



**Campus de São Carlos**

CONTRIBUIÇÃO AO DESENVOLVIMENTO DE  
TÉCNICAS DE VISUALIZAÇÃO TÉRMICA PARA  
MONITORAÇÃO DE PROCESSOS  
ENVOLVENDO FLUIDOS MULTIFÁSICOS

**GISLEINE PEREIRA DE CAMPOS**

Orientador: Prof. Assoc. Paulo Selegim Junior

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**



**ESCOLA DE ENGENHARIA  
DE SÃO CARLOS**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**CONTRIBUIÇÃO AO DESENVOLVIMENTO DE  
TÉCNICAS DE VISUALIZAÇÃO TÉRMICA PARA  
MONITORAÇÃO DE PROCESSOS ENVOLVENDO  
FLUIDOS MULTIFÁSICOS**

**Gisleine Pereira de Campos**

**Orientador: Prof. Assoc. Paulo Seleglim Jr.**

Tese apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

DEDALUS - Acervo - EESC



31100052112

São Carlos  
2004



TESE
Curr. 1096
Tombo T 087/05
Sysno 144 2842

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

C198c Campos, Gisleine Pereira de  
Contribuição ao desenvolvimento de técnicas de  
visualização térmica para monitoração de processos  
envolvendo fluidos multifásicos / Gisleine Pereira de  
Campos. -- São Carlos, 2004.

Tese (Doutorado) -- Escola de Engenharia de São  
Carlos-Universidade de São Paulo, 2004.  
Área: Engenharia Mecânica.  
Orientador: Prof. Assoc. Paulo Seleguin<sup>M</sup> Jr.

1. Tomografia térmica de processos. 2. Método de  
reconstrução. 3. Problemas inversos. I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

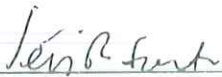
Candidata: Licenciada **GISLEINE PEREIRA DE CAMPOS**

Tese defendida e julgada em 22-10-2004 perante a Comissão Julgadora:



Prof. Associado **PAULO SELEGHIM JUNIOR (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADA



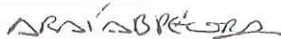
Prof. Dr. **SERGIO RODRIGUES FONTES**  
(Escola de Engenharia de São Carlos /USP)

APROVADO



Prof. Dr. **PAULO CELSO GRECO JUNIOR**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADA



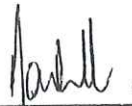
Profa. Dra. **ARAÍ AUGUSTA BERNÁRDEZ PÉCORA**  
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADA



Profa. Dra. **VANESSA ROLNIK ARTIOLI**  
(Centro Universitário Barão de Mauá)

APROVADA



Prof. Associado **JONAS DE CARVALHO**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Mecânica



Profa. Titular **MARIA DO CARMO CALJURI**  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação

*"Felicidade é a certeza de que nossa vida não está se passando inutilmente."*  
Érico Veríssimo

*Aos meus pais Nilza e Romualdo com amor,  
pelo esforço para me educar maravilhosamente  
bem, por estarem sempre me ensinando a viver !!!  
E ao meu irmão Rogério, pela companhia, amor  
e ajuda em todos os momentos de minha vida...*

*Vocês são a minha vida !*

## **Agradecimentos**

A Deus que me inspira a cada manhã, agradeço pela ajuda espiritual.

À fundação de Amparo à pesquisa do Estado de São Paulo – Fapesp, pelo apoio ao projeto individual de pesquisa N° 00/02890-3.

Ao Prof. Dr. Paulo Seleglim Jr. pela orientação, paciência e amizade nesses anos de trabalho.

À minha *amiga* Beth - Flipper, que abriga com tanto amor e consideração seus amigos em seu coração. Obrigada pela companhia, carinho e conselhos de cada dia, você é muito especial, agradeço a Deus pela sua amizade...

À minha irmã Kelen, com quem eu posso contar e que pode contar comigo todos os dias de sua vida! Quero você sempre por perto...

À Cuquíssima - Luciane, minha amiguinha, por todos os momentos de amizade e de descontração (cervejinha), sua companhia é essencial, te adoro!

À Luciana, que sempre se preocupa com os amigos, obrigada por ter vindo de tão longe e ter escolhido minha amizade, ano que vem os domingos serão na minha casa...

Ao Rodrigo, que é meu grande amigo, confidente, companheiro de todas as horas. Dou muito valor à sua amizade e respeito você por tudo que significa para mim. Te adoro!

À amiga Fabiana, que é uma agradável companhia em qualquer momento, por todas as risadas, viagens e conversas tão descontraídas.

Aos meus amigos Alessandro, Claudião, Eliz, Érica, Geraldo, Graziela, Helder Juliana, Mariano, Naga, Neilor, Panamá, Paulo Marcos, Paulo Roberto, Teodora, Toddy e Volnei (baguá) por toda *consideração*.

À Ana Paula, pela ajuda e amizade de todos esses anos...

Aos técnicos do laboratório, Donizete, Hélio, Luchesi, Roberto Lourenço e Roberto Pratavieira, que estiveram sempre dispostos a ajudar.

Ao Jorge pela valiosa ajuda e contribuições a este trabalho.

À Vanessa, pela amizade, por me apresentar à *capoeira* e por toda ajuda que me prestou com tanto carinho, obrigada Van.

À Dona Isabel, em memória, e ao Sr. Osvaldo que sempre me acolheram com muito amor, meu carinho e gratidão são eternos.

À Dona Carmem, que é uma avozinha maravilhosa, meu muito obrigada.

## Sumário

LISTA DE FIGURAS	iii
RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
2.1 Tomografia de Processos Industriais	4
2.2 Tomografia Térmica	8
2.3 Diferenças entre a tomografia de processos industriais e a tomografia térmica	10
2.4 Técnicas de sensoriamento	11
2.4.1 Sensores de campo duro	12
2.4.2 Sensores de campo deformável	12
2.5 Problemas direto e inverso	15
2.5.1 Técnicas de resolução do problema tomográfico	19
2.6 Técnicas de regularização	22
3 RECONSTRUÇÃO DO CAMPO DE TEMPERATURAS E CONDIÇÕES DE CONTORNO	24
3.1 Formulação Matemática	24
3.1.1 Construção do Funcional de erro	29
3.2 Estratégias de regularização	30
4 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO	33
4.1 Condições de contorno	33
4.2 Discretização da equação diferencial parcial	35



---

4.3 Armazenamento	39
4.4 Resolução do sistema linear	40
5 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO	42
5.1 Identificação do problema de minimização	42
5.1.1 Restrições	44
5.1.2 Mínimo global	44
5.1.3 Heurísticas de busca	46
5.2 Algoritmos Genéticos	46
6 RESULTADOS NUMÉRICOS	64
6.1 Estudo do caso	64
6.2 Testes com Algoritmos Genéticos	71
7. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	84
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86

---

---

**LISTA DE FIGURAS**

FIGURA 2.1-Ilustração do princípio da tomografia por raios X	12
FIGURA 2.2 - (a) feixe paralelo. (b) feixe em leque: exemplos de sensores de "campo duro" - exploram a diferença de intensidade. (c) curvas equipotenciais: exemplo de "campo mole" - explora diferenças de contraste	14
FIGURA 2.3 – Esquema geral de um problema de determinação de parâmetros	15
FIGURA 2.4 – (a) Dados exatos:é possível recuperar a reta, (b) Dados com erros: é possível "ajustar" uma reta que melhor represente os dados	18
FIGURA 2.5 - Plano gerado por x e 1l	19
FIGURA 3.1 – Imposição do fluxo de calor na placa de aço inoxidável para obtenção das temperaturas experimentais	27
FIGURA 3.2 - Esquema para cálculo do erro	27
FIGURA 4.1 (a) – Foto da placa de aço inoxidável com uma fenda onde o tubo de cobre foi colocado. (b) - Dimensões da placa inoxidável com vértices indicados por A, B, C, D, A', B', C', D'	34
FIGURA 4.2 - Célula Computacional	37
FIGURA 4.3 - Célula computacional relativa ao canto esquerdo inferior	38
FIGURA 4.4 - Célula computacional relativa à borda inferior	38
FIGURA 4.5 - Célula computacional relativa ao canto inferior direito	39
FIGURA 5.1 - Ilustração de pontos extremos: A e G: de borda, B: máximo local, C: inflexão, D e F: mínimos locais e E: mínimo global	45
FIGURA 5.2 - Exemplo de função (a) convexa, (b) não-convexa	45
FIGURA 5.3 - Cruzamento com apenas um corte (one-point crossover) para cromossomos binários	53
FIGURA 5.4 - Cruzamento com dois cortes (two-point crossover) para cromossomos binários	53
FIGURA 5.5 - Ilustração mostrando a região em que os descendentes são gerados para os crossover convexo, afim e linear	55

FIGURA 5.6 - Crossover simples para cromossomos com representação em pontos flutuantes	56
FIGURA 5.7 - Reprodução através da média ponderada entre 2 pais, com fator de ponderação $w=0.29456$	56
FIGURA 5.8 - Reprodução agregando a média ponderada e crossover	57
FIGURA 5.9 - Exemplo de mutação para cromossomos binários	57
FIGURA 5.10 - Mutação uniforme com representação em pontos flutuantes	59
FIGURA 5.11 - Espaço amostral regular	62
FIGURA 5.12 - Espaço amostral ampliado	63
FIGURA 6.1 - Esquema da experimentação	65
FIGURA 6.2 - Foto do experimento	66
FIGURA 6.3 - Gráfico do estudo da convergência das temperaturas médias	68
FIGURA 6.4 - Gráfico da distribuição de temperaturas	69
FIGURA 6.5 - Gráfico $T_{num} \times T_{exp}$ para $q_1 = 96,71W/m^2\text{°C}$	70
FIGURA 6.6 - Gráfico de $T_{num} \times T_{exp}$ com $q_2 = 667,64W/m^2\text{°C}$	71
FIGURA 6.7 - Gráfico de $T_{num} \times T_{exp}$ com $q_3 = 1673W/m^2\text{°C}$	71
FIGURA 6.8 - Solução correta para o problema	73
FIGURA 6.9 - Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 50 filhos e 100000 iterações	74
FIGURA 6.10 - Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 40 filhos e 200000 iterações	75
FIGURA 6.11 - Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 45 filhos e 100000 iterações	76
FIGURA 6.12 - Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 40 filhos e 200000 iterações	76
FIGURA 6.13 - Gráfico do coeficiente de convecção com 4 pais, 30 filhos e 100000 iterações	77
FIGURA 6.14 - Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 40 filhos e 100000 iterações	78

FIGURA 6.15 - Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 50 filhos e 100000 iterações	78
FIGURA 6.16 – Distribuição aleatória dos 14 termopares obtida computacionalmente	79
FIGURA 6.17 - Gráfico do coeficiente de convecção com termopares aleatórios com 5 pais, 50 filhos, mutação de 0,6 e 100000 iterações	80
FIGURA 6.18 - Gráfico do coeficiente de convecção com termopares aleatórios com 5 pais, 50 filhos, mutação de 0,7 e 100000 iterações	81
FIGURA 6.19 - Gráfico do coeficiente de convecção com termopares aleatórios com 4 pais, 30 filhos, mutação de 0,8 e 100000 iterações	82
FIGURA 6.20 - Gráfico do coeficiente de convecção com termopares aleatórios com 5 pais, 50 filhos, mutação de 0,8 e 100000 iterações	83

## RESUMO

CAMPOS, G. P. (2004). Contribuição ao desenvolvimento de técnicas de visualização térmica para monitoração de processos envolvendo fluidos multifásicos. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

Técnicas de reconstrução térmica inversa são muito usadas em diferentes aplicações tais como a determinação de propriedades térmicas de novos materiais, controle da produção de calor, temperatura em processos de manufatura, etc. Apesar da ampla aplicabilidade, o problema inverso é intrinsecamente mal condicionado e tem sido tema de trabalhos de vários pesquisadores. A solução de um problema térmico inverso tridimensional é significativamente complexa, e, assim requer uma formulação que não contenha condições experimentais não realistas tais como confinamento bidimensional e estabilidade do campo térmico com relação a mudanças em parâmetros internos. Uma das abordagens adotada é baseada na formulação variacional sobre a forma do erro quadrático para reconstrução da distribuição de condução de calor interna e coeficiente de condução de calor parietal para um problema tridimensional. Dentro desta estrutura, a natureza mal condicionada do problema se manifesta na superfície de otimização por produzir topologias problemáticas tais como, vários mínimos locais, pontos de sela, vales e platôs ao redor da solução etc. Para viabilizar a abordagem escolhida, um modelo numérico foi escrito baseado na discretização por diferenças finitas da equação diferencial governante e condições de contorno. O erro funcional foi definido pela comparação entre medidas experimentais e numéricas de temperatura. O objetivo foi realizar simulações numéricas a fim de mapear a superfície de otimização correspondente e identificar a estrutura problemática associada ou patologia, chegando assim à reconstrução do coeficiente de convecção  $h$ .

**Palavras-chaves:** tomografia térmica de processos, método de reconstrução, problemas inversos, algoritmos genéticos.

## ABSTRACT

CAMPOS, G. P. (2004). *Contribution to the development of techniques of thermal visualization for monitoring of processes involving fluid multiphases*. Ph.D. Thesis – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

Inverse thermal reconstruction techniques are widely used in different applications such as the determination of thermal properties of new materials, control of heat generation, temperature in manufacturing processes, etc. Despite the broad range of applicability, an inverse problem is intrinsically ill conditioned and has been the subject of the work of several researchers. The solution of an inverse 3-dimensional thermal problem is significantly complex, and, thus, requires a formulation that do not contain unrealistic experimental conditions such as 2-dimensional confinement and steadiness of the thermal field with respect to changes in internal parameters. One of the most adopted methods is the variational formulation based on quadratic error forms for the reconstruction of the internal heat conduction distribution and convection coefficient for a 3-dimensional problem. Within this framework, the ill conditioned nature of the problem manifests itself on the optimization surface by producing problematic topologies such as contour and multiple local minima, saddle points, plateaux around the solution pit and so on. To be able to apply the method a numerical model was written based on a finite difference discretization of the governing differential equation and boundary conditions. An error functional was defined by comparing experimental and numerical measurement temperatures. Numerical simulations aim at mapping the corresponding optimization surfaces and at identifying the associated problematic structures or pathologies, resulting in the reconstruction of convection coefficient.

**Keywords:** process thermal tomography, reconstruction method, inverse problems.

## CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

A tomografia de processos industriais é uma técnica para mapear a estrutura interna de uma região do processo a ser estudado através de medidas externas, a partir da determinação de uma propriedade física. Um exemplo é a tomografia térmica onde a idéia básica é aquecer o material ou aproveitar seu calor e estudar as mudanças de temperaturas dentro do mesmo aprendendo sobre sua composição. A técnica é rápida, econômica e, o mais importante, tem uma ótima resposta com medidas experimentais simples. O mapeamento da estrutura interna consiste basicamente em aplicar um estímulo/fonte (de calor) sobre sua fronteira externa e medir a resposta resultante. Os dados de estímulo e resposta são processados de maneira a reconstruir a distribuição dos parâmetros no interior da região. Um dos principais objetivos na tomografia térmica tem sido melhorar defeitos de definições através do processo de imageamento. Entretanto a maior falha do imageamento térmico é o fato de ser principalmente uma técnica indireta. Enquanto por um lado é um método que proporciona um custo baixo e rápido de detecção de defeitos grosseiros, por outro, as imagens térmicas proporcionam informações pouco quantitativas sobre o tamanho, forma, localização precisa (especialmente informação de profundidade) de possíveis falhas. A tomografia térmica ainda não atingiu maturidade suficiente para permitir seu uso extensivo em aplicações industriais. As principais dificuldades surgem da não linearidade das variáveis e do mau condicionamento intrínseco, e dessa forma, se apresenta extremamente sensível à presença de erros, tanto de origem experimental nos dados de entrada quanto de truncamento nas operações numéricas do procedimento computacional. As principais conseqüências são a baixa precisão, produzindo imagens com resolução

insuficiente para um diagnóstico seguro, e o tempo elevado na reconstrução de uma imagem. Devido à sua importância no desenvolvimento de modelos matemáticos em projetos e na análise de equipamentos e componentes térmicos, diversos trabalhos foram publicados apresentando técnicas analíticas ou numéricas para a determinação de propriedades térmicas a partir de medidas experimentais indiretas, tal como a distribuição de temperaturas em algum ponto da amostra a partir da imposição de um fluxo de calor no contorno, ou da geração térmica no interior da mesma (ARTYUKHIN, 1976; OMEL'CHENKO e PCHELKINA, 1976; GORYACHEV e YUDIN, 1983; ARTYUKHIN e NENAROKOMOV, 1988; ARTYUKHIN et al. 1993; ZHANG et al. 1993; DOWDING et al. 1999). Em muitos casos é determinada apenas uma propriedade, tal como a condutividade térmica (LIN e CHENG, 1997; JURKOWSKI et al. 1997; LESNIC et al. 1999; YANG, 1999) ou a difusividade térmica (MORILOV et al. 1993; SHAI et al. 1993; GRIESINGER et al. 1997). Porém, em alguns trabalhos é considerada a estimativa simultânea da condutividade térmica e da difusividade térmica, ou do calor específico (FLACH e ÖZISIK, 1989; HUANG e ÖZISIK, 1991; GUIMARÃES et al. 1995; CARVALHO e SILVA NETO, 1999; LIMA e SILVA et al. 2001). Mais recentemente tem sido observado o interesse na determinação do coeficiente de troca térmica por convecção (TSENG et al. 1995; XU e CHEN, 1998; CHANTASIRIWAN, 1999; ABOU KHACHFE e JARNY, 2001).

O objetivo geral deste trabalho é contribuir para o desenvolvimento de uma nova técnica de reconstrução numérica do problema de tomografia térmica. A abordagem adotada baseia-se na determinação do coeficiente de convecção ( $h$ ) através da minimização de um funcional de erro que é calculado pela diferença entre a temperatura experimental e a temperatura numérica. Nesta formulação, o mau condicionamento se manifesta através de características na topologia dos funcionais de erro que prejudicam o desempenho dos métodos de otimização na obtenção do mínimo. Especificamente, o objetivo deste trabalho é compreender alguns problemas relatados na literatura, específicos à abordagem adotada, e em particular, compreender como o mau condicionamento intrínseco do problema se manifesta na formulação adotada. Essa abordagem é inédita, uma vez que a dificuldade de todos os pesquisadores é obter o ponto de mínimo, mas não se



tem conhecimento de nenhuma publicação mostrando as causas dessa dificuldade. Os algoritmos genéticos são fortemente indicados para esse caso, pois permitem escapar dos mínimos locais e não dependem da solução inicial. Além disso, essa técnica de minimização possui uma grande flexibilidade, o que permite implementá-la de maneira específica para o problema.

Neste trabalho para encontrar a temperatura experimental foi aplicada uma fonte de calor na parte inferior da placa e medidas 14 temperaturas alinhadas nesta mesma face, através de 14 termopares. Os valores teóricos do coeficiente de convecção foram obtidos através de um ajuste manual, possibilitando resolver-se o problema numericamente obtendo as temperaturas teóricas. Foram também simulados testes computacionalmente utilizando as mesmas 14 temperaturas obtidas experimentalmente, mas distribuídas aleatoriamente na placa, obtendo o comportamento do coeficiente de convecção para esse caso. Os cálculos são feitos em três dimensões e na otimização utilizou-se os algoritmos genéticos para obter o comportamento do coeficiente de convecção.

## CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

É grande o número de pesquisadores que têm se dedicado à melhoria das técnicas tomográficas, desde a década de 50, com o início das pesquisas sobre tomografia com aplicações na área médica e década de 80 para tomografia de processos industriais. As técnicas tomográficas tradicionalmente aplicadas à medicina e as técnicas de tomografia térmica possuem diferenças extremamente expressivas, tornando necessário um tratamento totalmente diferenciado para cada um deles. Este capítulo compara essas diferenças e apresenta um breve retrospecto da trajetória das pesquisas em tomografia de processos industriais quanto aos avanços no campo dos softwares de reconstrução, estratégias de sensoriamento e pesquisas teóricas.

### 2.1 Tomografia de processos industriais

O imageamento tomográfico de objetos e processos oferece uma oportunidade única para solucionar a complexidade de estruturas sem a necessidade de invadir o meio em estudo. O desenvolvimento da tomografia de instrumentação começou em 1950, com ênfase na medicina moderna. Em 1980 a indústria é pressionada para utilizar recursos mais eficientes e satisfazer a demanda na qualidade de produtos e reduzir a emissão ambiental. Assim surge uma necessidade de se conhecer mais sobre o caminho exato dos escoamentos internos num equipamento ou processo e seu comportamento. Frequentemente isto deve ser feito pela instrumentação tomográfica não-invasiva, pois os instrumentos de medição convencionais podem ser inadequados para condições internas do processo, ou devido a sua presença prejudicar a operação do mesmo. Existe uma opinião generalizada da

necessidade em se fazer uma análise direta das características do processo de equipamento; para tais aplicações deve-se usar sensores não-invasivos robustos, os quais podem operar na proximidade de fluidos que se movem rápida e agressivamente e próximo às misturas multifásicas (BECK e WILLIAMS, 1996). Do ponto de vista da engenharia esse é um dos requerimentos chave para uma técnica tomográfica, isto é, ela deve ser não-invasiva (que não necessita de aberturas nas paredes do recipiente em processo, por exemplo, para introdução de sondas) e não-intrusiva (que não deve interromper a natureza do processo a ser examinado). Nem sempre é possível satisfazer ambos os requerimentos, embora o último possa ser geralmente satisfeito (BECK e WILLIAMS, 1996). O método de tomografia de imagens implica em manipular os dados de sensores remotos para obter informações precisas e quantitativas de localizações inacessíveis. Informações sobre o regime do escoamento, vetor velocidade, e concentração de componentes em determinados equipamentos serão determinadas a partir das imagens obtidas (BECK e WILLIAMS, 1996). Dependendo do princípio físico do sistema de sensoriamento, os sinais medidos podem conter informações relacionadas a uma área bem delimitada do volume de sensibilidade. Devido ao fato das estratégias usuais de sensoriamento terem sido desenvolvidas com base nas características das técnicas de tomografia por transmissão/emissão, historicamente aplicadas em medicina, sua adaptação para dispositivos de sensoriamento térmico produz resultados comparativamente muito mais pobres (ISAKSEN, 1996). Portanto, não é surpreendente o aparecimento de “artefatos”, como frações de vazão negativas ou maiores que 1 no caso de escoamentos bifásicos. Contrariamente à área médica na qual o sensoriamento tomográfico é baseado no uso de radiações eletromagnéticas de alta energia como raios-X e  $\gamma$ , a aplicação desta técnica em problemas e processos industriais baseiam-se em princípios mais variados, incluindo ultrassônicos, elétricos, térmicos e ópticos. Existem diversos algoritmos de reconstrução adaptáveis a esse tipo de problema como, por exemplo, redes neurais, algoritmos genéticos e otimização. A oportunidade de quantificar a localização e movimento de vários componentes em um tubo oferece a possibilidade da construção de um medidor de vazão multicomponente não-intrusivo, os quais são muito procurados em diversas indústrias; especialmente

na indústria de óleo para monitoração na saída de oleodutos submarinos (BECK e WILLIAMS, 1996). Uma outra ilustração muito interessante está ligada à geração de vapor em caldeiras aquotubular ou flamotubular, que corresponde ao problema da secagem do filme parietal de líquido e a conseqüente danificação local do tubo devido ao aumento excessivo da temperatura. Nesse caso, o emprego de um método de reconstrução do campo interno a partir de medidas da distribuição periférica de temperatura pode fornecer a espessura local do filme, parâmetro de grande interesse, não somente em sistema de geração de vapor, mas também em dispositivos frigoríficos (MERMOND et al. 1995). Além deste caso as técnicas de visualização térmica têm aplicação em áreas bastante distintas, dentre as quais destaca-se a microeletrônica (JANICK et al. 1998), o estudo de materiais compósitos (CANTWELL e MORTON, 1992) e a monitoração de processos de usinagem (STEPHENSON et al. 1997). A definição da estratégia de sensoriamento é de fundamental importância para o êxito do método. Isto deve ser feito levando-se em conta, não somente as condições experimentais específicas, mas também uma solução de compromisso entre a resolução (temporal e/ou espacial) e a precisão dos valores impostos ou medidos. Os dados da imagem podem ser analisados quantitativamente pelo uso subsequente de estratégias de controle ou para desenvolver modelos que descrevem processos individuais.

Por volta de 1970 foi descrito um número de aplicações de imagem tomográfica de processos de equipamentos, mas geralmente envolvendo o uso de raios-X ou fontes de isótopos, o que não era satisfatório para a maioria das aplicações devido ao alto custo e alto risco de segurança. Além disso, era necessário um longo tempo de exposição que não permitia medições do comportamento do escoamento em tubos e sistemas de processos em tempo real (BECK e WILLIAMS, 1996). As técnicas convencionais requerem métodos de amostragem invasivos ou que o processo de mistura seja modificado de alguma maneira artificial (por exemplo, suspensão sólido/líquido tem que ser diluído para o ganho de acesso ótico para medições). Além disso, a informação sobre medição é normalmente restrita a uma pequena região dentro do processo no recipiente, ou requer uma multiplicidade de regiões de medições, enquanto que a técnica tomográfica tem uma excelente área espacial e pode ser usada para gerar imagens em duas e três dimensões (BECK e WILLIAMS,

1996). Em contraste com as técnicas de transmissão/emissão, os sinais periféricos obtidos de técnicas de sensoriamento térmico, assim como elétrico, resultam de regiões indeterminadas do volume de sensibilidade e o quanto cada uma delas contribui para os valores medidos depende da distribuição geométrica do objeto em estudo, desconhecida a priori. Esta característica, denominada de efeito "soft-field", ou campo deformável, requer técnicas refinadas de reconstrução numérica. O efeito *soft field* explica a discrepância entre a imagem real e a gerada através de sensores térmicos e um método tradicional de reconstrução. Nesse caso é preciso fazer aproximações pouco realistas, como o confinamento 2D e a linearidade entre o campo térmico e a distribuição da condutividade e, portanto, o emprego direto de técnicas de reconstrução desenvolvidas para sensores de campo não deformável em dispositivos de sensoriamento térmicos produz resultados comparativamente muito mais pobres.

