

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

GABRIEL FERRARA BILESKY

TOMOGRAFIA DE VELOCIDADES E LOCALIZAÇÃO DE EVENTOS DE
EMISSÃO ACÚSTICA EM ENSAIOS DE COMPRESSÃO DIAMETRAL

São Carlos

2022

Versão corrigida

Original se encontra disponível na Unidade que aloja o Programa

GABRIEL FERRARA BILESKY

TOMOGRAFIA DE VELOCIDADES E LOCALIZAÇÃO DE EVENTOS DE
EMIÇÃO ACÚSTICA EM ENSAIOS DE COMPRESSÃO DIAMETRAL

Dissertação apresentada à Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, como parte dos requisitos para a
obtenção do Título de Mestre em Geotecnia.

Orientador: Prof. Dr. Tarcísio Barreto
Celestino

Versão corrigida

Original se encontra disponível na Unidade
que aloja o Programa

São Carlos

2022

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

F595t Ferrara Bilesky, Gabriel
Tomografia de velocidades e localização de
eventos de emissão acústica em ensaios de compressão
diametral / Gabriel Ferrara Bilesky; orientador
Tarcísio Barreto Celestino. São Carlos, 2022.

Dissertação (Mestrado) - Programa de
Pós-Graduação e Área de Concentração em Geotecnia --
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, 2022.

1. Mecânica das rochas. 2. Emissão acústica. 3.
Tomografia. 4. Problemas inversos. 5. Mecânica do Dano.
6. Compressão diametral. I. Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidato: Engenheiro **GABRIEL FERRARA BILEŠKY**.

Título da dissertação: "Tomografia de velocidades e localização de eventos de emissão acústica em ensaios de compressão diametral".

Data da defesa: 04/07/2022.

Comissão Julgadora

Resultado

Prof. Dr. **Tarcísio Barreto Celestino**
(Orientador)
(Escola de Engenharia de São Carlos/EESC-USP)

Aprovado

Prof. Dr. **Sergio Augusto Barreto da Fontoura**
(Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro /PUC-Rio)

Aprovado

Prof. Associado **Carlos Alberto Mendonça**
(Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas/IAG-USP)

Aprovado

Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Geotecnia:
Profa. Associada **Valéria Guimarães Silvestre Rodrigues**

Presidente da Comissão de Pós-Graduação:
Prof. Titular **Murilo Araujo Romero**

*Macondo já era um pavoroso
redemoinho de poeira e escombro
centrifugado quando [...] começou a
decifrar o instante que estava vivendo.*

Gabriel Garcia Marquez

AGRADECIMENTOS

À minha sempre presente família, que viveu esse mestrado pelo lado que não aparece nessa dissertação.

Ao professor Tarcísio Barreto Celestino, pela orientação ao longo destes anos, a confiança no meu trabalho e as sempre frutíferas contribuições.

Aos amigos, professores, funcionários e colegas da Escola de Engenharia de São Carlos, da Escola Politécnica e do Instituto de Astronomia e Geofísica da USP, que comigo compartilharam esta década entre o início da graduação e a conclusão do mestrado.

Aos professores Carlos Mendonça, Patrícia Rodriguez, Sergio Fontoura e Sérgio Proença (em ordem alfabética), não só por terem enormemente contribuído com essa dissertação, como por terem aceitado participar das bancas de qualificação e defesa. Em particular, minha especial gratidão à Patrícia, cujos ensaios são aqui objeto de estudo.

Aos colegas de Bureau de Projetos e de THEMAG Engenharia, que tanto apoiaram o desenvolvimento desta pesquisa.

À Julia, a quem não preciso maior razão para agradecer.

RESUMO

BILESKEY, G. F. Tomografia de velocidades e localização de eventos de emissão acústica em ensaios de compressão diametral. 2022. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2022.

Quando carregados, corpos de prova de rocha experimentam um processo de propagação de microfissuras. Essencialmente, energia de deformação é liberada pela abertura de fraturas, com dois efeitos diretos: a danificação de uma porção do maciço e a emissão de um sinal de emissão acústica (EA).

Tradicionalmente, os sinais de EA são tratados de maneira dissociada do problema de danificação. Assim, ignora-se o duplo papel do microfissuramento, o qual é tanto a fonte de emissão acústica quanto o agente deteriorador da rocha. Isto é, não só o microfissuramento emite um sinal acústico como altera localmente velocidade de propagação de onda do meio.

Este trabalho se propõe a desenhar uma abordagem acoplada para o tratamento de sinais de EA. Dessa forma, posiciona o estudo não só em termos de localização de fontes, mas de tomografia de velocidades de propagação de onda.

Em particular, formula-se o problema como a inversão conjunta da posição dos eventos e dos coeficientes de uma função. Esta última relaciona ocorrências pretéritas de fraturamento com velocidade de propagação de onda. Sua forma funcional é derivada tanto partindo do arcabouço conceitual da Mecânica do Dano como de maneira empírica, avaliando resultados de ensaios de laboratório.

A abordagem proposta é implementada em um código computacional especificamente desenvolvido. Este programa é utilizado, então, para reinterpretar um dos ensaios de compressão diametral instrumentados em mármore de RODRÍGUEZ (2015). Ao fazê-lo, conclui-se que o método fornece resultados razoáveis para a região pré-pico, mas não além dela. Isso é esperado considerando o limite de validade da hipótese de dano difuso, subentendida no arcabouço da Mecânica do Dano.

Palavras-chave: Mecânica das Rochas, Emissão Acústica. Tomografia. Problemas Inversos. Mecânica do Dano. Compressão Diametral.

ABSTRACT

BILESKY, G. F. Wave-velocity tomography and acoustic emission source localization for the Brazilian test. 2022. Thesis (Masters) –São Carlos Engineering School, University of São Paulo, São Carlos, 2022.

During loading of a rock specimen, crack propagation leads to energy release. This, in turn, causes two main effects: Acoustic Emission (AE) and a local increase in the level of damage.

Usually, AE signal processing is completely dissociated from any mechanical consideration about damage. Therefore, such computations overlook the fact that microcracking is not only the source of AE, but also the driver behind changes in mechanical properties of the specimen. They neglect that microcracking affects the wave velocity of the medium around it.

This thesis formulates a coupled approach for AE signal processing. In doing so, it poses the problem of source localization in terms of wave-velocity tomography.

Specifically, it presents a formulation for simultaneously inverting the position of each AE event and the coefficients of a function. This function describes how previous microcracking affects wave velocity in a given region. It also examines the shape of said equation, building upon results from Damage Mechanics and from empirical observation of laboratory testing results.

The presented framework is also coded into a bespoke software, enabling the analysis of heavily-instrumented Brazilian tests in marble presented by RODRÍGUEZ (2015). From there, it is possible to conclude that the approach leads to reasonable results only for the pre-peak portion of the test. This is reasonable considering the limitations of the underlying hypothesis of diffuse damage, a cornerstone of Damage Mechanics.

Keywords: Rock Mechanics. Acoustic Emission. Tomography. Inverse Problems. Damage Mechanics. Diametral Compression

SUMÁRIO

1	Notação.....	20
2	Introdução.....	21
	2.1 Motivação	21
	2.2 Objetivos.....	22
	2.3 Organzição da Dissertação.....	23
3	Revisão Bibliográfica	24
	3.1 Problema Direto	24
	3.1.1 Formulação por teoria de raios.....	24
	3.2 Problema Inverso - Fontes Ativas.....	27
	3.2.1 Decomposição de Valores Singulares.....	27
	3.2.2 Métodos Interativos.....	27
	3.2.3 Métodos Regularizados.....	29
	3.3 Problema Inverso - Fontes Passivas.....	33
	3.3.1 Métodos sem Regularização	33
	3.3.2 Métodos com regularização	37
4	Método Adotado.....	41
	4.1 Formulação em Termos de Mecânica do Dano	41
	4.1.1 Hipótese Simplificada	42
	4.1.2 Hipótese Rigorosa	43
	4.2 A Velocidade Como Função das Características do Evento de EA	49
	4.3 Descrição Do Algoritmo	53
	4.4 Teste.....	55
	4.4.1 Problema 1	55
	4.4.2 Problema 2	59
	4.4.3 Problema 3	62
5	Tomografia para Corpo de Prova de mármore	66
	5.1 Trecho Pré-picoPré-pico	67

5.2	Trecho Pós Pico	78
6	Conclusões.....	84
	Referências Bibliográficas.....	86
	Apêndice 1: Código do AETom.R	90

1 NOTAÇÃO

Neste trabalho, escalares são representados por letras minúsculas (como em a , b e c) e conjuntos por maiúsculas (A , B e C). Em particular, o conjunto dos números reais, como de praxe, é notado por \mathbb{R} , enquanto que \mathbb{R}^+ e \mathbb{R}^- representam os subconjuntos de \mathbb{R} reunindo apenas os números não negativos e não positivos, respectivamente. Quando se deseja excluir o número zero destes conjuntos, um asterisco é acrescentado (\mathbb{R}^{+*} e \mathbb{R}^{-*})

Vetores aparecem como minúsculas em negrito (\mathbf{a} , \mathbf{b} e \mathbf{c}) e tensores de ordem 2 como maiúsculas também em negrito (\mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C}). O produto matricial é notado pela justaposição de duas matrizes (\mathbf{AB}) de forma análoga ao produto de uma matriz e um vetor (\mathbf{Ab}). Já um ponto representa o produto escalar usual do \mathbb{R}^n ($\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$). A norma associada a este produto escalar (norma L2) é notada por dois pares de barras verticais ($\|\mathbf{a}\|$)

Com certo abuso de notação, a divisão termo a termo de vetores de mesma dimensão é simplesmente notada tal qual a divisão de dois escalares (\mathbf{a}/\mathbf{b}).

Funções de contradomínio escalar são notadas por letras minúsculas ($f(x)$ ou $g(\mathbf{x})$). Letras maiúsculas em negrito são reservadas para funções de contradomínio de dimensão maior ou igual a 2 ($\mathbf{F}(x)$ e $\mathbf{G}(\mathbf{x})$).

No contexto de métodos probabilísticos ou Bayesianos, variáveis aleatórias, independentemente de sua dimensão, são notadas por letras maiúsculas (X , Y). Já realizações destas variáveis são notadas em minúscula (x , y).

2 INTRODUÇÃO

2.1 MOTIVAÇÃO

A tomografia de velocidades é o nome que agrupa toda uma série de técnicas de determinação da velocidade de propagação de ondas. Mais especificamente, no caso de maciços rochosos, o interesse é determinar como esta velocidade varia espacialmente, já que isto nos permite fazer inferências sobre a distribuição do dano e das tensões no maciço. Afinal, porções do maciço sujeitas a compressão tendem a apresentar velocidade de propagação de onda maiores que porções submetidas a tração.

O princípio da tomografia, em geral, é sempre o mesmo: Registrando, em múltiplos sensores (geofones), uma série de eventos de emissão acústica (sejam estes passivos – caso do *rockburst* – ou ativos – caso de uma fonte mecânica), é possível determinar as velocidades de propagação de ondas nas diferentes porções do maciço. Complementarmente, no caso de fontes passivas, a localização destas fontes é, também, determinada.

A técnica precisa para obtenção do campo de velocidades é discutida nas próximas seções. Entretanto, deve-se, já de início, salientar que ela está longe de ser inédita. De fato, LUXBACHER et al. (2008) aplicaram-na para validar a distribuição de tensões estimada por análises numéricas para uma escavação. Na ocasião, os autores recorreram a eventos ativos de emissão acústica, gerados em pontos escolhidos de forma a facilitar a realização de inferências quanto à velocidade.

Já WU et al. (2014), diferentemente dos supracitados autores, recorreram a fontes passivas, obtendo resultados degradados por artefatos de inversão. Com efeito, LUXBACHER et al. (2008) já alertavam para esta limitação dos métodos com fontes passivas: Não sendo possível controlar a posição das fontes, corre-se o risco de não haver informação suficiente sobre algumas áreas, levando a estimativas pouco realistas. Este mesmo aviso foi também realizado por CAI et al. (2014), ao notarem padrões inconsistentes nos campo de velocidade previsto para a região atrás da frente de escavação de uma mineração de carvão tipo *longwall*.

De fato, pensando em aplicações ao arranjo experimental de RODRÍGUEZ e CELESTINO (2018) e RODRÍGUEZ et al. (2016), haveria grande interesse em superar

tais dificuldades. Certo, nessa escala, este fator poderia ser contornado pela otimização da geometria de aquisição e lançando mão de um número relativamente elevado de sensores (SCHUBERT, 2004). Entretanto, em escala de obra, este procedimento pode não ser adequado face à dificuldade executiva de posicionar cada novo sensor. A transposição do método do contexto de laboratório para aquele de obra seria, portanto, problemática, relativizando seu interesse.

Alternativamente, o presente trabalho se propõe a superar estas limitações alterando não o sistema de aquisição, mas a formulação do problema. Isto porque reconhece que as dificuldades reportadas por WU et al. (2014) decorram da tentativa de inverter diretamente a velocidade de cada voxel, o que torna o número de variáveis a determinar demasiadamente grande em relação à informação possível de ser obtida a partir de um número moderado de sensores. Em particular, este trabalho tenta realizar a inversão não das velocidades diretamente, mas dos parâmetros de uma função que determine a velocidade de propagação de onda a partir do número de eventos de emissão acústica pretéritos e da energia por eles liberada.

2.2 OBJETIVOS

O objetivo geral desta pesquisa é definir um algoritmo eficiente e efetivo que permita a localização de eventos de emissão acústica em corpos de prova submetidos a compressão diametral considerando a variabilidade espacial e temporal da velocidade de propagação de onda. Tal estudo será realizado visando a abrir caminho para o emprego destes métodos também em escala de obra.

São, portanto, objetivos específicos desta pesquisa:

- Propor equações que permitam estimar a velocidade de propagação de onda em cada região do corpo de prova a partir do número de eventos de emissão acústica pretéritos e da energia por eles liberada
- Desenvolvimento de um *software* que obtenha a evolução temporal da velocidade de propagação de onda P em um domínio partindo de resultados de emissão acústica;
- Reinterpretação de parte dos ensaios de RODRÍGUEZ (2015) empregando as novas ferramentas desenvolvidas.

2.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Visando a atingir os objetivos estabelecidos acima, esta dissertação se divide em quatro seções principais, numeradas de 3 a 6.

De início, no Capítulo 3, é realizada uma revisão bibliográfica. Essa revisão toma, como ponto de partida, o estudo do problema direto de propagação de ondas, aplicando a abordagem simplificada da teoria dos raios e desprezando a ocorrência de refração. Tendo-se discutido as limitações desta abordagem, são estudados diferentes procedimentos para realização da tomografia, tanto no problema de fontes ativas (mais simples) quanto naquele de fontes passivas (objeto dessa dissertação).

Por sua vez, o Capítulo 4 introduz o método efetivamente adotado para realização da tomografia neste trabalho, o qual deu origem ao *software* AETom.R. Em particular, destacam-se as hipóteses realizadas para relacionar eventos pretéritos de emissão acústica com a velocidade de propagação de onda em um dado meio. Discute-se, também, o efeito do estado de tensões sobre esta velocidade. Estas hipóteses permitem a redução do número de variáveis a inverter, viabilizando a realização da tomografia mesmo com um número modesto de sensores.

Já no Capítulo 5, o *software* desenvolvido é aplicado à interpretação do Ensaio 21 de RODRIGUÉZ (2015). Esta interpretação é realizada para dois trechos do ensaio: um mais curto, coerente com as hipóteses realizadas no Capítulo 4, e outro mais longo, tentando extrapolar as hipóteses do primeiro.

Finalmente, no Capítulo 6 apresenta conclusões sobre o processo de tomografia aplicado, destacando seus principais êxitos, contratempos e limitações. Neste item, são indicadas, também sugestões para pesquisas futuras.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como base para o trabalho de localização de emissão acústica, a presente revisão bibliográfica se divide em três partes principais. Na primeira delas, a formulação clássica do problema direto (a mesma empregada por WU et al. (2014), por exemplo) é discutida. Referindo-se sempre a esta primeira exposição, possíveis algoritmos para solução deste problema são apresentados nas duas seções subsequentes, abordando tanto os problemas com fontes ativas quanto aqueles com fontes passivas. Nestas duas seções, são discutidos tanto métodos de inversão com regularização quanto métodos sem regularização.

Note-se que aplicações práticas dos métodos tomográficos são discutidas no Capítulo 2.1, sendo omitidas na revisão bibliográfica.

3.1 PROBLEMA DIRETO

O problema direto que dá origem à tomografia de velocidades nada mais é que, partindo do campo de velocidade de propagação de ondas e da posição de um evento de emissão acústica, prever os tempos relativos de chegada do sinal resultante em cada um dos sensores instalados. Certamente, poder-se-ia recorrer a formulações diversas para este problema, inclusive tentando prever, utilizando mecânica da fratura, o crescimento de microfissuras em um dado corpo de prova. Entretanto, em um primeiro momento, optou-se por um modelo simples, de teoria de raios, como base para esta revisão bibliográfica. Este modelo é apresenta na sequência.

3.1.1 FORMULAÇÃO POR TEORIA DE RAIOS

Ainda que bastante simples e exaustivamente apresentada na literatura, é importante que se defina, de início, a formulação considerada para o problema de emissão acústica por teoria de raios. Neste sentido, considere uma região do espaço $D \in \mathbb{R}^p$ (onde p , usualmente, será 2 ou 3). A velocidade de propagação de onda neste domínio é dada por uma função $v(x)$, definida de D em \mathbb{R}^{+*} .

Em m pontos x_1, x_2, \dots, x_m pertencentes a D , posicionam-se receptores (Geofones).

Em um instante t_0 e em um ponto x_0 pertencente a D , ocorre um evento de emissão acústica, registrado por n dos m sensores em instantes t_i subsequentes a t_0 . Este

tempo é determinado pela propagação de onda ao longo do domínio. Desta forma, qualquer intervalo de tempo $\Delta t_{i,0}$ entre t_i e t_0 pode ser escrito como:

$$\Delta t_{i,0} = t_i - t_0 = \int_{S_i(x_0)} \left(\frac{1}{v(x)} \right) ds \quad \dots [1]$$

Onde $S_i(x_0)$ é o caminho percorrido pela onda entre o ponto x_0 e o geofone i .

Destaca-se que, neste trabalho, em linha com demonstrado por DINES e LYTLE (1979), o efeito da refração foi desprezado. Assim, os caminhos $S_i(x_0)$ foram definidos como retas. Certamente, esta hipótese é tanto mais acurada quanto menor a variação da velocidade de propagação de onda no corpo de prova¹.

No caso mais geral (fontes passivas), não se conhece, a priori, a posição da fonte. Por esta razão, o domínio de integração é notado em função de x_0 . Neste mesmo caso, se forem conhecidas estimativas x^*_0 , $v^*(x)$ e t^*_0 de x_0 , $v(x)$ e t_0 , obtém-se uma estimativa $\Delta t^*_{(i,1)}$ fazendo:

$$\Delta t^*_{i,0} = t_i - t^*_0 = \int_{S_i(x^*_0)} \left(\frac{1}{v^*(x)} \right) dx \quad \dots [2]$$

$$\Delta t^*_{i,1} = \Delta t^*_{i,0} - \Delta t^*_{1,0} \quad \dots [3]$$

Como se conhece o real valor de $\Delta t_{i,1}$, pode-se definir o erro quadrático médio dos estimadores (para cada evento) como sendo:

$$J_{ev} = \sum_{i=2}^n (\Delta t^*_{i,1} - \Delta t_{i,1})^2 \quad \dots [4]$$

Para um conjunto de diferentes eventos de emissão acústica, cujas ondas se propagaram por um mesmo domínio D , captados por diferentes subconjuntos dos mesmos m geofones e para os quais o campo de velocidades é descrito pela mesma função $v(x)$, podemos definir o erro quadrático total (com certo abuso de notação) como sendo:

$$J = \sum J_{ev} \quad \dots [5]$$

¹ Mostra-se, no Capítulo 5, que, para os problemas de interesse nessa dissertação, os resultados levam a crer que esta hipótese seja adequada

Desta forma, o problema da tomografia de velocidades pode ser enunciado como:

*Dado um conjunto de eventos de emissão acústica, para os quais se conhece-se $\Delta t_{(i,1)}$, determinar os estimadores x^*_0 , $v^*(x)$ e t^*_0 que minimizem o erro quadrático J .*

Enunciado assim, está claro que se tem um problema de otimização. Mais que isso, a tomografia de velocidades fica posicionada no domínio dos problemas inversos. Afinal, deve-se partir de um conjunto de observações indiretas para se determinar o estado do sistema. Posto de forma vulgar, deve-se partir das consequências para determinar as causas.

Em sendo ativas todas as fontes dos eventos de emissão acústica, e discretizando o domínio D em a voxels de velocidade constante, a equação [2] pode ser reescrita como:

$$\Delta t_{i,0} = t_i - t_0 = \sum_{j=1}^n \frac{\Delta x_{i,j}}{v_j} \quad \dots [6]$$

Onde $\Delta x_{i,j}$ é a distância percorrida pelo raio i no voxel j .

Note que, como todas as fontes são ativas, as posições x_0 e os instantes t_0 são conhecidos a priori. Por esta razão, para um conjunto de b raios, pode-se escrever:

$$\Delta \mathbf{t}_0 = \Delta \mathbf{X} \cdot \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{v}} \right) \quad \dots [7]$$

Onde $\mathbf{1}/\mathbf{v}$ é um vetor contendo as velocidades de propagação de onda dos a voxels, $\Delta \mathbf{t}_0$ é um vetor que agrupa os intervalos Δt_0 dos b raios e $\Delta \mathbf{X}$ é uma matriz $a \times b$ que congrega as distâncias percorridas por cada raio em cada voxel.

Como $\Delta \mathbf{X}$ e $\Delta \mathbf{t}_0$ são conhecidos a priori, o problema se reduz à inversão de um sistema linear que pode ser sobredeterminado ou subdeterminado.

3.2 PROBLEMA INVERSO - FONTES ATIVAS

3.2.1 DECOMPOSIÇÃO DE VALORES SINGULARES

A forma mais imediata de solução do problema inverso linear seria realizar a inversão da matriz de coeficientes. Entretanto, como, em geral, essa matriz não é quadrada (quem dirá não singular e simétrica), não está disponível uma inversa *per se*. Em seu lugar, pode-se recorrer à pseudo-inversa de MOORE (1920) e PENROSE (1955), a qual fica definida partindo da decomposição de valores singulares. Para tanto, é conveniente lembrar do seguinte teorema:

Toda matriz $\Delta X \in \mathbb{R}^{n \times n'}$ pode ser escrita como $G = USV^T$, onde: U é uma matriz ortogonal $n \times n$; V é uma matriz ortogonal $n' \times n'$; e S é uma matriz diagonal $n \times n'$.

Na matriz S , os termos da diagonal são chamados “valores singulares”, sendo análogos aos autovalores da diagonalização. De fato, se G for uma matriz quadrada, não só os valores singulares são seus autovalores como U e V coincidem e são a matriz de autovetores associados.

Dessa forma, pode-se definir a pseudo-inversa de Moore-Penrose como:

$$\Delta X^\dagger = VS^{-1}U^T \quad \dots [8]$$

E, portanto, pode-se determinar $1/v$ fazendo:

$$(1/v)^\dagger = \Delta X^\dagger \Delta t_0 \quad \dots [9]$$

Em linguagem de programação R, a pseudo-inversa pode ser calculada utilizando-se a função `ginv()`, da biblioteca MASS (RIPLEY et al., 2019).

3.2.2 MÉTODOS ITERATIVOS

Como a matriz G apresenta, no geral, dimensão elevada, sua inversão direta se torna computacionalmente ineficiente. Afinal, ainda que esta matriz seja esparsa e que, portanto, possa ser armazenada eficientemente, nada garante que sua pseudo-inversa o será.

Nesse sentido, é conveniente recorrer a métodos iterativos para solução do problema de tomografia, os quais dispensam a realização da inversão. Dentre estes,

pode ser destacado o método originalmente proposto por KACZMARZ (1932) e redescoberto por GORDON, BENDER e HERMAN (1970) sob o nome de Técnica de Reconstrução Alébrica (ART, na sigla em língua inglesa).

Este método consiste em reconhecer que cada equação no sistema linear [7] representa um hiperplano ao qual um vetor \mathbf{m}^* deve pertencer para ser solução do sistema. Assim, os autores propõem que uma estimativa $\mathbf{m}^{(k)}$ da solução seja projetada sucessivamente em cada um dos hiperplanos (i) definidos, fazendo:

$$\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^{(k)} - \omega \frac{\mathbf{G}_i \mathbf{m}^{(k)} - \mathbf{d}_i}{\mathbf{G}_i \mathbf{G}_i^T} \quad \dots [10]$$

Onde \mathbf{G}_i é a i -ésima linha da matriz \mathbf{G} e ω é coeficiente de sub-relaxação que pode ser reduzido a cada ciclo completo de iterações para garantir a convergência em sistemas inconsistentes. Isto é, uma vez que uma solução candidata tenha sido projetada em todos os hiperplanos definidos, caso ela ainda não tenha convergido satisfatoriamente, pode-se reduzir ω e repetir o procedimento. Prova-se que o método converge para uma solução de menor norma sob algumas condições para a evolução de ω (HANKE e NEITHAMMER, 1990)

O coeficiente de sub-relaxação se torna fundamental na presença de erros de medida. Afinal, por mais que possa ser provada a convergência do método quando a solução existe, tal conclusão não é válida para sistemas de equações inconsistentes. Nesse caso, a sub-relaxação evita que a solução candidata salte indefinidamente de um hiperplano ao outro, sem jamais convergir.

Alternativamente ao ART, DINES e LYTLE (1979) propõem a utilização do método de reconstrução iterativa simultânea (*Simultaneous Iterative Reconstruction Technique* – SIRT) para determinação do vetor \mathbf{m}^* . Este procedimento iterativo pode ser resumido como:

- A i -ésima iteração se inicia conhecida uma estimativa $\mathbf{m}^{(k-1)}$ da solução;
- Resolve-se o problema direto fazendo

$$\widehat{\mathbf{d}}^{(k)} = \mathbf{G} \mathbf{m}^{(k)} \quad \dots [11]$$

- Calcula-se o erro da estimativa

$$\Delta \mathbf{d}^{(k)} = \mathbf{d} - \widehat{\mathbf{d}}^{(k)} \quad \dots [12]$$

- Para cada linha i , busca-se um vetor de correções $\Delta \mathbf{m}_i$ tal que

$$d_i = \sum_j (m_j + \Delta m_{i,j}^{(k)}) \cdot G_{i,j} \quad \dots [13]$$

- Para cada linha, escolhemos aquele vetor que minimiza

$$c = \sum_j (\Delta m_{i,j}^{(k)})^2 \quad \dots [14]$$

- Prova-se que esta correção deve ser da forma

$$\Delta m_{i,j}^{(k)} = \frac{G_{i,j}^2 \Delta d_i^k}{\sum_j G_{i,j}^2} \quad \dots [15]$$

- Assim, para um mesmo voxel, cada raio que por ele passa conduz a um fator de correção diferente. Calcula-se a média dessas correções ($\Delta \mathbf{m}^{(k)}$) de forma a se obter $\mathbf{m}^{(k+1)} = \Delta \mathbf{m}^{(k)} + \mathbf{m}^{(k)}$. O procedimento é, então, repetido.

