

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS**

RÚBIA MARA BOSSE

***DESEMPENHO DE TMDS EM EDIFÍCIOS
SUBMETIDOS A TERREMOTOS***

SÃO CARLOS

2017

RÚBIA MARA BOSSE

***DESEMPENHO DE TMDS EM EDIFÍCIOS
SUBMETIDOS A TERREMOTOS***

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original encontra-se na Escola de Engenharia de São Carlos

Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil (Estruturas).

Orientador: Prof. Dr. André Teófilo Beck.

SÃO CARLOS

2017

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

B745d Bosse, Rúbia Mara
Desempenho de TMDs em edifícios submetidos a terremotos / Rúbia Mara Bosse; orientador André Teófilo Beck. São Carlos, 2017.

Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (Engenharia de Estruturas) e Área de Concentração em Estruturas -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2017.

1. Controle de vibrações. 2. TMD. 3. Terremotos. 4. Análise dinâmica. 5. Processos estocásticos. 6. Análise não linear geométrica. 7. Desempenho de TMDs.
I. Título.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **RUBIA MARA BOSSE**.

Título da dissertação: "Desempenho de TMDS em edifícios submetidos a terremotos".

Data da defesa: 03/03/2017.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado **André Teófilo Beck (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Prof. Dr. **Gustavo Henrique Siqueira**
(Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP)

APROVADO

Prof. Dr. **Leandro Fleck Fadel Miguel**
(Universidade Federal de Santa Catarina/UFSC)

APROVADO
POR VÍDEO-CONFERÊNCIA

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
(Engenharia de Estruturas):
Prof. Titular **Humberto Breves Coda**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Associado **Luís Fernando Costa Alberto**

*Dedico carinhosamente este trabalho a minha família:
à Lenita, Odi, Cinthia e Anita (in memoriam).*

“A ship is safe in harbor, but that's not what ships are for.”

Willian G. T. Shedd

AGRADECIMENTOS

Dedico meus agradecimentos:

Primeiramente a Deus, senhor do destino e balança do universo.

Aos meus pais Odi e Lenita, pelo amor, educação e por acreditarem em mim. À minha irmã e grande amiga Cinthia, agradeço por ser uma fonte de inspiração, compreensão e por me ajudar a me conhecer melhor. Ao meu cunhado Junior pela amizade, acolhimento e apoio.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. André Beck por sua atenção, amizade, confiança em meu trabalho e pela forma como conduziu esta pesquisa, a qual me proporcionou amadurecimento técnico e pessoal.

Aos meus queridos amigos do SET, que fizeram estes dois anos muito alegres: Carol, Fernando, Morkis, aos muchachos Juan Camilo, Serginho e Silvia, à Maria, ao Sergio, ao Giovanni e Sonia, Rafael (mano), Delfino, Túlio e Grossi. Em especial agradeço ao Edwin pela ajuda com dinâmica e pela disponibilidade que sempre teve em me auxiliar. Ao meu conterrâneo e amigo Jeferson, agradeço pelo acolhimento e pelas contribuições que fez a este trabalho.

Agradeço ao Gustavo pelo companheirismo, carinho e pelo incansável interesse que dedicou a esta pesquisa. Ao Sr. Salmen, dona Cássia, vó Dia, Filó e Hada por serem minha família aqui em São Carlos.

Ao professor Dr. Rodolfo Sanches pelos ensinamentos transmitidos como professor, pelas contribuições feitas a meu trabalho em minha qualificação e ajudas na modelagem dos TMDs. Aos meus amigos Victor, Rodrigo, Andressa, Déia e ao professor Dr. Rogério Carrazedo agradeço pelo incentivo para que eu fizesse mestrado e viesse para São Carlos.

A todos os demais professores e funcionários do departamento de Estruturas que possibilitaram e contribuíram muito para minha formação.

Por fim, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro.

RESUMO

BOSSE, R. M. **Desempenho de TMDs em edifícios submetidos a terremotos.** 2017. 124 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

Técnicas e dispositivos para controlar vibrações em estruturas vêm sendo desenvolvidos e aprimorados para garantir segurança a estruturas sujeitas a carregamentos dinâmicos de grande magnitude, como o caso de tufões e terremotos. Neste sentido, o controle passivo de vibrações por meio de amortecedores de massa sintonizados, TMDs (*Tuned Mass Dampers*), é utilizado com muita eficiência no controle de vibrações induzidas por carregamentos externos de baixas frequências, como ventos. Porém, terremotos possuem um amplo espectro de frequências e por isso não há um acordo sobre a eficácia dos TMDs ao mitigar vibrações induzidas por sismos. Neste trabalho, estudou-se a sensibilidade dos parâmetros de frequência de sintonização e razão de massa dos TMDs que influenciam seu desempenho para controlar vibrações em edifícios sob carregamentos de terremotos. Para isso utilizou-se um modelo mais preciso em elementos finitos de pórtico plano não linear geométricos para obtenção do comportamento estrutural de um edifício de 20 pavimentos. Na simulação dos terremotos, desenvolveu-se um código para geração de processos estocásticos totalmente não estacionários e espectro-compatíveis, simulados para três diferentes configurações de solo. Descobriu-se que TMDs sintonizados para altas frequências têm melhor desempenho na minimização de deslocamentos e frequências de oscilação da estrutura. Esta conclusão é contrastante com o que se encontra na literatura, de que dispositivos sintonizados para a primeira frequências natural da estrutura são mais eficientes. Também se observou que TMDs com altas razões de massa (i.e. maiores que 10%) têm melhor performance. O melhor desempenho dos TMDs foi observado em dispositivos com altas razões de massa e moderadas a altas frequências de sintonização. Este trabalho mostra que o desempenho de sistemas de controle de vibrações passivos como TMDs depende do tipo de solo, do projeto dos dispositivos, da correta avaliação da resposta estrutural e da adequada representação do fenômeno que excita a estrutura.

Palavras-chave: Controle de Vibrações. TMD. Terremotos. Análise dinâmica. Processos Estocásticos. Análise não linear geométrica. Desempenho de TMDs. Elementos Finitos.

ABSTRACT

BOSSE, R. M. **Performance of TMD-equipped buildings subjecto to earthquake loading.** 2017. 124p. Master thesis (Structural Engineering) – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, 2017.

Techniques and devices for vibration control have been developed to ensure safety of structures subjected to relevant dynamic loads, as hurricanes and earthquakes. In this way, the passive control with TMDs (Tuned Mass Dampers) has been used with efficiency to suppress vibrations in structures subjected to low-frequency wind loads, for instance. However, for earthquakes that have a broad-banded frequency content, there is no general agreement about the performance of TMDs. In this thesis, the sensitivity of TMD parameters that influence the performance of the devices is evaluated. An accurate non-linear plane frame finite element (FE) formulation is employed to estimate the structural behaviour of a 20-storey building under earthquake loads. For the representation of earthquakes, a code was developed for the generation of fully non-stationary spectrum-compatible stochastic process, for three types of soil. It was found that TMDs tuned to higher frequencies perform better at minimizing displacements and vibration frequencies, in contrast to what is commonly believed (e.g., that devices tuned to the building's fundamental natural frequency present ideal performance). Further, a compounding effect is also observed, with the best performance being obtained by TMDs of large mass tuned to moderate to high frequencies. The thesis shows that the performance of passive systems like TMDs depend on the type of soil, the design of the absorbers, the correct evaluation of structural behaviour and the right representation of the phenomenon that excites the structure.

Keywords: Vibration Control. TMD. Earthquakes. Dynamical analysis. Stochastic Processes. Geometrical non linear analyses. TMD Performance. Finite Elements.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 - Estrutura de um grau de liberdade, equipada com TMD.....	31
Figura 2.2 - Tuned mass Damper, Taipei 101.....	33
Figura 2.3 - Localização do TMD na torre <i>Taipei 101</i>	33
Figura 2.4 - Resposta da estrutura principal e TMD. a) frequência de força externa igual à frequência natural da estrutura, b) frequência da força menor que a frequência natural e c) frequência da força maior que a frequência natural da estrutura.....	35
Figura 2.5 - Estrutura de MGDLD equipada com TMD.....	40
Figura 3.1 - Diferenças entre os modelos de discretização: modelo massa-mola e de elementos finitos.....	44
Figura 3.2 - Vetores nodais e linha de referência do elemento finito de pórtico cúbico.....	46
Figura 3.3 - Seção transversal.....	46
Figura 3.4 - Mapeamento posicional da configuração inicial B_0 para a atual B.....	48
Figura 3.5 - Fluxograma início do programa de elementos finitos até montagem inicial do sistema.....	49
Figura 3.6 - Fluxograma do procedimento de avanço temporal e resolução do sistema de equações.....	57
Figura 4.1 - Modelo de discretização em sistemas massa-mola.....	62
Figura 5.1 - Fluxograma para geração de acelerogramas espectro-compatíveis.....	76
Figura 6.1 - Dimensões dos elementos estruturais do edifício.....	78
Figura 6.2 - Modos de vibração modelo de Elementos Finitos.....	79
Figura 6.3 - Modos de vibração modelo massa-mola.....	79
Figura 7.1 - Acelerograma do Terremoto El Centro.....	82
Figura 7.2 - Resposta dinâmica do 20º pav. da estrutura discretizada em EF com carregamento equivalente, curvas para estrutura sem e com TMDs sintonizados as frequências "f".	83
Figura 7.3 - Resposta dinâmica do 20º pav. da estrutura discretizada em EF, análise NLG com movimentação de base, curvas para estrutura com e sem TMDs sintonizados as frequências "f".....	84
Figura 7.4 – Deslocamentos horizontais do 20º pavimento em diferentes regimes de análise, sem e com TMD sintonizado a diferentes frequências "f".....	85
Figura 7.5 - Comparação entre os deslocamentos impostos na base e os deslocamentos do topo da estrutura com dois diferentes TMDs.....	86
Figura 8.1 - Função de densidade espectral evolucionária de Clough-Penzien.....	90

Figura 8.2 – Comparação entre a resposta espectral alvo (EC8) e as respostas corrigidas das amostras de terremoto geradas para os tipos de solo A e E.	91
Figura 8.3 - Amostra de acelerogramas, velocidades e deslocamentos espectro-compatíveis gerados para os tipos de solo A e E.	93
Figura 8.4 - Resposta de deslocamentos pelo tempo do 20º pavimento do edifício, sem e com TMDs, sob os carregamentos de terremoto gerados para os solos A e C.	95
Figura 8.5 - Resposta de deslocamentos pelo tempo do 20º pavimento do edifício, sem e com TMDs, sob os carregamentos de terremoto gerados para o solo E.	96
Figura 8.6 – Resposta no domínio da frequência para a estrutura sem TMD sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo A.	98
Figura 8.7- Resposta no domínio da frequência para a estrutura com TMDs sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo A.	98
Figura 8.8 - Resposta no domínio da frequência para a estrutura sem TMD sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo C.	99
Figura 8.9 - Resposta no domínio da frequência para a estrutura com TMDs sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo C.	99
Figura 8.10 - Resposta no domínio da frequência para a estrutura sem TMD sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo E.	100
Figura 8.11 - Resposta no domínio da frequência para a estrutura com TMDs sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo E.	100
Figura A.1 - Dados de Entrada do Problema	115
Figura A.2 - Deslocamentos na direção horizontal na extremidade livre.	116
Figura A.3 - Deslocamentos na direção vertical na extremidade livre.	116
Figura B.1 - Dados do Problema.	117
Figura B.2 – Deslocamentos $u(t)$ para diferentes modelos de análise.	118
Figura C.1 – Amostras de terremoto geradas para o solo A.	120
Figura C.2 – Amostras de terremoto geradas para o solo C.	121
Figura C.3 – Amostras de terremoto geradas para o solo E.	122

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Posição e pesos dos pontos de Gauss	53
Tabela 6.1 - Propriedades Equivalentes para o modelo simplificado em sistemas massa-mola.	78
Tabela 6.2 - Frequências naturais (FE).....	79
Tabela 6.3 - Frequências naturais (massa-mola).	79
Tabela 7.1 - Parâmetros de projeto dos TMDs.....	83
Tabela 8.1 - Valores para a resposta elástica espectral para a Classe 1 (EC8).....	88
Tabela 8.2 - Parâmetros dos TMDs projetados.	94

LISTA DE SIGLAS

GDL	Grau de Liberdade
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ARMA	<i>Auto-Regressive Moving Average</i>
EC8	Eurocode 8
EF	Elementos Finitos
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
MGDL	Múltiplos Graus de Liberdade
NBR	Norma Brasileira
NLG	Não Linear Geométrico
PTMD	<i>Pendulum Tuned Mass Damper</i>
RSA	<i>Response Spectra Average</i>
TMD	<i>Tuned Mass Damper</i>
TLCD	<i>Tuned Liquid Mass Damper</i>
TMDI	<i>Tuned Mass Damper Inerter</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	21
1.1	Justificativa.....	24
1.2	Objetivos	26
1.3	Metodologia	27
1.4	Organização do trabalho.....	29
2	TUNED MASS DAMPERS (TMDs).....	31
2.1	Desempenho e otimização de TMDs.....	36
2.2	Projeto de TMDs	38
3	ANÁLISE DINÂMICA LINEAR E NÃO LINEAR GEOMÉTRICA DE ESTRUTURAS APORTICADAS	43
3.1	Cinemática do elemento de pórtico plano sob o MEF posicional.....	45
3.2	Elastodinâmica não linear Geométrica aplicada ao MEF-posicional	50
3.2.1	Cálculo das Forças Internas.....	52
3.3	Solução do sistema de equações não lineares	54
3.3.1	Cálculo da Matriz Hessiana	58
4	ANÁLISE DINÂMICA LINEAR POR SISTEMAS MASSA-MOLA	61
4.1	Equação de movimento.....	61
4.2	Análise modal e determinação das frequências naturais e modos de vibração	63
4.3	Método da superposição modal	64
5	REPRESENTAÇÃO ESTOCÁSTICA DE TERREMOTOS.....	67
5.1	Processos estocásticos totalmente não estacionários para movimentação de solo	69
5.1.1	Simulação do processo estocástico.....	70
5.2	Amostras de terremotos <i>Spectrum Compatible</i>	72
6	EDIFÍCIO ESTUDADO.....	77

7	DESEMPENHO DE TMDs SOB SOLICITAÇÃO DO TERREMOTO <i>EL CENTRO</i>	81
7.1	Influência da frequência de sintonização na eficiência de TMDs	81
8	DESEMPENHO DE TMDs SOB CARREGAMENTOS ESTOCÁSTICOS... 87	
8.1	Processos estocásticos espectro-compatíveis	87
8.2	Projeto e desempenho de TMDs sob carregamentos estocásticos.....	93
9	CONCLUSÕES.....	103
9.1	Sugestões para trabalhos futuros.....	105
	APÊNDICE A – Validação do programa de Elementos Finitos NLG	117
	APÊNDICE B – Validação do programa Linear Massa-Mola	119
	APÊNDICE C – Amostras de terremotos testados na estrutura.....	121

1 INTRODUÇÃO

Algumas edificações estão sujeitas a ação de carregamentos dinâmicos naturais de grande magnitude, como os provenientes da ação dos ventos, terremotos e ondas. Nestes casos, as vibrações excessivas podem ser críticas para a integridade estrutural, induzindo danos por fadiga, além de violar os estados limites de vibrações excessivas para conforto dos ocupantes. Assim, pode ser necessário lançar mão de tecnologias para promover o controle de vibrações (LUO; ZASLAVSKY, 2006; MARANO et al., 2010).

De modo geral, nas últimas décadas as estruturas passaram a sofrer mais com os efeitos das vibrações devido a projetos de estruturas e elementos muito esbeltos, flexíveis e leves. Sob este ponto de vista, ainda que as estruturas possam desenvolver grandes deslocamentos sem ocorrência de colapso, o problema das vibrações excessivas mostra-se predominante nas verificações das situações de serviço da estrutura. Este tipo de comportamento pode ainda ser atribuído à baixa capacidade de amortecimento que materiais de alta resistência apresentam e à utilização de técnicas construtivas como a de pré-fabricados, nas quais as vinculações geralmente são totalmente articuladas ou parcialmente engastadas (FENG; MITA, 1995).

A resposta dinâmica de uma edificação essencialmente depende de suas características de rigidez, massa e amortecimento. Neste sentido, uma das formas mais básicas para que uma estrutura responda de forma satisfatória a vibrações é garantir que esta seja flexível o bastante para absorver parte da excitação, enquanto mantém-se rígida o suficiente para suportar as demais cargas. Todavia, medidas baseadas somente no projeto dos elementos e na escolha de materiais, podem ser insuficientes para garantir a segurança estrutural sob solicitações dinâmicas severas; principalmente quando a excitação externa apresenta frequências próximas às frequências naturais da estrutura (MAJCHER; WÓJCICKI, 2014).

Com o advento de novas tecnologias, torna-se cada vez mais pertinente a utilização de sistemas adicionais instalados nas estruturas, com a finalidade de melhorar seu comportamento dinâmico. Existem basicamente dois métodos para incorporar dispositivos de controle de vibrações a estruturas, são eles o método passivo e o ativo. A eficácia destes equipamentos é baseada na redução dos efeitos da excitação induzida, por meio da alteração das características dinâmicas da estrutura. Assim, ocorre dissipação parcial da energia de

entrada no sistema, reduzindo os níveis de dano sofridos pela estrutura principal (MARANO et al., 2007).

O sistema passivo dispensa fontes de energia externas para o seu funcionamento e inclui dispositivos como TMD (*Tuned Mass Dampers*), TLCD (*Tuned Liquid Column Damper*) e sistemas de isolamento de base. Estes são considerados dispositivos simples, porém efetivos no controle de vibrações em estruturas sujeitas a gama limitada de frequências de excitação externa (EL-KHOURY; ADELI, 2013). Nos sistemas passivos, são utilizados atenuadores para alterar as propriedades dinâmicas da estrutura: amortecimento, rigidez e massa da estrutura. Estes podem funcionar convertendo a energia cinética em calor, ou pela transferência de energia em modos de vibração, como é o caso dos amortecedores de massa sintonizados, TMDs (SOTO; ADELI, 2013).

Nos sistemas ativos, o funcionamento se dá em circuito fechado, de modo que atuadores aplicam forças de controle para atenuar a resposta da estrutura às excitações. Este tipo de sistema de amortecimento pode ser considerado mais eficiente, porém são custosos e sua manutenção é complexa, uma vez que requerem fontes de energia ligadas em tempo integral.

Chung et al. (2013) destacam que os sistemas passivos são os mais empregados, mesmo com a limitação de apresentarem sensibilidade a variações na frequência de sintonização. Embora os sistemas ativos tenham melhor desempenho, sua utilização é restrita, pois estes podem acarretar problemas de instabilidade quando a estrutura a que estão conectados se comporta em regime não linear. Neste quesito, os estudos têm se direcionado para o desenvolvimento e aperfeiçoamento de sistemas passivos, adotando prioridades de projeto e regimes de análises diferentes, para que os atenuadores sejam capazes minimizar as vibrações de forma mais eficiente.

Para o estudo de sistemas de controle de vibrações é necessário realizar uma boa representação do fenômeno que excita a estrutura dinamicamente. Carregamentos extremos como provenientes de sismos ou ventos somente podem ser descritos por suas propriedades estatísticas e por isso uma hipótese usual é a modelagem destes carregamentos como processos estocásticos. Os terremotos, embora menos frequentes, podem ser as situações mais severas a que uma estrutura deve resistir. Como eventos sísmicos possuem amplo espectro de frequências, sua representação deve ser precisa para que represente adequadamente os altos níveis de incertezas associadas ao fenômeno. Os estudos na engenharia de proteção a sismos têm avançado muito na descrição de terremotos como processos estocásticos, gerados a partir de algoritmos eficientes e modelos que representam as não-estacionariedades, além da

influência do tipo de solo e distância ao epicentro (SHINOZUKA; DEODATIS, 1988; DEODATIS, GEORGE, 1996; GALAL; NAIMI, 2008; REZAEIAN; KIUREGHIAN, 2008; ZERVA, 2008; GIARALIS; SPANOS, 2012a).

No estudo dos dispositivos para controle de vibrações, é essencial avaliar de maneira precisa o comportamento da estrutura após a incorporação dos atenuadores. As pesquisas considerando estruturas dinâmicas em regime de grandes deslocamentos tornaram-se acessíveis a partir da evolução das simulações numéricas e avanço computacional. Logo, com o aumento do desempenho dos computadores pode-se realizar análises refinadas de estruturas discretizadas em elementos finitos. Este tipo de abordagem apresenta vantagens associadas ao baixo custo de pesquisas que garantem soluções confiáveis à problemas complexos de dinâmica das estruturas.

Este trabalho tem como propósito a investigação do desempenho de dispositivos de controle passivo de vibrações, conhecidos como TMDs (*Tuned Mass Dampers*) para reduzir vibrações em estruturas solicitadas por sismos. Para tanto é desenvolvido um código para resolução mecânica da estrutura em elementos finitos que permite análise de estruturas em regime de grandes deslocamentos. Acoplado a este programa é implementado um código para geração de terremotos como processos estocásticos. Avalia-se a influência dos parâmetros de projeto dos amortecedores e do tipo de solo nos níveis de controle estrutural desempenhados.

1.1 Justificativa

Terremotos são desastres naturais que podem dizimar vidas, provocar a falha de estruturas civis e interromper a prestação de serviços à comunidade. Neste aspecto, a redução de danos induzidos por terremotos deve estabelecer prioridades no projeto de estruturas resistentes a sismos. Assim, torna-se cada vez mais importante a correta e realista representação tanto do comportamento estrutural como dos terremotos, para se garantir a efetiva segurança estrutural.

No Brasil, a norma técnica ABNT NBR 15421:2006 estabelece diretrizes para projetos estruturais usuais resistentes a sismos. Embora o país se localize praticamente no centro de uma grande placa tectônica, há registros de tremores de terra após a ocorrência de sismos em locais distantes (G1, 2015; Estadão, 2015). Especialmente quando se trata de estruturas especiais, como usinas nucleares, a verificação da resistência a sismos torna-se mandatória, pois a ocorrência de acidentes pode causar catástrofes. Critérios mais rigorosos para as usinas nucleares brasileiras foram estabelecidos após o desastre ocorrido em 2011 nas usinas de Fukushima, em que um terremoto de intensidade 9 na escala Richter com epicentro à 130 km provocou uma emergência nuclear com derretimento de reatores, despejamento de material radioativo e prejuízos incalculáveis (ELETRONUCLEAR, 2011). Assim, o desenvolvimento de modelos estocásticos que descrevam adequadamente terremotos e a investigação do comportamento dinâmico estrutural, poderá contribuir não somente para a análise de estruturas usuais, como edifícios, mas também poderá subsidiar futuros estudos para segurança de estruturas especiais, como as usinas nucleares.

Os estudos no ramo do comportamento dinâmico estrutural estão atrelados ao desenvolvimento de tecnologias para promover o controle de vibrações em estruturas. Por sua simplicidade e desempenho, os TMDs são os dispositivos mais empregados em estruturas de edifícios para controlar vibrações. Estes amortecedores são muito eficientes para mitigar vibrações induzidas por excitações com uma gama limitada de frequências, como é o caso do vento (EL-KHOURY; ADELI, 2013). Por outro lado, as excitações induzidas por sismos possuem um amplo espectro de frequências; logo, não há unanimidade sobre a eficiência de TMDs para controle de vibrações induzidas por terremotos (HOUSNER et al., 1997; RANA; SOONG, 1998; SOTO-BRITO; RUIZ, 1999; HOANG et al., 2008; PARULEKAR; REDDY, 2009).

Neste sentido, o maior desafio no projeto de TMDs tem sido a escolha dos parâmetros de massa, rigidez e amortecimento, de modo que o conjunto promova a minimização de vibrações, de forma robusta frente às incertezas. Muitos trabalhos já foram desenvolvidos visando considerar as incertezas associadas aos carregamentos em problemas dinâmicos, entre estes destacam-se os trabalhos de Hoang e Warnitchai (2005), Taflanidis et al. (2007), Hoang et al. (2008), Marano et al. (2010), Beck et al. (2014), (2015), Marian e Giaralis (2015). Entretanto, nestes estudos, simplificações importantes são assumidas em relação ao modelo mecânico: as estruturas são tratadas como sistemas discretos massa-mola-amortecedor, como por exemplo o modelo (*shear building*). O modelo *shear building* discretiza a estrutura em poucos graus de liberdade, assumindo comportamento linear, considerando pavimentos rígidos e apenas deslocamentos horizontais devido à flexão nos pilares.

Em contrapartida, o avanço computacional tem possibilitado o desenvolvimento de ferramentas precisas para previsão do comportamento estrutural, como é o caso das formulações em elementos finitos (EF) que permitem a consideração de não linearidades, discretização refinada e movimentação de base (solo). Da mesma forma, as pesquisas no ramo de segurança sísmica têm evoluído para se garantir a representação confiável de terremotos.

1.2 Objetivos

Este trabalho endereça a avaliação da sensibilidade dos parâmetros de projeto de amortecedores de massa sintonizados estudados por formulações mais precisas do que as usualmente utilizadas. Também analisa o desempenho dos TMDs ao controlar vibrações em estruturas de edifícios solicitados por terremotos. Este estudo é feito a partir do desenvolvimento de ferramentas computacionais eficientes para obtenção da resposta mecânica da estrutura e para geração de processos estocásticos apropriados para representação de terremotos. Destaca-se que, o objetivo deste estudo trata-se de abordagem preliminar à otimização, avaliando a sensibilidade dos parâmetros de projeto estudados por formulações precisas.

Assim, alguns objetivos específicos podem ser listados como etapas para a realização do trabalho:

- i.* Implementar código computacional para análise mecânica da estrutura, pelo Método dos Elementos Finitos Posicional em regime linear e não linear geométrico;
- ii.* Desenvolver código computacional para geração de amostras de processos estocásticos. Estes processos devem descrever adequadamente terremotos como processos estocásticos totalmente não estacionários e espectro-compatíveis com respostas espectrais definidas em códigos normativos internacionais de proteção estrutural a sismos;
- iii.* Implementar código computacional para obtenção da resposta dinâmica de estruturas no modelo *shear-building*, para comparação dos modelos de representação;
- iv.* Analisar os modelos de simulação de terremotos na estrutura, comparando as respostas obtidas com o modelo de forças equivalentes e a imposição de deslocamentos nos pilares da base da estrutura;
- v.* Analisar os parâmetros de projeto (frequência de sintonização ou razão de massa) que desempenham influência na eficiência de TMDs para controlar deslocamentos, frequência de oscilação e modos de vibração na estrutura.

1.3 Metodologia

Inicialmente realiza-se uma pesquisa bibliográfica a respeito dos estudos precursores e recentes no desempenho de amortecedores de massa sintonizados, abordando os temas de otimização, dinâmica das estruturas, modelos para representação mecânica 2D de edifícios e simulação de terremotos.

A etapa seguinte do trabalho consiste em desenvolver uma ferramenta para análise mecânica. Para uma representação precisa da resposta estrutural são utilizados elementos finitos cúbicos de pórtico plano com quatro nós cada para discretização do edifício. São aproximados os deslocamentos horizontais e verticais nos nós como também os ângulos entre os vetores da seção transversal deformada da estrutura. O código é capaz de descrever respostas em regime linear e não linear geométrico. Quanto à dinâmica não linear geométrica de pórticos, utiliza-se uma descrição matemática Lagrangeana total pelo método dos elementos finitos posicional, proposta por Coda e Greco (2004), que utiliza como parâmetros nodais as posições e não os deslocamentos, como na formulação usual. A cinemática para os elementos é a de Reissner que considera os efeitos de cisalhamento. A resolução do sistema é feita compondo o avanço temporal pelo integrador temporal de Newmark- β com o método de Newton-Raphson para linearização das equações de movimento.

A primeira comparação entre modelos estruturais é realizada comparando um modelo de discretização usualmente empregado na literatura para tratar de estruturas equipadas com TMDs, em sistemas massa-mola com a resposta obtida pelo código em elementos finitos. Para isso, implementa-se o código para análise da estrutura no modelo *shear-building* válido somente para o regime linear de deslocamentos. Nesta metodologia pode-se obter a resposta dinâmica por superposição modal, ou por integração direta por meio dos métodos numéricos.

Define-se então a geometria do edifício estudado como estrutura de 20 pavimentos, composto de vigas e pilares. Nos estudos preliminares este é solicitado por um histórico do terremoto El Centro (1940). A caracterização dinâmica da estrutura é feita determinando as frequências naturais e modos de vibração para os diferentes modelos de análise da estrutura por duas metodologias: análise modal e FFT (*Fast Fourier Transform*), a partir da resposta dinâmica da estrutura à um impulso. Nesta etapa do estudo, o enfoque é comparar as respostas linear e não linear do modelo de elementos finitos. São avaliados os deslocamentos para a estrutura sem e com TMD. O desempenho dos TMDs é analisado variando as frequências de

sintonização do dispositivo. Testam-se dez TMDs projetados para minimizar os efeitos dos primeiros dez modos de vibração da estrutura. Também são comparados modelos para representar a solicitação do terremoto, o primeiro com imposição de deslocamentos horizontais para movimentar a base da estrutura; o segundo com a metodologia usual de forças equivalentes aplicadas na lateral da edificação.

A etapa seguinte consiste em tratar da representação das incertezas associadas aos eventos sísmicos. Para isto, desenvolve-se um código computacional para geração de amostras de processos estocásticos que descrevam terremotos. Adota-se a metodologia apresentada por Deodatis (1996) em que os terremotos são descritos como processos totalmente não estacionários com amplitudes e conteúdo de frequências variáveis no tempo. Este modelo ainda é capaz de prever a não estacionariedade espacial, gerando acelerogramas distintos para diferentes pontos do solo. Na sequência é desenvolvido um algoritmo acoplado ao anterior para transformar estes acelerogramas gerados em processos espectro-compatíveis com respostas espectrais prescritas em normativos internacionais como o Eurocode 8 (2003). Foi realizada uma adaptação no método proposto por Cacciola (2010), como uma metodologia iterativa para atualizar a função de densidade espectral do processo inicial gerado, até tornar o sinal espectro-compatível.

A análise resultante consiste em testar na estrutura amostras dos acelerogramas espectro-compatíveis gerados para diferentes tipos de solo descritos no Eurocode 8. Testam-se então arranjos de TMDs em que se variam os parâmetros de frequência de sintonização e razão de massa dos dispositivos. Com este tipo de comparação espera-se obter mais informações a cerca dos parâmetros que têm maior influência no desempenho dos TMDs (tipo de solo, frequência ou massa do dispositivo). A eficiência dos atenuadores é avaliada a partir das respostas temporais e respostas no domínio da frequência para os deslocamentos da estrutura.

1.4 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado em nove capítulos, que abordam os assuntos e formulações pertinentes e fundamentais para o desenvolvimento dos objetivos propostos.

No Capítulo 2 trata-se dos amortecedores de massa sintonizados (TMDs – *Tuned Mass Dampers*). Na primeira seção mostra-se uma abordagem geral sobre o tema, discorre-se sobre o histórico, contextualização e funcionamento dos dispositivos amortecedores. Na sequência é feito um panorama das pesquisas atuais sobre desempenho e otimização de TMDs e apresenta-se a metodologia de projeto de TMDs utilizada neste trabalho.

O Capítulo 3 apresenta a formulação para análise dinâmica linear e não linear geométrica pelo método dos elementos finitos posicional, com fluxogramas dos códigos implementados. No Capítulo 4, mostra-se a formulação clássica de análise dinâmica linear com discretização em sistemas massa-mola.

A formulação para a representação de terremotos como processos estocásticos é apresentada no Capítulo 5. Na última seção deste capítulo demonstra-se o processo iterativo utilizado para tornar as amostras de terremoto espectro-compatíveis de modo que estejam de acordo com o especificado em normativas internacionais de proteção contra sismos.

O Capítulo 6 trata do estudo de caso deste trabalho apresentando o edifício estudado e a determinação de suas propriedades dinâmicas. O capítulo 7 é dedicado a mostrar os resultados preliminares obtidos submetendo o edifício de vinte andares a um histórico de acelerações do terremoto *El Centro*. Para estas análises apresenta-se a resposta dinâmica da estrutura com e sem TMD, avaliados pelas formulações descritas nos capítulos 3 e 4, e testa-se o desempenho de TMDs com diferentes frequências de sintonização.

Os resultados completos do trabalho são apresentados no Capítulo 8, que inicialmente discorre sobre a geração de terremotos como processos estocásticos para três diferentes tipos de solo. Na sequência do Capítulo 8, são testados nove projetos de TMDs com frequência de sintonização e razão de massa variáveis. O último capítulo do trabalho apresenta as discussões e conclusões dos resultados obtidos.

2 TUNED MASS DAMPERS (TMDs)

O TMD clássico, ou amortecedor de massa sintonizado, é um atenuador de vibrações que consiste em uma massa auxiliar, de ordem de grandeza de 1 a 10% da massa do edifício, colocada nas estruturas e conectada a uma mola passiva em paralelo com um amortecedor viscoso. A frequência do TMD é calibrada para que seja igual a uma frequência específica. De modo geral, esta frequência é igual à frequência natural fundamental da estrutura. Assim, as oscilações são transmitidas da estrutura para o TMD e este dissipa a energia de vibração pelo amortecimento (PARULEKAR; REDDY, 2009).

