

Universidade de São Paulo  
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas  
Departamento de Geofísica

Janaína Anjos Melo

**Parâmetros de Regularização de Operadores  
Diferenciais no Processamento de Dados  
Aeromagnéticos**

São Paulo

2023

Janaína Anjos Melo

**Parâmetros de Regularização de Operadores  
Diferenciais no Processamento de Dados  
Aeromagnéticos**

Dissertação apresentada ao Departamento de Geofísica do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Geofísica

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Mendonça

**"Versão Corrigida. O original encontra-se disponível na Unidade."**

São Paulo

2023

# Agradecimentos

Eterna gratidão a Deus, a Nossa Senhora, aos meus Antepassados e aos meus Anjos que estão sempre guiando os meus caminhos, concebendo-me muita saúde e muita força!

Ao meu pai Edvaldo e a minha mãe Maria Vandete por todo apoio emocional e financeiro, sábios conselhos e pelo amor dedicado. Serei eternamente grata a vocês por me incentivarem a persistir e a acreditar no meu potencial.

A todos os meus amigos e colegas de trabalho pelas reflexões, trocas de conhecimento e por tornarem meus dias mais alegres.

Ao meu orientador, que me acompanhou pontualmente durante toda a minha trajetória no mestrado, auxiliando no desenvolvimento do projeto e compartilhando ensinamentos construtivos para minha formação profissional.

À professora Yara pelos ensinamentos, trocas de experiências e discussões essenciais no meu crescimento profissional.

Ao Grupo de Pesquisa de Métodos Potenciais pelo suporte técnico, aprendizagens e discussões.

Ao Serviço Geológico do Brasil - CPRM por disponibilizar dados aeromagnéticos necessários para o desenvolvimento da pesquisa.

À CAPES pela concessão da bolsa de mestrado e pelo apoio financeiro para realização da pesquisa.

# Resumo

A avaliação de derivadas numéricas é uma ferramenta essencial no processamento de dados magnéticos visando o mapeamento de lineamentos estruturais e estimativas de profundidade das respectivas fontes anômalas em subsuperfície. Geralmente, as derivadas direcionais são obtidas através de métodos numéricos baseados no cálculo da transformada de Fourier, suscetíveis à amplificação de ruído devido à instabilidade numérica. Uma forma de melhorar a estabilidade na diferenciação é aplicar a regularização de Tikhonov para balancear as características oscilatórias das derivadas com o grau de suavização associado à escolha particular do parâmetro de regularização. Neste trabalho, é proposto um procedimento gráfico que estima parâmetros de regularização para diferentes transformações do campo potencial que exigem derivadas de primeira ou segunda ordem. Esta ferramenta se baseia na normalização da norma  $L_2$  dos respectivos campos transformados para uma sequência de valores de teste do parâmetro de regularização, resultando em uma função característica com formato de escada. Essa função possui comportamento suave e monotônico, diminuindo de 1 a 0 para valores crescentes de regularização, em que o degrau superior (1) da função é associado às transformações não regularizadas e sub-regularizadas e o degrau inferior (0) corresponde às transformações sobre regularizadas. Testes sintéticos simulando modelos com diferentes níveis de ruído ou complexidades das anomalias ilustraram que a seleção apropriada do parâmetro de regularização para campos transformados depende da análise das distorções nos mapas. O processamento da deconvolução de Euler aplicado a modelos sintéticos mostrou que a escolha adequada do parâmetro de regularização está associada à verificação de inferências de profundidade errôneas (superestimadas). A aplicabilidade do procedimento de regularização é avaliada em dados aeromagnéticos em malha cobrindo duas áreas de estudo

na Província Tocantins, Brasil central. Na Área I, abrangendo o Complexo Anápolis-Itauçu, transformações utilizando derivadas de primeira ordem regularizadas com o critério de rampa intermediária foram eficientes ao mapear melhor a continuidade de lineamentos magnéticos com diferentes direções e intersecções, associados a zonas de cisalhamento, falhas geológicas e corpos intrusivos. Aplicações na Área II cobrindo o corredor tectônico Transbrasiliano revelaram a necessidade de uma baixa dose de regularização para obtenção de estimativas de profundidade consistentes com as profundidades do embasamento subjacente à Bacia do Bananal, segundo as informações disponíveis de linhas sísmicas e modelos gravimétricos. A regularização vinculada ao critério de rampa intermediária foi suficiente para transformações com derivadas de primeira ordem para mapear o padrão de complexo de múltiplas estruturas lineares. Os resultados na Área II mostraram que transformações baseadas em derivadas de segunda ordem exigem um alto grau de regularização, visando detectar a contribuição individual de feições estruturais sutis.

**Palavras-chave:** derivada regularizada, parâmetro de regularização de Tikhonov, amplificação de ruído, dado aeromagnético, lineamento magnético, estimativa de profundidade

# Abstract

The evaluation of numerical derivatives is an essential tool in magnetic data processing, aiming to map structural lineaments and estimate the depth of the respective anomalous sources in the subsurface. Generally, directional derivatives are obtained through numerical methods based on the calculation of the Fourier transform, susceptible to noise amplification due to numerical instability. One way to improve stability in differentiation is to apply Tikhonov regularization to balance the oscillatory characteristics of the derivatives with the smoothing degree associated with the particular regularization parameter choice. This work proposes a graphical procedure to estimate regularization parameters for different potential field transformations that require first or second-order derivatives. This tool is based on normalizing the  $L_2$ -norm of the respective transformed fields to a trial regularization parameters sequence, resulting in a characteristic function with a staircase format. This function has smooth and monotonic behavior, decreasing from 1 to 0 for increasing regularization values, in which the upper step (1) of the function is associated with non-regularized and sub-regularized transformations and the lower step (0) corresponds to over-regularized transformations. Synthetic tests simulating models with different noise levels or anomaly complexities illustrated that the well-suited regularization parameter selection for transformed fields depends on analyzing the distortions in the maps. Euler deconvolution processing applied to synthetic models showed that the appropriate regularization parameter choice is associated with the ascertaining of erroneous (overestimated) depth inferences. The applicability of the regularization procedure is evaluated on gridded aeromagnetic data covering two study areas in the Tocantins Province, central Brazil. In Area-I, covering the Anápolis-Itaçu Complex, transformations using first-order derivatives regularized with the intermediate ramp criterion were efficient in better

mapping the continuity of magnetic lineaments with different directions and intersections, associated with shear zones, geological faults, and intrusive bodies. Applications in Area-II covering the Transbrasiliano tectonic corridor revealed the need for a low-dose regularization to obtain depth estimates consistent with the depths of the underlying basement of the Bananal Basin, according to available information from seismic lines and gravity models. Regularization tuned to the intermediate ramp criterion was sufficient for transformations with first-order derivatives to map the complex pattern of multiple linear structures. The results in Area-II showed that transformations based on second-order derivatives require a high degree of regularization to detect the contributions from subtle structural features.

**Keywords: regularized derivative, Tikhonov regularization parameter, noise amplification, aeromagnetic data, magnetic lineament, depth estimate**

# Lista de Figuras

- Figura 1: Representação esquemática do mapa clássico de soluções de Euler com uma  $k$ -ésima janela móvel genérica (retângulo vermelho) contendo  $M = 20$  pontos de observação. A posição  $(x_0, y_0, z_0)$  da fonte é representada pelo círculo amarelo..... 14
- Figura 2: Representação esquemática de campos transformados para um modelo tabular composto por dois prismas verticais: a) anomalia de campo total  $f(x)$ ; b) amplitude do sinal analítico  $|\mathbf{A}(x)|$  e c) segunda derivada da ASA em relação a  $x$ ,  $|\mathbf{A}(x)|_{xx}$ . Os pontos de mínimo local (círculo vermelho) de  $|\mathbf{A}(x)|_{xx}$  correspondem aos máximos valores do  $|\mathbf{A}(x)|$ . Em d), os mínimos estão situados sobre o topo dos prismas de largura  $w$  e  $w'$ , localizados em  $x_0$  e  $x'_0$ , em profundidades  $z_0$  e  $z'_0$ , respectivamente. 17
- Figura 3: Curvas características da resposta do filtro da primeira derivada horizontal regularizada para diferentes parâmetros de regularização. A condição  $\alpha = 0$  representa o filtro da primeira derivada convencional (linha preta). ..... 22
- Figura 4: Esquema ilustrativo da curva L para uma sequência de parâmetros de regularização de teste,  $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_7$ . Figura modificada de Hansen (2007). ..... 27



Figura 5:	Representação esquemática do princípio da discrepância para um conjunto de parâmetros de regularização, $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_5$ . .....	28
Figura 6:	Esboço genérico do método VCG para uma sucessão de parâmetros de regularização, $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_6$ . .....	29
Figura 7:	Esquema genérico da função norma C para um intervalo de teste dos parâmetros de regularização, $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_9$ . .....	31
Figura 8:	Forma genérica da função S para um conjunto de parâmetros de regularização, $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_9$ . O termo inicial $\alpha_1$ representa a derivada não regularizada com oscilações e o termo final $\alpha_9$ gera excessiva perda de amplitude nas derivadas sobre regularizadas. Os parâmetros localizados no meio da rampa, $\alpha_4$ a $\alpha_6$ , geram derivadas com melhor equilíbrio entre suas propriedades oscilatórias e de suavização. ....	33
Figura 9:	a) Anomalia de campo total corrompida com ruído de 2% calculada para um b) modelo magnético composto por dois prismas (A e B) de largura $w$ e $w'$ , localizados em $x_0$ e $x'_0$ , em profundidades $z_0$ e $z'_0$ , respectivamente. ....	36
Figura 10:	Função S para a derivada de primeira ordem em relação a x da anomalia, avaliada para um conjunto de valores de teste do parâmetro regularização variando de $10^{-6}$ a $10^{14}$ sob uma progressão geométrica com razão $10^{0,5}$ . Níveis de referência da função S (linha preta tracejada horizontal) e parâmetros de regularização associados (linha preta tracejada vertical). ....	37

- Figura 11: Perfis L-O da derivada de primeira ordem em relação a x da anomalia, avaliada para diferentes valores do parâmetro de regularização  $\alpha_x$  associados a valores específicos da função  $S_x$ . Derivada verdadeira (linha preta) e regularizada (linha vermelha) para o modelo sintético sem ruído e com ruído, respectivamente. .... 38
- Figura 12: Função S para a derivada de segunda ordem em relação a x da anomalia, avaliada para um conjunto de parâmetros de regularização variando de  $10^{-2}$  a  $10^{15}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Três parâmetros de regularização (estrela colorida) associados a diferentes valores da função S..... 41
- Figura 13: a) Mapa da anomalia de campo total corrompida com ruído de 2%. Mapas das derivadas de segunda ordem em relação a x avaliadas para diferentes parâmetros de regularização: b)  $\alpha_{xx} = 0$ , c)  $\alpha_{xx} = 10^6$  e d)  $\alpha_{xx} = 10^{6,5}$ . .... 42
- Figura 14: Perfis N-S da derivada de segunda ordem em relação a x da anomalia, avaliada para diferentes valores do parâmetro de regularização  $\alpha_{xx}$  associados a valores específicos da função  $S_{xx}$ . Derivada verdadeira (linha preta) e regularizada (linha vermelha) para o modelo sintético sem ruído e com ruído, respectivamente. .... 43

- Figura 15: Função S para a derivada de segunda ordem em relação a x da anomalia, avaliada para parâmetros de regularização variando de  $10^{-2}$  a  $10^{15}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Três parâmetros de regularização (estrela colorida) associados a diferentes valores da função S..... 45
- Figura 16: Mapas da a) anomalia de campo total e de suas derivadas de segunda ordem em relação a x avaliadas para diferentes parâmetros de regularização: b)  $\alpha_{xx} = 10^{6,7}$ , c)  $\alpha_{xx} = 10^8$  e d)  $\alpha_{xx} = 10^9$ . Modelo magnético composto por três corpos anômalos: batólito (A), soleira (B) e dique (C). 46
- Figura 17: Função S para as derivadas direcionais de primeira ordem da anomalia, calculadas para um conjunto de parâmetros de regularização variando de  $10^{-6}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Nível de referência da função S (linha preta tracejada) e parâmetros de regularização associados (linha colorida tracejada). ..... 48
- Figura 18: Mapas dos campos transformados: a) ASA não regularizada, b) ISA não regularizada, c) ASA regularizada com valores diferentes de  $\alpha$ , d) ISA regularizada com valores distintos de  $\alpha$  e) ASA regularizada com  $\alpha_g = 10^{5,4}$  e f) ISA regularizada com  $\alpha_g = 10^{5,4}$ . Modelo magnético composto por três fontes anômalas: batólito (A), soleira (B) e dique (C). 49
- Figura 19: Função S para as derivadas direcionais de primeira ordem da anomalia, calculadas para um conjunto de parâmetros de regularização variando de  $10^{-6}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Níveis de referência da função S (linha preta tracejada) e parâmetros de regularização associados (linha colorida tracejada). ..... 52

Figura 20: Mapas dos campos transformados da anomalia corrompida com nível de ruído de 1% e perfis N-S da ASA para diferentes valores da função S: a) anomalia de campo total, b) perfis N-S da ASA para um modelo teórico sem ruído (verdadeiro) e com ruído avaliado para diferentes valores da função S, c) ASA convencional e d) ASA regularizada com  $\alpha_g = 10^{4,1}$ . Modelo magnético com duas fontes tabulares (A e B). ..... 53

Figura 21: Mapas de estimativa da posição da fonte e histogramas de profundidade para a anomalia de campo total corrompida com ruído de 0,1%: a) soluções de Euler convencional ( $S_g = 1$ ) e b) estimativas de Euler sob o critério  $S_g = 0,75$ . Em c) e d): histogramas de profundidade para diferentes valores da função S. Anomalia de campo total no plano de fundo dos mapas a) e b). As linhas vermelhas tracejadas mostradas em c) e d) indicam a profundidade do topo verdadeira das duas fontes prismáticas (A e B). ..... 55

Figura 22: Mapas de estimativa da posição da fonte e histogramas de profundidade para a anomalia de campo total corrompida com ruído de 1%: a) soluções de Euler convencional ( $S_g = 1$ ) e b) estimativas de Euler sob o critério  $S_g = 0,83$ . Em c) e d): histogramas de profundidade para diferentes valores da função S. Anomalia de campo total no plano de fundo dos mapas a) e b). As linhas tracejadas vermelhas mostradas em c) e d) indicam a profundidade do topo verdadeira das duas fontes prismáticas (A e B). ..... 56

- Figura 23: Função S para o Laplaciano da ASA avaliado para parâmetros de regularização de teste variando de  $10^{-2}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Três parâmetros de regularização (estrela colorida) associados a diferentes valores da função S..... 58
- Figura 24: Mapas dos mínimos locais (círculo vermelho) do Laplaciano regularizado da ASA para diferentes valores do parâmetro de regularização: a)  $\alpha_L = 10^5$ , b)  $\alpha_L = 10^8$  e c)  $\alpha_L = 10^{9,5}$ . ASA regularizada com  $\alpha_g = 10^{4,1}$  no plano de fundo de todos os mapas. Modelo com duas fontes magnéticas tabulares (A e B)..... 59
- Figura 25: Mapas com as duas áreas de estudo: a) localização dos projetos aerogeofísicos (polígonos coloridos) com os respectivos códigos e b) anomalia de campo total de cada base de dados. .... 63
- Figura 26: a) Localização geográfica da área composta (polígono vermelho) na Província Tocantins (PT) com o Lineamento Transbrasiliano (LT). Crátons: Amazônico (AM), Luiz Alves (LA), Paranapanema (PP), Paranaíba (PB), Rio de La Plata (RLP), São Francisco (SF) e São Luís (SL). b) Mapa geológico esquemático da área composta abrangendo as duas áreas de estudo (I e II) com os principais lineamentos estruturais regionais: corredor tectônico Transbrasiliano (CTT) e Sintaxe Pirineus (SP). Geologia baseada nos mapeamentos (1:1.000.000) do Serviço Geológico do Brasil realizados em 2004 e 2008, disponíveis em "<https://geosgb.cprm.gov.br/geosgb/downloads.html>". .... 65

- Figura 27: Mapa geológico esquemático da Área I mostrando as rochas proterozóicas e os principais lineamentos estruturais. Geologia baseada no mapeamento (1:500.000) do Serviço Geológico do Brasil realizado em 2008, disponível em "<https://geosgb.cprm.gov.br/geosgb/downloads.html>". ..... 68
- Figura 28: Mapa geológico esquemático da Área II mostrando sedimentos cenozoicos, rochas pré-cambrianas e alguns lineamentos estruturais. Linhas sísmicas L1 e L2 (linha preta tracejada) e corredor tectônico Transbrasiliiano (CTT). Geologia baseada nos mapeamentos (1:1.000.000) do Serviço Geológico do Brasil realizados em 2004 e 2008, disponíveis em "<https://geosgb.cprm.gov.br/geosgb/downloads.html>". ..... 70
- Figura 29: Espessura média dos sedimentos em diferentes porções da Área II segundo o modelo gravimétrico e as linhas sísmicas. .... 71
- Figura 30: Mapa da anomalia de campo total da Área I. Lineamentos magnéticos com diferentes orientações (seta preta) e feições com maior comprimento de onda (domínio I). .... 72
- Figura 31: Função S para as derivadas direcionais da anomalia, avaliadas para um conjunto de parâmetros de regularização variando de  $10^{-6}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Níveis de referência da função S (linha preta tracejada) e parâmetros de regularização associados (linha colorida tracejada)..... 73

- Figura 32: Mapas dos campos transformados: a) ASA convencional, b) ISA convencional, c) ASA e d) ISA regularizadas com  $\alpha_g = 10^{4,5}$ . Domínios com distorções mais nítidas de linhas de voo (I), continuidade e ganho de amplitude dos lineamentos (II), efeitos de "boudinage"(III) e regiões de baixa amplitude do sinal (IV) são assinalados (tracejado). Destaque para lineamentos N-S deslocados lateralmente (seta preta) e lineamentos L-O, ONO-ESE, OSO-ENE e SSO-NNE (domínio V marcado) nos mapas b) e d). ..... 75
- Figura 33: Mapas dos campos transformados: a) ASA convencional, b) ISA convencional, c) ASA e d) ISA regularizadas com  $\alpha_g = 10^{4,5}$ . Domínios com distorções mais nítidas de linhas de voo (I), continuidade e ganho de amplitude dos lineamentos (II), efeitos de "boudinage"(III) e regiões de baixa amplitude do sinal (IV) são assinalados (tracejado). Destaque para lineamentos N-S deslocados lateralmente (seta amarela) e lineamentos L-O, ONO-ESE, OSO-ENE e SSO-NNE (domínio V marcado) nos mapas b) e d). ..... 76
- Figura 34: Mapa da anomalia de campo total da Área II. Lineamentos magnéticos orientados a NE (seta preta), anomalias lineares tangenciais (seta azul) e feições com maior comprimento de onda (domínio I). Linhas sísmicas (linha preta tracejada) e limites do CTT (linha preta contínua). ..... 78
- Figura 35: Função S para as derivadas direcionais da anomalia, avaliadas para um conjunto de parâmetros de regularização variando de  $10^{-6}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Níveis de referência da função S (linha preta tracejada) e parâmetros de regularização associados (linha colorida tracejada)..... 80

Figura 36: Mapas dos campos transformados: a) ASA convencional, b) ISA convencional, c) ASA e d) ISA regularizadas com  $\alpha_g = 10^{4,7}$ . Domínios com distorções mais nítidas de linhas de voo (I), regiões de baixa amplitude do sinal (II), ganho de amplitude e/ou "boudinage"(III) e lineamentos NE sutis (IV) são assinalados (tracejado). Destaque para feições lineares L-O (seta preta) e lineamentos assintóticos (seta azul). Linhas sísmicas (linha preta tracejada) e limites do CTT (linha preta contínua)..... 81

Figura 37: Mapas dos campos transformados: a) ASA convencional, b) ISA convencional, c) ASA e d) ISA regularizadas com  $\alpha_g = 10^{4,7}$ . Domínios com distorções mais nítidas de linhas de voo (I), regiões de baixa amplitude do sinal (II), ganho de amplitude (III) e lineamentos NE sutis (IV) são assinalados (tracejado). Destaque para feições lineares L-O (seta vermelha) e lineamentos assintóticos (seta amarela). Linhas sísmicas (linha amarela tracejada) e limites do CTT (linha amarela contínua)..... 82

Figura 38: Histogramas de profundidade para diferentes valores da função S. Curva gaussiana (linha preta contínua) com as faixas de profundidade associadas à divisão de cores. .... 84

Figura 39: Mapas de estimativas da posição da fonte (círculos coloridos) para a deconvolução de Euler a) convencional e b) regularizada com  $\alpha_g = 10^{4,4}$  sob o critério  $S_g = 0,70$ . ASA convencional e regularizada com  $\alpha_g = 10^{4,7}$  no plano de fundo dos mapas a) e b), respectivamente. Agrupamento de lineamentos (seta amarela) não mapeados pelo Euler. Linhas sísmicas (linha vermelha tracejada) e limites do CTT (linha vermelha contínua)..... 85



Figura 40: Função S para o Laplaciano da ASA avaliado para parâmetros de regularização de teste variando de  $10^{-2}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Três parâmetros de regularização (estrela colorida) associados a diferentes valores da função S..... 87

Figura 41: Mapas dos mínimos locais (círculo vermelho) do Laplaciano regularizado da ASA para diferentes valores do parâmetro de regularização: a)  $\alpha_L = 10^6$ , b)  $\alpha_L = 10^{9,5}$  e c)  $\alpha_L = 10^{10}$ . Em c), agrupamento de lineamentos (seta amarela) não mapeados pelo Euler. Linhas sísmicas (linha preta tracejada) e limites do CTT (linha preta contínua). ASA regularizada com  $\alpha_g = 10^{4,7}$  no plano de fundo de todos os mapas. .... 88

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1.	Objetivos . . . . .	3
1.2.	Estrutura da Dissertação . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Processamento de Dados Aeromagnéticos</b>	<b>6</b>
2.1.	Aspectos Gerais do Processamento . . . . .	7
2.2.	Derivadas Direcionais . . . . .	8
2.3.	Amplitude do Sinal Analítico 3D . . . . .	9
2.4.	Inclinação do Sinal Analítico . . . . .	11
2.5.	Deconvolução de Euler 3D . . . . .	12
2.6.	Laplaciano . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Derivadas Regularizadas</b>	<b>18</b>
3.1.	Primeira Derivada Horizontal: Formulação de Pašteka et al. (2009) . . . . .	18
3.2.	Enésima Derivada Horizontal: Formulação Geral . . . . .	23
3.3.	Enésima Derivada Vertical: Formulação de Zeng et al. (2015) . . . . .	25
3.4.	Critérios de Escolha do Parâmetro de Regularização . . . . .	26
3.5.	Função S . . . . .	31
3.6.	Ilustração da Função S . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Simulação Numérica</b>	<b>39</b>
4.1.	Teste I: Segunda Derivada Horizontal - Modelo Simples . . . . .	40
4.2.	Teste II: Segunda Derivada Horizontal - Modelo do Uieda et al. (2014) . . . . .	44
4.3.	Teste III: ASA e ISA - Parâmetro Médio de Regularização . . . . .	47

4.4. Teste IV: Regularização na Deconvolução de Euler . . . . .	51
4.5. Teste V: Laplaciano Regularizado da ASA . . . . .	57
<b>5 Aplicação em Dados Reais</b>	<b>61</b>
5.1. Base de Dados Aeromagnéticos . . . . .	62
5.2. Contexto Geológico . . . . .	64
5.2.1. Área I . . . . .	66
5.2.2. Área II . . . . .	69
5.3. Resultados da Área I: Mosaico de Lineamentos . . . . .	72
5.4. Resultados da Área II: Lineamentos em Zonas de Cisalhamento . . . . .	77
5.4.1. Mapeamento das Fontes: ASA e ISA . . . . .	78
5.4.2. Estimativas de Profundidade: Deconvolução de Euler . . . . .	83
5.4.3. Posicionamento das Fontes: Laplaciano da ASA . . . . .	86
5.5. Discussão Geral . . . . .	89
<b>6 Conclusões</b>	<b>91</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>93</b>
<b>APÊNDICE A</b>	<b>111</b>
<b>APÊNDICE B</b>	<b>113</b>
<b>APÊNDICE C</b>	<b>116</b>
<b>APÊNDICE D</b>	<b>118</b>
<b>APÊNDICE E</b>	<b>120</b>
<b>APÊNDICE F</b>	<b>123</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Os mapas aeromagnéticos são geralmente utilizados no mapeamento de zonas de falhas/cisalhamento, corpos intrusivos e contatos geológicos em aplicações ambientais como na prospecção mineral (Souza et al., 2015; An-Guo et al., 2017) e hidrogeológica (Dickson et al., 2014; Cavalcante et al., 2020). Esses mapas mostram a distribuição espacial de anomalias com diferentes formas, amplitudes e comprimentos de onda. As fontes magnéticas dessas anomalias podem estar localizadas em diferentes profundidades e possuir geometrias e propriedades de magnetização distintas. Quando há múltiplas fontes justapostas, é gerado um padrão complexo de anomalias interferentes no mapa, dificultando a interpretação das discontinuidades geológicas. Este cenário demanda o uso de técnicas eficientes de transformação do campo potencial para realçar contrastes de propriedades físicas entre a rocha magnética e sua encaixante, delimitar as contribuições individuais das feições estruturais e estimar suas profundidades.

As transformações do campo potencial baseadas na avaliação de derivadas numéricas são amplamente utilizadas na interpretação qualitativa e quantitativa de dados magnéticos. Como exemplo, as derivadas de primeira ordem são fundamentais no cálculo da intensidade do gradiente da anomalia magnética (Nabighian, 1972, 1974; Roest et al., 1992) para realçar padrões estruturais em zonas de cisalhamento (Salawu et al., 2020) e em enxames de diques (Mendonça et al., 2019). O gradiente da anomalia observada também é empregado na formulação de ângulos de inclinação do gradiente (Miller & Singh, 1994; Cooper & Cowan,

2006; Stewart & Miller, 2018), com o intuito de normalizar as anomalias oriundas de fontes localizadas em diferentes níveis de profundidade. As derivadas de segunda ordem exigidas na avaliação do operador Laplaciano bidimensional (Cooper & Cowan, 2009; Cooper, 2020) são aplicadas em técnicas de terraceamento para mapear domínios com magnetização uniforme (Cordell & McCafferty, 1989; Phillips, 1992) e na análise de curvaturas do campo potencial (Roberts, 2001; Li, 2015), visando melhorar as tendências de anomalias sutis (Lee et al., 2013; Cevallos, 2014). De forma geral, o cálculo das derivadas numéricas do campo potencial realça o conteúdo espectral de alta frequência no dado ao avaliar a intensidade do gradiente (Pham et al., 2019a,b), ângulos de inclinação (Cooper, 2014; Zhang et al., 2015) ou derivadas de segunda ordem (Cooper, 2006, 2021).

As derivadas de primeira ordem podem ser utilizadas na estimativa automática de profundidade usando a deconvolução de Euler (Thompson, 1982; Reid et al., 1990; Barbosa et al., 1999; Silva et al., 2001; Salem & Ravat, 2003; Mushayandebvu et al., 2004; Florio et al., 2006; Stavrev & Reid, 2007; Reid & Thurston, 2014). Ao aplicar a deconvolução de Euler em um conjunto de dados interpolados em malha, as derivadas direcionais são calculadas utilizando um esquema de janelas móveis percorrendo toda a malha, formando um sistema de equações lineares que fornece estimativas da localização da fonte e do nível de base do campo potencial. Esse esquema de janela móveis é rápido na interpretação de áreas extensas caracterizadas por múltiplos sinais de interferência de corpos geológicos com geometrias distintas. No entanto, estimativas de janelas móveis com menor sensibilidade (por exemplo, mais distantes das fontes) tendem a produzir soluções inconsistentes devido à amplificação de ruído nas derivadas avaliadas numericamente, comprometendo as estimativas de profundidade dos corpos anômalos.

Diversas abordagens robustas de regularização das derivadas (Pašteka & Richter, 2002; Richter & Pašteka, 2003; Zeng et al., 2015; Baniamerian et al., 2018; Du & Zhang, 2021) baseadas no trabalho pioneiro de Tikhonov & Glasko (1965) têm sido desenvolvidas para atenuar o efeito da amplificação de ruído em dados potenciais. Pašteka et al. (2009) apresentam a expressão do filtro das derivadas regularizadas obtido pela minimização da norma  $L_2$  (também conhecida como norma Euclidiana) da derivada a ser determinada, aplicando o

critério clássico de regularização de Tikhonov no domínio do número de onda. A derivada regularizada é condicionada pela escolha adequada de um parâmetro de regularização responsável por balancear o grau associado de suavização com as características oscilatórias das derivadas não regularizadas. Neste contexto, especula-se se um mesmo parâmetro de regularização seria adequado tanto na avaliação da intensidade do gradiente ou do ângulo de inclinação como na deconvolução de Euler e no cálculo de derivadas de segunda ordem. Esse problema é relevante considerando que a regularização de Tikhonov tende a atenuar os gradientes mais abruptos e as amplitudes das derivadas, o que pode levar a estimativas errôneas de profundidade. Aplicações de derivadas regularizadas na deconvolução de Euler sugerem profundidades do topo superestimadas (Pašteka & Richter, 2002, 2005; Pašteka et al., 2009; Saleh & Pašteka, 2012). Pašteka et al. (2009) confirmam isso em um estudo aplicado em sítio controlado contendo fontes metálicas em subsuperfície. Além disso, as derivadas de segunda ordem utilizadas no cálculo do operador Laplaciano amplificam ainda mais o conteúdo de ruído nos dados, possivelmente exigindo um grau maior de regularização.

## 1.1 Objetivos

O presente trabalho visa desenvolver um procedimento gráfico que seleciona parâmetros de regularização para diferentes transformações do campo potencial que requerem derivadas de primeira ou segunda ordem. Esta abordagem se baseia na normalização da norma  $L_2$  dos respectivos campos transformados para um conjunto de parâmetros de regularização, produzindo uma função característica com formato de escada, denominada função S (a letra S provém da palavra *staircase* em inglês). Essa função apresenta comportamento suave e monotônico, decrescendo de 1 a 0 para valores crescentes de regularização, em que o degrau superior (1) da função é associado às transformações não regularizadas e sub-regularizadas e o degrau inferior (0) representa as transformações sobre regularizadas. Um dos objetivos da pesquisa é a análise do efeito da regularização na qualidade dos mapas e na determinação de

profundidades, usando simulações numéricas com perturbações distintas de ruído e anomalias com diferentes propriedades geométricas e de magnetização. Para os dados reais, os objetivos principais consistem em verificar se os procedimentos de regularização seriam efetivos no mapeamento de lineamentos com diferentes direções e intersecções na região do Complexo Anápolis-Itauçu (Della Giustina et al., 2011), na Província Tocantins (Almeida et al., 1977, 1981). Outro objetivo com aplicações em dados reais pretende investigar se as estimativas de profundidade da deconvolução de Euler convencional e regularizada são consistentes com as informações geológicas disponíveis em uma parte da Bacia do Bananal (Valente & Latrubesse, 2012), caracterizada por múltiplos lineamentos magnéticos no embasamento.

## 1.2 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação é composta por capítulos que abrangem aspectos metodológicos, simulações numéricas e aplicações em dados reais. O Capítulo 2 revisa a bibliografia de algumas técnicas de processamento que empregam derivadas de primeira e segunda ordem para a interpretação de dados aeromagnéticos, com foco no mapeamento das fontes magnéticas utilizando técnicas de realce e o Laplaciano. Ênfase também é dada aos aspectos gerais da deconvolução de Euler para estimativas de profundidade. O Capítulo 3 revisa os aspectos teóricos das derivadas regularizadas e os principais critérios de escolha do parâmetro de regularização na literatura geofísica. Nesse Capítulo, é desenvolvida uma formulação analítica para derivadas horizontais regularizadas de ordem superior e é introduzido o procedimento gráfico para estimar o parâmetro de regularização. O Capítulo 4 analisa a aplicabilidade da abordagem proposta em testes numéricos que simulam modelos com diferentes níveis de ruído ou complexidades das anomalias. O Capítulo 5 avalia a eficiência do procedimento de regularização em dados reais aeromagnéticos com duas áreas de estudo, visando distinguir padrões complexos da anomalia em uma área e focando na determinação de profundidades através da deconvolução de Euler com derivadas regularizadas na outra área. O Capítulo 6

aborda as principais conclusões dos resultados apresentados neste trabalho.



## Capítulo 2

# Processamento de Dados Aeromagnéticos

O processamento de dados aeromagnéticos é uma etapa essencial na produção de mapas que auxiliam na interpretação quantitativa e qualitativa das fontes magnéticas. A dificuldade na interpretação desses mapas decorre da existência de anomalias com diferentes amplitudes e comprimentos de onda, exigindo técnicas de realce para o mapeamento da contribuição de cada feição anômala. Algumas técnicas de processamento são baseadas na avaliação de derivadas direcionais de primeira e segunda ordem para realçar variações sutis de anomalias de fontes rasas ou de baixo contraste e estimar a profundidade de corpos anômalos. Este Capítulo apresenta os aspectos gerais do processamento de dados no domínio do número de onda (seção 2.1), com foco em técnicas que utilizam derivadas de primeira e segunda ordem (seção 2.2). Ênfase é direcionada às técnicas de realce, amplitude e inclinação do sinal analítico (seção 2.3 e seção 2.4), na avaliação de derivadas de primeira ordem para o mapeamento das fontes magnéticas. A seção 2.5 aborda os principais tópicos da deconvolução de Euler com foco na abordagem automática de classificação de sensibilidade das janelas móveis desenvolvida por Melo & Barbosa (2020). A seção 2.6 apresenta os aspectos gerais do uso de derivadas de segunda ordem no cálculo do Laplaciano e introduz o Laplaciano da ASA em malha para mapear a posição das fontes.

## 2.1 Aspectos Gerais do Processamento

A base de dados disponibilizada em repositórios digitais dos serviços geológicos provém de uma série de etapas preliminares de processamento aplicadas no dado magnético bruto adquirido nos aerolevantamentos. Esse processamento inicial abrange vários procedimentos como: remoção da variação magnética diurna para eliminar a influência das emissões solares no dado medido; correção do erro de paralaxe para corrigir a defasagem nos tempos de medição do magnetômetro e altímetros com o sistema de posicionamento global; operações de micronivelamento para controle de qualidade do nivelamento das linhas de voo; remoção do Campo Geomagnético Internacional de Referência (IGRF, do inglês *International Geomagnetic Reference Field*) para realçar o campo magnético associado às fontes crustais, entre outros procedimentos. Em geral, o dado medido é disponibilizado no formato XYZ ou interpolado em uma malha regular. O processamento convencional utiliza como ponto de partida esses dados de repositório para produção de mapas e aplicação de filtros, visando a interpretação geológica das anomalias observadas.

O processamento de dados aeromagnéticos é frequentemente realizado no domínio do número de onda ou espectral, consistindo primeiramente na aplicação da transformada de Fourier na malha de dados. A transformada de Fourier bidimensional (2D) na forma contínua é definida como (Blakely, 1996, p. 261)

$$\mathcal{F}\{f(x, y)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (1)$$

e sua forma inversa é

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}\{f(x, y)\} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \quad (2)$$

sendo  $i = \sqrt{-1}$  o número imaginário unitário e  $\mathcal{F}\{f(x, y)\}$  o espectro da anomalia observada  $f(x, y)$  medida na posição  $(x, y, h)$  em uma superfície horizontal, assumindo uma altura de voo constante ( $z = h$ ). Os números de onda espaciais  $k_x = 2\pi/\lambda_x$  e  $k_y = 2\pi/\lambda_y$  nas respectivas direções x e y são inversamente proporcionais aos comprimentos de onda  $\lambda_x$  e  $\lambda_y$ . O cálculo da transformada de Fourier contínua exige que o campo potencial seja contínuo, finito e razoavelmente bem-comportado. No processamento de dados potenciais amostrados, usualmente se aplica a transformada de Fourier discreta (TFD) que considera um sinal em intervalos discretizados com limites definidos. A TFD é periódica e o seu período é inversamente proporcional ao intervalo de amostragem dos dados.

Na segunda etapa, espectro do campo medido (Equação 1) é multiplicado pelo operador de filtragem, obtendo assim o espectro do campo transformado. Em seguida, calcula-se a transformada de Fourier inversa do campo transformado para obtê-lo no domínio do espaço. A malha de saída produz imagens que podem ser utilizadas no mapeamento da distribuição das anomalias como também em estimativas de profundidade das fontes anômalas.

## 2.2 Derivadas Direcionais

Para um sistema dextral de coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$ , a derivada direcional de primeira ordem  $f_\mu$  da anomalia de campo total  $f \equiv f(x, y)$ , definida em uma direção arbitrária  $\mu$ , pode ser obtida por uma simples operação de filtragem (Blakely, 1996, p. 324) no domínio do número de onda, genericamente escrita como

$$\mathcal{F}\{f_\mu\} = D_\mu \mathcal{F}\{f\}, \quad (3)$$

em que o operador diferencial  $D_\mu$  representa  $ik_x$ ,  $ik_y$  ou  $|k| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$  respectivamente para as derivadas calculadas ao longo dos eixos x, y ou z. Esse operador atua como um

filtro passa-alta, permitindo a passagem somente das componentes dos maiores números de onda associados com anomalias de curto comprimento de onda. Para obter a derivada  $f_{\mu}$  no domínio do espaço, aplica-se a transformada inversa de Fourier (Equação 2) no campo transformado  $\mathcal{F}\{f_{\mu}\}$ . Pelo teorema de diferenciação da transformada de Fourier (Blakely, 1996, p. 263), a derivada direcional de segunda ordem  $f_{\mu\mu}$  da anomalia magnética é definida como

$$\mathcal{F}\{f_{\mu\mu}\} = D_{\mu}^2 \mathcal{F}\{f\}. \quad (4)$$

Esta operação de derivadas é possível no domínio do número de onda, pois a amplitude da anomalia é um sinal contínuo e possui banda de frequência limitada (ou seja, a transformada de Fourier da anomalia decresce com o aumento do número de onda). Uma característica importante da transformada de Fourier é a propagação do ruído local para todo o conjunto de dados, amplificando a sensibilidade ao conteúdo de ruído de alta frequência e diminuindo a razão sinal-ruído. Esta instabilidade na diferenciação configura um problema mal-posto (ou seja, não satisfaz as condições de existência, unicidade ou estabilidade da solução) na física-matemática que pode ser resolvido pela aplicação da teoria de regularização de Tikhonov (Tikhonov & Glasko, 1965).

### **2.3 Amplitude do Sinal Analítico 3D**

Nabighian (1984) introduziu o conceito do sinal analítico em três dimensões (3D) para dados potenciais utilizando a transformada generalizada de Hilbert. O sinal analítico da anomalia magnética é uma quantidade complexa formada pela combinação das derivadas ortogonais da anomalia. Roest et al. (1992) apresentaram uma expressão matemática diferente para o sinal analítico, baseada no formato vetorial, que também satisfaz os requisitos básicos:

as partes real e imaginária do sinal analítico devem formar um par de transformadas de Hilbert. A função amplitude do sinal analítico (ASA) 3D é definida como (Roest et al., 1992)

$$|\mathbf{A}(x, y)| = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2}, \quad (5)$$

sendo  $f_x \equiv f_x(x, y)$ ,  $f_y \equiv f_y(x, y)$  e  $f_z \equiv f_z(x, y)$  as derivadas horizontal e vertical de primeira ordem, respectivamente, da anomalia de campo total  $f(x, y)$ . Para estruturas bidimensionais (2D) semelhantes a diques, contatos magnéticos e cilindros horizontais (Nabighian, 1972, 1974), a grandeza ASA apresenta uma resposta simétrica em forma de sino, cujas máximas amplitudes são geralmente posicionadas sobre as bordas de corpos largos e nos centros de corpos estreitos (Salem et al., 2002, 2004; Doo et al., 2007). No caso 2D, esta função independe da direção de magnetização da fonte anômala e da orientação do vetor campo geomagnético (Srivastava & Agarwal, 2010; Ma & Du, 2012), todavia varia com o *strike* geológico, profundidade, mergulho e extensão da fonte (MacLeod et al., 1993). Para corpos tridimensionais com forte magnetização remanente, a ASA é sensível à direção de magnetização e à orientação do campo geomagnético (Haney et al., 2003; Li, 2006), mesmo assim os seus máximos tendem a ser centrados sobre as fontes magnéticas. A grandeza ASA é mais eficiente no mapeamento de estruturas rasas, pois para corpos mais profundos, os seus máximos podem ser deslocados (Li, 2006). Tal como na Equação 5, três derivadas direcionais devem ser avaliadas, sobrepondo a amplificação de ruído quando os termos quadráticos são somados. Ao utilizar derivadas regularizadas no cálculo da ASA, cada operação diferencial deve ser avaliada separadamente, sendo que ainda não está claro se um mesmo grau de regularização seria aplicado igualmente para todas as derivadas direcionais.

