# **III - MÉTODOS DE ANÁLISE**

# III.1 - Extinção Interestelar

A energia emitida pela fonte observada sofre espalhamento e absorção no meio interestelar. A extinção é mais eficiente quanto menor o comprimento de onda, por esta razão o espectro do objeto é dito "avermelhado". A intensidade da radiação que sai do objeto,  $I_{\lambda_0}$  ou no caso estelar,  $\pi F_{\lambda_0}$  sofrerá uma extinção proporcional à profundidade óptica específica para o meio  $\tau_{\lambda}$  de forma a observarmos uma intensidade específica,  $I_{\lambda}$ ou  $\pi F_{\lambda}$  que se relaciona da seguinte forma com  $\pi F_{\lambda_0}$  :

$$\pi F_{\lambda} = \pi F_{0\lambda} e^{-\tau_{\lambda}} \tag{16}$$

Supondo um meio interestelar homogêneo, isto é que suas propriedades sejam as mesmas em qualquer linha de visada, podemos escrever  $\tau_{\lambda}$  na forma:  $\tau_{\lambda} = c f(\lambda)$ , onde c é proporcional à densidade de coluna do material responsável pelo espalhamento da radiação e dos grãos onde ocorre a absorção e  $f(\lambda)$  é a curva de extinção padrão, pois a extinção é diferencial em comprimento de onda. Utilizamos a curva de extinção de CCM (Cardelli, Clayton e Mathis, 1989). A correção de extinção é feita primeiramente se determinando a constante c, à partir do excesso de cor E(B-V):

$$c = -\frac{\ln(10^{\frac{E(B-V)}{2.5}})}{f(B) - f(V)} \text{, onde } f(B) - f(V) \text{ é estimado pela curva de CCM. A comparação$$

da linha que se quer corrigir com uma outra, que pode ser por exemplo H $\beta$  é dada por:

$$\frac{I_{\lambda 1}}{I_{\lambda 2}} = \frac{I_{\lambda 10}}{I_{\lambda 20}} e^{-c(f(\lambda 1) - f(\lambda 2))}$$
(17)

A equação 17 também pode ser escrita com  $\lambda_2 = H\beta$  como:

$$\frac{I_{\lambda 1}}{I_{H\beta}} = \frac{I_{\lambda 10}}{I_{H\beta 0}} e^{-c(f(\lambda 1) - f(H\beta))}$$
(18)

# III.2 - Critérios de Identificação e Medidas de Linhas

Espectros de novas mais antigas nos fornecem a primeira base para a identificação. Linhas com dúvida são verificadas também em atlas de laboratório. Utilizamos o atlas de Meinel, Aveni e Stockton, 1975. O grau de ionização no envelope e sua densidade também são fatores decisivos na identificação, limitando o número de linhas possíveis pela sua densidade crítica e o potencial de ionização necessário à sua formação.

A medida do perfil de linhas é feita determinando-se primeiramente o centro e em seguida definindo-se os limites do perfil. Somamos ponto a ponto o fluxo neste intervalo. As equações 19 a) e 19 b) resumem as expressões para o fluxo no perfil e o comprimento de onda central:

$$F = \sum_{i=i_{1}}^{i_{2}} \left( (I_{i} - C_{i}) (\lambda_{i_{2}} - \lambda_{i_{1}}) \right) \qquad \frac{erg}{cm^{2}s} \qquad (19a); \quad \lambda_{C} = \frac{\sum_{i=i_{1}}^{i_{2}} \lambda_{i} (I_{i} - C_{i})^{3/2}}{\sum_{i=i_{1}}^{i_{2}} (I_{i} - C_{i})^{3/2}} \qquad \mathring{A} ] \quad (19b)$$

onde  $\lambda_i$  é o comprimento de onda no pixel *i* em Å,  $i_1$  e  $i_2$  são os limites do perfil de linha, I<sub>i</sub> e C<sub>i</sub> são respectivamente a intensidade do pixel *i*, e a intensidade do contínuo no pixel *i* em erg/cm<sup>2</sup>/s/Å, sendo que o contínuo é suposto uma função linear entre os pixeis  $i_1$  e  $i_2$ .