Os TMDs são dispositivos muito estudados para reduzir vibrações em estruturas de edifícios, principalmente pela simplicidade com que os atenuadores podem ser dimensionados, por modelos discretos massa-mola-amortecedor. A Figura 2.1 apresenta um TMD clássico tratado como sistema massa-mola-amortecedor aplicado a uma estrutura de um GDL (um grau de liberdade), os componente do TMD estão denominados pelo sub-índice “2”

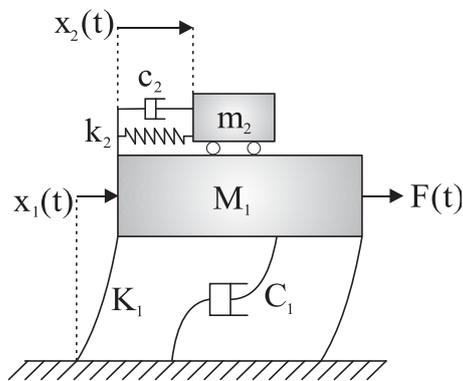


Figura 2.1 - Estrutura de um grau de liberdade, equipada com TMD.
Fonte: Adaptado de Kwok e Samali, (1995).

Considerando o sistema de um GDL e equipado com TMD, mostrado por Kwok e Samali (1995), pode-se escrever as equações de movimento para as duas massas da estrutura quando excitadas por uma força F como:

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_2 (x_1 - x_2) + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F(t) \quad (2.1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = f(t) \quad (2.2)$$

$$F(t) = -M \ddot{x}_g(t), \text{ para casos de excitação de base.} \quad (2.3)$$

$$f(t) = \begin{cases} F(t) \frac{m_2}{m_1} & \text{para excitação de base} \\ 0 & \text{para excitação na massa principal} \end{cases} \quad (2.4)$$

em que, m_1 é a massa do sistema principal; m_2 a massa do TMD; k_1 a rigidez do sistema principal; k_2 a rigidez do TMD; c_1 o amortecimento do sistema principal; c_2 o amortecimento do TMD; as variáveis \ddot{x} , \dot{x} e x indicam as respectivas respostas em acelerações, velocidades e deslocamentos para as massas.

Neste tipo de problema, com representação da estrutura e do TMD como sistemas massa-mola-amortecedor, calculam-se as frequências naturais simplesmente pela equação:

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}} \quad (2.5)$$

Os dispositivos TMD foram aplicados pela primeira vez por Frahm (1910), na França, para reduzir movimentos de rolamento e vibrações em cascos de navios. Frahm descobriu que, aplicando a uma estrutura existente um sistema massa-mola-amortecedor com frequência natural próxima da frequência natural da estrutura, em seu modo de vibração dominante, conseguia-se redução da resposta dinâmica do sistema. Então, a partir de 1970, dispositivos TMDs passaram a ser empregados em estruturas civis.

Uma das primeiras aplicações de TMDs foi ao prédio *John Hancock* em Boston (1977), edifício com 60 andares e 244 metros, em que foram utilizados dois TMDs de 300 toneladas cada para reduzir a resposta dinâmica do edifício à ação de ventos. Os amortecedores de vibração foram dispostos nos últimos dois andares do edifício e foram sintonizados com frequência de aproximadamente 0.13 Hz, frequência natural fundamental estimada da estrutura (LEE et al., 2006; SOTO; ADELI, 2013).

Outros edifícios notáveis que contam com sistemas de amortecimento por TMDs são: *Sydney Tower* em Sydney; *Crystal Tower Building* em Osaka; *Burj al-Arab* em Dubai e *Taipei 101*. Este último ganha destaque pois trata-se de um arranha céu de Taiwan em que o dispositivo é o maior já utilizado; nele foi registrado, em agosto de 2015, o maior deslocamento de TMD da história (100 cm) ocorrido durante o tufão Doudelor (CONNOR, 2002).

Em especial, no edifício *Taipei 101*, o dispositivo TMD fica suspenso do 92º andar, Figuras 2.2 e 2.3, e consiste em uma esfera de 5,5 metros de diâmetro e mais de 660 toneladas, sustentada por cabos de aço e 8 amortecedores viscosos. O edifício de 101 andares e 504 metros de altura construído em 2004 era o maior prédio do mundo até 2007, localizado próximo de uma grande falha, é muito propenso à ação de terremotos e ventos de grande intensidade. O TMD aplicado ao edifício é capaz de reduzir 40% das vibrações, o que faz o edifício ser considerado como um dos mais seguros do mundo (BINDER, 2008).

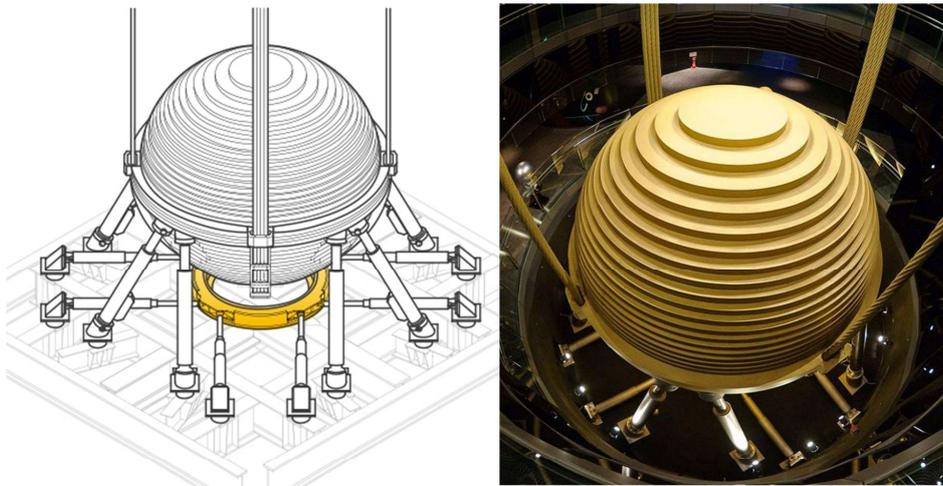


Figura 2.2 - Tuned mass Damper, Taipei 101.
Fonte: Engenharia civil.com.

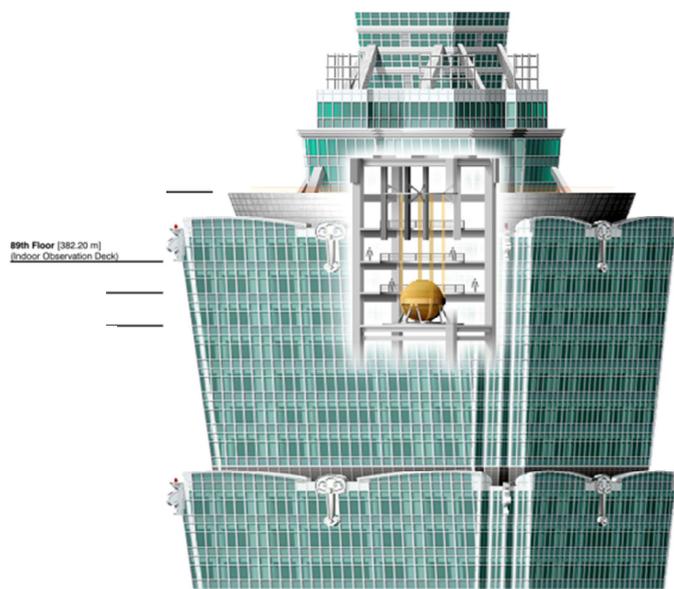


Figura 2.3 - Localização do TMD na torre Taipei 101
Fonte: Engenharia civil.com.

Para Joseph (2015), os TMDs, em geral, não funcionam como contrapeso e nem como lastro para conter as vibrações dinâmicas, também não se movem necessariamente em direção oposta à de deslocamento do edifício. Em essência, a massa desloca-se mais que o prédio de modo que seu movimento atrasa o da edificação agindo fora de fase em relação ao sistema principal. Esta diferença entre o movimento do TMD e do edifício, aumenta e diminui durante um evento de terremoto ou tufão e, assim, os amortecedores são acionados para converter parte da energia cinética do edifício, reduzindo a quantidade de oscilações por ciclo.

A frequência do amortecedor é ajustada para uma frequência estrutural particular, e assim, quando esta frequência é excitada, o amortecedor irá ressonar fora de fase com o movimento da estrutura (CONNOR, 2002). Sladek e Klingner, (2009) acrescentam que a frequência de vibração ótima para o TMD é tal que minimize a resposta da estrutura e maximize o amortecimento ideal e a energia dissipada por ciclo do TMD. Chegar a este balanço ideal de frequência e amortecimento do amortecedor de massa não é tarefa trivial; por isso, a determinação dos parâmetros ótimos é uma das questões mais relevantes no estudo destes dispositivos.

Chung et al. (2013), explicam que o sistema TMD tem melhor desempenho quando a força externa está em ressonância com a estrutura. Para este caso, o TMD apresenta atraso de fase de -90° , em relação ao movimento da estrutura. Como se observa na Figura 2.4-(a), quando o deslocamento na estrutura é zero, (posição de equilíbrio), o deslocamento da massa do TMD é máximo e a velocidade relativa do TMD é zero. Ao passo que, quando a força externa provocando a oscilação não está em ressonância com a estrutura, o TMD perde eficiência, variando o ângulo de fase. Os autores posteriormente mostram que, quando a frequência da força externa é maior que a frequência natural da estrutura, o desvio de fase varia de -90° a -180° e em caso de frequência do carregamento inferior a natural da estrutura, o ângulo de atraso varia de -0° a -90° .

Visando este controle de fase, as pesquisas em sistemas semi-ativos propõem desenvolvimento de algoritmos de controle que façam que, quando o ângulo de fase é diferente de -90 graus, o sistema se auto ajuste. Para alguns tipos de amortecedores semi-ativos, este ajuste se dá no controle dos parâmetros de amortecimento e rigidez do sistema TMD; para outros, funciona aplicando uma força de fricção, a fim de diminuir ou aumentar a velocidade da massa do TMD, fazendo o mesmo oscilar novamente com ângulo de atraso de -90 graus. Nas Figuras 2.4-(b) e 2.4-(c) as flechas em laranja indicam a atuação das forças de fricção para correção do ângulo de fase do TMD.

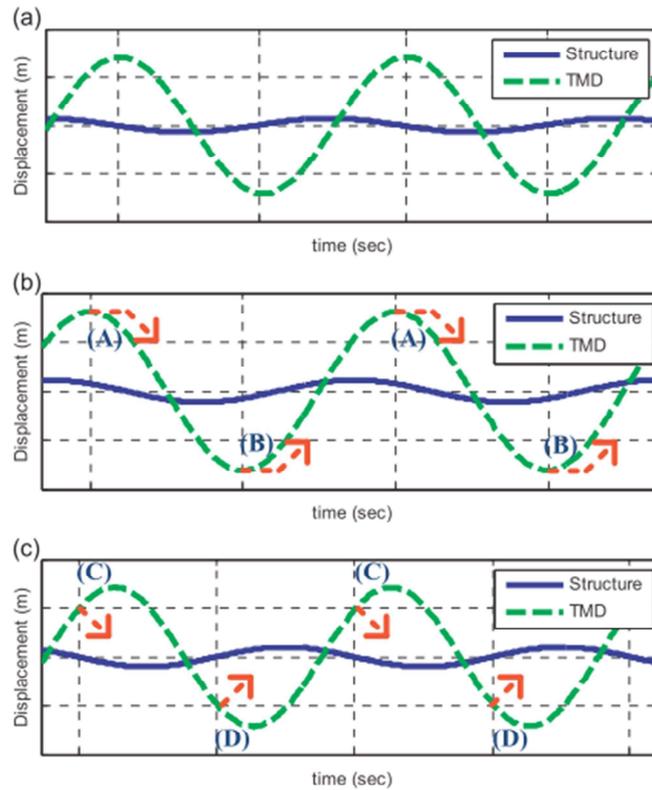


Figura 2.4 - Resposta da estrutura principal e TMD. a) frequência de força externa igual à frequência natural da estrutura, b) frequência da força menor que a frequência natural e c) frequência da força maior que a frequência natural da estrutura, Fonte: CHUNG et al., 2013.

Kowk e Samali (1995) mostram que, de modo geral a eficiência de um dispositivo TMD pode ser avaliada pelo seu amortecimento efetivo. O modo mais simples de se obter este amortecimento é substituir o sistema principal (edifício) por um sistema com um grau de liberdade equivalente e, deste modo, determinar o coeficiente de amortecimento equivalente necessário para sustentar a mesma amplitude de resposta, sob certa excitação.

2.1 Desempenho e otimização de TMDs

Com a aplicação de TMDs a estruturas com múltiplos graus de liberdade (MGDL), os atenuadores mostraram-se menos eficientes na minimização das vibrações. A partir da utilização de TMDs em estruturas reais, descobriu-se que seu desempenho é muito sensível aos parâmetros de sintonização e de amortecimento dos dispositivos (WARBURTON, 1982; RANA; SOONG, 1998; HOANG; WARNITCHAI, 2005). Este fato é notado porque estruturas reais estão sujeitas a níveis incertos de carregamento dinâmico, possuindo ainda, propriedades de resistência e rigidez que variam em função do tempo, das técnicas de construção, dos níveis de tensão a que são submetidas, entre outros fatores que agregam incertezas no modelo.

Den Hartog (1956), realizou um dos trabalhos precursores na otimização de TMDs, elaborando uma formulação analítica que é utilizada até os dias atuais como ferramenta simplificada para resolução do problema. A otimização apresentada por Den Hartog, pode ser aplicada a sistemas de um grau de liberdade não amortecidos e solicitados por carregamentos harmônicos. Seu método foi baseado na adoção de pontos fixos, pelos quais passam todas as curvas de frequências de respostas do sistema. A localização destes pontos é independente do coeficiente de amortecimento do TMD, logo os TMDs passam a funcionar bem para uma faixa de frequências de oscilação (MARIAN; GIARALIS, 2015).

Mais tarde, Ayorinde e Warburton, (1980) avançaram nestes resultados, e passaram a considerar amortecimento no sistema principal. Também, Warburton (1982) apresentou equações para otimização de TMDs sob diferentes tipos de excitação, como carregamentos aleatórios, acelerações de base e forças harmônicas. Em 1982 o autor desenvolveu uma formulação para tratar de sistemas de MGDL como estruturas de um GDL equivalente. Deste modo, foi possível aplicar a mesma formulação para otimizar sistemas com uma massa principal ou n massas.

Utilizando a mesma analogia de estruturas simplificadas como um GDL, Mc-Namara (1977) e Kaynia (1981) estudaram a resposta dinâmica de estruturas com TMDs sujeitas à atividade sísmica. Destacam-se ainda os trabalhos de Kareem e Kline (1995) ao considerar TMDs sintonizados a uma faixa de frequência de interesse.

Posteriormente, Hadi e Arfiadi (1998), estudaram a otimização de TMDs considerando estruturas de MGDL em análise linear sob carregamentos de terremotos. Os autores utilizaram algoritmos genéticos para obtenção da solução numérica dos parâmetros de rigidez e

amortecimento ótimos do TMD. Os resultados deste estudo foram próximos dos obtidos pelo método desenvolvido por Den Hartog (1956), de modo que houve redução das vibrações da estrutura em até 30%.

Em pesquisas mais recentes, Hoang et al., (2008) chegaram à conclusão que TMDs ótimos apresentam baixa frequência de sintonização, altas razões de massa e de amortecimento. Estas conclusões foram encontradas ao estudar projetos ótimos de TMDs para estruturas de ponte sob carregamentos estocásticos estacionários. Os autores afirmam que, com alta razão de massa, os TMDs tornam-se mais robustos com respeito às incertezas de frequência de excitação. Do trabalho de Hoang et al. (2008), observou-se que o projeto de TMDs ótimos é muito influenciado pela frequência de excitação do solo, grandeza difícil de representar com carregamentos estocásticos estacionários.

Nos últimos anos muitas estratégias foram desenvolvidas para melhorar a eficiência de TMDs, como: a utilização de dispositivos com elevadas razões de massa (ANGELIS et al., 2012; MOUTINHO, 2012); o uso de amortecedores viscosos não lineares (RÜDINGER, 2006; TUBALDI; KOUGIOMTZOGLOU, 2014); a inclusão de massas adicionais no atenuador, tratadas como “inerters” (LAZAR et al., 2014; GIARALIS; TAFLANIDIS, 2015; MARIAN; GIARALIS, 2015). Entre estas novas abordagens, dá-se destaque ao avanço obtido nas formulações que deixaram de considerar o processo de otimização como determinista e incorporaram as teorias de confiabilidade no projeto ótimo de TMDs. Desta forma, tornou-se possível projetar dispositivos mais robustos frente ao alto grau de incertezas associado aos carregamentos e parâmetros do sistema (HOANG; WARNITCHAI, 2005; TAFLANIDIS et al., 2007; LOPEZ et al., 2014; MAJCHER; WÓJCICKI, 2014; BECK et al., 2015). De modo geral, a consideração de incertezas nos carregamentos é tratada modelando as solicitações como processos estocásticos. Já as incertezas quanto às propriedades estruturais (i.e. amortecimento, rigidez e massa) são usualmente modeladas como variáveis aleatórias. Entretanto, nestes estudos de otimização robusta, simplificações importantes foram assumidas em relação ao modelo mecânico: as estruturas são tratadas como sistemas discretos mass-mola-amortecedor (*shear building*). Neste sentido, os estudos direcionam-se ao desenvolvimento de ferramentas eficazes para realizar simulações a custo computacional aceitável, utilizando modelos precisos para modelagem mecânica e formulações de otimização considerando incertezas.

2.2 Projeto de TMDs

No projeto de TMDs precisa-se de antemão escolher dois parâmetros: a frequência e a razão de amortecimento do dispositivo. A decisão a respeito da frequência de sintonização é mais natural, pois geralmente escolhe-se um modo de vibração que se deseja minimizar e calibra-se a frequência do dispositivo para que seja próxima à frequência natural que excita tal modo. Já para o amortecimento, não há uma regra estabelecida para o melhor funcionamento.

No projeto do primeiro TMD desenvolvido por Frahm (1909) o dispositivo não possuía amortecedor e funcionava bem somente quando a frequência da excitação externa era muito próxima ou igual à frequência de excitação da estrutura. Neste quesito, Ormondroyd e Hartog (1928), ao introduzirem algum amortecimento nos TMDs, promoveram melhora do desempenho dos atenuadores frente a mudanças na frequência de excitação do sistema. Neste trabalho, o objetivo não é o estudo da otimização de dispositivos e sim uma abordagem preliminar à otimização, tratando da sensibilidade dos parâmetros de projeto estudados por formulações mais precisas do que as usualmente utilizadas. Por isso, adotou-se um modelo clássico e analítico desenvolvido inicialmente por Hartog (1956) para o projeto dos atenuadores, com amortecimento. Esta formulação pode ser consultada no trabalho de Rana e Soong (1998), que adaptaram a metodologia para amortecer o movimento de estruturas de MGDG submetidas a sismos, mostrando que deve-se primeiramente escolher um modo de vibração da estrutura que se deseja minimizar com o TMD clássico.

Na formulação proposta por Ormondroyd e Hartog (1928) e Hartog (1956), e utilizada de forma adaptada neste trabalho, somente é possível estabelecer equações analíticas para a determinação dos parâmetros de projeto dos TMDs quando se despreza o amortecimento natural da estrutura principal. Inicia-se então com as equações de movimento já descritas anteriormente para sistemas de um grau de liberdade não amortecidos e excitados por movimentação de base:

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F(t) \quad (2.6)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = f(t) \quad (2.7)$$

$$F(t) = -M \ddot{x}_g(t), \text{ para casos de excitação de base.} \quad (2.8)$$

$$f(t) = \begin{cases} F(t) \frac{m_2}{m_1} & \text{para excitação de base} \\ 0 & \text{para excitação na massa principal} \end{cases} \quad (2.9)$$

Pode-se escrever a razão de frequência ótima para o TMD em Hz como f_{opt} :

$$f_{opt} = \frac{1}{1 + \bar{m}} \left(\sqrt{\frac{2 - \bar{m}}{2}} \right), \quad (2.10)$$

em que, \bar{m} é a razão de massa dada por: $\bar{m} = m_{estrutura} / m_{TMD}$.

A razão de amortecimento ótimo pode ser determinado em função da razão de massa do dispositivo:

$$\xi_{opt} = \sqrt{\frac{3\bar{m}}{8(1 + \bar{m})}} \left(\sqrt{\frac{2}{2 - \bar{m}}} \right), \quad (2.11)$$

Da mesma forma, determinam-se os parâmetros de frequência ω_{TMD} (rad/s), massa m_{TMD} , rigidez K_{opt} e amortecimento C_{opt} para o TMD, pelas relações:

$$\omega_{TMD} = f_{opt} \omega_{Struc}. \quad (2.12)$$

$$m_{TMD} = \bar{m} m_{Struc}. \quad (2.13)$$

$$K_{opt} = \omega_{TMD}^2 m_{TMD}, \quad (2.14)$$

$$C_{opt} = 2\omega_{TMD} \xi_{opt} m_{TMD}. \quad (2.15)$$

A principal contribuição do trabalho de Rana e Soong (1998) foi aplicar as equações para sistemas com um 1GDL a estruturas de MGD, como a mostrada na Figura 2.5. Para isso deve-se escolher um modo de vibração que se deseja minimizar e transformar as propriedades dinâmicas do sistema em propriedades modais equivalentes. Primeiramente, estabelecem-se as equações de movimento para uma estrutura de n pavimentos equipada com um TMD. Para o i -ésimo grau de liberdade da estrutura principal, pode-se escrever a equação 2.16:

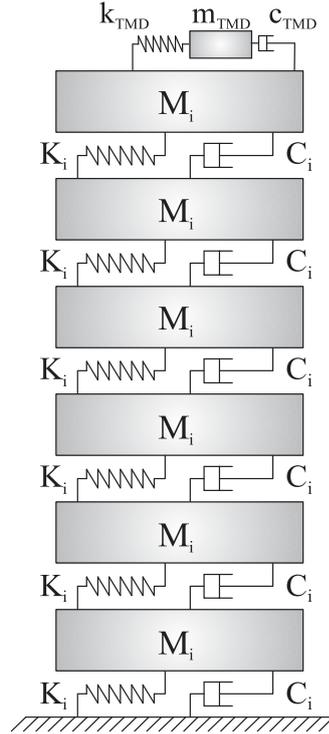


Figura 2.5 - Estrutura de MGD equipada com TMD.
Fonte: Adaptado de Rana e Soong, (1998).

$$M_{sti} \ddot{x}_{sti}(t) + C_{sti} \dot{x}_{sti}(t) + K_{sti} x_{sti}(t) - \delta_{ij} \left[c_{TMD} (\dot{x}_{TMD}(t) - \dot{x}_{sti}(t)) \right] + k_{TMD} (x_{TMD}(t) - x_{sti}(t)) = F_{sti}(t) \quad (2.16)$$

em que os parâmetros com subíndices st correspondem à estrutura principal, os com subíndice TMD referem-se ao amortecedor de massa. Ainda:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (2.17)$$

A equação de movimento para o TMD é escrita conforme a Eq. (2.18):

$$m_{TMD} \ddot{x}_{TMD}(t) + c_{TMD} (\dot{x}_{TMD}(t) - \dot{x}_{sti}(t)) + k_{TMD} (x_{TMD}(t) - x_{sti}(t)) = f_{TMD}(t) \quad (2.18)$$

em que,

$$f_{TMD}(t) = \begin{cases} F(t) \frac{m_{TMD}}{m_{st}} & \text{para excitação com movimentação de base} \\ 0 & \text{para excitação por ventos} \end{cases} \quad (2.19)$$

Para se projetar TMDs para minimizar modos de vibração específicos precisa-se então calcular as propriedades modais generalizadas para o problema de MGD, e deste modo podem-se utilizar as mesmas equações para projeto de TMDs apresentadas anteriormente (HARTOG, 1956).

As propriedades modais generalizadas para a estrutura podem ser calculadas por:

$$M_{gen.} = \phi_i^T \mathbf{M} \phi_i, \quad (2.20)$$

$$K_{gen.} = \phi_i^T \mathbf{K} \phi_i, \quad (2.21)$$

$$C_{gen.} = \phi_i^T \mathbf{C} \phi_i, \quad (2.22)$$

em que $M_{gen.}$, $K_{gen.}$, $C_{gen.}$ são escalares e consistem nos parâmetros modais, \mathbf{M} , \mathbf{K} , \mathbf{C} são as matrizes de massa, rigidez e amortecimento da estrutura principal de MGD, ϕ_i é o vetor do modo de vibração que se deseja minimizar e ϕ_i^T é o vetor do modo de vibração transposto.

Com esta mudança para parâmetros modais, pode-se re-escrever as equações de movimento para 2.23:

$$M_{gen.} \ddot{y}(t) + C_{gen.} \dot{y}(t) + K_{gen.} y(t) - \phi_{ij} \left[c_{TMD} (\dot{x}_{TMD}(t) - \dot{x}_{sti}(t)) \right] + k_{TMD} (x_{TMD}(t) - x_{sti}(t)) = F_{gen.}(t) \quad (2.23)$$

$$m_{TMD} \ddot{x}_{TMD}(t) + c_{TMD} (\dot{x}_{TMD}(t) - \dot{x}_{sti}(t)) + k_{TMD} (x_{TMD}(t) - x_{sti}(t)) = \Delta f(t) \quad (2.24)$$

com

$$\Delta = \begin{cases} 1 & \text{para movimentação de base} \\ 0 & \text{para excitação na estrutura principal} \end{cases} \quad (2.25)$$

$$F_{gen.} = \phi_i^T \mathbf{F}(t) \quad (2.26)$$

com $\mathbf{F}(t)$ sendo o vetor de forças agindo na estrutura e $\ddot{y}(t)$, $\dot{y}(t)$, $y(t)$ sendo a aceleração, velocidade e deslocamentos generalizados do sistema para o modo de vibração minimizado.

Nota-se que a principal diferença entre as equações de movimento (2.6), (2.7) e (2.23), (2.24) é que nas últimas aparece o termo ϕ_{ij} e $y(t)$ ao invés de $x_{sti}(t)$. Porém, se o i -ésimo modo de vibração da estrutura estiver normalizado com respeito ao j -ésimo GDL correspondente à componente do TMD, ϕ_{ij} torna-se unitário e deste modo $x_{sti}(t) = \phi_{ij} y(t) = y(t)$ e as equações tornam-se equivalentes. Com esta análise, as mesmas equações analíticas propostas para o projeto de TMDs aplicados a estruturas de 1GDL, podem ser empregadas à estruturas MGD projetados para minimizar um modo de vibração específico da estrutura (RANA; SOONG, 1998).

3 ANÁLISE DINÂMICA LINEAR E NÃO LINEAR GEOMÉTRICA DE ESTRUTURAS APORTICADAS

Análises não lineares geométricas (NLG) são usadas para tratar de grandes deslocamentos; para isto, a posição de equilíbrio é calculada em sua configuração deslocada. Este tipo de análise pode ser considerada mais realista, pois adequa-se a grandes deslocamentos e deformações, em que o estado final do sólido é diferente do inicial. Estruturas que estão em regiões sujeitas a sismos podem sofrer grandes deslocamentos, uma vez que a intensidade dos terremotos é imprevisível. Quando se tratam de edificações que contam com sistemas para controle de vibrações, o principal objetivo é restringir o movimento da estrutura a pequenos deslocamentos. Entretanto, esta hipótese só é confirmada a depender dos níveis de deslocamentos impostos à base do edifício e da eficiência dos dispositivos amortecedores. Por isso, utilizar uma formulação NLG pode garantir uma descrição precisa do comportamento dinâmico estrutural, ainda que acarrete maior custo computacional, recaindo usualmente em uma solução numérica iterativa.

A formulação pelo método dos elementos finitos posicional (MEF-posicional) proposta por Coda e Greco (2004) e similarmente por Bonet et al. (2000), é baseada em posições e não em deslocamentos, como nos modelos tradicionais. Nesta abordagem, um espaço adimensional é criado e a curvatura relativa dos elementos é calculada para a configuração inicial e deformada. A posição de equilíbrio é a principal variável desconhecida do problema e esta é determinada a partir do princípio da estacionariedade da energia potencial total. Uma descrição matemática Lagrangeana total é empregada, usando como única configuração de referência a inicial, e desta forma a matriz de massa do sistema é constante. Neste trabalho, elementos de pórtico de quatro nós e aproximação cúbica são utilizados, assim como os utilizados por Coda e Paccola (2014) e Siqueira (2016).

Na resolução de problemas com análise não linear geométrica, inicialmente realiza-se uma descrição detalhada da cinemática dos elementos, com mapeamento da posição inicial e atualizada, então aplica-se o princípio da estacionariedade da energia potencial total para escrever as equações de equilíbrio dinâmicas. O sistema de equações não lineares é então

resolvido combinando integração temporal pelo método de Newmark com a técnica de Newton-Raphson para linearização das equações de equilíbrio (CODA; PACCOLA, 2014).

Neste trabalho são comparados os resultados obtidos com análises não lineares e lineares. Na solução dos problemas em regime linear o mesmo tipo de elemento e formulação são utilizados. A principal diferença se dá pelo fato de que em regime linear o equilíbrio é calculado a partir da posição inicial da estrutura, e desta forma a matriz de rigidez e o vetor de forças internas são constantes. Portanto, o avanço no tempo é feito também pelo método de Newmark- β , com aceleração média, que já é amplamente utilizado para solução de estruturas em regime linear de deslocamentos.

Também foi utilizado o modelo massa-mola nos estudos preliminares deste trabalho e esta formulação é apresentada no quarto capítulo. Neste modelo, cada pavimento é representado por um único grau de liberdade com massa concentrada, a rigidez das molas do sistema é determinada pela soma das rigidezes individuais de todos os pilares do andar. As ligações são rígidas, os pavimentos indeformáveis e somente são assumidos deslocamentos horizontais devido à flexão nos pilares (WARBURTON, 1976; PAULTRE, 2010). A resolução da equação de equilíbrio pode ser feita analiticamente pelo método da superposição modal ou pode-se ainda utilizar de uma solução numérica como aplicação do integrador de Newmark para problemas lineares.

A Figura 3.1 apresenta as principais diferenças entre os modelos de discretização utilizados neste trabalho, por modelos massa-mola e representação pelo MEF.

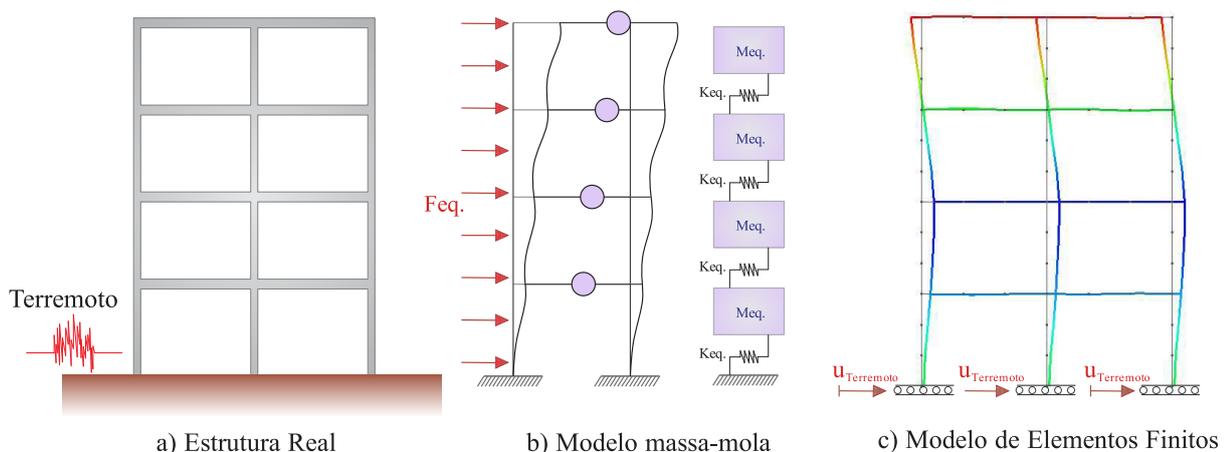


Figura 3.1 - Diferenças entre os modelos de discretização: modelo massa-mola e de elementos finitos

3.1 Cinemática do elemento de pórtico plano sob o MEF posicional

A formulação posicional é baseada em dois mapeamentos: um para a configuração inicial e outro para a configuração atual dos elementos. A cinemática utilizada é a de Reissner-Timoshenko e tem como parâmetros nodais as posições e o ângulo entre os vetores normal e tangente da seção transversal de cada nó do elemento.

Inicialmente, para realização do mapeamento da configuração inicial, aproxima-se uma linha de referência (usualmente a linha média) definida para o elemento como:

$$f_{0i}^m(\xi) = x_i^m(\xi) = \phi_\ell X_{i\ell}^m \quad (3.1)$$

em que, i é a direção coordenada (x_1, x_2) , m representa a linha de referência, ℓ é o nó do elemento (função de forma), a repetição do sub-índice ℓ indica somatório na notação de Einstein.

A Figura 3.2-(a) mostra o mapeamento inicial $\vec{f}_0^m(\xi)$ do elemento finito cúbico. Foram utilizados polinômios de Lagrange para as funções de forma dos elementos. Utilizando os conceitos do cálculo diferencial, é possível definir os vetores normal e tangente a partir do mapeamento da linha de referência. Os vetores tangente (T_{ik}) e normal (V_{1k}, V_{2k}) dos nós estão apresentados na Eq.(3.2) de acordo com a Figura 3.2-(b).

$$T_{ik} = \left. \frac{d\phi_\ell(\xi_1)}{d\xi_1} \right|_{\xi_1^k} X_{i\ell}^m, \quad V_{1k} = \frac{-T_{2k}}{\|\vec{T}\|}, \quad V_{2k} = \frac{-T_{1k}}{\|\vec{T}\|} \quad (3.2)$$

em que i é a direção coordenada, m a linha de referência, ℓ o nó do elemento, ξ_k são as coordenadas adimensionais dos nós k e ϕ são as funções de forma, $\|\vec{T}\|$ denota a norma Euclidiana do vetor (T_{ik}) , tangente à linha de referência:

$$T_{ik} = x_{i,\xi}(\xi_k) = \phi_{\ell,\xi}(\xi_k) X_i^\ell \quad (3.3)$$

Na notação indicial a variável escrita após a vírgula indica derivação em relação à mesma.

