionamento da Caldeira

A caldeira utilizada trabalha ciclicamente do ponto de vista de alimentação de água. O controle é feito por dois níveis diferentes. Quando o nível inferior da água é atingido, a bomba é ligada, passando a alimentar a caldeira, até ser alcançado o nível superior quando então a mesma bomba se desliga e cessa o abastecimento de água. Portanto, quando a caldeira recebia água fria a pressão e a temperatura caiam e, em consequência, a temperatura da água de lançamento também diminuia. Ocorria o contrário quando o abastecimento da caldeira cessava. Este funcionamento cíclico tinha os períodos dependentes das vazões de vapor. Vazões maiores implicavam em menores intervalos de tempo para abastecimento da caldeira. Procurou-se por tentativas, otimizar a vazão buscando aquela que mais se aproximasse de um regime permanente. Esta vazão, infelizmente, foi muito pequena em relação à do rio.

. Condições Climáticas

Quando chovia se tornava impraticável trabalhar no local porque além da elevação do nível do rio, as margens se tornavam escorregadias e pouco firmes, prejudicando o necessário deslocamento do pessoal responsável pelas medições.

. Conserto da Barragem

Na época da pesquisa, a CESP se viu obrigada a abrir a comporta da Barragem do Broa a fim de baixar o nível e consertar uma falha na parede. Durante esse período não foi possível trabalhar. Após o conserto aquela empresa atendeu o pedido feito no sentido de regular a comporta, mantendo o nível desejado no Ribeirão do Lobo.

. Instrumentação

Seria interessante que se dispusesse, neste tipo de trabalho, de instrumentação automática, registrando em vários canais as temperaturas nos diversos pontos. Todavia, não houve recursos para isto.

Os fatores mencionados impossibilitaram a permanência no campo durante um período maior e em condições de colher informações mais precisas.

Todavia, os valores obtidos dão uma indicação do comportamento dos modelos, reforçando a convicção de estudar-se um caso real durante um período conveniente e com instrumentação mais adequada.

IV.2.1 - Modelo de Fonte Plana

O programa de computação referente à fonte plana, utilizado nas experiências de laboratório e denominado POLU 2, foi modificado para processar os dados de campo, originando assim o programa POLU 4 que consta do Apêndice.

IV.2.1.1 - Localização da Fonte Virtual

Variou-se a localização da fonte virtual, considerando-a inicialmente à meia distância entre a primeira seção de medições e o ponto de lançamento do poluente. A seguir, seis destes intervalos foram tomados na direção contrária ao escoamento principal, correspondendo a um total de sete fontes virtuais.

IV.2.1.2 - Estimativa dos Coeficientes de Difusão

Para estimar a faixa de variação de E_y, tomou-se a equação (4.12), ou seja

$$X_L = 0{,}4 \; (\bar{u} \, L^2) / E_y$$

onde

$$X_L = 20 \text{ m}$$

$$L = 4 \text{ m}$$

$$\bar{u} = 0{,}23 \text{ m/s}$$

substituindo, obteve-se

$$E_y = 753 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

Fez-se uma variação do coeficiente de difusão desde $E_y = 200 \times 10^{-4}$ m^2/s até $E_y = 1500 \times 10^{-4}$ m^2/s, com incrementos de 100×10^{-4} m^2/s.

IV.2.1.3 - Origem do Sistema e Temperatura Inicial

A origem do sistema, com relação à margem, foi localizada de acordo com a equação (4.8). A temperatura na origem, ΔT_o, foi calculada conforme a equação (4.9). Os valores respectivos se encontram no cabeçalho das tabelas (4.10) a (4.14).

IV.2.2 - MODELO DE PAILE & SAYRE

Para aplicar este modelo, fez-se outro programa de computação denominado POLU 7, baseado no programa POLU 2 utilizado anteriormente na experiência de laboratório.

IV.2.2.1 - Cálculo da Variância σ_p

De acordo com a equação (4.18), $\sigma_p = \sqrt{2DX}$

O fator de difusão transversal D, conforme foi visto, pôde ser calculado por meio da equação (3.31), ou seja

$$D = \frac{\alpha n \sqrt{g}\ (\bar{d})^{5/6}}{1,49\ B^2}$$

sendo

$\gamma = 0,1$

$B = 26,25$ ft

$n = 0.029$

$\bar{d} = 3,07$ ft

Efetuando as devidas substituições, obteve-se

$D = 0,42 \times 10^{-4} ft^{-1}$

Finalmente, a variância procurada resultou em

$\sigma_p = 0,009 \sqrt{X}$

IV.2.2.2 - Aplicação do Modelo

O valor de P, calculado de acordo com a equação(4.8), foi igual a 0.015, representando uma pequena largura da fonte na origem do sistema, em relação à largura total do rio.

As diferenças de temperatura média na origem $\Delta\bar{T}_o$ foram calculadas conforme a equação (4.9) e constam das tabelas

(4.10) a (4.14).

Fez-se p variar de 0 a 1, com incrementos de 0,125, correspondendo a cada metro de largura do rio.

Como no caso da fonte plana, consideraram-se fontes virtuais cada vez mais distantes da primeira seção de medições. Começou-se localizando a primeira daquelas fontes entre o local de lançamento e a referida seção. A seguir tomaram-se seis outras fontes, formando assim um conjunto de sete, igualmente espaçadas.

Valores obtidos através deste modelo, correspondentes a uma fonte virtual coincidente com o local de adução, encontram-se nas tabelas (4.10) a (4.14), juntamente com os valores medidos e com os resultantes da aplicação do modelo da fonte plana.

Como nos casos anteriores, fixou-se uma fonte e calculou-se o desvio para cada valor de p, a soma desses desvios em uma mesma seção e, finalmente, a soma dos desvios de todas as seções. A seguir, aumentou-se a distância da fonte virtual, e as operações foram repetidas. Os desvios assim obtidos são apresentados na figura (4.21) que mostra o comportamento do modelo ora analisado.

IV.2.3 - RESULTADOS

Os resultados obtidos com a aplicação dos dois mode los teóricos e através de medições, são apresentadas nas tabelas 4.8 a 4.14. As figuras 4.15 a 4.20, também são mostradas a se guir.

Tabela 4.8

Cálculo dos Desvios em Função do Coeficiente de Difusão e da Distância da Fonte Virtual.

a) Ângulo de Adução = 15^{O}

X_{IN} \ E	0,0600 m^2/s	0,0700 m^2/s	0,0800 m^2/s	0,0900 m^2/s	0,1000 m^2/s
1,45	0,1636	0,1752	0,1882	0,2017	0,2183
2,90	0,1519	0,1704	0,1908	0,2128	0,2355
4,35	0,1594	0,1867	0,2130	0,2432	0,2716
5,80	0,1782	0,2094	0,2445	0,2780	0,3137
7,25	0,1990	0,2386	0,2769	0,3175	0,3577
8,70	0,2246	0,2674	0,3105	0,3578	0,3995
10,15	0,2493	0,2972	0,3468	0,3958	0,4415

b) Ângulo de Adução = 30^{O}

X_{IN} \ E	0,0600 m^2/s	0,0700 m^2/s	0,0800 m^2/s	0,0900 m^2/s	0,1000 m^2/s
1,25	0,1520	0,1244	0,1531	0,1293	0,1624
2,50	0,1308	0,1073	0,1411	0,1265	0,1633
3,75	0,1255	0,1105	0,1484	0,1354	0,1754
5,00	0,1301	0,1169	0,1577	0,1515	0,1962
6,25	0,1356	0,1280	0,1739	0,1715	0,2178
7,50	0,1447	0,1423	0,1908	0,1889	0,2426
8,75	0,1567	0,1569	0,2103	0,2136	0,2679

Unidade: X_{IN} em metro

c) Ângulo de Adução = 60^{o}

E / X_{IN}	0,0600 m^2/s	0,0700 m^2/s	0,0800 m^2/s	0,0900 m^2/s	0,1000 m^2/s
0,95	0,1892	0,1806	0,1775	0,1777	0,1748
1,90	0,1481	0,1432	0,1331	0,1373	0,1428
2,85	0,1213	0,1163	0,1199	0,1263	0,1350
3,80	0,1048	0,1079	0,1151	0,1226	0,1307
4,75	0,0986	0,1027	0,1139	0,1231	0,1379
5,70	0,0938	0,1046	0,1145	0,1307	0,1482
6,65	0,0949	0,1047	0,1216	0,1399	0,1624

d) Ângulo de Adução = 90^{o}

E / X_{IN}	0,0600 m^2/s	0,0700 m^2/s	0,0800 m^2/s	0,0900 m^2/s	0,1000 m^2/s
0,82	0,1615	0,1580	0,1574	0,1598	0,1601
1,65	0,1227	0,1209	0,1199	0,1210	0,1290
2,47	0,0969	0,0970	0,1031	0,1171	0,1221
3,30	0,0833	0,0899	0,0989	0,1108	0,1249
4,13	0,0781	0,0879	0,1006	0,1105	0,1272
4,95	0,0776	0,0876	0,1005	0,1185	0,1376
5,78	0,0765	0,0923	0,1080	0,1286	0,1501

Unidade: X_{IN} em metro

Tabela 4.9

Erros Percentuais dos Desvios, considerando a Fonte Virtual no local de lançamento

α \ E	0,0600 m^2/s	0,0700 m^2/s	0,0800 m^2/s	0,1000 m^2/s
15^o	0,0	0,0	1,4	-
30^o	2,4	0,5	0,0	-
60^o	40,0	13,2	9,5	2,2
90^o	36,8	2,7	8,0	1,6

Tabela 4.10

Diferenças de Temperaturas Adimensionais

Ângulo de Adução = 15^{o}

V_r = 0,23 m/s Q_r = 1842 l/s $\overline{T}_r$ = 22,25°C

V_e = 1,00 m/s Q_e = 4,47 l/s $\overline{T}_e$ = 35,37°C

P ≃ 0,015 E = 0,06 m^2/s $\Delta\overline{T}_o$ = 1,35°C

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	0	1	2	3	4	6	8
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,00
VM	2,90	0,76	0,26	0,07	0,05	0,04	0,04	0,00
FP		0,50	0,21	0,06	0,01	0,00	0,00	0,00
PS		0,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	5,40	0,63	0,24	0,13	0,07	0,00	0,00	0,00
FP		0,50	0,27	0,12	0,02	0,01	0,00	0,00
PS		0,31	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	10,40	0,54	0,28	0,11	0,07	0,05	0,00	0,00
FP		0,50	0,33	0,19	0,10	0,05	0,00	0,00
PS		0,22	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	20,40	0,54	0,28	0,13	0,09	0,05	0,00	0,00
FP		0,50	0,38	0,27	0,18	0,11	0,02	0,00
PS		0,16	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

* VM - Valor Medido
FP - Fonte Plana
PS - Modelo Paile & Sayre
Unidades: x em metros
y em metros
p = adimensional

