A MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICA LINEAR E O MODELO COESIVO NA PREVISÃO DO FRATURAMENTO DE ROCHAS.

DANIELA GÍRIO MARCHIORI

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Geotecnia.

ORIENTADOR: PROF. DR. Antonio Airton Bortolucci

São Carlos
1997

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca - EESC-USP.

M318m

Marchiori, Daniela Gírio
A mecânica da fratura elástica linear e o modelo coesivo na previsão do fraturamento de rochas./Daniela Gírio Marchiori. São Carlos, 1997.

Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 1997.
Orientador: Prof. Dr. Antonio Airton Bortolucci

1. Mecânica das Rochas. 2. Fratura. I. Título

FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidata: Engenheira **DANIELA GÍRIO MARCHIORI**

Dissertação defendida e aprovada em 22-8-1997
pela Comissão Julgadora:

Prof. Doutor **ANTONIO AIRTON BORTOLUCCI (Orientador)**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Doutor **TARCÍSIO BARRETO CELESTINO**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Titular **WILSON SERGIO VENTURINI**
(Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo)

Prof. Associado **JOSÉ EDUARDO RODRIGUES**
Vice-Coordenador da Área de Geotecnia em exercício

Prof. Titular **JOÃO VITOR MOCCELLIN**
Vice-Presidente da Comissão de Pós-Graduação
em exercício

À memória de meu avô Lauro
Aos meus pais, Vera e Moacir
Ao meu orientador, Çula.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Antonio Airton Bortolucci, pela amizade, compreensão, paciência e incentivo na conclusão desse trabalho.

Ao Prof. Dr. Wilson Sérgio Venturini pela grande colaboração nesse trabalho.

Ao Prof. Dr. Tarcísio Barreto Celestino, pela orientação na fase inicial do trabalho.

A todos os professores do Departamento de Geotecnia.

Aos meus professores do curso de graduação em Emgenharia de Minas da UFOP, Milene Sabino Lana e Rodrigo Peluci de Figueiredo que me incentivaram a fazer curso de Mestrado.

Aos funcionários do laboratório do Departamento de Geotecnia - EESC-USP, Sr. Antonio Garcia, pela confecção das amostras e Benedito Osvaldo de Souza, pela realização dos ensaios na prensa servo-controlada.

Ao Herivelto Moreira dos Santos, técnico responsável pelo setor de informática do Departamento de Geotecnia.

Às secretárias do Departamento de Geotecnia, Célia Regina V. Dibo e Maristela Ap. Z. Batissaco e à bibliotecária Sílvia Neto do Vale Sverzut.

Aos meus amigos Míriam de Fátima Carvalho, Ronisi Caseli G. da Silva, Marcelo Ribeiro Barison e Benedito José Imbiriba Carneiro, pela convivência harmoniosa.

Aos meus pais, Vera e Moacir, meus irmãos Rodrigo e Moacir, ao meu noivo Marcos, pelo incentivo na busca de meus ideais.

À minha avó Margarida e à meus tios Laurinho e Raul, por sempre me apoiarem.

À minha sobrinha Luísa, por sua chegada intempestiva, trazendo alegria e esperança à minha vida.

A CAPES pelo apoio financeiro.

A Deus, por ter me dado saúde e perseverança na execução desse trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS i

LISTA DE TABELAS v

LISTA DE SÍMBOLOS E SIGLAS vi

RESUMO viii

ABSTRACT ix

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO 1

CAPÍTULO 2: CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO 4

2.1 - FORMAS DA CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO 4
2.2 - FATORES QUE INFLUENCIAM NA CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO 5
2.2.1 - TAMANHO E GEOMETRIA DAS AMOSTRAS 5
2.2.2 - A MICROESTRUTURA DA AMOSTRA. 11
2.2.3 - CÁLCULO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DA AMOSTRA 12

CAPÍTULO 3: MÁQUINAS DE ENSAIO 15

3.1 - RIGIDEZ DA MÁQUINA DE ENSAIO 15
3.1.1 - INFLUÊNCIA DA RIGIDEZ DA MÁQUINA DE ENSAIO NA RUPTURA INSTÁVEL DE MATERIAIS 16
3.2 - MÁQUINAS DE ENSAIO RÍGIDA E FLEXÍVEL 20
3.3 - FORMAS DE CONTROLE DA RUPTURA DURANTE A UTILIZAÇÃO DA MÁQUINA DE ENSAIO 23
3.4 - MÁQUINA DE ENSAIO SERVO-CONTROLADA 25

CAPÍTULO 4: O EFEITO ESCALA NA RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS 31

CAPÍTULO 5: MECÂNICA DA FRATURA 35

5.1 - CONCEITO DE BALANÇO ENERGÉTICO DE GRIFFITH 35
5.2 - TEORIA DA FRATURA DE IRWIN 38
5.2.1 - Conceito de Variação de Energia Liberada 38
5.2.2 - Conceito do Fator Intensidade de Tensão 40
5.3 - MODOS DE PROPAGAÇÃO DA FRATURA 42
5.4 - FATOR INTENSIDADE DE TENSÃO EM CORPOS FINITOS 44

CAPÍTULO 6: MODELO COESIVO 46

6.1 - MODELO DE DUGDALE 46
6.2 - MODELO DE BARENBLATT 48
6.3 - MODELO COESIVO 49
6.3.1 - MODELO DA FRATURA FICTÍCIA 49
6.3.2 - MODELO COESIVO 53

CAPÍTULO 7: ENSAIOS DE LABORATÓRIO 55

7.1 - ENSAIO DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS 55
7.1.1 - INTRODUÇÃO 55
7.1.2 - DISPOSITIVOS UTILIZADOS NOS ENSAIOS DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS 56
7.1.3 - CONFIGURAÇÃO DO ENSAIO DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS 58
7.2 - AMOSTRAS 60
7.2.1 - CARACTERÍSTICAS DAS AMOSTRA ENSAIADAS 60
7.2.2 - PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS 62
7.2.2.1 - Corte das lajes 62
7.2.2.2 - Retificação das amostras 62
7.2.2.3 - Realização do entalhe nas amostras 64
7.2.3 - DIMENSÕES DAS AMOSTRAS 65
7.3 - RESULTADOS DOS ENSAIOS DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS 67
7.4 - ENSAIOS DE COMPRESSÃO UNIAXIAL E DIAMETRAL 72

CAPÍTULO 8: SIMULAÇÃO NUMÉRICA 73

8.1 - INTRODUÇÃO 73
8.2 - GERAÇÃO DA CURVA FORÇA-DESLOCAMENTO ATRAVÉS DA ANÁLISE BASEADA NA MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICA LINEAR 73
8.2.1 - PROGRAMA FRAT 73
8.2.2 - DEFINIÇÃO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS E GERAÇÃO DA CURVA FORÇA-DESLOCAMENTO 75
8.3 - GERAÇÃO DA CURVA FORÇA-DESLOCAMENTO ATRAVÉS DA ANÁLISE BASEADA NO MODELO COESIVO 77
8.3.1 - SIMULAÇÃO NUMÉRICA BASEADA NO MODELO COESIVO 77
8.3.2 - DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS USANDO O MODELO COESIVO 81
8.4 - RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS QUE UTILIZAM A MFEL E O MC 82

CAPÍTULO 9: ANÁLISE DOS RESULTADOS 85

9.1 - ENSAIOS E SIMULAÇÕES NUMÉRICAS 85
9.1.1 - ANÁLISE DA RELAÇÃO FORÇA-FLECHA 85
9.1.2 - ANÁLISE DA RELAÇÃO FORÇA-DESLOCAMENTO DA ABERTURA DA FRATURA 93
9.2 - EFEITO ESCALA 95

CAPÍTULO 10: CONCLUSÕES 97

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 100

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS CONSULTADAS 106

ANEXO 108

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Classificação do comportamento de ruptura da rocha, WAWERSIK (1968, citado por HUDSON et al., 1971a) 5

Figura 2.2 - Influência do tamanho e forma da amostra na curva tensão-deformação em mármores carregados sob compressão uniaxial (HUDSON et al., 1971b) 6

Figura 2.3 - Influência do comprimento da amostra na forma da curva tensão-deformação completa como indicado pelo modelo idealizado (HUDSON et al., 1971b) 7

Figura 2.4 - Curvas força-deslocamento flexural em amostras de argamassa (ROKUGO et al., 1986) 8

Figura 2.5 - Curvas força-deslocamento, sob compressão uniaxial, em amostras de argamassa (ROKUGO et al., 1986) 9

Figura 2.6 - Resposta força-deslocamento axial em amostras entalhadas, sob compressão uniaxial (LABUZ, 1991). 10

Figura 2.7 - Variação no comportamento de duas vigas geometricamente similares (LABUZ & BIOLZI, 1991) 10

Figura 2.8 - Estabilidade do comportamento de amostras com vãos de comprimento pequeno, intermediário e grande (LABUZ, 1991) 11

Figura 2.9 - Variação na forma da curva tensão-deformação aparente causada pela divisão da força pela área da seção transversal original (HUDSON et al., 1971b) 13

Figura2.10 - Comportamento da tensão-deformação antes e após a ruptura (BRADY et al., 1973) 14

Figura 3.1 - Influência da rigidez da máquina de ensaio na ruptura de rocha (HUDSON et al., 1971b) 17

Figura 3.2 - Sistema máquina-amostra (TANG, 1994) 18

Figura 3.3 - Velocidade de deformação teórica relacionada com a rigidez da máquina e a lei constitutiva da amostra (TANG, 1994) 19

Figura 3.4 - Compensador Rígido (HINDE, 1964) 21

Figura 3.5 - Máquina de ensaio rígida termicamente controlada (COOK & HOJEM, 1966) 22

Figura 3.6 - Método para aumentar a rigidez da máquina de ensaio (in BIENIAWSKI, 1967b) 23

Figura 3.7 - Escolha da força ou deslocamento como variável independente durante o ensaio de compressão uniaxial em rochas (HUDSON et al., 1971b) 24

Figura 3.8 - Princípio do controle de "loop" fechado (HUDSON et al., 1971a) 26

Figura 3.9 - Realimentação para o controle ótimo do deslocamento para várias situações (HUDSON et al., 1971a) 27

Figura 3.10 - Curva tensão-deformação para um carregamento à velocidade de deformação constante de uma rocha tipo Classe I (OKUBO & NISHIMATSU, 1985) 28

Figura 3.11 - Curva tensão-deformação de uma rocha tipo Classe II e mudança da velocidade de deformação segundo o método proposto (OKUBO & NISHIMATSU, 1985) 29

Figura 3.12 - Bloco diagrama do sistema de servo-controle com realimentação de tensão mostrado pela linha tracejada (OKUBO & NISHIMATSU, 1985) 30

Figura 4.1 - Efeito escala de acordo com o critério de resistência e a Mecânica da Fratura Elástica Linear e Não Linear (BAZANT, 1984) 32

Figura 4.2 - Variação da resistência proposta por HOSHIDE (1993) 34

Figura 5.1 - Placa com fenda em forma de elipse sujeita a tensões de tração uniformes (in LAW & WILSHAW, 1975) 35

Figura 5.2 - (a) Energias em função do tamanho da fratura; (b) Variação das energias com o tamanho da fratura (in KNOTT, 1973) 38

Figura 5.3 - Placa infinita carregada biaxialmente com uma fratura plana (in INGRAFFEA, 1977) 40

Figura 5.4 - Modos fundamentais de deformação (in INGRAFFEA, 1977) 43

Figura 6.1 - Fratura efetiva de Dugdale e a extensão da zona plástica (in ALIABADI & ROOKE, 1991) 46

Figura 6.2 - Forças coesivas nas extremidades da fratura, segundo o Modelo de Barenblatt (in GOODIER, 1968) 49

Figura 6.3 - Princípios utilizados no MFF para a divisão das propriedades de deformação em um diagrama σ x u e σ x w (HILLERBORG, 1983) 50

Figura 6.4 - Distribuição de tensões à frente da extremidade de uma fratura, após o crescimento da fratura real (LABUZ, 1985) 51

Figura 6.5 - (a) Lei elástica tensão-deformação; (b) Lei coesiva tensão-deformação da abertura da fratura (HILLERBORG, 1983) 53

Figura 7.1 - Suporte do ensaio de flexão a três pontos 56

Figura 7.2 - Disposição do "clip-gauge" na amostra a ser ensaiada; (a) "clip-gauge"; (b) extensômetro usado para medir a flecha aparente; (c) placas de alumínio para prender o "clip-gauge" 57

Figura 7.3a - Configuração do ensaio de flexão a três pontos na prensa servo-controlada (vista frontal) 59

Figura 7.3b - Configuração do ensaio de flexão a três pontos na prensa servo-controlada 59

Figura 7.4 - Lajes de Basalto retiradas de Pedreira Tatiane 61

Figura 7.5 - Serra com disco diamantado 63

Figura 7.6 - Máquina retificadora com rebôlo diamantado 63

Figura 7.7 - Retífica plana universal e mini-motor 64

Figura 7.8 - Disco diamantado 65

Figura 7.9 - Características geométricas das amostras ensaiadas 66

Figura 7.10 - Curvas força-deslocamento do ensaio de flexão a três pontos para o basalto 68

Figura 7.11 - Curvas força-deslocamento do ensaio de flexão a três pontos para o arenito 68

Figura 7.12 - Curvas dos ensaios de flexão com correção e sem correção dos deslocamentos para o tamanho 2 no arenito 69

Figura 8.1 - Esquema para cálculo dos Fatores Intensidade de Tensões (INGRAFFEA, 1983) 74

Figura 8.2 - Malha para análise de flexão a três pontos 75

Figura 8.3 - Diagrama da força-deslocamento através da análise da utilização do FRAT no ensaio de flexão a três pontos 77

Figura 8.4 - Viga de concreto solicitada, apresentando fratura e zona de fraturamento (HILLERBORG, 1983) 78

Figura 8.5 - Malha de elementos de contorno para a simulação do ensaio de flexão a três pontos 79

Figura 8.6 - Força-deslocamento adimensionais para vários parâmetros de tamanho (MAIER et al., 1993) 80

Figura 8.7 - Curvas força-deslocamento para a amostra de menor tamanho (tamanho 1) 82

Figura 9.1- Comparação dos resultados obtidos para as amostras de basalto 86

Figura 9.2 - Comparação dos resultados obtidos para as amostras de arenito 87

Figura 9.3 - Relação força-flecha para o ensaio de flexão e para o MC 92

Figura 9.4 - Curvas força-deslocamento de abertura da fratura para o arenito (tamanho 2) 94

Figura 9.5 - Curvas força-deslocamento de abertura da fratura para o basalto (tamanho 3) 95

Figura 9.6 - Relação bi-logarítima da rsistência à tração-altura, para os diferentes tamanhos de amostra 96

LISTA DE TABELAS

Tabela 7.1 - Dimensões dos quatro tamanhos das amostras ensaiadas 67

Tabela 7.2 - Resistência à tração para os quatro tamanhos de amostra para o basalto e arenito 70

Tabela 7.3 - Resultados dos ensaios de flexão a três pontos 70,71

Tabela 7.4 - Resultados obtidos nos ensaios de compressão uniaxial e tração indireta 72

Tabela 8.1 - Dados referentes a obtenção de força-deslocamento através do FRAT 77

Tabela 8.2 - Resultados dos quatro tamanhos de amostras de basalto para a MFEL e o MC 83

Tabela 8.3 - Resultados dos quatro tamanhos de amostras de arenito para a MFEL e o MC 84

Tabela 9.1 - Análise estatística dos parâmetros obtidos nas simulações numéricas para o basalto 89

Tabela 9.2 - Análise estatística dos parâmetros obtidos nas simulações numéricas para o arenito 90

Tabela 9.3 - Análise estatística dos dados obtidos nas simulações numéricas e nos ensaios de compressão simples e ensaios brasileiros para os quatros tamanhos de amostra 91

Tabela 9.4 - Comparação dos resultados obtidos na simulação do ensaio de flexão utilizando o MC 92

LISTA DE SÍMBOLOS E SIGLAS

x, y, z	coordenadas cartesianas
r,θ	coordendas polares
a	metade do comprimento da fratura
b	dimensão característica da amostra
D	diâmetro da amostra
k	rigidez
$\mathbf{k_m}$	rigidez da máquina de ensaio
$\mathbf{k_{am}}$	rigidez da amostra
A	área da seção transversal
E	módulo de elasticidade
H	altura da coluna de fluído da máquina de ensaio
V	módulo volumétrico
$\mathbf{F_{am}}$	força compressiva na amostra
$\mathbf{F_m}$	força compressiva na máquina
u	deslocamento da amostra
$\dot{u}$ e $\dot{u}_m$	correspondentes à variação da deformação com o tempo
$\mathbf{u_m}$	deslocamento da máquina de ensaio
$\mathbf{u_{pico}}$	deslocamento correspondente à força máxima na amostra
ε	deformação
$f'(u)$	derivada (declividade) da curva tensão-deformação da amostra
C	constante; fator de correção para a forma de carregamento
$f(a/b)$	fator de correção para a geometria do corpo
σ	tensão normal
σ_p	tensão de plastificação
σ_t	resistência à tração da amostra
$\sigma_{t\,máx}$	resistência à tração máxima da amostra
σ_{cr}	máxima tensão axial suportada pela amostra
α	parâmetro quantificador do efeito-escala em relação à dimensão característica da amostra
d_0	diâmetro médio dos grãos da rocha
ρ	raio de curvatura
$\mathbf{U_E}$	energia de deformação liberada por unidade de comprimento da fratura
$\mathbf{U_S}$	energia de superfície por unidade de comprimento da fratura
$\mathbf{U_T}$	total das energias de fraturamento por unidade de comprimento da fratura

γ	energia específica de superfície livre de um corpo
G_F	variação da energia de deformação por unidade de comprimento da fratura (energia de fraturamento)
G_{FC}	variação crítica da energia de deformação por unidade de comprimento da fratura (energia de fraturamento crítica)
$\mathbf{K}$	fator de intensidade de tensão genérico
$\mathbf{K_I}$	fator de intensidade de tensão - modo I
$\mathbf{K_{II}}$	fator de intensidade de tensão - modo II
$\mathbf{K_{III}}$	fator de intensidade de tensão - modo III
$\mathbf{K_{IC}}$	tenacidade à fratura do material - modo I
$\mathbf{K_{IIC}}$	tenacidade à fratura do material - modo II
$\mathbf{K_{IIIC}}$	tenacidade à fratura do material - modo III
ν	coeficiente de Poisson
τ	tensões cisalhantes
$\mathbf{s}$	comprimento da zona de plastificação na extremidade da fratura
$\mathbf{F}$	força normal na amostra
$\mathbf{F_{pico}}$	força correspondente à carga máxima na amostra
w	deslocamento de abertura da fratura
w_c	deslocamento de abertura da fratura crítico
w_{pico}	deslocamento da abertura da fratura correspondente à carga máxima na amostra
ℓ	comprimento inicial da fratura
ℓ''	comprimento do lado do elemento da extremidade da fratura
L'	comprimento total da amostra
L	distância entre os apoios (vão)
B	altura ou espessura da amostra
t	espessura da amostra
a	profundidade do entalhe na amostra
d	comprimento externo aos apoios
x	largura do entalhe
u'	deslocamento nodal de deslizamento, no sistema local de coordenadas x', y'
v'	deslocamento nodal de abertura da fratura, no sistema local de coordenadas x', y'
$\mathbf{G}$	módulo de elasticidade transversal
β	"parâmetro de tamanho" adimensional em vigas
α	carga de pico adimensional

LVDT - Linear Variable Differencial Transformer
ISRM - International Society for Rock Mechanics
ASTM - American Society for Testing and Materials
MFEL - Mecânica da Fratura Elástica Linear
MFF - Modelo da Fratura Fictícia
MC - Modelo Coesivo

RESUMO

O presente trabalho foi desenvolvido com o intuito de verificar a influência do efeito escala na variação da forma da curva tensão-deformação e na resistência de duas rochas brasileiras: o arenito silicificado da Formação Botucatu e o basalto da Formação Serra Geral. Para tanto, foram executados ensaios de flexão a três pontos, com controle do processo de fraturamento, em amostras de ambas as rochas. Os ensaios foram conduzidos sobre quatro tamanhos diferentes de corpos de prova. Experimentalmente, não foi observada variação na forma da curva força-deslocamento com o tamanho das amostras e que a variação da resistência em função dos tamanhos das amostras aproxima-se do previsto pela Mecânica da Fratura Elástica Linear.

As curvas força-deslocamento obtidas experimentalmente foram comparadas com duas outras curvas obtidas numericamente, uma através de simulações baseadas na Mecânica da Fratura Elástica Linear, e outra com base na teoria do Modelo Coesivo de propagação de fraturas em análise não linear.

Os dados obtidos mostram que entre as duas simulações numéricas a que apresenta melhor aproximação à simulação experimental é a do Modelo Coesivo e que ambas subestimam os deslocamentos no trecho pós-ruptura dos ensaios.

ABSTRACT

The Present work has been developed aiming to verify the scale-effect influence on the stress-strain curve form as well on the strength of two Brazilian rocks: Botucatu sandstone and basalt from Serra Geral Formation. Using samples of those rocks three point beam bending experiments have been made in which the crack displacement opening mouth was controlled. The experiments have been conducted using four different sample sizes. In the experiments no variation in the form of the force-displacement curve has been observed considering those chosen sample sizes. The rock strength variation for those samples is approximately the one predicted by the Linear Fracture Mechanics Theory.

The force-displacement curved experimentally achieved were compared with two other curves obtained numerically, one using the Linear Elastic Fracture Mechanics Theory with FEM and other assuming the fictitious cohesive crack model with BEM.

It has been verified that among the two numerical procedures the cohesive crack model gives better results and both give smaller displacements after the rupture.

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

O emprego da Mecânica da Fratura na análise do comportamento de materiais rochosos tem sido intensificado a partir dos trabalhos pioneiros de WAWERSIK (1968) e BIENIAWSKI (1967a). Em termos experimentais, verifica-se, a partir de então, um enorme progresso laboratorial, notadamente na determinação experimental do modelo constitutivo de rochas, com o levantamento completo da curva tensão-deformação de rochas. Até o início da década de 70, pela limitação dos equipamentos existentes, era extremamente difícil controlar em laboratório o processo de fraturamento de materiais rochosos. A obtenção de curvas completas tensão-deformação de amostras submetidas a cargas compressivas ou de tração era conseguida somente em condições muito especiais de equipamentos e materiais (HINDE, 1964; BROCK, 1962; COOK, 1965; PAULDING, 1965; COOK & HOJEM, 1966 e BIENIAWSKI, 1967a,b);. Com o advento de máquinas servo-controladas, atualmente bastante disseminadas nos laboratórios de Mecânica das Rochas, essas dificuldades de controle dos ensaios foram praticamente abolidas. Surgem, então, inúmeros estudos experimentais e teóricos sobre a variabilidade da forma dessas curvas e as características do fraturamento de rochas quando submetidas a esforços de tração, compressão uniaxial e compressão triaxial. Variações na forma das curvas e na resistência das amostras foram verificadas e atribuídas ao efeito escala e ao efeito-forma das amostras (HUDSON et al., 1971a,b; 1972; ROKUGO et al., 1986; LABUZ; 1991 e LABUZ & BIOLZI, 1991). Modelos de previsão do fraturamento e comportamento de rochas foram, então, desenvolvidos, inicialmente baseados na Mecânica da Fratura Elástica Linear e

posteriormente em análises não lineares, como o Modelo Coesivo (DUGDALE, 1960; BARENBLATT, 1959, 1962; HILLERBORG et. al., 1976; CARPINTERI, 1985; LABUZ & BIOLZI, 1991).

O presente trabalho foi desenvolvido com o intuito de verificar a influência do efeito escala na variação da forma da curva tensão-deformação e na resistência de duas rochas brasileiras: o arenito silicificado da Formação Botucatu e o basalto da Formação Serra Geral. Para tanto, foram executados ensaios de flexão a três pontos, com controle do processo de fraturamento, em amostras de ambas as rochas. Foram utilizados quatro tamanhos de corpos de prova. Variou-se, portanto, unicamente a escala e não a forma dos corpos de prova. As curvas força-deslocamento obtidas experimentalmente foram comparadas com duas outras curvas obtidas numericamente, uma através de simulações baseadas na Mecânica da Fratura Elástica Linear, e outra com base na teoria do Modelo Coesivo de propagação de fraturas em análise não linear.

No Capítulo 2 são definidos os tipos de curva tensão-deformação completa e a apresentação dos fatores que influeciam a forma desta curva.

O Capítulo 3 relata os tipos de máquinas de ensaio, suas modificações até a utilização da máquina de ensaio servo-controlada e os meios de controle dos ensaios realizados nestas máquinas.

Os modelos mais utilizados na previsão de efeito escala na resistência de rochas são apresentados no Capítulo 4.

O Capítulo 5 apresenta a abordagem conceitual da Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL) e o seu desenvolvimento histórico.

Os principais modelos que deram ínicio à definição do Modelo Coesivo (MC) são descritos no Capítulo 6: Modelo de Dugdale, de Barenblatt e de Hillerborg.

No Capítulo 7 são descritos os ensaios de laboratório: dispositivos usados no ensaio de flexão a três pontos, configuração destes ensaios, preparação das amostras, características e dimensões, resultados obtidos.

O Capítulo 8 aborda as simulações numéricas do ensaio de flexão a três pontos que utilizam como base a MFEL e o MC, sem entrar em detalhes sobre o desenvolvimento dos sistemas computacionais. Descreve a geração das curvas

obtidas através das simulações e apresenta os dados obtidos com a utilização das simulações.

O Capítulo 9 apresenta a comparação das curvas força-deslocamento obtidas através dos ensaios de flexão a três pontos com as curvas obtidas através das simulações numéricas que utilizam a MFEL e o MC. Este capítulo também mostra a análise estatística dos dados obtidos com a utilização das simulações numéricas.

Em conclusão ao trabalho apresentado (Capítulo 10), os resultados dos ensaios e das simulações numéricas indicam que o ramo descendente da curva força-deslocamento que se aproxima do ensaio é a que utiliza como base o MC, talvez por levar em consideração a não-linearidade na extremidade da fratura, e também por utilizar mais parâmetros que a simulação numérica que utiliza a MFEL.

Foi observado que não há uma tendência da forma da curva força-deslocamento variar com o tamanho da amostra.

CAPÍTULO 2: CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO

2.1 - FORMAS DA CURVA TENSÃO-DEFORMACÃO PÓS-PICO.

Em 1968, WAWERSIK chamou a atenção para o comportamento da curva tensão-deformação pós-pico, realizando ensaios de compressão simples em amostras de diferentes tipos de rochas e utilizando uma máquina de ensaio rígida controlada termicamente.

Ele classificou as rochas quanto à ruptura, em Classe I, para as rochas que apresentaram após o pico, ou seja após a ruptura, um acréscimo de deformação axial com o decréscimo de tensão e em Classe II para aquelas que apresentaram um decréscimo da deformação axial associado a um decréscimo de tensão axial (Figura 2.1).

Segundo WAWERSIK (op. cit.), numa prensa infinitamente rígida que não armazena energia de deformação, as rochas da Classe I somente continuam a se fraturar (após o pico) pelo movimento contínuo dos cilindros (pratos) da prensa. Portanto, em cada ponto do eixo de deformação, deve ser fornecida energia à amostra para o fraturamento progredir. Nas rochas da Classe II, entretanto, o processo de fraturamento durante o ensaio somente pode ser estacionado pela remoção da energia dos cilindros da prensa, seguindo o caminho ABDE em vez do ACDE (Figura 2.1). Esta quantidade de energia que deve ser removida corresponde à parte hachurada da curva.

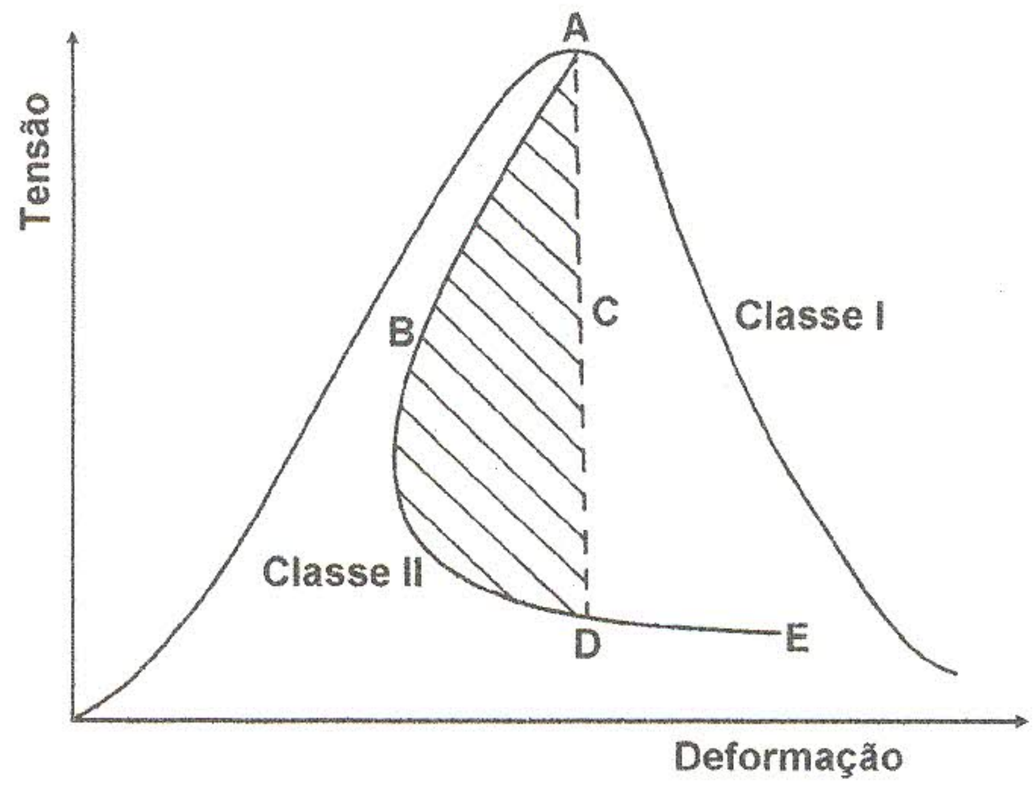


Figura 2.1 - Classificação do comportamento de ruptura da rocha, WAWERSIK (1968, citado por HUDSON et. al., 1971a).

Em 1970, WAWERSIK e FAIRHURST realizaram ensaios de compressão uniaxial em rochas frágeis (rúpteis), com o objetivo de controlar a ruptura e observaram que todas as rochas têm um comportamento similar durante o carregamento, mas após a ruptura se distinguem em Classe I e Classe II, comprovando assim o trabalho realizado por WAWERSIK em 1968.

2.2 - FATORES QUE INFLUENCIAM A CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Dentre os fatores que podem alterar a forma da curva tensão-deformação, os mais importantes são: o tamanho e a geometria das amostras, a microestrutura das amostras, o cálculo da seção transversal da amostra e a rigidez da máquina de ensaio.

2.2.1 - TAMANHO E GEOMETRIA DAS AMOSTRAS.

Para ilustrar o efeito diferente do fraturamento em amostras de tamanhos variáveis, HUDSON et al. (1971b) realizaram ensaios de compressão uniaxial no mármore Cherokee da Geórgia, com a velocidade de deformação axial constante (Figura 2.2). Não ocorreu influência marcante na porção pré-ruptura da curva tensão-deformação durante as variações do diâmetro (D) e da relação

comprimento/diâmetro (L/D). Para essa rocha, a porção pós-ruptura da curva tensão-deformação torna-se menos íngreme em amostras cujo diâmetro e a razão L/D estão decrescendo.

Segundo HUDSON et al. (1971b), os dados de resistência à compressão uniaxial dos ensaios indicam que não há efeito de tamanho na resistência à compressão simples, mas indicam um efeito da forma (L/D) significante na resistência compressiva, que é causado por tensões não uniformes em amostras com L/D menores.

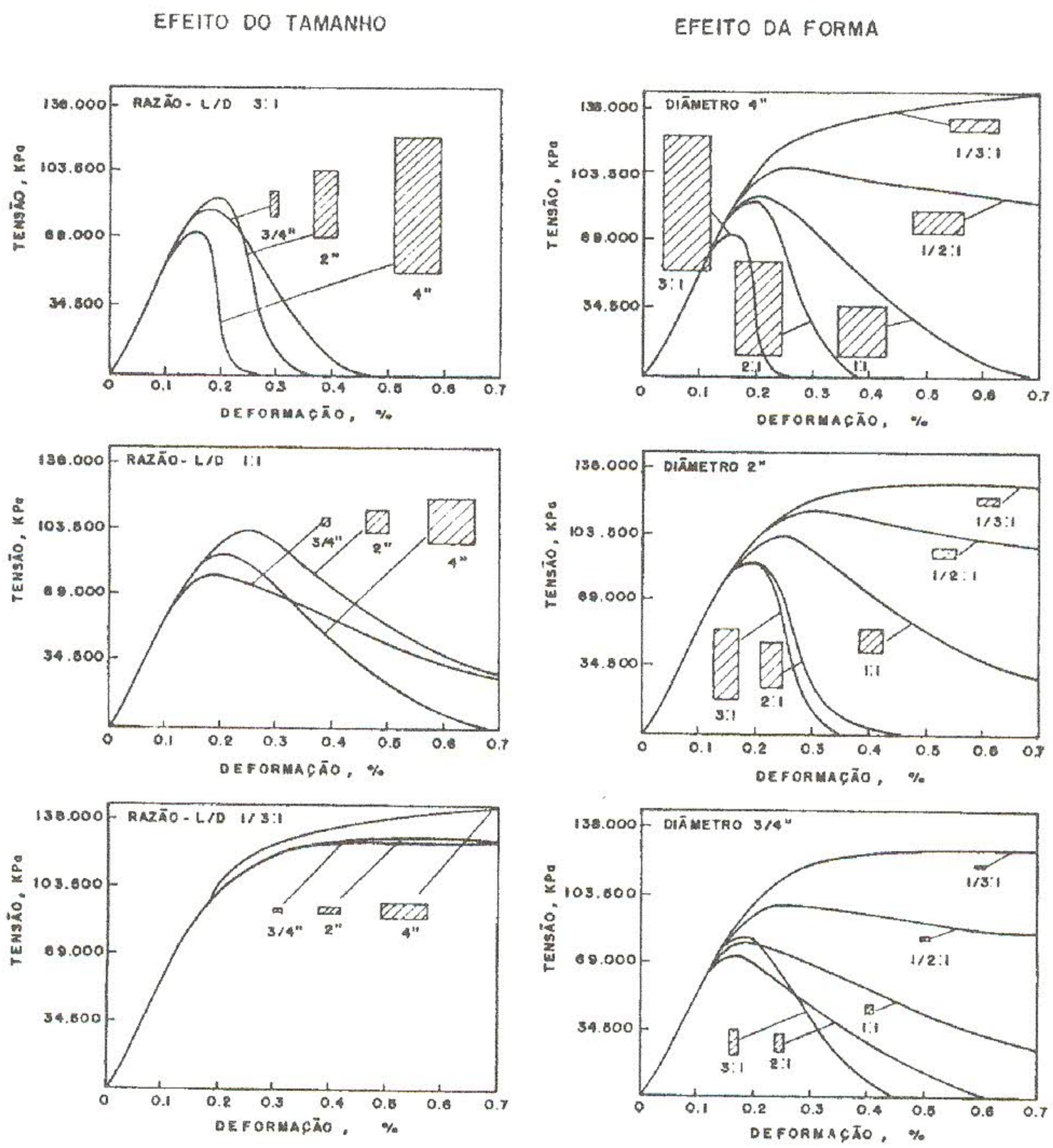


Figura 2.2 - Influência do tamanho e forma da amostra na curva tensão-deformação em mármores carregados sob compressão uniaxial (HUDSON et. al., 1971b).

O tamanho e a geometria da amostra influenciaram a forma da curva tensão-deformação na porção pós-pico e de acordo com HUDSON et al. (op. cit.), as fraturas axiais, geralmente, estão concentradas na porção central da amostra devido a contenção das extremidades pelos cilindros da prensa, inibindo o crescimento destas próximo à interface amostra-máquina. Nas amostras mais longas (L/D maiores), a região central é fraturada, enquanto que as extremidades estão intactas. Para a relação L/D menor (1/3:1), as fraturas estão distribuídas uniformemente através do comprimento da amostra, causando uma variação na forma da curva tensão-deformação, como mostra a Figura 2.3. As curvas desta Figura são derivadas de um modelo idealizado do carregamento em série com três elementos dos quais dois (de comprimento igual) permanecem intactos e o outro é rompido. Nos ensaios, o comprimento (L) das amostras varia, mas a zona de fraturamento permanece constante.

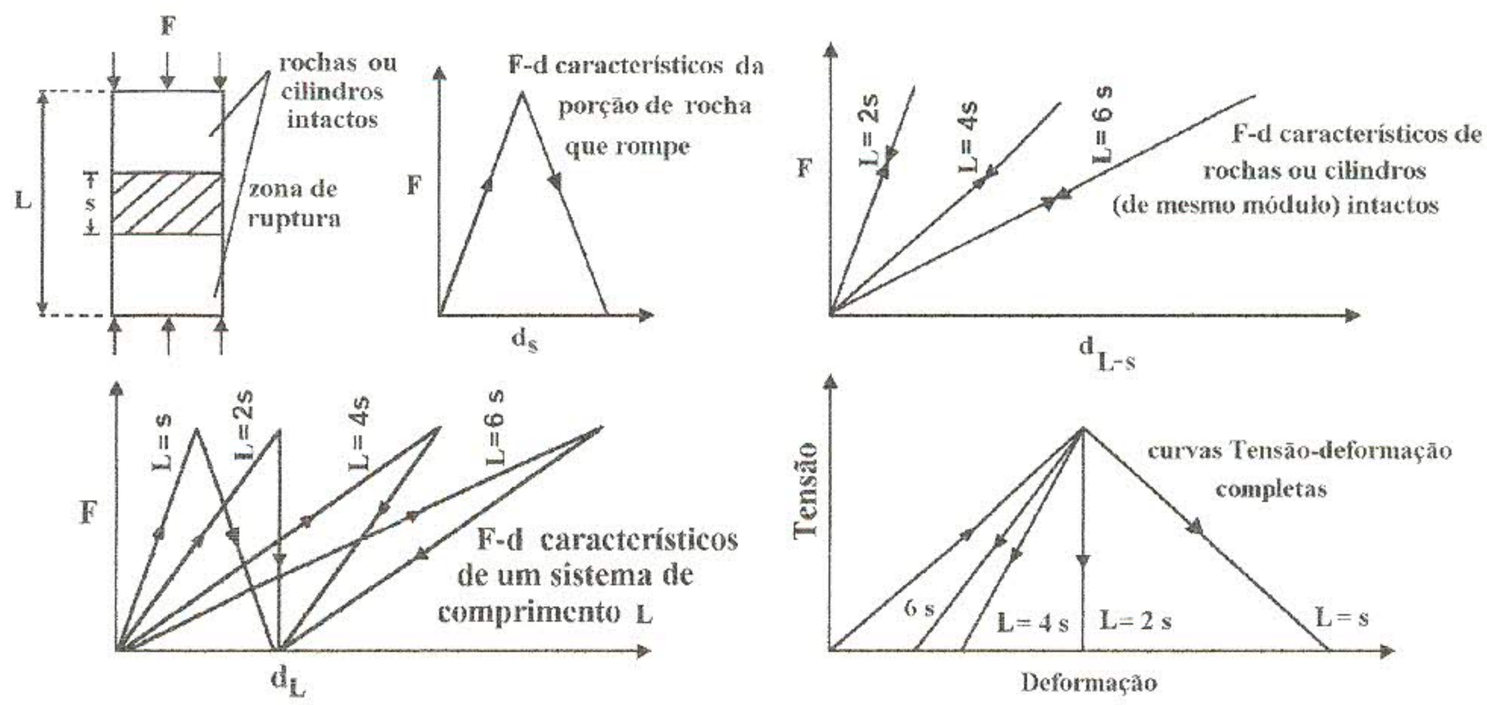


Figura 2.3 - Influência do comprimento da amostra na forma da curva tensão-deformação completa como indicado pelo modelo idealizado (HUDSON et. al., 1971b).

Se a região do material intacto fosse representada por dois espaçadores de metal ao invés de rocha intacta, as curvas ilustrariam a importância em medir o deslocamento na zona de ruptura da amostra no lugar de medir dois pontos fora desta zona. Nos ensaios em máquinas rígidas servo-controladas, onde o deslocamento axial é usado para gerar o sinal de realimentação, o controle da ruptura é otimizado quando o deslocamento é medido na zona de ruptura da amostra. Se o deslocamento

dos espaçadores de metal for incluído no sinal de realimentação, o deslocamento na curva tensão-deformação pode não aumentar monotonicamente e a ruptura ser incontrolável.

ROKUGO et. al. (1986) realizando ensaios de flexão a três pontos em vigas de argamassa, com seção transversal de 7.5 x 7.5 cm e variando o vão (distância entre os apoios) em 30, 60 e 90 cm, verificaram que no ramo descendente da curva força-deslocamento, força e deslocamento diminuíram com o aumento do vão, atingindo uma curva do tipo Classe II (Figura 2.4).

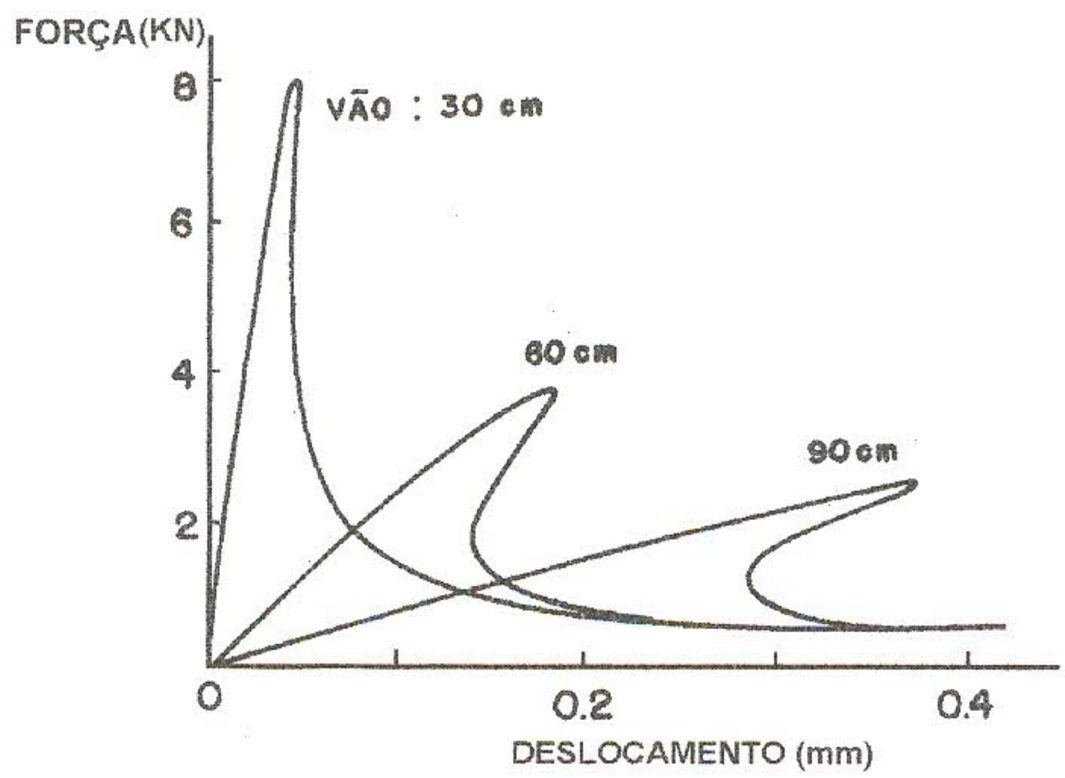


Figura 2.4 - Curvas carga-deslocamento flexural em amostras de argamassa (ROKUGO et al., 1986).

Realizaram, também, ensaios de compressão uniaxial em argamassa com a mesma seção transversal (7,5 x 7.5 cm), variando a altura de 7.5, 15, 30 e 45 cm (Figura 2.5), utilizando uma máquina de ensaio convencional. Concluíram que para a relação altura/largura igual a 6 (45/7.5 cm), a curva foi do tipo Classe II.

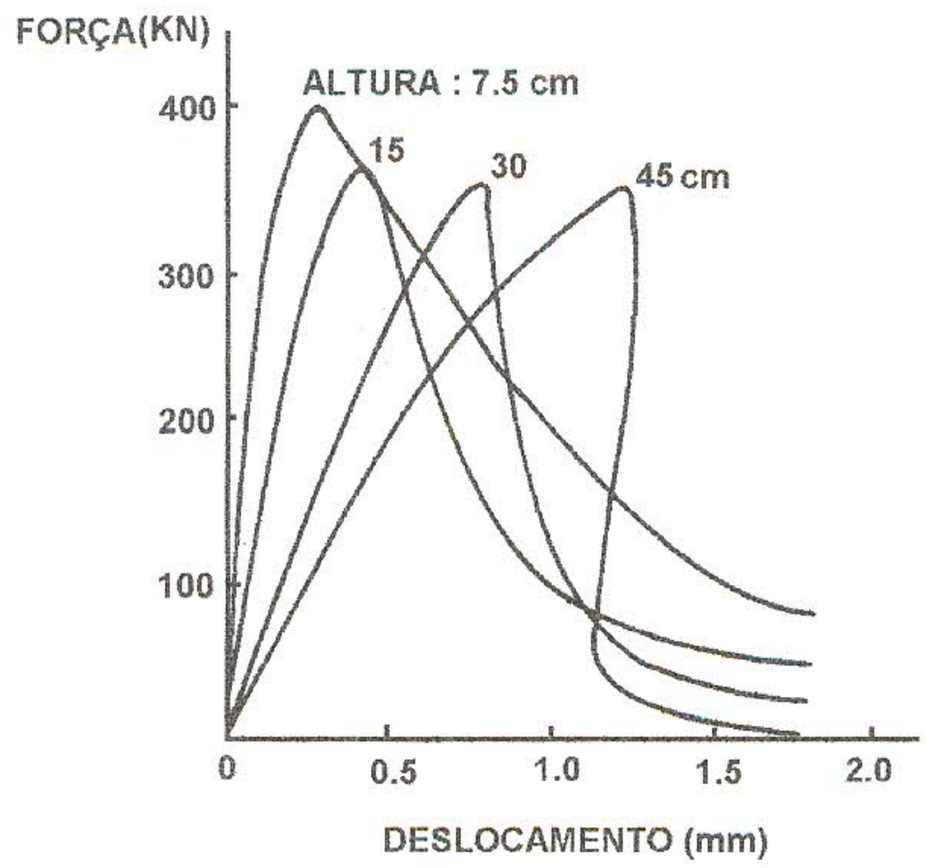


Figura 2.5 - Curvas carga-deslocamento compressivo em amostras de argamassa (ROKUGO et al., 1986).

LABUZ (1991) demonstrou a mudança na estabilidade do ensaio de compressão uniaxial, utilizando uma máquina de ensaio rígida, mantendo o fator forma (L/D) constante. Realizou ensaios de compressão uniaxial em 4 amostras de calcáreo entalhadas com diâmetros de 26 e 52 mm, com L/D igual a 2. Foram feitos dois entalhes, diametralmente opostos com ângulo de 60º com a horizontal, reduzindo a espessura em 50% do diâmetro original, resultando numa seção transversal aproximadamente retangular, 36% menor do que a seção circular. Estes entalhes foram realizados com o intuito de evitar o aparecimento de fraturas verticais, tão comuns no ensaio de compressão uniaxial e conduzir o fraturamento segundo estes entalhes. No diâmetro de 52 mm, a amostra apresentou uma curva tipo Classe II e no de 26 mm, apresentou uma curva tipo Classe I, sendo representadas na Figura 2.6. Concluiu que a rigidez da máquina de ensaio não é sozinha o fator determinante da instabilidade. O tamanho da amostra também é um fator determinante, assumindo que os parâmetros do material são constantes para as amostras ensaiadas.

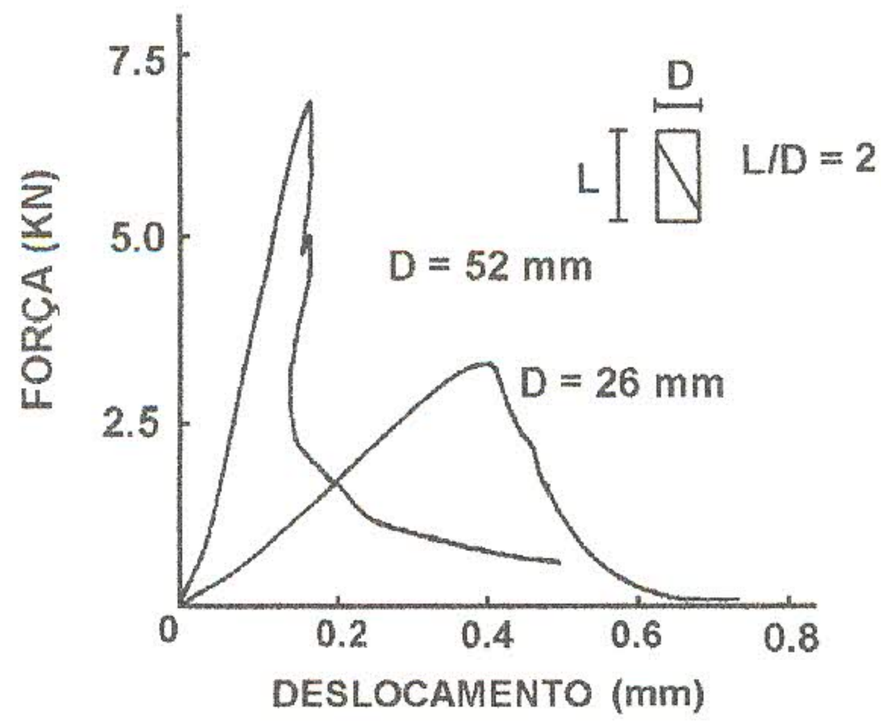


Figura 2.6 - Resposta carga-deslocamento axial em amostras de calcáreo entalhadas, com diâmetros de 26 e 52 mm, comprimidas uniaxialmente na mesma máquina de ensaio (LABUZ, 1991).

LABUZ & BIOLZI (1991), realizaram ensaios de flexão a três pontos em vigas de calcáreo Indiana. Num dos ensaios, usaram a altura (B) da viga igual a 63 mm e em outro igual a 125 mm, mantendo a relação L/B igual a 3. Obtiveram uma curva tipo Classe I, para a altura menor e uma curva tipo Classe II, para a altura maior (Figura 2.7). Na realidade, para fraturas induzidas por tração numa viga, existe uma escala de tamanho crítica em que a instabilidade da Classe II pode ser observada.

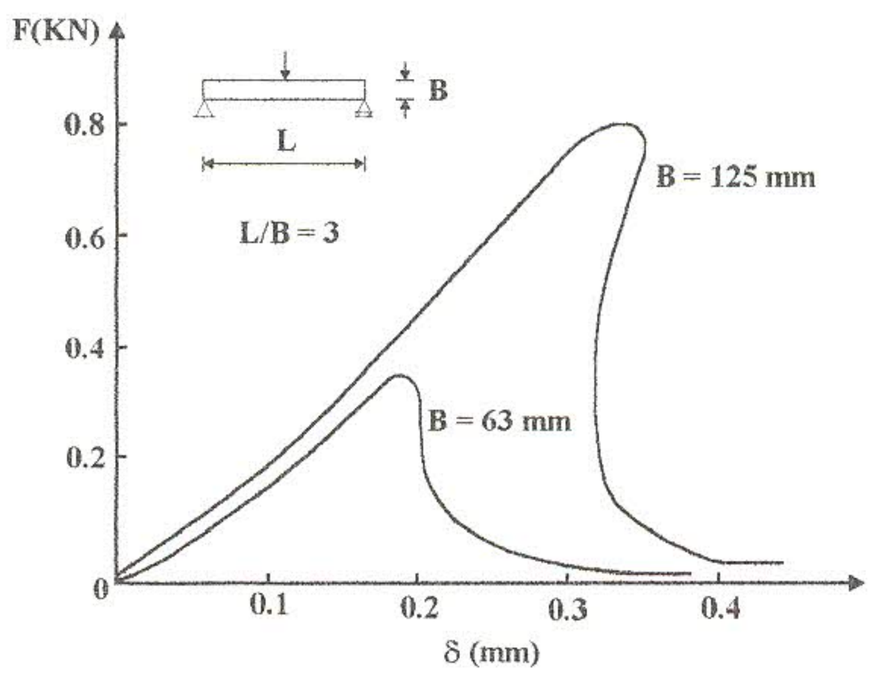


Figura 2.7 - Variação no comportamento de duas vigas geometricamente similares (LABUZ & BIOLZI, 1991).

Em outro ensaio, fizeram com que a altura da viga permanecesse constante e igual a 57 mm, mas utilizaram comprimentos (L) de 114, 228 e 760 mm. O que ocorreu foi que para o comprimento menor, o comportamento da curva foi do tipo Classe II, para o comprimento intermediário o comportamento foi tipo Classe I e para o comprimento maior, a curva volta a ser do tipo Classe II (Figura 2.8). Concluindo que o tamanho e a geometria da amostra influenciam no comportamento da curva tensão-deformação e quando o tamanho de uma estrutura aumenta, o comportamento estável pode mudar de Classe I (para vigas intermediárias) para Classe II (para vigas maiores), mas quando menor, volta a ser Classe II.

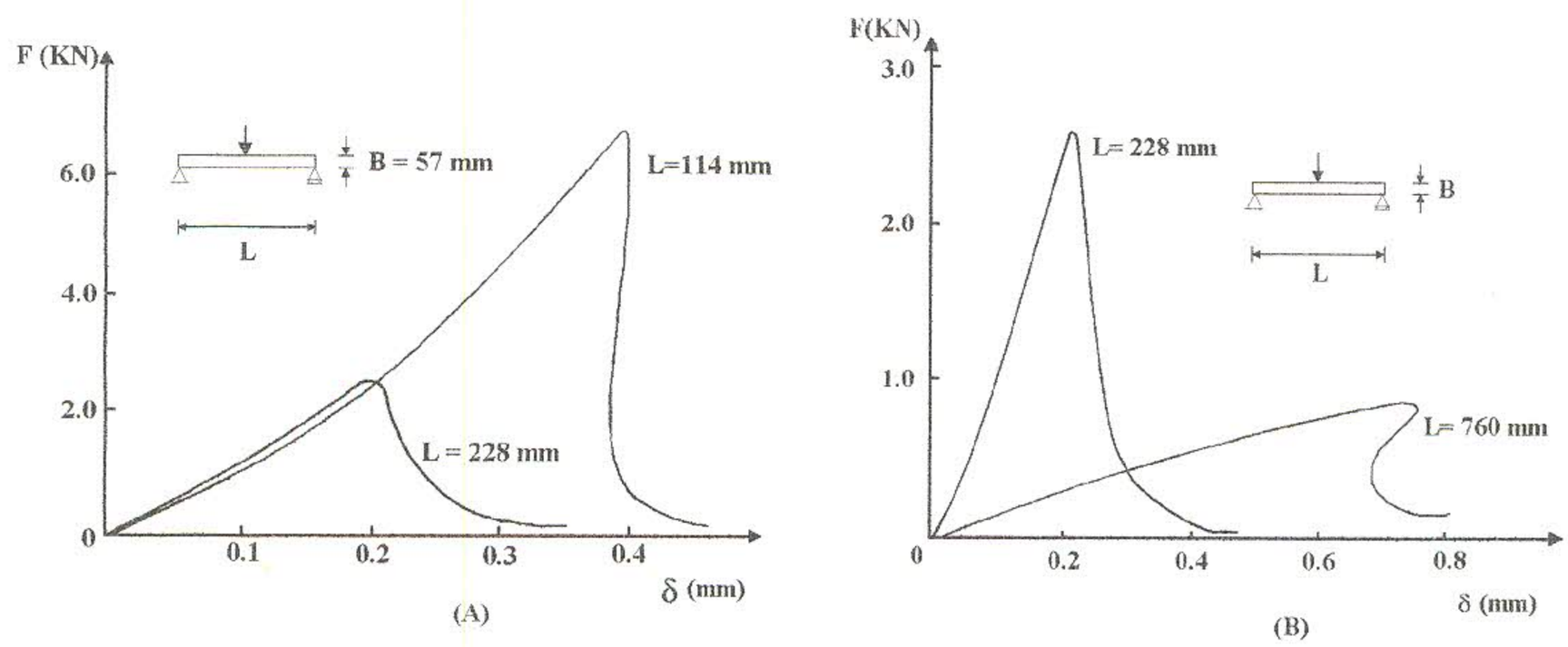


Figura 2.8 - Estabilidade do comportamento de amostras com vãos de comprimento pequeno, intermediário e grande (LABUZ & BIOLZI, 1991).

2.2.2 - A MICROESTRUTURA DA AMOSTRA.

A natureza heterogênea da microestrutura da rocha induz, durante o ensaio de compressão, tensões de tração localizadas, que produzem pequenas fraturas alinhadas ao longo do eixo de carregamento. Quando o deslocamento aumenta, a densidade das fraturas também aumenta, até ocorrer o desplacamento parcial ou cisalhamento da amostra, isto acontece no ramo descendente da curva tensão-deformação (WAWERSIK, 1968).

A forma da curva depende da variabilidade da microestrutura. Se a rocha for idealmente composta de uma estrutura com elementos uniformes que apresentam a

mesma característica elástico-rúptil, a amostra ensaiada comporta-se elasticamente até todos os elementos (no caso de rochas, os minerais) falharem simultaneamente e a capacidade de carga da amostra cai instantâneamente a zero. Inversamente, se a rocha for composta de elementos diferentes numa estrutura aleatória e que apresentam resistências variáveis, a amostra ensaiada rompe lentamente quando o deslocamento aumenta progressivamente. Este é o princípio da destruição progressiva que induz a forma da curva tensão-deformação completa (WAWERSIK, 1968; WAWERSIK & BRACE, 1971 e HUDSON et al., 1971b).

HUDSON et. al. (1971a), através de ensaios de compressão uniaxial em amostras de granito, mármore Tennessee branco e mármore Tennessee rosa (rochas usadas por WAWERSIK, 1968), concluíram que as fraturas axiais típicas que se desenvolvem durante a ruptura estão associadas ao colapso estrutural quando a carga decresce. As fraturas desenvolvidas nessas amostras foram do mesmo tamanho das fraturas desenvolvidas nas amostras ensaiadas por Wawersik. Indicando que o tamanho das fraturas desenvolvidas nas amostras, é determinado pela taxa de heterogeneidade microestrutural ao invés do tamanho das amostras, pois as dimensões destas usadas por WAWERSIK (op. cit.) e HUDSON et al. (1971a) eram diferentes. As dimensões das amostras ensaiadas por HUDSON et al. (op cit.) foram 1,9 cm de diâmetro por 3,8 cm de comprimento, enquanto as dimensões das amostras ensaiadas por WAWERSIK (op. cit.) foram 5,1 cm de diâmetro por 10,2 cm de comprimento.

Portanto, conclui-se que as fraturas axiais que se desenvolvem durante a ruptura por compressão são causadas pela heterogeneidade da microestrutura da rocha e o tamanho dessas fraturas não dependem do tamanho da amostra. O efeito dessas fraturas é diferente para amostras de diferentes tamanhos (HUDSON et al., 1971a).

2.2.3 - CÁLCULO DA SEÇÃO TRANSVERSAL DA AMOSTRA.

Como já discutido anteriormente, a forma da curva tensão-deformação completa é consequência da heterogeneidade da microestrutura, sendo observado que a amostra rompe, durante o ensaio, quando seus elementos rompem

individualmente (HUDSON et al., 1971b). No início, há uma distribuição de tensões pelos elementos e estes são sucessivamente eliminados de acordo com suas resistências. Assim, o último elemento a romper requer uma tensão maior e, portanto, a extremidade da curva tensão-deformação estará associada a uma tensão alta e não zero, se for computada como seção transversal da amostra a seção transversal do último elemento.

