

Fernanda Calmon Nascimento

Serviço de Pós-Graduação EESC/USP

EXEMPLAR REVISADO

Data de entrada no Serviço... 02/05/08

Ass.: Carol

**A RELAÇÃO ENTRE AS PRESSÕES HORIZONTAIS E  
VERTICAIS EM SILOS ELEVADOS:  
O PARÂMETRO K.**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas).

Orientador: Prof. Titular Carlito Calil Junior



São Carlos  
2008

DEDALUS - Acervo - EESC



31100109134

Class.	TESE ✓
Cutt.	6637
Tombo	T104/08
Sysno	1668552

21100109134

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA  
 TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO,  
 PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
 da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

Nº441	<p>Nascimento, Fernanda Calmon          A relação entre as pressões horizontal e vertical em          silos elevados: o parâmetro K / Fernanda Calmon          Nascimento ; orientador Celso Calil Junior. - São          Carlos, 2008.</p>
	<p>Dissertação (Mestrado-Programa de Pós-Graduação em          Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São          Carlos da Universidade de São Paulo, 2008.</p>
	<p>1. Parâmetro K. 2. Silos. 3. Silos - pressões.          I. Título.</p>

**FOLHA DE JULGAMENTO**

Candidata: Engenheira **FERNANDA CALMON NASCIMENTO**

Dissertação defendida e julgada em 28/04/2008 perante a Comissão Julgadora:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Titular **CARLITO CALIL JUNIOR (Orientador)**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

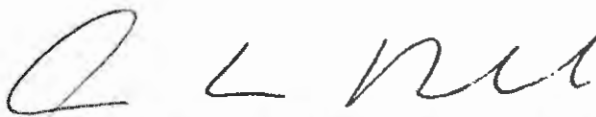
APROVADA

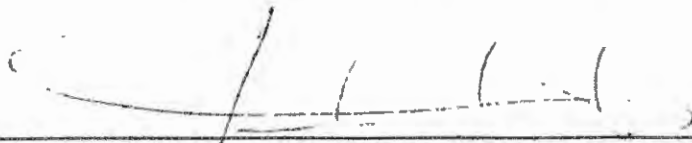
  
\_\_\_\_\_  
Prof. Titular **ORENCIO MONGE VILAR**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Engenheiro **ARI ANTONIO NEGRISOLI**  
(ENGESILOS)

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associado **MARCIO ANTONIO RAMALHO**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**  
Presidente da Comissão da Pós-Graduação da EESC

Dedico este trabalho às pessoas essenciais na minha vida:

Meus pais.

*José Fernando e Maria Isabel;*

Minhas irmãs,

*Adriana, Alice e Aline;*

Minha sobrinha,

*Juliana.*

## AGRADECIMENTOS

---

Agradeço a Deus por sempre me conduzir ao melhor caminho a ser seguido.

Aos meus pais, José Fernando e Maria Isabel; as minhas irmãs, Aline, Adriana e Alice; minha sobrinha, Juliana por todo apoio, carinho e incentivo dedicados a mim em todos os instantes, que mesmo distantes fisicamente, estiveram sempre presentes.

Ao professor Carlito Calil Junior por sua experiência transmitida, orientação, incentivo a pesquisa e busca do conhecimento e principalmente pela confiança e amizade demonstrada.

À Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia por ter proporcionado a minha formação na graduação, em especial as professoras Mônica Cristina Cardoso da Guarda, Tatiana Bittencourt Dumê e Inês Silva Rezende pelo incentivo a minha vinda a São Carlos para a realização deste mestrado.

À Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo por ter proporcionado as condições necessárias para o desenvolvimento desta pesquisa de mestrado.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, pela concessão da bolsa de estudos.

À Kepler Weber Industrial S/A, pela doação dos silos piloto e silo de armazenamento.

À CASP, pela doação do elevador de canecas.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC/USP, em especial a toda equipe de funcionários do Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeira da EESC/USP.

Às minhas amigas: Helena Oliveira, Caroline Góis, Sandra Freire, Tatiana Coutinho, Carine Nunes e Ana Paula Ferreira pelo carinho e atenção que sempre me foram dispensados.

Aos colegas de pós-graduação, pela troca de conhecimentos e amizade, em especial ao colega Andrés Cheung pelas contribuições fundamentais e companheirismo na pesquisa.

Por fim, a todos aqueles que não foram citados, mas que contribuíram direta ou indiretamente para a conclusão de mais uma etapa da minha vida.

*“Não se menospreze. Eduque-se; Não se marginalize. Trabalhe; Não apenas mande. Faça; Não condene. Abençoe; Não reclame. Desculpe; Não desprimore. Dignifique; Não ignore. Estude; Não desajuste. Harmonize; Não rebaixe. Eleve; Não escravize. Liberte; Não ensombre. Ilumine; Não se lastime. Avance; Não complique. Simplifique; Não dispute. Conquiste; Não estacione. Renove; Não se exceda. Domine-se. Lembre-se: Todos nós em tudo dependemos de Deus, mas os empresários de nosso êxito, em qualquer ocasião, seremos sempre nós mesmos”.*

*Francisco Cândido Xavier*

## RESUMO

---

NASCIMENTO, F. C. **A relação entre as pressões horizontais e verticais em silos elevados: o parâmetro K.** Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

Este trabalho tem por objetivo o estudo teórico e experimental da relação entre as pressões horizontais e verticais em silos elevados, parâmetro K. Este é um importante parâmetro requerido no cálculo das pressões exercidas por produtos armazenados nas paredes e fundo do silo, pois define a porcentagem da distribuição das pressões em função da relação altura (h) / lado ou diâmetro (d) do silo. Na parte teórica deste trabalho, foi realizado um estudo das principais recomendações propostas pelos especialistas e normas internacionais para o cálculo do K, onde se pôde notar que ainda há muita incerteza no cálculo deste parâmetro. Na parte experimental, foram realizados ensaios de cisalhamento direto, no aparelho *Jenike Shear Tester*, para a determinação das propriedades físicas dos produtos: milho, soja e ração de frango. Também foram realizados ensaios em um silo piloto, cilíndrico, com fundo plano, para quatro diferentes relações h/d, utilizando dois tipos de paredes, lisa e rugosa. Os resultados obtidos mostram que a formulação de Jaky foi a que apresentou a melhor aproximação para o valor do parâmetro K, para a condição de carregamento e para os produtos estudados. A obtenção do parâmetro K por meio do silo piloto foi a mais indicada, porém muito mais trabalhosa e devido a sua grande variabilidade, não recomendada para a caracterização do produto.

Palavras-chaves: parâmetro K, silos, silos - pressões.



## ABSTRACT

---

NASCIMENTO, F. C. **The relationship among the horizontal and vertical pressures in slender silos: the parameter K.** Dissertation (Master's degree)- Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

This work consists of the theoretical and experimental study of the relationship among the horizontal and vertical pressures in slender silos, parameter K. This is an important parameter required in the calculation of the pressures exercised by stored products in the walls and bottom of the silo and defines the percentage of the distribution of the pressures in function of the relationship height (h) / side or diameter (d) of the silo. The theoretical part, correspond to study of the main recommendations proposed by the specialists and international codes for K determination. In the experimental part, tests of direct shear were carried out, using the Jenike Shear Tester, for the determination of the physical properties of the products: maize, soy bean and animal powders. Also tests in a cylindrical pilot silo were conducted, with flat bottom, for four different relationships h/d, using two types of wall, rugose steel and smooth steel. A comparison was accomplished among the theoretical recommendations for the calculation of the K with the experimental data. The results showed that Jaky formulas got the best results for all the storage materials and a good agreement with the pilot silo tests results.

Keywords: parameter K, silos, silos - pressures.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estados de consolidação da amostra (MILANI, 1993). .....	38
Figura 2 – Propriedades físicas dos produtos armazenados. ....	40
Figura 3 – Propriedades de fluxo com a parede.....	42
Figura 4 – Fluxo de funil (a) e fluxo de massa (b), (CALIL; CHEUNG, 2005). ....	46
Figura 5 – Determinação gráfica do tipo de fluxo, segundo a DIN 1055-6:2005 e EUROCODE 1991-4:2003 .....	47
Figura 6 – Determinação gráfica do tipo de fluxo, segundo a AS 3774: 1996.....	47
Figura 7 – Variação geométrica dos silos e sua influência no fluxo, (AS 3374, 1996).....	48
Figura 8 - Obstruções de fluxo: tipo tubo (a) e tipo arco (b), (CALIL; CHEUNG, 2005).....	49
Figura 9 – Função fluxo e função fluxo com o tempo.....	50
Figura 10 – Pressões atuantes no silo .....	52
Figura 11 – Equilíbrio estático de uma fatia elementar (CHEUNG; CALIL, 2006).....	54
Figura 12 - Teoria de Airy baseada no plano de deslizamento AE, para o caso de células baixas, (RAVENET, 1983).....	56
Figura 13 – Modelo de Reimbert para a obtenção das pressões, (FREITAS, 2001).....	58
Figura 14 – Comportamento do K em relação aos movimentos relativos da parede, (CHEUNG, 2007). ....	62
Figura 15 – Estado de tensões em uma fatia elementar do produto armazenado, (ESTEVES, 1989). ....	65
Figura 16 – Comparação dos valores de K segundo os especialistas. ....	69
Figura 17 - Parâmetro K, segundo a AS3774: 1996. ....	71
Figura 18 – Comparação dos valores de K segundo as normas.....	74
Figura 19 – Aparelho de cisalhamento direto, <i>Jenike Shear Tester</i> . ....	78
Figura 20 – Registrador acoplado ao aparelho <i>Jenike Shear Tester</i> . ....	78
Figura 21 – Esquema da célula de cisalhamento do <i>Jenike Shear Tester</i> (adaptado de JENIKE, 1964). ....	79
Figura 22 – Amostras de milho utilizadas no <i>Jenike Shear Tester</i> .....	80
Figura 23 – Amostras de soja utilizadas no <i>Jenike Shear Tester</i> .....	80
Figura 24 – Amostras da ração de frango utilizadas no <i>Jenike Shear Tester</i> . ....	80
Figura 25 - Ensaio de cisalhamento com a parede no <i>Jenike Shear Tester</i> . ....	81
Figura 26 - Medidor de umidade G800. ....	81
Figura 27 - Agitador mecânico das peneiras. ....	81
Figura 28 – Silo para armazenar os produtos ensaiados. ....	82
Figura 29 – Silo piloto. ....	82
Figura 30 - Estação experimental. ....	82
Figura 31 – Sistema de medição das pressões horizontais, células de carga de 8 kN. ....	84
Figura 32 - Sistema de medição da força de atrito nas paredes, célula de carga de 8 kN. ....	84
Figura 33 - Sistema de vedação entre os anéis do silo piloto. ....	84

Figura 34 - Célula de carga de 50 kN utilizada sob as colunas do silo piloto.....	85
Figura 35 - Dispositivo de descarga, fundo plano.....	85
Figura 36 - Célula de pressão tipo diafragma. ....	85
Figura 37 - Parede interna lisa do silo piloto. ....	86
Figura 38 - Parede interna rugosa do silo piloto. ....	87
Figura 39 - Controle do nível de produto no silo piloto (CHEUNG, 2007). ....	87
Figura 40 - Sistema de aquisição de dados utilizado no silo piloto. ....	88
Figura 41 - Calibração das células de carga utilizadas no silo piloto. ....	88
Figura 42 – Calibração da célula de pressão. ....	89
Figura 43 – Sistema de vasos comunicantes para a calibração da célula de pressão. ....	89
Figura 44 - Revestimento do silo piloto com lona plástica. ....	90
Figura 45 - Detalhes da lona plástica e do fundo plano com o silo piloto cheio d'água. ....	90
Figura 46 – Sistema de vasos comunicantes com controle do nível d'água e da vazão de descarga. ....	90
Figura 47 - Detalhes da boca de descarga do silo piloto.....	91
Figura 48 - Ensaio com o milho no silo piloto.....	91
Figura 49 - Programa utilizado para calcular as propriedades físicas dos produtos armazenados. ....	94
Figura 50 – Envoltória de resistência encontrada através do programa utilizado para a determinação das propriedades físicas dos produtos armazenados.....	95
Figura 51 – Valores de K para o milho em função do $\phi_e$ , segundo os especialistas. ....	96
Figura 52 - Valores de K para a soja em função do $\phi_e$ , segundo os especialistas. ....	98
Figura 53 - Curva granulométrica da ração de frango. ....	100
Figura 54 - Valores de K para a ração de frango em função do $\phi_e$ , segundo os especialistas. .....	101
Figura 55 - Comportamento do K do milho armazenado no silo piloto com parede lisa. ....	102
Figura 56 - Comportamento do K do milho armazenado no silo piloto com parede rugosa. ....	104
Figura 57 - Comportamento do K da soja armazenada no silo piloto com parede lisa.....	106
Figura 58 – Comportamento do K da soja armazenada no silo piloto com parede rugosa. ....	107
Figura 59 - Comportamento do K da ração de frango armazenada no silo piloto com parede lisa. ....	109

## LISTA DE TABELAS

---

Tabela 1 – Classificação dos silos quanto à geometria, (CALIL; CHEUNG, 2005). .....	34
Tabela 2 – Classificação do produto armazenado quanto à granulometria (CALIL, 1984).....	35
Tabela 3 – Utilização adequada dos limites das propriedades de fluxo (CALIL, 1997).....	37
Tabela 4 – Análise da fluidez, segundo Jenike (1964). .....	51
Tabela 5 - Valores limites de K para alguns produtos, de acordo com as principais normas. .	73
Tabela 6 - Valores das forças utilizadas no ensaio com o <i>Jenike Shear Tester</i> .....	79
Tabela 7 - Resumo dos ensaios realizados no silo piloto. ....	92
Tabela 8 - Resultados dos ensaios de umidade, peso específico aparente e temperatura do milho. ....	93
Tabela 9 - Resultados dos ensaios no <i>Jenike Shear Tester</i> com o milho.....	95
Tabela 10 - Valores de K encontrados para o milho, segundo os especialistas.....	96
Tabela 11 – Resultados dos ensaios de umidade, peso específico aparente e temperatura da soja. ....	97
Tabela 12 - Resultados dos ensaios no <i>Jenike Shear Tester</i> com a soja.....	97
Tabela 13 - Valores de K encontrados para a soja, segundo os especialistas.....	98
Tabela 14 – Resultados dos ensaios de umidade, peso específico aparente e temperatura da ração.....	99
Tabela 15 - Resultado médio dos ensaios granulométricos da ração de frango. ....	99
Tabela 16 - Resultados dos ensaios no <i>Jenike Shear Tester</i> com a ração de frango. ....	100
Tabela 17 - Valores de K encontrados para a ração de frango, segundo os especialistas. ....	100
Tabela 18 - Variabilidade do K obtida com o milho no ensaio do silo piloto com a parede lisa. ....	101
Tabela 19 – Parâmetros estatísticos relativos aos ensaios do milho no silo piloto com parede lisa. ....	102
Tabela 20 – Comparação entre o K teórico do milho e o obtido no silo piloto com parede lisa. ....	103
Tabela 21 - Variabilidade do K obtida com o milho no ensaio do silo piloto com a parede rugosa.....	103
Tabela 22 - Parâmetros estatísticos relativos aos ensaios do milho no silo piloto com parede rugosa.....	104
Tabela 23 – Comparação entre o K teórico do milho e o obtido no silo piloto com parede rugosa.....	105
Tabela 24 - Variabilidade do K obtida com a soja no ensaio do silo piloto com a parede lisa. ....	105
Tabela 25 - Parâmetros estatísticos relativos aos ensaios da soja no silo piloto com parede lisa. ....	106
Tabela 26 – Comparação entre o K teórico da soja e o obtido no silo piloto com parede lisa. ....	106

Tabela 27 - Variabilidade do K obtida com a soja no ensaio do silo piloto com a parede rugosa. ....	107
Tabela 28 - Parâmetros estatísticos relativos aos ensaios da soja no silo piloto com parede rugosa. ....	108
Tabela 29 – Comparação entre o K teórico da soja e o obtido no silo piloto com parede rugosa. ....	108
Tabela 30 - Variabilidade do K obtida com a ração de frango no ensaio do silo piloto com a parede lisa. ....	109
Tabela 31 - Parâmetros estatísticos relativos aos ensaios da ração no silo piloto com parede lisa. ....	110
Tabela 32 – Comparação entre o K teórico da ração de frango e o obtido no silo piloto com parede lisa. ....	110

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

---

ANSI	American National Standard Institute
AS	Australian Standard
DIN	Deutsche Industrie Norm
ENV EUROCODE	European Committee for Standardization
ISO	International Organization for Standardization

## LISTA DE SIMBOLOS

---

### LETRAS MINUSCULAS

$\phi_e$	Efetivo ângulo de atrito interno do produto (valor médio) [1]
$\phi_i$	Ângulo de atrito interno (valor médio) [1]
$\phi_w$	Ângulo de atrito do produto com a parede (valor médio) [1]
$\gamma$	Peso específico do produto [ $FL^{-3}$ ]
$\mu$	Coefficiente de atrito do produto com a parede (valor médio) [1]
$\tau$	Tensão de Cisalhamento [ $FL^{-2}$ ]
$\sigma$	Tensão Normal [ $FL^{-2}$ ]
$h$	Altura efetiva do silo [L]
$d$	Diâmetro do silo [L]
$p_h$	Pressão horizontal (normal) à parede do corpo do silo [ $FL^{-2}$ ]
$p_v$	Pressão vertical atuando sobre a seção transversal da massa [ $FL^{-2}$ ]
$p_w$	Pressão de atrito na parede [ $FL^{-2}$ ]
$p_s$	Pressão aplicada na transição em silos com fluxo de massa [ $FL^{-2}$ ]
$p_p$	Pressão adicional [ $FL^{-2}$ ]
$z$	Ordenada a partir do nível de referência [L]

### LETRAS MAIÚSCULAS

$A$	Área da sessão transversal de um silo [ $L^2$ ]
$K$	Razão entre as pressões horizontal e vertical (valor médio) [1]
$K_u$	Valor superior de $K$ [1]

$K_1$	Valor inferior de K [1]
$P_w$	Força de compressão sobre a parede por unidade de perímetro [ $FL^{-1}$ ]
$U$	Perímetro da seção A [L]



## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>25</b>
<b>1.1 Generalidades</b> .....	<b>25</b>
<b>1.2 Justificativa da pesquisa</b> .....	<b>29</b>
<b>1.3 Objetivos da pesquisa</b> .....	<b>30</b>
<b>1.4 Metodologia utilizada</b> .....	<b>30</b>
<b>1.5 Apresentação do trabalho</b> .....	<b>31</b>
<b>2. FUNDAMENTOS PARA O ESTUDO DE SILOS</b> .....	<b>33</b>
<b>2.1 Classificação dos silos</b> .....	<b>33</b>
2.1.1 Quanto à entrada de ar.....	33
2.1.2 Quanto à construção em relação ao solo.....	33
2.1.3 Quanto à geometria.....	34
<b>2.2 Granulometria dos produtos armazenados</b> .....	<b>35</b>
<b>2.3 Propriedades físicas dos produtos armazenados</b> .....	<b>35</b>
2.3.1 Consolidação da amostra dos produtos armazenados.....	37
2.3.2 Lugares geométricos de deslizamento.....	39
2.3.3 Ângulo de atrito interno ( $\phi_i$ ) e Efetivo ângulo de atrito interno ( $\phi_e$ ).....	41
2.3.4 Ângulo de atrito com a parede ( $\phi_w$ ).....	41
2.3.5 Tensão de deslizamento inconfinaada ( $\sigma_{ic}$ ).....	42
2.3.6 Tensão máxima de consolidação ( $\sigma_c$ ).....	42
2.3.7 Coesão (c).....	43
2.3.8 Peso específico ( $\gamma$ ).....	43
<b>2.4 Fluxo em silos</b> .....	<b>44</b>
2.4.1 Tipos de fluxo.....	45
2.4.2 Influência da variação geométrica dos silos no fluxo.....	48
2.4.3 Obstruções de fluxo.....	49
2.4.4 Função fluxo (FF).....	50
2.4.5 Fator fluxo da tremonha (ff).....	51
<b>2.5 Pressões em silos</b> .....	<b>51</b>
2.5.1 Teoria de Janssen.....	53
2.5.2 Teoria de Airy.....	56
2.5.3 Teoria de Reimbert.....	57
2.5.4 Considerações feitas por pesquisadores a respeito das teorias de pressão.....	59
<b>3. PARÂMETRO K</b> .....	<b>61</b>
<b>3.1 Generalidades</b> .....	<b>61</b>
<b>3.2 Recomendações para o cálculo do K</b> .....	<b>64</b>
3.2.1 Recomendações dos especialistas.....	66
3.2.2 Recomendações das normas internacionais.....	70

3.3	Variabilidade do parâmetro K .....	74
<b>4.</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>77</b>
4.1	Generalidades.....	77
4.2	Ensaio de determinação das propriedades físicas dos produtos armazenados .....	77
4.2.1	Ensaio no aparelho <i>Jenike Shear Tester</i> .....	77
4.2.2	Ensaio de umidade e granulometria dos produtos armazenados .....	81
4.3	Ensaio no silo piloto para a determinação do parâmetro K.....	82
<b>5.</b>	<b>ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>93</b>
5.1	Resultados dos ensaios das propriedades físicas dos produtos armazenados .....	93
5.1.1	Resultados das propriedades físicas do milho.....	93
5.1.2	Resultados das propriedades físicas da soja.....	97
5.1.3	Resultados das propriedades físicas da ração de frango .....	99
5.2	Resultados dos ensaios no silo piloto com os produtos armazenados .....	101
5.2.1	Resultados do milho no silo piloto com a parede lisa .....	101
5.2.2	Resultados do milho no silo piloto com a parede rugosa.....	103
5.2.3	Resultados da soja no silo piloto com parede lisa.....	105
5.2.4	Resultados da soja no silo piloto com a parede rugosa .....	107
5.2.5	Resultados da ração de frango no silo piloto com a parede lisa.....	108
<b>6.</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>111</b>
6.1	Conclusões .....	111
6.2	Recomendações para trabalhos futuros.....	112
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>113</b>

# 1. INTRODUÇÃO

---

## 1.1 Generalidades

De acordo com o terceiro levantamento da produção brasileira de grãos, realizado pela Companhia Nacional de Abastecimento (Conab) juntamente com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), divulgado em dezembro de 2007 a safra nacional de grãos para o ciclo 2007/08 deve ser de 134,8 milhões de toneladas, a maior da história do Brasil. Comparativamente à safra anterior (131,8 milhões de toneladas), verifica-se um crescimento de 2,3% (3,01 milhões de toneladas). As culturas com maior destaque são: a soja com 58,1 milhões/t e o milho com 37,3 milhões.

Com o crescente aumento da produção de grãos no país, conforme dados apresentados pela Conab e IBGE, torna-se necessária a ampliação da capacidade de armazenamento em áreas cada vez mais reduzidas. Para tanto, é preciso a construção de estruturas de armazenamento, chamadas de silos, para conservar adequadamente os produtos, sem o comprometimento de suas características físicas e químicas.

Jenike e Johanson (1968) relatam que os primeiros grandes silos foram construídos em 1860 para o armazenamento de grãos. Desde então, milhares de grandes e pequenos silos têm

---

sido construídos para o armazenamento de uma extensa variedade de produtos como: pós, grãos, torrões, fibras, etc., os quais serão chamados, neste trabalho, de produtos armazenados.

Inicialmente, o projeto de silos era feito considerando a pressão horizontal hidrostática do grão, exatamente igual ao dos líquidos ( $p = \gamma \cdot h$ ). Porém, em 1881, os resultados experimentais de Roberts (1884), em modelos de escala reduzida, mostraram que as pressões nas paredes não aumentavam linearmente com a profundidade, mas que parte do peso do produto era transferida às paredes por atrito.

Segundo Janssen (1895), o material granular encosta nas paredes do silo, transmitindo parte de seu peso por atrito, diminuindo a pressão vertical, e, portanto, também os empuxos.

Em 1895, Janssen, a partir do equilíbrio estático das forças em uma parte elementar do produto armazenado, elaborou a primeira formulação para o cálculo das pressões em silos. Desde então, esta teoria passou a ser a mais utilizada, principalmente pelos códigos normativos estrangeiros.

De acordo com Milani (1993), as propriedades dos produtos armazenados e líquidos diferem tanto que os mecanismos de fluxo em ambos os casos são dificilmente comparados, a menos que se forme uma forte fluidificação do produto armazenado. As principais diferenças entre os produtos armazenados e os líquidos são:

- Produtos armazenados podem transferir tensões de cisalhamento sob condições estáticas, porém o líquido não pode;
  - Muitos produtos quando consolidados possuem resistência de coesão e guardam a sua forma sob pressão, ao passo que os líquidos formam superfícies niveladas;
  - As tensões de cisalhamento que ocorrem no produto armazenado fluindo ou em deformação lenta podem, usualmente, ser consideradas independentes da taxa de cisalhamento e dependentes do modo da pressão atuar dentro do produto. Em um
-

líquido, a situação é contrária; as tensões são dependentes da taxa de cisalhamento e independentes das pressões.

O correto conhecimento da determinação das ações que atuam em silos, torna-se de extrema importância para a obtenção de estruturas seguras e econômicas, principalmente num país como o nosso que dispõe de grandes áreas plantadas e com apenas uma insignificante taxa de armazenamento.