Em uma nova, onde o campo de velocidades é complexo e extenso, é comum aparecerem superposições entre diversas linhas. Em alguns casos usamos a separação artificial destas componentes assumindo alguns critérios como a posição do centro da linha (o centro é correto dentro da precisão na medida), a separação tabelada entre as linhas e a largura à meia altura esperada. Supomos que linhas do mesmo elemento no mesmo estágio de ionização, formadas pelos mesmos processos (p. ex. recombinação ao invés de fluorescência) são formadas na mesma região. Região na qual o material segue um determinado campo de velocidades, implicando na formação de linhas com aproximadamente mesmo perfil e com mesma largura à meia altura. Obtemos a largura à meia altura de outra linha isolada do mesmo elemento no mesmo estágio de ionização e aplicamos esta largura à emissão que queremos separar. Extraímos a intensidade estimada da linha subtraindo a intensidade da linha superposta a ela quando possível. A separação em alguns casos foi feita pelo ajuste de múltiplas gaussianas com os parâmetros discutidos acima. No caso de [OIII]  $\lambda$ 4363, por exemplo calculamos a intensidade teórica de H $\gamma$  em relação a H $\alpha$ , considerando caso B, subtraindo então da intensidade total ([OIII]+H $\gamma$ ). Um outro exemplo é o caso da linha de [ArIII]  $\lambda$ 7751.

Na parte vermelha do espectro visível, verificamos se a absorção devida à água ou  $O_2$  afetava seriamente a linha medida. Utilizamos para tal fim o atlas de Curcio, Drummeter e Knestrick, 1964.

## III.3 - Estimativa da temperatura da fonte central

Utilizamos o método de Zanstra (veja por exemplo Osterbrock, 1989) para estimar a temperatura da fonte central. Definimos como fonte central não apenas a anã branca em si, mas uma atmosfera estendida que a envolve. Se tivéssemos condição de observar o espectro desde o ultravioleta até o infravermelho, medindo o fluxo de todas as linhas e do contínuo neste intervalo obteríamos toda a energia irradiada pelo envelope, comparando esta quantidade com o fluxo em Hβ teríamos a energia irradiada por recombinação. Igualando essa energia com a que entrou no envelope, considerando-se apenas uma fonte central, teríamos então condição de obter sua temperatura. Este método é chamado de método de Stoy (veja Osterbrock, 1989). A obtenção de uma cobertura espectral extendo-se do ultravioleta ao infravermelho envolvendo novas é em muitos casos impraticável, dado o curto intervalo de tempo disponível que muitos destes objetos permanecem com brilho suficiente para tal.

O método de Zanstra supõe um envelope de matéria opticamente espesso no contínuo Lyman que absorverá qualquer fóton incidente com hv > 13.6 eV e eficiência de 100%. Cada ionização é seguida de uma recombinação. As recombinações para um estado excitado serão seguidas por transições puramente radiativas em primeira aproximação. A equação de equilíbrio de fotoionização escrita considerando-se uma

nuvem esférica e homogênea, composta apenas por hidrogênio, relaciona o número de ionizações com o número de recombinações na nuvem. O uso do coeficiente de recombinação  $\alpha_B$  é necessário para o caso considerado:

$$\int_{v0}^{\infty} \frac{L_{v}}{hv} dv = \int_{0}^{r_{1}} n_{p} n_{e} \alpha_{B}(H^{0}, T) dV$$
(20)