A Figura 3.2-(b) mostra o ângulo inicial (indicado pelo índice “0” sobrescrito) entre o vetor normal e a direção horizontal x_1 :

$$\theta_k^0 = \text{arctg} \left(\frac{V_{2k}}{V_{1k}} \right), \quad (3.4)$$

Utilizando os polinômios de Lagrange para aproximar $\theta^0(\xi)$ na configuração inicial, obtém-se:

$$\theta^0(\xi) = \phi_\ell(\xi)\theta_\ell^0. \tag{3.5}$$

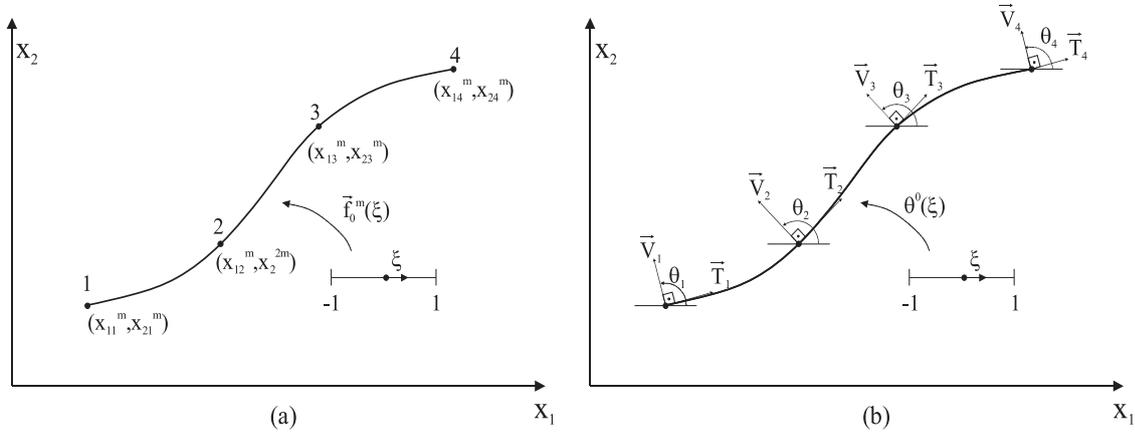


Figura 3.2 - Vetores nodais e linha de referência do elemento finito de pórtico cúbico. Fonte: Coda e Paccola (2014).

Com a Figura 3.3 pode-se observar que as seções transversais permanecem paralelas, mas não ortogonais a linha de referência, o que caracteriza a cinemática de Reissner. Considerando os elementos com altura (h_0) e largura (b_0) constantes, é possível definir a posição de qualquer ponto dentro do elemento pelo vetor $g_i^0(\xi, \eta)$ mostrado na Figura 3.3.

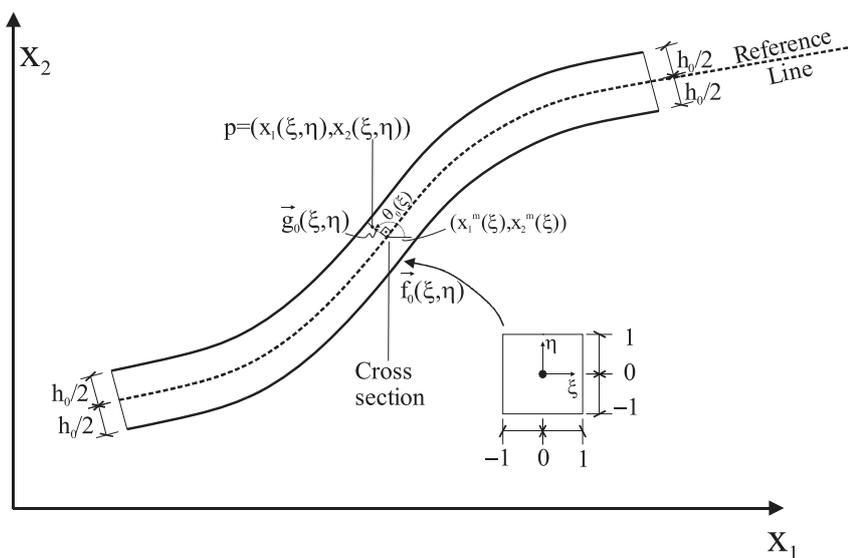


Figura 3.3 - Seção transversal. Fonte: SILVA, 2010.

$$x_i(\xi, \eta) = x_i^m(\xi) + g_i^0(\xi, \eta), \quad (3.6)$$

$$g_1^0(\xi, \eta) = \frac{h_0}{2} \eta \cos[\phi_\ell(\xi) \theta_\ell^0], \quad g_2^0(\xi, \eta) = \frac{h_0}{2} \eta \sin[\phi_\ell(\xi) \theta_\ell^0], \quad (3.7)$$

onde η são variáveis adimensionais ao longo da altura do elemento h_0 .

Substituindo as Eqs. (3.6) e (3.7) em (3.1) pode-se obter o mapeamento posicional da configuração inicial f_{0i}^m para ambas as direções $i = 1, 2$.

$$f_{01}^m(\xi, \eta) = \phi_\ell(\xi) X_1^\ell + \frac{h_0}{2} \eta \cos[\phi_\ell(\xi) \theta_\ell^0], \quad (3.8)$$

$$f_{02}^m(\xi, \eta) = \phi_\ell(\xi) X_2^\ell + \frac{h_0}{2} \eta \sin[\phi_\ell(\xi) \theta_\ell^0], \quad (3.9)$$

em que X_i^ℓ são as coordenadas nodais iniciais para as direções.

A configuração atual é o parâmetro desconhecido do problema. Esta é obtida iterativamente por um processo não linear que utiliza como primeira tentativa a posição atual igual à inicial. A configuração atual f_{1i}^m é definida como:

$$f_{11}^m(\xi, \eta) = \phi_\ell(\xi) Y_1^\ell + \frac{h_0}{2} \eta \cos[\phi_\ell(\xi) \theta_\ell], \quad (3.10)$$

$$f_{12}^m(\xi, \eta) = \phi_\ell(\xi) Y_2^\ell + \frac{h_0}{2} \eta \sin[\phi_\ell(\xi) \theta_\ell], \quad (3.11)$$

em que o índice 1 subscrito em f_{1i}^m indica a componente atualizada, Y_i^ℓ são as coordenadas nodais atuais para as direções $i = 1, 2$, dos nós ℓ , Y_i^ℓ é assumido igual às coordenadas iniciais no início do processo de solução, θ_ℓ são os ângulos da seção transversal atualizados.

Com os mapeamentos do espaço adimensional para as configurações inicial e atual definidos, a deformação do elemento pode ser descrita pela função mudança de configuração \bar{f} , conforme mostrado na Figura 3.4.

$$\bar{f} = \bar{f}_1 \circ (\bar{f}_0)^{-1} \quad (3.12)$$

O gradiente da função mudança de configuração é obtido a partir dos gradientes dos mapeamentos inicial e atual:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^1 \cdot (\mathbf{A}^0)^{-1} \quad \text{e} \quad \mathbf{A}^0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^0}{\partial \xi} & \frac{\partial f_1^0}{\partial \eta} \\ \frac{\partial f_2^0}{\partial \xi} & \frac{\partial f_2^0}{\partial \eta} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}^1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^1}{\partial \xi} & \frac{\partial f_1^1}{\partial \eta} \\ \frac{\partial f_2^1}{\partial \xi} & \frac{\partial f_2^1}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

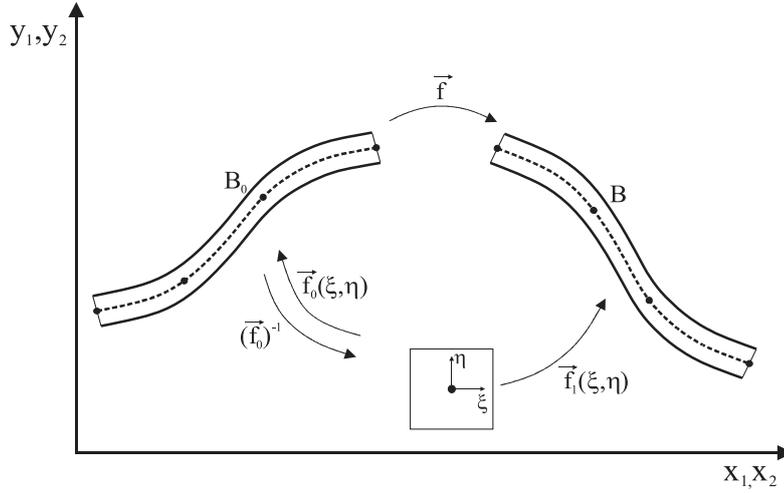


Figura 3.4 - Mapeamento posicional da configuração inicial B_0 para a atual B .
Fonte: CODA; PACCOLA, 2014.

As derivadas de A^0 e A^1 são obtidas das expressões \vec{f}_1^0 e \vec{f}_1^1 avaliadas em pontos de integração nas coordenadas ξ e η :

$$A^0 = \begin{bmatrix} \phi_{\ell, \xi}(\xi) X_1^\ell - \frac{h_0}{2} \eta \text{sen}[\phi_\ell(\xi) \theta_k^0] \phi_{k, \xi}(\xi) \theta_k^0 & \frac{h_0}{2} \cos[\phi_\ell(\xi) \theta_\ell^0] \\ \phi_{\ell, \xi}(\xi) X_2^\ell + \frac{h_0}{2} \eta \text{cos}[\phi_\ell(\xi) \theta_k^0] \phi_{k, \xi}(\xi) \theta_k^0 & \frac{h_0}{2} \text{sen}[\phi_\ell(\xi) \theta_\ell^0] \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

$$A^1 = \begin{bmatrix} \phi_{\ell, \xi}(\xi) Y_1^\ell - \frac{h_0}{2} \eta \text{sen}[\phi_\ell(\xi) \theta_k] \phi_{k, \xi}(\xi) \theta_k & \frac{h_0}{2} \cos[\phi_\ell(\xi) \theta_\ell] \\ \phi_{\ell, \xi}(\xi) Y_2^\ell + \frac{h_0}{2} \eta \text{cos}[\phi_\ell(\xi) \theta_k^0] \phi_{k, \xi}(\xi) \theta_k & \frac{h_0}{2} \text{sen}[\phi_\ell(\xi) \theta_\ell] \end{bmatrix}, \quad (3.15)$$

Para calcular a posição geometricamente exata, a medida de deformação de Green-Lagrange (\mathbf{E}) é utilizada:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}(\mathbf{A}^t \cdot \mathbf{A} - \mathbf{I}) \quad \text{ou} \quad E_{ij} = \frac{1}{2}(A_{ki} A_{kj} - \delta_{ij}) \quad (3.16)$$

em que \mathbf{I} é o tensor identidade (2x2) e \mathbf{C} é o alongamento de Cauchy-Green à direita, \mathbf{A} é o gradiente da função mudança de configuração calculado na Eq. (3.13), e \mathbf{A}^t indica a matriz transposta. As matrizes A^0 e A^1 são numéricas para um par de variáveis adimensionais específicas.

A medida de deformação de Green é objetiva e por isso é muito utilizada em problemas com grandes deslocamentos, uma vez que esta não é afetada por movimentos de corpo rígido. Destaca-se ainda que, para pequenas deformações, a deformação de Green se confunde com a deformação linear (CRISFIELD, 1991; REDDY, 2004).

A partir das configurações iniciais e atuais pode-se calcular a matriz de massa do sistema, que é constante no processo iterativo. A matriz de massa \mathbf{M} é integrada numericamente como:

$$\mathbf{M} = \rho_0 b_0 w_{ig} w_{jg} \vec{\phi}(\xi_{ig}) \otimes \vec{\phi}(\eta_{jg}) Det \left[\mathbf{A}^0(\xi_{ig}, \eta_{jg}) \right], \quad (3.17)$$

sendo b_0 a largura do elemento, ρ_0 a densidade w_{ig} e w_{jg} são os pesos de Gauss para os pontos ξ_{ig} e η_{jg} .

A Figura 3.5 mostra o fluxograma da etapa inicial do código de obtenção da resposta mecânica da estrutura. Destaca-se que é necessário realizar *loops* nos elementos e nos pontos de Gauss para determinação da configuração inicial dos elementos. A partir da montagem do sistema pode-se iniciar o avanço no tempo, a montagem e resolução das equações de equilíbrio da estrutura.

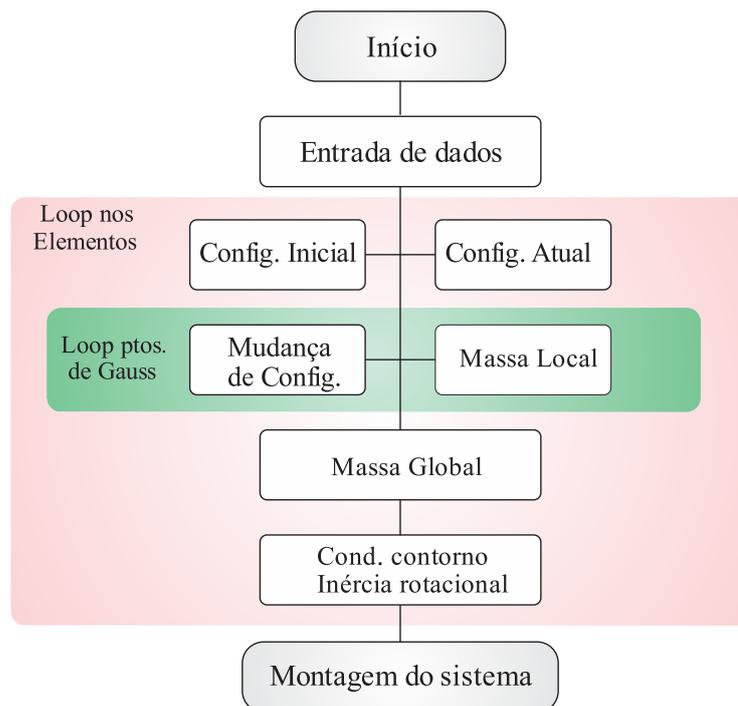


Figura 3.5 - Fluxograma início do programa de elementos finitos até montagem inicial do sistema.

3.2 Elastodinâmica não linear Geométrica aplicada ao MEF-posicional

Para aplicação do método dos elementos finitos para sistemas discretizados como pórticos planos, com a cinemática apresentada na seção anterior, são empregados princípios variacionais impondo equilíbrio às equações de movimento pela estacionariedade do funcional de energia. Este princípio só pode ser utilizado considerando que há conservação da energia total do sistema, logo se assume que não há dissipação de energia, ou seja, que a energia de entrada e de saída do sistema estão em balanço.

Nesta aplicação, utiliza-se a lei constitutiva de Saint-Venant-Kichhoff, que trata de material hiperelástico e é considerada simples por relacionar linearmente a deformação de Green (\mathbf{E}) com o segundo tensor de tensões de Piolla-Kirchhoff (\mathbf{S}). Escreve-se então a energia específica de deformação u_e :

$$u_e = \frac{\mathbf{E}}{2} \left\{ (E_{11}^2 + E_{22}^2) + G (E_{12}^2 + E_{21}^2) \right\}, \quad (3.18)$$

em que \mathbf{E} é o módulo de elasticidade longitudinal para pequenas deformações, E_{ij} é o tensor de deformações de Green e $G = \mathbf{E} / [2(1+\nu)]$. Adotando-se coeficiente de Poisson (ν) nulo na relação entre G e \mathbf{E} , evita-se o travamento volumétrico por efeito Poisson, pois não se permite que a seção transversal varie com a deformação longitudinal do material. O tensor de deformação de Green foi definido anteriormente, na Eq. (3.16).

O modelo constitutivo de Saint-Venant-Kichhoff é análogo à Lei de Hooke generalizada, porém é escrito com a medida de deformação de Green. Este material é muito utilizado em análise de estruturas sob grandes deslocamentos, porém possui a limitação de que o material deve trabalhar com deformações moderadas, situações comuns para estruturas de construções civis (OGDEN, 1984). A energia de deformação acumulada nos elementos, U_e , é dada pela integral da energia específica $u_e(\vec{Y})$ e é função dos parâmetros nodais (posições e ângulos da seção transversal).

$$U_e(\vec{Y}) = \int_{V_0} u_e(\vec{Y}) dV_0, \quad (3.19)$$

em que V_0 é o volume inicial da estrutura, o vetor (\vec{Y}) agrupa as posições nodais dos elementos.

Definida a energia de deformação, é necessário calcular as demais parcelas da energia potencial total do sistema. O potencial das cargas externas é dividido em duas partes, cargas externas concentradas e cargas distribuídas.

$$P = \vec{F} \cdot \vec{Y} + \int_{S_0} \vec{q} \cdot \vec{y}^m dS_0, \quad (3.20)$$

\vec{F} é o vetor de forças e momentos externos nodais, \vec{q} é o vetor de forças externas distribuídas nas direções ($i=1,2$), dS_0 é o comprimento infinitesimal inicial da linha de referência do elemento.

Define-se então a parcela da energia cinética.

$$K = \frac{1}{2} \int_{V_0} \rho_0 \dot{\vec{y}} \cdot \dot{\vec{y}} dV_0, \quad (3.21)$$

em que ρ_0 é a massa específica, $\dot{\vec{y}}$ é a velocidade de um ponto genérico no domínio V_0 .

O amortecimento é definido como o diferencial:

$$\frac{\partial Q}{\partial \dot{\vec{y}}} = \int_{V_0} \lambda \rho_0 \dot{\vec{y}} dV_0, \quad (3.22)$$

λ é uma constante de proporcionalidade com relação à massa, devido ao modelo de amortecimento adotado.

A energia total do sistema é então escrita somando as parcelas devido à energia potencial das forças externas e cargas distribuídas, energia cinética, amortecimento viscoso e energia de deformação dos elementos.

$$\Pi(\vec{Y}) = \int_{V_0} u_e(\vec{Y}) dV_0 - \vec{F} \cdot \vec{Y} - \int_{S_0} \vec{q} \cdot \vec{y}^m dS_0 + \frac{1}{2} \int_{V_0} \rho_0 \dot{\vec{y}} \cdot \dot{\vec{y}} dV_0 + Q, \quad (3.23)$$

Aplicando-se o princípio da energia potencial estacionária, impõe-se o equilíbrio na estrutura:

$$\begin{aligned} \partial \Pi(\vec{Y}) = & \int_{V_0} \frac{\partial u_e}{\partial \vec{Y}} \cdot \partial \vec{Y} dV_0 - \frac{\partial (\vec{F} \cdot \vec{Y})}{\partial \vec{Y}} \cdot \partial \vec{Y} - \int_{S_0} \frac{\partial (\vec{q} \cdot \vec{y}^m)}{\partial \vec{Y}} \cdot \partial \vec{Y} dS_0 + \\ & + \frac{1}{2} \int_{V_0} \rho_0 \frac{\partial (\dot{\vec{y}} \cdot \dot{\vec{y}})}{\partial \vec{Y}} \cdot \partial \vec{Y} dV_0 + \frac{\partial Q}{\partial \vec{Y}} \cdot \partial \vec{Y} = \vec{0} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Simplificando a Eq. (3.24) em termos das posições e ângulos nodais pela deformação de Green, substituindo os termos diferenciais de amortecimento viscoso e mudando as cargas distribuídas para forças nodais equivalentes, obtém-se:

$$\begin{aligned} \partial\Pi(\vec{Y}) = \int_{V_0} \frac{\partial u_e}{\partial \mathbf{E}} : \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \vec{Y}} \cdot \partial \vec{Y} \partial V_0 - \vec{F} \cdot \partial \vec{Y} - \int_{S_0} \vec{q} \frac{\partial \vec{y}^m}{\partial \vec{Y}} \cdot \partial \vec{Y} \partial S_0 + \\ + \frac{1}{2} \int_{V_0} \rho_0 \frac{\partial \dot{\vec{y}}}{\partial \vec{Y}} \cdot \partial \vec{Y} \partial V_0 + \frac{\partial Q}{\partial \vec{Y}} \cdot \partial \vec{Y} = \vec{0} \end{aligned} \quad (3.25)$$

De maneira simplificada, pode-se escrever a Eq. (3.25) como:

$$\partial\Pi(\vec{Y}) = \vec{F}^{\text{int}} \cdot \partial \vec{Y} - \vec{F} \cdot \partial \vec{Y} - \mathbf{L} \cdot \vec{Q} \cdot \partial \vec{Y} + \mathbf{M} \cdot \ddot{\vec{Y}} \cdot \partial \vec{Y} + \mathbf{D} \cdot \dot{\vec{Y}} \cdot \partial \vec{Y} = \vec{0}, \quad (3.26)$$

onde, \vec{F}^{int} refere-se ao vetor de forças internas, \mathbf{L} é a matriz usada para transformar cargas distribuídas em nodais equivalentes, \mathbf{M} a matriz de massa, \mathbf{D} é a matriz de amortecimento proporcional à matriz de massa. Devido à arbitrariedade do vetor $\partial \vec{Y}$, a Eq. (3.26) representa o equilíbrio dinâmico não linear geométrico do sistema. Este equilíbrio pode ser tratado como:

$$\vec{F}^{\text{int}} - \vec{F} - \mathbf{L} \cdot \vec{Q} + \mathbf{M} \cdot \ddot{\vec{Y}} + \mathbf{D} \cdot \dot{\vec{Y}} = \vec{0} \quad (3.27)$$

3.2.1 Cálculo das Forças Internas

Para a determinação das forças internas é necessário calcular as derivadas da energia de deformação, o que resulta em um processo longo. A energia de deformação é função da deformação de Green e por consequência do gradiente da função mudança de configuração.

O termo $\partial u_e / \partial \mathbf{E}$ apresentado na Eq. (3.25) é definido em função do tensor de tensões de Piola-Kirchhoff de segunda espécie (\mathbf{S}), definido por:

$$\mathbf{S} = \frac{\partial u_e}{\partial \mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} E_{11} & 2GE_{12} \\ 2GE_{12} & \mathbf{E} E_{22} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \vec{Y}} = \frac{1}{2} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \vec{Y}} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{Y}} \{ \mathbf{A}^t \cdot \mathbf{A} \} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \vec{Y}} \left\{ \left[(\mathbf{A}^0)^{-t} \cdot (\mathbf{A}^1)^t \right] \cdot \left[(\mathbf{A}^1) \cdot (\mathbf{A}^0)^{-1} \right] \right\} \\ = \frac{1}{2} \left\{ \left[(\mathbf{A}^0)^{-t} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{A}^1}{\partial \vec{Y}} \right)^t \right] \cdot \left[(\mathbf{A}^1) \cdot (\mathbf{A}^0)^{-1} \right] + \left[(\mathbf{A}^0)^{-t} \cdot (\mathbf{A}^1)^t \right] \cdot \left[\left(\frac{\partial \mathbf{A}^1}{\partial \vec{Y}} \right)^t \cdot (\mathbf{A}^0)^{-1} \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Na Eq. (3.29) todos os termos são conhecidos com exceção de $\partial \mathbf{A}^1 / \partial \bar{Y}$. Como \mathbf{A}^1 já foi definido, suas derivadas em relação aos graus de liberdade Y_α^β se dão por:

$$\frac{\partial \mathbf{A}^1}{\partial Y_1^\beta} = \begin{bmatrix} \phi_{\beta,\xi} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \mathbf{A}^1}{\partial Y_2^\beta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \phi_{\beta,\xi} & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}^1}{\partial Y_3^\beta} = \frac{\partial \mathbf{A}^1}{\partial \theta_\beta} = \begin{bmatrix} -\frac{h_0}{2} \eta \cos(\phi_\ell \theta_\ell) \phi_\beta(\phi_{k,\xi} \theta_k) - \frac{h_0}{2} \eta \text{sen}(\phi_\ell \theta_\ell) \phi_{\beta,\xi} & -\frac{h_0}{2} \text{sen}(\phi_\ell \theta_\ell) \phi_\beta \\ -\frac{h_0}{2} \eta \cos(\phi_\ell \theta_\ell) \phi_\beta(\phi_{k,\xi} \theta_k) + \frac{h_0}{2} \eta \text{sen}(\phi_\ell \theta_\ell) \phi_{\beta,\xi} & \frac{h_0}{2} \cos(\phi_\ell \theta_\ell) \phi_\beta \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

em que Y_α^β é a posição do grau de liberdade nas direções α (1, 2 ou 3 para os ângulos da seção transversal) do nó β .

Calculam-se então as forças internas como:

$$\vec{F}^{\text{int}} = \int_{V_0} \frac{\partial u_e}{\partial \bar{Y}} dV_0 = \int_{V_0} \mathbf{S} : \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \bar{Y}} dV_0 \quad (3.32)$$

Para os casos estudados a integral da Eq. (3.32) é realizada numericamente com o uso da quadratura de Gauss-Legendre. Foram utilizados três pontos de Gauss na direção transversal e quatro pontos na direção longitudinal dos elementos. Os valores dos pontos e seus respectivos pesos estão apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Posição e pesos dos pontos de Gauss

Direção	Nº de Pontos	Grau do polinômio possível de integrar de modo exato	Posição dos pontos de Gauss	Pesos de Gauss
Transversal	3	5	$-\sqrt{3/5}$	5/9
			0	8/9
			$\sqrt{3/5}$	5/9
Longitudinal	4	7	-0.8611363116	0.3478548451
			-0.3399810436	0.6521451549
			0.3399810436	0.6521451549
			0.8611363116	0.3478548451

Fonte:(AZEVEDO, 2003).

A partir do que foi desenvolvido até então, podem-se calcular as forças internas que consistem na derivada da energia de deformação acumulada em cada elemento finito. De acordo com cada posição tentativa, resultam as componentes de força ou momento (no caso dos giros tentativa) internos.

$$\vec{F}^{\text{int}} = b_0 w_{ig} w_{jg} \mathbf{S}(\xi_{ig}, \eta_{jg}) : \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \vec{Y}}(\xi_{ig}, \eta_{jg}) \text{Det}[\mathbf{A}^0(\xi_{ig}, \eta_{jg})], \quad (3.33)$$

em que w_{ig} e w_{jg} são os pesos de Gauss nas direções longitudinal e transversal dos elementos para os pontos de integração ξ_{ig}, η_{jg} .

Depois de construídas as matrizes de massa e amortecimento da estrutura, e estabelecidas a configuração inicial e atual dos elementos, realiza-se a integração temporal e a resolução do sistema de equações não lineares. A resolução do sistema conta com o cálculo iterativo do vetor de forças internas, da matriz hessiana da estrutura e da atualização da posição em cada passo de tempo.

Neste trabalho foi adotado amortecimento de Rayleigh somente proporcional a matriz de massa do sistema, uma vez que a matriz de rigidez do problema varia com as iterações. Desta forma, define-se a matriz de amortecimento como:

$$\mathbf{D} = \lambda_D \mathbf{M} \quad (3.34)$$

com λ_D sendo um fator de proporcionalidade a multiplicar a matriz de massa \mathbf{M} calculada na Eq. (3.17).

3.3 Solução do sistema de equações não lineares

A solução do sistema é feita utilizando a técnica de Newton-Raphson conjuntamente ao integrador temporal de Newmark- β . Pelo fato de se utilizar a descrição matemática Lagrangeana total e graças a matriz de massa constante, pode-se utilizar do integrador de Newmark- β , assegurando conservação da quantidade de movimento e de energia suficiente para resolver a maioria dos problemas, com bons resultados, conforme demonstrado nos trabalhos de Coda e Paccola (2009), Sanches e Coda (2013) e Siqueira (2016).

Desta forma, reescreve-se a Eq. (3.27) de equilíbrio dinâmico como:

$$\vec{g} = \vec{F}^{\text{int}} - \vec{F} + \mathbf{M} \cdot \ddot{\vec{Y}} + \mathbf{D} \cdot \dot{\vec{Y}} = \vec{0} \quad (3.35)$$

O vetor \vec{g} é chamado de desbalanceamento mecânico do sistema. Este é nulo se a posição tentativa é a correta; logo, obtém-se a equação de equilíbrio dinâmico para qualquer instante de tempo como:

$$\bar{\mathbf{g}}|_{S+1} = \frac{\partial \Pi}{\partial \bar{\mathbf{Y}}}\bigg|_{S+1} = \frac{\partial U_e}{\partial \bar{\mathbf{Y}}}\bigg|_{S+1} - \bar{\mathbf{F}}_{S+1} + \mathbf{M} \cdot \ddot{\bar{\mathbf{Y}}}_{S+1} + \mathbf{D} \cdot \dot{\bar{\mathbf{Y}}}_{S+1} = 0 \quad (3.36)$$

Utilizam-se as aproximações de Newmark para obtenção da resposta temporal assumida ao longo de um intervalo de tempo Δt . Adotam-se os parâmetros $\beta=0,25$ e $\gamma=0,50$, para consideração de aceleração média constante nos passos de tempo. Desta forma, tem-se o deslocamento e a velocidade definidos como:

$$\bar{\mathbf{Y}}_{S+1} = \bar{\mathbf{Y}}_S + \Delta t \dot{\bar{\mathbf{Y}}}_S + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\bar{\mathbf{Y}}}_S + \beta \ddot{\bar{\mathbf{Y}}}_{S+1} \right] \quad (3.37)$$

$$\dot{\bar{\mathbf{Y}}}_{S+1} = \dot{\bar{\mathbf{Y}}}_S + \Delta t (1 - \gamma) \ddot{\bar{\mathbf{Y}}}_S + \gamma \Delta t \ddot{\bar{\mathbf{Y}}}_{S+1} \quad (3.38)$$

A aceleração em cada passo de tempo é determinada por:

$$\ddot{\bar{\mathbf{Y}}}_{S+1} = \frac{\bar{\mathbf{Y}}_{S+1} - \bar{\mathbf{Q}}_S}{\beta \Delta t^2} \quad (3.39)$$

A aceleração para o passo de tempo inicial $\ddot{\bar{\mathbf{Y}}}_0$ é calculada por:

$$\ddot{\bar{\mathbf{Y}}}_0 = \mathbf{M}^{-1} \left[\mathbf{F}_0 - \frac{\partial U_e}{\partial \bar{\mathbf{Y}}}\bigg|_0 - \mathbf{D} \dot{\bar{\mathbf{Y}}}_0 \right] \quad (3.40)$$

Substituindo (3.36) e (3.37) em (3.35), obtém-se:

$$\bar{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{Y}}_{S+1}) = F_{S+1}^{\text{int}} - F_{S+1} + \frac{\mathbf{M}}{\beta \Delta t} \bar{\mathbf{Y}}_{S+1} + \gamma \frac{\mathbf{D}}{\beta \Delta t} \bar{\mathbf{Y}}_{S+1} - \mathbf{M} \bar{\mathbf{Q}}_S + \mathbf{D} \bar{\mathbf{R}}_S - \gamma \Delta t \mathbf{D} \bar{\mathbf{Q}}_S = \bar{\mathbf{0}} \quad (3.41)$$

em que $\bar{\mathbf{Q}}$ e $\bar{\mathbf{R}}$ são as contribuições dinâmicas já conhecidas no instante de tempo, e determinados por:

$$\bar{\mathbf{Q}}_S = \frac{\bar{\mathbf{Y}}_S}{\beta \Delta t^2} + \frac{\dot{\bar{\mathbf{Y}}}_S}{\beta \Delta t} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\bar{\mathbf{Y}}}_S \quad e \quad \bar{\mathbf{R}}_S = \dot{\bar{\mathbf{Y}}}_S + \Delta t (1 - \gamma) \ddot{\bar{\mathbf{Y}}}_S \quad (3.42)$$

A Eq. (3.41) é não linear em relação à posição tentativa $(\bar{\mathbf{Y}}_{S+1})$. Para solução pelo método de Newton-Raphson, pode-se expandi-la em série de Taylor truncada em primeira ordem em torno da posição tentativa $\bar{\mathbf{Y}}_{S+1}^0$:

$$\bar{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{Y}}_{S+1}) \cong \bar{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{Y}}_{S+1}^0) + \nabla \bar{\mathbf{g}}(\bar{\mathbf{Y}}_{S+1}^0) \Delta \bar{\mathbf{Y}} = \bar{\mathbf{0}} \quad (3.43)$$

A posição tentativa \vec{Y}_{S+1}^0 é geralmente adotada igual à posição de equilíbrio no instante passado. Da expressão (3.43), resta o sistema linear para cálculo da correção da posição:

$$\nabla \vec{g}(\vec{Y}_{S+1}^0) \Delta \vec{Y} = -\vec{g}(\vec{Y}_{S+1}^0), \quad \Delta \vec{Y} = -H^{-1} \cdot g(\vec{Y}_{S+1}^0), \quad (3.44)$$

em que \mathbf{H} é a matriz hessiana (ou matriz de rigidez tangente) estática do sistema, definida pela segunda derivada da energia total do sistema.

Ao calcular $\Delta \vec{Y}$ obtém-se uma nova posição tentativa:

$$\vec{Y}_{S+1} = \vec{Y}_{S+1}^0 + \Delta \vec{Y}. \quad (3.45)$$

O valor de \vec{Y}_{S+1} torna-se o novo \vec{Y}_{S+1}^0 para o seguinte passo de tempo e atualizam-se os vetores de velocidade e aceleração do sistema.

