

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOTECNIA

MARCELL GUSTAVO CHAGAS SANTOS

Otimização de projetos de muros de solo reforçado com geossintéticos
considerando a incerteza de modelo e a teoria de confiabilidade

São Carlos

2022

MARCELL GUSTAVO CHAGAS SANTOS

Otimização de projetos de muros de solo reforçado com geossintéticos
considerando a incerteza de modelo e a teoria de confiabilidade

VERSÃO CORRIGIDA

Original encontra-se disponível na unidade que aloja o programa

Tese apresentada à Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo,
como parte integrante dos requisitos para a
obtenção do Título de Doutor em Ciências,
Programa de Pós-Graduação em Geotecnia.

Orientador: Prof. Dr. Jefferson Lins da Silva

São Carlos

2022

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

S237o Santos, Marcell Gustavo Chagas
Otimização de projetos de muros de solo
reforçado com geossintéticos considerando a incerteza
de modelo e a teoria de confiabilidade / Marcell
Gustavo Chagas Santos; orientador Jefferson Lins da
Silva. São Carlos, 2022.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação e
Área de Concentração em Geotecnia -- Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2022.

1. Otimização. 2. Confiabilidade. 3. Reforço. 4.
Geossintéticos. 5. Incerteza de modelo. I. Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **MARCELL GUSTAVO CHAGAS SANTOS**.

Título da Tese: "Otimização de projetos de muros de solo reforçado com geossintéticos considerando a incerteza de modelo e a teoria de confiabilidade".

Data da defesa: 11/08/2022.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado **Jefferson Lins da Silva**
Orientador
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

APROVADO

Profa. Titular **Delma de Mattos Vital**
(Instituto Tecnológico de Aeronáutica/ITA)

Aprovado

Prof. Titular **Ennio Marques Palmeira**
(Universidade de Brasília/UnB)

APROVADO

Profa. Dra. **Denise de Carvalho Urashima**
(Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais /CEFET-MG)

Aprovado

Prof. Associado **Edson Denner Leonel**
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC)

Aprovado

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia:
Profa. Associada **Valéria Guimarães Silvestre Rodrigues**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

Dedico este trabalho à memória de minha mãe,

Ana Maria Andrade Chagas Santos.

Exemplo de vida!

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me concedido saúde e força para conquistar meus objetivos.

Aos meus pais, Arnaldo José dos Santos e Ana Maria Andrade Chagas Santos, e meus irmãos, Marshall Victor e Marcelle Tanylle, pelo incentivo e amor incondicional.

À minha esposa, Elaine Souza, pelo amor, dedicação, companheirismo e compreensão nesta importante etapa da minha vida.

Ao Professor Dr. Jefferson Lins da Silva pelo excelente trabalho de orientação e, principalmente, pela amizade e incentivo ao longo dessa jornada.

Ao Departamento de Geotecnia da Escola de Engenharia de São Carlos (USP), e, em especial, ao Laboratório de Geossintéticos pela infraestrutura fornecida e pelo suporte para realização do trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pesquisa de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos concedida.

RESUMO

SANTOS, M. G. C. **Otimização de projetos de muros de solo reforçado com geossintéticos considerando a incerteza de modelo e a teoria de confiabilidade.** 2022. 203 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022.

Em um ambiente competitivo, os sistemas de engenharia devem ser projetados de forma a considerar não apenas a sua funcionalidade, mas também os custos envolvidos no projeto. A adequação entre a redução de custo e a segurança estrutural é relevante para um sistema geotécnico, pois estão sujeitos a significativas variabilidades e incertezas de suas propriedades e de modelos de previsão do desempenho. A otimização baseada em confiabilidade (*Reliability-Based Design Optimization* - RBDO) é a abordagem mais apropriada para resolver o problema de redução do custo de projeto de forma a manter o nível de segurança estrutural desejado. Neste contexto, o estudo teve como objetivo desenvolver algoritmos por meio de técnicas de RBDO aplicadas a projetos de muros de solo reforçados com geossintéticos. As abordagens de RBDO utilizadas foram a de loop aninhado (*Reliability-Index Approach* - RIA) e de loop único (*Single Loop Approach* - SLA). Para análise da estabilidade interna de muros reforçados com geossintéticos foram considerados métodos de equilíbrio limite, empírico e de compatibilidade de deformações. As incertezas de modelo para os métodos de dimensionamento foram caracterizadas por meio de dados de monitoramento de muros disponíveis na literatura. Por fim, casos reais de muros de solo reforçados com geossintéticos foram analisados para demonstrar a eficácia e aplicabilidade dos procedimentos propostos. Os resultados das aplicações dessas metodologias mostraram que economias significativas podem ser alcançadas no projeto com a manutenção dos requisitos adequados de segurança e confiabilidade da estrutura. A consideração das incertezas dos parâmetros do solo e dos modelos de previsão do desempenho influenciaram significativamente os custos de projeto. Dentre os métodos de dimensionamento avaliados, o *K-Stiffness* apresentou melhores previsões e resultou em projetos de menor custo.

Palavras-chave: Otimização. Confiabilidade. Reforço. Geossintéticos. Incerteza de modelo.

ABSTRACT

SANTOS, M. G. C. **Reliability-Based Design Optimization and model uncertainty of geosynthetic-reinforced soil walls.** 2022. 203 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022.

In a competitive world, engineering systems must be designed considering their functionality and design costs. The adequation between cost reduction and structural safety is relevant for a geotechnical system, as they are subject to significant variability and uncertainties in their properties and performance model. Reliability-Based Design Optimization (RBDO) is the appropriate approach to solve the design cost reduction problem while maintaining the desired level of structural safety. In this context, the present study aims to develop algorithms using RBDO techniques applied to geosynthetic-reinforced soil retaining walls. The RBDO techniques used in the study were: a Two-Level Approach (Reliability-Index Approach - RIA) and Single Loop Approach (SLA). The following methods were considered to analyze the internal stability of geosynthetic-reinforced soil retaining walls: limit equilibrium, empirical, and strain compatibility methods. The model uncertainty for the design methods was characterized using wall monitoring results available in the literature. Finally, real cases of geosynthetic-reinforced soil retaining walls were analyzed to demonstrate the effectiveness and applicability of the proposed procedures. The application results showed that significant savings could be achieved in structural design while maintaining the structure's adequate safety and reliability requirements. Soil parameters and prediction model performance uncertainties significantly influenced project costs. K-Stiffness showed better accuracy and resulted in lower-cost projects among the evaluated design methods.

Keywords: Optimization. Reliability. Reinforcement. Geosynthetics. Model uncertainty

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Modos de falha de muros reforçados com geossintéticos	33
Figura 2.2 – Força horizontal em cada camada de geossintético.....	37
Figura 2.3 - Fator distribuição de carga versus altura normatizada.....	41
Figura 2.4 – Ilustração das hipóteses do método.	44
Figura 2.5 – Seção típica do muro GW5.	51
Figura 2.6 – Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW5 .	54
Figura 2.7 - Seção típica do muro GW9	56
Figura 2.8 – Gráfico das forças de tração máxima medida sem e com sobrecarga – GW9	57
Figura 2.9 - Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW9 sem sobrecarga	59
Figura 2.10 - Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW9 com sobrecarga.....	60
Figura 2.11 - Seção típica do muro GW16	62
Figura 2.12 - Gráfico das forças de tração máxima medida sem e com sobrecarga – GW16	64
Figura 2.13 - Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW16 sem sobrecarga	66
Figura 2.14 - Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW16 com sobrecarga.....	68
Figura 2.15 - Seção típica do muro GW20 - PEAD	70
Figura 2.16 - Seção típica do muro GW20 - PP	70
Figura 2.17 – Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW20	72
Figura 2.18 - Seção típica do muro GW22	74
Figura 2.19 - Seção típica do muro GW23	74
Figura 2.20 - Seção típica do muro GW24	75
Figura 2.21 - Seção típica do muro GW25	75
Figura 2.22 – Gráfico das forças de tração máxima medida nos muros GW22, 23, 24 e 25	77
Figura 2.23 – Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) dos muros GW22, 23, 24 e 25.....	79

Figura 2.24 – Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) dos muros GW22, 23, 24 e 25 prevista pelo método <i>K-Stiffness</i>	79
Figura 2.25 – Distribuição dos valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para o método AASHTO.....	81
Figura 2.26 – Distribuição dos valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para o método AASHTO aplicado a faces flexíveis.....	82
Figura 2.27 – Distribuição dos valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para o método <i>K-Stiffness</i>	83
Figura 2.28 – Distribuição dos valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para o método Ehrlich e Mirmoradi (2016)	84
Figura 2.29 – Distribuição dos valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para o método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) aplicado a faces flexíveis	85
Figura 3.1 - Gráficos de distribuição das amostras de $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$, geradas pela abordagem Zhang et al. (2009), para o método de dimensionamento da AASHTO	105
Figura 3.2 - Gráficos de distribuição das amostras de $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$, geradas pela abordagem Zhang et al. (2009), para o método de dimensionamento <i>K-stiffness</i>	106
Figura 3.3 - Histograma de $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$, geradas pela abordagem Zhang et al. (2009), para o método de dimensionamento da AASHTO	107
Figura 3.4 - Histograma de $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$, geradas pela abordagem Zhang et al. (2009), para o método de dimensionamento K-stiffness	107
Figura 3.5 - Gráfico das amostras de $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$, geradas pela abordagem Zhang et al. (2012), para o método de dimensionamento da AASHTO	109
Figura 3.6 - Gráfico das amostras de $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$, geradas pela abordagem Zhang et al. (2012), para o método de dimensionamento da <i>K-stiffness</i>	110
Figura 3.7 - Histograma de $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$, geradas pela abordagem Zhang et al. (2012), para o método de dimensionamento AASHTO.....	111
Figura 3.8 - Histograma de $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$, geradas pela abordagem Zhang et al. (2012), para o método de dimensionamento <i>K-stiffness</i>	111
Figura 3.9 – Gráfico de distribuição das amostras para <i>DPbaixo</i> da função salto.	115
Figura 3.10 - Gráfico de distribuição das amostras para <i>DPalto</i> da função salto.....	116
Figura 3.11 – Distribuição das amostras $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$ para o método AASHTO considerando diferentes quantidades de amostras	119

Figura 3.12 - Distribuição das amostras $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$ para o método <i>K-stiffness</i> considerando diferentes quantidades de amostras	121
Figura 3.13 - Histograma de $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$ para o método de dimensionamento AASHTO considerando diferentes quantidades de amostras	123
Figura 3.14 - Histograma de $\mu\varepsilon$ e $\sigma\varepsilon$ para o método de dimensionamento <i>K-stiffness</i> considerando diferentes quantidades de amostras	124
Figura 3.15 - Tempo de processamento relativo	125
Figura 3.16 – Distribuição dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a variabilidade do solo.....	127
Figura 3.17 - Distribuição dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da altura do muro.....	130
Figura 3.18 - Distribuição dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da rigidez de face.....	134
Figura 3.19 - Distribuição dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da inclinação da face.....	136
Figura 5.1 – Comparação entre as abordagens RIA e PMA.....	146
Figura 5.2 – Procedimento da abordagem SORA	149
Figura 6.1 – Representação gráfica do processo de ACO	152
Figura 6.2 – Muro de solo reforçado com geossintético.....	154
Figura 6.3 – Fluxograma do algoritmo	158
Figura 6.4 – Convergência do algoritmo RBDO.....	159
Figura 6.5 – Número de formigas que convergem para o mínimo global e desvio padrão da função objetivo em cada iteração.....	160
Figura 6.6 – Convergência do algoritmo RBDO em função de N , ρ e δ	161
Figura 6.7 – Histogramas de mínimos da função objetivo calculados em 100 execuções para a variação do número de formigas	162
Figura 6.8 - Histogramas de mínimos da função objetivo calculados em 100 execuções para a variação da taxa de evaporação.....	163
Figura 6.9 - Histogramas de mínimos da função objetivo calculados em 100 execuções para a variação do parâmetro de depósito de feromônio	163
Figura 7.1 – Fluxograma do <i>Component SLA</i>	167
Figura 7.2 - Fluxograma do <i>System SLA</i>	172
Figura 7.3 – Aproximação do custo relativo de geossintético (<i>CR</i>)	174
Figura 7.4 – Histórico de otimização do problema do item 6 - AASHTO.....	177

Figura 7.5 – Distribuição do reforço em zonas.....	185
--	-----

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Resumo dos dados do muro GW5	52
Tabela 2.2 – Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW5).....	53
Tabela 2.3 – Valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para o muro GW5	54
Tabela 2.4 - Resumo dos dados do muro GW9	56
Tabela 2.5 - Forças de tração máxima medida sem e com sobrecarga – GW9	57
Tabela 2.6 - Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW9 sem sobrecarga)	58
Tabela 2.7 - Valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para o muro GW9 sem sobrecarga.....	59
Tabela 2.8 - Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW9 com sobrecarga)	60
Tabela 2.9 - Valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para o muro GW9 com sobrecarga	60
Tabela 2.10 - Característica dos geotêxteis adotados no muro GW16	62
Tabela 2.11 - Resumo dos dados do muro GW16	63
Tabela 2.12 - Forças de tração máxima medida sem e com sobrecarga – GW16	63
Tabela 2.13 - Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW16 sem sobrecarga)	65
Tabela 2.14 - Valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para o muro GW16 sem sobrecarga... ..	66
Tabela 2.15 - Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW16 com sobrecarga).....	67
Tabela 2.16 - Valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para o muro GW16 com sobrecarga ..	68
Tabela 2.17 - Resumo dos dados do muro GW20	71
Tabela 2.18 – Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW20-PEAD)	72
Tabela 2.19 – Valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para o muro GW20	72
Tabela 2.20 - Resumo dos dados dos muros GW22, 23, 24 e 25	76
Tabela 2.21 - Forças de tração máxima medida dos muros GW22, 23, 24 e 25	77
Tabela 2.22 – Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muros GW22, 23, 24 e 25).....	78
Tabela 2.23 – Valores de $T_{previsto}T_{medido}$ para os muros GW22, 23, 24 e 25	80
Tabela 3.1 - Coeficiente de variação (COV) para os parâmetros e projeto de muros de solo reforçados com geossintéticos	88

Tabela 3.2 - Características e dados de monitoramento dos muros reais adotado no estudo (continua)	95
Tabela 3.3 - Distribuição probabilística e COV das VA's	99
Tabela 3.4 - Estatísticas de $g(\mathbf{x}i)$ para o método de dimensionamento da AASHTO (continua).....	100
Tabela 3.5 - Estatísticas de $g(\mathbf{x}i)$ para o método de dimensionamento da $K-stiffness$ (continua).....	102
Tabela 3.6 - Conhecimento prévio de ε	107
Tabela 3.7 - Caracterização da incerteza de modelo e suas estatísticas - AASHTO..	112
Tabela 3.8 - Caracterização da incerteza de modelo e suas estatísticas – $K-stiffness$.	113
Tabela 3.9 – Estatísticas das distribuições posteriores considerando diferentes pontos iniciais.....	113
Tabela 3.10 - Parâmetros da função salto.	114
Tabela 3.11 – Taxa de aceitação para diferentes desvios padrão da função salto.	115
Tabela 3.12 - Verificação da convergência considerando diferentes quantidades de amostras - AASHTO	117
Tabela 3.13 - Verificação da convergência considerando diferentes quantidades de amostras - $K-stiffness$	118
Tabela 3.14 – Incerteza de modelo, considerando a variabilidade do solo - AASHTO	126
Tabela 3.15 - Incerteza de modelo, considerando a variabilidade do solo - $K-stiffness$	127
Tabela 3.16 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da altura do muro - AASHTO.	129
Tabela 3.17 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da altura do muro - $K-stiffness$	129
Tabela 3.18 – Agrupamento de estruturas de faces semelhantes.....	131
Tabela 3.19 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência do tipo de face - AASHTO.	132
Tabela 3.20 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência do tipo de face - $K-stiffness$	132
Tabela 3.21 - Agrupamento dos muros com baixa e alta rigidez de face.	133
Tabela 3.22 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da rigidez de face - AASHTO	134

Tabela 3.23 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da inclinação da face - AASHTO	135
Tabela 3.24 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da inclinação da face - <i>K-stiffness</i>	135
Tabela 6.1 – Valores discretos	156
Tabela 6.2 – Parâmetros do solo.....	156
Tabela 6.3 – Distribuição probabilística e COV das VA's.....	157
Tabela 6.4 – Custo relativo de geossintético	157
Tabela 6.5 – Solução do problema de otimização	159
Tabela 6.6 – Estatísticas da função objetivo.....	164
Tabela 7.1 – Aplicação das abordagens SLA ao problema do item 6 - AASHTO.....	175
Tabela 7.2 – Influência do ponto inicial - AASHTO.....	177
Tabela 7.3 – Influência do COV - AASHTO	178
Tabela 7.4 – RBDO usando SLA para diferentes métodos de dimensionamento	179
Tabela 7.5 – RBDO usando SLA para o método <i>K-Stiffness</i> com os intervalos ampliados das variáveis de projeto	180
Tabela 7.6 – Estatísticas das incertezas de modelo	181
Tabela 7.7 – RBDO usando SLA considerando a incerteza de modelo (ϵ).....	181
Tabela 7.8 – RBDO usando SLA para o método <i>K-Stiffness</i> com os intervalos ampliados das variáveis de projeto e considerando a incerteza de modelo.....	182
Tabela 7.9 – Aplicação do RBDO usando SLA	184
Tabela 7.10 – Aplicação do RBDO usando SLA considerando o zoneamento dos reforços.	186
Tabela 7.11 – Consideração da incerteza de modelo no RBDO usando o SLA.....	187

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	25
1.2	JUSTIFICATIVA	28
1.3	OBJETIVOS	29
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	30
2	PROJETOS DE MUROS DE SOLO REFORÇADOS COM GEOSSINTÉTICOS	32
2.1	MODOS DE FALHA E MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO.....	32
2.2	MÉTODOS BASEADOS EM EQUILÍBRIO LIMITE.....	34
2.2.1	Métodos de equilíbrio de forças	35
2.2.2	Métodos de equilíbrio de forças e momentos.....	38
2.3	MÉTODO EMPÍRICO (K-STIFFNESS).....	39
2.4	MÉTODOS BASEADOS EM COMPATIBILIDADE DE DEFORMAÇÕES.....	43
2.4.1	Método Liu e Won (2014).....	44
2.4.2	Método de Ehrlich e Mitchell (1994).....	46
2.4.3	Método de Ehrlich e Mirmoradi (2016).....	48
2.5	ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO.....	50
2.5.1	Descrição dos muros e aplicação dos métodos de dimensionamento	50
2.6	COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES SOBRE OS MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO.....	81
3	INCERTEZAS DE PROJETO.....	86
3.1	INCERTEZAS EM PROJETOS DE MUROS DE SOLO REFORÇADO COM GEOSSINTÉTICOS	86
3.2	VARIABILIDADE NAS PROPRIEDADES DE SOLOS E GEOSSINTÉTICOS ..	87
3.3	INCERTEZA DE MODELO NA GEOTECNIA	88
3.4	ESTRUTURA BAYESIANA PARA CARACTERIZAÇÃO DA INCERTEZA DE MODELO	90
3.5	CARACTERIZAÇÃO DA INCERTEZA DOS MODELOS DE DIMENSIONAMENTO	93
3.5.1	Verificação do desempenho e convergência do algoritmo.....	112
3.5.2	Influência da variabilidade dos parâmetros do solo	126
3.5.3	Influência da altura do muro.....	128
3.5.4	Influência do tipo de face do muro.....	131
3.5.5	Influência da inclinação da face do muro.....	135
3.6	COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES SOBRE A INCERTEZA DE MODELO..	136
4	ANÁLISE BASEADA EM CONFIABILIDADE.....	138

4.1	MÉTODOS DE TRANSFORMAÇÃO	140
4.2	SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO.....	141
5	OTIMIZAÇÃO BASEADA EM CONFIABILIDADE (RBDO)	143
5.1	RBDO USANDO ABORDAGEM DE LOOPS ANINHADOS (TWO-LEVEL APPROACH).....	145
5.2	RBDO USANDO ABORDAGEM DE LOOP ÚNICO (SINGLE LOOP APPROACH).....	146
5.3	RBDO USANDO ABORDAGEM DE DESACOPLAMENTO (DECOUPLING APPROACH).....	147
5.3.1	SORA – <i>Sequential Opimization and Reliability Assessment</i>	148
5.3.2	SAP – <i>Sequential Approximate Programming</i>	149
6	SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO USANDO ACO (<i>Two-Level Approach</i>).....	151
6.1	DESCRIÇÃO DA ABORDAGEM DE PROJETO ADOTADA.....	154
6.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO.....	156
6.3	RESULTADOS NUMÉRICOS	159
6.4	COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES SOBRE O ALGORITMO RBDO USANDO ACO	164
7	SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO USANDO SLA	166
7.1	DESCRIÇÃO E DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	172
7.2	APLICAÇÃO E DESEMPENHO DA ABORDAGEM DE RBDO USANDO SLA	174
7.3	APLICAÇÃO DO RBDO USANDO SLA EM MUROS REAIS.....	182
7.4	COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES SOBRE O ALGORITMO RBDO USANDO SLA	188
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	190
8.1	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	192
	REFERÊNCIAS	

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Na engenharia, projetar com economia de materiais e, ao mesmo tempo, manter um nível aceitável de segurança, geralmente são considerados objetivos concorrentes. De modo geral, mais segurança envolve maiores custos e mais economia significa menos segurança. Os custos de construção, operação e manutenção não devem ser reduzidos a um nível em que afetem a segurança estrutural, pois os custos decorrentes da falha são onerosos.

A segurança estrutural pode ser diretamente relacionada com as incertezas na solicitação, na resistência dos materiais e nos modelos de engenharia. Na prática de projetos convencionais (normatizados), essas incertezas são tratadas de maneira implícita, por meio do uso de fatores de segurança. Tais fatores são baseados na experiência (tentativa e erro), na observação e monitoramento do desempenho das estruturas e, mais recentemente, calibrados usando análise de confiabilidade. No entanto, é comum usar o mesmo valor de fator de segurança para um determinado tipo de aplicação, sem considerar o grau de incerteza e as consequências de falha envolvidas em cada caso (DUNCAN, 2000).

No dimensionamento de muros de solo reforçado com geossintéticos é necessária a verificação de segurança em relação aos modos de falha externo e interno. Na análise da estabilidade externa, o maciço de solo reforçado é considerado como um bloco rígido, sendo necessária a verificação dos convencionais mecanismos de ruptura: deslizamento, tombamento, ruptura do solo de fundação e ruptura global. Na análise da estabilidade interna, os mecanismos de ruptura e arrancamento do reforço são avaliados. Nesta análise, determina-se a resistência necessária do reforço, seu comprimento e a espessura das camadas. Existem diversos métodos para a verificação da segurança interna, a maioria deles baseados em procedimentos de equilíbrio limite (AASHTO, 2014; BSI, 2010), contudo, essa abordagem desconsidera os efeitos de compactação, deformação do reforço e deformação do solo (EHLICH; BECKER, 2010). Abordagens mais realistas do comportamento das estruturas de solo reforçados com geossintéticos foram propostas por Ehrlich e Mitchell (1994), Aleen et al. (2003), Bathurst et al. (2008a), Liu e Won (2014), Liu (2015), Ehrlich e Mirmoradi (2016) e Franco et al. (2022).

Na chamada otimização determinística (*Deterministic Design Optimization* - DDO) o projeto de menor custo é obtido pela imposição dos fatores de segurança como restrições do problema. No entanto, como as incertezas não são explicitamente consideradas, o projeto

ótimo pode resultar em uma configuração sem reserva de segurança. Portanto, a segurança estrutural pode ser menor em comparação com estruturas projetadas convencionalmente (BECK; GOMES, 2012).

O problema de segurança estrutural é particularmente relevante na engenharia geotécnica, onde os parâmetros do solo apresentam significativa dispersão e incertezas (PHOON; KULHAWY, 1999a, b; ZUCCOLO, 2016). Ao contrário dos materiais usados em estruturas, e comumente industrializados, a variabilidade geotécnica é um atributo complexo que resulta de diferentes fontes de incertezas. Segundo Phoon e Kulhawy (1999a, b) as três fontes primárias de incertezas são a variabilidade inerente do solo, o erro de medição e a precisão do modelo de correlação, usado para transformar a medida do ensaio em propriedade do solo desejada. Para estruturas reforçadas com geossintéticos, as incertezas envolvidas nos parâmetros de resistência das inclusões também devem ser consideradas (FERREIRA et al., 2016; PINHO-LOPES; LOPES, 2013; BATHURST et al., 2011a; SIA; DIXON, 2007; CHALERMYANONT; BENSON, 2004).

Além da consideração das incertezas relacionadas com os materiais geotécnicos, é necessário conhecer a incerteza associada ao modelo de previsão do comportamento dos muros de solo reforçados com geossintéticos. No desenvolvimento desses modelos geotécnicos são feitas idealizações para simplificar os processos físicos, como resultado, a previsão do modelo matemático pode não representar adequadamente o comportamento real da estrutura. Assim, quantificar a incerteza de modelo é essencial para assegurar a credibilidade da análise geotécnica e estimar a segurança estrutural. Recentemente, há um interesse crescente em estudar a incerteza dos modelos geotécnicos (GILBERT; TANG, 1995; JUANG et al., 2004; PHOON; KULHAWY, 2005; ZHANG, 2005; ZHANG et al., 2009; DITHINDE et al., 2011; ZHANG et al., 2012; KHADEMIAN et al., 2017; TANG; PHOON, 2019)

A teoria da confiabilidade é uma ferramenta para consideração explícita das incertezas do projeto (FREUDENTHAL, 1947; ANG; TANG, 1984; MELCHERS; BECK, 2018). As incertezas no carregamento, na resistência dos materiais e no modelo de cálculo são quantificadas de forma estatística e a probabilidade de falha é usada como métrica de segurança. A probabilidade de falha para modos de falha individuais e para sistemas com vários modos de falha é avaliada usando métodos tradicionais de confiabilidade estrutural, tais como: FOSM (*first order second moment*), FORM (*first order reliability method*), SORM (*second order reliability method*) e simulação de Monte Carlo.

A otimização baseada em confiabilidade (*Reliability-Based Design Optimization - RBDO*) tem como objetivo minimizar os custos de construção, operação e manutenção usando a probabilidade de falha como restrição de segurança (HILTON; FEIGEN, 1960; MOSES, 1969; ENEVOLDSEN; SORENSEN, 1994; BA-ABBAD et al., 2006; LIANG et al., 2007; AOUES; CHATEAUNEUF, 2008; NGUYEN et al., 2010). Este procedimento pode determinar a melhor solução de projeto de forma a considerar explicitamente os efeitos inevitáveis das incertezas (MELCHERS; BECK, 2018). De modo geral, a aplicação do RBDO implica na solução simultânea de um procedimento de otimização e do uso de algoritmos especializados para quantificar os efeitos das incertezas (VALDEBENITO; SCHUELLER, 2010).

A aplicação de RBDO em engenharia geotécnica ainda é limitada, e apresenta poucas aplicações, tais como: Knut (1999) usou uma técnica de RBDO para calibrar o código de projeto de fundações de estacas *offshore*; Phoon et al. (2003) abordou o projeto ótimo de fundações de torres de linha de transmissão; Basha e Babu (2008) estudaram a otimização de projeto baseada em confiabilidade de paredes de estaca prancha ancorada; Babu e Basha (2008) usaram a abordagem de confiabilidade inversa para otimização de projeto de estaca prancha; Wang (2009) abordou o projeto econômico de fundações superficiais; Zhang et al. (2011) propôs um método indireto para otimização baseada em confiabilidade de sistemas geotécnicos e analisou dois exemplos: o projeto ótimo de uma fundação superficial e de um muro de contenção gravitacional; Zhao et al. (2015) abordou o projeto ótimo de sistemas geotécnicos usando o algoritmo metaheurístico de colônia de abelhas. Apenas quatro aplicações de RBDO para projetos de muros de solo reforçados foram encontradas em uma abrangente revisão da literatura. Basha e Babu (2010) abordou a estabilidade sísmica externa de muros de solo reforçados com geossintéticos usando RBDO; Basha e Babu (2012) abordou a instabilidade interna do mesmo problema tratado em Basha e Babu (2010); Santos et al. (2018) propuseram um procedimento de RBDO que combina o algoritmo de colônia de formigas (ACO) com o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) para determinação do projeto ótimo; Mahmood et al. (2022) abordaram a otimização baseada em confiabilidade considerando a estabilidade externa do muro.

Em geral, a otimização matemática envolve algoritmos numéricos iterativos, que podem ser amplamente divididos em duas classes: programação matemática e métodos heurísticos. Não existe um método único disponível para resolver todos os problemas de otimização de forma eficiente. Assim, vários métodos foram desenvolvidos para resolver

diferentes tipos de problemas de otimização (ARORA, 2017; HAFTKA et al., 1990; NOCEDAL; WRIGHT, 2006; RAO, 2009).

Neste contexto, esta pesquisa pretende contribuir com o desenvolvimento de projetos de muros de solo reforçados com geossintéticos com a aplicação de técnicas da teoria de confiabilidade e da otimização matemática. Para tanto, foram estimadas as incertezas de modelo de diferentes métodos de dimensionamento analíticos e foram implementados e avaliados algoritmos usando as técnicas de RBDO aplicadas a projetos de muros de solo reforçados com geossintéticos.

1.2 JUSTIFICATIVA

Um projeto de engenharia não pode ser apenas tecnicamente viável, deve também ser economicamente competente. Normalmente, existem várias alternativas para atender as mesmas exigências técnicas do projeto, mas com variação significativa dos custos envolvidos. O processo de busca pela melhor combinação é chamado de “otimização”.

Na prática dos projetos geotécnicos, a busca pelo melhor projeto é feita com base na experiência e nos julgamentos dos engenheiros, de forma a escolher uma combinação de variáveis e parâmetros de projeto entre as alternativas consideradas. Neste contexto, a maior dificuldade encontra-se no empirismo do processo, que impede a sistematização da solução do problema. Além disso, o grande número de variáveis e parâmetros de projeto, frente a complexidade do problema, dificultam a tomada de decisão. Portanto, é necessária uma abordagem eficaz e sistemática, onde se obtenha a minimização dos custos com a satisfação dos requisitos técnicos.

Problemas de segurança de obras geotécnicas estão relacionados com as incertezas envolvidas no projeto, decorrentes principalmente da variabilidade inerente do solo e da incerteza do modelo que prever o comportamento da estrutura. Assim, a adoção de um fator de segurança elevado pode ocultar uma baixa confiabilidade, o que pode justificar, em alguns casos, ruptura de obras consideradas estáveis. A quantificação e análise destas incertezas são aspectos centrais na determinação da segurança do projeto. Atualmente, as informações disponíveis sobre a incerteza dos modelos de previsão do comportamento de muros de solo reforçados com geossintéticos são escassas. Assim, se faz necessária a caracterização da incerteza associada aos principais métodos de dimensionamento para a correta estimativa da segurança do projeto.

Para incorporar diretamente as incertezas nos procedimentos de projeto, torna-se necessária uma avaliação da segurança geotécnica usando uma abordagem probabilística. Portanto, uma adequada minimização dos custos de um sistema geotécnico, garantindo o nível de segurança desejado, requer uma abordagem de otimização baseada em confiabilidade. Desta forma é necessário o desenvolvimento e análise de algoritmos que acoplem os métodos de dimensionamento, com as técnicas de otimização matemática e de confiabilidade estrutural.

1.3 OBJETIVOS

Desenvolver e avaliar procedimentos de cálculo usando a técnica de otimização matemática baseada em confiabilidade RBDO (*Reliability-Based Design Optimization*) para determinação de projetos ótimos de muros reforçados com geossintéticos, de forma a escolher e assegurar o nível de segurança para o qual o sistema estrutural-geotécnico é projetado.

Como objetivos específicos, essa pesquisa pretende:

- a) Desenvolver rotinas computacionais para dimensionamento de estruturas de muros de solo reforçado com geossintéticos;
- b) Realizar análise determinística comparativa dos diferentes métodos de dimensionamento de muros de solo reforçado com geossintéticos;
- c) Desenvolver algoritmos para análise de confiabilidade, adaptando-os a projetos de muros de solo reforçado com geossintéticos;
- d) Realizar o levantamento das incertezas envolvidas nos projetos de muros de solo reforçado com geossintéticos;
- e) Caracterizar a incerteza de modelo dos principais métodos de dimensionamento de muros de solo reforçado com geossintéticos, por meio de dados de monitoramento de estruturas reais disponíveis na literatura;
- f) Desenvolver algoritmos para resolver o problema de otimização de projetos de muros de solo reforçado com geossintéticos por meio da metodologia de RBDO, com a adoção das abordagens RIA e SLA;
- g) Demonstrar os procedimentos propostos por meio de sua aplicação em estruturas de muros reforçado com geossintéticos disponíveis na literatura.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Esta tese de doutorado é dividida em oito capítulos, que são brevemente descritos a seguir. No Capítulo 1 está a introdução, que apresenta contextualização sobre os principais temas abordados, as motivações e justificativas que levaram ao desenvolvimento deste trabalho e por fim detalha os objetivos desta pesquisa.

O Capítulo 2 trata sobre os projetos de muros de solo reforçados com geossintéticos, no qual são apresentadas as diferentes abordagens de projeto e os conceitos relacionados aos mecanismos de falha desse tipo de estrutura. Na sequência, os principais métodos de dimensionamento interno de muros de solo reforçados com geossintéticos são abordados e as suas respectivas formulações e metodologias de cálculo são apresentadas. Ainda neste capítulo, são realizadas aplicações e análises comparativas entre os métodos de dimensionamento adotados neste trabalho (AASTHO, *K-Stiffness* e Ehrlich e Mirmoradi (2016)). Para a realização dessas análises comparativas foram utilizados resultados de muros reais bem monitorados disponíveis na literatura. Por fim, são apresentados comentários sobre as características de cada método de dimensionamento e conclusões quanto aos resultados das análises comparativas.

As incertezas de projeto estão abordadas no Capítulo 3, com os principais tipos e fontes incertezas envolvidas nos projetos de muros de solo reforçados com geossintético. Também são apresentadas algumas referências que quantificaram a variabilidade nas propriedades do solo e dos geossintéticos e que subsidiaram a definição das incertezas nos parâmetros adotadas nas abordagens probabilísticas. Na sequência, apresenta-se as estruturas bayesiana para caracterização da incerteza de modelo adotadas neste estudo. A caracterização da incerteza de modelo dos métodos de dimensionamento é realizada utilizando os resultados de monitoramento de 17 muros reais bem monitorados disponíveis na literatura. Também são realizadas verificações do desempenho dos algoritmos e das principais características que influenciam nos resultados dos métodos de dimensionamento. Por fim, são apresentadas conclusões quanto a caracterização da incerteza de modelo dos métodos de dimensionamento da AASTHO e *K-Stiffness*.

No Capítulo 4 apresenta-se os fundamentos e conceitos da análise baseada em confiabilidade e discorre sobre os principais métodos de avaliação da confiabilidade estrutural e as recentes aplicações a estruturas de solo reforçados. Na sequência, são abordados os principais métodos para análise de confiabilidade (FOSM, FORM, SORM e Simulação de Monte Carlo) e as suas respectivas metodologias e formulações.

A Otimização baseada em confiabilidade (RBDO) está no Capítulo 5, com os conceitos relacionados a otimização e detalhes sobre as principais abordagens para resolução desse tipo de problema. Neste capítulo são abordadas as estratégias de loops aninhados (RIA - *Reliability-Index Approach* e PMA - *Performance-Measure Approach*), loop único (SLA - *Single Loop Approach*) e de desacoplamento (SORA - *Sequential Optimization and Reliability Assessment* e SAP - *Sequential Approximate Programming*).

No Capítulo 6 é apresentada a solução do problema de otimização usando ACO (*Two-Level approach*): Esse capítulo apresenta uma metodologia de otimização baseada em confiabilidade de muros reforçados com geossintéticos usando a abordagem de loop aninhado. O procedimento proposto combina o algoritmo de otimização por colônia de formigas (ACO – *Ant Colony Optimization*) com a abordagem FORM para análise da confiabilidade. Na sequência, são apresentados os resultados numéricos da aplicação desse procedimento ao método de dimensionamento baseado em equilíbrio limite. Por fim, são apresentadas as considerações e conclusões quanto a aplicação dessa metodologia ao estudo de caso.

A solução do problema de otimização usando SLA está no Capítulo 7, com detalhes sobre as abordagens de SLA (*Single Loop Approach*) adotadas neste trabalho, a saber: *Component SLA* (LIANG et al., 2004) e *System SLA* (LIANG et al., 2007). Na sequência, esses procedimentos são aplicados a estruturas de muros reforçados com geossintéticos utilizando os métodos e dimensionamento da AASTHO, *K-Stiffness* e o Ehrlich e Mirmoradi (2016). Também são realizadas verificações do desempenho dos algoritmos. Por fim, são apresentadas considerações e conclusões quanto a aplicação dessas metodologias de RBDO aos muros de solo reforçados com geossintéticos.

O Capítulo 8 apresenta as considerações finais, com um breve resumo dos principais resultados, conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

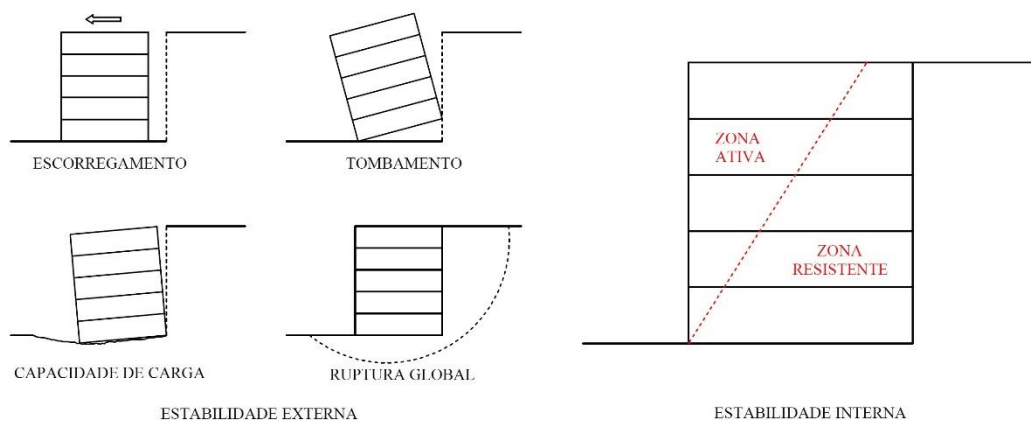
2 PROJETOS DE MUROS DE SOLO REFORÇADOS COM GEOSSINTÉTICOS

2.1 MODOS DE FALHA E MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

O solo geralmente apresenta boa resistência à compressão e ao cisalhamento. Entretanto, apresenta baixa ou nula resistência à tração. Uma das técnicas utilizadas para suprir essa deficiência é a inclusão de elementos de reforço ao solo. O conceito baseia-se na ideia de que os reforços aplicados resistem as forças de tração e reduzem as deformações, de forma a proporcionar uma maior resistência ao conjunto. Assim, o comportamento global do maciço é melhorado, decorrente da transferência de esforços para os elementos resistentes. As resistências mobilizadas dependem das propriedades de deformação do solo e do elemento de reforço (JEWELL, 1996; EHRLICH; BECKER, 2010; ABNT NBR 16920-1:2021).

No dimensionamento de muros de solo reforçado com geossintéticos é necessária a verificação de diversos modos de falha, podendo ocorrer o colapso interno ou externo da zona reforçada, conforme Figura 2.1 (JOHN, 1987; JONES, 1996; KOERNER, 2005; EHRLICH; BECKER, 2010). Na análise da estabilidade externa, considera-se o comportamento similar a um muro de gravidade convencional, assumindo a zona reforçada como um corpo rígido. Desta forma, avalia-se a estrutura para mecanismos clássicos de ruptura: escorregamento, tombamento, capacidade de carga da fundação e ruptura global. Na análise da estabilidade interna, é necessária a verificação de dois principais modos de falha: arrancamento e ruptura do reforço. No dimensionamento interno é possível determinar a resistência, o comprimento e o espaçamento dos elementos de reforço necessários para garantir a estabilidade de toda estrutura sob condições de projeto. A estabilidade da face da estrutura e a estabilidade para condições sísmicas não serão abordados neste trabalho.

Figura 2.1 – Modos de falha de muros reforçados com geossintéticos



Fonte: Adaptado de John (1987), Koerner (2004) e Ehrlich e Becker (2010)

Os diversos métodos existentes de dimensionamento de estruturas de solo reforçadas com geossintéticos são baseados em considerações empíricas, em equilíbrio limite ou em condições de serviço. Esses métodos conduzem a resultados significativamente diferentes, em função de suas diferentes premissas (EHLICH; BECKER, 2010). Os métodos de equilíbrio limite são os mais difundidos e empregados (AASHTO, 2014; BS 8806, 2010; FHWA, 2001; Jewell, 1991), embora apresentem algumas desvantagens e limitações. Allen et al. (2002) apresentaram uma investigação dos resultados de diversas estruturas monitoradas e concluíram que o método simplificado de equilíbrio limite é excessivamente conservador.

Em Allen et al. (2003) e Bathurst et al. (2005) um método empírico é desenvolvido para estimativa da solicitação do reforço em muros de solo reforçados com geossintéticos. O método denominado *K-stiffness Method* foi desenvolvido com os resultados experimentais de muros de solo granular. Miyata e Bathurst (2007a) ampliaram o banco de dados usado para o desenvolvimento do *K-stiffness Method* e calibraram os parâmetros do método. Miyata e Bathurst (2007b) propuseram uma modificação do *K-stiffness Method* que considera a influência da coesão do solo. Bathurst et al. (2008a) refinaram o *K-stiffness Method* após a consideração de novos estudos de caso.

Ehrlich e Mitchell (1994) desenvolveram um método analítico para dimensionamento interno considerando as condições de serviço. Esse método assume a compatibilidade de deformação do solo/reforço, considera a resposta não linear do solo e o efeito da compactação. Liu e Won (2014) e Liu (2015) apresentaram um método analítico que considera a interação solo/reforço, a não linearidade do solo e a dilatação do solo antes da ruptura. Ehrlich e Mirmoradi (2016) apresentam uma simplificação do método de Ehrlich e

Mitchell (1994) que não necessita de iteração e permite dimensionar paredes de face inclinada.

Nos próximos itens são abordados, de maneira sucinta, os principais métodos de dimensionamento interno de muros reforçados com geossintéticos. Como a estabilidade externa de estruturas reforçadas é avaliada por mecanismos clássicos de ruptura, o dimensionamento externo não é apresentado neste texto. Além disso, as variáveis de interesse para a otimização do projeto (resistência, comprimento e espaçamento) são estimadas nas análises de estabilidade interna.

2.2 MÉTODOS BASEADOS EM EQUILÍBRIO LIMITE

Esse texto não pretende apresentar uma revisão dos diversos métodos de equilíbrio limite, apenas abordar os principais conceitos e considerações. Detalhes dos diferentes métodos de dimensionamento interno baseado em equilíbrio limite podem ser encontrados em Vieira (2008 a, b) ou nas referências apresentadas ao longo do texto.

As análises de equilíbrio limite são as mais difundidas e empregadas no dimensionamento de muros de solo reforçado. Esses métodos baseiam-se em condições de ruptura e utilizam conceitos geotécnicos clássicos. A simplicidade dos métodos de projeto combinada com a familiaridade dos engenheiros com os conceitos usados favoreceram a aplicação e popularização desses métodos (EHRlich; BECKER, 2010).

Neste tipo de análise, a massa de solo reforçado é dividida em duas zonas com comportamento diferentes, conforme Figura 2.1. Uma zona chamada de ativa, que compreende a parte do solo que tende a escorregar, onde o reforço é submetido a tensões normais direcionadas para fora do talude. E outra zona, chamada de resistente, onde a massa de solo é estável e o reforço é submetido a tensões com sentido oposto. A separação entre as duas regiões é definida pela superfície potencial de ruptura.

A análise interna por equilíbrio limite considera: estrutura na iminência de ruptura, superfície de ruptura conhecida, comportamento linear elastoplástico do solo e mobilização total da resistência ao cisalhamento do solo ao longo da superfície de ruptura. Segundo Ehrlich e Becker (2010) essas hipóteses simplificadoras são as principais deficiências dos métodos, pois, além de desconsiderar a rigidez do reforço e o efeito da compactação do solo, as estruturas de solo reforçado geralmente trabalham distantes da condição de ruptura. Claybourn e Wu (1993) consideram que o comportamento de estruturas de solo reforçado com geossintéticos não será governado pelo seu limite de falha, devido a flexibilidade do

sistema. Peralta (2007) compara os resultados de monitoramento de muros reforçados com geossintéticos construídos no Brasil com os resultados de diferentes métodos de dimensionamento e conclui que as análises de equilíbrio limite apresentam as maiores dispersões, e, em alguns casos, subestimam os valores de força de tração para as camadas superiores.

Os métodos de equilíbrio limite podem ser divididos em duas categorias. Os métodos que satisfazem o equilíbrio de forças e conduzem a uma avaliação da tração máxima em cada nível do reforço e os métodos que adotam superfície de ruptura e análises semelhantes às de estabilidade de taludes, onde o equilíbrio de forças e momentos são satisfeitos. Esses métodos desconsideram a compatibilização da deformação entre o solo e o reforço. Apenas as tensões são necessárias para o cálculo da segurança contra a ruptura.

2.2.1 Métodos de equilíbrio de forças

Nestes métodos, a resistência do reforço em uma determinada camada é responsável por equilibrar a força horizontal resultante da tensão lateral do solo e da sobrecarga na superfície. As principais diferenças entre os métodos encontram-se na consideração da superfície de ruptura e na determinação da pressão horizontal (CLAYBOURN; WU, 1993).

Steward et al. (1977) desenvolveram um método que considera distribuição linear de tensões horizontais, baseada na condição de repouso. A distribuição de tensões horizontais é definida pela Equação (2.1).

$$\sigma_h = K_0 \cdot \gamma \cdot z \quad (2.1)$$

onde K_0 é o coeficiente de empuxo correspondente ao solo em repouso; γ é o peso específico do solo; e z é a profundidade.

Murray (1980), Mitchell e Villet (1987), FHWA (2001) e AASHTO (2014) consideram a mesma distribuição de tensões horizontais, contudo admitem a condição ativa do solo e aplicam o coeficiente de empuxo ativo (K_a), conforme Equação (2.2).

$$\sigma_h = K_a \cdot \gamma \cdot z \quad (2.2)$$

Broms (1978) considera distribuição de pressão de terra constante e aplica o coeficiente de empuxo ativo. A distribuição de pressão horizontal é dependente do peso específico (γ), da altura do muro (H) e da sobrecarga (q), conforme Equação (2.3).

$$\sigma_h = 0,65 \cdot K_a \cdot (1,5 \cdot q + \gamma \cdot H) \quad (2.3)$$

Collin (1986) baseou-se em análises de modelos em elementos finitos utilizando dados de muros instrumentados para definir uma distribuição constante para reforços de geotêxtil e distribuição trapezoidal para as geogrelhas, conforme Equação (2.4).

$$\begin{aligned} \text{Geotêxtil: } \sigma_h &= 2,36 \cdot H \\ \text{Geogrelha: } \sigma_h &= 15,7 \cdot z; \quad p/z \leq 0,2 \cdot H \\ \sigma_h &= 3,14 \cdot H; \quad p/z > 0,2 \cdot H \end{aligned} \quad (2.4)$$

O método de Bonaparte et al. (1987) usa uma distribuição não linear baseada na distribuição ativa de Rankine e considera a componente vertical do empuxo do reaterro, conforme Equação (2.5).

$$\sigma_h = \frac{K_a \cdot (\gamma \cdot z + q)}{1 - \left[\frac{K_{ar} \cdot (\gamma_r \cdot z + 3 \cdot q)}{3 \cdot (\gamma_r \cdot z + q)} \cdot \left(\frac{z}{L_r} \right)^2 \right]} \quad (2.5)$$

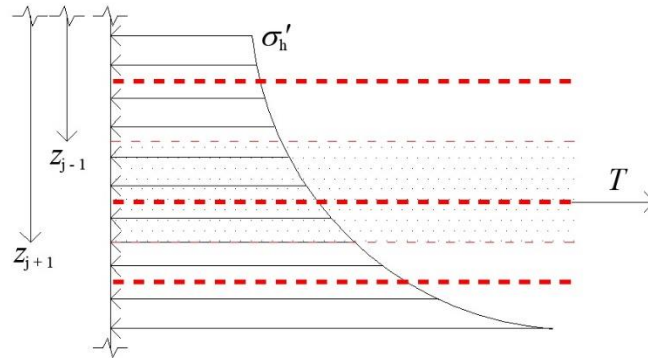
A força de tração atuante no reforço i é definida pelo produto da tensão horizontal pelo espaçamento vertical entre reforços (S_v).

$$T_i = \sigma_{hi} \cdot S_v \quad (2.6)$$

onde σ_{hi} é a tensão horizontal na profundidade do reforço i ; e S_v é o espaçamento vertical entre reforços. Para a situação genérica apresentada na Figura 2.2, onde a distribuição de pressão horizontal é não-linear e o espaçamento é variável, a força de tração atuante na camada de geossintético é definida pela integração da função tensão horizontal no intervalo de integração ($z_{j-1}; z_{j+1}$), conforme Equação (2.7).

$$T_i = \int_{z_{j-1}}^{z_{j+1}} \sigma_h(z) \cdot dz \quad (2.7)$$

Figura 2.2 – Força horizontal em cada camada de geossintético



Fonte: Santos (2018)

Para verificar a estabilidade interna de cada camada de reforço para o modo de ruptura do geossintético é necessário comparar a força de tração atuante com a capacidade resistente do reforço, conforme Equação (2.8).

$$T_i \leq T_{di} \quad (2.8)$$

onde T_{di} é o valor de cálculo do esforço resistente à tração por unidade de comprimento.

Para avaliar a resistência ao arrancamento do reforço é necessário determinar o comprimento de ancoragem para cada camada. Para tanto, uma maneira simplificada é considerar a superfície de ruptura linear, iniciando na base do muro e com inclinação de $45^\circ - \frac{\phi}{2}$ com a vertical. O comprimento de ancoragem necessário em cada camada (L_{ai}) é dado pela Equação (2.9).

$$L_{ai} = L - (H - z_i) \cdot \tan \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.9)$$

onde L é o comprimento total do geossintético; H é a altura do muro; e ϕ é o ângulo de atrito do maciço reforçado. A força mínima capaz de arrancar o reforço de cada camada (F_{ai}) é dada pela Equação (2.10).

$$F_{ai} = 2 \cdot L_{ai} \cdot (\gamma \cdot z_i + q) \cdot \tan \delta_{gs} \quad (2.10)$$

onde δ_{gs} é o ângulo de atrito entre o geossintético e o solo.

2.2.2 Métodos de equilíbrio de forças e momentos

Os métodos de equilíbrio de forças e momentos empregam uma abordagem semelhante às usadas na análise de estabilidade de taludes. Entretanto, algumas modificações e suposições são feitas para considerar o efeito das inclusões (CLAYBOURN; WU, 1993). Leshchinsky e Perry (1987) propõem um método de dimensionamento interno que considera a reorientação do reforço, na superfície de ruptura planar, quando a resistência à tração for mobilizada pelo descolamento do maciço. Esse comportamento é justificado pela baixa rigidez do geossintético. Leshchinsky e Boedeker (1989) também consideram a reorientação do reforço, entretanto, supõem superfície de ruptura espiral logarítmica. Schmertman et al. (1987) baseiam-se na análise de equilíbrio limite usando superfície de ruptura linear e bi-linear para determinar a força no reforço e o seu comprimento. Jewell (1991, 1996) baseia-se em métodos de equilíbrio limite e apresenta ábacos para o dimensionamento de taludes e muros usando reforço de geotêxtil ou geogrelha. A seguir, apresenta-se de maneira breve o método proposto por Jewell (1991, 1996).

O método de Jewell (1991, 1996) adota dois mecanismos de ruptura: superfície de ruptura bi-linear e espiral logarítmica. Com as análises de equilíbrio limite, o autor desenvolveu ábacos para a determinação do coeficiente de empuxo (K_{req}) e para a determinação do comprimento do reforço, que garanta estabilidade global $(\frac{L_R}{H})_{glob}$ e ao deslizamento $(\frac{L_R}{H})_{desl}$. A definição dos parâmetros através dos ábacos depende do ângulo da face do talude, do ângulo de atrito do solo e da poropressão no solo de aterro. Adota-se o maior comprimento do reforço (L_R) entre os dois mecanismos de falha analisados. Com os resultados obtidos nos ábacos é possível determinar a resistência de projeto do reforço, usando a Equação (2.11).

$$T_d = K_d \cdot \gamma \cdot H \cdot S_v \quad (2.11)$$

onde K_d é o coeficiente de empuxo usado no dimensionamento, e é dado pela Equação (2.12).

$$K_d = \frac{K_{req}}{1 - \frac{L_B}{L_R}} \quad (2.12)$$

onde L_B é o comprimento de ancoragem requerido para o reforço na base da estrutura, e é dado pela Equação (2.13).

$$L_B = \left(\frac{T_d}{2 \cdot \gamma \cdot H} \right) \cdot \left(\frac{1}{1 - r_u} \right) \cdot \left(\frac{1}{f_b \cdot \tan \phi} \right) \quad (2.13)$$

onde f_b é o coeficiente de interação entre o solo e o reforço, obtido no ensaio de arrancamento.

2.3 MÉTODO EMPÍRICO (*K-STIFFNESS*)

Allen et al. (2003) desenvolveram o método empírico chamado de *K-stiffness* para a estimativa das cargas do reforço de muros de solo reforçados com geossintéticos. O método foi calibrado usando os resultados de monitoramento de 11 muros construídos em escala real. A metodologia considera a rigidez de vários componentes da parede e sua influência nas cargas do reforço. Esse método em sua forma original limitava-se a aterros de solos granulares (não coesivos). Bathurst et al. (2005) destacam o conservadorismo e as deficiências do método simplificado da AASHTO e apresenta detalhes da aplicação do método *K-stiffness* e sua eficiência. Miyata e Bathurst (2007a) refinaram o original método *K-stiffness* usando resultados de monitoramento de outros seis muros reforçados com geossintéticos. Nesse estudo, os autores isolam o efeito da rigidez da face e ajustam a equação original. Miyata e Bathurst (2007b) usam os dados de nove novos estudos de caso e ampliam o método *K-stiffness* para o uso de solos coesivos. O efeito da coesão do solo é isolado e aplica-se um novo coeficiente na formulação geral. Bathurst et al. (2008a) estenderam o banco de dados usando para calibrar o método original e apresentaram uma versão modificada do método *K-stiffness*. A seguir, serão apresentados os principais aspectos e formulações do método *K-stiffness* em sua configuração atual.

A formulação geral do método *K-stiffness* modificado por Miyata e Bathurst (2007a) é dada pela Equação (2.14).

$$T_{max} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \gamma \cdot (H + S) \cdot S_v \cdot D_{tmax} \cdot \Phi_g \cdot \Phi_{local} \cdot \Phi_{fs} \cdot \Phi_{fb} \cdot \Phi_c \quad (2.14)$$

onde K é o coeficiente de empuxo lateral, dado pela Equação (2.15); γ é o peso específico do solo; H é a altura do muro; S é a altura equivalente à sobrecarga uniforme q ($S = q/\gamma$); S_v é a

área de influência do reforço (quando a análise é efetuada por unidade de comprimento, S_v é igual ao espaçamento vertical entre os reforços); D_{tmax} é o fator de distribuição de carga, que modifica o esforço com base na localização do reforço; e $\Phi_g, \Phi_{local}, \Phi_{fs}, \Phi_{fb}, \Phi_c$ são os fatores que consideram os efeitos da rigidez global e local do reforço, o efeito da rigidez da face, o efeito da inclinação da face e o efeito da coesão do solo, respectivamente. Na formulação original do método *K-stiffness* não existia o coeficiente Φ_c .

O coeficiente de empuxo lateral é dado pela Equação (2.15).

$$K = K_0 = 1 - \sin\phi_{pico} \quad (2.15)$$

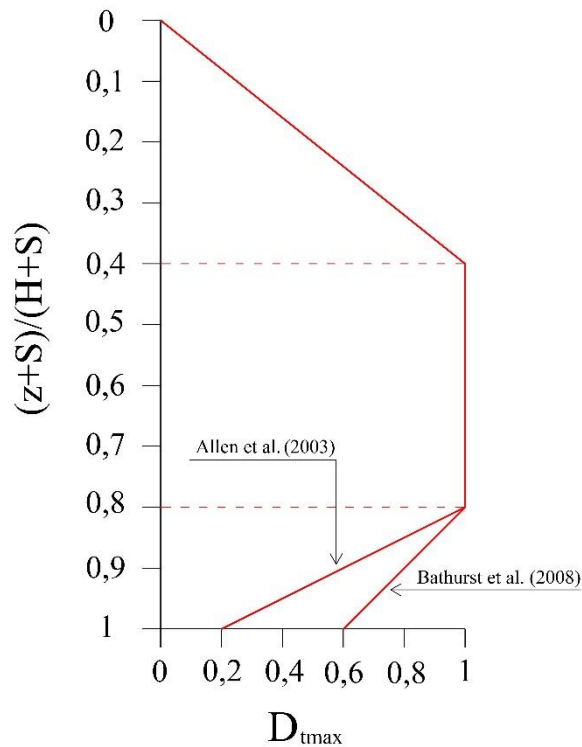
onde ϕ_{pico} é o ângulo de atrito de pico em estado plano de deformação. Bathurst et al. (2008a) alertam que o parâmetro K é apenas um índice, e que não implica que as condições de repouso da teoria clássica sejam consideradas na estrutura.

O fator distribuição de carga D_{tmax} é dado pela Equação (2.16).

$$D_{tmax} = \frac{T_{max}}{T_{mxmx}} \quad (2.16)$$

O parâmetro T_{max} é o esforço de tração máximo no reforço à profundidade z e o T_{mxmx} é a carga máxima ao longo da altura do muro. O valor de T_{mxmx} pode ser calculado impondo $D_{tmax} = 1$ na Equação (2.14). A distribuição de D_{tmax} versus a altura normalizada do muro tem formato trapezoidal e é apresentada na Figura 2.3. Bathurst et al. (2008a) após a ampliação do banco de dados apresenta uma pequena modificação próximo a base do muro.

Figura 2.3 - Fator distribuição de carga versus altura normalizada



Fonte: Adaptado de Bathurst (2008a)

O parâmetro Φ_g é o fator de rigidez global que considera a influência da rigidez e do espaçamento das camadas de geossintéticos, e é definido pela Equação (2.17).

$$\Phi_g = \alpha \cdot \left(\frac{S_{global}}{p_a} \right)^\beta \quad (2.17)$$

onde S_{global} é a rigidez global do reforço; α e β são coeficientes constantes originalmente considerados igual a 0,25 e $p_a = 101 \text{ kPa}$ é a pressão atmosférica. A rigidez global do reforço é determinada pela Equação (2.18).

$$S_{global} = \frac{\sum_{i=1}^n J_i}{H} \quad (2.18)$$

onde J_i é a rigidez a tração do reforço na camada i , expressa em força por unidade de comprimento; e H é a altura do muro.