Segundo Freitas (2001), uma unidade armazenadora, tecnicamente projetada e bem conduzida, apresenta vantagens como:

- Obtenção de um produto melhor conservado, longe do ataque de insetos e roedores;
- Estocagem racional, segura e principalmente econômica tendo em vista que o produtor que armazena a granel comercializa também a granel, economizando, com isso, gastos significativos com sacaria e mão-de-obra ocupada para o ensacamento;
- Economia do transporte, uma vez que os preços dos fretes aumentam durante o período da safra;
- Diminuição do custo do transporte, pela eliminação de impurezas e excesso de água pela secagem.

Além das vantagens listadas por Freitas (2001), Calil e Cheung (2005) acrescentam:

- Formação de um estoque regulador dos preços de mercado;
  - Concentração de grandes quantidades de produto em áreas relativamente pequenas;
  - Proteção da indústria contra as flutuações no preço das matérias-primas.
-

Vários são os fatores que influenciam no fluxo do silo, tais como: geometria; tipo de fundo (tremonha ou fundo plano); propriedades físicas do produto a ser armazenado (tamanho dos grãos, peso específico, coesão, ângulo de atrito interno, coeficiente de atrito com as paredes, teor de umidade, temperatura e tempo de consolidação).

Os fatores acima mencionados, em particular as propriedades físicas, embora passíveis de variações, vêm sendo usados de forma decisiva na determinação das pressões em silos.

A variabilidade das ações é considerada como um fator determinante, no que diz respeito à segurança das estruturas. Segundo Calil (1990), apesar da natureza variável das pressões ser largamente conhecida e reportada na literatura não há evidências de que qualquer uma das normas internacionais existentes sobre o assunto tenha partido de uma base probabilística para seu cálculo estrutural. As estimativas das cargas em silos são basicamente apoiadas em duas teorias: a de Janssen (1895) para estimativas de cargas iniciais ou de carregamento no silo; e a teoria de Jenike (1968) para estimativas de cargas de fluxo em silo. É importante lembrar que as pressões variam no espaço e no tempo e que os silos são uma das estruturas que apresentam o maior número de ruínas no mundo.

“Apesar da intensa utilização destas unidades em todo o mundo, e de serem as mais produzidas pela indústria, a previsão das pressões exercidas pelo produto armazenado é ainda divergente, entre os pesquisadores e normas existentes.” (FREITAS, 2001).

Segundo Ayuga (1995), os silos são estruturas complexas onde se combinam comportamentos estruturais de diferentes materiais e com situações muito diversas. É por isso que, ainda hoje, depois de um século de pesquisa, existem grandes lacunas de conhecimento que encorajam numerosos pesquisadores do mundo todo.

Os silos podem ser construídos com os mais diversos materiais, como concreto, madeira, argamassa armada, alvenaria estrutural. mas a predominância no Brasil é a utilização de silos metálicos em chapa galvanizada corrugada.

## 1.2 Justificativa da pesquisa

Os silos verticais são largamente utilizados na agricultura, indústria e mineração, portanto de fundamental importância para o armazenamento dos produtos advindos destes setores.

Acredita-se que o Brasil apesar de ser um dos maiores produtores de grãos do mundo, possui apenas 1/3 da sua capacidade de armazenamento. A demanda por silos pode ser explicada devido às necessidades de cooperativas, produtores e indústrias em armazenar grandes quantidades de produtos e materiais em espaços reduzidos.

A estocagem em silos torna-se importante também em termos econômicos, pois permite um maior controle do escoamento da safra e abastecimento, reduzindo, assim, a necessidade de importação e evitando as especulações de mercado.

Os silos são estruturas difíceis de projetar com relação a pressões e fluxo contínuos e como estruturas seguras e econômicas, devido à grande variabilidade das propriedades dos produtos armazenados. Estes tipos de estruturas são as que apresentam um dos mais altos índices de ruínas e colapsos, o que estimula novas investigações sobre as pressões que o produto armazenado exerce sobre a estrutura.

A relação entre as pressões horizontais e verticais (parâmetro K) é um importante parâmetro no cálculo das pressões em silos, pois define a porcentagem da distribuição das pressões em função da relação altura / lado ou diâmetro do silo.

O Brasil ainda não possui uma norma específica para o projeto e construção de silos. Daí a importância do presente estudo, já que o mesmo poderá contribuir para a elaboração da futura norma com um dos parâmetros essenciais no cálculo das pressões em silos, tornando o Brasil mais competitivo no setor de armazenamento internacional.

---

### 1.3 Objetivos da pesquisa

- Investigar os modelos existentes internacionalmente para o cálculo do parâmetro K em silos verticais;
- Determinar experimentalmente a relação entre as pressões horizontais e verticais em um silo piloto vertical, cilíndrico, de fundo plano;
- Realizar um estudo comparativo das principais recomendações propostas pelos especialistas e normas internacionais para o cálculo do K com os dados experimentais obtidos com o silo piloto.

### 1.4 Metodologia utilizada

A metodologia utilizada nesta pesquisa consistiu em:

- Revisão bibliográfica sobre temas relativos à pesquisa: propriedades físicas dos produtos armazenados; fluxos e pressões em silos; principais recomendações propostas por especialistas e códigos normativos internacionais para o cálculo do parâmetro K;
  - Ensaios de cisalhamento direto, utilizando o aparelho *Jenike Shear Tester*, para a obtenção das propriedades físicas dos produtos armazenados estudados: milho, soja e ração de frango. Sendo os dois primeiros correspondentes a produtos granulares e o último correspondente a um produto pulverulento pouco coesivo;
  - Ensaios no silo piloto cilíndrico com fundo plano, utilizando dois tipos de paredes (chapa de aço liso e aço rugoso), variando a relação altura / diâmetro para a obtenção do parâmetro K;
-



- Comparação entre os dados experimentais obtidos e as principais recomendações propostas pelos especialistas e códigos normativos internacionais para o cálculo do parâmetro K;
- Elaboração das conclusões.

### 1.5 Apresentação do trabalho

O conteúdo de cada capítulo desta dissertação e a ordem em que são apresentados são os seguintes:

- **1. Introdução:** introdução ao tema, apresentação da motivação para o presente estudo, relatando os objetivos, justificativa e o resumo da metodologia utilizada nesta pesquisa;
  - **2. Fundamentos para o estudo de silos:** revisão bibliográfica a respeito das propriedades físicas dos produtos armazenados; revisão bibliográfica a respeito dos fluxos em silos, abordando os tipos de fluxo, as possíveis obstruções de fluxo, a influência da variação geométrica dos silos no fluxo, a função fluxo, o fator fluxo da tremonha; revisão bibliográfica a respeito das pressões que os produtos armazenados exercem sobre a estrutura;
  - **3. Parâmetro K:** revisão bibliográfica das principais recomendações propostas pelos especialistas e normas internacionais para o cálculo do parâmetro K;
  - **4. Programa experimental:** descrição dos ensaios de cisalhamento direto, no *Jenike Shear Tester*, para determinação das propriedades dos três produtos estudados, e a descrição dos ensaios realizados no silo piloto;
-

- **5. Análise e discussões dos resultados:** apresentação dos resultados e discussões, baseadas na comparação dos dados experimentais com as propostas dos principais especialistas e normas internacionais:
  - **6. Considerações finais:** apresentação das conclusões e sugestões para futuros trabalhos.
-

## 2. FUNDAMENTOS PARA O ESTUDO DE SILOS

---

### 2.1 Classificação dos silos

Os silos podem ser classificados quanto à entrada de ar, quanto à construção em relação ao solo e quanto à geometria.

#### 2.1.1 Quanto à entrada de ar

- **Silos herméticos:** São silos que não permitem a troca de ar do interior da célula com o exterior;
- **Silos não herméticos:** São silos que permitem a troca de ar com o exterior.

#### 2.1.2 Quanto à construção em relação ao solo

- **Silos elevados ou aéreos:** São caracterizados por serem construídos acima do nível do solo;
  - **Silos subterrâneos:** São aqueles em que os compartimentos para a estocagem localizam-se abaixo do nível do solo. São construções mais simples que os silos
-

elevados, porém são mais susceptíveis à infiltração de água e têm um esvaziamento mais difícil;

- **Silos semi-subterrâneos:** É um tipo de silo intermediário entre os dois anteriores.

### 2.1.3 Quanto à geometria

As normas internacionais classificam os silos de acordo com a geometria da estrutura, com base na relação altura ( $h$ ) / diâmetro ( $d_c$ ), conforme apresentado na Tabela 1.

**Tabela 1 – Classificação dos silos quanto à geometria, (CALIL; CHEUNG, 2005).**

Norma	Classificação		
	Baixo	Medianamente esbelto	Esbelto
<b>Australiana</b> <b>AS3774: 1996</b>	$h/d_c < 1,0$	$1,0 \leq h/d_c \leq 3,0$	$h/d_c > 3,0$
<b>Européias</b> <b>ENV 1991-4:2002</b> <b>DIN 1055-03: 2005 (Draft)</b>	$0,4 \leq h/d_c \leq 1,0$	$1,0 \leq h/d_c \leq 2,0$	$h/d_c \geq 2,0$
<b>Americanas</b> <b>ACI - 313: 1991</b> <b>ANSI EP433: 2003</b>	$h/d_c < 2,0$	-	$h/d_c > 2,0$
<b>Canadense</b> <b>CFBC: 1983</b>	$h/d_c \leq 1,0$ ou $h/d_c < \text{tg}^2(\phi_i/2 + \pi/4)$	-	$h/d_c > 1,0$ e $h/d_c \geq \text{tg}^2(\phi_i/2 + \pi/4)$

$h$ : Altura total do silo com a tremonha.

$d_c$ : Diâmetro do corpo do silo.

“Os silos verticais podem ser classificados pela geometria em dois tipos: baixos e esbeltos. Os silos baixos correspondem às unidades armazenadoras de relação altura/diâmetro ou altura/lado menor que 1.5 e os silos esbeltos, maior que 1.5.” (PALMA, 2005).

Os silos horizontais são aqueles em que a dimensão longitudinal é preponderante sobre as outras dimensões.

## 2.2 Granulometria dos produtos armazenados

A análise da granulometria dos produtos armazenados é importante para a determinação do tipo de fluxo que irá ocorrer no silo, pois, a dimensão das partículas sólidas influencia diretamente na formação ou não de obstruções de fluxo.

A fração fina das partículas sólidas é a grande responsável pela capacidade do produto armazenado de fluir, sendo as partículas grossas correspondentes aos agentes passivos neste processo. Já a tendência de agrupamento na boca de descarga é governada pela fração grossa das partículas, o que pode causar compactação do produto ao longo do canal de fluxo.

De acordo com a recomendação de Calil (1984), pode-se classificar o produto armazenado em função do diâmetro da partícula. Esta classificação é apresentada na Tabela 2.

**Tabela 2 – Classificação do produto armazenado quanto à granulometria (CALIL, 1984).**

Diâmetro (D) das partículas sólidas	Classificação do produto armazenado
$D > 0,42 \text{ mm}$	Granulares
$0,42 \leq D \leq 0,149 \text{ mm}$	Pulverulentos coesivos
$0,149 < D \leq 0,074 \text{ mm}$	Pulverulentos coesivos finos
$D < 0,074 \text{ mm}$	Pulverulentos coesivos extra finos

## 2.3 Propriedades físicas dos produtos armazenados

O primeiro passo para o cálculo das ações em silos é o estudo da determinação das propriedades físicas dos produtos armazenados, também chamadas de propriedades de fluxo. Estas propriedades se referem ao comportamento do produto e surgem das forças que atuam sobre as partículas individualmente.

As características dos produtos armazenados exercem grande influência no tipo de fluxo, pressões atuantes, geometria e rugosidade da parede da célula de armazenamento e na escolha do dispositivo de descarga.

As principais propriedades físicas determinadas são: peso específico, granulometria, ângulo de atrito interno, efetivo ângulo de atrito interno, ângulo de atrito com a parede, função fluxo, fator fluxo da tremonha.

Com a finalidade de encontrar uma forma adequada de medir tais propriedades, Jenike (1964) analisou a possibilidade de utilização dos equipamentos de teste da mecânica dos solos. Os resultados obtidos com estes equipamentos não foram satisfatórios, pois os níveis de tensões em silos são mais baixos do que nos solos. Portanto, Jenike desenvolveu um aparelho de cisalhamento direto adequado para a caracterização do produto armazenado. Este aparelho ficou conhecido internacionalmente por *Jenike Shear Tester* e vem sendo mundialmente utilizado por pesquisadores e códigos normativos.

Segundo Schwedes (1981), a principal razão da popularidade do aparelho de Jenike é a sua versatilidade, pois permite a determinação da função fluxo, ângulo de atrito interno, ângulo de atrito com a parede e o efeito do tempo de consolidação.

As normas internacionais apresentam tabelas com os valores das propriedades de fluxo para alguns produtos e também métodos e equipamentos para sua determinação. Como esses valores variam muito entre as normas, Palma (2005) recomenda a realização de ensaios, sempre que possível, para caracterização de cada produto a ser armazenado.

De acordo com Reimbert (1979), as condições do processo de armazenamento não conseguem ser controladas como nos ensaios em laboratório. Portanto, é necessário o estabelecimento de faixas de variação das propriedades de fluxo para que se possam estabelecer as combinações de parâmetros que resultem nas maiores solicitações.

---

Calil (1997) propõe, de acordo com a norma australiana AS (1996), que, em termos de projeto, sejam determinados limites inferior e superior para cada parâmetro, obtendo-se, assim, as combinações das pressões mais desfavoráveis. A adequada utilização desses limites está apresentada na Tabela 3.

**Tabela 3 – Utilização adequada dos limites das propriedades de fluxo (CALIL, 1997).**

Aplicação da propriedade		Peso específico do produto ( $\gamma$ )	Ângulo de atrito com a parede ( $\phi_w$ )	Ângulo de atrito interno ( $\phi_i$ )	Relação entre a pressão horizontal e vertical (K)
Tipo de fluxo	Funil	Inferior	Superior	Inferior	-
	Massa	Inferior	Inferior	Superior	-
Cálculo da máxima pressão horizontal na parede do silo, $p_h$		Superior	Inferior	Inferior	Superior
Cálculo da máxima pressão vertical, $p_v$		Superior	Inferior	Superior	Inferior
Força máxima de atrito na parede do silo, $p_w$		Superior	Superior	Inferior	Superior
Força vertical máxima na tremonha		Superior	Inferior	Superior	Inferior

A importância de se adotar uma faixa de variação de cada parâmetro é comprovada através de diversos pesquisadores e normas internacionais que propõem diferentes formas de obtenção do limite inferior e superior das propriedades físicas dos produtos armazenados.

### 2.3.1 Consolidação da amostra dos produtos armazenados

A primeira parte do ensaio de cisalhamento consiste na consolidação da amostra, e depois o pré-cisalhamento para desenvolver uma zona de cisalhamento dentro da qual ocorra fluxo de estado estável. Nota-se, portanto, a importância da determinação do grau de consolidação ideal para a realização do teste de cisalhamento, para que sejam obtidas as corretas propriedades de fluxo do produto armazenado.

De acordo com Milani (1993), são três os estados de consolidação da amostra do produto armazenado:

- **Sobre-consolidação** (curva 1 da Figura 1): Representa um grau de consolidação excessivo, onde a força de cisalhamento aumenta inicialmente, passando diretamente a um máximo e depois diminui. A amostra é, então, chamada de sobre-consolidada e o peso específico do produto na zona de cisalhamento diminui um pouco depois de passar completamente pelo ponto máximo;
- **Consolidação crítica** (curva 2 da Figura 1): É um grau de compactação que ocorre quando a força de cisalhamento cresce e alcançando um certo valor, permanece constante durante o resto do cisalhamento. Portanto, a amostra é considerada consolidada criticamente e a partir deste ponto ocorre o fluxo de estado estável. Assim sendo, o peso específico da amostra e a tensão de cisalhamento permanecem constantes durante o ensaio;
- **Sub-consolidação** (curva 3 da Figura 1): Corresponde a um grau de consolidação insuficiente, a força de cisalhamento aumenta durante o ensaio. Neste caso a amostra é chamada de sub-consolidada, e o peso específico na zona de cisalhamento aumenta durante o teste.

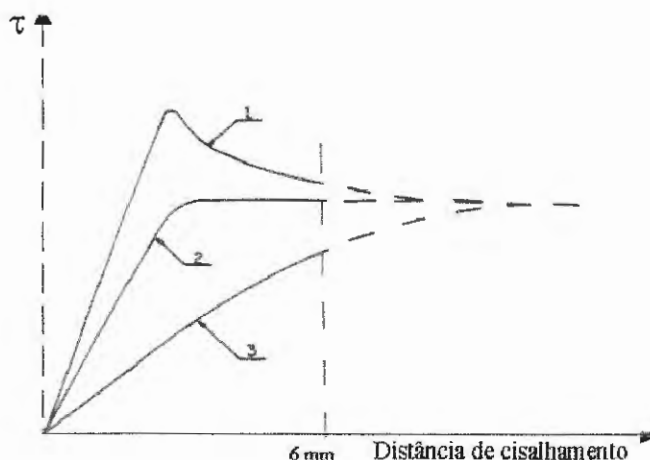


Figura 1 – Estados de consolidação da amostra (MILANI, 1993).



A linha vertical tracejada da Figura 1 representa a distância do deslocamento horizontal limite no ensaio com a célula de cisalhamento do aparelho *Jenike Shear Tester*.

Quanto mais consolidado está o produto, maior é a tensão de consolidação ( $\sigma_1$ ), maior o peso específico e a tensão inconfínada ( $\sigma_{ic}$ ).

Blight (1990), verificando a compressibilidade dos produtos armazenados em silos, observou que, embora os métodos de cálculo utilizados, tais como o de Janssen e outros similares, não levem em consideração essa influência da compressibilidade, esta afeta significativamente os parâmetros de projeto. Constatou que os métodos de projeto existentes, tais como o da Norma americana ACI 313 e da alemã DIN 1055, omitem as análises resultantes da compressibilidade do produto armazenado, o que o levou a concluir que produtos armazenados com alto grau de compressibilidade ou alto grau de consolidação resultam em valores incorretos de pressões.

### 2.3.2 Lugares geométricos de deslizamento

Conforme Calil, Nascimento e Araújo (1997), a determinação das propriedades físicas dos produtos armazenados depende do conhecimento dos lugares geométricos de deslizamento, avaliando-se como desliza em relação a si próprio e com o material da parede de construção do silo.

É através do conhecimento do lugar geométrico de deslizamento e do lugar geométrico com a parede que podemos determinar a forma da tremonha e as dimensões da boca de descarga, para que ocorra o fluxo desejado.

O lugar geométrico de deslizamento (YL) é uma função do grau de consolidação da amostra, sendo obtido quando o elemento do produto armazenado é cisalhado sob várias cargas normais. É determinado pela envoltória de resistência, que é a relação entre a tensão de

---

cisalhamento ( $\tau$ ) e a tensão normal ( $\sigma$ ), representado pela curva que tangencia os círculos de Mohr, construídos com as tensões principais atuantes no produto. Esta curva é quase sempre uma linha reta, resultando em um ângulo constante de atrito interno ( $\phi_i$ ).

“Todo lugar geométrico tem um ponto final (E, como pode ser visto na Figura 2) e o significado deste é que o produto armazenado tenha alcançado um estado de tensões de deslizamento em estado estável, sem qualquer nova mudança nas tensões e no volume. Desde que não haja mudanças de volume das amostras, elas alcançam o lugar geométrico no ponto final, sendo chamado de ‘consolidação crítica.’” (MILANI, 1993).

O fluxo de estado estável ocorre a partir do ponto em que o ensaio de cisalhamento atinge uma força cisalhante constante. Este fluxo é proveniente da ruptura das partículas e da adesão interna das forças externas.

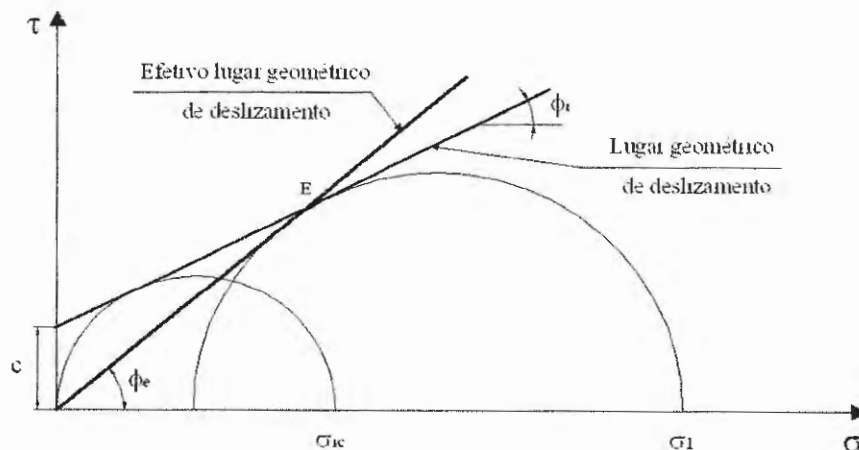


Figura 2 – Propriedades físicas dos produtos armazenados.

O efetivo lugar geométrico de deslizamento (EYL) foi introduzido por Jenike, sendo representado por uma reta tangente ao círculo de tensões do fluxo de estado estável e passando pela origem.

O lugar geométrico de deslizamento com a parede (WYL) é determinado com a mesma célula de cisalhamento do YL, porém a base da célula é substituída por uma amostra do material da parede do silo.

O lugar geométrico e as propriedades de fluxo obtidas para um produto que foi consolidado por um período de tempo são chamados de lugar geométrico com o tempo (TYL) e propriedades de fluxo de tempo.

### 2.3.3 Ângulo de atrito interno ( $\phi_i$ ) e Efetivo ângulo de atrito interno ( $\phi_e$ )

O ângulo formado pela linha reta do lugar geométrico de deslizamento e a horizontal corresponde ao ângulo de atrito interno ( $\phi_i$ ). Refere-se às condições internas do produto armazenado, dependendo do nível de pressões médias aplicado a todos os grãos. O aumento das pressões de confinamento irá tornar a amostra do produto mais densa. Dessa forma o ângulo de atrito interno aumenta com o peso específico ou com a diminuição do índice de vazios.

O efetivo ângulo de atrito interno ( $\phi_e$ ) é obtido de forma igual ao ângulo de atrito interno, quando consideramos o produto de fluxo livre. Na prática o  $\phi_e$  é sempre construído com uma linha entre a origem e o ponto final do efetivo lugar geométrico de deslizamento.

### 2.3.4 Ângulo de atrito com a parede ( $\phi_w$ )

O ângulo de atrito com a parede ( $\phi_w$ ) é o ângulo formado pela linha reta do lugar geométrico de deslizamento com a parede e a horizontal, como pode ser visto na Figura 3. A tangente do ângulo de atrito com a parede corresponde ao coeficiente de atrito com a parede ( $\mu_w$ ), que representa um dos coeficientes necessários para o cálculo das pressões em silos.

---

Uma importante observação foi feita por Schwedes (1983), no que diz respeito à determinação do ângulo de atrito com a parede. Para combinações idênticas entre produto armazenado e parede, as medidas desse parâmetro podem variar em até mais de 10°. Schwedes (1983) sugere que para o coeficiente de atrito com a parede seja considerado um intervalo de variação.

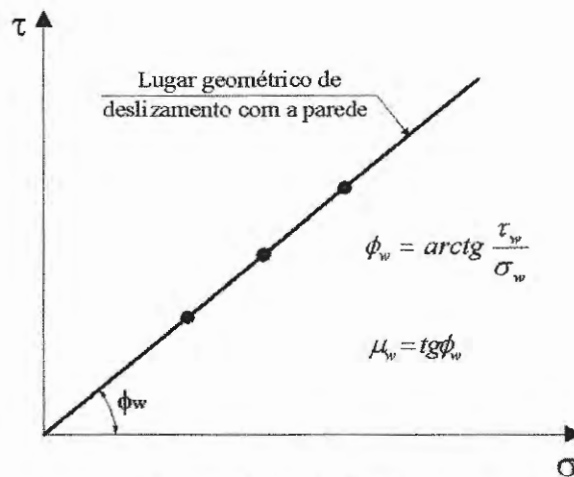


Figura 3 – Propriedades de fluxo com a parede.

### 2.3.5 Tensão de deslizamento inconfínada ( $\sigma_{ic}$ )

A tensão inconfínada ( $\sigma_{ic}$ ) resulta do círculo de tensões que é tangente ao lugar geométrico de deslizamento e que passa na origem do diagrama ( $\sigma, \tau$ ) (ver Figura 2). Esta tensão representa a resistência ao deslizamento do produto armazenado em uma superfície livre.

### 2.3.6 Tensão máxima de consolidação ( $\sigma_c$ )

“A tensão máxima de consolidação ( $\sigma_c$ ) é a tensão normal obtida pelo círculo de Mohr plotado através do ponto correspondente às condições de consolidação da amostra e tangente ao lugar geométrico de deslizamento. O maior dos dois valores da interseção é a tensão máxima de consolidação”. (CALIL; NASCIMENTO; ARAUJO, 1997).

### 2.3.7 Coesão (c)

A coesão varia com o grau de consolidação da amostra. Sendo encontrada estendendo-se o lugar geométrico de deslizamento de estado estável para interceptar o eixo da tensão de cisalhamento ( $\tau$ ). A interseção do YL com o eixo  $\tau$  descreve a coesão de um estado não consolidado. Portanto, a coesão é a tensão de cisalhamento sob tensão normal nula.