3.2.3 MÉTODOS REGULARIZADOS

Soluções de problemas inversos são, em geral, extremamente instáveis. Isto é, pequenas perturbações nos dados podem levar a grandes perturbações no modelo invertido. Assim, quando os dados apresentam erros de medida, solução simples (tipo decomposição de valores singulares - 3.2.1) desempenham muito mal. De fato, casos documentados deste fenômeno podem ser encontrados em qualquer livro texto de problemas inversos, tal qual ASTER, BORCHER e THURBER (2019). Em particular, é possível mostrar que um problema inverso linear será tanto mais instável quanto maior for a razão entre o maior e o menor de seus valores singulares.

Nesses casos, é conveniente aplicar técnicas de regularização, as quais podem ser divididas em duas grandes famílias: Aquela dos métodos determinísticos e aquela dos métodos bayesianos.

3.2.3.1 Regularização de Tikhonov

Um primeiro método determinístico que permite a regularização de problemas inversos é aquele proposto por Tikhonov (originalmente em russo) e publicado em língua inglesa em TIKHONOV et al. (1995). Neste método, no lugar de buscar simplesmente a solução de menor erro quadrático do sistema linear $\mathbf{G}\mathbf{m} = \mathbf{d}$, tenta-se minimizar a função χ^2 definida como:

$$\chi^2 = \|\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}\|^2 + \alpha^2 \|\mathbf{L}\mathbf{m}\|^2 \quad \dots [16]$$

Sendo $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^n$, α um número real (parâmetro de regularização) e \mathbf{L} um operador de diferenças finitas de certa ordem, a qual define o subtipo da regularização de Tikhonov. Assim, na regularização de Tikhonov de ordem i , \mathbf{L} é o operador de diferenças finitas de ordem i .

Dessa forma, a regularização de Tikhonov busca uma solução \mathbf{m} que balanceie, ao mesmo tempo, aderência aos dados experimentais (primeiro termo da equação [16]) e suavidade de alguma derivada (segundo termo da mesma equação). Nesse processo, o peso relativo de cada um destes fatores é controlado pelo parâmetro de regularização. Dessa forma, a solução tende a ser tanto mais suave, relaxando sua aderência aos dados experimentais, quanto maior for o valor deste parâmetro.

Reescrevendo [16] como:

$$\chi^2 = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ \alpha\mathbf{L} \end{bmatrix} \mathbf{m} - \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ 0 \end{bmatrix} \right\|^2 \quad \dots [17]$$

e aplicando decomposição de valores singulares (Capítulo 3.2.1) à matriz \mathbf{G} , mostra-se que é possível calcular tanto a matriz de variância e covariância de \mathbf{m} quanto a matriz de resolução do modelo. Em particular, mostra-se que esta última depende do valor do parâmetro de regularização. Certamente, mostra-se que esta estabilização (regularização) induz um viés (*bias*) na solução.

3.2.3.2 Interpretação Bayesiana da regularização de Tikhonov

Certamente, a escolha do parâmetro de regularização e a opção por uma matriz \mathbf{L} representam, na regularização de Tikhonov, alguma informação a priori sobre a forma da solução \mathbf{m} . Posto de outra forma, a regularização de Tikhonov apenas consiste em uma abordagem razoável pois espera-se que a solução seja, de alguma forma, suave. Assim, se não houvesse algum conhecimento a priori sobre a forma da solução, nada permitiria a predileção por uma solução regularizada em relação a outra ou em relação à solução não regularizada.

Dessa forma, é possível intuir que a regularização de Tikhonov se presta, de fato, a alguma interpretação Bayesiana. De fato, diferentes autores, dentre os quais CALVETTI e SOMERSALO (2007) mostram que, se:

- O sistema problema $G\mathbf{m} = \mathbf{d}$ é escrito, em termos de variáveis aleatórias, como $D = GM + E$, onde E é um vetor de erros aditivos, gaussianos, sem viés, não correlacionados e de mesma variância (σ^2);
- M é gaussiano e, sem perda de generalidade, de média nula; e
- Conhece-se uma matriz de variância e covariância a priori de M e ela é da forma $\gamma^2\Gamma$ (onde Γ é a matriz dos coeficientes de correlação);

a solução de máximo a posteriori é aquela obtida por regularização de Tikhonov.

Para tanto, basta adotar:

- L tal que $\Gamma = LL^T$ (i.e.: é a matriz obtida pela decomposição de Cholesky da matriz dos coeficientes de correlação); e
- $\alpha = \sigma/\gamma$

Nesse contexto, entende-se por máximo a posteriori o valor de \mathbf{m} de maior densidade de probabilidade condicionada ao valor de \mathbf{d} .

3.2.3.3 Inversão Bayesiana de Modelos Evolução-Observação

Um método Bayesiano para a inversão do problema em estudo passa por reconhecê-lo um modelo do tipo Evolução-Observação. Estes problemas podem ser definidos por dois processos estocásticos: um representando a evolução do estado de um sistema em função do tempo ($\{X_i\}$) e outro representando as observações realizadas sobre o sistema nos mesmos instantes ($\{Y_i\}$). Em problemas deste tipo, estes dois processos satisfazem as seguintes condições:

- $\{X_i\}$ é uma cadeia de Markov;
- $\{Y_i\}$ é uma cadeia de Markov em relação ao histórico de $\{X_i\}$;
- $\{X_i\}$ não depende de $\{Y_i\}$.

Dentre os problemas desta família, é de interesse abordar aquele de filtro (i.e. determinar a função densidade de probabilidade $p(x_k/\{y_i\}_{0 \leq i \leq k})$, notada como $p(x_k/D_k)$). Alternativamente, como a inversão, no caso em estudo, pode ser realizada uma vez concluído os ensaios de compressão, seria possível formular o problema em termos de suavização com intervalo fixo (i.e., determinar $p(x_k/\{y_i\})$). Entretanto, como o segundo tende a ser proibitivamente caro computacionalmente, e como os dois se baseiam,

essencialmente, na mesma formulação (KALMANN, 1960), é conveniente se ater ao primeiro deles.

Seguindo a apresentação de KAIPIO e SOMERSALO (2004), o problema de filtro fica resolvido se for possível escrever as densidades de probabilidade:

$$p(\mathbf{x}_{k+1}/\mathbf{D}_k) = \int p(\mathbf{x}_{k+1}/\mathbf{x}_k) p(\mathbf{x}_k/\mathbf{D}_k) d\mathbf{x}_k \quad \dots [18]$$

$$p(\mathbf{x}_{k+1}/\mathbf{D}_{k+1}) = \frac{p(\mathbf{y}_{k+1}/\mathbf{x}_{k+1})p(\mathbf{x}_{k+1}/\mathbf{D}_k)}{p(\mathbf{y}_{k+1}/\mathbf{D}_k)} \quad \dots [19]$$

Onde a primeira representa a probabilidade que o sistema evolua para um dado estado (dita equação de evolução) e a segunda representa a atualização dessa probabilidade à luz de uma nova medida (equação de atualização observacional). Em ambas as equações, $\mathbf{D}_k = \{y_1, y_2 \dots y_k\}$.

Em problemas lineares, ambos os processos estocásticos definidos podem ser representados por equações lineares. Se, ainda, o ruído for do tipo aditivo gaussiano de média nula, pode-se escrever:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}_{k+1}\mathbf{X}_k + \mathbf{W}_k \quad \dots [20]$$

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{G}_{k+1}\mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \quad \dots [21]$$

Onde os vetores X, W, Y e V são notados em maiúscula por serem variáveis aleatórias.

Ademais, se os erros forem mutuamente independentes (i.e: W_k é ortogonal a V_k , W_k é ortogonal a W_l e V_k é ortogonal a V_l para todo k diferente de l) e se X_0 for conhecido e gaussiano, as equações [18] e [19] se tornam:

$$p(\mathbf{x}_{k+1}/\mathbf{D}_k) \sim N(\mathbf{x}_{k+1/k}, \mathbf{\Gamma}_{k+1/k}) \quad \dots [22]$$

$$p(\mathbf{x}_{k+1}/\mathbf{D}_{k+1}) \sim N(\mathbf{x}_{k+1/k+1}, \mathbf{\Gamma}_{k+1/k+1}) \quad \dots [23]$$

Onde:

$$\mathbf{x}_{k+1/k} = \mathbf{F}_{k+1}\mathbf{x}_{k/k} \quad \dots [24]$$

$$\mathbf{\Gamma}_{k+1/k} = \mathbf{F}_{k+1/k}\mathbf{\Gamma}_{k/k}\mathbf{F}_{k+1}^T + \mathbf{\Gamma}_{w,k+1} \quad \dots [25]$$

$$\mathbf{x}_{k+1/k+1} = \mathbf{x}_{k+1/k} + \mathbf{K}_{k+1}(\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{G}_{k+1}\mathbf{x}_{k+1/k}) \quad \dots [26]$$

$$\mathbf{\Gamma}_{k+1/k+1} = (\mathbf{1} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{G}_{k+1})\mathbf{\Gamma}_{k+1/k} \quad \dots [27]$$

E K é a matriz ganho de Kalman definida como:

$$K_{k+1} = \Gamma_{k+1/k} G_{k+1}^T (G_{k+1} \Gamma_{k+1/k} G_{k+1}^T + \Gamma_{w,k+1})^{-1} \dots [28]$$

3.3 PROBLEMA INVERSO - FONTES PASSIVAS

Em sendo as fontes passivas, não se conhece, a princípio, nem o tempo de deflagração (t_0) nem a posição (x_0) do evento. Sendo assim, não é possível escrever a equação [7], ao menos não com coeficientes constantes na matriz ΔX . Desta forma, é necessário realizar a inversão de um problema não linear, lançando-se mão de métodos específicos. Estes métodos são apresentados na sequência. Nesta apresentação, para garantir a clareza, estes métodos são divididos em dois grupos: Aqueles onde não se realiza a regularização da solução e aqueles onde ela é realizada.

3.3.1 MÉTODOS SEM REGULARIZAÇÃO

3.3.1.1 Método de Newton

O primeiro método para realizar a inversão de um sistema de equações não linear é simplesmente aquele de Newton, no qual são realizadas aproximações sucessivas $\mathbf{x}^{(k)}$ de um vetor \mathbf{x}^* que satisfaça um sistema de equações da forma $F(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ de m incógnitas e m equações. Para tanto, cada iteração, aproxima-se o valor da função nas redondezas do ponto $\mathbf{x}^{(k-1)}$ como sendo:

$$F(\mathbf{x}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{x}^{(k)}) \approx F(\mathbf{x}^{(k-1)}) + J(\mathbf{x}^{(k-1)}) \Delta \mathbf{x}^{(k)} \dots [29]$$

Onde J é o jacobiano de F .

Queremos escolher, então, um valor de $\Delta \mathbf{x}^{(k)}$ tal que $F(\mathbf{x}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{x}^{(k)}) = \mathbf{0}$. Isto é, queremos encontrar um valor $\Delta \mathbf{x}^{(k)}$ que leve $\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{x}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{x}^{(k)}$ a ser solução do sistema não linear. Com este fim, basta escolher $\Delta \mathbf{x}^{(k)}$ que satisfaça:

$$J(\mathbf{x}^{(k-1)}) \Delta \mathbf{x}^{(k)} \approx F(\mathbf{x}^{(k-1)}) \dots [30]$$

Que é, por sua vez, um sistema linear de m incógnitas e equações, o qual pode ser resolvido, por exemplo, por eliminação de Gauss com condensação pivotal.

Certamente, a convergência do método é tanto mais rápida quanto mais próximo de um sistema linear for o sistema. Afinal, essa é a condição para que a equação [30] se aproxime de $F(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$.

Prova-se que se o jacobiano for não singular e se $\mathbf{x}^{(k-1)}$ for suficientemente próximo de \mathbf{x}^* em uma vizinhança onde \mathbf{F} é continuamente derivável, a convergência do método de Newton é quadrática (DENNIS e SCHNABEL, 1987). Por outro lado, se $\mathbf{x}^{(k-1)}$ for muito distante de \mathbf{x}^* , a convergência do método é bastante lenta, sendo preferível seu emprego nas fases finas de um problema de otimização. Ademais, segundo os supracitados autores, se o jacobiano for singular, a solução do sistema [30] pode ser instável, o que obriga o emprego de artifícios suplementares.

Uma forma de melhorar a convergência do método de Newton consiste em, uma vez calculado $\Delta\mathbf{x}^{(k)}$, buscar um coeficiente α tal que se minimize a norma L2 de $\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k)})$, onde:

$$\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{x}^{(k-1)} + \alpha\Delta\mathbf{x}^{(k)} \quad \dots [31]$$

Finalmente, se $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ for uma função escalar (notada como $f(\mathbf{x})$) que, além de satisfazer as hipóteses anteriores, seja, também, duas vezes continuamente derivável, a equação [30] pode ser escrita como:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}^{(k-1)})\Delta\mathbf{x}^{(k)} \approx \nabla f(\mathbf{x}^{(k-1)}) \quad \dots [32]$$

Onde H é o hessiano de f.

Note que, tanto no caso escalar quanto no caso geral, caso não esteja disponível uma forma analítica para o cálculo do jacobiano ou do hessiano, as iterações do método podem se tornar bastante lentas. Em particular, este é o caso ao tentar utilizar a aproximação por diferenças finitas destes operadores.

3.3.1.2 Métodos de Gauss-Newton, de Levenberg-Marquardt e do Gradiente

No caso geral, o método de Newton não pode ser aplicado diferentemente à solução de problemas inversos da forma $\mathbf{G}(\mathbf{m}) = \mathbf{d}$. Afinal, dificilmente o problema apresentará mesmo número de equações e incógnitas.

Alternativamente, no caso de problemas de \mathbb{R}^n a \mathbb{R}^m , pode-se buscar uma solução que minimize $\chi^2 = \|\mathbf{F}(\mathbf{m})\|^2 = \|(\mathbf{G}(\mathbf{m}) - \mathbf{d})/\sigma\|^2$ sob a hipótese que o vetor resíduo $(\mathbf{G}(\mathbf{m}) - \mathbf{d})$ segue uma lei normal multivariável de média nula e variância σ^2 . Note que, sob esta hipótese, minimizar χ^2 leva à solução de máxima verossimilhança de $\mathbf{G}(\mathbf{m}) = \mathbf{d}$.

Dessa forma, χ^2 pode ser minimizada tanto pelo, já apresentado, método de Newton, como por versões modificadas deste. Três dessas versões são o método de

Gauss-Newton, o método de Levenberg-Marquardt e o método do gradiente, aqui apresentados seguindo ASTER, BORCHERS e THURBER (2019).

No método de Gauss-Newton, o hessiano de χ^2 é aproximado como:

$$\mathbf{H}(\chi^2(\mathbf{m})) = \sum_{i=1}^m \mathbf{H}(f_i(\mathbf{m})) = 2\mathbf{J}(\mathbf{m})\mathbf{J}^T(\mathbf{m}) + 2 \sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{m})\mathbf{H}(f_i(\mathbf{m})) \approx 2\mathbf{J}(\mathbf{m})\mathbf{J}^T(\mathbf{m}) \dots [33]$$

Onde \mathbf{J} é o gradiente de $\mathbf{F}(\mathbf{m})$ e $f_i(\mathbf{m})$ são cada um dos termos de $\mathbf{F}(\mathbf{m})$.

De forma que o sistema [32] passa a ser:

$$\mathbf{J}(\mathbf{m}^{(k-1)})\mathbf{J}^T(\mathbf{m}^{(k-1)})\Delta\mathbf{m}^{(k)} = -\mathbf{J}(\mathbf{m}^{(k-1)})^T\mathbf{F}(\mathbf{m}^{(k-1)}) \dots [34]$$

Note que o lado direito da equação corresponde ao oposto do gradiente de χ^2 e que a matriz do lado esquerdo é, por construção, positiva semi-definida. Por um lado, se esta última matriz for positiva definida, é possível resolver [34] por fatoração de Cholesky. Por outro, se ela for singular, tal método tende a não ser estável, caso em que seria aconselhável, por exemplo aplicar o método de Levenberg-Marquardt. Para tanto, basta reescrever a última equação como:

$$(\mathbf{J}(\mathbf{m}^{(k-1)})\mathbf{J}^T(\mathbf{m}^{(k-1)}) + \lambda\mathbf{I})\Delta\mathbf{m}^{(k)} = -\mathbf{J}(\mathbf{m}^{(k-1)})^T\mathbf{F}(\mathbf{m}^{(k-1)}) \dots [35]$$

Onde \mathbf{I} é a matriz identidade e λ é um parâmetro ajustado para cada iteração de forma a garantir a convergência. Uma estratégia para escolher o valor deste parâmetro consiste em iniciar com um valor baixo em situações nas quais Gauss-Newton funciona bem e ir variando-o em função do resultado da interação anterior. Em particular, o valor de λ pode ser multiplicado por uma constante maior que 1, caso a interação anterior tenha levado uma variação de χ^2 negativa, ou dividido por esta mesma constante, caso a variação tenha sido positiva (ASTER, BORCHERS e THURBER, 2019).

Por fim, se λ for muito grande, [35] se torna:

$$\Delta\mathbf{m}^{(k)} = -\frac{1}{\lambda}\mathbf{J}(\mathbf{m}^{(k-1)})^T\mathbf{F}(\mathbf{m}^{(k-1)}) \dots [36]$$

Que é chamado “Método de Gradiente”. Neste, o valor de λ pode ser ajustado de forma semelhante ao sugerido para o método de Levenberg-Marquardt.

Por fim, para sistemas muito sobredeterminados, para os quais o cálculo do gradiente de χ^2 seria demasiadamente laborioso, pode-se aplicar o Método do Gradiente Estocástico. Neste, a cada iteração, sorteia-se apenas um dos termos do vetor \mathbf{m} e para ele calcula-se a derivada parcial de χ^2 , procedendo-se, então, de forma análoga ao

Método do Gradiente. Cumpre destacar, em particular, que como este método nada mais é que uma aplicação do algoritmo de ROBBINS e MONRO (1951), sendo sua convergência provada por estes autores.

3.3.1.3 Monte Carlo e Recozimento Simulado

A principal limitação ao aplicar os métodos apresentados no item 3.3.1.2 é que não necessariamente eles convergem para o mínimo global. Isto é, a depender da estimativa inicial de m , estes métodos podem convergir para mínimos locais de χ^2 .

Uma forma de evitar esta limitação é empregar métodos do tipo Monte Carlo. Nesta categoria, agrupa-se toda uma série de métodos nos quais o problema direto é resolvido para diversos m aleatoriamente gerados. Uma revisão extensiva destes métodos é apresentada tanto por SAMBRIDGE e MOSEGAARD (2002) quanto por SEN e STOFFA (2013).

Dentre as variações apresentadas pelos autores, encontram-se desde a simples abordagem de PRESS (1968), na qual se buscam, dentre realizações de m uniformemente distribuídas, aquelas que aderem suficientemente bem aos dados observados, até outras menos ingênuas. Entretanto, todas elas tendem a padecer de um uso intensivo de capacidade de processamento.

Alternativamente aos métodos de Monte Carlo, pode-se recorrer, também, ao método de recozimento simulado (*Simulated Annealing*), originalmente proposto por KIRKPATRICK, GELATT e VECCHI (1983). Neste método, a cada iteração, uma perturbação aleatória (Δm) é dada ao sistema e o problema direto é resolvido para este novo cenário. Se a perturbação leva a uma redução de χ^2 ($\Delta\chi^2 > 0$), ela é aceita. Entretanto, caso leve a um aumento de χ^2 , ela somente é aceita com uma probabilidade $P = 1 - \exp(-\Delta\chi^2/T)$, onde T é um parâmetro (tradicionalmente chamado de “temperatura”) que decresce com o número de iterações. Assim, o método permite evitar a convergência para mínimos locais à medida que é propenso a aceitar perturbações desfavoráveis em etapas iniciais.

Por outro lado, conforme o número de iterações aumenta, a razão entre quantidade de perturbações aceitas e testadas se torna muito reduzida. Por esta razão, a implementação deste algoritmo seguindo METROPOLIS et al. (1953) tendem a se mostrar morosas nas etapas finais.

Assim, é importante recorrer a implementações mais eficientes, tais quais aquelas discutidas por SEN e STOFFA (2013). Em particular, pode ser adotado, por exemplo, o Recozimento Simulado Rápido (FSA) de SZU e HARLEY (1987), no qual geram-se perturbações $\Delta \mathbf{m}$ seguindo uma função densidade de probabilidade de Cauchy da forma:

$$f(\Delta \mathbf{m}^{(k)}) \propto \frac{T}{(\Delta \mathbf{m}^{(k)2} + T^2)^{1/2}} \quad \dots [37]$$

Ao fazê-lo, perturbações mais intensas são aceitas nas primeiras iterações, melhorando o desempenho global do método. Ademais, SZU e HARLEY (1987) mostram que, ao adotar tal densidade de probabilidade, pode-se suprimir a etapa de aceitação de METROPOLIS et al. (1953), o que permite reduzir o tempo necessário para cada iteração. Ademais, os autores mostram, também, que, enquanto o esquema de METROPOLIS et al. (1953) converge para o mínimo global se, e somente se, a temperatura a cada iteração for dada por $T^{(k)} = T^{(0)}/\ln(k)$ (GEMAN e GEMAN, 1984), o FSA é capaz de convergir com $T^{(k)} = T^{(0)}/k$.

Outra variação possível do método de recozimento simulado é o chamado Recozimento Simulado Muito Rápido (VFSA) de INGBER (1989, 1993). Este método não só tem uma convergência ainda mais rápida que o FSA, como, também, permite atribuir PDFs diferentes para cada termo de \mathbf{m} , o que pode ser vantajoso em certas situações.

3.3.2 MÉTODOS COM REGULARIZAÇÃO

3.3.2.1 Regularização de Tikhonov

Um primeiro método que permite a inversão de problemas não lineares é, precisamente, a mesma regularização de Tikhonov discutida no item 3.2.3.1. Assim como naquele caso, a referência adotada é TIKHONOV et al. (1995), mesmo sabendo que este não é trabalho original (que fora publicado em russo alguns anos antes).

Novamente, o princípio chave consiste em, para um sistema $\mathbf{G}(\mathbf{m}) = \mathbf{d}$, minimizar uma função χ^2 definida como:

$$\chi^2 = \|\mathbf{G}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}\|^2 + \alpha^2 \|\mathbf{Lm}\|^2 \quad \dots [38]$$

Com $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^n$ e \mathbf{L} um operador linear de \mathbb{R}^n em \mathbb{R}^n . Note que este problema pode ser, então, resolvido, empregando qualquer um dos métodos apresentados no item 3.3.1.2.

3.3.2.2 Inversão de Occam

A inversão de Occam foi originalmente proposta por CONSTABLE, PARKER e CONSTABLE (1987) para problemas de tomografia de condutividade elétrica. Nele, a cada iteração, a função $\mathbf{G}(\mathbf{m})$ é aproximada por uma série de Taylor truncada até a primeira ordem, sendo buscado um $\mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{m}^{(k)} + \Delta\mathbf{m}$ que minimize:

$$\|\mathbf{G}(\mathbf{m}^{(k)}) + \mathbf{J}(\mathbf{m}^{(k)})\Delta\mathbf{m} - \mathbf{d}\|^2 + \alpha^2 \|\mathbf{L}(\mathbf{m}^{(k)} + \Delta\mathbf{m})\|^2 \quad \dots [39]$$

Prova-se que tal minimização pode ser realizada resolvendo o sistema:

$$\left(\mathbf{J}(\mathbf{m}^{(k)})^T \mathbf{J}(\mathbf{m}^{(k)}) + \alpha^2 \mathbf{L}^T \mathbf{L} \right) \mathbf{m}^{(k+1)} = \mathbf{J}(\mathbf{m}^{(k)})^T \hat{\mathbf{d}}(\mathbf{m}^{(k)}) \quad \dots [40]$$

Onde:

$$\hat{\mathbf{d}}(\mathbf{m}^{(k)}) = \mathbf{d} - \mathbf{G}(\mathbf{m}^{(k)}) + \mathbf{J}(\mathbf{m}^{(k)})\mathbf{m}^{(k)} \quad \dots [41]$$

Note que a equação [40] guarda grande semelhança com a equação [29] do método de Newton. Nesse sentido, a inversão de Occam é bastante próxima de uma aplicação do algoritmo de Gauss Newton (Item 3.3.1.2) ao sistema de regularização de Tikhonov (Item 3.3.2.1). Entretanto, diferentemente do método de Newton, na regularização de Occam, o valor de α é alterado a cada iteração seguindo dois critérios:

1. Busca-se o maior α que permita obter $\|\mathbf{G}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}\|^2 < \delta^2$;
2. Não estando disponível um valor de α que atenda ao primeiro critério, busca-se aquele que minimiza $\|\mathbf{G}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}\|^2$.

Por esta razão, a cada iteração da inversão de Occam, o sistema [40] deve ser resolvido para múltiplos valores de α , realizando-se uma busca linear.

Prova-se que o método converge para a solução mais suave de [39] que satisfaz $\|\mathbf{G}(\mathbf{m}) - \mathbf{d}\|^2 < \delta^2$, se esta solução existir. Como sempre, é importante selecionar δ suficientemente grande de forma a evitar *overfitting*, de forma que não se recomenda selecionar o menor δ para o qual a solução exista.

3.3.2.3 Gradiente Conjugado Não Linear

O método do gradiente conjugado não linear é uma variação, proposta por FLETCHER e REEVES (1964), de um método originalmente desenvolvido para problemas lineares por HESTENES e STIEFEL (1952).

Neste método, buscam-se sucessivamente estimativas \mathbf{x}_i do mínimo de uma certa função $f(\mathbf{x})$. Para tanto, a cada iteração, busca-se o \mathbf{x}_{i+1} da forma $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \alpha \mathbf{p}_i$ que leve ao menor valor de $f(\mathbf{x})$. Em particular, adotam-se direções \mathbf{p} conjugadas entre si, de forma que elas satisfazem:

$$\mathbf{p}_i^T \mathbf{H} \mathbf{p}_j = 0, i \neq j \quad \dots [42]$$

Onde \mathbf{H} é o hessiano da função f .

Para funções quadráticas de \mathbb{R}^n em \mathbb{R} , o hessiano é constante para todo ponto \mathbf{x} , sendo o método capaz de localizar uma solução exata de que minimize [38] (a menos de erros de arredondamento) em n iterações. Para funções não quadráticas, entretanto, \mathbf{H} é calculado para cada ponto \mathbf{x}_i , não sendo garantida a localização da solução exata. Entretanto, como qualquer função f pode ser tanto mais bem aproximada por uma função quadrática quanto mais próximo se estiver do mínimo, a convergência do método pode ser provada.

O desafio do método, então, consiste em construir uma sequência de vetores \mathbf{p} que sejam conjugados. Para tanto, segue-se o seguinte algoritmo:

1. Inicia-se $i = 0$, $\alpha = 0$ e $\mathbf{p}^{(-1)} = \mathbf{0}$ e $\mathbf{x}^{(0)}$ uma primeira estimativa do mínimo;
2. Avalia-se $\mathbf{g}^{(i)} = \text{grad}(f(\mathbf{x}^{(i)}))$;
3. Calcula-se $\mathbf{p}^{(i)} = -\mathbf{g}^{(i)} + \beta \mathbf{p}^{(i-1)}$;
4. Determina-se α que minimize $f(\mathbf{x}_i + \alpha \mathbf{p}_i)$;
5. $\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \alpha \mathbf{p}_i$
6. $\beta = (\mathbf{g}^{(i)T} \mathbf{g}^{(i)}) / (\mathbf{g}^{(i-1)T} \mathbf{g}^{(i-1)})$;
7. Repetem-se as etapas 2 a 6 até a convergência.

