

Universidade de São Paulo  
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas  
Departamento de Astronomia

Leonardo Vieira Costa

**Métodos de medição de forma de galáxias  
livre da PSF para o levantamento J-PAS**

São Paulo

2023



Leonardo Vieira Costa

# Métodos de medição de forma de galáxias livre da PSF para o levantamento J-PAS

Dissertação apresentada ao Departamento de  
Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica  
e Ciências Atmosféricas da Universidade de  
São Paulo como requisito parcial para a ob-  
tenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Astronomia

Orientador: Prof. Dr. Eduardo S. Cypriano

**Versão Corrigida. O original encontra-  
se disponível na Unidade.**

São Paulo

2023



*Dedico este trabalho a Cacau, a cachorra mais linda deste universo.*



# Agradecimentos

Agradeço imensamente as pessoas que me acompanharam nesta jornada, a começar pela minha noiva Gabriela, cujo apoio foi meu maior combustível para concluir este trabalho. Uma imensa gratidão aos meus pais, Márcia e Paulo, e minha irmã, Bruna, por estarem comigo desde o começo da minha jornada na vida e por acreditarem que um dia eu pudesse estar produzindo ciência. A minha sogra, Selma, pelo amparo e por participar desta trajetória. Aos tios, Sandra e Johny, por compartilharem seu excelente gosto gastronômico. Aos meus padrinhos, Marcilene e Djalma, por sempre me inspirarem, e aos meus tios Marlei e Edison por me motivarem. Aos meus primos Lucas, Kevin, Karen, Samyra e Kethelyn pelos bons momentos. Aos meus avós, Joana e José, pelos diversos elogios que me empurram sempre a frente.

Um enorme agradecimento aos meus diversos amigos por participarem do meu desenvolvimento quanto ser humano e por facilitarem a vida nos momentos difíceis e torná-la abençoada nos bons momentos. Aos amigos de longa data, Tiago, Paula, Eduardo, Geovanni, Bruno e Mateus, que me viram evoluir desde cedo. Aos amigos de graduação, Rodrigo, Caíke, Hélio, Vitor, Cesar, Thiago, Geovane, Álvaro, Rafael, Yuri, Luiz Felype, Vinicius, Lucas, Wilson, Caio, Daniel e Naim, por compartilharem comigo essa experiência acadêmica. Aos amigos do RPG, Luiz Felipe, Breno, Kiyoshi, Fabio, Gabriel, Rodrigo, Alefe e Pedro, espero que minhas narrativas os inspirem assim como me inspiraram. Ao meu amigo Victor, que mesmo pela distância, continua sendo um ótimo apoio.

Aos gigantes que permitiram que eu pudesse observar adiante em seus ombros, a começar pelo meu orientador, Eduardo Serra Cypriano, por acreditar em mim e por me guiar neste enorme aprendizado, assim como sua dedicação em me auxiliar sempre que possível. Aos pesquisadores André Vitorelli, Clécio de Bom e Bernardo Fraga por con-

tribuírem de alguma forma neste trabalho. As minhas colegas de grupo: Lia, Ingrid e Isabel pela convivência nesta nossa caminhada na ciência de lentes gravitacionais.

À CAPES, pelo apoio financeiro, sob o projeto n<sup>o</sup>: 88887.513133/2020-00 e a Universidade de São Paulo pelo seu corpo de funcionários, docentes e alunos que permitem que a pesquisa em suas mais diversas áreas continue a prosperar. Assim como a contribuição de toda a população brasileira que financia a pesquisa pública em nosso país.

Não apenas um agradecimento, mas uma Ode inteira a todos os profissionais da saúde que em meio a uma pandemia permitiram que eu e muitos outros pudéssemos estar vivos e vacinados. Para aqueles que não puderam continuar conosco, dedico este trabalho também em homenagem à sua memória.

*“Eu tenho um sonho de que, um dia, o sol forte iluminará a floresta sombria.”*

Cixin Liu



# Resumo

A partir dos dados do levantamento mini J-PAS, que são os primeiros dados públicos do J-PAS, apresentamos uma otimização da modelagem da PSF usando os *softwares* SEXTRACTOR e PSFEX, mais uma série de testes de qualidade do modelo da PSF, como as estatísticas de Rowe e outros testes nulos, que atestam a validade do nosso modelo. Usando o módulo HSM do GALSIM, escolhemos o método KSB com Re-Gaussianização para calcular os valores de cisalhamento, dos quais serão usados na calibração da relação massa-observável para contagens de aglomerados de galáxias. Além desse método, usamos técnicas de rede neural convolucional (CNN) para obter valores de cisalhamento corrigidos pela PSF a partir de uma dada imagem da galáxia. Comparamos nossos resultados de cisalhamento com um levantamento mais profundo, o CFHTLenS. Usando o KSB com regaussianização e nossa CNN baseada em uma *EfficientNet*, obtemos um coeficiente de correlação de Pearson de  $\sim 0.86$  e  $\sim 0.88 - 0.90$ , respectivamente. Entretanto, não houve melhoras em incorporar a PSF na CNN. Por fim, discutimos os desafios de introduzir correções da PSF no contexto das CNNs e quais técnicas de aprendizado de máquina devem ser usadas em seu lugar.



# Abstract

From the mini J-PAS survey data, which is the first public data of the J-PAS, we present an optimization of the PSF modeling using the *softwares* SExtractor and PSFEX, plus a series of PSF model quality tests, such as the Rowe statistics and other null tests, which attest to the validity of our model. Using the GALSIM HSM module, we choose the KSB Re-Gaussianization method to compute the shear values, which will be used in the calibration of the mass-observable relation for Galaxy cluster counts. In addition to this method, we use convolutional neural network (CNN) techniques to obtain PSF-corrected shear values from given galaxy images. We compare our shear results with a deeper survey, the CFHTLenS. Using the KSB Re-Gaussianization and our CNN, we obtain a Pearson correlation coefficient of  $\sim 0.86$  and  $\sim 0.88 - 0.90$ , respectively. However, there was no improvement in incorporating the PSF into CNN. Finally, we discuss the challenges of introducing PSF corrections in the context of CNNs and which machine learning techniques should be used instead.



# Lista de Figuras

1.1	Ilustração de um sistema de lentes gravitacionais. . . . .	24
1.2	Relação profundidade óptica $\tau$ com o <i>redshift</i> $g_{gal}$ e a relação da detecção de arcos múltiplos em função do <i>Seeing</i> . . . . .	25
2.1	Exemplificação: sistema geométrico de uma lente gravitacional . . . . .	30
2.2	Arranjo de lente gravitacional por aproximação de Born. . . . .	34
2.3	Exemplificação: Mapeamento linear da lente . . . . .	36
2.4	Efeito do cisalhamento em uma fonte circular. . . . .	40
2.5	Orientação da imagem de uma fonte circular para diferentes combinações dos valores de $\gamma_1$ e $\gamma_2$ . . . . .	41
2.6	Arranjo das componentes tangenciais e cruzadas do cisalhamento. . . . .	42
2.7	Ilustração dos efeitos da PSF e outros sobre a imagem de uma galáxia-fonte e uma estrela. . . . .	45
2.8	Ilustração das diferentes taxas de aprendizado $\alpha$ no espaço de parâmetros. . . . .	52
2.9	Exemplificação de uma rede neural. . . . .	53
2.10	Exemplificação de um neurônio. . . . .	53
2.11	Ilustração de funções de ativação. . . . .	54
2.12	Exemplificação do uso de um filtro de convolução. . . . .	55
2.13	Exemplificação da aplicação de um filtro de <i>pooling</i> . . . . .	55
2.14	Exemplificação de uma CNN. . . . .	56
2.15	Exemplificação de possíveis transformação para <i>Data Augmentation</i> . . . . .	57
2.16	Representação de uma <i>EfficientNet</i> . . . . .	58

3.1	<i>Painel esquerdo:</i> O sistema de 54 filtros estreitos e 4 filtros largos do J-PAS (Bonoli et al., 2021). <i>Painel direito:</i> Imagem da galáxia de Andrômeda feita com a JPCam. . . . .	62
3.2	<i>Painel esquerdo:</i> Distribuição do sinal-ruído em objetos com $S/N > 10$ para as três bandas usadas. <i>Painel direito:</i> Seleções sobre o catálogo completo na banda r. . . . .	63
3.3	Comparação do sinal-ruído de galáxias entre os levantamentos mini J-PAS e CFHTLenS. . . . .	64
3.4	Histograma das marcações do parâmetro FITCLASS . . . . .	65
3.5	Arranjo de árvore representando a separação de objetos sobrepostos do SEXTRACTOR. . . . .	68
3.6	Ilustração dos tipos de abertura fotométrica do SEXTRACTOR. . . . .	69
3.7	Ilustração de como opera a seleção de fontes pontuais do PSFEX com dados do mini J-PAS. Os objetos em laranja são aqueles com $CLASS\_STAR > 0.9$ . . . . .	71
3.8	Ilustração das medidas da PSF via dados do mini J-PAS. . . . .	72
3.9	Ilustração dos vetores das componentes do modelo da PSF a partir de dados do mini J-PAS. . . . .	72
3.10	Pipeline de seleção de estrelas. . . . .	73
3.11	Seleção das estrelas no espaço dos tamanhos T. . . . .	74
3.12	Resíduo relativo dos tamanhos $\sigma$ com base na seleção das estrelas. . . . .	74
4.1	Testes de validação da PSF utilizando os tamanhos característicos $\sigma$ e as elipticidades $e_i$ das amostras de teste e modelo. . . . .	78
4.2	Comparação entre modelos, nosso algoritmo de seleção. . . . .	79
4.3	Comparação entre modelos, algoritmo interno do J-PAS de seleção. . . . .	80
4.4	Whisker plots das estrelas e resíduo. . . . .	81
4.5	Estatísticas- $\rho$ . . . . .	85
4.6	Valor $\alpha$ para o vazamento da PSF. . . . .	86
4.7	Correlação entre cisalhamento e os tamanhos T da PSF. . . . .	87
4.8	Correlação entre cisalhamento e os tamanhos T das galáxias. . . . .	88
4.9	Correlação entre cisalhamento e a componente $e_1$ da PSF. . . . .	88
4.10	Correlação entre cisalhamento e a componente $e_2$ da PSF. . . . .	89

4.11	Correlação entre cisalhamento e a taxa sinal-ruído das galáxias. . . . .	89
4.12	Comparação do coeficiente $\rho$ de Pearson em função da taxa sinal-ruído para as medidas via KSB-Regauss . . . . .	91
4.13	Comparação entre as medidas de elipticidade via método KSB-Regauss e as obtidas pelo CFHTLenS. . . . .	92
4.14	Resíduo entre as elipticidades medidas via KSB-Regauss e as obtidas pelo CFHTLenS. . . . .	92
4.15	Comparação entre as medidas de elipticidade via método KSB-Regauss e as obtidas pelo CFHTLenS após a correção dos vieses. . . . .	92
4.16	Exemplo de <i>Data Augmentation</i> utilizado na CNN. . . . .	94
4.17	Ajuste entre os dados preditos pela rede e os de referência. . . . .	95
4.18	Comparação do coeficiente $\rho$ de Pearson em função da taxa sinal-ruído para as medidas via CNN. . . . .	95
4.19	Gráfico da função perda em função das épocas. . . . .	96
4.20	Histograma da distribuição de elipticidades usadas na rede neural. . . . .	97
4.21	Comparação entre as medidas de elipticidade via redes neurais e as obtidas pelo CFHTLenS. . . . .	97
4.22	Gráfico dos resíduos da rede. . . . .	98
4.23	Comparação entre as medidas de elipticidade via redes neurais e as obtidas pelo CFHTLenS após a correção. . . . .	98
4.24	Comparação dos valores $\rho$ obtidos em função do sinal-ruído para os métodos KSB-Regauss e CNN. . . . .	99
4.25	Mapa de massa medido via densitometria de abertura. . . . .	101



# Lista de Tabelas

3.1	Cortes das galáxias candidatas após associação entre catálogos e aplicação do limite $R_2 > 0.3$ . . . . .	65
4.4	Valores de $a$ e $b$ para cada teste de correlação. . . . .	90
A.1	Parâmetros utilizados pelo SExtractor. . . . .	119
A.2	Parâmetros utilizados pelo PSFEx. . . . .	121



# Sumário

<b>1. Introdução</b>	23
<b>2. Fundamentos teóricos</b>	29
2.1 Lentes gravitacionais fracas	29
2.1.1 Equação da lente	29
2.1.2 Índice de refração	31
2.1.3 Ângulo de deflexão	32
2.1.4 Potencial da lente	35
2.1.5 Convergência $\kappa$	35
2.1.6 Mapeamento da lente	36
2.1.7 Tensor de cisalhamento	38
2.1.8 Mapeamento de uma fonte circular	39
2.1.9 Cisalhamento tangencial e cruzado	42
2.1.10 Determinação de massa via cisalhamento tangencial	43
2.2 <i>Point Spread Function</i>	43
2.3 Medida da forma	44
2.3.1 Momentos de quadrupolo	45
2.3.2 Método KSB com regaussianização	48
2.3.3 Métodos de ajuste “ <i>forward fitting</i> ”	50
2.4 Redes Neurais	50
2.4.1 Fundamentos de redes neurais	51
2.4.2 Redes Neurais Convolucionais	54
2.4.3 <i>Data Augmentation</i>	56

2.4.4	<i>EfficientNet</i>	58
<b>3.</b>	<b>Dados e métodos</b>	61
3.1	Dados e levantamentos	61
3.1.1	Levantamento J-PAS	61
3.1.2	Levantamento CFHTLenS	64
3.2	SOURCE-EXTRACTOR	65
3.2.1	Leitura da imagem	66
3.2.2	Mapeamento de fundo	67
3.2.3	Imagens de peso	67
3.2.4	Detecção	68
3.2.5	Fotometria	69
3.2.6	Classificação	70
3.3	PSF-EXTRACTOR	70
3.3.1	Seleção	70
3.3.2	Variação na PSF	72
3.4	Seleção de estrelas	73
3.5	<i>Stile</i>	75
<b>4.</b>	<b>Resultados</b>	77
4.1	Testes de validação	77
4.1.1	Modelo da PSF	77
4.1.2	Estatísticas- $\rho$	82
4.1.3	Catálogo de elipticidades	87
4.2	Medidas de forma	90
4.2.1	Método KSB-Regauss	90
4.2.2	Medidas de forma via CNN	93
4.3	Catálogo de elipticidades	99
4.4	Medidas de massa	99
<b>5.</b>	<b>Sumário e perspectivas</b>	103
	<i>Referências</i>	105

<i>Apêndice</i>	115
<i>A. Parâmetros utilizados . . . . .</i>	117



## Introdução

Foi na edição de 10 de novembro de 1919 que o jornal *The New York Times* deu a seguinte declaração (em tradução livre): *A teoria de Einstein triunfa. Estrelas não estão onde aparentavam ou calculou-se estarem, mas não é necessário se preocupar*<sup>1</sup>. O texto se referia ao experimento de Eddington que observou os efeitos da deflexão da luz de estrelas de fundo causados pelo Sol durante o eclipse total de 29 de maio de 1919. Esse evento não possui apenas uma importância histórica nacional, uma vez que a cidade de Sobral no Ceará foi palco das observações (assim como a Ilha do Príncipe em São Tomé e Príncipe na costa oeste da África), mas também por ser um marco observacional da deflexão da luz descrita pela relatividade geral de Albert Einstein. Embora o modelo de Einstein já tivesse obtido sucesso ao prever a precessão do periélio de Mercúrio (Einstein, 1916), foi o experimento de Eddington que ajudou a catapultar Einstein à fama mundial.

O fenômeno de lentes gravitacionais se caracteriza pela mudança na trajetória da luz devida à curvatura do espaço-tempo causada por um corpo com massa nas proximidades (Figura 1.1). O efeito pode se manifestar como uma magnificação, distorção ou multiplicidade na imagem observada. Quando estas distorções produzem mudanças notáveis como arcos ou imagens múltiplas temos o regime forte para lentes gravitacionais, enquanto que mudanças menos perceptíveis na posição, tamanho, brilho ou formato do objeto se enquadram no regime fraco e neste caso devem ser utilizadas abordagens estatísticas para sua detecção. No caso do experimento de Eddington, a passagem da luz por uma região próxima ao Sol teria o ângulo de deflexão esperado dado pela Equação 1.1 ao se levar em conta a relatividade geral, exatamente o dobro do valor predito pela teoria Newtoniana da

---

<sup>1</sup> do original: EINSTEIN THEORY TRIUMPHS, Stars Not Where They Seemed or Were Calculated to be, but Nobody Need Worry. Acesso via link.

gravidade,

$$\alpha_{\odot} = \frac{4GM_{\odot}}{c^2b} = 1.75'', \quad (1.1)$$

onde  $G$  é a constante universal da gravidade,  $c$  a velocidade da luz,  $M_{\odot}$  a massa do Sol e  $b = R_{\odot}$  é o parâmetro de impacto no qual a luz passa pelas proximidades do Sol.

No experimento foram obtidos os valores  $1.98 \pm 0.12$  e  $1.61 \pm 0.30$  para as medidas de Sobral e Príncipe respectivamente (Dyson et al., 1920). Como estes valores eram compatíveis com a teoria da relatividade de Einstein, ela passaria a “triumfar” sobre a teoria Newtoniana. Com isto, a física moderna saía de um universo clássico de tempo absoluto para entrar em um regime cujo o espaço-tempo integrava uma única métrica espacial, tornando-se também relativo e curvo. Estabelecia-se naquele momento uma mudança de paradigma nos moldes descritos por Thomas Kuhn em as *Estrutura das Revoluções Científicas* (Kuhn, 1962).

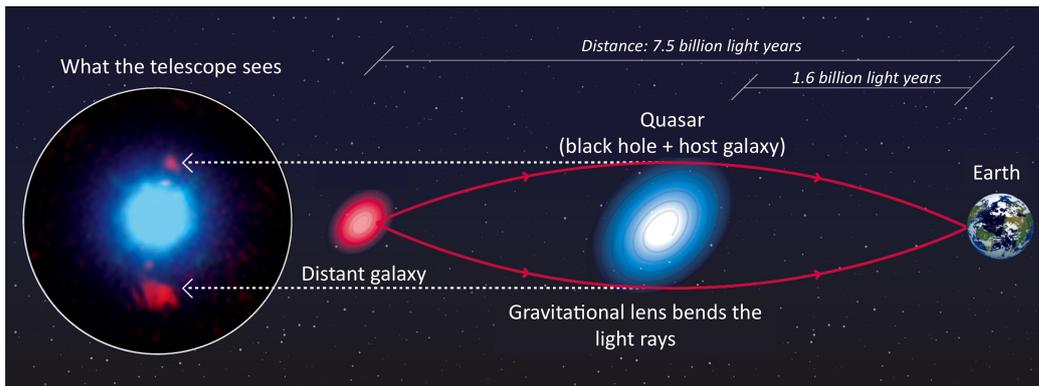


Figura 1.1: Ilustração de um sistema de lente gravitacional. No exemplo, a luz proveniente de uma galáxia distante tem seu caminho curvado pela presença de um Quasar, resultando em um efeito de objetos múltiplos na perspectiva do observador. Crédito da imagem: F. Courbin, S. G. Djorgovski, G. Meylan, et al., Caltech / EPFL / WMKO. Imagem obtida de <https://www.astro.caltech.edu/~george/qsolens/>

Entretanto, realizar a detecção de um evento de lente gravitacional forte requer um alinhamento preciso entre a fonte e a lente, enquanto que um evento de lente gravitacional fraca exige uma quantidade considerável de dados. Neste sentido, devemos introduzir o conceito de profundidade óptica  $\tau$  que é a probabilidade de que uma fonte a uma dada distância  $D_S$  tenha sua luz defletida por uma lente gravitacional. Como exemplo podemos utilizar o modelo de Wyithe et al. (2011) que leva em conta a probabilidade de detecção de imagens múltiplas de galáxias a um dado *redshift*  $z_{gal}$ . Nesse estudo foi obtido a relação ilustrada pela Figura 1.2.a. Nota-se que  $\tau \sim 10^{-3}$  para  $z_{gal} \gtrsim 2$ , o que demonstra que a

probabilidade de se detectar tais eventos é pequena. Cypriano et al. (2001) demonstram que a probabilidade de detecção de arcos em um determinado aglomerado esta associada com diversos parâmetros, como por exemplo o *Seeing* ( $\text{FWHM}^2$ ) das imagens (Figura 1.2.b), que em condições mais ideais elevam a probabilidade de detecção para  $\sim 10^{-1}$ .

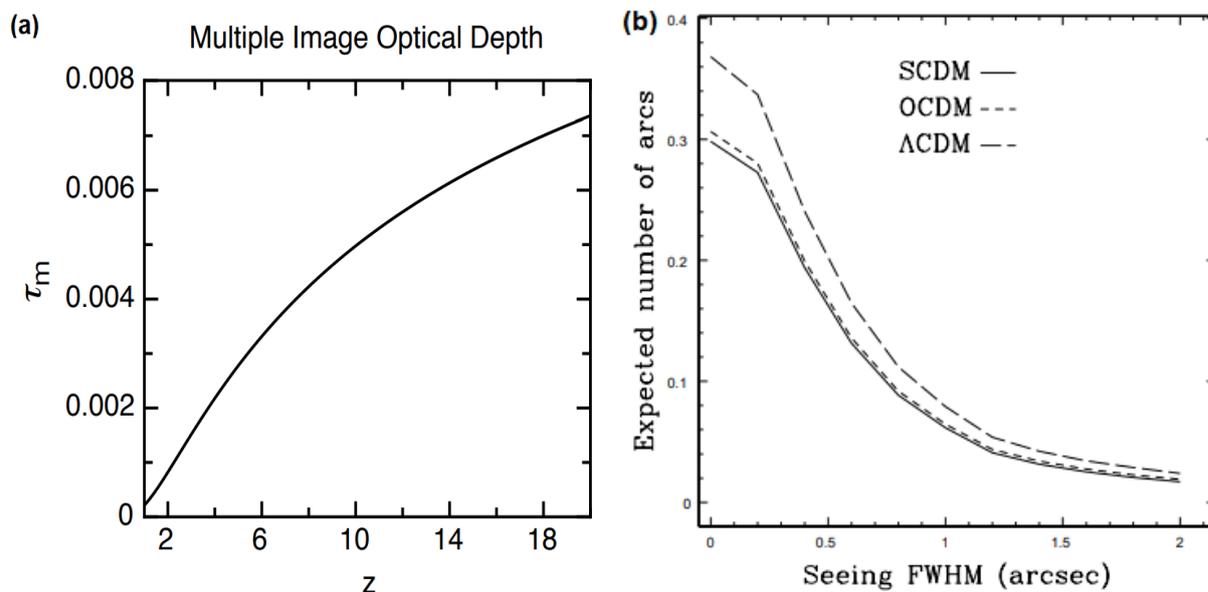


Figura 1.2: **A:** A profundidade óptica de imagens múltiplas geradas por lentes gravitacionais fortes para galáxias a um dado *redshift*. Imagem obtida de Wyithe et al. (2011). **B:** Número esperado de arcos em um aglomerado, para três modelos cosmológicos, com dispersão de velocidade  $\sigma_v = 1000 \text{ km s}^{-1}$  em  $z = 0.05$  e  $m_l = 19.0$  em função do *Seeing*. Imagem obtida de Cypriano et al. (2001).

De qualquer forma, dada as limitações da instrumentação da época, as aplicações das lentes gravitacionais eram bem restritas. Albert Einstein chegou a dizer em um artigo (Einstein, 1936) que: *Portanto, não há grande chance de observar este fenômeno.*<sup>3</sup>, ao discorrer sobre o efeito de microlentes a pedido de Rudi Mandl. Embora houvesse trabalhos na área ao longo das décadas seguintes (Zwicky 1937, Liebes 1964, Refsdal 1964a, Refsdal 1964b), as lentes gravitacionais não se tornaram um tema “quente” neste período.

Foi somente ao final dos anos 70 que Walsh et al. (1979) detectaram em alto *redshift* ( $z = 1.413$ ) o efeito de imagens múltiplas pela primeira vez em um quasar. Posteriormente, Lynds e Petrosian (1986) anunciam a detecção de arcos luminosos em aglomerados e outros estudos na área, como Soucail et al. (1987), passariam a semear a literatura de lentes fortes. Já a primeira detecção dos efeitos de lentes no regime fraco veio com Tyson et al. (1990), que mediram vieses coerentes nas elipticidades das galáxias de fundo gerados por glomerados.

<sup>2</sup> Abreviado do inglês: full width at half maximum.

<sup>3</sup> Do original: Therefore, there is no great chance of observing this phenomenon.

Na década seguinte estudos como Wittman et al. (2000) e Bacon et al. (2000) foram capazes de mensurar os efeitos gravitacionais gerados pelas grandes estruturas cósmicas, o chamado *cisalhamento cósmico*. O telescópio espacial Hubble também possibilitou avanços na área de lentes fracas (Rhodes et al., 2001). Com a melhora dos mecanismos de observação nas décadas seguintes, as lentes gravitacionais passariam a ser uma ferramenta importante na astronomia (Bartelmann 2010, Dodelson 2017).

Atualmente a técnica de lentes gravitacionais pode ser usada para estudar as características da matéria e energia escura (Hoekstra e Jain, 2008), compreender as propriedades e a evolução das estruturas em grandes escalas (Kilbinger, 2015), mensurar a distribuição de matéria em aglomerados de galáxias (Bradač et al., 2005) e estudar as relações do halo de matéria escura de galáxias e sua respectiva evolução (Mandelbaum et al. 2016, Hudson et al. 2014). Dada sua aplicabilidade, levantamentos como o Canada-France-Hawai'i Telescope Lensing Survey (Miller et al., 2013), Dark Energy Survey (Jarvis et al., 2016), Kilo-Degree Survey (Kuijken et al., 2019) e o Hyper Suprime Cam (Mandelbaum et al., 2018) se beneficiam da técnica.

O levantamento fotométrico do Javalambre Physics of the Accelerating Universe Astrophysical Survey (J-PAS) tem como um de seus objetivos principais realizar observações cosmológicas a partir da contagem de aglomerados de galáxias. Para tal, são necessárias calibrações minuciosas da relação massa-observável que podem ser feitas a partir de empilhamento por meio de lentes gravitacionais fracas (Sealfon et al. 2006, Mandelbaum et al. 2008, Rozo et al. 2011). Neste contexto, uma das principais fontes de erros sistemáticos provém do processo de estimativa do cisalhamento na forma de galáxias fracas de fundo, principalmente porque estas são severamente afetadas pela Função de Dispersão de Ponto (PSF<sup>4</sup>) da imagem.

Este trabalho tem como objetivo mensurar e reduzir estas fontes de erro que envolvem o cálculo da forma de galáxias fracas do levantamento mini J-PAS (Bonoli et al., 2021), que é um levantamento prévio de  $1\text{deg}^2$  dos  $8000\text{deg}^2$  totais previstos. Uma vez corrigidas, pretendemos criar catálogos de elipticidades, necessários para a técnica de empilhamento por meio de lentes gravitacionais fracas.

No Capítulo 2 discutiremos a física das lentes gravitacionais fracas e as relações ma-

---

<sup>4</sup> do inglês *Point Spread Function* que é a resposta do sistema imageador+atmosfera à imagem de um objeto pontual.

---

temáticas relevantes para o seu entendimento. Nele também abordaremos a PSF e seus efeitos, assim como o processo de medida de forma de galáxias. Ao fim, serão apresentados os fundamentos necessários para compreensão da técnica de redes neurais convolucionais. No Capítulo 3 são apresentados os dados e levantamentos utilizados com maiores detalhes, assim como os programas usados e seu funcionamento. No Capítulo 4 apresentamos os resultados dos testes de validação do modelo da PSF e de nossas medidas de forma das galáxias. Por último, temos a conclusão deste trabalho e apresentamos nossas propostas para o levantamento J-PAS e estudos futuros nesta área.



## Fundamentos teóricos

Este capítulo discute o formalismo matemático e físico necessário para compreensão desta dissertação. Estamos interessados especialmente na medida da forma de galáxias a partir de suas elipticidades para estimar o cisalhamento causado por lentes gravitacionais em seu regime fraco. Veremos também grandezas importantes, como as estatísticas- $\rho$ , que serão usadas nos diversos testes nulos do Capítulo 4. Este capítulo tem como referência bibliográfica Meneghetti (2021), Schneider et al. (2006), Bartelmann e Maturi (2016), Vitorelli (2019), Guinot (2020), Molina (2015), de Oliveira (2016) e de Souza (2013).

### 2.1 Lentes gravitacionais fracas

Nesta seção falaremos a respeito do formalismo básico de lentes gravitacionais com ênfase no regime fraco.

#### 2.1.1 Equação da lente

Para iniciarmos, tomemos uma abordagem geométrica. Um arranjo de lentes gravitacionais pode ser exemplificado pela Figura 2.1. Na figura as variáveis  $\vec{\theta}$ ,  $\vec{\beta}$ ,  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\tilde{\alpha}}$ ,  $\vec{\xi}$ ,  $\vec{\tau}$  e  $\vec{\eta}$  representam vetores bidimensionais. A partir do arranjo podemos escrever as seguintes relações trigonométricas:

$$\tan \vec{\alpha} = \frac{\vec{\tau}}{D_{LS}}; \quad \tan \vec{\beta} = \frac{\vec{\eta}}{D_S}; \quad \tan \vec{\theta} = \frac{\vec{\xi}}{D_L}. \quad (2.1)$$

Em um contexto astrofísico podemos considerar  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\theta}$  como se fossem  $\ll 1^\circ$ , uma vez que os valores destes ângulos são bem pequenos. Isso permite escrever que as tangentes

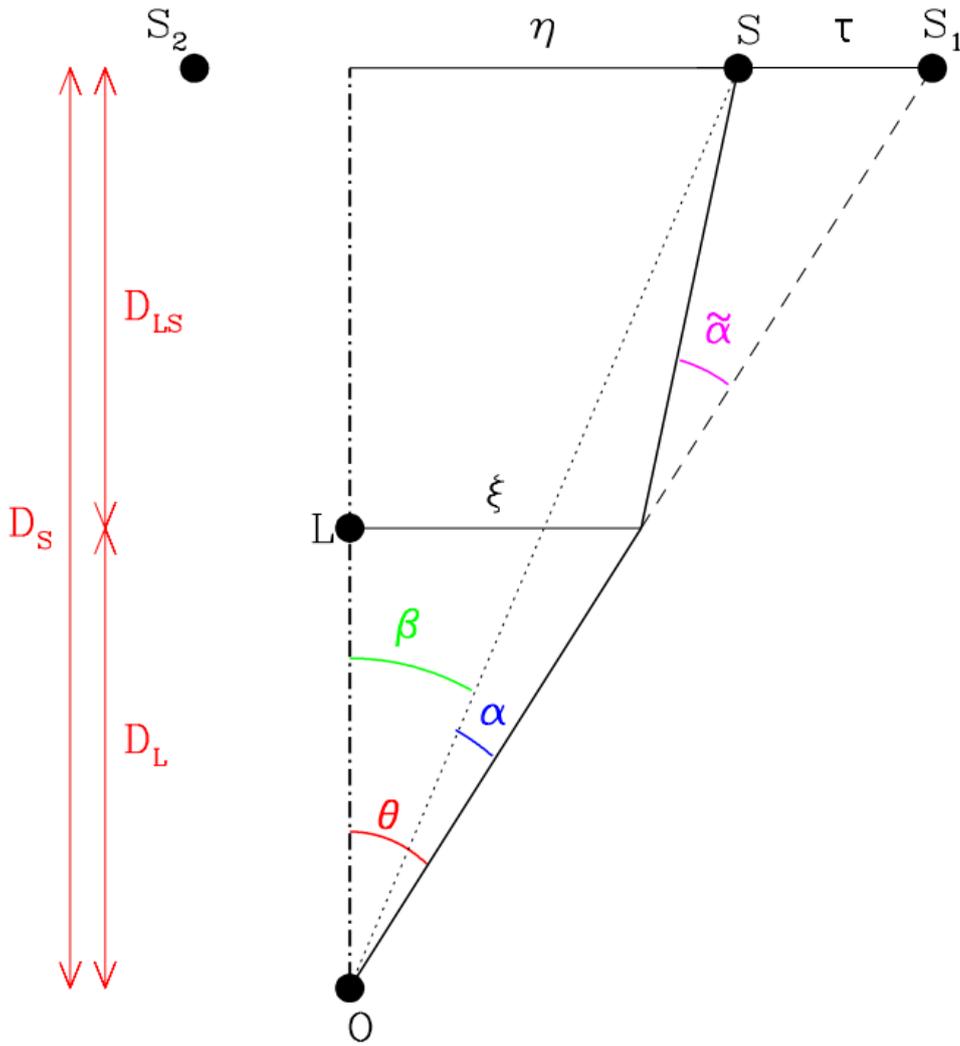


Figura 2.1: Relação entre os ângulos e distâncias de uma lente gravitacional, imagem adaptada de Wambsganss 1998. No arranjo, o raio de luz é emitido pela fonte  $\mathbf{S}$  e sofre uma deflexão  $\vec{\alpha}$  ao passar pela lente gravitacional  $\mathbf{L}$  chegando até o observador  $\mathbf{O}$ . O efeito faz com que a imagem seja vista na posição  $\vec{\theta}$  ao invés da posição  $\vec{\beta}$ . As distâncias angulares  $D_L$ ,  $D_{LS}$  e  $D_S$ , caracterizam as posições entre o sistema observador-lente, lente-fonte e fonte-observador respectivamente.  $\vec{\eta}$  é a posição projetada da fonte e  $\vec{\xi}$  é a posição projetada onde ocorre a deflexão, tendo como origem a interseção com o eixo óptico.

destes ângulos são aproximadamente os próprios ângulos:

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{\tau}}{D_{LS}}; \quad \vec{\beta} = \frac{\vec{\eta}}{D_S}; \quad \vec{\theta} = \frac{\vec{\xi}}{D_L}. \quad (2.2)$$

Ainda podemos escrever, dada a semelhança de triângulos,

$$\vec{\theta} = \frac{\vec{\eta} + \vec{\tau}}{D_S}, \quad (2.3)$$

e como,

$$\vec{\alpha} D_{LS} = \vec{\tau}, \quad \vec{\beta} D_S = \vec{\eta}, \quad (2.4)$$

realizamos a substituição de  $\vec{\tau}$  e  $\vec{\eta}$  da Equação 2.4 na Equação 2.3 obtendo

$$\vec{\theta} = \frac{\vec{\alpha}D_{LS} + \vec{\beta}D_S}{D_S} = \frac{D_{LS}}{D_S}\vec{\alpha} + \vec{\beta}. \quad (2.5)$$

Uma forma de simplificar a Equação 2.5 é definir o *ângulo de deflexão reduzido* dado por

$$\vec{\alpha}(\vec{\theta}) = \frac{D_{LS}}{D_S}\tilde{\alpha}(\vec{\theta}), \quad (2.6)$$

obtemos assim a *equação da lente*,

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha}(\vec{\theta}). \quad (2.7)$$

Esta equação relaciona a deflexão sofrida, a posição real e aparente da imagem. Embora pareça simples, parte da problemática é determinar o ângulo de deflexão  $\vec{\alpha}(\vec{\theta})$ .

### 2.1.2 Índice de refração

Para tal, podemos assumir que o sistema não se encontra em condições relativísticas, isto é, temos um potencial gravitacional da lente  $|\Phi/c^2| \ll 1$  e  $v \ll c$ . Essa aproximação faz sentido para a maioria dos casos astrofísicos de nosso interesse. Para fins de exemplificação, um aglomerado de galáxias possui  $|\Phi/c^2| \lesssim 10^{-5}$  e as estruturas cósmicas possuem uma velocidade peculiar  $v \lesssim 600 \text{ km s}^{-1}$ . Adicionalmente, podemos caracterizar uma lente gravitacional como uma perturbação gravitacional no espaço de Minkowski,

$$ds^2 = -c^2 \left(1 + \frac{2\Phi}{c}\right) dt^2 + \left(1 - \frac{2\Phi}{c}\right) d\vec{x}^2, \quad (2.8)$$

onde  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$  representa a posição espacial tridimensional,  $ds$  é o elemento de linha e  $\Phi$  é o potencial gravitacional. Dado ao fato de que a luz se propaga em uma geodésica nula, temos  $ds = 0$ . Assim, podemos rearranjar a Equação 2.8 e determinar a velocidade da luz efetiva dentro de um campo gravitacional fraco.

$$c^2 \left(1 + \frac{2\Phi}{c}\right) dt^2 = \left(1 - \frac{2\Phi}{c}\right) d\vec{x}^2 \quad \Rightarrow \quad c^2 \frac{\left(1 + \frac{2\Phi}{c}\right)}{\left(1 - \frac{2\Phi}{c}\right)} = \frac{d\vec{x}^2}{dt^2}, \quad (2.9)$$

$$c' = \frac{|d\vec{x}|}{dt} = c \sqrt{\frac{1 + \frac{2\Phi}{c^2}}{1 - \frac{2\Phi}{c^2}}}. \quad (2.10)$$

Podemos usar a seguinte expansão de Taylor uma vez que  $\Phi/c^2 \ll 1$ ,

$$\sqrt{\frac{(1+x)}{(1-x)}} \approx 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} + \frac{3x^4}{8} + \frac{3x^5}{8} + \mathcal{O}(x^6), \quad (2.11)$$

e tomamos o termo de primeira ordem,

$$c' \approx c \left( 1 + \frac{2\Phi}{c^2} \right). \quad (2.12)$$

o que nos remete ao índice de refração efetivo  $n$  da óptica para um campo gravitacional

$$n = \frac{c}{c'} = \frac{1}{\left( 1 + \frac{2\Phi}{c^2} \right)}. \quad (2.13)$$

Utilizando a seguinte expansão de Taylor, e novamente que  $2\Phi/c^2 \ll 1$ ,

$$\frac{1}{1+x} \approx 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + O(x^6), \quad (2.14)$$

obtemos, ao considerar até o termo de primeira ordem, o índice de refração efetivo para o campo gravitacional

$$n \approx 1 - \frac{2\Phi}{c^2}. \quad (2.15)$$

Como  $\Phi \leq 0$  e, portanto,  $n \geq 1$  temos que a velocidade da luz é maior na ausência de campo gravitacional.