Tabela 4.11

Diferenças de Temperaturas Adimensionais

Ângulo de Adução = 30^{o}

$V_r = 0,23$ m/s $\quad Q_r = 1842$ l/s $\quad \overline{T}_r = 21,24^{o}C$

$V_e = 1,00$ m/s $\quad Q_e = 4,47$ l/s $\quad \overline{T}_e = 29,46^{o}C$

$P \simeq 0,015$ $\quad E = 0,06$ m^2/s $\quad \Delta\overline{T}_o = 1,33^{o}C$

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	0	1	2	3	4	6	8
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,00
VM	2,50	0,70	0,19	0,11	0,09	0,06	0,04	0,04
FP		0,50	0,19	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00
PS		0,44	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	5,00	0,70	0,28	0,15	0,13	0,06	0,06	0,02
FP		0,50	0,27	0,11	0,02	0,01	0,00	0,00
PS		0,32	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	10,00	0,49	0,25	0,15	0,09	0,09	0,09	0,00
FP		0,50	0,33	0,19	0,09	0,05	0,00	0,00
PS		0,23	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	20,00	0,46	0,30	0,19	0,13	0,11	0,04	0,00
FP		0,50	0,38	0,27	0,17	0,11	0,02	0,00
PS		0,16	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

* VM - Valor Medido

FP - Fonte Plana

PS - Modelo Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros ; p = adimensional

Tabela 4.12

Diferenças de Temperaturas Adimensionais

Ângulo de Adução = 45°

V_r = 0,23 m/s Q_r = 1842 l/s $\overline{T}_r$ = 20,99°C

V_e = 1,00 m/s Q_e = 4,47 l/s $\overline{T}_e$ = 29,23°C

P ≃ 0,015 E = 0,10 m^2/s $\Delta\overline{T}_o$ = 1,33°C

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	0	1	2	3	4	6	8
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,00
VM	2,20	0,55	0,36	0,19	0,13	0,11	0,02	0,00
FP		0,50	0,23	0,08	0,01	0,00	0,00	0,00
PS		0,46	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	4,70	0,61	0,45	0,21	0,15	0,11	0,00	0,00
FP		0,50	0,31	0,16	0,07	0,02	0,01	0,00
PS		0,33	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	9,70	0,47	0,34	0,23	0,15	0,13	0,02	0,00
FP		0,50	0,36	0,24	0,15	0,09	0,02	0,00
PS		0,23	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	19,70	0,47	0,30	0,19	0,17	0,13	0,09	0,00
FP		0,50	0,31	0,23	0,17	0,11	0,08	0,02
PS		0,16	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

* VM - Valor Medido

FP - Fonte Plana

PS - Modelo Payle & Sayre

Unidades: x em metros ; y em metros

p = adimensional

Tabela 4.13

Diferenças de Temperaturas Adimensionais

Ângulo de Adução = 60°

V_r = 0,23 m/s　　Q_r = 1842 l/s　　$\bar{T}_r$ = 21,06°C

V_e = 1,00 m/s　　Q_e = 4,47 l/s　　$\bar{T}_e$ = 29,61°C

P ≃ 0,015　　E = 0,08 m^2/s　　$\Delta\bar{T}_o$ = 1,38°C

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	0	1	2	3	4	6	8
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,00
VM	1,90	0,68	0,31	0,15	0,09	0,05	0,04	0,00
FP		0,50	0,19	0,05	0,01	0,00	0,00	0,00
PS		0,49	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	4,40	0,53	0,26	0,15	0,13	0,11	0,05	0,00
FP		0,50	0,28	0,13	0,05	0,01	0,00	0,00
PS		0,34	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	9,40	0,55	0,38	0,20	0,13	0,07	0,04	0,00
FP		0,50	0,35	0,21	0,12	0,06	0,00	0,00
PS		0,24	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	19,40	0,53	0,33	0,16	0,09	0,07	0,04	0,00
FP		0,50	0,39	0,29	0,21	0,14	0,06	0,01
PS		0,17	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

* VM - Valor Medido

FP - Fonte Plana

PS - Modelo Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros

p = adimensional

Tabela 4.14

Diferenças de Temperaturas Adimensionais

Ângulo de Adução = 90°

V_r = 0,23 m/s　　Q_r = 1842 l/s　　$\bar{T}_r$ = 20,96°C

V_e = 1,00 m/s　　Q_e = 4,47 l/s　　$\bar{T}_e$ = 29,18°C

P ≃ 0,015　　E = 0,08 m^2/s　　$\Delta\bar{T}_o$ = 1,33°C

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	0	1	2	3	4	6	8
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,00
VM	1,65	0,66	0,32	0,13	0,08	0,06	0,04	0,00
FP		0,50	0,17	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00
PS		0,53	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	4,15	0,53	0,28	0,13	0,11	0,09	0,04	0,00
FP		0,50	0,27	0,12	0,05	0,01	0,00	0,00
PS		0,35	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	9,15	0,51	0,32	0,17	0,09	0,06	0,06	0,00
FP		0,50	0,35	0,21	0,12	0,06	0,01	0,00
PS		0,24	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
VM	19,15	0,49	0,32	0,19	0,09	0,08	0,02	0,00
FP		0,50	0,39	0,29	0,20	0,13	0,06	0,01
PS		0,17	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