## 2.4 Inclinação do Sinal Analítico

Embora originalmente o sinal analítico tenha sido definido para variáveis complexas, nota-se uma correspondência entre a ASA e a intensidade do gradiente da anomalia (Nabighian et al., 2005; Hinze et al., 2013). Se o sinal analítico for concebido como uma grandeza vetorial (gradiente), pode ser associada uma inclinação para esse vetor gradiente. A inclinação do sinal analítico (ISA) definida por Miller & Singh (1994) como

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{f_z}{\sqrt{f_x^2 + f_y^2}} \right), \quad (6)$$

para valores no intervalo de  $\pm\pi/2$ , representa o ângulo (fase local do sinal) entre as derivadas vertical e horizontal de primeira ordem da anomalia de campo total. Independentemente da amplitude das derivadas, os pontos de máximo da ISA tendem a se posicionar sobre as fontes anômalas, realçando tendências no mapa da anomalia e detectando a posição horizontal das estruturas (Oruç & Selim, 2011; Ferreira et al., 2013; Pal et al., 2017). Como nas proximidades dos limites da fonte magnética a amplitude da ISA cai para zero, esta técnica não é efetiva na detecção de bordas dos corpos (Cooper & Cowan, 2008). A resposta da ISA é assimétrica sobre corpos similares a diques espessos e contatos verticais (Salem et al., 2007, 2008) e sensível à orientação do campo magnético (Verduzco et al., 2004). A ISA funciona como um filtro de controle de ganho automático (Verduzco et al., 2004) ao normalizar as contribuições de anomalias de longo e curto comprimento de onda, oriundas de fontes localizadas em diferentes níveis de profundidade. A aplicação da ISA em mapas magnetométricos pode ocasionar a suavização e perda de informação de anomalias de baixa amplitude (Santos et al., 2012), principalmente quando o dado medido possui um nível de ruído expressivo. O uso de derivadas regularizadas no cálculo da ISA pode melhorar o mapeamento de tendências sutis e tramas de lineamentos nos mapas transformados.

## 2.5 Deconvolução de Euler 3D

O método da deconvolução de Euler se baseia nas propriedades da equação diferencial homogênea de Euler para determinar a posição e a natureza da fonte anômala e estimar o nível de base. Considerando um sistema dextral com pontos de observação  $x$ ,  $y$  e  $z$  em uma malha regular, a equação de Euler é definida como (Reid et al., 1990)

$$(x - x_0)f_x + (y - y_0)f_y + (z - z_0)f_z = \eta(b - f), \quad (7)$$

sendo  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$  as coordenadas desconhecidas de uma fonte anômala referentes à sua posição horizontal  $(x_0, y_0)$  e profundidade do topo  $z_0$ . O nível de base  $b$  da anomalia de campo total observada  $f$  é um parâmetro desconhecido com valor constante que pode ser gerado por anomalias interferentes ou pelo campo magnético regional (Thompson, 1982). O parâmetro de grau de homogeneidade  $\eta$  (Thompson, 1982), também conhecido como índice estrutural, é responsável por taxas particulares de decaimento do campo potencial, dependendo da geometria da fonte. As implementações iniciais do algoritmo de Euler (Reid et al., 1990; Ravat, 1996) requeriam que o índice estrutural fosse previamente conhecido, assumindo um valor inteiro (0, 1, 2 ou 3) associado a um respectivo modelo geométrico simples (contato infinito, dique fino, cilindro ou esfera). O índice estrutural pode ser inferido de diversas maneiras: correlação entre a anomalia magnética e as estimativas do nível de base (Barbosa et al., 1999, 2000; Melo et al., 2013); cálculo dos menores desvios padrão para inferências do nível de base (Melo & Barbosa, 2017, 2018); combinação do método de Euler com as propriedades do sinal analítico (Salem & Ravat, 2003; Keating & Pilkington, 2004); ou através da similaridade para transformações diferenciais (Stavrev, 1997; Gerovska & Araújo-Bravo, 2003; Stavrev et al., 2009). O índice estrutural para mapas contendo lineamentos magnéticos (por exemplo, zona de falhas) é geralmente assumido igual a 1 (Souza et al., 2015; Nuamah Daniel & Tandoh Kingsley, 2020).

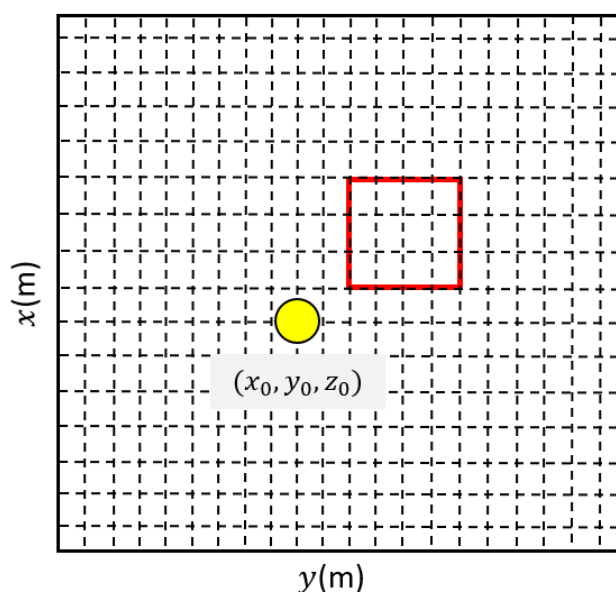
Na maioria das aplicações utilizando a deconvolução de Euler, a equação de homogeneidade (Equação 7) é avaliada em uma janela de dados finita e de tamanho fixo que fornece estimativas de localização  $(x_0^k, y_0^k, z_0^k)$  da fonte, à medida que a  $k$ -ésima janela móvel percorre toda a malha de dados (Figura 1). Conforme discutido por Reid et al. (2014), o tamanho da janela móvel deve ser pelo menos duas vezes maior que o espaçamento entre as linhas de aquisição de dados (linhas de voo no caso de aerolevantamentos) ou o intervalo da malha de dados e maior que a metade da profundidade de investigação a ser determinada. Na escolha do tamanho da janela, deve-se considerar um dimensionamento que forneça soluções estáveis cobrindo uma faixa de profundidade adequada ou discriminando diferentes níveis de investigação. Para uma  $k$ -ésima janela móvel com  $M$  pontos de observação  $(x_i, y_i)$ , sendo  $i = 1$ , um sistema linear com  $M$  equações

$$x_i f_x^i + y_i f_y^i + z_i f_z^i + \eta f^i = x_0^k f_x^i + y_0^k f_y^i + z_0^k f_z^i + \eta b^k, \quad (8)$$

deve ser resolvido para determinar a posição de uma única fonte. Como na Equação 8, a  $k$ -ésima janela fornece uma estimativa de localização  $(x_0^k, y_0^k, z_0^k)$  da fonte, que pode ser aceita ou descartada após a análise das soluções obtidas de todas as  $N$  janelas móveis. Este esquema de janela móvel tende a produzir inúmeras soluções causadas principalmente pela escolha errônea do índice estrutural e pela propagação de ruído nos dados observados (Silva et al., 2001). Diversos critérios podem ser utilizados na aceitação das soluções, como exemplo: menores desvios padrão da profundidade (Thompson, 1982; Reid et al., 1990); maiores valores absolutos da anomalia (Silva & Barbosa, 2003; Melo et al., 2013); ou maiores variações das derivadas da anomalia dentro da janela móvel (Fairhead et al., 1994; Melo & Barbosa, 2020).

Um critério de seleção de soluções baseado na variação da derivada vertical em cada janela móvel foi desenvolvido por Melo & Barbosa (2020). Neste procedimento, o desvio padrão da derivada vertical é calculado para todas as  $N$  janelas móveis percorrendo os pontos da malha, organizado em ordem crescente para manter as melhores  $FN$  soluções associadas às maiores derivadas verticais. O fator  $F$  varia de 0 a 1, sendo responsável por controlar





**Figura 1:** Representação esquemática do mapa clássico de soluções de Euler com uma  $k$ -ésima janela móvel genérica (retângulo vermelho) contendo  $M = 20$  pontos de observação. A posição  $(x_0, y_0, z_0)$  da fonte é representada pelo círculo amarelo.

o número de soluções de Euler. Esta abordagem aceita implicitamente como soluções de Euler as estimativas obtidas em janelas com maior sensibilidade, uma vez que a derivada vertical geralmente apresenta maior variação próxima às fontes anômalas. O desvio padrão  $d^k$  para as derivadas verticais  $f_z^i \equiv f_z(x_i, y_i)$ , nos  $M$  pontos de observação  $(x_i, y_i)$  dentro da  $k$ -ésima janela de dados, é calculado como (Melo & Barbosa, 2020)

$$d^k = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (f_z^i - \hat{f}_z^k)^2}{M - 1}}, \quad (9)$$

sendo  $\hat{f}_z^k$  o valor médio da derivada vertical nos pontos da janela. Por serem obtidas a partir de derivadas avaliadas numericamente, as estimativas de Euler tendem a se degradar à medida que o nível de ruído nos dados observados aumenta (Melo & Barbosa, 2020). O uso de derivadas regularizadas pode atenuar a amplificação de ruído, mas normalmente produz uma

perda de amplitude, especialmente para casos sobre regularizados. Em potencial, isso pode comprometer as estimativas de profundidade.

## 2.6 Laplaciano

O operador Laplaciano 2D da anomalia de campo total requer a avaliação de derivadas de segunda ordem que podem ser utilizadas na técnica de terraceamento de dados magnéticos em malha (Cooper & Cowan, 2009; Cooper, 2020). O terraceamento é executado de forma iterativa com uma janela móvel percorrendo todos os pontos da malha e calculando uma superfície quadrática, retificando assim as amplitudes do campo no centro da janela com base no sinal algébrico da curvatura local. A concavidade do campo, como sendo um parâmetro indicativo da curvatura, é determinada pelo sinal da segunda derivada. O contorno zero do Laplaciano 2D aproximadamente delimita as bordas da anomalia separadas por regiões de amplitude quase constante, mapeando domínios geológicos de magnetização uniforme (Cooper & Cowan, 2009; Cooper, 2020). Como o Laplaciano da anomalia é baseado na avaliação da segunda derivada, ele apresenta baixa sensibilidade às variações suaves e tendências lineares regionais nos dados, produzindo limites irregulares (Cooper & Cowan, 2009) ou bordas com pouca definição em anomalias assimétricas (Cooper, 2020).

O Laplaciano 2D também é avaliado sobre a amplitude da anomalia magnética (Leão-Santos et al., 2015) para determinar a posição horizontal das fontes anômalas 3D (Gerovska et al., 2004) e analisar as anomalias com diferentes tipos de magnetização (Stavrev & Gerovska, 2000) e em regiões de baixa latitude magnética (Gerovska & Araúzo-Bravo, 2006). Tal como nesses trabalhos, a amplitude da anomalia magnética é concebida como sendo a intensidade do campo vetorial anômalo, obtido por processamento das componentes direcionais da anomalia de campo total. Para regiões contendo fontes 3D com diferentes direções de magnetização, o Laplaciano 2D é eficiente em delinear a distribuição dessas fontes magnéticas (Stavrev & Gerovska, 2000; Gerovska et al., 2004), inclusive para anomalias assimétricas em

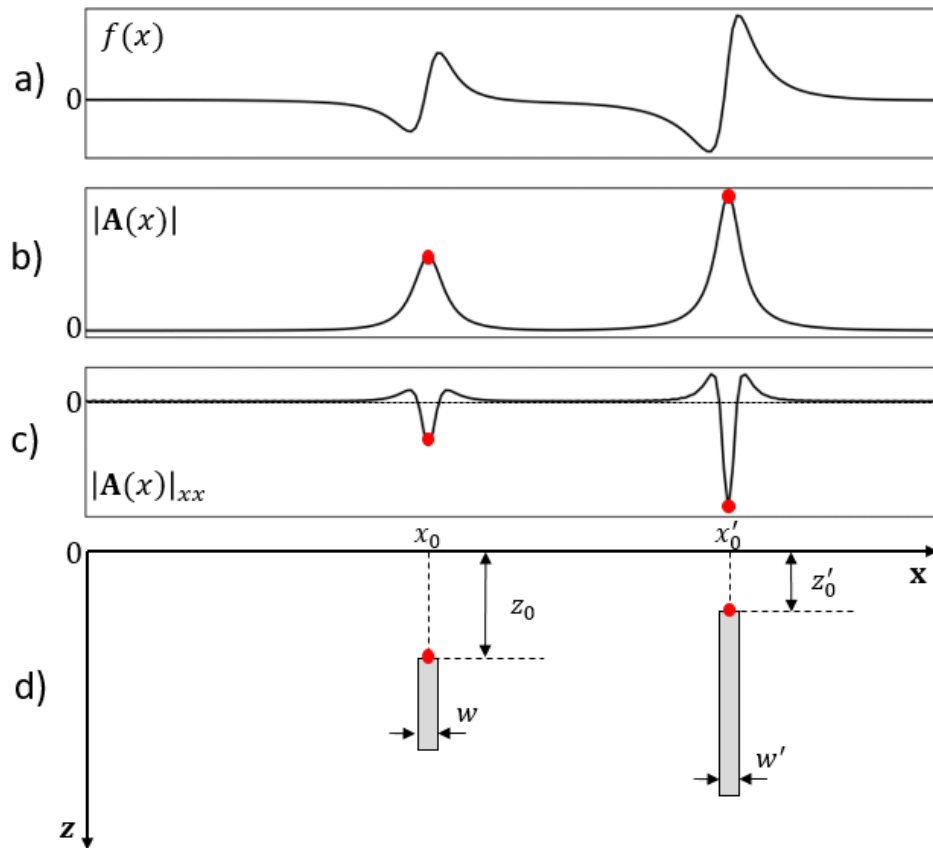
regiões de baixa latitude (Gerovska & Stavrev, 2006).

Para dados em perfil, Cooper (2006) utilizou o Laplaciano do sinal analítico no cálculo da transformada da *wavelet* contínua para estimar a localização horizontal e a profundidade de contatos e diques. Bastani & Pedersen (2001) avaliaram o Laplaciano da ASA ao longo de direções particulares para estimar os parâmetros magnéticos de diques finos em dados de perfil, utilizando a segunda derivada do ASA para determinar a profundidade do topo e o mergulho dos diques. De modo geral, os pontos de mínimo do Laplaciano 2D aplicado à ASA gerada por diques e contatos geológicos são úteis para mapear a continuidade dos lineamentos, melhorando a resolução das feições magnéticas nos mapas.

Com base na formulação de Cooper & Cowan (2009), o Laplaciano 2D da ASA,  $\psi = \nabla^2|\mathbf{A}(x, y)|$ , para uma malha de dados é

$$\psi = |\mathbf{A}(x, y)|_{xx} + |\mathbf{A}(x, y)|_{yy}, \quad (10)$$

sendo  $|\mathbf{A}(x, y)|_{xx}$  e  $|\mathbf{A}(x, y)|_{yy}$  as derivadas de segunda ordem da ASA em relação aos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente. Comparativamente às aplicações com ASA, ISA ou mesmo com a deconvolução de Euler, a utilização do operador Laplaciano ainda é incipiente. Visando ilustrar os aspectos gerais de sua aplicação, o Laplaciano da ASA (avaliada somente a segunda derivada em relação a  $x$ ) é apresentado para um perfil esquemático composto por dois prismas verticais com propriedades magnéticas e geométricas distintas (Figura 2). O ponto de mínimo local do Laplaciano da ASA corresponde ao ponto de máximo local (crista) da ASA no intervalo de concavidade para baixo, identificando as posições verdadeiras das fontes prismáticas (Figura 2). Sendo assim, o Laplaciano da ASA pode ser vantajoso na detecção de fontes justapostas e de estruturas muito largas. O aspecto mais desafiador no cálculo do Laplaciano da ASA é a capacidade de amplificação de ruído das derivadas de segunda ordem, especialmente considerando que a ASA calculada a partir das derivadas de primeira ordem da anomalia observada já está distorcida.



**Figura 2:** Representação esquemática de campos transformados para um modelo tabular composto por dois prismas verticais: a) anomalia de campo total  $f(x)$ ; b) amplitude do sinal analítico  $|A(x)|$  e c) segunda derivada da ASA em relação a  $x$ ,  $|A(x)|_{xx}$ . Os pontos de mínimo local (círculo vermelho) de  $|A(x)|_{xx}$  correspondem aos máximos valores do  $|A(x)|$ . Em d), os mínimos estão situados sobre o topo dos prismas de largura  $w$  e  $w'$ , localizados em  $x_0$  e  $x'_0$ , em profundidades  $z_0$  e  $z'_0$ , respectivamente.

# Capítulo 3

## Derivadas Regularizadas

Este Capítulo descreve o procedimento matemático de regularização de Pašteka et al. (2009) para a primeira derivada horizontal no domínio da frequência. Até o momento, esta derivação analítica não foi desenvolvida para derivadas horizontais de ordem superior. Essa derivação é realizada neste trabalho e apresentada na seção 3.2. A formulação matemática da enésima derivada vertical de Zeng et al. (2015) no domínio do número de onda é abordada na seção 3.3. O Capítulo também apresenta os aspectos gerais dos principais critérios de determinação do parâmetro de regularização. A seção 3.5 introduz o conceito teórico da função  $S$ , baseada na avaliação da norma  $L_2$  do campo transformado para estimar esse parâmetro. Na última seção, as propriedades da função  $S$  são ilustradas por meio de um teste sintético em perfil.

### 3.1 Primeira Derivada Horizontal: Formulação de Pašteka et al. (2009)

Considere uma função  $f(x) \equiv f$  definida no intervalo  $[x_i, x_f]$ . A regularização de Tikhonov (Tikhonov et al., 1968) consiste em minimizar o funcional  $Q(\hat{f}, \alpha)$  composto pela soma de dois funcionais parciais,

$$Q(\hat{f}, \alpha) = \int_{x_i}^{x_f} [\hat{f} - f_x]^2 dx + \alpha \int_{x_i}^{x_f} [\hat{f}_x]^2 dx, \quad (11)$$

sendo  $\hat{f} \equiv \hat{f}(x)$  uma aproximação suave de  $f_x$  a ser determinada,  $f_x \equiv f_x(x)$  a primeira derivada horizontal convencional (não regularizada) de  $f(x)$  e  $\alpha$  o parâmetro de regularização de Tikhonov (Aster et al., 2013, p. 94), um número real positivo. Uma vez obtida, a aproximação  $\hat{f}$  é utilizada para calcular sua primeira derivada horizontal  $\hat{f}_x \equiv \hat{f}_x(x)$ . O primeiro funcional na Equação 11, conhecido como funcional de ajuste, representa o problema clássico de aproximação de funções, cujo critério da minimização da diferença  $\hat{f} - f_x$  se baseia na norma  $L_2$ . O segundo funcional, denominado de funcional regularizador, impõe que a derivada  $\hat{f}_x$  a ser determinada tenha a norma  $L_2$  mínima. Para encontrar o mínimo do funcional  $Q(\hat{f}, \alpha)$ , Pašteka et al. (2009) aplica a equação de Euler-Lagrange (Troutman, 1983, p. 142)

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\partial Q}{\partial \hat{f}_x} \right) - \frac{\partial Q}{\partial \hat{f}} = 0, \quad (12)$$

considerando os termos com derivação iguais a

$$\frac{\partial Q}{\partial \hat{f}_x} = 2\alpha \hat{f}_x, \quad (13)$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\partial Q}{\partial \hat{f}_x} \right) = 2\alpha \hat{f}_{xx} \quad (14)$$

e

$$\frac{\partial Q}{\partial \hat{f}} = 2[\hat{f} - f_x]. \quad (15)$$

Substituindo cada termo de diferenciação na Equação 12, obtém-se

$$2\alpha \hat{f}_{xx} - 2[\hat{f} - f_x] = 0 \quad (16)$$

e conseqüentemente,

$$\alpha \hat{f}_{xx} - \hat{f} = -f_x, \quad (17)$$

sendo  $\hat{f}_{xx}$  a segunda derivada horizontal da função  $\hat{f}(x)$ . No domínio do número de onda, a função  $f_x$  é dada por

$$\mathcal{F}\{f_x\} = ik_x \mathcal{F}\{f\}, \quad (18)$$

o termo  $\hat{f}$  é expresso como

$$\mathcal{F}\{\hat{f}\} = \gamma \mathcal{F}\{f_x\} = \gamma ik_x \mathcal{F}\{f\} \quad (19)$$

e a função  $\hat{f}_{xx}$  é representada como

$$\mathcal{F}\{\hat{f}_{xx}\} = -k_x^2 \mathcal{F}\{\hat{f}\} = -k_x^2 \gamma (ik_x) \mathcal{F}\{f\}. \quad (20)$$

O termo  $\gamma$  é um real positivo pode ser concebido como um operador de filtragem por relacionar as transformadas de duas funções. Substituindo as Equações 18, 19 e 20 na Equação 17, obtém-se

$$\alpha k_x^2 \gamma + \gamma = 1 \quad (21)$$

e finalmente

$$\gamma = \frac{1}{1 + \alpha k_x^2}. \quad (22)$$

Substituindo a Equação 22 na Equação 19, obtém-se a primeira derivada regularizada  $\hat{f} \equiv \hat{f}_{x,\alpha}$  em relação a x expressa como

$$\mathcal{F}\{\hat{f}_{x,\alpha}\} = \frac{ik_x}{1 + \alpha k_x^2} \mathcal{F}\{f\}. \quad (23)$$

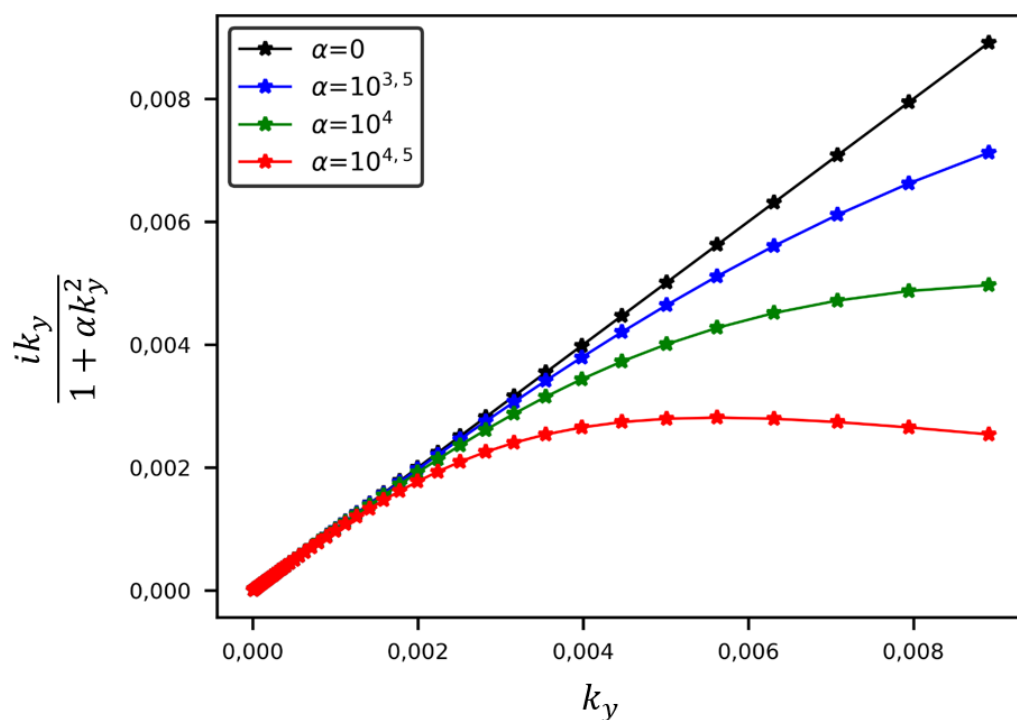
Analogamente, a primeira derivada regularizada em relação a y é avaliada como

$$\mathcal{F}\{\hat{f}_{y,\alpha}\} = \frac{ik_y}{1 + \alpha k_y^2} \mathcal{F}\{f\}. \quad (24)$$

Importante observar que o filtro  $\gamma$  funciona com um filtro passa-baixa, pois assume valores gradualmente menores com o aumento do número de onda. O espectro de potência do filtro da derivada horizontal regularizada (Equação 24) em função do número de onda é apresentado na Figura 3. À medida que o parâmetro de regularização aumenta, o filtro da derivada



regularizada se afasta gradualmente do filtro da derivada não regularizada, especialmente para os números de onda maiores (Figura 3). Consequentemente, o filtro atenua o conteúdo de número de onda mais alto da anomalia transformada, enquanto preserva seu conteúdo de número de onda mais baixo. Esta análise gráfica é válida para todas as derivadas direcionais. Ainda que a formulação de Pašteka et al. (2009) foi desenvolvida para primeira derivada em relação a  $x$ , essa formulação tem sido utilizada de forma geral para derivadas direcionais no plano  $x$ - $y$  e também para derivada vertical de campos potenciais.



**Figura 3:** Curvas características da resposta do filtro da primeira derivada horizontal regularizada para diferentes parâmetros de regularização. A condição  $\alpha = 0$  representa o filtro da primeira derivada convencional (linha preta).

### 3.2 Enésima Derivada Horizontal: Formulação Geral

Para derivadas de ordem superior no domínio espectral, a derivação de Pašteka et al. (2009) deve ser desenvolvida. Como será mostrado nesta seção, o uso do teorema de diferenciação para obter derivadas regularizadas de segunda ordem, elevando o filtro da Equação 23 ao quadrado, fornece resultados inconsistentes. Baseado na notação da Equação 11, considere o funcional

$$Q(\hat{f}, \alpha) = \int_{x_i}^{x_f} [\hat{f} - f_x^{(n)}]^2 dx + \alpha \int_{x_i}^{x_f} [\hat{f}_x]^2 dx \quad (25)$$

para encontrar a  $n$ -ésima derivada horizontal regularizada  $\hat{f} \equiv \hat{f}(x)$ , sendo  $f_x^{(n)} \equiv f_x^{(n)}(x)$  a  $n$ -ésima derivada horizontal não regularizada de  $f(x)$ . Aplicando a equação de Euler-Lagrange (Equação 12) e realizando algumas manipulações algébricas, obtém-se

$$\alpha \hat{f}_x^{(n+1)} - \hat{f} = -f_x^{(n)}. \quad (26)$$

No domínio do número de onda, o termo  $f_x^{(n)}$  é expresso como

$$\mathcal{F}\{f_x^{(n)}\} = (ik_x)^n \mathcal{F}\{f\}, \quad (27)$$

a função  $\hat{f}$  é dada por

$$\mathcal{F}\{\hat{f}\} = \gamma \mathcal{F}\{f_x^{(n)}\} = \gamma (ik_x)^n \mathcal{F}\{f\} \quad (28)$$

e o termo  $\hat{f}_x^{(n+1)}$  é representado como

$$\mathcal{F}\{\hat{f}_x^{(n+1)}\} = (ik_x)^{n+1} \mathcal{F}\{\hat{f}\} = (ik_x)^{n+1} \gamma (ik_x)^n \mathcal{F}\{f\}. \quad (29)$$

Substituindo as Equações 27, 28 e 29 na Equação 26 e manipulando os termos, a expressão do filtro passa-baixa é obtida

$$\gamma = \frac{1}{1 - \alpha(ik_x)^{n+1}}. \quad (30)$$

Substituindo a Equação 30 na Equação 28, obtém-se a expressão da  $n$ -ésima derivada regularizada  $\hat{f}_{x,\alpha}^{(n)} \equiv \hat{f}$  em relação a  $x$

$$\mathcal{F}\{\hat{f}_{x,\alpha}^{(n)}\} = \frac{(ik_x)^n}{1 - \alpha(ik_x)^{n+1}} \mathcal{F}\{f\}. \quad (31)$$

Por analogia, a  $n$ -ésima derivada regularizada em relação a  $y$  é avaliada como

$$\mathcal{F}\{\hat{f}_{y,\alpha}^{(n)}\} = \frac{(ik_y)^n}{1 - \alpha(ik_y)^{n+1}} \mathcal{F}\{f\}. \quad (32)$$

Importante observar que para  $n = 1$ , por exemplo, a Equação 31 fornece o mesmo resultado da Equação 23 de Pašteka et al. (2009). Para  $n = 2$ , o filtro da Equação 31 é expresso como  $(ik_x)^2/[1 - \alpha(ik_x)^3]$  e elevando ao quadrado o filtro da Equação 23, obtém-se  $(ik_x)^2/(1 - \alpha k_x^2)^2$ . Isso mostra que o teorema de diferenciação não se aplica à formulação do filtro em sua forma regularizada. A ilustração do filtro (Equação 32) para  $n = 1$  foi apresentada na seção 3.1 do Capítulo 3.

### 3.3 Enésima Derivada Vertical: Formulação de Zeng et al. (2015)

Em analogia à expressão da primeira derivada horizontal regularizada de Pašteka et al. (2009), alguns autores (Pašteka et al., 2009; Florio et al., 2014; Oliveira & Pham, 2022) definem a primeira derivada vertical regularizada como

$$\mathcal{F}\{\hat{f}_{z,\alpha}\} = \frac{|k|}{1 + \alpha|k|^2} \mathcal{F}\{f\}. \quad (33)$$

Por outro lado, outros autores (Zeng et al., 2015; Du & Zhang, 2021) deduzem a mesma expressão (Equação 33) utilizando uma abordagem diferente para obter a  $n$ -ésima derivada vertical regularizada  $\hat{f} \equiv \hat{f}(x)$ , minimizando o funcional

$$R[\hat{f}(u), \alpha] = \int_{z_i}^{z_f} [\varphi^{-n}\hat{f}(u) - f(u)]^2 dz + \alpha \int_{z_i}^{z_f} [\hat{f}(u)]^2 dz, \quad (34)$$

sendo  $\varphi^{-n}$  o operador (filtro) da  $n$ -ésima integral vertical convencional no domínio de Fourier,  $\hat{f}(u) \equiv \mathcal{F}\{\hat{f}(x)\}$  o espectro da solução a ser determinada e  $f(u) \equiv \mathcal{F}\{f(x)\}$  o espectro de  $f(x)$ . Importante observar que o funcional de ajuste na Equação 34 minimiza a norma  $L_2$  da diferença  $\varphi^{-n}\hat{f}(u) - f(u)$ , aproximando a integração do espectro da solução e o espectro da função, e o funcional regularizador impõe que o espectro da solução  $\hat{f}(u)$  tenha norma  $L_2$  mínima. A minimização da Equação 34 resulta na expressão da  $n$ -ésima derivada vertical regularizada  $\hat{f}_{z,\alpha}^{(n)} \equiv \hat{f}$  no domínio do número de onda

$$\mathcal{F}\{\hat{f}_{z,\alpha}^{(n)}\} = \frac{|k|^n}{1 + \alpha|k|^{2n}} \mathcal{F}\{f\}. \quad (35)$$

O passo a passo desta derivação não é apresentado nos trabalhos de Zeng et al. (2015) e

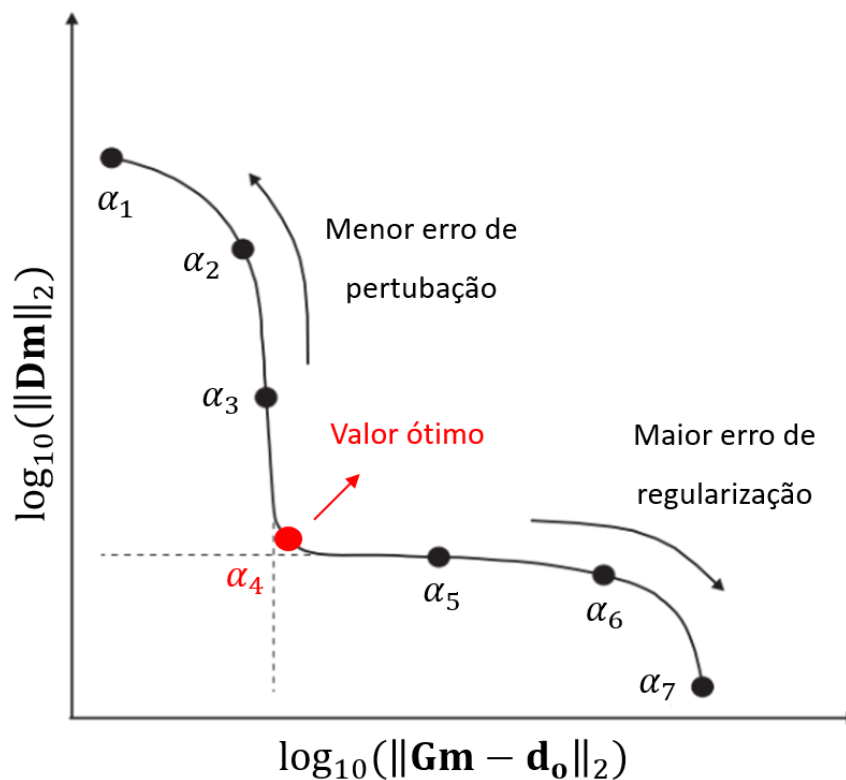
Du & Zhang (2021) e não parece ser trivial como ela pode ser desenvolvida. Para  $n = 1$ , a Equação 35 fornece o mesmo resultado da Equação 33. Du & Zhang (2021) utilizam esta derivação matemática de forma iterativa por meio de aproximações sucessivas, demonstrando que sua abordagem é estável e se aproxima do operador da derivada convencional em baixas frequências ao suprimir os efeitos dos maiores números de onda. A avaliação numérica da  $n$ -ésima derivada vertical regularizada (Equação 35) também é utilizada na expansão da série de Taylor para calcular a continuação para baixo estável do campo potencial (Gang & Lin, 2018). Até o momento, as expressões para primeira derivada vertical se baseiam na solução de Pašteka et al. (2009) para uma direção genérica de derivação. Uma vantagem da formulação de Zeng et al. (2015) é a possibilidade do uso de transformações genéricas (redução ao polo, por exemplo) para o operador  $\varphi$ , já que o termo de derivação é incorporado no funcional de ajuste como sendo um operador de integração.

### 3.4 Critérios de Escolha do Parâmetro de Regularização

O parâmetro de regularização de Tikhonov é um fator de escala crítico que condiciona o grau de suavidade da solução desconhecida, ponderando as restrições adicionais para garantir que a solução regularizada seja uma aproximação precisa e estável (Hansen, 1994). Um dos procedimentos mais utilizados para estimar esse parâmetro são os métodos sequenciais (Karcól & Pašteka, 2021) que avaliam as soluções regularizadas para um conjunto de parâmetros de regularização de teste. A seleção de parâmetros adequados pode ser realizada através de critérios objetivos como a curva L (Hansen & O’Leary, 1993), o princípio da discrepância (Morozov, 1966), a validação cruzada generalizada (Golub et al., 1979) ou a norma de Chebyshev (Tikhonov et al., 1968). Cada um desses critérios apresenta propriedades específicas e limitações.

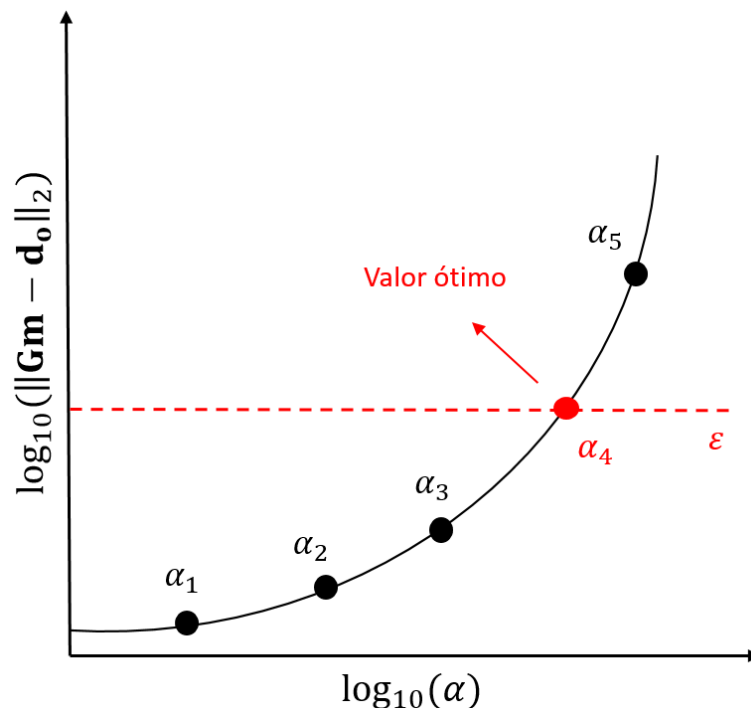
A curva L (Hansen, 1994, 1998, 2007) é uma ferramenta gráfica fundamentada na construção de uma função característica que pode assumir formato de letra L quando representada

na escala log-log (Figura 4). O eixo horizontal do gráfico, denominado erro de regularização, representa a norma  $L_2$  residual entre os dados calculados  $\mathbf{d}=\mathbf{Gm}$  e os dados observados  $\mathbf{d}_o$ , sendo  $\mathbf{G}$  a matriz de sensibilidade e  $\mathbf{m}$  o vetor de parâmetros do modelo (Figura 4). No eixo vertical (Figura 4), é apresentada a norma  $L_2$  da solução regularizada, conhecida como erro de perturbação, baseada no cálculo da matriz de regularização  $\mathbf{D}$  e na solução dos parâmetros do modelo (Hansen, 1998). O valor ótimo do parâmetro de regularização (Figura 4) corresponde ao ponto de máxima curvatura (conhecido como "joelho" na literatura) na curva L, associado a uma solução que pondera a suavização dos parâmetros do modelo e a minimização do erro de perturbação nos dados. Em alguns problemas geofísicos (Abedi et al., 2013; Li et al., 2013; Zeng et al., 2013), a visualização do "joelho" da curva L nem sempre é uma tarefa trivial quando a função não tem o formato de letra L.



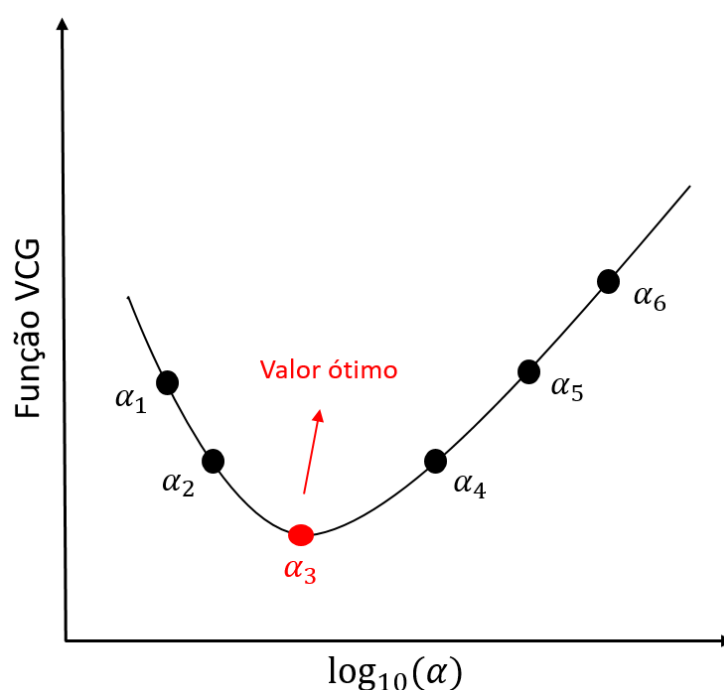
**Figura 4:** Esquema ilustrativo da curva L para uma sequência de parâmetros de regularização de teste,  $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_7$ . Figura modificada de Hansen (2007).