O parâmetro Φ_{local} é o fator de rigidez local e contabiliza o efeito da relação entre a rigidez no nível do reforço i e a média de todos os níveis de reforço. Φ_{local} é dado pela Equação (2.19).

$$\Phi_{local} = \left(\frac{S_{local}}{S_{global}} \right)^a \quad (2.19)$$

onde $a = 1$ para muros de solo reforçados com geossintéticos e S_{local} é a rigidez local para o reforço da camada i calculada pela Equação (2.20).

$$S_{local} = \left(\frac{J}{S_v} \right)_i \quad (2.20)$$

O parâmetro Φ_{fb} considera a influência da inclinação da face, e é dado pela Equação (2.21).

$$\Phi_{fb} = \left(\frac{K_{abh}}{K_{avh}} \right)^d \quad (2.21)$$

onde K_{abh} é a componente horizontal do coeficiente de empuxo ativo, considerando a inclinação da face e determinado utilizando a Teoria de Coulomb; K_{avh} é a componente horizontal do coeficiente de empuxo ativo, considerando a face do muro vertical; e $d = 0,5$ após atualização apresentada por Bathurst et al. (2008a). Quando o muro tem face vertical $\Phi_{fb} = 1$.

O parâmetro Φ_{fs} é o fator de rigidez da face que é definido pela Equação (2.22).

$$\Phi_{fs} = \eta \cdot (F_f)^\kappa \quad (2.22)$$

Após atualização da formulação de Φ_{fs} , Bathurst et al. (2008a) sugerem novos valores para os coeficientes η e κ , que são: $\eta = 0,69$ e $\kappa = 0,11$.

Bathurst et al. (2008a) observaram uma inconsistência na formulação original de F_f apresentada por Allen et al. (2003) e sugere uma modificação, conforme Equação (2.23).

$$F_f = \frac{1.5 \cdot H^3 \cdot p_a}{E \cdot b^3 \cdot \left(\frac{h_{eff}}{H} \right)} \quad (2.23)$$

onde b é a espessura da face; E é o módulo de elasticidade; e h_{eff} é a altura equivalente do painel, que é 100% eficiente na transmissão de momentos fletores. Discussões abrangentes sobre a definição do parâmetro h_{eff} são apresentadas em Allen et al. (2003), Miyata e Bathurst (2007a, b) e Bathurst et al. (2008a).

O efeito da coesão do solo Φ_c é dado pela Equação (2.24).

$$\Phi_c = 1 - \lambda \cdot \frac{c}{\gamma \cdot H} \quad (2.24)$$

onde $\lambda = 6,5$ é o coeficiente de coesão. Assim, para $0 \leq \Phi_c \leq 1$ requer $c/\gamma \cdot H \leq 0,153$. É possível que uma combinação de uma parede curta com uma coesão alta possa levar a $\Phi_c = 0$. Na prática, isso significa que o muro é estável sem a necessidade de reforço.

2.4 MÉTODOS BASEADOS EM COMPATIBILIDADE DE DEFORMAÇÕES

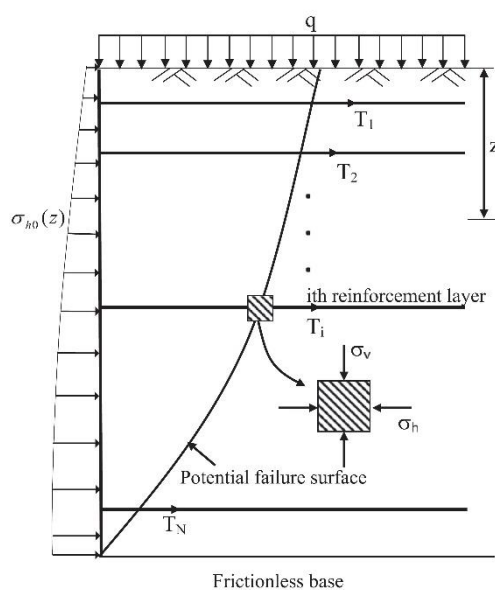
Os métodos analíticos que se enquadram nesse tipo de metodologia são baseados no comportamento tensão-deformação da massa de solo reforçada (EHRlich; BECKER, 2010). Esses métodos permitem a análise de estruturas de solo reforçado sob condições de serviço. Essa suposição aproxima o modelo analítico da condição física real, devido à alta flexibilidade do geossintético (EHRlich; MITCHELL, 1994; BATHURST ET AL., 2008a; LIU; WON, 2014). Existem diversos métodos para compatibilização de deformações de estruturas de solo reforçados. Juran et al. (1990) desenvolveram um método que considera explicitamente a interação entre o solo e o reforço e assume comportamento não-linear para curva tensão-deformação antes da falha. Abramento e Whittle (1993) desenvolveram um modelo analítico de formulação fechada que considera o solo e o reforço com comportamento linear, isotrópico e elástico. Ehrlich e Mitchell (1994) apresentaram um método analítico que considera o efeito da tensão induzida pela compactação, a rigidez do reforço e a não-linearidade do solo. Liu e Won (2014) propuseram um método analítico que considera a não-linearidade do solo, a dilatância do solo e a interação entre o solo e o reforço. Liu (2015) expandiu o método anterior para a consideração de sobrecarga. Ehrlich e Mirmoradi (2016) propõe uma simplificação do procedimento apresentado por Ehrlich e Mitchell (1994) e

ampliam a abordagem para a consideração de muros com face inclinada. Neste texto serão abordados os métodos de Liu e Won (2014), Ehrlich e Mitchell (1994) e Ehrlich e Mirmoradi (2016).

2.4.1 Método Liu e Won (2014)

Esse método foi desenvolvido por Liu e Won (2014) e assume as seguintes hipóteses: a) estado plano de tensões; b) que a massa de solo reforçada é construída sobre base competente (base rígida); c) o reforço na superfície potencial de falha permanece na posição horizontal; d) a tensão vertical σ_z e horizontal σ_h são as tensões principais maior e menor, respectivamente, como apresentado na Figura 2.4; e) a relação entre $\sigma_1 - \sigma_3$ e ε_1 pode ser aproximada usando uma função hiperbólica.

Figura 2.4 – Ilustração das hipóteses do método.



Fonte: Liu e Won (2014)

A tensão vertical é dada pela Equação (2.25).

$$\sigma_v = \gamma \cdot z + q \quad (2.25)$$

onde γ é o peso específico do solo; z é a profundidade; e q é a sobrecarga uniforme, conforme Figura 2.4.

A relação entre a tensão e a deformação, em sua forma incremental, pode ser expressa pelas Equações (2.26) e (2.27).

$$\Delta\sigma_v - \Delta\sigma_h = C_t \cdot \Delta\varepsilon_v \quad (2.26)$$

$$C_t = k \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_h}{p_a}\right)^n \cdot \left[1 - R_f \cdot \frac{(\sigma_v - \sigma_h) \cdot (1 - \sin\phi)}{2 \cdot c \cdot \cos\phi + 2 \cdot \sigma_h \sin\phi}\right]^2 \quad (2.27)$$

onde $\Delta\sigma_v$, $\Delta\sigma_h$ e $\Delta\varepsilon_v$ são os incrementos de tensão vertical, tensão horizontal e deformação vertical, respectivamente; C_t é a inclinação tangencial de $\sigma_v - \sigma_h$ versus ε_v no estado plano de tensões. C_t assume a mesma forma do módulo tangente do solo apresentado por Duncan et al. (1980); k é o número de módulos do modelo hiperbólico; n é o expoente do módulo; R_f é a relação de falha; p_a é a pressão atmosférica; e c e ϕ é a coesão e ângulo de atrito do solo, respectivamente.

A deformação volumétrica do solo é assumida inelástica segundo a relação tensão-dilatância de Rowe (1962). A forma incremental é apresentada na Equação (2.28).

$$\Delta\varepsilon_v = K \cdot \left(\frac{\sigma_h}{\sigma_v}\right) \cdot \Delta\varepsilon_h \quad (2.28)$$

onde K é a constante de dilatância; e ε_h é a deformação horizontal.

Assumindo compatibilidade horizontal da deformação entre o solo e o reforço, a tensão horizontal σ_h pode ser relacionada com a carga do reforço por metro T , conforme a forma incremental apresentada em Equação (2.29).

$$\Delta\sigma_h = \frac{\Delta T}{S_v} = \frac{J \cdot \Delta\varepsilon_h}{S_v} \quad (2.29)$$

onde J é a rigidez do reforço; e S_v é o espaçamento horizontal do reforço.

Substituindo as Equações (2.28) e (2.29) na Equação (2.26) resulta na Equação (2.30).

$$\Delta\varepsilon_h = \frac{\Delta\sigma_v}{\left[K \cdot \left(\frac{\sigma_h}{\sigma_v}\right) \cdot C_t + \frac{J}{S_v}\right]} \quad (2.30)$$

Para resolver a Equação (2.30) é necessário definir uma relação inicial de σ_h e σ_v , Liu e Won (2014) sugerem $\sigma_h = K_0 \cdot \sigma_v$, onde K_0 é o coeficiente de empudo em repouso. Além disso, os autores sugerem um incremento de $\sigma_h = 0,1 \text{ kPa}$.

O incremento da força na camada do reforço pode ser obtido pela Equação (2.31).

$$\Delta T = J \Delta \varepsilon_h \quad (2.31)$$

Por fim, a tensão na camada do reforço é obtida ao final das iterações pela Equação (2.32).

$$T = T + \Delta T \quad (2.32)$$

2.4.2 Método de Ehrlich e Mitchell (1994)

O método de Ehrlich e Mitchell (1994) considera aderência perfeita entre o solo e o reforço, e que cada camada de reforço é responsável pelo equilíbrio horizontal local da correspondente faixa de solo da zona ativa. Para determinar a máxima força de tração mobilizada no reforço, ao final da construção, usando o procedimento original proposto por Ehrlich e Mitchell (1994) aplica-se a Equação (2.33).

$$T_{max} = S_v K_r \sigma_z \quad (2.33)$$

onde S_v é o espaçamento vertical entre as camadas; σ_z tensão vertical no ponto de interesse; e K_r é o coeficiente de empuxo residual, ao final da construção. O valor de σ_z pode ser determinado pela Equação (2.34).

$$\sigma_z = \frac{\gamma \cdot z}{1 - \left(\frac{K_a}{3}\right) \cdot \left(\frac{z}{L_r}\right)^2} \quad (2.34)$$

onde γ é o peso específico do solo; z é a profundidade da camada de reforço; K_a é o coeficiente de empuxo ativo do solo; L_r é o comprimento do reforço. O valor de K_r pode ser obtido pela solução iterativa da Equação (2.35).

$$\frac{1}{S_i} \cdot \left(\frac{\sigma_z}{P_a}\right)^n = \frac{(1 - v_{un}^2) \cdot [(K_r - K_{\Delta 2}) - (K_c - K_{\Delta 2}) \cdot OCR]}{\left(\frac{k_u}{k}\right) \cdot (K_c \cdot OCR - K_r) \cdot K_r^n} \quad (2.35)$$

S_i é o índice de rigidez relativa solo-reforço e é calculado pela Equação (2.36).

$$S_i = \frac{E_r \cdot A_r}{k \cdot P_a \cdot S_v} \quad (2.36)$$

onde k , k_u e n são os números de módulo de carga, descarga e expoente do módulo segundo Duncan et al. (1980), respectivamente; P_a é a pressão atmosférica; E_r e A_r são o módulo de elasticidade do reforço a área da seção transversal, respectivamente. A razão de sobreadensamento OCR é dada pela Equação (2.37).

$$OCR = \frac{\sigma_{zc}}{\sigma_z} \quad (2.37)$$

A compactação gera no solo reforçado um efeito semelhante ao sobreadensamento. A pressão de sobreadensamento (σ_{zc}) é definida como a máxima tensão vertical que ocorreu no solo em sua história. Considerando $\sigma_{zc,i}$ como a máxima tensão vertical induzida durante a operação de compactação, a Equação (2.38) define o valor de σ_{zc} .

$$\begin{aligned} \sigma_z \leq \sigma_{zc,i} &\rightarrow \sigma_{zc} = \sigma_{zc,i} \\ \sigma_z \geq \sigma_{zc,i} &\rightarrow \sigma_{zc} = \sigma_z \end{aligned} \quad (2.38)$$

O coeficiente de Poisson para descarregamento, a partir da condição de repouso (v_{un}) é dado pela Equação (2.39).

$$v_{un} = \frac{K_{\Delta 2}}{1 + K_{\Delta 2}} \quad (2.39)$$

onde $K_{\Delta 2}$ é o coeficiente de decréscimo do empuxo lateral para descarregamento sob condição K_0 , dado pela Equação (2.40).

$$K_{\Delta 2} = \frac{K_0 \cdot (OCR - OCR^{0,7 \cdot \text{sen}\phi})}{OCR - 1} \quad (2.40)$$

K_0 pode ser calculado pela Equação (2.41).

$$K_0 = 1 - \sin\phi \quad (2.41)$$

onde ϕ é o ângulo de atrito do solo.

O coeficiente de empuxo correspondente ao estado de tensão equivalente ao acréscimo de tensão provocado pela compactação K_c é calculado usando as Equações (2.42) e (2.43), através de um processo iterativo.

$$\frac{1}{S_i} \left(\frac{\sigma_{zc}}{P_a} \right)^n = \frac{(1 - \nu_0^2) \cdot (1 - K_{aa})^2 \cdot (K_0 - K_c) \cdot K_0}{(K_c - K_{aa}) \cdot (K_0 - K_{aa}) \cdot K_c^n} \quad (2.42)$$

$$K_{aa} = \frac{K_a}{\{(1 - K_a) \cdot [c / (\sigma_{zc} \cdot K_c \cdot \tan\phi) + 1] / R_f + K_a\}} \quad (2.43)$$

onde c é a coesão e R_f é a relação de falha de Duncan et al. (1980). K_a e ν_0 são calculados pela Equação (2.44) e (2.45).

$$K_a = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.44)$$

$$\nu_0 = \frac{K_0}{1 + K_0} \quad (2.45)$$

2.4.3 Método de Ehrlich e Mirmoradi (2016)

Para a determinação da carga em cada nível do reforço utiliza-se a Equação (2.33) definida por Ehrlich e Mitchell (1994). O coeficiente de empuxo residual, no final da construção é definido pela Equação (2.46).

$$K_r = K_c \cdot OCR - \frac{1,15 \cdot S_i^* \cdot (1 - \sin\phi) \cdot (OCR - OCR^\alpha)}{1,5 + S_i^*} \quad (2.46)$$

onde $\alpha = 0,7 \cdot \sin\phi$. S_i^* é dado pela Equação (2.49). Substituindo a Equação (2.46) na Equação (2.33), resulta na Equação (2.47).

$$\frac{T_{max}}{S_v} = K_c \cdot \sigma_{zc} - \left(\frac{1,15 \cdot S_i^* \cdot (1 - \sin\phi) \cdot (OCR - OCR^\alpha)}{1,5 + S_i^*} \right) \cdot \sigma_z \quad (2.47)$$

onde σ_{zc} é definido na Equação (2.38). A tensão vertical σ_z é definida pela Equação (2.34) quando a inclinação da face com a vertical é $\omega < 6^\circ$. Para $\omega > 6^\circ$ a tensão efetiva vertical é definida como $\sigma_z = \gamma z$. O K_c e a rigidez relativa solo-reforço são calculados pelas Equações (2.48) e (2.49), respectivamente.

$$K_c = \frac{[1 + 8 \cdot S_i^* \cdot \sin(\phi_{ult}/2)] \cdot K_{ow}}{2 + 8 \cdot S_i^* \cdot \sin(\phi_{ult}/2) - K_{ow}} \quad (2.48)$$

$$S_i^* = \frac{S_i}{(\sigma_{zc} \cdot K_{ow} / P_a)^n} \quad (2.49)$$

onde ϕ_{ult} é o ângulo de atrito do solo no modelo tensão-deformação hiperbólico, segundo Duncan et al. (1980) e calculado pelas Equações (2.50) e (2.51). K_{ow} é dado pela Equação (2.52).

$$\phi_{ult} = \text{Arccsc}\left(\left\{[R_f + (1 - R_f) \cdot (4 \cdot S_i/1 + 4 \cdot S_i)\lambda] \cdot (\csc\phi - 1)\right\} + 1\right) \quad (2.50)$$

$$\lambda = 0,02 \cdot \phi - 0,1 \leq 1 \quad (2.51)$$

Quando $R_f = 1$ resulta $\phi_{ult} = \phi$. K_{ow} é equivalente ao coeficiente de empuxo em repouso, dado pela Equação (2.52).

$$K_{ow} = [1 - \sin(\phi_{ult} + 0,85 \cdot \omega)] \cdot \left[\frac{1 + \tan(\phi_{ult} + \omega)}{\cos\omega + \tan\phi_{ult}} \right] \quad (2.52)$$

O método simplificado sugerido por Ehrlich and Mirmoradi (2016) é recomendado para $\omega < 20^\circ$.

2.5 ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

2.5.1 Descrição dos muros e aplicação dos métodos de dimensionamento

Nesse item, foram realizadas análises comparativas entre diferentes abordagens de dimensionamento de muros de solo reforçados com geossintéticos. Além disso, foram realizadas comparações entre os resultados de tração máxima nos reforços obtidos com os métodos de projeto e os dados obtidos no monitoramento desses muros. O objetivo aqui não é realizar uma análise extensiva entre os diversos métodos de dimensionamento disponíveis na literatura, e sim, avaliar um método para cada tipo de abordagem apresentada nos itens 2.2, 2.3, 2.4. Ou seja, as avaliações se restringem a um dos métodos das diferentes abordagens de projeto adotadas neste trabalho.

Para a abordagem baseada em equilíbrio limite, foi considerado o método de equilíbrio de forças descrito no item 2.2.1. Esse método foi escolhido pela sua ampla utilização na rotina de projetos e pela simplicidade de aplicação. Para a abordagem empírica, foi adotado o método *K-stiffness* desenvolvido por Allen et al. (2003) e aprimorado por Miyata e Bathurst (2007a) e Bathurst et al. (2008a). A vantagem desse método é que ele considera o efeito da rigidez dos diferentes elementos que compõe a estrutura e foi calibrado considerando o monitoramento de dezenas de muros em escala real. Para a abordagem analítica baseada em compatibilidade de deformações, foi adotado o método de Ehrlich e Mirmoradi (2016). Esse método é uma evolução do método de Ehrlich e Mitchell (1994) e considera a estrutura sob condições de serviço, o efeito da tensão de compactação, a rigidez do reforço e a não linearidade do solo.

Para estudar as características dos muros que influenciam nos métodos de dimensionamento, foram consideradas diferentes estruturas reais monitoradas e disponíveis na literatura. Os muros adotados neste trabalho se diferenciam pela sua altura, tipo de geossintético, tipo de face e inclinação de face. Diferenças nas condições de carregamento e parâmetros dos solos também foram consideradas para escolha desses muros. Para simplificar a interpretação e análises, foram selecionadas paredes construídas com solo granular e apoiadas em fundação competente.

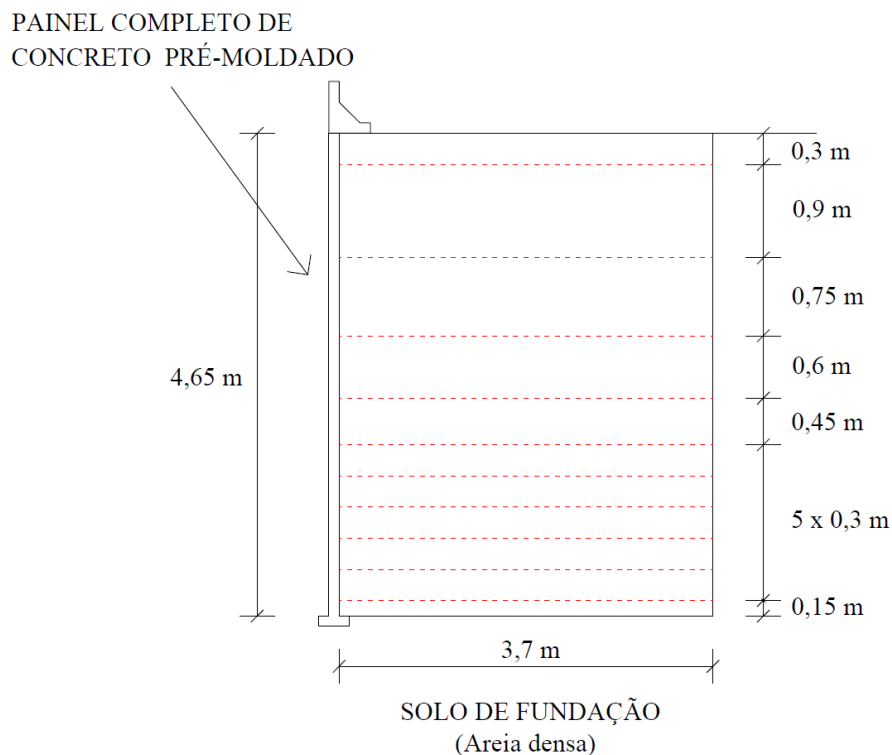
Abaixo, são apresentados detalhes de cada estrutura adotada e a aplicação dos métodos de dimensionamento. Foi utilizada a nomenclatura definida por Allen et al. (2002, 2003) para referenciar as estruturas reais adotadas nesse estudo.

2.5.1.1 Muro GW5 (BRIGHT ET AL., 1994)

Bright et al. (1994) documentaram os resultados de instabilidade e durabilidade dos elementos de reforço de um muro reforçado com geogrelha de polietileno de alta densidade (PEAD) construído em Tucson, Arizona (EUA), entre 1984 e 1985. Foram recuperadas amostras de solo e geogrelha para realização de procedimentos e ensaios laboratoriais. Os resultados desses ensaios subsidiaram avaliações da condição de serviço do muro após nove anos, em um ambiente de elevada temperatura (máximas de 38°C, com média de 25 a 30°C).

A seção deste muro aqui analisada, têm face vertical e altura de 4,65 m, com distribuição dos reforços conforme apresentado na Figura 2.5. Para revestimento da face, foi utilizado painel de concreto pré-moldado com 0,15 m de espessura, 3,0 m de comprimento e com altura total. As geogrelhas foram conectadas mecanicamente aos painéis de concreto e estendidas com comprimento de 3,70 m. O reforço especificado foi uma geogrelha uniaxial SR2 do fabricante *Tensar*.

Figura 2.5 – Seção típica do muro GW5.



Fonte: Adaptado de Allen e Bathurst (2003)

Ensaio triaxiais foram realizados nas amostras do solo de aterro granular. A interpretação desses dados, pelos autores, resultou em um ângulo de atrito de pico de 53° . O peso específico medido durante a compactação do aterro foi de $19,6 \text{ kN/m}^3$ e a resistência máxima da geogrelha fornecida pelo fabricante foi de 73 kN/m . A Tabela 2.1 apresenta um resumo das características e parâmetros do muro GW5.

Tabela 2.1 – Resumo dos dados do muro GW5

H	Face	Geossintético	γ (kN/m^3)	ϕ ($^\circ$)	q	Inclinação da face ($^\circ$)	$J_{2\%}$ (kN/m)	T_{ult} (kN/m)
4,65	Painel inteiro de concreto	Geogrelha (PEAD)	19,6	53	-	90	340	73

O programa de instrumentação e os resultados de monitoramento durante a construção e operação podem ser avaliados em Bright et al. (1994) e em suas referências. Allen e Bathurst (2002 e 2003) reinterpretem esses dados de monitoramento e estimaram as cargas nas camadas de reforço considerando a condição de serviço. A Tabela 2.2 apresentam os resultados de tração nas camadas de reforço $z/H = 0,25, 0,70$ e $0,90 \text{ m}$, obtidos com os dados de monitoramento do muro.

Durante o processo de construção do muro, foi utilizado um rolo compactador vibratório e, próximo a face, foi utilizado um compactador de placa vibratória de pequeno porte. As medidas de deformação realizadas durante a construção mostram que tensões de tração foram induzidas nas geogrelhas durante a compactação. Esse monitoramento apresentou cargas no reforço entre $1,10$ e $2,20 \text{ kN/m}$, que representam baixas tensões verticais induzidas pela compactação ($5,0 \leq \sigma_{zc,i} \leq 11 \text{ kN/m}^2$). Esse baixo nível de tensão vertical induzida pela compactação tem pouca influência na determinação das cargas nas camadas de reforço, pois, a tensão geostática supera os efeitos da compactação. Assim, de maneira prática, foi adotado o valor médio de $\sigma_{zc,i} = 8,0 \text{ kN/m}^2$.

A profundidade de influência de compactação (Z_c) refere-se à profundidade equivalente em que as tensões geostáticas excedem as tensões induzidas pela compactação, ou seja, os efeitos da compactação são desprezíveis. Z_c é obtido pela razão entre a tensão induzida pela compactação e o peso específico ($Z_c = \sigma_{zc,i}/\gamma$). Para o muro GW5, $Z_c = \sigma_{zc,i}/\gamma = 0,41 \text{ m}$. Assim, segundo o método de Ehrlich e Mirmoradi (2016), o efeito da compactação influenciou apenas na primeira camada de reforço ($z = 0,3 \text{ m}$).

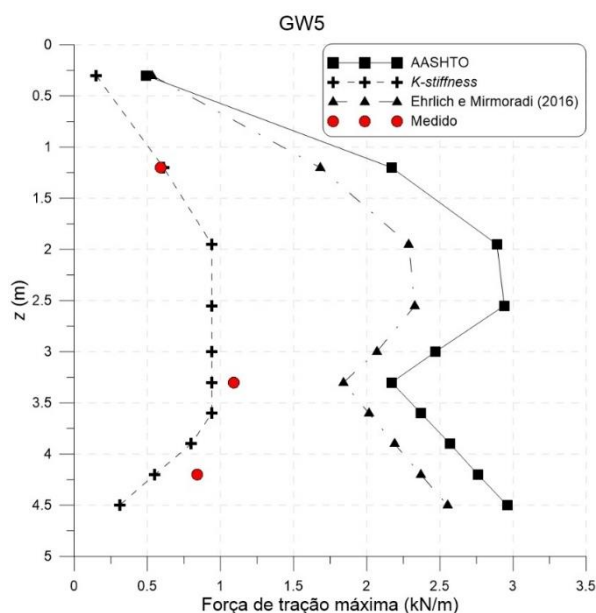
Para aplicação do método de Ehrlich e Mirmoradi (2016), foi adotado os parâmetros hiperbólicos para solos sem coesão sugeridos por Duncan et al. (1980). De maneira prática, foi adotado $k = 450$ e $n = 0,4$. Para definição do parâmetro R_f , foi realizada uma análise paramétrica com a variação dos seus valores (0,7, 0,8, 0,9 e 1,0) com o intuito de avaliar o melhor encaixe com os resultados de monitoramento. Os resultados do método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) considerando $R_f = 0,7$, apresentaram melhor aproximação com os resultados de monitoramento de campo.

Na Tabela 2.2 são apresentados os valores da força máxima de tração em cada camada de reforço previstas pelos métodos aqui analisados. A Figura 2.6 apresenta o gráfico com os resultados previstos pelos métodos de dimensionamento e os resultados do monitoramento de campo. A Tabela 2.3 apresenta a razão entre os valores previstos pelos métodos e o valor medido em campo ($T_{previsto}/T_{medido}$).

Tabela 2.2 – Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW5)

Camada	z	Força de tração máxima (kN/m)			
		Medido	AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
1	0,30	-	0,49	0,15	0,53
2	1,20	0,59	2,17	0,61	1,68
3	1,95	-	2,89	0,94	2,29
4	2,55	-	2,94	0,94	2,33
5	3,00	-	2,47	0,94	2,07
6	3,30	1,09	2,17	0,94	1,84
7	3,60	-	2,37	0,94	2,01
8	3,90	-	2,57	0,80	2,19
9	4,20	0,84	2,76	0,55	2,37
10	4,50	-	2,96	0,31	2,55

Figura 2.6 – Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW5

Tabela 2.3 – Valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o muro GW5

z/H	$T_{Previsto}/T_{Medido}$		
	AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
0,25	3,38	1,03	2,85
0,70	1,99	0,86	1,69
0,90	3,29	0,65	2,82
Média	2,98	0,85	2,45
COV(%)	26,96	22,48	26,95

De maneira geral, observa-se que o método *K-Stiffness* apresenta melhor aproximação aos resultados de monitoramento de campo, conseguindo representar a redução da tração máxima do reforço próximo da fundação. Entretanto, para o muro GW5, esse método apresentou resultados subestimados, com média de $T_{previsto}/T_{medido} = 0,85$.

Os métodos da AASTHO e de Ehrlich e Mirmoradi (2016) apresentaram comportamento semelhante entre si e valores a favor da segurança ($T_{previsto}/T_{medido} > 1,0$). Entretanto, apresentaram piores previsões, quando comparado com o método *K-Stiffness*.

Observa-se na Figura 2.6 que os modelos da AASTHO e de Ehrlich e Mirmoradi (2016) apresentam redução da tração máxima no ponto do máximo valor medido ($z/H = 0,70$). Além disso, apresentaram as maiores forças de tração na base do muro, desprezando o

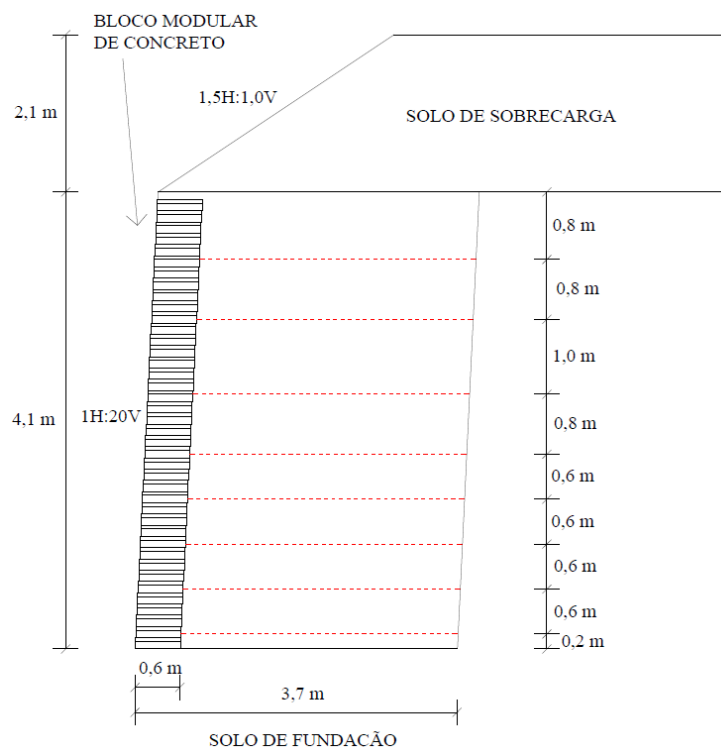
efeito positivo de confinamento com a fundação. Assim, para esse estudo de caso, esses métodos não representaram bem o comportamento real da estrutura.

Neste estudo de caso, o método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) apresentou considerável variação dos resultados com a modificação do parâmetro R_f . Quando adotado $R_f = 1,0$, os valores aumentam em média 25%. Assim, as previsões desse método podem melhorar com a aferição e correta adoção dos parâmetros k , n e R_f .

2.5.1.2 Muro GW9 (BATHURST ET AL., 1993)

Esse muro foi construído em Algonquin, Illinois (EUA) como parte de um estudo da *Federal Highway Administration* (FHWA) para investigar o comportamento de muros de solo reforçado (BATHURST et al., 1993; CHRISTOPHER, 1993). A geometria desse muro tem 6,10 m de altura por 15,0 m de comprimento. O reforço foi distribuído conforme a Figura 2.7 e com comprimento de 4,30 m. A face foi construída com blocos modulares de concreto com inclinação resultante de 93° . Os volumes vazios das unidades modulares da face foram preenchidos com solo. Foi utilizado uma geogrelha de poliéster de filamento contínuo de alta tenacidade (Mirafi Miragrid 5T) do fabricante *Tencate Geosynthetics*. Esse material é uma geogrelha biaxial e foi orientada com a direção mais resistente perpendicular a face do muro.

Figura 2.7 - Seção típica do muro GW9



Fonte: Adaptado de Allen e Bathurst (2003)

Foi utilizado solo do próprio local para construção do muro. Esse material foi caracterizado como areia pedregulhosa. Esse solo foi compactado com peso específico de $\gamma = 20,4 \text{ kN/m}^3$. Foram realizados ensaios de compressão triaxial em amostras desse solo para definição dos seus parâmetros. As análises dos resultados de ensaio e definição dos parâmetros são apresentadas em Adib et al. (1993). O ângulo de atrito para realização das análises foi definido como 43° e os parâmetros hiperbólicos de Duncan et al. (1980) para utilização no modelo de Ehrlich e Mirmoradi (2016) foram definidos como $k = 460$, $n = 0,5$ e $R_f = 0,7$. A Tabela 2.4 apresenta um resumo das principais características e parâmetros do muro GW9.

Tabela 2.4 - Resumo dos dados do muro GW9

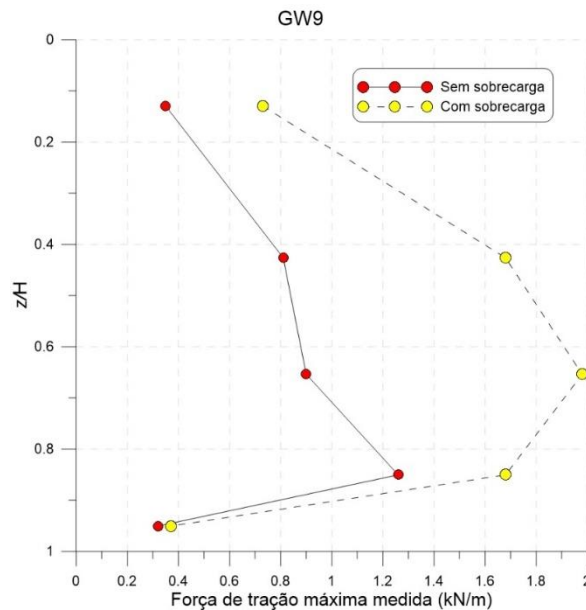
H	Face	Geossintético	γ (kN/m^3)	ϕ ($^\circ$)	q (kN/m^2)	Inclinação o da face ($^\circ$)	$J_{2\%}$ (kN/m)	T_{ult} (kN/m)
6,10	Bloco modular de concreto	Geogrelha (PET)	20,4	43	2,1 m de camada de solo	93	200	39,2

Posteriormente, foi aplicada uma sobrecarga de solo para avaliar o seu efeito no desempenho do muro. Assim, foi possível realizar o monitoramento dessa estrutura em dois cenários: sem carregamento externo e com uma sobrecarga de 2,10 m de solo não compactado com $\gamma = 16,9\text{kN/m}^2$. A Tabela 2.5 e a Figura 2.8 apresentam as forças de tração máxima medida nas camadas monitoradas com e sem a consideração da sobrecarga.

Tabela 2.5 - Forças de tração máxima medida sem e com sobrecarga – GW9

z/H	Força de tração máxima medida (kN/m)	
	Sem sobrecarga	Com sobrecarga
0,13	0,35	0,73
0,43	0,81	1,68
0,65	0,90	1,98
0,85	1,26	1,68
0,95	0,32	0,37

Figura 2.8 – Gráfico das forças de tração máxima medida sem e com sobrecarga – GW9



Observa-se que a aplicação da sobrecarga gerou um aumento da força de tração máxima do reforço. Esse aumento foi mais significativo nas três primeiras camadas, onde a consideração da sobrecarga dobrou os valores de força de tração. Nas camadas inferiores, o aumento foi menos expressivo, com elevação em torno de 15% e 30% para as camadas $z/H = 0,85$ e $0,95$, respectivamente. Os resultados de monitoramento do muro GW9 também apresentam uma acentuada tendência de redução da força de tração próxima a fundação.

O monitoramento das células de pressão, durante a compactação do primeiro metro de aterro, indica pressões equivalentes às tensões geostáticas esperadas para respectiva altura de

solo. Além disso, os registros de deformação dos reforços durante a compactação da camada mostram pequenas deformações, abaixo de 0,05%. Assim, considerando a falta de informações sobre o processo compactação e visto as baixas tensões induzidas pela compactação, foi considerado $\sigma_{zc,i} = 0$.

Na Tabela 2.6 são apresentados os valores da força máxima de tração em cada camada de reforço previstas pelos diferentes métodos aqui analisados para o muro GW9 sem sobrecarga. A Figura 2.9 apresenta o gráfico com os resultados previstos pelos métodos de dimensionamento e os resultados do monitoramento de campo para o muro GW9 sem sobrecarga. A Tabela 2.7 apresenta razão entre os valores previstos pelos diferentes métodos e o valor medido em campo ($T_{previsto}/T_{medido}$) para o muro GW9 sem sobrecarga.

Tabela 2.6 - Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW9 sem sobrecarga)

Camada	z	Força de tração máxima (kN/m)			
		Medido	AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
1	0,8	0,35	3,35	0,54	2,65
2	1,6	-	5,03	1,07	3,99
3	2,6	0,81	8,17	1,63	6,54
4	3,4	-	8,31	1,63	6,78
5	4,0	0,90	8,38	1,63	6,96
6	4,6	-	9,63	1,63	8,14
7	5,2	1,26	10,89	1,29	9,39
8	5,8	0,32	12,15	0,65	10,73

Figura 2.9 - Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW9 sem sobrecarga

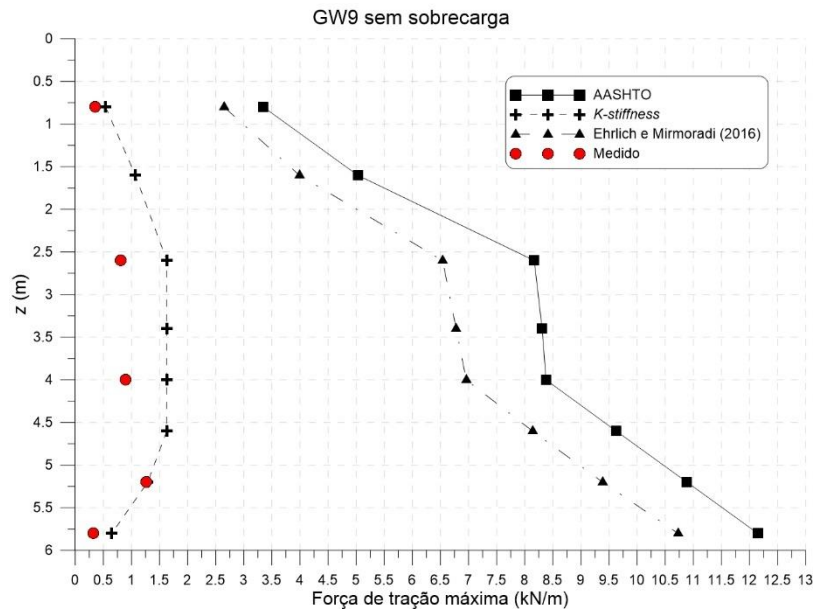


Tabela 2.7 - Valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o muro GW9 sem sobrecarga

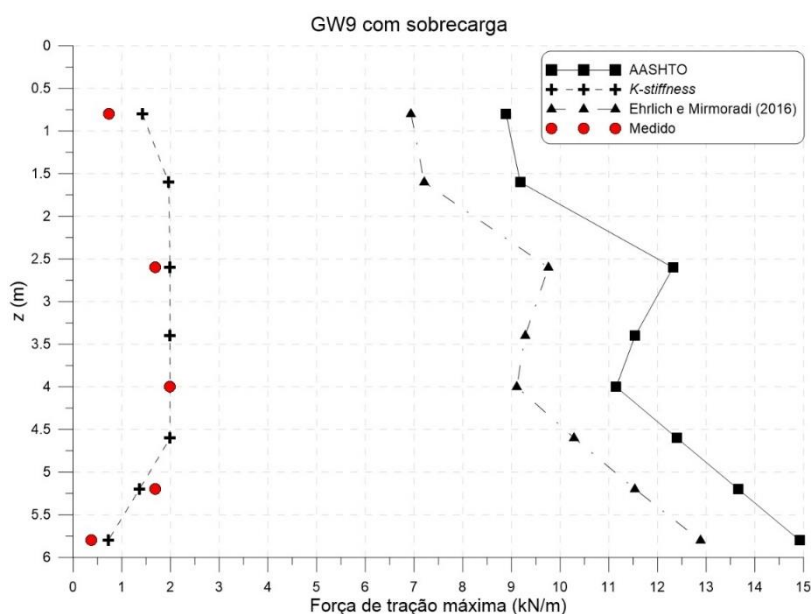
z/H	$T_{previsto}/T_{medido}$		
	AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
0,13	9,57	1,54	7,57
0,43	10,09	2,01	8,07
0,66	9,31	1,81	7,73
0,85	8,64	1,02	7,45
0,95	37,97	2,03	33,53
Média	15,12	1,68	12,87
COV (%)	84,59	24,93	89,76

Na Tabela 2.8 são apresentados os valores da força máxima de tração em cada camada de reforço previstas pelos diferentes métodos aqui analisados para o muro GW9 com sobrecarga. A Figura 2.10 apresenta o gráfico com os resultados previstos pelos métodos de dimensionamento e os resultados do monitoramento de campo para o muro GW9 com sobrecarga. A Tabela 2.9 apresenta razão entre os valores previstos pelos diferentes métodos e o valor medido em campo ($T_{previsto}/T_{medido}$) para o muro GW9 com sobrecarga.

Tabela 2.8 - Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW9 com sobrecarga)

Camada	z	Força de tração máxima (kN/m)			Ehrlich e Mirmoradi (2016)
		Medido	AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	
1	0,8	0,73	8,89	1,42	6,94
2	1,6	-	9,18	1,96	7,21
3	2,6	1,68	12,32	1,99	9,76
4	3,4	-	11,54	1,99	9,28
5	4,0	1,98	11,15	1,99	9,11
6	4,6	-	12,40	1,99	10,29
7	5,2	1,68	13,66	1,36	11,54
8	5,8	0,37	14,92	0,72	12,88

Figura 2.10 - Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW9 com sobrecarga

Tabela 2.9 - Valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o muro GW9 com sobrecarga

z/H	$T_{previsto}/T_{medido}$		
	AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
0,13	12,18	1,95	9,51
0,43	7,33	1,18	5,81
0,66	5,63	1,01	4,60
0,85	8,13	0,81	6,87
0,95	40,32	1,95	34,81
Média	14,72	1,38	12,32
COV (%)	98,61	38,88	103,10

Para o muro GW9 o método *K-Stiffness* se mostra mais adequado para previsão do comportamento da estrutura, pois apresenta melhor aproximação com resultados de monitoramento de campo e menor dispersão entre os valores previstos e medidos. Para esse caso, o método *K-Stiffness* apresentou resultados a favor da segurança, com média de $T_{previsto}/T_{medido} = 1,68$ e $1,38$, para a condição sem carregamento e com carregamento, respectivamente.

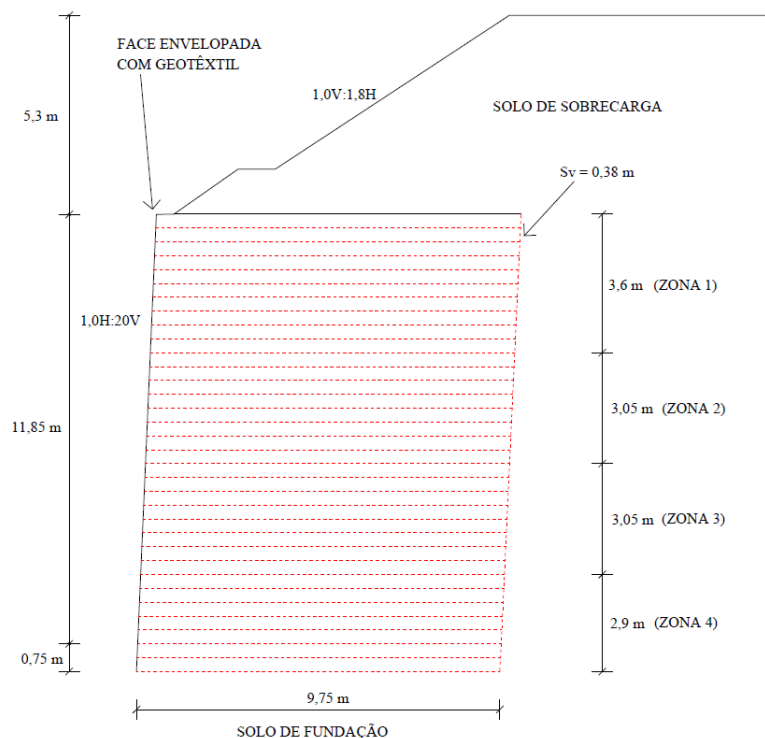
Os métodos da AASTHO e de Ehrlich e Mirmoradi (2016) apresentaram comportamento semelhante e valores a favor da segurança ($T_{previsto}/T_{medido} > 1,0$). Entretanto, apresentam excesso de conservadorismo, com resultados superiores a doze vezes o valor obtido no monitoramento de campo. Também se observa elevada dispersão da relação entre as trações máximas previstas e medidas, com coeficientes de variação superiores a 85%. Essa baixa acurácia pode estar associada a elevada rigidez da face, visto que esses modelos desprezam esse elemento. Além disso, apresentaram as maiores forças de tração na base do muro, desprezando o efeito positivo de confinamento com a fundação.

2.5.1.3 Muro GW16 (ALLEN ET AL., 1992)

O muro GW16 foi construído em Seattle, Washington (EUA) em 1989, com altura de 12,6 m e com uma sobrecarga de 5,3 m de solo (ALLEN ET AL., 1992). No momento da construção, essa era a maior estrutura reforçada com geotêxtil tecido do mundo. Por esse motivo, foi elaborado um extensivo programa de instrumentação para monitoramento e avaliação do desempenho dessa estrutura.

Esse muro foi construído com o objetivo de aplicação de sobrecarga para aceleração de recalques. Assim, após um ano de serviço, o muro GW16 foi demolido. A Figura 2.11 apresenta a seção típica desse muro.

Figura 2.11 - Seção típica do muro GW16



Fonte: Adaptado de Allen et al. (1992)

O projeto adotou espaçamento do geotêxtil de 0,38 m, com face envelopada, e a resistência do geossintético especificada era variável com a altura do muro. Quatro diferentes geotêxteis tecidos de polipropileno e de poliéster foram adotados como reforços. A Tabela 2.10 apresenta as características dos geotêxteis e sua respectiva zona.

Tabela 2.10 - Característica dos geotêxteis adotados no muro GW16

Zona	Tipo	$J_{2\%}$ (kN/m)	T_{ult} (kN/m)
1	Geotêxtil tecido de polipropileno (GTF 200)	100	31
2	Geotêxtil tecido de polipropileno (GTF 375)	190	62
3	Geotêxtil tecido de polipropileno (GTF 500)	340	92
4	Geotêxtil tecido de poliéster (GTF 1225)	1000	186

A Tabela 2.11 apresenta um resumo das principais características e parâmetros do muro GW16.

Tabela 2.11 - Resumo dos dados do muro GW16

H	Face	γ (kN/m ³)	ϕ (°)	q (kN/m ²)	Inclinação da face (°)
12,6	Face envelopada com geotêxtil	21,1	54	5,3 m de camada de solo	93

Zornberg (1994) utilizou os dados de monitoramento do muro GW16 para calibrar a modelagem de muros em elementos finitos e realizar estudos paramétricos. Para realização desse estudo, Zornberg (1994) avaliou os ensaios de compressão triaxial disponíveis para estimar os parâmetros do modelo hiperbólico de Duncan et al. (1980). Assim, os parâmetros adotados no modelo de Ehrlich e Mirmoradi (2016) foram: $k = 913$, $n = 0,6$ e $R_f = 0,64$.

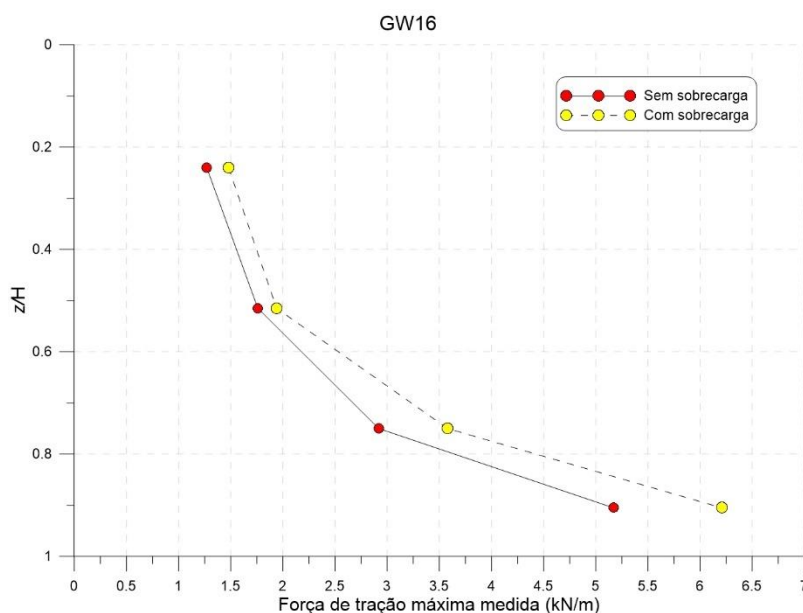
Allen et al. (1992) relataram que o uso de um rolo compactador de grande porte gerou grandes deformações na face, mesmo quando mantido a 1,8 m de distância da face. Como procedimento, foi utilizado uma placa vibratória de pequeno porte a 0,9 m da face e compactação estática nas outras áreas. Assim, a taxa de compactação reduziu severamente. De maneira prática, foi adotado nesse estudo $\sigma_{zc,i} = 10,0 \text{ kN/m}^2$.

O monitoramento do muro GW16 foi realizado em duas etapas principais, semelhante ao monitoramento do muro GW9. A primeira, durante a construção e antes da aplicação da sobrecarga de solo. E a segunda, para verificação do efeito da sobrecarga, durante a aplicação da carga de solo e posterior condição de serviço. A Tabela 2.12 e a Figura 2.8 apresentam as forças de tração máxima medida nas camadas monitoradas com e sem a consideração da sobrecarga.

Tabela 2.12 - Forças de tração máxima medida sem e com sobrecarga – GW16

z/H	Força de tração máxima medida (kN/m)	
	Sem sobrecarga	Com sobrecarga
0,24	1,27	1,48
0,51	1,76	1,94
0,75	2,92	3,58
0,91	5,17	6,21

Figura 2.12 - Gráfico das forças de tração máxima medida sem e com sobrecarga – GW16



Observa-se que a aplicação da sobrecarga gerou um aumento da força de tração máxima do reforço. Para esse estudo de caso, não foi observado uma maior influência da sobrecarga nas primeiras camadas, ou seja, em todas as camadas foi verificado um aumento semelhante, com média de 17%.

Na Tabela 2.13 são apresentados os valores da força máxima de tração em cada camada de reforço previstas pelos métodos aqui analisados para o muro GW16 sem sobrecarga. A Figura 2.13 apresenta o gráfico com os resultados previstos pelos métodos de dimensionamento e os resultados do monitoramento de campo para o muro GW16 sem sobrecarga. A Tabela 2.14 apresenta razão entre os valores previstos pelos métodos e o valor medido em campo ($T_{previsto}/T_{medido}$) para o muro GW9 sem sobrecarga.

Tabela 2.13 - Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW16 sem sobrecarga)

Camada	z	Força de tração máxima (kN/m)			Ehrlich e Mirmoradi (2016)
		Medido	AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	
1	0,38	-	0,42	0,08	0,38
2	0,76	-	0,55	0,16	0,42
3	1,14	-	0,83	0,24	0,62
4	1,52	-	1,11	0,32	0,81
5	1,9	-	1,38	0,40	1,01
6	2,28	-	1,66	0,48	1,21
7	2,66	-	1,94	0,55	1,41
8	3,04	1,27	2,22	0,63	1,61
9	3,42	-	2,49	0,71	1,81
10	3,8	-	2,77	1,51	2,05
11	4,18	-	3,05	1,66	2,25
12	4,56	-	3,32	1,81	2,45
13	4,94	-	3,6	1,96	2,66
14	5,32	-	3,88	2,00	2,86
15	5,7	-	4,15	2,00	3,06
16	6,08	-	4,43	2,00	3,27
17	6,46	1,76	4,71	2,00	3,48
18	6,84	-	4,99	3,57	3,81
19	7,22	-	5,26	3,57	4,03
20	7,6	-	5,54	3,57	4,24
21	7,98	-	5,82	3,57	4,46
22	8,36	-	6,09	3,57	4,67
23	8,74	-	6,37	3,57	4,89
24	9,12	-	6,65	3,57	5,11
25	9,5	2,92	6,92	3,57	5,33
26	9,88	-	7,2	10,51	6,09
27	10,26	-	7,48	9,91	6,33
28	10,64	-	7,76	8,64	6,57
29	11,02	-	8,03	7,37	6,81
30	11,4	5,17	8,31	6,11	7,06
31	11,78	-	8,59	4,84	7,3
32	12,16	-	8,86	3,57	7,55
33	12,54	-	6,01	2,30	5,44

Figura 2.13 - Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW16 sem sobrecarga

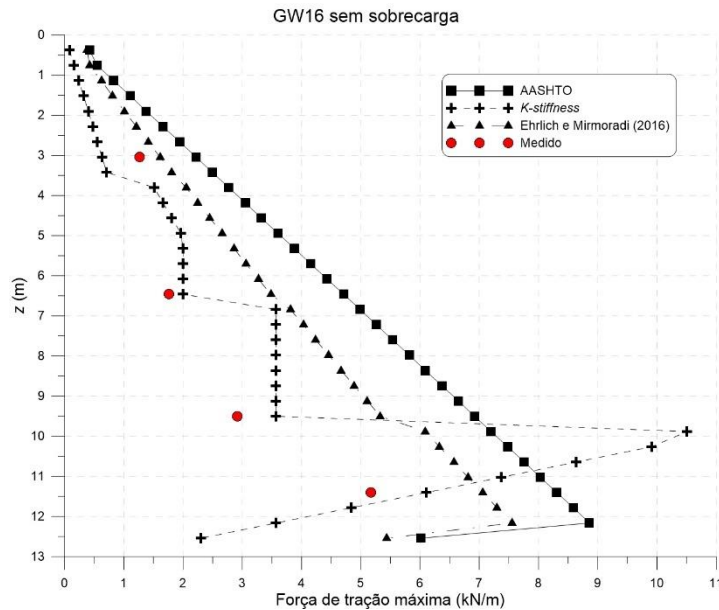


Tabela 2.14 - Valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o muro GW16 sem sobrecarga

z/H	$T_{previsto}/T_{medido}$		
	AASHTO	$K\text{-Stiffness}$	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
0,24	1,75	0,50	1,27
0,51	2,68	1,14	1,98
0,75	2,37	1,22	1,83
0,91	1,61	1,18	1,37
Média	2,10	1,01	1,61
COV (%)	24,13	33,82	21,44

Na Tabela 2.15 são apresentados os valores da força máxima de tração em cada camada de reforço previstas pelos diferentes métodos aqui analisados para o muro GW16 com sobrecarga. A Figura 2.14 apresenta o gráfico com os resultados previstos pelos métodos de dimensionamento e os resultados do monitoramento de campo para o muro GW16 com sobrecarga. A Tabela 2.16 apresenta razão entre os valores previstos pelos métodos e o valor medido em campo ($T_{previsto}/T_{medido}$) para o muro GW9 com sobrecarga.

Tabela 2.15 - Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW16 com sobrecarga)

Camada	z	Força de tração máxima (kN/m)			Ehrlich e Mirmoradi (2016)
		Medido	AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	
1	0,38	-	3,37	0,64	2,41
2	0,76	-	2,52	0,72	1,82
3	1,14	-	2,8	0,80	2,02
4	1,52	-	3,08	0,88	2,22
5	1,90	-	3,35	0,96	2,41
6	2,28	-	3,63	1,04	2,61
7	2,66	-	3,91	1,12	2,81
8	3,04	1,48	4,18	1,20	3,01
9	3,42	-	4,46	1,28	3,20
10	3,8	-	4,74	2,42	3,46
11	4,18	-	5,01	2,42	3,66
12	4,56	-	5,29	2,42	3,86
13	4,94	-	5,57	2,42	4,06
14	5,32	-	5,85	2,42	4,26
15	5,70	-	6,12	2,42	4,47
16	6,08	-	6,4	2,42	4,67
17	6,46	1,94	6,68	2,42	4,88
18	6,84	-	6,95	4,34	5,25
19	7,22	-	7,23	4,34	5,46
20	7,60	-	7,51	4,34	5,67
21	7,98	-	7,78	4,34	5,89
22	8,36	-	8,06	4,34	6,10
23	8,74	-	8,34	4,34	6,32
24	9,12	-	8,62	4,34	6,54
25	9,50	3,58	8,89	4,34	6,76
26	9,88	-	9,17	11,63	7,60
27	10,26	-	9,45	10,36	7,84
28	10,64	-	9,72	9,09	8,08
29	11,02	-	10,00	7,82	8,32
30	11,4	6,21	10,28	6,56	8,56
31	11,78	-	10,55	5,29	8,81
32	12,16	-	10,83	4,02	9,06
33	12,54	-	7,31	2,75	6,47

Figura 2.14 - Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW16 com sobrecarga

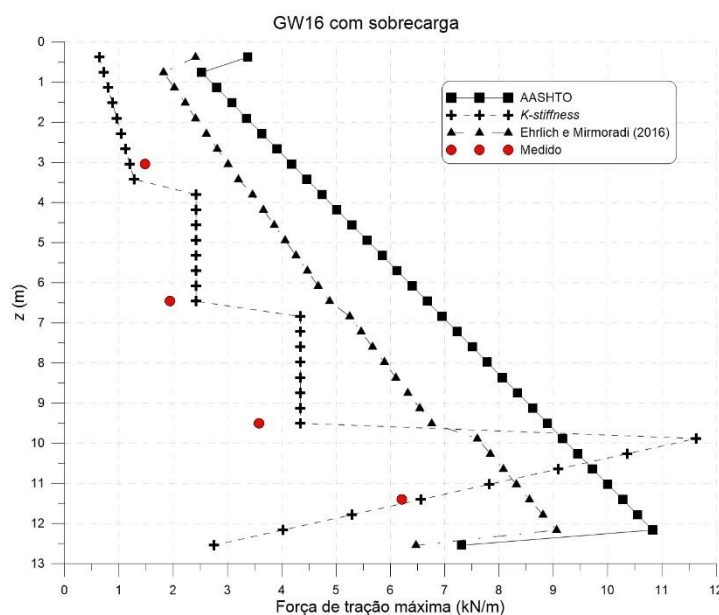


Tabela 2.16 - Valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o muro GW16 com sobrecarga

z/H	$T_{previsto}/T_{medido}$		
	AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
0,24	2,82	0,81	2,03
0,51	3,44	1,25	2,52
0,75	2,48	1,21	1,89
0,91	1,66	1,06	1,38
Média	2,60	1,08	1,95
COV (%)	28,54	18,40	23,99

O modelo *K-Stiffness* apresentou melhores previsões, quando comparado aos outros métodos aqui analisados, com média de $T_{previsto}/T_{medido}$ próximo a 1. Entretanto, para previsão da força de tração nas primeiras camadas, apresentou resultados subestimados.