* VM - Valor Medido
FP - Fonte Plana
PS - Modelo Paile & Sayre

Unidades: x em metros; y em metros
p = adimensional

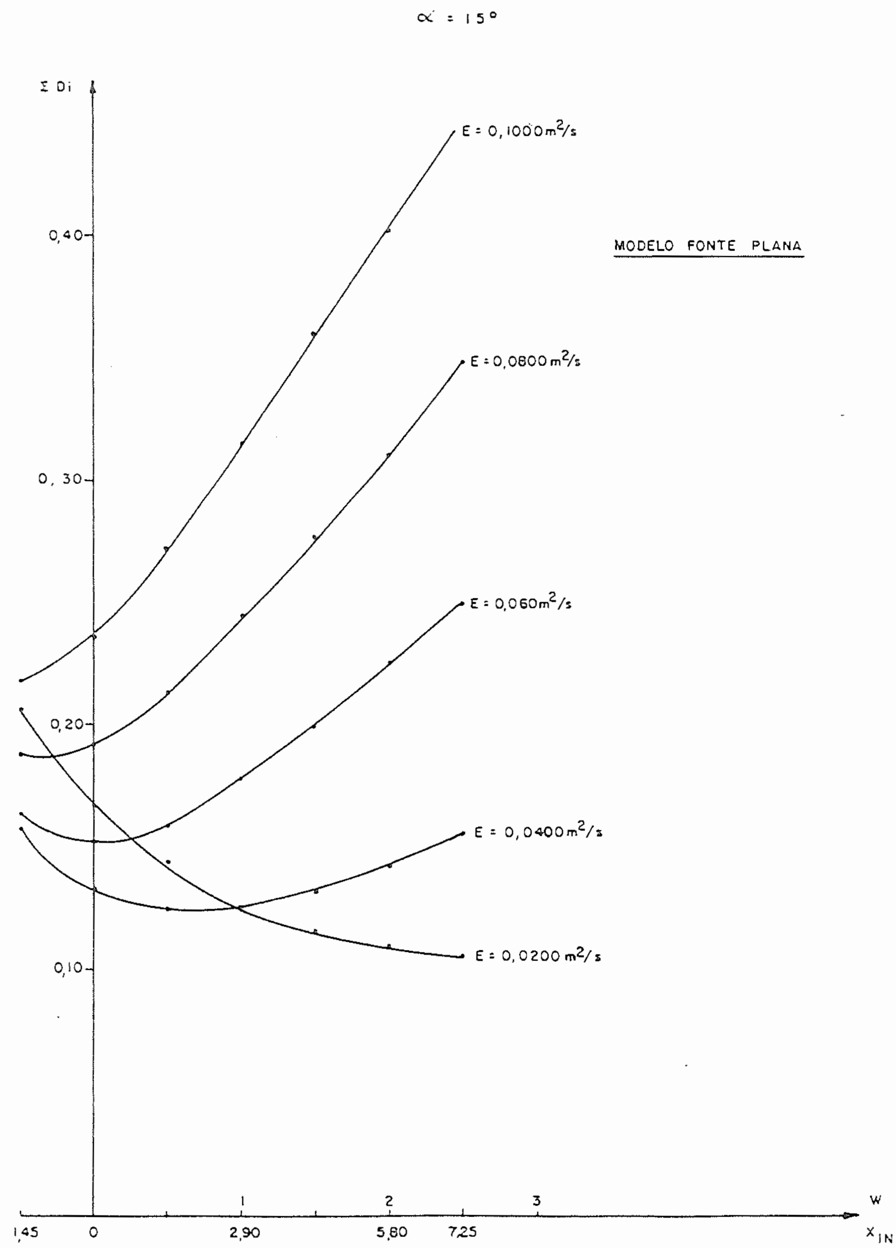


FIG. 4.15 – DESVIOS EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA X PARA DIVERSOS VALORES DE E_Y

– EXPERIÊNCIA DE CAMPO

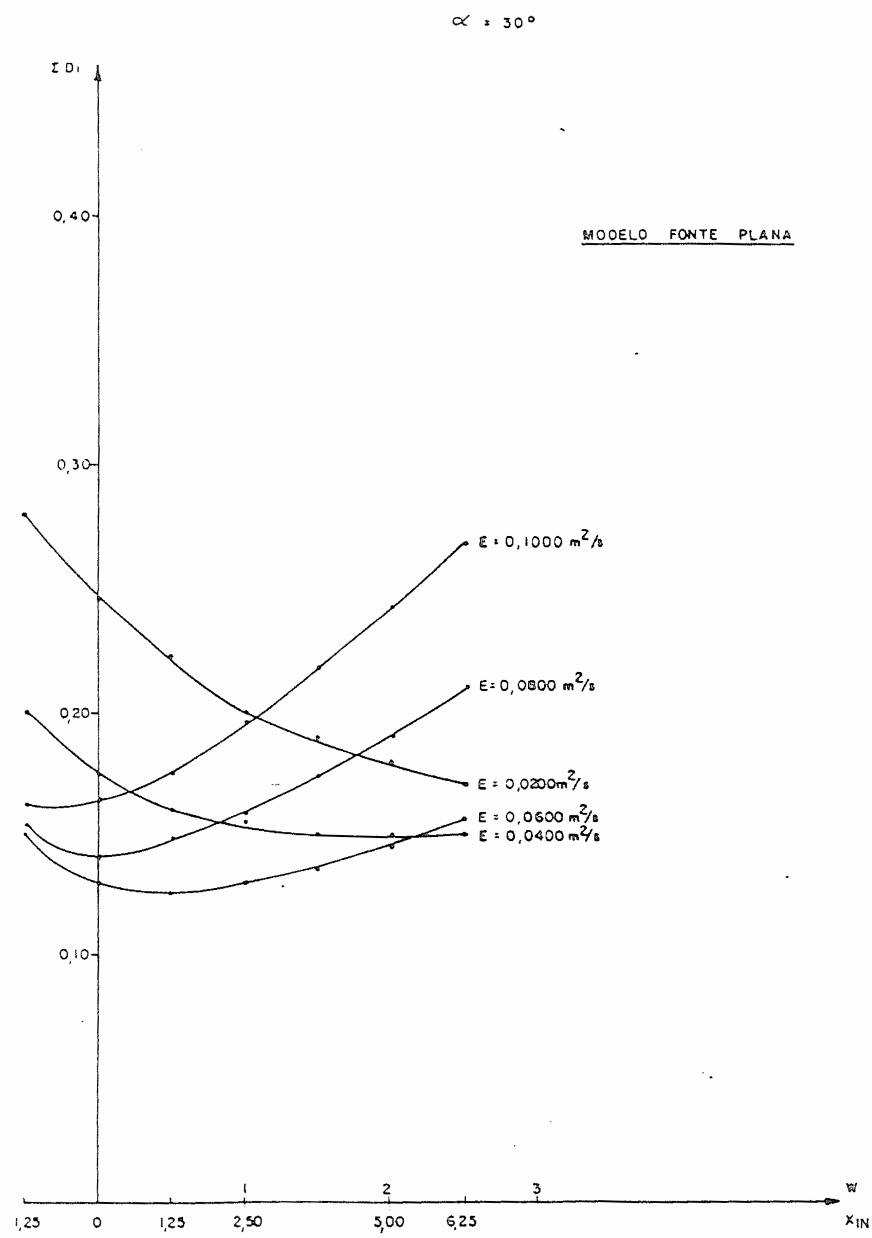


FIG. 4.16 – DESVIOS EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA X PARA DIVERSOS VALORES DE E_Y

– EXPERIÊNCIA DE CAMPO

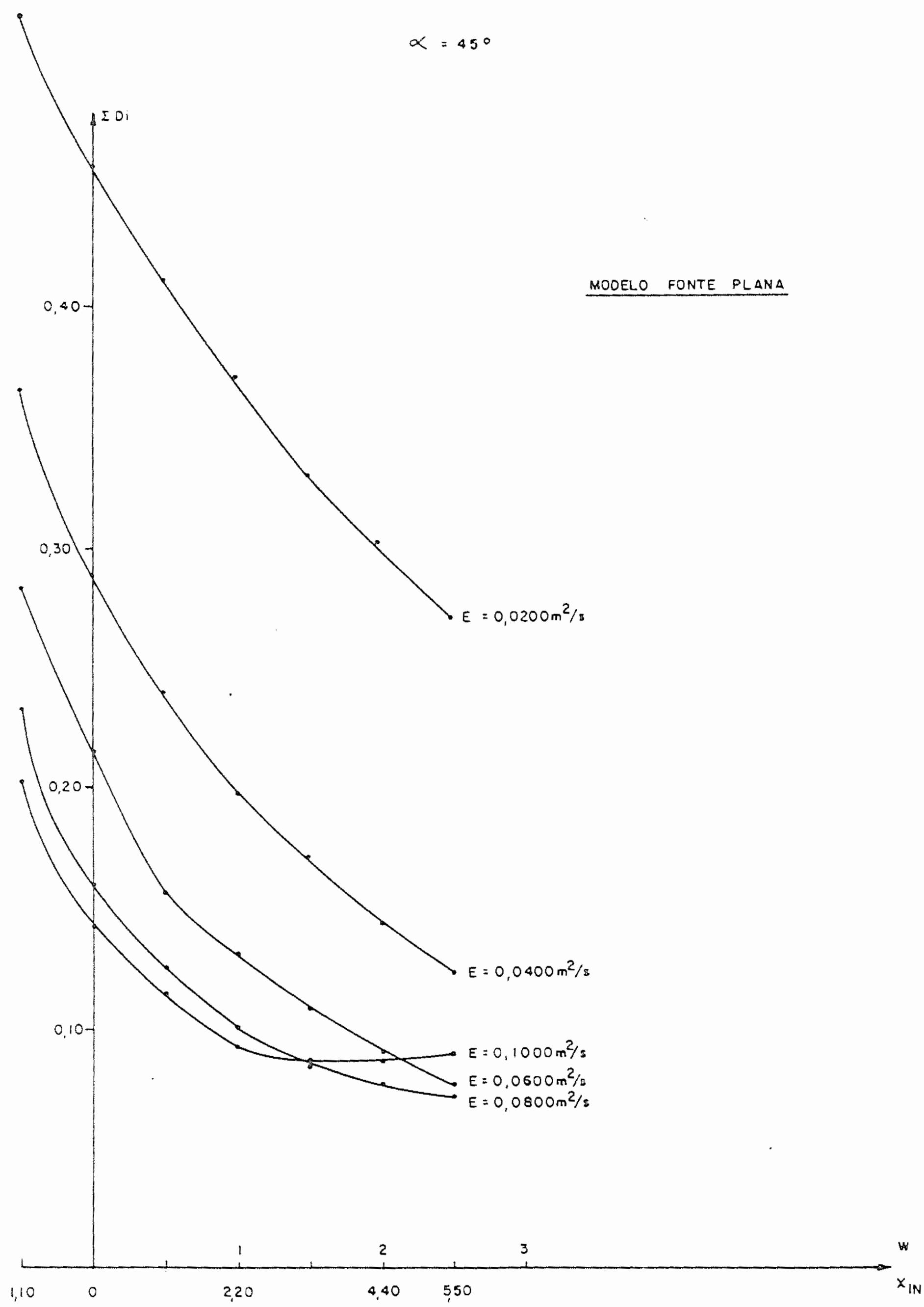


FIG. 4. 17 — DESVIOS EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA X PARA DIVERSOS VALORES DE E_Y

— EXPERIÊNCIA DE CAMPO

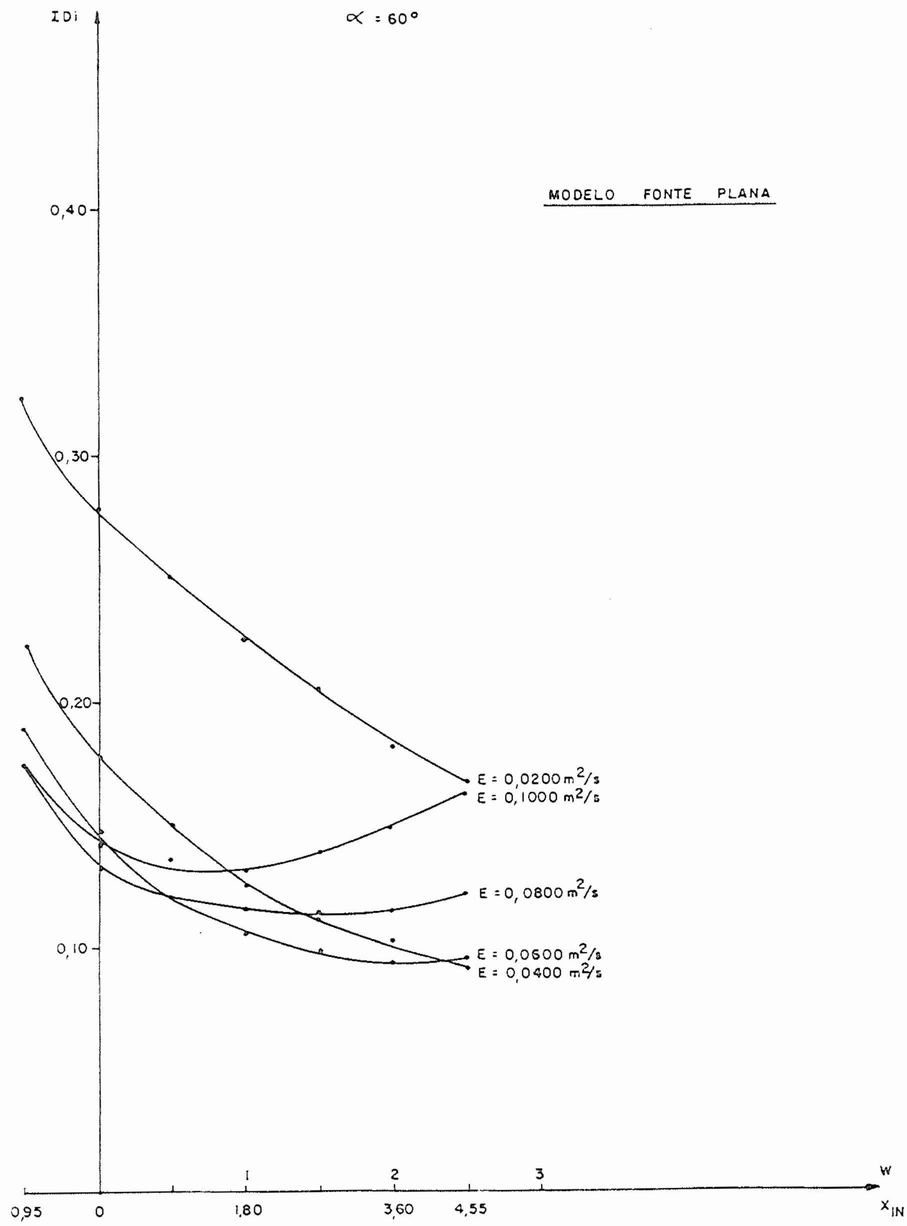


FIG. 4 18 – DESVIOS EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA X PARA DIVERSOS VALORES DE Ey
— EXPERIÊNCIA DE CAMPO

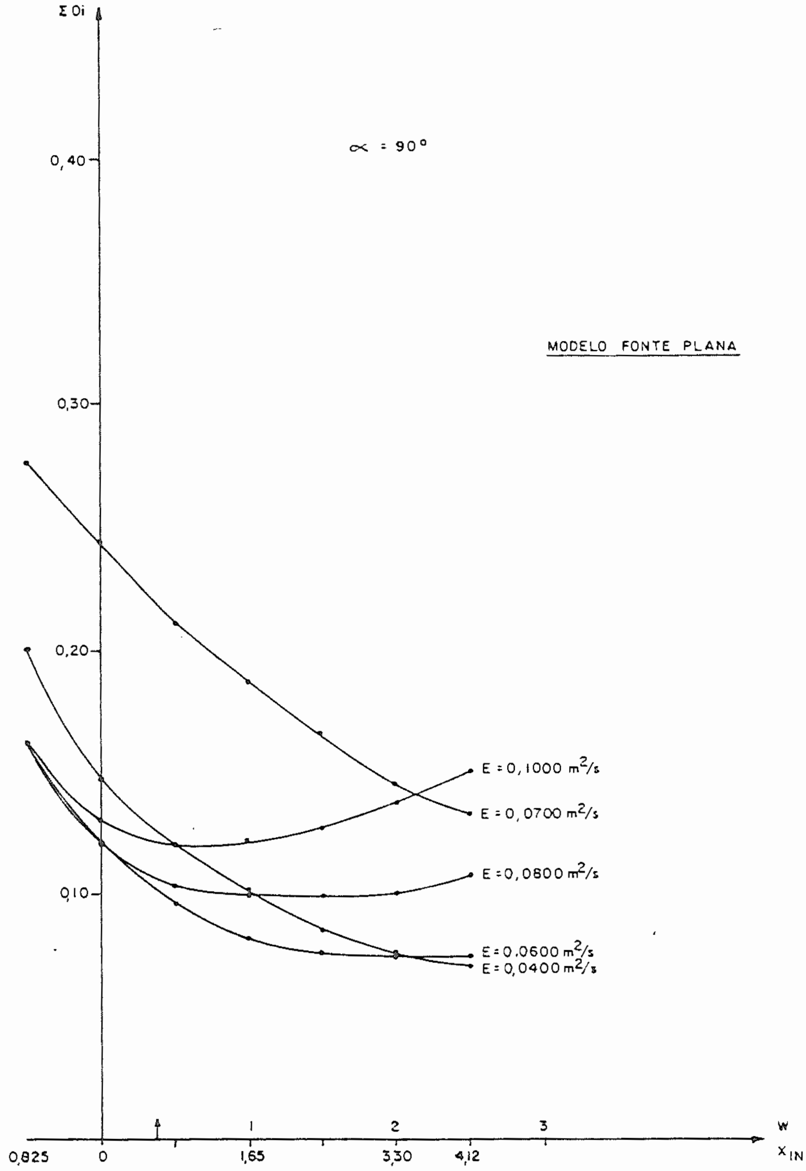


FIG. 4.19 — DESVIOS EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA x PARA DIVERSOS VALORES DE E_y