O critério de parada das iterações no processo de Newton-Raphson é definido como:

$$\frac{\|\vec{g}(\vec{Y}_{S+1})\|}{\|\vec{F}\|} \leq Tolerância \quad e \quad \frac{\|\Delta \vec{Y}_{S+1}\|}{\|\vec{X}\|} \leq Tolerância \quad (3.46)$$

em que \vec{X} é a posição inicial.

A Figura 3.6 mostra o fluxograma para o avanço no tempo da solução do sistema de equações realizado a partir da montagem inicial do sistema apresentada na Figura 3.5. Um exemplo com a validação do código de elementos finitos NLG é apresentada no Apêndice A deste trabalho.

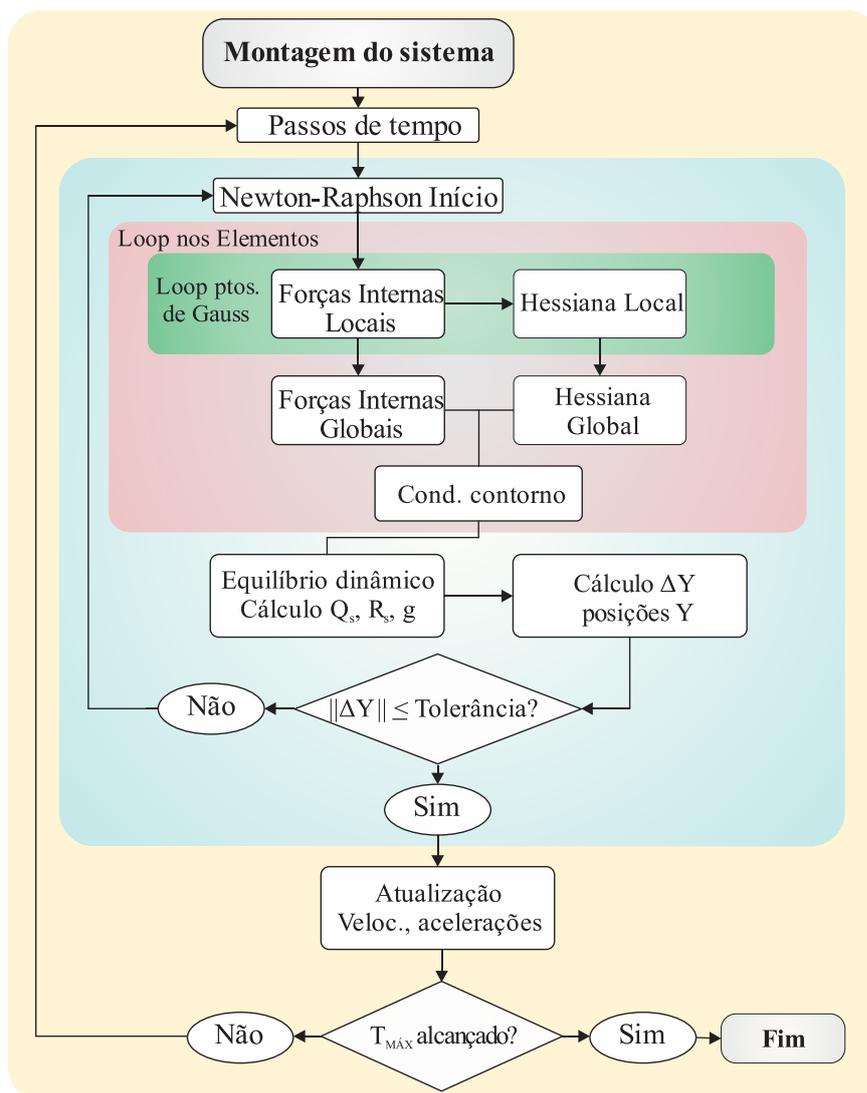


Figura 3.6 - Fluxograma do procedimento de avanço temporal e resolução do sistema de equações.

3.3.1 Cálculo da Matriz Hessiana

O cálculo da matriz Hessiana do sistema é dado por um procedimento detalhado que se inicia definindo a equação:

$$\mathbf{H} = \nabla \bar{g} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \bar{Y} \partial \bar{Y}} \Big|_{S+1} = \frac{\partial^2 U_e}{\partial \bar{Y} \partial \bar{Y}} \Big|_{S+1} + \frac{\mathbf{M}}{\beta \Delta t^2} + \frac{\gamma \mathbf{D}}{\beta \Delta t} \quad (3.47)$$

Na Eq. (3.47) a primeira parcela trata da segunda derivada da energia de deformação, que pode ser obtida pela energia de deformação específica como:

$$\frac{\partial^2 U_e}{\partial \bar{Y} \partial \bar{Y}} = \int_{V_0} \frac{\partial^2 u_e}{\partial \bar{Y} \partial \bar{Y}} dV_0 = \int_{V_0} \frac{\partial \bar{F}^{\text{int}}}{\partial \bar{Y}} dV_0 = \int_{V_0} \left(\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \bar{Y}} : \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \bar{Y}} + \mathbf{S} : \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \bar{Y} \partial \bar{Y}} \right) dV_0 \quad (3.48)$$

Nesta equação, $\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \bar{Y}}$ é a derivada do tensor de tensões de Piola-Kirchhoff em relação às incógnitas nodais, dada por:

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \bar{Y}} = \frac{\partial}{\partial \bar{Y}} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \mathbf{E}_{11} & 2\mathbf{G} \mathbf{E}_{12} \\ 2\mathbf{G} \mathbf{E}_{21} & \mathbf{E} \mathbf{E}_{22} \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

Resta calcular a primeira derivada da deformação de Green, que já é conhecida do cálculo das forças internas e a segunda derivada, definida como:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \bar{Y} \partial \bar{Y}} = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} 2 \left[\left(\mathbf{A}^0 \right)^{-t} \cdot \frac{\partial \left(\mathbf{A}^1 \right)^{-t}}{\partial \bar{Y}} \right] \cdot \left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \bar{Y}} \cdot \left(\mathbf{A}^0 \right)^{-1} \right] + \\ \left[\left(\mathbf{A}^0 \right)^{-t} \cdot \left(\frac{\partial^2 \left(\mathbf{A}^1 \right)}{\partial \bar{Y} \partial \bar{Y}} \right)^t \right] \cdot \left[\left(\mathbf{A}^1 \right) \cdot \left(\mathbf{A}^0 \right)^{-1} \right] + \\ \left[\left(\mathbf{A}^0 \right)^{-t} \cdot \left(\mathbf{A}^1 \right)^t \right] \cdot \left[\left(\frac{\partial^2 \left(\mathbf{A}^1 \right)}{\partial \bar{Y} \partial \bar{Y}} \right) \cdot \left(\mathbf{A}^0 \right)^{-1} \right] \end{array} \right\} \quad (3.50)$$

Todos os termos da Eq. (3.50) são conhecidos, exceto $\left(\partial^2 \left(\mathbf{A}^1 \right) / \partial \bar{Y} \partial \bar{Y} \right)$, porém da equação (3.30), pode-se observar que somente os graus de liberdade de giro possuem valores diferentes de zero para esta derivada, definidos como:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}^1}{\partial Y_3^\beta \partial Y_3^\zeta} = \begin{cases} \frac{h_0}{2} \eta \left\{ \text{sen}(\phi_\ell \theta_\ell) \phi_\beta \phi_\zeta (\phi_{k,\xi} \theta_k) - \cos(\phi_\ell \theta_\ell) [\phi_\beta \phi_{\zeta,\xi} + \phi_{\beta,\xi} \phi_\zeta] \right\} & -\frac{h_0}{2} \cos(\phi_\ell \theta_\ell) \\ -\frac{h_0}{2} \eta \left\{ \cos(\phi_\ell \theta_\ell) \phi_\beta \phi_\zeta (\phi_{k,\xi} \theta_k) + \text{sen}(\phi_\ell \theta_\ell) [\phi_\beta \phi_{\zeta,\xi} + \phi_{\beta,\xi} \phi_\zeta] \right\} & -\frac{h_0}{2} \text{sen}(\phi_\ell \theta_\ell) \end{cases} \quad (3.51)$$

Na notação indicial, β e ζ representam os nós do elemento com somatório sobre os nós ℓ e k .

É realizada a interação numérica da segunda derivada da energia de deformação com a quadratura de Gauss-Legendre:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_e}{\partial \vec{Y} \partial \vec{Y}} = & b_0 w_{ig} w_{jg} \left[\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \vec{Y}}(\xi_{ig}, \eta_{jg}) : \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \vec{Y}}(\xi_{ig}, \eta_{jg}) + \right. \\ & \left. + \mathbf{S}(\xi_{ig}, \eta_{jg}) : \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial \vec{Y} \partial \vec{Y}}(\xi_{ig}, \eta_{jg}) \right] \text{Det} \left[\mathbf{A}^0(\xi_{ig}, \eta_{jg}) \right], \end{aligned} \quad (3.52)$$

sendo w_{ig} e w_{jg} os pesos de Gauss nos pontos de integração ξ_{ig} e η_{jg} , longitudinal e transversal, respectivamente.

4 ANÁLISE DINÂMICA LINEAR POR SISTEMAS MASSA-MOLA

Em análises dinâmicas com discretização em sistemas massa-mola, vale-se da vantagem de que a resposta do sistema pode ser obtida analiticamente, pelo método da superposição modal. Esta metodologia baseia-se no fato de que, para certos tipos de amortecimento as n equações de movimento acopladas de um sistema discreto de n graus de liberdade podem ser modificadas através da transformação para coordenadas modais em n equações desacopladas. Este método utiliza a propriedade de ortogonalidade dos modos de vibração para desacoplar o sistema de equações, de modo que a resposta é obtida resolvendo equações diferenciais similares às equações de um grau de liberdade. Ao final, a resposta da estrutura é transformada para coordenadas reais e é calculada pela combinação linear das respostas encontradas para as coordenadas modais. A demonstração e a aplicação desta formulação pode ser verificada em Warburton (1976), Clough e Penzien (1993), Paultre (2010) e Rao (2010).

Neste trabalho o método da superposição modal com a estrutura discretizada em sistemas massa-mola foi utilizado para comparação de diferentes modelos de análise na resposta da estrutura excitada por sismos.

4.1 Equação de movimento

Considera-se um sistema com três graus de liberdade, conforme o mostrado na Figura 4.1, que pode representar um edifício de três pavimentos. Escreve-se a equação de movimento considerando as parcelas de forças inerciais (f_i), de amortecimento (f_D) e forças elásticas (f_s):

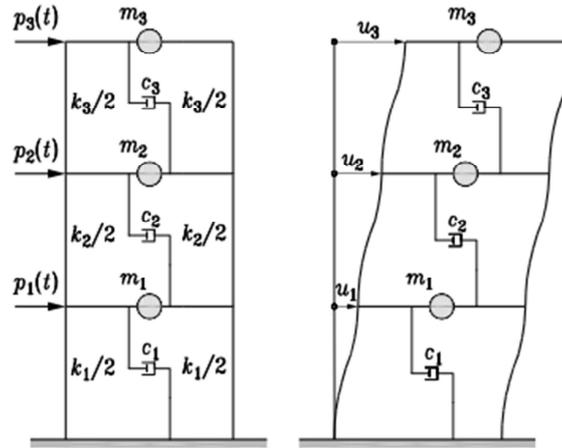


Figura 4.1 - Modelo de discretização em sistemas massa-mola.
Fonte: PAULTRE (2010).

$$f_I + f_D + f_S = p(t) \quad (4.1)$$

As forças inerciais do sistema são definidas como:

$$f_I = [\mathbf{M}]\{\ddot{u}\} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

sendo \mathbf{M} a matriz de massa, diagonal, com a massa de cada pavimento concentrada.

A parcela devido às forças de amortecimento é obtida como:

$$f_D = [\mathbf{C}]\{\dot{u}\} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

As forças elásticas são determinadas por:

$$f_S = [\mathbf{K}]\{u\} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} \quad (4.4)$$

Portanto, obtém-se a equação de equilíbrio, para estrutura sujeita a sismos:

$$\mathbf{M}\ddot{u}(t) + \mathbf{C}\dot{u}(t) + \mathbf{K}u(t) = p_{eff}(t), \quad (4.5)$$

sendo \mathbf{M} a matriz de massa do sistema, $\ddot{u}(t)$ o vetor de acelerações no tempo, \mathbf{C} a matriz de amortecimento, $\dot{u}(t)$ o vetor de velocidades, \mathbf{K} a matriz de rigidez, $u(t)$ o vetor de deslocamentos e $p_{eff}(t)$ o vetor de forças efetivas, que pode ser escrito como:

$$p_{eff}(t) = -\mathbf{M}r \ddot{u}_g(t) = -f \ddot{u}_g(t), \quad (4.6)$$

em que $\ddot{u}_g(t)$ é o vetor de acelerações horizontais do terremoto e r é um vetor com tamanho dos n pavimentos da estrutura com todas as componentes iguais à unidade, quando os graus de liberdade estão orientados para movimentar-se na mesma direção dos deslocamentos da base. Este vetor r representa os coeficientes de influência nos deslocamentos nodais, quando um deslocamento unitário é imposto nos apoios.

Logo, tem-se que a resposta dinâmica linear da estrutura, sujeita a deslocamentos de base resultantes de ocorrências sísmicas é equivalente à resposta da estrutura com apoios fixos sujeita a forças externas concentradas em cada uma das massas. Esta força é obtida multiplicando as massas de cada grau de liberdade pelas acelerações de base em direção oposta a das acelerações.

4.2 Análise modal e determinação das frequências naturais e modos de vibração

Inicialmente é necessário calcular as frequências naturais e os respectivos modos de vibração da estrutura. Considerando sistema livre não amortecido, a equação do movimento é escrita como:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{u}\} + [\mathbf{K}]\{u\} = \{0\} \quad (4.7)$$

A solução da equação (4.7), quando as condições iniciais são não-nulas se dá por:

$$\{u\} = \phi_i e^{\lambda_i t} = \phi \text{sen}(\omega t - \alpha) \quad (4.8)$$

Substituindo a Eq. (4.8) na equação de movimento Eq. (4.7) e dividindo-a por $\text{sen}(\omega t - \alpha)$ obtém-se:

$$[\mathbf{K}] - \omega^2 [\mathbf{M}]\{\phi\} = \{0\}, \quad (4.9)$$

A Eq. (4.9) ainda pode ser representa por um problema de autovalor e autovetor que tem como solução as frequências naturais angulares ao quadrado (ω^2) e os respectivos modos de vibração (ϕ).

$$\left[[\mathbf{M}]^{-1} \cdot [\mathbf{K}] \right] \{\phi\} = \omega^2 \{\phi\}, \quad (4.10)$$

Destá forma, encontra-se o vetor das frequências naturais do sistema Eq. (4.11) e a matriz dos modos de vibração Eq. (4.12) que deve ser organizada de forma que cada coluna represente um modo de vibração da estrutura.

$$\{\omega\} = \begin{Bmatrix} \sqrt{\omega_1^2} \\ \sqrt{\omega_2^2} \\ \vdots \\ \sqrt{\omega_n^2} \end{Bmatrix}, \quad (4.11)$$

$$[\phi] = \begin{bmatrix} \phi_1^{(1)} & \phi_1^{(2)} & \dots & \phi_1^{(n)} \\ \phi_2^{(1)} & \phi_1^{(n)} & \dots & \phi_2^{(n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_3^{(1)} & \phi_n^{(2)} & \dots & \phi_n^{(n)} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Destaca-se que o método de análise modal pode ser utilizado para a determinação das frequências naturais e modos de vibração para estruturas discretizadas em diferentes modelos de análise, como por exemplo em elementos finitos ou massa-mola.

4.3 Método da superposição modal

Estabelecem-se as relações de ortogonalidade entre os modos de vibração normais de um mesmo sistema, descrevendo-se primeiramente os modos r e s distintos:

$$[[\mathbf{K}] - \omega_r^2 [\mathbf{M}]]\{\phi\}_r = \{0\} \quad e \quad [[\mathbf{K}] - \omega_s^2 [\mathbf{M}]]\{\phi\}_s = \{0\} \quad (4.13)$$

Realizando as operações de pré e pós-multiplicação da Eq. (4.13) por $\{\phi\}_r^T$ e $\{\phi\}_s^T$,

$$\{\phi\}_r^T [[\mathbf{K}] - \omega_r^2 [\mathbf{M}]]\{\phi\}_r = \{0\} \quad e \quad \{\phi\}_s^T [[\mathbf{K}] - \omega_s^2 [\mathbf{M}]]\{\phi\}_s = \{0\} \quad (4.14)$$

Combinando as equações, tem-se:

$$(\omega_r^2 - \omega_s^2)\{\phi\}_s^T [\mathbf{M}]\{\phi\}_r = \{0\} \quad (4.15)$$

Para o caso em que $\omega_r \neq \omega_s$, a Eq. (4.15) somente é satisfeita com as relações de ortogonalidade entre os modos de vibração e entre as matrizes de massa e rigidez:

$$\{\phi\}_s^T [\mathbf{M}]\{\phi\}_r = \{0\} \quad r \neq s \quad e \quad \{\phi\}_s^T [\mathbf{K}]\{\phi\}_r = \{0\} \quad r \neq s \quad (4.16)$$

logo,

$$\{\phi\}_r^T [\mathbf{M}] \{\phi\}_r = M \quad r = s \quad e \quad \{\phi\}_r^T [\mathbf{K}] \{\phi\}_r = K \quad r = s \quad (4.17)$$

em que M e K são a massa e a rigidez modal associadas ao r -ésimo modo de vibração da estrutura, ambas matrizes diagonais.

Pode-se então generalizar a formulação para a matriz modal completa Φ :

$$[\Phi]^T [\mathbf{M}] [\Phi] = \text{diag} [\mathbf{M}]_r \quad (4.18)$$

Com os resultados de massa modal, podem-se calcular os modos de vibração normalizados Ψ , obtendo assim o modelo modal do sistema:

$$\Psi_r = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{M}_r}} \phi_r, \quad (4.19)$$

$$[\Psi]^T [\mathbf{M}] [\Psi] = [\mathbf{I}], \quad [\Psi]^T [\mathbf{K}] [\Psi] = [\omega_r^2], \quad (4.20)$$

Fazendo-se a combinação linear dos modos de vibração, pode-se representar qualquer configuração da estrutura. Para isso, faz-se a mudança dos deslocamentos, acelerações e velocidades para o espaço modal q , da seguinte forma:

$$\{u\} = [\Psi] \cdot \{q\}, \quad (4.21)$$

$$\{\dot{u}\} = [\Psi] \cdot \{\dot{q}\}, \quad (4.22)$$

$$\{\ddot{u}\} = [\Psi] \cdot \{\ddot{q}\}, \quad (4.23)$$

A equação do movimento é construída com as equações anteriores e matrizes diagonalizadas:

$$[\Psi]^T \cdot [\mathbf{M}] \cdot [\Psi] \cdot \{\ddot{q}\} + [\Psi]^T \cdot [\mathbf{C}] \cdot [\Psi] \cdot \{\dot{q}\} + [\Psi]^T \cdot [\mathbf{K}] \cdot [\Psi] \cdot \{q\} = [\Psi]^T \cdot [P_{eff}] \quad (4.24)$$

Com a solução analítica, similar à utilizada para sistemas com um grau de liberdade, consegue-se construir a resposta dinâmica de problemas de múltiplos graus de liberdade, através da superposição das soluções dos problemas desacoplados.

Um exemplo com a verificação do código de solução por superposição modal de estruturas discretizadas em sistemas massa-mola é apresentada no Apêndice B deste trabalho.

5 REPRESENTAÇÃO ESTOCÁSTICA DE TERREMOTOS

Em geral, a análise do comportamento estrutural sob sismos, pode ser feita por meio de históricos de terremotos ou por geração artificial de acelerogramas. A vantagem da utilização de acelerogramas artificiais, gerados por processos estocásticos, se dá pela possibilidade de simular terremotos em todos os locais e condições de interesse (THRÁINSSON et al., 2000).

Melchers (1998) define que um processo estocástico $X(t)$ é uma função aleatória no tempo t , de forma que, para qualquer ponto no tempo, o valor de X é uma variável aleatória. O resultado de cada realização $x(t)$ de $X(t)$ é determinado pela função de densidade de probabilidades $f_x(x, t)$. Os processos estocásticos podem ser divididos em estacionários e não estacionários. Um processo é dito estacionário quando suas estatísticas não variam ao longo do tempo. Para estes processos, as propriedades estatísticas conjuntas para dois instantes diferentes são função da diferença temporal entre estes. Já os processos não estacionários, possuem propriedades estatísticas variando no tempo e as propriedades conjuntas, em dois instantes diferentes, são funções desses mesmos instantes e não da sua diferença temporal. Exemplos clássicos de processos não estacionários são os sinais de sismos obtidos de acelerogramas (AZEVEDO, 1996; MELCHERS, 1998; BECK, 2014).

O desafio inicial na avaliação dos efeitos de terremotos em estruturas dá-se pela geração das amostras de sismos que deverão ser testadas na estrutura, usualmente via simulações de Monte Carlo. Dois métodos são amplamente conhecidos para a geração destas amostras, o método da representação espectral proposto por Shinozuka (1972; 1974) e Shinozuka et al., (1987) e o método ARMA (*Auto-Regressive Moving Average*) apresentado por Kozin (1954); para mais detalhes pode-se consultar o trabalho de Conte e Pister (1992). Ao longo dos anos, muitas melhorias foram propostas a estas técnicas de modo a torná-las mais aplicáveis. Yang (1972; 1973) e Shinozuka (1974), aplicaram transformadas rápidas de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*) no modelo de representação espectral para reduzir o custo computacional. Mais tarde, Shinozuka e Deodatis (1989) utilizaram a representação

espectral para simular ondas como processos estocásticos. Outros avanços que asseguram maior eficiência computacional foram propostos por Li e Kareem (1991; 1997). Atualmente, devido a trabalhos como os de Deodatis (1996), Rezaeian e Kiureghian (2008) e Zerva (2008) é possível a consideração de processos estocásticos totalmente não estacionários e variáveis no espaço, modelos que podem descrever de forma mais confiável as variabilidades e o comportamento de sinais de terremotos.

Para realizar a avaliação do risco estrutural sísmico, códigos internacionais (e.g. Uniform Building Code, 1997; European Committee for Standardization - Eurocode 8, 2003) permitem o uso de amostras de terremotos gerados artificialmente, desde que estes sejam espectro-compatíveis (*spectrum compatible*) com respostas médias prescritas (*target spectra*). Neste sentido, além da representação do evento sísmico através de acelerações, velocidades ou deslocamentos no tempo, é necessário avaliar a resposta espectral do movimento de solo, fazendo com que esta seja compatível com a resposta espectral alvo em uma determinada faixa de frequências. A principal limitação desta recomendação dos códigos normativos é que, nestes, não há indicação de uma metodologia para corrigir as amostras geradas e torná-las *spectrum compatible*.

Os estudos precursores neste assunto foram os de Ahmadi (1979), Kiureghian e Neuenhofer (1992), Berrah e Kausel (1993) e Zembaty e Krenk (1994). Mais recentemente, estratégias como as de Allam e Datta (2002), Giaralis e Spanos (2009), Cacciola (2010), Cacciola e Deodatis (2011), Cacciola e Zentner (2012) foram elaboradas para facilitar a obtenção de amostras compatíveis. Hao et al. (1989) propuseram realizar uma transformada de Fourier na resposta temporal dos terremotos gerados como processos *quasi*-estacionários, multiplicar a frequência dominante obtida nesta transformação pela razão entre a resposta *target* sobre a resposta inicial, e utilizar novamente a transformada de Fourier para retornar à resposta temporal corrigida.

Similarmente, Deodatis (1996) desenvolveu uma metodologia para geração de amostras de processos estocásticos *quasi*-estacionários *spectrum compatible* e multivariáveis no espaço, que consiste em sucessivas atualizações da função de densidade espectral de potência que gera o processo inicial. Embora estes trabalhos tenham trazido notáveis avanços à obtenção de processos espectro-compatíveis, em formulações *quasi*-estacionárias, somente as amplitudes do movimento são consideradas variáveis com o tempo. Por isso, os estudos recentes têm endereçado metodologias para geração de processos totalmente não estacionários (ou seja, com amplitudes e frequências variando no tempo) e compatíveis espectralmente. Destacam-se os trabalhos de Sarkar e Gupta (2005), Cacciola (2010), Cacciola e Deodatis

(2011), Sarkar et al. (2016) que propõe o desenvolvimento de ferramentas eficientes para avaliação do risco estrutural sísmico.

5.1 Processos estocásticos totalmente não estacionários para movimentação de solo

Neste trabalho foi utilizado um modelo derivado do método da representação espectral, combinando a representação de terremotos totalmente não estacionários, variáveis no espaço e espectro-compatíveis. A partir dos trabalhos de Shinozuka e Deodatis (1988) e Deodatis (1996) realiza-se a geração da amostra inicial do processo estocástico.

Considere um vetor de processos estocásticos m -variável no espaço com componentes $f_j^0(t), (j=1,2,\dots,m)$ de média igual a zero $E[f_j^0(t)]=0$. Pode-se escrever a matriz de auto correlação cruzada do processo como:

$$\mathbf{R}_f^0(t, t+\tau) = \begin{bmatrix} R_{11}^0(t, t+\tau) & R_{12}^0(t, t+\tau) & \dots & R_{1m}^0(t, t+\tau) \\ R_{21}^0(t, t+\tau) & R_{22}^0(t, t+\tau) & \dots & R_{2m}^0(t, t+\tau) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{m1}^0(t, t+\tau) & R_{m2}^0(t, t+\tau) & \dots & R_{mm}^0(t, t+\tau) \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

e sua correspondente matriz de densidade espectral cruzada:

$$\mathbf{S}_f^0(\omega, t) = \begin{bmatrix} S_{11}^0(\omega, t) & S_{12}^0(\omega, t) & \dots & S_{1m}^0(\omega, t) \\ S_{21}^0(\omega, t) & S_{22}^0(\omega, t) & \dots & S_{2m}^0(\omega, t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1}^0(\omega, t) & S_{m2}^0(\omega, t) & \dots & S_{mm}^0(\omega, t) \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Como consequência da não-estacionariedade total do processo, observa-se que a matriz de auto-correlação tem componentes dependentes de dois instantes de tempo: $t, t+\tau$. Da mesma forma, a matriz de densidade espectral é uma função não separável da frequência ω e do tempo t . Usando a teoria de potência espectral evolucionária para processos estocásticos apresentada por Priestley (1965), podem-se definir os componentes da matriz $\mathbf{S}_f^0(\omega, t)$:

$$S_{jj}^0(\omega, t) = |A_j(\omega, t)|^2 S_j(\omega), \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5.3)$$

$$S_{jk}^0(\omega, t) = A_j(\omega, t) A_k(\omega, t) \sqrt{S_j(\omega) S_k(\omega)} \Gamma_{jk}(\omega), \quad j, k = 1, 2, \dots, m; \quad j \neq k \quad (5.4)$$

em que $A_j(\omega, t)$ é uma função de modulação não separável, $S_j(\omega)$ é uma componente estacionária da função de densidade espectral de $f_j^0(t)$, ($j = 1, 2, \dots, m$), $\Gamma_{jk}(\omega)$ é uma função de coerência complexa entre $f_j^0(t)$ e $f_k^0(t)$. A matriz $\mathbf{S}_f^0(\omega, t)$ é Hermitiana, de modo que para qualquer instante de tempo t , os elementos da diagonal são funções reais e não negativas da frequência ω :

$$S_{jj}^0(\omega, t) = S_{jj}^0(-\omega, t) \quad j = 1, 2, \dots, m; \quad \forall t, \quad (5.5)$$

Os elementos cruzados da matriz são usualmente funções complexas de ω :

$$S_{jk}^0(\omega, t) = S_{jk}^{0*}(\omega, t) \quad j, k = 1, 2, \dots, m \quad j \neq k; \quad \forall t \quad (5.6)$$

em que o asterisco (*) denota o conjugado complexo da componente.

Os elementos da matriz de auto-correlação são relacionados com a matriz espectral pelas transformações:

$$R_{jj}^0(t, t + \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} A_j(\omega, t) A_j(\omega, t + \tau) e^{i\omega\tau} S_j(\omega) d\omega \quad (5.7)$$

$$R_{jk}^0(t, t + \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} A_j(\omega, t) A_k(\omega, t + \tau) e^{i\omega\tau} \sqrt{S_j(\omega) S_k(\omega)} \Gamma_{jk}(\omega) d\omega \quad j, k = 1, \dots, m; \quad j \neq k \quad (5.8)$$

5.1.1 Simulação do processo estocástico

Para obter a simulação do vetor de processo estocástico $f_j^0(t)$, inicialmente realiza-se uma transformação de Choleski em cada componente da matriz de densidade espectral cruzada.

$$\mathbf{S}_f^0(\omega, t) = \mathbf{H}(\omega, t) \mathbf{H}^{T*}(\omega, t) \quad (5.9)$$

em que $\mathbf{H}(\omega, t)$ é uma matriz triangular inferior, o índice sobrescrito T consiste na correspondente matriz transposta.

$\mathbf{H}(\omega, t)$ é definida como:

$$\mathbf{H}(\omega, t) = \begin{bmatrix} H_{11}(\omega, t) & 0 & \dots & 0 \\ H_{21}(\omega, t) & H_{22}(\omega, t) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{m1}(\omega, t) & H_{m2}(\omega, t) & \dots & H_{mm}(\omega, t) \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

em que os termos diagonais de $\mathbf{H}(\omega, t)$ são reais e não-negativos, os termos cruzados são funções complexas de ω .

A partir da matriz decomposta de densidade espectral $\mathbf{H}(\omega, t)$, é possível simular o vetor não estacionário $f_j^0(t)$, por meio de uma série, com $N \rightarrow \infty$:

$$f_j(t) = 2 \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^N |H_{jr}(\omega_s, t)| \sqrt{\Delta\omega} \cos[\omega_s t - \vartheta_{jr}(\omega_s, t) + \varphi_{rs}], \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5.11)$$

Os termos $f_j^0(t)$ referem-se ao processo estocástico, os termos $f_j(t)$ representam a simulação deste processo. Na Eq. (5.11), tem-se que:

$$\phi_{jr}(\omega, t) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}[H_{jk}(\omega, t)]}{\text{Re}[H_{jk}(\omega, t)]} \right) \quad (5.12)$$

sendo, $\text{Im}[\bullet]$ e $\text{Re}[\bullet]$ as partes imaginária e real de $H_{jk}(\omega, t)$. Na Eq. (5.12), os termos $\varphi_{rs} (r=1, 2, \dots, m, s=1, 2, \dots, N)$ são m seqüências de ângulos randômicos independentes distribuídos uniformemente no intervalo $[0, 2\pi]$, e

$$\omega_s = s\Delta\omega, \quad s = 1, 2, \dots, N, \quad \Delta\omega = \omega_c / N \quad (5.13)$$

em que ω_c é a frequência limite superior de corte. Deste modo, a partir do valor ω_c , os elementos da matriz de densidade espectral devem ser assumidos iguais a zero para qualquer instante de tempo t .

5.2 Amostras de terremotos *Spectrum Compatible*.

Embora os históricos de terremotos no tempo sejam muito utilizados para estudar o comportamento de estruturas em regime não linear, a representação espectral elástica ainda é o método mais utilizado para projetos estruturais resistentes a sismos (DEODATIS, GEORGE, 1996; Uniform Building Code, 2015; European Committee for Standardization - Eurocode 8, 2004; ZERVA, 2008; GIARALIS; SPANOS, 2009, 2012b; CACCIOLA; DEODATIS, 2011). Desta forma, os acelerogramas gerados por processos estocásticos precisam ser espectralmente compatíveis com as respostas alvo definidas nas normativas para cada tipo de solo, sob determinada faixa de frequências.

Muitos autores já propuseram metodologias para obter estas amostras compatíveis, destacando-se os trabalhos de Deodatis (1996b), Basu e Gupta (1997), Giaralis e Spanos (2009^a), (2012), Giaralis et al. (2011), Cacciola e Zentner (2012), Zentner (2014), Gkoktsi e Giaralis (2016). Neste trabalho foi utilizada uma adaptação dos modelos propostos em Cacciola (2010), Cacciola e Deodatis (2011) para corrigir o vetor do processo estocástico inicial para torná-lo espectro-compatível. Cacciola (2010) propôs uma metodologia iterativa para corrigir históricos de acelerogramas do terremoto El Centro (1940). No presente estudo, a mesma formulação foi utilizada para corrigir acelerogramas artificiais gerados a partir da metodologia apresentada na Seção 5.1. A principal ideia do método é que a resposta espectral média dos acelerogramas gerados deve ser compatível (dentro de determinada tolerância) com a resposta alvo determinada por códigos normativos.

$$\left| \frac{RSA^{(j)}(\omega) - RSA^{(f_j)}(\omega)}{RSA^{(j)}(\omega)} \right| \leq \varepsilon, \quad \forall \omega_l \leq \omega \leq \omega_u \quad (j=1,2,\dots,m) \quad (5.14)$$

Em que $RSA^{(j)}(\omega)$ é a j -ésima resposta espectral alvo, $RSA^{(f_j)}(\omega)$ é a j -ésima resposta espectral média do vetor de processos estocásticos simulado $f_j(t)$, ε é a tolerância.