Em geral, construir uma imagem a partir de sinais periféricos com auxílio de técnicas tomográficas envolve resolver um problema inverso. Mais especificamente, as medições feitas na região periférica fornecem um conjunto de projeções do escoamento em análise, as quais são utilizadas na construção de uma imagem da distribuição física de uma seção do escoamento. Problemas inversos são característicos de um grande número de problemas matematicamente mal condicionados das ciências físicas, médicas e outras. Esse mal condicionamento intrínseco pode, sob certas circunstâncias, afetar a qualidade das imagens, principalmente com relação à visualização tomográfica de escoamentos multifásicos. Erros experimentais em associação a erros numéricos de truncamento e arredondamento podem ser amplificados e corromper completamente os resultados. O desenvolvimento de computadores sofisticados ajudou a mudar a capacidade de projeto na indústria de processos químicos, onde as estratégias de projeto são fortemente encontradas em uma variedade de técnicas de modelagem e simulação as quais podem incluir a termodinâmica, reações cinéticas e hidrodinâmicas.

## 2.2 Tomografia Térmica

Pode-se também utilizar a tomografia para a validação de modelos para a dinâmica dos fluidos computacionais, e a avaliação do perfil de concentração dos componentes em processos químicos, em alguns casos, para identificar o tamanho e o limite das fases dentro de recipientes e tubulações, onde se fornecerá um grande número de informações para o processo de engenharia (BECK e WILLIAMS, 1996). Outro aspecto importante, principalmente no que se refere à diminuição do mau condicionamento do problema numérico, é a possibilidade de realização de medidas redundantes. Assim, por exemplo, o imageamento de uma inclusão num meio condutivo pode ser feito impondo-se fluxos de calor no objeto e medindo-se as temperaturas resultantes no contorno. A idéia básica é instalar um número de sensores ao redor do tubo ou vaso a ser imageado. Os sinais de saída do sensor dependem da posição do limite do componente dentro de suas regiões de sensoriamento. Um computador é usado para reconstruir a imagem tomográfica da seção transversal que está sendo observada pelos sensores; isto fornecerá, por exemplo, a identificação da distribuição de áreas de mistura em reatores, a medição da interface no complexo processo de separação e a medição de escoamento bifásico no contorno de tubos com aplicações para medição de escoamento em multi-componentes. Pode-se perceber em um futuro próximo que para se obter um processo tomográfico comercialmente mais atrativo, será necessário produzir sistemas mais baratos, mais seguros e compactos. Haverá ainda, uma demanda por reconstruções e classificação de imagens mais rápidas os quais, somados a melhora dos sistemas existentes, permitirão novas aplicações a serem consideradas (BECK e WILLIAMS, 1996). Entretanto, apesar do potencial, a técnica tomográfica de princípio térmico possui ainda algumas limitações importantes. Em contraste com raios-X ou outras técnicas de transmissão/emissão, o campo térmico é deformável ("soft") no sentido de que depende da distribuição física no volume de sensibilidade. Assim, os problemas direto e inverso são acoplados e, conseqüentemente, os algoritmos de reconstrução são iterativos, via de regra. De fato, segundo Kühn et al. (1996), na prática os algoritmos de reconstrução falham em convergir

para a solução correta para alguns conjuntos de dados de entrada fisicamente possíveis. Além disso, as técnicas numéricas de reconstrução de imagens em geral assumem o campo térmico como sendo constante, desprezando o efeito "soft field". Em razão disto, os resultados podem exibir valores ligeiramente acima ou abaixo dos valores máximos e mínimos, impostos pela física do problema (XIE et al. 1992).

Nos últimos anos, o estudo de aplicações de problemas inversos de condução de calor tem aumentado muito em vários campos da ciência e engenharia. Vários métodos (por exemplo, método dos elementos finitos, método da integral e outros métodos iterativos), incluindo aproximações analíticas e numéricas, tem sido desenvolvidos para resolver o problema inverso de condução de calor. Em geral, os problemas inversos são mais complicados e requerem mais tempo computacional do que a abordagem direta correspondente. Isto porque uma solução inversa usualmente engloba manipulações matemáticas complicadas e procedimentos de otimização. Além disso, os problemas inversos de condução de calor lidam basicamente com geometrias de uma ou duas dimensões. As dificuldades desses problemas no caso tri-dimensional são muito mais acentuadas, e ainda é muito restrita a literatura disponível sobre esse assunto (CHEN e WANG, 2002).

Problemas inversos de condução de calor podem ser categorizados principalmente como problemas de projeto ou problemas de identificação de parâmetros. Os problemas inversos de projeto estão geralmente voltados para o uso de medidas de temperatura obtidas de sensores posicionados dentro de uma estrutura ou material para determinar o fluxo de calor ou perfil de temperatura em um limite específico. Os limites de fluxo de calor ou perfis de temperatura são exigidos em vários problemas de projeto em engenharia tais como o desenvolvimento do processo de esfriamento rápido, a seleção do tamanho e localização da passagem do refrigerante em turbinas aletadas, ou o projeto de superfícies isoladas para reentrada de veículos espaciais. A identificação dos parâmetros dos problemas inversos está geralmente preocupada com a determinação da condutividade térmica ou do calor específico dos materiais ou fluxo de calor no contorno. A tomografia térmica é um exemplo de uma identificação de parâmetro de problema inverso. É uma técnica que pode ser usada para detectar a não homogeneidade em um

material através da localização das variações na condutividade térmica. Na tomografia térmica, é procurado um mapeamento da distribuição espacial de condutividade térmica de um meio. Como a condutividade térmica é uma propriedade do material, um mapeamento da mesma indicará a posição de vazios ou de outros materiais de diferentes condutividades. A tomografia térmica é um método não invasivo e não destrutivo de avaliação de materiais e estruturas. Por esta razão, o seu desenvolvimento é de considerável interesse. Baseado em uma revisão feita por Hensel (1991), alguns autores (HENSEL, 1991; MURIO, 1993) notaram que os métodos analíticos e computacionais para resolver problemas inversos de condução de calor restringem-se geralmente a casos de uma dimensão. Orland e Özisik (1993) notaram que a maioria dos trabalhos em problemas de identificação de parâmetros baseiam-se na determinação da dependência da temperatura de propriedades termofísicas. Não são muitas as publicações que apresentam com detalhes específicos o problema de tomografia térmica.

Os artigos de Banks et al. (1990) e Kojima (1993) focalizam especificamente a tomografia térmica, demonstrando como os métodos usados em diversas formas de projeto podem ser empregados para detectar corrosões, trincas, ou outros defeitos do material.

### **2.3 – Diferenças entre a tomografia de processos industriais e tomografia médica**

Devido ao fato das técnicas de reconstrução terem sido desenvolvidas com base nas características das técnicas de tomografia por transmissão/emissão, isto é, ressonância magnética ou raios-X, historicamente aplicadas em medicina, seu emprego em dispositivos de sensoriamento térmico produz resultados com qualidade inferior, propiciando o aparecimento de "artefatos".

Segundo Isaksen (1996), as duas principais diferenças entre a tomografia médica e de processo são:

- número de sensores do sistema: o tomógrafo de processos pode conter um número menor de sensores e conseqüentemente uma menor quantidade de



medidas é feita. Já na tomografia médica, o tomógrafo deve ser grande o suficiente, pois freqüentemente o paciente é colocado dentro dele;

- tipos de sensores: a técnica de sensores usada na tomografia médica freqüentemente utiliza sensores de “campo duro” (hard field) o qual estabelece um campo confinado e uniforme para o qual a sensibilidade é independente da distribuição da propriedade dentro do volume de sensoriamento. Já os tomógrafos de processos industriais geralmente são baseados em sensores de “campo mole” ou campo deformável (soft field), em que os excitadores geram um campo não homogêneo e a distribuição de sensibilidade dentro do campo depende da distribuição da propriedade.

## 2.4 Técnicas de sensoriamento

São necessárias técnicas similares às usadas em tomografia médica com o objetivo de obter-se os dados para a reconstrução de uma imagem. Na prática, cada tipo de sensor requer considerações específicas e com cada tipo de sensor um método empírico ou computacional tem que ser usado para determinar as verdadeiras linhas de projeção. Geralmente o primeiro passo é escolher um sistema de sensoriamento que seja ótimo dos pontos de vista do custo, acuracidade, complexidade de instalação, exigência de manutenção, etc. Neste estágio é necessário então considerar as formas de projeção que serão encontradas e seus efeitos no método de reconstrução do algoritmo usado. Os sensores são classificados em dois grupos: os sensores de campo duro e os sensores de campo mole. A razão para este agrupamento é importante para saber se o objeto em estudo terá uma influência no campo do sensor. Isto terá um efeito na escolha do algoritmo de reconstrução e no projeto total do sistema de reconstrução de imagem, com conseqüentes efeitos no seu custo (BECK e WILLIAMS, 1996). No caso tratado neste trabalho, descrito em mais detalhes a seguir, foram instalados 14 termopares igualmente espaçados na parte inferior e no comprimento de uma placa de aço inoxidável com dimensões 150 x 110 x 10 mm, definindo um plano na mesma. Aplicando uma fonte de calor nesta face obtém-se as 14 temperaturas através dos termopares, utilizadas posteriormente como comparação entre as temperaturas experimentais e

numéricas. Após a medição, as 14 temperaturas foram utilizadas para simular um caso em que os termopares estivessem distribuídos aleatoriamente na face inferior da placa. Neste caso, conseguiu-se mostrar outros testes com o mesmo objetivo de encontrar a distribuição do coeficiente de convecção ( $h$ ).

### 2.4.1 - Sensores de campo duro

Um sensor de campo duro é aquele no qual o campo do sensor não é deformado pelo objeto em estudo. Um sensor de campo duro típico usa raios  $\gamma$ , raios-X, feixe de luz, emissão positron, etc. Todos eles entram em uma categoria de sensores nos quais apenas a intensidade da radiação externa é modulada pelo objeto. O Ultra-som é algumas vezes considerado como um "hard field" (campo duro), mas isto não acontece em todos os casos (BECK e PLASKOWSKI, 1987). Na tomografia por raios X ou tomografia computadorizada (CT), emite-se raios que atravessam o objeto sensoriado e chegando até o receptor, que normalmente é uma placa que mede a atenuação dos raios, envia os dados ao computador (Figura 2.1).

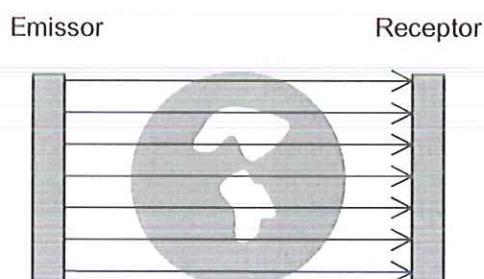


Figura 2.1 - Ilustração do princípio da tomografia por raios X.

### 2.5.2 - Sensores de campo deformável (soft field)

Embora fosse natural aplicar na tomografia térmica as mesmas técnicas de reconstrução utilizadas nas tomografias já existentes, as imagens encontradas não foram satisfatórias, gerando uma grande quantidade de objetos espúrios ou 'artefatos', como se diz no jargão. Esses artefatos são explicados pela incompatibilidade entre os sensores e o método de

reconstrução. Os sensores de campo deformável (*soft field*), como por exemplo, sensores térmicos, geram um campo não homogêneo e com uma dependência não linear em relação à distribuição da condutividade térmica ou da temperatura. Em outras palavras, na utilização de sensores térmicos, há uma deformação do campo sensorial em todas as direções, e, portanto, a tomografia térmica é inerentemente tridimensional.

Como é mais seguro e com um baixo custo, as técnicas de campo mole são de grande interesse em vários campos de estudos em ciências físicas. Nos últimos anos foram desenvolvidos alguns esquemas de reconstrução de imagem, especialmente para lidar com os efeitos do campo deformável incluindo estudos com aproximações lineares e métodos iterativos (KLINE e WINFREE, 2002).

Em um sensor de campo deformável o campo do sensor inicial é distorcido pelas propriedades do material (condutividade térmica no caso térmico) no espaço de imagem. Nesta categoria pode-se incluir todos os sensores baseados em medidas térmicas (temperaturas, condutividade térmica). Por exemplo, o campo de sensoriamento térmico em sensores de temperaturas muda de acordo com a distribuição e condutividade dos componentes estudados. Os sensores de campo deformável abrangem qualquer técnica onde as medições realizadas no contorno de uma região possam ser usadas para determinar a distribuição espacial da propriedade do material no meio estudado.

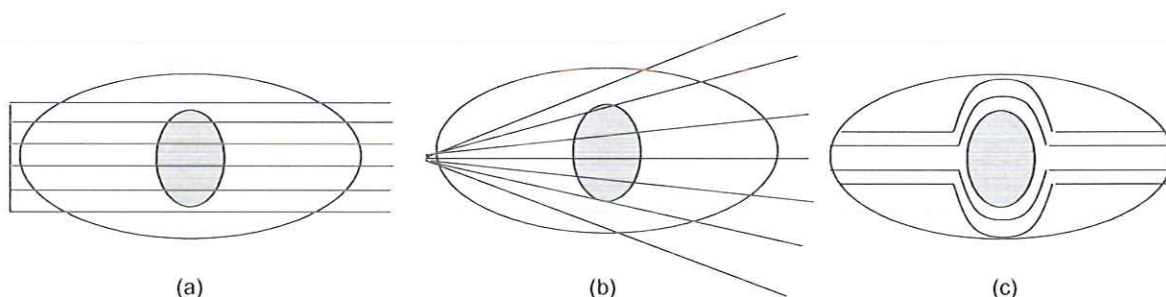
As imagens produzidas usando dados de sensores de campo deformável são de baixa resolução espacial. Isto devido à distorção do campo sensorial discutido acima e, conseqüentemente, o aumento do número de termopares, que foram os tipos de sensores utilizados em nosso problema, não traria uma melhora proporcional na qualidade da imagem. As influências de temperaturas nas medições tendem também a deteriorar a imagem.

A idéia básica para fazer a medição é instalar um número de sensores no objeto a ser estudado, e aplicar uma fonte de calor a uma certa distância do mesmo. A intensidade do calor será captada pelos sensores. Este procedimento revela informações sobre o material no local da medida. Esta intensidade é coletada pelos sensores igualmente espaçados e criam uma projeção dos dados que serão armazenados e posteriormente analisados.

Estes dados serão utilizados para a construção de um modelo tridimensional que permite uma melhor compreensão do comportamento do coeficiente de convecção ( $h$ ), no caso térmico. A situação é diferente usando os sensores de campo duro, por exemplo, as técnicas de raios  $\gamma$ , onde uma mudança na absorção do raio  $\gamma$  causada por um objeto no caminho da radiação não depende criticamente da posição que o objeto ocupa no caminho. Os métodos de medição de campo deformável são particularmente atrativos para imageamento de processos, pois não envolvem o uso de radiação  $\gamma$  (problemas de segurança) ou ultra-som (baixa velocidade de som e problemas de complexidades de sensores). Contudo, os métodos de campo deformável são essencialmente não lineares, isto é, o efeito de um objeto no campo depende de sua posição relativa aos sensores de temperaturas, e, portanto é importante obter dados de alta acuracidade dos termopares para permitir que o efeito de não linearidade seja compensado pelo algoritmo de reconstrução.

Aumentando o número de sensores pode-se melhorar tanto a resolução quanto a acuracidade, mas existem problemas práticos associados a isto, como por exemplo, custo e complexidade. Quanto mais sensores são usados, e o efeito de espalhamento de campo ("field spread") nos pontos distantes dos sensores. Isso significa que a resolução não pode ser aumentada simplesmente aumentando o número dos mesmos (BECK e WILLIAMS, 1996).

A figura abaixo ilustra a diferença entre os dois tipos de campo:

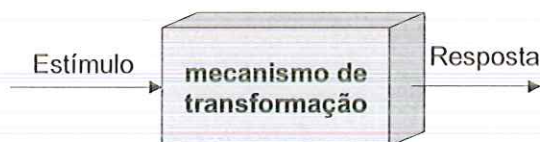


**Figura 2.2** – (a) feixe paralelo (b) feixe em leque: exemplos de sensores de "campo duro" - exploram a diferença de intensidade. (c) curvas equipotenciais: exemplo de "campo mole" - explora diferenças de contraste.

## 2.5 – Problemas direto e inverso

O problema de reconstrução tomográfica de imagens integra uma parte importante dos problemas inversos. Os problemas inversos constituem uma abordagem para resoluções de problemas em que não é possível resolver tradicionalmente. Essa abordagem consiste em confrontar um modelo matemático e um experimental, gerando uma medida de discrepância (funcional de erro) que deve ser minimizada para se obter a solução.

Considere um problema composto de três parâmetros: estímulo, resposta e um mecanismo que transforma estímulo em resposta (por exemplo, uma função), Figura 2.3. Se estímulo e mecanismo de transformação são conhecidos e o objetivo é determinar a resposta então o problema é conhecido como **problema direto**. Por outro lado, se resposta mais mecanismo de transformação são conhecidos, tem-se um **problema inverso**. Há um terceiro tipo de problema, em que a incógnita é justamente o mecanismo de transformação, conhecendo-se estímulo e resposta. Este é denominado **problema inverso tomográfico ou de identificação**.



**Figura 2.3** – Esquema geral de um problema de determinação de parâmetros.

A grande vantagem em formular um problema como problema inverso está em juntar a análise matemática aos dados experimentais, isto é, os problemas inversos representam uma interface entre a teoria e a prática. A reconstrução tomográfica constitui uma das classes de problemas inversos. Para determinar o mecanismo de transformação, a idéia é associar um modelo físico (experimental) a um matemático e fazer previsões obtidas a partir do confronto entre os dois modelos.

De uma maneira simples, os problemas direto e inverso podem ser explicados assim:

Problema direto: dado um estímulo qualquer, antecipar a reação correspondente.

Problema inverso: conhecida a reação, determinar que estímulo a provocou ou a natureza do mecanismo de transformação.

Os problemas inversos estão presentes em diversas situações da nossa vida. Talvez o mais famoso para a comunidade matemática seja “Você pode prever a forma de um tambor pelo som que ele emite?” O problema direto corresponde a determinar o som emitido por um tambor de forma conhecida e sua solução é conhecida. Já o problema inverso tem resposta negativa: existem dois tambores com formas distintas que emitem o mesmo som (SILVA NETO E MOURA NETO, 2000).

Um outro exemplo é o da sombra de uma árvore: conhecida a árvore e a posição do sol, é simples determinar sua sombra (problema direto). Agora, se a questão for: tendo conhecimento de sua sombra e a posição do sol num dado momento, determinar a forma da árvore que provocou tal sombra (problema inverso). A resposta para esse problema inverso é: existem várias possibilidades de formato para a árvore!

Esses exemplos mostram que é preciso ter mais informações para se conhecer a resposta única do problema. Para a questão da árvore, poderíamos observar várias vezes sua sombra ao longo do dia, para diferentes posições do sol e, a partir daí, reconstruir a árvore.

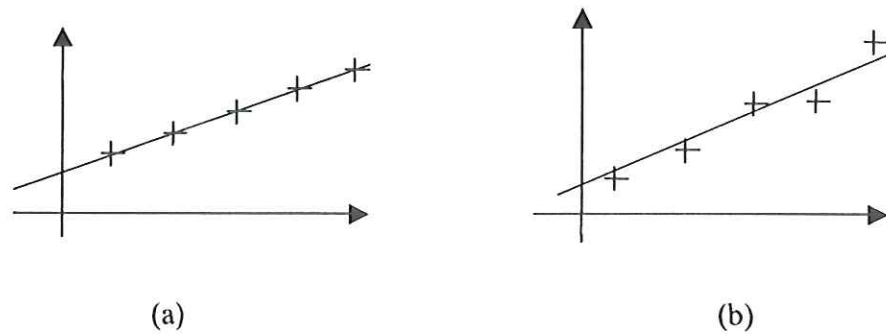
Neste trabalho foram realizadas medidas experimentais em uma placa de aço inoxidável com dimensões 150 x 10 x 110 mm, retificada nas faces inferior e superior. Na face inferior foram colocados 14 termopares igualmente espaçados e, a uma certa distância desta face, aplicado um fluxo de calor constante. Para o caso de tomografia térmica, o problema direto pode ser descrito por: imposto um fluxo de calor na parte inferior da placa de aço inoxidável, determinar as temperaturas que são captadas pelos termopares e calcular o coeficiente de convecção. Já um possível problema inverso pode ser: sabendo como se comporta o coeficiente de convecção,  $h$ , e de quanto é o fluxo de calor aplicado, descobrir quais as temperaturas que minimizam o erro para encontrar a distribuição de  $h$ . O primeiro é relativamente simples de ser resolvido, basta resolver uma equação diferencial parcial, com condições de

contorno adequadas. Porém, o segundo não tem solução única da maneira que está formulado. É preciso obter mais informações sobre o fenômeno.

Uma das preocupações dos pesquisadores é com a existência e a unicidade da solução. Fisicamente, sabemos que a solução é única, pois tendo a reação, é lógico pensar que existiu um estímulo que a provocou e que esse estímulo é único. A questão da existência e unicidade diz respeito à formulação matemática, pois o modelo construído pode ou não satisfazer essas exigências. Segundo Janno e Wolfersdorf (1999), teoricamente é possível determinar a solução do problema inverso a partir de um único par de medidas impostas e captadas no contorno do domínio. Como já foi dito, uma maneira de contornar as dificuldades relacionadas com a unicidade é obter mais dados sobre o problema estudado, e os argumentos matemáticos para isso estão descritos a seguir.

Considere, por exemplo, uma ação  $x = (x_1, x_2, x_3)$  (desconhecida) e a reação  $y = (y_1, y_2, y_3)$  (conhecida). Sabemos que  $x$  é levado à  $y$  através de uma função linear  $y = f(x) = ax + b$ , onde  $a$  e  $b$  são constantes arbitrárias. Somente com esses dados existem infinitos vetores  $x$  que satisfazem esse problema, pois também não conhecemos a função  $f$ .

Se tivermos mais conhecimento de como  $f$  se comporta, talvez seja possível encontrar  $x$ . A quantidade e a qualidade das informações disponíveis é uma das dificuldades em problemas inversos. Segundo Silva Neto e Moura Neto (2000) existem três possibilidades para os dados: eles podem estar em quantidade insuficiente, suficiente ou em demasia. No caso em que a função é uma reta, esta pode ser determinada conhecendo dois de seus pontos (dados suficientes), conhecendo um único ponto fica impossível de determiná-la (dados insuficientes) e, com três ou mais pontos colineares, embora existam dados a mais do que o necessário, também é possível determinar a reta (dados em demasia).



**Figura 2.4 – (a) Dados exatos:** é possível recuperar a reta, **(b) Dados com erros:** é possível “ajustar” uma reta que melhor represente os dados.

O que ocorre na prática é que os dados obtidos através de experimentos são não exatos, ou melhor, estão inevitavelmente contaminados por erros e imprecisões intrínsecas da medição. Neste caso, é melhor ter dados em demasia para garantir a solução.

Continuando com o exemplo, suponha que foram realizadas  $N$  medições, então vão existir  $N$  equações e duas incógnitas ( $a$  e  $b$ ). Os dados obtidos não são colineares (devido aos erros) e então fica impossível determinar a reta que interpola esses pontos. O melhor nesse caso não é interpolar os pontos obtidos e sim ajustar uma reta através do método dos mínimos quadrados. Dito de outra maneira, encontrar os coeficientes  $a$  e  $b$  que mais aproxime os dados numéricos dos experimentais. Para isso, é criada uma medida de discrepância entre o que o modelo com  $(a, b)$  prevê e o que os dados reais fornecem.

Como o sistema tem  $N$  equações e apenas 2 incógnitas, é provável que não tenha solução. Isto é verdade se o objetivo for encontrar uma solução exata, porém, uma solução aproximada pode ser encontrada.

As  $N$  medições podem ser escritas por

$$y_i - (ax_i + b) = 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (2.1)$$

formando um sistema com  $N$  equações e 2 incógnitas que pode ser reescrito como



$$a \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Introduz-se a notação  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $11 = (1, \dots, 1)$  e  $y = (y_1, \dots, y_N)$ . Assim o que se procura é uma combinação linear dos vetores  $x$  e  $11$ , de forma a obter  $y$ . Como são vetores em  $\mathbb{R}^n$ , e apenas dois, quando são necessários  $N$  vetores linearmente independentes para poder representar um vetor qualquer por combinação linear, é muito raro que seja possível escolher  $a$  e  $b$  de forma a ter  $y = ax + b11$ . Veja figura abaixo.

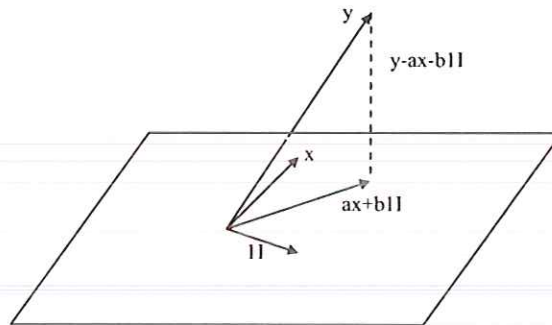


Figura 2.5 - Plano gerado por  $x$  e  $11$

O que efetivamente pode ser feito é escolher  $a$  e  $b$  de tal forma que o erro seja o mínimo possível.

$$E(a, b) = \frac{1}{2} \|y - ax - b11\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (y_i - (ax_i + b))^2 \quad (2.3)$$

### 2.5.1 – Técnicas de resolução do problema tomográfico

A bibliografia mostra o surgimento de diversas técnicas para a solução de problemas de reconstrução numérica na determinação de propriedades

térmicas a partir de medidas experimentais indiretas. Há especial destaque às formulações implícitas baseadas em problemas de otimização. Neste caso é minimizado um funcional de erro, que usualmente está relacionado aos resíduos quadrados entre as temperaturas medidas por sensores localizados no interior e/ou no contorno do meio sob análise (SANTOS et al. 2001).