No modelo *K-Stiffness* observa-se um aumento acentuado na previsão da força de tração quando ocorre transição entre zonas. Comportamento semelhante é observado no modelo Ehrlich e Mirmoradi (2016), entretanto, menos acentuado. Esse comportamento é justificado pelo expressivo aumento da rigidez nas transições das zonas. Como o método da AASTHO desconsidera a rigidez do reforço, não é possível captar esse comportamento.

O método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) apresentou melhor convergência, a favor da segurança, com média de $T_{previsto}/T_{medido} = 1,61$ e $1,95$, para as análises sem e com sobrecarga, respectivamente. Já o método da AASTHO, se mostrou o mais conservador entre

métodos analisados, com média de $T_{previsto}/T_{medido} = 2,10$ e $2,60$, para as análises sem e com sobrecarga, respectivamente.

Comparando esses resultados com os dos muros GW5 e GW9, observa-se uma melhora na previsão dos métodos da AASTHO e de Ehrlich e Mirmoradi (2016). Além disso, a aplicação desses métodos no muro GW16 resultou em uma menor dispersão entre os valores previstos e medidos. Essa melhor previsão dos resultados pode estar associada ao tipo de face. Como a face do muro GW16 é flexível (face envelopada com geotêxtil), os modelos da AASTHO e de Ehrlich e Mirmoradi (2016) obtêm uma melhor aproximação, por desprezarem a rigidez de face em suas formulações.

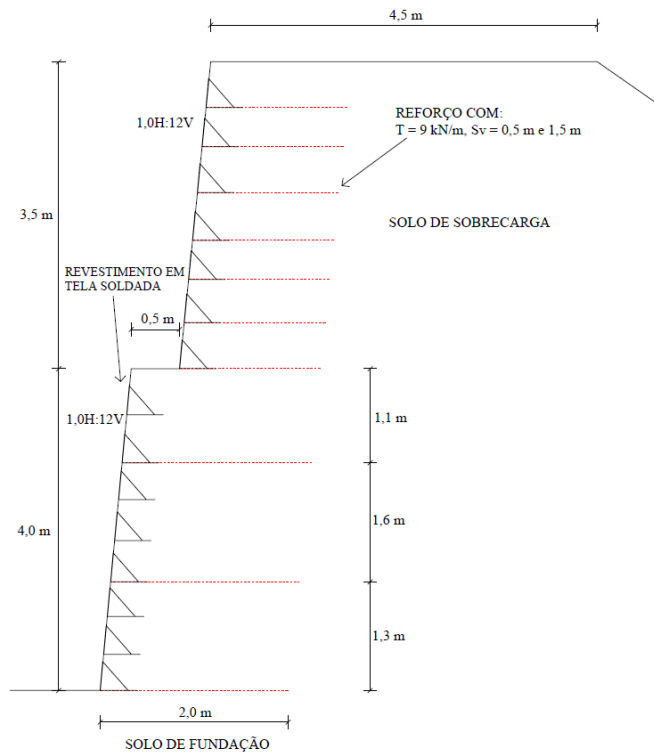
2.5.1.4 Muro GW20 (CARRUBBA ET AL., 1999)

Carrubba et al. (1999) avaliaram o desempenho de dois muros reforçados com geogrelhas de 4,0 m de altura construídas na Itália, próximo da cidade de Vicenza. Cada muro foi construído usando uma geogrelha de reforço diferente. Uma seção foi reforçada com geogrelha uniaxial de polietileno de alta densidade (PEAD). E a segunda seção foi reforçada com geogrelha biaxial de polipropileno (PP).

O dimensionamento dessas estruturas foi baseado em conceitos de equilíbrio limite. Todos os fatores de segurança foram deliberadamente definidos como 1,0, para projetar a estrutura no estágio de equilíbrio limite. Assim, a falha foi atingida sobrecarregando o muro com 3,5 m de solo. Essa estrutura foi monitorada durante a fase de construção e de serviço, até atingir a falha.

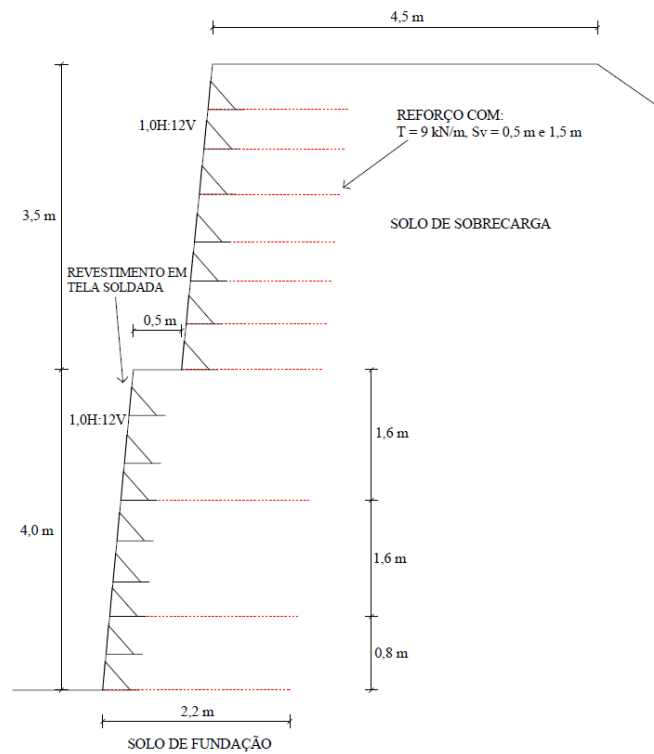
Como a estrutura foi projetada em sua condição limite de ruptura e as geogrelhas tem diferentes características, os espaçamentos verticais e os comprimentos de reforço dessas duas seções são diferentes. Essas estruturas foram construídas usando fôrmas de arame soldado na face. As Figuras 2.15 e 2.16 apresentam as seções típicas do muro GW20 reforçado com geogrelhas de PEAD e PP, respectivamente.

Figura 2.15 - Seção típica do muro GW20 - PEAD



Fonte: Adaptado de Carrubba et al. (1999)

Figura 2.16 - Seção típica do muro GW20 - PP



Fonte: Adaptado de Carrubba et al. (1999)

A Tabela 2.17 apresenta o resumo das características e parâmetros usados nas análises.

Tabela 2.17 - Resumo dos dados do muro GW20

H	Face	Geossintético	γ (kN/m ³)	ϕ (°)	q (kN/m ²)	Inclinação o da face (°)	$J_{2\%}$ (kN/m)	T_{ult} (kN/m)
4,0	Revestimento em tela soldada	Geogrelha (PEAD)	21,1	57	3,5 m de camada de solo	95	300	58
		Geogrelha (PP)					90*	23,7
							100	

* Aplicado a primeira camada.

Para aplicação do método de Ehrlich e Mirmoradi (2016), foram adotados os parâmetros hiperbólicos para solos sem coesão sugeridos por Duncan et al. (1980). Assim, de maneira prática, foi adotado $k = 500$ e $n = 0,3$. Para definição do parâmetro R_f , foi realizada uma análise paramétrica com a variação dos seus valores (0,7, 0,8, 0,9 e 1,0) para avaliar o melhor encaixe com os resultados de monitoramento. Os resultados do método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) considerando $R_f = 0,7$ apresentaram melhor aproximação com os resultados de monitoramento de campo.

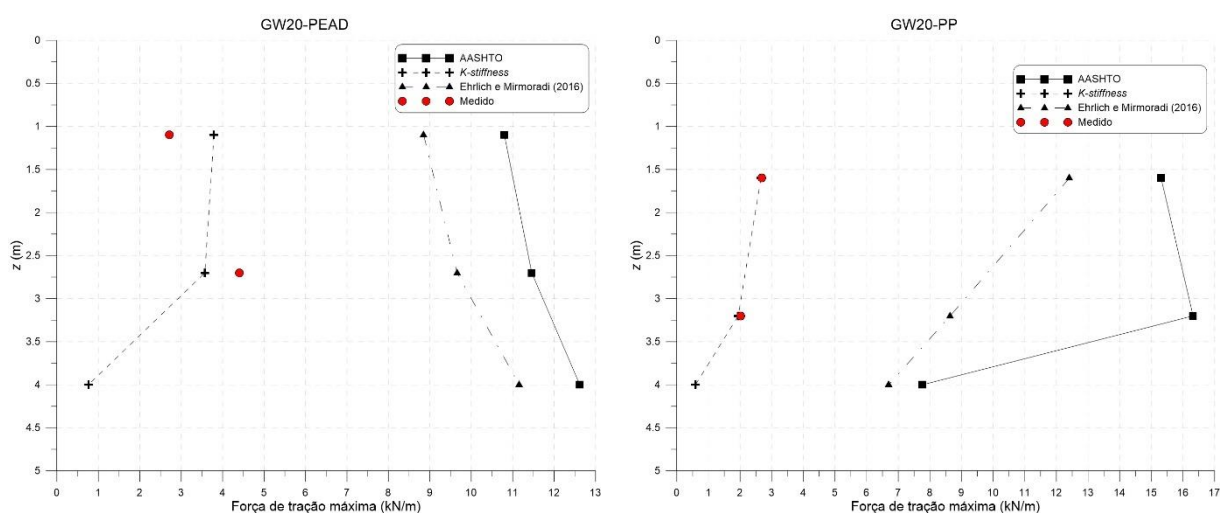
O solo de aterro foi compactado em camadas de 0,3 m de espessura usando rolo vibratório (80kN). Por não ter sido disponibilizado informações detalhadas sobre o equipamento de compactação, foi realizada uma correlação com os estudos de Ehrlich e Mitchell (1994) e Ehrlich et al. (2012) e foi definido $\sigma_{zc,i} = 70,0 \text{ kN/m}^2$.

Na Tabela 2.18 são apresentados os valores da força máxima de tração em cada camada de reforço previstas pelos métodos aqui analisados. A Figura 2.17 apresenta o gráfico com os resultados previstos pelos métodos de dimensionamento e os resultados do monitoramento de campo. A Tabela 2.19 apresenta razão entre os valores previstos pelos diferentes métodos e o valor medido em campo ($T_{previsto}/T_{medido}$).

Tabela 2.18 – Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muro GW20-PEAD)

Muro	Camada	z	Força de tração máxima (kN/m)			
			Medido	AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
GW20-PEAD	1	1,1	2,72	10,80	3,79	8,85
	2	2,7	4,40	11,46	3,57	9,66
	3	4,0	-	12,62	0,76	11,16
GW20-PP	1	1,6	2,69	15,31	2,66	12,41
	2	3,2	2,02	16,32	1,94	8,64
	3	4,0	-	7,76	0,59	6,70

Figura 2.17 – Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) do muro GW20

Tabela 2.19 – Valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o muro GW20

Muro	z/H	$T_{previsto}/T_{medido}$		
		AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
GW20-PEAD	0,27	3,97	0,70	3,25
	0,67	2,60	0,33	2,19
	Média	3,29	0,51	2,72
	COV (%)	29,49	50,80	27,56
GW20-PP	0,40	5,69	0,99	4,61
	0,80	8,08	0,96	4,28
	Média	6,89	0,97	4,45
	COV (%)	24,55	2,18	5,25

O método *K-Stiffness* apresentou melhor aproximação, quando comparado aos outros métodos. Entretanto, esse estudo de caso resultou em valores contra a segurança. Principalmente para o muro GW20 reforçado com geogrelha de PEAD, que apresentou média

de $T_{previsto}/T_{medido} = 0,51$ e coeficiente de variação de 50,80%. Já quando avaliado o muro GW20 reforçado com geogrelha de PP observa-se boa previsão, apesar dos valores subestimados, com $T_{previsto}/T_{medido} = 0,97$. Quando avaliados os métodos da AASTHO e de Ehrlich e Mirmoradi (2016) observa-se um maior conservadorismo para as análises do muro reforçado com geogrelha de PP.

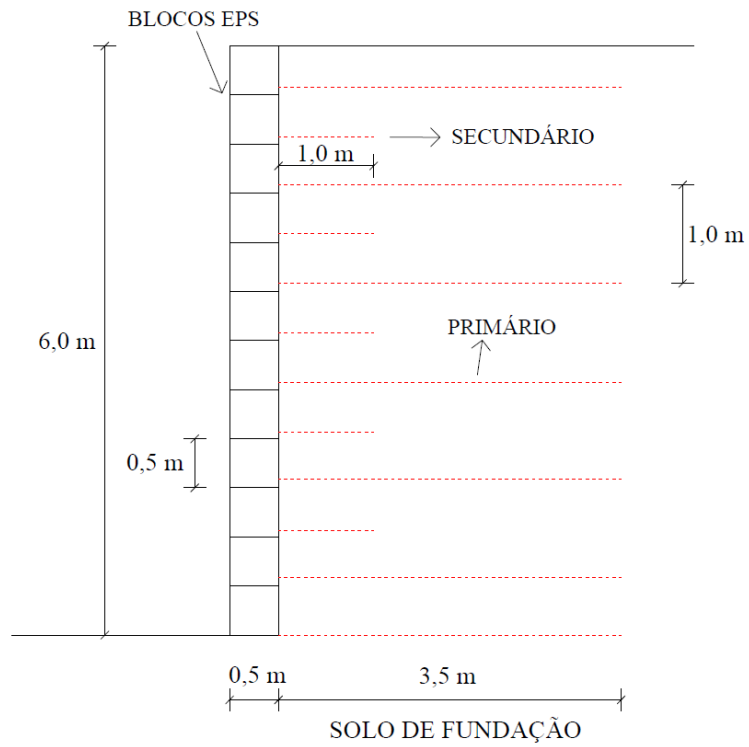
A tensão induzida pela compactação não influenciou na força de tração do reforço, pois a tensão provocada pela sobrecarga é superior a induzida pela compactação. Segundo o método de Ehrlich e Mirmoradi (2016), para o efeito da compactação influenciar na força de tração da primeira camada de geotêxtil, seria necessário a aplicação de uma tensão de compactação na ordem de $\sigma_{zc,i} = 100,0 \text{ kN/m}^2$, que é coerente as cargas aplicadas por rolo vibratório.

2.5.1.5 Muro GW22, GW23, GW24 e GW25 (TAJIRI ET AL., 1996)

Tajiri et al. (1996) estudaram a influência do tipo de face no comportamento de muros reforçados com geogrelhas. Para isso, foram construídos quatro muros com 6,0 m de altura e com o mesmo tipo de solo. Os tipos de revestimento considerados nesse estudo incluem: bloco incremental de poliestireno expandido (EPS), painel incremental de concreto pré-moldado, painel inteiro de concreto pré-moldado e bloco de concreto modular.

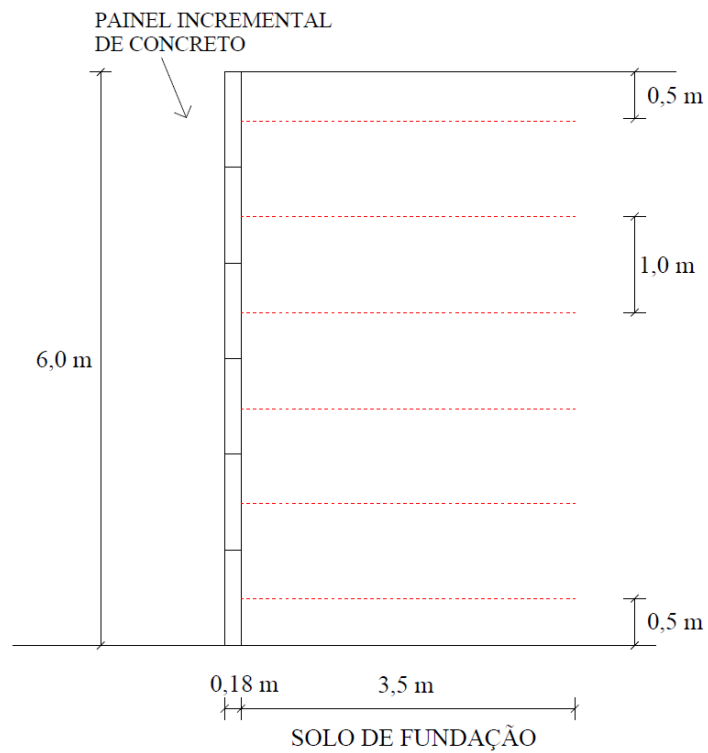
O muro GW22 foi construído com blocos de EPS de 0,50 m x 0,50 m. Camadas secundárias de reforço, de 1,0 m de comprimento, foram colocadas para melhorar a estabilidade do revestimento. O muro GW23 foi construído com painéis de concreto pré-moldado de 1,0 m de altura. O muro GW24 utilizou painel de concreto pré-moldado com altura total de 6,0 m. E o muro GW25 foi executado com bloco modular de concreto oco de 0,50 m de altura por 0,35 de largura preenchido com solo granular. As Figuras 2.18, 2.19, 2.20 e 2.21 apresentam as seções típicas de cada um desses muros.

Figura 2.18 - Seção típica do muro GW22



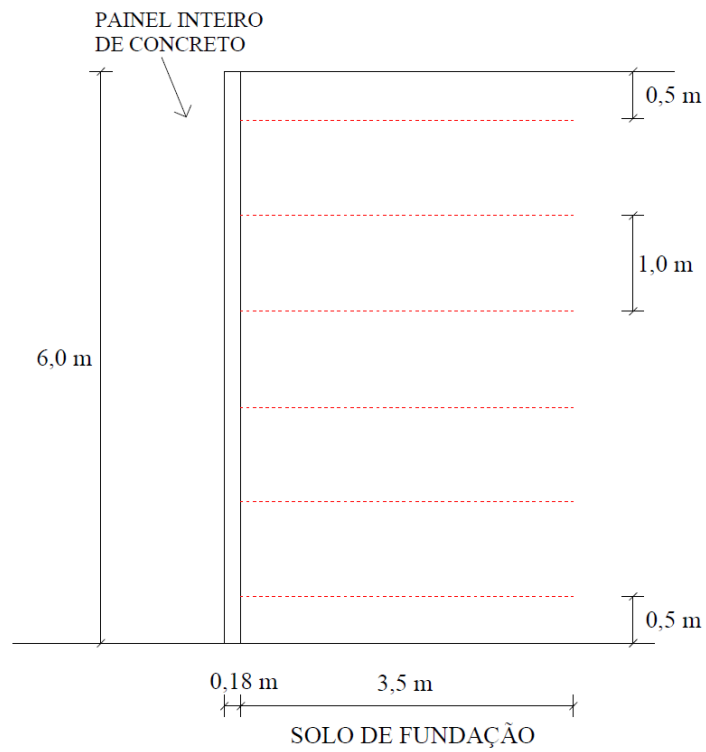
Fonte: Adaptado de Tajiri et al. (1996)

Figura 2.19 - Seção típica do muro GW23



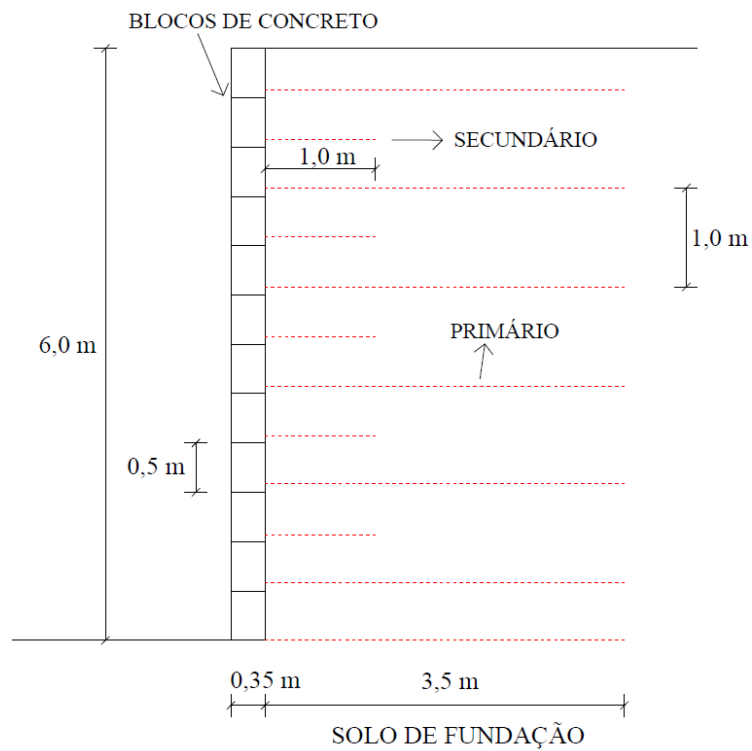
Fonte: Adaptado de Tajiri et al. (1996)

Figura 2.20 - Seção típica do muro GW24



Fonte: Adaptado de Tajiri et al. (1996)

Figura 2.21 - Seção típica do muro GW25



Fonte: Adaptado de Tajiri et al. (1996)

Todos os muros desse estudo utilizaram geogrelha uniaxial de PEAD fabricadas no Japão. Foi utilizado solo arenoso compactado para preenchimento do muro. Miyata e Bathurst (2007a) reavaliaram os ensaios realizados no solo de aterro e no geossintético para definição dos parâmetros de projeto. A Tabela 2.20 apresenta um resumo das características e dos parâmetros utilizados nesse estudo.

Tabela 2.20 - Resumo dos dados dos muros GW22, 23, 24 e 25

Muro	H	Face	Geossintético	γ (kN/m ³)	ϕ (°)	Inclinação o da face (°)	$J_{2\%}$ (kN/m)	T_{ult} (kN/m)
GW22		Blocos EPS						
GW23	6,0	Painel incremental de concreto	Geogrelha (PEAD)	16,7	48	90	380	59,8
GW24		Painel inteiro de concreto						
GW25		Blocos de concreto						

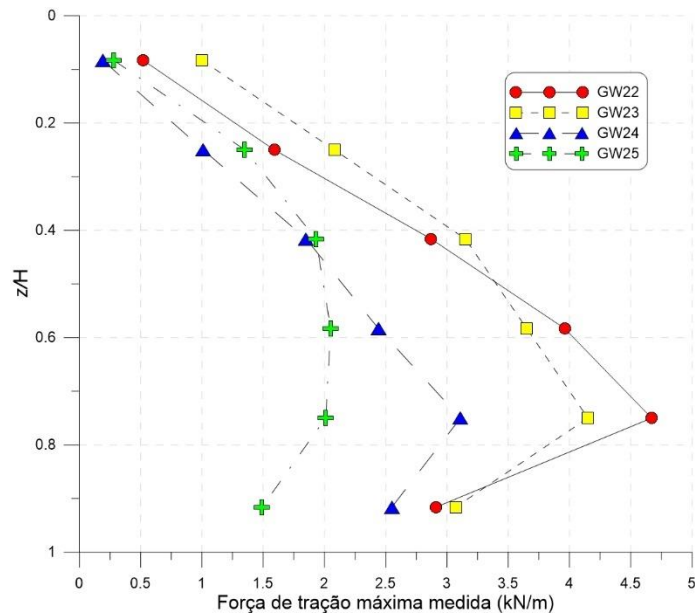
Nessas paredes não foram aplicadas cargas externas, assim $q = 0$. Para aplicação do método de Ehrlich e Mirmoradi (2016), foi adotado os parâmetros hiperbólicos para solos sem coesão sugeridos por Duncan et al. (1980). Assim, de maneira prática, foi adotado $k = 400$ e $n = 0,4$. Para definição do parâmetro R_f , foi realizada uma análise paramétrica com a variação dos seus valores (0,7, 0,8, 0,9 e 1,0) para avaliar o melhor encaixe com os resultados de monitoramento. Os resultados do método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) considerando $R_f = 0,7$ apresentaram melhor aproximação com os resultados de monitoramento de campo. Como não dispomos de informações sobre o processo de compactação, $\sigma_{zc,i}$ será considerada zero.

A Tabela 2.21 e a Figura 2.22 apresentam as forças de tração máxima medida nas camadas monitoradas.

Tabela 2.21 - Forças de tração máxima medida dos muros GW22, 23, 24 e 25

z/H	Força de tração máxima medida (kN/m)			
	GW22	GW23	GW24	GW25
0,08	0,52	1,00	0,19	0,28
0,25	1,59	2,08	1,01	1,35
0,42	2,87	3,15	1,85	1,93
0,58	3,96	3,65	2,44	2,05
0,75	4,67	4,15	3,11	2,01
0,92	2,91	3,07	2,55	1,49

Figura 2.22 – Gráfico das forças de tração máxima medida nos muros GW22, 23, 24 e 25



O parâmetro utilizado no método *K-Stiffness* para consideração da rigidez da face é o Φ_{fs} . Conforme discutido no item 2.3, esse parâmetro leva em consideração o módulo de elasticidade do material de face, sua espessura e altura. Assim, quanto menor esse parâmetro, maior é a rigidez da face (ALLEN ET AL., 2003; MIYATA E BATHURST, 2007, a, b; BATHURST ET AL., 2008a). O parâmetro Φ_{fs} foi definido como 1,05, 0,74, 0,57 e 0,43 para os muros GW22, GW23, GW24 e GW25, respectivamente. Tendo em vista que a rigidez da face aumenta do muro GW22 para o GW25, observa-se que os muros de menor rigidez de face apresentam maior força de tração máxima medida.

Comparando apenas os muros de menor rigidez (GW22 e GW23), observa-se que nas primeiras camadas os valores obtidos para o muro GW23 são superiores. Entretanto, esperava-se maiores valores no monitoramento do muro GW22, visto sua menor rigidez de face. Comportamento semelhante também é observado nos muros GW24 e GW25. Esse comportamento pode estar associado ao efeito da tensão induzida pela compactação ou pela

inclusão dos reforços secundários nos muros GW22 e GW25, que podem estar influenciando a rigidez da face.

De maneira geral, observando os dados de monitoramento, verifica-se uma influência significativa da rigidez da face na tração máxima da camada de reforço, podendo alcançar diferenças de até cinco vezes. Também fica evidenciada a redução na força de tração das camadas próximas a fundação.

Na Tabela 2.22 são apresentados os valores da força máxima de tração em cada camada de reforço previstas pelos métodos aqui analisados. A Figura 2.23 apresenta o gráfico com os resultados previstos pelos métodos de dimensionamento e os resultados do monitoramento de campo. Para facilitar a visualização da influência da rigidez da face na previsão do método *K-Stiffness*, a Figura 2.24 apresenta a comparação dos resultados desse método com os valores obtidos no monitoramento. A Tabela 2.23 apresenta razão entre os valores previstos pelos diferentes métodos e o valor medido em campo ($T_{previsto}/T_{medido}$).

Tabela 2.22 – Resultados de monitoramento e previstos pelos modelos de cálculo (Muros GW22, 23, 24 e 25)

Muro	Camada	z	Força de tração máxima (kN/m)			
			Medido	AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
GW22	1	0,5	0,52		0,98	
	2	1,5	1,59		2,94	
	3	2,5	2,87		4,70	
	4	3,5	3,96		4,70	
	5	4,5	4,67		4,70	
	6	5,5	2,91		2,51	
GW23	1	0,5	1,00		0,69	
	2	1,5	2,08		2,07	
	3	2,5	3,15		3,32	
	4	3,5	3,65	1,23	3,32	0,98
	5	4,5	4,15	3,69	3,32	2,89
	6	5,5	3,07	6,61	1,77	4,86
GW24	1	0,5	0,19	8,61	0,53	6,94
	2	1,5	1,01	11,07	1,60	9,20
	3	2,5	1,85	13,53	2,55	11,73
	4	3,5	2,44		2,55	
	5	4,5	3,11		2,55	
	6	5,5	2,55		1,36	
GW25	1	0,5	0,28		0,40	
	2	1,5	1,35		1,20	
	3	2,5	1,93		1,93	
	4	3,5	2,05		1,93	
	5	4,5	2,01		1,93	
	6	5,5	1,49		1,03	

Figura 2.23 – Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) dos muros GW22, 23, 24 e 25

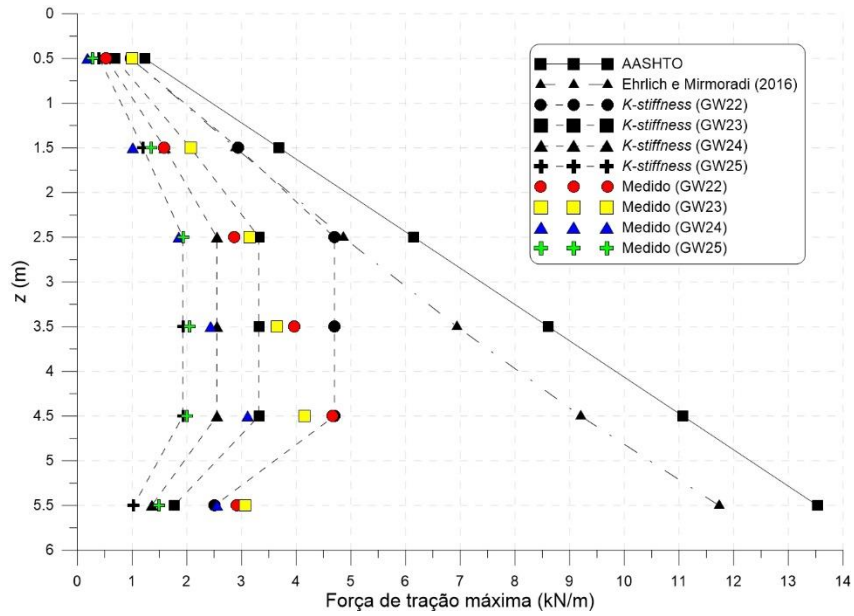


Figura 2.24 – Gráfico da força de tração máxima (previsão e medido) dos muros GW22, 23, 24 e 25 prevista pelo método K-Stiffness

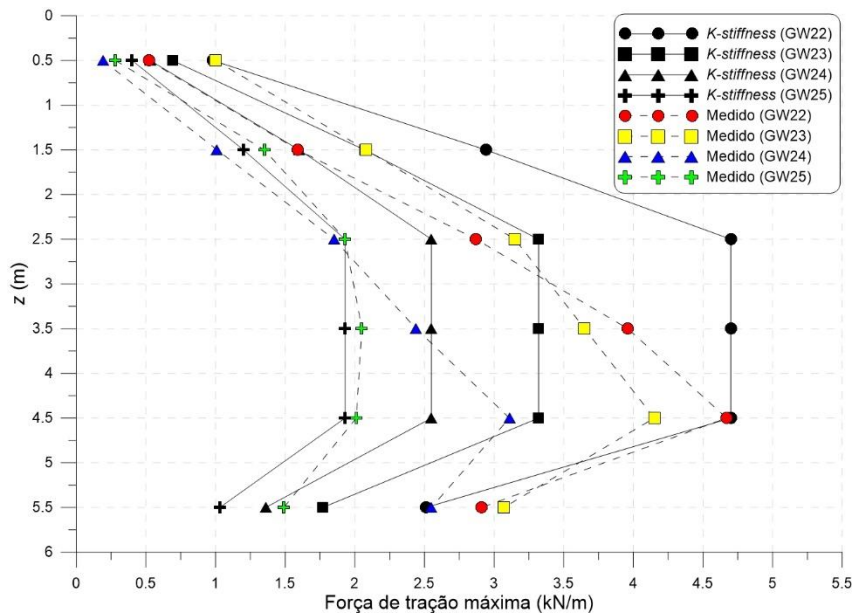


Tabela 2.23 – Valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para os muros GW22, 23, 24 e 25

Muro	z/H	$T_{previsto}/T_{medido}$		
		AASTHO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
GW22	0,08	2,37	1,88	1,88
	0,25	2,32	1,85	1,82
	0,42	2,14	1,64	1,69
	0,58	2,17	1,19	1,75
	0,75	2,37	1,01	1,97
	0,92	4,65	0,86	4,03
	Média	2,67	1,40	2,19
	COV (%)	36,52	31,48	41,40
GW23	0,08	1,23	0,69	0,98
	0,25	1,77	1,00	1,39
	0,42	1,95	1,05	1,54
	0,58	2,36	0,91	1,90
	0,75	2,67	0,80	2,22
	0,92	4,41	0,58	3,82
	Média	2,40	0,84	1,98
	COV (%)	45,99	21,75	50,59
GW24	0,08	6,47	2,79	5,16
	0,25	3,65	1,58	2,86
	0,42	3,32	1,38	2,63
	0,58	3,53	1,05	2,84
	0,75	3,56	0,82	2,96
	0,92	5,31	0,53	4,60
	Média	4,31	1,36	3,51
	COV (%)	29,83	58,62	30,85
GW25	0,08	4,39	1,43	3,50
	0,25	2,73	0,89	2,14
	0,42	3,19	1,00	2,52
	0,58	4,20	0,94	3,39
	0,75	5,51	0,96	4,58
	0,92	9,08	0,69	7,87
	Média	4,85	0,99	4,00
	COV (%)	47,21	24,74	51,94

Para previsão do comportamento dos muros GW22, GW23, GW24 e GW25, o método *K-Stiffness* apresentou a melhor aproximação, com média da razão entre os valores previstos e medidos variando entre $0,84 \leq T_{previsto}/T_{medido} \leq 1,40$. Além disso, o método *K-Stiffness* é o único dos estudados que consegue representar a influência da rigidez da face. Na Figura 2.24 é possível observar o impacto do parâmetro Φ_{fs} na previsão da forma máxima de tração da camada. Ou seja, com o aumento do parâmetro Φ_{fs} , as previsões do modelo reduzem.

O método da AASTHO apresentou as piores previsões das forças máximas nas camadas. Entretanto, para as paredes com menor rigidez de face (GW22 e GW23) esse método apresentou melhora nas previsões, com média de $T_{previsto}/T_{medido} = 2,67$ e $2,40$,

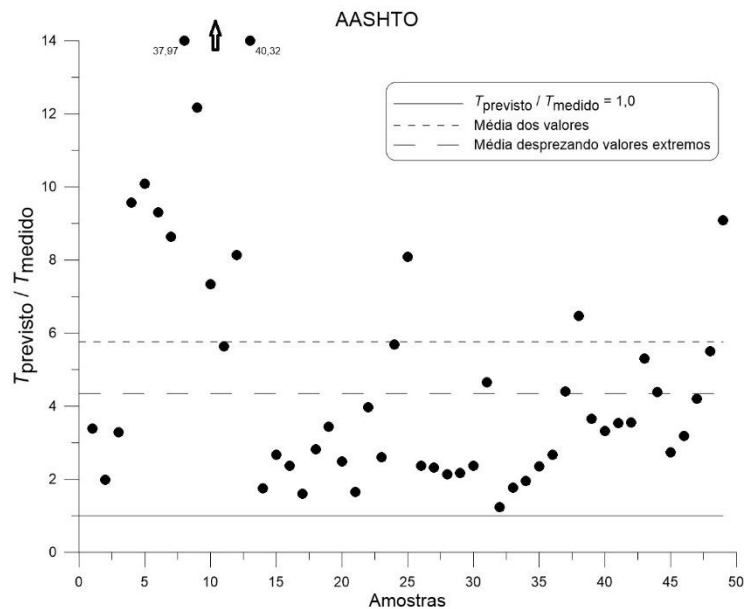
respectivamente. Como o comportamento de muros com faces flexíveis se aproximam mais das considerações de equilíbrio limite, essa melhoria era esperada.

Apesar do método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) basear-se em compatibilidade de deformações na condição de serviço, esse método não considera a influência da face. Assim, semelhante ao método da AASTHO, obtém previsões ruins para estruturas com elementos rígidos de face.

2.6 COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES SOBRE OS MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

O método da AASTHO apresenta o maior conservadorismo dentre os métodos aqui avaliados. A Figura 2.25 apresenta a distribuição dos valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o modelo da AASTHO. Esse gráfico plota as 49 amostras obtidas pelas análises dos muros estudados neste item.

Figura 2.25 – Distribuição dos valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o método AASTHO

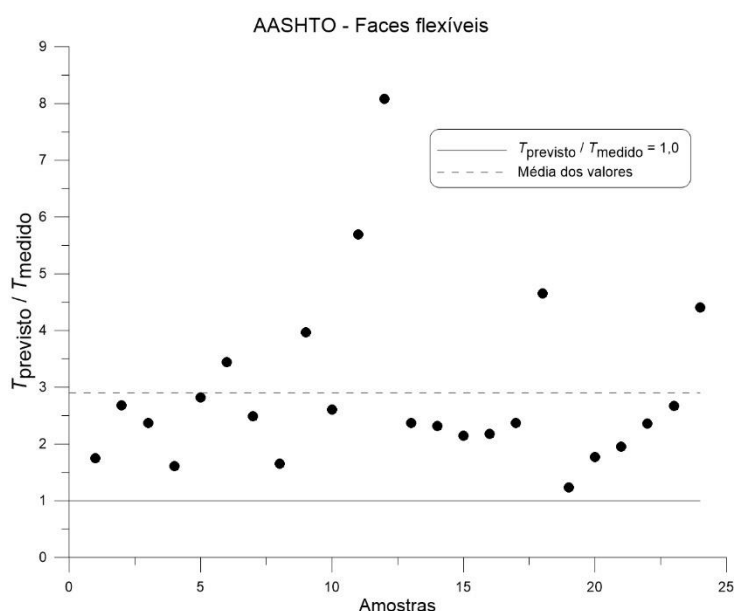


De maneira geral, observa-se um excesso de conservadorismo do método da AASTHO, com média de $T_{previsto}/T_{medido} = 5,76$. Entretanto, dois desses valores (37,97 e 40,32) dispersam muito da média. Assim, também foi apresentada a média desprezando esses dois valores extremos, resultando em $T_{previsto}/T_{medido} = 4,34$. Ainda assim, os valores

previstos pelo método da AASHTO são superiores a quatro vezes os resultados de monitoramento.

Durante as análises comparativas entre métodos de monitoramento, foi observada uma melhoria na aproximação do método da AASHTO quando aplicado aos muros com faces flexíveis. Assim, a Figura 2.26 apresenta a distribuição de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o método da AASHTO aplicado aos muros com faces flexíveis. Esse gráfico plota as 24 amostras obtidas pelas análises dos muros GW16, GW20, GW22 e GW23.

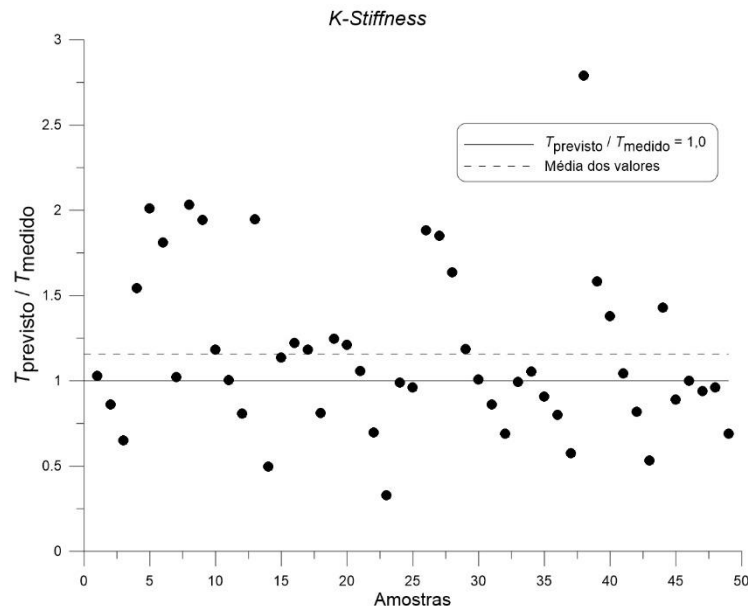
Figura 2.26 – Distribuição dos valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o método AASHTO aplicado a faces flexíveis



Observando a Figura 2.26, verifica-se que a maior parte dos valores se mantem abaixo das médias obtidas com todas as amostras. Apenas uma amostra supera a média de 5,76 e três amostras são maiores que a média de 4,34. A aplicação do método da AASHTO apenas aos muros com faces flexíveis resulta em média de $T_{previsto}/T_{medido} = 2,90$. Para um método que despreza a rigidez dos elementos, considera a condição de equilíbrio limite e despreza a interação entre o solo e o reforço, sua aplicação para muros de face flexível pode ser considerada satisfatória. Entretanto, como visto no item anterior, esse método não consegue representar a redução de força de tração próximo a fundação do muro.

Dentre os métodos abordados, o *K-Stiffness* apresenta a melhor acurácia. A Figura 2.27 apresenta a distribuição dos valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o método *K-Stiffness*.

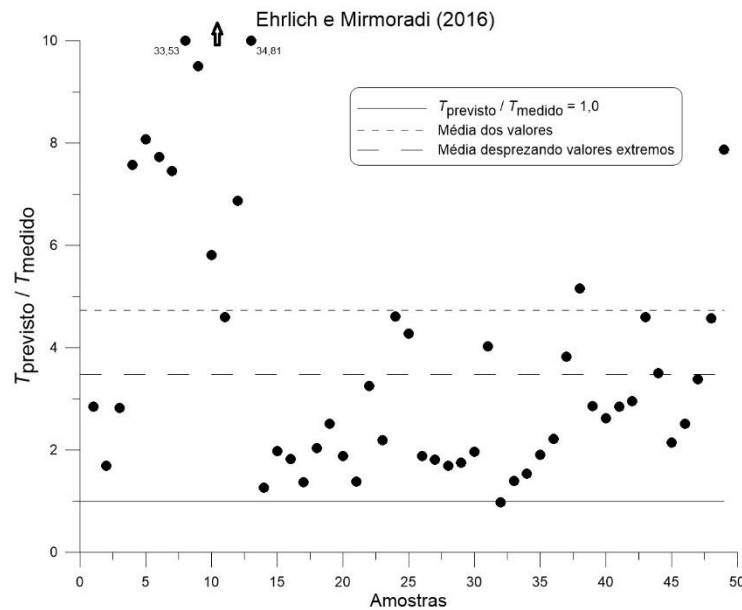
Figura 2.27 – Distribuição dos valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o método *K-Stiffness*



A Figura 2.27 mostra uma boa previsão do método *K-Stiffness*, com média de $T_{previsto}/T_{medido} = 1,16$. De maneira geral, esse método consegue representar bem o comportamento real da estrutura, principalmente a redução da força de tração nas camadas de reforço próximas da fundação. Entretanto, boa parte das estimativas desse método estão abaixo da linha $T_{previsto}/T_{medido} = 1,0$, ou seja, contra a segurança. Nas avaliações realizadas neste trabalho, aproximadamente 43% das previsões pelo método *K-Stiffness* apresentaram valores contra a segurança, com $T_{previsto}/T_{medido} < 1,0$, podendo subestimar em até aproximadamente 67% o valor de tração máxima na camada.

A Figura 2.27 apresenta a distribuição dos valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o método Ehrlich e Mirmoradi (2016).

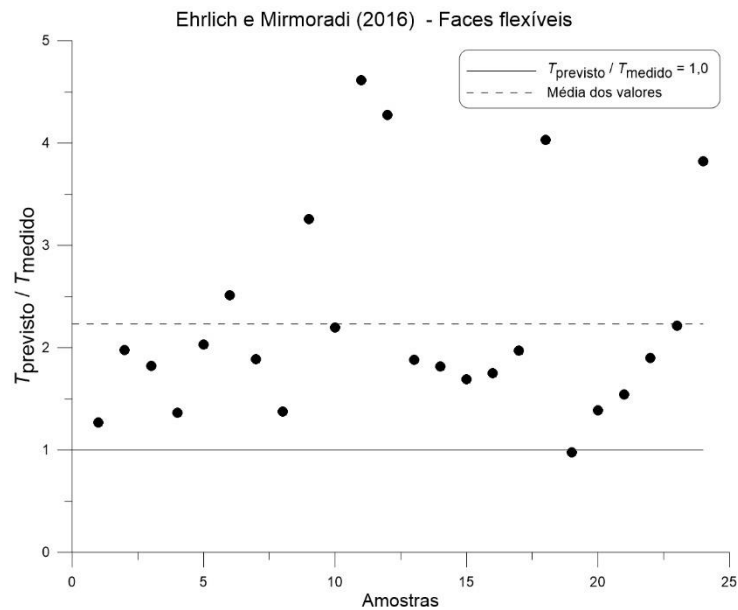
Figura 2.28 – Distribuição dos valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o método Ehrlich e Mirmoradi (2016)



O método de Ehrlich e Mirmoradi (2016), para os muros analisados, também apresentou acentuado conservadorismo, com média de $T_{previsto}/T_{medido} = 4,73$, apesar das melhores previsões quando comparado com o método da AASTHO. Semelhante ao método da AASTHO, o método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) apresentou dois valores (33,53 e 34,81) com dispersão acentuada. Assim, também foi apresentada a média desprezando esses valores extremos, resultando em $T_{previsto}/T_{medido} = 3,48$. Ainda assim, os valores previstos por esse método são superiores a três vezes os resultados de monitoramento. Também se observa que o modelo não subestimou nenhuma previsão da força de tração máxima. Assim, em todas as análises, esse modelo apresentou valores a favor da segurança.

O método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) também apresenta melhora na previsão quando aplicado a muros com faces flexíveis. Assim, a Figura 2.26 apresenta a distribuição de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) aplicado aos muros com faces flexíveis. Esse gráfico plota as 24 amostras obtidas pelas análises dos muros GW16, GW20, GW22 e GW23.

Figura 2.29 – Distribuição dos valores de $T_{previsto}/T_{medido}$ para o método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) aplicado a faces flexíveis



A Figura 2.29 apresenta uma melhoria significativa na previsão do método Ehrlich e Mirmoradi (2016) quando aplicado a muros de face flexíveis, com média de $T_{previsto}/T_{medido} = 2,23$. Também se observa que a maior parte dos valores se mantem abaixo das médias obtidas com todas as amostras. Nenhuma das amostras supera a média de 4,73 e apenas quatro amostras são maiores que a média de 3,48.

3 INCERTEZAS DE PROJETO

3.1 *INCERTEZAS EM PROJETOS DE MUROS DE SOLO REFORÇADO COM GEOSSINTÉTICOS*

As informações iniciais e os parâmetros de um projeto geotécnico devem ser inferidas por campanhas de investigação, que compreendem ensaios de campo e laboratório. Visto a ampla variedade de condições iniciais, que abrangem a estratigrafia, intemperismo, tipos minerais, condição de pré-adensamento, densidade, umidade natural, dentre outras, torna o solo um material complexo e heterogêneo. Sendo assim, as principais incertezas na geotecnia tem relação direta com o nível de conhecimento das condições do subsolo (BAECHER; CHRISTIAN, 2003).

As incertezas envolvidas nos projetos de sistemas geotécnicos são complexas e resultam de diferentes fontes. De maneira geral, pode-se considerar duas grandes categorias: variabilidade natural e incerteza de conhecimento. A variabilidade natural está associada à aleatoriedade inerente do material, que pode se manifestar como variabilidade no tempo e/ou no espaço. Esse tipo de incerteza resulta principalmente dos processos geológicos naturais que ao longo do tempo modificam as características do solo, resultando em um material heterogêneo e complexo. A incerteza de conhecimento está relacionada com a falta de informação e entendimento limitado do comportamento real do sistema geotécnico. A incerteza de conhecimento na geotecnia é composta principalmente pela incerteza de caracterização do site, incerteza de modelo e incerteza de parâmetro (BAECHER; CHRISTIAN, 2003; PHOON; KULHAWY, 1999a, b).

A incerteza na caracterização do site está relacionada com a limitação da campanha de investigação, representatividade das amostras, erros de medição e com as inferências e interpretações que são feitas sobre a geologia do subsolo. A incerteza de parâmetro está relacionada com a precisão na estimativa dos parâmetros, que envolve a transformação dos dados obtidos em campo e/ou laboratório em propriedades de projeto. A incerteza de modelo reflete a incapacidade de um modelo matemático representar o verdadeiro comportamento de um sistema geotécnico.

3.2 VARIABILIDADE NAS PROPRIEDADES DE SOLOS E GEOSSINTÉTICOS

Em um ambiente ideal de projeto, o engenheiro deve selecionar os parâmetros do solo com base na variabilidade dos dados do local onde a obra será implantada. Contudo, em grande parte dos projetos, as informações específicas relacionadas ao comportamento do solo local são limitadas, principalmente em se tratando de informações estatísticas. Portanto, estudos que indicam diretrizes sobre o provável comportamento estatísticos das variáveis são de extrema importância.

Lee et al. (1983) compilaram os coeficientes de variação relatados por diversos autores para uma ampla variedade de propriedades do solo. Lacasse e Nadim (1996) publicaram uma tabela com coeficientes de variação para várias propriedades do solo. Baseado em uma extensiva revisão da literatura, Phoon e Kulhawy (1999a) avaliaram a variabilidade inerente dos parâmetros de vários tipos de solo e apresentaram tabelas com faixas aplicáveis para o coeficiente de variação (COV). Duncan (2000) apresenta uma tabela com faixas para os COV's para diversos parâmetros do solo, compilados de três diferentes fontes. Ferreira et al. (2016) apresenta uma tabela, obtida dos dados de outros autores, com os COV's dos parâmetros do solo e reforço.

A Tabela 3.1 apresenta a faixa de variação dos COV's dos principais parâmetros do solo e reforço utilizados em projetos de muros de solo reforçados com geossintéticos. A Tabela 3.1 não tem o intuito de apresentar um estudo sobre a variabilidade inerente do solo, procura-se apenas ambientar o leitor quanto aos típicos COV apresentados na literatura. Um estudo abrangente é apresentado em Zuccolo (2016) e Baecher e Christian (2003) que mostram um compilado dos parâmetros do solo adotados por diversos autores e seus respectivos COV.

Tabela 3.1 - Coeficiente de variação (COV) para os parâmetros e projeto de muros de solo reforçados com geossintéticos

Parâmetro	COV (%)	Fonte
Peso específico do solo (γ)	3 - 7	Ferreira et al (2016)
	1 - 10	Lee et al (1983)
	5 - 10	Lacasse e Nadim (1996)
	3 - 7	Duncan (2000)
	< 10	Phoon e Kulhawy (1999a)
Ângulo de atrito (ϕ)	2 - 15	Ferreira et al (2016)
	5 - 15	Lee et al (1983)
	2 - 5	Lacasse e Nadim (1996)
	2 - 13	Duncan (2000)
	5 - 15	Phoon e Kulhawy (1999a)
Resistência à tração do Geossintético (T_{max})	1,4 – 6,8	Ferreira et al (2016)
Ângulo de atrito da interface solo-geossintético (δ)	3,7 a 16,7	Ferreira et al (2016)

Fonte: Adaptado de Ferreira et al. (2016), Lee et al (1983), Lacasse e Nadim (1996), Duncan (2000) e Phoon e Kulhawy (1999a)

3.3 INCERTEZA DE MODELO NA GEOTECNIA

Modelos matemáticos são amplamente utilizados na estimativa do comportamento de sistemas geotécnicos. Entretanto, um modelo é apenas uma aproximação do comportamento real do sistema. Ou seja, o desenvolvimento de um modelo geotécnico é, frequentemente, baseado em suposições idealizadas para simplificar o processo físico real. Além disso, como o solo é um material natural de comportamento complexo e variável, a incerteza do modelo sempre existe e sua previsão é uma aproximação. Como resultado, o modelo matemático adotado pode não representar o desempenho real da estrutura. Portanto, a qualidade do projeto e a segurança do sistema geotécnico também está associado a acurácia do modelo adotado.

Conhecer a incerteza associada a um modelo geotécnico é essencial para assegurar a credibilidade das análises. Se a incerteza do modelo não for considerada, as previsões do modelo e a respectiva tomada de decisão podem ser enviesadas (ZHANG et al., 2009).

Na teoria, a incerteza de modelo pode ser caracterizada por uma sistemática comparação entre a previsão do modelo e o desempenho observado. No entanto, uma comparação direta pode ser inadequada. Pois, além da incerteza de modelo, a incerteza nos parâmetros de entrada e a incerteza na observação também podem contribuir para as diferenças entre as previsões do modelo e os desempenhos observados (ZHANG et al., 2009;

ZHANG et al., 2012). Portanto, as incertezas dos parâmetros e os erros de observação complicam a caracterização da incerteza de modelo. Por outro lado, em uma análise probabilística rigorosa, devem ser consideradas as incertezas dos parâmetros de entrada e a incerteza do modelo geotécnico.

Embora o modelo de previsão do comportamento geotécnico seja uma importante fonte de incerteza, as pesquisas para a sua caracterização são bastante limitadas, apesar do recente interesse. Gilbet e Tang (1995) apresentaram uma abordagem para caracterizar a incerteza de modelo do projeto de fundação de estruturas offshore, incorporando-a a análise de confiabilidade. Juang et al. (2004) utilizaram casos históricos para estimar a incerteza de um modelo simplificado de avaliação do potencial e resistência à liquefação. Phoon e Kulhawy (2005) utilizaram testes de laboratório (pequena escala) e de campo (escala real) para avaliar e caracterizar o modelo de previsão do comportamento de estacas perfuradas sob carregamento lateral. Zhang (2005) propôs um método Bayesiano para atualizar a incerteza de modelo de estabilidade de talude. Zhang et al. (2009) apresentam uma estrutura baseada no conceito de atualização multivariável bayesiana para caracterizar a incerteza do modelo geotécnico. Os autores aplicam a estrutura para caracterizar a incerteza de quatro métodos de equilíbrio limite para estabilidade de taludes, usando dados de ensaio de centrífuga. Dithinde et al. (2011) avaliaram as incertezas na análise clássica de projetos de estacas sob cargas estáticas, usando uma base de dados de testes de carga estáticos. Zhang et al. (2012) apresentam e aplicam uma eficiente simulação híbrida de Markov Chain Monte Carlo para caracterização da incerteza de modelos geotécnicos que envolvem muitas variáveis aleatórias. Khademian et al. (2017) caracterizaram a incerteza de modelo de métodos para estimativa da liquefação por meio da comparação sistemática entre as previsões do modelo e os dados de desempenho derivados da instrumentação. Tang e Phoon (2019) quantificaram a incerteza do modelo de previsão da resistência axial de estacas cravadas em argila usando o resultado de 239 ensaios de carga estática.

O método Bayesiano adotado pelos autores Zhang et al. (2009, 2012) é uma ferramenta poderosa e adequada para a caracterização da incerteza dos modelos de previsão do comportamento de estruturas geotécnicas, pois considera todas as incertezas sistematicamente. Neste método, as estatísticas da incerteza de modelo são consideradas como variáveis aleatórias. Além disso, os parâmetros de entrada e os dados de observação também podem ser considerados como variáveis aleatórias. Assim, as distribuições das variáveis aleatórias são atualizadas simultaneamente com os dados previstos e observados.

3.4 ESTRUTURA BAYESIANA PARA CARACTERIZAÇÃO DA INCERTEZA DE MODELO

O método apresentado em Zhang et al. (2009, 2012) permite caracterizar e atualizar a incerteza do modelo geotécnico considerando a variabilidade natural dos parâmetros e o erro na aquisição dos dados de desempenho real da estrutura. Esse método é baseado no conceito de atualização Bayesiana, onde é possível atualizar o conhecimento prévio da incerteza de modelo com os dados de desempenho real observado. Desta forma, as observações de desempenho de sistemas geotécnicos semelhantes podem ser usadas para caracterizar a incerteza do modelo quando os parâmetros de entrada são incertos e a resposta do desempenho do sistema está sujeita a erros de observação.

Considere $g(\boldsymbol{\theta})$ um modelo de previsão do comportamento de um sistema geotécnico, onde $\boldsymbol{\theta}$ denota o vetor dos parâmetros de entrada incerto. Devido à incerteza de modelo, $g(\boldsymbol{\theta})$ pode não representar a resposta real (y) do comportamento do sistema. Assim, um fator de correção do modelo (ε) pode ser usado para modelar o efeito da incerteza do modelo. O fator de correção do modelo pode ser aplicado de forma aditiva (CHRISTIAN et al., 1994; CETIN et al., 2002; MOSS et al., 2006; ZHANG et al., 2009) ou de forma multiplicativa (ANG; TANG, 1984; GILBERT; TANG, 1995; JUANG et al., 2004; ZHANG et al., 2012). Neste trabalho, foi adotado o fator de correção do modelo aditivo, conforme apresentado na Equação (3.1)

$$y = g(\boldsymbol{\theta}) + \varepsilon \quad (3.1)$$

A presença de erro durante o processo de medição do desempenho do sistema geotécnico implica que a resposta observada (d) pode não representar a resposta real (y). Semelhante ao fator de correção do modelo, aplica-se um fator de incerteza de observação (Δ), conforme apresentado na Equação (3.2).

$$d = y + \Delta \quad (3.2)$$

Baseado nas Equações (3.1) e (3.2), a relação entre $g(\boldsymbol{\theta})$, Δ , ε e d é dada pela Equação (3.3).

$$d = g(\boldsymbol{\theta}) + \Delta + \varepsilon \quad (3.3)$$

Como o interesse é caracterizar a incerteza de modelo, considere $G(\mathbf{x}) = g(\theta) + \Delta$, onde $\mathbf{x} = \{\theta, \Delta\}$. Assim, a Equação (3.3) pode ser reescrita como:

$$d = G(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (3.4)$$

Para descrever a incerteza de modelo, é conveniente assumir que ε segue uma distribuição normal com média μ_ε e desvio padrão σ_ε . Portanto, a função densidade de probabilidade de ε é dada pela Equação (3.5).

$$f(\varepsilon \mid \mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon, \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varepsilon} \exp\left[-\frac{(\varepsilon - \mu_\varepsilon)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right] \quad (3.5)$$

Com base nas Equações (3.4) e (3.5), d é normalmente distribuído com média de $G(\mathbf{x}) + \mu_\varepsilon$ e desvio padrão de σ_ε , se \mathbf{x} , μ_ε e σ_ε são conhecidos. A função densidade de probabilidade condicional de d dado \mathbf{x} , μ_ε e σ_ε é dada pela Equação (3.6).

$$f(d \mid \mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon, \mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varepsilon} \exp\left[-\frac{(d - G(\mathbf{x}) - \mu_\varepsilon)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right] \quad (3.6)$$

Com os dados históricos de n sistemas geotécnicos similares, onde as informações de \mathbf{x} e d são disponíveis, é possível caracterizar a incerteza de modelo. Assumindo que todas as observações são estaticamente independentes, a função probabilidade pode ser escrita como o produto das probabilidades das observações de todos os sistemas, conforme apresentado na Equação (3.7).

$$L(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon, \mathbf{X} \mid \mathbf{d}) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varepsilon} \exp\left[-\frac{(d_i - G(\mathbf{x}_i) - \mu_\varepsilon)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right] \quad (3.7)$$

Onde $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}$ e $\mathbf{d} = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$.