A principal vantagem do método do gradiente conjugado é a não necessidade de armazenar o gradiente completo da função G , tampouco computar o produto do gradiente pela sua transposta. Tal vantagem torna o uso de memória desse algoritmo muito menos intensivo que aquele dos métodos expostos no Item 3.3.1.2.

3.3.2.4 Inversão Bayesiana de Modelos Evolução-Observação

Assim como apresentado para problemas lineares, a inversão não linear fica resolvida se for possível escrever, para cada instante, as equações [18] e [19]. Certamente, se aplicam aqui as mesmas hipóteses realizadas no item 3.2.3.3 sobre as características dos processos estocásticos.

Diferentemente da supracitada seção, para o caso de problemas não lineares, não é possível reescrever estas equações na forma de [20] e [21], precisamente pela natureza não linear do problema. Alternativamente, pode-se recorrer a métodos tipo Monte Carlo para construir amostras (KAPIO e SOMERSALO, 2004). Em especial, estes métodos são conhecidos como “Filtros de Partícula” (*Particle Filters*), entendendo-se por “Partícula” cada um dos elementos das referidas amostras. Neles, a construção das amostras é realizada seguindo um algoritmo do tipo METROPOLIS et al. (1953).

4 MÉTODO ADOTADO

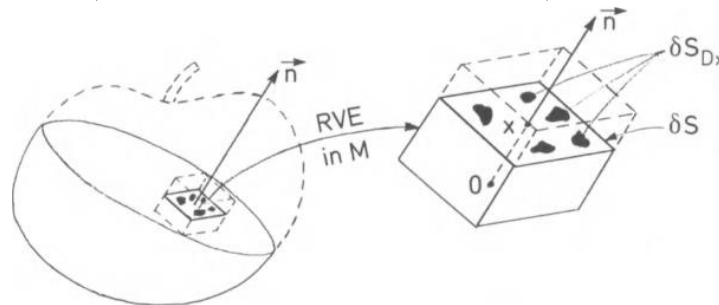
Tendo sido apresentada a formulação clássica do problema direto (Item 3.1) e as diferentes abordagens possíveis para realização da inversão (Itens 3.2 e 3.3), convém atentar, agora, para a formulação alternativa do problema inverso. Esta formulação, proposta no presente trabalho, visa a reduzir o número de variáveis de interesse, obtendo uma inversão menos degradada por artefatos (tais quais os reportados na literatura e mencionados no Capítulo 2). Para tanto, incorpora-se explicitamente a física do problema de fissuração, tentando relacionar, para cada voxel, o número de eventos de emissão acústica pretéritos (i.e.: O número de fissuras já ocorridas) e a energia por eles liberada com a velocidade de propagação de onda.

Para este fim, é a mecânica do dano, com sua modelagem das fissuras em meso-escala uma candidata natural. Assim, uma formulação nela baseada para o problema de tomografia é apresentada na sequência. Sua implementação em um código computacional é apresentada e validada para a solução de problemas sintéticos.

4.1 FORMULAÇÃO EM TERMOS DE MECÂNICA DO DANO

Na mecânica do dano (LEMAITRE e DESMORAT, 2005), a evolução do comportamento de um material é explicada pela evolução das microfissuras. Para tanto, utiliza-se um parâmetro de dano (D), definido, em um dado plano de um volume elementar representativo (REV), como sendo a razão entre a área de microfissuras e a área do plano (Figura 4.1). Em toda generalidade, esta é, portanto, uma grandeza tensorial, que se reduz a um escalar quando o dano ocorre de maneira isotrópica.

Figura 4.1 – Figura esquemática indicando a definição de dano. (LEMAITRE e DESMORAT, 2005).



Em materiais elásticos lineares isotrópicos, o dano controla o valor do módulo de elasticidade (E) seguindo a equação:

$$E = (1 - D)E_0 \dots [43]$$

Onde E_0 é o módulo de elasticidade a dano zero. De posse do modo de elasticidade, a velocidade de propagação de ondas de compressão (V_p) pode ser obtida como²:

$$V_p = \sqrt{\frac{E f(\nu)}{\rho}} = \sqrt{\frac{(1 - D)E_0 f(\nu)}{\rho}} = \sqrt{\frac{(1 - D)E'_0}{\rho}} \dots [44]$$

Onde $f(\nu)$ é uma constante função do coeficiente de Poisson e E'_0 é o produto dessa função e E_0 . Note-se que eventuais efeitos do dano sobre o coeficiente de Poisson foram desprezados em prol da simplicidade.

Note-se também que, diferentemente do realizado, por vezes, em teoria da plasticidade, esta formulação não inclui uma relação explícita entre rigidez e estado de tensão. Pelo contrário, o estado de tensão altera a rigidez apenas à medida que induz dano no sistema. Certamente, esta é uma simplificação, à medida que não considera o ganho de rigidez com o acréscimo de confinante. De toda forma, ponderando que o ensaio de compressão diametral não deve induzir níveis de confinante elevados – se comparado, por exemplo, ao ensaio triaxial – esta hipótese pode ser considerada como razoável em um primeiro momento.

A questão premente, assim, passa a ser a inferência do dano para cada voxel partindo do histórico de eventos de EA. Duas abordagens foram consideradas para isso no presente trabalho: Uma simplificada, utilizada para validação inicial do *software*, e uma rigorosa, utilizada para interpretação dos dados reais. Cada uma delas é apresentada na sequência.

4.1.1 HIPÓTESE SIMPLIFICADA

Fazendo a hipótese que cada nova microfissura, tendo liberado uma certa energia (e), representa um acréscimo de dano ($\beta(e)$) (i.e., área das microfissuras função da energia liberada), a equação [44] pode ser reescrita como:

² Cabe notar que a redução da velocidade de propagação de onda por efeito da abertura de microfissuras é consistente com o reportado na literatura. Por exemplo, pode-se citar SJOGREN et al. (1979)

$$V_p = \sqrt{\frac{(1 - \sum \beta(e))E'_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{E'_0}{\rho}} \sqrt{(1 - \sum \beta(e))} = V_0 \sqrt{(1 - \sum \beta(e))} \dots [45]$$

Se a função $\beta(e)$ for constante (i.e., todas as microfissuras com mesma área), a equação [45] pode ser simplificada como:

$$V_p = V_0 \sqrt{(1 - \beta n)} \dots [46]$$

Onde n é o número de microfissuras.

4.1.2 HIPÓTESE RIGOROSA

A hipótese de área constante para todas as fissuras é, de fato, pouco realista. Afinal, RODRÍGUEZ (2017) já demonstrou, para os dados em análise, a variabilidade da energia de emissão acústica entre eventos. Nesse sentido, a questão premente é a inferência do dano para cada voxel partindo do histórico de eventos de EA. Alguns trabalhos anteriores tentam lançar luz sobre o tema.

Por um lado, estudos como CARPINTERI, CORRADO e LACIDOGNA (2013) indicam que existe boa relação entre a contagem de eventos de EA e a energia dissipada durante a fase pós pico de ensaios de compressão uniaxial. Isso motivou esforços anteriores para a realização de tomografia de velocidades partindo de emissão acústica (ZHENG et al. 2021) a empregar uma relação entre dano e contagem de eventos.

Por outro lado, estudos como GANNE, VERVOORT e WEVERS (2006), baseados na comparação de resultados de emissão acústica com observações de lâminas petrográficas, sugerem que a energia de EA acumulada ($E_{EA,a}$) pode ser um parâmetro mais importante do que a simples contagem de eventos para explicar o comprimento de fissuras em amostra submetidas a diferentes níveis de carregamento. Já KHAZEI, HAZZAR e CHALATURNYK (2015) observaram, ainda que com bastante ruído, que a energia mecânica acumulada (T) durante o carregamento (integral da curva tensão-deformação) guarda certa proporcionalidade com a energia de emissão acústica acumulada para ensaios de compressão uniaxial.

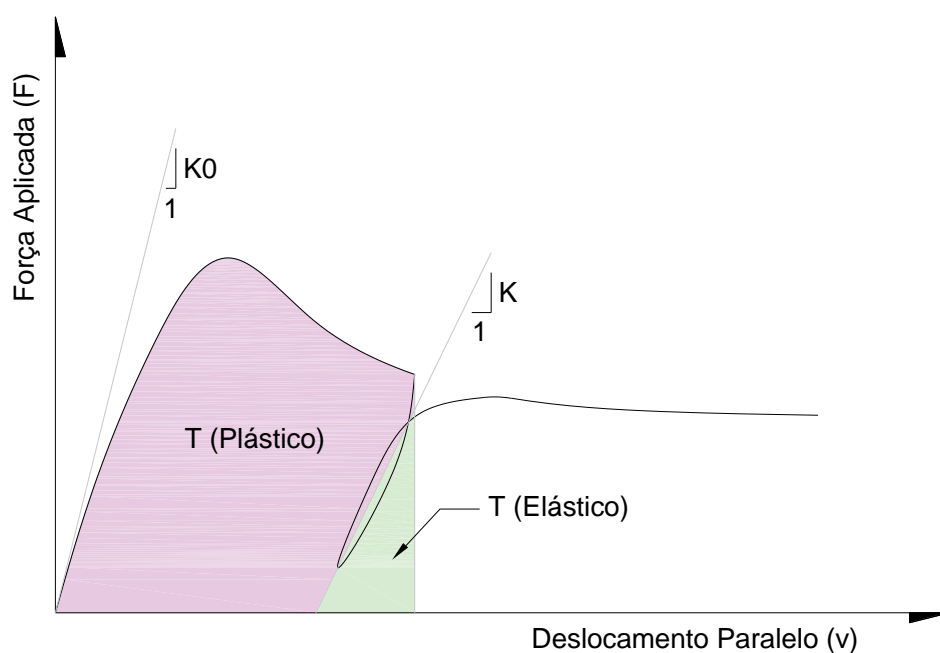
Portanto, sabe-se que existe certa relação de proporcionalidade entre energia mecânica acumulada, comprimento de fratura e energia de emissão acústica. Contudo, não foram localizados estudos conclusivos sobre a relação entre dano (medido, por exemplo, através de ensaios cíclicos) e energia de emissão acústica.

Tal verificação pode ser conduzida observando os resultados de RODRÍGUEZ (2015). Em particular, pode-se recorrer aos resultados dos corpos de prova 22, 24 e 25, todos submetidos a ensaio de compressão diametral cíclica e obtidos a partir do mesmo material (Mármore).

Os resultados dos ensaios são observados no plano deslocamento paralelo ao carregamento (v) x força aplicada (F), conforme Figura 4.2

Neste, a integral da curva força-deslocamento corresponde ao trabalho realizado pela força (T), sendo dividido em uma porção elástica e outra plástica. Já a derivada da mesma curva define a rigidez equivalente do corpo de prova (K), enquanto o Dano do sistema fica definido como sendo $D = 1 - K/K_0^3$, sendo K_0 a rigidez a pequenas deformações.

Figura 4.2 – Definição das grandezas para interpretação da curva $F \times v$. Croqui.



A interpretação de resultados neste plano confirma que existe uma relação de proporcionalidade entre Trabalho Plástico e Energia de Emissão Acústica Liberada (Figura 4.3)⁴. Ademais, parece haver uma correlação entre $\ln(1-D)$ e a Energia de

³ Note que, como K é função de v e K_0 é uma constante, então D também é função de v

⁴ Utilizou-se a energia absoluta do sinal de emissão acústica, definida como a razão entre a integral do quadrado da tensão sinal e uma constante que representa a impedância do sistema de medição. Essa grandeza possui dimensão de energia (J)

Emissão Acústica Liberada (Figura 4.4). Por esta razão, a equação [44] pode ser reescrita como:

$$V_p = \sqrt{\frac{E f(v)}{\rho}} = \sqrt{\frac{(1-D)E'_0}{\rho}} = \sqrt{\frac{(e^{-\beta E_{AE,a}})E'_0}{\rho}} \dots [47]$$

Figura 4.3 – Trabalho total e plástico (a) durante o ensaio de compressão diametral cíclica. CPs 22, 24 e 25. Reinterpretação dos dados de RODRÍGUEZ (2015).

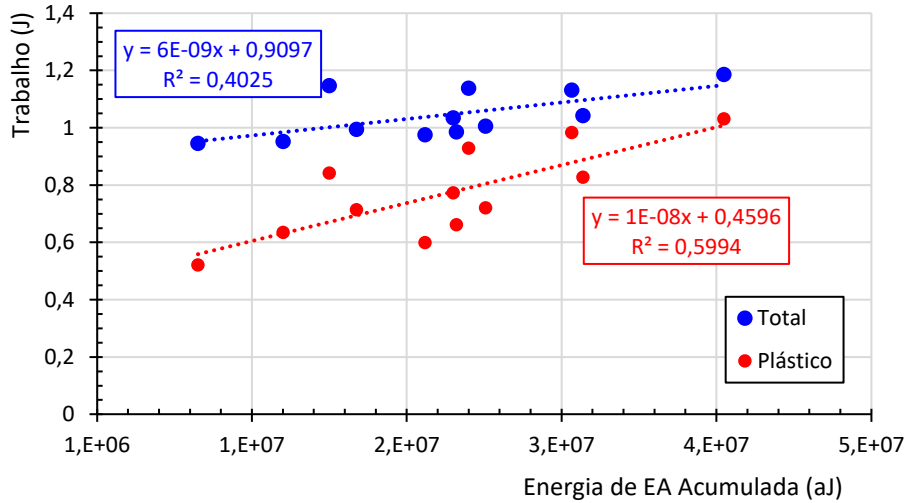
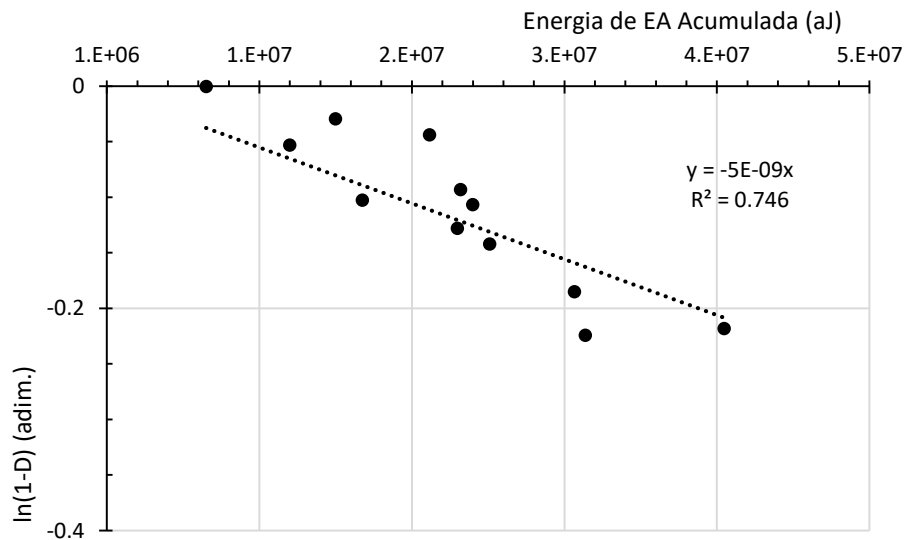


Figura 4.4 – Evolução do Dano durante o ensaio de compressão diametral cíclica (simplificado ao caso 1D) em função da Energia de EA acumulada. CPs 22, 24 e 25. Reinterpretação dos dados de RODRÍGUEZ (2015).



Certamente, são válidos dois comentários sobre essa interpretação:

- É extremamente complexo realizar medidas de deslocamento vertical em ensaios de compressão diametral, dadas as deformações expressivas que ocorrem próximo aos contatos. Certamente, os dados de ensaio foram corrigidos por RODRÍGUEZ (2015) aplicando o procedimento de CELESTINO e BORTOLUCCI (1998), mas ainda assim pode-se esperar algum ruído nas medidas;
- Ainda que a equação [47] pareça ser válida para o corpo de prova como um todo, nada garante que ela se aplique a cada pequena região do espécime. Posto de outra forma, nada garante que a mesma relação de proporcionalidade se aplique a todo REV.

Para tentar sanar estas dúvidas, uma interpretação dos resultados no plano deslocamento diametral transversal (u) x força aplicada (F) foi conduzida. Esta é apresentada na sequência.

4.1.2.1 Interpretação no Plano $u \times F$

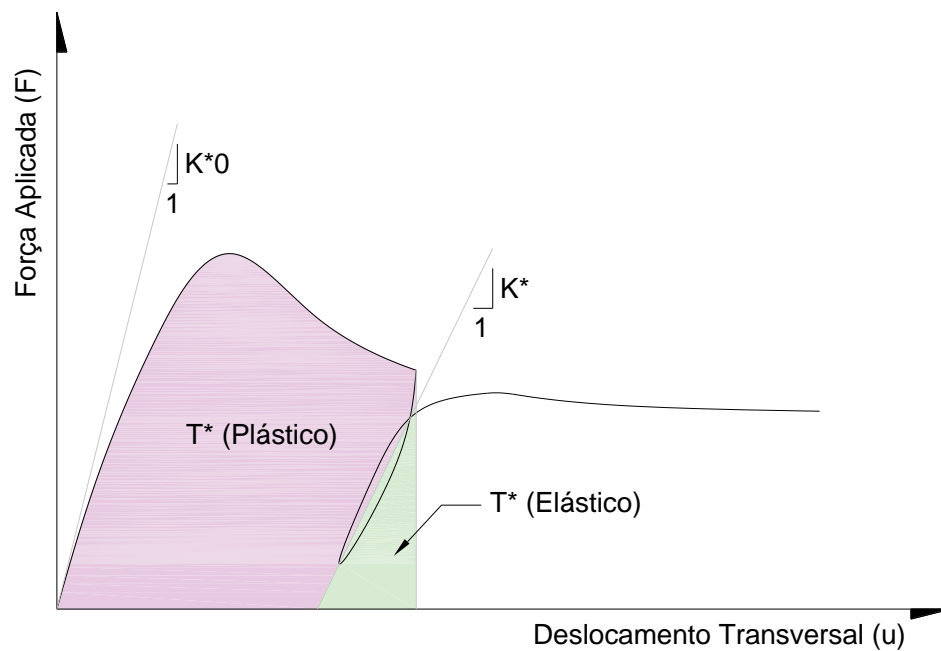
Como se indicou no item anterior, a interpretação no plano deslocamento diametral transversal (u) x força aplicada (F) tenta buscar maior representatividade do fenômeno de dano que ocorre na escala dos REV's. Portanto, de início, deve-se verificar a ocorrência ou não desta maior representatividade.

Com este fim, definem-se as variáveis envolvidas na interpretação do ensaio no plano $u \times F$. Estas são (Figura 4.5):

- Rigidez Cruzada (K^*): A inclinação da curva $F(u)$;
- Dano cruzado (D^*) = $1 - K^*/K^{*0}$, onde K^{*0} é rigidez cruzada inicial⁵;
- Pseudo Trabalho (T^*): Integral da curva $F(u)$ composto por um componente elástico e outro plástico ($T^* = T^*e + T^*p$).

⁵ Note que, como K^* é função de u e K^{*0} é uma constante, então D^* também é função de u

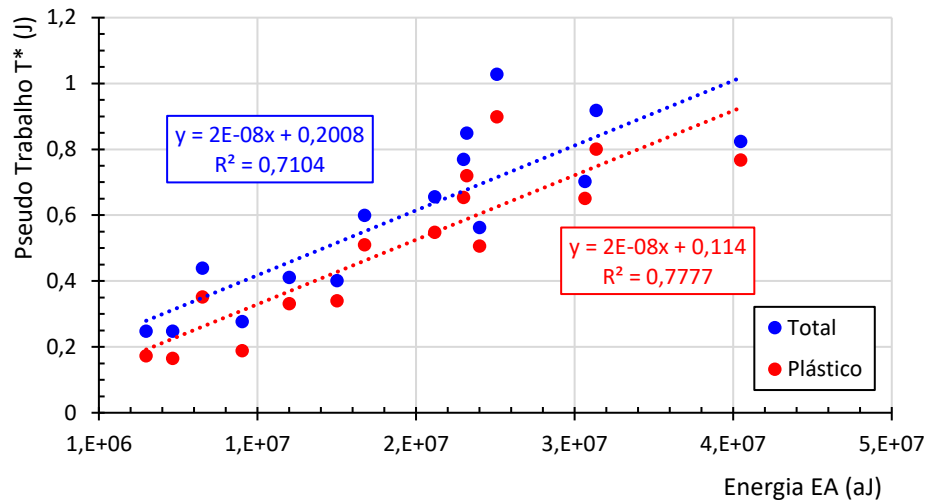
Figura 4.5 – Definição das grandezas para interpretação da curva $F \times u$. Croqui.



A aludida maior representatividade parece se confirmar na observação dos resultados de T_p^* em função da energia de EA acumulada (Figura 4.6). Em particular, é importante compará-los com aqueles (análogos) de T_p em função da energia de EA acumulada (Figura 4.3). Ao realizar essa comparação, nota-se que o valor de R^2 é maior para T_p^* que para T_p . Isto é, a energia de emissão acústica parecer explicar melhor T_p^* (Figura 4.6) do que a componente plástica do trabalho (Figura 4.3).

Na escala do REV, esta mesma relação de proporcionalidade já foi observada por KHAZEI, HAZZAR e CHALATURNYK (2015). Portanto, encontrá-la de maneira mais significativa (maior R^2) para T_p^* que para T_p dá a entender que a interpretação em $F \times u$ é mais representativa do REV que a interpretação em $F \times v$.

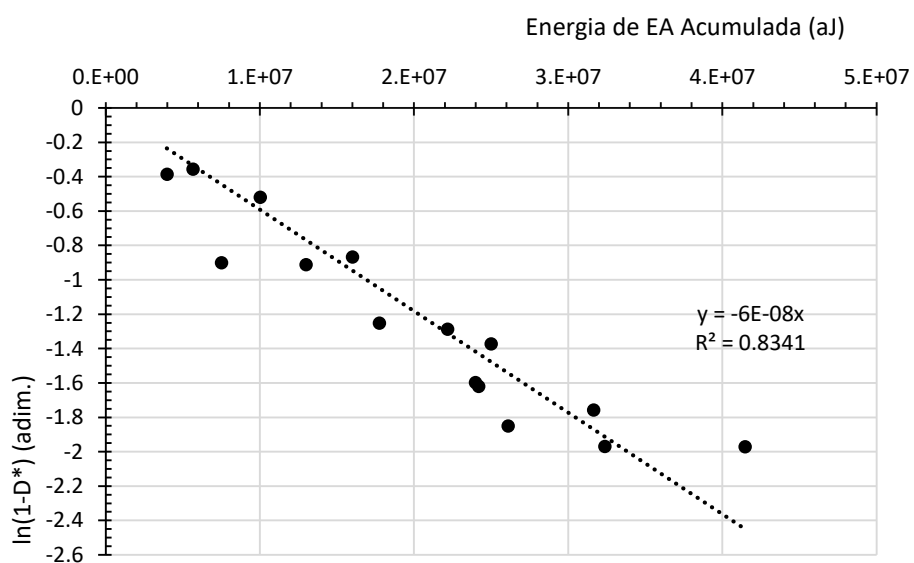
Figura 4.6 – Pseudo Trabalho total e plástico durante o ensaio de compressão diametral cíclica. CPs 22, 24 e 25. Reinterpretação dos dados de RODRÍGUEZ (2015).



Por essa razão, da mesma forma realizada no item anterior, convém verificar a relação entre Dano e Energia de Emissão Acústica. Em particular, nota-se que parece haver uma relação linear, para os dados de RODRÍGUEZ (2015), entre $E_{EA, a}$ e $\ln(1-D^*)$ (Figura 4.7). Decorre, então, que a equação [44] pode ser reescrita conforme indicado na Equação [47].

Note-se que o valor de R^2 na Figura 4.7 é superior àquele indicado na Figura 4.4.

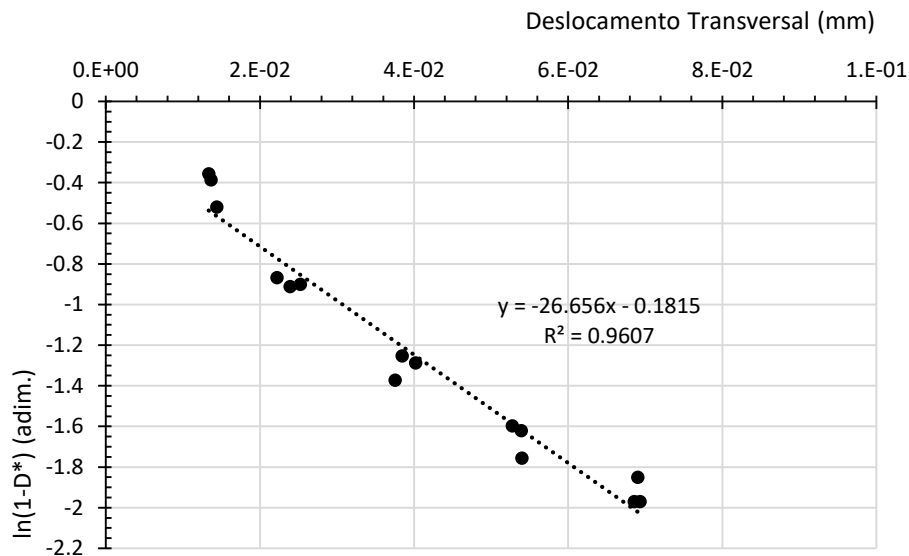
Figura 4.7 – Evolução do Pseudo Dano durante o ensaio de compressão diametral cíclica em função da Energia de EA acumulada. CPs 22, 24 e 25. Reinterpretação dos dados de RODRÍGUEZ (2015).



Finalmente, é importante ter clareza de que a premissa de fraturamento induzido por tração é consistente com o assumido em modelos constitutivos clássicos de Mecânica do Dano. Este é o caso, por exemplo, do modelo de MAZARS (1984), aplicado para estudo de materiais frágeis em trabalhos como ALVARES (1993). Neste modelo, em particular, assume-se uma relação linear entre a deformação de tração (ϵ_t) e $\ln(1-D)$ para o caso carregamentos de tração simples.

Ainda que os ensaios de compressão diametral não sejam uma situação de tração simples, à medida que o corpo de prova experimenta a um estado de tensões não uniforme, os dados de RODRÍGUEZ (2015) parecem indicar que existe relação quase linear entre deslocamento transversal (u) e $\ln(1-D^*)$ (Figura 4.8).

Figura 4.8 – Evolução do Pseudo Dano durante o ensaio de compressão diametral cíclica. CPs 22, 24 e 25. Reinterpretação dos dados de RODRÍGUEZ (2015).



4.2 A VELOCIDADE COMO FUNÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DO EVENTO DE EA

Antes de prosseguir com as aplicações da equação [47], foi verificado se poderia haver fenômenos que não estariam bem representados por ela. Em particular, essa equação faz a hipótese de que a velocidade de propagação da onda emitida por um dado evento depende, apenas, das características meio. Conjecturou-se, entretanto, que poderia haver alguma dependência das características da fonte.