Estes métodos de minimização baseados no gradiente apresentam uma boa taxa de convergência. Porém, a convecção ocorre quando a estimativa inicial está no interior de uma região de atração (difícil de calcular a priori), levando a um mínimo local. Já os métodos estocásticos de otimização global apresentam a vantagem de independer do ponto de partida para convergir para o mínimo global. No entanto este objetivo é alcançado com um custo computacional elevado (SANTOS et al. 2001).

Considerando o bom desempenho para a tomografia por raios X e por ser relativamente simples e rápido computacionalmente, o algoritmo de retroprojeção linear (linear backprojection - LBP) foi um dos primeiros algoritmos a ser testado para reconstrução de imagens com dados de capacitância (XIE et al. 1992). No algoritmo de reconstrução LBP, a imagem é obtida através da solução de um sistema linear que relaciona as medidas de capacitâncias e as permissividades na região. A resolução do sistema é feita invertendo a matriz, quando possível, ou de forma iterativa. Contudo, os resultados não foram satisfatórios, apresentando "artefatos" nas imagens. O algoritmo LBP, porém, demanda que o meio sensoriado não cause distorções no campo, contrariando a natureza dos sensores de capacitância em relação a um escoamento multifásico.

Por muito tempo os pesquisadores se preocuparam em adaptar os algoritmos desenvolvidos para campos não deformáveis, como por exemplo, retroprojeção e retroprojeção filtrada. Essas adaptações se baseavam na criação de restrições pouco realistas ou em aproximações posteriores nas soluções obtidas e, portanto, as dificuldades provenientes do sensoriamento de campo deformável não eram resolvidas de maneira natural.

Variantes do LBP foram empregadas em aplicações de campo deformável, nos quais os artefatos podem ser parcialmente removidos através do uso de um filtro de truncamento (retroprojeção filtrada). Um exemplo pode ser encontrado em Isaksen (1996), que introduziu uma forma de truncamento para

melhorar o contraste entre a interface do líquido e do gás. Além de não ser trivial efetuar essa correção, pois o aparecimento de artefatos é dependente da posição dentro da seção transversal e da distribuição média da mesma, dificilmente remove o efeito por completo. Com isso, a retroprojeção filtrada apenas melhora a qualidade da imagem, não resolvendo o problema de encontrar técnicas de reconstrução mais precisas.

Na literatura, numerosas pesquisas feitas na área da engenharia e matemática têm considerado problemas equivalentes ao do presente trabalho com relação ao cálculo da condutividade térmica. Por exemplo, Huang e Ozisik (1990) usou integração direta e o método de Levenberg-Marquardt para o cálculo simultâneo da condutividade térmica e calor capacitivo; Beck e Al-Araji (1978) determinaram a condutividade térmica constante, calor capacitivo; Terrola (1989) usou o método Davidon-Fletcher-Power para determinar as temperaturas dependentes da condutividade térmica. Todas as referências acima tratam do cálculo de parâmetros, isto é, a forma funcional das incógnitas que serão atribuídas antes dos cálculos inversos. Porém, quando a condutividade térmica de materiais compostos ou não homogêneos é calculada após o cálculo dos parâmetros, fica difícil atingir o objetivo, especialmente em problemas multi-dimensionais. Recentemente, Huang et al. (1995) desenvolveram um algoritmo eficiente para obter a função de estimação baseado no método dos gradientes conjugados, que determinava as propriedades térmicas de materiais em problemas inversos unidimensionais. Por exemplo, Huang e Yuan (1996) usaram o método dos gradientes conjugados para calcular as temperaturas dependentes da condutividade térmica. Eles usaram a mesma técnica para calcular a temperatura que depende do calor capacitivo por unidade de volume. Finalmente, Huang e Yuan (1995) determinaram simultaneamente a temperatura dependente da condutividade térmica e do calor capacitivo por unidade de volume.

O cálculo das propriedades térmicas para problemas multidimensionais é ainda muito limitado.

## 2.6 – Técnicas de regularização

Independentemente da técnica de resolução do problema inverso ou da abordagem variacional ou funcional para a reconstrução da distribuição do coeficiente de convecção ( $h$ ) no objeto em estudo, as dificuldades são intrínsecas uma vez que o problema é mal-posto e, provavelmente, sem solução na ausência de uma estratégia de regularização.

Sem restrições a priori sobre a classe de soluções admissíveis, o problema inverso é descontínuo e o problema de tomografia térmica é extremamente mal-posto. Sobre esse ponto específico, alguns pesquisadores têm se dedicado ao desenvolvimento de estratégias de regularização do problema, visando torná-lo menos sensível à presença de erros numéricos. Entretanto, segundo pesquisas tiradas da literatura, esses trabalhos são de cunho fundamentalmente matemático e contemplam pouco dos aspectos ligados às dificuldades de realização prática do método. Isso é verdade principalmente na tomografia de escoamentos bifásicos industriais na qual as dificuldades de medição se somam às exigências ligadas ao ambiente em que a medida deve ser feita.

Foi com o trabalho de Tikhonov e Arsenin (1977) que teve início uma formulação geral para problemas mal-postos chamada de regularização. A regularização de um problema consiste na determinação da solução aproximada mais suave que seja compatível com os dados observados. O objetivo é limitar, o efeito do aumento do erro proveniente dos dados através de alguma restrição imposta sobre a solução.

Alternativamente, uma idéia para contornar o mal condicionamento do problema inverso consiste basicamente em realizar medidas redundantes e em combiná-las todas juntas em um mesmo funcional de erro convenientemente definido de maneira que a sua minimização leve a determinação do coeficiente de convecção que se quer reconstruir. Admitindo que os erros introduzidos no processo sejam aleatórios e ergódicos, sobretudo aqueles de origem nas medidas experimentais, é bastante plausível esperar que a informação degradada em um teste em particular possa ser restaurada a partir dos dados de outros testes. Esse procedimento foi aplicado com sucesso em um

problema de calibração inversa (ROLNIK e SELEGHIM, 2002), e é perfeitamente adaptável ao problema de reconstrução tomográfica.

O funcional de erro construído através de medidas redundantes propicia a ideia da construção de tomografias multimodais, uma vez que permite a inclusão de informações adicionais diretamente. Os erros obtidos pela tomografia térmica ou outra técnica tomográfica podem ser colocados em um mesmo funcional e, dessa forma, é possível combinar tomografia com medidas térmicas e acústicas, por exemplo. Hipoteticamente, objetos que não forem detectados ou que não forem sensíveis a um processo, podem ser visualizados pelo outro.

## CAPÍTULO 3 – RECONSTRUÇÃO DO CAMPO DE TEMPERATURAS E CONDIÇÕES DE CONTORNO

A priori, o problema de tomografia térmica é formulado por uma equação diferencial, que rege a temperatura dentro do domínio, e por condições de contorno adequadas, que simulam o processo de excitação e medição. No presente estudo a distribuição da temperatura não pode ser acessada diretamente através da formulação diferencial, e faz-se necessário abordar o problema como um problema inverso. Dessa forma, dados experimentais são confrontados com a formulação matemática, criando um funcional de erro cuja minimização à imagem procurada. Em outras palavras, o problema de tomografia térmica é formulado como um problema inverso.

### 3.1 – Formulação matemática

Na tomografia térmica a relação entre a distribuição espacial da condutividade  $k$  e a temperatura  $T$  pode ser obtida a partir do princípio de conservação de energia. Após algumas simplificações, a equação diferencial que rege a condução de calor pelo potencial térmico  $T$  no domínio em regime permanente é:

$$\vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) = 0 \quad (3.1)$$

onde  $k$  é a condutividade térmica e  $T$  é a temperatura.

Para adimensionalizar a equação (3.1), utilizam-se valores de referência, seja:

$L$  = dimensão de referência;

Para adimensionar as coordenadas cartesianas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , faremos:

$$x^* = \frac{x}{L} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial x^*}{\partial x} = \frac{1}{L}$$

$$y^* = \frac{y}{L} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial y^*}{\partial y} = \frac{1}{L}$$

$$z^* = \frac{z}{L} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial z^*}{\partial z} = \frac{1}{L}$$

e seja  $T_\infty$  = temperatura de referência (convecção), temos

$$T^* = \frac{T}{T_\infty} \quad \Rightarrow \quad T = T^* \cdot T_\infty$$

Seja  $k_0$  = condutividade de referência, onde  $k_0$  médio pode ser expresso como

$$k_0 = \frac{1}{V} \int k dV \quad (3.2)$$

$$k^* = \frac{k}{k_0}$$

Usando as relações acima obtém-se a equação diferencial adimensional, após o cálculo das derivadas primeira e segunda nas coordenadas x, y e z:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_\infty}{L^2} \cdot \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}}, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_\infty}{L^2} \cdot \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}, \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{T_\infty}{L^2} \cdot \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}}$$

Para a condutividade k:

$$\frac{\partial k}{\partial x} = \frac{k_0}{L} \cdot \frac{\partial k^*}{\partial x^*}, \quad \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{k_0}{L} \cdot \frac{\partial k^*}{\partial y^*}, \quad \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{k_0}{L} \cdot \frac{\partial k^*}{\partial z^*}$$

Expandindo a equação  $\vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) = 0$ , temos:

$$\vec{\nabla} k \cdot \vec{\nabla} T + k \nabla^2 T = 0$$

$$\left( \frac{k_0}{L} \frac{\partial k^*}{\partial x^*}, \frac{k_0}{L} \frac{\partial k^*}{\partial y^*}, \frac{k_0}{L} \frac{\partial k^*}{\partial z^*} \right) \left( \frac{T_\infty}{L} \frac{\partial T^*}{\partial x^*}, \frac{T_\infty}{L} \frac{\partial T^*}{\partial y^*}, \frac{T_\infty}{L} \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) + k_0 k^* \frac{T_\infty}{L^2} \left( \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{k_0 T_\infty}{L^2} \left( \frac{\partial k^*}{\partial x^*} \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + \frac{\partial k^*}{\partial y^*} \frac{\partial T^*}{\partial y^*} + \frac{\partial k^*}{\partial z^*} \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) + k_0 k^* \frac{T_\infty}{L^2} \left( \frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} \right) = 0$$

Chegamos a equação

$$\vec{\nabla}^* \left( k^* \cdot \vec{\nabla}^* \cdot T^* \right) = 0 \quad (3.3)$$

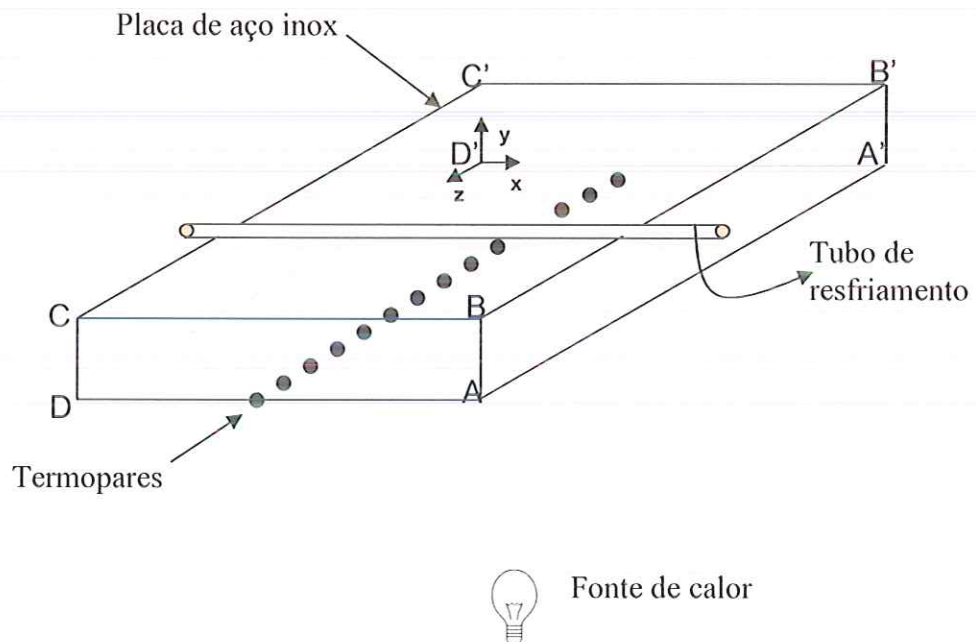
onde

$$\vec{\nabla}^* = \left( \frac{\partial}{\partial x^*}, \frac{\partial}{\partial y^*}, \frac{\partial}{\partial z^*} \right)$$

$$k^* = \frac{k_0 T_\infty}{L^2} k^*$$

Desta maneira, fica demonstrado que a equação diferencial adimensionalizada tem forma idêntica à da equação dimensional correspondente.

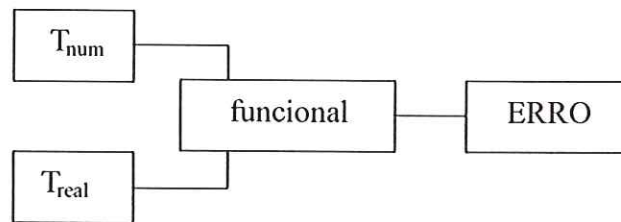
Para a realização de um problema de tomografia térmica é necessário fazer uma combinação de dados experimentais e numéricos. Neste trabalho, os dados experimentais foram obtidos impondo-se um fluxo de calor em uma das faces da placa de aço inoxidável e medindo a temperatura resultante nesta mesma face  $T_{real}$ . Na outra face foi colocado um tubo de cobre por onde havia passagem de água fria com o objetivo de simular uma convecção forçada, como pode ser visto na Figura 3.1. As medidas foram realizadas colocando-se 14 termopares igualmente espaçados na face inferior da placa de aço inoxidável com intervalo de 1cm entre eles.



**Figura 3.1** – Imposição do fluxo de calor na placa de aço inoxidável para obtenção das temperaturas experimentais.



Os dados numéricos correspondentes  $T_{\text{num}}$  são obtidos através da resolução da EDP (Equação 3.1) com as mesmas condições de excitação impostas na parte experimental, porém com base em uma estimativa da distribuição interna de condutividade. A partir de  $T_{\text{num}}$  e  $T_{\text{real}}$  determinados, é construído o funcional de erro que deve ser minimizado a fim de atingir a solução do problema, o esquema pode ser visto na Figura 3.3.



**Figura 3.3** - Esquema para cálculo do erro.

A equação diferencial que governa o problema por tomografia térmica com a condutibilidade térmica constante é:

$$\nabla^2 T = 0 \quad (3.4)$$

onde  $T$  é a temperatura e a condutibilidade térmica é considerada constante.

A equação acima em coordenadas cartesianas tridimensionais e na sua forma adimensional, é dada por:

$$\frac{\partial^2 T^*(x^*, y^*, z^*)}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*(x^*, y^*, z^*)}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*(x^*, y^*, z^*)}{\partial z^{*2}} = 0 \quad (x, y, z) \in \Omega \quad (3.5)$$

As equações relativas a esse estudo, juntamente com as condições de contorno são mostradas a seguir:

$$\nabla^2 T = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0, \text{ condição adiabática, em } x=1, \dots, N; y=1, \dots, M; z=1 \quad (3.7)$$

$$x=N; y=1, \dots, M; z=1, \dots, O$$

$$x=1; y=1, \dots, M; z=1, \dots, O$$

$$x=1, \dots, N; y=1, \dots, M; z=O, \text{ laterais da placa}$$

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad \text{para } y=1, \text{ parte inferior da placa} \quad (3.8)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = h(T - T_{\infty}) \quad \text{para } y= M, \text{ parte superior da placa} \quad (3.9)$$

onde, T = temperatura em x, y, z;

q = fluxo de calor;

k = condutibilidade térmica (constante);

h = coeficiente de convecção;

$T_{\infty}$  = temperatura ambiente;

N, M e O = valores correspondentes à dimensão do problema.

A largura, a altura e o comprimento da placa correspondem respectivamente à x, y e z. As dimensões utilizadas no programa foram de  $x = 1, \dots, 10$ ;  $y = 1, \dots, 5$ ;  $z = 1, \dots, 20$ .

A resolução geral do problema considera o coeficiente de convecção (h) variável em relação à posição na superfície da placa, que pode assumir os valores de  $10 \text{ W/m}^2\text{°C}$  na convecção livre e  $1000 \text{ W/m}^2\text{°C}$  na convecção forçada. Esses valores foram obtidos manualmente manipulando h até minimizar o erro entre as temperaturas numérica e experimental. No experimento realizado, o fluxo de calor era imposto na face inferior da placa de aço onde foram feitas as 14 medidas das temperaturas através dos termopares acoplados na mesma. O coeficiente de convecção inicial foi considerado de  $10 \text{ W/m}^2\text{°C}$  em toda placa, exceto onde se encontrava o tubo de cobre que foi colocado na largura (110 mm) da placa com a passagem constante de água fria, provocando uma convecção forçada onde o mesmo se encontrava. Dos 14 termopares um único se localizava exatamente na direção do tubo de cobre e os restantes estavam no comprimento (150 mm) da placa.

As variáveis a serem observadas são o fluxo de calor e as temperaturas que serão parâmetros de comparação entre cálculos numéricos e experimentais.

Considere-se que  $h$  possa ser representada na seguinte forma

$$h(x,y,z) = \sum a_n \varphi_n(x,y,z) \quad (3.10)$$

onde  $\varphi$  constituem as funções de expansão (arbitrárias), escolhidas apropriadamente. O problema inverso de estimativa da função  $h$  passa a ser então o de determinar os coeficientes ( $a_0, a_1, \dots, a_n$ ).

Assim, a solução é construída ajustando a Equação 3.10, através de uma heurística de otimização, iterando até que haja uma boa aproximação entre os valores medidos e os aproximados.

### 3.1.1 – Construção do funcional de erro

O funcional de erro deve ser construído de tal forma que quantifique a diferença entre a distribuição de temperatura medida e aproximada através de comparações entre valores medidos na fronteira com os correspondentes valores obtidos do modelo. A idéia é confrontar medidas obtidas através de um modelo experimental e de um modelo matemático. Supondo uma distribuição de  $h$  (coeficiente de convecção) prospectiva, o conjunto de equações (3.6) – (3.9) é utilizado para simular o problema aproximado, retornando  $T_{num}$ . Através do experimento realizado com a medição de 14 temperaturas na face inferior da placa de aço inoxidável obteve-se as temperaturas experimentais chamadas de  $T_{real}$ . As temperaturas resultantes podem ser interpretadas como originárias de dois modelos distintos: o primeiro deles corresponde à implementação numérica das equações (3.6) - (3.9) num computador digital (modelo matemático-numérico) e o segundo correspondendo à própria montagem experimental (modelo real ou analógico). De posse dos dois resultados das temperaturas, o funcional de erro constitui uma medida da discrepância entre eles e pode ser escrito da seguinte forma:

$$e = \|T_{\text{num}} - T_{\text{real}}\| = \sqrt{\sum (T_{\text{num}} - T_{\text{real}})^2} \quad (3.11)$$

Esse funcional de erro possibilita construir a solução do problema inverso com condições experimentais realistas e contribui na regularização das más características de superfície de otimização que podem surgir no decorrer da solução como, por exemplo, pontos de sela.

A solução é construída ajustando o modelo de temperaturas através de uma heurística de otimização, que é iterada até que haja uma boa aproximação entre os valores medidos e os estimados. Para isso, os algoritmos genéticos foram escolhidos como técnica de resolução do problema de minimização, principalmente por possuírem a capacidade de escapar de mínimos locais e serem independentes da solução inicial. O Capítulo 5 é dedicado à apresentação dos algoritmos genéticos.

### 3.2 – Estratégias de regularização

Sem restrições a priori sobre o domínio da solução  $h$ , independentemente da abordagem variacional ou funcional adotada, o problema inverso de reconstruir a distribuição do coeficiente de convecção  $h$  no meio estudado, possui dificuldades intrínsecas por ser um problema mal posto e, provavelmente, insolúvel na prática sem uma estratégia de regularização.

As dificuldades inerentes do mau condicionamento do problema de tomografia térmica são contornadas através de estratégias de regularização, ou seja, determinar uma aproximação suave para a função de minimização, compatível com os dados medidos e níveis de erros.

Através de um estudo na superfície de erro, foram observados os fatores matemáticos associados ao mau condicionamento intrínseco do problema inverso que se revelam no grande número de características topológicas negativas dessa superfície. O domínio de atração do mínimo global (poço da solução) pôde ser identificado no estudo relativo ao erro, cercado por uma característica patológica correspondendo a um vale longo e estreito. A convergência de um procedimento de minimização numérico pode ser extremamente complicada nessas condições. Por exemplo, um algoritmo

baseado na inclinação local, a seqüência minimizante, após cair no vale, progredirá somente se passos muito pequenos forem tomados, uma vez que há imprecisões intrínsecas na determinação da inclinação de descida. Em outras palavras, qualquer passo em uma direção com uma sutil imprecisão irá perturbar a seqüência minimizante para fora do vale, resultando em oscilações possivelmente instáveis ou de grandes proporções, ou em uma estagnação do método. A convergência é igualmente problemática para métodos de minimização baseados em heurísticas evolucionárias. Uma vez que a seqüência minimizante se encontra no vale, todas as operações genéticas produzirão descendentes fora do vale e conseqüentemente terão grandes chances de serem descartados. Esquemas de regularização são comumente usados para suavizar as superfícies de erro e tornar o procedimento numérico mais estável, principalmente na presença de erros experimentais nas medidas e erros de truncamento computacional.

Aliado a essas idéias, a estratégia mais comum é introduzir um termo na função de minimização (Equação 3.11) de maneira a tornar regularizável a nova versão da função de minimização, ou seja:

$$E = ||T_{\text{num}} - T_{\text{real}}|| + \alpha ||Q_{\text{num}} - Q_{\text{real}}|| \quad (3.12)$$

Onde,

$\alpha$  é o parâmetro de regularização e  $Q$  é o fluxo de calor na parte inferior da placa, dado por:

$$Q_{\text{num}} = \sum_{dx dz} h(T - T_{\infty}) dx dz \quad (3.13)$$

com  $\alpha$  sendo um valor pequeno igual a 0.0001,  $Q_{\text{real}}$  o fluxo de calor teórico conhecido e  $dx = 110.0 / (N-1) / 1000.0$ ,  $dz = 150.0 / (O-1) / 1000.0$  (área relativa à parte inferior da placa).

Neste trabalho, o melhor  $\alpha$  foi definido tendo como objetivo uma patologia da superfície de erro menos severa, ou seja, para o qual o vale contendo o poço da solução pudesse se tornar mais largo e menos profundo. O valor de  $\alpha$  foi encontrado através de tentativa e erro.

Minimizando (3.12) ao invés de (3.11) corresponde a forçar tanto uma boa aproximação entre os dados medidos e modelados quanto à função de minimização ser suave. O papel do parâmetro de regularização é promover um

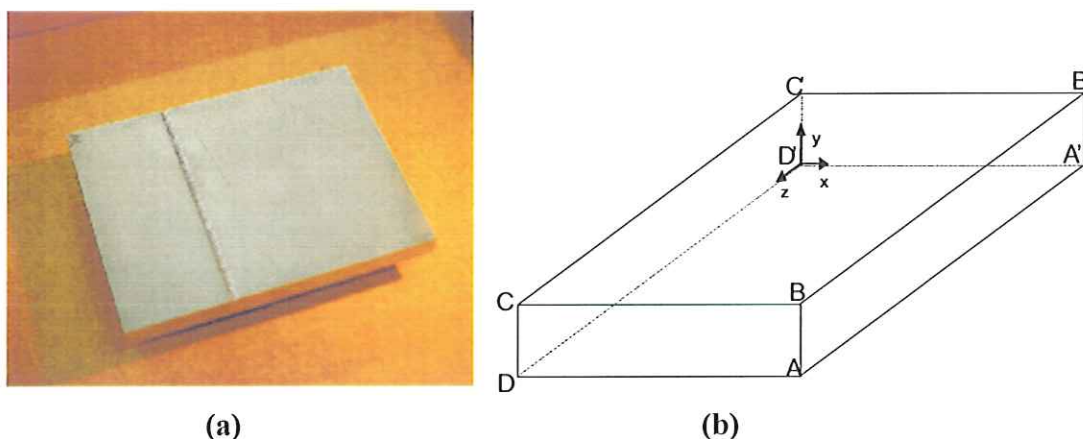
balanço de tais requerimentos no sentido de enfatizar mais ou menos a suavidade da medida.

## CAPÍTULO 4 – RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DIRETO

O problema direto consiste de uma equação diferencial parcial do tipo estacionária, em que condições de contorno são definidas em todos os pontos da fronteira. A solução foi obtida computacionalmente, onde se utilizou uma discretização do domínio e das derivadas parciais. Outros pontos importantes na implementação são: a resolução do sistema linear e o armazenamento dos dados, uma vez que o problema é de larga escala, principalmente por ser tridimensional. Este capítulo apresenta detalhadamente os passos seguidos na implementação do problema direto. Um código específico foi desenvolvido no que diz respeito a discretização do domínio, estocagem da matriz e método de resolução do sistema linear. Essa implementação específica teve como objetivo, sobretudo, diminuir o tempo de cálculo do problema direto, uma vez que essa é a etapa de maior consumo de tempo e é executada inúmeras vezes durante a resolução do problema inverso.

### 4.1 – Condições de contorno

O objeto de estudo escolhido foi uma placa de aço inoxidável com um tubo de cobre colocado sobre a mesma, conforme a Figura 4.1(a).



**Figura 4.1 (a)** – Foto da placa de aço inoxidável com uma fenda onde o tubo de cobre foi colocado. **(b)** - Dimensões da placa inoxidável com vértices indicados por A, B, C, D, A', B', C', D'.

Existem seis faces onde as condições de contorno devem ser aplicadas. A Figura 4.1(b) mostra os vértices A, B, C, D, A', B', C', D', formando quatro faces laterais (2 paralelas ao eixo x e 2 paralelas ao eixo y) formadas por AA'B'B, CC'D'D, BB'C'C, DD'A'A e duas faces transversais (paralelas ao eixo z), formadas por ABCD e A'B'C'D'.