Para tornar o processo espectro-compatível, uma correção é feita na amostra inicial:

$$f_j^{SC} = f_j^L(t) + f_j^C(t), \quad (j=1,2,\dots,m) \quad (5.15)$$

em que $f_j^L(t)$ é o processo gerado, $f_j^C(t)$ é o termo corretivo, f_j^{SC} é o resultante processo *Spectrum Compatible*.

A relação entre as respostas espectrais é definida como:

$$RSA^{(j)}(\omega_0, \xi) = \sqrt{\alpha^2 RSA^{(f_j)}(\omega_0, \xi)^2 + RSA^C(\omega_0, \xi)^2} \quad (5.16)$$

Todas as propriedades do termo corretivo são desconhecidas e estas são determinadas a partir de uma função de densidade espectral definida para corrigir iterativamente a amostra gerada inicialmente. O primeiro passo neste problema iterativo consiste em tornar a resposta inicial sempre menor ou igual que a resposta alvo, aplicando um coeficiente de correção α :

$$\alpha = \min \left\{ \frac{RSA^{(j)}(\omega_0, \xi)}{RSA^{(f_j)}(\omega_0, \xi)} \right\} \quad (5.17)$$

Define-se então a nova função de densidade espectral para o processo corretivo $S_j^C(\omega)$, como:

$$S_j^C(\omega) = 0 \quad 0 \leq \omega \leq \omega_{lc}, \quad (5.18)$$

$$S_j^C(\omega_i) = \frac{4\xi}{\omega_i \pi - 4\xi \omega_{i-1}} u \left(\frac{RSA^{(j)}(\omega_i, \xi)^2 - \alpha^2 RSA^{(f_j)}(\omega_i, \xi)^2}{\eta_{U^C}^2(\omega_i, \xi)} - \Delta \omega \sum_{j-1}^{i-1} S_j^C(\omega_j) \right) \quad (5.19)$$

$$\times \left(\frac{RSA^{(j)}(\omega_i, \xi)^2 - \alpha^2 RSA^{(f_j)}(\omega_i, \xi)^2}{\eta_{U^C}^2(\omega_i, \xi)} - \Delta \omega \sum_{j-1}^{i-1} S_j^C(\omega_j) \right), \quad \omega_{lc} < \omega < \omega_c \quad (5.20)$$

com

$$\eta_{U^C}^{(j)}(\omega_i, \xi_0, T_S, p=0.5) = 2 \ln \left\{ 2N_{U^C}^{(j)} \left[1 - \exp \left[-(\delta_{U^C}^{(j)})^{1.2} \sqrt{\pi \ln(2N_{U^C}^{(j)})} \right] \right] \right\}, \quad (5.21)$$

$$N_{U^C}^{(j)} = \frac{T_S}{2\pi} \omega_i (-\ln p)^{-1}, \quad \delta_{U^C}^{(j)} = \left[1 - \frac{1}{1 - \xi_0^2} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arctan \frac{\xi_0}{\sqrt{1 - \xi_0^2}} \right) \right]^2 \Bigg|^{1/2} \quad (5.22)$$

e

$$\omega_i = \omega_{lc} + i\Delta\omega, \quad \omega_{lc} \cong 1 \text{ rad / s} \quad (5.23)$$

em que u é uma função de passo unitária, introduzida para evitar eventuais soluções negativas.

Determinada a função de densidade espectral corretiva $S_j^C(\omega)$ para a primeira iteração, a simulação do novo processo completamente não estacionário, pode ser feita pela superposição de Na harmônicos com ângulos de fase randômicos:

$$f_j^{SC(k)}(t) = \alpha f_j^L(t) + \phi(t) \sum_{i=1}^{Na} \sqrt{2S_j^C(i\Delta\omega)\Delta\omega} \cos(i\Delta\omega t + \varphi_i^{(k)}), \quad (5.24)$$

em que α é o coeficiente corretivo, determinado anteriormente, $f_j^L(t)$ é o vetor de processo estocástico inicial, S_j^C é a densidade espectral do processo corretivo, $\varphi_i^{(k)}$ são os ângulos de fase randômicos uniformemente distribuídos entre $[0, 2\pi]$, $\phi(t)$ é a função de modulação do processo corretivo, determinado como:

$$\phi(t) = \begin{cases} \left(\frac{t}{t_1}\right)^2 & t < t_1 \\ 1 & t_1 \leq t \leq t_2 \\ \exp[-\beta(t-t_2)] & t > t_2 \end{cases} \quad (5.25)$$

Os parâmetros t_1 e t_2 são determinados pela *Husid function* $H(t)$ estendida para processos estocásticos, de modo a se preservar a intensidade do movimento do solo do processo inicial $f_j^L(t)$:

$$H(t) = \frac{\int_0^t [f_j^L(t)]^2 dt}{\int_0^{t_f} [f_j^L(t)]^2 dt}; \quad 0 \leq H(t) \leq 1 \quad (5.26)$$

com t_f sendo a duração do terremoto. Na Eq. (5.26), a duração da fase intensa do terremoto, é adotada igual à duração da janela de observação $T_s = t_2 - t_1$. Os parâmetros t_1 e t_2 são determinados como os instantes nos quais a função $H(t)$ é igual a 0,05 e 0,95 respectivamente.

Na equação (5.24), um conjunto de vetores de processos estocásticos é gerado e a resposta espectral média é calculada e então comparada com a resposta alvo (Eq. (5.14)). Se a tolerância estabelecida não for atendida, pode ser necessário facilitar a determinação da função de densidade espectral corretiva. Desta forma, a função de densidade espectral pode ser atualizada iterativamente por:

$$S_j^{C(k)}(\omega) = S_j^{C(k-1)}(\omega) \left[\frac{RSA(\omega, \xi)^2}{\overline{RSA}^{f_j^{sc}}(\omega, \xi)^2} \right] \quad (5.27)$$

Novamente, gera-se um conjunto de processos estocásticos (cerca de 100) e calcula-se sua resposta espectral média para compará-la a resposta *target*, caso não seja atendida a tolerância requerida o processo é repetido. Quando a Eq. (5.14) é satisfeita, a solução iterativa é finalizada.

Qualquer dos acelerogramas corrigidos pode ser utilizado para o projeto de estruturas resistentes a sismos porque, no sentido médio, sua resposta é compatível com a resposta exigida pelos códigos normativos. A Figura 5.1 descreve o fluxograma para realização da correção dos processos estocásticos simulados.

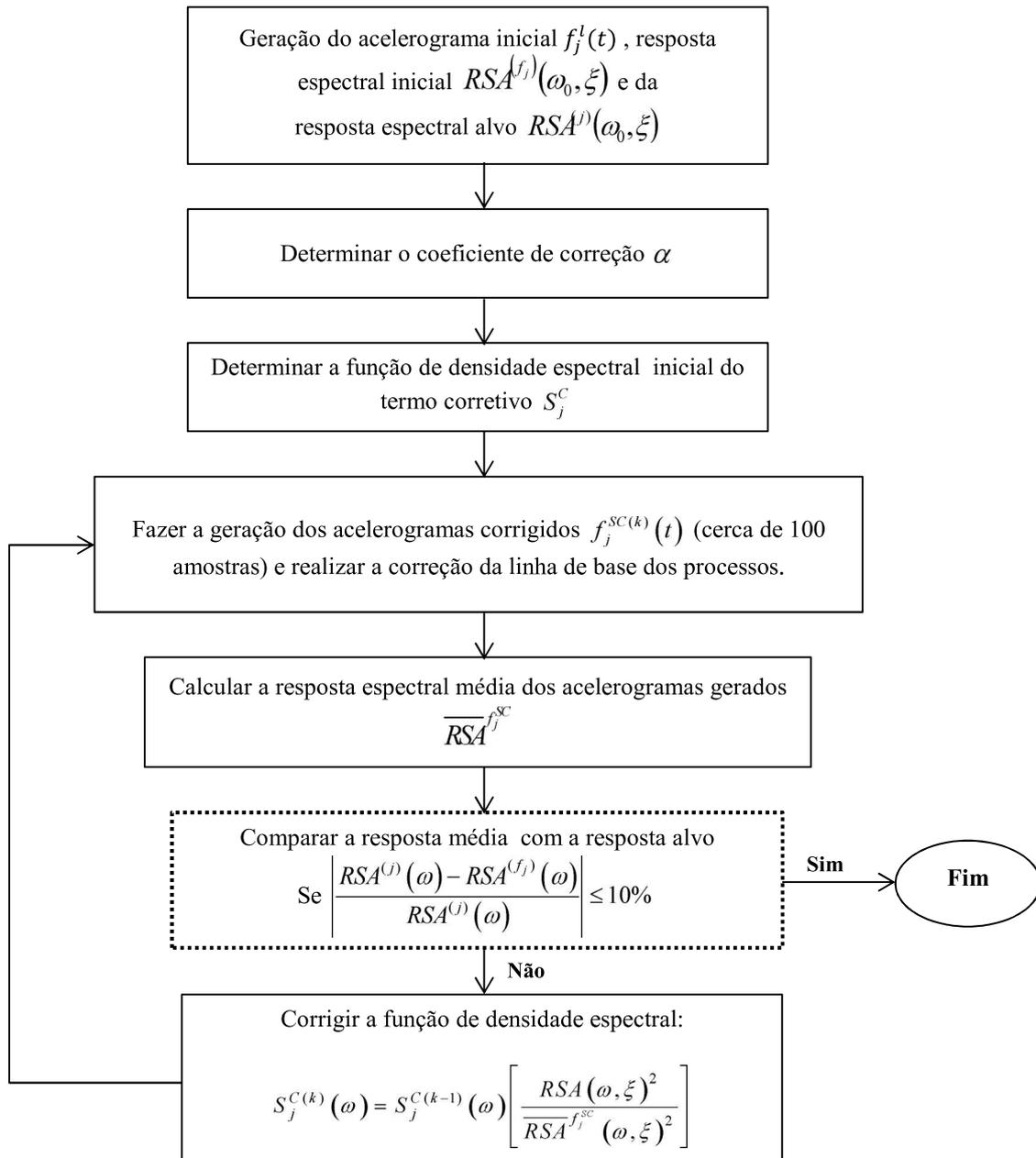


Figura 5.1 - Fluxograma para geração de acelerogramas espectro-compatíveis.

6 EDIFÍCIO ESTUDADO

Um edifício de 20 pavimentos foi modelado para avaliação da resposta dinâmica da estrutura, com e sem TMD, sob excitação de terremotos. Inicialmente, o comportamento da estrutura foi analisado sob os deslocamentos de base induzidos por um registro do terremoto El Centro; estes resultados são apresentados no Capítulo 7. Posteriormente, o mesmo edifício foi utilizado para verificação do desempenho de TMDs para suprimir vibrações induzidas por terremotos gerados como processos estocásticos de carregamento, Capítulo 8.

O edifício estudado tem 20 andares, 72 metros de altura e é composto de vigas e pilares. As dimensões dos elementos estruturais estão indicadas na Figura 6.1. Neste estudo foram utilizados dois modelos de representação do edifício: discretização em elementos finitos e pelo modelo massa-mola.

Para o modelo de representação em elementos finitos, a estrutura foi discretizada em 200 elementos de pórtico com 4 nós, capazes de descrever translações verticais e horizontais, como também o ângulo entre os vetores tangente e normal de cada nó. Uma carga vertical distribuída ao longo das vigas (4KN/m) foi considerada para representar as cargas de ocupação e lajes de 15 centímetros foram utilizadas em todos os pavimentos. As ligações entre vigas e pilares são rígidas e o amortecimento natural do edifício foi desconsiderado. O material adotado é concreto armado com módulo de elasticidade longitudinal de 40 GPa, módulo transversal de 20 GPa e densidade de 2500 Kg/m³. O tempo de análise foi de 32 segundos e o passo de tempo foi de $\Delta t = 0.02s$.

Para a discretização no modelo simplificado massa-mola, o edifício foi representado por vinte massas não deformáveis e somente os deslocamentos horizontais foram considerados. As propriedades equivalentes determinadas para o modelo massa-mola são apresentadas na Tabela 6.1. Detalhes sobre este modelo simplificado de representação em sistemas massa-mola e sobre a metodologia para encontrar as propriedades equivalentes dos elementos de vigas e pilares do edifício, podem ser encontrados em Pourzeynali et al. (2007) e Lazar et al. (2014).

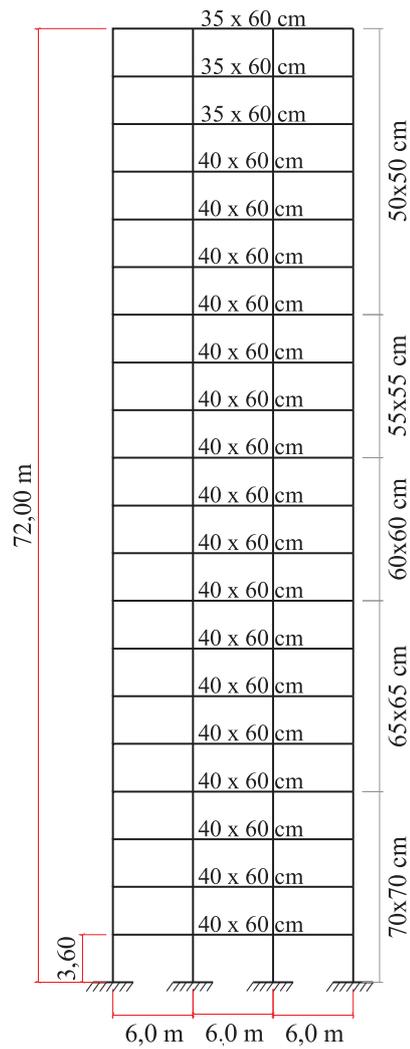


Figura 6.1 - Dimensões dos elementos estruturais do edifício.

Tabela 6.1 - Propriedades equivalentes para o modelo simplificado em massa-mola.

Andares	M_{Vigas} (Kg) ($b \cdot h \cdot L \cdot \rho$)*	$M_{Pilares}$ (Kg) ($b \cdot h \cdot L \cdot \rho \cdot n$)*	$K_{Pilares}$ (MN/m) ($12 \cdot E \cdot I / L^3$)*	Massa Equiv. (Kg) ($M_{Beams} + M_{Col.}$)	Rigidez Equiv. (MN/m) ($\Sigma K_{Pilares}$)
18-20	9450	9000	0.0536	18450	0.2143
15-17	10800	9000	0.0536	19800	0.2143
12-14	10800	10890	0.0785	21690	0.3138
9-11	10800	12960	0.1111	23760	0.4444
5-8	10800	15210	0.1530	26010	0.6122
1-4	10800	17640	0.2058	28440	0.8234

Para caracterização das propriedades dinâmicas da estrutura, as frequências naturais e os modos de vibração devem ser determinados. Foram utilizados dois modelos de discretização da estrutura para verificação das frequências naturais: discretização em elementos finitos e discretização no modelo massa-mola. As frequências naturais foram obtidas por análise modal e uma comparação foi feita realizando uma FFT na resposta da estrutura a um impulso.

As frequências naturais obtidas por análise modal e também pela FFT estão mostradas na Tabela 6.2 e Tabela 6.3 para os modelos em EF e massa-mola, respectivamente. Os modos de vibração foram obtidos pela avaliação dos autovetores do sistema. Os primeiros modos de vibração são mostrados na Figura 6.2 e Figura 6.3 para os modelos EF e massa-mola.

Tabela 6.2 - Frequências naturais (EF).

Análise Modal (Hz)	FFT (Hz)
0,55	0,55
1,57	1,57
2,73	2,72
3,91	3,85
5,13	5,00
6,41	6,15
7,15	7,37
7,86	8,53
8,96	9,64
9,29	10,71

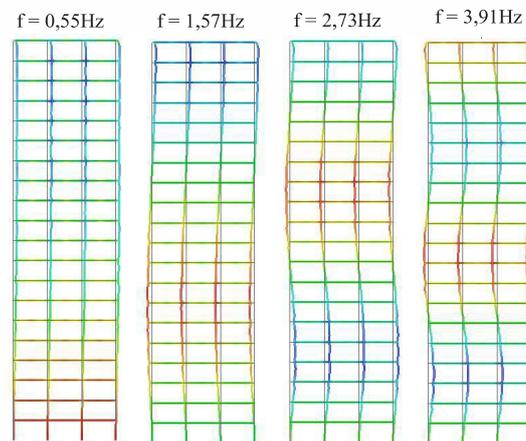


Figura 6.2 - Modos de vibração modelo de Elementos Finitos

Tabela 6.3 - Frequências naturais (massa-mola).

Análise Modal (Hz)	FFT (Hz)
1,95	1,93
4,72	4,53
7,87	7,31
10,95	9,58
13,71	-
16,64	-
19,50	-
22,48	-
24,73	-
26,93	-

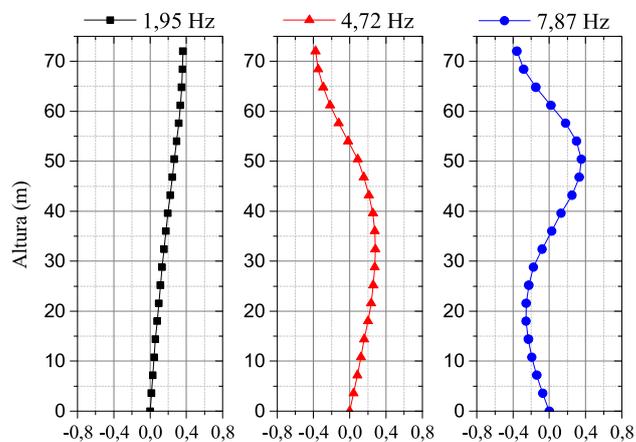


Figura 6.3 - Modos de vibração modelo massa-mola.

Das Tabelas 6.2 e 6.3, pode-se observar que a FFT é precisa na determinação das primeiras frequências naturais do edifício, uma vez que os valores foram muito próximos dos encontrados por análise modal para os dois modelos. Das Figuras 6.2 e 6.3 pode-se notar que embora os modos de vibração da estrutura, para os dois modelos de discretização, sejam equivalentes, as frequências correspondentes a estes são distintas. Assim, fica clara a limitação do modelo simplificado *shear-building* na determinação das frequências naturais da estrutura, pois os valores diferem muito dos obtidos com o modelo de elementos finitos, considerado mais preciso.

7 DESEMPENHO DE TMDs SOB SOLICITAÇÃO DO TERREMOTO *EL CENTRO*

Nesta seção de resultados considerados preliminares avalia-se a resposta dinâmica estrutural do edifício de 20 pavimentos submetido a um histórico de acelerações do terremoto *El Centro* (1940). São avaliadas as respostas da estrutura sem e com TMDs. O desempenho dos atenuadores é estudado variando o parâmetro de frequência de sintonização para o dispositivo.

7.1 Influência da frequência de sintonização na eficiência de TMDs

Na literatura já está bem estabelecido que TMDs apresentam bom desempenho se sua frequência está sintonizada à frequência fundamental da estrutura. Esta afirmação foi desenvolvida estudando estruturas discretizadas por modelos simplificados e submetidas a carregamentos de vento. Já este trabalho investiga o funcionamento de TMDs usando diferentes modelagens em elementos finitos para estruturas sujeitas a solicitações dinâmicas de sismos.

Cargas de vento usualmente apresentam um espectro limitado de frequências de excitação, que podem estar bem próximas da primeira frequência natural de edifícios. Os terremotos, por sua vez, possuem um amplo espectro de frequências (são processos de banda-larga), podendo excitar outros modos de vibração da estrutura. Por esta razão, não há um acordo geral a respeito da eficiência de TMDs para minimizar vibrações induzidas por terremotos e este tema tem representado um desafio na determinação de arranjos ótimos para amortecedores. Uma vez que o TMD esteja sintonizado para a frequência fundamental da estrutura, este será capaz de reduzir significativamente apenas a resposta dinâmica do primeiro modo de vibração, sem afetar o movimento nos modos superiores (PARULEKAR; REDDY, 2009; HOUSNER et al., 1997; RANA; SOONG, 1998; SOTO-BRITO; RUIZ, 1999; HOANG et al., 2008; PARULEKAR; REDDY, 2009).

Neste sentido, este estudo preliminar investiga a influência da frequência de sintonização no desempenho dos TMDs excitados por um histórico do terremoto *El Centro* (1940). A Figura 7.1 apresenta o registro de acelerograma do terremoto *El Centro* utilizado neste trabalho.

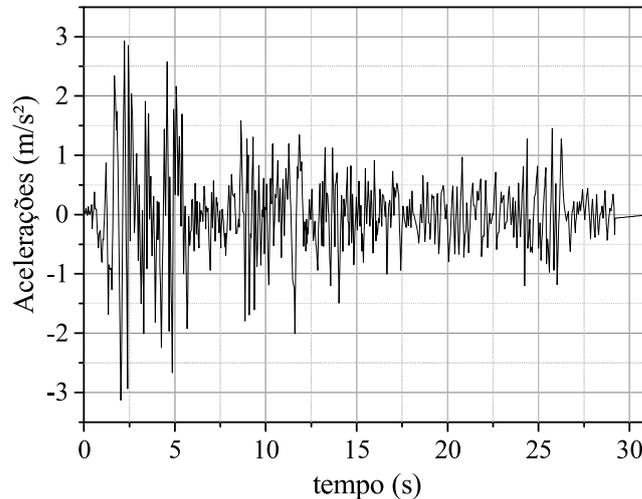


Figura 7.1 - Acelerograma do Terremoto *El Centro*.

Neste estudo, três modelos de análise foram considerados:

- i.) Regime de análise linear com cargas equivalentes aplicadas a lateral do edifício;
- ii.) Regime linear com deslocamentos impostos à base da estrutura;
- iii.) Regime não linear geométrico com deslocamentos impostos à base da estrutura.

O TMD foi modelado como um elemento de pórtico adicional, não deformável e com massa equivalente à massa do dispositivo projetado, colocado no topo do edifício. O elemento representando a massa do TMD possui 60 cm de comprimento e está conectado aos nós laterais da estrutura principal por dois elementos lineares representando as molas do TMD. Estes elementos (molas) possuem somente rigidez axial que é calibrada para garantir a frequência natural requerida ao amortecedor. Foram testados TMDs sintonizados para minimizar os modos de vibração correspondentes as 10 primeiras frequências naturais flexionais da estrutura. Os modos de vibração flexionais são os de maior interesse neste tipo de análise.

Para este estudo sobre a frequência de sintonização, a razão de massa do dispositivo foi fixada em 10% ($\bar{m} = 0,1$), o projeto do TMD foi feito de acordo com as equações simplificadas propostas por Rana e Soong (1998) e apresentadas na Seção 2.2 deste trabalho. Nesta formulação, consideram-se as propriedades modais generalizadas de massa e rigidez, correspondentes a cada modo de vibração que se pretende minimizar. A Tabela 7.1 apresenta

os parâmetros de projeto dos TMDs sintonizados para minimizar os primeiros 10 modos de vibração da estrutura.

Tabela 7.1 - Parâmetros de projeto dos TMDs

Modos de vibração	ω_{struc} (rad/s)	Massa total (Ton)	Massa TMD (Ton)	$M_{gener.}$ 10^3	$K_{gener.}$ 10^8	ω_{TMD} (rad/s)	$K_{opt.} 10^7$ (N/m)	ξ_{opt}	$C_{opt} 10^5$
1	3,46			2,10	10,1	3,07	0,0095		0,21
2	9,86			2,11	9,38	8,74	0,0771		0,59
3	17,18			2,12	9,51	15,22	2,34		1,02
4	24,56			2,12	9,63	21,76	4,78		1,46
5	32,21	1008,9	100,89	2,13	9,64	28,54	8,22	0,0332	1,91
6	40,29			2,13	9,58	35,70	12,86		2,39
7	44,91			2,14	11,14	39,80	15,98		2,67
8	49,40			2,12	9,78	43,77	19,33		2,93
9	56,28			2,10	10,41	49,86	25,08		3,34
10	58,40			2,12	9,78	51,74	27,01		3,47

As Figuras 7.2 e 73 apresentam a resposta em deslocamentos horizontais do topo do edifício, sem e com TMDs sintonizados para a primeira, quinta e décima frequência natural da estrutura, em dois modelos de análise: linear com cargas equivalentes (Fig. 7.2), e NLG com movimentação de base (Fig. 7.3).

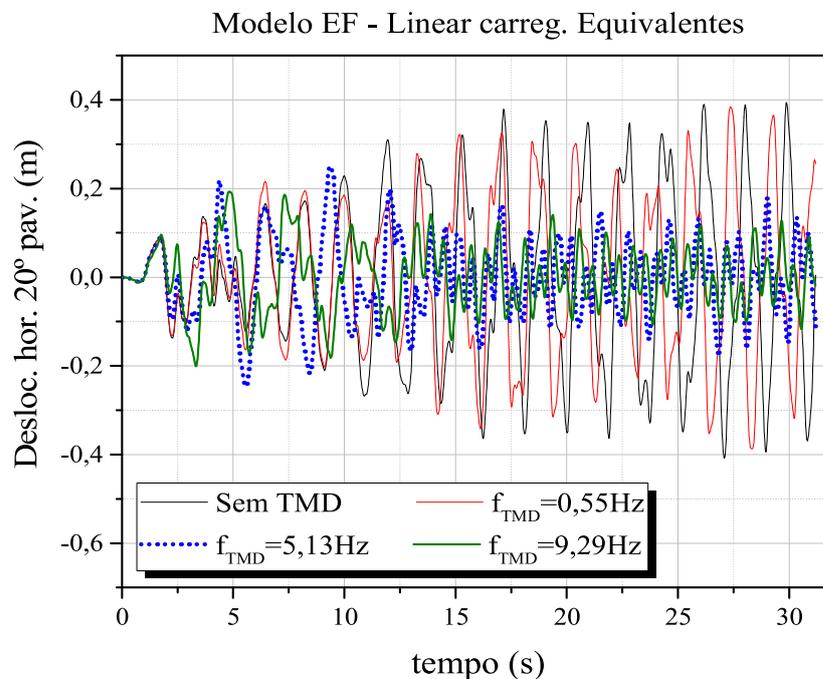


Figura 7.2 - Resposta dinâmica do 20º pav. da estrutura discretizada em EF com carregamento equivalente, curvas para estrutura sem e com TMDs sintonizados as frequências "f".

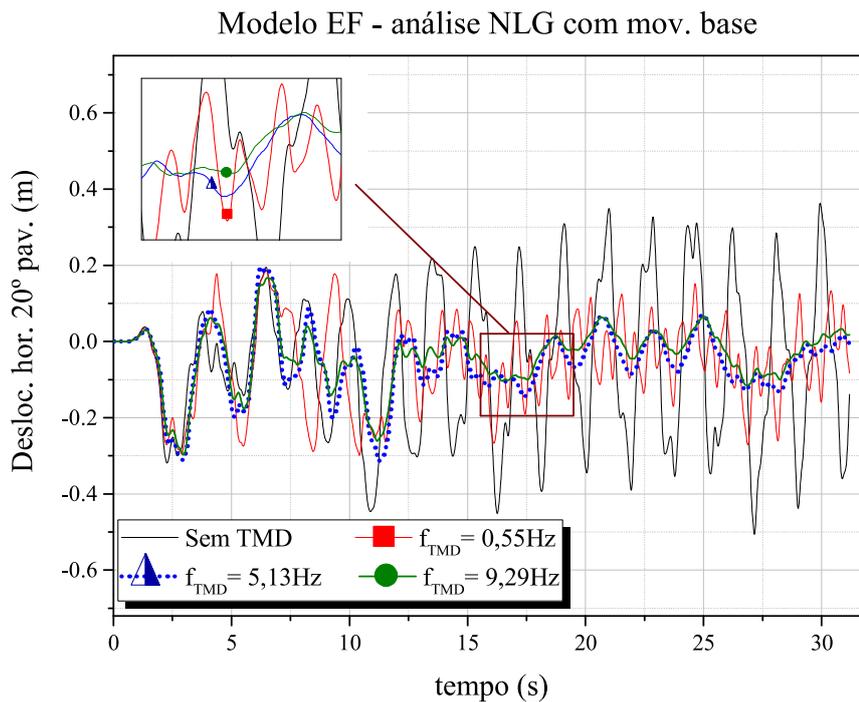


Figura 7.3 - Resposta dinâmica do 20º pav. da estrutura discretizada em EF, análise NLG com movimentação de base, curvas para estrutura com e sem TMDs sintonizados as frequências "f".

A Figura 7.4 apresenta um conjunto de resultados mais completo, com a resposta dinâmica da estrutura sem e com TMDs sintonizados para cinco diferentes frequências naturais do edifício. Nestas análises foram avaliados os resultados em deslocamento total do do edifício considerando as parcelas de corpo rígido e também os deslocamentos relativos entre o seu topo e sua base. Na Figura 7.4 são comparadas as trajetórias de deslocamento obtidas com os três modelos de análise da discretização em EF: linear com cargas equivalentes, linear com movimentação da base, e NLG com deslocamentos de base.

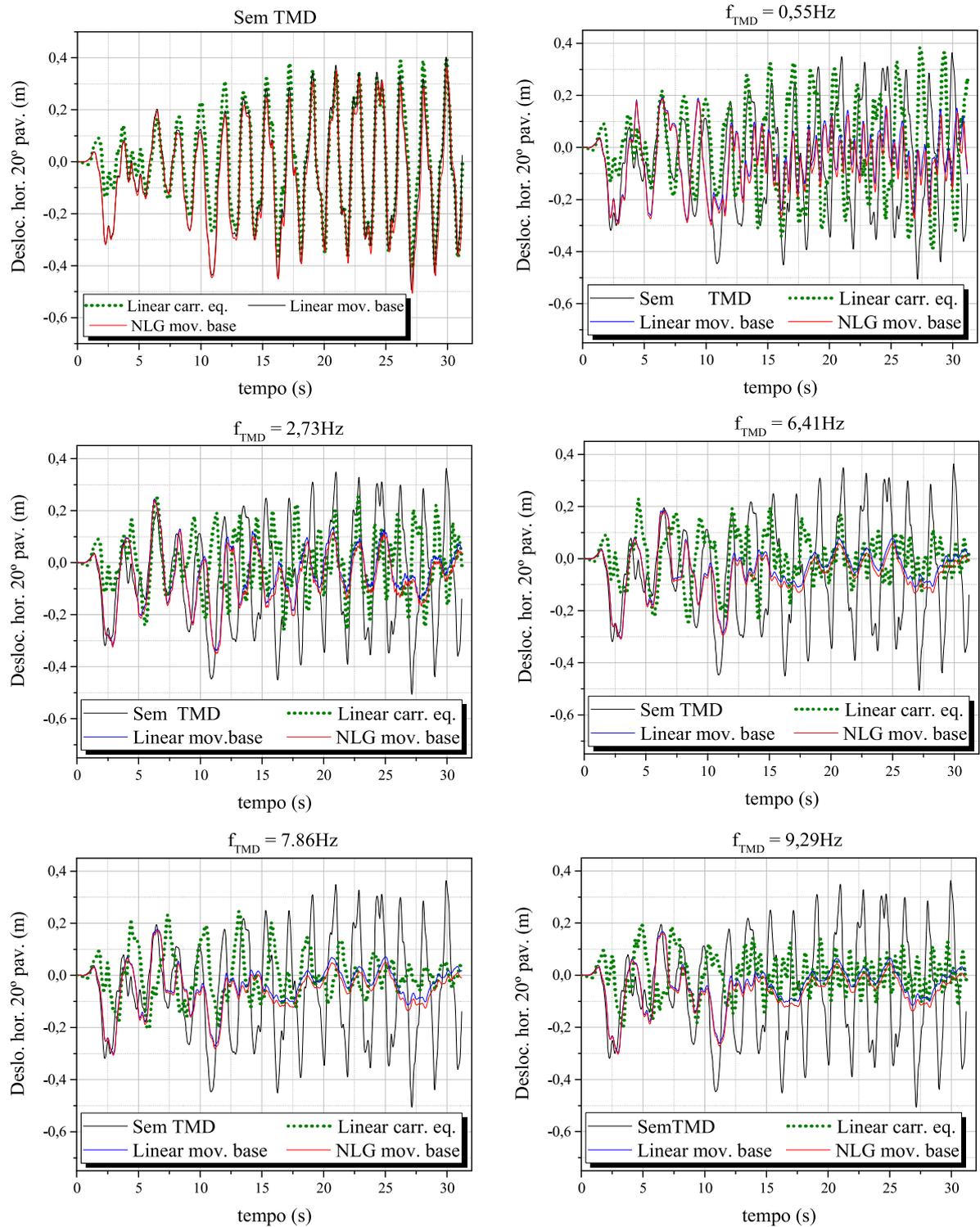


Figura 7.4 – Deslocamentos horizontais do 20º pavimento em diferentes regimes de análise, sem e com TMD sintonizado a diferentes frequências “f”.

Nas Figuras 7.2 - 7.4 notam-se poucas diferenças entre as trajetórias obtidas para os modelos linear e NLG, ambos com movimentação de base. Isto pode ser observado também no primeiro gráfico da Figura 7.4 (estrutura sem TMD), caso em que os deslocamentos são maiores em relação às respostas da estrutura amortecida. Logo, os deslocamentos estruturais ficaram restritos ao regime de pequenos a moderados deslocamentos, de modo que as análises lineares são suficientes para prever o comportamento estrutural. Desta forma, nos resultados seguintes deste trabalho somente o modelo linear será considerado com movimentação na base da estrutura.

As Figuras 7.2 - 7.4 mostram que todos os TMDs testados foram efetivos para reduzir os deslocamentos do topo do edifício. Entretanto, os TMDs sintonizados às frequências mais altas (5,13Hz e superiores) foram mais eficientes do que os TMDs sintonizados as primeiras frequências naturais da estrutura. Também nota-se que as respostas obtidas com frequências de sintonização maiores que 5,13Hz foram similares.