onde  $L_v$  é a luminosidade da fonte central por unidade de freqüência, hv é a energia da transição.  $n_p$  e  $n_e$  são respectivamente a densidade de prótons e elétrons,  $\alpha_B$  é o coeficiente de recombinação considerando o caso B, onde a nebulosa é espêssa aos fótons ionizantes gerados em recombinações para o estado fundamental. No termo da esquerda é expresso o número total de ionizações na nebulosa por unidade de tempo, considerando a nebulosa em equilíbrio, o número total de ionizações é balanceado pelo número total de recombinações por unidade de tempo, expresso no termo da direita. Comparando-se a equação (20) para o contínuo, com a equação considerando-se apenas uma linha como por exemplo H $\beta$  teremos:

$$\frac{\frac{L_{H_{\beta}}}{h\nu_{H_{\beta}}}}{\int\limits_{\nu_{0}}^{\infty}\frac{L_{\nu}}{h\nu}d\nu} = \frac{\int\limits_{0}^{r_{1}}n_{p}n_{e}\alpha_{H_{\beta}}^{eff}(H^{0},T)dV}{\int\limits_{0}^{r_{1}}n_{p}n_{e}\alpha_{B}(H^{0},T)dV} \approx \frac{\alpha_{H_{\beta}}^{eff}(H^{0},T)}{\alpha_{B}(H^{0},T)}$$

onde  ${}_{H_{\beta}}^{eff}(H^0,T)$  é o coeficiente de recombinação efetivo para a linha de H $\beta$ , no caso. É necessário que esta expressão seja escalonada para utilização, utilizamos o fator de escala, A(T<sub>\*</sub>):  $F_{\nu} = A(T_*)\pi B_{\nu}(T_*)$ . Neste fator está embutido o efeito da diluição do fluxo do contínuo devido a distância. Obtemos A(T<sub>\*</sub>) comparando o fluxo medido no contínuo do espectro sob a linha de freqüência v na Terra, F<sub>v</sub> com o teórico B<sub>v</sub> (T<sub>\*</sub>) da expressão do corpo negro, para uma certa temperatura T<sub>\*</sub>. Nestas expressões, L<sub>H $\beta$ </sub> é a intensidade integrada de H<sub> $\beta$ </sub>. Como a nuvem não é na realidade homogênea e espessa, consideramos também os fatores de cobertura,  $\xi$ , sendo 1 se a nuvem envolve totalmente a fonte central ou zero, do contrário e o fator de preenchimento,  $\eta$  onde o valor 1 significa uma nuvem sem falhas em matéria e zero significa que não há nenhuma matéria (Harman e Seaton, 1965). A expressão final é a seguinte:

$$\frac{\frac{L_{H\beta}}{\xi\eta h\nu_{H\beta}}}{A(T_{*})\int_{\nu_{0}}^{\infty}\frac{L_{\nu}}{h\nu}d\nu} = \frac{\alpha_{H\beta}}{\alpha_{B}}$$
(21)

### III.4 - Densidade eletrônica e temperatura

#### III.4.1 - Densidade eletrônica

A densidade eletrônica no envelope pode ser determinada da razão de intensidades medida de pares de linhas emitidos por um único íon onde o par apresenta níveis com energias aproximadamente iguais, mas com probabilidade de transição radiativa diferentes. O fato de serem linhas de energia próxima, dificulta a estimativa de densidades em nosso estudo, dado o alargamento intrínseco das linhas disponíveis como mencionado acima. Utilizamos então um procedimento semi-empírico onde consideramos um envelope homogêneo. Como explicado anteriormente a massa da anã branca é inversamente proporcional à massa acrescida necessária para atingir a pressão crítica. Variamos a massa da anã branca para estimarmos um largo intervalo plausível de valores da massa do envelope sendo feita a suposição de que o envelope acrescido tenha sido ejetado por inteiro, como esperado no caso de uma nova rápida (Starrfield, 1989). Como o objeto é possivelmente uma nova de neônio, verificado através da intensidade das linhas deste elemento, classe de velocidade, magnitude absoluta no máximo e amplitude, consideramos apenas anãs brancas massivas, entre 1 e 1.4 M<sub>solar</sub> na estimativa da massa do envelope. Para a obtenção do raio do envelope, consideramos o mesmo como sendo esférico e se expandindo a uma velocidade constante. Esta velocidade foi estimada através da média obtida entre as medidas de largura à meia altura de todas as linhas de neônio. O raio é então o produto entre a velocidade na época considerada e o tempo transcorrido desde o máximo visual (At). Com o raio e a massa estimamos a densidade média do envelope. As densidades eletrônicas em cada época foram estimadas