Nas curvas completas apresentadas na Figura 2.2, as tensões foram obtidas pela divisão da força pela área da seção transversal original da amostra. Na Figura 2.9 são apresentadas curvas tensão x deformação reais (ou seja, curvas obtidas através da divisão da força pela área da seção transversal da amostra que sobrou após a ruptura) e curvas tensão x deformação aparentes (ou seja, obtidas através da divisão da força pela área da seção transversal original da amostra). Estas curvas mostram que a diferença entre a curva tensão-deformação aparente e a curva real depende da relação L/D da amostra. Para amostras com relação L/D maiores, a área da seção transversal da amostra pode ser reduzida praticamente a zero, no final do ensaio (Figura 2.9A). Para amostras com relação L/D menores (Figura 2.9B), o desplacamento não reduz a área da amostra, sendo próximas as curvas aparente e real. Os autores salientam que é muito difícil, se não impossível, estimar experimentalmente a área efetiva de cada estágio no processo de ruptura e obter a curva tensão-deformação real.

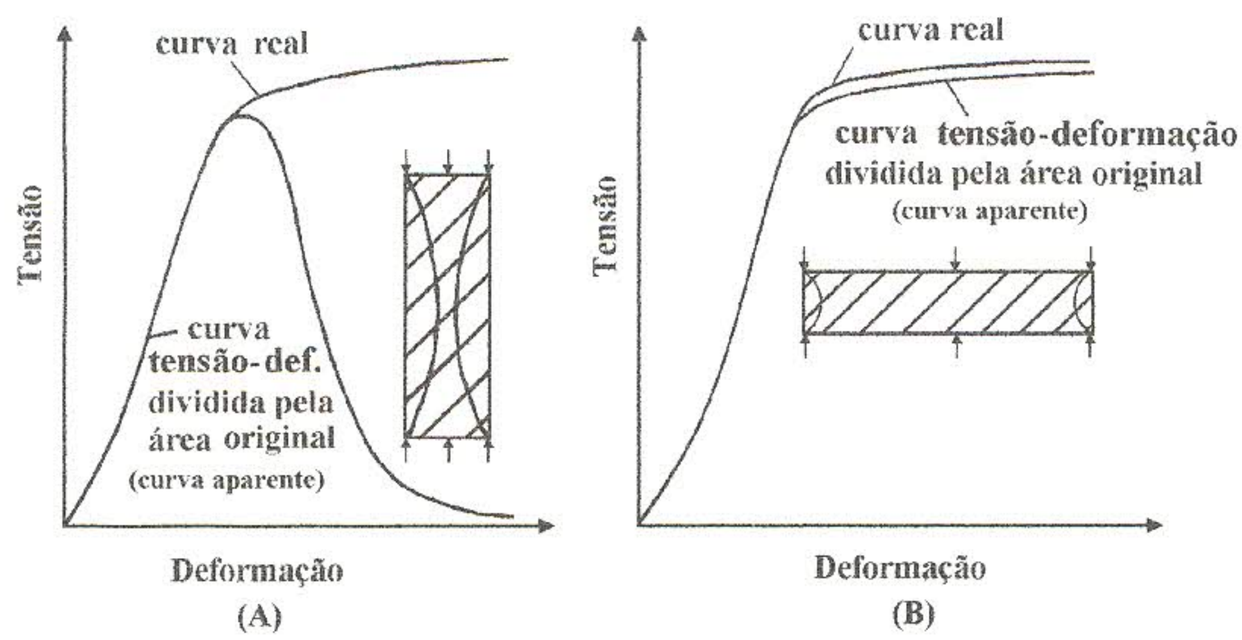


Figura 2.9 - Variação na forma da curva tensão-deformação aparente causada pela divisão da força pela área da seção transversal original (HUDSON et. al., 1971b).

BRADY et al. (1973) estudaram o comportamento de seis tipos de rochas sob compressão simples. A deformação axial das amostras foi medida através de três LVDTs. Cada amostra (cinco amostras de cada tipo de rocha) foi carregada numa posição pré-selecionada ao longo da curva pós-ruptura e então descarregada. As amostras, depois de ensaiadas, foram cortadas em discos e impregnadas com corantes, com intuito de revelar as porções fraturadas. Através da suposição de que a carga foi transmitida para a seção transversal não fraturada, concluíram que há uma tensão máxima real que a rocha intacta pode suportar e que a tensão real máxima não muda com a deformação axial.

A Figura 2.10 mostra a forma das curvas real e aparente obtidas da mesma maneira para os seis tipos de rochas. Enquanto a curva aparente mostra uma característica típica de amolecimento, a curva real não, a forma real da curva é de um material elástico perfeitamente plástico.

Esse estudo revela que a característica de amolecimento observada em rochas não é uma propriedade do material, mas o resultado de um método de cálculo em que se usa a área da seção transversal original da amostra e não o que sobrou da área intacta após sucessivos fraturamentos.

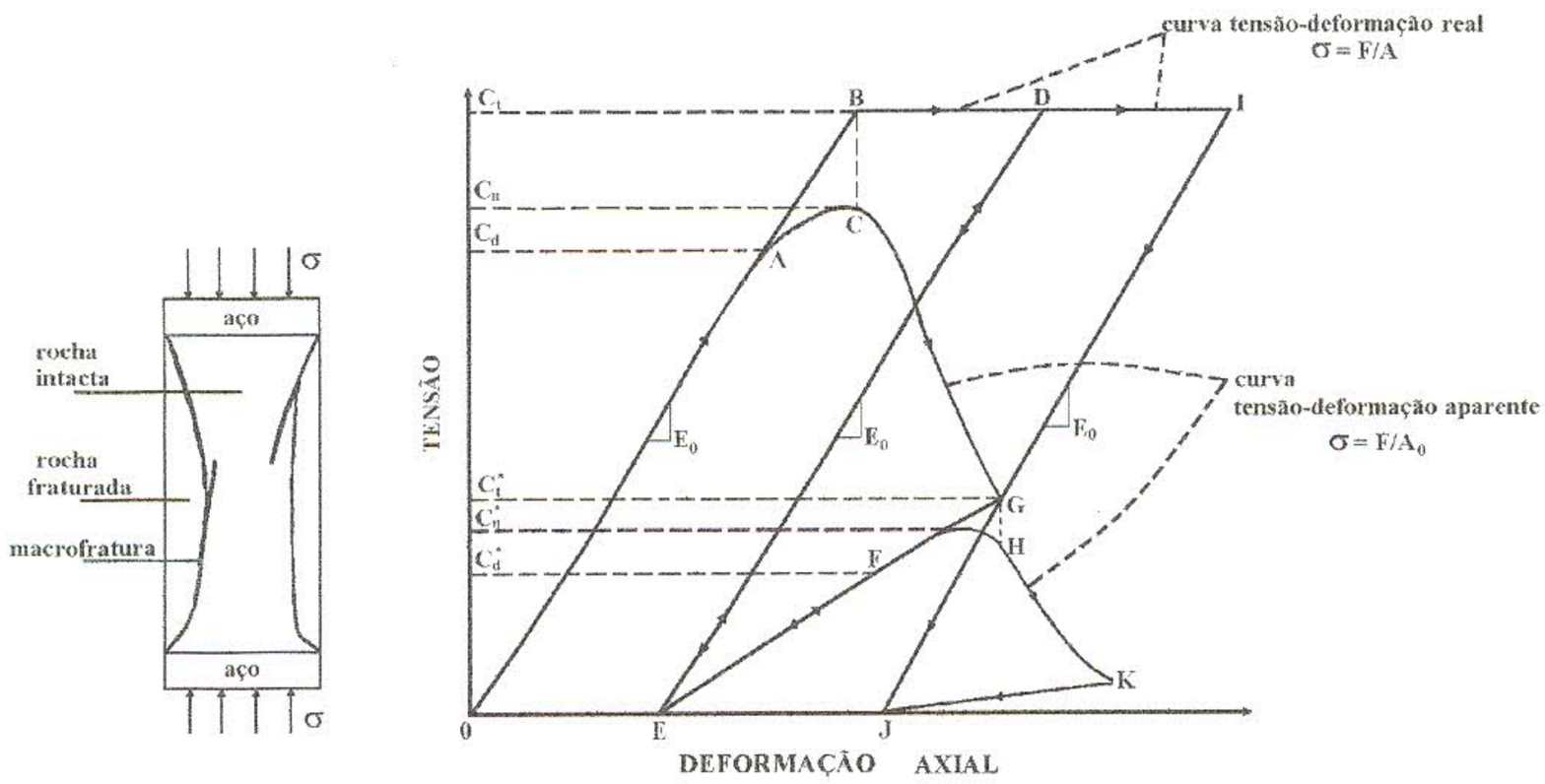


Figura 2.10 - Comportamento da tensão-deformação antes e após a ruptura (BRADY et al., 1973).

CAPÍTULO 3: MÁQUINAS DE ENSAIOS

3.1 - RIGIDEZ DA MÁQUINA DE ENSAIO.

De acordo com BIENIAWSKI et. al. (1969), HUDSON et. al. (1971a), o termo *rigidez* da máquina de ensaio está ligado à rigidez dos vários componentes da máquina, incluindo os espaçadores de metal que são adicionados no pórtico da máquina de ensaio, dependendo do tipo de ensaio a ser realizado.

O sistema é composto de N elementos que estão sujeitos à mesma força. A rigidez da máquina (Km) é dada através da fórmula (HUDSON et al., 1971a):

$$Km = \left[\sum_{i=1}^{N} 1 / Ki \right]^{-1} \tag{3.1}$$

O número de componentes contribui para a rigidez total da máquina de ensaio e obviamente depende do projeto da mesma. A rigidez total deve ser computada para cada caso em particular.

A rigidez **K** de um elemento elástico de comprimento **L** , área da seção transversal **A** e módulo de elasticidade **E**, carregada por compressão simples ou tração é:

$$K = \frac{AE}{L} \tag{3.2}$$

Portanto, a rigidez de cada elemento da máquina de ensaio é diretamente proporcional à área da seção transversal e ao módulo de elasticidade e inversamente proporcional ao comprimento.

Quando se aumenta a seção transversal das colunas de reação da prensa, a rigidez da estrutura da máquina aumenta. Este aumento da área também aumenta a capacidade de suporte do pórtico.

A rigidez do sistema de carregamento hidráulico é governada pela compressão do fluído hidráulico, bem como dos cilindros, medidores padrão, tubulações e válvulas do sistema. A rigidez de uma coluna de fluído de altura **H**, área da seção transversal **A** e módulo volumétrico **V**, é:

$$K = \frac{AV}{H} \tag{3.3}$$

3.1.1 - Influência da Rigidez da Máquina de Ensaio na Ruptura Instável de Materiais.

Durante o ensaio, amostra e máquina de ensaio estão sujeitos às mesmas forças.

De acordo com SALAMON (1970), os deslocamentos observados na amostra serão inversamente proporcionais à sua rigidez, que não é constante ao longo de todo o ensaio, portanto:

$$u = \frac{1}{K_{am}} F_{am} \tag{3.4}$$

onde F_{am} é a força compressiva na amostra, K_{am} a rigidez da amostra e **u** o deslocamento da amostra.

Os deslocamentos da máquina também são inversamente proporcionais à sua rigidez, que eventualmente poderia ser admitida como constante ao longo de um ensaio.

$$u_m = \frac{1}{K_m} F_m \tag{3.5}$$

onde F_m é a força compressiva na máquina, K_m a rigidez da máquina e $\mathbf{u_m}$ o deslocamento da máquina.

A diferença entre essas duas formas de rigidez pode influenciar a característica estável ou instável de ruptura de amostras.

A Figura 3.1 ilustra a influência da rigidez da máquina de ensaio na instabilidade da ruptura da rocha. A rigidez da máquina e da amostra estão representadas por duas molas fixadas entre suportes rígidos, mas móveis Q e Q'. Como os suportes são móveis, a máquina de ensaio é carregada até a carga de pico, ao longo das linhas OM (máquina flexível) ou ON (máquina rígida) e a amostra é carregada ao longo de OA (a convenção do sinal do deslocamento está indicada no diagrama). Em relação a junção das molas, Q se move na direção negativa e Q' na positiva.

Assume-se que as coordenadas força-deslocamento da amostra durante o processo de ruptura formam o ramo ABC da curva.

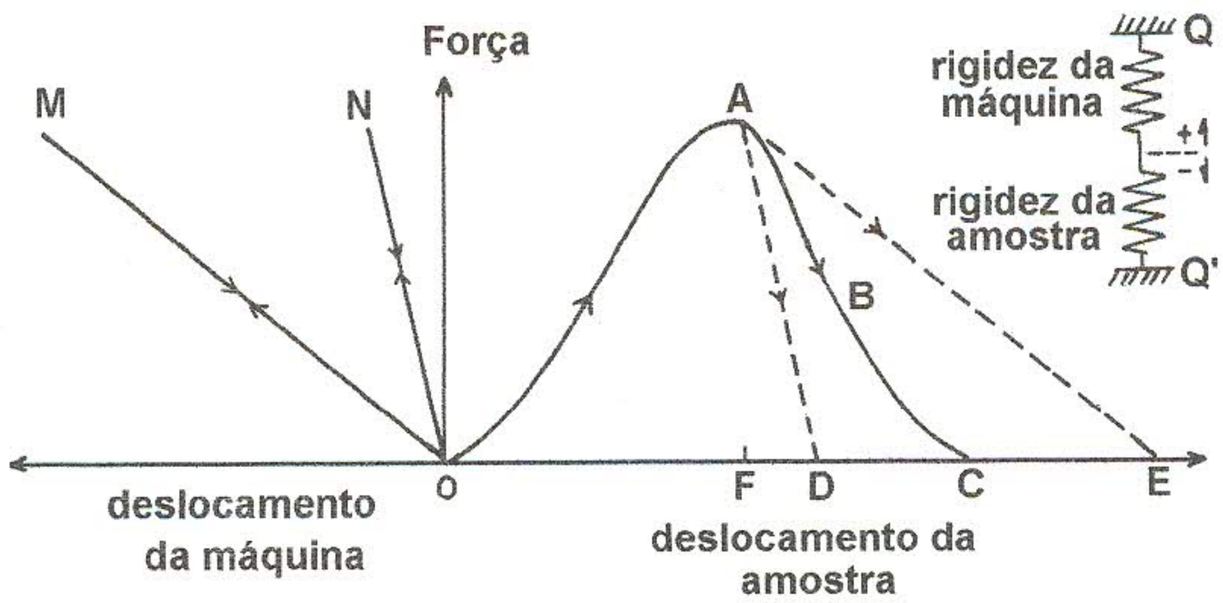


Figura 3.1. Influência da rigidez da máquina de ensaio na ruptura de rocha (HUDSON et al., 1971b).

Após a carga máxima, uma máquina elasticamente flexível descarrega ao longo da linha AE (correspondendo a MO) e fornece mais energia do que é necessária para a rocha romper. Em todos os pontos, além de F no eixo de deslocamento, a carga aplicada por um descarregamento elástico da máquina de ensaio excede a capacidade de carga da rocha. Isto causa uma ruptura violenta que é observada quando a rocha é ensaiada numa máquina de ensaio convencional

(flexível). Inversamente, a energia liberada por uma máquina rígida, num incremento de deslocamento, é insuficiente para romper a rocha; o processo de ruptura é estável e pode progredir lentamente através da movimentação dos suportes rígidos Q e Q'.

Embora as curvas força-deslocamento completas do tipo Classe I possam ser obtidas numa máquina de ensaio rígida apropriada, não se consegue precisamente uma velocidade de deslocamento constante. O deslocamento da amostra aumenta monotonicamente durante a geração da curva OABC, mas o deslocamento da máquina atua numa direção durante o carregamento (ON) e na direção oposta durante a ruptura da rocha (NO ou AD). O resultado é a variação da velocidade de deformação, a menos que precauções especiais sejam tomadas para ajustar a direção do mecanismo (HUDSON et. al., 1971b, 1972).

A Figura 3.2 representa o sistema de carregamento considerado por SALAMON (1970). A máquina de ensaio e a amostra estão representadas por um sistema de carregamento mola-amostra em série. Este sistema foi usado por TANG (1994) para estudar a instabilidade da ruptura de rochas em ensaios de laboratório.

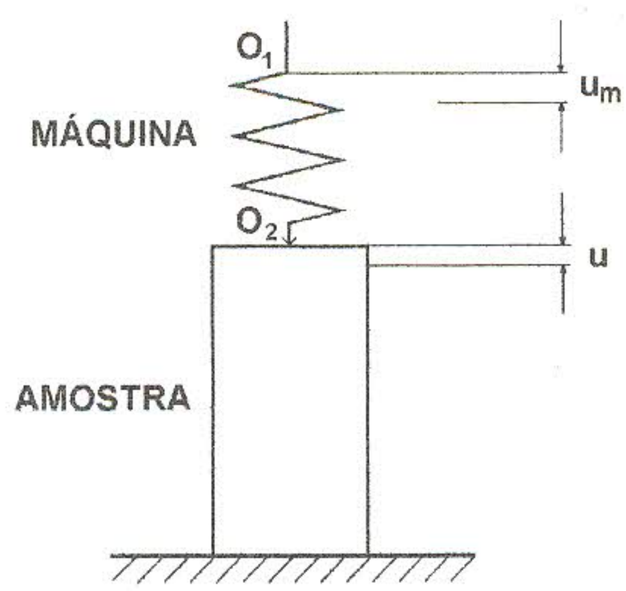


Figura 3.2 - Sistema máquina-amostra (TANG, 1994).

TANG (1994) levou em consideração não somente o critério de instabilidade, como discutido por SALAMON (1970), mas também o comportamento da ruptura, isto é, a velocidade de deformação da amostra.

Através da relação entre as variáveis da Figura 3.2, TANG obteve:

$$\dot{u} = \frac{k_m \dot{u}_m}{k_m + f'(u)} \tag{3.7}$$

onde **u** é o deslocamento da amostra, $\mathbf{u_m}$ o deslocamento da máquina, $\mathbf{k_m}$ a rigidez da máquina e $f'(u)$ a derivada (declividade) da curva tensão-deformação da amostra. Sendo $\dot{u}$ e $\dot{u}_m$ correspondentes à variação do deslocamento com o tempo.

Na Figura 3.3, a curva pontilhada representa a curva força-deslocamento da amostra ($\mathbf{F_{am}}$ x **u**). As velocidades de deformações equivalentes para uma amostra ensaiada em máquinas de ensaios de diferentes rigidezes estão representadas pelas linhas cheias. Observa-se que, se $\mathbf{k_m + f'(u) \rightarrow 0}$, $\dot{u} \rightarrow \infty$, isto é, a velocidade de deformação cresce bruscamente e a condição é instável, representando o caso de uma máquina flexível. Nota-se que $\dot{u}$ mantém-se praticamente constante quando $\mathbf{k_m >> f'(u)}$, sendo o caso de uma máquina infinitamente rígida. Existem situações intermediárias em que, mesmo com um aumento na velocidade de deformação, o sistema permanece estável.

Portanto, a Figura 3.3 mostra que o comportamento instável e a variação da velocidade de deformação dependem da rigidez da máquina de ensaio e da lei constitutiva da amostra, $\mathbf{F_{am} = f(u)}$.

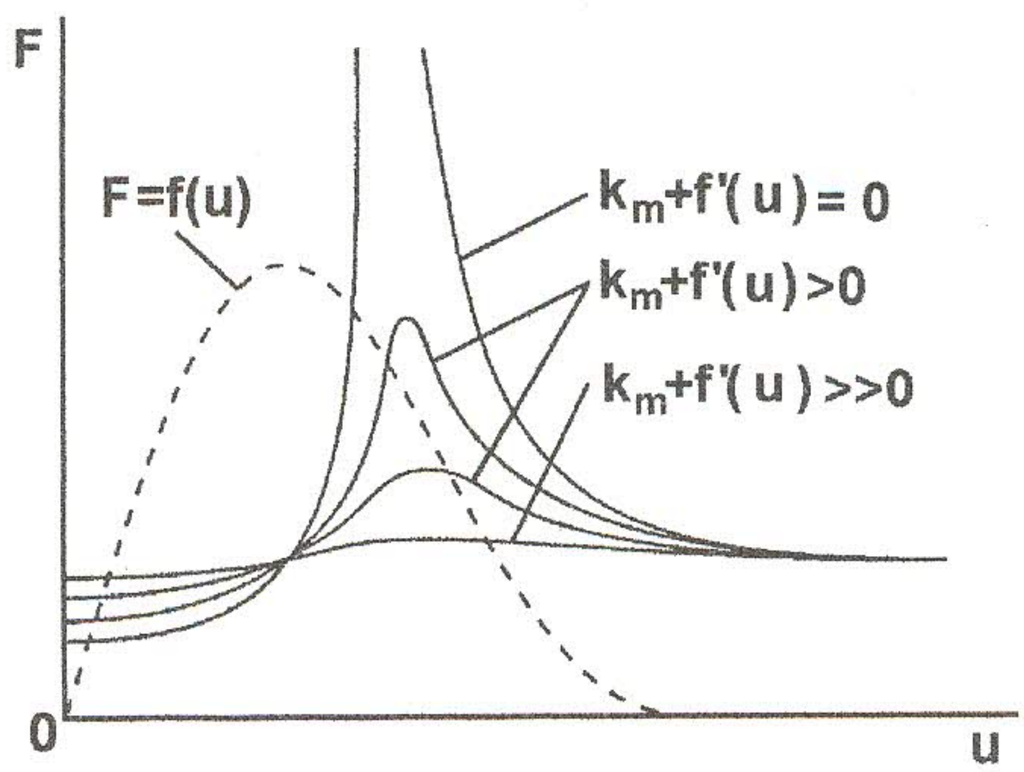


Figura 3.3 - Velocidade de deformação teórica relacionado com a rigidez da máquina e a lei constitutiva da amostra (TANG, 1994).

O fraturamento em rochas da Classe II não pode ser controlado apenas pelo uso de uma máquina de ensaio perfeitamente rígida, porque o fraturamento ocorre ainda que a rigidez da máquina seja infinita (BARNARD, 1964; BIENIAWSKI, 1967a; COOK, 1965).

Portanto, as máquinas de ensaio rígidas só controlam a ruptura em amostras do tipo Classe I. A ruptura em amostras do tipo Classe II só poderá ser controlada através de máquinas de ensaios servo-controladas

3.2 - MÁQUINAS DE ENSAIO RÍGIDA E FLEXÍVEL

Durante a década de 60, com o estudo do processo de ruptura em materiais rúpteis, foi necessário aumentar a rigidez das máquinas flexíveis disponíveis no mercado, para se obter a curva tensão-deformação completa.

Os métodos propostos para aumentar a rigidez da máquina de ensaio convencional (flexível), foram:

_ HINDE (1964) sugeriu a incorporação de um compensador rígido no circuito hidráulico da máquina de ensaio convencional. Este compensador rígido consiste de dois êmbolos de áreas diferentes, conforme Figura 3.4. Na fase de carregamento, o êmbolo menor desloca o óleo para dentro do compensador e na fase de descarregamento, retira uma quantidade de volume de óleo do atuador de forma a compensar o deslocamento do pórtico de reação. A força requerida para a movimentação do êmbolo é realizada através das molas do êmbolo maior, controladas pela válvula do fluido hidráulico. Este tipo de máquina só controla ensaios tipo Classe I.

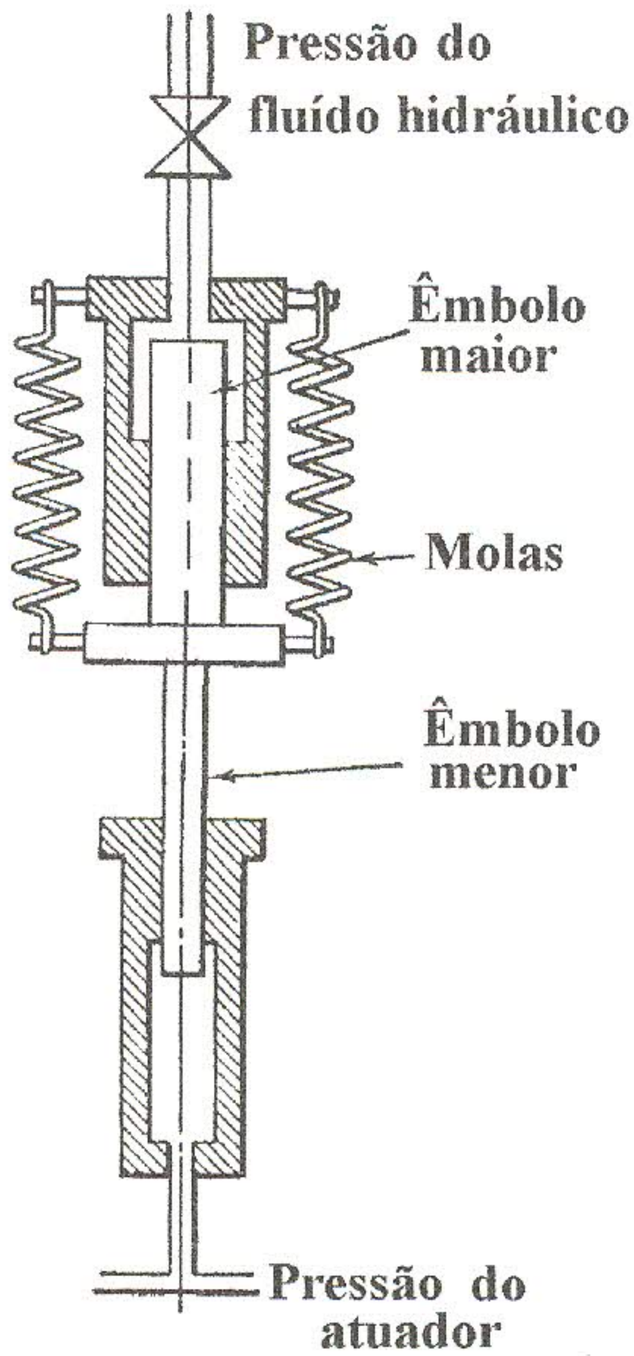


Figura 3.4 - Compensador Rígido (HINDE, 1964).

_ COOK & HOJEM (1966) desenvolveram uma máquina de ensaio cujas colunas de reação, controladas termicamente, podiam se expandir ou contrair, de forma a descarregar ou carregar a amostra.

No início do ensaio, até a carga de 30 toneladas, o sistema de ensaio é idêntico às máquinas convencionais, com a aplicação da carga sendo feita por um macaco hidráulico. Depois disso, o sistema hidráulico é travado e o carregamento continua sendo feito através do resfriamento da coluna que se contrai, carregando a amostra (Figura 3.5).

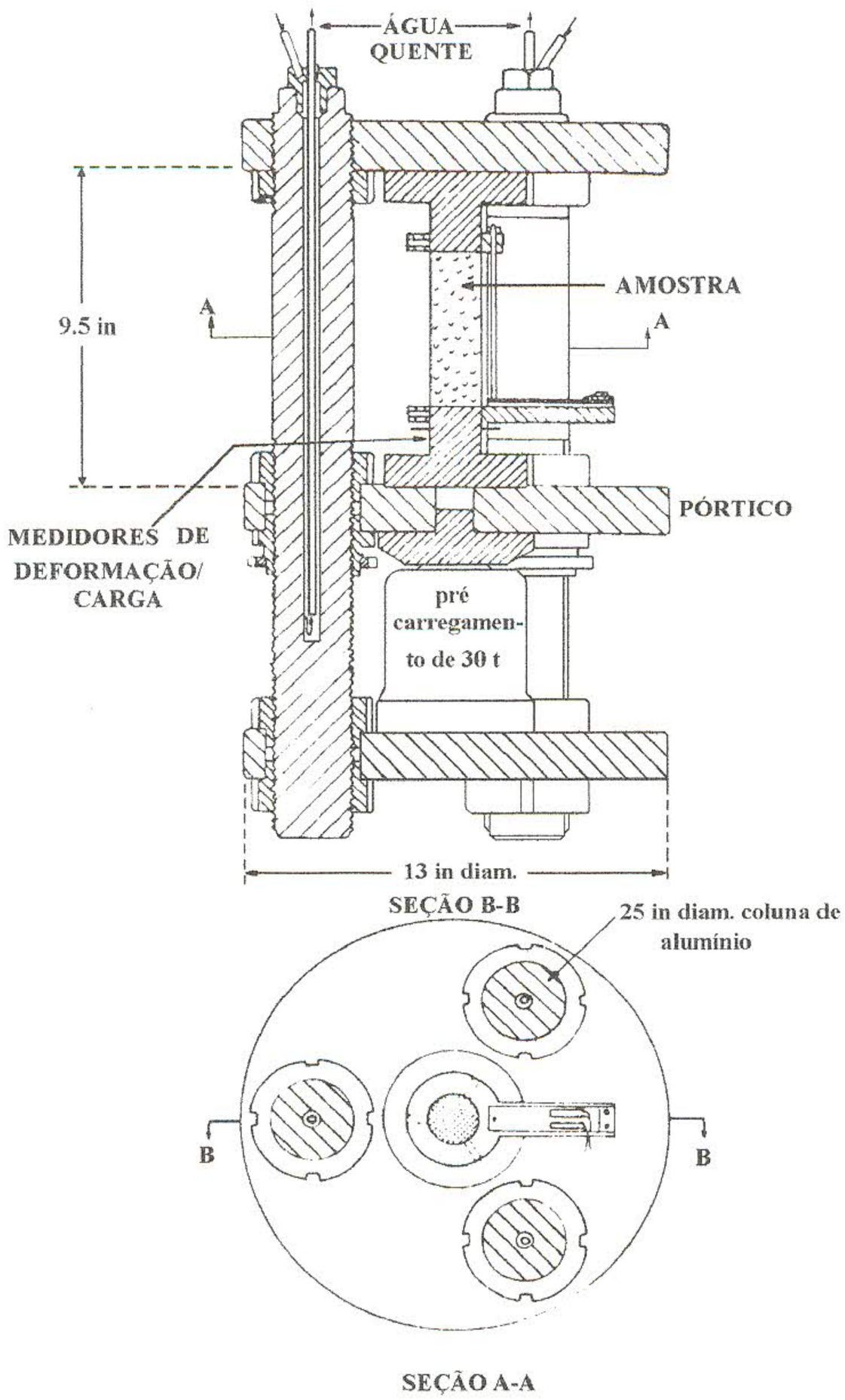


Figura 3.5 - Máquina de ensaio rígida termicamente controlada (COOK & HOJEM, 1966).

Tanto para a máquina de HINDE (1964) como para a de COOK & HOJEM (1966), a rigidez global não atingiu 1 GN/m.

_ SPAETH (1935), BLANKS & McHENRY (1949); BROCK (1962); COOK (1965); PAULDING (1965) e BIENIAWSKI (1966, 1967) carregaram colunas de aço (ao longo do eixo maior) em paralelo com a amostra de rocha ou concreto a ser ensaiada (compressão uniaxial e triaxial) aumentando a rigidez da máquina. Somente

Bieniawski obteve a curva tensão-deformação completa, utilizando a máquina de ensaio mostrada na Figura 3.6, onde a rigidez global da máquina atingiu 1.75 GN/m (BIENIAWSKI, 1969).

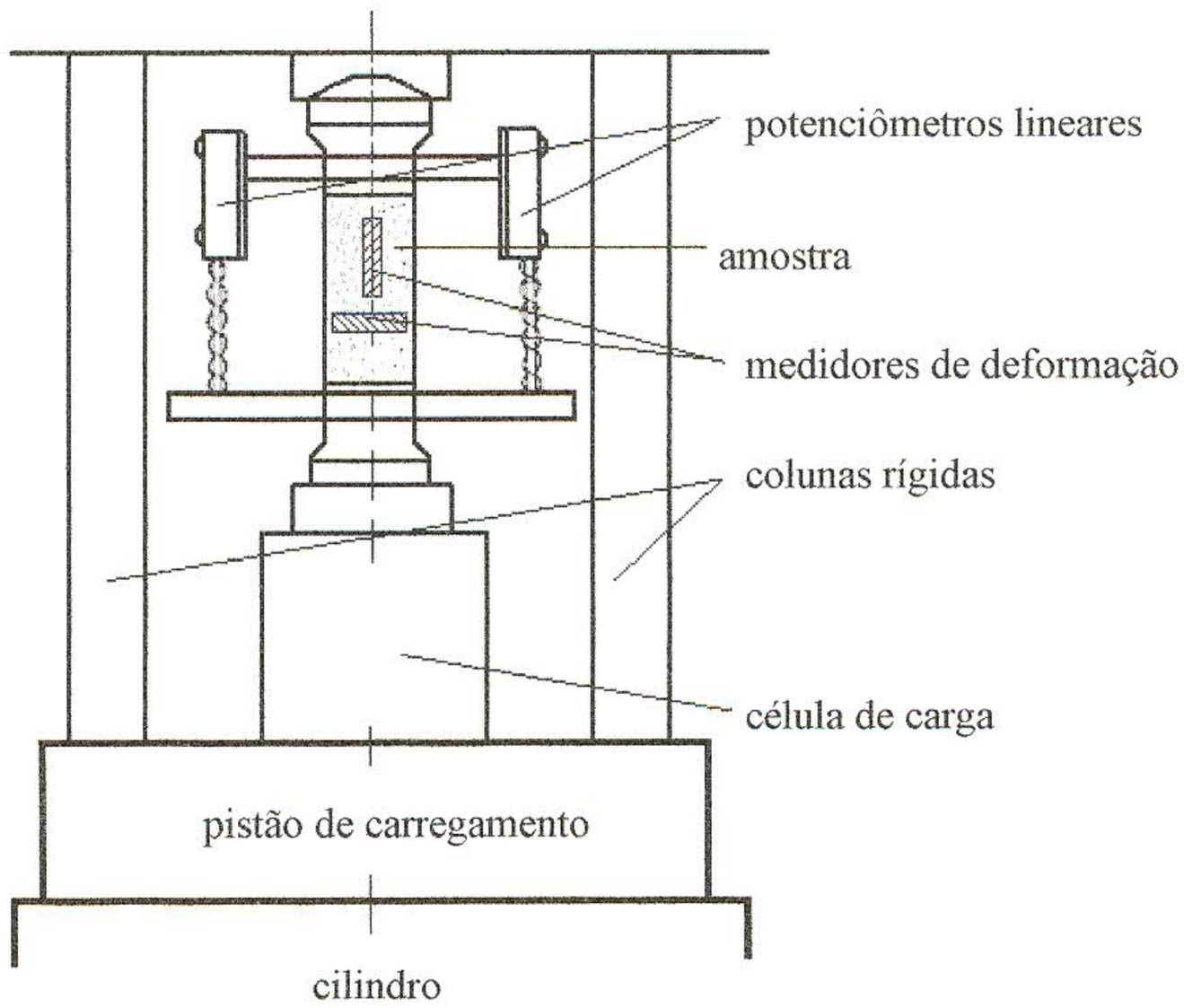


Figura 3.6 - Método para aumentar a rigidez da máquina de ensaio (in BIENIAWSKI, 1966).

3.3 - FORMAS DE CONTROLE DA RUPTURA DURANTE A UTILIZAÇÃO DA MÁQUINA DE ENSAIO.

Para HUDSON et. al. (1971b), o controle do processo de ruptura depende das características do sistema máquina-amostra e do caminho pelo qual o ensaio é conduzido. Existem , segundo estes autores, dois caminhos tradicionais para se conduzir o ensaio: um é manter a velocidade de carregamento constante e o outro é manter a velocidade de deslocamento constante.

Se a velocidade de carregamento for mantida constante durante o ensaio, a força deve ser considerada como uma variável independente e o deslocamento como uma variável dependente (Figura 3.7A). A velocidade de carregamento constante

requer que a força seja aumentada, não somente durante a porção elástica da curva força-deslocamento, mas também na região de ruptura. Sob estas condições, a rocha rompe explosivamente quando a resistência compressiva for atingida.

Se a velocidade de deslocamento for mantida constante, o deslocamento deve ser considerado como uma variável independente e a força como uma variável dependente, que aumenta até que a capacidade de carga máxima da rocha seja atingida, para então diminuir até zero (Figura 3.7B). A curva força-deslocamento obtida sob estas condições é composta de duas partes: um ramo de carregamento e outro de descarregamento.

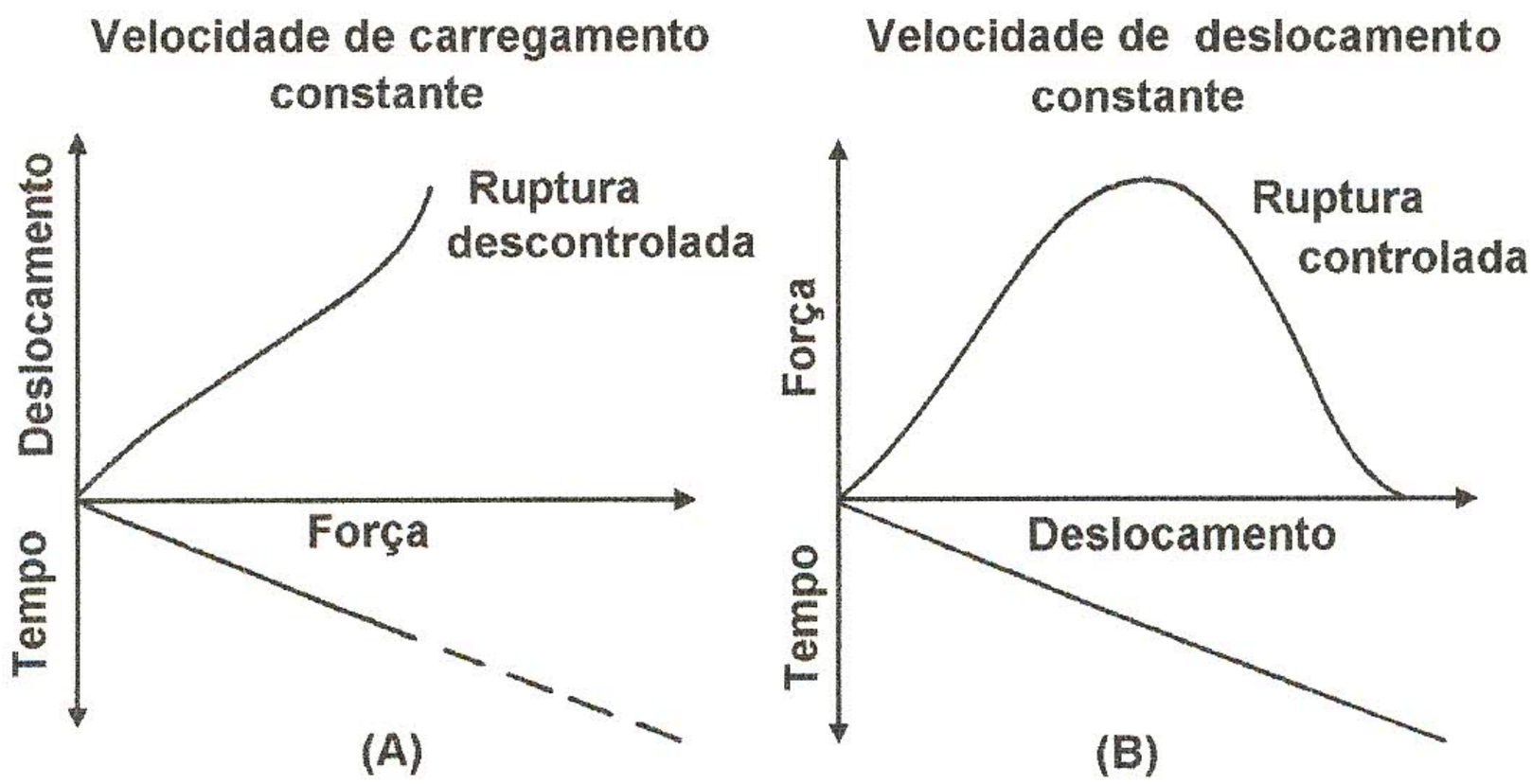


Figura 3.7 - Escolha da força ou deslocamento como variável independente durante o ensaio de compressão uniaxial em rochas (HUDSON et. al., 1971b).

Segundo HUDSON et. al. (1971b, 1972), a variável independente, deslocamento, pode ser aumentada linearmente com o tempo através de dois métodos:

_ utilizando uma máquina de ensaio com rigidez longitudinal relativamente alta. A velocidade de deformação é mantida aproximadamente constante pela movimentação conjunta dos cilindros da máquina a uma velocidade constante. A rigidez alta é necessária para que a aceleração súbita do deslocamento seja evitada quando a máquina descarregar elasticamente durante a ruptura da rocha;

_ pelo uso de uma máquina de ensaio servo-controlada com "loop" fechado, que pode reduzir automaticamente a força mais rápido do que a ruptura da rocha. A velocidade de deformação constante é atingida pela operação contínua de um "loop" fechado, quando a condição experimental real for ajustada para coincidir com a condição de velocidade de deformação constante programada.

3.4 - MÁQUINA DE ENSAIO SERVO-CONTROLADA.

O princípio básico do controle com "loop" fechado, quando aplicado a uma máquina de ensaio servo-controlada é mostrado na Figura 3.8 (HUDSON et. al., 1971a, 1972). Um sinal de realimentação (**v**) representa uma condição experimental que é gerada por um transdutor e comparada com o sinal de programa (**p**) que representa a condição desejada. Se existir uma diferença, isto é, o transdutor de realimentação não está com o valor requerido pelo programa, um sinal de erro é gerado e usado para instigar a ação corretiva. A servo-válvula no sistema hidráulico é automaticamente ajustada até a resposta do transdutor coincidir com o programa. A operação contínua do sistema de "loop" fechado assegura que o experimento seja automaticamente controlado e siga o curso fixado pelo programa. O sucesso do programa depende da capacidade do servo-sistema de corrigir o erro rapidamente para prevenir a liberação de muita energia e causar a desintegração da amostra. Isto pode ou não ser possível dependendo do programa, da fragilidade da amostra, das características do sistema de "loop" fechado, do comportamento da amostra, da variável de controle e da rigidez do sistema.

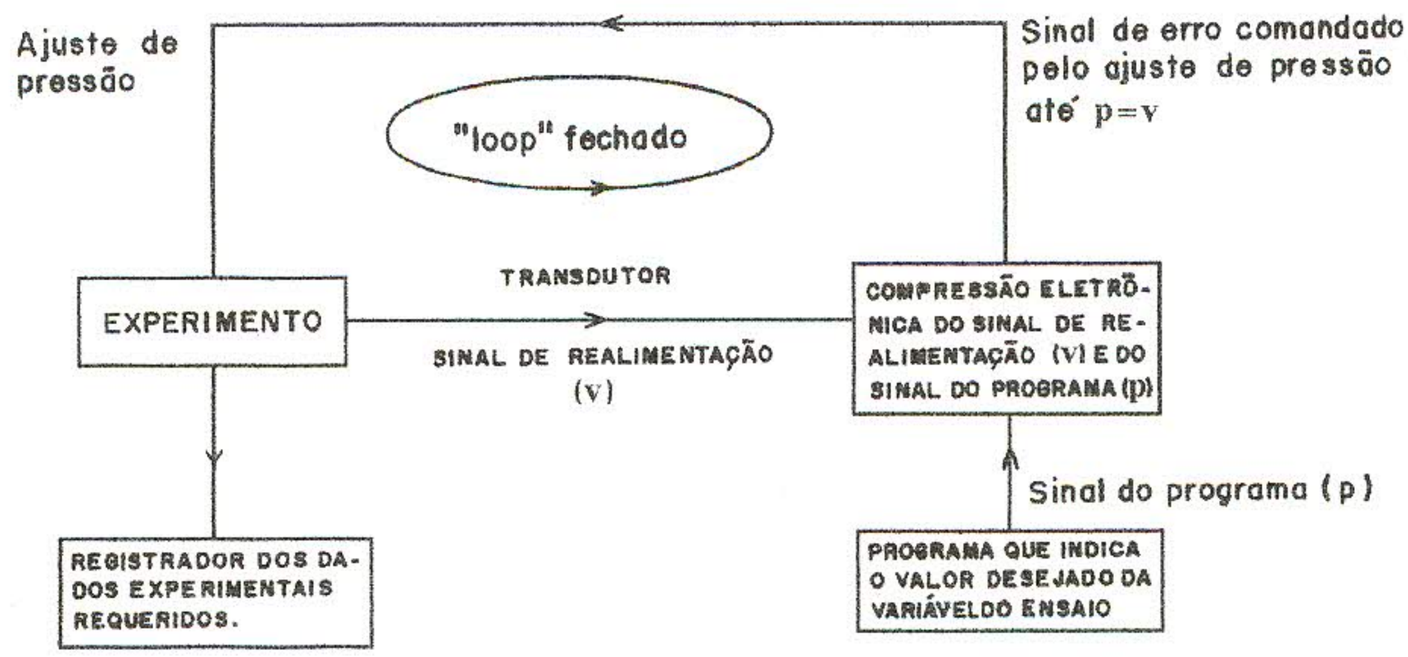


Figura 3.8 - Princípio do controle de "loop" fechado (HUDSON et. al., 1971a).

O sistema de controle e realimentação constitui a base da máquina de ensaio servo-controlada. Usando este sistema é possível controlar automaticamente, continua e precisamente uma variável experimental. O princípio deste sistema é mostrado na Figura 3.9. A escolha do sinal de realimentação e o tempo rápido de resposta do sistema são importantes fatores de controle (HUDSON et. al., 1972).

Segundo BEZAT (1986), HUDSON et. al. (1971a, 1972) e HARDY et. al. (1973a, 1973b), a seleção da variável de realimentação deve ser cuidadosa para que se tenha sucesso no controle da ruptura e obter a curva tensão-deformação completa. As variáveis de realimentação usadas como modos de controle são:

_ a carga. O uso da carga como sinal de realimentação não é permitido para o controle de ensaios além da carga máxima, portanto, não é um sinal satisfatório para ensaios em amostras, quando se quer obter a curva tensão-deformação completa;

_ a deformação axial, que é usada para controlar ensaios de compressão somente em amostras tipo Classe I;

_ a deformação diametral (ou lateral) em ensaios de compressão uniaxial. A amostra pode ser controlada para aumentar o diâmetro uniformemente, enquanto que a carga e a deformação axial podem ser monitoradas independentemente com o progresso da ruptura. Com uma velocidade de carregamento lenta e uma resolução

no sinal do programa boa (isto é, o tamanho do incremento da variável deve ser suficientemente pequeno para prevenir a ruptura prematura), a deformação diametral como controle permite o ensaio de amostras do tipo Classe II;

_ o controle da abertura de fissuras em ensaios de flexão (HUDSON et. al. 1971a, 1972 e HARDY et. al. 1973a, 1973b), permitindo o controle de amostras do tipo Classe II.

Em geral, as amostras tendem a desenvolver fraturas perpendiculares à tensão principal menor, portanto o transdutor de deslocamento usado para gerar o sinal de realimentação deve ser colocado na direção da tensão principal menor, para medir melhor o deslocamento da abertura das fraturas. Este transdutor medirá o deslocamento perpendicular ao eixo de carregamento no ensaio de compressão uniaxial e no ensaio de tração medirá o deslocamento paralelo ao eixo de carregamento (Figura 3.9, HUDSON et. al., 1971a, 1972).

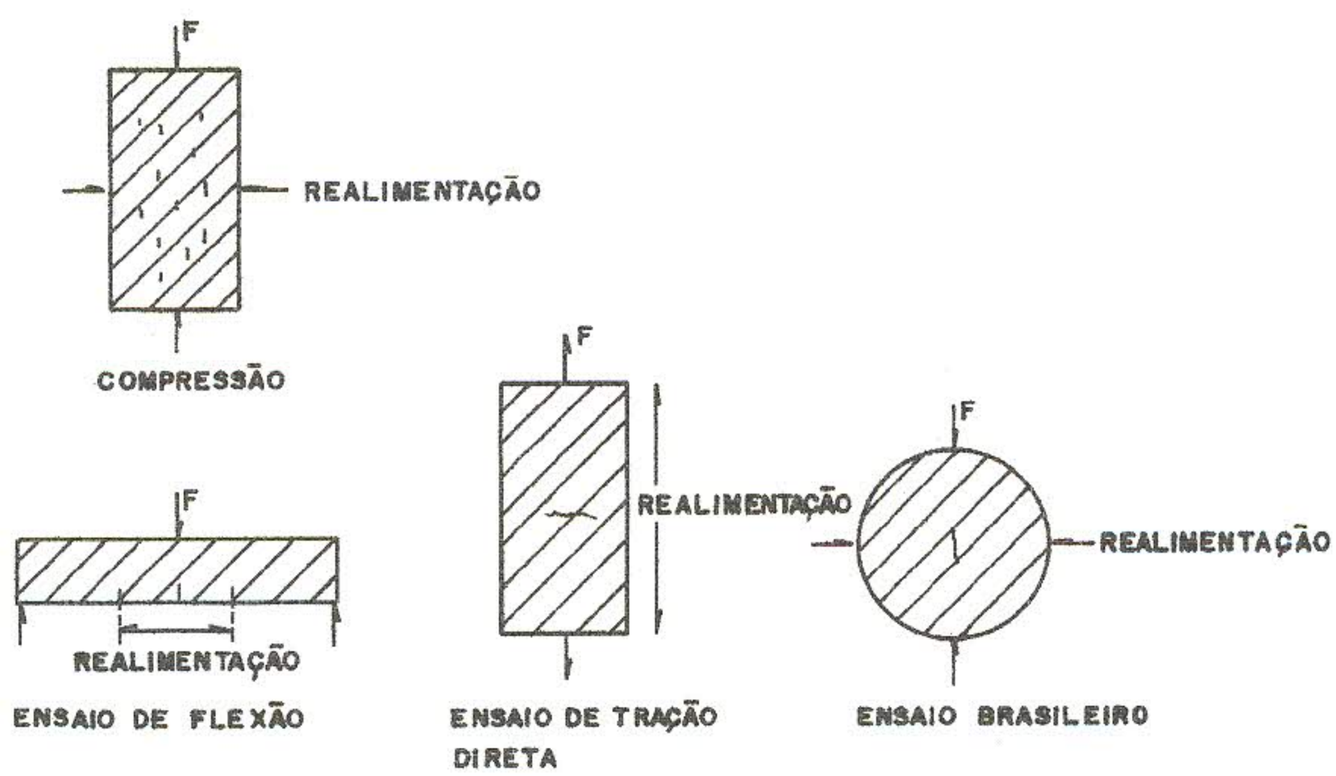


Figura 3.9 - Realimentação para o controle ótimo do deslocamento para várias situações (HUDSON et al., 1971a).

Um outro modo de controlar a ruptura foi estudado por OKUBO & NISHIMATSU em 1985, onde uma combinação linear de tensão e deformação é usada como sinal de realimentação.

Segundo estes autores, numa máquina de ensaio servo-controlada com "loop" fechado, a curva tensão-deformação completa para rochas do tipo Classe I é obtida a uma velocidade de deformação constante:

$$u = C.t \tag{3.8}$$

onde **u** é o deslocamento, ***C*** uma constante e ***t*** o tempo. Neste caso, o ponto de intersecção da linha vertical $u_i = Ct_i$ com a curva tensão-deformação completa da rocha tipo Classe I é obtido sucessivamente para produzir a curva completa (Figura 3.10).

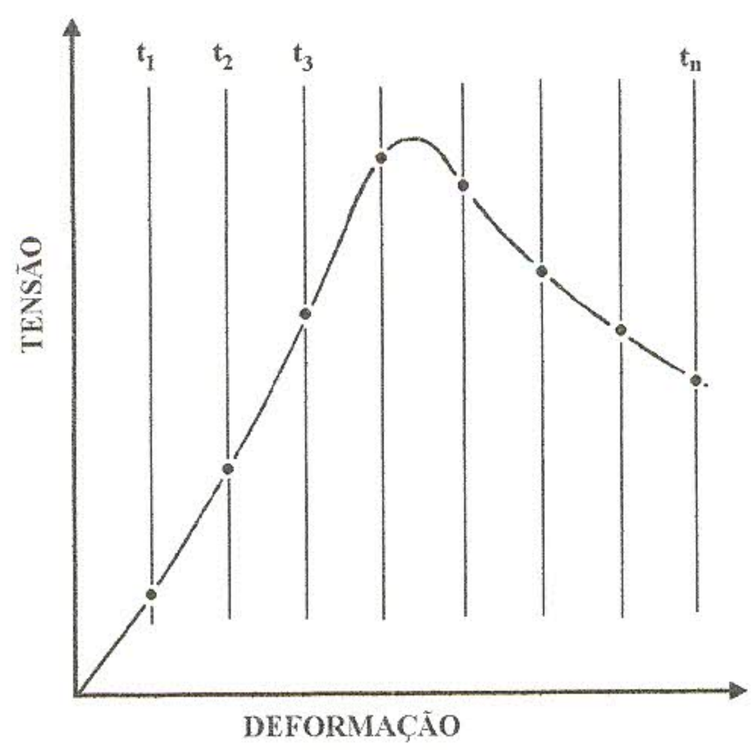


Figura 3.10 - Curva tensão-deformação para um carregamento à velocidade de deformação constante de uma rocha tipo Classe I (OKUBO & NISHIMATSU, 1985).

Se a rocha do tipo Classe II for ensaiada sob velocidade de deformação axial constante, a linha vertical não cruza a curva tensão-deformação (σ x u) depois do ponto B (Figura 3.11), onde **dσ/du** torna-se infinito, resultando na instabilidade do servo-controle e no colapso violento da rocha, após ter atingido o ponto B.

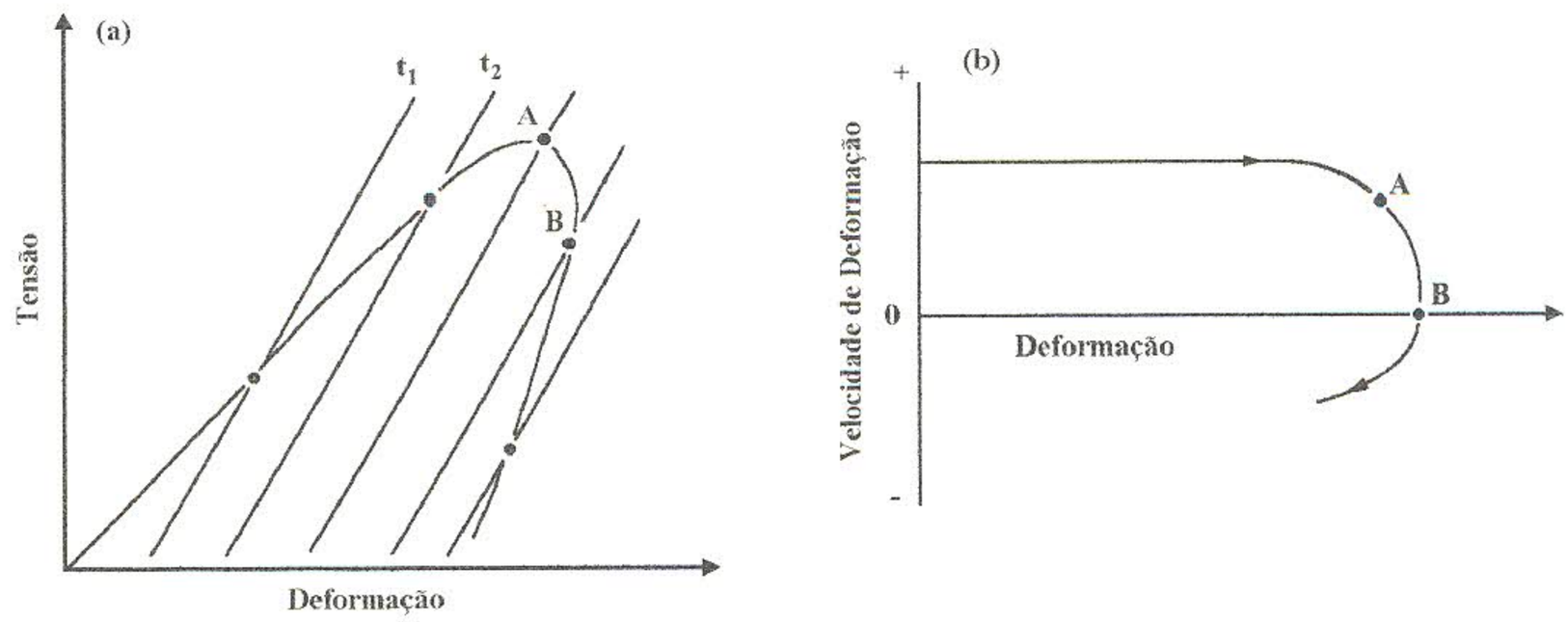


Figura 3.11 - Curva tensão-deformação de uma rocha tipo Classe II e mudança da velocidade de deformação segundo o método proposto (OKUBO & NISHIMATSU, 1985).

No novo método de controle proposto, uma combinação linear de deformação e tensão ($u - \sigma / E'$) é utilizada como sinal de realimentação para o sistema de servo-controle. O valor de ($u - \sigma / E'$) é aumentado a uma velocidade de deformação constante seguindo a equação (3.9):

$$u - \frac{\sigma}{E'} = Ct \tag{3.9}$$

O ponto de intersecção com a linha inclinada, $u_i - \sigma_i / E' = C.t_i$, com a curva tensão-deformação da rocha é obtido além do ponto B como mostra a Figura anterior. E' é um módulo de elasticidade fixado, de maneira que, ($u - \sigma / E'$) sempre aumente com o tempo. Para a estabilidade do sistema do servo-controle, o "ganho"da realimentação (*1/E'*) deve respeitar a seguinte condição:

$$\frac{1}{E_{post}} < \frac{1}{E'} < \frac{1}{E_{pre}} \tag{3.10}$$

onde E_{pre} e E_{post} são, respectivamente, os módulos de elasticidade antes e após a tensão de pico.

Um bloco diagrama do sistema de servo-controle proposto está ilustrado na Figura 3.12, onde o sinal de realimentação proporcional a tensão (linha tracejada) é adicionado ao sistema de servo-controle convencional para um ensaio a uma velocidade de deformação constante.

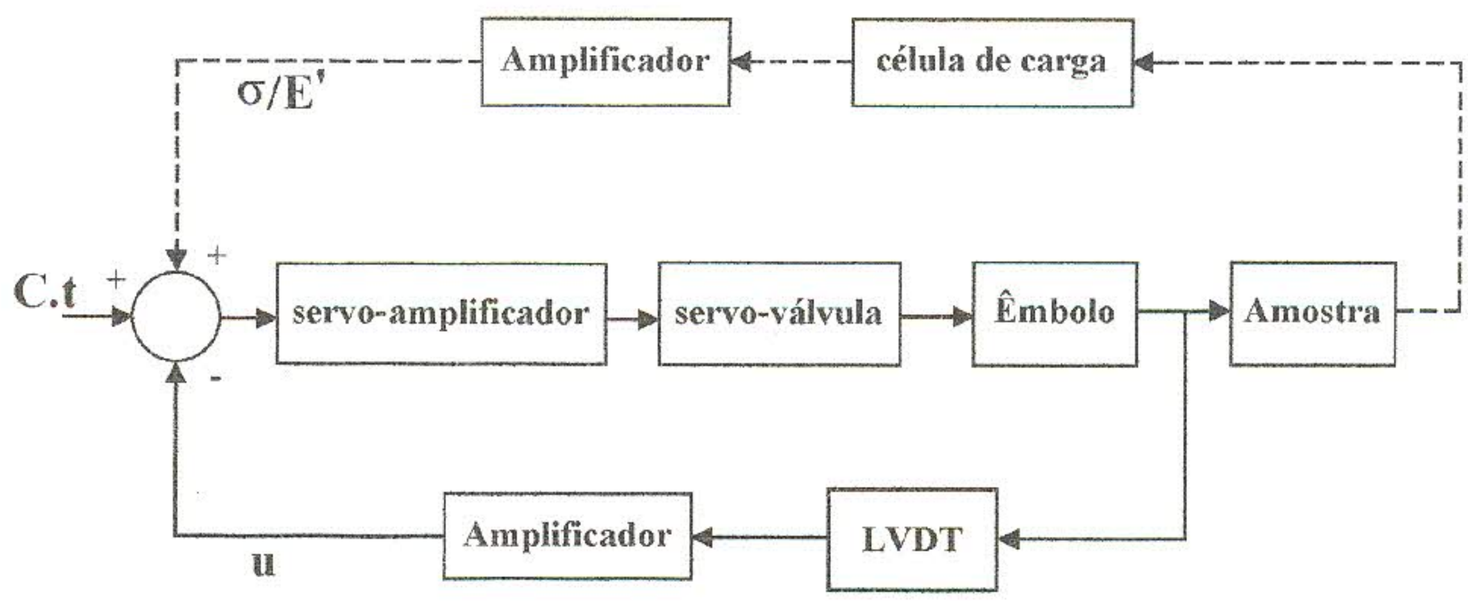


Figura 3.12 - Bloco diagrama do sistema de servo-controle com realimentação de tensão mostrado pela linha tracejada (OKUBO & NISHIMATSU, 1985).