A primeira possibilidade aventada consistiu na existência de alguma dependência entre a velocidade média de propagação de onda e a energia de emissão

acústica. A segunda possibilidade seria que a velocidade de propagação de onda poderia ter alguma relação com o comprimento de onda do sinal.

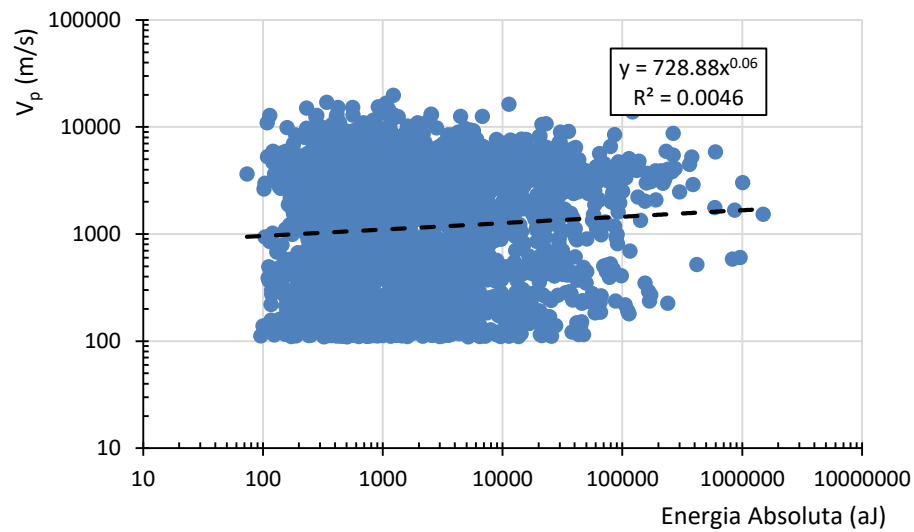
Para verificar estas conjecturas, foram analisados dados do ensaio 21 de RODRÍGUEZ (2015). Este foi um ensaio de compressão diametral monotônica em um corpo de prova cilíndrico de mármore de 100 mm de diâmetro e 50 mm de altura. O ensaio foi realizado com deslocamento diametral (perpendicular ao carregamento) controlado.

Este mesmo ensaio é objeto de análise mais aprofundada no Capítulo 5, onde uma descrição mais detalhada é oferecida.

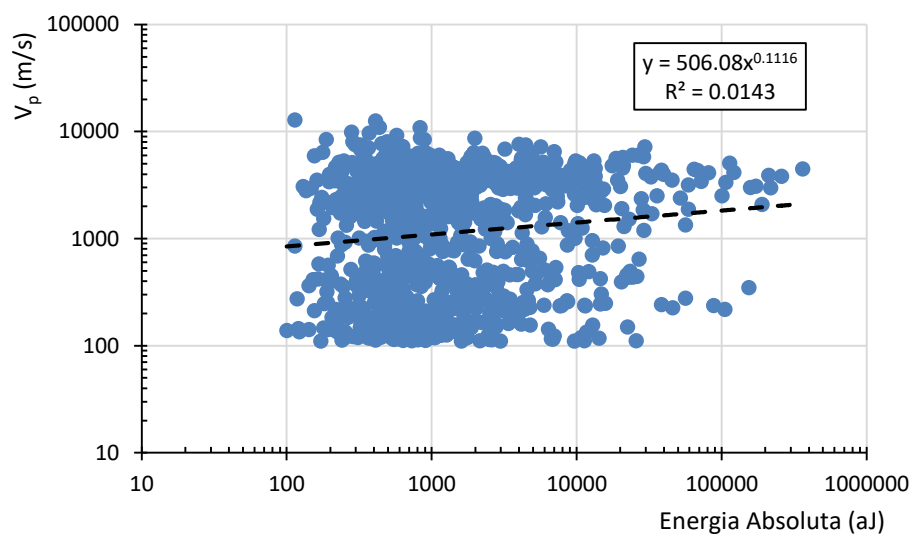
A hipótese de dependência velocidade-energia foi testada plotando, para cada evento no ensaio em tela, o valor dessas duas variáveis tais quais obtidas no CLAPWaVe (RODRÍGUEZ, 2015). O resultado é apresentado na Figura 4.9, notando-se que o coeficiente de correlação entre estas duas variáveis é muito baixo (menor que 0,02), tanto para o caso em que se utilizam todos os eventos de EA (a) quanto quando filtram-se apenas os primeiros 1000 (b), correspondentes aproximadamente ao trecho pré-pico do ensaio.

Essa filtragem mostra que, nem mesmo para níveis de dano baixos, a correlação é significativa. Isso é particularmente valoroso pois se trata de uma situação em que o nível de dano no corpo de prova é moderado, o que isola o efeito do dano na velocidade de propagação de onda. Isto é, para a situação da Figura 4.9(b), se houvesse uma relação entre velocidade e energia, ela não seria mascarada pelo efeito da Equação [47].

Figura 4.9 – Velocidade média de propagação de onda contra energia absoluta para cada evento de emissão acústica do ensaio 21. Produzido com dados de RODRÍGUEZ (2015), a qual empregou o *software* CLAPWave. Todos os eventos (a) e primeiros 1000 eventos (b)



(a)



(b)

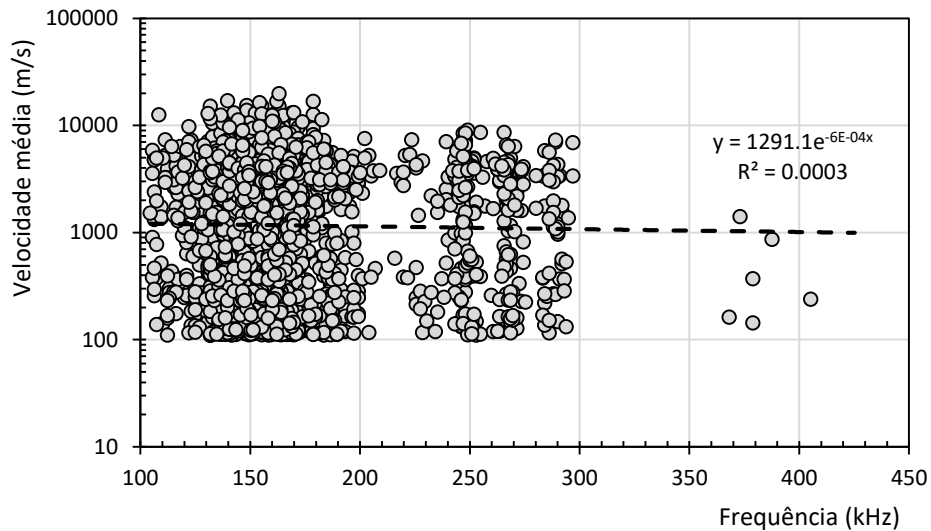
Finalmente, a hipótese de dependência velocidade-comprimento-de-onda foi testada plotando a frequência dominante de cada evento de EA contra a velocidade média, dando origem à Figura 4.10. Para isto, procedeu-se à transformada de Fourier dos sinais de emissão acústica, definindo-se frequência dominante como aquela de maior amplitude na série de Fourier.

O apelo epistêmico dessa correlação consiste em imaginar que, se o comprimento de onda for pequeno (muito menor que o tamanho dos grãos), a propagação de onda será mais difusa, operando uma série de reflexões nos contatos

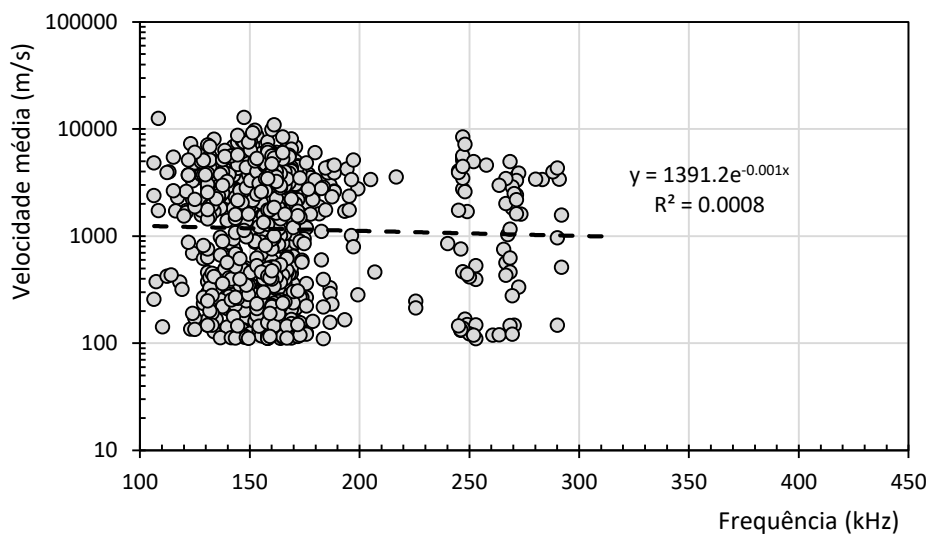
entre grãos. Por tabela, a distância efetivamente percorrida pelo sinal da fonte ao sensor seria maior, o que resultaria em uma velocidade aparente média menor. Em resumo, como a distância efetivamente percorrida pelo sinal seria maior que a distância em linha reta entre a fonte e o sensor, a velocidade média pareceria menor.

Dos resultados, observa-se que também não foi identificada correlação entre a frequência dominante do sinal e a velocidade média de propagação de onda. Isso se verifica tanto para a série de dados completa (Figura 4.10a) quanto para os primeiros 1000 eventos, correspondentes aproximadamente ao trecho pré-pico (Figura 4.10b).

Figura 4.10 – Velocidade média de propagação de onda contra frequência dominante para cada evento de emissão acústica do ensaio 21. Produzido com dados de RODRÍGUEZ (2015), a qual empregou o *software* CLAPWaVe. Todos os eventos (a) e primeiros 1000 eventos (b)



(a)



(b)

Dessa forma, não foram localizadas evidências de correlação entre características da fonte (energia e frequência dominante) e velocidade de propagação de onda para as condições do ensaio. Mesmo que essa conclusão possa ser afetada pela precisão dos instrumentos e técnicas adotadas, e dentro da limitação dos dados obtidos, parecem adequadas as hipóteses da equação [47], a qual é aplicada no restante deste trabalho.

De toda forma, destaca-se que a Figura 4.10 parece indicar a existência de uma distribuição multimodal de frequências dominantes. De fato, na Figura 4.10a, as frequências dominantes parecem se concentrar ao redor dos valores de 160, 240, 270 e 290 kHz. Este fenômeno, entretanto, não foi analisado em profundidade neste trabalho.

4.3 DESCRIÇÃO DO ALGORITMO

Sejam válidas as hipóteses da equação [47]. Considere-se um maciço rochoso originalmente não danificado para o qual são conhecidas estimativas dos parâmetros V_0 e β . Divida-se, então, este maciço em voxels. Inicialmente, em todos eles a velocidade de propagação de onda vale V_0 .

Pela ação de algum esforço, este maciço é carregado até que ocorra o primeiro evento de emissão acústica. Este evento é captado por um conjunto de sensores (essencialmente microfones), sendo chamado de gatilho aquele sensor que mais cedo captar o sinal. Compute-se a diferença de tempos de chegada do sinal entre o sensor gatilho e cada dos demais, esta informação sendo utilizada para localizar a posição da fonte e determinar o instante em que ocorreu o evento. Para tanto, minimiza-se o erro quadrático entre as diferenças de tempo calculadas (pela teoria do raio) e medidas.

Calculada essa posição, um novo campo de velocidade é construído pela aplicação da equação [47] a cada voxel. Desta forma, o voxel que contém a fonte do evento de emissão acústica passa a ter sua velocidade reduzida. Novamente, destaca-se que aqui foi desprezado, por simplicidade, o acréscimo de velocidade de propagação de onda causado pela elevação da tensão confinante.

O carregamento prossegue até que ocorra cada um dos eventos subsequentes, o processo acima sendo repetido iterativamente.

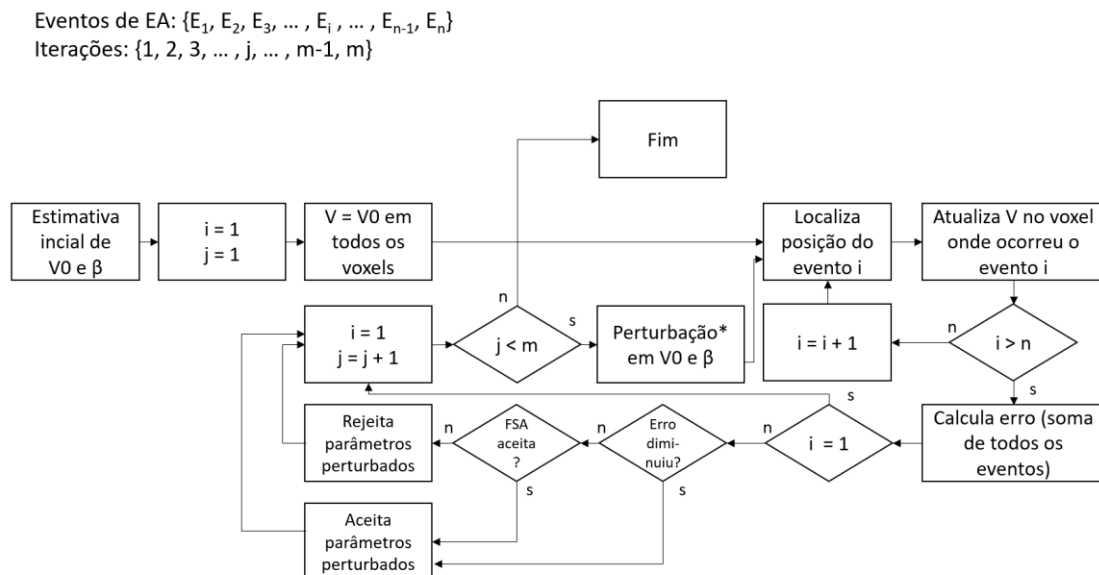
Por fim, somando os erros quadráticos de cada evento, calcula-se o erro da estimativa dos parâmetros V_0 e β . Estes parâmetros são alterados até que se minimize o erro quadrático.

Portanto, existem dois problemas de otimização a resolver: Um primeiro, que consiste em determinar os parâmetros V_0 e β , e outro, resolvido a cada iteração do primeiro, de localização das fontes de emissão acústica.

Qualitativamente, e por experimentação, foi possível concluir que uma combinação de *Fast Simulated Annealing* (FSA) (Item 3.3.1.3), para determinação dos parâmetros V_0 e β , e busca em *grid* (para localização de centros) conduziu aos melhores resultados. Estes algoritmos foram implementados, pelo autor, em linguagem de programação R, dando origem ao software AETom.R (*Acoustic Emission Tomography in R*). Um diagrama de blocos esquemático deste *script* é apresentado na Figura 4.11. O código é apresentado como apêndice.

Por clareza, é importante reforçar que o algoritmo proposto realiza a minimização da função erro quadrático. Esta função é computada pela soma dos quadrados das diferenças entre os tempos de chegada medidos e calculados para todos os eventos de emissão acústica em todos os sensores.

Figura 4.11 – Diagrama de blocos esquemático do AETom.R.



Nota: (*) Seguindo uma distribuição de Cauchy com amplitude decrescente com o número de iterações

4.4 TESTE

A solução de três problemas simplificados hipotéticos permitiu testar o software implementado. Em todos eles, empregou-se a formulação simplificada do Item 4.1.1.

Neste processo, foram testados, também, diferentes métodos de inversão, dentre aqueles apresentados no Capítulo 3, para a solução dos problemas de otimização. Muitos deles apresentaram convergência insatisfatória (atingindo mínimos locais), ou se demonstraram excessivamente lentos (não convergindo mesmo passadas várias horas de processamento). Esse foi, notadamente, o caso dos métodos tipo gradiente (Item 3.3.1.2).

4.4.1 PROBLEMA 1

O primeiro problema simulado consistiu de um volume em forma de paralelepípedo em cujo interior ocorreram eventos de emissão acústica.

Nesse sentido, considere um domínio de 15 m x 15 m x 5 m dividido em nove *voxels* de 5 m x 5 m x 5 m. Considere que a origem do sistema de coordenadas se encontra em um dos vértices deste domínio. Considere, também, que este sistema é orientado de tal forma que todas as coordenadas sejam positivas e que todas as arestas sejam paralelas a um dos eixos.

Nos planos $z = 0$ m e $z = 5$ m, limites do domínio, foram posicionados um total de seis sensores, sendo três em cada face. Cada conjunto de três sensores foi disposto em um arranjo triangular equilátero de lado 7 m. O centro deste triângulo está sobre o plano $y = 7,5$ m, que também é plano de simetria do arranjo.

No domínio, 40 eventos de emissão acústica ocorrem conforme indicado na Tabela 4.1. Por construção, estes eventos, no espaço, seguem uma distribuição uniforme (pontos Poisson) e, no tempo, seus gatilhos ocorrem em intervalos regulares de um segundo. Ademais, as coordenadas de todos os eventos são números inteiros.

Os parâmetros da equação [46] são $V_0/10^4 = 0,08 \text{ m} \cdot 10^{-4}/\text{s}$ e $\beta = 0,033$, sabendo-se, a priori, que estes valores estão contidos no intervalo $[0,01 ; 0,1]$.

Partindo de uma estimativa inicial $V_0/10^4 = 0,05 \text{ m} \cdot 10^{-4}/\text{s}$ e $\beta = 0,05$, procedeu-se à inversão do problema. Para tanto, foram utilizadas as seguintes configurações do algoritmo:

- Para o FSA, foi utilizado $T(0) = 0,01$ e executadas 250 iterações;
- Para a busca em grid, foi utilizado um espaçamento de 1 metro. Na primeira iteração do FSA, os grids de busca cobriam todo o domínio do problema. Nas iterações seguintes, eles se estendiam, apenas, num cubo de 6 metros de aresta ao redor da estimativa de posição de cada evento na rodada anterior (limitado pelo domínio do problema). Assim, se, por exemplo, na iteração i , estimou-se que um evento ocorrera na posição (3;2;1), na iteração $i+1$ a busca seria realizada no paralelogramo definido por: $x = [0 ; 6]$, $y = [0 ; 5]$, $z = [0 ; 4]$;

Os erros quadráticos calculados em cada iteração são apresentados na Figura 4.12. A evolução dos parâmetros durante as iterações, por sua vez, é ilustrada na Figura 4.13. De fato, ao final das 220 iterações, chegou-se em $V_0/10^4 = 0,0811 \text{ m} \cdot 10^{-4}/\text{s}$ e $\beta = 0,03314$. Estas estimativas levaram aos erros de localização espacial e temporal dos eventos de emissão acústica ilustradas na Figura 4.14

Tabela 4.1 – Problema 1 – Eventos reais considerados

Evento	x (m)	y (m)	z (m)	t (s)	t _{trigger} (s)
1	12	13	1	0.986011	1
2	8	4	2	1.984516	2
3	11	7	1	2.98537	3
4	14	13	3	3.97821	4
5	3	10	1	4.984164	5
6	14	13	3	5.976828	6
7	6	7	3	6.98179	7
8	12	6	3	7.98695	8
9	5	14	2	8.989455	9
10	14	11	4	9.975782	10
11	8	12	3	10.9936	11
12	13	6	2	11.98594	12
13	9	3	2	12.98695	13
14	10	5	3	13.98426	14
15	1	6	3	14.9871	15
16	3	6	3	15.98695	16
17	13	11	2	16.97691	17
18	14	12	3	17.97185	18
19	10	10	2	18.97954	19
20	2	1	2	19.99251	20
21	8	4	3	20.98232	21
22	8	8	3	21.98489	22
23	6	8	2	22.98311	23
24	1	6	3	23.98548	24
25	4	7	1	24.98237	25
26	9	1	2	25.98385	26
27	2	14	3	26.98142	27
28	5	2	2	27.98668	28
29	13	8	2	28.97683	29
30	12	6	2	29.98177	30
31	8	5	4	30.97782	31
32	6	9	2	31.98324	32
33	8	12	2	32.9933	33
34	3	9	1	33.97775	34
35	5	2	2	34.98517	35
36	5	10	3	35.98605	36
37	2	5	2	36.98517	37
38	1	7	4	37.97691	38
39	9	2	1	38.98161	39
40	13	11	2	39.97011	40

Figura 4.12 – Problema 1 – Evolução do erro quadrático durante as iterações do FSA.
(Apenas iterações aceitas)

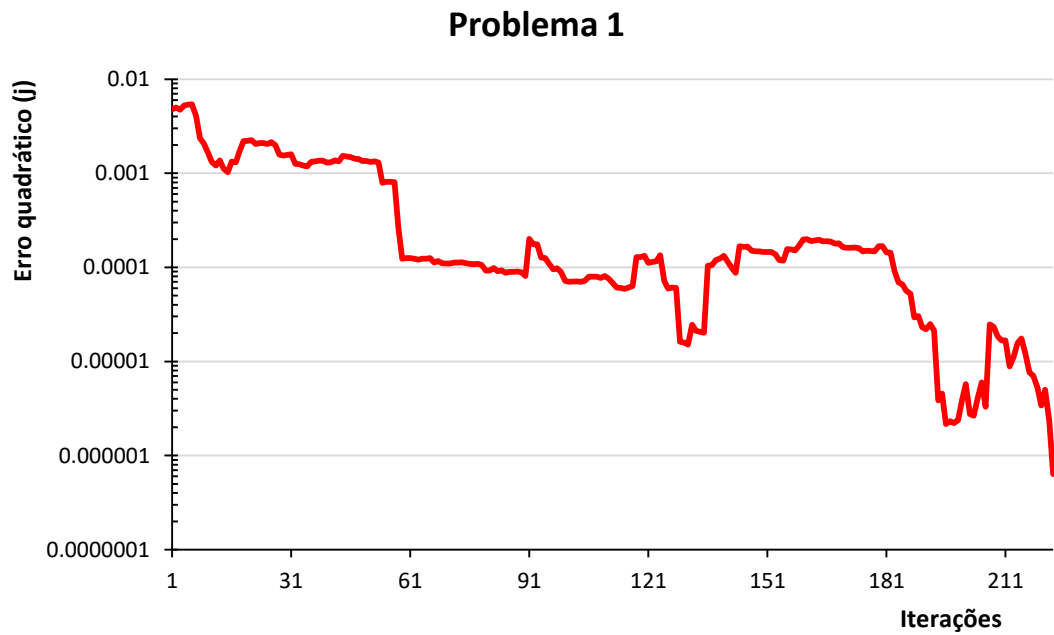


Figura 4.13 – Problema 1 – Evolução dos parâmetros durante iterações do FSA.
(Iterações aceitas e recusadas)

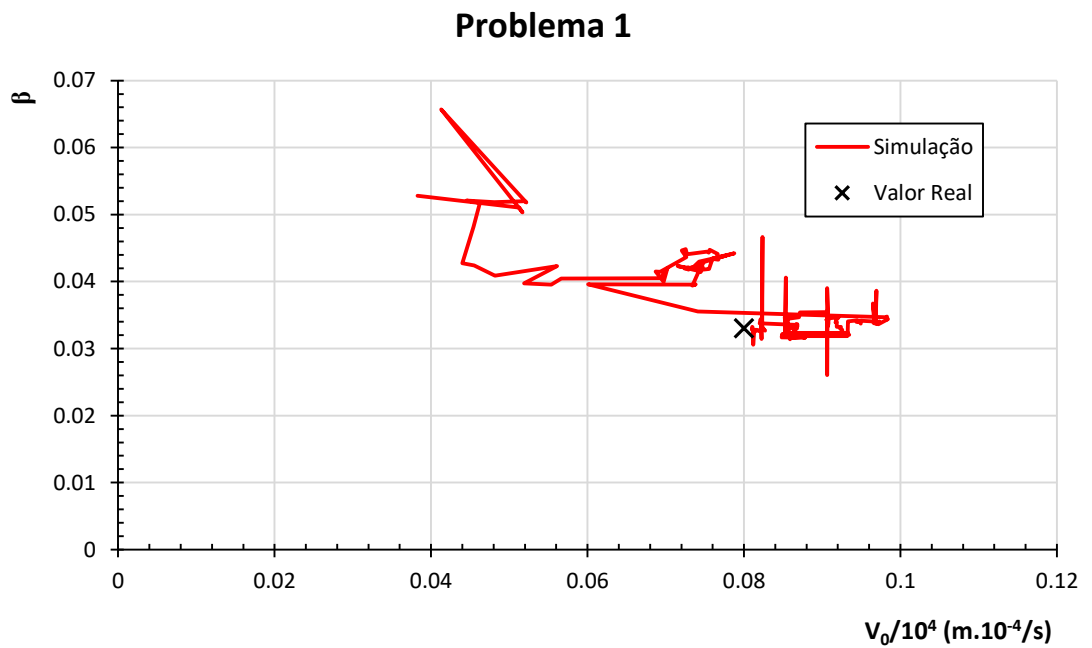
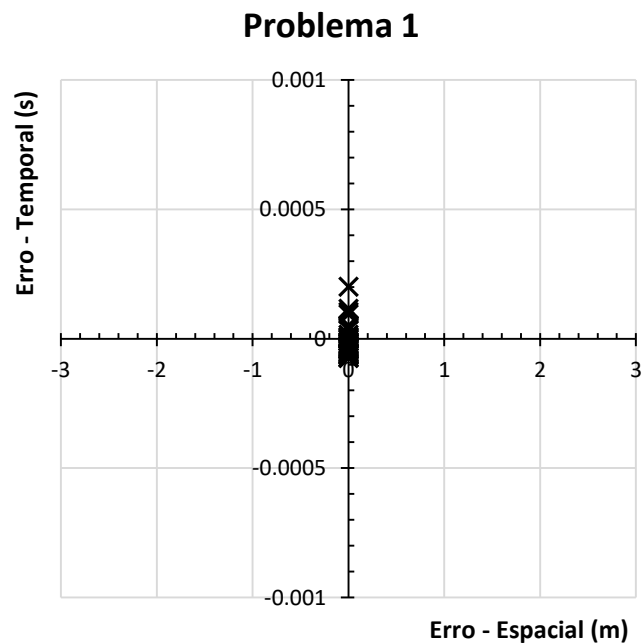


Figura 4.14 – Problema 1 – Erro de predição espacial e temporal para cada evento



4.4.2 PROBLEMA 2

Considere uma situação semelhante àquela do problema 1, mas na qual as coordenadas reais dos eventos de emissão acústica não são números inteiros (Tabela 4.2). Os erros quadráticos calculados em cada iteração são apresentados na Figura 4.15. A evolução dos parâmetros durante as iterações, por sua vez, é ilustrada na Figura 4.16. De fato, ao final das 150 iterações aceitas, chegou-se em $V_0/10^4 = 0,0814$ m. 10^{-4} /s e $\beta = 0,03238$. Estas estimativas levaram aos erros de localização espacial e temporal dos eventos de emissão acústica ilustradas na Figura 4.17.

Note que, neste problema, das posições reais dos eventos não coincidirem com o grid de busca implica que, mesmo com os parâmetros $V_0/10^4$ e β corretos, o algoritmo não necessariamente é capaz de obter uma solução de erro quadrado nulo. De fato, neste caso, chega-se a um erro de $2,3 \times 10^{-4}$, ilustrado na Figura 4.15.