As condições de contorno devem ser escolhidas de maneira a descrever situações reais de temperaturas, pois representam os perfis de temperaturas produzidos pelo aquecimento através de um fluxo de calor contínuo aplicado na face inferior da placa. Para isso, nas quatro faces (CC'D'D, AA'B'B, ABCD e A'B'C'D') foram impostas condições adiabáticas, com o objetivo de simular condições de periodicidade.

$$\frac{\partial T}{\partial n}(x, y, z) = 0 \quad (4.1)$$

Na face inferior da placa (AA'DD') foi aplicado um fluxo de calor constante. Na largura da placa foi adaptado um tubo de cobre como mostra a Figura 4.1(a) onde foi considerada convecção forçada através de um escoamento de água na temperatura ambiente, tendo como objetivo observar as temperaturas resultantes representando a posição onde está ocorrendo o resfriamento da placa. Na face superior da placa (CC'BB') encontra-se o tubo de cobre visando manipular o coeficiente local de convecção.



## 4.2 – Discretização da equação diferencial parcial

Para discretizar a equação que rege o fenômeno em estudo foi escolhido o método das diferenças finitas, que apresenta algumas vantagens como, por exemplo, ser de fácil e rápida implementação. A equação diferencial que rege o fenômeno esta descrita abaixo:

$$\nabla^2 T = 0 \quad (4.2)$$

com  $T = T(x, y, z)$

Explicitando os termos da equação (4.2), para um problema tridimensional, onde  $T = T(x, y, z)$ , vem

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{z} \right) \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{z} \right) = 0 \quad (4.3)$$

onde  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  e  $\vec{z}$  são versores nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente.

Usando, portanto, o método das diferenças finitas para aproximar as derivadas, a fórmula de diferença centrada para as derivadas de segunda ordem pode ser vista abaixo.

Seja  $(x_i, y_j, z_k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$ , para uma função  $f$  qualquer, a fórmula de discretização será:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f_{i+1,j,k} - 2f_{i,j,k} + f_{i-1,j,k}}{\Delta x^2} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{f_{i,j+1,k} - 2f_{i,j,k} + f_{i,j-1,k}}{\Delta y^2} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{f_{i,j,k+1} - 2f_{i,j,k} + f_{i,j,k-1}}{\Delta z^2} \quad (4.6)$$

Aplicando (4.4), (4.5) e (4.6) em (4.3), vem:

$$\begin{aligned}
& T_{i,j,k} \left( -\frac{2}{\Delta x^2} - \frac{2}{\Delta y^2} - \frac{2}{\Delta z^2} \right) + T_{i+1,j,k} \left( \frac{1}{\Delta x^2} \right) + T_{i,j+1,k} \left( \frac{1}{\Delta y^2} \right) + T_{i,j,k+1} \left( \frac{1}{\Delta z^2} \right) \\
& + T_{i-1,j,k} \left( \frac{1}{\Delta x^2} \right) + T_{i,j-1,k} \left( \frac{1}{\Delta y^2} \right) + T_{i,j,k-1} \left( \frac{1}{\Delta z^2} \right) = 0
\end{aligned} \tag{4.7}$$

expressão em que se adota a notação implícita

$$T_{i,j,k} = T((i-1)\Delta x, (j-1)\Delta y, (k-1)\Delta z) \tag{4.8}$$

com os índices variando de acordo com  $i=1,2,\dots,N$ ;  $j=1,2,\dots,M$ ;  $k=1,2,\dots,O$ .

Reorganizando a equação de modo a agrupar os termos em T, obtém-se:

$$GT_{i,j,k} + AT_{i+1,j,k} + BT_{i,j,k+1} + CT_{i,j+1,k} + DT_{i-1,j,k} + ET_{i,j,k-1} + FT_{i,j-1,k} = 0 \tag{4.9}$$

onde:

$$G = -\frac{2}{\Delta x^2} - \frac{2}{\Delta y^2} - \frac{2}{\Delta z^2} \tag{4.10}$$

$$A = \frac{1}{\Delta x^2} \tag{4.11}$$

$$C = \frac{1}{\Delta y^2} \tag{4.12}$$

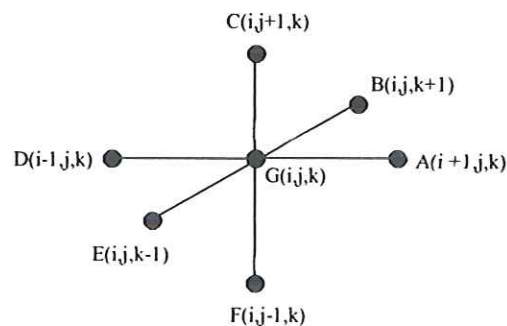
$$B = \frac{1}{\Delta z^2} \tag{4.13}$$

$$D = \frac{1}{\Delta x^2} \tag{4.14}$$

$$F = \frac{1}{\Delta y^2} \tag{4.15}$$

$$E = \frac{1}{\Delta z^2} \quad (4.16)$$

A célula computacional correspondente é formada por sete pontos, um central e dois em cada uma das três coordenadas, como pode ser visto na figura a seguir:



**Figura 4.2 - Célula Computacional.**

A equação 4.9 gera um sistema linear cujas incógnitas são os valores nodais das  $T$ 's. A dimensão é  $N \times M \times O$ , em que  $N$ ,  $M$  e  $O$  são o número de incógnitas nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente.

Através da transformação:

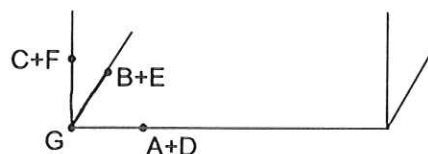
$$T_{i,j,k} \rightarrow T_m$$

$$\text{com } m = i+(j-1)*N+(k-1)*M*N, \quad m = 1, \dots, M*N*O,$$

obtem-se as equações com as respectivas condições de contorno para cada nó da malha. Queremos resolver o sistema  $A \cdot x = b$ , onde a matriz  $A$  é definida usando valores aleatórios do coeficiente de convecção  $h$ , o vetor  $x$  corresponde às temperaturas e o vetor  $b$  representa as respectivas condições de contorno. A matriz  $A$  de entrada, é obtida através de dois vetores: um que estoca seus valores não nulos definidos para cada nó correspondente à placa e outro que estoca a posição destes valores. Ao vetor  $x$ , o vetor de temperaturas procurado, foi atribuído um primeiro valor inicial para a resolução do sistema linear e ao vetor  $b$ , atribuídas as condições de contorno referentes ao problema proposto.

Depois de discretizar as equações, foram montadas todas as equações referentes a cada região de nós da placa de aço inoxidável, conforme as condições de contorno impostas em cada plano da placa. Alguns exemplos dessas equações referentes a cada região de nós e da descrição do problema tridimensional podem ser visto nos casos abaixo.

- Canto inferior esquerdo:



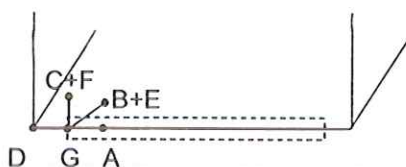
**Figura 4.3** - Célula computacional relativa ao canto esquerdo inferior.

A equação que representa esse nó ( $i= 1, j= 1, k= 1$ ) com as devidas condições de contorno: fluxo imposto + balanço de energia,  $\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0,$

$\frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{q}{k}$ , pode ser vista abaixo:

$$G \cdot T_{i,j,k} + (A+D) \cdot T_{i+1,j,k} + (B+E) \cdot T_{i,j,k+1} + (C+F) T_{i,j+1,k} = \frac{2 \cdot F \cdot \Delta y \cdot q_{i,k}}{k} \quad (4.17)$$

- Borda inferior ( $i=2, \dots, N-1$ ):

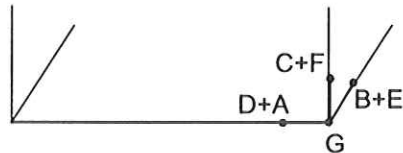


**Figura 4.4** - Célula computacional relativa à borda inferior.

A equação que representa os nós referentes aos pontos de  $i = 2, \dots, N-1, j=1, k= 1$  na borda inferior com as devidas condições de contorno é dada por:

$$\begin{aligned}
 & G \cdot T_{i,j,k} + A \cdot T_{i+1,j,k} + (B + E) \cdot T_{i,j,k+1} + (C + F) \cdot T_{i,j+1,k} + DT_{i-1,j,k} \\
 & = - \frac{2 \cdot F \cdot \Delta y \cdot q_{i,k}}{k}
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

- Canto inferior direito:



**Figura 4.5** - Célula computacional relativa ao canto inferior direito.

A equação que representa esse nó,  $i = N$ ,  $j = 1$ ,  $k = 1$ , com as devidas condições de contorno, pode ser vista abaixo:

$$\begin{aligned}
 & G \cdot T_{i,j,k} + (B + E) \cdot T_{i,j,k+1} + (C + F) \cdot T_{i,j+1,k} + (D + A)T_{i-1,j,k} = \\
 & - \frac{2 \cdot \Delta y \cdot F \cdot q_{i,k}}{k}
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Além dos exemplos mostrados acima foram obtidas um total de 27 equações.

### 4.3 – Armazenamento

Uma preocupação que surge quando se trabalha com matrizes de grande porte diz respeito ao armazenamento dos dados. Levando em conta a tridimensionalidade do problema abordado, um domínio discretizado contendo, por exemplo, 10 partições para cada direção (o que é relativamente pequeno para obter uma boa resolução), é necessário armazenar uma matriz de  $10 \times 10 \times 10$  linhas por  $10 \times 10 \times 10$  colunas, ou seja,  $10^6$  elementos. Considerando variáveis de precisão simples, estes  $10^6$  elementos demandam 8Mb de memória RAM para serem armazenados. Este problema se agrava consideravelmente com um simples aumento em uma das coordenadas.

Existem diferentes maneiras de armazenar matrizes do tipo banda (característica de apresentar diagonais não nulas próximas à diagonal principal e zero nas extremidades). Uma maneira é simplesmente girar a matriz  $45^\circ$  no

sentido horário e então seus elementos ficam armazenados em uma nova matriz longa e fina (ZIENKIEWICZ e CHEUNG, 1967; PRESS et al, 1992) ou utilizar um vetor tipo *skyline* (ZIENKIEWICZ e CHEUNG, 1967), em que os elementos da banda são armazenados em um único vetor (consideravelmente longo). Em ambos os casos ainda permanecem estocados muitos zeros, pois devido às características da matriz em questão, existem diversas diagonais nulas entre as não nulas.

A solução para esse problema foi resolvida a partir da estocagem proposta no *Numerical Recipes in Fortran* (PRESS et al, 1992), de utilizar um vetor de coeficientes que armazena os elementos não nulos da matriz e um vetor de índices, responsável pela indexação dos elementos da matriz. Esse sistema de armazenamento permite que os números armazenados sejam acessados de forma muito mais rápida, diminuindo consideravelmente o tempo gasto com a resolução do sistema linear. Além disso, a rotina de solução do sistema linear, descrita a seguir e também retirada do *Numerical Recipes* utiliza tal sistema de armazenamento. Com o objetivo de reduzir ainda mais o tempo computacional, os coeficientes da matriz poderiam ser armazenados diretamente no vetor dos coeficientes.

#### 4.4 – Resolução do sistema linear

A matriz não é necessariamente simétrica e provavelmente também não é definida positiva, devido à propriedade estudada ( $h$ ) não ser homogênea. Como o coeficiente de convecção varia de acordo com o meio estudado, não é possível ter controle sobre ele e, portanto, não há garantia de que a matriz  $A$  seja simétrica ou definida positiva, somente que ela é esparsa. Por essas razões o algoritmo escolhido para resolução do sistema linear foi o Método dos Gradientes Biconjugados Pré-Condicionado (PBCG) que é uma generalização do Método dos Gradientes Conjugados e que resolve qualquer sistema linear desde que a matriz não seja singular. A rotina PBCG se encontra implementada no pacote computacional *Numerical Recipes in Fortran* (PRESS et al, 1992).

Para a aplicação desse método é necessário ter uma matriz preconditionadora  $\tilde{A}$  de maneira que  $\tilde{A}^{-1} \cdot A \approx I$ . A idéia é resolver facilmente o sistema linear para algum  $\tilde{A}$  perto de  $A$ , permitindo o algoritmo convergir em poucos passos.

A matriz preconditionadora  $\tilde{A}$  foi escolhida como sendo a matriz solução do problema de referência e o vetor solução inicial  $x_{\text{inicial}}$  foi um valor inicial arbitrário.

$$A_{\text{ref}} \cdot x_{\text{arbitrario}} = b_{\text{ref}} \quad , \quad (4.20)$$

que corresponde ao problema em que no meio é considerado  $h$  com convecção natural igual a  $10 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $h$  com convecção forçada é considerado igual a  $1000 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ . Então

$$\begin{cases} x_{\text{inicial}} = x_{\text{arbitrario}} \\ \tilde{A} = A_{\text{ref}} \end{cases} \quad (4.21)$$

O problema de referência (Equação 4.20) é simples de ser resolvido, pois neste caso,  $A_{\text{ref}}$  é simétrica e definida positiva e, além disso, ele é resolvido uma única vez, antes do programa entrar na rotina de solução do sistema linear propriamente dito.  $A_{\text{ref}}$  é decomposta em duas matrizes  $L$  e  $U$  (triangular inferior e superior, respectivamente) e armazenada em um arquivo. O vetor  $x_{\text{arbitrario}}$  também é estocado nesse mesmo arquivo. Os sistemas auxiliares do algoritmo são calculados através das matrizes  $L$  e  $U$ , cujo arquivo é chamado a cada iteração do PBCG.

Portanto, resolvendo o sistema linear  $A \cdot x = b$ , obtemos um vetor de soluções  $(T_1, T_2, \dots, T_{MNO})$ .

## CAPÍTULO 5 – RESOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO

Quando a geometria, as propriedades térmicas, as condições de contorno, a condição inicial e o termo fonte são conhecidos, o problema da equação (3.1), pode ser resolvido fornecendo a distribuição do coeficiente de convecção ( $h$ ). Este problema é denominado problema direto. Quando alguma destas grandezas, ou uma combinação das mesmas é desconhecida, mas informações adicionais tal como medidas experimentais da temperatura estão disponíveis, pode-se então tentar determinar as grandezas desconhecidas. Este é o problema inverso (SANTOS et al. 2001).

A resolução do problema inverso foi abordada como um problema de otimização em que a distribuição de temperatura é refinada até que o funcional de erro atinja seu mínimo global. Porém, é extremamente importante ressaltar que, relativamente à construção da solução numérica, não existem algoritmos de uso geral capazes de lidar com as particularidades de cada problema. Ao contrário, a escolha de uma rotina deve se basear no tipo de otimização (condicionada ou não), na disponibilidade de expressões analíticas para as derivadas, na quantidade de informações a priori (valor inicial), esforço computacional, memória e assim por diante. A proposta de testar os algoritmos genéticos como heurística de otimização decorre, principalmente, em razão de suas habilidades intrínsecas de “escapar” de mínimos locais. A técnica dos algoritmos genéticos será descrita em detalhes neste capítulo.

### 5.1 – Identificação do problema de minimização

A incógnita  $T$  que, fisicamente, representa o valor das temperaturas em cada ponto do volume estudado é, a princípio, tridimensional, ou seja,  $T = T(x,$



$y, z$ ). A partir de uma discretização e uma reorganização conveniente,  $T$  se transforma em um vetor representando pontos discretos do domínio de minimização,  $T_k$ , onde  $k = 1, \dots, N \cdot M \cdot O$  e  $N \cdot M \cdot O$  é o número total de incógnitas. Feito isso, a solução do problema inverso pode ser encontrada otimizando-se o funcional de erro nas variáveis  $h_k$  restritas a um intervalo de valores definidos em função do coeficiente de convecção. De forma geral, o problema fica:

$$\text{Minimizar } e(h) \quad (5.1)$$

Antes da aplicação de um método de otimização é preciso responder a algumas questões para adquirir conhecimento do tipo de problema que se tem em mãos. Por exemplo:

- Qual a dimensão do problema?
- A função a ser minimizada é linear ou não-linear, convexa ou não convexa?
- Existem restrições? Se existirem, elas são lineares ou não?
- Uma solução aproximada é satisfatória? Ou é preciso encontrar a solução exata?
- O mínimo procurado é o global (absoluto) ou local?
- As variáveis são discretas ou contínuas?

A área de pesquisa que estuda os métodos de otimização para funções objetivo não-lineares é chamada de Programação Não Linear (PNL) e constitui um campo de pesquisa vasto e árduo e por isso os pesquisadores dividiram em vários casos dependendo do tipo de restrição, da forma da função objetivo e a solução que se deseja obter. Alguns casos de PNL já foram bem estudados e possuem programas bem definidos, como por exemplo, quando não há restrições, as variáveis podem assumir qualquer valor ("programação irrestrita"), ou problemas em que as restrições são lineares ("programação linearmente restrita") ou quando a função objetivo é quadrática ("programação quadrática"). No caso em que tanto as restrições quanto a função objetivo são lineares existe a "programação linear". Quanto à natureza das variáveis de decisão, estas podem ser discretas ("programação combinatória" ou "programação inteira", se as variáveis assumirem valores inteiros) ou contínuas (programação contínua) (ROLNIK, 2003).

Como respostas às questões acima, o problema aqui estudado é extremamente grande (as incógnitas são os valores do coeficiente de convecção em pontos discretos do contorno), a função objetivo é não linear (possui inserida em sua fórmula, uma resolução de uma equação diferencial parcial) e o mínimo procurado é o global ou uma aproximação dele. Alguns itens são comentados a seguir.

### 5.1.1 – Restrições

O problema é restrito no sentido de possuir limites superior e inferior para as variáveis (do inglês, "bound constraints"), da forma:

$$h_z \geq h_{\min} \text{ ou } h_z \leq h_{\max} \text{ para todo } z \quad (5.2)$$

Onde  $h_{\min}$  e  $h_{\max}$  podem ser os valores individuais do coeficiente de convecção das duas fases constituintes do problema.

Uma condição mais severa é impor que as variáveis assumam um dos dois valores do coeficiente de convecção, através de restrições de igualdade, como:

$$h_z = h_{\min} \text{ e } h_z = h_{\max} \text{ para todo } z \quad (5.3)$$

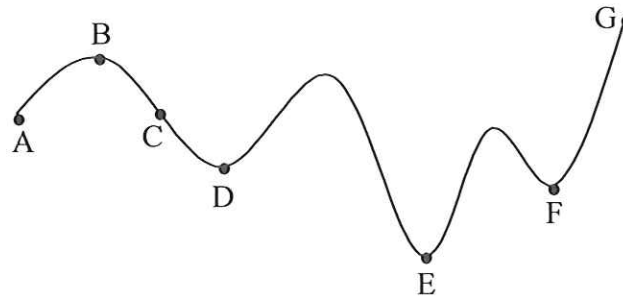
O coeficiente de convecção ( $h$ ) utilizado para se obter a solução correta foi determinado através da manipulação de  $h$  até que o erro entre as temperaturas numérica e experimental fosse minimizado. O valor encontrado para  $h$  foi  $h = 10 \text{ W/m}^2\text{°C}$ , referente ao  $h_{\text{mínimo}}$  e  $h = 1000 \text{ W/m}^2\text{°C}$ , referente ao  $h_{\text{máximo}}$ .

### 5.1.2 – Mínimo global

Um ponto de mínimo pode ser global, que é o ponto em que a função atinge seu menor valor (absoluto) entre todos os pontos do domínio (ponto E na Figura 5.1), ou local, ponto de menor valor para a função em uma vizinhança finita e não nos extremos dessa vizinhança (pontos D e F na Figura 5.1).

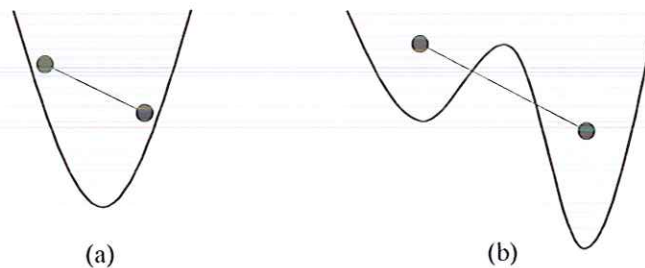
Outros pontos de destaque são A e G, pontos de borda do domínio, B, ponto de máximo e C, ponto de inflexão. Com exceção dos pontos A, G e C, a derivada de primeira ordem se anula em todos os outros.

Embora, por definição, a derivada se anula no mínimo global, no problema estudado, considera-se possível que em uma das bordas haja um mínimo global, desde que apresente valor para função objetivo menor do que em qualquer outro ponto.



**Figura 5.1** - Ilustração de pontos extremos: A e G: de borda, B: máximo local, C: inflexão, D e F: mínimos locais e E: mínimo global.

Uma função é dita “convexa” se a região sobre ou acima do gráfico é convexa, ou seja, dados quaisquer dois pontos do gráfico existe um segmento de reta que liga esses dois pontos e não corta o gráfico. Conforme figura abaixo.



**Figura 5.2** - Exemplo de função (a) convexa, (b) não-convexa.

Encontrar um extremo global de uma função não-convexa é em geral, uma tarefa difícil, porém esse é o objetivo quando se trata da resolução de um problema inverso. Quando o problema não é convexo provavelmente existem muitos extremos locais diferentes do global procurado. Os algoritmos baseados no gradiente local de função, por exemplo, tendem a convergir para o mínimo mais próximo e não necessariamente para o mínimo global. É preciso dispor de algoritmos que fujam dos mínimos locais e convirjam para o global. Normalmente, é feito uso de uma variável aleatória para permitir que a seqüência de busca examine o domínio como um todo e não apenas em uma região. A inclusão dessa variável aleatória faz com que o problema se torne

probabilístico, ou seja, garante a convergência a menos de uma certa probabilidade. São as heurísticas de busca.

### **5.1.3 - Heurísticas de busca**

As heurísticas têm como objetivo resolver um problema de otimização de maneira a fornecer uma solução satisfatória em tempo computacional relativamente baixo.

Apesar de não garantir a obtenção da solução exata, existe argumento a favor do uso de heurísticas: o que está sendo otimizado é um modelo do problema real. Não existe garantia de que a melhor solução para o modelo seja também melhor solução para o problema que fundamenta o real. Em outras palavras, é preferível uma solução aproximada de um modelo exato do que uma solução exata de um modelo aproximado. É claro, não se pode esperar por um modelo realmente exato, mas heurísticas são normalmente muito mais flexíveis e são capazes de lidar com funções-objetivo e/ou restrições muito mais complicadas (e mais realistas) do que com algoritmos exatos (REEVES, 1993).

Existem diferentes heurísticas, seguindo diferentes estratégias com objetivo de tornar a busca mais eficiente, tentando direcionar os movimentos buscando diferentes regiões com diferentes ótimos locais. As heurísticas de otimização mais utilizadas são: Busca Tabu, Recozimento Simulado e Algoritmos Genéticos. Os algoritmos genéticos foram escolhidos para este trabalho e são descritos a seguir. Os dois primeiros podem ser encontrados em Reeves (1993).

## **5.2 – Algoritmos genéticos**

Os algoritmos genéticos (AGs) foram desenvolvidos na década de 60 com objetivo de realizar simulações dos processos observados na evolução natural das espécies. O trabalho, considerado como o marco inicial das pesquisas sobre algoritmos genéticos, foi apresentado por Holland (1975) no livro *Adaptation in Natural and Artificial Systems*.

A idéia básica dos algoritmos genéticos consiste em que, de forma similar à teoria da evolução biológica dos sistemas naturais, de Charles Darwin (1809 – 1922), os indivíduos de uma população com maior capacidade de adaptação têm maior chance de sobreviver e se reproduzir gerando descendentes. Esses descendentes herdam características provenientes do cruzamento entre os cromossomos de seus pais. Os cromossomos contêm informações denominados genes, que por sua vez são compostos por valores chamados de alelos. Com certa raridade, os genes podem se alterar de uma geração para outra, ocorrendo uma mutação (Neo-darwinismo).

Assim, de forma análoga à natureza, um algoritmo genético parte de uma população de indivíduos (configurações iniciais de um problema), faz avaliação de cada um (aplicação da função objetivo), seleciona os melhores (escolha daqueles cujo valor da função objetivo tenham os menores valores) e promove manipulações genéticas como cruzamento e mutação (correspondente às perturbações) a fim de criar uma nova população.

Recentemente, os algoritmos genéticos têm recebido considerável atenção devido a seu potencial como uma técnica de otimização para problemas complexos e têm sido aplicado com sucesso na área de engenharia industrial (GEN e CHENG, 1997).

A simulação da evolução é feita da seguinte maneira: a cada geração, as soluções relativamente boas são reproduzidas, enquanto as soluções ruins são descartadas. Os algoritmos genéticos usam regras de probabilidade para selecionar quais soluções serão reproduzidas e quais serão descartadas, de maneira a guiar a busca pelas regiões do espaço de soluções com melhora a cada geração.

A forma usual dos algoritmos genéticos foi descrita por Goldberg (1989), que resumiu as principais diferenças entre os algoritmos genéticos e os algoritmos de otimização convencionais, segundo os quatro itens seguintes:

- trabalham com um conjunto de soluções codificadas, não com as soluções propriamente ditas;
- realizam a busca a partir de uma população de soluções, não com uma única solução;
- usam informações somente da função (aptidão de função), não das suas derivadas ou outros conhecimentos;

- usam regras de transição probabilísticas, não regras determinísticas.

A tabela abaixo mostra as principais relações entre os termos usados na Genética e elementos de um problema de otimização.