### 2.1.3 Ângulo de deflexão

Agora, para determinarmos o ângulo de deflexão, precisamos resolver um problema variacional. O *princípio de Fermat* nos diz que o caminho entre dois pontos fixos A e B é percorrido pela luz no menor tempo possível, ou seja, este caminho é um extremo,

$$\delta \int_A^B n[\vec{x}(\ell)] d\ell = 0, \quad (2.16)$$

onde o índice de refração  $n$  depende da coordenada espacial  $\vec{x}(\ell)$ . Introduzimos o parâmetro de curva  $\lambda$  de tal forma que,

$$d\ell = \left| \frac{d\vec{x}}{d\lambda} \right| d\lambda. \quad (2.17)$$

Essa substituição vai nos permitir simplificar alguns resultados futuros. Em sequência podemos escrever a Equação 2.16 como a integral da lagrangiana

$$\delta \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} \mathcal{L}(\vec{x}, \vec{x}, \lambda) d\lambda = 0, \quad (2.18)$$

onde

$$\mathcal{L}(\vec{x}, \vec{x}, \lambda) = n[\vec{x}(\lambda)] \left| \frac{d\vec{x}}{d\lambda} \right| = n[\vec{x}(\lambda)] |\dot{\vec{x}}|. \quad (2.19)$$

Sua respectiva equação de Euler-Lagrange pode ser escrita da seguinte forma,

$$\frac{d}{d\lambda} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{x}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{x}} = 0, \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{x}} = n[\vec{x}(\lambda)] \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|}, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{x}} = |\vec{x}| \vec{\nabla} n[\vec{x}(\lambda)], \quad (2.21)$$

fazendo as substituições chegamos em,

$$\frac{d}{d\lambda} n[\vec{x}(\lambda)] \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|} - |\vec{x}| \vec{\nabla} n[\vec{x}(\lambda)] = 0. \quad (2.22)$$

Como  $\vec{x}$  é um vetor tangente ao caminho da luz, é possível normalizá-lo a partir do parâmetro  $\lambda$ , tornando-o um versor. Por conta disto podemos assumir que  $|\vec{x}| = 1$ . Com isto obtemos:

$$\frac{d}{d\lambda} n[\vec{x}(\lambda)] \vec{x} - \vec{\nabla} n[\vec{x}(\lambda)] = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{d\lambda} n[\vec{x}(\lambda)] \vec{x} = \vec{\nabla} n[\vec{x}(\lambda)], \quad (2.23)$$

$$n[\vec{x}(\lambda)] \vec{x} + \vec{x} (\vec{\nabla} n[\vec{x}(\lambda)] \cdot \vec{x}) = \vec{\nabla} n[\vec{x}(\lambda)], \quad (2.24)$$

$$n[\vec{x}(\lambda)] \vec{x} = \vec{\nabla} n[\vec{x}(\lambda)] - \vec{x} (\vec{\nabla} n[\vec{x}(\lambda)] \cdot \vec{x}). \quad (2.25)$$

O segundo termo da equação é a derivada ao longo do caminho da luz, isso faz com que o lado direito possa ser escrito como o gradiente perpendicular de  $n$  (Meneghetti, 2021), então temos

$$n[\vec{x}(\lambda)] \vec{x} = \vec{\nabla}_{\perp} n[\vec{x}(\lambda)] \quad \Rightarrow \quad \vec{x} = \frac{1}{n[\vec{x}(\lambda)]} \vec{\nabla}_{\perp} n[\vec{x}(\lambda)] = \vec{\nabla}_{\perp} \ln n[\vec{x}(\lambda)], \quad (2.26)$$

e como já calculamos o índice de refração, chegamos em,

$$\vec{x} = \vec{\nabla}_{\perp} \ln \left( 1 - \frac{2\Phi}{c^2} \right). \quad (2.27)$$

Novamente, como  $\Phi/c^2 \ll 1$ , podemos expandir o logaritmo em Taylor,

$$\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} + O(x^6), \quad (2.28)$$

tomando o termo de primeira ordem obtemos,

$$\vec{x} = -\frac{2}{c^2} \vec{\nabla}_{\perp} \Phi. \quad (2.29)$$

Por fim, o ângulo de deflexão será a integral de  $-\vec{x}$  ao longo do caminho percorrido,

$$\vec{\alpha} = \vec{x}_a - \vec{x}_b = \frac{2}{c^2} \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} \vec{\nabla}_{\perp} \Phi d\lambda, \quad (2.30)$$

e para o ângulo de deflexão reduzido,

$$\vec{\alpha} = \frac{2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_S} \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} \vec{\nabla}_{\perp} \Phi d\lambda. \quad (2.31)$$

No caso, o ângulo de deflexão é a integral sobre a atração do potencial gravitacional perpendicular ao caminho da luz. Tanto  $\vec{\nabla}\Phi$  quanto  $\vec{\alpha}$  apontam para fora do centro da lente. A determinação de  $\vec{\alpha}$  dependerá do potencial adotado e de como a trajetória da luz será tratada.

Para fins de exemplificação podemos utilizar a aproximação de Born. Neste caso, a trajetória da luz pode ser aproximada para uma linha reta, uma vez que os ângulos de deflexão típicos costumam ser da ordem de segundo de arco ou menos. Assumindo uma lente pontual de massa  $M$  na origem do sistema e que o raio de luz viaja paralelo ao eixo  $z$  passando pela lente com um parâmetro de impacto  $b$  (Figura 2.2), podemos escrever o ângulo de deflexão da seguinte forma:

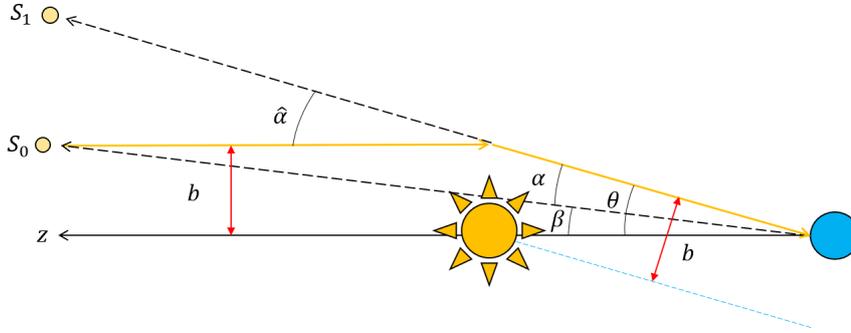


Figura 2.2: Ilustração de um arranjo de lente gravitacional utilizando aproximação de Born. Respectivamente,  $S_0$  e  $S_1$  denotam a posição real e aparente da estrela de fundo,  $\alpha$ ,  $\hat{\alpha}$ ,  $\beta$  e  $\theta$  são os ângulos de deflexão, deflexão reduzido, posição angular real e aparente,  $b$  é o parâmetro de impacto.

$$\vec{\alpha} = -\frac{2}{c^2} \frac{\partial}{\partial b} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{GM}{\sqrt{b^2 + z^2}} dz = \frac{4GM}{bc^2} = \frac{2}{b} R_S \quad (2.32)$$

sendo  $R_S$  o raio de Schwarzschild para uma lente de massa pontual. Para o caso do Sol temos um  $R_S = 2.954$  km e  $b = 1R_{\odot} = 696\,340$  km, resultando em,

$$\vec{\alpha} = \frac{2 \cdot 2.954 \text{ km}}{696340 \text{ km}} \approx 8.48 \times 10^{-6} \text{ rad} \approx 1.75'', \quad (2.33)$$

que é o valor esperado e obtido experimentalmente por Dyson et al. (1920) discutido no Capítulo 1.

#### 2.1.4 Potencial da lente

A Equação 2.31 nos permite mensurar o ângulo de deflexão a partir de um potencial dado e uma trajetória conhecida, enquanto que a Equação 2.7 permite relacionar a posição angular da fonte e sua imagem. Todavia, é útil escrever estas quantidades em função de sua posição na esfera celeste  $\vec{\theta}$  em detrimento da distância perpendicular. Para isto, podemos escrever o gradiente  $\vec{\nabla}_\perp$  da seguinte forma:

$$\vec{\nabla}_\perp = D_L^{-1} \vec{\nabla}_\theta. \quad (2.34)$$

Uma vez que, para pequenos ângulos, a separação perpendicular com relação a linha de visada é  $D_L \vec{\theta}$ . Então, a Equação 2.31 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\vec{\alpha} = \vec{\nabla}_\theta \left[ \frac{2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_L D_S} \int_{\lambda_A}^{\lambda_B} \Phi d\lambda \right] = \vec{\nabla}_\theta \Psi \quad (2.35)$$

onde  $\Psi$  é o *potencial efetivo da lente*, em outras palavras, a projeção do potencial Newtoniano em três dimensões no plano da lente. Como veremos a seguir, este potencial incorpora diversas propriedades de imageamento de uma lente gravitacional.

#### 2.1.5 Convergência $\kappa$

Nós podemos tomar o divergente de  $\vec{\alpha}$ ,

$$\vec{\nabla}_\theta \cdot \vec{\alpha} = \vec{\nabla}_\theta^2 \Psi = D_L^2 \vec{\nabla}_\perp^2 \Psi = \frac{2}{c^2} \frac{D_L D_{LS}}{D_S} \int \vec{\nabla}_\perp^2 \Phi dz, \quad (2.36)$$

e rearranjar o Laplaciano,

$$\vec{\nabla}^2 = \vec{\nabla}_\perp^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Rightarrow \vec{\nabla}_\perp^2 = \vec{\nabla}^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (2.37)$$

com intuito de substituí-lo na Equação 2.36, obtendo,

$$\frac{2}{c^2} \frac{D_L D_{LS}}{D_S} \left( \int \vec{\nabla}^2 \Phi dz - \int \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} dz \right). \quad (2.38)$$

Para resolver as integrais podemos utilizar a Equação de Poisson ( $\vec{\nabla}^2 \Phi = 4\pi G\rho$ ) e o fato de que podemos desprezar o potencial ao longo da linha de visada ( $\int \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} dz = 0$ ), uma vez que a extensão da distribuição de massa da lente neste eixo é pequena em comparação

com as distâncias do sistema da lente, isto é, aproximação por lentes finas. Realizando estas substituições temos,

$$\nabla_{\theta}^2 \Psi = \frac{8\pi G}{c^2} \frac{D_L D_{LS}}{D_S} \int \rho dz = \left[ \frac{8\pi G}{c^2} \frac{D_L D_{LS}}{D_S} \right] \Sigma = 2 \frac{\Sigma}{\Sigma_{cr}}, \quad (2.39)$$

onde  $\Sigma$  é a *densidade de massa superficial*, que é a densidade de massa tridimensional  $\rho(\vec{r})$  projetada ao longo do eixo óptico no plano da lente. Adicionalmente, temos a *densidade de massa superficial crítica*  $\Sigma_{cr}$  dada por

$$\Sigma_{cr} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_S}{D_L D_{LS}}. \quad (2.40)$$

Quando  $\Sigma \ll \Sigma_{cr}$  temos o regime de lentes gravitacionais fracas. Definimos assim a *densidade de massa superficial adimensional*, chamada também de convergência  $\kappa$ , dada por

$$\nabla_{\theta}^2 \Psi = 2 \frac{\Sigma}{\Sigma_{cr}} = 2\kappa, \quad (2.41)$$

que nos será útil na próxima seção.

### 2.1.6 Mapeamento da lente

Em objetos extensos, como galáxias, podemos determinar a variação na imagem a partir da equação da lente (Equação 2.7) para cada ponto que compõe a imagem. No caso, se o ângulo de deflexão varia pouco com relação ao tamanho da fonte, a relação entre a imagem e a fonte pode ser linearizada, o que é válido para o regime de lentes gravitacionais fracas. Considerando um arranjo ilustrado pela Figura 2.3.

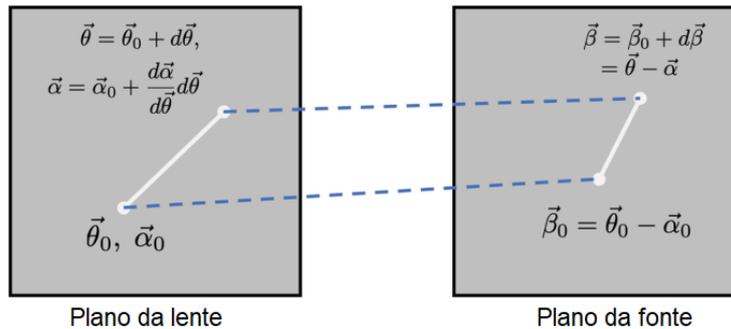


Figura 2.3: Onde  $(\vec{\theta}_0, \vec{\beta}_0, \vec{\alpha}_0)$  e  $(\vec{\theta}, \vec{\beta}, \vec{\alpha})$  representam as posições e deflexões em dois pontos distintos. Imagem obtida e adaptada de Meneghetti (2021).

Podemos escrever o mapeamento dos pontos  $(\vec{\theta}, \vec{\theta}_0)$  para os pontos  $(\vec{\beta}, \vec{\beta}_0)$  usando a seguinte transformação linear:

$$\begin{bmatrix} \beta \\ \beta_0 \end{bmatrix} = \mathcal{A}(\theta) \begin{bmatrix} \theta \\ \theta_0 \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

e o mapeamento do vetor  $(\vec{\beta} - \vec{\beta}_0)$  pode ser descrito pela Equação 2.7,

$$(\vec{\beta} - \vec{\beta}_0) = (\vec{\theta} - \vec{\alpha}) - (\vec{\theta}_0 - \vec{\alpha}_0). \quad (2.43)$$

Usando as relações da Figura 2.3 escrevemos:

$$(\vec{\beta} - \vec{\beta}_0) = \left( \vec{\theta} - \vec{\alpha}_0 - \frac{d\vec{\alpha}}{d\vec{\theta}} d\vec{\theta} \right) - (\vec{\theta}_0 - \vec{\alpha}_0) \Rightarrow \quad (2.44)$$

$$(\vec{\beta} - \vec{\beta}_0) = (\vec{\theta} - \vec{\theta}_0) - \left( \frac{d\vec{\alpha}}{d\vec{\theta}} d\vec{\theta} \right) \Rightarrow (\vec{\beta} - \vec{\beta}_0) = (\vec{\theta} - \vec{\theta}_0) - \left( \frac{d\vec{\alpha}}{d\vec{\theta}} \right) (\vec{\theta} - \vec{\theta}_0) \Rightarrow \quad (2.45)$$

$$(\vec{\beta} - \vec{\beta}_0) = \left( I - \frac{d\vec{\alpha}}{d\vec{\theta}} \right) (\vec{\theta} - \vec{\theta}_0) \Rightarrow d\vec{\beta} = \left( I - \frac{d\vec{\alpha}}{d\vec{\theta}} \right) d\vec{\theta} \Rightarrow \quad (2.46)$$

$$\mathcal{A}(\theta) = \frac{d\vec{\beta}}{d\vec{\theta}} = \left( I - \frac{d\vec{\alpha}}{d\vec{\theta}} \right), \quad (2.47)$$

que é a distorção da imagem, podendo ser escrita a partir da matriz Jacobiana,

$$\mathcal{A}_{ij} = \frac{\partial \beta_i}{\partial \theta_j} = \left( \delta_{ij} - \frac{\partial \alpha_i(\vec{\theta})}{\partial \theta_j} \right). \quad (2.48)$$

onde  $\delta_{ij}$  é a função delta de Dirac e  $i, j$  representam as componentes dos vetores. Pela Equação 2.35 podemos escrever os elementos da matriz Jacobiana em função da segunda derivada do potencial efetivo da lente,

$$\mathcal{A}_{ij} = \left( \delta_{ij} - \frac{\partial^2 \Psi(\vec{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right). \quad (2.49)$$

Da Equação 2.49 podemos notar que na ausência de um potencial gravitacional o mapeamento torna-se simplesmente a matriz identidade, como esperado. Na presença de uma lente o mapeamento é representado pela matriz Hessiana do potencial, isto é, ele é determinado pela curvatura local do potencial. A seguir, usaremos a seguinte notação para fins de simplificação:

$$\Psi_{ij} = \frac{\partial^2 \Psi(\vec{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j}. \quad (2.50)$$

Nós podemos ainda separar a parte isotrópica do Jacobiano a partir do traço da matriz  $\mathcal{A}$  da seguinte forma:

$$\frac{1}{2} (\text{tr} \mathcal{A}) \mathcal{I} = \frac{1}{2} (\delta_{11} - \Psi_{11} + \delta_{22} - \Psi_{22}) \delta_{ij} = \frac{1}{2} (2 - \vec{\nabla}^2 \Psi) \delta_{ij} = (1 - \kappa) \delta_{ij}, \quad (2.51)$$

neste caso, o efeito de distorção isotrópica na imagem depende do parâmetro de convergência  $\kappa$ . Nos convém agora definir o *tensor de cisalhamento*  $\Gamma$ ,

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_2 & -\gamma_1 \end{pmatrix}, \quad (2.52)$$

cujos elementos são descritos pela parte anisotrópica da matriz  $\mathcal{A}$ , isto é, a parte que não depende do traço

$$\Gamma = - \left( \mathcal{A} - \frac{1}{2} (\text{tr} \mathcal{A}) \mathcal{I} \right)_{ij} = -\delta_{ij} + \Psi_{ij} + \frac{1}{2} (2 - \Psi_{11} - \Psi_{22}) \delta_{ij}, \quad (2.53)$$

$$\Gamma = \Psi_{ij} - \frac{1}{2} (\Psi_{11} + \Psi_{22}) \delta_{ij}, \quad (2.54)$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} (\Psi_{11} - \Psi_{22}) & \Psi_{12} \\ \Psi_{21} & -\frac{1}{2} (\Psi_{11} - \Psi_{22}) \end{pmatrix}, \quad (2.55)$$

com,

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} (\Psi_{11} - \Psi_{22}); \quad \gamma_2 = \Psi_{12} = \Psi_{21}. \quad (2.56)$$

A distorção que opera sobre as imagens afetadas pela lente gravitacional pode ser então descrita a partir da junção da parte isotrópica com a parte anisotrópica,

$$\mathcal{A} = (1 - \kappa) \mathcal{I} - \Gamma = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}. \quad (2.57)$$

Logo, a imagem (bi-dimensional) de uma galáxia fonte ( $\beta$ ) é mapeada na imagem observada ( $\theta$ ) através da matriz de magnificação  $\mathcal{M}$ , que é a inversa da matriz  $\mathcal{A}$ ,

$$I^{(i)} = \mathcal{A}^{-1} I^{(s)} = \mathcal{M} I^{(s)}, \quad (2.58)$$

onde  $I^{(s)}$ , e  $I^{(i)}$  são a imagem original de uma galáxia fonte e a mesma após o efeito da lente gravitacional, respectivamente.

### 2.1.7 Tensor de cisalhamento

Nesta seção demonstraremos que o parâmetro  $\Gamma$  se comporta como um tensor de ordem 2. Primeiro, há uma rotação  $\mathcal{R}(\phi)$  que permite escrever  $\Gamma$  na forma diagonal,

$$\Gamma' = \mathcal{R}^T \Gamma \mathcal{R}, \quad (2.59)$$

onde  $\mathcal{R}^T$  é a transposta da matriz de rotação  $\mathcal{R}$ , tendo então,

$$\begin{pmatrix} \gamma'_1 & \gamma'_2 \\ \gamma'_2 & -\gamma'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 \\ \gamma_2 & -\gamma_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}, \quad (2.60)$$

realizando as multiplicações das matrizes obtemos,

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 2\gamma_2 \cos(\phi) \sin(\phi) - \gamma_1 \sin^2(\phi) + \gamma_1 \cos^2(\phi) & -2\gamma_1 \cos(\phi) \sin(\phi) - \gamma_2 \sin^2(\phi) + \gamma_2 \cos^2(\phi) \\ -2\gamma_1 \cos(\phi) \sin(\phi) - \gamma_2 \sin^2(\phi) + \gamma_2 \cos^2(\phi) & -2\gamma_2 \cos(\phi) \sin(\phi) + \gamma_1 \sin^2(\phi) - \gamma_1 \cos^2(\phi) \end{pmatrix}, \quad (2.61)$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1 \cos(2\phi) + \gamma_2 \sin(2\phi) & \gamma_2 \cos(2\phi) - \gamma_1 \sin(2\phi) \\ \gamma_2 \cos(2\phi) - \gamma_1 \sin(2\phi) & -\gamma_1 \cos(2\phi) - \gamma_2 \sin(2\phi) \end{pmatrix}, \quad (2.62)$$

o que implica em:

$$\begin{aligned} \gamma'_1 &= \gamma_1 \cos(2\phi) + \gamma_2 \sin(2\phi), \\ \gamma'_2 &= -\gamma_1 \sin(2\phi) + \gamma_2 \cos(2\phi). \end{aligned} \quad (2.63)$$

Isso faz com que as componentes do cisalhamento sejam invariantes sob as rotações do tipo  $\phi = \pi$ , tornando-o um tensor de segunda ordem. Nós também podemos escrever  $\Gamma$  a partir de seu autovalor  $\lambda_{\pm} = \pm \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2} = \pm \gamma$  na forma,

$$\Gamma = |\gamma| \begin{pmatrix} \cos(2\phi) & \sin(2\phi) \\ \sin(2\phi) & -\cos(2\phi) \end{pmatrix}, \quad (2.64)$$

possibilitando que a Equação 2.57 possa ser escrita da seguinte maneira,

$$\mathcal{A} = (1 - \kappa) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - |\gamma| \begin{pmatrix} \cos(2\phi) & \sin(2\phi) \\ \sin(2\phi) & -\cos(2\phi) \end{pmatrix}. \quad (2.65)$$

O ângulo  $\phi$  é computado na direção do autovetor do tensor de cisalhamento com autovalor correspondente a  $\gamma_+$ . Com a Equação 2.65 podemos ver de maneira mais clara a separação entre convergência  $\kappa$  e o cisalhamento  $\gamma$ , responsáveis pela mudança isotrópica e anisotrópica, respectivamente. Os autovalores da matriz inversa  $\mathcal{A}^{-1}$  são:

$$\lambda_{\pm} = \frac{1 - \kappa \pm \gamma}{\det \mathcal{A}} = \frac{1}{1 - \kappa \mp \gamma} \quad (2.66)$$

### 2.1.8 Mapeamento de uma fonte circular

Realizaremos agora o mapeamento de uma fonte circular ( $\beta_1^2 + \beta_2^2 = r^2$ ). Para tal, podemos considerar um referencial no qual o Jacobiano é diagonal,

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - |\gamma| & 0 \\ 0 & 1 - \kappa + |\gamma| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix}, \quad (2.67)$$

disto obtemos que

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= (1 - \kappa - |\gamma|)\theta_1 \\ \beta_2 &= (1 - \kappa + |\gamma|)\theta_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow r^2 = (1 - \kappa - |\gamma|)^2 \theta_1^2 + (1 - \kappa + |\gamma|)^2 \theta_2^2, \quad (2.68)$$

dividindo por  $r^2$  temos a equação da elipse,

$$1 = \frac{(1 - \kappa - |\gamma|)^2}{r^2} \theta_1^2 + \frac{(1 - \kappa + |\gamma|)^2}{r^2} \theta_2^2. \quad (2.69)$$

Logo, uma fonte originalmente circular será mapeada pela lente na forma de uma elipse, com semi-eixos maior e menor, respectivamente dados por,

$$a = \frac{r}{1 - \kappa - |\gamma|} ; b = \frac{r}{1 - \kappa + |\gamma|}. \quad (2.70)$$

A elipticidade  $g$  gerada pode ser definida a partir destes eixos e associada também com os autovalores na Equação 2.66,

$$g = \frac{a - b}{a + b} = \frac{\lambda_+ - \lambda_-}{\lambda_+ + \lambda_-} = \frac{\gamma}{1 - \kappa}, \quad (2.71)$$

por conta disto, temos na mudança isotrópica uma variação de um fator  $1/(1 - \kappa)$  em todas as direções, enquanto que na mudança anisotrópica temos uma variação  $\gamma_+$  na direção do ângulo  $\phi$  (radial) e uma variação de  $\gamma_-$  na direção perpendicular (tangencial). As Figuras 2.4 e 2.5 ilustram a mudança na forma de uma fonte circular.

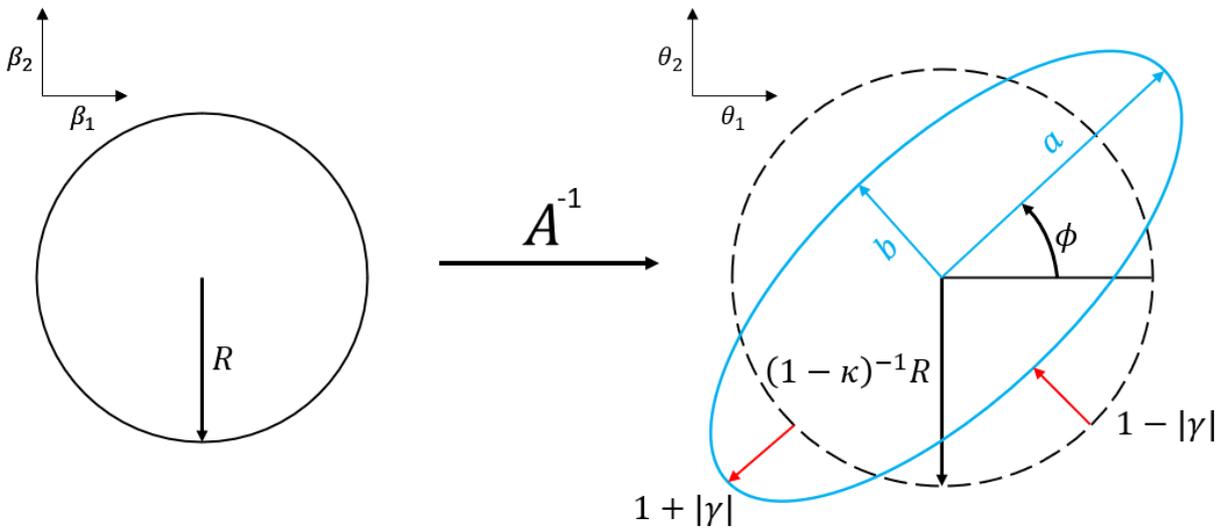


Figura 2.4: Uma fonte circular de raio  $R$  sofre uma transformação  $\mathcal{A}^{-1}$  que resulta em uma deformação elíptica. A orientação da elipse segue o ângulo  $\phi$  que advém da relação entre o eixo  $\theta_1$  e o semi-eixo maior.

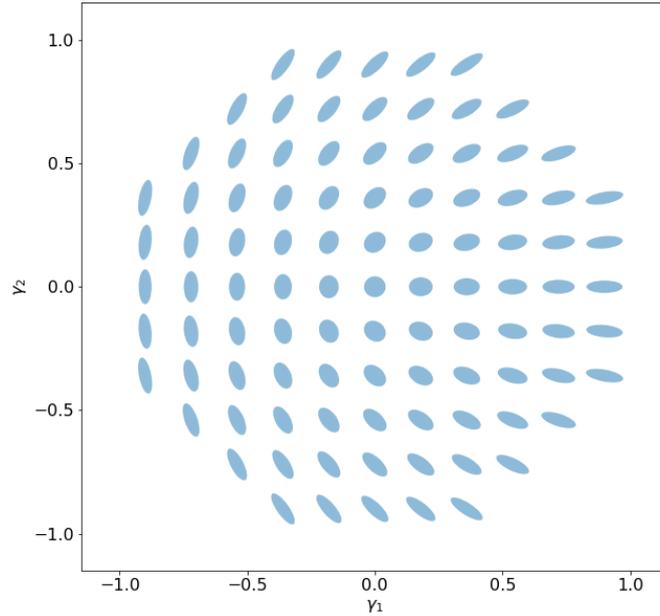


Figura 2.5: Orientação da imagem de uma fonte circular para diferentes combinações dos valores de  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ . Imagem obtida e adaptada de Meneghetti (2021).

O resultado obtido na Equação 2.71 é chamado de *cisalhamento reduzido*. Em muitos casos de lentes gravitacionais fracas, a contribuição da convergência  $\kappa$  é irrisória ( $\kappa \ll 1$ ), o que faz com que

$$g \approx \gamma. \quad (2.72)$$

Uma problemática é que galáxias não são fontes intrinsecamente circulares. Isso faz com que a medida de sua elipticidade seja uma combinação entre a elipticidade intrínseca da galáxia com o cisalhamento reduzido,

$$\epsilon^i = \epsilon^s + g, \quad (2.73)$$

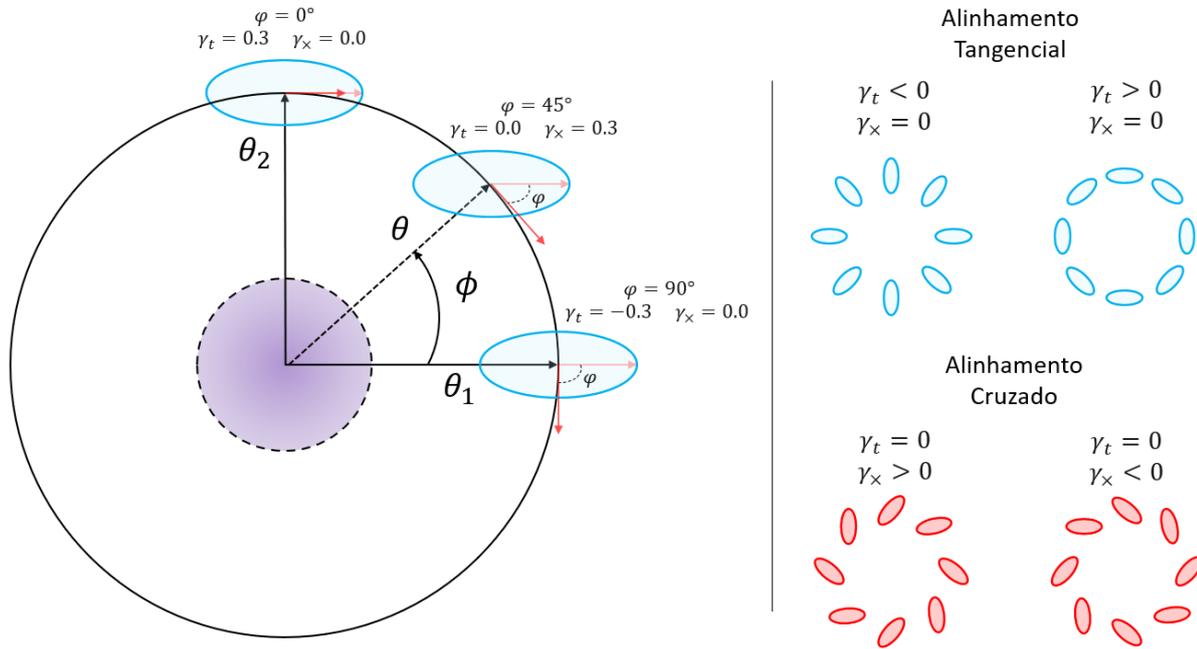
onde  $\epsilon^i$  e  $\epsilon^s$  são a elipticidade da imagem deformada e a elipticidade intrínseca da fonte, respectivamente. Porém, a uma medida individual do cisalhamento de uma galáxia é muito ruidosa, uma vez que a variância de  $\epsilon^s$  é maior do que  $g$ . Para resolver este problema, nós podemos nos valer de que as galáxias não possuem uma orientação privilegiada, mas sim aleatória, uma vez que assumimos que o Universo é homogêneo e isotrópico, e que por isso a média de suas elipticidades deve ser  $\langle \epsilon^s \rangle = 0$ . Portanto, qualquer valor medido em um conjunto de galáxias deve ter

$$\langle \epsilon^i \rangle = g \approx \gamma, \quad (2.74)$$

já que as lentes gravitacionais produzem uma direção preferencial nas imagens.

### 2.1.9 Cisalhamento tangencial e cruzado

Até o momento temos utilizado como referencial o centro da galáxia observada, mas como estamos interessados em mensurar um conjunto delas, é interessante estabelecer um referencial que leva em conta a posição do centro da massa da lente em detrimento de uma posição individual. Assim, definimos dois tipos de alinhamento: o *tangencial* e o *cruzado*; que são ilustradas pela Figura 2.6 e matematicamente dados por,



**Figura 2.6: Esquerda:** Ilustração das componentes tangenciais e cruzadas do cisalhamento. Neste exemplo temos uma imagem com  $\gamma_1 = 0.3$  e  $\gamma_2 = 0.0$  orientada pelas coordenadas esféricas  $(\theta, \phi)$  para três posições distintas. **Direita:** Tipos de alinhamento ao redor de uma lente localizada no centro. Quando  $\gamma_t > 0$  temos um alinhamento tangencial, para  $\gamma_t < 0$  há um alinhamento radial. No caso de  $\gamma_x$  temos uma variação de  $\pi/4$  com relação a  $\gamma_t$ . Imagem adaptada de Schneider et al. (2006).

$$\gamma_t = -\Re(\gamma \times e^{-2i\phi}); \quad \gamma_x = -\Im(\gamma \times e^{-2i\phi}); \quad (2.75)$$

$$\gamma_t = -\gamma_1 \cos(2\phi) - \gamma_2 \sin(2\phi); \quad \gamma_x = \gamma_1 \sin(2\phi) - \gamma_2 \cos(2\phi). \quad (2.76)$$

Os sinais negativos são usados para definir o alinhamento tangencial ao redor de regiões de sobredensidades e o alinhamento radial para regiões de subdensidades.

É comum utilizarmos as nomenclaturas dos *modos-E* e *modos-B* da polarização da radiação cósmica de fundo (CMB<sup>1</sup>) para se referir ao alinhamento tangencial e cruzado, respectivamente. Um modo-E possui semelhança com o campo elétrico (campo de gradiente), enquanto um modo-B está associado com um campo análogo ao magnético (campo rotacional). Como a gravidade é uma força conservativa, não são esperados modos-B para as lentes gravitacionais fracas em fontes isoladas, ou seja,  $\gamma_{\times} = 0$ . Por conta disto, podemos associar qualquer valor medido de  $\gamma_{\times}$  com o ruído gerado no processo de medida do cisalhamento, sendo um importante teste nulo.

### 2.1.10 Determinação de massa via cisalhamento tangencial

O cisalhamento tangencial é uma grandeza fortemente relacionada com a distribuição de massa da lente. Para qualquer distribuição de massa, a média azimutal do cisalhamento tangencial numa dada distância ao centro da lente,  $\langle \gamma_t \rangle(r)$ , pode ser interpretada como um contraste de massa (Miralda-Escudé, 1991),

$$\langle \gamma_t \rangle(r) = \frac{\bar{\Sigma}(< r) - \bar{\Sigma}(r)}{\Sigma_{crit}} = \bar{\kappa}(< r) - \bar{\kappa}(r), \quad (2.77)$$

onde  $\bar{\Sigma}(< r)$  é a densidade superficial (projetada) média dentro da abertura de raio  $r$ , e  $\bar{\Sigma}(r)$  a média azimutal da densidade superficial na distância  $r$ . Desse modo a densidade média projetada pode ser expressa como  $\Sigma_{crit} \langle \gamma_t \rangle$ , quando o raio em que a medida é feita é grande o suficiente para que o valor da densidade nesse ponto seja desprezível:  $\bar{\Sigma}(r) \rightarrow 0$ .