### 2.3.8 Peso específico ( $\gamma$ )

Jenike (1964) mostra que a influência da mudança do peso específico com a pressão de consolidação no processo de fluxo em silos é desprezível. Calil (1984) afirma que o peso específico do produto não pode ser usado como um fator de fluxo, por não existir uma relação direta entre o fluxo e o peso específico. Porém, o peso específico do produto armazenado deve ser determinado, pois é um parâmetro importante para a determinação do fluxo e das pressões em silos.

A determinação do peso específico é feita pesando-se a célula de cisalhamento com o produto seco, após o ensaio de cisalhamento, subtraindo o peso próprio da célula, dividindo o resultado pelo volume da célula e multiplicando pela aceleração da gravidade ( $g=9,81\text{m/s}^2$ ).

De acordo com Calil (1990), são três os tipos de peso específico do produto: solto ( $\gamma$ ), compacto ( $\gamma_u$ ) e aerado ( $\gamma_a$ ). O valor determinado na célula de cisalhamento corresponde ao peso específico compactado. Se só um valor ( $\gamma$ ) é disponível, então  $\gamma_a$  deverá ser tomado como  $0,75\gamma$  e  $\gamma_u$  como  $1,25\gamma$ . O valor inferior, isto é,  $\gamma$  ou  $\gamma_a$ , deve ser a estimativa da capacidade de armazenamento do silo.

Britton e Moysey (1986) observaram que o peso específico do produto armazenado em um silo é função da sua umidade, das sobrepressões que ocorrem no silo, do tempo de

armazenamento, da taxa de carregamento, do modo de carregamento e da altura de queda do produto. Constataram que os valores reais desse parâmetro, em geral, divergem dos estabelecidos pela Comissão de grãos do Canadá (Canadá Grain Commission) ou pelo Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (United States Department of Agriculture). Recomendam que, para projeto, um aumento médio de 6% sobre os tais valores deve ser considerado.

#### 2.4 Fluxo em silos

De acordo com Jenike e Johanson (1968), o fluxo acontece quando as pressões são tais que o cisalhamento ocorre sem destruir a isotropia do produto armazenado. Durante o fluxo, o peso específico do produto é uma função das pressões. Quando as pressões são constantes, o produto cisalha sob densidade constante. Quando as pressões aumentam, o produto compacta e o peso específico também aumenta. Quando as pressões diminuem, o produto expande, o peso específico diminui, e o fluxo pode prosseguir indefinidamente.

“A determinação do tipo de fluxo deve ser feita enquanto o silo está sendo projetado ou selecionado, ou quando são previstas mudanças em sua estrutura ou manipulação dos produtos a serem armazenados.” (MILANI, 1993).

Sabe-se que o tipo de fluxo desenvolvido pelas partículas de um sólido está intimamente relacionado com as características geométricas do silo e pode, segundo Calil (1990), caracterizar o descarregamento do produto, o tipo de segregação, a formação ou não de zonas de estagnação de movimento e se o silo pode ser esvaziado completamente. Determina também a distribuição das pressões nas paredes do silo e na fundação, a integridade e o custo da construção.

Segundo Freitas (2001), a forma como um produto escoar por gravidade em silo é determinada, por um lado, pelas próprias propriedades físicas e, por outro, pela geometria e estrutura da superfície de contato (atrito com a parede) da tremonha.

“Dentre os fatores que influenciam no tipo de fluxo a ser desenvolvido por produtos granulares em condição de armazenagem, destacam-se a dimensão das partículas, a temperatura, o teor de umidade do produto e o tempo de armazenamento.” (CALIL, 1984).

A escolha do tipo de fluxo que irá ocorrer no silo é bastante importante, já que as pressões exercidas nas paredes dos silos sob condições de operações (carregamento e descarga) são diretamente relacionadas com o tipo de fluxo no silo.

#### 2.4.1 Tipos de fluxo

As diferenças entre os fluxos são determinadas através das propriedades físicas do produto, assim como, da geometria e rugosidade da superfície da tremonha.

Segundo definições de Jenike (1964), existem dois modelos básicos de fluxo a serem considerados sendo conhecidos como:

- **Fluxo de funil:** aquele em que apenas parte do produto entra em movimento através de um canal vertical formado no interior do silo, alinhado com a boca de descarga, cercado por uma zona na qual o produto permanece estático, conforme a Figura 4 (a). O fluxo de funil tende a ocorrer quando as paredes da tremonha são rugosas e seu ângulo de inclinação com a vertical é elevado;
  - **Fluxo de massa:** aquele em que o produto entra substancialmente em movimento em todas as partes do silo, no momento do processo de descarregamento, como pode ser observado na Figura 4 (b). Este tipo de fluxo ocorre quando as paredes da tremonha são suficientemente inclinadas e lisas e não existem abruptas transições.
-



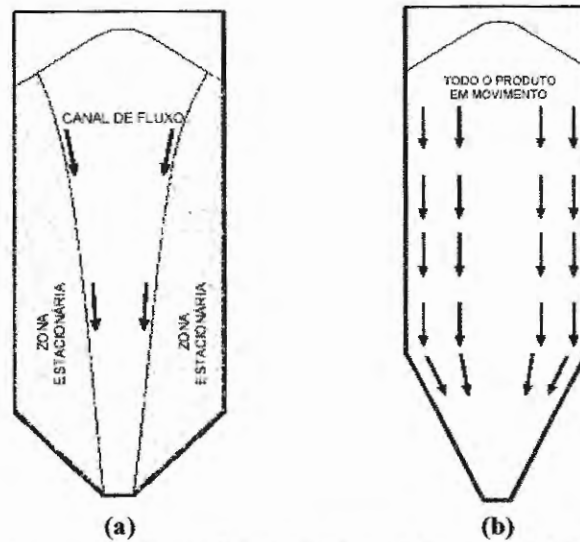


Figura 4 – Fluxo de funil (a) e fluxo de massa (b), (CALIL; CHEUNG, 2005).

Os silos com fluxo de funil apresentam menores capacidades de armazenamento devido à formação das zonas estagnadas, que só conseguem ser removidas mediante o completo esvaziamento do silo. Porém, existem vantagens na escolha desse tipo de fluxo, tais como: menor desgaste das paredes, devido ao atrito do produto com a parede ser desprezível; pressões menores nas paredes do silo, em virtude da zona estagnada; possui uma tremonha menor, diminuindo, assim, a altura do silo, para uma mesma capacidade.

No fluxo de massa, todas as partículas estão em movimento na descarga. Por esta razão, o fluxo é uniforme e pode ser controlado. Isto reduz as chances de formação de obstruções de fluxo e permite a determinação das pressões mais facilmente. Ainda como vantagem deste tipo de fluxo, pode-se citar o fato do produto ser descarregado totalmente por gravidade, permitindo que toda a capacidade do silo seja aproveitada. Algumas desvantagens deste tipo de fluxo são: necessidade de tremonhas mais altas; desgaste superficial das paredes; altas tensões localizadas na transição do corpo do silo com a tremonha.

De acordo com Roberts (1987), o padrão de fluxo de um silo com fluxo de massa é razoavelmente fácil de ser reproduzido e determinado, enquanto que em um silo com fluxo de



funil é mais difícil de investigar, especialmente se o silo tem várias bocas de descarga, carregamento excêntrico ou se o produto armazenado está propício a segregar. Portanto, a menos que haja razões especiais de projeto, os silos devem ser projetados com formas geométricas simples e com carregamento simétrico.

As principais normas internacionais permitem a determinação do tipo de fluxo a ser desenvolvido em uma célula de armazenagem, através da análise do gráfico do coeficiente de atrito com a parede e o ângulo de inclinação da tremonha fazendo ainda, distinção entre tremonhas cônicas e em forma de cunha.

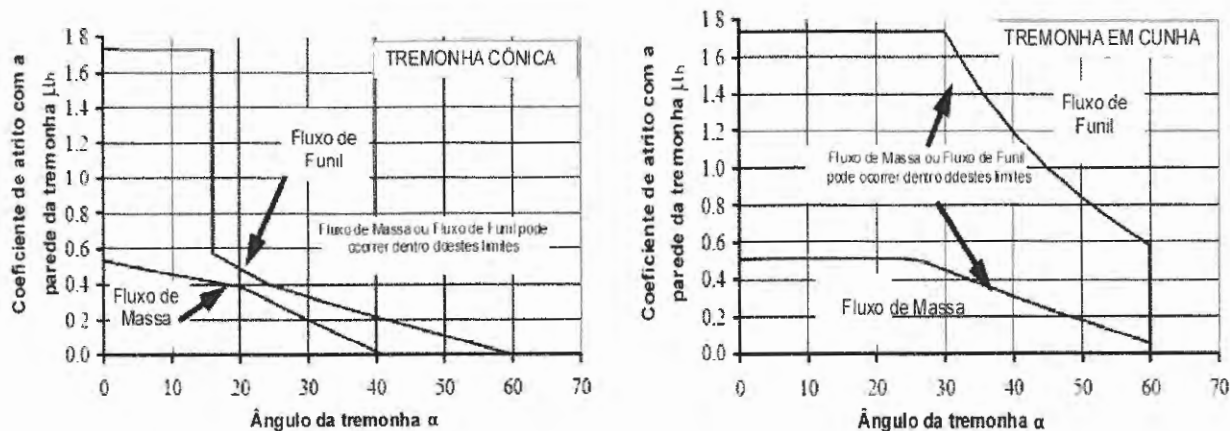


Figura 5 – Determinação gráfica do tipo de fluxo, segundo a DIN 1055-6:2005 e EUROCODE 1991-4:2003

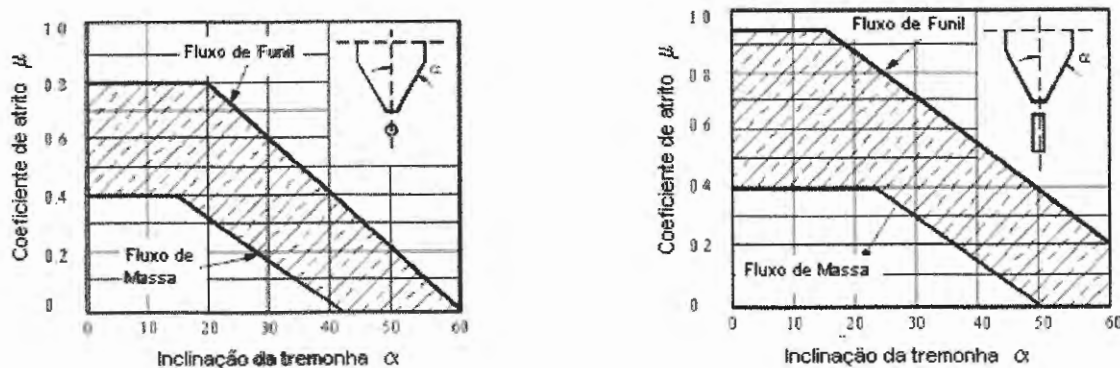


Figura 6 – Determinação gráfica do tipo de fluxo, segundo a AS 3774: 1996

### 2.4.2 Influência da variação geométrica dos silos no fluxo

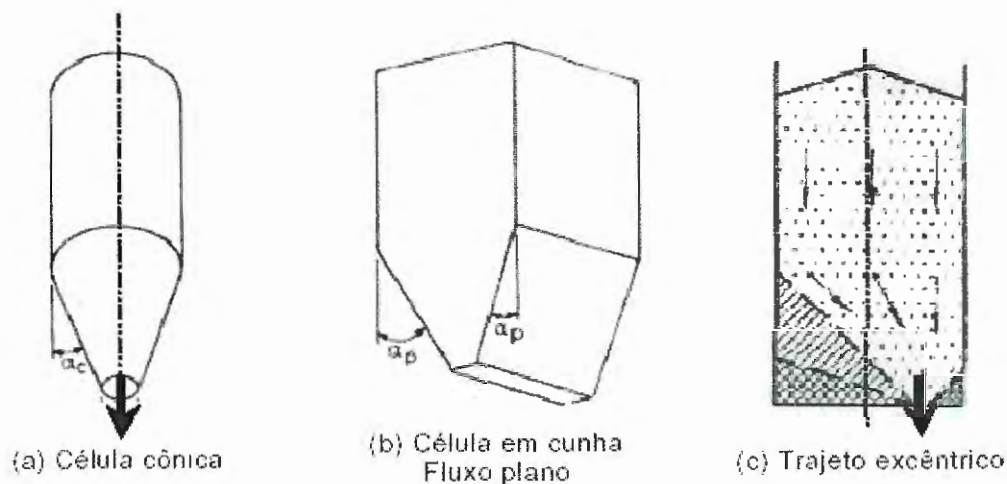


Figura 7 – Variação geométrica dos silos e sua influência no fluxo, (AS 3374, 1996).

De acordo com a variação geométrica do silo, o fluxo de um produto pode assumir diferentes trajetórias podendo-se destacar (AS 3374, 1996):

- **Trajeto de eixo axissimétrico:** o centro de gravidade do produto fluindo coincide aproximadamente com o eixo vertical do silo, por exemplo, silo cilíndrico com abertura de descarga concêntrica (item (a) da Figura 7);
- **Trajeto de eixo planar:** é um fluxo uniforme que ocorre em silos de seção transversal retangular ou quadrada, com tremonhas em forma de cunha, onde uma das dimensões da boca de saída é paralela e de igual comprimento às paredes do silo. Neste caso, o canal do fluxo é simétrico em relação ao plano que passa pelo eixo longitudinal da abertura de saída (item (b) Figura 7);
- **Trajeto de eixo excêntrico:** o canal do fluxo não é simétrico em relação ao eixo vertical do silo, ou em relação ao plano vertical que passa pelo eixo longitudinal do silo (item (c) Figura 7).

### 2.4.3 Obstruções de fluxo

Alguns produtos armazenados, quando consolidados, adquirem resistência suficiente para suportar o seu peso próprio, propiciando a formação de obstruções de fluxo. São basicamente dois os tipos de obstruções de fluxo: arco e tubo. O fluxo do produto só poderá ser considerado satisfatório se não houver a formação dessas duas obstruções.

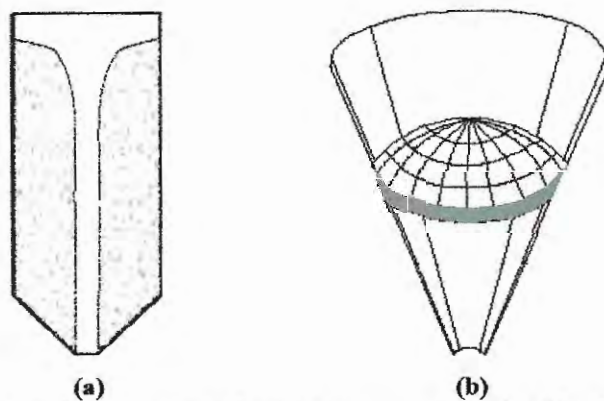


Figura 8 - Obstruções de fluxo: tipo tubo (a) e tipo arco (b), (CALIL; CHEUNG, 2005).

A obstrução do tipo arco é, normalmente, formada logo acima da boca de descarga, fazendo com que o fluxo seja interrompido, como pode ser visto na Figura 8 (b). Este tipo de obstrução ocorre devido à força de adesão existente entre as partículas do produto armazenado.

A formação de tubos é comum em silos com fluxo de funil contendo produtos coesivos. Se a consolidação do produto aumenta com o tempo de armazenagem, aumenta o risco de formação deste tipo de obstrução de fluxo.

De acordo com Palma (2005), a dimensão da abertura de descarga de um silo deve ser suficientemente grande para que não ocorram obstruções durante a descarga do produto armazenado. Normalmente, para silos com fluxo de massa, o objetivo é evitar a formação da obstrução em arco e para silos com fluxo de funil evitar a formação da obstrução em tubo.

#### 2.4.4 Função fluxo (FF)

A função fluxo (FF) é um indicativo da capacidade do produto armazenado de fluir. É representada pela relação entre a tensão principal máxima de consolidação ( $\sigma_1$ ) e a tensão inconfínada ( $\sigma_{ic}$ ), como pode ser observada na Figura 9. Normalmente, a FF é utilizada para caracterizar numericamente a fluidez dos produtos armazenados, portanto, no projeto de silos, a função fluxo (FF) e a função fluxo com o tempo (FF<sub>t</sub>) devem ser conhecidas para prevenir os problemas de fluxo.

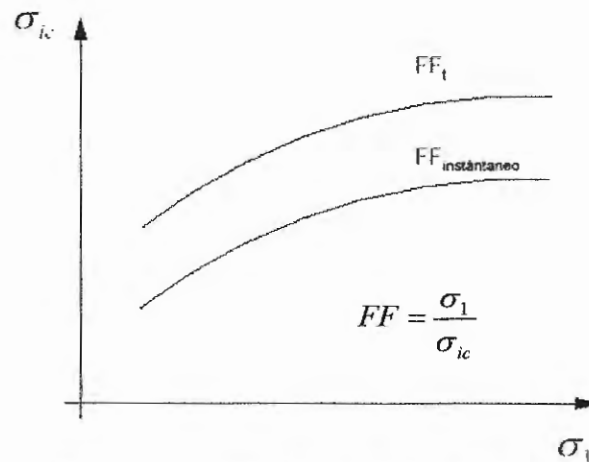


Figura 9 – Função fluxo e função fluxo com o tempo.

A fluidez do produto armazenado depende do nível de tensão de consolidação, portanto quanto maior a tensão de consolidação, maior será a função fluxo, o que implica em um melhor fluxo do produto.

Segundo Prescott (2000), a fluidez do produto armazenado não pode ser expressa por um valor único ou um índice. A fluidez é o resultado da combinação das propriedades físicas com os equipamentos usados para manipulação, armazenagem ou processamento do produto. Porém, para uma rápida análise do comportamento de fluxo do produto, pode-se tomar os seguintes valores limites da Função Fluxo apresentados por Jenike (1964) na Tabela 4.

Tabela 4 – Análise da fluidez, segundo Jenike (1964).

Função fluxo (FF)	Análise da fluidez
FF < 2	Produtos muito coesivos, não fluem
2 < FF < 4	Produtos coesivos
4 < FF < 10	Produtos que fluem falcimente
FF > 10	Produtos de fluxo livre

O tempo de armazenamento, o teor de umidade, a temperatura e principalmente a tensão de consolidação, são fatores que influenciam na determinação da função fluxo.

#### 2.4.5 Fator fluxo da tremonha (ff)

“O fator fluxo da tremonha (ff) é usado para indicar a fluidez do canal. Quanto maior a tensão máxima de consolidação em um canal, menor a tensão máxima principal atuando na obstrução; menor será a fluidez no canal, ou seja, quanto menor o valor do fator fluxo melhor é a fluidez do canal.” (CALIL; NASCIMENTO; ARAÚJO, 1997).

O fator fluxo da tremonha é uma função dependente das propriedades do conjunto do silo (forma da tremonha, geometria, ângulo de atrito com a parede) e das propriedades físicas do produto armazenado. É representado pela relação entre a tensão principal máxima de consolidação ( $\sigma_1$ ) e a tensão que atua em um arco estável imaginário, formado por partículas do produto, sustentado pelas paredes da tremonha ( $\sigma_1'$ ), ou seja,  $ff = \sigma_1 / \sigma_1'$ .

## 2.5 Pressões em silos

O produto armazenado exerce pressões nas paredes verticais e no fundo do silo. Na parede vertical, atuam pressões perpendiculares, denominadas pressões horizontais ( $p_h$ ) e

pressões paralelas devido ao atrito do produto com a parede, denominadas de pressões de atrito ( $p_w$ ). No fundo do silo, atuam também pressões denominadas pressões verticais ( $p_v$ ). Estas pressões estão representadas na Figura 10.

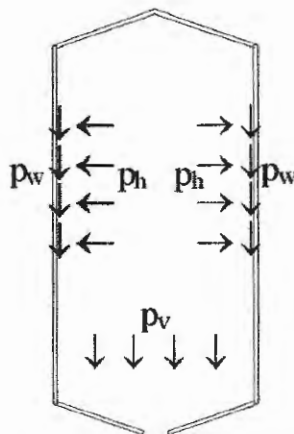


Figura 10 – Pressões atuantes no silo

De acordo com Gaylord e Gaylord (1984), quando uma massa granular é depositada em um silo, a pressão vertical tende a ser a maior pressão; o estado correspondente de tensão é o ativo, correspondendo ao que se denomina pressão estática ou inicial. Quando a boca de descarga é aberta e o fluxo começa, a massa em movimento tende a se expandir verticalmente e a pressão vertical tende a ser a menor pressão; o estado de tensão é o passivo, correspondendo à chamada pressão dinâmica ou de fluxo.

Segundo Calil (1990), as pressões nos silos devidas ao produto armazenado são variáveis no tempo e no espaço. Durante o seu tempo de uso, o silo é solicitado por uma série de ciclos: carga, armazenagem e descarga, que produz distribuição de pressões nas paredes dependentes do tempo. Em geral a pressão na parede é função de três fatores principais: as propriedades do produto armazenado; as propriedades geométricas e estruturais do silo; o modo de operação.

Cabe salientar que o campo de tensões iniciais, que atua enquanto o silo está sendo carregado na condição inicialmente vazio e com a boca de saída fechada, é totalmente diferente do campo de tensões dinâmicas, que atua quando é realizada alguma descarga do



**produto armazenado.** Esta diferença nos campos de tensões leva a formação de sobrepressões significativas que atuam nas paredes do silo quando a situação de fluxo é alcançada.

Na fase de descarga do produto, as pressões horizontais aumentam de maneira considerável. O percentual deste aumento em relação à fase de carregamento, ainda é alvo de discussões e pesquisas.

O comportamento da distribuição de pressões exercidas por produtos armazenados em silos foi objeto de estudo de diversos pesquisadores, que consagram algumas formulações. Dentre eles, destacam-se: Janssen, Airy, Jamieson, Reimbert, Zakrzewski, Lenczner, Walker, Walters, Jenike, Johanson. A seguir serão apresentadas algumas das diversas teorias de pressões em silos.

### 2.5.1 Teoria de Janssen

A teoria de pressão de Janssen (1895) é a teoria mais utilizada no cálculo das pressões estáticas das normas internacionais de silos. Esta teoria é baseada no equilíbrio estático de uma fatia infinitesimal do produto armazenado (ver Figura 11). Algumas hipóteses simplificadoras são adotadas para a resolução do problema:

- A pressão horizontal é constante no plano horizontal;
  - O valor de  $\phi_w$  (ângulo de atrito do produto com a parede) é constante com a altura do silo;
  - O peso específico do produto é constante ( $\gamma = \rho \cdot g$ );
  - As paredes do silo são totalmente rígidas;
  - A relação entre as pressões horizontais e verticais,  $K$ , é constante em toda a altura do silo.
-

Uma prática muito comum entre pesquisadores e normas estrangeiras de silos para calcular as pressões dinâmicas é aplicar coeficientes de sobrepressão aos valores encontrados através do cálculo da teoria de Janssen.

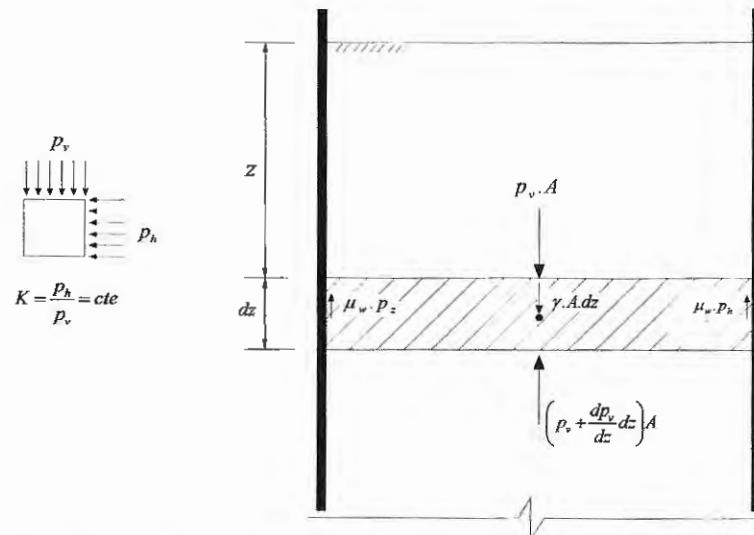


Figura 11 – Equilíbrio estático de uma fatia elementar (CHEUNG; CALIL, 2006).