Com base neste estudo, OKUBO & NISHIMATSU (op cit.) realizaram ensaios de compressão uniaxial em várias rochas tipo Classes I e II, controlando através da deformação radial, da deformação lateral e pela combinação linear de tensão e deformação.

Nos ensaios controlados através do método da combinação linear proposto pelos autores, obteve-se curvas tensão-deformação completas para todas as amostras ensaiadas, mas através do controle da deformação radial não se conseguiu obter curvas tensão-deformação completas, porém os trechos antes do pico coincidem com os trechos obtidos pela combinação linear de tensão e deformação.

As curvas obtidas através do controle da deformação lateral, coincidem com as curvas obtidas pelo método proposto pelos autores, mas somente na região pré-pico. Na região pós-pico, as curvas apresentam pequenas voltas ("looping") de tensão ou deformação.

CAPÍTULO 4: O EFEITO ESCALA NA RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS.

O efeito escala na resistência é caracterizado pela variação de resistências em estruturas geometricamente semelhantes (formas similares), mas de tamanhos (dimensões) diferentes, sendo convenientemente caracterizado em termos de tensão nominal máxima (σ_{cr}) e dimensão característica da estrutura (***b***). Quando σ_{cr} tem o mesmo valor, para estruturas geometricamente semelhantes de tamanhos diferentes, diz-se que não há efeito escala (BAZANT, 1984 e CARPINTERI, 1989).

Muitas informações experimentais a respeito do efeito-escala na resistência foram obtidas através de ensaios de compressão uniaxial em cubos de carvão mineral de vários tamanhos. EVANS & POMEROY (1958) mostraram uma variação muito grande da distribuição da resistência em cubos de tamanhos particulares, concluindo que a tensão de compressão máxima (σ_{cr}) decresce com o aumento do lado (***b***) do cubo, obedecendo a seguinte lei potencial (JAEGER & COOK, 1976):

$$\sigma_{cr} = C.b^{-\alpha} \tag{4.1}$$

sendo α e ***C***, constantes do material.

A Mecânica de Fratura Elástica Linear (MFEL), foi a primeira teoria a prever o efeito escala no seu desenvolvimento. Com base na MFEL, o efeito escala pode ser representado por uma reta, com a seguinte equação (CARPINTERI, 1989):

$$\log \sigma_{cr} = \log C - \alpha \log b \tag{4.2}$$

onde σ_{cr} é a tensão máxima da estrutura, **C** uma constante, b a dimensão característica da estrutura e a inclinação α reflete a distribuição (tamanho)das fraturas presentes no material. Os limites de α serão 0, para fraturas constantes (tamanho das fraturas não varia com o tamanho da amostra) e 1/2 para fraturas proporcionais ao tamanho da amostra (CARPINTERI, 1989).

BAZANT (1984), propôs um modelo para o efeito escala em materiais que apresentam, na extremidade da fratura, o fenômeno de microfraturamento. Esse fenômeno, segundo o autor, é representado, num gráfico log σ_{cr} - log **b**, por uma transição gradual de uma linha horizontal para uma reta inclinada com declividade -1/2, causando o desvio do efeito escala do previsto pela MFEL (Figura 4.1).

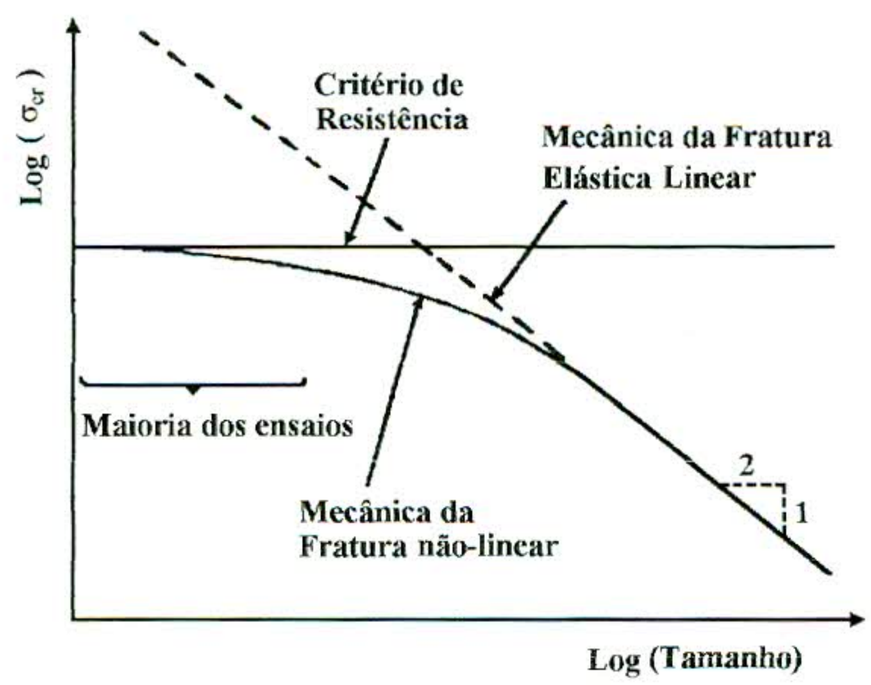


Figura 4.1 - Efeito escala de acordo com o critério de resistência e a Mecânica da Fratura Linear e Não linear (BAZANT, 1984).

O modelo proposto por Bazant pode ser representado pela expressão (BAZANT e KAZEMI, 1990):

$$\sigma_{cr} = J.\sigma_t(1+\frac{b}{b_0})^{-1/2} \tag{4.3}$$

onde J e b_0 são constantes determinadas empiricamente, σ_t é algum valor de resistência à tração do material e b = tamanho da amostra. Para valores de $b<<b_0$ a equação se reduz a, $\sigma = J\sigma_t$ que representa o valor nominal da tensão de ruptura de acordo com o critério de resistência (ou plastificação). Para valores de $b>>b_0$, o modelo apresenta os mesmos resultados previstos pela MFEL. Para valores intermediários, segundo Bazant, somente uma análise não-linear atenderia à transição (Figura 4.1).

KITAZUMI et al. (1989) concordam com BAZANT (1984), pois o resultado de ensaios em amostras entalhadas, que mantêm a proporcionalidade entre o tamanho da amostra e o tamanho do entalhe, não apresentam, para amostras de pequena dimensão, α = -1/2, como previsto na MFEL.

HOSHIDE (1993) mostrou que a anomalia verificada tanto na resistência, como na determinação da tenacidade à fratura, baseadas em amostras de pequena dimensão, pode ser eliminada acrescentando-se ao comprimento inicial da fratura (**2a**), quatro vezes o tamanho médio dos grãos do material (d_0).

Na Figura 4.2, pode ser verificada a similaridade desse modelo com o proposto por Bazant. Evidentemente, para amostras de pequenas dimensões, as fraturas intrínsecas do material (relacionadas com o tamanho dos grãos) começam a interferir na resistência e têm que ser levadas em consideração. Se o tamanho da fratura for corrigido, então a MFEL mostra-se adequada para explicar as "anomalias" verificadas (BORTOLUCCI, 1993).

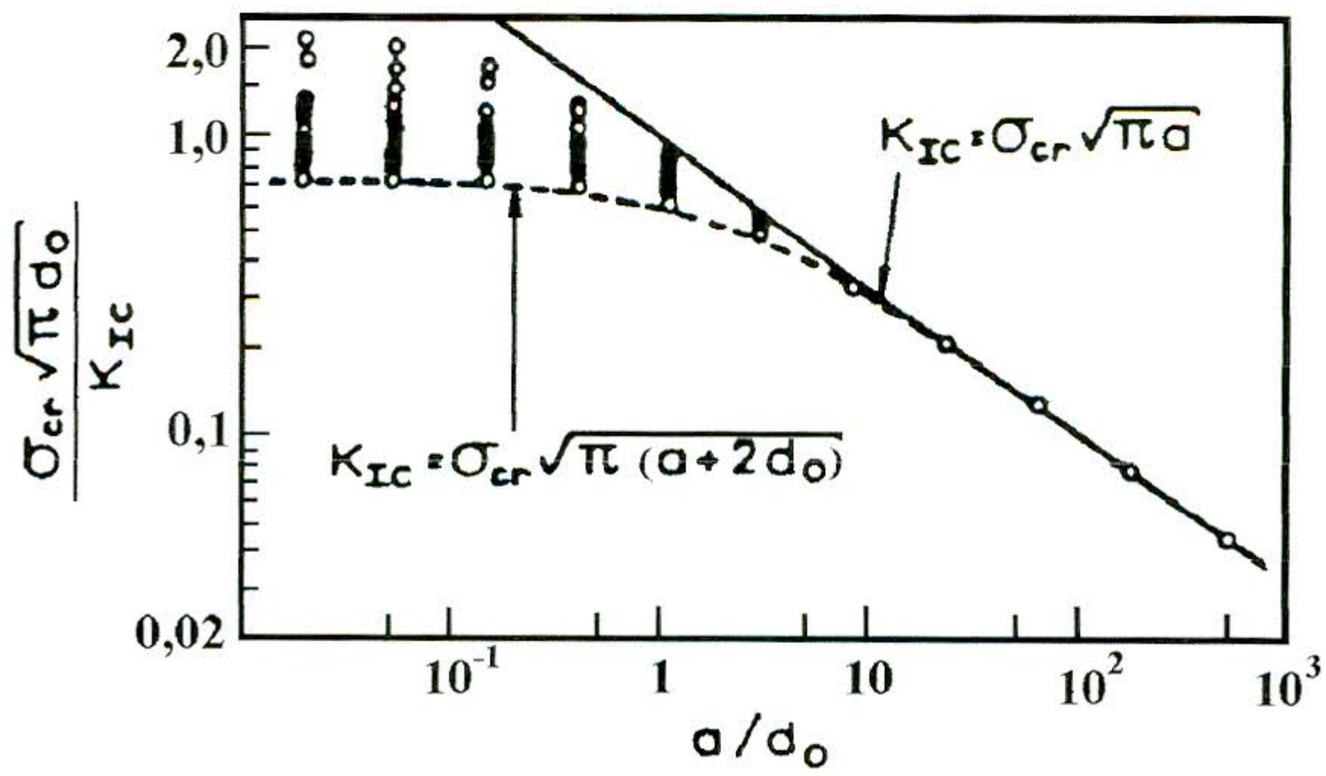


Figura 4.2 - Variação da resistência proposta por HOSHIDE (1993).

CAPÍTULO 5: MECÂNICA DA FRATURA

5.1 CONCEITO DE BALANÇO ENERGÉTICO DE GRIFFITH

INGLIS, 1913 (citado por LAWN & WILSHAW, 1975) analisou as tensões numa placa infinita uniformemente carregada por tensões de tração normais (σ) a uma fenda central em forma de elipse (Figura 5.1). Esta análise mostrou que as tensões nas proximidades do ponto *C* podem atingir um nível muitas vezes maior do que as tensões aplicadas na placa.

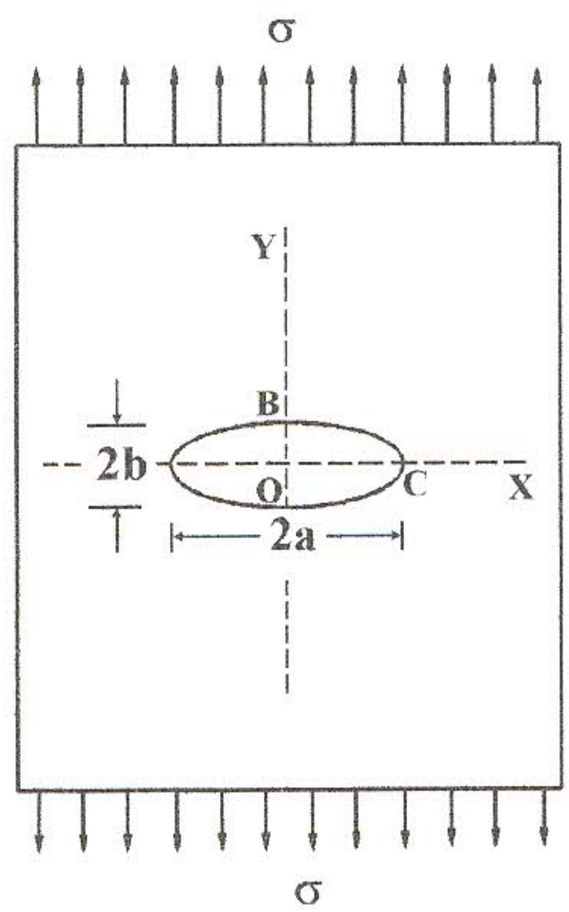


Figura 5.1 - Placa com fenda em forma de elipse sujeita a tensões de tração uniformes (in LAWN & WILSHAW, 1975).

As tensões no ponto C e na direção **y** são representadas pela expressão:

$$\sigma_{y(C)} = \sigma(1 + 2a / b) \tag{5.1}$$

se b<<a (condição mais real de simulação de uma fratura), então a expressão (5.1) se reduz a:

$$\sigma_{y(C)} = 2\sigma a / b \tag{5.2}$$

se a expressão do raio de curvatura (ρ) no ponto C da elipse for utilizada ($\rho = b^2/a$) então:

$$\sigma_{y(C)} = 2\sigma\sqrt{a / \rho} \tag{5.3}$$

A relação $2\sigma\sqrt{a/\rho}$ da equação (5.3) é relatada como um "fator de concentração de tensões". A concentração de tensões depende muito mais da forma do que do tamanho da elipse, ou seja, o valor das tensões não será alterado se o comprimento ***a*** do semi-eixo da elipse for aumentado, mas a relação ***a/ρ*** for mantida constante.

GRIFFITH (1920) sugere, em seu trabalho fundador da Mecânica de Fratura, um modelo de propagação de fratura baseado no conceito de balanço energético, que leva em conta a transferência da energia de deformação, armazenada num corpo fraturado, para a energia necessária para criar superfícies fraturadas.

Griffith admite que se a variação da energia liberada durante o avanço da fratura for maior do que a variação da energia requerida para formar novas superfícies de fratura, ocorrerá o crescimento instável da fratura.

Ele determinou a perda da energia de deformação, em função do tamanho da fratura, de uma placa carregada sob tensão constante, a partir da solução de Inglis, obtendo, para o estado plano de tensões (KNOTT, 1973):

$$U_E = \frac{1}{2}\pi a^2 \sigma^2 / E \tag{5.4}$$

onde $\boldsymbol{E}$ é o módulo de elasticidade do material.

A energia de superfície foi admitida por Griffith como sendo:

$$\mathrm{U_S} = 2\mathrm{a}\gamma \tag{5.5}$$

onde γ é a energia específica de superfície livre, considerada como uma propriedade do material.

O balanço energético proposto resume-se a:

$$\mathrm{U_T} = \left(-\frac{1}{2}\pi \mathrm{a}^2 \sigma^2 / \mathrm{E}\right) + 2\mathrm{a}\gamma \tag{5.6}$$

A condição de ruptura ocorre quando U_T atingir um máximo (Figura 5.2a) ou quando $\delta U_T / \delta a = 0$, resultando que a tensão crítica para a ruptura do corpo fraturado seja:

$$\sigma_{\mathrm{cr}} = \sqrt{2\mathrm{E}\gamma / \pi \mathrm{a}} \tag{5.7}$$

Se a tensão de tração for maior do que a tensão crítica, a fratura se propagará.

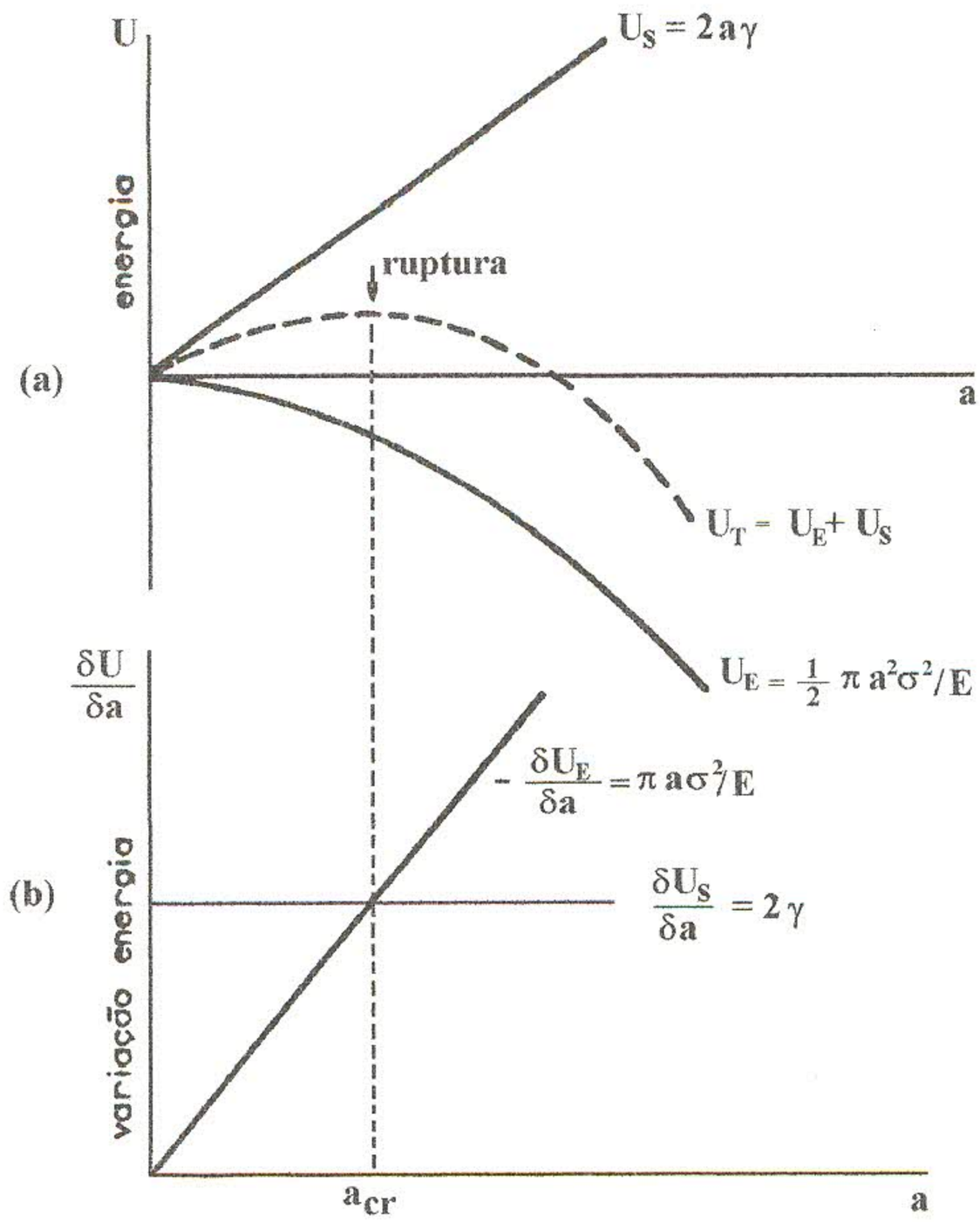


Figura 5.2 - (a) Energias em função do tamanho da fratura; (b) Variação das energias com o tamanho da fratura (in KNOTT, 1973).

5.2 TEORIA DA FRATURA DE IRWIN

5.2.1 Conceito de variação de energia liberada

O grande número de rupturas ocorridas em estruturas de aço (navios, aeronaves, gasodutos, reservatórios de petróleo etc.), despertou interesse à teoria da propagação da fratura de Griffith, no final da Segunda Guerra Mundial. Essas rupturas ocorreram em situações de tensões de tração sempre abaixo da resistência à tração do material (tensão limite em meio contínuo).

A teoria de Griffith modificada por IRWIN (1948) e OROWAN (1950), propõe que, ao invés de se analisar a energia específica (γ), analise-se a

"velocidade" com que a energia de deformação é transformada em energia de superfície, em função do comprimento da fratura, ou seja, a variação de energia de deformação liberada (G_F) durante o fraturamento. Essa teoria propõe ainda que o corpo adquire a condição de ruptura quando a variação da energia liberada (G_F) atingir um valor crítico (G_{FC}), entendido como uma propriedade do material.

A substituição da energia específica de superfície (γ) pela variação da energia liberada crítica (G_{FC}), tem a vantagem de introduzir um parâmetro mais fácil de ser obtido. O G_{FC} pode ser facilmente determinado em ensaios de materiais em processo de fraturamento, usando uma configuração de ensaio simples.

O processo de análise através do critério de energia liberada, fica extremamente facilitado: determina-se G_F de um corpo fraturado (função da rigidez e geometria do corpo, das tensões aplicadas e do tamanho da fratura) e compara-se com o G_{FC} do material constituinte; se $G_F > G_{FC}$ a fratura se propaga instavelmente.

Na análise de uma placa infinita com um furo central em forma de elipse, como a utilizada por Inglis e Griffith, a variação da energia de deformação liberada para a formação das superfícies de fratura, em função do comprimento da fratura ($G_F = \delta U_E / \delta a$), para o estado plano de tensões, é calculada através da expressão:

$$G_F = \frac{\partial U_E}{\partial a} = -\frac{\sigma^2 \pi a}{E} \tag{5.8}$$

O aumento da variação de energia liberada pode-se dar pelo aumento das tensões aplicadas ou pelo aumento do tamanho da fratura. A ruptura ocorre quando G_F for igual a G_{FC}, considerado uma propriedade do material constituinte da placa e facilmente determinado em laboratório.

5.2.2 Conceito do Fator de Intensidade de Tensão

WESTERGAARD (1939, citado por INGRAFFEA, 1977) publicou um método analítico para resolver o problema da determinação de tensões e deformações em corpos fraturados. A forma da fratura deixa de ser elíptica, como proposto por Inglis e passa a ter uma configuração reta e plana, mais próximo da fratura real.

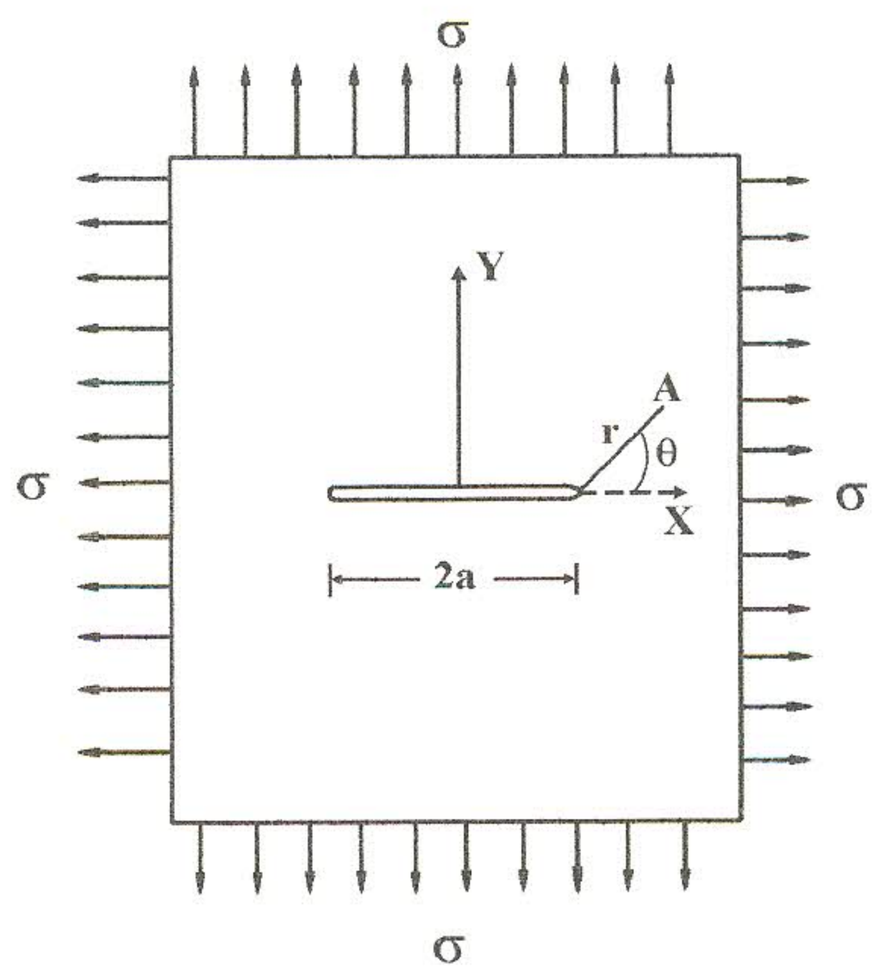


Figura 5.3- Placa infinita carregada biaxialmente com um fratura plana (in INGRAFFEA, 1977).

Para o caso de uma placa infinita, carregada biaxialmente com uma tensão remota (σ) de tração, e com uma fratura plana de comprimento $2a$ (Figura 5.3), os valores no ponto A, próximo à extremidade da fratura ($r << a$), são representados pelas equações (INGRAFFEA, 1977):

$$\sigma_x = \sigma\sqrt{\frac{a}{2r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1 - \text{sen}\frac{\theta}{2}\text{sen}\frac{3\theta}{2}\right) + \ldots \tag{5.9}$$

$$\sigma_y = \sigma\sqrt{\frac{a}{2r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1+\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\operatorname{sen}\frac{3\theta}{2}\right)+\ldots \tag{5.10}$$

$$\tau_{xy} = \sigma\sqrt{\frac{a}{2r}}\operatorname{sen}\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}+\ldots \tag{5.11}$$

onde: r é a distância radial medida em relação à extremidade da fratura e θ é o ângulo entre o eixo da fratura e a direção de incremento da mesma.

Essas equações mostram que para $r = 0$ (na extremidade da fratura) a tensão σ_y adquire valor infinito e que para $\theta = 0$, ao longo do eixo x, a equação (5.10) resume-se a:

$$\sigma_{y(\theta=0)} = \sigma\sqrt{\frac{a}{2r}} \tag{5.12}$$

que pode ser transformada em:

$$\sigma_{y(\theta=0)}.\sqrt{2\pi r} = \sigma\sqrt{\pi a} \tag{5.13}$$

Supondo que a tensão remota (σ) e o tamanho da fratura ($2a$) são constantes, impõe-se que o segundo termo da equação (5.13) necessariamente será constante, e que, pela igualdade, o produto (primeiro termo) da equação (5.13) também será constante. Essa constante foi chamada por IRWIN (1957) de "Fator de Intensidade de Tensão" (K), que depende única e exclusivamente da geometria do corpo, das tensões aplicadas e do tamanho da fratura, sendo independente de r e θ (IRWIN, 1957).

Note-se que apesar da grande variação de σ_y ao longo do eixo x, o produto $\sigma_{y(\theta=0)}.\sqrt{2\pi r}$ é constante, ou seja, o cálculo do fator de intensidade de tensão, teoricamente, independe do ponto ($r << a$) considerado.

O aumento do fator de intensidade de tensão ocorre se a tensão aplicada ou o tamanho da fratura forem aumentados.

Quando ambos os termos da equação (5.13), atingirem, concomitantemente, um valor crítico, ter-se-à o fator de intensidade de tensão crítico (K_{IC}, para o modo de tração), o qual é considerado propriedade do material, sendo também chamado de tenacidade à fratura do material e pode ser determinado em ensaios de laboratório já normalizados. Portanto quando:

$$K \geq K_{IC} \tag{5.14}$$

a fratura se propagará instavelmente.

Segundo KNOTT (1973), o fator de intensidade de tensão se relaciona com a variação de energia liberada através:

$$G_F = \frac{K^2}{E} \qquad \text{estado plano de tensões} \tag{5.15}$$

$$G_F = \frac{K^2(1-\upsilon^2)}{E} \qquad \text{estado plano de deformações} \tag{5.16}$$

5.3 - MODOS DE PROPAGAÇÃO DA FRATURA

Existem três modos básicos de propagação de uma fratura, introduzidos por IRWIN (1957). Estes modos são caracterizados em função das tensões aplicadas e dos consequentes deslocamentos observados na extremidade da fratura (Figura 5.4):

_ Modo I (tração), corresponde a separação normal das paredes da fratura sob a ação de tensões de tração (abertura da fissura). Nesse caso, a fratura será propagada em seu próprio plano, com os deslocamentos de suas superfícies contidos no plano normal à fratura e simétricos aos planos xy e xz.

_ Modo II (cisalhamento longitudinal, deslizamento), onde as duas superfícies da fratura deslizam uma sobre a outra ao longo da linha da fratura (direção x). Os deslocamentos das superfícies da fratura estarão contidos no seu próprio plano, sendo simétricos em relação ao plano xy e simétrico-oblíquos em relação ao plano xz.

_ Modo III (cisalhamento transversal, torsão, rasgamento), corresponde ao deslizamento de uma superfície sobre a outra perpendicular à linha da fratura (direção z). Os deslocamentos das superfícies da fratura estarão contidos no plano da fratura, sendo simétrico-oblíquos em relação aos planos xz e xy.

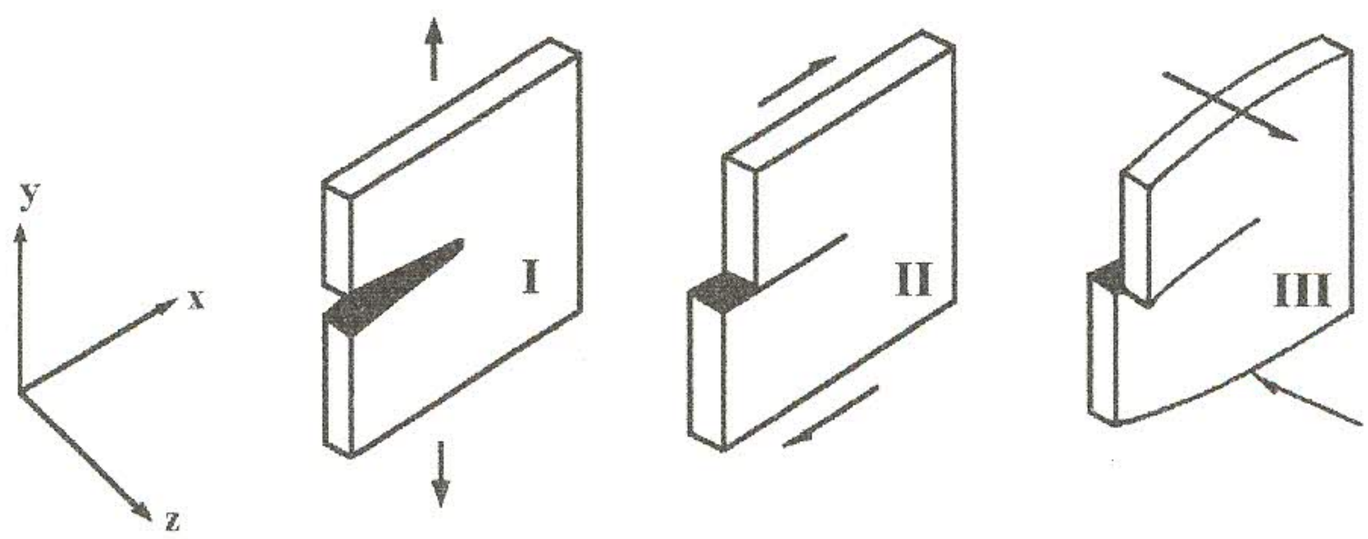


Figura 5.4- Modos fundamentais de deformação (in INGRAFFEA, 1977).

O fator de intensidade de tensão para a situação da Figura 5.3, que é um exemplo típico do modo I de propagação da fratura, é definido como fator de intensidade de tensão para o modo I (K_I). Analogamente os demais modos de propagação definem o K_{II} e K_{III}. A equação (5.13) sob esta nova simbologia, pode ser expressa por:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \tag{5.17}$$

De acordo com CHEREPANOV (1979), para situações semelhantes às da Figura 5.4, mas com tensões cisalhantes (τ) que proporcionam individualmente modos II e III, o fator intensidade de tensão de cada modo é definido como:

$$K_{II} = \tau_{xy}\sqrt{\pi a} \tag{5.18}$$

$$K_{III} = \tau_{yz}\sqrt{\pi a} \tag{5.19}$$

Similarmente, a determinação da tenacidade à fratura do material é feita para um determinado modo de propagação. Assim, para um ensaio, cuja configuração proporciona somente tração, a tenacidade obtida é relativa ao modo I e é designada por tenacidade à fratura-modo I (K_{IC}). Analogamente existem as tenacidades K_{IIC} e K_{IIIC}. Para as tenacidades relativas aos modos II e III não existe ainda nenhuma normalização de ensaios (INGRAFFEA, 1977).

5.4 - FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO EM CORPOS FINITOS

As expressões para o cálculo do fator de intensidade de tensões para corpos finitos, é modificada, adicionando-se, às expressões originais, fatores de correção que levam em conta a geometria do corpo e a forma da carregamento. A forma geral dessa expressão, segundo EWALDS & WANHILL (1986), é:

$$\mathrm{K_I} = \mathrm{C}\sigma\sqrt{\pi \mathrm{a}}.\mathrm{f}\left(\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}\right) \tag{5.20}$$

onde $\boldsymbol{C}$ é um fator de correção para a forma de carregamento e $\boldsymbol{f(a/b)}$ é um fator de correção para a geometria do corpo, onde $\boldsymbol{b}$ é uma dimensão característica da amostra (corpos finitos), ou é uma dimensão relativa à distância entre fraturas, para o caso de corpos multifraturados. Ambos $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{f(a/b)}$ devem ser determinados através de análises de tensões analíticas ou numéricas.

Os fatores de correção C e $f(a/b)$, para situações mais comuns, geralmente associadas à engenharia de materiais, estão publicados em manuais e compêndios de fatores de intensidade de tensão (ROOKE & CARTWRIGHT, 1976; MURAKAMI, 1987).

Como na Engenharia Civil, as formas de carregamento e as geometrias dos corpos são complexas, soluções práticas podem ser obtidas com análises numéricas.

CAPÍTULO 6: MODELO COESIVO

6.1.- MODELO DE DUGDALE

DUGDALE (1960) estendeu o uso da Mecânica da Fratura Elástica Linear para materiais dúcteis, propondo o chamado "modelo da zona de plastificação", mostrado na Figura 6.1.

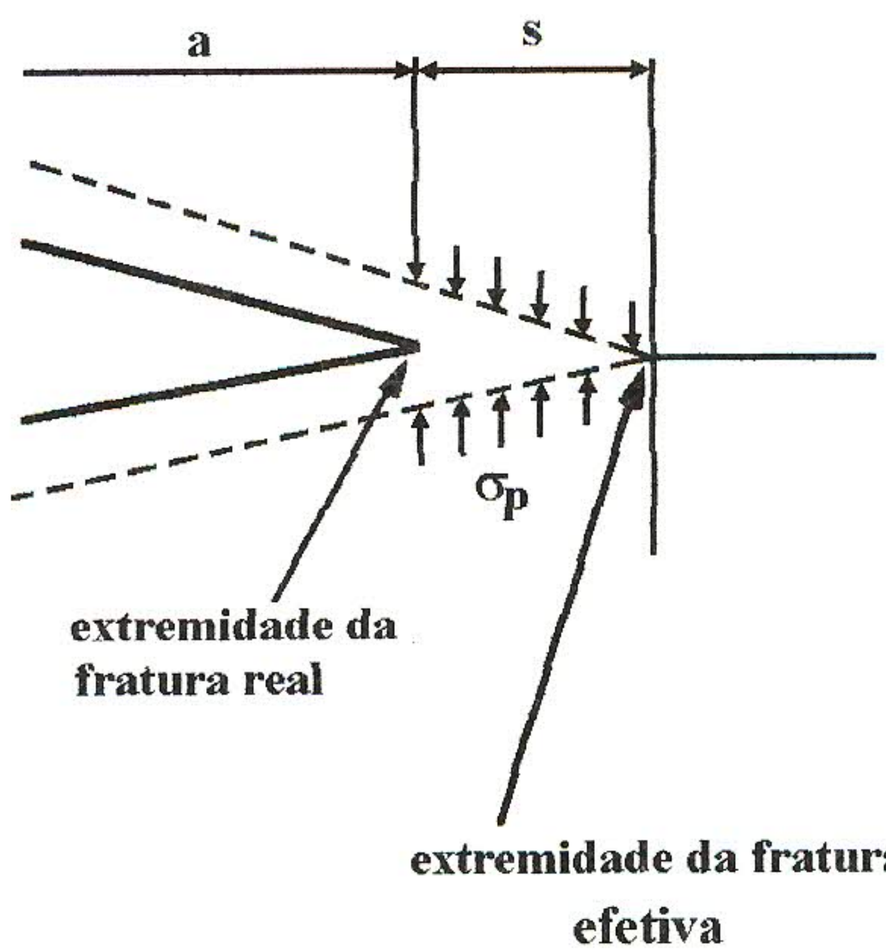


Figura 6.1- Fratura efetiva de Dugdale e a extensão da zona plástica (in ALIABADI & ROOKE, 1991).

DUGDALE (1960) definiu como fratura efetiva (**a+s**), o comprimento da fratura real (**a**) somado ao comprimento da zona de plastificação (**s**). Esta extensão **s** está sujeita à tensões de plastificação constantes (σ_p), agindo no sentido de fechar as extremidades da fratura (forças coesivas). O tamanho de **s** é tal que, as tensões singulares na extremidade da fratura efetiva desaparecem, isto é, o Fator Intensidade de Tensões total é nulo. Para o caso de uma placa infinita carregada com uma tensão remota de tração (σ) e uma fratura plana efetiva de acordo com a Figura 6.1, tem-se:

1) Fator Intensidade de Tensões para a tensão uniforme remota σ:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi(a+s)} \tag{6.1}$$

2) Fator Intensidade de Tensões para as tensões distribuídas nas faces da fratura ($a \leq x \leq a+s$), é:

$$K_I = -2\sigma_p\sqrt{\frac{a+s}{\pi}}\cos^{-1}\left(\frac{a}{a+s}\right) \tag{6.2}$$

Através da condição da anulação das tensões de sinais opostos, para evitar tensões infinitas nas extremidades da fratura, segue-se que:

$$\sigma\sqrt{\pi(a+s)} = -2\sigma_p\sqrt{\frac{a+s}{\pi}}\cos^{-1}\left(\frac{a}{a+s}\right) \tag{6.3}$$

onde

$$\frac{a}{a+s} = \cos\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_p}\right) \tag{6.4}$$

Finalmente, a extensão da zona plástica é encontrada pela expansão do **$\cos(\pi\sigma/2\sigma_p)$** como uma série e aproximando **a/(a+s)** por **(a-s)/a**, resultando:

$$\frac{a-s}{a} = 1 - \frac{\pi^2\sigma^2}{8\sigma_p^2} \tag{6.5}$$

e

$$s = \frac{\pi^2\sigma^2 a}{8\sigma_p^2} = \frac{\pi . K_I^{\ 2}}{8\sigma_p^2} \tag{6.6}$$

6.2 - MODELO DE BARENBLATT

BARENBLATT (1959, 1962) definiu um modelo parecido com o de Dugdale, considerando também a largura da zona plástica na extremidade da fratura pequena quando comparada ao tamanho da fratura, devido a diminuição rápida das forças coesivas com o aumento da distância entre as faces opostas da fratura (Figura 6.2). As tensões coesivas dependem da abertura (w) entre as faces da fratura. Quando a abertura (w) atinge um certo valor considerado como crítico, as tensões coesivas cessam e o fraturamento progride. Estas tensões são funções não-lineares da abertura da fratura.

Barenblatt fez duas considerações que diferem do Modelo de Dugdale. São elas:

_ as tensões (forças coesivas) no zona plástica são variáveis com a deformação, Figura 6.2 (BARENBLATT, 1962; GOODIER, 1968; TAGLIAFERRI, 1990);

_ durante o fraturamento, a forma da abertura das superfícies da fratura na região da extremidade e a distribuição das tensões coesivas não dependem da ação da carga (tração) e são sempre as mesmas, qualquer que seja a geometria da estrutura (ROSSI, 1989; TAGLIAFERRI, 1990);

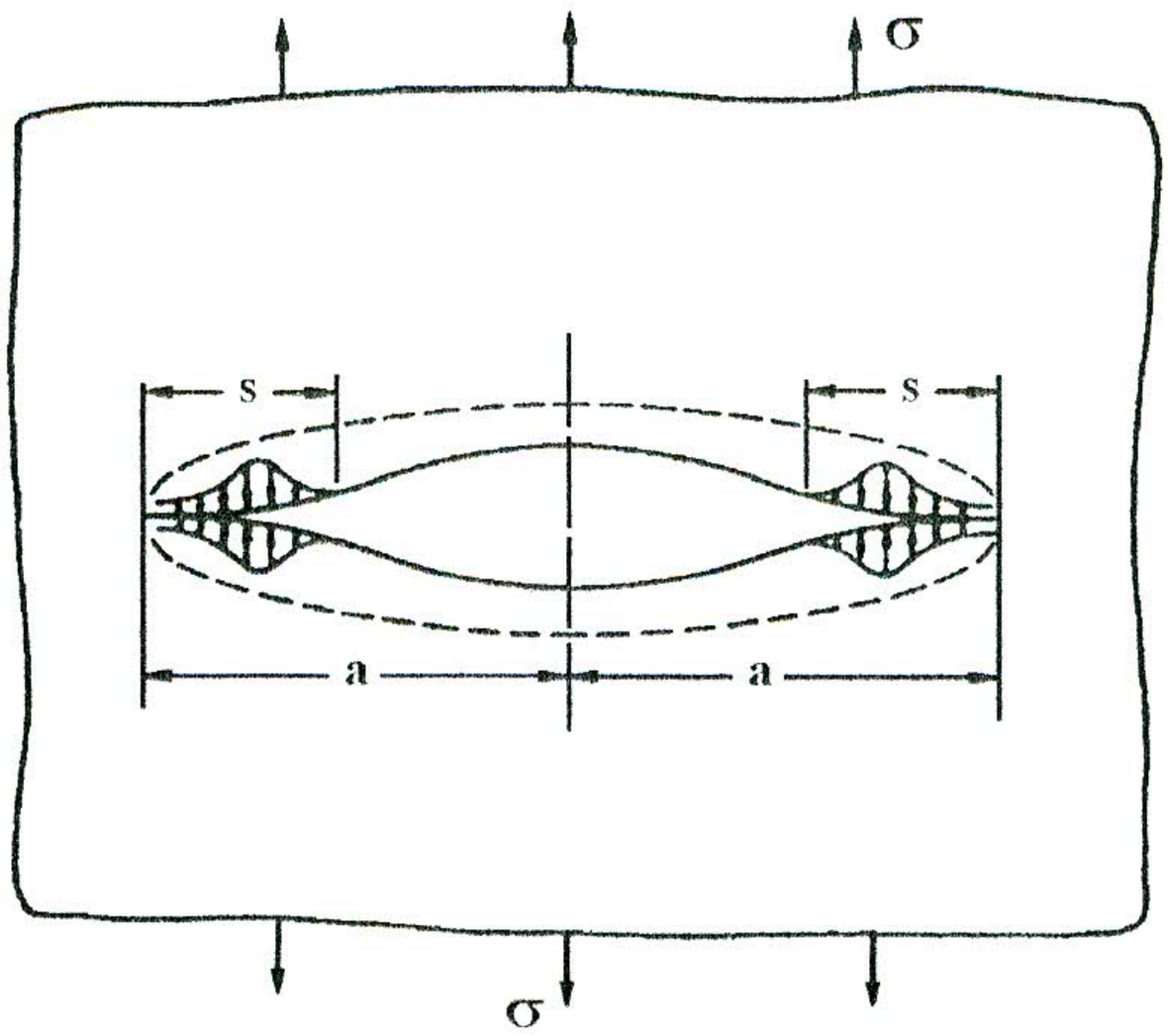


Figura 6.2 - Forças coesivas nas extremidades da fissura, segundo o Modelo de Barenblatt (in GOODIER, 1968).

6.3 - MODELO COESIVO

6.3.1 - MODELO DA FRATURA FICTÍCIA

O modelo, proposto por HILLEBORG et. al. (1976), pode ser facilmente explicado através de um ensaio de tração (Figura 6.3), com controle de deformação, obtendo a curva força-alongamento completa. A deformação foi medida ao longo de dois trechos A e B de mesmo comprimento.

A amostra é homogênea e de área constante, portanto as curvas A e B coincidem até que a carga de pico seja atingida. A partir deste ponto, uma zona de fratura (zona de processo) forma-se em algum lugar da amostra. Esta zona tem largura limitada na direção da tensão e à medida que a mesma se desenvolve, a solicitação diminuirá devido à formação de microfraturas e ao correspondente enfraquecimento do material. O decréscimo da solicitação resulta em uma diminuição da deformação existente fora da zona de fratura e corresponde à curva de

descarregamento no diagrama força-alongamento. Não é possível formar outra zona de fratura enquanto a solicitação diminui.

Na Figura 6.3, a zona de fratura está situada no trecho A. Desta forma, a deformação no trecho B pode ser descrita por meio de uma curva tensão-deformação completa.

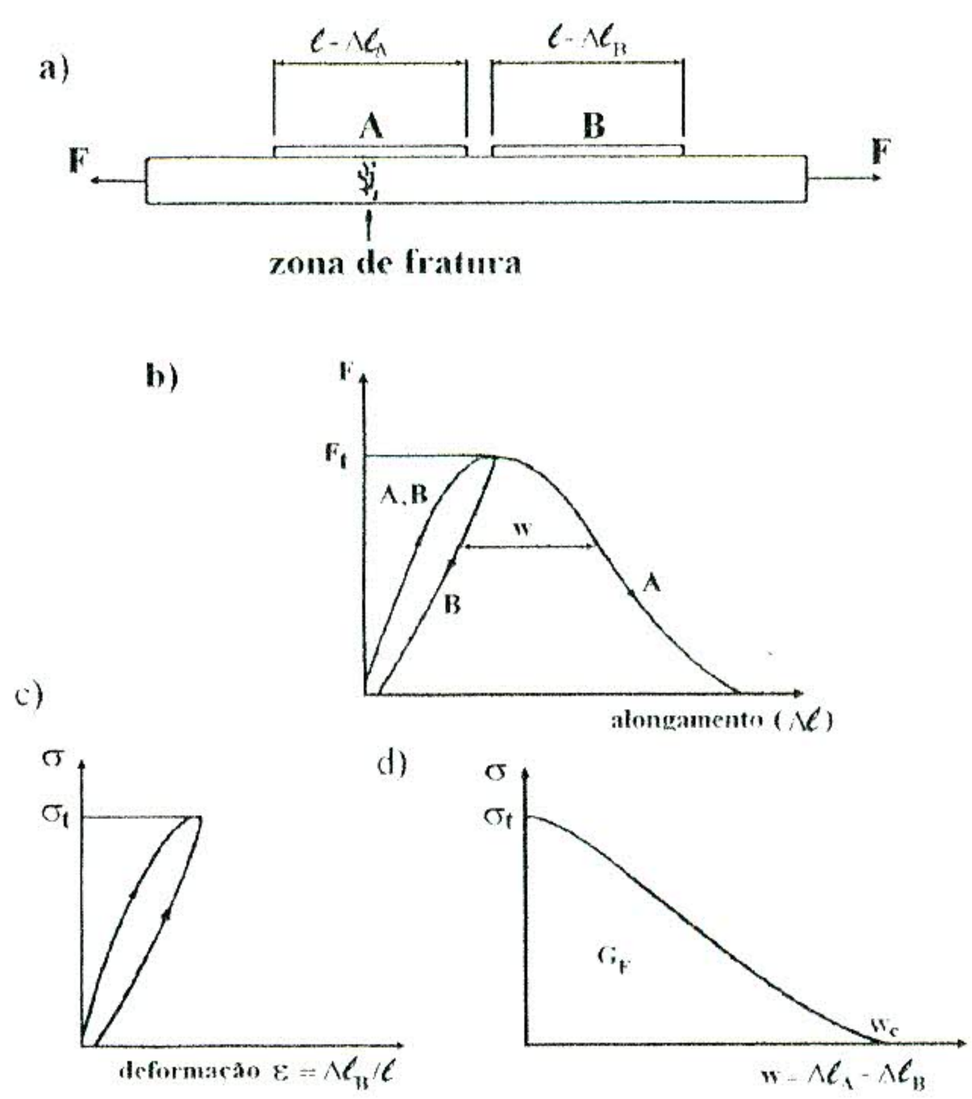


Figura 6.3 - Princípios utilizados no MFF para a divisão das propriedades de deformação em um diagrama σ-u e σ-w (HILLERBORG, 1983).

A deformação (ε) do trecho A também inclui a deformação da zona de fratura. Essa deformação adicional equivale à diferença **w** entre os ramos descendentes das curvas A e B, dividida pelo comprimento inicial ℓ. Podendo-se definir **w** como o alongamento adicional correspondente à zona de fratura. Assim é possível descrever o comportamento da amostra ensaiada por meio de duas curvas:

- tensão-deformação (σ - ε) completa.
- tensão-abertura da fratura (σ - w), para a zona de fratura.

Através dessas curvas, pode-se calcular o alongamento $\Delta\ell$ de qualquer comprimento ℓ_0, desde que sua extremidade esteja situada na zona de fratura:

$$\Delta\ell = \varepsilon\, \ell_0 + w \tag{6.7}$$

A zona de fratura pode ser descrita como uma fratura localizada, de abertura **w**, isto é, uma fratura que pode transferir tensão, quando sua abertura for menor que w_c (de acordo com a curva σ - w).

De acordo com HILLERBORG (1983), a absorção de energia fora da fratura fictícia é determinada como o volume da amostra vezes a área abaixo da curva σ - ε (Figura 6.3c). Em um material puramente elástico, essa energia de absorção é zero.

Como a zona de fratura, na realidade, tem uma certa extensão, a fratura localizada, que foi introduzida como descrição simplificada, não é uma fratura real. É chamada, por HILLERBORG et. al. (op. cit.), como uma fratura fictícia e este termo foi utilizado para caracterizar o modelo.

A Figura 6.4 mostra a distribuição de tensões à frente da extremidade de uma fratura, em uma viga submetida a uma deformação crescente. Uma zona de fratura se desenvolve e essa fratura é descrita como fictícia.

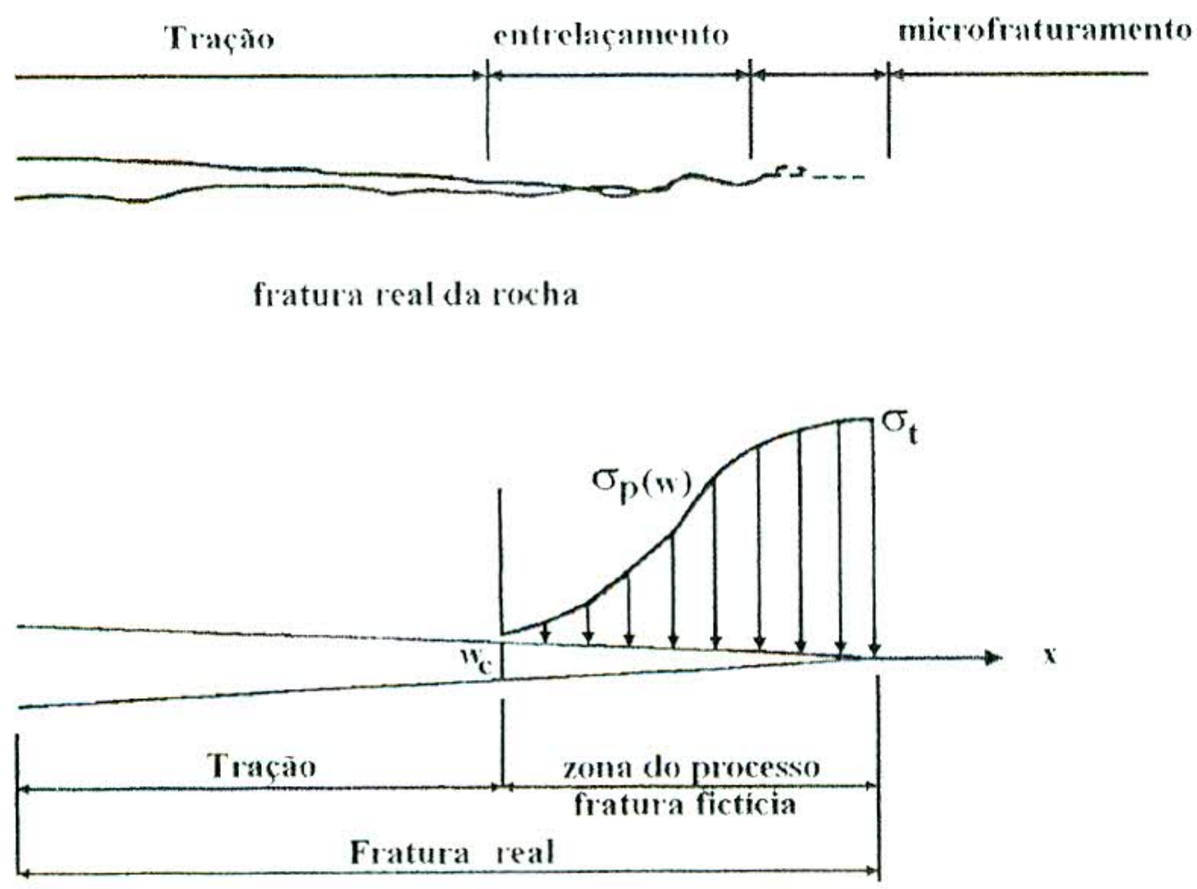


Figura 6.4- Distribuição de tensões à frente da extremidade de uma fratura, depois do crescimento da fratura real (LABUZ et al., 1985).

Dentro da fratura fictícia, a relação entre tensão (σ) e abertura da fratura (w), é dada pela curva σ - w (Figura 6.3c). Em qualquer lugar fora da fratura fictícia, a curva σ x u para o material é válida. À medida que a deformação aumenta, as tensões à frente da extremidade da fratura também aumentam. Nenhuma tensão é assumida como maior que a resistência à tração (σ_t). Se a tensão atingir σ_t, qualquer aumento adicional na deformação provoca o desenvolvimento de uma fratura fictícia no ponto em questão. Desta forma, a tensão na extremidade da fratura fictícia é σ_t assim que a mesma começa a se propagar. Portanto, a fratura inicia-se no ponto onde a tensão de tração se iguala à resistência à tração (σ_t).

Segundo LABUZ et al. (1985), a abertura crítica da fratura (w_c) define a iniciação da zona do processo, esta por sua vez, depende do comportamento fundamental da rocha (tamanho dos grãos minerais, bem como tamanho e forma da amostra).

O modelo da fratura fictícia pode ser utilizado para analisar não somente o crescimento de fraturas existentes, mas também a formação de novas fraturas, sendo que o mesmo critério é usado para a formação e propagação de fraturas (quando σ_t for atingido).

Segundo HILLERBORG (1983), as hipóteses mais simples em relação às curvas σ - u e σ - w, a serem utilizadas nos cálculos, quando se utilizam métodos numéricos, são de acordo com a Figura 6.5, aproximações de linha reta para ambas as curvas.

Com as formas das curvas σ - u e σ - w na Figura 6.5, as propriedades do material ficam completamente definidas pela resistência à tração (σ_t), pelo módulo de elasticidade (E) e pela energia de fraturamento ($\mathbf{G}_F$). A curva σ x w pode ser determinada por meio do ensaio de tração, que fornece a curva completa. Um método indireto da medida da energia de fraturamento ($\mathbf{G}_F$) foi desenvolvido por HILLERBORG (1985a,b; citado por RATANDERT & WECHARATANA, 1989) pela realização de ensaios de flexão a três pontos em vigas, previamente entalhadas.

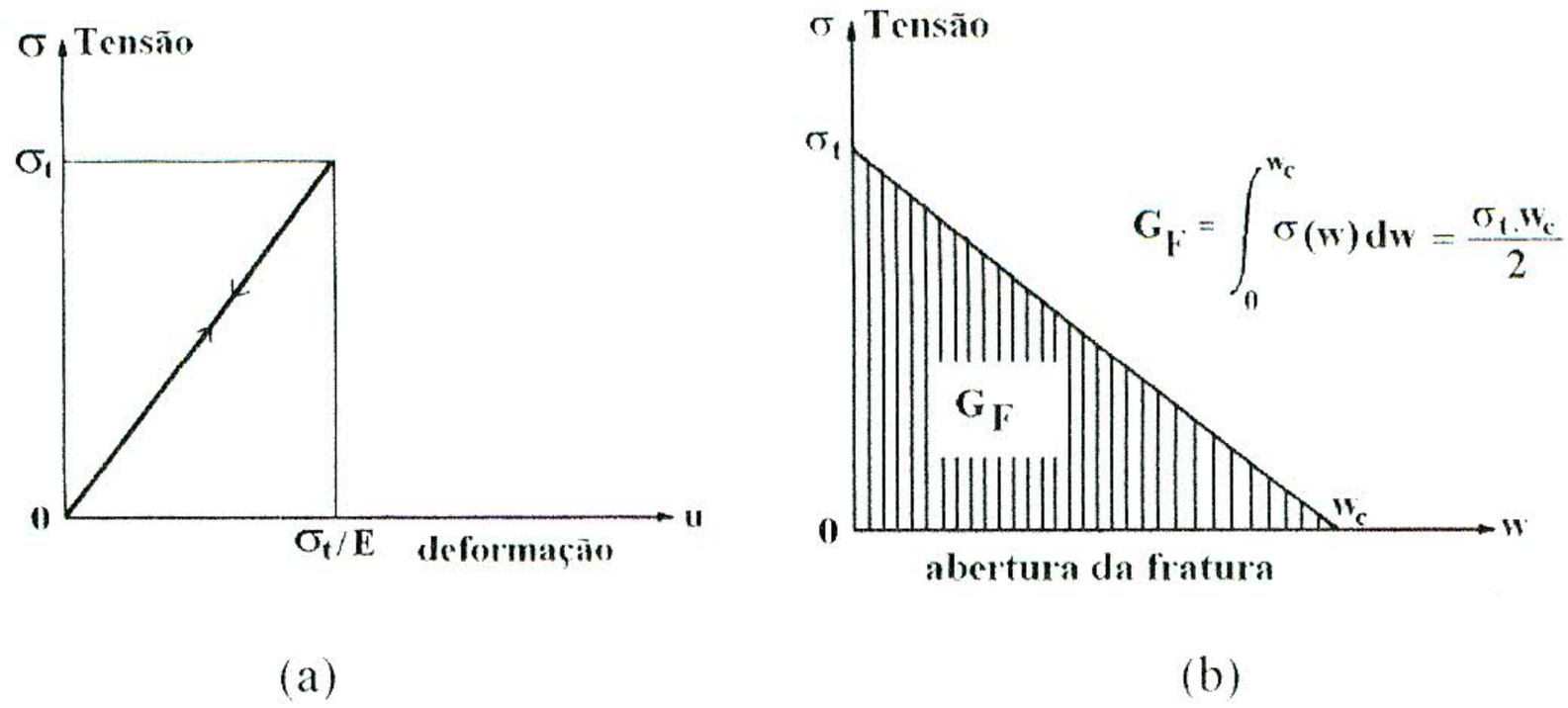


Figura 6.5 - (a) Lei elástica tensão x deformação; (b) Lei coesiva tensão - abertura da fratura (in HILLERBORG, 1983).

6.3.2 - MODELO COESIVO

O chamado Modelo Coesivo nada mais é do que o Modelo da Fratura Fictícia descrito por HILLERBORG et al. (1976). CARPINTERI (1985, 1989, 1992), CARPINTERI & FANELLI (1987), CARPINTERI & COLOMBO (1989), BOCCA et al. (1989, 1990) e TAGLIAFERRI (1990), definem as seguintes hipóteses para o Modelo Coesivo:

_ a linha da fratura começa a se desenvolver quando a tensão principal (σ) atinge o valor da resistência à tração (σ_t);

_ o material na zona de processo é parcialmente danificado, mas ainda em condições de transmitir tensões. Tal tensão depende do deslocamento da abertura da fratura (**w**).

A extremidade real da fratura é definida como o ponto onde a distância entre as superfícies da fratura é igual ao valor crítico do deslocamento da abertura da fratura ($\mathbf{w_c}$) e onde a tensão normal desaparece (σ). A extremidade da fratura fictícia é definida como o ponto onde a tensão normal atinge o valor máximo (σ_t) e a abertura da fratura se anula.