utilizando uma composição química média para novas de neônio (Gehrz, Truran, Williams e Starrfield, 1998), ponderada com a estimativa do número de elétrons livres doados por cada elemento químico presente. A abundância média foi calculada considerando novas com pelo menos 0.05 de abundância de neônio em massa. A estimativa da ionização foi obtida através da análise do maior potencial de ionização existente na época considerada, por exemplo, quando a espécie com maior potencial de ionização necessário para a sua existência é o [NeV], consideramos que um potencial de ~100 eV é o vigente. Neste caso todas as outras espécies presentes que necessitem potenciais de ionização menores do que 100 eV para existir tem condições de estar presentes. O número de elétrons doados à nuvem circunstelar depende do estágio de ionização de cada elemento, no caso do [NeV], consideramos uma contribuição de 4 elétrons. Calculamos as contribuições para H, He, C, N, O, Ne e Z, onde Z é a contribuição dos metais com excessão dos supracitados. Para os metais, consideramos um valor médio entre 4 e 5 elétrons dependendo do estágio de ionização.

A equação (22) abaixo resume esta discussão:

$$N = \rho \left(\frac{abund(H)n_{e}(H)}{massa(H)} + \frac{abund(He)n_{e}(He)}{massa(He)} + \dots + \frac{abund(Z)n_{e}(Z)}{massa(Z)}\right)$$

$$onde: \rho = \frac{M_{env}(M_{AB})}{\frac{4}{3} R^{3}(v_{exp}, \Delta t)}$$
(22)

#### III.4.2 - Temperatura

A intensidade observada em uma linha de emissão opticamente fina pode ser expressa como:

$$I = \int j \, ds = \int n_i n_e \epsilon(T) \, ds \quad , \tag{23}$$

ao longo da linha de visada através do envelope, onde *j* é o coeficiente de emissão,  $n_i$  e  $n_e$  são respectivamente a densidade do íon responsável pela emissão e a densidade eletrônica,  $\epsilon$  é a emissividade e *ds* é o caminho percorrido pela radiação dentro da nuvem. As transições ditas proibidas são excitadas em processos colisionais porque seus

níveis superiores tem energias da ordem de kT. São assim denominadas porque a transição radiativa entre os níveis excitados e o fundamental é proibida pela regra de seleção de dipolo elétrico, mas podem ocorrer por dipolo magnético e/ou quadrupolo elétrico. Os elementos químicos responsáveis por essas linhas são importantes para o resfriamento da nuvem, apesar de sua abundância ser relativamente mais baixa do que a de H ou He. Para estas linhas o coeficiente de emissão depende mais sensivelmente da temperatura:

$$I_{v} = \frac{1}{4}\pi \int n_{i}n_{e}hvq_{ij}(T)b\,ds = \frac{1}{4} \int n_{i}n_{e}hv\frac{2\pi \int^{\frac{1}{2}}\hbar^{2}}{\left(km^{3}\right)^{\frac{1}{2}}}\frac{1}{T^{\frac{1}{2}}}\frac{\Omega(i,j)}{\omega_{i}}e^{-\frac{kT}{kT}}b\,ds$$
(24)

onde  $q_{i,j}$  é a taxa de transição colisional do nível *i* para o nível *j* por partícula no nível *i* por elétron por unidade de volume por unidade de tempo; *b* é a fração de excitações para o nível 2 que são seguidas pela emissão de um fóton na linha observada;  $\Omega(i,j)$  é a força colisional efetiva para a transição de *i* para *j*;  $\omega_i$  é o peso estatístico referente ao nível de partida (*i*, neste caso) e  $\omega$ =2J+1; *X* é a energia da transição,  $hv_{ij}$ ; *k* é a constante de Boltzmann;  $\hbar \in h/2\pi$ , onde *h* é a constante de Planck; *m* é a massa do elétron.