Considere que $f(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon)$ e $f(\mathbf{x}_i)$ denotam as funções de densidade de probabilidade do conhecimento prévio de $\{\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon\}$ e \mathbf{x}_i , respectivamente. Assim, de acordo com o teorema de Bayes, a função densidade de probabilidade posterior de $\{\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon, \mathbf{X}\}$ é dada pela Equação (3.8).

$$f(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon, \mathbf{X} \mid \mathbf{d}) = k \cdot f(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon) \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\varepsilon}} \exp\left[-\frac{(d_i - G(\mathbf{x}_i) - \mu_\varepsilon)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right] \cdot f(\mathbf{x}_i) \quad (3.8)$$

Onde k é constante de normalização para tornar a função densidade de probabilidade válida. Como o interesse é estimar as estatísticas de ε , \mathbf{X} na distribuição posterior conjunta pode ser eliminado pela integração. A atualização do conhecimento de μ_ε e σ_ε pode ser obtido pela Equação (3.9).

$$f(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon \mid \mathbf{d}) = k \cdot f(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon) \prod_{i=1}^n \int_{S(\mathbf{x}_i)} \dots \int \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\varepsilon}} \exp\left[-\frac{(d_i - G(\mathbf{x}_i) - \mu_\varepsilon)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}\right] \cdot f(\mathbf{x}_i) \quad (3.9)$$

Onde $S(\mathbf{x}_i)$ denota o espaço de \mathbf{x}_i .

A Equação (3.9) fornece uma estrutura teórica para caracterização da incerteza de modelo quando os parâmetros de entrada e os dados de observação estão sujeitos a incertezas. Entretanto, essa formulação não é de aplicação prática. O grande número de variáveis aleatórias ($\mathbf{x}_i (i = 1, 2, \dots, n), \mu_\varepsilon$ e σ_ε), a quantidade de integrações (n) e a complexidade do modelo geotécnico ($g(\boldsymbol{\theta})$) dificultam a solução numérica da Equação (3.9).

Para superar essas dificuldades, Zhang et al. (2009) propõe uma solução aproximada, conforme apresentado na Equação (3.10).

$$f(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon \mid \mathbf{d}) \approx k \cdot f(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon) \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_{G(\mathbf{x}_i)}^2)}} \exp\left[-\frac{(d_i - \mu_{G(\mathbf{x}_i)} - \mu_\varepsilon)^2}{2(\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_{G(\mathbf{x}_i)}^2)}\right] \cdot f(\mathbf{x}_i) \quad (3.10)$$

Na Equação (3.10), $\mu_{G(\mathbf{x}_i)}$ e $\sigma_{G(\mathbf{x}_i)}$ são a média e o desvio padrão de $G(\mathbf{x}_i)$ e podem ser calculados usando simulação de Monte Carlo, que será discutido à frente. Assim, a Equação (3.10) envolve apenas duas variáveis aleatórias (μ_ε e σ_ε) e elimina da estrutura Bayesiana as múltiplas integrações e a complexidade do modelo geotécnico.

A Equação (3.10) pode ser implementada usando o algoritmo Metropolis-Hasting (GELMAN et al., 2014) ou outra técnica computacional bayesiana. O algoritmo Metropolis-Hasting é um algoritmo de amostragem de rejeição usado para gerar uma sequência de

amostras a partir de uma distribuição de probabilidade. As estatísticas posteriores de μ_ε e σ_ε podem ser inferidas a partir das amostras geradas pelo algoritmo Metropolis-Hasting.

Para solucionar o problema original de caracterização da incerteza de modelo, Equação (3.8), pode-se adotar o método de amostragem de Monte Carlo via cadeia de Markov (MCMC *simulation*). MCMC *simulation* é um método para extrair amostras de uma distribuição arbitrária por meio de uma cadeia de Markov que converge para a distribuição alvo. Essa abordagem vem sendo utilizada na engenharia geotécnica (WANG et al., 2010; ZHANG et al. 2010; Santoso et al. 2011; ZHANG et al., 2012).

Para solucionar a Equação (3.8), Zhang et al. (2012) propuseram uma abordagem, chamada de *Hybrid MCMC Simulation*, que combina o algoritmo Metropolis (METROPOLIS et al., 1953) e o amostrador Gibbs (GEMAN; GEMAN, 1984) para construir cadeias de Markov.

Neste estudo, foi adotado a solução aproximada de Zhang et al. (2009) como função de densidade de probabilidade do conhecimento prévio de $\{\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon\}$ e a posterior aplicação da metodologia de Zhang et al. (2012) para caracterização do modelo de incerteza, ou seja, atualização da função densidade de probabilidade $f(\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon, \mathbf{X} | \mathbf{d})$. E para construção da cadeia de Markov, adotou-se uma distribuição normal, aqui denominada de função salto.

3.5 CARACTERIZAÇÃO DA INCERTEZA DOS MODELOS DE DIMENSIONAMENTO

Neste capítulo, são estudados os modelos de incerteza dos métodos de dimensionamento de muros de solo reforçados com geossintéticos usando dados de monitoramento de estruturas reais aplicados as abordagens de Zhang et al. (2009, 2012) para caracterização da incerteza desses métodos.

Para fundamentar o estudo de caracterização da incerteza de modelo são necessários resultados confiáveis de monitoramento de sistemas geotécnicos reais. Ou seja, para o estudo em questão, são necessárias medidas de força de tração máxima nas camadas de reforço de muros reforçados com geossintéticos construídos em escala real. Neste sentido, existem vários autores que monitoraram e analisaram o comportamento de muros de solo reforçados com geossintéticos em escala real (FANNIN; HERMANN, 1990; ALLEN et al., 1992; BATHURST et al., 1993; CHRISTOPHER, 1993; KNIGHT; VALSANGKAR, 1993; SCHLOSSER et al., 1993; BRIGHT et al., 1994; TAJIRI et al., 1996; CARRUBBA et al., 1999; BENJAMIM et al., 2007; SANTOS et al., 2013).

Allen et al. (2002) apresentam um sumário de 20 muros de solo reforçados com geossintéticos bem documentados e suas respectivas performances históricas. Allen e Bathurst (2002) estimaram as forças de tração nas camadas de reforço de geossintético de 16 muros em escala real a partir de medições de deformação. Allen et al. (2003) usaram os dados de 11 muros de solo reforçado com geossintéticos para desenvolver uma nova metodologia de projeto baseado nas condições de trabalho. Bathurst et al. (2005) analisaram os resultados de monitoramento de diversos muros reforçados (escala real e laboratório) e demonstraram que o método de dimensionamento da AASHTO fornece estimativas conservadoras. Miyata e Bathurst (2007) e Bathurst et al. (2008a) calibraram o método de dimensionamento proposto por Allen et al. (2003) usando dados de novos estudos de caso e laboratório.

Nesse estudo foram usados os dados de monitoramento de 17 muros de solo reforçados com geossintéticos, com diferentes características, totalizando 80 resultados de carregamentos na camada de reforço que subsidiaram a caracterização da incerteza de modelo. O escopo desse estudo foi limitado aos muros de solo reforçados com geossintéticos que utilizam aterro de solo granular (solos sem coesão) e com carregamento estático. A Tabela 3.2 sumaria e apresenta o banco de dados de monitoramento adotado neste estudo.

Tabela 3.2 - Características e dados de monitoramento dos muros reais adotado no estudo (continua)

MURO	H	Face	Reforço	γ (kN/m ³)	ϕ (°)	Sobrecarga	Inc. da face (°)	z/H	S_v	$J_{2\%}$ (kN/m)	T_{ult} (kN/m)	T_{Medido} (kN/m)	Referência original
GW5	4,7	Painel inteiro de concreto	Geogrelha (PEAD)	19,6	53	-	90	0,25	0,80	340	73	0,59	Bright et al. (1994)
								0,70	0,30			1,09	
								0,90	0,30			0,84	
GW7 (Seção J)	4,8	Revestimento em tela soldada	Geogrelha (PEAD)	17,0	46	3 m de camada de solo	117	0,25	1,80	353	47	1,84	Fannin & Hermann (1990)
								0,50	1,20			2,47	
								0,75	0,90			0,99	
								0,87	0,60			2,79	
								1,00	0,60			0,35	
GW7 (Seção N)	4,8	Revestimento em tela soldada	Geogrelha (PEAD)	17,0	46	3 m de camada de solo	117	0,13	0,90	353	47	3,25	Fannin & Hermann (1990)
								0,25	0,60			2,89	
								0,37	0,60			2,75	
								0,50	0,60			2,79	
								0,62	0,60			2,82	
								0,75	0,60			2,79	
								0,88	0,60			2,47	
1,00	0,60	1,09											
GW8	6,1	Painel incremental de concreto pré-moldado	Geogrelha (PEAD)	20,4	43	-	90	0,20	0,75	500	67.8	1,68	Christopher (1993)
								0,44	0,75			3,51	
								0,69	0,75			3,79	
								0,82	0,75			3,70	
								0,93	0,75			0,84	
GW9	6,1	Bloco modular	Geogrelha (PET)	20,4	43	-	93	0,13	1,20	200	39.2	0,35	Bathurst et al. (1993)
								0,43	0,90			0,81	
								0,65	0,60			0,90	
								0,85	0,60			1,26	
								0,95	0,60			0,32	

Tabela 3.2 - Características e dados de monitoramento dos muros reais adotado no estudo (continuação)

MURO	H	Face	Reforço	γ (kN/m ³)	ϕ (°)	Sobrecarga	Inc. da face (°)	z/H	S_v	$J_{2\%}$ (kN/m)	T_{ult} (kN/m)	T_{Medido} (kN/m)	Referência original		
GW9 (Sobrecarga)	6,1	Bloco modular	Geogrelha (PET)	20,4	43	2,1 m de camada de solo	93	0,13	1,20	200	39,2	0,73	Bathurst et al. (1993)		
								0,43	0,90			1,68			
								0,66	0,60			1,98			
								0,85	0,60			1,68			
								0,95	0,60			0,37			
GW10	5,9	Face envelopada com geotêxtil	Geotêxtil não tecido (PET)	20,4	43	-	90	0,68	0,75	180	19,3	3,50	Christopher (1993)		
								0,82	0,75			2,70			
								0,94	0,75			1,80			
GW16	12,6	Face envelopada com geotêxtil	Geotêxtil tecido (PP)	21,1	54	-	93	0,24	0,38	100	31	1,27	Allen et al. (1992)		
								0,51	0,38			1,76			
			Geotêxtil tecido (PET)					0,75	0,38			340		92	2,92
								0,91	0,38			1000		186	5,17
GW16 (Sobrecarga)	12,6	Face envelopada com geotêxtil	Geotêxtil tecido (PP)	21,1	54	5,3 m de camada de solo	93	0,24	0,38	100	31	1,48	Allen et al. (1992)		
								0,51	0,38			190		62	1,94
			Geotêxtil tecido (PET)					0,75	0,38			340		92	3,58
0,91	0,38	1000		186	6,21										
GW18	6,1	Painel inteiro de concreto pre-moldado	Geogrelha (PEAD)	20,4	45	-	90	0,40	0,95	500	73	2,15	Knight & Valsangkar (1993)		
								0,80	0,60			2,50			

Tabela 3.2 - Características e dados de monitoramento dos muros reais adotado no estudo (continuação)

MURO	H	Face	Reforço	γ (kN/m ³)	ϕ (°)	Sobrecarga	Inc. da face (°)	z/H	S_v	$J_{2\%}$ (kN/m)	T_{ult} (kN/m)	T_{Medido} (kN/m)	Referência original
GW19	6,4	Painel incremental de concreto pré-moldado	Geotêxtil (PET)	16,4	42	-	90	0,06	0,80	7400	200	1,93	Schlosser et al. (1993)
								0,19	0,80			4,79	
								0,31	0,80			7,11	
								0,44	0,80			9,20	
								0,56	0,80			9,40	
								0,69	0,80			11,59	
								0,81	0,80			12,91	
GW20 (PEAD)	4,0	Revestimento em tela soldada	Geogrelha (PEAD)	21,1	57	3,5 m de camada de solo	95	0,27	1,90	300	58	2,72	Carrubba et al. (1999)
								0,67	1,45			4,40	
GW20 (PP)	4,0	Revestimento em tela soldada	Geogrelha (PP)	21,1	57	3,5 m de camada de solo	95	0,40	2,40	90	23,7	2,69	Carrubba et al. (1999)
								0,80	1,20			100	
GW22	6,0	Revestimento de bloco EPS	Geogrelha (PEAD)	16,7	48	0	90	0,08	1,00	380	59,8	0,52	Tajiri et al. (1996)
								0,25	1,00			1,59	
								0,42	1,00			2,87	
								0,58	1,00			3,96	
								0,75	1,00			4,67	
0,92	1,00	2,91											

Tabela 3.2 - Características e dados de monitoramento dos muros reais adotado no estudo (conclusão)

MURO	H	Face	Reforço	γ (kN/m ³)	ϕ (°)	Sobrecarga	Inc. da face (°)	z/H	S_v	$J_{2\%}$ (kN/m)	T_{ult} (kN/m)	T_{Medido} (kN/m)	Referência original
GW23	6,0	Painel incremental de concreto pré-moldado	Geogrelha (PEAD)	16,7	48	0	90	0,08	1,00	380	59,8	1,00	Tajiri et al. (1996)
								0,25	1,00			2,08	
								0,42	1,00			3,15	
								0,58	1,00			3,65	
								0,75	1,00			4,15	
								0,92	1,00			3,07	
GW24	6,0	Painel inteiro de concreto	Geogrelha (PEAD)	16,7	48	0	90	0,08	1,00	380	59,8	0,19	Tajiri et al. (1996)
								0,25	1,00			1,01	
								0,42	1,00			1,85	
								0,58	1,00			2,44	
								0,75	1,00			3,11	
								0,92	1,00			2,55	
GW25	6,0	Bloco modular de concreto	Geogrelha (PEAD)	16,7	48	0	90	0,08	1,00	380	59,8	0,28	Tajiri et al. (1996)
								0,25	1,00			1,35	
								0,42	1,00			1,93	
								0,58	1,00			2,05	
								0,75	1,00			2,01	
								0,92	1,00			1,49	

A incerteza envolvida na aquisição dos dados de monitoramento de performance dos muros pelos diversos autores é uma característica desconhecida. Assim, para simplificar o problema de caracterização da incerteza de modelo, considerou-se $\mathbf{x} = \{\boldsymbol{\theta}\}$ e $G(\mathbf{x}) = g(\boldsymbol{\theta})$. Para considerar o efeito da variabilidade inerente dos parâmetros do solo na caracterização da incerteza de modelo, o peso específico e o ângulo de atrito do solo foram considerados variáveis aleatórias. Assim, existem duas variáveis incertas para cada dado de monitoramento $\mathbf{x} = \{\gamma; \phi\}$. Portanto, considerando os 80 dados de monitoramento sumariados na Tabela 3.2 e $\{\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon\}$, o número total de variáveis para atualização é 162.

Para estimar a incerteza de modelo, primeiro, é necessário definir a distribuição prévia de μ_ε e σ_ε e as incertezas prévias de γ e ϕ . Usando o método aproximado proposto por Zhang et al. (2009), as distribuições de μ_ε e σ_ε são estimadas e então são usadas como conhecimento prévio para a estimativa mais acurada dessas variáveis com base no MCMC *simulation*, conforme Zhang et al. (2012). Para o conhecimento prévio dos parâmetros de modelo, considerou-se as informações disponíveis na literatura, conforme abordado no item 3.2. A Tabela 3.3 apresenta o conhecimento prévio adotado nesse estudo para os parâmetros γ e ϕ .

Tabela 3.3 - Distribuição probabilística e COV das VA's

Parâmetro	Símbolo	Distribuição	COV (%)		
			Mínimo	Médio	Máximo
Ângulo de atrito	ϕ	Log-normal	5,0	10,0	20,0
Peso específico	γ	Normal	2,5	7,5	12,5

Para a caracterização da incerteza de modelo, foram considerados os métodos de dimensionamento da AASHTO (2014) e o *K-stiffness* modificado por Miyata e Bathurst (2007a). Por falta de informações confiáveis quanto aos parâmetros do modelo hiperbólico de Duncan et al. (1980) dos solos utilizados nos muros adotados neste estudo, não foi realizada a caracterização de modelo para o método de dimensionamento de Ehrlich e Mirmoradi (2016). A utilização de aproximações ou estimativas pobres desse parâmetro não traria credibilidade aos resultados das estatísticas de incerteza de modelo.

Rotinas computacionais foram desenvolvidas em MATLAB para automatizar os procedimentos necessários para caracterização da incerteza de modelo conforme as abordagens de Zhang et al. (2009) e Zhang et al. (2012).

A Simulação de Monte Carlo foi utilizada para calcular as estatísticas de $g(\mathbf{x})$. O conceito da técnica de Simulação de Monte Carlo é apresentado no item 4.2. As Tabelas 3.4 e 3.5 apresentam as estatísticas para os métodos de dimensionamento da AASHTO e o *K-*

stiffness, para 50.000 amostras e para os diferentes coeficientes de variação da Tabela 3.3. Essas estatísticas foram usadas como valores de entrada na estrutura Bayesiana aproximada de Zhang et al. (2009). Observa-se baixa variação dos valores de $\mu_{g(x)}$ calculados para os diferentes COV (mínimo, médio e máximo). Entretanto, a variabilidade inerente do solo influencia significativamente na incerteza do modelo desses métodos de dimensionamento, que fica evidenciada com aumento de $\sigma_{g(x_i)}$ frente ao aumento da incerteza dos parâmetros de entrada.

Tabela 3.4 - Estatísticas de $g(x_i)$ para o método de dimensionamento da AASHTO (continua)

MURO	z/H	COV (%)					
		Mínimo		Médio		Máximo	
		$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$
GW5	0,25	2,07	0,32	2,11	0,65	2,28	1,26
	0,70	2,17	0,33	2,22	0,68	2,40	1,32
	0,90	2,78	0,43	2,84	0,87	3,07	1,69
GW7 (Seção J)	0,25	4,06	1,16	4,35	2,33	5,55	4,75
	0,50	3,67	1,05	3,93	2,11	5,01	4,31
	0,75	3,48	0,99	3,73	2,00	4,75	4,09
	0,87	2,56	0,73	2,74	1,47	3,50	3,01
	1,00	2,80	0,80	3,00	1,61	3,82	3,30
GW7 (Seção N)	0,13	1,67	0,47	1,79	0,95	2,26	1,94
	0,25	1,35	0,38	1,45	0,77	1,83	1,57
	0,37	1,60	0,45	1,71	0,91	2,16	1,86
	0,50	1,84	0,52	1,97	1,05	2,48	2,14
	0,62	2,08	0,59	2,23	1,19	2,81	2,42
	0,75	2,32	0,66	2,48	1,33	3,14	2,71
	0,88	2,56	0,73	2,74	1,46	3,46	2,99
	1,00	2,80	0,80	3,00	1,60	3,79	3,28
GW8	0,20	3,48	0,37	3,52	0,75	3,66	1,46
	0,44	7,84	0,82	7,92	1,70	8,24	3,29
	0,69	12,19	1,28	12,32	2,64	12,82	5,12
	0,82	14,52	1,52	14,66	3,14	15,26	6,09
	0,93	16,55	1,74	16,72	3,58	17,39	6,95
GW9	0,13	3,36	0,38	3,40	0,79	3,55	1,51
	0,43	8,19	0,92	8,29	1,92	8,66	3,69
	0,65	8,40	0,95	8,51	1,97	8,88	3,78
	0,85	10,92	1,23	11,06	2,56	11,55	4,92
	0,95	12,18	1,37	12,33	2,85	12,88	5,48

Tabela 3.4 - Estatísticas de $g(x_i)$ para o método de dimensionamento da AASHTO
(continuação)

MURO	z/H	COV (%)					
		Mínimo		Médio		Máximo	
		$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$
GW9 (Sobrecarga)	0,13	8,93	0,99	9,04	1,96	9,46	3,84
	0,43	12,37	1,38	12,52	2,77	13,11	5,40
	0,66	11,19	1,25	11,33	2,52	11,86	4,92
	0,85	13,72	1,54	13,88	3,10	14,53	6,05
	0,95	14,98	1,68	15,16	3,39	15,87	6,61
GW10	0,68	11,61	1,22	11,73	2,53	12,22	4,88
	0,82	13,94	1,46	14,07	3,03	14,66	5,85
	0,94	15,97	1,68	16,13	3,48	16,80	6,70
GW16	0,24	2,20	0,39	2,27	0,79	2,51	1,54
	0,51	4,77	0,84	4,91	1,70	5,43	3,33
	0,75	6,98	1,23	7,18	2,49	7,94	4,87
	0,91	8,37	1,47	8,62	2,98	9,52	5,84
GW16 (Sobrecarga)	0,24	4,20	0,73	4,31	1,45	4,74	2,84
	0,51	6,77	1,18	6,95	2,36	7,65	4,61
	0,75	8,98	1,57	9,22	3,13	10,15	6,14
	0,91	10,38	1,81	10,65	3,63	11,73	7,10
GW18	0,40	8,01	0,91	8,09	1,87	8,48	3,62
	0,80	10,33	1,17	10,43	2,42	10,94	4,66
GW19	0,06	1,04	0,10	1,05	0,22	1,09	0,42
	0,19	3,13	0,31	3,16	0,66	3,28	1,27
	0,31	5,22	0,52	5,27	1,10	5,47	2,12
	0,44	7,31	0,73	7,38	1,54	7,65	2,97
	0,56	9,40	0,94	9,49	1,98	9,84	3,82
	0,69	11,49	1,15	11,60	2,42	12,03	4,67
	0,81	13,58	1,36	13,71	2,86	14,21	5,52
	0,94	15,67	1,57	15,82	3,30	16,40	6,37
GW20 (PEAD)	0,27	10,93	2,34	11,37	4,67	13,16	9,14
	0,67	11,60	2,48	12,06	4,96	13,97	9,73
GW20 (PP)	0,40	15,51	3,31	16,12	6,55	18,56	12,98
	0,80	10,46	2,23	10,86	4,43	12,51	8,78
GW22	0,08	1,24	0,16	1,26	0,32	1,33	0,62
	0,25	3,71	0,47	3,77	0,96	3,99	1,86
	0,42	6,18	0,79	6,28	1,60	6,66	3,11
	0,58	8,66	1,10	8,79	2,25	9,32	4,35
	0,75	11,13	1,42	11,30	2,89	11,98	5,59
	0,92	13,60	1,73	13,81	3,53	14,65	6,83

Tabela 3.4 - Estatísticas de $g(x_i)$ para o método de dimensionamento da AASHTO
(conclusão)

MURO	z/H	COV (%)					
		Mínimo		Médio		Máximo	
		$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$
GW23	0,08	1,24	0,16	1,26	0,32	1,33	0,62
	0,25	3,71	0,47	3,77	0,96	3,98	1,86
	0,42	6,19	0,79	6,28	1,61	6,63	3,11
	0,58	8,66	1,10	8,79	2,25	9,28	4,35
	0,75	11,13	1,41	11,30	2,89	11,93	5,59
	0,92	13,61	1,73	13,81	3,54	14,58	6,83
GW24	0,08	1,24	0,16	1,26	0,32	1,33	0,62
	0,25	3,71	0,47	3,77	0,96	3,98	1,86
	0,42	6,18	0,79	6,28	1,60	6,63	3,09
	0,58	8,65	1,10	8,80	2,24	9,28	4,33
	0,75	11,12	1,42	11,31	2,89	11,93	5,57
	0,92	13,60	1,73	13,82	3,53	14,58	6,81
GW25	0,08	1,24	0,16	1,25	0,32	1,32	0,62
	0,25	3,71	0,47	3,76	0,96	3,97	1,87
	0,42	6,18	0,78	6,27	1,60	6,62	3,11
	0,58	8,65	1,10	8,78	2,24	9,27	4,36
	0,75	11,12	1,41	11,29	2,88	11,92	5,60
	0,92	13,60	1,73	13,80	3,52	14,56	6,85

Tabela 3.5 - Estatísticas de $g(x_i)$ para o método de dimensionamento da K -stiffness (continua)

MURO	z/H	COV (%)					
		Mínimo		Médio		Máximo	
		$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$
GW5	0,25	0,58	0,08	0,59	0,16	0,62	0,31
	0,70	0,95	0,13	0,96	0,27	1,01	0,50
	0,90	0,56	0,08	0,56	0,16	0,59	0,30
GW7 (Seção J)	0,25	3,28	0,48	3,31	0,96	3,48	1,80
	0,50	3,28	0,48	3,31	0,96	3,48	1,80
	0,75	2,91	0,42	2,94	0,85	3,09	1,60
	0,87	1,78	0,26	1,80	0,52	1,89	0,98
	1,00	0,66	0,10	0,66	0,19	0,70	0,36
GW7 (Seção N)	0,13	2,29	0,33	2,31	0,67	2,43	1,26
	0,25	2,31	0,33	2,33	0,67	2,45	1,26
	0,37	2,31	0,33	2,33	0,67	2,45	1,26
	0,50	2,31	0,33	2,33	0,67	2,45	1,26
	0,62	2,31	0,33	2,33	0,67	2,45	1,26
	0,75	2,05	0,30	2,07	0,60	2,17	1,12
	0,88	1,26	0,18	1,27	0,37	1,33	0,69
	1,00	0,46	0,07	0,47	0,13	0,49	0,25

Tabela 3.5 - Estatísticas de $g(x_i)$ para o método de dimensionamento da K -stiffness
(continuação)

MURO	z/H	COV (%)					
		Mínimo		Médio		Máximo	
		$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$
GW8	0,20	2,31	0,21	2,32	0,43	2,36	0,82
	0,44	4,70	0,42	4,72	0,87	4,80	1,67
	0,69	4,70	0,42	4,72	0,87	4,80	1,67
	0,82	4,33	0,39	4,35	0,80	4,42	1,54
	0,93	2,17	0,19	2,18	0,40	2,22	0,77
GW9	0,13	0,54	0,05	0,54	0,10	0,55	0,19
	0,43	1,64	0,15	1,64	0,31	1,68	0,59
	0,65	1,64	0,15	1,64	0,31	1,68	0,59
	0,85	1,29	0,12	1,30	0,25	1,33	0,47
	0,95	0,65	0,06	0,65	0,12	0,67	0,23
GW9 (Sobrecarga)	0,13	1,42	0,13	1,43	0,27	1,46	0,51
	0,43	1,99	0,18	2,00	0,38	2,04	0,72
	0,66	1,99	0,18	2,00	0,38	2,04	0,72
	0,85	1,37	0,12	1,37	0,26	1,40	0,49
	0,95	0,72	0,07	0,72	0,14	0,74	0,26
GW10	0,68	3,56	0,32	3,57	0,66	3,63	1,25
	0,82	3,36	0,30	3,37	0,63	3,44	1,19
	0,94	1,68	0,15	1,68	0,31	1,71	0,59
GW16	0,24	0,63	0,09	0,64	0,19	0,67	0,36
	0,51	2,01	0,30	2,04	0,61	2,15	1,14
	0,75	3,59	0,54	3,65	1,08	3,85	2,04
	0,91	6,13	0,92	6,24	1,85	6,58	3,48
GW16 (Sobrecarga)	0,24	1,20	0,18	1,21	0,36	1,29	0,68
	0,51	2,44	0,36	2,47	0,73	2,62	1,38
	0,75	4,36	0,65	4,42	1,31	4,69	2,47
	0,91	6,59	0,98	6,68	1,98	7,09	3,74
GW18	0,40	2,90	0,28	2,92	0,58	2,98	1,12
	0,80	2,91	0,29	2,93	0,59	2,99	1,12
GW19	0,06	2,29	0,20	2,30	0,41	2,34	0,78
	0,19	4,71	0,40	4,73	0,85	4,82	1,61
	0,31	7,13	0,61	7,16	1,29	7,30	2,43
	0,44	9,55	0,82	9,59	1,72	9,77	3,26
	0,56	10,76	0,92	10,81	1,94	11,01	3,67
	0,69	10,76	0,92	10,81	1,94	11,01	3,67
	0,81	10,76	0,92	10,81	1,94	11,01	3,67
	0,94	7,53	0,64	7,56	1,36	7,71	2,57
GW20 (PEAD)	0,27	3,82	0,67	3,89	1,34	4,25	2,55
	0,67	3,60	0,63	3,67	1,27	4,00	2,40
GW20 (PP)	0,40	2,68	0,47	2,74	0,94	2,97	1,78
	0,80	1,96	0,34	2,00	0,69	2,17	1,30

Tabela 3.5 - Estatísticas de $g(x_i)$ para o método de dimensionamento da *K-stiffness* (conclusão)

MURO	z/H	COV (%)					
		Mínimo		Médio		Máximo	
		$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$	$\mu_{g(x_i)}$	$\sigma_{g(x_i)}$
GW22	0,08	0,98	0,11	0,99	0,22	1,02	0,42
	0,25	2,95	0,33	2,97	0,67	3,06	1,27
	0,42	4,72	0,53	4,76	1,07	4,89	2,04
	0,58	4,72	0,53	4,76	1,07	4,89	2,04
	0,75	4,72	0,53	4,76	1,07	4,89	2,04
	0,92	2,52	0,28	2,54	0,57	2,61	1,09
GW23	0,08	0,69	0,08	0,70	0,16	0,72	0,30
	0,25	2,08	0,23	2,09	0,47	2,15	0,90
	0,42	3,33	0,37	3,35	0,76	3,45	1,44
	0,58	3,33	0,37	3,35	0,76	3,45	1,44
	0,75	3,33	0,37	3,35	0,76	3,45	1,44
	0,92	1,77	0,20	1,79	0,40	1,84	0,77
GW24	0,08	0,53	0,06	0,54	0,12	0,55	0,23
	0,25	1,60	0,18	1,61	0,36	1,66	0,69
	0,42	2,56	0,29	2,58	0,58	2,66	1,11
	0,58	2,56	0,29	2,58	0,58	2,66	1,11
	0,75	2,56	0,29	2,58	0,58	2,66	1,11
	0,92	1,37	0,15	1,38	0,31	1,42	0,59
GW25	0,08	0,40	0,04	0,41	0,09	0,42	0,17
	0,25	1,21	0,13	1,22	0,28	1,25	0,52
	0,42	1,93	0,21	1,95	0,44	2,00	0,84
	0,58	1,93	0,21	1,95	0,44	2,00	0,84
	0,75	1,93	0,21	1,95	0,44	2,00	0,84
	0,92	1,03	0,11	1,04	0,24	1,07	0,45

Inicialmente, foram consideradas 10.000 amostras para avaliação do comportamento de μ_ε e σ_ε pelo modelo simplificado de Zhang et al. (2009). A Figura 3.1 apresenta os gráficos de distribuição das amostras de μ_ε e σ_ε para o método de dimensionamento da AASHTO e a Figura 3.2 apresenta os gráficos de distribuição das amostras de μ_ε e σ_ε para o método de dimensionamento *K-stiffness*. Considerando que as primeiras amostras da cadeia de Markov podem não atingir o estado de equilíbrio, a primeira metade das amostras são desprezadas. Ou seja, para determinação das estatísticas dos parâmetros e construção dos gráficos, foram consideradas as últimas 5.000 amostras.

Figura 3.1 - Gráficos de distribuição das amostras de μ_ε e σ_ε , geradas pela abordagem Zhang et al. (2009), para o método de dimensionamento da AASHTO

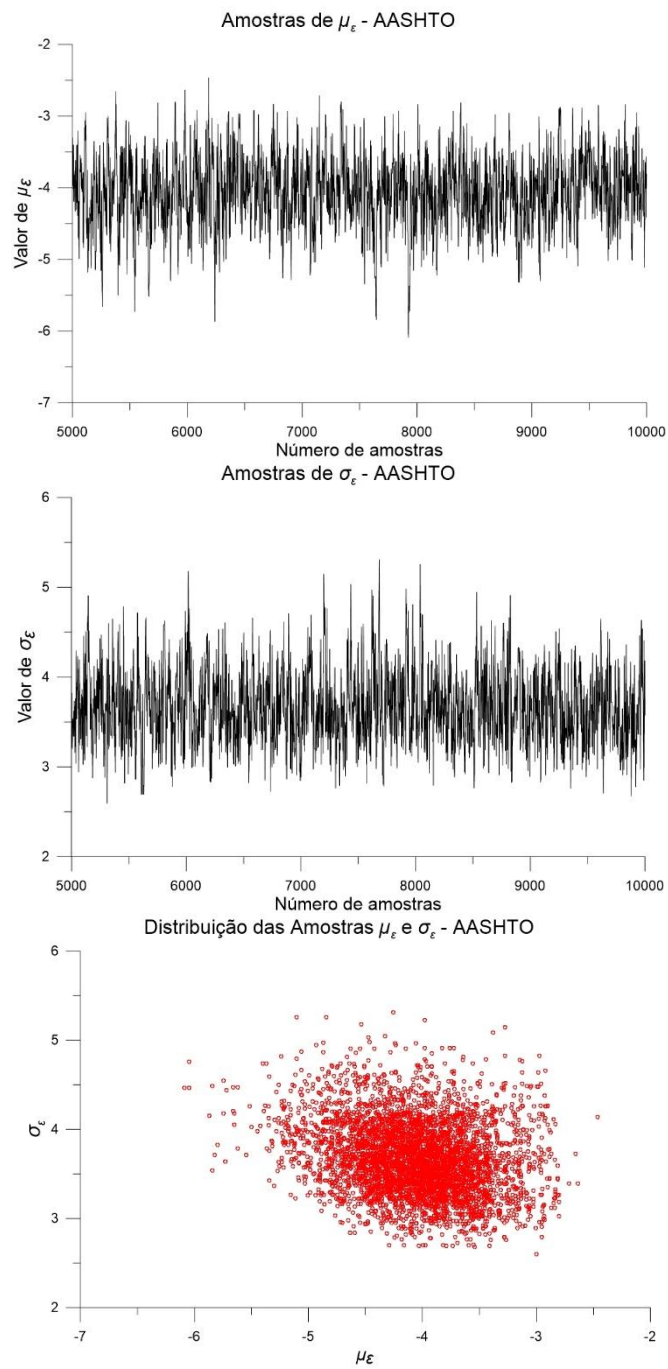
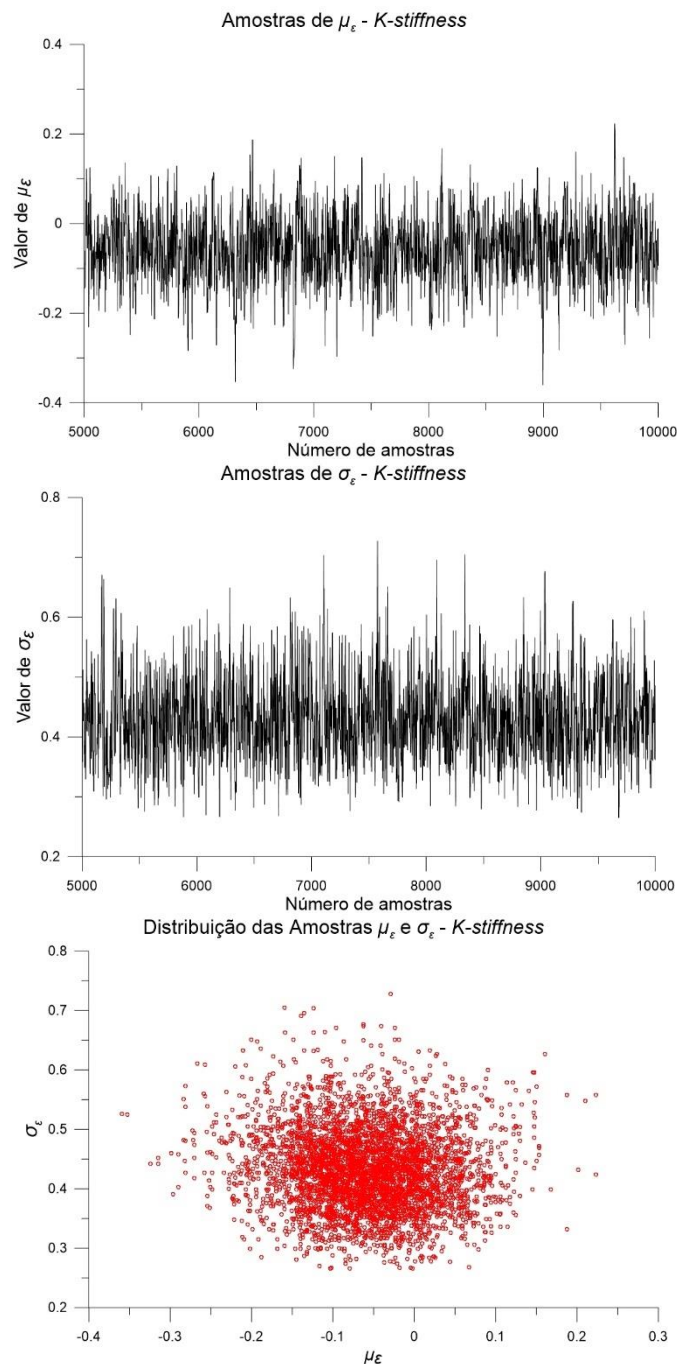


Figura 3.2 - Gráficos de distribuição das amostras de μ_ε e σ_ε , geradas pela abordagem Zhang et al. (2009), para o método de dimensionamento *K-stiffness*



Observa-se que as amostras geradas pelo modelo simplificado de Zhang et al. (2009) move-se ativamente no espaço de μ_ε e σ_ε . Com isso, pode-se verificar o adequado desempenho do modelo de incerteza.

As Figuras 3.3 e 3.4 apresentam o histograma de μ_ε e σ_ε obtidos pelas amostras geradas pela abordagem simplificada de Zhang et al. (2009) para os métodos de dimensionamento da AASHTO e o *K-stiffness*, respectivamente. Nesses gráficos também

foram plotadas as curvas de distribuição normal referentes as últimas 5.000 amostras geradas pelo método simplificado, para cada caso.

Figura 3.3 - Histograma de μ_ε e σ_ε , geradas pela abordagem Zhang et al. (2009), para o método de dimensionamento da AASHTO

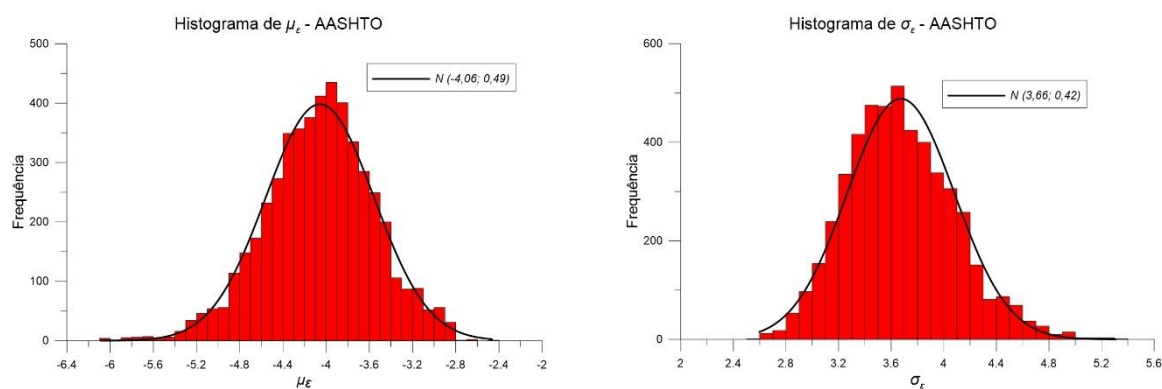
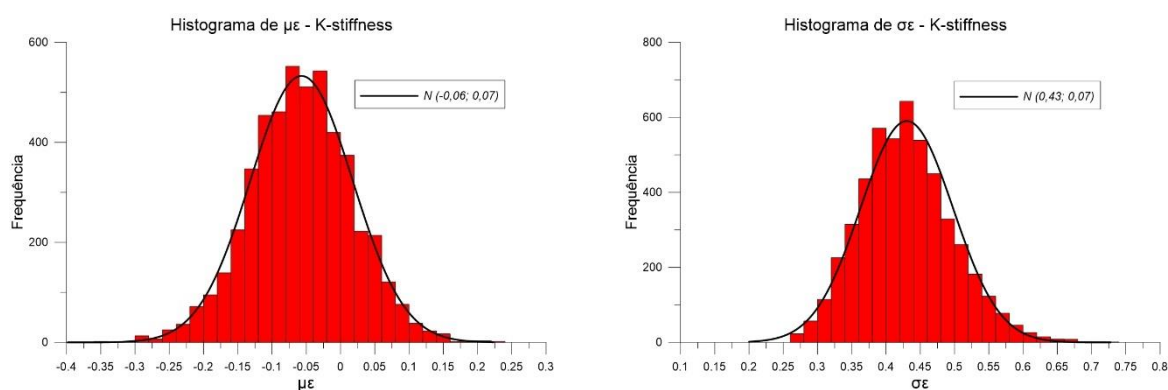


Figura 3.4 - Histograma de μ_ε e σ_ε , geradas pela abordagem Zhang et al. (2009), para o método de dimensionamento K-stiffness



A Tabela 3.6 mostra os resultados de média e desvio padrão de ε obtidos pelo método simplificado e inferidos por 10 simulações, considerando o mesmo ponto de partida.

Tabela 3.6 - Conhecimento prévio de ε

Método de dimensionamento	Distribuição		μ_ε		σ_ε	
			Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
AASHTO	Normal	Média	-4,06	0,49	3,66	0,42
		COV (%)	0,45	2,50	0,50	2,51
K-stiffness	Normal	Média	-0,06	0,07	0,43	0,07
		COV (%)	3,57	3,07	0,65	2,31

Observando os histogramas apresentados nas Figuras 3.3 e 3.4, conclui-se que as estatísticas da incerteza de modelo dos métodos da AASHTO e o *K-stiffness* são bem representadas por uma distribuição normal. Além disso, os resultados das 10 simulações são consistentes entre si e apresentam baixo coeficiente de variação. Portanto, as médias dos resultados apresentados na Tabela 3.6 foram utilizados como conhecimento prévio de ε na abordagem de Zhang et al. (2012).

Com os resultados obtidos pela abordagem simplificada, observa-se que o método *K-stiffness* apresenta melhores previsões quando comparado com o método da AASHTO. Isso ocorre porque o método *K-stiffness* foi desenvolvido e calibrado usando dados de monitoramento de estruturas reais. Já o método da AASHTO, baseia-se na teoria do equilíbrio limite e negligência alguns fatores, tais como: rigidez do geossintético, rigidez da face, efeito da compactação do solo, etc.

Após a definição do conhecimento prévio de ε pela abordagem simplificada de Zhang et al. (2009), aplicou-se a estimativa mais acurada baseada na *hybrid MCMC simulation* (ZHANG et al., 2012), considerando 10.000 amostras e o mesmo ponto inicial. Semelhante a análise anterior, para considerar a estabilização da cadeia de Markov, a determinação dos parâmetros e a construção dos gráficos foram baseados nas últimas 5.000 amostras. As Figuras 3.5 e 3.6 mostram os gráficos de distribuição das amostras de μ_ε e σ_ε para o método de dimensionamento da AASHTO e *K-stiffness*, respectivamente.

Figura 3.5 - Gráfico das amostras de μ_ε e σ_ε , geradas pela abordagem Zhang et al. (2012), para o método de dimensionamento da AASHTO

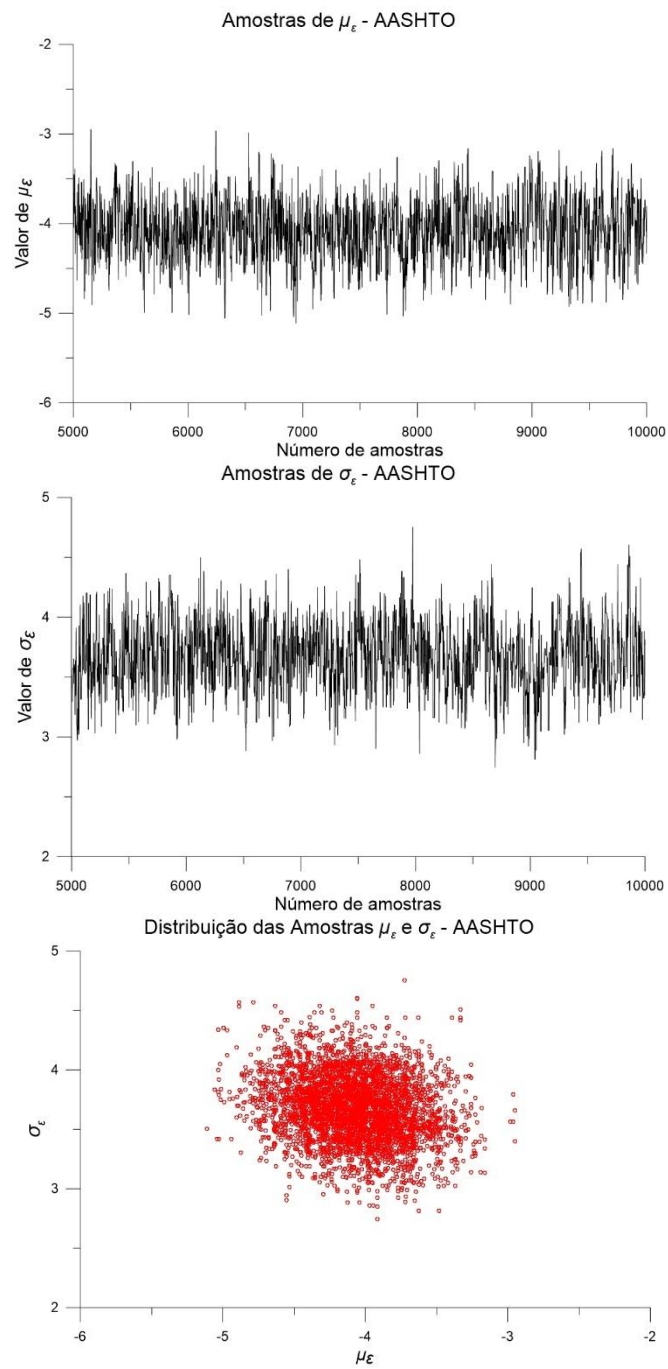
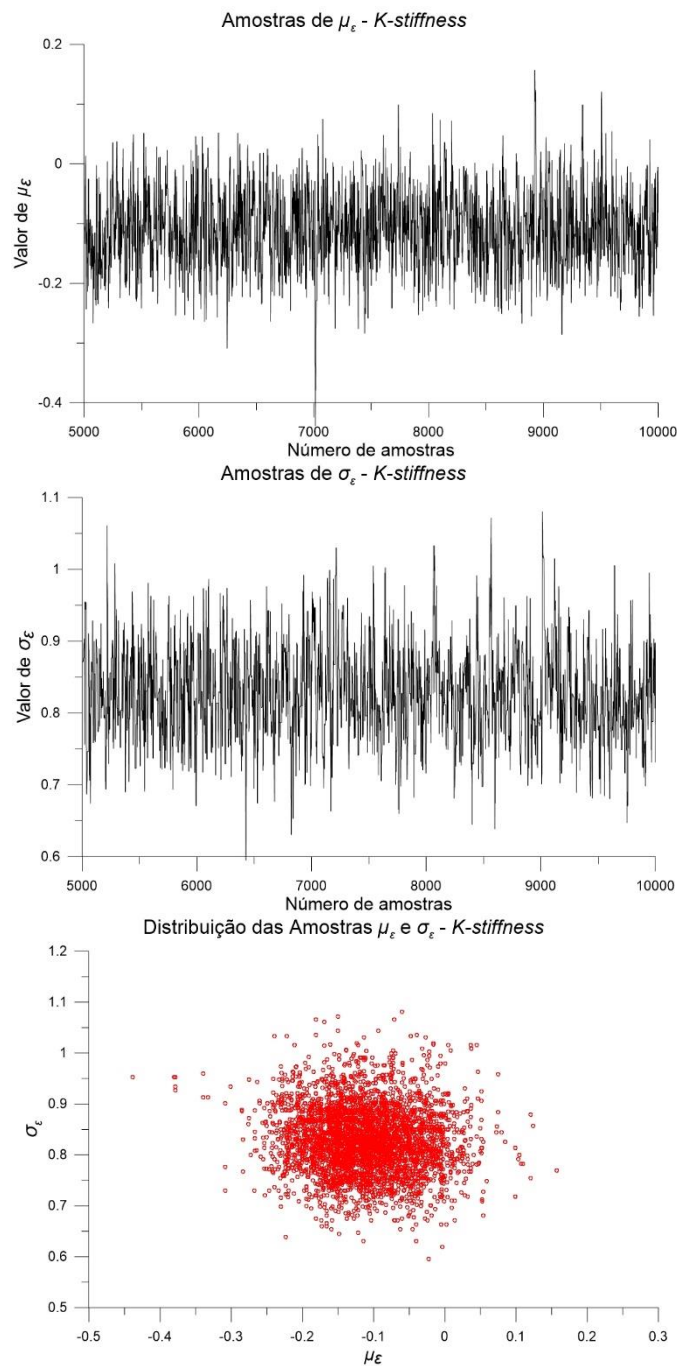


Figura 3.6 - Gráfico das amostras de μ_ε e σ_ε , geradas pela abordagem Zhang et al. (2012), para o método de dimensionamento da *K-stiffness*



As Figuras 3.5 e 3.6 demonstram que, após a estabilização da cadeia de Markov, o *hybrid MCMC simulation* está performando adequadamente, pois os valores gerados movimentam-se ativamente no espaço de μ_ε e σ_ε . Além disso, a distribuição das amostras no espaço μ_ε e σ_ε é consistente com uma distribuição multivariada normal.

As Figuras 3.7 e 3.8 apresentam o histograma de μ_ε e σ_ε obtidos pelas amostras geradas pelo *hybrid MCMC simulation* (ZHANG et al., 2012) para os métodos de

dimensionamento da AASHTO e o K -stiffness, respectivamente, considerando 10.000 amostras e o mesmo ponto inicial. Nesses gráficos também são apresentadas as funções densidade de probabilidade prévia (linha tracejada) estimadas pelo método simplificado e a distribuição normal que melhor encaixa com as amostras geradas pelo *hybrid MCMC simulation*.

Figura 3.7 - Histograma de μ_ε e σ_ε , geradas pela abordagem Zhang et al. (2012), para o método de dimensionamento AASHTO

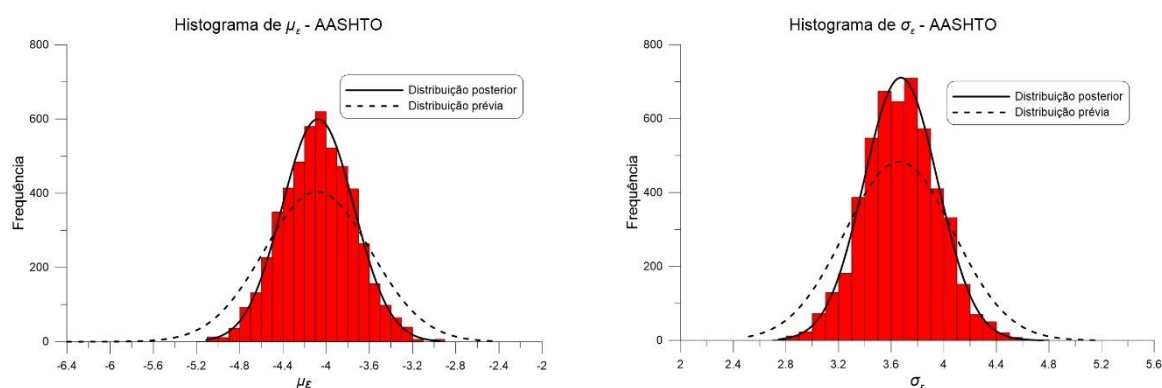
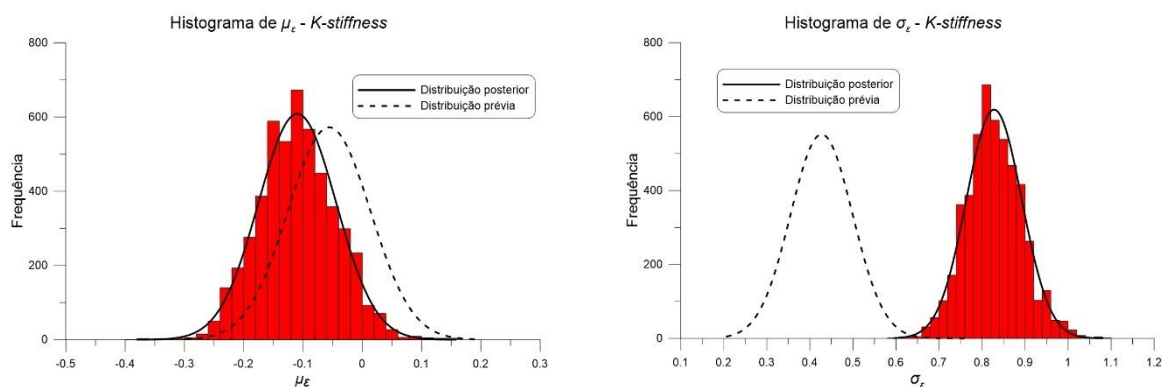


Figura 3.8 - Histograma de μ_ε e σ_ε , geradas pela abordagem Zhang et al. (2012), para o método de dimensionamento K -stiffness



De maneira geral, os histogramas gerados pelo *hybrid MCMC simulation* fornecem um bom encaixe com a distribuição normal padrão. Para o modelo de dimensionamento da AASHTO, observa-se que a atualização do conhecimento prévio não influenciou na média dos parâmetros, entretanto, ocorreu uma sutil redução do desvio padrão. Já a atualização do modelo K -stiffness resultou em aumento das médias dos parâmetros, dobrando os valores obtidos nas análises simplificadas para obtenção do conhecimento prévio. Entretanto, considerando a facilidade de implementação e a economia de tempo de processamento, os resultados do método aproximado, aqui usados como conhecimento prévio, são considerados

satisfatórios. Os parâmetros para a distribuição normal posterior obtidas para os métodos AASHTO e *K-stiffness* são apresentados nas Tabelas 3.7 e 3.8, respectivamente.

3.5.1 Verificação do desempenho e convergência do algoritmo

Existem vários fatores que podem afetar a eficiência da cadeia de Markov, tais como: parâmetros da função salto, comprimento da cadeia e ponto inicial. Nesta seção, foram avaliados os efeitos desses fatores no desempenho do *hybrid MCMC simulation*.

Inicialmente, para avaliar a estabilidade e convergência do *hybrid MCMC simulation* foram realizadas 10 simulações considerando o mesmo ponto de partida $\{\mu_\varepsilon^0, \sigma_\varepsilon^0\}$. Nesta análise, foram adotadas as estatísticas para o coeficiente de variação médio, conforme Tabela 3.3. Em cada simulação foram aplicadas 10.000 amostras. Para inferir as estatísticas da caracterização do modelo são consideradas apenas as últimas 5.000 amostras, visto que as primeiras amostras da cadeia de Markov podem ainda não ter atingido o estado de equilíbrio. As Tabelas 3.7 e 3.8 apresentam a caracterização da incerteza de modelo e suas estatísticas para os métodos da AASHTO e *K-stiffness*, respectivamente.

Tabela 3.7 - Caracterização da incerteza de modelo e suas estatísticas - AASHTO

Método	n°	Distribuição	μ_ε		σ_ε	
			Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
<i>Hybrid MCMC simulation</i>	1	Normal	-4,07	0,35	3,65	0,28
	2		-4,08	0,34	3,69	0,29
	3		-4,06	0,35	3,68	0,28
	4		-4,08	0,34	3,68	0,28
	5		-4,08	0,33	3,67	0,28
	6		-4,04	0,33	3,65	0,28
	7		-4,07	0,35	3,65	0,28
	8		-4,06	0,34	3,66	0,27
	9		-4,07	0,33	2,67	0,30
	10		-4,06	0,33	3,69	0,28
	Média		-4,07	0,34	3,67	0,28
	COV (%)		0,28	1,90	0,41	2,10
Método simplificado	Média	Normal	-4,06	0,49	3,66	0,42
	COV (%)		0,45	2,50	0,50	2,51

Tabela 3.8 - Caracterização da incerteza de modelo e suas estatísticas – *K-stiffness*

Método	n°	Distribuição	μ_ε		σ_ε	
			Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
<i>hybrid MCMC simulation</i>	1	Normal	-0,12	0,07	0,83	0,07
	2		-0,12	0,07	0,82	0,06
	3		-0,11	0,06	0,82	0,06
	4		-0,12	0,07	0,82	0,06
	5		-0,11	0,07	0,83	0,06
	6		-0,12	0,07	0,82	0,07
	7		-0,12	0,07	0,83	0,07
	8		-0,13	0,07	0,83	0,07
	9		-0,12	0,07	0,82	0,07
	10		-0,12	0,07	0,83	0,07
	Média		-0,12	0,07	0,82	0,07
	COV (%)		4,54	3,59	0,61	4,69
Método simplificado	Média	Normal	-0,06	0,07	0,43	0,07
	COV (%)		3,57	3,07	0,65	2,31

Observa-se que os resultados das 10 simulações são consistentes entre si e apresentam baixo coeficiente de variação, que indica o bom desempenho e estabilidade do algoritmo. Entretanto, como a cadeia de Markov é gerada com base em um ponto inicial arbitrário, é razoável experimentar a variação do ponto inicial frente a convergência e eficiência do algoritmo.

Dando continuidade à verificação de convergência do *hybrid MCMC simulation*, foram realizadas 10 simulações com diferentes pontos iniciais. Nessas simulações, foram adotados pontos iniciais aleatórios dentro de um intervalo, para mais e para menos, de três vezes o valor médio do parâmetro obtido na análise simplificada. A Tabela 3.9 apresenta as estatísticas obtidas nessa análise.

Tabela 3.9 – Estatísticas das distribuições posteriores considerando diferentes pontos iniciais.

Método de dimensionamento		μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
AASHTO	Média	-4,06	0,34	3,67	0,29
	COV (%)	0,18	1,60	0,33	2,14
<i>K-stiffness</i>	Média	0,12	0,07	0,83	0,07
	COV (%)	5,37	1,98	0,84	4,05

A comparação entre as Tabelas 3.7, 3.8 e 3.9 indica que a escolha do ponto inicial não influenciou a convergência do algoritmo, para o problema estudado. Ou seja, as médias dos parâmetros de incerteza de modelo são praticamente iguais, apresentando diferença apenas na segunda casa decimal. Além disso, os coeficientes de variação apresentam mesma ordem de grandeza, quando comparados com as respectivas análises de mesmo ponto inicial (Tabelas 3.7 e 3.8).

Os resultados e discussão acima não implica que qualquer ponto de partida pode ser escolhido. Quando o ponto inicial se afasta muito dos reais parâmetros de caracterização do modelo, é necessário um aumento na cadeia de Markov para garantia de sua estabilização. Assim, sugere-se análises prévias utilizando o modelo simplificado com o ponto de partida próximo a origem para verificação do comportamento e estabilização da cadeia de Markov.