Outro modo para medir massas, o chamado de paramétrico, é baseado no ajuste de perfil radial medido de  $\langle \gamma_t \rangle$  às previsões deste valor feitas em modelos para o perfil de massas dos aglomerados. Isso é feito abundantemente na literatura pois, além de minimizar o problema da degenerescência de lâmina de massa, o número de parâmetros a serem ajustados é bem menor nesses casos (e.g. um para o perfil isotérmico, dois para o NFW esférico ou quatro para o NFW elíptico), possibilitando o ajuste de dados de baixa razão sinal-ruído mais eficientemente (e.g. Cypriano et al., 2004).

## 2.2 Point Spread Function

Num arranjo físico real, o próprio sistema imageador pode gerar distorções na imagem, ocasionando em mudanças na forma do objeto medido. No nosso contexto astronômico,

<sup>1</sup> Do inglês: Cosmic Microwave Background.

o sistema telescópio, câmera e detector possui uma resposta óptica para cada um destes elementos. Ainda no caso de telescópios em solo, é preciso também levar em conta o efeito da turbulência atmosférica (*seeing*) que acaba adicionando aleatoriedade no sistema. A resposta deste efeito a uma fonte pontual tem o nome de *função de dispersão de ponto* ou PSF. Matematicamente, a PSF é tratada como uma convolução na imagem, cujo brilho superficial é dado por,

$$I(\theta) = \int I(\phi) \text{PSF}(\theta - \phi) d^2\phi, \quad (2.78)$$

sendo  $I(\phi)$  e  $I(\theta)$  o brilho superficial antes e após a convolução com a PSF, respectivamente. Como a PSF altera o formato de objetos, sua correção é imprescindível para medidas de cisalhamento. Existem métodos de óptica adaptativa nos telescópios para realizar estas correções, mas que se tornam menos efetivos no caso de levantamentos de grande campo.

Como uma fonte pontual é fácil de ser deconvoluída, independente da forma da PSF, utilizar essa abordagem auxilia na remoção destes efeitos indesejados. Uma maneira prática de medir seu efeito em galáxias é utilizar o fato de que estrelas podem ser consideradas como fontes pontuais, sendo assim, qualquer variação em relação a medida do formato individual delas pode ser associada com os efeitos da PSF e então interpolado para o restante da imagem (Figura 2.7). Como a PSF varia espacialmente, o seu mapeamento demanda uma seleção criteriosa de estrelas que estejam também bem distribuídas na imagem. Embora existam efeitos cromáticos (Cypriano et al., 2010), eles costumam ser ignorados em observações do solo e a depender da medida a ser feita.

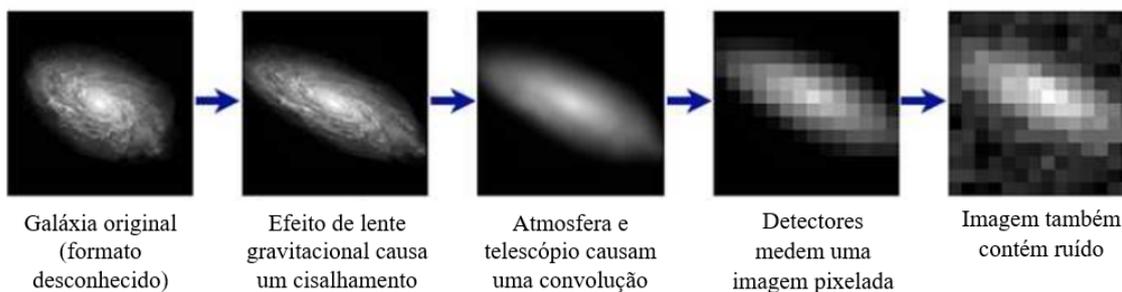
A PSF é responsável por gerar vieses multiplicativos e aditivos nas medidas de cisalhamento. O primeiro tipo tem relação com o espalhamento da luz que deixa a imagem mal definida e portanto mais arredondada e com uma má correção da PSF como apresentado em Schmitz et al. (2020). Já o segundo tipo possui relação com efeitos anisotrópicos do sistema que se adicionam na elipsidade. São necessários diversos testes nulos para quantificar estes desvios e garantir uma boa qualidade do modelo que serão abordados na Seção 4.1 do Capítulo 4.

### 2.3 Medida da forma

A preocupação central deste trabalho é a medida da forma de galáxias. Como galáxias não são perfeitamente elípticas, e portanto não podemos simplesmente descrever seu tama-

## Processo de formação de imagem

### Galáxias: do formato intrínseco até a imagem medida:



### Estrelas: de fontes pontuais até a imagem medida:

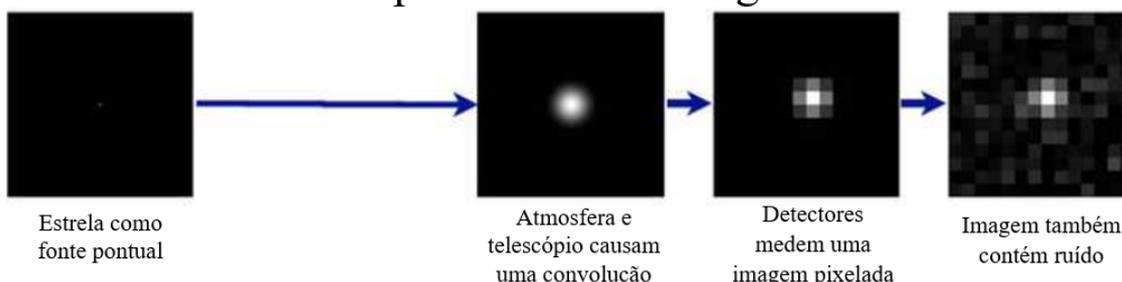


Figura 2.7: Ilustração dos efeitos da PSF (convolução) e outros sobre a imagem de uma galáxia-fonte e uma estrela (objeto pontual). Extraído e adaptado de Bridle et al. (2009).

nho e forma a partir da razão entre seus eixos, temos que encontrar métodos que levam em consideração possíveis irregularidades, especialmente no caso de galáxias fracas. Adicionalmente, estes métodos precisam levar em conta os dados observacionais, então escrevê-los com base nos *pixels* de uma imagem é fundamental. Um dos métodos utilizados é a medida via momentos, que será apresentado nesta seção.

### 2.3.1 Momentos de quadrupolo

Como o formato das galáxias esta relacionada com suas isofotas, é possível extrair a partir dos momentos de quadrupolo da distribuição do brilho superficial  $I(\theta)$  medidas de tamanho e forma de objetos astronômicos que podem ser associadas com suas elipticidades, uma vez que a luminosidade total destes objetos pós distorção se mantém constante. Estes momentos são definidos como,

$$M_{ij} = \int I(\theta)(\theta_i - \bar{\theta}_i)(\theta_j - \bar{\theta}_j)d^2\theta, \quad (2.79)$$

sendo  $\theta$  a posição bidimensional na imagem com  $i$  e  $j$  representando os índices de suas respectivas coordenadas,  $\bar{\theta}$  é a posição central, escrita a partir dos momentos de primeira ordem,

$$\bar{\theta}_i = \frac{M_{1,0}}{M_{0,0}}; \quad \bar{\theta}_j = \frac{M_{0,1}}{M_{0,0}}. \quad (2.80)$$

Entretanto, estas medidas de momento de quadrupolo a partir dos *pixels* de uma imagem é uma medida sensível ao ruído (Kaiser et al., 1995). Neste caso é preferível a aplicação de uma função peso  $w[I(\theta)]$  afim de maximizar a taxa do sinal-ruído de um determinado objeto. Assim definimos o tensor de segundos momentos de  $I(\theta)$  (Blandford et al., 1991),

$$Q_{ij} = \frac{\int I(\theta)w[I(\theta)](\theta_i - \bar{\theta}_i)(\theta_j - \bar{\theta}_j)d^2\theta}{\int I(\theta)w[I(\theta)]d^2\theta}, \quad i, j \in 1, 2. \quad (2.81)$$

Desta definição obtemos que o traço da matriz do momentos,

$$T = Q_{11} + Q_{22}, \quad (2.82)$$

contém informações a respeito do tamanho da imagem. Outra medida de tamanho utilizada é  $\sigma^2$ ,

$$\sigma^2 = \sqrt{\det(\mathbf{Q})} = \sqrt{(Q_{11}Q_{22} - Q_{12}^2)}, \quad (2.83)$$

que é proporcional a área do objeto, também chamado de raio determinante  $\sigma$  ou tamanho característico. Este parâmetro pode ser utilizado para verificar a qualidade do modelo da PSF. As medidas  $T$  e  $\sigma$  podem ser relacionadas da seguinte maneira,

$$T = 2\sigma^2. \quad (2.84)$$

Como as estrelas estão correlacionadas com a PSF, espera-se que,

$$f_{\delta\sigma} = \frac{\sigma_{PSF} - \sigma_*}{\sigma_*} \approx 0, \quad (2.85)$$

onde  $\sigma_{PSF}$  e  $\sigma_*$  representam os tamanhos  $\sigma$  da PSF e das estrelas, respectivamente. Já a elipticidade pode ser escrita de duas maneiras distintas com dependência somente em  $T$  ou em ambos,

$$\epsilon = \frac{Q_{11} - Q_{22} + 2iQ_{12}}{Q_{11} + Q_{22} + 2\sqrt{Q_{11}Q_{22} - Q_{12}^2}} = \epsilon_1 + i\epsilon_2, \quad (2.86)$$

$$\chi = \frac{Q_{11} - Q_{22} + 2iQ_{12}}{Q_{11} + Q_{22}} = \chi_1 + i\chi_2, \quad (2.87)$$

cujo os valores estão relacionados com os semi-eixos de uma elipse,

$$\epsilon = \frac{a-b}{a+b} e^{2i\phi}; \quad \chi = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2} e^{2i\phi}. \quad (2.88)$$

Assim, tanto  $\epsilon$  quanto  $\chi$  possuem a mesma fase  $\phi$  e somente se diferem em valor absoluto. Eles podem ser convertidos de um para o outro da seguinte maneira:

$$\epsilon = \frac{\chi}{1 + (1 - |\chi|^2)^{1/2}}; \quad \chi = \frac{2\epsilon}{1 + |\epsilon|^2}. \quad (2.89)$$

As transformações que levam as elipticidades do plano da fonte ( $s$ ) para o plano da lente foram derivadas por Seitz e Schneider 1995 e tomam a forma,

$$\chi^s = \frac{\chi - 2g + g^2\chi^*}{1 + |g|^2 - 2\mathcal{R}(g\chi^*)}; \quad \epsilon^s = \begin{cases} \frac{\epsilon - g}{1 - g^*\epsilon} & \text{se } |g| \leq 1 \\ \frac{1 - g\epsilon^*}{\epsilon^* - g^*} & \text{se } |g| > 1. \end{cases} \quad (2.90)$$

Além disto, podemos realizar a transformação inversa destas elipticidades de maneira simples, trocando  $g \rightarrow -g$ . Ao utilizarmos o limite para lentes fracas,  $\gamma \ll 1$  e  $\kappa \ll 1$ , a relação destas elipticidades com o cisalhamento pode ser escrita como,

$$\frac{\langle \chi \rangle}{2} \approx \langle \epsilon \rangle \approx g \approx \gamma, \quad (2.91)$$

e a Equação 2.73 toma a forma,

$$\epsilon^i = \epsilon_1^i + i\epsilon_2^i = (\epsilon_1^s + \gamma_1) + i(\epsilon_2^s + \gamma_2) \quad (2.92)$$

$$\chi^i = \chi_1^i + i\chi_2^i = (\chi_1^s + 2\gamma_1) + i(\chi_2^s + 2\gamma_2) \quad (2.93)$$

Por fim, a qualidade das medidas de cisalhamento vão depender do número de galáxias numa determinada região. O ruído destas medidas pode ser calculado pela dispersão média das elipticidades intrínsecas,

$$\sigma_\epsilon = \frac{\sqrt{\langle e^s e^{s*} \rangle}}{N}; \quad \sigma_\chi = \frac{\sqrt{\langle \chi^s \chi^{s*} \rangle}}{N}; \quad (2.94)$$

por conta disto, as medidas de lentes gravitacionais fracas demandam abordagens estatísticas como mencionado no Capítulo 1.

Como ambas as definições são válidas, é necessário atenção do leitor. A elipticidade  $\chi$ , também chamada de polarização normalizada, é a única combinação adimensional de spin-2

dos momentos de segunda ordem que não demanda o produto dos momentos. Essa definição é utilizada por métodos baseados nas medidas dos momentos como o KSB e suas respectivas variações. Já a elipticidade  $\epsilon$  costuma ser utilizada por métodos baseados em modelo, como o caso do LENSFIT. Geometricamente  $\chi$  e  $\epsilon$  representam respectivamente a terceira excentricidade e o terceiro achatamento (Viola et al., 2014). Além disto,  $Q_{11} + Q_{22}$  podem gerar valores negativos, ocasionando problemas nas medidas de  $\chi$ , demandando assim alternativas, como o caso de  $\epsilon$  (Israel et al., 2017). Estas definições podem gerar algumas confusões de nomenclatura, especialmente ao compararmos levantamentos distintos. Sendo necessária as conversões descritas pela Equação 2.89.

### 2.3.2 Método KSB com regaussianização

Uma vez obtido o modelo da PSF, é necessário descontar seu efeito das galáxias para o cálculo do cisalhamento. Métodos como KSB (Kaiser et al., 1995), BJ (Bernstein e Jarvis, 2002), Linear (Hirata e Seljak, 2003) e Re-Gaussianização (Hirata e Seljak, 2003) realizam esta correção no espaço de parâmetros usando os momentos de quadrupolo da PSF que foram descritos na Seção 2.3. A vantagem deste tipo de abordagem é a sua velocidade de processamento. Entretanto, as correções da PSF via momentos apresentam problemas em lidar com imagens que foram confeccionadas via técnica de empilhamento, uma vez que a PSF é alterada durante este tipo de processo.

Cada um dos métodos citados costuma se diferenciar nos seguintes aspectos. O primeiro leva em consideração a forma da função peso  $w[I(\theta)]$ , sendo em geral utilizado um formato gaussiano, por conta de sua convergência em raios grandes e pela ausência de singularidades. Métodos mais tradicionais, como o KSB, utilizam por exemplo uma gaussiana circular. O segundo leva em consideração se será utilizada a mesma função peso para as galáxias e a PSF, ou se será utilizada uma função diferente para cada uma. O terceiro e último aspecto esta na forma em que a correção será feita, podendo realizar uma deconvolução parcial da imagem ou uma correção direta nos momentos dela, neste segundo caso, ainda é preciso determinar quais correções levarão em conta teoria de perturbações, simulações ou resultados analíticos. Existem também abordagens iterativas que adaptam  $w[I(\theta)]$  a forma do objeto durante o processamento e por conta disto são chamadas de *momentos adaptativos*.

O modelo da PSF pode ser estimado dividindo seu efeito em uma parte anisotrópica

e isotrópica. Em Kaiser et al. 1995, temos o efeito isotrópico na forma de um disco de *seeing* circular que é convoluído com a parcela anisotrópica. Em Hirata e Seljak 2003 temos uma comparação entre os diversos métodos mencionados, em um deles a parte isotrópica é determinada via gaussianas elípticas a partir do processo de re-Gaussianização. No mesmo artigo o método de re-Gaussianização apresentou uma melhor performance na calibração do erro.

O processo de re-Gaussianização consiste no seguinte. Considerando  $g(\mathbf{x})$  a PSF,  $f(\mathbf{x})$  a imagem,  $I$  a intensidade da imagem e  $I'$  a intensidade intrínseca, podemos realizar uma aproximação gaussiana da PSF,

$$g(\mathbf{x}) \approx G(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\text{del}M_G}} \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{x}^T M_G^{-1} \mathbf{x}\right), \quad (2.95)$$

sendo  $M_G$  uma matriz de covariância. Nós podemos então calcular o resíduo  $\epsilon(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) - G(\mathbf{x})$  e utilizar as relações de convolução ( $\otimes$ ) destas funções com a intensidade da imagem,

$$I = g \otimes f = G \otimes f + \epsilon \otimes f, \quad (2.96)$$

$$G \otimes f = g \otimes f - \epsilon \otimes f, \quad (2.97)$$

como a determinação de  $f(\mathbf{x})$  não é algo fácil, caso contrário seria trivial determinar  $G(\mathbf{x}) \otimes f(\mathbf{x})$ , nos valem novamente de uma aproximação,

$$f(\mathbf{x}) \approx f_0(\mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\text{del}M_f^{(0)}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{x}^T [M_f^{(0)}]^{-1} \mathbf{x}\right), \quad (2.98)$$

com  $M_f^{(0)} = M_I + M_g$ , onde  $M_I$  e  $M_g$  são as matrizes de covariância adaptativa do objeto e da PSF respectivamente. Então conseguimos obter os momentos de  $I'$ ,

$$I' = I - \epsilon \otimes f_0. \quad (2.99)$$

É a partir destas aproximações gaussianas e do cálculo do resíduo que o método de regaussianização obtém este nome.

Para corrigir os efeitos da PSF e também realizar as medidas de cisalhamento optamos por utilizar o módulo HSM do GALSIM<sup>2</sup>, que consiste em uma série de rotinas capazes de realizar a correção da PSF via momentos adaptativos.

<sup>2</sup> [https://galsim-developers.github.io/GalSim/\\_build/html/hsm.html](https://galsim-developers.github.io/GalSim/_build/html/hsm.html)

### 2.3.3 Métodos de ajuste “*forward fitting*”

Uma segunda técnica popular para o cálculo da forma de galáxias é o método de ajuste “*forward fitting*”, onde um modelo simples, paramétrico, da distribuição de luz de uma galáxia é gerado, posteriormente convoluído pela PSF local, e então comparado com a imagem real para fins do cálculo da verossimilhança. Dessa maneira funcionam o LENSFIT (Miller et al., 2007) que foi usado no CFHTLenS (Miller et al., 2013), o IM3SHAPE (Zuntz et al., 2013) e o NGMIX (Sheldon, 2014) que estão sendo usados no DES (Jarvis et al., 2016). Em adição a esses métodos foi proposto um método de auto correção chamado METACALIBRATION (Huff e Mandelbaum, 2017; Sheldon e Huff, 2017) onde valores adicionais de cisalhamento são adicionados às imagens de cada galáxia, a fim de mensurar a taxa de resposta de cada método a essas variações.

Como estes métodos de ajuste são muito intensos computacionalmente sua utilização num levantamento de grande área, como o J-PAS, requer o uso intensivo de recursos computacionais. O processamento ideal é feito por imagem (não co-adicionada) e nos vários filtros disponíveis. Como esses métodos levam da ordem de um segundo por galáxia, por imagem, o processamento de todo o J-PAS poderia levar vários anos numa CPU única.

## 2.4 Redes Neurais

Uma possível solução para o problema do tempo de processamento citado na seção anterior foi proposta em Ribli et al. (2019), que seria o uso de redes neurais convolucionais (CNNs<sup>3</sup>) para efetuar as medidas. A ideia é treinar a rede usando imagens do levantamento em questão com medidas de forma feitas num levantamento mais profundo, como o CFHTLenS, por exemplo. O artigo demonstrou que dessa forma é possível fazer medidas em imagens do DES que se correlacionavam melhor com os valores para as mesmas galáxias do CFHTLenS do que os resultados dos ajustes. Por conta disto, parte deste trabalho tem como objetivo testar a validade desta técnica no contexto do J-PAS e compará-la com um método mais tradicional, o KSB com re-Gaussianização, que também possui um tempo de processamento menor que os métodos *forward fitting*.

Sendo assim, nesta seção discutiremos os fundamentos, os modelos e as técnicas utilizadas por nós na abordagem de redes neurais convolucionais para a medida da forma de

---

<sup>3</sup> do inglês Convolutional Neural Networks

galáxias.

### 2.4.1 Fundamentos de redes neurais

O aprendizado de máquina é um ramo da inteligência artificial que consiste em ensinar um sistema a aprender uma tarefa por conta própria, isto é, sem ser explicitamente programado para tal. Uma rede neural é um modelo de aprendizado de máquina que procura imitar processos neurais presentes em animais, onde o objetivo é reconhecer padrões a partir de uma amostra de dados pré definida para realizar ajustes, previsões ou classificações a respeito do objeto de análise. Por conta disto, os diversos modelos de redes neurais podem ser genéricos o suficiente ao ponto de permitirem que um mesmo algoritmo seja utilizado para determinar a probabilidade de uma imagem ser a representação de um animal ou detectar objetos em um sistema autônomo de direção.

O processo de aprendizado é de certa forma análogo a um processo de ajuste comum. Dado um conjunto de valores de entrada  $\vec{x}$ , espera-se que os valores de saída  $\vec{y}$  representem bem um conjunto de validação  $\vec{\lambda}$  (as vezes chamado de referência ou “verdadeiro”). Um modelo  $\mathbf{M}$ , composto por um conjunto de parâmetros  $\vec{\theta}$ , que pode conter milhões de elementos, é responsável por realizar o melhor ajuste possível. Seja  $d$  uma função capaz de quantificar a diferença entre  $\vec{x}$  e  $\vec{\lambda}$ , e  $N$  o número de elementos contidos em  $\vec{x}$ , tem-se como objetivo minimizar a função perda  $\mathcal{L}$  descrita pela Equação 2.100 (Vitorelli, 2019).

$$\mathcal{L} = \frac{1}{N} \sum_{\vec{x}, \vec{\lambda}} d(\mathbf{M}(x_i, \vec{\theta}), \lambda_i). \quad (2.100)$$

Uma maneira popular de minimizar  $\mathcal{L}$  é via método do gradiente, onde o conjunto de parâmetros  $\vec{\theta}$  do modelo é variado na direção contrária do gradiente de  $\mathcal{L}$  (Equação 2.101).

$$\vec{\theta}_{t+1} = \vec{\theta}_t - \alpha \nabla \mathcal{L} \quad (2.101)$$

A taxa de aprendizado  $\alpha$  é um parâmetro importante, pois ela ajuda a controlar a convergência de  $\mathcal{L}$  para um determinado mínimo no espaço de parâmetros. Caso  $\alpha$  seja inferior ao necessário, o modelo pode ficar preso em um mínimo local ou apresentar uma convergência muito lenta. Enquanto que valores elevados de  $\alpha$  impedem a convergência. Estes aspectos de  $\alpha$  são ilustrados pela Figura 2.8.

O processo de variar os parâmetros da rede dada uma amostra a fim de otimizá-los é chamado de *treinamento*. Neste caso, é de praxe separar a amostra total em um grupo

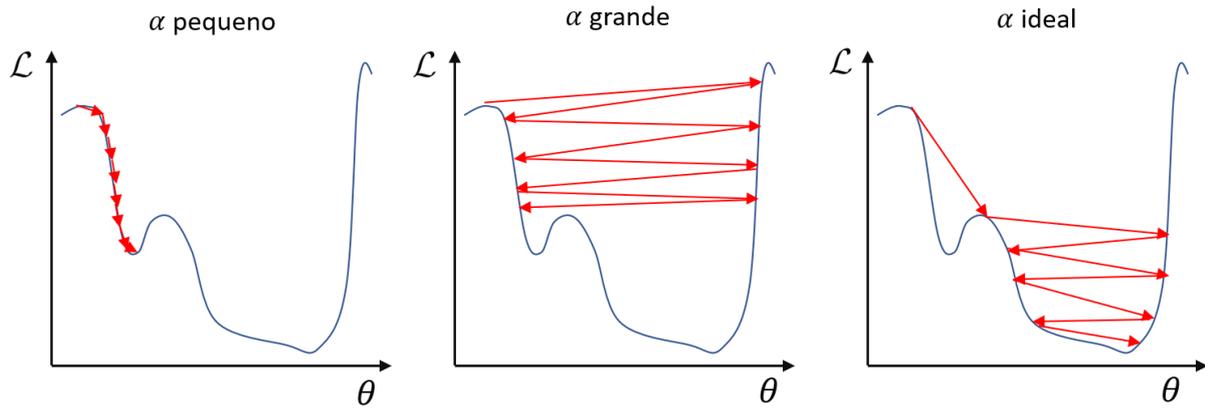


Figura 2.8: Ilustração das diferentes taxas de aprendizado  $\alpha$  dentro do espaço de parâmetros  $\vec{\theta}$  na minimização da função perda  $\mathcal{L}$  usando 8 “interações” cada. Note que num caso prático, o espaço de parâmetros pode conter diversas dimensões, ou seja, determinar um mínimo satisfatório é uma tarefa complexa.

de *treino*, sobre o qual o ajuste será realizado; num grupo de *validação*, usado para a avaliação do modelo e ajustar os hiper-parâmetros da rede; e num grupo independente chamado *teste* que segue a mesma distribuição que a amostra de treino, cuja principal função é verificar vieses e apurar possíveis sobre-ajustes no modelo. Assim, quando ocorre um ajuste igualmente satisfatório em ambos os grupos, tem-se um modelo adequado.

Uma rede neural é composta por camadas interligadas que possuem conjuntos de funções que representam os neurônios da rede (Figura 2.9). A arquitetura de uma rede pode ser simples, como no exemplo, ou extremamente complexa, contendo diversas camadas ocultas e ligações não triviais entre os neurônios. Neste caso, usa-se o termo *aprendizado profundo* para este tipo de estrutura com muitas camadas.

Note que a imagem de entrada  $x_2$  da Figura 2.9 apresenta ambiguidades que fazem com que a rede não consiga determinar com exatidão sua representação. Isso exemplifica que a qualidade de uma rede neural depende também da qualidade da amostra inserida nela. Por conta disto, diversas técnicas de pré processamento são aplicadas em uma amostra, como a normalização no caso de imagens.

Já a estrutura de um neurônio pode ser ilustrada pela Figura 2.10. Seja  $a_p^l$  um neurônio que recebe  $x_i$  entradas vindas da camada anterior e  $w_i$  os pesos associados com estas entradas, um neurônio realiza uma somatória destes valores e depois adiciona um viés  $b$ . Uma característica particular das redes neurais é a presença de uma função de ativação  $f(\Sigma)$  que determinará como o sinal deve ser propagado aos neurônios da camada seguinte.

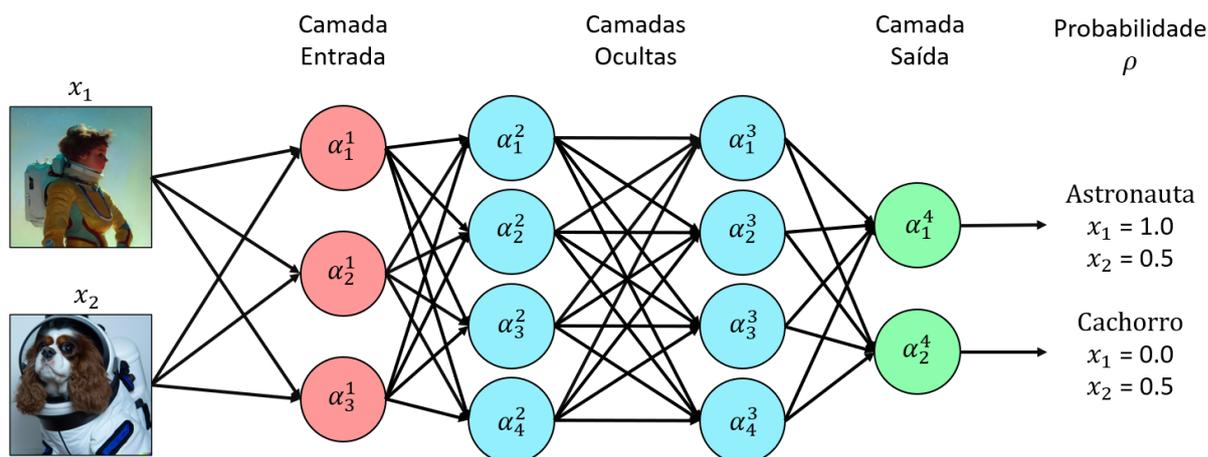


Figura 2.9: Exemplificação de uma rede neural. Neste exemplo, a rede realiza a classificação de imagens, onde o parâmetro de saída são as probabilidades de uma imagem representar um astronauta ou um cachorro. O valor  $\alpha_p^l$  representa um neurônio  $p$  da camada  $l$ . As imagens de entrada foram geradas pelas redes neurais Stable Diffusion e DALL-E-2, respectivamente.

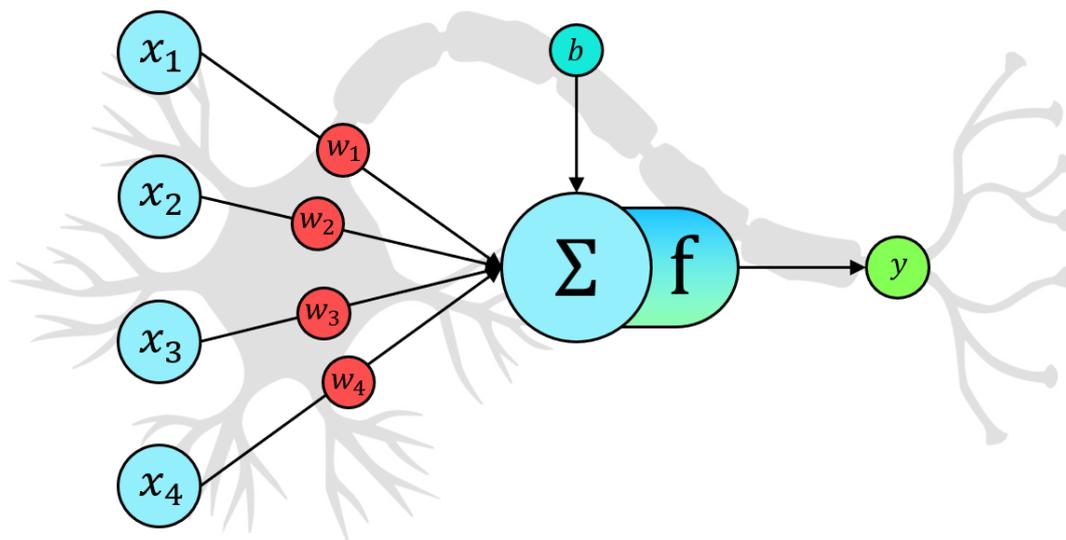


Figura 2.10: Exemplificação de um neurônio.

Ao final teremos um novo sinal de saída  $y_j^{l+1}$  propagado para os neurônios  $a_q^{l+1}$  da camada seguinte (Equação 2.102).

$$y_j^{l+1} = f \left( \sum_{i=1}^N x_i^l w_i^l + b \right) \quad (2.102)$$

As funções de ativação são responsáveis por adicionar uma não linearidade ao modelo, diferenciando as redes neurais de uma regressão linear. Algumas das funções de ativação mais comuns são *Step*, *Sigmoid* e *Rectifier Linear Unit* (ReLU) (Figura 2.11).

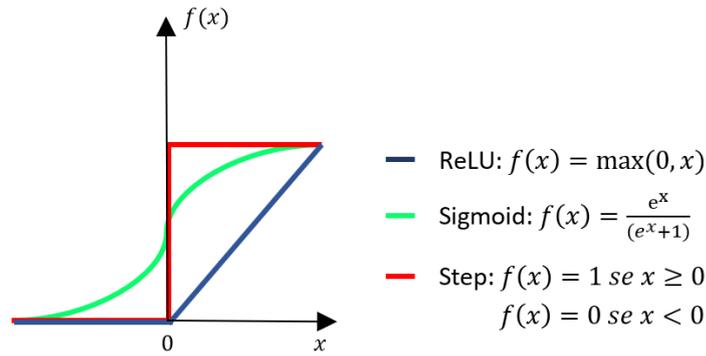


Figura 2.11: Ilustração de funções de ativação.

A escolha da função de ativação possui impacto direto na qualidade da rede. Por exemplo, é comum que redes neurais convolucionais (das quais abordaremos na seção seguinte) utilizem uma função ReLU em suas camadas ocultas, enquanto que um problema de classificação binária costuma ter em sua camada de saída uma função do tipo *sigmoid*. É usual que as camadas ocultas utilizem a mesma função de ativação.

Além disto, as funções de ativação não lineares permitem a realização de *backpropagation* (LeCun et al., 1989), uma vez que elas são diferenciáveis, sendo este o principal método de ajuste dos pesos  $w_i$  e vieses  $b$  dos neurônios afim de minimizar a diferença entre o valor de saída final  $\vec{y}$  e o valor de referência  $\vec{\lambda}$ .

#### 2.4.2 Redes Neurais Convolucionais

Uma rede neural convolucional é um tipo de rede profunda geralmente utilizada na análise de imagens. O termo se deve ao fato dos neurônios atuarem como filtros convolucionais (também chamados de *núcleos de convolução*). Dada uma imagem  $I_{n \times m}$ , descrita por uma matriz, separa-se uma sub região<sup>4</sup> de tamanho  $a \times b$  que seja da mesma dimensão que o filtro, em seguida é realizada uma convolução entre o recorte  $I_{a \times b}$  e o filtro  $f$  para gerar um novo elemento da matriz  $I'_{p \times q}$  (Figura 2.12). Utiliza-se o termo *mapa de características* para a nova imagem gerada, uma vez que um filtro de convolução costuma evidenciar aspectos de uma imagem como bordas ou áreas arredondadas.

O movimento de varredura é definido a partir do parâmetro *stride* que contabiliza quantos passos serão feitos em cada interação com o filtro nas direções  $s_x$  e  $s_y$ . Quanto maior

<sup>4</sup> usa-se o termo *campo receptivo* para denominar a área de recorte.

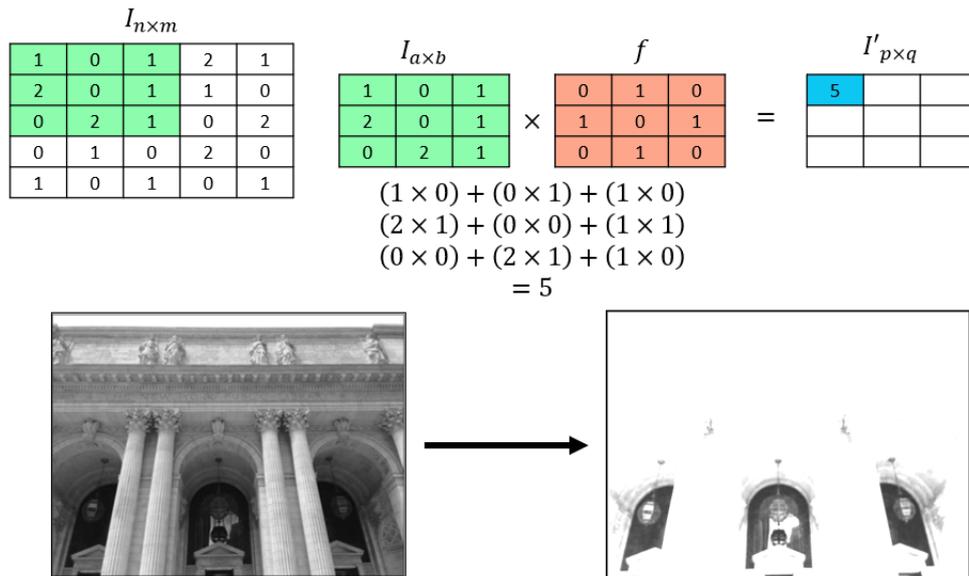


Figura 2.12: Exemplificação do uso de um filtro de convolução. Este exemplo de filtro faz com que o interior dos arcos na imagem sejam evidenciados. Para mais exemplos visuais da aplicação de filtros convolucionais, como o apresentado nessa imagem, acesse <https://setosa.io/ev/image-kernels/>.

o valor do *stride*, menor é a sobreposição entre os elementos. Note que esse processo gera uma matriz de saída menor que a de entrada. Uma maneira de manter a dimensionalidade original é utilizar a técnica de *padding* que consiste em preencher as bordas da matriz de entrada com zeros ou com a repetição de valores adjacentes.

Por outro lado, a diminuição da dimensionalidade pode ser um resultado desejado, uma vez que ela ajuda a reduzir o número de parâmetros, o tempo de treinamento da rede e a ocorrência de sobre-ajuste. Uma maneira eficiente de se fazer isto sem ocasionar a perda de informação essencial é a partir do filtro de *pooling*. Este tipo de filtro costuma selecionar o maior valor ou a média dos valores de um campo receptivo (Figura 2.13).

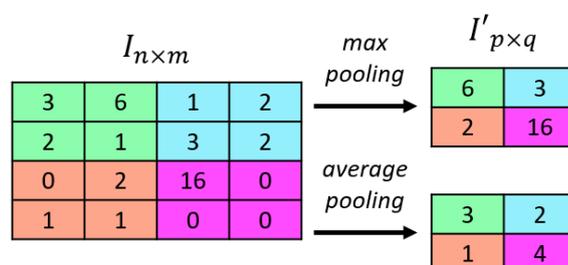


Figura 2.13: Exemplificação da aplicação de um filtro de *pooling* utilizando *stride* 2.

Assim, a arquitetura completa de uma rede neural convolucional é a junção das camadas

com filtros convolucionais, camadas de não-linearidade, onde operam as funções de ativação que podem ou não estar anexadas as camadas de convolução, camadas de *pooling* e por fim camadas totalmente conectadas das quais determinarão a saída da rede (Figura 2.14).