Para a determinação da temperatura no envelope utilizamos íons que contenham uma estrutura de níveis de energia tais que resultem linhas de emissão formadas no decaimento de níveis superiores com energia de excitação consideravelmente diferente entre si (fig. 11).



**Fig. 11** - Diagrama de níveis de energia para os termos de menor energia de [OIII], todos provenientes da configuração fundamental  ${}^{2}P_{2}$ , e para [NII], na mesma seqüência isoeletrônica. Exagerou-se a degenerescência do nível  ${}^{3}P$  para maior clareza. As linhas em emissão no visível são indicadas por linhas tracejadas, as encontradas no UV, ou no infravermelho, por linhas contínuas. (Adaptado de Osterbrock, 1989).

A intensidade  $I_{ij}$  da linha formada na transição de *i* para *j* é dada por:

$$I_{ij} = n_i A_{ij} h v_{ij} \tag{25a}$$

Normalmente os níveis apresentam degenerescência, onde a intensidade da transição é dada pelo coeficiente de Einstein médio ponderado com a degenerescência do estado  $J_i$ .

$$I_{ij} = n_i \frac{A_{iJJ} \omega_{JJ} + A_{iJ2} \omega_{J2}}{\omega_{JJ} + \omega_{J2}} h v_{ij}$$
(25b)

A razão de intensidade entre duas linhas que vem de transições com relação aos níveis *i*1 e *i*2 é dada por:

$$\frac{I_{ilj}}{I_{i2j}} = \frac{n_{il}}{n_{i2}} \frac{A_{il,i2}}{A_{i2j}} \frac{\nu_{il,i2}}{\nu_{i2j}}$$
(26)

Para calcular a população dos níveis  $i_1$  e  $i_2$  utilizamos a matriz de equações de equilíbrio estatístico a 5 níveis para uma dada densidade eletrônica (De Robertis, Dufour e Hunt (1987)):

,

$$\sum_{j \neq i} n_j n_e q_{ji} + \sum_{j > i} n_j A_{ji} = \sum_{j \neq i} n_i n_e q_{ij} + \sum_{j < i} n_i A_{ij}$$
(27)

juntamente com o somatório dos íons com população no nível j, sendo n o número total:

$$\sum_{j} n_{j} = n \tag{28}$$

onde  $n_i$  é a população de íons no nível i;

 $n_j$  é a população de íons no nível j;

 $n_e$  é a densidade eletrônica;

 $A_{ij}$ é a probabilidade de transição radiativa do nível *i* para *j*;

 $n_i n_e q_{ij}$  é a taxa de desexcitação colisional;

 $n_i n_e q_{ji}$  é a taxa de excitação colisional.

A equação de equilíbrio estatístico compara os mecanismos de excitação que povoam o nível (à esquerda) com os mecanismos de desexcitação que o despovoam (à direita). As probabilidades de transição colisional são dadas por:

$$q_{ij} = \frac{8.63 \times \Omega_{ji}}{\omega_i} \frac{1}{T_e^{1/2}} , \text{ para a desexcitação e}$$
$$q_{ji} = \frac{8.63 \times \Omega_{ji}}{\omega_i} \frac{1}{T_e^{1/2}} e^{\frac{-X_{ji}}{kT_e}} , \text{ para a excitação.}$$

O método utilizado faz a varredura em temperatura para uma determinada densidade e razão de linhas. Neste trabalho utilizamos as seguintes razões de linhas :

$$[OI] \quad \frac{I(6300+6363)}{I(5577)} , [OIII] \quad \frac{I(4959+5007)}{I(4363)} \quad e \quad [ArIII] \quad \frac{I(7136+7751)}{I(5192)}$$

dependendo da época considerada.