O conceito do princípio da discrepância (Scherzer, 1993; Qi-Nian, 1999; Anzenruber & Ramlau, 2009) é similar ao da curva L ao avaliar a norma  $L_2$  do erro entre os dados calculados e observados e utiliza vínculos de perturbação. O gráfico da norma residual é uma função crescente e monotônica em relação aos parâmetros de regularização (Figura 5). O princípio da discrepância impõe que o valor da norma do resíduo seja menor ou igual a uma perturbação  $\varepsilon$  previamente configurada pelo usuário (Aster et al., 2013; Dong et al., 2018). O valor ótimo do parâmetro de regularização corresponde ao ponto de interseção entre a curva da norma do resíduo e a reta do valor do erro  $\varepsilon$  conhecido (Figura 5). Uma das limitações desta abordagem é a necessidade de uma estimativa prévia da norma  $L_2$  do erro, que para problemas reais pode ser uma tarefa difícil. Assim como a curva L, o princípio da discrepância não é facilmente aplicável em derivadas regularizadas no domínio espectral, pois essa formulação de regularização não torna explícito o conjunto de parâmetros do modelo necessários para implementar esses métodos.



**Figura 5:** Representação esquemática do princípio da discrepância para um conjunto de parâmetros de regularização,  $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_5$ .

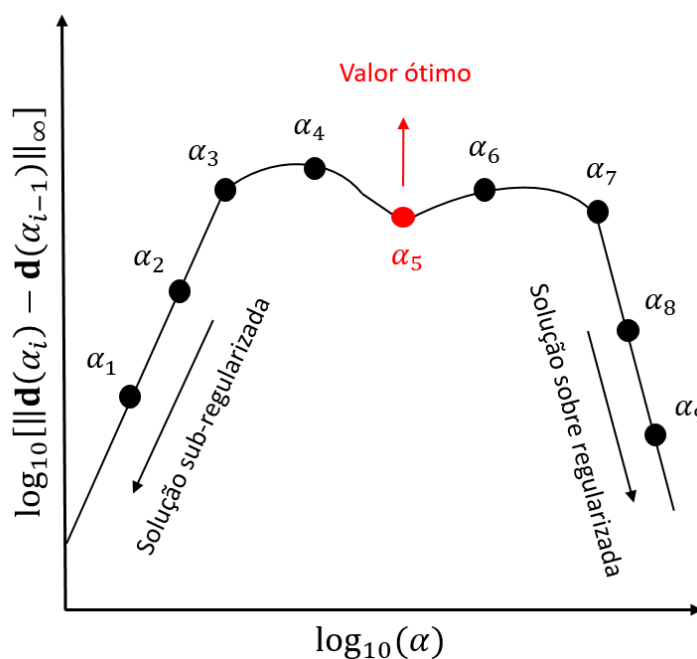
O método de validação cruzada generalizada (VCG), baseado no princípio de validação cruzada (Wahba, 1990), consiste em resolver um problema inverso regularizado que omite uma amostra do conjunto de dados, assumindo um valor diferente do parâmetro de regularização a cada iteração. O parâmetro de regularização considerado ideal deve fornecer uma solução regularizada que preveja a amostra que esteja faltando ou que foi retirada do vetor de dados. Em outras palavras, o parâmetro adequado corresponde ao modelo que minimiza a média dos resíduos preditivos do dado observado. A curva VCG (Figura 6) é construída plotando a função de desajuste dos dados normalizada pelo traço da matriz para um conjunto de teste de parâmetros de regularização na escala log-log (Abedi et al., 2014). Segundo Stickel (2010), este método é eficiente no processamento de dados irregularmente espaçados. Em alguns casos, a função VCG não distingue precisamente ruído de sinal (Du & Zhang, 2021), podendo comprometer a visualização do ponto de mínimo na curva VCG (Figura 6).



**Figura 6:** Esboço genérico do método VCG para uma sucessão de parâmetros de regularização,  $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_6$ .



A abordagem da norma de Chebyshev, também conhecida como norma  $C$  ou norma  $L_\infty$  (Glasko et al., 1970; Pašteka et al., 2009), consiste em calcular o valor máximo absoluto do vetor da diferença entre duas soluções adjacentes obtidas para valores consecutivos do parâmetro de regularização (Figura 7). O resultado é apresentado em um gráfico log-log com o parâmetro de regularização no eixo horizontal e o valor da norma  $C$  no eixo vertical, produzindo uma curva côncava com comportamento não monotônico (Figura 7). O valor adequado do parâmetro de regularização é geralmente associado ao mínimo local da norma  $C$  (Figura 7), localizado entre as soluções sub-regularizadas (parte ascendente da curva no lado esquerdo) e sobre regularizadas (porção descendente da curva no lado direito). O critério da norma  $C$  tem sido amplamente utilizado em procedimentos de regularização aplicados ao operador continuação para baixo (Pašteka et al., 2012; Zeng et al., 2014; Pašteka et al., 2018; Karcol & Pašteka, 2020) e às derivadas direcionais no processamento da deconvolução de Euler (Pašteka & Richter, 2005; Pašteka et al., 2009). Esse critério não é eficiente em dados subamostrados (Pašteka et al., 2012, 2018) e pode resultar em curvas com mínimos fracamente definidos (Florio et al., 2014) ou múltiplos mínimos locais (Karcol & Pašteka, 2020) próximos ao máximo global da norma  $C$  das soluções adjacentes. Nesse caso, o parâmetro de regularização pode ser selecionado a partir da análise qualitativa das soluções regularizadas (Pašteka & Richter, 2005; Pašteka et al., 2009), escolhendo a solução que seja a mais suave possível e, ao mesmo tempo, representativa das características do sinal de entrada. Essa análise é subjetiva e pode ser ambígua principalmente para a norma  $C$  das derivadas (Karcol & Pašteka, 2020), dependendo do nível de perturbação e do intervalo de amostragem dos dados.



**Figura 7:** Esquema genérico da função norma C para um intervalo de teste dos parâmetros de regularização,  $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_9$ .

### 3.5 Função S

Neste trabalho, a determinação do parâmetro de regularização é baseada no cálculo da norma  $L_2$   $\|\cdot\|_2$  da derivada regularizada de primeira ordem  $\hat{f}_{\mu,\alpha}$  da anomalia de campo total  $f(x, y)$ , considerando uma direção genérica  $\mu$  igual a  $x, y$  ou  $z$ . A norma  $L_2$  de  $\hat{f}_{\mu,\alpha}$  é avaliada para valores de teste do parâmetro de regularização definidos no intervalo  $[\alpha_m, \alpha_n]$ . Para uma janela de dados em malha  $M_x \times M_y$ , a norma  $L_2$

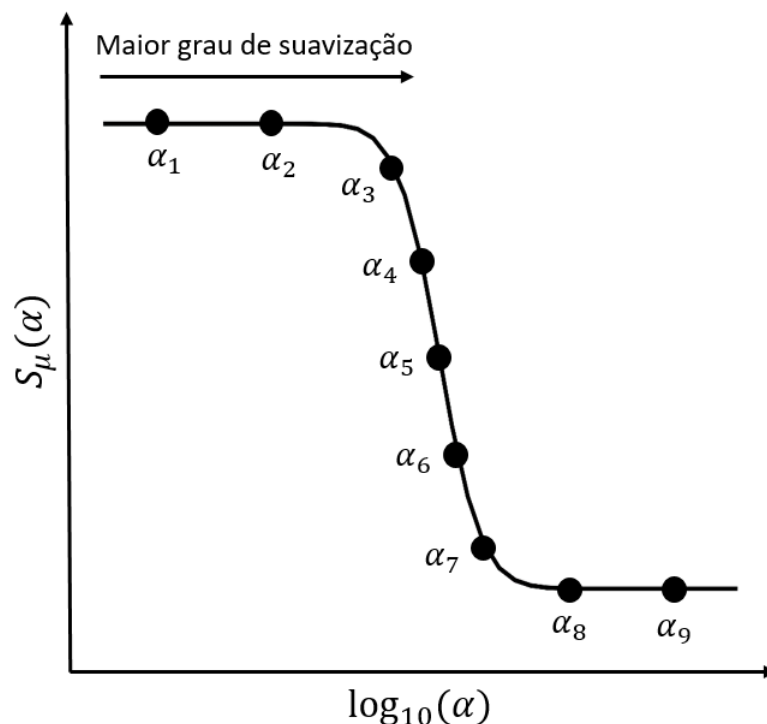
$$\|\hat{f}_{\mu,\alpha}\|_2 = \sqrt{\sum_{j=1}^{M_y} \sum_{i=1}^{M_x} (\hat{f}_{\mu,\alpha}^{ij})^2} \quad (36)$$

é avaliada para a derivada regularizada de teste  $\hat{f}_{\mu,\alpha}^{ij}$  calculada para um dado parâmetro de regularização  $\alpha$  no ponto  $ij$  da malha. De preferência, o intervalo  $[\alpha_m, \alpha_n]$  deve cobrir várias

ordens de grandeza com distribuição regular na escala logarítmica. O limite inferior  $\alpha_m$  do intervalo pode ser definido como zero ou um número muito pequeno ( $10^{-7}$ , por exemplo) para evitar instabilidades numéricas. Em geral, um valor pequeno para  $\alpha$  produz um resultado equivalente à condição não regularizada com  $\alpha = 0$ . A norma  $L_2$  em função de  $\alpha$  (Equação 36) pode ser normalizada pela norma  $L_2$  da derivada não regularizada  $\hat{f}_{\mu,0}^{ij}$  para  $\alpha = 0$ . A norma  $L_2$  normalizada correspondente

$$S_\mu(\alpha) = \frac{\|\hat{f}_{\mu,\alpha}\|_2}{\|\hat{f}_{\mu,0}\|_2} \quad (37)$$

é uma função que varia de 1 a 0 independentemente da escolha da derivada direcional. Essa função diminui monotonicamente à medida que os valores de  $\alpha$  aumentam, resultando em uma curva com duas extremidades planas conectadas por uma rampa, ao longo da qual a norma  $L_2$  normalizada (Equação 37) diminui abruptamente. Devido ao seu formato de escada, a função  $S_\mu(\alpha)$  (Equação 37) é denominada de função escada (função S, a letra S provém da palavra *staircase* em inglês), caracterizada por dois degraus bem definidos localizados nos valores extremos do intervalo  $[\alpha_m, \alpha_n]$ . O degrau superior da função S, localizado no lado esquerdo, representa a norma  $L_2$  para a derivada convencional ( $\alpha = 0$ ) e para as derivadas sub-regularizadas ( $\alpha \approx \alpha_m$ ) com comportamento oscilatório devido à amplificação de ruído não vinculado. O degrau inferior da função S, situado no lado direito, está associado a valores mais próximos de  $\alpha_n$ , atribuindo condições sobre regularizadas com maior atenuação de amplitude e do gradiente. Esse comportamento característico da função S, ilustrado na Figura 8, mostra que é possível ajustar o parâmetro de regularização ao longo do intervalo da rampa, próximo a um dos patamares ou no meio da curva. Caso a rampa seja muito íngreme, o formato da função S pode ser comparado ao comportamento observado na função degrau unitário ou função *Heaviside* (Kreyszig et al., 2011, p. 217). Detalhes adicionais na aplicação da função S serão discutidos na construção de várias curvas para as derivadas x, y e z, com o intuito de encontrar um parâmetro de regularização comum para processar conjuntos de dados em malha, bem como analisar o efeito das derivadas regularizadas na implementação



**Figura 8:** Forma genérica da função  $S$  para um conjunto de parâmetros de regularização,  $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_9$ . O termo inicial  $\alpha_1$  representa a derivada não regularizada com oscilações e o termo final  $\alpha_9$  gera excessiva perda de amplitude nas derivadas sobre regularizadas. Os parâmetros localizados no meio da rampa,  $\alpha_4$  a  $\alpha_6$ , geram derivadas com melhor equilíbrio entre suas propriedades oscilatórias e de suavização.

da deconvolução de Euler e do Laplaciano da ASA. Em analogia à Equação 37, a função  $S$  da derivada direcional de segunda ordem da anomalia é intitulada  $S_{\mu\mu}(\alpha)$ , associada aos parâmetros  $\alpha_{\mu\mu}$ . Baseada na notação da Equação 37, a função  $S$  do operador diferencial Laplaciano da ASA,  $\psi = \nabla^2|\mathbf{A}(x, y)|$ , pode ser definida como

$$S_L(\alpha) = \frac{\|\psi_\alpha\|_2}{\|\psi_0\|_2}, \quad (38)$$

assumindo que ambas as derivadas horizontais de segunda ordem do Laplaciano regularizado da ASA,  $\psi_\alpha$ , são computadas com o mesmo parâmetro de regularização  $\alpha_L$ . O termo  $\psi_0$

representa o Laplaciano não regularizado da ASA, ou seja, quando  $\alpha = 0$ .

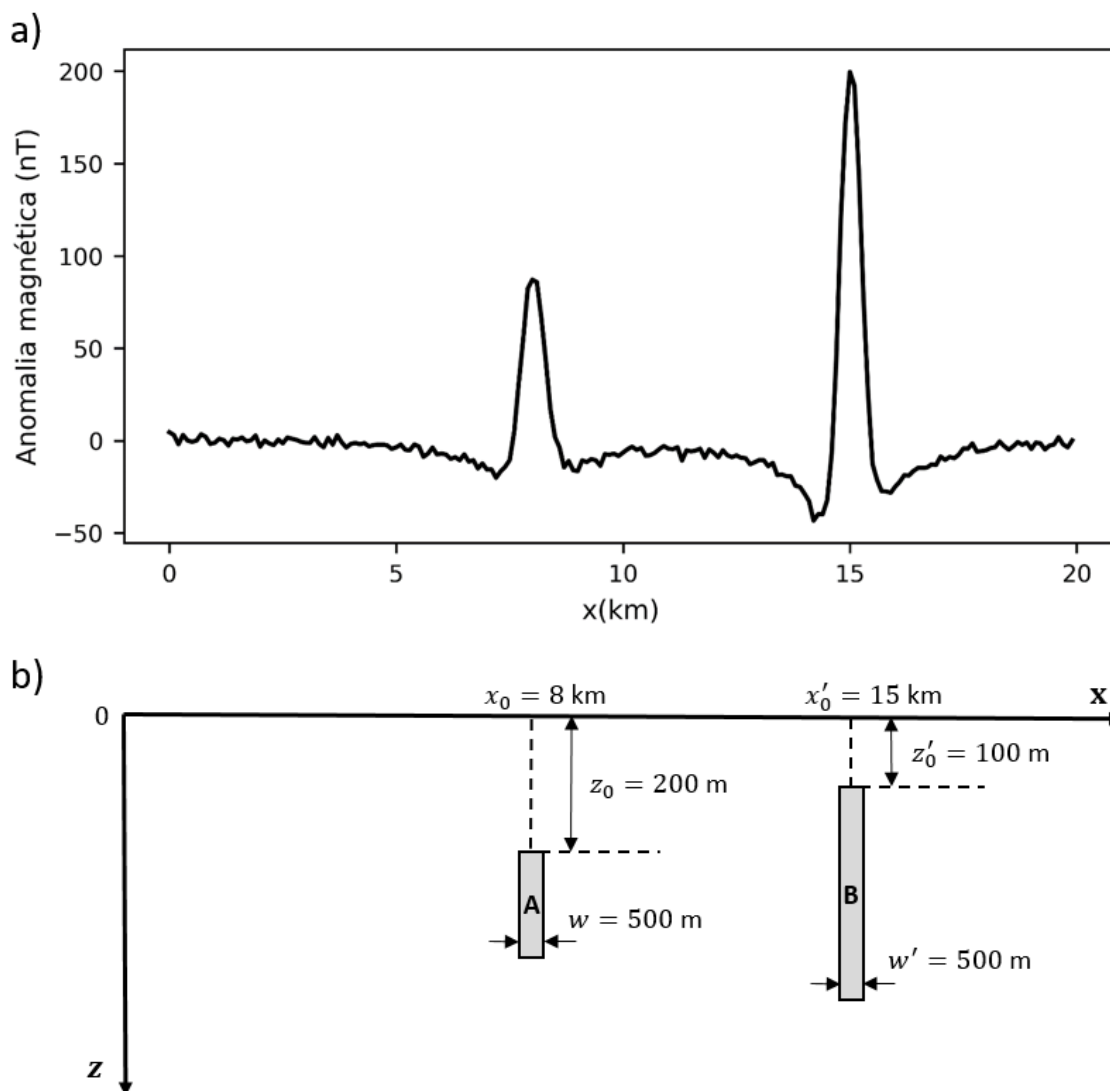
### 3.6 Ilustração da Função S

As propriedades fundamentais da função S e de suas derivadas horizontais de primeira ordem são demonstradas para um dado magnético em perfil (Figura 9). A anomalia sintética (Figura 9a) foi avaliada com dois prismas de 500 m de largura: o prisma A apresenta intensidade de magnetização de 1,5 A/m e o topo em 200 m e o prisma B possui intensidade de magnetização de 2 A/m e o topo em 100 m (Figura 9b). Ambos os prismas apresentam magnetização induzida para um campo geomagnético com inclinação de  $45^\circ$  e declinação de  $-2^\circ$ . Os dados magnéticos (Figura 9a) foram calculados simulando uma altura de voo de 100 m acima do solo, depois corrompidos com ruído gaussiano pseudoaleatório com média zero e desvio padrão de 2% ( $\approx 5$  nT) da anomalia pico a pico ( $\approx 250$  nT).

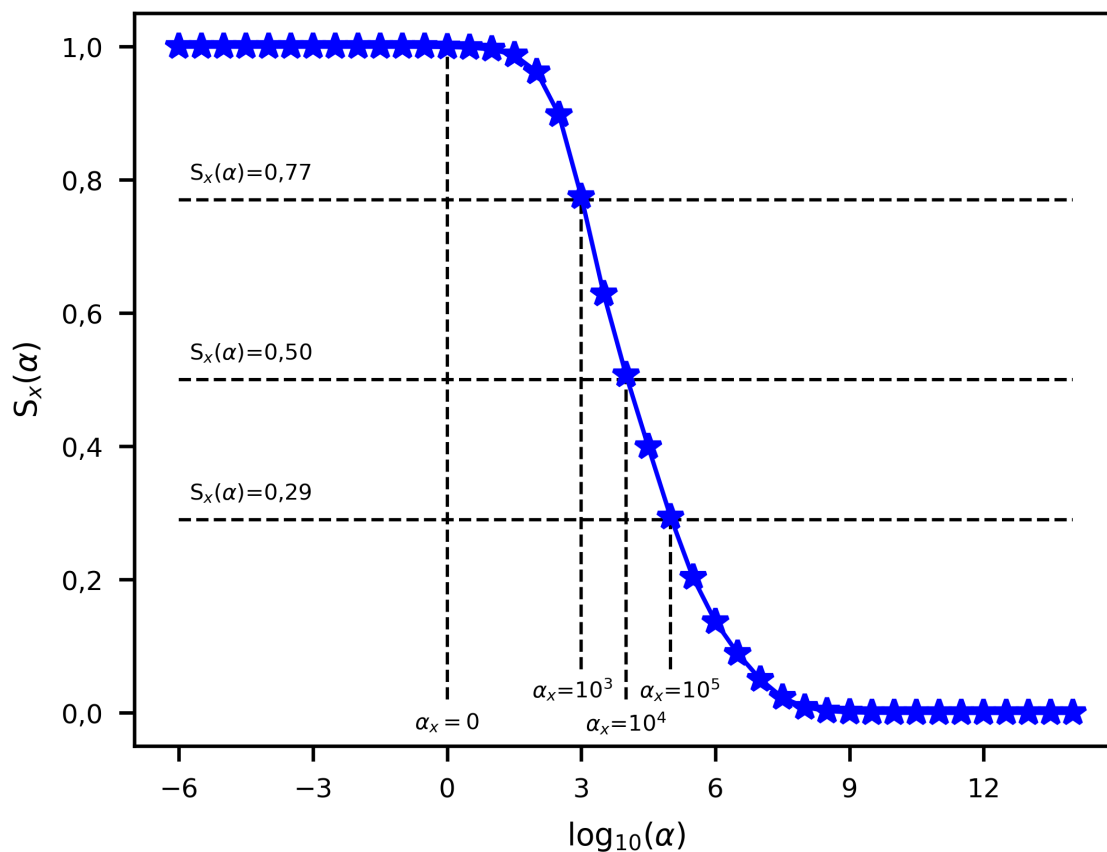
Como a função S (Figura 10) é avaliada para valores discretos do parâmetro de regularização, utilizou-se o módulo *sklearn* do Python para ajustar uma aproximação linear para a rampa da curva, com o intuito de selecionar parâmetros de regularização adequados. Observe que a função S (Figura 10) exibe regiões planas bem definidas para os termos finais, inferior ( $10^{-6}$  a  $10^1$ ) e superior ( $\approx 10^{10}$  a  $10^{14}$ ), do intervalo de teste dos parâmetros de regularização, com uma rampa de decaimento acentuado conectando essas extremidades planas. A derivada verdadeira, avaliada diretamente do modelo sem ruído no domínio do número de onda, pode ser utilizada para verificar a precisão da derivada regularizada calculada numericamente para diferentes parâmetros de regularização. A derivada em relação a x não regularizada, sendo  $\alpha_x = 0$  com  $S_x(0) = 1$  (Figura 11a), apresenta oscilações espúrias que são gradualmente atenuadas nas derivadas avaliadas com parâmetros de regularização localizados na rampa da função S, por exemplo,  $\alpha_x = 10^3$  com  $S_x(10^3) = 0,77$  (Figura 11b). Quando a derivada alcança a condição sobre regularizada para  $\alpha_x = 10^5$  com  $S_x(10^5) = 0,29$  (Figura 9d), ocorre um suave deslocamento de fase e sua amplitude é reduzida em cerca de metade da amplitude

verdadeira. Para este conjunto de dados em específico, o critério de rampa intermediária,  $S_x(10^4) = 0,50$  para  $\alpha_x = 10^4$  (Figura 11c), produz uma solução regularizada com baixas oscilações espúrias e pequena perda de amplitude.

Como será ilustrado com aplicações de dados sintéticos e reais em malha, nem sempre o critério de rampa intermediária é uma escolha adequada para o parâmetro de regularização. Ao selecionar o nível de referência da função S, deve-se considerar o nível de ruído nos dados, as propriedades gerais dos mapas processados e a coerência nas estimativas de profundidade utilizando, por exemplo, a deconvolução de Euler.

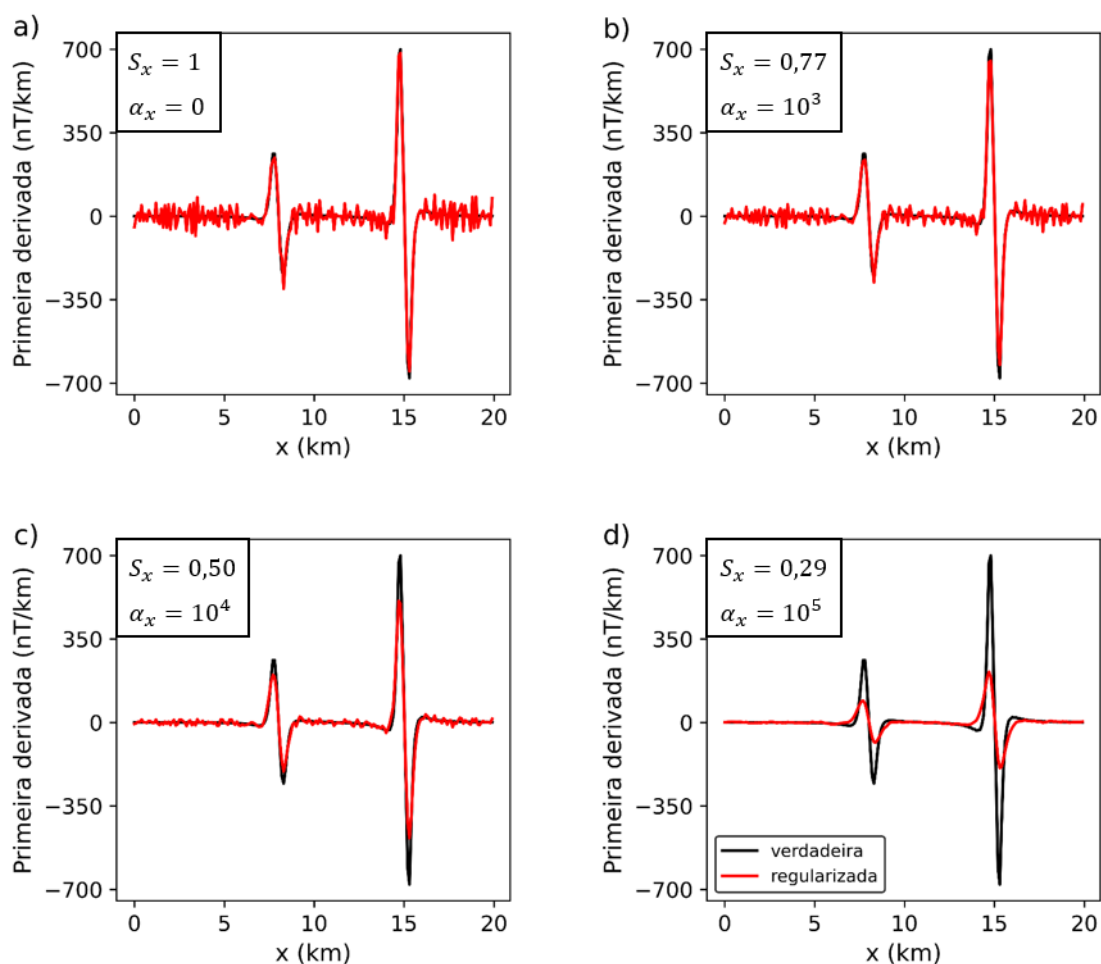


**Figura 9:** a) Anomalia de campo total corrompida com ruído de 2% calculada para um b) modelo magnético composto por dois prismas (A e B) de largura  $w$  e  $w'$ , localizados em  $x_0$  e  $x'_0$ , em profundidades  $z_0$  e  $z'_0$ , respectivamente.



**Figura 10:** Função S para a derivada de primeira ordem em relação a x da anomalia, avaliada para um conjunto de valores de teste do parâmetro regularização variando de  $10^{-6}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Níveis de referência da função S (linha preta tracejada horizontal) e parâmetros de regularização associados (linha preta tracejada vertical).





**Figura 11:** Perfis L-O da derivada de primeira ordem em relação a  $x$  da anomalia, avaliada para diferentes valores do parâmetro de regularização  $\alpha_x$  associados a valores específicos da função  $S_x$ . Derivada verdadeira (linha preta) e regularizada (linha vermelha) para o modelo sintético sem ruído e com ruído, respectivamente.

# Capítulo 4

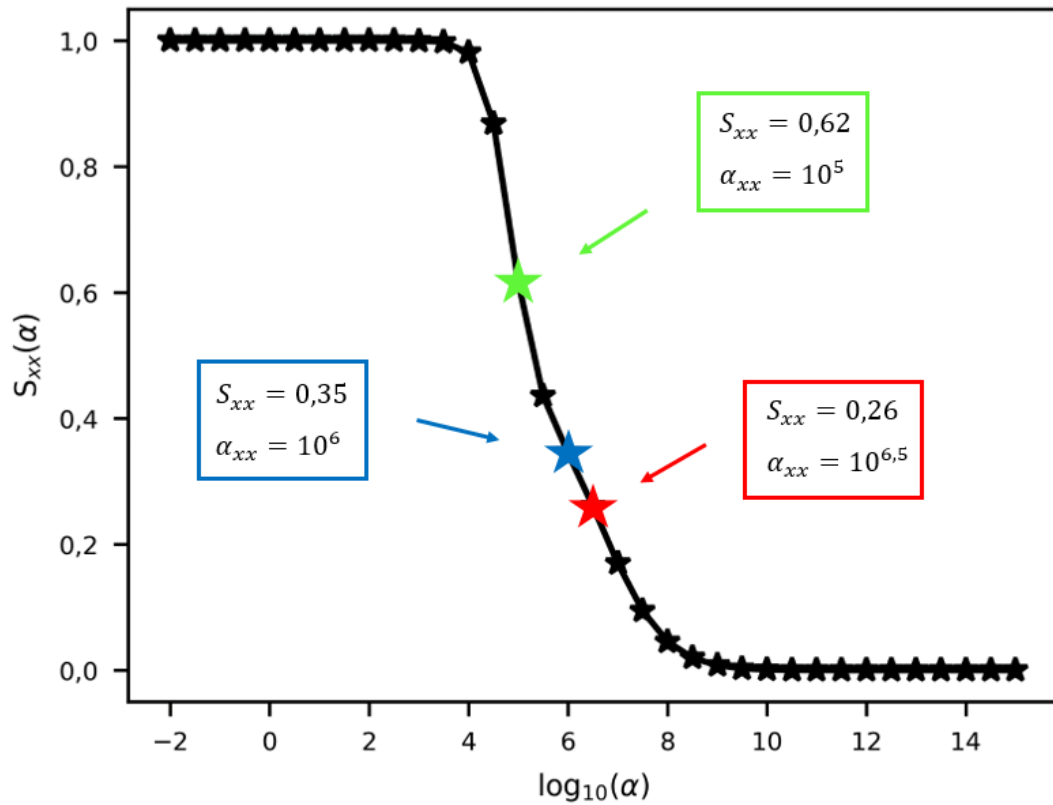
## Simulação Numérica

Este Capítulo mostra a aplicabilidade do uso de derivadas regularizadas em cinco testes numéricos usando a função  $S$  para selecionar o parâmetro de regularização. O procedimento de regularização foi implementado no Python versão 2023.8.0 e os modelos sintéticos foram gerados com o auxílio dos recursos de modelagem direta do pacote Fatiando a Terra versão 0.5 (fatiando.org). A aplicação dos testes I e II visa verificar a validade da formulação da derivada horizontal de ordem superior regularizada em modelos simples e complexos com diferentes perturbações de ruído. Essa formulação analítica foi desenvolvida na seção 3.2 do Capítulo 3, justificando a necessidade de testes numéricos mais detalhados para verificar sua aplicabilidade. O teste III define o valor médio do parâmetro de regularização (calculado a partir de um mesmo nível de referência da função  $S$  para as derivadas direcionais) e testa sua eficiência na avaliação das três derivadas direcionais utilizadas no processamento da ASA e da ISA. No teste IV, é investigado o efeito de diferentes graus de regularização em inferências de profundidade com algoritmo de deconvolução de Euler de Melo & Barbosa (2020) implementado no Python, utilizando dados sintéticos com níveis de ruído distintos. O teste V ilustra a implicação do uso de derivadas horizontais de segunda ordem no cálculo do Laplaciano da ASA, considerando diferentes níveis de regularização da função  $S$  para mapear as fontes magnéticas.

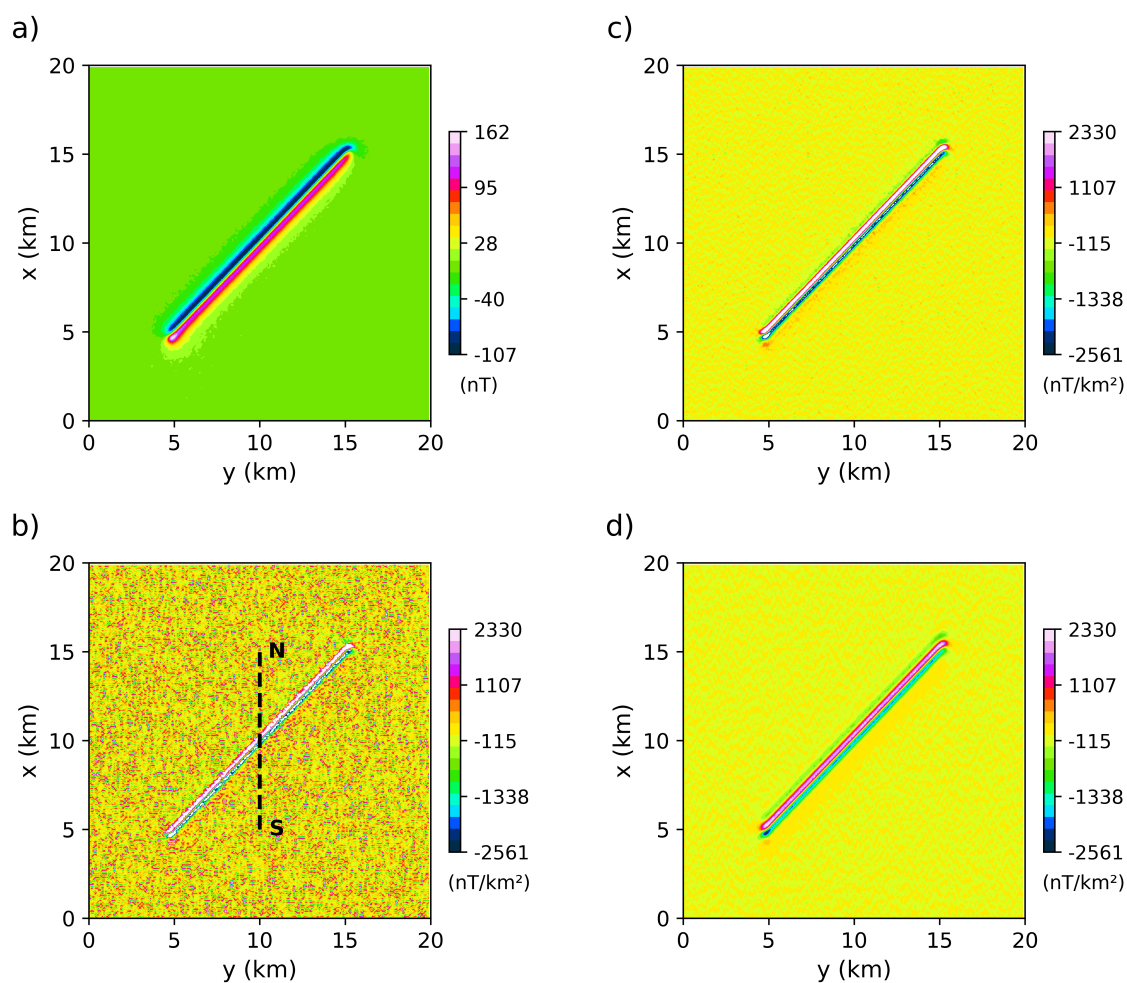
### 4.1 Teste I: Segunda Derivada Horizontal - Modelo Simples

Este teste verifica a validade da formulação da derivada horizontal de segunda ordem regularizada utilizando um modelo magnético simples. Esse modelo é constituído de um prisma alongado com azimute de  $45^\circ$  em relação ao norte (eixo x), localizado a 100 m de profundidade. O prisma tem 200 m de largura e intensidade de magnetização induzida de 2 A/m. A inclinação e declinação do campo geomagnético são  $40^\circ$  e  $-2^\circ$ , respectivamente. Os dados sintéticos foram calculados em uma malha regular com intervalo de amostragem de 100 m com  $200 \times 200$  pontos de observação, para uma altura de voo de 100 m acima do solo. A anomalia de campo total (Figura 13a) foi corrompida com ruído gaussiano aditivo pseudoaleatório com média zero e desvio padrão de 2% ( $\approx 5$  nT) da anomalia pico a pico ( $\approx 265$  nT).

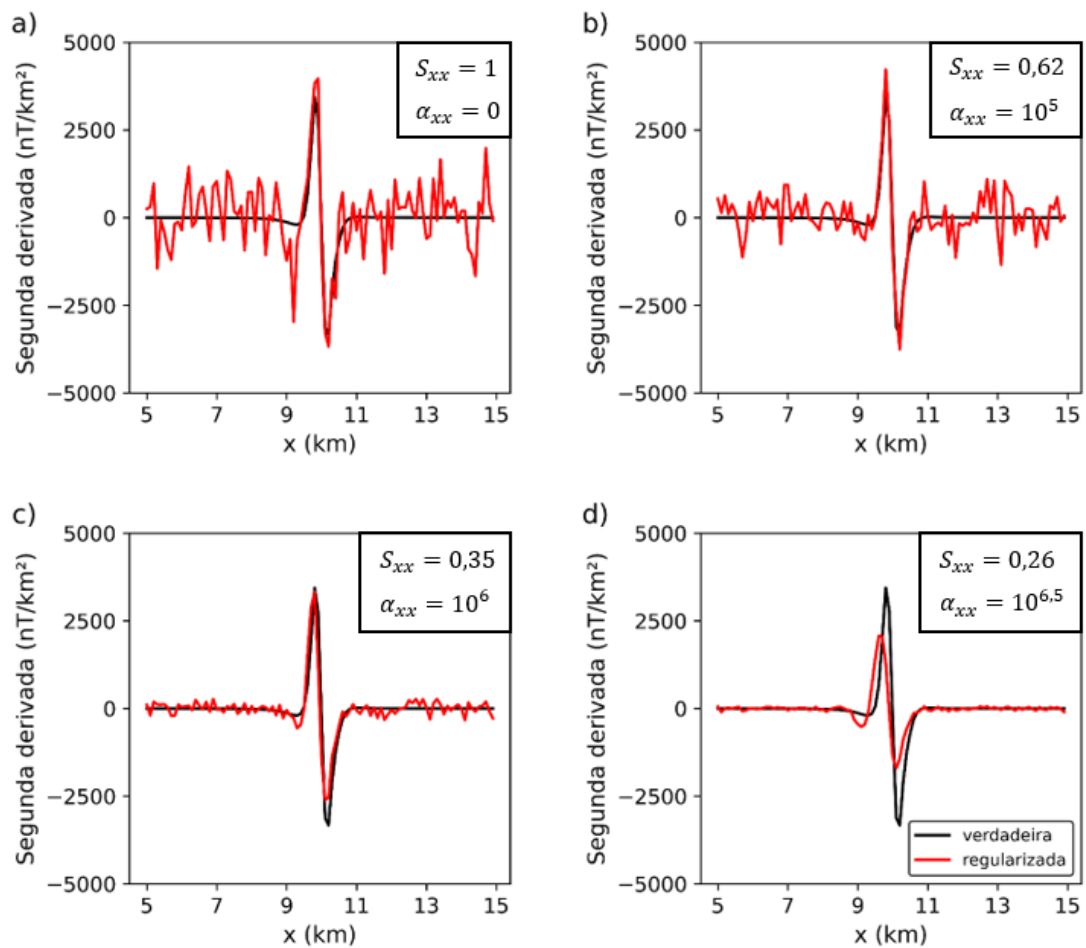
Diferentes níveis da função S e seus respectivos parâmetros de regularização (Figura 12) foram selecionados para avaliar numericamente a derivada horizontal de segunda ordem apresentada em mapas (Figura 13) e perfis (Figura 14). A derivada verdadeira foi avaliada sobre o modelo sem ruído no domínio do número de onda para verificar a precisão da derivada regularizada. A derivada convencional (não regularizada),  $\alpha_{xx} = 0$  com  $S_{xx}(0) = 1$  (Figuras 13b e 14a), produz várias crenulações associadas à amplificação de ruído, comprometendo uma visualização mais nítida das variações do sinal magnético sobre a fonte. Essas oscilações são atenuadas para o critério  $S_{xx}(10^5) = 0,62$  com  $\alpha_{xx} = 10^5$  (Figura 14b), representando uma condição sub-regularizada. Para o critério  $S_{xx}(10^{6,5}) = 0,26$  com  $\alpha_{xx} = 10^{6,5}$  (Figuras 13d e 14d), a fase da derivada é deslocada e sua amplitude é expressivamente reduzida, comparada à derivada verdadeira. Como ilustrado nas Figuras 13c e 14c, o critério  $S_{xx}(10^6) = 0,35$  produz uma derivada regularizada com baixas oscilações espúrias, pequena perda de amplitude e comportamento próximo ao da derivada verdadeira, permitindo uma melhor identificação dos gradientes do sinal sobre a fonte magnética.