Constata-se ainda que os deslocamentos da estrutura equipada com TMDs de altas frequências tendem a movimentos de corpo rígido, de modo que os deslocamentos do topo se aproximam dos deslocamentos impostos à base do edifício. Este comportamento fica mais evidente com a Figura 7.5, que compara as trajetórias de deslocamento de topo da estrutura equipada com TMDs sintonizados a 1ª e a 10ª frequências, com os deslocamentos impostos na base da estrutura pelo terremoto El Centro. Na Figura 7.5 nota-se que, especialmente após os primeiros 10 segundos de análise, o topo do edifício desloca-se acompanhando o movimento da base, quando a estrutura esta equipada com TMD sintonizado à 10ª frequência natural do edifício.

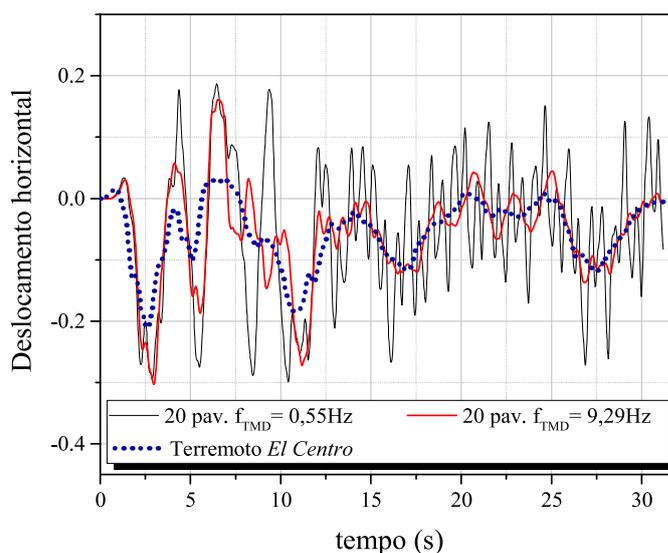


Figura 7.5 - Comparação entre os deslocamentos impostos na base e os deslocamentos do topo da estrutura com dois diferentes TMDs.

8 DESEMPENHO DE TMDs SOB CARREGAMENTOS ESTOCÁSTICOS

Com os resultados preliminares apresentados na seção anterior, foi possível verificar a precisão dos modelos de representação de terremotos, dos regimes de análise de deslocamentos e das respostas obtidas com diferentes discretizações da estrutura. Entretanto, a resposta obtida a partir de um único histórico de terremoto é muito limitada para estabelecer premissas a respeito do desempenho dos TMDs.

Nesta seção, são considerados TMDs sujeitos a carregamentos estocásticos e seu funcionamento é avaliado variando a frequência de sintonização e a razão de massa dos atenuadores. Três diferentes condições de solo são utilizadas, de acordo com as indicações do EC8. O edifício é sujeito a 10 amostras de terremotos representados como processos totalmente não-estacionários e espectro-compatíveis para cada tipo de solo estudado.

8.1 Processos estocásticos espectro-compatíveis

Nesta seção, a metodologia apresentada para gerar processos estocásticos totalmente não-estacionários e espectro-compatíveis é demonstrada, conforme mostrado nos trabalhos de Cacciola (2010); Cacciola e Deodatis (2011) e de acordo com o Capítulo 5 deste trabalho. A resposta dinâmica é avaliada considerando três diferentes configurações de solo: solo do tipo A, composto de rochas ou outros tipos de formação geológica rochosa; solo do tipo C, composto de depósitos de areia densa, cascalho ou argilas rígidas; e tipo de solo E constituído de camadas superficiais de solo de aluvião. Estas três configurações de solo foram adotadas para estudar a resposta da estrutura submetida a terremotos em diferentes locais ou intensidades.

Para todos os tipos de solo, a aceleração máxima a_g do solo é adotada igual a 0.35g e a razão de amortecimento é de 5%. O EC8 define a resposta espectral alvo como:

$$\begin{aligned}
 RSA(T) &= a_g S \left[1 + \frac{T}{T_B} (1.5) \right], \quad 0 \leq T \leq T_B, \\
 RSA(T) &= 2.5 a_g S, \quad T_B \leq T \leq T_C, \\
 RSA(T) &= 2.5 a_g S \left[\frac{T_C}{T} \right], \quad T_C \leq T \leq T_D, \\
 RSA(T) &= 2.5 a_g S \left[\frac{T_C T_D}{T} \right], \quad T_D \leq T \leq 4s.
 \end{aligned} \tag{8.1}$$

em que os limites T_B , T_C , T_D e o parâmetro s são definidos de acordo com o tipo de solo. Em geral, o EC8 divide o projeto de estruturas resistentes a sismos em duas classes: classe 1 para regiões com alta atividade sísmica e classe 2 para regiões com atividade sísmica moderada. Além desta divisão, existem parâmetros específicos para cada tipo de solo. A Tabela 8.1 apresenta os coeficientes para os diferentes tipos de solo contidos na Classe 1.

Tabela 8.1 - Valores para a resposta elástica espectral para a Classe 1 (EC8).

Tipo de Solo	S	T_B	T_C	T_D
A	1,0	0,15	0,4	2,0
B	1,2	0,15	0,5	2,0
C	1,15	0,20	0,6	2,0
D	1,35	0,20	0,8	2,0
E	1,4	0,15	0,5	2,0

De acordo com as especificações do EC 8, um processo estocástico pode ser considerado espectro-compatível se a condição imposta pela Eq. (8.2) é satisfeita em uma faixa de períodos entre $0.2T_1$ e $2T_1$. A variável T_1 é o período fundamental da estrutura na direção predominante dos deslocamentos do terremoto. Para o edifício de 20 pavimentos em estudo, o período fundamental calculado foi de 1.81s, ($T = 2\pi / \omega$).

$$RSA(0) > aS, \quad \text{and} \quad \max \left\{ \frac{RSA(T) - RSA(T)}{RSA(T)} \times 100 \right\} \leq 10\%, \tag{8.2}$$

em que, $RSA_{mean}(T)$ é a resposta espectral média de no mínimo 4 terremotos simulados. Como o tempo de processamento para a geração de acelerogramas é relativamente pequeno, neste trabalho foram utilizadas 200 amostras de terremotos, pois desta forma melhora-se a convergência do método iterativo de correção dos acelerogramas.

Para a obtenção do acelerograma inicial, foi utilizada a metodologia descrita anteriormente na Seção 5.1. Destaca-se que a formulação possibilita a representação de terremotos variáveis espacialmente, mas como o edifício estudado tem pequena área de base, o solo foi admitido como uniforme. Assim, as características da função de densidade espectral e sua resposta espectral foram consideradas as mesmas para toda a base da estrutura.

Para desenvolver a formulação, primeiro é necessário determinar a função densidade espectral evolucionária. Foi utilizado o modelo de Clough-Penzien (Eq.8.3) para geração de amostras completamente não-estacionárias.

$$S^L(\omega, t) = A(t)^2 S_0(t) \frac{\left(1 + 4\xi_g^2(t) \left(\frac{\omega}{\omega_g(t)}\right)^2\right)}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_g(t)}\right)^2\right)^2 + 4\xi_g^2(t) \left(\frac{\omega}{\omega_g(t)}\right)^2} \times \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_f(t)}\right)^4}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_f(t)}\right)^2\right)^2 + 4\xi_f^2(t) \left(\frac{\omega}{\omega_f(t)}\right)^2}, \quad (8.3)$$

em que, $A(t)$ é a função de modulação, $S_0(t)$ determina a intensidade das acelerações, ω_g e ξ_g são as características de frequência (rad/s) e razão de amortecimento do solo, ω_f e ξ_f são parâmetros de filtragem.

Os termos $S_0, \omega_g, \xi_g, \omega_f, \xi_f$ são funções do tempo e exatamente por esta razão a função de densidade espectral é tratada como totalmente não-estacionária, o que garante uma boa precisão na representação de terremotos. Neste trabalho, as funções acima são definidas como:

$$A(t) = a_1 t \exp(-a_2 t) ; \quad a_1 = 0.68s^{-1} ; \quad a_2 = 1 / 4s^{-1} \quad (8.4)$$

$$S_0(t) = \frac{\sigma}{\pi \omega_g(t) \left(2\xi_g(t) + \frac{1}{2\xi_g(t)}\right)} ; \quad \sigma = 100cm / s^2 \quad (8.5)$$

$$\omega_g = 20 - 7\frac{t}{30} ; \quad \xi_g = 0.6 - 0.2\frac{t}{30} \quad (8.6)$$

$$\omega_f = 0.1\omega_g ; \quad \xi_f = \xi_g . \quad (8.7)$$

A Figura 8.1 apresenta graficamente a função de densidade espectral evolucionária de Clough-Penzien utilizada neste trabalho.

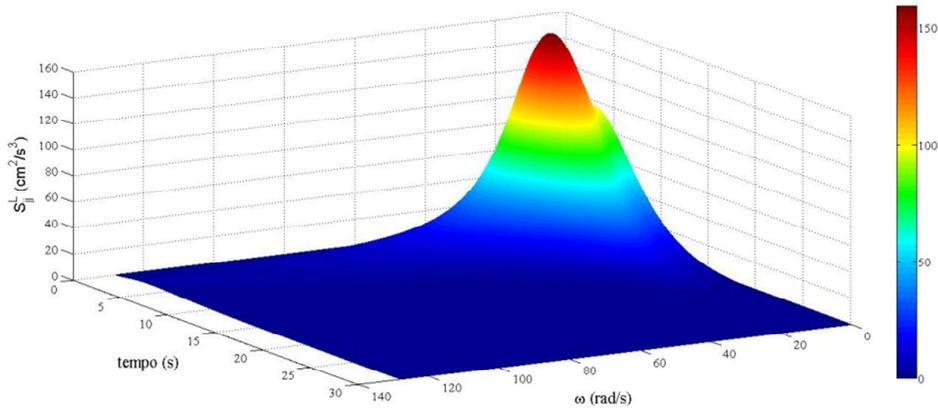


Figura 8.1 - Função de densidade espectral evolucionária de Clough-Penzien.

Com a função de densidade espectral definida, o acelerograma inicial pode ser determinado de acordo com a Eq. (8.8) definida anteriormente na Seção 5.1.1.

$$f_j(t) = 2 \sum_{r=1}^m \sum_{s=1}^N |H_{jr}(\omega_s, t)| \sqrt{\Delta\omega} \cos[\omega_s t - \mathcal{G}_{jr}(\omega_s, t) + \varphi_{rs}], \quad j=1, 2, \dots, m \quad (8.8)$$

Para a geração dos sinais, foram utilizados: passos de tempo com duração de $\Delta t = 0.01 \text{ s}$, passos de frequência de $\Delta\omega = 0.125 \text{ rad/s}$ e frequência limite de corte de $\omega_c = 128 \text{ rad/s}$. Depois de construído o acelerograma inicial, é possível realizar o algoritmo iterativo, apresentado na Seção 5.2 e proposto por Cacciola (2010) para corrigir a resposta espectral média do processo gerado, tornando-o espectro-compatível.

A Figura 8.2 – (a) apresenta a comparação entre a resposta espectral alvodefinida no EC8 para os tipos de solo A e E, e as respostas espectrais médias do processo gerado obtidas iterativamente até a convergência. A Figura 8.2 – (b) apresenta o acelerograma inicial não-compatíveis espectralmente, para o solo A e e o acelerograma espectro compatível para o mesmo solo. A Figura 8.2 – (c) apresenta o acelerograma inicial para o solo E e o acelerograma espectro compatível, após correção oriundo do processo de correção dos processos iniciais mostrados na Figura 8.2 – (a).

Na Figura 8.2 pode-se observar as diferenças nas amplitudes máximas de aceleração atingidas para o tipo de solo E, em comparação com o solo A. Como o solo E é menos resistente, em função de sua composição, para que os terremotos estejam de acordo com o especificado nas normativas de proteção sísmica, os valores de acelerações resultantes (cerca

de 550cm/s^2) são elevados em comparação com os obtidos para o processo inicial (máximos de 300cm/s^2). Também nota-se que, para o tipo de solo E foi necessário maior número de iterações para obtenção da resposta espectro-compatível, pois o acelerograma inicial apresentava amplitudes de acelerações muito menores do que as exigidas para esta configuração de terreno.

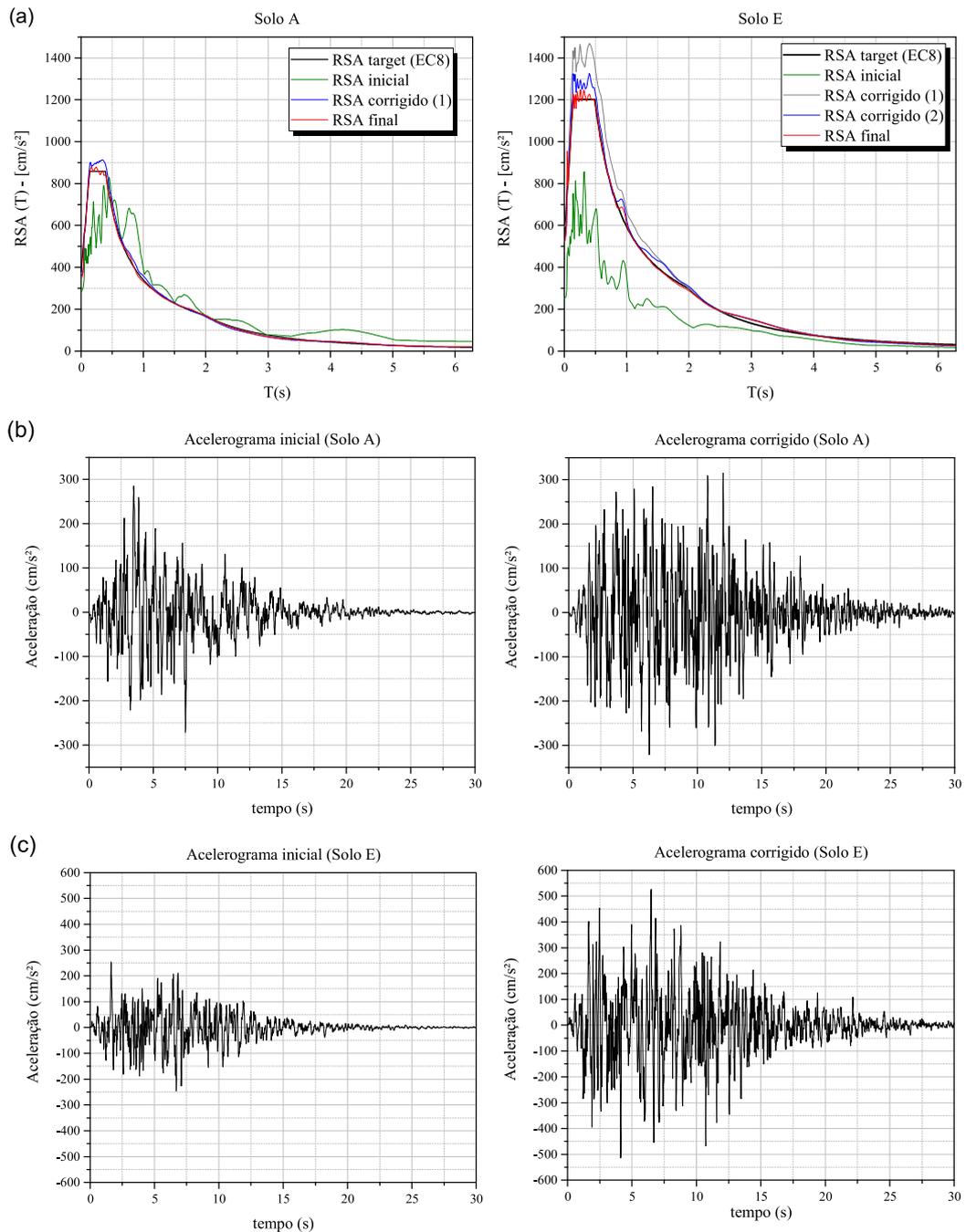


Figura 8.2 – Comparação entre a resposta espectral alvo (EC8) e as respostas corrigidas das amostras de terremoto geradas para os tipos de solo A e E.

A partir da geração dos acelerogramas artificiais podem-se obter os históricos de velocidade e deslocamento dos processos estocásticos. Em especial, neste trabalho estes históricos precisam ser gerados, uma vez que a metodologia aplicada impõe deslocamentos à base da estrutura ao invés de utilizar o método equivalente, que utiliza as acelerações. Entretanto, é comum que a partir da simulação de acelerogramas artificiais (ver e.g. Preumont, 1984; Malhotra, 2001; Giaralis e Spanos, 2009; Cacciola, 2010), as trajetórias de velocidades e deslocamentos resultantes apresentem comportamentos não realísticos, geralmente com deslocamentos aumentando sempre em função do tempo. Para corrigir este tipo de resultado fisicamente incoerente, é realizada uma correção de linha de base nos acelerogramas gerados.

Neste trabalho, foi utilizada uma metodologia modificada de correção polinomial de segunda ordem, proposta por Preumont (1984). Assim, o vetor de acelerações é modificado pela Eq. (8.9):

$$\hat{u}_g^{(k)}(t) = \ddot{u}_g^{(k)}(t) - (a_0 + a_1 t + a_2 t^2) \quad (8.9)$$

em que $\hat{u}_g^{(k)}$ são as componentes do vetor de acelerações modificadas, $\ddot{u}_g^{(k)}$ é vetor de acelerações simulado e a_0 , a_1 e a_2 são obtidos aproximando $\ddot{u}_g^{(k)}$ por mínimos quadrados.

Depois de realizada a correção de linha de base, os deslocamentos são obtidos diretamente realizando uma dupla integração (regra do trapézio) do sinal modificado de acelerações. Amostras das respostas em velocidades e deslocamentos para os solos do tipo A e E são apresentadas na Figura 8.3.

Deste processo para geração de sinais de sismos não-estacionários e espectro-compatíveis, foram selecionados dez terremotos para cada tipo de solo (A, C e E) visando à análise da resposta dinâmica do edifício equipado com TMD submetida a carregamentos estocásticos. As respostas de deslocamento no tempo dos terremotos escolhidos, para cada tipo de solo e para avaliação da estrutura, estão apresentadas no Apêndice C deste trabalho.

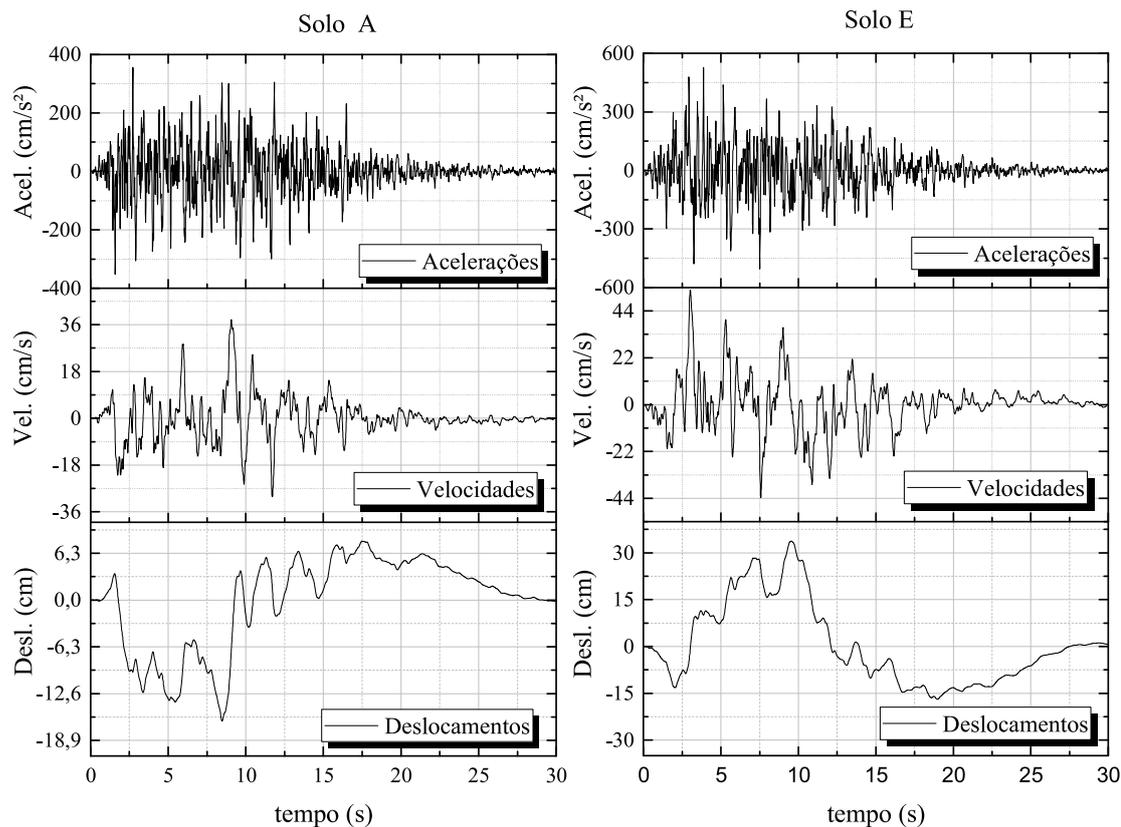


Figura 8.3 - Amostra de acelerogramas, velocidades e deslocamentos espectro-compatíveis gerados para os tipos de solo A e E.

8.2 Projeto e desempenho de TMDs sob carregamentos estocásticos

Além da frequência de sintonização, a razão de massa dos TMDs é um fator central no projeto destes dispositivos (FENG; MITA, 1995; LEE et al., 2006; HOANG et al., 2008; ANGELIS et al., 2012). Razões de massa na ordem de 1 a 10% da massa total da estrutura são considerados usuais. Entretanto, alguns estudos propõem mega TMDs, com altas razões de massa aplicadas para minimizar vibrações severas. Estes atenuadores podem contar até com partes da própria edificação para promover o controle de vibrações. Moutinho (2012) afirma que TMDs pesados apresentam pequenas amplitudes de movimento e podem ser considerados mais robustos pois são menos sensíveis à alterações nos parâmetros de sintonização do dispositivo.

Desta forma, nove TMDs foram projetados variando os parâmetros de frequência de sintonização e razão de massa. Foram testados TMDs sintonizados a 1ª (0,55Hz), 5ª (5,13Hz) e 10ª (9,29Hz) frequências naturais do edifício, estes valores foram escolhidos com base nos

estudos preliminares feitos com o histórico do terremoto El Centro. Estas combinações foram associadas a três razões de massa $\bar{m} = \{0.01, 0.10, 0.40\}$. As duas primeiras são usadas para simular TMDs com massas usuais e a última ($\bar{m} = 0.40$) é escolhida para investigar o comportamento de mega TMDs. Os TMDs foram projetados de acordo com a formulação apresentada na seção 2.2 deste trabalho, e estão apresentados na Tabela 8.2.

Tabela 8.2 - Parâmetros dos TMDs projetados.

Freq. (Hz) \bar{m}	0.55	5.13	9.29
0.01	F1M.01 $K_{TMD} = 1.18 \cdot 10^5 (N / m)$ $\xi = 0.0036$ $m = 10089 Kg$	F5M.01 $K_{TMD} = 1.02 \cdot 10^7 (N / m)$ $\xi = 0.0036$ $m = 10089 Kg$	F10M.01 $K_{TMD} = 3.36 \cdot 10^7 (N / m)$ $\xi = 0.0036$ $m = 10089 Kg$
0.1	F1M.1 $K_{TMD} = 9.50 \cdot 10^5 (N / m)$ $\xi = 0.0332$ $m = 100890 Kg$	F5M.1 $K_{TMD} = 8.23 \cdot 10^7 (N / m)$ $\xi = 0.0332$ $m = 100890 Kg$	F10M.1 $K_{TMD} = 27.0 \cdot 10^7 (N / m)$ $\xi = 0.0332$ $m = 100890 Kg$
0.4	F1M.4 $K_{TMD} = 19.7 \cdot 10^5 (N / m)$ $\xi = 0.114$ $m = 403560 Kg$	F5M.4 $K_{TMD} = 17.1 \cdot 10^7 (N / m)$ $\xi = 0.114$ $m = 403560 Kg$	F10M.4 $K_{TMD} = 56.16 \cdot 10^7 (N / m)$ $\xi = 0.114$ $m = 403560 Kg$

Na Tabela 8.2 também pode-se observar os códigos usados para identificação de cada TMD projetado. Na primeira linha de cada quadro, o número seguindo a letra **F** indica a frequência de sintonização (1ª, 5ª ou 10ª) o número após a letra **M** representa a razão de massa utilizada. Por exemplo, **F1M.01** identifica o TMD sintonizado à primeira frequência natural do edifício com massa de 0.01, (1%) em relação à massa total da estrutura.

A resposta em deslocamentos para o edifício de 20 andares foi avaliada sem e com os TMDs projetados (Tabela 8.2). É necessário salientar que, nesta seção do trabalho, apenas análises lineares foram realizadas. O edifício sem e com os TMDs foi sujeito a 10 amostras de terremotos geradas para cada tipo de solo (A, C e E).

Uma resposta da estrutura, submetida a uma amostra de terremoto, foi escolhida para ilustrar o comportamento dinâmico do edifício, em cada tipo de solo. A Figura 8.4 apresenta os deslocamentos do último pavimento do edifício com e sem TMDs nos solos A e C. A Figura 8.5 mostra a resposta dinâmica do 20º pavimento para a estrutura com e sem TMD para o solo E. Cada gráfico apresenta quatro curvas: a primeira contém a resposta estrutural sem TMD, as demais mostram a resposta em deslocamentos do último andar com TMDs. As linhas pontilhadas estão delimitando o envelope das amplitudes de deslocamento da estrutura

sem TMD. São analisados os deslocamentos totais do edifício com as parcelas de corpo rígido devido à movimentação da base da estrutura e também os movimentos relativos.

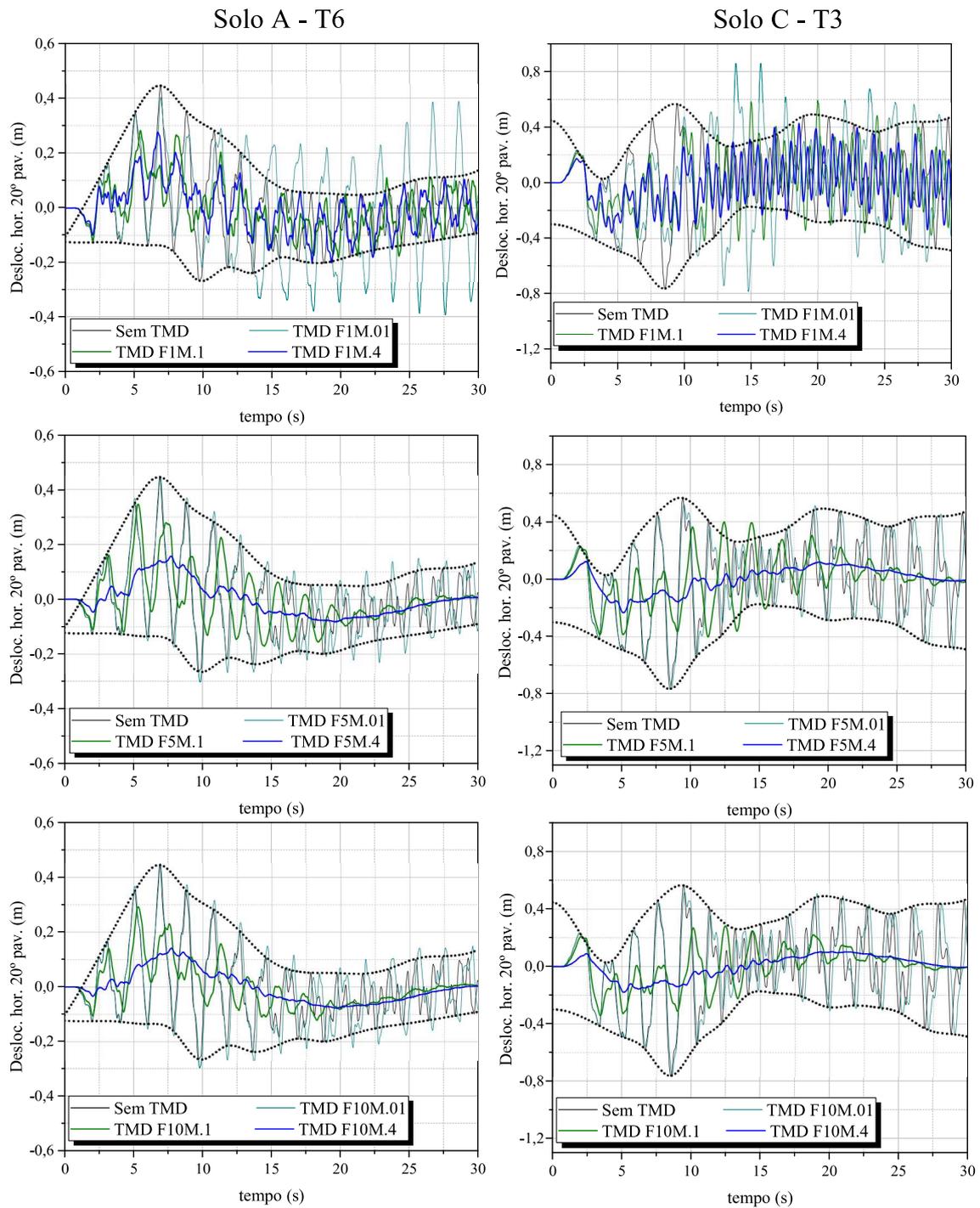


Figura 8.4 - Resposta de deslocamentos pelo tempo do 20º pavimento do edifício, sem e com TMDs, sob os carregamentos de terremoto gerados para os solos A e C.

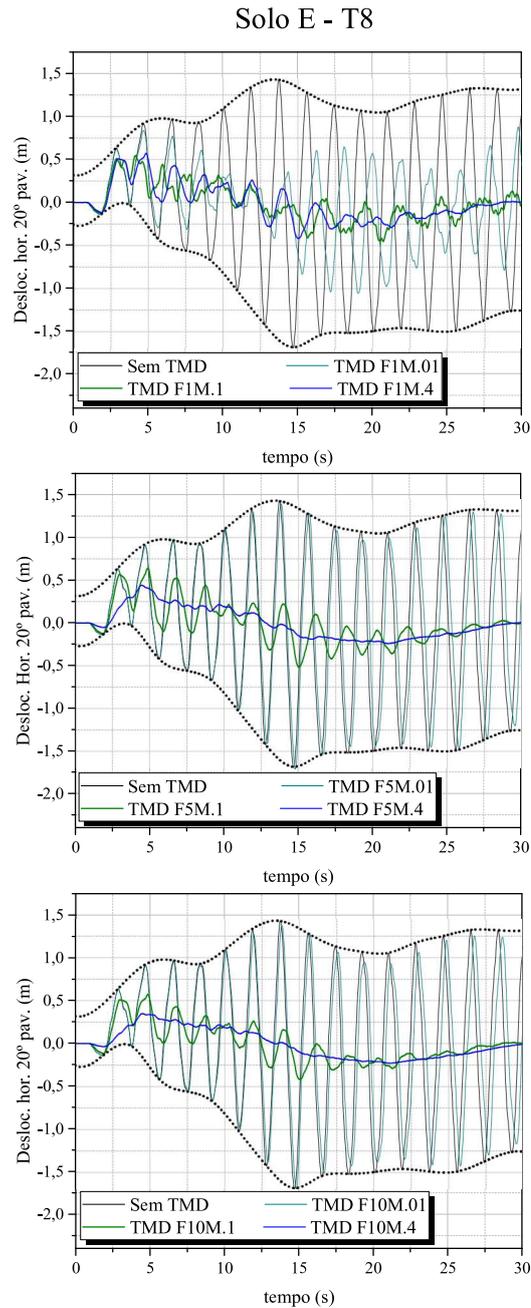


Figura 8.5 - Resposta de deslocamentos pelo tempo do 20º pavimento do edifício, sem e com TMDs, sob os carregamentos de terremoto gerados para o solo E.

As Figuras 8.4 e 8.5 mostram que os terremotos gerados para o solo E produzem os maiores deslocamentos na estrutura (amplitude máxima de -1,7m). Nestes casos, com grandes deslocamentos na estrutura os efeitos do TMD podem ser notados mais facilmente. Além disso, também mostram que a eficiência do TMD depende do tipo de solo. Enquanto para o solo E, TMDs sintonizados à primeira frequência natural da estrutura, combinados a todas as razões de massa, garantiram redução nos deslocamentos do edifício, para os solos A e C, TMDs sintonizados para a primeira frequência somente apresentaram efeitos quando

associados a maiores razões de massa $\bar{m} = \{0.10, 0.40\}$. Na Figura 8.4 (solos A e C) o primeiro TMD F1M.01 ($f_{TMD} = 0.55\text{Hz}$, $\bar{m} = 0.01$) piorou a resposta em deslocamentos da estrutura.

Com as Figuras 8.4 e 8.5, torna-se claro que TMDs com baixas razões de massa (i.e. $\bar{m} = 0.01$), independente da frequência de sintonização, não foram eficazes para minimizar vibrações. Isto fica evidente principalmente porque TMDs sintonizados à 5ª e 10ª frequência natural com a menor razão de massa ($\bar{m} = 0.01$) não mudaram as trajetórias de deslocamento iniciais (sem TMD). Em geral todos os TMDs sintonizados à 5ª frequência natural apresentaram desempenho similar ao dos TMDs sintonizados à 10ª frequência. A partir desta constatação, pode-se concluir que existe um limiar para a rigidez das molas dos TMDs. Ou seja, a partir certos valores (no caso estudado a partir da 5ª frequência natural), não há diferenças nos resultados obtidos a partir da utilização de frequências de sintonização muito altas.