Além do ponto de partida, a convergência do algoritmo é influenciada pela escolha dos parâmetros da função salto usada na geração de amostras aleatórias para construção da cadeia de Markov. Quando o desvio padrão é grande, as amostras propostas pela função salto costumam ficar fora da faixa efetiva de μ_ε e σ_ε . Como a densidade de probabilidade posterior desses pontos amostrais são baixas, as chances de aceitação são pequenas, ou seja, essas amostras são rejeitadas. Para o caso contrário, se o desvio padrão for muito pequeno, levará muito tempo para percorrer o alcance efetivo. Assim, a eficiência do algoritmo depende da adequada escolha do desvio padrão da função salto e o apropriado desvio padrão da função salto deve ser coerente com o desvio padrão posterior.

Neste estudo, foram realizadas análises com o modelo simplificado de Zhang et al. (2009) para definição da distribuição posterior. Assim, baseado no conhecimento prévio apresentado na Tabela 3.6, definiu-se os parâmetros da função salto conforme Tabela 3.10.

Tabela 3.10 - Parâmetros da função salto.

Método de dimensionamento	Distribuição	μ_ε $DP_{adeq.}$	σ_ε $DP_{adeq.}$
AASHTO	Normal	0,5	0,5
<i>K-stiffness</i>	Normal	0,1	0,1

A quantificação da frequência que as amostras são aceitas em uma cadeia pode ser avaliada pela taxa de aceitação, que é definida pela razão entre o número de amostras aceitas e a quantidade total de amostras ($r = N_a/N_t$). Gelman et al. (2004) sugeriram que a taxa de aceitação deve estar próxima de 0,44 para alcançar cadeias de Markov eficientes.

Para verificar a influência dos parâmetros da função salto na eficiência do *hybrid MCMC simulation* foram realizadas análises considerando a variação do desvio padrão da função salto nos três cenários: $DP_{baixo} = DP_{adeq.}/10$, $DP_{adeq.}$ e $DP_{alto} = DP_{adeq.} \times 10$. A Tabela 3.11 apresenta a média da taxa de aceitação para 10 simulações considerando esses diferentes cenários e as Figuras 3.9 e 3.10 apresentam o comportamento típico das 5.000 últimas amostras.

Tabela 3.11 – Taxa de aceitação para diferentes desvios padrão da função salto.

Método	r_{μ_ε}			r_{σ_ε}		
	DP_{baixo}	$DP_{adeq.}$	DP_{alto}	DP_{baixo}	$DP_{adeq.}$	DP_{alto}
AASHTO	0,94	0,57	0,08	0,93	0,48	0,08
<i>K-stiffness</i>	0,93	0,55	0,08	0,88	0,44	0,09

Figura 3.9 – Gráfico de distribuição das amostras para DP_{baixo} da função salto.

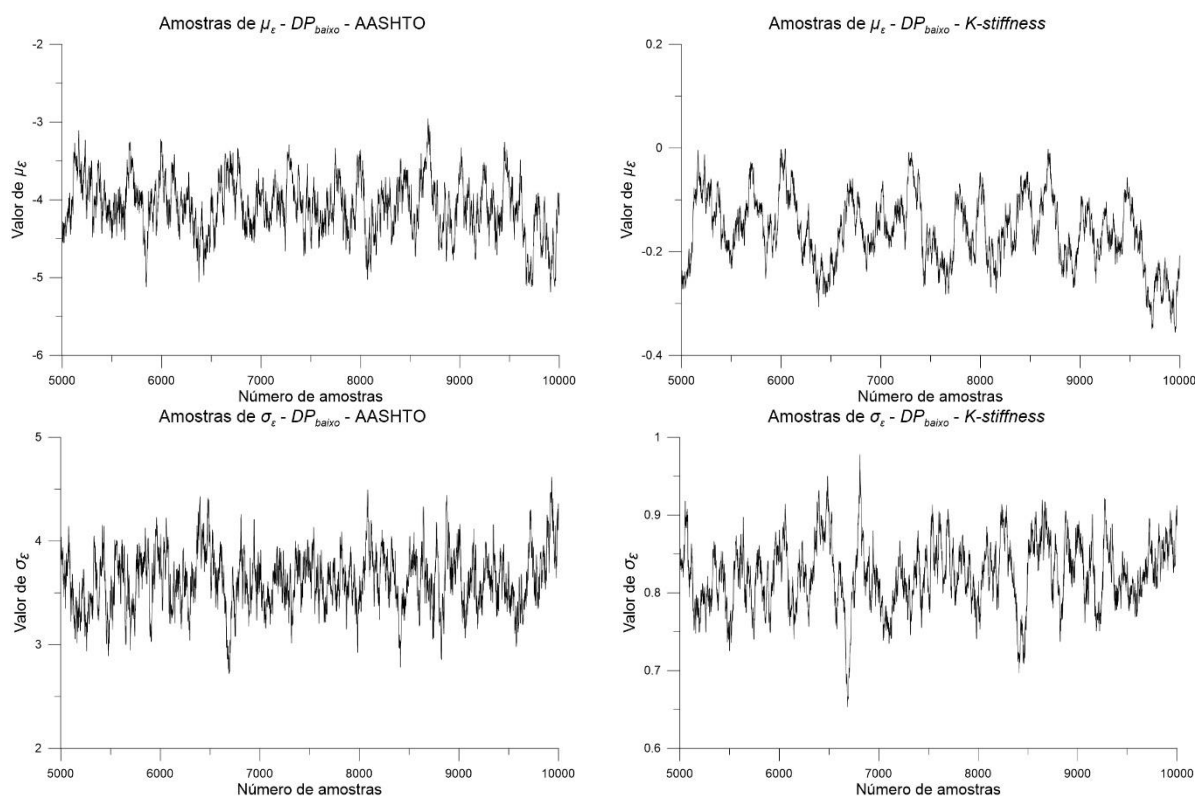
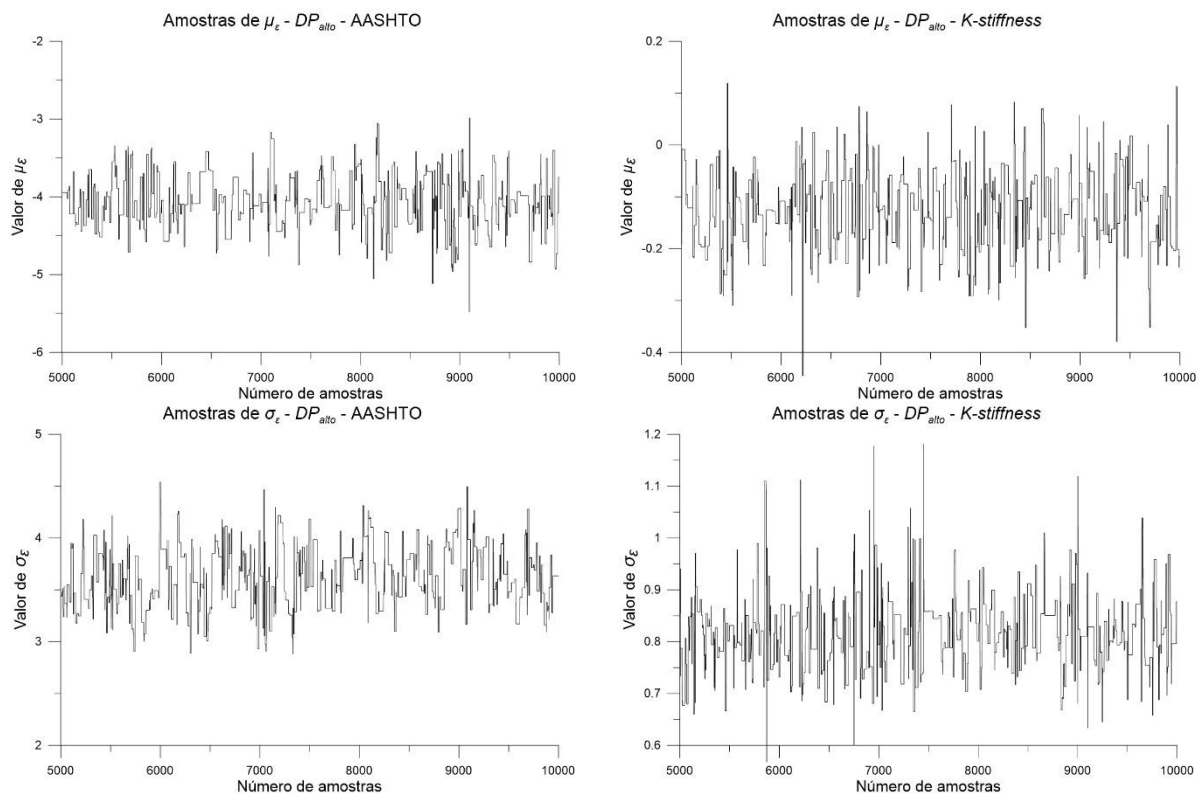


Figura 3.10 - Gráfico de distribuição das amostras para DP_{alto} da função salto.

As Figuras 3.5 e 3.6 apresentam o comportamento das amostras adotando o desvio padrão adequado, onde as amostras deslocam-se ativamente e percorrem o alcance efetivo de μ_ϵ e σ_ϵ . Já as Figuras 3.9 e 3.10 apresentam o comportamento das amostras quando se utiliza parâmetros inadequados da função salto. Nestes casos, são necessários muitos passos para que as amostras percorram efetivamente o espaço. Portanto, são menos eficientes e necessita de uma quantidade maior de amostra para garantir a convergência.

Na Figura 3.10 é possível observar muitos traços horizontais. Esses traços horizontais indicam que as amostras propostas foram recusadas, ou seja, manteve o valor da amostra anterior. Isso ocorre porque o desvio padrão adotado na função salto foi superior ao necessário. Com isso, as amostras propostas pela função salto frequentemente ficam fora da faixa efetiva de μ_ϵ e σ_ϵ . Quando o desvio padrão da função salto é pequeno, Figura 3.9, observa-se uma busca lenta dentro do espaço efetivo, sendo necessária a adoção de uma maior cadeia de Markov para garantia da convergência. Essa avaliação também pode ser feita pela taxa de aceitação apresentada na Tabela 3.11. A adoção de um desvio padrão muito grande na função salto está associada a baixa taxa de aceitação. Enquanto, a adoção de desvio padrão pequeno na função salto está associada a alta taxa de aceitação.

Nesses casos estudados, o comprimento adotado para a cadeia de Markov (10.000 amostras) foi suficiente para garantir a convergência do algoritmo. Ou seja, mesmo quando foram adotados os parâmetros inadequados da função salto, o algoritmo convergia para os valores apresentados nas Tabelas 3.7 e 3.8. Entretanto, a adoção de cadeias menores que 10.000 amostras não foi suficiente para garantia da convergência.

Um método para melhorar a acurácia da estimativa da simulação MCMC é aumentar o tamanho da cadeia de Markov. Assim, é importante avaliar a convergência do *hybrid MCMC simulation* para diferentes quantidades de amostras. As Tabelas 3.12 e 3.13 apresentam os resultados das estatísticas de caracterização do modelo, para 10 simulações, considerando diferentes quantidades de amostras (1.000, 3.000, 5.000, 10.000 e 30.000) para os métodos da AASHTO e *K-stiffness*, respectivamente.

Tabela 3.12 - Verificação da convergência considerando diferentes quantidades de amostras - AASHTO

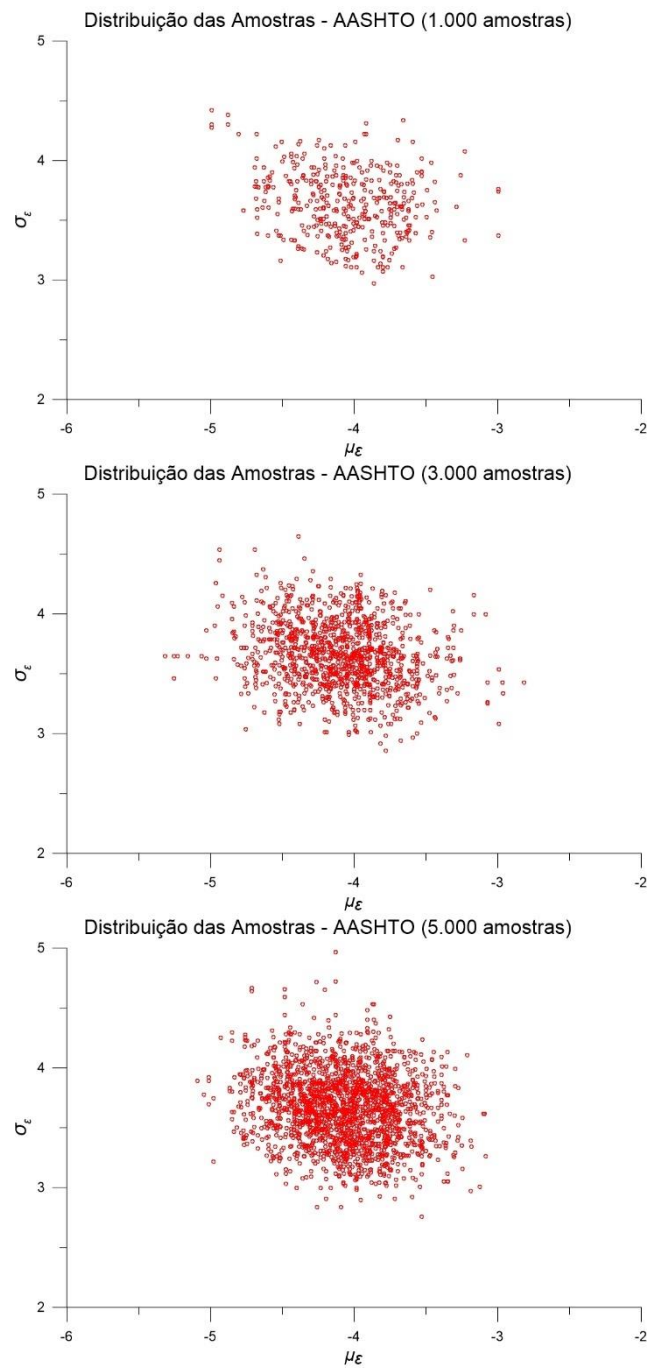
Quantidade de amostras	n°	μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
1.000	Média	-4,08	0,34	3,66	0,27
	COV (%)	1,02	9,48	1,28	5,43
3.000	Média	-4.10	0.33	3.66	0.28
	COV (%)	0.52	4.63	0.45	3.68
5.000	Média	-4,08	0,33	3,68	0,28
	COV (%)	0,48	4,34	0,53	3,98
10.000	Média	-4,07	0,34	3,67	0,28
	COV (%)	0,28	1,90	0,41	2,10
30.000	Média	-4,08	0,34	3,68	0,28
	COV (%)	0,14	0,25	0,11	1,59

Tabela 3.13 - Verificação da convergência considerando diferentes quantidades de amostras - *K-stiffness*

Quantidade de amostras	n°	μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
1.000	Média	-0,14	0,07	0,82	0,06
	COV (%)	23,01	10,72	1,25	7,63
3.000	Média	-0,12	0,07	0,82	0,07
	COV (%)	8,02	4,86	1,11	2,55
5.000	Média	-0,12	0,07	0,82	0,06
	COV (%)	5,16	3,02	1,57	5,12
10.000	Média	-0,12	0,07	0,82	0,07
	COV (%)	4,54	3,59	0,61	4,69
30.000	Média	-0,12	0,07	0,83	0,06
	COV (%)	4,41	1,33	0,40	0,63

Observa-se que em todos os casos analisados o algoritmo apresentou boa convergência, quando analisadas a média das 10 simulações. Entretanto, as análises considerando 1.000 amostras apresentam maior amplitude na variação dos resultados, com maiores coeficientes de variação para as estatísticas dos parâmetros. As Figuras 3.9 e 3.10 apresentam os gráficos de distribuição das amostras μ_ε e σ_ε para os métodos da AASHTO e *K-stiffness*, respectivamente, e considerando as diferentes quantidades de amostras estudadas.

Figura 3.11 – Distribuição das amostras μ_ε e σ_ε para o método AASHTO considerando diferentes quantidades de amostras



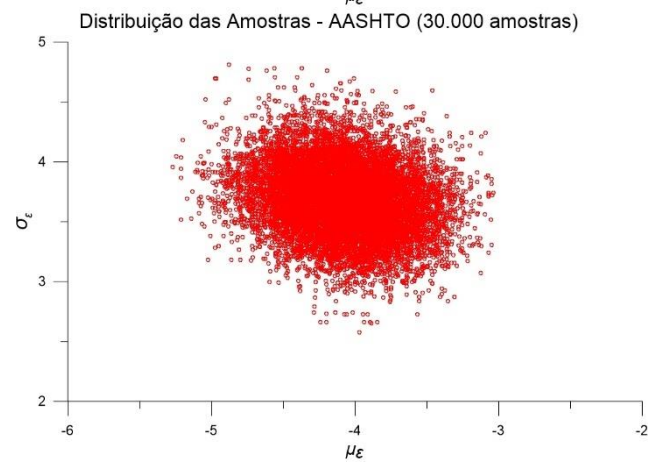
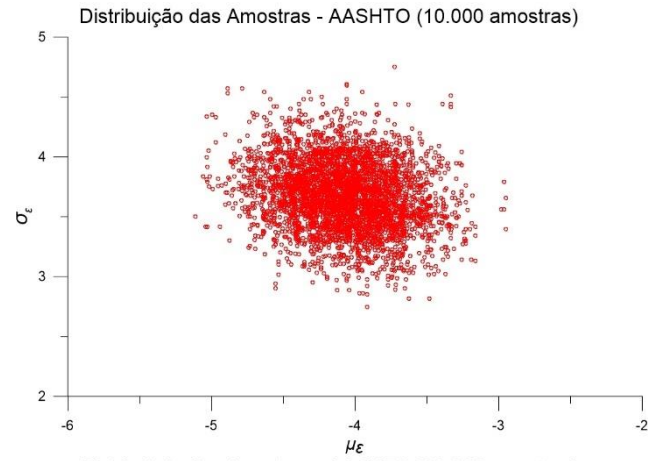
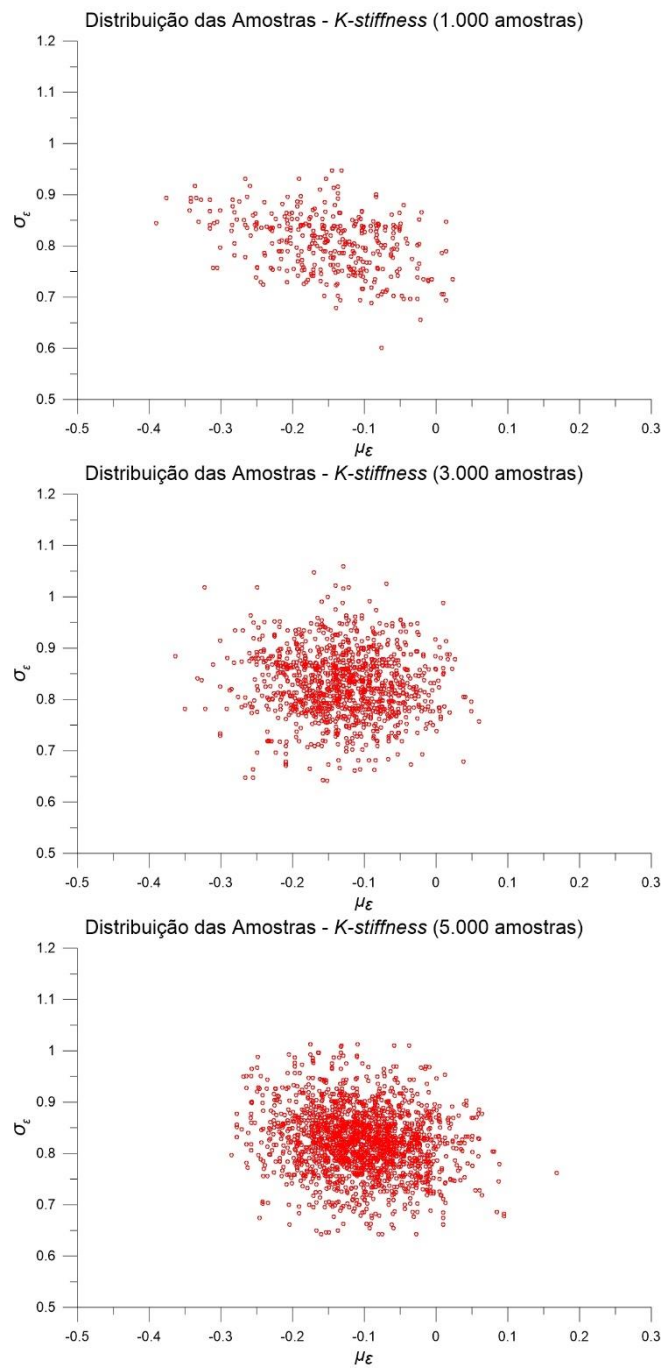
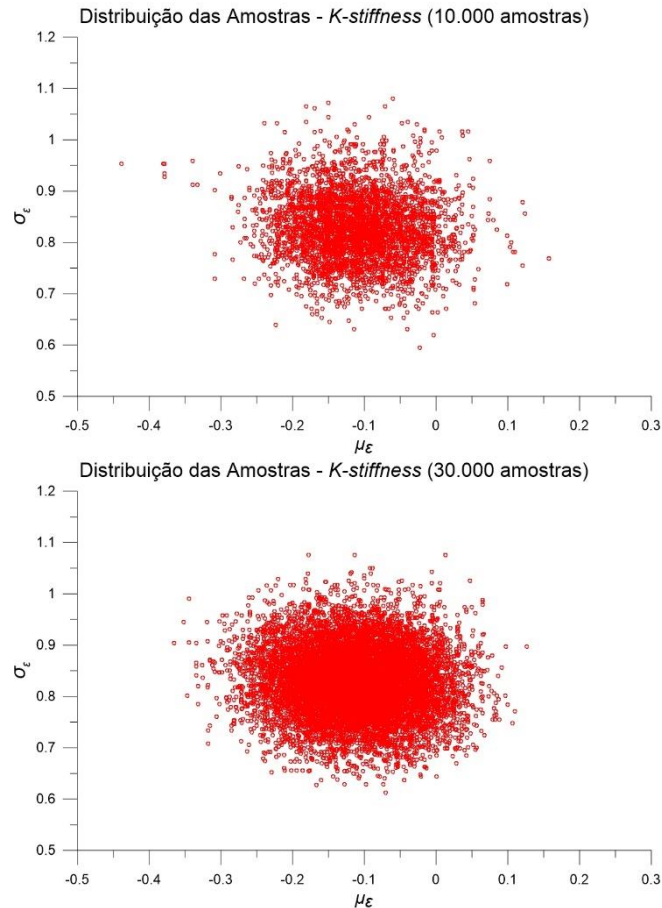


Figura 3.12 - Distribuição das amostras μ_ε e σ_ε para o método *K-stiffness* considerando diferentes quantidades de amostras

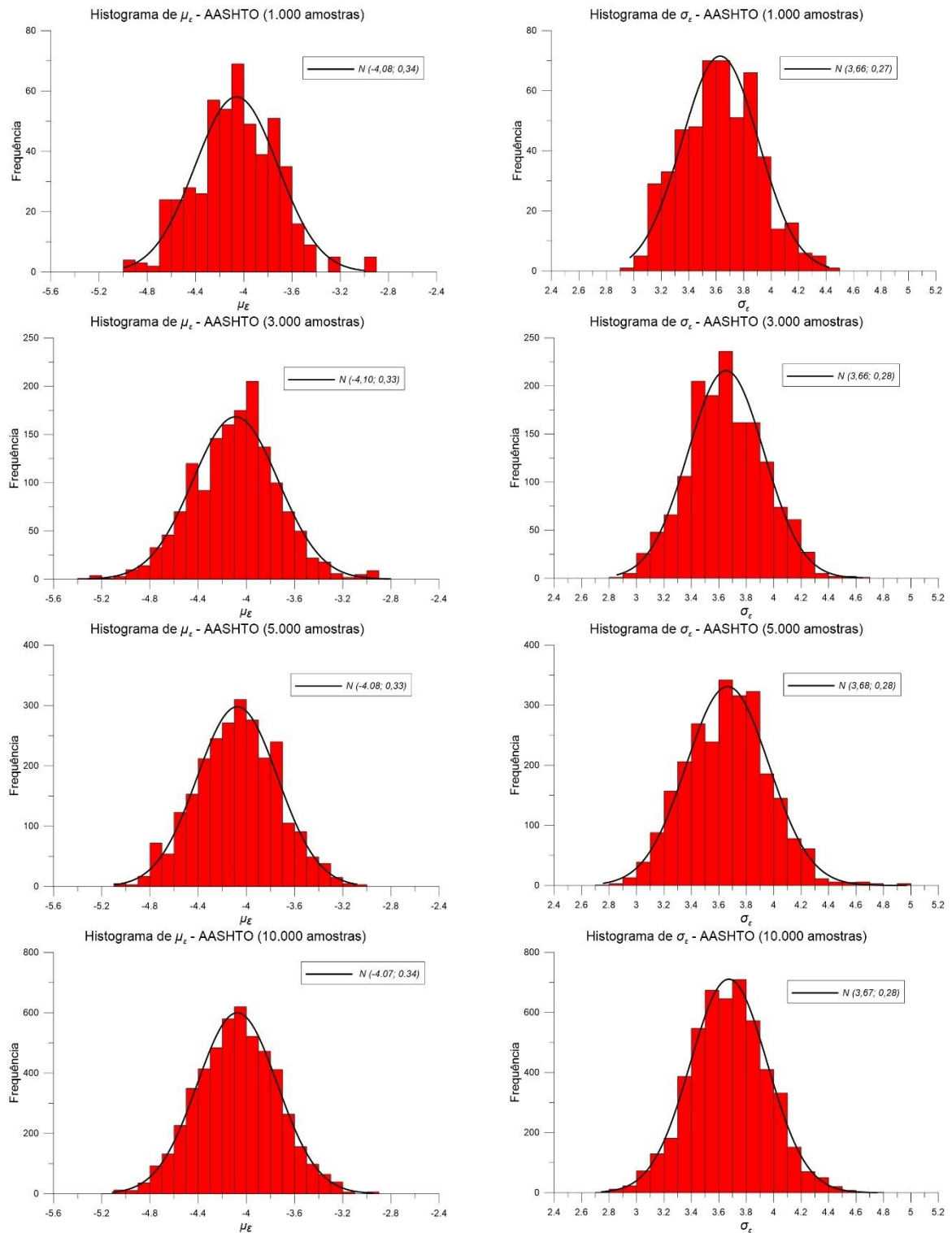




Observando os gráficos de distribuição das amostras em μ_ϵ e σ_ϵ , para os métodos da AASHTO e *K-stiffness*, constata-se que a adoção de 1.000 amostras para a caracterização da incerteza de modelo é insuficiente para garantia da estabilidade da cadeia de Markov e qualidade do resultado. Para essa quantidade de amostra, não é possível verificar a formação no plano μ_ϵ e σ_ϵ de uma distribuição multivariada normal.

Para avaliação do desempenho do algoritmo também são apresentados os respectivos histogramas. As Figuras 3.13 e 3.14 apresentam os histogramas de μ_ϵ e σ_ϵ para os métodos da AASHTO e *K-stiffness*, respectivamente, considerando as diferentes quantidades de amostras estudadas.

Figura 3.13 - Histograma de μ_ε e σ_ε para o método de dimensionamento AASHTO considerando diferentes quantidades de amostras



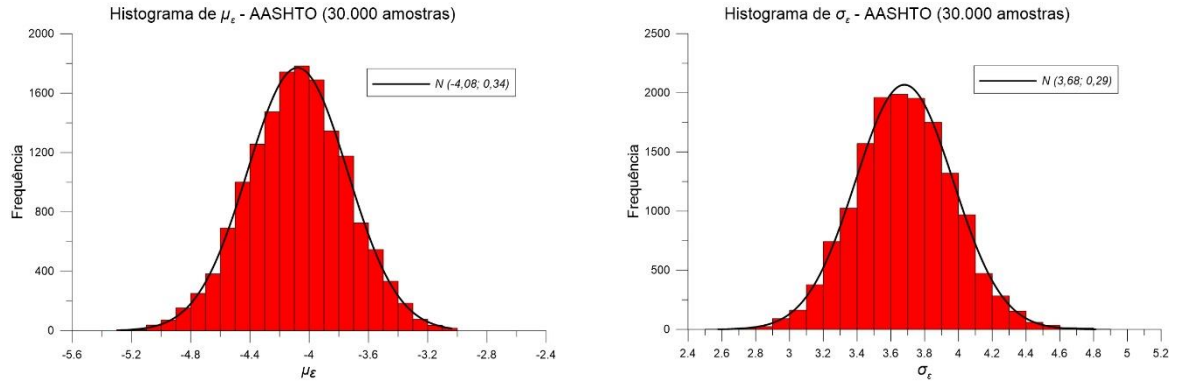
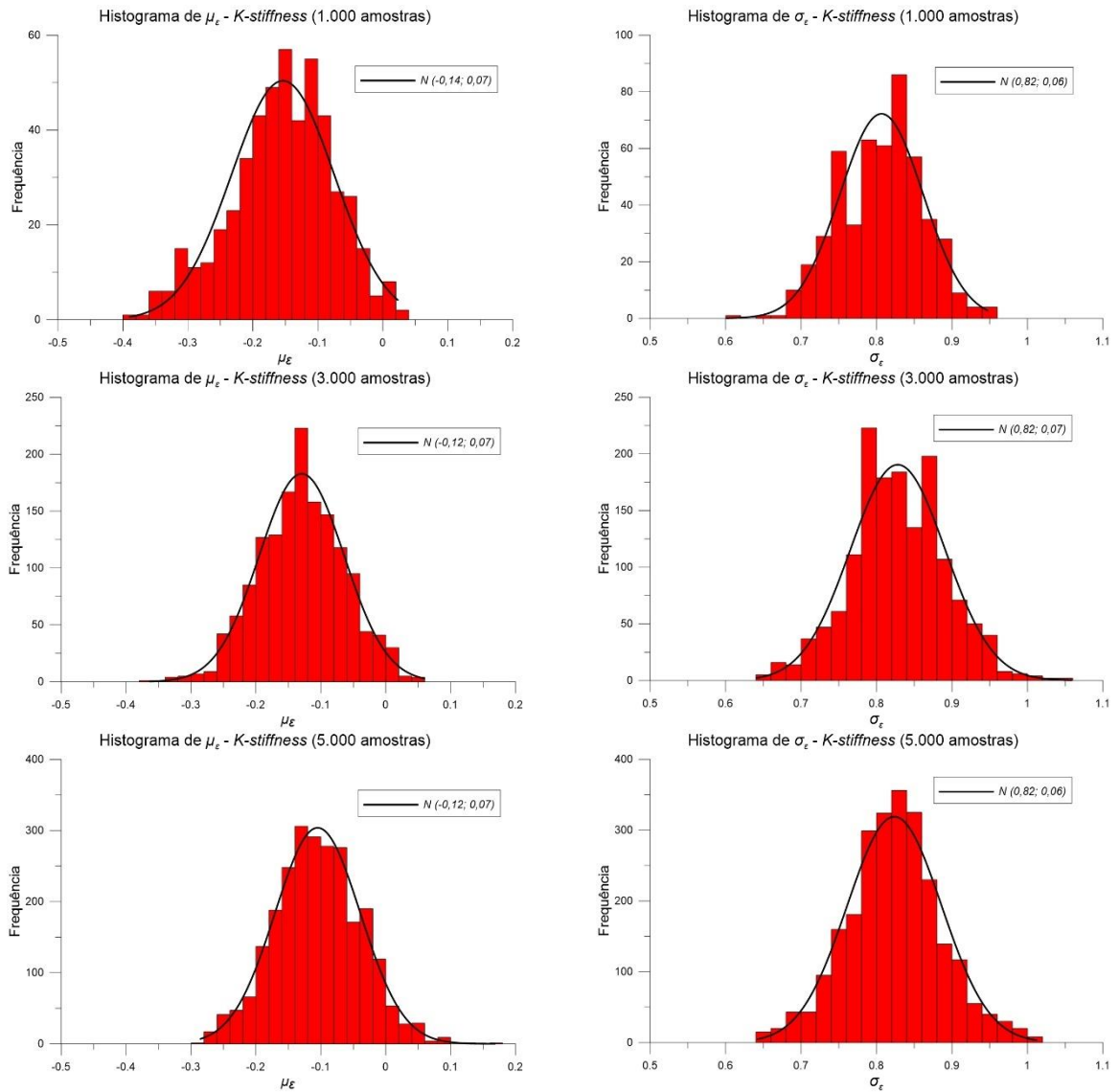
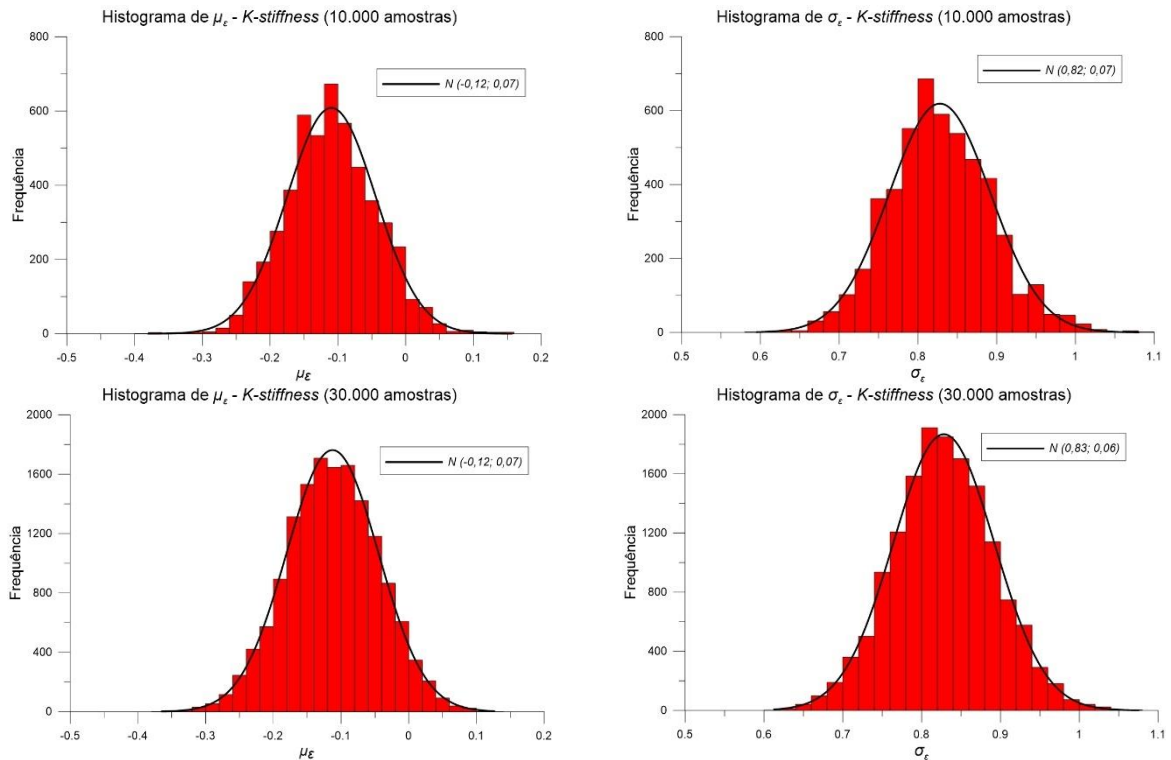


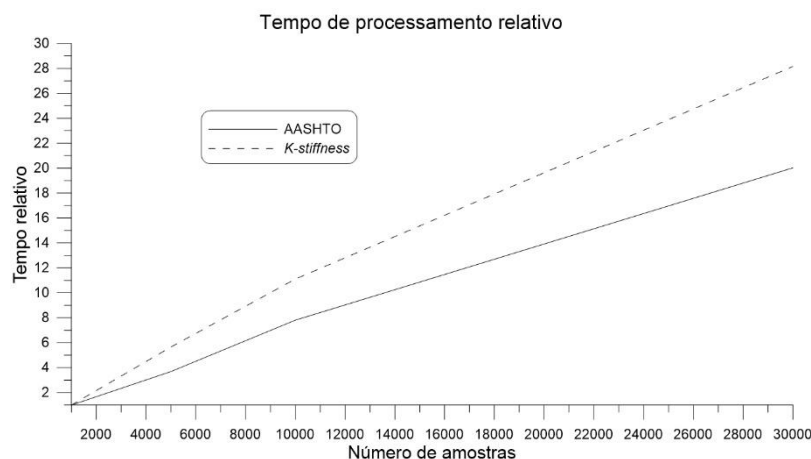
Figura 3.14 - Histograma de μ_ϵ e σ_ϵ para o método de dimensionamento *K-stiffness* considerando diferentes quantidades de amostras





Considerando as estatísticas (Tabelas 3.12 e 3.13), as distribuições das amostras (Figuras 3.11 e 3.12) e os histogramas (Figuras 3.13 e 3.14) para as quantidades de amostras adotadas, observa-se, para esse estudo, que adoção de 3.000 amostras é suficiente para estabilização da cadeia de Markov e qualidade dos resultados. Quando se adota quantidade superior a 3.000 amostras, observa-se melhoria contínua na qualidade dos resultados, evidenciada pelo encaixe da distribuição normal ao histograma dos resultados. Entretanto, o aumento na quantidade de amostra reflete diretamente no tempo de processamento, conforme apresentado na Figura 3.15.

Figura 3.15 - Tempo de processamento relativo



Considerando a relação custo x benefício entre a qualidade dos resultados e o esforço computacional para processamento, para a continuidade das análises desse estudo foram consideradas 5.000 amostras.

3.5.2 Influência da variabilidade dos parâmetros do solo

Para avaliar a influência da variabilidade dos parâmetros do solo na caracterização da incerteza de modelo, foram realizadas análises considerando os três cenários apresentados na Tabela 3.3 ($COV_{Mínimo}$, $COV_{Médio}$ e $COV_{Máximo}$). Nestas análises, foram consideradas 5.000 amostras partindo do mesmo ponto inicial. Para garantir a estabilidade da cadeia de Markov, a definição das estatísticas foi baseada nas últimas 2.500 amostras. As Tabelas 3.14 e 3.15 apresentam as estatísticas dos parâmetros de caracterização da incerteza de modelo para os métodos de dimensionamento da AASHTO e $K-stiffness$, respectivamente, e considerando a variabilidade dos parâmetros do solo.

Tabela 3.14 – Incerteza de modelo, considerando a variabilidade do solo - AASHTO

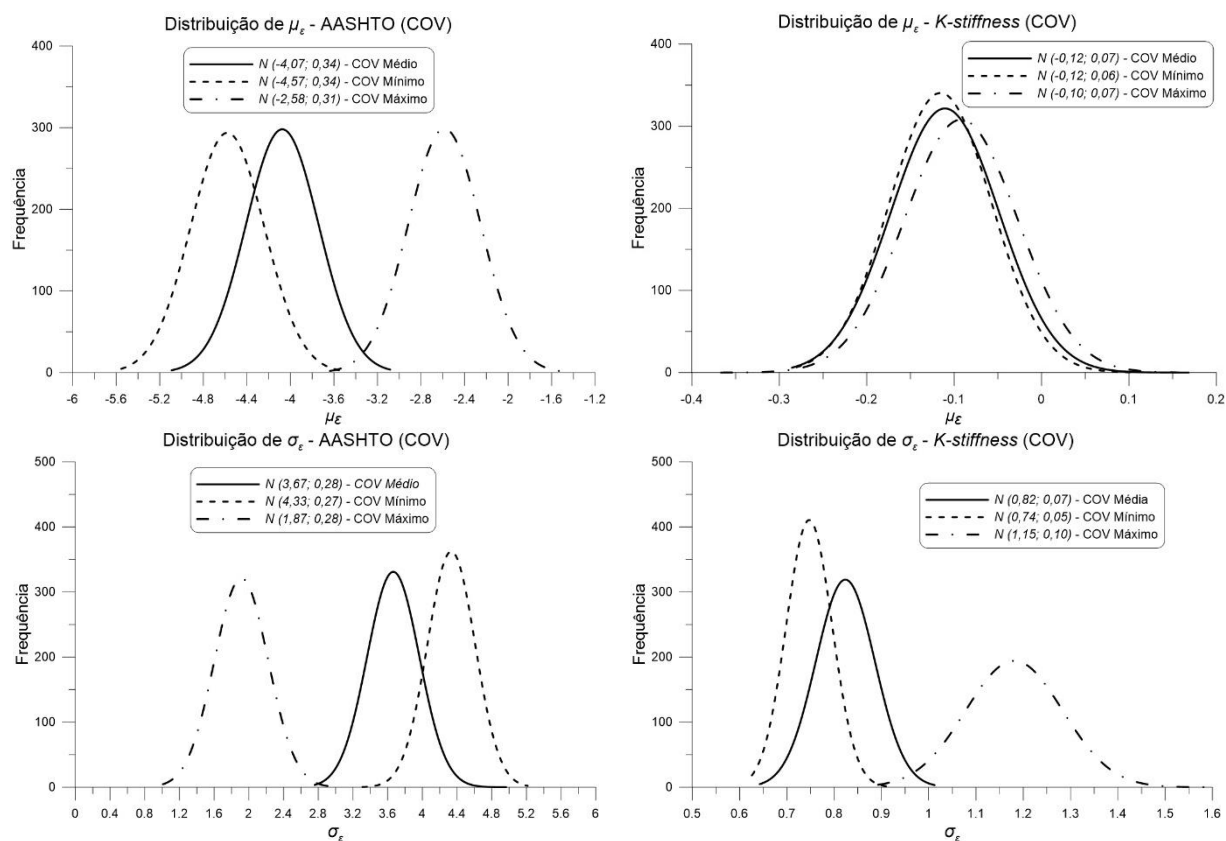
COV parâmetros do solo	n°	μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
COV Mínimo	Média	-4,57	0,34	4,33	0,27
	COV (%)	0,41	4,71	0,33	5,05
COV Médio	Média	-4,07	0,34	3,67	0,28
	COV (%)	0,28	1,90	0,41	2,10
COV Máximo	Média	-2,58	0,31	1,87	0,28
	COV (%)	2,35	8,21	3,75	8,19

Tabela 3.15 - Incerteza de modelo, considerando a variabilidade do solo - *K-stiffness*.

COV parâmetros do solo	n°	μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
COV Mínimo	Média	-0,12	0,06	0,74	0,05
	COV (%)	2,15	5,32	1,17	6,32
COV Médio	Média	-0,12	0,07	0,82	0,07
	COV (%)	4,54	3,59	0,61	4,69
COV Máximo	Média	-0,10	0,07	1,15	0,10
	COV (%)	12,65	4,79	2,64	4,13

A Figura 3.16 apresenta as distribuições normais de melhor encaixe para os diferentes coeficientes de variação dos parâmetros dos solos e os respectivos modelos de dimensionamento analisados.

Figura 3.16 – Distribuição dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a variabilidade do solo.



Os resultados apresentados nas Tabelas 3.14 e 3.15 e as distribuições mostradas na Figura 3.16 não sugerem correlação direta entre a variabilidade dos parâmetros do solo e a incerteza do modelo.

Para o método da AASHTO, observa-se uma redução significativa da média da incerteza de modelo, quando a variabilidade dos parâmetros do solo é maior. Comparando as análises com os coeficientes de variação mínimo e máximo, ocorreu uma redução aproximada de 44%. Em menor proporção, comportamento semelhante ocorreu com o método *K-stiffness*, que reduziu aproximadamente em 17%, quando comparados os coeficientes de variação mínimo e máximo.

Avaliando o desvio padrão da incerteza de modelo, observa-se comportamento distinto entre os métodos AASHTO e *K-stiffness*. Para o método AASHTO, ocorreu redução de aproximadamente 57% do desvio padrão da incerteza de modelo com o aumento do coeficiente de variação dos parâmetros do solo. Já o método *K-stiffness* apresentou comportamento contrário, aumento de aproximadamente 55% do desvio padrão da incerteza de modelo com o aumento do coeficiente de variação dos parâmetros do solo.

Portanto, com as análises realizadas, não foi possível aferir um padrão que relacione a variabilidade dos parâmetros do solo e a incerteza de modelo.

3.5.3 Influência da altura do muro

Para avaliar a influência da altura do muro de solo reforçado com geossintético na caracterização da incerteza de modelo, as estruturas foram categorizadas em dois grupos.

O primeiro grupo, compreende as estruturas com altura dentro do intervalo de 4,0 e 4,8 m. Esse grupo é composto por cinco muros e um total de vinte camadas de reforço monitoradas. Os dados de monitoramento desse grupo apresentam limitada diversidade das características dos muros, com inclinação da face variando entre 90° e 117° , dois tipos de revestimento de face e geogrelhas com limitadas diferenças de resistência e rigidez.

O segundo grupo, categoriza as estruturas com alturas no intervalo de 5,9 a 6,4 m. Esse grupo é composto por dez estruturas e cinquenta e dois dados de monitoramento. Esse grupo representa um universo diversificado de características dos muros, com seis tipos de faces e maiores diferenciações entre as características das geogrelhas, entretanto, apresentam variação na face de apenas 3° .

No banco de dados utilizado (ver Tabela 3.2) existem muros com altura superior a 6,4 m, entretanto, se limitam a dois muros de mesma altura (12,6 m) e com as mesmas

características, diferenciando-se apenas pela aplicação de sobrecarga. Pelas suas características, esses muros não configuram um grupo representativo para uma análise de caracterização de incerteza de modelo, assim, não serão avaliados nesse estudo.

A definição dos parâmetros de caracterização da incerteza de modelo foi realizada considerando 10 simulações de 5.000 amostras partindo do mesmo ponto inicial. As Tabelas 3.16 e 3.17 apresentam os resultados das estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo para os métodos de dimensionamento da AASHTO e *K-stiffness*, respectivamente, e considerando as estruturas agrupadas por semelhança de altura.

Tabela 3.16 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da altura do muro - AASHTO.

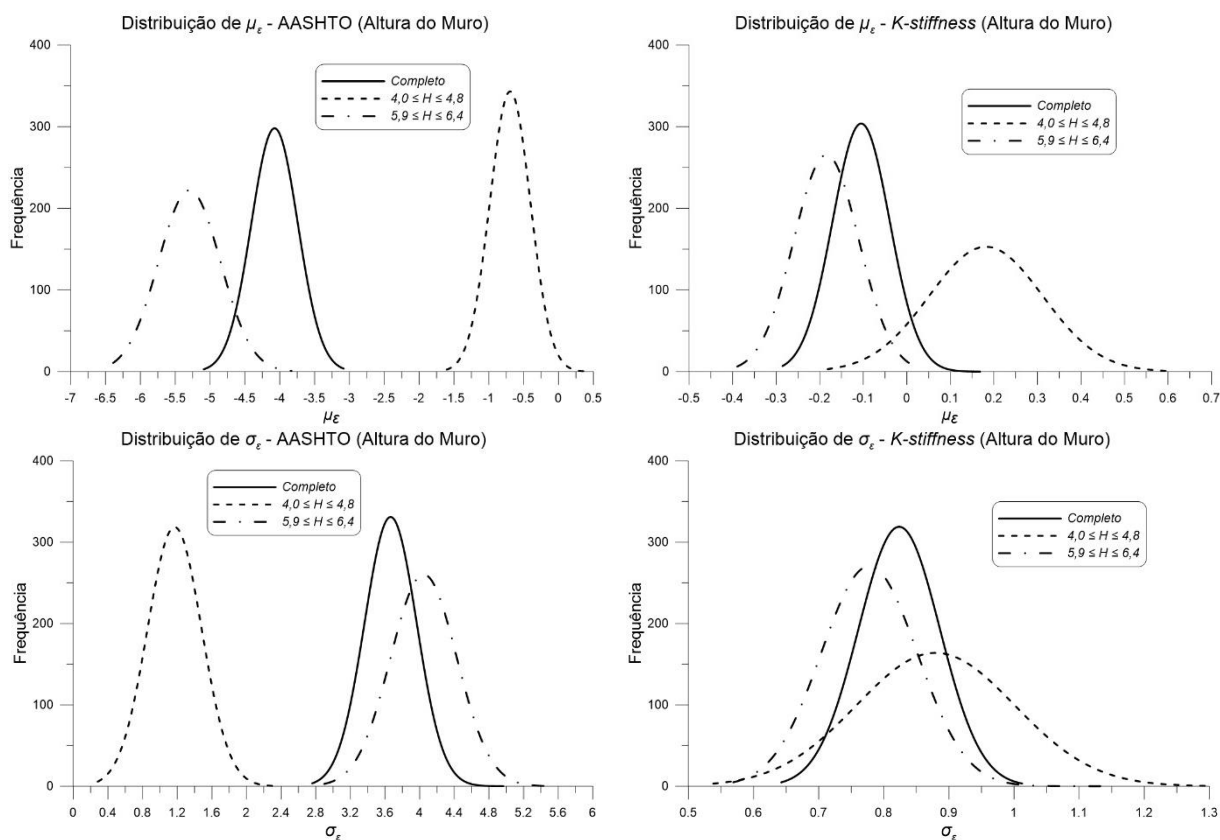
Altura do muro (m)		μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
Todos os muros	Média	-4,07	0,34	3,67	0,28
	COV (%)	0,28	1,90	0,41	2,10
$4,0 \leq H \leq 4,8$	Média	-0,69	0,30	1,18	0,35
	COV (%)	3,49	4,98	5,10	6,44
$5,9 \leq H \leq 6,4$	Média	-5,32	0,46	4,07	0,38
	COV (%)	0,60	4,11	0,67	4,34

Tabela 3.17 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da altura do muro - *K-stiffness*.

Altura do muro (m)		μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
Todos os muros	Média	-0,12	0,07	0,82	0,07
	COV (%)	4,54	3,59	0,61	4,69
$4,0 \leq H \leq 4,8$	Média	0,18	0,13	0,88	0,12
	COV (%)	11,80	2,71	2,53	5,97
$5,9 \leq H \leq 6,4$	Média	-0,19	0,08	0,79	0,08
	COV (%)	5,19	3,04	1,42	3,59

A Figura 3.17 apresenta as distribuições normais de melhor encaixe para as últimas 2.500 amostras geradas nos estudos de influência da altura do muro na caracterização da incerteza de modelo.

Figura 3.17 - Distribuição dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da altura do muro.



As estatísticas encontradas para o método de dimensionamento da AASHTO indicam uma boa aproximação para o dimensionamento de muros baixos, apresentando média da incerteza de modelo de $\mu_\epsilon = -0,69$ e média do desvio padrão de $\sigma_\epsilon = 1,18$. Entretanto, tal observação pode estar viesada pela influência de outra característica, visto que o banco de dados de monitoramento desse grupo é limitado. Assim, para consolidação desse entendimento, são necessárias análises com maior quantidade de dados de monitoramento e, principalmente, a inclusão de novos resultados de muros com diferentes características.

Quando se analisa as estatísticas da incerteza do modelo da AASHTO considerando o banco de dados do segundo grupo ($5,0 \leq H \leq 6,4$), observa-se uma piora nas previsões, com média da incerteza de modelo de $\mu_\epsilon = -5,32$ e média do desvio padrão da incerteza de modelo de $\sigma_\epsilon = 4,07$. Nesse grupo se encontra uma maior quantidade de resultados de monitoramento e uma maior diversidade de muros. Com isso, reduz-se a influência de outras características nas estatísticas de incerteza do modelo.

Para o método de dimensionamento *K-stiffness*, observa-se baixa influência da altura do muro na caracterização da incerteza de modelo. Para os dois grupos analisados, a média da incerteza do modelo encontra-se próximo de zero, evidenciando uma boa acurácia do método.

Entretanto, o primeiro grupo apresenta uma maior variabilidade das suas estatísticas, podendo indicar uma menor precisão do modelo para muros de altura baixa com possibilidade de resultar em valores contra a segurança, ou seja, com média da incerteza de modelo positiva. Porém, para confirmar esse comportamento, é necessário incluir no grupo novos resultados de monitoramento com muros de características distintas.

3.5.4 Influência do tipo de face do muro

A rigidez da face é um fator que influencia diretamente no comportamento e distribuição das tensões nas camadas de muros reforçados com geossintéticos. Assim, com o intuito de verificar a acurácia dos métodos de dimensionamento, neste item são apresentados os parâmetros de caracterização da incerteza de modelo considerando as estruturas com a mesma característica de face.

A Tabela 3.18 apresenta os agrupamentos dos muros com características semelhantes de face.

Tabela 3.18 – Agrupamento de estruturas de faces semelhantes.

Tipo de face	Muros
Painel inteiro de concreto	GW5 - GW18 - GW24
Face envelopada com geotêxtil	GW10 - GW16 - GW16-SC
Painel incremental de concreto pré-moldado	GW8 - GW19 - GW23
Revestimento em tela soldada	GW7-J - GW7-N - GW20-HDPE - GW20-PP
Bloco modular	GW9 - GW9-SC - GW25

De maneira geral, os agrupamentos não são representativos, pois consistem em poucas estruturas e algumas delas com características semelhantes. Entretanto, foram realizadas análises de caracterização da incerteza de modelo para avaliar tendências de comportamentos.

As Tabelas 3.19 e 3.20 apresentam os resultados das estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo para os métodos de dimensionamento da AASHTO e *K-stiffness*, respectivamente, e considerando as estruturas agrupadas por semelhança das características de face.

Tabela 3.19 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência do tipo de face - AASHTO.

Tipo de face		μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
Painel inteiro de concreto	Média	-3,77	0,71	2,54	0,69
	COV (%)	1,33	5,17	2,01	7,57
Face envelopada com geotêxtil	Média	-5,12	0,91	3,31	0,88
	COV (%)	0,84	3,73	2,06	7,83
Painel incremental de concreto pré-moldado	Média	-3,15	0,79	4,33	0,69
	COV (%)	1,32	3,47	0,70	2,71
Revestimento em tela soldada	Média	-0,40	0,38	1,25	0,42
	COV (%)	8,53	7,21	7,55	9,88
Bloco modular	Média	-7,42	0,80	3,74	0,66
	COV (%)	0,41	2,24	0,91	5,73

Tabela 3.20 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência do tipo de face - *K-stiffness*.

Tipo de face		μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
Painel inteiro de concreto	Média	-0,05	0,16	0,68	0,13
	COV (%)	26,29	4,64	2,06	6,47
Face envelopada com geotêxtil	Média	-0,21	0,23	0,92	0,21
	COV (%)	15,54	4,81	1,80	5,25
Painel incremental de concreto pré-moldado	Média	-0,15	0,21	1,15	0,18
	COV (%)	15,85	5,70	2,51	4,41
Revestimento em tela soldada	Média	0,17	0,19	1,02	0,16
	COV (%)	5,88	4,33	1,70	2,51
Bloco modular	Média	-0,17	0,07	0,42	0,07
	COV (%)	2,50	4,17	1,37	4,81

O método de dimensionamento da AASTHO é baseado na teoria do equilíbrio limite e desconsidera a existência de rigidez de face. Assim, espera-se uma melhor previsão do método para muros com menor rigidez de face. Porém, a Tabela 3.19 apresenta a segunda maior média da incerteza de modelo para o grupo com face de menor rigidez (face envelopada com geotêxtil). Isso ocorre porque o muro GW10 é confinado no pé, a jusante, por uma lâmina d'água de 2,10 m, que confere uma restrição de deslocamento a face desse muro.

Além disso, no agrupamento de muros de face envelopada com geotêxtil existem basicamente dois tipos de estruturas, onde uma delas (GW10) dispõe apenas de resultados de monitoramento das camadas inferiores. Sabe-se que a qualidade nas previsões do método da AASTHO reduz com a profundidade de instalação da camada de reforço. Ou seja, além dos poucos resultados de monitoramento desse agrupamento, sabe-se, de antemão, que 30% deles não convergem bem com o método da AASTHO, tornando-o ainda menos representativo. Portanto, torna-se necessário ampliar essa análise utilizando um banco de dados maior e mais diversificado, para aferir os parâmetros de caracterização do modelo para muros com face envelopadas com geotêxtil.

Os demais agrupamentos com face de baixa rigidez (painel incremental de concreto pré-moldado e revestimento em tela soldada) apresentam a tendência esperada para o método da AASTHO, com redução da média da incerteza de modelo.

Os resultados do agrupamento com revestimento em tela soldada demonstram uma boa acurácia com o método da AASTHO, apresentando média da incerteza de modelo de $\mu_\varepsilon = -0,40$ e média do desvio padrão da incerteza de modelo de $\sigma_\varepsilon = 1,25$. Esse agrupamento contém quatro dos cinco muros de baixa altura ($4,0 \leq H \leq 4,8$), que também apresentou boa acurácia (ver Tabela 3.16). Assim, o comportamento sinérgico desses fatores, indica que o modelo da AASTHO apresenta melhoria na aproximação quando aplicado ao dimensionamento de muros baixos e de face pouco rígida. O comportamento contrário, piora nas previsões do modelo da AASTHO para maior rigidez de face, também é observado com os resultados dos agrupamentos de painel inteiro de concreto e bloco modular.

Como o método *K-stiffness* considera a rigidez de face, observa-se uma boa previsão do modelo independentemente do tipo de face. Entretanto, os resultados demonstram maior média no desvio padrão da incerteza de modelo para os muros de menor rigidez de face.

Na tentativa de melhorar a representatividade do banco de dados dos muros quanto a rigidez de face, foram realizadas novas análises para o método da AASTHO agrupando os muros em duas categorias: baixa e alta rigidez de face. A Tabela 3.21 apresenta o agrupamento dos muros categorizados em baixa e alta rigidez.

Tabela 3.21 - Agrupamento dos muros com baixa e alta rigidez de face.

Rigidez da face	Muros
Baixa	GW7-J - GW7-N - GW8 - GW10 - GW16 - GW16 (SC) - GW19 - GW20 (HDPE) - GW20 (PP) - GW22 - GW23
Alta	GW5 - GW9 - GW9-SC - GW18 - GW24 - GW25

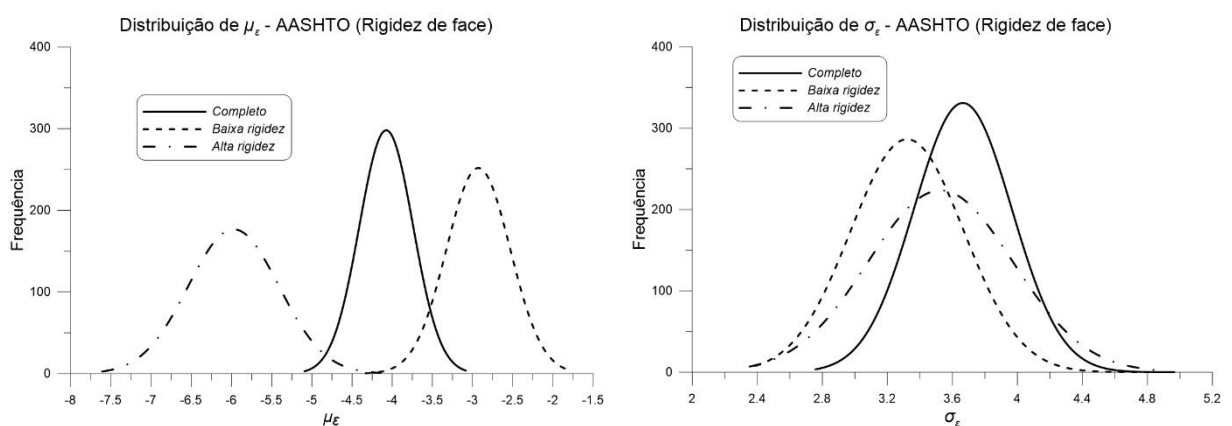
A Tabela 3.22 apresenta os resultados das estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo para o método de dimensionamento da AASHTO, considerando as estruturas agrupadas em baixa e alta rigidez de face.

