

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Uma análise de provas de carga lateral em  
estacas e comparação com os métodos da  
teoria de reação horizontal do solo

**JOSÉ CARLOS ÂNGELO CINTRA**

**Orientador: Prof. Dr. José Henrique Albiero**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Geotecnia.

SÃO CARLOS, 1981

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS



Uma análise de provas de carga lateral em  
estacas e comparação com os métodos da  
teoria de reação horizontal do solo

JOSÉ CARLOS ÂNGELO CINTRA

Orientador: Prof. Dr. José Henrique Albiero

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Geotecnia.

DEDALUS - Acervo - EESC



31100016591

SÃO CARLOS, 1981

## AGRADECIMENTOS

A Thereza Giacomo Crnkowics, pela datilografia.

A Antonio Claret Carriel, pelos desenhos.

A Carlos Henrique Medeiros, à CARAÍBA Metais S/A IND. e COM., à GEOTÉCNICA S/A. e à TECNOSOLO - Engenharia e Tecnologia de Solos e Materiais S/A., pelas provas de carga.

A Gene Stancati e Orêncio Monje Vilar, pelas sugestões.

A Maria Elisa Borges Rezende e Antonio Airton Bortolucci, pelo auxílio na elaboração dos programas.

A Ismael Ângelo Cintra, pela revisão do texto.

Ao Prof. João Baptista Nogueira, pelo incentivo.

Ao Prof. José Henrique Albiero, pela orientação.

## RESUMO

Analisam-se provas de carga lateral em estacas, ensaiadas em solo arenoso com a aplicação simultânea de momento fletor, após a escavação do solo superficial. Com base nesta análise, generaliza-se a recomendação de ALIZADEH e DAVISSON (1970) encontrando-se o intervalo de variação do deslocamento horizontal  $y_0$  entre 4 e 8 mm para adoção do parâmetro  $n_h$ .

Comparam-se os resultados dos métodos da teoria de reação horizontal com provas de carga, obtendo-se boa concordância.

Apresenta-se uma proposta de uniformização de notação para a teoria de reação horizontal do solo.

## ABSTRACT

Lateral load tests combined with bending moment on piles are analysed in sandy subsoils after surface soil have been excavated. Based in this analysis, the recommendation of ALIZADEH and DAVISSON (1970) is generalized, and it is found a range of horizontal displacement  $y_0$  on 4 to 8 mm for assuming the  $n_h$  parameter.

The results of different methods of horizontal subgrade reaction theory compared with load tests have done a good agreement.

An uniform notation is purposed to horizontal subgrade reaction theory.

### SIMBOLOGIA UTILIZADA

- A - coeficiente de Terzaghi que correlaciona  $n_h$  com  $\gamma$
- b - largura da escavação
- $c_d$  - coesão de cálculo:  $c_d = 0,75 c_u$  para Broms e  $c_d = c_u/1,5$  para Werner
- $c_u$  - coesão não drenada do solo
- C - coeficientes adimensionais:  $C_M^M$ ,  $C_P^M$ ,  $C_M^P$ ,  $C_P^P$ ,  $C_M^Q$ ,  $C_P^Q$ ,  $C_M^S$ ,  $C_P^S$ ,  $C_M^Y$  e  $C_P^Y$
- $C_M^M$  - coeficiente adimensional para o momento fletor devido à aplicação de  $M_O$
- $C_P^M$  - coeficiente adimensional para o momento fletor devido à aplicação de  $P_H$
- $C_M^P$  - coeficiente adimensional para a reação do solo devido à aplicação de  $M_O$
- $C_P^P$  - coeficiente adimensional para a reação do solo devido à aplicação de  $P_H$
- $C_M^Q$  - coeficiente adimensional para o esforço cortante devido à aplicação de  $M_O$
- $C_P^Q$  - coeficiente adimensional para o esforço cortante devido à aplicação de  $P_H$
- $C_M^S$  - coeficiente adimensional para a rotação da estaca devinda à aplicação de  $M_O$
- $C_P^S$  - coeficiente adimensional para a rotação da estaca devinda à aplicação de  $P_H$
- $C_M^Y$  - coeficiente adimensional para o deslocamento horizontal devido à aplicação de  $M_O$

- $C_P^Y$  - coeficiente adimensional para o deslocamento horizontal devido à aplicação de  $P_H$
- $D$  - diâmetro (ou lado) da estaca
- $e$  - "excentricidade" de aplicação da força lateral  $P_H$
- $E$  - módulo de elasticidade da estaca
- $E_s$  - módulo de elasticidade do solo
- $E_{50}$  - módulo secante do solo correspondente à metade da tensão de ruptura em ensaio de compressão simples
- $f$  - profundidade em que ocorre a ruptura de estacas longas, segundo Broms
- $F$  - fator de engastamento de Davisson
- $G_R$  - profundidade adimensional de engastamento da estaca no solo para  $K = \text{constante}$
- $G_T$  - profundidade adimensional de engastamento da estaca no solo para  $K = n_h z$
- $h$  - profundidade da escavação
- $H$  - força lateral num bloco de  $n$  estacas
- $I$  - momento de inércia da estaca
- $J_R$  - excentricidade adimensional da aplicação da força lateral para  $K = \text{constante}$
- $J_T$  - excentricidade adimensional da aplicação da força lateral para  $K = n_h z$
- $k_h$  - coeficiente de reação horizontal do solo ( $F L^{-3}$ )
- $k_s$  - coeficiente de reação vertical do solo ( $F L^{-3}$ )
- $\bar{k}_{sl}$  - coeficiente de reação vertical para placa quadrada de 0,305m (1ft) de lado ( $F L^{-3}$ )
- $k_p$  - coeficiente de empuxo passivo de Rankine
- $K$  - módulo de reação horizontal do solo ( $F L^{-2}$ )

- $K_L$  - valor do módulo de reação horizontal do solo na profundidade correspondente à ponta da estaca  
 $K_O$  - valor do módulo de reação horizontal do solo na superfície do terreno  
 $K'_O$  - variação do módulo de reação horizontal do solo na superfície do terreno  
 $\bar{K}_{sl}$  - módulo de reação vertical para placa quadrada (ou circular) de lado (ou diâmetro) unitário  
 $L$  - comprimento enterrado da estaca  
 $L_e$  - comprimento equivalente da estaca engastada no solo  
 $L_f$  - profundidade de engastamento da estaca no solo, a partir da superfície  
 $M$  - momento fletor  
 $M_O$  - momento fletor na estaca, à superfície do terreno  
 $M_t$  - momento fletor aplicado na cabeça da estaca, acima da superfície  
 $M_M$  - momento fletor devido à aplicação do momento  $M_O$   
 $M_P$  - momento fletor devido à aplicação da força lateral  $P_H$   
 $M_R$  - momento fletor de ruptura da seção transversal da estaca  
 $N_{c\ell}, N_{q\ell}$  - fatores de capacidade de carga lateral de Brinch Hansen, à superfície  
 $n_h$  = constante de reação horizontal do solo ( $F L^{-3}$ )  
 $p$  - reação do solo por unidade de comprimento da estaca  
 $p_\ell$  - pressão lateral ( $F L^{-2}$ )  
 $p_{\ell o}$  - pressão lateral na superfície  
 $p'_\ell$  - variação da pressão lateral  
 $p'_{\ell o}$  = variação da pressão lateral na superfície  
 $p_M$  = reação do solo devido à aplicação do momento  $M_O$   
 $p_P$  = reação do solo devido à aplicação da força lateral  $P_H$

- $P_{max}$  - carga lateral máxima atingida em prova de carga  
 $P_H$  - força lateral aplicada à estaca  
 $P_{H_R}$  - capacidade de carga lateral  
 $P_R$  - carga lateral de ruptura em prova de carga  
 $P_V$  - força vertical aplicada na cabeça da estaca  
 $q$  - sobrecarga na superfície  
 $q_u$  - resistência à compressão simples  
 $Q$  - esforço cortante  
 $Q_L$  - esforço cortante na ponta da estaca  
 $Q_M$  - esforço cortante devido à aplicação do momento  $M_O$   
 $Q_P$  - esforço cortante devido à aplicação da força lateral  $P_H$   
 $R$  - fator de rigidez relativa estaca-solo para  $K$  constante com a profundidade (comunidade de comprimento)  
 $S$  - rotação da estaca  
 $S_O$  - rotação da estaca na superfície do terreno  
 $S_M$  - rotação da estaca devido à aplicação do momento  $M_O$   
 $S_P$  - rotação da estaca devido à aplicação da força lateral  $P_H$   
 $T$  - fator de rigidez relativa estaca-solo para  $K$  variável linearmente com a profundidade (com unidade de comprimento)  
 $y$  - deslocamento horizontal da estaca  
 $y_O$  - deslocamento horizontal da estaca na superfície do terreno  
 $y_t$  - deslocamento horizontal da cabeça da estaca, acima da superfície  
 $y_1$  e  $y_2$  - parcelas do deslocamento horizontal da estaca, que somadas com  $y_O$  dão  $y_t$  (ver Fig. 43c)

- $y_M$  - deslocamento horizontal da estaca devido à aplicação do momento  $M_0$   
 $y_P$  - deslocamento horizontal da estaca devido à aplicação da força lateral  $P_H$   
 $z$  - profundidade a partir da superfície do terreno  
 $Z$  - profundidade relativa (adimensional):  $Z = z/T$   
 $\alpha$  - coeficiente de Broms que correlaciona  $K$  com  $\bar{K}_{s1}$   
 $\beta$  - fator de rigidez relativa de Werner para qualquer variação do módulo de reação do solo com a profundidade ( $L$ )  
 $\gamma'$  - peso específico efetivo do solo  
 $\mu_s$  - coeficiente de Poisson do solo  
 $\nu$  - coeficiente de majoração da sollicitação (Werner)  
 $\phi$  - ângulo de atrito interno do solo  
 $\phi_d$  - ângulo de atrito interno de cálculo:  $\text{tg } \phi_d = 0,75 \text{ tg } \phi$  para Broms e  $\text{tg } \phi_d = (\text{tg } \phi)/1,2$  para Werner

## INDICE

I. INTRODUÇÃO .....	1
II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	4
1. Caracterização do Problema .....	4
2. Teoria de Reação do Solo .....	5
2.1 - Histórico .....	6
2.2 - Coeficiente de Reação Vertical .....	6
2.3 - Coeficiente de Reação Horizontal .....	7
3. Módulo de Reação Horizontal .....	8
3.1 - Variação de K com a Profundidade .....	9
3.2 - Avaliação do Valor do Módulo de Reação Ho- rizontal .....	14
3.2.1 - Argilas Pré-Adensadas: K .....	15
3.2.2 - Areias: $n_h$ .....	19
4. Tratamento Teórico do Problema .....	21
4.1 - Rigidez Relativa Estaca-Solo .....	26
4.2 - Soluções Clássicas da Equação Diferencial. .....	27
4.2.1 - Solução com K constante .....	27
4.2.2 - Solução com K variável .....	27
4.3 - Influência do Comprimento da Estaca .....	29
III. MÉTODOS DA TEORIA DE REAÇÃO HORIZONTAL DO SOLO ....	30
1. Método de Matlock e Reese .....	31
2. Método Navdocks .....	35
3. Método de Broms .....	43
3.1 - Fatores de Majoração das Cargas e de Redu- ção da Resistência .....	44
3.2 - Distribuição das Reações do Solo .....	44
3.3 - Mecanismos de Ruptura .....	45

3.4 - Deslocamentos Laterais .....	46
3.4.1 - Solos coesivos .....	47
3.4.2 - Solos não-coesivos .....	48
3.5 - Procedimento do Projeto .....	49
3.5.1 - Estacas curtas .....	49
3.5.2 - Estacas longas .....	50
4. Método de Davisson e Robinson .....	56
4.1 - Flexão .....	57
4.2 - Flambagem .....	58
4.3 - Procedimento do Projeto .....	59
5. Método de Werner .....	62
5.1 - Momentos Fletores .....	63
5.2 - Deslocamento .....	63
5.3 - Rotação .....	63
5.4 - Cortante .....	64
5.5 - Verificação dos Esforços Atuantes no Solo	64
6. Método de Davisson .....	72
6.1 - Solos coesivos .....	72
6.2 - Solos não-coesivos .....	72
IV. TRABALHO DE ALIZADEH E DAVISSON .....	76
V. DADOS DE CAMAÇARI-BA .....	79
1. Perfil do Subsolo .....	79
2. Provas de Carga Horizontal .....	81
VI. ANÁLISE DAS PROVAS DE CARGA DE CAMAÇARI .....	83
1. Determinação de $y_0$ .....	83
1.1 - Método A .....	84
1.2 - Método B .....	84
2. Determinação de $n_h \times y_0$ .....	89
3. Determinação do intervalo de $y_0$ .....	89
VII. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....	100
1. Carga de Ruptura .....	100
2. Teoria de Reação Horizontal .....	108

VIII. CONCLUSÕES .....	118
IX. PROPOSTA DE UNIFICAÇÃO DA NOTAÇÃO .....	122
X. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	127
XI. BIBLIOGRAFIA .....	128
Apêndice A .....	135
Apêndice B .....	140
Apêndice C .....	144
Anexo I .....	151

## 1. INTRODUÇÃO

No cálculo de estacas carregadas lateralmente, são muito úteis os métodos da teoria de reação horizontal do solo pela simplicidade de utilização, principalmente. Esta teoria tem como hipótese básica a consideração de que a reação do solo  $p$  é proporcional ao deslocamento horizontal  $y$ , semelhante à hipótese de Winkler para o problema da viga sobre apoio elástico. O coeficiente  $K$  que caracteriza a proporcionalidade entre reação e deslocamento ( $p = K y$ ) é conhecido como módulo de reação horizontal do solo (unidades de  $F L^{-2}$ ).

Com a introdução desta hipótese, pode-se escrever facilmente uma equação diferencial para o problema da estaca carregada lateralmente

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + K y = 0$$

onde  $EI$  representa a rigidez à flexão da estaca e  $z$  a profundidade a partir da superfície.

Esta equação diferencial tem solução analítica apenas para o caso de se considerar  $K$  constante com a profundidade, sendo que, basicamente, os vários métodos de cálculo da teoria de reação horizontal diferem apenas na técnica de resolução numérica desta equação, além claro da forma de apresentação.

São muitas as proposições quanto a variação do módulo  $K$  com a profundidade, mas, a maioria dos autores concorda com a hipótese de  $K = \text{constante}$  para argilas pré-adensadas e  $K$  variável linearmente para areias ( $K = n_h z$ , onde  $n_h$  é denominado

de constante de reação horizontal do solo).

Um dos objetivos deste trabalho é a comparação dos resultados dos métodos da teoria de reação horizontal do solo com provas de carga lateral em estacas, para analisar justamente o efeito das hipóteses simplificadoras e restritivas dessa teoria. Como a maioria dos autores desses métodos apresenta notações diversas, convenções de sinais contrárias e, inclusive, diferentes definições de um mesmo parâmetro, tornou-se necessária então uma revisão bibliográfica cuidadosa da teoria de reação horizontal do solo e uma apresentação uniformizada dos métodos aqui utilizados: MATLOCK e REESE (1961), NAVDOCKS (1962), BROMS (1965), DAVISSON e ROBINSON (1965), WERNER (1970) e DAVISSON (1970). Assim, outro objetivo deste trabalho é a elaboração de uma proposta de uniformização da notação.

Além disso, as provas de carga analisadas permitiram uma generalização do trabalho de ALIZADEH e DAVISSON (1970) que, baseados em provas de carga lateral aplicada à superfície, em solos arenosos, constataram valores elevados da constante de reação horizontal do solo  $n_h$  para pequenos deslocamentos horizontais  $y_0$  à superfície e, então, recomendam a adoção do parâmetro  $n_h$  no intervalo de variação de  $y_0$  entre 6,35 e 12,70mm.

Neste trabalho, foram utilizadas seis provas de carga realizadas no Polo Petroquímico de Camaçari, em Camaçari-BA, cujo perfil do subsolo também se apresenta como arenoso, ensaiadas com a aplicação da carga lateral na cabeça da estaca, acima da superfície do terreno, e com a medida dos correspondentes deslocamentos  $y_t$ . Por isso, tornou-se necessária a determinação do deslocamento horizontal  $y_0$  à su-

perfície para cada estágio de carregamento, conhecido  $y_t$ . Isto foi feito através de dois métodos diferentes, que forneceram praticamente os mesmos resultados, com a utilização de uma calculadora HP-34C (ou HP-67), cujos programas são apresentados.

Os objetivos principais deste trabalho são portanto, na parte teórica a elaboração de uma notação unificada e, na parte prática, a generalização do trabalho de ALIZADEH e DAVISSON e a comparação entre os métodos da teoria de reação horizontal do solo com provas de carga lateral em estacas.

## II. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, faz-se um estudo dos principais artigos referentes à teoria de reação horizontal do solo.

Está dividido em quatro partes: a caracterização do problema, a teoria de reação do solo, o módulo de reação horizontal do solo e o tratamento teórico do problema.

### 1. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

As estacas de fundação são, freqüentemente, submetidas a altas forças horizontais. São os casos, por exemplo, de estacas-pranchas, de fundações de pontes, edifícios, estruturas "offshore", torres de transmissão de energia e muros de arrimo.

Essas forças horizontais podem ser causadas por vento, ondas marítimas, empuxos de terra e, em alguns casos, atuam simultaneamente, como nos pilares de pontes que são solicitados pela ação do vento, do fluxo da água e da frenagem dos veículos sobre o tabuleiro. Em regiões sujeitas a sismos, as fundações são submetidas também a forças laterais resultantes dos abalos e, por isso, os códigos de construção de tais áreas geralmente especificam que as estacas de fundação devem ter a capacidade de resistir a uma força lateral equivalente a 10% da carga axial aplicada (BROMS, 1964a).

As cargas horizontais são, muitas vezes, absorvidas pelo emprego de estacas inclinadas. Esta solução, entretanto, não é recomendável quando o ângulo que a força resultante faz com a vertical é inferior a  $5^{\circ}$  (BEREZANTZEV, 1961). Além disso,

em muitos casos não pode ser adotada por motivos de ordem executiva, principalmente (VELLOSO, 1966).

Portanto, são muitos os problemas importantes que necessitam do cálculo de estacas verticais solicitadas por cargas horizontais. É preciso obter sobretudo os deslocamentos da estaca e os diagramas de momento fletor e esforço cortante. Mas para calcular uma estaca carregada lateralmente - de modo exato, deve-se resolver um problema tridimensional - por demais complexo, mesmo nos casos mais particulares. Daí, o surgimento e o uso generalizado de métodos de cálculo baseados em hipóteses simplificadoras, como é o caso dos métodos da teoria de reação horizontal do solo.

## 2. TEORIA DE REAÇÃO DO SOLO

Para a determinação dos esforços e deslocamentos de estacas submetidas a cargas laterais e momentos fletores, tem sido muito utilizada a teoria de reação horizontal do solo, baseada no problema da viga sobre apoio elástico.

Como se sabe, no caso da viga sobre apoio elástico, o comportamento do solo é simulado por um conjunto de molas idênticas e igualmente espaçadas, cada uma delas independente das outras. Pode-se considerar, portanto, que a reação é proporcional ao deslocamento do ponto.

Essa hipótese permite simplificar o problema, considerando que a relação entre a pressão de contato na base de uma fundação e o correspondente recalque é a mesma para qualquer ponto da área de apoio. Na realidade essa relação varia em cada ponto da área de contato, pois se a pressão é uniforme o recalque não o é (placa flexível) e vice-

versa (placa rígida).

## 2.1 - Histórico

O conceito de reação do solo foi introduzido por Winkler na mecânica aplicada, em 1867, e foi usado por Zimmermann, em 1888, no cálculo de tensões em dormentes de ferrovia. Durante as décadas seguintes, a teoria foi aplicada ao cálculo de tensões em fundações flexíveis e em pavimentos rígidos de concreto. Desde cerca de 1920, a teoria da reação do solo tem sido usada para calcular as tensões em estacas submetidas a forças horizontais, mas nas duas últimas décadas é que apareceu a maioria dos métodos de cálculo.

Pode-se citar entre outros, os trabalhos de MICHE (1930), HETÉNYI (1946), MATLOCK e REESE (1956, 1960, 1961), BROMS (1964a, 1964b, 1965), DAVISSON e ROBINSON (1965), DAVISSON (1970) e WERNER (1970).

## 2.2 - Coefficiente de Reação Vertical

A relação entre a pressão num certo ponto da superfície de contato (entre uma laje ou uma viga carregada e o solo de fundação) e o recalque produzido pela aplicação da carga vertical neste ponto foi denominada por TERZAGHI (1943) coeficiente de reação vertical do solo  $k_s$ ,

$$k_s = \frac{\text{pressão}}{\text{recalque}} \quad (F L^{-3})$$

O valor de  $k_s$  não é uma constante para um dado tipo de solo, pois além das propriedades elásticas do solo, depende também das dimensões da área carregada; para fundações cir

culares, por exemplo, cresce com o aumento do raio. Além disso, já se disse que é variável para diferentes pontos na base da mesma fundação. Portanto, a avaliação de  $k_s$  envolve muitas incertezas, e o procedimento usual de se determinar  $k_s$  com base em provas de carga em modelo reduzido é sujeito a todas as limitações inerentes à extrapolação de resultados, pois as leis de semelhança que regem a influência do tamanho da área carregada no valor de  $k_s$  são complexas e não bem conhecidas - (TERZAGHI, 1943).

### 2.3 - Coefficiente de Reação Horizontal

No problema da estaca carregada lateralmente, a relação entre a pressão horizontal e o respectivo deslocamento pode então ser denominada (TERZAGHI, 1955) coeficiente de reação horizontal do solo  $k_h$ :

$$k_h = \frac{\text{pressão}}{\text{deslocamento}} \quad (\text{F L}^{-3})$$

Esse problema é mais complexo que o da viga sobre apoio elástico: enquanto no caso da viga é quase sempre possível admitir que ela repousa sobre um solo uniforme horizontalmente, isto é, pode-se considerar que em qualquer ponto a constituição do subsolo é a mesma ou que apresenta a mesma sequência de camadas; no caso da estaca isto não acontece, uma vez que a estaca atravessa, geralmente, camadas de naturezas diversas e, além disso, as características elásticas de alguns solos variam sensivelmente com a profundidade. Em outras palavras, enquanto a viga se apóia à superfície de um maciço semi-indefinido (problema bi-dimensional), a estaca

está enterrada nele (problema tri-dimensional).

### 3. MÓDULO DE REAÇÃO HORIZONTAL

Neste trabalho, todavia, preferiu-se adotar uma notação mais moderna em que se define o módulo de reação horizontal do solo K como a relação entre a reação do solo  $p$  (em unidades de força por comprimento da estaca) e o correspondente deslocamento  $y$ :

$$K = \frac{p}{y} \quad (F L^{-2})$$

Portanto, K tem a mesma dimensão do módulo de Young.

Facilmente se observa a correlação entre as duas notações

$$K = k_h D$$

onde D é o lado (ou o diâmetro) da estaca.

O valor de K e a variação de K com a profundidade dependem das características de deformação do solo. Assim, para uma argila pré-adensada, em que o módulo de elasticidade é praticamente independente da profundidade, pode-se admitir

$$K = \frac{p}{y} = \text{constante}$$

Já para uma areia pura, o módulo de elasticidade cresce de maneira aproximadamente linear com a profundidade e, então, pode-se assumir, sem maiores erros (TERZAGHI, 1955), que a reação  $p$  exigida para produzir um deslocamento  $y$  aumenta na proporção direta com a profundidade  $z$ .

$$K = \frac{p}{y} = n_h z$$

onde  $n_h$  é a constante de reação horizontal do solo, com unidades de  $(F L^{-3})$ .

### 3.1 - Variação de K com a Profundidade

A análise do comportamento de estacas usando a teoria de reação do solo requer o conhecimento da variação de K ao longo da estaca. Das várias funções possíveis para representar o comportamento do módulo de reação K com a profundidade, é amplamente citada a que foi desenvolvida por PALMER e THOMPSON (1948):

$$K = K_L \left(\frac{z}{L}\right)^n$$

onde  $K_L$  = valor de K na ponta da estaca ( $z = L$ )

$n$  = expoente empírico positivo

Na Figura 1, mostra-se a variação de K com a profundidade para alguns valores de n.

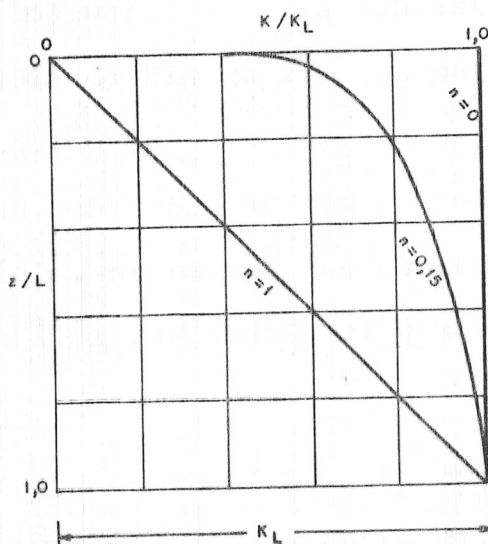


FIGURA 1 : VARIÇÃO DE K COM A PROFUNDIDADE (Davisson e Prakash, 1963)

As hipóteses mais comuns são que  $n = 0$  para argilas pré-adensadas, ou que o módulo de reação é constante com a profundidade; e que  $n = 1$  para areias, ou que o módulo varia linearmente com a profundidade.

DAVISSON e PRAKASH (1963) sugerem, contudo, que  $n = 0,15$  (Figura 1) é um valor mais realístico para argilas pré-adensadas (isto teria o efeito de incluir uma permissão para comportamento plástico na superfície).

Para o caso de  $n = 1$ , é conveniente reexpressar a variação de  $K$  como

$$K = n_h z$$

As hipóteses de  $K$  constante e  $K$  linearmente crescente são discutidas por DAVISSON e GILL (1963) com base na Figura 2. Segundo esses autores, a hipótese de  $K$  constante com a profundidade geralmente admitida para solos coesivos pré-adensados (recomendada por Terzaghi) é improvável, pois, próximo à superfície,  $K$  deve assumir um valor reduzido e, a seguir,  $K$  deve aumentar com a profundidade sem chegar a ser assintótico ou constante; uma variação mais realista seria aquela mostrada na curva cheia da Figura 2a. Já para areias e também para siltes e argilas normalmente adensados,  $K$  de fato varia de forma aproximadamente linear com a profundidade mas apenas próximo à superfície, na região que controla o comportamento da estaca; a provável variação real é mostrada pela curva cheia da Figura 2b.

DAVISSON e GILL (1963) fazem também referência a dois casos de heterogeneidade do perfil: para uma argila nor-

malmente adensada submetida a uma secagem próximo à superfície, a variação mais provável de  $K$  seria aquela mostrada na Figura 2c; enquanto que, para o caso de um solo coesivo pré-adensado com uma camada superficial mais mole, a variação apropriada de  $K$  com a profundidade seria aquela mostrada na Figura 2d.

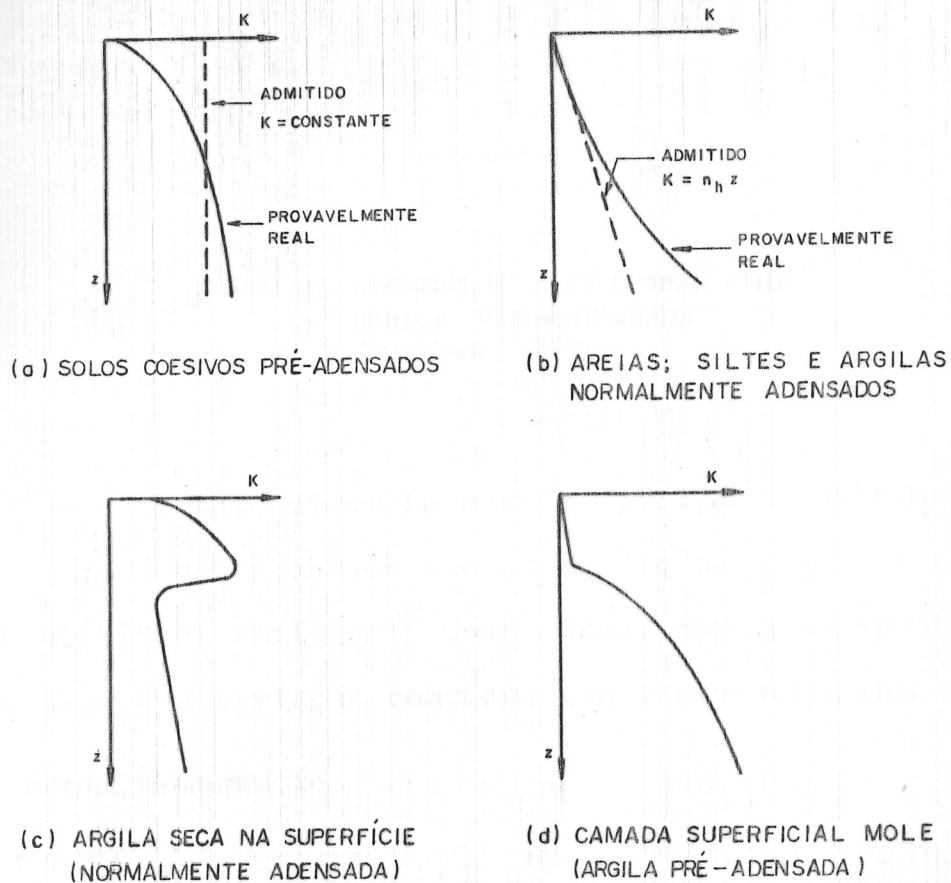


FIGURA 2 : VARIAÇÃO DO MÓDULO DE REAÇÃO COM A PROFUNDIDADE (Davisson e Gill, 1963)

Em um trabalho posterior, DAVISSON (1970) propõe uma variação de  $K$  em degrau para argila pré-adensada: da superfície até uma profundidade de  $0,4 R$  a argila teria o módu

lo de reação reduzido à metade (0,5 K) como mostra a Figura 3. De acordo com Davisson, esta aproximação é melhor do que a hipótese de K constante para solos coesivos pré-adensados, pois na consideração de K constante os erros nos cálculos de deslocamentos e momentos fletores podem ser de 50 a 100%.

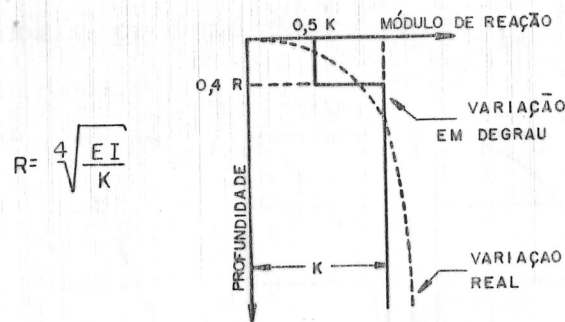


FIGURA 3 : VARIACÃO DE K EM DEGRAU PARA ARGILA PRÉ-ADENSADA (Davisson, 1970)

Muitas outras formas de variação do módulo de reação K com a profundidade são sugeridas na literatura. MATLOCK e REESE (1960) analisam duas formas gerais adequadas para expressar uma variação contínua com a profundidade:

uma forma exponencial

$$K = k z^n$$

e uma forma polinomial

$$K = k_0 + k_1 z + k_2 z^2$$

sendo que as formas simples  $K = \text{constante}$  e  $K = n_h z$  são casos especiais de ambas as formas gerais.

WERNER (1970) propõe a utilização de cinco diagra-

mas distintos da variação de  $K$  com a profundidade (Figura 4):

variação linear,  $K = K_L (z/L)$ ;

variação parabólica de  $z = 0$  até  $L$ ,  $K = K_L \left[ - (z/L)^2 + 2 (z/L) \right]$ ;

variação parabólica de  $z = 0$  até  $L/2$ ;

variação parabólica de  $z = 0$  até  $L/4$ ; e

$K$  constante com a profundidade,  $K = K_L$ .

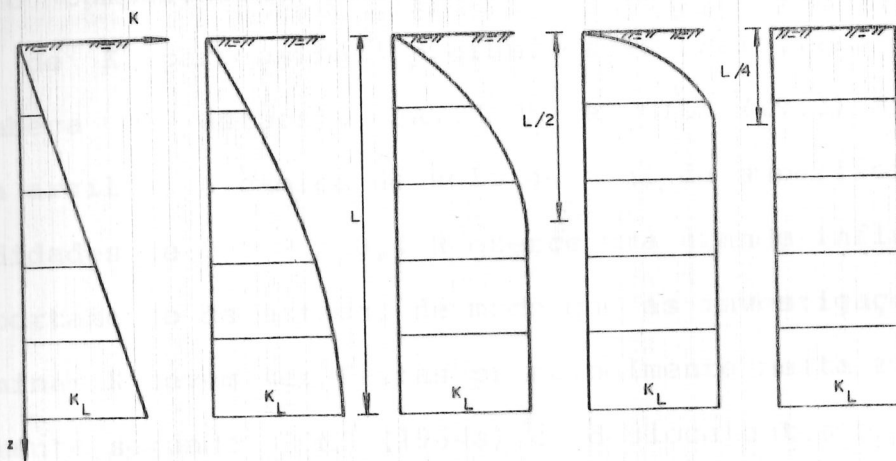


FIGURA 4 : DIAGRAMAS DE  $K \times z$  (Werner, 1970)

Entretanto, refinamentos e sofisticação na função módulo de reação  $\times$  profundidade não são justificáveis porque os erros nos resultados dos cálculos são muito pequenos comparados com aqueles envolvidos na estimativa dos valores numéricos dos módulos de reação dos solos (TERZAGHI, 1955), com o que MATLOCK e REESE (1960) estão de pleno acordo pois resultados satisfatórios podem ser obtidos para a maioria dos casos práticos com formas simples de variação do módulo de reação com a profundidade. Além disso, acrescentam os autores em problemas práticos, a incerteza inerente à estimativa do comportamento do solo baseado em ensaios convencionais é geralmente compatível com os pequenos erros que podem ser introduzidos pelo uso de uma for-

ma simples da função módulo de reação do solo x profundidade, tal como  $K = n_h z$ .

Outro ponto em que os pesquisadores concordam totalmente reside na importância do valor do módulo próximo à superfície. Assim, MATLOCK e REESE (1960) concluem que, para areias, os valores de K na região correspondente à profundidade relativa menor do que a unidade ( $z/T < 1$ ) dominam claramente o comportamento da estaca; daí, a importância dos valores de K para baixas profundidades relativas (próximo à cabeça da estaca). DAVISSON e GILL (1963) afirmam que para argilas, a camada de solo que vai da superfície até profundidades de 0,2 R a 0,4 R exerce uma grande influência no comportamento da estaca, de modo que as investigações para determinar K devem ser feitas principalmente nesta região. Finalmente segundo BROMS (1964a) os deslocamentos na superfície, para argilas, dependem do valor do módulo de reação dentro de uma profundidade crítica de 2,8 R e 1,4 R para estacas engastadas e livres, respectivamente.

### 3.2 - Avaliação do Valor do Módulo de Reação Horizontal

Na aplicação prática da teoria de reação do solo a principal dificuldade é estimar apropriadamente o valor do módulo de reação. Como K depende de muitos fatores além da natureza do solo, ele não pode ser determinado diretamente em laboratório ou através de ensaios em modelos reduzidos.

Felizmente, algum erro na estimativa do módulo de reação do solo pode ter, de forma relativa, uma influência pequena no resultado dos cálculos pois, por exemplo, a equação que determina os momentos fletores contém apenas a raiz quarta de

K (THERZAGHI, 1943).

A determinação do módulo de reação do solo é geralmente feita através dos seguintes recursos:

- a) prova de carga lateral em uma estaca;
- b) prova de carga em placa;
- c) correlações empíricas com outros parâmetros do solo.

O modo mais interessante de realizar provas de carga em estaca seria a instrumentação de tal modo que as reações do solo e os deslocamentos ao longo da estaca pudessem ser medidos diretamente. Este ensaio, contudo, é demorado, requer muita técnica, é relativamente caro (POULOS e DAVIS, 1980) e, portanto, é raramente executado (RÉMY et al., 1979). Um procedimento mais simples, empregado na maioria dos casos, é medir apenas os deslocamentos da cabeça da estaca e calcular o valor de K assumindo uma distribuição apropriada com a profundidade.

O uso de provas de carga em placa foi discutido por TERZAGHI (1955) e BROMS (1964a). O principal problema com este método é a extrapolação de resultados de uma placa para uma estaca.

### 3.2.1 - Argilas pré-adensadas: K

TERZAGHI (1955) afirma que, para argilas rijas, os valores dos coeficientes de reação horizontal e vertical podem ser considerados idênticos, e sugere a seguinte expressão conservativa para  $k_h$ :

$$k_h = \frac{1}{1,5 D} K_{s1}$$

onde  $\bar{k}_{s1}$  = coeficiente de reação vertical para placa quadrada de 0,305m (1 ft) de lado;

D = lado ou diâmetro da estaca (em ft)

Os valores numéricos de  $\bar{k}_{s1}$  para argilas pré-adensadas, propostos por Terzaghi, são mostrados na Tabela 1.

TABELA 1 : VALORES DE  $\bar{k}_{s1}$  PARA PLACAS QUADRADAS, 1 x 1 ft, EM ARGILA PRÉ-ADENSADA (TERZAGHI, 1955)

CONSISTÊNCIA DA ARGILA	$q_u$ (MN/m <sup>2</sup> )	VARIAÇÃO DE $\bar{k}_{s1}$ (MN/m <sup>3</sup> )	VALORES PROPOSTOS DE $\bar{k}_{s1}$ (MN/m <sup>3</sup> )
RIJA	0,10 - 0,20	16,0 - 32,0	24,0
MUITO RIJA	0,20 - 0,40	32,0 - 64,0	48,0
DURA	> 0,40	> 64,0	96,0

Portanto, para argilas pré-adensadas, o coeficiente (e o módulo) de reação do solo aumenta na proporção direta com a resistência à compressão simples  $q_u$ . Convertendo os valores de Terzaghi para a notação e unidades deste trabalho, obtêm-se os valores para o módulo de reação horizontal do solo que aparecem na Tabela 2.

TABELA 2 : VALORES DE K EM ARGILA PRÉ-ADENSADA (ADAPTADOS DE TERZAGHI, 1955)

CONSISTÊNCIA DA ARGILA	$q_u$ (MN/m <sup>2</sup> )	K (MN/m <sup>2</sup> )
RIJA	0,10 - 0,20	5,0
MUITO RIJA	0,20 - 0,40	10,0
DURA	> 0,40	20,0

VESIC (1961a), analisando o caso de uma estaca suficientemente longa de diâmetro D e rigidez à flexão EI em um

solo homogêneo e isotrópico definido por um módulo de Young  $E_s$  e um coeficiente de Poisson  $\mu_s$ , encontra a seguinte expressão para o módulo de reação:

$$K = 0,65 \sqrt{\frac{12 E_s D^4}{EI}} \cdot \frac{E_s}{1 - \mu_s^2}$$

Originalmente obtida e verificada de modo experimental para vigas sobre apoio elástico, esta expressão mostra-se válida também na interpretação de resultados de prova de carga lateral em estaca nos casos em que se pode admitir  $E_s$  constante.

Segundo CASTRO (1978), a expressão de Vésic aplicada às estacas de concreto armado correntes conduz aproximadamente a:

$$0,4 E_s < K < 0,6 E_s$$

o que está de acordo com os valores indicados por Terzaghi para argila pré-adensada em que se pode admitir um módulo de reação constante.