Tabela 4.2 – Problema 2 – Eventos reais considerados

Evento	x (m)	y (m)	z (m)	t (s)	t _{trigger} (s)
1	12	7.6	3.5	0.983902	1
2	6.6	2.7	1.6	1.986757	2
3	13.2	7.9	2.6	2.980972	3
4	5.6	12.4	2.5	3.990719	4
5	12.7	5.5	3	4.987422	5
6	10.5	13.7	3.3	5.989462	6
7	6.7	6.9	3	6.982261	7
8	13.8	1	3.6	7.99281	8
9	9.8	4.5	3.7	8.988728	9
10	9.8	8.3	1.9	9.983838	10
11	8.2	1.1	1.2	10.98421	11
12	13.5	5.2	2.1	11.98679	12
13	4.5	9.4	2.7	12.98585	13
14	6.5	10.7	1.7	13.99176	14
15	10.4	11.6	3.1	14.9893	15
16	4.4	10.8	1.7	15.9891	16
17	7	8.8	3.6	16.98693	17
18	5.8	8.9	1.5	17.98483	18
19	7.2	2.8	1.5	18.98176	19
20	5.7	9.2	1.9	19.98352	20
21	9.4	12.4	1.3	20.99256	21
22	5.1	1.9	2	21.98593	22
23	2.5	5.1	1.4	22.99046	23
24	2.2	12.3	1	23.98381	24
25	11	3.1	1.2	24.99383	25
26	5.7	3.7	2.6	25.98105	26
27	9.5	3.9	3	26.98111	27
28	5.1	1.6	1.5	27.98133	28
29	13.7	8	2.9	28.97705	29
30	6	1.4	1.5	29.9745	30
31	2.7	4.9	2	30.9907	31
32	10.1	3.3	3.1	31.98973	32
33	9.6	5.1	1.3	32.98235	33
34	6.2	2.4	1.6	33.9702	34
35	10.9	12.5	2.5	34.98676	35
36	12.6	5.4	1.6	35.98599	36
37	5.9	7.9	3.9	36.97714	37
38	1.1	10	1.1	37.9775	38
39	11	11.2	2.9	38.98528	39
40	13.8	4.8	2.3	39.98805	40

Figura 4.15 – Problema 2 – Evolução do erro quadrático durante as iterações do FSA.
(Apenas iterações aceitas)

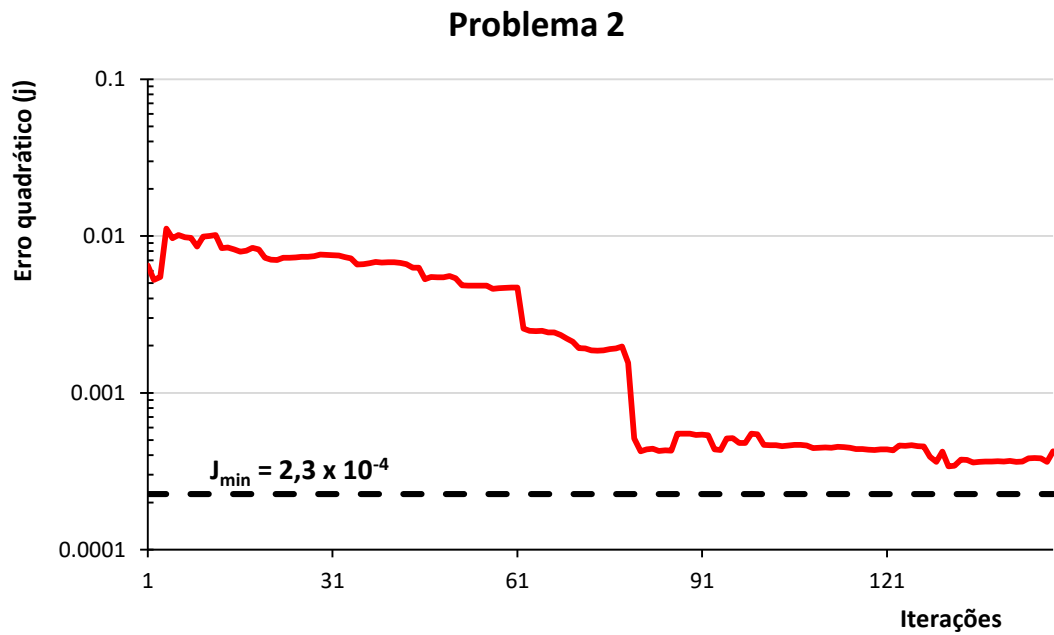


Figura 4.16 – Problema 2 – Evolução dos parâmetros durante iterações do FSA.
(Iterações aceitas e recusadas)

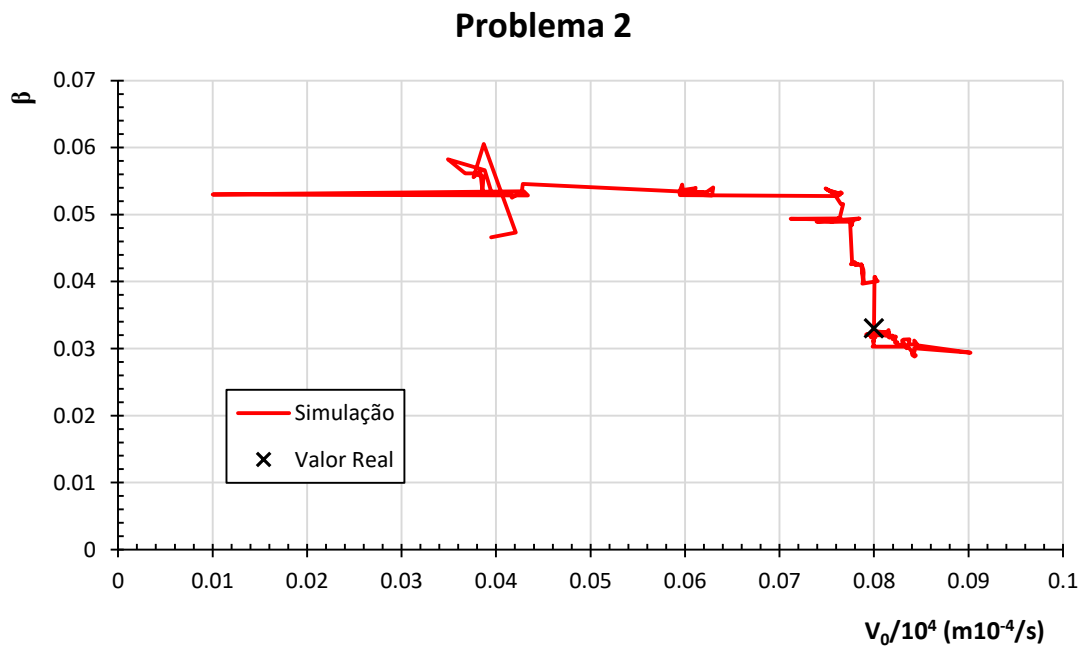
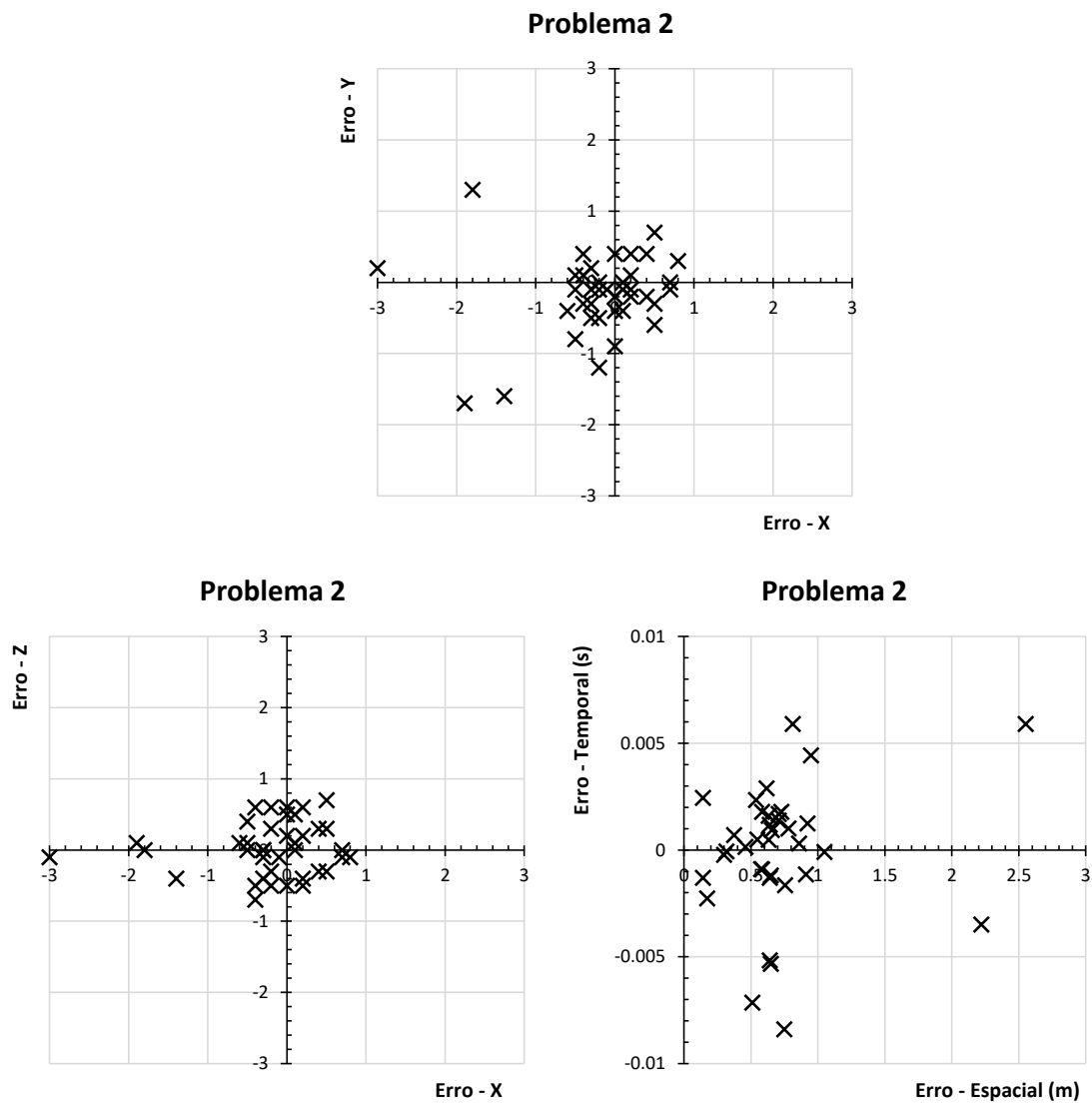


Figura 4.17 – Problema 2 – Erro de predição espacial e temporal para cada evento



4.4.3 PROBLEMA 3

Considere uma situação semelhante àquela do problema 2, mas na qual os eventos de emissão acústica estão distribuídos conforme indicado na Figura 4.18. Ademais, foram utilizados voxels menores, de 1 m x 1 m x 1 m.

Os erros quadráticos calculados em cada iteração são apresentados na Figura 4.20. A evolução dos parâmetros durante as iterações, por sua vez, é ilustrada na Figura 4.21. De fato, ao final das 90 iterações aceitas, chegou-se em $V_0/10^4 = 0,0771 \text{ m} \cdot 10^{-4}/\text{s}$ e $\beta = 0,0358$. Estas estimativas levaram aos erros de localização especial dos eventos de emissão acústica ilustradas na Figura 4.19

Note que, assim como no problema anterior, na não coincidência entre as posições reais e o grid de busca implica que, mesmo com os parâmetros $V_0/10^4$ e β corretos, chega-se a um erro de $3,0 \times 10^{-4}$, ilustrado na Figura 4.

Figura 4.18 – Problema 3 – Posição real dos eventos

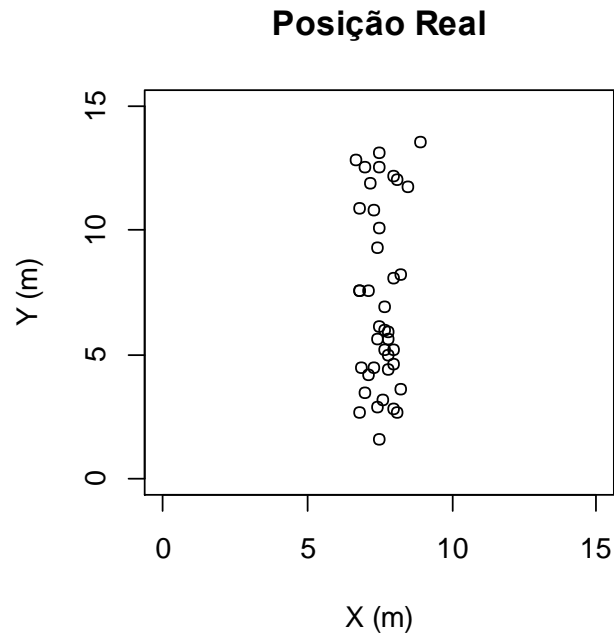


Figura 4.19 – Problema 3 – Posição prevista para os eventos.

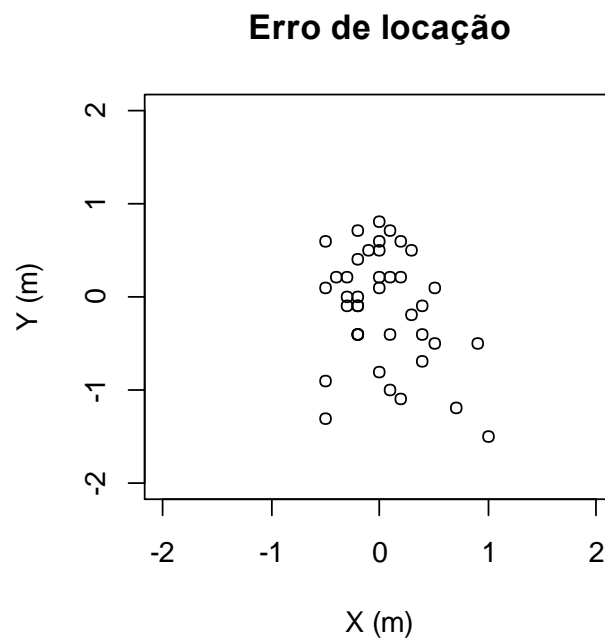
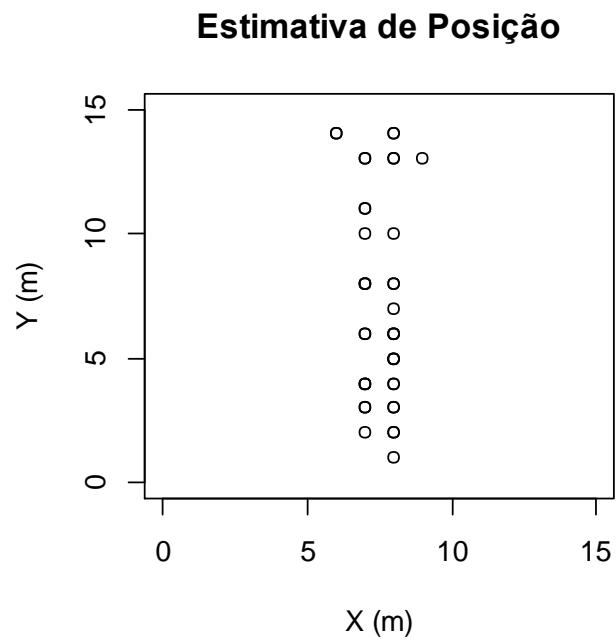


Figura 4.20 – Problema 3 – Evolução do erro quadrático durante as iterações do FSA.
(Apenas iterações aceitas)

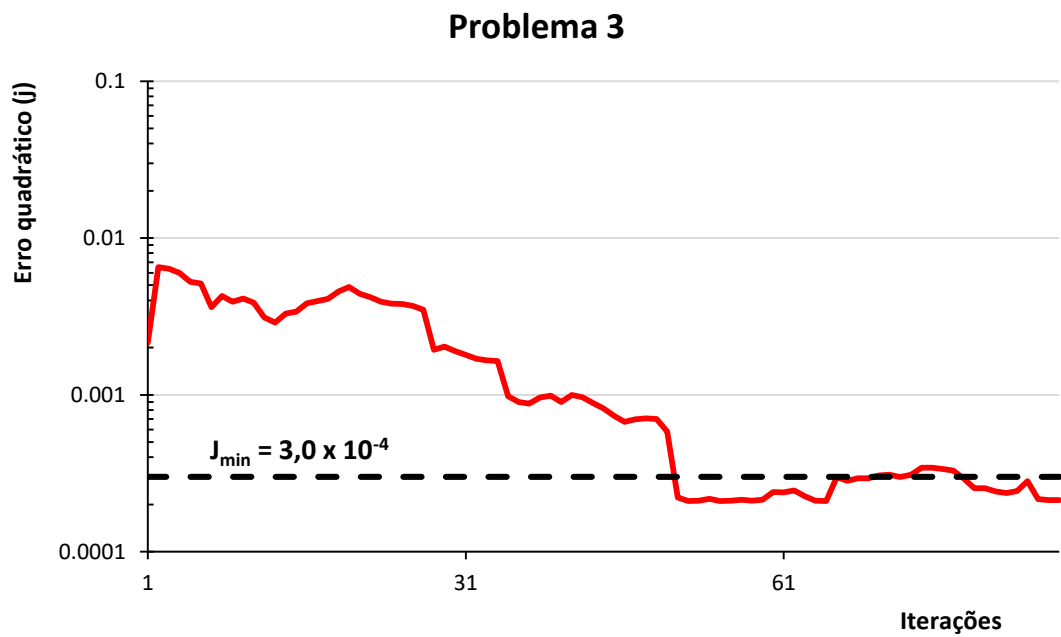
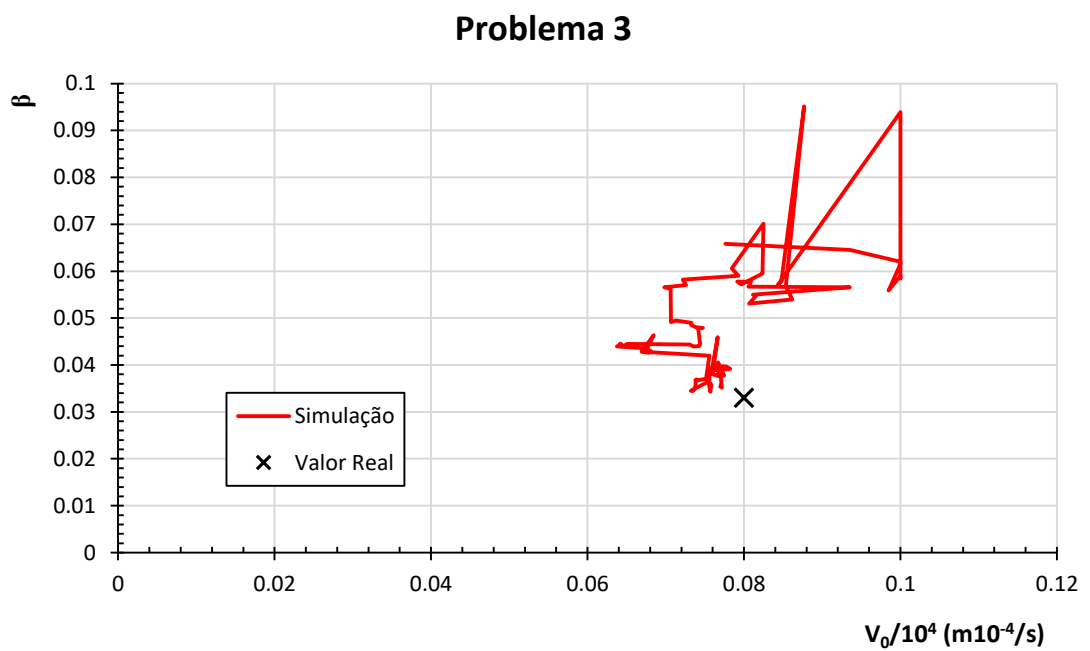


Figura 4.21 – Problema 3 – Evolução dos parâmetros durante iterações do FSA.
(Iterações aceitas e recusadas)



5 TOMOGRAFIA PARA CORPO DE PROVA DE MÁRMORE

A abordagem apresentada no capítulo anterior foi empregada para reinterpretar o ensaio 21 de RODRÍGUEZ (2015). Este foi um ensaio de compressão diametral monotônica em um corpo de prova cilíndrico de mármore de 100 mm de diâmetro e 50 mm de altura.

O ensaio foi realizado com deslocamento diametral (perpendicular ao carregamento) controlado seguindo o procedimento de CELESTINO et al. (1995). A taxa de deslocamento foi de 7×10^{-4} mm/min.

Em prol da concisão, uma descrição detalhada do arranjo experimental e do procedimento de laboratório destes ensaios é, aqui, omitida. Certamente, eles podem ser consultados no trabalho supracitado. Contudo, para fins de tomografia de velocidade, é importante destacar que:

- O ensaio foi monitorado por seis sensores de emissão acústica, sendo três posicionados em cada uma das faces planas do corpo de prova. Em cada uma delas, os sensores foram dispostos em um arranjo triangular equilátero de centro coincidente com o centro da face;
- O mármore ensaiado foi submetido, também, a ensaios de compressão diametral cíclicos. Foram os resultados destes ensaios os apresentados da Figura 4.6 à Figura 4.10.

A curva força x deslocamento transversal deste ensaio é apresentada na Figura 5.1. Na mesma figura, é apresentada a energia de emissão acústica (absoluta) acumulada. O Arranjo geral do experimento é apresentado na

Figura 5.1 – Curva Força x Deslocamento Perpendicular do ensaio 21 de RODRÍGUEZ (2015).

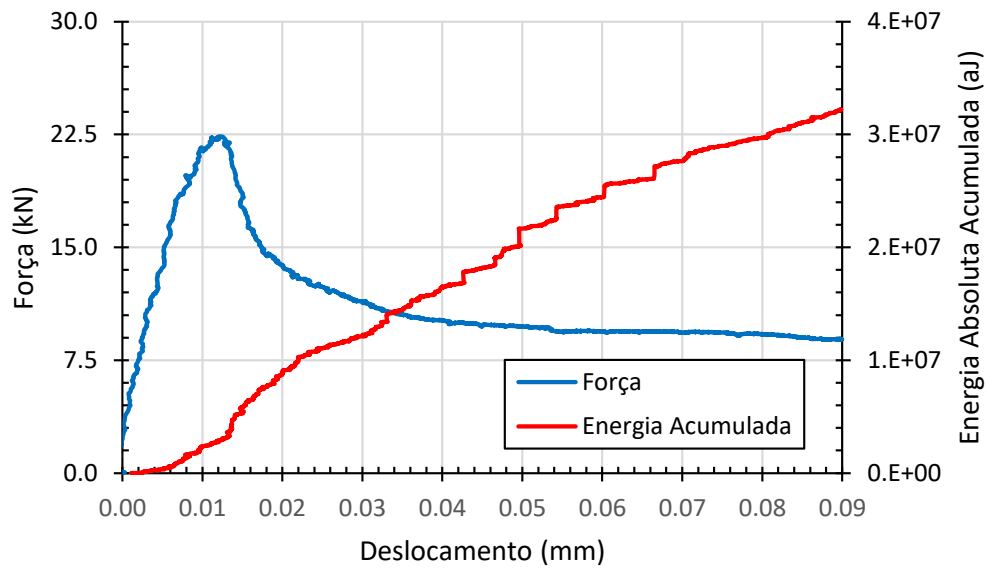
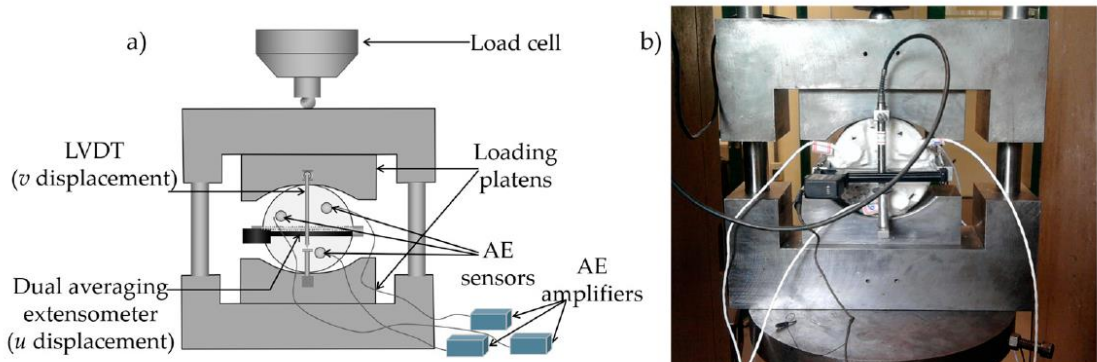


Figura 5.2 – Arranjo geral do experimento
Fonte: RODRIGUEZ e CELESTINO (2018)



5.1 TRECHO PRÉ-PICOPRÉ-PICO

Conceitualmente, a hipótese do Item 4.1.2 deve se ajustar melhor até o pico da curva Força x Deslocamento. Isto porque, muito além deste ponto, o processo de fraturamento do ensaio de compressão diametral se torna demasiadamente concentrado ao longo de um plano preferencial. Neste momento, perde a validade a hipótese de dano difuso, sobre a qual se constrói a Mecânica do Dano, e, por tabela, a equação [43].

Até o ponto de pico, RODRIGUEZ (2015) identificou a ocorrência de cerca de 550 eventos de emissão acústica no corpo de prova, cada qual associado a uma energia absoluta distinta (Figura 5.3). Destes, apenas 93 (aproximadamente 20%) apresentam

energia absoluta maior que 5000 aJ (Figura 5.4). Por outro lado, estes mesmos 93 eventos correspondem a 80% da liberação de energia no trecho pré-pico (Figura 5.5).

Desta forma, visando a reduzir o custo computacional do problema de inversão, preservando a maior parte da energia de emissão acústica liberada, foi realizada a tomografia de velocidades considerando apenas estes 93 eventos.

Nesta tomografia, tomou-se um domínio de 120 mm x 120 mm x 60 mm centrado no baricentro do corpo de prova. Este domínio é, portanto, ligeiramente maior que o corpo de prova, tendo sido dividido em 500 voxels cúbicos de lado igual a 12 mm.

Certamente, o objetivo da tomografia, como já exposto, é obter os parâmetros da equação [47]. Contudo, constatou-se, após diversas simulações experimentais que a convergência do método numérico é melhor sob duas condições:

1. Se a janela de busca dos parâmetros a inverter é a mesma;
2. Se a sensibilidade do erro a variações dos dois parâmetros é semelhante. Isto é, se as derivadas parciais do erro em relação a cada um dos parâmetros a inverter são aproximadamente iguais

Esperava-se, de medidas diretas realizadas no corpo de prova antes do ensaio por RODRIGUEZ (2015), que o valor de V_0 fosse da ordem de 3000 a 3500 m/s.

Figura 5.3 – Energia de cada evento de emissão acústica para o ensaio 21 de RODRÍGUEZ (2015).