Tabela 3.22 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da rigidez de face - AASHTO

Agrupamento		μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
Todos os muros	Média	-4,07	0,34	3,67	0,28
	COV (%)	0,28	1,90	0,41	2,10
Baixa rigidez de face	Média	-2,94	0,39	3,33	0,34
	COV (%)	1,21	3,57	0,52	4,49
Alta rigidez de face	Média	-5,96	0,57	3,52	0,46
	COV (%)	0,73	3,12	1,04	5,08

A Figura 3.18 apresenta as distribuições normais de melhor encaixe para as últimas 2.500 amostras geradas nos estudos de influência da rigidez de face na caracterização da incerteza de modelo da AASTHO.

Figura 3.18 - Distribuição dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da rigidez de face.



Os resultados da Tabela 3.22 e Figura 3.18 mostram acentuada influência da rigidez de face na caracterização da incerteza do modelo da AASTHO e que esse método se torna mais preciso no dimensionamento de muros de solo reforçados com geossintéticos de face com baixa rigidez.

3.5.5 Influência da inclinação da face do muro

Para avaliar a influência da inclinação da face na incerteza de modelo, foram realizadas análises considerando os dados de monitoramento dos muros de face vertical e os de face inclinada, em separado.

As Tabelas 3.23 e 3.24 apresentam os resultados das estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo para os métodos de dimensionamento da AASHTO e *K-stiffness*, respectivamente, considerando a influência da inclinação da face.

Tabela 3.23 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da inclinação da face - AASHTO

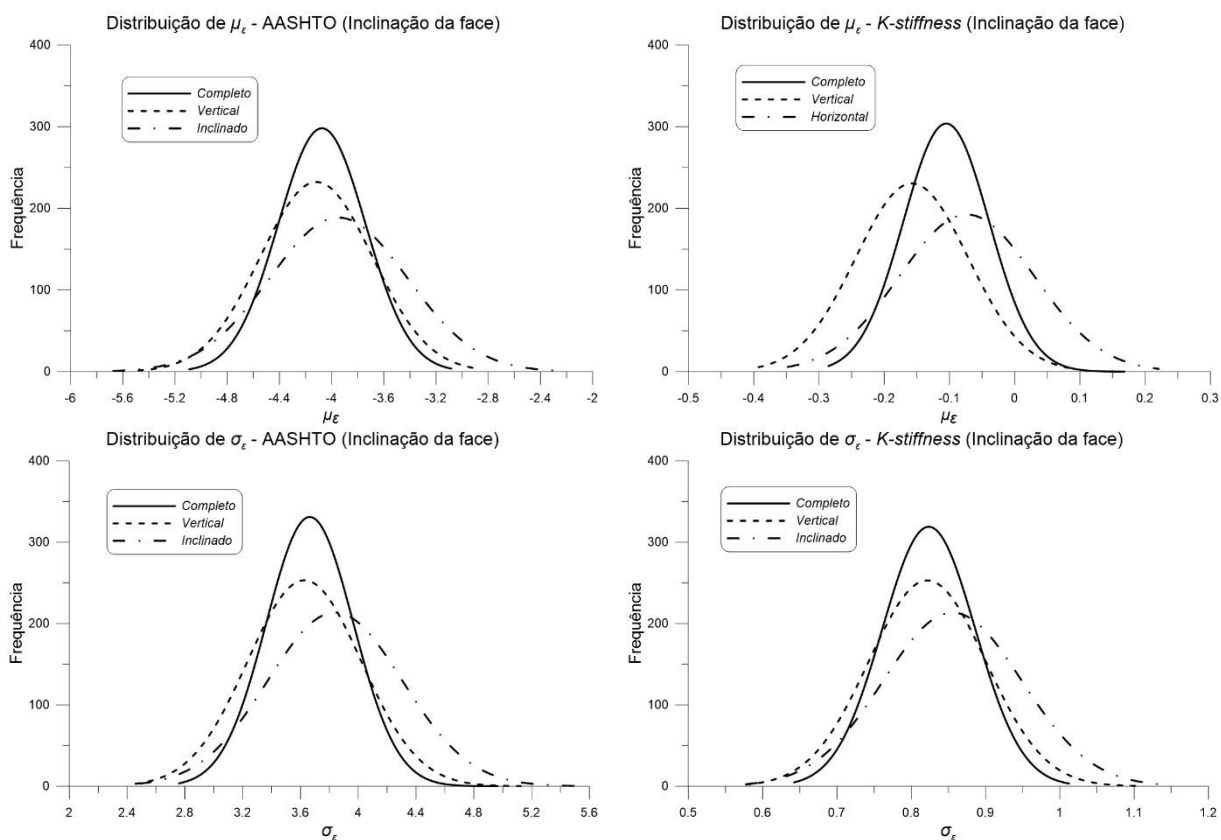
Inclinação da face		μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
Completo	Média	-4,07	0,34	3,67	0,28
	COV (%)	0,28	1,90	0,41	2,10
Vertical	Média	-4,15	0,45	3,66	0,39
	COV (%)	0,83	3,80	1,09	3,61
Inclinado	Média	-3,98	0,55	3,86	0,46
	COV (%)	1,13	3,18	0,64	4,38

Tabela 3.24 - Estatísticas dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da inclinação da face - *K-stiffness*

Inclinação da face		μ_ε		σ_ε	
		Média	Desv. Pad.	Média	Desv. Pad.
Completo	Média	-0,12	0,07	0,82	0,07
	COV (%)	4,54	3,59	0,61	4,69
Vertical	Média	-0,16	0,99	0,84	0,08
	COV (%)	5,23	3,77	1,31	4,24
Inclinado	Média	-0,08	0,11	0,85	0,10
	COV (%)	12,40	5,32	2,94	8,06

A Figura 3.19 apresenta as distribuições normais de melhor encaixe para as últimas 2.500 amostras geradas nos estudos de influência da inclinação da face do muro na caracterização da incerteza de modelo.

Figura 3.19 - Distribuição dos parâmetros de incerteza de modelo, considerando a influência da inclinação da face.



De maneira geral, não se observa influência da inclinação da face do muro na caracterização da incerteza de modelo.

3.6 COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES SOBRE A INCERTEZA DE MODELO

O modelo simplificado de Zhang et al. (2009) apresentou adequado desempenho para caracterização da incerteza de modelo dos métodos de dimensionamento da AASTHO e o *K-Stiffness*. Foram observadas diferenças nas estatísticas de incerteza de modelo quando comparado os resultados da abordagem simplificada (ZHANG et al., 2009) com a abordagem *hybrid MCMC simulation* (ZHANG et al., 2012), entretanto, considerando a facilidade de implantação desse algoritmo e a economia de tempo de processamento, os resultados do método aproximado foram considerados satisfatórios para uma primeira estimativa. Neste trabalho, a abordagem simplificada foi utilizada para calibração dos parâmetros do modelo (ponto de partida, tamanho da cadeia de Markov, função salto e tipo de distribuição) e seus resultados foram considerados como conhecimento prévio nas análises com a abordagem *hybrid MCMC simulation*.

De maneira geral, as avaliações de desempenho demonstraram que os algoritmos desenvolvidos para caracterização da incerteza de modelo apresentaram boa convergência e estabilidade. Nos testes desenvolvidos, as simulações foram consistentes entre si e apresentaram baixo coeficiente de variação. Além disso, as amostras movimentaram-se ativamente e suas distribuições no espaço μ_ε e σ_ε são consistentes com a distribuição multivariada normal. Para as aplicações desse trabalho, a escolha do ponto inicial não influenciou a convergência do algoritmo, entretanto, foi verificado que o desempenho está vinculado ao tamanho da cadeia de Markov e a adequada escolha da função salto.

Os resultados obtidos para as estatísticas de incerteza de modelo confirmam a melhor acurácia do método *K-Stiffness*, com $\mu_\varepsilon = -0,12$ e $\sigma_\varepsilon = 0,82$, frente a $\mu_\varepsilon = -4,07$ e $\sigma_\varepsilon = 3,67$ do método da AASTHO. Esses resultados confirmam as análises comparativas entre os métodos de dimensionamento realizadas no item 2.5. Os resultados também demonstram que a distribuição normal padrão representam bem o comportamento da incerteza desses modelos.

O método da AASTHO apresentou melhora nas previsões quando aplicados a muros baixos e com elemento de face de baixa rigidez. Já a qualidade de previsão do método *K-Stiffness* não foi influenciada por essas características. A inclinação da face não influenciou na caracterização da incerteza de modelo dos métodos de dimensionamento analisados.

Os resultados das estatísticas de $g(\mathbf{x})$ usando Simulação de Monte Carlo mostraram que a variabilidade inerente do solo influencia significativamente a incerteza de modelo, o aumento do coeficiente de variação do solo aumentou a variabilidade nas previsões dos modelos $\sigma_{g(x_i)}$. Entretanto, com as análises realizadas usando a abordagem *hybrid MCMC simulation* para caracterização da incerteza de modelo não foi possível aferir um padrão que relacione a variabilidade dos parâmetros do solo e a incerteza de modelo.

4 ANÁLISE BASEADA EM CONFIABILIDADE

A análise de confiabilidade é uma ferramenta de verificação que possibilita a determinação da probabilidade de falha da estrutura considerando a variação aleatória dos parâmetros de projeto. A probabilidade de falha (P_f) é definida como a probabilidade da estrutura não desempenhar as funções à ela atribuídas em projeto, ou seja, não atender as especificações de projeto. Os modos de falha são descritos matematicamente através das equações de estado limite $g_i(\mathbf{X}) = 0$, podendo representar o estado limite de serviço ou o estado limite último. As equações de estado limite delimitam as regiões de comportamento desejado (Ω_s) e as de comportamento indesejado (Ω_f), conforme Equação (4.1).

$$\begin{aligned}\Omega_f &= \{\mathbf{X} \mid g(\mathbf{X}) \leq 0\} \\ \Omega_s &= \{\mathbf{X} \mid g(\mathbf{X}) > 0\}\end{aligned}\tag{4.1}$$

Para modos de falha individuais, a probabilidade de falha é avaliada pela Equação (4.2).

$$P_{f_i} = \int_{g_i(\mathbf{X}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) d\mathbf{X}\tag{4.2}$$

onde \mathbf{X} é o vetor das variáveis aleatórias; $g_i(\mathbf{X})$ é a função estado limite para o modo de falha i ; $g_i(\mathbf{X}) \leq 0$ define o domínio de falha Ω_f ; $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$ é a função densidade de probabilidade conjunta; e P_{f_i} é a probabilidade de falha para o modo de falha i .

A Equação (4.2) geralmente não é resolvida diretamente, pois: a) a distribuição de probabilidade conjunta precisa ser construída a partir das informações sobre as distribuições marginais e os coeficientes de correlação; b) as funções estado limite podem não ser dadas analiticamente; c) a integral é geralmente multifuncional.

A solução da integral dada pela Equação (4.2) pode ser feita por meio dos métodos de transformação, tais como: FOSM (*first order second moment*), FORM (*first order reliability method*) ou SORM (*second order reliability method*). Os métodos de transformação estão baseados em um mapeamento que levam as variáveis do espaço original de projeto para o espaço gaussiano padrão (\mathbf{Y}). Geralmente, usa-se a transformação de Hasofer e Lind (1974). Esse processo envolve a transformação do vetor de variáveis aleatórias \mathbf{X} , com média $\boldsymbol{\mu}_X$ e

desvio padrão σ_X qualquer, em um conjunto Y de variáveis aleatórias normais com média nula e desvio padrão unitário, usando $Y_i = \frac{(X_i - \mu_{X_i})}{\sigma_{X_i}}$.

A probabilidade de falha também pode ser avaliada usando a simulação de Monte Carlo. O método consiste basicamente na combinação exaustiva e aleatória dos parâmetros de entrada para obter respostas numéricas. Assim, a estimativa (esperança) da probabilidade de falha é definida pela quantidade de vezes que a resposta do modelo numérico visitou o domínio de falha.

A análise de confiabilidade aplicada a engenharia geotécnica é um assunto abrangente e bem consolidado. No campo de estruturas de solo reforçado, pode-se mencionar os seguintes trabalhos: Low e Tang (1997) propuseram um procedimento prático para a avaliação da confiabilidade de aterros reforçados; Sayed et al. (2008) realizaram análises de confiabilidade para estudar os aspectos de estabilidade de muros de solo reforçados sob condições estáticas e sísmicas; Chalermyanont e Benson (2004) realizaram um estudo paramétrico para avaliar como a incerteza nos parâmetros de projeto afeta a probabilidade de falha interna de muros mecanicamente estabilizados; Zevgolis e Bourdeau (2010) sugeriram um modelo usando simulação de Monte Carlo para avaliar a confiabilidade do sistema com relação a estabilidade externa de estruturas de solo reforçado; Basha e Babu (2011a) examinaram a influência de vários parâmetros nos índices de confiabilidade sísmico das camadas de estruturas de solo reforçado, considerando os modos de falha de ruptura e arrancamento; Basha e Babu (2011b) abordaram a confiabilidade interna de estruturas de solo reforçado sob condições sísmicas usando o método pseudo-dinâmico; Bathurst et al. (2008b) propuseram uma abordagem geral usando a teoria da confiabilidade para a calibração dos fatores parciais de segurança de projetos de muros de solo reforçado; Bathurst et al. (2011b) e Huang et al. (2011) utilizaram a abordagem descrita por Bathurst et al. (2008b) para calibração dos fatores parciais de segurança de muros de solo reforçados com malha de aço e tira de aço, respectivamente; Kitch et al. (2011) examinaram dois taludes reforçados usando métodos determinísticos típicos e analisaram esses projetos usando métodos probabilísticos; Ferreira et al. (2016) examinaram a confiabilidade estrutural de nove taludes reforçados com geossintéticos projetados de acordo com o EC7; Javankhoshdel e Bathurst (2017) investigaram a probabilidade de falha de taludes de solo reforçados com geossintéticos para dois mecanismos de falha (externo e interno); Zevgolis e Bourdeau (2017) desenvolveram uma metodologia utilizando a simulação de Monte Carlo para determinar a confiabilidade interna de muros de solo reforçado, considerando a redundância inerente da estrutura.

4.1 MÉTODOS DE TRANSFORMAÇÃO

Os chamados métodos de transformação resolvem a integral da Equação (4.2) mapeando o problema no espaço gaussiano padrão. A função estado limite e o vetor variável aleatória são mapeados no espaço gaussiano padrão (\mathbf{Y}) usando a transformação de Hasofer e Lind (1974), genericamente escrita conforme Equação (4.3).

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbb{T}(\mathbf{X}) \\ g_i(\mathbf{Y}) &= g_i(\mathbb{T}^{-1}(\mathbf{Y})) \end{aligned} \quad (4.3)$$

No espaço gaussiano padrão \mathbf{Y} , o ponto mais provável (MPP – *Most Probable Point*) de falha é o ponto no domínio de falha mais próximo da origem. O índice de confiabilidade (β) é definido como a distância entre o MPP e a origem do espaço gaussiano padrão. Assim, a determinação do índice de confiabilidade torna-se um problema de otimização, conforme Equação (4.4).

$$\begin{aligned} &\text{Encontrar } \mathbf{y}_i^* \\ &\text{Que minimize: } \beta = (\mathbf{y}^t \mathbf{y})^{1/2} \\ &\text{Sujeito: } g_i(\mathbf{y}) = 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

O índice de confiabilidade final é $\beta_i = (\mathbf{y}_i^{*t} \mathbf{y}_i^*)^{1/2}$.

O algoritmo de otimização mais utilizado para resolver o problema da Equação 2.57 foi desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e aprimorado por Rackwitz e Fiessler (1978). O algoritmo foi denominado de HLRF e é dado pela Equação (4.5).

$$\mathbf{y}_{k+1} = \frac{1}{\|\nabla g(\mathbf{y}_k)\|^2} \cdot [\nabla g(\mathbf{y}_k)^t \cdot \mathbf{y}_k - g(\mathbf{y}_k)] \cdot \nabla g(\mathbf{y}_k) \quad (4.5)$$

onde $\nabla g(\mathbf{y})$ é o gradiente da equação estado limite no espaço gaussiano padrão; e \mathbf{y}^* é o ponto de projeto sobre a equação estado limite mais próximo da origem.

No método FOSM, a equação de estado limite $g_i(\mathbf{X})$ é aproximada por hiperplano tangente ao ponto de projeto e as informações para construção de $f_X(\mathbf{X})$ se limitam aos momentos de primeira e segunda ordem (média e desvio-padrão). A utilização apenas dos momentos de primeira e segunda ordem limita a aplicação desse método, pois, em termos

práticos, considera todas as variáveis do problema com distribuição normal (MELCHERS; BECK, 2018).

No método FORM, pode-se considerar distribuições marginais não-normais e a existência de correlação entre pares de variáveis. A transformação da função conjunta de distribuição de probabilidades $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X})$ para o espaço gaussiano padrão é feita com a eliminação da correlação das variáveis e com cálculo das variáveis normais equivalentes, usando o modelo de Nataf. Contudo, a aproximação do domínio de falha é idêntica ao método FOSM. Em casos onde a equação estado limite transformada para o espaço gaussiano padrão é altamente não-linear no ponto de projeto, os métodos FOSM e FORM podem resultar em uma aproximação incerta para a probabilidade de falha. Nestes casos, a aproximação de segunda ordem pode fornecer uma melhor aproximação. O método SORM aproxima a equação de estado limite no ponto de projeto por superfícies quadráticas ou parabólicas (MELCHERS; BECK, 2018). Maiores informações e detalhes sobre os métodos de transformação são encontrados em livros de referência, tais como: Ang e Tang (1984) e Melchers e Beck (2018).

4.2 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

As técnicas de simulação de Monte Carlo envolvem amostragem aleatória para simular artificialmente um grande número de experimentos e observar os resultados. Em sua abordagem mais simples, a simulação de Monte Carlo aplicada a confiabilidade estrutural consiste em avaliar a função estado limite $g(\mathbf{X})$ diversas vezes, usando amostras aleatória x_i . Quando o resultado da avaliação é $g(x_i) \leq 0$, a estrutura ou o elemento estrutural falhou. Se N avaliações da função estado limite é realizada, a probabilidade de falha é dada aproximadamente pela Equação (4.6) (MELCHERS; BECK, 2018).

$$P_f \approx \frac{n(g(x) \leq 0)}{N} \quad (4.6)$$

onde $n(g(x) \leq 0)$ é o número de vezes em que $g(x_i) \leq 0$; e N é o número total de avaliações. Logo, quanto maior o número de avaliações, melhor é a aproximação usando simulação de Monte Carlo. Cada amostra do número aleatório deve ser gerado conforme função de densidade de probabilidade conjunta.

A vantagem de utilização da simulação de Monte Carlo é que a complexidade e o número de variáveis não interfere no desempenho do método. Contudo, requer um grande

custo computacional, visto que para uma boa aproximação de P_f , requer testar todas as combinações possíveis ou $N \rightarrow \infty$. Técnicas de amostragens inteligentes e o aumento da capacidade de processamento dos computadores tem permitido a maior utilização deste método. Maiores informações sobre os diversos métodos de Monte Carlo e técnicas de amostragem são encontrados em referências básicas, tais como: Rubinstein e Kroese (2008) e Melchers e Beck (2018).

5 OTIMIZAÇÃO BASEADA EM CONFIABILIDADE (RBDO)

A otimização baseada em confiabilidade (RBDO – *Reliability-Based Design Optimization*) permite minimizar os custos de construção, operação, inspeção e manutenção garantindo um nível mínimo de segurança pré-estabelecido. Para isso, a probabilidade de falha é utilizada como restrição de segurança (MELCHERS; BECK, 2018). O problema de otimização pode ser definido como a busca por uma combinação de valores para as variáveis de projeto, que minimize a função objetivo, sujeito as restrições de confiabilidade. A Equação (5.1) descreve matematicamente o problema de RBDO (HILTON; FEIGEN, 1960; MOSES, 1960; ENEVOLDSEN; SORENSEN, 1994).

$$\begin{aligned}
 &\text{Encontrar } \mathbf{d}^* \\
 &\text{que minimize: } f(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \\
 &\text{sujeito a: } P_{f_i}(\mathbf{d}) = P[g_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \leq 0] \leq P_{f_i}^{alvo}, i = 1 \dots m; \mathbf{d} \in \mathbf{D}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

onde \mathbf{d} é o vetor das variáveis de projeto; \mathbf{X} é o vetor das variáveis aleatórias; $f(\mathbf{d}, \mathbf{X})$ é a função objetivo, que tipicamente corresponde ao custo de construção, operação, etc.; $g_i(\mathbf{d}, \mathbf{X})$ é a equação estado limite; P_{f_i} é a probabilidade de falha relacionada com o modo de falha i ; $(1 - P_{f_i}^{alvo})$ é a confiabilidade alvo; m é o número de modos de falha; e $\mathbf{D} = \{\mathbf{d}_{min}, \mathbf{d}_{max}\}$ são as restrições laterais das variáveis de projeto. O vetor de projeto \mathbf{d} pode conter alguns parâmetros das variáveis aleatórias. Geralmente, \mathbf{d} pode conter as médias de algumas variáveis aleatórias \mathbf{X} .

A Equação (5.2) apresenta uma forma matemática equivalente, em termos do índice de confiabilidade β .

$$\begin{aligned}
 &\text{Encontrar } \mathbf{d}^* \\
 &\text{que minimize: } f(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \\
 &\text{sujeito a: } \beta_i(\mathbf{d}) \geq \beta_i^{alvo}, i = 1 \dots m; \mathbf{d} \in \mathbf{D}
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

onde β_i é o índice de confiabilidade correspondente ao modo de falha i ; e β_i^{alvo} é o índice de confiabilidade alvo. A relação entre o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha pode ser determinado pela aproximação de primeira ordem $P_{f_i} = \omega(-\beta_i)$, onde $\omega(\cdot)$ é a função padrão de distribuição acumulativa. Para avaliar a P_{f_i} e o β_i podem-se usar os métodos clássicos de confiabilidade estrutural apresentados no item 4. Entretanto, o custo computacional envolvido nesse processo é significativo (MELCHERS; BECK, 2018). Várias

abordagens têm sido desenvolvidas para resolver o problema de RBDO e reduzir os custos computacionais (VALDEBENITO; SCHUELLER, 2010; AOUES; CHATEAUNEUF, 2010; LOPEZ; BECK, 2012).

A formulação RBDO apresentada nas Equação (5.1) e (5.2) usa restrição de confiabilidade para cada modo de falha da estrutura. Esta formulação é herança direta da otimização usando restrição de fator de segurança. Uma formulação mais geral é obtida quando se utiliza restrição de confiabilidade do sistema, conforme Equação (5.3) (BA-ABBAD et al, 2006; LIANG et al., 2007; AOUES; CHATEAUNEUF, 2008; NGUYEN et al, 2010).

$$\begin{aligned}
 & \text{Encontrar } \mathbf{d}^* \\
 & \text{que minimize: } f(\mathbf{d}, \mathbf{X}) \\
 & \text{sujeito a: } P_{f_{sis}}(\mathbf{d}) \leq P_f^{alvo}, i = 1 \dots m; \mathbf{d} \in \mathbf{D}
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

A determinação da probabilidade de falha do sistema é uma tarefa complexa, porém existem abordagens que aproxima a probabilidade de falha do sistema usando as probabilidades de falha individuais. A utilização dos limites bi-modais apresentado por Ditlevsen (1979) é um método prático que considera as informações derivadas dos métodos de transformação. A probabilidade de falha do sistema também pode ser determinada usando simulação de Monte Carlo, entretanto, o custo computacional elevado deve ser considerado.

A solução de problemas de RBDO envolve necessariamente a aplicação de técnicas de otimização. Não existe um único método para avaliar qualquer problema de maneira eficiente. De modo geral, tais soluções envolvem algoritmos numéricos iterativos, que podem ser amplamente divididos em duas classes: programação matemática e métodos heurísticos. Os algoritmos numéricos especializados para resolver os problemas de otimização são apresentados amplamente em Arora (2017), Rao (2009), Nocedal e Wright (2006) e Haftka et al. (1990).

A principal dificuldade da otimização baseada em confiabilidade encontra-se em resolver o problema de restrição probabilística, pois requer considerável esforço computacional. Para superar as dificuldades numéricas, alguns algoritmos foram desenvolvidos ao longo dos anos (VALDEBENITO; SCHUELLER, 2010; AOUES; CHATEAUNEUF, 2010; LOPEZ; BECK, 2012). Aoues e Chateaneuf (2010) classificaram essas formulações em três categorias: *two-level approach*, *single loop approach* e *decoupled approach*.

5.1 RBDO USANDO ABORDAGEM DE LOOPS ANINHADOS (TWO-LEVEL APPROACH)

A estratégia clássica para resolver o problema de RBDO é aplicar uma formulação de duplo loop para resolver as restrições de confiabilidade das Equações (5.1) a (5.3). O loop externo resolve o problema de otimização estrutural em termos de variáveis de projeto \mathbf{d} e o loop interno resolve a análise de confiabilidade em termos de variáveis aleatórias \mathbf{X} , que também é um problema de otimização, quando aplica-se os métodos de transformação (AOUES; CHATEAUNEUF, 2010; MELCHERS; BECK, 2018). O loop de otimização interno pode ser resolvido usando as abordagens RIA (*Reliability-Index Approach*) e PMA (*Performance-Measure Approach*).

A Equação (5.4) apresenta a formulação para resolver o problema de restrição baseada em confiabilidade usando a abordagem RIA (ENEVOLDSEN; SORENSEN, 1994; NIKOLAIDIS; BURDISSO, 1988).

$$\begin{aligned} &\text{Dado } \mathbf{d}, \text{ encontrar: } \mathbf{y}_{RIA}^* \\ &\text{que minimize: } \beta(\mathbf{d}) = \|\mathbf{y}\| = (\mathbf{y}^t \mathbf{y})^{1/2} \\ &\text{sujeito a: } g(\mathbf{d}, \mathbf{y}) = 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Observe que a Equação (5.4) é semelhante a Equação (4.4). O ponto \mathbf{y}_{RIA}^* tem o mesmo significado do ponto \mathbf{y}^* , conhecido como ponto de projeto ou MPP. Esta é a forma convencional usada pelos métodos de transformação para obter o índice de confiabilidade β . A solução iterativa dos loops aninhados leva claramente a um custo computacional elevado (AOUES E CHATEAUNEUF, 2010; MELCHERS; BECK, 2018). Contudo, apresenta a vantagem da simples implementação e acoplagem com *softwares* de uso comercial.

Outra forma de resolver a restrição de confiabilidade com a estratégia de loop aninhado, é usar a abordagem PMA desenvolvida por Tu e Choi (1999). Nesta abordagem a medida de probabilidade é convertida em medida de desempenho e resolve-se um problema de confiabilidade inverso. Segundo Aoues e Chateauneuf (2010) a vantagem do PMA em comparação com o RIA é que otimizar uma função objetivo complexa com restrições simples é mais fácil do que otimizar uma função objetivo simples com restrições complexas. A formulação matemática é dada pela Equação (5.5) (TU; CHOI, 1999).

Dado \mathbf{d} , encontrar: \mathbf{y}_{PMA}^*
 que minimize: $g(\mathbf{d}, \mathbf{y})$ (5.5)
 sujeito a: $\|\mathbf{y}\| = \beta^{alvo}$

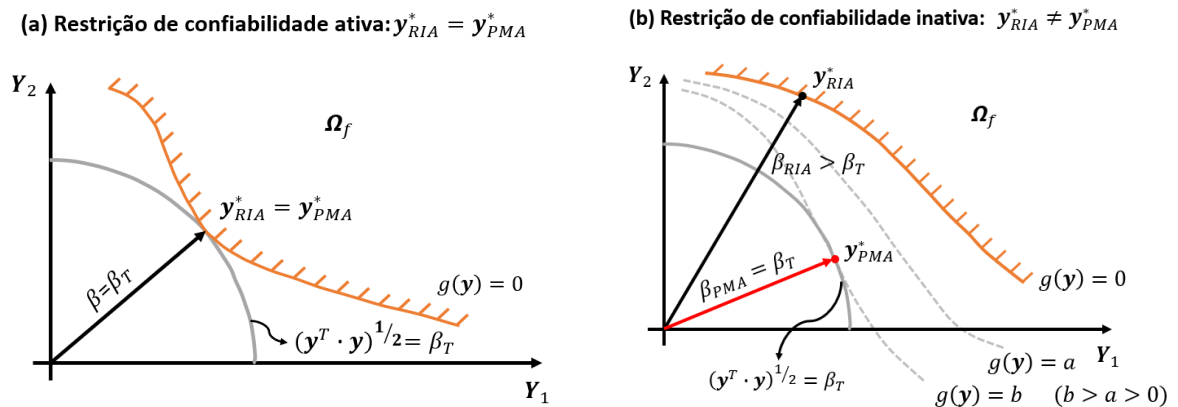
onde \mathbf{y}_{PMA}^* é o “Minimal Performance Point”, abreviado por MinPP. Para resolver a Equação (5.5) pode-se usar o algoritmo AMV (Advanced Mean Value) desenvolvido por Wu et al., (1990) e apresentado nas Equações (5.6) e (5.7).

$$\mathbf{y}_{k+1} = -\beta^{alvo} \cdot \frac{\nabla g(\mathbf{d}, \mathbf{y}_k)}{\|\nabla g(\mathbf{d}, \mathbf{y}_k)\|} = -\alpha_k \cdot \beta^{alvo} \quad (5.6)$$

$$g(\mathbf{d}, \mathbf{y}_{k+1}) = g(\mathbf{d}, -\alpha_k \cdot \beta^{alvo}) \quad (5.7)$$

A solução final do RBDO usando a abordagem RIA e PMA são iguais ($\mathbf{y}_{RIA}^* = \mathbf{y}_{PMA}^*$) quando a restrição é ativa, conforme Figura 5.1 (a). Em qualquer outra situação, as duas abordagens lavam a resultados diferentes ($\mathbf{y}_{RIA}^* \neq \mathbf{y}_{PMA}^*$), Figura 5.1 (b).

Figura 5.1 – Comparação entre as abordagens RIA e PMA



Fonte: Adaptado de Melchers e Beck (2018)

5.2 RBDO USANDO ABORDAGEM DE LOOP ÚNICO (SINGLE LOOP APPROACH)

Esses métodos convertem o problema de loop duplo em uma otimização determinística de loop único, transformando as restrições probabilísticas em restrições determinísticas aproximadas (LIANG et al., 2007). Desta forma, se obtém a convergência simultânea, em que o projeto ideal e a confiabilidade alvo são obtidos no mesmo loop de otimização. Liang et al. (2004) desenvolveu uma abordagem de loop único para componentes

individuais e Liang et al. (2007) expandiu o método para a análise do sistema. Essa abordagem foi denominada de SLA (*Single Loop Approach*) e será detalhada nesse texto.

A ideia básica do SLA é usar uma aproximação do MinPP para cada restrição que é obtida resolvendo as condições de KKT (Karush-Kuhn-Tucker) em cada interação da busca pelo projeto ótimo. A formulação do SLA é dada pela Equação (5.8) (LIANG et al., 2004, 2007).

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar: } f(\mathbf{d}^k, \boldsymbol{\mu}_X^k, \boldsymbol{\mu}_P^k) \\
 & \text{sujeito a: } g_i(\mathbf{d}^k, \mathbf{X}_i^k, \mathbf{P}_i^k) \geq 0, i = 1 \dots m \\
 & \text{onde: } \mathbf{X}_i^k = \boldsymbol{\mu}_X^k - \boldsymbol{\sigma} \cdot \beta_i^{alvo} \cdot \boldsymbol{\alpha}_i^k \text{ e } \mathbf{P}_i^k = \boldsymbol{\mu}_P^k - \boldsymbol{\sigma} \cdot \beta_i^{alvo} \cdot \boldsymbol{\alpha}_i^k
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_i^k = \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla g_i(\mathbf{d}^k, \mathbf{X}_i^{k-1}, \mathbf{P}_i^{k-1})}{\|\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla g_i(\mathbf{d}^k, \mathbf{X}_i^{k-1}, \mathbf{P}_i^{k-1})\|}$$

onde \mathbf{d} é o vetor das variáveis determinísticas de projeto, \mathbf{X} é o vetor das variáveis aleatórias de projeto, \mathbf{P} é o vetor dos parâmetros aleatórios, $f()$ é a função objetivo e $g()$ é a equação estado limite. \mathbf{X}_i^k e \mathbf{P}_i^k são os vetores de aproximação linear do MinPP para a equação estado limite i na iteração k do loop de otimização; $\boldsymbol{\sigma}$ é o vetor desvio padrão das variáveis aleatórias e $\boldsymbol{\alpha}_i^k$ é o gradiente normalizado da restrição i .

O processo de resolução pelo algoritmo SLA inicia com a escolha de \mathbf{d}^0 e \mathbf{x}^0 , para $k = 0$. O novo vetor de projeto \mathbf{d}^k é determinado usando algum algoritmo de otimização. O vetor gradiente normalizado $\boldsymbol{\alpha}_i^k$ e o vetor aproximação linear \mathbf{x}_i^k são atualizados. O processo iterativo é repetido até o algoritmo de otimização encontrar o ponto ótimo.

Como essa abordagem foi adotada neste trabalho para solucionar o problema de RBDO aplicado aos métodos de dimensionamento de muros de solo reforçados com geossintéticos, sua metodologia e fluxo de análise foram detalhados no item 7.

5.3 RBDO USANDO ABORDAGEM DE DESACOPLAMENTO (DECOUPLING APPROACH)

A ideia básica das abordagens de desacoplamento está em transformar a otimização baseada em confiabilidade em uma sequência de ciclos de otimização determinística. O principal desafio desse tipo de abordagens está em determinar o problema equivalente ao RBDO que permita alcançar a precisão apropriada (AOUES; CHATEAUNEUF, 2010). Cada método de desacoplamento emprega uma estratégia específica para desacoplar os loops e

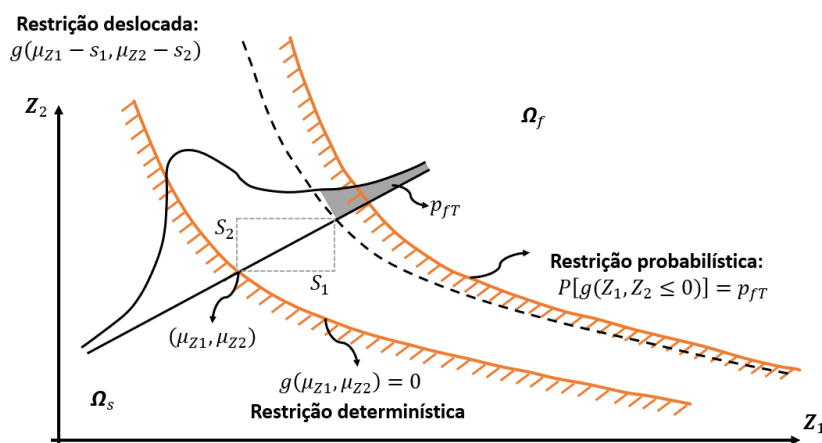
depois resolve sequencialmente até que algum critério de convergência seja alcançado (LOPEZ; BECK, 2012). Entre esses métodos, pode-se citar: TAM (*Traditional Approximation Method*) de Torng e Yang (1993); SORA (*Sequential Optimization and Reliability Assessment*) de Du e Chen (2004); SFA (*Safety Factor Approach*) de Wu et al. (2001) e SAP (*Sequential Approximate Programming*) de Cheng et al. (2006) e Yi et al. (2008).

5.3.1 SORA – *Sequential Opimization and Reliability Assessment*

O método SORA (DU; CHEN, 2004) baseia-se na ideia de desacoplamento do loop externo e interno, onde a restrição de confiabilidade é substituída por uma restrição determinística. Em cada iteração do método, realiza-se a análise de confiabilidade apenas após a convergência do algoritmo de otimização estrutural. Para a análise de confiabilidade usa-se a abordagem PMA. Durante as iterações, os limites das restrições determinísticas violadas são deslocados para uma direção factível, com base nas informações de confiabilidade obtidas no ciclo anterior. A equivalência entre confiabilidade e restrição determinística é obtida por meio de vetores de deslocamento calculados a partir de análises de confiabilidade anteriores. Esse processo melhora progressivamente as restrições de confiabilidade (LOPEZ; BECK, 2012; AOUES; CHATEAUNEUF, 2010; DU; CHEN, 2004).

A Figura 5.2 apresenta o procedimento da abordagem SORA. A restrição determinística na iteração k e a restrição probabilística que deve ser atendida, são apresentadas por linhas cheias. Baseado nas informações obtidas na análise de confiabilidade, o vetor de deslocamento $\mathbf{s} = (s_1, s_2)$ é determinado e a restrição determinística é deslocada em direção a restrição probabilística (linha tracejada). O processo finaliza quando a restrição de confiabilidade é satisfeita, ou seja, quando a linha tracejada coincide com a restrição probabilística.

Figura 5.2 – Procedimento da abordagem SORA



Fonte: Adaptado de Du e Chen (2004)

O procedimento SORA distingue a variável aleatória de projeto, agora denominada pelo vetor \mathbf{X} , e os parâmetros aleatórios \mathbf{P} . Assim, o número de variáveis de projeto é dado pela soma do número de variáveis de projeto determinísticas e o número de variáveis de projeto aleatórias ($n_{VP} = n_{VPD} + n_{VPA}$). A função estado limite torna-se $g(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) = 0$. O problema de otimização determinística é dado pela Equação (5.9).

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar: } f(\mathbf{d}, \boldsymbol{\mu}_x) \\
 &\text{sujeito a: } g(\mathbf{d}, \boldsymbol{\mu}_x - \mathbf{s}_i, \mathbf{p}_{MinPP}) \\
 &\text{onde: } \mathbf{s}_i = \boldsymbol{\mu}_x - \mathbf{x}_{MinPP}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

O processo inicia-se escolhendo os valores $\{\mathbf{d}^0, \boldsymbol{\mu}_x^0\}$. Avalia-se a confiabilidade pela abordagem PMA e obtêm \mathbf{p}_{MinPP_i} e \mathbf{x}_{MinPP_i} . Com o resultado da análise de confiabilidade determina-se o vetor de deslocamento \mathbf{s}_i . Resolve-se o problema de otimização apresentado na Equação (5.9) e obtêm $\{\mathbf{d}^k, \boldsymbol{\mu}_x^k\}$. Reavalia-se a confiabilidade estrutural e atualiza-se os valores de \mathbf{p}_{MinPP_i} e \mathbf{x}_{MinPP_i} . O processo iterativo é repetido até satisfazer o critério de convergência determinado.

5.3.2 SAP – Sequential Approximate Programming

A programação Sequencial aproximada é uma técnica popular para resolver problemas convencionais de otimização. A abordagem baseia-se na ideia de decomposição do problema original em uma sequência de sub-otimização mais simples. A solução é obtida otimizando uma função objetivo aproximada sujeita a restrições aproximadas. Geralmente, essas

aproximações são lineares ou quadráticas (MELCHERS; BECK, 2018; LOPEZ; BECK, 2012; AOUES; CHATEAUNEUF, 2010). Cheng et al. (2006) e Yi et al. (2008) aplicaram essa técnica para resolver problemas de otimização sujeitos a restrições de confiabilidade.

No método SAP, as restrições de confiabilidade são aproximadas pela expressão de Taylor de primeira ordem, no ponto de projeto atual. Cheng et al. (2006) apresentou uma abordagem do SAP baseada em aproximações lineares da restrição de confiabilidade usando o RIA. Yi et al. (2008) apresentou uma abordagem alternativa do SAP usando o PMA. Essa abordagem se mostrou mais robusta e eficiente, por isso será apresentada na sequência.

O método SAP desenvolvido por Yi et al. (2008) é dado pela Equação (5.10).

$$\begin{aligned} & \text{minimizar: } f(\mathbf{d}) \\ & \text{sujeito a: } \tilde{g}_i(\mathbf{d}_k, \mathbf{y}_k^{(*)}) + \nabla_{\mathbf{d}}^t \tilde{g}_i(\mathbf{d}_k, \mathbf{y}_k^{(*)}) \cdot (\mathbf{d}_{k+1} - \mathbf{d}_k) \leq 0, i = 1 \dots m \end{aligned} \quad (5.10)$$

onde $\mathbf{y}_k^{(*)}$ é a aproximação do \mathbf{y}_{PMA}^* , que é atualizado pela Equação (5.11).

$$\mathbf{y}_{k+1}^{(*)} = -\alpha_k \cdot \beta^{alvo} = -\beta^{alvo} \cdot \frac{\nabla \tilde{g}_i(\mathbf{d}_k, \mathbf{y}_k^{(*)})}{\|\nabla \tilde{g}_i(\mathbf{d}_k, \mathbf{y}_k^{(*)})\|} \quad (5.11)$$

onde \tilde{g}_i é a aproximação da função estado limite, dada pela Equação (5.12).

$$\tilde{g}_i(\mathbf{d}_k, \mathbf{y}_k^{(*)}) = g_{pi}(\mathbf{d}_k) \quad (5.12)$$

onde:

$$g_{pi}^k(\mathbf{d}) = g_{pi}(\mathbf{d}_k) + \nabla_{\mathbf{d}}^t g_{pi}(\mathbf{d}_k) \cdot (\mathbf{d} - \mathbf{d}_k) \quad (5.13)$$

6 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO USANDO ACO (*Two-Level Approach*)

Este item apresenta os resultados do artigo “*Reliability-based design optimization of geosynthetic-reinforced soil walls*” publicado pelos autores na revista *Geosynthetics International* (Santos et al., 2018). De maneira geral, o trabalho apresenta uma aplicação de RBDO ao dimensionamento de muros de solo reforçados com geossintéticos. Aplica-se a abordagem de loop aninhado para determinar a configuração ótima usando o método de dimensionamento baseado em equilíbrio limite. Apesar dessa aplicação inicial utilizar uma abordagem de RBDO com alto custo computacional e um método de dimensionamento conservador (AASHTO), foi o primeiro passo para o desenvolvimento de rotinas mais robustas e eficientes, acopladas a métodos de dimensionamento mais precisos. Além disso, existe um interesse da comunidade internacional decorrente da escassez de publicações e do alto potencial da aplicação de RBDO em estruturas geotécnicas.

O procedimento proposto combina o algoritmo de otimização por colônia de formigas (ACO – *Ant Colony Optimization*) com o algoritmo FORM, o que resulta em loops de otimização aninhados. As variáveis de projeto incluem: resistência do geossintético, espaçamento entre reforços e comprimento do geossintético. As variáveis aleatórias incluem: ângulo de atrito do solo, peso específico do solo, ângulo de atrito entre o reforço e a massa de solo e a resistência a tração do geossintético.

ACO é um algoritmo empírico, que simula o comportamento cooperativo de formigas quando procura fontes de alimento (Dorigo et al., 1996; Dorigo e Gambardella, 1997; Dorigo et al., 1999). As formigas deixam sua colônia aleatoriamente em busca de comida. Quando as formigas encontram o alimento, deixam rastros de feromônio no caminho de volta, como forma de se comunicar com o restante da colônia. Quando outras formigas encontram esses caminhos de feromônio, é provável que os sigam, em vez de se deslocarem para outro lugar aleatoriamente. Como o feromônio evapora com o tempo, ao enfrentar vários caminhos cobertos de feromônio, as formigas provavelmente escolherão o caminho mais curto. Nesse processo, as formigas tendem a seguir o mesmo caminho (mais curto). O algoritmo ACO imita esse comportamento para encontrar o projeto ideal, que é a solução de menor custo (caminho mais curto).

Abbaspour et al. (2001) utilizaram o algoritmo ACO em oito diferentes aplicações para estimar os parâmetros “verdadeiros” em problemas ambientais; Cheng et al. (2007) aplicaram seis algoritmos de otimização heurística para avaliar a estabilidade de taludes e

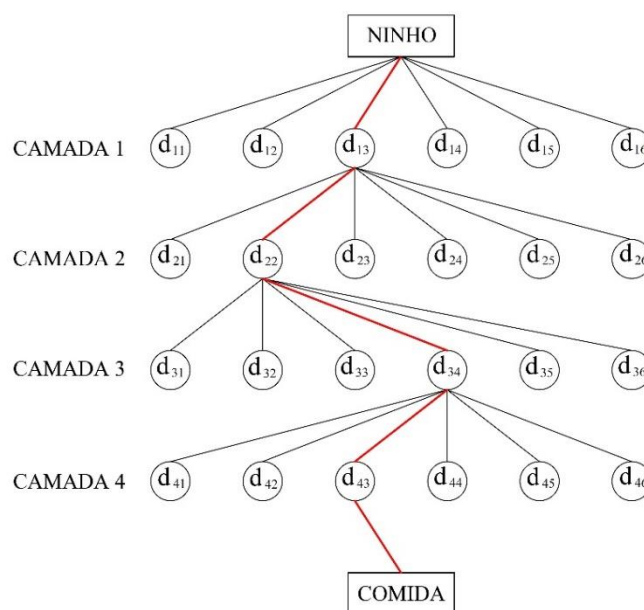
verificaram vantagens e desvantagens de cada metodologia; Kahatadeniya et al. (2009) usaram um algoritmo ACO para minimizar os fatores de segurança de taludes naturais e superficiais. Gao (2014 e 2016a) aprimorou o tradicional ACO e propôs seus próprios métodos para procurar superfícies de deslizamento crítica não circulares. Gao (2016b) propôs o uso de otimização de colônia de formigas (PPACO) e a típica análise de equilíbrio limite usando o método de Spencer para analisar a estabilidade de taludes.

O processo ACO é explicado na Figura 6.1. O número de camadas corresponde ao número de variáveis de projeto, e o número de nós corresponde aos valores discretos que cada variável de projeto pode assumir. O processo inicia com uma colônia formada por N formigas, que viajam aleatoriamente por várias camadas, começando pelo ninho. Enquanto andam, as formigas depositam o feromônio em seu caminho em direção à fonte de alimento. Cada formiga pode selecionar apenas um nó em cada camada. A probabilidade de que uma formiga escolha o nó ij é dada pela Equação (6.1).

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}}{\sum_{j \in n_i^k} \tau_{ij}} & \text{if } j \in n_i^k \\ 0 & \text{if } j \notin n_i^k \end{cases} \quad (6.1)$$

onde τ_{ij} é o feromônio depositado em cada nó; e n_i^k indica o número de nós na camada i .

Figura 6.1 – Representação gráfica do processo de ACO



Fonte: adaptado de Rao (2009)

Na primeira iteração, cada nó de uma única camada tem a mesma probabilidade de ser escolhido. O conjunto de nós visitados por uma formiga ao longo do caminho representa uma solução candidata. Na Figura 6.1, $\mathbf{d}^k = (d_{13}, d_{22}, d_{34}, d_{43})$ representa o caminho percorrido pela formiga k . Para marcar o melhor caminho em cada iteração, o feromônio é aumentado pela Equação (6.2).

$$\tau_{ij}^l = \tau_{ij}^{(l-1)} + \sum_k \Delta\tau_{ij}^k \quad (6.2)$$

onde $\tau_{ij}^{(l-1)}$ é o feromônio depositado na iteração anterior; e $\Delta\tau_{ij}^k$ é dado pela Equação (6.3).

$$\Delta\tau_{ij}^k = \frac{\delta f_{melhor}}{f_{pior}} \quad (6.3)$$

onde f_{melhor} é o valor da função objetivo para o melhor caminho; f_{pior} é o valor da função objetivo para o pior caminho. δ é o parâmetro que controla o depósito de feromônio.

Para os caminhos diferentes do melhor, ocorre evaporação do feromônio, dado pela Equação (6.4).

$$\tau_{ij}^l = (1 - \rho)\tau_{ij}^{(l-1)} \quad (6.4)$$

onde $0 < \rho < 1$ representa a taxa de evaporação. A evaporação do feromônio contribui para a pesquisa de diferentes caminhos e favorece a convergência para o mínimo global.

No final de cada iteração, os feromônios no melhor caminho são atualizados pela Equação (6.2) e o feromônio nos piores caminhos são evaporados usando a Equação (6.4). A probabilidade de escolher cada nó é atualizada pela Equação (6.1) e o processo é repetido até que todas as formigas escolham o mesmo caminho (o melhor). Uma demonstração abrangente desse algoritmo é dada em: Dorigo e Stutzle (2004), Rao (2009) e Arora (2017).

O algoritmo ACO é apropriado para resolver problemas de otimização envolvendo variáveis de projeto discretas. Isso é apropriado para o problema abordado aqui, já que a seleção da resistência do geossintético é feita com base nos catálogos dos fabricantes. Para facilitar a implementação, o espaçamento entre geossintéticos e seus comprimentos também são aproximados como variáveis de projeto discretas.

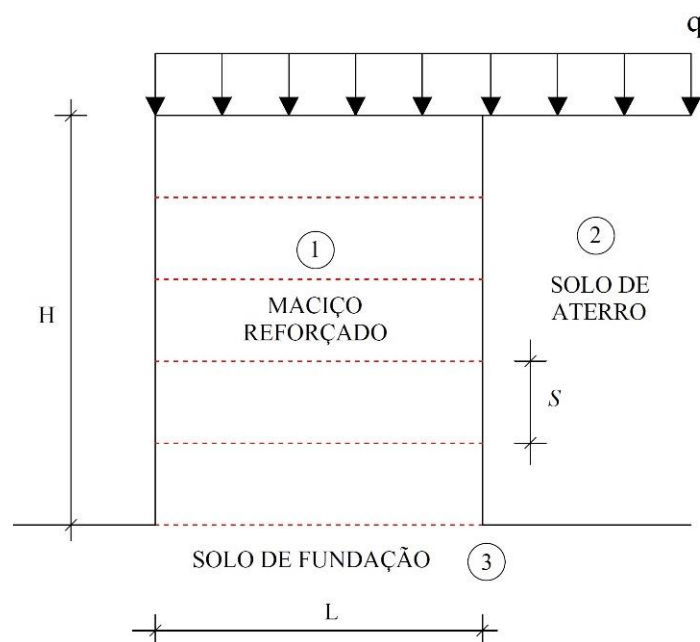
O desempenho de algoritmos de base populacional, como o ACO (ou algoritmos genéticos, algoritmos de enxame de partículas, etc.) é fortemente dependente do tamanho da população. No algoritmo ACO, o tamanho da população é dado pelo número de formigas N , também chamado de tamanho da colônia. Para um tamanho grande da colônia, o algoritmo fornece uma melhor varredura do espaço de projeto e tem maior probabilidade de encontrar o mínimo global. No entanto, grandes populações têm um impacto severo nos custos computacionais. Para um N pequeno, a solução é mais rápida, mas o algoritmo pode perder o mínimo global. Na seção de resultados numéricos, o desempenho do algoritmo ACO na solução do problema de projeto de muros reforçados com geossintéticos é abordado.

6.1 DESCRIÇÃO DA ABORDAGEM DE PROJETO ADOTADA

As metodologias para dimensionamento de muros de solo reforçados com geossintéticos foram apresentadas na capítulo 2. Neste item, considerou-se a estabilidade interna usando o método baseado em equilíbrio de forças. A seguir, são apresentados os aspectos e formulações relevantes para a aplicação proposta.

A Figura 6.2 mostra um desenho esquemático de um muro de solo reforçado com geossintético.

Figura 6.2 – Muro de solo reforçado com geossintético



Ao assumir o comportamento da zona reforçada como um corpo rígido, John (1987) propôs que a distribuição de tensão vertical na massa reforçada tenha uma forma trapezoidal. A tensão vertical máxima na profundidade z é dada pela Equação (6.5).

$$\sigma'_v(z) = \gamma_1 \cdot z + q + \frac{k_2 \cdot z^2 \cdot (\gamma_2 \cdot z + 3 \cdot q)}{L^2} \quad (6.5)$$

A tensão horizontal na profundidade z é dada pela Equação (6.6).

$$\sigma'_h(z) = k_1 \cdot \sigma'_v = k_1 \cdot (\gamma_1 \cdot z + q) + \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot z^2 \cdot (\gamma_2 \cdot z + 3 \cdot q)}{L^2} \quad (6.6)$$

onde k é o empuxo ativo; γ é o peso específico; q é a sobrecarga; e L é o comprimento do geossintético. O empuxo ativo é dado pela Equação (6.7). Os índices 1 e 2 se referem as propriedades dos solos 1 e 2.

$$k = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \quad (6.7)$$

onde ϕ é o ângulo de atrito.

Para determinar a força horizontal em cada camada de reforço, é necessário integrar a função tensão horizontal (Equação (6.6)) em sua área de influência, conforme Equação 2.7. Se considerarmos o espaçamento uniforme entre as camadas (S), a força em cada camada de geossintético é dada pela Equação (6.8).

$$T_i = \int_{z_{j-1}}^{z_{j+1}} \sigma_h(z) \cdot dz \approx \sigma_h \cdot S = \left[k_1 \cdot (\gamma_1 \cdot z + q) + \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot (\gamma_2 \cdot z + 3 \cdot q) \cdot z^2}{L^2} \right] \cdot S \quad (6.8)$$

A equação estado limite para o modo de falha ruptura do geossintético é dada pela Equação (6.9).

$$g_{rup} = T_{max} - T_i \quad (6.9)$$

Conforme descrito no item 2.2.1, a força mínima requerida para arrancar o reforço (F_{ai}) é dada pela Equação (6.10).

$$F_{ai} = 2 \cdot L_{ai} \cdot (\gamma \cdot z_i + q) \cdot \tan \delta_{gs} \quad (6.10)$$

onde δ_{gs} é o ângulo de atrito entre o geossintético e o solo.

A equação estado limite para o modo de falha arrancamento do geossintético é dada pela Equação (6.11).

$$g_{arr} = F_{ai} - T_i \quad (6.11)$$

6.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

O problema de aplicação abordado neste trabalho consiste em um muro de solo reforçado com geossintético com altura de 4,2 m e sobrecarga de 15 kN/m², conforme Figura 6.2. As variáveis de projeto são relacionadas com o custo do material geossintético: espaçamento entre as camadas, comprimento e média da resistência a tração. Portanto, $\mathbf{d} = \{S, L, \mu_T\}$. Os valores discretos que essas variáveis podem assumir estão apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Valores discretos

Variáveis de projeto	Símbolo	Unidade	Valor discreto					
Espaçamento	S	m	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8
Média da resistência a tração	μ_T	kN/m	20	25	35	55	80	
Comprimento	L	m	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4

Fonte: Santos et al. (2018)

Os valores médios dos parâmetros do solo são apresentados na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Parâmetros do solo

Parâmetro	Símbolo	Unidade	Solo de aterro	Massa de solo reforçada
Ângulo de atrito	ϕ	°	40	40
Peso específico	γ	kN/m ³	20	20
Ângulo de atrito entre o reforço e a massa de solo	δ_{gs}	°	-	32

Fonte: Santos et al. (2018)

A distribuição de probabilidade e os coeficientes de variação (COVs) das variáveis aleatórias (VA) são apresentados na Tabela 6.3. Isso inclui as variáveis aleatórias das propriedades do solo e da resistência à tração do geossintético. Portanto, $\mathbf{X} = \{\phi, \gamma, \delta_{gs}, T_{max}\}$.

Tabela 6.3 – Distribuição probabilística e COV das VA's

Parâmetro	Distribuição	COV (%)		
		Mínimo	Médio	Máximo
Ângulo de atrito	Log-normal	5,0	10,0	20,0
Peso específico	Normal	2,5	7,5	12,5
Ângulo de atrito entre o reforço e a massa de solo	Log-normal	3,7	10,0	16,7
Resistência à tração	Normal	1,4	4,0	6,8

Fonte: Santos et al. (2018)

Por não ter encontrado informações consistentes sobre os COVs na literatura, são considerados três conjuntos de valores: mínimo, médio e máximo. Os valores máximo, médio e mínimo para os COVs do ângulo de atrito e peso específico foram obtidos de Zuccolo (2016), que desenvolveu uma análise estatística baseada em dados de várias referências. Os valores de COV relacionados com o reforço de geossintético foram obtidos de Ferreira et al. (2016). Projetos ótimos foram encontrados para esses três conjuntos de valores, destacando os impactos das incertezas.

A formulação RBDO aqui adotada é a da Equação (5.3), mas os custos de construção, inspeção e manutenção foram desconsiderados, pois não são relevantes. A função objetivo considera apenas a quantidade de material geossintético usado no projeto, conforme Equação (6.12).

$$f = \frac{H}{S} L C_R \quad (6.12)$$

onde $n = H/S$ é o número de camadas de geossintético; L é o comprimento do geossintético; e C_R é o custo relativo (por metro) de geossintético, que depende da resistência do material, conforme Tabela 6.4. Esses valores são apenas uma indicação dos autores para obter os resultados no exemplo de aplicação. Em uma situação de projeto real, os valores de custo relativo devem ser verificados, pois dependem do fabricante e região.