— EXPERIÊNCIA DE CAMPO

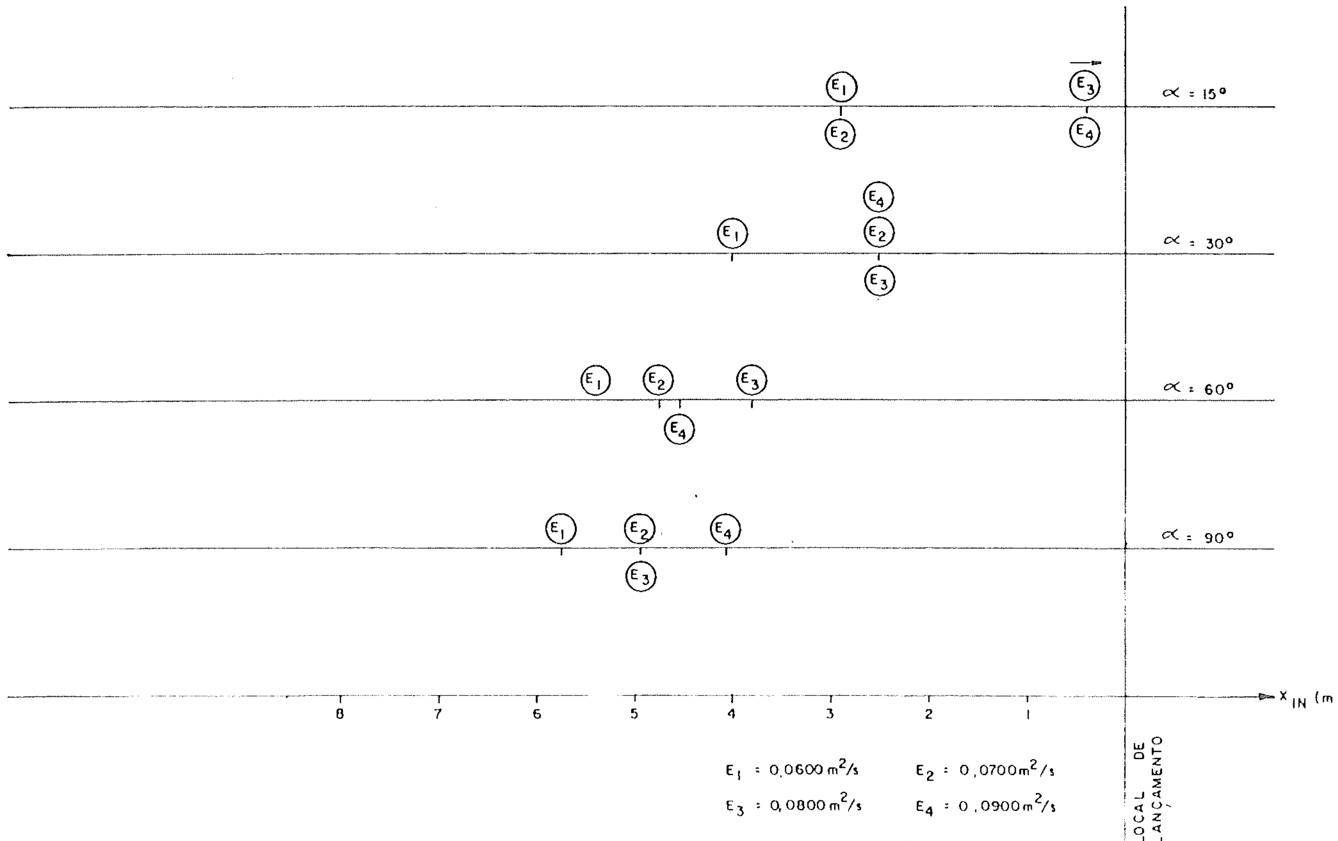


FIG 4.20 – VARIACAO DA LOCALIZACAO DA FONTE VIRTUAL EM FUNÇÃO DO COEFICIENTE DE DIFUSÃO

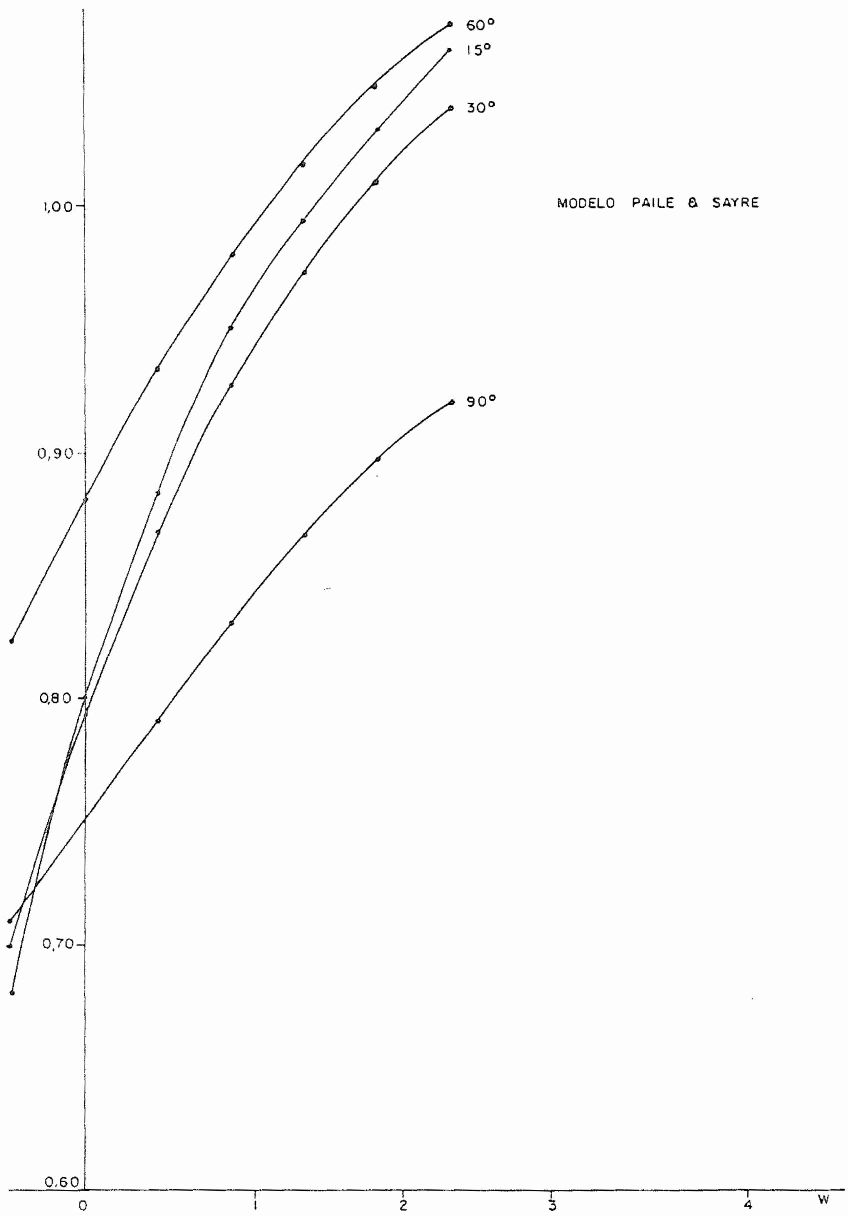


FIG. 4.21 – DESVIOS EM FUNÇÃO DA DISTÂNCIA X DA FONTE VIRTUAL
– EXPERIÊNCIA DE CAMPO

IV.2.4 - CONCLUSÕES

IV.2.4.1 - Modelo da Fonte Plana

O ângulo de 45^o não foi considerado na presente análise em virtude de os resultados indicarem a possibilidade de ter havido entradas interferentes que provocaram um comportamento bastante diferente dos demais.

Algumas matrizes obtidas dos cálculos de computador são apresentadas na tabela 4.8 para facilitar a análise.

As figuras 4.15 a 4.19 mostram gráficos de desvios totais versus distância da fonte virtual, tendo os coeficientes de difusão como parâmetros.

Observando os referidos gráficos, verificam-se curvas sempre crescentes ou sempre decrescente, cujo formato indica um valor de desvio mínimo fora do intervalo de variação da fonte virtual. Outras curvas apresentam o seu mínimo dentro do referido intervalo. Estas curvas correspondem a coeficientes de difusão variando entre 0,0400 m^2/s e 0,0700 m^2/s, para o ângulo de adução de 15^o; e entre 0,0600 m^2/s e 0,1000 m^2/s, para os demais.

Para um mesmo ângulo, os desvios mínimos tendem a diminuir à medida em que aumenta a distância da fonte virtual, e crescem com o coeficiente de difusão. Isto mostra que ao se deslocar a fonte virtual, deve-se compensar os efeitos desse deslocamento com uma modificação no coeficiente de difusão a fim de obter-se a mesma largura da pluma de poluente numa determinada seção, confirmando portanto, a validade do modelo em estudo.

Na maioria dos casos verifica-se que, a partir de $E = 0,0400$ m^2/s, fixando-se um certo coeficiente de difusão e aumentando os ângulos de adução, os desvios mínimos tendem a ocor rer a distâncias cada vez maiores do respectivo ponto de lançamento. Procura-se mostrar graficamente este comportamento através da figura 4.20. Na faixa de coeficientes de difusão compreendida entre 0,0600 m^2/s e 0,0900 m^2/s, vê-se o caso particular em que a distância X_{IN} diminui ao efetuar-se uma mudança de 15^o para 30^o. Todavia, observa-se que a distância média referente a esses ângulos é bem menor que a correspondente aos dois outros. Isto reforça a idéia segundo a qual a distância da fonte virtual à verdadeira fonte de poluente cresce com o ângulo de adução.

Os erros cometidos quando se considera a fonte virtual coincidindo com a real foram também analisados. Para isto tomaram-se curvas de E_y = 0,0600 m^2/s a E_y = 0,0800 m^2/s e calcularam-se as diferenças percentuais entre o valor mínimo de cada curva, correspondente a uma certa distância X_{IN} e o valor do desvio à distância x da fonte real. Foram, então, obtidos os valores constantes da tabela 4.9, cuja análise permite verificar que as diferenças percentuais são menores para os pequenos ângulos de adução, em virtude de as fontes virtuais ficarem mais próximas da fonte verdadeira.

A referida tabela sugere um coeficiente de difusão entre E_y = 0,0700 m^2/s e E_y = 0,0800 m^2/s que daria uma diferença máxima no entorno de 10% para um ângulo e menor que 10% para os demais, indicando que a estimativa feita a partir da equação (4.12) fornece uma boa aproximação para o coeficiente de difusão.

IV.2.4.2 - Modelo de Paile & Sayre

O modelo de Paile & Sayre se mostrou menos eficiente que o da fonte plana nas experiências de campo. Os desvios, em relação aos valores medidos, foram cerca de 5 vezes superiores aos resultantes da aplicação do modelo da fonte plana. Verificou-se que esses desvios cresceram com a distância da fonte virtual.