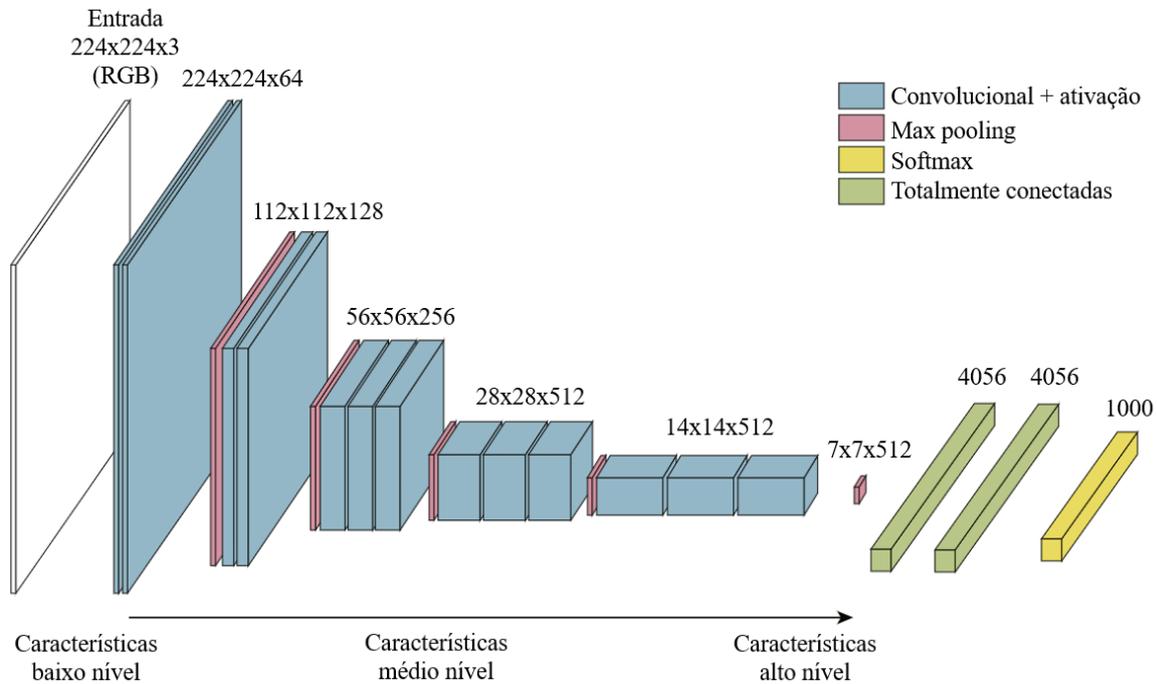


Figura 2.14: Exemplificação de uma CNN. O esquema apresenta o modelo de rede VGG16. O texto sobre as camadas representa seu respectivo tamanho, altura e filtros. Note que neste tipo de rede o número de filtros cresce à medida que as dimensões do mapa de características decrescem. Já nas camadas totalmente conectadas, o número representa a quantidade de neurônios. O valor de saída consiste em 1000 neurônios que calculam a probabilidade de uma imagem de entrada pertencer a alguma das 1000 categorias da competição ImageNet. Neste modelo a função de ativação (ReLU) é ligada com o filtro de convolução. Imagem obtida e adaptada de Lopez Pinaya et al. 2020.

### 2.4.3 Data Augmentation

Uma estratégia útil em redes neurais é o uso da técnica de aumento de dados<sup>5</sup>, que consiste em modificar dados preexistentes da amostra de treinamento ou gerar novos dados a partir de outra amostra que compartilhe as mesmas propriedades estatísticas da amostra de treinamento. O uso desta técnica ajuda a evitar problemas de sobre-ajuste, além de aumentar o número de elementos usados no treinamento. No contexto de redes convolucionais, modificar uma imagem consiste em realizar alguma transformação que

<sup>5</sup> O termo do inglês, *Data Augmentation*, costuma ser mais utilizado.

altere características como cores, orientação, resolução ou tamanho, sem gerar perda de informação essencial (Figura 2.15). Uma rede convolucional deve ser capaz, por exemplo, de analisar de maneira satisfatória uma imagem e sua contra parte refletida, sendo assim, a técnica de *Data Augmentation* ensina à rede as propriedades derivadas das simetrias do problema.



Figura 2.15: Exemplificação de possíveis transformações para *Data Augmentation*.

Já para a criação de novas imagens a partir de uma amostra podemos destacar as Redes Adversárias Generativas<sup>6</sup> que consistem em duas redes neurais que competem entre si, uma para gerar imagens novas e outra para identificar imagens artificiais. Isso permite, por exemplo, que uma GAN treinada em fotos de rostos humanos seja capaz de simular padrões e imagens realísticas como o projeto *This Person Does Not Exist*<sup>7</sup>. Em astronomia esse tipo de técnica pode ser usada para gerar catálogos simulados, sendo especialmente útil para objetos cuja observação é mais restrita, como no caso de galáxias em anel (Krishnakumar e Kalmbach, 2022), ou recuperar características de imagens de galáxias (Schawinski et al., 2017). Isso permite criar amostras que são maiores do que as previamente existentes.

<sup>6</sup> Do inglês, Generative Adversarial Network, abreviado por GAN.

<sup>7</sup> <https://thispersondoesnotexist.com/>

### 2.4.4 EfficientNet

Uma *EfficientNet* é uma família de CNNs construída com intuito de obter uma alta performance (Tan e Le, 2019), cujo os modelos vão do B0 até B7 e que se tornam mais complexos a medida que seu índice avança. Ela pode ser utilizada como *benchmarking* para classificação de imagens em conjuntos de dados, como é o caso do desafio *ImageNet*. As CNNs podem ser ampliadas de três maneiras: aumentando a profundidade (número de camadas), largura (número de canais) e pela resolução da imagem de entrada, normalmente estes parâmetros são ajustados manualmente. No caso da *EfficientNet*, ela realiza um escalonamento composto destes parâmetros descritos por:

$$d = \alpha^\phi \text{ (Profundidade)}, \quad (2.103)$$

$$w = \beta^\phi \text{ (Largura)}, \quad (2.104)$$

$$r = \gamma^\phi \text{ (Resolução)}, \quad (2.105)$$

onde  $\phi$  é um valor inteiro denominado coeficiente composto e  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  são constantes. Uma *EfficientNet* procura otimizar estes valores. A Figura 2.16 ilustra o escalonamento destas componentes.

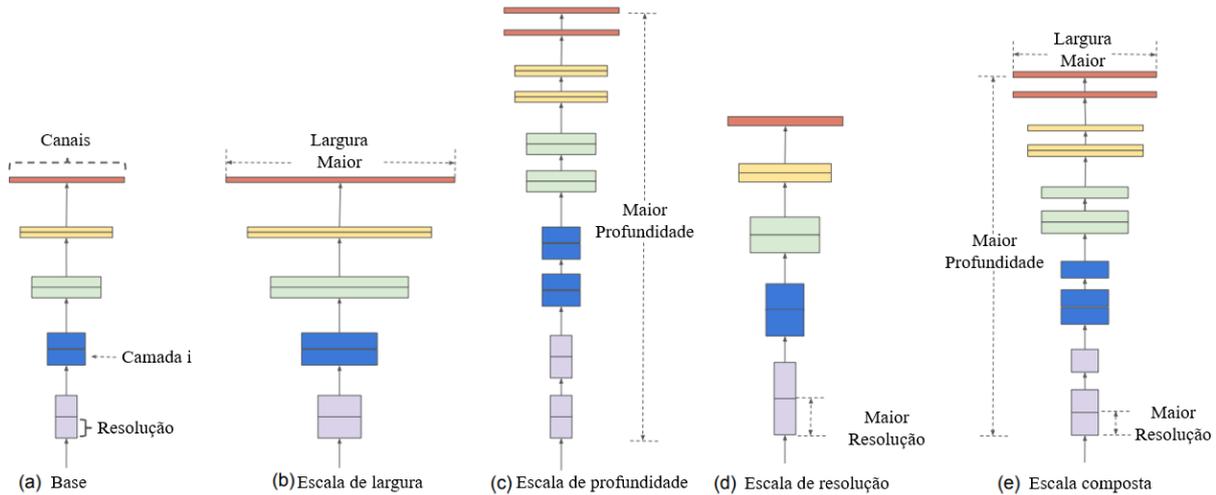


Figura 2.16: Representação do dimensionamento do modelo. (a) a base padrão do modelo. (b)-(d) variação na escala das componentes largura, profundidade e resolução realizada de maneira individual. (e) variação na escala de maneira composta considerando as três componentes. Imagem obtida e adaptada de Tan e Le 2019.

Isso faz com que a rede obtenha melhor acurácia usando um menor número de parâmetros

---

e operações de ponto flutuante por segundo, chamados de *FLOPS*. Essa abordagem já se mostrou eficiente no contexto de lentes gravitacionais vencendo o segundo desafio de dados em lentes gravitacionais fortes (Bom et al., 2022).

Por conta disto optamos por utilizar neste trabalho uma *EfficientNet* desenvolvida por Bernardo Fraga e Clecio R. de Bom do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), que é um modelo mais sofisticado em comparação com uma VGG16 utilizada por Ribli et al. 2019 e Vitorelli 2019. Estamos fornecendo para a rede dois conjuntos de imagens do mini J-PAS: o primeiro são selos das galáxias propriamente ditas em 3 bandas ( $i'r'g'$ ), e o segundo suas respectivas PSFs. O objetivo é fazer uma regressão, que é uma tarefa que consiste em retornar um valor contínuo que depende do objeto de entrada, e obter os parâmetros de elipticidade já corrigidos pela PSF com base nos valores do levantamento do CFHTLenS.



## Dados e métodos

Este capítulo tem como objetivo discutir os dados utilizados, sua respectiva seleção, os métodos de análise e as técnicas computacionais empregadas. Nesta etapa, nosso intuito é descrever a base e as abordagens necessárias para obtenção dos catálogos de elipticidade que serão utilizados para as medidas de cisalhamento via lentes gravitacionais fracas.

### 3.1 *Dados e levantamentos*

Neste trabalho utilizamos dados provenientes de dois levantamentos: o J-PAS, que é o levantamento de nosso maior interesse, e o CFHTLenS, cuja qualidade e profundidade nos permite validar os valores de cisalhamento obtidos a partir das imagens do J-PAS, além de ser uma referência para as medidas de forma via redes neurais convolucionais que terá sua eficiência comparada com o método KSB com regaussianização que é uma abordagem mais tradicional.

#### 3.1.1 *Levantamento J-PAS*

O J-PAS<sup>1</sup> é um levantamento fotométrico de grande campo que será efetuado no observatório do *Javalambre* na Espanha continental, com um telescópio de 2,6m que terá um conjunto de 54 filtros estreitos e 4 largos em frente de uma câmara (JPCam) de 1.2 Gpix (14 CCDs de 9.2k × 9.2k) que cobre uma área de 4.7 graus quadrados no céu (Benitez et al. 2014, Fig. 3.1). Sua escala de *pixel* é 0.2267''/pix. Com início planejado para fins de 2023, o J-PAS vai imagear uma área total de 8500 graus quadrados do hemisfério norte e obterá *redshifts* fotométricos com uma precisão de 0.003(1 + z) para  $9 \times 10^7$  galáxias, graças a

---

<sup>1</sup> <http://www.jpas.org/>

seus sistema de filtros estreitos.

Devido à excelente qualidade dos *redshifts* fotométricos, com o J-PAS será possível obter catálogos de aglomerados de galáxias praticamente completos, para massas superiores a  $5 \times 10^{13} M_{\odot}$ , até  $z \simeq 0,7$  (Ascaso et al., 2016). Também será possível a obtenção de indicadores ópticos de massa (riqueza e luminosidade) com alto grau de precisão.

Resultados preliminares de uma área de 1 grau quadrado, o “mini j-PAS”, foram publicados recentemente Bonoli et al. (2021). Tratam-se de 4 campos quadrados de 33 minutos de arco de lado, com imagens em 54 filtros estreitos mais 4 bandas largas  $u'$ ,  $g'$ ,  $r'$  e  $i'$ . A região imageada é parte do AEGIS (*All-wavelength Extended Groth Strip International Survey*).

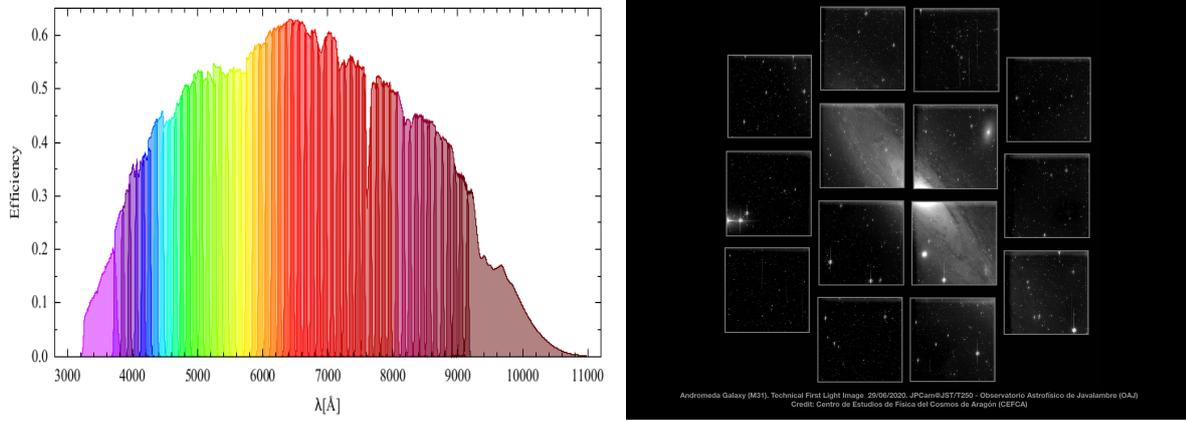


Figura 3.1: Painel esquerdo: O sistema de 54 filtros estreitos e 4 filtros largos do J-PAS (Bonoli et al., 2021). Painel direito: Imagem da galáxia de Andrômeda feita com a JPCam.

Neste trabalho optamos por utilizar somente as bandas largas  $g'$ ,  $r'$  e  $i'$  dos quatro campos desse levantamento prévio, uma vez que estas bandas apresentam uma qualidade maior para o cálculo de elipticidades. Com isto, temos inicialmente um catálogo fotométrico com  $\sim 64k$  objetos para o conjunto dos quatro campos (catálogo completo). Todavia, estamos interessados apenas em objetos cuja a razão sinal-ruído é  $S/N > 10$ , já que objetos com uma fração menor são ruidosos demais para medidas de elipticidade. Também consideramos uma faixa de magnitude entre 0 – 80 e removemos objetos com marcações de erro e máscara. Aplicando estes cortes nossa amostra é reduzida para  $\sim 12.5k$  objetos nas bandas  $r'$   $i'$  e  $\sim 6k$  na banda  $g'$  (catálogo bom). Destes, ainda são realizados cortes que removem o lócus estelar a partir do parâmetro CLASS\_STAR do SOURCE-EXTRACTOR totalizando  $\sim 7.5k$  galáxias candidatas nas bandas  $r'$   $i'$  e  $\sim 2.8k$  na banda  $g'$  (galáxias can-

didatas). Essa diferença se dá pela qualidade das imagens, os objetos candidatos na banda  $g'$  possuem uma razão sinal-ruído menor em comparação com as bandas  $r'$  e  $i'$  (Figura 3.2).

Uma vez realizada as medidas de forma, novos cortes são feitos com relação ao fator de resolução  $R_2$  dado por,

$$R_2 = 1 - \frac{T_{PSF}}{T_{gal}}, \quad (3.1)$$

que varia entre 0 – 1, onde 0 indica um objeto totalmente consistente com a PSF e 1 indica um objeto com resolução perfeita. Optamos por utilizar somente galáxias com  $R_2 > 0.3$ . Também filtramos os dados a partir do parâmetro FITCLASS do CFHTLenS, que será discutido na seção seguinte. A Figura 3.2 exemplifica a distribuição do sinal-ruído na amostra, assim como os efeitos dos diversos cortes realizados.

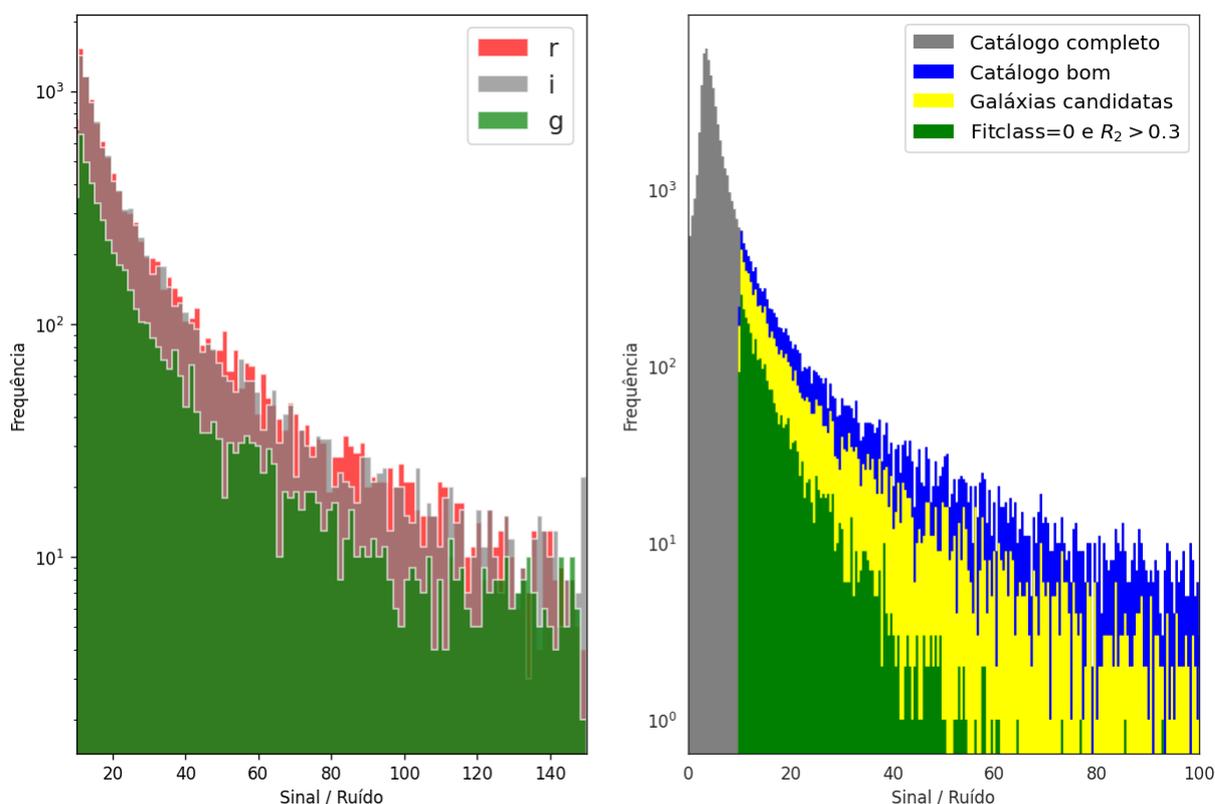


Figura 3.2: *Painel esquerdo*: Distribuição do sinal-ruído em objetos com  $S/N > 10$  para as três bandas usadas. *Painel direito*: Seleções sobre o catálogo completo na banda r.

### 3.1.2 Levantamento CFHTLenS

O Canada-France-Hawaii Telescope Lensing Survey (CFHTLenS<sup>2</sup>) é um levantamento profundo e otimizado para a análise de lentes gravitacionais fracas. Ele utiliza uma câmera MegaCam/MegaPrime<sup>3</sup> que contém 40 CCDs de  $2048 \times 4612$  *pixels*, totalizando 378 *megapixels*, cobrindo uma área de  $1 \times 1$  graus quadrados com uma resolução de 0.187 segundos de arco por *pixel*. O levantamento cobre ao todo uma área de 154 graus quadrados nas bandas  $u', g', r', i', z'$ , contendo dados do Wide, Deep e Pre-Survey do CFHT Legacy Survey. A precisão de seus *redshifts* fotométricos é de  $0.04(1+z)$ . Ele também possui uma excelente medida do cisalhamento de milhões de galáxias a partir do método LENSFIT (Miller et al., 2013). Como a área coberta pelo mini J-PAS está contida na área do CFHTLenS, utilizaremos este levantamento como referência para nossas medidas de cisalhamento, já que as galáxias imageadas pelo CFHTLenS possuem uma qualidade superior com relação às medidas pelo mini J-PAS (Figura 3.3).

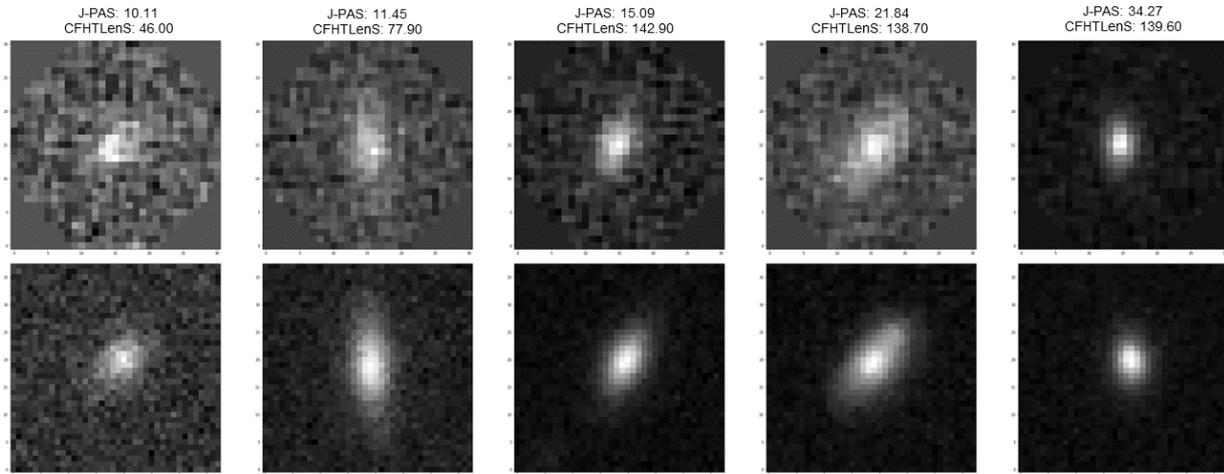


Figura 3.3: Comparação do sinal-ruído de galáxias entre os levantamentos mini J-PAS e CFHTLenS na banda  $r'$ , representados pela sequência de galáxias superior e inferior respectivamente.

Como mencionado anteriormente, o parâmetro FITCLASS foi utilizado na seleção de objetos. Este é um parâmetro de classificação retornado pelo lensfit onde: 1 = estrelas, 0 = galáxias, -1 = ajuste ruim: sem dados utilizáveis, -2 = ajuste ruim: objetos misturados, -3 = ajuste ruim: razões diversas, -4 = ajuste ruim:  $\chi^2$  excede um valor crítico. A Figura 3.4 ilustra a distribuição destas marcações entre os objetos correspondentes dos dois catálogos na amostra das galáxias candidatas. Note que uma parcela considerável dos objetos possui

<sup>2</sup> <https://www.cfhtlens.org/>

<sup>3</sup> <https://www.cfht.hawaii.edu/Instruments/Imaging/MegaPrime/>

Banda	Galáxias Candidatas	Corte em $R_2 > 0.3$	FITCLASS = 0
g	2797	2257	620
r	7765	6319	2773
i	7366	5577	2164

Tabela 3.1 - Cortes das galáxias candidatas após associação entre catálogos e aplicação do limite  $R_2 > 0.3$ .

alguma marcação de ajuste ruim. Em especial, a marcação  $-1$  são de objetos sem medida de elipticidade, inviabilizando parte da comparação entre os dois catálogos. Essa perda reduz a quantidade de galáxias aptas a serem utilizadas em nossos treinamentos com a CNN e de nossos métodos de correções dos vieses das medidas de elipticidade, uma vez que ambos dependem de dados de referência, a Tabela 3.1 descreve numericamente a queda das amostras.

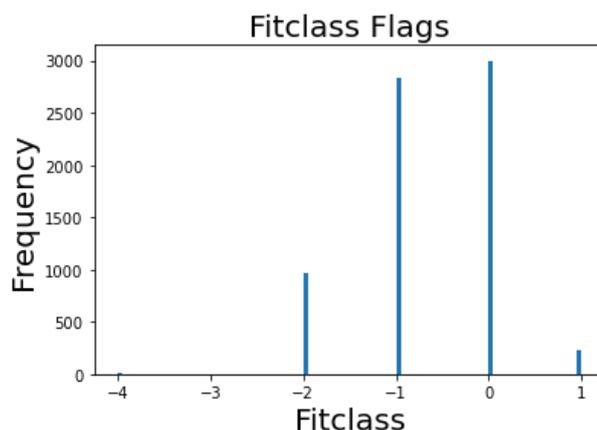


Figura 3.4: Histograma das marcações do parâmetro FITCLASS durante o processo de associação de catálogos.

## 3.2 SOURCE-EXTRACTOR

O SOURCE-EXTRACTOR<sup>4</sup> é um programa que gera catálogos fotométricos a partir de imagens no formato FITS (Bertin e Arnouts, 1996). Trata-se de um *software* livre que é amplamente utilizado e adaptado nos procedimentos de redução de dados dos levantamentos astronômicos. Ele é usado pela equipe de redução de dados do J-PAS e também por nós neste trabalho. Embora seja um programa padrão em muitas *pipelines*, sua documentação é fragmentada e em alguns casos datada. Nesta seção compilamos informações da própria

<sup>4</sup> abreviado também por: SEXTRACTOR

documentação do SExtractor e do guia escrito por Benne Holwerd (Holwerda, 2006). Além, é claro, de nossa própria experiência com o programa. Descreveremos algumas de suas características, assim como os principais parâmetros de configuração utilizados por nós. A ideia é trazer um panorama básico para usuários de primeira viagem.

Além da leitura padrão da imagem, é possível executar o programa em modo de imagem dupla onde um arquivo será utilizado para detecção e outro para fotometria. Isso é útil quando pretende-se analisar múltiplas bandas de uma mesma imagem. Uma terceira opção de execução é a catalogação de objetos em diferentes imagens via associação de catálogos. Neste caso, é possível fornecer de antemão as posições dos objetos de interesse para sua respectiva catalogação em imagens distintas. Sendo uma abordagem útil para regiões com imagens sobrepostas ou, no nosso caso, para gerar um catálogo unicamente de estrelas previamente selecionadas para o modelamento da PSF via PSFEX. Neste caso, é necessário a utilização dos parâmetros ASSOC.

A execução completa possui as seguintes etapas: leitura da imagem, estimativa do fundo do céu, detecção e seleção de objetos, fotometria e classificação.

### 3.2.1 Leitura da imagem

Após ser executado, o SExtractor realizará a leitura do cabeçalho da imagem FITS. O usuário pode escolher via parâmetros o tipo de imagem (CCD ou chapa fotográfica), estabelecer valores para o ponto de magnitude zero, a escala dos *pixels* (o SExtractor não realiza essa medida via cabeçalho e é utilizado apenas para classificação), o nível de saturação e o *seeing*. Deve ser estabelecido via parâmetros o ganho, que é a taxa do número de elétrons com relação ao número de ADU<sup>5</sup> e que depende do tipo instrumento ou abordagem utilizada. Também é possível elencar um arquivo contendo as *flags* e como elas devem ser tratadas: de forma aritmética (OR ou AND) ou com relação ao valor de todas as *flags* (MIN, MAX ou MOST).

Nesta etapa, nós realizamos uma calibração independente da magnitude zero de cada imagem que se mostraram compatíveis com as magnitudes fornecidas pelo levantamento mini J-PAS.

---

<sup>5</sup> do inglês: Analog-Digital Units

### 3.2.2 Mapeamento de fundo

Após a leitura, o SExtractor realiza na imagem o mapeamento de fundo do céu e da RMS<sup>6</sup> do ruído. Para tal, o programa gera sobre a imagem uma malha de grades retangulares, onde cada grade terá a média e o desvio padrão da distribuição de seus *pixels* calculada. Em seguida, utiliza-se um filtro onde os pontos mais destoantes são removidos e o processo é repetido até que todos os *pixels* estejam em  $\pm 3\sigma$  nesta grade. Como em cada interação um novo  $\sigma$  é estipulado, caso a variação nesse valor seja inferior a 20%, a grade é considerada não sobrecarregada e o valor do campo de fundo tem sua moda dada pela média, do contrário, ela será dada por

$$\text{Moda} = 2.5 \times \text{Mediana} - 1.5 \times \text{Média} . \quad (3.2)$$

Em seguida é realizada uma interpolação do tipo spline bicúbica entre as grades, gerando assim o mapa de fundo. Ainda é possível suavizar a imagem antes do mapeamento do fundo a partir de um filtro de mediana, normalmente utilizado para retirar a influência de fontes muito brilhantes ou extensas. Adicionalmente, o programa é capaz de permitir que o usuário defina o valor de fundo arbitrariamente.

Posteriormente, a imagem terá o fundo descontado para seleção de objetos. O usuário pode escolher entre utilizar esse fundo nos cálculos fotométricos ou realizar uma nova estimativa dele a partir de um recorte local tendo no centro cada objeto selecionado. Em geral, medir localmente o fundo melhora a qualidade da fotometria.

### 3.2.3 Imagens de peso

Uma opção existente é adicionar um peso (Weight) aos *pixels* da imagem. Esse peso pode ser estipulado pelo próprio SExtractor ou via arquivo de mapa externo. Uma opção externa pode conter um mapa de variância, do RMS ou do próprio mapa de peso diretamente. Neste sentido o peso dado a cada *pixel* é,

$$\text{Weight} = \frac{1}{\text{variância}} = \frac{1}{\text{RMS}^2} \quad (3.3)$$

Nós utilizamos os mapas de peso disponibilizados pelo mini J-PAS via software SWARP (Bertin, 2010). Estes mapas ajudam a melhorar o modelo da PSF.

---

<sup>6</sup> abreviado do inglês: Root Mean Square, matematicamente dado por:  $\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i x_i^2}$

### 3.2.4 Detecção

Um objeto é identificado quando apresenta uma quantidade mínima de *pixels* adjacentes que estão acima de um determinado limite estabelecido pelo usuário. O limite pode ser em relação ao brilho superficial, ao valor de ADU ou relativo ao RMS de fundo. Para cada tipo de detecção é possível se beneficiar também de um filtro de suavização aplicado antes da detecção e que não afeta a fotometria. Neste caso as opções são: *gaussian*, *tophat*, *mexican hat*, *blokfuction*, onde cada um enfatiza um tipo de detecção. O filtro gaussiano, por exemplo, é utilizado por nós por melhorar a detecção de objetos fracos.

Após a detecção é realizada a separação de objetos sobrepostos. Neste sentido o SEXTRACTOR realiza um modelo bidimensional da distribuição de luz dos *pixels* conectados, nivelando-os em um arranjo análogo a uma árvore (Figura 3.5). Um objeto é identificado quando a intensidade integrada dos *pixels* de um ramo é superior a um limite  $\delta_c$  para mais de um ramo.

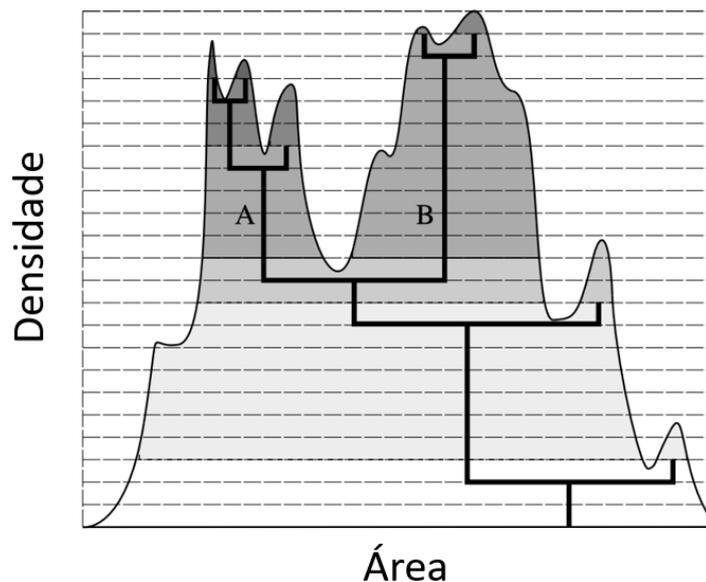


Figura 3.5: Arranjo de árvore representando a separação de objetos sobrepostos. A área pintada representa a intensidade integrada. Imagem extraída e adaptada do manual de usuário SExtractor v2.5 escrito por Emmanuel Bertin.

Todavia, essa separação só é realizada apenas para identificação das sobreposições, gerando uma *flag* quando detectada uma ocorrência de objetos misturados. Embora existam abordagens para separá-los (Burke et al. 2019, Bretonnière et al. 2021), nós não utilizamos esse tipo de técnica dado seu carácter recente. Uma vez que demandaria um aprofunda-

mento maior neste tipo de técnica.

Existe a possibilidade de realizar uma “limpeza” dos objetos detectados. Essa opção é útil para remover artefatos gerados por objetos brilhantes. Com esta opção ativada, o SExtractor verificará se os objetos selecionados seriam detectados se não tivessem seus respectivos vizinhos. A contribuição destes vizinhos é descontada via perfil de luz de Moffat.

### 3.2.5 Fotometria

É realizada após a detecção a análise fotométrica, astrométrica e geométrica dos objetos selecionados. Neste sentido o SExtractor usa abordagens de cálculo com relação a abertura fotométrica. Uma é a análise a partir das isofotas que leva em consideração os *pixels* acima do limite estabelecido após a subtração do fundo e a definição do valor de magnitude zero. Nesta abordagem o programa também estima a isofota corrigida a partir de um perfil gaussiano para levar em conta as “asas” do perfil. Também é realizada a análise fotométrica a partir da luz contida dentro de um raio de Kron que toma a forma de uma elipse (Kron, 1980). Em ambos os casos a fotometria pode ser influenciada pelas fontes vizinhas, por conta disto é possível utilizar o método MAG\_BEST onde são corrigidos objetos via raio de Kron cuja contribuição de outras fontes seja superior a 10% da mesma forma que é realizada a correção das isofotas. Uma alternativa ao raio de Kron é a fotometria via raio de Petrosian (Petrosian, 1976). Por fim, é possível que o usuário estabeleça um diâmetro arbitrário para a análise fotométrica. As abordagens apresentadas são ilustradas pela Figura 3.6.

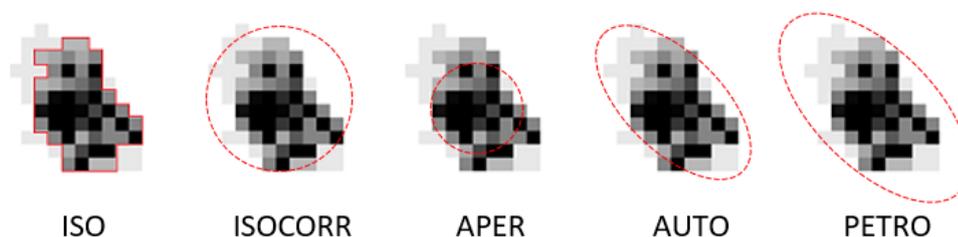


Figura 3.6: Ilustração dos tipos de abertura fotométrica. **ISO**: medida via isofotas onde *pixels* acima de um valor são selecionados. **ISOCORR**: correção da isofota pelo perfil gaussiano para contemplar as “asas” do perfil de luz. **APER**: Abertura fornecida pelo usuário. Pode receber múltiplos valores via parâmetros. **AUTO**: fotometria por raio de Kron. **PETRO**: fotometria por raio de Petrosian. Em parte esse tipo de técnica costuma selecionar elipses maiores com relação ao raio de Kron.

### 3.2.6 Classificação

A partir de uma rede neural do tipo *perceptron* multicamadas o SExtractor realiza a classificação de objetos dando um valor de probabilidade entre 0 – 1 do quão próximo a uma estrela eles são, sendo 1 para fontes pontuais e 0 para fontes extensas, comumente interpretadas como galáxias. Há um outro parâmetro possível de classificação, o SPREAD\_MODEL, que possui melhoras com relação ao CLASS\_STAR, mas optamos por utilizar o CLASS\_STAR uma vez que ele não precisa de um modelo prévio da PSF para ser computado e estamos interessados nesta classificação para realizar o modelamento da PSF.

## 3.3 PSF-EXTRACTOR

O PSF-EXTRACTOR<sup>7</sup> é um programa livre utilizado para extrair modelos da PSF a partir de catálogos gerados pelo SExtractor (Bertin, 2011). Esta é a ferramenta utilizada por nós na otimização da PSF. O modelo gerado baseia-se em uma interpolação polinomial dos *pixels* das imagens em função da posição. O PSFEX trabalha em cima dos selos de objetos catalogados pelo SExtractor. Também é possível computar os *kernels* de homogeneização da PSF.