Outras correlações empíricas de  $K$  são disponíveis: para solos coesivos, BROMS (1964a) expressa o módulo de reação horizontal do solo  $K$  em função dos resultados de provas de carga sobre placas como

$$K = \alpha \bar{K}_{sl}$$

onde  $\bar{K}_{sl}$  = módulo de reação vertical para placa quadrada (ou circular) de lado (ou diâmetro) unitário;

e  $\alpha$  = coeficiente que depende do material da estaca e da resistência à compressão simples do solo

Para estacas de concreto,  $\alpha$  varia entre 0,37 e 0,46 e pode ser adotado como 0,40. Portanto,

$$K = 0,40 \bar{K}_{sl}$$

Em seguida, Broms correlaciona  $\bar{K}_{sl}$  com o módulo secante  $E_{50}$  correspondente à metade da tensão de ruptura em ensaio de compressão simples, obtendo

$$\bar{K}_{sl} = 1,67 E_{50}$$

Usando um valor de  $E_{50}$  igual a 25 a 100 vezes a resistência à compressão simples  $q_u$  (SKEMPTON, 1951) Broms encontra

$$\bar{K}_{sl} = (40 - 160) q_u$$

Enfim, pode-se escrever a relação

$$K = (16 - 64) q_u$$

que fornece valores totalmente compatíveis com aqueles propostos por Terzaghi (Tabela 2). Com a adoção de um valor médio de  $\bar{K}_{sl} = 80 q_u$ , tem-se

$$K = 32 q_u$$

que praticamente coincide com a sugestão de DAVISSON (1970)

$$K = 67 c_u \quad (\text{ou } K = 33,5 q_u)$$

onde  $c_u$  é a coesão não drenada do solo; expressão esta que também é recomendada por FOLQUE (1978).

### 3.2.2 - Areias: $n_h$

Para estacas em areia, admitindo  $K = n_h z$ , TERZAGHI (1955) encontra a seguinte expressão para a constante de reação horizontal do solo

$$n_h = \frac{AY}{1,35}$$

onde  $A$  = coeficiente que depende da compactade relativa da areia.

Na Tabela 3, são mostrados os valores típicos de  $A$  e  $n_h$  propostos por Terzaghi, distinguindo-se os casos de areia seca (ou úmida) e areia submersa.

TABELA 3 : VALORES DA CONSTANTE DE REACÃO HORIZONTAL DO SOLO  $n_h$  (TERZAGHI, 1955)

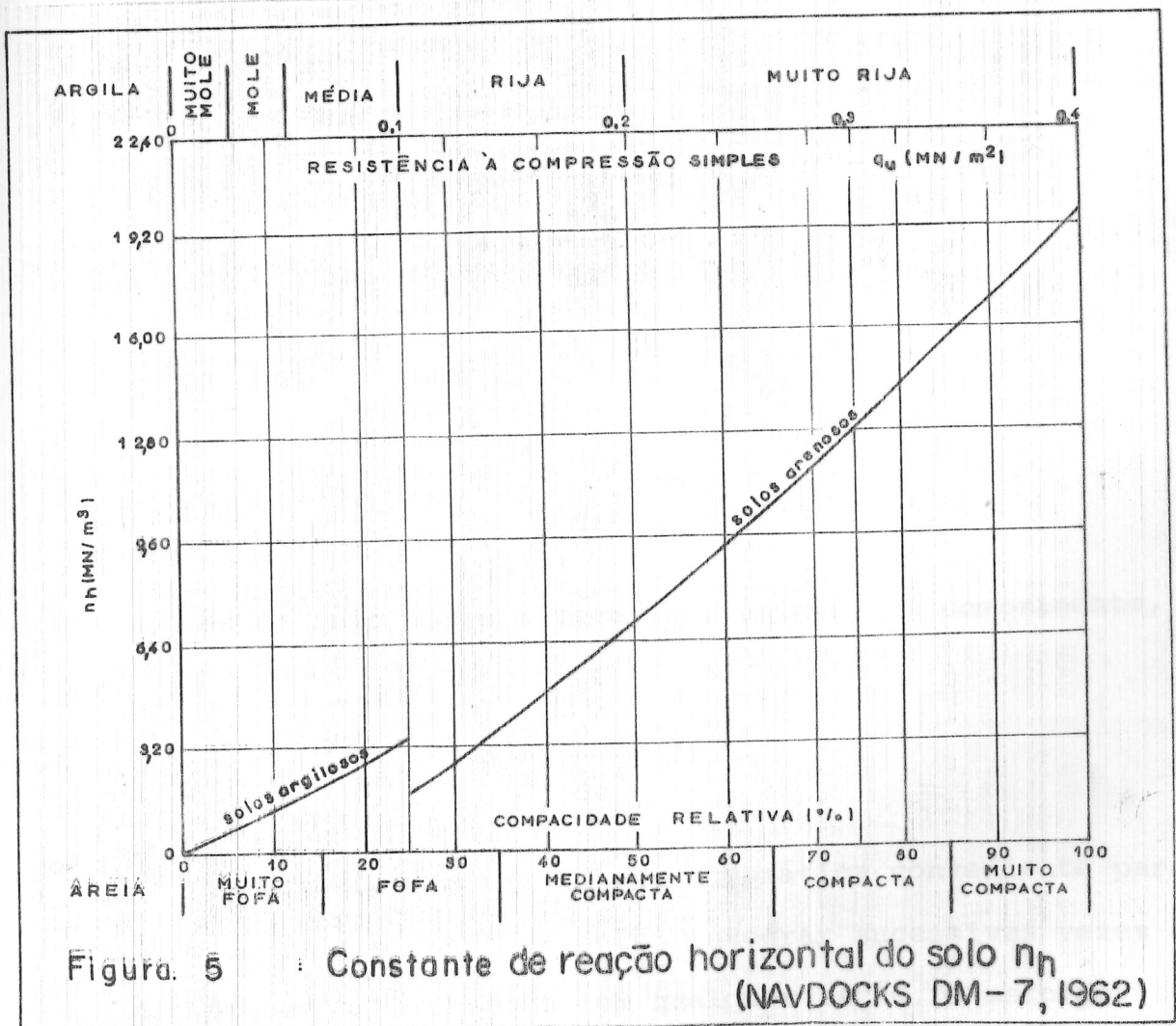
COMPACIDADE DA AREIA	VARIACÃO DOS VALORES DE A	VALORES ADOTADOS DE A	$n_h$ (MN / m <sup>3</sup> )	
			AREIA SECA (OU ÚMIDA)	AREIA SUBMERSA
FOFA	100 - 300	200	2,5	1,5
MEDIAMENTE COMPACTA	300 - 1000	600	7,0	4,5
COMPACTA	1000 - 2000	1500	18,0	11,0

DAVISSON (1970) também apresenta valores típicos de  $n_h$  para areias ( $n_h$  é aproximadamente proporcional à compactade relativa), para silte orgânico normalmente adensado, e para turfas (Tabela 4).

TABELA 4 : VALORES TÍPICOS DE  $n_h$   
(DAVISSON, 1970)

TIPO DE SOLO	$n_h$ (MN/m <sup>3</sup> )
AREIA	2,8 - 28,0
SILTE	0,1 - 0,8
TURFA	0,06

Finalmente, a Figura 5 (U.S.NAVY,1962) apresenta um gráfico de onde se pode tirar o valor de  $n_h$  para areias ou argilas moles, em função da densidade relativa da areia ou da resistência à compressão simples da argila.



#### 4. TRATAMENTO TEÓRICO DO PROBLEMA

Para se desenvolver a equação diferencial do problema da estaca carregada lateralmente (Figura 6), a teoria de reação do solo admite que o comportamento da mesma é semelhante ao de uma viga.

Fazendo coincidir o eixo da viga com o eixo dos z, chamando os deslocamentos horizontais de y, e se EI é a rigidez da viga, a Resistência dos Materiais ensina que:

a rotação de uma seção qualquer é dada por:

$$s = \frac{dy}{dz}$$

o momento fletor por:

$$M = \frac{d^2 y}{dz^2} EI$$

o esforço cortante por:

$$Q = \frac{d^3 y}{dz^3} EI$$

e a reação do solo sobre a viga, por unidade de comprimento, por:

$$p = \frac{d^4 y}{dz^4} EI$$

Estabelecida uma função matemática conveniente para a reação do solo p, pode-se então integrar sucessivas vezes a equação diferencial obtendo, em qualquer seção, o esforço cor

tante, o momento fletor, a rotação e o deslocamento horizontal.

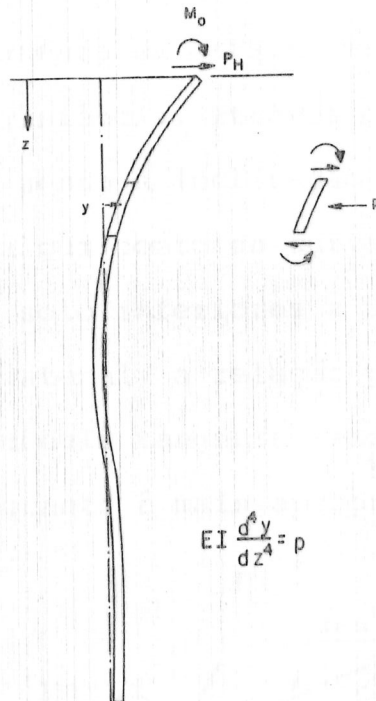


FIGURA 6 : O PROBLEMA DA ESTACA CARREGADA LATERALMENTE

Sabe-se que num problema genérico a reação do solo pode ser função das propriedades da estaca, das relações tensão-deformação do solo, da profundidade do ponto considerado, do nível de deslocamento da estaca, da velocidade de carregamento, do número de ciclos de carregamento, etc. (REESE e MATLOCK, 1956). Mas, obviamente, fica difícil estabelecer uma função que leve em conta todas essas variáveis e, além disso, mesmo que se obtenha tal função, torna-se muito complexa a resolução da equação diferencial do problema. Então, o recurso utilizado geralmente é o de se considerar a hipótese simplificadora de Winkler, pela qual a reação do solo  $p$  é proporcional ao deslocamento  $y$

$$p = K y$$

Na Figura 7, é mostrada uma relação típica entre  $p$  e  $y$ . Nela se percebe que a reação do solo não é uma função linear do deslocamento da estaca; mas isto é admitido frequentemente, por conveniência, através da consideração do módulo de reação  $K$  como sendo a inclinação de uma secante traçada pela origem e por algum ponto da curva  $p-y$ , ou de uma tangente (para reações do solo inferiores a um terço ou metade da capacidade de carga lateral, a relação  $p-y$  pode ser expressa adequadamente pelo módulo tangente, enquanto que, para reações maiores o módulo secante é mais apropriado).

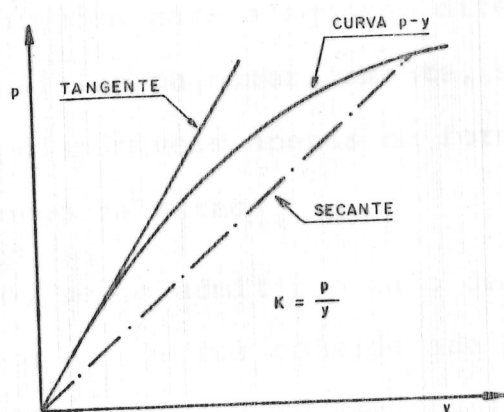


FIGURA 7 : REAÇÃO DO SOLO x DESLOCAMENTO

Com a introdução da hipótese de que  $p = K y$  (na verdade  $p = - K y$ , pois a reação do solo tem sentido oposto ao deslocamento da estaca), a equação diferencial do problema de uma estaca carregada lateralmente passa a ser

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + K y = 0$$

onde o módulo de reação horizontal do solo pode variar de uma maneira arbitrária com a profundidade e com o deslocamento,

contudo, geralmente, se considera  $K$  como uma função da profundidade apenas, como mostra a Figura 8.

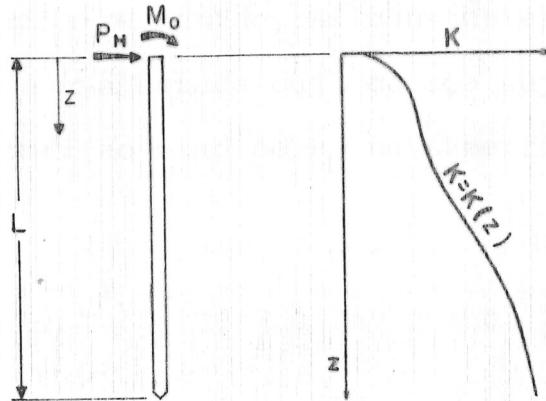


FIGURA 8 : VARIAÇÃO GENÉRICA DE  $K$  COM A PROFUNDIDADE

As soluções para a equação diferencial acima podem ser obtidas analítica ou numericamente, sendo que as soluções analíticas são disponíveis apenas na forma conveniente de  $K$  constante ao longo da estaca.

Então, se se admitir o caso de  $K$  constante com a profundidade e se a estaca for considerada de comprimento infinito, a equação diferencial pode ser resolvida mais facilmente, obtendo-se

$$y = e^{\lambda z} (A \text{ sen } \lambda z + B \text{ cos } \lambda z) + e^{-\lambda z} (C \text{ sen } \lambda z + D \text{ cos } \lambda z)$$

onde  $\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4 EI}}$  é uma constante com unidade de  $(L^{-1})$

$e$  é a base dos logaritmos neperianos

$A, B, C, D$  são constantes da integração

Mas examinando-se as funções  $e^{\lambda z}$ ,  $\text{sen } \lambda z$  e  $\text{cos } \lambda z$  pode-se notar que para grandes valores de  $z$ ,  $y$  assume um va-

lor finito apenas se A e B forem praticamente nulos.

Com a introdução das condições limites na cabeça da estaca determina-se, então, as constantes C e D. Por exemplo, para o caso de uma estaca cuja cabeça seja livre submetida a uma força normal ao eixo de  $P_H$  na superfície do terreno, tem-se:

$$z = 0; M = 0 \rightarrow \frac{d^2 y}{dz^2} EI = 0 \rightarrow C = 0$$

$$z = 0; Q = P_H \rightarrow \frac{d^3 y}{dz^3} EI = P_H \rightarrow D = \frac{P_H}{2EI \lambda^3}$$

Portanto, chega-se a equação de deslocamento

$$y = \frac{P_H}{2EI \lambda^3} e^{-\lambda z} \cos \lambda z$$

donde se pode deduzir por diferenciação, as equações que dão a rotação, o momento fletor, o esforço cortante e a reação do solo em função da profundidade z:

$$S = \frac{-P_H}{2EI \lambda^2} e^{-\lambda z} (\sen \lambda z + \cos \lambda z)$$

$$M = \frac{P_H}{\lambda} e^{-\lambda z} (\sen \lambda z)$$

$$Q = P_H e^{-\lambda z} (\cos \lambda z - \sen \lambda z)$$

$$\bar{p} = -2 \lambda P_H e^{-\lambda z} \cos \lambda z$$

#### 4.1 - Rigidez Relativa Estaca-Solo

Na resolução da equação diferencial utilizou-se uma constante  $\lambda$  que envolve parâmetros característicos da estaca e do solo e que, portanto, expressa uma relação entre a rigidez do solo e a rigidez à flexão da estaca. Pode-se então definir um fator de rigidez relativa estaca-solo, definição essa que depende da forma da variação do módulo de reação com a profundidade.

Por exemplo, para uma variação exponencial do módulo de reação com a profundidade ( $K = k z^n$ ) é conveniente definir o fator de rigidez relativa estaca-solo como:

$$= \sqrt[n+4]{\frac{E I}{k}}$$

de onde se pode obter, para dois casos particulares, as respectivas expressões para o fator de rigidez relativa:

$$R = \sqrt[4]{\frac{E I}{K}}$$

para  $K$  constante com a profundidade ( $n = 0$ ) e

$$T = \sqrt[5]{\frac{E I}{n_h}}$$

para  $K$  linearmente variável com a profundidade ( $n = 1$ ):

Portanto, de acordo com a notação usada neste trabalho, preferiu-se utilizar os fatores  $R$  e  $T$  com unidade de  $(L)$ . Pode-se notar que  $\lambda = 1 / (1,414 R)$ .

#### 4.2 - Soluções Clássicas da Equação Diferencial

A seguir, são apresentadas duas soluções clássicas da equação diferencial do problema da estaca carregada lateralmente, baseadas na adoção de formas simples da variação do módulo de reação horizontal com a profundidade. Na primeira solução atribui-se ao solo um módulo de reação constante (solução de Hetényi) e, na segunda, o módulo de reação é suposto variar linearmente com a profundidade (solução de Miche).

##### 4.2.1 - Solução com K constante

Desde cerca de 1920, vários pesquisadores apresentaram soluções para a equação diferencial com a hipótese de K constante com a profundidade (DAVISSON, 1963). Mas a solução considerada clássica é aquela obtida por HETÉNYI (1946) para o caso de  $L/R > 5,6$  (estaca infinita):

- deslocamento horizontal da cabeça da estaca

$$y_0 = \frac{2 P_H}{K (1,414 R)} + \frac{2 M_0}{K (1,414 R)^2}$$

- momento fletor máximo

$$M_{\max} = 0,32 P_H (1,414 R) + 0,70 M_0$$

a uma profundidade de, aproximadamente,

$$z = 0,70 (1,414 R)$$

##### 4.2.2 - Solução com K variável

A equação diferencial também pode ser resolvida pa-

ra o caso de  $K$  ser variável com a profundidade. Por exemplo, para a hipótese de solo com um módulo de reação horizontal variável linearmente com a profundidade

$$K = n_h z$$

a reação do solo é dada por

$$p = n_h z y$$

e então a equação diferencial do problema fica

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + n_h z y = 0$$

Essa equação foi integrada, provavelmente pela primeira vez, por MICHE (1930) considerando a estaca de comprimento infinito solicitada por uma força horizontal  $P_H$  aplicada na superfície do terreno:

- deslocamento horizontal da cabeça da estaca

$$y_0 = 2,40 \frac{P_H T^3}{EI}$$

- momento fletor máximo

$$M_{\max} = 0,79 P_H T$$

à profundidade de  $z = 1,32 T$ .

À uma profundidade 3 vezes maior, os valores do momento fletor e do esforço cortante são muito pequenos e podem ser desprezados. Assim, uma estaca com comprimento igual ou maior do

que  $4 T$ , pode ser calculada como se fosse de comprimento infinito e é o que acontece usualmente. Por outro lado, se o comprimento da estaca for menor do que  $1,5 T$ , a estaca deverá ser calculada como rígida, segundo Miche, que obteve para este caso:

$$M_{\max} = 0,25 P_H T$$

Para comprimentos intermediários Miche sugere uma interpolação.

#### 4.3 - Efeito do Comprimento da Estaca

De modo geral, os autores classificam as estacas carregadas lateralmente em flexíveis ou rígidas em função do comprimento adimensional. Por exemplo, DAVISSON (1970) considera:

estaca flexível:  $L/R > 4$  (ou  $L/T > 4$ )

estaca intermediária:  $L/R = 2-4$  (ou  $L/T = 2-4$ )

estaca rígida:  $L/R < 2$  (ou  $L/T < 2$ )

o que está de acordo com MATLOCK e REESE (1960) e outros.

Esta classificação é importante porque o comportamento é influenciado pela rigidez da estaca em consideração. Assim, uma estaca rígida tem os deslocamentos devidos essencialmente a uma rotação do corpo rígido, enquanto numa estaca flexível os deslocamentos são devidos à flexão.

Além disso, as estacas flexíveis podem ser analisadas como infinitamente longas pois as soluções para  $L/T = 4$  são essencialmente as mesmas para  $L/T = 5, 10$  e infinito. Esta constatação simplifica o problema porque apenas um conjunto de soluções ( $L/T = 4$ , por exemplo) é aplicável a quase todos os casos.

### III. MÉTODOS DA TEORIA DE REAÇÃO HORIZONTAL DO SOLO

Neste capítulo são apresentados os principais métodos clássicos disponíveis para a análise do comportamento de estacas submetidas a cargas horizontais e momentos fletores. Todos utilizam o conceito de módulo de reação horizontal do solo e, portanto, apresentam limitações que decorrem principalmente do fato de se admitir uma relação linear entre a reação do solo e o deslocamento correspondente. A extratificação do solo, o tempo de aplicação da carga, a intensidade e a variação do carregamento são fatores de difícil determinação, que também interferem no problema, e que não são considerados.

No entanto, apesar das deficiências teóricas, estes métodos são universalmente usados para estudar o problema da estaca carregada lateralmente e têm fornecido resultados aceitáveis na prática (COSTA VELLOSO, 1977).

Na exposição resumida destes métodos, optou-se por uniformizar a notação: MATLOCK e REESE (1961), NAVDOCKS (1962), BROMS (1965), DAVISSON e ROBINSON (1965), WERNER (1970) e DAVISSON (1970).

## 1. MÉTODO DE MATLOCK E REESE

MATLOCK e REESE (1961) apresentam um método de cálculo de uma estaca solicitada, na superfície do terreno, por uma força horizontal  $P_H$  e por um momento  $M_O$ , no caso do módulo de reação horizontal do solo variar linearmente com a profundidade ( $K = n_h z$ ) e da estaca ter grande comprimento ( $L/T > 4$ )

Os efeitos da carga e do momento aplicados são considerados separadamente e, posteriormente, superpostos, como mostra a Figura 9. Assim, se  $y_p$  representa o deslocamento horizontal devido à aplicação da carga lateral  $P_H$  e se  $y_M$  é o deslocamento causado pelo momento  $M_O$ , o deslocamento total é:

$$y = y_p + y_M$$

Utilizando os princípios da análise dimensional obtém-se, então, a solução para o deslocamento da estaca, em uma profundidade  $z$ :

$$y = \frac{P_H T^3}{EI} C_P^y + \frac{M_O T^2}{EI} C_M^y$$

onde  $EI$  é a rigidez à flexão da estaca,  $T$  é o fator de rigidez relativa ( $T = \sqrt[5]{EI/n_h}$ ), e  $C_P^y$  e  $C_M^y$  são coeficientes adimensionais para os deslocamentos devidos à aplicação da carga lateral e do momento, respectivamente.

De modo análogo, outras soluções podem ser expressas pelas equações:

rotação da estaca: 
$$S = S_P + S_M = \frac{P_H T^2}{EI} C_P^S + \frac{M_O T}{EI} C_M^S$$

momento fletor: 
$$M = M_P + M_M = P_H T C_P^M + M_O C_M^M$$

esforço cortante: 
$$Q = Q_P + Q_M = P_H C_P^Q + \frac{M_O}{T} C_M^Q$$

reação do solo: 
$$p = p_P + p_M = \frac{P_H}{T} C_P^P + \frac{M_O}{T^2} C_M^P$$

Nestas expressões, os coeficientes adimensionais  $C$  são funções apenas da profundidade relativa  $Z = z/T$ . Para o caso de estacas longas ( $L/T > 4$ ) e com a consideração de  $K = n_h z$ , os autores obtiveram os valores de  $C$  da Tabela 5.

Na Figura 10 são mostradas, para um problema típico, as curvas de deslocamento, rotação, momento fletor, esforço cortante e reação do solo como funções da profundidade, com a convenção de sinais indicada na Figura 11.

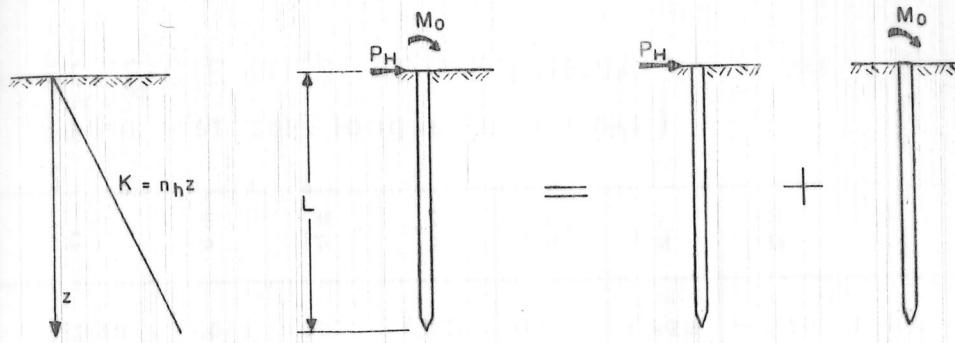


Figura 9 - Aplicação do princípio de superposição

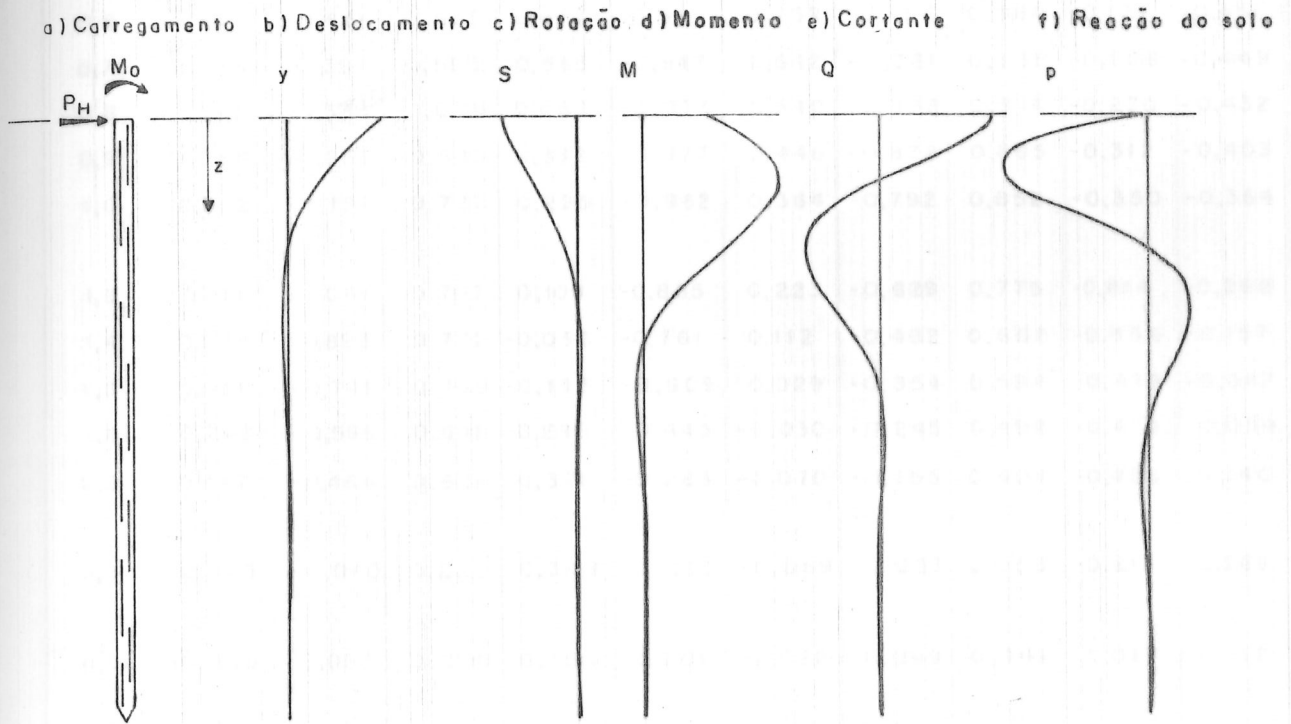


Figura 10 : Resultados completos de um problema típico

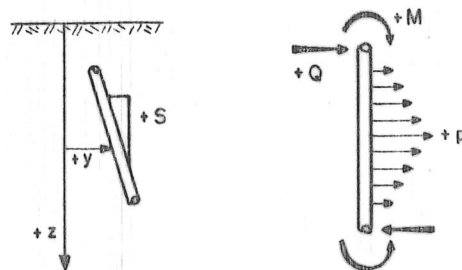


Figura 11 : Convenção de sinais

Tabela 5 : COEFICIENTES ADIMENSIONAIS DE MATLOCK E REESE  
(para estacas longas e  $K = n_h z$ )

$Z = \frac{z}{T}$	$C_P^y$	$C_P^s$	$C_P^M$	$C_P^Q$	$C_P^P$	$C_M^y$	$C_M^s$	$C_M^M$	$C_M^Q$	$C_M^P$
0,0	2,435	-1,623	0,000	1,000	0,000	1,623	-1,750	1,000	0,000	0,000
0,1	2,273	-1,618	0,100	0,989	-0,227	1,453	-1,650	1,000	-0,007	-0,145
0,2	2,112	-1,603	0,198	0,956	-0,422	1,293	-1,550	0,999	-0,028	-0,259
0,3	1,952	-1,578	0,291	0,906	-0,586	1,143	-1,450	0,994	-0,058	-0,343
0,4	1,796	-1,545	0,379	0,840	-0,718	1,003	-1,351	0,987	-0,095	-0,401
0,5	1,644	-1,503	0,459	0,764	-0,822	0,873	-1,253	0,976	-0,137	-0,436
0,6	1,496	-1,454	0,532	0,677	-0,897	0,752	-1,156	0,960	-0,181	-0,451
0,7	1,353	-1,397	0,595	0,585	-0,947	0,642	-1,061	0,939	-0,226	-0,449
0,8	1,216	-1,335	0,649	0,489	-0,973	0,540	-0,968	0,914	-0,270	-0,432
0,9	1,086	-1,268	0,693	0,392	-0,977	0,448	-0,878	0,885	-0,312	-0,403
1,0	0,962	-1,197	0,727	0,295	-0,962	0,364	-0,792	0,852	-0,350	-0,364
1,2	0,738	-1,047	0,767	0,109	-0,885	0,223	-0,629	0,775	-0,414	-0,268
1,4	0,544	-0,893	0,772	-0,056	-0,761	0,112	-0,482	0,668	-0,456	-0,157
1,6	0,381	-0,741	0,746	-0,193	-0,609	0,029	-0,354	0,594	-0,477	-0,047
1,8	0,247	-0,596	0,696	-0,298	-0,445	-0,030	-0,245	0,498	-0,476	0,054
2,0	0,142	-0,464	0,628	-0,371	-0,283	-0,070	-0,155	0,404	-0,456	0,140
3,0	-0,075	-0,040	0,225	-0,349	0,226	-0,089	0,057	0,059	-0,213	0,268
4,0	-0,050	0,052	0,000	-0,106	0,201	-0,028	0,049	-0,042	0,017	0,112
5,0	-0,009	0,025	-0,033	0,013	0,046	0,000	0,011	-0,026	0,029	-0,002

## 2. MÉTODO NAVDOCKS

A Marinha Americana - U.S. NAVY -, em seu "Design Manual-Soil Mechanics, Foundations and Earth Structures", NAVDOCKS DM-7, publicado em 1962, também apresenta as soluções para o problema de uma estaca solicitada por carga lateral e momento fletor, com a utilização de figuras propostas por REESE e MATLOCK (1956).

Estas soluções admitem um módulo de reação do solo linearmente crescente com a profundidade e, portanto, o método é válido para solos arenosos e argilas normalmente adensadas. Mas o método também poderá ser aplicado ao caso de argilas pré-adensadas, através de uma conversão do módulo de reação.

São consideradas três condições de vinculação, como mostra a Figura 12; Estaca com cabeça flexível ou condição articulada (Caso I); Estaca com cabeça rígida, engastada na superfície do terreno (Caso II); e Estaca com cabeça rígida, acima da superfície (Caso III).

Caso I: O carregamento é aplicado na cabeça da estaca, que é livre para girar. As soluções são obtidas pela soma algébrica dos efeitos da carga lateral e momento. O deslocamento total, o momento fletor e o esforço cortante, nas profundidades desejadas, são obtidos usando as equações:

$$Y_P = \frac{P_H T^3}{EI} C_P^Y$$

$$Y_M = \frac{M_O T^2}{EI} C_M^Y$$

$$M_P = P_H T C_P^M$$

$$M_M = M_O C_M^M$$

$$Q_P = P_H C_P^Q$$

$$Q_M = \frac{M_0}{T} C_M^Q$$

onde os coeficientes adimensionais C são tirados da Figura 13, para a curva adequada de L/T, nas profundidades relativas  $z = z/T$  (T é o fator de rigidez relativa  $T = \sqrt[5]{EI/n_h}$ ).

Caso II: A carga lateral é aplicada na cabeça da estaca, que tem a rotação impedida (deve manter uma tangente vertical). O deslocamento e o momento, nas profundidades desejadas, são obtidos pelas equações:

$$y_P = \frac{P_H T^3}{EI} C_P^Y$$

$$M_P = P_H T C_P^M$$

sendo os coeficientes adimensionais C tirados da Figura 14.

A cortante máxima ocorre na cabeça da estaca e é igual a  $P_H = H/n$  em cada estaca (H é a carga aplicada no bloco e n é o número de estacas).

Caso III: A rotação da cabeça da estaca depende do efeito combinado da rigidez da superestrutura e da resistência do solo. Admitindo-se uma articulação no ponto A, com um momento  $M_0$  (incógnito) aplicado neste ponto, escreve-se a rotação  $S_2$  acima da superfície como uma função de  $M_0$  através das características da superestrutura

$$S_2 = \frac{e}{3,5 EI} M_0$$

e a rotação  $S_1$  através da equação

$$S_1 = \frac{P_H T^2}{EI} C_P^S + \frac{M_O T}{EI} C_M^S$$

onde os coeficientes adimensionais são tirados da Figura 15.

Igualando os giros  $S_1 = S_2$ , determina-se o momento  $M_O$  na cabeça da estaca. Conhecidos os valores de  $P_H$  e  $M_O$ , - obtêm-se o deslocamento total, o momento fletor, e o esforço cortante na estaca por soma algébrica dos efeitos separados da Figura 15 (como no Caso I).

#### Conversão do Módulo

Para a aplicação deste método também no caso de estacas carregadas lateralmente em argilas rijas e duras, em que o módulo de reação é constante com a profundidade, é proposto um artifício de cálculo que consiste na conversão do módulo pa ra um valor equivalente que varia linearmente com a profundidade.

De acordo com a Figura 16, dado um valor de  $K$  constante, admite-se um valor para  $n_h$ ; calcula-se a profundidade  $z$  correspondente ao ponto de deslocamento nulo da estaca pelas Figuras 13 e 14; recalcula-se  $n_h$  para que  $n_h z = 2 K$ ; recalcula-se a profundidade  $z$ ; e altera-se  $n_h$  novamente, repetindo o ciclo até que a interação seja alcançada.