**Figura 12:** Função S para a derivada de segunda ordem em relação a x da anomalia, avaliada para um conjunto de parâmetros de regularização variando de  $10^{-2}$  a  $10^{15}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Três parâmetros de regularização (estrela colorida) associados a diferentes valores da função S.



**Figura 13:** a) Mapa da anomalia de campo total corrompida com ruído de 2%. Mapas das derivadas de segunda ordem em relação a x avaliadas para diferentes parâmetros de regularização: b)  $\alpha_{xx} = 0$ , c)  $\alpha_{xx} = 10^6$  e d)  $\alpha_{xx} = 10^{6,5}$ .



**Figura 14:** Perfis N-S da derivada de segunda ordem em relação a  $x$  da anomalia, avaliada para diferentes valores do parâmetro de regularização  $\alpha_{xx}$  associados a valores específicos da função  $S_{xx}$ . Derivada verdadeira (linha preta) e regularizada (linha vermelha) para o modelo sintético sem ruído e com ruído, respectivamente.

Estes resultados evidenciam que o procedimento de regularização aplicado à derivada horizontal de segunda ordem produziu uma aproximação razoável para a derivada verdadeira. Para este teste sintético, o critério  $S_{xx} = 0,35$  foi suficiente para mapear com nitidez a distribuição dos gradientes positivos e negativos do sinal sobre o corpo anômalo. Doses maiores de regularização podem remover as oscilações espúrias, porém às custas de excessiva perda de amplitude e deslocamento de fase da derivada, tal como mostra a Figura 14d.

## 4.2 Teste II: Segunda Derivada Horizontal - Modelo do Uieda et al. (2014)

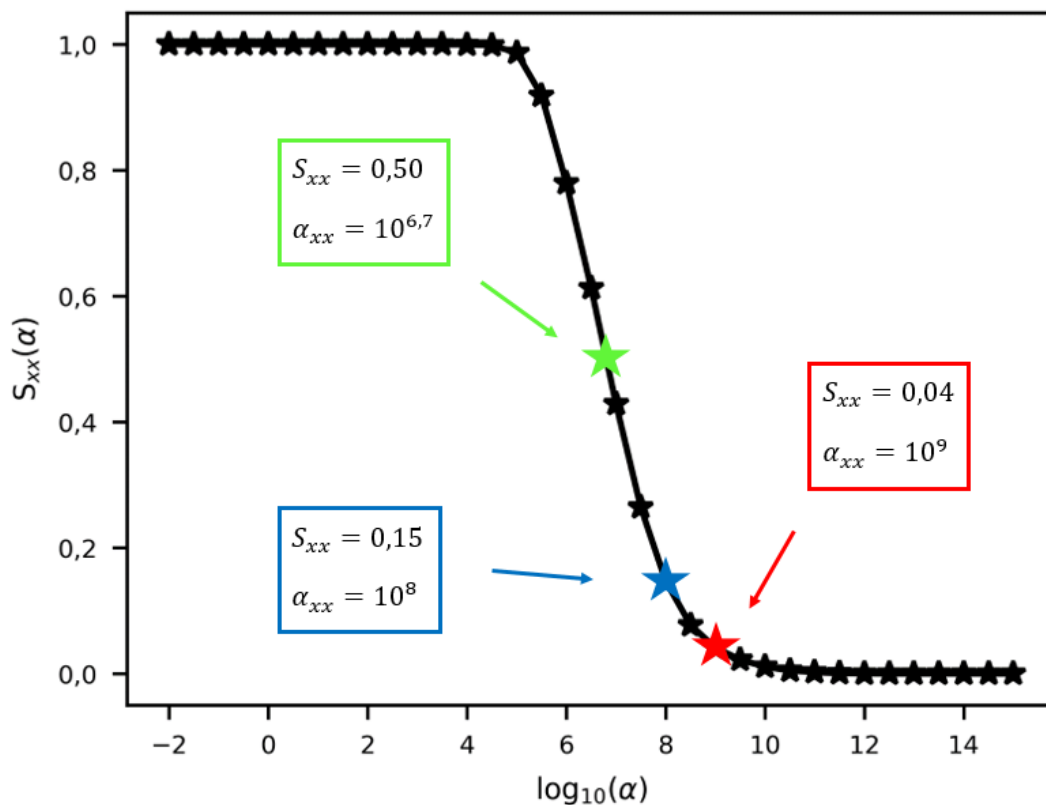
Neste teste <sup>1</sup>, o modelo sintético do Uieda et al. (2014) foi utilizado para analisar a eficiência da derivada horizontal de segunda ordem regularizada com diferentes níveis da função  $S$  (Figura 15), considerando um cenário de anomalias complexas associadas a fontes 2D e 3D com alto nível de ruído. Os autores usaram o pacote *Fatiando a Terra* versão 0.2 (versão antiga) para gerar esse modelo de prismas poligonais, acessível no <http://github.com/pingalab/paper-tle-euler-tutorial>. Como as versões 0.2 e 0.5 do *Fatiando a Terra* apresentam algumas diferenças computacionais na geração de modelos, não foi possível reproduzir exatamente o dado sintético sem ruído. O modelo magnético que gerou este conjunto de dados em malha é composto por três corpos prismáticos com magnetização induzida (Figura 16). A fonte A representa um batólito com magnetização de 2 A/m localizado a uma profundidade do topo de 500 m. A fonte B simula uma soleira com magnetização de 10 A/m com topo em 1000 m. A fonte C é um prisma alongado simulando um dique localizado na superfície do solo (profundidade em  $z = 0$ ), com largura média de 300 m e magnetização de 10 A/m (Figura 16). A inclinação e declinação do campo geomagnético são  $-15^\circ$  e  $30^\circ$ , respectivamente. Os dados sintéticos foram avaliados em uma malha regular com intervalo de amostragem de 200 m com  $100 \times 100$  pontos de observação, para uma altura de levantamento de 300 m acima do solo. A anomalia de campo total (Figura 16a) foi corrompida com ruído gaussiano aditivo pseudoaleatório de 5 nT.

Como mostrado na Figura 16b, a segunda derivada horizontal da anomalia avaliada com  $\alpha_{xx} = 10^{6,7}$  para o critério  $S_{xx}(10^{6,7}) = 0,50$  (Figura 15) gera inúmeras crenulações decorrentes da amplificação de ruído, impossibilitando a identificação precisa dos gradientes do sinal na direção  $x$ . Na Figura 16c, o mapa da segunda derivada regularizada com  $\alpha_{xx} = 10^8$  para o critério  $S_{xx}(10^8) = 0,15$  (Figura 15) apresenta poucas distorções e amplificação das variações negativas da derivada ao longo das fontes. No mapa da segunda derivada horizontal

---

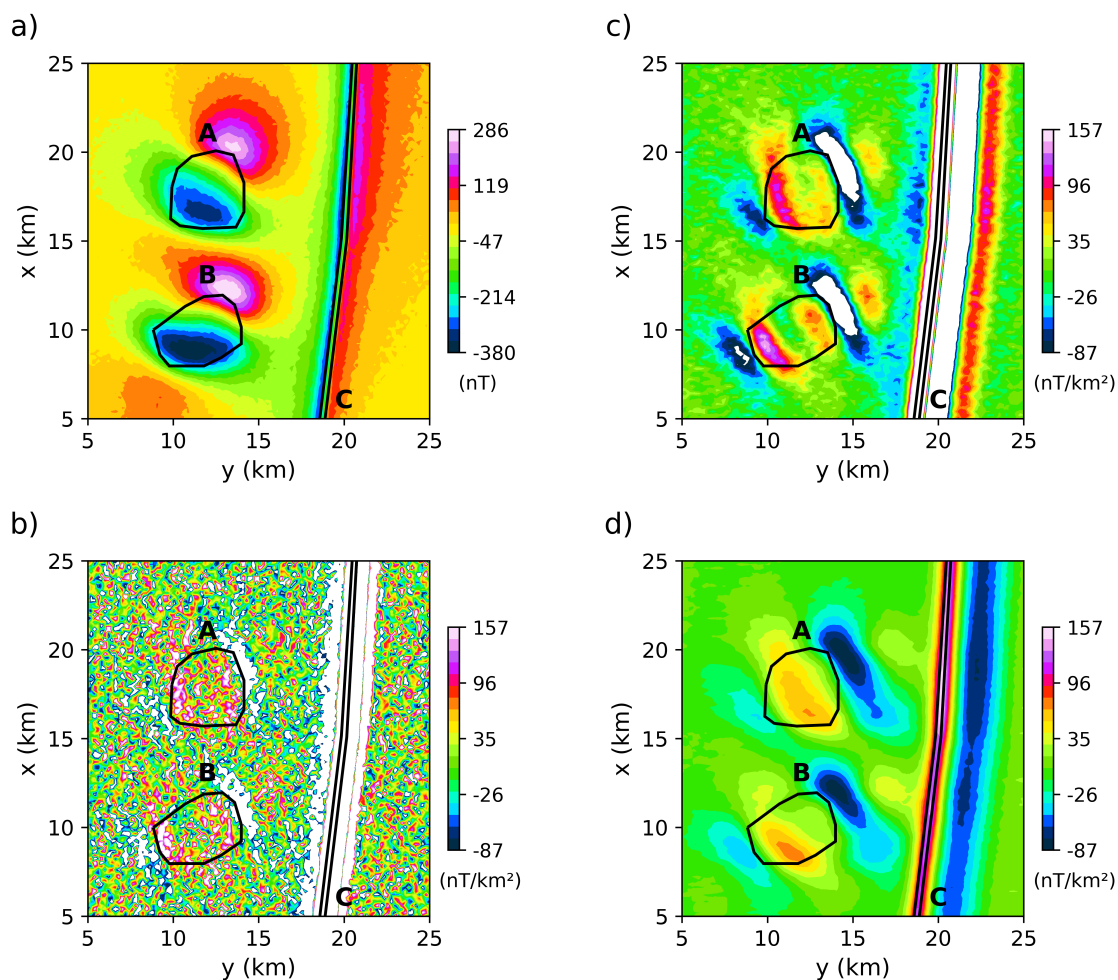
<sup>1</sup>Os programas em Python que geram as figuras 15 e 16 desta seção são descritos no Apêndice A.

regularizada (Figura 16d) com  $\alpha_{xx} = 10^9$  segundo o critério  $S_{xx} = 0,04$  (Figura 15), as feições espúrias foram intensamente atenuadas e as variações horizontais da derivada são melhor mapeadas para as três fontes anômalas, principalmente para o dique.



**Figura 15:** Função S para a derivada de segunda ordem em relação a x da anomalia, avaliada para parâmetros de regularização variando de  $10^{-2}$  a  $10^{15}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Três parâmetros de regularização (estrela colorida) associados a diferentes valores da função S.





**Figura 16:** Mapas da a) anomalia de campo total e de suas derivadas de segunda ordem em relação a  $x$  avaliadas para diferentes parâmetros de regularização: b)  $\alpha_{xx} = 10^{6,7}$ , c)  $\alpha_{xx} = 10^8$  e d)  $\alpha_{xx} = 10^9$ . Modelo magnético composto por três corpos anômalos: batólito (A), soleira (B) e dique (C).

O conjunto de dados analisados sugere que um dado com maior nível de ruído e complexidade da anomalia requer um grau maior de regularização para melhor visualização em mapa das variações horizontais do sinal sobre a fonte magnética. Nesse caso, o parâmetro de regularização mais adequado para a derivada horizontal de segunda ordem pode estar situado próximo ou no degrau inferior da curva S. Essa escolha depende da amplificação de ruído e da qualidade do mapeamento dos gradientes positivos e negativos do sinal ao longo da direção horizontal.

### 4.3 Teste III: ASA e ISA - Parâmetro Médio de Regularização

Na avaliação das três derivadas direcionais regularizadas utilizadas no processamento da ASA e da ISA, diferentes valores de  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  e  $\alpha_z$  podem ser obtidos para um mesmo valor de referência da função S. Como observado em testes sintéticos, esses parâmetros tendem a possuir valores próximos devido ao intervalo de teste normalmente estreito do parâmetro de regularização. Ao se utilizar um valor comum para as três derivadas direcionais, é estabelecido um mesmo critério para os produtos de processamento, por exemplo, associando os mapas da ASA e da ISA a um único parâmetro de regularização. Desta forma, este teste visa verificar se o emprego de um parâmetro médio para  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  e  $\alpha_z$  fornece resultados equivalentes aos dos produtos gerados para valores diferentes de  $\alpha$  para cada derivada. O parâmetro médio de regularização, nomeado  $\tilde{\alpha}_g$ , é definido como a média aritmética

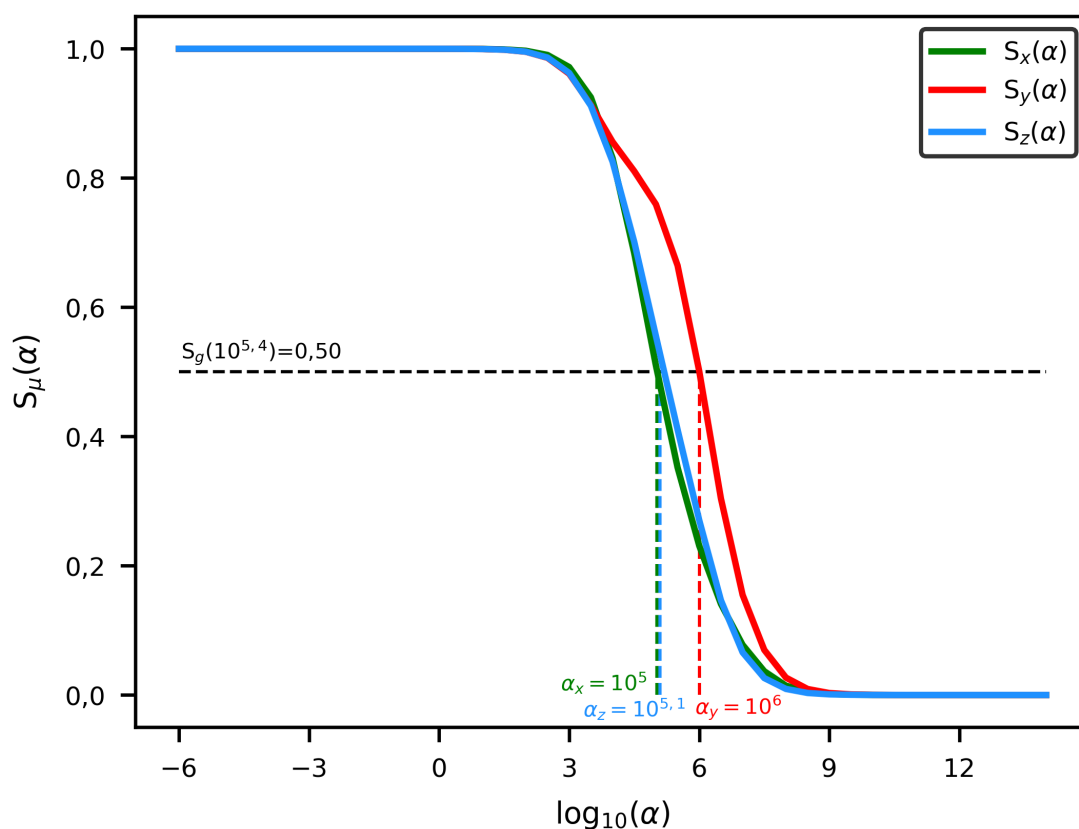
$$\tilde{\alpha}_g = \left( \frac{\tilde{\alpha}_x + \tilde{\alpha}_y + \tilde{\alpha}_z}{3} \right), \quad (39)$$

sendo  $\tilde{\alpha}_\mu = \log_{10}^{\alpha_\mu}$  para uma direção arbitrária  $\mu$  associada às derivadas x, y ou z. O subscrito "g" em  $\tilde{\alpha}_g$  significa que todo processamento de dados em grade (malha) exigindo três derivadas direcionais, como a ASA e a ISA, será avaliado com o mesmo parâmetro de regularização  $\alpha_g = 10^{\tilde{\alpha}_g}$ . A função S correspondente a  $\alpha_g$  é designada como  $S_g(\alpha)$ .

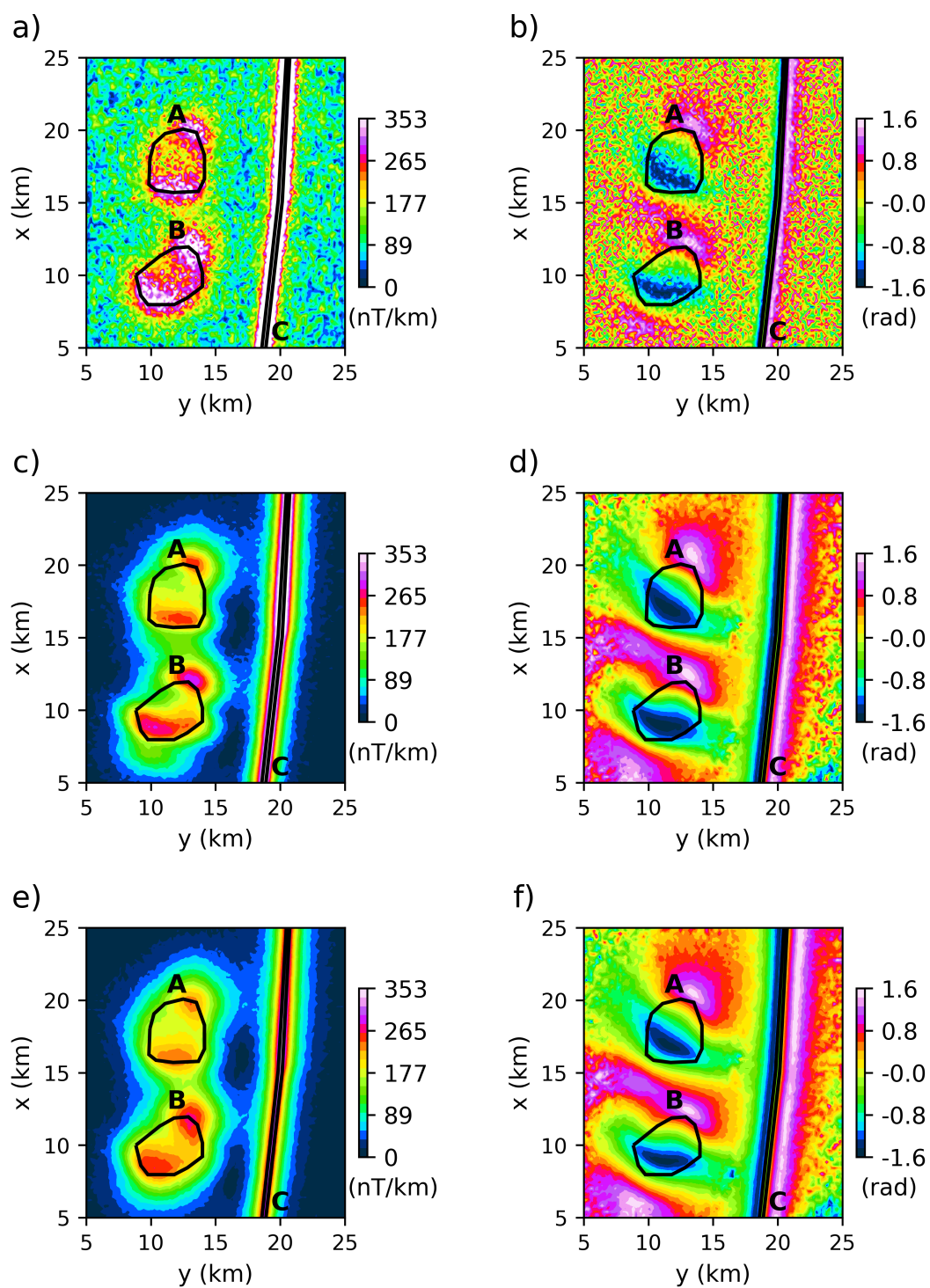
Para ilustrar o procedimento de regularização com o parâmetro  $\alpha_g$ , foi utilizado o modelo sintético do Uieda et al. (2014)<sup>2</sup> descrito na seção 4.2. Para esse modelo, os parâmetros  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  e  $\alpha_z$  são respectivamente iguais a  $10^5$ ,  $10^6$  e  $10^{5,1}$ , considerando  $S_x = 0,50$ ,  $S_y = 0,50$  e  $S_z = 0,50$  (Figura 17). Para o critério  $S_g = 0,50$ , o parâmetro médio é igual a  $\alpha_g = 10^{5,4}$  (Equação 39). Os mapas da ASA (Figura 18a) e da ISA (Figura 18b) convencionais exibem

<sup>2</sup>Os programas em Python que geram as figuras 17 e 18 desta seção são descritos no Apêndice B. Os resultados apresentados nessa seção constam no resumo expandido (Apêndice C) apresentado no IX Simpósio Brasileiro de Geofísica e no artigo (Apêndice D) publicado na revista *Applied Computing and Geosciences*.

crenulações associadas à amplificação de ruído, mascarando o posicionamento dos picos da ASA ao longo das fontes e comprometendo as variações da ISA nas bordas dos corpos. Nas Figuras 18c e 18d, as respectivas ASA e ISA processadas utilizando derivadas direcionais avaliadas com diferentes valores de  $\alpha$ . Nas Figuras 18e e 18f, os respectivos mapas da ASA e da ISA gerados com as três derivadas direcionais calculadas com  $\alpha_g = 10^{5,4}$ . Em analogia às Figuras 18a e 18c, os picos da ASA regularizada na Figura 18e estão melhor posicionados no centro do prisma alongado e nas bordas das fontes 3D, delineando melhor a distribuição das



**Figura 17:** Função  $S$  para as derivadas direcionais de primeira ordem da anomalia, calculadas para um conjunto de parâmetros de regularização variando de  $10^{-6}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Nível de referência da função  $S$  (linha preta tracejada) e parâmetros de regularização associados (linha colorida tracejada).



**Figura 18:** Mapas dos campos transformados: a) ASA não regularizada, b) ISA não regularizada, c) ASA regularizada com valores diferentes de  $\alpha$ , d) ISA regularizada com valores distintos de  $\alpha$  e) ASA regularizada com  $\alpha_g = 10^{5,4}$  e f) ISA regularizada com  $\alpha_g = 10^{5,4}$ . Modelo magnético composto por três fontes anômalas: batólito (A), soleira (B) e dique (C).

fontes magnéticas individuais. Os máximos da ASA regularizada (Figuras 18c e 18e) possuem maior amplitude sobre a fonte mais rasa (fonte C) e menor amplitude para a fonte profunda com menor magnetização (fonte A). A ISA regularizada (Figuras 17d e 17f) atenua significativamente as crenulações, realçando as mudanças de sinal próximas aos limites laterais dos corpos e definindo melhor os domínios negativos, principalmente para a fonte C. As variações positivas da ISA regularizada (Figuras 17d e 17f) extrapolam para as extremidades da malha devido aos efeitos de borda. A ISA regularizada com  $\alpha_g = 10^{5,4}$  (Figura 17f) mostra menos distorções associadas à amplificação de ruído do que a ISA regularizada com valores diferentes de  $\alpha$  (Figura 17d).

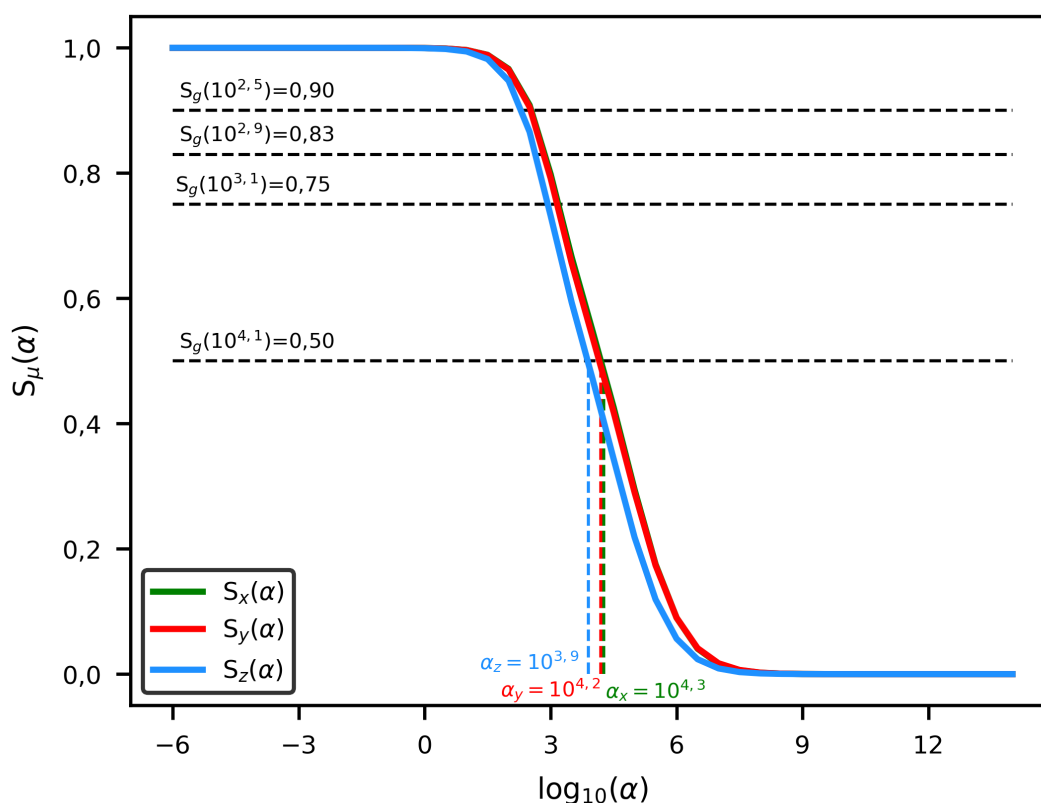
Os resultados demonstram a utilidade do parâmetro médio  $\alpha_g$  na avaliação das três derivadas direcionais no processamento da ASA e da ISA. Para o modelo sintético analisado, os produtos obtidos com  $\alpha_g$  e com valores diferentes de  $\alpha$  foram distintos, pois a anomalia magnética apresenta uma expressiva anisotropia, ou seja, as variações de amplitude do campo nas direções x e y são diferentes. Em casos de anomalias mais isotrópicas, é esperado que o valor de  $\alpha_g$  esteja próximo dos valores de  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  e  $\alpha_z$ , resultando em produtos equivalentes. A análise da curva S para cada derivada direcional informa a perda de amplitude necessária para a obtenção de produtos de processamento confiáveis que preservem as feições características da anomalia observada. Neste teste, o critério  $S_g = 0,50$  assegura qualitativamente que a maioria das distorções da amplificação de ruído nos mapas processados foram removidas, melhorando a continuidade do lineamento magnético e a delimitação lateral das fontes 3D. Doses maiores de regularização podem comprometer a análise dependendo do quanto da amplitude é preservada e das variações dos campos transformados. Sendo assim, o critério  $S_g = 0,50$  será utilizado no processamento da ASA e da ISA para dados sintéticos e reais.

#### 4.4 Teste IV: Regularização na Deconvolução de Euler

Este teste numérico <sup>3</sup> analisa o efeito de diferentes doses de regularização (Figura 19) nas estimativas de profundidade a partir da aplicação da deconvolução de Euler, implementada com o algoritmo de Melo & Barbosa (2020). Além disso, busca-se investigar como diferentes níveis de ruído no dado podem influenciar nas soluções ao incorporar as derivadas regularizadas no processamento da deconvolução de Euler. Para avaliar essa situação, um modelo prismático simples foi gerado para simular um cenário de corpos alongados, similar às feições geológicas observadas nos dados reais deste trabalho. Os dados sintéticos foram corrompidos com dois níveis de ruído distintos: 0,1% ( $\approx 0,06$  nT) e de 1% ( $\approx 0,6$  nT) da amplitude pico a pico da anomalia, em ambos os casos com ruído gaussiano aditivo pseudoaleatório de média zero. O modelo magnético que produziu esse conjunto de dados é composto por dois prismas alongados com azimute de  $45^\circ$  em relação ao norte (eixo x), com magnetização induzida para um campo geomagnético local com inclinação de  $45^\circ$  e declinação de  $-5^\circ$ . O prisma A tem 50 m de largura, profundidade do topo de 100 m e intensidade de magnetização de 1,5 A/m. O prisma B possui 50 m de largura, profundidade do topo de 200 m e intensidade de magnetização de 2 A/m. Os dados sintéticos foram avaliados em uma malha regular com intervalo de amostragem de 100 m com  $200 \times 200$  pontos de observação, para uma altura de voo de 100 m acima do solo.

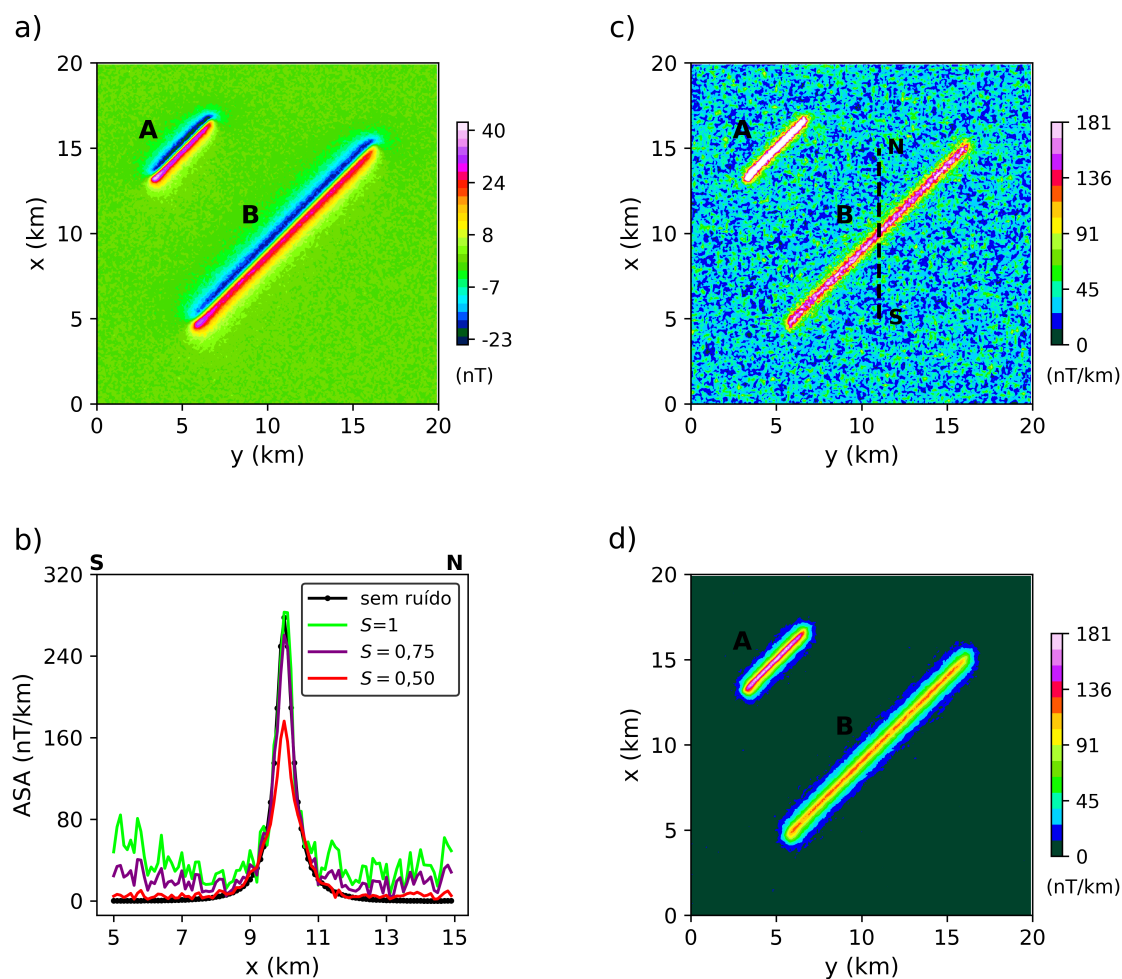
A anomalia de campo total com nível de ruído de 1% é apresentada na Figura 20a. A Figura 20b mostra os perfis N-S da ASA avaliada para diferentes níveis da função S. O critério  $S(10^{3,1}) = 0,75$  produz uma curva com baixa perda de amplitude, mas com várias oscilações espúrias nas extremidades (Figura 20b). Para o critério  $S(10^{4,1}) = 0,50$  (Figura 20b), a curva da ASA contém menor amplificação de ruído e tende a zero nas extremidades, todavia há excessiva perda de amplitude ( $\approx 50\%$ ) comparada à ASA convencional ( $S(0) = 1$ ). O mapa

<sup>3</sup>Os programas em Python que geram as figuras 19, 20, 21 e 22 desta seção são descritos no Apêndice E. Os resultados apresentados nessa seção compõem o manuscrito (Apêndice F) enviado para publicação na revista *Geophysical Journal International*.



**Figura 19:** Função  $S$  para as derivadas direcionais de primeira ordem da anomalia, calculadas para um conjunto de parâmetros de regularização variando de  $10^{-6}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Níveis de referência da função  $S$  (linha preta tracejada) e parâmetros de regularização associados (linha colorida tracejada).

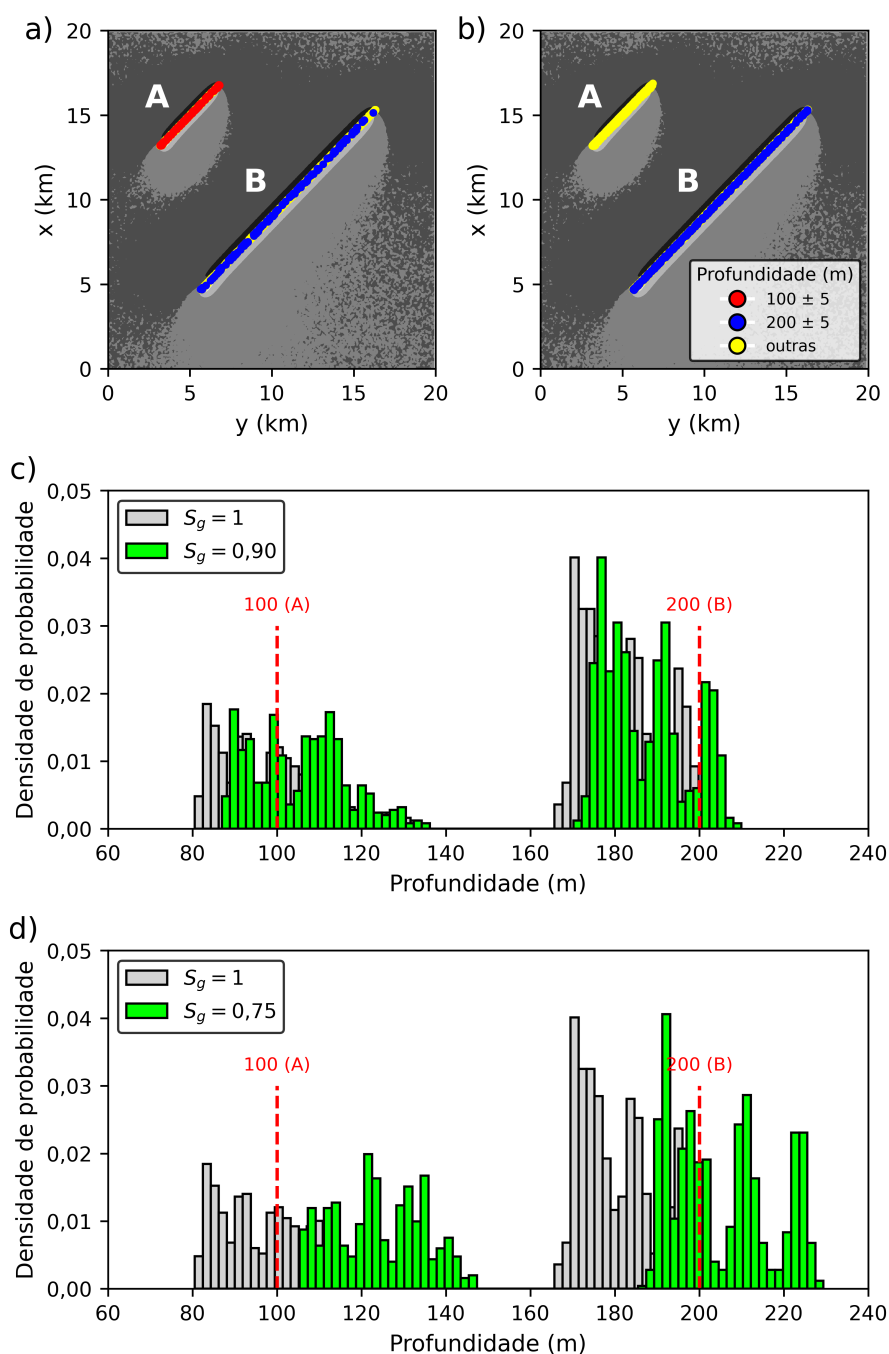
da ASA convencional (Figura 20c) contém várias crenulações que comprometem a identificação dos máximos da ASA sobre as fontes magnéticas. Para derivadas direcionais avaliadas com  $\alpha_g = 10^{4,1}$  associado ao critério  $S_g = 0,50$  (Figura 19), a ASA regularizada delineia melhor as distribuições dos dois prismas (Figura 20d). O  $\alpha_g = 10^{4,1}$  foi obtido pela Equação 39, sendo  $\alpha_x = 10^{4,3}$ ,  $\alpha_y = 10^{4,2}$  e  $\alpha_z = 10^{3,9}$  (Figura 19), considerando  $S_x = 0,50$ ,  $S_y = 0,50$  e  $S_z = 0,50$ . Como visto, ordens maiores de regularização aplicadas no processamento da ASA podem reduzir significativamente as distorções nos mapas, ao mesmo tempo que geram excessivas perdas de amplitude e atenuação do gradiente.