O programa funciona da seguinte maneira: primeiro ele examina os catálogos dados como entrada procurando fontes pontuais utilizando o valor do raio que contém metade da luminosidade do objeto (chamado também de raio efetivo  $R_{eff}$ ) e as suas respectivas elipticidades. Neste passo também são filtradas fontes saturadas ou que apresentam algum tipo de problema. Em seguida são carregados na memória os selos contendo os recortes dos objetos selecionados e seus respectivos parâmetros, disto é gerado o modelo da PSF que é comparado individualmente com cada fonte de maneira local com intuito de descartar as fontes mais discrepantes com relação ao modelo. Essa verificação é realizada quatro vezes até a confecção final do modelo da PSF.

### 3.3.1 Seleção

Durante a seleção de objetos o PSFEX considera que a forma das fontes não resolvidas não depende do fluxo e que os seus respectivos perfis de imagem possuem a menor FWHM.

<sup>7</sup> abreviado também por: PSFEX

Com isto temos um recorte retangular no plano do  $R_{eff}$  com a magnitude que seleciona parte do lócus estelar (Figura 3.7). O tamanho e a posição da caixa de seleção depende dos parâmetros `SAMPLE_VARIABILITY` e `SAMPLE_FWHMRANGE`. Caso o usuário já possua uma amostra de estrelas candidatas para o modelamento da PSF, é interessante que estes dois parâmetros sejam os mais abrangentes possíveis, a fim de evitar cortes desnecessários em uma amostra já filtrada.

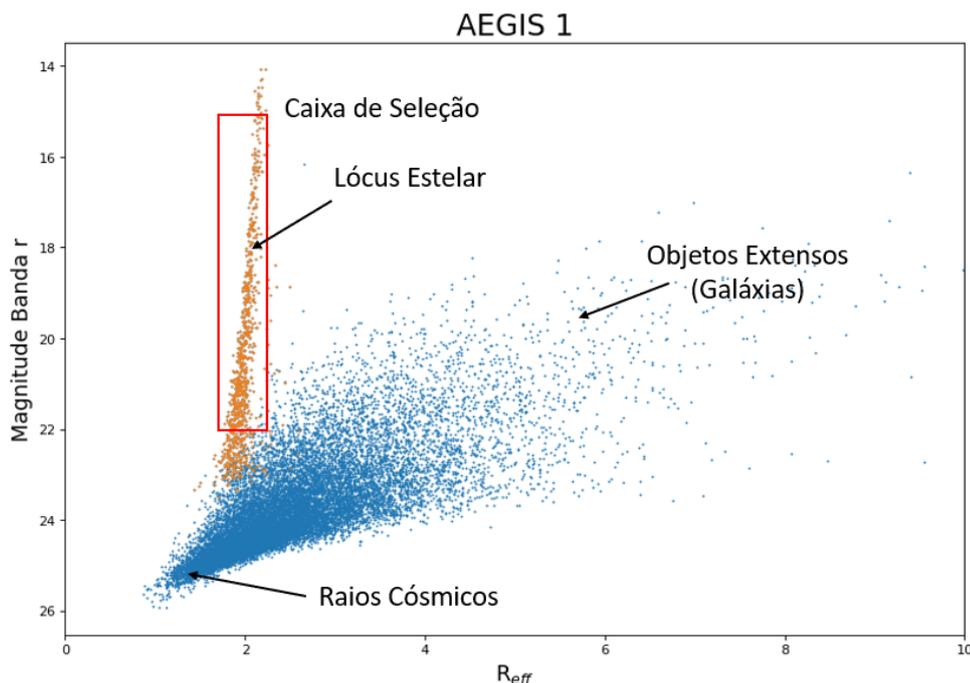


Figura 3.7: Ilustração de como opera a seleção de fontes pontuais do PSFEX com dados do mini J-PAS. Os objetos em laranja são aqueles com `CLASS_STAR > 0.9`.

Para remover objetos problemáticos e artefatos o PSFEX exclui de sua análise aqueles com sinal-ruído e elipticidade superiores aos valores estabelecidos pelo usuário via parâmetros `SAMPLE_MINSN` e `SAMPLE_MAXELLIP`. Ele leva também em consideração *flags* existentes, *pixels* com peso nulo e detecções com níveis de saturação muito elevados.

Dada a contaminação por fontes vizinhas, alguns objetos podem ser inviabilizados para modelamento da PSF. Neste caso o PSFEX realiza um processo de verificação a partir da estimativa de primeira ordem do modelo da PSF e o mapa dos resíduos para cada fonte (Figura 3.8). Uma fonte será considerada contaminada quando trespassar um limite de corte ( $\kappa\sigma$ ) com relação a  $\sqrt{\chi^2}$ , onde  $\kappa$  é um valor arbitrário ( $\sim 4$ ) e  $\sigma$  é a variância do

*pixel.*

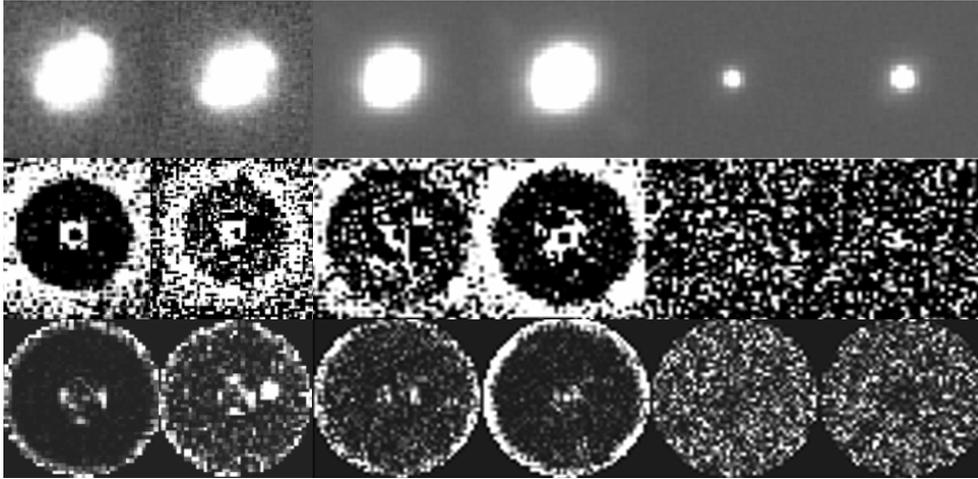


Figura 3.8: Ilustração das medidas da PSF via dados do mini J-PAS. *Primeira linha:* Amostra de estrelas. *Segunda linha:* Resíduo após aplicação do modelo da PSF. *Terceira linha:* Mapa do  $\chi^2$ . Nota-se que as assinaturas de fontes mais saturadas ou com alguma contaminação se evidenciam nos mapas de resíduos e  $\chi^2$ .

### 3.3.2 Variação na PSF

Dada as variações espaciais e temporais que afetam o sistema, a PSF não pode ser tratada de forma constante. O PSFEX lida com isto tomando a PSF como uma combinação linear de vetores da PSF  $\phi_c$  que são associados a uma função de base  $X_c$  que depende de um vetor de parâmetros  $p$ . As funções de base tomam a forma de polinômios das componentes de  $p$ , o grau do polinômio é estabelecido pelo parâmetro PSFVAR\_DEGREES. Os vetores das componentes são ilustrados pela Figura 3.9.

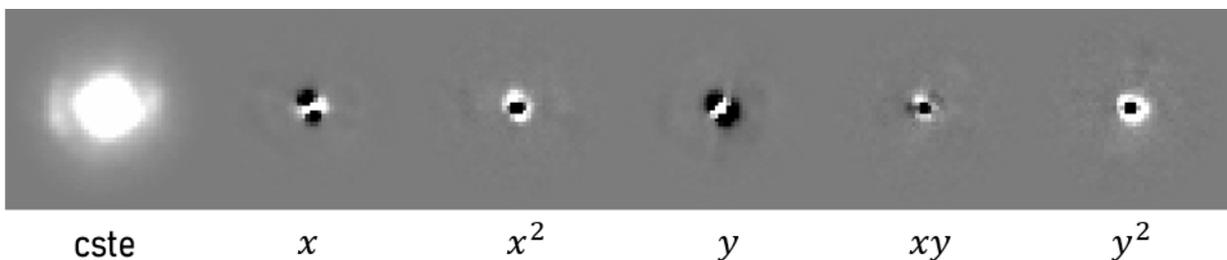
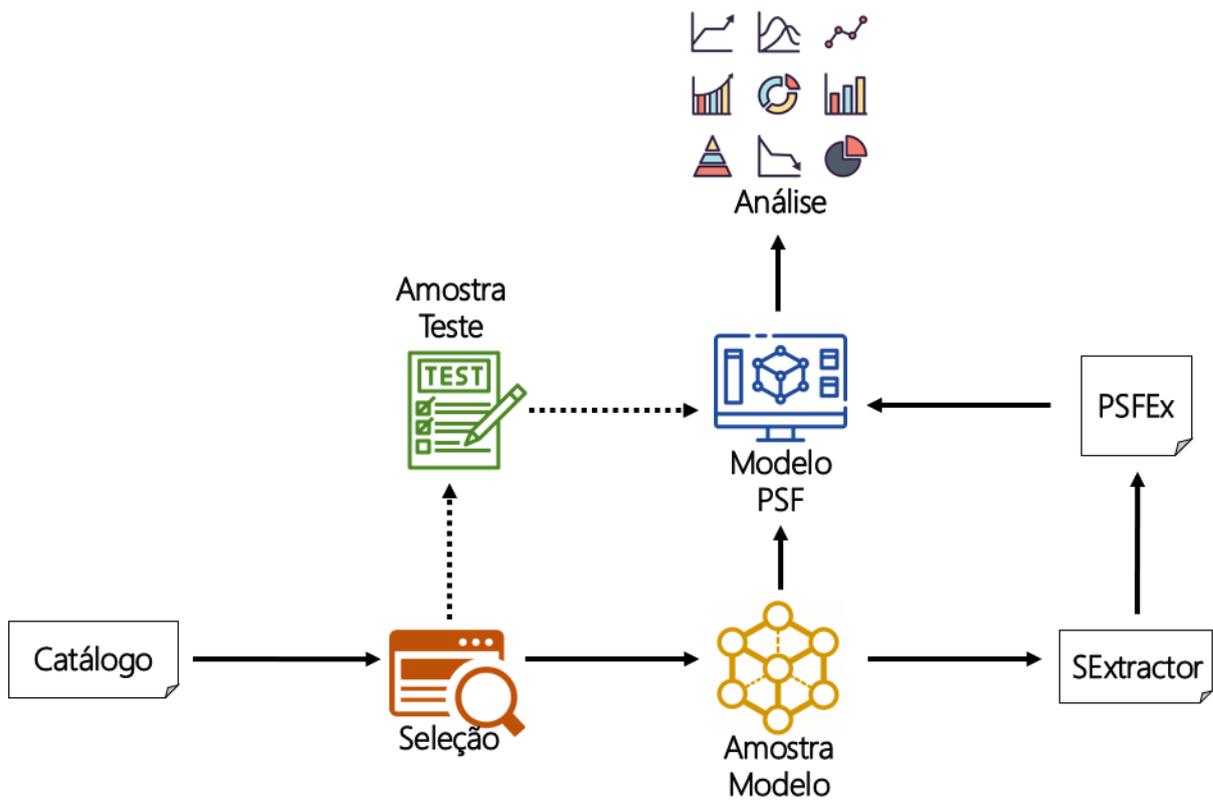


Figura 3.9: Ilustração dos vetores das componentes do modelo da PSF a partir de dados do mini J-PAS. Neste exemplo foi utilizado um polinômio de segundo grau.

### 3.4 Seleção de estrelas

Embora o PSFEX realize uma seleção de estrelas adequadas para o modelamento da PSF, é interessante que o usuário se utilize de outros métodos de seleção caso tenha um interesse em um modelo mais otimizado. Que é o nosso caso neste trabalho. Uma maneira de se fazer isto é filtrar um catálogo obtido por um processamento inicial utilizando o SExtractor e o PSFEX e repassar as estrelas candidatas para estes dois programas via parâmetros de associação, obtendo assim um modelo mais preciso da PSF. A *pipeline* desenvolvida por nós esta ilustrada na Figura 3.10.



*Figura 3.10:* Pipeline - A partir do catálogo fotométrico são selecionadas estrelas utilizando os seguintes critérios: aquelas com magnitudes entre 16 – 21, com taxa sinal-ruído  $> 50$ , de classificação estelar pelo parâmetro `CLASS STAR` do SExtractor  $> 0.9$  e pelos segundos momentos (corte do locus estelar). Após o corte são separados aleatoriamente dois terços das estrelas para modelamento (linha contínua) e um terço para teste (linha tracejada) que não serão utilizadas no modelamento. As estrelas do modelo são reenviadas para o SExtractor a partir dos parâmetros `ASSOC` na qual serão gerados novos catálogos para a leitura do PSFEX, criando assim um modelo definitivo da PSF. Por fim, são calculados os tamanhos característicos  $\sigma$  dos dois conjuntos.

A Figura 3.11 mostra a seleção das estrelas no lócus estelar no espaço dos tamanhos  $T$  (Equação 2.82) em função da magnitude. Realizar cortes nesta grandeza auxilia a remover

objetos problemáticos quando a variância no lócus estelar é acima do desejável. A Figura 3.12 exemplifica como a seleção de estrelas afeta na qualidade do modelo da PSF. No caso utilizamos o parâmetro  $f_{\delta\sigma}$  (Equação 2.85) para quantificar essa variação.

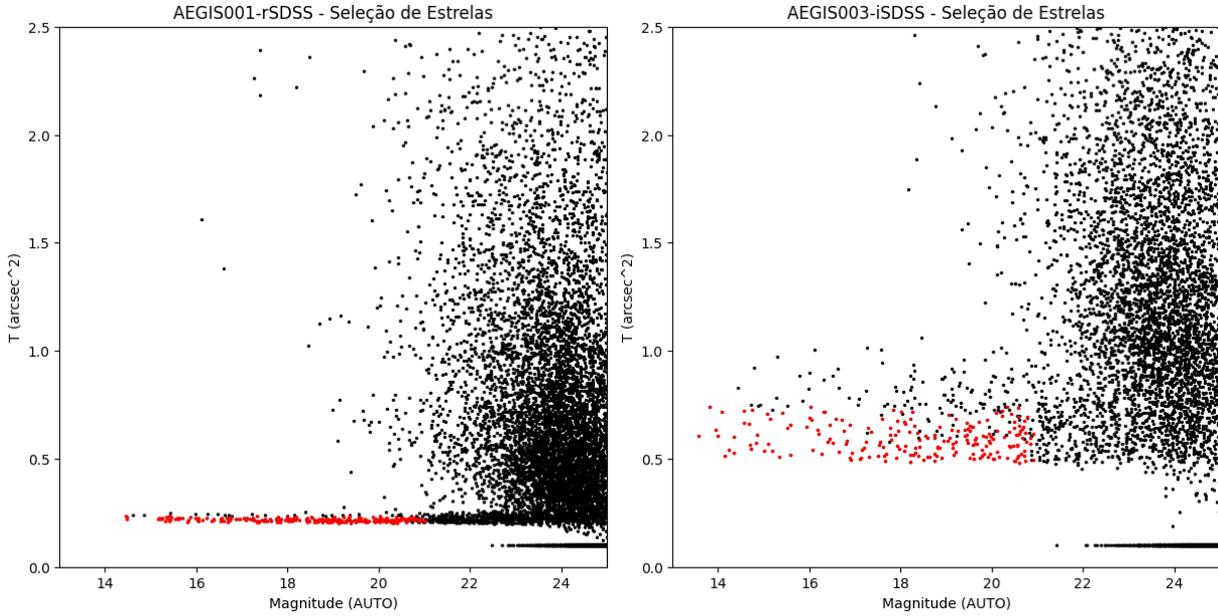


Figura 3.11: Os pontos pretos e vermelhos representam, respectivamente, todos os objetos do catálogos e as estrelas selecionadas. *Esquerda:* As estrelas selecionadas possuem  $\langle T \rangle = 0.218 \pm 0.007$ . De maneira geral é este tipo de distribuição que se considera adequada. *Direita:* Aqui temos  $\langle T \rangle = 0.59 \pm 0.07$ , uma ordem de grandeza acima do desejável na variância.

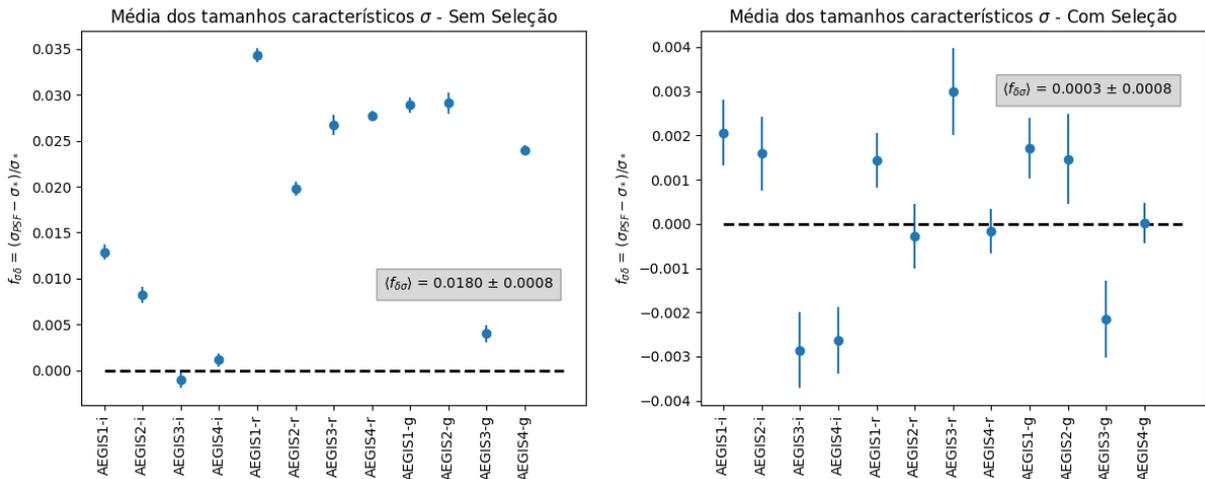


Figura 3.12: Resíduo relativo dos tamanhos  $\sigma$  com base na seleção das estrelas. Espera-se que os valores de  $\langle f_{\delta\sigma} \rangle$  sejam compatíveis com zero. Uma vez que o  $\sigma$  da PSF e das estrelas são correlacionados.

### 3.5 *Stile*

O *Systematics Tests In LEnsing pipeline*, abreviado por *Stile*<sup>8</sup>, é um pacote em Python usado em testes sistemáticos de dados de lentes gravitacionais. O pacote possui diversas funcionalidades, entre elas estão os testes de correlação de dois pontos, que usaremos para calcular as  $\rho$ -estatísticas (Seção 4.1.2), e a capacidade de gerar mapas de elipticidade, também chamados de *Whisker Plots*. A vantagem deste pacote é que os testes sistemáticos são objetos, permitindo uma flexibilidade em seu uso, por exemplo:

```
sys_test = stile.CorrelationFunctionSysTest()
```

cria um objeto capaz de calcular correlações, como,

```
corr_func = sys_test('gg', galaxy_data)
```

que retorna a auto-correlação do cisalhamento (*shear-shear*). Caso o usuário tenha interesse em realizar testes de cisalhamento tangencial ao redor de uma lente, basta utilizar,

```
corr_func = sys_test('ng', lens_data, galaxy_data)
```

Entretanto, cada tipo de teste demanda entradas específicas. Além disto, para alguns testes, como o caso das  $\rho$ -estatísticas, é necessário também uma entrada de configuração utilizando o pacote *TreeCorr*<sup>9</sup>, que é um pacote de funções de correlação utilizada pelo *Stile*. Abaixo temos um recorte de código que exemplifica o uso do *Stile* para determinar  $\rho_1$ , mas os demais  $\rho_i$  seguem de maneira análoga.

```
stilecat = Table({
    'ra':data['ALPHA_J2000'], 'dec':data['DELTA_J2000'],
    'g1':data['stars_e1'], 'g2':data['stars_e2'],
    'psf_g1':data['PSF_e1'], 'psf_g2':data['PSF_e2'],
    'sigma':data['stars_sigma'], 'psf_sigma':data['PSF_sigma'],
    'w':data['w'],
})
```

<sup>8</sup> <https://github.com/tobias-liaudat/Stile>

<sup>9</sup> <https://github.com/rmjarvis/TreeCorr>



## Resultados

Neste capítulo apresentamos os resultados obtidos e sua respectiva análise. Inicialmente abordaremos os testes de validação, necessários para garantir que nossos catálogos de elipticidade sejam confiáveis. Na sequência avaliaremos nossas medidas de elipticidade utilizando o método KSB-Regauss ao compará-lo com o levantamento CFHTLenS. De maneira análoga analisaremos nossas medidas de elipticidades via redes neurais convolucionais. Por fim confrontaremos ambos os métodos e apresentaremos medidas de massa.

### 4.1 Testes de validação

Os testes aqui apresentados são necessários para atestar a qualidade do modelo da PSF e das medidas de elipticidade. Estes testes envolvem comparar determinadas grandezas com zero, os chamados testes nulos, ou verificar se vieses nas medidas de forma estão abaixo de determinados limiares.

#### 4.1.1 Modelo da PSF

Os testes de qualidade estão representados pela Figura 4.1 onde cada conjunto banda-campo possui  $\sim 200$  estrelas. Nesta figura notamos que em todas as bandas e campos a PSF descreve bem as medidas de elipticidade e tamanho característico  $\sigma$  das estrelas, uma vez que apresentam compatibilidade com zero. Não existem diferenças estatisticamente significativas entre a amostra de teste e a do modelo, sinalizando a não presença de vieses gerados pelo modelamento da PSF.

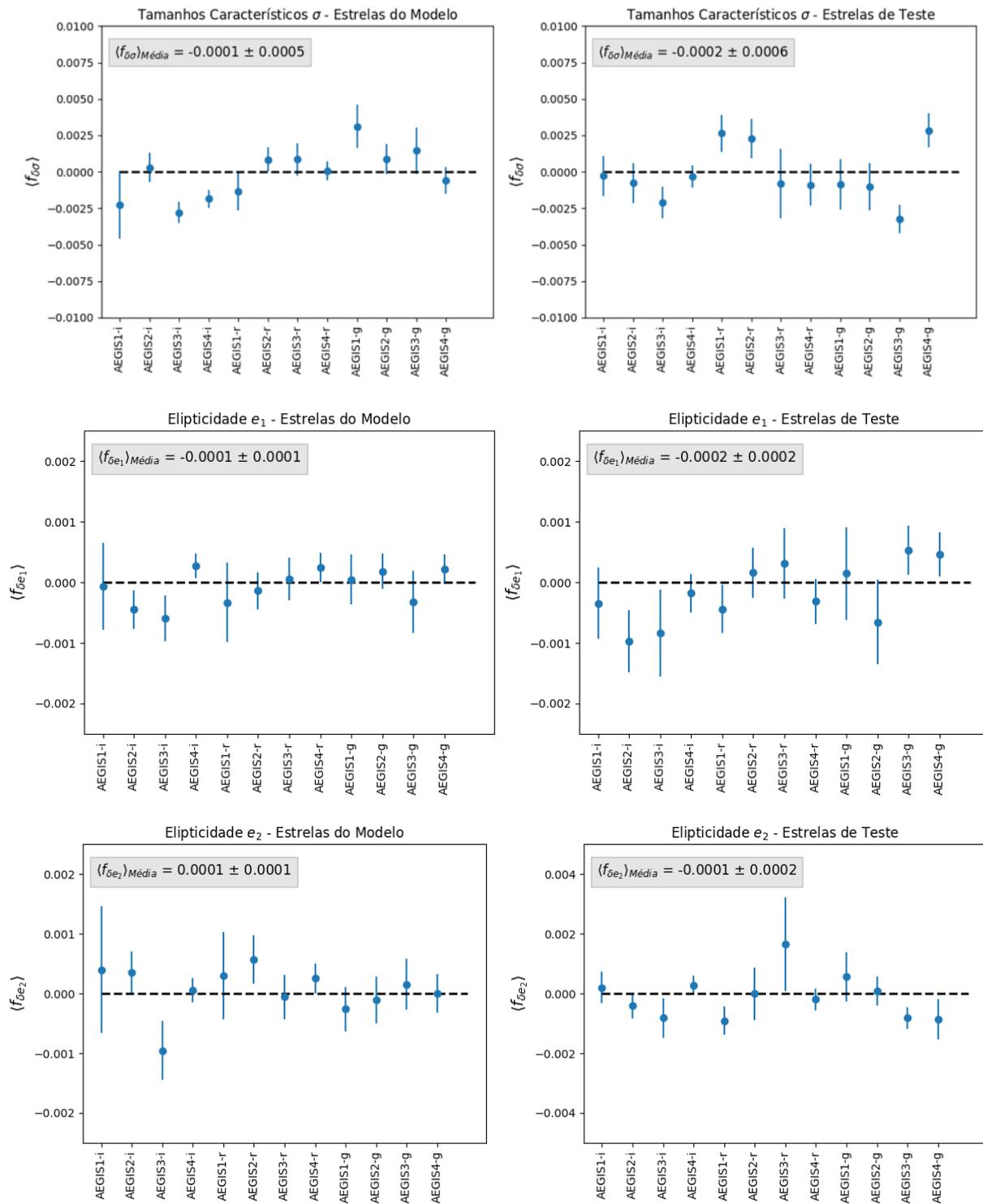


Figura 4.1: Testes de validação da PSF utilizando os tamanhos característicos  $\sigma$  e as elipticidades  $e_i$  da amostra de teste e modelo. Em cada um dos casos os valores medidos são compatíveis com zero.

Nós também comparamos nosso modelo da PSF com os modelos fornecidos previamente pelo levantamento mini J-PAS utilizando nossa seleção de estrelas (Figura 4.2). De maneira análoga a equipe de redução de dados do J-PAS forneceu uma mesma análise levando em conta seu algoritmo interno de seleção (Figura 4.3). Não há grandes variações entre as medidas de elipticidade estelar obtidas por nós e as fornecidas pelo UPAD<sup>1</sup>. Já com relação aos tamanhos característicos, temos que o modelo apresentado em dezembro de 2019 não é compatível com os limites quando usado o algoritmo de seleção do UPAD, enquanto o modelo de abril de 2019 não se enquadra em ambos os casos.

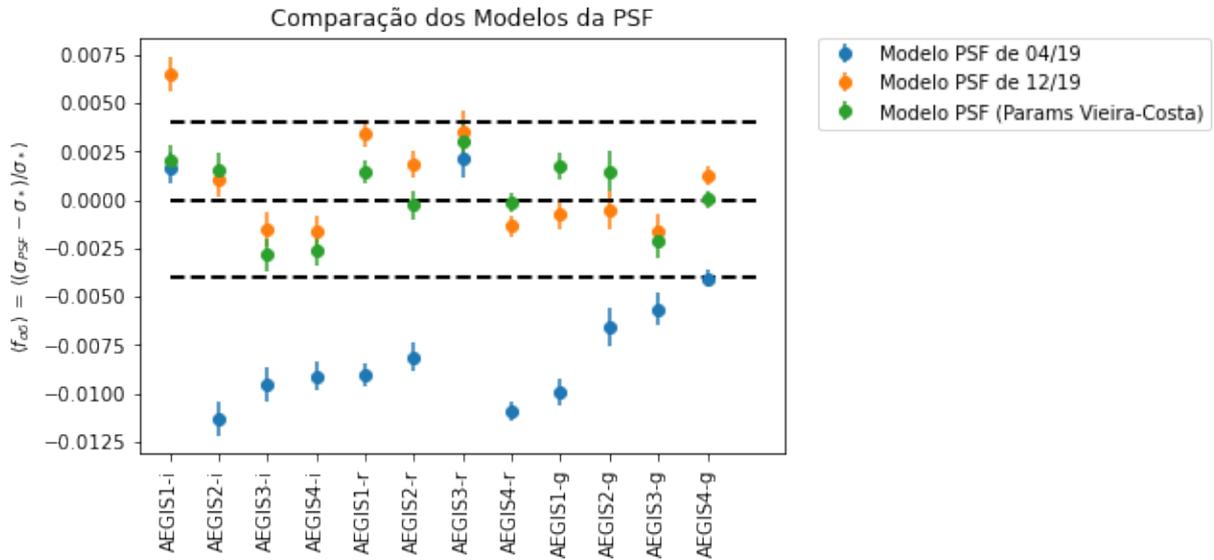


Figura 4.2: Comparação da média dos resíduos relativos dos tamanhos característicos por campo para cada modelo de PSF utilizando nosso algoritmo de seleção. A média de todos os campos é  $\langle f_{\delta\sigma} \rangle_{04/19} = -0.0067 \pm 0.0013$ ,  $\langle f_{\delta\sigma} \rangle_{12/19} = 0.00085 \pm 0.00072$ ,  $\langle f_{\delta\sigma} \rangle_V = 0.00026 \pm 0.00052$ . As linhas tracejadas representam os requisitos para lentes fracas, utilizamos a mesma abordagem apresentada por Mandelbaum et al. (2018), isto é,  $\langle f_{\delta\sigma} \rangle < \frac{\delta m_{all}}{4}$ . Nossos cálculos levam a um limite de 0.005, mas decidimos ser um pouco mais rigorosos adotando como limite 0.004.

<sup>1</sup> do inglês: *Unit for Processing and Data Archiving*. Este é o centro de dados utilizado pelo J-PAS.  
<http://j-pas.org/survey/upad>

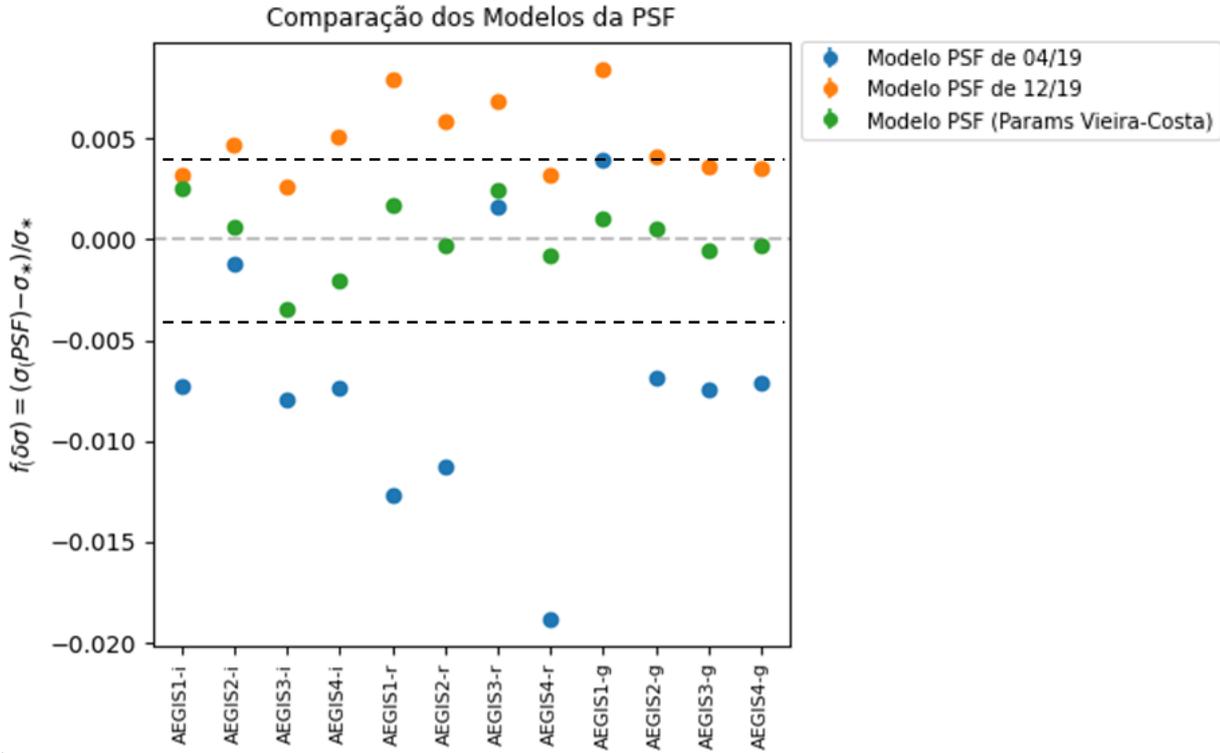


Figura 4.3: Comparação da média dos resíduos relativos dos tamanhos característicos por campo para cada modelo de PSF utilizando o algoritmo interno do J-PAS. Neste caso, o erro das medidas é da ordem de  $\sim 0.001$ . As linhas tracejadas representam os requisitos para lentes fracas de maneira análoga a figura anterior. Note que somente com nossas modificações o requisito é atingido. Gráfico criado por David Muniesa, membro do UPAD.

Uma outra maneira de verificar vieses no modelo da PSF é analisar o mapa das elipticidades a partir dos *Whisker Plots* (Figura 4.4) apresentados na Seção 3.5. No caso, o resíduo entre as elipticidades medidas para as estrelas e as medidas para as imagens da PSF em sua respectiva posição pode revelar possíveis padrões não corrigidos ou a necessidade de aumentar o grau do ajuste da PSF caso ela apresente uma complexidade espacial maior, como descrito na Seção 3.3.2. Não foram notados padrões no resíduo, sinalizando uma não dependência espacial pós correção.

Ainda assim, precisamos de uma abordagem que avalie de maneira quantitativa os vieses existentes nestas correlações. Por conta disto, precisamos introduzir as Estatísticas- $\rho$ .

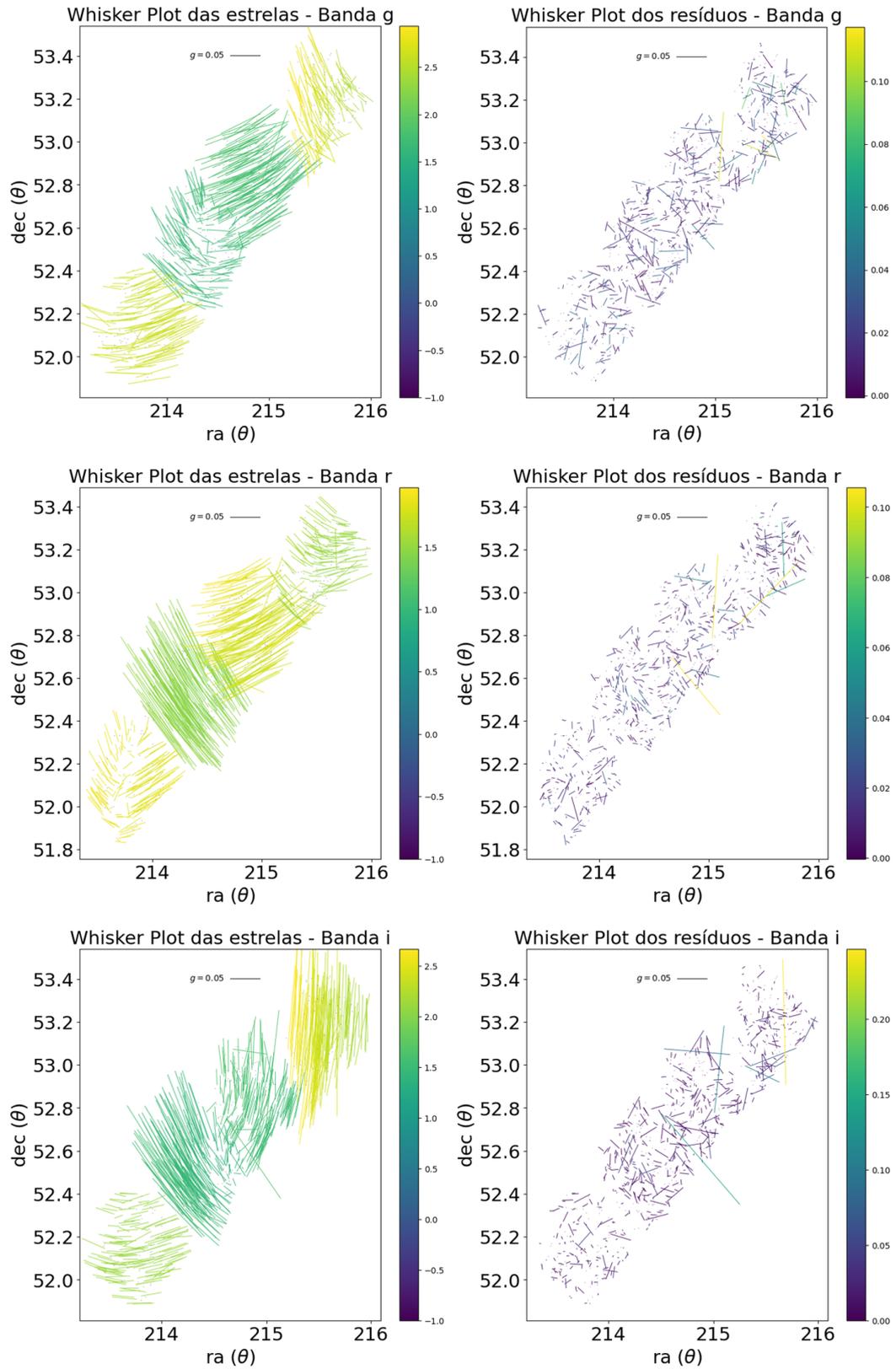


Figura 4.4: Mapeamento da elipticidade para as estrelas (primeira coluna) e o resíduo (segunda coluna) para as três bandas utilizadas ( $g'r'i'$ ).  $g$ — é a escala do tensor de elipticidade utilizado nos gráficos. As barras de cores representam os tamanhos  $\sigma_*$  das estrelas e  $\sigma_\delta = \sigma_* - \sigma_{psf}$  dos resíduos.