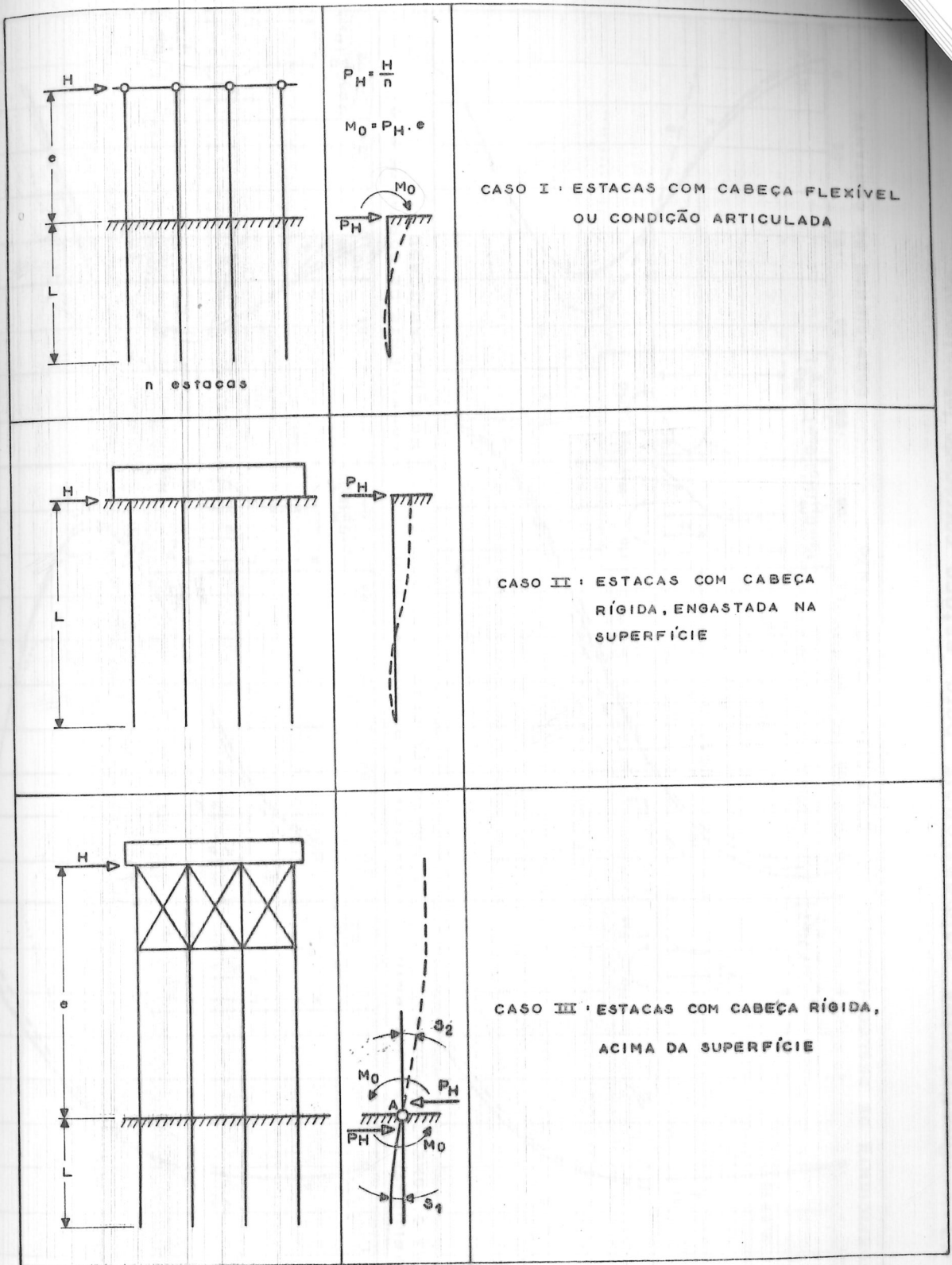


Figura 12 : Condições de vinculação da cabeça das estacas

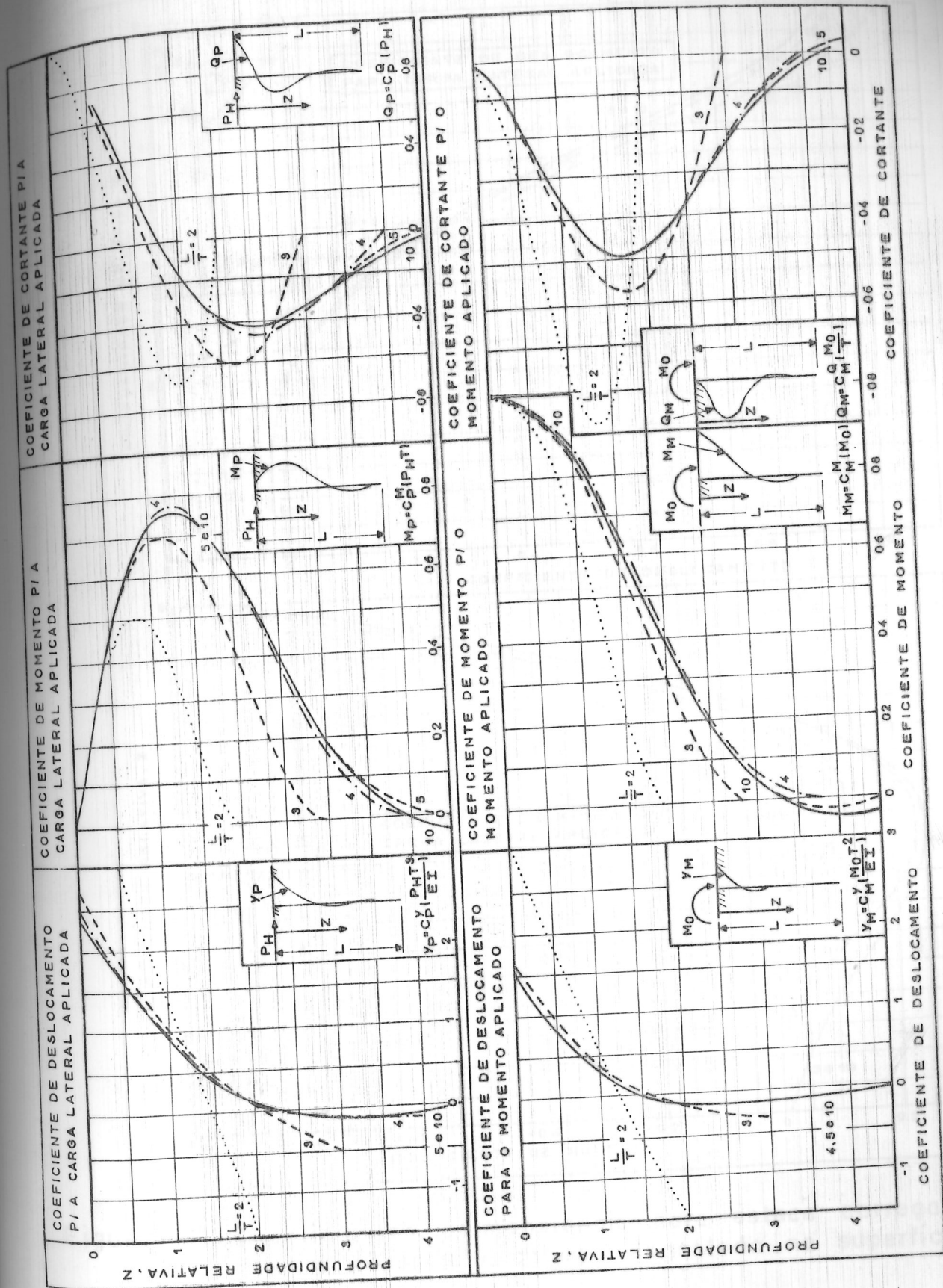


Figura 13 : Coeficientes adimensionais para estaca carregada lateralmente ( Caso I : cabeça flexível ou condição articulada )

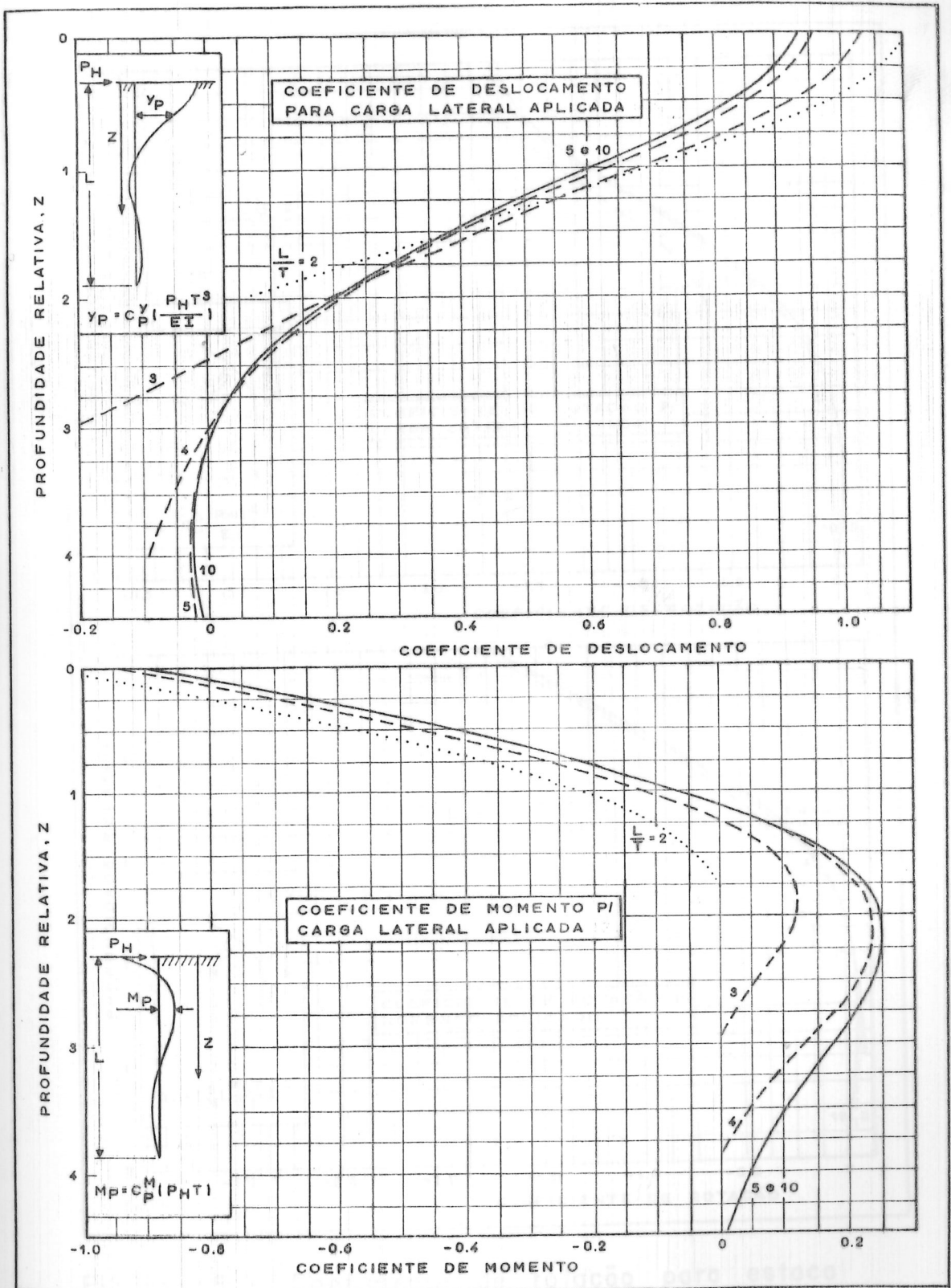


Figura 14: Coeficientes adimensionais para estaca carregada lateralmente (Caso II : cabeça esgastada na superfície)

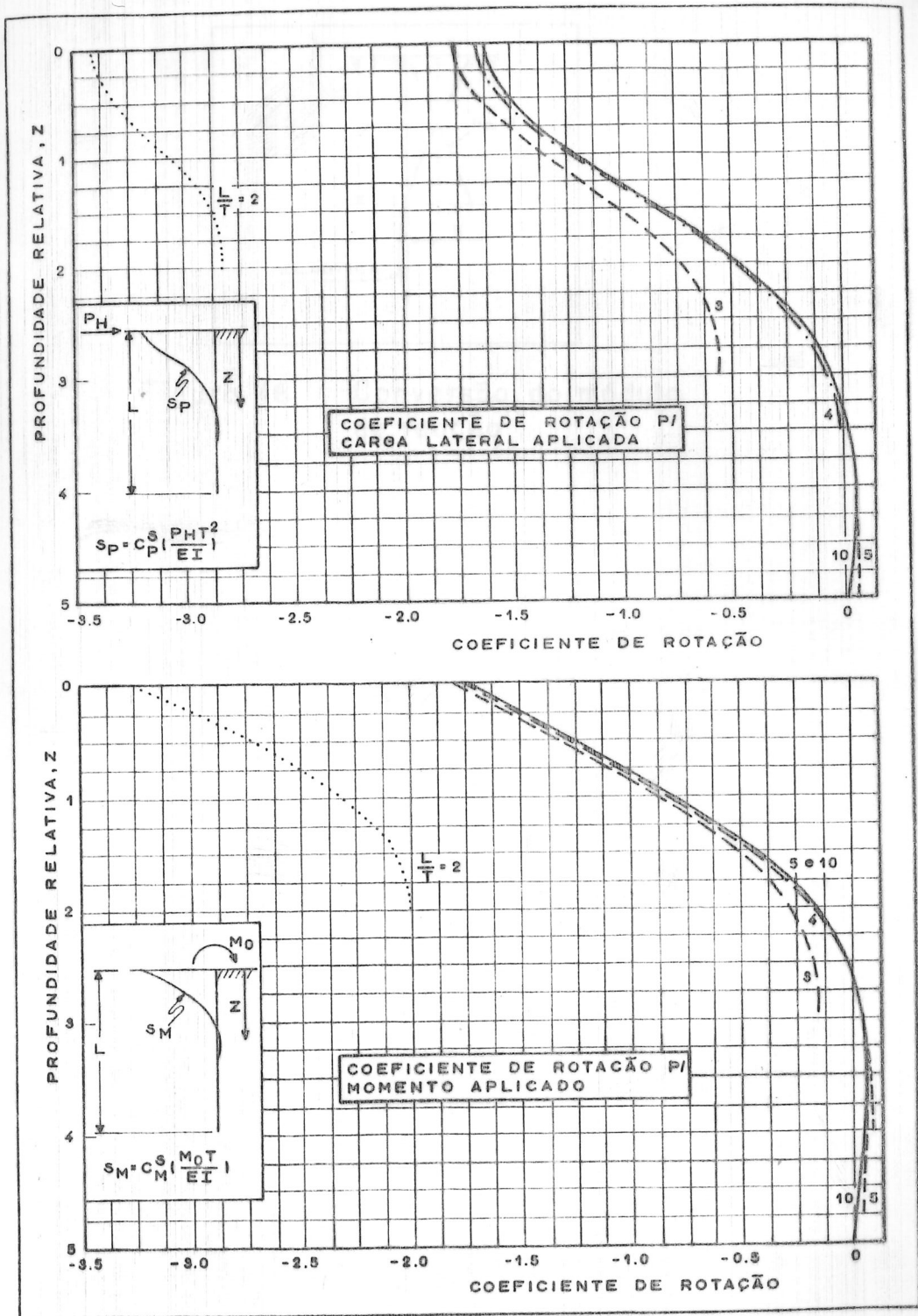


Figura 15 : Coeficiente de rotação para estaca carregada lateralmente (caso III)

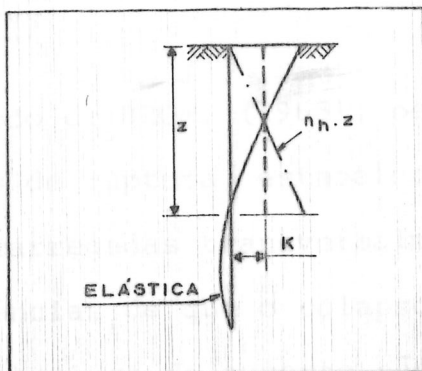


Figura 16 : Conversão do módulo de reação

### 3. MÉTODO DE BROMS

O método de BROMS (1965), pertencente ao grupo dos chamados métodos de ruptura, estabelece que: o projeto de grupos de estacas carregadas transversalmente é, em geral, governado pelas exigências de que o colapso completo do grupo de estacas ou da estrutura de suporte não deve ocorrer, mesmo sob as mais adversas condições, e que os deslocamentos para as cargas de trabalho não sejam tão excessivos a ponto de comprometer o funcionamento da fundação ou da superestrutura. Assim, para o tipo de estrutura em que apenas pequenos deslocamentos são toleráveis, o projeto é governado pelos deslocamentos laterais sob as cargas de trabalho; enquanto que, para estruturas que podem tolerar deslocamentos relativamente grandes, o projeto é governado pela capacidade de carga lateral do grupo de estacas.

O colapso de uma fundação por estacas carregadas lateralmente ocorre quando se forma um mecanismo de ruptura em cada estaca do grupo. Exemplos de mecanismos de ruptura estão mostrados nas Figuras 17 e 18. O modo de ruptura depende do comprimento da estaca, da rigidez da seção da estaca, e das características de tensão-deformação do solo. A ruptura de uma estaca curta, por exemplo, ocorre quando a resistência lateral do solo é ultrapassada; enquanto a ruptura de uma estaca relativamente longa ocorre pela formação de uma ou duas rótulas plásticas ao longo do seu comprimento (ruptura do próprio material da estaca).

Os deslocamentos laterais de estacas relativamente curtas dependem principalmente da profundidade de penetração

e das propriedades do solo, enquanto os deslocamentos laterais na superfície de uma estaca relativamente longa são independentes da profundidade de penetração mas dependem da rigidez da seção da estaca.

### 3.1 - Fatores de Majoração das Cargas e de Redução da Resistência

A ruptura de um grupo de estacas carregadas lateralmente pode ocorrer: a) se as cargas laterais atuantes ultrapassarem consideravelmente às previstas em projeto; b) se os parâmetros de resistência do solo e/ou do material da estaca foram superestimados; c) se o método de cálculo superestima a resistência lateral da fundação.

De acordo com o conceito dos coeficientes de segurança parciais, Broms recomenda que o projeto de estacas carregadas lateralmente seja baseado no comportamento da fundação na ruptura, utilizando fatores de majoração das cargas e de redução da resistência para levar em conta as imprecisões na determinação das cargas, na determinação das propriedades do solo e no método de cálculo.

Os valores indicados para esses fatores são:

#### a) Majoração

cargas permanentes: 1,50

cargas acidentais: 2,00

#### b) Redução

coesão:  $c_d = 0,75 c_u$

atrito:  $tg \phi_d = 0,75 tg \phi$

### 3.2 - Distribuição das Reações do Solo

Na Figura 17, estão representados os diagramas de

reação do solo para uma estaca isolada, livre, em solo coesivo e em solo não-coesivo. Na Figura 18, estão representados os diagramas correspondentes para uma estaca engastada no bloco (rotação impedida e translação permitida).

Para solos coesivos, admitiu-se uma distribuição simplificada para as reações do solo: as reações são nulas até a profundidade de 1,5 vezes o diâmetro da estaca e iguais a um valor constante de  $9,0 c_u D$  abaixo desta profundidade ( $c_u$  é a coesão não drenada do solo e  $D$  é o diâmetro da estaca).

Para solos não-coesivos, admitiu-se que, na ruptura, as reações do solo são iguais a tres vezes o empuxo passivo - de Rankine. Assim, numa profundidade  $z$ , a reação do solo por unidade de comprimento da estaca é igual a  $3 D \gamma' z k_p$ , sendo  $k_p$  o coeficiente de empuxo passivo de Rankine;

$$k_p = \frac{1 + \text{sen } \phi}{1 - \text{sen } \phi}$$

### 3.3 - Mecanismos de Ruptura

Estacas curtas livres - os deslocamentos laterais e a distribuição de reações laterais estão mostrados na Figura 17a. A ruptura ocorre quando a estaca gira como um corpo rígido em torno de um ponto localizado a uma certa profundidade. A resistência lateral do solo se desenvolve ao longo de todo o comprimento da estaca. Os valores calculados para a capacidade de carga lateral estão representados nas Figuras 19 (solos coesivos) e 20 (solos não-coesivos).

Estacas longas livres - a capacidade de carga late-

ral é parcialmente governada pela resistência do solo (Figura 17b). A ruptura ocorre quando a resistência à ruptura (ou escoamento) da seção da estaca é atingida a uma profundidade  $f$ . A capacidade de carga lateral pode ser calculada por considerações de equilíbrio e está apresentada nas Figuras 21 (solos coesivos) e 22 (solos não-coesivos).

Estacas curtas engastadas - a ruptura ocorre quando a estaca se desloca como um corpo rígido (Figura 18a). A capacidade de carga lateral está representada nas Figuras 19 e 20.

Estacas intermediárias engastadas - a ruptura ocorre quando o momento fletor na seção de engastamento da estaca atinge o valor correspondente à ruptura (ou escoamento) da estaca (Figura 18b). A capacidade de carga lateral também está representada nas Figuras 19 e 20.

Estacas longas engastadas - a ruptura ocorre quando se formam duas rótulas plásticas: uma na seção de engastamento e outra a uma certa profundidade  $f$  (Figura 18c). A capacidade de carga lateral está representada nas Figuras 21 e 22.

### 3.4 - Deslocamentos Laterais

Sob a ação das cargas de trabalho (aproximadamente a metade ou um terço da capacidade de carga lateral) os deslocamentos laterais podem ser estimados pela hipótese clássica de que as reações do solo são proporcionais a estes deslocamentos:

$$p = K y$$

onde  $K$  é o módulo de reação horizontal do solo.

Broms admite que o módulo de reação horizontal do solo cresce linearmente com a profundidade no caso de solos não-coesivos ( $K = n_h z$ ) e que é aproximadamente constante com a profundidade para solos coesivos ( $K = \text{constante}$ ).

Nas Figuras 23 e 24, são representadas as curvas para o cálculo dos deslocamentos laterais na superfície do terreno, nos casos de solos coesivos e de solos não-coesivos, respectivamente. Em abscissas, aparece o comprimento adimensional da estaca:  $L/R$  (Figura 23) ou  $L/T$  (Figura 24), onde :

$R = \sqrt[4]{EI/K}$  é o fator de rigidez relativa para solos coesivos.

e  $T = \sqrt[5]{EI/n_h}$  é o fator de rigidez relativa para solos não-coesivos.

3.4.1 - Solos coesivos - os deslocamentos laterais de uma estaca carregada lateralmente de comprimento adimensional  $L/R < 3,18$  podem ser calculados pela hipótese de que a estaca é infinitamente rígida e que a estaca gira como um todo em torno de algum ponto localizado abaixo da superfície do terreno.

Os deslocamentos laterais de uma estaca com comprimento adimensional  $L/R > 3,18$  podem ser calculados pela hipótese de que a estaca é infinitamente longa.

Os deslocamentos laterais na superfície,  $y_0$ , para uma estaca longa ( $L/R > 3,18$ ) e completamente livre podem ser calculados por:

$$y_0 = \frac{2 P_H \left[ 1 + e/(1,414 R) \right]}{(1,414 R) K}$$

e para o caso de estaca completamente engastada à superfície

$$y_o = \frac{P_H}{(1,414 R) K}$$

Os deslocamentos laterais são muito afetados por uma mudança na profundidade de penetração no caso de estaca curta ( $L/R < 3,18$ ); e não são afetados em estacas longas ( $L/R > 3,18$ ). Já uma alteração na rigidez da seção da estaca não afeta os deslocamentos laterais de estacas relativamente curtas; mas afeta sensivelmente em uma estaca longa. Pode-se ver também que o deslocamento lateral de uma estaca engastada é a metade do deslocamento lateral da correspondente estaca livre quando a excentricidade da carga aplicada é nula.

3.4.2 - Solos não-coesivos - as estacas carregadas lateralmente tem um comportamento de membros infinitamente rígidos - quando o comprimento adimensional  $L/T < 2,0$  e como membros infinitamente longos quando  $L/T > 4,0$ . Os deslocamentos laterais na superfície,  $y_o$ , para uma estaca totalmente livre com  $L/T > 4,0$  podem ser calculados diretamente pela equação:

$$y_o = \frac{2,40 P_H}{n_h^{3/5} (EI)^{2/5}}$$

$$\sqrt[5]{n_h^3 EI^2}$$

e para uma estaca totalmente engastada

$$y_o = \frac{0,93 P_H}{n_h^{3/5} (EI)^{2/5}}$$

Portanto, o deslocamento lateral de uma estaca completamente engastada é aproximadamente 40% do deslocamento lateral de uma

estaca totalmente livre quando todos os outros fatores são iguais.

### 3.5 - Procedimento do Projeto

De acordo com Broms, quando a estaca é suficientemente rígida a ruptura do solo ocorre antes da ruptura da própria estaca. Contudo, para estacas relativamente longas, a capacidade de carga lateral é determinada pelo momento de ruptura da seção da estaca, o qual é atingido antes da mobilização total da capacidade de carga lateral do solo. Portanto, a capacidade de carga lateral da estaca é a menor de:

- a) a carga horizontal necessária para causar a ruptura do solo ao longo da estaca (a estaca, então, é essencialmente rígida e sua capacidade é dada pela resistência do solo).
- b) a carga horizontal necessária para produzir um momento máximo igual ao momento de ruptura da seção da estaca (então, a capacidade lateral é dada pelas características da própria estaca).

As estacas carregadas lateralmente podem ser projetadas com base em algum dos mecanismos de ruptura mostrados nas Figuras 17 e 18, assumindo que as estacas estão à beira da ruptura quando submetidas a uma carga de projeto igual à carga lateral multiplicada por um fator de majoração e suportadas por um solo com uma resistência ao cisalhamento de projeto igual à resistência medida, vezes um fator de redução.

3.5.1 - Estacas curtas - o projeto de estacas curtas carregadas lateralmente pode ser baseado nos mecanismos de ruptura mostrados nas Figuras 17a e 18a. A profundidade de penetra-

ção necessária para resistir à carga de projeto pode ser determinada diretamente das Figuras 19 ou 20. Contudo, a resistência à flexão da seção da estaca deve ser suficientemente grande para evitar a ruptura pelos mecanismos mostrados nas Figuras 17b e 18c. Portanto, a resistência à flexão da seção da estaca deve ser maior que o momento fletor de ruptura calculado pelas Figuras 21 ou 22.

3.5.2 - Estacas longas - o projeto de estacas longas carregadas lateralmente pode ser baseado nos mecanismos de ruptura das Figuras 17b e 18c. A resistência lateral necessária para a seção da estaca resistir às cargas laterais de projeto pode ser determinada diretamente das Figuras 21 ou 22. Contudo, o comprimento da estaca deve ser suficientemente grande para evitar a ruptura pelos mecanismos das Figuras 17a e 18a. Portanto, a profundidade de penetração necessária deve ser verificada pelas Figuras 19 ou 20.

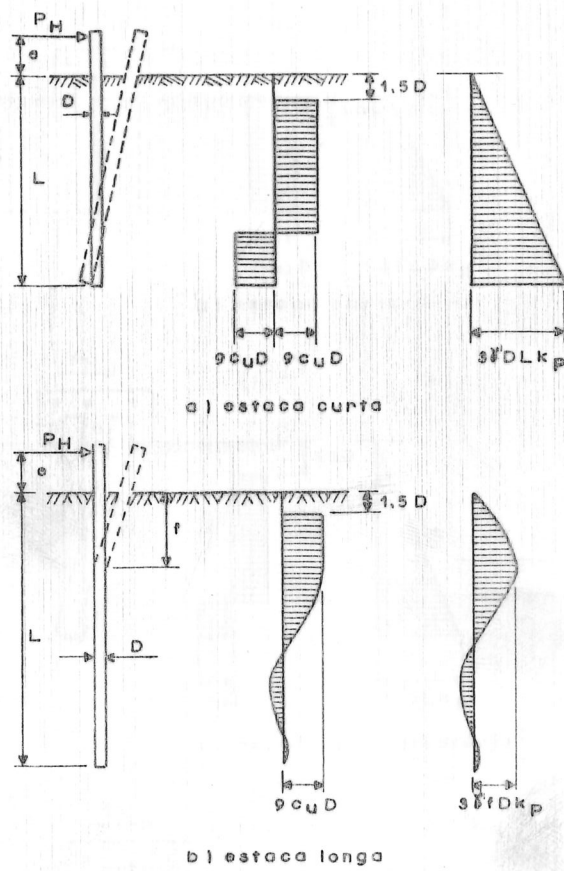
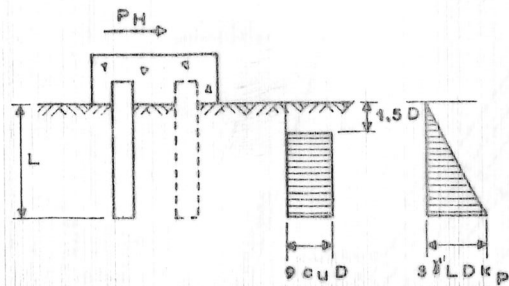
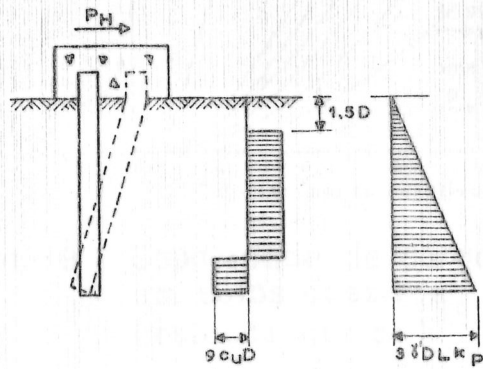


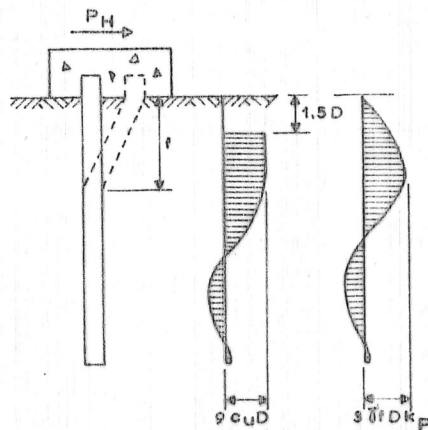
Figura 17 : Mecanismos de ruptura para estacas livres e as distribuições das reações dos solos coesivos e não-coesivos



a) estaca curta



b) estaca intermediária



c) estaca longa

Figura 18: Mecanismos de ruptura para estacas engastadas e as distribuições das reações dos solos coesivos e não-coesivos

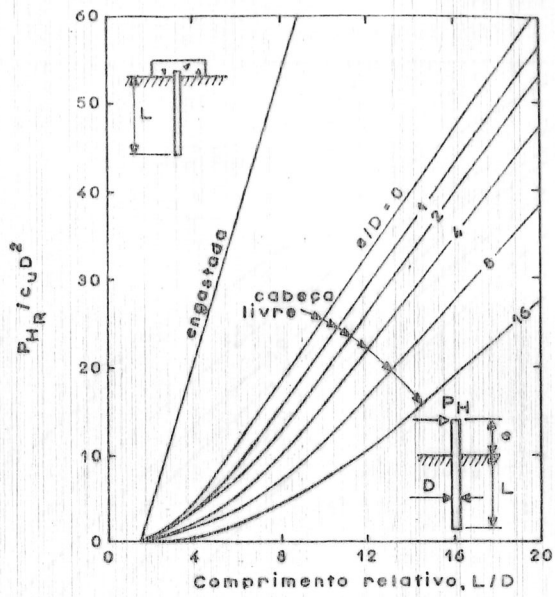


Figura 19 : Capacidade de carga lateral em solos coesivos (estacas curtas)

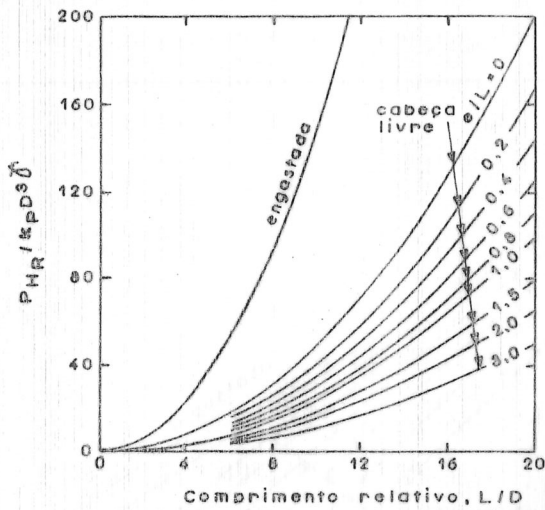


Figura 20 : Capacidade de carga lateral em solos não-coesivos (estacas curtas)

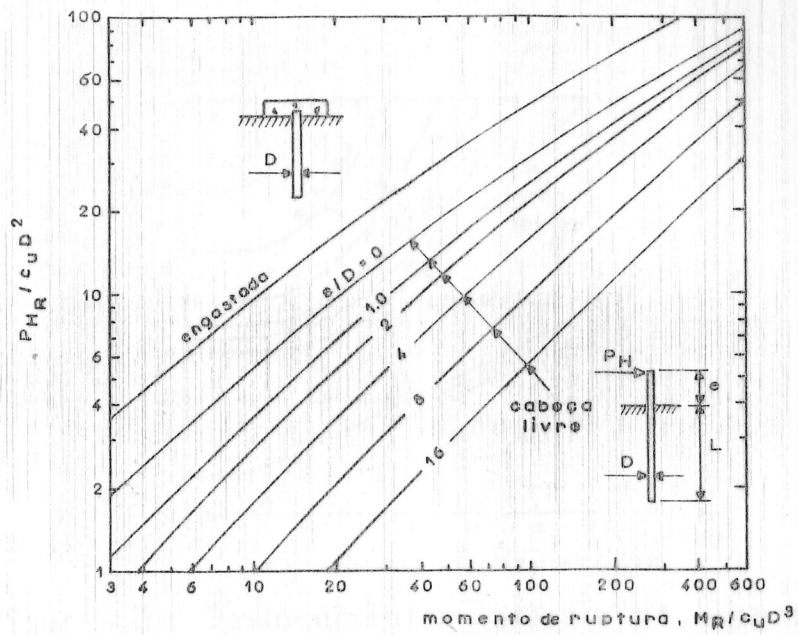


Figura 21: Capacidade de carga lateral em solos coesivos (estacas longas)

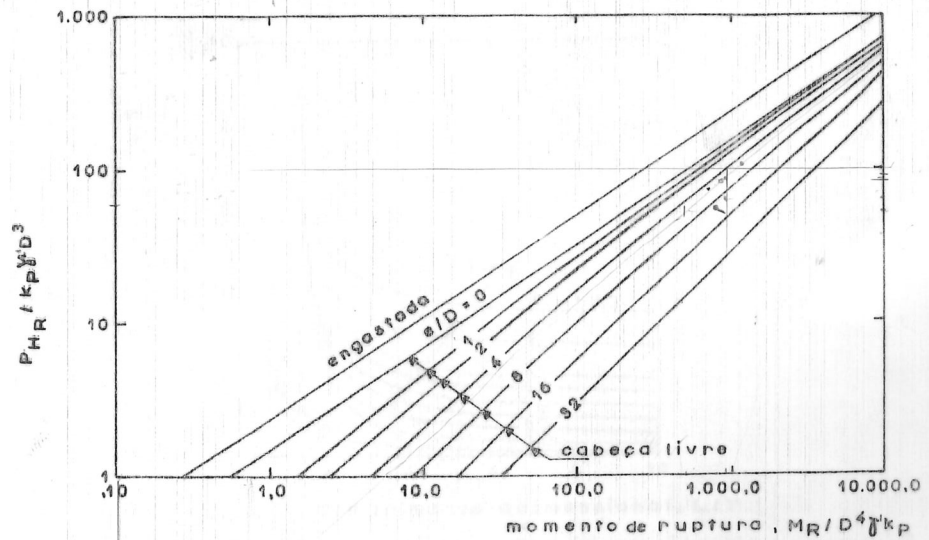


Figura 22: Capacidade de carga lateral em solos não-coesivos (estacas longas)

02

015

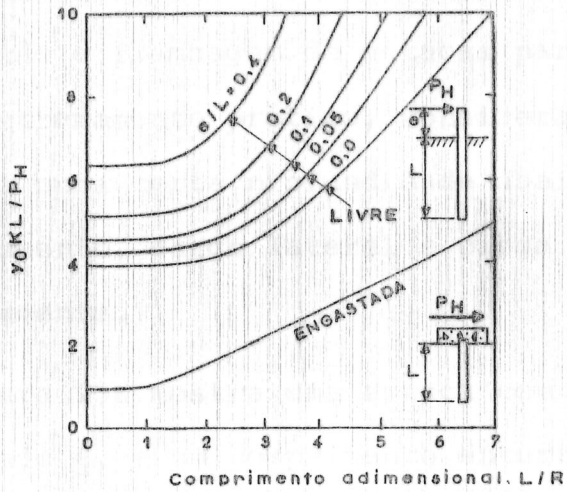


Figura 23 : Deslocamentos laterais na superfície em solos coesivos

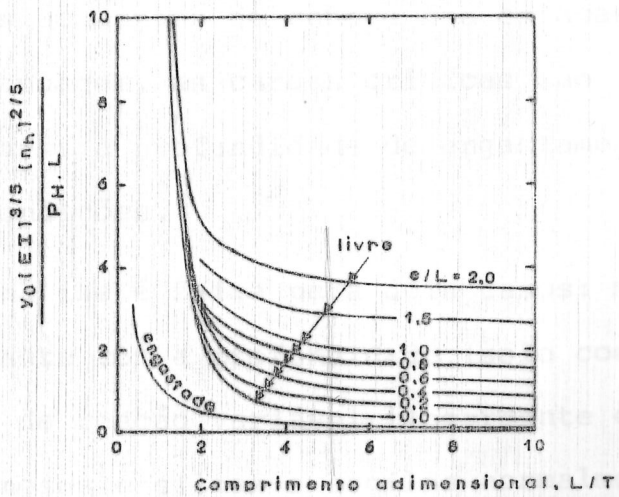


Figura 24 : Deslocamentos laterais na superfície em solos não-coesivos

#### 4. MÉTODO DE DAVISSON E ROBINSON

O trabalho de DAVISSON e ROBINSON. (1965) trata do problema de flexão e flambagem de estacas parcialmente enterradas, de modo extremamente prático, considerando que a estaca estaria engastada numa certa profundidade abaixo da superfície. Os efeitos do momento, carga lateral e carga axial são considerados separadamente.

A Figura 25a mostra uma estaca com a cabeça livre, uma excentricidade  $e$ , e um comprimento enterrado  $L$ . Na cabeça da estaca atuam uma força horizontal  $P_H$ , um momento  $M_t$  e uma força vertical  $P_V$ . A Figura 25b mostra uma estaca equivalente, rigidamente engastada no solo, com um comprimento  $L_e$  igual a  $e$  mais a profundidade de engastamento  $L_f$ .

Por hipótese, a estaca da Figura 25b se comporta do mesmo modo que a estaca da Figura 25a, de tal maneira que: na flexão, os deslocamentos da cabeça das estacas são equivalentes; e, na flambagem, as cargas críticas são iguais. E, então, determina-se a profundidade de engastamento  $L_f$  que satisfaz a estas condições.

A análise é feita para dois casos: módulo de reação do solo constante com a profundidade (solo coesivo pré-adensado); e módulo de reação variável linearmente com a profundidade (solos arenosos e siltes e argilas normalmente adensados).

1º Caso:  $K = \text{constante}$  - Utilizando o fator de rigidez relativa  $R = \sqrt[4]{EI/K}$ , são definidos os seguintes adimensionais

$$G_R = \frac{L_f}{R} \quad e \quad J_R = \frac{e}{R}$$

Portanto, a estaca equivalente tem um comprimento adimensional (Figura 26) dado por

$$G_R + J_R$$

2º Caso:  $K = n_h z$  - De modo semelhante, com a utilização do fator de rigidez relativa  $T = \sqrt[5]{EI/n_h}$ , são definidos os dimensionais

$$G_T = \frac{L_f}{T} \quad e \quad J_T = \frac{e}{T}$$

O comprimento adimensional equivalente da estaca agora é igual a

$$G_T + J_T$$

#### 4.1 - Flexão

Estabelecendo que os deslocamentos da cabeça da estaca sejam iguais em ambas as condições representadas na Figura 26, os autores determinaram a profundidade de engastamento adimensional  $G_R$  (solos coesivos) ou  $G_T$  (solos não-coesivos) separadamente para os casos de atuação da força horizontal  $P_H$  e do momento  $M_t$ . No cálculo dos deslocamentos da condição real (Figura 26a) foram utilizadas as soluções de HETÉNYI (1946) - para  $K = \text{constante}$  e as soluções de REESE e MATLOCK (1956) e MATLOCK e REESE (1961) para  $K = n_h z$ ; e foi feita a hipótese de que as estacas têm uma profundidade de penetração suficientemente grande para que possam ser consideradas como infinitamente longas ( $L/R > 4$  em solos coesivos e  $L/T > 4$  em solos não-coesivos).

Em seguida, foram traçadas as curvas  $G_R \times J_R$  (Figura 27a) e  $G_T \times J_T$  (figura 27b). Analisando estes gráficos pode-se observar que:

1º) para  $K = \text{constante}$ :  $G_R$  varia entre 1,3 e 1,6, podendo-se tomar, para a maioria dos valores de  $J_R$ , um valor constante de aproximadamente 1,33 para  $G_R$ .

2º) para  $K = n_h z$ :  $G_T$  varia entre 1,73 e 1,93, podendo-se tomar, para a maioria dos valores de  $J_T$ , um valor constante de aproximadamente 1,75 para  $G_T$ .

Portanto, no caso de flexão é possível determinar uma profundidade de engastamento tal que o sistema da Figura 25b represente muito bem as condições reais da Figura 25a. Além disso, em termos adimensionais, a profundidade de engastamento ( $G_R$  ou  $G_T$ ) assume um valor aproximadamente constante para alguma dada variação do módulo de reação do solo com a profundidade.

#### 4.2 - Flambagem

Impondo a condição de que as curvas críticas de flambagem da estaca real e da estaca equivalente (Figura 26) sejam iguais, podem ser obtidas as curvas  $G_R \times J_R$  e  $G_T \times J_T$ . Na Figura 28 estão mostrados estes gráficos para duas condições de engaste das extremidades da estaca: livre-livre (estaca com cabeça e ponta livres) e fixa-livre (estaca com cabeça engastada, com possibilidade de translação, e ponta livre).

Analisando a Figura 28, pode-se observar que:

1º) para  $K = \text{constante}$ : quando os valores de  $J_R$  são maiores do que 2,  $G_R$  varia entre 1,44 e 1,56 e pode ser aproximado por um valor constante e igual a 1,50.

2º) para  $K = n_h z$ : se  $J_T > 1$ ,  $G_T$  é aproximadamente constante e igual a 1,80. Este valor teórico mostrou-se muito próximo dos valores experimentais obtidos por LEE (1968).

#### 4.3 - Procedimento do Projeto

Analisando as Figuras 27 e 28, pode-se notar que, para uma série ampla de condições, os valores de  $G_R$  e  $G_T$  sofrem uma variação relativamente pequena. Por isso, os autores recomendam a adoção, tanto para a verificação da flexão como da flambagem, de  $G_R = 1,40$  e  $G_T = 1,80$ , desde que  $J_R > 2$  e  $J_T > 1$ , respectivamente.

A utilização deste procedimento de cálculo, em que as condições reais da Figura 25a são convertidas para as condições equivalentes da Figura 25b através da profundidade de engastamento, leva, segundo os autores, a deslocamentos e esforços solicitantes na cabeça da estaca muito próximos dos valores exatos. Contudo, o momento na base de engastamento será maior do que aqueles que realmente ocorrem ao longo da parte enterrada da estaca; o que pode ser contornado com a determinação dos esforços solicitantes na superfície do terreno e o cálculo da parte enterrada da estaca por um dos métodos apropriados para  $K = \text{constante}$  ou  $K = n_h z$ .