Fig. 12 – Um exemplo de gráfico temperatura  $\times$  densidade para o [ArIII], as barras verticais correspondem as densidades encontradas teoricamente, considerando anãs brancas entre 1 e 1.4 M<sub>solar</sub>.

No nosso caso, como mostrado na figura 12, graficamos a temperatura eletrônica em função da densidade eletrônica, sendo as barras os extremos em densidade encontrados pelo método semi-empírico considerado no ítem III.4.1. Calculamos as abundâncias iônicas usando os limites do intervalo de densidades e suas respectivas temperaturas.

# III.5 - Abundâncias Iônicas no Envelope

Nos propusemos a medir somente abundâncias iônicas, pois nem todos os graus de ionização dos elementos químicos estudados estão representados no espectro. É trivial o fato que dependendo da energia da fonte central, certas espécies ionizadas não tem condição de existir. Uma maneira de compensar estes estágios faltantes, seria o uso do fator de correção de ionização, FCI, mas no caso de novas a determinação deste fator é extremamente difícil. A determinação de abundâncias iônicas do envelope foi feita pelo método semi-empírico, onde usamos diretamente a razão de linhas para a sua obtenção. Dados os estágios de ionização presentes, as abundâncias iônicas mais próximas do valor total são as de H, He, O e Ne. Considerando-se os potenciais de ionização para o oxigênio e o neônio, acreditamos que as abundâncias inferidas para os íons observados destes elementos correspondam a uma fração significativa da abundância total.

Considerando linhas formadas em processos de recombinação, utilizamos a equação (23) do ítem III.4.2 acima, temos, por exemplo:

$$I_{HeI} = \frac{1}{4} \qquad N_{He} N_{e} h \nu_{He_{\lambda SS76}} \frac{e^{fetivo}}{He_{\lambda SS76}} (He^{0}, T) ds \qquad \text{HeI} \qquad (30)$$

$$I_{HeII} = \frac{1}{4} \qquad N_{He} \qquad N_{e} h \nu_{He_{\lambda4686}} \qquad \stackrel{efetivo}{He_{\lambda4686}} (He, T) ds \qquad \text{HeII} \qquad (31)$$

Combinando-se estas expressões podemos determinar a abundância química, tomando como exemplo o He<sup>+</sup> temos da combinação de (29) com (30):

$$\frac{n_{He}}{n_p} = \frac{\alpha_{H_{\rho}}(T_e)\nu_{H_{\rho}}}{\alpha_{He_{ij}}(T_e)\nu_{He_{ij}}} \frac{I_{ij}}{I_{H_{\rho}}}$$
(32)

A intensidade das linhas colisionais é obtida da equação (24) do ítem III.4.2, que como vimos são importantes para fornecer as estimativas de abundâncias de íons pesados.

Exemplificamos abaixo a determinação da abundância para o [FeVII], utilizando o modelo empírico, assumindo neste caso um átomo com 3 níveis:

Para a determinação da abundância do íon FeVII tivemos de encontrar na literatura dados atômicos recentes. Os erros nestes dados atômicos são grandes, mas ainda assim, menores do que os erros decorrentes das incertezas nas estimativas de temperatura e densidade.

Podemos modelar o íon de FeVII da seguinte forma:



Fig. 13 - Configuração eletrônica para o [FeVII].