Utilizando o equilíbrio estático da Figura 11, tem-se:

$$p_v \cdot A + \rho \gamma \cdot A dz = \left( p_v + \frac{dp_v}{dz} dz \right) A + p_h \cdot U \cdot \mu_w \cdot dz \quad (2.1)$$

Substituindo a hipótese da relação constante entre a pressão vertical com a pressão horizontal e dividindo a expressão por A, obtém-se a equação diferencial ordinária que pode ser resolvida analiticamente.

$$\gamma \cdot dz = \frac{dp_h}{K \cdot dz} dz + p_h \cdot \frac{U}{A} \cdot \mu_w \cdot dz \quad (2.2)$$

$$dz = \frac{dp_h}{K \left( \gamma - p_h \cdot \frac{U}{A} \cdot \mu_w \right)} \quad (2.3)$$

$$\frac{U \cdot K \cdot \mu_w}{A} \int dz = \int \frac{dp_h}{\left( \frac{\gamma \cdot A}{U \cdot \mu_w} - p_h \right)} \quad (2.4)$$



$$\frac{U \cdot K \cdot \mu_w \cdot z}{A} = \ln \left( \frac{\gamma \cdot A}{U \cdot \mu_w} - p_h \right) + C1 \quad (2.5)$$

Aplicando as condições de contorno ( $z = 0$ ;  $p_h = 0$ ),

$$C1 = -\ln \left( \frac{\gamma \cdot A}{U \cdot \mu_w} \right) \quad (2.6)$$

Reagrupando os termos e substituindo a constante de integração, tem-se:

$$e^{\frac{-K \cdot \mu_w \cdot U \cdot z}{A}} = \frac{\frac{\gamma \cdot A}{U \cdot \mu_w} - p_h}{\frac{\gamma \cdot A}{U \cdot \mu_w}} \quad (2.7)$$

Isolando a pressão horizontal, obtém-se:

$$p_h(z) = \frac{\gamma \cdot R}{\mu_w} \left( 1 - e^{\frac{-K \cdot \mu_w \cdot z}{R}} \right) \quad (2.8)$$

Onde R corresponde ao raio hidráulico, calculado pela seguinte fórmula:

$$R = \frac{A}{U} \quad (2.9)$$

A pressão vertical é dada pela seguinte equação:

$$p_v(z) = \frac{\gamma \cdot R}{K \cdot \mu_w} \left( 1 - e^{\frac{-K \cdot \mu_w \cdot z}{R}} \right) \quad (2.10)$$

E a pressão de atrito na parede é:

$$p_w = \mu_w \cdot p_h \quad (2.11)$$

Logo as pressões em um silo vertical segundo a teoria de Janssen são dependentes dos seguintes parâmetros:

$$p(\mu_w, K, \gamma, z, R) \quad (2.12)$$

Após estudos comparativos das principais normas internacionais existentes, nota-se que o ponto comum entre a maioria delas é a utilização da equação de Janssen para o cálculo

das pressões de carregamento em silos. Isso não implica que as normas apresentem as mesmas pressões de carregamento para um particular produto a armazenar, pois a equação de Janssen é função de quatro variáveis, sendo três dependentes do produto a armazenar: densidade, coeficiente de atrito com a parede e a relação entre pressões horizontais e verticais; e uma dependente da geometria do silo que é o raio hidráulico.

### 2.5.2 Teoria de Airy

No ano de 1897, mediante o uso da cunha de deslizamento, Airy deriva a sua teoria para obter as pressões laterais sobre as paredes de um silo, assim como o peso do produto ensilado que é absorvido pelas paredes por atrito.

Esta formulação tem sido usada extensivamente por engenheiros ingleses, no cálculo e construção de silos de madeira, aço e concreto armado. Para todos estes materiais, Airy determina experimentalmente os coeficientes de atrito produto – produto ( $\mu$ ) e de atrito produto – parede ( $\mu_w$ ), que junto com o peso específico do produto armazenado, são suficientes para a obtenção das pressões laterais.

De acordo com a Figura 12, Airy estabelece o equilíbrio da cunha de deslizamento que é suportada pelo produto em repouso ao longo do plano AE e pela parede da célula AC, exercendo contra esta a pressão horizontal (P), que é a que se pretende calcular.

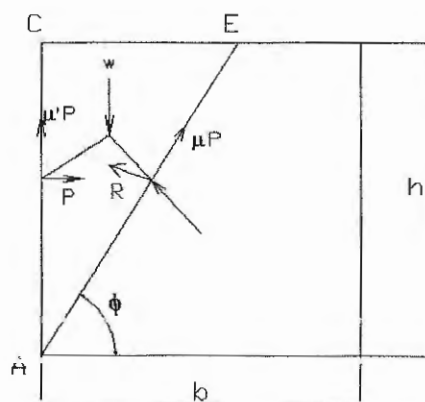


Figura 12 - Teoria de Airy baseada no plano de deslizamento AE, para o caso de células baixas, (RAVENET, 1983).

Airy distingue dois tipos de células:

- **Células baixas:** nelas o plano de deslizamento corta a superfície livre do produto antes da parede da célula. Para estas células baixas obtém o seguinte valor da pressão lateral:

$$P = \frac{\gamma h^2}{2 \operatorname{tg} \phi} \frac{\operatorname{tg} \phi - \mu}{1 - \mu \mu_w + (\mu + \mu_w) \operatorname{tg} \phi} \quad (2.13)$$

$$\text{Sendo: } \operatorname{tg} \phi = \mu + \sqrt{\mu \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu_w}}$$

$h$  = Altura do produto na célula, em metros;

$b$  = Diâmetro ou lado da célula, em metros;

$\phi$  = Ângulo que o plano de deslizamento forma com a horizontal e corresponde a máxima pressão lateral.

- **Células altas:** nelas o plano de deslizamento corta a parede da célula antes que a superfície livre do cereal. A pressão lateral neste caso tem o valor:

$$P = \frac{\gamma b}{2} (2h - b \operatorname{tg} \phi) \frac{\operatorname{tg} \phi - \mu}{1 - \mu \mu_w + (\mu + \mu_w) \operatorname{tg} \phi} \quad (2.14)$$

$$\text{Sendo: } \operatorname{tg} \phi = \sqrt{\frac{2h}{b} \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu_w} + \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu_w} \frac{1 - \mu^2}{\mu + \mu_w} \frac{1 - \mu \mu_w}{\mu + \mu_w}}$$

### 2.5.3 Teoria de Reimbert

O cálculo da pressão horizontal máxima ( $p_{h,\max}$ ) se realiza considerando o equilíbrio de uma fatia elementar de espessura  $dz$  (ver Figura 13). O peso desta fatia é suportado por atrito do produto com as paredes da célula.

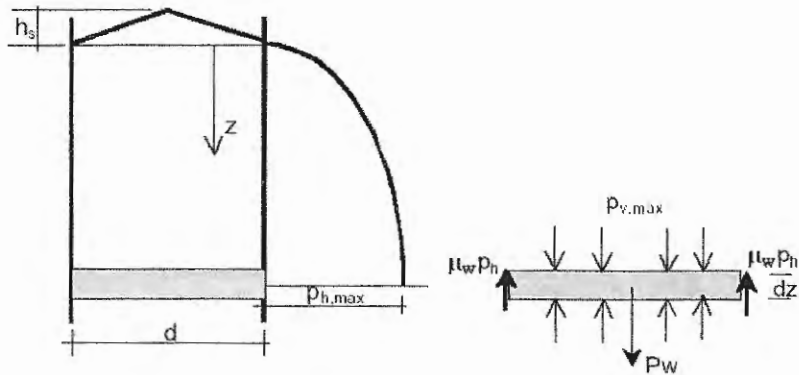


Figura 13 – Modelo de Reimbert para a obtenção das pressões, (FREITAS, 2001).

$$p_{h,max} \cdot U \cdot dz \cdot \operatorname{tg} \phi_w = A \cdot dz \cdot \gamma \quad p_{h,max} = \frac{\gamma \cdot R}{\operatorname{tg} \phi_w} \quad (2.15)$$

Estabelece-se o mesmo equilíbrio acima citado, porém considerando também o peso

da fatia elementar:  $A \cdot z \cdot \gamma = p_{v,méd(z)} \cdot A + U \cdot \operatorname{tg} \phi_w \int_0^z p_{h,méd(z)} \cdot dz$ . (2.16)

Considerando que:  $\frac{p_v}{p_h} = \frac{1 + \operatorname{sen} \phi_i}{1 - \operatorname{sen} \phi_i} = \frac{1}{\operatorname{tag}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi_i}{2} \right)}$  (2.17)

Esta teoria está baseada na constância da relação  $p_v / p_h$ .

Resolvendo a equação diferencial (2.16) e levando em conta a equação (2.17), a pressão horizontal é dada pela equação (2.18).

$$p_{h(z)} = p_{h,max} \left( 1 - e^{-\frac{z}{h_0}} \right) \quad (2.18)$$

E a pressão vertical é dada por:

$$p_{v(z)} = \gamma h_0 \left( 1 - e^{-\frac{z}{h_0}} \right) \quad (2.19)$$

Onde:  $h_0 = \frac{r}{\operatorname{tan} \phi' \operatorname{tan}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)}$

#### 2.5.4 Considerações feitas por pesquisadores a respeito das teorias de pressão

Ravenet (1983), examinando as fissuras nas partes altas dos silos e nas zonas de suspensão das tremonhas, conclui que os esforços dinâmicos que se produzem durante a descarga devem ser considerados no cálculo das pressões. A conclusão que se impõe é que os ensaios efetuados por Janssen dão origem a pressões notavelmente inferiores a da realidade.

Portanto, contrariamente a teoria clássica, conclui-se que:

- O coeficiente  $K$  não é constante e varia com a altura do produto armazenado e com a geometria dos silos;
- Em um silo retangular, a pressão média não é a mesma sobre as paredes compridas e curtas;
- Os silos com idênticos raios hidráulicos, porem com distinta forma geométrica, têm pressões diferentes sobre as paredes.

Rotter et al. (1986 apud SILVA, 1993) em seu trabalho sobre as deficiências dos vários métodos propostos para o cálculo das pressões em silos, apontam três fatores relevantes:

- A utilização de tratamentos teóricos que assumem um comportamento isotrópico e homogêneo do produto e uma geometria perfeita dos silos;
- A não inclusão de considerações estatísticas ou probabilísticas;
- A pouca atenção dada ao controle de considerações de projeto estrutural e aos modos de ruptura dos silos.

Ooi et al. (1990) analisaram criticamente as hipóteses que vem sendo utilizadas em projetos de silos, e destacaram como deficientes:

- A não consideração das variações aleatórias ou sua consideração parcial pelo uso de valores extremos das propriedades do produto armazenado;
-

- A consideração de que, embora existam, as variações de pressão em torno da circunferência não são importantes;
- Que as variações na pressão de um carregamento para outro podem ser consideradas adotando-se a maior pressão medida;
- Que as pressões durante a descarga acompanham um padrão similar ao das pressões de carregamento, porém majoradas por um coeficiente denominado fator de sobrepressão ou multiplicador de fluxo.

Segundo Ooi et al. (1990), a tendência, hoje, é resumir os resultados de um grande número de experimentos e traçar uma envoltória com as pressões máximas obtidas em cada nível, ignorando-se todos os demais dados que permitiriam descrever o comportamento não simétrico das pressões.

Pham (1996) observou que é necessário um tratamento probabilístico de cargas em silos, tendo em vista que uma avaliação racional da segurança estrutural e que a determinação de fatores de carga para uso em projeto estrutural somente podem ser alcançadas quando métodos probabilísticos forem usados na definição das cargas.

---

## 3. PARÂMETRO K

---

### 3.1 Generalidades

De acordo com Ravenet (1983), em 1876 já havia comprovações de que as pressões de descarga eram maiores do que as estáticas, com um coeficiente de sobrepressão de 2,32. Neste mesmo período surgiu o conceito do coeficiente K, que expressava a relação entre a pressão horizontal e vertical no silo.

Um dos pioneiros na pesquisa das pressões em silos foi Janssen (1895) que apresentou formulações para o cálculo das pressões horizontais, verticais e de atrito exercidas pelo produto armazenado. Ele explicitamente declarou que a relação entre as pressões, K, deveria ser medida para cada produto armazenado.

Segundo Gomes (2000), a mecânica dos solos teve uma significativa influência na pesquisa sobre silos, considerando as peculiaridades das análises feitas na área de processamento dos produtos armazenados. As tensões atuantes numa massa de solo são bem maiores do que aquelas encontradas durante o processamento dos produtos armazenados. Enquanto a mecânica dos solos trata das tensões antes da ruptura do solo, as teorias para silos se preocupam com as condições sobre as quais a ruptura e o fluxo de um determinado produto

---

armazenado pode ocorrer. Dessa forma, as similaridades entre os dois campos de estudo permitem algumas aplicações comuns.

Três são os estados de tensão associados a  $K$ : estado ativo ( $K_a$ ), estado passivo ( $K_p$ ) e estado em repouso ( $K_o$ ). Os dois primeiros resultam do movimento da parede, respectivamente, para fora e em direção ao produto armazenado, enquanto o terceiro acontece quando uma estrutura de retenção inflexível não permite a deformação lateral na periferia do produto.

A Figura 14 mostra o comportamento da constante  $K$  em relação aos deslocamentos relativos da parede.

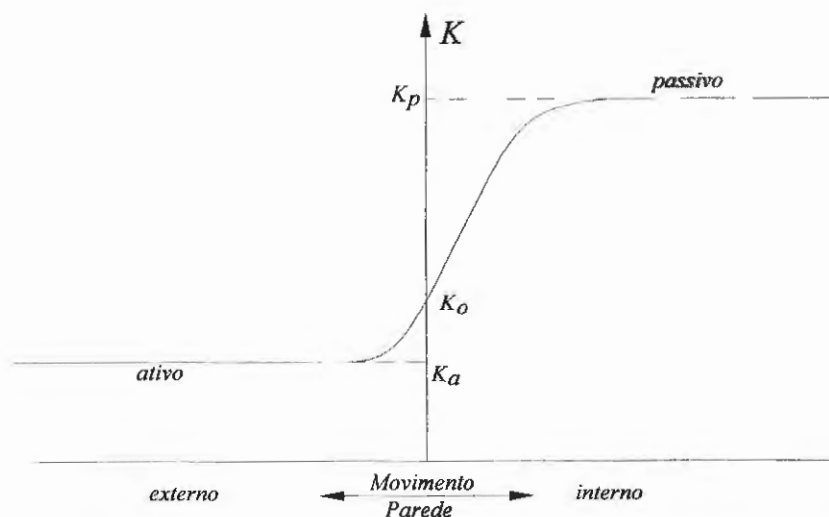


Figura 14 – Comportamento do  $K$  em relação aos movimentos relativos da parede, (CHEUNG, 2007).

O valor inferior representa o estado ativo e o valor superior representa o estado passivo. Os dois limites são funções do ângulo de atrito interno e do ângulo de atrito com a parede.

$$K_a = \frac{1 - \operatorname{sen}\phi_e}{1 + \operatorname{sen}\phi_e} = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_e}{2}\right) \quad (3.1)$$

$$K_p = \frac{1 + \operatorname{sen}\phi_e}{1 - \operatorname{sen}\phi_e} = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi_e}{2}\right) \quad (3.2)$$



As equações (3.1) e (3.2), propostas por Coulomb-Rankine para empuxos de terra, podem ser derivadas do círculo de Mohr e são válidas para as situações onde as paredes do silo são lisas e as tensões horizontais e verticais são as tensões principais.

A base para as equações de Janssen é que a carga seja transferida do produto armazenado à parede por atrito; então nas paredes do silo, as tensões verticais e horizontais não são tensões principais. Isto faz com que o uso das equações (3.1) e (3.2) para determinar  $K$  na equação de Janssen seja teoricamente incompatível. Este ponto parece ser freqüentemente negligenciado na aplicação destas equações.

$K_a$  e  $K_p$  podem ser determinados teoricamente, o que não ocorre com os valores intermediários de  $K$  quando o produto está no estado elástico.

Kotter (1899) tentou estabelecer a distribuição de tensão mais rigorosamente dentro do produto armazenado e sugeriu que o caso ativo de tensão de Coulomb-Rankine é desenvolvido durante o enchimento do silo, enquanto o caso passivo de tensão ocorre na descarga. Durante o fluxo, um interruptor ativo-passivo acontece em um plano de transição com condições ativas que prevalecem na porção superior do silo e condições passivas nas porções mais baixas.

Nilsson (1986) baseado em ensaios em um silo grande (diâmetro  $D=6\text{m}$  e altura  $H=12\text{m}$ ) concluiu que durante o estágio de enchimento, os deslocamentos são grandes suficientes para promover movimentos relativos de tal magnitude que mobilizam completamente ou quase completamente, em regiões do silo, tanto condições de estado ativo como de estado passivo. Já em pequenos modelos de silos ( $D=1\text{m}$ ,  $H=3\text{m}$ ), a fatia vertical e conseqüentemente, os máximos movimentos laterais (0,01 a 1 mm) são tão pequenos que mudanças no  $K$  e nas pressões laterais são difíceis de detectar. Portanto, os resultados das medidas de pressão em silos modelos podem não ser válidos para grandes silos e medidas

com um produto podem não ser válidas para outro com propriedades diferentes de compressibilidade.

### 3.2 Recomendações para o cálculo do K

Em diversos trabalhos de pesquisa e normas internacionais são sugeridas diferentes recomendações para calcular a relação entre as pressões. Na maioria destas recomendações o parâmetro K é determinado somente com o conhecimento do efetivo ângulo de atrito interno,  $\phi_e$ . Em algumas relações, o ângulo de atrito com a parede,  $\phi_w$ , é levado também em consideração.

Kaminski e Wirska (1998) afirmam que os valores das pressões e do parâmetro K relacionado a elas dependem de quase quarenta fatores que podem se agrupar em seis grupos primários: as propriedades físico-químicas do produto granular; a forma e dimensões do silo; o tipo de fluxo do produto durante o descarregamento do silo; o efeito de tempo e parâmetros térmicos e de umidade; a interação entre a estrutura do silo e o produto granular utilizado.

De acordo com o estado de tensões apresentado na Figura 15 e pela teoria da elasticidade, podemos determinar as deformações pelas equações (3.3) se consideramos o produto armazenado como sendo um material homogêneo e isotrópico.

$$\varepsilon_v = \frac{1}{E_p} \cdot (p_v - 2 \cdot p_h \cdot \nu_p) \quad \text{e} \quad \varepsilon_h = \frac{1}{E_p} \cdot (p_h - \nu_p \cdot (p_h + p_v)) \quad (3.3)$$

Lembrando que:

$$\sigma_1 = p_v; \quad \sigma_2 = p_h; \quad K = \frac{p_h}{p_v} \quad \text{e} \quad \varepsilon_h = \frac{1}{E_p} \cdot (K \cdot p_v - \nu_p \cdot (p_v + K \cdot p_v)).$$

Sendo:

$\nu_p$  = Coeficiente de Poisson dos produtos;  $E_p$  = Módulo de elasticidade dos grãos.

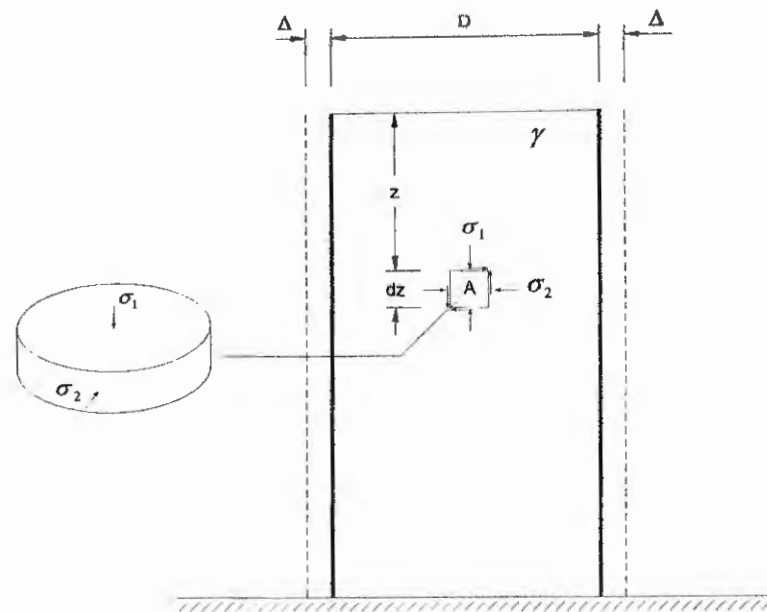


Figura 15 – Estado de tensões em uma fatia elementar do produto armazenado, (ESTEVES, 1989).

Isolando o  $K$ , tem-se:

$$K_a = \operatorname{tag}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi_e}{2} \right) \leq K_0 = \frac{\left( \frac{\varepsilon_h \cdot E_p}{P_v} + \nu_p \right)}{(1 - \nu_p)} \leq K_p = \operatorname{tag}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi_e}{2} \right) \quad (3.4)$$

No caso de silos metálicos cilíndricos, desprezando-se o efeito de placa, o valor de  $\varepsilon_h$

pode ser estimado pela fórmula:  $\varepsilon_h = \frac{\sigma_s}{E_s}$ .

Sendo:

$\sigma_s$  = Tensão horizontal nas paredes do silo;

$E_s$  = Módulo de elasticidade das paredes do silo.

Quando as paredes forem rígidas,  $\varepsilon_h = 0$ , obter-se-á o coeficiente de empuxo neutro ou

em repouso:  $K_0 = \frac{\nu_p}{(1 - \nu_p)}$ .

Considerando-se  $\varepsilon_h$  constante ao longo da altura do silo e  $p_v$  variável, verifica-se pela equação (3.4) que  $K$  não é constante.

A opinião contrastante é que  $K$  pode ser assumido constante. Jenike e Johanson (1973) indicam que  $K=0,40$  é adequado para a maioria das aplicações para produtos granulares e Holmes (1972) aponta  $K=0,45$  como satisfatório.

### 3.2.1 Recomendações dos especialistas

Uma das expressões mais aceitas para a determinação do valor de  $K$  foi proposta por Koenen (1896) para utilização na formulação de Janssen, equação (3.1), sendo determinada com base no coeficiente de empuxo ativo da teoria de Coulomb-Rankine para empuxos de terra. Esta expressão é válida para ângulos de atrito com a parede igual a zero.

Jaky<sup>1</sup> (1948 apud LOHNES, 1993) obteve a seguinte relação para o parâmetro  $K$  para o caso do produto em repouso e parede lisa e rígida:

$$K = \frac{(1 + \operatorname{sen}\phi_e) \left( 1 + \frac{2}{3}(\operatorname{sen}\phi_e) \right)}{(1 + \operatorname{sen}\phi_e)} \quad (3.5)$$

A equação (3.5) foi simplificada para a formulação mais utilizada:

$$K = 1 - \operatorname{sen}\phi_e \quad (3.6)$$

Walker<sup>2</sup> (1966 apud LOHNES, 1993) assumindo que o produto ensilado está em ruptura e, simultaneamente, está deslizando ao longo de uma parede rugosa, usou a geometria do círculo de Mohr para incluir o coeficiente de atrito com a parede,  $\phi_w$ , na equação de relação de pressão, obtendo:

$$K = \frac{1 + \operatorname{sen}^2\phi_e - 2\sqrt{(\operatorname{sen}^2\phi_e - \mu^2 \cos^2\phi_e)}}{4\mu^2 + \cos^2\phi_e} \quad (3.7)$$

<sup>1</sup> JAKY, J.: Pressures in Silos; Proc. 2nd Int. Conf. on Soil Mech & Found, Eng. v.1, n. 1, p. 103-107, 1948.

<sup>2</sup> WALKER, D. M.: An Approximate Theory for Pressures and Arching in Hoppers; Chem. Eng. Science, v.21, n. 11, p. 975-977, 1966.

De acordo com Hartlen<sup>3</sup> (1984 apud LOHNES, 1993), em 1966 Hartmann baseado na teoria da elasticidade sugere a expressão (3.8) para calcular a relação entre as pressões em silos de paredes rugosas.

$$K = \frac{1 - \operatorname{sen}^2 \phi_e}{1 + \operatorname{sen}^2 \phi_e} \quad (3.8)$$

A equação (3.8) é independente do coeficiente de atrito com a parede. Rotter<sup>4</sup> (1988 apud LOHNES, 1993) considera esta equação válida para paredes que sejam tão rugosas que os grãos do produto armazenado deslizem uns sobre os outros ao contrário de deslizar sobre a parede da célula, como é o caso dos silos metálicos de paredes de chapa de aço corrugado.

Frazer, citado por Calil (1984), considerando o equilíbrio das forças no contorno da superfície da parede para o estado de ruptura incipiente, encontra a seguinte expressão para o cálculo do  $K$ :

$$K = \frac{1}{\frac{1 + \operatorname{sen}^2 \phi_e}{\cos^2 \phi_e} + \frac{2 \operatorname{sen} \phi_e}{\cos^2 \phi_e} \sqrt{1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \phi_w}{\operatorname{tg}^2 \phi_e}}} \quad (3.9)$$

Aoki, citado por Benink (1989), baseando-se na hipótese de Walters propõe a seguinte expressão para o parâmetro  $K$ :

$$K = \left[ 1 + 2 \cdot \tan^2(\phi_e) + \frac{4 \cdot \sqrt{1 + \tan^2(\phi_e)}}{3 \cdot \mu_w^2} \cdot \left\{ \tan^3(\phi_e) - (\tan^2(\phi_e) - \mu_w^2)^{3/2} \right\} \right]^{-1} \quad (3.10)$$

Utilizando a equação (3.10) na formulação de Janssen (1895) os valores obtidos de pressão são iguais aos propostos por Walter (1973).

Bischara et al (1983) através de uma fórmula não linear do método dos elementos finitos, afirmam que a relação entre pressões,  $K$ , é um parâmetro constante para um

<sup>3</sup> HARTLEN, J., J. NIELSEN, L. JUNGREN, G. MARTENSSON and S. WIGRAM: **The Wall Pressure in Large Grain Silos**; Swedish Council for Building Research, Stockholm, document D2, 1984.