Terminologia da Genética	Problema de otimização
Cromossomo (seqüências do DNA que contêm a codificação que especifica um organismo)	um ponto do espaço codificado (vetor n-dimensional)
Indivíduo	um ponto no espaço das soluções (solução candidata para um determinado problema)
População (conjunto de indivíduos)	conjunto de pontos que fazem parte da busca no espaço de soluções
Geração (diferentes populações no processo de evolução)	iteração
Gene (cada uma das partes do cromossomo que contém uma característica particular do organismo)	parte da solução (cada elemento do ponto codificado)
Genótipo (conjunto completo de cromossomos de um organismo)	representação codificada de um conjunto de soluções
Fenótipo (características resultantes de um organismo)	representação decodificada de um conjunto de soluções

**Tabela 5.1** - Correspondência entre os termos da Genética e no Algoritmo genético

Uma estrutura geral dos algoritmos genéticos é:

1.  $k \leftarrow 0$  ( $k$ : iteração ou geração);
2. Inicialize a população  $P_k$  ( $P_k$ : indivíduos na geração  $k$ );
3. Para todos os indivíduos da população  $P_k$ , avalie a função de fitness;
4. Crie uma nova população a partir de  $P_k$  fazendo cruzamentos e mutações para gerar  $C_k$  ( $C_k$ : descendentes na geração  $k$ );
5. Avalie a função de aptidão para os descendentes  $C_k$ ;
6. Teste se solução foi encontrada na precisão especificada;

7. Selecione uma nova população  $P_{k+1}$  a partir de  $P_k$  e  $C_k$ ;
8. Faça 3 – 7 até que condição de parada seja satisfeita.

A principal vantagem dos algoritmos genéticos é sua flexibilidade, o que permite implementar o método de uma maneira bem adaptada para cada problema. Essa flexibilidade traz como consequência uma quantidade relativamente alta de parâmetros a serem ajustados como: tamanho da população, definição da função de aptidão, do tipo de seleção e dos operadores genéticos de cruzamento (crossover) e mutação, taxa de cruzamentos e taxa de mutação. Além da codificação mais apropriada e de como manusear as restrições. A seguir, o texto discute alguns desses assuntos.

### **População**

Talvez a principal diferença entre os algoritmos convencionais e genéticos seja a realização da busca a partir de uma população de soluções candidatas. Nos algoritmos convencionais, os movimentos de busca são feitos ponto-a-ponto, ou seja, a partir de um ponto inicial, faz-se uma perturbação e obtém-se um novo ponto. Já nos algoritmos genéticos, a busca é feita população-a-população, o que permite uma maior diversidade de soluções e, conseqüentemente, escapar dos mínimos locais.

A população inicial pode ser gerada aleatoriamente ou pode ser construtiva, dependendo de algum conhecimento a priori do problema, ou do conhecimento de uma solução aproximada.

O tamanho da população se refere ao número de pontos manipulados a cada geração e afeta diretamente o desempenho e a eficiência dos algoritmos genéticos. Com uma população pequena o desempenho é baixo, pois a população fornece uma pequena cobertura do espaço de busca. Uma grande população geralmente fornece uma cobertura representativa do domínio, além de prevenir convergências prematuras para soluções locais, porém, compromete o tempo de execução do programa.

## Codificação

Tradicionalmente, a codificação é feita do espaço das soluções para um espaço codificado, onde os pontos do espaço das soluções são transformados em números binários. Os algoritmos genéticos trabalham alternadamente entre esses dois espaços: as operações genéticas ocorrem no espaço codificado (através dos bits dos cromossomos) enquanto avaliação e seleção são feitas no espaço das soluções (com as soluções reais). Como codificar as soluções do problema é um dos pontos-chave dos algoritmos genéticos (GEN e CHENG, 1997).

Porém, para muitas aplicações, especialmente para problemas reais da engenharia industrial, o AG tradicional é difícil de ser aplicado diretamente, pois a cadeia binária não é uma codificação natural. As principais dificuldades do AG tradicional (com representação binária) ocorrem quando são aplicados a problemas multidimensionais, de alta precisão, domínios contínuos ou que possuam restrições não triviais. Como consequência, o AG pode gastar um tempo computacional muito alto para encontrar a solução ótima ou não consegue a precisão desejada para a solução, ou seja, possui uma falta de habilidade de busca local refinada. Outra desvantagem é falta de habilidade em operar na presença de restrições não triviais (MICHALEWICZ, 1996).

Alternativamente, técnicas de codificação não-binária foram criadas para problemas particulares, por exemplo, codificação em ponto flutuante (PF) (*real number coding*) para problemas de otimização restrita e codificação decimal inteira (*integer coding*) para problemas de otimização combinatória. Uma representação apropriada das soluções é fundamental para aplicar os AGs na resolução de problemas industriais. Porém, a escolha da representação condiciona todos os passos subsequentes dos AGs, sendo necessário o uso de operadores genéticos específicos e significativos.

Para o problema tratado neste trabalho em especial, uma solução simples é o uso de uma representação em ponto flutuante (PF) dos parâmetros. Nos AGs com codificação real um indivíduo é codificado como um vetor de ponto





flutuante correspondendo às variáveis. Esse tipo de AG trabalha sem a necessidade de rotinas de codificação e decodificação e, portanto uma primeira vantagem é a redução do tempo computacional. Além disso, eles são robustos, precisos e eficientes, visto que a representação em ponto flutuante é conceitualmente mais próxima do espaço real, e mais ainda, o comprimento do vetor (cromossomo) se reduz ao número de variáveis (MICHALEWICZ, 1996).

A representação em ponto flutuante é muito apropriada para problemas que possuam um grande número de dimensões e que necessitam de alta precisão da solução. Por exemplo, na representação binária, para 100 variáveis com domínios no intervalo  $[-500,500]$  e sendo necessária a precisão de seis dígitos, o comprimento do vetor solução binário é 3000. Isso gera um espaço de busca de cerca de  $10^{1000}$  (MICHALEWICZ, 1996). Para tais problemas, os algoritmos genéticos tradicionais têm desempenho ruim. A precisão da representação em ponto flutuante depende da precisão da máquina, mas em geral é muito melhor do que a precisão da representação binária. Embora, sempre é possível aumentar a precisão do número binário introduzindo mais bits, mas isso diminui consideravelmente a velocidade do algoritmo. Quanto ao número de dimensões, o comprimento do vetor (cromossomo) é o número de variáveis, por isso, a representação PF é capaz de trabalhar com domínios consideravelmente grandes.

Atualmente, aplicações do AG com codificação não-binária são encontradas nos mais diversos tipos de problemas, como de engenharia: no projeto de sistemas de distribuição de energia elétrica (SU e LII, 2002), no projeto aerodinâmico de asas de aviões (OYAMA et al. 2001), ou no telecontrole de mísseis. Existem também aplicações em problemas teóricos, como: estimar parâmetros da função de distribuição de Weibull (THOMAS et al. 1995), treinar redes neurais recorrentes (BLANCO et al. 2001) ou em problemas de tomografia por impedância elétrica (CHO et al. 2001) e (HSIAO et al. 2001).

A representação dos cromossomos como números inteiros é bastante apropriada para problemas de otimização combinatória, que são caracterizados por possuírem um número finito de soluções. As vantagens da representação em decimal inteiro são as mesmas da representação em ponto flutuante.

## Operadores genéticos

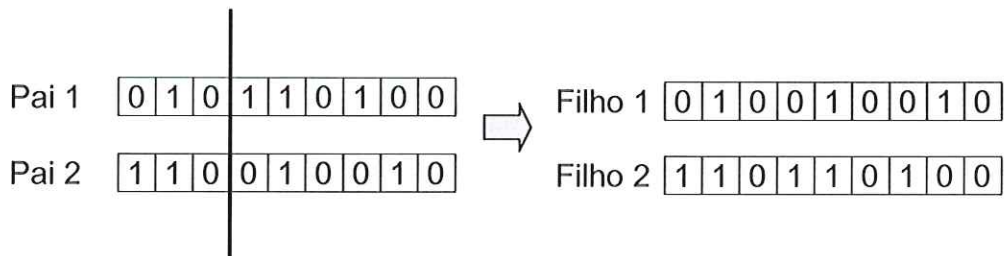
A geração de novos indivíduos é feita através dos operadores de reprodução (crossover) e mutação. O crossover é uma função ou algoritmo que recebe como entrada um subconjunto da população (pais) e cria outro conjunto (filhos) que é uma combinação das soluções de entrada. Uma mutação consiste de uma pequena perturbação aleatória que modifica uma parte de uma solução (cromossomo), produzindo uma nova solução (filho) cuja característica é ser diferente das soluções já existentes e diferentes das combinações geradas pelo crossover. Tanto a reprodução como a mutação tem como objetivo diversificar a população e manter características de adaptação adquiridas pelas gerações anteriores.

Em relação à representação em pontos flutuantes, um das características é permitir uma fácil e rápida implementação dos operadores genéticos, de forma que sejam mais específicos para cada problema. Dessa forma, noções como distância entre duas soluções é perfeitamente aplicável quando se trabalha com codificação real. Porém, não é verdade na abordagem binária, onde a distância na representação é normalmente definida pelo número de posições com bits diferentes.

Por essa razão, os operadores genéticos na representação binária não asseguram que os descendentes serão soluções admissíveis. Mais ainda, se existe a exigência de que os descendentes devam pertencer apenas à região de viabilidade do espaço de soluções, monitorar essa propriedade pode ser trabalhoso e consumir excessivo tempo computacional fazendo com que a convergência fique lenta (ROLNIK, 2003).

### Crossover

Para a representação binária, o *crossover* usual consiste em tomar pares de indivíduos (pais) e, aleatoriamente, determinar um ponto de corte, produzindo dois segmentos anteriores e dois posteriores. Os segmentos posteriores dos pais são trocados produzindo dois novos cromossomos completos. Esse procedimento é conhecido como *one-point crossover* e é indicado na Figura 5.3.



**Figura 5.3** - Cruzamento com apenas um corte (one-point crossover) para cromossomos binários.

Outra possibilidade é cortar os cromossomos dos pais em dois pontos e gerar os filhos intercalando as partes cortadas dos dois pais (*two-point crossover*), conforme indicado na Figura 5.4.



**Figura 5.4** - Cruzamento com dois cortes (two-point crossover) para cromossomos binários

Nos últimos anos, muitos operadores genéticos foram propostos para a representação em ponto flutuante, portanto, há na literatura uma vasta quantidade de operadores de reprodução e mutação que podem ser testados. Os operadores de *crossover* simples e aritmético são algumas das opções para a reprodução.

**Crossover simples:** análogo ao tradicional *one-cut-point crossover* para cromossomos binários, ou seja, dois indivíduos selecionados para serem os pais  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  e  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  são cortados após a  $k$ -ésima posição

e seus descendentes recebem a parte anterior ao corte de um dos pais e a posterior do outro, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x' &= (x_1, \dots, x_k, y_{k+1}, \dots, y_n) \\ y' &= (y_1, \dots, y_k, x_{k+1}, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (5.4)$$

onde  $n$  é o número de variáveis.

Spears e De Jong (1991) utiliza *crossover* com corte em dois pontos e com múltiplos cortes. Radcliffe (1990) apresenta o *flat crossover* que produz descendentes tomando, para cada gene, um valor aleatório no intervalo formado pelos valores dos dois genes correspondentes dos pais. A partir dessas idéias, pode-se “criar” um operador de *crossover* exclusivo para a aplicação.

**Crossover aritmético:** definido pela média ponderada entre os vetores. Por exemplo, dois vetores  $x$  e  $y$  podem gerar dois descendentes da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x' &= \lambda_1 x + \lambda_2 y \\ y' &= \lambda_1 y + \lambda_2 x \end{aligned} \quad (5.5)$$

Diferentes combinações entre  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  definem a região onde os descendentes são gerados. Por exemplo, as condições:

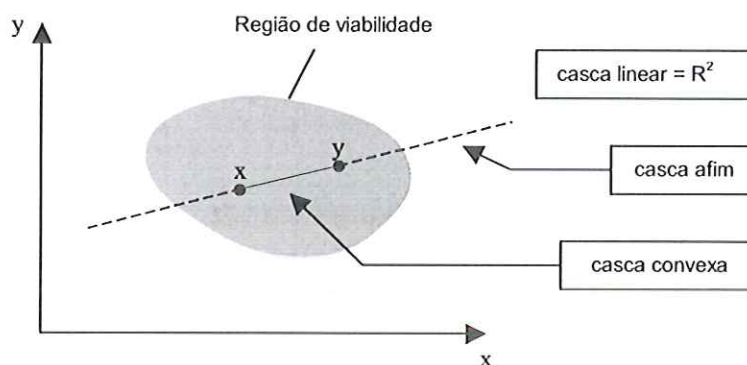
$$1^a) \lambda_1, \lambda_2 > 0$$

$$2^a) \lambda_1 + \lambda_2 = 1$$

quando satisfeitas simultaneamente, geram um operador normalmente chamado de *crossover convexo*. Se somente a segunda condição for satisfeita, tem-se um *crossover afim*. E se nenhuma exigência for requerida, isto é, os multiplicadores  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  variam no espaço real, tem-se um *crossover linear*.

Gen e Cheng (1997) apresentam uma comparação geométrica das regiões onde atuam cada um dos operadores aritméticos: convexo, afim e linear. Para efeito de visualização, considere um exemplo no espaço bidimensional e dois pais  $x$  e  $y$ . A coleção de todas as combinações convexas é chamada de *casca*

*convexa* e da mesma maneira, define-se *casca afim* como a coleção de todas as combinações afins e *casca linear* como a coleção de todas as combinações lineares. A Figura 5.5 mostra as regiões onde os descendentes podem ser gerados em cada uma das três combinações. Os descendentes gerados com o *crossover* convexo encontram-se dentro da linha sólida, os descendentes para o *crossover* afim estão nas linhas sólida e pontilhadas e os descendentes do *crossover* linear podem ser gerados em todo o espaço.



**Figura 5.5** - Ilustração mostrando a região em que os descendentes são gerados para os *crossover* convexo, afim e linear.

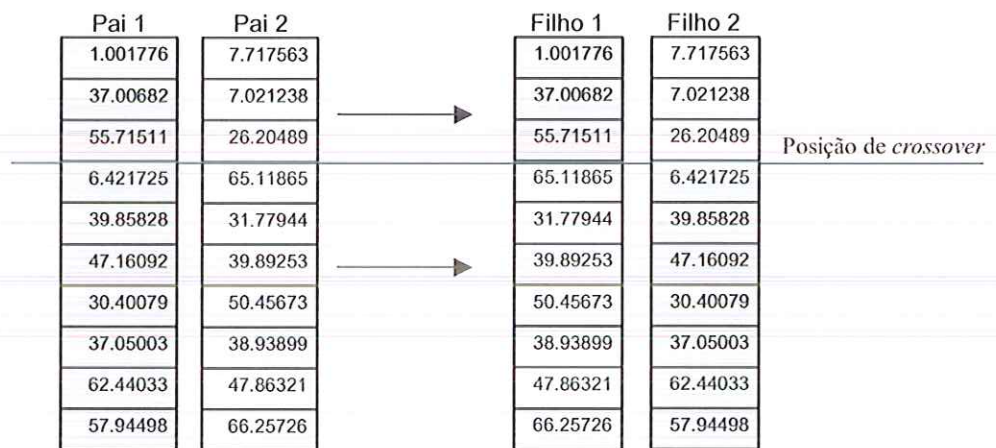
Um caso particular onde  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.5$  é chamado de *average crossover* em Davis (1991) ou *crossover intermediário* em Schwefel (1981). O *crossover* afim foi primeiramente analisado em Wright (1991) para um caso especial onde os multiplicadores estavam restritos à  $\lambda_1 = 1.5$  e  $\lambda_2 = -0.5$ . Outro exemplo de *crossover* afim foi considerado por Mühlenbein e Schlierkamp-Voosen (1993), chamado *extended intermediate crossover*, onde um multiplicador é aleatoriamente determinado no intervalo  $[-d, 1+d]$ . Gen e Cheg (1997) introduziram um tipo de *crossover* linear onde  $\lambda_1 + \lambda_2 = 2$ ,  $\lambda_1 > 0$  e  $\lambda_2 > 0$ .

Além disso, o operador *crossover* aritmético pode usar tanto um parâmetro  $\lambda$  constante no intervalo  $[0, 1]$  (*crossover* aritmético uniforme) quanto um variável cujos valores podem depender, por exemplo, da idade da população (*crossover* aritmético não-uniforme). É possível aplicar esse operador em apenas alguns elementos selecionados ou em todos os elementos dos vetores-pais.

Mais ainda, pode-se utilizar um número de pais  $n$  maior do que dois ( $x_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ ) para determinar um descendente ( $x'$ ) através da média ponderada entre todos os pais, com pesos ( $w_j$ ) escolhidos aleatoriamente no intervalo  $(0,1]$ , segundo a fórmula:

$$x' = \frac{\sum_{j=1}^n w_j \cdot x_j}{\sum_{j=1}^n w_j} \quad (5.6)$$

Os gráficos a seguir mostram exemplos de *crossover* com representação em pontos flutuantes. O tradicional one-cut-point crossover (Figura 5.6) e reprodução através da média ponderada entre 2 pais, com fator de ponderação  $w = 0.29456$  (Figura 5.7).



**Figura 5.6** - Crossover simples para cromossomos com representação em pontos flutuantes.

Pai 1	Pai 2		Filho 1
1.001776	7.717563	$\text{Filho1} = w \cdot \text{Pai1} + (1-w) \cdot \text{Pai2}$ $w = 0.29456$	5.739361
37.00682	7.021238		15.85379
55.71511	26.20489		34.89742
6.421725	65.11865		47.82889
39.85828	31.77944		34.15914
47.16092	39.89253		42.03351
30.40079	50.45673		44.54905
37.05003	38.93899		38.38258
62.44033	47.86321		52.15704
57.94498	66.25726		63.8088

**Figura 5.7** - Reprodução através da média ponderada entre 2 pais, com fator de ponderação  $w=0.29456$ .

Um exemplo de como é possível "criar" mecanismos de reprodução que atendam as necessidades do problema em mãos consiste em unir o *crossover* simples e o aritmético em uma só etapa. Assim, um ponto para o corte é escolhido aleatoriamente, e ambas as partes devem sofrer a ação de uma média ponderada, sendo que a primeira parte tem um fator de ponderação  $w_1$  e a parte restante,  $w_2$ , conforme mostrado na figura abaixo.

Pai 1	Pai 2		Filho
1.001776	7.717563	$w_1 = 0.29456$	5.739361
37.00682	7.021238		15.85379
55.71511	26.20489		34.89742
6.421725	65.11865		47.82889
39.85828	31.77944		39.56299
47.16092	39.89253		46.89526
30.40079	50.45673	$w_2 = 0.96345$	31.13383
37.05003	38.93899		37.11906
62.44033	47.86321		61.90753
57.94498	66.25726		58.24879

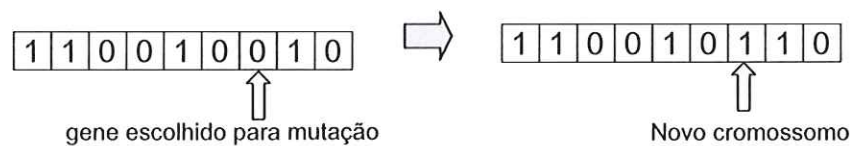
Posição de *crossover*

**Figura 5.8** - Reprodução agregando a média ponderada e *crossover*.

## Mutação

A mutação é utilizada para introduzir inovações à população e prevenir que a população se sature com cromossomos semelhantes e ocorra a convergência prematura, além de assegurar que nenhum ponto do espaço de busca tenha probabilidade nula de ser examinado.

Na representação binária, a mutação consiste de uma mudança aleatória em um gene do cromossomo com baixa probabilidade de ocorrência em cada geração. A figura abaixo mostra o sétimo gene do cromossomo sofrendo alteração.



**Figura 5.9** - Exemplo de mutação para cromossomos binários.

Os operadores de mutação para representação em ponto flutuante são diferentes dos tradicionais no sentido de que um gene, sendo um número real, sofre mutação em um intervalo específico (ao invés de simplesmente trocar os valores de zero para um ou vice-versa).

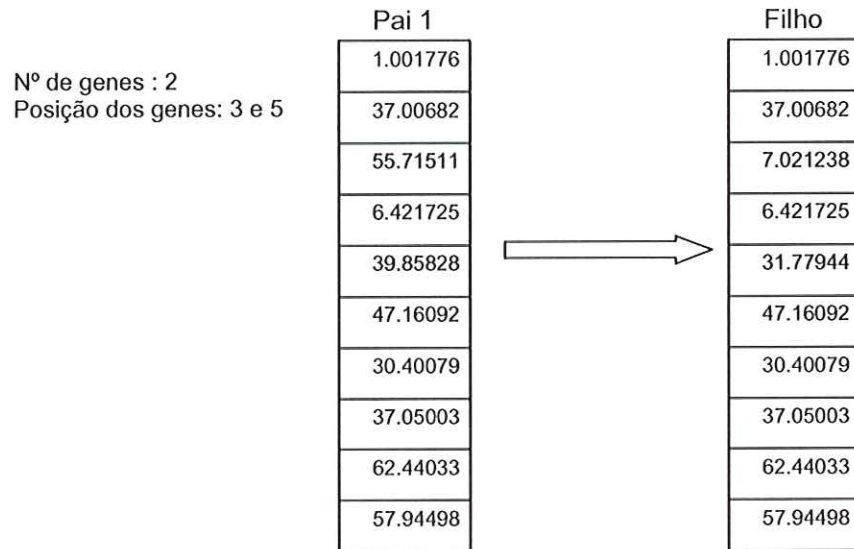
**Mutação uniforme:** é a mais básica das mutações, pois é simplesmente a substituição de um gene (número real) por um número real selecionado aleatoriamente dentro de um intervalo específico. Seja  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  o cromossomo que sofrerá mutação e  $k$  um número inteiro aleatório  $k = 1, 2, \dots, n$ , o descendente gerado é  $x' = (x_1, x_2, \dots, x_k', \dots, x_n)$  onde  $x_k'$  é um valor aleatório distribuído uniformemente no intervalo  $[x_{k,inf}, x_{k,sup}]$ . Os valores de  $x_{k,inf}$  e  $x_{k,sup}$  são, respectivamente, os limitantes inferior e superior da variável  $x_k$ , que podem ser determinados pela restrição de domínio ou calculados dinamicamente por um conjunto de desigualdades (MICHALEWICZ, 1996).

Outra possibilidade é substituir o gene  $x_k$  por  $x_{k,inf}$  ou  $x_{k,sup}$ , cada um deles com igual probabilidade. Este tipo de mutação é chamado de boundary mutation. (MICHALEWICZ et al. 1994)

Na mutação também é possível "criar" novos operadores como, por exemplo, selecionar uma quantidade aleatória ou um número determinado de genes de um único cromossomo para sofrer mutação ao mesmo tempo. No exemplo abaixo foi determinado que 2 genes sofreriam mutação e as posições



desses genes foram escolhidas aleatoriamente como sendo as posições 3 e 5, substituídas por números aleatórios do intervalo admissível.



**Figura 5.10** - Mutação uniforme com representação em pontos flutuantes.

**Mutação dinâmica:** o conceito de mutação dinâmica ou mutação não-uniforme foi introduzido por Janilow e Michalewicz (1991) com objetivo de melhorar a capacidade de sintonia fina do operador com objetivo de obter alta precisão. Para um dado pai  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , cujo elemento  $x_k$  foi selecionado para sofrer mutação, o descendente resultante é  $x' = (x_1, x_2, \dots, x'_k, \dots, x_n)$  onde  $x'_k$  é selecionado aleatoriamente a partir de duas escolhas possíveis:

$$x'_k = x_k + \Delta(t, x_{k, \text{sup}} - x_k) \text{ se o dígito aleatório for zero} \quad (5.7)$$

$$x'_k = x_k - \Delta(t, x_k - x_{k, \text{sup}}) \text{ se o dígito aleatório for um} \quad (5.8)$$

A função  $\Delta(t, y)$  retorna um valor no intervalo  $[0, y]$  tal que o valor de  $\Delta(t, y)$  se aproxima de 0 a medida que  $t$  cresce ( $t$  é o número de gerações). Essa propriedade faz com que o operador varra o espaço uniformemente no início (quando  $t$  é pequeno) e bem localizado nos últimos estágios. A função  $\Delta(t, y)$  sugerida por MICHALEWICZ (1996) é a seguinte:

$$\Delta(t, y) = y.r.\left(1 - \frac{t}{T}\right)^b \quad (5.9)$$

onde  $r$  é um número aleatório em  $[0, 1]$ ,  $T$  é o número máximo de gerações e  $b$  é um parâmetro que determina o grau de não-uniformidade. Pode acontecer desse operador gerar um descendente que não pertença ao domínio, em tal caso deve-se reduzir o valor de  $r$ .

### Restrições

O problema central em aplicar AGs em otimização restrita é a questão de como lidar com suas restrições, principalmente porque os operadores genéticos manipulam os cromossomos e freqüentemente geram descendentes inviáveis, seja na representação binária ou em pontos flutuantes. Várias técnicas foram propostas para manipular restrições com AGs, e foram classificadas por Gen e Cheng (1997) como:

- Rejeição
- Reparação
- Modificação dos operadores genéticos
- Penalidade

Um resumo das vantagens e desvantagens de cada uma das estratégias é apresentado abaixo.

**Estratégia de rejeição:** descarta todos os cromossomos inviáveis criados através do processo evolutivo. Essa é uma opção popular em muitos AGs. O método pode trabalhar razoavelmente bem quando o espaço de busca é convexo. Porém, tal abordagem tem sérias limitações, por exemplo, para muitos problemas de otimização restrita em que a população inicial consiste basicamente de cromossomos inviáveis assim como a maioria dos cromossomos gerados ao longo das gerações. Além disso, freqüentemente o sistema pode encontrar o ótimo mais facilmente se for possível “atravessar” uma região de inviabilidade.

**Estratégia de reparação:** consiste em transformar um cromossomo inviável em um viável através de algum procedimento de reparação. Para muitos problemas de otimização combinatória, é relativamente fácil criar tal procedimento. A dificuldade está na dependência que esse procedimento tem em relação ao problema, ou seja, para cada problema particular, um algoritmo de reparação específico deve ser projetado. Além disso, para alguns problemas, o procedimento de reparar cromossomos inviáveis pode ser tão complexo quanto resolver o problema original.

**Estratégia de modificação dos operadores genéticos:** uma abordagem razoável para lidar com o assunto da viabilidade é projetar operadores genéticos específicos para o problema visando manter a viabilidade do cromossomo. Essa estratégia tem a vantagem de nunca produzir soluções inviáveis. Porém, para problemas com restrições muito severas, as soluções inviáveis podem ocupar porções relativamente grandes da população e, assim como a estratégia anterior, modificar os operadores genéticos pode ser tão ou mais complexo quanto resolver o problema original.