### 4.1.2 Estatísticas- $\rho$

Além do resíduo relativo  $\langle f_{\delta\sigma} \rangle$  das medidas, nós podemos utilizar uma série de funções de autocorrelação de dois pontos, conhecidas como estatísticas- $\rho$ , para verificar propagações de erros da PSF no cisalhamento. Para isto tomemos os valores de cisalhamento tangencial e cruzado descritos pela Equação 2.1.9 para escrever as seguintes funções de correlação,

$$\xi_{\pm}(\theta) = \langle \gamma_t(x) \gamma_t(x + \theta) \rangle \pm \langle \gamma_{\times}(x) \gamma_{\times}(x + \theta) \rangle. \quad (4.1)$$

Estas funções são particularmente úteis na análise dos efeitos de lentes gravitacionais fracas gerados pelas grandes estruturas do universo (Mandelbaum et al., 2008; Jarvis et al., 2016), também chamado de *cisalhamento cósmico*. Como este trabalho não se propõe a medir cisalhamento cósmico, recomendamos como leitura Kilbinger 2015 para um maior aprofundamento nesta questão.

As estatísticas- $\rho$  foram apresentadas inicialmente em Rowe 2010 e expandidas posteriormente em Jarvis et al. 2016 e são definidas da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} \rho_1(\theta) &= \langle \delta e_{PSF}^*(x) \delta e_{PSF}(x + \theta) \rangle; \\ \rho_2(\theta) &= \langle e_{PSF}^*(x) \delta e_{PSF}(x + \theta) \rangle; \\ \rho_3(\theta) &= \left\langle \left( e_{PSF}^* \frac{\delta T_{PSF}}{T_{PSF}} \right) (x) \left( e_{PSF} \frac{\delta T_{PSF}}{T_{PSF}} \right) (x + \theta) \right\rangle; \\ \rho_4(\theta) &= \langle \delta e_{PSF}^*(x) \left( e_{PSF} \frac{\delta T_{PSF}}{T_{PSF}} \right) (x + \theta) \rangle; \\ \rho_5(\theta) &= \langle e_{PSF}^*(x) \left( e_{PSF} \frac{\delta T_{PSF}}{T_{PSF}} \right) (x + \theta) \rangle; \end{aligned} \quad (4.2)$$

com  $e_{PSF}$  sendo a elipticidade da PSF em uma região da imagem,  $\delta e_{PSF}$  o seu resíduo,  $T_{PSF}$  é o tamanho descrito pela Equação 2.82 e  $\delta T_{PSF}$  o resíduo associado com essa medida. Os parâmetros  $\rho_i$  permitem relacionar os resíduos do modelo da PSF com a função de correlação do cisalhamento. O erro sistemático total associado com  $\xi_+(\theta)$ , obtido em Jarvis et al. 2016, é dado por,

$$\begin{aligned} \delta \xi_+(\theta) &= 2 \left\langle \frac{T_{PSF}}{T_{gal}} \frac{\delta T_{PSF}}{T_{PSF}} \right\rangle \xi_+(\theta) + \left\langle \frac{T_{PSF}}{T_{gal}} \right\rangle^2 \rho_1(\theta) - \alpha \left\langle \frac{T_{PSF}}{T_{gal}} \right\rangle \rho_2(\theta) + \\ &\quad \left\langle \frac{T_{PSF}}{T_{gal}} \right\rangle^2 \rho_3(\theta) + \left\langle \frac{T_{PSF}}{T_{gal}} \right\rangle^2 \rho_4(\theta) - \alpha \left\langle \frac{T_{PSF}}{T_{gal}} \right\rangle \rho_5(\theta), \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde o parâmetro  $\alpha$  representa o “vazamento” da PSF na forma das galáxias. Este parâmetro pode ser obtido medindo o coeficiente angular da elipticidade das galáxias em função da

elipticidade da PSF ou a partir da correlação cruzada entre estas componentes descrita pela seguinte equação,

$$\alpha = \frac{\xi_+^{gp}(\theta) - \langle e_{gal} \rangle^* \langle e_{PSF} \rangle}{\xi_+^{pp}(\theta) - |\langle e_{PSF} \rangle|^2}, \quad (4.4)$$

sendo  $\xi_+^{gp}$  a função de correlação entre as galáxias e a PSF e  $\xi_+^{pp}$  a função de autocorrelação da PSF.

Afim de compreender melhor a Equação 4.3, utilizamos a seguinte parametrização dos erros nas medidas de forma

$$\langle g^{obs} \rangle = (1 + m)g^{int} + \alpha e_{PSF} + c. \quad (4.5)$$

Neste caso  $g^{obs}$  denota a medida de cisalhamento observada,  $g^{int}$  a medida intrínseca do cisalhamento,  $m$  representa a parcela multiplicativa do erro. Já a parcela aditiva é dividida em duas componentes, uma relacionada exclusivamente com as correções da PSF ( $\alpha e_{PSF}$ ) e outra oriunda das demais fontes de erro aditivo ( $c$ ). Essa separação entre os erros aditivos é útil, uma vez que os erros aditivos provenientes da PSF são mais difíceis de serem corrigidos (Jarvis et al. 2016, Mandelbaum et al. 2015). Com relação as medidas de massa via técnica de empilhamento, estamos interessados em medir o cisalhamento médio ao redor de aglomerados, isso faz com que os vieses aditivos gerados sejam compensados dada a simetria azimutal, fazendo com que este tipo de viés seja menos relevante para a calibração da massa de aglomerados. Adicionalmente, o sinal de lentes gravitacionais gerado pelos aglomerados supera aquele gerado pelo cisalhamento cósmico, isso faz com que as incertezas associadas com efeitos mais fracos do cisalhamento, como os próprios efeitos aditivos, sejam menos impactantes. Sendo assim, os requisitos necessários por nós são menos restritivos do que aqueles demandados em estudos de cisalhamento cósmico aonde as estatísticas- $\rho$  se inserem (Weinberg et al., 2013).

Ao carregarmos a Equação 4.5 para a Equação 4.1 obtemos,

$$\delta\xi_+(\theta) \cong 2m\xi_+(\theta) + \alpha^2\xi_+^{pp}(\theta) + \xi_+^{cc}(\theta), \quad (4.6)$$

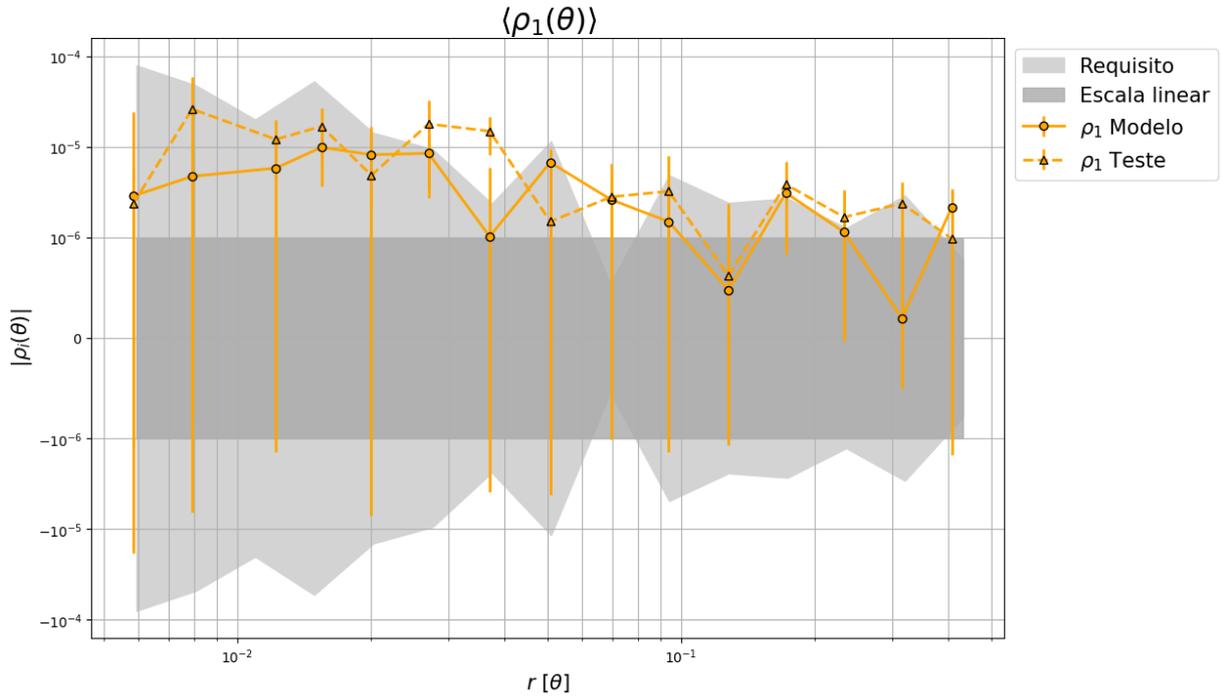
logo o primeiro termo da Equação 4.3 esta associado com a parcela multiplicativa da Equação 4.6, enquanto os demais termos com a parte aditiva. Sendo assim, podemos verificar se os erros aditivos estão dentro dos limiares desejados a partir das medidas de

$\rho_i$ . Neste caso, estes limites para cada componente se expressam da seguinte maneira,

$$\begin{aligned} |\rho_{1,3,4}(\theta)| &< \left\langle \frac{T_{PSF}}{T_{gal}} \right\rangle^{-2} \delta\xi_+^{max}(\theta), \\ |\rho_{2,5}(\theta)| &< |\alpha|^{-1} \left\langle \frac{T_{PSF}}{T_{gal}} \right\rangle^{-1} \delta\xi_+^{max}(\theta), \end{aligned} \quad (4.7)$$

onde  $\delta\xi_+^{max}$  é a sensibilidade de  $\xi_+(\theta)$  com relação a cosmologia (Guinot et al., 2022). Nós optamos por estabelecer nossos limites de maneira análoga ao apresentado em Mandelbaum et al. 2018. Para o escopo deste trabalho, estes limites são mais um indicativo de qualidade do que um critério de impedimento.

Calculamos  $\rho_i$  correspondente a amostra estelar usada no modelo da PSF e a de teste. A Figura 4.5 descreve os resultados obtidos. Nestes gráficos foram utilizadas as médias de  $\rho_i$  dos quatro campos AEGIS nas bandas  $g'r'i'$ . As incertezas adotadas são o erro padrão da média das medidas de  $\rho_i^2$ . Para melhor visualização, foi optado por utilizar o módulo de  $\rho_i(\theta)$ , uma vez que o parâmetro de interesse é sua ordem de grandeza. Parte da grandeza de nossas incertezas e da sensibilidade dos limites se dá pela área reduzida do mini J-PAS.



<sup>2</sup> Descrito por  $SE = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

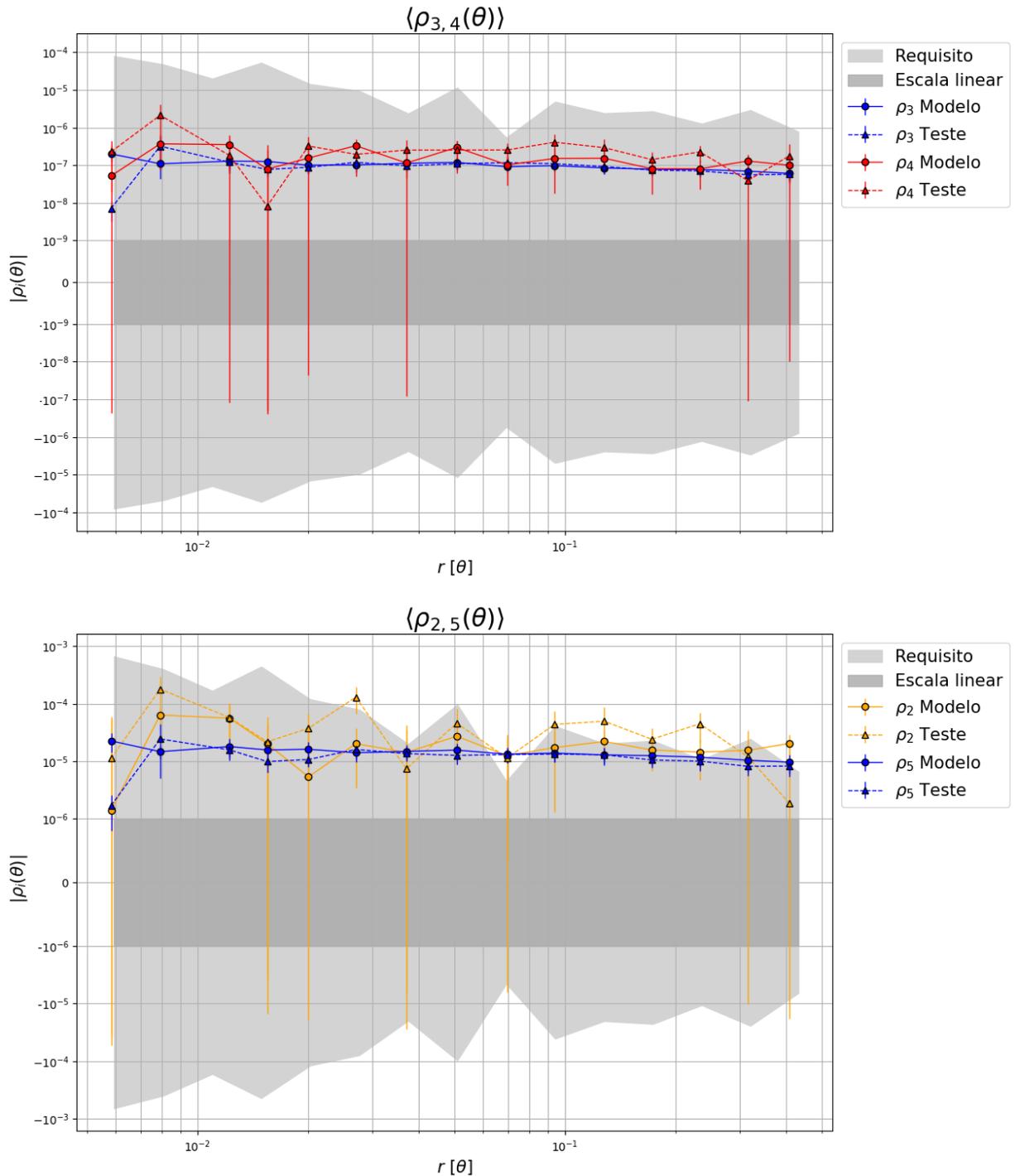


Figura 4.5: Valores das estatísticas- $\rho$  em função da distância  $r(\theta)$ . Por conta das incertezas, foi necessário utilizar uma escala logarítmica simétrica (symlog) cuja a parte linear é representada pela região cinza escuro. Já a região cinza claro determina os limites para  $\rho_i$  definidos na Equação 4.7. As linhas contínuas e tracejadas representam respectivamente as amostras do modelo e de teste.

Nota-se uma concordância entre as estrelas do modelo e de teste ao considerar suas respectivas incertezas. Os valores de  $\rho_3$  e  $\rho_4$  se enquadram totalmente nos limites, já para

as demais medidas de  $\rho$  temos alguns pontos que divergem dos limites. Nestes casos, ou suas respectivas incertezas os fazem compatíveis com os limites, ou estão distantes por menos de uma ordem de grandeza. Estes valores divergentes estão mais presentes nas estrelas de teste.

A Figura 4.6 mostra os valores obtidos para  $\alpha$ . No caso, as elipticidades de galáxias utilizadas no cálculo foram as obtidas pelo método KSB-Regauss que descreveremos mais a frente. Esse parâmetro é um indicador de possíveis erros no modelamento da PSF ou da presença de erros sistemáticos nas medidas, em geral, deseja-se que  $\alpha$  seja mais próximo possível de zero. Um dos nossos requisitos para contagem de aglomerados, feita pela calibração da relação massa-observável via técnica de empilhamento por lentes fracas e considerando o levantamento J-PAS completo ( $8000^\circ$  quadrados), é que os erros associados com  $\sigma_8$  sejam menores que 3%. Nosso requisito é análogo ao apresentado em Jarvis et al. 2016 (Figura 4 do artigo) e por conta disto seguimos de maneira semelhante ao definir nosso limite para  $\alpha$ . Isto é, temos  $|\alpha| < 3\%$  para um limite mais conservador e  $|\alpha| < 10\%$  para um limite mais brando. Na Figura 4.6 temos que os valores de  $\alpha$  se enquadram nos limites para escalas de  $\theta > 10^{-2}$ , abaixo disto temos poucos objetos dentro do raio de correlação, o que reflete nas incertezas maiores desta região, e para  $\theta > 3 \times 10^{-1}$  temos que o raio se torna tão grande quanto as imagens, aumentando novamente as incertezas.

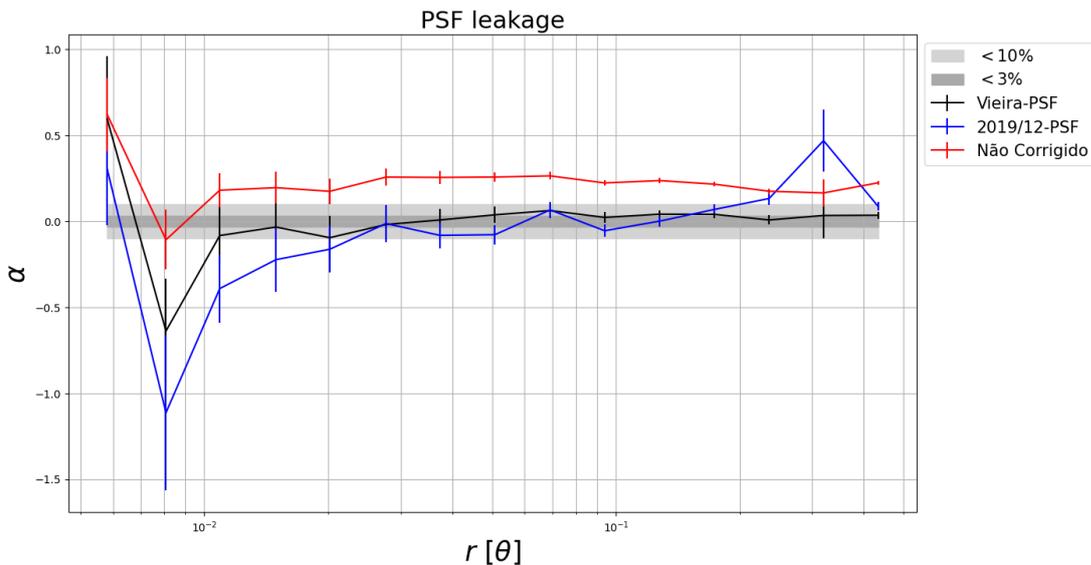


Figura 4.6: Valor  $\alpha$  para o vazamento da PSF (Equação 4.4). Neste gráfico comparamos dois modelos da PSF, o criado por nós e o disponibilizado pelo J-PAS. Comparamos também o efeito da ausência de correções da PSF nas medidas de forma das galáxias. Neste caso nota-se um deslocamento para fora da região limite quando a correção não é empregada.

### 4.1.3 Catálogo de elipticidades

Uma vez verificada a qualidade do modelo da PSF, analisamos possíveis correlações nas medidas de forma das galáxias calculadas via KSB-Regauss, em especial nas componentes  $e_i$  do cisalhamento. Neste caso, as Figuras 4.7, 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11, exemplificam estes testes nulos. Os testes foram realizados nas três bandas  $g'r'i'$ , mas como não houve mudanças qualitativas entre elas, optamos por ilustrar apenas os testes na banda  $r'$ . Os resultados para as demais bandas estão presentes na Tabela 4.4. Nos testes foram utilizadas 2100, 6300 e 5400 galáxias nas bandas  $g'r'i'$  respectivamente, onde cada ponto representa a média de um conjunto de 300 delas. No caso, estas são as galáxias que não passaram pelo corte no parâmetro FITCLASS.

Levando em conta um ajuste linear, procuramos verificar nestas correlações se os coeficientes multiplicativos ( $a$ ) e aditivos ( $b$ ) são compatíveis com zero em até  $3\sigma$ . A partir da Tabela 4.4 podemos notar que este critério se satisfaz em todos os casos. Como mencionado na seção anterior, o coeficiente angular da relação apresentada nas Figuras 4.9 e 4.10 pode ser utilizado como medida do vazamento da PSF.

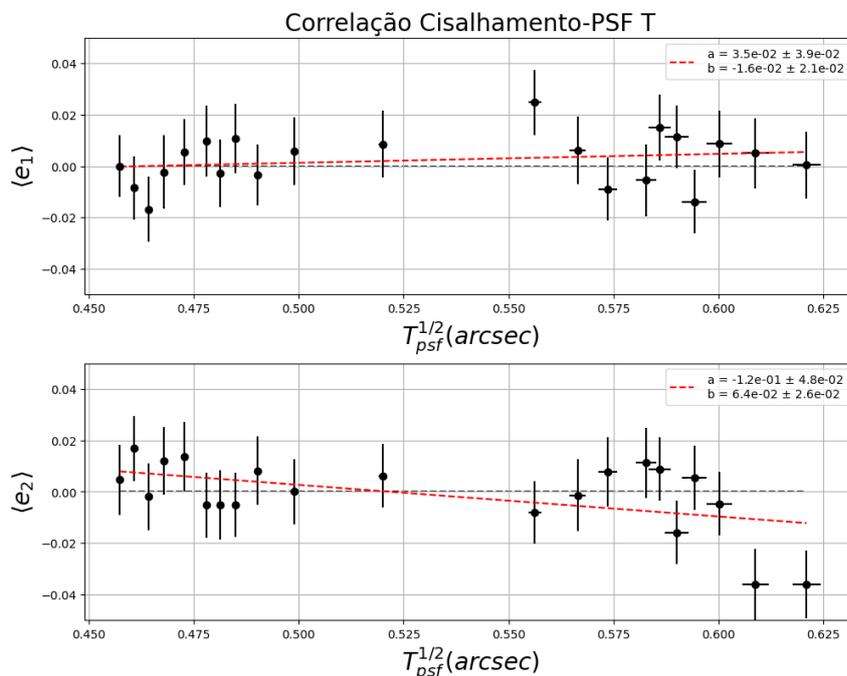


Figura 4.7: Correlação entre cisalhamento e os tamanhos T da PSF.

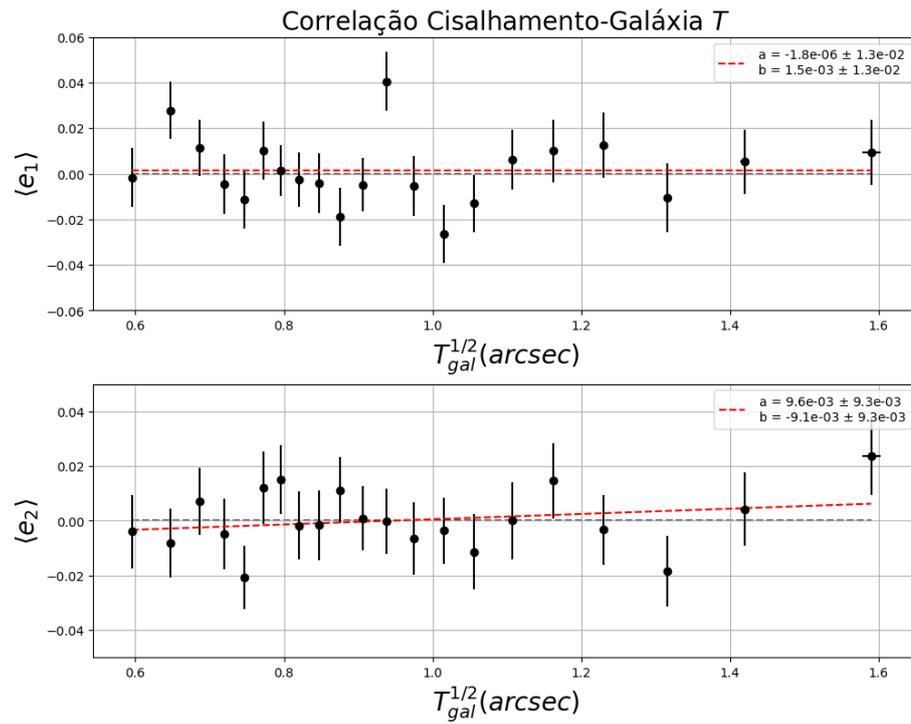


Figura 4.8: Correlação entre cisalhamento e os tamanhos T das galáxias.

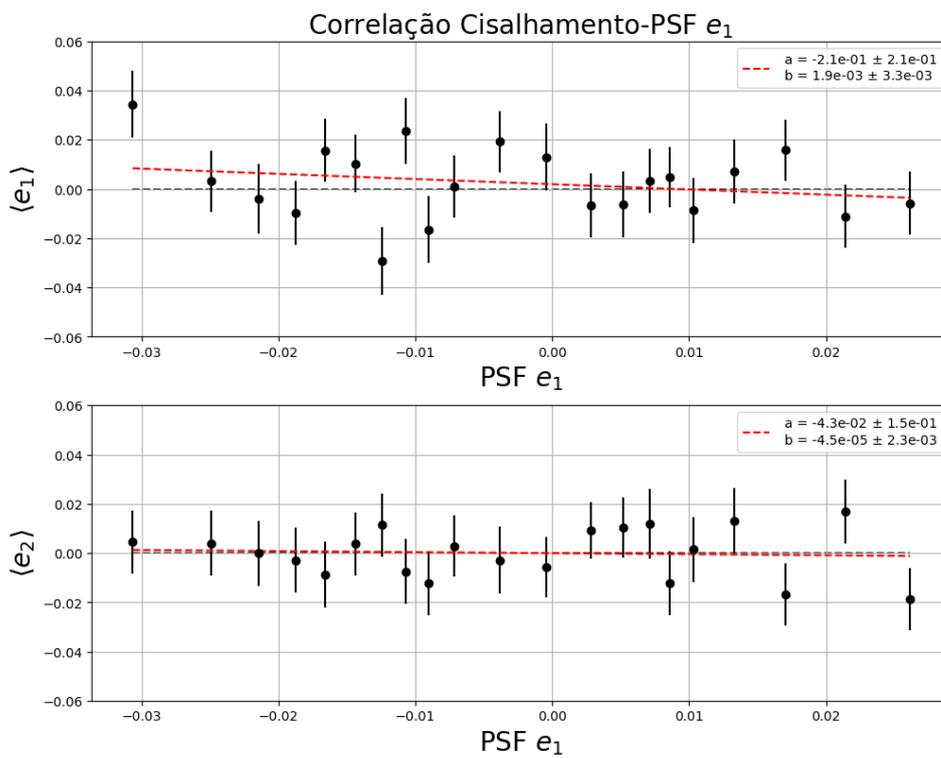


Figura 4.9: Correlação entre cisalhamento e a componente  $e_1$  da PSF.

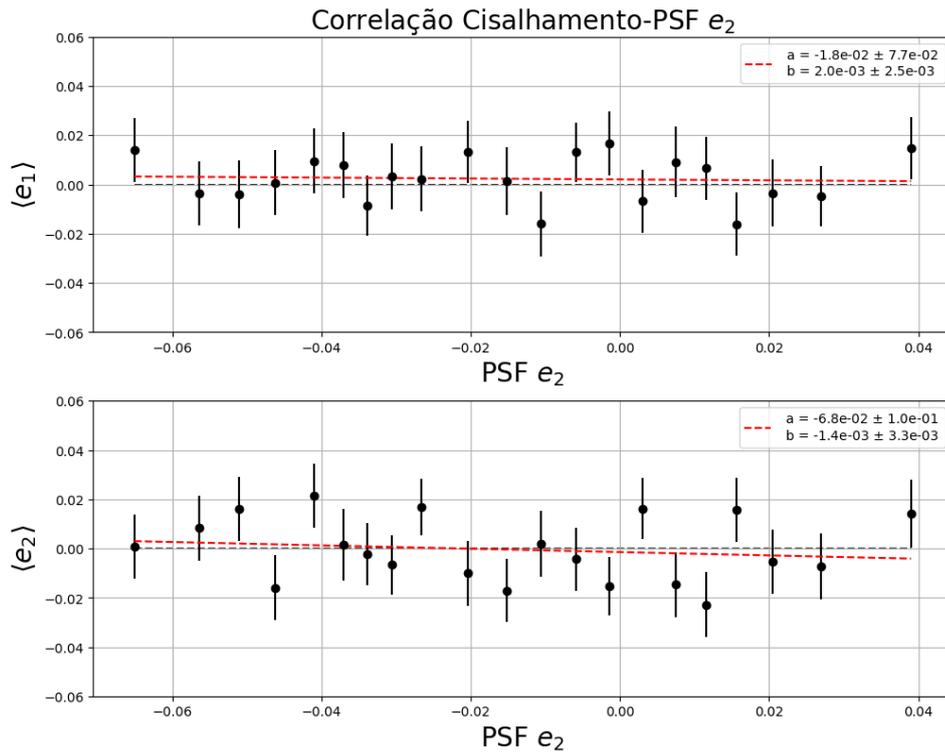


Figura 4.10: Correlação entre cisalhamento e a componente  $e_2$  da PSF.

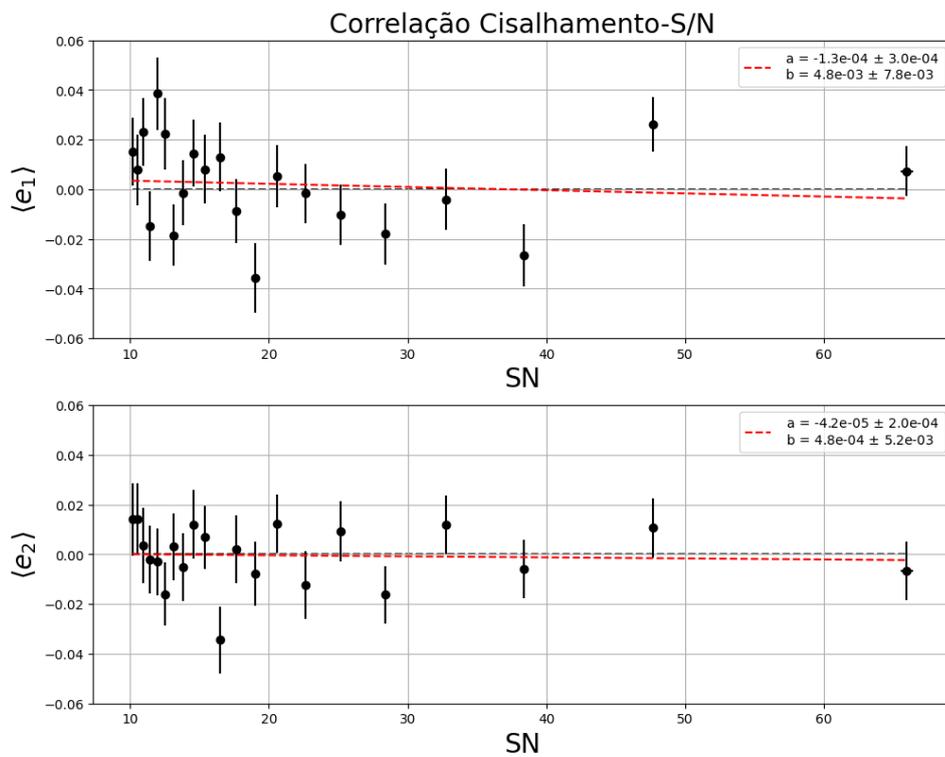


Figura 4.11: Correlação entre cisalhamento e a taxa sinal-ruído das galáxias.

Correlação	$e_i$	Banda g	Banda r	Banda i
Cisalhamento $T_{PSF}$	$e_1$	$a = 0.015 \pm 0.027$ $b = -0.014 \pm 0.018$	$a = -0.035 \pm 0.039$ $b = -0.016 \pm 0.021$	$a = -0.002 \pm 0.019$ $b = 0.000 \pm 0.012$
	$e_2$	$a = -0.055 \pm 0.051^*$ $b = 0.041 \pm 0.034^*$	$a = -0.12 \pm 0.05^*$ $b = 0.064 \pm 0.026^*$	$a = 0.010 \pm 0.018$ $b = -0.010 \pm 0.011$
Cisalhamento $T_{Gal}$	$e_1$	$a = -0.007 \pm 0.018$ $b = 0.005 \pm 0.023$	$a = 0.000 \pm 0.013$ $b = -0.002 \pm 0.013$	$a = 0.012 \pm 0.009^*$ $b = -0.013 \pm 0.010^*$
	$e_2$	$a = -0.0140 \pm 0.0069^*$ $b = 0.0222 \pm 0.0089^*$	$a = 0.0096 \pm 0.0093^*$ $b = -0.0091 \pm 0.0093$	$a = 0.003 \pm 0.011$ $b = -0.006 \pm 0.011$
Cisalhamento $e_1$ -PSF	$e_1$	$a = -0.48 \pm 0.27^*$ $b = 0.0004 \pm 0.0038$	$a = -0.21 \pm 0.21$ $b = 0.0019 \pm 0.0033$	$a = -0.04 \pm 0.15$ $b = -0.0007 \pm 0.0054$
	$e_2$	$a = -0.26 \pm 0.49$ $b = 0.0060 \pm 0.0071$	$a = -0.04 \pm 0.15$ $b = 0.0000 \pm 0.0023$	$a = 0.04 \pm 0.11$ $b = -0.0034 \pm 0.0040$
Cisalhamento $e_2$ -PSF	$e_1$	$a = -0.016 \pm 0.14^*$ $b = -0.0000 \pm 0.0023$	$a = -0.07 \pm 0.10$ $b = 0.0020 \pm 0.0025$	$a = 0.02 \pm 0.15$ $b = 0.0004 \pm 0.0035$
	$e_2$	$a = -0.36 \pm 0.25^*$ $b = 0.0023 \pm 0.0042$	$a = -0.07 \pm 0.11$ $b = -0.0014 \pm 0.0033$	$a = 0.01 \pm 0.14$ $b = -0.0031 \pm 0.0032$
Cisalhamento S/N	$e_1$	$a = 0.00092 \pm 0.00087^*$ $b = -0.020 \pm 0.016^*$	$a = -0.00013 \pm 0.00030$ $b = 0.0048 \pm 0.0078$	$a = 0.00024 \pm 0.00020^*$ $b = -0.0056 \pm 0.0054^*$
	$e_2$	$a = 0.0002 \pm 0.0011$ $b = 0.001 \pm 0.021$	$a = -0.00004 \pm 0.00020$ $b = 0.0004 \pm 0.0052$	$a = 0.00003 \pm 0.00021$ $b = -0.0038 \pm 0.0057$

Tabela 4.4 - Valores de  $a$  e  $b$  para cada teste de correlação. \* indica medidas cuja compatibilidade com zero é maior que  $\sigma$ , embora todos valores estejam dentro de  $3\sigma$  de compatibilidade. Os valores escritos como zero estão a três ordens de grandeza abaixo de suas respectivas incertezas.

## 4.2 Medidas de forma

Nesta seção apresentamos os resultados de nossas medidas de forma a partir de dois métodos, KSB com regaussianização e redes neurais convolucionais. Como já mencionado, as medidas do CFHTLenS serão utilizadas como referência em ambos os casos. As amostras utilizadas são aquelas presentes na última coluna da Tabela 3.1.

### 4.2.1 Método KSB-Regauss

Primeiro verificamos a melhor banda para realizar as medidas de forma levando em conta o coeficiente  $\rho$  de Pearson em frações da amostra (Figura 4.12). Outro parâmetro de escolha foi a “taxa de perda de medida”, gerada por más correções da PSF, retornando valores de  $e_i = nan$ . Essa taxa de perda para as bandas  $g'r'i'$  são respectivamente 2.4%,

1.5%, 2.3% das galáxias medidas. Consideramos também os valores da Tabela 4.4. Com estes resultados optamos por utilizar somente a banda  $r'$ .