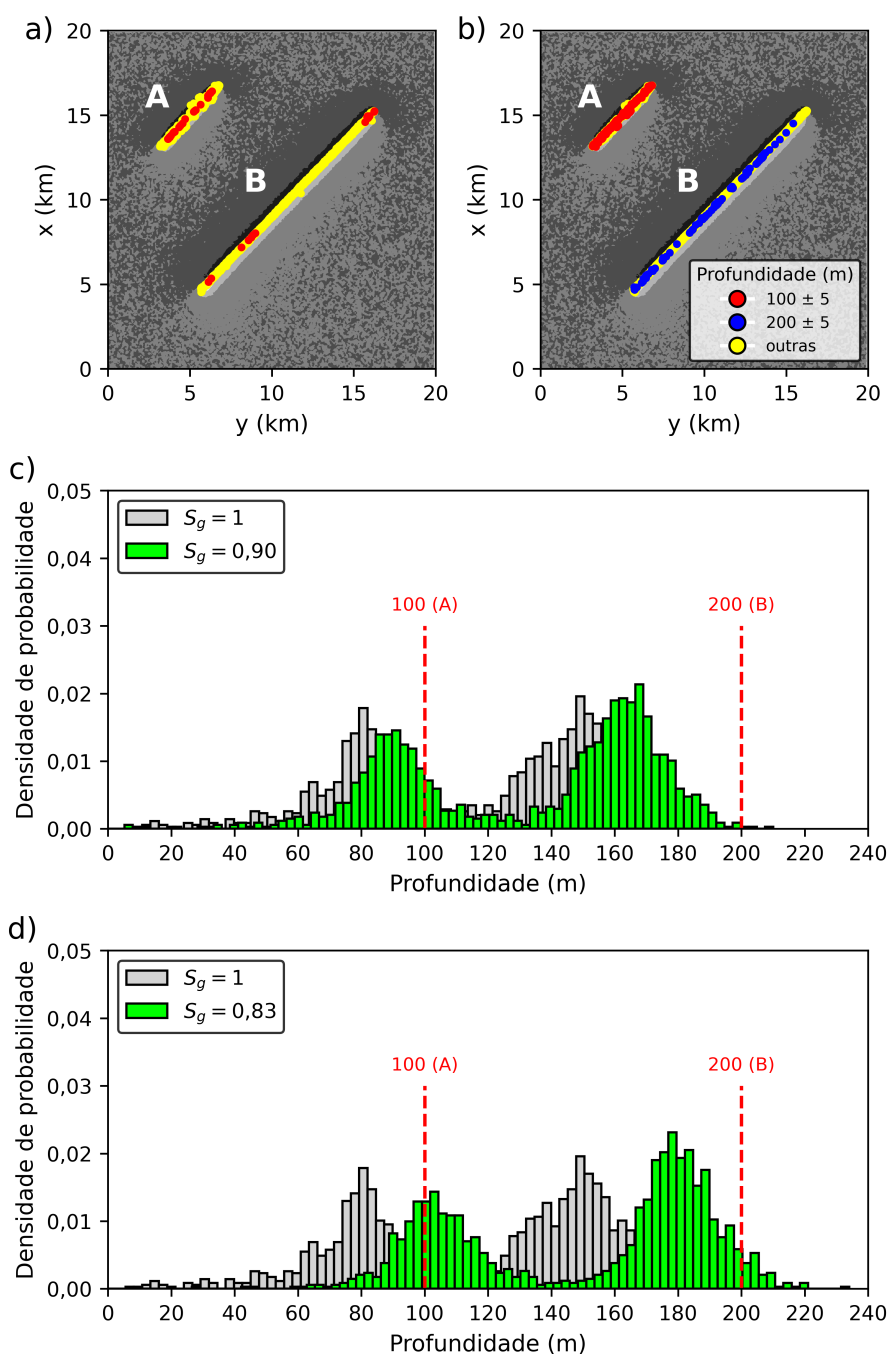
**Figura 20:** Mapas dos campos transformados da anomalia corrompida com nível de ruído de 1% e perfis N-S da ASA para diferentes valores da função  $S$ : a) anomalia de campo total, b) perfis N-S da ASA para um modelo teórico sem ruído (verdadeiro) e com ruído avaliado para diferentes valores da função  $S$ , c) ASA convencional e d) ASA regularizada com  $\alpha_g = 10^{4,1}$ . Modelo magnético com duas fontes tabulares (A e B).



Para ambos os conjuntos de dados corrompidos com diferentes níveis de ruído, a deconvolução de Euler foi implementada com critério de aceitação  $F = 0,035$  para selecionar as estimativas de janelas com maiores derivadas verticais, janelas móveis de  $6 \times 6$  pontos ( $M = 36$ ) e índice estrutural fixo  $\eta = 1$  adequado para diques e corpos alongados. A Figura 21 mostra as estimativas de Euler para o conjunto de dados com menor nível de ruído. A deconvolução de Euler convencional (Figuras 21a e 21c) gera profundidades confiáveis para os prismas A e B. Como observado nos histogramas (Figuras 21c e 21d) da deconvolução de Euler regularizada sob os critérios  $S_g = 0,90$  (Figura 19) e  $S_g = 0,75$  (Figuras 19), as estimativas de profundidade aumentam para doses maiores de regularização. O mapa de Euler regularizado (Figura 21b) com o critério  $S_g = 0,75$  mostra profundidades superestimadas para a fonte A e coerentes para a fonte B. A necessidade de derivadas regularizadas para aplicações de Euler se torna evidente a partir dos resultados obtidos na simulação com alto nível de ruído apresentada na Figura 22. Nesse caso, a deconvolução de Euler convencional gera várias soluções incorretas para as fontes A e B (Figuras 22a e 22c). Os melhores resultados foram obtidos para o critério  $S_g = 0,83$  (Figura 19), valor médio entre  $S_g = 0,90$  e  $S_g = 0,75$ , ao centralizar as estimativas de profundidade na profundidade verdadeira da fonte A e gerar soluções mais consistentes para a fonte B (Figuras 22b e 22d).



**Figura 21:** Mapas de estimativa da posição da fonte e histogramas de profundidade para a anomalia de campo total corrompida com ruído de 0,1%: a) soluções de Euler convencional ( $S_g = 1$ ) e b) estimativas de Euler sob o critério  $S_g = 0,75$ . Em c) e d): histogramas de profundidade para diferentes valores da função S. Anomalia de campo total no plano de fundo dos mapas a) e b). As linhas vermelhas tracejadas mostradas em c) e d) indicam a profundidade do topo verdadeira das duas fontes prismáticas (A e B).



**Figura 22:** Mapas de estimativa da posição da fonte e histogramas de profundidade para a anomalia de campo total corrompida com ruído de 1%: a) soluções de Euler convencional ( $S_g = 1$ ) e b) estimativas de Euler sob o critério  $S_g = 0,83$ . Em c) e d): histogramas de profundidade para diferentes valores da função S. Anomalia de campo total no plano de fundo dos mapas a) e b). As linhas tracejadas vermelhas mostradas em c) e d) indicam a profundidade do topo verdadeira das duas fontes prismáticas (A e B).

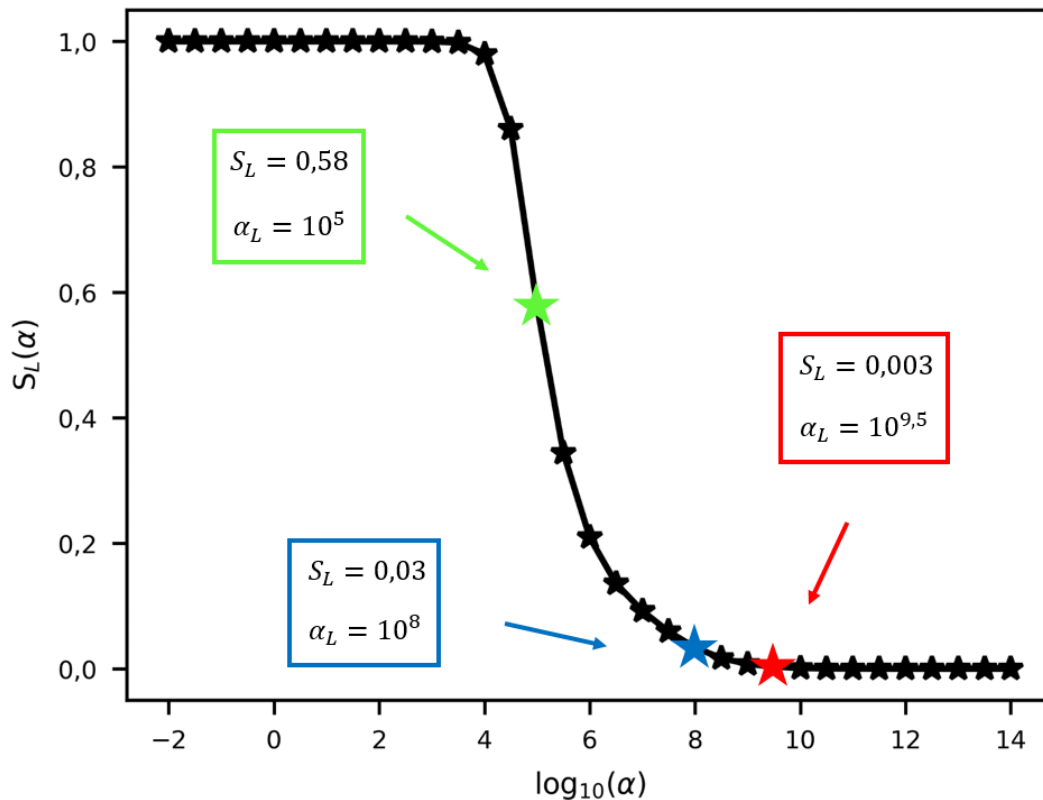
Os produtos de processamento ilustrados nesta seção demonstram que dados com baixo nível de ruído não exigiram o uso de derivadas regularizadas na avaliação da deconvolução de Euler. Dados sintéticos com maior nível de ruído necessitaram de um baixo grau de regularização associado ao critério  $S = 0,83$  diferente do critério  $S = 0,50$  utilizado no processamento da ASA, para não comprometer as inferências de profundidade. Os resultados também evidenciaram que ao aumentar a ordem de regularização, obtiveram-se maiores profundidades de Euler para as fontes magnéticas devido à atenuação de amplitude das derivadas.

#### 4.5 Teste V: Laplaciano Regularizado da ASA

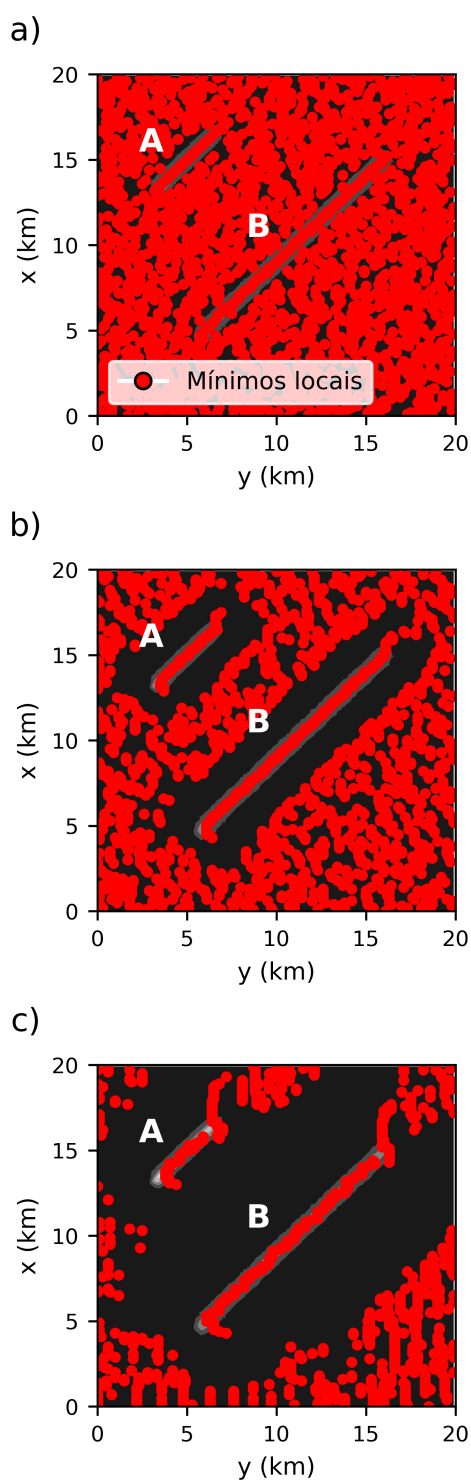
Esta simulação numérica visa ilustrar o uso de derivadas horizontais de segunda ordem regularizadas na avaliação do Laplaciano da ASA para diferentes graus de regularização. A necessidade de doses de regularização mais altas está associada à análise da distribuição dos pontos de mínimos do Laplaciano 2D para o mapeamento das fontes magnéticas. Para encontrar os mínimos locais do Laplaciano 2D, foi utilizado o algoritmo *findpeaks mask* do Python que compara um determinado ponto da malha com os seus pontos vizinhos ao longo das linhas, colunas e diagonais.

O mesmo modelo prismático com nível de ruído de 1% descrito na seção 4.4 foi utilizado na avaliação do Laplaciano regularizado da ASA para diferentes níveis da função S (Figura 23). Na Figura 24a, o mapa do Laplaciano da ASA regularizado com  $\alpha_L = 10^5$  para o critério  $S_L = 0,58$  (Figura 23) exibe uma miríade de mínimos locais para esse nível de regularização, dificultando qualquer compreensão confiável sobre as posições verdadeiras dos dois prismas. Doses de regularização comparavelmente mais altas (Figura 23) sob as condições  $S_L = 0,03$  ( $\alpha_L = 10^8$ ) e  $S_L = 0,003$  ( $\alpha_L = 10^{9,5}$ ) são necessárias para mapear com nitidez as posições horizontais dos prismas, como demonstrado nas respectivas Figuras 24b e 24c. Como observado na Figura 24c, uma ordem de regularização mais alta pode

produzir feições espúrias nas bordas da janela de dados devido ao efeito de bordas.



**Figura 23:** Função S para o Laplaciano da ASA avaliado para parâmetros de regularização de teste variando de  $10^{-2}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Três parâmetros de regularização (estrela colorida) associados a diferentes valores da função S.



**Figura 24:** Mapas dos mínimos locais (círculo vermelho) do Laplaciano regularizado da ASA para diferentes valores do parâmetro de regularização: a)  $\alpha_L = 10^5$ , b)  $\alpha_L = 10^8$  e c)  $\alpha_L = 10^{9,5}$ . ASA regularizada com  $\alpha_g = 10^{4,1}$  no plano de fundo de todos os mapas. Modelo com duas fontes magnéticas tabulares (A e B).

Os resultados apresentados nesta seção evidenciam a necessidade de uma alta dose de regularização para o mapeamento efetivo dos mínimos do Laplaciano da ASA. Nesse caso, o parâmetro de regularização mais apropriado está localizado próximo ou no degrau inferior da curva S, dependendo da nitidez da distribuição dos mínimos locais para identificar as fontes magnéticas. Ainda que haja uma expressiva perda de amplitude e deslocamento de fase das derivadas sobre regularizadas, as posições dos picos da ASA são preservadas.

# Capítulo 5

## Aplicação em Dados Reais

Este Capítulo visa analisar a eficiência da regularização em dados aeromagnéticos abrangendo duas áreas distintas da Província Tocantins: o Complexo Anápolis-Itauçu (Área I) e a porção centro-sudeste da Bacia do Bananal, centrada no corredor tectônico Transbrasiliano (Área II). Na Área I, objetiva-se mapear o padrão complexo de anomalias magnéticas com diferentes direções e interseções utilizando técnicas de realce. Na Área II, as técnicas de processamento do campo potencial são avaliadas para melhorar o mapeamento de múltiplos lineamentos magnéticos, alguns parecendo tangenciar as zonas de cisalhamento. Complementando essa análise, a aplicabilidade da deconvolução de Euler com derivadas regularizadas é verificada na determinação de profundidades confiáveis para as estruturas no embasamento da Área II. O procedimento de regularização foi implementado no Python versão 2023.8.0 e os mapas processados foram gerados no programa Oasis Montaj versão 8.4 com diferentes escalas de cores para ilustrar melhor lineamentos magnéticos sutis ou tendências gerais. Esses mapas foram integrados ao banco de dados geológicos no QGIS versão 3.12.1. As seções deste Capítulo descrevem a base de dados aeromagnéticos utilizada, o contexto geológico geral das áreas de estudo, os resultados da aplicação da regularização e as discussões gerais dos produtos apresentados.

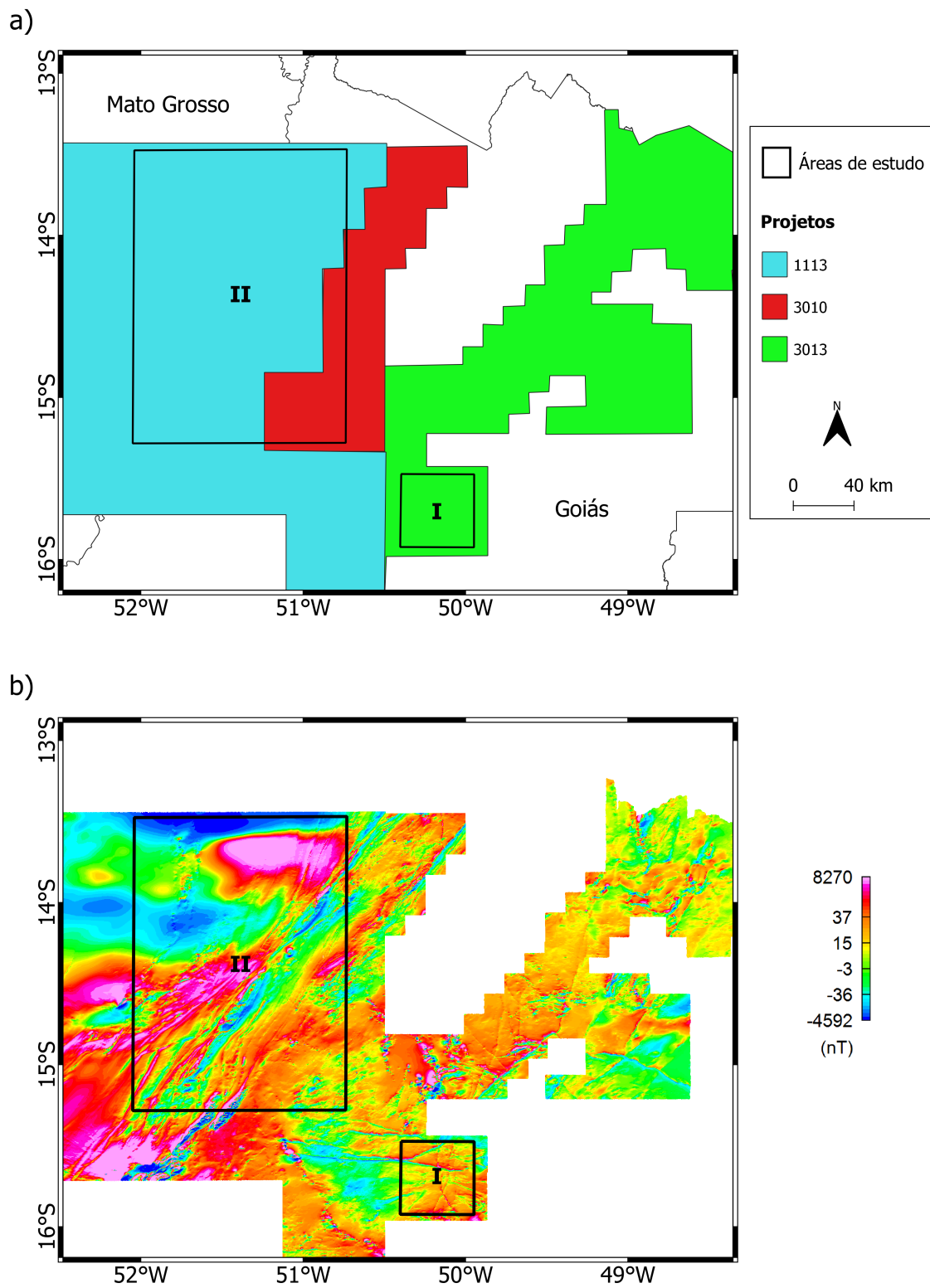


## 5.1 Base de Dados Aeromagnéticos

Os dados aeromagnéticos da Área I foram adquiridos em 2006, na porção nordeste do estado de Goiás, pelo Serviço Geológico do Brasil – CPRM (Figura 25). O aerolevantamento foi realizado ao longo de linhas de voo N-S e linhas de controle L-O espaçadas de 500 e 5000 m, respectivamente, a uma altura barométrica uniforme de 100 m acima da superfície do solo (Lasa Engenharia e Prospecções, 2006). O campo geomagnético local para a data do levantamento tem inclinação de  $-20,84^\circ$  e declinação de  $-19,21^\circ$ . Essa base de dados com o código 3013, intitulado Projeto Paleo-Neoproterozoico do Nordeste de Goiás, pode ser solicitada para fins acadêmicos à Divisão de Geologia e Mineração do Estado de Goiás.

A Área II compreende uma base de dados integrada proveniente de dois levantamentos aerogeofísicos executados em 2005 (código 1113) e 2011-2012 (código 3010), nos estados de Goiás e Mato Grosso, respectivamente (Figura 25). Ambas as medições aeromagnéticas foram realizadas pela CPRM ao longo de linhas de voo N-S e linhas de controle L-O espaçadas de 500 e 5000 m, respectivamente, a uma altura de voo constante de 100 m acima do terreno. O campo geomagnético local tem inclinação média de  $-14,7^\circ$  e declinação média  $-17,9^\circ$ . A base de dados com código 1113: Projeto Sudeste do Mato Grosso está disponível em "<https://geosgb.cprm.gov.br/>", e com código 3010: Projeto Oeste do Arco Magmático de Mara Rosa pode ser solicitada à Divisão de Geologia e Mineração do Estado de Goiás.

Para as Áreas I e II, cada base de dados foi pré-processada pela LASA Engenharia e Prospecções S/A no programa Oasis Montaj com os seguintes procedimentos: 1) remoção da variação magnética diurna; 2) correção do erro de paralaxe; 3) nivelamento e micronivelamento dos perfis; 4) remoção do IGRF. Nas próximas seções deste Capítulo, como nos resultados do processamento dos dados reais serão observadas distorções na direção das linhas de voo, atenção maior é direcionada à descrição do procedimento de micronivelamento. O micronivelamento dos dados foi baseado na técnica de Minty (1991) para remover os erros residuais do nivelamento das linhas de voo. O procedimento consistiu em quatro etapas: 1) criar uma malha A auxiliar resultante da aplicação do filtro passa-alta do tipo *Butterworth*



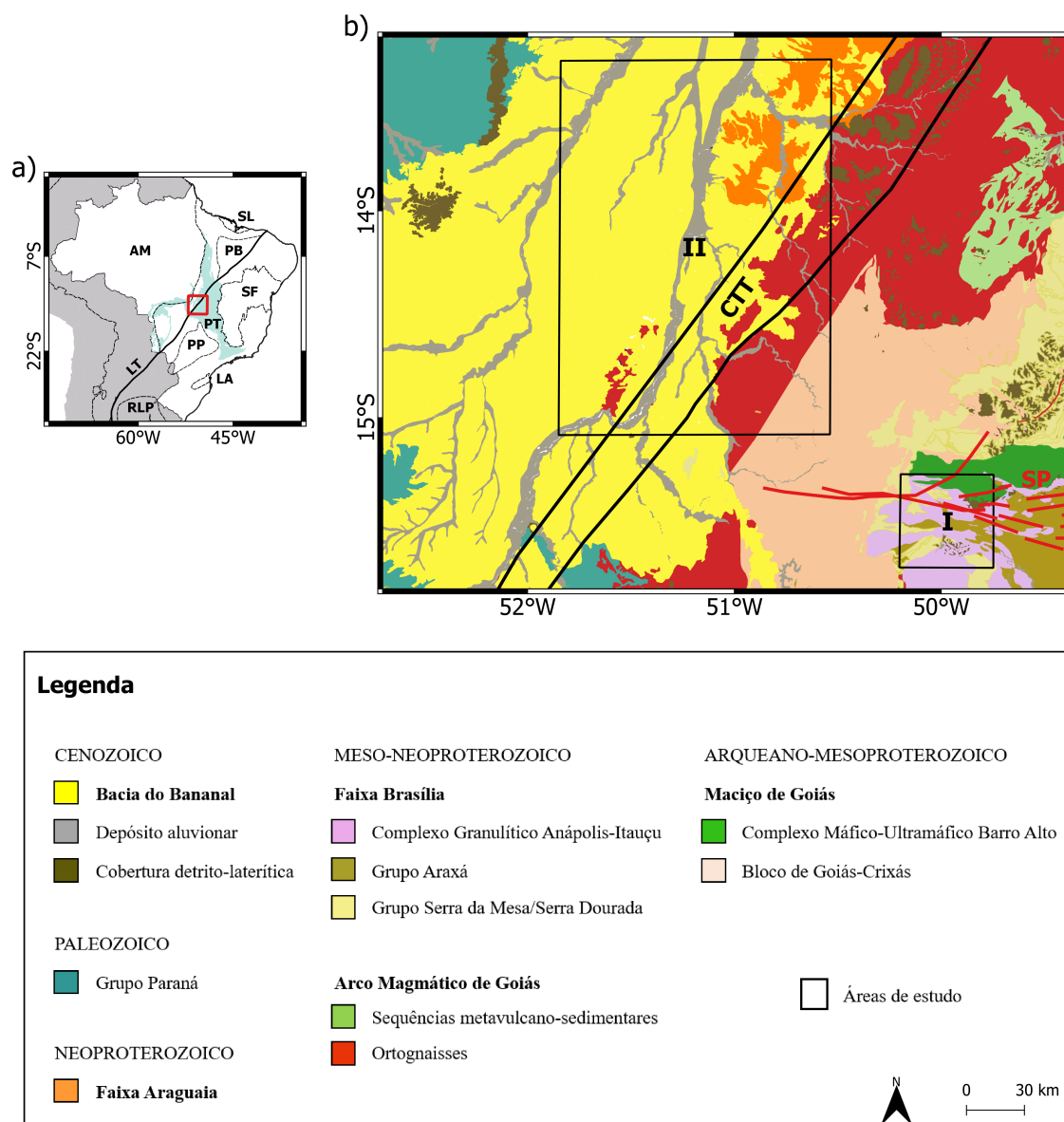
**Figura 25:** Mapas com as duas áreas de estudo: a) localização dos projetos aerogeofísicos (polígonos coloridos) com os respectivos códigos e b) anomalia de campo total de cada base de dados.

com comprimento de onda da ordem de 4 vezes o espaçamento das linhas de voo na direção dessas linhas; 2) gerar uma malha B utilizando esse filtro com essas características na direção das linhas de controle; 3) somar as malhas A e B, que em princípio pode resultar em uma malha decorrugada; 4) subtrair a malha decorrugada da malha de dados pré-nivelados. Posteriormente, os dados foram interpolados com o método da mínima curvatura (Briggs, 1974; Swain, 1976; Smith & Wessel, 1990) com células do tamanho de 125 m, ou seja, 1/4 do espaçamento das linhas de voo.

Neste trabalho, as malhas das bases de dados da Área II foram unidas pelo método de sutura do programa Oasis Montaj, que consiste em definir uma interface de sutura, aplicando correções de multifrequência em cada ponto da interface para eliminar diferenças entre as malhas. Esse método produz uma transição suave entre as malhas, modificando somente os dados na região de sutura. O mapa da anomalia de campo total de cada base de dados é apresentado na Figura 25b.

## 5.2 Contexto Geológico

As duas áreas de estudo estão inseridas na Província Tocantins (Almeida et al., 1977, 1981), localizada na região central do Brasil (Figura 26a). Essa província é uma entidade orogênica Neoproterozoica formada no estágio final do Ciclo Brasileiro pela convergência e colisão de três blocos continentais (Figura 26a): o Cráton Amazônico, a oeste; o Cráton São Francisco-Congo, a leste; e o Cráton Paranapanema, a sudoeste (Pimentel et al., 1999; Mantovani et al., 2005). A Província Tocantins pertence ao orógeno Brasileiro/Pan-Africano, sendo compartimentada em seis unidades geotectônicas de leste para oeste: Zona Cratônica, Faixa Brasília, Maciço de Goiás, Arco Magmático de Goiás, Faixa Paraguai e Faixa Araguaia (Fuck et al., 1994). O embasamento da província é formado por terrenos arqueanos e paleoproterozoicos (Delgado et al., 2003) e algumas porções da província são cobertas por sedimentos das bacias do Bananal, Paraná e Pantanal (Figura 26b).



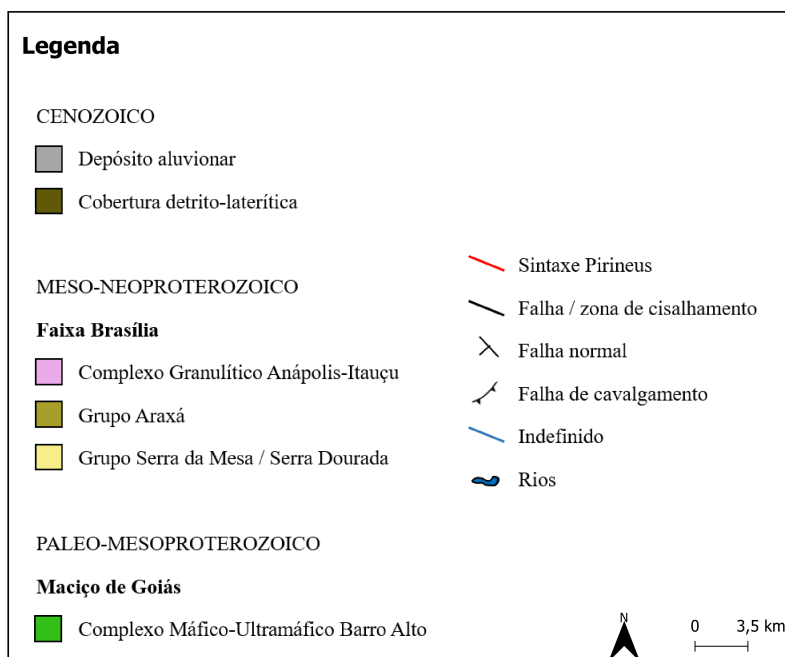
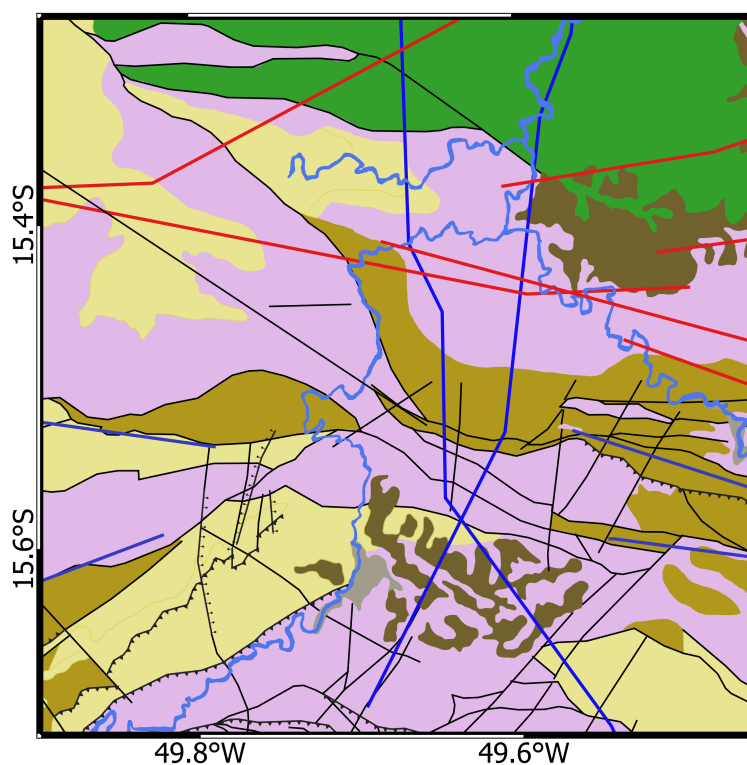
**Figura 26:** a) Localização geográfica da área composta (polígono vermelho) na Província Tocantins (PT) com o Lineamento Transbrasiliano (LT). Cráttons: Amazônico (AM), Luiz Alves (LA), Paranapanema (PP), Parnaíba (PB), Rio de La Plata (RLP), São Francisco (SF) e São Luís (SL). b) Mapa geológico esquemático da área composta abrangendo as duas áreas de estudo (I e II) com os principais lineamentos estruturais regionais: corredor tectônico Transbrasiliano (CTT) e Sintaxe Pirineus (SP). Geologia baseada nos mapeamentos (1:1.000.000) do Serviço Geológico do Brasil realizados em 2004 e 2008, disponíveis em "<https://geosgb.cprm.gov.br/geosgb/downloads.html>".

### 5.2.1. Área I

A Área I (Figuras 26b e 27) compreende o limite norte do Complexo Anápolis-Itaçu, situado na porção central da Faixa Brasília, ao longo da margem oeste do Cráton São Francisco (Almeida et al., 1981; Pimentel et al., 2000; Pimentel, 2016). O Complexo Anápolis-Itaçu, núcleo exposto da Faixa Brasília, é composto por rochas metamórficas de alto grau (ortogneisses, anfíbolitos, metassedimentos, entre outras) e granulito de ultra-alta temperatura, datado com idades de zircão variando entre 760 e 650 Ma (Della Giustina et al., 2011). A leste da Área I (Figura 26b), a Zona Pirineus de Alta Deformação (Silva et al., 2011) ou Sintaxe Pirineus (SP), conforme definida por Araújo Filho (2000), pode ter deformado os terrenos da área de estudo. A SP é uma grande zona de cisalhamento transcorrente dextral com cerca de 300 km de extensão (Silva et al., 2011), composta por um conjunto de lineamentos estruturais L-O e ONO-ESE, marcando o limite geotectônico entre os segmentos norte e sul da Faixa Brasília (Araújo Filho, 2000). Essa zona de cisalhamento apresenta curvatura voltada para leste, associada à acreção do terreno para a margem oeste do Cráton São Francisco (Filgueiras, 2015). Segundo Araújo Filho & Kuyumjian (1996) e Araújo Filho (2000), a origem da SP é interpretada como uma colisão polifásica compreendendo deformações OSO para ENE, NNO para SSE e OSO para ENE. A SP é caracterizada por corpos intrusivos graníticos sin e pós-colisionais (Pimentel et al., 2003; Sandoval, 2016; Silva, 2018a) e extensas falhas transcorrentes de orientação NO e NE, possivelmente geradas na fase tardia do Ciclo Brasileiro (Araújo Filho, 2000; Martins-Ferreira & Rodrigues, 2021).

A SP (Figuras 26b e 27) está localizada entre as intrusões máfico-ultramáficas estratificadas do Complexo Barro Alto e as rochas metamórficas de alto grau do Complexo Anápolis-Itaçu, circundado por sucessões metassedimentares de baixo grau dos grupos Araxá e Serra da Mesa/Serra Dourada (Pimentel et al., 1999, 2000, 2011). No Complexo Anápolis-Itaçu e nos grupos Araxá e Serra da Mesa/Serra Dourada, há diversas intrusões máfico-ultramáficas afetadas por metamorfismo de alto grau (granulítico) e intrusões graníticas sin-tectônicas deformadas de idade entre 660 e 650 Ma (Piuzana et al., 2003), alojadas

em níveis crustais profundos, formando corpos alongados NO-SE com dimensões variadas (Pimentel et al., 1999, 2000; Della Giustina et al., 2011). As unidades geológicas da Área I (Figura 27) são limitadas por falhas normais e reversas, zonas de cisalhamento e falhas de cavalgamento, associadas com os processos deformacionais e acreções de terrenos na Faixa Brasília no estágio final da orogenia Brasileira (Almeida et al., 1981; Fonseca et al., 1995; Pimentel et al., 1999; Valeriano et al., 2008; Pimentel et al., 2011; Piuzana et al., 2003; Pimentel, 2016).



**Figura 27:** Mapa geológico esquemático da Área I mostrando as rochas proterozoicas e os principais lineamentos estruturais. Geologia baseada no mapeamento (1:500.000) do Serviço Geológico do Brasil realizado em 2008, disponível em "<https://geosgb.cprm.gov.br/geosgb/downloads.html>".

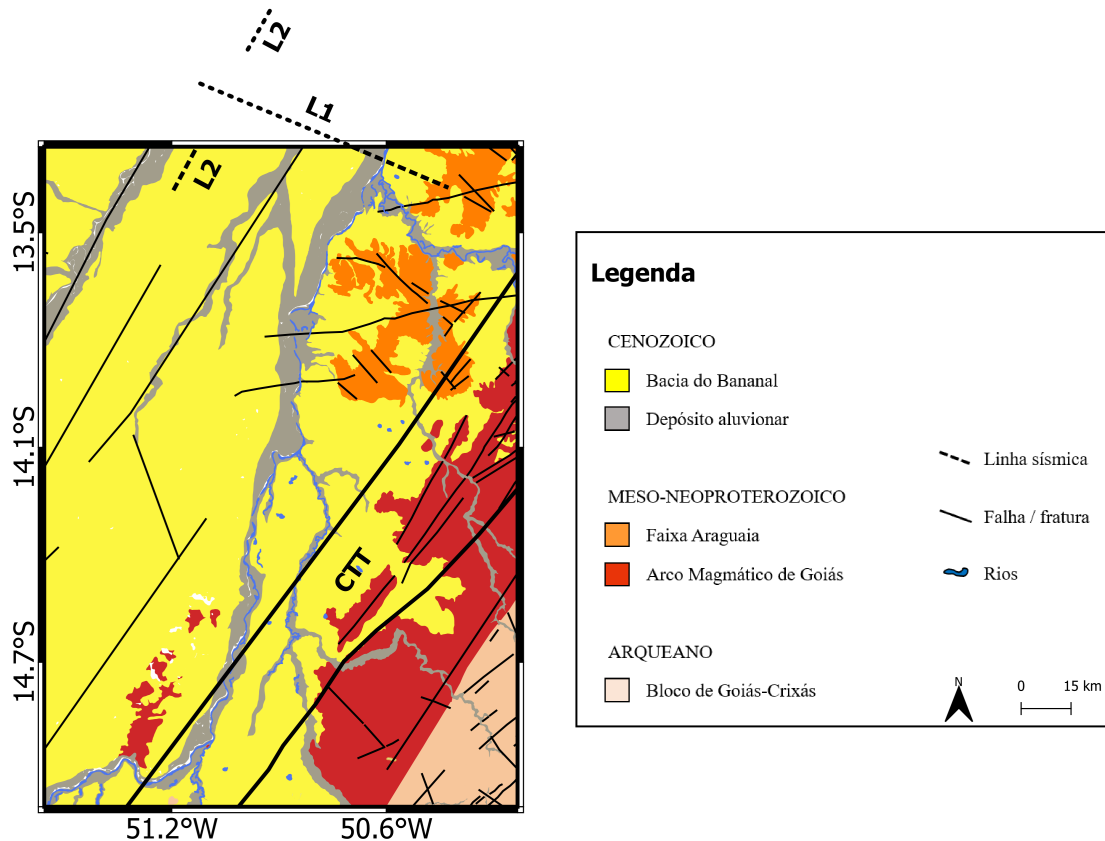
### 5.2.2. Área II

A Área II (Figuras 26b e 28) abrange o corredor tectônico Transbrasiliano (CTT) (Cordani et al., 2013a,b; Silva et al., 2021) na porção centro-sudeste da Bacia do Bananal (Valente, 2007; Valente & Latrubesse, 2012). O CTT, descrito por Schobbenhaus et al. (1975) como Lineamento Transbrasiliano (LT), é uma extensa zona de cisalhamento intracontinental formada por falhas transcorrentes subverticais predominantemente dextrais, com direção N30°E (Curto et al., 2014; Sousa, 2017) e N45°- 60°E (Silva et al., 2021). A formação desse complexo sistema de zonas de cisalhamento com cerca de 4000 km de extensão (Silva et al., 2021) está associada ao episódio de fechamento do Oceano Goiás-Farusiano no final da orogenia Brasiliano/Pan-Africana no Neoproterozoico, durante o processo de amalgamação do supercontinente Gondwana Ocidental (Cordani et al., 2009, 2013a,b). Esse sistema transcorrente acomoda blocos crustais/litosféricos (Dantas et al., 2013), delimita domínios tectônicos com diferentes assinaturas isotópicas (Fuck et al., 2002), controla a estruturação de lineamentos secundários (Silva et al., 2021) e muda o regime tectônico de algumas zonas de cisalhamento (Sousa, 2017).

Dados magnéticos terrestres e de satélite (Fairhead & Maus, 2003) mostram o LT como uma feição de escala continental caracterizada por uma série de anomalias lineares alongadas com tendência NE-SO associadas a descontinuidades crustais (Ramos et al., 2010). Na Área II, o espaçamento entre esses lineamentos magnéticos varia de 5 a 10 km (Guimarães et al., 2022). O CTT condicionou a deposição das primeiras coberturas sedimentares (Cunha, 1986), influenciou a estruturação e retrabalhamento das unidades geotectônicas da Província Tocantins e experimentou episódios de reativação entre o Pré-Cambriano Superior e o Eopaleozoico (Oliveira & Mohriak, 2003) se estendendo até o Cenozoico (Soares et al., 1998). O CTT parece controlar a sedimentação e os processos estruturais e deposicionais da Bacia do Bananal, condicionada por zonas de cisalhamento associadas às reativações neotectônicas (Sousa, 2017; Silva, 2018b). O arcabouço geológico da área de estudo (Figuras 26b e 28) compreende os sedimentos cenozoicos da Bacia do Bananal, os complexos granito-gnáissicos



e os terrenos *greenstone* arqueanos do Bloco de Goiás-Crixás (Pimentel et al., 2000; Campos et al., 2022) e os ortognaisses proterozoicos do Arco Magmático de Goiás (Pimentel et al., 1996; Laux et al., 2005).