**Estratégia de penalidade:** é a técnica mais comumente utilizada para manipular soluções inviáveis nos AGs para problemas de otimização restrita. Essencialmente, essa técnica transforma o problema restrito em um irrestrito através da imposição de penalidades às soluções inviáveis, através da adição de um termo de penalidade à função objetivo para qualquer violação das restrições.

### **Seleção da nova população**

A seleção dos indivíduos mais aptos é realizada no espaço das soluções através dos valores da função de fitness de cada indivíduo, portanto, independe do tipo de codificação usado. Os mecanismos de seleção são bastante variados, sendo que três grupos se destacam:

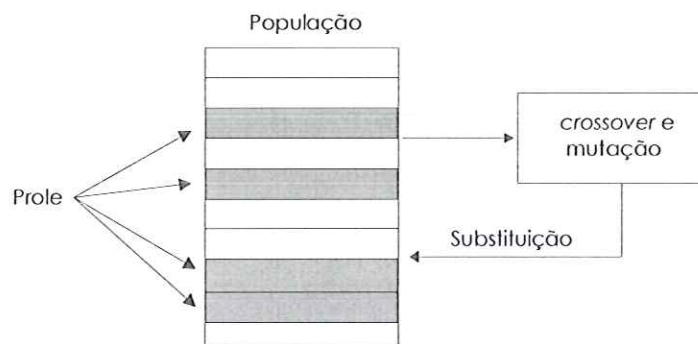
**Determinística:** seleção de um subconjunto de indivíduos da população mediante um critério fixo, por exemplo "os n melhores", "os n piores", "a dedo". A seleção dos n melhores é chamada de elitista.

**Aleatória simples ou equiprovável:** todos os elementos da população têm a mesma probabilidade de serem selecionados.

**Estocástica:** são atribuídas probabilidades de seleção ou pontuações aos elementos da população com base na sua função de fitness. O exemplo mais comum é a roleta.

A seleção da nova geração pode ser baseada em todos os pais e descendentes ou em parte deles. Isso implica em escolher o espaço amostral a partir do qual é feita a seleção dos indivíduos mais aptos. Um espaço amostral regular (Figura 5.11) tem o tamanho da população e contém todos os descendentes, mas apenas parte dos pais. O espaço amostral ampliado (Figura 5.12) tem o tamanho da população mais o tamanho da prole.

Um exemplo de espaço amostral regular está no trabalho original de Holland (1975), onde a nova geração é formada com os filhos substituindo os pais logo após o nascimento. Nesta estratégia, se os filhos forem menos aptos que os pais, a nova geração pode ser pior que a anterior. Para contornar esse problema, várias estratégias de substituição têm sido estudadas. Holland (1975) sugeriu que assim que cada descendente for criado, ele automaticamente substitui um cromossomo escolhido aleatoriamente da população atual. Outra possibilidade consiste do descendente ocupar o lugar do pior pai.



**Figura 5.11** - Espaço amostral regular.

No espaço amostral ampliado, pais e filhos têm a mesma chance na competição pela sobrevivência. Após aplicação dos operadores genéticos, a prole se junta aos pais, e essa “população ampliada” passa pelo processo de seleção. A vantagem dessa seleção é a possibilidade de melhora do desempenho dos algoritmos genéticos, aumentando as taxas de crossover e mutação, sem a preocupação dos descendentes substituírem uma porcentagem muito alta dos pais e como consequência perder informações importantes ou mesmo obter uma nova geração pior que a anterior.

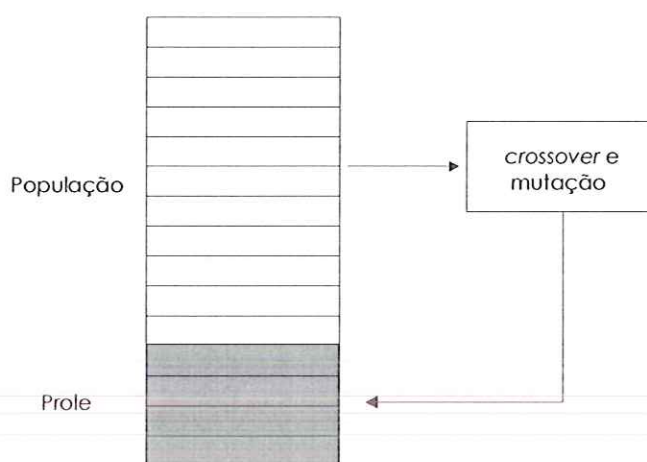


Figura 5.12 - Espaço amostral ampliado.

### Critério de parada

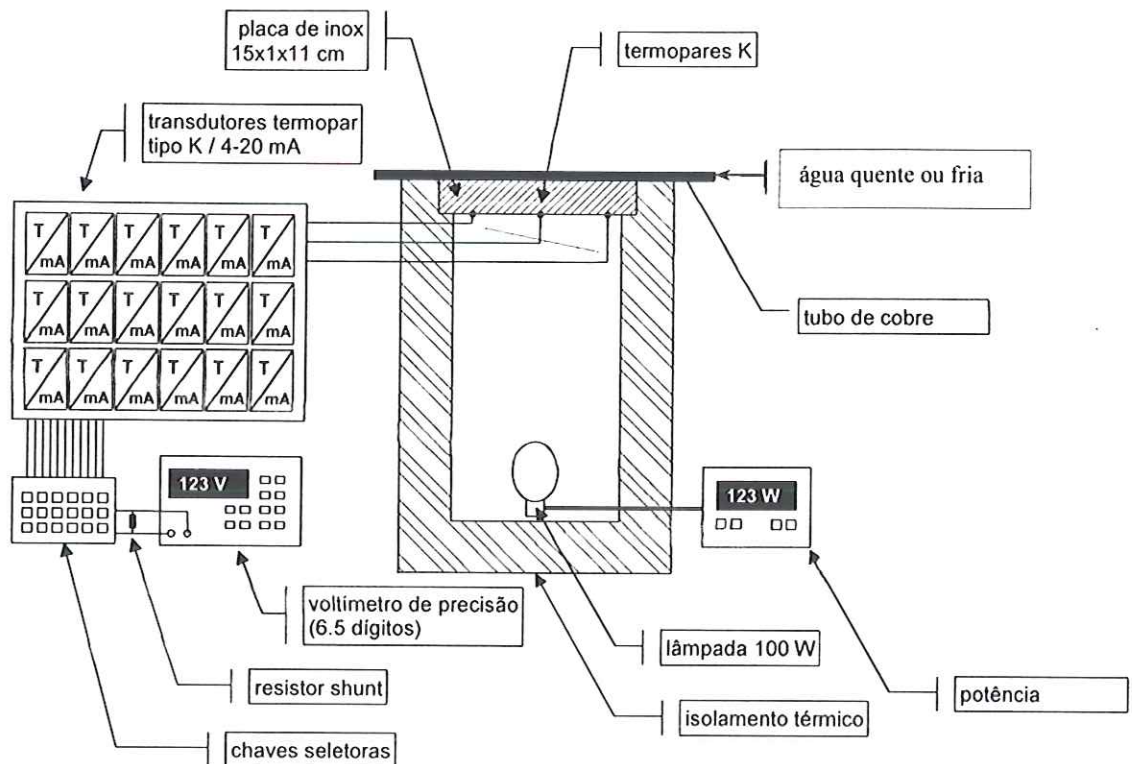
A execução do programa pode parar devido ao tempo de execução, ao número de gerações que foi pré-determinado, ou quando houver convergido para a solução. A convergência pode ser admitida quando nas últimas  $k$  iterações não houve melhora da solução atual ou quando uma alta porcentagem da população compartilha do mesmo valor.

## CAPÍTULO 6 – RESULTADOS NUMÉRICOS

Visando alcançar o objetivo global do projeto de mapear a distribuição interna do coeficiente de convecção, algumas metas intermediárias foram fixadas para efeito de organização e controle do progresso obtido. Estas idéias englobam atividades que podem ser classificadas em duas categorias: o levantamento das características topológicas do funcional de erro e a implementação de rotinas numéricas para o cálculo da distribuição do coeficiente de convecção que minimiza o funcional de erro. Este capítulo apresenta um conjunto de resultados que, em particular, ajudam a compreender como o mau condicionamento intrínseco do problema se manifesta na formulação adotada. Com isso, fornecem uma boa idéia sobre os problemas a serem resolvidos na fase de implementação da rotina de minimização, ou seja, durante a concretização da segunda meta intermediária. Desta forma, permite definir os parâmetros dos algoritmos genéticos de maneira a contornar os problemas encontrados.

### 6.1 – Estudo do caso

Considerando um domínio com formato de um paralelepípedo de dimensões 150 x 10 x 110 mm, as medidas experimentais foram feitas numa placa de aço inoxidável, retificada nas faces inferior e superior, fixada no topo de uma caixa isolante, construída em MDF revestida com Isopor®, conforme indicado na Figura 6.1. O objetivo é determinar a distribuição do coeficiente de convecção na placa, usando a técnica de tomografia térmica apresentada.

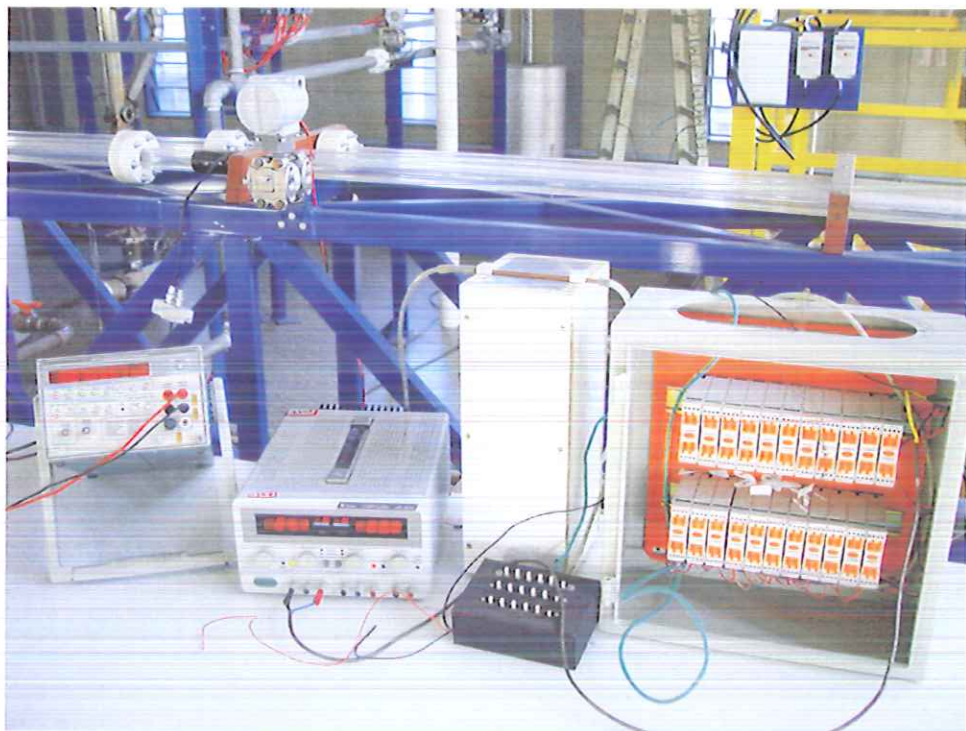


**Figura 6.1** - Esquema da experimentação.

A fonte de calor (uma lâmpada de 100 Watts) foi instalada no interior da caixa isolante e alimentada por meio de uma fonte calibrada. Uma vez que a condutibilidade térmica global das paredes da caixa é muito menor que a da placa de inox, além da distância entre esta última e a fonte de calor, é possível admitir que a face inferior da placa de inox é sujeita a um perfil uniforme de calor. As temperaturas foram medidas com termopares tipo K, posicionados também na face inferior da placa de inox, distantes de 10 mm entre si, num total de quatorze posições de medidas. Os sinais fornecido pelos termopares foram condicionados em transdutores  $\mu\text{V} \rightarrow 4\text{-}20\text{ mA}$  com compensação interna da temperatura de junta fria.

A saída dos transdutores de temperatura foi chaveada a um resistor shunt de precisão com resistência nominal de  $250\Omega$  insensível à sua temperatura. A queda de tensão no resistor shunt foi medida num multímetro programável digital de  $6\frac{1}{2}$  dígitos de precisão, marca Tektronix modelo DM5520. A face superior da placa de inox foi exposta ao ambiente de forma a trocar calor por convecção natural em toda sua superfície, exceto numa pequena região onde foi posicionado um tubo de cobre de parede fina visando

manipular o coeficiente local de convecção. Dado que a condutibilidade do cobre é muito maior que a do inox, além do fato da espessura da parede do tubo ser bastante pequena, a resistência térmica de acoplamento pode ser desprezada de maneira que a troca de calor pode ser considerada como ocorrendo diretamente entre o inox e o interior do tubo de cobre por convecção. A influência do contato entre o cobre e o inox foi minimizada pela aplicação de pasta térmica. O tubo de cobre é alimentado com água a uma temperatura controlável, obtida através de um sistema de resfriamento (chiller) ou aquecimento (resistência elétrica) acoplados. A vazão do fluxo de água é obtida com auxílio de uma bomba centrífuga e controlada através de uma válvula de agulha. Este sistema de medição é mostrado na foto da Figura 6.2.



**Figura 6.2** - Foto do experimento.

A simulação numérica foi realizada na face inferior da placa, para os valores de  $O=450$  e  $N=30$ , obtendo assim uma matriz de ordem 13500. O coeficiente de condutibilidade térmica utilizado nas simulações foi adotado como sendo de  $15\text{W/m}^{\circ}\text{C}$ , que corresponde ao inox 302. A placa utilizada nos experimentos, de aço inoxidável com dimensões  $150 \times 110 \times 10$  mm, teve suas faces superior e inferior retificadas. Essa placa é aquecida por uma lâmpada



incandescente com calor constante de 100 W, a qual pôde ter sua potência regulada a fim de obtermos diferentes testes para comparação tanto experimental quanto numérica. Os fluxos de calor  $q$  aplicados foram então de  $q_1=96.71\text{W/m}^2$ ,  $q_2=667.64\text{W/m}^2$  e  $q_3=1673\text{W/m}^2$ , para os quais obtivemos para cada  $q$  a distribuição de temperaturas experimental e numericamente. O coeficiente de transferência de calor  $h$  foi adotado como sendo um único valor para toda a placa, exceto no ponto onde se localiza o tubo de cobre com água escoando, onde foi adotado um valor que corresponde à convecção forçada. A colocação dos termopares (um a cada 10mm na extensão de 110mm), na direção transversal do tubo de cobre, e a malha de discretização numérica foram feitas de forma a garantir coincidência exata na posição do tubo de cobre.

Para cada valor dos fluxos  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ , a distribuição de  $h$  sobre a superfície de convecção foi ajustado manualmente de forma a que o erro entre as temperaturas experimentais e numéricas fosse minimizado.

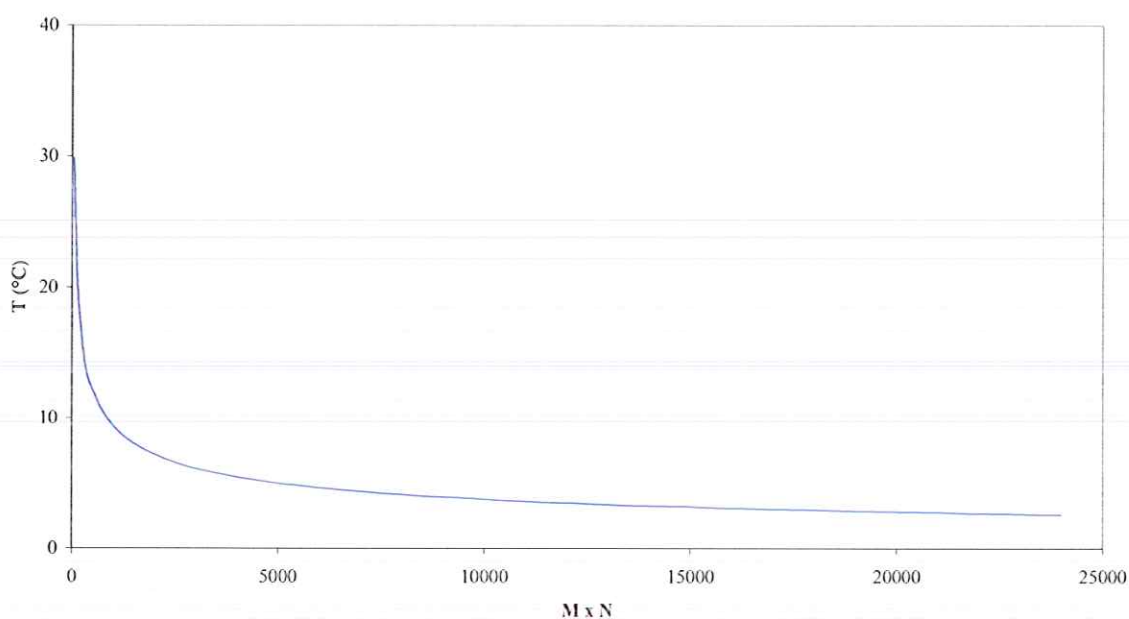
Mostramos em primeiro lugar os resultados de um estudo de convergência correspondente à face inferior da placa de aço inoxidável. Pode-se observar na figura 6.3 que a partir de  $N \times O = 15000$ , obtém-se convergência da temperatura média. Isso significa que de acordo com nosso programa os valores  $O = 450$  e  $N = 30$  estipulados, estão além do limite dessa convergência, garantindo assim um resultado mais preciso embora a um custo computacional muito maior.

A tabela 6.1 traz os ajustes encontrados. É possível constatar que estes valores são compatíveis com valores obtidos da prática (Tabela 1.1, pág. 8, Incropera F.P. e DeWitt D.P., Fundamentals of Heat and Mass Transfer, John Wiley & Sons, 1996).

Ajustes:	Numérico $W/m^2/^\circ C$
$q_1$ ( $W/m^2/^\circ C$ )	$h_{\text{natural}} = 2$ $h_{\text{forçado}} = 2000$
$q_2$ ( $W/m^2/^\circ C$ )	$h_{\text{natural}} = 10$ $h_{\text{forçado}} = 8000$
$q_3$ ( $W/m^2/^\circ C$ )	$h_{\text{natural}} = 15$ $h_{\text{forçado}} = 12000$

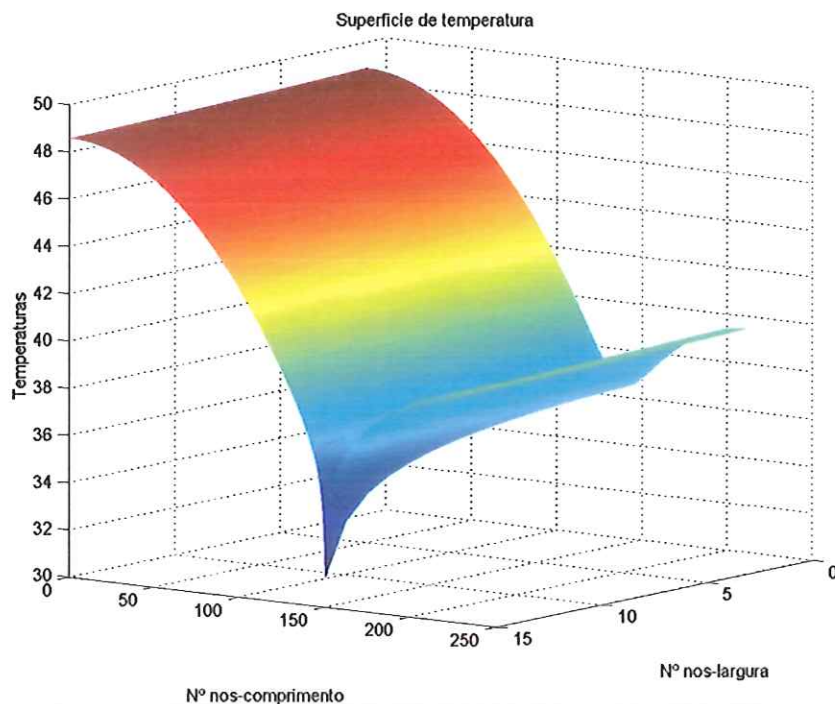
**Tabela 6.1** – Ajuste numérico do coeficiente de convecção (h).

#### Estudo da convergência



**Figura 6.3** – Gráfico do estudo da convergência das temperaturas médias.

O próximo passo foi observar a superfície de temperaturas obtidas, a fim de conseguir maior precisão com relação aos cálculos feitos através da programação. Pode-se verificar através do gráfico que o perfil de temperaturas tem uma queda brusca onde está localizado o cano de cobre com escoamento de água, que possui um coeficiente de convecção forçada maior que o coeficiente imposto no restante da placa. A Figura 6.4 representa essa superfície.



**Figura 6.4** – Gráfico da distribuição de temperaturas.

Após adquirir os dados experimentais para cada fluxo de calor ( $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ), foi montada uma tabela 6.2 com os valores numéricos e experimentais a fim de comparar os resultados obtidos  $T_{\text{real}}$  e  $T_{\text{num}}$ , valores reais e simulados. A tabela 6.2 contém 14 valores de temperaturas relacionadas com o número de termopares colocados na face inferior da placa.

Dessa forma, o objetivo é encontrar a melhor distribuição do coeficiente de convecção através dos algoritmos genéticos que aproxime o resultado real do numérico, chegando assim ao valor otimizado que melhor representa nosso estudo do comportamento das temperaturas, que dependem deste coeficiente. A Tabela 6.2 mostra as temperaturas medidas e as temperaturas calculadas numericamente.

Termopar	q1=96,71		q2=667,64		q3=1673,0	
	Treal-q1	Tnum-q1	Treal-q2	Tnum-q2	Treal-q3	Tnum-q3
1	35,00	36,36	47,50	55,00	67,50	86,24
2	33,75	36,30	45,00	54,68	65,00	85,56
3	32,50	36,19	42,50	54,16	70,00	84,41
4	26,25	36,05	37,50	53,42	55,00	82,80
5	37,50	35,86	48,75	52,46	67,50	80,69
6	37,50	35,63	47,50	51,28	63,75	78,08
7	42,50	35,36	55,00	49,87	78,75	74,92
8	43,75	35,05	57,50	48,27	82,50	71,34
9	32,50	34,70	47,50	46,41	75,00	67,14
10	31,25	34,41	46,25	44,99	73,75	63,95
11	37,50	34,44	53,75	45,43	83,75	65,06
12	46,25	34,58	63,75	46,30	93,75	67,16
13	38,75	34,69	56,25	46,95	88,75	68,72
14	35,00	34,76	46,25	47,34	76,25	69,65

Tabela 6.2 – Temperaturas: real e numéricas.

Os gráficos representando a Tabela 6.2 podem ser vistos nas Figuras 6.5-6.7:

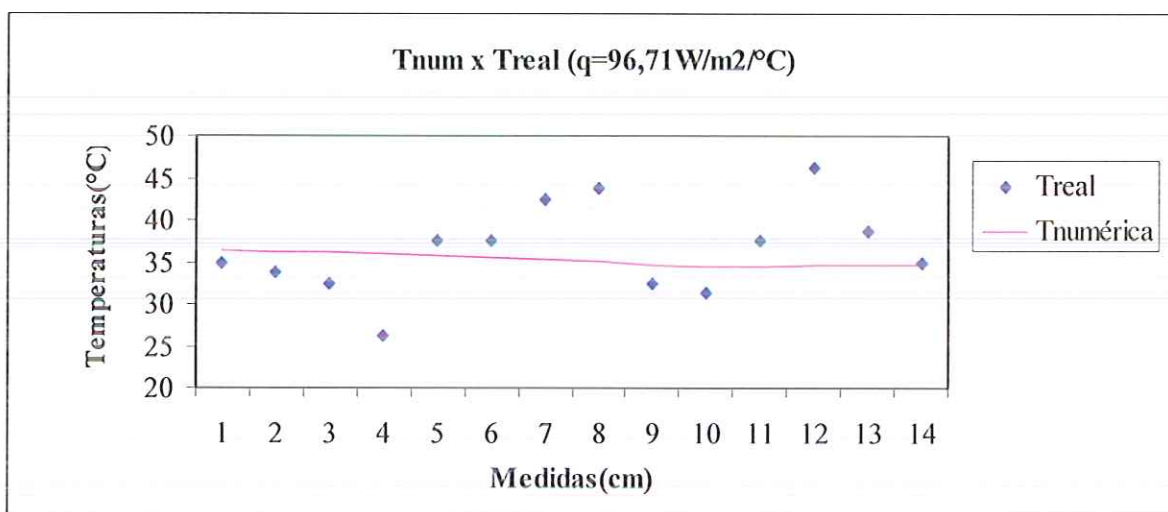


Figura 6.5 - Gráfico  $T_{num} \times T_{real}$  para  $q_1 = 96,71W/m^2°C$ .

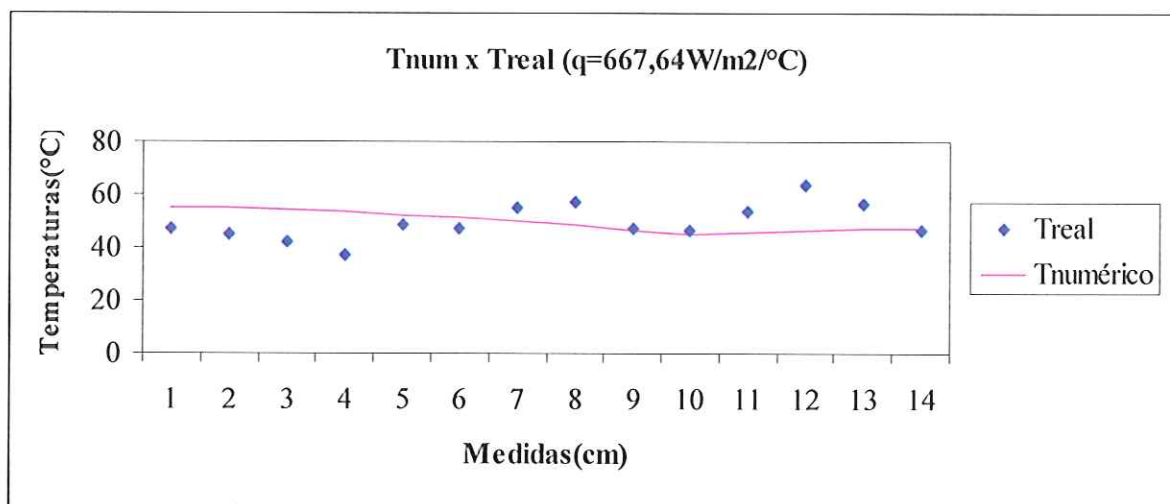


Figura 6.6 - Gráfico de T<sub>num</sub> x T<sub>exp</sub> com q<sub>2</sub> = 667,64W/m<sup>2</sup>°C.