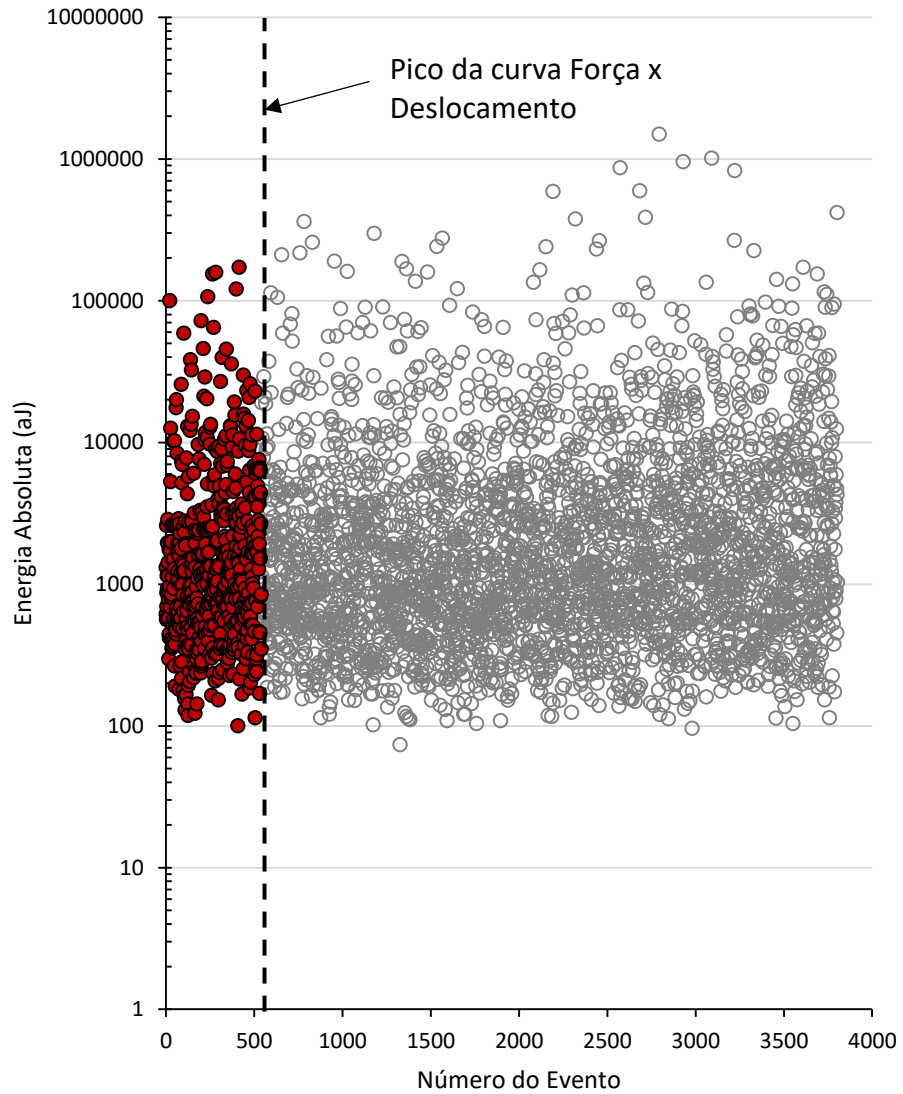


Figura 5.4 – Fração dos eventos com energia absoluta maior que um certo valor. Trecho pré-picopré-pico do ensaio 21 de RODRÍGUEZ (2015).

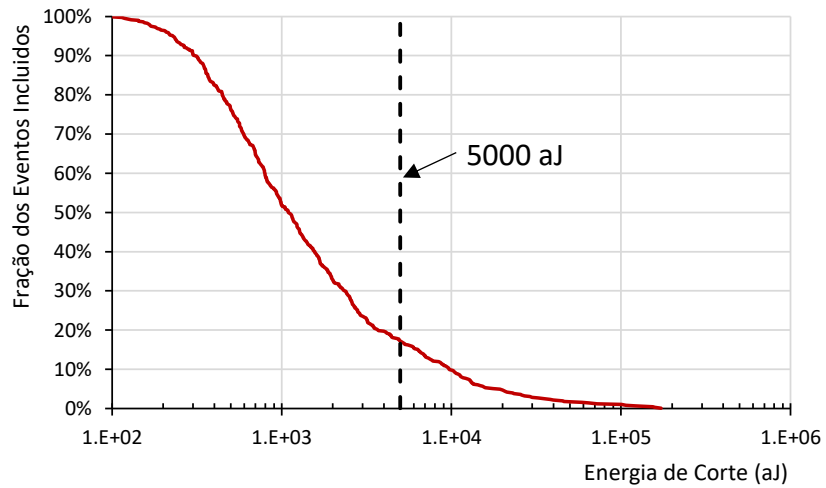
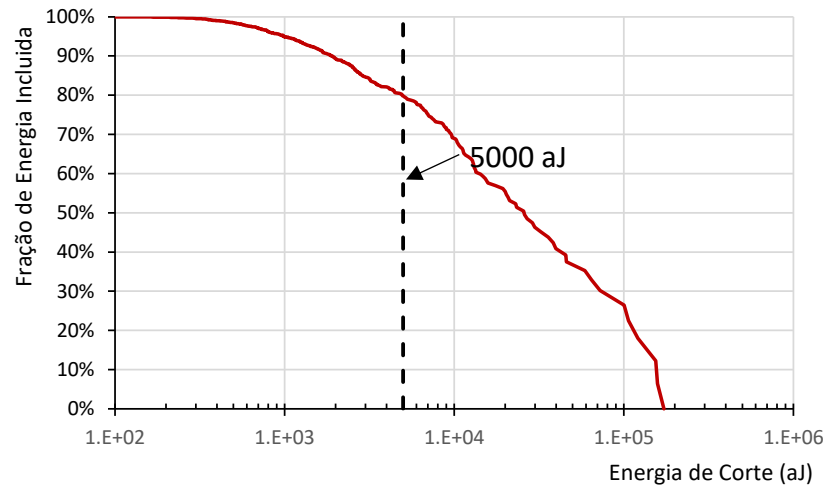


Figura 5.5 – Fração da energia absoluta acumulada ao se considerar apenas eventos com energia maior que um certo valor. Trecho pré-pico do ensaio 21 de RODRÍGUEZ (2015).



Por outro lado, era difícil antecipar o valor de β . De fato, apenas era possível realizar uma inferência, a priori, recorrendo aos ensaios de compressão diametral cíclica já apresentados no Item 4.1.2, assumindo a validade da equação [47] na escala do corpo de prova. Neste caso, obtém-se $\beta = 6 \times 10^{-8}$ (Figura 5.6). Contudo, por esta não ser uma propriedade do material, sendo dependente do tamanho do corpo de prova, a estimativa deve ser entendida como um limite inferior para o valor dos parâmetros em cada voxel.

Ademais, análises de sensibilidade (a posteriori) mostraram que, na região do mínimo global, o erro é cerca 260 vezes mais sensível a V_0 do que a β (Figura 5.7).

Figura 5.6 – Regressão entre $\ln(1-D)$ e o oposto da energia de emissão acústica acumulada (aJ) para ensaios cíclicos de RODRÍGUEZ (2015) em mármore.

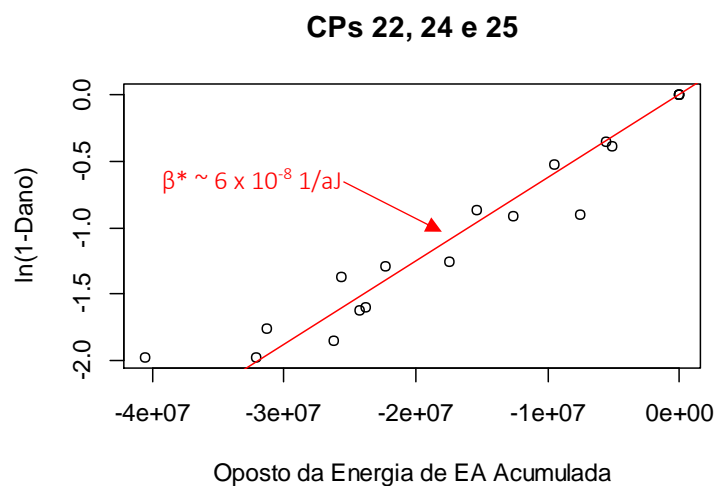
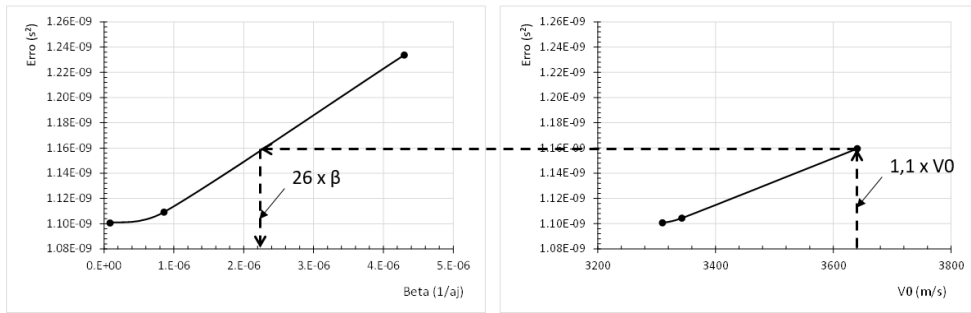


Figura 5.7 – Análise de sensibilidade do erro aos valores de V_0 e β para a região do mínimo global.



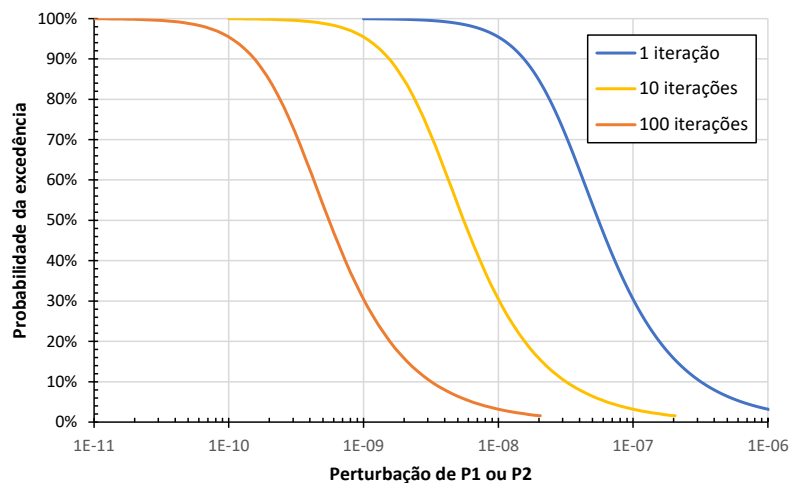
Desta forma, não se procedeu com a inversão direta dos parâmetros V_0 e β . Em substituição a eles, empregaram-se os parâmetros de inversão P1 e P2 definidos como:

$$\begin{cases} V_0 \left(\frac{m}{s}\right) = P_2 \times 10^{11} \\ \beta \left(\frac{1}{aj}\right) = 10^{-8} + 290(P_1 - 10^{-8}) \end{cases} \dots [48]$$

Este par de parâmetros satisfaz às citadas condições para boa convergência, sendo a minimização realizada no intervalo $[10^{-8}, 10^{-7}]$. Este intervalo corresponde a $V_0 \in [10^{-3}, 10^{-4}]$ m/s e $\beta \in [10^{-8}, 2,6 \times 10^{-5}]$ 1/aj.

A otimização foi feita aplicando o procedimento descrito no Item 4.3 partindo-se do valor inicial de 8×10^{-8} para os dois parâmetros (P1 e P2) para um número de iterações limite de 250. Conforme indicado no supracitado item, a cada iteração, as estimativas foram perturbadas seguindo distribuições de Cauchy (Figura 5.8).

Figura 5.8 – Distribuição de probabilidade das perturbações nos parâmetros P1 e P2 ao para 1, 10 e 100 iterações.



Ao final deste processo, foi possível obter um erro quadrático mínimo de $1,1 \times 10^{-9} \text{ s}^2$ para $\beta = 8,6 \times 10^{-8} \text{ l/aJ}$ e $V_0 = 3,31 \times 10^3 \text{ m/s}$.

Estes parâmetros levaram às previsões de dano e velocidade de propagação de onda apresentadas da Figura 5.9 à Figura 5.12. Nelas, definem-se os eixos x e y como aqueles que contêm as faces paralelas do corpo de prova (eixo horizontal e vertical, respectivamente) e o eixo z como aquele paralelo ao carregamento.

Figura 5.9 – Trecho pré-picopré-pico do ensaio 21– Resultado de tomografia apresentado em termos de velocidade para planos XY – Condição final (pico).

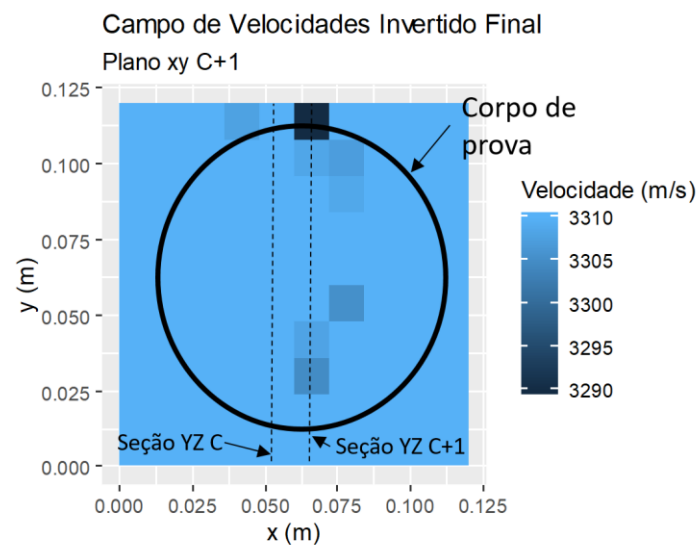
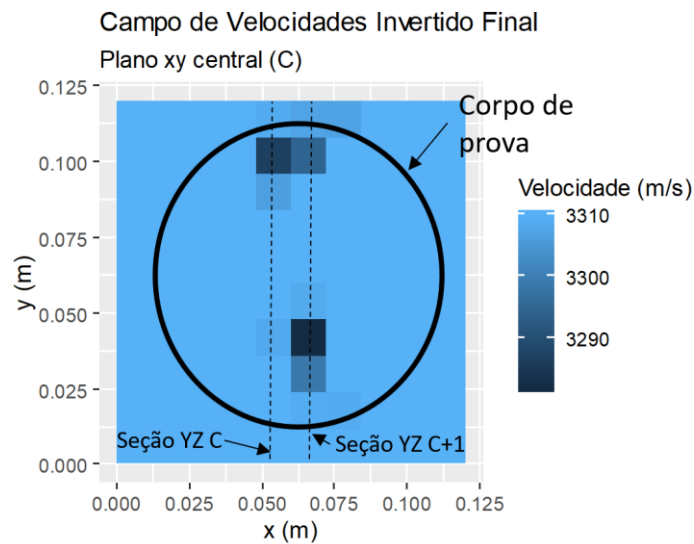
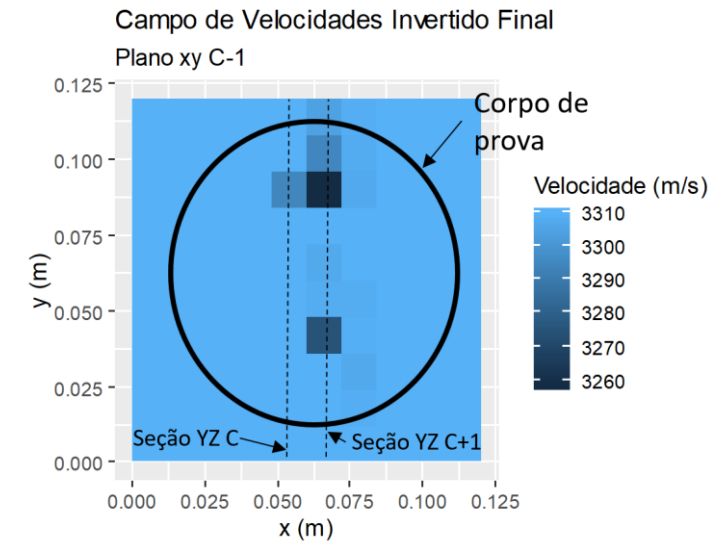


Figura 5.10 – Trecho pré-picopré-pico do ensaio 21– Resultado de tomografia apresentado em termos de velocidade para planos YZ – Condição final (pico).

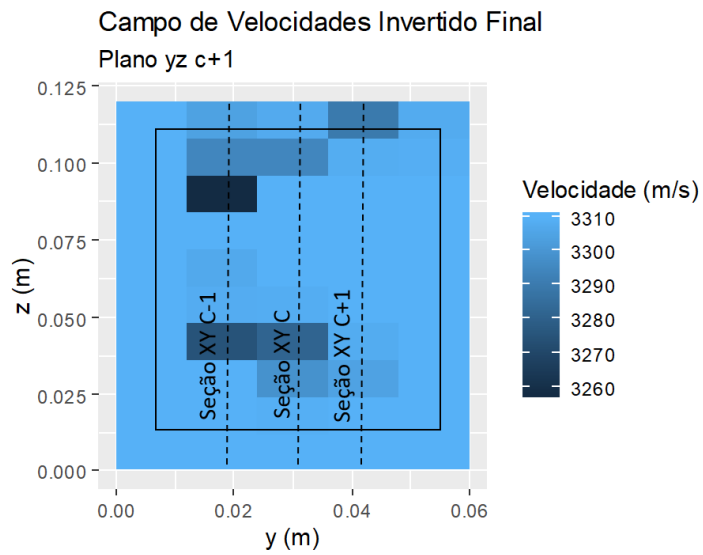
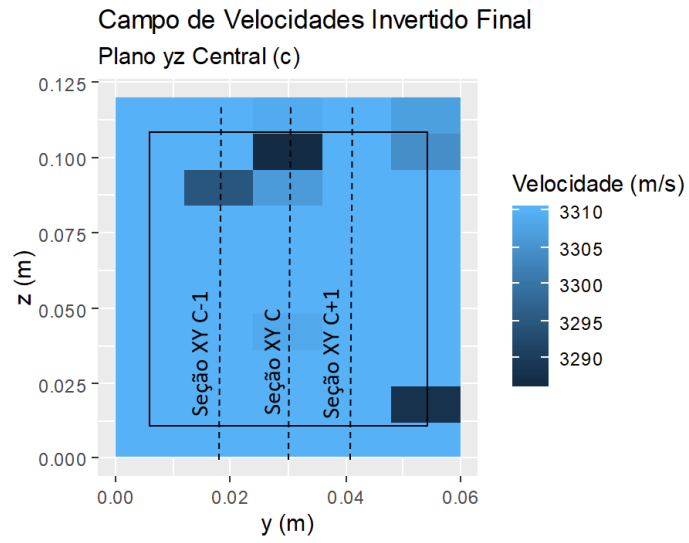


Figura 5.11 – Trecho pré-picopré-pico do ensaio 21– Resultado de tomografia apresentado em termos de dano para planos XY – Condição final (pico).

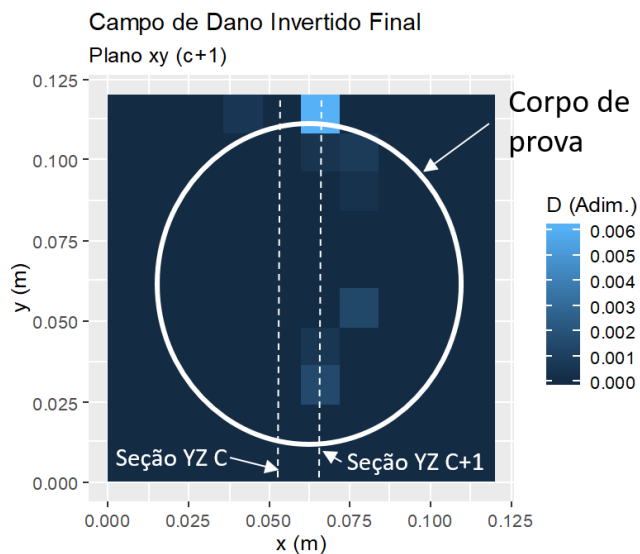
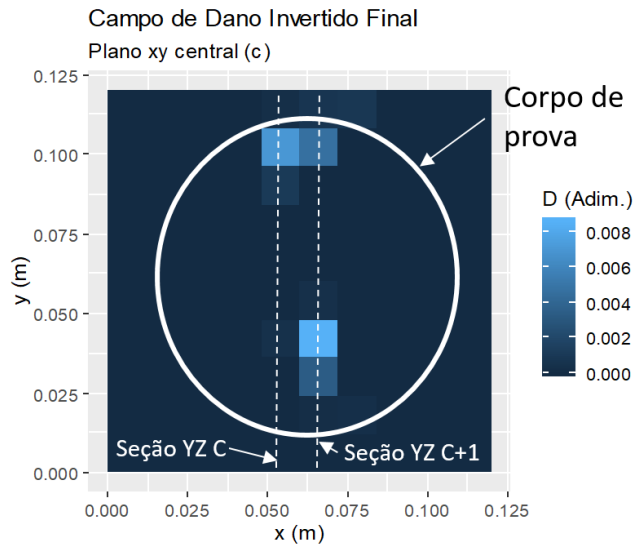
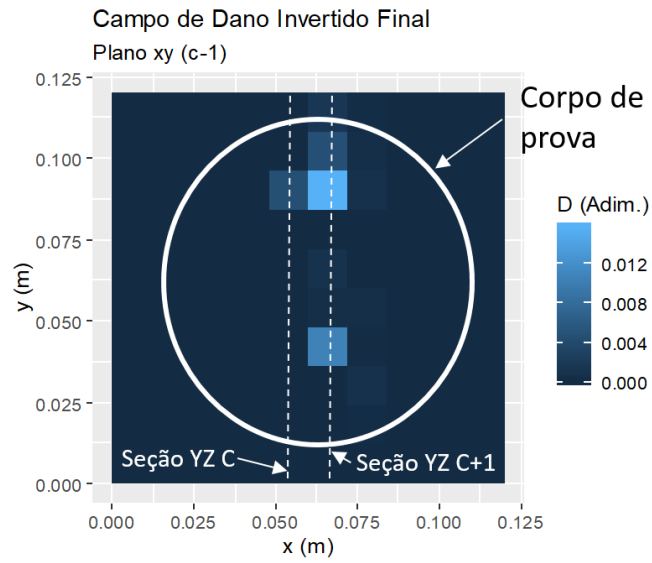
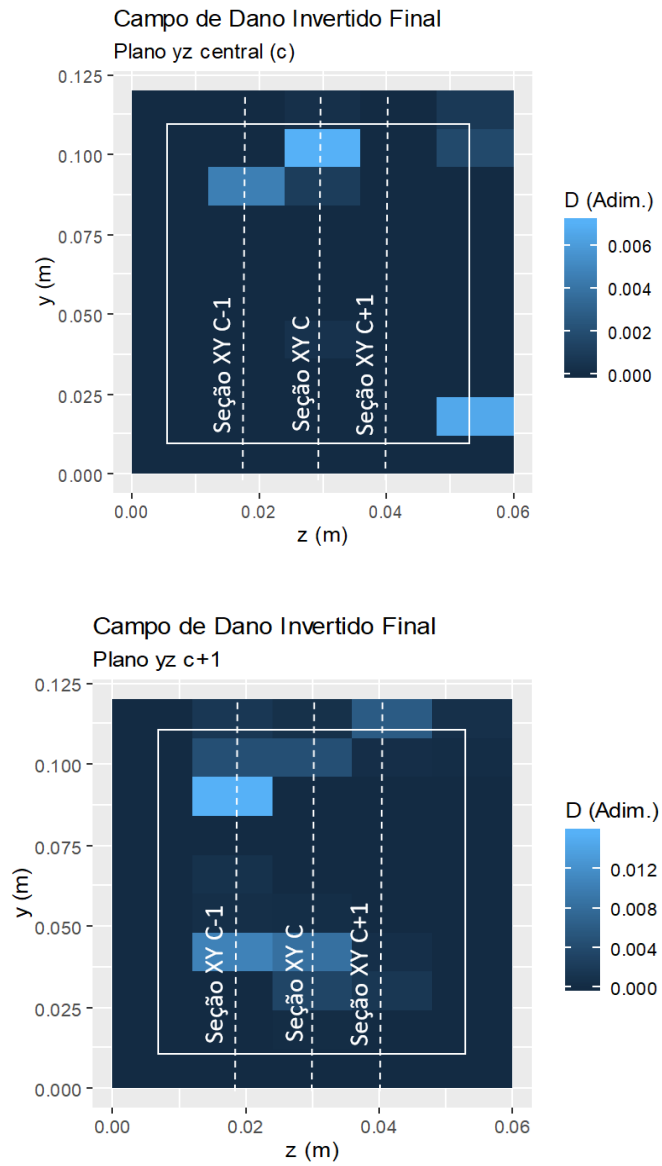


Figura 5.12 – Trecho pré-picopré-pico do ensaio 21– Resultado de tomografia apresentado em termos de dano para planos YZ – Condição final (pico).

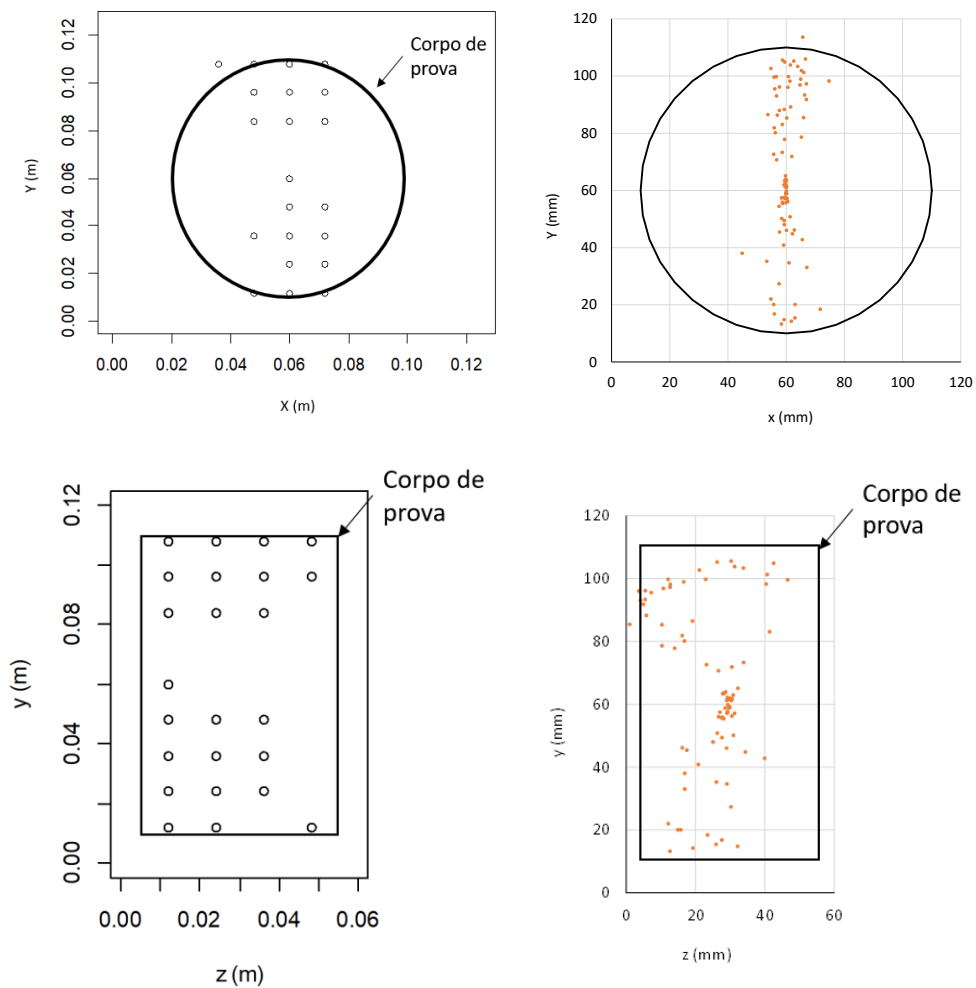


Dos resultados desta tomografia, destaca-se que:

- A velocidade V_0 do material intacto indicada pela inversão (3300 m/s) é coerente com os 3500 m/s reportados por RODRÍGUEZ para este material;
- Se o valor do parâmetro β fosse proporcional à área da seção onde ocorre a maior parte do fraturamento, esperar-se-ia, na escala do voxel, um valor 50 vezes maior que aquele estimado na escala do corpo de prova ($6 \times 10^{-8} \text{ 1/aJ}$). Contudo, a inversão retornou um valor apenas 40% maior que o estimado.
- A tomografia parece indicar a formação de uma zona danificada ao longo do eixo vertical do corpo de prova, coerente com as observações experimentais;
- O maior dano previsto pelo método é de pouco menos de 2%;
- Para etapas iniciais do carregamento, parece haver uma porção significativa do dano ocorrendo mais junto às bordas do corpo de prova, e não em seu núcleo. Isso guarda certa concordância com a localização de eventos realizada por RODRIGUÉZ (2015) (Figura 5.13);
- Por outro lado, o método de tomografia aplicado não foi capaz de identificar o início do processo de crescimento de fratura no centro do corpo de prova (Figura 5.13). Isso pode se dever ao fato de, para essa região, o dano ocorrer de maneira extremamente localizada, de forma que o voxel cúbico de 12 mm de lado não constituiria um volume elementar representativo.