**Figura 28:** Mapa geológico esquemático da Área II mostrando sedimentos cenozoicos, rochas pré-cambrianas e alguns lineamentos estruturais. Linhas sísmicas L1 e L2 (linha preta tracejada) e corredor tectônico Transbrasiliano (CTT). Geologia baseada nos mapeamentos (1:1.000.000) do Serviço Geológico do Brasil realizados em 2004 e 2008, disponíveis em "<https://geosgb.cprm.gov.br/geosgb/downloads.html>".

A Bacia do Bananal é a principal bacia sedimentar intracratônica Quaternária, abrangendo parte dos estados de Goiás, Mato Grosso e Tocantins. Essa bacia foi formada sobre um embasamento extensional de falhas transcorrentes neoproterozoicas NE-SO estruturadas em sistemas de *horsts* e *grabens* (Hales, 1981), que foram reativadas por processos neotectônicos

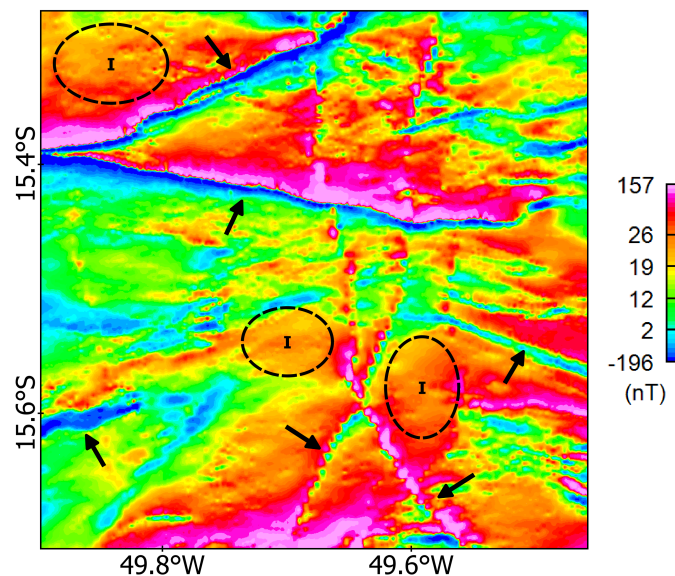
durante a separação do Gondwana. Os depósitos da Bacia do Bananal compreendem os sedimentos continentais fluviais do Pleistoceno Médio e Superior da Formação Araguaia (Barbosa et al., 1966), oriundos do sistema fluvial Araguaia-Mortes, e os sedimentos aluviais da bacia hidrográfica que se estabeleceu no Holoceno (Valente, 2007; Valente & Latrubesse, 2012). Subjacente aos depósitos sedimentares, está localizado o embasamento do Cráton Amazônico de idade Paleoproterozoica ou Arqueana, ainda não bem definida segundo Lima et al. (2020). Os sedimentos cenozoicos da bacia e os metassedimentos da Faixa Araguaia apresentam baixa densidade, gerando baixos contrastes gravimétricos (Molina, 1990; Ussami & Molina, 1999). O modelo crustal de Molina (1990) construído a partir de dados gravimétricos adquiridos ( $\approx 13,1^\circ\text{S} / 50,8^\circ\text{O}$ ) próximos à porção norte da área estudo sugere que a espessura média dos sedimentos cenozoicos é de aproximadamente 500 m (Figura 29). Segundo o estudo sísmico de Hales (1981), nas linhas sísmicas de refração-reflexão L1 e L2 (Figura 28) realizadas pela Petrobras, o topo do embasamento Pré-Cambriano na área de estudo pode ser da ordem de 100 m (Figura 29). Para regiões ao norte fora da área de estudo, Hales (1981) sugere que a espessura sedimentar pode atingir cerca de 1500 e 700 m nas linhas L1 e L2, respectivamente (Figura 29).

<b>Estudos geofísicos</b>	<b>Modelo gravimétrico crustal (Molina, 1990)</b>	<b>Linhas sísmicas de refração-reflexão: L1 e L2 (Hales, 1981)</b>	
<b>Localização</b>	$\sim 13,1^\circ\text{S} / 50,8^\circ\text{O}$	<u>Dentro da Área II</u>	<u>Ao norte da Área II</u>
<b>Espessura média dos sedimentos</b>	$\sim 500$ m	ordem de 100 m	1500 m (L1) 700 m (L2)

**Figura 29:** Espessura média dos sedimentos em diferentes porções da Área II segundo o modelo gravimétrico e as linhas sísmicas.

### 5.3 Resultados da Área I: Mosaico de Lineamentos

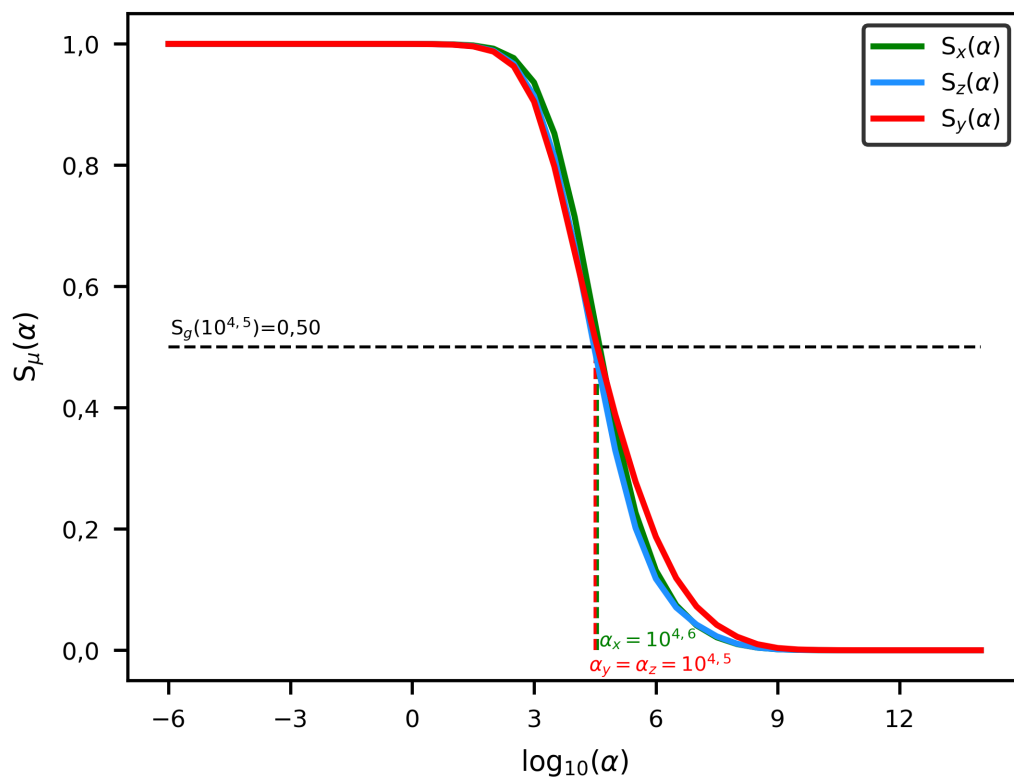
A Área I <sup>1</sup> contém várias interseções de lineamentos e feições descontínuas, sendo adequada para avaliar procedimentos que buscam o mapeamento e interpretação de lineamentos magnéticos. No mapa da anomalia de campo total (Figura 30), as principais feições magnéticas observadas são lineamentos com diferentes orientações (OSO-ENE, ONO-ESE, NNO-SSE, SSO-NNE) que se interceptam. Nota-se também a presença de anomalias com maior comprimento de onda nas porções noroeste e central do mapa (Figura 30). A maioria das anomalias apresenta padrão de polaridade normal, indicativo de magnetização predominantemente induzida (Figura 30).



**Figura 30:** Mapa da anomalia de campo total da Área I. Lineamentos magnéticos com diferentes orientações (seta preta) e feições com maior comprimento de onda (domínio I).

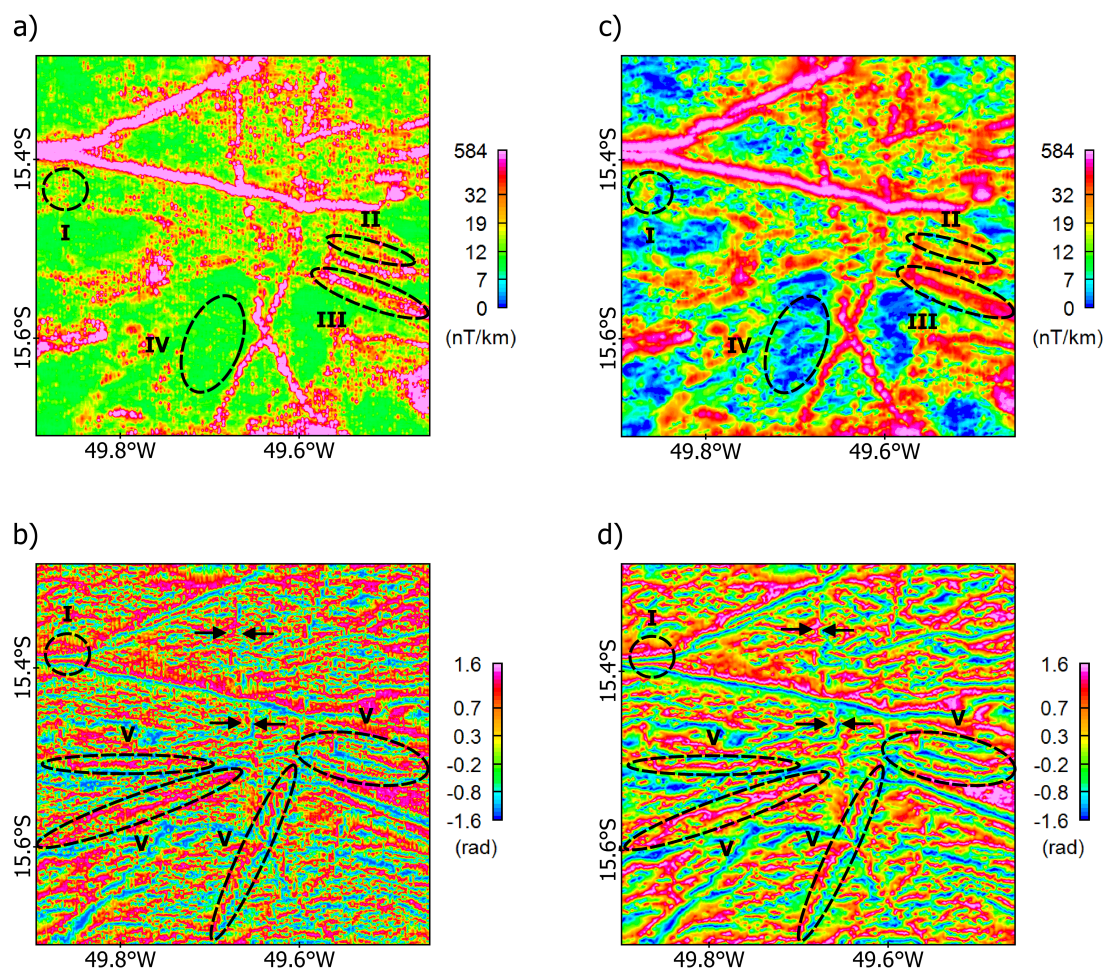
<sup>1</sup>Os programas em Python que geram as figuras 29, 30, 31 e 32 desta seção são descritos no Apêndice B. Os resultados apresentados nessa seção compõem o artigo (Apêndice C) publicado na revista *Applied Computing and Geosciences*.

Tal como observado nos testes sintéticos, os diferentes parâmetros de regularização para as derivadas  $x$ ,  $y$  e  $z$  estão localizados em um intervalo relativamente estreito na rampa da função  $S$ , possibilitando o uso de um único parâmetro  $\alpha_g$  na regularização das derivadas direcionais da ASA e da ISA. Como o critério de rampa intermediária ( $S_g = 0,50$ ) foi eficiente na melhoria da continuidade dos lineamentos magnéticos nos dados sintéticos, esse critério também foi utilizado no procedimento de regularização na Área I. Nesse caso, as derivadas direcionais da ASA e da ISA foram regularizadas com  $\alpha_g = 10^{4,5}$  para  $S_g = 0,50$  (Figura 31), obtido pela Equação 39, sendo  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  e  $\alpha_z$  respectivamente iguais a  $10^{4,6}$ ,  $10^{4,5}$  e  $10^{4,5}$ , considerando  $S_x = 0,50$ ,  $S_y = 0,50$  e  $S_z = 0,50$ .

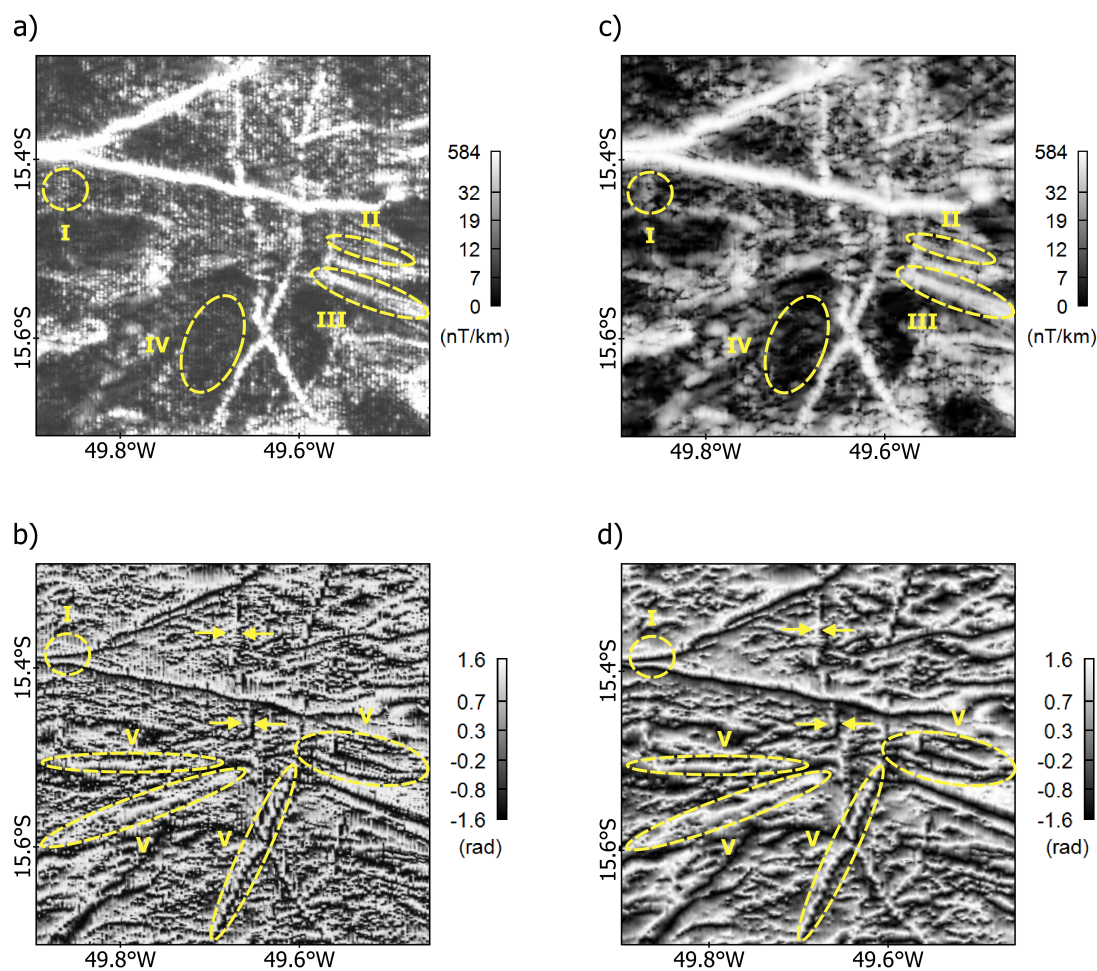


**Figura 31:** Função  $S$  para as derivadas direcionais da anomalia, avaliadas para um conjunto de parâmetros de regularização variando de  $10^{-6}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Níveis de referência da função  $S$  (linha preta tracejada) e parâmetros de regularização associados (linha colorida tracejada).

A ASA convencional (Figuras 32a e 33a) gera efeitos espúrios na direção das linhas de voo N-S (domínio I assinalado) e produz *boudins* que afetam a continuidade das feições lineares. Esses *boudins* são erros (artefatos) na interpolação que ocorrem devido à subamostragem de feições geológicas lineares ao longo das linhas de voo. Geralmente, essa subamostragem ocorre em feições lineares finas associadas a anomalias magnéticas orientadas em ângulos agudos em relação às linhas de voo, resultando em um "fio de contas" ou "*boudinage*" (Naprstek & Smith, 2019). As crenulações associadas às linhas de voo também aparecem no mapa da ISA convencional (Figuras 32b e 33b). Como demonstrado nas Figuras 32c e 33c, a ASA regularizada define melhor a continuidade e os limites dos lineamentos (domínio II marcado) ao aumentar sua amplitude, enquanto atenua os *boudins* (domínio III assinalado) e remove parcialmente as distorções N-S ao longo das linhas de voo. A ASA regularizada (Figuras 32c e 33c) amplifica as variações do sinal comparada à ASA convencional (Figuras 32a e 33a), definindo melhor regiões de baixa (domínio IV marcado) e alta amplitude associadas a domínios com diferentes padrões de fontes magnéticas. Nota-se que a ISA convencional (Figuras 32b e 33b) e regularizada (Figuras 32d e 33d) mapeiam a descontinuidade com deslocamento lateral de alguns lineamentos N-S. A ISA regularizada (Figuras 32d e 33d) atenua as crenulações associadas às linhas de voo e melhora a resolução das feições magnéticas, definindo melhor a continuidade e os limites dos lineamentos L-O, ONO-ESE, OSO-ENE e SSO-NNE (domínio V assinalado) mapeados pela ISA convencional (Figuras 32b e 33b).



**Figura 32:** Mapas dos campos transformados: a) ASA convencional, b) ISA convencional, c) ASA e d) ISA regularizadas com  $\alpha_g = 10^{4,5}$ . Domínios com distorções mais nítidas de linhas de voo (I), continuidade e ganho de amplitude dos lineamentos (II), efeitos de "boudinage"(III) e regiões de baixa amplitude do sinal (IV) são assinalados (tracejado). Destaque para lineamentos N-S deslocados lateralmente (seta preta) e lineamentos L-O, ONO-ESE, OSO-ENE e SSO-NNE (domínio V marcado) nos mapas b) e d).



**Figura 33:** Mapas dos campos transformados: a) ASA convencional, b) ISA convencional, c) ASA e d) ISA regularizadas com  $\alpha_g = 10^{4,5}$ . Domínios com distorções mais nítidas de linhas de voo (I), continuidade e ganho de amplitude dos lineamentos (II), efeitos de "boudinage"(III) e regiões de baixa amplitude do sinal (IV) são assinalados (tracejado). Destaque para lineamentos N-S deslocados lateralmente (seta amarela) e lineamentos L-O, ONO-ESE, OSO-ENE e SSO-NNE (domínio V marcado) nos mapas b) e d).

Os campos transformados regularizados com  $S_g = 0,50$  melhoraram a continuidade das feições lineares, identificaram estruturas fracamente magnéticas, detectaram lineamentos magnéticos N-S deslocados lateralmente e recuperaram tendências distintas que se interceptam. Além disso, a ASA e ISA regularizadas atenuaram as distorções associadas às linhas de voo e os efeitos de "boudinage" recorrentes em anomalias lineares orientadas em um ângulo agudo em relação à direção das linhas de voo, permitindo assim um reconhecimento mais nítido da extensão dos lineamentos que se interceptam. A melhoria na continuidade de algumas feições lineares que se interceptam indica que essas estruturas possivelmente não sofreram deslocamentos ao longo de zonas de falha. A direção dos lineamentos magnéticos mapeados pela ASA e pela ISA (Figuras 32 e 33) coincide com os lineamentos estruturais L-O e ONO-ESE da Sintaxe Pirineus, podem ser atribuídos às zonas de falha/cisalhamento, possíveis intrusões máfico-ultramáficas e graníticas NO-SE neoproterozoicas e falhas transcorrentes com orientação NE e NO (Figura 27). Esses resultados mostram que a Sintaxe Pirineus, previamente estudada por alguns autores (Araújo Filho & Kuyumjian, 1996; Araújo Filho, 1999, 2000; Silva et al., 2011) em regiões à leste da Área I, pode ter influenciado tectonicamente uma área maior devido à presença de lineamentos marcantes L-O e ONO-ESE na Área I.

#### 5.4 Resultados da Área II: Lineamentos em Zonas de Cisalhamento

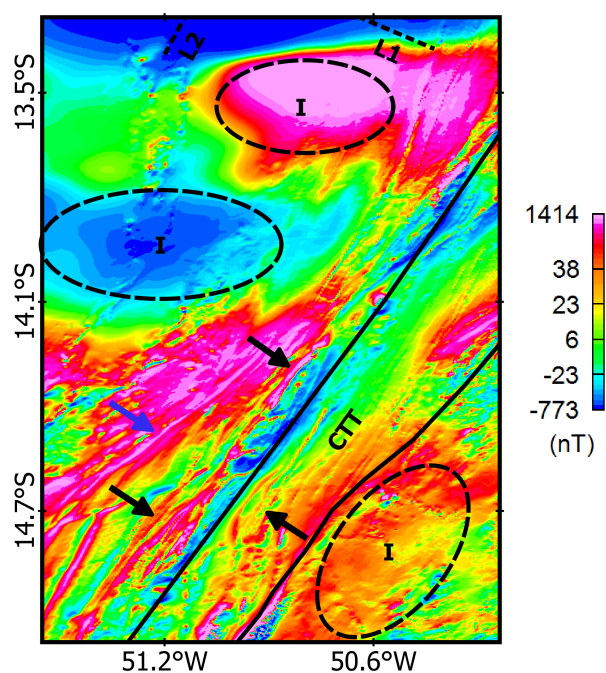
A Área II <sup>2</sup> apresenta uma assinatura magnética caracterizada por um conjunto de estruturas lineares orientadas preferencialmente a NE, distribuídas ao redor do CTT (Figura 34). Algumas dessas tendências são sutis e podem estar associadas a fontes localizadas em diferentes profundidades, tornando a área de estudo relevante na aplicação de procedimentos de regularização para melhoria do mapeamento dos lineamentos e estimativas de profundi-

---

<sup>2</sup>Os resultados apresentados nesta seção compõem o manuscrito (Apêndice F) enviado para publicação na revista *Geophysical Journal International*.



dade. Outro aspecto que chama atenção é o comportamento sutil e descontínuo de algumas anomalias lineares que parecem tangenciar assintoticamente alguns lineamentos com direção preferencial NE (Figura 34). O mapa da anomalia de campo total mostra feições com maior comprimento de onda situadas nas porções norte e sudoeste do mapa (Figura 34).



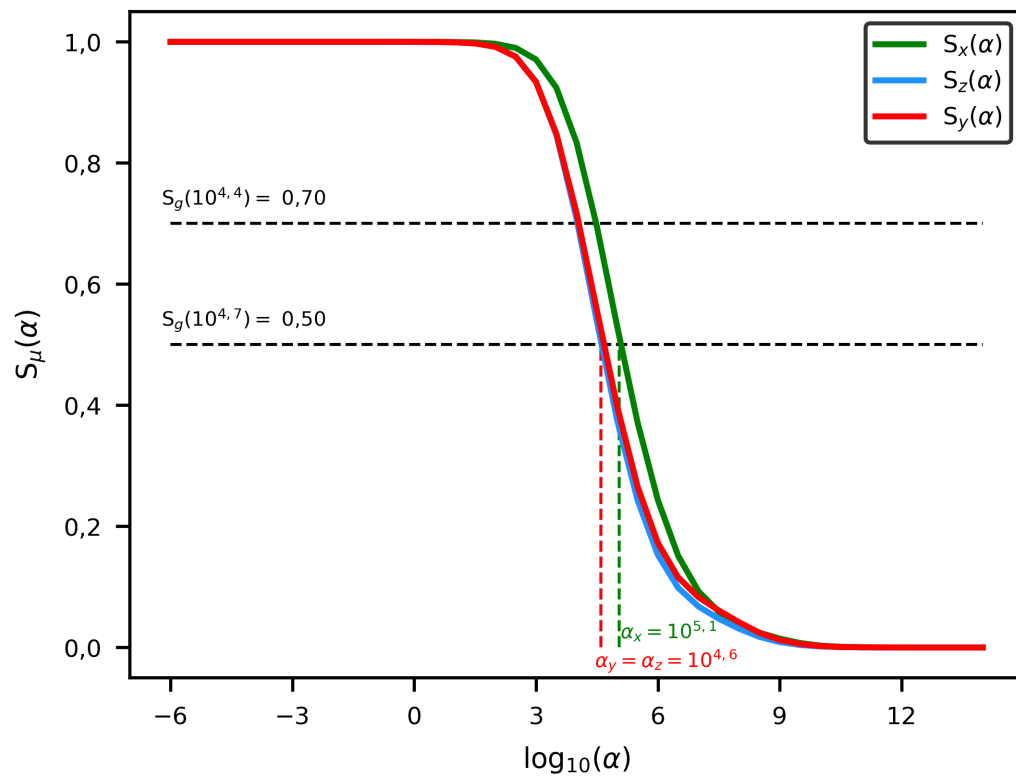
**Figura 34:** Mapa da anomalia de campo total da Área II. Lineamentos magnéticos orientados a NE (seta preta), anomalias lineares tangenciais (seta azul) e feições com maior comprimento de onda (domínio I). Linhas sísmicas (linha preta tracejada) e limites do CTT (linha preta contínua).

#### 5.4.1. Mapeamento das Fontes: ASA e ISA

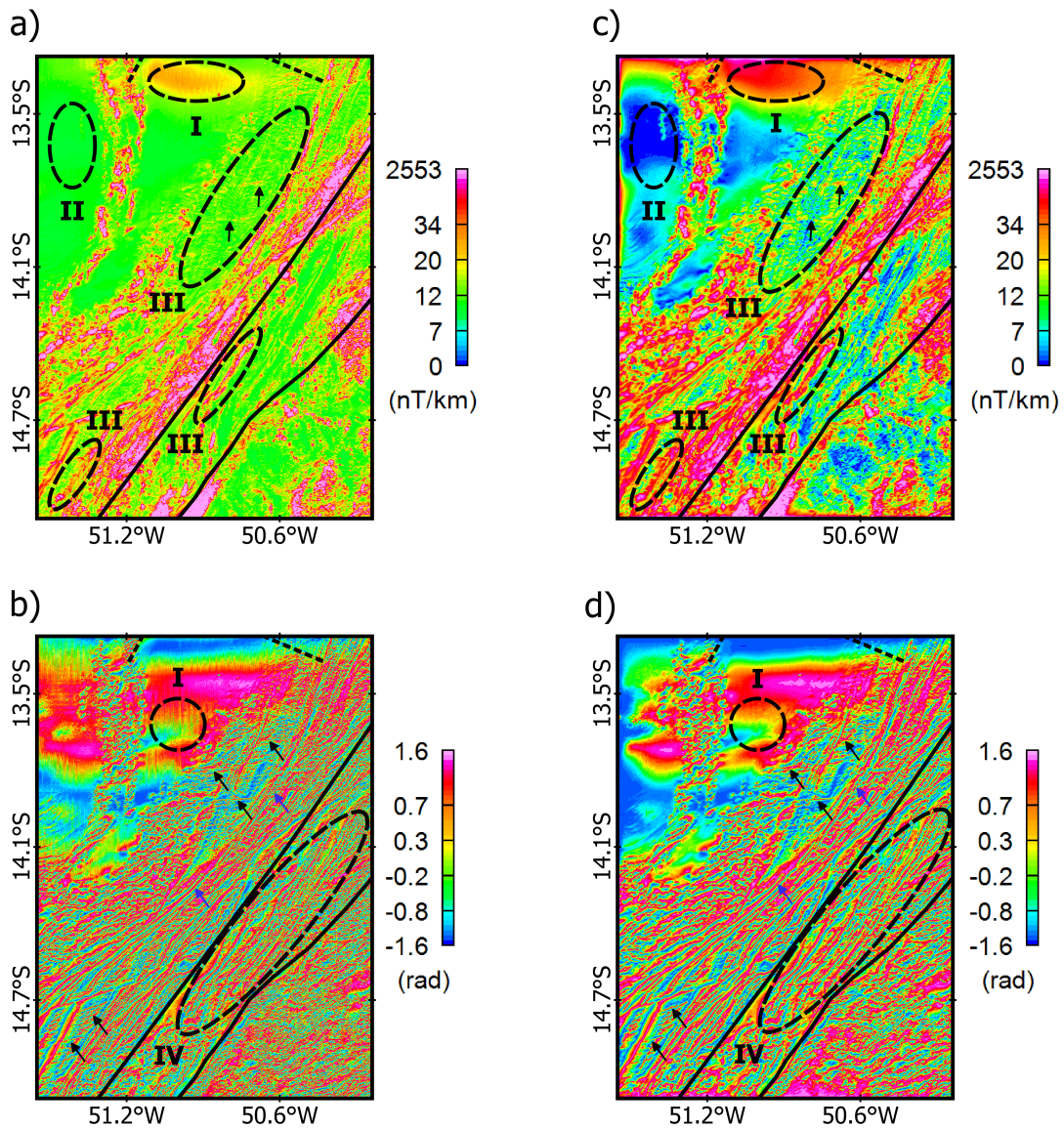
Tal como aplicado para a Área I, as derivadas direcionais da ASA e da ISA para a Área II foram regularizadas com  $\alpha_g = 10^{4,7}$  para  $S_g = 0, 50$  (Figura 35), obtido pela Equação 39, sendo  $\alpha_x$ ,  $\alpha_y$  e  $\alpha_z$  respectivamente iguais a  $10^{5,1}$ ,  $10^{4,6}$  e  $10^{4,6}$ , considerando  $S_x = 0, 50$ ,

$S_y = 0,50$  e  $S_z = 0,50$ . Os produtos da ASA (Figura 36c) e ISA (Figuras 36d e 37d) regularizadas removem parcialmente as tendências espúrias relacionadas à amplificação de ruído e as crenulações (domínio I assinalado) na direção das linhas de voo N-S observadas nos mapas da ASA (Figura 36a) e ISA (Figuras 36b e 37b) convencionais. A ASA convencional (Figuras 36a e 37a) mapeia algumas feições lineares sutis de curta extensão orientadas a L-O, que interceptam lineamentos NE nas porções central e nordeste do mapa. Nas Figuras 36c e 37c, a ASA regularizada amplifica os gradientes do sinal comparada à ASA convencional (Figuras 36a e 37a), definindo melhor regiões de baixa (domínio II marcado) e alta amplitude associadas a possíveis estruturas profundas e rasas, respectivamente. Observa-se também que a ASA regularizada (Figuras 36c e 37c) aumenta a amplitude ao longo dos lineamentos L-O e NE (domínio III assinalado), atenuando o efeito de "*boudinage*" e melhorando a definição e continuidade dos limites dos lineamentos.

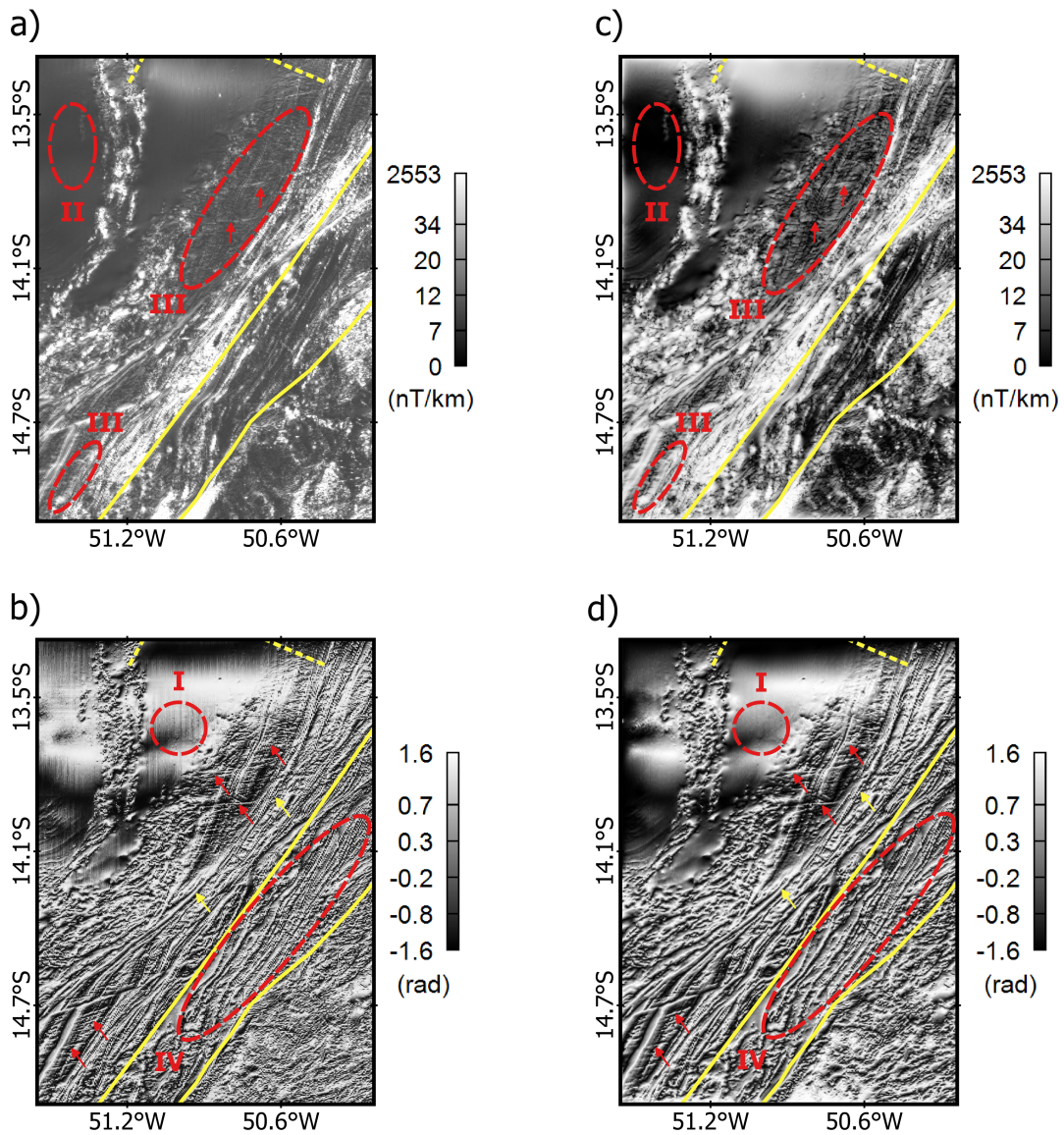
A ISA convencional (Figuras 36b e 37b) mapeia várias feições L-O discretas em diferentes partes do mapa e detecta lineamentos NE sutis e mais finos (domínio IV marcado) paralelos ao CTT. Na porção central do mapa da ISA convencional (Figuras 36b e 37b), notam-se lineamentos suavemente curvos que tangenciam assintoticamente algumas feições lineares NE de longa extensão. Como a ISA regularizada (Figuras 36d e 37d) melhora a resolução dos lineamentos mapeados pela ISA convencional (Figuras 36b e 37b), a contribuição magnética individual das feições lineares é melhor definida.



**Figura 35:** Função S para as derivadas direcionais da anomalia, avaliadas para um conjunto de parâmetros de regularização variando de  $10^{-6}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Níveis de referência da função S (linha preta tracejada) e parâmetros de regularização associados (linha colorida tracejada).



**Figura 36:** Mapas dos campos transformados: a) ASA convencional, b) ISA convencional, c) ASA e d) ISA regularizadas com  $\alpha_g = 10^{4,7}$ . Domínios com distorções mais nítidas de linhas de voo (I), regiões de baixa amplitude do sinal (II), ganho de amplitude e/ou "boudinage"(III) e lineamentos NE sutis (IV) são assinalados (tracejado). Destaque para feições lineares L-O (seta preta) e lineamentos assintóticos (seta azul). Linhas sísmicas (linha preta tracejada) e limites do CTT (linha preta contínua).



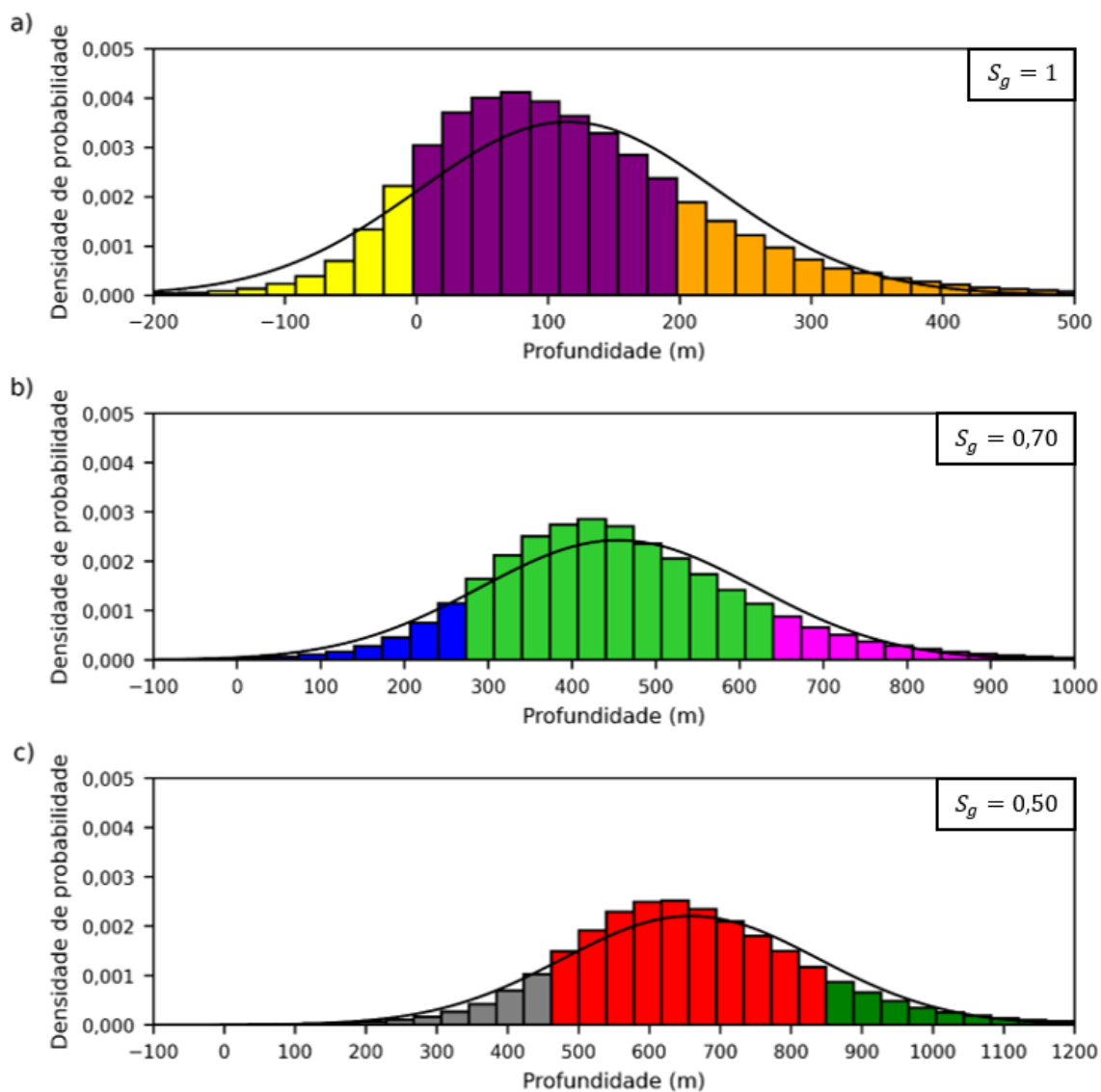
**Figura 37:** Mapas dos campos transformados: a) ASA convencional, b) ISA convencional, c) ASA e d) ISA regularizadas com  $\alpha_g = 10^{4,7}$ . Domínios com distorções mais nítidas de linhas de voo (I), regiões de baixa amplitude do sinal (II), ganho de amplitude (III) e lineamentos NE sutis (IV) são assinalados (tracejado). Destaque para feições lineares L-O (seta vermelha) e lineamentos assintóticos (seta amarela). Linhas sísmicas (linha amarela tracejada) e limites do CTT (linha amarela contínua).