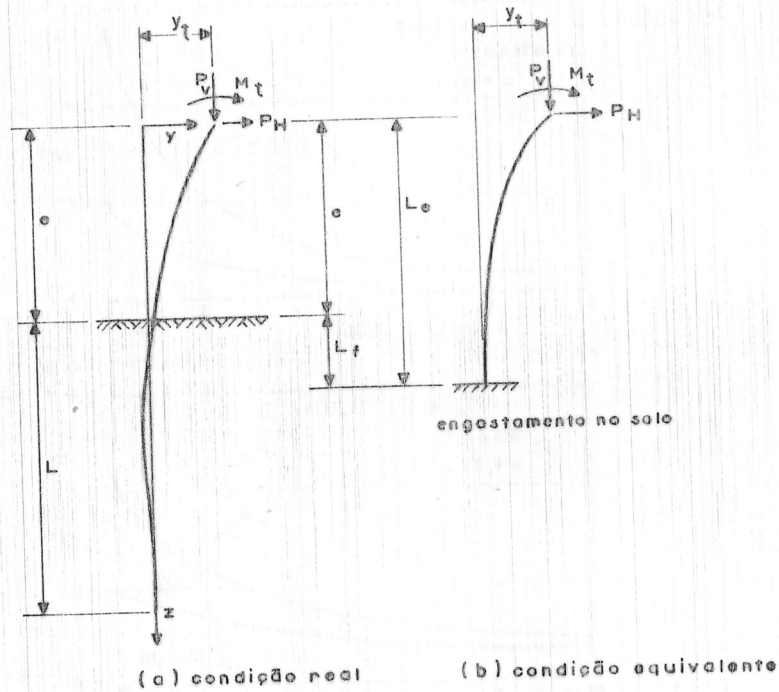


Figura 25: Estaca enterrada parcialmente

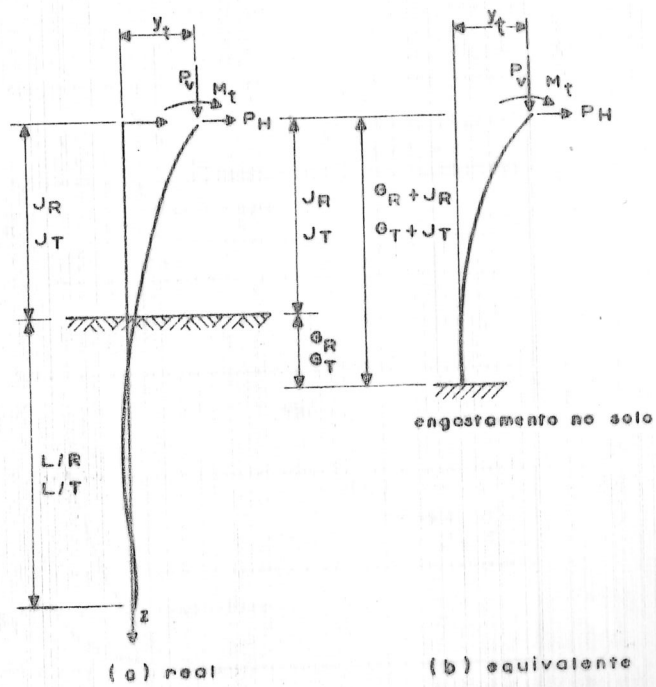


Figura 26: Representação adimensional da estaca parcialmente enterrada

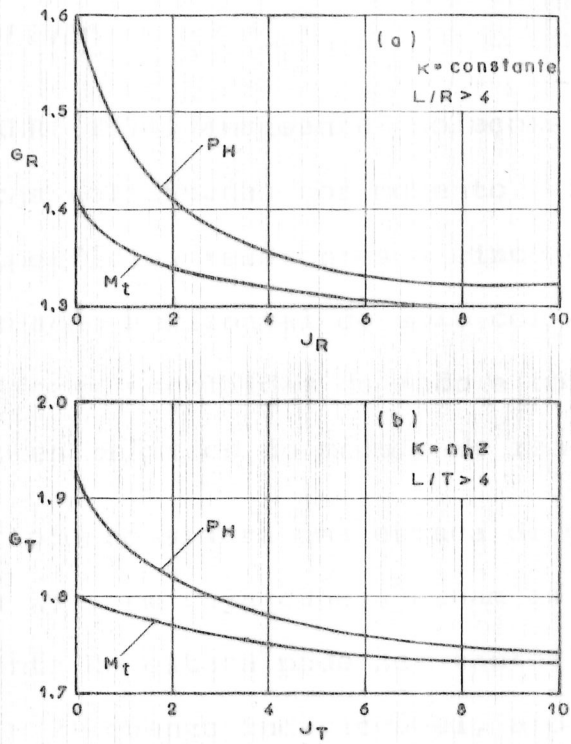


Figura 27 : Profundidade de engastamento na flexão

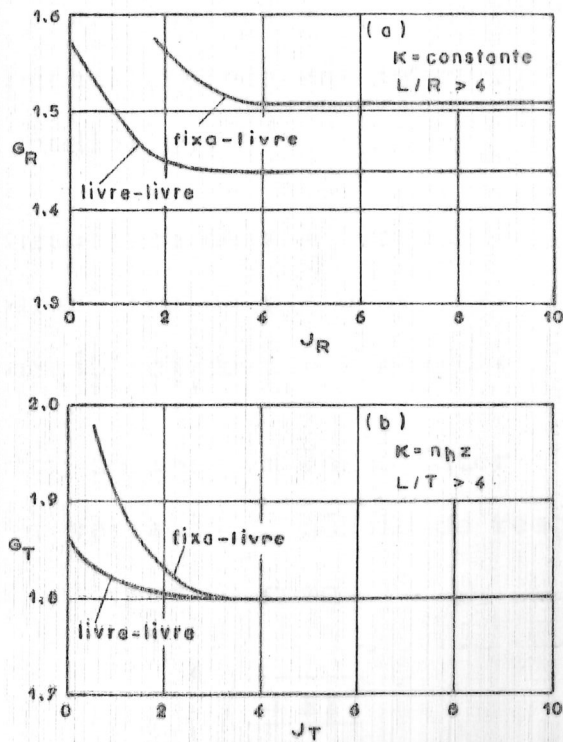


Figura 28 : Profundidade de engastamento no flambagem

## 5. MÉTODO DE WERNER

WERNER (1970) apresenta soluções para momentos fletores em estacas solicitadas por momento e força horizontal - na cabeça à superfície, referentes a cinco diagramas distintos do módulo de reação horizontal do solo com a profundidade. Estas variações foram escolhidas de modo a conter, nos seus limites, os valores práticos do módulo de reação.

O método considera uma estaca de comprimento enterrado  $L$  (Figura 29), em cuja cabeça atuam as cargas externas -  $P_H$  e  $M_O$ . A ponta da estaca pode ser tanto livremente deslocável (estacas 1 e 2) quanto indeslocável, apoiada em camada rochosa (estacas 3 e 4).

Designando por  $K_L$  o valor do módulo de reação na profundidade correspondente à ponta da estaca ( $z = L$ ), o diagrama correspondente estará situado entre a variação linear  $K = K_L (z/L)$  e a constante  $K = K_L$  (diagramas 1 e 5 da Figura 30, respectivamente). Ainda na Figura 30, são mostrados os diagramas intermediários:

- 2 : variação parabólica de  $z = 0$  até  $L$
- 3 : variação parabólica de  $z = 0$  até  $L/2$
- 4 : variação parabólica de  $z = 0$  até  $L/4$

O autor define um único fator de rigidez relativa para qualquer variação do módulo de reação com a profundidade, que pode ser escrito como

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{4 EI}{K_L}}$$

### 5.1 - Momentos Fletores

Para estacas isoladas, não interligadas, obtêm-se os momentos fletores em função da profundidade, segundo a equação:

$$M = P_H \beta C_P^M + M_O C_M^M$$

onde os coeficientes adimensionais  $C_P^M$  e  $C_M^M$  são tirados dos diagramas das Figuras 3l a ... h.

### 5.2 - Deslocamento

O deslocamento horizontal da cabeça da estaca (ã superfície) pode ser calculado pela equação:

$$y_O = \frac{1}{EI} P_H \beta^3 C_P^Y + \frac{1}{EI} M_O \beta^2 C_M^Y$$

onde os coeficientes adimensionais  $C_P^Y$  e  $C_M^Y$  são obtidos da Tabela 6.

### 5.3 - Rotação

A rotação da cabeça da estaca (ã superfície) pode ser obtida pela equação:

$$s_O = \frac{1}{EI} P_H \beta^2 C_P^S + \frac{1}{EI} M_O \beta C_M^S$$

onde os coeficientes adimensionais são tirados da Tabela 7.

#### 5.4 - Cortante

Na ponta das estacas 3 e 4 surgem forças de sustentação  $Q_L$  cujos valores podem ser calculados pela equação:

$$Q_L = P_H C_P^Q + \frac{M_o}{\beta} C_M^Q$$

onde os coeficientes adimensionais  $C_P^Q$  e  $C_M^Q$  são dados pelos diagramas da Figura 32.

As estacas com comprimento relativo  $L/\beta > 6,0$  pertencem ao grupo das estacas longas. O fato da ponta ser mantida indeslocável praticamente não influi no seu comportamento à flexão nos trechos superiores. Nesse caso, as soluções podem ser obtidas para uma estaca encurtada ao comprimento  $L/\beta = 6,0$ .

#### 5.5 - Verificação dos Esforços Atuantes no Solo

A estabilidade das estacas aos deslocamentos horizontais estará garantida, desde que os esforços laterais no solo se mantenham inferiores à resistência lateral do solo. Como na região superior da estaca a curva de reação do solo apresenta valores inferiores aos da curva de resistência lateral, basta, demonstrar que, na superfície ( $z = 0$ ), a grandeza e a variação da pressão lateral não ultrapassem os valores admissíveis:

- pressão lateral ( $p_l$ )

$$p_{lo} \text{ (atuante)} < p_{lo} \text{ (admissível)}$$

- variação da pressão lateral ( $\frac{d p_l}{dz} = p'_l$ )

$$p'_{lo} \text{ (atuante)} < p'_{lo} \text{ (admissível)}$$

A pressão lateral atuante no solo à superfície e a respectiva variação são calculadas pelas equações:

$$p_{l0} \text{ (atuante)} = (K_0/D) y_0$$

$$p'_{l0} \text{ (atuante)} = (K'_0/D) y_0 + (K_0/D) s_0$$

onde  $y_0$  e  $s_0$  são o deslocamento e a rotação da cabeça da estaca, respectivamente;  $K_0$  é o valor do módulo de reação do solo na superfície do terreno (para as curvas 1 a 4,  $K_0$  é nulo); e  $K'_0$  é a variação do módulo de reação na superfície

$$K'_0 = \left. \frac{dK}{dz} \right|_{z=0}$$

Quanto aos valores admissíveis da pressão lateral à superfície e da respectiva variação, podem ser obtidos de BRINCH HANSEN (1961).

$$v p_{l0} \text{ (admissível)} = q N_{q_l} + c_d N_{c_l}$$

$$v p'_{l0} \text{ (admissível)} = N_{q_l} \left[ \gamma + \frac{q}{D} \frac{(1 - \text{sen } \phi_d) \text{sen } \phi_d}{\text{sen } (45^\circ + \phi_d/2)} \right] + N_{c_l} \left[ c_d \frac{2}{D} \text{sen } (45^\circ + \phi_d/2) \right]$$

onde:  $v$  = coeficiente de majoração da solicitação (p.ex. 1,5)

$q$  = sobrecarga na superfície

$\phi_d$  = ângulo de atrito interno de cálculo

$$\operatorname{tg} \phi_d = \frac{\operatorname{tg} \phi}{1,2}$$

$c_d$  = coesão de cálculo

$$c_d = \frac{c_u}{1,5}$$

$N_{q_l}$  e  $N_{c_l}$  = fatores de capacidade de carga lateral à superfície de Brinch Hansen (Tabela 8 ou Figura 33).

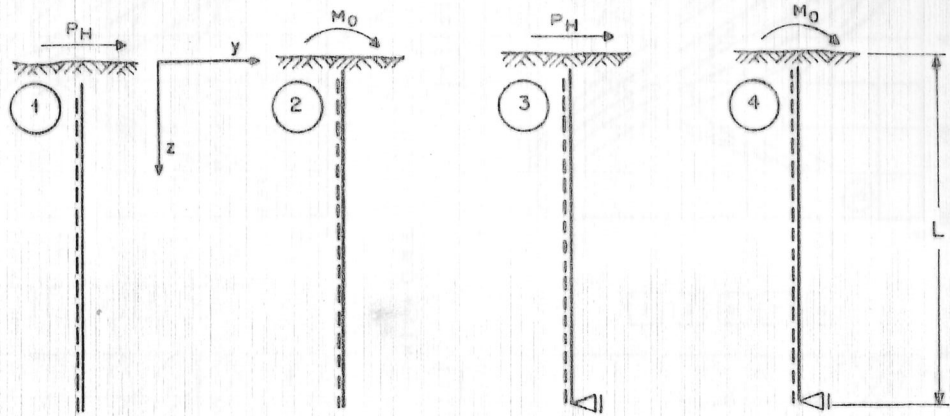


Figura 29 : Sistemas estáticos e carregamentos das estacas de números 1 a 4

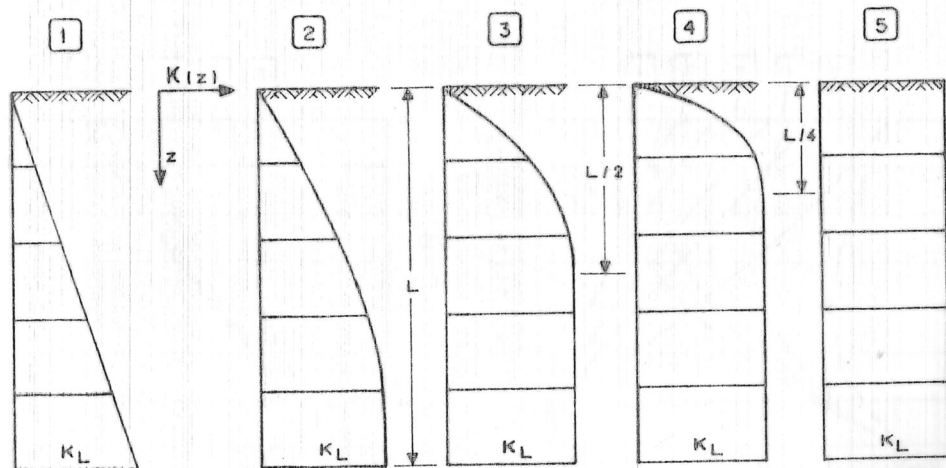


Figura 30 : Variação do módulo de reação  $K(z)$ , nos casos de números 1 a 5

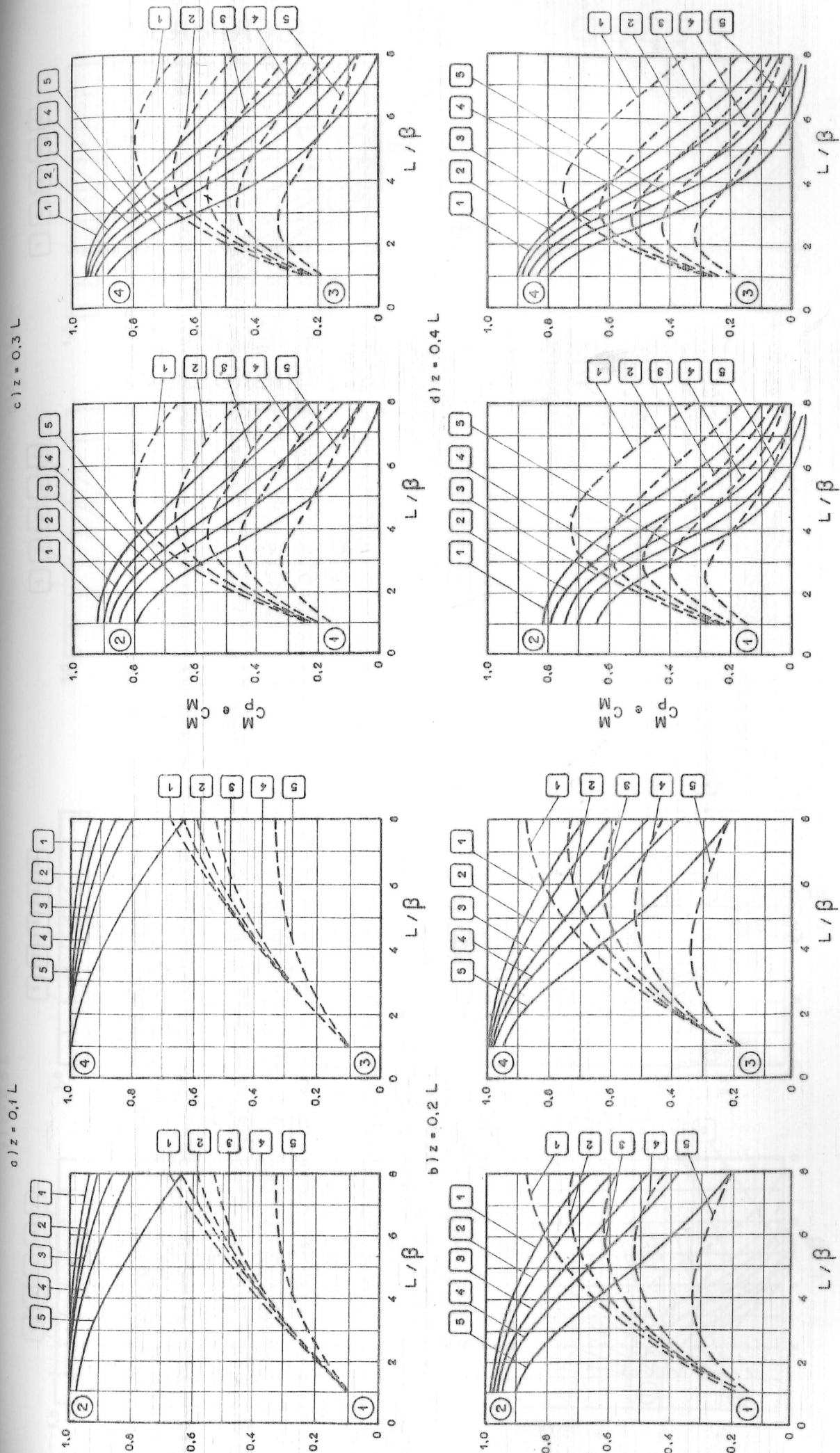


Figura 31 (a,b,c,d) : Valores dos coeficientes adimensionais para determinação dos momentos fletores

$C_p^M$  (estacas 1 e 3) e  $C_m^M$  (estacas 2 e 4) -  $z = 0.1L$  e  $0.4L$

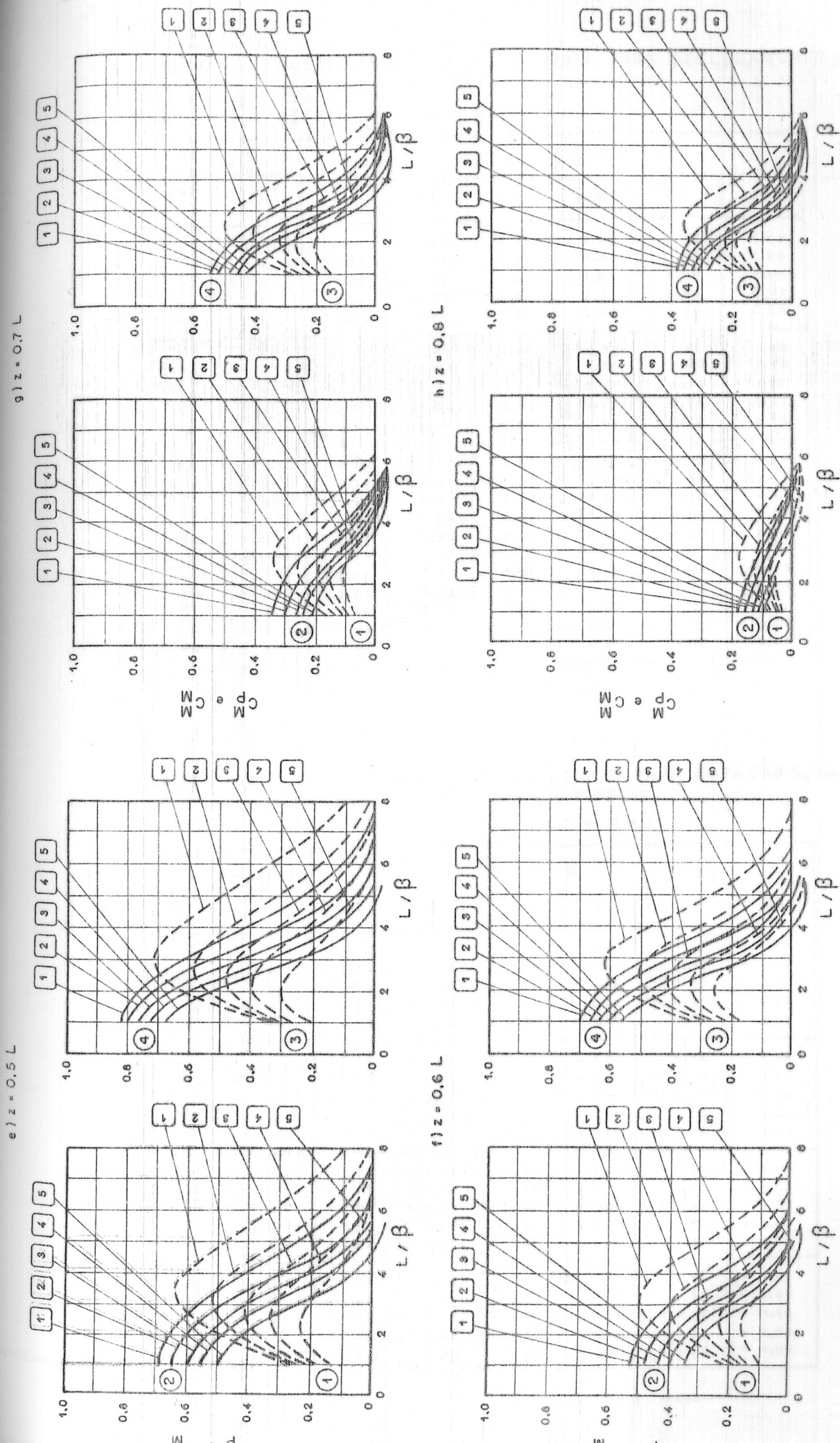


Figura 31: (e, f, g, h) : Valores dos coeficientes adimensionais para determinação dos momentos fletores

$C_p^M$  (estacas 1 e 3) e  $C_{pM}^M$  (estacas 2 e 4) -  $z = 0.5L$  e  $0.8L$

TABELA 6 : COEFICIENTES ADIMENSIONAIS PARA DESLOCAMENTO  $y_0$  DA CABEÇA DA ESTACA (À SUPERFÍCIE)

$C_P^Y$  (estacas 1 e 3) e  $C_M^Y$  (estacas 2 e 4)

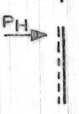
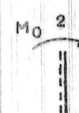
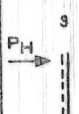
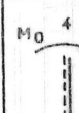
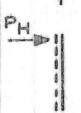



ESTACA Nº	DIAGRAMA Nº	$L/\beta$					
		1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	6.0
	1	4.52	3.09	2.47	2.19	2.42	3.05
	2	2.86	1.97	1.61	1.50	1.68	2.09
	3	1.85	1.29	1.07	1.03	1.16	1.41
	4	1.39	0.97	0.80	0.77	0.84	0.99
	5	1.01	0.70	0.57	0.50	0.50	0.50
	1	6.09	2.89	1.91	1.50	1.61	1.88
	2	4.08	1.96	1.38	1.16	1.26	1.45
	3	2.75	1.37	0.98	0.90	0.98	1.11
	4	2.11	1.06	0.78	0.72	0.78	0.87
	5	1.55	0.78	0.57	0.50	0.50	0.50
	1	3.04	2.16	1.86	2.00	2.40	3.05
	2	1.91	1.39	1.25	1.42	1.68	2.09
	3	1.26	0.93	0.96	1.00	1.16	1.41
	4	0.99	0.73	0.67	0.75	0.84	0.99
	5	0.77	0.56	0.50	0.50	0.50	0.50
	1	3.14	1.66	1.31	1.40	1.61	1.88
	2	2.01	1.13	0.98	1.11	1.26	1.45
	3	1.34	0.81	0.75	0.88	0.98	1.11
	4	1.07	0.66	0.62	0.71	0.78	0.87
	5	0.84	0.51	0.47	0.50	0.50	0.50

TABELA 7 : COEFICIENTES ADIMENSIONAIS PARA ROTAÇÃO  $\theta_0$  DA CABEÇA DA ESTACA (À SUPERFÍCIE)

$C_P^S$  (estacas 1 e 3) e  $C_M^S$  (estacas 2 e 4)

ESTACA Nº	DIAGRAMA Nº	$L/\beta$					
		1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	6.0
	1	- 6.09	- 2.89	- 1.91	- 1.50	- 1.61	- 1.88
	2	- 4.08	- 1.96	- 1.38	- 1.16	- 1.26	- 1.45
	3	- 2.75	- 1.37	- 0.98	- 0.90	- 0.98	- 1.11
	4	- 2.11	- 1.06	- 0.78	- 0.72	- 0.87	- 0.87
	5	- 1.55	- 0.78	- 0.57	- 0.50	- 0.50	- 0.50
	1	- 9.46	- 3.98	- 2.08	- 1.68	- 1.74	- 1.88
	2	- 6.76	- 2.55	- 1.69	- 1.48	- 1.54	- 1.65
	3	- 5.08	- 2.02	- 1.43	- 1.32	- 1.37	- 1.45
	4	- 4.20	- 1.73	- 1.27	- 1.17	- 1.23	- 1.29
	5	- 3.37	- 1.44	- 1.08	- 1.00	- 1.00	- 1.00
	1	- 3.14	- 1.66	- 1.31	- 1.40	- 1.61	- 1.88
	2	- 2.01	- 1.13	- 0.98	- 1.11	- 1.26	- 1.45
	3	- 1.34	- 0.81	- 0.75	- 0.88	- 0.98	- 1.11
	4	- 1.07	- 0.66	- 0.62	- 0.71	- 0.78	- 0.87
	5	- 0.84	- 0.51	- 0.47	- 0.50	- 0.50	- 0.50
	1	- 3.57	- 1.75	- 1.50	- 1.62	- 1.74	- 1.88
	2	- 2.43	- 1.39	- 1.31	- 1.46	- 1.54	- 1.65
	3	- 1.75	- 1.16	- 1.17	- 1.31	- 1.37	- 1.45
	4	- 1.46	- 1.04	- 1.07	- 1.19	- 1.23	- 1.29
	5	- 1.28	- 0.92	- 0.98	- 1.00	- 1.00	- 1.00

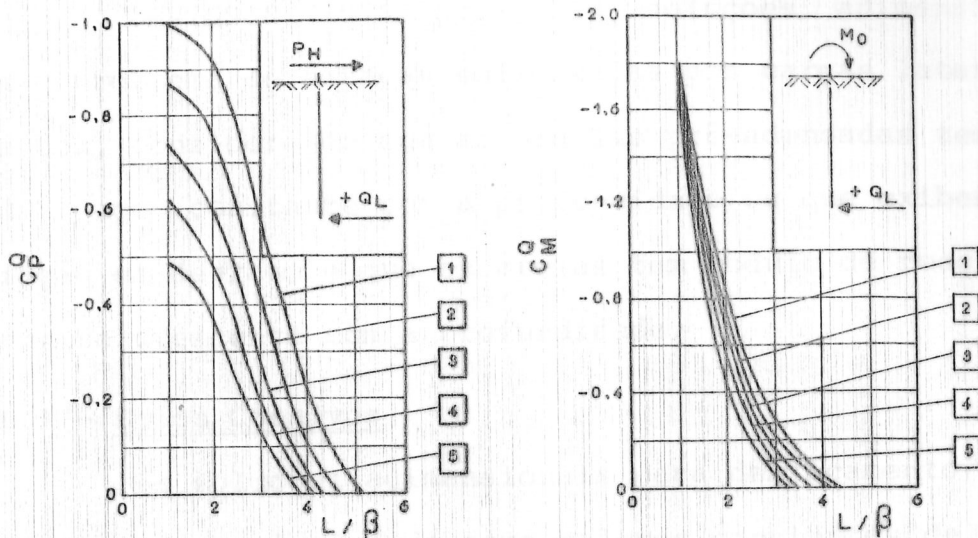


Figura 32 : Valores dos coeficiente adimensionais para a determinação do esforço cortante  $q_L$  na ponta da estaca

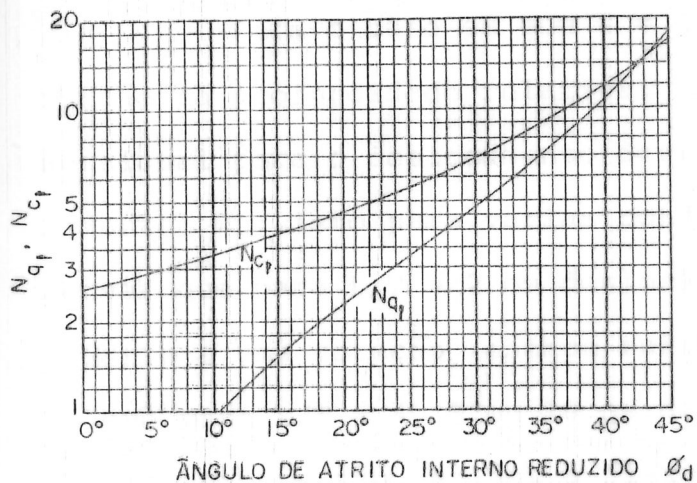


TABELA 8

$\phi_d (^\circ)$	$N_{q_f}$	$N_{c_f}$
15.0	1.54	3.94
17.5	1.88	4.28
20.0	2.28	4.67
22.5	2.74	5.11
25.0	3.29	5.68
27.5	3.95	6.25
30.0	4.75	6.97
32.5	5.76	7.85
35.0	7.03	8.98
37.5	8.68	10.26
40.0	10.65	11.95
42.5	13.79	14.13

FIGURA 33 : FATORES DE CAPACIDADE DE CARGA LATERAL À SUPERFÍCIE (BRINCH HANSEN, 1961)

## 6. MÉTODO DE DAVISSON

DAVISSON (1970) apresenta soluções adimensionais para o problema de estacas solicitadas por cargas laterais e momentos, considerando que as argilas pré-adensadas tem módulo de reação constante com a profundidade ou que exibem uma variação em degrau, e que as areias tem módulo de reação linearmente crescente com a profundidade.

### 6.1 - Solos Coesivos

As soluções adimensionais para deslocamento e para momento com a profundidade para valores constantes de K e também para uma variação em degrau de K podem ser obtidas através da Figura 34. Segundo o autor, a hipótese de que o solo, na profundidade  $0,4 R$ , tem um módulo igual a  $0,5 K$  (variação em degrau, Figura 3) é uma aproximação melhor para solos coesivos pré-adensados do que considerar K constante.

### 6.2 - Solos Não-Coesivos

Para o caso em que  $K = n_h z$ , a Figura 35 fornece, em função da profundidade relativa, valores do coeficiente adimensional para o deslocamento devido à aplicação da carga horizontal  $P_H$ ; isto para várias condições de  $L/T$ . Pode-se observar que para  $L/T = 2$  os deslocamentos são devidos essencialmente a uma rotação (estaca relativamente rígida), enquanto que para  $L/T = 4, 5$  ou  $10$  os deslocamentos são praticamente os mesmos e são devidos à flexão.

Como o engastamento na cabeça da estaca influencia fortemente os deslocamentos e também os momentos, o autor define um fator de engastamento

$$F = \frac{M_0}{P_H T}$$

para descrever a condição de engaste na cabeça da estaca.

Um valor de  $F = 0$  corresponde ao caso de estaca com cabeça livre e um valor de  $F = -0,93$  corresponde à condição de cabeça rigidamente engastada. Segundo a experiência do autor, para os casos reais de blocos sobre estacas, a condição de engastamento que se desenvolve é aproximadamente  $F = -0,4$  a  $-0,5$ . Na Figura 36, são mostrados os coeficientes adimensionais de momento em função da profundidade relativa: pode-se observar que na condição de cabeça livre o momento máximo ocorre na profundidade  $z = 1,35 T$ ; para cabeça engastada o momento máximo ocorre na cabeça da estaca; e para os valores práticos de  $F = -0,4$  a  $-0,5$  os momentos positivos e negativos são aproximadamente iguais.

Na Figura 37, são mostrados, de modo semelhante, os deslocamentos adimensionais em função da profundidade relativa.

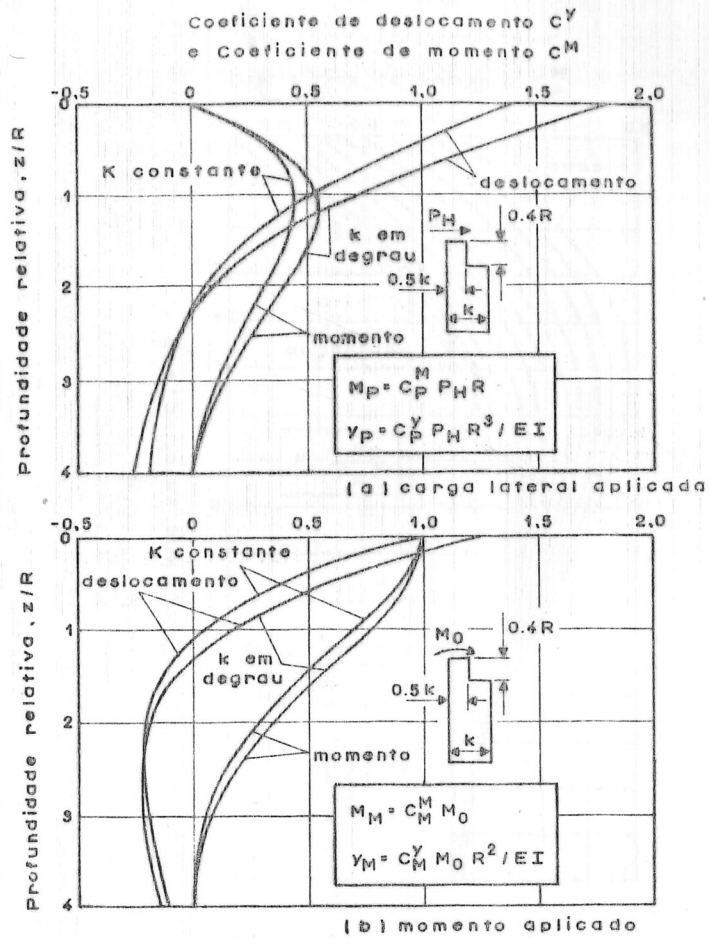


Figura 34 : Deslocamento e momento x profundidade (solos coesivos)

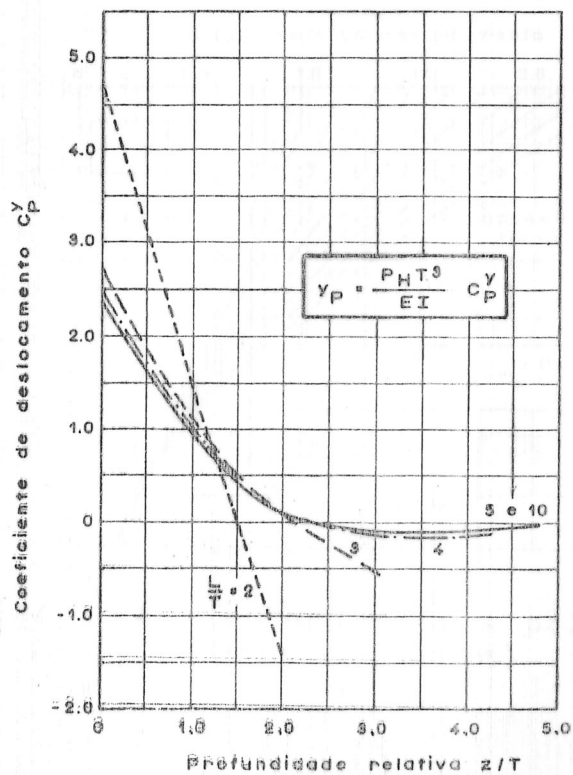


Figura 35 : Deslocamento x profundidade (solos não-coesivos)

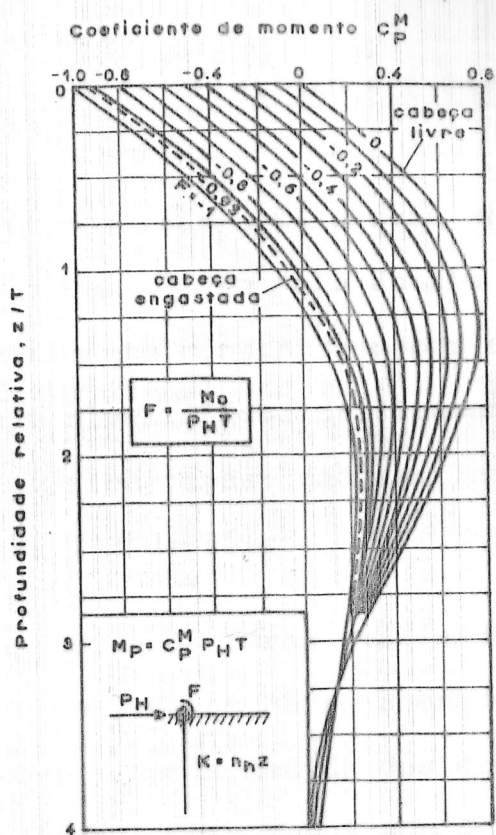


Figura 36 : Momento x profundidade (solos não-coesivos)

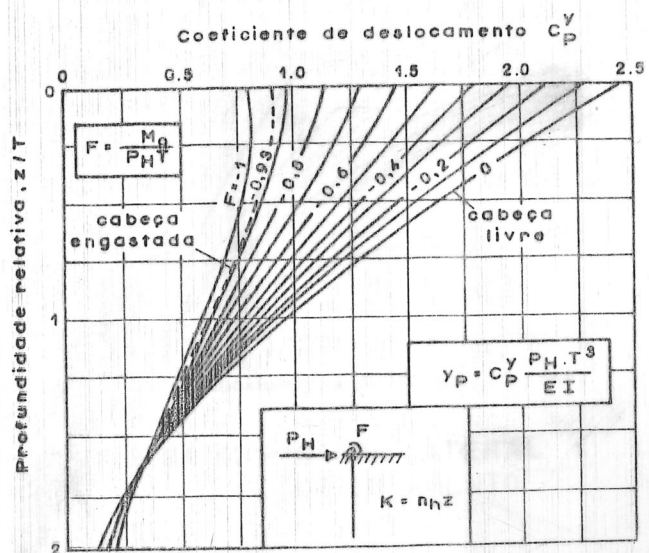


Figura 37 : Deslocamento x profundidade (solos não-coesivos)

#### IV. TRABALHO DE ALIZADEH E DAVISSON (1970)

Os autores analisam 11 provas de carga lateral ensaiadas em "Lock and Dam 4", no Vale do Rio Arkansas (USA). O subsolo é essencialmente constituído por areia fina a média e areia siltosa; e o nível d'água praticamente na superfície. As estacas eram de vários tipos: madeira, concreto protendido, tubo metálico e perfil H metálico.

As provas de carga foram realizadas com a aplicação, à superfície do terreno, de um carregamento normal ao eixo das estacas, em estágios; e com a medida dos correspondentes deslocamentos à superfície. Como resultado dos ensaios foram -  
construídos os gráficos mostrados na Figura 40.

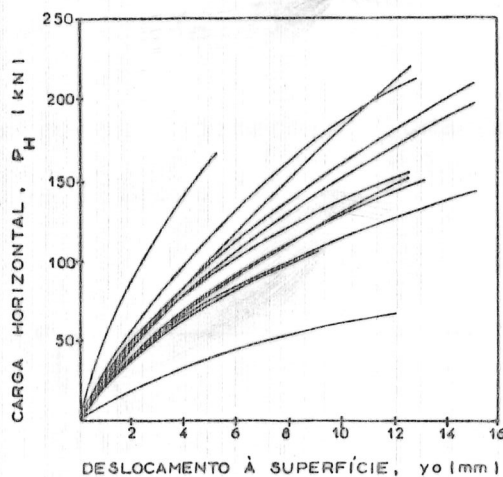


FIGURA 40 - CARGA LATERAL x DESLOCAMENTO

Em seguida, os resultados das provas de carga são analisados por meio das expressões teóricas e dos coeficientes adimensionais de MATLOCK e REESE (1961), admitindo uma distribuição triangular do módulo de reação horizontal do solo - com a profundidade,  $K = n_h z$ .

Devido à aplicação da carga horizontal  $P_H$ , à superfície, obtêm-se um deslocamento  $y_O$ , à superfície, dado pela expressão:

$$y_O = 2,435 P_H \frac{T^3}{EI}$$

onde  $T$  é o fator de rigidez relativa definido como

$$T = \sqrt[5]{\frac{EI}{n_h}}$$

Combinando estas duas equações, pode-se, então, expressar a constante de reação horizontal  $n_h$  em função dos valores de  $P_H$  e  $y_O$  obtidos em prova de carga

$$n_h = \frac{4,41 P_H^{5/3}}{y_O^{5/3} (EI)^{2/3}}$$

Assim, os autores podem determinar uma curva  $n_h \times y_O$  para cada prova de carga (Figura 41).