<sup>4</sup> ROTTER, J. M.: **The Structural Design of Steel Silos for Agricultural Applications**; Research Report n. R569, University of Sydney, N. S. W., Australia, 1988.

determinado tipo de silo e um dado produto e propõem diferentes fórmulas para o parâmetro  $K$  em função da granulometria do produto como a seguir:

- Para produtos cujo diâmetro máximo é menor ou igual a 2,5 mm:

$$K = 0,16 \frac{\cot^2 \phi_i \gamma^{0,15}}{\mu^{0,08} d^{0,17}} \quad (3.11)$$

- Para produtos cujo diâmetro máximo é maior que 2,5 mm:

$$K = 0,16 \frac{\cot^2 \phi_i}{\sqrt{\text{sen} \phi_i \gamma^{0,04} \mu^{0,05} d^{0,11}}} \quad (3.12)$$

Benink (1989) sugere dois valores limites para  $K$ :

- Para  $K$  no centro do silo, utilizar a equação (3.1) de Coulomb-Rankine-Koenen;
- Para  $K$  na parede do silo, utilizar a equação (3.13).

$$K_{\text{parede}} = \frac{1 + \text{sen} \phi_e \cdot \cos(2\beta_a)}{1 - \text{sen} \phi_e \cdot \cos(2\beta_a)} \quad (3.13)$$

Onde,  $\beta_a$  para o estado ativo é dado pela expressão (3.14):

$$\beta_a = \frac{1}{2} \left[ \frac{\pi}{2} + \phi_w + \arccos \left( \frac{\text{sen} \phi_w}{\text{sen} \phi_e} \right) \right] \quad (3.14)$$

Segundo Calil (1990), verificada a relação entre as pressões verticais e horizontais em ensaios de modelos, adotando o valor de  $K$  determinado experimentalmente para cada silo a ser projetado, a expressão para o cálculo das pressões horizontais em silos baixos é dada por:  $p_h = \gamma \cdot h \cdot K$ , expressão também citada por Coulomb-Rankine. O modelo empírico então se baseia na determinação do valor de  $K$  de forma indireta ou experimentalmente.

Ayuga (1995) determina o valor de  $K$  em função do tipo de parede. O autor adota três equações para as condições a seguir:

- Para o caso de paredes absolutamente lisas.  $\phi_w = 0$ . adota a equação (3.3) de Coulomb-Rankine-Koenen:

- Para o caso de paredes muito rugosas,  $\phi_i = \phi_w$ , adota a equação (3.7) de Hartmann;
- Para os casos intermediários, adota a formulação do  $K$  proposta pela norma francesa SNBATI (1975), apresentada na equação (3.15).

$$K = \frac{1 - m \cdot \text{sen} \phi_e}{1 + m \cdot \text{sen} \phi_e} \cdot \cos^2 \phi_w \quad (3.15)$$

$$\text{Onde, } m = \sqrt{1 - \frac{\text{tg}^2 \phi_w}{\text{tg}^2 \phi_e}}$$

Haaker (1999) relata que o problema com todas as propostas para o parâmetro  $K$  é que elas foram obtidas somente das hipóteses que o produto está em um estado de deslizamento e o atrito com a parede é mobilizado completamente. Estas hipóteses, segundo ele, não são necessariamente cumpridas na parede vertical da célula.

Podemos notar as variabilidades na determinação dos valores do parâmetro  $K$ , observando o gráfico da Figura 16 que nos fornece uma comparação entre as fórmulas de alguns especialistas.

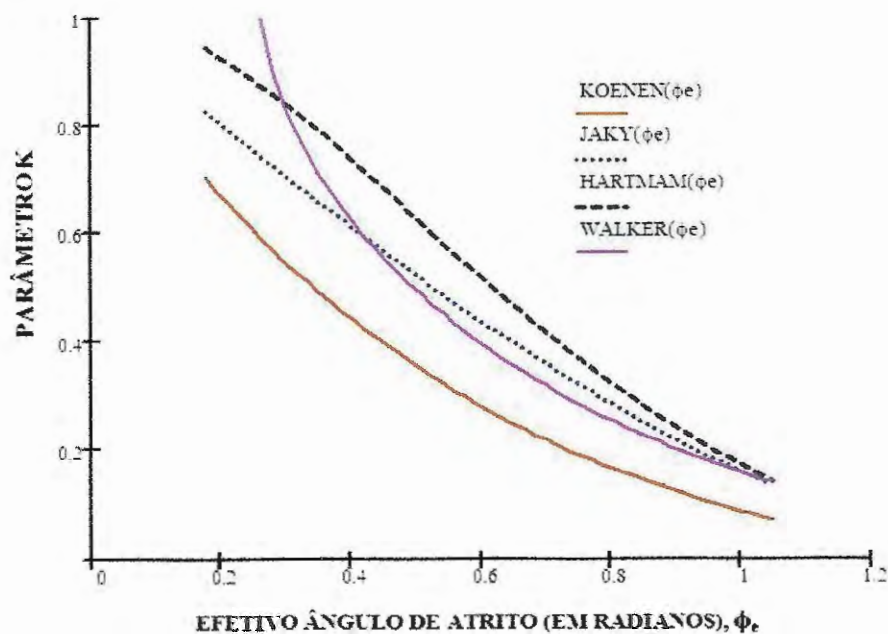


Figura 16 – Comparação dos valores de  $K$  segundo os especialistas.



Stoffers, citado por Kaminsk e Wirska (1998), vê a causa da variabilidade na determinação dos valores do parâmetro  $K$ , no caráter estocástico das pressões, na falta de bons equipamentos de medição e aponta dificuldades no desenvolvimento de um modelo numérico que incorpore o caráter estocástico do fenômeno das pressões.

Segundo Lohnes (1993), claramente, não existe nenhum acordo completo sobre o que constitui um valor apropriado para o parâmetro  $K$  e poucos dados experimentais estão disponíveis para comparação com cálculos teóricos. Também segundo ele, a hipótese do produto armazenado estar em ruptura parece irracional para cargas estáticas e sugere para produtos que estão confinados, mas não em ruptura, a equação simplificada de Jaky (3.6).

### 3.2.2 Recomendações das normas internacionais

As normas estrangeiras propõem, em tabelas próprias, valores para o parâmetro  $K$  para alguns produtos listados ou indicam fórmulas matemáticas para a sua obtenção, fornecendo os valores dos parâmetros envolvidos, ou para o caso dos mesmos serem obtidos experimentalmente.

A norma francesa, SNBATI (1975), define dois valores para  $K$ , em função dos estados de carregamento e descarregamento central.

- Para o carregamento do silo, adota a equação (3.15) apresentada anteriormente;
- Para o descarregamento do silo, adota a seguinte expressão:

$$K = \cos^2 \phi_w \quad (3.16)$$

A norma canadense, CFBC (1983), somente fornece o valor de  $K$  em uma tabela para oito produtos, em função da rugosidade da parede. Para produtos granulares apresenta o valor de 0.4 para paredes lisas e 0.6 para paredes rugosas.

A norma britânica, BMHB (1985), define dois valores para  $K$ :



- Para o cálculo das pressões verticais, adota  $K = 0,25$ ;
- Para o cálculo das pressões horizontais, adota  $K = 0,60$ , exceto em casos em que a parede seja muito rugosa, o valor de  $K$  deve ser tomado igual a  $0,75$ .

A norma americana, ACI 313-91 (1991), propõe para o valor de  $K$  a fórmula de Coulomb-Rankine – Koenen (3.1), substituindo o efetivo ângulo de atrito interno ( $\phi_e$ ) pelo ângulo de repouso ( $\phi_r$ ), que de um modo geral é menor que ( $\phi_e$ ) e sugere valores para o limite inferior e superior de  $\phi_r$ , para 8 produtos.

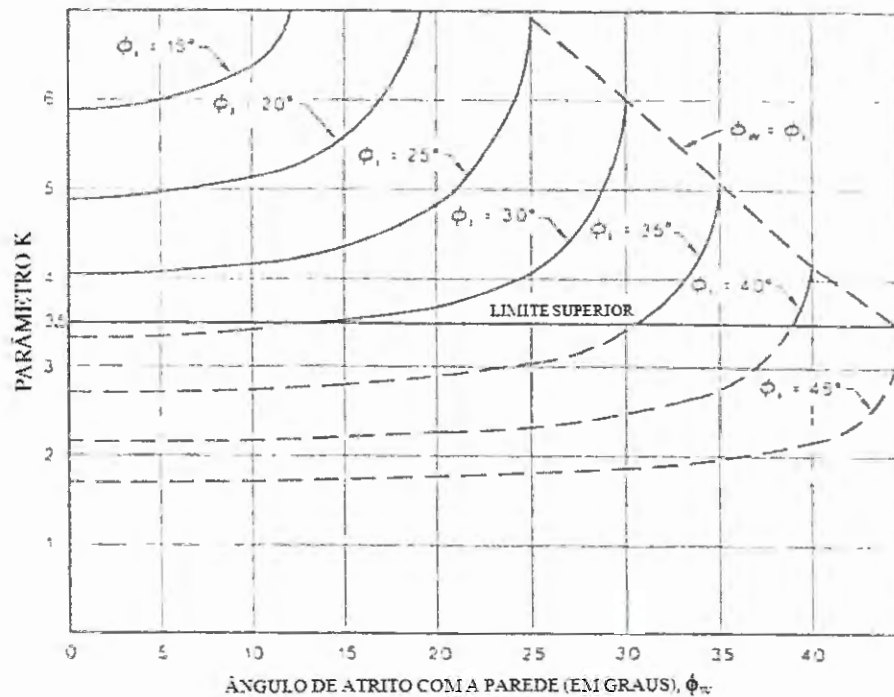


Figura 17 - Parâmetro  $K$ , segundo a AS3774: 1996.

A norma australiana, AS3774 (1996), adota a fórmula de Walker para a determinação do valor de  $K$ , equação (3.7), limitando  $K$  como maior ou igual a  $0,35$ . Esta norma fornece, em tabela própria, os valores limites inferior e superior de ( $\phi_i$ ) para 23 produtos e o respectivo ( $\phi_w$ ), em função da rugosidade da parede, e propõe em anexo a obtenção de ( $\phi_i$ ), para o caso de silos de parede de chapa de aço corrugada. Com base nos valores de ( $\phi_i$ ) e ( $\phi_w$ ), esta norma

propõe a determinação do  $K$  através do ábaco apresentado na Figura 17, para cada ângulo de atrito com a parede do silo.

A norma européia, ISO 11697 (1997), fornece o valor de  $K$  em uma tabela para cinco classes de produtos, apenas para paredes lisas. Os valores fornecidos na tabela variam de 0,30 a 0,75. Para os produtos que não constam nesta tabela, o valor de  $K$  pode ser determinado, experimentalmente, semelhantemente ao proposto pela norma PrENV 1991-4 (2002), ou de forma indireta pela expressão de Jaky, considerando um coeficiente de ponderação igual a 1,1, ou seja:

$$K = 1,1(1 - \text{sen}\phi_e) \quad (3.17)$$

A norma americana, ANSI/ASAE EP 433 (2001), adota um único valor do parâmetro  $K$  de 0,50 para produtos granulares agrícolas.

A norma européia, PrENV 1991-4 (2002), fornece o valor de  $K$  em uma tabela para dez produtos, para paredes lisas e rugosas, excluindo a de chapa corrugada. Os valores fornecidos na tabela variam de 0,40 a 0,55. Para os produtos que não constam nesta tabela, o valor de  $K$  pode ser determinado, experimentalmente, por metodologia definida em anexo da norma, obtenção direta com a determinação da pressão horizontal e vertical ou de forma indireta, como apresentado na equação (3.17).

A norma alemã, DIN 1055-6 (2005), fornece o valor de  $K$  em duas tabelas para 24 produtos, variando entre 0,4 e 0,65. Para os produtos não listados, propõe a forma indireta de determinação pela expressão de Jaky, considerando um coeficiente de ponderação igual a 1,2 (ver equação (3.18)), onde  $(\phi_e)$  deverá ser obtido em ensaio de cisalhamento direto.

$$K = 1,2(1 - \text{sen}\phi_e) \quad (3.18)$$

Segundo a DIN 1055-6, o fator 1,2 foi escolhido para garantir que em pequenas alturas do produto armazenado, ou seja, na parte superior do silo, resultem curvas de pressões mais completas.

A Tabela 5 apresenta os valores limites inferior (Kl) e superior (Ku) do parâmetro K para nove produtos comuns entre as normas estudadas.

**Tabela 5 - Valores limites de K para alguns produtos, de acordo com as principais normas.**

Norma	AS 3374 (1996)		ISO 11697 (1997)		PrENV 1991-4 (2002)		DIN 1055-6 (2005)	
	Kl	Ku	Kl	Ku	Kl	Ku	Kl	Ku
Cevada	0.36	0.44	0.54	0.69	0.53	0.65	0.53	0.65
Cimento	0.35	0.35	0.54	0.69	0.44	0.64	0.44	0.64
Clínquer	0.35	0.35	0.45	0.58	0.27	0.49	0.27	0.49
Areia	0.35	0.38	0.45	0.58	0.40	0.50	0.40	0.50
Farinha	0.46	-	0.36	0.46	0.32	0.40	0.32	0.40
Milho	0.39	0.41	0.54	0.69	0.46	0.60	0.46	0.60
Açúcar	0.35	0.35	0.54	0.69	0.41	0.59	0.41	0.59
Trigo	0.43	0.44	0.54	0.69	0.49	0.59	0.49	0.59
Carvão	0.35	0.35	0.45	0.58	0.45	0.59	0.45	0.59

Analisando os dados apresentados na Tabela 5, pode-se constatar que os valores limites de K adotados pela norma australiana (AS 3374) são sempre menores do que os adotados pelas normas européias (ISO 11697 e PrENV 1991-4) e pela norma alemã (DIN 1055-6), com diferenças de 50%, como no caso da cevada para o limite inferior, até 97% para o limite superior do açúcar.

O limite inferior constante ( $Kl=0,25$ ) adotado pela norma inglesa, BHMB (1985), para todos os produtos, comparativamente aos propostos pela outras normas é muito baixo, chegando a diferenças de até 116%.

O limite superior do K para a farinha, não pôde ser determinado pela norma australiana, pois ocorreu uma inconsistência entre os valores de  $(\phi_e)$  e  $(\phi_w)$ , ou seja,  $(\phi_w)$  foi maior do que o  $(\phi_e)$ , o que segundo Calil (1997) não pode acontecer devido à definição desses parâmetros.

Pode-se notar através da Figura 18 que a norma européia (ISO 11697) é mais conservadora do que as normas americanas (ACI 313) e a australiana (AS 3774), já que os valores de K encontrados são normalmente maiores.

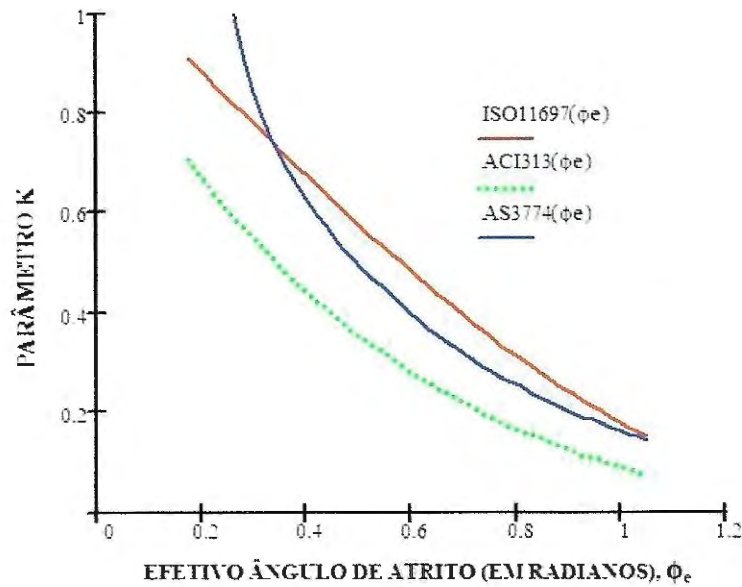


Figura 18 – Comparação dos valores de K segundo as normas.

### 3.3 Variabilidade do parâmetro K

Os parâmetros da distribuição densidade de probabilidade de uma variável “g”, o qual tem média ( $\mu_g$ ) e variância ( $\sigma_g^2$ ) e coeficiente de variação ( $v_g$ ), podem ser obtidos aproximadamente pela técnica de diferenciação estatística. Segundo Ang e Tang (1975) esta técnica consiste em expandir a função g de acordo com a série de Taylor.

Sendo:

$$g = g(x_i) \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (3.19)$$

A média pode ser estimada pela equação (3.20).

$$\mu_g \cong g(\mu_{x_i}) + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^k \frac{\partial^2 g}{\partial x_i^2} \Big|_{x_i = \mu_{x_i}} \cdot \sigma_{x_i}^2 + \frac{1}{2} \cdot \sum_{i,j=1}^k \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \cdot \text{cov}(x_i, x_j) \quad (3.20)$$

A variância pode ser estimada pela equação (3.21).

$$\sigma_g^2 \cong \sum_{i=1}^k \left( \frac{\partial g}{\partial x_i} \right)^2 \Big|_{x_i=\mu_{x_i}} \cdot \sigma_{x_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^k \sum_{j=i+1}^k \left( \frac{\partial g}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \right) \rho(x_i, x_j) \sigma_{x_i} \cdot \sigma_{x_j} \quad (3.21)$$

Onde  $\text{cov}(x_i, x_j)$  e  $\rho(x_i, x_j)$  são a covariância e o coeficiente de correlação entre  $x_i$  e  $x_j$ , respectivamente. Se as variáveis  $(x_i, x_j)$  são independentes, então:

$$\text{cov}(x_i, x_j) = \rho(x_i, x_j) = 0 \quad (3.22)$$

Para a estimativa da variância de K para as diversas formulações foi utilizada a equação (3.21) e em seguida são apresentadas as expressões resultantes.

Onde:

$\bar{\phi}_e$  = média do efetivo ângulo de atrito;

$\sigma_{\phi_e}^2$  = variância do efetivo ângulo de atrito;

$\bar{\mu}_w$  = média do ângulo de atrito com a parede;

$\sigma_{\mu_w}^2$  = variância do ângulo de atrito com a parede;

$\sigma_K^2$  = variância do coeficiente K.

Para K, segundo Koenen:

$$\sigma_K^2 \cong \left[ \frac{-2 \cdot \cos \bar{\phi}_e}{1 + 2 \cdot \text{sen} \bar{\phi}_e + \text{sen}^2 \bar{\phi}_e} \right]^2 \cdot \sigma_{\phi_e}^2 \quad (3.23)$$

Para K, segundo a equação proposta por Jaky:

$$\sigma_K^2 \cong [-\text{sen} \bar{\phi}_e]^2 \cdot \sigma_{\phi_e}^2 \quad (3.24)$$

Para K, segundo Walker:

$$\sigma_K^2 \cong A^2 \cdot \sigma_{\phi_e}^2 + B^2 \cdot \sigma_{\mu_w}^2 \quad (3.25)$$

Onde A e B são dados pelas equações (3.26) e (3.27).

$$A = \frac{2 \cdot \overline{\text{sen}} \phi_e \cdot \overline{\text{cos}} \phi_e - \frac{2 \cdot \overline{\text{sen}} \phi_e \cdot \overline{\text{cos}} \phi_e + 2 \cdot \overline{\mu_w}^2 \cdot \overline{\text{cos}} \phi_e \cdot \overline{\text{sen}} \phi_e}{\sqrt{\overline{\text{sen}}^2 \phi_e - \overline{\mu_w}^2 \cos^2 \phi_e}}}{4 \cdot \overline{\mu_w}^2 + \cos^2 \phi_e} \quad (3.26)$$

$$B = \frac{2 \cdot \left(1 + \overline{\text{sen}}^2 \phi_e - 2 \cdot \sqrt{\overline{\text{sen}}^2 \phi_e - \overline{\mu_w}^2 \cos^2 \phi_e}\right) \overline{\text{sen}} \phi_e \cdot \overline{\text{cos}} \phi_e}{4 \cdot \overline{\mu_w}^2 + \cos^2 \phi_e} \quad (3.27)$$

Para K, segundo Hartmann:

$$\sigma_K^2 \cong \left[ \frac{-4 \cdot \overline{\text{sen}} \phi_e \cdot \overline{\text{cos}} \phi_e}{4 - 4 \cdot \overline{\text{cos}}^2 \phi_e + \overline{\text{cos}}^4 \phi_e} \right]^2 \cdot \sigma_{\phi_e}^2 \quad (3.28)$$

Desprezando os termos de ordem superiores para a determinação da média da função K, tem-se:

$$\mu_g \cong g(\mu_x) \quad (3.29)$$

O coeficiente de variação da pressão é calculado por meio do modelo analítico de Janssen é dada pela equação (3.30) que foi sugerida por Pham (1983).

$$v_p^2 \cong v_r^2 + v_{\mu_w}^2 + \frac{\left(4 \cdot \overline{K} \cdot \overline{\mu_w} \cdot \frac{Z}{D}\right)^2 \cdot (v_K^2 + v_{\mu_w}^2)}{\left(\overline{\text{sen}}^2 \phi_e - \overline{\mu_w}^2 \cos^2 \phi_e\right)^2} \quad (3.30)$$

## **4. PROGRAMA EXPERIMENTAL**

---

### **4.1 Generalidades**

A parte experimental deste trabalho corresponde aos ensaios de cisalhamento direto para a determinação das propriedades físicas dos produtos armazenados (milho, ração de frango e soja) e aos ensaios em um silo piloto para obtenção do coeficiente K.

### **4.2 Ensaio de determinação das propriedades físicas dos produtos armazenados**

#### **4.2.1 Ensaio no aparelho *Jenike Shear Tester***

As propriedades físicas dos produtos armazenados foram determinadas experimentalmente com a utilização do equipamento *Jenike Shear Tester* disponível no Laboratório de Madeiras e Estruturas de Madeira da Escola de Engenharia de São Carlos (LaMEM/SET/EESC/USP). A metodologia de ensaio utilizada para determinação das propriedades físicas foi a proposta pela Federação Européia de Engenheiros Químicos, no manual *Standart Shear Testing Technique for Particulate Solids Using the Jenike Shear Cell* (SSTT, 1989).

---



O aparelho de cisalhamento direto de Jenike (Figura 19) é equipado com: uma célula de cisalhamento de forma circular, posicionada sobre a base da máquina; um pendural com pesos, para aplicação de uma carga vertical por gravidade na célula; um suporte de carga acionado eletro-mecanicamente, o qual promove a ação do cisalhamento movendo-se horizontalmente numa velocidade entre 1 e 3 mm/min; uma célula de carga para medir a força de cisalhamento e um registrador para a indicação desta força (Figura 20). A célula de cisalhamento de Jenike é composta por: base, anel de cisalhamento, tampa de cisalhamento, suporte e pino de carga (Figura 21).



**Figura 19 – Aparado de cisalhamento direto, *Jenike Shear Tester*.**



**Figura 20 – Registrador acoplado ao aparelho *Jenike Shear Tester*.**



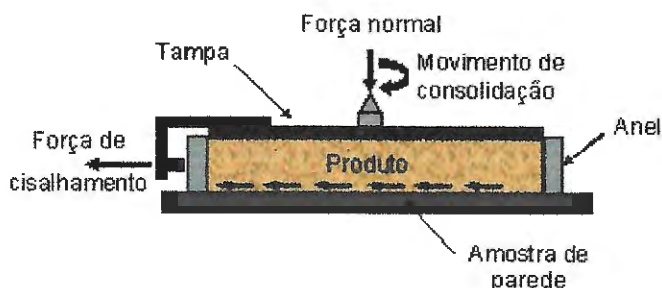


Figura 21 – Esquema da célula de cisalhamento do *Jenike Shear Tester* (adaptado de JENIKE, 1964).

Segundo Milani (1993), a primeira parte do teste de cisalhamento de Jenike consiste na preparação da amostra e depois o seu pré-cisalhamento com uma seleção das cargas para desenvolver uma zona de cisalhamento dentro da qual ocorra fluxo de estado estável. Tendo alcançado esta estabilidade, a haste de medida de força é retraída e, portanto, a força de cisalhamento cai à zero. Na segunda parte, a carga é trocada por uma menor, o motor é acionado novamente e a força é medida na haste na direção desenvolvida. Quando a haste toca o suporte, a força de cisalhamento aumenta rapidamente, indo direto a um valor máximo, representando a força de cisalhamento de deslizamento e depois ela começa a diminuir. Esta parte do teste é chamada de cisalhamento.

Os ensaios no *Jenike Shear Tester* foram realizados com a combinação de cargas apresentada na Tabela 6.

Tabela 6 - Valores das forças utilizadas no ensaio com o *Jenike Shear Tester*.

Força de pré-cisalhamento (kgf)	Força de cisalhamento (kgf)
10	7,0
10	5,0
10	3,5
7	5,0
7	3,5
7	2,0
5	3,5
5	2,0
5	1,0

Para a realização dos ensaios de caracterização dos produtos armazenados, foram retiradas 21 amostras aleatórias de cada produto estudado. As amostras foram embaladas em

sacos plásticos transparentes, identificados e lacrados com fita adesiva para evitar a perda de umidade (Figura 22 a Figura 24).



Figura 22 – Amostras de milho utilizadas no *Jenike Shear Tester*.



Figura 23 – Amostras de soja utilizadas no *Jenike Shear Tester*.



Figura 24 – Amostras da ração de frango utilizadas no *Jenike Shear Tester*.

A determinação do ângulo de atrito do produto armazenado com a parede também pode ser obtida no aparelho de cisalhamento direto *Jenike Shear Tester* (Figura 25). Neste caso, a base da célula de cisalhamento é substituída por uma amostra do material da parede que será avaliada. Para a soja, o milho e a ração de frango, foram realizados ensaios de cisalhamento com dois tipos de material de parede (aço liso e aço rugoso).