De (27) e (28), considerando 3 níveis:

para o nível 2:  $n_1 q_{12} - n_2 (A_{21} + q_{21} + q_{23}) + n_3 (A_{32} + q_{32}) = 0$ para o nível 3:  $n_1 q_{13} + n_2 q_{23} - n_3 (A_{31} + q_{31} + A_{32} + q_{32}) = 0$  (33)  $n_1 + n_2 + n_3 = n$ 

Escrevemos a razão de intensidades observada das equações (25 a) e (25 b) neste caso como:

$$\frac{I_{32}}{I_{21}} = \frac{n_3}{n_2} \frac{A_{32}}{A_{21}} \frac{v_{32}}{v_{21}} \qquad \frac{I_{31}}{I_{21}} = \frac{n_3}{n_2} \frac{A_{31}}{A_{21}} \frac{v_{31}}{v_{21}}$$

onde  $\frac{n_3}{n_2}$  vem da solução das equações de equilíbrio estatístico (33) para um dado par  $(n_e, T_e)$  com n uma constante de normalização qualquer. Para a resolução do sistema com 4 incógnitas, podemos por exemplo normalizar a soma das populações dos níveis 1,2 e 3  $(n_1, n_2 e n_3)$ , então n = 1, resultando num sistema de 3 equações à 3 incógnitas. Para a análise do ferro, onde temos degenerescência de 3 subníveis (exemplo da transição de 3 para 1) a equação (25b) é escrita como:

$$I_{ij}\alpha[\frac{A_{j_{i}i_{1}}g_{i_{1}}+A_{j_{i}i_{2}}g_{i_{2}}+A_{j_{i}i_{3}}g_{i_{3}}}{g_{j_{1}}-g_{j_{2}}-g_{j_{3}}} \frac{A_{j_{2}i_{1}}g_{i_{1}}+A_{j_{2}i_{2}}g_{i_{2}}+A_{j_{2}i_{3}}g_{i_{3}}}{g_{j_{1}}-g_{j_{2}}-g_{j_{3}}} \frac{A_{j_{1}i_{1}}g_{i_{1}}+A_{j_{1}i_{2}}g_{i_{2}}+A_{j_{3}i_{3}}g_{i_{3}}}{g_{j_{1}}-g_{j_{2}}-g_{j_{3}}}]h\bar{v_{ij}}$$

onde :

$$\bar{\nu} = \frac{\sum_{i} A_{i} \nu_{i}}{A_{i}}$$

Os dados atômicos para o FeVII, foram obtidos de Nussbaummer e Storey, 1982. Com a população dos níveis derivada, estimamos as abundâncias iônicas. Como  $I = \int j \, ds = \int N_i N_e \epsilon(T) \, ds$ , abrimos  $\epsilon_{ji}(T) = n_j A_{ji} h \nu_{ij}$ , emissividade referente a uma transição do nível j para i e  $\epsilon_{H_g} = \alpha_{H_g}(T_e) n_e n_p h \nu_{h_g}$ , emissividade referente a transição de H<sub>β</sub>. Dividindo-se uma expressão pela outra, temos:

 $\frac{I_{ji}}{I_{H_{s}}} \frac{n_{j}A_{ji}v_{ij}}{\alpha_{H_{s}}(T_{e})n_{e}n_{p}v_{H_{s}}}$  (34), onde escrevemos n<sub>j</sub> como:  $n_{j} \frac{n_{j}}{n}n$ , obtido da matriz das equações de equilíbrio estatístico (33). Finalmente, a densidade do determinado íon com relação a densidade de prótons, ou de hidrogênio é obtida por:

$$\frac{n_{ion}}{n_p} \quad \frac{\alpha_{H_s}(T_e)n_e\nu_{H_s}}{\frac{n_j}{n}(n_e,T_e)A_{ji}\nu_{ij}} \frac{I_{ji}}{I_{H_s}} \quad .$$
(35)

O cálculo da matriz de populações para o [FeVII] foi executado por programa nosso. Para os outros íons que utilizaram uma matriz de populações para o átomo a 5 níveis utilizamos as tarefas do pacote "nebular" do IRAF, baseadas em Shaw e Dufour, 1994 e De Robertis, Dufour e Hunt, 1987.