A causa principal desse comportamento pode ser devida à pequena vazão de poluente que redunda em uma fração P da vazão total muito próxima de zero. Por outro lado, a variância cresce com x. Em consequência, o argumento da função distribuição normal acumulada ($(p \pm P)/\sigma_p$) se torna cada vez menor e com ela o valor da diferença de temperatura adimensional. Por esta razão, somente junto à margem e a um metro de distância obtiveram-se valores teóricos diferentes de zero. Os demais foram considerados iguais a zero, dentro da precisão utilizada.

IV.2.5 - SUGESTÕES

Os resultados obtidos levam a sugerir uma análise mais profunda do modelo de Paile & Sayre, principalmente da variância, para que o mesmo possa ser empregado confiavelmente nos casos de pequenas vazões de poluente. Pretende-se, oportunamente, fazer um estudo de otimização da variância e da distância da fonte virtual, bem como da influência do ângulo de adução.

Além disso é aconselhável analisar-se, através dos dois modelos, um caso real de poluição térmica proveniente de rejeitos industriais, durante um período mais longo e utilizando instrumentação mais conveniente.

II.4.3 - CONCLUSÃO FINAL

À primeira vista o modelo de Paile & Sayre apresenta a vantagem de permitir o cálculo do coeficiente de difusão sem auxílio de traçadores.

Todavia, o presente trabalho demonstrou que o método da fonte plana é mais eficiente e que as dificuldades na determinação do coeficiente de difusão e da origem do sistema são contornados aplicando as equações (4.12) e (4.8), respectivamente, sendo necessários, para isto, apenas alguns dados do curso principal e do efluente e medições preliminares para determinar o comprimento da região de mistura bidimensional. Este método permite ainda, calcular a temperatura na origem do sistema o que não ocorre com o modelo de Paile & Sayre.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1) PRADO, L.C. - "A Carência de Água Doce no Mundo e a Energia Atômica". Revista Águas Subterrâneas, 1(1), pág. 5-14 , (1972).

2) LUND, HERBERT F.. - "Industrial Pollution Central Handbook" , MacGraw-Hill Book Company (1971).

3) PAYLE, POOTHRIKKA P. e SAYRE, WILLIAM W. - "Model for Shore--Attached Plumes in Rivers". Journal of the Hydraulics Division, Vol. 104, nº HY5 May, 1978.

4) HARLEMAN, DONALD R.F. - "Transport Processes in Water Quality Control". Massachusettes Institute of Technology - 1975.

5) HUGHES & BRIGTON - "Dinâmica dos Fluídos". MacGraw-Hill do Brasil S/A - 1974.

6) SAYRE, W.W. - "Natural Mixing Processes in Rivers". Cap. 6 do livro "Environmental Impact on Rivers", editado por Hsien Wem Shen.

7) KUO, BENJAMIN C. - "Sistemas Automáticos de Control". Compañia Editorial Continental, S/A. Espanha, 1973.

8) THOMANN, ROBERT V. - "Systems Analysis and Water Quality Management" - Environmental Science Services Division, New York, 1972.

9) CHENG, DAVID K. - "Analysis on Linear Systems". Addison--Wesley, USA - 1972.

10) GUIZERIX, J. e MARGRITA, R. - "Méthodologie d'étude par traceus des transferts de masses" - La Houille Blanche, nº 3/4, 1976.

11) SPIEGEL, MURRAY R. - "Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas" - MacGraw-Hill do Brasil Ltda, 1974

12) KREYSZIG, ERWIN - "Matemática Superior". Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, Rio de Janeiro, 1969.

13) LA, WEN-HSIUNG - "Differential Equations of Hydraulic Transients, Dispersion and Growndwater Flow" - Mathematical Métods in Water Resources - Prentice-Hall, 1972.

14) YOTSUKURA, N. e SAYRE, W.W. - "Transverse Mixing in Natural Channels" - Water Resources Research, Vol. 12

15) SAYRE, W.W. - "Investigation of Surface-jet Thermal Outfall for Iatan Steam Electric Generation Station". IIHR Report nº 167, Iowa Institute of Hydraulic Research, The University of Iowa City, Iowa, Aps. 1975.

16) DOEBELIN, ERNEST O. - "Measurement Systems - Application and Design" - MacGraw-Hill Kogabusha Ltd - Tokio, 1975.

17) AZEVEDO NETO, J.M. - "Manual de Hidráulica". Vol. II, Edgard Blucher, São Paulo, 1957.

18) YOUNG, HUGH D. - "Statistical Treatment of Experimental Data", MacGraw-Hill, New York, 1962.

19) LEVENSPIEL, OCTAVE - "Engenharia de Reações Químicas", Vol. 2, Editora Edgar Blücher e Editora da Universidade de São Paulo, 1974.

20) PRITCHARD, D.W. - "Estuarine Modeling: An Assessment" - Cap. II - NTIS-National Technical Information Service - US Department of Commerce - 1971.

21) GIORGETTI, MARCIUS FANTOZZI - Apontamentos de aulas da disciplina Difusão de Poluentes no Meio Ambiente - EESC/USP.

22) NORMAS DIN - Serviço de Publicação da EESC, 1965.

23) BAJPAI, A.C; MUSTOE, L.P e WALKER, D. - "Matemática Avancada para Engenharia" - Hemus, São Paulo, 1980.

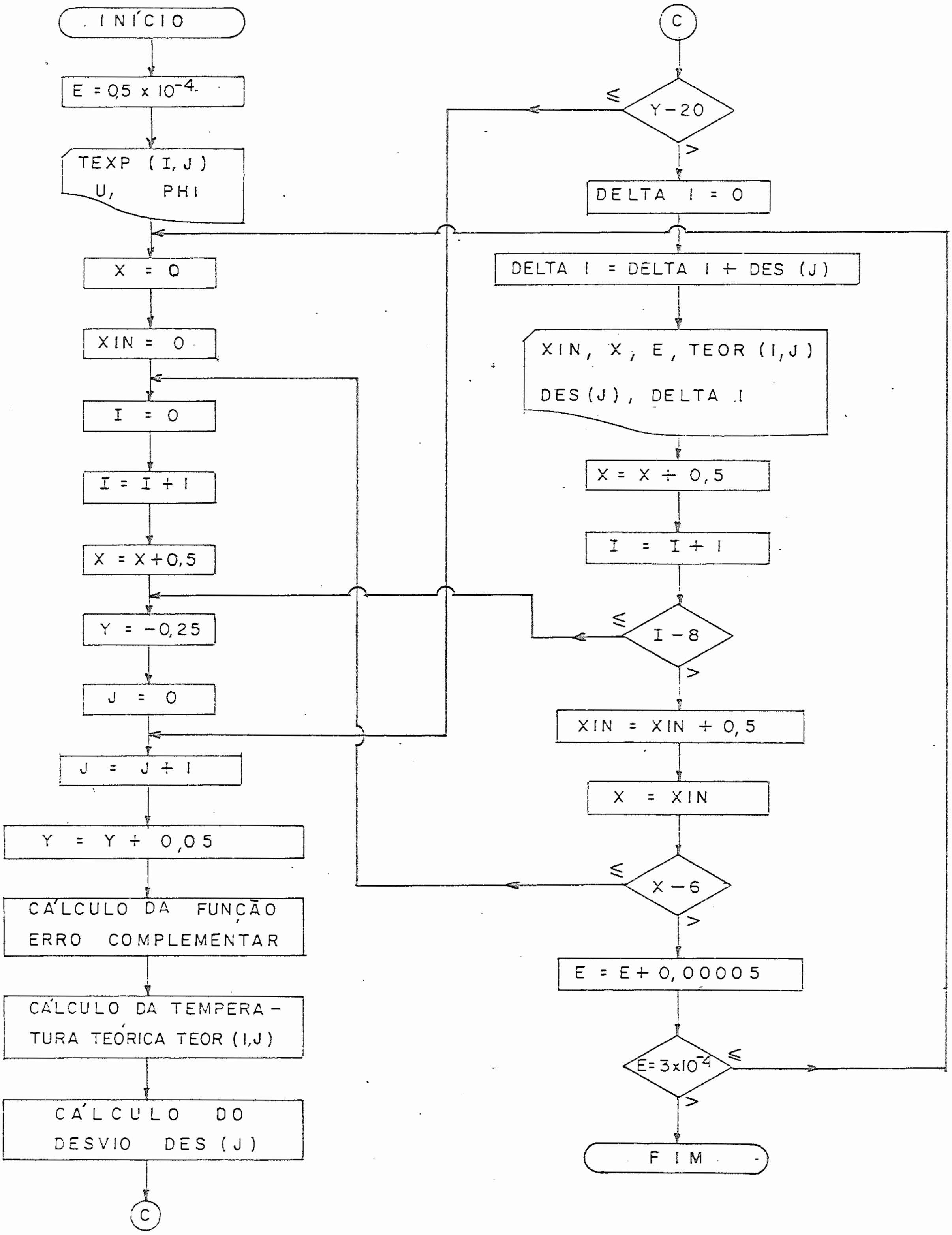
A P Ê N D I C E S

A P Ê N D I C E   A

EXPERIÊNCIAS DE LABORATÓRIO

- FLUXOGRAMA DO MODELO DA FONTE PLANA
- PROGRAMA POLU 1 (MODELO DA FONTE PLANA)
- FLUXOGRAMA DO MODELO DE PAILE & SAIRE
- PROGRAMA POLU 2 (MODELO DE PAILE & SAIRE)
- RESULTADOS