Portanto, a lei coesiva para a zona do fraturamento será:

$$\sigma = \sigma_t \left[1 - \left(\frac{w}{w_c} \right) \right] \qquad \text{para } w \leq w_c \qquad (6.8)$$

$$\sigma = 0 \qquad \text{para } w > w_c \qquad (6.9)$$

CAPÍTULO 7: ENSAIOS DE LABORATÓRIO

7.1 - ENSAIO DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS

7.1.1 - INTRODUÇÃO

O objetivo principal do estudo é obter a curva força-deslocamento completa através de ensaio de flexão a três pontos realizado para quatro tamanhos de amostra e comparar as curvas obtidas nos ensaios com as curvas obtidas nas simulações numéricas do ensaio de flexão que utilizam a Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL) e o Modelo Coesivo (MC). Além de se determinar as propriedades das rochas utilizadas nos ensaios.

Os ensaios de flexão a três pontos, foram executados em rochas (cinco ensaios para cada tamanho de amostra) com um entalhe plano pré-determinado (localizado no centro inferior da viga). O tamanho das amostras variou, mantendo sempre a relação comprimento/altura da amostra (L/B) igual a 4. Este tipo de ensaio foi escolhido baseado nos trabalhos de CARPINTERI et. al. (1989) e LABUZ & BIOLZI (1991), o qual segundo os autores, é mais indicado para se controlar e obter a curva força-deslocamento completa.

7.1.2 - DISPOSITIVOS UTILIZADOS NOS ENSAIOS DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS

Os dispositivos utilizados no ensaio de flexão a três pontos foram:

- um dispositivo de apoio da amostra conforme sugerido pela ISRM (1978) para os ensaios de tração e pela ISRM (1988) para a determinação da tenacidade à fratura (Figura 7.1);

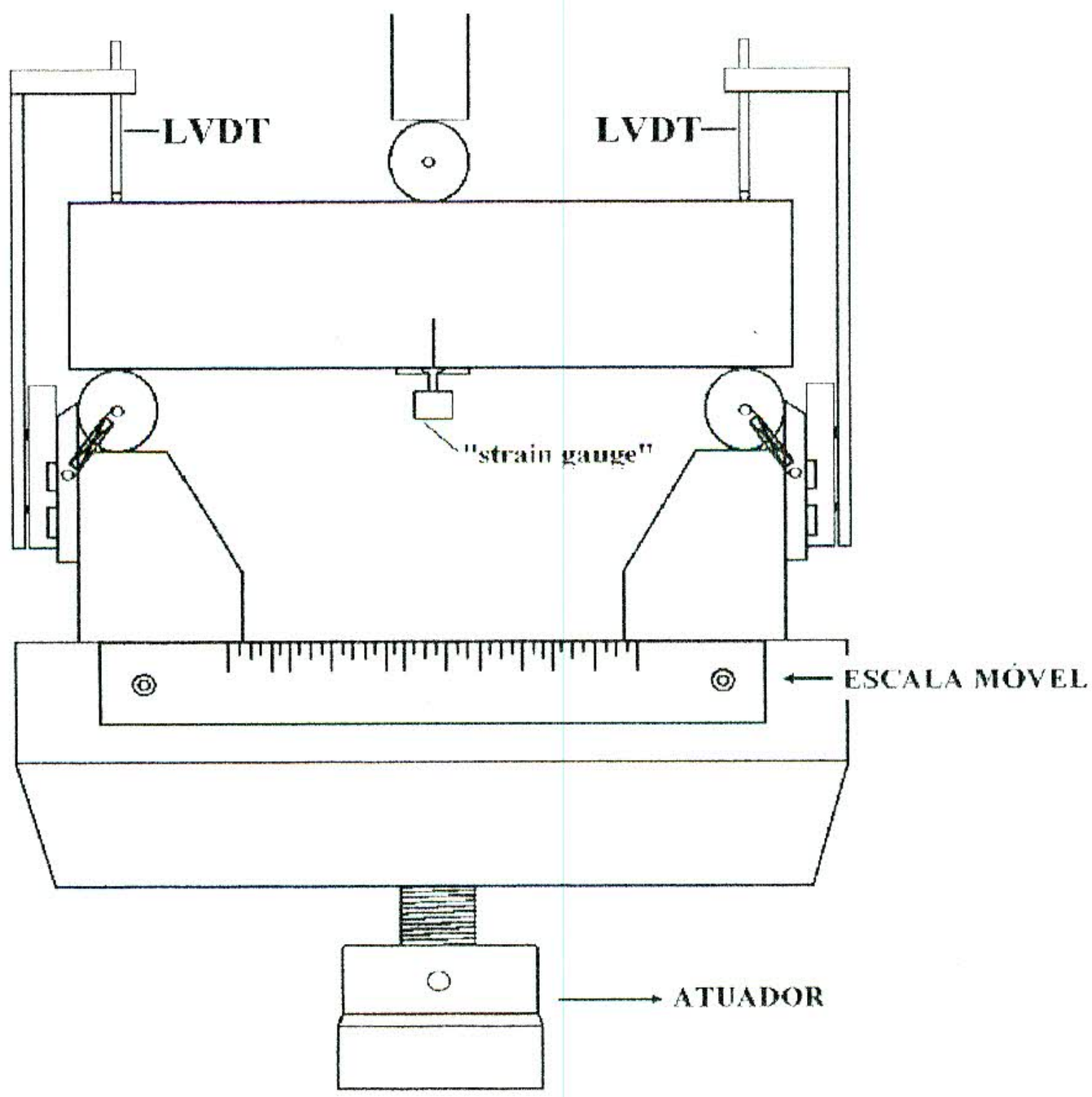


Figura 7.1 - Esquema da configuração do ensaio de flexão a três pontos.

_ extensômetro, tipo "clip gauge", fixado entre duas placas de alumínio que são coladas uma de cada lado do entalhe na porção inferior da amostra (Figura 7.2). Este "clip gauge" mede o deslocamento da abertura da fratura (entalhe) durante o ensaio;

_ dois extensômetros, do tipo LVDTs, situados nas extremidades superiores da amostra, na direção dos roletes inferiores, de acordo com as Figuras 7.1 e 7.3a. Eles são responsáveis pela medida do deslocamento da porção superior da amostra;

_ extensômetro para medir o deslocamento do ponto central inferior da viga (Figuras 7.2 e 7.3b). A Figura 7.3b mostra como este extensômetro é preso atrás da amostra durante o ensaio.

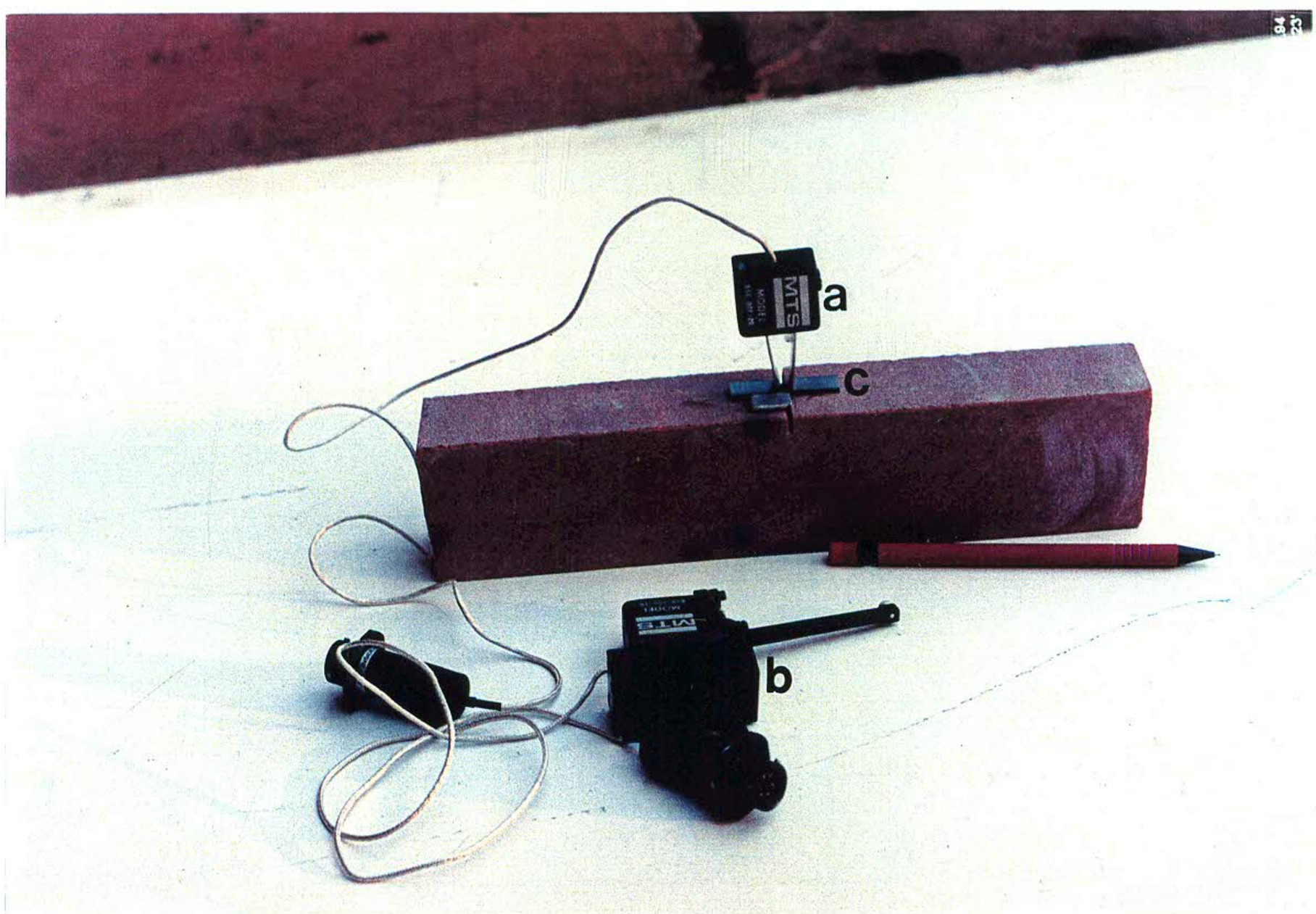


Figura 7.2 - Disposição do "clip-gauge" na amostra a ser ensaiada; (a) "clip- gauge"; (b) extensômetro usado para medir a flecha aparente); (c) placas de alumínio para prender o "clip-gauge".

7.1.3 - CONFIGURAÇÃO DO ENSAIO DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS

Os ensaios de flexão a três pontos foram executados numa máquina rígida servo-controlada com loop fechado, marca MTS. O controle foi realizado através da variação constante da abertura da fratura (entalhe), típico para ensaios de flexão a três pontos onde se deseja obter a curva força-deslocamento (flecha) completa (HUDSON et al., 1971b).

ROKUGO et al. (1989); OUCHTERLONY (1989); BIOLZI et al. (1989) mostraram a importância da eliminação dos deslocamentos dos demais componentes do sistema de ensaio (indentação dos roletes na amostra, espaçadores, dispositivos de ensaio etc.)

Baseando-se na experiência desses autores, foi necessário procurar uma configuração de ensaio que eliminasse os deslocamentos de todos os componentes do pórtico da prensa, obtendo somente o deslocamento da amostra (flecha real).

A configuração encontrada para o ensaio de flexão a três pontos, utiliza os dispositivos descritos no ítem 7.1.2, mostrada nas Figuras 7.1, 7.3a e 7.3b. Nesta configuração, há uma base presa no centro dos roletes, onde se fixa o extensômetro que mede a flecha da amostra. O "clip gauge" é preso entre as placas de alumínio que são coladas uma de cada lado do entalhe, medindo a abertura do entalhe (segundo ISRM, 1988).

Os LVDTs estão dispostos nas extremidades superiores da amostra (apoiados num suporte, preso à base dos roletes), na direção dos roletes inferiores, medindo os deslocamentos dos roletes na amostra, ou seja, a indentação. Para se obter a flecha real da amostra, basta diminuir do deslocamento inferior da viga (flecha aparente) o valor da média dos LVDTs superiores.

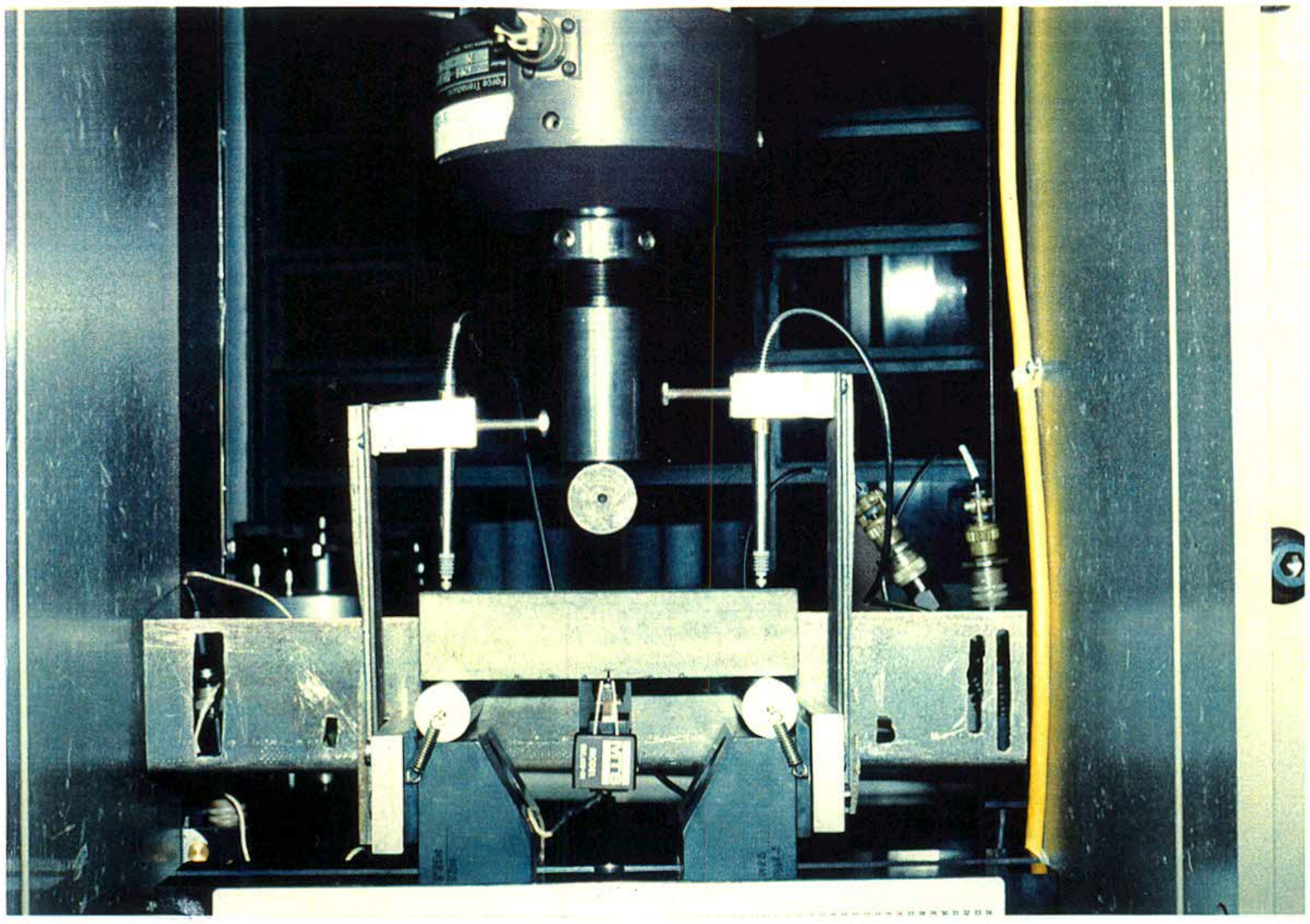


Figura 7.3a - Configuração do ensaio de flexão a três pontos na prensa servo-controlada (vista frontal).

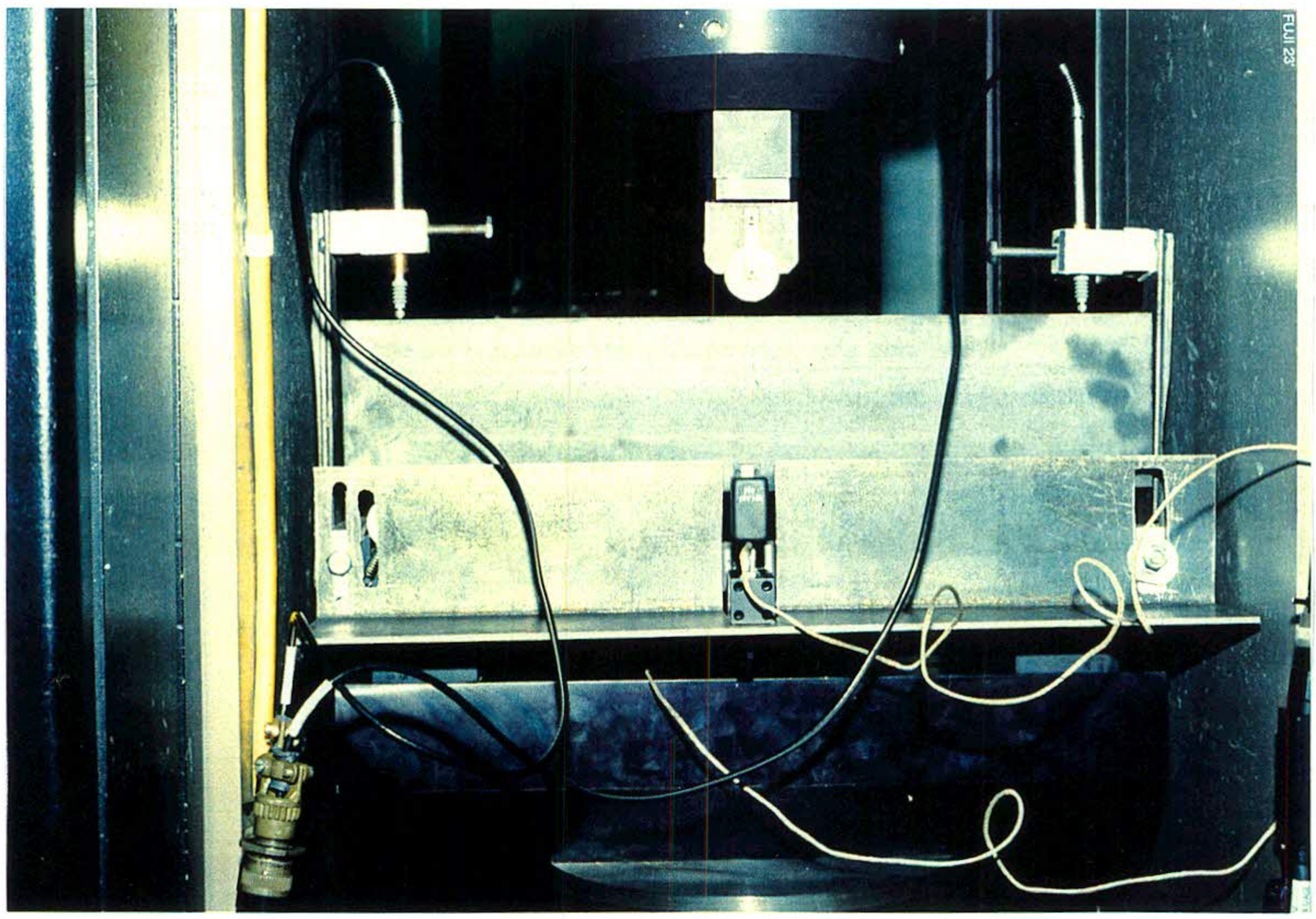


Figura 7.3b - Configuração do ensaio de flexão a três pontos.

7.2 - AMOSTRAS

7.2.1 - CARACTERÍSTICAS DAS AMOSTRAS ENSAIADAS

As amostras ensaiadas pertencem a dois tipos diferentes de rochas: basalto e arenito. Estas rochas foram escolhidas por serem facilmente encontradas na região de São Carlos - SP, por serem encontradas em formas de lajes, placas retangulares, facilitando a preparação das amostras para o ensaio e também por pertencerem à formações importantes para muitas obras no centro-sul.

A forma das amostras é retangular (L/B = 4), pois fica mais fácil de se realizar o entalhe plano, em termos de proporcionalidade, segundo CARPINTERI et. al. (1989).

As amostras de basalto da Formação Serra Geral, Grupo São Bento, foram extraídas da Pedreira Tatiane (pertencente à Leão & Leão Ltda.), no município de Jaboticabal (SP). Neste local, a rocha apresenta coloração cinza escura e é constituída mineralogicamente por plagioclásio, piroxênio e magnetita.

Num determinado local da pedreira foi possível obter lajes de basalto com espessuras da ordem de centímetros, devido às fraturas sub-horizontais (Figura 7.4).

Figura 7.4 - Lajes de Basalto retiradas da Pedreira Tatiane.

O arenito pertence à Formação Botucatu, Grupo São Bento. Os arenitos desta formação apresentam estratificação sub-horizontal, cujas espessuras se constituem em fator determinante quanto ao tipo de utilização (blocos para pisos, fachadas, calçamento de ruas etc.). As estratificações de menor espessura (laminados) permitem a extração de lajes.

A presença de falhas e de diaclasamentos, com espaços geralmente superiores a um metro, faz com que as dimensões tanto dos blocos quanto das lajes, após o seu reaparelhamento sejam adequados para o uso em obras civis. O arenito Botucatu da região de São Carlos (SP) caracteriza-se como material de construção de boa qualidade e alta durabilidade (PARAGUASSU et al., 1993).

Os arenitos são constituídos mineralogicamente por grãos de quartzo de granulação fina a média, bem arredondados, com coloração variando do amarelo ao vermelho, cimentados por sílica microcristalina (PARAGUASSU et al., 1993).

As amostras de arenito ensaiadas foram retiradas na Pedreira do Ouro, no município de Araraquara (SP).

7.2.2 - PREPARAÇÃO DAS AMOSTRAS

7.2.2.1.- Corte das lajes

As amostras foram retiradas de locais específicos da pedreira, as quais saem em forma de lajes e foram escolhidas de maneira que suas alturas (espessuras) fossem pouco maiores que as alturas desejadas.

Estas lajes foram cortadas nos tamanhos desejados através de uma serra com disco diamantado de raio útil de 9,5 cm (diâmetro total igual a 40 cm). Esta medida limitou a altura da amostra de maior tamanho (Figura 7.5). Foram confeccionadas 5 amostras para cada tamanho de rocha.

7.2.2.2. - Retificação das amostras

As amostras foram submetidas à retificação de suas faces com o auxílio de uma máquina retificadora com rebolo diamantado (Figura 7.6). Isto proporcionou adequadas condições de paralelelismo, planicidade e ortogonalidade.

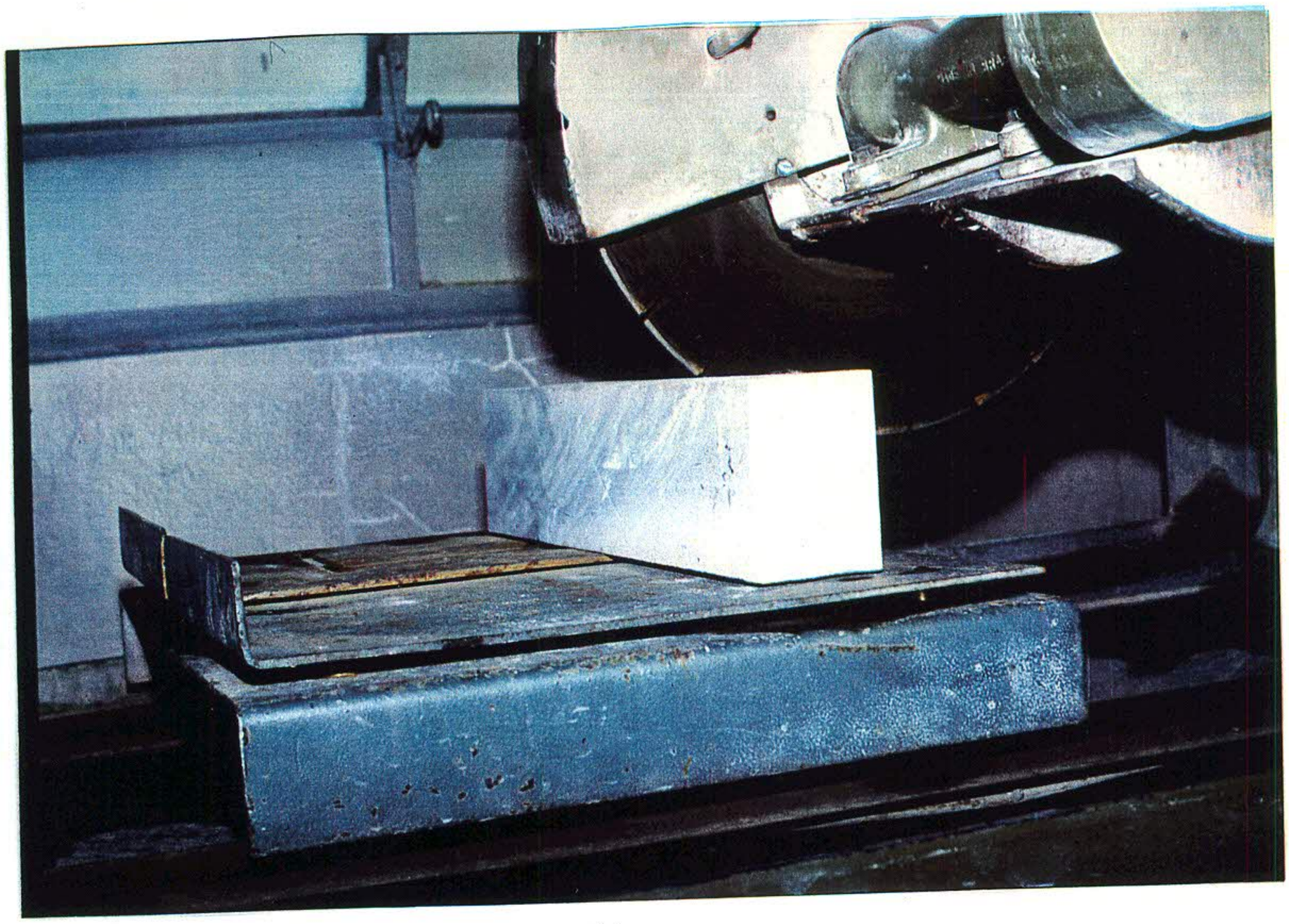


Figura 7.5 - Serra com disco diamantado.

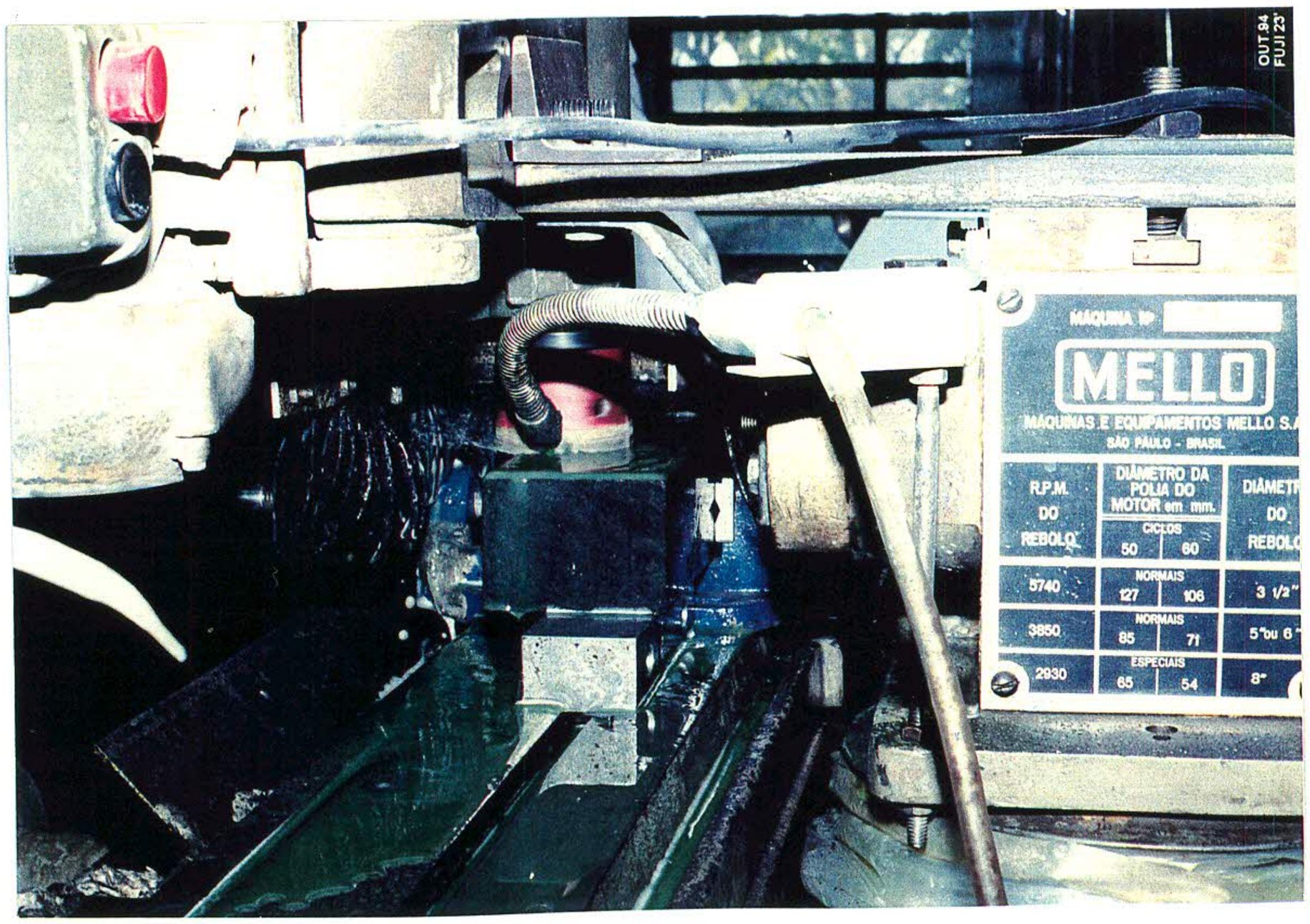


Figura 7.6 - Máquina retificadora com rebolo diamantado.

7.2.2.3. - Realização do entalhe nas amostras

Para a obtenção da curva completa no ensaio de flexão a três pontos é feito um entalhe pré-determinado, na porção centro-inferior da amostra, com o intuito de direcionar o fraturamento da amostra, medindo o deslocamento da abertura desta fratura, conforme se aplica a força.

Estes entalhes são planos e como suas medidas são da ordem de milímetros para os tamanhos menores (L = 10 e 15 cm, Tabela 7.1), montou-se um dispositivo com um mini-motor a chicote (usado por protéticos). No mini-motor utilizou-se discos de carburundum (material abrasivo) de diâmetro de 2,38 cm e espessura de 0,06 cm (Figura 7.7).

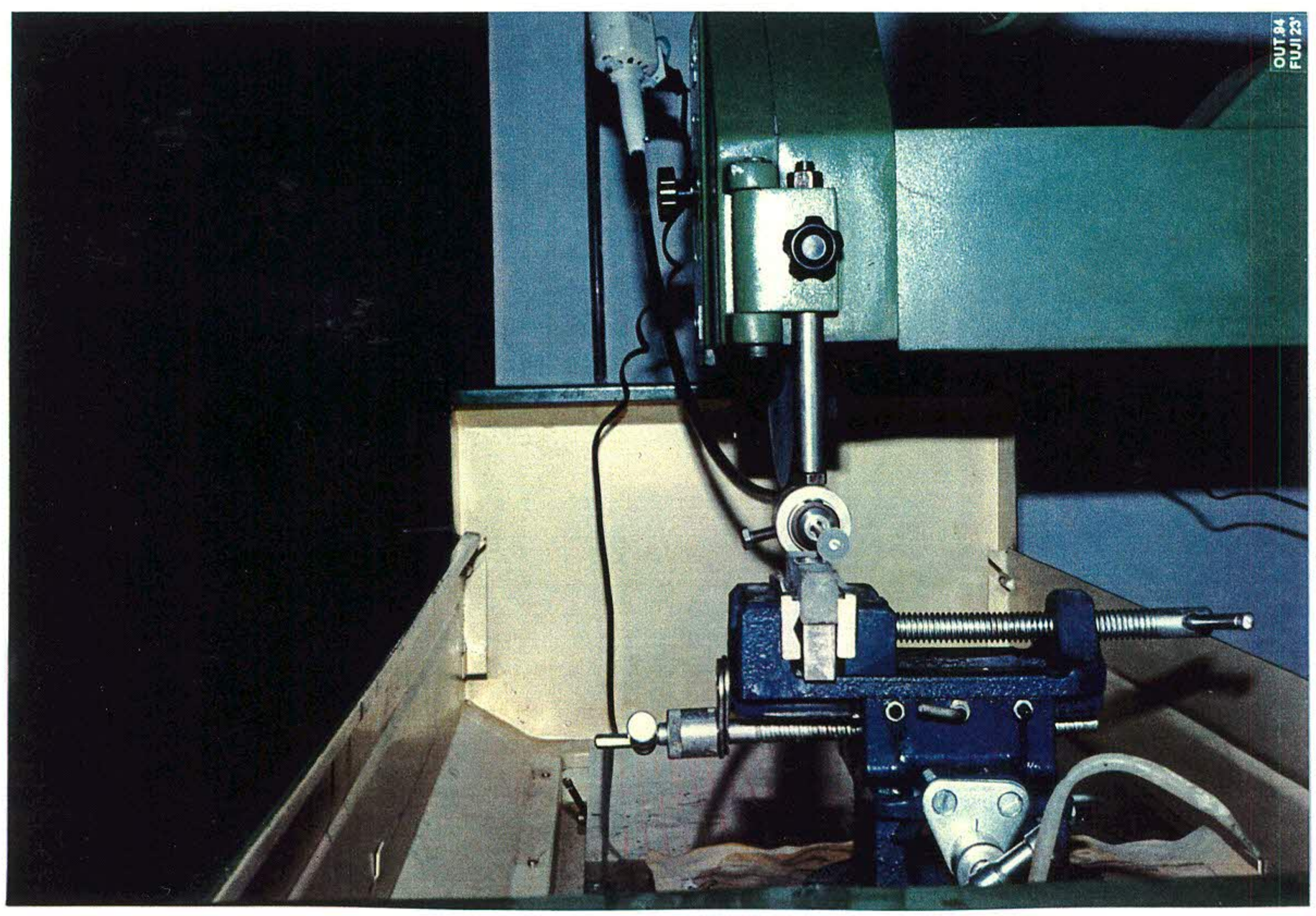


Figura 7.7 - Retífica plana universal e mini-motor.

Para as amostras de tamanhos maiores (L = 22,50 e 33,75 cm, Tabela 7.1), os entalhes foram feitos na máquina retificadora com disco diamantado (com diâmetro de 40 cm e espessura igual a 0,3 cm), onde foi adaptado um dispositivo de acordo com a Figura 7.8.

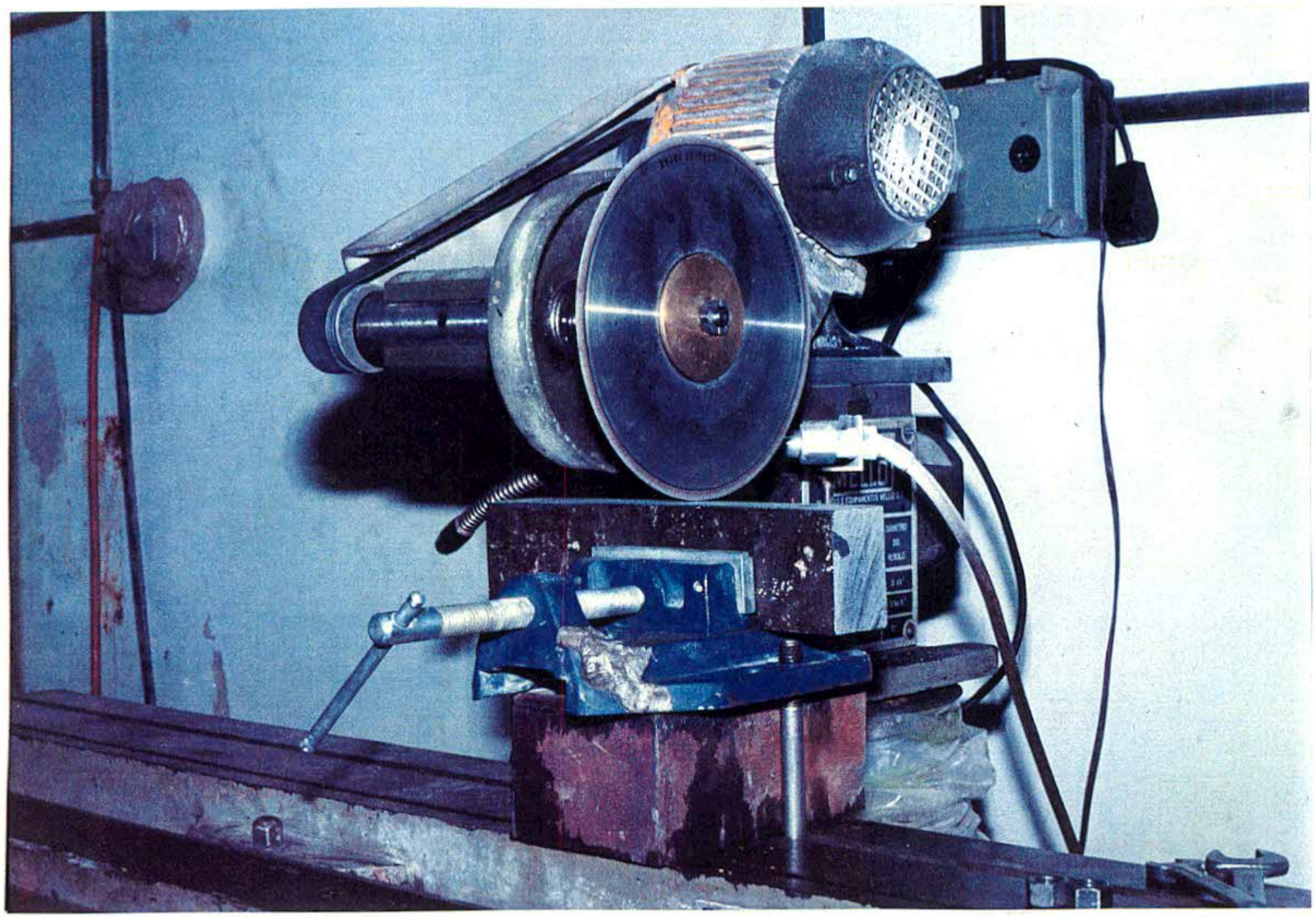


Figura 7.8 - Disco diamantado.

7.2.3 - DIMENSÕES DAS AMOSTRAS

Foram definidos quatro tamanhos de amostras, mantendo a relação distância entre os apoios/ altura (L/B) igual a 4.

O comprimento das amostras foi definido de acordo com a regulagem máxima e mínima dos roletes do dispositivo de apoio, determinando um comprimento máximo de 37 cm e um comprimento mínimo para a amostra de 6,2 cm.

Definiu-se a profundidade do entalhe (***a***) igual a 10 % da altura da amostra e a distância entre as extremidades da amostra e os apoios (***d***), igual a 8 % do vão.

As características geométricas das amostras são mostradas na Figura 7.9, onde:

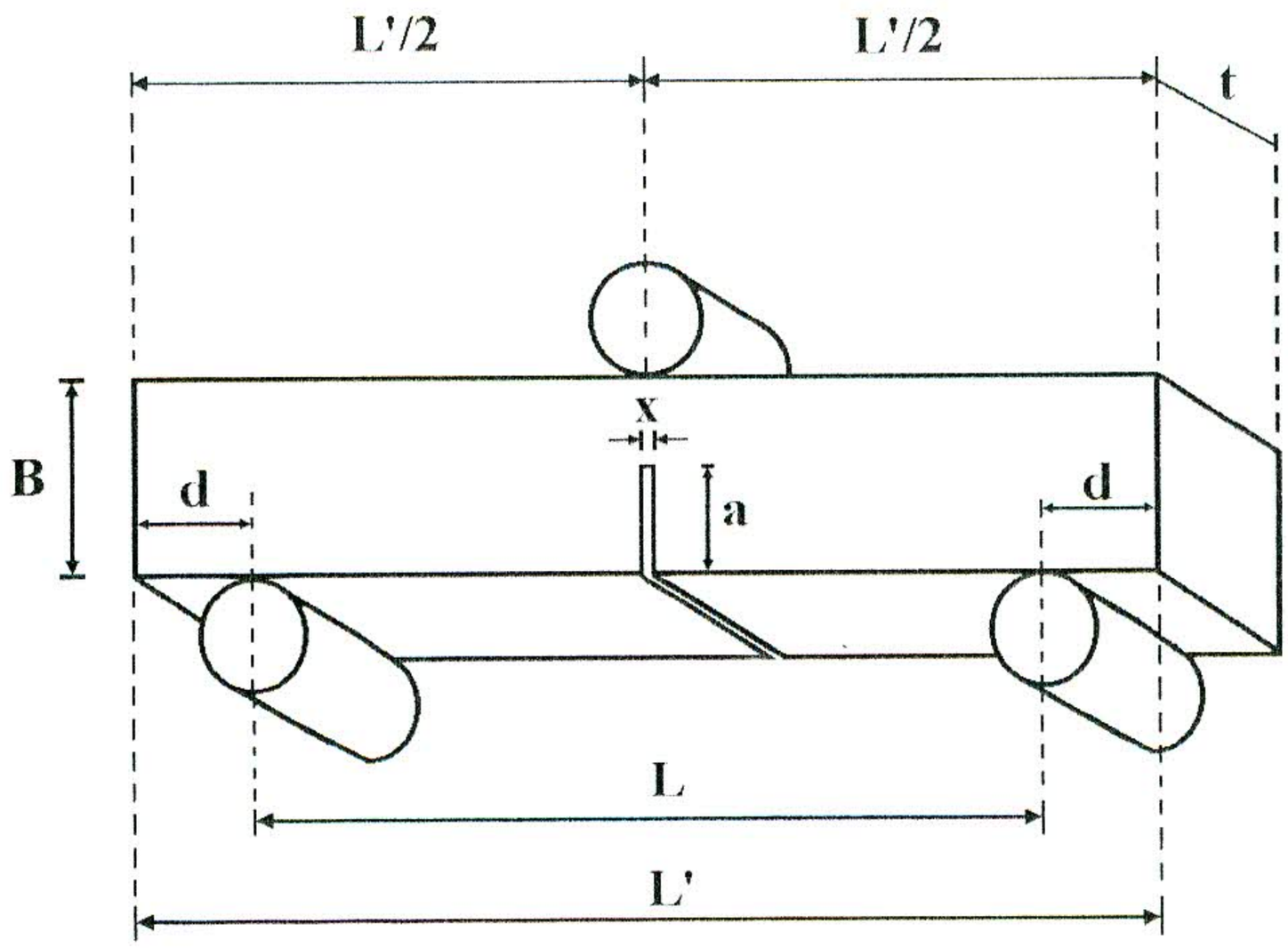


Figura 7.9 - Características geométricas das amostras ensaiadas.

L'= comprimento total da amostra;

L = distância entre os apoios (vão);

B = altura ou espessura da amostra;

t = espessura da amostra (igual a 2/3 B);

a = profundidade do entalhe;

d = comprimento externo aos apoios;

x = largura do entalhe (0,6 mm, para os dois tamanhos menores e 3,0 mm para os dois tamanhos maiores)

Portanto, as dimensões dos quatro tamanhos das amostras, são apresentadas na Tabela 7.1:

Tamanhos	***L'*** (cm)	***L*** (cm)	***B*** (cm)	***t*** (cm)	***a*** (cm)	***x*** (cm)
1	11,60	10	2,50	1,67	0,250	0,06
2	17,40	15	3,75	2,50	0,375	0,06
3	26,10	22,50	5,63	3,75	0,563	0,3
4	39,15	33,75	8,44	5,63	0,844	0,3

Tabela 7.1 - Dimensões dos quatro tamanhos das amostras ensaiadas.

7.3 - RESULTADOS DOS ENSAIOS DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS

Nas Figuras 7.10 e 7.11 estão as curvas força-deslocamento (flecha), obtidas para o basalto e o arenito para os quatro tamanhos (mostrados na tabela 7.1).

Através destas figuras percebe-se que a inclinação pré-pico, para o tamanho maior (Tamanho 4), tanto para o basalto como para o arenito, não ficaram próximas como as dos outros tamanhos. Isto pode ter ocorrido devido ao fato de que todas as amostras dos três primeiros tamanhos foram retiradas de uma mesma laje de rocha e as de maior tamanho não, pois não foi possível encontrar lajes grandes o suficiente para viabilizar a retirada de todas as amostras. Apesar da anomalia apresentada pelo tamanho maior (tamanho 4), nota-se que existe uma tendência das curvas serem do tipo Classe II (para os dois tipos de rochas). No basalto, este tamanho maior apresentou resistência menor do que a esperada (resistência maior do que a apresentada pelo tamanho 3), indicando que o material contém maior quantidade de fraturas intrínsecas.

As amostras de arenito de menor tamanho, foram difíceis de controlar durante o ensaio (Figura 7.11), pois são pequenas e apresentam capacidade de carga menor. Para essas amostras, as curvas obtidas nos ensaios não apresentaram

inclinação (antes do pico) e nem o valor da carga de pico semelhantes. As curvas para os tamanhos 2 e 3 apresentaram melhor resultado.

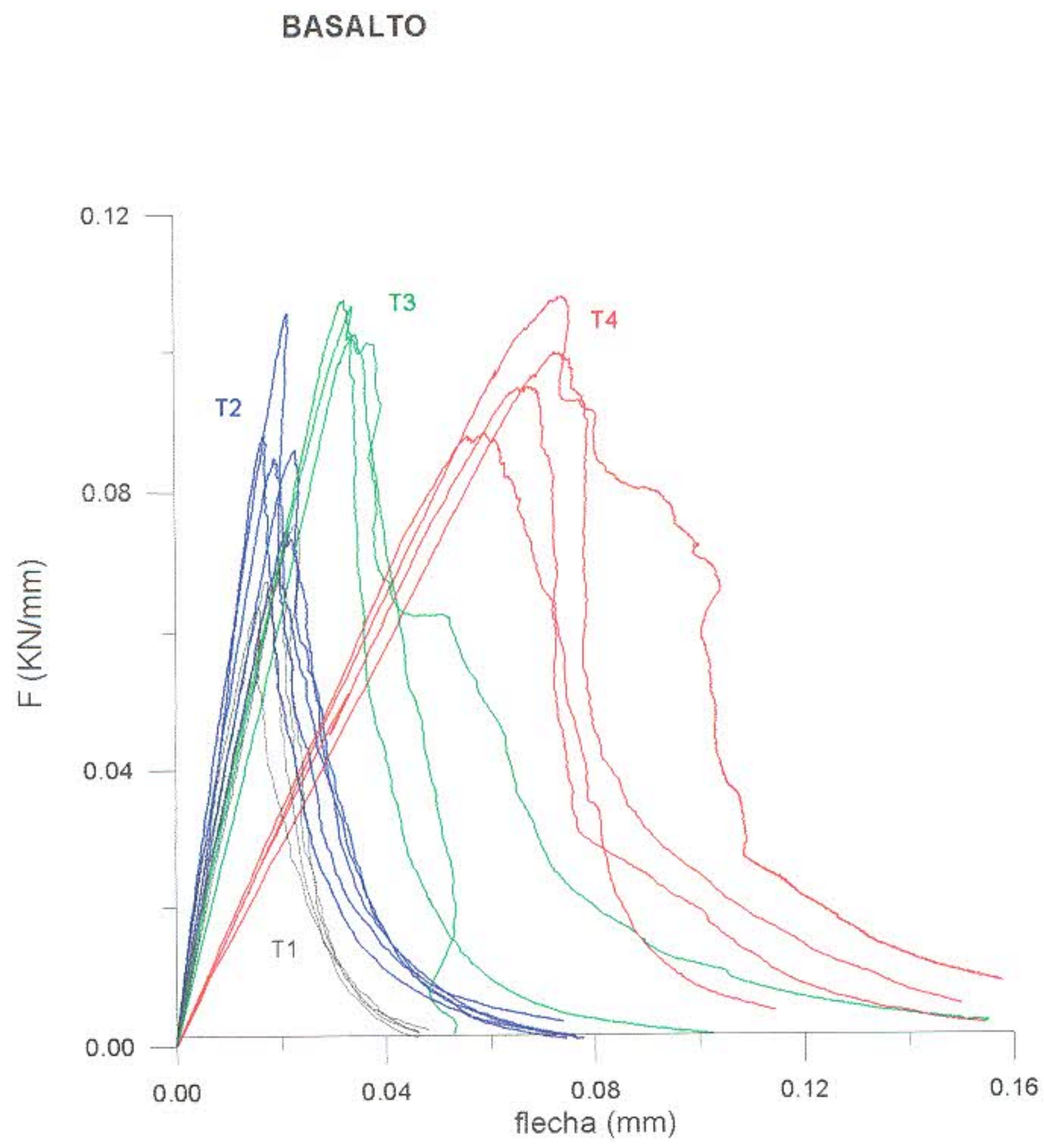


Figura 7.10 - Curvas força-deslocamento do ensaio de flexão a três pontos para o basalto.

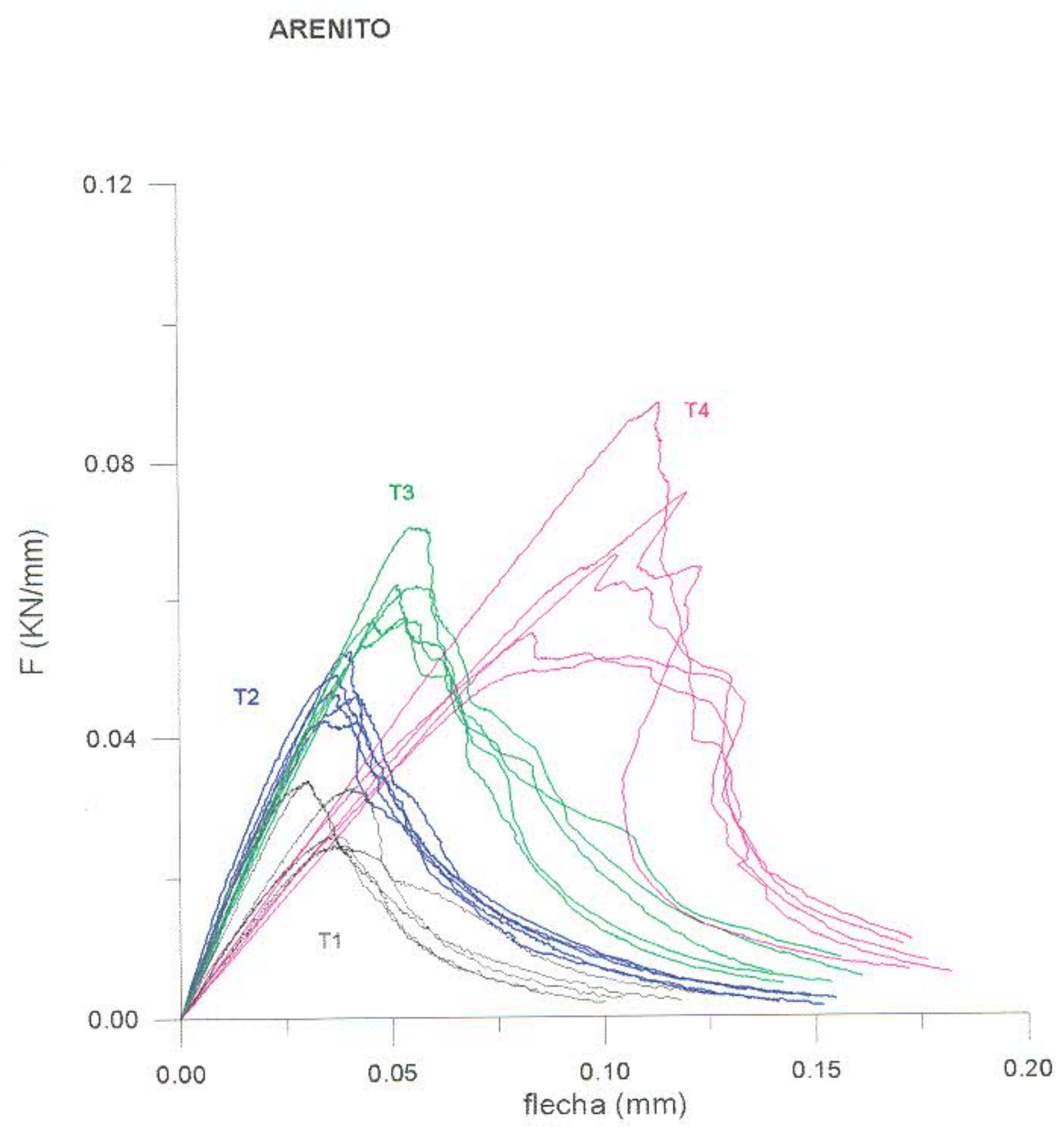


Figura 7.11 - Curvas força-deslocamento do ensaio de flexão a três pontos para o arenito.

Analisando as curvas do ensaio de flexão sem a correção dos deslocamentos (Figura 7.12), ou seja, plotando os dados da força x flecha medida pelo extensômetro inferior durante o ensaio percebe-se que os deslocamentos são maiores do que os deslocamentos corrigidos (deslocamento inferior da viga menos o valor da média dos LVDTs superiores). Esses deslocamentos sem correção são maiores porque neles são computadas as indentações dos roletes nas amostras. Ocorre a tendência das curvas dos ensaios sem correção serem do tipo Classe II.

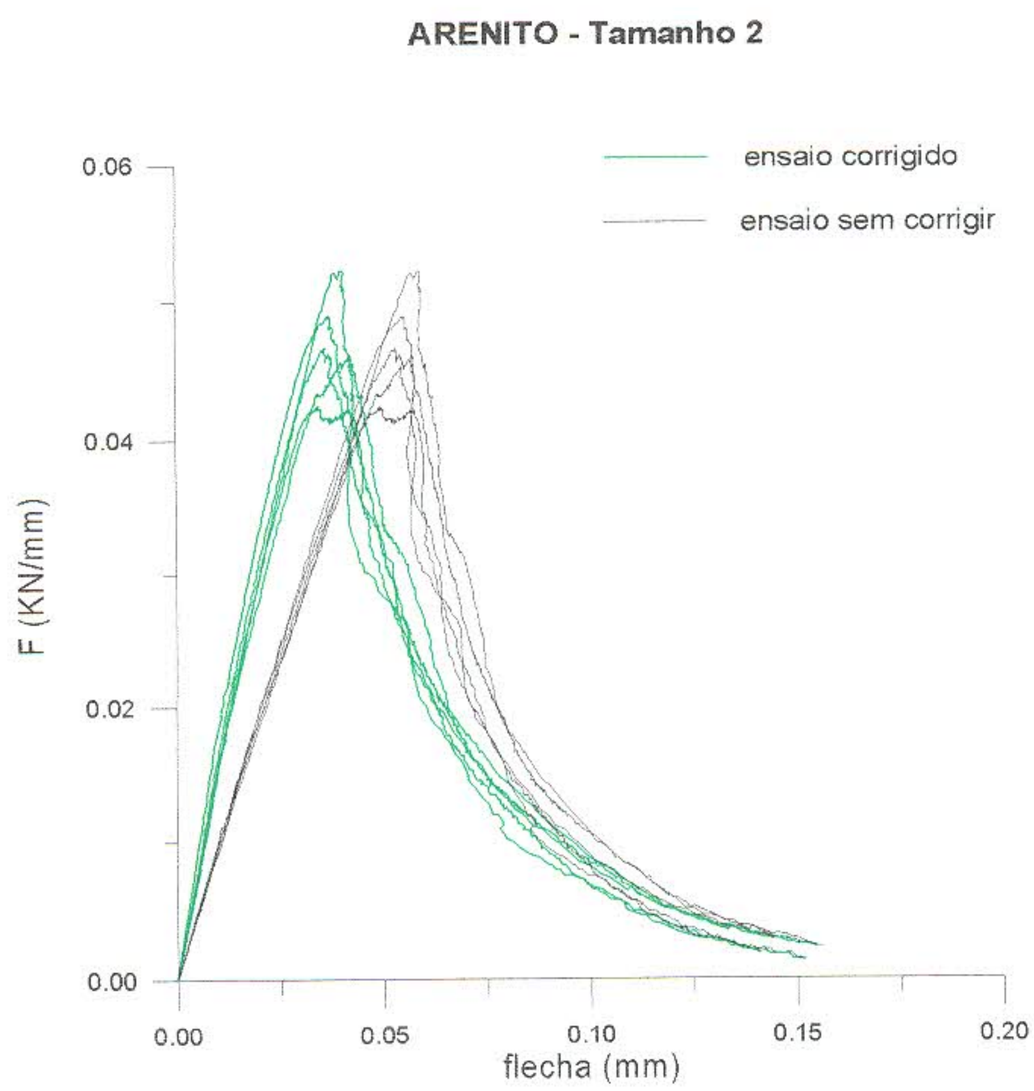


Figura 7.12 - Curvas dos ensaios de flexão com correção e sem correção dos deslocamentos para o tamanho 2 no arenito.

Os resultados de resistência à tração, mostrados na Tabela 7.2, foram calculados usando-se os valores das cargas de pico obtidas nos ensaios de flexão. Concluindo-se que a resistência à tração diminui conforme aumenta-se o tamanho da amostra.

BASALTO	$\sigma_{t\,máx}$ (MPa)	ARENITO	$\sigma_{t\,máx}$ (MPa)
Tamanho 1	18,09	Tamanho 1	7,69
	16,60		6,11
	15,25		8,05
	16,18		5,82
			8,05
Média aritmética	**16,53**	**Média aritmética**	**7,14**
Tamanho 2	16,89	Tamanho 2	7,42
	13,74		6,72
	11,74		7,42
	13,13		8,38
	14,05		7,81
Média aritmética	**13,91**	**Média aritmética**	**7,55**
Tamanho 3	10,91	Tamanho 3	6,56
	11,35		6,16
	11,43		6,08
			6,05
			7,50
Média aritmética	**11,23**	**Média aritmética**	**6,47**
Tamanho 4	7,66	Tamanho 4	6,27
	6,24		5,35
	6,73		3,65
	7,09		4,71
			3,90
Média aritmética	**6,93**	**Média aritmética**	**4,78**

* A resistência à tração está representada pela média aritmética e é dada por $\sigma_{t\,máx} = 3FL/2B^2.t$ (ASTM C 293-94) onde F é a carga de pico do ensaio. Essa equação não considera o entalhe inicial.

Tabela 7.2: Resistência à tração para os quatro tamanhos de amostra para o basalto e arenito

Na Tabela 7.3, são apresentados os resultados obtidos em todos os ensaios.

BASALTO				
Tamanhos	Amostra	F_{pico}/t (KN/mm)	u_{pico} (mm)	w_{pico} (mm)
1	1	0,075	0,023	0,0045
	2	0,069	0,020	0,0056
	3	0,063	0,016	0,0054
	4	0,067	0,017	0,0053
	5	não controlou		

BASALTO				
Tamanhos	Amostra	F_{pico}/t (KN/mm)	u_{pico} (mm)	w_{pico} (mm)
2	1	0,105	0,022	0,0056
	2	0,086	0,023	0,0066
	3	0,074	0,021	0,0057
	4	0,085	0,019	0,0056
	5	0,088	0,017	0,0049
3	1	0,102	0,034	0,0067
	2	0,106	0,034	0,0084
	3	0,107	0,033	0,0064
	4	amostra com fraturas		
	5	não controlou		
4	1	0,108	0,074	0,0068
	2	0,088	0,056	0,0060
	3	0,095	0,066	0,0075
	4	0,100	0,073	0,0090
	5	não controlou		

ARENITO				
Tamanhos	Amostra	F_{pico}/t (KN/mm)	u_{pico} (mm)	w_{pico} (mm)
1	1	0,032	0,037	0,0131
	2	0,025	0,032	0,0126
	3	0,033	0,028	0,0126
	4	0,024	0,034	0,0132
	5	não controlou		
2	1	0,046	0,041	0,0113
	2	0,042	0,035	0,0087
	3	0,046	0,038	0,0115
	4	0,052	0,041	0,0088
	5	0,049	0,037	0,0097
3	1	0,062	0,054	0,0142
	2	0,062	0,052	0,0100
	3	0,057	0,053	0,0166
	4	0,057	0,046	0,0194
	5	0,070	0,055	0,0114
4	1	0,088	0,113	0,0140
	2	0,075	0,120	0,0204
	3	0,051	0,100	0,0385
	4	0,066	0,103	0,0181
	5	0,055	0,084	0,0179

Obs: F_{pico}/t = força de pico/espessura; u_{pico} = deslocamento correspondente ao pico; w_{pico} = abertura da fratura durante a carga de pico.