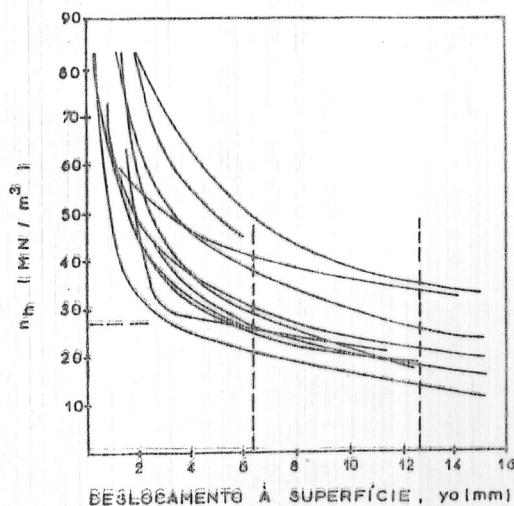


FIGURA 41 - CONSTANTE DE REAÇÃO X DESLOCAMENTO

Segundo ALIZADEH e DAVISSON, um único valor de  $n_h$  não pode ser obtido por causa das características não lineares da curva carga x deslocamento. Para deslocamentos inferiores a 6,35mm (1/4"),  $n_h$  é fortemente dependente do deslocamento, mas para deslocamentos mais elevados  $n_h$  é relativamente insensível com o deslocamento. Com base nestas constatações, os autores recomendam, em projetos, ignorar os valores de  $n_h$  extremamente altos para pequenos deslocamentos e se adotar um valor de  $n_h$  correspondente a um nível de deslocamento compreendido entre 6,35mm (1/4") e 12,70mm (1/2"). Note-se que as cargas horizontais que provocam deslocamentos da ordem de 12,70mm são significativamente maiores do que as cargas horizontais de trabalho geralmente utilizadas em projetos.

O mesmo estudo foi feito em dois outros locais do Vale do Rio Arkansas: "Lock and Dam 1" (6 ensaios) e "Lock and Dam 3" (20 ensaios), confirmando as conclusões anteriores.

## V. DADOS DE CAMAÇARI-BA

Neste capítulo são apresentados os dados referentes a seis provas de carga lateral ensaiadas em Camaçari-BA e às sondagens correspondentes.

### 1. PERFIL DO SUBSOLO

As condições do subsolo da área do Polo Petroquímico de Camaçari, município de Camaçari-BA, parecem ser bastante homogêneas. As sondagens de simples reconhecimento, que acompanham as provas de carga obtidas (Anexo I), mostram que o subsolo é essencialmente composto por areia fina e média, -siltosa.

Analisando estas sondagens, pode-se estabelecer um perfil típico (Figura 38), distinguindo-se três camadas distintas: uma camada superficial fofa, de espessura de cerca de 3m e de índice de resistência à penetração (SPT) médio de 2 golpes; uma camada intermediária, de compactação pouco a medianamente compacta, de espessura da ordem de 8m e índice de resistência à penetração médio de 10 golpes; e uma terceira camada, constituída de areia compacta a muito compacta, com valores de SPT de 35 golpes ou mais. Note-se que o nível d'água não foi alcançado.

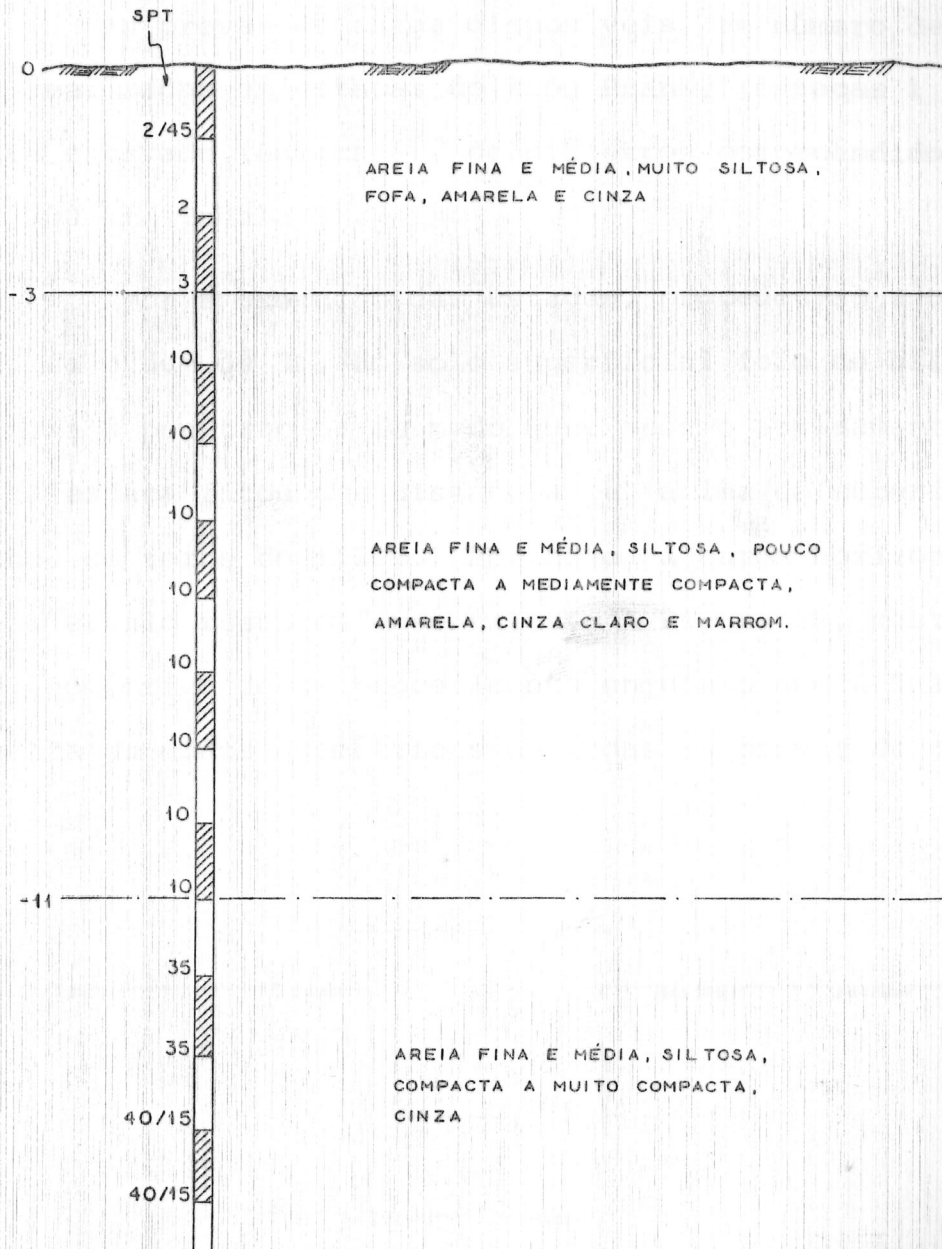


FIGURA 38 — PERFIL TÍPICO (CAMAÇARI-BA)

## 2. PROVAS DE CARGA HORIZONTAL

As provas de carga disponíveis, em número de 6 (seis), foram realizadas em estacas do tipo Franki (estacas 1 a 5) e do tipo escavado (estaca 6), de diâmetros compreendidos entre 400 e 700 mm (Tabela 9).

Após a execução das estacas, procedeu-se a uma escavação, da ordem de 3m, do solo superficial fofo de baixa resistência à penetração; de modo que, após o arrasamento, a cabeça da estaca ficou uma distância  $e$  acima da superfície do terreno, em torno de 1,20m. Portanto, a carga horizontal aplicada no ensaio resultou "excêntrica". A Figura 39, mostra o esquema geométrico deste procedimento enquanto que a Tabela 9 apresenta os dados geométricos de todas as provas de carga.

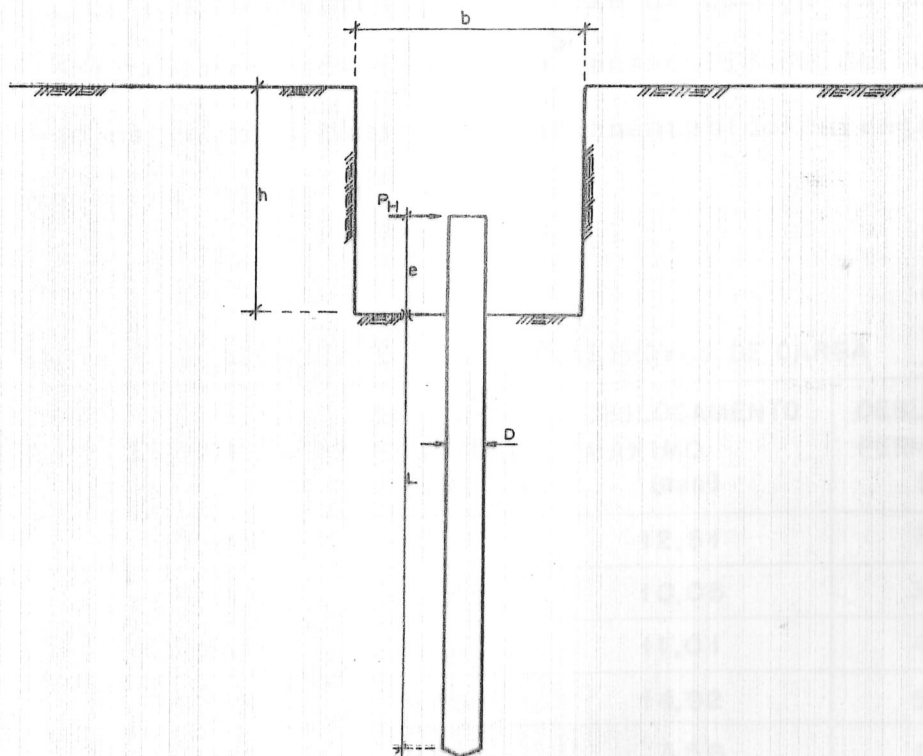


FIGURA 39 — GEOMETRIA DAS ESTACAS ENSAIADAS

TABELA 09 - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DAS PROVAS

PROVA DE CARGA Nº	D (mm)	h (m)	b (m)	e (m)	L (m)
1	400	2,65	2,00	0,90	4,60
2	400	2,90	1,70	1,00	7,80
3	520	2,00	3,20	1,40	7,10
4	520	3,70	3,20	1,30	5,50
5	520	3,50	3,20	1,20	6,90
6	700	4,40	3,20	0,70	11,20

As cargas horizontais foram aplicadas (na cabeça da estaca) em estágios de 20% da carga horizontal de trabalho estimada, através de macaco hidráulico reagindo contra o terreno vizinho. As cargas máximas de ensaio atingiram 52,5 kN (estacas 1 e 2) e 97,5 kN (estacas 3 a 6).

Os deslocamentos horizontais da cabeça da estaca foram medidos por extensômetros, com sensibilidade de 0,01 mm, obtendo-se os valores máximos e permanentes (descarregamento) apresentados na Tabela 10.

TABELA 10 - CARGA E DESLOCAMENTO MÁXIMOS DAS PROVAS DE CARGA

PROVA DE CARGA Nº	ESTACA TIPO	CARGA MÁXIMA (kN)	DESLOCAMENTO MÁXIMO (mm)	DESLOCAMENTO PERMANENTE (mm)
1	FRANKI	52,5	12,51	7,78
2	FRANKI	52,5	10,05	3,41
3	FRANKI	97,5	11,01	4,03
4	FRANKI	97,5	14,92	5,06
5	FRANKI	97,5	3,58	1,44
6	ESCAVADO	97,5	5,96	2,91

## VI. ANÁLISE DAS PROVAS DE CARGA DE CAMAÇARI

Neste trabalho pretende-se generalizar o estudo de ALIZADEH e DAVISSON (1970) para o caso em que o ponto de aplicação da carga horizontal está acima da superfície do terreno.

Tem-se como objetivo principal, a determinação do intervalo de deslocamentos que caracteriza o parâmetro  $n_h$ , para as condições peculiares das provas de carga de Camaçari.

### 1. DETERMINAÇÃO DE $y_0$

Devido ao procedimento utilizado nos ensaios de Camaçari foram medidos os deslocamentos  $y_t$  da cabeça da estaca que estava situada acima da superfície do terreno (após a escavação).

Então, faz-se necessária a obtenção dos correspondentes deslocamentos  $y_0$  à superfície (Figura 42).

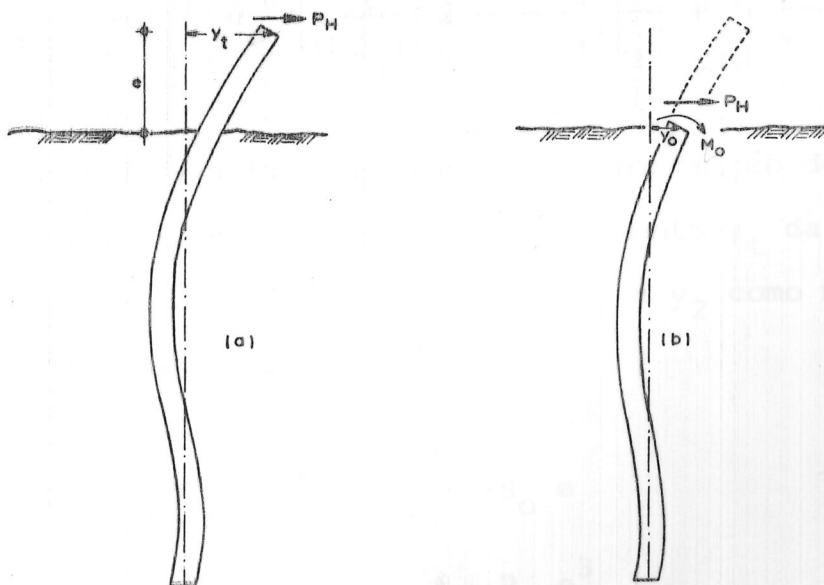


FIGURA 42 - DESLOCAMENTOS  $y_t$  e  $y_0$  (ACIMA E À SUPERFÍCIE, RESPECTIVAMENTE)

Para isso, serão empregados dois métodos diferentes:

1.1 - Método A: Considera-se a hipótese de que a estaca estaria engastada a uma profundidade  $L_f$  a partir da superfície do terreno (figuras 43a e 43b). Igualando-se o deslocamento  $y_t$  da cabeça da estaca obtido na prova de carga (condição real) com a flecha calculada pela Resistência dos Materiais para uma estaca de comprimento  $e + L_f$  engastada na ponta (condição equivalente), pode-se determinar a profundidade de engastamento  $L_f$ :

$$y_t = \frac{P_H (e + L_f)^3}{3 EI} \rightarrow L_f = \sqrt[3]{\frac{3 EI y_t}{P_H}} - e$$

e, em seguida, o deslocamento  $y_o$  à superfície do terreno:

$$y_o = \frac{P_H (e + L_f)^3}{6 EI} \left[ 2 - \frac{3e}{e + L_f} + \left( \frac{e}{e + L_f} \right)^3 \right]$$

$$\text{ou } y_o = \frac{y_t}{2} \left[ 2 - \frac{3e}{e + L_f} + \left( \frac{e}{e + L_f} \right)^3 \right]$$

1.2 - Método B: Adaptando-se a proposição de KOCSIS (1971), pode-se decompor o deslocamento  $y_t$  da cabeça da estaca em três parcelas  $y_o$ ,  $y_1$  e  $y_2$  como mostram as Figuras 43a e 43c, onde:

$$y_1 = -S_o e$$

$$y_2 = \frac{P_H e^3}{3 EI}$$

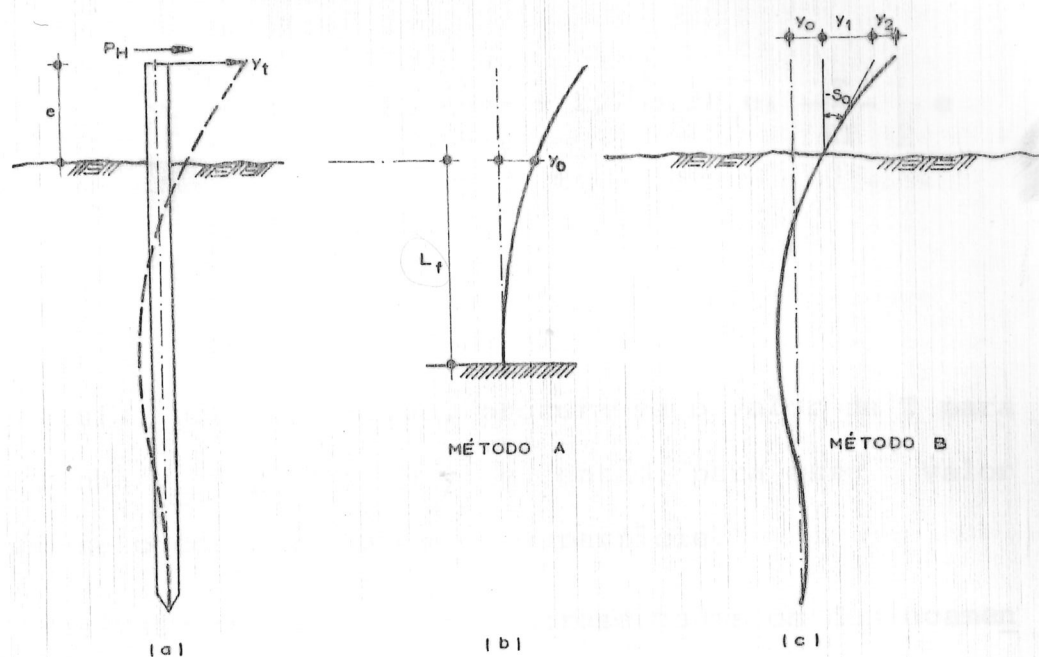


FIGURA 43 - DETERMINAÇÃO DO DESLOCAMENTO  $y_0$  À SUPERFÍCIE

aproximadamente. Com a utilização das expressões e coeficientes adimensionais de MATLOCK e REESE (1961), tem-se que:

$$y_0 = 2,435 P_H \frac{T^3}{EI} + 1,623 M_0 \frac{T^2}{EI}$$

$$e \quad s_0 = -1,623 P_H \frac{T^2}{EI} - 1,750 M_0 \frac{T}{EI}$$

Portanto o deslocamento  $y_t$  da cabeça da estaca seria:

$$y_t = y_0 + y_1 + y_2$$

com

$$y_0 = 2,435 P_H \frac{T^3}{EI} + 1,623 (P_H e) \frac{T^2}{EI}$$

$$y_1 = \left[ 1,623 P_H \frac{T^2}{EI} + 1,750 (P_H e) \frac{T}{EI} \right] \cdot e$$

$$y_2 = \frac{P_H e^3}{3EI}$$

Assim, por tentativas, procura-se o valor de T para o qual se tenha  $y_t = y_0 + y_1 + y_2$  e, então, para esse valor de T, obtém-se o deslocamento  $y_0$  à superfície.

Nas Tabelas 11 a 16, são apresentados os deslocamentos  $y_0$ , para cada estágio de carregamento, de todas as provas de carga, para os dois métodos empregados. Adotou-se o valor corrente de  $E = 25.000 \text{ MN/m}^2$  para o módulo de elasticidade de estaca tipo Franki.

Com os valores obtidos para  $y_0$  (Métodos A e B), pode-se construir um gráfico  $P_H \times y_0$  para cada prova de carga. Assim, nas Figuras 44 e 45, são apresentados os gráficos das provas de carga  $P_H \times y_t$  e os gráficos derivados  $P_H \times y_0$ , respectivamente.

FIGURA 44 - CARGA LATERAL E DESLOCAMENTO DE ESTACA DE CÂMARA DE CARGA DE CÂMARA

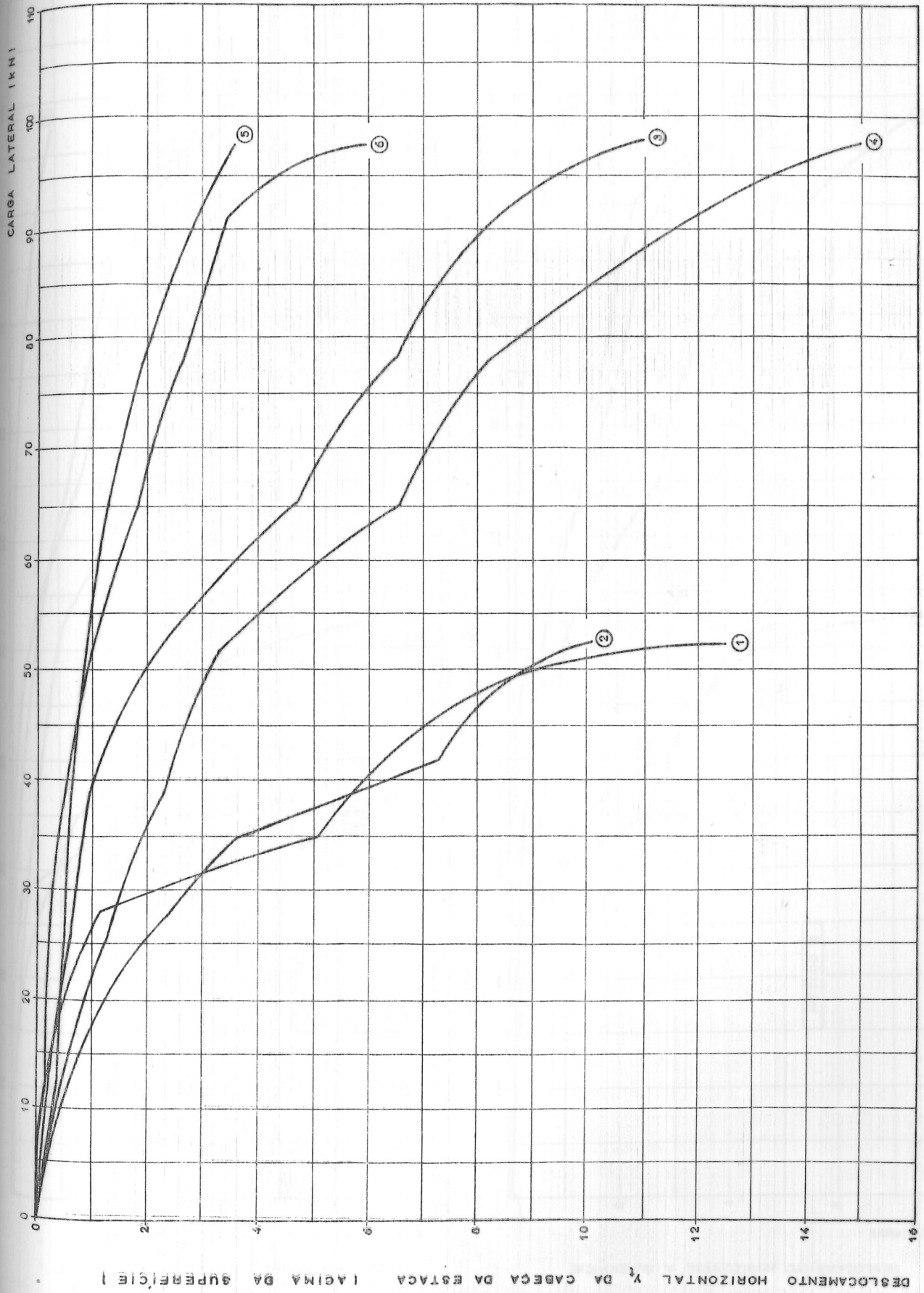


FIGURA 44 - CARGA LATERAL x DESLOCAMENTO HORIZONTAL DA CABECA DA ESTACA (PROVAS DE CARGA DE CAMAÇARI)

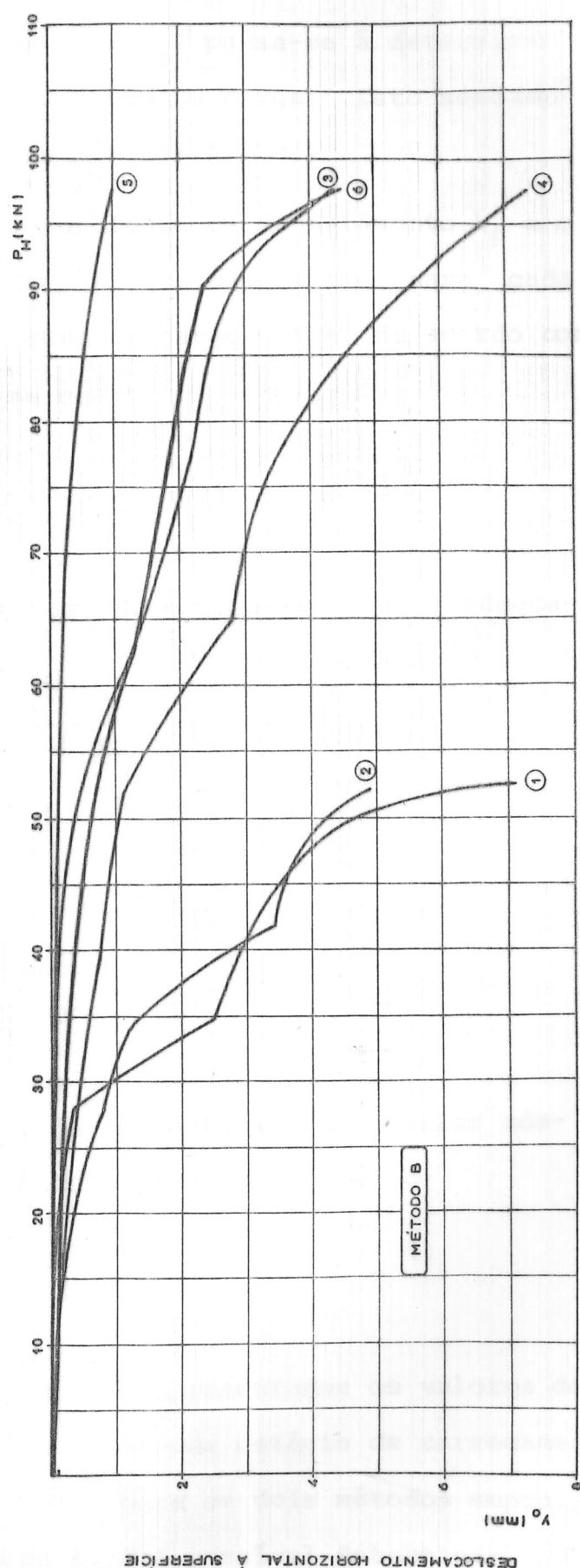
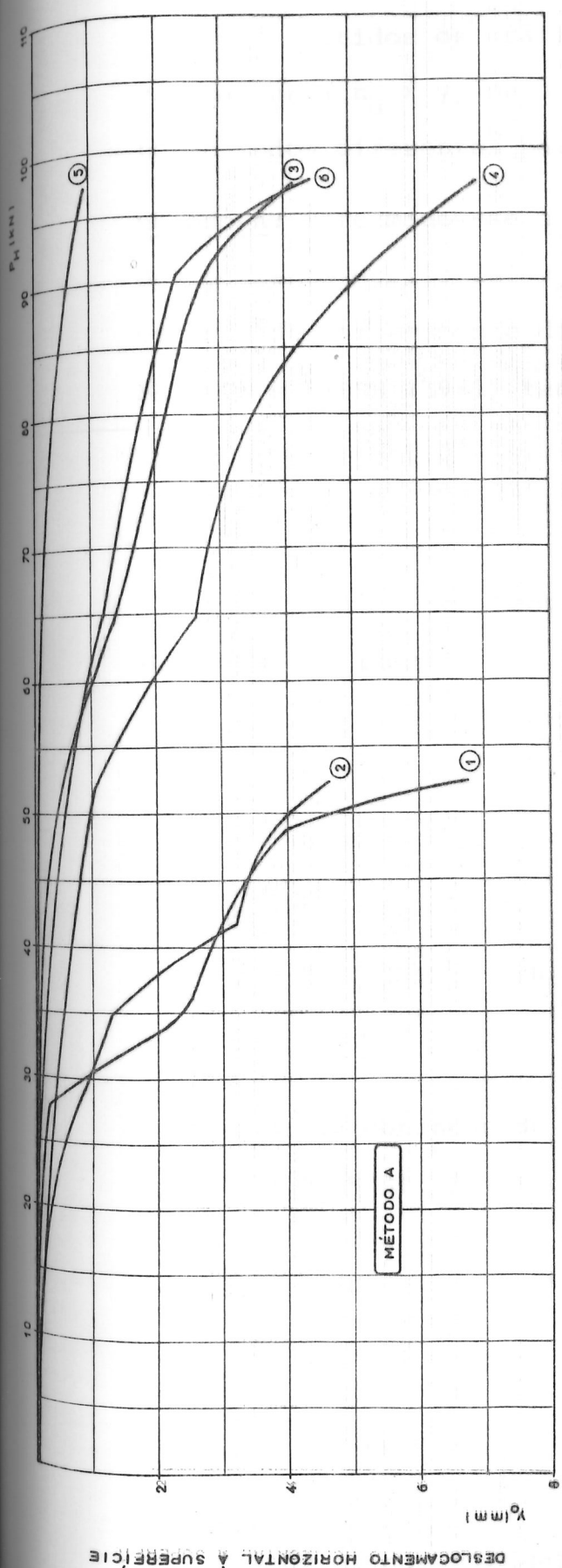


FIGURA 45 — GRÁFICOS DERIVADOS  $P_H \times y_0$  DAS PROVAS DE CARGA

## 2. DETERMINAÇÃO DE $n_h \times y_o$

Obtidos os gráficos  $P_H \times y_o$ , passa-se à determinação da curva  $n_h \times y_o$  para cada prova de carga. Isto será feito de modos diferentes para os métodos A e B.

Método A: Determinou-se a profundidade de engastamento  $L_f$  e o deslocamento horizontal  $y_o$  da estaca à superfície, para cada estágio de carregamento da prova de carga. Mas, de acordo com MATLOCK e RESSE (1961) tem-se que:

$$y_o = 2,345 P_H \frac{T^3}{EI} + 1,623 (P_H e) \frac{T^2}{EI}$$

Então, por tentativas, determina-se o valor adequado de T. E, como:

$$T = \sqrt[5]{\frac{EI}{n_h}}$$

chega-se a:

$$n_h = \frac{EI}{T^5}$$

Método B: Na obtenção de  $y_o$ , já foi determinado o valor adequado de T. Basta fazer o cálculo final de:

$$n_h = \frac{EI}{T^5}$$

Nas Tabelas 11 a 16, são apresentados os valores do parâmetro  $n_h$  em função de  $y_o$ , para cada estágio de carregamento, de todas as provas de carga, para os dois métodos empregados. Além disso, pelo método A, foi possível determinar os valores da profundidade de engastamento adimensional  $G_T = L_f/T$ , mostrados também nas Tabelas 11 a 16.

TABELA 11: DESLOCAMENTO  $y_0$  E CONSTANTE DE REAÇÃO  $\eta_h$   
(PROVA DE CARGA Nº 1)

$P_H$ (kN)	$y_t$ (mm)	MÉTODO A					MÉTODO B				
		$L_f$ (m)	$y_0$ (mm)	T(m)	$\eta_h$ (MN/m <sup>3</sup> )	$G_T=L_f/T$	$y_2$ (mm)	T(m)	$y_1$ (mm)	$y_0$ (mm)	$\eta_h$ (MN/m <sup>3</sup> )
7,0	—										
14,0	0,24	0,27	0,02	0,15	435,945	1,84	0,11	0,15	0,11	0,02	359,223
21,0	0,60	0,49	0,10	0,27	23,758	1,85	0,16	0,27	0,33	0,11	20,552
28,0	1,13	0,66	0,26	0,36	5,535	1,86	0,22	0,36	0,63	0,28	4,853
35,0	5,14	1,50	2,39	0,79	99	1,89	0,27	0,81	2,35	2,52	89
42,0	6,34	1,52	2,97	0,81	93	1,89	0,32	0,82	2,88	3,13	83
49,0	8,25	1,61	4,01	0,85	70	1,89	0,38	0,87	3,65	4,22	63
52,5	12,51	1,92	6,73	1,01	30	1,90	0,41	1,03	5,04	7,06	27

TABELA 12: DESLOCAMENTO  $y_0$  E CONSTANTE DE REAÇÃO  $n_h$   
(PROVA DE CARGA Nº 2)

$P_H$ (kN)	$y_t$ (mm)	MÉTODO A					MÉTODO B				
		$L_f$ (m)	$y_0$ (mm)	T (m)	$n_h$ (MN/m <sup>3</sup> )	$G_f = L_f / T$	$y_2$ (mm)	T (m)	$y_1$ (mm)	$y_0$ (mm)	$n_h$ (MN/m <sup>3</sup> )
7,0	0,30	0,59	0,05	0,32	9,317	1,85	0,07	0,33	0,17	0,06	8,259
14,0	0,66	0,64	0,13	0,35	6,186	1,85	0,15	0,36	0,37	0,14	5,475
21,0	1,20	0,75	0,26	0,40	2,908	1,86	0,22	0,42	0,67	0,30	2,533
28,0	2,39	1,00	0,75	0,54	709	1,87	0,30	0,55	1,29	0,80	625
35,0	3,53	1,12	1,22	0,60	419	1,88	0,37	0,61	1,87	1,29	369
42,0	7,28	1,54	3,20	0,81	88	1,89	0,45	0,83	3,45	3,38	79
49,0	8,44	1,53	3,70	0,81	89	1,89	0,52	0,83	4,01	3,91	80
52,5	10,05	1,62	4,58	0,86	67	1,89	0,56	0,88	4,65	4,84	60

TABELA 13: DESLOCAMENTO  $y_0$  E CONSTANTE DE REAÇÃO  $\eta_h$   
(PROVA DE CARGA Nº 3)

P <sub>H</sub> (kN)	y <sub>t</sub> (mm)	MÉTODO A					MÉTODO B				
		L <sub>f</sub> (m)	y <sub>0</sub> (mm)	T (m)	$\eta_h$ (MN/m <sup>3</sup> )	G <sub>f</sub> L <sub>f</sub> /T	y <sub>2</sub> (mm)	T (m)	y <sub>1</sub> (mm)	y <sub>0</sub> (mm)	$\eta_h$ (MN/m <sup>3</sup> )
13,0	0,20	0,21	0,00	0,11	5,732,353	1,88	0,13	0,12	0,06	0,01	4,341,747
26,0	0,60	0,44	0,05	0,24	116,808	1,84	0,27	0,25	0,28	0,05	99,093
39,0	0,95	0,47	0,08	0,26	78,778	1,83	0,40	0,26	0,46	0,09	69,474
52,0	2,25	0,87	0,43	0,47	4,032	1,86	0,53	0,48	1,26	0,46	3,499
65,0	4,70	1,29	1,36	0,69	574	1,87	0,66	0,71	2,58	1,45	504
78,0	6,50	1,42	2,06	0,76	358	1,87	0,80	0,78	3,51	2,19	315
91,0	8,30	1,51	2,77	0,80	268	1,88	0,93	0,82	4,43	2,94	237
97,5	11,01	1,72	4,10	0,92	140	1,88	0,99	0,94	5,66	4,35	124

TABELA 14: DESLOCAMENTO  $y_0$  E CONSTANTE DE REAÇÃO  $n_h$   
(PROVA DE CARGA Nº 4)

PH (kN)	$y_t$ (mm)	MÉTODO A					MÉTODO B				
		$L_f$ (m)	$y_0$ (mm)	T(m)	$n_h$ (MN/m <sup>3</sup> )	$G_T=L_f/T$	$y_2$ (mm)	T(m)	$y_1$ (mm)	$y_0$ (mm)	$n_h$ (MN/m <sup>3</sup> )
13,0	0,50	0,88	0,11	0,47	3,835	1,86	0,11	0,49	0,28	0,11	3,301
26,0	1,30	1,08	0,34	0,58	1,389	1,87	0,21	0,59	0,72	0,36	1,216
39,0	2,30	1,21	0,67	0,65	783	1,87	0,32	0,67	1,26	0,72	685
52,0	3,30	1,28	1,01	0,68	611	1,87	0,42	0,70	1,80	1,08	537
65,0	6,60	1,71	2,59	0,91	144	1,88	0,53	0,93	3,32	2,75	128
78,0	8,20	1,75	3,27	0,93	130	1,88	0,64	0,95	4,10	3,47	116
91,0	12,00	1,99	5,25	1,05	69	1,89	0,74	1,08	5,70	5,55	62
97,5	14,92	2,15	6,89	1,14	47	1,89	0,80	1,16	6,85	7,28	42

TABELA 15: DESLOCAMENTO  $y_0$  E CONSTANTE DE REAÇÃO  $n_h$   
(PROVA DE CARGA Nº 5)

P <sub>H</sub> (kN)	y <sub>g</sub> (mm)	MÉTODO A					MÉTODO B				
		L <sub>f</sub> (m)	y <sub>0</sub> (mm)	T (m)	n <sub>h</sub> (MN/m <sup>3</sup> )	G <sub>T</sub> =L <sub>f</sub> / T	y <sub>2</sub> (mm)	T (m)	y <sub>1</sub> (mm)	y <sub>0</sub> (mm)	n <sub>h</sub> (MN/m <sup>3</sup> )
13,0	0,35	0,74	0,07	0,39	9,480	1,87	0,08	0,41	0,20	0,07	7,985
26,0	0,50	0,53	0,06	0,29	45,681	1,84	0,17	0,30	0,27	0,07	39,322
39,0	0,60	0,41	0,05	0,22	166,871	1,83	0,25	0,23	0,29	0,06	147,237
52,0	0,90	0,47	0,10	0,26	81,209	1,83	0,33	0,26	0,46	0,10	71,140
65,0	1,29	0,55	0,17	0,30	38,909	1,85	0,42	0,31	0,69	0,18	33,650
78,0	1,90	0,67	0,32	0,36	14,335	1,85	0,50	0,37	1,05	0,35	12,407
91,0	2,88	0,84	0,63	0,45	4,717	1,86	0,58	0,47	1,62	0,68	4,100
97,5	3,58	0,95	0,89	0,51	2,667	1,86	0,63	0,52	2,00	0,95	2,325

TABELA 16: DESLOCAMENTO  $y_0$  E CONSTANTE DE REAÇÃO  $n_h$   
(PROVA DE CARGA Nº 6)

PH (kN)	$y_t$ (mm)	MÉTODO A					MÉTODO B				
		$L_f$ (m)	$y_0$ (mm)	T (m)	$n_h$ (MN/m <sup>3</sup> )	$G_T = L_f / T$	$y_2$ (mm)	T (m)	$y_1$ (mm)	$y_0$ (mm)	$n_h$ (MN/m <sup>3</sup> )
13,0	0,15	1,47	0,08	0,78	1,054	1,90	0,01	0,79	0,06	0,08	963
26,0	0,20	1,19	0,09	0,63	2,940	1,89	0,01	0,64	0,09	0,10	2,665
39,0	0,50	1,55	0,27	0,81	824	1,90	0,02	0,83	0,20	0,29	749
52,0	1,00	1,87	0,60	0,98	321	1,90	0,02	1,00	0,35	0,63	296
65,0	1,85	2,23	1,20	1,17	135	1,91	0,03	1,19	0,58	1,25	126
78,0	2,65	2,41	1,77	1,26	92	1,91	0,03	1,28	0,78	1,84	86
91,0	3,50	2,54	2,38	1,33	71	1,91	0,04	1,35	0,99	2,47	67
97,5	5,96	3,08	4,32	1,61	27	1,92	0,04	1,63	1,46	4,47	26

Para o cálculo de  $y_0$ ,  $n_h$  e dos demais valores apresentados nas Tabelas 11 a 16, foram elaborados dois programas para a máquina calculadora HP-34C, de uma maneira tal que também pudessem ser utilizados na HP-67 com pequenas adaptações.