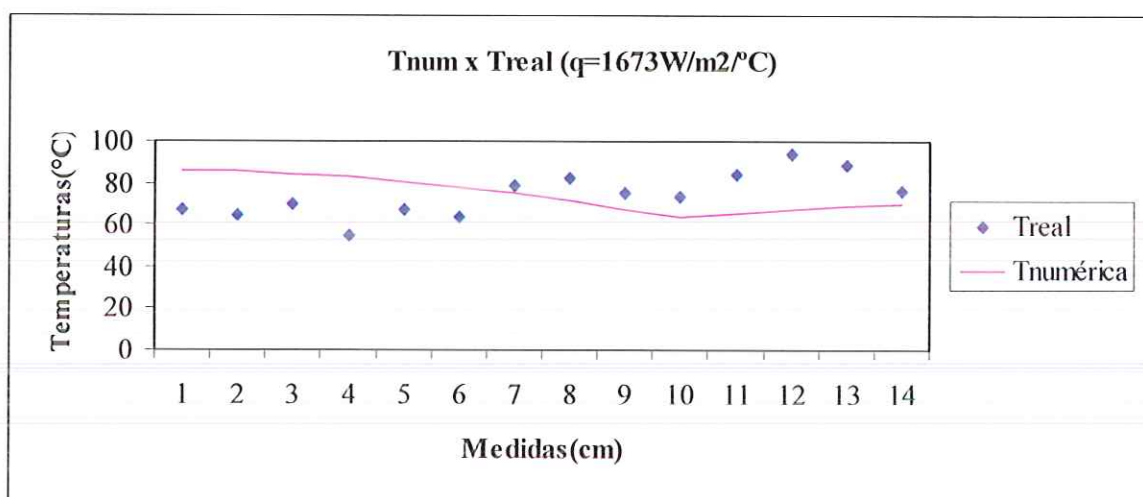


Figura 6.7 - Gráfico de T<sub>num</sub> x T<sub>exp</sub> com q<sub>3</sub> = 1673W/m<sup>2</sup>°C.

Podemos observar nos gráficos acima que as temperaturas medidas experimentalmente concentram-se ao redor da resolução numérica e que a diferença entre as curvas são relativas aos erros de parâmetros e as condições simplificadas na realização do experimento.

## 6.2 – Testes com Algoritmos Genéticos

O procedimento de otimização consiste em ajustar o valor do coeficiente de convecção em cada um dos pontos da malha computacional. Se considerarmos o domínio todo serão 1000 variáveis a serem ajustadas. Nos

testes realizados considera-se uma região de  $N \times M \times O$ , onde  $N = 10$ ,  $M = 5$  e  $O = 20$ , correspondendo à largura, altura e comprimento da placa de aço inoxidável. A superfície analisada foi a parte superior da placa de aço inoxidável que corresponde à  $N \times O$  nós, isto é, um total de 200 nós.

Os dados usados na implementação do algoritmo genético foram os seguintes:

<b>Características dos algoritmos genéticos</b>	<b>Implementação</b>
<b>Representação</b>	Pontos flutuantes
<b>População inicial</b>	Vetores de 200 números reais aleatórios em um intervalo $[h_{\min}, h_{\max}]$
<b>Reprodução</b>	Os filhos são gerados através da somatória de todos os pais com pesos aleatórios. Os filhos são mantidos dentro de limites $h_{\min}$ e $h_{\max}$ .
<b>Mutação</b>	<i>aleatório</i> . Decide se o filho gerado vai mutar, quantos genes mutar e quais genes mutar escolhidos aleatoriamente, por números no intervalo $[h_{\min}, h_{\max}]$ . Os teste foram realizados com mutações entre 0,6 e 0,8.
<b>Seleção</b>	<i>determinística</i> . Toma as melhores soluções escolhidas a partir da ordenação do erro dos vetores pais e filhos.

**Tabela 6.3** – Escolha dos parâmetros do algoritmo genético para o problema de ajustar os valores de  $h$ .

O algoritmo genético segue dessa forma até que uma aproximação para o ponto ótimo tenha sido alcançada, ou seja, encontrar a distribuição do

coeficiente de convecção na parte superior à placa de aço inoxidável. Isso equivale a encontrar o valor para a função de fitness menor que  $10^{-6}$  ou que o número máximo de gerações tenha sido atingido e nesse caso não se obteve a solução esperada. Neste trabalho, o número máximo de gerações foi fixado em 100.000, que foi atingido antes do fitness ser menor que  $10^{-6}$ .

A numeração dos nós foi feita da esquerda para a direita e de baixo para cima na placa de aço a partir de  $k = 1, 2, \dots, NxMxO$ .

Os 14 termopares foram distribuídos de duas formas diferentes: primeiro foram colocados em linha no comprimento da placa de aço com 1 cm de distância entre eles e neste caso, realizou-se as medidas das temperaturas experimentais. Depois foi simulada uma distribuição aleatória dos termopares por computador e não experimentalmente, utilizando as 14 temperaturas medidas obtendo a distribuição do coeficiente de convecção ( $h$ ). O objetivo é analisar como o método dos algoritmos genéticos se comporta em solucionar o problema quando temos 14 termopares alinhados ou 14 termopares aleatórios. E se é possível também saber através dos resultados o que está acontecendo no experimento realizado.

O resultado com o coeficiente de convecção ( $h$ ) correto pode ser visto na Figura 6.8.

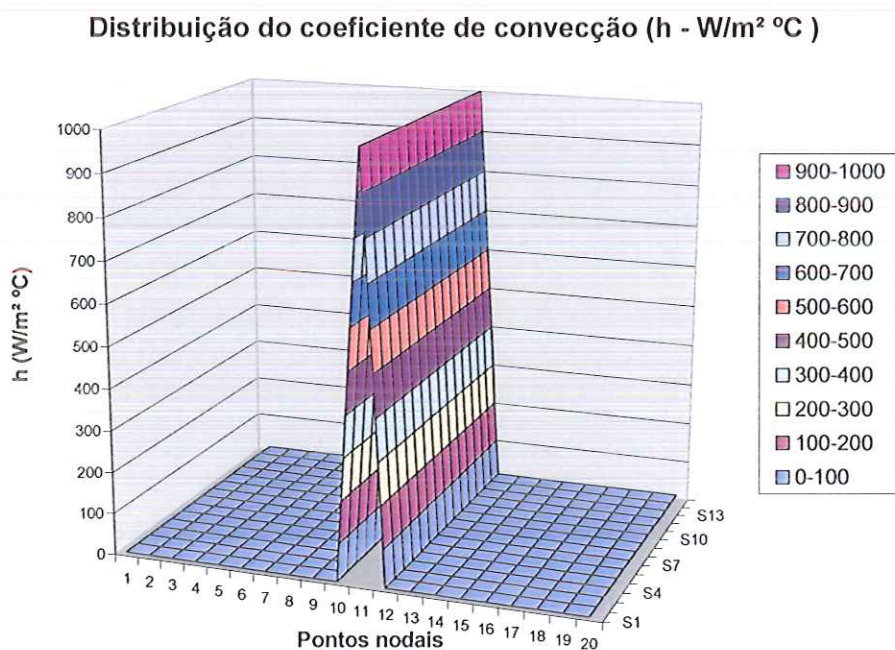


Figura 6.8 – Solução correta para o problema.

Um obstáculo encontrado se deve principalmente à lentidão na execução do programa, podendo levar horas e até dias para alcançar uma solução do problema.

Os teste foram realizados com as dimensões de  $N = 10$ ,  $M = 5$  e  $O = 20$  referentes ao número de nós da placa. Foram estudados diversos casos variando o número de pais (parâmetro 1) e de filhos (parâmetro 2) a fim de se obter a melhor aproximação do coeficiente de convecção ( $h$ ). Depois de fixados estes parâmetros, o próximo estudo foi com relação ao parâmetro da taxa de mutação, que teve a variação entre 0,6 e 0,8.

A primeira observação é com relação aos parâmetros de pais e filhos, o resultado para escolha do número de pais e filhos foi imediato. O programa mostrou que o número de pais deveria ser bem menor do que o número de filhos para o início da minimização do erro. Os primeiros resultados são mostrados a seguir com algumas variações entre os números dos dois parâmetros e com a taxa de mutação fixada em 0,6.

A Figura 6.9 mostra o gráfico do coeficiente de convecção com número de pais= 5, número de filhos = 50 e número máximo de iterações = 100000.

Distribuição do coeficiente de convecção ( $h - W/m^2 \text{ } ^\circ C$ )

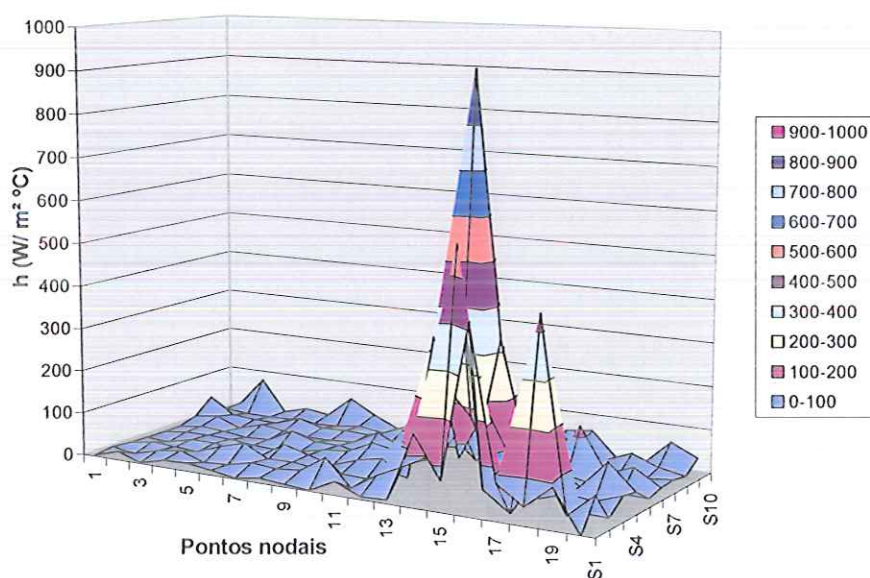


Figura 6.9 - Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 50 filhos e 100000 iterações.



A Figura 6.10 mostra o gráfico do coeficiente de convecção com número de pais = 5, número de filhos = 40 e número máximo de iterações = 200000.

Distribuição do coeficiente de convecção ( $h - W/m^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ )

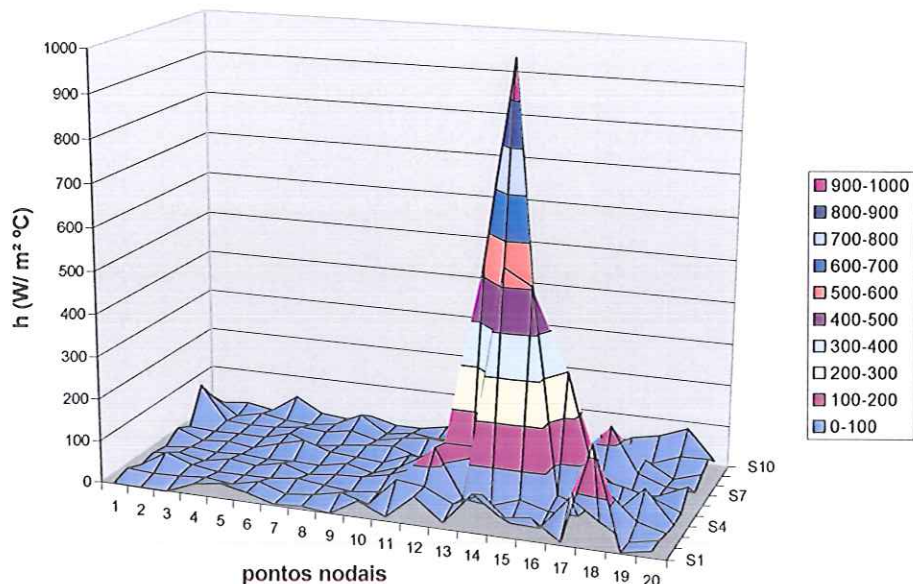


Figura 6.10 – Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 40 filhos e 200000 iterações.

Pode-se perceber pela Figura 6.10 que o gráfico que utilizou 200000 iterações está com uma suavização maior em alguns picos ao redor da solução, enquanto que no gráfico da Figura 6.9 estes picos ainda existem, sugerindo a utilização de um número maior de iterações. Não foram realizados testes com números maiores de iterações devido à falta de máquinas mais potentes.

O próximo passo foi aumentar a taxa de mutação de 0,6 para 0,7 com diferentes números de pais e filhos, sabendo que os melhores resultados foram com o número de pais menor que o número de filhos. A Figura 6.11, mostra o resultado com 5 pais, 45 filhos, taxa de mutação de 0,7 e 100000 iterações.

Distribuição do coeficiente de convecção ( $h - W/m^2 \text{ } ^\circ C$ )

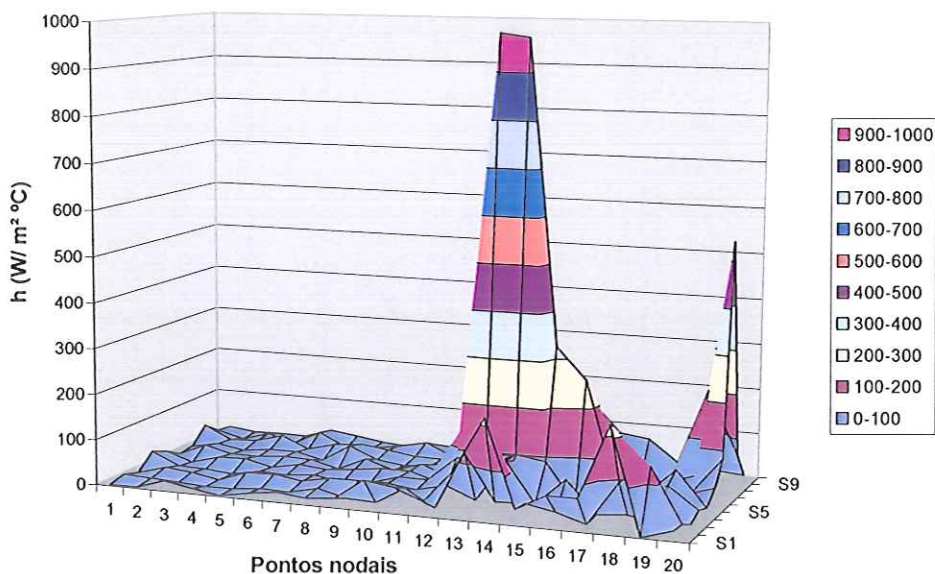


Figura 6.11 – Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 45 filhos e 100000 iterações.

A Figura 6.12 mostra o gráfico do coeficiente de convecção com número de pais = 5, número de filhos = 40, taxa de mutação de 0,7 e número máximo de iterações = 200000.

Distribuição do coeficiente de convecção ( $h - W/m^2 \text{ } ^\circ C$ )

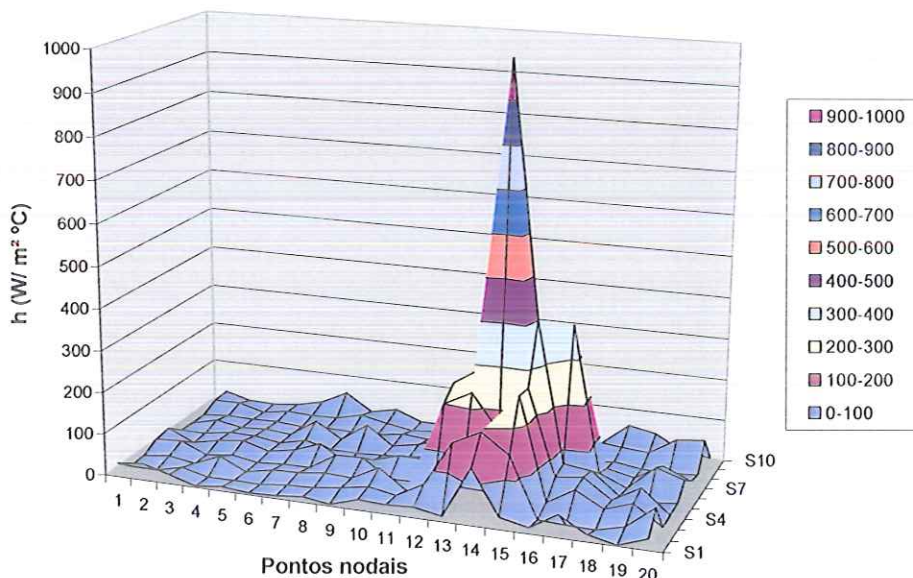
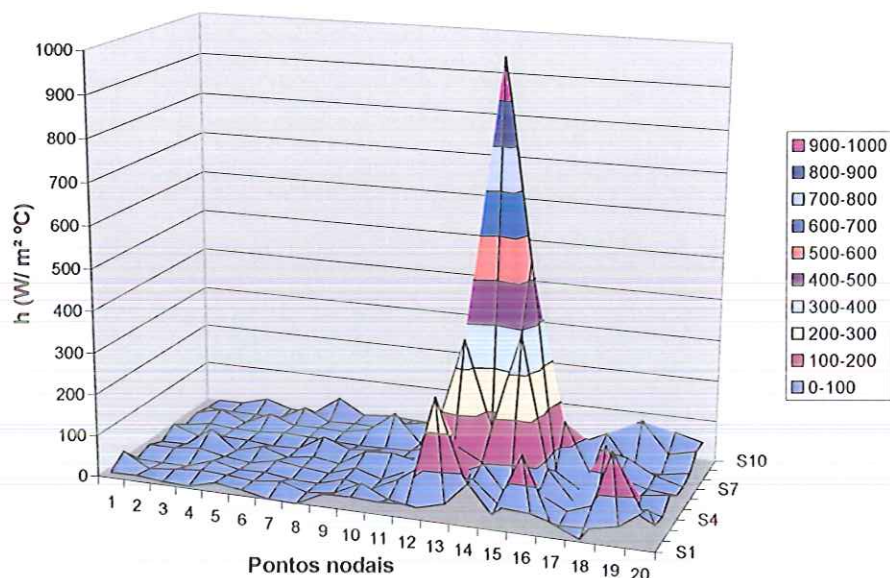


Figura 6.12 – Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 40 filhos e 200000 iterações.

A Figura 6.11 mostra o início da formação da faixa onde se localiza a convecção forçada, mas que se dissipa com um número maior de iterações representado na Figura 6.12, para amenizar alguns picos ao redor da solução e se concentrar nos valores correspondentes a faixa de nós onde o coeficiente de convecção tem o maior valor.

Nos testes finais aumentou-se a taxa de mutação de 0,7 para 0,8 a fim de observar se haveria uma mudança brusca no comportamento da solução. A Figura 6.13 mostra o gráfico da solução com 4 pais, 30 filhos, mutação 0,8 e 100000 iterações.

Distribuição do coeficiente de convecção ( $h - W/m^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ )



**Figura 6.13** – Gráfico do coeficiente de convecção com 4 pais, 30 filhos e 100000 iterações.

Na Figura 6.13 pode-se observar o início da formação de vários picos na direção dos nós correspondentes à solução esperada que chegaram a atingir o valor de  $h = 400 \text{ W/m}^2\text{/}^\circ\text{C}$ .

A Figura 6.14 mostra o gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 40 filhos, taxa de mutação de 0,8 e 100000 iterações.

Distribuição do coeficiente de convecção ( $h - W/m^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ )

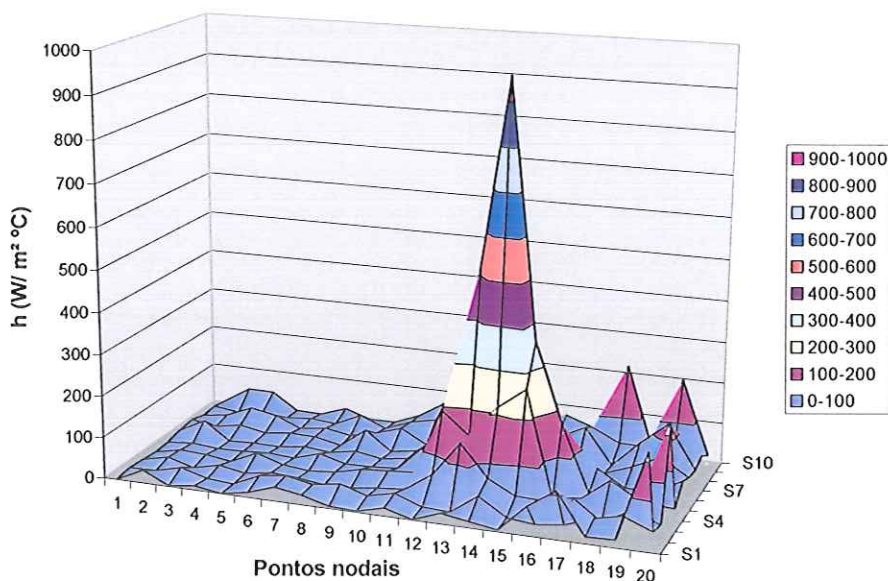


Figura 6.14 – Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 40 filhos e 100000 iterações.

A Figura 6.15 mostra o gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 50 filhos, taxa de mutação de 0,8 e 100000 iterações.

Distribuição do coeficiente de convecção ( $h - W/m^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ )

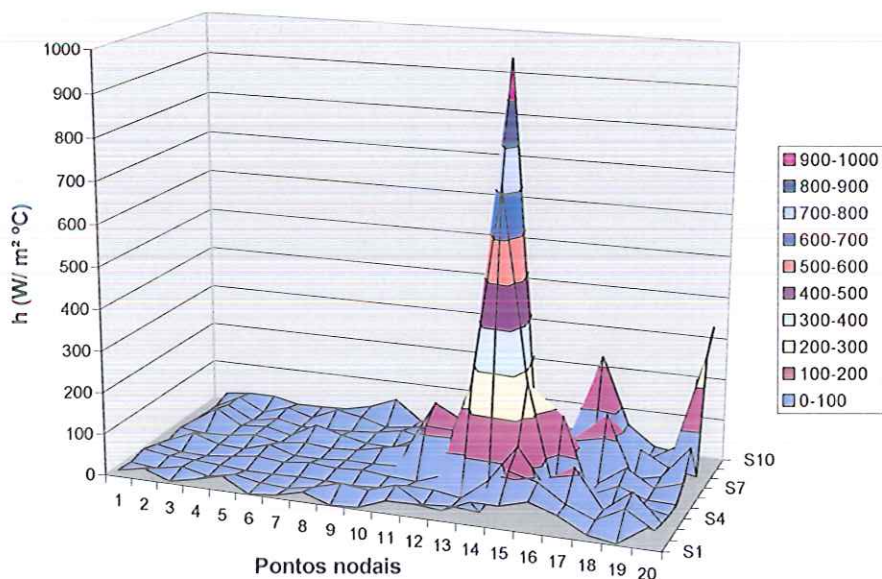


Figura 6.15 – Gráfico do coeficiente de convecção com 5 pais, 50 filhos e 100000 iterações.

As Figuras 6.14 e 6.15 mostram o mesmo tipo de comportamento, o aumento do coeficiente de convecção na direção da solução esperada enquanto ameniza os picos ao redor da solução.

Os resultados obtidos mostram que utilizando um número de pais pequeno com relação ao número de filhos, com um número de iterações maior e máquinas de grande capacidade computacional a tendência dos gráficos é chegar muito próximo ou exatamente na solução correta. Pode-se ver também que nos 190 nós restantes onde não há convecção forçada, os gráficos tiveram uma boa convergência para os valores de convecção livre  $h = 10 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ , mostrando que os dados estavam no caminho correto para chegar à solução.

Os resultados indicam que a implementação do AG está satisfazendo os objetivos do projeto, pois com alguns ajustes e provavelmente mais tempo computacional trará resultados aceitáveis.

O próximo passo foi analisar os resultados obtidos com uma distribuição aleatória dos 14 termopares sob a placa de aço inoxidável. Após várias gerações aleatórias obteve-se, como mostra a Figura 6.16, uma amostra bem distribuída dos termopares computacionalmente.