FLUXOGRAMA DO PROGRAMA REFERENTE AO MODELO DE FONTE PLANA — POLU 1



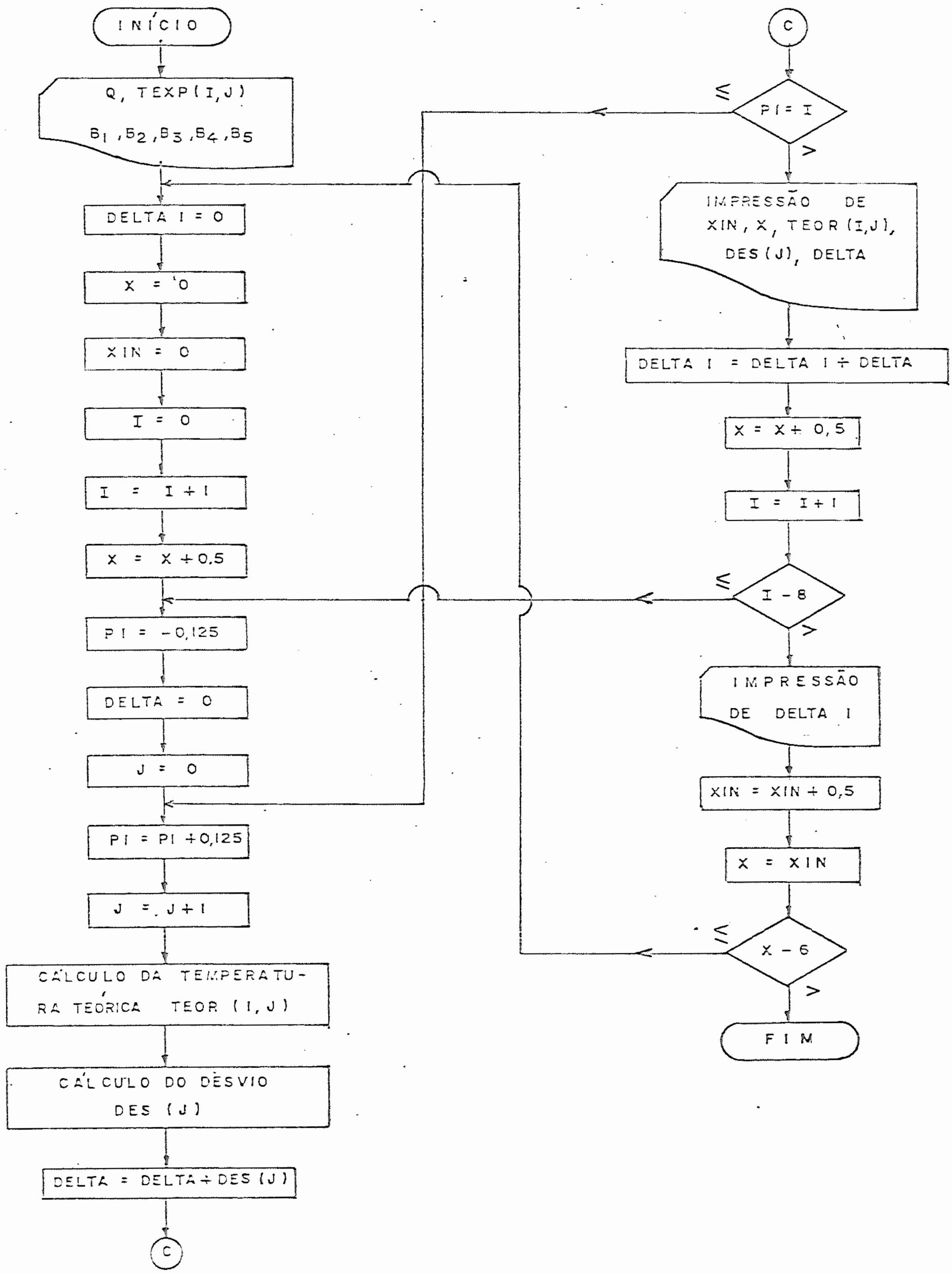
```
FOR/LIST:TT: POLU1
FORTRAN IV      V02.04                                        PAGE 001

C       PROGRAMA  PARA ANALISE DE POLUICAO TERMICA
C       EM CURSOS DAGUA, ATRAVES DO METODO      DA
C       FONTE PLANA.
C      -EXPERIENCIA DE LABORATORIO
        DIMENSION TEXP(8,9),TEOR(8,9),DES(10)
        DOUBLE PRECISION T,ETA
        E=0.5/100.
        E=E/100.
        DO 1,I=1,8
        ACCEPT 2,(TEXP(I,J),J=1,9)
1       TYPE 2,(TEXP(I,J),J=1,9)
2       FORMAT(2X,9(F4.2,1X)/)
        U=0.124
        PHI=3.1415927
4       X=0.
        XIN=0.
8       I=0
5       I=I+1
        X=X+0.5
30      Y=-0.25
        J=0
40      J=J+1
        Y=Y+0.05
        ETA=(Y/2.)*SQRT(U/(E*X))
C       CALCULO DA FUNCAO ERRO COMPLEMENTAR DE ETA
        ETA1=ETA
        IF(ETA)31,35,32
31      ETA=-ETA
32      IF(ETA-1.25)36,36,33
33      ETA2=ETA**2
        T=EXP(-ETA2)/(ETA*SQRT(PHI))
        T=T*(1.-1./(2.*ETA2)+3./((2*ETA2)**2)-15./((2.*ETA2)**3))
        IF(ETA1)34,35,39
34      T=2.-T
        GO TO 39
35      T=1.0
        GO TO 39
36      T=(ETA-(ETA**3)/3.+(ETA**5)/10.)
        T=(T-(ETA**7)/42.)*(2./SQRT(PHI))
        IF(ETA1)37,39,38
37      T=1+T
        GO TO 39
38      T=1-T
C       VALOR TEORICO DA TEMPERATURA
39      T=T/2
        TEOR(I,J)=T
        IF(J-6)42,41,42
41      TEXP(I,J)=TEOR(I,J)
42      IF(J-8)44,43,44
43      TEXP(I,J)=TEOR(I,J)
44      DES(J)=(TEOR(I,J)-TEXP(I,J))**2
        IF(Y-0.2)40,40,60
60      DELTA1=0
        DO 1000,L=1,9
```

```
FORTRAN IV      V02.04                                              PAGE 002

1000  DELTA1=DELTA1+DES(L)
      TYPE 2000,XIN,X,E
2000  FORMAT(1X,'XIN='F6.2,1X,'X='F5.2'E='F10.6/)
      TYPE 61,(TEOR(I,J),J=1,9)
61    FORMAT(2X,9(F7.5,1X)/)
      TYPE 61,(DES(K),K=1,9)
      TYPE 62,DELTA1
62    FORMAT(2X,F7.5/)
      X=X+0.5
      I=I+1
      IF(I-8)30,30,70
70    XIN=XIN+0.5
      X=XIN
      IF(X-6)8,8,75
75    E=E+0.000025
      IF(E-0.0003)4,4,80
80    END
.MAIN.
```

FLUXOGRAMA DO PROGRAMA REFERENTE AO MODELO
PAILE E SAYRE
POLU 2



```
FOR/LIST:TT: POLU2
FORTRAN IV      V02.04                                              PAGE 001

C     PROGRAMA PARA ANALISE DE POLUICAO  TERMICA
C     EM CURSO DAGUA, ATRAVES DO METODO DE PAILE
C    & SAYRE.
C    - EXPERIENCIA DE LABORATORIO
      DIMENSION TEXP(8,9),TEOR(8,9),DES(10)
      DOUBLE PRECISION FTAL,FRFHI
      ACCEPT 1,P
      TYPE 1,P
1     FORMAT(1X,F5.3)
      DO 2,I=1,8
      ACCEPT 3, (TEXP(I,J), J=1,9)
2     TYPE 3, (TEXP(I,J), J=1,9)
3     FORMAT (2X, 9(F4.2, 1X)/)
      PHI=3.1415927
      Q=0.2316419
      B1=0.319381530
      B2=-0.356563782
      B3=1.781477937
      B4=-1.821255978
      X=0
      XIN=0
      B5=1.330274429
5     DELT1=0
      I=0
      I=I+1
      X=X+1.6404
7     SIGMA=(4.04*SQRT(X))/100
      P1=-0.125
      J=0
9     P1=P1+0.125
      J=J+1
      TAL=(P1+P)/SIGMA
      T=1/(1+TAL*Q)
      FTAL=B1*T+B2*(T**2)+B3*(T**3)
      FTAL=FTAL+B4*(T**4)+B5*(T**5)
      TAL1=(TAL**2)/2
      FTAL=(EXP(-TAL1))*FTAL
      FTAL=FTAL/(SQRT(2*PHI))
      FTAL=1-FTAL
      FHI=(P1-P)/SIGMA
      IF(P1-P)14,16,16
14    FHI1=-FHI
      T2=1/(1+Q*FHI1)
      FRFHI=B1*T2+B2*(T2**2)+B3*(T2**3)
      FRFHI=FRFHI+B4*(T2**4)+B5*(T2**5)
      FH=(FHI1**2)/2
      FRFHI=EXP(-FH)*FRFHI
      FRFHI=FRFHI/SQRT(2*PHI)
      DELTT=FTAL-FRFHI
      TEOR(I,J)=DELTT
      GO TO 20
16    T1=1/(1+FHI*Q)
      FRFHI=B1*T1+B2*(T1**2)
      FRFHI=FRFHI+B3*(T1**3)+B4*(T1**4)
```

```
        FRFHI=FRFHI+B5*(T1**5)
        FH=(FHI**2)/2
        FRFHI=FRFHI*EXP(-FH)
        FRFHI=FRFHI/SQRT(2*PHI)
        FRFHI=1-FRFHI
        DELTT=FTAL-FRFHI
        TEOR(I,J)=DELTT
20      IF(J-6)42,41,42
41      TEXP(I,J)=TEOR(I,J)
42      IF (J-8)44,43,44
43      TEXP(I,J)=TEOR(I,J)
44      DES(J)=(TEOR(I,J)-TEXP(I,J))**2
        IF(P1-1)9,9,50
50      DA=0
        DO 57,L=1,9
57      DA=DA+DES(L)
        TYPE 55,DA
55      FORMAT(1X,'DELTA=',F7.5/)
        TYPE  2000,XIN,X
2000    FORMAT(1X,'XIN='F6.2,1X,'X='F5.2/)
        TYPE 61,(TEOR(I,J),J=1,9)
61      FORMAT(2X,9(F7.5,1X)/)
        TYPE 61,(DES(K),K=1,9)
        TYPE 62,DA
62      FORMAT(2X,F7.5/)
        DELT1=DELT1+DA
        X=X+1.6404
        I=I+1
        IF(I-8)7,7,70
70      TYPE 90,DELT1
90      FORMAT(1X,'DELTA1=',F7.5/)
        XIN=XIN+1.6404
        X=XIN
        IF(X-19.6850)5,5,200
200     CALL EXIT
        END
.MAIN.
```

Tabela 4.3.a

Distribuição de Temperatura

Ângulo de Adução - 15°

$V_r = 0{,}122$ m/s $Q_r = 4{,}472$ l/s $\overline{T}_r = 23{,}51°C$ $\overline{h} = 0{,}092$ m

$V_e = 0{,}790$ m/s $Q_e = 0{,}248$ l/s $\overline{T}_e = 35{,}25°C$

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	1,5	24,78	24,78	24,65	24,45	23,95	23,51	23,51
FP		24,71	24,70	24,62	24,43	24,11	23,61	23,51
PS		24,71	24,71	24,71	24,62	24,11	23,50	23,51
VM	2,0	24,78	24,78	24,53	24,35	23,90	23,54	23,54
FP		24,70	24,69	24,58	24,39	24,11	23,64	23,52
PS		24,71	24,71	24,70	24,58	24,11	23,52	23,51
VM	2,5	24,78	24,78	24,47	24,40	23,95	23,60	23,56
FP		24,70	24,64	24,56	24,36	24,11	23,67	23,52
PS		24,71	24,71	24,69	24,55	24,11	23,52	23,51
VM	3,0	24,78	24,78	24,47	24,40	24,02	23,60	23,54
FP		24,69	24,63	24,52	24,34	24,11	23,69	23,53
PS		24,71	24,71	24,68	24,52	24,11	23,53	23,51
VM	3,5	24,78	24,78	24,42	24,40	24,02	23,69	23,54
FP		24,69	24,62	24,51	24,33	24,11	23,71	23,53
PS		24,71	24,71	24,68	24,50	24,11	23,55	23,51
VM	4,0	24,78	24,78	24,42	24,40	24,10	23,69	23,61
FP		24,65	24,62	24,49	24,32	24,11	23,74	23,57
PS		24,71	24,71	24,67	24,47	24,11	23,56	23,51

- continua -

continuação

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	4,5	24,78	24,78	24,42	24,40	24,10	23,81	23,70
FP		24,64	24,58	24,47	24,30	24,11	23,75	23,58
PS		24,71	24,70	24,65	24,46	24,11	23,57	23,51
VM	5,0	24,78	24,78	24,50	24,40	24,15	23,94	23,84
FP		24,64	24,57	24,45	24,29	24,11	23,77	23,58
PS		24,71	24,70	24,64	24,45	24,11	23,58	23,51