Estes programas, referentes aos Métodos A e B, estão listados nos Apêndices A e B, respectivamente.

Finalmente, pode-se traçar a curva  $n_h \times y_0$  para cada prova de carga. Então, nas Figuras 46 e 47 são mostradas estas curvas, obtidas pelos Métodos A e B, respectivamente. Não consta a curva referente à prova de carga nº 5 devidos aos valores extremamente altos encontrados para  $n_h$ , conforme a Tabela 15.

A parte tracejada nestas figuras representa a extrapolação da prova de carga até 95% da carga de ruptura, o que será explicado no capítulo VII (item 1). Os valores de  $y_0$  as sinalados (4 e 8 mm) serão utilizados no item seguinte, enquanto que os correspondentes valores de  $n_h$  (25 e 145 MN/m<sup>3</sup>, respectivamente) e o valor médio  $n_h = 85$  MN/m<sup>3</sup> serão utilizados no capítulo VII (item 2).

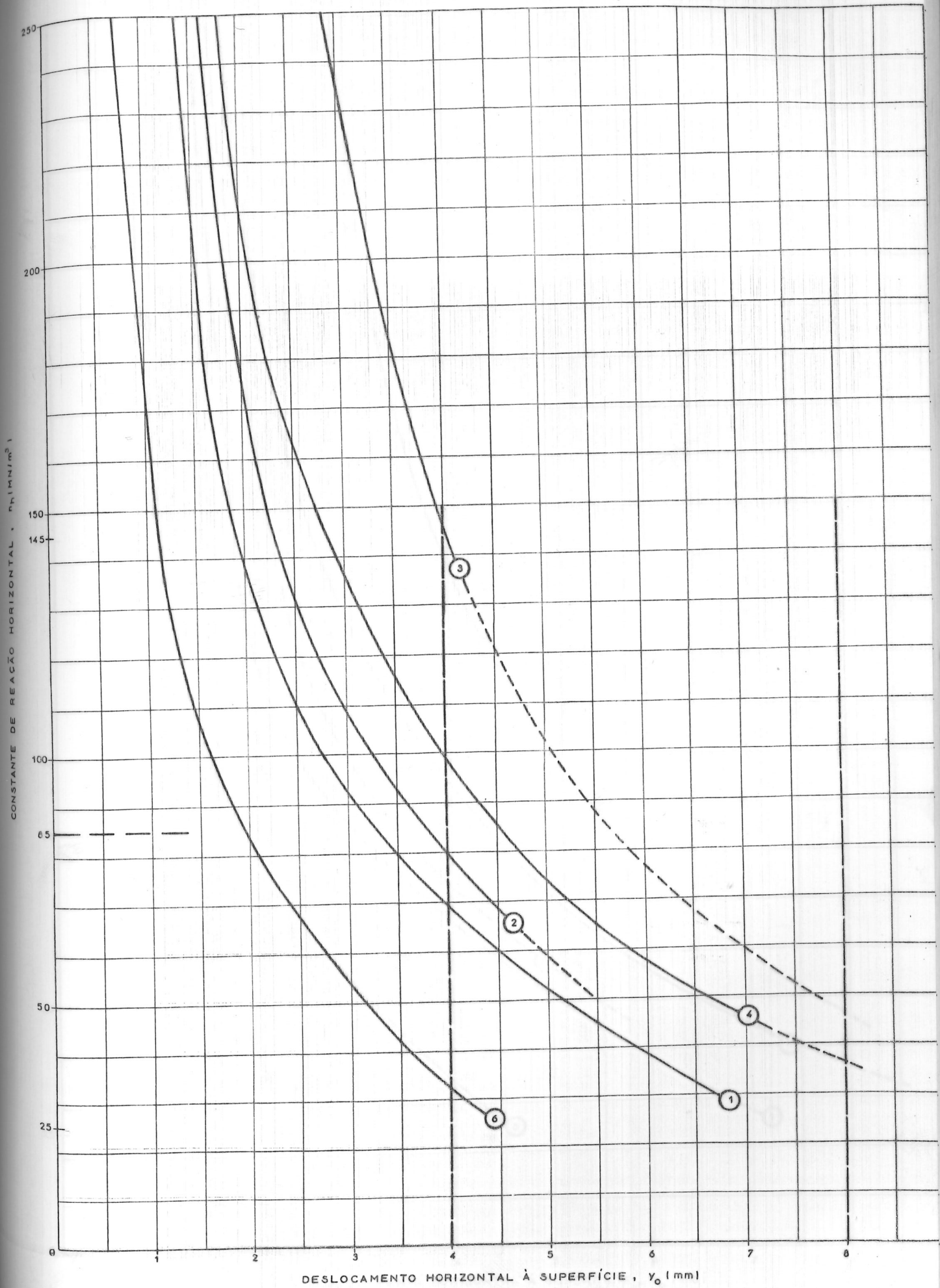


FIGURA 16 - CURVAS  $\rho_1 \times y_0$  (MÉTODO A)

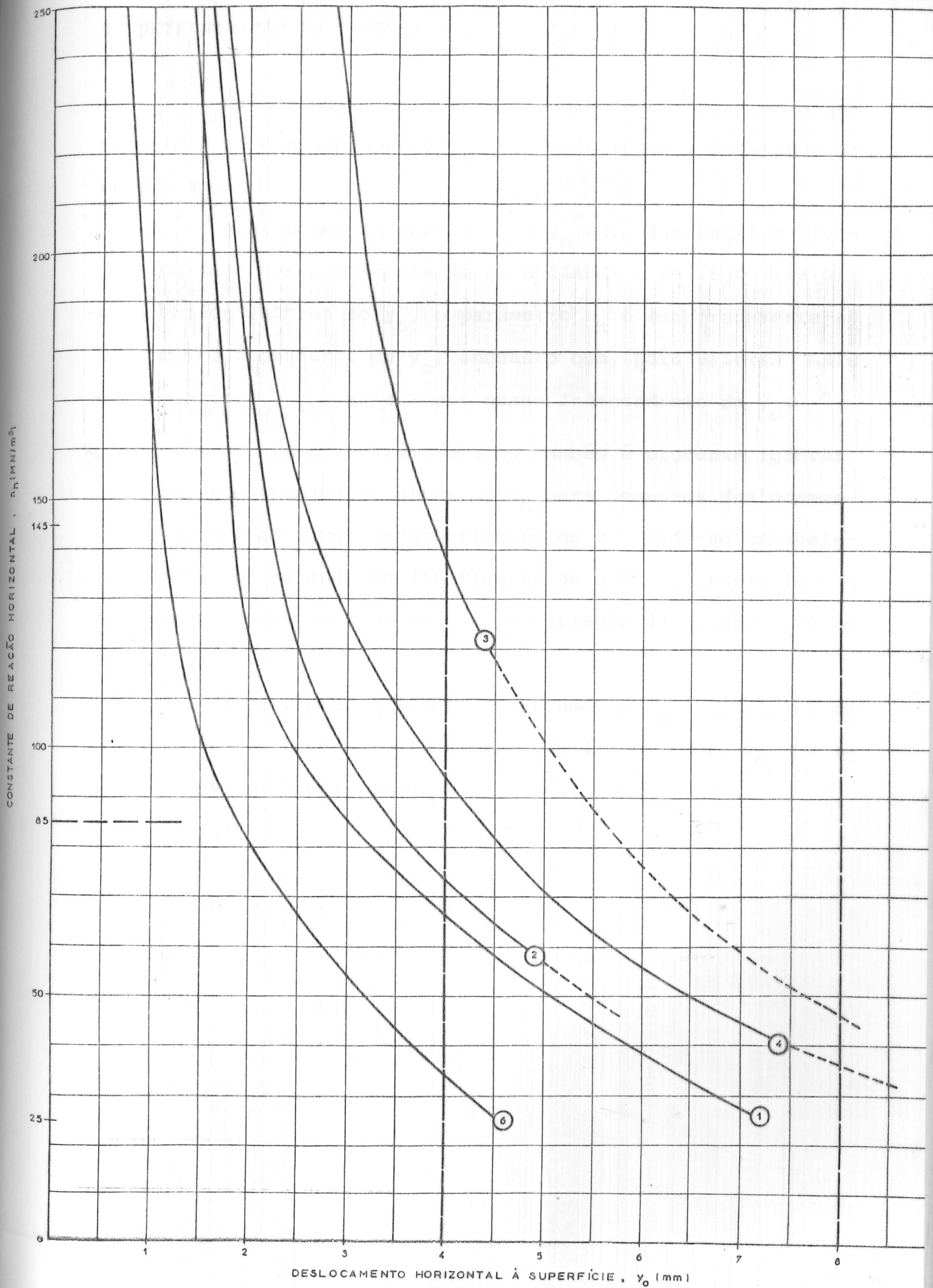


FIGURA 47 - CURVAS  $n_h \times y_0$  (MÉTODO B)

### 3. DETERMINAÇÃO DO INTERVALO DE $y_0$

Um dos objetivos deste trabalho é estabelecer o intervalo para o deslocamento  $y_0$  que caracteriza a constante de reação  $n_h$ .

Analisando as curvas  $n_h \times y_0$  das Figuras 46 e 47, - observa-se a mesma constatação de ALIZADEH e DAVISSON (1970): para baixos valores de  $y_0$ , o parâmetro  $n_h$  é exageradamente alto e muito dependente de  $y_0$ ; enquanto que, para valores mais elevados de  $y_0$ ,  $n_h$  passa a ser quase independente de  $y_0$ .

Por isso, neste trabalho também é prudente ignorar os valores extremamente altos de  $n_h$  para pequenos deslocamentos. Quanto ao nível característico de  $y_0$ , pode-se estabelecer, com base na análise das Figuras 46 e 47, o intervalo compreendido entre 4 e 8mm, no qual a variação de  $n_h$  com  $y_0$  é pequena.

Assim, para a adoção do parâmetro  $n_h$  em projeto, recomenda-se inicialmente o intervalo de 4 a 8mm para  $y_0$ . Em seguida, isto será comprovado.

### VII. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

No intervalo estabelecido para  $y_0$ , de 4 a 8mm, o parâmetro  $n_h$  varia de 25 a 145 MN/m<sup>3</sup> (Figuras 46 e 47). Então, para se comprovar estes valores, serão calculados os deslocamentos  $y_0$  pelos métodos vistos na teoria de reação horizontal do solo e comparados com as curvas  $P_H \times Y_0$ .

Entretanto, como as provas de carga não foram levadas até a ruptura, é preferível antes fazer uma uniformização dos ensaios.

#### 1. CARGA DE RUPTURA

Através da determinação da carga de ruptura ( $P_R$ ) pelo método de VAN DER VEEN (1953), notou-se que as provas de carga que mais se aproximaram da ruptura foram as de nº 1 e 6, atingindo 95% de  $P_R$ ; então as demais curvas também foram extrapoladas até este nível de carregamento. Na Tabela 17, estão mostrados a carga de ruptura calculada para cada prova de carga e o valor extrapolado do deslocamento  $y_t$  correspondente à carga de  $0,95 P_H$  para as provas de carga de nº 2 a 5.

TABELA 17 - CARGA DE RUPTURA ( $P_R$ ) E DESLOCAMENTO ( $y_t$ ) CORRESPONDENTE À CARGA DE  $0,95 P_R$

PROVA DE CARGA Nº	$P_{max}$ (kN)	$P_R$ (kN)	$P_{max}/P_R$	$0,95 P_R$ (kN)	$y_t$ (mm)
1	52,5	55,0	95%		
2	52,5	57,5	91%	54,5	11,57
3	97,5	115,0	85%	109,5	17,87
4	97,5	105,0	93%	100,0	17,04
5	97,5	110,0	89%	104,5	5,12
6	97,5	102,5	95%		

Além disso, observou-se também que nas provas de carga nºs 3 e 6 o penúltimo estágio de carregamento não foi completado. Então, através da determinação da curva teórica de VAN DER VEEN, isto foi corrigido, obtendo-se  $y_t = 9,05$  mm e  $y_t = 4,21$  mm, respectivamente (no Apêndice C, é mostrada a curva teórica de VAN DER VEEN ajustada a cada prova de carga, bem como a respectiva expressão analítica).

Assim, as Figuras 49 a 54 (traço maior) mostram as curvas  $P_H \times y_t$  das provas de carga, sendo as curvas 2 a 5 extrapoladas até 95% de  $P_R$  e as curvas 3 e 6 corrigidas no penúltimo estágio. Ainda nas Figuras 49 a 54 são mostradas as curvas derivadas  $P_H \times y_o$  obtidas pelos Métodos A (traço contínuo) e B (linha tracejada) respectivamente; estes gráficos também foram extrapolados e ou corrigidos no penúltimo estágio.

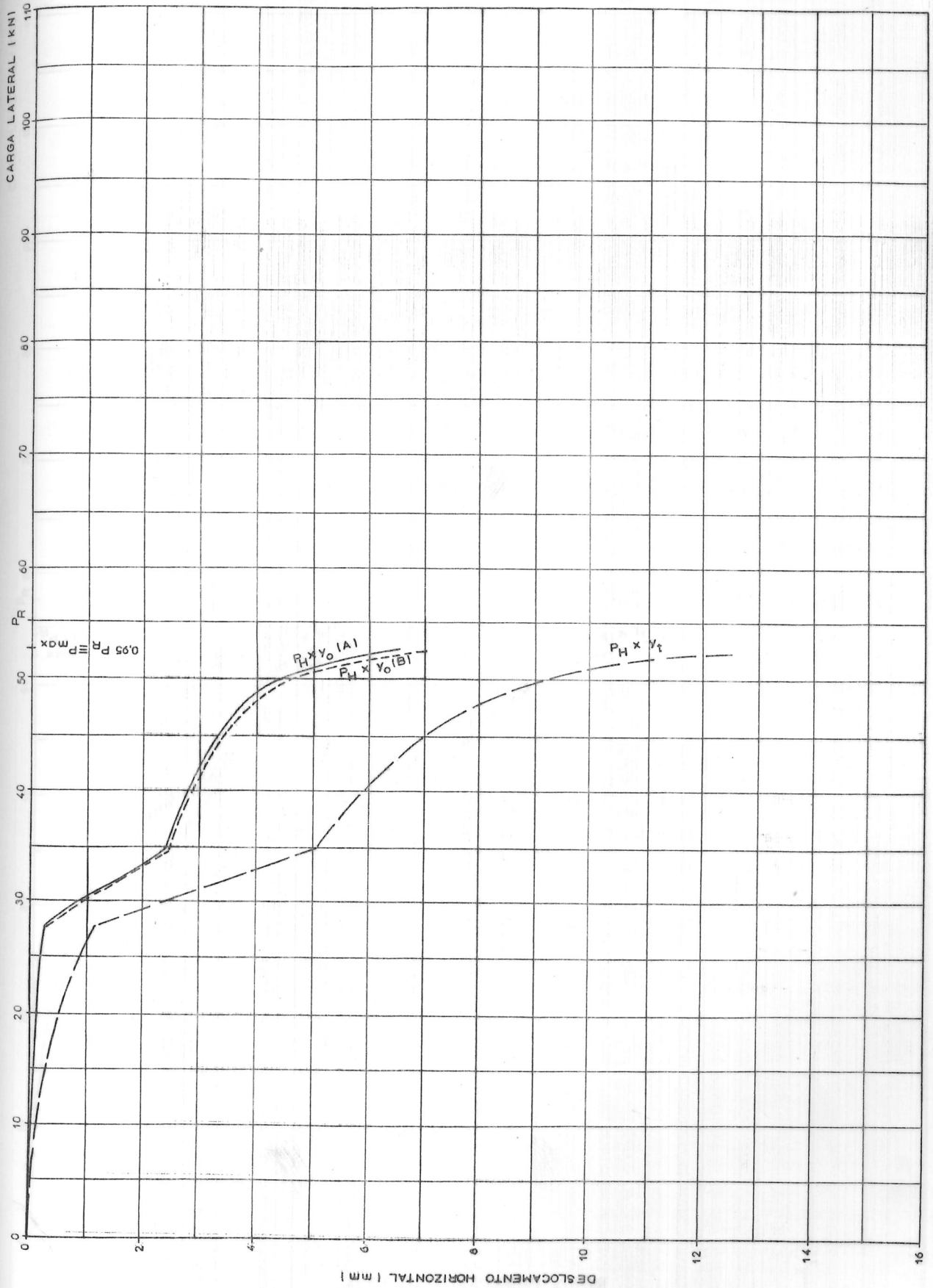


FIGURA 49 - PROVA DE CARGA Nº 1 - CURVA  $P_H \times y_t$  E CURVAS DERIVADAS  $P_H \times y_0$  - MÉTODOS A e B

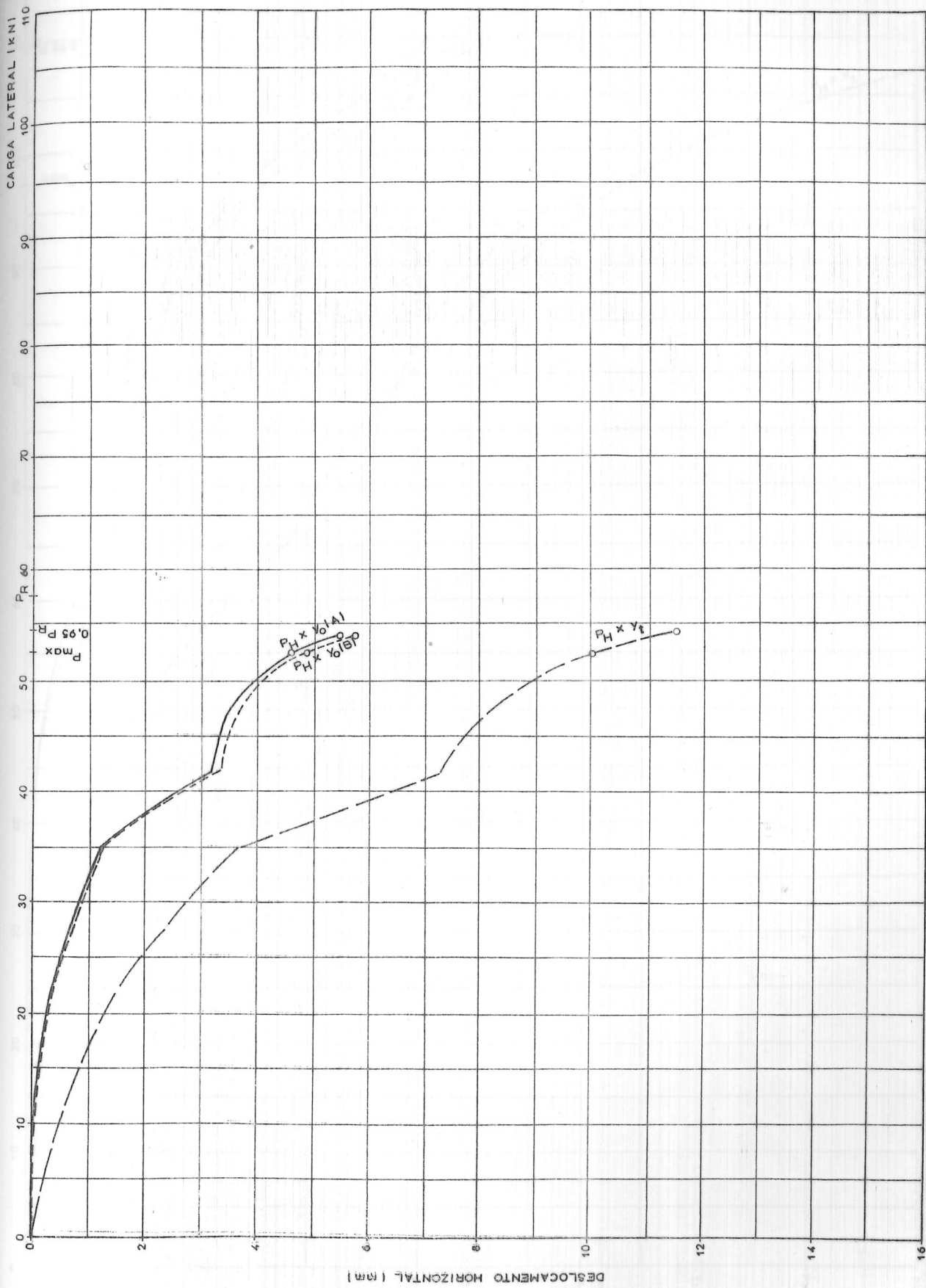


FIGURA 50 - PROVA DE CARGA Nº 2 : CURVA  $P_H \times y_1$  E CURVAS DERIVADAS  $P_H \times y_0$  - MÉTODOS A e B (EXTRAPOLADAS ATÉ  $0.95 P_R$ )

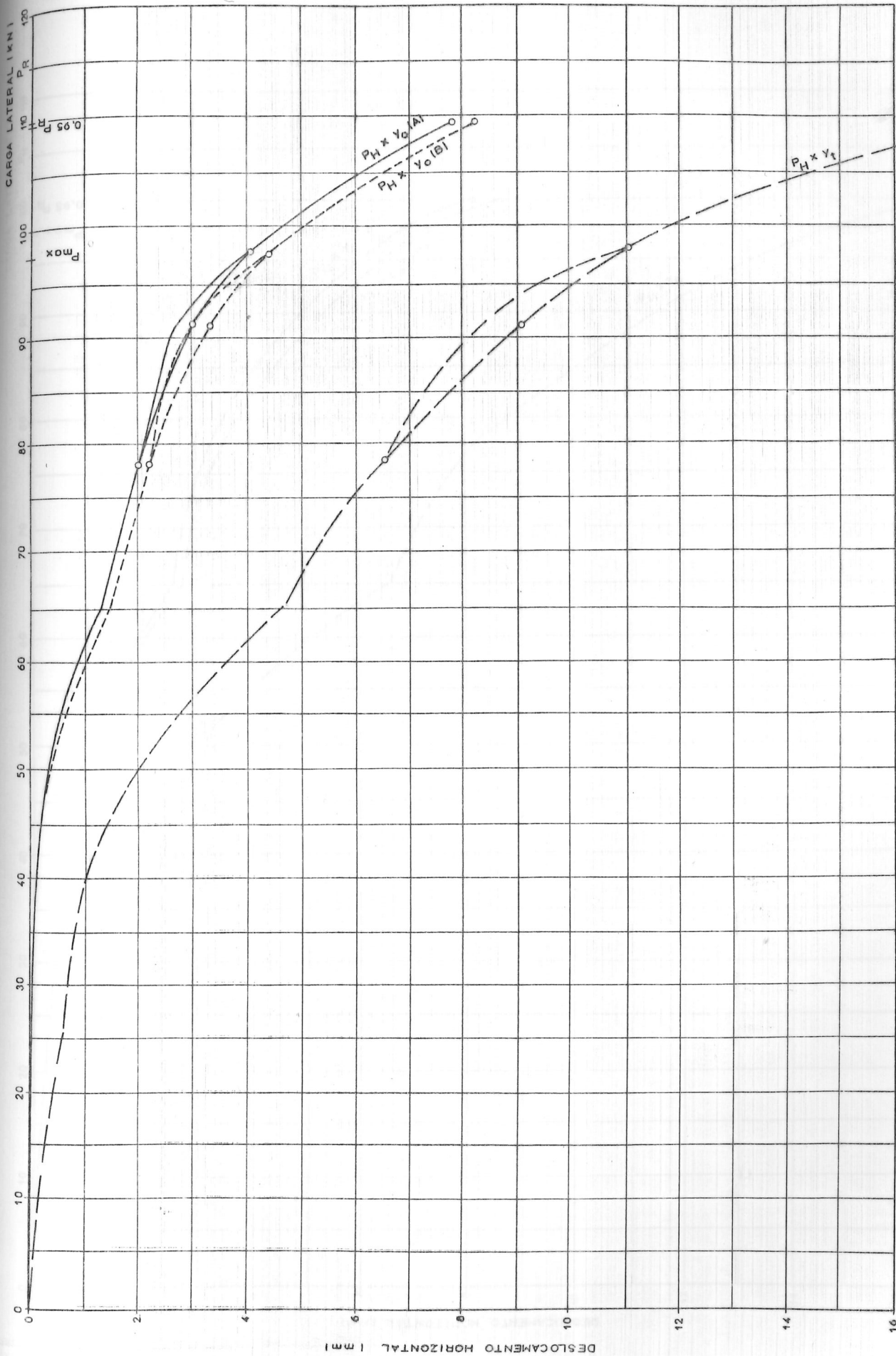


FIGURA 51 - PROVA DE CARGA Nº 3 : CURVA  $P_H \times y_t$  E CURVAS DERIVADAS  $P_H \times y_0$  - MÉTODOS A e B (EXTRAPOLADAS ATÉ  $0,95 P_R$  e CORRIGIDAS NO PENÚLTIMO ESTÁGIO)

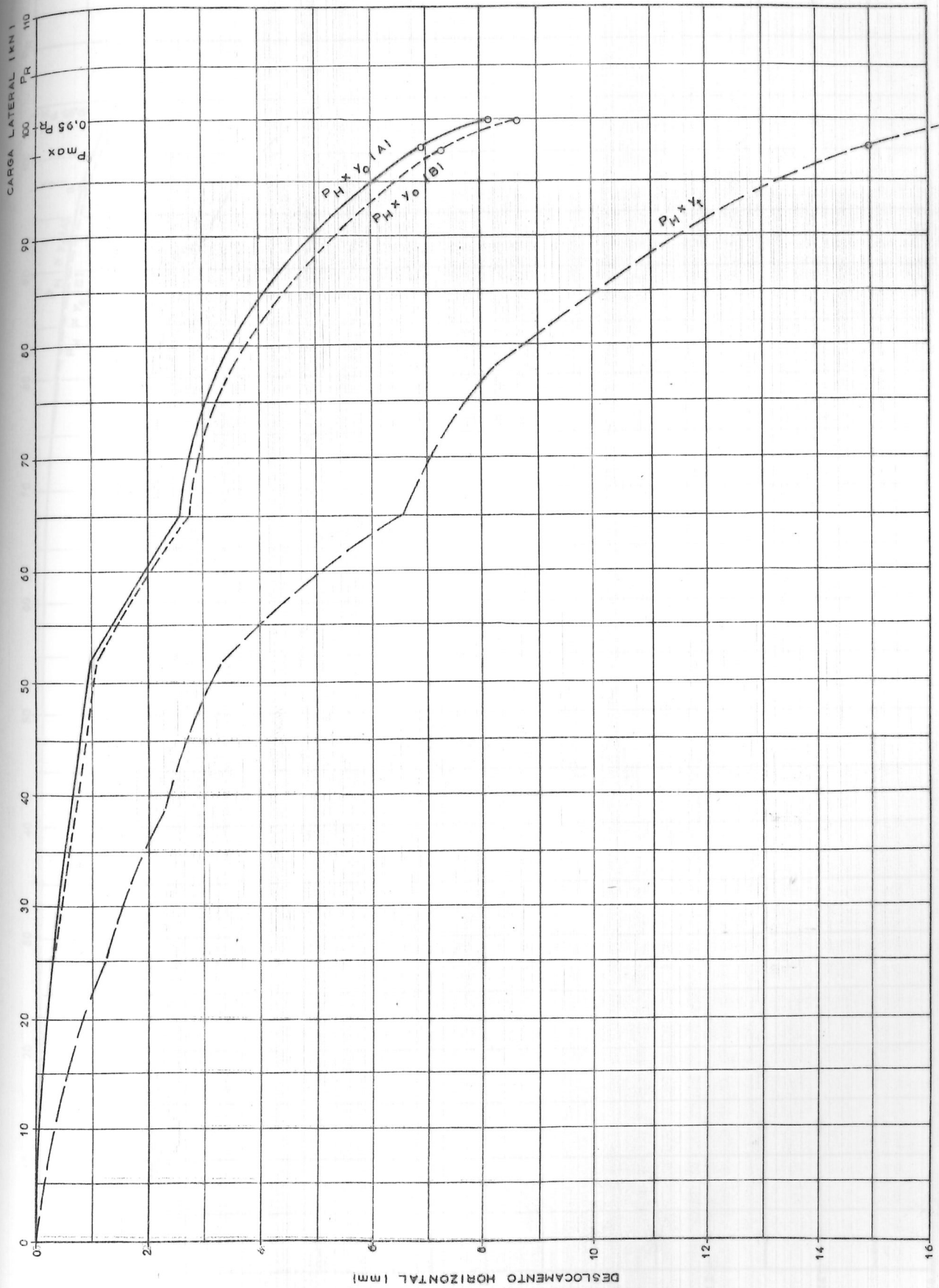


FIGURA 52 - PROVA DE CARGA Nº 4 : CURVA  $P_H \times Y_0$  E CURVAS DERIVADAS  $P_H \times Y_0$  - MÉTODOS A e B (EXTRAPOLADAS ATÉ 0,95 PR)

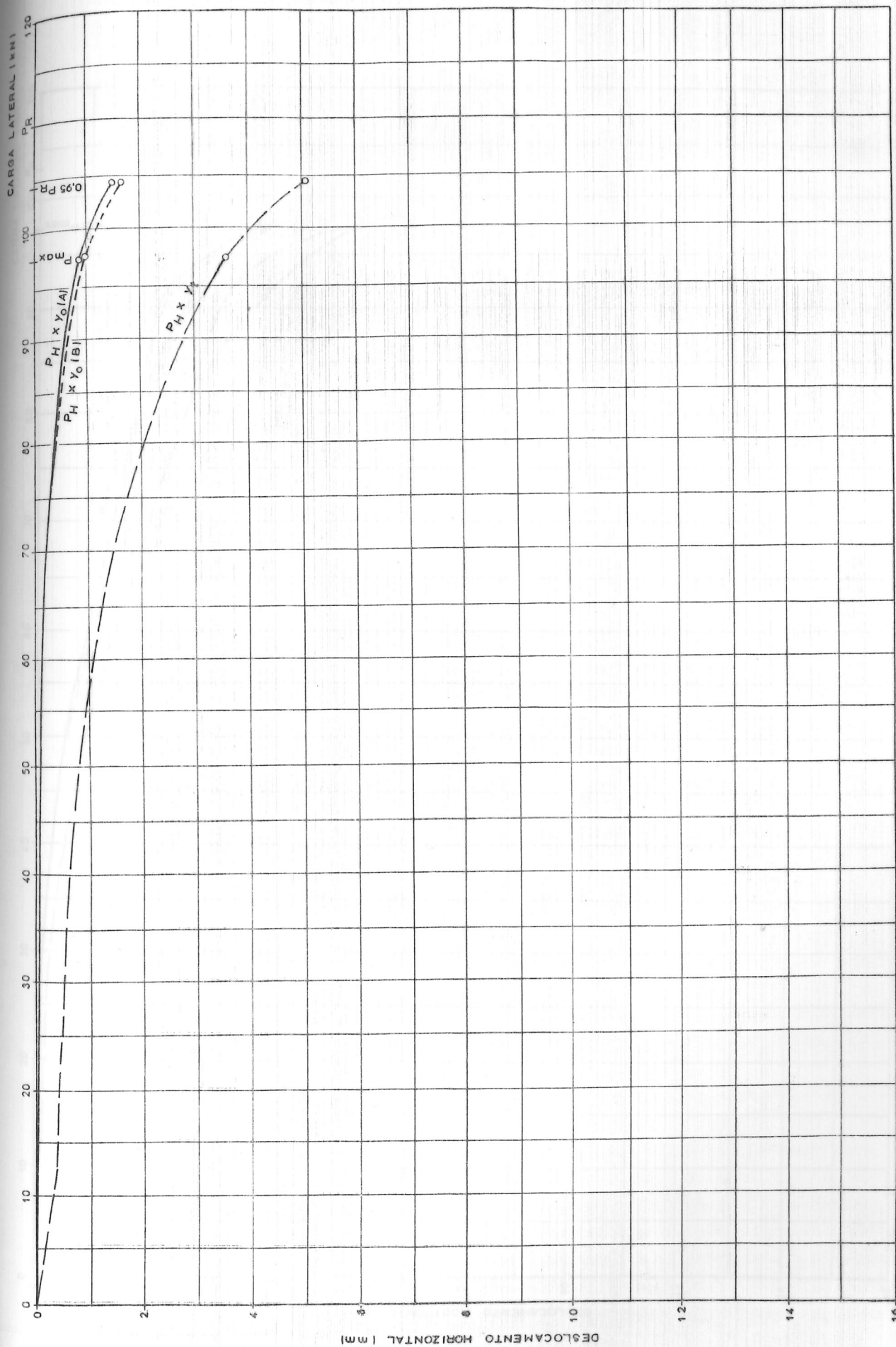


FIGURA 53 - PROVA DE CARGA Nº 5 : CURVA  $P_H \times Y_t$  E CURVAS DERIVADAS  $P_H \times Y_0$  - MÉTODOS A e B  
(EXTRAPOLADAS ATÉ 0.95 PR)

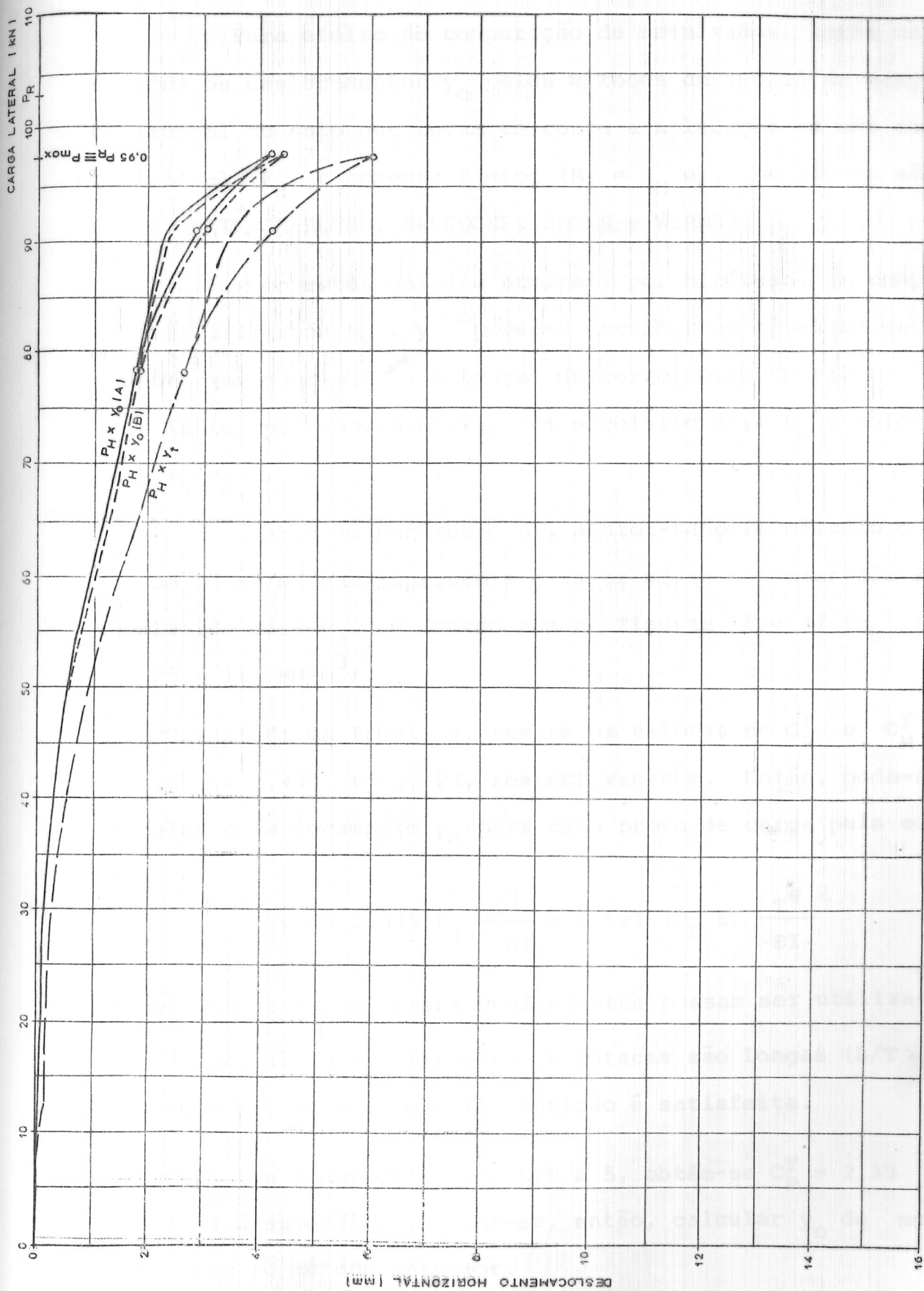


FIGURA 54 - PROVA DE CARGA Nº 6 : CURVA  $P_H \times y_t$  E CURVAS DERIVADAS  $P_H \times y_0$  - MÉTODOS A e B  
(CORRIGIDAS NO PENÚLTIMO ESTÁGIO)

## 2. TEORIA DE REAÇÃO HORIZONTAL DO SOLO

Para efeito de comparação de resultados, serão calculados os deslocamentos  $y_o$  pelos métodos da teoria de reação horizontal do solo que levam em conta a aplicação de uma carga lateral ( $P_H$ ) e momento fletor ( $M_o = P_H e$ ), que são os métodos de MATLOCK-REESE, NAVDOCKS, BROMS e WERNER.

Como estes métodos admitem, por hipótese, um comportamento linear de  $P_H \times y_o$ , pode-se escolher um nível de carregamento qualquer para a obtenção do correspondente valor de  $y_o$ . Assim, por conveniência, foi escolhido para  $P_H$  o valor de  $0,95 P_R$ .

Quanto ao parâmetro  $n_h$ , adotou-se para cálculo o valor de  $85 \text{ MN/m}^3$  que representa o valor médio no intervalo estabelecido para  $y_o$ , de acordo com as Figuras 46 e 47 ( $n_h$  entre  $25$  e  $145 \text{ MN/m}^3$ ).

MATLOCK-REESE: Da Tabela 5, tem-se os valores de  $C_P^Y$  e  $C_M^Y$  à superfície  $2,435$  e  $1,623$ , respectivamente. Então, pode-se calcular o deslocamento  $y_o$  para cada prova de carga pela equação:

$$y_o = 2,435 P_H \frac{T^3}{EI} + 1,623 (P_H e) \frac{T^2}{EI}$$

Entretanto, para que esses coeficientes possam ser utilizados, é necessário verificar se as estacas são longas ( $L/T > 4$ ). Na Tabela 18, vê-se que esta condição é satisfeita.

NAVDOCKS: Da Figura 13, para  $L/T = 5$ , obtém-se  $C_P^Y = 2,33$  e  $C_M^Y = 1,54$  à superfície. Pode-se, então, calcular  $y_o$  de modo semelhante ao método anterior.

BROMS: Da Figura 24, com os valores adequados de  $L/T$  e  $e/L$ , determina-se o coeficiente  $C$  para o cálculo de  $y_o$ :

$$y_o = C \frac{P_H L}{(EI)^{3/5} (n_h)^{2/5}}$$

O valor de  $C$  para cada prova de carga é mostrado na Tabela 18.

TABELA 18 - COEFICIENTE C DE BROMS

PROVA DE CARGA Nº	L (m)	T (m)	L/T	e (m)	e/L	C
1	4,60	0,82	5,61	0,90	0,20	0,706
2	7,80	0,82	9,52	1,00	0,13	0,422
3	7,10	1,01	7,02	1,40	0,20	0,624
4	5,50	1,01	5,44	1,30	0,24	0,771
5	6,90	1,01	6,83	1,20	0,17	0,578
6	11,20	1,28	8,73	0,70	0,06	0,349

WERNER: Na Tabela 6, com o valor adequado de  $L/\beta$ , para o diagrama nº 1 ( $k = n_h z$ ) e estacas nº 1 ( $P_H$ ) e nº 2 ( $M_o$ ), obtêm-se os coeficientes  $C_P^Y$  e  $C_M^Y$  à superfície para o cálculo de  $y_o$ :

$$y_o = C_P^Y P_H \frac{\beta^3}{EI} + C_M^Y (P_H e) \frac{\beta^2}{EI}$$

onde  $\beta = \sqrt[4]{\frac{4EI}{K_L}}$ , com  $K_L = n_h L$

O valor desses coeficientes, para cada prova de carga, é mostrado na Tabela 19.