Por outro lado, a escolha da razão de massa dos TMDs mostra-se mais relevante para garantir bom desempenho aos amortecedores. Em todos os casos, o uso de altas razões de massa resultou nas melhores respostas quanto ao controle de deslocamentos e redução da frequência de oscilação da estrutura. Com os mega TMDs (i.e. $\bar{m} = 0.4$) a estrutura vibra com menor número de oscilações. Em algumas situações, esta pode ser uma prioridade no projeto dos atenuadores, uma vez que a evolução de dano e fadiga no material é proporcional ao número de ciclos da estrutura no movimento.

Ainda que os resultados apresentados neste trabalho indiquem que os mega TMDs são mais apropriados para reduzir vibrações, é preciso levar em conta os efeitos negativos, que esta adição de 40% na massa do edifício, causa às cargas estáticas. A redução dos deslocamentos horizontais é um benefício, a ser levado em consideração em relação aos demais parâmetros do projeto estrutural. Mais estudos são indispensáveis para avaliar de maneira realista o impacto da utilização de elevadas massas para os TMDs.

Um estudo com a resposta estrutural no domínio da frequência foi realizado para avaliar sobre outra perspectiva o desempenho dos TMDs. As Figuras 8.6, 8.8 e 8.10 mostram os resultados obtidos por meio de uma FFT feita na resposta dinâmica da estrutura sem TMD. As Figuras 8.7, 8.9 e 8.11 mostram os resultados obtidos por meio da FFT na resposta dinâmica da estrutura com TMDs. A estrutura é avaliada sujeita aos 10 terremotos gerados para cada tipo de solo (A, C e E).

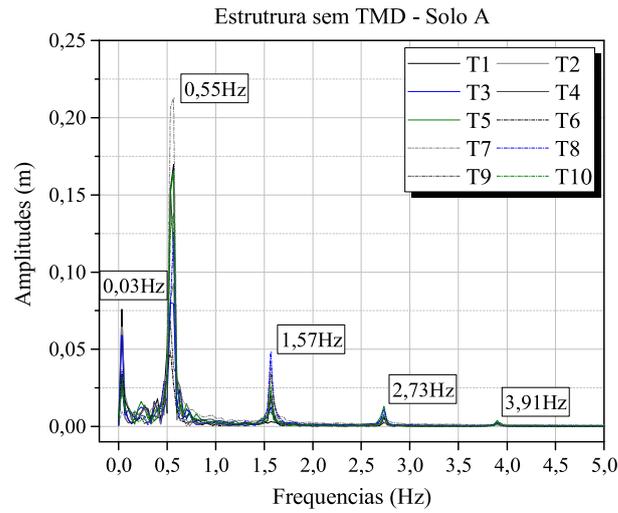


Figura 8.6 – Resposta no domínio da frequência para a estrutura sem TMD sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo A.

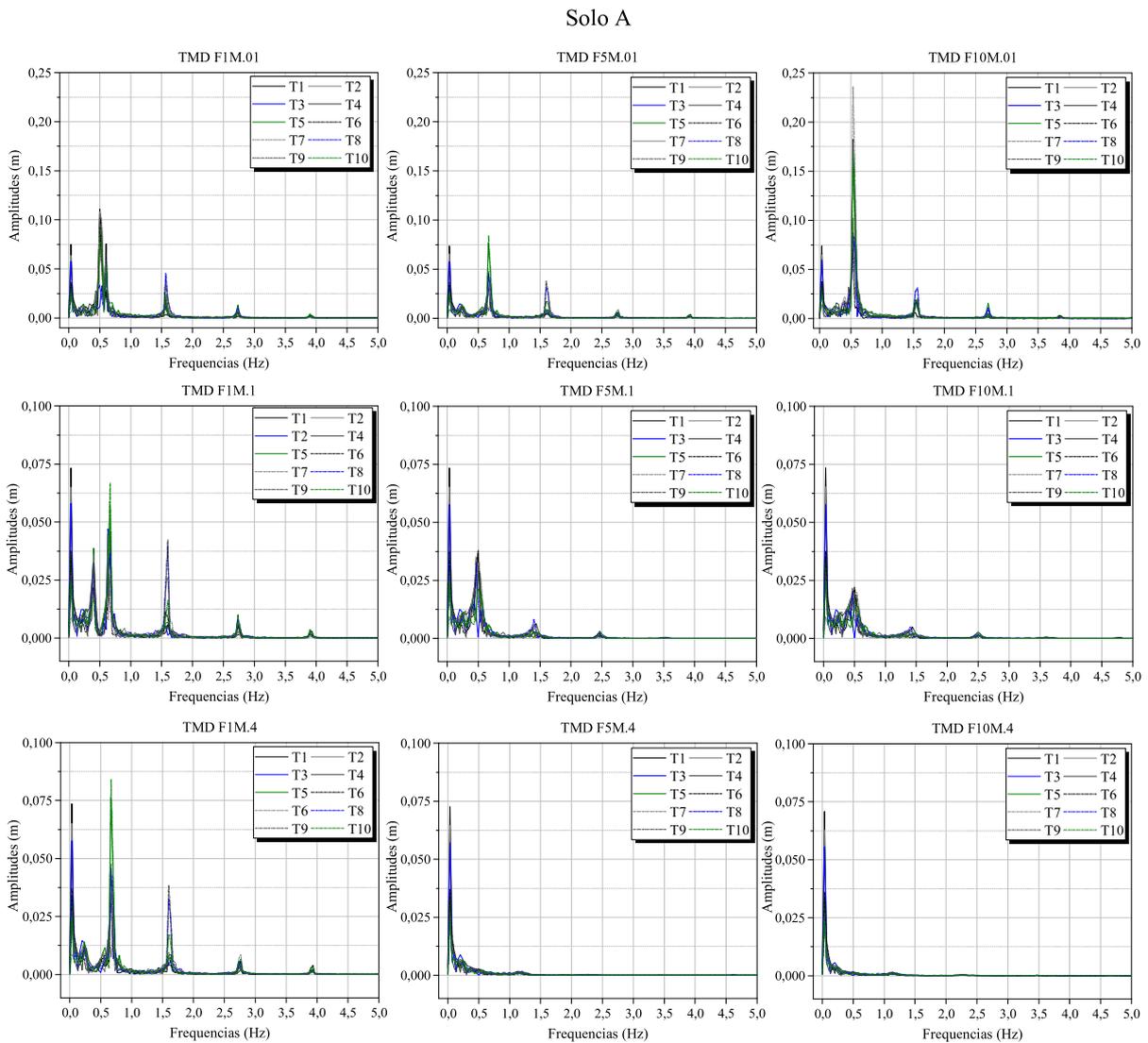


Figura 8.7- Resposta no domínio da frequência para a estrutura com TMDs sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo A.

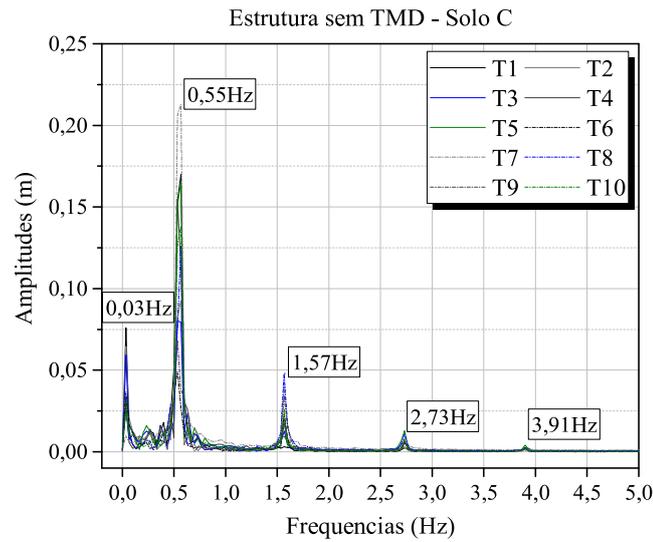


Figura 8.8 - Resposta no domínio da frequência para a estrutura sem TMD sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo C.

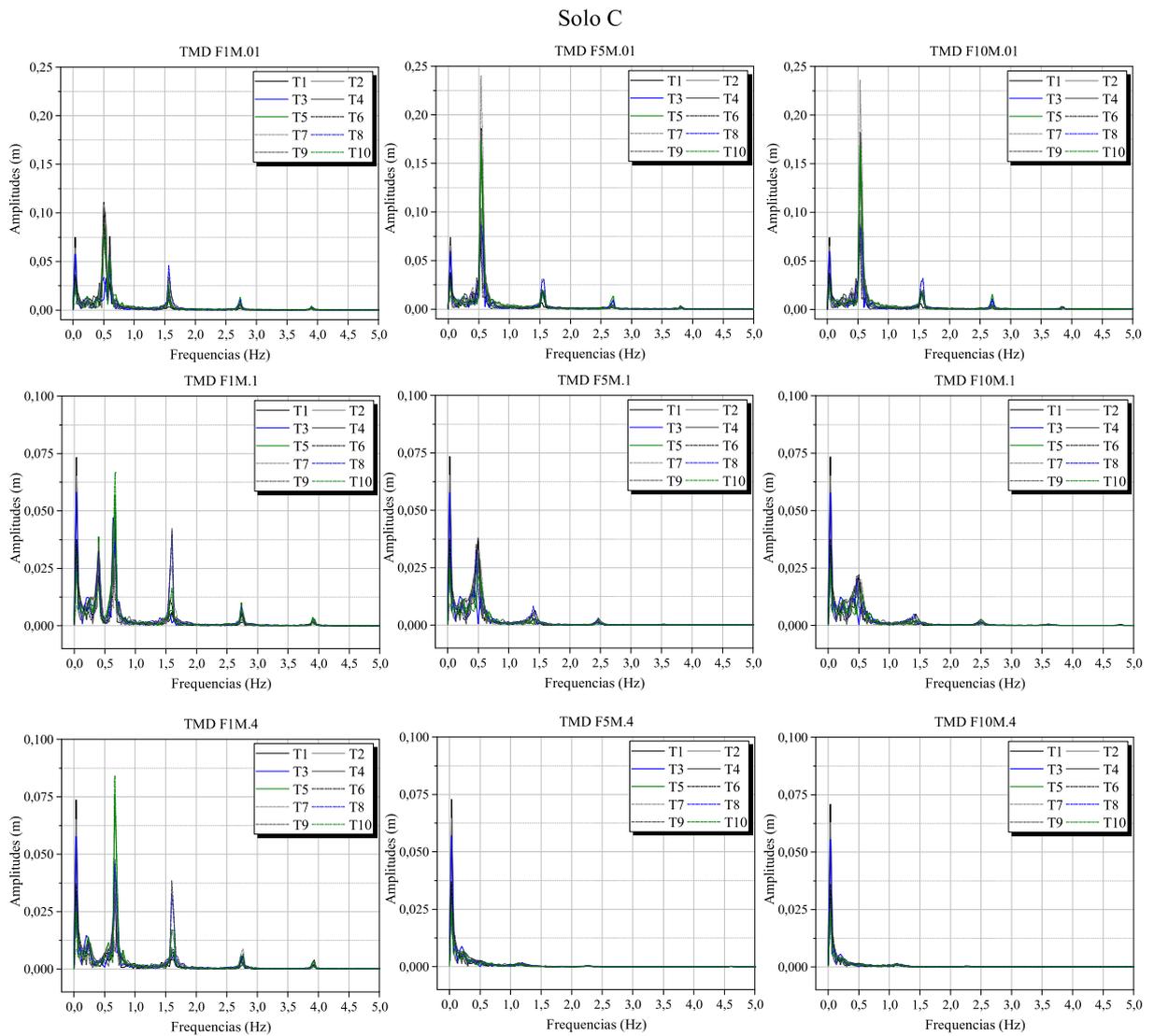


Figura 8.9 - Resposta no domínio da frequência para a estrutura com TMDs sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo C.

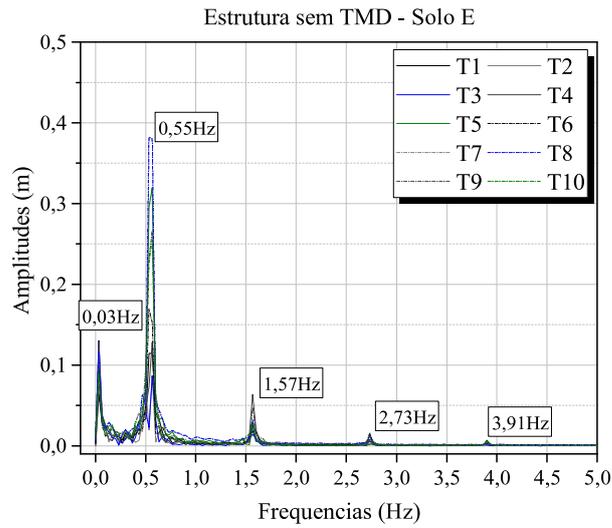


Figura 8.10 - Resposta no domínio da frequência para a estrutura sem TMD sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo E.

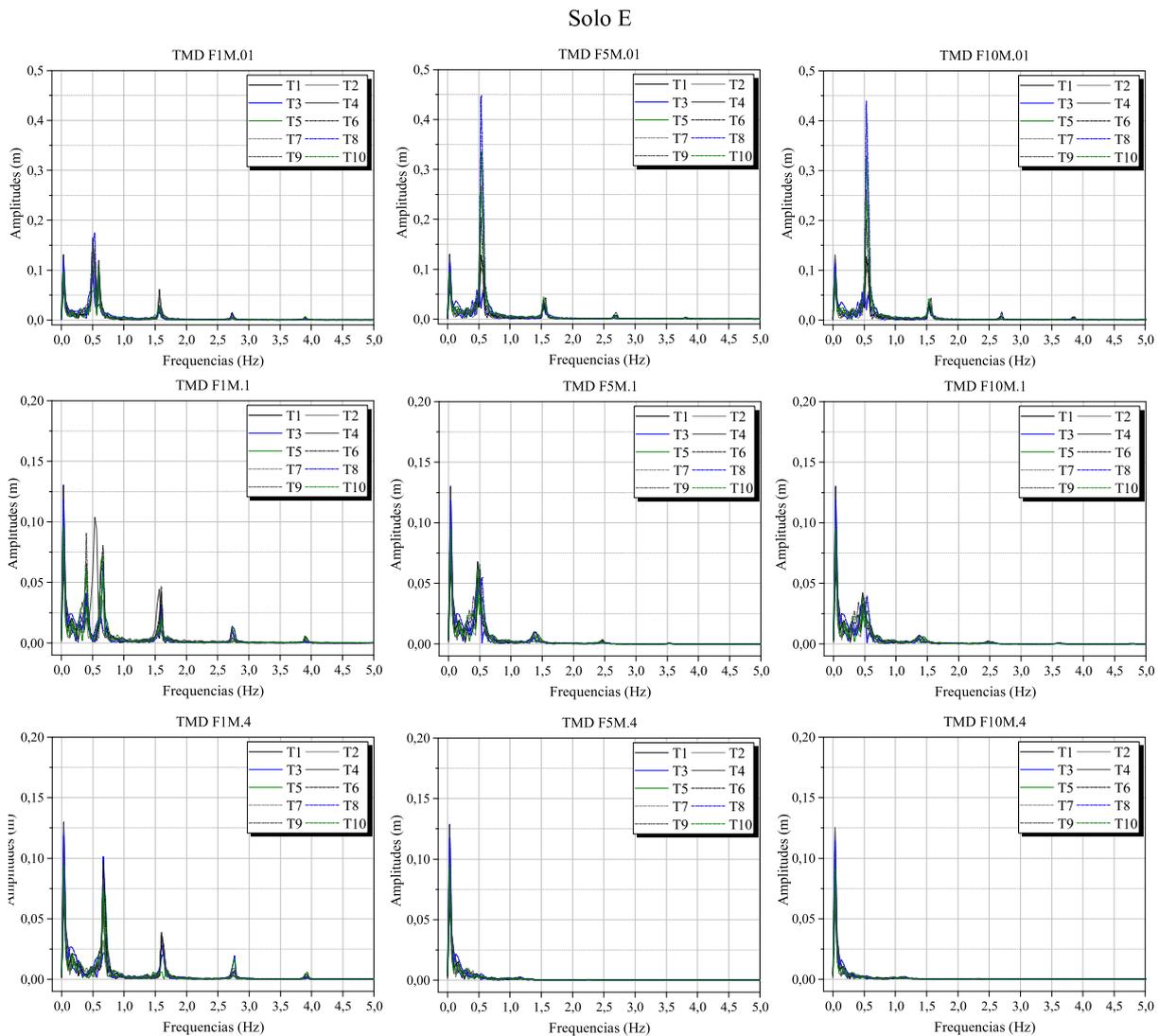


Figura 8.11 - Resposta no domínio da frequência para a estrutura com TMDs sujeita aos 10 terremotos gerados para o solo E.

As Figuras 8.6, 8.8 e 8.10 (estrutura sem TMD) mostram resultados muito semelhantes, quanto às frequências predominantes no movimento, retornando as quatro primeiras frequências naturais flexionais encontradas anteriormente por análise modal teórica (0,55Hz, 1,57Hz, 2,73Hz e 3,91Hz). Também pode-se observar uma frequência de corpo rígido com valor de 0,03Hz, (i.e. $f < f_{flex}$). As diferenças entre os tipos de solo podem ser verificadas nas amplitudes de deslocamentos: observou-se que no solo E são maiores, e nos solos A e C, são próximas.

As Figuras 8.7, 8.9 e 8.11 mostram a resposta da estrutura com TMDs sujeita aos dez terremotos dos solos A, C e E, respectivamente. Comparando as Figuras 8.7, 8.9 e 8.11 com as Figuras 8.6, 8.8 e 8.10 (estrutura sem TMD) podem-se notar as mudanças geradas por TMDs nas frequências naturais do sistema. Também se pode observar que, embora diferentes amostras de terremoto sejam utilizadas, os picos de frequência para o movimento da estrutura são os mesmos.

Nas Figuras 8.6, 8.8 e 8.10 (estrutura com TMD) pode-se verificar que as cinco frequências naturais (0,03, 0,55, 1,57, 2,73, 3,91Hz), encontradas para a estrutura sem TMD, aparecem na resposta dinâmica com os TMDs de razões de massa iguais a 0,01 e 0,1 (i.e. F1M.01, F5M.01, F10M.01, F1M.1, F5M.1, F10M.1). Entretanto, as amplitudes nas quais a estrutura vibra para estas frequências são reduzidas em relação às iniciais (sem TMD). No segundo gráfico da Figura 8.7 (solo A) observa-se que a determinação de TMDs ideais depende do tipo do solo. Considerando as análises no solo A, a resposta obtida com F5M.01 ($f_{TMD} = 5,13\text{Hz}$, $\bar{m} = 0,01$) apresentou amplitudes menores do que as amplitudes da estrutura sem TMD, por outro lado, para os solos C e E, o mesmo TMD não gerou efeitos de controle de vibrações. Em geral, as respostas para F5M.01 (solos C e E) e F10M.1 (todos os solos), mostram que TMDs sintonizados a frequências mais altas (i.e. 5.13Hz e 9.29Hz) só têm bom desempenho se associados a razões de massa maiores ($\bar{m} \geq 10\%$). Desta forma, o único projeto eficiente para TMDs leves se dá com a utilização de baixas frequências de sintonização.

O desempenho dos mega TMDs ($\bar{m} = 0,4$) é mostrado na última linha das Figuras 8.7, 8.9 e 8.11: nestas, pode-se observar que os melhores resultados (i.e. menor número de picos de frequência associado a amplitudes de deslocamento baixas) são obtidos por TMDs sintonizados as frequência mais altas. Nestes casos, a estrutura vibra predominantemente na frequência de corpo rígido de 0,03Hz. Novamente, pode-se observar que as respostas obtidas com os TMDs sintonizados a 5ª e 10ª frequências naturais do edifício, são similares para a mesma razão de massa.

Desta forma, para minimizar vibrações em edifícios localizados nos solos estudados, a melhor configuração de TMD mostrou-se a combinação F5M.4 ($f_{TMD}=5,13\text{Hz}$, $\bar{m}=0,4$). Mas destaca-se que a utilização de altas razões de massa para o atenuador podem causar efeitos colaterais às cargas estáticas, conforme discutido anteriormente. Como alternativa, para os três tipos de solo, os TMDs F5M.1 e F10M.1 apresentaram bom desempenho, com significativa redução nos deslocamentos, porém mantendo o mesmo número de modos de vibração verificados na estrutura sem TMD. Esta escolha de TMDs mantém a massa dos dispositivos em níveis usuais. Todos os resultados avaliados em termos de deslocamentos totais também foram analisados somente quanto a parcela de deslocamentos relativos (do topo do edifício com relação a sua base) e as mesmas conclusões foram observadas.

Finalmente, é possível concluir que a eficiência dos TMDs é sensível à combinação da frequência de sintonização, à razão de massa do dispositivo e às características de solo consideradas. Em geral, TMDs sintonizados a frequências médias a altas, com alta massa, mostraram-se melhores na minimização de deslocamentos, atenuação da frequência de oscilações e na redução dos modos de vibração da estrutura. TMDs sintonizados a altas frequências, mas com baixa razão de massa, apresentaram o pior desempenho. TMDs sintonizados à primeira frequência natural com a menor razão de massa foram eficientes para reduzir as amplitudes de deslocamento, mas não atenuaram as frequências de oscilação. Estas combinações também mantiveram as frequências naturais da estrutura inalteradas. Alternativamente, TMDs sintonizados a moderadas e altas frequências, com moderadas razões de massa (i.e. $\bar{m} = 0,1$) tiveram bom desempenho na minimização dos deslocamentos e da frequência de oscilação, porém não reduziram o número de modos de vibração.

9 CONCLUSÕES

Este trabalho investigou a eficiência de TMDs (*Tuned Mass Dampers*) na redução de vibrações estruturais em edifícios sujeitos a terremotos. Para avaliação da resposta estrutural sob sismos foi utilizado um modelo mecânico preciso em elementos finitos linear e não-linear geométrico, e os terremotos foram modelados como processos estocásticos totalmente não-estacionários e espectro-compatíveis.

Para o edifício de 20 andares, um estudo preliminar foi realizado com um histórico do terremoto El Centro (1940), sendo avaliados os efeitos da frequência de sintonização e de diferentes modelos de análise para avaliação do comportamento estrutural. O modelo discreto massa-mola amortecedor, que é usualmente empregado na literatura para obtenção do comportamento dinâmico de edifícios, foi testado. Neste trabalho, mostrou-se que esta modelagem é inadequada, pois não aproxima corretamente as frequências naturais da estrutura. Esta conclusão foi obtida comparando os resultados do modelo massa-mola com os modelos de elementos finitos, considerados mais precisos.

Foram testados três modelos em elementos finitos, o primeiro em regime linear e com cargas equivalentes aplicadas ao longo da altura do edifício, o segundo com regime linear e movimentação imposta na base da estrutura e um terceiro com análise não-linear geométrica e movimentação de base. Deste estudo inicial, chegou-se a conclusão de que os deslocamentos do edifício estavam contidos a um limite de pequenos a moderados deslocamentos, verificando-se que a solução linear (com menor custo computacional) é suficiente para prever o comportamento da estrutura.

O estudo do desempenho ideal dos TMDs incluiu nove TMDs diferentes e três tipos de solos. Os nove TMDs foram obtidos combinando três razões de massa (0,01, 0,1 e 0,4) e três frequências de sintonização correspondentes à primeira (0,55Hz), quinta (5,13Hz) e décima (9,29Hz) frequências naturais do edifício.

Ao contrário do que se acredita os TMDs sintonizados para minimizar o primeiro modo de vibração da estrutura ($f_{TMD} = 0,55Hz$) apresentaram os piores desempenhos na atenuação das vibrações induzidas pelos terremotos. Para todos os tipos de solo, o TMD com melhor desempenho foi resultado da combinação da razão de massa mais alta ($\bar{m} = 0,4$) com as maiores frequências de sintonização ($f_{TMD} = 5,13Hz$, $f_{TMD} = 9,29Hz$). Estes TMDs foram

capazes de minimizar as amplitudes de deslocamento, reduzir a frequência oscilatória e também suprimir modos de vibração elevados, levando a estrutura a vibrar predominantemente com frequência natural de corpo rígido. Entretanto, os mega TMDs com 40% da massa do edifício, causam efeitos negativos às cargas estáticas e ao estado de tensões nos elementos. Desta forma, mais estudos são necessários para balancear a redução dos deslocamentos horizontais devido a sismos com os demais requisitos do projeto estrutural.

Como uma alternativa aos mega TMDs, atenuadores com razões de massa na ordem de 10%, sintonizados às frequências naturais mais elevadas (5ª e 10ª) também apresentaram bons resultados na redução dos deslocamentos e atenuação da frequência de oscilação. Estes resultados se verificaram para todos os tipos de solo.

Também se observou que o desempenho dos TMDs tem dependência com o tipo de solo. Por exemplo, o TMD com razão de massa de 1% sintonizados para a quinta frequência natural, foi eficiente no tipo de solo A, porém não funcionou para os solos C e E (Eurocode 8, 2003).

A metodologia proposta e empregada neste trabalho demonstra a eficácia de dispositivos TMDs para controlar vibrações estruturais induzidas por terremotos. Entretanto, benefícios somente são garantidos se os TMDs são devidamente projetados, se o fenômeno sísmico é adequadamente modelado e se a resposta dinâmica estrutural é obtida por ferramentas confiáveis.

Em uma abordagem mais ampla, este trabalho pode contribuir para a quantificação de riscos estruturais sob sismos e também servir de etapa preliminar a estudos de otimização robusta de TMDs. A partir do desempenho de TMDs observados neste trabalho, avaliados por modelos mecânicos e estocásticos mais refinados em relação aos usuais, pode-se propor novas premissas ao projeto de amortecedores de massa aplicados a estruturas reais.

9.1 Sugestões para trabalhos futuros

Para o avanço desta pesquisa, sugere-se que sejam incorporadas incertezas às propriedades dinâmicas da estrutura, considerando que a massa, rigidez e até mesmo o amortecimento do conjunto (estrutura principal e TMD), são variáveis aleatórias do problema. Além disso, propõe-se a implementação de algoritmos de otimização confiável e robusta para a obtenção de projetos ótimos de TMDs aplicados para reduzir efeitos dinâmicos em estruturas sob sismos. Outra abordagem de grande interesse é a de estudar estruturas mais suscetíveis a apresentar efeitos de não linearidade geométrica, principalmente quando as componentes de movimento verticais dos terremotos são consideradas. Sugere-se também a incorporação de formulações que permitam a consideração de não linearidades físicas no material, casos relevantes para análise de estruturas sob sismos. Ainda, pode-se propor a comparação do desempenho de TMDs clássicos com as diferentes configurações de TMDs já elaboradas, a exemplo pode-se citar o TMDI, TMDs com amortecedores viscosos não lineares e PTMDs (*Pendulum Tuned Mass Dampers*).

REFERÊNCIAS

- AHMADI, G. Generation of artificial time-histories compatible with given response spectra - a review. *Solid Mechanics Archives*, v. 4, p. 207–39, 1979.
- ALLAM, S.; DATTA, T. Response spectrum analysis of suspension bridges for random ground motion. *Journal of Bridge Engineering*, v. 7, n. 6, p. 325–37, 2002.
- ANGELIS, M. DE; PERNO, S.; REGGIO, A. Dynamic response and optimal design of structures with large mass ratio TMD. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 41, n. 11, p. 41–60, 2012.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 15421: Projeto de estruturas resistentes a sismos - Procedimento*. Rio de Janeiro, 2006. 26p.
- AYORINDE, E. O.; WARBURTON G. B. Minimizing structural vibrations with absorbers. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v.8, n.3, p.219–236, 1980;
- AZEVEDO, Á. F. M. *Fundamentos do Método dos Elementos Finitos*. Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003.
- AZEVEDO, J. R. T. *Vibrações Aleatórias Dinâmica Estocástica*. Programa de pós graduação em Engenharia de Estruturas., 1996. Instituto Técnico Superior.
- BASU, B.; GUPTA, V. K. Non-stationary seismic response of MDOF systems by wavelet transform. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 26, p. 1243–1258, 1997.
- BECK, A. T. *Curso de Confiabilidade estrutural: Notas de aula*. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2014.
- BECK, A. T.; GOMES, W. J. S.; LOPEZ, R. H.; MIGUEL, L. F. F. A comparison between robust and risk-based optimization under uncertainty. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 52, n. 3, p. 479–492, 2015.
- BECK, A. T.; KOUGIOUMTZOGLU, I. A.; SANTOS, K. R. M. Optimal performance-based design of non-linear stochastic dynamical RC structures subject to stationary wind excitation. *Engineering Structures*, v. 78, p. 145–153, 2014.
- BERRAH, M.; KAUSEL, E. A modal combination rule for spatially varying seismic motions. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 22, p. 791–800, 1993.
- BONET, J.; WOOD, R. D.; MAHANEY, J.; HEYWOOD, P. Finite element analysis of air supported membrane structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 190, n. 5-7, p. 579–595, 2000.

CACCIOLA, P. A stochastic approach for generating spectrum compatible fully nonstationary earthquakes. *Computers and Structures*, Elsevier, v. 88, n. 15-16, p. 889–901, 2010.

CACCIOLA, P.; DEODATIS, G. A method for generating fully non-stationary and spectrum-compatible ground motion vector processes. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Elsevier, v. 31, n. 3, p. 351–360, 2011.

CACCIOLA, P.; ZENTNER, I. Generation of response-spectrum-compatible artificial earthquake accelerograms with random joint time – frequency distributions. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v. 28, p. 52–58, 2012.

CARLO MARANO, G.; GRECO, R.; CHIAIA, B. A comparison between different optimization criteria for tuned mass dampers design. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 329, n. 23, p. 4880–4890, 2010.

CHUNG, L.-L.; LAI, Y.-A.; WALTER YANG, C.-S.; LIEN, K.-H.; WU, L.-Y. Semi-active tuned mass dampers with phase control. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 332, n. 15, p. 3610–3625, 2013.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. *Dynamics of Structures*. 2nd ed. McGraw-Hill, Inc., 1993.

CODA, H. B.; GRECO, M. A simple FEM formulation for large deflection 2D frame analysis based on position description. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 193, p. 3541–3557, 2004.

CODA, H. B.; PACCOLA, R. R. Unconstrained Finite Element for Geometrical Nonlinear Dynamics of Shells. *Mathematical Problems in Engineering*, 32p., 2009.

CODA, H. B.; PACCOLA, R. R. A total-Lagrangian position-based FEM applied to physical and geometrical nonlinear dynamics of plane frames including semi-rigid connections and progressive collapse. *Finite Elements in Analysis and Design*, Elsevier, v. 91, p. 1–15, 2014.

CONNOR, J. J. *Tuned mass damper systems*. Upper Saddle River: Prentice Hall/Pearson Education, 2002.

CONTE, J. P.; PISTER, K. S. Nonstationary ARMA modeling of seismic motions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 11, p. 411–426, 1992.

CRISFIELD, M. A. *Non-linear finite element analysis of solids and structures*. New York: John Wiley & Sons, 1991.

DEODATIS, G. Non-stationary stochastic vector processes: seismic ground motion applications. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v. 11, p. 149–168, 1996.

DEODATIS, G. Simulation of Ergodic Multivariate Stochastic Processes. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 122, n. August, p. 778–787, 1996.

ELETRONUCLEAR, E. *Crerios de Segurança adotados para as usinas nucleares Angra 1, Angra 2 e Angra 3*. , 2011.

EL-KHOURY, O.; ADELI, H. Recent Advances on Vibration Control of Structures Under Dynamic Loading. *Archives of Computational Methods in Engineering*, v. 20, n. 4, p. 353–360, 2013.

ESTADÃO: Moradores de São Paulo sentem reflexos de terremoto no Chile. São Paulo, 16 set. 2015. Disponível em: <<http://sao-paulo.estadao.com.br/noticias/geral,moradores-de-sao-paulo-sentem-reflexos-de-terremoto-no-chile,1763724>>. Acesso em: 24 out. 2016.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. *Eurocode 8: design of structures for earthquake resistance - part 1: general rules, seismic actions and rules for buildings*. , 2004. Brussels, Belgium.

FENG, M. Q.; MITA, A. Vibration Control of Tall Buildings Using Mega Subconfiguration. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 121, p. 1082–1088, 1995.

G1: Moradores de SP sentem tremor após terremoto no Chile. São Paulo, 16 set. 2015. Disponível em: <<http://g1.globo.com/sao-paulo/noticia/2015/09/bom-beiros-regis-tram-chamadas-de-tremores-em-sao-paulo.html>>. Acesso em: 24 out. 2016.

GALAL, K.; NAIMI, M. Effect of Soil Conditions on the Response of Reinforced Concrete Tall Structures To Near- Fault Earthquakes. *Struct. Design Tall Spec. Build.* v. 17, p. 541–562, 2008.

GIARALIS, A.; KOUGIOUMTZOGLOU, I.; SPANOS, P. D. A stochastic approach for deriving effective linear properties of bilinear hysteretic systems subject to design spectrum compatible strong ground motions. *8th International Conference on Structural Dynamics (EURO DYN 2011)*, 2011.