* VM - Valor Medido

FP - Fonte Plana

PS - Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros

p = adimensional

Tabela 4.4.a

Distribuição de Temperatura

Ângulo de Adução - 30°

$V_r = 0{,}122$ m/s $\quad Q_r = 4{,}475$ l/s $\quad \overline{T}_r = 24{,}02°C \quad \overline{h} = 0{,}09$ m

$V_e = 0{,}790$ m/s $\quad Q_e = 0{,}248$ l/s $\quad \overline{T}_e = 35{,}09°C$

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	1,5	25,21	25,28	25,28	25,11	24,73	24,10	24,10
FP		25,20	25,19	25,10	24,92	24,61	24,11	24,02
PS		25,20	25,20	25,20	25,10	24,61	24,02	24,02
VM	2,0	25,28	25,28	25,28	24,95	24,73	24,22	24,10
FP		25,19	25,18	25,07	24,88	24,61	24,15	24,03
PS		25,20	25,20	25,19	25,07	24,61	24,03	24,02
VM	2,5	25,28	25,28	25,23	24,85	24,65	24,25	24,10
FP		25,19	25,13	25,05	24,86	24,61	24,17	24,03
PS		25,20	25,20	24,61	25,07	24,61	24,03	24,02
VM	3,0	25,28	25,26	25,16	24,85	24,60	24,35	24,20
FP		25,18	25,12	25,02	24,83	24,61	24,20	24,04
PS		25,20	25,20	25,16	25,01	24,61	24,04	24,02
VM	3,5	25,28	25,28	25,16	24,85	24,65	24,40	24,17
FP		25,18	25,10	25,00	24,82	24,61	24,22	24,04
PS		25,20	25,20	25,01	24,99	24,61	24,05	24,02
VM	4,0	25,28	25,28	25,13	24,93	24,78	24,45	24,17
FP		25,14	25,09	24,97	24,81	24,61	24,24	24,08
PS		25,20	25,19	25,15	24,96	24,61	24,07	24,02

- continua -

continuação

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	4,5	25,28	25,28	25,13	24,85	24,70	24,50	24,40
FP		25,13	25,07	24,96	24,80	24,61	24,26	24,09
PS		25,20	25,19	25,14	24,95	24,61	24,08	24,02
VM	5,0	25,28	25,28	23,16	24,85	24,78	24,52	24,63
FP		25,13	25,06	24,94	24,79	24,61	24,28	24,09
PS		25,20	25,19	25,13	24,94	24,61	24,09	24,02

* VM - Valor Medido

FP - Fonte Plana

PS - Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros

p = adimensional

Tabela 4.5.a

Distribuição de Temperatura

Ângulo de Adução - 45°

$V_r = 0{,}121$ m/s $Q_r = 4{,}445$ l/s $\overline{T}_r = 24{,}17°C$ $\overline{h} = 0{,}09$ m

$V_e = 0{,}790$ m/s $Q_e = 0{,}248$ l/s $\overline{T}_e = 35{,}75°C$

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	1,5	25,36	25,36	25,31	25,13	24,78	24,22	24,17
FP		25,36	25,35	25,26	25,07	24,76	24,26	24,17
PS		25,36	25,36	23,36	25,26	24,76	24,17	24,17
VM	2,0	25,33	25,36	25,26	25,06	24,65	24,32	24,17
FP		25,35	25,33	25,23	25,04	24,76	24,30	24,25
PS		25,36	25,36	25,35	25,23	24,76	24,18	24,17
VM	2,5	25,33	25,26	25,23	24,90	24,58	24,35	24,17
FP		25,35	25,29	25,20	25,01	24,76	24,32	24,17
PS		25,36	25,36	25,33	25,19	24,76	24,18	24,17
VM	3,0	25,36	25,28	25,23	24,85	24,58	24,47	24,27
FP		25,33	25,27	25,18	24,99	24,76	24,35	24,19
PS		25,36	25,36	25,32	25,17	24,76	24,19	24,17
VM	3,5	25,36	25,28	25,23	24,85	24,58	24,52	24,42
FP		25,33	25,26	25,16	24,98	24,76	24,37	24,19
PS		25,36	25,36	25,32	25,14	24,76	24,20	24,17
VM	4,0	25,36	25,33	25,26	24,85	24,58	24,52	24,47
FP		25,30	25,24	25,13	24,96	24,76	24,39	24,23
PS		25,36	25,35	25,31	25,12	24,76	24,22	24,17

- continua -

continuação

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	4,5	25,36	25,33	25,26	24,90	24,60	24,60	24,55
FP		25,29	25,23	25,12	24,95	24,76	24,41	24,24
PS		25,36	25,35	25,30	25,11	24,76	24,23	24,17
VM	5,0	25,36	25,28	25,26	24,90	24,60	24,60	24,58
FP		25,29	25,21	25,10	24,94	24,76	24,43	24,24
PS		25,36	25,35	25,29	25,10	24,76	24,24	24,17

* VM - Valor Medido

FP - Fonte Plana

PS - Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros

p = adimensional

Tabela 4.6.a

Distribuição de Temperatura

Ângulo de Adução - 60^o

$V_r = 0,124$ m/s $\quad Q_r = 4,562$ l/s $\quad \overline{T}_r = 23,61^oC$ $\quad \overline{h} = 0,09$ m

$V_e = 0,790$ m/s $\quad Q_e = 0,248$ l/s $\quad \overline{T}_e = 35,37^oC$

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	1,5	24,85	24,85	24,85	24,58	24,15	23,70	23,64
FP		24,85	24,84	24,76	24,56	24,24	23,71	23,61
PS		24,86	24,86	24,86	24,76	24,24	23,61	23,61
VM	2,0	24,85	24,83	24,83	24,50	24,15	23,72	23,64
FP		24,85	24,84	24,73	24,52	24,24	23,75	23,62
PS		24,86	24,86	24,85	24,73	24,24	23,62	23,61
VM	2,5	24,85	24,83	24,83	24,30	24,12	23,72	23,64
FP		24,85	24,79	24,70	24,50	24,24	23,77	23,62
PS		24,86	24,86	24,84	24,69	24,24	23,62	23,61
VM	3,0	24,85	24,83	24,83	24,30	24,12	23,90	23,67
FP		24,84	24,78	24,67	24,47	24,24	23,80	23,63
PS		24,86	24,86	24,83	24,66	24,24	23,63	23,61
VM	3,5	24,85	24,85	24,83	24,30	24,20	23,90	23,64
FP		24,84	24,76	24,65	24,46	24,24	23,82	23,63
PS		24,86	24,86	24,83	24,64	24,24	23,65	23,61
VM	4,0	24,85	24,85	24,83	24,30	24,20	24,12	23,77
FP		24,80	24,74	24,62	24,45	24,24	23,85	23,67
PS		24,86	24,84	24,81	26,61	24,24	23,66	23,61

- continua -

continuação

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM FP PS	4,5	24,85 24,79 24,86	24,85 24,73 24,84	24,83 24,61 24,80	24,30 24,44 24,60	24,20 24,24 24,24	24,20 23,86 23,67	23,94 23,68 23,61
VM FP PS	5,0	24,85 24,79 24,86	24,83 24,71 24,84	24,78 24,59 24,79	24,37 24,42 24,59	24,27 24,24 24,24	24,27 23,87 23,68	24,07 23,68 23,61

* VM - Valor Medido

FP - Fonte Plana

PS - Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros

p = adimensional

Tabela 4.7.a

Distribuição de Temperatura

Ângulo de Adução - 90°

V_r = 0,123 m/s Q_r = 4,530 l/s $\overline{T}_r$ = 23,97°C $\overline{h}$ = 0,09 m

V_e = 0,790 m/s Q_e = 0,248 l/s $\overline{T}_e$ = 35,17°C

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	1,5	25,06	24,95	24,93	24,80	24,97	24,07	23,97
FP		25,15	25,12	25,05	24,86	24,56	24,06	23,97
PS		25,15	25,15	25,15	25,05	24,56	23,97	23,97
VM	2,0	25,03	25,03	24,93	24,75	24,47	24,07	24,04
FP		25,14	25,12	25,02	24,83	24,56	24,10	23,98
PS		25,14	25,14	25,14	25,02	24,56	23,98	23,97
VM	2,5	25,03	25,03	24,93	24,80	24,55	24,20	24,04
FP		25,14	25,08	24,99	24,81	24,56	24,12	23,98
PS		25,14	25,14	25,12	24,98	24,56	23,98	23,97
VM	3,0	25,03	25,03	24,93	24,80	24,55	24,27	24,04
FP		25,12	25,06	24,96	24,78	24,56	24,15	23,99
PS		25,14	25,14	25,11	24,96	24,56	23,99	23,97
VM	3,5	25,03	25,00	24,93	24,80	24,55	24,30	24,07
FP		25,12	25,05	24,95	24,77	24,56	24,17	23,99
PS		25,14	25,14	25,11	24,94	24,56	24,00	23,97
VM	4,0	25,03	25,03	24,90	24,70	24,55	24,37	24,07
FP		25,09	25,03	24,92	24,76	24,56	24,19	24,03
PS		25,14	25,14	25,10	24,91	24,56	24,02	23,97

- continua -

continuação

Modelo *	Ponto	1	2	3	4	5	6	7
	y	-0,20	-0,15	-0,10	-0,05	0	0,10	0,20
	x \ p	0	0,125	0,250	0,375	0,500	0,750	1,000
VM	4,5	25,03	25,03	24,88	24,70	24,55	24,35	24,17
FP		25,08	25,02	24,91	24,75	24,56	24,20	24,04
PS		25,14	25,14	25,09	24,90	24,56	24,03	23,97
VM	5,0	25,03	25,00	24,75	24,68	24,58	24,55	24,20
FP		25,08	25,01	24,89	24,73	24,56	24,22	24,04
PS		25,14	25,14	25,08	24,89	24,56	24,04	23,98