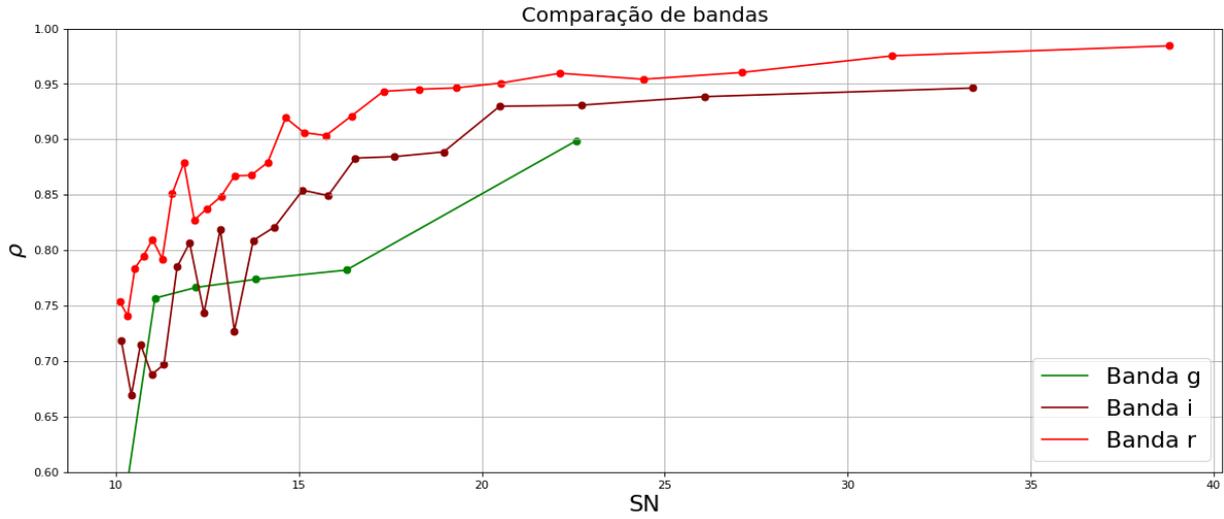


Figura 4.12: Comparação do coeficiente  $\rho$  de Pearson em função da taxa sinal-ruído. Cada ponto representa um grupo de 200 medidas de  $e_i$ . As diferenças entre as amostras se dão graças ao impacto dos critérios de corte em cada banda.

O tamanho das imagens não gerou diferenças significativas nas medidas, apenas impactando o tempo de processamento para imagens maiores, mas afim de comparar os resultados deste método com os obtidos pela nossa rede neural optamos por utilizar selos de  $51 \times 51$ . Uma vez escolhida a banda, um ajuste linear na relação dos resíduos nos permite identificar vieses multiplicativos e aditivos (Figura 4.14). Utilizando uma correção do tipo,

$$e_c = \frac{e - c}{1 + m}, \quad (4.8)$$

sendo  $e_c$  o valor da elipticidade corrigida,  $m$  e  $c$  o coeficiente multiplicativo e aditivo do ajuste linear dos resíduos. Assim removemos estes vieses obtendo a Figura 4.15. O coeficiente  $\rho$  de toda a amostra também foi calculado. O RMSE obtido nas Figuras 4.13 e 4.15 é de  $\sim 0.07$ . Os parâmetros destas correções podem também ser aplicadas nas galáxias sem correspondentes no catálogo do CFHTLenS. Com estas medidas de forma somadas ao *redshift* fotométrico geramos os catálogos de elipticidade necessários para as medidas de massa.

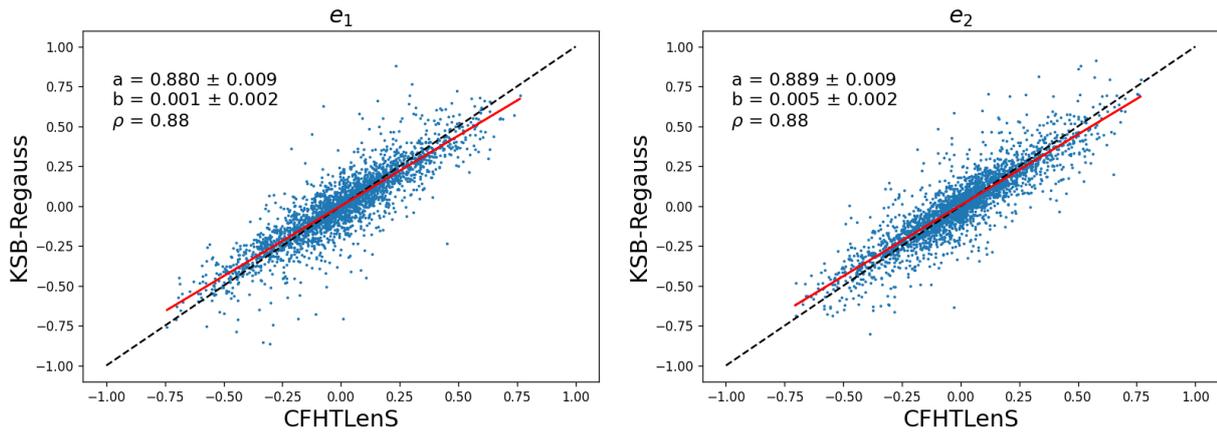


Figura 4.13: Comparação entre as medidas de elipticidade via método KSB-Regauss e as obtidas pelo CFHTLenS.

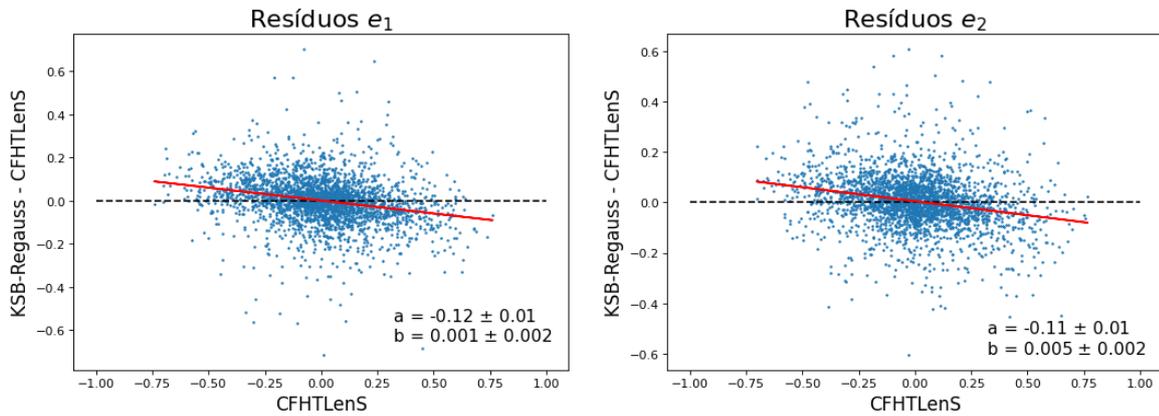


Figura 4.14: Resíduo entre as elipticidades medidas via KSB-Regauss e as obtidas pelo CFHTLenS. Aqui os coeficientes  $a$  e  $b$  estão relacionados com  $m$  e  $c$  da Equação 4.5.

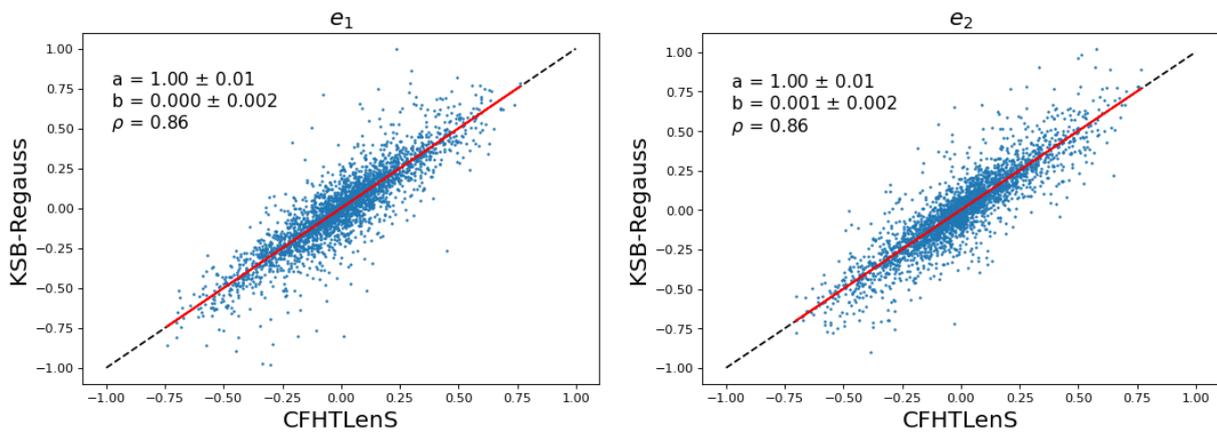


Figura 4.15: Comparação entre as medidas de elipticidade via método KSB-Regauss e as obtidas pelo CFHTLenS após a correção dos vieses.

Com relação a calibração da relação massa-observável via técnica de empilhamento, duas fontes de erros devem ser consideradas: uma ligada a distribuição do *redshift* das galáxias e outra com a medida do cisalhamento. Em Weinberg et al. 2013 temos que as incertezas associadas com a calibração do cisalhamento e da média do inverso da densidade superficial crítica  $\langle \Sigma_{\text{crit}}^{-1} \rangle$  devem ser menores que os erros associados com as medidas de massa contidas na Figura 28 do mesmo artigo, adicionalmente temos que no nosso caso os *redshift* são sub-dominantes. Portanto, precisamos que a incerteza do erro multiplicativo  $m$  e da massa  $M$  seja  $\Delta m < \Delta \ln M / 1.5$ . Nossos cálculos levam a  $\Delta \ln M \sim 3\%$  e como o  $\Delta m$  obtido é  $\sim 1\%$ , a condição se satisfaz.

#### 4.2.2 Medidas de forma via CNN

Nossa CNN recebe como entrada as imagens das galáxias e de suas respectivas PSFs em três canais de cores, todos de mesma dimensão  $n \times n$ . Fornecemos também as medidas de elipticidade de referência, que no caso são as obtidas pelo CFHTLenS. Embora a rede receba três canais, é possível testar a eficiência de uma única banda. Para tal, podemos preencher os canais faltantes com cópias da banda escolhida ou com zeros. Com relação a dimensão das imagens foram testados selos de tamanho  $31 \times 31$ ,  $41 \times 41$  e  $51 \times 51$ , uma vez que o tamanho das imagens impacta no tempo de treinamento e memória exigida.

Para incrementar a amostra de treinamento utilizamos a técnica de *Data Augmentation* descrita na Seção 2.4.3. Optamos por realizar rotações de  $90^\circ$  e reflexões entre os eixos x-y nas imagens (Figura 4.16). Essa escolha tem motivação na facilidade em converter os valores de  $e_i$  durante as transformações, cujo resultado se apresenta em simples trocas de sinais das componentes dada sua natureza tensorial. Esse processo aumentou nossa amostra de treino em 8 vezes.

Testamos também duas técnicas básicas de pré-processamento, normalizar ou reescalar logaritmicamente as imagens. A primeira técnica não apresentou diferenças com relação as imagens sem pré-processamento e a segunda apresentou piores resultados. Como estamos lidando com um problema de regressão, optamos por utilizar uma função perda do tipo erro quadrático médio (MSE). O otimizador escolhido foi o *RectifiedAdam* e a taxa de aprendizado  $\alpha = 10^{-3}$  exibiu um melhor desempenho na convergência da rede. Iniciar a rede com os pesos da *imagenet* apresentou maior celeridade na convergência do treinamento e melhores resultados com relação ao uso de pesos inicialmente aleatórios. Cada época leva

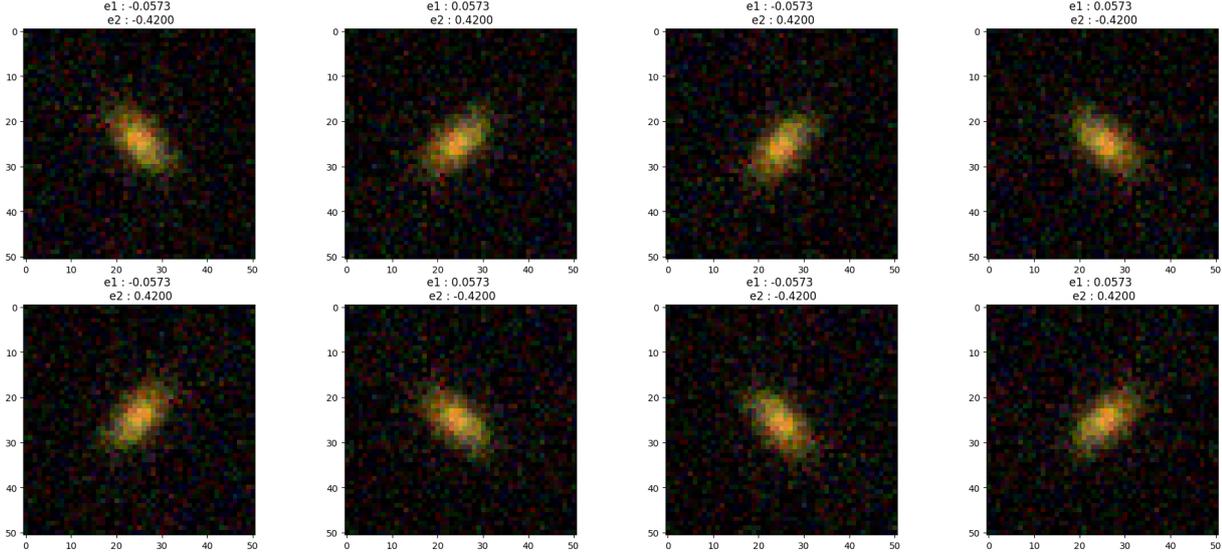


Figura 4.16: Exemplo de *Data Augmentation* utilizado na CNN. Os valores de  $e_i$  referem-se aos medidos pelo CFHTLenS.

em torno de  $\sim 0.03$  segundos por galáxia em uma GPU NVIDIA GeForce GTX 1660 Ti. Após o treinamento, as previsões de elipticidade realizadas pela rede possuem um tempo típico de CPU de 0.006 segundos por galáxia. Para fins de comparação, nosso algoritmo ao utilizar o KSB-Regauss leva em torno de 0.019 segundos por galáxias.

Durante nossos testes descobrimos de maneira empírica que a maneira mais eficiente de treinar a rede é utilizar selos de  $51 \times 51$  e uma composição das bandas  $g'r'i'$ . Neste caso os cortes foram empregados somente na banda  $r'$ , pela sua maior qualidade, gerando amostras com  $\sim 2.7k$  galáxias para  $S/N > 10$ , separamos 400 delas para o grupo de teste e o restante para treinamento. A Figura 4.17 ilustra um exemplo de previsão da rede na amostra teste enquanto a Figura 4.18 compara o uso de diferentes bandas. A banda  $g'$  foi excluída da análise individual por ter dados insuficientes para este tipo de técnica ao passar pelos critérios de corte. Na análise das bandas individuais optamos por preencher os demais canais com zeros. Verificamos também a efetividade de considerar ou não a PSF no treinamento. Nossos resultados mostram que não há diferença em considerá-la, este problema será melhor discutido no Capítulo 5. Com relação as arquiteturas de *EfficientNet* (B0-B7), também não há diferenças em sua escolha. Ao comparar nossa amostra completa, nossos resultados possuem um  $\rho$  acima dos obtidos pelo método KSB-Regauss na banda  $r'$  (Figura 4.17).

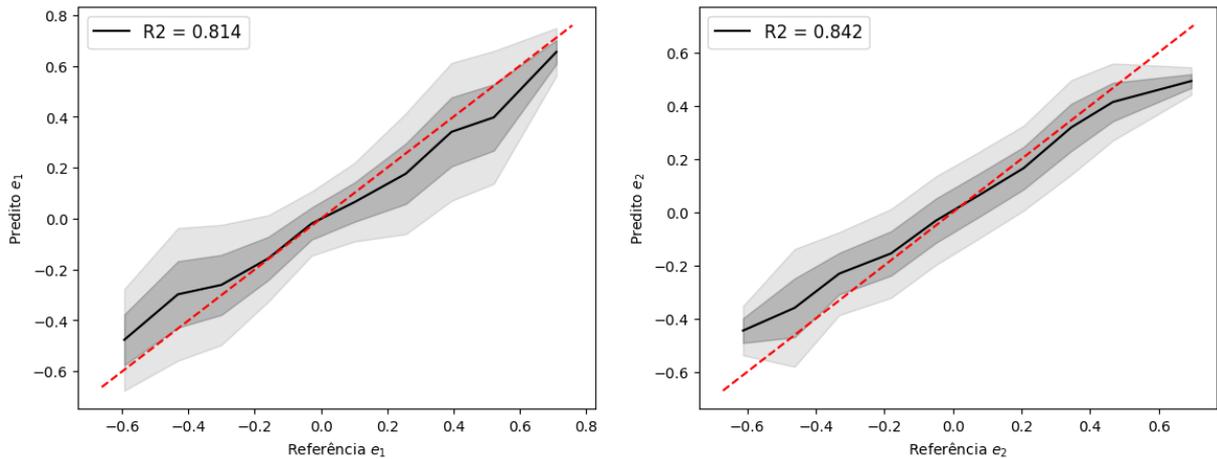


Figura 4.17: Ajuste entre os dados preditos pela rede e os de referência.  $R^2$  denota o coeficiente de determinação, sendo o coeficiente  $\rho$  de Pearson  $\sim 0.90$  e  $0.92$  para  $e_1$  e  $e_2$ , respectivamente.

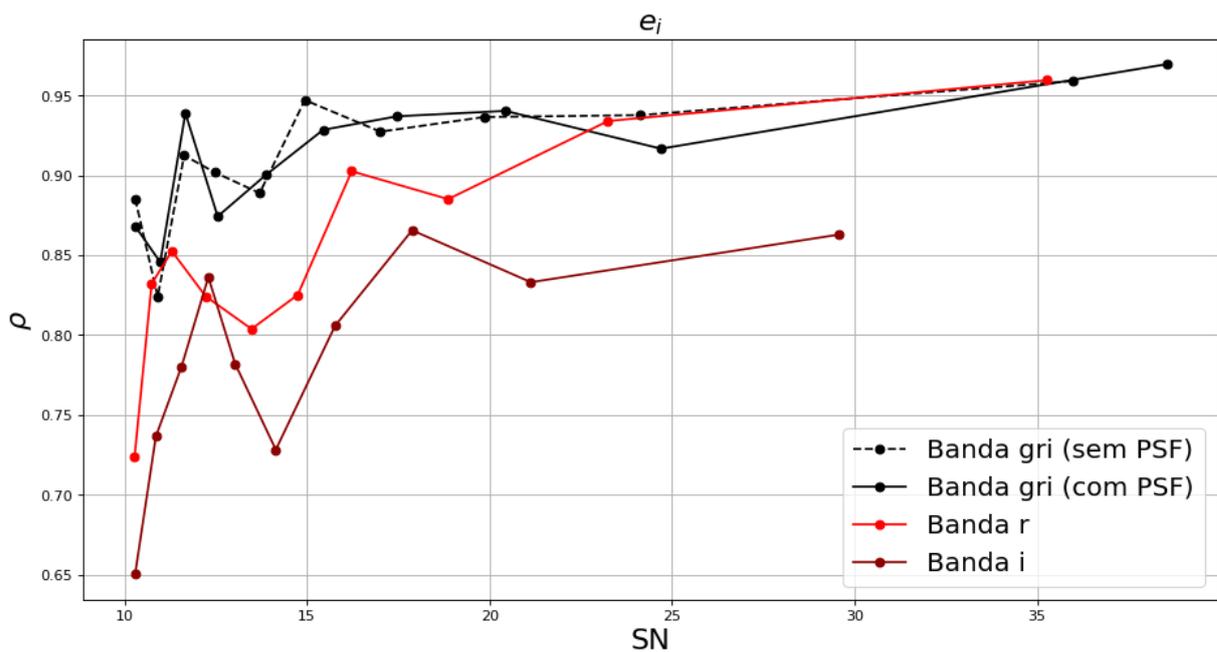


Figura 4.18: Comparação do coeficiente  $\rho$  de Pearson em função da taxa sinal-ruído para as medidas via CNN. Note que não houve ganhos estatisticamente significativos ao considerar a PSF.

Os valores de  $\rho$  obtidos a cada novo treinamento oscilam entre  $0.90 \sim 0.94$ , cuja variação é esperada não somente pela natureza da técnica, onde um modelo criado será distinto de outro, mas também pelo fato da amostra treino ser escolhida de maneira aleatória. Verificando o gráfico da função perda (Figura 4.19), nota-se que há uma convergência por volta de  $\sim 80$  épocas dos valores de validação em  $\mathcal{L} \approx 8 \times 10^{-3}$ , sinalizando que ganhos

para além desta faixa acarretam em variações de  $\delta\rho < 10^{-2}$ . O que é esperado dado o valor da taxa de aprendizagem escolhida.

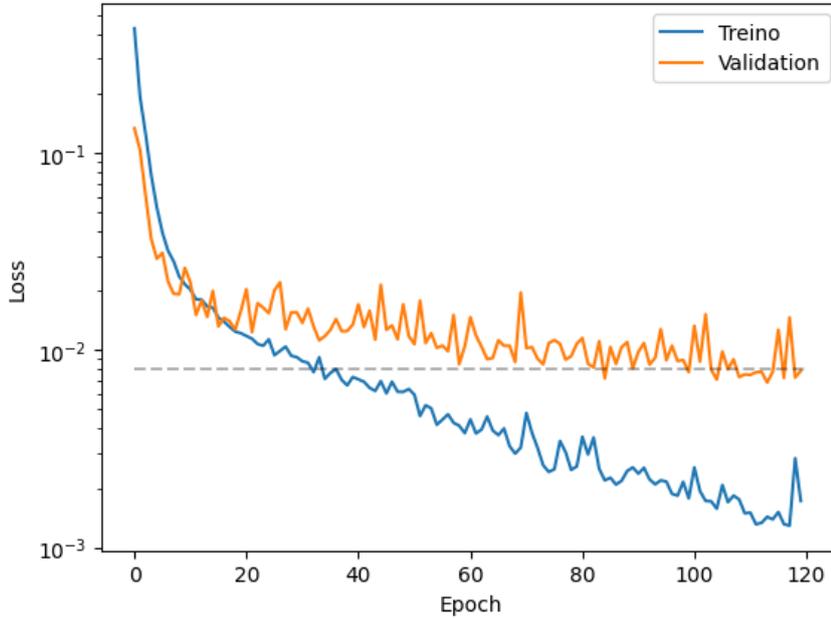


Figura 4.19: Gráfico da função perda em função das épocas. Embora a perda da amostra de treino seja decrescente, a parcela de validação é o limitante quanto a capacidade de aprendizado da rede. A linha tracejada representa um ajuste constante de  $\mathcal{L} = 8 \times 10^{-3}$ .

A partir da Figura 4.17 percebe-se que a rede tem maior dificuldade em prever valores com  $|e_i| > 0.4$ . Acreditamos que esse efeito seja em parte relacionado com a quantidade reduzida de galáxias com este tipo de elipticidade ( $< 10\%$ ), conforme podemos ver na Figura 4.20. Além disto, foram utilizadas no treinamento  $\sim 8 \times 2300$  galáxias, que é um número menor do que o apresentado em Ribli et al. 2019 ( $\sim 10^5$  galáxias).

De maneira análoga a seção anterior nós podemos corrigir os vieses multiplicativos e aditivos presentes no ajuste via redes neurais. Estes resultados são ilustrados pelas Figuras 4.21, 4.22 e 4.23, onde  $a$  e  $b$  representam o coeficiente angular e o linear dos ajustes, respectivamente.

As medidas de elipticidade via redes neurais também satisfazem nossa condição do erro multiplicativo com  $\Delta m \sim 2\%$ , porém este é o valor exato do limite demandado (2%). A Figura 4.24 confronta ambos os métodos estudados neste trabalho. Com isto verificamos que para faixas de SN  $< 15$  nosso modelo de rede é mais celere no tempo de processamento e precisa em relação ao KSB-Regauss, mas se torna equiparável ou pior em faixas superiores. Usar apenas uma banda na rede não se mostrou competitivo ao método KSB-Regauss.

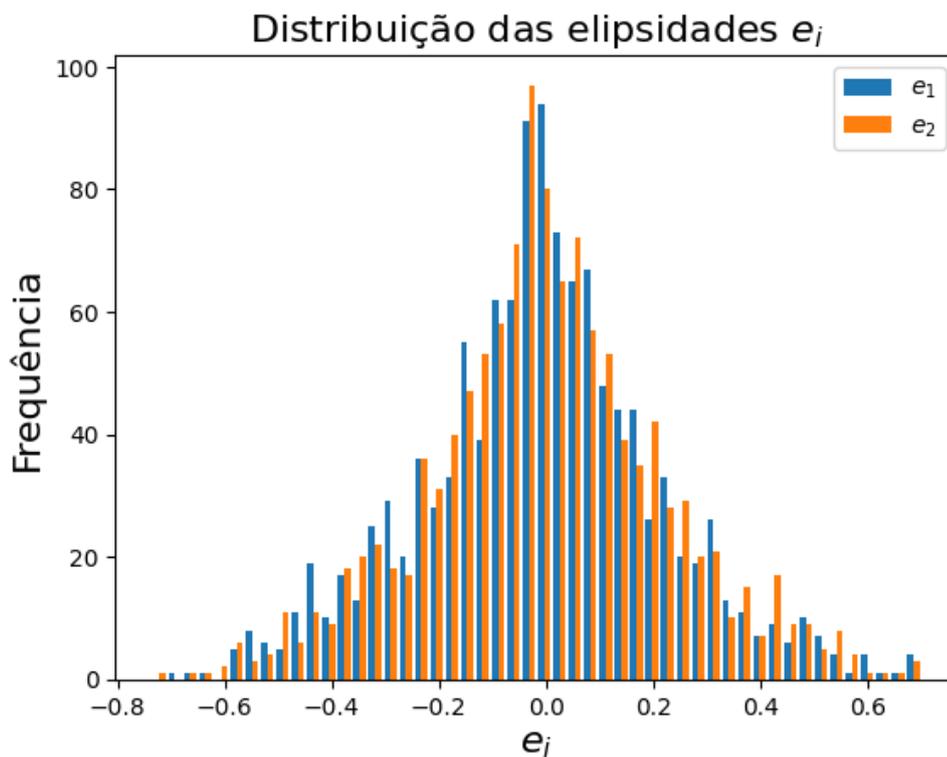


Figura 4.20: Histograma da distribuição das elipticidades medida pelo CFHTLenS usadas na rede neural. Neste histograma temos  $\langle e_1 \rangle = -0.011 \pm 0.006$ ,  $\sigma_{e_1} = 0.224$ ,  $\langle e_2 \rangle = -0.002 \pm 0.006$  e  $\sigma_{e_2} = 0.225$ .

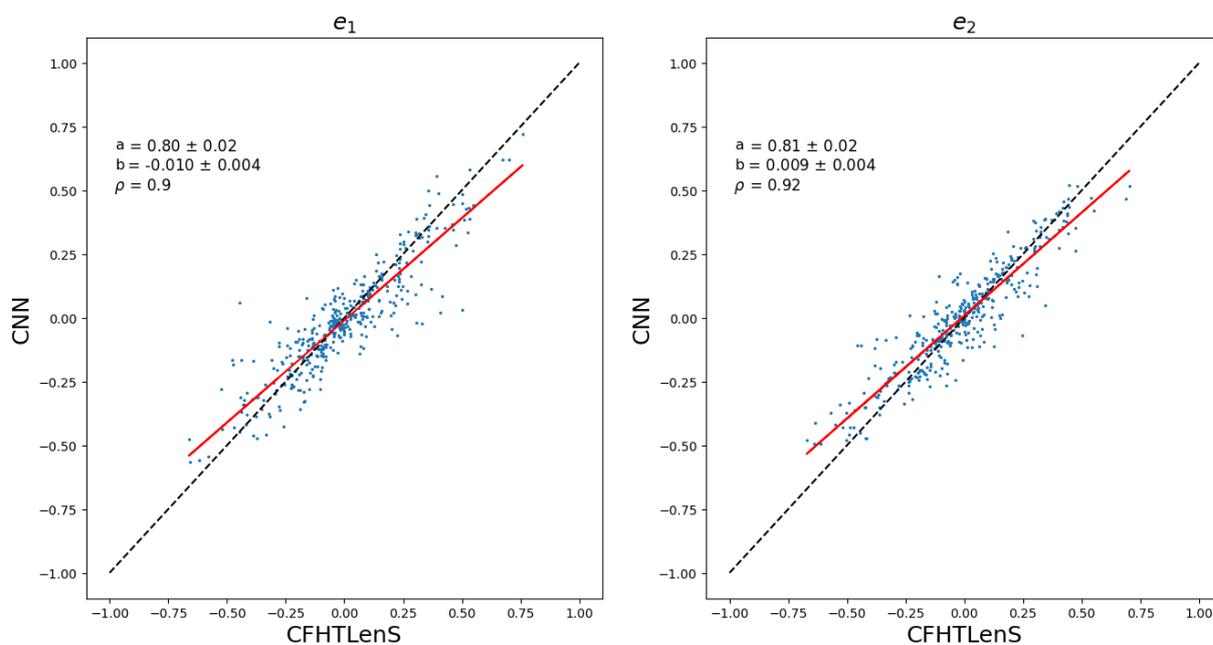


Figura 4.21: Comparação entre as medidas de elipticidade via redes neurais e as obtidas pelo CFHTLenS. A quantidade reduzida de pontos é devido a amostra teste de 400 objetos, já que a grande maioria é utilizada no treinamento da rede.

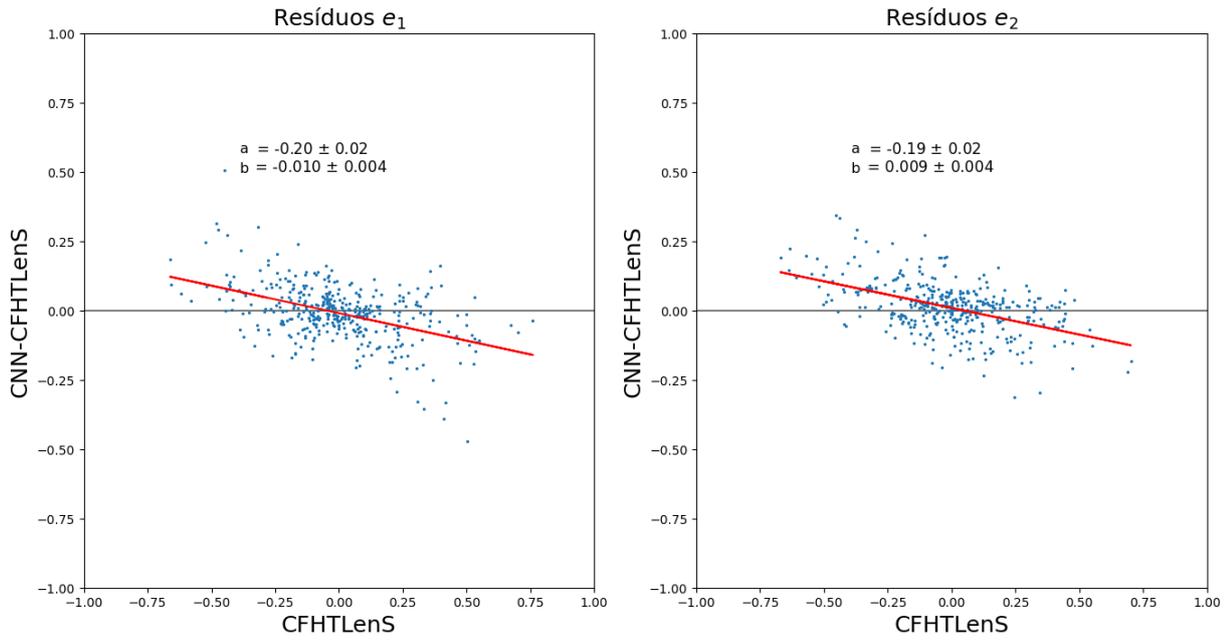


Figura 4.22: Resíduos das componentes  $e_i$  previstas e de referência. Os coeficientes  $a$  e  $b$  estão relacionados com  $m$  e  $c$  da Equação 4.5.

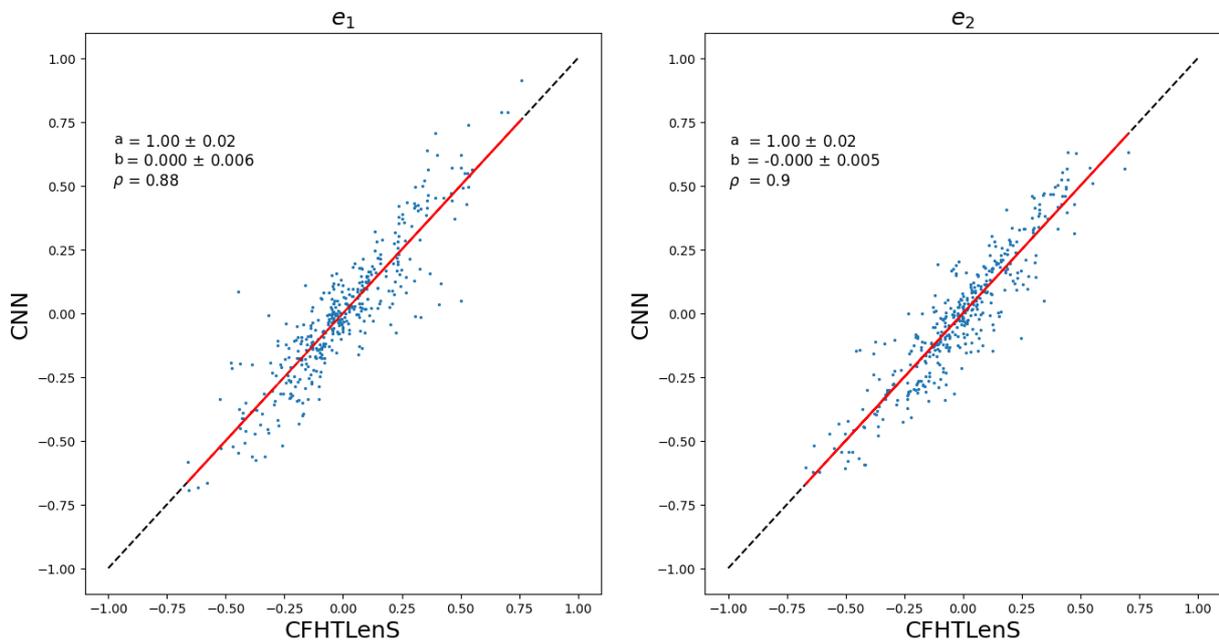


Figura 4.23: Comparação entre as medidas de elipticidade via redes neurais e as obtidas pelo CFHTLenS após a correção.

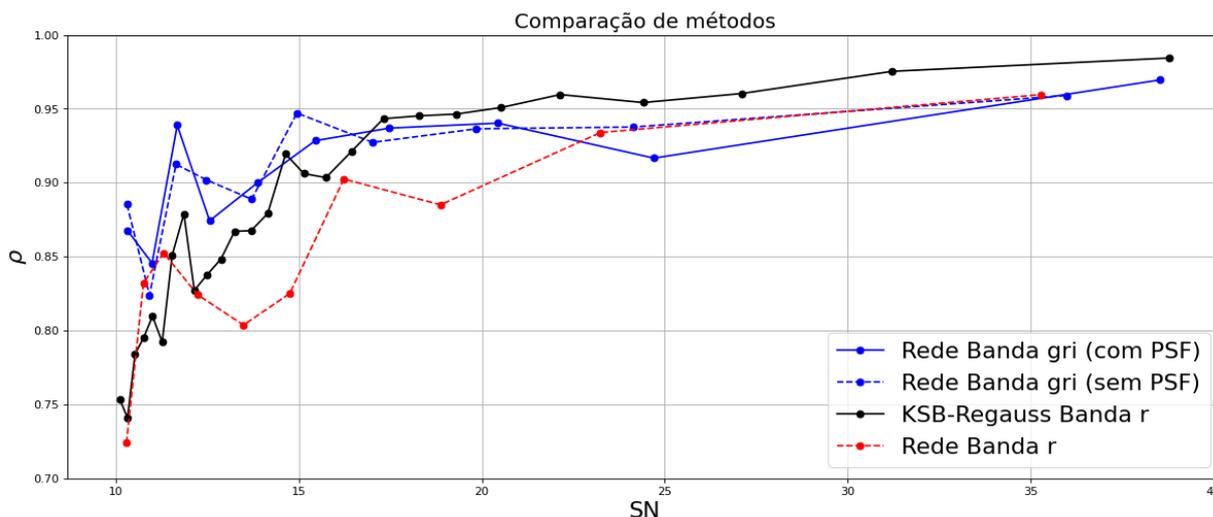


Figura 4.24: Comparação dos valores  $\rho$  obtidos em função do sinal-ruído para os métodos KSB-Regauss e CNN. Dada a diferença substancial das amostras (800 e 5700) os canais utilizados possuem tamanho 80 e 200 para a CNN e o KSB-Regauss respectivamente.