Tabela 7.3 - Resultados dos ensaios de flexão a três pontos.

7.4 - ENSAIOS DE COMPRESSÃO UNIAXIAL E DIAMETRAL

O objetivo da realização destes ensaios é a obtenção das resistências à compressão uniaxial (σ_c) e à tração (σ_t) das rochas (arenito e basalto), bem como a determinação do coeficiente de Poisson (ν) e do módulo de elasticidade (E).

As amostras dos dois tipos de rochas foram obtidas a partir do reaproveitamento dos fragmentos das amostras do maior tamanho (L = 33,75 cm) utilizadas para obtenção da curva completa. Isso foi feito para dar melhor representatividade aos ensaios, no tocante à homogeneidade das amostras.

Os dois tipos de ensaios de compressão foram realizados em quatro amostras de basalto e três de arenito, na máquina servo-controlada, com controle de deslocamento do êmbolo do atuador, com obtenção de curvas tensão-deformação.

Foram determinados a resistência à compressão simples (σ_c), o Módulo de Elasticidade (E) e o coeficiente de Poisson (ν), segundo a ISRM (1979).

As deformações radiais foram determinadas com o auxílio de um extensômetro que mede a variação circunferencial da amostra, determinando-se o coeficiente de Poisson.

O ensaio de tração indireta ou compressão diametral (Ensaio Brasileiro) e a determinação da resistência à tração foram baseados na sugestão da ISRM (1978).

Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 7.4:

	E (MPa)	ν	σ_c (MPa)	σ_t (MPa)
	18.981	0,06*	81,47	2,01*
Arenito	21.183	0,15	83,79	4,52
	23.129	0,07*	94,58	4,48
	19.984	0,18	79,52	4,22
Média aritmética	**20.819,25**	**0,165**	**84,84**	**4,41**
	61.251		247,46	15,47
Basalto	65.358	0,19	322,33	15,96
	64.382	0,19	310,25	15,30
	63.452	0,18	300,36	13,60
Média aritmética	**63.610,75**	**0,187**	**295,10**	**15,08**

* resultados desprezados no cálculo da média.

Tabela 7.4 - Resultados obtidos (média) nos ensaios de compressão uniaxial e tração indireta.

CAPÍTULO 8: SIMULAÇÃO NUMÉRICA

8.1 - INTRODUÇÃO

O objetivo das simulações do ensaio de flexão a três pontos, utilizando como teorias a Mecânica da Fratura Elástica Linear e o Modelo Coesivo, é gerar curvas força-deslocamento completas para os quatro tamanhos de amostra e compará-las com as curvas obtidas nos ensaios de laboratório.

8.2 - GERAÇÃO DA CURVA FORÇA-DESLOCAMENTO ATRAVÉS DA ANÁLISE BASEADA NA MECÂNICA DA FRATURA ELÁSTICA LINEAR.

8.2.1 - PROGRAMA FRAT

O programa FRAT é capaz de simular o progresso de uma fratura plana em modo I (tração), modo II (cisalhamento) ou modo misto, utilizando como teoria a Mecânica da Fratura Elástica Linear (CELESTINO et al., 1990).

O desenvolvimento do programa FRAT (CELESTINO et al., 1990), consistiu na implementação do método de correlação dos deslocamentos (INGRAFFEA, 1983) em um programa geral de análises linear de tensões por elementos finitos.

Os valores dos fatores intensidade de tensão para os modos I (tração) e II (cisalhamento) são calculados para uma fratura genérica (representada esquematicamente na Figura 8.1), a partir do deslocamento de abertura da fratura

(COD) e deslocamento de deslizamento da fratura (CSD), respectivamente, de acordo com as expressões (INGRAFFEA, 1983):

$$K_I = \sqrt{\frac{2\pi}{\ell'}}\,\frac{G}{\kappa+1}\left[4(v'_B - v'_D) + v'_E - v'_C\right] \qquad (8.1)$$

$$K_{II} = \sqrt{\frac{2\pi}{\ell'}}\,\frac{G}{\kappa+1}\left[4(u'_B - u'_D) + u'_E - u'_C\right] \qquad (8.2)$$

Onde:

l' comprimento do lado do elemento da extremidade da fratura;

u', v' = deslocamentos nodais de deslizamento e abertura da fratura, respectivamente, no sistema local de coordenadas x', y';

G = módulo de elasticidade transversal;

κ = (3 - 4 ν) para estado plano de deformação;

κ = (3 - 4 ν)/(1 + ν) para estado plano de tensão;

ν = coeficiente de Poisson;

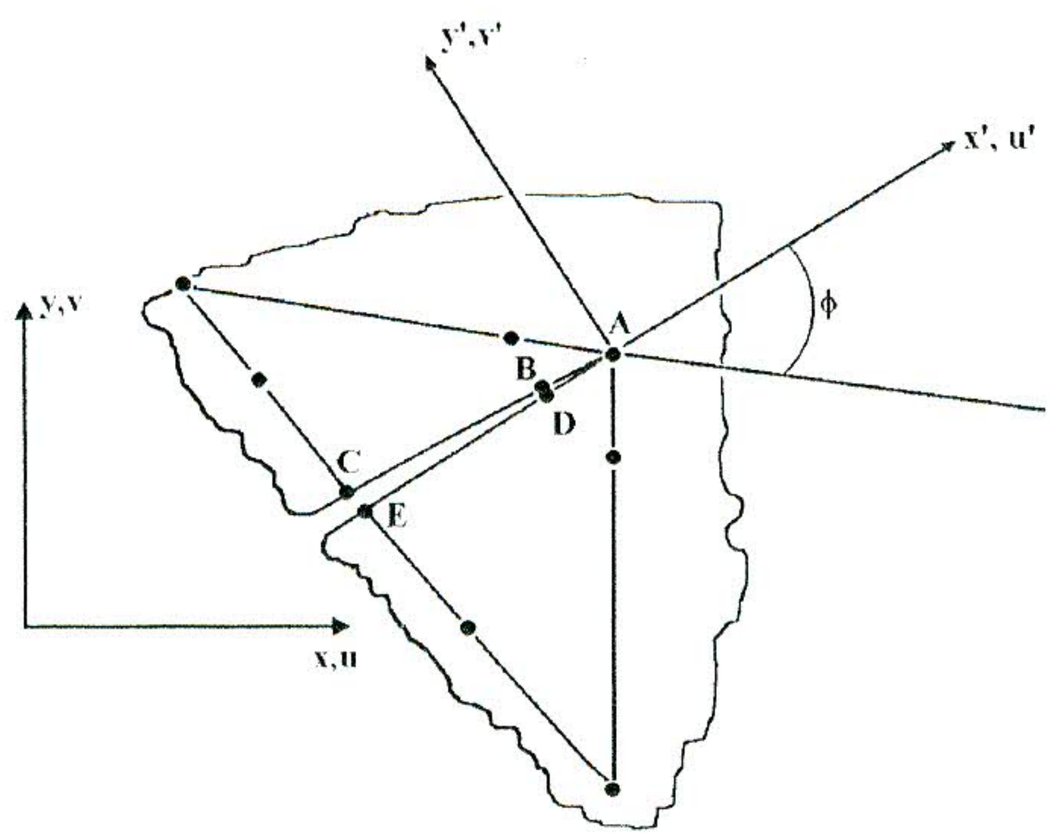


Figura 8.1 - Esquema para cálculo dos Fatores Intensidade de Tensões (INGRAFFEA, 1983).

Os elementos da extremidade da fratura que são usados para os cálculos dos fatores de intensidade de tensões, são elementos singulares com nós a um quarto do comprimento dos lados (Figura 8.2).

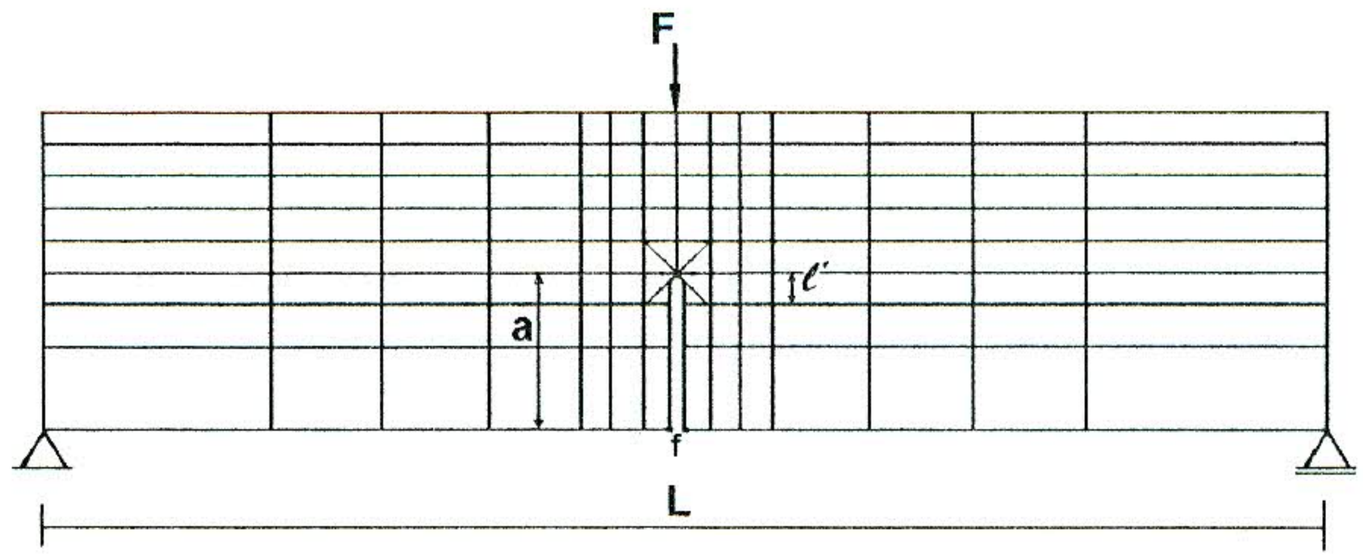


Figura 8.2 - Malha para análise do ensaio de flexão a três pontos.

8.2.2 - DEFINIÇÃO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS E GERAÇÃO DA CURVA FORÇA-DESLOCAMENTO.

Foram definidas cinco malhas de elementos finitos para cada tamanho de amostra (de acordo com a Figura 8.2), visando simular a propagação da fratura. Na primeira malha o comprimento do entalhe é de 10 % da altura da amostra; na segunda é de 20 %; na terceira é de 40 %, na quarta é de 60 % e na quinta é de 80 %. Utilizou-se a relação comprimento do lado do elemento da extremidade da fratura/ profundidade da fratura (ℓ'/a) = 0,1 (CELESTINO et al., 1990).

Os parâmetros de entrada do FRAT para a simulação do ensaio de flexão a três pontos são: força, coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade. Os parâmetros de saída utilizados são: o valor do fator intensidade de tensão (K_I), os valores dos deslocamentos verticais e horizontais nos nós dos elementos e as forças responsáveis por estes deslocamentos. O valor do deslocamento vertical no ponto f da Figura 8.2, nos dá a flecha da amostra.

Para melhor compreensão serão descritos os procedimentos para realizar a simulação e determinando a curva força-deslocamento, apenas de um ensaio de

flexão para o menor tamanho (Tabela 7.2) no Basalto. Para os outros tamanhos os procedimentos são os mesmos. São eles:

_ a primeira simulação para determinar a flecha que corresponde à carga máxima é feita tomando-se a força do pico, determinada nos ensaios de flexão realizados na prensa servo-controlada. Para um dos ensaios do menor tamanho (Basalto) a carga de pico corresponde a 0,75 KN/cm (a força foi dividida pela espessura da amostra). Esse valor encontrado (força) é um dos parâmetros de entrada do programa;

_ o coeficiente de Poisson utilizado foi o obtido no ensaio de compressão simples, que para o Basalto foi de 0,185;

_ o módulo de elasticidade foi determinado através da inclinação da reta obtida no ensaio de flexão. Varia-se o valor do módulo de elasticidade até coincidir a inclinação de reta do FRAT com a do ensaio de flexão, quando isto ocorrer, está definido o módulo de elasticidade do FRAT, que para o tamanho em questão é de 75.000 MPa;

_ com os parâmetros de entrada definidos, realiza-se a primeira simulação, obtendo a tenacidade à fratura (K_{IC} = 1,54 MPa.m $^{0.5}$) e a flecha no ponto f, que correponde a 0,0023 cm. Portanto, o primeiro par força-deslocamento foi definido (0,75 - 0,0023);

_ a definição das forças para as outras malhas, se dá da seguinte forma: faz-se a simulação com o valor da carga igual a 1, determinando-se assim, o valor do fator intensidade de tensão e o deslocamento no ponto f (Tabela 8.1). A carga e o deslocamento encontrados são multiplicados pela relação entre o K_{IC} da primeira malha e o valor de K_I da malha correspondente (se estiver na segunda malha, seria K_{IC}/ $K_{Isegunda}$). Obtendo-se assim, pares de valores de força e deslocamento (Figura 8.3; Tabela 8.1).

Malhas	E (MPa)	K_{IC} (MPa.m $^{0.5}$)	Força/esp.(KN/cm)	Flecha (cm)
1	75.000	1,54	0,75	0,0023
2	75.000	1,54	0,53	0,0019
3	75.000	1,54	0,31	0,0018
4	75.000	1,54	0,17	0,0021
5	75.000	1,54	0,07	0,0034

Tabela 8.1 - Parâmetros referentes a obtenção da força-deslocamento através do FRAT.

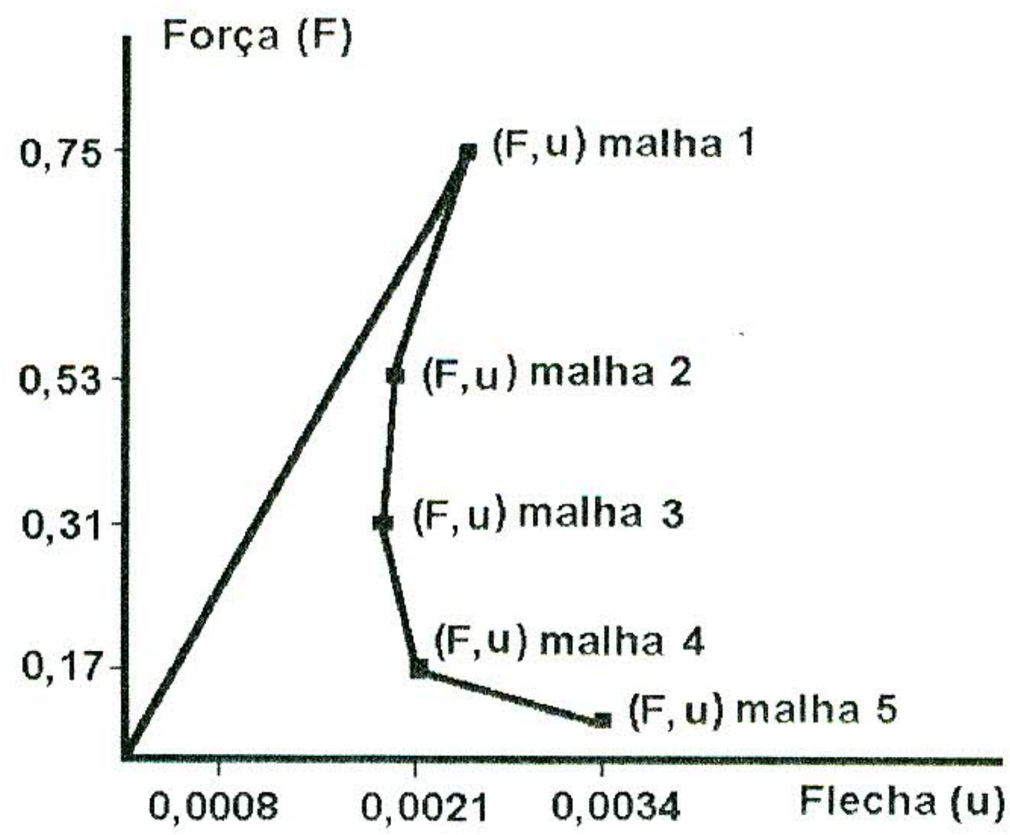


Figura 8.3 - Diagrama da força-deslocamento através da análise da utilização do FRAT no ensaio de flexão a três pontos.

8.3 - GERAÇÃO DA CURVA FORÇA-DESLOCAMENTO ATRAVÉS DA ANÁLISE BASEADA NA MODELO COESIVO.

8.3.1 - SIMULAÇÃO NUMÉRICA BASEADA NO MODELO COESIVO.

Esta simulação apresenta uma formulação do método dos elementos de contorno (MEC) para a análise de propagação de fratura em domínios bidimensionais (VENTURINI, 1995), utilizando o Modelo Coesivo. O efeito da

separação entre as superfícies da fratura é modelada a partir da imposição de campos de tensões iniciais.

As tensões nos pontos da região da zona do processo na fratura são corrigidos para garantir forças de superfície nulas nas bordas da fratura (Figura 8.4).

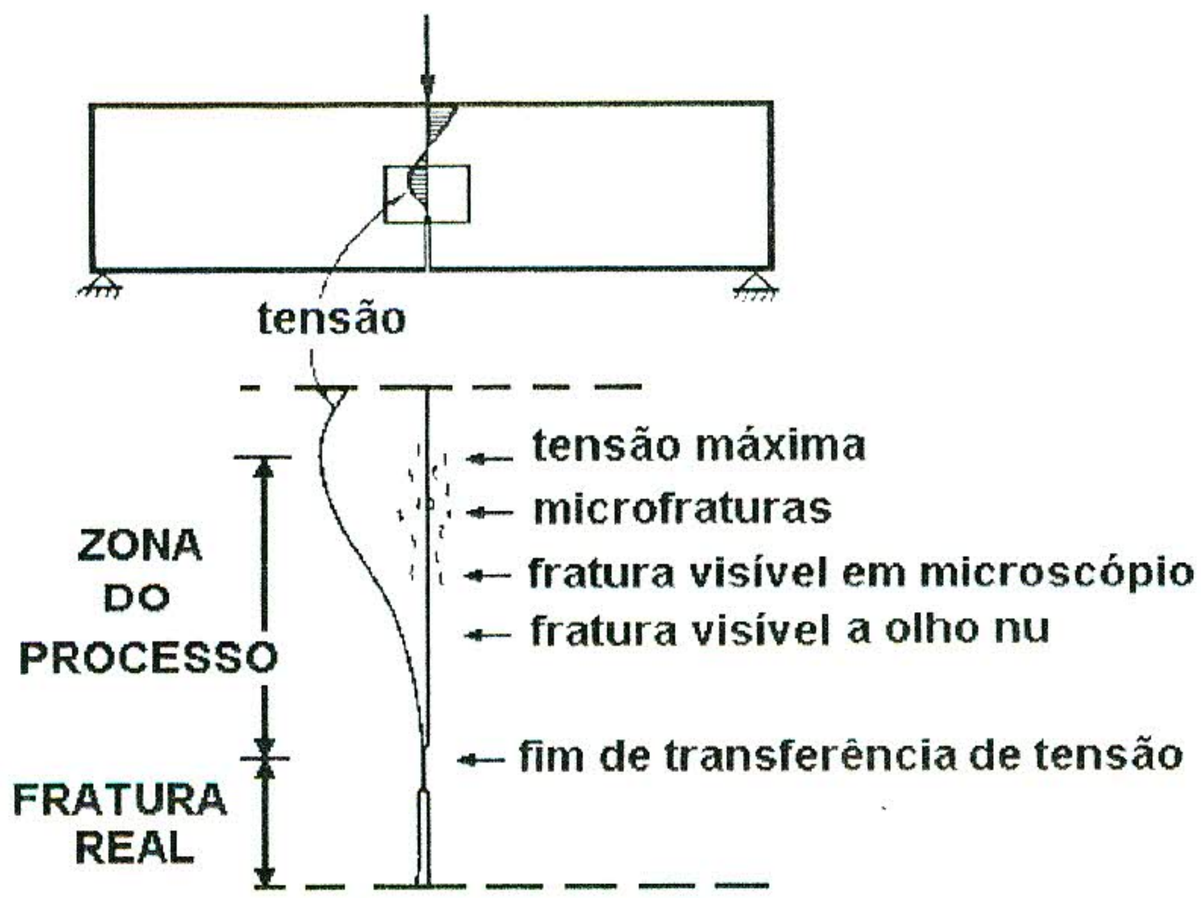


Figura 8.4 - Viga de concreto solicitada, apresentando fratura e zona de fraturamento (HILLERBORG, 1983).

De acordo com VENTURINI (1995), nos casos onde aparecem curvas do tipo classe II, a solução clássica do sistema não-linear deve ser alterada. Deve-se estabelecer uma variável-guia que não seja deslocamento ou carga, sendo adotado o deslocamento da abertura da fratura (CMOD). Essa imposição aparece como condição de contorno e seus efeitos são avaliados como sendo lineares.

É realizada uma manipulação de tal maneira que o incremento de abertura passa a ser aplicado como carregamento, sendo as variações de deslocamento utilizadas no processo não-linear que permite impor o critério escolhido. É importante observar que o primeiro ponto obtido, quando se aplica um incremento de abertura, já faz parte do trecho não-linear do diagrama força-deslocamento.

No caso, na simulação do ensaio de flexão a três pontos, a malha de elementos de contorno é realizada de acordo com a Figura 8.5. Os nós 2 e 23 são prescritos em relação a direção y e o nó 1 é prescrito em relação a x.

No presente trabalho, o entalhe inicial não foi levado em consideração na confecção da malha de elementos de contorno (no capítulo 9 há uma comparação dos resultados obtidos quando este entalhe é levado em conta).

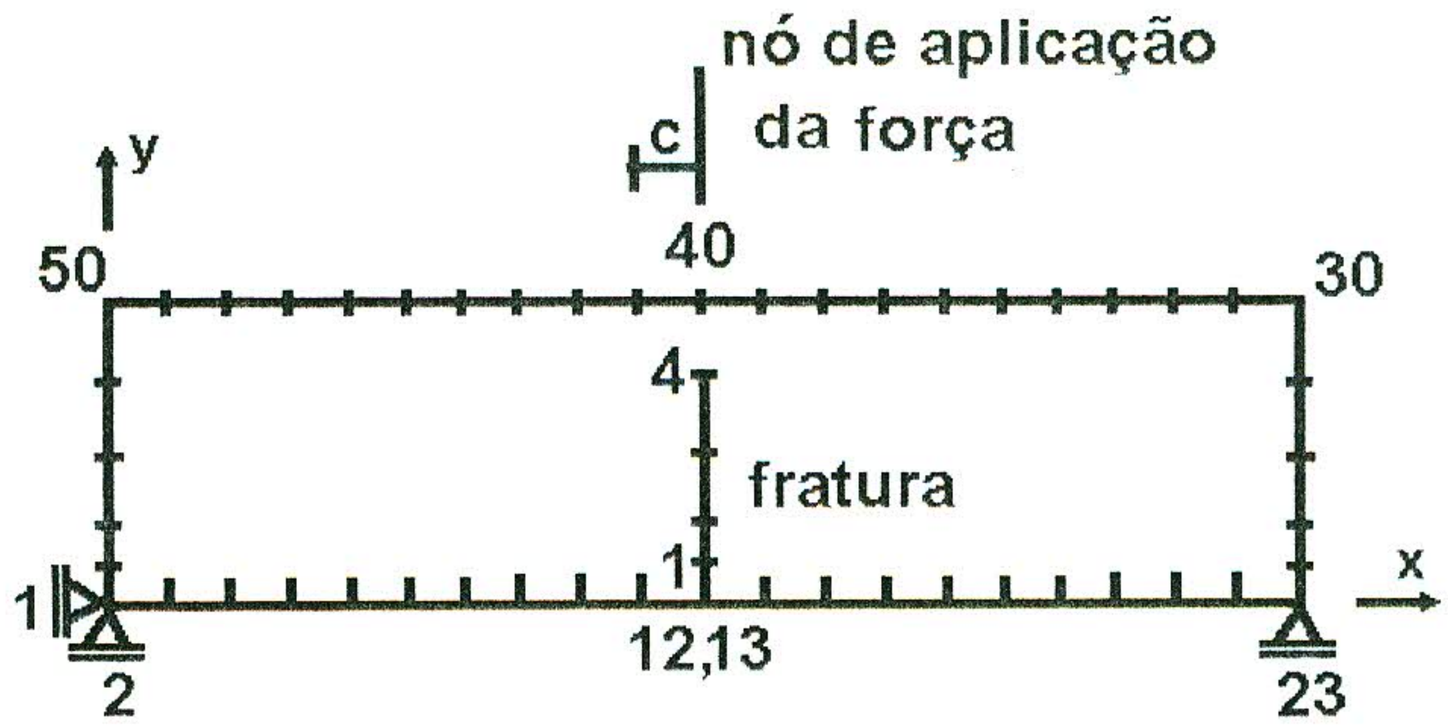


Figura 8.5 - Malha de elementos de contorno para a simulação do ensaio de flexão a três pontos.

A simulação numérica desenvolvida por VENTURINI (1995), utiliza os mesmos parâmetros desenvolvidos por LIANG & LI (1991) e LI & LIANG (1992), para um ensaio de flexão a três pontos. Eles adotaram um "parâmetro de tamanho" adimensional em vigas, o qual denominaram β :

$$\beta = \frac{\sigma_t}{\nu E} = 2\frac{B\sigma_t}{w_c E} = \frac{B\sigma_t^2}{G_F E} \tag{8.3}$$

onde: σ_t a resistência à tração do material, ν o coeficiente de Poisson, E o módulo de elasticidade do material, B a altura da viga, w_c a abertura crítica da fratura e G_F a energia de fraturamento.

A carga de pico adimensional α foi obtida por LI & LIANG (1992) em função de β , através de uma fórmula baseada na suposição de que a distribuição do deslocamento de abertura da fratura na zona do processo é linear.

$$\alpha = \frac{6F}{B\sigma_t} \qquad \text{(para vigas com L/B = 4)} \qquad (8.4)$$

MAIER et al. (1993), desenvolveram uma simulação numérica utilizando o método de elementos de contorno para o ensaio de flexão a três pontos (semelhante a de Venturini), a qual utiliza as equações (8.3) e (8.4). Determinaram diagramas força-deflexão adimensionais (Figura 8.6). Nota-se que à medida que β aumenta, há uma tendência em se obter uma curva do tipo Classe II.

CARPINTERI et al. (1989), também simulou um ensaio de flexão a três pontos, só que utilizou elementos finitos, obtendo curvas semelhantes às da Figura 8.6, definindo um parâmetro que corresponde ao β, o qual denominaram de número de fragilidade.

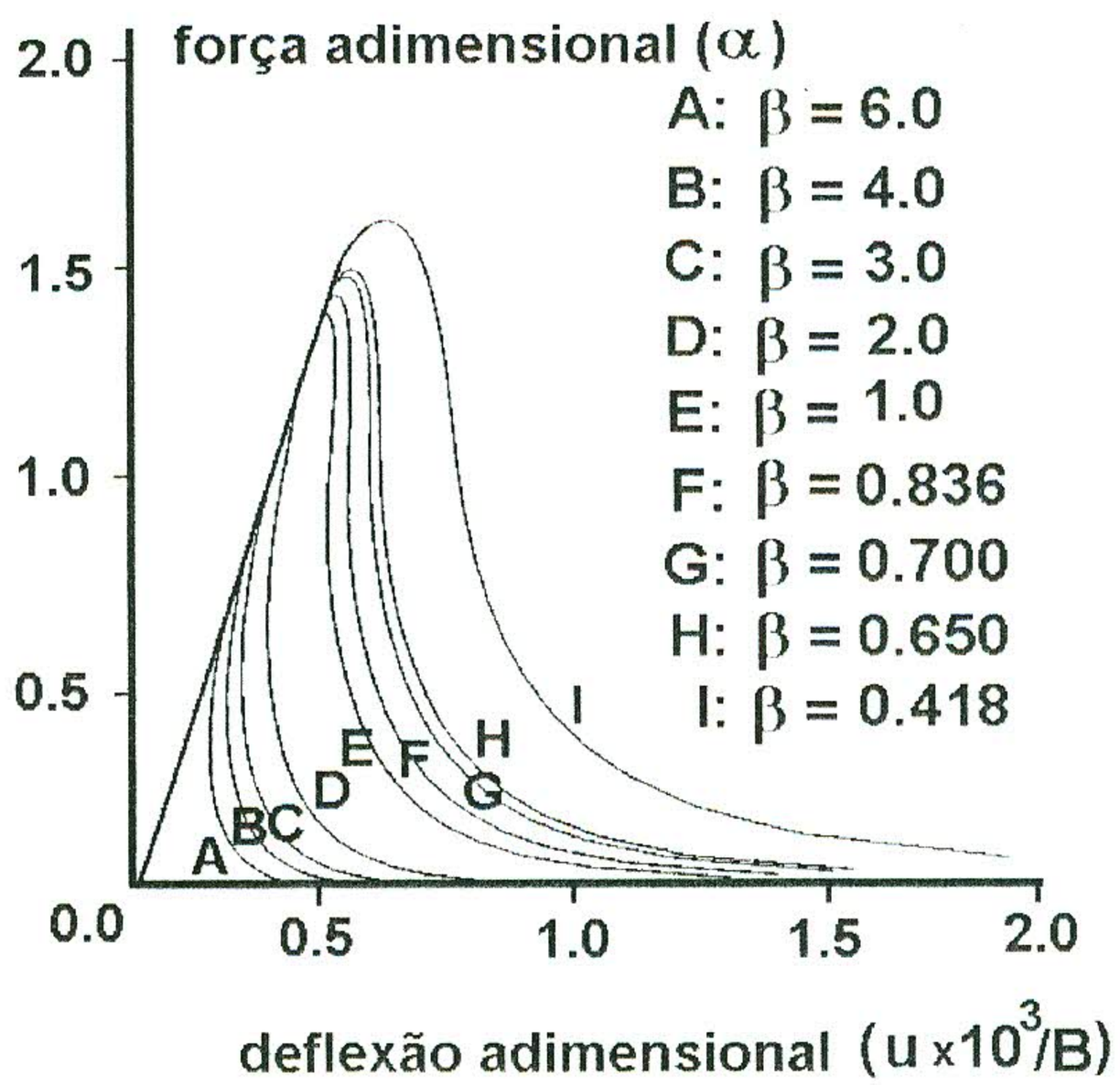


Figura 8.6 - Carga x deslocamento adimensionais para vários parâmetros de tamanho (MAIER et al., 1993).

8.3.2 - DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO DO ENSAIO DE FLEXÃO A TRÊS PONTOS USANDO O MODELO COESIVO.

Os parâmetros de entrada da simulação do ensaio de flexão são: o módulo de elasticidade transversal (**G**), a resistência à tração (σ_t), o coeficiente de Poisson (ν), a força (F) e o valor do deslocamento de abertura da fratura crítico (w_c), através do qual se calcula β (equação 8.3). Os parâmetros de saída são: os valores dos deslocamentos verticais nos nós dos elementos, as forças responsáveis por estes deslocamentos e os deslocamentos horizontais nos nós da fratura.

Os valores de **G**, σ_t e β são ajustados com base nas curvas do ensaios. Os procedimentos adotados para a determinação desses parâmetros utilizados na simulação numérica são:

_ modifica-se o valor módulo de elasticidade determinado no programa FRAT até que a reta obtida pela simulação (que utiliza o Modelo Coesivo) coincida com a reta (antes do pico) do ensaio de flexão realizado na prensa servo-controlada. Quando se realiza este ajuste do módulo de elasticidade, os valores de σ_t e β não influenciam na declividade da reta.

Para o caso do primeiro ensaio do menor tamanho (basalto), o módulo de elasticidade encontrado para a simulação que utiliza o Modelo Coesivo é 61.000 MPa. O valor correspondente do módulo de elasticidade transversal é 25.738,4 MPa, que é um dos parâmetros de entrada do programa.

_ através do valor de σ_t, ajusta-se a carga de pico da curva da simulação numérica com a do ensaio de flexão. Para valores maiores de σ_t, maior será o valor da carga de pico;

_ o ajuste do valor de β modifica a forma do pico da curva (pontiagudo ou arredondado). Portanto, mantendo-se σ_t constante, conforme se aumenta o valor de β, mais pontiaguda é a forma do pico e o valor da carga de pico é um pouco menor, devido justamente, à forma pontiaguda do pico. Ao contrário, para um mesmo valor de σ_t, menor é o valor de β, mais arredondada é a forma do pico e o valor da carga

do pico aumenta um pouco. A mudança da forma do pico se deve à tendência da curva passar a ser do tipo Classe II, conforme aumenta-se o valor de β. O valor de β é calculado através da equação 8.3.

A Figura 8.7 mostra o ajuste das curvas encontrado para o primeiro ensaio de flexão no basalto (menor tamanho, Tabela 7.2).

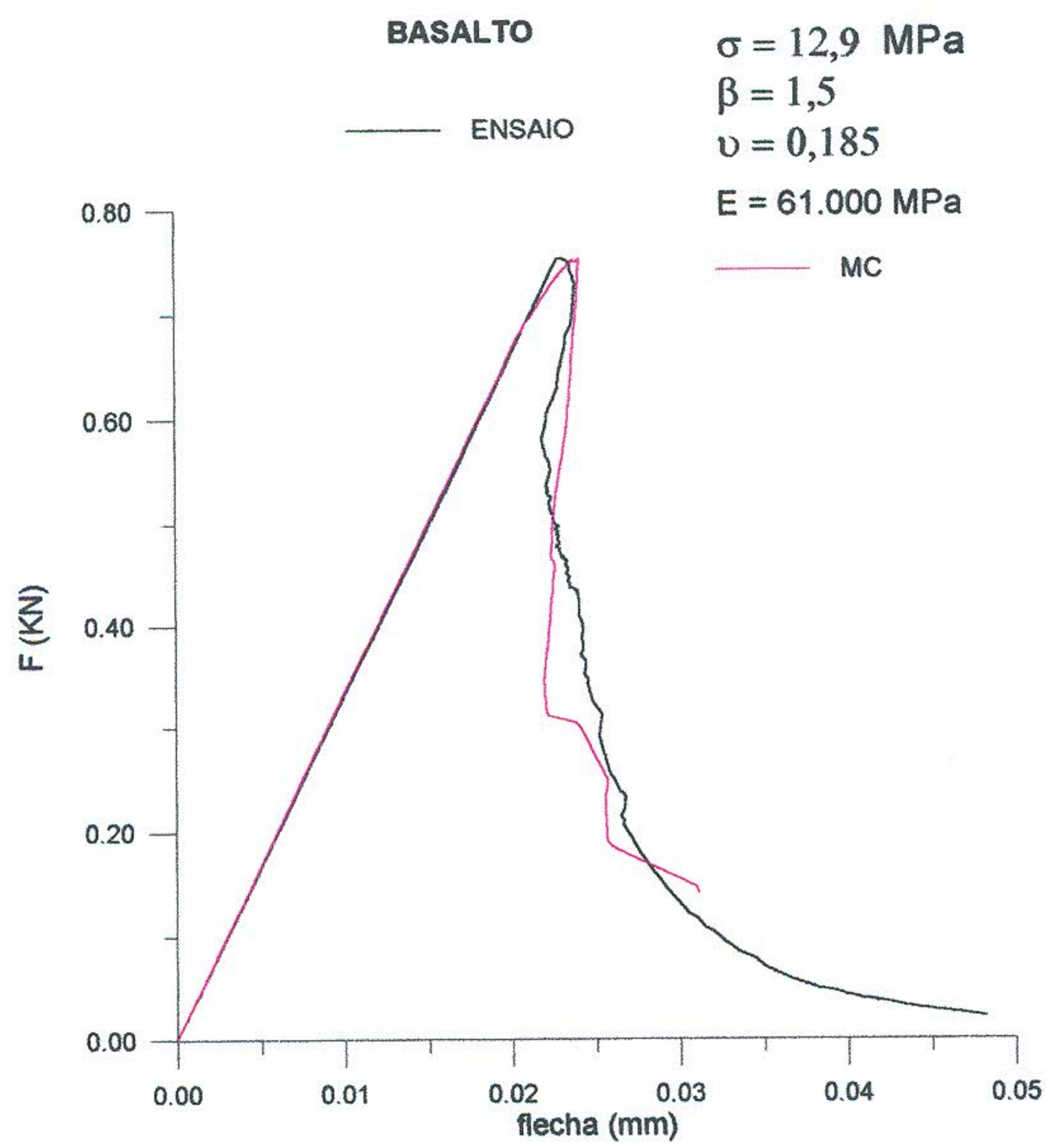


Figura 8.7 - Curvas força-deslocamento para a amostra de menor tamanho 1.

8.4 - RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS QUE UTILIZAM A MFEL E O MC.

As tabelas 8.2 e 8.3 mostram os resultados obtidos com as simulações numéricas (que utilizam a MFEL e o MC) para os quatro tamanhos de amostras, para o basalto e o arenito. Estes resultados são analisados no Capítulo 9 e os diagramas obtidos para cada amostra ensaiada estão apresentados no Anexo.

BASALTO - TAMANHO 1										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm) x 10^2	β	F/t (KN/cm)
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
amostra 1	75.000	61.000	1,54	1,66	31,62	45,47	12,9	0,070	1,5	0,75
amostra 2	78.000	64.000	1,42	1,58	25,85	38,85	11,8	0,066	1,4	0,69
amostra 3	91.000	75.000	1,30	1,41	18,57	26,40	10,9	0,048	1,5	0,63
amostra 4	88.000	73.000	1,38	1,62	21,64	35,80	11,2	0,064	1,2	0,67
TAMANHO 2										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm) x 10^2	β	F/t (KN/cm)
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
amostra 1	115.000	94.000	1,77	1,91	27,24	38,96	12,5	0,062	1,6	1,06
amostra 2	88.000	73.000	1,44	1,64	23,56	36,69	10,0	0,073	1,4	0,86
amostra 3	80.500	64.000	1,25	1,45	19,40	33,07	8,4	0,079	1,25	0,74
amostra 4	116.500	95.000	1,47	1,58	18,54	26,31	10,0	0,053	1,5	0,88
TAMANHO 3										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm) x 10^2	β	F/t (KN/cm)
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
amostra 1	70.000	56.000	1,40	1,65	28,00	48,39	7,6	0,125	1,2	1,02
amostra 2	71.000	57.000	1,45	1,66	29,61	48,63	8,0	0,121	1,3	1,07
amostra 3	76.000	62.000	1,47	1,68	28,43	45,83	8,1	0,113	1,3	1,07
TAMANHO 4										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm) x 10^2	β	F/t (KN/cm)
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
amostra 1	34.500	18.500	1,20	1,07	41,73	62,46	5,55	0,225	2,25	1,08
amostra 2	36.000	19.000	0,98	1,00	26,67	52,86	4,35	0,243	1,59	0,88
amostra 3	33.500	18.000	1,06	1,05	33,28	61,73	4,80	0,257	1,75	0,95
amostra 4	31.500	17.000	1,11	1,07	39,11	67,09	5,00	0,268	1,85	1,00

Tabela 8.2 - Resultados dos quatro tamanhos de amostras de basalto para a MFEL e o MC.

ARENITO - TAMANHO 1										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm) x 10^2	β	F/t (KN/cm)
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
amostra 1	20.000	16.000	0,66	0,92	21,58	52,81	5,2	0,203	0,8	0,32
amostra 2	18.000	14.500	0,52	0,78	15,14	42,25	5,2	0,162	1,0	0,25
amostra 3	30.000	24.000	0,69	1,00	15,78	41,80	5,3	0,158	0,7	0,33
amostra 4	17.000	13.500	0,50	0,68	14,53	34,60	4,1	0,169	0,9	0,24
amostra 5	27.000	22.000	0,68	0,86	17,53	33,56	5,7	0,118	1,1	0,33
TAMANHO 2										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm) x 10^2	β	F/t (KN/cm)
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
amostra 1	27.000	22.000	0,78	0,92	22,36	38,41	5,2	0,148	1,2	0,46
amostra 2	29.500	24.500	0,70	0,93	16,75	35,26	4,8	0,147	1,0	0,42
amostra 3	29.500	29.500	0,78	0,99	20,46	40,64	5,1	0,159	1,0	0,46
amostra 4	30.500	25.500	0,88	1,04	25,27	42,66	5,9	0,145	1,2	0,52
amostra 5	30.500	25.000	0,82	1,07	21,88	37,81	5,5	0,137	1,2	0,49
TAMANHO 3										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm) x 10^2	β	F/t (KN/cm)
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
amostra 1	28.000	22.000	0,84	1,12	25,26	57,58	4,5	0,256	0,9	0,62
amostra 2	28.500	23.000	0,85	0,98	25,29	41,78	4,8	0,174	1,35	0,62
amostra 3	28.500	22.500	0,78	1,22	21,29	66,72	4,0	0,334	0,6	0,57
amostra 4	31.000	25.000	0,96	1,30	29,79	67,66	5,2	0,260	0,9	0,70
amostra 5	30.500	24.500	0,78	1,19	19,74	58,25	3,9	0,229	0,6	0,57
TAMANHO 4										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm) x 10^2	β	F/t (KN/cm)
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
amostra 1	17.800	14.300	0,98	1,04	54,50	76,18	4,4	0,346	1,5	0,88
amostra 2	15.800	12.400	0,84	0,93	44,76	70,20	3,8	0,369	1,4	0,75
amostra 3	12.500	10.000	0,57	0,83	26,26	69,45	2,4	0,579	0,7	0,51
amostra 4	14.800	11.700	0,74	0,81	36,90	56,11	3,3	0,340	1,4	0,66
amostra 5	15.200	12.100	0,61	0,64	24,64	33,52	2,9	0,230	1,75	0,55

Tabala 8.3 - Resultados dos quatro tamanhos de amostras de arenito para a MFEL e o MC.

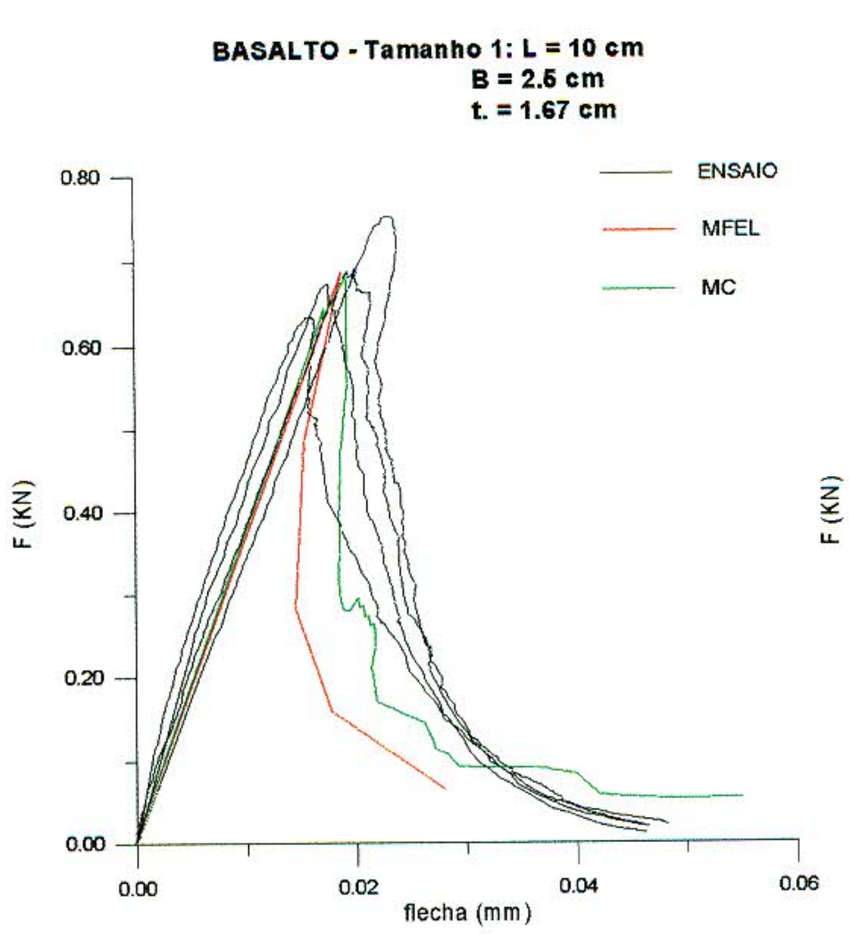
CAPÍTULO 9: ANÁLISE DOS RESULTADOS

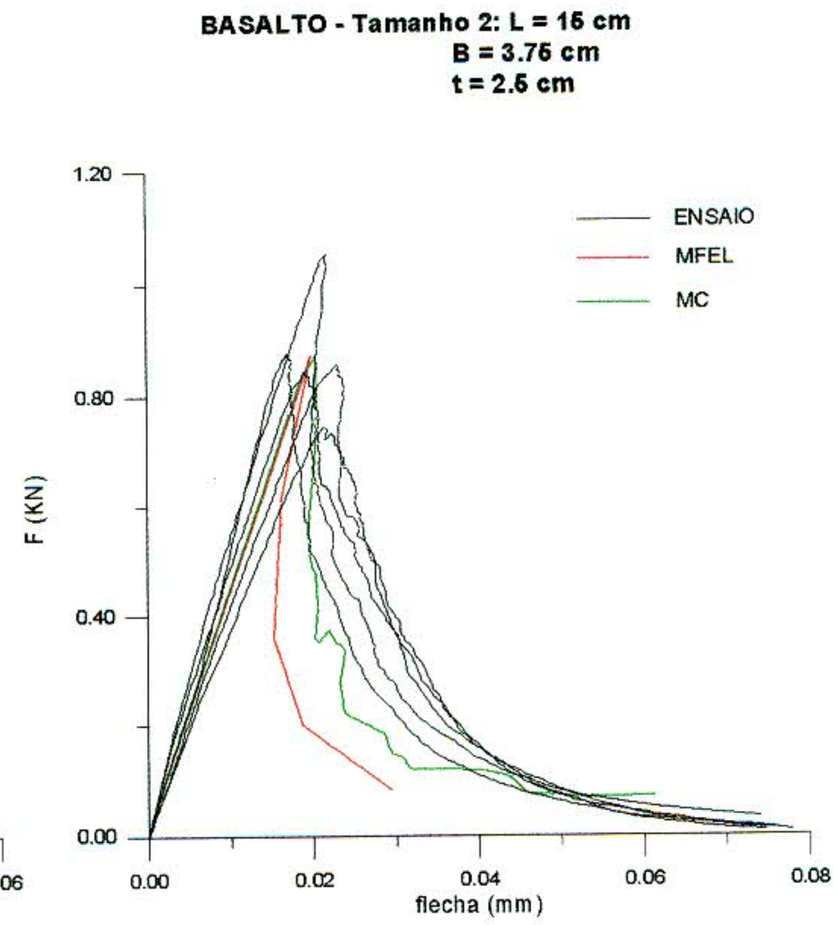
9.1 - ENSAIOS E SIMULAÇÕES NUMÉRICAS.

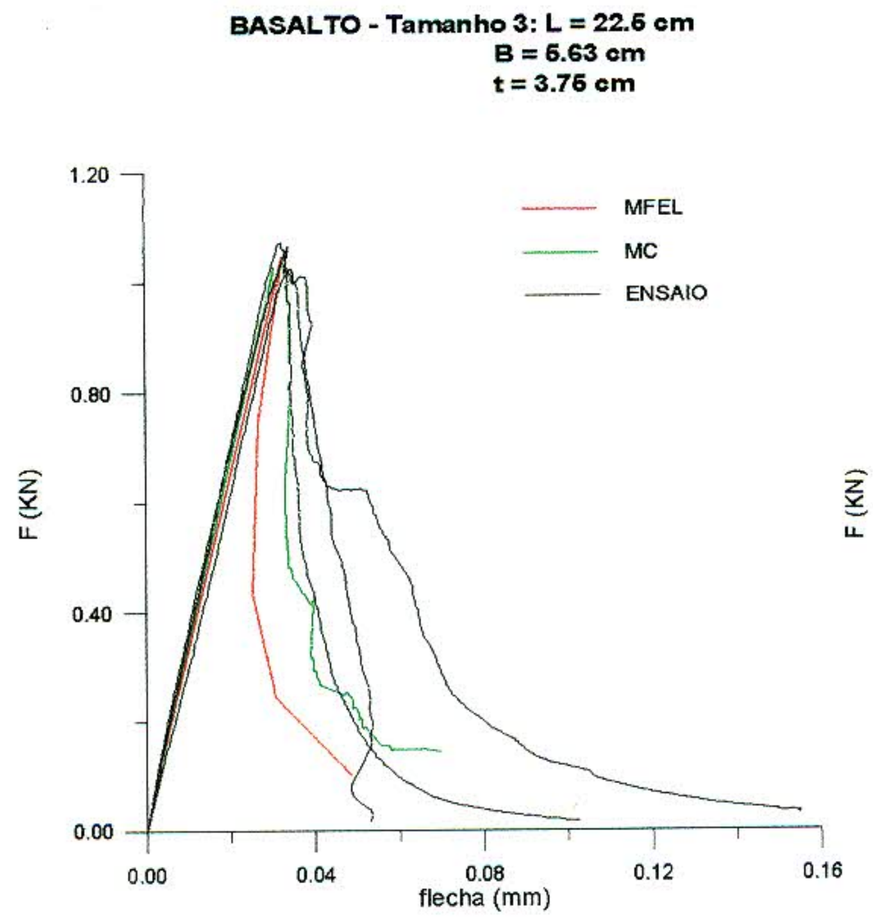
9.1.1 - ANÁLISE DA RELAÇÃO FORÇA-FLECHA.

Os diagramas das Figuras 9.1 e 9.2 mostram as curvas dos ensaios de flexão a três pontos realizados na prensa, juntamente com as curvas das simulações numéricas baseadas na Mecânica da Fratura Elástica Linear e no Modelo Coesivo. Os resultados das simulações numéricas foram obtidas através da média aritmética dos parâmetros de entrada dos programas que usam as respectivas simulações numéricas (mostrados nas Tabelas 8.2 e 8.3).

Comparando-se as curvas das simulações numéricas para os dois tipos de rochas (Figuras 9.1 e 9.2), percebe-se que a simulação que melhor se ajustou à curva do ensaio de flexão a três pontos, principalmente no ramo pós-pico foi a simulação que utiliza o Modelo Coesivo. Isto se deve ao maior número de parâmetros utilizados por esta simulação (σ_t, G, υ, w_c e β) e devido ao tratamento não-linear.







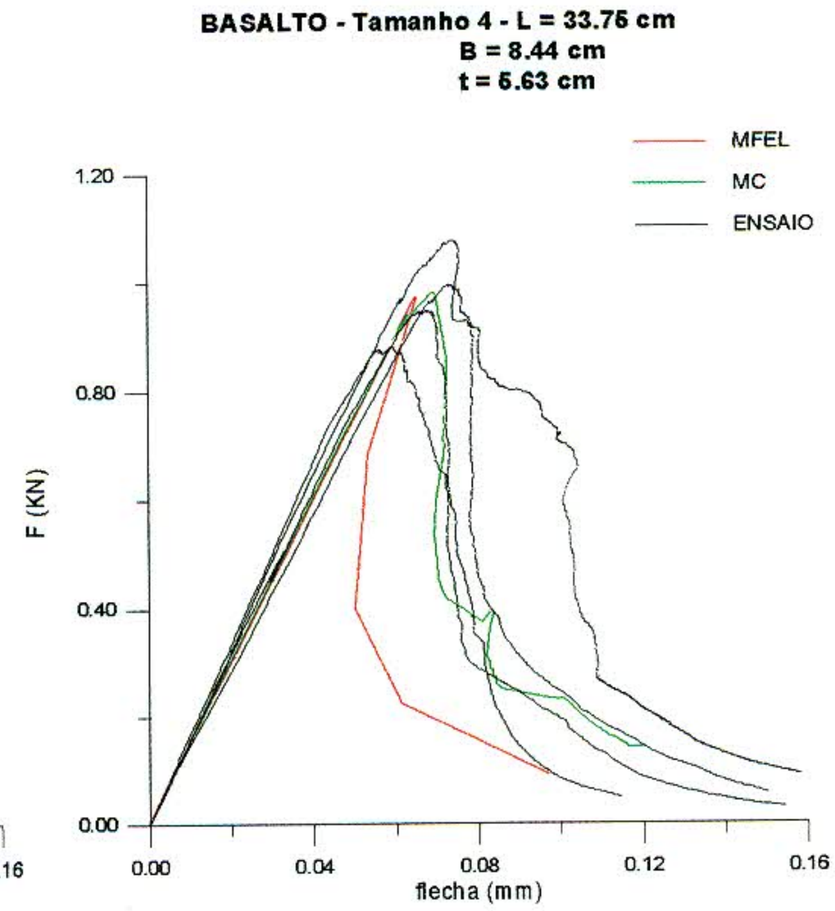


Figura 9.1- Comparação dos resultados obtidos para as amostras de basalto

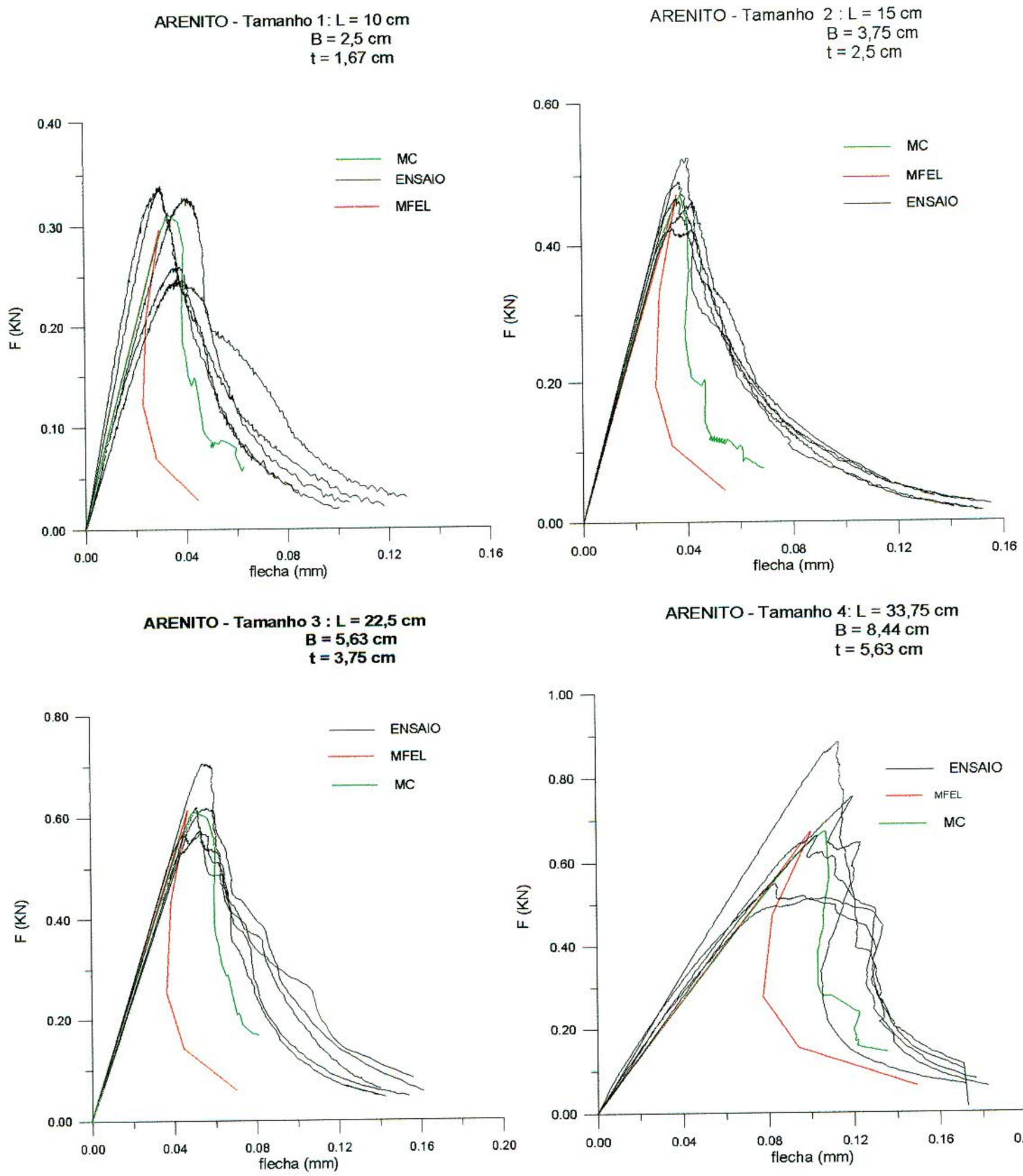


Figura 9.2 - Comparação dos resultados obtidos para as amostras de arenito

Através da análise estatística das Tabelas 9.1 e 9.2 , nota-se que os parâmetros obtidos através da simulação numérica que utiliza a análise do Modelo Coesivo, apresentam coeficientes da variação (desvio padrão/média) próximos dos parâmetros obtidos pela simulação numérica que usa como teoria a Mecânica de Fratura Elástica Linear. Nota-se, para os dois tipos de rochas, que os valores do módulo de elasticidade obtidos foram diferentes. Isto ocorreu porque a simulação numérica que utiliza a MFEL leva em consideração o entalhe inicial e a simulação que utiliza o MC não leva em consideração o entalhe inicial. Portanto, quando se aproximam as inclinações das retas dos dois modelos, ocorre que, para a MFEL é necessário uma rigidez maior para compensar a presença do entalhe. Pela mesma razão, os valores da tenacidade à fratura e da energia de fraturamento também serão diferentes para os dois modelos. Os resultados da energia de fraturamento e do deslocamento de abertura da fratura crítico aumentam com o tamanho da amostra. Observa-se que os resultados obtidos para β e para F/t aumentam com o tamanho, menos para o tamanho 4.

A Tabela 9.3 mostra a análise estatística dos parâmetros obtidos nas simulações numéricas (MFEL e MC) e nos ensaios de compressão simples e ensaios brasileiros para os quatro tamanhos de amostra. Concluí-se, para os dois tipos de rochas, que, para o módulo de elasticidade os valores do coeficiente de variação das simulações numéricas ficaram próximos, só ocorrendo dispersão nos resultados obtidos no ensaio de compressão simples.

Para tenacidade à fratura, os valores do coeficiente de variação estão próximos, para as simulações numéricas, o mesmo ocorreu com a energia de fraturamento. Na resistência à tração ocorreu dispersão entre a simulação numérica e o ensaio brasileiro. Resumindo-se, para as duas simulações numéricas ocorreu dispersão pequena nos resultados do módulo de elasticidade, da tenacidade e da energia de fraturamento. As maiores dispersões ocorreram nos resultados do módulo de elasticidade no ensaio de compressão simples e para a resistência à tração no ensaio brasileiro, quando comparados com os dados das simulações numéricas (MFEL e MC).

BASALTO- TAMANHO 1										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm)	β	F/t
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
Média Aritmética	83000	68250	1,41	1,57	24,42	36,63	11,7	0,00062	1,4	0,689
Desvio Padrão	6670,83	5889,61	0,087	0,095	4,895	6,86	0,765	0,00008	0,122	0,043
Coef. Variação	0,080	0,086	0,062	0,061	0,20	0,19	0,065	0,13	0,087	0,062
TAMANHO 2										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm)	β	F/t
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
Média Aritmética	99900	81800	1,47	1,66	21,80	34,11	10,04	0,00069	1,37	0,877
Desvio Padrão	14294,75	11990	0,168	0,153	3,208	4,34	1,363	0,0001	0,178	0,101
Coef. Variação	0,14	0,15	0,11	0,09	0,15	0,13	0,13	0,14	0,13	0,11
TAMANHO 3										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm)	β	F/t
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
Média Aritmética	72333,3	58333,3	1,44	1,66	28,68	47,62	7,9	0,0012	1,267	1,055
Desvio Padrão	2624,67	2624,67	0,029	0,012	0,681	1,267	0,216	0,00005	0,047	0,021
Coef. Variação	0,036	0,045	0,02	0,0072	0,024	0,027	0,027	0,042	0,037	0,020
TAMANHO 4										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c(cm)	β	F/t
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
Média Aritmética	33875	18125	1,087	1,049	35,20	61,03	4,925	0,00248	1,86	0,975
Desvio Padrão	1634,59	739,51	0,08	0,029	5,796	5,15	0,431	0,00016	0,244	0,073
Coef. Variação	0,048	0,041	0,073	0,028	0,16	0,084	0,088	0,064	0,13	0,075

Tabela 9.1 - Análise estatística dos parâmetros obtidos nas simulações numéricas para o basalto.