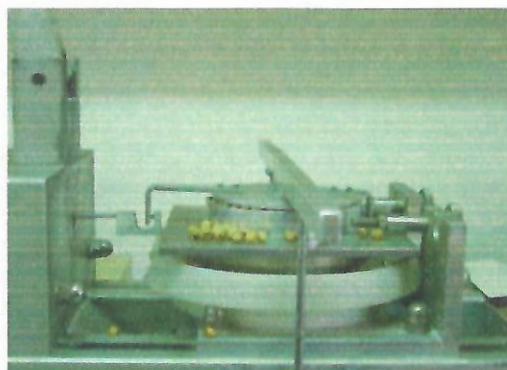


Figura 25 - Ensaio de cisalhamento com a parede no *Jenike Shear Tester*.

#### 4.2.2 Ensaios de umidade e granulometria dos produtos armazenados

Antes e durante o período do ensaio no silo piloto, coletaram-se amostras dos produtos armazenados para a determinação de seus teores de umidade, temperatura e densidade (in-natura) em equilíbrio ao ar. Para isso foi utilizado o Medidor de Umidade Digital G800 (Figura 26) que possibilita a análise da umidade, temperatura e densidade utilizando a tecnologia *Flowthru*, totalmente automática.

A determinação granulométrica foi feita pelo método de peneiramento, com o auxílio do agitador mecânico das peneiras (Figura 27) o qual, segundo Calil (1984), pode ser utilizado para classificação dos produtos quanto à coesão e ao fluxo (ver Tabela 2 apresentada anteriormente no Capítulo 2).



Figura 26 - Medidor de umidade G800.



Figura 27 - Agitador mecânico das peneiras.



### 4.3 Ensaaios no silo piloto para a determinação do parâmetro K

Para a determinação experimental do parâmetro K, foi utilizado o silo piloto construído no LaMEM (Figura 29), doado pela empresa KEPLER WEBER S.A. Este silo foi projetado com base no modelo de Pieper e Schütz (1980), modelo este que também foi utilizado como padrão pela norma alemã DIN 1055.

Além do silo piloto, foi necessária a utilização de um silo auxiliar de armazenamento, também doado pela KEPLER WEBER S.A (Figura 28), e um elevador de canecas para a operação de enchimento do silo, doado pela CASP S.A., formando assim uma estação experimental (Figura 30).



Figura 28 – Silo para armazenar os produtos ensaiados.



Figura 29 – Silo piloto.

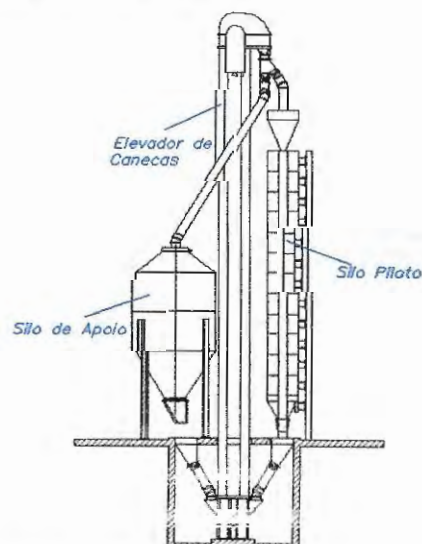


Figura 30 - Estação experimental.

Segundo Pieper e Schutz (1980), o silo piloto é definido como aquele em que os efeitos de escala são insignificantes, pois suas dimensões e as dimensões do produto são compatíveis com as estruturas reais. Assim sendo, os resultados obtidos podem ser utilizados no estudo de estruturas reais, ou seja, o comportamento do modelo piloto pode ser considerado idêntico (qualitativamente e quantitativamente) ao comportamento em escala 1:1.

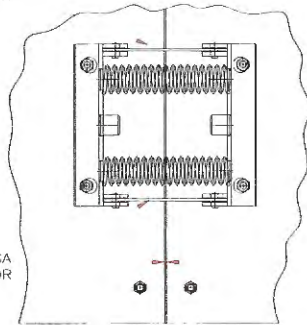
As características do silo piloto utilizado são:

- Diâmetro interno de 70,6 cm com parede interna lisa;
- Diâmetro interno de 64,36 cm com parede interna rugosa;
- Altura de 600 cm;
- Capacidade de armazenamento de 2,3 m<sup>3</sup> para produto granular;
- 12 anéis independentes suspensos de modo estaticamente determinado, cada um com 50 cm de altura;
- Fundo plano;
- Espessura de parede de 10 mm (necessária para que a deformação do anel permaneça pequena, de modo que não influencie as medidas de pressão).

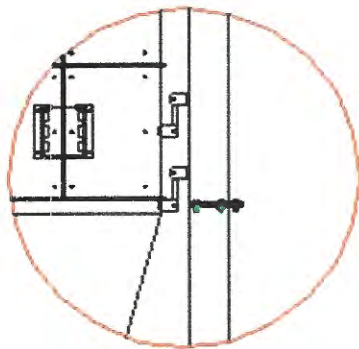
Cada anel do silo piloto foi calandrado em dois semi-cilindros soldados verticalmente em um lado e do outro lado unido por duas braçadeiras/presilhas horizontais de medição (células de carga de 8 kN), que são pré-tracionadas por três molas helicoidais, para que sempre estejam sujeitas a esforço de tração (Figura 31). Os anéis também são suspensos por braçadeiras/presilhas verticais de medição (células de carga de 8 kN) para determinação da força de atrito nas paredes (Figura 32). Todas as ligações das presilhas são articuladas nos apoios e anéis, cuja conexão se dá por meio de pinos de aço inoxidável. Para que os apoios dos anéis sejam estaticamente determinados, são colocadas braçadeiras verticais lateralmente e posteriormente.

CÉLULA DE CARGA  
HORIZONTAL SUPERIOR

CÉLULA DE CARGA  
HORIZONTAL INFERIOR

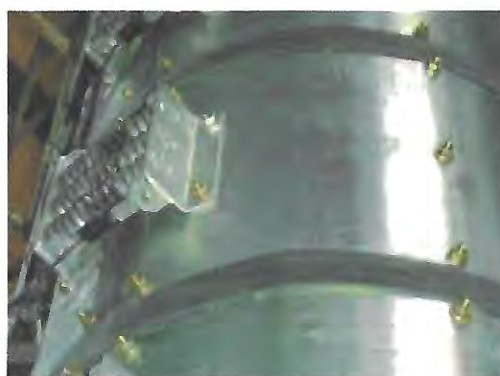


**Figura 31 – Sistema de medição das pressões horizontais, células de carga de 8 kN.**



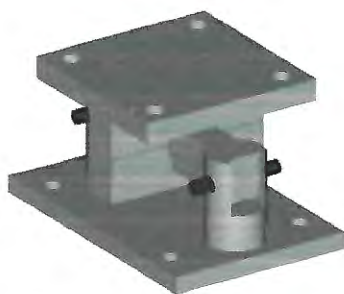
**Figura 32 - Sistema de medição da força de atrito nas paredes, célula de carga de 8 kN.**

Entre os anéis, foram coladas borrachas internas de vedação que se deterioraram ao longo dos ensaios, sendo necessária sua remoção e reposição. Além das borrachas internas, foi adicionada uma faixa de borracha entre os anéis (Figura 33) para evitar o vazamento do produto armazenado.



**Figura 33 - Sistema de vedação entre os anéis do silo piloto.**

Sob as duas colunas do silo piloto, foram instaladas células de carga com capacidade de 50 kN para medição da força total mobilizada pelo atrito (Figura 34). As células de carga foram confeccionadas em alumínio com liga especial, pela empresa Micro Sensores Industriais (MSI).



**Figura 34 - Célula de carga de 50 kN utilizada sob as colunas do silo piloto.**

O dispositivo de descarga, fundo plano, é suspenso e parafusado nas colunas de medição (Figura 35). Para as medidas de pressão no fundo plano, foram colocadas 4 células de pressão do tipo diafragma (Figura 36), com capacidade nominal de 70 kPa, diâmetro de 53 mm, força total de 160 N, fixadas com o auxílio de uma base de madeira compensada e parafusos passantes.



**Figura 35 - Dispositivo de descarga, fundo plano.**



**Figura 36 - Célula de pressão tipo diafragma.**

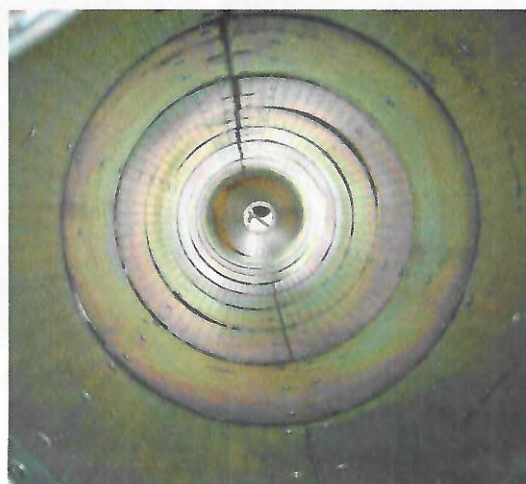


A determinação das pressões foi realizada por meio da medição das deformações nas presilhas, obtendo-se os valores das pressões atuantes nos anéis, fundo plano e células de carga nas colunas do silo piloto.

O silo piloto utilizado nos ensaios oferece uma solução adequada para a determinação dos parâmetros envolvidos, satisfazendo as seguintes condições:

- Pontos de medição em quantidade suficiente para determinar todas as possíveis pressões;
- Medição de carregamentos integrados sobre grandes superfícies, tal que não sejam medidos picos de carregamento não importantes na avaliação dos coeficientes de sobrepressão;
- Grande relação altura / diâmetro, possibilitando que as máximas pressões no silo sejam medidas sem a influência da superfície livre e do fundo;
- Parede bastante lisa e a possibilidade de outra bastante rugosa para que a influência da rugosidade da parede possa ser quantificada.

Os ensaios no silo piloto foram realizados variando a rugosidade da parede do silo, aço liso (Figura 37) e aço rugoso. Para os ensaios com a parede rugosa foram parafusados internamente semi-anéis de aço rugoso (Figura 38).



**Figura 37 - Parede interna lisa do silo piloto.**





Figura 38 - Parede interna rugosa do silo piloto.

Os ensaios no silo piloto foram realizados para quatro alturas (h) diferentes de produto armazenado:  $h=1,5\text{m}$  (3 anéis);  $h=3,0\text{m}$  (6 anéis);  $h=4,5\text{m}$  (9 anéis) e  $h=5,5\text{m}$  (11 anéis).

Portanto, temos as seguintes relações  $h/d$ :

- Para parede lisa:  $h/d = 2,12$ ;  $h/d = 4,25$ ;  $h/d = 6,37$ ;  $h/d = 7,79$ ;
- Para parede rugosa:  $h/d = 2,33$ ;  $h/d = 4,66$ ;  $h/d = 6,99$ ;  $h/d = 8,54$ .

Para controlar o nível de produto armazenado no silo piloto, foi desenvolvido o sistema manual apresentado na Figura 39.

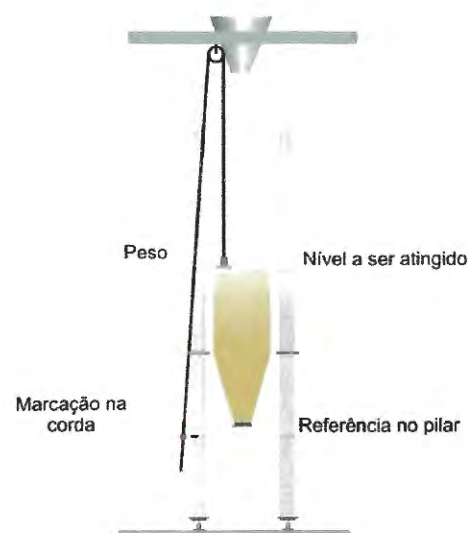


Figura 39 - Controle do nível de produto no silo piloto (CHEUNG, 2007).

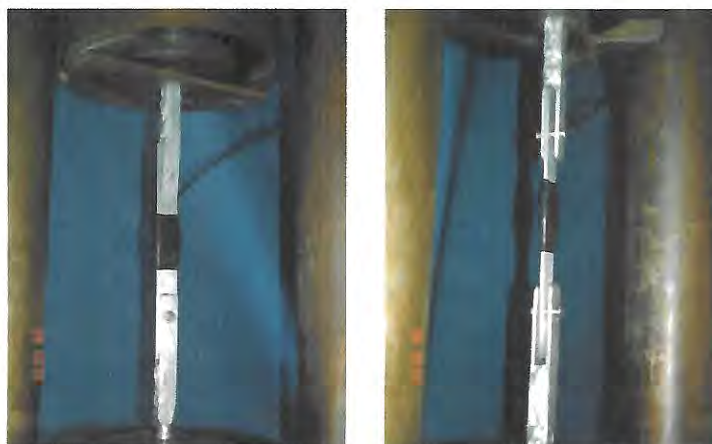
A aquisição de sinais foi realizada por meio do sistema de aquisição de dados LYNX (AD 2122), com 4 placas de aquisição, sendo 2 do modelo 2160 e 2 do modelo 2161,

perfazendo um total de 64 canais (Figura 40). Este sistema possui uma frequência de amostragem máxima de 65,5 kHz. Porém, foram utilizadas duas frequências de amostragem, uma para o período de carregamento e armazenamento, com o valor de 1 Hz, e outra para o período descarregamento, com o valor de 1 kHz. Essas frequências foram adotadas após ensaios preliminares realizados por Cheung (2007) e mostraram-se adequadas por não apresentarem vazamentos de dados após a utilização de técnicas de análise de sinais.



**Figura 40 - Sistema de aquisição de dados utilizado no silo piloto.**

O ensaio de calibração das células de carga foi realizado na máquina universal AMSLER (Figura 41). Esse ensaio constituiu-se na aplicação de uma força de tração. As células foram conectadas ao sistema de aquisição de dados para a leitura e comparação com as forças de tração fornecidas pelo fabricante.



**Figura 41 - Calibração das células de carga utilizadas no silo piloto.**

Para as células de pressão do tipo diafragma, foi utilizado um sistema de calibração com água. Esse sistema é constituído por um tubo de PVC de 65 mm de diâmetro, com um anel torneado em PVC para a colocação de um revestimento plástico. A célula é apoiada sobre um suporte de madeira com uma saliência interna e com a face sensível disposta dentro do tubo (Figura 42). Para que as medidas fossem comparadas, foi adicionada uma mangueira transparente conectada em sistema de vasos comunicantes (Figura 43). Avaliaram-se as pressões em incrementos de 0,5 m de coluna de água até uma altura de 2 m.



**Figura 42 – Calibração da célula de pressão.**



**Figura 43 – Sistema de vasos comunicantes para a calibração da célula de pressão.**

O silo piloto foi revestido com uma lona plástica e preenchido com água, para a realização da calibração das constantes dos 12 anéis, em relação às pressões horizontais (Figura 44 e Figura 45). Uma mangueira plástica translúcida foi utilizada para a visualização



do nível d' água e as leituras correspondentes (Figura 46). Para o descarregamento da água foi adicionado um registro esférico, acoplado a um flange no fundo do silo, que estava apoiado em uma placa de madeira compensada com um furo para a saída da tubulação (Figura 46). Esse procedimento de calibração foi feito para cada tipo de parede do silo piloto, pois a fixação da parede ondulada adicionou rigidez ao sistema e, conseqüentemente, mudança da constante de calibração.



**Figura 44 - Revestimento do silo piloto com lona plástica.**



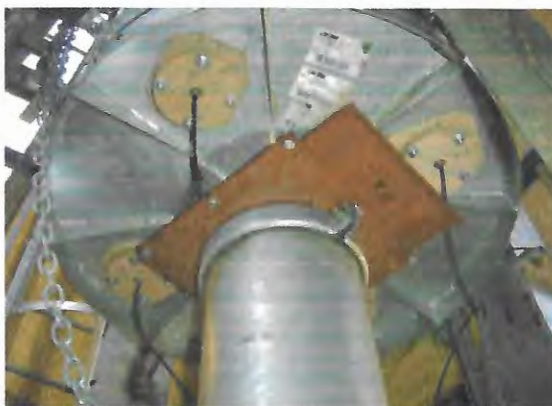
**Figura 45 - Detalhes da lona plástica e do fundo plano com o silo piloto cheio d'água.**



**Figura 46 - Sistema de vasos comunicantes com controle do nível d'água e da vazão de descarga.**

Para controle da abertura da boca de descarga do silo piloto, foi afixada no fundo plano, uma chapa metálica tipo gaveta, onde a abertura era feita manualmente (Figura 47).

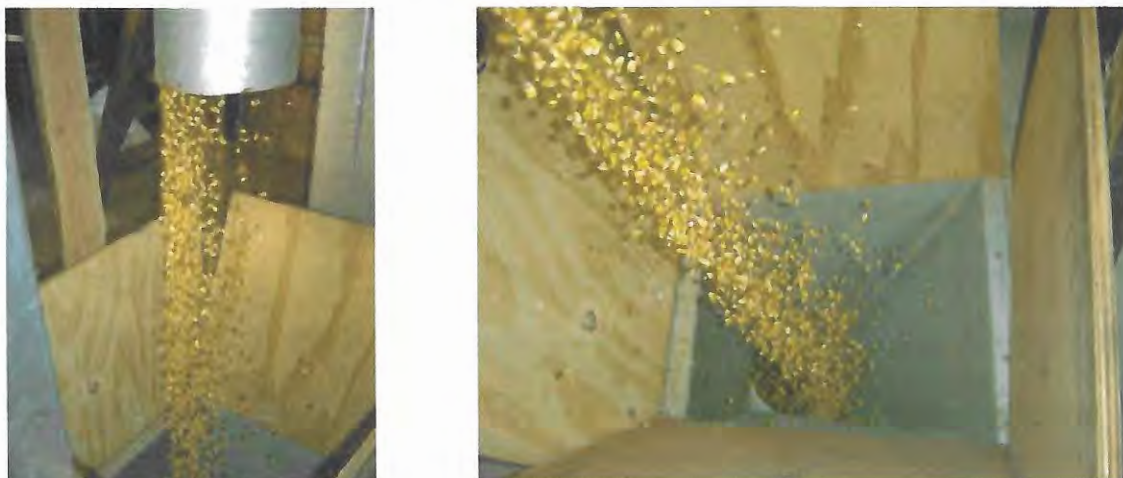
Foi colocado um cano, após a boca de descarga, para evitar a perda do produto, já que foram feitas repetições dos ensaios (Figura 47).



**Figura 47 - Detalhes da boca de descarga do silo piloto.**

Após a etapa de calibração das células de carga, células de pressão, constantes dos anéis e montagem de todos os equipamentos envolvidos na instrumentação do silo piloto, pôde-se dar início a realização dos ensaios com os produtos armazenados.

Os primeiros ensaios foram realizados com o milho e a parede interna do silo lisa (Figura 48). Para estas condições foram feitas 12 repetições (ciclos de carga e descarga). Porém, foi constatado que este número poderia ser reduzido após a adequação dos ensaios e verificação da variabilidade com o aumento do número de réplicas.



**Figura 48 - Ensaio com o milho no silo piloto.**

Portanto, para os ensaios com os outros produtos (soja e ração de frango) e tipos de parede (lisa e rugosa) foram feitas 6 repetições para cada combinação de produto com material da parede. Faz-se exceção à ração de frango com a parede rugosa, pois com esta condição, não foi possível obter o fluxo do produto.

O resumo dos ensaios realizados no silo piloto está apresentado na Tabela 7.

**Tabela 7 - Resumo dos ensaios realizados no silo piloto.**

<b>Produto armazenado</b>	<b>Tipo de parede do silo piloto</b>	<b>Relação h/d</b>	<b>Nº de anéis com produto</b>	<b>Nº de repetições (ciclos de carga e descarga)</b>
Milho	Lisa	2.12	3	12
		4.25	6	12
		6.37	9	12
		7.79	11	12
	Rugosa	2.33	3	6
		4.66	6	6
		6.99	9	6
		8.54	11	6
Soja	Lisa	2.12	3	6
		4.25	6	6
		6.37	9	6
		7.79	11	6
	Rugosa	2.33	3	6
		4.66	6	6
		6.99	9	6
		8.54	11	6
Ração de Frango	Lisa	2.12	3	6
		4.25	6	6
		6.37	9	6
		7.79	11	6
<b>TOTAL DE ENSAIOS REALIZADOS NO SILO PILOTO</b>				<b>144</b>

Os ensaios realizados no silo piloto ocorreram sem nenhum contratempo. As células de pressão, as células de carga e o sistema de aquisição de dados apresentaram-se adequados para o experimento.



## 5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

---

### 5.1 Resultados dos ensaios das propriedades físicas dos produtos armazenados

#### 5.1.1 Resultados das propriedades físicas do milho

Os resultados dos ensaios de umidade, temperatura e peso específico aparente para o milho são apresentados na Tabela 8. A amostra encontrava-se com a umidade média de 13,57%, com peso específico aparente médio de 7,90 kN/m<sup>3</sup>, a uma temperatura média de 21,84 °C.

**Tabela 8 - Resultados dos ensaios de umidade, peso específico aparente e temperatura do milho.**

Parâmetros Estatísticos	Umidade (%)	Peso específico aparente ( $\gamma_p$ ) (kN/m <sup>3</sup> )	Temperatura (°C)
<b>Média</b>	13,57	7,90	21,84
<b>Desvio padrão</b>	0,15	0,21	0,73
<b>Coefficiente de variação</b>	1,13%	2,69%	3,36%
<b>Máximo</b>	13,90	8,54	23,30
<b>Mínimo</b>	13,20	7,33	20,50

O ensaio de granulometria não é apresentado, pois todas as partículas ficaram retidas na abertura de peneira superior a 0,42mm, fazendo com que o produto seja classificado como granular.

---

Para análise dos ensaios de cisalhamento direto no aparelho *Jenike Shear Tester*, foi utilizado o programa desenvolvido por Cheung (2007) para a obtenção das envoltórias de resistência *Yield Locus*, conforme mostrado na Figura 49 e na Figura 50. Esse programa foi desenvolvido na linguagem C++ Builder 5.0, que oferece, como principal vantagem, a possibilidade de utilização de componentes visuais e programação orientada a objetos.

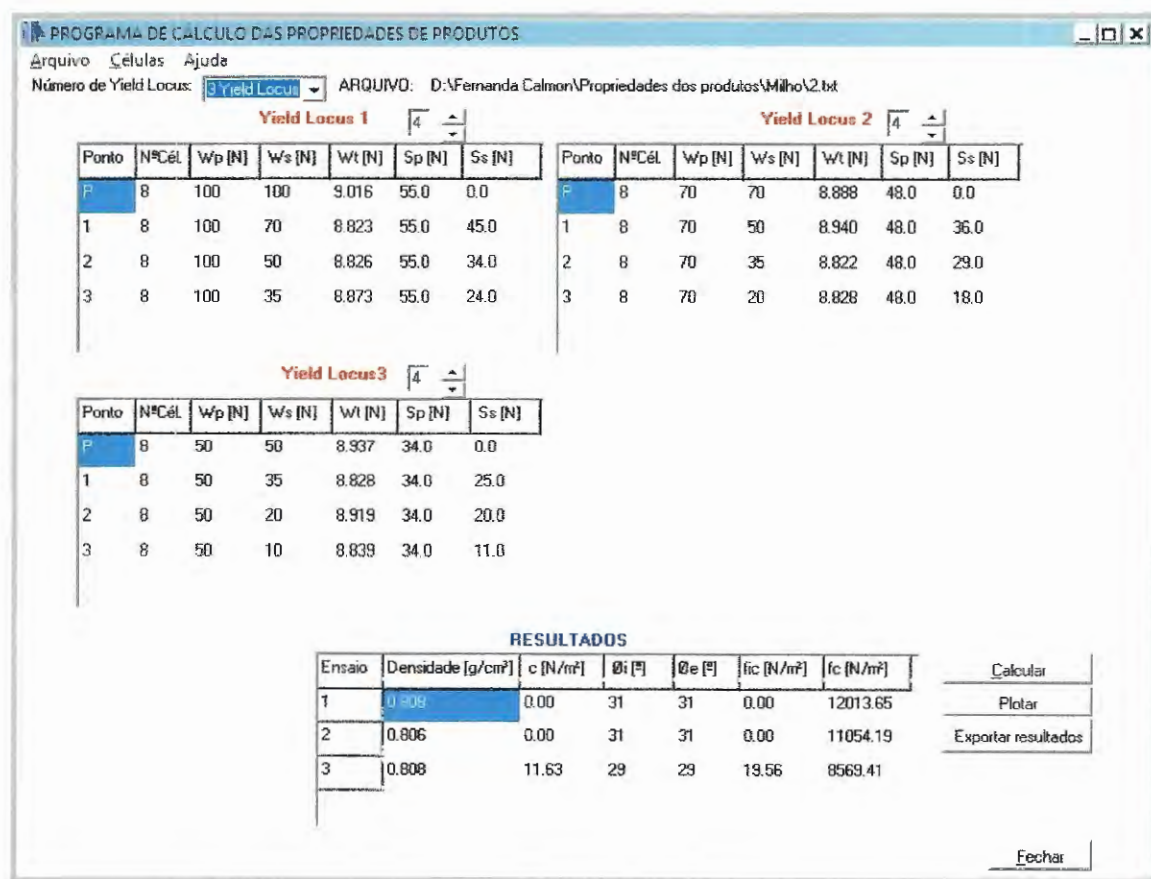
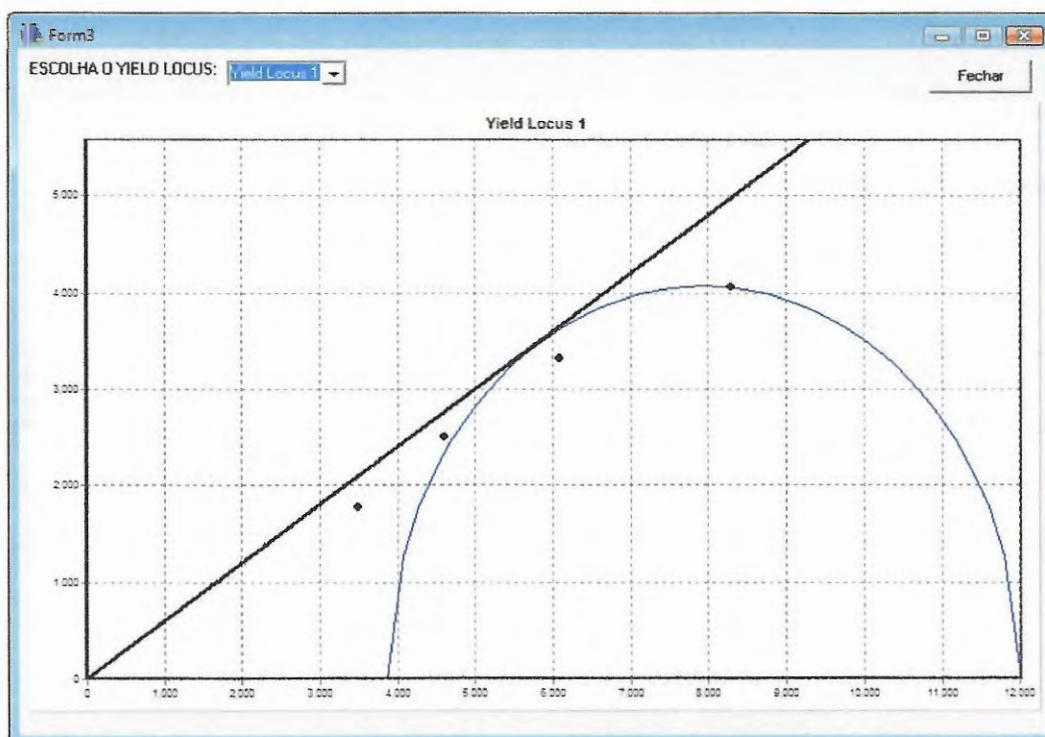


Figura 49 - Programa utilizado para calcular as propriedades físicas dos produtos armazenados.