Distribuição aleatória dos 14 termopares

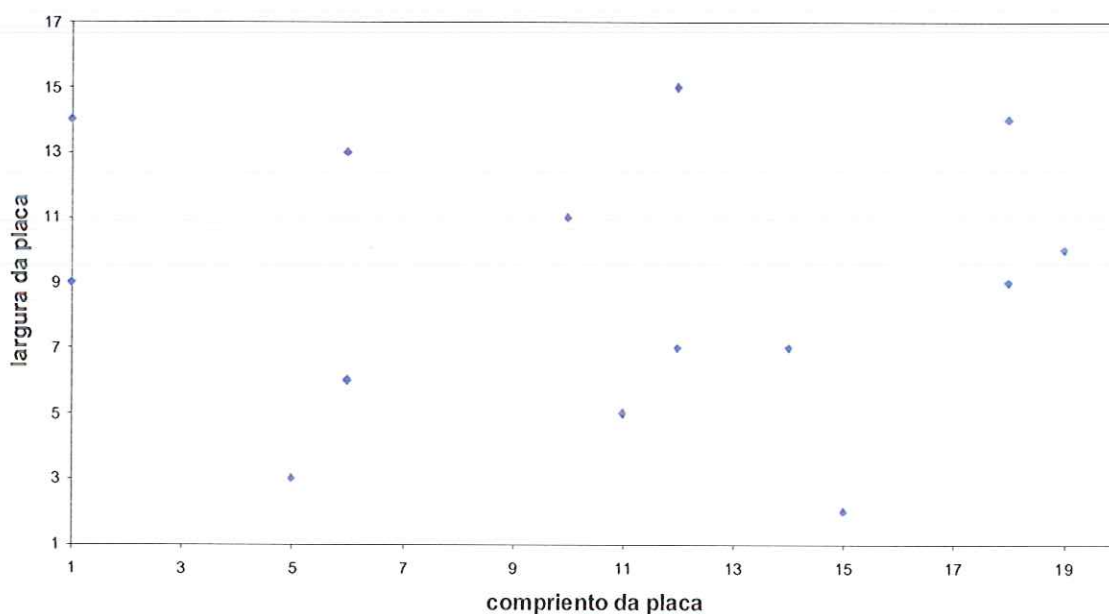
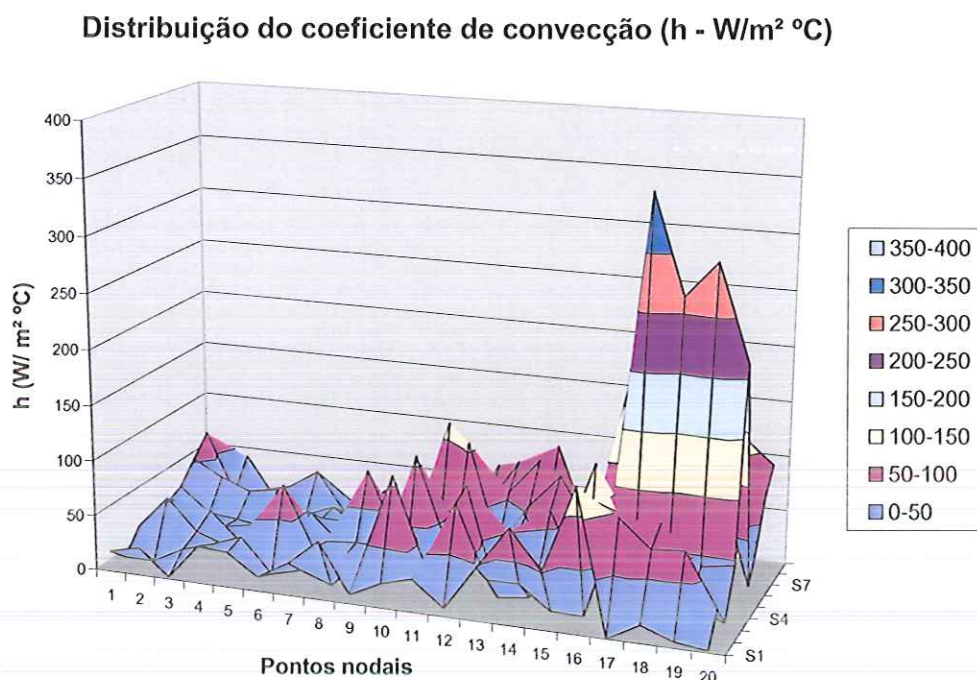


Figura 6.16 – Distribuição aleatória dos 14 termopares obtida computacionalmente.

Utilizou-se o método dos algoritmos genéticos com as mesmas características da Tabela 6.3 e as dimensões de  $N = 10$ ,  $M = 5$  e  $O = 20$  referentes ao número de nós da placa. Foram estudados casos variando o número de pais (parâmetro 1) e de filhos (parâmetro 2) e variando o parâmetro da taxa de mutação entre 0,6 e 0,8.

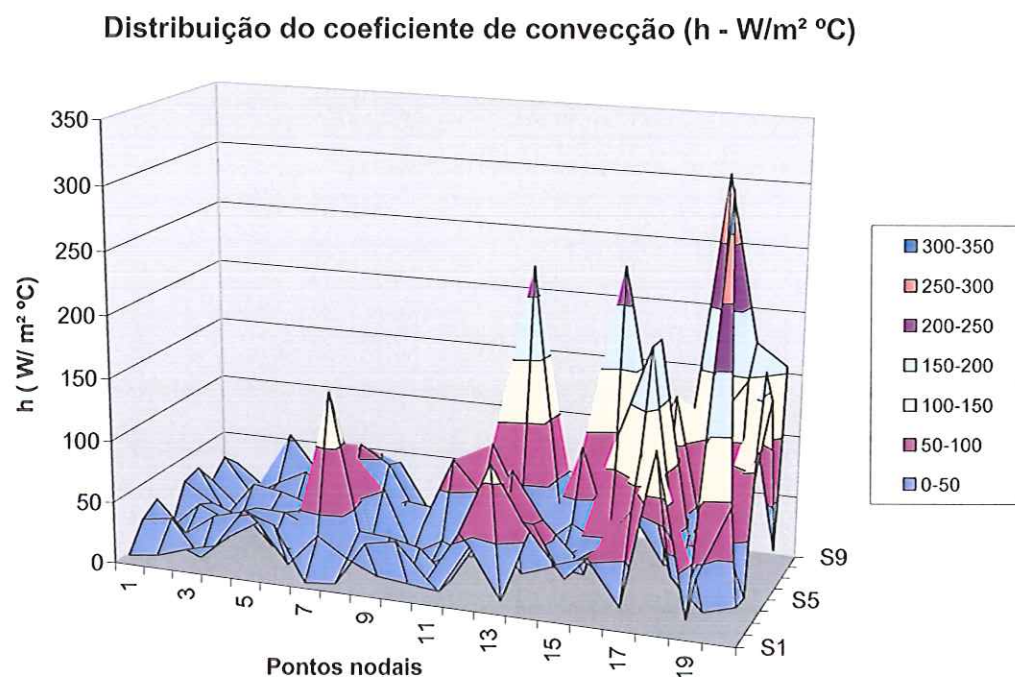
A Figura 6.17 mostra o resultado obtido com 5 pais, 50 filhos e taxa de mutação de 0,6 para termopares aleatórios.



**Figura 6.17** - Gráfico do coeficiente de convecção com termopares aleatórios com 5 pais, 50 filhos, mutação de 0,6 e 100000 iterações.

Na Figura 6.17 pode-se observar a variação de vários picos. Alguns ainda com valores altos longe da faixa de nós correspondente à convecção forçada e a diminuição dos picos restantes a fim de atingirem a convecção livre de  $10W/m^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

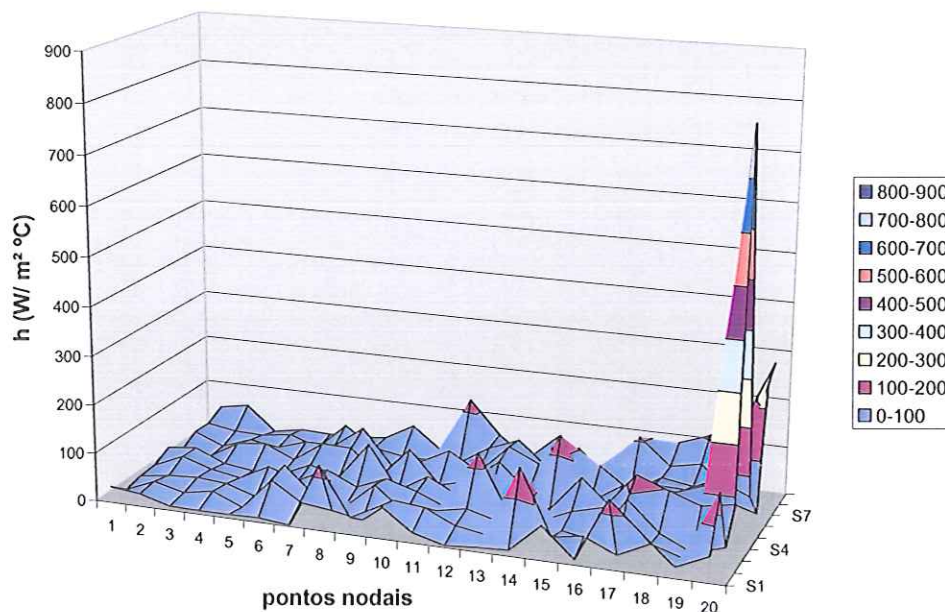
A Figura 6.18 mostra o resultado obtido com 5 pais, 50 filhos e taxa de mutação de 0,7 para termopares aleatórios.



**Figura 6.18** - Gráfico do coeficiente de convecção com termopares aleatórios com 5 pais, 50 filhos, mutação de 0,7 e 100000 iterações.

Na Figura 6.18 observa-se uma maior variação dos picos na tentativa de encontrar o resultado correto, mesmo com um aumento na taxa de mutação de 0,6 para 0,7 continua a instabilidade dos picos ao redor da resposta esperada.

A Figura 6.19 mostra o resultado obtido com 4 pais, 30 filhos e taxa de mutação de 0,8 para termopares aleatórios.

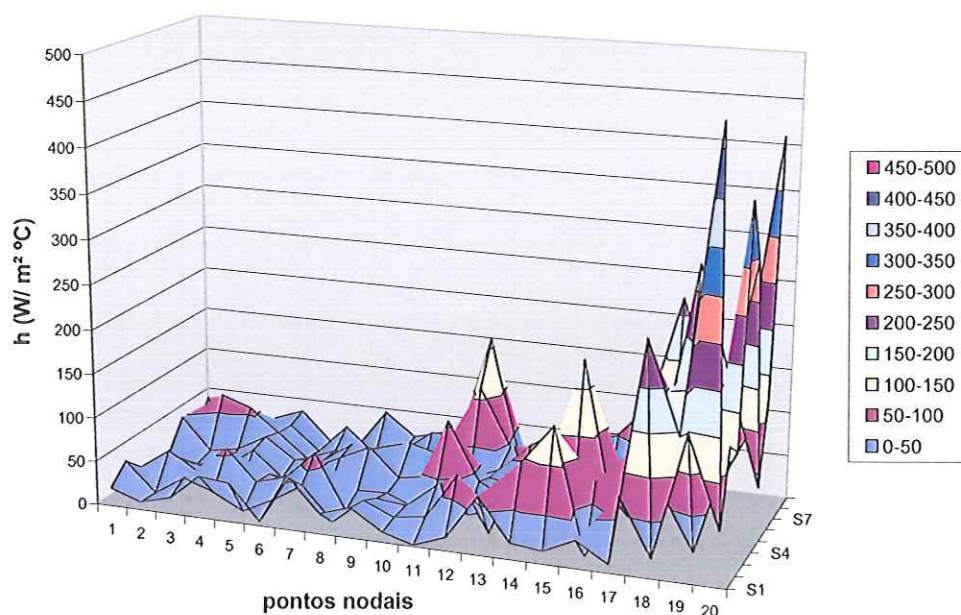
Distribuição do coeficiente de convecção ( $h - W/m^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ )

**Figura 6.19** - Gráfico do coeficiente de convecção com termopares aleatórios com 4 pais, 30 filhos, mutação de 0,8 e 100000 iterações.

Na Figura 6.19 pode-se observar que apesar do valor de  $h$  chegar a  $900W/m^2\text{ } ^\circ\text{C}$ , seu posicionamento está longe do resultado esperado. Contudo o restante dos valores obtidos foram muito bons, dentro da faixa de  $h = 10W/m^2\text{ } ^\circ\text{C}$  que era o valor esperado da convecção livre.

A Figura 6.20 mostra o resultado obtido com 5 pais, 50 filhos e taxa de mutação de 0,8 para termopares aleatórios.



Distribuição do coeficiente de convecção ( $h - W/ m^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ )

**Figura 6.20** - Gráfico do coeficiente de convecção com termopares aleatórios com 5 pais, 50 filhos, mutação de 0,8 e 100000 iterações.

Na Figura 6.20 os picos chegam a alcançar o valor de  $h = 500 W/ m^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ , mas esses valores não estão na posição onde se localiza o tubo de cobre que representa a convecção forçada.

No caso dos termopares colocados aleatoriamente não se obteve resultados tão bons quanto os primeiros testes colocando-os alinhados. Com mais iterações e mudanças na aleatoriedade dos termopares talvez se consiga chegar mais próximo do resultado desejado.

## CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

As conclusões deste trabalho são:

- Estudos preliminares sobre as características topológicas do funcional de erro apontaram os algoritmos genéticos como uma técnica extremamente interessante ao problema;
- Os testes demonstraram a capacidade do algoritmo genético desenvolvido em localizar o mínimo global em uma grande região de busca; entretanto o tempo total de processamento ainda é insatisfatório.
- As conclusões finais deste trabalho apontam para a grande potencialidade do emprego de algoritmos genéticos em problemas de otimização mal condicionados, inclusive os derivados da tomografia térmica.
- As perspectivas para continuação deste trabalho podem começar por um estudo mais detalhado sobre a introdução de informações a priori a fim de melhorar o funcional de erro. Pode ser aplicada a implementação de várias rotinas de algoritmos genéticos diferentes das utilizadas neste trabalho, juntamente com uso de programação paralela para diminuir o tempo computacional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABOU KHACHFE, R.; JARNY, Y. (2001). Determination of heat source and heat transfer coefficient for two-dimensional heat flow-numerical and experimental study. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 44, p. 1309-1322.
- ARTYUDHIN, E. A.; (1996). Determination of thermal diffusivity from experimental data. *Journal of Engineering Physics*, v. 29, n. 1, p. 878-881.
- ARTYUDHIN, E. A.; NENAROKOMOV, A. V. (1988). Coefficient inverse heat-conduction problem. *Journal of Engineering Physics*, v. 53, n. 3, p. 1085-1090.
- ARTYUDHIN, E. A.; IVANOV, G. A.; NENAROKOMOV, A. V. (1993). Determining the set of thermophysical properties of materials from unsteady-state temperature measurements. *High Temperature*, v. 31, n. 2, p. 199-202.
- BANKS, H. T.; KOJIMA, F.; WINFREE, W. P. (1990). Boundary estimation problems arising in thermal tomography. *Inverse Problem*, v. 6, p. 897-921.
- BECK, J.V.; AL-ARAJI, S. (1978). Investigation of a new simple transient method of thermal property measurement, *ASME J. Heat Transfer*, n. 96, p. 59-64.
- BECK, M.S.; PLASKOWSKI, A.B. and GREEN, R.B. (1986). Imaging for measurements of two-phase flow. *Proc. Flow Visualization IV*, Paris 26-29 August 1986, pp. 585-588.
- BECK, M.S.; WILLIAMS, R.A. (1996). Process tomography: a European innovation and its applications. *Meas. Sci. Technol.*, n. 7, p. 215 - 224, Jan.
- BLANCO, A. DELGADO, M., PEGALAJAR, M.C. (2001). A real-coded algorithm for training recurrent neural networks, *Neural Networks*, pp. 93 – 105.
- CANTWELL W.J.; MORTON J. (1992). The significance of damage and defects and their detection in composite materials. *J. Strain Anal.*, v. 27, p.29-42.

- CARVALHO, G.; SILVA NETO, A. J. (1999). An inverse analysis for polymers thermal properties estimation. *Proc. 3<sup>rd</sup> International Conference on Inverse Problems in engineering: theory and Practice*, Port Ludlow, USA, p. 495-500.
- CHANTASIRIWAN, S. (1999). Inverse heat conduction problem of determining time- dependent thermal properties. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 42, p. 4275-4285.
- CHEN, C. K.; WANG, C. C. (2002). Three-dimensional inverse heat transfer analysis during the grinding process. *Journal Mechanical Engineering Science.*, v. 216, p. 199 - 212.
- CHO, K.H., KIM, S. AND LEE, Y.J. (2001). Impedance imaging of two-phase flow field with mesh grouping method, *Nuclear Engineering and Design*, pp. 55- 67.
- DAVIS, L. (1991) *Handbook of Genetic Algorithms*, Van Nostrand Reinhold, New York.
- DOWDING, K.J.; BECK, J. V.; BLACKWELL, B. F. (1999). Estimating temperature-dependent thermal properties. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, v. 13, n.3, p. 328–336.
- FLACH, G. P.; ÖZISIK, M. N. (1989). Inverse heat conduction problem of simultaneously estimating spatially varying thermal conductivity and heat capacity per unit volume. *Numerical Heat Transfer*, v. 16, p. 249–266.
- GEN, M., CHENG, R. (1997). *Genetic Algorithms & Engineering Design*, Wiley Interscience Publication.
- GOLDBERG, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Co, Massachusets.
- GORUACHEV, A. A.; YUDIN, V. M. (1983). Solution of the inverse coefficient problem of heat conduction. *Journal of Engineering Physics*, v. 43, n. 4, p. 1148-1154.
- GRIESINGER, A.; HURLER, W.; PIETRALLA, M. (1997). A photothermal method with step heating for measuring the thermal diffusivity of anisotropic solids. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 40, n. 13, p. 3049–3058.
- GUIMARÃES, G.; PHILIPPI, P. C.; THERY, P. (1995). Use of parameters estimation method in the frequency domain for the simultaneous estimation of thermal diffusivity and conductivity. *Rev. Sci. Instrum.*, v. 66, n. 3, p. 2582-2588.
- HENSEL, E. (1991). *Inverse Theory and Application for Engineers*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

- HSIAO, C., CHAHINE, G and GUMEROV, N. (2001). Application of a Hybrid Genetic/Powell Algorithm and Boundary Element Method to Electrical Impedance Tomography, *Journal of Computational Physics*, Vol. 173, pp. 433-454.
- HOLLAND, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor: University of Michigan Press.
- HUANG, C. H.; ÖZISIK, M. N. (1990). A direct integration approach for simultaneously estimating spatially varying thermal conductivity and heat capacity. *Int. J. Of Heat and Fluid Flow*, n. 11, p. 262-268.
- HUANG, C. H.; ÖZISIK, M. N. (1991). Direct integration approach for simultaneously estimating temperature dependent thermal conductivity and heat capacity. *Numerical Heat Transfer*, v. 20, p. 95-110.
- HUANG, C. H.; YAN, J. Y.; CHEN, H. T. (1995). The function estimation in predicting temperature dependent thermal conductivity without internal measurements. *AIAA, J. Thermophysics and Heat Transfer*, n.9, p. 667-673.
- HUANG, C. H.; YAN, J. Y. (1996). An inverse problem in predicting temperature dependent heat capacity per unit volume without internal measurements. *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, n. 39, p. 606-618.
- HUANG, C. H.; YAN, J. Y. (1995). An inverse problem in simultaneously measuring temperature dependent thermal conductivity and heat capacity. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, n.38, p. 3433-3441.
- INCROPERA, F.; DEWITT, D. (2001). *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*. Editora LTC.
- ISAKSEN, O. (1996). A review of reconstruction techniques for capacitance tomography. *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 7, pp. 325-337.
- JANICK M.; ZUBERT M.; NAPIERALSKI A. (1998). Application of inverse heat conduction methods in temperature monitoring of integrated circuits. *Sensors and Actuators A*, v. 71, p.51-57
- JANILOW, C., MICHALEWICZ, Z. (1991). An experimental comparison of binary and floating point representations in genetic algorithms. *The Fourth International Conference on Genetic Algorithms*.
- JANNO, J.; WOLFERSDORF, L. V. (1999). An inverse problem for identification of a time-and space-dependent memory kernel of a special kind in heat conduction. *Inverse Problems*, n. 15, p. 1455-1467.
- JURKOWSKI, T.; JARNY, Y.; DELAUNAY, D. (1997). Estimation of thermal conductivity of thermoplastics under moulding conditions: an apparatus and inverse algorithm. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 40, n. 17, p. 4169-4181.

- KLINE, R. A.; WINFREE, W. P. (2002). Diffusion-based thermal tomography. *Journal Proc. SPIE*, v. 4703, p. 219-225.
- KOJIMA, F. (1993). A method for disbond detection in thermal tomography by domain decomposition method. *Inverse Problem in Engineering Mechanics*, p. 517-525.
- LESNIC, D.; ELLIOT, L. INGHAM, D. B.; CLENEL, B; KNIPE, R. J. (1999). The identification of the piecewise homogeneous thermal conductivity of conductors subjected to a heat flow test. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 42, p. 143-152.
- LIMA E SILVA, S. M. N.; SILVA NETO, A. J.; CARVALHO, G.; GUIMARÃES, G. (2001). Caracterização térmica de novos polímeros. *Anais do XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Uberlândia.
- LIN, J. Y.; CHENG, T. F. (1997). Numerical estimation of thermal conductivity from boundary temperature measurements. *Numerical Heat Transfer*, v. 32, p. 187-203.
- MERMOND Y.; FEIDT M.; MARVILLET C. (1999) Proprieteés thermodynamiques et physiques des melanges de fluides frigorigenes et d'huiles. *International Journal of Refrigeration*, v.22, p. 569-579.
- MICHALEWICZ, Z. (1996). Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs. New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- MICHALEWICZ, Z., LOGAN, T., SWAMINATHAN, S. (1994). Evolutionary operators for continuous convex parameter spaces. *Proceedings of the Third Annual Conference on Evolutionary Programming*.
- MORILOV, V. V.; IVILIEV, A. D.; POZDEEV, A. N. (1993). Measurement of thermal diffusivity coefficient of materials. *Journal of Engineering Physics*, v. 64, n. 1, p. 58-61.
- MÜHLENBEIN, H., SCHLIERKAMP-VOOSEN, D. (1993). Predictive Models for the breeder genetic algorithm I. continuous parameter optimization, *Evolutionary Computation*, vol. 1, pp. 25-49.
- MURIO, D. A. (1993). On the numerical solution of the two-dimensional inverse heat conduction problem by discrete mollification. *Inverse Problems in Engineering: Theory and Practice*. ASME, New York, p. 17-21.
- OMEL'CHENCO, K. G.; PCHELKINA, V. G. (1976). Solution of on inverse problem of nonlinear heat conduction to determine thermophysical characteristics. *Journal of Engineering Physics*, v. 29, n. 1, p. 885-887.

- ORLANDE, H. R. B.; ÖZISIK, M. N. (1993). Determination of the reaction function in a reaction-diffusion parabolic problem. *Inverse Problem in Engineering: theory and practice*. ASME, New York, p. 117-124.
- OYAMA, A., OBAYASHI, S., NAKAMURA, T. (2001). Real-coded adaptive range genetic algorithm applied to transonic wing optimization, *Applied Soft Computing*, Vol. 1, pp. 179 – 187.
- PRESS, W.H. *et al.* (1992). Numerical Recipes in Fortran: the art of scientific computing. 2nd ed. Cambridge [England] ; New York, NY, USA : Cambridge University Press.
- RADICLIFFE, N. (1990). Genetic neural networks on MIMD Computers, Ph.D. thesis, University of Edinburgh, UK.
- REEVES, C.R. (1993). Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems, Wiley Interscience Publication.
- ROLNIK, V.P. (2003). Contribuição ao desenvolvimento de uma nova técnica de reconstrução tomográfica para sondas de visualização direta. 128p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2003.
- ROLNIK, V.P., SELEGHIM Jr., P. (2002). On-site calibration of a phase fraction meter by an inverse technique. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, Vol. XXIV, No. 4, pp. 266-270.
- SANTOS, F. R.; WANG, J. Z.; SOEIRO, F. J. C. P.; SILVA NETO, A. J. (2001). Solução de um problema inverso de condução de calor com uma combinação de métodos de otimização global e um método baseado no gradiente. *Proceedings of COBEM- Heat and Mass Transfer*, v. 9, p. 436-441.
- SCHWEFEL, H. (1981). Numerical Optimization of Computer Models, John Wiley & Sons, Chichester.
- SHAI, I.; LAOR, U.; GILAD, I. (1993). Superposition of thermal loads model for measuring thermal diffusivity in solids. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 36, n. 4, p. 925–930.
- SILVA NETO, A. J.; MOURA NETO, F. D. (2000). Problemas Inversos em Engenharia. *VIII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas*. Porto Alegre, Brasil.
- SPEARS, W., DE JONG, K. (1991). On the virtues of parameterized uniform crossover. *The Fourth International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 230–236.

- STEPHENSON D.A.; JEN T.-C.; LAVINE A.S. (1997). Cutting tool temperatures in contour turning: transient analysis and experimental investigation. *Transactions of the ASME*, v.119, p.494-501.
- SU, C.T., LII, G.R. (2002). Reliability design of distribution systems using modified genetic algorithms, *Electric Power Systems Research*, Vol. 60, pp. 202- 206.
- TERROLA, P. (1989). A method to determine the thermal conductivity from measured temperature profiles. *Int. J. Heat Mass Transfer*, n. 32, p. 1425 – 1430.
- THOMAS, G.M. *et al.* (1995). Using real-coded genetic algorithms for Weibull parameter estimation, *Computers ind. Engng*, Vol. 29, No 1-4, pp. 377-381.
- TIKHONOV, A. N., ARSENIN, V.Y., 1977, *Solution of Ill-posed Problems*, John Wiley & Sons.
- TSENG, A. A.; CHEN, T. C.; ZHAO, F. Z. (1995). Direct sensitivity coefficient method for solving two-dimensional inverse heat conduction problems finite-element scheme. *Numerical Heat Transfer*, v. 27, p. 291-307.
- WRIGHT, A. (1991). Genetic algorithms for real parameter optimization. *Foundations of Genetic Algorithms*, p. 205 – 217.
- XIE, C.G. *et al.* (1992). Electrical capacitance tomography for flow imaging: system model for development of image reconstruction algorithms and design of primary sensors. *IEE Proc. G*, v. 139, p. 89 – 97.
- XU, J.; CHEN, T. (1998). A nonlinear solution of inverse heat conduction problem for obtaining the inner heat transfer coefficient. *Heat Transfer Engineering*, v. 19, n. 2, p. 45-53.
- YANG, C. Y. (1999). Estimation of temperature – dependent thermal conductivity in inverse heat conduction problems. *Applied Mathematical Modelling*, v. 23, p. 469–478.
- ZHANG, X.; DEGIOVANNI, A.; MAILLET, D. (1993). Hor- wire measurement of thermal conductivity of solids: a new approach. *High Temperatures – High Pressures*, v. 25, p. 577– 584.
- ZIENKIEWICZ, O.C., CHEUNG, Y.K. (1967). *The finite element method in structural and continuum mechanics*. London, McGraw-Hill.