Os produtos de processamento regularizados com  $S_g = 0,50$  atenuaram os efeitos de "boudinage", as distorções associadas às linhas de voo e os efeitos da amplificação de ruído, melhorando a definição e a continuidade de múltiplas estruturas magnéticas lineares situadas em diferentes profundidades. A regularização foi eficiente no mapeamento de feições lineares tangentes e lineamentos L-O que interceptam os lineamentos NE paralelos ao CTT. Como observado, os lineamentos NE coincidem com as falhas transcorrentes do CTT orientadas a N30°E e N45°- 60°E (Figura 28), os lineamentos L-O subordinados indicam possíveis zonas de falha ou fraturas (Figura 28) e as feições lineares assintóticas podem ser atribuídas a descontinuidades crustais formadas em estágios de alta temperatura em zonas de cisalhamento dúctil. As estruturas lineares mais discretas nos mapas, associadas a anomalias com menor comprimento de onda, podem ter sido originadas em estágios evolutivos de menor temperatura em zonas de cisalhamento dúctil-frágil do CTT (Lima et al., 2017). Em geral, os resultados sugerem que as estruturas lineares mapeadas foram formadas em diferentes fases de reativação do CTT caracterizadas por alta ou baixa temperatura.

#### 5.4.2. Estimativas de Profundidade: Deconvolução de Euler

Para estimar a profundidade dos lineamentos magnéticos, o algoritmo de deconvolução de Euler de Melo & Barbosa (2020) foi executado com um índice estrutural fixo  $\eta = 1$ , janelas móveis com  $6 \times 6$  pontos ( $M = 36$ ), considerando  $F = 0,1$  o critério de aceitação para as janelas com as maiores derivadas verticais. Como as soluções de Euler mostradas nos histogramas de profundidade (Figura 38) apresentam uma distribuição normal, as faixas de variação de profundidade foram determinadas nas regiões de meia inclinação das curvas gaussianas. O método convencional de Euler (Figuras 38a e 39a) produz várias profundidades negativas que são inconsistentes ao posicionar o topo dos corpos anômalos acima da superfície do solo. Segundo o histograma da Figura 38a, a maioria das estruturas anômalas estão situadas a aproximadamente 80 m de profundidade. Esse resultado é incoerente com as informações das

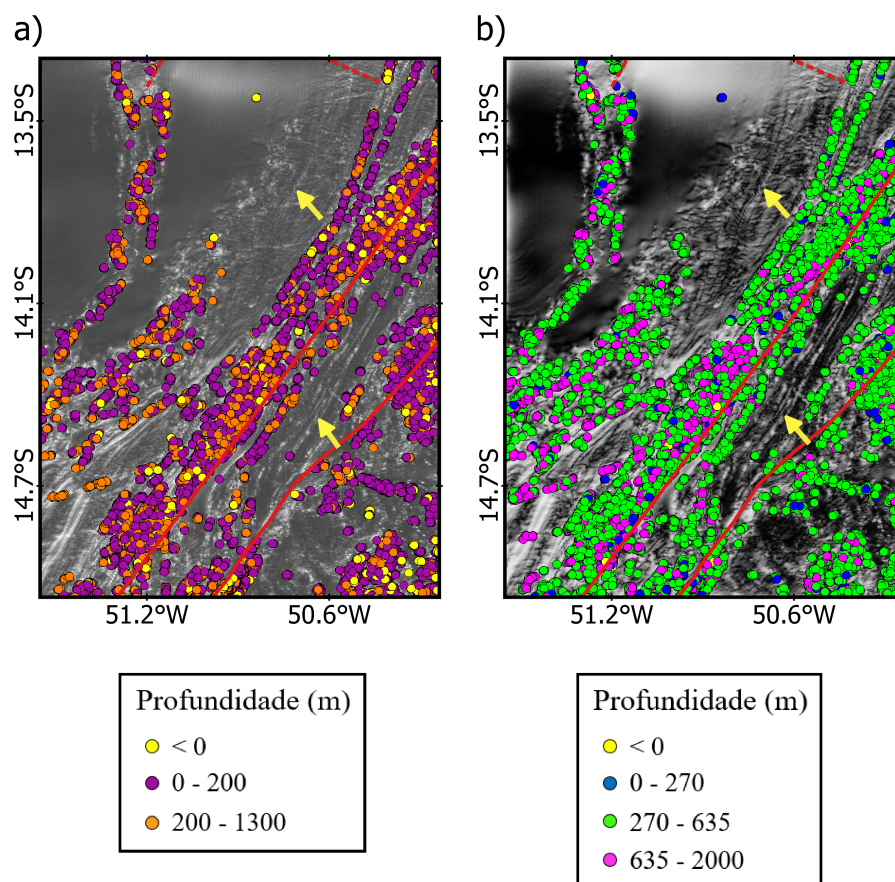
linhas sísmicas (Figura 29), pois o topo das fontes magnéticas pré-cambrianas é posicionado em níveis de profundidade dos sedimentos cenozoicos.



**Figura 38:** Histogramas de profundidade para diferentes valores da função S. Curva gaussiana (linha preta contínua) com as faixas de profundidade associadas à divisão de cores.

Devido à necessidade de regularizar as derivadas para obter profundidades plausíveis com o cenário geológico, foram testados dois níveis de referência da função S: 0,50 e 0,70 (Figura 35). Ambos os níveis geram poucas soluções inconsistentes (Figuras 38b e 38c) comparados

aos produtos do Euler não regularizado (Figura 38a). O histograma de profundidade na Figura 38c para  $S_g = 0,50$  (Figura 35) mostra estimativas de profundidade centradas em  $\approx 635$  m. Conforme observado na Figura 38b, as soluções de Euler para  $S_g = 0,70$  (Figura 35) estão centralizadas em  $\approx 435$  m. A Figura 39b demonstra que as estruturas próximas à linha L1 (Figura 28) têm profundidades que variam entre 270 e 635 m e algumas feições lineares próximas à linha L2 (Figura 28) possuem profundidades variando de 270 a 2000 m.



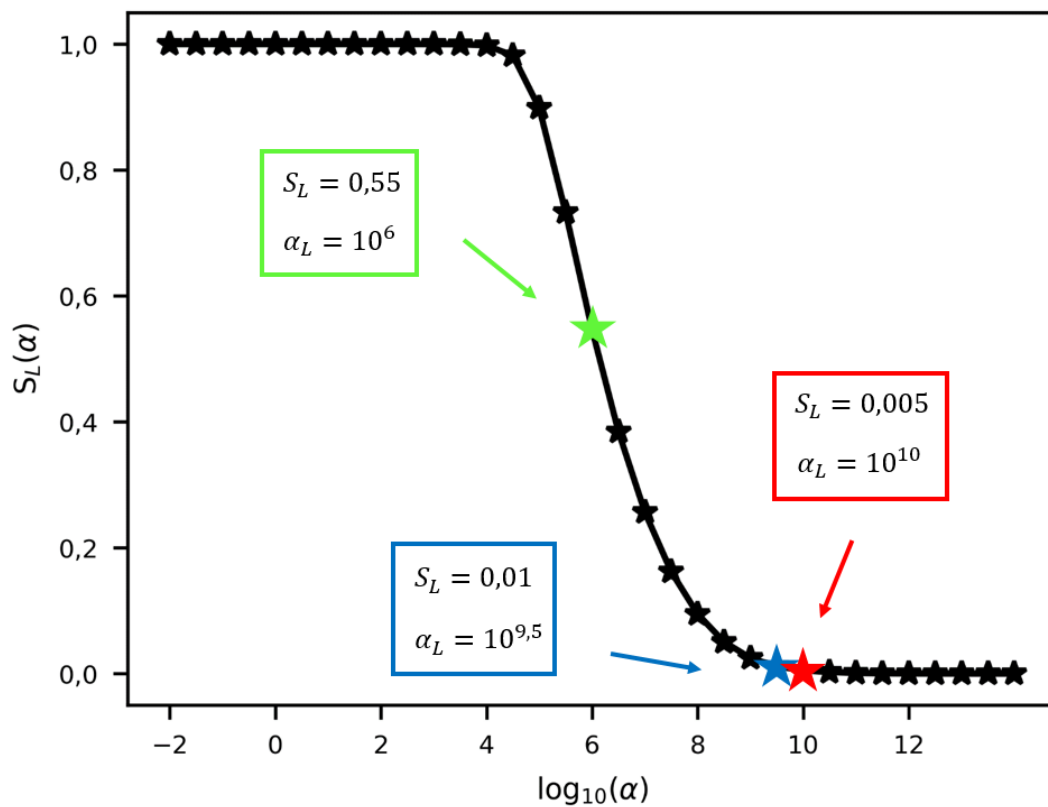
**Figura 39:** Mapas de estimativas da posição da fonte (círculos coloridos) para a deconvolução de Euler a) convencional e b) regularizada com  $\alpha_g = 10^{4,4}$  sob o critério  $S_g = 0,70$ . ASA convencional e regularizada com  $\alpha_g = 10^{4,7}$  no plano de fundo dos mapas a) e b), respectivamente. Agrupamento de lineamentos (seta amarela) não mapeados pelo Euler. Linhas sísmicas (linha vermelha tracejada) e limites do CTT (linha vermelha contínua).



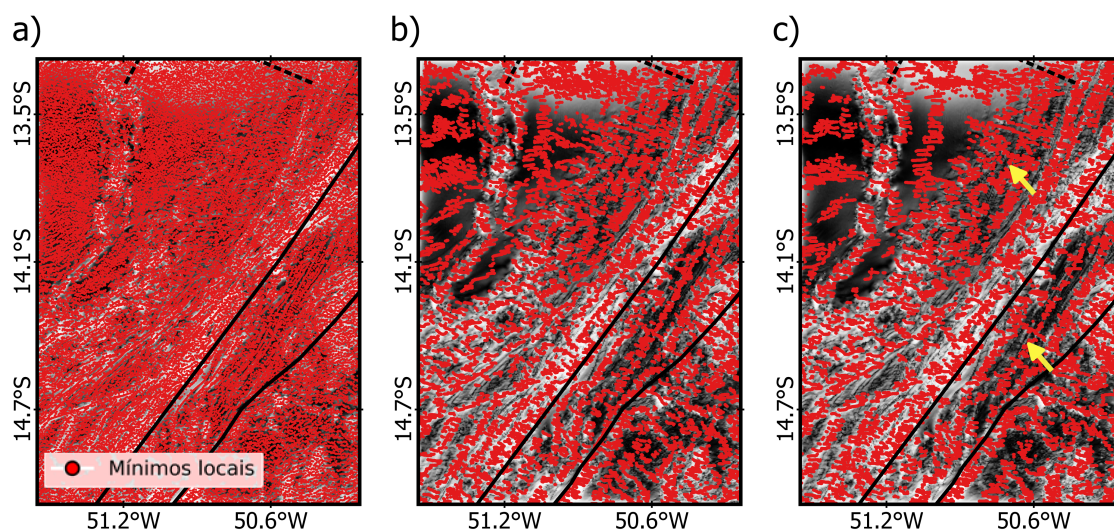
A deconvolução de Euler regularizada (Figura 39b) marca as posições de algumas fontes anômalas observadas na Figura 28, na porção oeste do CTT. Note que tanto o Euler convencional como o regularizado (Figura 39) não mapeiam nitidamente alguns lineamentos magnéticos identificados pela ASA. Os resultados da deconvolução de Euler avaliada com uma baixa dose de regularização sugerem que a maioria das estruturas lineares apresentam diferentes profundidades variando de 270 a 635 m (Figura 39b). Isso é esperado devido à ampla variação de profundidade do topo do embasamento Pré-Cambriano subjacente à Bacia do Bananal, segundo as informações das seções sísmicas exploratórias e do modelo gravimétrico (Figura 29).

### 5.4.3. Posicionamento das Fontes: Laplaciano da ASA

A avaliação do Laplaciano da ASA busca rastrear a continuidade dos lineamentos sutis fracamente mapeados pela ASA e pela ISA, bem como as inferências de localização das fontes obtidas pela deconvolução de Euler. Para níveis distintos da função S (Figura 40), os mapas do Laplaciano regularizado da ASA (Figura 41) mostram a distribuição dos respectivos pontos de mínimos. Para  $\alpha_L = 10^6$  ( $S_L = 0,55$ ) (Figura 40), há uma miríade de soluções espúrias que impedem o mapeamento nítido das feições magnéticas lineares (Figura 41a). Uma dose de regularização maior correspondente a  $\alpha_L = 10^{9,5}$  ( $S_L = 0,01$ ) (Figura 40) permite visualizar algumas tendências lineares com mais clareza, todavia ainda existem agrupamentos de mínimos locais inconsistentes, principalmente na porção noroeste do mapa (Figura 41b). Aumentando um pouco mais o grau de regularização para  $\alpha_L = 10^{10}$  ( $S_L = 0,005$ ) (Figura 40), os mínimos errôneos são parcialmente suprimidos, delineando melhor a continuidade dos lineamentos e sua contribuição magnética individual (Figura 41c). Como resultado, o Laplaciano regularizado da ASA (Figura 41c) consegue mapear vários lineamentos magnéticos que não foram identificados claramente pela deconvolução de Euler regularizada (Figura 39b).



**Figura 40:** Função S para o Laplaciano da ASA avaliado para parâmetros de regularização de teste variando de  $10^{-2}$  a  $10^{14}$  sob uma progressão geométrica com razão  $10^{0,5}$ . Três parâmetros de regularização (estrela colorida) associados a diferentes valores da função S.



**Figura 41:** Mapas dos mínimos locais (círculo vermelho) do Laplaciano regularizado da ASA para diferentes valores do parâmetro de regularização: a)  $\alpha_L = 10^6$ , b)  $\alpha_L = 10^{9,5}$  e c)  $\alpha_L = 10^{10}$ . Em c), agrupamento de lineamentos (seta amarela) não mapeados pelo Euler. Linhas sísmicas (linha preta tracejada) e limites do CTT (linha preta contínua). ASA regularizada com  $\alpha_g = 10^{4,7}$  no plano de fundo de todos os mapas.

Os produtos do Laplaciano regularizado da ASA exigiram um alto grau de regularização para uma detecção eficiente dos picos da ASA, ao considerar parâmetros de regularização situados no degrau inferior esquerdo da função S. A seleção de um parâmetro de regularização maior para esta base de dados poderia remover mais mínimos locais inconsistentes, resultando possivelmente na perda de informações sobre a posição das fontes magnéticas. Dependendo do nível de ruído no dado, um parâmetro de regularização adequado pode estar situado no degrau inferior da função S ou próximo a ele. Sendo assim, uma dose de regularização apropriada pode ser identificada quando a distribuição dos picos for nítida o suficiente para mapear as tendências sutis.

## 5.5 Discussão Geral

Os resultados aqui apresentados mostraram que a função  $S$  para as derivadas direcionais fornece informações sobre a perda de amplitude associada à geração de campos transformados com regularização. Para as duas áreas de estudo, o processamento da ASA e ISA regularizadas com  $S = 0,50$  produziu resultados satisfatórios ao aprimorar o mapeamento dos lineamentos magnéticos, atenuar os efeitos espúrios e identificar estruturas fracamente magnéticas. Esses resultados sugerem que apesar da perda de amplitude da derivada regularizada, as principais tendências ainda são mapeadas efetivamente. Nesse caso, o  $S = 0,50$  configurado foi um caso particular e pode ser selecionado outro valor de referência da função  $S$  dependendo do nível de perturbação nos dados para estabelecer uma melhor sintonia entre a amplificação de ruído e a redução de amplitude. Como regra geral, a seleção de um nível da função  $S$  diferente de  $S = 0,50$  pode ser justificada em razão dos objetivos da aplicação dos campos transformados, como a busca pela melhoria da continuidade dos lineamentos e/ou recuperação de tendências geológicas.

Os produtos da deconvolução de Euler para Área II foram gerados com uma dose de regularização incipiente associada a um critério  $S = 0,70$ , selecionado estritamente conforme uma análise das estimativas de profundidade dependente das informações geológicas e geofísicas sobre a área de estudo. Os resultados analisados sugerem que a determinação de profundidades superestimadas está relacionada ao aumento do parâmetro de regularização, responsável pela atenuação intrínseca da amplitude das derivadas regularizadas e pela redução das componentes de maior frequência. O critério utilizado basicamente garantiu que nos locais onde as informações de profundidade são conhecidas, os resultados inferidos pela deconvolução de Euler são validados. Neste estudo, a falta de mais pesquisas e informações independentes bem documentadas dificultou uma análise mais detalhada das inferências de profundidade. Isso geralmente não ocorre em áreas com maior cobertura de dados de poço, variados levantamentos geofísicos e mapeamento geológico da subsuperfície terrestre. O uso de informações externas funciona como um indicador de qualidade das estimativas de

profundidade ou um vínculo de decisão para a escolha adequada do parâmetro de regularização. Como cada base de dados possui particularidades de aquisição e de processamento em uma determinada área de estudo, poderia ser selecionado outro critério da função S levando em consideração o nível de ruído nos dados e o uso de informações independentes disponíveis.

Para o conjunto de dados analisados, as segundas derivadas na avaliação do Laplaciano da ASA exigiram uma alta dose de regularização devido à maior instabilidade no processamento, para um mapeamento satisfatório da continuidade dos lineamentos magnéticos e de tendências gerais. Os resultados demonstraram que apesar do uso de um alto grau de regularização atenuar substancialmente a amplitude do Laplaciano avaliado, o posicionamento dos picos da ASA (conforme mapeado pelos mínimos locais do Laplaciano) não é comprometido ao longo de segmentos e falhas das zonas de cisalhamento. Como o Laplaciano da ASA é mais sensível à identificação de feições magnéticas sutis e apresenta maior resolução, foi possível mapear lineamentos não detectados claramente pela deconvolução de Euler.

# Capítulo 6

## Conclusões

Este trabalho apresentou um procedimento gráfico que permite selecionar parâmetros de regularização adequados para diferentes transformações do campo potencial, resultando em produtos com maior razão sinal-ruído. O conceito teórico desse procedimento se baseou na construção gráfica de uma função  $S$  gerada pela normalização da norma  $L_2$  dos respectivos campos transformados avaliados para um conjunto de parâmetros de regularização de teste. Simulações numéricas validaram a formulação analítica da derivada horizontal de ordem superior regularizada que produziu uma aproximação razoável para a derivada verdadeira. Para melhor visualização em mapa, a derivada horizontal de segunda ordem exigiu uma alta dose de regularização para mapear os gradientes do sinal sobre a fonte magnética. Testes sintéticos e aplicações em dados reais mostraram que o critério  $S = 0,50$  foi eficiente nos processamentos em malha com derivadas de primeira ordem, aprimorando a continuidade de múltiplos lineamentos magnéticos com diferentes direções e recuperando feições geológicas sutis.

As aplicações com a deconvolução de Euler sugerem que não é necessário regularizar as derivadas da anomalia em dados com baixo nível de ruído, entretanto, a regularização pode ser imprescindível em dados com alto nível de perturbação para determinação de profundidades confiáveis. Nesse caso, o parâmetro de regularização pode ser ajustado com base em informações independentes disponíveis sobre a profundidade das fontes, seja invalidando inferências irrealistas de profundidade acima da superfície do solo ou em marcadores estratigráficos

(a profundidade do embasamento, por exemplo) para posicionar as fontes magnéticas mais antigas. Operações com derivadas de segunda ordem exigiram uma alta dose de regularização em aplicações direcionadas ao mapeamento dos gradientes do sinal sobre as fontes anômalas e à identificação dos lineamentos magnéticos. A escolha de um parâmetro de regularização apropriado para o Laplaciano da ASA depende da amplificação de ruído e pode ser ajustada quando a distribuição dos picos da ASA for nítida o suficiente para mapear as contribuições individuais das tendências magnéticas. No geral, a seleção adequada do critério da função S depende do nível de ruído nos dados e do objetivo da aplicação geofísica (estimativa de profundidade ou detecção de localização das fontes), honrando o compromisso entre a suavidade e as propriedades físicas do sinal de entrada.

# Referências Bibliográficas

Abedi, M., Gholami, A., & Norouzi, G., 2013. A stable downward continuation of airborne magnetic data: a case study for mineral prospectivity mapping in central Iran, *Computers & Geosciences*, **52**, 269–280.

Abedi, M., Gholami, A., & Norouzi, G., 2014. A new stable downward continuation of airborne magnetic data based on Wavelet deconvolution, *Near Surface Geophysics*, **12**(6), 751–762.

Almeida, F. F. M., Hasui, Y., Brito Neves, B. B., & Fuck, R. A., 1977. Províncias estruturais brasileiras, *Simpósio de Geologia do Nordeste*, **8**(1977), 363–391.

Almeida, F. F. M., Hasui, Y., Brito Neves, B. B., & Fuck, R. A., 1981. Brazilian structural provinces: an introduction, *Earth-Science Reviews*, **17**(1-2), 1–29.

An-Guo, C., Tao-Fa, Z., Dong-Jia, L., & Shu, Z., 2017. Application of an enhanced theta-based filter for potential field edge detection: a case study of the Luzong ore district, *Chinese Journal of Geophysics*, **60**(2), 203–218.

Anzengruber, S. W. & Ramlau, R., 2009. Morozov's discrepancy principle for Tikhonov-type functionals with nonlinear operators, *Inverse Problems*, **26**(2), 025001.

Araújo Filho, J. O., 1999. *Structural characteristics and tectonic evolution of the Pirineus Syntaxis, central Brazil*, Unpublished Phd Thesis, University of Illinois, Urbana-Champaign, 418.

Araújo Filho, J. O., 2000. The Pirineus Syntaxis: an example of the intersection of two



- Brasiliano fold-thrust belts in central Brazil and its implications for the tectonic evolution of western Gondwana, *Revista Brasileira de Geociências*, **30**(1), 144–148.
- Araújo Filho, J. O. & Kuyumjian, R. M., 1996. Regional distribution and structural control of the gold occurrences/deposits in the Goiás Massif and Brasília Belt, *Brazilian Journal of Geology*, **26**(2), 109–112.
- Aster, R. C., Borchers, B., & Thurber, C. H., 2013. *Parameter estimation and inverse problems*, p. 377, Academic Press, 2nd edn.
- Baniamerian, J., Liu, S., & Abbas, M. A., 2018. Stable computation of the vertical gradient of potential field data based on incorporating the smoothing filters, *Pure and Applied Geophysics*, **175**, 2785–2806.
- Barbosa, O., Helmbold, R., Andrade Ramos, J. R., & Andrade Gomes, F., 1966. *Geologia estratigráfica, estrutural e econômica da área do Projeto Araguaia*, vol. 19, pp. 1–94, DNPM (Monografia DGM 18/19).
- Barbosa, V. C. F., Silva, J. B. C., & Medeiros, W. E., 1999. Stability analysis and improvement of structural index estimation in Euler deconvolution, *Geophysics*, **64**(1), 48–60.
- Barbosa, V. C. F., Silva, J. B. C., & Medeiros, W. E., 2000. Making Euler deconvolution applicable to small ground magnetic surveys, *Journal of Applied Geophysics*, **43**(1), 55–68.
- Bastani, M. & Pedersen, L. B., 2001. Automatic interpretation of magnetic dike parameters using the analytical signal technique, *Geophysics*, **66**(2), 551–561.
- Blakely, R. J., 1996. *Potential theory in gravity and magnetic applications*, p. 461, Cambridge University Press, 2nd edn.
- Briggs, I. C., 1974. Machine contouring using minimum curvature, *Geophysics*, **39**(1), 39–48.
- Campos, L. M., Toledo, C. L. B., Silva, A. M., Ducart, D. F., Santos, B. A., Campos, M. P., & Borges, C. C. A., 2022. The hydrothermal footprint of the Crixás deposit: new vectors for orogenic gold exploration in central Brazil, *Ore Geology Reviews*, **146**, 104925.

- Cavalcante, F. L., Mendonça, C. A., Ofterdinger, U. S., & Souza Filho, O. A., 2020. Well productivity in the Ponta Grossa dike swarm, Brazil: an integrated study with magnetic data inversion and clustering analysis of model solutions, *Journal of Hydrology*, **588**, 125079.
- Cevallos, C., 2014. Automatic generation of 3D geophysical models using curvatures derived from airborne gravity gradient data, *Geophysics*, **79**(5), G49–G58.
- Cooper, G. R. J., 2006. Interpreting potential field data using continuous wavelet transforms of their horizontal derivatives, *Computers & Geosciences*, **32**(7), 984–992.
- Cooper, G. R. J., 2014. Reducing the dependence of the analytic signal amplitude of aeromagnetic data on the source vector direction, *Geophysics*, **79**(4), J55–J60.
- Cooper, G. R. J., 2020. An improved terracing algorithm for potential-field data, *Geophysics*, **85**(5), G109–G113.
- Cooper, G. R. J., 2021. Amplitude-balanced curvatures of geophysical data, *Arabian Journal of Geosciences*, **14**(4), 280.
- Cooper, G. R. J. & Cowan, D. R., 2006. Enhancing potential field data using filters based on the local phase, *Computers & Geosciences*, **32**(10), 1585–1591.
- Cooper, G. R. J. & Cowan, D. R., 2008. Edge enhancement of potential-field data using normalized statistics, *Geophysics*, **73**(3), H1–H4.
- Cooper, G. R. J. & Cowan, D. R., 2009. Terracing potential field data, *Geophysical Prospecting*, **57**(6), 1067–1071.
- Cordani, U. G., Brito Neves, B. B., & Thomaz Filho, A., 2009. Estudo preliminar de integração do Pré-Cambriano com os eventos tectônicos das bacias sedimentares brasileiras (Atualização), *Boletim de Geociências da Petrobrás*, **17**(1), 205–219.
- Cordani, U. G., Pimentel, M. M., Araújo, C. E. G., Basei, M. A. S., Fuck, R. A., & Girardi, V. A. V., 2013a. Was there an Ediacaran Clymene ocean in central South America?, *American Journal of Science*, **313**(6), 517–539.

- Cordani, U. G., Pimentel, M. M., Araújo, C. E. G., & Fuck, R. A., 2013b. The significance of the Transbrasiliano-Kandi tectonic corridor for the amalgamation of West Gondwana, *Brazilian Journal of Geology*, **43**(3), 583–597.
- Cordell, L. & McCafferty, A. E., 1989. A terracing operator for physical property mapping with potential field data, *Geophysics*, **54**(5), 621–634.
- Cunha, F. M. B., 1986. *Evolução paleozóica da Bacia do Parnaíba e sua arcabouço tectônico*, Dissertação de Mestrado, Instituto Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 107.
- Curto, J. B., Vidotti, R. M., Fuck, R. A., Blakely, R. J., Alvarenga, C. J. S., & Dantas, E. L., 2014. The tectonic evolution of the Transbrasiliano Lineament in northern Paraná Basin, Brazil, as inferred from aeromagnetic data, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **119**(3), 1544–1562.
- Dantas, E. L., Fuck, R. A., Oliveira, C. G., Araújo Filho, J. O., Frasca, A. A. S., Roig, H. L., Almeida, T., Vidotti, R. M., Soares, J. E. P., & Praxedes, I. F., 2013. *Compartimentação tectônica e cinemática da porção NE da Província Tocantins*, vol. 1.
- Delgado, I. M., Souza, J. D., Silva, L. C., Silveira Filho, N. C., Santos, R. A., Pedreira, A. J., Guimarães, J. T., Angelim, L. A., Vasconcelos, A. M., Gomes, I. P., Lacerda Filho, J. V., Valente, C. R., Perrota, M. M., & Heinick, C. A., 2003. Província Tocantins, *Geologia, Tectônica e Recursos Minerais do Brasil: Rio de Janeiro, CPRM*, pp. 281–292.
- Della Giustina, M. E. S., Pimentel, M. M., Ferreira Filho, C. F., & Hollanda, M. H. B. M., 2011. Dating coeval mafic magmatism and ultrahigh temperature metamorphism in the Anápolis–Itaçu Complex, central Brazil, *Lithos*, **124**(1-2), 82–102.
- Dickson, N. E. M., Comte, J.-C., McKinley, J., & Ofterdinger, U., 2014. Coupling ground and airborne geophysical data with upscaling techniques for regional groundwater modeling of heterogeneous aquifers: case study of a sedimentary aquifer intruded by volcanic dykes in Northern Ireland, *Water Resources Research*, **50**(10), 7984–8001.

- Dong, J., Zhang, G., Zhang, Z., Geng, Y., & Wang, J., 2018. Inverse problem solution and regularization parameter selection for current distribution reconstruction in switching arcs by inverting magnetic fields, *Mathematical Problems in Engineering*, **2018**, 1–11.
- Doo, W.-B., Hsu, S.-K., & Yeh, Y.-C., 2007. A derivative-based interpretation approach to estimating source parameters of simple 2D magnetic sources from Euler deconvolution, the analytic-signal method and analytical expressions of the anomalies, *Geophysical Prospecting*, **55**(2), 255–264.
- Du, W. & Zhang, Y., 2021. The calculation of high-order vertical derivative in gravity field by Tikhonov regularization iterative method, *Mathematical Problems in Engineering*, **2021**, 1–13.
- Fairhead, J. D. & Maus, S., 2003. CHAMP satellite and terrestrial magnetic data help define the tectonic model for South America and resolve the lingering problem of the pre-break-up fit of the South Atlantic Ocean, *The Leading Edge*, **22**(8), 779–783.
- Fairhead, J. D., Bennett, K. J., Gordon, D. R. H., & Huang, D., 1994. Euler: beyond the “black box”, in *SEG Technical Program Expanded Abstracts 1994*, pp. 422–424, Society of Exploration Geophysicists.
- Ferreira, F. J. F., Souza, J., Bongiolo, A. B. S., & Castro, L. G., 2013. Enhancement of the total horizontal gradient of magnetic anomalies using the tilt angle, *Geophysics*, **78**(3), J33–J41.
- Filgueiras, B. C., 2015. *Depósito vulcanogênico polimetálico (Zn, Pb, Cu±(Ag-Bi)) Artulândia, Arco Magmático Paleoproterozóico Campinorte, Brasil Centra*, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Instituto de Geociências, Brasília, 122.
- Florio, G., Fedi, M., & Pašteka, R., 2006. On the application of Euler deconvolution to the analytic signal, *Geophysics*, **71**(6), L87–L93.
- Florio, G., Fedi, M., & Pašteka, R., 2014. On the estimation of the structural index from low-pass filtered magnetic data, *Geophysics*, **79**(6), J67–J80.

- Fonseca, M. A., Dardenne, M. A., & Uhlein, A., 1995. Faixa Brasília setor setentrional: estilos estruturais e arcabouço tectônico., *Revista Brasileira de Geociências*, **25**(4), 267–278.
- Fuck, R. A., Pimentel, M. M., & Silva, L. J. H. D., 1994. Compartimentação tectônica da porção oriental da Província Tocantins, in *XXXVIII Congresso Brasileiro de Geologia*, vol. 38, pp. 215–216, Balneário Camboriú. Boletim de Resumos Expandidos. Florianópolis: Sociedade Brasileira de Geologia.
- Fuck, R. A., Dantas, E. L., Pimentel, M. M., Botelho, N. F., Junges, S. L., Hollanda, M. H. B. M., Moraes, R., & Armstrong, R., 2002. Crosta continental paleoproterozoica no embasamento da porção norte da Faixa Brasília: novos dados Sm-Nd e U-Pb, in *Sociedade Brasileira de Geofísica, Congresso Brasileiro de Geologia. João Pessoa, Anais*, p. 308.
- Gang, Y. & Lin, Z., 2018. An improved stable downward continuation of potential fields using a truncated Taylor series and regularized vertical derivatives method, *Journal of Geophysics and Engineering*, **15**(5), 2001–2008.
- Gerovska, D. & Araúzo-Bravo, M. J., 2003. Automatic interpretation of magnetic data based on Euler deconvolution with unprescribed structural index, *Computers & Geosciences*, **29**(8), 949–960.
- Gerovska, D. & Araúzo-Bravo, M. J., 2006. Calculation of magnitude magnetic transforms with high centricity and low dependence on the magnetization vector direction, *Geophysics*, **71**(5), I21–I30.
- Gerovska, D. & Stavrev, P., 2006. Magnetic data analysis at low latitudes using magnitude transforms, *Geophysical Prospecting*, **54**(1), 89–98.
- Gerovska, D., Araúzo-Bravo, M. J., & Stavrev, P., 2004. Determination of the parameters of compact ferro-metallic objects with transforms of magnitude magnetic anomalies, *Journal of Applied Geophysics*, **55**(3-4), 173–186.
- Glasko, V. B., Litvinenko, O. K., & Melikhov, V. R., 1970. Possibilities of regularizing algo-

rithms for continuation of potential functions close to source masses, *Prikladnaya Geofizika (Applied Geophysics)*, **60**, 142–157.

Golub, G. H., Heath, M., & Wahba, G., 1979. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter, *Technometrics*, **21**(2), 215–223.

Guimarães, S. N. P., Vieira, F. P., & Hamza, V. M., 2022. Thermal and magnetic context of central Brazil structures: a study of magnetic lineaments in the central portion of the Transbrasiliano Lineament and adjacent regions, *Brazilian Journal of Geophysics*, **39**(3), 413–424.

Hales, F. W., 1981. Anomalias magnéticas de origem profunda na fossa do Araguaia e no Pantanal: suas implicações geológicas, *Mineração e Metalurgia*, **44**(425), 24–30.

Haney, M., Johnston, C., Li, Y., & Nabighian, M., 2003. Envelopes of 2D and 3D magnetic data and their relationship to the analytic signal: preliminary results, in *73rd Annual International Meeting Expanded Abstracts. Society of Exploration Geophysicists*, pp. 592–595, OnePetro.

Hansen, P. C., 1994. Regularization tools: a Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems, *Numerical Algorithms*, **6**(1), 1–35.

Hansen, P. C., 1998. *Rank-deficient and discrete ill-posed problems: numerical aspects of linear inversion*, p. 263, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1st edn.

Hansen, P. C., 2007. Regularization tools version 4.0 for Matlab 7.3, *Numerical Algorithms*, **46**, 189–194.

Hansen, P. C. & O’Leary, D. P., 1993. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems, *SIAM Journal on Scientific Computing*, **14**(6), 1487–1503.

Hinze, W. J., Von Frese, R. R. B., Von Frese, R., & Saad, A. H., 2013. *Gravity and magnetic exploration: principles, practices, and applications*, p. 525, Cambridge University Press, 1st edn.

Karcol, R. & Pašteka, R., 2020. The combination of the regularized operators for horizontal/vertical differentiation and downward continuation in potential fields interpretation, *Journal of Applied Geophysics*, **182**, 104188.

Karcol, R. & Pašteka, R., 2021. Functional approach to the search for the quasioptimal value of the regularization parameter in downward continuation of potential fields, *Geophysics*, **86**(5), G69–G76.

Keating, P. & Pilkington, M., 2004. Euler deconvolution of the analytic signal and its application to magnetic interpretation, *Geophysical Prospecting*, **52**(3), 165–182.

Kreyszig, E., Kreyszig, H., & Norminton, E. J., 2011. *Advanced engineering mathematics*, p. 1283, John Wiley & Sons, Inc., 10th edn.

Lasa Engenharia e Prospecções, 2006. Relatório final do levantamento e processamento dos dados magnetométricos e gamaespectométricos – levantamento aerogeofísico do estado de Goiás – 3ª etapa. Texto técnico, Convênio SGM/MME/CPRM – SIC/SGM/FUNMINERAL, p. 138.

Laux, J. H., Pimentel, M. M., Dantas, E. L., Armstrong, R., & Junges, S. L., 2005. Two Neoproterozoic crustal accretion events in the Brasília Belt, central Brazil, *Journal of South American Earth Sciences*, **18**(2), 183–198.

Leão-Santos, M., Li, Y., & Moraes, R., 2015. Application of 3D magnetic amplitude inversion to iron oxide-copper-gold deposits at low magnetic latitudes: a case study from Carajás Mineral Province, Brazil, *Geophysics*, **80**(2), B13–B22.

Lee, M., Morris, W., Leblanc, G., & Harris, J., 2013. Curvature analysis to differentiate magnetic sources for geologic mapping, *Geophysical Prospecting*, **61**, 572–585.

Li, X., 2006. Understanding 3D analytic signal amplitude, *Geophysics*, **71**(2), L13–L16.

Li, X., 2015. Curvature of a geometric surface and curvature of gravity and magnetic anomalies, *Geophysics*, **80**(1), G15–G26.

- Li, Y., Devriese, S. G. R., Krahenbuhl, R. A., & Davis, K., 2013. Enhancement of magnetic data by stable downward continuation for UXO application, *IEEE transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **51**(6), 3605–3614.
- Lima, I. F., Pierosan, R., Barros, M. A. d. S., Rubert, R. R., Sommer, C. A., & Okuno, D. I. d. A., 2020. The 1.88 Ga Uatumã Magmatism in the Serra dos Magalhães region: petrology and implications to the extension of the south-eastern edge of the Amazonian Craton, *Brazilian Journal of Geology*, **51**.
- Lima, T. P. C., Sá, E. F. J., Lins, F. A. P. L., Antunes, A. F., & Moreira, J. A. M., 2017. Gravity and magnetic signature of the Transbrasiliano lineament in the east-central portion of the Parnaíba Basin, northeastern Brazil, *Brazilian Journal of Geophysics*, **35**, 15–26.
- Ma, G. & Du, X., 2012. An improved analytic signal technique for the depth and structural index from 2D magnetic anomaly data, *Pure and Applied Geophysics*, **169**, 2193–2200.
- MacLeod, I. N., Jones, K., & Dai, T. F., 1993. 3-D analytic signal in the interpretation of total magnetic field data at low magnetic latitudes, *Exploration Geophysics*, **24**(4), 679–688.
- Mantovani, M. S. M., Shukowsky, W., Freitas, S. R. C., & Neves, B. B. B., 2005. Lithosphere mechanical behavior inferred from tidal gravity anomalies: a comparison of Africa and South America, *Earth and Planetary Science Letters*, **230**(3-4), 397–412.
- Martins-Ferreira, M. A. C. & Rodrigues, S. W. O., 2021. Field guide to RODS in the Pireneus Syntaxis, central Brazil, *Structural Geology and Tectonics Field Guidebook—Volume 1*, pp. 221–264.
- Melo, F. F. & Barbosa, V. C. F., 2017. Correct structural index defined by base level estimates in Euler deconvolution, in *15th International Congress of the Brazilian Geophysical Society & EXPOGEF, Rio de Janeiro, Brazil, 31 July-3 August 2017*, pp. 1086–1091, Brazilian Geophysical Society.
- Melo, F. F. & Barbosa, V. C. F., 2018. Correct structural index in Euler deconvolution via base-level estimates, *Geophysics*, **83**(6), J87–J98.