**Figura 50 – Envoltória de resistência encontrada através do programa utilizado para a determinação das propriedades físicas dos produtos armazenados.**

Os parâmetros estatísticos (média, desvio padrão e coeficiente de variação) do peso específico ( $\gamma$ ), coesão ( $c$ ), ângulo de atrito interno ( $\phi_i$ ), efetivo ângulo de atrito interno ( $\phi_e$ ), tensão confinada ( $\sigma_{ic}$ ) e tensão máxima de consolidação ( $\sigma_c$ ), obtidos nos ensaios de cisalhamento direto para as 21 amostras de milho, são apresentados na Tabela 9.

**Tabela 9 - Resultados dos ensaios no Jenike Shear Tester com o milho.**

Parâmetros Estatísticos	Peso específico ( $\gamma$ ) (kN/m <sup>3</sup> )	Coesão ( $c$ ) (kPa)	$\phi_i$ (°)	$\phi_e$ (°)	$\phi_w$ (°) (Aço Liso)	$\phi_w$ (°) (Aço Rugoso)	$\sigma_{ic}$ (kPa)	$\sigma_c$ (kPa)
<b>Média</b>	8,10	0,04	29,53	29,78	10,66	12,72	0,11	10,28
<b>Desvio padrão</b>	0,27	-	2,51	2,18	1,58	1,96	-	2,47
<b>Coeficiente de variação</b>	3,29%	-	8,50%	7,30%	14,80%	15,30%	-	24,00%

Com as propriedades físicas do milho, determinadas no *Jenike Shear Tester*, foram calculados os valores de K, apresentados na Tabela 10, utilizando as principais fórmulas dos especialistas, abordadas no capítulo 3 deste trabalho.

Tabela 10 - Valores de K encontrados para o milho, segundo os especialistas.

	Koenen	Jaky	Walker (Aço liso)	Walker (Aço rugoso)	Hartmann	Frazer (Aço liso)	Frazer (Aço rugoso)
<b>Média</b>	0,34	0,45	0,35	0,35	0,60	0,36	0,35
<b>Desvio padrão</b>	0,0143	0,0155	0,0157	0,0164	0,0206	0,0531	0,0290
<b>Coefficiente de variação</b>	4,26%	3,46%	4,54%	4,69%	3,41%	14,86%	8,33%

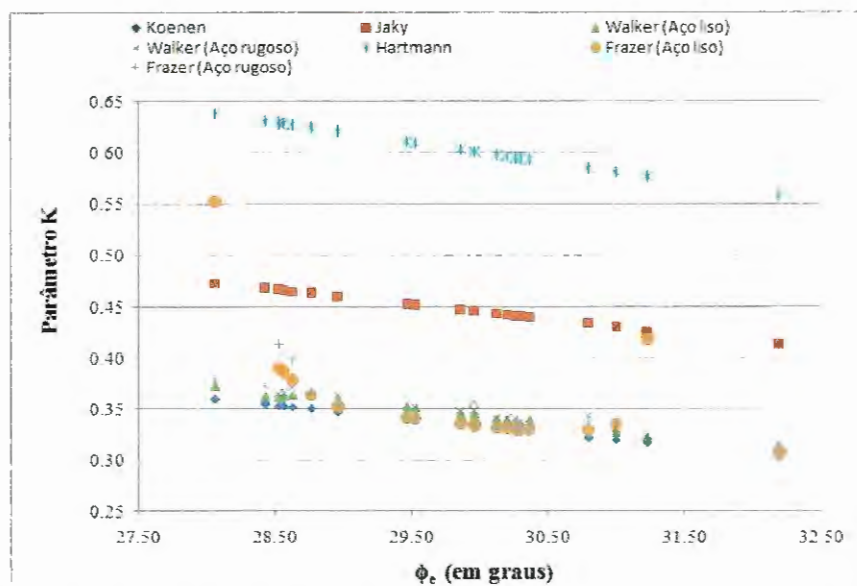


Figura 51 – Valores de K para o milho em função do  $\phi_e$ , segundo os especialistas.

As variabilidades encontradas por meio das formulações sugeridas pelos pesquisadores apresentam diferenças significativas para o valor de K do milho (Tabela 10 e Figura 51). As formulações de Hartmann e Jaky apresentaram as menores variabilidades, o que representa que elas são menos susceptíveis a variabilidade do efetivo ângulo de atrito interno. As formulações propostas por Frazer, Walker e Koenen possuem as maiores dispersões, que são influenciadas pelo efetivo ângulo de atrito.

### 5.1.2 Resultados das propriedades físicas da soja

Os resultados dos ensaios de umidade, temperatura e peso específico aparente para a soja são apresentados na Tabela 11. A amostra encontrava-se com a umidade média de 11,00%, com peso específico aparente médio de 7,15 kN/m<sup>3</sup>, a uma temperatura média de 24,75 °C.

Assim como no caso do milho, o ensaio de granulometria não é apresentado, já que todas as partículas ficaram retidas na abertura de peneira superior a 0,42 mm, classificando o produto como granular.

Tabela 11 – Resultados dos ensaios de umidade, peso específico aparente e temperatura da soja.

Parâmetros Estatísticos	Umidade (%)	Peso específico aparente ( $\gamma_p$ ) (kN/m <sup>3</sup> )	Temperatura (°C)
Média	10,99	7,15	24,75
Desvio padrão	0,24	0,16	0,16
Coefficiente de variação	2,00%	2,00%	1,00%
Máximo	11,50	7,75	25,00
Mínimo	10,50	6,80	24,40

A Tabela 12 apresenta os parâmetros estatísticos (média, desvio padrão e coeficiente de variação) do peso específico ( $\gamma$ ), coesão (c), ângulo de atrito interno ( $\phi_i$ ), efetivo ângulo de atrito interno ( $\phi_e$ ), tensão confinada ( $\sigma_{ic}$ ) e tensão máxima de consolidação ( $\sigma_c$ ), obtidos nos ensaios de cisalhamento direto para as 21 amostras da soja.

Tabela 12 - Resultados dos ensaios no *Jenike Shear Tester* com a soja.

Parâmetros Estatísticos	Peso específico ( $\gamma$ ) (kN/m <sup>3</sup> )	Coesão (c) (kPa)	$\phi_i$ (°)	$\phi_e$ (°)	$\phi_w$ (°) (Aço Liso)	$\phi_w$ (°) (Aço Rugoso)	$\sigma_{ic}$ (kPa)	$\sigma_c$ (kPa)
Média	7,18	0,23	34,81	35,71	10,53	10,68	0,84	23,73
Desvio padrão	0,11	-	2,67	2,80	0,97	1,21	-	6,00
Coefficiente de variação	2,00%	-	8,00%	8,00%	9,20%	11,30%	-	25,00%

Os valores de K da soja foram calculados a partir das suas propriedades físicas, determinadas no *Jenike Shear Tester*, apresentados na Tabela 13, utilizando as principais fórmulas dos especialistas.

Tabela 13 - Valores de K encontrados para a soja, segundo os especialistas.

	Koenen	Jaky	Walker (Aço liso)	Walker (Aço rugoso)	Hartmann	Frazer (Aço liso)	Frazer (Aço rugoso)
<b>Média</b>	0,26	0,37	0,27	0,27	0,49	0,27	0,27
<b>Desvio padrão</b>	0,0274	0,0319	0,0286	0,0285	0,0442	0,0308	0,0315
<b>Coefficiente de variação</b>	10,40%	8,71%	10,67%	10,60%	8,97%	11,44%	11,67%

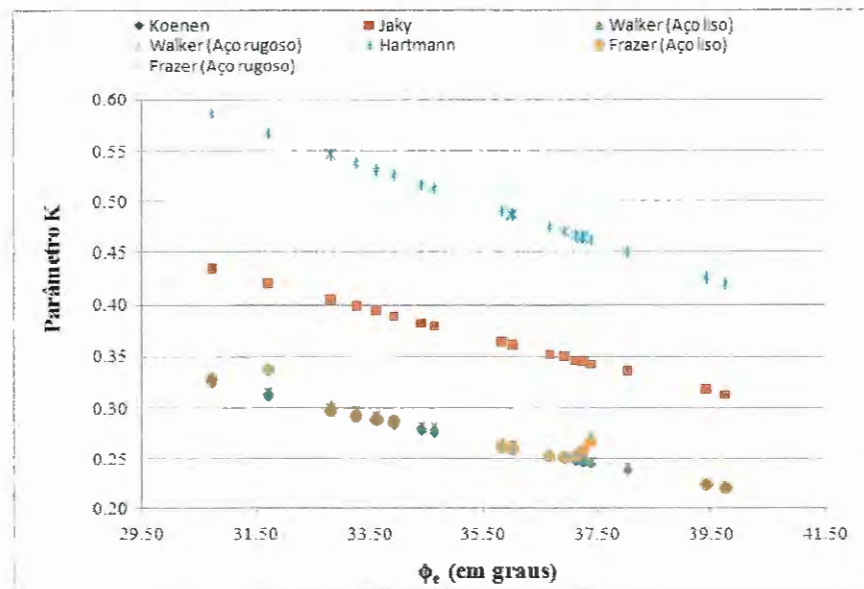


Figura 52 - Valores de K para a soja em função do  $\phi_c$ , segundo os especialistas.

As variabilidades encontradas na Tabela 13 e na Figura 52 apresentam diferenças significativas para o valor de K da soja. Os valores encontrados, utilizando as fórmulas de Hartmann e Jaky foram os que apresentaram as menores variabilidades. Já as formulações propostas por Frazer, Walker e Koenen para a determinação de K, foram as que apresentaram as maiores dispersões para a soja.

### 5.1.3 Resultados das propriedades físicas da ração de frango

A Tabela 14 apresenta os resultados dos ensaios de umidade, temperatura e peso específico aparente para a ração de frango. A amostra encontrava-se com a umidade média de 13,57%, com peso específico aparente médio de 7,91 kN/m<sup>3</sup>, a uma temperatura média de 21,65 °C.

Tabela 14 – Resultados dos ensaios de umidade, peso específico aparente e temperatura da ração.

Parâmetros Estatísticos	Umidade (%)	Peso específico aparente ( $\gamma_p$ ) (kN/m <sup>3</sup> )	Temperatura (°C)
<b>Média</b>	13,57	7,91	21,65
<b>Desvio padrão</b>	0,13	0,20	0,72
<b>Coefficiente de variação</b>	1,00%	3,00%	3,00%
<b>Máximo</b>	13,90	8,41	23,00
<b>Mínimo</b>	13,20	7,33	20,50

A Tabela 15 apresenta o resultado médio dos ensaios granulométricos da ração e mostra que a maior parte do produto ficou retida entre as peneiras n° 40 (0,42 mm) e n° 100 (0,149 mm). De acordo com a classificação proposta por Calil (1984), apresentada na Tabela 2 do capítulo 2 deste trabalho, a ração de frango é caracterizada como um produto pulverulento coesivo. A Figura 53 apresenta a curva granulométrica média obtida para a ração de frango.

Tabela 15 - Resultado médio dos ensaios granulométricos da ração de frango.

ABNT / ASTM	Peneira	Média da Porcentagem Acumulada
	mm	
7	2,83	0,21%
8	2,38	2,31%
10	2,00	5,47%
16	1,18	28,83%
40	0,425	87,90%
100	0,149	99,88%
Fundo		99,89%



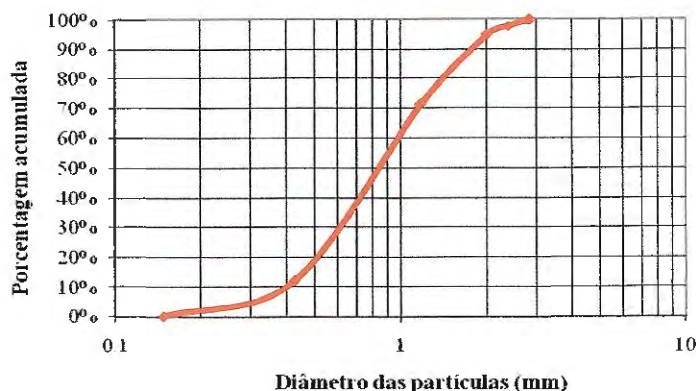


Figura 53 - Curva granulométrica da ração de frango.

Os parâmetros estatísticos (média, desvio padrão e coeficiente de variação) do peso específico ( $\gamma$ ), coesão ( $c$ ), ângulo de atrito interno ( $\phi_i$ ), efetivo ângulo de atrito interno ( $\phi_e$ ), tensão confinada ( $\sigma_{ic}$ ) e tensão máxima de consolidação ( $\sigma_c$ ), obtidos nos ensaios de cisalhamento direto para as 21 amostras da ração de frango, são apresentados na Tabela 16.

Tabela 16 - Resultados dos ensaios no *Jenike Shear Tester* com a ração de frango.

Parâmetros Estatísticos	Peso específico ( $\gamma$ ) (kN/m <sup>3</sup> )	Coesão ( $c$ ) (kPa)	$\phi_i$ (°)	$\phi_e$ (°)	$\phi_w$ (°) (Aço Liso)	$\phi_w$ (°) (Aço Rugoso)	$\sigma_{ic}$ (kPa)	$\sigma_c$ (kPa)
Média	7,93	0,90	37,98	41,54	12,78	18,17	0,84	24,70
Desvio padrão	0,15	0,35	2,36	1,41	1,01	1,79	1,31	5,58
Coeficiente de variação	1,90%	39,10%	6,20%	3,40%	7,90%	10,00%	36,20%	22,60%

O cálculo dos valores de K da ração de frango, apresentados na Tabela 17, foi realizado empregando as suas propriedades físicas determinadas no *Jenike Shear Tester*, utilizando as principais fórmulas dos especialistas.

Tabela 17 - Valores de K encontrados para a ração de frango, segundo os especialistas.

	Koenen	Jaky	Walker (Aço liso)	Walker (Aço rugoso)	Hartmann	Frazer (Aço liso)	Frazer (Aço rugoso)
Média	0,20	0,29	0,21	0,21	0,39	0,20	0,20
Desvio padrão	0,0103	0,0130	0,0106	0,0114	0,0183	0,0109	0,0145
Coeficiente de variação	5,10%	4,44%	5,15%	5,44%	4,70%	5,46%	7,12%



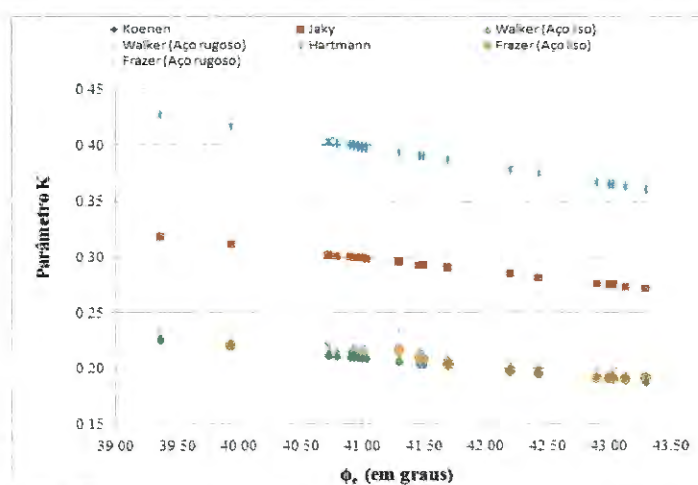


Figura 54 - Valores de K para a ração de frango em função do  $\phi$ , segundo os especialistas.

Assim como nos ensaios anteriores, as variabilidades encontradas na Tabela 17 e na Figura 54, apresentam diferenças significativas para o valor de K da ração de frango.

Mais uma vez os valores de K encontrados com as fórmulas de Jaky e Hartmann, foram os que apresentaram as menores variabilidades.

As formulações propostas por Frazer, Walker e Koenen para a determinação de K, foram as que apresentaram as maiores dispersões para a ração de frango.

## 5.2 Resultados dos ensaios no silo piloto com os produtos armazenados

### 5.2.1 Resultados do milho no silo piloto com a parede lisa

A Tabela 18 mostra a variabilidade dos valores de K obtidos no ensaio do milho no silo piloto com a parede lisa, para cada relação altura/diâmetro (h/d) estudada.

Tabela 18 - Variabilidade do K obtida com o milho no ensaio do silo piloto com a parede lisa.

h/d	Parâmetro K experimental		
	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de variação
2.12	0,455	0,036	7,91%
4.25	0,398	0,037	9,30%
6.37	0,405	0,026	6,42%
7.79	0,402	0,028	6,96%

Os valores que apresentaram as maiores dispersões foram os obtidos com as relações  $h/d=2,12$  e  $h/d=4,25$ , o que indica a influência da geometria no parâmetro K, porém a variabilidade é reduzida à medida que esta relação aumenta.

É importante observar que os valores encontrados de K para as relações de  $h/d > 2,12$  são iguais ao valor sugerido por Jenike (1973) de  $K=0,4$ . Ele afirma que este valor deve ser usado para o cálculo das pressões de carregamento, o qual está a favor da segurança. Porém, como pode ser observado dos resultados experimentais, foram obtidos valores de K superiores para a relação de  $h/d = 2,12$ . Desta forma, essa recomendação deve ser seguida com ressalvas, para que as pressões calculadas não sejam inferiores às obtidas experimentalmente.

A Figura 55 apresenta os dados experimentais ajustados pela regressão linear do parâmetro K do milho em relação à altura de produto armazenado no silo piloto com parede lisa. A Tabela 19 resume os dados experimentais.

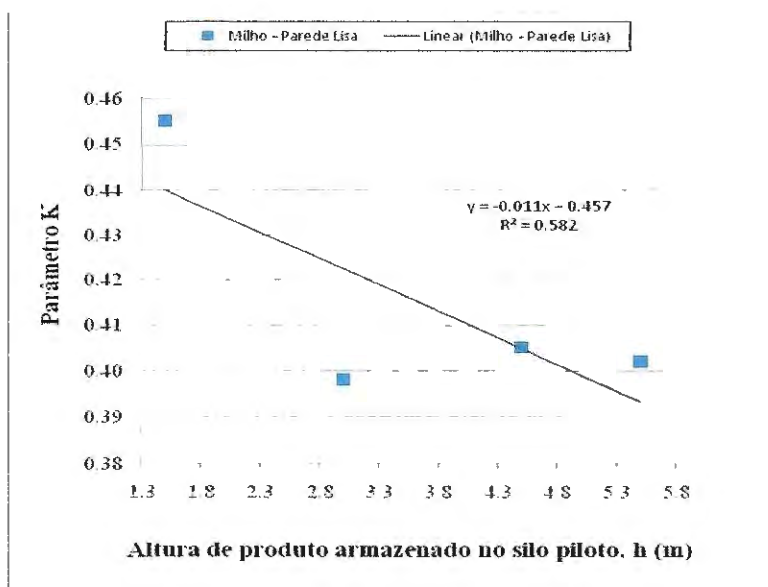


Figura 55 - Comportamento do K do milho armazenado no silo piloto com parede lisa.

Tabela 19 – Parâmetros estatísticos relativos aos ensaios do milho no silo piloto com parede lisa.

	K
Média	0,41
Desvio Padrão	0,03
Coefficiente de variação	7,30%



A Tabela 20 apresenta a comparação dos valores teóricos do parâmetro K do milho com o valor médio experimental, obtido no silo piloto com a parede lisa (Tabela 19). Observa-se que os valores teóricos possuem diferenças significativas em relação ao experimental, que está contido no intervalo dos valores encontrados com as formulações de Koenen e Hartmann. Nota-se que a formulação de Jaky foi a que mais se aproximou do valor de K experimental, com uma diferença de 8,89%.

**Tabela 20 – Comparação entre o K teórico do milho e o obtido no silo piloto com parede lisa.**

Experimental	Koenen	Jaky	Walker	Hartmann	Frazer	
0,41	0,34	0,45	0,35	0,60	0,36	
<b>Diferença entre o K experimental e o teórico</b>		17.07%	8.89%	14.63%	31.67%	12.19%

### 5.2.2 Resultados do milho no silo piloto com a parede rugosa

A variabilidade dos valores de K obtidos no ensaio do milho no silo piloto com a parede rugosa está apresentada na Tabela 21, para cada relação altura/diâmetro (h/d) estudada.

**Tabela 21 - Variabilidade do K obtida com o milho no ensaio do silo piloto com a parede rugosa.**

h/d	Parâmetro K experimental		
	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de variação
2,33	0,442	0,029	6,56%
4,66	0,434	0,024	5,53%
6,99	0,427	0,033	7,73%
8,54	0,431	0,029	6,73%

Os valores de K do milho com a parede rugosa que apresentaram as maiores dispersões foram os obtidos com as maiores relações h/d (6,99 e 8,54), comportando-se de modo oposto ao encontrado com a parede lisa. Ou seja, quanto maior a relação h/d maior será a variabilidade de K com a parede rugosa. Indicando que quanto maior a relação h/d, maior será a influência da rugosidade da parede no parâmetro K.

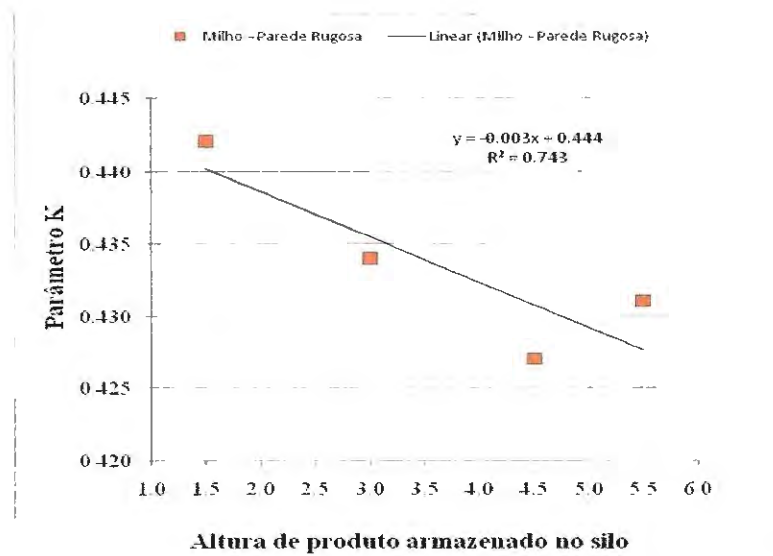


Figura 56 - Comportamento do K do milho armazenado no silo piloto com parede rugosa.

A Figura 56 apresenta os dados experimentais ajustados pela regressão linear do parâmetro K do milho em relação à altura de produto armazenado no silo piloto com parede rugosa. A Tabela 22 resume os dados experimentais.

Tabela 22 - Parâmetros estatísticos relativos aos ensaios do milho no silo piloto com parede rugosa.