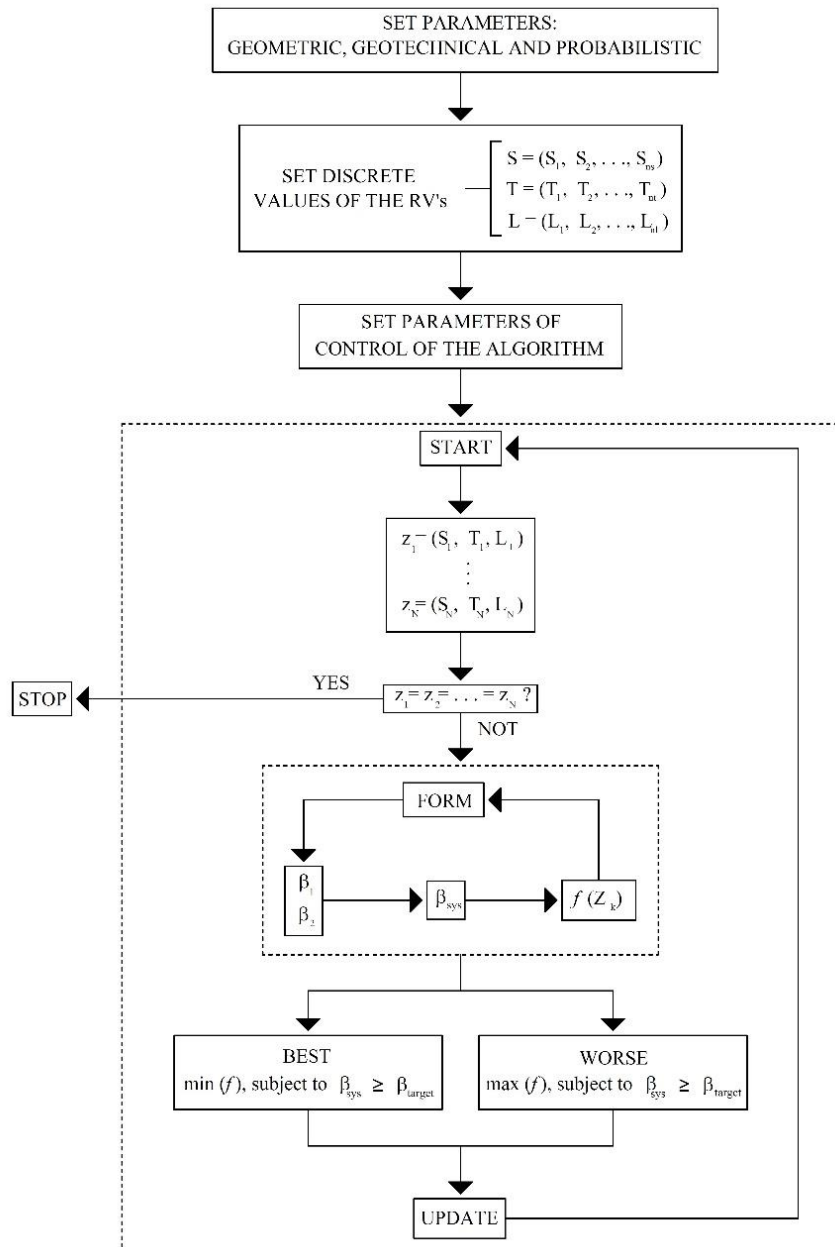
Tabela 6.4 – Custo relativo de geossintético

μ_x	C_R
20	1,00
25	1,26
35	1,43
55	2,77
80	4,34

Fonte: Santos et al. (2018)

Uma rotina computacional foi desenvolvida no MATLAB para automatizar o procedimento. A solução de RBDO implementada consiste em um duplo loop. O loop interno resolve o problema de confiabilidade usando o algoritmo FORM. O loop externo otimiza a estrutura usando o algoritmo ACO. A Figura 6.3 apresenta o fluxograma do algoritmo.

Figura 6.3 – Fluxograma do algoritmo



Fonte: Santos et al. (2018)

6.3 RESULTADOS NUMÉRICOS

Os resultados numéricos foram computados para uma colônia com $N = 40$ formigas, taxa de evaporação $\rho = 0,3$, parâmetro de depósito de feromônio de $\delta = 1,5$ e restrição de confiabilidade do sistema de $\beta^{alvo} = 3,0$. No decorrer do texto são apresentadas avaliações e justificativas para adoção desses parâmetros. A Tabela 6.5 resume as características dos projetos ótimos obtidos com a metodologia RBDO apresentada.

Tabela 6.5 – Solução do problema de otimização

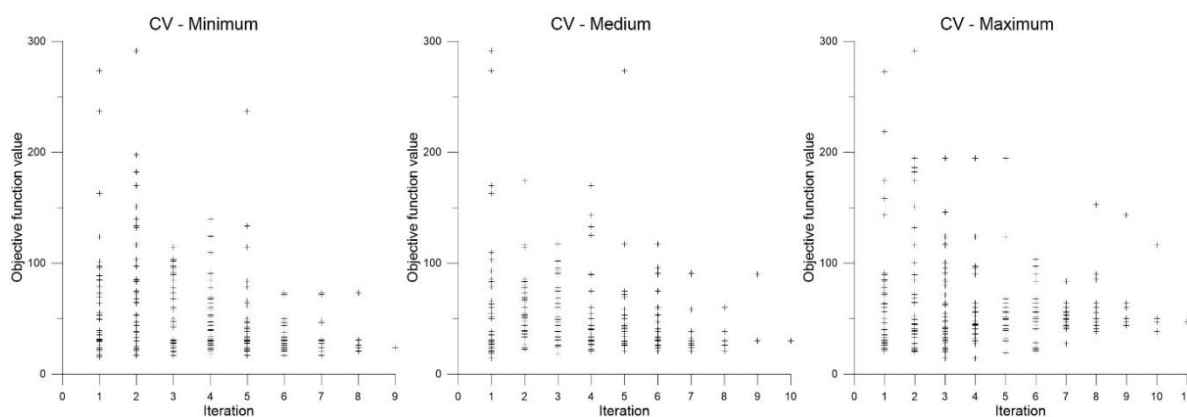
Variáveis	COV (%)		
	Mínimo	Médio	Máximo
Espaçamento (S)	0,6	0,6	0,4
Resistência média (μ_T)	35	35	35
Comprimento (L)	2,4	3,0	3,0
Valor da função objetivo (f)	24,02	30,03	47,19
β_{sis}	4,02	3,16	3,10

Fonte: Santos et al. (2018)

As incertezas têm influência significativa no custo do projeto, aqui representada pelo valor da função objetivo. Uma diferença de 96% pode ser observada quando os resultados para os COVs máximo e mínimo são comparados. A configuração do COV mínimo apresenta uma margem de segurança maior que a solicitada, no entanto, qualquer outra configuração de custo mais baixo, que atenda à Tabela 6.1, não atende à restrição de confiabilidade do sistema.

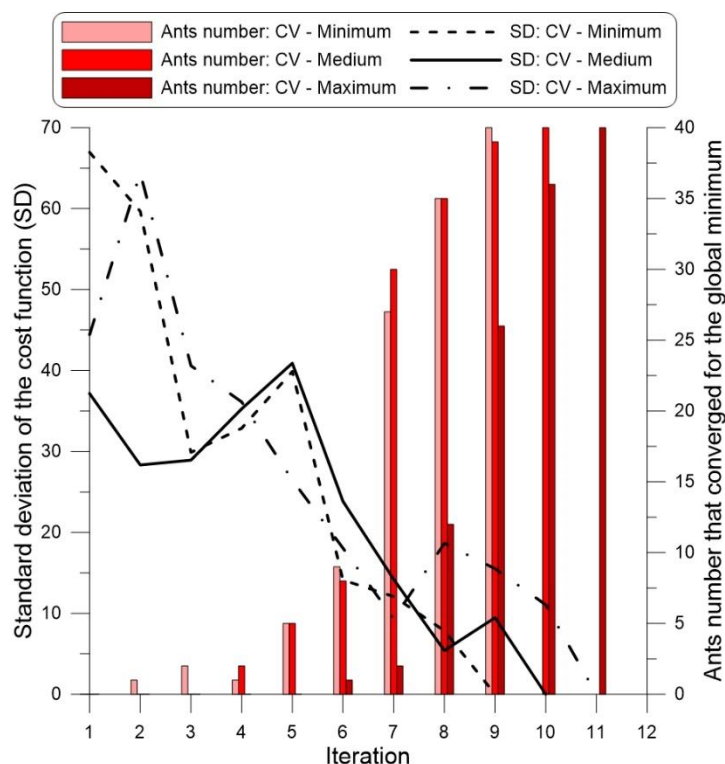
A Figura 6.4 mostra a convergência do algoritmo para os três conjuntos de COVs aqui considerados. A Figura 6.5 mostra o número de formigas que convergiram para o valor ótimo e o desvio padrão em cada iteração.

Figura 6.4 – Convergência do algoritmo RBDO



Fonte: Santos et al. (2018)

Figura 6.5 – Número de formigas que convergem para o mínimo global e desvio padrão da função objetivo em cada iteração



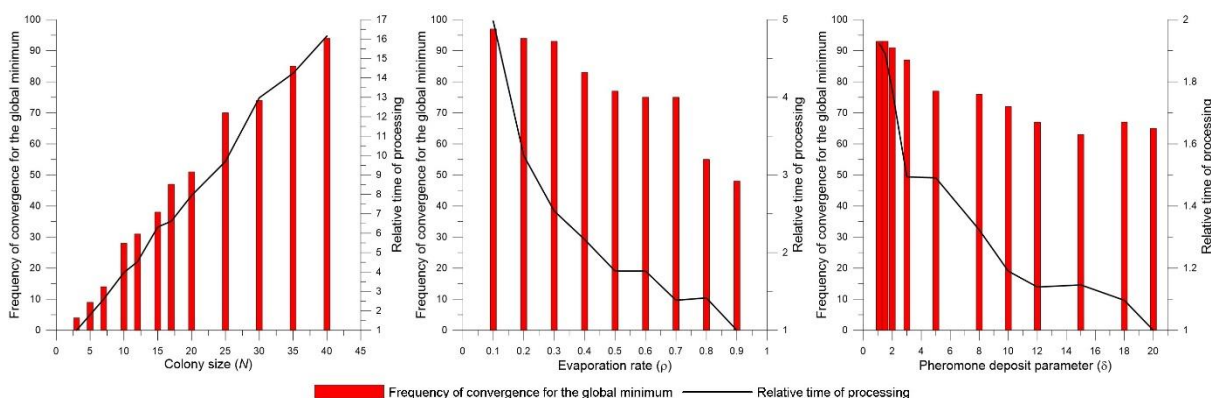
Fonte: Santos et al. (2018)

Nas primeiras iterações, observa-se uma maior variação dos resultados, pois os valores discretos de cada variável de projeto (nó) têm uma probabilidade semelhante de serem escolhidos. Essa característica do algoritmo ACO simula o comportamento das formigas que aleatoriamente deixam sua colônia para procurar por alimento. Nas iterações sequenciais, os resultados das dispersões diminuem à medida que as formigas convergem para o caminho mais curto (melhor), reforçando o feromônio. O processo de otimização é finalizado quando todas as formigas caminham para o caminho mais curto (convergindo). No entanto, pode acontecer que nenhuma formiga visite o melhor caminho, assim, o algoritmo não converge para o mínimo global. A qualidade de convergência do algoritmo está diretamente ligada aos parâmetros N , ρ e δ .

O desempenho do algoritmo ACO na resolução do problema de projeto de muro de solo reforçado com geossintéticos proposto aqui é estudado variando os parâmetros N , ρ e δ . Neste estudo, considera-se apenas os valores de COV médio. A Figura 6.6 ilustra a frequência em que o algoritmo encontra o mínimo global e o tempo relativo de processamento, em função dos parâmetros N , ρ e δ . Os resultados para a frequência de convergência são avaliados executando o algoritmo 100 vezes e verificando o número de vezes que o algoritmo

fornece o mínimo global. Os tempos de processamento são obtidos pela média do tempo total para executar o algoritmo 100 vezes.

Figura 6.6 – Convergência do algoritmo RBDO em função de N , ρ e δ



Fonte: Santos et al. (2018)

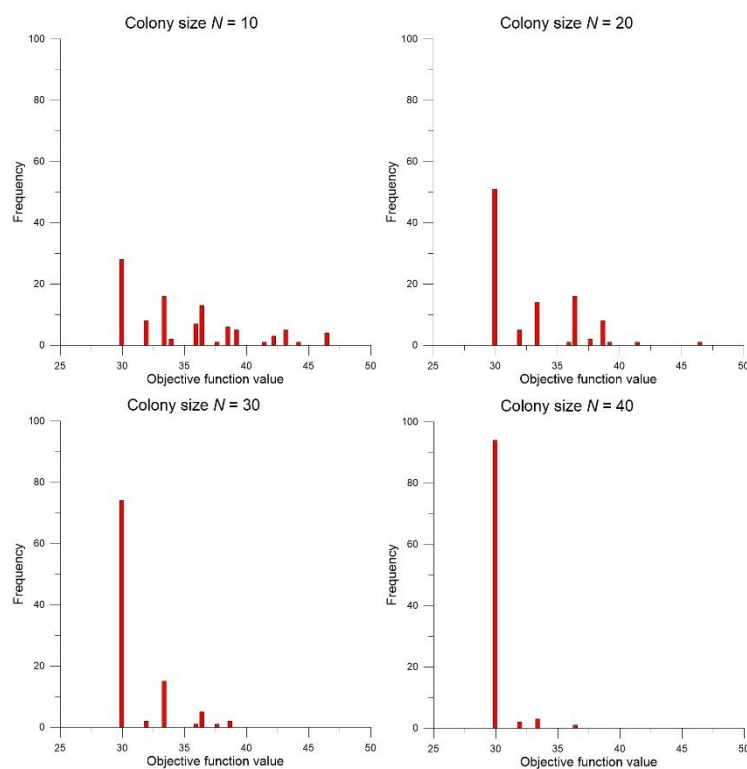
Para N grande, é mais provável que o algoritmo encontre o mínimo global, mas os custos computacionais são altos. O tamanho mínimo da colônia também é altamente dependente do número de variáveis de projeto e do tamanho do conjunto de soluções (para cada variável de projeto discreta). Pode-se observar que a precisão do algoritmo é fortemente dependente do tamanho da colônia e que o mínimo em torno de $N = 40$ é necessário para este problema com 3 variáveis de projeto e com 6 valores discretos.

O tempo de convergência e a qualidade da busca do mínimo global também dependem da taxa de evaporação (ρ). Quanto maior o valor de ρ , maior a velocidade de evaporação do feromônio e menor a chance de encontrar o mínimo global. Neste exemplo, uma diminuição de aproximadamente 50% pode ser observada no desempenho do algoritmo ao comparar o uso de $\rho = 0,1$ e $\rho = 0,9$. Neste trabalho, o uso de $\rho = 0,3$ é justificado pelo tempo de processamento. Embora $\rho = 0,1$ apresente uma frequência de 97% de convergência para o mínimo global, o tempo de processamento dobrou.

O parâmetro δ é usado para controlar o depósito de feromônio. No entanto, neste exemplo, δ mostrou baixa influência na convergência do algoritmo. Esta baixa influência é justificada porque as primeiras iterações apresentam uma grande dispersão no valor da função objetivo, consequentemente o valor da divisão f_{melhor}/f_{pior} é muito baixo. Essa característica é positiva porque dificulta a busca pelo mínimo local.

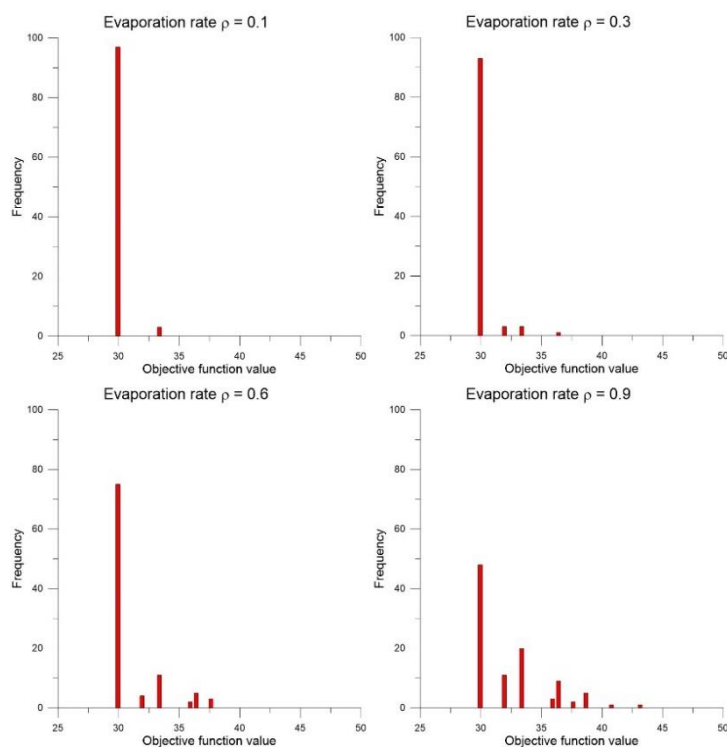
As Figuras 6.7, 6.8, 6.9 apresentam os histogramas em termos dos valores mínimos da função objetivo encontrados em cada uma das 100 execuções. As figuras mostram a repetitividade da solução quando os parâmetros N , ρ e δ são variados. Complementando os resultados, a Tabela 6.6 mostra os menores, maiores e o COV da função objetivo mínima encontrados em 100 execuções do algoritmo em termos dos parâmetros de desempenhos do algoritmo.

Figura 6.7 – Histogramas de mínimos da função objetivo calculados em 100 execuções para a variação do número de formigas



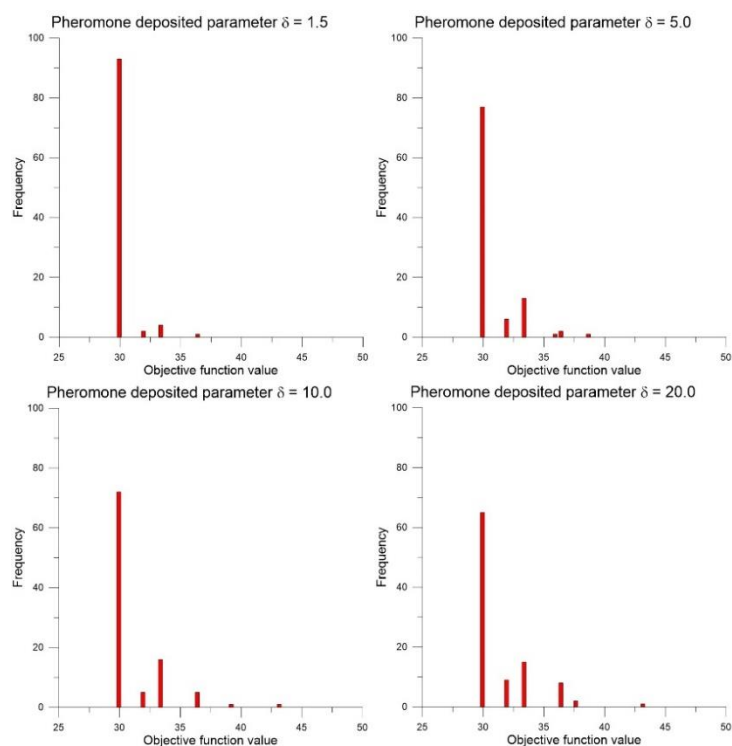
Fonte: Santos et al. (2018)

Figura 6.8 - Histogramas de mínimos da função objetivo calculados em 100 execuções para a variação da taxa de evaporação



Fonte: Santos et al. (2018)

Figura 6.9 - Histogramas de mínimos da função objetivo calculados em 100 execuções para a variação do parâmetro de depósito de feromônio



Fonte: Santos et al. (2018)

Tabela 6.6 – Estatísticas da função objetivo

Parâmetro		Valor da função objetivo		
		Menor	Maior	COV (%)
Tamanho da colônia (N)	10	30,03	67,70	13,40
	20	30,03	46,54	10,89
	30	30,03	38,81	6,83
	40	30,03	36,40	2,99
Taxa de evaporação (ρ)	0,1	30,03	33,46	1,95
	0,3	30,03	36,40	3,05
	0,6	30,03	37,75	7,05
	0,9	30,03	43,21	9,44
Depósito de feromônio (δ)	1,5	30,03	36,40	3,17
	5,0	30,03	38,81	5,66
	10,0	30,03	43,21	7,45
	20,0	30,03	43,21	7,92

Fonte: Santos et al. (2018)

6.4 COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES SOBRE O ALGORITMO RBDO USANDO ACO

Este capítulo mostrou uma metodologia baseada na teoria da confiabilidade para otimização de projetos de muros de solo reforçados com geossintéticos. Esse procedimento garante que a configuração ótima mantenha o nível mínimo de segurança desejado. A combinação do algoritmo ACO com o algoritmo de confiabilidade FORM resultou em um procedimento RBDO prático e simples de usar.

Considerando o exemplo de aplicação aqui abordado, os seguintes aspectos podem ser destacados:

- a) Essa rotina computacional apresentou a vantagem de utilizar apenas três parâmetros de desempenho, que influenciam diretamente no custo do projeto: resistência média do geossintético, espaçamento entre reforços e comprimento do geossintético;
- b) O coeficiente de variação das variáveis aleatórias apresentou influência significativa no projeto ótimo. Assim, coeficientes de variação maiores aumentam a probabilidade de falha e os custos dos muros reforçados ótimos;
- c) O tempo de convergência e a qualidade de busca pelo mínimo global dependem principalmente do número de formigas N e a taxa de evaporação ρ . A taxa de depósito de feromônios δ apresentou baixa influência no estudo de caso;
- d) A análise de sensibilidade dos parâmetros indica que $N = 40$ formigas, $\rho = 0,3$ e $\delta = 1,5$ são os valores que correspondem a boa convergência do algoritmo;

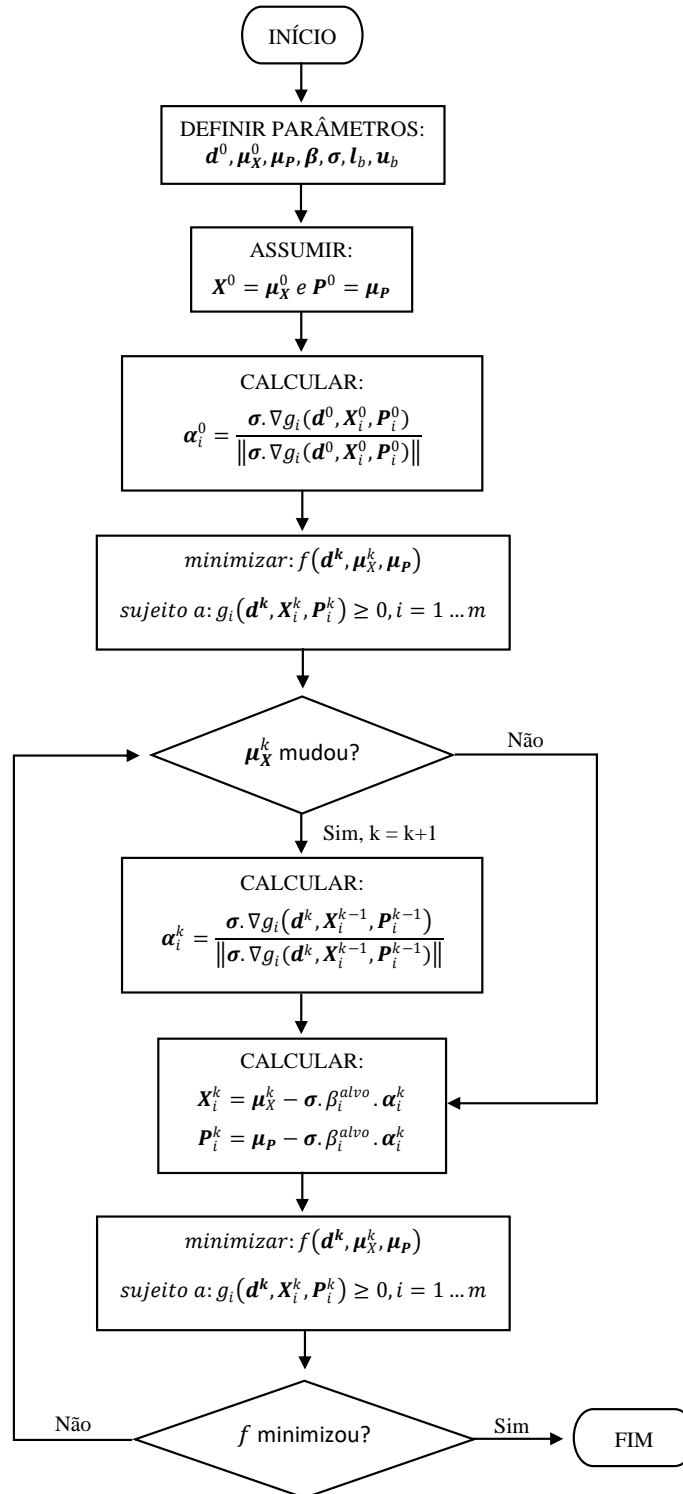
- e) A convergência do algoritmo pode ser melhorada aumentando o tamanho da colônia N ou diminuindo a taxa de evaporação do feromônio ρ , no entanto, o tempo de processamento é fortemente afetado.

7 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO USANDO SLA

O SLA (*Single-Loop Approach*) adotado neste estudo foi proposto por Liang et al. (2004) para solucionar problemas de RBDO de maneira eficiente e com baixo custo computacional. Esta abordagem converte a otimização probabilística em um problema equivalente de otimização determinística, eliminando a necessidade de calcular o “*Minimal Performance Point*” (MinPP) em repetidas análises de confiabilidade. Portanto, a proposta desse algoritmo é ter a mesma acurácia da abordagem de loops aninhados e eficiência equivalente a uma otimização determinística.

A ideia chave é usar uma aproximação do MinPP, para cada restrição, obtida resolvendo as condições de KKT (Karush-Kuhn-Tucker) para cada iteração de pesquisa do ponto ótimo. A formulação do problema de otimização em SLA desenvolvida por Liang et al. (2004) é apresentada na Equação (5.8). Essa abordagem considera uma restrição probabilística individual para cada modo de falha. Por isso, nesse texto, esse método é chamado de *Component Single-Loop Approach (Component SLA)*. A Figura 7.1 mostra um fluxograma do *Component SLA*.

No fluxograma, \mathbf{d} é o vetor das variáveis determinísticas, \mathbf{X} é o vetor das variáveis aleatórias de projeto, \mathbf{P} é o vetor dos parâmetros aleatórios, $f()$ é a função objetivo e $g()$ é a equação estado limite. \mathbf{X}_i^k e \mathbf{P}_i^k são os vetores de aproximação linear do MinPP para a equação estado limite i na iteração k do loop de otimização; β_i^{alvo} é o índice de confiabilidade alvo para cada restrição; σ é o vetor desvio padrão das variáveis aleatórias e α_i^k é o gradiente normalizado da restrição i . Na notação adotada neste trabalho, uma letra em negrito indica um vetor, uma letra maiúscula indica uma variável ou parâmetro aleatório e uma letra minúscula indica a realização de uma variável ou parâmetro aleatório.

Figura 7.1 – Fluxograma do *Component SLA*

Fonte: Adaptado de Liang et al. (2004)

O fluxograma do *Component* SLA inicia com a definição do ponto inicial ($\mathbf{d}^0, \boldsymbol{\mu}_X^0, \boldsymbol{\mu}_P$), dos parâmetros $\boldsymbol{\beta}_i^{alvo}$ e $\boldsymbol{\sigma}$ e dos vetores de limite superior e inferior (\mathbf{u}_b e \mathbf{l}_b , respectivamente) para todas as variáveis de projeto. O ponto inicial necessário para avaliar a restrição é definido como $\mathbf{d}^0, \mathbf{X}^0 = \boldsymbol{\mu}_X^0, \mathbf{P}^0 = \boldsymbol{\mu}_P$. No ponto inicial, o vetor gradiente normalizado $\boldsymbol{\alpha}$ é calculado para cada restrição.

A função objetivo f é minimizada usando algoritmo de otimização matemática, onde define-se o ponto $\mathbf{d}^k, \boldsymbol{\mu}_X^k, \boldsymbol{\mu}_P$ para a iteração k . O passo de otimização matemática para determinação do ponto $\mathbf{d}^k, \boldsymbol{\mu}_X^k, \boldsymbol{\mu}_P$, na iteração k , foi realizado utilizando *Sequential Quadratic Programming* (SQP). Os métodos de SQP resolvem problemas de otimização não linear restrita e são reconhecidos pela sua generalidade, robustez e eficiência. A abordagem SQP é detalhada e abordada em Arora (2017), Rao (2009), Nocedal e Wright (2006) e Haftka et al. (1990).

Para avaliar as restrições, o algoritmo verifica se o otimizador mudou o vetor de projeto $\boldsymbol{\mu}_X^k$ comparando-o com a prévia iteração. Se não, o atual vetor gradiente $\boldsymbol{\alpha}^k$ é usado para calcular \mathbf{X}_i^k e \mathbf{P}_i^k . Se $\boldsymbol{\mu}_X^k$ mudou, o vetor gradiente $\boldsymbol{\alpha}^k$ é atualizado para o cálculo de \mathbf{X}_i^k e \mathbf{P}_i^k . Esse é um passo essencial para manter o vetor variável de projeto $\boldsymbol{\mu}_X$ e os vetores \mathbf{X} e \mathbf{P} consistente, garantindo a estabilidade e robustez do algoritmo. Esse procedimento é repetido até o alcance das variáveis de projeto que minimize a função objetivo, obedecendo as restrições.

Para problemas com variáveis de distribuição não normal, é necessário transformá-las em variáveis de distribuição normal equivalente. Liang et al. (2004) utiliza o método de dois parâmetros de Rackwitz-Fiessler para estimativa da distribuição normal equivalente. A função de probabilidades acumuladas ($F_X()$) e a função densidade de probabilidade ($f_X()$) da atual distribuição não normal e da variável normal equivalente devem ser iguais no MinPP (x_i^*). Sendo assim:

$$\begin{aligned}\sigma_X^N &= \frac{\varphi\{\Phi^{-1}[F_X(x_i^*)]\}}{f_X(x_i^*)} \\ \mu_X^N &= x_i^* - \Phi^{-1}[F_X(x_i^*)] \cdot \sigma_X^N\end{aligned}\tag{7.1}$$

onde σ_X^N e μ_X^N são o desvio padrão e o valor médio equivalente. $\varphi()$ é a função densidade de probabilidades normal padrão e $\Phi()$ é a função de probabilidades acumuladas normal padrão. $F_X(x_i^*)$ e $f_X(x_i^*)$ são a função de probabilidades acumuladas e a função densidade de probabilidade da real variável não normal realizada no aproximado MinPP.

Quando se utiliza variáveis não normais no método SLA, os equivalentes σ_X^N e μ_X^N são calculados usando a Equação (7.1) toda vez que o otimizador atualiza o valor médio μ_X^k .

Na formulação do SLA, Liang et al. (2004) supõe que as aproximações dos MinPP, obtidas resolvendo as condições de KKT (Karush-Kuhn-Tucker), converge para o MinPP correto. Entretanto, se uma função de estado limite for altamente não linear a abordagem de loop único da Equação (5.8) pode não convergir para o projeto ótimo global. Embora esses problemas também sejam verdadeiros para as abordagens de loops aninhados (RIA e PMA), o SLA é mais sensível às não linearidades das funções de estado limite, porque usa aproximações dos MinPP em cada iteração.

A abordagem de Liang et al. (2004) resolve, principalmente, a questão do custo computacional das abordagens de loops aninhados (*two-level approach*), visto que elimina o loop interno para o cálculo de confiabilidade em todas as interações. Entretanto, não considera a confiabilidade do sistema. Assim, o usuário atribui um nível de segurança mínimo para cada modo de falha, em vez de deixar o otimizador determinar esse nível para obter a confiabilidade necessária para o sistema.

Liang et al. (2007) propuseram uma abordagem de otimização baseada em confiabilidade que considera a probabilidade de falha do sistema como restrição do problema. Essa abordagem integra o SLA desenvolvido por Liang et al. (2004) com a abordagem de RBDO que adota restrição de confiabilidade do sistema, conforme Equação (5.3). Neste texto, esse método é chamado de *System Single-Loop Approach (System SLA)*.

No *System SLA* o otimizador determina os valores ótimos das probabilidades de falha alvo de todos os modos de falha, além das variáveis de projeto \mathbf{d} , μ_X e μ_P . O usuário especifica um nível de confiabilidade do sistema e o otimizador aloca de maneira ideal a confiabilidade dos seus componentes (modos de falha).

A abordagem *Component SLA*, Equação (5.8), necessita de um índice de confiabilidade alvo β_i^{alvo} para cada modo de falha. Entretanto, no *System SLA* o otimizador deve determinar a probabilidade de falha de cada modo de falha ($p_{f_i}^{alvo}$) distribuindo de maneira ideal a probabilidade do sistema (p_f^{sist}) entre todos os modos de falha. Para isso, essa abordagem considera os valores alvos das probabilidades de falha de cada modo de falha ($p_{f_i}^{alvo}$) como variável de projeto. Em cada interação, o otimizador determina cada $p_{f_i}^{alvo}$ e o correspondente índice de confiabilidade $\beta_i^{alvo} = \Phi^{-1}(p_{f_i}^{alvo})$ é calculado para atualização de \mathbf{X}_i^k e \mathbf{P}_i^k .

A formulação do *System SLA* é apresentada na Equação (7.2).

$$\begin{aligned}
& \text{minimizar: } f_{\mathbf{d}, \mu_X, p_{f_1}^{alvo}, \dots, p_{f_n}^{alvo}}(\mathbf{d}^k, \mu_X^k, \mu_P^k) \\
& \text{sujeito a: } g_i(\mathbf{d}^k, \mathbf{X}_i^k, \mathbf{P}_i^k) \geq 0, i = 1 \dots m \\
& p_{sist} = P\left[\bigcup_{i=1}^n g_i(\mathbf{d}^k, \mathbf{X}_i^k, \mathbf{P}_i^k) \leq 0\right] \approx \sum_{i=1}^n p_{f_i}^{alvo} - \sum_{i=2}^n \max_{i < j} p_{f_{ij}}^{alvo} \leq p_f^{sist} \\
& \text{onde: } \mathbf{X}_i^k = \mu_X^k - \sigma \cdot \beta_i^{alvo} \cdot \alpha_i^k \text{ e } \mathbf{P}_i^k = \mu_P^k - \sigma \cdot \beta_i^{alvo} \cdot \alpha_i^k
\end{aligned} \tag{7.2}$$

$$\alpha_i^k = \frac{\sigma \cdot \nabla g_i(\mathbf{d}^k, \mathbf{X}_i^{k-1}, \mathbf{P}_i^{k-1})}{\|\sigma \cdot \nabla g_i(\mathbf{d}^k, \mathbf{X}_i^{k-1}, \mathbf{P}_i^{k-1})\|}$$

Se $p_{f_i}^{alvo}$ é muito pequena, o seu correspondente índice de confiabilidade $\beta_i^{alvo} = \Phi^{-1}(p_{f_i}^{alvo})$ é muito grande. Neste caso, solucionar o problema da Equação (7.2) torna-se computacionalmente ineficiente e pode não convergir para o ponto ótimo. Para resolver esse problema, Liang et al. (2007) propuseram uma estratégia para identificar os modos de falha críticos que influenciam significativamente a probabilidade de falha do sistema.

Em toda iteração, $p_{f_i}^{alvo}$ é comparado com um pequeno valor limite predefinido ε . Se $p_{f_i}^{alvo} \leq \varepsilon$, o modo de falha i é probabilisticamente inativo e sua probabilidade de falha é assumida como zero ($p_{f_i}^{alvo} = 0$ para todas as restrições inativas). Portanto, as restrições ativas são facilmente identificadas. Nesse estudo, foi adotado um valor predefinido de $\varepsilon = 10^{-6}$.

No algoritmo, é utilizado um sinalizador de restrição $CF(i)$ (*Constraint Flag*) para avaliar se a restrição é ativa ou inativa na iteração k . $CF(i) = 0$ para as restrições inativas ($p_{f_i}^{alvo} \leq \varepsilon$) e $CF(i) = 1$ para as restrições ativas ($p_{f_i}^{alvo} \geq \varepsilon$).

A Figura 7.2 apresenta o fluxograma do *System SLA*. A estrutura do fluxograma do *System SLA* é semelhante à do *Component SLA*. Entretanto, a abordagem do *System SLA* adiciona $p_{f_i}^{alvo}$ ao conjunto de variáveis de projeto e aplica uma estratégia para a definição das restrições ativas.

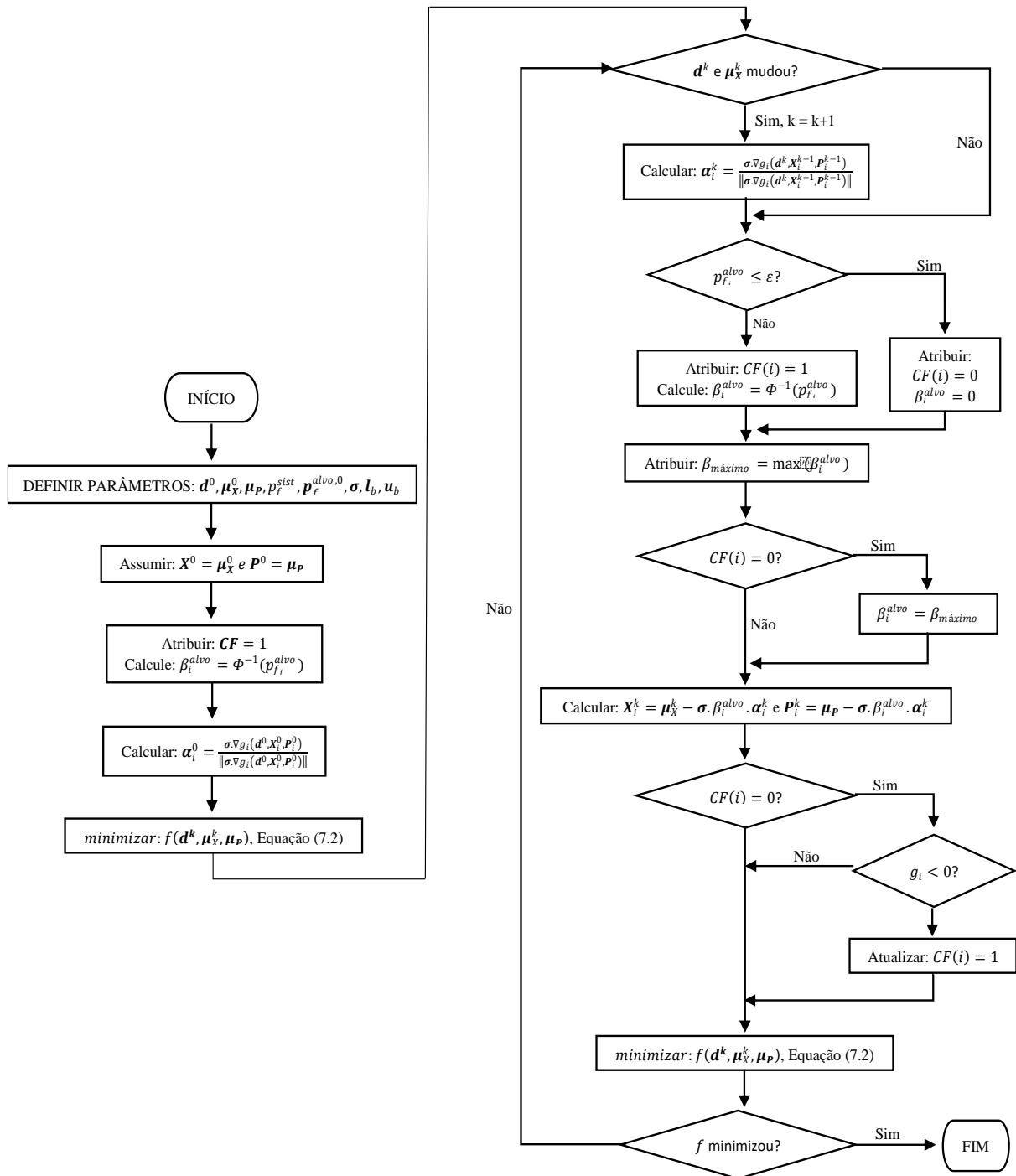
Primeiro, define-se todas as variáveis e parâmetros de projeto, incluindo as probabilidades de falha alvo iniciais de todos dos modos de falha $p_f^{alvo,0}$ e os vetores de limite superior e inferior (\mathbf{u}_b e \mathbf{l}_b , respectivamente) para todas as variáveis de projeto. Para iniciar o processo, o algoritmo assume $\mathbf{X}^0 = \mu_X^0$ e $\mathbf{P}^0 = \mu_P$ e considera todas as restrições como ativas ($CF = 1$).

A função objetivo f é minimizada usando algoritmo de otimização matemática SQP, onde define-se o ponto $\mathbf{d}^k, \boldsymbol{\mu}_X^k, \boldsymbol{\mu}_P, \mathbf{p}_f^{alvo}$ para a iteração k . Semelhante ao *Component* SLA, o algoritmo avalia se será necessário atualizar $\boldsymbol{\alpha}_i^k$. Na sequência, o algoritmo avalia se $p_{f_i}^{alvo} \leq \varepsilon$ e atualiza os valores de $CF(i)$. Para as restrições ativas ($CF(i) = 1$), calcula-se os correspondentes índices de confiabilidade alvo $\beta_i^{alvo} = \Phi^{-1}(p_{f_i}^{alvo})$. Quando identificadas restrições inativas, seus índices de confiabilidade alvo (β_i^{alvo}) são considerados iguais ao índice de confiabilidade alvo máximo das restrições ativas $\beta_{máximo}$.

Após definição do índice de confiabilidade de cada modo de falha (β_i^{alvo}), o algoritmo calcula a aproximação do MinPP (\mathbf{X}_i^k e \mathbf{P}_i^k) para todas as restrições i . Na sequência, as restrições inativas são reavaliadas calculando o valor das restrições (modos de falha) no ponto \mathbf{X}_i^k e \mathbf{P}_i^k . Se $g_i < 0$, a restrição i é atualizada como ativa e $CF(i) = 1$. Após a definição do conjunto de restrições ativas ($CF(i) = 1$), utiliza-se a abordagem de otimização SQP para resolver a Equação (7.2). Esse procedimento é repetido até a obtenção do projeto ótimo que atenda o nível de segurança estabelecido para o sistema.

A probabilidade de falha do sistema pode ser calculada considerando as informações derivadas dos métodos de transformação. Neste trabalho, para o cálculo da probabilidade de falha conjunta $p_{f_{ij}}^{alvo}$, foram adotados os limites bi-modais do sistema em série conforme Ditlevsen (1979).

Figura 7.2 - Fluxograma do System SLA



7.1 DESCRIÇÃO E DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Para realização desse estudo, foram utilizados os métodos de dimensionamento de muros reforçados com geossintéticos da AASHTO, *K-Stiffness* e o de Ehrlich e Mirmoradi (2016). Uma apresentação geral desses métodos foi feita no item 2. No item 2.5 foram

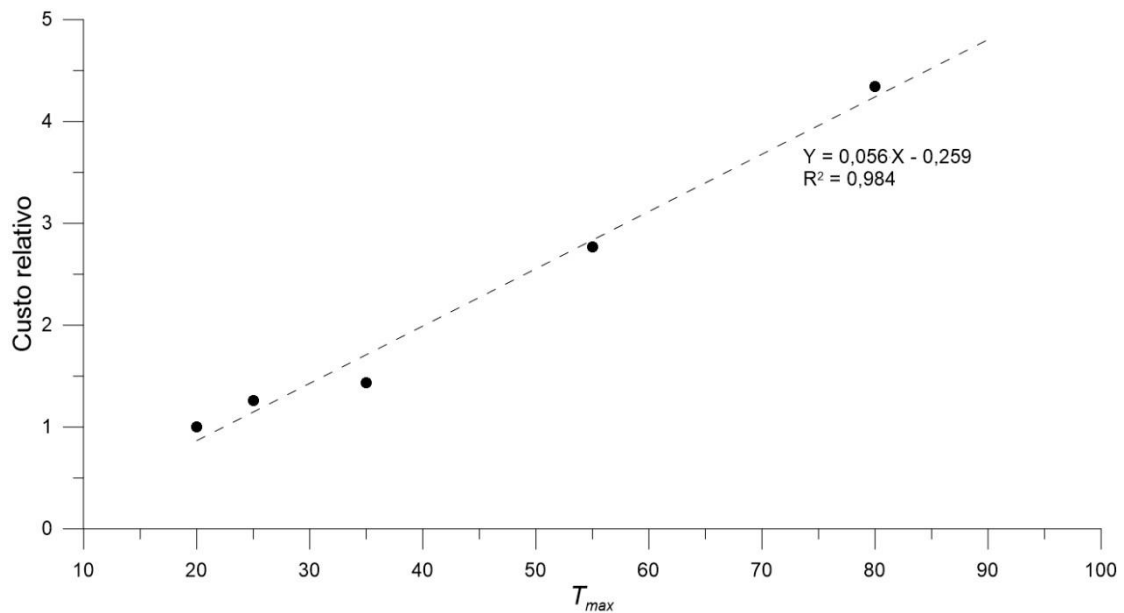
apresentadas justificativas para adoção desses métodos e foram realizadas análises comparativas utilizando dados de muros reais bem monitorados disponíveis na literatura.

Para aplicação das abordagens de RBDO usando SLA, foi realizado um estudo prévio com o muro adotado no item 6. Essa aplicação prévia teve como objetivo avaliar o comportamento e do desempenho desses algoritmos. Na sequência, essas abordagens foram utilizadas para otimizar alguns dos muros reais apresentados e estudados no item 2.5 (GW5, GW22, GW23, GW24 e GW25).

O problema de otimização desse estudo resume-se a obtenção da configuração ideal de muros solo reforçados com geossintéticos, que inclui a definição da distribuição, do comprimento e do tipo de reforço, que resulte no menor custo de projeto. Assim, existem três variáveis de projeto $\{S, L, \mu_T\}$.

O espaçamento e o comprimento do reforço são considerados variáveis de projeto determinísticas $\mathbf{d} = \{S, L\}$, pois, com o correto controle de qualidade durante a execução da obra, pode-se reduzir muito as incertezas dessas variáveis. Já a resistência a tração do geossintético foi considerada como variável aleatória de projeto $\mathbf{X} = \{\mu_T\}$, pois existem incertezas quanto ao comportamento desse material em condição de serviço, justificada por diversos fatores, tais como: variabilidade das medidas dos ensaios de laboratório, danos de instalação, fluência, confinamento, interação solo/reforço, temperatura, degradação química e física, etc. A variabilidade inerente do solo foi considerada como parâmetro aleatório $\mathbf{d} = \{\phi, \gamma, \delta_{gs}\}$. As considerações sobre as estatísticas dos solos e geossintéticos são abordadas no item 3.2 e os respectivos valores adotados nesse estudo são apresentados na Tabela 6.3.

Como os custos de construção, inspeção e manutenção foram desconsiderados nesse estudo, a função objetivo consiste apenas na quantidade de material geossintético usado no projeto, conforme Equação (6.12) usada no estudo do capítulo anterior. Nesta abordagem, para compor a função objetivo foi utilizado valores discretos para custo relativo (por metro) de geossintético (C_R), conforme Tabela 6.4. Entretanto, para a aplicação do procedimento de otimização usando SLA é necessária uma função contínua. Assim, foi realizado uma aproximação linear dos valores da Tabela 6.4, conforme Figura 7.3.

Figura 7.3 – Aproximação do custo relativo de geossintético (C_R)

A Equação (7.3) apresenta a função objetivo utilizada no problema de otimização usando SLA.

$$f = \frac{H}{S} L \cdot (0,056 \cdot T_{max} - 0,259) \quad (7.3)$$

onde $n = H/S$ é o número de camadas de geossintético; L é o comprimento do geossintético; e o custo relativo (por metro) de geossintético (C_R) é representado pela função linear da Figura 7.3, que depende da resistência do material (T_{max}).

Esse problema de otimização tem duas restrições g_1 e g_2 , que são representadas pelas equações de estado limite para o modo de falha de ruptura e arrancamento do geossintético, respectivamente. Assim, a definição da restrição do problema depende do método de dimensionamento adotado.

7.2 APLICAÇÃO E DESEMPENHO DA ABORDAGEM DE RBDO USANDO SLA

Para avaliação do desempenho dos algoritmos *Component SLA* e *System SLA* foram realizados estudos preliminares com o muro abordado no item 6. Essas avaliações tiveram o objetivo de estudar os principais fatores que afetam a acurácia e eficiência desses algoritmos.

Esse muro tem altura de 4,2 m e sobrecarga de 15 kN/m². Nas Tabelas 6.2 e 6.3 foram apresentados os parâmetros do solo e as estatísticas das variáveis aleatórias adotadas nesse

estudo. Na busca do ponto ótimo, foi adotado como premissa: $0,2 \leq S \leq 0,8$, $20 \leq \mu_T \leq 80$ e $2,4 \leq L \leq 3,4$. Ou seja, os vetores de limites superior e inferior adotados foram: $\mathbf{u}_b = \{0,8; 3,4; 80\}$ e $\mathbf{l}_b = \{0,2; 2,4; 20\}$, respectivamente.

A Tabela 7.1 apresenta a aplicação do RBDO usando abordagem de loop único (*Single Loop Approach* - SLA) ao problema do item 6 com a adoção do COV médio e do método de dimensionamento da AASHTO.

Tabela 7.1 – Aplicação das abordagens SLA ao problema do item 6 - AASHTO

	<i>Component</i> SLA	<i>System</i> SLA ⁽³⁾
S	0,8	0,8
L	2,4	2,4
μ_T	33,87	34,99 (35,39)
p_{f_1}	0,00135	0,000813 (0,000675)
p_{f_2}	0,000028 ⁽¹⁾	0,000812 (0,000674)
$p_{f_{12}}$	-	0,000275 (-)
$p_{f_{sist}}$	0,001378 ⁽²⁾	0,00135
$f(\mathbf{X})$	23,58	24,48 (24,81)
$g_1(\mathbf{X})$	0,00	0,00
$g_2(\mathbf{X})$	3,91	2,80 (2,41)
N_{ite}	12	30 (168)

1. Obtida por simulação de Monte Carlo

2. Probabilidade do sistema obtida pela aproximação unimodal

3. Valores em () obtidos aplicando a aproximação unimodal para obtenção da probabilidade de falha do sistema

Para a abordagem *Component SLA*, o índice de confiabilidade alvo de $\beta_i^{alvo} = 3,0$ foi adotado para cada modo de falha. Para esse caso, a restrição g_1 tornou-se ativa. Assim, a probabilidade de falha desse componente é $p_1 = 0,00135$, que corresponde a restrição adotada de $\beta_1 = 3,0$. Como a restrição g_2 é inativa ($g_2 > 0$), não é possível determinar a confiabilidade desse componente diretamente pela abordagem *Component SLA*. Assim, a estimativa da probabilidade de falha de g_2 foi obtida por simulação de Monte Carlo, resultando em $p_2 = 0,000028$ ($\beta_2 = 4,03$). Para estimativa da probabilidade de falha do sistema foi adotado a aproximação unimodal, $p_{f_{sist}} = 0,00135 + 0,000028 = 0,001378$, que corresponde a $\beta_{sist} = 2,99$. Observa-se que essa abordagem resultou em níveis de segurança inferiores ao requerido para o sistema, pois essa abordagem converge, quando ao menos, um modo de falha atinge sua restrição de confiabilidade.

A aplicação da abordagem *System SLA* resultou na restrição g_1 ativa e na restrição g_2 inativa. Entretanto, a aplicação desta abordagem obteve a distribuição dos parâmetros de

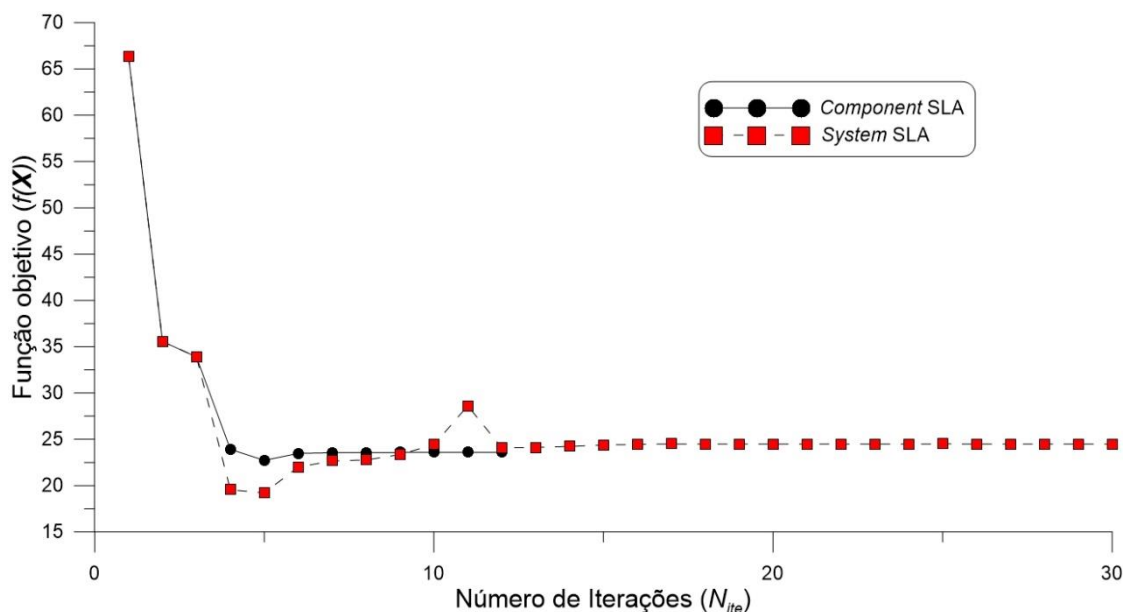
projeto e das probabilidades dos componentes que resultou exatamente na confiabilidade alvo do sistema, $\beta_{sist} = 3,0$ ($p_{f_{sist}} = 0,00135$). Observa-se também que o otimizador alocou probabilidades de falha semelhantes para cada componente. A distribuição ideal da probabilidade de falha entre componentes indica a relevância de cada modo de falha na probabilidade de falha do sistema. Neste exemplo, como g_2 resultou em um valor próximo de zero, a p_{f_2} foi semelhante a probabilidade alocada para o modo de falha ativo p_{f_1} .

O mesmo problema foi resolvido utilizando a aproximação da probabilidade de falha do sistema pela soma das probabilidades dos componentes (aproximação unimodal), que é uma simplificação conservadora. Esses resultados foram apresentados entre parênteses na Tabela 7.1. Os resultados mostram que essa simplificação convergiu para o mesmo ponto ótimo, apresentando um pequeno aumento no parâmetro μ_T .

Apesar da pouca diferença entre as abordagens, observa-se que o *System SLA* obteve valores superiores para o parâmetro μ_T . Esse comportamento é justificado pela pequena diferença de confiabilidade do sistema encontrada para cada abordagem. Para suportar essa observação, foi realizada uma avaliação da abordagem *Component SLA* impondo os níveis de confiabilidade obtidos no *System SLA* com aproximação unimodal, $\beta_i^{alvo} = 3,20$ ($\sim p_i = 0,000675$). Esta análise resultou em valores semelhantes para as variáveis de projeto $\{0,8; 2,4; 35,35\}$ e $f(\mathbf{X}) = 24,78$.

O *Component* e o *System SLA* métodos convergiram em 12 e 30 iterações, respectivamente, utilizando o mesmo ponto de partida. O ponto de partida utilizado foi a média dos valores possíveis, ou seja, $\{0,5; 2,9; 50\}$. A Figura 7.4 mostra o histórico de otimização desse problema.

Figura 7.4 – Histórico de otimização do problema do item 6 - AASHTO



O custo computacional do *System SLA* é maior pois existem mais variáveis de projeto. No entanto, com base no número relativamente baixo de iterações, as abordagens *Component* e *System SLA* foram eficientes.

Para avaliar a influência do ponto inicial na convergência dos algoritmos, foram realizadas 10 simulações com diferentes pontos iniciais gerados de maneira aleatória dentro do intervalo predefinido das variáveis de projeto. A Tabela 7.2 apresenta os valores médios encontrados nestas 10 simulações e os respectivos coeficientes de variação (COV).

Tabela 7.2 – Influência do ponto inicial - AASHTO

	<i>Component SLA</i>		<i>System SLA</i>	
	Média	COV (%)	Média	COV (%)
S	0,8	0,00	0,8	0,00
L	2,4	0,00	2,4	0,00
μ_T	33,87	0,00	34,99	0,00
p_{f_1}	-	-	0,000813	0,00
p_{f_2}	-	-	0,000812	0,00
$p_{f_{12}}$	-	-	0,000275	0,00
$p_{f_{sist}}$	-	-	0,00135	0,00
$f(X)$	23,58	0,00	24,48	0,00
N_{ite}	11,2	19,65	135,4	61,80

Observa-se que o ponto inicial não influenciou na convergência do algoritmo, pois todas as simulações convergiram para o mesmo ponto ótimo de projeto. Entretanto, a escolha do ponto inicial impactou consideravelmente a eficiência do algoritmo. A abordagem

Component SLA apresentou média do número de iterações de 11,2, $COV = 19,65$ e intervalo de $\{7; 14\}$. Já o impacto na abordagem *System* SLA foi ainda maior, com média do número de iterações de 135,4, $COV = 61,80$ e intervalo de $\{32; 248\}$. Para este caso em estudo, a simulação com maior N_{ite} resultou em um tempo de processamento de 6,93 segundos. Cabe ressaltar que o tempo de processamento depende de alguns fatores, sendo os principais: a capacidade de processamento do computador e complexidade das funções objetivo e restrições. Para a realização dessas análises, foi utilizado um computador com processador *Intel*® *Core*™ i7-7500U e memória RAM instalada de 8 GB. Portanto, o baixo custo computacional encontrado utilizando um computador pessoal indica a boa eficiência dos algoritmos.

Para avaliar a influência das incertezas nos parâmetros geotécnicos foram realizadas análises com os coeficientes máximos e mínimos apresentados na Tabela 6.3. A Tabela 7.3 apresenta os resultados da aplicação dos diferentes coeficientes de variação ao método de dimensionamento da AASHTO.

Tabela 7.3 – Influência do COV - AASHTO

	<i>Component</i> SLA			<i>System</i> SLA		
	COV (%)			COV (%)		
	Mínimo	Médio	Máximo	Mínimo	Médio	Máximo
S	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
L	2,4	2,4	2,99	2,4	2,4	3,06
μ_T	23,60	33,87	60,67	24,01	34,99	64,42
p_{f_1}	0,00135	0,00135	0,00135	0,000760	0,000813	0,000806
p_{f_2}	$\sim 0,00^{(1)}$	0,000028 ⁽¹⁾	0,00135	0,000760	0,000812	0,000806
$p_{f_{12}}$	-	-	-	0,000171	0,000275	0,000263
$p_{f_{sist}}$	0,00135 ⁽²⁾	0,001378 ⁽²⁾	0,0027 ⁽²⁾	0,00135	0,00135	0,00135
$f(\mathbf{X})$	15,30	23,58	56,27	15,63	24,48	61,57
$g_1(\mathbf{X})$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$g_2(\mathbf{X})$	15,35	3,91	0,00	14,74	2,80	0,00

1. Obtida por simulação de Monte Carlo

2. Probabilidade do sistema obtida pela aproximação unimodal

As incertezas têm influência significativa no custo do projeto, aqui representada pelo valor da função objetivo. Foram observados aumentos de 368% e 394% quando comparados os resultados obtidos para os COVs máximo e mínimo nas abordagens de *Component* SLA e *System* SLA, respectivamente.

Observa-se que a configuração obtida para o *Component* SLA com COV máximo resultou em confiabilidade do sistema abaixo da requerida, com $\beta_{sist} = 2,78$ ($p_{f_{sist}} =$

0,0027). Isso ocorreu porque essa abordagem obteve as duas restrições ativas ($g_1 = 0$ e $g_2 = 0$), ou seja, os dois modos de falha foram dimensionados com confiabilidade de $\beta_i = 3,0$. Entretanto, quando se resolve o mesmo problema com a abordagem *System SLA* obtém-se modos de falha com confiabilidade de $\beta_i = 3,15$, resultando na confiabilidade alvo pré-definida de $\beta_{sist} = 3,00$. Assim, a abordagem *System SLA* resultou em um custo aproximadamente 10% maior.