### 4.3 Catálogo de elipticidades

Uma vez calculado o viés multiplicativo e aditivo podemos aplicar as correções também nos objetos do mini J-PAS que não possuem correspondente com o CFHTLenS. Utilizando o método KSB-Regauss obtemos um catálogo de aproximadamente 6.3k galáxias, contendo suas respectivas medidas de forma e *redshifts* fotométricos. Já no caso da rede neural não foi possível criar um catálogo viável, uma vez que os objetos utilizados no treinamento (2.7k) são uma parcela considerável ( $\sim 40\%$ ) do total detectado (6.3k). Isso faz que com a parcela utilizável seja de 3.6k objetos. O que é considerado neste momento insatisfatório para as medidas de massa via técnica de empilhamento.

### 4.4 Medidas de massa

Uma maneira de verificar a viabilidade de se produzir mapas de massa com nosso catálogo de elipticidades é utilizar o método de densitometria de abertura apresentado em Hettterscheidt et al. (2005). No artigo é utilizado a massa de abertura  $M_{ap}$ , definida como a distribuição de massa projetada  $\kappa(\theta)$  contida em uma abertura circular de raio angular  $\theta_0$  na posição  $\xi$ , descrita como,

$$M_{ap}(\xi) = \int \kappa(\theta)U(|\theta - \xi|) d^2\theta, \quad (4.9)$$

sendo  $U$  uma função peso. Como vimos na Seção 2.1.10, temos que  $\kappa(\theta)$  possui relação com o cisalhamento tangencial  $\gamma_t(\theta)$ . Tomando que  $\int_0^{\theta_0} U(\theta)d\theta = 0$ , podemos reescrever a Equação 4.9 em função de  $\gamma_t(\theta)$  (Schneider, 1996),

$$M_{ap}(\xi) = \int \gamma_t(\theta; \xi)Q(|\theta - \xi|) d^2\theta, \quad (4.10)$$

com  $\gamma_t(\theta; \xi)$  representando o cisalhamento tangencial na posição  $|\theta - \xi|$  e  $Q$  sendo também uma função peso que pode ser relacionada com  $U$  da seguinte maneira,

$$Q(\vartheta) = \frac{2}{\vartheta} \int_0^{\vartheta} (\vartheta' U(\vartheta') - U(\vartheta)) d\vartheta'. \quad (4.11)$$

Estas funções peso são importantes para otimizar as estatísticas de massa de abertura para detecção de sobredensidades. A variância  $\sigma_c$  de  $M_{ap}$  é calculada de maneira analítica como,

$$\sigma_c^2(\theta_0) = \frac{\pi\sigma_\epsilon}{n} \int_0^{\theta_0} \theta Q^2(\theta) d\theta, \quad (4.12)$$

aqui  $\sigma_\epsilon$  é a dispersão das elipticidades (Figura 4.20) e  $n$  a densidade de galáxias em uma determinada abertura ( $\sim 1$  gal/arcmin<sup>2</sup> para nosso caso). Por fim, podemos escrever a taxa sinal-ruído,

$$\text{SNR} = \frac{M_{ap}}{\sigma_c} = \sqrt{\frac{n}{\pi\sigma_\epsilon^2} \frac{\int \gamma_t(\theta)Q(\theta)d^2\theta}{\int_0^{\theta_0} \theta Q^2(\theta)d\theta}}, \quad (4.13)$$

e com isto obtemos o mapa de massa via SNR da região contida no levantamento mini J-PAS (Figura 4.25). Neste caso utilizamos um código desenvolvido por Rogério Monteiro de Oliveira que usa o método descrito e o catálogo gerado por nós.

Como nossa densidade de galáxias é baixa, nós esperamos encontrar com este método estruturas apenas em grandes escalas, porém temos a área reduzida do mini J-PAS como um fator limitante. Com relação a detecção de aglomerados, estes possuem em sua maioria  $\sim 10^{13}M_\odot$  na área imageada pelo mini J-PAS, ou seja, seu sinal individual é fraco, sendo necessária a técnica de empilhamento para sua detecção. Nosso objetivo com este mapeamento é demonstrar apenas a possibilidade do uso de nosso catálogo para produzir resultados astrofísicos.

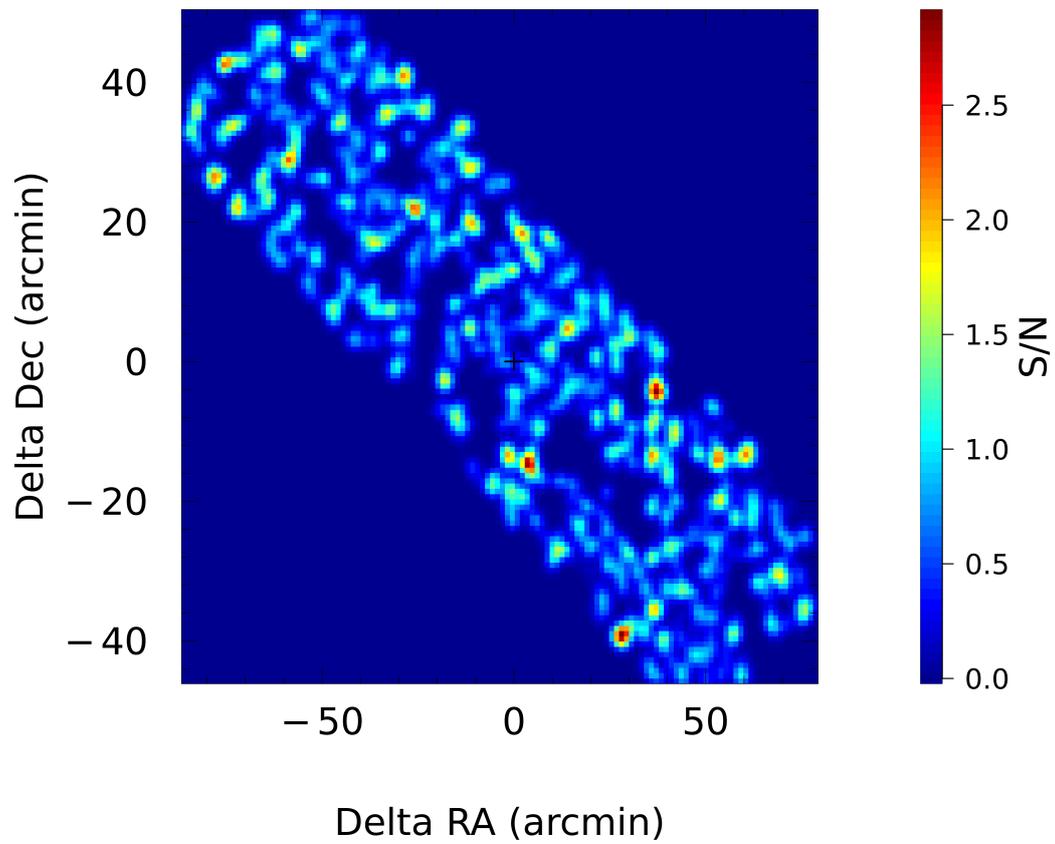


Figura 4.25: Mapa de massa medido via densitometria de abertura na área do mini J-PAS.



## Sumário e perspectivas

Desde sua proposição, a ciência de lentes gravitacionais fracas se mostra desafiadora para aqueles que tentam mensurar seus efeitos. A partir de manifestações diminutas da gravidade no formato das galáxias somos capazes de obter resultados de ordem superior aos aglomerados de galáxias, como o mapeamento de massa. Este trabalho, para além dos resultados práticos apresentados, procura mostrar as diversas exigências e todo o cuidado necessário para maximizar a qualidade dos dados que este tipo de ciência demanda.

Apresentamos no início o formalismo físico de lentes gravitacionais fracas encurtado, mas suficiente. Também abordamos métodos de medida de forma com foco nos momentos de quadrupolo e os fundamentos básicos para compreensão das redes neurais convolucionais que vem se tornado cada vez mais presentes graças sua popularização a partir de bibliotecas dedicadas, como a KERAS (Chollet et al., 2015), e da facilidade da computação de seus respectivos algoritmos em GPUs via TENSORFLOW (Abadi et al., 2016). O uso de redes neurais neste trabalho foi exclusivamente realizado em um computador pessoal, sinalizando que esta técnica pode ser acessível, sem demandar em alguns casos grandes *clusters* de GPU.

Na sequência, descrevemos as características de dois levantamentos utilizados, o mini J-PAS e o CFHTLenS. Procuramos sintetizar informações a respeito dos programas SEXTRACTOR e PSFEX para auxiliar futuros usuários destas ferramentas na confecção de catálogos e modelamento da PSF. O passo seguinte foi a produção de uma pipeline de seleção de estrelas que utiliza uma combinação otimizada dos parâmetros do PSFEX para gerar um modelo da PSF. Os parâmetros usados nestes dois programas estão presentes e descritos no Apêndice A. Procuramos demonstrar ao longo desta etapa a importância de uma boa seleção estelar e dos diversos testes de qualidade necessários, uma vez que a PSF

é uma das maiores fontes de erro nas medidas de forma. O controle dos erros sistemáticos é imprescindível ao trabalharmos com lentes gravitacionais fracas.

Dos resultados científicos produzidos, criamos um catálogo de elipticidades ajustado e apto para realizar estudos de lentes gravitacionais fracas com  $\sim 6.3k$  objetos do mini J-PAS que passaram pelos nossos diversos testes de qualidade. Com ele obtemos os resultados apresentados na Seção 4.4. Em comparação com outros levantamentos como Jarvis et al. (2016) e Mandelbaum et al. (2018), nossos resultados são adequados para realizar estudos de aglomerados, mas estão muito próximos ou levemente acima dos limiares para cisalhamento cósmico, demandando mais refinamento neste segundo contexto. De qualquer forma, esperamos demonstrar neste trabalho que o método KSB-Regauss ainda é uma abordagem competitiva. No momento aplicamos esta técnica em imagens do *James Webb Space Telescope* no estudo do aglomerado Abell 2744, em especial na confecção de mapas de massa como apresentado na Seção 4.4.

Paralelamente obtemos uma CNN com precisão análoga ao método KSB-Regauss, porém  $\sim 3$  vezes mais rápida. Neste caso, devemos levar em consideração que a CNN depende de três bandas para atingir esta vantagem, enquanto o KSB-Regauss foi analisado em apenas uma, sinalizando que o uso de mais bandas possa aprimorar sua acurácia, mas também elevando seu tempo de processamento, um parâmetro crucial para os grandes levantamentos citados no Capítulo 1.

Entretanto, não fomos capazes de fazer com que a CNN considerasse a PSF ao medir a forma das galáxias. Um argumento apresentado em Wang et al. (2022) é de que a informação da PSF não está contida no espaço dos parâmetros da imagem, que é onde uma CNN tipicamente obtém sua informação, mas que a relação entre a imagem da PSF e a imagem da galáxia é convolucional. Neste caso uma CNN seria intrinsecamente incapaz de realizar esta correção. Neste mesmo artigo é proposto um modelo chamado *Deep Wiener Deconvolution Network* com intuito de resolver esta problemática. Acreditamos que este é um direcionamento para estudos futuros que visam corrigir a PSF com ferramentas de aprendizado de máquina. Nossos próximos passos serão voltados a esta técnica de caráter promissor.

## Referências Bibliográficas

- Abadi M., Agarwal A., Barham P., Brevdo E., Chen Z., Citro C., Corrado G. S., Davis A., Dean J., Devin M., Ghemawat S., Goodfellow I., Harp A., Irving G., Isard M., Jia Y., Jozefowicz R., Kaiser L., Kudlur M., Levenberg J., Mane D., Monga R., Moore S., Murray D., Olah C., Schuster M., Shlens J., Steiner B., Sutskever I., Talwar K., Tucker P., Vanhoucke V., Vasudevan V., Viegas F., Vinyals O., Warden P., Wattenberg M., Wicke M., Yu Y., Zheng X., , 2016 TensorFlow: Large-Scale Machine Learning on Heterogeneous Distributed Systems
- Ascaso B., Benítez N., Dupke R., Cypriano E., Lima-Neto G., López-Sanjuan C., Varela J., Alcaniz J. S., Broadhurst T., Cenarro A. J., Devi N. C., Díaz-García L. A., Fernandes C. A. C., Hernández-Monteagudo C., Mei S., Mendes de Oliveira C., Molino A., Oteo I., Schoenell W., Sodr e L., Viironen K., Marín-Franch A., An accurate cluster selection function for the J-PAS narrow-band wide-field survey, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2016, vol. 456, p. 4291
- Bacon D. J., Refregier A. R., Ellis R. S., Detection of weak gravitational lensing by large-scale structure, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2000, vol. 318, p. 625
- Bartelmann M., Gravitational lensing, *Classical and Quantum Gravity*, 2010, vol. 27, p. 233001
- Bartelmann M., Maturi M., , 2016 Weak gravitational lensing
- Benitez N., Dupke R., Moles M., Sodre L., Cenarro J., Marin-Franch A., Taylor K., Cristobal D., Fernandez-Soto A., de Oliveira C. M., Cepa-Nogue J., Abramo L. R., Al-

- caniz J. S., Overzier R., Hernandez-Monteagudo C., Alfaro E. J., et al. J-PAS: The Javalambre-Physics of the Accelerated Universe Astrophysical Survey, 2014
- Bernstein G. M., Jarvis M., Shapes and Shears, Stars and Smears: Optimal Measurements for Weak Lensing, *AJ*, 2002, vol. 123, p. 583
- Bertin E., , 2010 SWarp: Resampling and Co-adding FITS Images Together Astrophysics Source Code Library, record ascl:1010.068
- Bertin E., Automated Morphometry with SExtractor and PSFEx. In *Astronomical Data Analysis Software and Systems XX* , vol. 442 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 2011, p. 435
- Bertin E., Arnouts S., SExtractor: Software for source extraction., *A&AS*, 1996, vol. 117, p. 393
- Blandford R. D., Saust A. B., Brainerd T. G., Villumsen J. V., The distortion of distant galaxy images by large-scale structure, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1991, vol. 251, p. 600
- Bom C. R., Fraga B. M. O., Dias L. O., Schubert P., Valentin M. B., Furlanetto C., Makler M., Teles K., de Albuquerque M. P., Metcalf R. B., Developing a victorious strategy to the second strong gravitational lensing data challenge, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2022, vol. 515, p. 5121
- Bonoli S., Marín-Franch A., Varela J., Ramió H. V., Abramo L. R., Cenarro A. J., Dupke R. A., Vilchez J. M., Cristóbal-Hornillos D., Delgado R. M. G., Hernández-Monteagudo C., López-Sanjuan C., Muniesa D. J., Civera T., Ederoclite A., Hernán-Caballero A., Marra V., Baqui P. O., Cortesi A., Cypriano E. S., Daflon S., de Amorim A. L., Díaz-García L. A., Diego J. M., Martínez-Solaesche G., Pérez E., Placco V. M., Prada F., Queiroz C., Alcaniz J., Alvarez-Candal A., Cepa J., et al. The miniJPAS survey: A preview of the Universe in 56 colors, *Astronomy & Astrophysics*, 2021, vol. 653, p. A31
- Bradač M., Schneider P., Lombardi M., Erben T., Strong and weak lensing united. I. The combined strong and weak lensing cluster mass reconstruction method, *A&A*, 2005, vol. 437, p. 39

- Brettonnière H., Boucaud A., Huertas-Company M., , 2021 Probabilistic segmentation of overlapping galaxies for large cosmological surveys
- Bridle S., Gill M., Heavens A., Heymans C., High F. W., Hoekstra H., Jarvis M., Kirk D., Kitching T., Kneib J.-P., Kuijken K., Shawe-Taylor J., Lagatutta D., Mandelbaum R., Massey R., Mellier Y., Moghaddam B., Moudden Y., Nakajima R., Paulin-Henriksson S., Pires S., Rassat A., Amara A., Refregier A., Rhodes J., Schrabback T., Semboloni E., Shmakova M., van Waerbeke L., Witherick D., Voigt L., Wittman D., Applegate D., Balan S. T., Berge J., Bernstein G., Dahle H., Erben T., Handbook for the GREAT08 Challenge: An image analysis competition for cosmological lensing, *The Annals of Applied Statistics*, 2009, vol. 3, p. 6
- Burke C. J., Aleo P. D., Chen Y.-C., Liu X., Peterson J. R., Sembroski G. H., Lin J. Y.-Y., Deblending and classifying astronomical sources with Mask R-CNN deep learning, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2019, vol. 490, p. 3952
- Chollet F., et al., 2015 Keras <https://keras.io>
- Cypriano E. S., Amara A., Voigt L. M., Bridle S. L., Abdalla F. B., Réfrégier A., Seiffert M., Rhodes J., Cosmic shear requirements on the wavelength dependence of telescope point spread functions, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2010, vol. 405, p. 494
- Cypriano E. S., Laerte Sodre J., Kneib J.-P., Campusano L. E., Weak-Lensing Mass Distributions for 24 X-Ray Abell Clusters, *The Astrophysical Journal*, 2004, vol. 613, p. 95
- Cypriano E. S., Sodr e Laerte J., Campusano L. E., Kneib J.-P., Giovanelli R., Haynes M. P., Dale D. A., Hardy E., Gravitational Lensing by Nearby Clusters of Galaxies, *AJ*, 2001, vol. 121, p. 10
- de Oliveira R. M., Uma contribui o ao estudo de aglomerados de galáxias em fusão, Universidade de São Paulo, 2016, Tese de Doutorado
- de Souza F. N., Grupos Fósseis sob a óptica de Lentes Gravitacionais, Universidade de São Paulo, 2013, Tese de Doutorado

- Dodelson S., *Gravitational Lensing*. Cambridge University Press, 2017
- Dyson F. W., Eddington A. S., Davidson C., , 1920 A Determination of the Deflection of Light by the Sun's Gravitational Field, from Observations Made at the Total Eclipse of May 29, 1919
- Einstein A., Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, *Annalen der Physik*, 1916, vol. 354, p. 769
- Einstein A., Lens-Like Action of a Star by the Deviation of Light in the Gravitational Field, *Science*, 1936, vol. 84, p. 506
- Guinot A., Weak lensing analysis of the Canada-France Imaging Survey : from pixels to cosmology, preparation for the Euclid mission, Université Paris Cité, 2020, Theses
- Guinot A., Kilbinger M., Farrens S., Peel A., Pujol A., Schmitz M., Starck J.-L., Erben T., Gavazzi R., Gwyn S., Hudson M. J., Hildebrandt H., Tobias L., Miller L., Spitzer I., Waerbeke L. V., Cuillandre J.-C., Fabbro S., McConnachie A., Mellier Y., ShapePipe: A new shape measurement pipeline and weak-lensing application to UNIONS/CFIS data, *Astronomy & Astrophysics*, 2022, vol. 666, p. A162
- Hetterscheidt M., Erben T., Schneider P., Maoli R., van Waerbeke L., Mellier Y., Searching for galaxy clusters using the aperture mass statistics in 50 VLT fields, *A&A*, 2005, vol. 442, p. 43
- Hirata C., Seljak U., Shear calibration biases in weak-lensing surveys, *MNRAS*, 2003, vol. 343, p. 459
- Hoekstra H., Jain B., *Weak Gravitational Lensing and Its Cosmological Applications*, *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 2008, vol. 58, p. 99
- Holwerda B., *Source Extractor for Dummies v5*, 2006
- Hudson M. J., Gillis B. R., Coupon J., Hildebrandt H., Erben T., Heymans C., Hoekstra H., Kitching T. D., Mellier Y., Miller L., Van Waerbeke L., Bonnett C., Fu L., Kuijken K., Rowe B., Schrabback T., Semboloni E., van Uitert E., Velandier M., CFHTLenS: co-evolution of galaxies and their dark matter haloes, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2014, vol. 447, p. 298

- 
- Huff E., Mandelbaum R., , 2017 Metacalibration: Direct Self-Calibration of Biases in Shear Measurement
- Israel H., Kitching T. D., Massey R., Cropper M., Problems using ratios of galaxy shape moments in requirements for weak lensing surveys, *A&A*, 2017, vol. 598, p. A46
- Jarvis M., Sheldon E., Zuntz J., Kacprzak T., Bridle S. L., Amara A., Armstrong R., Becker M. R., Bernstein G. M., Bonnett C., Chang C., Das R., Dietrich J. P., Drlica-Wagner A., Eifler T. F., Gangkofner C., Gruen D., Hirsch M., Huff E. M., Jain B., Kent S., Kirk D., MacCrann N., Melchior P., Plazas A. A., Refregier A., Rowe B., Rykoff E. S., Samuroff S., Sánchez C., Suchyta E., Troxel M. A., Vikram V., Abbott T., Abdalla F. B., Allam S., Annis J., Benoit-Lévy A., Bertin E., Brooks D., et al. The DES Science Verification weak lensing shear catalogues, *MNRAS*, 2016, vol. 460, p. 2245
- Kaiser N., Squires G., Broadhurst T., A Method for Weak Lensing Observations, *ApJ*, 1995, vol. 449, p. 460
- Kilbinger M., Cosmology with cosmic shear observations: a review, *Reports on Progress in Physics*, 2015, vol. 78, p. 086901
- Krishnakumar H., Kalmbach J. B., , 2022 Analysis of Ring Galaxies Detected Using Deep Learning with Real and Simulated Data
- Kron R. G., Photometry of a complete sample of faint galaxies., *ApJS*, 1980, vol. 43, p. 305
- Kuhn T. S., *The Structure of Scientific Revolutions*. University of Chicago Press Chicago, 1962
- Kuijken K., Heymans C., Dvornik A., Hildebrandt H., de Jong J. T. A., Wright A. H., Erben T., Bilicki M., Giblin B., Shan H.-Y., Getman F., Grado A., Hoekstra H., Miller L., Napolitano N., Paolilo M., Radovich M., Schneider P., Sutherland W., Tewes M., Tortora C., Valentijn E. A., Kleijn G. A. V., The fourth data release of the Kilo-Degree Survey: iugri/i imaging and nine-band optical-IR photometry over 1000 square degrees, *Astronomy & Astrophysics*, 2019, vol. 625, p. A2

- LeCun Y., Boser B., Denker J. S., Henderson D., Howard R. E., Hubbard W., Jackel L. D., Backpropagation Applied to Handwritten Zip Code Recognition, *Neural Computation*, 1989, vol. 1, p. 541
- Liebes S., Gravitational Lenses, *Phys. Rev.*, 1964, vol. 133, p. B835
- Lopez Pinaya W. H., Vieira S., Garcia-Dias R., Mechelli A., , 2020 in Mechelli A., Vieira S., eds, , *Machine Learning*. Academic Press pp 173–191
- Lynds R., Petrosian V., Giant Luminous Arcs in Galaxy Clusters. In *Bulletin of the American Astronomical Society* , vol. 18, 1986, p. 1014
- Mandelbaum R., Miyatake H., Hamana T., Oguri M., Simet M., Armstrong R., Bosch J., Murata R., Lanusse F., Leauthaud A., Coupon J., More S., Takada M., Miyazaki S., Speagle J. S., Shirasaki M., Sifón C., Huang S., Nishizawa A. J., Medezinski E., Okura Y., Okabe N., Czakon N., Takahashi R., Coulton W. R., Hikage C., Komiyama Y., Lupton R. H., Strauss M. A., Tanaka M., Utsumi Y., The first-year shear catalog of the Subaru Hyper Suprime-Cam Subaru Strategic Program Survey, *PASJ*, 2018, vol. 70, p. S25
- Mandelbaum R., Rowe B., Armstrong R., Bard D., Bertin E., Bosch J., Boutigny D., Courbin F., Dawson W. A., Donnarumma A., Fenech Conti I., Gavazzi R., Gentile M., Gill M. S. S., Hogg D. W., Huff E. M., Jee M. J., Kacprzak T., Kilbinger M., Kuntzer T., Lang D., Luo W., March M. C., Marshall P. J., Meyers J. E., Miller L., Miyatake H., Nakajima R., Ngólé Mboula F. M., Nurbaeva G., Okura Y., Paulin-Henriksson S., Rhodes J., Schneider M. D., Shan H., Sheldon E. S., Simet M., Starck J.-L., Sureau F., Tewes M., Zarb Adami K., Zhang J., Zuntz J., GREAT3 results – I. Systematic errors in shear estimation and the impact of real galaxy morphology, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2015, vol. 450, p. 2963
- Mandelbaum R., Seljak U., Hirata C. M., A halo mass—concentration relation from weak lensing, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2008, vol. 2008, p. 006
- Mandelbaum R., Wang W., Zu Y., White S., Henriques B., More S., Strong bimodality in the host halo mass of central galaxies from galaxy-galaxy lensing, *MNRAS*, 2016, vol. 457, p. 3200

- Meneghetti M., , 2021 *The General Lens*. Springer International Publishing Cham pp 43–99
- Miller L., Heymans C., Kitching T. D., van Waerbeke L., Erben T., Hildebrandt H., Hoekstra H., Mellier Y., Rowe B. T. P., Coupon J., Dietrich J. P., Fu L., Harnois-Déraps J., Hudson M. J., Kilbinger M., Kuijken K., Schrabback T., Semboloni E., Vafaei S., Velander M., Bayesian galaxy shape measurement for weak lensing surveys - III. Application to the Canada-France-Hawaii Telescope Lensing Survey, *MNRAS*, 2013, vol. 429, p. 2858
- Miller L., Kitching T. D., Heymans C., Heavens A. F., van Waerbeke L., Bayesian galaxy shape measurement for weak lensing surveys - I. Methodology and a fast-fitting algorithm, *MNRAS*, 2007, vol. 382, p. 315
- Miralda-Escudé J., Gravitational Lensing by Clusters of Galaxies: Constraining the Mass Distribution, *ApJ*, 1991, vol. 370, p. 1
- Molina M. C., O Superaglomerado de galáxias SC0028-001 sob lentes gravitacionais, Universidade de São Paulo, 2015, Tese de Doutorado
- Petrosian V., Surface Brightness and Evolution of Galaxies, *ApJ*, 1976, vol. 210, p. L53
- Refsdal S., On the possibility of determining Hubble's parameter and the masses of galaxies from the gravitational lens effect, *MNRAS*, 1964a, vol. 128, p. 307
- Refsdal S., The gravitational lens effect, *MNRAS*, 1964b, vol. 128, p. 295
- Rhodes J., Refregier A., Groth E. J., Detection of Cosmic Shear with the Hubble Space Telescope Survey Strip, *The Astrophysical Journal*, 2001, vol. 552, p. L85
- Ribli D., Dobos L., Csabai I., Galaxy shape measurement with convolutional neural networks, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2019, vol. 489, p. 4847
- Rowe B., Improving PSF modelling for weak gravitational lensing using new methods in model selection, *MNRAS*, 2010, vol. 404, p. 350
- Rozo E., Wu H.-Y., Schmidt F., STACKED WEAK LENSING MASS CALIBRATION: ESTIMATORS, SYSTEMATICS, AND IMPACT ON COSMOLOGICAL PARAMETER CONSTRAINTS, *The Astrophysical Journal*, 2011, vol. 735, p. 118

- Schawinski K., Zhang C., Zhang H., Fowler L., Santhanam G. K., Generative Adversarial Networks recover features in astrophysical images of galaxies beyond the deconvolution limit, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 2017, p. slx008
- Schmitz M. A., Starck J.-L., Mboula F. N., Auricchio N., Brinchmann J., Capobianco R. I. V., Clé d'assou R., Conversi L., Corcione L., Fourmanoit N., Frailis M., Garilli B., Hormuth F., Hu D., Israel H., Kermiche S., Kitching T. D., Kubik B., Kunz M., Ligori S., Lilje P. B., Lloro I., Mansutti O., Marggraf O., Massey R. J., Pasian F., Pettorino V., Raison F., Rhodes J. D., Roncarelli M., Saglia R. P., Schneider P., Serrano S., Taylor A. N., Toledo-Moreo R., Valenziano L., Vuerli C., Zoubian J., iEuclid/i: Nonparametric point spread function field recovery through interpolation on a graph Laplacian, *Astronomy & Astrophysics*, 2020, vol. 636, p. A78
- Schneider P., Detection of (dark) matter concentrations via weak gravitational lensing, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1996, vol. 283, p. 837
- Schneider P., Meylan G., Kochanek C., Jetzer P., North P., Wambsganss J., *Gravitational Lensing: Strong, Weak and Micro: Saas-Fee Advanced Course 33. Saas-Fee Advanced Course*, Springer Berlin Heidelberg, 2006
- Sealfon C., Verde L., Jimenez R., Stacking Weak-Lensing Signals of Sunyaev-Zel'dovich Clusters to Constrain Cluster Physics, *ApJ*, 2006, vol. 649, p. 118
- Seitz C., Schneider P., Steps towards nonlinear cluster inversion through gravitational distortions II. Generalization of the Kaiser and Squires method., *A&A*, 1995, vol. 297, p. 287
- Sheldon E. S., An implementation of Bayesian lensing shear measurement, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 2014, vol. 444, p. L25
- Sheldon E. S., Huff E. M., Practical Weak-lensing Shear Measurement with Metacalibration, *The Astrophysical Journal*, 2017, vol. 841, p. 24
- Soucail G., Mellier Y., Fort B., Hammer F., Mathez G., Further data on the blue ring-like structure in A 370., *A&A*, 1987, vol. 184, p. L7

- Tan M., Le Q. V., EfficientNet: Rethinking Model Scaling for Convolutional Neural Networks, 2019
- Tyson J. A., Valdes F., Wenk R. A., Detection of Systematic Gravitational Lens Galaxy Image Alignments: Mapping Dark Matter in Galaxy Clusters, *ApJ*, 1990, vol. 349, p. L1
- Viola M., Kitching T. D., Joachimi B., On the probability distributions of ellipticity, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2014, vol. 439, p. 1909
- Vitorelli A. Z., Weak gravitational lensing: measurement techniques and the use as a cosmic dating system, Universidade de São Paulo, 2019, Tese de Doutorado
- Walsh D., Carswell R. F., Weymann R. J., 0957+561 A, B: twin quasistellar objects or gravitational lens?, *Nature*, 1979, vol. 279, p. 381
- Wambsganss J., Gravitational Lensing in Astronomy, *Living Reviews in Relativity*, 1998, vol. 1
- Wang H., Sreejith S., Lin Y., Ramachandra N., Slosar A., Yoo S., , 2022 Neural Network Based Point Spread Function Deconvolution For Astronomical Applications
- Weinberg D. H., Mortonson M. J., Eisenstein D. J., Hirata C., Riess A. G., Rozo E., Observational probes of cosmic acceleration, *Physics Reports*, 2013, vol. 530, p. 87
- Wittman D. M., Tyson J. A., Kirkman D., Dell'Antonio I., Bernstein G., Detection of weak gravitational lensing distortions of distant galaxies by cosmic dark matter at large scales, *Nature*, 2000, vol. 405, p. 143
- Wyithe J. S. B., Yan H., Windhorst R. A., Mao S., A distortion of very-high-redshift galaxy number counts by gravitational lensing, *Nature*, 2011, vol. 469, p. 181
- Zuntz J., Kacprzak T., Voigt L., Hirsch M., Rowe B., Bridle S., im3shape: a maximum likelihood galaxy shear measurement code for cosmic gravitational lensing, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2013, vol. 434, p. 1604
- Zwicky F., Nebulae as Gravitational Lenses, *Phys. Rev.*, 1937, vol. 51, p. 290



# Apêndice



## Apêndice A

---

### Parâmetros utilizados

Neste apêndice apresentamos os parâmetros utilizados por nós na otimização do modelo da PSF.

SEXTRACTOR Parameters (.sex)	Value
CATALOG NAME	vignet.cat
CATALOG TYPE	FITS_LDAC
CHECKIMAGE TYPE	NONE
PARAMETERS NAME	config.param
GAIN	1
GAIN KEY	GAIN
MAG GAMMA	4.0
MAG ZEROPOINT	27.0
PIXEL SCALE	0
DETECT TYPE	CCD
SATUR LEVEL	62000.0
SEEING FWHM	1.5
FLAG IMAGE	flag.fits
FLAG TYPE	OR
BACK SIZE	256
BACK FILTERSIZE	3
BACK TYPE	AUTO
BACK VALUE	0.0, 0.0
BACKPHOTO THICK	101
BACKPHOTO TYPE	LOCAL

BACK FILTTHRESH	0.0
WEIGHT GAIN	Y
WEIGHT TYPE	MAP_WEIGHT
WEIGHT IMAGE	[name]_swpweight
WEIGHT THRESH	0
THRESH TYPE	RELATIVE
ANALYSIS THRESH	0.5
DETECT THRESH	2
DETECT MINAREA	5
FILTER	Y
FILTER NAME	gauss 3.0 5x5.conv
FILTER THRESH	
DEBLEND MINCONT	1.5e-05
DEBLEND NTHRESH	64
CLEAN	Y
CLEAN PARAM	1.0
PHOT AUTOPARAMS	2.5, 1.5
PHOT AUTOAPERS	0.0, 0.0
PHOT APERTURES	5, 10, 13, 20, 30
PHOT FLUXFRAC	0.5
PHOT PETROPARAMS	2.0, 3.5
MASK TYPE	CORRECT
FITS UNSIGNED	N
FLAG IMAGE	flag.fits
FLAG TYPE	OR
INTERP MAXXLAG	4
INTERP MAXYLAG	4
INTERP TYPE	NONE
MEMORY BUFSIZE	4096
MEMORY OBJSTACK	60000
MEMORY PIXSTACK	10000000
STARNW NAME	default.nnw

VERBOSE TYPE	NORMAL
SATUR KEY	SATURATE
NTHREADS	1
PSF NMAX	1
RESCALE WEIGHTS	Y
ASSOC NAME	sky.dat
ASSOC DATA	0
ASSOC PARAMS	1,2
ASSOCCOORD TYPE	PIXEL
ASSOC RADIUS	3.0
ASSOC TYPE	NEAREST

Tabela A.1 - Parâmetros utilizados pelo SExtractor.

Parâmetro PSFEx (.psfex)	Valor
BASIS NAME	basis.fits
BASIS TYPE	PIXEL
BASIS NUMBER	20
BASIS SCALE	1.0
NEWBASIS NUMBER	8
NEWBASIS TYPE	NONE
PSF DIR	
PSF SAMPLING	1.0
PSF ACCURACY	0.01
PSF SIZE	51, 51
PSF PIXELSIZE	1.0
PSF RECENTER	N
PSF SUFFIX	.psf
MEF TYPE	INDEPENDENT
CENTER KEYS	XWIN IMAGE, YWIN IMAGE
PHOTFLUX KEY	FLUX AUTO
PHOTFLUXERR KEY	FLUXERR AUTO

PSFVAR KEYS	XWIN IMAGE, YWIN IMAGE
PSFVAR GROUPS	1, 1
PSFVAR DEGREES	2
PSFVAR NSNAP	9
HIDDENMEF TYPE	COMMON
STABILITY TYPE	EXPOSURE
SAMPLE AUTOSELECT	N
SAMPLEVAR TYPE	SEEING
SAMPLE FWHMRANGE	2.0, 10.0
SAMPLE VARIABILITY	0.2
SAMPLE MINSN	50
SAMPLE MAXELLIP	0.2
SAMPLE IMAFLAGMASK	0x0
SAMPLE WFLAGMASK	0x00ff
BADPIXEL FILTER	N
BADPIXEL NMAX	0
CHECKIMAGE CUBE	N
CHECKPLOT ANTIALIAS	N
CHECKPLOT DEV	PNG
CHECKPLOT TYPE	FWHM, ELLIPTICITY, COUNTS COUNT, FRACTION, CHI2, RESIDUALS
CHECKPLOT NAME	fwhm, ellipticity, counts, countfrac, chi2, resi
CHECKPLOT RES	1024, 1024
CHECKIMAGE TYPE	CHI, PROTOTYPES, SAMPLES, RESIDUALS SNAPSHOTS, MOFFAT, -MOFFAT, -SYMMETRICAL
CHECKIMAGE NAME	chi.fits, proto.fits, samp.fits, resi.fits snap.fits, moffat.fits, submoffat.fits, subsym.fits
HOMOBASIS NUMBER	10
HOMOBASIS SCALE	1.0
HOMOBASIS TYPE	NONE
HOMOKERNEL DIR	
HOMOKERNEL SUFFIX	.homo.fits

---

HOMOPSF PARAMS	2.0, 3.0
OUTCAT NAME	psfex_out.cat
OUTCAT TYPE	FITS_LDAC
NTHREADS	1
WRITE XML	N
XML NAME	psfex.xml
XSL URL	psfex.xsl
VERBOSE TYPE	NORMAL

*Tabela A.2 - Parâmetros utilizados pelo PSFEX.*