ARENITO - TAMANHO 1										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm)	β	F/t
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
Média Aritmética	22400	18000	0,61	0,849	16,91	41	5,1	0,00162	0,9	0,297
Desvio Padrão	5161,39	4207,14	0,084	0,11	2,54	6,90	0,53	0,00027	0,141	0,041
Coef. Variação	0,23	0,24	0,14	0,13	0,15	0,17	0,1	0,17	0,16	0,14
TAMANHO 2										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm)	β	F/t
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
Média Aritmética	29400	24200	0,79	0,99	21,34	38,96	5,3	0,00147	1,12	0,472
Desvio Padrão	1280,62	1208,30	0,057	0,061	2,78	2,52	0,374	0,00007	0,098	0,034
Coef. Variação	0,043	0,05	0,072	0,062	0,13	0,065	0,07	0,048	0,087	0,072
TAMANHO 3										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm)	β	F/t
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
Média Aritmética	29400	23400	0,841	1,165	24,274	58,40	4,48	0,0026	0,87	0,616
Desvio Padrão	1208,30	1157,58	0,067	0,108	3,518	9,294	0,487	0,00053	0,275	0,049
Coef. Variação	0,041	0,049	0,080	0,093	0,145	0,159	0,11	0,2	0,32	0,079
TAMANHO 4										
	E (MPa)		K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)	w_c (cm)	β	F/t
	MFEL	MC	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	MC	MC	
Média Aritmética	15220	12100	0,75	0,851	37,41	61,09	3,36	0,00376	1,35	0,672
Desvio Padrão	1706,93	1378,40	0,151	0,134	11,26	15,27	0,695	0,00113	0,349	0,135
Coef. Variação	0,112	0,114	0,20	0,16	0,3	0,25	0,21	0,3	0,26	0,20

Tabela 9.2 - Análise estatística dos parâmetros obtidos nas simulações numéricas para o arenito.

BASALTO											
	E (MPa)			K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)		w_c (cm)	β
	MFEL	MC	ECS	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	EB	MC	MC
Média Aritmética	72300	56433,3	63868,5	1,349	1,469	27,55	44,57	8,74	10,08	0,00124	1,506
Desvio Padrão	26663,2	25601,3	1137,18	0,197	0,275	6,694	12,173	2,781	0,885	0,000783	0,272
Coef. Variação	0,368	0,453	0,018	0,146	0,187	0,243	0,273	0,318	0,0587	0,631	0,181

ARENITO											
	E (MPa)			K_{IC} (MPa.m$^{0.5}$)		G_F (N/m)		σ_t (MPa)		w_c (cm)	β
	MFEL	MC	ECS	MFEL	MC	MFEL	MC	MC	EB	MC	MC
Média Aritmética	24080	19425	21432	0,748	0,962	24,98	49,86	4,56	4,407	0,00233	1,06
Desvio Padrão	6510,11	5401,10	1295,96	0,129	0,167	9,83	13,87	0,926	0,131	0,00110	0,307
Coef. Variação	0,270	0,278	0,060	0,172	0,173	0,393	0,278	0,203	0,030	0,472	0,289

* ECS = ENSAIO DE COMPRESSÃO SIMPLES e EB = ENSAIO BRASILEIRO.

Tabela 9.3 - Análise estatística dos dados obtidos nas simulações numéricas e nos ensaios de compressão simples e ensaios brasileiros para os quatro tamanhos de amostra.

A simulação numérica que utiliza o Modelo Coesivo, não levou em consideração o entalhe inicial. Portanto, foi realizado uma simulação do ensaio de flexão, para o tamanho 2 no Arenito, levando em consideração o entalhe inicial para comparar os resultados obtidos.

A Figura 9.3 mostra a relação força-flecha obtida para a simulação do ensaio, considerando o entalhe inicial de 10% da altura da amostra para o tamanho 2 (arenito).

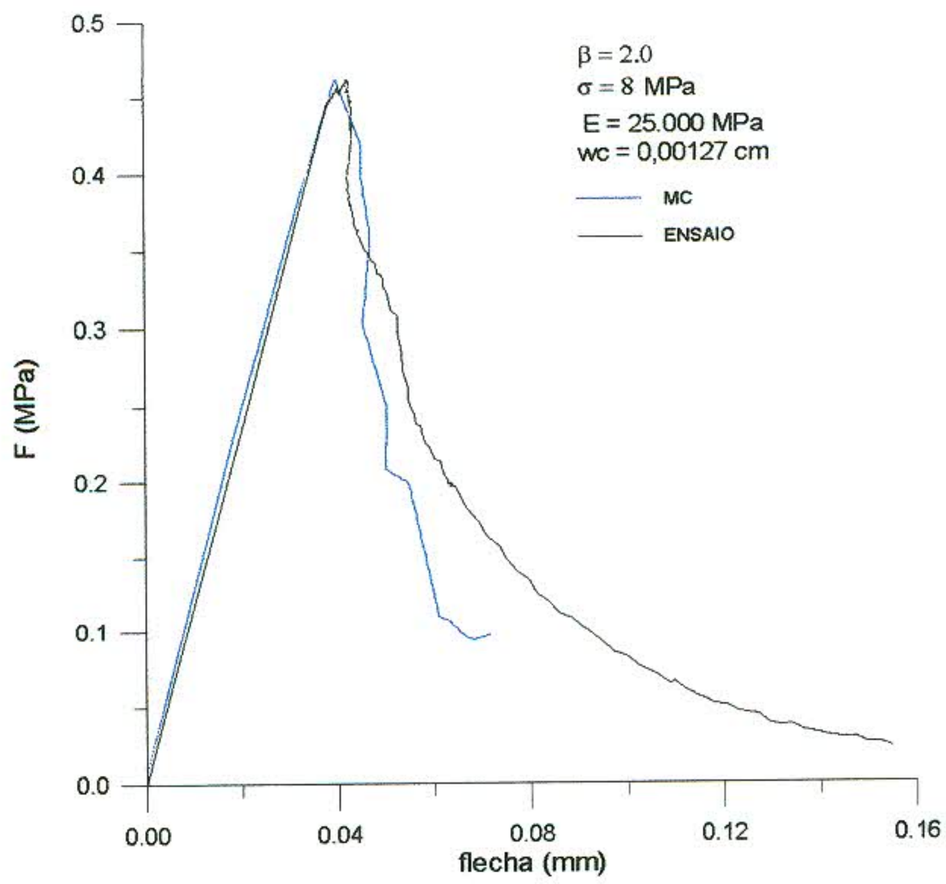


Figura 9.3 - Relação força-flecha para o ensaio de flexão e para o MC.

A tabela 9.4 mostra a comparação dos resultados obtidos para a simulação numérica que utiliza o MC, levando em consideração ou não o entalhe inicial.

Amostra	E (MPa)	σ_t (MPa)	w_c (cm)	β
sem entalhe inicial	22.000	5,2	0,00148	1,2
com entalhe inicial	25.000	8,5	0,00127	2,0
Média Aritmética	23.500	6,85	0,00137	1,6
Desvio Padrão	2.121,32	2,33	0,000148	0,566
Coef. Variação	0,09	0,34	0,108	0,354

Tabela 9.4 - Comparação dos resultados obtidos na simulação do ensaio de flexão utilizando o MC.

Nota-se que, a amostra é mais rígida quando não se leva em consideração o entalhe inicial e que os valores de σ_t e β aumentam, e $\mathbf{w_c}$ diminui.

9.1.2 - ANÁLISE DA RELAÇÃO FORÇA-DESLOCAMENTO DE ABERTURA DA FRATURA.

9.1.3

Através dos dados obtidos pelas simulações do ensaio que utilizam a MFEL e o MC, é possível analisar o que ocorre com o deslocamento da abertura da fratura (w) no ponto inferior da viga. As Figuras 9.4 e 9.5 mostram os resultados da relação força - abertura da fratura para o arenito e basalto (respectivamente), nos tamanhos (Tabela 7.1), que apresentaram as melhores curvas durante o ensaio de flexão. A inclinação pré-pico das curvas dos ensaios não coincidem com as inclinações das curvas obtidas pelas simulações numéricas, porque os parâmetros utilizados não foram adaptados, ou seja, σ_t, G, e β usados para a aproximação na relação força-flecha, não foram modificados. Verifica-se que a abertura da fratura obtida pelas simulações numéricas são menores que a do ensaio, tanto no trecho pré-pico como no pós-pico. No trecho pré-pico a MFEL é um pouco melhor que o MC. No trecho pós-pico o MC é bem melhor que a MFEL.

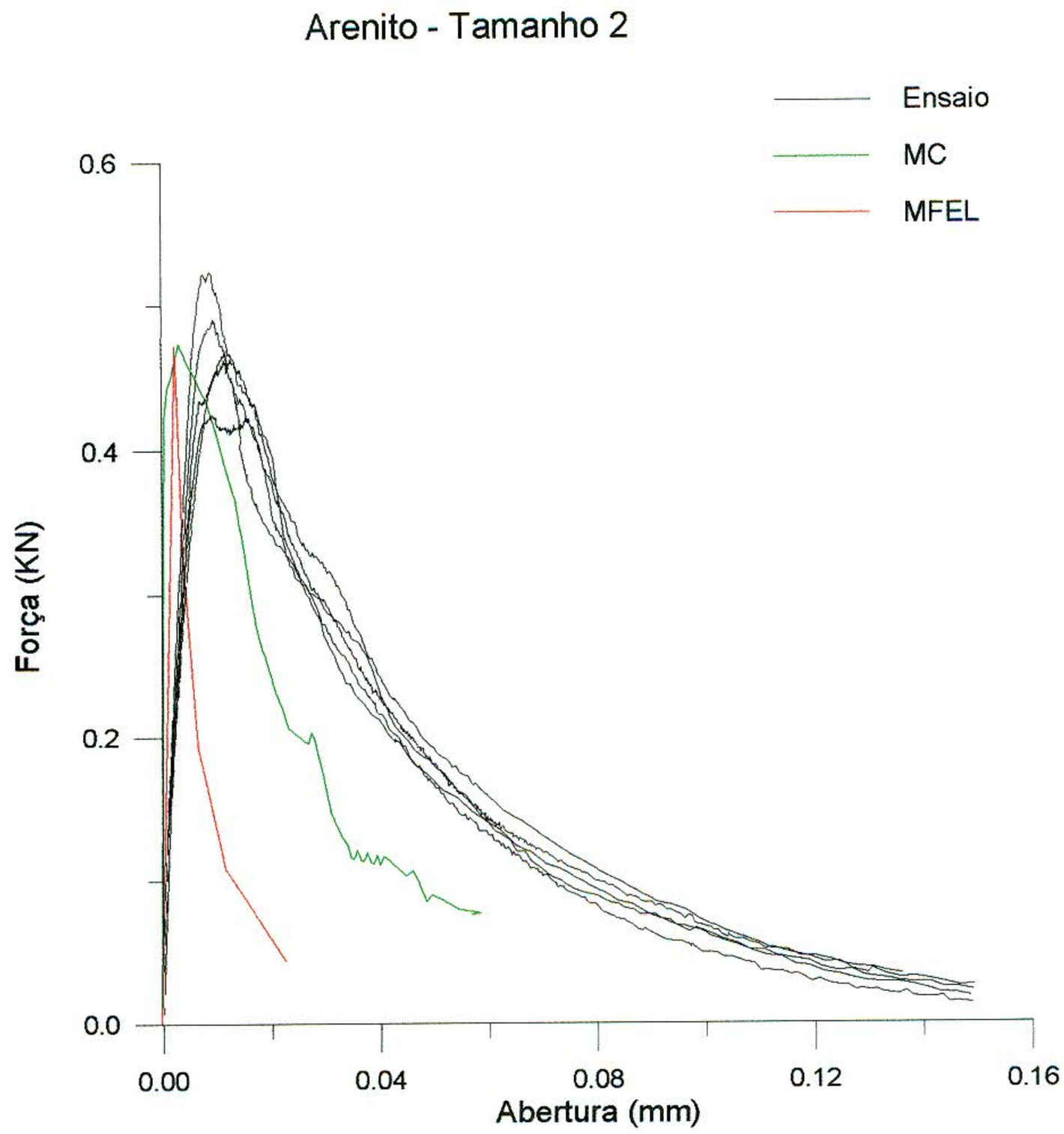


Figura 9.4 - Curvas Força x deslocamento de abertura da fratura para o arenito (tamanho 2).

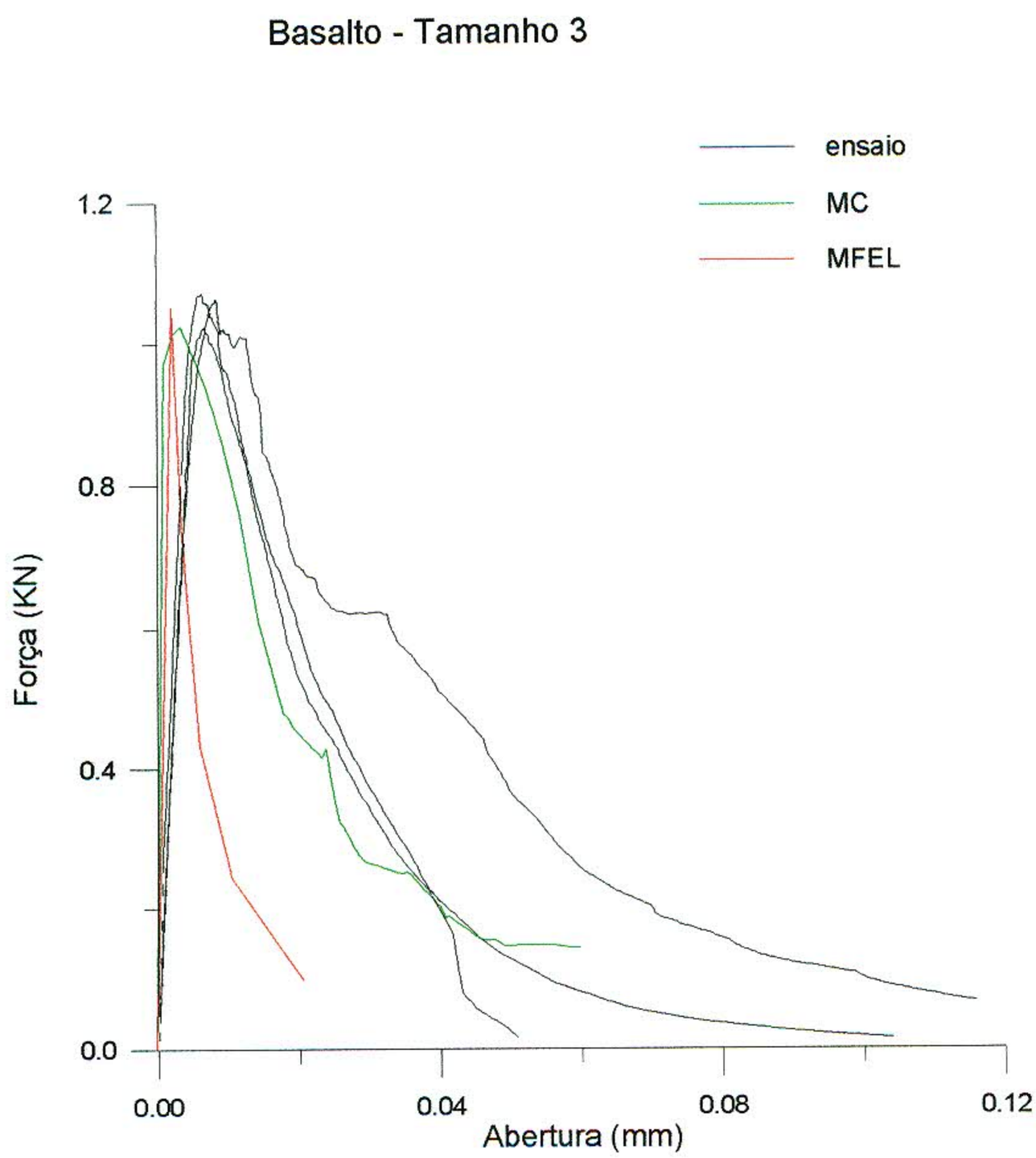


Figura 9.5 - Curvas Força x deslocamento de abertura da fratura para o basalto (tamanho 3).

9.2 - EFEITO-ESCALA.

Utilizando-se os dados de resistência à tração da Tabela 7.2 e relacionado-os com as respectivas alturas das vigas para o basalto e o arenito, obtém-se retas, numa escala bi-logarítima (Figura 9.6), com declividades - 0,421 para o arenito e - 0,476 para o basalto. Nota-se que, nos pontos obtidos no arenito ocorre uma transição para uma curva, podendo confirmar o estudo realizado por BAZANT (1984), que o verdadeiro efeito escala é representado por uma transição gradual para uma reta inclinada de declividade - 0,5 e que o fenômeno de microfraturamento na extremidade da fratura causa o desvio do efeito escala do previsto pela MFEL (Capítulo 4).

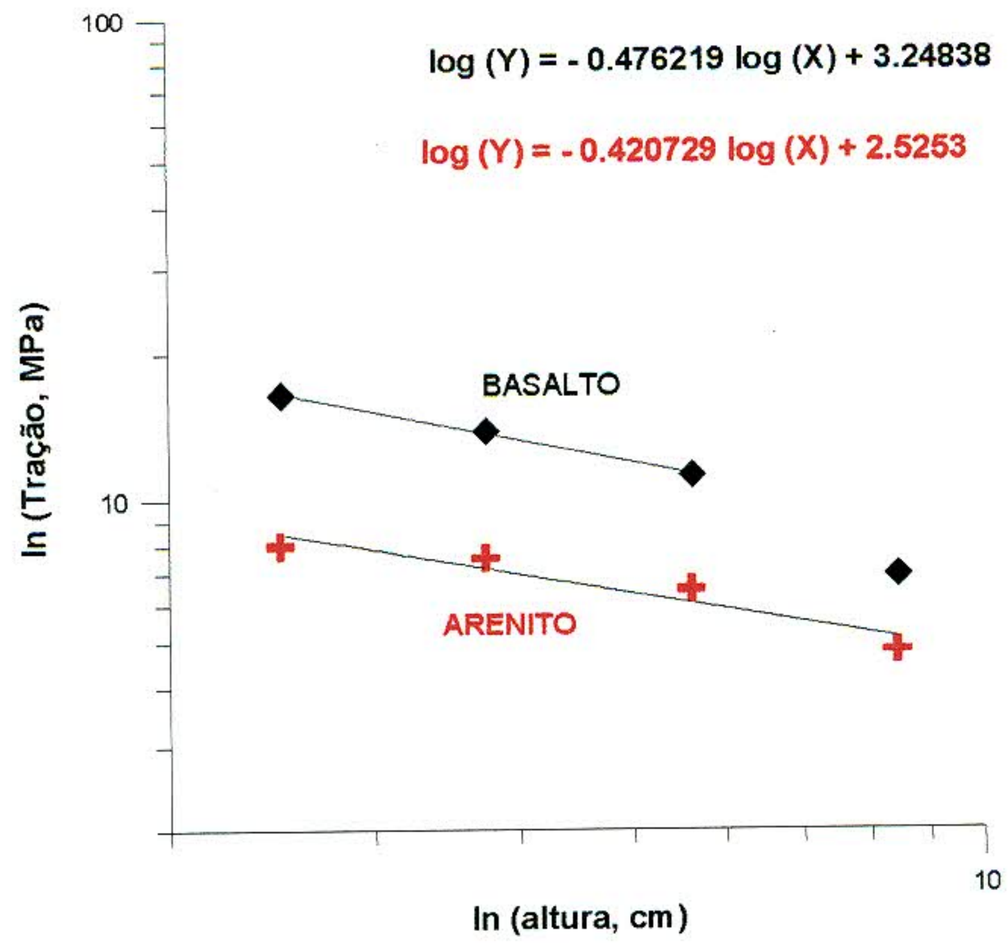


Figura 9.6 - Relação bi-logarítima da resistência à tração x altura para os diferentes tamanhos de amostra, de acordo com o estudo de BAZANT (1984).

CAPÍTULO 10: CONCLUSÕES

Baseado nos dados obtidos durante a realização deste trabalho, pode-se concluir:

_ para ambos os tipos de rochas, dentro do intervalo de variação do tamanho das amostras (comprimentos de 10,0 cm até 22,5 cm) não se verificou diferença significativa na forma da curva completa força-deslocamento (mudança de Classe I para Classe II). Para o tamanho maior (33,75 cm) a grande dispersão observada não permite uma análise conclusiva.

_ os deslocamentos obtidos nas simulações numéricas subestimam os deslocamentos pós-pico obtidos nos ensaios. Apesar de que, os deslocamentos pós-pico que mais se aproximam dos obtidos nos ensaios são os da simulação numérica que utiliza o MC;

_ após o trecho próximo ao pico há uma tendência das curvas, obtidas através da duas simulações, caminharem paralelamente;

_ os parâmetros obtidos através da simulação numérica que utiliza a análise do Modelo Coesivo, apresentam coeficientes da variação (desvio padrão/média) próximos dos parâmetros obtidos pela simulação numérica que usa como teoria a Mecânica de Fratura Elástica Linear. Nota-se, para os dois tipos de rochas, que os

valores do módulo de elasticidade obtidos foram diferentes. Isto ocorreu porque a simulação numérica que utiliza a MFEL leva em consideração o entalhe inicial e a simulação que utiliza o MC não leva em consideração o entalhe inicial. Portanto, quando se aproximam as inclinações das retas dos dois modelos, ocorre que, para a MFEL é necessário uma rigidez maior para compensar a presença do entalhe. Pela mesma razão, os valores da tenacidade à fratura e da energia de fraturamento também serão diferentes para os dois modelos. Os resultados da energia de fraturamento e do deslocamento de abertura da fratura crítico aumentam com o tamanho da amostra. Observa-se que os resultados obtidos para β e para F/t aumentam com o tamanho, menos para o tamanho 4;

_ a análise estatística dos parâmetros obtidos nas simulações numéricas (MFEL e MC) e nos ensaios de compressão simples e ensaios brasileiros para os quatro tamanhos de amostra, mostra que, para os dois tipos de rochas, no caso do módulo de elasticidade, os valores do coeficiente de variação das simulações numéricas ficaram próximos, só ocorrendo dispersão nos resultados obtidos no ensaio de compressão simples. Para tenacidade à fratura, os valores do coeficiente de variação estão próximos, para as simulações numéricas, o mesmo ocorreu com a energia de fraturamento. Na resistência à tração ocorreu dispersão entre a simulação numérica e o ensaio brasileiro. Resumindo-se, para as duas simulações numéricas ocorreu dispersão pequena nos resultados do módulo de elasticidade, da tenacidade e da energia de fraturamento. As maiores dispersões ocorreram nos resultados do módulo de elasticidade no ensaio de compressão simples e para a resistência à tração no ensaio brasileiro, quando comparados com os dados das simulações numéricas (MFEL e MC).

_ Nota-se que, durante a simulação numérica que utiliza o MC, a amostra é mais rígida quando não se leva em consideração o entalhe inicial e que os valores de σ_t e β aumentam, e $\mathbf{w_c}$ diminui.

_ a abertura da fratura para os dois modelos é subestimado em relação ao experimental. Apesar da distância entre os pontos da abertura medida no ensaio ser maior do que os dois pontos nodais na simulação numérica, podendo haver a influência de outros fatores, pois a diferença é notável;

_ para o efeito-escala, os valores apresentados através dos ensaios estão próximos dos resultados previstos pela MFEL.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

_ ALIABADI, M. H. & ROOKE, D. P. Numerical Fracture Mechanics, Southampton Boston, Computational Mechanics Publications, 276 p., 1991.

_ ASTM C 293-94. Standard Test Method for Concrete (Using Simple Beam With Center-Point Loading), 1994.

_ BARENBLATT, G. I. The formation of equilibrium cracks during brittle. General ideas and hypotheses. Axially symmetric cracks. Adv. Appl. Mech., **23**: 622-636, 1959.

_ BARENBLATT, G. I. The Mathematical Theory of equilibrium cracks in Brittle Fracture. Adv. Appl. Mech., **7**: 55-129, 1962.

_ BARNARD, P. R. Researches into the complete stress-strain curve for concrete. Magazine of Concrete Research, **16**(49): 203-210, 1964.

_ BAZANT, Z. P. Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal. J. Engng. Mech, **110**(4): 518-535, 1984.

_ BAZANT, Z. P. & KAZEMI, M. T. Determination of fracture energy, process zone length and brittleness number from size effect, with application to rock and concrete. Int. J. Fracture, **44**: 111-131, 1990.

_ BEZAT, F. A. Recent developments in the application of closed loop servohydraulic control technology to post failure testing of uniaxially loaded cylindrical rock specimens. MTS Systems Comp. Minneapolis, 8 p., 1986.

_ BIENIAWSKI, Z. T. *Mechanism of brittle fracture of rock*. Thesis D. Sci. Engng., Faculty of Engineering - Univ. of Pretoria, 226 p., 1967.

_ BIENIAWSKI, Z. T. Mechanism of brittle fracture of rock: Part I _ Theory of the fracture process: Part II _ Experimental studies: Part III. Int. Journal of Rock Mech. Min. Sci. **4**: 395-406, 1967.

_ BIENIAWSKI, Z. T., DENKHAUS, H. G. & VOGLER, U. W. Failure of fractured rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. **6**: 323-341, 1969.

_ BIOLZI, L.; CANGIANO, S.; TOGNON, G. & CARPINTERI, A. Snap-back softening instability in high-strength concrete beams. Materials and Structures **22**: 429-436, 1989.

_ BLANKS, R. F. & McHENRY, D. Plastic flow of concrete relieves high-load stress concentrations. Civ. Eng.(N.Y.). **19**(5): 40-42, 1949.

_ BOCCA, P.; CARPINTERI, A. & VALENTE, S. Fracture mechanics of brick mansory: size effect and snap-back analysis. Materials and Structures/Matériaux et Constructions. **22**: 364-373, 1989.

_ BOCCA, P.; CARPINTERI, A. & VALENTE, S. Size effects in the mixed mode crack propagation: softening and snap-back analysis. Engineering Fracture Mech. **35**(1/2/3): 159-170, 1990.

_ BORTOLUCCI, A. A. *Modelo de ruptura em compressão de materiais frágeis baseado na Mecânica da Fratura e aplicado ao Efeito-Escala*. Tese Doutorado, EESC-USP, 132 p., 1993.

_ BRADY, B. T.; DUVALL, W. I. & HORINO, F. G. An experimental determination of the true uniaxial stree-strain behavior of brittle rock. Rock Mechanics, **5**: 107-120, 1973.

_ BROCK, G. Concrete: Complete stress-strain curves. Engineering (Lond.). **193**(5011): 606-608, 1962.

_ CARPINTERI, A. Scale effects in fracture of plain and reinforced concrete structures. In: G. C. Sih and A. Di Tommaso, ed. *Frature Mechanics of Concrete: Structural Application and Numerical Calculation*. Martinus Nijhoff Publishers, p. 95- 140, 1985.

_ CARPINTERI, A. Decrease of apparent tensile and bending strengh with specimen size: two different explanations based on fracture mechanics. Int. J. Solids Struct. **25**: 407-429, 1989.

_ CARPINTERI, A. I Fondamenti Fisico-Matematici Della Meccanica Della Frattura. In: Meccanica Dei Materiali e Della Frattura. Bologna, Pitagora Editrice, Carpinteri, A. (ed.), 267 p., 1992.

_ CARPINTERI, A. & COLOMBO, G. Numerical analysis of catastrophic softening behaviour (snap-back instability). Computers & Structures **31**(4): 607-636, 1989.

_ CARPINTERI, A. & FANELLI, M. Numerical analysis of the catastrophical softening behaviour in brittle structures. In: INT. CONF. ON NUMERICAL METHODS in FRACTURE MECHANICS, 4, San Antonio, TX, 1987. *Proceedings*. Swansea: Pineaidge Press, 369- 386, 1987.

_ CELESTINO, T. B.; BORTOLUCCI, A. A.; TSUTSUMI, M. & MUNAIAR NETO, J. Análise Linear Elástica de Fraturas aplicadas a rochas usando o Método dos Elementos Finitos. In: CONG. SULAM. DE MECÂNICA DAS ROCHAS, 3., Caracas, Venezuela, *ANAIS*. p. 435-440, 1990.

_ CHEREPANOV, G. P. Mechanics of Brittle Fracture. New York, McGraw-Hill, 560 p., 1979.

_ COOK, N. G. W. The failure of rock. Int. Journal of Rock Mech. Min. Sci. **2**: 389-403, 1965.

_ COOK, N. G. W. & HOJEM, J. P. M. A rigid 50-ton compression and tension testing machine. S. Afr. Mech. Eng.. **16**: 89-92, 1966.

_ DUGDALLE, D. S. Yielding of steel sheets containing slits. J. Mech. Phys. Solids. **8**(2): 100-104, 1960.

_ ELICES, M. & PLANAS, J. Material Models. Fracture Mechanics of Concrete Structures - RILEM REPORT. London, Chapman and Hall, Elfgren, L. (ed.), p. 16-66, 1989.

_ EVANS, I. & POMEROY, C. D. The Strength of cubes of coal in uniaxial compression. In: Mechanics Properties of Non-metalic and Brittle Materials, London, Butterworths, W. H. Walton (ed), p. 5-28, 1958.

_ EWALDS, H. L. & WANHILL, R. J. H. Frature Mechanics. Australia, Edward Arnold and Netherlands, Delftse U. Maatschappij (eds.), 3 nd. ed., 304 p., 1986.

_ GOODIER, J. N. Mathematical theory of equilibrium cracks. In: LIEBOWITZ, H., ed. Fracture an advanced treatise. Orlando, Academic Press, vol. II, 1968.

_ GRIFFITH, A. A. The phenomenon of rupture and flow in solids. Phil. Trans. Roy. Soc. London, series a, **221**: 163-198, 1920.

_ HARDY, M. P., HUDSON, J. A. & FAIRHURST, C. The failure of rock beams _ 1. Theoretical studies. Int. Journal of Rock Mech. Min. Sci. **10**(1): 53-67, 1973.

_ HARDY, M. P., HUDSON, J. A. & FAIRHURST, C. The failure of rock beams _ 2. Experimental studies. Int. Journal of Rock Mech. Min. Sci. **10**(1): 69-82., 1973.

_ HELLAN, K. Introduction to Fracture Mechanics, United States of America, McGraw-Hill, 302 p., 1984.

_ HILLERBORG, A. Analysis of one single crack. In: Fracture Mechanics of Concrete. Amsterdam, Elsevier, edited by F. H. WITTMANN, p. 223-249, 1983.

_ HILLERBORG, A. Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams. Draft RILEM Recommendation, Materials and Structures, **18** (106): 285-296, 1985.

_ HILLERBORG, A. Results of three comparative test series for determining the fracture energy G_F of concrete. RILEM, Materials and Structures, **18** (107): 407-412, 1985.

_ HILLERBORG, A., MODEER, M. & PETERSSON, P. E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cement Concrete Res. **6**(6): 773- 782, 1976.

_ HINDE, P. B. Testing machine stiffness problem. Engineer. **217**(5657): 1124-1127, 1964.

_ HOSHIDE, T. Grain fracture model and its application to strength evaluation in engineering ceramics. Engng. Fracture Mech., **44**(3): 403-408, 1993.

_ HUDSON, J. A.; BROWN, E. T. & FAIRHURST, C. Optimizing the control of rock failure in servo-controlled laboratory tests. Rock Mechanics. **3**: 217-224, 1971.

_ HUDSON, J. A., BROWN, E. T. & FAIRHURST, C. Shape of the complete stress-strain curve for rock. In: SYMP. ROCK MECH., 13., Urbana, Illinois. *Proceedings*. p. 773-795, 1971.

_ HUDSON, J. A., CROUCH, S. L. & FAIRHURST, C. Soft, stiff and servo-controlled testing machines: a review with reference to rock failure. Engng Geol. **6**: 155-189, 1972.

_ INGLIS, C. E. Stress in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. Trans. Roy. Inst. Naval Archit.. **55**: 219-230, 1913.

_ INGRAFFEA, A. R. *Discrete fracture propagation in rock: Laboratory tests and finite element analysis*. PhD. Dissertation, University of Colorado, Boulder, CO, 347 p., 1977.

_ INGRAFFEA, A. R., Numerical Modelling of Fracture Propagation. In: Rock Fracture Mechanics, International Centre for Mechanical Sciences, H. P. Rossmanith (ed.), num. 275, p. 151-208, 1983.

_ IRWIN, G. R. Fracture Dynamics. Fracturing of Metals, ASM, 152 p., 1948

_ IRWIN, G. R. Analysis of stresses and strains near the end of crack traversing a plate. Journal Appl. Mech. **24**(3): 361-364, 1957.

_ ISRM Suggested Methods for determining tensile strength of rock materials. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci. & Geomech. Abstr., **15**(3): 99-103, 1978.

_ ISRM Suggested Methods for determining the uniaxial compressive strength and deformability of rock materials. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci. & Geomech. Abstr., **16**(2): 135-140, 1979.

_ ISRM Suggested Methods for determining the fracture toughness of rock. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci. & Geomech. Abstr., **25**(2): 71-96, 1988.

_ JAEGER, J. C. & COOK, N. G. W. Fundamentals of Rock Mechanics. London, Chapman and Hall, 2 nd ed., 585 p., 1976.

_ KITAZUMI, J.; TANIGUCHI, Y.; HOSHIDE, T. & YAMADA, T. Characteristics of strength and their relations to flaw size distribuition in several ceramic materials (Part 1: Static Strength). J. Soc. Mater. Sci. Japan, **38**: 1254-1260, 1989.

_ KNOTT, J. F. *Fundamentals of Fracture Mechanics*. London, Butterworths, 273 p., 1973.

_ LABUZ, J. F. The problem of machine stiffness revisited. Geophys. Res. Letters. **18**(3): 439-442, 1991.

_ LABUZ, J. F.; SHAH, S. P. & DOWDING, C. H. Experimental analysis of crack propagation in granite. Int. Journal Rock Mech. Min. Sci & Geomech. Abstr. **22**(2): 85-98, 1985.

_ LABUZ, J. F. & BIOLZI, L. Class I vs Class II Stability: a demonstration of size effect. Int. Journal Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. **28**(2/3): 199-205, 1991.

_ LAWN, B. R. & WILSHAW, T. R. Fracture of brittle solids. Cambridge, Cambdrige University Press, 204 p., 1975.

_ LI, Y. N. & LIANG, R. Y. Stability theory of cohesive crack model. J. Engng. Mech., ASCE 118(3), 587-603, 1992.

_ LIANG, R. Y. & LI, Y. N. Simulations of nonlinear fracture process zone in cementitious material a boundary element approach. J. Computacional Mech., 7(4), 413-427, 1991.

_ MAIER, G.; NOVATI, G. & CEN, Z. Symmetric Galerkin Boundary Element Method for Quasi-brittle-fracture and Frictional Contact Problems. Computational Mechanics, **13**: 74-89, 1993.

_ MURAKAMI, Y. (ed.). Stress Intensity Factors Handbook. Pergamon Press, Vol. 1, 640 p., 1987.

_ OKUBO, S. & NISHIMATSU, Y. Uniaxial Compression Testing using a linear combination of stress and strain as the control variable. Int. J. Rock Mech. and Min. Sci. & Geomech. Abstr., **22**(5): 323-330, 1985.

_ OROWAN, E. Fundamentals of brittle behavior in metals. Fatigue and Fracture of Metals (MIT Symp., June, 1950). New York, John Wiley & Sons, Inc., p. 154, 1952.

_ OUCHTERLONY, F. Fracture toughness testing of rock with core based specimens, the development of an ISRM standard. In: Fracture Toughness and Fracture Energy. Rotterdam, Balkema, MIHASHI et al. (eds), 1989. p. 231-251.

_ PARAGUASSU, A. B.; RODRIGUES, J. E.; GANDOLFI, N.; ZUQUETTE, L. V. & PORTILLO, E. Z. F. Arenito Botucatu Silicificado: caracterização, explotação e usos. In: CONG. ITALO-BRASILEIRO DE ENG. DE MINAS, 2, São Paulo, Brasil, 1993. *ANAIS*. p. 747-757.

_ PAULDING, B. W. *Crack growth during brittle fracture in compression.* Unpublished Thesis, Massachusetts Institute of Tecnology, Cambridge, Massachusetts, 214 p., 1965.

_ RATANDERT, S. & WECHARATANA, M. Evaluation of the fictitious crack and two-parameter fracture models. In: Fracture Toughness and Fracture Energy. Rotterdam, Balkema, MIHASHI et al. (eds), 1989. p. 345-366.

_ ROKUGO, K.; OHNO, S. & KOYANAGI, W. Automatical measuring system of load-displacement curves including post failure region of concrete specimens. In: INT. CONF. ON FRACTURE MECH. OF CONCRETE, Lausanne, 1986. Fracture Toughness and Fracture Energy of Concrete. Amsterdam, Elsevier, edited by F. H. WITTMANN, 1986. p. 403-411.

_ ROKUGO, K.; SUZUKI, T. & KOYANAGI, W. Testing tensile softening curve and fracture energy of concrete. In: Fracture Toughness and Fracture Energy. Rotterdam, Balkema, MIHASHI et al. (eds), 1989. p. 153-163.

_ ROOKE, D. P. & CARTWRIGHT, D. J. Compendium of Stress Intensity Factors. London, Her Majesty's Stationery Office, 330 p., 1976.

_ ROSSI, P. Numerical Modeling of cracking using a non-deterministic approach. In: Fracture Toughness and Fracture Energy. Rotterdam, Balkema, MIHASHI et al. (eds), 1989. p. 383-394.

_ SALAMON, M. D. G. Stability, instability and design of pillar workings. Int. J. Rock Mech. Min. Sci.. **7**(6): 613-631, 1970.

_ SPAETH, W. Einfluss der Federung der Zerreissmaschine auf das Spannungs-Dehnungs-Schaubild. Arch. Eisenhuettenwesen. **6**: 277- 283, 1935.

_ TAGLIAFERRI, R. *Alcuni Recenti Sviluppi ed applicazioni del metodo degli elementi di contorno: Frattura con "cohesive crack model" e dinamica lineare.* Tesi di laurea, Politecnico di Milano, 1990.

_ TANG, C. A. Artificial and natural failure in rock testing. Boletim Soc. Int. de Mecânica de Rochas, **1**(4): 34-40, 1994.

_ VENTURINI, S. W. Análise de problemas de fratura coesiva usando o método dos elementos de contorno. In: CONG. IBERO LATINO AMERICANO SOBRE MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA ENGENHARIA, Curitiba, 1995.

_ WAWERSIK, W. R. Detailed analysis of rock failure in laboratory compression tests. Ph.D Dissertation, University of Minessota, 1968.

_ WAWERSIK, W. R. & FAIRHURST, C. A. Study of brittle rock fracture in a laboratory compression experiments. Int. Journal Rock Mech. Min. Sci. **7**(5): 561-575, 1970.

_ WAWERSIK, W. R. & BRACE, W. F. Post-failure behaviour of a granite and diabase. Rock Mech. **3**(2): 61-85, 1971.

_ WESTERGAARD, H. M. Bearing Pressures and Cracks. J. Appl. Mech., **6**: A49-53, 1939.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS CONSULTADAS.

_ ABBOT, A. V. Testing Machines: Their history, construction and use. New York, Van Nostrand, 190 p., 1884

_ ATKINSON, B. K. Introduction to fracture mechanics. In: ATKINSON, B. K., ed. *Fracture Mechanics of Rock*. Orlando, Academic Press, p. 1-26, 1987.

_ BORTOLUCCI, A. A., CELESTINO, T. B. & MUNAIAR NETO, J. Determinação da curva completa tensão-deformação de basaltos da Formação Serra Geral. In: CONG. SULAM. DE MECÂNICA DAS ROCHAS, 3., Caracas, Venezuela. *ANAIS*. p. 63-69, 1990.

_ BROWN, E. T.; HUDSON, J. A.; HARDY, M. P. & FAIRHURST, C. Controlled failure of hollow rock cilinders loaded in uniaxial compression. Rock Mechanics. **4**(1): 1-24, 1972.

_ CARPINTERI, A. Application of fracture mechanics to concrete structures. Journal Struct. Div. ASCE **108**(ST4): 833-848, 1982.

_ CARPINTERI, A. Snap-back and hyperstrength in hightly reinforced concrete beams. Magazine of Concrete Research. **40**(145): 209-215, 1988.

_ CARPINTERI, A. Softening and snap-back instability in cohesive solids. Int. J. Num. Meth. in Engng. **28**: 1521-1537, 1989.

_ CARPINTERI, A. Size effects on strength, toughness and ductility. J. Engng. Mech. **115**(7): 1375-1392, 1989.

_ CARPINTERI, A. Post-peak and post-bifurcation analysis of cohesive crack propagation. Engng. Fracture Mech. **32**(2): 265-278, 1989.

_ CARPINTERI, A. Snap-back fracture instability in rock specimens: experimental detection through a negative impulse. Engng. Fracture Mech. **35**(1/2/3): 241-250, 1990.

_ COOK, N. G. W. & HOJEM, J. P. M. A 200-ton stiff testing machine. S. Afr. Mech. Eng. 1971.

_ CROUCH, S. L. A note on post-failure stress-strain path dependence in norite. Int. J. Rock Mech. Min. Sci.. **9**(1972): 197- 204, 1971.

_ ELICES, M. & PLANAS, J. Material Models. Fracture Mechanics of Concrete Structures - RILEM REPORT. London, Chapman and Hall, Elfgren, L. (ed.), p. 16-66, 1989.

_ GONZATTI, C. *Sistema Computacional interativo para estudos de propagação de fraturas em materiais rochosos*. Dissertação Mestrado, EESC-USP, 109 p., 1994.

_ HUGHES, B. P. & CHAPMAN, G. P. The complete stress-strain curve for concrete in direct tension. Bull. RILEM. **30**: 95-97, 1966.

_ KIENDL, O. G. & MALDARI, J. A. *Comparison of Physical Properties of Concretes Made of Three Varieties of Coarse Aggregates*. Unpublished thesis, University of Wisconsin, Madison, Wisc., 1938.

_ KOYANAGI, W.; ROKUGO, K. & UCHIDA, Y. Stability and measurement in concrete failure. Trans. of Japan Concrete Institute. **5**: 149- 160, 1983.

_ LAMA, R. D. & VUTUKURI, V. S. Handbook on Mechanical Properties of Rocks, Trans Tech Publications, Vol. 2, 481 p., 1978.

_ LAMA, R. D.; VUTUKURI, V. S. & SALUJA, S. S. Handbook on Mechanical Properties of Rocks. Trans Tech Publications, Vol. 1, 280 p., 1974.

_ LOPES JR., M. C. *Modelagem numérica do crescimento de fraturas através do método dos elementos de contorno*. Dissertação Mestrado, EESC-USP, 261 p., 1996.

_ McCLINTOCK, F. A. & WALSH, J. B. Friction on Griffith cracks in rocks under pressure. In: U. S. CONG. APPL. MECH., AMER. SOC. MEC. ENGRS., 4., New York, p. 1015-1021, 1963.

_ METHA, K. P. & MONTEIRO, P. J. M. Concrete: Structure, properties and materials. New Jersey, Prentice Hall, 548 p., 1993.

_ READ, H. E. & HEGEMIER, G. A. Strain softening of rock, soil and concrete_ a review article. Mech. Mater. **3**: 271-294, 1984.

_ RUMMEL, F. & FAIRHURST, C. Determination of the post-failure behavior of brittle rock using a servo-controlled testing machine. Rock Mechanics. **2**: 189-204, 1970.

_ SOUZA, N. C. D. C. de, CELESTINO, T. B. & BORTOLUCCI, A. A. Influência do grau de silicificação no comportamento pós-ruptura de arenitos brasileiros. In: CONG. SULAM. DE MECÂNICA DE ROCHAS, 3., Caracas, p. 113-121, 1990.

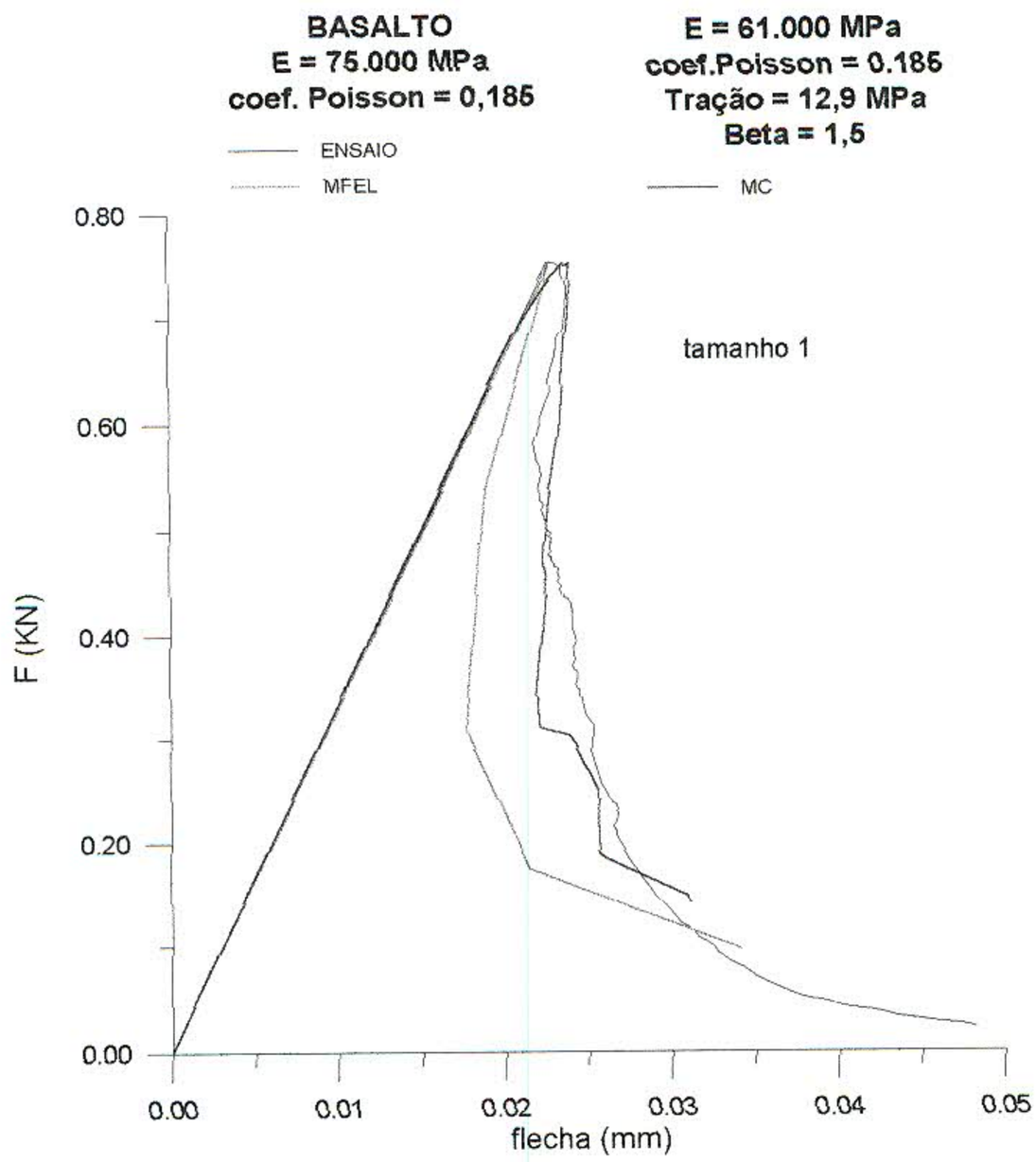
_ TURNER, P. W. & BARNARD, P. R. Stiff constant strain rate testing machine. Engineer. **214**(5557): 146-148, 1962.

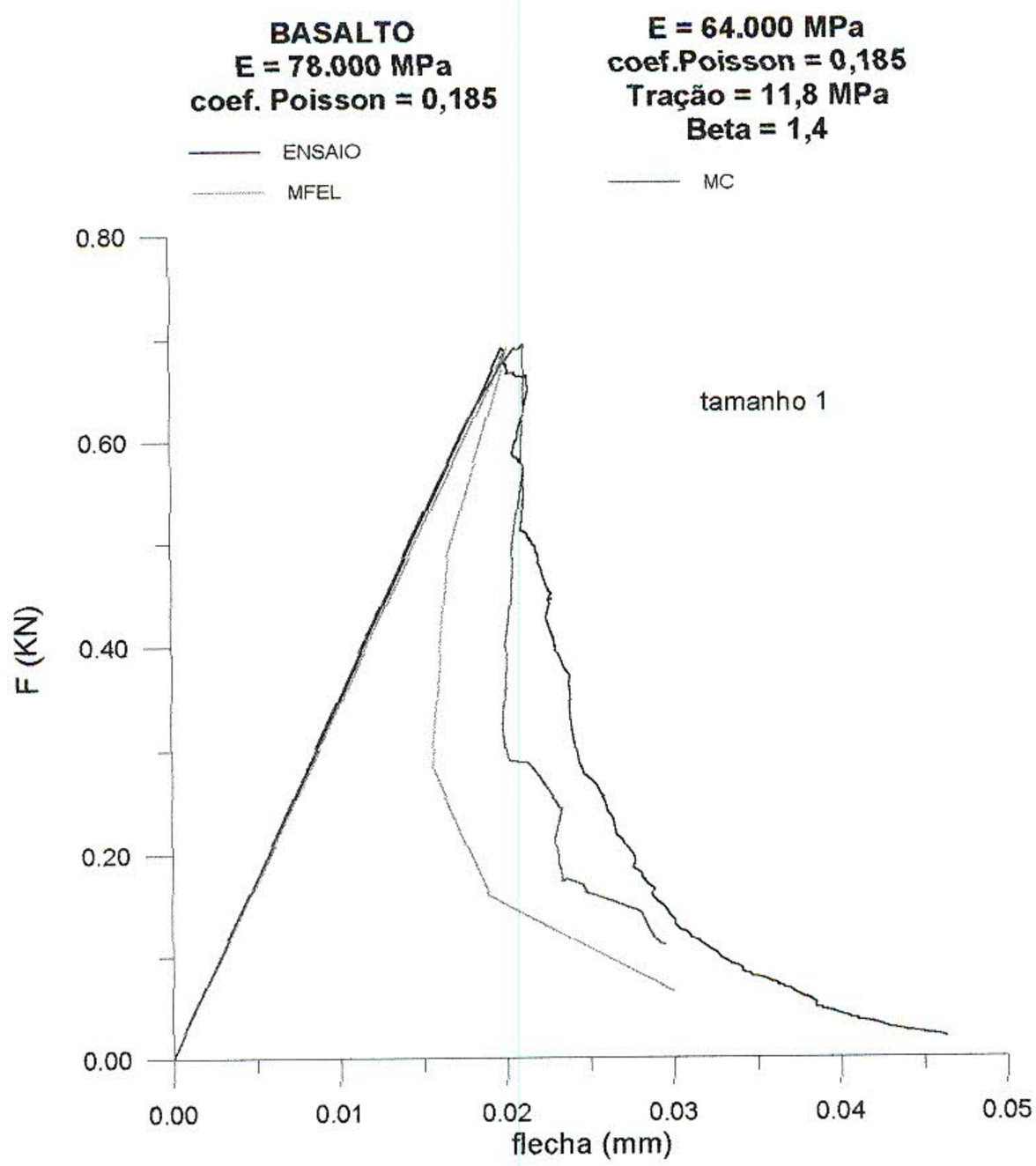
_ WAGNER, H. & SCHUEMANN, E. H. R. The stamp-load bearing strength of rock: an experimental and theoretical investigation. Rock Mechanics., 1971.

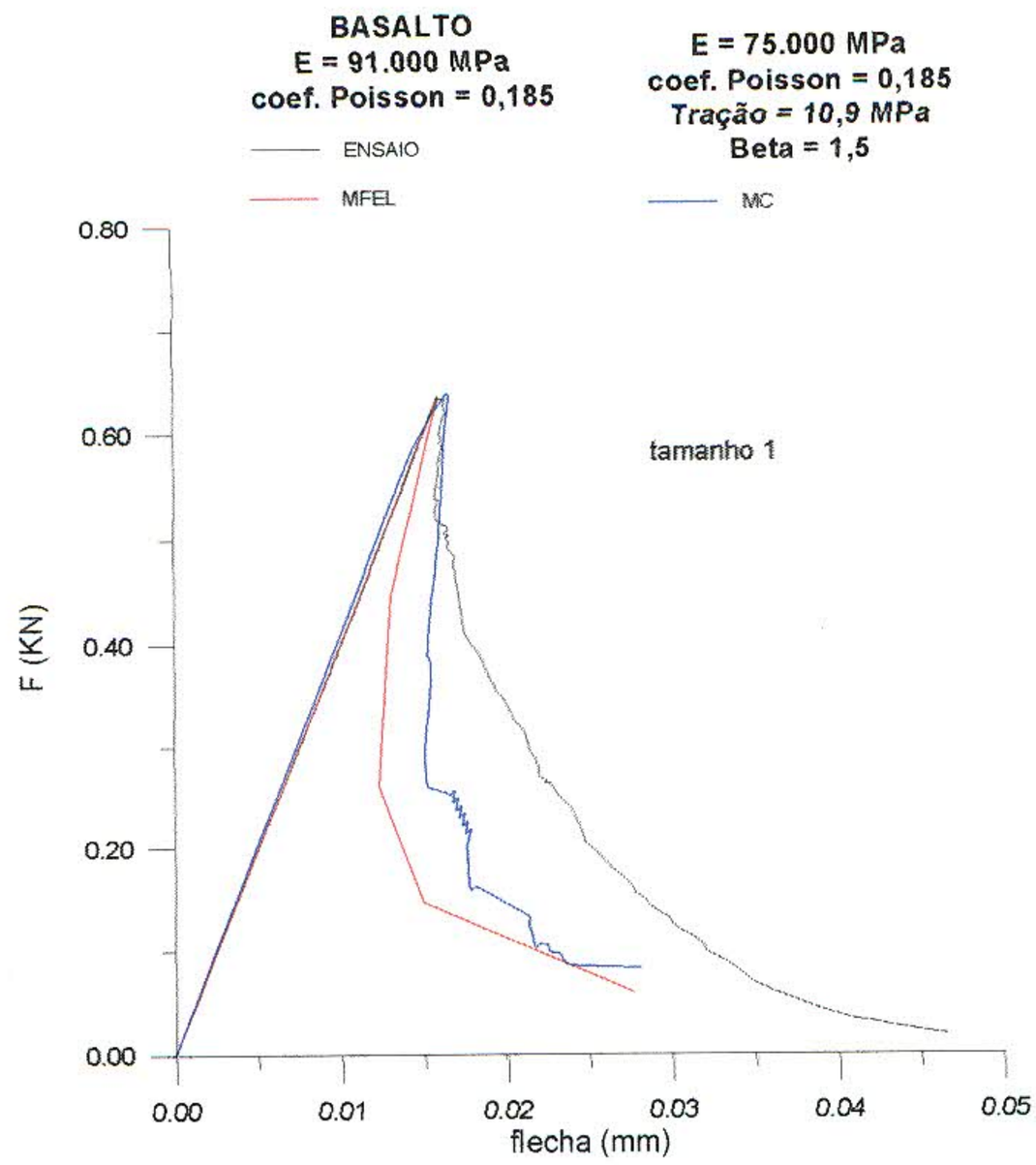
_ WHITNEY, C. S. Discussion on a paper by V. P. Jensen. J. Am. Concr. Inst.. **39**: 584-2 to 584-6, 1943.

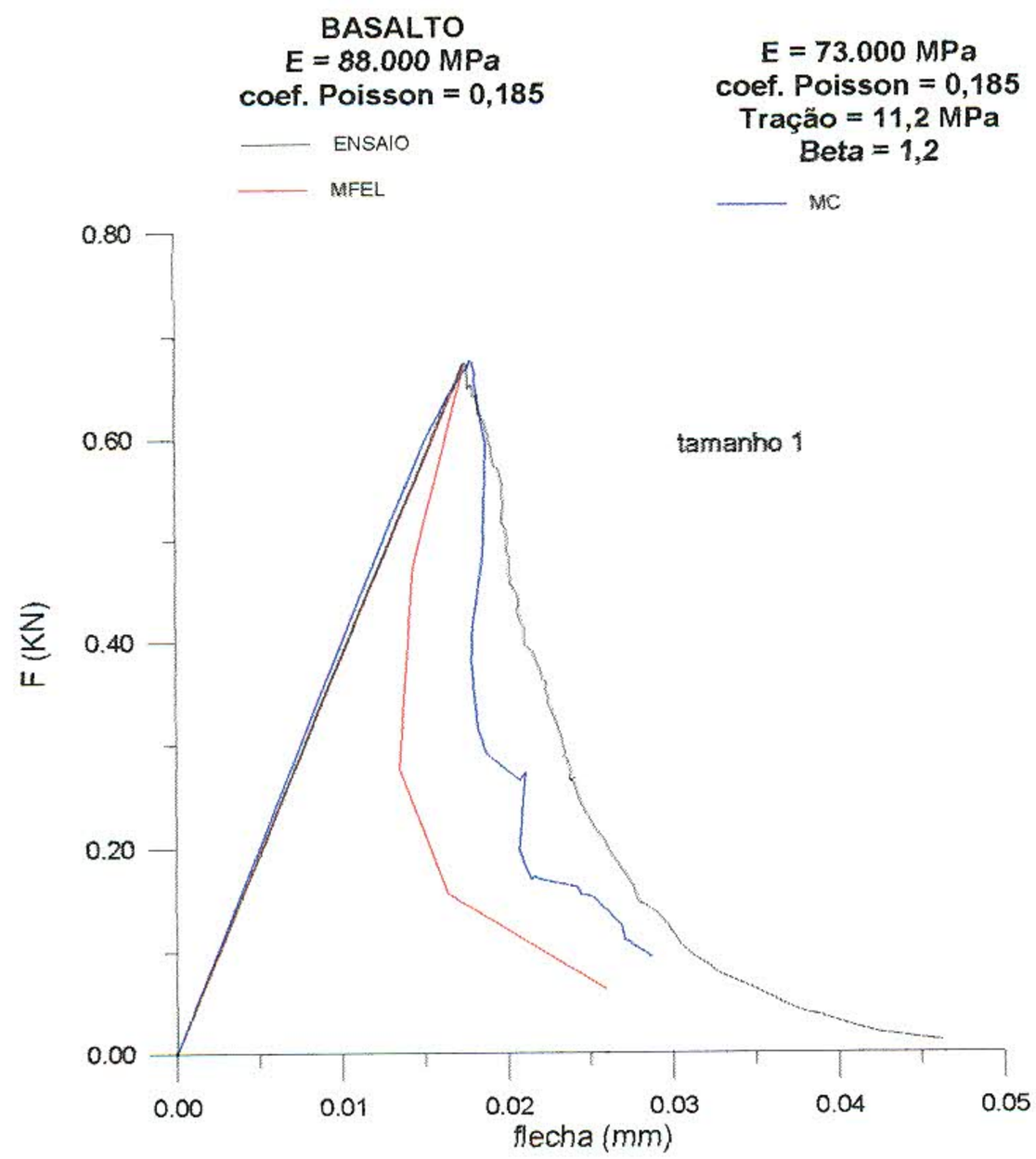
_ WIEBOLS, G. A.; JAEGER, J. C. & COOK, N. G. W. Rock property tests in a stiff testing machine. In: U.S. SYMP. ON ROCK MECH., 10, Austin, TX, *Proceedings*. p. 297-329, 1968.