	K
Média	0,43
Desvio Padrão	0,03
Coefficiente de variação	6,98%

Observa-se que o valor de K encontrado para o milho com a parede rugosa (0,43) foi maior do que o valor obtido com a parede lisa (0,41), com uma pequena diferença de 4,65%. Essa diferença conduz à conclusão de que a rugosidade da parede influencia pouco no valor do parâmetro K do milho, podendo até ser desprezível, como foi constatado também pelos pesquisadores estudados.

A comparação dos valores teóricos do parâmetro K do milho com os valores obtidos experimentalmente no silo piloto com a parede rugosa está apresentada na Tabela 23. Assim como no caso da parede lisa, nota-se que os valores teóricos possuem diferenças significativas

em relação ao experimental, e que o valor de K experimental está contido no intervalo dos valores encontrados com as formulações de Koenen e Hartmann. Novamente, a formulação de Jaky foi a que mais se aproximou do valor de K experimental, com uma diferença de 4,44%.

**Tabela 23 – Comparação entre o K teórico do milho e o obtido no silo piloto com parede rugosa.**

	Experimental	Koenen	Jaky	Walker	Hartmann	Frazer
	0,43	0,34	0,45	0,35	0,60	0,35
<b>Diferença entre o K experimental e o teórico</b>		20,93%	4,44%	18,65%	28,33%	18,65%

### 5.2.3 Resultados da soja no silo piloto com parede lisa

A variabilidade dos valores de K obtidos no ensaio da soja no silo piloto com a parede lisa, para cada relação altura/diâmetro (h/d) estudada, é apresentada na Tabela 24.

**Tabela 24 - Variabilidade do K obtida com a soja no ensaio do silo piloto com a parede lisa.**

h/d	Parâmetro K experimental		
	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de variação
2,12	0,320	0,023	7,19%
4,25	0,318	0,042	13,21%
6,37	0,310	0,009	2,90%
7,79	0,303	0,010	3,20%

As maiores dispersões apresentadas na Tabela 24, foram obtidas com as relações h/d=2,12 e h/d=4,25, confirmando a influência da geometria no parâmetro K, já percebida com o milho. Nota-se que a variabilidade de K, neste caso, é menor para relações h/d maiores.

A Figura 57 apresenta os dados experimentais ajustados pela regressão linear do parâmetro K da soja em relação à altura de produto armazenado no silo piloto com parede lisa. A Tabela 25 resume os dados experimentais.

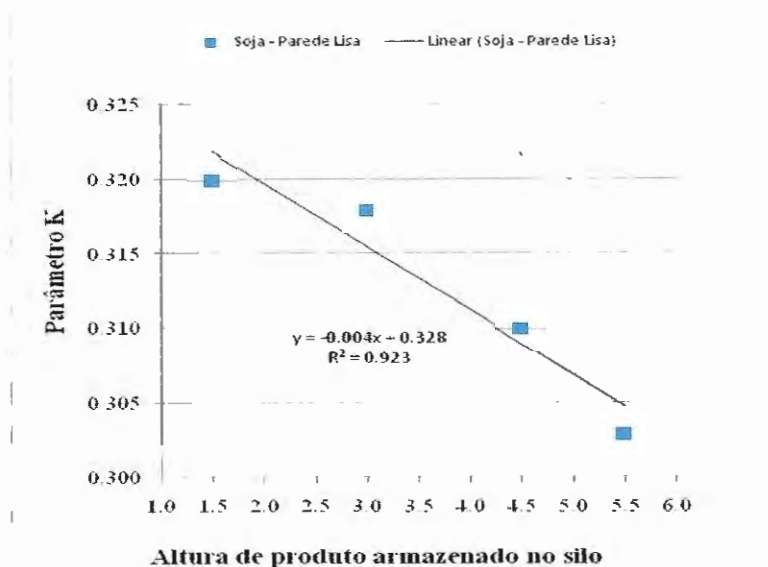


Figura 57 - Comportamento do K da soja armazenada no silo piloto com parede lisa.

Tabela 25 - Parâmetros estatísticos relativos aos ensaios da soja no silo piloto com parede lisa.

	K
Média	0,31
Desvio Padrão	0,02
Coefficiente de variação	6,45%

Notam-se diferenças significativas entre os valores teóricos de K da soja em relação aos encontrados no silo piloto com parede lisa, como pode ser visto na Tabela 26.

O valor de K experimental está contido no intervalo dos valores encontrados com as formulações de Koenen e Hartmann.

A formulação de Jaky foi a que mais se aproximou do valor de K experimental, com uma diferença de 11,43%.

Tabela 26 – Comparação entre o K teórico da soja e o obtido no silo piloto com parede lisa.

Experimental	Koenen	Jaky	Walker	Hartmann	Frazer	
0,31	0,26	0,35	0,27	0,49	0,27	
Diferença entre o K experimental e o teórico		16.13%	11.43%	12.90%	36.73%	12.90%

### 5.2.4 Resultados da soja no silo piloto com a parede rugosa

A Tabela 27 apresenta a variabilidade dos valores de K obtidos no ensaio da soja no silo piloto com a parede rugosa, para cada relação altura/diâmetro (h/d) estudada.

Tabela 27 - Variabilidade do K obtida com a soja no ensaio do silo piloto com a parede rugosa.

h/d	Parâmetro K experimental		
	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de variação
2,33	0,338	0,028	8,28%
4,66	0,340	0,016	4,71%
6,99	0,335	0,041	12,24%
8,54	0,328	0,035	10,67%

As relações  $h/d = 6,99$  e  $h/d = 8,54$  apresentaram as maiores dispersões no ensaio da soja no silo piloto com a parede rugosa, resultado contrário ao encontrado com a parede lisa. Confirmando mais uma vez, assim como nos ensaios com o milho, que quanto maior a relação  $h/d$ , maior será a influência da rugosidade da parede no parâmetro K.

A Figura 58 apresenta os dados experimentais ajustados pela regressão linear do parâmetro K da soja em relação à altura de produto armazenado no silo piloto com parede rugosa. A Tabela 28 resume os dados experimentais.

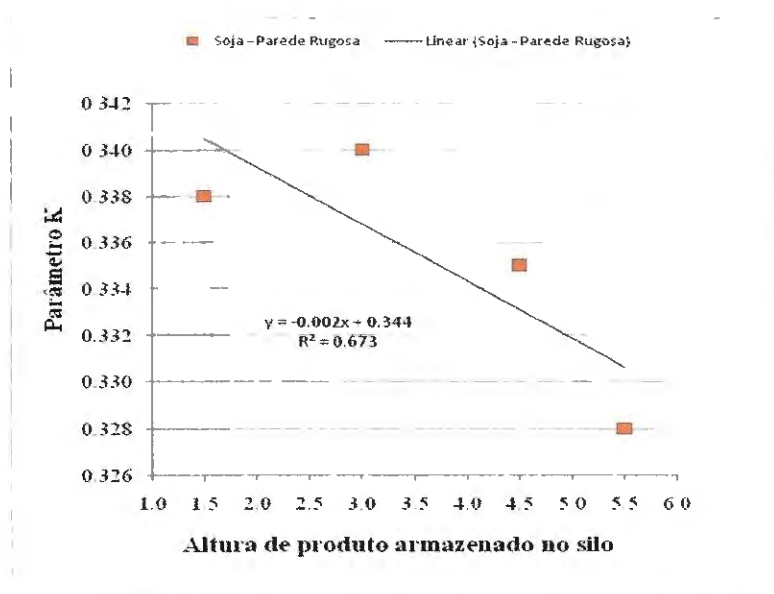


Figura 58 – Comportamento do K da soja armazenada no silo piloto com parede rugosa.



**Tabela 28 - Parâmetros estatísticos relativos aos ensaios da soja no silo piloto com parede rugosa.**

	K
<b>Média</b>	0,34
<b>Desvio Padrão</b>	0,03
<b>Coefficiente de variação</b>	8,82%

Comparando a Tabela 25 e a Tabela 28, nota-se que o valor de K encontrado para a soja com a parede rugosa ( $K=0,34$ ) foi maior do que o valor obtido com a parede lisa ( $K=0,31$ ), com uma pequena diferença de 8,82%. Confirmando a conclusão encontrada para o milho de que a rugosidade da parede pouco influencia no valor do parâmetro K.

A comparação dos valores teóricos do parâmetro K da soja com os valores obtidos no silo piloto com a parede rugosa está apresentada na Tabela 29. Assim como no caso da parede lisa, nota-se que os valores teóricos possuem diferenças significativas em relação ao experimental, e que o valor de K experimental está contido no intervalo dos valores encontrados com as formulações de Koenen e Hartmann.

Mais uma vez, a formulação de Jaky foi a que mais se aproximou do valor de K experimental, com uma diferença insignificante de 2,86%.

**Tabela 29 – Comparação entre o K teórico da soja e o obtido no silo piloto com parede rugosa.**

Experimental	Koenen	Jaky	Walker	Hartmann	Frazer
0,34	0,26	0,35	0,27	0,49	0,27
<b>Diferença entre o K experimental e o teórico</b>	23,53%	2,86%	20,59%	30,61%	20,59%

### 5.2.5 Resultados da ração de frango no silo piloto com a parede lisa

A Tabela 30 mostra a variabilidade dos valores de K obtidos no ensaio da ração de frango no silo piloto com a parede lisa, para cada relação altura/diâmetro (h/d) estudada.

Tabela 30 - Variabilidade do K obtida com a ração de frango no ensaio do silo piloto com a parede lisa.

h/d	Parâmetro K experimental		
	Média	Desvio Padrão	Coefficiente de variação
2,12	0,298	0,073	17,67%
4,25	0,292	0,013	3,22%
6,37	0,290	0,037	12,76%
7,79	0,288	0,012	4,17%

Os valores que apresentaram as maiores dispersões foram os obtidos com as relações  $h/d=2,12$  e  $h/d=6,37$ , diferente dos outros produtos ensaiados. Isso indica que para produtos pulverulentos pouco coesivos a influência da geometria no parâmetro K não segue uma lógica, como foi encontrada para os produtos granulares estudados.

A Figura 59 apresenta os dados experimentais ajustados pela regressão linear do parâmetro K da ração de frango em relação à altura de produto armazenado no silo piloto com parede rugosa. A Tabela 31 resume os dados experimentais.

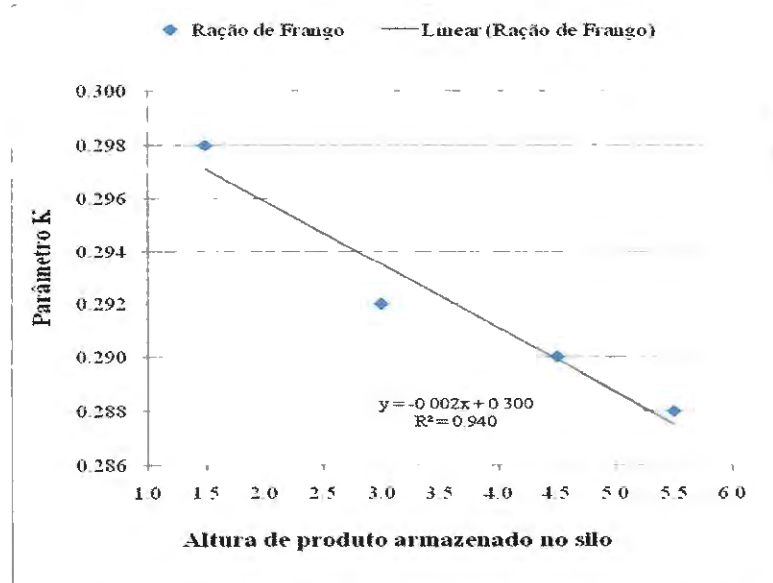


Figura 59 - Comportamento do K da ração de frango armazenada no silo piloto com parede lisa.

**Tabela 31 - Parâmetros estatísticos relativos aos ensaios da ração no silo piloto com parede lisa.**

	K
Média	0,29
Desvio Padrão	0,03
Coefficiente de variação	10,34%

**Tabela 32 – Comparação entre o K teórico da ração de frango e o obtido no silo piloto com parede lisa.**

Experimental	Koenen	Jaky	Walker	Hartmann	Frazer
0,29	0,20	0,29	0,21	0,41	0,20
<b>Diferença entre o K experimental e o teórico</b>	31,03%	0,00%	27,59%	29,27%	31,03%

Nota-se, a partir da comparação apresentada na Tabela 32, que os valores teóricos possuem diferenças significativas em relação ao experimental.

Como no caso dos ensaios realizados com os outros produtos, o valor de K experimental está contido no intervalo dos valores encontrados com as formulações de Koenen e Hartmann.

Assim como para os produtos granulares estudados, a formulação de Jacky foi a que apresentou o resultado mais satisfatório para a ração de frango, chegando a encontrar o valor de K teórico igual ao valor de K experimental.



## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

---

### 6.1 Conclusões

Neste trabalho, procurou-se determinar a relação entre as pressões horizontais e verticais, o parâmetro K, dos seguintes produtos armazenados: milho, soja e ração de frango. Para alcançar este objetivo foram realizados ensaios de propriedades físicas, com as quais foi possível determinar o K teórico para cada produto, calculado por meio das principais formulações propostas pelos especialistas estudados. Os valores de K experimental para os três produtos foram obtidos através dos ensaios no silo piloto, analisando a influência da rugosidade da parede e da relação altura / diâmetro.

A análise dos resultados experimentais conduziu as seguintes conclusões:

- A rugosidade da parede do silo exerce influência em função da relação altura / diâmetro na determinação do parâmetro K;
  - Para os produtos granulares estudados, a variabilidade do parâmetro K é inversamente proporcional à relação h/d para parede lisa e diretamente proporcional para parede rugosa;
  - Para o produto pulverulento estudado, não foi possível determinar uma tendência para a variabilidade em função da relação h/d;
-

- A formulação de Jaky foi a que apresentou a melhor aproximação para o valor do parâmetro K, para a condição de carregamento dos produtos estudados;
- A obtenção do parâmetro K por meio do silo piloto foi a mais indicada, porém muito mais trabalhosa e devido a sua grande variabilidade, não recomendada para a caracterização do produto.

A comparação dos valores de K teórico com os obtidos nos ensaios no silo piloto permite apontar a formulação de Jaky, em todos os casos estudados, como sendo a mais próxima da realidade para os casos estudados. Essa conclusão está coerente com o fato desta formulação não levar em consideração o ângulo de atrito com a parede, visto que, comprovou-se experimentalmente que a rugosidade da mesma pouco influencia na determinação do K. A formulação de Jaky é indicada pelas normas ISO 11697 (1997), PrENV 1991-4 (2002) e DIN 1055-6 (2005), com os coeficientes de ponderação de 1,1 para as duas primeiras e 1,2 para a última.

Acredita-se que este trabalho poderá contribuir para a elaboração da futura norma brasileira de projeto e construção de silos, com um dos parâmetros essenciais no cálculo das pressões devidas ao produto armazenado.

## 6.2 Recomendações para trabalhos futuros

Como continuidade do trabalho, recomendam-se:

- Estudos de outros tipos de produtos armazenados que não apresentem as mesmas características dos produtos apresentados nesta pesquisa (pulverulentos coesivos finos e extra finos);
- Trabalho experimental no silo piloto para determinação do parâmetro K no descarregamento centrado e excêntrico;
- Trabalho experimental em silos reais para determinação do parâmetro K.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS\*\*

---

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Standard Practice for Design and Construction of Concrete Silos and Stacking Tubes for Storing Granular Materials**. Revised. ACI 313. EUA, 1991. p. 313-377.

AIRY, W. **The pressure of grain**. Minutes of proceedings. Institution of Civil Engineers. London, 1897. v. 131, p. 507-512.

ANDRADE Jr., L. J. **Análise Estrutural das Chapas Metálicas de Silos e de Reservatórios Cilíndricos**. São Carlos, 1998. 208p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP. Orientador Prof. Dr. José Jairo de Sales.

ANDRADE Jr., L. J. **Ação do Vento em Silos Cilíndricos de baixa relação altura/diâmetro**. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos. USP. São Carlos, 2002. 151p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

ARAÚJO, E. C. **Estudo Teórico e Experimental de Tremonhas Piramidais para Silos Metálicos Elevados**. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos. USP. São Carlos, 1997. 317p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

AUSTRALIAN STANDARD. AS 3774. **Loads on bulk containers**. Sydney, 1996. AS 3774 Supplement 1. Loads on bulk containers – Commentary. Sydney, 1997.

---

\*\* De acordo com:  
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023: informação e documentação: referências: elaboração**. Rio de Janeiro, 2002.

---

AYUGA, F. **Los empujes del material almacenado en silos.** Informes de la construcción. España, marzo/abril, 1995. v. 46, n. 436, p. 27-34.

BISCHARA, A. G. et al. **Static pressure in concrete circular silos storing granular materials.** ACI Journal / May-June, 1983. p. 210-216.

BLIGHT, G. E. **Measurements on full size silos. Part. 2: Pressures.** Bulk solids handling, 1988. v. 8, n. 3, p. 343-346.

BLIGHT, G. E. **Silo wall friction and wall roughness.** Power Handling & Processing, 1990. v.2, n.3, p. 235-238.

BRITISH MATERIALS HANDLING BOARD. **Draft code of practice for the design of silos, bins, bunkers and hoppers.** Berkshire. 1985. 213p.

BUCKLIN, R. A. et al. **Apparent coefficient of friction of wheat on bin wall material.** Trans. ASAE, 1989. v. 32, n. 5, p. 1769-1773.

CALIL Jr., C. **Silos de Madeira.** 198 p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1978. Orientador Prof. Dr. João C. Hellmeister.

CALIL Jr., C. **Sobrepresiones en las paredes de los silos para almacenamiento de productos pulverulentos cohesivos.** Tese (Doutorado). Escola Politécnica de Barcelona. Espanha. Publicação do Departamento de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, USP, 1984. 184 p.

CALIL, J. C. **Determinação das propriedades físicas de materiais granulares e pulverulentos para o projeto estrutural.** Revista Brasileira de Armazenagem, 1984-1985. v. 9/10, n. 1/2, p. 3-6.

CALIL, J. C. **Cargas para o dimensionamento de silos.** In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL. 23.. Buenos Aires. 1985. T.5. p. 1359-1379.

CALIL Jr., C. **Recomendações de Fluxo e de Cargas para o Projeto de Silos Verticais.** Tese de Livre Docência. EESC – USP, 1990. 198p.

CALIL Jr., C.; NASCIMENTO, J.W.B; ARAÚJO, E. C. **Silos Metálicos Multicelulares.** Serviço Gráfico - EESC / USP – São Carlos – SP, 1997. 175p.

CANADIAN FARM BUILDING CODE. **Part 2, Structural design.** Ottawa, Canada, 1983.

CHEUNG, A. B. **Modelo estocástico de pressões de produtos armazenados para a estimativa da confiabilidade estrutural de silos esbeltos.** 305 p. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2007.

COUTO, L. G. **Contribuição ao Estudo dos Silos de Argamassa Armada para Armazenamento de Cereais.** Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 1989. 147p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. **Sexto levantamento de avaliação da safra 2006/07.** Disponível em: <<http://www.conab.gov.br>>. Acesso em: 6 mar. 2007.

DABROWSKI, R. **Remarks on static silo pressure.** Wroclaw: Wydawnictwo Politechniki Wroclawskiej, 1987. p. 59-64.

DEUTSCHE NORM. **DIN 1055-87 Part 6 – Design loads for buildings; Loads in silos bins.** Berlin, Verlaz, 1987. 6p.

ESTEVES Jr., P. **Silos Metálicos de Chapa Corrugada.** Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 1989. 118p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

EUROCODE 1. **ENV 1991-4 Part 4: Actions on silos and tanks.** Bruxelas, 1995.

FASSONI, D. P. **Sistema Construtivo Modular em Madeira para Silos Horizontais.** Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. USP, São Carlos, 1994. 150 p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

---



FORTES FILHO, J. **Uma introdução ao estudo dos silos**. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 1985. 427p. Orientador Prof. Dr. Walter Savassi.

FREITAS, E. G. **Estudo teórico e experimental das pressões em silos cilíndricos de baixa relação altura/diâmetro e fundo plano**. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos. USP, São Carlos, 2001. 175p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

GOMES, F. C. **Silos para armazenamento de Laranjas**. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. USP, São Carlos, 1994. 107 p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

GOMES, F. C. **Estudo teórico e experimental das ações em silos horizontais**. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos. USP, São Carlos, 2000. 205p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

HAAKER, G. **An introduction to the storage of bulk solids in silos**. University of Twente. The Netherlands, 1999. 45p.

INTERNATIONAL STANDART. **ISO – 11697. Bases for design of structures: Loads due to bulk materials**. 1997.

JAMIESON. **Grain pressures in deep bins**. Transaction Canadian Society of Civil Engineers to University of Sheffield Departament of Fuel Tecnology and Chemical Engineering. 1903.

JANSSEN, H. A. **Experiments on grain pressures in silos**. Verein Deutscher Ingenieure, Zeitschrift. 1895.

JENIKE. A. W. **Storage and flow of solids**. Salt Lake Citv. University of Utah. 1964. (Bulletin. Utah Engineering Experiment Station. nº123).

JENIKE. A. W.: JOHANSON. J. R. **Bin Loads**. Journal of the Structural Division. ASCE. 1968. v. 95. nºST4.



JENIKE, A. W.; JOHANSON, J. R. **Flowfactor Tester and Consolidating Bench Operating Instructions**. Jenike & Johanson, Inc, North Billerica, Massachusetts – USA, 1979. 40p (Manual Técnico).

KAMINSKI, M.; WIRSKA, E. **Variation of pressures in flexible walled silo model**. Powder Handling & Processing, October/December, 1998. v.10, n.4, p. 349-355.

LENCZNER. **Investigation into the behaviour of sand in model silo**. Structural Engineer, 1963. v. 41, p. 389-398.

LOHNES R. A. **Lateral stress ratios for particulate materials**. Powder Handling & Processing, 1993. v. 5, n. 4, p. 331-336.

MANFRIN, I. M. S. **Um Estudo dos Silos para Açúcar: Propriedades Físicas do Material Armazenado, Recomendações Construtivas, Normativas e Análise Estrutural**. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. USP, 1994. 82 p. Orientador Prof. Titular Sergio P. B. Proença.

MCLEAN, A. G. **A closer examination of the variation of wall friction angle with major consolidation stress**. Bulk Solids Handling, 1988. v.8, n.4, p.407-411.

MILANI, A. P. **Determinação das propriedades de produtos armazenados para o projeto de pressões e fluxo em silos**. Tese (Doutorado). EESC – USP, São Carlos, 1993. 272p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

NASCIMENTO, J. W. **Estudo de Silos Metálicos Prismáticos para Fábricas de Ração**. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos. USP, São Carlos, 1996. 152 p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

NILSEN, J.; KRISTIANSEN, N. O. **Related measurements of pressure conditions in full-scale barley silo and in model silo**. In. INTERNACIONAL COFERENCE ON DESIGN OF SILOS FOR STRENGTH AND FLOW, Lancaster, London, 1980. section 5, p. 1-24.

NILSSON, L. **The effect of imperfections on the pressure in grain silos**. Bulk Solids Handling, v. 6, n. 5, p. 407-409, 1986.

OOI, J. Y; PHAM, L.; ROTTER, J. M. **Systematic and random features of measured pressures on full-scale silo walls.** Engineering Structural, 1990. v.12, p. 74-87.

PALMA, G. **Pressões e fluxo em silos esbeltos ( $H/D > 1,5$ ).** Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos. USP, São Carlos, 2005. 109 p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

PIEPER, K.; SCHÜTZ, M. **Bericht Über das Forschungsvorhaben - Norm-Mess-Silo für Schüttguteigenschaften.** Technische Universität Braunschweig - Lehrstuhl für Hochbaustatik, Deutschland, 1980.

PHAM, L. **Variability of bin loads due to bulk solids for structural design.** Civil Engineering Trans., 1985. v.27, n.1, p. 73-78.

REIMBERT, M. & A. **Recherches nouvelles sur les efforts exercés par les matières pulvérulentes ensilées sur les parois des silos.** Annales Institute Technique du Batiment et des Travaux Publics, 1943. Series I. N° 11, p. 49-60.

SCHWEDES, J. **Evolution of bulk solids technology since 1974.** Separata da Revista Bulk Solids Handling, USA, 1983. v.3, n.1, p.1-5.

SILVA, M. C. A. T. **Estudo da Variabilidade Pressões em Silos.** Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, USP, São Paulo, 1993. 192p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Júnior.

SNBATI. **Reglas para Proyecto y Calculo de Silos de Hormigón.** Sindicato nacional del Hormigón Armado y Técnicas Industrializadas. França, 1975. 47p.

WILMS, H. **Calculation of stresses in silos by the method of characteristics.** Bulk Solids Handling, 1985. v.5, n.2. p. 19-23.

WALTERS, J. K. **A theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls.** Chemical Engineering Science, v. 28, p. 13 – 21, 1973a.

VAZ, J. **Silos Verticais de Madeira Compensada.** Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. USP. São Carlos. 1987. 346p. Orientador Prof. Titular Carlito Calil Junior.

ZAKRZEWSKI, M. S. **Design of silo for grain storage.** Die Siviele Ingenieur. South Africa, 1959. p. 68-69.

ZHANG, Q.; PURI, V.M.; MANBECK, H. B. **Model for frictional behavior of wheat on structural materials.** Trans. ASAE, 1988. v.31, n.3, p. 898-903.

---