Para a aplicação do COV mínimo, verifica-se que as duas abordagens resultaram em confiabilidade do sistema de $\beta_{sist} = 3,0$, entretanto, apresentam valores diferentes de μ_T . Isso porque são duas abordagens distintas, o *System SLA* encontra o melhor balanço entre as probabilidades que resulte na confiabilidade alvo do sistema, enquanto o *Component SLA* impõe que ao menos um modo de falha tenha $\beta_i = 3,0$.

Também foram realizadas simulações com os métodos *K-Stiffness* e Ehrlich e Mirmoradi (2016) para aplicação da otimização baseada em confiabilidade usando SLA. Para o método *K-Stiffness* foi considerado face flexível com $\Phi_{fs} = 1,0$ e para aplicação do método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) foi adotado $k = 650$, $n = 0,5$, $R_f = 0,7$ e $\sigma_{zc,i} = 60,0 \text{ kN/m}^2$. A Tabela 7.4 apresenta os resultados do RBDO usando SLA com COV médio para os diferentes métodos de dimensionamento de muros reforçados com geossintéticos.

Tabela 7.4 – RBDO usando SLA para diferentes métodos de dimensionamento

	<i>Component SLA</i>			<i>System SLA</i>		
	AASHTO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)	AASHTO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
S	0,8	0,8	0,42	0,8	0,8	0,41
L	2,4	2,4	2,54	2,4	2,4	2,57
μ_T	33,87	20,00	20,00	34,99	20,00	20,00
p_{f_1}	0,00135	$\sim 0,00^{(1)}$	0,00135	0,000813	0,000482	0,000836
p_{f_2}	0,000028 ⁽¹⁾	0,000016 ⁽¹⁾	0,00135	0,000812	0,000482	0,000836
$p_{f_{12}}$	-	-	-	0,000275	0,000149	0,000322
$p_{f_{sist}}$	0,001378 ⁽²⁾	0,000016 ⁽²⁾	0,0027	0,00135	0,000815	0,00135
$f(\mathbf{X})$	23,58	12,40	21,84	24,48	12,40	24,35
$g_1(\mathbf{X})$	0,00	10,89	0,00	0,00	10,40	0,00
$g_2(\mathbf{X})$	3,91	9,51	0,00	2,80	7,64	0,00
N_{ite}	12	5	12	30	5	13

1. Obtida por simulação de Monte Carlo

2. Probabilidade do sistema obtida pela aproximação unimodal

Os métodos da AASHTO e de Ehrlich e Mirmoradi (2016) apresentaram valores semelhantes da função objetivo, entretanto, resultaram em configurações distintas de projeto.

Esses métodos, quando aplicado a abordagem *Component* SLA, também apresentaram confiabilidade do sistema abaixo do alvo, com $\beta_i = 2,99$ e $2,78$, respectivamente.

Observa-se que o ponto ótimo de projeto obtido pelo método *K-Stiffness* corresponde aos valores mínimos de cada intervalo das variáveis de projeto e, mesmo assim, as restrições se mantiveram inativas. Além disso, a confiabilidade do sistema foi superior a confiabilidade desejada, com $\beta_{sist} = 4,16$ e $3,15$, para as abordagens *Component* e *System* SLA, respectivamente. Isso significa que existe alguma configuração ótima de projeto, fora dos limites pré-estabelecidos, que resulta na confiabilidade do sistema alvo de $\beta_{sist} = 3,0$. Para suportar essa afirmação, foram realizadas análises ampliando os intervalos das variáveis de projeto para $\mathbf{l}_b = \{0,2; 2,0; 0,0\}$ e $\mathbf{u}_b = \{1,0; 3,4; 80\}$. A Tabela 7.5 apresenta os resultados dessas simulações.

Tabela 7.5 – RBDO usando SLA para o método *K-Stiffness* com os intervalos ampliados das variáveis de projeto

	<i>K-Stiffness</i>	
	<i>Component</i> SLA	<i>System</i> SLA
S	1,0	1,0
L	2,00	2,02
μ_T	6,64	6,83
p_{f_1}	0,00135	0,000874
p_{f_2}	0,00005	0,000874
$p_{f_{12}}$	-	0,000398
$p_{f_{sist}}$	0,0014	0,00135
$f(\mathbf{X})$	1,13	1,25
$g_1(\mathbf{X})$	0,00	0,00
$g_2(\mathbf{X})$	0,20	0,00
N_{ite}	12	12

Com a ampliação dos intervalos das variáveis de projeto foi possível obter a configuração ótima de projeto que atenda as restrições pré-estabelecidas. Observa-se que o método *K-Stiffness* resultou em projetos mais baratos, com função objetivo de $f(\mathbf{X}) = 5,03$ e $f(\mathbf{X}) = 1,25$, bem abaixo dos valores encontrados para os métodos da AASHTO e Ehrlich e Mirmoradi (2016). Esse comportamento era esperado, visto que nas análises realizadas no item 2.5 o método *K-Stiffness*, de maneira geral, apresentou previsões de força de tração no geossintético bem abaixo dos outros métodos.

Para avaliação da influência da incerteza de modelo na otimização baseada em confiabilidade de projetos de muros reforçados com geossintéticos, foram realizadas análises

de RBDO usando SLA considerando os resultados de caracterização da incerteza de modelo apresentada no item 3.5.

Para essa análise inicial, foram considerados os valores médios apresentados nas Tabelas 3.7 e 3.8 para as incertezas de modelo (ε) dos métodos da AASHTO e *K-Stiffness*, respectivamente. Conforme mostrado no item 2.6, os resultados previstos pelo método da AASHTO, em média, são superiores a quatro vezes os valores medidos no monitoramento de muros reais. Já para o método de Ehrlich e Mirmoradi (2016), essa relação é superior a três vezes. Assim, de maneira prática, as estatísticas de incerteza do modelo de Ehrlich e Mirmoradi (2016) foram consideradas 75% das obtidas para o método da AASHTO. A Tabela 7.6 apresenta as estatísticas das incertezas de modelo para os métodos de dimensionamento de muros de solo reforçados com geossintéticos adotados neste trabalho.

Tabela 7.6 – Estatísticas das incertezas de modelo

Método	Incerteza de modelo (ε)		
	Distribuição	μ_ε	σ_ε
AASHTO	Normal	-4,07	3,67
<i>K-Stiffness</i>	Normal	-0,12	0,82
Ehrlich e Mirmoradi (2016)	Normal	-3,05	2,75

A Tabela 7.7 apresenta a aplicação da incerteza de modelo as abordagens de RBDO usando SLA.

Tabela 7.7 – RBDO usando SLA considerando a incerteza de modelo (ε)

	Component SLA			System SLA		
	AASHTO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)	AASHTO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
S	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
L	2,48	2,4	2,55	2,52	2,4	2,59
μ_T	42,70	20,00	42,95	44,15	20,00	44,38
p_{f_1}	0,00135	$\sim 0,00^{(1)}$	0,00135	0,000774	0,000480	0,000779
p_{f_2}	0,00135	0,000016 ⁽¹⁾	0,00135	0,000774	0,000480	0,000779
$p_{f_{12}}$	-	-	-	0,000198	0,000145	0,000207
$p_{f_{sist}}$	0,0027	0,000016 ⁽²⁾	0,0027	0,00135	0,000815	0,00135
$f(\mathbf{X})$	31,73	12,40	32,89	33,46	12,40	34,64
$g_1(\mathbf{X})$	0,00	9,78	0,00	0,00	9,21	0,00
$g_2(\mathbf{X})$	0,00	9,23	0,00	0,00	7,34	0,00
N_{ite}	9	5	9	7	5	8

1. Obtida por simulação de Monte Carlo

2. Probabilidade do sistema obtida pela aproximação unimodal

A incerteza de modelo influenciou significativamente os métodos da AASHTO e Ehrlich e Mirmoradi (2016), com aumento da função objetivo superior a 30% e 40%, respectivamente. Para o método *K-Stiffness* não foi possível avaliar a influência da incerteza de modelo, pois, semelhante as análises da Tabela 7.4, o ponto ótimo correspondeu aos valores mínimos dos intervalos das variáveis de projeto sem alcançar a confiabilidade desejada do sistema.

Para obter o projeto ótimo que atenda a confiabilidade alvo requerida para o sistema, foram realizadas as mesmas análises com os intervalos das variáveis de projeto ampliados. Assim, foi possível avaliar a influência da incerteza de modelo no método *K-Stiffness*. A Tabela 7.8 apresenta os resultados obtidos nestas análises.

Tabela 7.8 – RBDO usando SLA para o método *K-Stiffness* com os intervalos ampliados das variáveis de projeto e considerando a incerteza de modelo

	<i>K-Stiffness</i>	
	<i>Component</i> SLA	<i>System</i> SLA
S	1,0	1,0
L	2,00	2,02
μ_T	8,35	8,82
p_{f_1}	0,00135	0,000857
p_{f_2}	0,00135	0,000857
$p_{f_{12}}$	-	0,000365
$p_{f_{sist}}$	0,0027	0,00135
$f(\mathbf{X})$	2,10	6,32
$g_1(\mathbf{X})$	0,00	0,00
$g_2(\mathbf{X})$	0,00	0,00
N_{ite}	11	10

Como a média da incerteza de modelo do método *K-Stiffness* é próximo de zero, por vezes sua previsão é contra a segurança. Assim, quando comparamos os resultados das Tabelas 7.5 e 7.8, observamos um maior impacto da incerteza de modelo no método *K-Stiffness*, mesmo esse método apresentando baixo desvio padrão da incerteza de modelo.

7.3 APLICAÇÃO DO RBDO USANDO SLA EM MUROS REAIS

Para exemplificar a aplicação prática da metodologia proposta de otimização baseada em confiabilidade de muros de solo reforçados com geossintéticos, foram realizadas aplicações em algumas estruturas reais apresentadas no item 2.5. Para essas aplicações, foi

adotado apenas o *System SLA*, visto que essa abordagem garante uma confiabilidade do sistema igual ou superior a buscada.

Para não tornar o texto exaustivo e repetitivo, foram adotados nestas aplicações apenas os muros dos estudos de Bright et al. (1994) e Tajiri et al. (1996). Ou seja, foram realizadas verificações utilizando as características e parâmetros dos muros GW5, GW22, GW23, GW24 e GW25. Maiores detalhes desses muros foram apresentados no item 2.5 e em suas respectivas referências (BRIGHT ET AL., 1994; TAJIRI ET AL., 1996). As Tabelas 2.1 e 2.20 apresentam os dados e parâmetros desses muros e a Tabela 6.3 apresenta as estatísticas das variáveis aleatórias adotadas nestas aplicações. Para essas análises, foi adotado o coeficiente de variação médio apresentado nesta tabela.

Os limites para as variáveis de projeto foram definidos conforme as características dos muros analisados. O espaçamento entre os reforços (S) foi adotado como limite inferior 0,3 m e superior de 1,0 m, por serem espaçamentos tipicamente adotados na construção desse tipo de estrutura. A definição dos limites aplicáveis ao comprimento do reforço (L), foi baseada na altura dos muros. E os limites para a força de tração (μ_T) foi de 5 e 55kNm², visto que esses valores correspondem a resistências típicas de projeto. Portanto: $\mathbf{l}_b = \{0,3; 0,7H; 5\}$ e $\mathbf{u}_b = \{1,0; 0,9H; 55\}$. Como ponto de partida para iniciar o algoritmo, foram adotados os valores médios dos intervalos das variáveis de projeto.

Nesta metodologia, a função objetivo é definida como o custo do material geossintético. Assim, ela depende do preço e do tipo de geossintético que será utilizado no projeto. Para os casos aqui analisados, foi adotado geogrelha uniaxial de PEAD de diferentes fabricantes. Porém, não foi disponibilizada informações sobre os preços dos geossintéticos utilizados. Além disso, a função objetivo é um retrato do momento e da região onde será implantado o projeto. Assim, para estas aplicações, foi adotada a função objetivo definida na Equação (7.3).

A Tabela 7.9 apresenta a aplicação do RBDO usando o *System SLA*. Essa tabela também apresenta fator de segurança mínimo (FS_{min}) para o modo de falha ativo, obtido pela abordagem determinística.

Tabela 7.9 – Aplicação do RBDO usando SLA

Muro		AASHTO	<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)
GW05	<i>S</i>	0,3	1,0	0,3
	<i>L</i>	3,3	3,3	3,3
	μ_T	8,03	5,00	7,37
	$p_{f_{sist}}$	0,00135	0,00120	0,00135
	$f(\mathbf{X})$	10,06	0,34	8,12
	FS_{min}	2,6	3,8	2,9
GW22	<i>S</i>	0,3	0,85	0,3
	<i>L</i>	4,2	4,2	4,2
	μ_T	10,29	5,14	9,97
	$p_{f_{sist}}$	0,00135	0,00135	0,00135
	$f(\mathbf{X})$	26,63	0,96	25,13
	FS_{min}	2,3	1,8	2,6
GW23	<i>S</i>	0,3	1,0	0,3
	<i>L</i>	4,2	4,2	4,2
GW24	μ_T	10,29	5,00	9,97
	$p_{f_{sist}}$	0,00135	0,00066	0,00135
GW25	$p_{f_{sist}}$	0,00135	0,00045	0,00135
	$f(\mathbf{X})$	26,63	0,00044	25,13
			1,6	
	FS_{min}	2,3	2,0	2,6
			2,7	

Os pontos ótimos de projeto obtido pelo método *K-Stiffness* apresentaram confiabilidade do sistema superior a alvo predefinida de $\beta_{sist} = 3,0$ ($P_{f_{sist}} < 0,00135$), salvo o muro GW22. Ou seja, para os muros GW05, GW23, GW24 e GW25, não existe um ponto, dentro dos intervalos predefinidos para as variáveis de projeto, que minimize a função objetivo atendendo exatamente a restrição de confiabilidade. Para esses casos, o algoritmo retorna os valores limites das variáveis de projeto que resulte na menor função objetivo.

Os métodos da AASHTO e Ehrlich e Mirmoradi (2016) resultaram em configurações ótimas semelhantes. Observa-se que esses métodos se distinguem pela força de tração máxima, com diferença inferior 9,0%. Já o método *K-Stiffness* resultou em um projeto bem mais barato, com redução superior a 95%, quando comparado com os métodos da AASHTO e Ehrlich e Mirmoradi (2016).

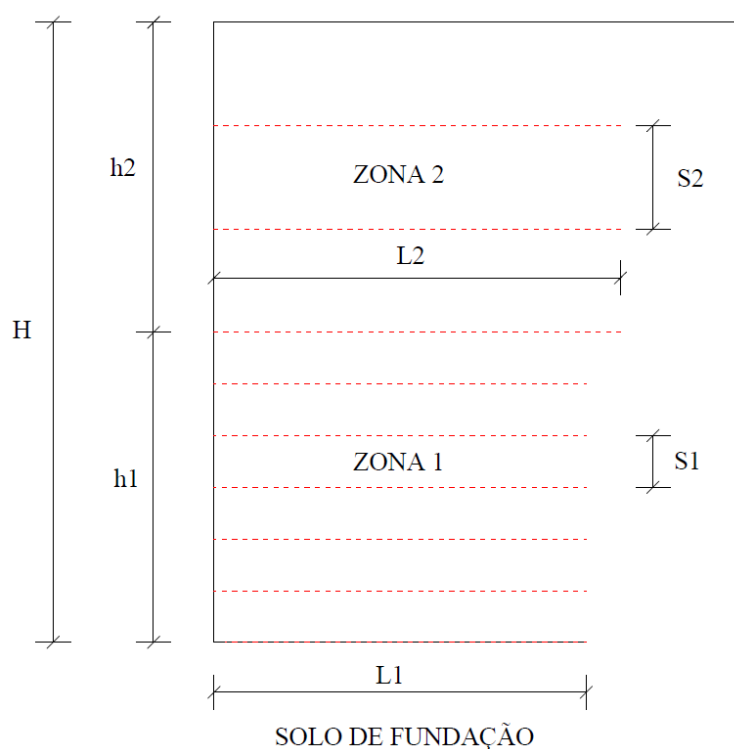
Como evidenciado nas aplicações do item 2.5, as previsões de força máxima de tração obtidas pelo *K-Stiffness* são bastante inferiores aos outros métodos, principalmente nas camadas inferiores. Assim, as configurações ótimas de projeto obtidas pela otimização

probabilística estão coerentes com as avaliações determinísticas dos métodos de dimensionamento.

Nesta primeira avaliação, foram consideradas distribuições uniforme do reforço em toda a altura do muro. Entretanto, como a resistência necessária do reforço é definida pela camada de com maior previsão da força de tração, torna-se possível reduzir o custo de projeto definindo-se duas ou mais zonas de distribuição dos reforços.

Nas aplicações realizadas neste estudo, foram consideradas duas zonas de distribuição dos reforços: zona inferior (zona 1) e zona superior (zona 2). A Figura 7.5 apresenta um desenho esquemático com a distribuição do reforço considerando essas duas zonas.

Figura 7.5 – Distribuição do reforço em zonas



Para solucionar o problema de otimização considerando o zoneamento do reforço foi necessário adaptar o algoritmo adicionando novas variáveis de projeto. Ou seja, o vetor variável de projeto tornou-se $\{S_1; S_2; L_1; L_2; \mu_{T_1}; \mu_{T_2}\}$.

A otimização desses muros, aplicando o método de *K-Stiffness*, resultou na configuração de menor custo possível (ou muito próximo do menor custo possível, para o muro GW22) dentro dos intervalos das variáveis aleatórias. Assim, para esse método, não se justifica a separação por zonas.

A Tabela 7.11 apresenta a aplicação do RBDO usando o *System* SLA considerando o zoneamento dos reforços para os métodos da AASHTO e Ehrlich e Mirmoradi (2016). As zonas para o muro GW5 foram definidas como $h_1 = 2,1$ m e $h_2 = 2,55$ m. Já as zonas dos muros GW22, GW23, GW24 e GW25 foram definidas como $h_1 = h_2 = 3,0$ m.

Tabela 7.10 – Aplicação do RBDO usando SLA considerando o zoneamento dos reforços.

Muro		AASHTO		Ehrlich e Mirmoradi (2016)	
		Zona 1	Zona 2	Zona 1	Zona 2
GW05	S	0,30	0,34	0,3	0,42
	L	3,30	3,30	3,30	3,30
	μ_T	8,03	5,00	7,37	5,00
	$p_{f_{sist}}$	0,00135		0,00135	
	$f(\mathbf{X})$	4,97		3,97	
	FS_{min}	2,6		2,9	
	GW22	S	0,3	0,3	0,30
L		4,20	4,20	4,20	4,20
GW23	μ_T	10,29	5,14	9,96	5,00
GW24	$p_{f_{sist}}$	0,00135		0,00135	
GW25	$f(\mathbf{X})$	14,45		13,34	
	FS_{min}	2,3		2,6	

A consideração do zoneamento na otimização dos muros diminuiu significativamente o custo do projeto, com redução de aproximadamente 50% do valor da função objetivo. Esse nível de redução era esperado, visto que as previsões dos métodos da AASHTO e Ehrlich e Mirmoradi (2016) resultaram nas maiores forças de tração do reforço próximo a base. Ou seja, com a consideração de duas zonas de distribuição dos reforços, foi possível reduzir pela metade a resistência necessária dos geossintéticos das camadas superiores.

Quando avaliado os fatores de segurança (FS) obtidos na abordagem determinística, observa-se que o nível de confiabilidade do sistema requerido ($\beta_{sist} = 3,0$) resulta em FS superiores aos estabelecidos por normas. Assim, o dimensionamento desses muros adotando critérios determinísticos pode levar a estrutura a uma situação insegura, com confiabilidade abaixo da desejada. Entretanto, é importante destacar que o risco real da estrutura depende da acurácia do método de dimensionamento e da escolha das estatísticas dos parâmetros de projeto.

Para avaliar a influência da incerteza de modelo na obtenção do projeto ótimo desses muros, foram realizadas análises considerando na otimização probabilística as estatísticas da

incerteza de modelo definida na Tabela 7.6. A Tabela 7.11 apresenta a aplicação do RBDO usando *System* SLA com a adoção do COV médio e considerando a incerteza de modelo.

Tabela 7.11 – Consideração da incerteza de modelo no RBDO usando o SLA

Muro		AASHTO		<i>K-Stiffness</i>	Ehrlich e Mirmoradi (2016)	
		Zona 1	Zona 2	Uniforme	Zona 1	Zona 2
GW05	<i>S</i>	0,93	0,93	0,77	0,94	0,93
	<i>L</i>	3,30	3,30	3,30	3,30	3,30
	μ_T	33,57	25,66	5,16	28,74	19,66
	$p_{f_{sist}}$	0,00135		0,00135	0,00135	
	$f(\mathbf{X})$	23,82		0,69	18,93	
	FS_{min}	3,5		4,6	3,6	
	GW22	<i>S</i>	0,86	0,86	0,46	0,86
<i>L</i>		4,20	4,20	4,20	4,20	4,20
μ_T		38,08	27,54	5,11	34,00	21,44
$p_{f_{sist}}$		0,00135		0,00135	0,00135	
$f(\mathbf{X})$		48,17		1,61	39,50	
FS_{min}		3,0		2,8	3,1	
GW23		<i>S</i>	0,86	0,86	0,74	0,86
	<i>L</i>	4,20	4,20	4,20	4,20	4,20
	μ_T	38,08	27,54	5,06	34,00	21,44
	$p_{f_{sist}}$	0,00135		0,00135	0,00135	
	$f(\mathbf{X})$	48,17		0,92	39,50	
	FS_{min}	3,0		2,9	3,1	
	GW24	<i>S</i>	0,86	0,86	1,00	0,86
<i>L</i>		4,20	4,20	4,20	4,20	4,20
GW25	μ_T	38,08	27,54	5,00	34,00	21,44
	$p_{f_{sist}}$	0,00135		0,00130 0,00093	0,00135	
	$f(\mathbf{X})$	48,17		0,53	39,50	
	FS_{min}	3,0		2,9 3,9	3,1	

A consideração da incerteza de modelo na otimização desses muros teve influência significativa no custo de projeto, com aumento de até 4,8 vezes de $f(\mathbf{X})$. Assim, os resultados da Tabela 7.11 demonstram a importância da consideração da incerteza de modelo na otimização de muros reforçados com geossintéticos, pois desconsiderar o erro de previsão do modelo analítico pode resultar em configurações de projeto com confiabilidade menor que a requerida pelo projetista.

7.4 COMENTÁRIOS E OBSERVAÇÕES SOBRE O ALGORITMO RBDO USANDO SLA

Este capítulo apresentou metodologias de loop único para otimização de muros de solo reforçados com geossintéticos. Esses procedimentos fornecem uma estrutura robusta para determinação do projeto ideal considerando as incertezas envolvidas nas variáveis/parâmetros de projeto e nos modelos de previsão do comportamento da estrutura.

A abordagem *System SLA* encontrou projetos mais eficientes do que a abordagem *Component SLA*, para os mesmos requisitos de confiabilidade, devido a alocação ótima da probabilidade de falha entre as restrições do problema. Além disso, o algoritmo *System SLA* identificou os modos de falha críticos que mais contribuem para a confiabilidade do sistema.

Nas abordagens apresentadas de RBDO usando SLA podem ser incorporados qualquer método determinístico de projeto. Neste trabalho, foram abordados três métodos de projeto, que são: AASHTO, *K-Stiffness* e Ehrlich e Mirmoradi (2016). Os métodos da AASHTO e Ehrlich e Mirmoradi (2016) resultaram em projetos ótimos semelhantes, com pequenas diferenças no custo de projeto. Já a adoção do método *K-Stiffness* resultou em projetos com custos próximos ou igual ao limite mínimo. Cabe ressaltar que o método *K-Stiffness* pode resultar em previsões contra a segurança, assim a consideração da incerteza de modelo adiciona uma maior confiabilidade ao projeto.

Os resultados apresentados neste capítulo demonstram a importância da consideração da incerteza de modelo na otimização de muros reforçados com geossintéticos, pois a desconsideração dessa incerteza de projeto pode resultar em confiabilidade inferior a requerida pelo projetista.

A definição da função custo é de suma importância na aplicação das metodologias propostas. É necessário que a função custo retrate a condição de projeto. Assim, $f(\mathbf{X})$ deve ser definido considerando o tipo de geossintético e o custo por metro aplicado pelos fornecedores locais. A função objetivo definida neste trabalho teve como propósito apenas demonstrar a aplicação prática das metodologias.

As incertezas envolvidas nos parâmetros do solo apresentaram influência significativa no custo do projeto. Foram observados aumentos de 368% e 394% quando comparados os resultados obtidos para os COVs máximo e mínimo nas abordagens de *Component SLA* e *System SLA*, respectivamente. A consideração da incerteza de modelo na otimização desses muros também resultou em um aumento significativo nos custos de projeto, com elevação da função custo em até 4,8 vezes para os muros reais estudados. Portanto, para uma adequada

utilização das abordagens de otimização baseada em confiabilidade é necessário realizar uma correta caracterização das incertezas envolvidas no projeto.

Cabe ressaltar que os métodos propostos de loop único são baseados em gradiente. Ou seja, eles carregam as limitações desses tipos de abordagem. Portanto, o algoritmo pode convergir para o ótimo local ou pode ser incapaz de convergir, quando o problema é altamente não linear. Assim, para a aplicação prática desses métodos devem ser realizados testes de convergência com a utilização de diferentes pontos de iniciais.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho aborda o problema de otimização de muros de solo reforçados com geossintéticos sujeitos as incertezas de projeto. Para isso, foram propostas metodologias de otimização baseada em confiabilidade (RBDO) e de caracterização da incerteza de modelo de métodos analíticos de dimensionamento. As ferramentas desenvolvidas foram aplicadas na avaliação e no projeto de muros de solos reforçados com geossintéticos. De maneira geral, as metodologias e algoritmos desenvolvidos para caracterização da incerteza e de RBDO se mostraram ferramentas eficientes e robustas na obtenção da configuração ótima de projeto que minimize os custos e mantenha o nível desejado de segurança.

No primeiro momento, foram apresentadas as abordagens analíticas de dimensionamento dessas estruturas e realizada uma análise comparativa dos métodos, usando resultados reais de monitoramento, para verificação das suas características e acurácia. O método da AASTHO apresentou excesso de conservadorismo e elevada dispersão nos resultados de previsão do desempenho. Foi observada melhora nas previsões desse método quando aplicado a muros com baixa rigidez de face. O método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) apresentou previsões semelhantes ao da AASTHO, entretanto, com uma melhor aproximação. A qualidade nas previsões do método de Ehrlich e Mirmoradi (2016) está diretamente ligada a adequada adoção dos parâmetros hiperbólicos de Duncan et al. (1980), assim, a necessidade de definição de parâmetros não convencionais na prática de projetos, torna-se uma desvantagem desse método e de outros que são baseados na compatibilidade das deformações. Dentre os métodos avaliados, o *K-stiffness* apresenta melhor aderência aos resultados de monitoramento. Além disso, esse método consegue prever a redução da força de tração próximo a base, devido ao efeito de confinamento da fundação. Entretanto, boa parte das estimativas desse método são subestimada, contra a segurança.

As metodologias apresentadas e os algoritmos implementados apresentaram adequado desempenho na caracterização da incerteza de modelo dos métodos de dimensionamento da AASTHO e o *K-Stiffness*. Nos testes desenvolvidos, as simulações foram consistentes entre si e apresentaram baixo coeficiente de variação. Além disso, as amostras movimentaram-se ativamente e suas distribuições no espaço μ_ε e σ_ε foram consistentes com a distribuição multivariada normal. Como procedimento para avaliação prévia, foi sugerido a utilização da abordagem simplificada para calibração dos parâmetros do modelo (ponto de partida, tamanho da cadeia de Markov, função salto e tipo de distribuição) e a adoção dos seus resultados como conhecimento prévio nas análises com a abordagem *hybrid* MCMC

simulation. Os resultados obtidos para as estatísticas de incerteza de modelo confirmam a melhor acurácia do método *K-Stiffness*, com $\mu_\varepsilon = -0,12$ e $\sigma_\varepsilon = 0,82$, frente a $\mu_\varepsilon = -4,07$ e $\sigma_\varepsilon = 3,67$ do método da AASTHO. Também foi confirmada a melhora nas previsões do método da AASTHO quando aplicados a muros baixos e com elemento de face de baixa rigidez.

Neste trabalho foram propostas duas metodologias de otimização baseada em confiabilidade usando diferentes abordagens: loop aninhado (*two-level approach*) e loop único (*single loop approach*). A primeira, combinou o algoritmo de otimização por colônia de formigas (ACO – *Ant Colony Optimization*) com o algoritmo de confiabilidade estrutural FORM. Essa metodologia resultou em um procedimento RBDO prático e eficiente. Sua implementação é simples e utiliza conceitos consagrados da teoria da confiabilidade. Como desvantagem, esse método apresenta elevado custo computacional, por se tratar de uma abordagem de loops aninhados. A segunda metodologia proposta utilizou uma abordagem eficiente de loop único (SLA), que resultou em um RBDO de baixo custo computacional e desempenho equivalente a otimização determinística, pois elimina a necessidade de repetidas análises de confiabilidade. Essas metodologias resultaram em procedimentos robustos para determinação do projeto ideal considerando as incertezas envolvidas nas variáveis/parâmetros de projeto e nos modelos de previsão do comportamento da estrutura.

Os procedimentos de RBDO propostos nesse trabalho podem ser incorporados a qualquer método determinístico de projeto. Neste trabalho, foram abordados três métodos de dimensionamento: AASHTO, *K-Stiffness* e Ehrlich e Mirmoradi (2016). Para demonstrar a aplicação dessas metodologias, foram realizadas aplicações em muros reais disponíveis na literatura. Os métodos da AASHTO e Ehrlich e Mirmoradi (2016) resultaram em projetos ótimos semelhantes, com pequenas diferenças no custo de projeto. Já a adoção do método *K-Stiffness* resultou em projetos mais baratos, quando comparado aos outros métodos. As incertezas envolvidas nos parâmetros do solo influenciaram no custo de projeto. Para quantificar essa influência, foram realizadas análises variando o COV do solo, que resultaram em aumentos próximos a 4 vezes, quando comparados os resultados obtidos para os COVs mínimo e máximo. A consideração da incerteza de modelo na otimização desses muros também resultou em um aumento significativo nos custos de projeto, com elevação da função custo em até 4,8 vezes para os muros reais estudados.

8.1 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Visando a continuidade e o aperfeiçoamento desta linha de pesquisa, o autor encoraja a continuidade deste trabalho recomendando algumas ideias:

- a) Desenvolvimento de trabalho específico para ampliação do estudo de caracterização da incerteza de modelo, incorporando novas estruturas bem monitoradas e caracterizando outros métodos de dimensionamento;
- b) Realizar um estudo amplo para caracterização das incertezas envolvidas nas propriedades e parâmetros de projeto dos geossintéticos brasileiros;
- c) Realizar o acoplamento das abordagens de RBDO a *softwares* de análises geotécnicas;
- d) Realizar análises de otimização baseada em confiabilidade considerando o colapso progressivo;
- e) Realizar análises de RBDO para métodos de dimensionamento sísmico dos muros de solo reforçados com geossintéticos.

REFERÊNCIAS

- AASHTO**, LRFD bridge design specifications. 2014.
- ABBASPOUR, K.; SCHULIN, R.; VAN GENUCHTEN, M. T. Estimating unsaturated soil hydraulic parameters using ant colony optimization. **Advances in Water Resources**, v. 24, n. 8, 2001, p. 827-841.
- ADIB, M.; MITCHELL, J. K.; CHRISTOPHER, B. Finite element modelling of reinforced soil walls and embankments. Design and Performance of Earth retaining structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 119, n. 2, 1993, p. 270-291.
- ABRAMENTO, M.; WHITTLE, A. J. Shear-lag analysis of planar soil reinforcement in plane-strain compression. **Geotechnical Special Publication, ASCE**, n. 25, 1990, p. 409-423.
- ALLEN, T. M.; BATHURST, R. J. Prediction of reinforcement loads in reinforced soil walls. **Washington State Department of Transportation**, Final research report, Seattle, WA, 2003.
- ALLEN, T. M.; BATHURST, R. J. Soil reinforcement loads in geosynthetic walls at working stress condition. **Geosynthetics International**, v. 9, n. 5-6, 2002, p. 525-566.
- ALLEN, T. M.; BATHURST, R. J.; BERG, R. R. Global level of safety and performance of geosynthetic walls: An historical perspective. **Geosynthetics International**, v. 9, n. 5-6, 2002, p. 395-450.
- ALLEN, T. M.; BATHURST, R. J.; HOLTZ, R. D; WALTERS, D. L.; LEE, W. F. A new working stress method for prediction of reinforcement loads in geosynthetic walls. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 40, n. 5, 2003, p. 976-994.
- ALLEN, T. M.; CHRISTOPHER, B. R.; HOLTZ, R. D. Performance of a 12.6 m High Geotextile Wall in Seattle, Washington. The International Symposium on Geosynthetic-Reinforced Soil Retaining Walls. **Proceedings...** Denver, Colorado, USA, 1992, p. 81-100.
- ANG, A. H-S.; TANG, W. Probability concepts in engineering planning and design. Volume II: Decision, Risk and Reliability. **John Wiley & Sons**, New York, 1984, 562p.
- AOUES, Y.; CHATEAUNEUF, A. Reliability-based optimization of structural systems by adaptive target safety – application to RC frames. **Structural Safety**, v. 30, 2008, p. 144-161.
- AOUES, Y.; CHATEAUNEUF, A. Benchmark study of numerical methods for reliability-based design optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 41, n. 2, 2010, p. 277-294.
- ARORA, J. S. Introduction to optimum design. **Elsevier**, 2017, 945p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 16920-1**: Muros e taludes em solos reforçados. Parte 1: Solos reforçados em aterros. Rio de Janeiro, 2021.

BA-ABBAD, M. A.; NIKOLAIDIS, E.; KAPANIA, R. K. New approach for system reliability-based design optimization. **AIAA Journal**, v. 44, n. 5, 2006, p. 1087-1096.

BABU, G. L. S.; BASHA, B. M. Optimum design of cantilever sheet pile walls in sandy soils using inverse reliability approach. **Can. Geotech. J.**, v. 35, 2008, p. 134-143.

BAECHER, G. B.; CHRISTIAN, J. T. Reliability and statistics in geotechnical engineering. **John Wiley & Sons**, New York, 2003, 593p.

BASHA, B. M.; BABU, G. L. S. Optimum design for external seismic stability of geosynthetic reinforced soil walls: reliability based approach. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 136, n.6, 2010, p. 797-812.

BASHA, B. M.; BABU, G. L. S. Reliability based earthquake resistant design for internal stability of reinforced soil structures. **Geotechnical and Geological Engineering**, v. 29, n. 5, 2011a, p. 803-820.

BASHA, B. M.; BABU, G. L. S. Seismic reliability assessment of internal stability of reinforced soil walls using the pseudo-dynamic method. **Geosynthetics International**, v. 18, n. 5, 2011b, 221-241.

BASHA, B. M.; BABU, G. L. S. Target reliability-based design optimization of anchored cantilever sheet pile walls. **Can. Geotech. J.**, v. 45, 2008, p. 535-548.

BASHA, B. M.; BABU, G. L. S. Target reliability-based optimization for internal seismic stability of reinforced soil structures. **Géotechnique**, v. 62, n. 1, 2012, p. 55-68.

BATHURST, R. J.; ALLEN, T. M.; NOWAK, A. S. Calibration concepts for load and resistance factor design (LRFD) of reinforced soil walls. **Can. Geotech. J.**, v. 45, n. 10, 2008b, p. 1377-1392.

BATHURST, R. J.; ALLEN, A. M.; WALTERS, D. L. Reinforcement loads in geosynthetic walls and the case for a new working stress design method. **Geotextiles and Geomembranes**, v. 23, n. 4, 2005, p. 287-322.

BATHURST, R. J.; SIMAC, M. R.; CHRISTOPHER, B. R.; BONCZKIEWICZ, C. A Database of Results from a Geosynthetic Reinforced Modular Block Soil Retaining Wall. Soil Reinforcement: Full Scale Experiments of the 80s. SSMFE/ENPC. **Proceedings...** Paris, France, 1993, p. 341-365.

BATHURST, R. J.; HUANG, B.; ALLEN, T. M. Analysis of installation damage test for LRFD calibration of reinforced soil structure. **Geotextiles and Geomembranes**, v. 29, n. 3, 2011a, p. 22-334.

BATHURST, R. J.; HUANG, B.; ALLEN, T. M. Load and resistance factor design (LRFD) calibration for steel grid reinforced soil walls. **Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards**, v. 5, n. 3-4, 2011b, p. 218-228.

BATHURST, R. J.; MIYATA, Y.; NERNHEIM, A.; ALLEN, A. M. Refinement of K-stiffness method for geosynthetic-reinforced soil walls. **Geosynthetics International**, v. 15, n. 4, 2008a, p. 269-295.

BENJAMIM, C. V. S.; BUENO, B. S.; ZORNBERG, J. G. Field monitoring evaluation of geotextile-reinforced soil-retaining walls. **Geosynthetics International**, v. 14, 2007, n. 2, p. 100-118.

BECK, A. T.; GOMES, W. J. S. A comparison of deterministic, reliability-based and risk-based structural optimization under uncertainty. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 28, 2012, p. 18-29.

BONAPARTE, R., HOLTZ, R.D., GIROUD, J.P. Soil Reinforcement Design Using Geotextile and Geogrids. Geotextile Testing and the Design Engineer. ASTM STP 952, **American Society for Testing and Material**, Philadelphia, 1987, p. 69-116.

BS 8006-1, Code of practice for strengthened/reinforced soils and other fills. 2010.

BRIGHT, D. G., COLLIN, J. G., BERG, R. R. Durability of Geosynthetic Soil Reinforcement Elements in Tanque Verde Retaining Wall Structures. **Transportation Research Record 1439**, Washington, DC, USA, 1994, p. 46-54.

BROMS, B.B. Design of fabric reinforced retaining structures. In Symposium on Earth Reinforcement. **Proceedings...** Pittsburg, PA, 1978.

CARRUBBA, P., MORACI, N., AND MONTANELLI, F. Instrumented Soil Reinforced Retaining Wall: Analysis of Measurements. **Geosynthetics '99**, IFAI, v. 2, Boston, Massachusetts, USA, 1999, pp. 921-934.

CETIN, K. O.; KIUREGHIAN, A. D.; SEED, R. B. Probabilistic models for the initiation of seismic soil liquefaction. **Structural Safety**, v. 24, 2002, p. 67-82.

CHALERMYANONT, T.; BENSON, C. H. Reliability-based design for internal stability of mechanically stabilized earth walls. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 130, n. 2, 2004, p. 163-173.

CHENG, Y. M.; LI, L.; CHI, S. C. Performance studies on six heuristic global optimization methods in the location of critical slip surface. **Computers and Geotechnics**, v. 34, n. 6, 2007, p. 462-484.

CHENG, G. D.; XU, L.; JIANG, L. Sequential approximate programming strategy for reliability-based structural optimization, **Computers and Structures**, v. 84, n. 21, 2006, p. 1353-1367.

CHRISTIAN, J. T.; LADD, C. C.; BAECHER, G. B. Reliability applied to slope stability analysis. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 120, n. 12, 1994, p. 2180-2207.

CHRISTOPHER, B. R. **Deformation Response and Wall Stiffness in Relation to Reinforced Soil Wall Design**. Tese (Doutorado) – Purdue University. West Lafayette, Indiana, USA. 1993.

CLAYBOURN, F. A.; WU, J. T. H. Geosynthetic-reinforced soil wall design, **Geotextiles and Geomembranes**, v. 12, n. 8, 1993, p. 707-724.

COLLIN, J.G. **Earth Wall Design**. Ph.D. dissertation. University of California, Berkely. 1986.

DITHINDE, M.; PHOON, K. K.; WET, M; RETIEF, J. V. Characterization of Model Uncertainty in the Static Pile Design Formula. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 137, n. 1, 2011, p. 70-85.

DITLEVSEN, O. Narrow reliability Bounds for structural systems. **Journal of Structural Mechanics**, v. 7, 1979, p. 453-472.

DORIGO, M.; DI CARO, G.; GAMBARDELLA, L. M. Ant Algorithms for Discrete Optimization. **Artificial Life**, v. 5, n. 2 1999, p. 137–172.

DORIGO, M.; GAMBARDELLA, L. M. Ant colonies for the traveling salesman problem. **BioSystems**, v. 43, n. 2 1997, p. 73–81.

DORIGO, M.; MANIEZZO, V.; COLORNI, A. The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-part b: Cybernetics**, v. 26, n. 1, 1996, p. 29–41.

DORIGO, M.; STUTZLE, T. Ant Colony Optimization. **MIT Press**, Cambridge, MA, USA, 2004.

DU, X.; CHEN, W. Sequential optimization and reliability assessment method for efficient probabilistic design. **J Mech Des (ASME)**, v. 126, n. 2, 2004, p. 225–233.

DUNCAN, J. M. Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 126, n. 4, 2000, p. 307-316.

DUNCAN, J. M.; BYRNE, P.; WONG, K. S.; MABRY, P. Strength, stress strain and bulk modulus parameters for finite element analyses of stresses and movements in soil masses. **Geotechnical Engineering Research Report No. UCB/GT/80-01**, University of California, Berkeley, CA, 1980.

EHRlich, M.; BECKER, L. Reinforced soil walls and slopes: design and construction. **Taylor & Francis**, Abingdon, UK, 2010.

EHRlich, M.; MIRMORADI, S. H. A simplified working stress design method for reinforced soil walls. **Géotechnique**, v. 66, n. 10, 2016, p. 854-863.

EHRlich, M.; MITCHELL, J. K. Working stress design method for reinforced soil walls. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 120, n. 4, 1994, p. 625-645.

EHRlich, M.; MITCHELL, J. K.; SARAMAGO, R. P. Evaluation of the effect of compaction on the behavior of geosynthetic-reinforced soil walls. **Geotextiles and Geomembranes**, v. 34, 2012, p. 108-115.

ENEVOLDSEN, I.; SORENSEN, J. D. Reliability-based optimization in structural engineering. **Structural Safety**, v. 15, n. 1, 1994, p. 169-196.

FANNIN, R. J.; HERMANN, S. Performance Data for a Sloped Reinforced Soil Wall. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 27, n. 5, 1990, p. 676-686.

FERREIRA, F. B.; TOPA GOMES, A.; VIEIRA, C. S.; LOPES, M. L. Reliability analysis of geosynthetic-reinforced steep slopes. **Geosynthetics International**, v. 23, n. 4, 2016, p. 301-315.

FRANCO, Y. B.; UTILI, S.; SILVA, J. L. Design of reinforced cohesive soil walls accounting for wall facing contribution to stability. **Géotechnique**, 2012.

FHWA, Mechanically stabilized earth walls and reinforced soil slopes. Design and Construction Guidelines, Federal Highway Administration, US Department of Transportation, Washington D. C., 2001.

FREUDENTHAL, A. M. The Safety of Structural. **Transactions of ASCE**, v. 112, 1947, p. 125-180.

GAO, W. Forecasting of landslide disasters based on bionics algorithm (Part 1: Critical slip surface searching). **Computers and Geotechnics**, v. 61, 2014, p. 370-377.

GAO, W. Determination of the noncircular critical slip surface in slope stability analysis by meeting ant colony optimization. **Journal of Computing in Civil Engineering ASCE**, v. 30, 2016a, n. 2, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CP.1943-5487.0000475](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000475).

GAO, W. Premium-penalty ant colony optimization and its application in slope stability analysis. **Applied Soft Computing**, v. 43, 2016b, n. 2, p. 480-488.

GELMAN, B. A.; CARLIN, B. P.; STEM, H. S.; DUNSON, D. B.; VEHTARI, A.; RUBIN, D. B. Bayesian data analysis. **Chapman & Hall**, London, 2014, 639p.

GEMAN, S.; GEMAN, D. Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 6, n. 6, 1984, p. 721-741.

GILBERT, R. B.; TANG, W. H. Model uncertainty in offshore geotechnical reliability. In Offshore Technology Conference. **Proceedings...** Houston, Texas, USA, 1995.

HAFTKA, R. T.; GURDAL, Z.; KAMAT, M. P. Elements of structural optimization. **Springer**, 1990.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. An exact and invariant first-order reliability format. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 100, 1974, p.111-121.

HILTON, H. H.; FEIGEN, M. Minimum weight analysis based on structural reliability. **Journal of the Aerospace Science**, v. 27, 1960, p. 641-653.

HUANG, B.; BATHURST, R. J.; ALLEN, T. M. LRFD calibration for steel strip reinforced soil walls. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 138, n. 8, 2011, p. 922-933.

JAVANKHOSHEDEL, S.; BATHURST, R. J. Deterministic and probabilistic failure analysis of simple geosynthetic reinforced soil slopes. **Geosynthetics International**, v. 24, n. 1, 2017, p. 14-29.

JEWELL, R. A. Application of revised design charts for steep reinforced slopes. **Geotextiles and Geomembranes**, v. 10, n. 3, 1991, p. 203-233.

JEWELL, R.A. Soil Reinforcement with Geotextiles. **Construction Industry Research and Information Association (CIRIA)**, Special Publication 123, 1996.

JOHN, N. W. M. Geotextiles. **Blackie and Son Ltd**, Glasgow, UK, 1987, 347p.

JONES, C. J. F. P. Earth reinforcement and soil structures. **Thomas Telford**, New York, USA, 1996, 379p.

JUANG, C. H.; YANG, S. H.; YUAN, H.; KHOR, H. Characterization of the uncertainty of the Robertson and Wride model for liquefaction potential evaluation. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 24, n. 9, 2004, p. 771-780.

JURAN, I.; IDER, H. M.; FARRAG, K. Strain compatibility analysis for geosynthetics reinforced soil walls. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 116, n. 2, 1990, p. 312-329.

KAHATADENIYA, K. S.; NANAKORN, P.; NEAUPANE, K. M. Determination of the critical failure surface for slope stability analysis using ant colony optimization. **Engineering Geology**, v. 108, n. 1, 2009, p. 133-141.

KHADEMIAN, A.; ABDOLLAHIPOUR, H; BAGHERPOUR, R.; FARAMARZI, L. Model uncertainty of various settlement estimation methods in shallow tunnels excavation; case study: Qom subway tunnel. **Journal of African Earth Sciences**, v. 134, 2017, p. 658-664.

KITCH, W. A.; GILBERT, R. B.; WRIGHT, S. G. Probabilistic assessment of commercial design guides for steep reinforced slopes: implications for design. In *GeoRisk 2011: Geotechnical Risk Assessment and Management*. **Proceedings...** Atlanta, Georgia, USA, 2011.

KNIGHT, M. A.; VALSANGKAR, A. J. Instrumentation and Performance of Tilt Up Panel Wall. IFAI. **Proceedings...** Vancouver, British Columbia, Canada, 1993, p. 123-136.

KNUT, O. R. Reliability-based optimization of design code for tension piles. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 25, n. 8, 1999, p. 690-695.

KOERNER, R. M. Designing with geosynthetics. **Prentice Hall Upper Saddle River**, NJ, 2005, 796p.

LACASSE, S.; NADIM, F. Uncertainties in characterizing soil properties. **Uncertainty in the Geologic Environment**, 1996, pp. 49-75.

LEE, I. K.; WHITE, W.; INGLES, O. G. Geotechnical Engineering. **Boston, Pitman**, 1983, 493p.

LESHCHINSKY, D.; BOEDEKER, E.B. Geosynthetic reinforced Soil Structures. **Journal of Geotechnical Engineering**, v. 115, n. 10, 1989, pp. 1459-1478.

LESHCHINSKY, D.; PERRY, E.B. A design procedure for geotextile – reinforced walls. Geosynthetics '87 Conference, Vol. 1. **Proceedings...** New Orleans, 1987, p. 95-107.

LIANG, J.; MOURELATOS, Z. P.; NIKOLAIDIS, E. A single-loop approach for system reliability-based design optimization. **Journal of Mechanical Design**, v. 129, 2007, p. 1215-1224.

LIANG, J.; MOURELATOS, Z. P.; TU, J. A single-loop method for reliability-based design optimization. ASME design engineering technical conferences, Vol. 1. **Proceedings...** Salt Lake City, 2004, p. 419-430.

LIU, H. Reinforcement load and compression of reinforced soil mass under surcharge loading. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 141, n. 6, 2015.

LIU, H.; WON, Myoung-Soo. Stress Dilatancy and Reinforcement Load of Vertical-Reinforced Soil Composite: Analytical Method. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 140, n. 3, 2014, p. 630-639.

LOPEZ, R. H.; BECK, A. T. Reliability-based design optimization strategies based on FORM: a review. **Journal of the Brazilian society of mechanical sciences and engineering**. v. 34, n. 4, 2012, p. 506-514.

LOW, B. K.; TANG, W.H. Reliability analysis of reinforced embankments on soft ground. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 34, n. 5, 1997, p. 672-685.

MAHMOOD, Z. QURESHI, M. U.; MEMON, Z. A.; LATIF, Q. B. I. Ultimate Limit State Reliability-Based Optimization of MSE Wall Considering External Stability. **Sustainability**, v. 14, n. 9, 2022, p. 4968-4984.

MELCHERS, R. E.; BECK, A. T. Structural Reliability Analysis and Prediction. **John Wiley & Sons**, Chichester, 2018, 497p.

METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A. W.; ROSENBLUTH, M. N.; TELLER, A. H.; TELLER, E. Equation of state calculations by fast computing machines. **Journal of Chemical Physics**, v. 21, 1953, p. 1087-1092.

MITCHELL, J. K.; VILLET, W. C. B. Reinforcement of earth slopes and embankments. **Transportation Research Board**, 1987, 330p.

MIYATA, Y.; BATHURST, R. J. Development of K-Stiffness method for geosynthetic reinforced soil walls constructed with $c-\phi$ soils. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 44, n. 12, 2007b, p. 1391-1416.

MIYATA, Y.; BATHURST, R. J. Evaluation of K-Stiffness method for vertical geosynthetic reinforced granular soil walls in Japan. **Soils and Foundations**, v. 47, n. 2, 2007a, p. 319-335.

MOSES, F. Approaches to structural reliability and optimization. An introduction to structural optimization (ed. M.Z.Cohn), SM Study No. 1, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, 1969, p. 81-120.

MOSS, R. E. S.; SEED, R. B.; KAYEN, R. E.; STEWARD, J. P.; KIUREGHIAN, A. D. CPT-based probabilistic and deterministic assessment of in situ seismic soil liquefaction potential. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 132, n. 8, 2006, p. 1032-1051.

MURRAY, R. T. Fabric reinforced earth walls: Development of design equations. **Ground Engineering**, v. 13, n. 7, 1980, p. 29-36.

NGUYEN, T. H.; SONG, J.; PAULINO, G. H. Single-loop system reliability-based design optimization using matrix-based system reliability method: theory and applications. **Journal of Mechanical Design**, v. 132, 2010.

NIKOLAIDIS, E.; BURDISSO, R. Reliability-based optimization: a safety index approach. **Comput Struct**, v. 28, n. 6, 1988, p.781–788.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. Numerical optimization. **Springer**, 2006.

PERALTA, F. N. G. **Comparação de métodos de projeto para muros de solo reforçado com geossintéticos**. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica. Rio de Janeiro, Brasil. 2007.

PHOON, K. K.; KULHAWY, F. H. Characterization of geotechnical variability. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 36, n. 4, 1999a, p. 621-624.

PHOON, K. K.; KULHAWY, F. H. Evaluation of geotechnical proper variability. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 36, n. 4, 1999b, p. 625-639.

PHOON, K. K.; KULHAWY, F. H. Characterization of model uncertainties for laterally loaded rigid drilled shafts. **Géotechnique** v. 55, n. 1, 2005, p. 45-54.

PHOON, K. K.; KULHAWY, F. H.; GRIGORIU, M. D. Development of a reliability-based design framework for transmission line structure foundations. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 129, 2003, p. 798-806.

PINHO-LOPES, M.; LOPES, M. L. Tensile properties of geosynthetics after installation damage. **Environmental Geotechnics**, v. 1, n. 3, 2013, p. 161-178.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. Structural reliability under combined random load sequences. **Computers and Structures**, v. 9, n. 5, 1978, p. 489-494.

RAO, S. S. Engineering optimization: theory and practice. **John Wiley & Sons**, Hoboken, New Jersey, 2009, 813p.

ROWE, P. W. The stress–dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. Royal Society A. **Proceedings...** London, UK, 1962, p. 500-527.fcv

RUBINSTEIN, R. Y.; KROESE, D. Simulation and the Monte Carlo method. **Wiley**, New York, 2008, 345p.

SANTOS, E. C. G.; PALMEIRA, E. M.; BATHURST, R. J. Behaviour of a geogrid reinforced wall built with recycled construction and demolition waste backfill on a collapsible foundation. **Geotextiles and Geomembranes**, v. 39, 2013, p. 9-19.

SANTOS, M. G. C.; SILVA, J. L.; BECK, A. T. Reliability-based design optimization of geosynthetic-reinforced soil walls. **Geosynthetics International**, v. 25, n. 4, 2018, p. 442-455.

SANTOSO, A. M.; PHOON, K. K.; QUEKA, S. T. Effects of soil spatial variability on rainfall-induced landslides. **Computers and Structures**, v. 89, 2011, p. 893-900.

SAYED, S.; DODAGOUDAR, G. R.; RAJAGOPAL, K. Reliability analysis of reinforced soil walls under static and seismic forces. **Geosynthetics International**, v. 15, 2008, p. 246-257.

SCHLOSSER, F., HOTEIT, N.; PRICE, D. Instrumented Full Scale Freyssisol-Websol Reinforced Wall. Soil Reinforcement: Full Scale Experiments of the 80s, ISSMFE/ENPC. **Proceedings...** Paris, France, 1993, p. 299-320.

SCHMERTMANN, G.R.; CHOUERY-CURTIS, V.E.; JOHNSON, R.D.; BONAPARTE, R. Design charts for geogrid – reinforced soil slopes. Geosynthetics '87 Conference, Vol. 1, **Proceedings...** New Orleans, 1987, p. 108-120.

SIA, A. H.; DIXON, N. Distribution and variability of interface shear strength and derived parameters. **Geotextiles and Geomembranes**, v. 25, n. 3, 2007, p. 139-154.

STEWART, J.E.; WILLIANSO, R.; MOHNEY, J. **Earth Reinforcement**, chapter 5. In Guidelines for Use of Fabrics in Construction and Maintenance of Low – volume Roads. USDA, Forest Service, Portland, Oregon, 1977.

TAJIRI, N.; SASAKI, H.; NISHIMURA J.; OCHIAI Y.; DOBASHI K. Full-scale failure experiments of geotextile-reinforced soil walls with different facings. Third International Symposium on Earth Reinforcement. **Proceedings...** Fukuoka, Japan, 1996, p. 525–530.

TANG, C.; PHOON, K. K. Characterization of model uncertainty in predicting axial resistance of piles driven into clay. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 56, 2019, p. 1098–1118.

TORNG, T. Y.; YANG, R. J. An advanced reliability based optimization method for robust structural system design, 34th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Material Conference, **Proceedings...** La Jolla, CA, U.S.A., 1993.

TU, J.; CHOI, K. K. A new study on reliability-based design optimization. **J Mech Des (ASME)**, v. 121, p. 4, 1999, p. 557–564.

VALDEBENITO, M. A.; SCHUELLER, G. I. A survey on approaches for reliability-based optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 42, 2010, p. 645-663.

VIEIRA, C. S. **Muros e taludes de solo reforçado com geossintéticos. Comportamento sísmico e metodologias de dimensionamento.** Tese (Doutorado) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto. Porto, Portugal. 2008a.

VIEIRA, C. S. **Métodos de dimensionamento de muros e taludes de solo reforçado com geossintéticos.** Texto de apoio a disciplina Aplicações de Geossintéticos em Engenharia Civil – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto. Porto, Portugal. 2008b.

WANG, Y. Reliability-based economic design optimization of spread foundations. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 135, 2009, p. 954-959.

WANG, Y; CAO, Z.; AU, S. K. Efficient Monte Carlo simulation of parameter sensitivity in probabilistic slope stability analysis. **Computers and Geotechnics**, v. 37, 2010, p. 1015-1022.

WU, Y. T.; MILLWATER, H. R.; CRUSE, T. A. Advanced probabilistic structural analysis method for implicit performance functions, **AIAA Journal**, v. 28, 1990, p. 1663-1669.

WU, Y. T.; SHIN, Y.; SUES, R.; CESARE, M. Safety-factor based approach for probability-based design optimization, 42nd AIAA SDM Conference. **Proceedings...** Seattle, 2001.

YI, P.; CHENG, G.; JIANG, L. A sequential approximate programming strategy for performance-measure-based probabilistic structural design optimization. **Struct Saf**, v. 30, n. 2, 2008, p. 91–109.

ZEVGOLIS, I. E.; BOURDEAU, P. L. Reliability and redundancy of the internal stability of reinforced soil walls. **Computers and Geotechnics**, v. 84, 2017, p. 152-163.

ZEVGOLIS, I. E.; BOURDEAU, P. L. System reliability analysis of the external stability of reinforced soil structures. **J Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards**, v. 4, n. 3, 2010, p. 148-156.

ZHANG, J.; TANG, W. H.; ZHANG, L. M.; HUANG, H. W. Characterizing geotechnical model uncertainty by hybrid Markov Chain Monte Carlo simulation. **Computers and Geotechnics**, v. 43, 2012, p. 26-36.

ZHANG, J.; ZHANG, L. M.; TANG, W. H. Bayesian Framework for Characterizing Geotechnical Model Uncertainty. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 135, n. 7, 2009, p. 932-940.

ZHANG, J.; ZHANG, L. M.; TANG, W. H. Reliability-based optimization of geotechnical systems. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 137, n. 12, 2011, p. 1211-1221.

ZHANG, L. L. **Probabilistic study of slope stability under rainfall condition**. Ph.D thesis – Hong Kong University. Hong Kong. 2005.

ZHANG, L. L.; ZHANG, J.; ZHANG, L. M.; TANG, W. H. Back analysis of slope failure with Markov Chain Monte Carlo simulation. **Computers and Geotechnics**, v. 37, 2010, p. 905-912.

ZHAO, H.; ZHAO, M.; ZHU, C. Reliability-based optimization of geotechnical engineering using the artificial bee colony algorithm. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 20, n. 5, 2015, p. 1728-1736.

ZORNBERG, J. G. **Performance of geotextile-reinforced soil structures**. Tese (Doutorado) – University of California. Berkeley, California, USA. 1994.

ZUCCOLO, P. L. **Procedimento para estimativa da confiabilidade geotécnica a partir de simulações numéricas: aplicação a um talude de solo não saturado**. Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, Brasil. 2016.