GIARALIS, A.; SPANOS, P. D. Wavelet-based response spectrum compatible synthesis of accelerograms — Eurocode application (EC8). *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 29, p. 219–235, 2009.

GIARALIS, A.; SPANOS, P. D. Derivation of response spectrum compatible non-stationary stochastic processes relying on Monte Carlo-based peak factor estimation. *Earthquake and Structures*, v. 3, n. 3-4, p. 581–609, 2012a.

GIARALIS, A.; SPANOS, P. D. Derivation of response spectrum compatible non-stationary stochastic processes relying on Monte Carlo-based peak factor estimation. *Earthquakes and Structures*, v. 3, n. 3, p. 581–609, 2012b.

GIARALIS, A.; TAFLANIDIS, A. A. Reliability-based Design of Tuned Mass-Damper-Inerter (TMDI) Equipped Multi-storey Frame Buildings under Seismic Excitation. In: *12th International Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering (ICASP12)*, p.1–8, 2015.

GKOKTSI, K.; GIARALIS, A. Assessment of sub-Nyquist deterministic and random data sampling techniques for operational modal analysis. In: *8th European Workshop on Structural Health Monitoring*. p.5–8, 2016.

GRECO, M. *Análise de problemas de contato/impacto em estruturas de comportamento não linear pelo método dos elementos finitos*. Dissertação (mestrado) - Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2004.

GUTIERREZ SOTO, M.; ADELI, H. Tuned Mass Dampers. *Archives of Computational Methods in Engineering*, v. 20, n. 4, p. 419–431, 2013.

HADI, M. N. S.; ARFIADI, Y. Optimum design of absorber for MDOF structures. *Journal of Structural Engineering*, v. 124, n. 11, p. 1272–1280, 1998.

HAO, H.; OLIVEIRA, C.; PENZIEN, J. Multiple-station ground motion processing and simulation based on SMART-1 array data. *Nuclear Engineering and Design*, v. 111, p. 293–310, 1989.

HARTOG, D. *Mechanical Vibrations*. 4th ed. New York: McGraw-Hill, Inc., 1956.

HOANG, N.; FUJINO, Y.; WARNITCHAI, P. Optimal tuned mass damper for seismic applications and practical design formulas. *Engineering Structures*, v. 30, p. 707–715, 2008.

HOANG, N.; WARNITCHAI, P. Design of multiple tuned mass dampers by using a numerical optimizer. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 34, n. October 2004, p. 125–144, 2005.

HOUSNER, G. W.; BERGMAN, L. A.; CAUGHEY, T. K.; et al. Structural Control: Past, Present, and Future. *J. Eng. Mech.*, v. 9, n. September, p. 897–971, 1997.

International Conference of Buildings Officials, *Uniform Building Code*. 2015.

JOSEPH, L.. *Taipei 101's TMD explained*. 2015. Disponível em: <<http://www.thorntontomasetti.com/taipei-101s-tmd-explained/>>. Acesso em: 16 nov. 2016.

KIUREGWAN, A. D. E. R.; NEUENHOFER, A. Response spectrum method for multi-support seismic excitations. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 21, n. September 1991, p. 713–740, 1992.

KOZIN, F. Autoregressive moving average models of earthquake. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v. 3, n. 2, p. 58–63, 1954.

KWOK, K. S. S.; SAMALI, B. Performance of tuned mass dampers under wind loads. *Engineering Structures*, v. 17, n. 9, p. 655–667, 1995.

LAZAR, I. F.; NEILD, S. A.; WAGG, D. J. Using an inerter-based device for structural vibration suppression. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 43, n. 11, p. 1129–1147, 2014.

LEE, C. L.; CHEN, Y. T.; CHUNG, L. L.; WANG, Y. P. Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, v. 28, n. 1, p. 43–53, 2006.

- LI, Y.; KAREEM, A. Simulation of multivariate nonstationary random processes by FFT. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 117, n. 5, p. 1037–1058, 1991.
- LI, Y.; KAREEM, A. Simulation of Multivariate Nonstationary Random processes: Hybrid DFT and Digital Filtering Approach. *Journal of Engineering Mechanics*, p. 1302–1310, 1997.
- LOPEZ, R. H.; MIGUEL, L. F. F.; BECK, A. T. Tuned Mass Dampers for Passive Control of Structures Under Earthquake Excitations. *Springer Enc. of Earthquake Engineering*, p. 1–12, 2013.
- LUO, A. C. J.; ZASLAVSKY, G. Stochastic Dynamics and Control. In: *Monograph Series on Nonlinear Science and Complexity*. 2006.
- MAJCHER, K.; WÓJCICKI, Z. Kinematically excited parametric vibration of a tall building model with a TMD — Part 1: Numerical analyses. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, v. 14, p. 204–217, 2014.
- MALHOTRA, P. K. Response spectrum of incompatible acceleration, velocity and displacement histories. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 30, n. July 1999, p. 279–286, 2001.
- MARANO, G. C.; TRENTADUE, F.; GRECO, R. Stochastic optimum design criterion for linear damper devices for seismic protection of buildings. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 33, n. 6, p. 441–455, 2007.
- MARANO, G.; QUARANTA, G.; SGOBBA, S. Fuzzy-entropy based robust optimization criteria for tuned mass dampers. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, v. 9, n. 2, p. 285–294, 2010.
- MARIAN, L.; GIARALIS, A. Optimal design of a novel tuned mass-damper-inerter (TMDI) passive vibration control configuration for stochastically support-excited structural systems. *Probabilistic Engineering Mechanics*, Elsevier, v. 38, p. 156–164, 2015.
- McNAMARA, R. J. Tuned mass damper for building. *Journal of the Structural Division*, ASCE, p.1785 -1797, 1977.
- MELCHERS, R. E. *Structural Reliability analysis and Prediction*. 2nd ed. NY: Wiley, 1998.
- MOUTINHO, C. An alternative methodology for designing tuned mass dampers to reduce seismic vibrations in buildings structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 41, n. 11, p. 2059–2073, 2012.
- OGDEN, R. W. *Non-Linear Elastic Deformations*. Chichester: Ellis Horwood, 1984.
- ORMONDROYD, J.; HARTOG, D. The theory of dynamic vibration absorber. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, v. 50, p. 9–22, 1928.
- PARULEKAR, Y. M.; REDDY, G. R. for Seismic Response Reduction. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, v. 9, n. 1, p. 151–177, 2009.

- PAULTRE, P. *Dynamics of Structures*. 1st ed. Wiley & Sons, Inc., 2010.
- POURZEYNALI, S.; LAVASANI, H. H.; MODARAYI, A. H. Active control of high rise building structures using fuzzy logic and genetic algorithms. *Engineering Structures*, v. 29, p. 346–357, 2007.
- PREUMONT, A. The generation of spectrum compatible accelerograms for the design of nuclear power plants. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 12, p.481-197, 1984.
- PRIESTLEY, M. B. Evolutionary Spectra and Non-Stationary Processes. *Journal of the Royal Statistical Society*, v. 27, n. 2, p. 204–237, 1965.
- RANA, R.; SOONG, T. T. Parametric study and simplified design of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, v. 20, n. 3, p. 193–204, 1998.
- RAO, S. S. *Mechanical Vibration*. 5th ed. Prentice Hall Pearson, 2010.
- REDDY, J. N. *An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*. New York: Oxford University Press Inc., p. 1–3, 2004.
- REZAEIAN, S.; KIUREGHIAN, A. DER. A stochastic ground motion model with separable temporal and spectral nonstationarities. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v.37, p. 1565–1584, 2008.
- RÜDINGER, F. Optimal Vibration Absorber with Nonlinear Viscous Power Law Damping and White Noise Excitation. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 132, n. 1, p. 46–53, 2006.
- SANCHES, R. A. K.; CODA, H. B. Unconstrained vector nonlinear dynamic shell formulation applied to Fluid Structure Interaction. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 259, p. 177–196, 2013.
- SARKAR, K.; GUPTA, V. K. Wavelet-Based Simulation of Spatially Correlated and Spectral Compatible Accelerograms. *Proceeding of the national symposium on structural dynamics, random vibrations & earthquake engineering (NSSD-2005)*. p.69–78, 2005.
- SARKAR, K.; GUPTA, V. K.; GEORGE, R. C. Wavelet-based generation of spatially correlated accelerograms. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 87, p. 116–118, 2016.
- SHINOZUKA, M. Digital Simulation of Random Processes in Engineering Mechanics with the Aid of FFT technique. *Stochastic Problems in Mechanics*, 1974. Waterloo: University of Waterloo Press.
- SHINOZUKA, M.; DEODATIS, G. Stochastic process models for earthquake ground motion. *Probabilistic Engineering Mechanics*, v. 3, n. 3, p. 114–123, 1988.
- SHINOZUKA, M.; DEODATIS, G. Simulation of seismic ground motion using stochastic waves. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 115, p. 23–37, 1989.

- SHINOZUKA, M.; DEODATIS, G.; HARADA, T. Digital Simulation of Seismic Ground Motion. *National Center for Earthquake Engineering Research – State University of New York*, 1987.
- SHINOZUKA, M.; JAN, C. Digital Simulation of Random Process and Its applications. *Journal of Sound and Vibration*, v. 25, p. 111–128, 1972.
- SILVA, W. Q. *Análise não linear geométrica do acoplamento solo-estrutura através da combinação MEC-MEF*. Dissertação (mestrado) - Universidade de São Paulo, São Carlos SP, 2010.
- SIQUEIRA, T. M. *Análise dinâmica não linear geométrica de estruturas e mecanismos reticulados planos com ligações deslizantes*. Dissertação (mestrado) - Universidade de São Paulo, São Carlos SP, 2016.
- SLADEK, J. R. 1; KLINGNER, R. E. Effect of Tuned-Mass Dampers on seismic response. *Journal of Structural Engineering*, v. 109, n. 8, p. 2004–2009, 1983.
- SOTO-BRITO, R.; RUIZ, S. E. Influence of ground motion intensity on the effectiveness of tuned mass dampers. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 1271, p. 1255–1271, 1999.
- TAFLANIDIS, A. A.; BECK, J. L.; ANGELIDES, D. C. Robust reliability-based design of liquid column mass dampers under earthquake excitation using an analytical reliability approximation. *Engineering Structures*, v. 29, p. 3525–3537, 2007.
- THRÁINSSON, H.; KIREMIDJIAN, A. S.; WINTERSTEIN, S. R. Modeling of earthquake ground motion in the frequency domain. *The John A. Blume Earthquake Engineering Center*, 2000.
- TUBALDI, E.; KOUGIOMTZOGLU, I. A. Nonstationary stochastic response of structural systems equipped with nonlinear viscous dampers under seismic excitation. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 44, n. 11, p. 121–138, 2014.
- WARBURTON, G. B. *The dynamical behaviour of structures*. 2nd ed. Pergamom press, 1976.
- WARBURTON, G. B. Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, v. 10, p. 381–401, 1982.
- YANG, J. Simulation of Random envelop processes. *Journal of Sound and Vibration*, v. 21, n. 1, p. 73–85, 1972.
- YANG, J. On the normality and accuracy of simulated random processes. *Journal of Sound and Vibration*, v. 26, n. 3, p. 417–428, 1973.
- ZEMBATY, Z.; KRENK, S. Spatial seismic excitations and response spectra. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 119, p. 2449–60, 1994.

ZENTNER, I. A procedure for simulating synthetic accelerograms compatible with correlated and conditional probabilistic response spectra. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 63, p. 226–233, 2014. Elsevier.

ZERVA, A. *Spatial Variation of Seismic Ground motion - Modeling and Engineering Applications*. Library of Congress Cataloging-in Publication Data, 2008.

APÊNDICE A – Validação do programa de Elementos Finitos NLG

Para validação do código desenvolvido utilizou-se um exemplo disponível nos trabalhos de Behdinan et al. (1998), Greco (2004) que tratam do desenvolvimento de formulações não lineares para avaliação de estruturas discretizadas em elementos de pórtico.

Trata-se de uma viga engastada, discretizada em 10 elementos finitos e com carga transversal de impacto aplicada à extremidade livre. A Figura A.1 apresenta os dados de entrada do problema. Adotou-se $F = 100000lb$.

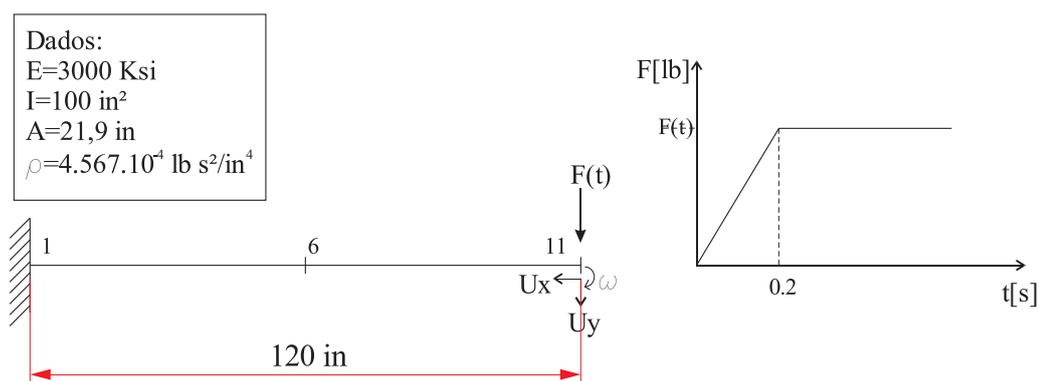


Figura A.1 - Dados de entrada do problema.
Fonte: GRECO, M. (2004).

Os resultados obtidos para deslocamentos horizontais, verticais e giros do nó da extremidade livre estão apresentados nas Figuras A.2 e A.3. Foi utilizada matriz de massa discreta para rodar o exemplo.

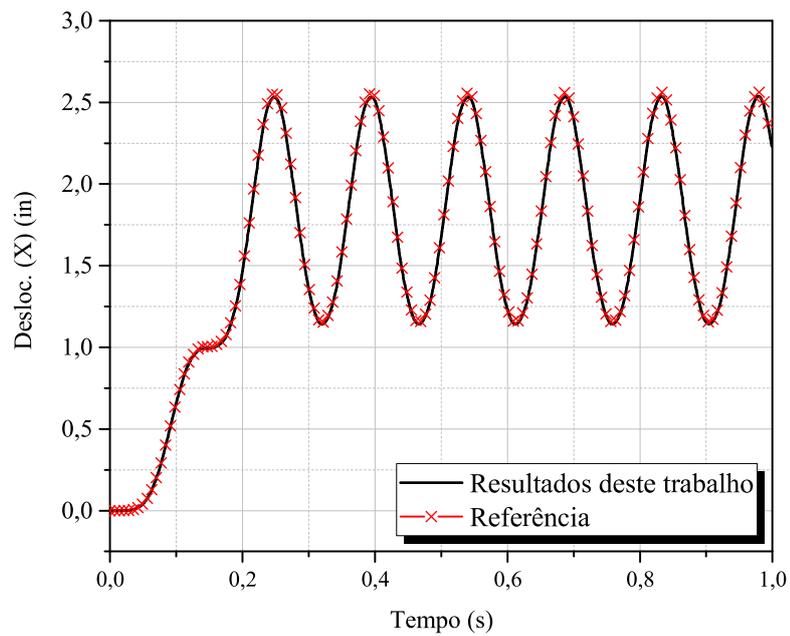


Figura A.2 - Deslocamento direção horizontal na extremidade livre.

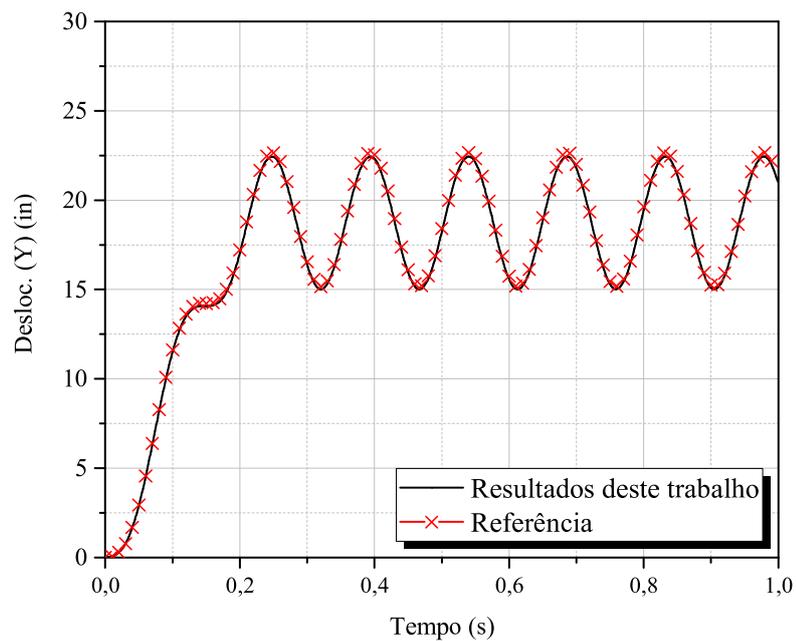


Figura A.3 - Deslocamento direção vertical na extremidade livre.

Confrontando os gráficos, pode-se observar que os resultados estão compatíveis; portanto, a coerência do código é verificada.

APÊNDICE B – Validação do programa Linear

Massa-Mola

Para verificação do código de superposição modal com discretização em sistemas massa-mola, utilizou-se um exemplo clássico, que tem resultado analítico conhecido.

Estudou-se uma barra biapoiada, submetida a carregamento constante de tração em uma de suas extremidades. A configuração e os dados do problema são apresentados na Figura B.1. Este modelo foi escolhido porque sua resposta analítica é conhecida. Sabe-se que a resposta dinâmica deste problema deve ter amplitude máxima de deslocamento para o caso não amortecido igual a duas vezes a amplitude do caso estático, u_{est} . Também pode-se calcular analiticamente o período de vibração da estrutura, T , conforme mostrados na Eq. B.1.

$$u_{est} = \frac{FL}{EA}, \quad T = 4L\sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (B.1)$$

Para os exemplo verificados, obtiveram-se os valores de : $u_{est} = 0,0004762$ e $T = 0,873s$.

Utilizou-se dois modelos para verificação, um código linear em elementos finitos de treliça 2D e o código de superposição modal com discretização em sistemas massa-mola. No modelo de EF, a barra foi discretizada em 100 elementos de treliça e a resolução do problema foi obtida pelo integrador temporal de Newmark, com parâmetros: $\beta = 0,25$, $\gamma = 0,5$, $\Delta t = 0,001s$, $t_{max} = 1,9s$. No modelo de discretização massa-mola, a barra foi representada como um sistema massa-mola submetido à força F , e os resultados de deslocamento foram obtidos por superposição modal.

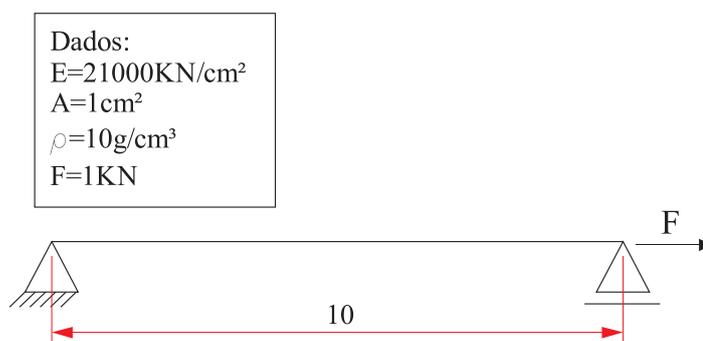


Figura B.1 – Dados do problema.

A Figura B. 2 apresenta os resultados de deslocamento da barra obtidos pelo modelo de elementos finitos, por superposição modal e também a resposta estática calculada analiticamente.

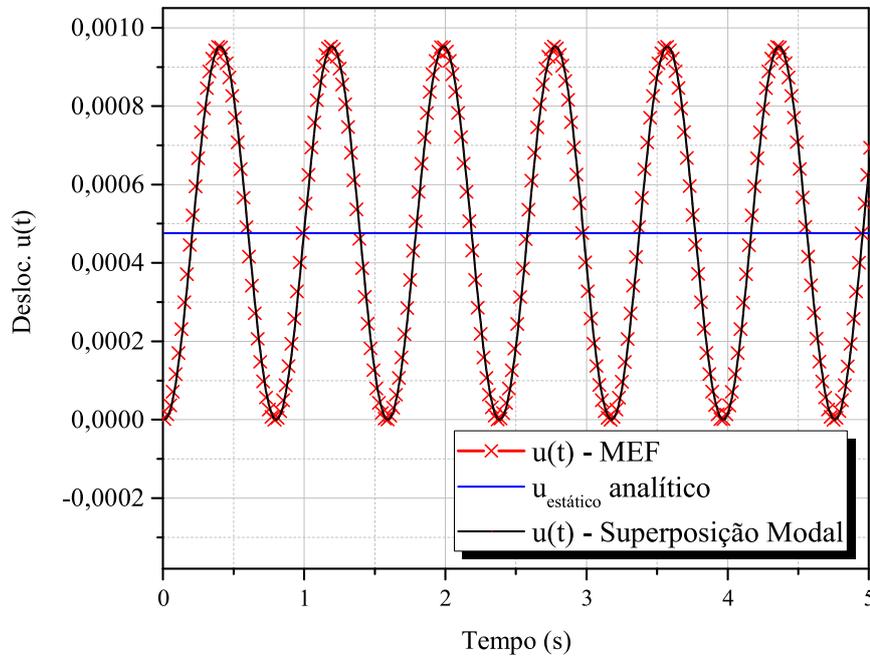


Figura B.2 – Deslocamentos $u(t)$ para diferentes modelos de análise.

Pode-se observar que o modelo com resolução por superposição modal apresenta resultados equivalentes aos resultados obtidos com o modelo de elementos finitos e discretização refinada. Também verifica-se que a amplitude máxima dos deslocamentos está de acordo com o que é conhecido em relação ao deslocamento estático.

APÊNDICE C – Amostras de terremotos testados na estrutura.

Neste apêndice são apresentadas as amostras de terremotos geradas e escolhidas para cada tipo de solo. As Figuras C.1, C.2 e C.3 apresentam as 10 respostas em deslocamentos no tempo selecionados para os solos A, C e E. Estas amostras foram utilizadas para testar a estrutura sem e com os TMDs projetados, objetivando avaliar os efeitos dos amortecedores sob carregamentos estocásticos representando terremotos,

Amostras de Terremoto - Solo A

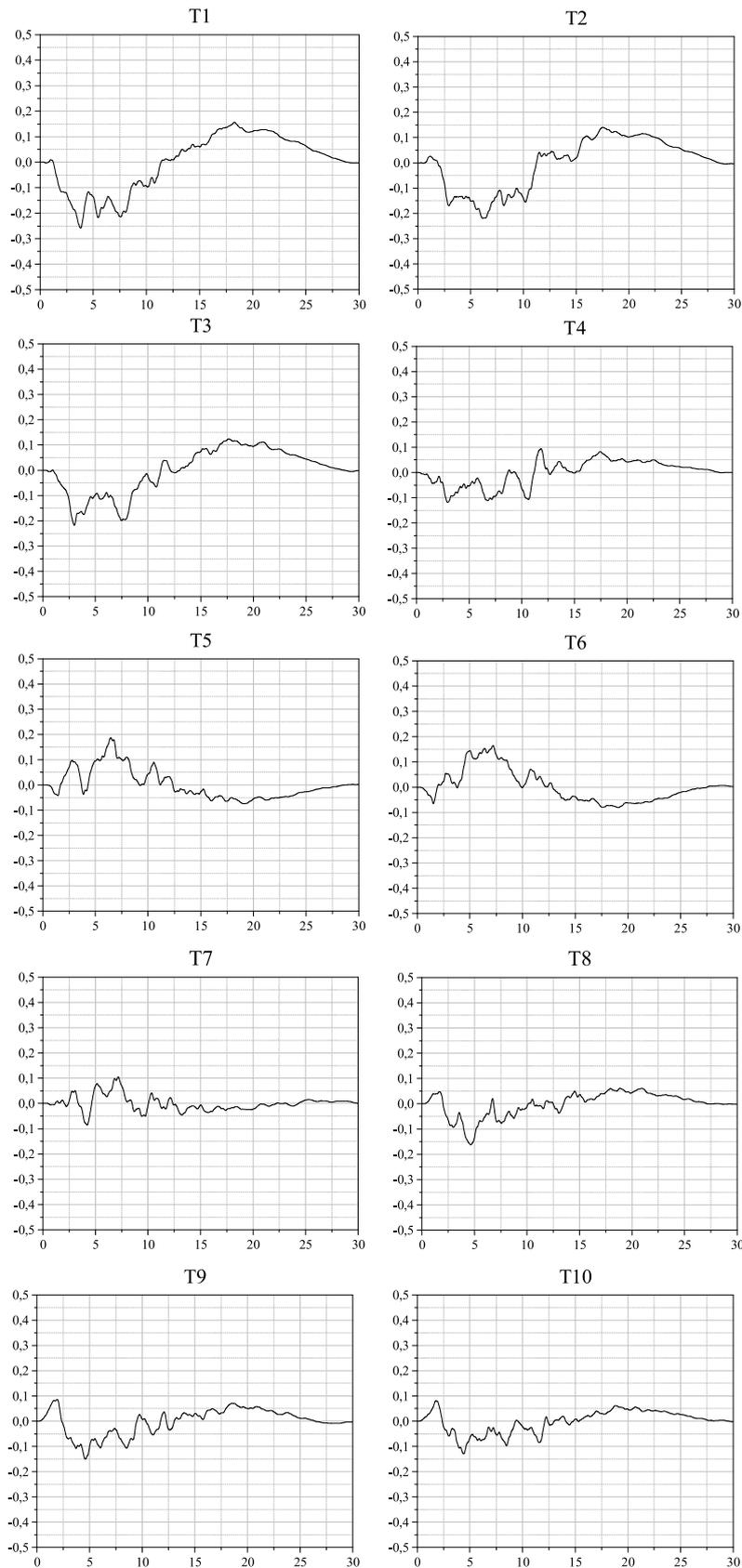


Figura C.1 – Amostras de terremotos geradas para o solo A. Gráficos apresentando as respostas em deslocamentos (m) no tempo (s).

Amostras de Terremoto - Solo C

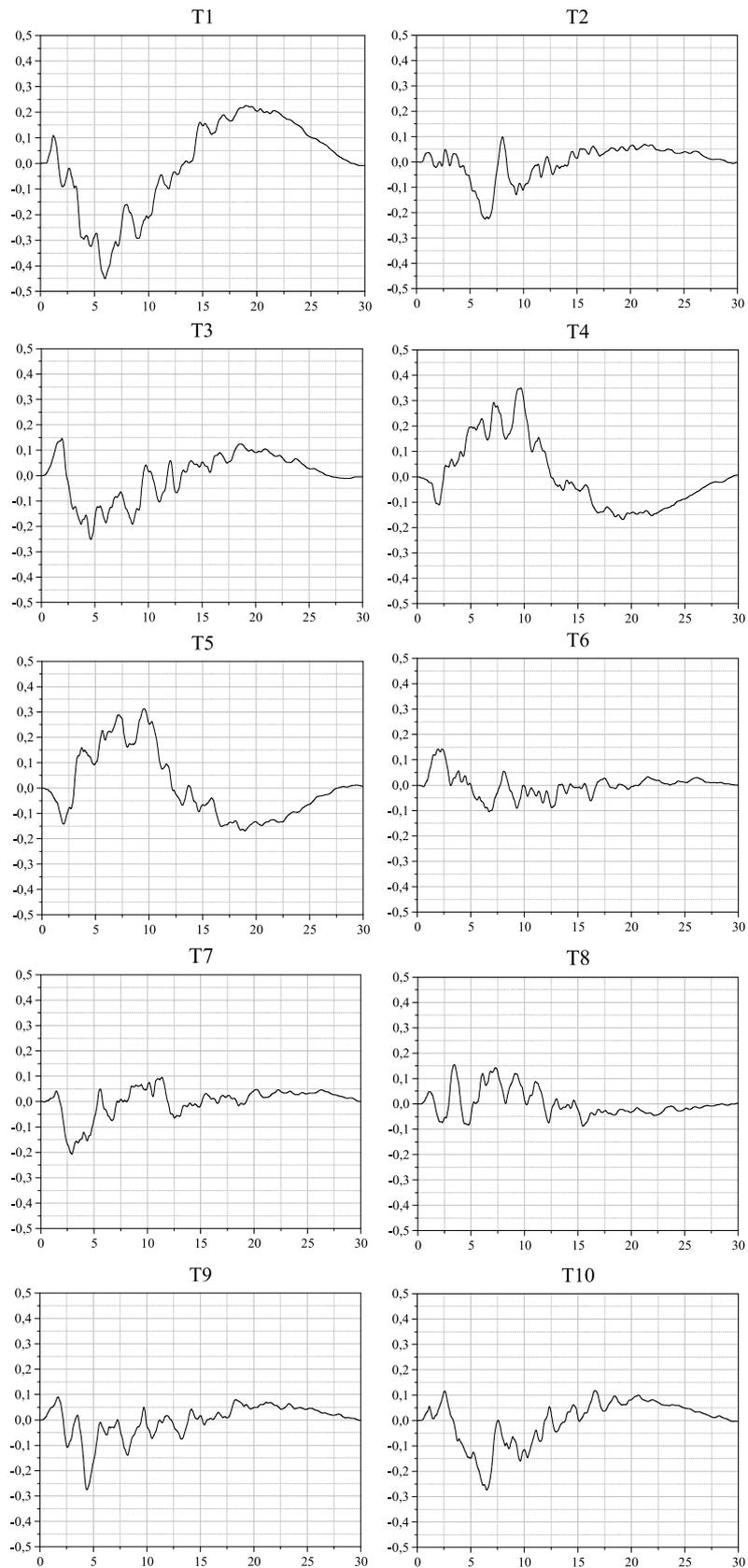


Figura C.2 – Amostras de terremotos geradas para o solo C. Gráficos apresentando as respostas em deslocamentos (m) no tempo (s).

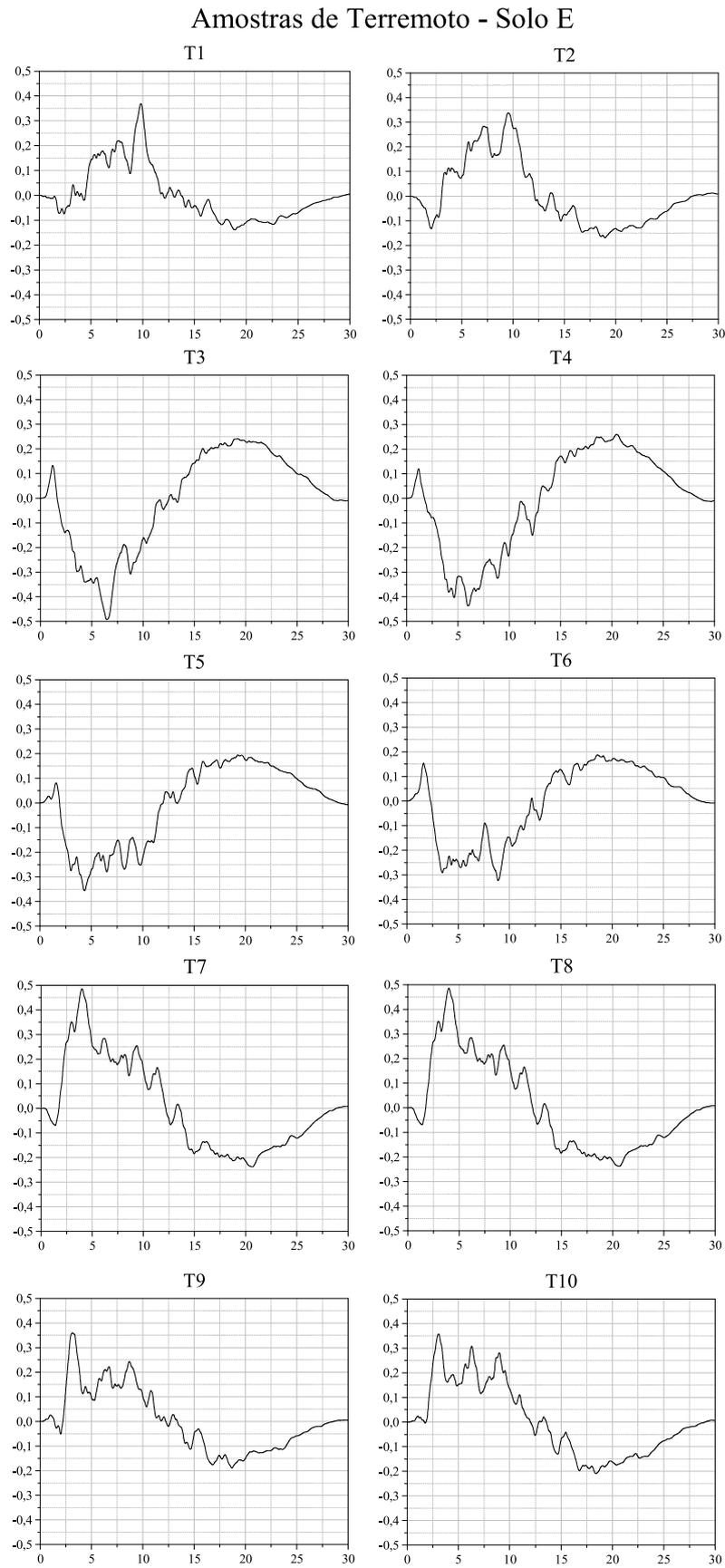


Figura C.3 – Amostras de terremotos geradas para o solo E. Gráficos apresentando as respostas em deslocamentos (m) no tempo (s).