* VM - Valor Medido

FP - Fonte Plana

PS - Paile & Sayre

Unidades: x em metros

y em metros

p = adimensional

A P Ê N D I C E   B

EXPERIÊNCIAS DE CAMPO

- PROGRAMA POLU 4 (MODELO DA FONTE PLANA)
- PROGRAMA POLU 1 (MODELO DE PAILE & SAIRE)

```
C       PROGRAMA  PARA ANALISE DE POLUICAO TERMICA
C       EM CURSOS DAGUA, ATRAVES DO METODO      DA
C       FONTE PLANA.
C      -EXPERIENCIA DE CAMPO
        REAL N,N1
        DIMENSION TEXP(8,9),TEOR(8,9),DES(10),X1(5)
        DOUBLE PRECISION T,ETA
        E=0.02
        ACCEPT 100,N1
  100   FORMAT(1X,F4.2)
        ICONT=0
        N=N1/2
        TYPE 100,N1
        DO 1,I=1,4
        ACCEPT 2,(TEXP(I,J),J=1,9)
  1     TYPE 2,(TEXP(I,J),J=1,9)
  2     FORMAT(2X,9(F4.2,1X)/)
        U=0.23
        PHI=3.1415927
  4     X=0.
        XIN=0.
  7     DA=0.
  8     I=0
  5     I=I+1
  30    X1(1)=N
        X1(2)=X1(1)+2.5
        X1(3)=X1(2)+5
        X1(4)=X1(3)+10.
        X=X1(I)
        Y=-1
        J=0
  40    J=J+1
        Y=Y+1
        ETA=(Y/2.)*SQRT(U/(E*X))
C       CALCULO DA FUNCAO ERRO COMPLEMENTAR DE ETA
        ETA1=ETA
        IF(ETA)31,35,32
  31    ETA=-ETA
  32    IF(ETA-1.25)36,36,33
  33    ETA2=ETA**2
        T=EXP(-ETA2)/(ETA*SQRT(PHI))
        T=T*(1.-1./(2.*ETA2)+3./((2*ETA2)**2)-15./((2.*ETA2)**3))
        IF(ETA1)34,35,39
  34    T=2.-T
        GO TO 39
  35    T=1.0
        GO TO 39
  36    T=(ETA-(ETA**3)/3.+(ETA**5)/10.)
        T=(T-(ETA**7)/42.)*(2./SQRT(PHI))
        IF(ETA1)37,39,38
  37    T=1+T
        GO TO 39
  38    T=1-T
C       VALOR TEORICO DA TEMPERATURA
```

```
39      T=T/2
        TEOR(I,J)=T
        IF(J-6)42,41,42
41      TEXP(I,J)=TEOR(I,J)
42      IF(J-8)44,43,44
43      TEXP(I,J)=TEOR(I,J)
44      DES(J)=(TEOR(I,J)-TEXP(I,J))**2
        IF(Y-8)40,40,60
60      DELTA1=0
        DO 1000,L=1,9
1000    DELTA1=DELTA1+DES(L)
        TYPE 2000,N,X,E
2000    FORMAT(1X,'XIN='F6.2,1X,'X='F5.2'E='F10.6/)
        TYPE 61,(TEOR(I,J),J=1,9)
61      FORMAT(2X,9(F7.5,1X)/)
        TYPE 61,(DES(K),K=1,9)
        TYPE 62,DELTA1
62      FORMAT(2X,F7.5/)
        DA=DA+DELTA1
        I=I+1
        IF(I-4)30,30,73
73      ICONT=ICONT+1
        N=(ICONT+1)*N1/2
        TYPE 77,DA
        IF(ICONT-6)7,7,75
75      E=E+0.01
        N=N1/2
77      FORMAT(1X,'DESVIO TOTAL=',F7.5)
        ICONT=0
        IF(E-0.15)4,4,74
74      CALL EXIT
        END
.MAIN.
```

```
FOR/LIST:TT: POLU7
FORTRAN IV        V02.04                                        PAGE 001

      C      PROGRAMA PARA ANALISE DE POLUICAO  TERMICA
      C      EM CURSO DAGUA, ATRAVES DO METODO DE PAILE
      C     & SAYRE.
      C     - EXPERIENCIA DE CAMPO
             REAL N1,N,N2,IC1
             DIMENSION TEXP(8,9),TEOR(8,9),DES(10),X1(5)
             DOUBLE PRECISION FTAL,FRFHI
             ACCEPT 1,N1
             TYPE 1,N1
      1      FORMAT(1X,F5.3)
             N=N1/2.
             IC1=1
             N2=N
             P=0.015
             DO 2,I=1,4
             ACCEPT 3, (TEXP(I,J), J=1,9)
      2      TYPE 3, (TEXP(I,J), J=1,9)
      3      FORMAT (2X, 9(F4.2, 1X)/)
             PHI=3.1415927
             Q=0.2316419
             B1=0.319381530
             B2=-0.356563782
             B3=1.781477937
             B4=-1.821255978
             B5=1.330274429
      5      DELT1=0
             I=0
             I=I+1
      7      X1(1)=N
             X1(2)=X1(1)+8.2
             X1(3)=X1(2)+16.4
             X1(4)=X1(3)+32.8
             X=X1(I)
             SIGMA=(0.009*SQRT(X))
             P1=-0.125
             J=0
      9      P1=P1+0.125
             J=J+1
             TAL=(P1+P)/SIGMA
             T=1/(1+TAL*Q)
             FTAL=B1*T+B2*(T**2)+B3*(T**3)
             FTAL=FTAL+B4*(T**4)+B5*(T**5)
             TAL1=(TAL**2)/2
             FTAL=(EXP(-TAL1))*FTAL
             FTAL=FTAL/(SQRT(2*PHI))
             FTAL=1-FTAL
             FHI=(P1-P)/SIGMA
             IF(P1-P)14,16,16
      14     FHI1=-FHI
             T2=1/(1+Q*FHI1)
             FRFHI=B1*T2+B2*(T2**2)+B3*(T2**3)
             FRFHI=FRFHI+B4*(T2**4)+B5*(T2**5)
             FH=(FHI1**2)/2
             FRFHI=EXP(-FH)*FRFHI
```

```
        FRFHI=FRFHI/SQRT(2*PHI)
        DELTT=FTAL-FRFHI
        TEOR(I,J)=DELTT
        GO TO 20
16      T1=1/(1+FHI*Q)
        FRFHI=B1*T1+B2*(T1**2)
        FRFHI=FRFHI+B3*(T1**3)+B4*(T1**4)
        FRFHI=FRFHI+B5*(T1**5)
        FH=(FHI**2)/2
        FRFHI=FRFHI*EXP(-FH)
        FRFHI=FRFHI/SQRT(2*PHI)
        FRFHI=1-FRFHI
        DELTT=FTAL-FRFHI
        TEOR(I,J)=DELTT
20      IF(J-6)42,41,42
41      TEXP(I,J)=TEOR(I,J)
42      IF  (J-8)44,43,44
43      TEXP(I,J)=TEOR(I,J)
44      DES(J)=(TEOR(I,J)-TEXP(I,J))**2
        IF(P1-1)9,9,50
50      DA=0
        DO 57,L=1,9
57      DA=DA+DES(L)
        TYPE 55,DA
55      FORMAT(1X,'DELTA=',F7.5/)
        TYPE  2000,N,X
2000    FORMAT(1X,'N='F6.2,1X,'X='F6.2/)
        TYPE 61,(TEOR(I,J),J=1,9)
61      FORMAT(2X,9(F7.5,1X)/)
        TYPE 61,(DES(K),K=1,9)
        TYPE 62,DA
62      FORMAT(2X,F7.5/)
        DELT1=DELT1+DA
        I=I+1
        IF(I-4)7,7,70
70      TYPE 90,DELT1
90      FORMAT(1X,'DELTA1=',F7.5/)
        IC1=IC1+1
        N=IC1*N2
        IF(IC1-10)5,200,5
200     CALL EXIT
        END
.MAIN.
```

A P Ê N D I C E   C

ANALOGIA ENTRE OS TRANSPORTES DE CALOR E MASSA

APÊNDICE C

Tomando por base um volume infinitesimal numa região de escoamento laminar em regime permanente, com valores constantes de densidade ρ e velocidades u, v, e w nas direções u, y e z, respectivamente, e efetuando um balanço de energia e de massa, obtêm-se as seguintes equações:

a) de transporte de calor:

$$\rho C_p\, u \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} + \rho C_p\, v \frac{\partial(\Delta T)}{\partial y} + \rho C_p\, w \frac{\partial(\Delta T)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\kappa_x \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\kappa_y \frac{\partial(\Delta T)}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\kappa_z \frac{\partial(\Delta T)}{\partial z}\right] \qquad (C.1)$$

b) de transporte de massa:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_x \frac{\partial C}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_y \frac{\partial C}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(D_z \frac{\partial C}{\partial z}\right) \qquad (C.2)$$

onde

ΔT - diferença de temperatura

C - concentração;

k - condutividade térmica

D - coeficiente de difusão molecular e

c_p - calor específico a pressão constante.

Em regime turbulento as grandezas instantâneas são substituídas por um valor médio e outro de flutuação ou seja

$$
\begin{aligned}
u &= \bar{u} + u' \\
v &= \bar{v} + v' \\
w &= \bar{w} + w' \\
\Delta T &= \Delta \bar{T} + \Delta T'
\end{aligned}
\qquad (C.3)
$$

Substituindo estes valores nas equações (C.1) e (C.2), e alinhando o eixo x com a direção do escoamento, tem-se

$$
\rho C_p \bar{u} \frac{\partial (\Delta \bar{T})}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\kappa_x \frac{\partial (\Delta \bar{T})}{\partial x} - \rho C_p \overline{\Delta T' u'}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\kappa_y \frac{\partial (\Delta \bar{T})}{\partial y} - \rho C_p \overline{\Delta T' V'}\right]
$$

$$
+ \frac{\partial}{\partial z}\left[\kappa_z \frac{\partial (\Delta \bar{T})}{\partial z} - \rho C_p \overline{\Delta T' W'}\right] \qquad (C.4)
$$

e

$$
\bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_x \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} - \overline{C' u'}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_y \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} - \overline{C' V'}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(D_z \frac{\partial \bar{C}}{\partial z} - \overline{C' W'}\right)
$$

(C.5)

Adotando a Hipótese de Boussinesq, tem-se:

a) para transporte de calor:

$$- \rho C_p \overline{\Delta T'u'} = \kappa_{xt} \frac{\partial(\Delta\overline{T})}{\partial_x}$$

$$- \rho C_p \overline{\Delta T'v'} = \kappa_{yt} \frac{\partial(\Delta\overline{T})}{\partial_y}$$

$$- \rho C_p \overline{\Delta T'w'} \doteq \kappa_{zt} \frac{\partial(\Delta\overline{T})}{\partial_z}$$

b) para o transporte de massa:

$$- \overline{C'u'} = D_{xt} \frac{\partial\overline{C}}{\partial_x}$$

$$- \overline{C'v'} = D_{yt} \frac{\partial\overline{C}}{\partial_y}$$

$$- \overline{C'w'} = D_{zt} \frac{\partial\overline{C}}{\partial_z}$$

Como os coeficientes de difusão turbulenta D_t são muito maiores que os coeficientes de difusão molecular, as equações (C.4) e (C.5) passam a ter a seguinte forma:

$$\overline{u} \frac{\partial(\Delta\overline{T})}{\partial x} = \alpha_x \frac{\partial^2(\Delta\overline{T})}{\partial_u^{\,2}} + \alpha_y \frac{\partial^2(\Delta\overline{T})}{\partial_y^{\,2}} + \alpha_z \frac{\partial^2(\Delta\overline{T})}{\partial_z^{\,2}} \qquad (C.6)$$

$$\overline{u} \frac{\partial\overline{C}}{\partial_x} = D_{xt} \frac{\partial^2\overline{C}}{\partial_{u^2}} + D_{yt} \frac{\partial^2\overline{C}}{\partial_{y^2}} + D_{zt} \frac{\partial^2\overline{T}}{\partial_{z^2}} \qquad (C.7)$$

onde

$$\alpha = \frac{\kappa}{\rho c_p}, \quad \text{difusividade térmica } [m^2/s]$$

D_t = coeficiente de difusão turbulenta $[m^2/s]$

Observa-se que as equações (C.6) e (C.7) são análogas. Assim sendo, os fenômenos de transporte podem ser descritos por meio de uma equação da forma

$$\bar{u} \frac{\partial S}{\partial x} = E_x \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial x^2} + E_y \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial y^2} + E_z \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial y^2} \qquad (C.8)$$

onde

$\bar{S}$ - Propriedade transferida.

E - Coeficiente de difusão.

Portanto, é possível se passar da equação de transporte de massa para a de transporte de calor efetuando a devida mudança de notação.