Isto é, como o fraturamento, nessa região, ocorre de maneira bastante concentrada, apenas está sendo efetivamente danificada uma pequena porção do voxel. Assim, caso este nível de dano fosse assumido para todo o voxel, prever-se-ia uma velocidade de propagação de onda demasiadamente pequena. Esta velocidade, face aos tempos de chegada dos demais eventos de EA, deve ter se mostrado pouco realista.

Figura 5.13 – Localização dos primeiros 93 eventos com energia maior que 5000 aJ do ensaio 21. AETom.R (à esquerda) e CLAPWAVE (à direita)



5.2 TRECHO PÓS PICO

O mesmo procedimento aplicado no Item 5.1 foi aplicado, também, para um trecho maior do ensaio, correspondente aos primeiros 242 eventos com energia absoluta maior que 5000 aJ. Assim como no Item 5.1, a seleção deste *threshhold* permitiu preservar 80% da energia absoluta liberada no trecho, mas guardando apenas 20% dos eventos de emissão acústica.

Este trecho corresponde, aproximadamente, até deslocamentos perpendiculares da ordem de 0,04 mm (Figura 5.1). A ele, está associada a liberação de aproximadamente metade da energia de emissão acústica total.

O objetivo desta aplicação foi verificar a possibilidade de extrapolar a validade do método também para trechos do ensaio posteriores ao pico da curva tensão-

deformação. Vale lembrar que, a princípio, a hipótese de dano difuso é tanto menos válida quanto mais se avança após o pico no ensaio de compressão diametral.

A evolução dos parâmetros ao longo das iterações e a evolução do erro quadrático são apresentados na Figura 5.17 e na Figura 5.18.

O erro mínimo de $2,9 \times 10^{-9} \text{ s}^2$ foi obtido para os parâmetros $P1 = 1,0 \times 10^{-8}$ ($\beta = 1 \times 10^{-8} \text{ 1/aJ}$) e $P2 = 3,2 \times 10^{-8}$ ($V_0 = 3,2 \times 10^3 \text{ m/s}$) (nuvem esquerda na Figura 5.17), correspondentes à iteração 168.

Os resultados, em termo de velocidade de propagação de onda, são apresentados da Figura 5.19 à Figura 5.21. Note-se que o menor valor de velocidade de propagação de onda obtido foi de 3190 m/s, o qual está associado a um dano de $1-(3190/3200)^2 = 0,6\%$. Este valor é menor do que o dano de 2% calculado na Figura 5.12, o que certamente não pode ocorrer.

Cogitou-se que isto poderia se dever a um erro de convergência do algoritmo de otimização. Em particular, pensou-se que este poderia ser o caso pois uma pequena perturbação de parâmetro P1, que talvez estivesse além da sensibilidade da otimização, corresponde a uma variação relativamente grande de β . De fato, o valor de β reportado no Item 5.1 corresponde a P1 da ordem de $1,03 \times 10^{-8}$, muito próximo do limite inferior da faixa de busca.

Para redimir essa dúvida, a otimização foi repetida partindo do par de parâmetros localizado na iteração 168 ($P1 = 1,0 \times 10^{-8}$ e $P2 = 3,2 \times 10^{-8}$), porém empregando um parâmetro de temperatura inicial dez vezes menor. Isto é, diminuindo a magnitude das perturbações aleatórias em 10 vezes. O resultado, entretanto, foi o mesmo.

Assim, concluiu-se que o parâmetro não realista obtido seria reflexo da não validade das hipóteses do Item 4.1.2 para o trecho expandido do ensaio.

Figura 5.14 – Energia de cada evento de emissão acústica para o ensaio 21 de RODRÍGUEZ (2015). Em destaque, eventos utilizados na tomografia no trecho estendido da curva força x deslocamento.

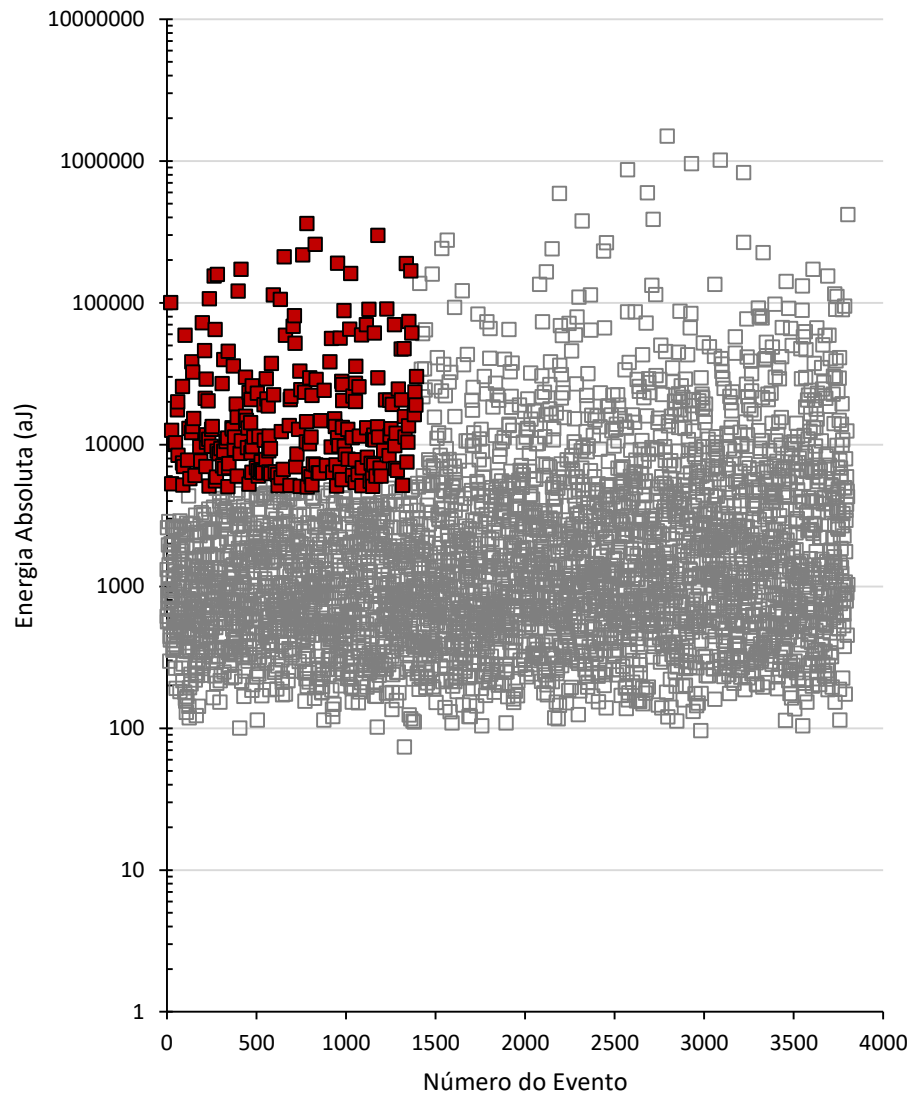


Figura 5.15 – Fração dos eventos com energia absoluta maior que um certo valor. Trecho estendido do ensaio 21 de RODRÍGUEZ (2015).

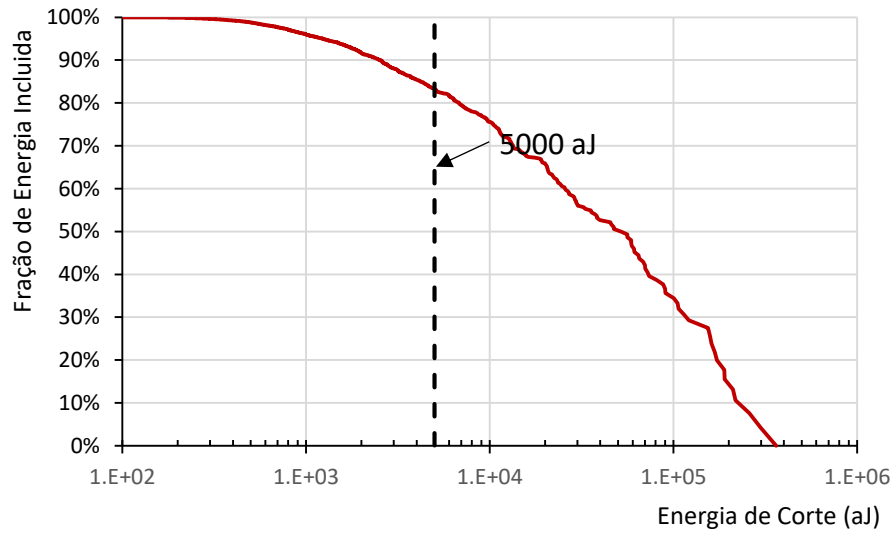


Figura 5.16 – Fração da energia absoluta acumulada ao se considerar apenas eventos com energia maior que um certo valor. Trecho estendido do ensaio 21 de RODRÍGUEZ (2015).

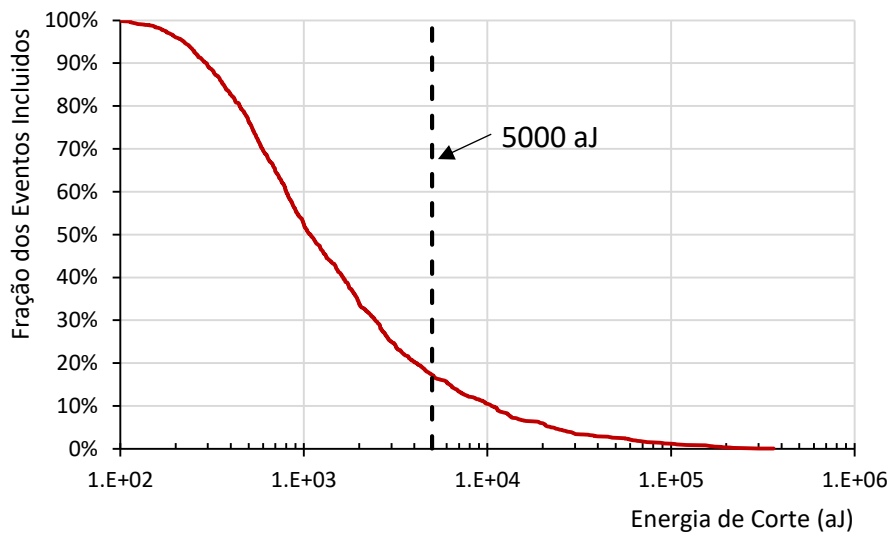


Figura 5.17 – Trecho estendido do ensaio 21– Evolução do erro quadrático durante iterações do FSA.

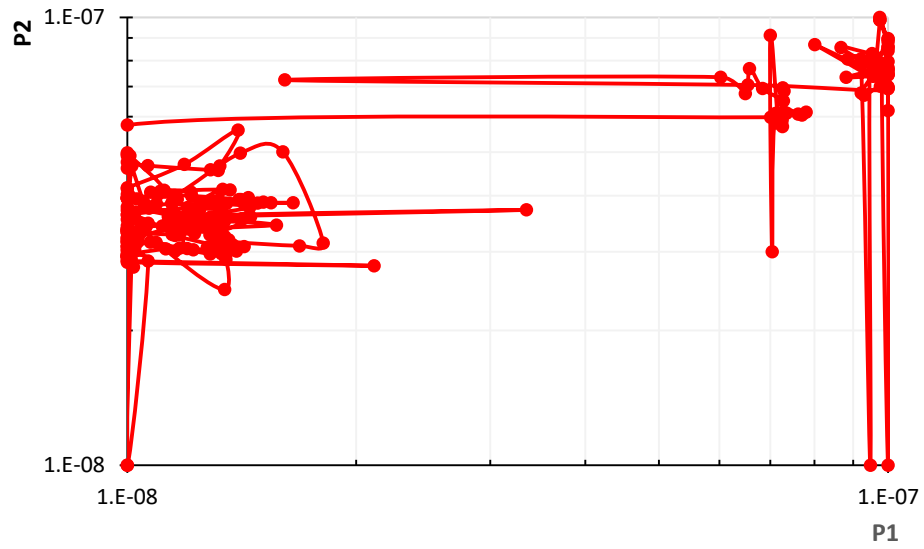


Figura 5.18 – Trecho estendido do ensaio 21 – Evolução dos parâmetros durante iterações do FSA.

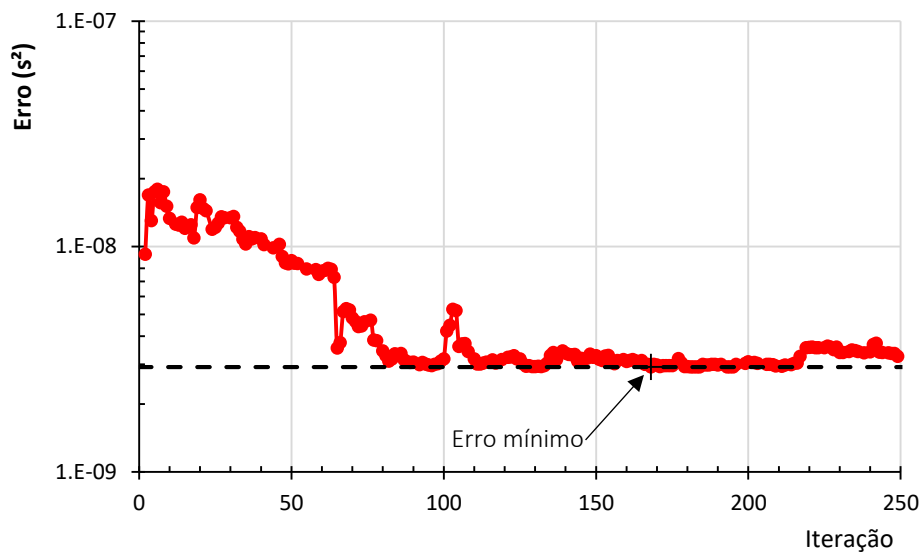


Figura 5.19 – Trecho estendido do ensaio 21– Resultado de tomografia apresentado em termos de velocidade para a seção central – Evento 93 (pico).

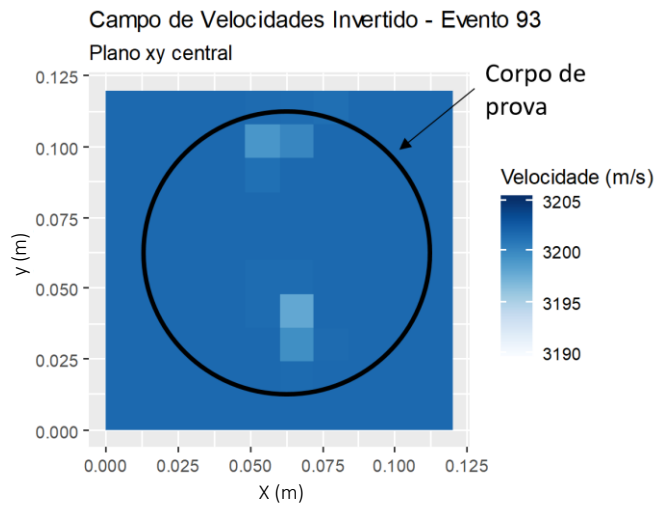


Figura 5.20 – Trecho estendido do ensaio 21– Resultado de tomografia apresentado em termos de velocidade para a seção central – Evento 160.

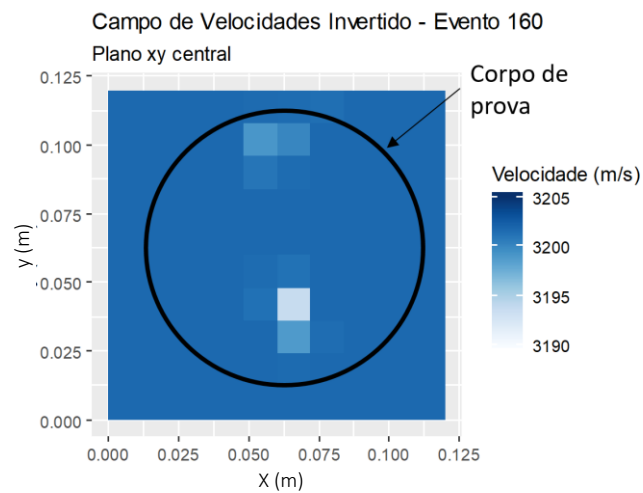
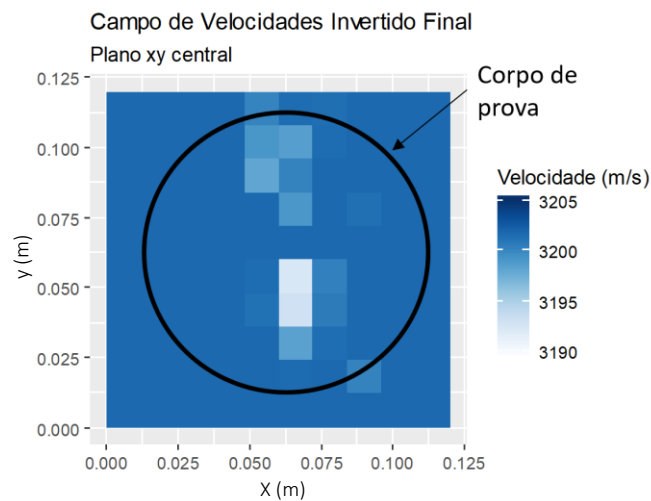


Figura 5.21 – Trecho estendido do ensaio 21– Resultado de tomografia apresentado em termos de velocidade para a seção central – Evento 242 (final do trecho).



6 CONCLUSÕES

Problemas inversos são, em geral, sub ou sobredeterminados em que se tentam inferir as causas de um fenômeno com base em suas consequências. Nesta dissertação, o problema inverso de interesse foi aquele de tomografia de velocidades em rochas. Em particular, o problema foi formulado sob as hipóteses da mecânica do dano, de forma a construir uma relação entre os eventos pretéritos de emissão acústica em cada região do maciço e a velocidade de propagação de onda.

Uma revisão bibliográfica foi conduzida tanto para avaliar as diferentes estratégias de solução do problema inverso quanto para inferir a forma funcional da função entre eventos de emissão acústica e velocidade de propagação de onda. Esta revisão levou à adoção de um método combinando recozimento simulado rápido (FSA) e busca em *grid* para solução do problema e indicou uma possível forma exponencial para a função.

Essa abordagem foi, então, implementada pelo autor, dando origem ao *software* AETom.R (*Acoustic Emission Tomography in R*). Este, por sua vez, foi aplicado à reinterpretção de parte dos ensaios de RODRÍGUEZ (2015).

Este processo permitiu concluir que:

- Métodos de solução do problema inverso tipo gradiente são pouco práticos para o caso em questão, sua convergência sendo não só sujeita a mínimos locais como extremamente lenta. Isto ocorre por causa do elevado custo computacional do operador de diferenças finitas;
- O método de Recozimento Simulado Rápido (FSA), quando combinado com a busca em *grid*, consegue evitar mínimos locais e converge para o que parece ser o mínimo global do problema;
- A adoção de uma função relacionando a energia de emissão acústica acumulada com a velocidade de propagação de onda (Equação [47]) permitiu a realização de tomografia de velocidades de maneira relativamente razoável para os eventos ocorridos antes do pico da curva força-deslocamento. De fato, a localização dos eventos, em que pesem as limitações método de busca em *grid*, parece concordar relativamente bem com os resultados de RODRIGUEZ (2015).

Para estes eventos, o nível de heterogeneidade de velocidades no corpo de prova é moderado, sendo razoável desprezar a ocorrência de refração.

- Por outro lado, o método não foi capaz de identificar o núcleo de fraturamento que se forma no centro do corpo de prova. Entende-se que isso tenha ocorrido porque o volume do voxel de inversão é demasiadamente grande para representar adequadamente um fraturamento tão localizado;
- Para o trecho pós pico, a qualidade da inversão foi bastante reduzida, confirmando a tese de que o método se aplicaria, apenas, sob as hipóteses da mecânica do dano (dano difuso). Nesse sentido, seria importante avaliar, em trabalhos futuros, o uso da emissão acústica para identificar a direção do microfraturamento;
- Também para próximos estudos, sugere-se investigar:
 - Estender a validação do software para um conjunto mais extenso de problemas sintéticos (Item 4.4);
 - Os motivos pelos quais a energia de emissão acústica acumulada parece se correlacionar melhor com o pseudo-dano (Figura 4.8) que com o dano propriamente (Figura 4.4) na escala do corpo de prova;
 - A multimodalidade da distribuição de frequências dominantes nos resultados de emissão acústica (Figura 4.10);
 - Avaliar sistematicamente a existência de mínimos locais com erro quadrático semelhante, que podem constituir soluções alternativas para o problema inverso (Capítulo 5);
 - Avaliar o impacto dos erros de medida sobre a precisão do método de inversão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASTER, R. C., BORCHERS, B., CLIFFORD, H. T. *Parameter Estimation and Inverse Problems*. Elsevier, Amsterdam, 2019.

ALVARES, M. S.. **Estudo de um modelo de dano para o concreto: Formulação, identificação paramétrica e aplicação com o emprego do método dos elementos finitos**. 1993. 150 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

CAI, W. et al. (2014): Application of seismic velocity tomography in underground coal mines: A case study of Yima mining area, Henan, China. *Journal of Applied Geophysics*, Elsevier, Vol. 109, p. 140-149.

CALVETTI, D., SOMERSALO, E. *Introduction to Bayesian Scientific Computing: Ten Lectures on Subjective Computing*. Springer, New York, 2007.

CARPINTERI, A.; CORRADO, M.; LACIDOGNA, G. (2013): Heterogeneous materials in compression: Correlations between absorbed, released and acoustic emission energies. *Engineering Failure Analysis*, Elsevier, Vol. 33, p. 236-250.

CELESTINO, T. B., BORTOLUCCI, A. A., NOBREGA, C. A. Determination of rock fracture toughness under creep and fatigue. *In: DAEMEN, J., SCHULTZ, R.. Proceedings of the 35th US Symposium on Rock Mechanics*. Rotterdam: Balkema, 1995. p. 147-152.

CELESTINO, T. B., BORTOLUCCI, A. A. (1998): Diametral compression tests for the determination of elastic constants in rocks. XV Seminario Venezolano de Geotecnia, Sociedad Venezolana de Geotecnia.

CONSTABLE, S. C., PARKER, R. L., CONSTABLE, C. G. (1987). Occam's Inversion: A Practical Algorithm for Generation Smooth Models from Electromagnetic Sound Data. *Geophysics*, v. 52, n. 3, p. 289-300.

DENNIS, J. E., SCHNABEL, R. B. *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and nonlinear equations*. SIAM, Philadelphia, 1987.

DINES, K. A., LYTLE R. J. (1979). Computerized Geophysical Tomography. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, Vol. 67 (7), p. 1065-1073.

FLETCHER, R., REEVES, C. M. (1964). Function minimization by conjugate gradients. *The Computer Journal*, v. 7, n. 2, p. 149-154.

GANNE, P.; VERVOORT, A.; WEVERS, M. (2006): Quantification of pre-peak brittle damage: Correlation between acoustic emission and observed micro-fracturing. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Elsevier, Vol. 44, p. 720-729.

GEMAN, S., GEMAN, D. (1984). Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, IEEE, Vol. PAMI-6, N. 6, p. 721-741.

GORDON, R., BENDER, R., HERMAN, G. T. (1970). Algebraic Reconstruction Technique (ART) for Three-dimensional Electron Microscopy and X-ray Photography. *Journal of Theoretical Biology*, n. 29, p. 471-481.

HANKE, M., NIETHAMMER, W. (1990): On the Acceleration of Kaczmarz's Method for Inconsistent Linear Systems. *Linear Algebra and its Applications*, Elsevier, Vol. 130, p. 83-98.

HESTENES, M.R., STIEFEL, E. (1952). Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, Vol. 49, n. 6, p. 409-436.

INGBER, L. (1989). Very fast simulated reannealing. *Mathematical and Computer Modeling*, Elsevier, Vol. 12, n. 8, p. 967-993.

INGBER, L. (1993). Simulated annealing: Practice versus theory. *Mathematical and Computer Modeling*, Elsevier, Vol. 18, n. 11, p. 29-57.

KACZMARZ, M.S. (1932). Angenäherte Auflösung von Systemen linearer Gleichungen. *Bulletin International de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres. Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles*, n. 35, p. 355-357.

KAIPIO, J., SOMERSALO, E.: *Statistical and Computational Inverse Problems*. Springer, New York, 2004.

KALMAN, R. E. (1960): A new Approach to linear filtering and prediction problems. *Trans. ASME Journal of Basic Engineering*, p. 35-45.

KHAZEI, C.; HAZZARD, J.; CHALATURNYK, R. (2015). Damage quantification on intact rocks using acoustic emission energies recorded during compression test and discrete element modeling. *Computers and Geotechnics*, Elsevier, Vol 67, p. 94-102.

KIRKPATRICK, S., GELATT C. D., VECCHI, M. P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, v. 220, n. 4598, p. 671-680.

LEMAITRE, J.; DESMORAT, R. *Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*. Berlin (Alemanha), Springer, 2005.

LUXBACHER, K., WESTMAN, E., SWANSON, P., KARFAKIS, M. (2008). Three-dimensional time-lapse velocity tomography of an underground longwall panel. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Engineering*, Elsevier, Vol. 45, p. 478-485.

MAZARS, J. **Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la ruptures du béton de structure**. 1984. Tese (Doctorat d'État) – Université de Paris 6, Paris, 1984.