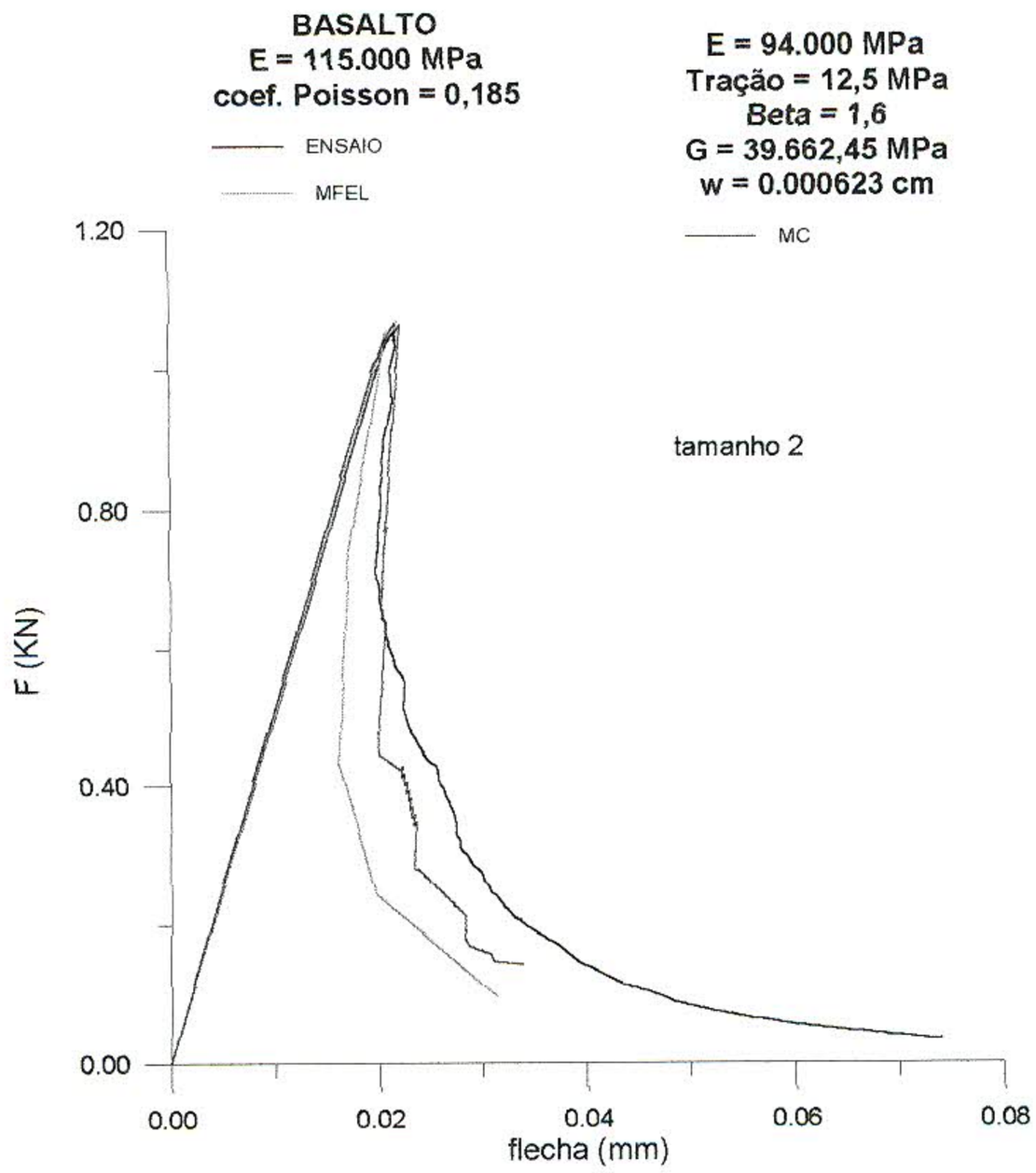
ANEXO

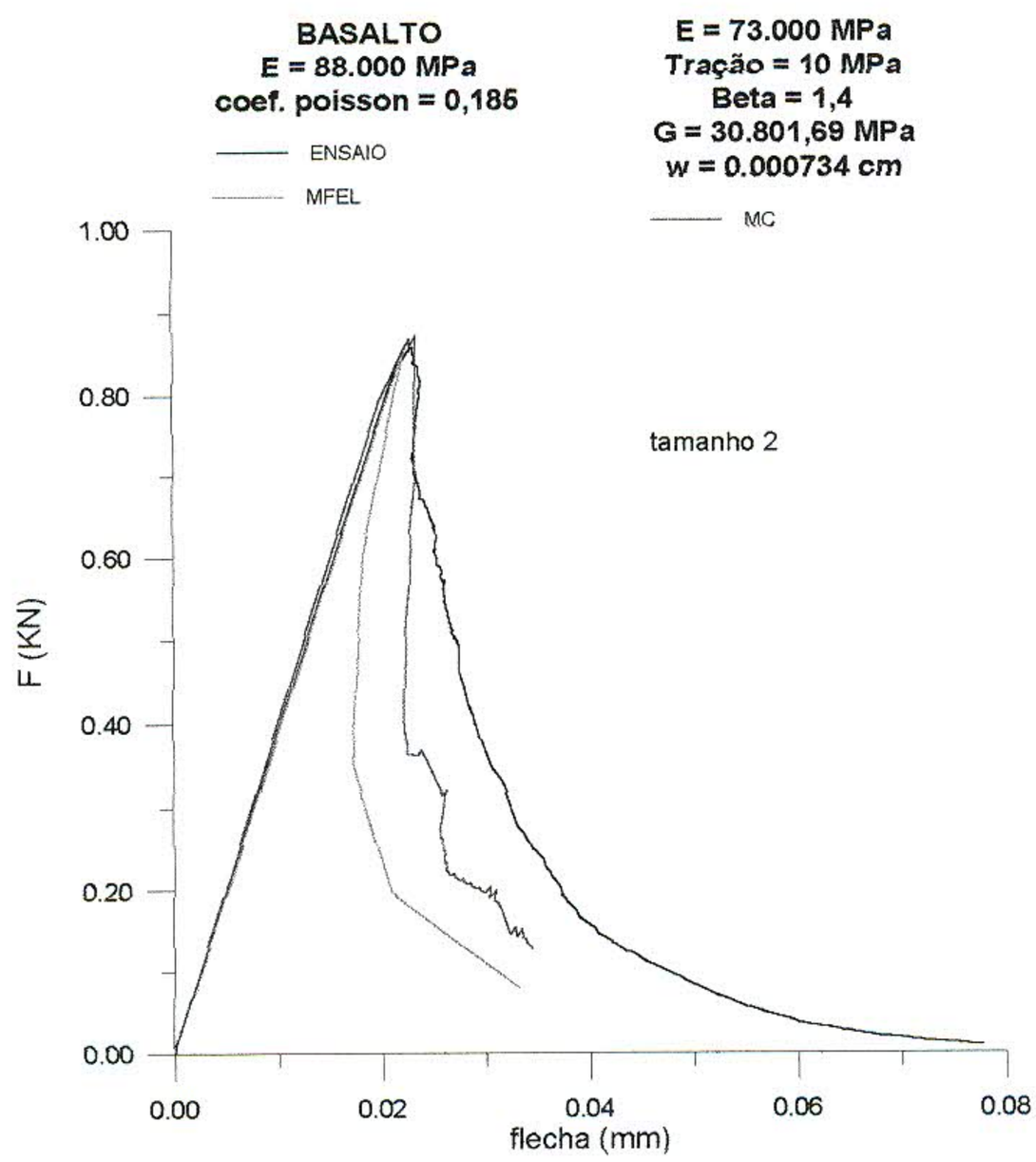

BASALTO
E = 75.000 MPa
coef. Poisson = 0,185
ENSAIO
MFEL
E = 61.000 MPa
coef.Poisson = 0.185
Tração = 12,9 MPa
Beta = 1,5
MC
tamanho 1
F (KN)
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
flecha (mm)

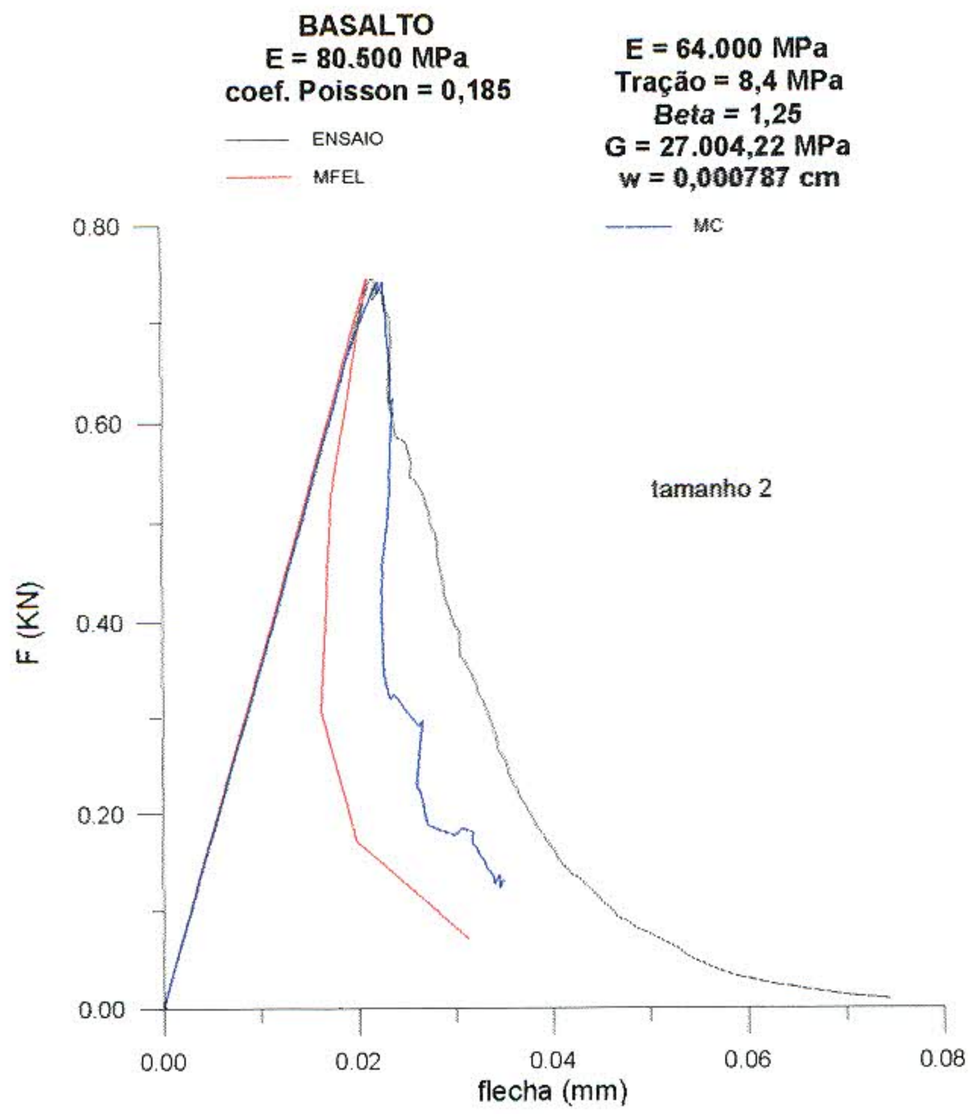

BASALTO
E = 78.000 MPa
coef. Poisson = 0,185
ENSAIO
MFEL
E = 64.000 MPa
coef.Poisson = 0,185
Tração = 11,8 MPa
Beta = 1,4
MC
tamanho 1
F (KN)
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
flecha (mm)

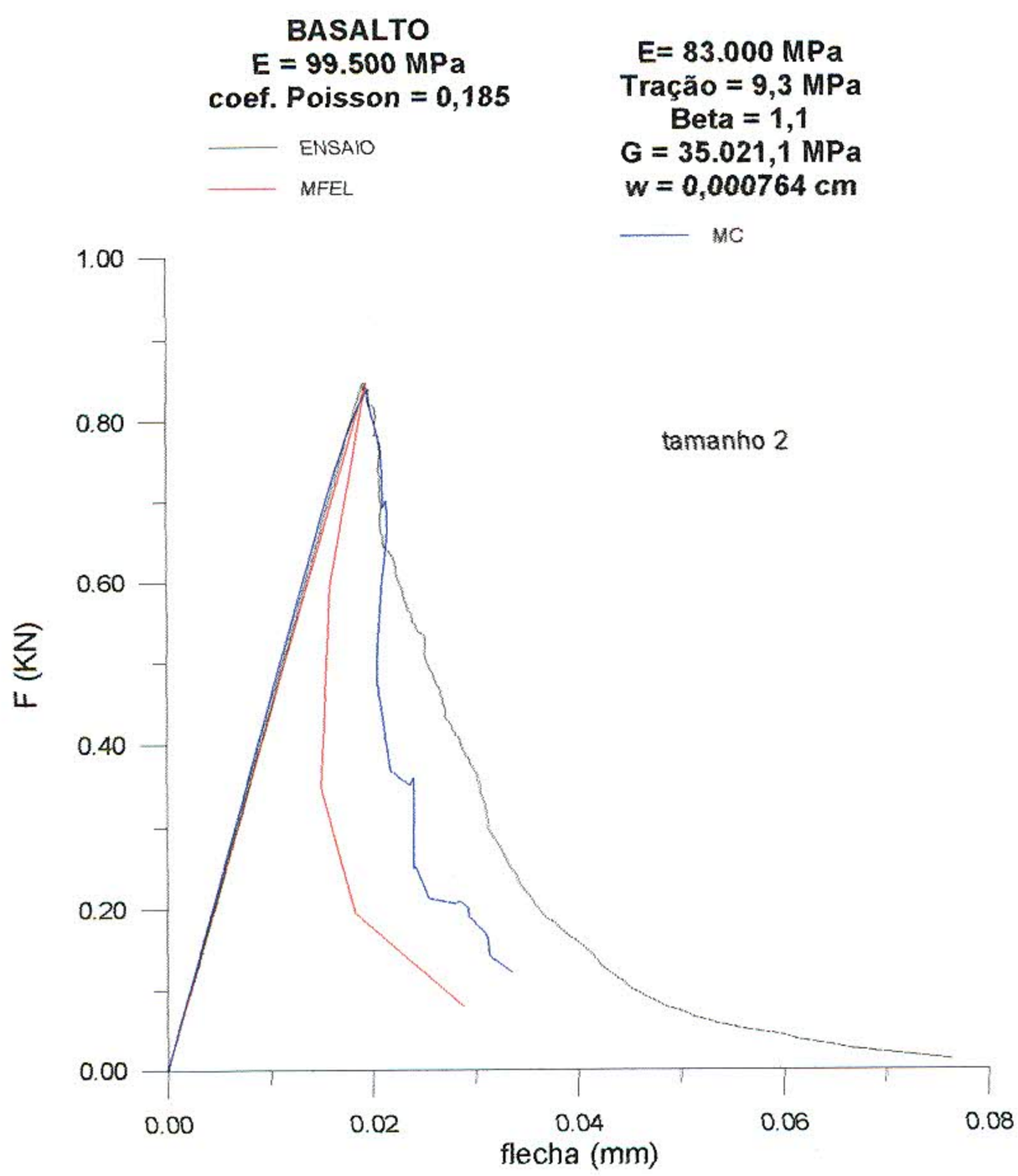

BASALTO
E = 91.000 MPa
coef. Poisson = 0,185
ENSAIO
MFEL
E = 75.000 MPa
coef. Poisson = 0,185
Tração = 10,9 MPa
Beta = 1,5
MC
tamanho 1
F (KN)
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
flecha (mm)

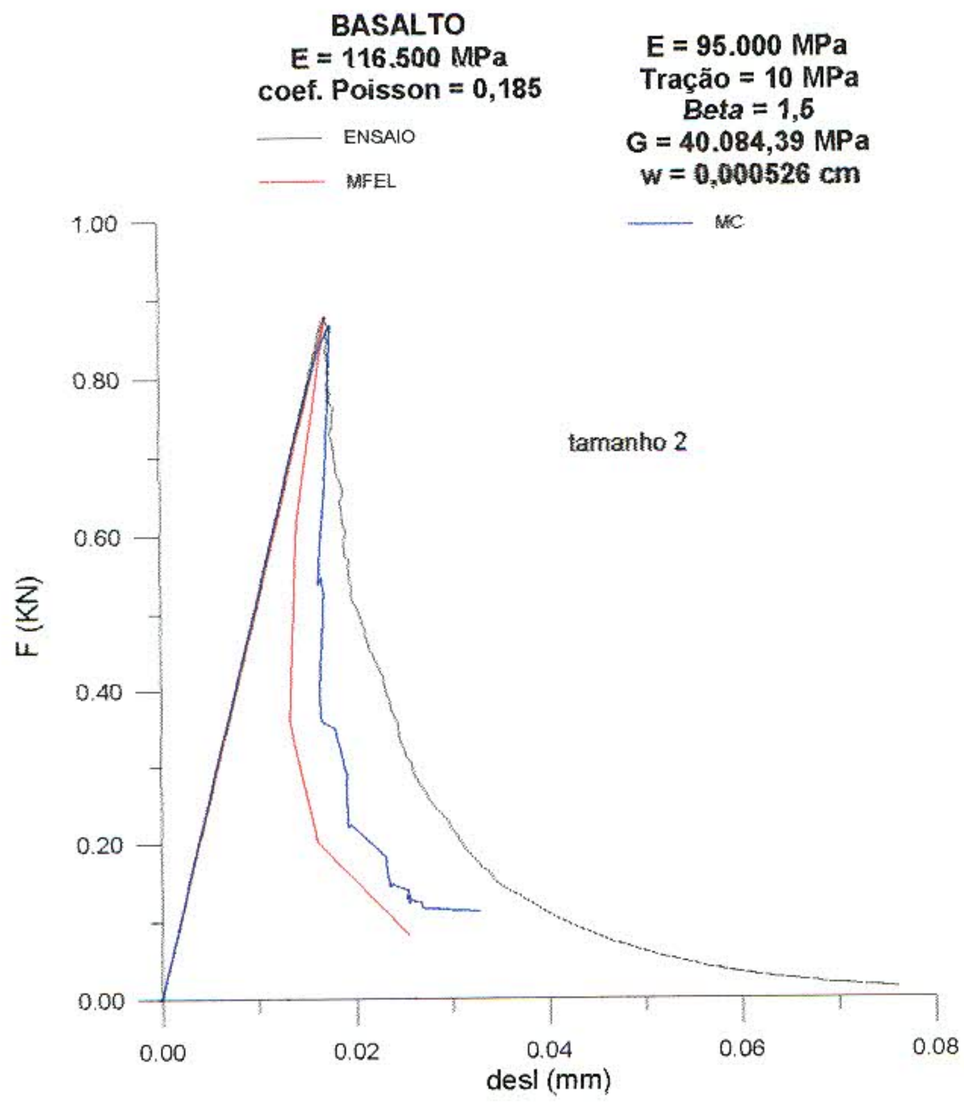

BASALTO
E = 88.000 MPa
coef. Poisson = 0,185
ENSAIO
MFEL
E = 73.000 MPa
coef. Poisson = 0,185
Tração = 11,2 MPa
Beta = 1,2
MC
tamanho 1
F (KN)
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
flecha (mm)

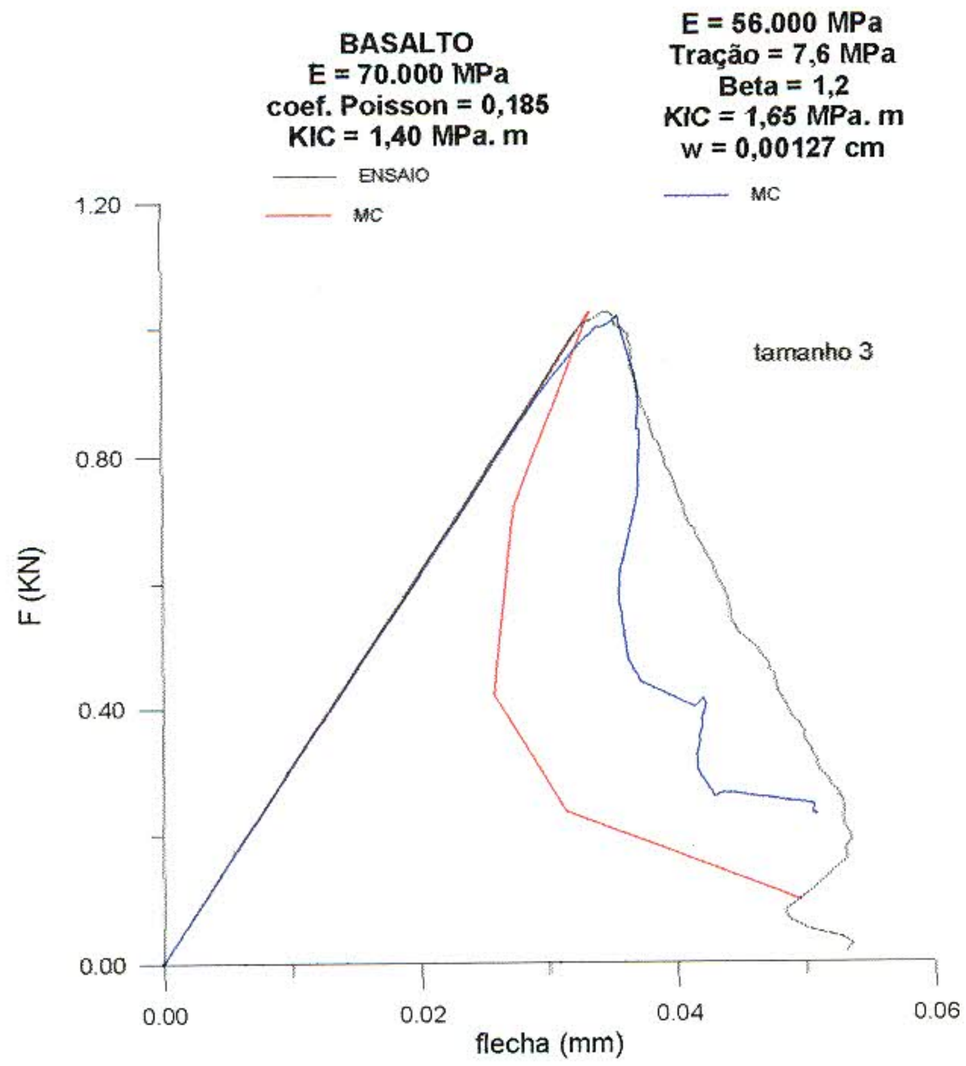

BASALTO
E = 115.000 MPa
coef. Poisson = 0,185
ENSAIO
MFEL
E = 94.000 MPa
Tração = 12,5 MPa
Beta = 1,6
G = 39.662,45 MPa
w = 0.000623 cm
MC
tamanho 2
F (KN)
1.20
0.80
0.40
0.00
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
flecha (mm)

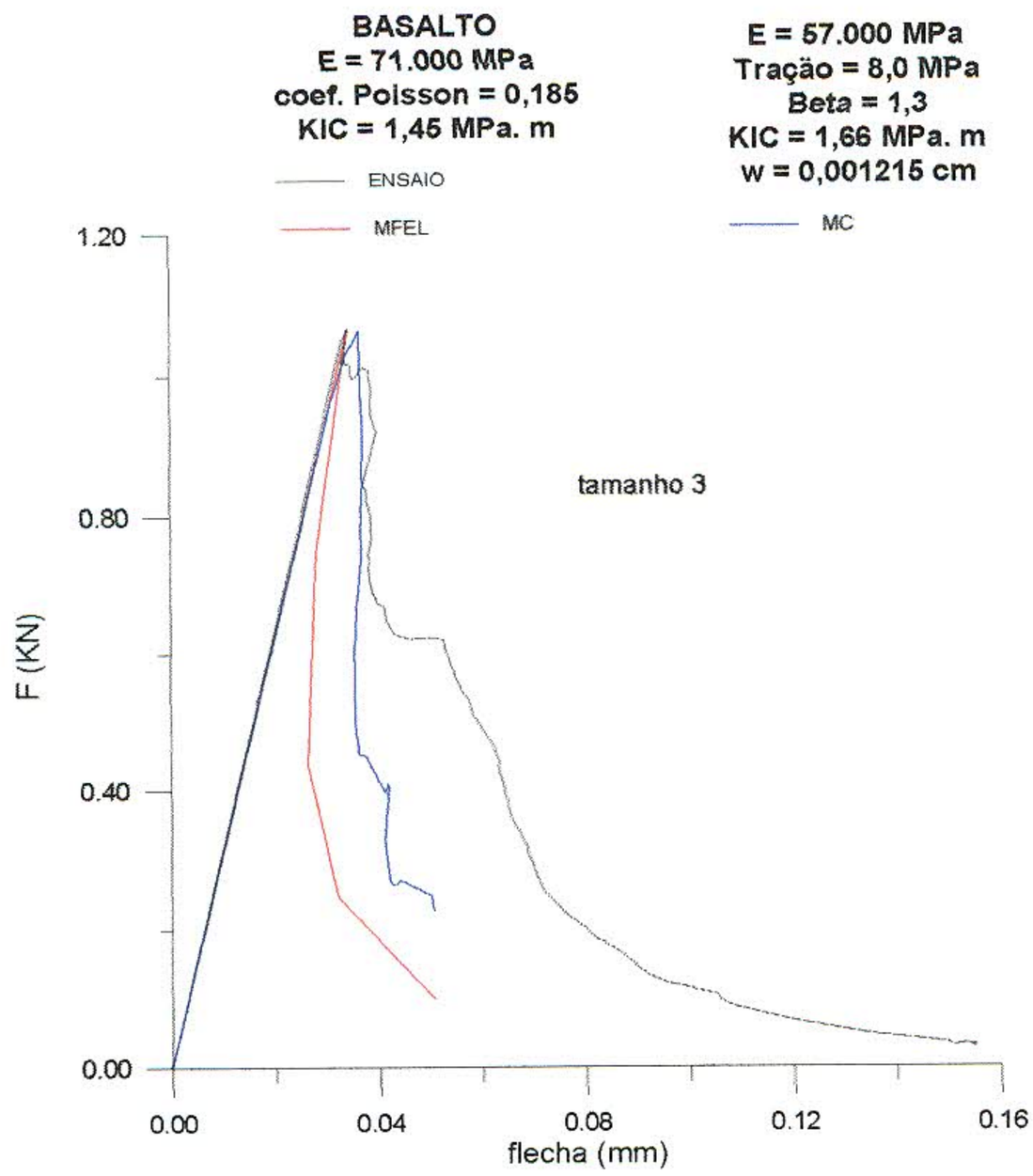

BASALTO
E = 88.000 MPa
coef. poisson = 0,185
ENSAIO
MFEL
E = 73.000 MPa
Tração = 10 MPa
Beta = 1,4
G = 30.801,69 MPa
w = 0.000734 cm
MC
tamanho 2
F (KN)
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
flecha (mm)

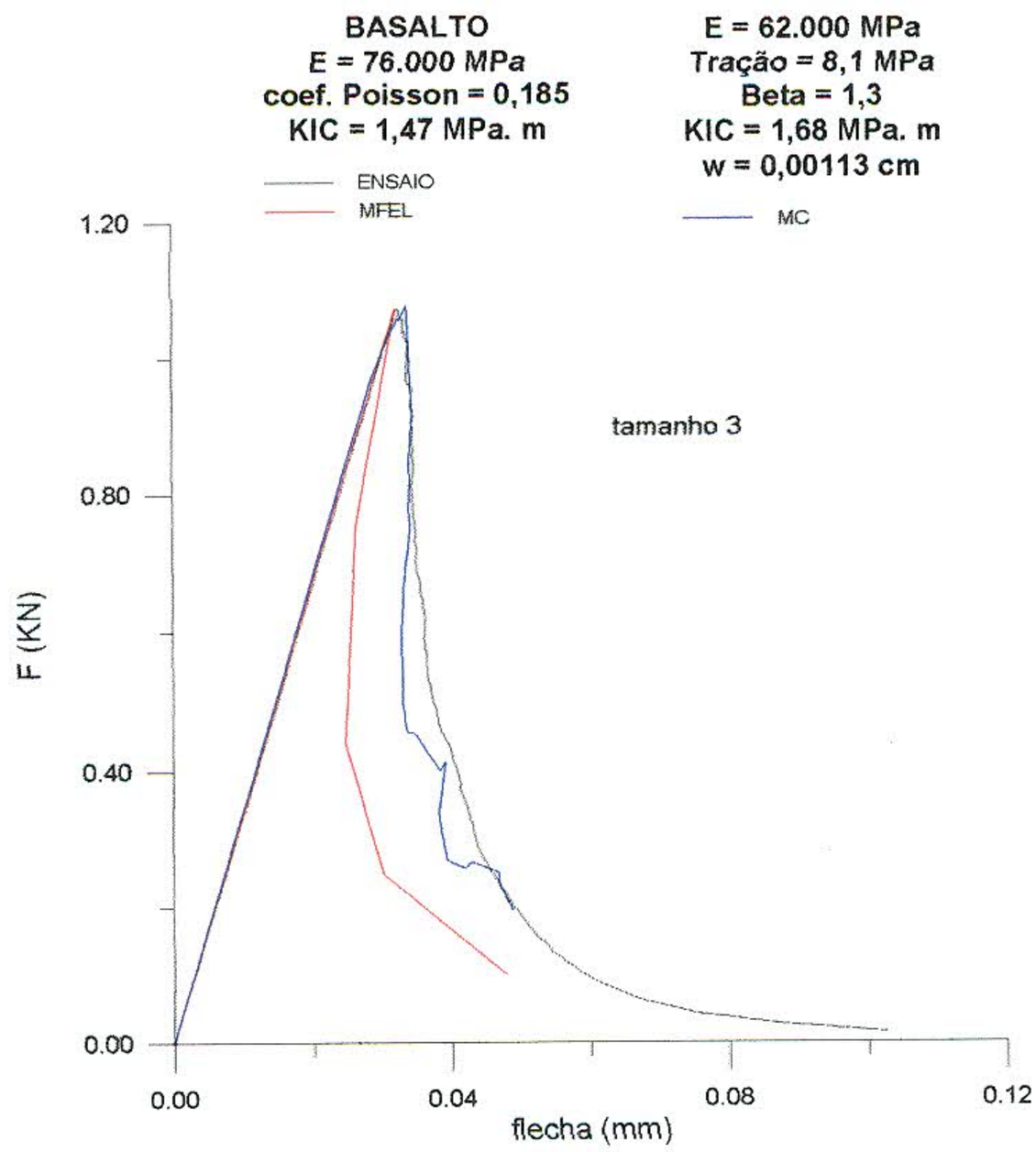

BASALTO
E = 80.500 MPa
coef. Poisson = 0,185
ENSAIO
MFEL
E = 64.000 MPa
Tração = 8,4 MPa
Beta = 1,25
G = 27.004,22 MPa
w = 0,000787 cm
MC
tamanho 2
F (KN)
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
flecha (mm)

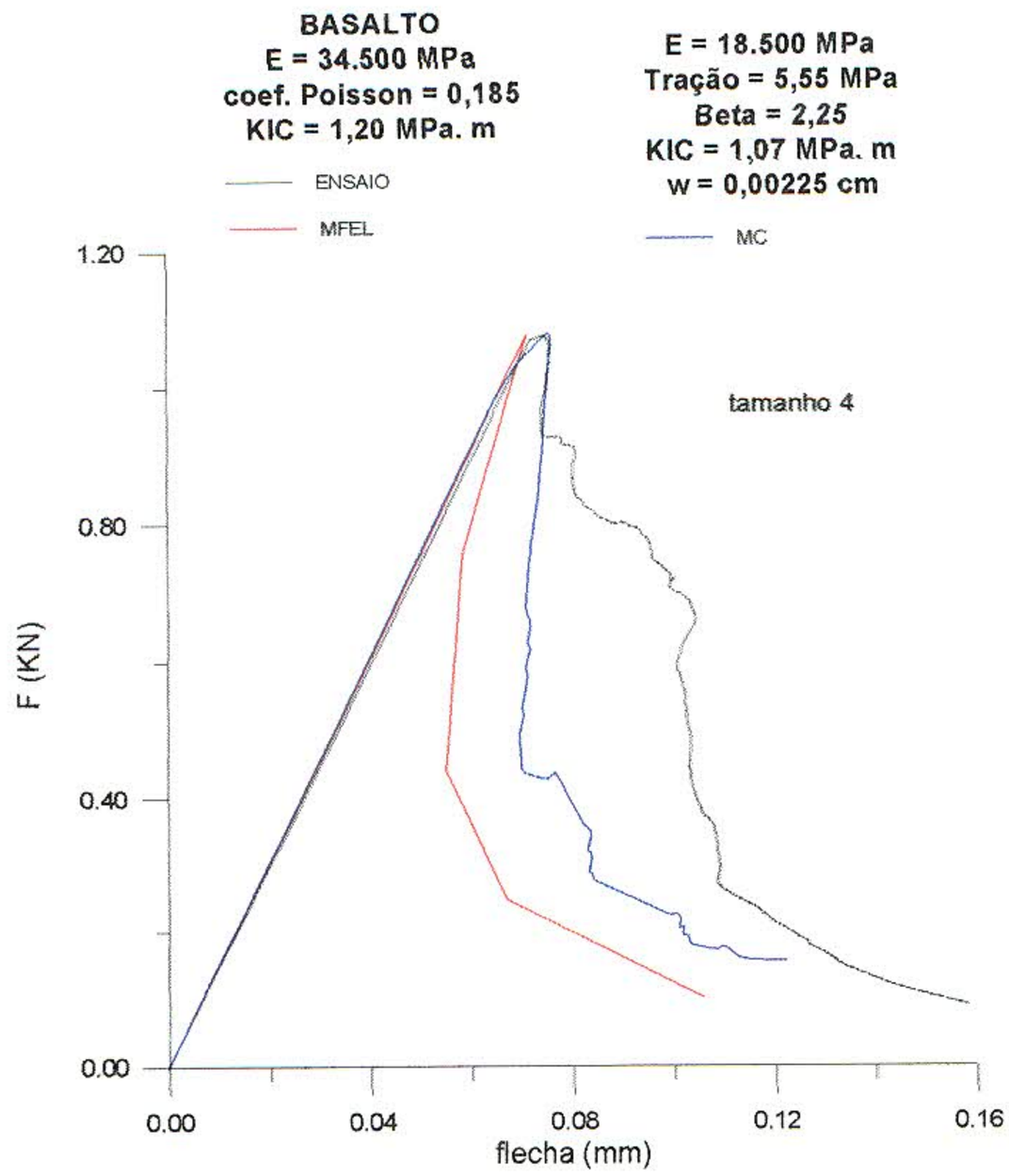

BASALTO
E = 99.500 MPa
coef. Poisson = 0,185
ENSAIO
MFEL
E= 83.000 MPa
Tração = 9,3 MPa
Beta = 1,1
G = 35.021,1 MPa
w = 0,000764 cm
MC
tamanho 2
F (KN)
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08
flecha (mm)

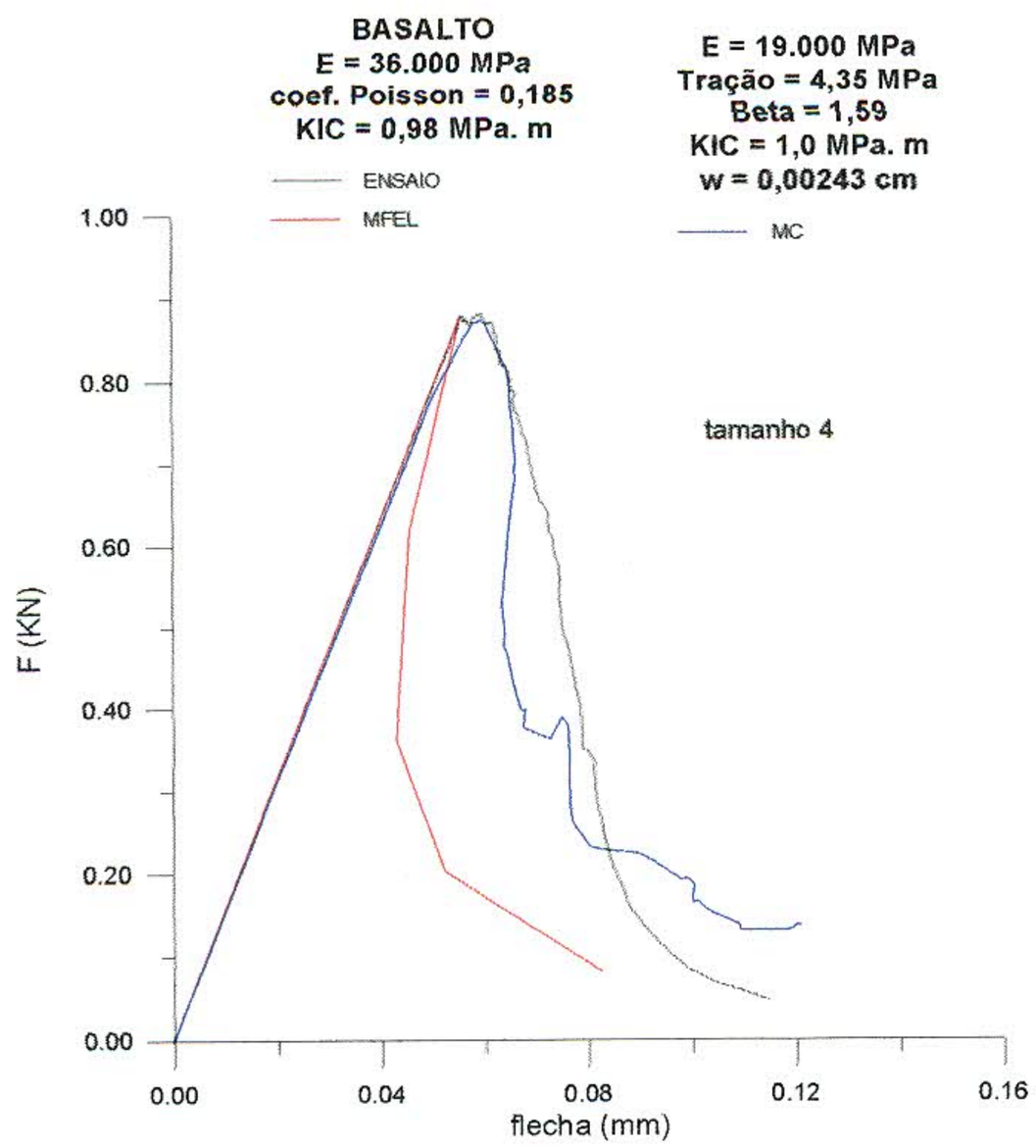

BASALTO
E = 116.500 MPa
coef. Poisson = 0,185
ENSAIO
MFEL
E = 95.000 MPa
Tração = 10 MPa
Beta = 1,5
G = 40.084,39 MPa
w = 0,000526 cm
MC
tamanho 2
F (KN)
desl (mm)
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.02
0.04
0.06
0.08

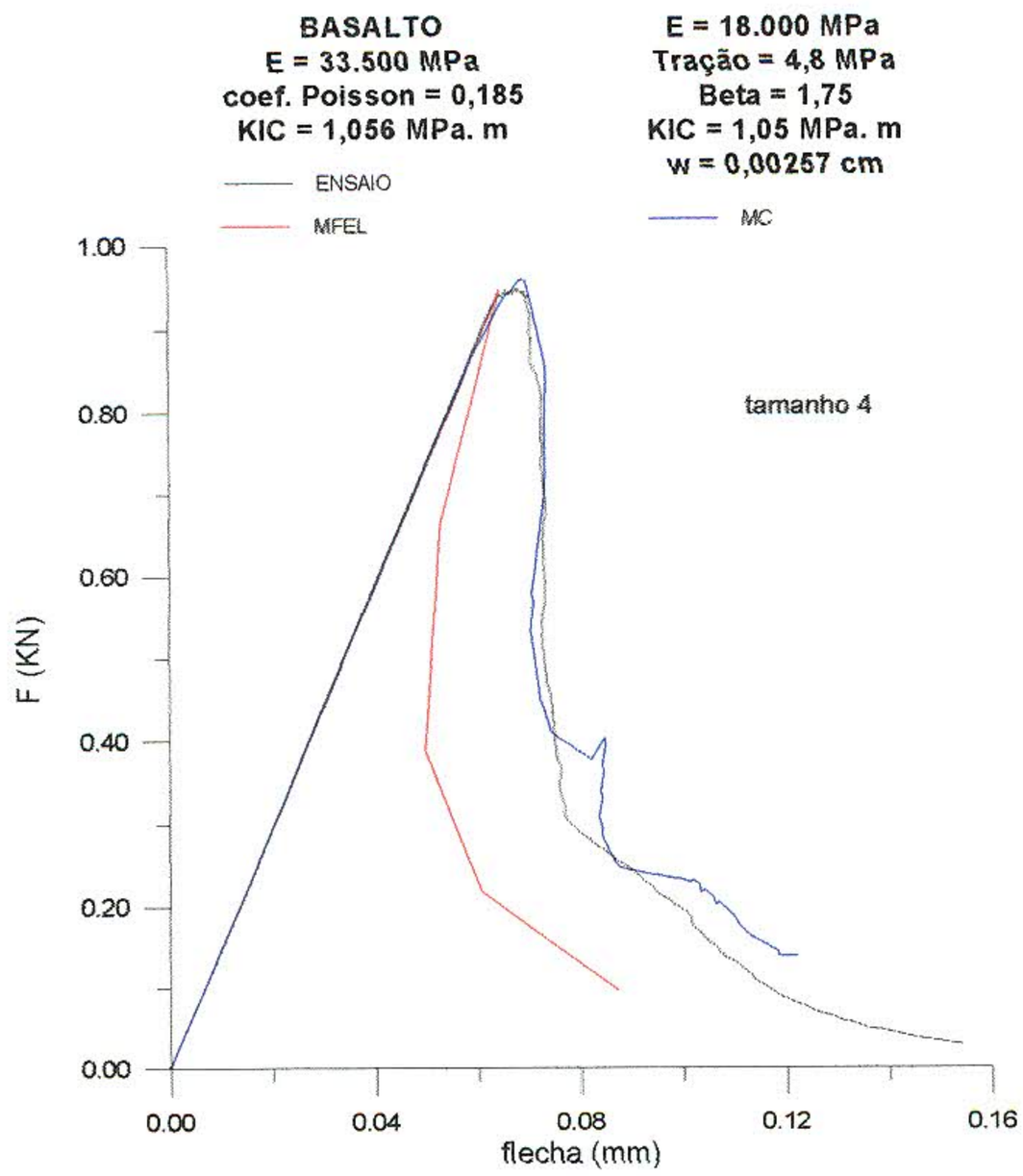

BASALTO
E = 70.000 MPa
coef. Poisson = 0,185
KIC = 1,40 MPa. m
ENSAIO
MC
E = 56.000 MPa
Tração = 7,6 MPa
Beta = 1,2
KIC = 1,65 MPa. m
w = 0,00127 cm
MC
tamanho 3
F (KN)
flecha (mm)
1.20
0.80
0.40
0.00
0.00
0.02
0.04
0.06

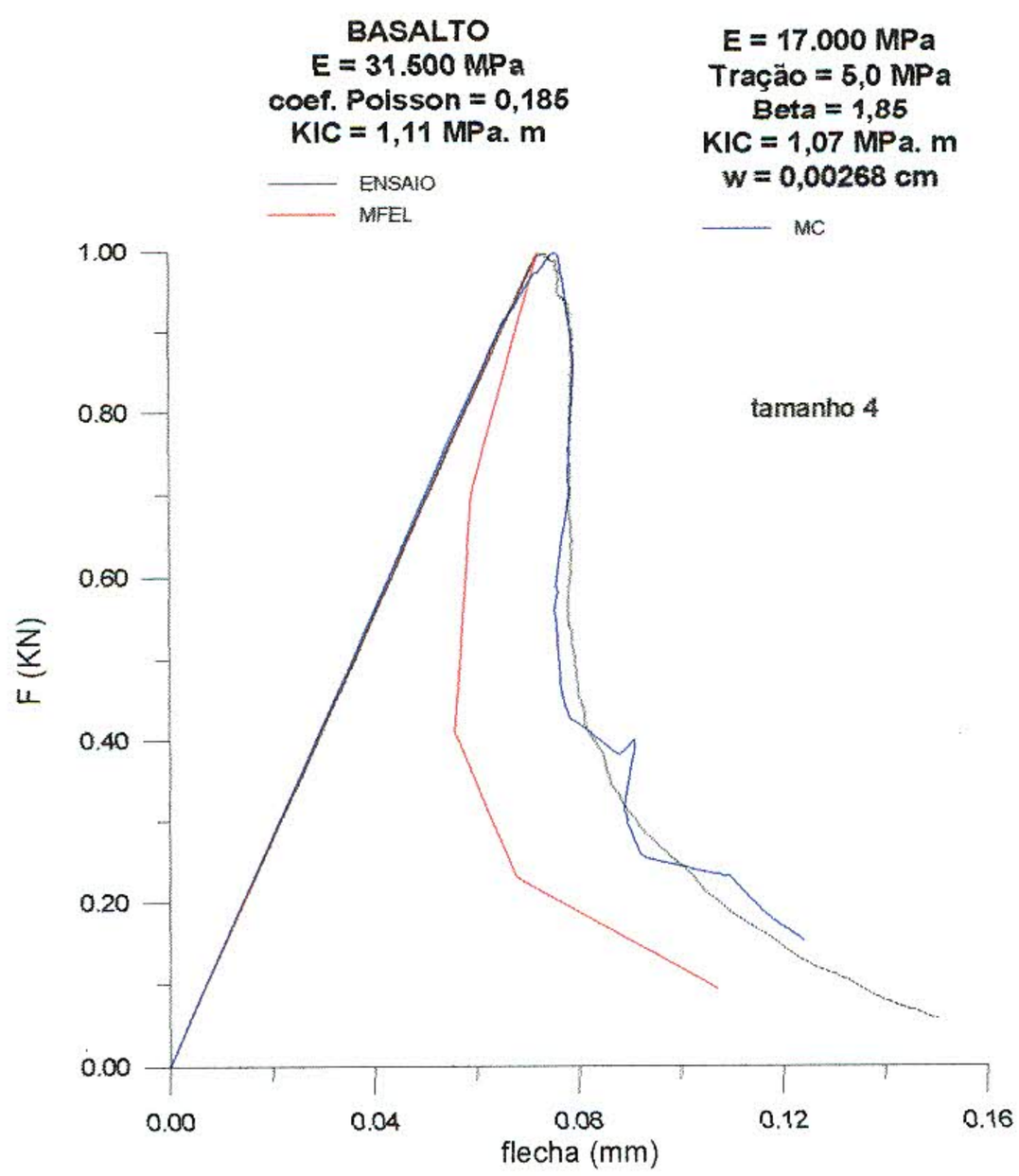

BASALTO
E = 71.000 MPa
coef. Poisson = 0,185
KIC = 1,45 MPa. m
E = 57.000 MPa
Tração = 8,0 MPa
Beta = 1,3
KIC = 1,66 MPa. m
w = 0,001215 cm
ENSAIO
MFEL
MC
tamanho 3
F (KN)
1.20
0.80
0.40
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

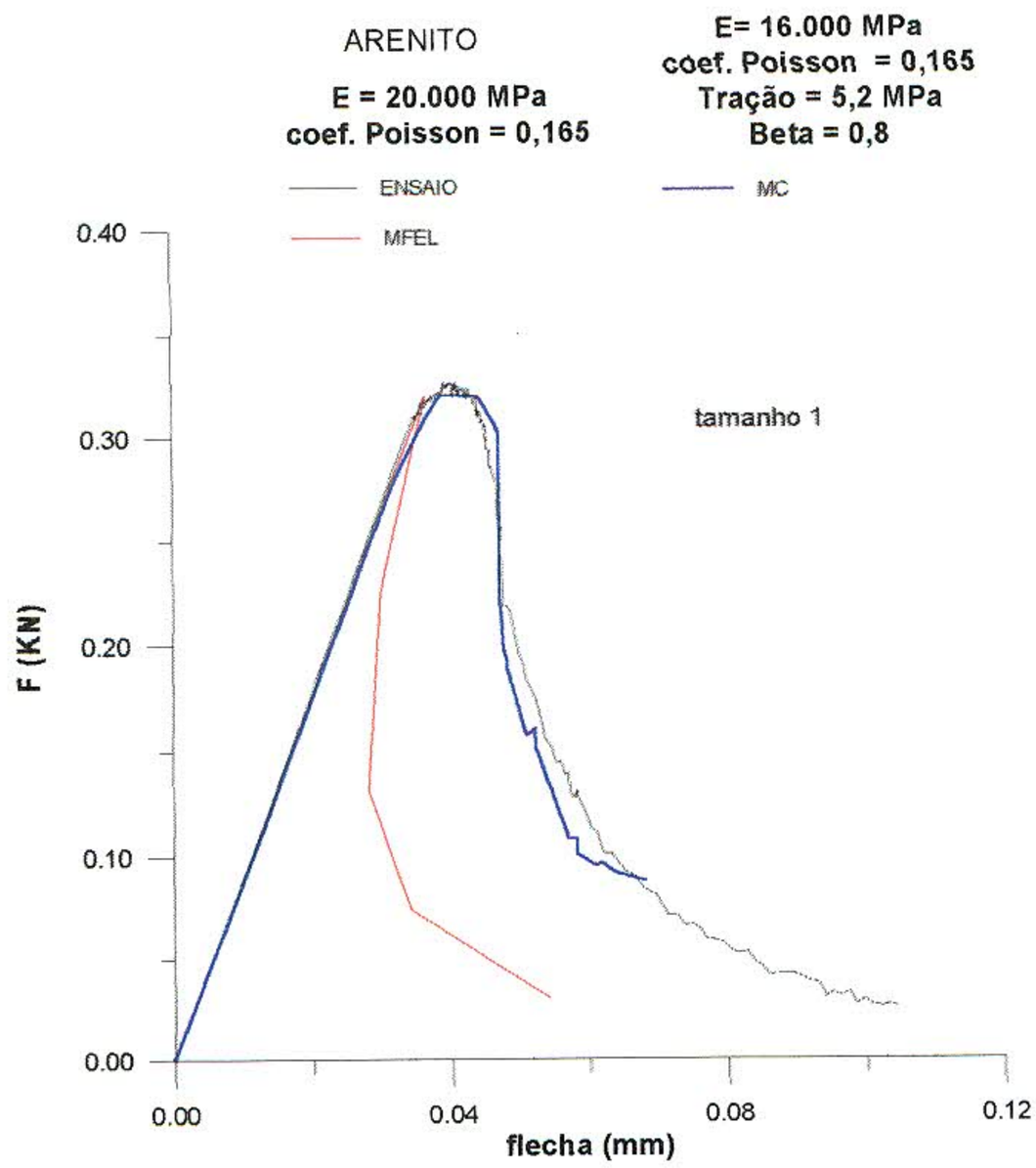

BASALTO
E = 76.000 MPa
coef. Poisson = 0,185
KIC = 1,47 MPa. m
E = 62.000 MPa
Tração = 8,1 MPa
Beta = 1,3
KIC = 1,68 MPa. m
w = 0,00113 cm
ENSAIO
MFEL
MC
tamanho 3
F (KN)
1.20
0.80
0.40
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
flecha (mm)

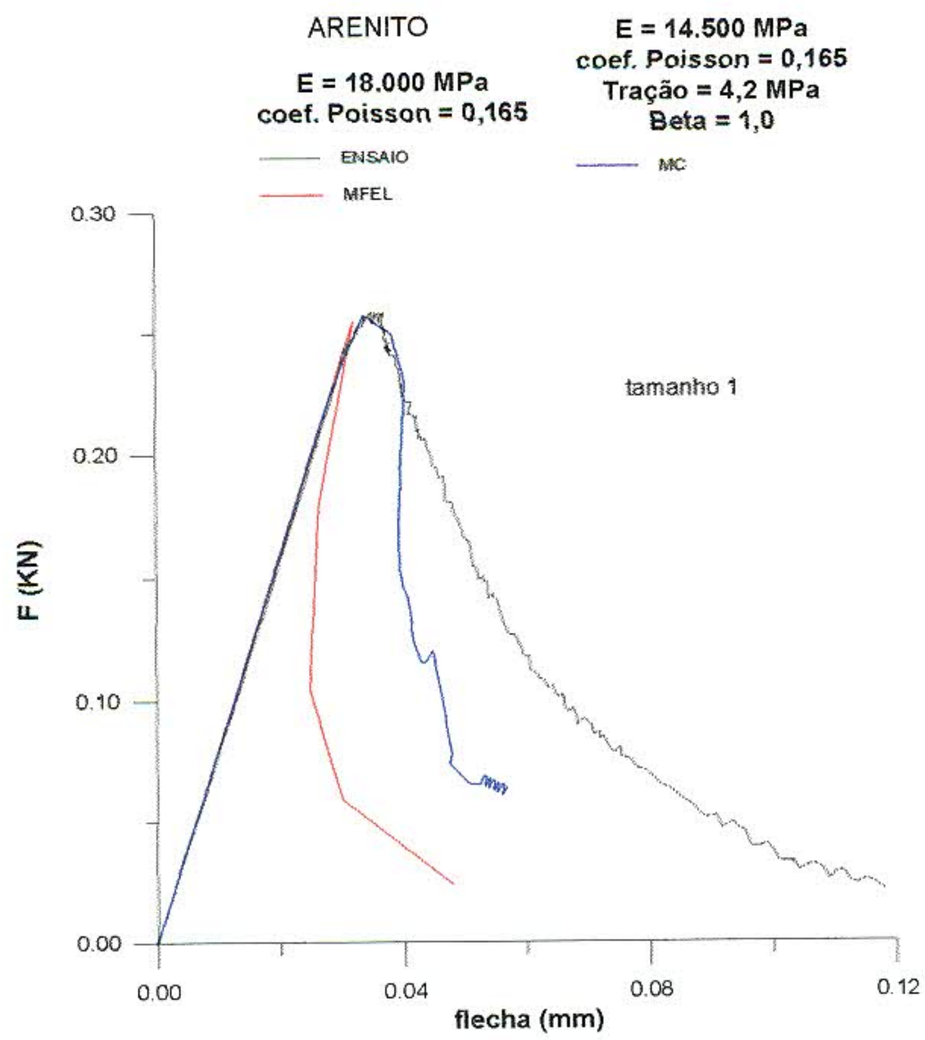

BASALTO
E = 34.500 MPa
coef. Poisson = 0,185
KIC = 1,20 MPa. m
ENSAIO
MFEL
E = 18.500 MPa
Tração = 5,55 MPa
Beta = 2,25
KIC = 1,07 MPa. m
w = 0,00225 cm
MC
tamanho 4
F (KN)
1.20
0.80
0.40
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

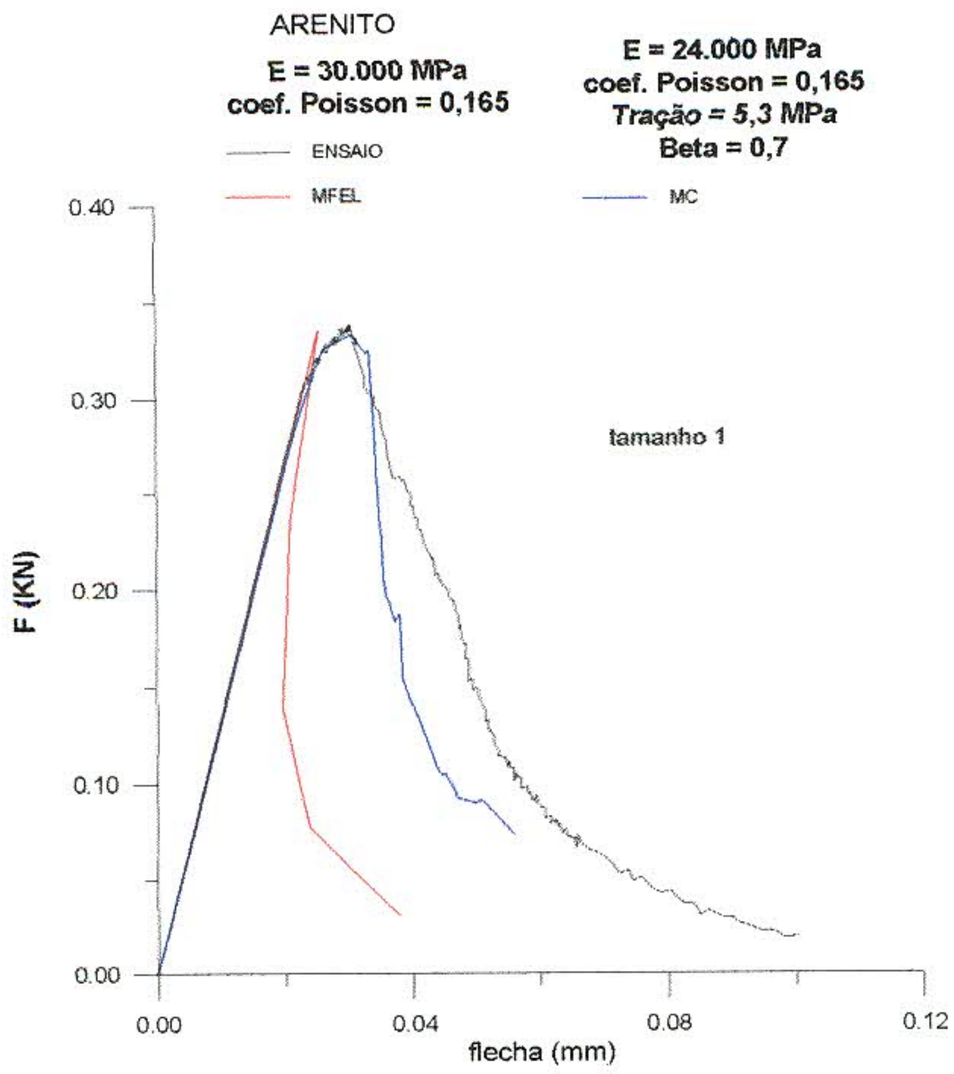

BASALTO
E = 36.000 MPa
coef. Poisson = 0,185
KIC = 0,98 MPa. m
ENSAIO
MFEL
E = 19.000 MPa
Tração = 4,35 MPa
Beta = 1,59
KIC = 1,0 MPa. m
w = 0,00243 cm
MC
tamanho 4
F (KN)
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

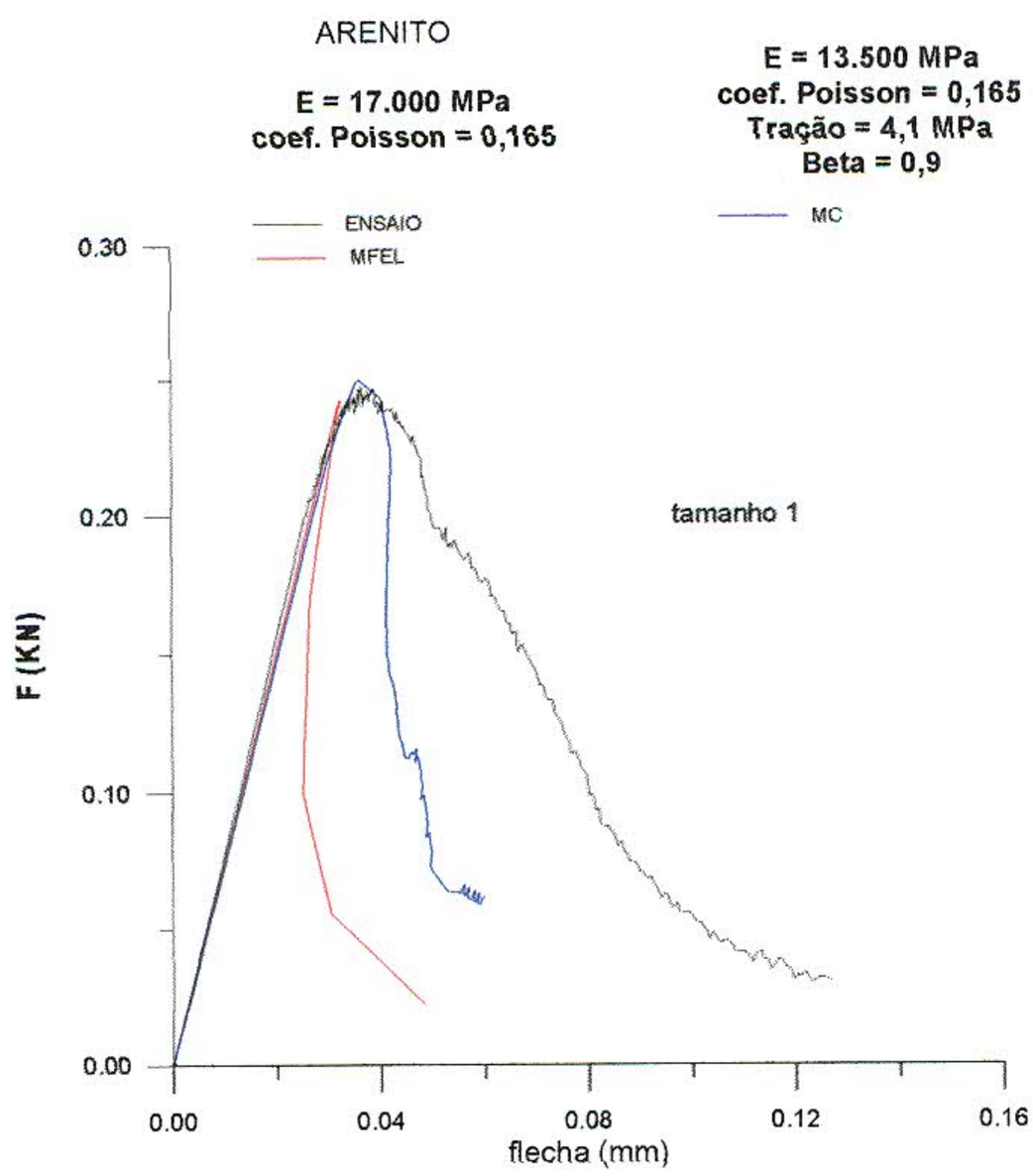

BASALTO
E = 33.500 MPa
coef. Poisson = 0,185
KIC = 1,056 MPa. m
ENSAIO
MFEL
E = 18.000 MPa
Tração = 4,8 MPa
Beta = 1,75
KIC = 1,05 MPa. m
w = 0,00257 cm
MC
tamanho 4
F (KN)
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