- Melo, F. F. & Barbosa, V. C. F., 2020. Reliable Euler deconvolution estimates throughout the vertical derivatives of the total-field anomaly, *Computers & Geosciences*, **138**, 104436.
- Melo, F. F., Barbosa, V. C. F., Uieda, L., Oliveira Jr., V. C., & Silva, J. B. C., 2013. Estimating the nature and the horizontal and vertical positions of 3D magnetic sources using Euler deconvolution, *Geophysics*, **78**(6), J87–J98.
- Mendonça, C. A., Pareschi Soares, W., & Lisbona Cavalcante, F., 2019. Annihilator transform for magnetic lineaments removal in dike swarms, *Geophysics*, **84**(4), J31–J41.
- Miller, H. G. & Singh, V., 1994. Potential field tilt - a new concept for location of potential field sources, *Journal of Applied Geophysics*, **32**(2-3), 213–217.
- Minty, B. R. S., 1991. Simple micro-levelling for aeromagnetic data, *Exploration Geophysics*, **22**(4), 591–592.
- Molina, E. C., 1990. *Modelo crustal da Faixa Araguaia a partir de dados gravimétricos*, Dissertação de Mestrado em Geofísica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 101.
- Morozov, V. A., 1966. On the solution of functional equations by the method of regularization, in *Doklady Akademii Nauk*, vol. 167, pp. 510–512, Russian Academy of Sciences.
- Mushayandebvu, M. F., Lesur, V., Reid, A. B., & Fairhead, J. D., 2004. Grid Euler deconvolution with constraints for 2D structures, *Geophysics*, **69**(2), 489–496.
- Nabighian, M. N., 1972. The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: its properties and use for automated anomaly interpretation, *Geophysics*, **37**(3), 507–517.
- Nabighian, M. N., 1974. Additional comments on the analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section, *Geophysics*, **39**(1), 85–92.
- Nabighian, M. N., 1984. Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transforms: Fundamental relations, *Geophysics*, **49**(6), 780–786.

- Nabighian, M. N., Grauch, V. J. S., Hansen, R. O., LaFehr, T. R., Li, Y., Peirce, J. W., Phillips, J. D., & Ruder, M. E., 2005. The historical development of the magnetic method in exploration, *Geophysics*, **70**(6), 33ND–61ND.
- Naprstek, T. & Smith, R. S., 2019. A new method for interpolating linear features in aeromagnetic data, *Geophysics*, **84**(3), JM15–JM24.
- Nuamah Daniel, O. B. & Tandoh Kingsley, K., 2020. Application of 3D Euler Deconvolution and 2D inverse modelling to basin depth estimation, the case of the Keta basin, Ghana, *NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics*, **9**(1), 393–401.
- Oliveira, D. C. & Mohriak, W. U., 2003. Jaibaras trough: an important element in the early tectonic evolution of the Parnaíba interior sag basin, Northern Brazil, *Marine and Petroleum geology*, **20**(3-4), 351–383.
- Oliveira, S. P. & Pham, L. T., 2022. A stable finite difference method based on upward continuation to evaluate vertical derivatives of potential field data, *Pure and Applied Geophysics*, pp. 1–12.
- Oruç, B. & Selim, H. H., 2011. Interpretation of magnetic data in the Sinop area of Mid Black Sea, Turkey, using tilt derivative, Euler deconvolution, and discrete wavelet transform, *Journal of Applied Geophysics*, **74**(4), 194–204.
- Pal, S. K., Vaish, J., Kumar, S., Priyam, P., Bharti, A. K., & Kumar, R., 2017. Downward continuation and tilt derivative of magnetic data for delineation of concealed coal fire in East Basuria Colliery, Jharia coal field, India, *Journal of Earth System Science*, **126**, 1–17.
- Pašteka, R. & Richter, P., 2002. A simple approach to regularized gradients calculation in gravimetry and magnetometry, in *64th EAGE Conference & Exhibition*, pp. cp–5, European Association of Geoscientists & Engineers.
- Pašteka, R. & Richter, P., 2005. Improvement of the Euler deconvolution algorithm by means of the introduction of regularized derivatives, *Contributions to Geophysics and Geodesy*, **35**(1), 1–18.

- Pašteka, R., Richter, F. P., Karcol, R., Brazda, K., & Hajach, M., 2009. Regularized derivatives of potential fields and their role in semi-automated interpretation methods, *Geophysical Prospecting*, **57**(4), 507–516.
- Pašteka, R., Karcol, R., Kušnirák, D., & Mojzeš, A., 2012. REGCONT: a Matlab based program for stable downward continuation of geophysical potential fields using Tikhonov regularization, *Computers & Geosciences*, **49**, 278–289.
- Pašteka, R., Kušnirák, D., & Karcol, R., 2018. Matlab tool REGCONT2: effective source depth estimation by means of Tikhonov's regularized downwards continuation of potential fields, *Contributions to Geophysics and Geodesy*, **48**(3), 231–254.
- Pham, L. T., Oksum, E., & Do, T. D., 2019a. Edge enhancement of potential field data using the logistic function and the total horizontal gradient, *Acta Geodaetica et Geophysica*, **54**(1), 143–155.
- Pham, L. T., Oksum, E., Do, T. D., Le-Huy, M., Vu, M. D., & Nguyen, V. D., 2019b. LAS: a combination of the analytic signal amplitude and the generalised logistic function as a novel edge enhancement of magnetic data, *Contributions to Geophysics & Geodesy*, **49**(4), 425–440.
- Phillips, J. D., 1992. TERRACE: a terracing procedure for gridded data, with Fortran programs, and VAX command procedure, Unix C-Shell, and DOS batch file implementations, Tech. rep., US Geological Survey: Books and Open-File Reports Section [distributor].
- Pimentel, M. M., 2016. The tectonic evolution of the Neoproterozoic Brasília Belt, central Brazil: a geochronological and isotopic approach, *Brazilian Journal of Geology*, **46**, 67–82.
- Pimentel, M. M., Fuck, R. A., & Silva, L. J. H. D., 1996. Dados Rb-Sr e Sm-Nd da região de Jussara-Goiás-Mossâmedes (GO), e o limite entre terrenos antigos do Maciço de Goiás e o Arco Magmático de Goiás, *Brazilian Journal of Geology*, **26**(2), 61–70.
- Pimentel, M. M., Fuck, R. A., & Botelho, N. F., 1999. Granites and the geodynamic history of the Neoproterozoic Brasília Belt, central Brazil: a review, *Lithos*, **46**(3), 463–483.

- Pimentel, M. M., Fuck, R. A., Jost, H., Ferreira Filho, C. F., & Araújo, S. M., 2000. The basement of the Brasília Fold Belt and the Goiás Magmatic Arc, *Tectonic Evolution of South America*, **31**, 195–229.
- Pimentel, M. M., Jost, H., Fuck, R. A., Armstrong, R. A., Dantas, E. L., & Potrel, A., 2003. Neoproterozoic anatexis of 2.9 Ga old granitoids in the Goiás-Crixás Archean Block, central Brazil: evidence from new SHRIMP U-Pb data and Sm-Nd isotopes, *Geologia USP. Série Científica*, **3**, 1–12.
- Pimentel, M. M., Rodrigues, J. B., DellaGiustina, M. E. S., Junges, S., Matteini, M., & Armstrong, R., 2011. The tectonic evolution of the Neoproterozoic Brasília Belt, central Brazil, based on SHRIMP and LA-ICPMS U–Pb sedimentary provenance data: a review, *Journal of South American Earth Sciences*, **31**(4), 345–357.
- Piuzana, D., Pimentel, M. M., Fuck, R. A., & Armstrong, R., 2003. Neoproterozoic granulite facies metamorphism and coeval granitic magmatism in the Brasília Belt, central Brazil: regional implications of new SHRIMP U–Pb and Sm–Nd data, *Precambrian Research*, **125**(3-4), 245–273.
- Qi-Nian, J., 1999. Applications of the modified discrepancy principle to Tikhonov regularization of nonlinear ill-posed problems, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, **36**(2), 475–490.
- Ramos, V. A., Vujovich, G., Martino, R., & Otamendi, J., 2010. Pampia: a large cratonic block missing in the Rodinia supercontinent, *Journal of Geodynamics*, **50**(3-4), 243–255.
- Ravat, D., 1996. Analysis of the Euler method and its applicability in environmental magnetic investigations, *Journal of Environmental and Engineering Geophysics*, **1**(3), 229–238.
- Reid, A. B. & Thurston, J. B., 2014. The structural index in gravity and magnetic interpretation: errors, uses, and abuses, *Geophysics*, **79**(4), J61–J66.
- Reid, A. B., Allsop, J. M., Granser, H., Millett, A. J., & Somerton, I. W., 1990. Magnetic interpretation in three dimensions using Euler deconvolution, *Geophysics*, **55**(1), 80–91.

- Reid, A. B., Ebbing, J., & Webb, S. J., 2014. Avoidable Euler errors – the use and abuse of Euler deconvolution applied to potential fields, *Geophysical Prospecting*, **62**(5), 1162–1168.
- Richter, P. & Pašteka, R., 2003. Influence of norms on calculation of regularized derivatives in geophysics, *Contributions to Geophysics and Geodesy*, **33**(1), 1–16.
- Roberts, A., 2001. Curvature attributes and their application to 3D interpreted horizons, *First Break*, **19**(2), 85–100.
- Roest, W. R., Verhoef, J., & Pilkington, M., 1992. Magnetic interpretation using the 3-D analytic signal, *Geophysics*, **57**(1), 116–125.
- Salawu, N. B., Fatoba, J. O., Adebisi, L. S., Ajadi, J., Saleh, A., & Dada, S. S., 2020. Aeromagnetic and remote sensing evidence for structural framework of the middle Niger and Sokoto basins, Nigeria, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **309**, 106593.
- Saleh, S. & Pašteka, R., 2012. Applying the regularized derivatives approach in Euler deconvolution and modeling geophysical data to estimate the deep active structures for the northern Red Sea Rift region, Egypt, *Contributions to Geophysics and Geodesy*, **42**(1), 25.
- Salem, A. & Ravat, D., 2003. A combined analytic signal and Euler method (AN-EUL) for automatic interpretation of magnetic data, *Geophysics*, **68**(6), 1952–1961.
- Salem, A., Ravat, D., Gamey, T. J., & Ushijima, K., 2002. Analytic signal approach and its applicability in environmental magnetic investigations, *Journal of Applied Geophysics*, **49**(4), 231–244.
- Salem, A., Ravat, D., Mushayandevu, M. F., & Ushijima, K., 2004. Linearized least-squares method for interpretation of potential-field data from sources of simple geometry, *Geophysics*, **69**(3), 783–788.
- Salem, A., Williams, S., Fairhead, J. D., Ravat, D., & Smith, R., 2007. Tilt-depth method: a simple depth estimation method using first-order magnetic derivatives, *The Leading Edge*, **26**(12), 1502–1505.

- Salem, A., Williams, S., Fairhead, D., Smith, R., & Ravat, D., 2008. Interpretation of magnetic data using tilt-angle derivatives, *Geophysics*, **73**(1), L1–L10.
- Sandoval, S. A. R., 2016. *Caraterização petrográfica, geoquímica e isotópica do sienito de uruana e suas implicações sobre a gênese do magmatismo sin-tectônico da Faixa Brasília*, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Instituto de Geociências, Brasília, 96.
- Santos, D. F., Silva, J. B. C., Barbosa, V. C. F., & Braga, L. F. S., 2012. Deep-pass: an aeromagnetic data filter to enhance deep features in marginal basins, *Geophysics*, **77**(3), J15–J22.
- Scherzer, O., 1993. The use of Morozov's discrepancy principle for Tikhonov regularization for solving nonlinear ill-posed problems, *Computing*, **51**(1), 45–60.
- Schobbenhaus, C., Ribeiro, C. L., Oliva, L. A., Takanohashi, J. T., Lindenmayer, Z. G., Vasconcelos, J. B., & Orlandi, V., 1975. Texto explicativo. folha goiás sd. 22, in *Carta Geológica do Brasil Milionésimo. Brasília, DNPM*, p. 99.
- Silva, A. C. V. R., 2018a. *Caraterização petrográfica, geoquímica e isotópica do granito Itapuranga na porção central da Faixa Brasília*, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Instituto de Geociências, Brasília, 82.
- Silva, J. B. C. & Barbosa, V. C. F., 2003. 3D Euler deconvolution: theoretical basis for automatically selecting good solutions, *Geophysics*, **68**(6), 1962–1968.
- Silva, J. B. C., Barbosa, V. C. F., & Medeiros, W. E., 2001. Scattering, symmetry, and bias analysis of source-position estimates in Euler deconvolution and its practical implications, *Geophysics*, **66**(4), 1149–1156.
- Silva, L. J. H. D., Oliveira, Í. L., Pohren, C. B., Tanizaki, M. L. N., Carneiro, R. C., Fernandes, G. L. F., & Aragão, P. E., 2011. Coeval perpendicular shortenings in the Brasília Belt: collision of irregular plate margins leading to oroclinal bending in the Neoproterozoic of central Brazil, *Journal of South American Earth Sciences*, **32**(1), 1–13.

- Silva, M. F., 2018b. *Evolução tectônica de rift para margem passiva da Faixa Paraguai*, Tese de Doutorado em Geociências, Instituto de Geociências, Universidade de Brasília, Brasília, 198.
- Silva, M. F., Dantas, E. L., & Vidotti, R. M., 2021. Shortening history of the Neoproterozoic oroclinal bending in Paraguay Belt, central Brazil, based on structural interpretation of field work and high-resolution aerogeophysical data, *Journal of South American Earth Sciences*, **107**, 103043.
- Smith, W. H. F. & Wessel, P., 1990. Gridding with continuous curvature splines in tension, *Geophysics*, **55**(3), 293–305.
- Soares, P. C., Assine, M. L., & Rabelo, L., 1998. The Pantanal Basin: recent tectonics, relationships to the Transbrasiliano Lineament, in *Anais IX Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto*, pp. 459–469, Citeseer.
- Sousa, E. M. D., 2017. *Arcabouço estrutural da porção sul da Bacia do Bananal e reativações transbrasilianas*, Dissertação de Mestrado em Geofísica Aplicada, Instituto de Geociências, Universidade de Brasília, Brasília, 89.
- Souza, J. P. G., Leão-Santos, M. H., Oliveira Freitas, C., Matos, F. M. V., & Carvalho, D. L. O., 2015. Applicability of standard Euler deconvolution, modeling, and amplitude magnetic data inversion in Greenfield programs: the Leite target case study, Carajás Mineral Province, Brazil, *Interpretation*, **3**(3), T131–T143.
- Srivastava, S. & Agarwal, B. N. P., 2010. Inversion of the amplitude of the two-dimensional analytic signal of the magnetic anomaly by the particle swarm optimization technique, *Geophysical Journal International*, **182**(2), 652–662.
- Stavrev, P. & Gerovska, D., 2000. Magnetic field transforms with low sensitivity to the direction of source magnetization and high centricity, *Geophysical Prospecting*, **48**(2), 317–340.

- Stavrev, P. & Reid, A., 2007. Degrees of homogeneity of potential fields and structural indices of Euler deconvolution, *Geophysics*, **72**(1), L1–L12.
- Stavrev, P., Gerovska, D., & Araúzo-Bravo, M. J., 2009. Depth and shape estimates from simultaneous inversion of magnetic fields and their gradient components using differential similarity transforms, *Geophysical Prospecting*, **57**(4), 707–717.
- Stavrev, P. Y., 1997. Euler deconvolution using differential similarity transformations of gravity or magnetic anomalies, *Geophysical Prospecting*, **45**(2), 207–246.
- Stewart, I. C. F. & Miller, D. T., 2018. Directional tilt derivatives to enhance structural trends in aeromagnetic grids, *Journal of Applied Geophysics*, **159**, 553–563.
- Stickel, J. J., 2010. Data smoothing and numerical differentiation by a regularization method, *Computers & Chemical Engineering*, **34**(4), 467–475.
- Swain, C. J., 1976. A FORTRAN IV program for interpolating irregularly spaced data using the difference equations for minimum curvature, *Computers & Geosciences*, **1**(4), 231–240.
- Thompson, D. T., 1982. EULDPH: A new technique for making computer-assisted depth estimates from magnetic data, *Geophysics*, **47**(1), 31–37.
- Tikhonov, A. N. & Glasko, V. B., 1965. Application of the regularization method in nonlinear problems, *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, **5**(3), 363–373.
- Tikhonov, A. N., Glasko, V. B., Litvinenko, O. K., & Melichov, V. P., 1968. Analytic continuation of a potential in the direction of disturbing masses by the regularization method, *Izvestiya, Earth Physics*, **12**, 30–48.
- Troutman, J. L., 1983. *Variational calculus with elementary convexity*, p. 376, Springer-Verlag, 1st edn.
- Uieda, L., Oliveira Jr., V. C., & Barbosa, V. C. F., 2014. Geophysical tutorial: Euler deconvolution of potential-field data, *The Leading Edge*, **33**(4), 448–450.



- Ussami, N. & Molina, E. C., 1999. Flexural modeling of the Neoproterozoic Araguaia Belt, central Brazil, *Journal of South American Earth Sciences*, **12**(1), 87–98.
- Valente, C. R., 2007. *Controles físicos na evolução das unidades geoambientais da Bacia do Rio Araguaia, Brasil Central*, Tese de Doutorado em Ciências Ambientais, Universidade Federal de Goiás, Goiás, 163.
- Valente, C. R. & Latrubesse, E. M., 2012. Fluvial archive of peculiar avulsive fluvial patterns in the largest Quaternary intracratonic basin of tropical South America: the Bananal Basin, Central-Brazil, *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology*, **356**, 62–74.
- Valeriano, C. M., Pimentel, M. M., Heilbron, M., Almeida, J. C. H., & Trouw, R. A. J., 2008. Tectonic evolution of the Brasília Belt, central Brazil, and early assembly of Gondwana, *Geological Society, London, Special Publications*, **294**(1), 197–210.
- Verduzco, B., Fairhead, J. D., Green, C. M., & MacKenzie, C., 2004. New insights into magnetic derivatives for structural mapping, *The Leading Edge*, **23**(2), 116–119.
- Wahba, G., 1990. *Spline models for observational data*, p. 169, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1st edn.
- Zeng, X., Li, X., Su, J., Liu, D., & Zou, H., 2013. An adaptive iterative method for downward continuation of potential-field data from a horizontal plane, *Geophysics*, **78**(4), J43–J52.
- Zeng, X., Liu, D., Li, X., Chen, D., & Niu, C., 2014. An improved regularized downward continuation of potential field data, *Journal of Applied Geophysics*, **106**, 114–118.
- Zeng, X., Li, X., Jia, W., & Liu, D., 2015. A new regularization method for calculating the vertical derivatives of the potential field, *Chinese Journal of Geophysics (in Chinese)*, **58**(4), 1400–1410.
- Zhang, X., Yu, P., Tang, R., Xiang, Y., & Zhao, C., 2015. Edge enhancement of potential field data using an enhanced tilt angle, *Exploration Geophysics*, **46**(3), 276–283.

# APÊNDICE A

Este apêndice descreve sucintamente as rotinas em Python utilizadas para gerar as figuras 15 e 16 apresentadas na seção 4.2.

## **Link dos programas:**

[https://github.com/janainaanjos/Staircase\\_Function\\_Higher\\_Order\\_Derivatives.git](https://github.com/janainaanjos/Staircase_Function_Higher_Order_Derivatives.git).

## **Arquivos de entrada (pasta *input*):**

- *synthetic\_data.dat*: dados sintéticos da anomalia de campo total disponibilizados por Uieda et al. (2014) no <http://github.com/pinga-lab/paper-tle-euler-tutorial>.

## **Arquivos complementares (pasta *input*):**

- *batholith\_vertices*: coordenadas x e y dos vértices do batólito para exibir os limites da fonte magnética nas figuras.

- *dike\_vertices*: coordenadas x e y dos vértices do dique para exibir os limites da fonte magnética nas figuras.

- *sill\_vertices*: coordenadas x e y dos vértices da soleira para exibir os limites da fonte magnética nas figuras.

## **Parâmetros de entrada:**

- *alpha\_test*: vetor que contém um conjunto de parâmetros de regularização de teste para calcular a função S das derivadas direcionais regularizadas.
- *value\_norm*: valor de referência da função S localizado na inclinação (variação linear) da função S para determinar o parâmetro de regularização associado que será utilizado na avaliação das derivadas regularizadas.
- *inferior\_limit*: valor do limite inferior do intervalo em que a função S apresenta uma variação linear para achar o parâmetro *value\_norm* definido pelo usuário.
- *upper\_limit*: valor do limite superior do intervalo em que a função S apresenta uma variação linear para achar o parâmetro *value\_norm* configurado pelo usuário.

**Códigos:**

- *filtering.py*: rotina constituída de funções que avaliam as derivadas direcionais de ordem superior não regularizadas (Equação 4) e regularizadas (Equações 31, 32 e 35) no domínio do número de onda, calculam a função S (Equações 36 e 37) das derivadas direcionais de ordem superior regularizadas e estimam os parâmetros de regularização localizados na inclinação da função S.
- *synthetic\_data.py*: o programa baixa o arquivo *synthetic\_data.dat* e calcula a função S das derivadas de ordem superior regularizadas, seleciona os parâmetros de regularização e avalia as derivadas de ordem superior não regularizadas e regularizadas usando as funções do *filtering.py*.
- *plot\_figure.py*: rotina que gera as figuras 15 e 16.

**Arquivos de saída (pasta *figures*):** figuras dos dados sintéticos salvas na pasta *figures*. As figuras geradas podem diferir das figuras apresentadas na dissertação de mestrado e podem ser modificadas no código *plot\_figure.py*.

# APÊNDICE B

Este apêndice descreve sucintamente as rotinas em Python utilizadas para gerar as figuras 17 e 18 apresentadas na seção 4.3 e as figuras 29, 30, 31 e 32 apresentadas na seção 5.3.

**Link dos programas:** [https://github.com/janainaanjos/Staircase\\_Function.git](https://github.com/janainaanjos/Staircase_Function.git).

## **Arquivos de entrada (pasta *input*):**

- *synthetic\_data.dat*: dados sintéticos da anomalia de campo total disponibilizados por Uieda et al. (2014) no <http://github.com/pinga-lab/paper-tle-euler-tutorial>.

- *real\_data.dat*: base de dados reais da anomalia de campo total com código 3013, solicitado para fins acadêmicos à Divisão de Geologia e Mineração do Estado de Goiás.

## **Arquivos complementares (pasta *input*):**

- *batholith\_vertices*: coordenadas x e y dos vértices do batólito para exibir os limites da fonte magnética nas figuras.

- *dike\_vertices*: coordenadas x e y dos vértices do dique para exibir os limites da fonte magnética nas figuras.

- *sill\_vertices*: coordenadas x e y dos vértices da soleira para exibir os limites da fonte magnética nas figuras.

**Parâmetros de entrada:**

- *alpha\_test*: vetor que contém um conjunto de parâmetros de regularização de teste para calcular a função S das derivadas direcionais regularizadas.
- *value\_norm*: valor de referência da função S localizado na inclinação (variação linear) da função S para determinar o parâmetro de regularização associado que será utilizado na avaliação das derivadas regularizadas.
- *inferior\_limit*: valor do limite inferior do intervalo em que a função S apresenta uma variação linear para achar o parâmetro *value\_norm* definido pelo usuário.
- *upper\_limit*: valor do limite superior do intervalo em que a função S apresenta uma variação linear para achar o parâmetro *value\_norm* configurado pelo usuário.

**Códigos:**

- *filtering.py*: rotina constituída de funções que avaliam as derivadas direcionais de primeira ordem não regularizadas (Equação 3) e regularizadas (Equações 23, 24 e 33) no domínio do número de onda, calculam a função S (Equações 36 e 37) das derivadas direcionais de primeira ordem regularizadas, estimam os parâmetros de regularização localizados na inclinação da função S e calculam a ASA (Equação 5) e ISA (Equação 6).
- *synthetic\_data.py*: o programa baixa o arquivo *synthetic\_data.dat* e calcula a função S das derivadas de primeira ordem regularizadas, seleciona os parâmetros de regularização e avalia as derivadas de primeira ordem não regularizadas e regularizadas, a ASA e a ISA usando as funções do *filtering.py*.
- *real\_data.py*: o programa baixa o arquivo *real\_data.dat* e calcula a função S das derivadas de primeira ordem regularizadas, seleciona os parâmetros de regularização e avalia as derivadas de primeira ordem não regularizadas e regularizadas, a ASA e a ISA usando as funções do *filtering.py*.

- *plot\_figure.py*: rotina que gera as figuras 17, 18, 29, 30, 31 e 32.

**Arquivos de saída:**

- figuras dos dados sintéticos e dos dados reais salvas na pasta *figures*. As figuras geradas podem diferir das figuras apresentadas na dissertação de mestrado e podem ser modificadas no código *plot\_figure.py*.

- arquivos xyz da ASA e da ISA salvos na pasta *results*.

# APÊNDICE C

## **Análise da regularização da amplitude do sinal analítico 3D para os dados magnéticos**

Resumo expandido apresentado no IX Simpósio Brasileiro de Geofísica da SBGf

**Link de acesso do resumo:** [https://sbgf.org.br/mysbgf/resumos\\_expandidos.php](https://sbgf.org.br/mysbgf/resumos_expandidos.php)

**Local do evento:** Universidade Federal do Paraná, Curitiba

**Data do evento:** 4 a 6 de outubro de 2022



## Análise da regularização da amplitude do sinal analítico 3D para os dados magnéticos

Melo, J.A., USP; Mendonça, C.A., USP; Cavalcante, F.L., USP

Copyright 2022, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica.

Este texto foi preparado para a apresentação no IX Simpósio Brasileiro de Geofísica, Curitiba, 4 a 6 de outubro de 2022. Seu conteúdo foi revisado pelo Comitê Técnico do IX SimBGF, mas não necessariamente representa a opinião da SBGf ou de seus associados. É proibida a reprodução total ou parcial deste material para propósitos comerciais sem prévia autorização da SBGf.

### Abstract

This paper shows the applicability of regularization of the derivatives of the 3D analytical signal amplitude (ASA) to improve edge detection from magnetic sources. The computation of numerical derivatives based on Tikhonov's regularization theory is evaluated in the Fourier domain. This procedure is tested with synthetic data composed of anomalous bodies with different geometric and magnetic properties to study the effect of random noise. In addition, we use the aeromagnetic database from the northeast portion of the state of Goiás characterized by the presence of different patterns of interfering magnetic lineaments. The regularized 3D ASA significantly improved the continuity and delimitation of the linear features and the data quality.

### Introdução

A delimitação lateral das fontes anômalas em subsuperfície é uma etapa essencial na interpretação de dados aeromagnéticos. Uma das técnicas qualitativas amplamente utilizadas para resolver este problema é a amplitude do sinal analítico (ASA). No caso 2D (dados em perfil), esta função simétrica em forma de sino foi definida por Nabighian (1972) como:

$$|\mathbf{A}(x)| = \sqrt{\phi_x^2 + \phi_z^2}, \quad (1)$$

em que  $\phi_x \equiv \phi_x(x)$  e  $\phi_z \equiv \phi_z(x)$  são as derivadas horizontal e vertical de primeira ordem do campo magnético  $\phi(x)$  medido ao longo do eixo  $x$  gerado por uma fonte 2D homogênea alinhada paralelamente ao eixo  $y$ . O ASA 2D é invariante com a direção do vetor de magnetização total e depende do *strike* geológico e do mergulho da fonte magnética (MacLeod et al., 1993). Roest et al. (1992) estenderam o ASA para processamento em malha e o definiram como:

$$|\mathbf{A}(x,y)| = \sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2}, \quad (2)$$

em que  $\phi_y \equiv \phi_y(x,y)$  é a primeira derivada horizontal do campo magnético  $\phi(x,y)$  medido no plano horizontal na superfície ( $z = 0$ ). Estes autores mostraram que as posições dos máximos do ASA 3D tendem a se localizar sobre os corpos magnéticos, indicando os contrastes espaciais de magnetização. No caso 3D (dados em malha), Li (2006) demonstrou que o ASA é sensível à

direção da magnetização total e do campo geomagnético indutor e, em geral, os seus máximos não se posicionam diretamente sobre as bordas de fontes profundas.

O cálculo dos gradientes horizontais e verticais de campos potenciais tende a ser uma operação instável, caracterizando o ASA 3D como um problema mal posto. As derivadas horizontais de primeira ordem podem ser calculadas pelo método de diferenças finitas (Özişik et al., 1994) ou pela transformada rápida de Fourier (Blakely, 1996, p. 324). A derivada vertical é geralmente calculada no domínio da frequência (Blakely, 1996, p. 326), amplificando os conteúdos espectrais de alta frequência como o ruído aleatório e os erros nos dados originais. Desta forma, nós propomos aplicar a abordagem de Pašteka et al. (2009) para regularizar as derivadas numéricas do ASA 3D no domínio de Fourier. A eficiência do procedimento será testada com os dados sintéticos do tutorial do Uieda et al. (2014) e com dados aeromagnéticos da porção nordeste do estado de Goiás.

### Teoria da Regularização das Derivadas

A instabilidade do cálculo das derivadas numéricas configura um problema mal-posto que foi resolvido pela aplicação da teoria de regularização de Tikhonov (Tikhonov & Glasko, 1965), utilizando o filtro da derivada horizontal/vertical regularizada no domínio de Fourier (Pašteka et al., 2009). A regularização de Tikhonov minimiza o funcional de suavização  $Q\{\hat{\phi}, \mu\}$ , composto pela soma de dois funcionais parciais, expresso como:

$$Q\{\hat{\phi}, \mu\} = \int_{x_i}^{x_f} [\phi_x - \hat{\phi}]^2 dx + \mu \int_{x_i}^{x_f} [\hat{\phi}_x]^2 dx, \quad (3)$$

em que  $\phi_x$  é a primeira derivada sem regularização do campo potencial observado (função de entrada)  $\phi(x)$ ,  $\hat{\phi} \equiv \hat{\phi}(x)$  é a função suave (desconhecida) resultante do cálculo da derivada regularizada,  $\mu$  é o parâmetro de regularização de Tikhonov (Aster et al., 2013, p. 94) e  $\hat{\phi}_x \equiv \hat{\phi}_x(x)$  é a primeira derivada de  $\hat{\phi}(x)$ . Os limites do perfil variam entre  $x_i$  e  $x_f$ . O primeiro funcional parcial chamado de funcional de ajuste é a norma Euclidiana da diferença  $\phi_x - \hat{\phi}$  e representa o problema clássico de encontrar a derivada de  $\phi(x)$ . O segundo funcional parcial denominado de funcional regularizador impõe que a norma Euclidiana da derivada da solução estável  $\hat{\phi}_x$  procurada seja mínima. Para encontrar o mínimo do funcional de suavização  $Q\{\hat{\phi}, \mu\}$ , é aplicada a equação de Euler-Lagrange da teoria do cálculo variacional (Troutman, 1983, p. 145)

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\partial Q}{\partial \hat{\phi}_x} \right) - \frac{\partial Q}{\partial \hat{\phi}} = 0, \quad (4)$$



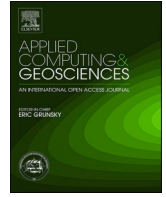
# APÊNDICE D

*Python programs to apply regularized derivatives in the magnetic tilt derivative and gradient intensity data processing: a graphical procedure to choose the regularization parameter*

Artigo publicado na revista *Applied Computing and Geosciences*

**Link de acesso do artigo:** <https://doi.org/10.1016/j.acags.2023.100129>

**Link do programa:** [https://github.com/janainaanjos/Staircase\\_Function.git](https://github.com/janainaanjos/Staircase_Function.git)



# Python programs to apply regularized derivatives in the magnetic tilt derivative and gradient intensity data processing: A graphical procedure to choose the regularization parameter

Janaína Anjos Melo<sup>\*</sup>, Carlos Alberto Mendonça, Yara Regina Marangoni

University of São Paulo, Department of Geophysics, Rua do Matão, 1226, São Paulo, 05508-090, SP, Brazil

## ARTICLE INFO

### Keywords:

Regularized derivative  
Aeromagnetic data  
Regularization parameter  
Staircase function

## ABSTRACT

The Tikhonov regularization parameter is a key parameter controlling the smoothness degree and oscillations of a regularized unknown solution. Usual methods to determine a proper parameter (L-curve or the discrepancy principle, for example) are not readily applicable to the evaluation of regularized derivatives, since this formulation does not make explicit a set of model parameters that are necessary to implement these methods. We develop a procedure for the determination of the regularization parameter based on the graphical construction of a characteristic "staircase" function associated with the  $L_2$ -norm of the regularized derivatives for a set of trial regularization parameters. This function is independent of model parameters and presents a smooth and monotonic variation. The regularization parameters at the upper step (low values) of the "staircase" function provide equivalent results to the non-regularized derivative, the parameters at the lower step (high values) leading to over-smoothed derivatives. For the evaluated data sets, the proper regularization parameter is located in the slope connecting these two flat end-members of the staircase curve, thus balancing noise amplification against the amplitude loss in the transformed fields. A set of Python programs are presented to evaluate the regularization procedure in a well-known synthetic model composed of multiple (bulk and elongated) magnetic sources. This numerical approach also is applied in gridded aeromagnetic data covering high-grade metamorphic terrains of the Anápolis-Itaçu Complex in the Brasília Fold Belt central portion of Tocantins Province, central Brazil, characterized by multiple magnetic lineaments with different directions and intersections which are associated with shear zones, geologic faults, and intrusive bodies. The results obtained from the regularization procedure show efficiency in improving the maps of filtered fields, better tracking the continuity of magnetic lineaments and general geological trends. The results from the application in the Brasília Fold Belt enhance the importance and broader coverage of the Pirineus Zone of High Strain.

## 1. Introduction

The evaluation of first or higher-order derivatives for potential field data occupies a key processing stage in most modern crustal studies and mineral exploration projects using airborne magnetic data. Derivatives are used to enhance subtle anomaly variations from deeper or low-contrasting sources and are the base for automatic approaches using gradient fields. Two examples of these methods are the 3D analytical signal amplitude (ASA) (Roest et al., 1992) and its associated tilt derivative (TDR) (Miller and Singh, 1994). The ASA maxima tend to be located on the top of thin magnetic bodies or in the contact of contrasting magnetic structures. ASA and TDR are effective as edge

detectors, a variety of tilt angles methods with first or higher-order derivatives better discriminating contributions from shallow and deep sources. Some examples of these angle-based edge detectors are known as total horizontal gradient of TDR (Verduzco et al., 2004), theta map method (Wijns et al., 2005), normalized horizontal tilt angle (Cooper and Cowan, 2006), horizontal gradient tilt angle (Ferreira et al., 2013), tilt angle of the first-order vertical derivative of the total horizontal gradient (Zhang et al., 2014), tilt angle of the ratio between the first-order horizontal gradient and the second-order horizontal gradient of the anomaly (Ma et al., 2014), tilt angle of the ASA (Cooper, 2014), ratio of the vertical derivative to the total horizontal derivative of the ASA (Pham et al., 2019).

<sup>\*</sup> Corresponding author.

E-mail addresses: [janaina.melo@usp.br](mailto:janaina.melo@usp.br) (J.A. Melo), [carlos.mendonca@iag.usp.br](mailto:carlos.mendonca@iag.usp.br) (C.A. Mendonça), [yaramaran@usp.br](mailto:yaramaran@usp.br) (Y.R. Marangoni).

<https://doi.org/10.1016/j.acags.2023.100129>

Received 27 March 2023; Received in revised form 19 June 2023; Accepted 21 June 2023

Available online 28 June 2023

2590-1974/© 2023 The Authors. Published by Elsevier Ltd. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

# APÊNDICE E

Este apêndice descreve sucintamente as rotinas em Python utilizadas para gerar as figuras 19, 20, 21 e 22 apresentadas na seção 4.4.

## **Link dos programas:**

[https://github.com/janainaanjos/Staircase\\_Function\\_Euler\\_Deconvolution.git](https://github.com/janainaanjos/Staircase_Function_Euler_Deconvolution.git).

## **Arquivos de entrada (pasta *input*):**

- *nonoise\_synthetic\_data.dat*: dados sintéticos da anomalia de campo total sem ruído.
- *noise01\_synthetic\_data.dat*: dados sintéticos da anomalia de campo total corrompida com 0.1% de ruído.
- *noise1\_synthetic\_data.dat*: dados sintéticos da anomalia de campo total corrompida com 1% de ruído.

## **Parâmetros de entrada:**

- *alpha\_test*: vetor que contém um conjunto de parâmetros de regularização de teste para calcular a função S das derivadas direcionais regularizadas.
- *value\_norm*: valor de referência da função S localizado na inclinação (variação linear) da função S para determinar o parâmetro de regularização associado que será utilizado na avaliação das derivadas regularizadas.

- *inferior\_limit*: valor do limite inferior do intervalo em que a função S apresenta uma variação linear para achar o parâmetro *value\_norm* definido pelo usuário.
- *upper\_limit*: valor do limite superior do intervalo em que a função S apresenta uma variação linear para achar o parâmetro *value\_norm* configurado pelo usuário.
- *winsize*: tamanho da janela móvel utilizada no processamento da deconvolução de Euler.
- *filt*: porcentagem das soluções de Euler com as maiores derivadas verticais que serão mantidas.
- *SI*: índice estrutural para executar a deconvolução de Euler.

**Códigos:**

- *filtering.py*: rotina constituída de funções que avaliam as derivadas direcionais de primeira ordem não regularizadas (Equação 3) e regularizadas (Equações 23, 24 e 33) no domínio do número de onda, calculam a função S (Equações 36 e 37) das derivadas direcionais de primeira ordem regularizadas, estimam os parâmetros de regularização localizados na inclinação da função S e calculam a ASA (Equação 5) e ISA (Equação 6).
- *synthetic\_data.py*: o programa baixa todos os arquivos de entrada *nonoise\_synthetic\_data.dat*, *noise01\_synthetic\_data.dat* e *noise1\_synthetic\_data.dat*. Esse programa calcula a função S das derivadas de primeira ordem regularizadas, seleciona os parâmetros de regularização e avalia as derivadas de primeira ordem não regularizadas e regularizadas, a ASA e a ISA usando as funções do *filtering.py*.
- *euler.py*: a rotina em Python de Melo & Barbosa (2020), disponível no *link* <https://github.com/ffigura/Euler-deconvolution-python>, foi modificada para processar a deconvolução de Euler regularizada. No código de Melo & Barbosa (2020), foi incorporada apenas a função "regularized\_deriv" que avalia as derivadas direcionais regularizadas e a função "euler\_deconv\_regularized" que executa a deconvolução de Euler usando derivadas regularizadas.

- *plot\_figure.py*: rotina que gera as figuras 19, 20, 21 e 22.

**Arquivos de saída:**

- figuras dos dados sintéticos salvas na pasta *figures*. As figuras geradas podem diferir das figuras apresentadas na dissertação de mestrado e podem ser modificadas no código *plot\_figure.py*.

- arquivos txt das soluções [x, y, profundidade do topo, nível de base] da deconvolução de Euler não regularizada e regularizada.

# APÊNDICE F

*Variable regularization degree in processing aeromagnetic data with first-order derivatives to improve geological mapping and automatic depth estimates*

Manuscrito submetido na revista *Geophysical Journal International*

**Link do programa:**

[https://github.com/janainaanjos/Staircase\\_Function\\_Euler\\_Deconvolution.git](https://github.com/janainaanjos/Staircase_Function_Euler_Deconvolution.git)

**Abstract:** *The evaluation of numerical derivatives serves as the basis of several techniques applied to the magnetic data processing to map structural trends and determine depth estimates for the associated magnetic sources. This differential operation is unstable, since amplifying the high-frequency content of the observed anomaly. Regularized derivatives based on Tikhonov regularization have been proposed to balance the oscillatory property of the numerical derivatives at the cost of incorporating a certain smoothing degree as determined by a particular choice for the associated regularization parameter. We apply a graphical procedure to select the regularization parameter for different transformations requiring first-order derivatives, by normalizing the  $L_2$ -norm of transformed fields for trial regularization parameters. This approach produces a characteristic staircase function ranging from 0 to 1, respectively from subtle to over-regularized conditions, the ramp between the two end-term steps better trading-off noise amplification with smoothed outputs. As illustrated with synthetic and real data applications, a proper choice for the regularization parameter at the ramp interval can be made according to general properties of the transformed outputs*

*(with oscillations or not) or inconsistency for depth to the top estimates, for example when inferring magnetic sources above the ground surface or at stratigraphic levels incompatible with a priori geological information. For grid operations, a mild regularization dose at the staircase ramp seems enough to produce reliable products, better centring fields over sources meanwhile preventing noise amplification. Real data application for the intracontinental Transbrasiliano shear-zone corridor, revealed that moderate regularization is necessary to obtain depth estimates consistent with independent geological and geophysical information.*

**Keywords:** *regularization parameter, regularized derivative, staircase function, aeromagnetic data, depth estimate, magnetic lineament*