TABELA 19 - COEFICIENTES  $C_P^y$  e  $C_M^y$  DE WERNER

PROVA DE CARGA Nº	$K_L$ (MN/m <sup>2</sup> )	$\beta$ (m)	$L/\beta$	$C_P^y$	$C_M^y$
1	391,0	0,75	6,11	3,05	1,88
2	663,0	0,66	11,82	3,05	1,88
3	603,5	0,88	8,08	3,05	1,88
4	467,5	0,94	5,88	3,01	1,86
5	586,5	0,88	7,80	3,05	1,88
6	952,0	1,05	10,62	3,05	1,88

Assim, com  $n_h = 85 \text{ MN/m}^3$ , foi calculado o valor de  $y_o$  correspondente a  $P_H = 0,95 P_R$  para cada prova de carga, por 4 métodos da teoria de reação horizontal do solo. Estes valores de  $y_o$  são mostrados na Tabela 20.

TABELA 20 - DESLOCAMENTO  $y_o$  CALCULADO PELOS MÉTODOS DA TEORIA DE REAÇÃO HORIZONTAL DO SOLO

PROVA DE CARGA Nº	$P_H$ (kN)	$y_o$ (mm)			
		MATLOCK-REESE	NAVDOCKS	BROMS	WERNER
1	52,5	3,88	3,70	3,64	3,78
2	54,5	4,22	4,02	3,83	2,94
3	109,5	5,90	5,63	5,52	5,00
4	100,0	5,21	4,96	4,83	5,11
5	104,5	5,25	5,19	4,75	4,51
6	97,5	2,32	2,21	2,18	1,67

Entretanto, analisando os dados da Tabela 20, observa-se que os valores de  $y_o$  calculados pelos diferentes métodos são muito próximos, com exceção dos obtidos por WERNER nas provas de carga nº 2 e 6 principalmente. Esta ocorrência deve-se ao fato de que um aumento no comprimento da estaca reduz o valor de  $\beta$ , diminuindo portanto o deslocamento  $y_o$ . Por

causa disso, resolveu-se "encurtar" para  $L = 6 \beta$  o comprimento das estacas de comprimento  $L > 6 \beta$  (estacas 1, 2, 3, 5, e 6). Assim, tem-se:

$$K_L = n_h L = n_h (6 \beta)$$

e

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{4 EI}{K_L}} = \sqrt[4]{\frac{4 EI}{6 \beta n_h}}$$

Logo, com

$$\beta = \sqrt[5]{\frac{EI}{1,5 n_h}}$$

pode-se recalcular o deslocamento  $y_0$  (Tabela 21).

TABELA 21 - DESLOCAMENTO  $y_0$  PELO MÉTODO DE WERNER, SENDO A ESTACA ENCURTADA A  $L = 6 \beta$

PROVA DE CARGA Nº	$\beta$ (m)	$L = 6\beta$ (m)	$y_0$ (mm)
1	0,76	4,53	3,81
2	0,76	4,53	4,15
3	0,93	5,59	5,81
5	0,93	5,59	5,16
6	1,18	7,09	2,28

Agora, sim, pode-se observar uma concordância muito boa entre os valores de  $y_0$  obtidos pelos vários métodos.

### 3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Nas Figuras 49 a 54, observa-se uma concordância muito boa, até melhor do que se poderia esperar, entre as curvas  $P_H \times y_0$  obtidas pelos métodos A e B. Mas para efeito de com-

paração, optou-se por estabelecer a curva que representasse - os valores médios de  $y_o$  determinados pelos métodos A e B. Assim, nas Figuras 55 a 60 são mostradas estas "curvas médias" referentes às provas de carga 1 a 6, respectivamente, sendo - que nas abscissas destas Figuras preferiu-se colocar a relação entre a carga lateral aplicada e a carga de ruptura ( $P_H/P_R$ ).

Ainda, nas Figuras 55 a 60 foram traçadas também as retas representativas do comportamento linear  $P_H \times y_o$ , referentes aos métodos da teoria de reação horizontal do solo. A reta tracejada se refere ao método WERNER com o artifício da estaca "encurtada" para  $L = 6 \beta$ .

Analisando estas Figuras, pode-se observar que as retas obtidas pelos métodos da teoria de reação do solo são secantes às curvas derivadas das provas de carga, em pontos correspondentes a  $P_H/P_R$  entre 70 e 85%. Isto não ocorre para a prova de carga nº 5, o que se justifica pelos valores extremamente altos de  $n_h$  encontrados para este ensaio (Tabela 15) que impossibilitaram a inclusão da respectiva curva  $n_h \times y_o$  nas Figuras 46 e 47.

Finalmente, pode-se observar ainda nas Figuras 55 a 60, que a utilização de um coeficiente de segurança 1,5 em relação à carga de ruptura ( $P_H/P_R = 67\%$ ) implica em valores de  $y_o$  determinados pelos métodos da teoria de reação do solo muito próximos (ou ligeiramente superiores) daqueles derivados de provas de carga. Já um coeficiente de segurança 2,0 em relação à ruptura ( $P_H/P_R = 50\%$ ) implica valores conservativos de  $y_o$  previstos pelos métodos da teoria de reação do solo (2 vezes ou mais os valores derivados de provas de carga).

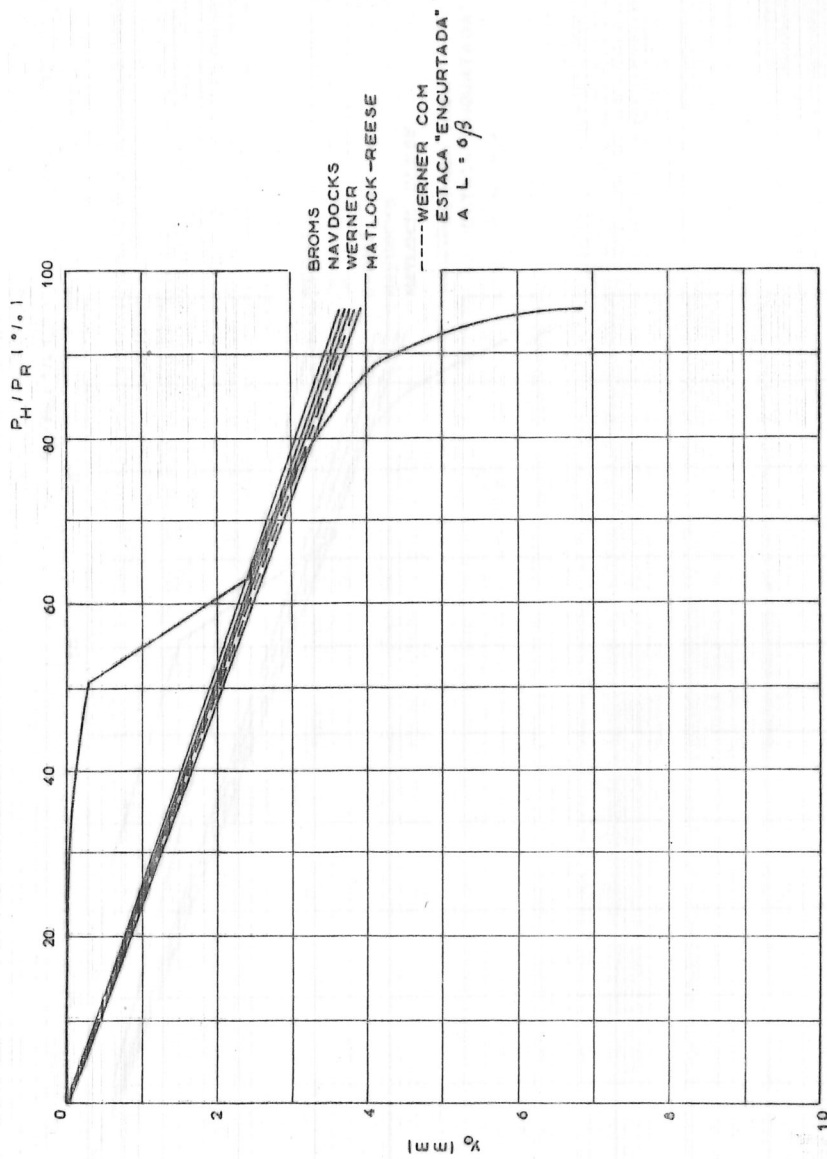


FIGURA 55 - MÉTODOS DA TEORIA DE REAÇÃO DO SOLO E "CURVA MÉDIA" DERIVADA DA PROVA DE CARGA Nº 1

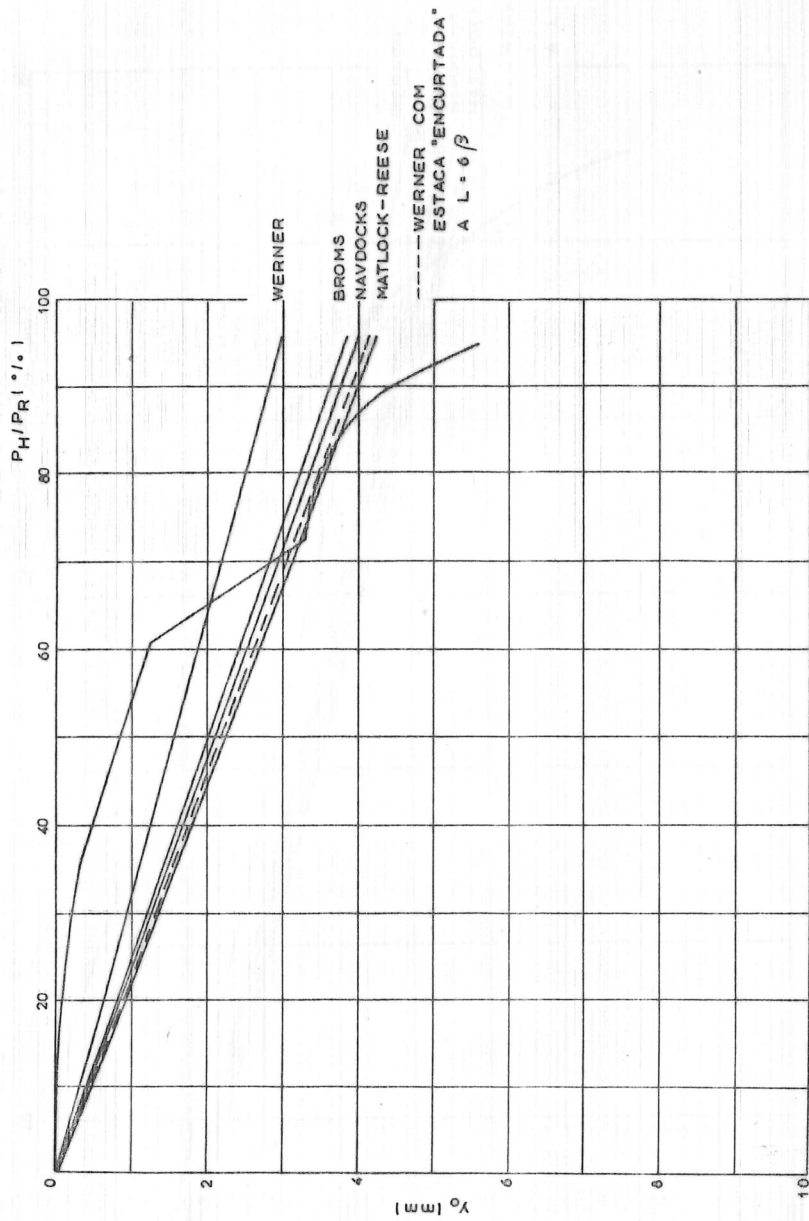


FIGURA 56 — MÉTODOS DA TEORIA DE REACÇÃO DO SOLO E "CURVA MÉDIA" DERIVADA DA PROVA DE CARGA Nº 2

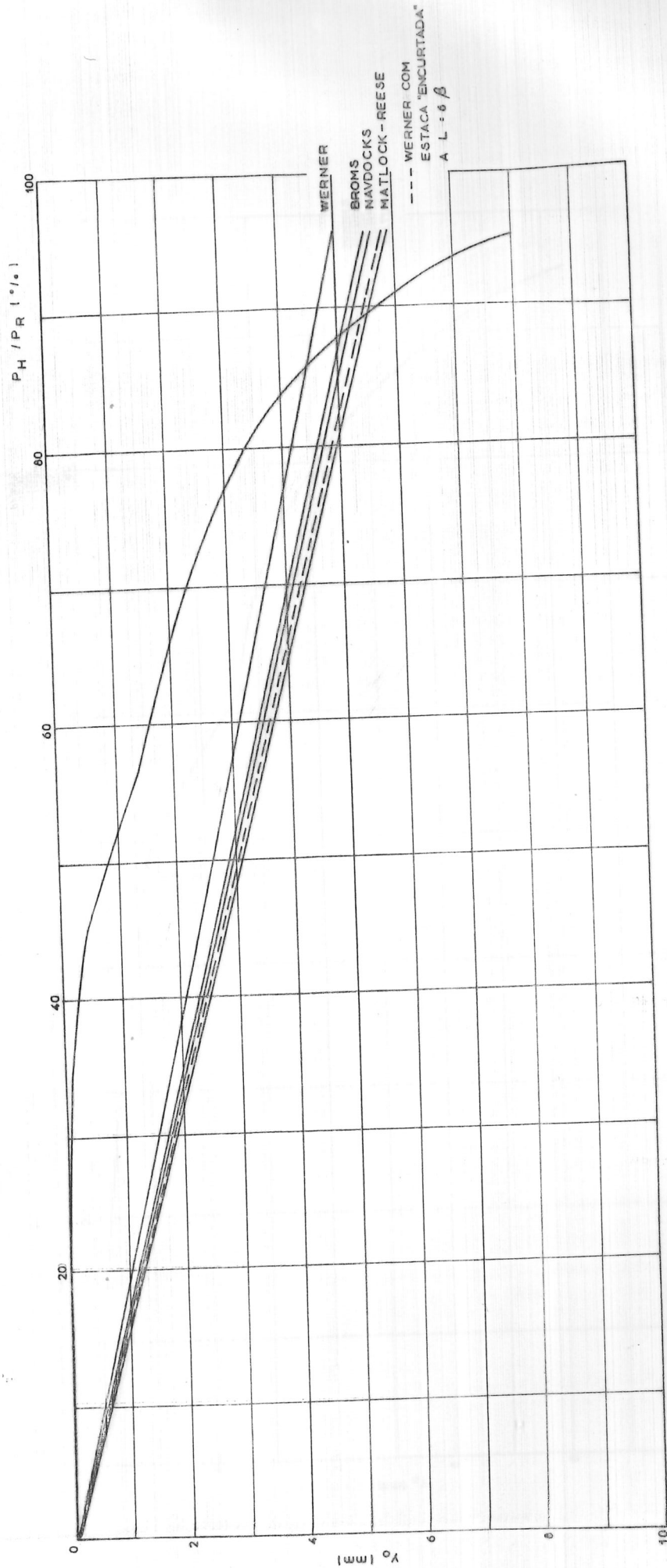


FIGURA 57 — MÉTODOS DA TEORIA DE REAÇÃO DO SOLO E "CURVA MÉDIA" DERIVADA DA PROVA DE CARGA Nº 3

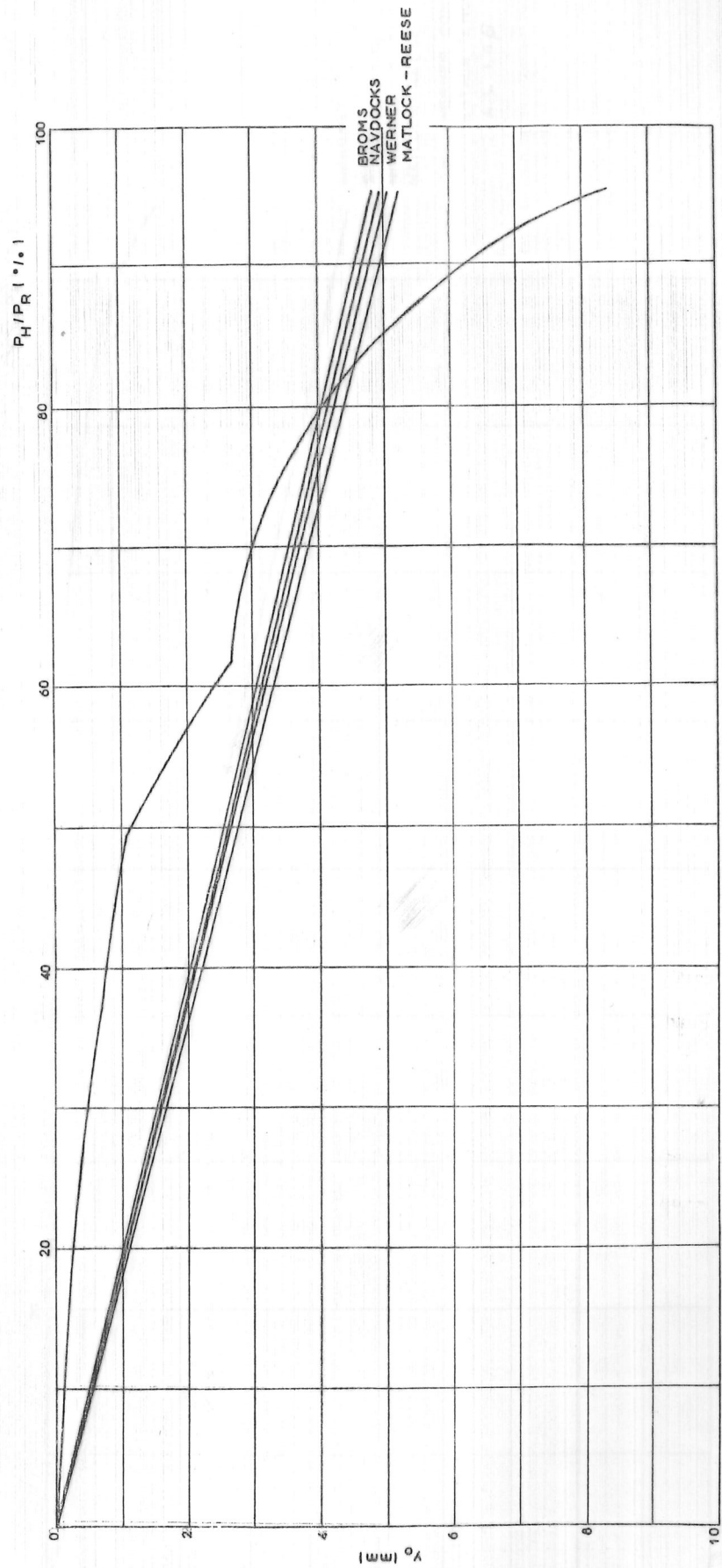


FIGURA 58 — MÉTODOS DA TEORIA DE REAÇÃO DO SOLO E "CURVA MÉDIA" DERIVADA DA PROVA DE CARGA Nº 4

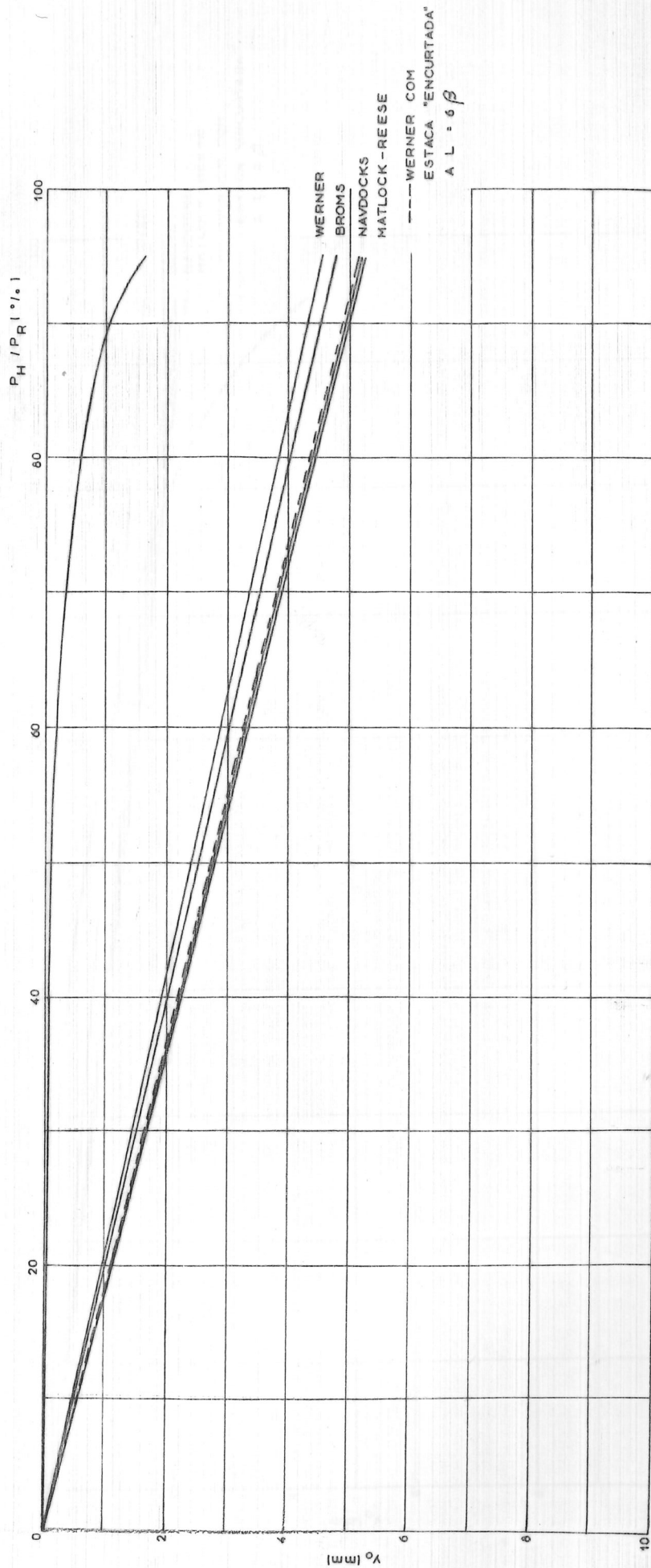


FIGURA 59 — MÉTODOS DA TEORIA DE REAÇÃO DO SOLO E "CURVA MÉDIA" DERIVADA DA PROVA DE CARGA Nº 5

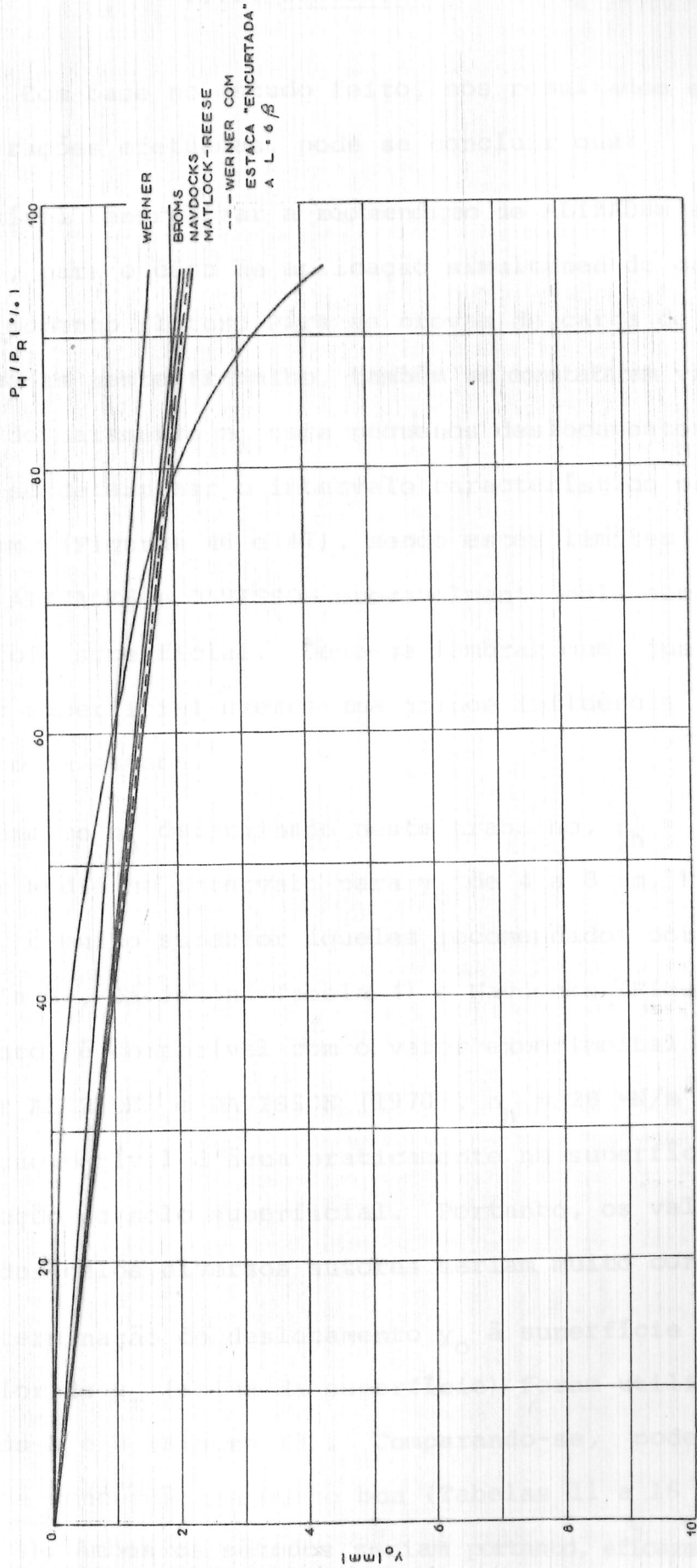


FIGURA 60 - MÉTODOS DA TEORIA DE REAÇÃO DO SOLO E "CURVA MÉDIA" DERIVADA DA PROVA DE CARGA N° 6

### VIII. CONCLUSÕES

Com base no estudo feito, nos resultados obtidos e nas comparações efetuadas, pode se concluir que:

1. É possível generalizar a recomendação de ALIZADEH e DAVISSON (1970), para o caso de aplicação simultânea de carga lateral e momento fletor. Para as provas de carga de Camaçari, utilizadas neste trabalho, também se constataram valores elevados do parâmetro  $n_h$  para pequenos deslocamentos  $y_0$ , podendo-se determinar o intervalo característico para  $y_0$  de 4 a 8mm, (Figuras 46 e 47), sendo estes limites inferiores ao de ALIZADEH e DAVISSON provavelmente pela escavação do solo fofo superficial. Deve-se lembrar que justamente a camada superficial exerce uma grande influência no comportamento da estaca.
2. O parâmetro  $n_h$  determinado neste trabalho,  $n_h = 85 \text{ MN/m}^3$  (valor médio no intervalo para  $y_0$  de 4 a 8 mm, Figuras 46 e 47), é muito superior àqueles recomendados por Terzaghi (Tabela 3), Davisson (Tabela 4) e Navdocks (Figura 5). Entretanto, é compatível com o valor experimental determinado por ALIZADEH e DAVISSON (1970),  $n_h = 28 \text{ MN/m}^3$ , para a condição de nível d'água praticamente na superfície e sem a remoção do solo superficial. Portanto, os valores recomendados pelos diversos autores seriam muito conservativos.
3. Na determinação do deslocamento  $y_0$  à superfície a partir do valor de  $y_t$  (acima da superfície) foram utilizados dois métodos A e B (Figura 43). Comparando-se, pode-se observar uma concordância muito boa (Tabelas 11 a 16 ou Figuras 49 a 54). Ambos os métodos seriam portanto, eficazes para a

determinação de  $y_0$ , conhecido  $y_t$  da prova de carga.

4. Pelo Método A para determinação de  $y_0$ , pode-se comprovar a recomendação de DAVISSON e ROBINSON (1965) pela qual a estaca pode ser considerada como engastada à profundidade de 1,80 T. Os valores calculados neste trabalho (Tabelas 11 a 15) variam de 1,83 a 1,92, de certa forma confirmando a recomendação.
5. Os valores calculados de  $y_0$  pelos vários métodos da teoria de reação horizontal do solo são muito próximos entre si (Tabela 20), o que de certa forma já se poderia esperar pois todos têm as mesmas hipóteses básicas. Portanto, todos os métodos apresentam resultados semelhantes. Todavia, no método de WERNER, recomenda-se "encurtar" a estaca para  $L = 6 \beta$  no caso de estacas longas ( $L > 6\beta$ ), sem o que os resultados diferem dos demais.
6. No que se refere ao cálculo de deslocamentos, os métodos da teoria de reação horizontal do solo fornecem valores compatíveis com aqueles determinados em provas de carga. As Figuras 55 a 60 mostram que a utilização de uma carga lateral de trabalho com base em um coeficiente de segurança 1,5 em relação à ruptura ( $P_H = 0,67 P_R$ ), resulta que os valores previstos de  $y_0$  pelos métodos da teoria de reação do solo são praticamente coincidentes com os determinados de provas de carga; enquanto que para um coeficiente de segurança 2,0 ( $P_H = 0,50 P_R$ ), os valores previstos seriam conservativos (o dobro ou mais em relação aos reais).
7. É difícil explicar o motivo pelo qual, na prova de carga nº 5, foram encontrados valores extremamente altos de  $n_h$  (Tabe

la 15) para todos os níveis de  $y_0$ ; assim como justificar a não proximidade entre as curvas  $n_h \times y_0$  (Figuras 46 e 47). Todavia, deve-se salientar que os dados utilizados neste trabalho não foram gerados com a finalidade de pesquisa o que implica a ausência de determinados cuidados, como por exemplo a pequena distância do dispositivo de medida dos deslocamentos em relação à estaca, obtendo-se deslocamentos menores provavelmente, o que eleva os valores calculados de  $n_h$ . Isso pode ter sido mais significativo em alguns ensaios que em outros. Pode-se também criticar o fato de não se notar um critério para encerramento de cada estágio do ensaio, percebendo-se nitidamente que alguns deles não chegaram a ser completados. Infelizmente, não foi possível acompanhar a execução das provas de carga e nem mesmo obter informações mais detalhadas.

8. No estudo dos métodos e da teoria de reação horizontal do solo, percebeu-se a necessidade de uniformizar a notação. Por isso, no capítulo seguinte apresenta-se uma proposta de unificação da notação.

### IX. PROPOSTA DE UNIFICAÇÃO DA NOTAÇÃO

No estudo dos artigos referentes à revisão bibliográfica, surgiram dificuldades de entendimento pela ausência de uma notação unificada na teoria de reação horizontal do solo. Além dos símbolos (letras) que variam de autor para autor, são usadas duas formas de definir o parâmetro característico da reação horizontal do solo inclusive em unidades diferentes: o coeficiente de reação horizontal do solo  $k_h$  (pressão/deslocamento, em unidades de  $F L^{-3}$ ) e o módulo de reação horizontal do solo  $K$  (reação/deslocamento, em  $F L^{-2}$ ).

Alguns autores inclusive utilizam o termo "módulo do solo" e a notação  $E_s$ , o que pode levar a interpretações errôneas pois  $E_s$  é a notação consagrada para o módulo de elasticidade do solo (ou módulo de deformabilidade do solo). A denominação "módulo de reação horizontal do solo" e a notação  $K$  parece ser a mais apropriada pois  $K$  expressa a rigidez do solo ao deslocamento.

Mas o pior mesmo é a possibilidade de erros quando um autor cita resultados de outro, em virtude da transformação da notação de um para o outro. Pode-se citar, por exemplo, o equívoco de POULOS e DAVIS (1980) que, ao citarem os resultados de BROMS (1964a), afirmaram que  $K = 1,67 E_{50}$  quando na realidade seria  $\bar{K}_{s1} = 1,67 E_{50}$ , onde  $K = 0,40 \bar{K}_{s1}$ .

Nas Tabelas 22 a 25 são mostradas as notações dos diversos autores bem como as respectivas propostas de unificação.

TABELA 22: NOTAÇÃO DO MÓDULO DE REAÇÃO

NOTAÇÃO DOS AUTORES	PROPOSTA DE UNIFICAÇÃO
$k_h$ ( $F L^{-3}$ ) - "coefficient of horizontal subgrade reaction" TERZAGHI (1955)	
$E_s$ ( $F L^{-2}$ ) - "modulus of soil reaction" ou "soil modulus" MATLOCK e REESE (1961)	
$E_s$ ( $F L^{-2}$ ) - "modulus of elasticity of soil" U.S. NAVY (1962)	
$k_h$ ( $F L^{-3}$ ) - "coefficient of horizontal subgrade reaction" BROMS (1965)	
$k$ ( $F L^{-2}$ ) - "subgrade modulus" DAVISSON e ROBINSON (1965) e DAVISSON (1970)	
$c$ ( $F L^{-3}$ ) - "coeficiente de reação elástica do solo"	
	$K$ ( $F L^{-2}$ ) - módulo de reação horizontal do solo

TABELA 23: NOTAÇÃO DA CONSTANTE DE REAÇÃO HORIZONTAL DO SOLO

NOTAÇÃO DOS AUTORES	PROPOSTA DE UNIFICAÇÃO
$k_h = m_h z = n_h z/D$ (TERZAGHI, 1955)	
$m_h$ ( $F L^{-4}$ ) - "ratio between coefficient of horizontal subgrade reaction and depth below surface"	
$n_h$ ( $F L^{-3}$ ) - "constant of horizontal subgrade reaction"	
$E_s = k z$ (MATLOCK e REESE, 1961)	
$k$ ( $F L^{-3}$ ) - "coefficient of soil modulus variation"	
$E_s = f z$ (U.S. NAVY, 1962)	
$f$ ( $F L^{-3}$ ) - "constant of proportionality of soil modulus"	
$k_h = n_h z/D$ (BROMS, 1965)	
$n_h$ ( $F L^{-3}$ ) - "coefficient of lateral subgrade reaction"	
$k = n_h z$ (DAVISSON e ROBINSON, 1965; DAVISSON, 1970)	
$n_h$ ( $F L^{-3}$ ) - "constant of horizontal subgrade reaction"	
$n_h$ ( $F L^{-3}$ ) (WERNER, 1970)	
$C_u$ ( $F L^{-3}$ ) - "valor do coeficiente de reação elástica no pé da estaca ( $z = L$ )"	

$K = n_h z$   
 $n_h$  ( $F L^{-3}$ ) - constante de reação horizontal do solo

TABELA 24: NOTAÇÃO DO FATOR DE RIGIDEZ RELATIVA PARA K = constante

NOTAÇÃO DOS AUTORES	PROPOSTA DE UNIFICAÇÃO
$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4 EI}} \quad (L^{-1}) \quad \text{VÉSIC (1961)}$	$R = \sqrt[4]{\frac{EI}{K}} \quad (L)$
$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_h D}{4 EI}} \quad (L^{-1}) \quad \text{BROMS (1965)}$	
$R = \sqrt[4]{\frac{EI}{k}} \quad (L) \quad \text{DAVISSON e ROBINSON (1965)} \\ \text{e DAVISSON (1970)}$	
$\lambda = \sqrt[4]{\frac{D C_u}{4 EI}} \quad (L^{-1}) \quad \text{WERNER (1970)}$	

TABELA 25: NOTAÇÃO DO FATOR DE RIGIDEZ RELATIVA PARA  $K = r_h z$

PROPOSTA DE UNIFICAÇÃO	NOTAÇÃO DOS AUTORES
	$T = \sqrt[5]{\frac{EI}{k}} \quad (L) \quad \text{MATLOCK e REESE (1961)}$
	$T = \sqrt[5]{\frac{EI}{f}} \quad (L) \quad \text{U.S. NAVY (1962)}$
$T = \sqrt[5]{\frac{EI}{r_h}} \quad (L)$	$\eta = \sqrt[5]{\frac{r_h}{EI}} \quad (L^{-1}) \quad \text{BROMS (1965)}$
	$T = \sqrt[5]{\frac{EI}{k}} \quad (L) \quad \text{DAVISSON e ROBINSON (1965)}$
	$\lambda = \sqrt[4]{\frac{DC_u}{4EI}} \quad (L) \quad \text{e DAVISSON (1970)}$
	$\lambda = \sqrt[4]{\frac{DC_u}{4EI}} \quad (L) \quad \text{WERNER (1970)}$

## X. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se que seja aprofundada a linha de pesquisa iniciada com este trabalho, através da análise de provas de carga lateral em estacas instrumentadas. Desse modo, além dos deslocamentos horizontais à superfície, também poderiam ser estudados, com a profundidade, os momentos fletores, os esforços cortantes, as reações do solo e os deslocamentos horizontais e rotação da estaca.

Com a instrumentação, torna-se possível analisar as chamadas curvas  $p - y$  com a profundidade e, portanto, verificar a variação do módulo de reação horizontal do solo com a profundidade. A utilização do Método dos Elementos Finitos seria indispensável na comparação de resultados.

Inclusive, seria interessante que se pudesse incluir a aplicação de carga axial nas provas de carga para se estudar o efeito deste carregamento.

Outro trabalho, mais simples, a ser realizado, seria a comparação entre os métodos da teoria de reação horizontal com o método elástico de POULOS (POULOS e DAVIS, 1980).

Além disso, sugere-se que este trabalho seja completado com a análise de provas de carga executadas com a finalidade de pesquisa, o que permitiria quantificar a influência de alguns fatores, como por exemplo, a escavação do solo superficial.

XI. BIBLIOGRAFIA

(\* Bibliografia citada no texto

- (\* 01. ALIZADEH, M. e DAVISSON. M.T. (1970)  
"Lateral Load Tests on Piles - Arkansas River Project",  
Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division,  
ASCE, Vol. 96, nº SM5, SET, pp. 1583-1604.
02. BERBERIAN, D. (1980)  
"Fundações Submetidas a Esforços Horizontais", Curso de  
Extensão Universitária, Universidade de Brasília, Brasília-DF, (inédito).
- (\* 03. BEREZANTZEV, V.G.; KHRISTOFOROV, V.S. e GOLUBKOV, V.N (1961)  
"Load Bearing Capacity and Deformation of Piled Foundations", Proc. Fifth Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Paris, vol. 2, pp. 11-15
- (\* 04. BRINCH HANSEN, J. (1961)  
"The Ultimate Resistance of Rigid Piles Against Transversal Forces", The Danish Geotechnical Institute, Copenhagen, Bulletin nº 12, pp. 5-9.
- (\* 05. BROMS, B.B. (1964a)  
"Lateral Resistance of Piles in Cohesive Soils", Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASEC, vol. 90, nº SM2, MAR, pp. 27-63.
- (\* 06. BROMS, B.B. (1964b)  
"Lateral Resistance of Piles Cohesionless Soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 90, nº SM3, MAI, pp. 123-156.
- (\* 07. BROMS, B.B. (1965)  
"Design of Lateral Loaded Piles", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 91, nº SM3, MAI, pp. 79-99.
08. BROMS, B.B. (1972)  
"Stability of Flexible Structures (Piles and Piles Groups)", Proc. Fifth European Conference on Soil Mecha

nics and Foundation Engineering, Session IIIb, General Report, Madrid, Vol. 2, pp. 239-269.

09. CASTRO, G. (1977)

"Acerca de Projecto de Fundações em Estacas de Betão Armado", Memória 488, L.N.E.C., Lisboa.

(\*) 10. CASTRO, G. (1978)

"Deformabilidade das Fundações e sua Consideração no Cálculo das Estruturas", Memória 353, 2<sup>a</sup> Ed., L.N.E.C., Lisboa.

(\*) 11. COSTA VELLOSO, P.P. (1977)

"Fundações - Aspectos Geotécnicos", P.U.C., Rio de Janeiro.