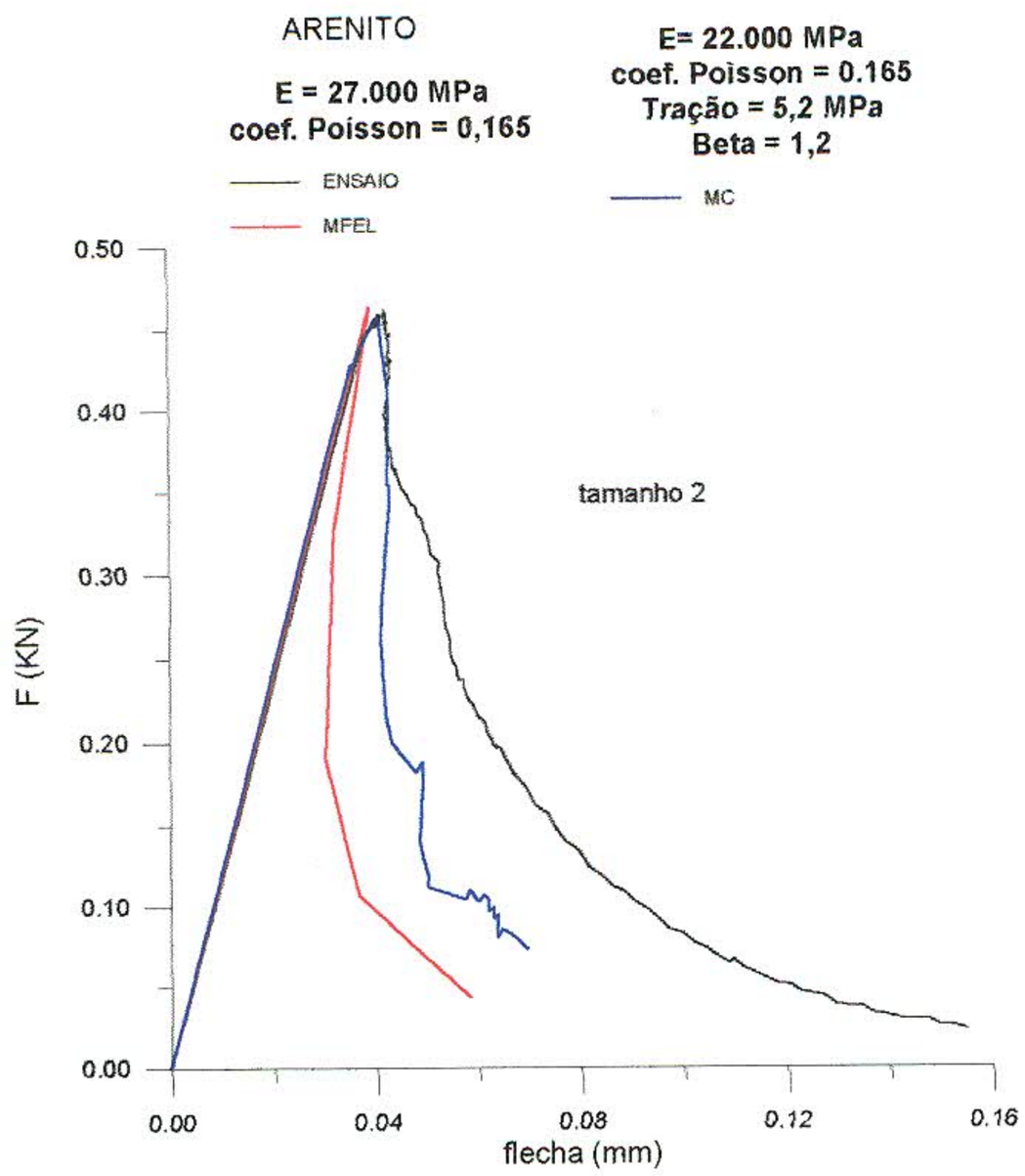

BASALTO
E = 31.500 MPa
coef. Poisson = 0,185
KIC = 1,11 MPa. m
ENSAIO
MFEL
E = 17.000 MPa
Tração = 5,0 MPa
Beta = 1,85
KIC = 1,07 MPa. m
w = 0,00268 cm
MC
tamanho 4
F (KN)
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

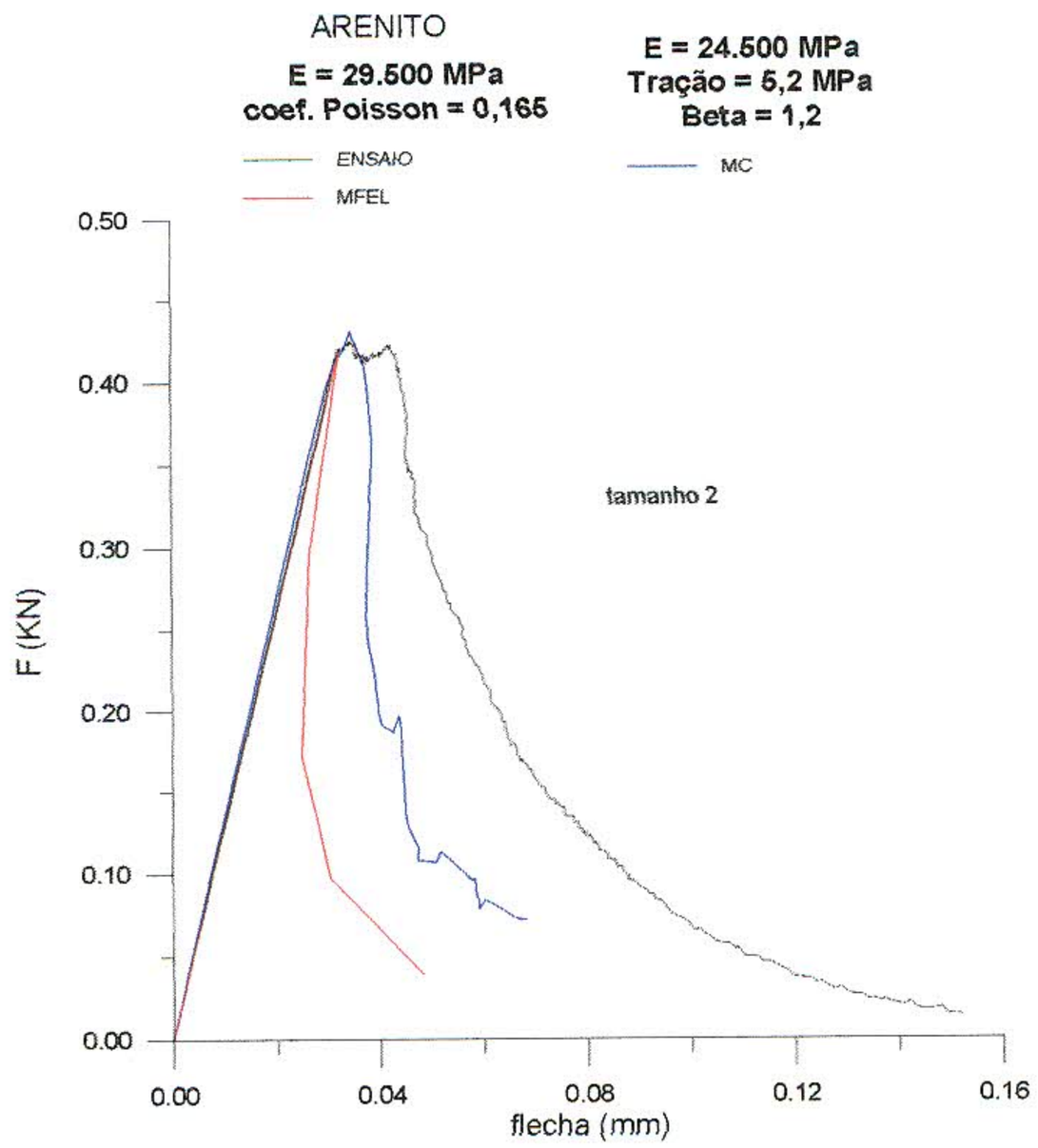

ARENITO
E = 20.000 MPa
coef. Poisson = 0,165
E= 16.000 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 5,2 MPa
Beta = 0,8
ENSAIO
MC
MFEL
tamanho 1
F (KN)
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
flecha (mm)

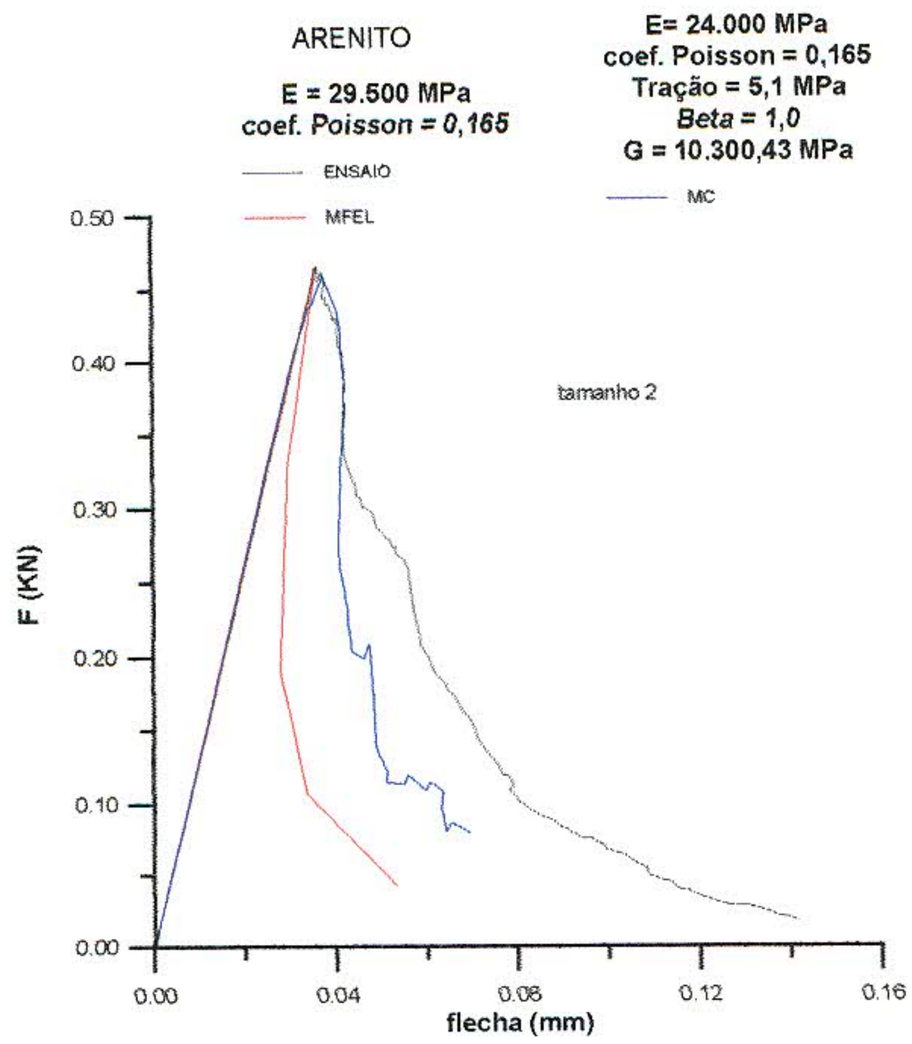

ARENITO
E = 18.000 MPa
coef. Poisson = 0,165
E = 14.500 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 4,2 MPa
Beta = 1,0
ENSAIO
MC
MFEL
tamanho 1
F (KN)
0.30
0.20
0.10
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
flecha (mm)

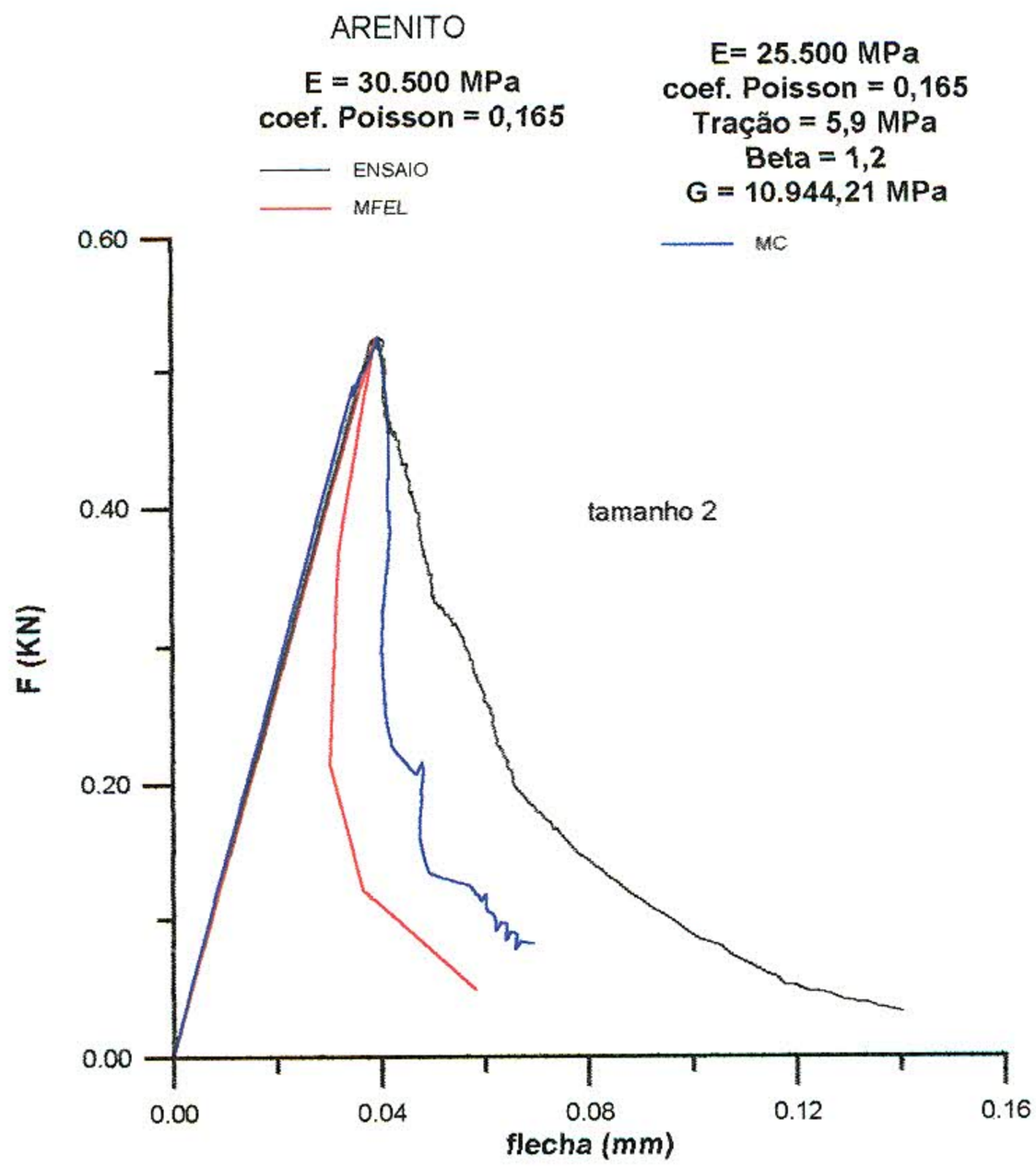

ARENITO
E = 30.000 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E = 24.000 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 5,3 MPa
Beta = 0,7
MC
tamanho 1
F (KN)
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
flecha (mm)

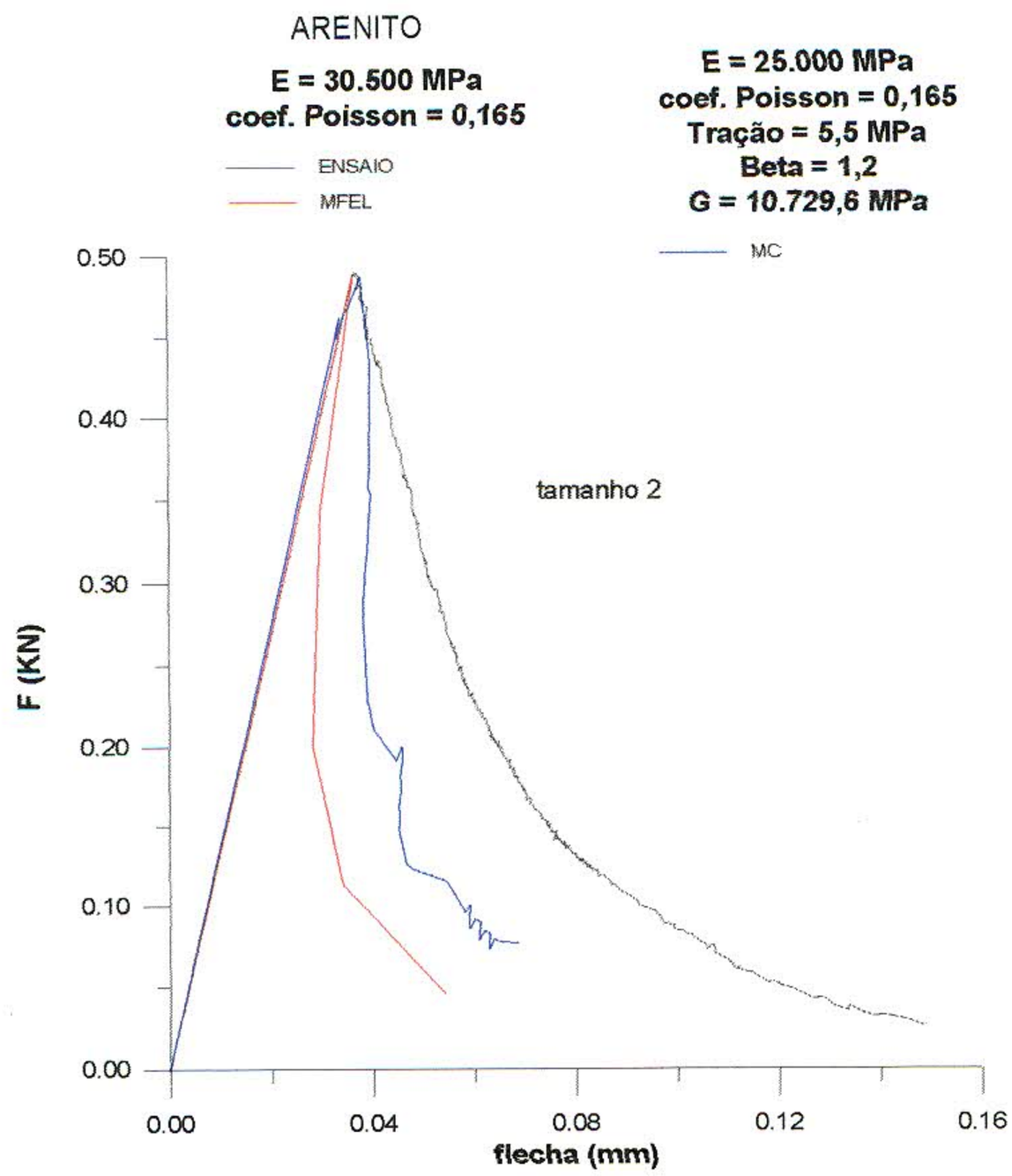

ARENITO
E = 17.000 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E = 13.500 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 4,1 MPa
Beta = 0,9
MC
tamanho 1
F (KN)
0.30
0.20
0.10
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

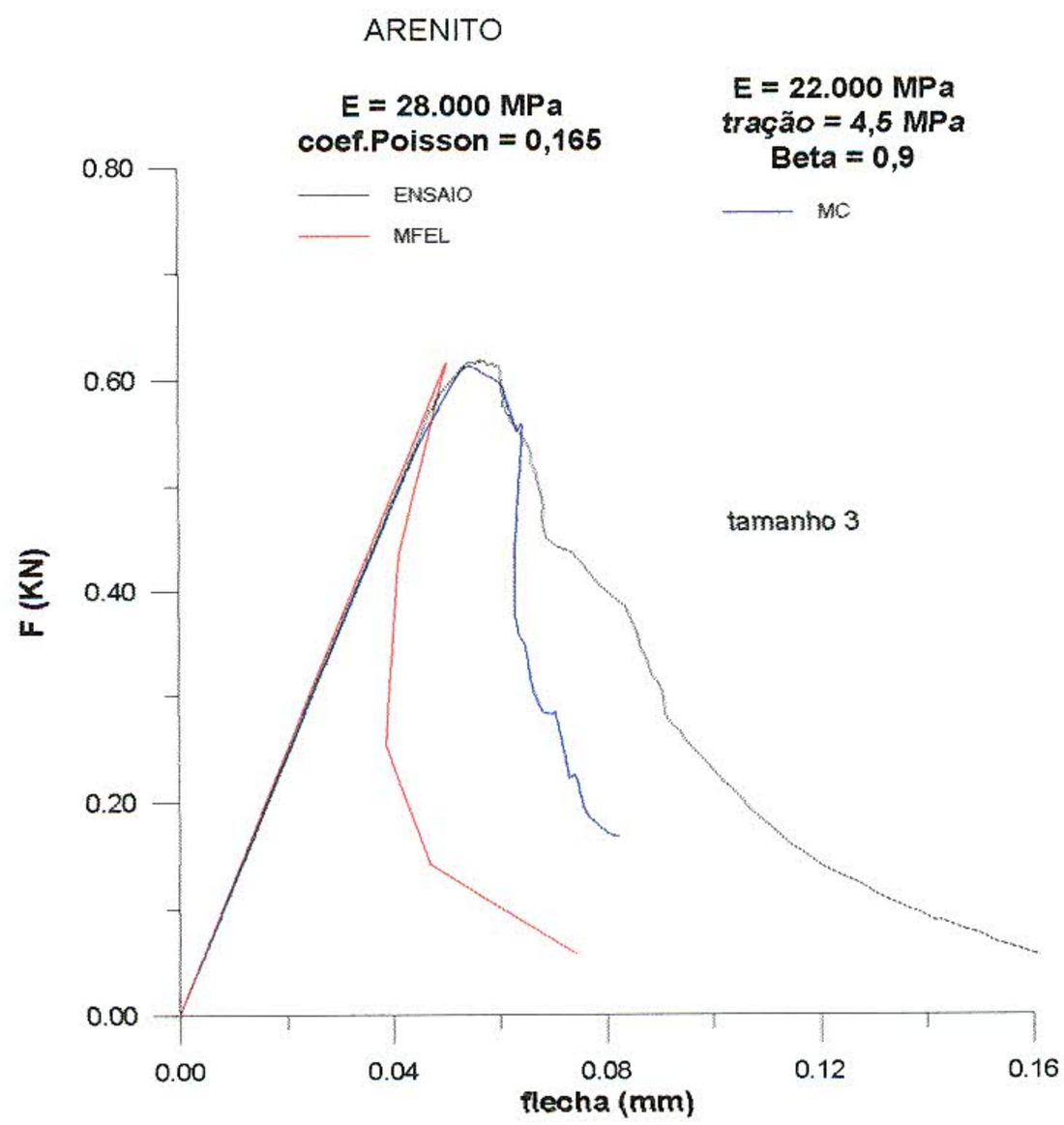

ARENITO
E = 27.000 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E= 22.000 MPa
coef. Poisson = 0.165
Tração = 5,2 MPa
Beta = 1,2
MC
tamanho 2
F (KN)
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

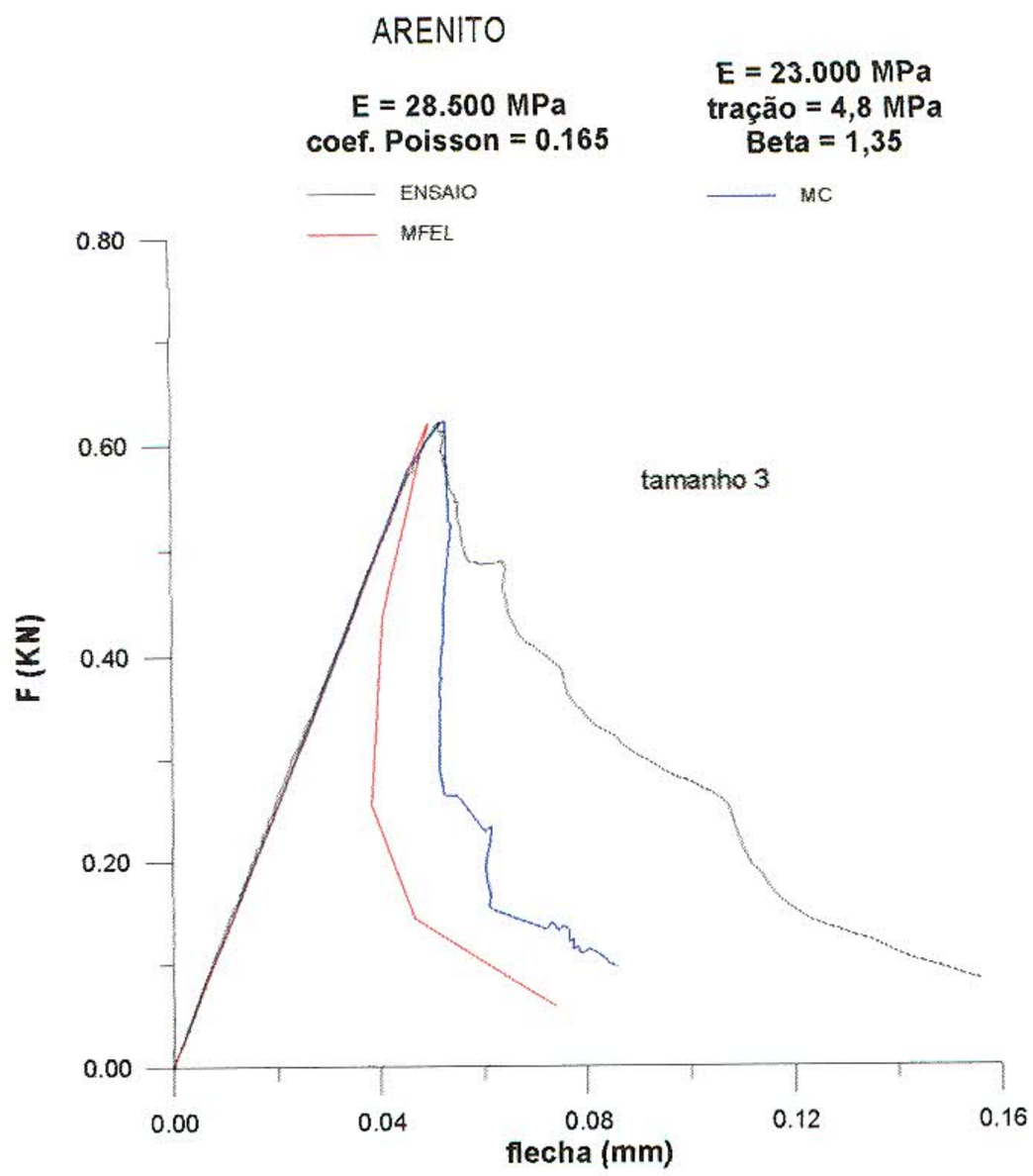

ARENITO
E = 29.500 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E = 24.500 MPa
Tração = 5,2 MPa
Beta = 1,2
MC
tamanho 2
F (KN)
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

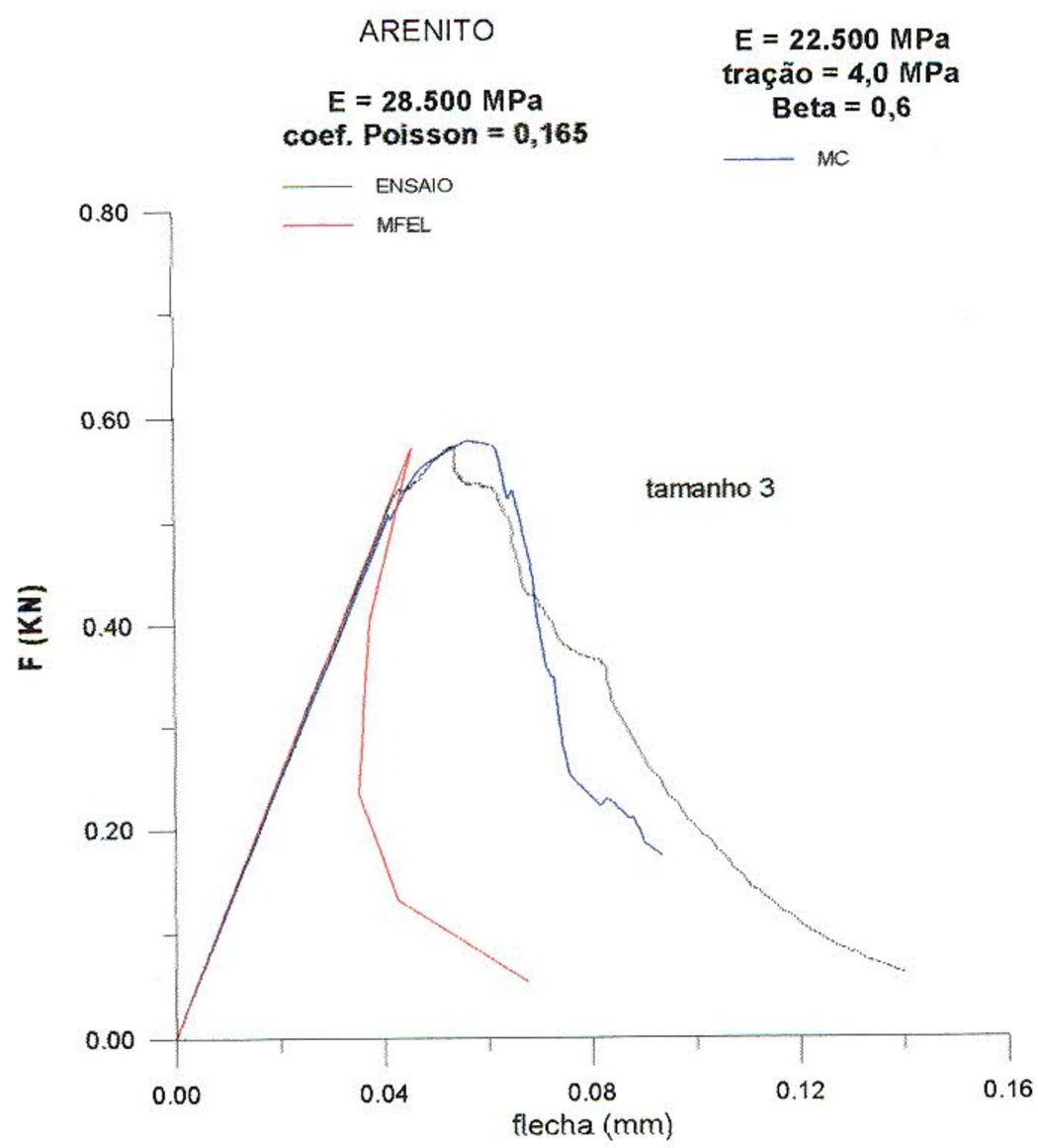

ARENITO
E = 29.500 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E= 24.000 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 5,1 MPa
Beta = 1,0
G = 10.300,43 MPa
MC
tamanho 2
F (KN)
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

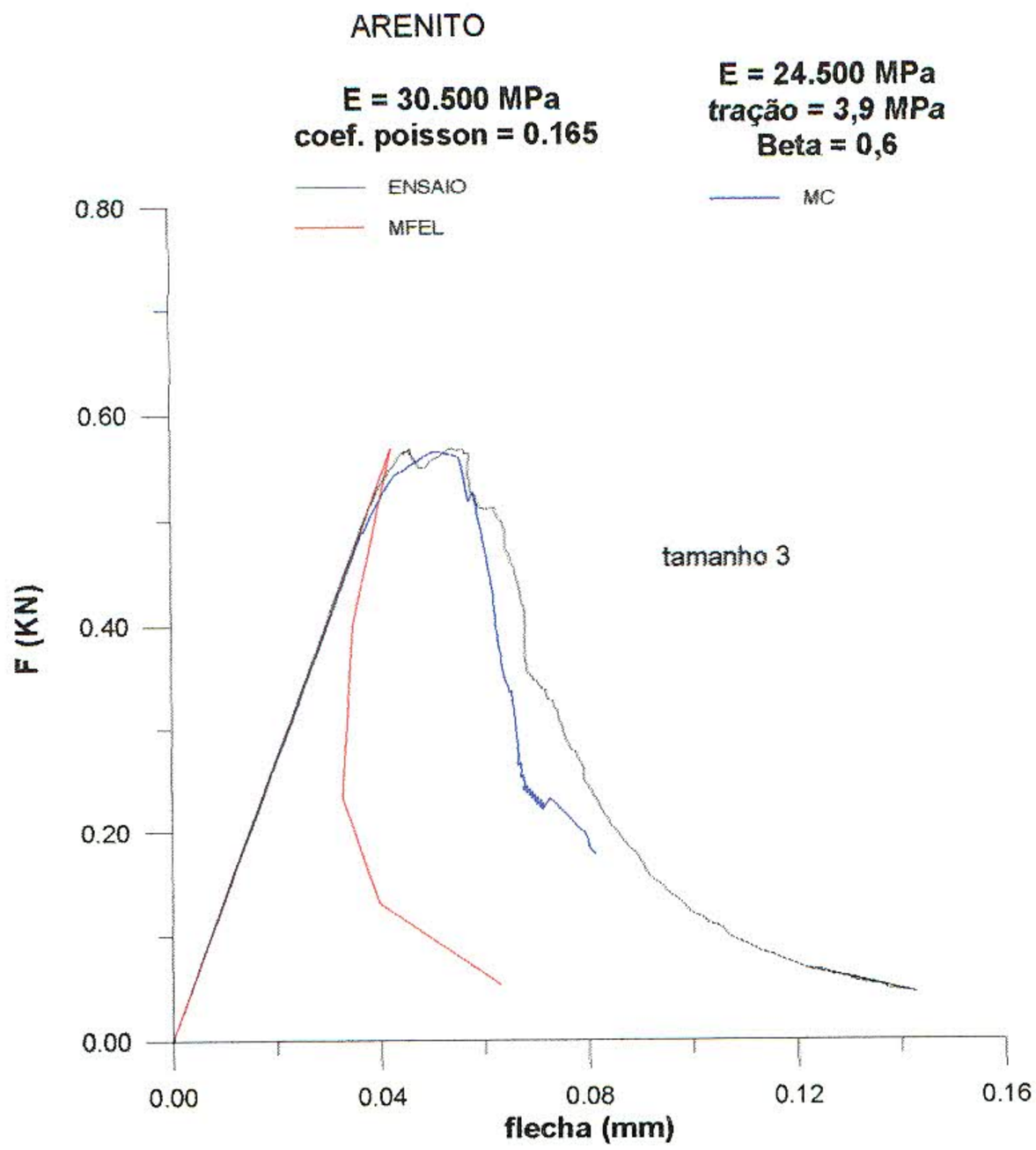

ARENITO
E = 30.500 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E= 25.500 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 5,9 MPa
Beta = 1,2
G = 10.944,21 MPa
MC
tamanho 2
F (KN)
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

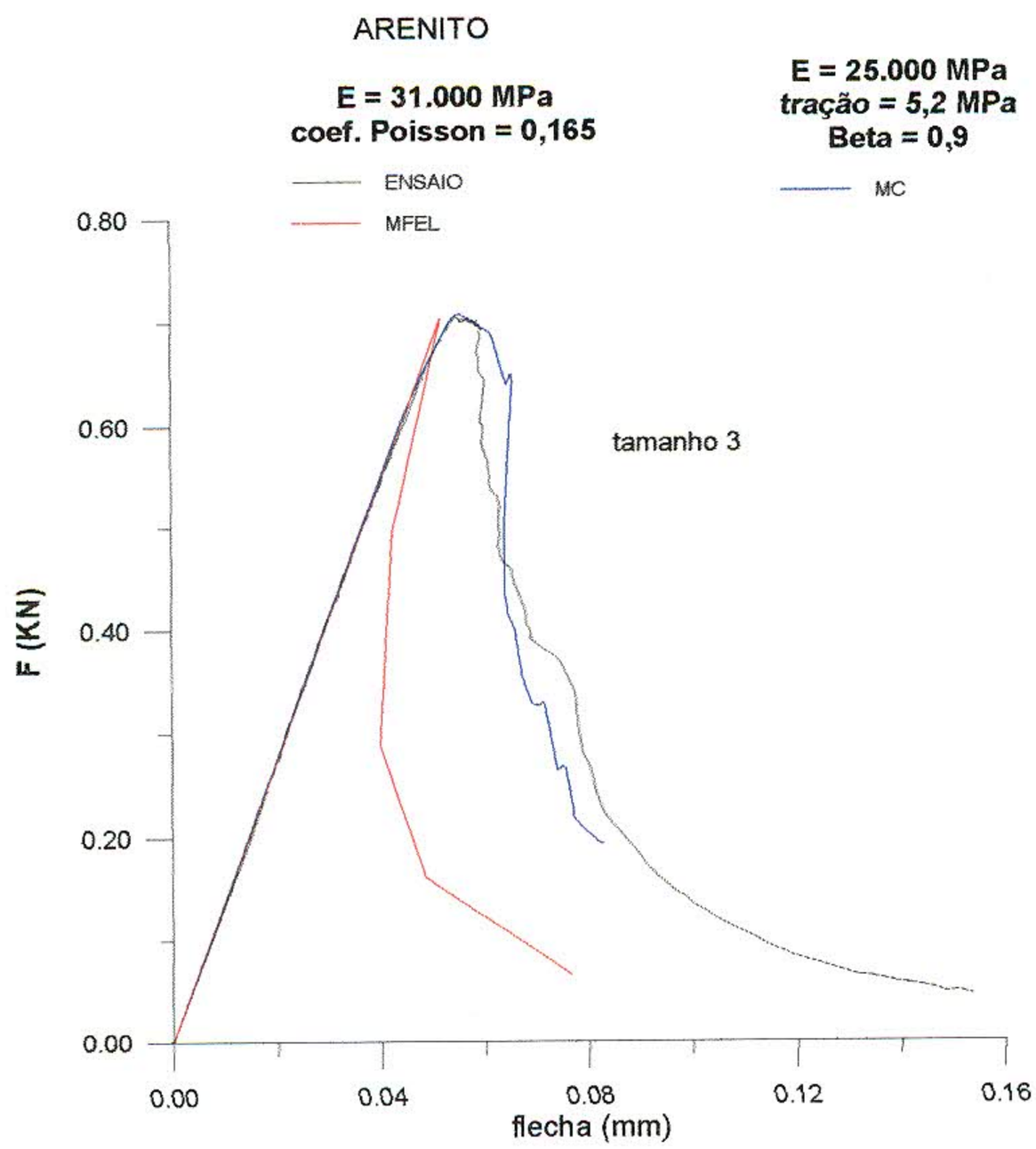

ARENITO
E = 30.500 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E = 25.000 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 5,5 MPa
Beta = 1,2
G = 10.729,6 MPa
MC
tamanho 2
F (KN)
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

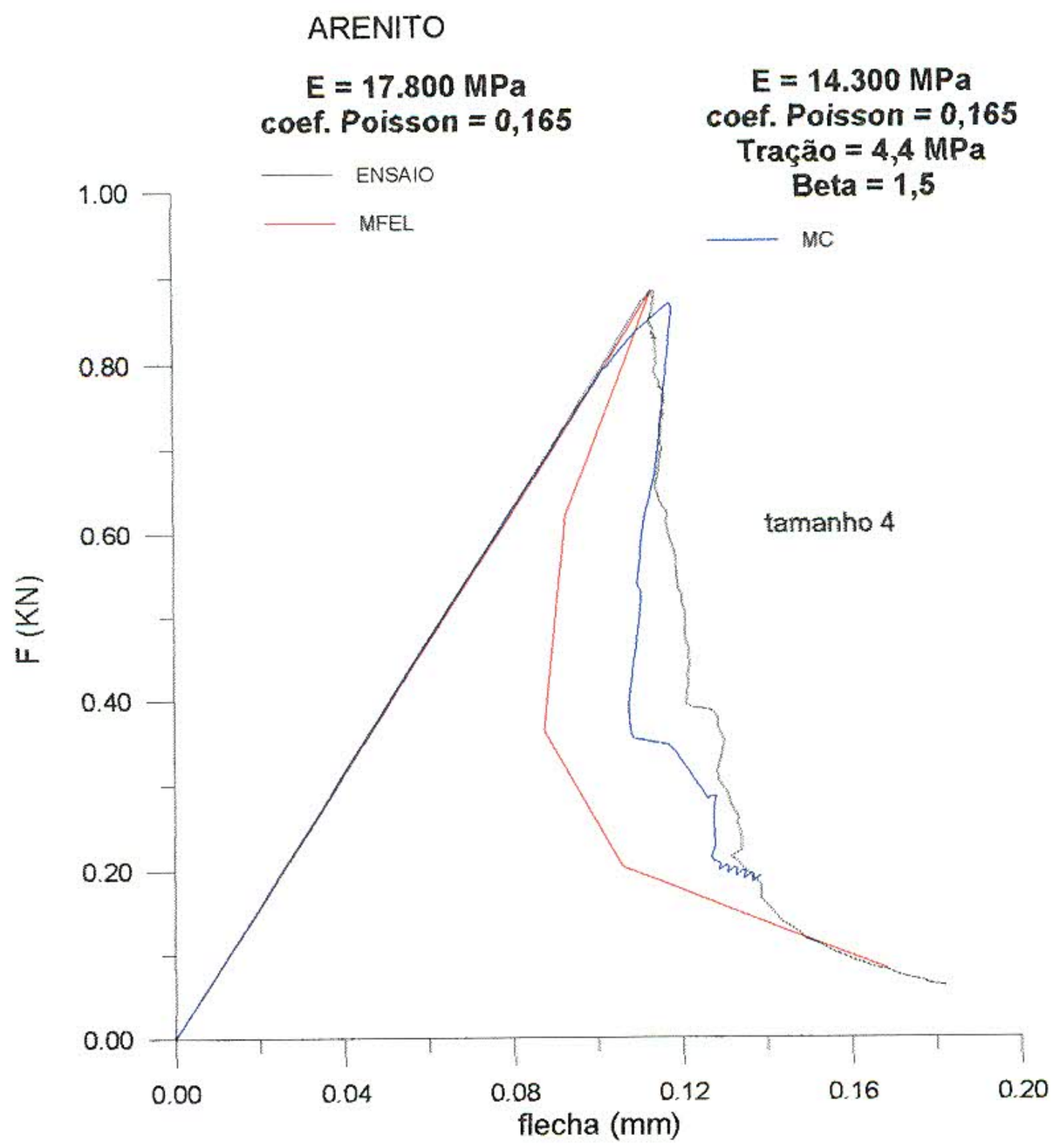

ARENITO
E = 28.000 MPa
coef.Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E = 22.000 MPa
tração = 4,5 MPa
Beta = 0,9
MC
tamanho 3
F (KN)
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

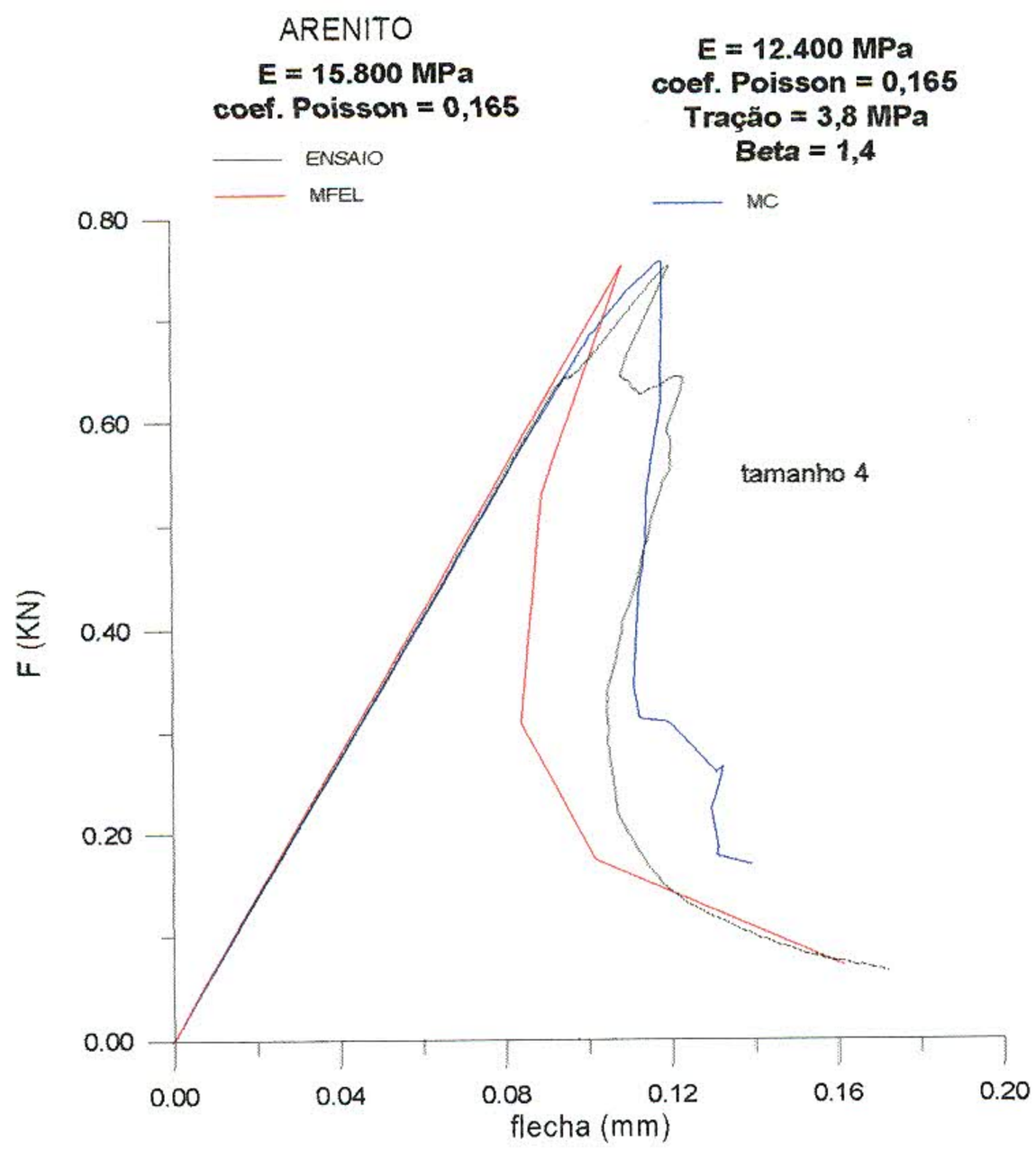

ARENITO
E = 28.500 MPa
coef. Poisson = 0.165
E = 23.000 MPa
tração = 4,8 MPa
Beta = 1,35
ENSAIO
MFEL
MC
tamanho 3
F (KN)
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

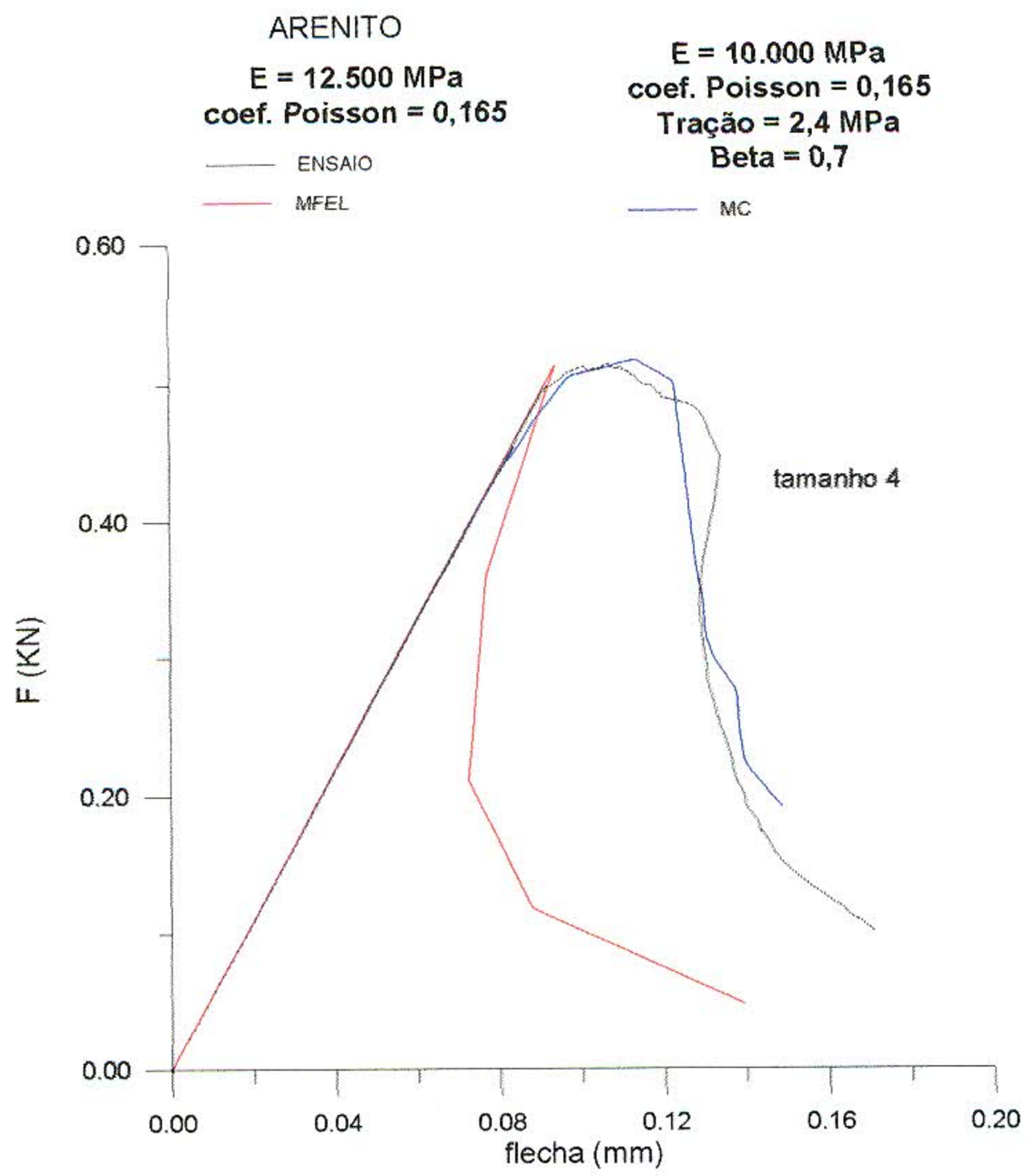

ARENITO
E = 28.500 MPa
coef. Poisson = 0,165
E = 22.500 MPa
tração = 4,0 MPa
Beta = 0,6
ENSAIO
MFEL
MC
tamanho 3
F (KN)
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

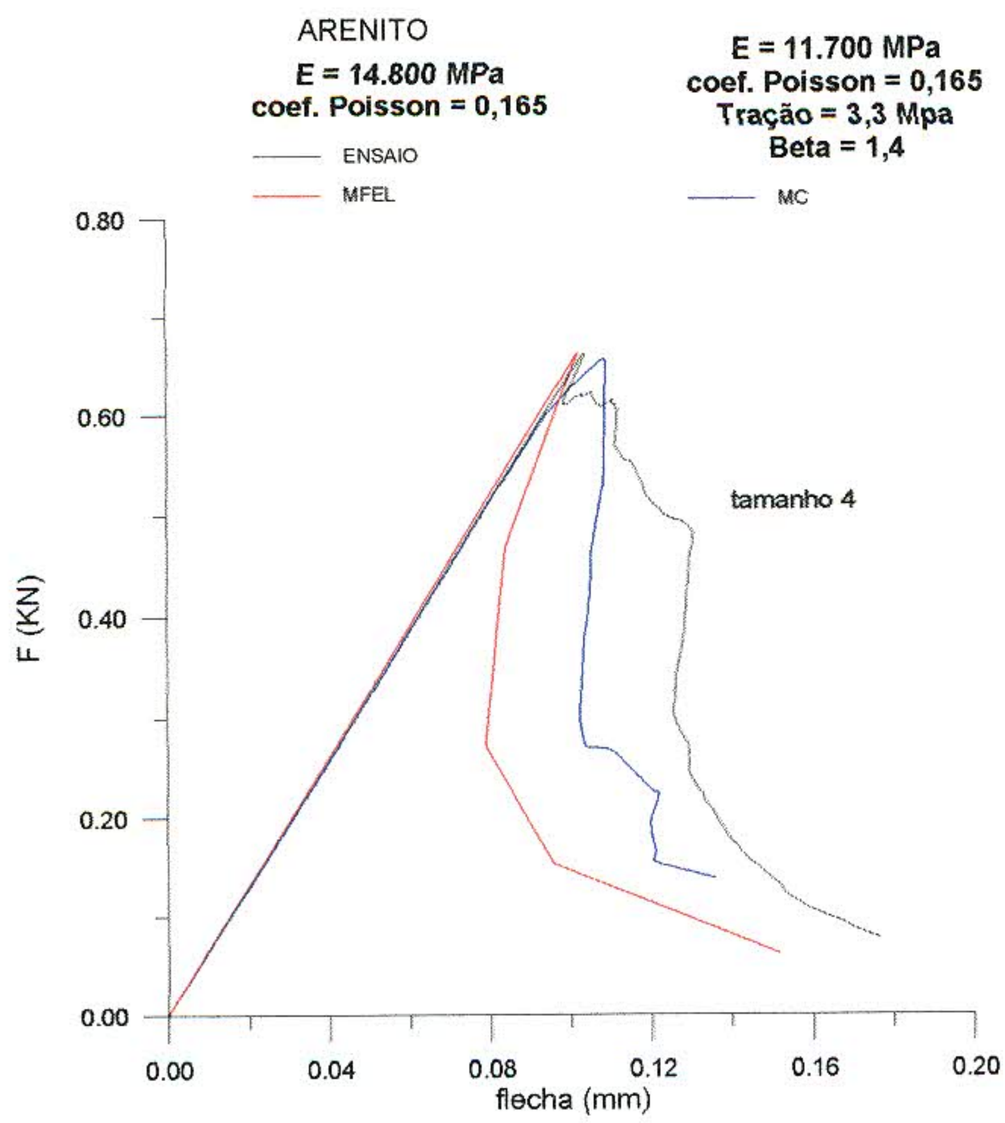

ARENITO
E = 30.500 MPa
coef. poisson = 0.165
E = 24.500 MPa
tração = 3,9 MPa
Beta = 0,6
ENSAIO
MFEL
MC
tamanho 3
F (KN)
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)

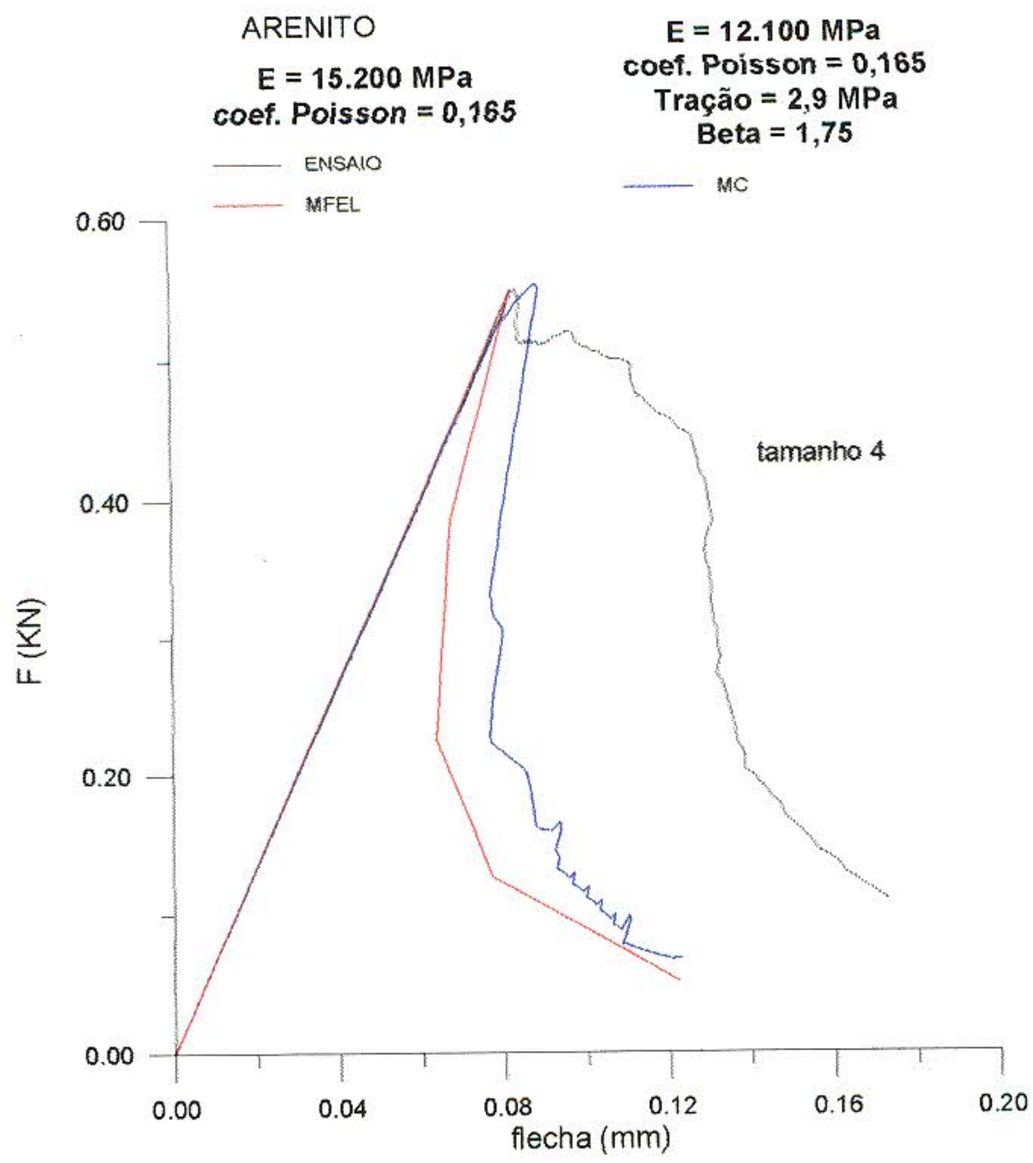

ARENITO
E = 31.000 MPa
coef. Poisson = 0,165
E = 25.000 MPa
tração = 5,2 MPa
Beta = 0,9
ENSAIO
MFEL
MC
tamanho 3
F (KN)
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
flecha (mm)


ARENITO
E = 17.800 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E = 14.300 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 4,4 MPa
Beta = 1,5
MC
tamanho 4
F (KN)
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
0.20
flecha (mm)


ARENITO
E = 15.800 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E = 12.400 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 3,8 MPa
Beta = 1,4
MC
tamanho 4
F (KN)
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
0.20
flecha (mm)


ARENITO
E = 12.500 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E = 10.000 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 2,4 MPa
Beta = 0,7
MC
tamanho 4
F (KN)
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
0.20
flecha (mm)


ARENITO
E = 14.800 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E = 11.700 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 3,3 Mpa
Beta = 1,4
MC
tamanho 4
F (KN)
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
0.20
flecha (mm)


ARENITO
E = 15.200 MPa
coef. Poisson = 0,165
ENSAIO
MFEL
E = 12.100 MPa
coef. Poisson = 0,165
Tração = 2,9 MPa
Beta = 1,75
MC
tamanho 4
F (KN)
0.60
0.40
0.20
0.00
0.00
0.04
0.08
0.12
0.16
0.20
flecha (mm)