METROPOLIS, E., ROSENBLUTH, A. W., ROSENBLUTH, M. N., TELLER, A. H. (1953). Equation of State Calculation by Fast Computing Machines. *Journal of Chemical Physics*, v. 21, p. 1087-1092.

MOORE, E.H. (1920). On the Reciprocal of the General Algebraic Matrix. *Bulletin of the American Mathematical Society*, n. 26, p. 394-395.

PENROSE, R. (1955). A Generalized Inverse for Matrices. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, n. 51, p. 406-413.

PRESS, F. (1968). Earth models obtained by Monte-Carlo inversion. *Journal of Geophysical Research*, v. 73, n. 16, p. 5223-5234.

RIPLEY, B., et al. (2019). MASS Package versão 7.3-51.4. Disponível no repositório CRAN e em: <http://www.stats.ox.ac.uk/pub/MASS4/>.

ROBBINS, H., SUTTON, M. (1951): A Stochastic Approximation Method. *The Annals of Mathematical Statistics*, Institute of Mathematical Statistics, v. 22, n. 3, p. 400-407.

RODRIGUEZ, P. **Análise do Microfissuramento em Rochas no Ensaio de Compressão Diametral por Meio de Técnica de Emissão Acústica**. 2015. 303 f. Tese (Doutorado em Ciências) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015

RODRÍGUEZ, P. et al. (2016). Characterization of rock cracking patterns in diametral compression test by acoustic emission and petrographic analysis. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Elsevier, Vol. 83, p. 73-85.

RODRÍGUEZ, P., CELESTINO, T. B. (2018). Assessment of Damage Distribution in Brittle Materials by Application of an Improved Algorithm for Three-Dimensional Localization of Acoustic Emission Sources with P-Wave Velocity Calculation. *Proceedings*, MDPI, Vol. 2, p. 480-487.

SAMBRIDGE, M., MOSEGAARD, K. (2002). Monte Carlo Methods in Geophysical Inverse Problems. *Reviews of Geophysics*, Vol. 40, n. 3, p. 1009-1037.

SEN, M. K., STOFFA, P. L.. *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*. Cambridge University Press, Cambridge, 2013.

SJOGREN, B., OFSTHUS, A., SANDBERG, J. (1979). Seismic classification of rock mass qualities. *Geophysical Prospecting*, Vol. 27, p. 409-442.

SZU, H., HARLEY, R. (1987). Fast simulated annealing. Elsevier. *Physics Letters A*, Elsevier, Vol. 122, n. 3-4, p. 157-162.

TIKHONOV, A.V., et al. *Numerical Methods for the Solution of Ill-Posed Problems*. Springer, Dordrecht, 1995.

WU, C., LINMING, D., SIYUAN, G., ZHENLEI, L., SHASHA, Y. (2014). Quantitative analysis of seismic velocity tomography in rock burst hazard assessment. *Natural Hazards*, Springer, V. 65 (3).

ZHENG, Q. et al. (2021): Quantitative damage, fracture mechanism and velocity structure tomography of sandstone under uniaxial load based on acoustic emission monitoring technology. *Construction and Building Materials*, Elsevier, Vol 272.

APÊNDICE 1: CÓDIGO DO AETOM.R



AE-Tom_R.pdf

```

ler_entradas<-function(){
  sensores<<-read.csv(file = "AETom_Sensores.csv", header = TRUE, sep = ";")[,2:4] #Coordenadas de todos os sensores
  dominio<<-data.frame(x = c(0,120),
                      y = c(0,120),
                      z = c(0,60)) #limites geométricos do modelo (em metros)
  leituras<<-read.csv(file = "AETom_Leituras.csv", header = TRUE, sep = ";")[,2:(1+dim(sensores)[1])] #tempo absoluto
  da chegada da onda de cada evento em cada sensor
  energia<<-read.csv(file = "AETom_Energia.csv", header = TRUE, sep = ";")[,2] #Energia de cada evento de EA
  sensores<<-sensores/1000
  dominio<<-dominio/1000
  return()
}
}
gera_validacao<-function(e_dot, l_voxel){
  numero_de_eventos<-200
  sensores<<-read.csv(file = "AETOM_Sensores.csv", header = TRUE, sep = ";")[,2:4] #Coordenadas de todos os sensores
  sensores<<-sensores/1000
  dominio<<-data.frame(x = c(0,.14),
                      y = c(0,.14),
                      z = c(0,.14)) #limites geométricos do modelo (em metros)
  num_voxel<-as.numeric(dominio[2,], dominio[1,])/l_voxel
  #eventos_reais<<-data.frame(x = (runif(numero_de_eventos, min = dominio$x[1]+l_voxel, max = dominio$x[2]-
  l_voxel)/%l_voxel)*l_voxel, #coordenada X de cada evento
  # y = (runif(numero_de_eventos, min = dominio$y[1]+l_voxel, max = dominio$y[2]-
  l_voxel)/%l_voxel)*l_voxel, #coordenada Y de cada evento
  # z = (runif(numero_de_eventos, min = dominio$z[1]+l_voxel, max = dominio$z[2]-
  l_voxel)/%l_voxel)*l_voxel, #coordenada Z de cada evento
  # t_0 = 1:numero_de_eventos,
  #tempo de ocorrência de cada evento
  # j = rep(NA, numero_de_eventos),
  #voxel no qual ocorreu o erro de cada predição
  # t_trig = 1:numero_de_eventos)
  eventos_reais<<-data.frame(x = runif(numero_de_eventos, min = dominio$x[1]+l_voxel/4, max = dominio$x[2]-
  l_voxel/4), #coordenada X de cada evento
  y = runif(numero_de_eventos, min = dominio$y[1]+l_voxel/4, max = dominio$y[2]-
  l_voxel/4), #coordenada Y de cada evento
  z = runif(numero_de_eventos, min = dominio$z[1]+l_voxel/4, max = dominio$z[2]-
  l_voxel/4), #coordenada Z de cada evento
  t_0 = rep(0,numero_de_eventos),
  #tempo de ocorrência de cada evento
  j = rep(NA, numero_de_eventos),
  #voxel no qual ocorreu o erro de cada predição
  t_trig = rep(0,numero_de_eventos))
  energia<<-runif(numero_de_eventos, min = 1000, max = 10000)
  velocidade_real<<-as.list(rep(NA,numero_de_eventos))
  tensoes_medias_reais<<-as.list(rep(NA,numero_de_eventos))
  leituras<<-as.data.frame(matrix(rep(NA,(dim(sensores)[1]*numero_de_eventos)), ncol=dim(sensores)[1]))
  #parametros_reais<<-c(runif(1,0.0001,0.001),runif(1,300,800))
  parametros_reais<<-c(6E-8, 3300/(10^11))
  #para o primeiro evento
  tensoes_medias_reais[[1]]<<-roda_MEF(tensao_media_anterior = array(data = rep(0,prod(num_voxel)), dim =
  as.numeric(num_voxel)),
  evento = eventos_reais,
  e_dot = e_dot,
  evento_a_computar = 1)
  array_evento_real<-array(data = rep(0,prod(num_voxel)), dim = as.numeric(num_voxel))
  velocidade_real[[1]]<<-computa_v(tensao_media = tensoes_medias_reais[[1]],
  array_evento_anterior = array_evento_real,
  parametros = parametros_reais)
  t_propag<-direct_solve(as.numeric(eventos_reais[1,1:3]),
  velocidade_array = velocidade_real[[1]],
  sensores = sensores,
  l_voxel = l_voxel)

```



```

        y = rep(0,length(alfa)),
        z = rep(0,length(alfa))

    alfa_df_tmp[,j+1]<-rep(direcao[j],length(alfa))

    alfa_df<-rbind(alfa_df,alfa_df_tmp)

    remove(alfa_df_tmp)

}

}

alfa_df<-alfa_df[order(alfa_df$alfa),]

if(dim(alfa_df)[1]>1){

  for(j in 2:dim(alfa_df)[1]){

    alfa_df[j,2:4]<-alfa_df[j,2:4]+alfa_df[(j-1),2:4]

  }

}

vetor_velocidade<-rep(NA,dim(alfa_df)[1]) #vetor que armazena velocidade de cada voxel
vetor_distancia<-rep(NA,(dim(alfa_df)[1])) #vetor que armazena distância percorrida em cada voxel

for(j in 1:dim(alfa_df)[1]){ #para cada voxel atravessada, calcula o valor dos vetores acima

  #tmp_de_validacao<-list(velocidade_array, alfa_df, j, i, vetor_velocidade)

  vetor_velocidade[j]<-velocidade_array[alfa_df[j,2],alfa_df[j,3],alfa_df[j,4]]

  if(j<dim(alfa_df)[1]){

    vetor_distancia[j]<-(alfa_df[j+1,1]-alfa_df[j,1])*norma_vetor_raio

  }
  else{

    vetor_distancia[j]<-(1-alfa_df[j,1])*norma_vetor_raio

  }

}

tempo_estimado[i]<-sum(vetor_distancia/vetor_velocidade)

}

return(tempo_estimado)

}

estrutura_variaveis<-function(dominio, leituras){

  numero_de_eventos<-dim(leituras)[1]

  evento<-data.frame(x = rep(NA, numero_de_eventos), #coordenada X de cada evento
                    y = rep(NA, numero_de_eventos), #coordenada Y de cada evento
                    z = rep(NA, numero_de_eventos), #coordenada Z de cada evento
                    t_0 = rep(NA, numero_de_eventos), #tempo de ocorrência de cada evento
                    j = rep(NA, numero_de_eventos), #voxel no qual ocorreu o erro de cada predição
                    t_trig = apply(X = leituras, 1, FUN = min)) #instante do trigger de cada evento

  velocidades<-as.list(rep(NA,numero_de_eventos))

  tensoes_medias<-as.list(rep(NA,numero_de_eventos))

}

velocidade<-function(parametros, p_linha, energia_acum){

  #p1_tmp<-1e-8+290*(parametros[1]-1e-8)
  p1_tmp<-parametros[1]

  v = parametros[2]*(10^11)*sqrt(exp(-p1_tmp*energia_acum))

  #v = max(parametros[2]*10000*sqrt(max(0,1-numero_de_fontes*parametros[1])), 100)

  if(is.nan(v)==TRUE){

    v = 100

  }

}

```

```

}

return(v)
}

roda_MEF<-function(tensao_media_anterior, evento, e_dot, evento_a_computar){

#Recebe: A tensão média obtida na etapa anterior, o df contendo todos os eventos,
# a taxa de variação de epsolon e o evento para o qual a tensão média deve ser computada

if(evento_a_computar==1){

deformacao_inicial<-0

}
else{

deformacao_inicial<-e_dot*evento$t_trig[evento_a_computar-1]

}

deformacao_final<-e_dot*evento$t_trig[evento_a_computar]

tensao_media_calculada<-array(rep(NA,prod(dim(tensao_media_anterior))), dim=dim(tensao_media_anterior))

#Início do código que chama o NASTRAN#

tensao_media_calculada<-tensao_media_anterior #por enquanto, não rodo MEF

#Fim do código que chama o NASTRAN#

return(tensao_media_calculada)
}

computa_v<-function(tensao_media, array_evento_anterior, parametros){

array_velocidade<-array(data=rep(NA,prod(dim(tensao_media))), dim = dim(tensao_media))

for(i in 1:dim(array_velocidade)[1]){

for(j in 1:dim(array_velocidade)[2]){

for(k in 1:dim(array_velocidade)[3]){

#print(parametros)
#print(dim(tensao_media))
#print(array_evento_anterior)

array_velocidade[i,j,k]<-velocidade(parametros = parametros,
p_linha = tensao_media[i,j,k],
energia_acum = array_evento_anterior[i,j,k])

}

}

}

return(array_velocidade)
}

localiza<-function(velocidade_array, leitura, sensores, dominio, l_voxel, centro_de_busca, grid, deltax_list){

if(length(which(is.na(centro_de_busca)))!=length(centro_de_busca)){

dominio_original<-dominio

for(i in 1:dim(dominio)[2]){

dominio[1,i]<-max(centro_de_busca[i]-3,dominio_original[1,i])
dominio[2,i]<-min(centro_de_busca[i]+3,dominio_original[2,i])

}

grid<-grid[grid$x>dominio[1,1],]
grid<-grid[grid$y>dominio[1,2],]
grid<-grid[grid$z>dominio[1,3],]

grid<-grid[grid$x<dominio[2,1],]
grid<-grid[grid$y<dominio[2,2],]
grid<-grid[grid$z<dominio[2,3],]

}

for(i in 1:dim(grid)[1]){

```



```

array_evento<-array(data = rep(0,prod(num_voxel)), dim = as.numeric(num_voxel))

velocidades[[1]]<-computa_v(tensao_media = tensoes_medias[[1]],
                           array_evento_anterior = array_evento,
                           parametros = parametros)

evento[1,1:5]<-localiza(velocidade_array = velocidades[[1]],
                      leitura = as.numeric(leituras[1,]),
                      sensores = sensores,
                      dominio = dominio,
                      l_voxel = l_voxel)

array_evento[(evento[1,1]%/%l_voxel)+1, (evento[1,2]%/%l_voxel)+1, (evento[1,3]%/%l_voxel)+1]<-energia[1]

for(i in 2:dim(evento)[1]){ #Para cada evento de EA depois do primeiro

  tensoes_medias[[i]]<-roda_MEF(tensao_media_anterior = tensoes_medias[[i-1]],
                                evento = evento,
                                e_dot = e_dot,
                                evento_a_computar = i)

  velocidades[[i]]<-computa_v(tensao_media = tensoes_medias[[i]],
                              array_evento_anterior = array_evento,
                              parametros = parametros)

  evento[i,1:5]<-localiza(velocidade_array = velocidades[[i]],
                        leitura = as.numeric(leituras[i,]),
                        sensores = sensores,
                        dominio = dominio,
                        l_voxel = l_voxel)

  array_evento[(evento[i,1]%/%l_voxel)+1,
               (evento[i,2]%/%l_voxel)+1,
               (evento[i,3]%/%l_voxel)+1]<-array_evento[(evento[i,1]%/%l_voxel)+1,
                                                         (evento[i,2]%/%l_voxel)+1,
                                                         (evento[i,3]%/%l_voxel)+1]+energia[i]

}

save(list = c("velocidades", "tensoes_medias"), file = "Veloc_n_stress.RData")
print("Velocidades e tensões salvas")
save(evento, file = "evento_save.RData")
print("evento salvo")

return(evento)
}

grad_par<-function(evento, e_dot, parametros, l_voxel, dominio, sensores, leituras, num_voxel, del, j, i){

  parametros_tmp<-parametros
  parametros_tmp[i]<-parametros_tmp[i]+del

  g<-((calcula_j_gradiente(evento, e_dot, parametros_tmp, l_voxel, dominio, sensores, leituras, num_voxel)-j)/del

  return(g)
}

calcula_j_optimx<-function(parametros, evento, e_dot, l_voxel, dominio, sensores, leituras, num_voxel){

  evento<-calcula_evento_gradiente(evento, e_dot, parametros, l_voxel, dominio, sensores, leituras, num_voxel)

  j<-sum(evento$j)

  return(j)
}

cria_grid<-function(dominio, esp_grid){

  grid_size<-rep(NA,dim(dominio)[2])

  for(i in 1:dim(dominio)[2]){

    if(dominio[2,i]==dominio[1,i]){

      grid_size[i]<-1

    }

    else{

      grid_size[i]<-(((dominio[2,i]-dominio[1,i])/esp_grid)-1)

    }

  }

}

```

```

}

grid<-data.frame(x = sort(rep(1:grid_size[1], grid_size[2]*grid_size[3])),
                y = rep(sort(rep(1:grid_size[2],grid_size[3])),grid_size[1]),
                z = rep(1:grid_size[3], grid_size[1]*grid_size[2]),
                t_0 = rep(NA,grid_size[1]*grid_size[2]*grid_size[3]),
                erro = rep(NA,grid_size[1]*grid_size[2]*grid_size[3]))

grid[,1]<-grid[,1]*esp_grid+dominio[1,1]
grid[,2]<-grid[,2]*esp_grid+dominio[1,2]
grid[,3]<-grid[,3]*esp_grid+dominio[1,3]

return(grid)

}

cria_deltax<-function(x, sensores, l_voxel){

deltax<-list(NA)

tempo_estimado<-rep(NA,dim(sensores)[1]) #vetor que armazenará o tempo de chegada do raio em cada sensor

for(i in 1:dim(sensores)[1]){ #para cada raio

vetor_raio<-as.numeric(sensores[i,])-as.numeric(x)
direcao<-vetor_raio/abs(vetor_raio)
norma_vetor_raio<-sqrt(sum(vetor_raio*vetor_raio))

voxel_evento<-(x%/%l_voxel)+1
voxel_sensor<-as.numeric((sensores[i,]%/%l_voxel))+1

alfa_df<-data.frame(alfa=0,
                    x=as.numeric(voxel_evento)[1],
                    y=as.numeric(voxel_evento)[2],
                    z=as.numeric(voxel_evento)[3]) #data frame que armazena os alfas que
#identificam a fronteira entre voxels
#cruzadas pelo raio

for(j in 1:length(voxel_evento)){ #para cada dimensão do espaço

if(voxel_sensor[j]!=voxel_evento[j]){

voxels<-(voxel_sensor[j]:voxel_evento[j])
voxels<-voxels[-length(voxels)]

fronteiras<-((voxels-1)*l_voxel)

if(direcao[j]==-1){

fronteiras<-fronteiras+l_voxel

}

alfa<-(fronteiras-x[j])/vetor_raio[j]

alfa_df_tmp<-data.frame(alfa = alfa,
                        x = rep(0,length(alfa)),
                        y = rep(0,length(alfa)),
                        z = rep(0,length(alfa)))

alfa_df_tmp[,j+1]<-rep(direcao[j],length(alfa))

alfa_df<-rbind(alfa_df,alfa_df_tmp)

remove(alfa_df_tmp)

}

}

alfa_df<-alfa_df[order(alfa_df$alfa),]

if(dim(alfa_df)[1]>1){

for(j in 2:dim(alfa_df)[1]){

alfa_df[j,2:4]<-alfa_df[j,2:4]+alfa_df[(j-1),2:4]

}

}

vetor_distancia<-rep(NA,(dim(alfa_df)[1])) #vetor que armazena distância percorrida em cada voxel

```

```

for(j in 1:dim(alfa_df)[1]){ #para cada voxel atravessada, calcula o valor dos vetores acima
  if(j<dim(alfa_df)[1]){
    vetor_distancia[j]<-(alfa_df[j+1,1]-alfa_df[j,1])*norma_vetor_raio
  }
  else{
    vetor_distancia[j]<-(1-alfa_df[j,1])*norma_vetor_raio
  }
}

deltax[[i]]<-list(vetor_distancia, alfa_df)

}

return(deltax)

}

main_solve<-function(eh_validacao){
  #Se "eh_validacao" = TRUE, gera dados sintéticos
  #Se FALSE, usa "ler_entradas" para carregar dados reais

  e_dot<-0.01 #taxa de deformação controlada do ensaio

  l_voxel<-0.012 #0.0175 #tamanho de cada voxel (deve ser divisor de todos os limites do modelo)

  parametros_iniciais<- c(5e-8, 3.2017e-8)#c(8E-8, 3300/(10^11)) #c(8E-8, 8000/(10^11)) #estimativa inicial dos
parâmetros da curva de velocidade

  limites_parametros_FSA<-data.frame(p1 = c(1E-8,1E-7), p2 = c(1E-8,1E-7))

  parametros<-parametros_iniciais

  #critérios de parada

  iteracoes_limite<-250 #numero máximo de iteracoes

  j_lim<-7e-12 #limite do erro quadrático

  #parâmetros dos métodos de busca

  temp_i<-0.00000008/2.5 #temperatura inicial do annealing de "parametros"

  esp_grid<-l_voxel #espaçamento do grid para busca de centros

  if(eh_validacao==TRUE){

    gera_validacao(e_dot = e_dot, l_voxel = l_voxel)

    print("Eventos Reais")

  } else if(eh_validacao==FALSE){

    ler_entradas()

  } else{

    print("eh_validacao deve ser TRUE/FALSE. Execucao abortada.")
    return()

  }

  print("Dados Carregados")

  estrutura_variaveis(dominio = dominio, leituras = leituras)

  num_voxel<-(dominio[2,]-dominio[1,])/l_voxel #numero de voxels nas direções x, y e z

  iteracao<-1
  j<-1e8
  #parametros<-parametros_reais ##
  parametros_antigos<-parametros

  evento_antigo<-evento

```

```

grid<-cria_grid(dominio = dominio, esp_grid = esp_grid)

deltax_list<<-list(NA)

for(ponto in 1:dim(grid)[1]){

  x<-as.numeric(grid[ponto,1:3])

  deltax_list[[ponto]]<<-cria_deltax(x = x,
                                   sensores = sensores,
                                   l_voxel = l_voxel)

  print(paste("Ponto =", ponto))

}

while(j>j_lim && iteracao<iteracoes_limite){ #Para cada iteraçãõ

  print(paste("iniciada iteracao", iteracao))

  if(iteracao!=1){

    parametros_antigos<-parametros
    parametros<-parametros+rcauchy(length(parametros),location = 0, scale = (temp_i/(iteracao)))

    for(verificador in 1:length(parametros)){

      if(parametros[verificador]<limites_parametros_FSA[1,verificador]){

        parametros[verificador]<-limites_parametros_FSA[1,verificador]

      }

      else if(parametros[verificador]>limites_parametros_FSA[2,verificador]){

        parametros[verificador]<-limites_parametros_FSA[2,verificador]

      }

    }

    #parametros[which(parametros<0.01)]<-0.01

    print("Definidos parametros perturbados:")
    print(parametros)

  }

  #para o primeiro evento de EA

  tensoes_medias[[1]]<-roda_MEF(tensao_media_anterior = array(data = rep(0,prod(num_voxel)), dim =
as.numeric(num_voxel)),
                               evento = evento,
                               e_dot = e_dot,
                               evento_a_computar = 1)

  array_evento<-array(data = rep(0,prod(num_voxel)), dim = as.numeric(num_voxel))

  velocidades[[1]]<-computa_v(tensao_media = tensoes_medias[[1]],
                             array_evento_anterior = array_evento,
                             parametros = parametros)

  evento[1,1:5]<-localiza(velocidade_array = velocidades[[1]],
                         leitura = as.numeric(leituras[1,]),
                         sensores = sensores,
                         dominio = dominio,
                         l_voxel = l_voxel,
                         #centro_de_busca = as.numeric(evento_antigo[1,1:3]),
                         centro_de_busca = rep(NA,3),
                         grid = grid,
                         deltax_list = deltax_list)

  array_evento[(evento[1,1]%/%l_voxel)+1,(evento[1,2]%/%l_voxel)+1,(evento[1,3]%/%l_voxel)+1]<-energia[1]
##MODIFICADO

  for(i in 2:dim(evento)[1]){ #Para cada evento de EA depois do primeiro

    tensoes_medias[[i]]<-roda_MEF(tensao_media_anterior = tensoes_medias[[i-1]],
                                  evento = evento,
                                  e_dot = e_dot,
                                  evento_a_computar = i)

    velocidades[[i]]<-computa_v(tensao_media = tensoes_medias[[i]],
                                array_evento_anterior = array_evento,

```

```

        parametros = parametros)

evento[i,1:5]<-localiza(velocidade_array = velocidades[[i]],
                      leitura = as.numeric(leituras[i,]),
                      sensores = sensores,
                      dominio = dominio,
                      l_voxel = l_voxel,
                      #centro_de_busca = as.numeric(evento_antigo[i,1:3]),
                      centro_de_busca = rep(NA,3),
                      grid = grid,
                      deltax_list = deltax_list)

array_evento[(evento[i,1]%/%l_voxel)+1,
              (evento[i,2]%/%l_voxel)+1,
              (evento[i,3]%/%l_voxel)+1]<-array_evento[(evento[i,1]%/%l_voxel)+1,
                                                       (evento[i,2]%/%l_voxel)+1,
                                                       (evento[i,3]%/%l_voxel)+1]+energia[i]

}

save(evento, file = "Evento.RData")

evento_antigo<-evento

j_novo<-sum(evento$j)

if(iteracao!=1){

  if(j_novo>j){print(paste("Probabilidade de aceite:",(exp(-(j_novo-j)/(temp_i/iteracao)))))}

  if(j_novo<j || runif(1)>(1-exp(-(j_novo-j)/(temp_i/iteracao)))){

    j<-j_novo

    print(paste("Iteração ACEITA: j =",j))

    iteracao<-iteracao+1

  }

  else{

    #print(paste("Iteracao recusada: j =",j_novo))
    print("Iteracao recusada")
    parametros<-parametros_antigos
    iteracao<-iteracao+1

  }

}

else{

  save(evento, file = "Evento_1.RData")

  j<-j_novo

  print(paste("j =",j))

  iteracao<-iteracao+1

}

}

save(evento, file = "Evento.RData")
save(velocidades, file = "Velocidades.RData")

return(parametros)

}

cria_output<-function(velocidades, l_voxel){

  library("reshape2", lib.loc=~R/win-library/3.5")
  library("fields", lib.loc=~R/win-library/3.5")
  library("ggplot2", lib.loc=~R/win-library/3.5")

  #tomografia na seção XY central - Evento 93

  matriz<-velocidades[[93]][,ceiling(dim(velocidades[[length(velocidades)])[3]/2)]

```

```

tmp<-(1:dim(velocidades[[1]])[1]-0.5)*l_voxel

colnames(matriz)<-tmp
rownames(matriz)<-tmp

tmp2<-melt(matriz)

ggplot(tmp2, aes(x = tmp2[,1], y = tmp2[,2], fill = tmp2[,3])) +
  scale_fill_gradientn(limits = c(3190,3205), colours = blues9)+
  geom_tile() +
  labs(x = "x (mm)",y = "y (mm)",
        title = "Campo de Velocidades Invertido - Evento 93",
        subtitle = "Plano xy central",
        fill = "Velocidade (m/s)")

#tomografia na seção XY central - Evento 160

matriz<-velocidades[[160]][,ceiling(dim(velocidades[[length(velocidades)]])[3]/2)]

tmp<-(1:dim(velocidades[[1]])[1]-0.5)*l_voxel

colnames(matriz)<-tmp
rownames(matriz)<-tmp

tmp2<-melt(matriz)

ggplot(tmp2, aes(x = tmp2[,1], y = tmp2[,2], fill = tmp2[,3])) +
  scale_fill_gradientn(limits = c(3190,3205), colours = blues9)+
  geom_tile() +
  labs(x = "x (mm)",y = "y (mm)",
        title = "Campo de Velocidades Invertido - Evento 160",
        subtitle = "Plano xy central",
        fill = "Velocidade (m/s)")

#tomografia na seção XY central final

matriz<-velocidades[[length(velocidades)]][,ceiling(dim(velocidades[[length(velocidades)]])[3]/2)]

tmp<-(1:dim(velocidades[[1]])[1]-0.5)*l_voxel

colnames(matriz)<-tmp
rownames(matriz)<-tmp

tmp2<-melt(matriz)

ggplot(tmp2, aes(x = tmp2[,1], y = tmp2[,2], fill = tmp2[,3])) +
  scale_fill_gradientn(limits = c(3190,3205), colours = blues9) +
  geom_tile() +
  labs(x = "x (mm)",y = "y (mm)",
        title = "Campo de Velocidades Invertido Final",
        subtitle = "Plano xy central",
        fill = "Velocidade (m/s)")

```

```

}

```