(\*) 12. DAVISSON, M. T. (1963)

"Estimating Buckling Loads for Piles", Proc. Second Pan American Conf. on Soil Mechanics and Foundations Eng., São Paulo, Vol. 1, pp. 351-369.

(\*) 13. DAVISSON, M. T. (1970)

"Lateral Load Capacity of Piles", Highway Research Record, nº 333, Pile Foundations, National Research Council, Washington, D.C., pp. 104-112.

(\*) 14. DAVISSON, M.T. e GILL, H.L. (1963)

"Laterally Loaded Piles in a Layered Soil System", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 89, nº SM3, MAI, pp. 63-94.

(\*) 15. DAVISSON, M.T. e PRAKASH (1963)

"A Review of Soil-Pole Behavior", Highway Research Record, nº 39, Stresses in Soils and Layered Systems, National Research Council, Washington, D.C., pp. 25-48.

- (\*) 16. DAVISSON, M.T. e ROBINSON, K.E. (1965)  
"Bending and Buckling of Partially Embedded Piles", Proc. Sixth Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Montreal, Vol. 2, pp. 243-246.
17. DAVISSON, M. T. e SALLEY, J.R. (1970)  
"Model Study of Laterally Loaded Piles", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 96, nº SM5, SET, pp. 1605-1627.
- (\*) 18. FOLQUE, J. (1979)  
"Fundações - Recomendações Gerais", L.N.E.C., Lisboa.
19. GEOTÉCNICA, S.A. (1978)  
"Levantamento de Dados Existentes na Área do Polo Petroquímico de Camaçari", Relatório, ABR.
20. GLESER, S.M. (1953)  
"Lateral Load Tests on Vertical Fixed-Head and Free-Head Piles", Symposium on Lateral Pile Load Tests, ASTM Special Publication, nº 154, pp. 75-93.
21. HAIK, R. (1977)  
"Análise do Comportamento de Estacas Carregadas Axial e Lateralmente, Cravadas em Solos Não-Coesivos", Dissertação de Mestrado, EPUSP.
- (\*) 22. HETÉNYI, M. (1946)  
"Beams on Elastic Foundations", Ann Arbor, Michigan, Univ. of Mich. Press., apud POULOS e DAVIS op cit. ref. (32)
23. KÉDZÍ, A. (1975)  
"Pile Foundations", Cap. 19, Foundation Engineering Handbook, Ed. por Winterkorn, H.F. e Fang, H.Y., Van Nostrand Reinhold Company, New York.

- (\*) 24. KOCSIS, P. (1971)  
Discussion of "Lateral Load Tests on Piles - Arkansas River Project", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 97, n<sup>o</sup> SM6, JUN, pp. 932-935.
- (\*) 25. LEE, K.L. (1968)  
"Buckling of Partially Embedded Piles en Sand", Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 94, n<sup>o</sup> SM1, JAN, pp. 255-270.
- (\*) 26. MATLOCK, H. e REESE, L.C. (1960)  
"Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles", - Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 86, n<sup>o</sup> SM5, OUT, pp. 63-91.
- (\*) 27. MATLOCK, H. e REESE, L.C. (1961)  
"Foundation Analysis of Offshore Pile Supported Structures", Proc. Fifth Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Paris, Vol. 2, pp. 91-97.
28. McCLELLAND, B. e FOCHT, J.A. (1956)  
"Soil Modulus for Laterally Loaded Piles", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 82, n<sup>o</sup> SM4, OUT, pp. 1081-1, 22.
29. McNULTY, J.F. (1956)  
"Thrust Loading on Piles", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 82, n<sup>o</sup> SM2, ABR, pp. 940-1, 25.
- (\*) 30. MICHE, R.J. (1930)  
"Investigation of Piles Subject to Horizontal Forces. Application to Quay Walls", Journal of The School of

Engineering, nº 4, Giza, Egito, apud VELLOSO op cit. ref. (49).

- (\*) 31. PALMER, L.A. e THOMPSON, J.B. (1948)

"The Earth Pressure and Deflection Along the Embedded Lengths of Piles Subject to Lateral Thrust", Proc. Second Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Rotterdam, Vol. 5, pp. 156-161.

- (\*) 32. POULOS, H.G. e DAVIS, H.E. (1980)

"Pile Foundation Analysis and Design", John Wiley & Sons Inc., New York.

33. REESE, L.C. (1979)

"Laterally Loaded Piles", Design of Laterally Loaded Piles, Soil Mechanics in Engineering Practice, University of California, Berkeley.

34. REESE, L.C. (1981)

"Behavior of Deep Foundations Under Axial And Lateral Loading", Curso de Atualização, FDTE/EPUSP/IPT, São Paulo, Notas de Aula.

- (\*) 35. REESE, L.C. e MATLOCK, H. (1956)

"Non-Dimensional Solutions for Laterally Loaded Piles with Soil Modulus Assumed Proportional to Depth", Proc. Eighth Texas Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, The University of Texas, Austin, Texas.

36. REESE, L.C.; MATLOCK, H.; TUCKER, R.L.; SMITH, R.E. e INGRAM, W.B. (1962)

"Review of Data From Lateral Thrust Loadings on Piles", Structural Mechanics Research Laboratory, The University of Texas, Austin, Texas.

37. RÉMY, J.P.; MARIANO, J.S.V.; MARIANO, C.C. e CEREJEIRA, J.M.G. (1979)

"Determinação do Módulo de Reação Horizontal a partir de

Provas de Carga Horizontal em Tubulões de 1,80m de Diâmetro e sua Aplicação no Projeto dos Piers do Porto de Sepetiba", Solos e Rochas, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, Vol. 2, nº 1, AGO, pp. 05-21.

38. RODRIGUEZ, A.R. e DEL CASTILHO, H. (1978)  
"La Ingenieria de Suelos En Las Vias Terrestres", Vol. II, Editorial Limusa, México.
39. ROGEDO, P.I. (1972)  
"Estacas Submetidas a Solicitações Laterais - Cálculo pelo Método dos Elementos Finitos", Geotecnia, Sociedade Portuguesa de Geotecnia, Lisboa, nº 4, JUL-AGO, pp. 07-17.
40. ROWE, P.W. (1965)  
"The single Pile Subject to a Horizontal Force", Geotechnique, The Institution of Civil Engineers, Londres, Vol. 6, nº 2, JUN, pp. 70-85.
- (\*) 41. SKEMPTON, A.W. (1951)  
"The Bearing Capacity of Clays", Building Research Congress, Londres, Division 1, Part III, pp. 180-189, apud BROMS op cit. ref. (05).
- (\*) 42. TERZAGHI, K. (1943)  
"Theoretical Soil Mechanics", John Wiley and Sons Inc., New York.
- (\*) 43. TERZAGHI, K. (1955)  
"Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction", Geotechnique, The Institution of Civil Engineers, Londres, Vol. 5, nº 4, DEZ, pp. 297-326.
44. TERZAGHI, K. e PECK, R.B. (1967)  
"Soil Mechanics in Engineering Practice", 2ª Edição, John Wiley & Sons Inc., New York.

45. TIMOSHENKO, S.P. (1966)  
"Resistência dos Materiais", Ao Livro Técnico S.A.,  
Rio de Janeiro.
- (\* ) 46. U.S. NAVY (1962)  
"Design Manual: Soil Mechanics, Foundations and Earth  
Structures", NAVDOCKS DM-7, Washington, D.C. (2.<sup>a</sup> Ed.  
NAVFAC DM-7, 1971).
- (\* ) 47. VAN DER VEEN, C. (1953)  
"The Bearing Capacity of a Pile", Proc. Third Int.  
Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Zurich, Vol. 2,  
pp. 84-90.
- (\* ) 48. VELLOSO, D.A. (1966)  
"Fundações em Estacas", Publicação Técnica de Estacas  
Franki Ltda., Rio de Janeiro.
49. VELLOSO, D.A. (1973)  
"Fundações Profundas", IME, Rio de Janeiro.
- (\* ) 50. VESIĆ, A.B. (1961a)  
"Beams on Elastic Subgrade and the Winkler's Hypothe-  
sis", Proc. Fifth Int. Conf. on Soil Mech. and Found.  
Eng., Paris, Vol. 1, pp. 845-850.
51. VESIĆ, A.B. (1961b)  
"Bending of Beams Resting on Isotropic Elastic Solid",  
Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE,  
Vol. 87, nº EM2, ABR, pp. 35-53.
- (\* ) 52. WERNER, H. (1970)  
"Biogemont Elastisch Eigepannter Phähle", Beton und  
Stahlbetonbau, Alemanha, nº 2, pp. 39-43; tradução pa-  
ra o português: "Flexão de Estacas com Engastamento -  
Elástico", Revista Estrutura, Rio de Janeiro, nº 81, pp. 90-108.

APÊNDICE A

Apresenta-se, neste ítem, um programa para a calculadora HP-34C referente ao MÉTODO A de cálculo de  $y_0$  e  $n_h$ , principalmente.

São utilizadas as seguintes expressões:

$$L_f = \sqrt[3]{\frac{3 EI y_t}{P_H}} - e$$

$$y_0 = \frac{y_t}{2} \left[ 2 - \frac{3e}{e + L_f} + \left( \frac{e}{e + L_f} \right)^3 \right]$$

$$y_0 = 2,435 P_H \frac{T^3}{EI} + 1,623 (P_H e) \frac{T^2}{EI}$$

$$n_h = \frac{EI}{T^5}$$

Como o programa envolve o cálculo de T por tentativas, é necessário fornecer um intervalo de variação para T: um limite inferior  $T_a$  e um limite superior  $T_b$ ; assim como fixar um erro  $\epsilon$  de comparação para  $y_0$ . (Neste trabalho utilizou-se  $\epsilon = 0,001$  e intervalos diferentes para T mas sempre compreendidos entre 0 e 2m).

O programa tem 122 passos, utiliza 10 memórias, e pode ser dividido em duas partes distintas:

A primeira parte é constante para todos os estágios de uma mesma prova de carga e tem os seguintes comandos de entrada:

E (MN/m<sup>2</sup>) STO 0  
e (m) STO 1  
ε STO 2  
D (m) ENTER  
A

A segunda parte tem, inicialmente, como entrada os valores -  
característicos de cada estágio

P<sub>H</sub> (kN) STO 3  
Y<sub>t</sub> (mm) STO 4  
B

Após o cálculo do valor de y<sub>o</sub>, mostrado no visor, o programa  
se interrompe, com os seguintes valores registrados

L<sub>f</sub> (m) Registro 8  
Y<sub>o</sub> (mm) Registro 4

Em seguida, é necessário entrar com o intervalo de variação  
para T

T<sub>a</sub> (m) STO 5  
T<sub>b</sub> (m) STO 6  
R/S

Após a interação, finalmente, o programa se encerra mostrando  
o valor de n<sub>h</sub>, com os seguintes valores registrados

T (m) Registro 7  
G<sub>T</sub> Registro 8  
n<sub>h</sub> (MN/m<sup>3</sup>) Registro 9

A seguir, apresenta-se a listagem completa do programa para a HP-34C. Entre parênteses estão os comandos adaptados para a HP-67.

h LBL A (f LBL A)

4

h  $y^x$

h  $\pi$

X

6

4

$\div$

RCL 0

X

STO 0

h RTN

h LBL B (f LBL B)

RCL 3

RCL 0

$\div$

STO 3

h  $1/x$

3

X

RCL 4

X

3

h  $1/x$

h  $y^x$

STO 5

RCL 1

-

STO 8

h PSE (h PAUSE)

RCL 1

RCL 5

$\div$

STO 5

3

h  $y^x$

2

+

STO 6

RCL 5

3

X

CHS

RCL 6

+

RCL 4

X

2

$\div$

STO 4

RCL 3

2  
.  
4  
3  
5  
X  
STO 9  
RCL 3  
RCL 1  
X  
1  
.  
6  
2  
3  
X  
STO 3  
RCL 4  
R/S  
h LBL 1 (f LBL 1)  
h CF 0  
RCL 6  
RCL 5  
+  
2  
÷  
STO 7  
h PSE (h PAUSE)  
GSB 3 (f GSBf C)

RCL 4  
f x > y (g x > y)  
h SF 0  
-  
h ABS  
RCL 2  
f x > y (g x > y)  
GTO 2  
6  
STO f I (h ST. I)  
h F? 0  
g DSE (f DSZ)  
RCL 7  
STO f (i) (STO (i) )  
GTO 1  
h LBL 2 (f LBL 2)  
RCL 8  
RCL 7  
÷  
STO 8  
h PSE (h PAUSE)  
RCL 7  
5  
h y<sup>x</sup>  
h 1/x  
RCL 0  
X  
STO 9  
h RTN

h LBL 3 (f LBL C)

RCL 7

g x<sup>2</sup>

RCL 3

X

RCL 7

3

h y<sup>x</sup>

RCL 9

X

+

h PSE (h PAUSE)

h RTN

APÊNDICE B

Apresenta-se, neste ítem, um programa para a calculadora HP-34C referente ao MÉTODO B de cálculo de  $y_0$  e  $n_h$ , principalmente.

São utilizadas as seguintes expressões:

$$y_t = y_0 + y_1 + y_2$$

$$y_0 = 2,435 P_H \frac{T^3}{EI} + 1,623 (P_H e) \frac{T^2}{EI}$$

$$y_1 = \left[ 1,1623 P_H \frac{T^2}{EI} + 1,750 (P_H e) \frac{T}{EI} \right] . e$$

$$y_2 = \frac{P_H e^3}{3 EI}$$

$$n_h = \frac{EI}{T^5}$$

Este programa tem 133 passos, utiliza 10 memórias, e também envolve o cálculo de T por tentativas.

A sua estrutura é semelhante a do programa anterior, sendo a primeira parte idêntica nos dois programas. Na segunda parte, os comandos de entrada são os mesmos, sendo que, na interrupção, fornece o valor de  $y_2$  (mm) e, no final, se encerra mostrando o valor de  $n_h$  com os seguintes valores registrados

$y_1$ (mm)	Registro 5
$y_0$ (mm)	Registro 6
$T$ (m)	Registro 7
$n_h$ (MN/m <sup>3</sup> )	Registro 9

A seguir, a listagem completa.

h LBL A (f LBL A)	+
4	STO 4
h $y^x$	h PSE (h PAUSE)
h $\pi$	RCL 1
X	g $x^2$
6	RCL 3
4	X
$\div$	1
RCL 0	.
X	7
STO 0	STO 5
h RTN	h X (h PAUSE)
h LBL B (f LBL B)	STO 9
RCL 3	RCL 1
RCL 0	RCL 3
$\div$	X
STO 3	1
RCL 1	.
3	6
h $y^x$	2
3	3
$\div$	X
RCL 3	STO 8
X	RCL 3
STO 7	2
CHS	.
RCL 4	4

3  
5  
X  
STO 3  
RCL 7  
R/S  
h LBL 1 (f LBL 1)  
h CF 0  
RCL 6  
RCL 5  
+  
2  
÷  
STO 7  
h PSE (h PAUSE)  
GSB 3 (f GSBf C)  
RCL 4  
f x > y (g x > y)  
h SF 0  
-  
h ABS  
RCL 2  
f x > y (g x > y)  
GTO 2  
6  
STO f I (h ST I)  
h F? 0  
g DSE (f DSZ)  
RCL 7

STO f (i) (STO (i) )  
GTO 1  
h LBL 2 (f LBL 2)  
RCL 7  
g x<sup>2</sup>  
RCL 8  
X  
STO 8  
RCL 7  
RCL 9  
X  
+  
STO 5  
h PSE (h PAUSE)  
RCL 7  
3  
h y<sup>x</sup>  
RCL 3  
X  
RCL 8  
+  
STO 6  
h PSE (h PAUSE)  
RCL 7  
5  
h y<sup>x</sup>  
h 1/x  
RCL 0  
X

STO 9

h RTN

h LBL 3 (f LBL C)

RCL 7

3

h  $y^x$

RCL 3

X

RCL 7

g  $x^2$

RCL 8

X

2

X

+

RCL 7

RCL 9

X

+

h PSE (h PAUSE)

h RTN

APENDICE C

Apresenta-se, neste ítem, a curva teórica de VAN DER VEEN ajustada a cada prova de carga, bem como a respectiva expressão analítica (Figuras 61 a 66). Na utilização do método de VAN DER VEEN para determinar a carga de ruptura do ensaio e a expressão analítica da curva teórica  $P_H \times y_t$ , optou-se por utilizar apenas os pontos dados pelos estágios finais, correspondentes ao trecho em que se manifesta o início do processo de ruptura após um comportamento inicial praticamente linear.

Deve-se citar que o método de VAN DER VEEN foi originalmente proposto para o caso de estacas carregadas verticalmente.

FIGURA 61 - CURVA TEÓRICA DE VAN DER VEEN AJUSTADA À PROVA DE CARGA

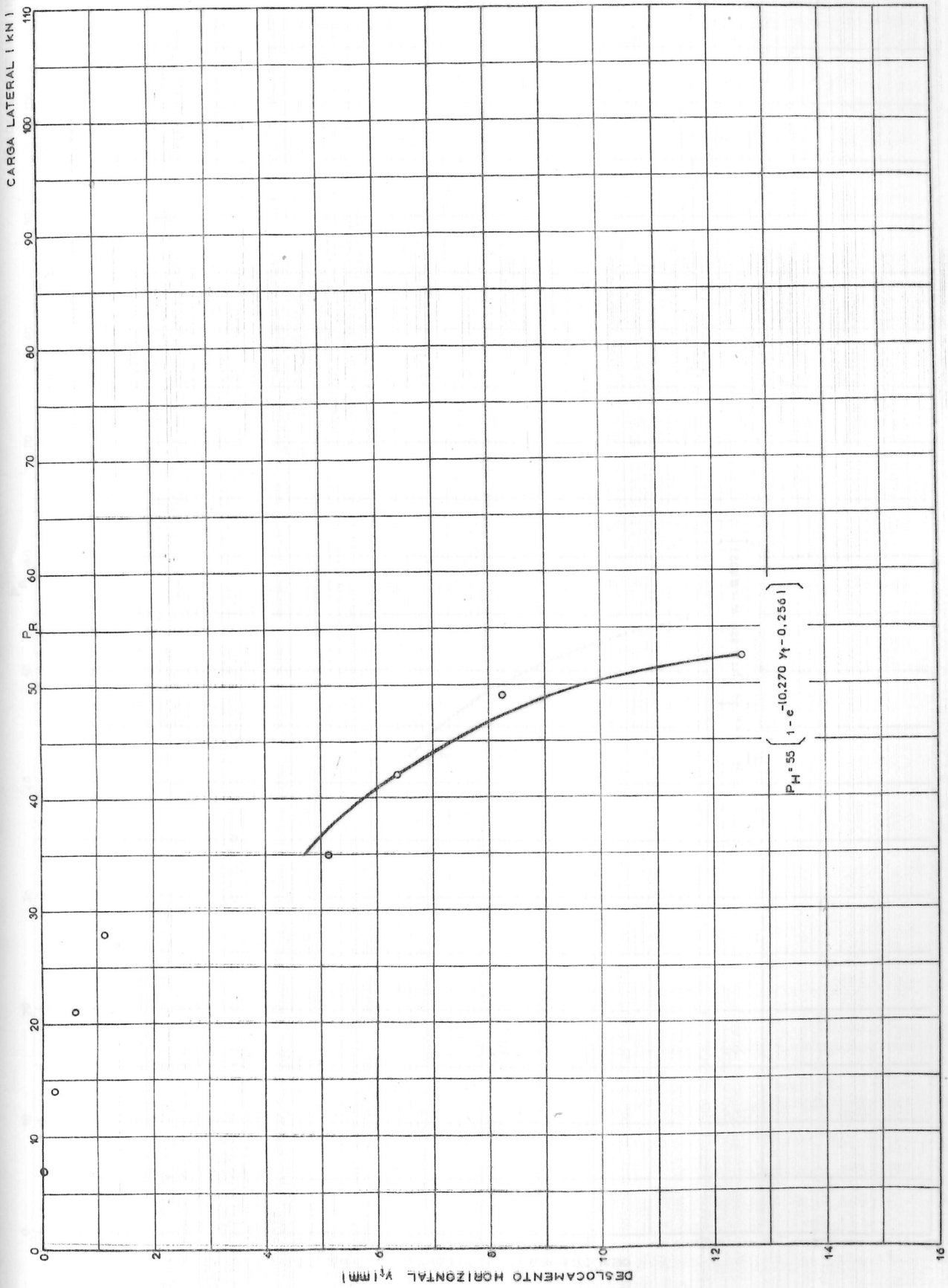


FIGURA 61 - CURVA TEÓRICA DE VAN DER VEEN AJUSTADA A PROVA DE CARGA Nº 1

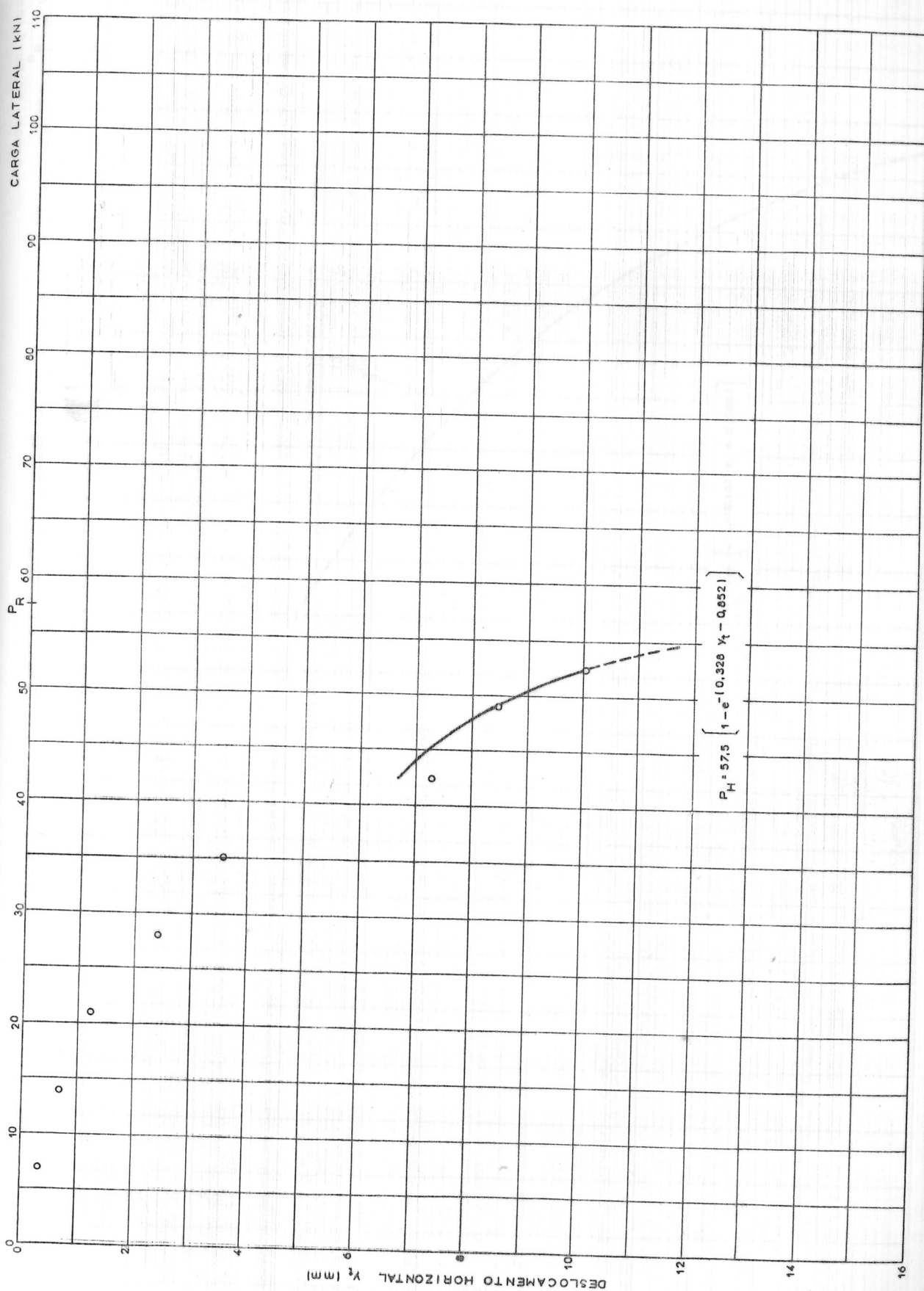


FIGURA 62 - CURVA TEÓRICA DE VAN DER VEEN AJUSTADA A PROVA DE CARGA Nº 2

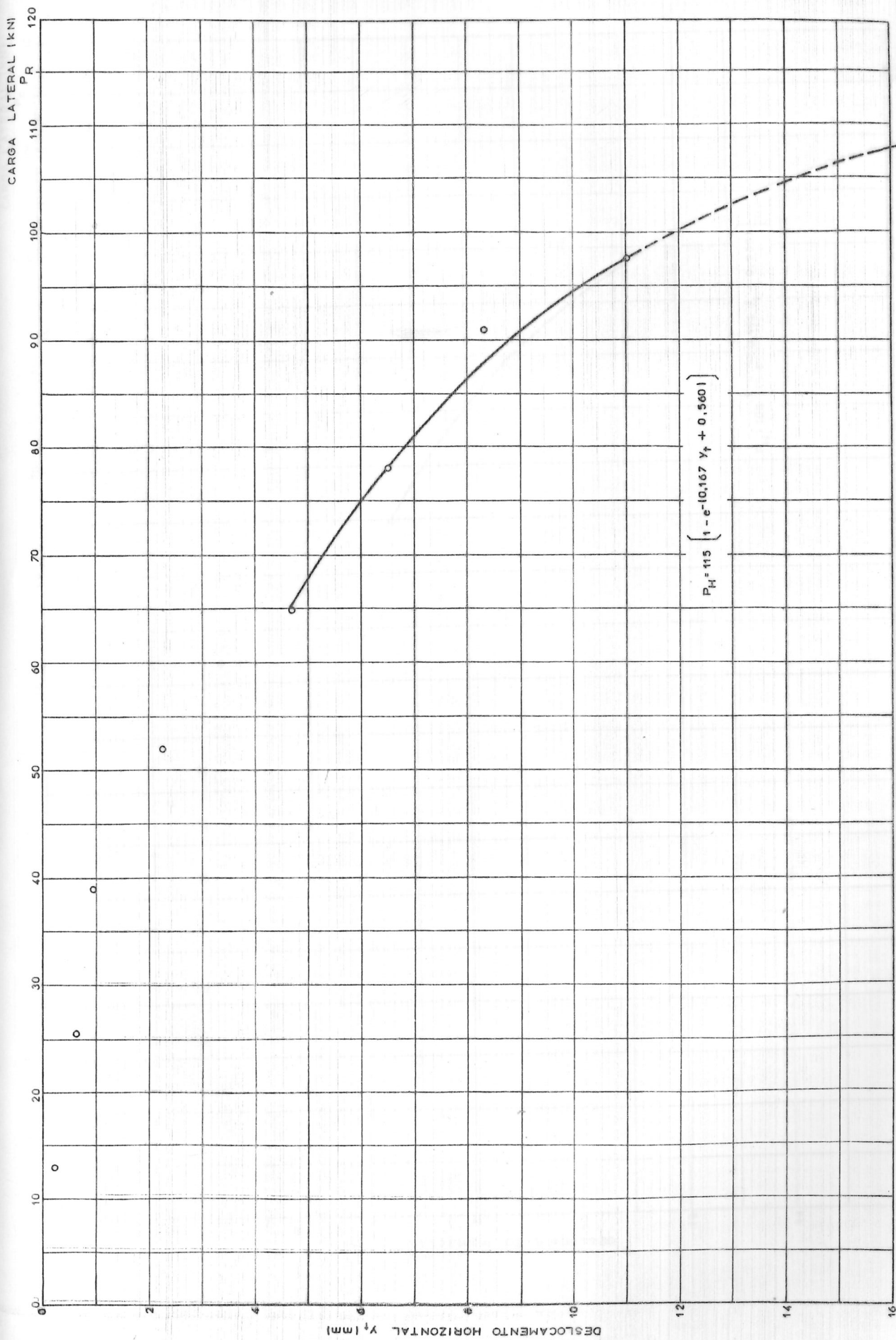


FIGURA 63 - CURVA TEÓRICA DE VAN DER VEEN AJUSTADA A PROVA DE CARGA Nº 3

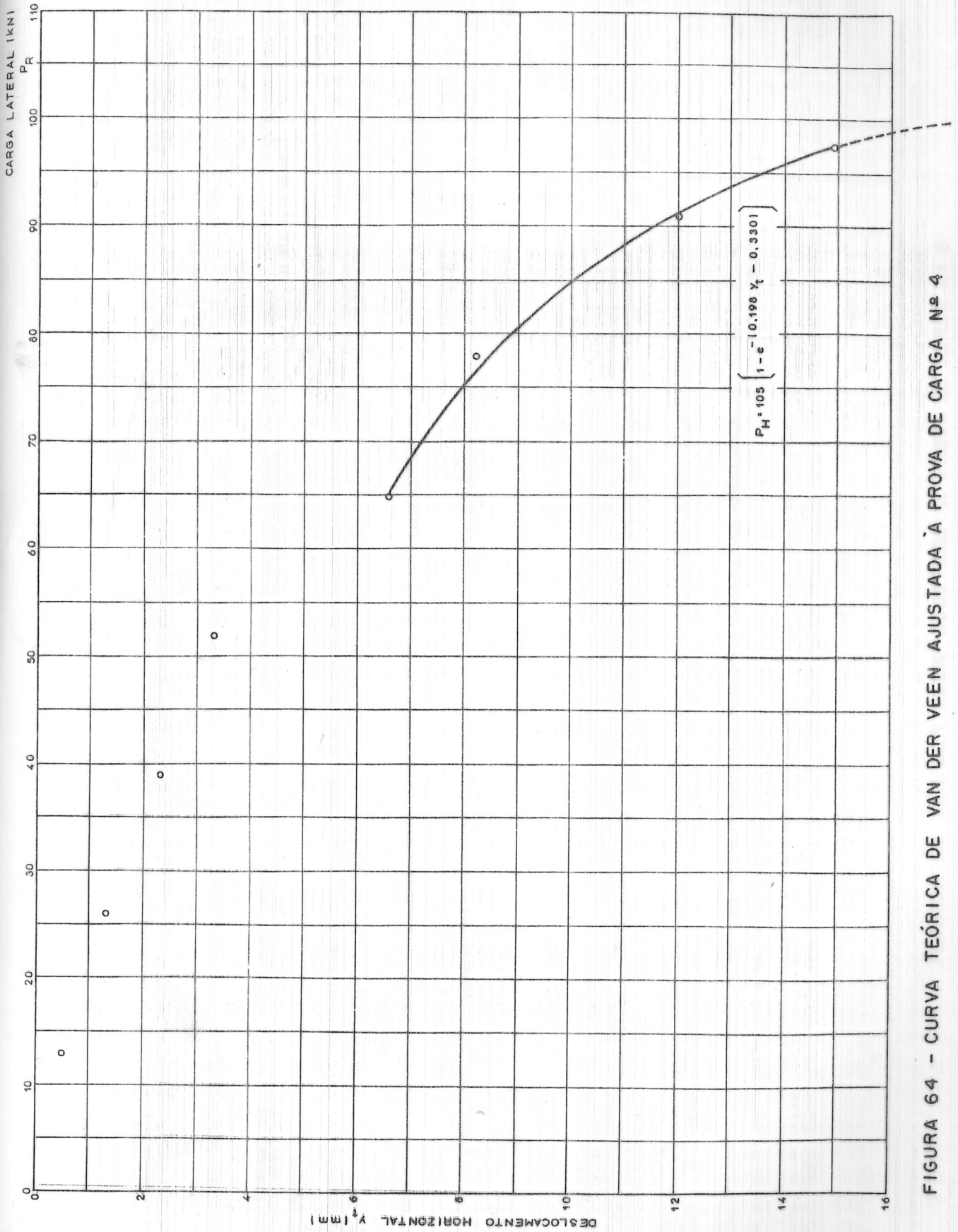


FIGURA 64 - CURVA TEÓRICA DE VAN DER VEEN AJUSTADA À PROVA DE CARGA N<sup>o</sup> 4

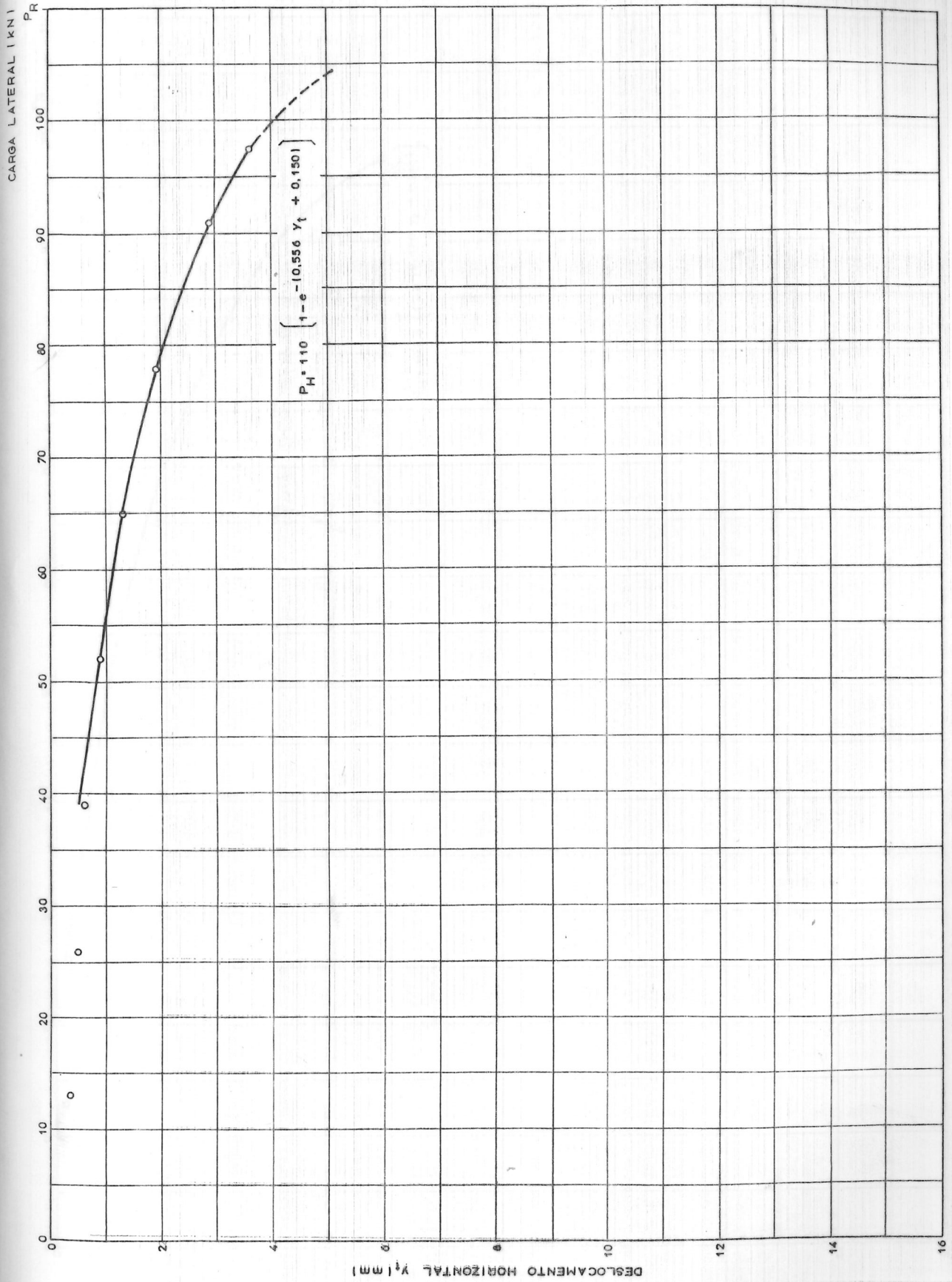


FIGURA 65 - CURVA TEÓRICA DE VAN DER VEEN AJUSTADA À PROVA DE CARGA Nº 5

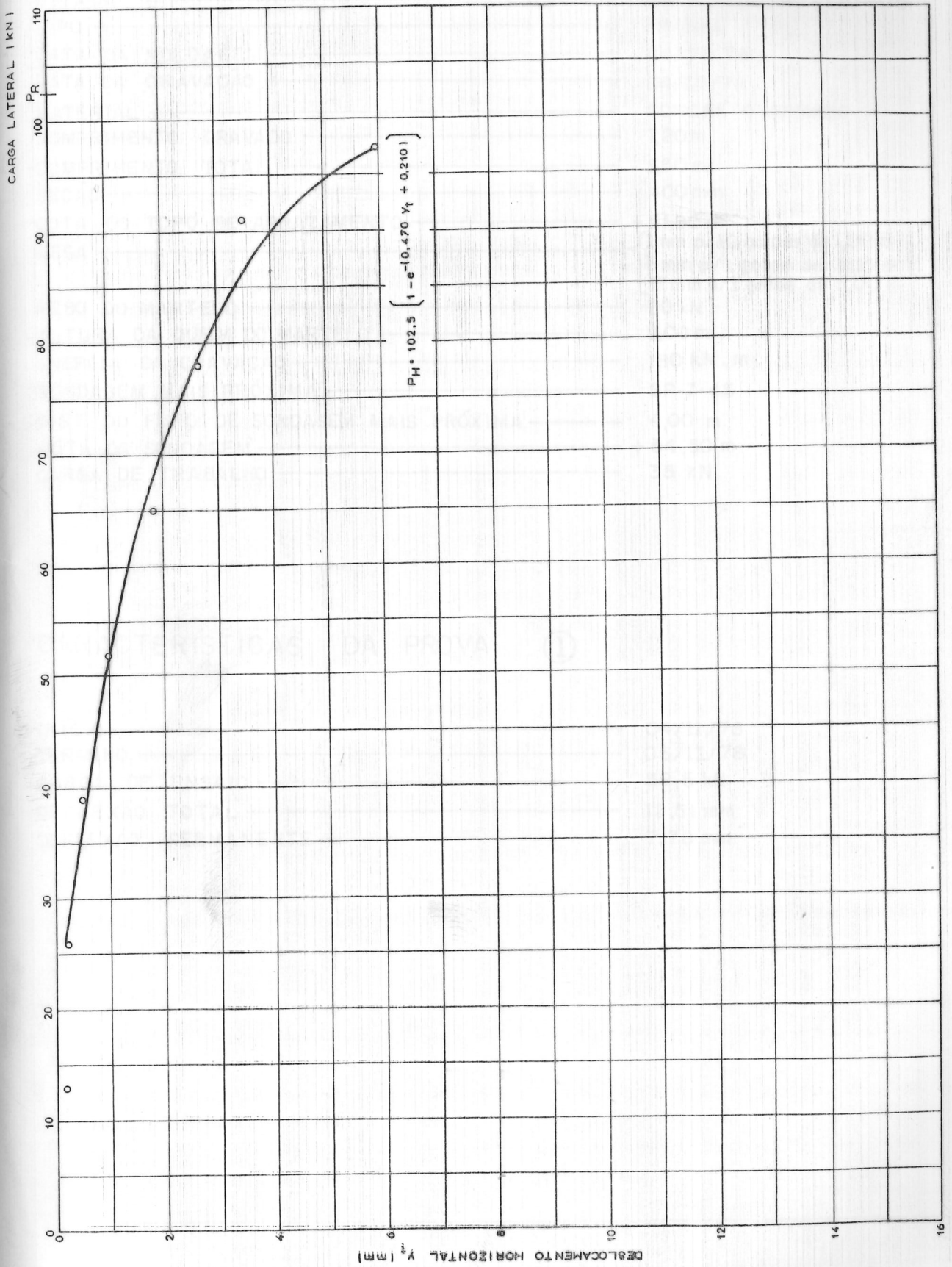


FIGURA 66 - CURVA TEÓRICA DE VAN DEER VEEN AJUSTADA À PROVA DE CARGA Nº 6